



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΑΡΧΟΝΤΙΑ ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ

Πολυώνυμα Zernike και τεχνητά νευρωνικά
δίκτυα στη μελέτη του σφάλματος στη
διαθλαστική χειρουργική

Διπλωματική Εργασία

Επιβλέπουσα καθηγήτρια: Μακροπούλου Μυρσίνη

ΑΘΗΝΑ 2011

Δημητρίου Αρχοντία

*Πολυώνυμα Zernike και τεχνητά νευρωνικά δίκτυα στη μελέτη του
σφάλματος στη διαθλαστική χειρουργική*

Διπλωματική εργασία

Abstract

Except for the natural limitations in visual acuity, that are attributed to the wave property of light as exhibited in diffraction there also exist limitations that are introduced by the presence of refractive errors. In this thesis, we are trying to estimate the impact of the latter limitations in visual acuity.

Zernike polynomials are a remarkable tool for the study of refractive errors in contemporary aberrometry and refractive surgery, since a breadth of instruments exists for the diagnosis of aberrations. Lower level aberrations (spherocylindrical), such as defocus and astigmatism, are described by first and second order polynomials. Higher level aberrations, such as spherical aberrance, coma and higher order astigmatism are respectively described by higher order polynomials. Using the MATLAB® programming environment we derived the two- and three-dimensional form of Zernike polynomials up to order $n = 6$. Also, we executed Modulation Transfer Function (MTF) and Point Spread Function (PSF) calculations for pupil diameters $D = 2, 4$ and 7 mm and observed that the diameter affects the final form of the functions and therefore the visual acuity. Finally an attempt to tackle the issue of error estimation using neural networks and the back-propagation algorithm has been made. However, this was not fully possible due to the lack of experimental data.

Περίληψη

Εκτός από τους φυσιολογικούς περιορισμούς στην οπτική οξύτητα, που οφείλονται στην κυματική φύση του φωτός όπως εκδηλώνεται με την περίθλαση, έχουμε και την παρουσία διαθλαστικών σφαλμάτων. Προκαλούνται από διαταραχές στις οπτικές επιφάνειες, όπως ο κερατοειδής και ο κρυστάλλινος φακός. Στην παρούσα εργασία προσπαθήσαμε να μελετήσουμε το πόσο περιορίζεται η οπτική οξύτητα από τους παράγοντες αυτούς.

Έχει παραχθεί μια σειρά από πολύ χρήσιμα διαγνωστικά εργαλεία για την μελέτη της όρασης και την εξάλειψη των σφαλμάτων ανώτερης τάξης. Ένα ιδιαίτερα χρήσιμο εργαλείο στην μελέτη των σφαλμάτων είναι τα πολυώνυμα Zernike. Έχει παραχθεί μια σειρά από πολύ χρήσιμα διαγνωστικά εργαλεία για την μελέτη της όρασης και την εξάλειψη των σφαλμάτων ανώτερης τάξης. Οι εκτροπές χαμηλής τάξης -σφαιροκυλινδρικές- δηλαδή αφεστιάσεις και αστιγματισμός περιγράφονται με πολυώνυμα μέχρι $n=2$ τάξης. Σφάλματα όπως η σφαιρική εκτροπή, η κόμη και οι ανώτερες τάξεις κόμης, οι ανώτερης τάξης αστιγματισμοί, αλλά και άλλοι συνδυασμοί αποδίδονται, αντίστοιχα, με ανώτερης τάξης πολυώνυμα. Για την ανάλυση του μετώπου κύματος στις συναρτήσεις Zernike προσομοιώσαμε το ζεύγος των συναρτήσεων ανάπτυξης σημείου, MTF και μεταφοράς διαμόρφωσης, PSF. Κάθε μια από τις συναρτήσεις Zernike έχει μια συνάρτηση MTF και μία συναρτηση PSF. Χρησιμοποιώντας το προγραμματιστικό περιβάλλον του πακέτου MATLAB® εξάγαμε τη διδιάστατη και τριδιάστατη μορφή των πολυωνύμων Zernike για τάξη έως $n = 6$. Επίσης, εκτελέσαμε τους κώδικες για το ζεύγος των συναρτήσεων MTF και PSF για διαφορετικές διαμέτρους κόρης, $D = 2, 4$ και 7 mm, και παρατηρήσαμε πως αυτή η αλλαγή επηρεάζει τη μορφή των συναρτήσεων και κατά συνέπεια την οπτική οξύτητα. Τέλος, έγινε μια προσπάθεια να μελετήσουμε την πρόβλεψη του σφάλματος στην διαθλαστική χειρουργική με την χρήση των τεχνητών νευρικών δικτύων με χρήση του back-propagation αλγορίθμου. Δυστυχώς και τέτοιο δεν κατέσται δυνατό λόγω μη πληρότητας στην συλλογή των δεδομένων.

Copyright© 2011 Αρχοντία Δημητρίου — Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο. Το παρόν κείμενο παρέχεται σύμφωνα με την άδεια χρήσης “Creative Commons by Attribution” ¹

¹<http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου Δέσποινα και Εμμανουήλ για την συμπαράστασή τους στην μέχρι τώρα πορεία μου και την συνεχή βοήθειά τους για την ολοκλήρωση των σπουδών μου. Επίσης, ευχαριστώ την καθηγήτριά μου, κα Μυρσίνη Μακροπούλου, για την παρουσία της στην εξέλιξη της διπλωματικής μου εργασίας. Τελευταίο, αλλά όχι λιγότερο σημαντικό, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον συμφοιτητή μου, Σπυρίδωνα Σταθόπουλο, για την πολύτιμη βοήθεια που μου προσέφερε κατά την χρήση του προγράμματος LaTeX καθόλη τη διάρκεια της συγγραφής.

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	ix
1 Ο οφθαλμός και η φυσιολογία του	1
1.1 Οφθαλμός	1
1.1.1 Φυσιολογία του οφθαλμού	1
1.1.2 Δομή κερατοειδούς (Cornea)	3
1.2 Ο κερατοειδής σαν οπτικό σύστημα	8
1.3 Διάθλαση και διαθλαστικές ανωμαλίες	9
1.3.1 Διαθλαστικά σφάλματα	10
1.3.2 Εκτροπές οφθαλμού	14
1.3.3 Κυματομέτωπο	19
1.3.4 Αντιμετώπιση διαθλαστικών ανωμαλιών	21
2 Διαθλαστική Χειρουργική	23
2.1 Αρχές διαθλαστικής χειρουργικής	23
2.1.1 Excimer lasers (lasers διηγευμένων διμερών)	24
2.1.2 Ο μηχανισμός της φωτοαποδόμησης	25
2.1.3 Ρυθμός φωτοαποδόμησης	28
2.1.4 Οπτική ζώνη	30
2.2 Μέθοδοι διαθλαστικής χειρουργικής	32
2.2.1 Διαθλαστική κερατεκτομή PRK	33
2.2.2 Laser-Assisted In Situ Keratomileusis LASIK	34
2.2.3 Epithelial Laser-Assisted In Situ Keratomileusis (Epi-LASIK)	36
2.3 Σφάλμα διαθλαστικής χειρουργικής	37
3 Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα	41
3.1 Εισαγωγή	41

3.2	Ορισμός	43
3.3	Παράδειγμα απλού νευρωνικού δικτύου	44
3.4	Αρχιτεκτονική των τεχνητών νευρωνικών δικτύων	45
3.4.1	Τεχνητός νευρώνας McCulloch-Pitts	46
3.4.2	Συνάρτηση ενεργοποίησης	48
3.4.3	Ταξινόμηση των νευρωνικών δικτύων	51
3.5	Εκπαίδευση των νευρωνικών δικτύων	53
3.5.1	Ο χώρος των βαρών	54
3.5.2	Τρόποι εκπαίδευσης των νευρωνικών δικτύων	55
4	Ειδικό μέρος	57
4.1	Σκοπός	57
4.2	Γραφική προσέγγιση υλοποίησης back-propagation αλγορίθμου .	57
4.3	Τοπογραφία και εκτροπομετρία	65
4.3.1	Τοπογραφία κερατοειδούς	65
4.3.2	Εκτροπομετρία	70
4.3.3	Αναπαράσταση και ανάλυση μετώπου κύματος	70
4.4	Χαρακτηρισμός οξύτητας ειδώλου	73
4.4.1	Σχολιασμός αποτελεσμάτων προσομοίωσης των συναρτήσεων MTF και PSF	77
4.5	Διερεύνηση - Παρατηρήσεις	78
4.5.1	Οπτικό σύστημα ιδανικής εστίασης (diffraction limited) . .	78
4.5.2	Παρουσία σφαλμάτων στο οπτικό σύστημα	81
A'	Γραφικές απεικονίσεις πολυωνύμων Zernike	85
B'	Γραφικές παραστάσεις συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης MTF	93
B'.1	Καμπύλες συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολυωνύμων Zernike	93
B'.2	Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολυωνύμων Zernike	110
Γ'	Γραφικές παραστάσεις συνάρτησης ανάπτυξης σημείου PSF	127
Γ'.1	Καμπύλες συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολυωνύμων Zernike	127

Γ'.2 Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολυωνύμων Zernike	144
Δ' Κώδικες γραφικών παραστάσεων	159
Δ'.1 ZernikePolynomial	159
Δ'.2 ZernikePolynomialMTF	161
Δ'.3 ZernikePolynomialPSF	166
Αναφορές	171

Ο οφθαλμός και η φυσιολογία του

1.1 Οφθαλμός

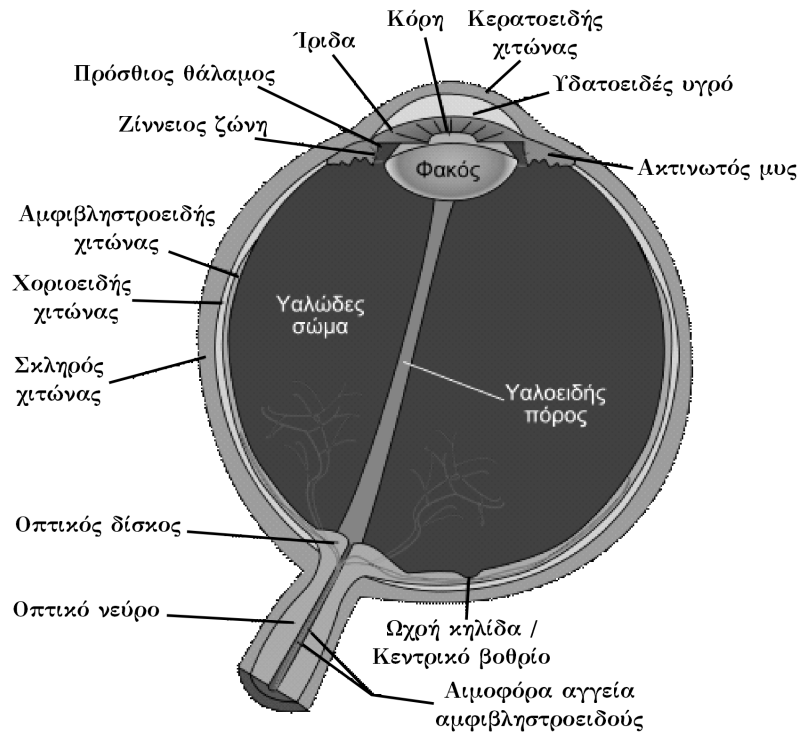
Ο οφθαλμός αποτελεί ένα πολύπλοκο οπτικό σύστημα. Λειτουργεί ως οπτικός αισθητήρας που χρησιμεύει στη δημιουργία ενός ειδώλου και σε συνδυασμό με το νεύρο, που μεταδίδει το ερέθισμα στον εγκέφαλο και το τμήμα του εγκεφάλου που εκτελεί την επεξεργασία και την τελική κατανόηση της πληροφορίας, είναι υπεύθυνα για τη λειτουργία της όρασης.

Είναι εκπληκτικό το γεγονός ότι ένα τόσο μικρό όργανο αποτελείται από τόσα πολλά λειτουργικά μέρη όπως φαίνεται στην Εικόνα 1.1. Ωστόσο αν λαμβάναμε υπ' όψη μας την πολυσύνθετη φύση της λειτουργίας της όρασης τότε αυτό δεν θα μας φαινόταν τόσο παράξενο.

1.1.1 Φυσιολογία του οφθαλμού

Για πρακτικούς λόγους, το οπτικό σύστημα του οφθαλμού μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από τέσσερις διαθλαστικές επιφάνειες: την πρόσθια και οπίσθια επιφάνεια του κερατοειδούς, και την πρόσθια και οπίσθια επιφάνεια του κρυσταλοειδούς φακού.

Η πρόσθια επιφάνεια του κερατοειδούς είναι η σημαντικότερη οπτική επιφάνεια του οφθαλμού. Συμβάλλει κατά 70% περίπου στην ολική διαθλαστική ικανότητα του οφθαλμού και έχει σχήμα επιμήκους ελλειψοειδούς (πεπλατυσμένο στα άκρα σε σχέση με το κέντρο). Η οπίσθια επιφάνεια του κερατοειδούς έχει σχήμα, κατά προσέγγιση, σφαιρικό. Το πάχος του κερατοειδή είναι



Σχήμα 1.1: Τομή απεικόνισης ανθρώπινου οφθαλμού

κατά προσέγγιση 550 μm και ο δείκτης διάθλασής του 1.376. Στη συνέχεια, υπάρχει ο πρόσθιος θάλαμος ο οποίος περιέχει υδατοειδές υγρό ($n = 1.336$) και έχει αξονικό μήκος περίπου 3 mm. Η ίριδα αποτελεί το διάφραγμα του οπτικού συστήματος, το οποίο ρυθμίζει την ποσότητα του φωτός που φτάνει στον αμφιβληστροειδή. Πίσω από την ίριδα βρίσκεται ο κρυσταλλοειδής φακός, βασική οπτική λειτουργία του οποίου είναι η ρύθμιση της συνολικής διοπτρικής ισχύος του οφθαλμού προκειμένου να καθίσταται δυνατή η ευκρινής απεικόνιση τόσο των μακρινών όσο και των κοντινών αντικειμένων (λειτουργία της προσαρμογής). Ο δείκτης διάθλασης ($n = 1.41$) και το σχήμα του κρυσταλλοειδούς φακού είναι τέτοια ώστε να αντισταθμίζεται σε κάποιο βαθμό σφαιρική εκτροπή που εισάγεται από την πρόσθια επιφάνεια του κερατοειδούς.

Ο αμφιβληστροειδής χιτώνας ο οποίος φέρει και τους φωτοϋποδοχείς έχει σχήμα κατά προσέγγιση σφαιρικό με ακτίνα καμπυλότητας 12mm. Ο χώρος

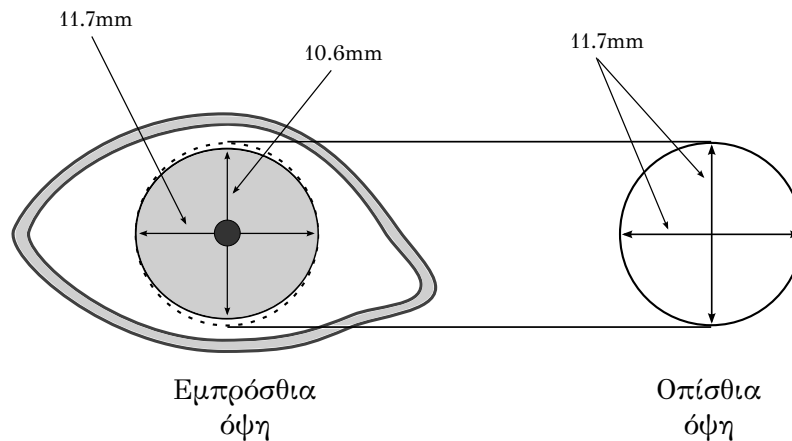
1.1. Οφθαλμός

ανάμεσα στον κερατοειδή χιτώνα και στον κρυσταλλοειδή φακό (πρόσθιος θάλαμος) περιέχει υδατοειδές υγρό ($n = 1.336$), ενώ ο χώρος πίσω από τον κρυσταλλοειδή φακό καταλαμβάνεται από το υαλώδες σώμα ($n = 1.337$).

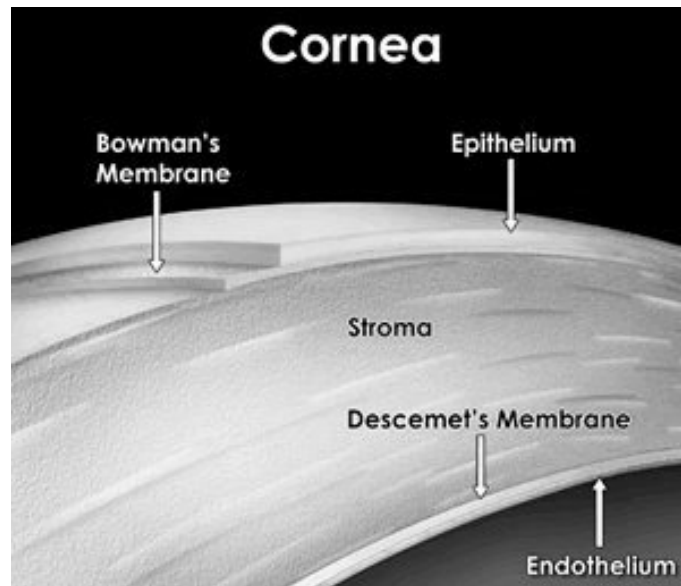
1.1.2 Δομή κερατοειδούς (Cornea)

Ο κερατοειδής καταλαμβάνει το κέντρο του πρόσθιου πόλου του βολβού. Επειδή ο σκληρός και ο επιπεφυκότας καλύπτουν τον κερατοειδή προς τα εμπρός, λίγο περισσότερο στο άνω και κάτω τμήμα από ότι στο έσω και έξω, ο κερατοειδής παίρνει σχήμα ελλειπτικό όταν εξετάζεται από εμπρός. Στους ενήλικες, ο οριζόντιος άξονας είναι περίπου 11.7mm και ο κάθετος 10.6mm. Στο οπίσθιο τμήμα, η περιφέρεια του κερατοειδούς είναι στρογγυλή, διαμέτρου 11.7mm (Εικόνα 1.2). Το σκληροκερατοειδές όριο, το οποίο είναι το όριο του κερατοειδούς και του σκληρού, είναι φαιό και διάφανο. Οι εξωβόλβιοι μύες προσφύονται σε διάφορα σημεία από το σκληροκερατοειδές όριο.

Ο κερατοειδής είναι μια αξιοθαύμαστη οπτική κατασκευή, που διαθέτει υψηλού βαθμού κανονικότητα και διαφάνεια και εξαιρετικές αυτοπροστατευτικές και επιδιορθωτικές ιδιότητες. Οι ιστολογικές στιβάδες του κερατοειδούς είναι το επιθήλιο, η στιβάδα το Bowman, το στρώμα, η δεσκαμέτειος μεμβράνη και το ενδοθήλιο όπως φαίνεται στην Εικόνα 1.3. Η εξωτερική επιφάνεια του



Σχήμα 1.2: Διαστάσεις αξόνων κερατοειδούς



Σχήμα 1.3: Οι ιστολογικές στιβάδες του κερατοειδούς

κερατοειδούς καλύπτεται από την δακρυϊκή στοιβάδα, και η εσωτερική βρέχεται από το υδατοειδές υγρό. Το επιθήλιο έχει πάχος περίπου 50 μm . Το στρώμα (450-500 μm), είναι υπεύθυνο για το 90% του πάχους του κερατοειδούς και αποτελείται από ίνες κολλαγόνου διαμέτρου 24-30nm. Το επιθήλιο και το στρώμα χωρίζονται από την μεμβράνη του Bowman πάχους 8-10 μm . Επιπλέον, ανάμεσα στο στρώμα και το ενδοθήλιο βρίσκεται η δεσκεμέτιος μεμβράνη. Είναι ένα παχύ στρώμα βασικής μεμβράνης που παράγεται από το ενδοθήλιο το οποίο και καλύπτει την εσωτερική πλευρά της. Το ενδοθήλιο αποτελείται από μία στοιβάδα κυττάρων, καλύπτει τον οπίσθιο κερατοειδή και είναι σε επαφή με το υδατοειδές υγρό του προσθίου θαλάμου. Κατά μέσο όρο, ο κερατοειδής είναι λεπτότερος στο κέντρο (500-550 μm) σε σύγκριση με την περιφέρεια (600-700 μm).

Επιθήλιο

Το επιθήλιο του κερατοειδή αποτελείται από πέντε έως επτά στρώσεις κυττάρων και έχει πάχος 50-52 μm , το οποίο είναι ομοιόμορφο καθ' όλη την

1.1. Οφθαλμός

επιφάνειά του. Η επιφάνεια του κερατοειδούς είναι ομαλή, υγρή από δάκρυα, και αποτελεί την κύρια διαθλαστική επιφάνεια του ματιού. Εκτός από τη διαφάνεια, το επιθήλιο έχει την ιδιότητα να αποτελεί φραγμό στην απώλεια υγρού μέσω των στενών συνδέσμων μεταξύ των κυττάρων του φραγμό απέναντι σε παθογόνους οργανισμούς, καθώς και να προβάλλει αντίσταση στις διαβρώσεις. Η θέση του, εξάλλου, απαιτεί να έχει γρήγορη επουλωτική αντίδραση στο τραύμα. Οι στιβάδες του επιθηλίου περιλαμβάνουν 3-4 εξωτερικές στιβάδες από επιμηκυμένα επιφανειακά κύτταρα με αποπλατυσμένους πυρήνες, 1-3 στιβάδες από διάμεσα πτερυγοειδή κύτταρα, τα οποία έχουν πλάγιες, λεπτές, σαν φτερά προεκτάσεις, και μία μονή στιβάδα από βασικά κυλινδρικά κύτταρα προσκολλημένα πάνω στη βασική τους μεμβράνη, η οποία αποτελείται από το διαυγή υμένα (lamina lucida), τον ηλεκτρονικά πυκνό υμένα (lamina densa) και τον ινοδικτυωτό υμένα (lamina reticularis). Τα κύτταρα στην βάση του επιθηλίου έχουν κυλινδρικό σχήμα ενώ αυτά που βρίσκονται στην επιφάνεια είναι πεπλατυσμένα. Τα κύτταρα του επιθηλίου αναγεννώνται περίπου κάθε επτά μέρες και ο πολλαπλασιασμός τους πραγματοποιείται κυρίως στην περιφέρεια του κερατοειδή και συγκεκριμένα στο σκληροκερατοειδικό όριο. Η πορεία τους από την μίτωση έως την απόπτωση γίνεται μαζί με την μετακίνησή τους από την περιφέρεια προς το κέντρο και από την βάση του επιθηλίου προς την επιφάνεια. Πάνω στο επιθήλιο βρίσκεται η δακρυϊκή στιβάδα η οποία μέσω της επιφανειακής τάσης παίρνει λείο σχήμα και έτσι η διάθλαση του φωτός γίνεται χωρίς σημαντική σκέδαση. Κάτω από το επιθήλιο βρίσκεται η βασική μεμβράνη του επιθηλίου η οποία αποτελείται από ίνες κολλαγόνου.

Μεμβράνη Bowman

Η μεμβράνη του Bowman είναι μια ακυταρική μεμβράνη, πάχους 8-12μm, που αποτελείται από διαπλεκόμενες ίνες κολλαγόνου και πρωτεογλυκάνες. Έχει περιγραφεί ότι προέρχεται εμβρυολογικά από στρωματικά κύτταρα, αλλά στις 13 εβδομάδες κύηση παρατηρούνται ινίδια κολλαγόνου αρχόμενα από την επιθηλιακή βασική μεμβράνη, γεγονός που δηλώνει ότι μπορεί και το επιθήλιο να συμβάλει στην κατασκευή της μεμβράνης. Ο ρόλος της μεμβράνης του Bowman δεν είναι σαφής. Υπάρχει η υπόθεση ότι σχηματίζει μία ομαλή,

στερεή βάση για τη διατήρηση της ομοιομορφίας του επιθηλίου καθώς και ότι προσδίδει μηχανική σταθερότητα στον κερατοειδή. Άλλοι έχουν διατυπώσει την άποψη ότι αυτή η ακυτταρική ζώνη είναι απαραίτητη για να αποφευχθεί η επαφή των κυττάρων του επιθηλίου και του στρώματος, η οποία θα μπορούσε να προκαλέσει τη δραστηριοποίηση των στρωματικών κυττάρων και την παραγωγή εξωκυττάριας ουσίας. Παρ' όλα αυτά, πιστεύετε ότι η μεμβράνη του Bowman είναι ακριβώς το αποτέλεσμα αυτής της αλληλεπίδρασης του επιθηλίου με το στρώμα και δεν έχει κάποιο σημαντικό ρόλο. Πολλά είδη θηλαστικών δεν έχουν στιβάδα του Bowman και έχουν φυσιολογική διάθλαση και κανένα πρόβλημα από την αλληλεπίδραση του επιθηλίου με το στρώμα.

Στρώμα

Το στρώμα του κερατοειδούς απαρτίζει το 90% του πάχους του κερατοειδούς και αποτελείται από επίπεδα πετάλια κολλαγόνων ινιδίων (κυρίως κολλαγόνο τύπου I) προσανατολισμένων σε παράλληλη διάταξη. Τα πετάλια είναι περίπου 200-250 στον ανθρώπινο κερατοειδή. Καθένα από αυτά έχει 2 μm πάχος και πλάτος 9-260 μm . Στο οπίσθιο τμήμα του στρώματος τα πετάλια σχηματίζουν ορθή γωνία το ένα με το άλλο, ενώ στο πρόσθιο ένα τρίτο του στρώματος σχηματίζουν πιο λοξές γωνίες και έχει περιγραφεί και διακλάδωση των πεταλίων. Αυτή η διάταξη προσδίδει μηχανική ισοτροπία στις κατευθύνσεις που είναι κάθετες στον οπτικό άξονα και επίσης εξασφαλίζει ότι η μέση απόσταση μεταξύ των δομικών στοιχείων του στρώματος είναι πολύ μικρότερη από το μήκος κύματος του ορατού φωτός του οποίου καλείται να στηρίξει την διάδοση. Τα ινίδια κολλαγόνου στο στρώμα είναι μεγαλύτερα από αυτά στη στιβάδα του Bowman.

Το στρώμα του κερατοειδούς έχει συνολικά 80% περιεκτικότητα σε νερό. Παράγεται και διατηρείται από τους στρωματικούς ινοβλάστες, οι οποίοι ονομάζονται κερατοκύτταρα. Αυτά βρίσκονται ανάμεσα στα πετάλια, και είναι επίπεδα, με ένα κύριο κυτταρικό σώμα, από το οποίο ξεκινούν μακριές προεκβολές προς όλες τις κατευθύνσεις. Είναι σχεδόν ανενεργά σε φυσιολογικές συνθήκες του οφθαλμού και αναλαμβάνουν την επουλωτική δραστηριότητα σε περίπτωση τραυματισμού του κερατοειδή ή εγκαύματος παράγοντας κολλα-

1.1. Οφθαλμός

γόνο. Η δραστηριοποίησή τους έχει σημαντικό ρόλο στην ακρίβεια μιας διαθλαστικής επέμβασης. Πρόσφατη μελέτη έδειξε ότι το στρώμα έχει και ένα σχετικά υψηλό αριθμό δενδριτικών, αντιγονικών κυττάρων (APC cells) που προέρχονται από το μυελό των οστών και τα οποία συμβάλλουν στις ανοσολογικές και φλεγμονώδεις αποκρίσεις.

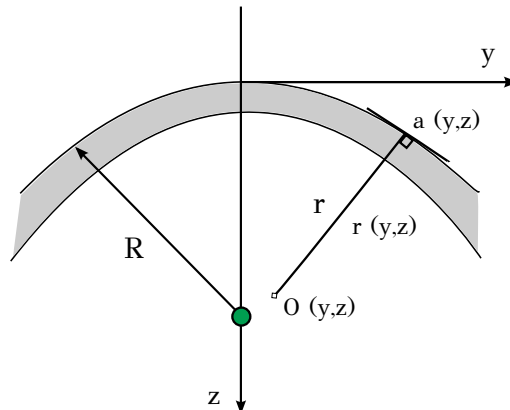
Δεσκεμέτειος Μεμβράνη (Descemet's membrane)

Στην εσωτερική πλευρά του κερατοειδούς υπάρχει η δεσκεμέτειος μεμβράνη η οποία είναι η βασική μεμβράνη του ενδοθηλίου του κερατοειδούς και συντίθεται από αυτό. Συντίθεται από αριθμό πρωτεϊνών, συμπεριλαμβανομένων της φιμπρονεκτίνης και της λαμινίνης, από κολλαγόνο τύπου IV και VIII και από πρωτεογλυκάνες που περιέχουν θειική ηπαράνη, θειική δερματάνη και θειική κερατάνη. Κατά τη γέννηση έχει πάχος 2μm, αλλά φτάνει μέχρι τα 10μm σε προχωρημένη ηλικία.

Με την ηλεκτρονική μικροσκοπία διακρίνονται δύο περιοχές της δεσκεμέτειου μεμβράνης. Το πρόσθιο μισό ή ένα τρίτο της, ανάλογα με την ηλικία, είναι η παλιότερη στιβάδα της μεμβράνης και διακρίνεται από ένα πλέγμα κολλαγόνου, ενώ το οπίσθιο τμήμα της είναι άμορφη ουσία. Ο μηχανισμός μετάπτωσης από το ένα τμήμα της μεμβράνης στο άλλο είναι άγνωστος. Με την ηλικία αυξάνεται το οπίσθιο τμήμα της μεμβράνης. Οι βασικές μεμβράνες, γενικά, θεωρούνται ότι φιλτράρουν ό,τι κινείται από και προς το επιθήλιο και προκαλούν την πολικότητα και τη διαφοροποίηση του επιθηλίου. Παραμένει άγνωστο γιατί η δεσκεμέτειος μεμβράνη έχει αυξημένο, συγκριτικά με άλλες βασικές μεμβράνες, πάχος.

Ενδοθήλιο

Το ενδοθήλιο του κερατοειδούς είναι μία μονή στιβάδα κυττάρων, η οποία σχηματίζει ένα φραγμό ανάμεσα στο στρώμα του κερατοειδούς και τον πρόσθιο θάλαμο. Βασική λειτουργία του ενδοθηλίου είναι η διατήρηση της διαφάνειας του κερατοειδούς, με τη ρύθμιση της ενυδάτωσής του εξασφαλίζοντας έτσι την πυκνή διάταξη των ινών κολλαγόνου του στρώματος. Αν δεν ασκεί-



Σχήμα 1.4: Ο κερατοειδής σαν οπτικό στοιχείο

ται αυτή η λειτουργία, αυξάνεται η μέση απόσταση των ινών (οίδημα), με αποτέλεσμα τη σκέδαση και την απώλεια διαύγειας.

Το ανθρώπινο ενδοθήλιο, αφού σχηματιστεί, δεν αναγεννάτε, *in vivo*, με ρυθμό ικανό ώστε να αντικατασταθούν τα νεκρά ή τραυματισμένα κύτταρα. Γενικά, η σχετική έλλειψη πολλαπλασιασμού οδηγεί στην ελάττωση της κυτταρικής πυκνότητας με την ηλικία, με μία μέση απώλεια κυττάρων της τάξης του 0.3% με 0.6% ανά έτος.

1.2 Ο κερατοειδής σαν οπτικό σύστημα

Η εξωτερική επιφάνεια του κερατοειδούς έχει σχήμα επιμήκους ελλειψοειδούς. Η ασφαιρικότητα αυτή έχει σαν αποτέλεσμα την μείωση της σφαιρικής εκτροπής που εισάγεται στο οπτικό σύστημα του οφθαλμού από τον κερατοειδή, σε επίπεδα που μπορεί να αντισταθμιστεί σε μεγάλο βαθμό από την αρνητική σφαιρική εκτροπή που εισάγει ο κρυσταλλοειδής φακός. Στην Εικόνα 1.4 βλέπουμε μια αναπαράσταση του κερατοειδή σαν οπτικό στοιχείο του οφθαλμού. Οι συντεταγμένες y, z του σημείου a μπορούν να περιγραφούν από την ακόλουθη εξίσωση (1.1):

$$z = \frac{cy^2}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2y^2}} \quad (1.1)$$

1.3. Διάθλαση και διαθλαστικές ανωμαλίες

όπου c και k είναι η βασική ακτίνα καμπυλότητας και η κωνική σταθερά αντίστοιχα. Οι τιμές που προκύπτουν για τις παραμέτρους αυτές για τον ανθρώπινο κερατοειδή με βάση τιμές μετρήσεων σε φυσιολογικό πληθυσμό είναι περίπου $1/c = 7.72mm$ και $k = 0.26$. Η διαθλαστική ισχύς του σημείου a εκπεφρασμένη σε διοπτρίες υπολογίζεται σαν συνάρτηση της τοπικής ακτίνας καμπυλότητας (r) και του δείκτη διάθλασης του κερατοειδούς (n) από την εξίσωση (1.2):

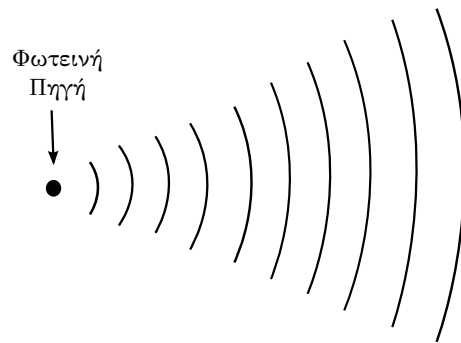
$$D = \frac{n - 1}{r} \quad (1.2)$$

Μεγάλη διακύμανση μεταξύ των φυσιολογικών οφθαλμών παρουσιάζει τόσο η βασική ακτίνα καμπυλότητας όσο και η κωνική σταθερά. Ακόμα, στην γενική περίπτωση, το σχήμα της εξωτερικής επιφάνειας του κερατοειδούς δεν είναι εκ περιστροφής συμμετρικό με αποτέλεσμα το οπτικό σύστημα να παρουσιάζει ασύμμετρες εκτροπές όπως ο αστιγματισμός.[1]

1.3 Διάθλαση και διαθλαστικές ανωμαλίες

Η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που εκπέμπει μια φωτεινή πηγή διαδίδεται προς όλες τις δυνατές κατευθύνσεις με μορφή κυμάτων που σχηματίζουν ομόκεντρες σφαίρες. Οι σφαίρες αυτές ονομάζονται *κυματικά μέτωπα* και έχουν ως κέντρο τη φωτεινή πηγή. Η ακτίνα καμπυλότητας των κυματικών μετώπων αυξάνεται καθώς η ακτινοβολία απομακρύνεται από τη φωτεινή πηγή (Εικόνα 1.5).

Στη γεωμετρική οπτική, για τη διευκόλυνση της σχηματικής απεικόνισης της πορείας της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, δεχόμαστε ότι το φως ταξιδεύει με μορφή πολύ λεπτών ακτίνων. Οι ακτίνες αυτές πορεύονται σε ευθείες γραμμές κάθετες στα κυματικά μέτωπα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Κατά τη πορεία τους οι φωτεινές ακτίνες μπορεί να είναι: α') Παράλληλες μεταξύ τους, όπως όταν προέρχονται από μια φωτεινή πηγή που βρίσκεται στο άπειρο. β') Να απομακρύνονται η μια από την άλλη, όπως συμβαίνει κοντά στη φωτεινή πηγή, ή γ') Να πλησιάζουν η μία την άλλη μέχρι να συναντηθούν σε ένα ορισμένο σημείο.



Σχήμα 1.5: Φωτεινή πηγή και κυματικά μέτωπα

Ο βαθμός της κλίσης των ακτίνων μια φωτεινής δέσμης μπορεί να εκτιμηθεί ποσοτικά. Όσο μικρότερη είναι η ακτίνα καμπυλότητας του κυματικού μετώπου, όσο δηλαδή πιο κυρτό είναι το κυματικό μέτωπο, τόσο μεγαλύτερη είναι η κλίση των ακτίνων. Η μονάδα που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της κλίσης των ακτίνων μιας φωτεινής δέσμης είναι η διοπτρία (D). Η διοπτρία καθορίζεται σαν το αντίστροφο της απόστασης, σε μέτρα, από τη φωτεινή πηγή (ή το σημείο σύγκλισης προκειμένου για συγκλίνουσα δέσμη) στον αέρα ή στο κενό.

Όταν αναφερόμαστε σε απόκλιση (αρνητική κλίση) μπροστά από τις διοπτρίες τοποθετούμε το πρόσημο ($-$). Όταν αναφερόμαστε σε σύγκλιση (θετική κλίση) μπροστά από τις διοπτρίες τοποθετούμε το πρόσημο ($+$).

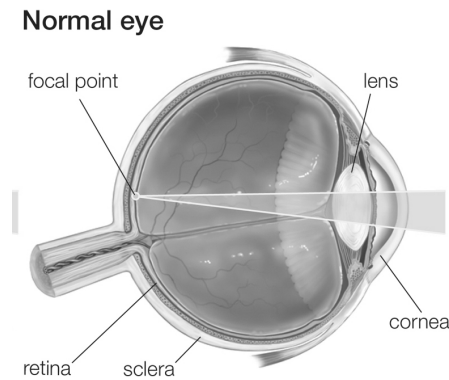
$$D = \frac{1}{\text{Απόσταση σε μέτρα}} \quad (1.3)$$

Παραδείγματος χάριν, η απόκλιση των ακτίνων μιας φωτεινής δέσμης σε απόσταση 0.5m από τη φωτεινή πηγή είναι $\frac{1}{0.5\text{m}} = -2.0D$.

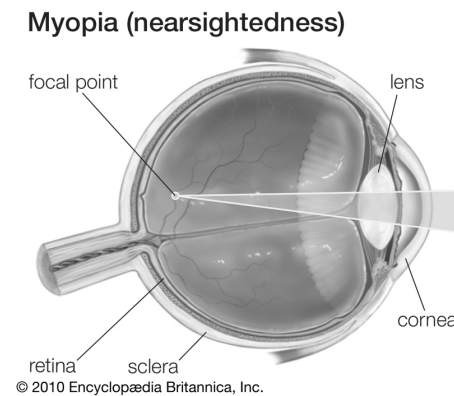
1.3.1 Διαθλαστικά σφάλματα

Η φυσιολογική κατάσταση του οφθαλμού, κατά την οποία, χωρίς προσαρμογή, παράλληλες ακτίνες φωτός σχηματίζουν τέλειο είδωλο επάνω στον αμφιβληστροειδή (Εικόνα 1.6), ονομάζεται *εμμετροπία*. Η κατάσταση αυτή είναι λιγότερο συχνή από την οποιαδήποτε παρουσία διαθλαστικού σφάλματος, κατάσταση που σε αντίθεση καλείται *αμετροπία* και επιδεινώνει την ποιότητα

1.3. Διάθλαση και διαθλαστικές ανωμαλίες



Σχήμα 1.6: Περίπτωση εμμετρικού (υγιούς) οφθαλμού



Σχήμα 1.7: Περίπτωση μυωπικού οφθαλμού

της όρασης. Αν η αμετροπία οφείλεται κυρίως σε διαταραχή της διαθλαστικής δύναμης του ματιού (μεγάλη κυρτότητα του κερατοειδούς), ονομάζεται *διαθλαστική αμετροπία*, ενώ αν οφείλεται σε διαταραχή του αξονικού μήκους του ματιού (μεγαλύτερο ή μικρότερο μάτι), ονομάζεται *αξονική αμετροπία* [2].

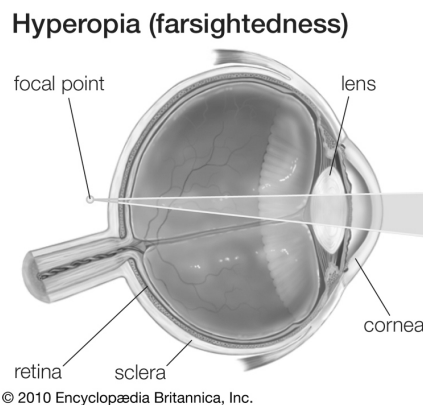
Διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις διαθλαστικών σφαλμάτων:

- Τη *μυωπία*, κατά την οποία η κύρια εστία εντοπίζεται μπροστά από τον αμφιβληστροειδή όπως φαίνεται στην Εικόνα 1.7. Ο μυωπικός οφθαλμός, δηλαδή, είναι περισσότερο επιμήκης για τη διαθλαστική ισχύ που έχει.

Μπορεί να οφείλεται σε αύξηση του προσθιοπίσθιου άξονα του οφθαλμού (αξονική μυωπία), σε αύξηση της διαθλαστικής ισχύος του οφθαλμού, λόγω αύξησης της κυρτότητας οποιασδήποτε από τις διαθλαστικές του επιφάνειες (διαθλαστική μυωπία), ή σε συνδυασμό των δύο.

Ένα μυωπικό μάτι δεν μπορεί να διακρίνει τα μακρινά αντικείμενα, αφού οι ακτίνες που προέρχονται από αυτά είναι παράλληλες. Όσο, όμως, ένα αντικείμενο πλησιάζει προς το μυωπικό μάτι, οι ακτίνες που στέλνει είναι όλο και πιο αποκλίνουσες, με αποτέλεσμα να μετακινείται η εστία προς τα πίσω και σε ορισμένη απόσταση για το συγκεκριμένο μάτι (άπω σημείο) να εστιαστεί στον αμφιβληστροειδή.

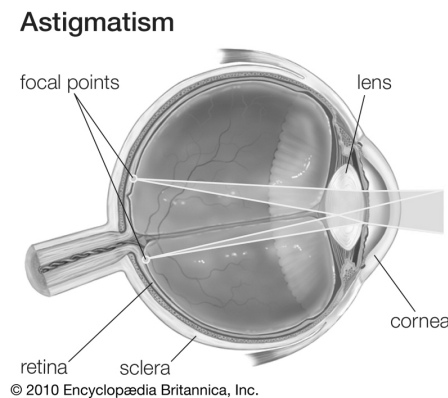
- Την υπερμετρωπία, κατά την οποία η οπίσθια κύρια εστία του διαθλαστικού συστήματος του οφθαλμού εντοπίζεται πίσω από τον αμφιβληστροειδή όπως φαίνεται στην Εικόνα ???. Αυτό σημαίνει ότι η διαθλαστική ισχύς του διοπτρικού συστήματος του βολβού είναι μικρότερη από όση θα έπρεπε για το αξονικό μήκος του. Μπορεί να οφείλεται στο ότι ο οφθαλμός είναι μικρότερος του φυσιολογικού (αξονική υπερμετρωπία), στο ότι η κυρτότητα οποιασδήποτε διαθλαστικής επιφάνειας του οφθαλμού είναι μικρότερη του φυσιολογικού (διαθλαστική υπερμετρωπία), ή και στο συνδυασμό των δύο. Το υπερμετρωπικό μάτι δε βλέπει καθαρά ούτε τα κοντινά ούτε τα μακρινά αντικείμενα.



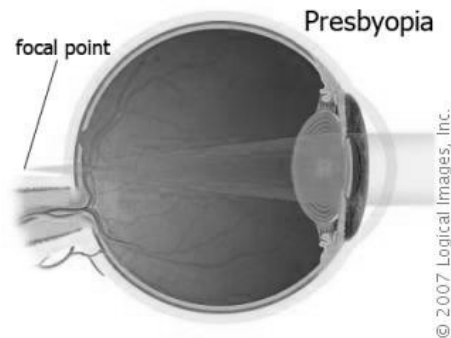
Σχήμα 1.8: Περίπτωση υπερμετρωπικού οφθαλμού

1.3. Διάθλαση και διαθλαστικές ανωμαλίες

- Τον *αστιγματισμό*, κατά τον οποίο παράλληλες ακτίνες δεν διαθλώνται εξίσου σε όλους τους μεσημβρινούς όπως φαίνεται στην Εικόνα 1.9. Δύο μεσημβρινοί, συνήθως κάθετοι μεταξύ τους, εμφανίζουν τη μεγαλύτερη διαφορά και λέγονται κύριοι άξονες του αστιγματισμού. Ο αστιγματισμός οφείλεται σε ανατομική ανωμαλία του κερατοειδούς ή, σπανιότερα, του φακού. Μία παράλληλη δέσμη ακτίνων περνώντας μέσα από ένα αστιγματικό μάτι δε σχηματίζει εστία, αλλά ένα κωνοειδές του Sturm, δηλαδή δύο εστιακές γραμμές κάθετες μεταξύ τους. Ανάλογα με τη θέση αυτών των γραμμών με τον αμφιβληστροειδή, ο αστιγματισμός παίρνει διάφορες μορφές (μυωπικός, υπερμετροπικός, μικτός κλπ).
- Την *ανισομετροπία*, κατά την οποία η διαθλαστική ισχύς ανάμεσα στα δύο μάτια διαφέρει σημαντικά (άνω των 2.00D).
- Την *πρεσβυωπία*, η οποία αντιπροσωπεύει την απώλεια της ικανότητας προσαρμογής του οφθαλμού με την ηλικία όπως φαίνεται στην Εικόνα 1.10. Η πρεσβυωπία δεν είναι διαθλαστική ανωμαλία αλλά συχνά αναφέρεται ως τέτοια λόγω του γεγονότος ότι αντισταθμίζεται με τη χρήση γυαλιών για την υποβοήθηση της κοντινής όρασης.



Σχήμα 1.9: Περίπτωση αστιγματικού οφθαλμού



Σχήμα 1.10: Περίπτωση πρεσβυωπικού οφθαλμού

1.3.2 Εκτροπές οφθαλμού

Εκτροπή λέγεται η διαφορά ενός ιδεατού μαθηματικού συστήματος, από μία πραγματική φυσική οντότητα και σχετίζεται με το πόσο απέχει από το να είναι ένα σημείο ένα αναμενόμενο σημειακό είδωλο. Η εμφάνιση των σφαλμάτων οφείλεται σε πολλές αιτίες, σχετικές με την γεωμετρία του συστήματος, της δέσμης και την κυματική φύση του φωτός. Το φως καθώς διαδίδεται και διαθλάται από τις διάφορες επιφάνειες του οφθαλμού και τις ατέλειες τους υφίσταται οπτικές εκτροπές, που υποβαθμίζουν την ποιότητα της εικόνας που σχηματίζεται στον αμφιβληστροειδή. Οι εκτροπές του οφθαλμού χωρίζονται σε 2 κατηγορίες: α') σε αυτές που οφείλονται μόνο στον κερατοειδή και β') στις εκτροπές που προέρχονται από ατέλειες ολόκληρου του οφθαλμού.

Αν ο οφθαλμός ήταν ένα τέλειο οπτικό σύστημα, τότε οι ακτίνες οι οποίες προέρχονται από ένα σημειακό αντικείμενο, μετά τη διάθλαση τους, θα εστιάζονταν σε ένα σημειακό σημείο. Αντίστοιχα αν έχουμε ένα επίπεδο μέτωπο κύματος το οποίο εισέρχεται σε ένα τέλειο οπτικό σύστημα, τότε το μέτωπο κύματος θα εξακολουθεί να είναι επίπεδο κατά την έξοδο του από το οπτικό σύστημα. Αυτό συμβαίνει σπάνια, δεδομένου ότι ο οφθαλμός είναι ένα οπτικό σύστημα με εκτροπές. Ως αποτέλεσμα, οι ακτίνες που προέρχονται από ένα σημειακό αντικείμενο, δεν εστιάζονται σε ένα μόνο σημείο, ενώ το επίπεδο μέτωπο κύματος, δεν παραμένει επίπεδο κατά την έξοδο του από το οπτικό σύστημα.

Οι εκτροπές ενός οπτικού συστήματος χωρίζονται κυρίως σε δύο ομάδες,

1.3. Διάθλαση και διαθλαστικές ανωμαλίες

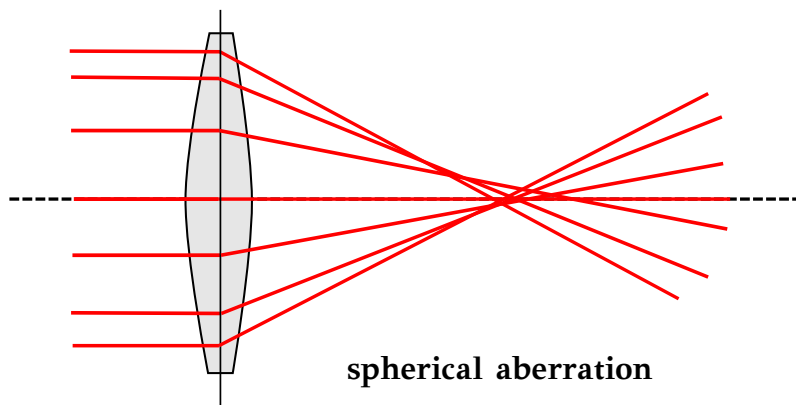
τις μονοχρωματικές εκτροπές και τις χρωματικές εκτροπές. Η πρώτη ομάδα αναφέρεται στις εκτροπές που είναι παρούσες όταν μόνο ένα μήκος κύματος εξετάζεται, ενώ η δεύτερη ομάδα αναφέρεται στις πρόσθετες εκτροπές που εμφανίζονται όταν εξετάζονται τα χρωματικά αποτελέσματα της διασποράς από τα οπτικά μέσα. Να σημειωθεί σε αυτό το σημείο πως οι μονοχρωματικές εκτροπές σε ένα μήκος κύματος είναι διαφορετικός από εκείνες σε άλλο μήκος κύματος. Αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό κατά την εξέταση των οργάνων που μετρούν τη διάθλαση ή και εκτροπές στα υπέρυθρα μήκη κύματος, ενώ η διόρθωση απαιτείται για το ορατό φάσμα. [3]

Μονοχρωματικές εκτροπές

Οι μονοχρωματικές εκτροπές χωρίζονται σε χαμηλής και υψηλής τάξης. Εμφανίζουν μεγάλη διακύμανση στον πληθυσμό, η πλειοψηφία αυτών καταλαμβάνεται από τις εκτροπές δεύτερης τάξης, ενώ οι υψηλότερης τάξης εκτροπές εμφανίζονται σε μικρότερο μέγεθος και είναι περίπου συμμετρικές στα δύο μάτια. [4] Στις μονοχρωματικές εκτροπές χαμηλής τάξης (έως δεύτερης) ανήκουν τα απλά διαθλαστικά σφάλματα, όπως προαναφέρθηκαν, όπως η μυωπία, η υπερμετρωπία και ο αστιγματισμός. Η ύπαρξη των απλών διαθλαστικών σφαλμάτων επηρεάζει την ακριβή εστίαση των ακτίνων πάνω στο κεντρικό βόθριο του αμφιβληστροειδή και κατά συνέπεια την ευκρίνεια του ειδώλου. Όσο μεγαλύτερο ποσό ενός απλού διαθλαστικού σφάλματος έχει ένα άτομο τόσο περισσότερο επηρεάζεται η ευκρίνεια του ειδώλου. Το φαινόμενο αυτό είναι περισσότερο αισθητό στον αστιγματισμό, ο οποίος λόγω της φύσης του διορθώνεται πιο δύσκολα με τα υπάρχοντα μέσα. Στις μονοχρωματικές εκτροπές υψηλής τάξης, αναφέρονται οι παραμορφώσεις που υφίστανται οι φωτεινές ακτίνες όταν διέρχονται μέσα από ένα οπτικό σύστημα, στο οποίο έχουν διορθωθεί τα απλά διαθλαστικά σφάλματα. Σε αυτές ανήκουν η σφαιρική εκτροπή, το κόμα, η παραμόρφωση πεδίου και η καμπύλωση πεδίου.

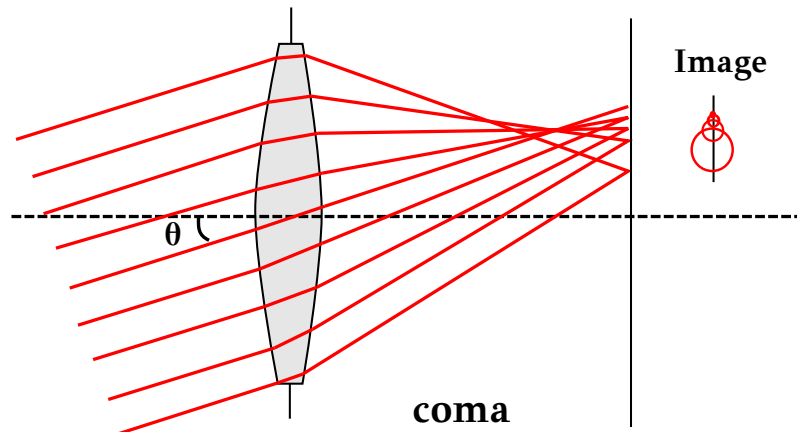
- Η σφαιρική εκτροπή (Εικόνα 1.11) είναι το φαινόμενο κατά το οποίο οι ακτίνες που διαθλώνται σε διαφορετικά ύψη μιας σφαιρικής επιφάνειας, τέμνουν τον οπτικό άξονα σε διαφορετικά σημεία. Έτσι, οι διερχόμενες

από την επιφάνεια ακτίνες δεν σχηματίζουν σημειακή εστία αλλά μια κηλίδα. Υπάρχει η θετική και η αρνητική σφαιρική εκτροπή. Θετική είναι όταν οι ακτίνες από την περιφέρεια της σφαιρικής επιφάνειας εστιάζονται πιο μπροστά από τις κεντρικές και αρνητική όταν συμβαίνει το αντίθετο, δηλαδή οι περιφερικές ακτίνες εστιάζονται πιο μακριά από τις κεντρικές. Η σφαιρική εκτροπή είναι θετική στον κερατοειδή και στον φακό είναι αρνητική σε κατάσταση μη προσαρμογής, ενώ όσο προσαρμόζουμε σε κοντινά αντικείμενα τόσο μεταβάλλεται προς αρνητική, ώστε να εστιαστεί καλύτερα το είδωλο. Δηλαδή, υπάρχει μια ανταγωνιστική δράση εκτροπών φακού-κερατοειδή με στόχο την καλύτερη δυνατή εστίαση της εικόνας στον αμφιβληστροειδή και την μικρότερη παραμόρφωση.



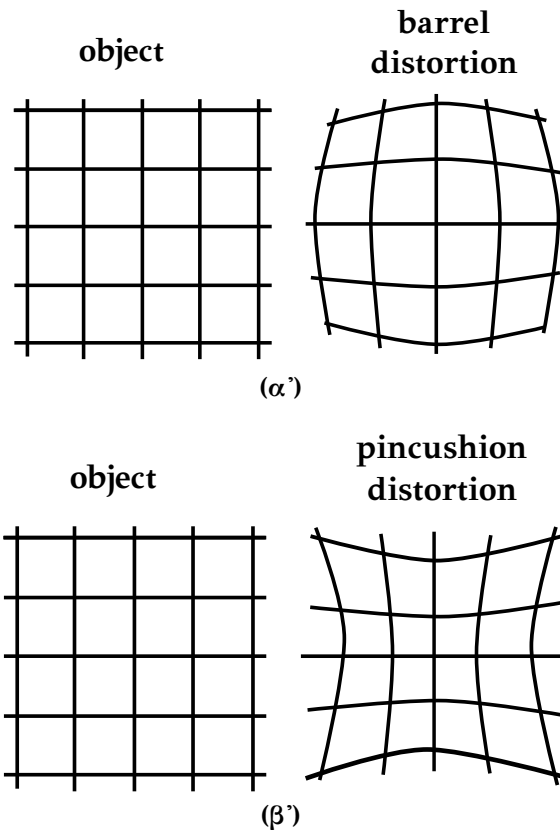
Σχήμα 1.11: Σφαιρική εκτροπή

- Το *κόμα* ή *κόμη* (Εικόνα 1.12) μπορεί να οριστεί ως η απόκλιση, που συμβαίνει σε μια δέσμη ακτίνων όταν αυτές διέρχονται από σημείο του φακού, που σχηματίζει γωνία με τον οπτικό άξονα. Είναι μια “παρά τον άξονα” οπτική εκτροπή. Η απεικόνιση της δέσμης έχει το σχήμα κομήτη, διότι οι ακτίνες που διέρχονται (υπό γωνία) από το κέντρο του φακού εστιάζονται πάνω στις ακτίνες που διέρχονται από την περιφέρεια αυτού.



Σχήμα 1.12: Κόμε ή κόμη

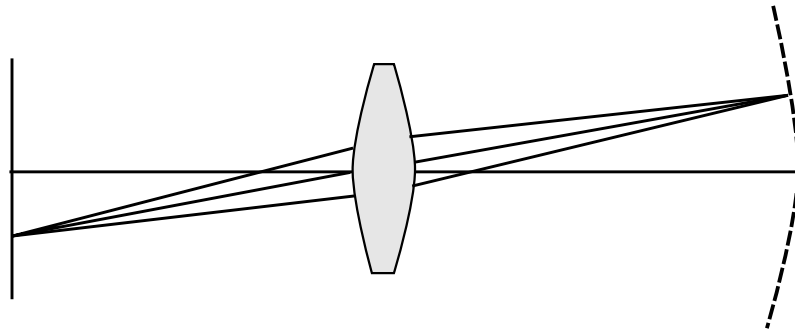
- Η παραμόρφωση πεδίου (Εικόνα 1.13) αφορά την ανικανότητα ενός φακού (ή συστήματος) να αναπαράγει, σε σχήμα, ένα είδωλο που είναι πιστό αντίγραφο του αντικειμένου. Τα σημεία του ειδώλου μπορεί να είναι σε ακριβή εστίαση στο σωστό επίπεδο του ειδώλου, το οποίο θα είναι επίπεδο αν όλες οι άλλες εκτροπές έχουν εξαλειφθεί αλλά εξαιτίας της παραμόρφωσης θα καταλαμβάνουν θέσεις είτε κοντύτερα, είτε μακρύτερα του άξονα από ότι οι ιδανικές τους θέσεις. Δηλαδή, η παραμόρφωση δημιουργείται επειδή η γραμμική μεγέθυνση ενός φακού δεν είναι ομοιόμορφη σε όλη την επιφάνειά του.
- Η καμπύλωση πεδίου είναι η ικανότητα ενός οπτικού συστήματος να εστιάζει τα σημεία του ειδώλου σε μια καμπύλη επιφάνεια. Πιο αναλυτικά, όταν ασχολούμαστε με παραξονικό σύστημα συμπεραίνεται ότι ένας φακός ή ένα σύστημα φακών παράγει μια επίπεδη εικόνα ή ένα επίπεδο αντικείμενο. Στην πραγματικότητα όμως όλα τα σημεία ενός ειδώλου βρίσκονται σε μια καμπύλη επιφάνεια και το είδωλο ενός επιπέδου αντικειμένου θα είναι πραγματικά καμπύλο όπως φαίνεται στην εικόνα 1.14. Η καμπύλη αυτή επιφάνεια καλείται επιφάνεια Petzval. Σε έναν θετικό φακό οι περιφερικές ακτίνες εστιάζονται πιο κοντά στο φακό και οι κεντρικές πιο μακριά. Έτσι, η εικόνα του αντικειμένου φαίνεται κυρτωμένη προς τα άκρα του φακού. Το αντίθετο συμβαίνει με έναν αρ-



Σχήμα 1.13: (α')Βαρελοειδής παραμόρφωση και (β')παραμόρφωση μηνίσκου

νητικό φακό. Η καμπύλωση αυτή του πεδίου έχει σαν αποτέλεσμα να μην είναι δυνατός ο σχηματισμός της εικόνας του αντικειμένου πάνω σε επίπεδη επιφάνεια. Προκειμένου να εστιαστούν ακριβώς όλα τα σημεία του αντικειμένου, η επιφάνεια πρέπει να είναι κυρτή.

Οι μονοχρωματικές εκτροπές χαμηλής τάξης μετρώνται με την κλινική διάθλαση και με τα αυτόματα διαθλασίμετρα. Η αρχή των διαθλασίμετρων βασίζεται σε διάφορες διαθλαστικές μεθόδους. Οι συσκευές που μετρούν ταυτόχρονα τις μονοχρωματικές εκτροπές χαμηλής και υψηλής τάξης λέγονται αμπερόμετρα ή εκτροπόμετρα και η αρχή τους βασίζεται στη μέτρηση του σφάλματος του κυματομετώπου (wavefront) (1.3.3).



field curvature

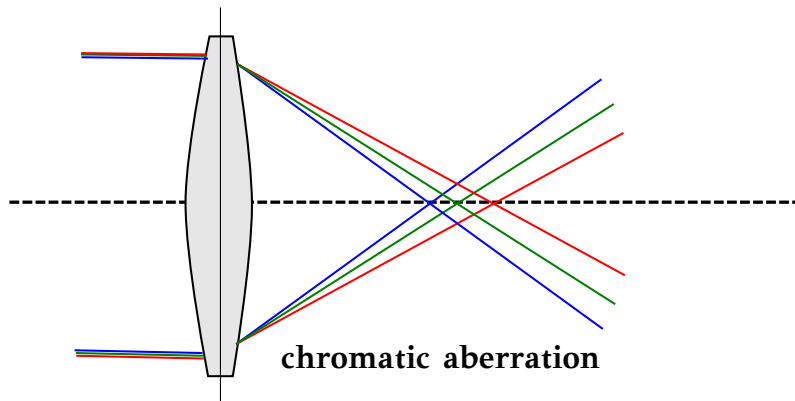
Σχήμα 1.14: Καμπύλωση πεδίου

Χρωματικές εκτροπές

Οι χρωματικές εκτροπές (Εικόνα 1.15) οφείλονται στο γεγονός ότι ο δείκτης διάθλασης εξαρτάται από το μήκος κύματος, οπότε κάθε μήκος κύματος έχει διαφορετική εστία. Το λευκό φως αποτελείται από ακτινοβολίες με διάφορα μήκη κύματος (πολυχρωματικό) και όταν περνάει μέσα από έναν σφαιρικό φακό, η διάθλαση που υφίστανται οι διάφορες ακτινοβολίες που το συνιστούν διαφέρει και το φως αναλύεται. Οι ακτίνες με μικρό μήκος σχηματίζουν εστία πιο κοντά στο φακό και οι ακτίνες με μεγάλο μήκος κύματος πιο μακριά. Έτσι, δεν σχηματίζεται σημειακή εστία αλλά μια έγχρωμη κηλίδα. Οι περισσότερες διαθλώμενες ακτίνες είναι οι ιώδεις και οι λιγότερο οι ερυθρές. Οι χρωματικές εκτροπές προκαλούν θόλωση στο είδωλο ακόμα και όταν το σύστημα είναι διορθωμένο από τα απλά διαθλαστικά σφάλματα. [5], [6], [7]

1.3.3 Κυματομέτωπο

Το κύμα, μια διαταραχή που επαναλαμβάνεται καθώς διαδίδεται, χαρακτηρίζεται από τη φάση, που είναι το εσωτερικό ρολόι της διαταραχής. Σε ένα μήκος κύματος η φάση αλλάζει από 0° σε 360° ή από 0 σε 2π ακτίνια. Για να δούμε εποπτικά ένα κύμα χρησιμοποιούμε τις επιφάνειες που ενώνουν σημεία που έχουν την ίδια τιμή φάσης, ισοφασικά σημεία. Αυτές είναι οι ισοφασικές



Σχήμα 1.15: Χρωματικές εκτροπές

επιφάνειες, γνωστές και ως **μέτωπα** ή επιφάνειες **κύματος** (wavefronts).

Οι ισοφασικές μοιάζουν με τις ισοϋψείς καμπύλες στη χαρτογραφία ή τις ισοπιεσικές και ισοθερμικές των βαρομετρικών χαρτών. Απεικονίζουμε ένα κύμα με ισοφασικές που έχουν σταθερή φάση σε ακέραια πολλαπλάσια του 2π , ή γενικότερα, σε κάποια άλλη σταθερή τιμή φάσης. Αν η διαφορά φάσης μεταξύ διαδοχικών μετώπων είναι 2π , τότε αυτά στο χώρο απέχουν όσο ένα μέτωπο κύματος.

Ένα μέτωπο κύματος μπορεί να έχει οποιοδήποτε σχήμα, είναι συνηθισμένο όμως να μελετώνται ιδανικές καταστάσεις. Τέτοιες είναι το **σφαιρικό** και το **επίπεδο** μέτωπο κύματος. Στο σφαιρικό κύμα τα μέτωπα κύματος είναι τμήματα από ομόκεντρες σφαίρες, ενώ στο επίπεδο είναι τμήματα από παράλληλα μεταξύ τους επίπεδα.

Στο σφαιρικό μέτωπο κύματος μιλάμε για **ακτίνα καμπυλότητας**. Πρόκειται για την ακτίνα του τμήματος της σφαίρας στην οποία το μέτωπο αυτό αντιστοιχεί. Όσο μεγαλύτερη είναι η ακτίνα καμπυλότητας, τόσο πιο επίπεδο αυτό φαίνεται· μάλιστα, όταν η ακτίνα καμπυλότητας γίνει άπειρη, τότε έχουμε ένα επίπεδο μέτωπο κύματος. Αντίστοιχα, μιλάμε για **καμπυλότητα**, που είναι το αντίστροφο της ακτίνας καμπυλότητας ($1/r$, όπου r η απόσταση από την πηγή). Ένα μέτωπο σχεδόν επίπεδο έχει πολύ μεγάλη ακτίνα καμπυλότητας και, αντίστοιχα, πολύ μικρή καμπυλότητα.

Ένα ιδανικά σφαιρικό μέτωπο κύματος αντιστοιχεί σε κυματοδιανύσματα

1.3. Διάθλαση και διαθλαστικές ανωμαλίες

που ξεκινούν από ένα σημείο. Σε ένα ιδανικά επίπεδο μέτωπο κύματος τα κυματανύσματα είναι παράλληλα μεταξύ τους. Οι όποιες αποκλίσεις από τις ιδανικές καταστάσεις εκφράζονται με αντίστοιχες αποκλίσεις στα κυματανύσματα. Κάτι τέτοιο είναι αναμενόμενο σε κάθε πραγματική φυσική κατάσταση.

1.3.4 Αντιμετώπιση διαθλαστικών ανωμαλιών

Η ποιότητα της όρασης μεταφράζεται σαν καλή εστίαση του ειδώλου στον αμφιβληστροειδή χιτώνα του οφθαλμού. Στις περιπτώσεις όπου το οπτικό σύστημα του οφθαλμού παρουσιάζει ανατομικές διαφοροποιήσεις από το φυσιολογικό προκύπτουν τα διαθλαστικά σφάλματα και επιδεινώνεται η ποιότητα της όρασης.

Για να διορθώσουμε αυτά τα προβλήματα μπορούμε να τοποθετήσουμε είτε γυαλιά είτε φακούς επαφής ώστε να αντισταθμιστεί το διαθλαστικό σφάλμα και να δημιουργούμε ένα καλά εστιασμένο είδωλο. Στις περιπτώσεις που είναι επιθυμητό ένα μόνιμο διαθλαστικό αποτέλεσμα μπορούμε να καταφύγουμε στην διαθλαστική επέμβαση κατά την οποία αλλάζουμε την γεωμετρία του κερατοειδή ώστε να έχουμε την επιθυμητή διάθλαση. Το στρώμα του κερατοειδή είναι η στοιβάδα στην οποία πρέπει να πραγματοποιηθούν αυτές οι αλλαγές ώστε το αποτέλεσμα να είναι μόνιμο.

Διαθλαστική Χειρουργική

2.1 Αρχές διαθλαστικής χειρουργικής

Για τη διόρθωση των διαθλαστικών ανωμαλιών του οφθαλμού έχει αναπτυχθεί τα τελευταία χρόνια η διαθλαστική χειρουργική. Με τον όρο διαθλαστική χειρουργική αναφερόμαστε στην διορθωτική χειρουργική επέμβαση στον οφθαλμό κατά την οποία αφαιρείται-φωτοαποδομείται ιστός από τον κερατοειδούς του οφθαλμού με την χρήση κατάλληλης δέσμης laser.

Ο κερατοειδής παρέχει περίπου τα $\frac{2}{3}$ της ολικής διαθλαστικής δύναμης του οφθαλμού. Η μεγάλη διαθλαστική του δύναμη οφείλεται σε δύο λόγους: α') στη μεγάλη κυρτότητα της κεντρικής του περιοχής και β') στο γεγονός ότι η επιφάνεια αυτή χωρίζει δύο μέσα με μεγάλη διαφορά στο δείκτη διάθλασης, τον αέρα από την ίδια ουσία του κερατοειδούς. Η διαθλαστική δύναμή του είναι περίπου +43D και αποτελεί το αλγεβρικό άθροισμα της διαθλαστικής δύναμης μεταξύ αέρα-δακρύων (+44D), δακρύων-κερατοειδούς (+5D), και κερατοειδούς-υδατοειδούς υγρού (-6D). Επιπλέον, ο κερατοειδής είναι εύκολα προσβάσιμος, χωρίς τους κινδύνους μιας ενδοφθάλμιας επέμβασης. Για τους λόγους αυτούς, εφαρμόστηκε η αλλαγή της πρόσθιας καμπυλότητας του κερατοειδούς, έτσι ώστε οι φωτεινές ακτίνες που εισέρχονται στον βολβό και διαθλώνται από τα διάφορα οπτικά μέσα του οφθαλμού να εστιάζονται πάνω στον αμφιβληστροειδή, με αποτέλεσμα τη διόρθωση του διαθλαστικού σφάλματος του οφθαλμού.

2.1.1 Excimer lasers (lasers διηγεργμένων διμερών)

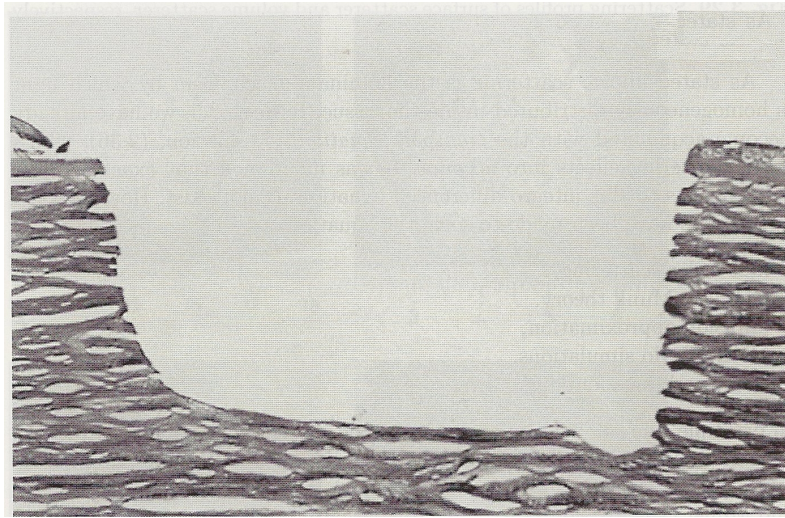
Στην διαθλαστική χειρουργική χρησιμοποιούμε τα Excimer lasers για φωτοεκτομές στον κερατοειδή. Ο όρος Excimer προκύπτει από σύντμηση του *excited dimer*, που μεταφράζεται διηγεργμένο διμερές. Τα Excimer lasers είναι παλμικές πηγές υπεριώδους ακτινοβολίας, στα οποία το ενεργό μέσο είναι ένα σύστημα ευγενούς αερίου-αλογόνου το οποίο παρουσιάζει δέσμιες καταστάσεις μόνο όταν αυτό είναι ηλεκτρονικά διεγεργμένο.

Ένα Excimer laser αποτελείται από μία κοιλότητα που περιέχει μίγμα αερίων και στην οποία εφαρμόζεται τάση μεγάλης ισχύος 30000 Volts με σκοπό την διέγερση του αερίου μίγματος και την δημιουργία της δέσμης Laser. Τα πλέον συνηθισμένα Excimer lasers είναι το XeF (351nm), το XeCl (308nm), το KrF (248nm), και το ArF (193nm). Τυπικά η διάρκεια του παλμού είναι της τάξης των 20ns FWHM και η συνολική ενέργεια της τάξεως μερικών εκατοντάδων mJoules. Η ηλεκτρική απόδοση για το ArF (193nm) είναι περίπου 2%.

Οι Trokel et al το 1983 [8], ανέφεραν πρώτοι μια καινούρια εφαρμογή για αυτά τα UV lasers, που εκπέμουν παλμούς. Χρησιμοποιώντας την έξοδο από ένα laser διηγεργμένων διμερών Ar-F, που λειτουργεί στα 193nm, κατόρθωσαν να αφαιρέσουν τμήματα του κερατοειδούς με τομές μεγάλης ακρίβειας σε ελεγχόμενα βάθη. Ο μηχανισμός είναι μη θερμικός και χρησιμοποιεί τη φωτοχημική ενέργεια των φωτονίων των 6.4eV για να σπάσουν κατευθείαν οι ενδομοριακοί δεσμοί του κερατοειδικού ιστού. Σαν αποτέλεσμα, δεν υπάρχουν ακανόνιστα χείλη στον κρατήρα που δημιουργείται, κάτι που θα περίμενε κανείς από ένα έγκαιμα laser που έγινε με θερμικό μηχανισμό και επίσης δεν υπάρχει περιβάλλον στρώμα πηγμένου ιστού. Στα μικρότερα μήκη κύματος η μεταφορά της ακτινοβολίας στο σημείο θεραπείας γίνεται δύσκολη ενώ στα μεγαλύτερα μήκη κύματος τα θερμικά φαινόμενα γίνονται πιο σημαντικά.

Η τεχνική αυτή χρησιμοποιείται για να αφαιρεθεί ένα διαμορφωμένο τμήμα του κερατοειδούς σε οποιοδήποτε βάθος, όπως θα μπορούσε να γίνει και στη φυλλωτή κερατεκτομία. Χρησιμοποιώντας ένα ρυθμιζόμενο διάφραγμα, έτσι ώστε η ένταση της δέσμης να είναι μεταβλητή, από το κέντρο προς την περιφέρεια του κυκλικού πεδίου, μπορεί το βάθος της αποδόμησης να ελεγχθεί

2.1. Αρχές διαθλαστικής χειρουργικής



Σχήμα 2.1: Φωτοαποδόμηση κερατοειδικού ιστού με excimer laser ArF (διάρκεια παλμού: 14ns, πυκνότητα ενέργειας: $180\text{mJ}/\text{cm}^2$, βάθος: $100\mu\text{m}$)

ακτινικά και έτσι η μορφή της κορυφής του κερατοειδούς μπορεί να αλλάξει, με τις διαδικασίες αυτές της διαθλαστικής διαμόρφωσης του κερατοειδή.

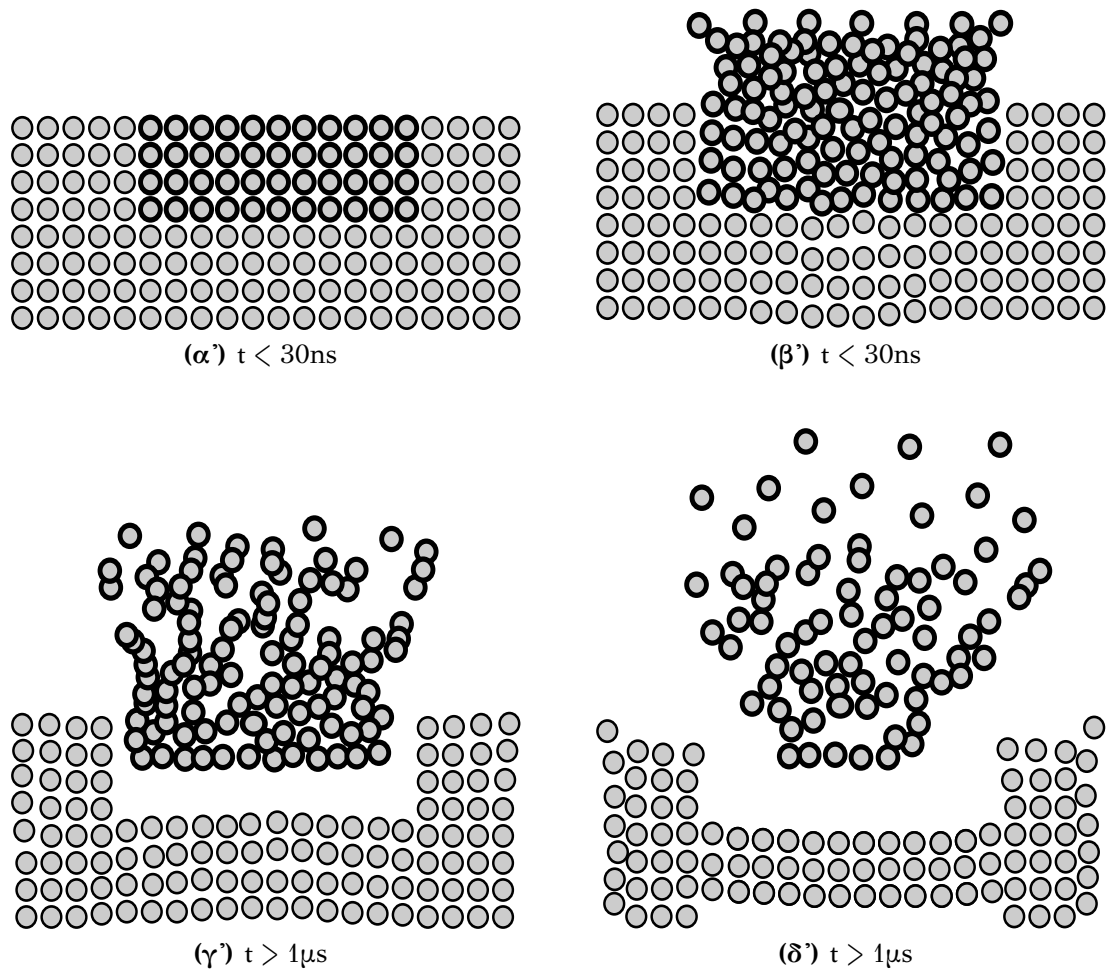
2.1.2 Ο μηχανισμός της φωτοαποδόμησης

Με τον όρο φωτοαποδόμηση αναφερόμαστε στην διαδικασία κατά την οποία το laser αλληλεπιδρά με τον κερατοειδή και έχει σαν αποτέλεσμα την καταστροφή κερατοειδικού ιστού και την εκρηκτική του απόσπαση από τον κερατοειδή. Στην Εικόνα 2.1, απεικονίζεται η τομή ενός κερατοειδούς που έχει εκτεθεί σε laser ArF. Η αφαίρεση του ιστού διενεργήθηκε υπό καθαρό και ακριβή τρόπο διαμόρφωσης απουσία οποιασδήποτε θερμικής βλάβης όπως πήξης ή εξάτμισης. Αντίθετα, γεγονότα αποδεικνύουν πως ο ιστός εγχαραχθηκε με μεγάλη ακρίβεια. Τέτοιου τύπου UV φωτοεπαγόμενη αποδόμηση καλείται φωτοαποδόμηση.

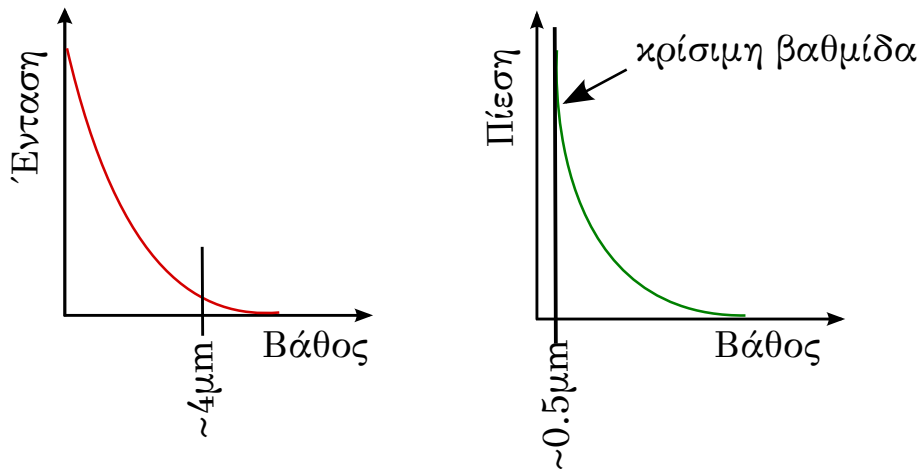
Η φωτοαποδόμηση ανακαλύφθηκε πρώτη φορά από τους Srinivasan και Mayne-Banton (1982) [9]. Προσδιορίστηκε ως θερμοεπαγόμενη αποσύνθεση, που σημαίνει ότι υλικό αποσυντίθεται όταν εκτεθεί σε υψηλά έντονη ακτινοβολία laser. Τυπικές τιμές κατωφλίου για αυτόν τον τύπο αλληλεπίδρασης είναι

10^7 - 10^8 W/cm² για διάρκεια παλμού laser της τάξεως των nanosecond. Το βάθος αποδόμησης, παραδείγματος χάριν το βάθος αφαίρεσης ιστού ανά παλμό, προσδιορίζεται από την ένταση του παλμού έως ένα συγκεκριμένο όριο κορεσμού. Η γεωμετρία του προτύπου αποδόμησης, αυτό κάθε αυτό, ορίζεται από τις χωρικές παραμέτρους της δέσμης laser. Τα κύρια πλεονεκτήματα αυτής της μεθόδου αποδόμησης έγκεινται στην ακρίβεια της διαδικασίας εγχάραξης όπως παρουσιάστηκε στην Εικόνα 2.1, την τέλεια επιβλεψιμότητα, και την έλλειψη θερμικών βλαβών σε παρακείμενους ιστούς.

Ο παλμός του Excimer laser (193nm) κατευθυνόμενος προς τον κερατοειδή απορροφάται από ένα επιφανειακό στρώμα του. Χωρίς να έχει καταστεί δυνατή η ακριβής πειραματική μέτρηση του συντελεστή απορρόφησης του κερατοειδούς στα 193nm (σε πραγματικές συνθήκες), το βάθος διείσδυσης εκτιμάται σε μερικά μικρόμετρα. Κατά την απορρόφηση πραγματοποιούνται διασπάσεις των μοριακών δεσμών των δομικών στοιχείων του κερατοειδή όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.2β'. Η διάσπαση αυτή δεν αποδίδεται σε τοπική αύξηση της θερμοκρασίας ούτε σε πολυφωτονικές διεργασίες αλλά θεωρείται κατά βάση φωτοχημική. Σύμφωνα με μοντέλο που έχει περιγραφεί από τους Dougherty, Wellish και Maloney για την περιγραφή του ρόλου της ενυδάτωσης του κερατοειδούς στην διαδικασία της φωτοαποδόμησης, η απορρόφηση της ακτινοβολίας των 193nm, κυρίως πραγματοποιείται στο πλέγμα των ινών του κολλαγόνου, ενώ το ενδιάμεσο νερό απορροφά μικρό σχετικά ποσοστό ακτινοβολίας. Ταυτόχρονα με την φωτοδιάσπαση, και την περεταίρω εναπόθεση ενέργειας στα θραύσματα, αναπτύσσεται μια βαθμίδα πίεσης η οποία τείνει να αποκολλήσει τα θραύσματα από την επιφάνεια όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.2γ'. Η διαδικασία απομάκρυνσης ολοκληρώνεται σε χρόνους της τάξης των μερικών μs. Όσο βαθύτερα βρίσκεται μια ίνα κολλαγόνου από την επιφάνεια του κερατοειδή, τόσο μειώνεται η ενέργεια η οποία έχει εναποτεθεί σε κάθε στοιχειώδες τμήμα της, όπως μειώνεται και η βαθμίδα πίεσης στην οποία βρίσκεται. Αντίστοιχα, οι επιφανειακές ίνες κολλαγόνου είναι πιθανό να διασπαστούν σε μικρότερα τμήματα τα οποία είναι ευκολότερο να απομακρυνθούν από την επιφάνεια. Υπάρχει ένα κρίσιμο βάθος, που εξαρτάται από την ένταση της ακτινοβολίας, πάνω από το οποίο το ακτινοβολούμενο υλικό



Σχήμα 2.2: Προσομοίωση στον υπολογιστή της διαδικασίας φωτοαποδόμησης κερατοειδικού ιστού



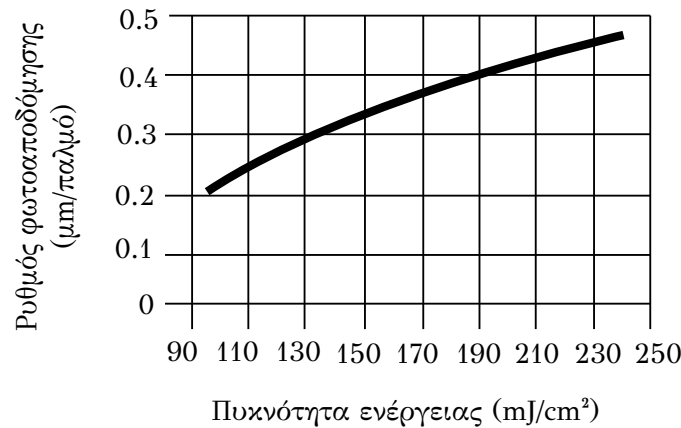
Σχήμα 2.3: Ένταση (αριστερά) και βαθμίδα πίεσης (δεξιά) συναρτήσεως του βάθους στο οποίο βρίσκεται μια ίνα κολλαγόνου

εξορύσσεται από το υπόστρωμα σύμφωνα με την προηγούμενη περιγραφή. Σε βάθη μικρότερα από το βάθος αυτό, αφενός ο τεμαχισμός των ινών του κολλαγόνου είναι εκτεταμένος και αφετέρου η βαθμίδα της πίεσης είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή που είναι ικανή να εκτινάξει τα θραύσματα (Εικόνα 2.3). Σε περίπτωση που η πυκνότητα της ενέργειας είναι χαμηλότερη από ένα συγκεκριμένο κατώφλι, γνωστό ως ablation threshold, η διαδικασία φωτοεκτομής δεν πραγματοποιείται. Το κατώφλι φωτοεκτομής που έχει προσδιοριστεί πειραματικά για τον ανθρώπινο κερατοειδή είναι περίπου $40\text{mJ}/\text{cm}^2$. [1]

2.1.3 Ρυθμός φωτοαποδόμησης

Ο ρυθμός φωτοαποδόμησης (ablation rate) ισούται με το πάχος του ιστού που εκτέμνεται από έναν παλμό. Το βάθος του κρατήρα που μένει στο σημείο της ακτινοβολήσης εξαρτάται από την ένταση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Σε ένα συγκεκριμένο σύστημα laser η χρονική διάρκεια του παλμού είναι συγκεκριμένη. Έτσι, η ποσότητα η οποία χρησιμοποιείται εμπειρικά για να περιγραφεί ποσοτικά η ένταση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι η επιφανειακή πυκνότητα ενέργειας (fluence) και ισούται με την συνολική ενέργεια που εναποτίθεται κατά τη διάρκεια ενός παλμού στη μονάδα της επιφάνειας

2.1. Αρχές διαθλαστικής χειρουργικής



Σχήμα 2.4: Εξάρτηση του ρυθμού φωτοαποδόμησης από την επιφανειακή πυκνότητα ενέργειας. Η εξίσωση (2.1) μπορεί να θεωρηθεί σχετικά ακριβής μόνο μεταξύ των απεικονιζόμενων ορίων

του ακτινοβολούμενου μέσου και εκφράζεται σε mJ/cm^2 . Η εμπειρική σχέση η οποία συνδέει το ρυθμό φωτοαποδόμησης με την επιφανειακή πυκνότητα ενέργειας έχει λογαριθμική μορφή:

$$A = m \ln \frac{F}{F_{thr}} \quad (2.1)$$

όπου, A είναι ο ρυθμός φωτοαποδόμησης σε $\mu\text{m}/\text{παλμό}$, F είναι η πυκνότητα ενέργειας, F_{thr} το κατώφλι φωτοεκτομής (το οποίο στη συγκεκριμένη περίπτωση θεωρείται ίσο με $50\text{mJ}/\text{cm}^2$), και m είναι εμπειρική σταθερά η οποία ισούται με $0.3 \mu\text{m}/\text{παλμό}$.

- Για $F < F_{thr}$ έχουμε αφαίρεση απειροελάχιστου υλικού $< 0.05 \mu\text{m}/\text{παλμό}$.
- Το βάθος αφαίρεσης d ανά παλμό αυξάνεται έντονα με την ένταση του laser.
- Για $F \geq F_{thr}$ το βάθος αφαίρεσης ανά παλμό μεταβάλλεται λογαριθμικά

$$d \sim \ln \frac{F}{F_{thr}} \quad (2.2)$$

- Για $F \gg F_{thr}$ η σχέση γίνεται σχεδόν γραμμική $d \sim F - F_o$, όπου F_o η πυκνότητα ενέργειας λίγο πάνω από το κατώφλι.

Οι πυκνότητες ενέργειας που χρησιμοποιούνται στον κερατοειδή κυμαίνονται από 120-225 mJ/cm² και ο ρυθμός φωτοεκτομής, είναι 0.25 μm/παλμό.

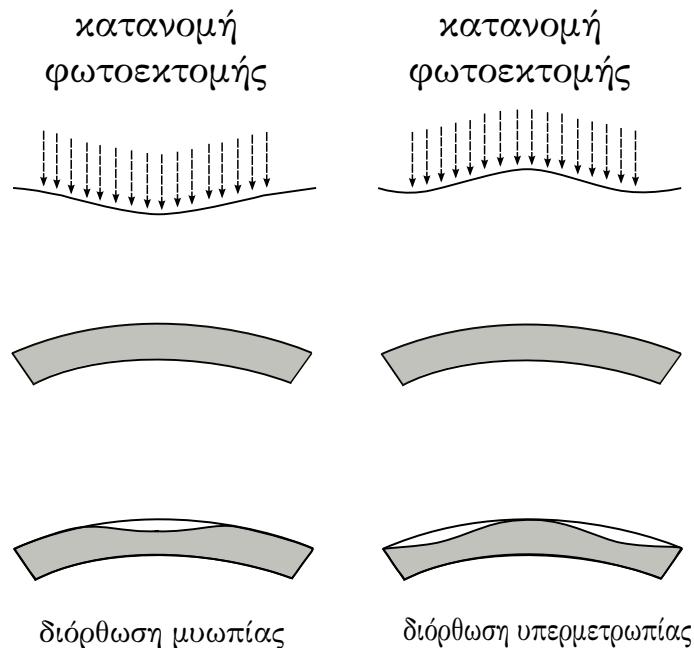
Πρακτικά η διαφοροποίηση άλλων παραμέτρων όπως η διάρκεια του παλμού, η κατανομή της έντασης κατά την εγκάρσια διατομή της κηλίδας, η παρουσία ροής αερίου η οποία απομακρύνει το νέφος των εκπεμπόμενων σωματιδίων και ο ρυθμός επαναληπτικότητας (repetition rate) του laser μπορούν να επιφέρουν αλλαγές στον παρατηρούμενο ρυθμό φωτοαποδόμησης (ο οποίος όπως προαναφέρθηκε είναι ένα εμπειρικό μακροσκοπικό μέγεθος). Η επακριβής γνώση του ρυθμού φωτοαποδόμησης σε κάθε περίπτωση ούτε έχει ιδιαίτερο ακαδημαϊκό ενδιαφέρον ούτε είναι τόσο σημαντική όσο μπορεί αρχικά να φαίνεται για το σχεδιασμό συστημάτων laser διαθλαστικής χειρουργικής. Οι κατανομές ακτινοβολίας που παράγονται από τα συστήματα αυτά, βαθμονομούνται από σειρά προ-κλινικών δοκιμών. Για την προεγχειρητική ρύθμιση της ενέργειας του παλμού προκειμένου να επιτευχθεί το επιθυμητό αποτέλεσμα πραγματοποιούνται κάθε φορά δοκιμαστικές φωτοεκτομές σε ειδικά δοκίμια. Ακόμη και με αυτή τη διαδικασία, προκειμένου να επιτευχθεί υψηλή ακρίβεια στις επεμβάσεις, χρησιμοποιούνται εξατομικευμένα νομογράμματα όπου λαμβάνονται υπόψη και άλλες παράμετροι όπως η ηλικία του ασθενή, η επιδιωκόμενη διόρθωση, η διάμετρος της ζώνης ακτινοβολίας, η ακτίνα καμπυλότητας του κερατοειδούς, το πάχος του, ο χρόνος χρήσης των οπτικών στοιχείων του συστήματος μετάδοσης της δέσμης και λοιπά.[1]

Ο βασικότερος παράγοντας που μπορεί να διαφοροποιήσει το ρυθμό φωτοαποδόμησης του κερατοειδή και δεν σχετίζεται με τις παραμέτρους του laser είναι η ενυδάτωση του κερατοειδούς.

2.1.4 Οπτική ζώνη

Κάθε παλμός του excimer laser επιφέρει τη δημιουργία ενός κρατήρα στην επιφάνεια του κερατοειδούς με βάθος της τάξης των 0.3μm και διατομή αντίστοιχη της διατομής της δέσμης που τον προκάλεσε. Η κατανομή αυτών των

2.1. Αρχές διαθλαστικής χειρουργικής



Σχήμα 2.5: Φωτοδιαθλαστική κερατεκτομή για την διόρθωση της μυωπίας (αριστερά) και τη διόρθωση της υπερμετρωπίας (δεξιά) αντίστοιχα

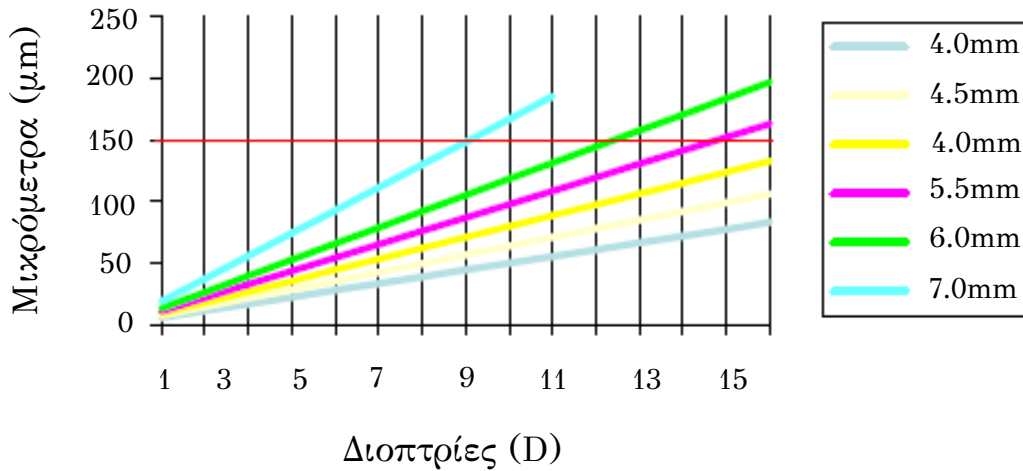
κρατήρων οδηγεί σε μία φωτοεκτομή, η οποία προκαλεί αλλαγή της καμπυλότητας του κερατοειδούς (Εικόνα 2.5). Αυτή η αλλαγή γίνεται στη μέγιστη δυνατή ζώνη, ώστε να είναι μεγαλύτερη από τη διάμετρο της κόρης σε όλες τις συνθήκες φωτισμού. Για τη διόρθωση της μυωπίας, το κεντρικό βάθος εκτομής δίνεται κατά προσέγγιση από την εξίσωση του Munnerlyn (2.3):

$$KB = \frac{\Delta\Phi\delta^2}{3} \quad (2.3)$$

όπου, KB το κεντρικό βάθος σε μm , $\Delta\Phi$ η επιδιωκόμενη αλλαγή της διαθλαστικής ισχύος του κερατοειδή σε διοπτρίες (D) και δ η διάμετρος της ζώνης φωτοεκτομής σε mm.

Η βασική αρχή που εξάγεται από αυτή την εξίσωση είναι ότι το βάθος της φωτοεκτομής αυξάνει με το τετράγωνο της διαμέτρου της φωτοεκτομής, άρα μια μικρή αύξηση της διαμέτρου αυτής προκαλεί μεγάλη αύξηση του ιστού που πρέπει να αφαιρεθεί για τη διόρθωση μιας διοπτρίας (Εικόνα 2.6). Επομένως, για την επιλογή της διαμέτρου της ζώνης φωτοεκτομής λαμβάνονται υπόψη η

Βάθος Εκτομής



Σχήμα 2.6: Γραφική παράσταση της εξίσωσης του Munnerlyn (2.3) για διαφορετικές διαμέτρους της ζώνης εκτομής

διάμετρος της κόρης του οφθαλμού σε σκοτοπικές συνθήκες, η επιδιωκόμενη διόρθωση και το πάχος του κερατοειδούς, ώστε να μην προκληθεί άσκοπη αφαίρεση κερατοειδικού ιστού.

2.2 Μέθοδοι διαθλαστικής χειρουργικής

Τα συστήματα laser διαθλαστικής χειρουργικής περιλαμβάνουν οπτικό σύστημα που κατευθύνει τη δέσμη πάνω στον κερατοειδή. Διακρίνονται σε συστήματα ευρείας δέσμης, συστήματα σάρωσης με ακτίνες ή σε συστήματα σάρωσης με σημεία. Το πλεονέκτημα των τελευταίων είναι ότι παρέχουν πιο ομαλή φωτοαποδόμηση, εξαιτίας της αλληλοεπικάλυψης των σημείων και της σάρωσης σε πολλαπλές διευθύνσεις. Επίσης, τα συστήματα laser περιλαμβάνουν σύστημα ελέγχου της ευθυγράμμισης του οφθαλμού. Με το σύστημα αυτό, τα σύγχρονα συστήματα laser μπορούν να κατευθύνουν τις ακτίνες laser ανάλογα με τις οφθαλμικές κινήσεις, σε σχέση με τα παλιότερα συστήματα που σταματούσαν τη λειτουργία του laser σε κινήσεις του οφθαλμού. Άλλα συστή-

2.2. Μέθοδοι διαθλαστικής χειρουργικής

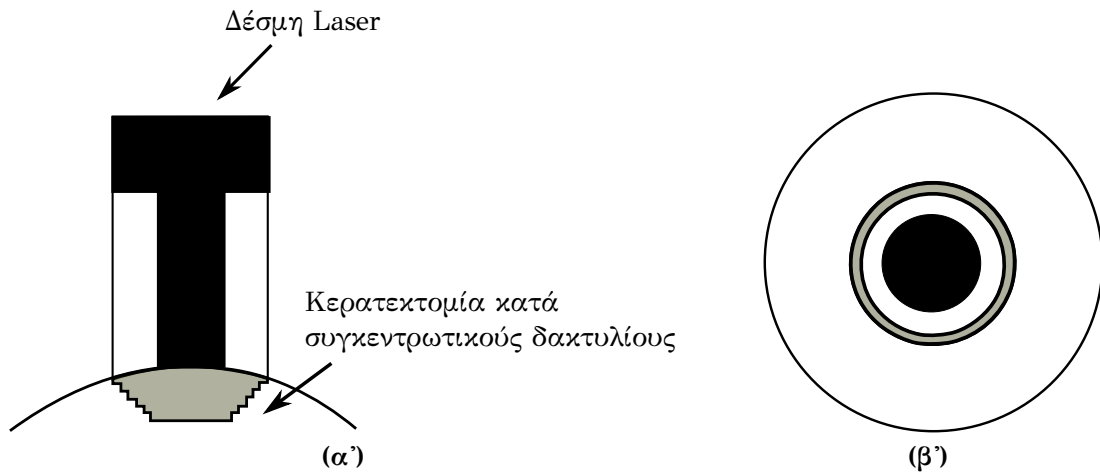
ματα αποτελούν αυτά που ελέγχουν την εστίαση του οφθαλμού και μετρούν την αποδιδόμενη ενέργεια ανά παλμό. Η διαχείριση της λειτουργίας του όλου συστήματος γίνεται μέσω ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή, στον οποίο γίνεται προ-εγχειρητικά ο υπολογισμός της κατανομής των παλμών ώστε να έχουμε την επιθυμητή διόρθωση. Οι κατανομές αυτές μπορούν να είναι εκ περιστροφής συμμετρικές (τμήματα σφαίρας ή επιμήκους ελλειψοειδούς) για την διόρθωση της μυωπίας και υπερμετρωπίας, τορικού σχήματος για την ταυτόχρονη διόρθωση αστιγματισμού και αυθαίρετες για τη διόρθωση γεωμετρικών ανωμαλιών στην επιφάνεια του κερατοειδούς. Όπως προαναφέραμε για να είναι μόνιμη η αλλαγή της καμπυλότητας του κερατοειδή πρέπει να πραγματοποιηθεί στο στρώμα του κερατοειδούς.

Οι διαθλαστικές επεμβάσεις ή αλλιώς διαθλαστικές κερατεκτομές χωρίζονται σε δύο κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι επιφανειακές κερατεκτομές και στην δεύτερη οι κερατεκτομές που γίνονται κάτω από την επιφάνεια του κερατοειδή. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν η φωτοδιαθλαστικές κερατεκτομές PRK και EPI-LASIK ενώ στην δεύτερη κατηγορία ανήκει η τεχνική LASIK τις οποίες θα αναλύσουμε στην συνέχεια.

2.2.1 Διαθλαστική κερατεκτομή PRK

Η φωτοδιαθλαστική κερατεκτομή αποτελεί την πρώτη και πιο απλή τεχνικά μέθοδο διόρθωσης του διαθλαστικού σφάλματος με τη χρήση του excimer laser. Περιλαμβάνει τη φωτοαποδόμηση του στρώματος του κερατοειδούς μετά την αφαίρεση του επιθηλίου του κερατοειδούς με διάφορους τρόπους, με κύριους τη μηχανική απόξεσή του, την εφαρμογή διαλύματος αλκοόλης και την αποδόμησή του με τη χρήση του excimer laser.

Στην κλινική εφαρμογή αρχικά γίνεται ο απαραίτητος προεγχειρητικός έλεγχος ο οποίος και περιλαμβάνει πολλές διαφορετικές εξετάσεις όπως τοπογραφία, ανάλυση μετώπου κύματος, κυκλοπληγική όραση, παχυμετρία, έλεγχος βυθού, μέτρηση του διαθλαστικού σφάλματος. Έχοντας συλλέξει όλες τις απαραίτητες πληροφορίες, το μηχάνημα του laser τροφοδοτείται με τα δεδομένα των εξετάσεων. Το Laser έχει ήδη ελεγχθεί για την ακρίβεια της λειτουργίας του και έχει ρυθμιστεί στις κατάλληλες παραμέτρους (ενέργεια και ομοιο-



Σχήμα 2.7: Φωτοδιαθλαστική κερατεκτομία κατά συγκεντρωτικούς δακτυλίους με χρήση ρυθμιζόμενου διαφράγματος της δέσμης laser. [(α') πλάγια όψη, (β') πρόσθια όψη]

γένεια φωτοαποδόμησης). Ο ασθενής τοποθετείται σε ύπτια θέση κάτω από το μικροσκόπιο του Laser, και ενημερώνεται από ειδικευμένο ιατρό για το φως-οδηγό που θα πρέπει να κοιτάζει κατά την διάρκεια της επεμβασης. Η αναισθησία του οφθαλμού γίνεται με ενστάλλαξη σταγόνων και με την βοήθεια ενός βλεφαροδιαστολέα, το μάτι παραμένει ανοιχτό. Στην συνέχεια απομακρύνεται από την επιφάνεια του κερατοειδούς το επιθήλιο και εφαρμόζεται Laser, όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.7. Στη συνέχεια, εφαρμόζεται φακός επαφής μέχρι την αναγέννηση του επιθηλίου του κερατοειδούς. Ο οφθαλμός παρακολουθείται σε τακτά χρονικά διαστήματα (συνήθως ανά τρίμηνο) μέχρι την πλήρη σταθεροποίηση της όρασης και για διάστημα ενός έτους. Η τεχνική αυτή θεωρείται ασφαλής και αποτελεσματική μέθοδος για την διόρθωση χαμηλών και μέσων διαθλαστικών σφαλμάτων. Σπάνιες επιπλοκές είναι η υποεπιθηλιακή θόλωση του κερατοειδή και η υποτροπή του διαθλαστικού σφάλματος.

2.2.2 Laser-Assisted In Situ Keratomileusis LASIK

Η μέθοδος LASIK αποτελεί την πιο δημοφιλή και ευρύτερα αποδεκτή μέθοδο διαθλαστικής χειρουργικής ανάμεσα στους διαθλαστικούς χειρουργούς,

2.2. Μέθοδοι διαθλαστικής χειρουργικής

αλλά και στους ασθενείς. Στην επικράτηση της LASIK συντελούν η γρήγορη αποκατάσταση της όρασης μετεγχειρητικά, η έλλειψη μετεγχειρητικών συμπτωμάτων και η δυνατότητα της διόρθωσης μεγαλύτερων διαθλαστικών σφαλμάτων χωρίς την πρόκληση νεφελίου του κερατοειδούς. Πρώτοι οι Παλλήκαρης et all, δημοσίευσαν τη χρήση του excimer laser σε μία φωτοεκτομή *in situ* την οποία ονόμασαν LASIK. Η μέθοδος περιλαμβάνει το σχηματισμό ενός κρημνού κερατοειδούς (διαμέτρου 8-10mm και πάχους 100-180 μ m) με τη χρήση μιας ειδικής, αυτόματης συσκευής, του μικροκερατόμου. Μετά τη δημιουργία και το ανασήκωμα του κρημνού, γίνεται η φωτοαποδόμηση στο στρώμα του κερατοειδούς και ο κρημνός επανατοποθετείται πάνω στο φωτοαποδομημένο στρώμα.

Οι αντενδείξεις της μεθόδου είναι το συμπέρασμα αναδρομικών και προοπτικών μελετών. Κύριος περιορισμός της μεθόδου είναι το ανώτερο όριο διόρθωσης, το οποίο δεν είναι σταθερό, αλλά διαφέρει ανάμεσα στα άτομα ανάλογα με την παχυμετρία του κερατοειδούς, τη διάμετρο της κόρης, και το πάχος του σχηματιζόμενου κρημνού. Μυωπικές διορθώσεις μεγαλύτερες από 10 διοπτρίες και προβλεπόμενη κερατομετρία μικρότερη από 32 διοπτρίες είναι μη αποδεκτά, αφού αυξάνει ο κίνδυνος της εκτασίας του κερατοειδούς, καθώς και οι προκαλούμενες οπτικές εκτροπές, ενώ ελαττώνεται η λειτουργική οπτική ζώνη του κερατοειδούς. Επιπλέον, υπερμετρωπικές διορθώσεις μεγαλύτερες από 5 διοπτρίες έχουν αποτέλεσμα απώλεια γραμμών BCVA, αύξηση των οπτικών εκτροπών και υψηλό ποσοστό υποστροφής. Άλλες αντενδείξεις τη μεθόδου είναι ηλικία κάτω από 18 ετών ή ασταθής διάθλαση, παχυμετρία κερατοειδούς κάτω από 500 μ m, οποιαδήποτε πάθηση του κερατοειδούς, όπως δυστροφίες, ενεργείς φλεγμονές, ή η υποξία του κερατοειδούς λόγω χρήσης φακών επαφής, ο καταρράκτης, το γλαύκωμα, οποιαδήποτε πάθηση του αμφιβληστροειδούς, και επίσης, συστηματικές παθήσεις, όπως το σύνδρομο Sjogren, ο σακχαρώδης διαβήτης, η ρευματοειδής αρθρίτιδα και οι νόσοι του κολλαγόνου.

Η μέθοδος απαιτεί περισσότερες χειρουργικές ικανότητες και μακρύτερη καμπύλη εκμάθησης από τη φωτοδιαθλαστική κερατεκτομή (PRK). Μετά από τοπική αναισθησία του οφθαλμού με σταγόνες, τοποθετείται ένας βλεφαρο-

διαστολέας. Ο κερατοειδής μαρκάρεται με ειδικό εργαλείο, ώστε να επανατοποθετηθεί σωστά ο κρημνός στο φωτοαποδομημένο στρώμα. Στη συνέχεια, τοποθετείται ένας δακτύλιος αναρρόφησης στον οφθαλμό, ο οποίος εξασφαλίζει την επαρκή ενδοφθάλμια πίεση (περίπου 65mmHg) για την κατασκευή του κρημνού. Ενδείξεις επαρκούς πίεσης αποτελούν η μυδρίαση της κόρης, η επιβεβαίωση με τη χρήση εργαλείου επιπέδωσης και η πτώση της όρασης του ασθενούς. Αφού ελέγξει αυτές τις παραμέτρους ο χειρουργός, μπορεί να επιβεβαιώσει την επαρκή αναρρόφηση με ήπια έλξη του βολβού. Μετά το σχηματισμό του κρημνού γίνεται διεγχειρητική παχυμετρία, προστατεύεται ο κρημνός και ακολουθεί η φωτοαποδόμηση του στρώματος. Πρέπει να ελαχιστοποιείται ο χρόνος έκθεσης του στρώματος, ώστε να αποφευχθεί η αφυδάτωσή του και η υπερδιόρθωση. Μετά το πέρας της φωτοεκτομής, το στρώμα καθαρίζεται με ένα στεγνό σπόγγο και ο κρημνός επανατοποθετείται στον κερατοειδή με μία βελόνη αέρος με ταυτόχρονο ξέπλυμα του στρώματος με ισότονο αλατούχο διάλυμα. Με αυτό τον τρόπο ο κρημνός επιπλέει προς την αρχική του θέση, ενώ το αρχικό μαρκάρισμα χρησιμεύει για τη σωστή τοποθέτησή του.

Αρχικά ο ασθενής εξετάζεται μία ώρα μετά την επέμβαση, ώστε να εξασφαλισθεί ότι ο κρημνός είναι σωστά τοποθετημένος και κατόπιν την πρώτη και την τρίτη μετεγχειρητική μέρα. Γενικά, η μετεγχειρητική αγωγή περιλαμβάνει ένα κολλύριο με αντιβιοτικό και στεροειδές για 15 ημέρες και συχνή ενστάλλαξη τεχνητών δακρύων. Οι πιθανές επιπλοκές προέρχονται κυρίως από δυσλειτουργίες του μικροκερατόμου με επακόλουθες ανωμαλίες του κρημνού, και από την κερατεκτασία η οποία σχετίζεται με την διαταραχή της μηχανικής σταθερότητας του κερατοειδή λόγω αφενός της δημιουργίας του κρημνού και αφετέρου της φωτοεκτομής σε περιπτώσεις διόρθωσης υψηλών διαθλαστικών σφαλμάτων.

2.2.3 Epithelial Laser-Assisted In Situ Keratomileusis (Epi-LASIK)

Η τεχνική έχει αναπτυχθεί προκειμένου να συνδυαστούν τα πλεονεκτήματα των δύο τεχνικών που προαναφέρθηκαν. Κατά την τεχνική αυτή η φωτοεκτομή πραγματοποιείται κάτω από έναν επιθηλιακό κρημνό ο οποίος έχει δημιουργηθεί με τη βοήθεια ειδικού εργαλείου το οποίο διαχωρίζει μηχανικά τη στοιβάδα

2.3. Σφάλμα διαθλαστικής χειρουργικής

των επιθηλιακών κυττάρων διατηρώντας τη συνέχειά της. Η Epi-LASIK είναι τεχνική παρόμοια της LASIK, αλλά μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για ασθενείς με μικρότερο πάχος κερατοειδή, οι οποίοι σε διαφορετική περίπτωση δεν θα ήταν κατάλληλοι υποψήφιοι για την συνήθη τεχνική LASIK. Μετά τη φωτοεκτομή η επιφάνεια του κερατοειδή καλύπτεται από τα κύτταρα του επιθηλίου που αφαιρέθηκαν πριν την ακτινοβολήση. Εικάζεται ότι με αυτό τον τρόπο θα μείνει σε χαμηλά επίπεδα η επουλωτική δραστηριότητα στον κερατοειδή, ενώ ταυτόχρονα ο κερατοειδής δεν θα υπόκειται στον κίνδυνο των πιθανών επιπλοκών που σχετίζονται με την τεχνική LASIK.

2.3 Σφάλμα διαθλαστικής χειρουργικής

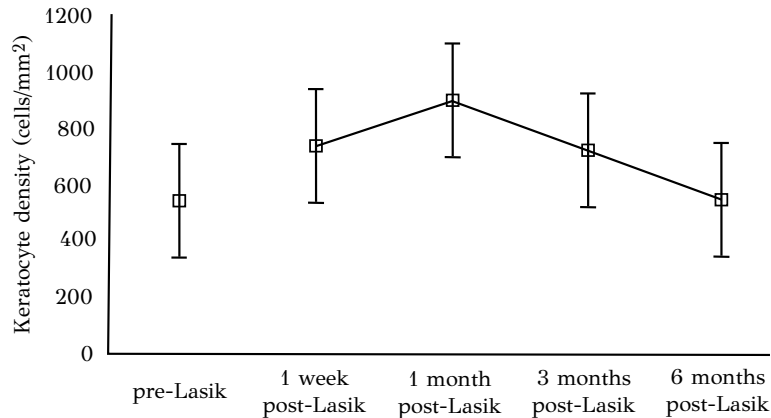
Κατά τις επεμβάσεις διαθλαστικής χειρουργικής αρκετές φορές το διαθλαστικό αποτέλεσμα αποκλίνει από το επιθυμητό. Η ακρίβεια των διαθλαστικών επεμβάσεων καθορίζεται από πληθώρα παραγόντων-αυτοί παρουσιάζονται και αναλύονται στη συνέχεια-οι οποίοι έχουν να κάνουν με τα ατομικά χαρακτηριστικά του ασθενούς, με τη χειρουργική τεχνική, το laser που χρησιμοποιήθηκε και τη φυσική αντίδραση του κερατοειδούς κατά την επουλωτική διαδικασία. Οι παράγοντες αυτοί διαφοροποιούνται λίγο ανάλογα με το είδος της τεχνικής που θα εφαρμοστεί, αν πρόκειται δηλαδή για επιφανειακή κερατεκτομή ή για κερατεκτομή κάτω από την επιφάνεια του κερατοειδή η οποία εφαρμόζεται μετά από την δημιουργία κερατοειδικού κρημνού.

- Ατομικά χαρακτηριστικά όπως φύλο, ηλικία, χρήση ουσιών ή φαρμάκων, ιστορικό πιθανής νόσου κολλαγόνου, όπως συστηματικός ερυθηματώδης λύκος, ρευματοειδή αρθρίτιδα, σύνδρομο Sjogren κτλ, επηρεάζουν τη φυσιολογική επουλωτική διαδικασία στον κερατοειδή.
- Το πάχος του κερατοειδή πιθανόν σχετίζεται με την άμεση καθώς και τη βραδύτερη εμβιομηχανική απόκριση του κερατοειδικού ιστού στη βλάβη που προκαλεί το laser. Μικρή προεγχειριτική παχυμετρία μπορεί να σχετίζεται με χαμηλή ενυδάτωση και πιθανή υπερδιόρθωση. Η μεγάλη ακτίνα

καμπυλότητας εξασθενεί την ένταση του παλμού του laser, καθώς συναντά τον κερατοειδή με μεγαλύτερη κλίση. Με τον τρόπο αυτό μειώνεται ο ρυθμός φωτοαποδόμησης και το βάθος εκτομής, με τελικό αποτέλεσμα υποδιόρθωση. Άλλοι παράγοντες όπως τοπικές θολερότητες ή ουλές στον κερατοειδή επηρεάζουν τόσο το ρυθμό φωτοαποδόμησης όσο και την κατανομή της, με απρόβλεπτα τελικά αποτελέσματα.

- Η επιθυμητή διόρθωση (attempted correction) είναι ένας σημαντικός παράγοντας καθώς έχει παρατηρηθεί διαφορά στο υπολειπόμενο διαθλαστικό σφάλμα ανάλογα με το βαθμό διόρθωσης.
- Η λειτουργική κατάσταση του συστήματος laser επηρεάζει άμεσα την διαδικασία φωτοαποδόμησης. Για το λόγο αυτό η βαθμονόμηση και ο έλεγχος ευθυγράμμισης, ανά τακτά χρονικά διαστήματα είναι απαραίτητος, ακόμα και ανάμεσα σε διαδοχικές επεμβάσεις. Η θερμοκρασία και η υγρασία στο περιβάλλον του χειρουργείου πρέπει να τηρούνται σταθερά ώστε να μην έχουμε διακύμανση στην απόδοση του laser.
- Επίσης, απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή κατά την καταχώρηση των δεδομένων στο laser προ χειρουργείου, ειδικά στο ύψος της διόρθωσης και την οπτική ζώνη, ώστε να αποφεύγονται τα ανθρώπινα λάθη.
- Ειδικά για τη μέθοδο LASIK, η χρήση του μικροκερατόμου διαταράσσει την αρχιτεκτονική του κερατοειδή και παράγοντες όπως π.χ. η ενδοφθάλμια πίεση μπορεί να επηρεάζουν την καμπυλότητα του εκτεθειμένου στρώματος κατά τη διάρκεια της φωτοαποδόμησης. Σε κάποιες περιπτώσεις μετεγχειρητικά, παρατηρείται ανάπτυξη επιθηλίου (ingrowth) κάτω από τα άκρα του κρημνού. Στο γεγονός αυτό οφείλεται και η αντιστροφή του διαθλαστικού αποτελέσματος σε επεμβάσεις διόρθωσης υπερμετρωπίας όπου η αφαίρεση ιστού γίνεται περιφερικά και το «κενό» καλύπτεται από την ανάπτυξη επιθηλίου.
- Άλλος σημαντικός παράγοντας είναι η επουλωτική αντίδραση (wound healing) του κερατοειδή. Ο κερατοειδής σα ζωντανός οργανισμός αντιδρά στο τραύμα που προκαλεί το laser. Από το στρώμα του ενεργοποιούνται

2.3. Σφάλμα διαθλαστικής χειρουργικής



Σχήμα 2.8: Δραστηριοποίηση των κερατοκυττάρων μετά από μια διαθλαστική επέμβαση

τα λεγόμενα κερατοκύτταρα, τα οποία συνήθως σε φυσιολογική κατάσταση είναι ανενεργά. Η έντονη δραστηριοποίηση τους έχει ως στόχο την επούλωση του κερατοειδή και την επαναφορά της αρχικής μηχανικής του σταθερότητας. Ο ρυθμός και το επίπεδο ενεργοποίησής τους διαφέρει ανάλογα με το άτομο και την ηλικία.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 2.8 μέχρι τον πρώτο μήνα μετεγχειρητικά αυξάνεται η πυκνότητά τους στον κερατοειδή ενώ στη συνέχεια υποχωρούν για να φτάσουν στα φυσιολογικά τους επίπεδα όταν συμπληρωθούν έξι μήνες από την επέμβαση.

Η ικανότητα πρόβλεψης του διαθλαστικού αποτελέσματος με την εφαρμογή μαθηματικών μοντέλων και η υλοποίησή της με λογισμικό είναι αναγκαία στην σύγχρονη διαθλαστική χειρουργική. Για την πρόβλεψη και την αντιστάθμιση του σφάλματος αναπτύσσονται ειδικά νομογράμματα. Τα τελευταία χρόνια, ωστόσο, έδαφος κερδίζει η χρήση των τεχνητών νευρωνικών δικτύων για την εξαγωγή ενός συμπεράσματος που προκύπτει από ένα σύνολο πολλών παραγόντων.

Τεχνητά νευρωνικά δίκτυα

3.1 Εισαγωγή

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, ή απλώς νευρωνικά δίκτυα, επινοήθηκαν το 1943 από τον Αμερικανό νευροφυσιολόγο Γουόρεν Μακ Κάλοκ (McCulloch) και το μαθηματικό Γουόλτερ Πιτς (Pitts). Είναι ένα μαθηματικό μοντέλο για την επεξεργασία πληροφορίας που προσεγγίζει την υπολογιστική και αναπαραστατική δυνατότητα μέσω συνάψεων. Το μοντέλο είναι εμπνευσμένο από τα βιοηλεκτρικά δίκτυα που δημιουργούνται στον εγκέφαλο ανάμεσα στους νευρώνες (νευρικά κύτταρα) και στις συνάψεις (σημεία επαφής των νευρικών απολήξεων). Οι βασικότερες εφαρμογές των Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων είναι:

- Σχεδιασμός ενεργειών (planning),
- Χρονοπρογραμματισμός (scheduling),
- Αναγνώριση προτύπων (π.χ. υπογραφών, ομιλίας, γραφής, εικόνων), πρόβλεψη (π.χ. καιρού, τιμών μετοχών)

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, είναι μοντέλα-πρότυπα επεξεργασίας πληροφοριών, τα οποία αποθηκεύουν γνώση για την επίλυση του εκάστοτε προβλήματος. Αποτελούν μια συσκευή επεξεργασίας, που υλοποιείται είτε με τη μορφή ενός αλγορίθμου είτε με τη μορφή ηλεκτρονικών διατάξεων και ο σχεδιασμός τους είναι εμπνευσμένος από τη δομή και λειτουργία του ανθρώπινου

εγκεφάλου. Έχουν την ικανότητα να εκτελούν υπολογισμούς με μαζικό παράλληλο τρόπο. Βασικά τους πλεονεκτήματα είναι (Haykin [10]):

- **Μη γραμμικότητα** - ένα Νευρωνικό Δίκτυο δομείται από τη σύνδεση νευρώνων, οι οποίοι είναι μη γραμμικές συσκευές. Η μη γραμμικότητα είναι πολύ σημαντική ιδιότητα, αν ο φυσικός μηχανισμός για την παραγωγή των σημάτων εισόδου είναι μη γραμμικός.
- **Σχεδιασμός Εισόδου Εξόδου** - Στην επιβλεπόμενη μάθηση, εμπλέκεται μεταβολή των συναπτικών βαρών του Νευρωνικού Δικτύου, εφαρμόζοντας ένα σύνολο δειγμάτων εξάσκησης. Κάθε παράδειγμα αποτελείται από ένα σήμα εισόδου και την επιθυμητή απόκριση. Το δίκτυο μαθαίνει με τον κατάλληλο σχεδιασμό εισόδου-εξόδου.
- **Προσαρμοστικότητα** - Τα Νευρωνικά Δίκτυα έχουν τη δυνατότητα να προσαρμόζουν τα βάρη τους στις αλλαγές του περιβάλλοντός τους.
- **Αποδεικτική Απόκριση** - Ένα Νευρωνικό Δίκτυο σχεδιάζεται για να παρέχει πληροφορίες όχι μόνο για το συγκεκριμένο υπόδειγμα που επιλέγεται αλλά και για την εμπιστοσύνη στην απόφαση που παίρνεται.
- **Συναφής Πληροφορία** - Η γνώση αναπαριστάται από την πολύ δομημένη και ενεργή κατάσταση του Νευρωνικού Δικτύου.
- **Αντοχή σε σφάλματα** - Ένα νευρωνικό δίκτυο, υλοποιημένο σε υλικό (hardware) έχει τη σημαντική ιδιότητα να είναι “ανεκτικό σε σφάλματα”.
- **Υλοποιησιμότητα σε VLSI** - Η συμπαγής παράλληλη φύση του Νευρωνικού Δικτύου, κάνει δυνατή την υλοποίηση του σε VLSI τεχνολογία, έτσι ώστε τα νευρωνικά δίκτυα να μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε εφαρμογές πραγματικού χρόνου.
- **Ομοιομορφία Ανάλυσης και Σχεδιασμού** - Η έννοια είναι ότι ο ίδιος συμβολισμός χρησιμοποιείται σε όλα τα πεδία που περιέχουν εφαρμογή των νευρωνικών δικτύων.

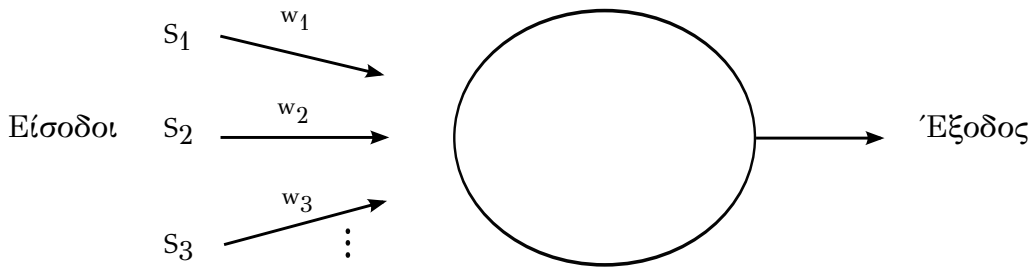
3.2. Ορισμός

- **Αναλογία με Νευροβιολογία** - Ο σχεδιασμός νευρωνικών δικτύων γίνεται σε αναλογία με τον εγκέφαλο. Οι μηχανικοί βλέπουν στη νευροβιολογία για νέες ιδέες για την επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων.

3.2 Ορισμός

Με τον όρο τεχνητό νευρωνικό δίκτυο αποκαλούμε ένα μαθηματικό μοντέλο αποτελούμενο από ένα μεγάλο αριθμό ανεξάρτητων υπολογιστικών στοιχείων, που ονομάζονται νευρώνες (neurons), τα οποία διασυνδέονται μεταξύ τους και είναι οργανωμένα σε στρώματα (layers). Με άλλα λόγια, ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο είναι ένας μαζικά παράλληλος καταναμημένος επεξεργαστής, που έχει την έμφυτη ιδιότητα να αποθηκεύει εμπειρική γνώση και να την έχει διαθέσιμη για χρήση στο μέλλον. Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα προσομοιάζουν τον ανθρώπινο εγκέφαλο σε δύο σημεία: α') η γνώση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου αποκτάται μέσω μιας διαδικασίας μάθησης, και β') οι σύνδεσμοι μεταξύ των νευρώνων-που ονομάζονται συντελεστές βάρους ή απλά βάρη-χρησιμοποιούνται για να αποθηκευτεί αυτή η γνώση. Η διαδικασία για να επιτύχουμε την εκπαίδευση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου, ονομάζεται αλγόριθμος εκπαίδευσης (Haykin [10]). Στην πραγματικότητα, τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα είναι πολύ απλούστερα από τα βιολογικά. Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα παρέχουν ένα εναλλακτικό αλγοριθμικό μοντέλο, το οποίο είναι εμπνευσμένο από τα βιολογικά μοντέλα, σύμφωνα με το οποίο οι υπολογισμοί γίνονται παράλληλα και μαζικά, και η εκπαίδευση αντικαθιστά την ανάπτυξη προγράμματος.

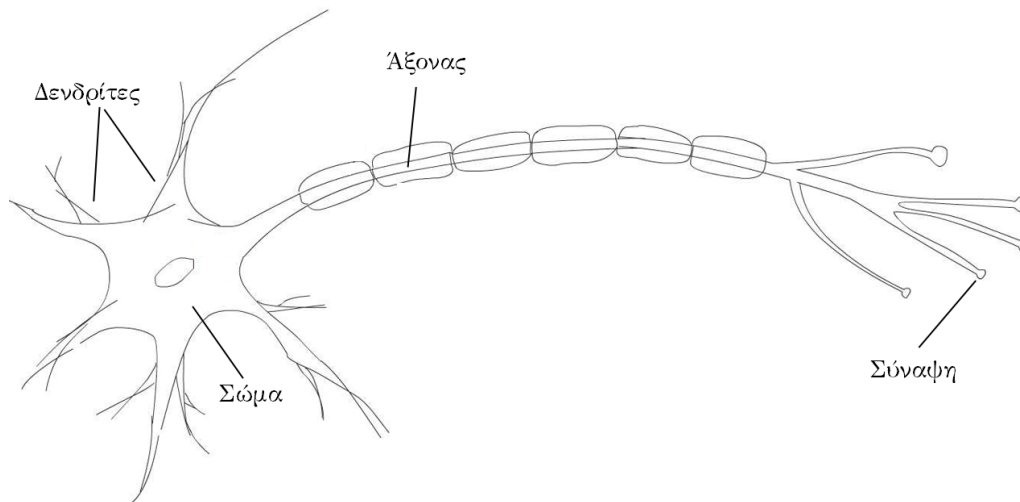
Από τους παραπάνω ορισμούς γίνεται φανερό ότι τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα είναι μια νέα τεχνική για επεξεργασία πληροφοριών. Μπορούμε να πούμε ότι αποτελούν προσπάθεια προσομοίωσης, με τη βοήθεια υπολογιστών, του ανθρώπινου νευρικού συστήματος και λειτουργούν εντελώς διαφορετικά από τις συνήθεις μεθόδους.



Σχήμα 3.1: Ένας νευρώνας με πολλές εισόδους (s_1, s_2, s_3, \dots), αντίστοιχα βάρη (w_1, w_2, w_3, \dots) και μία έξοδο

3.3 Παράδειγμα απλού νευρωνικού δικτύου

Ένα νευρωνικό δίκτυο αποτελείται από ένα αριθμό στοιχείων, τους νευρώνες. Σε κάθε νευρώνα καταφθάνει ένας αριθμός σημάτων, τα οποία έρχονται ως είσοδος σ' αυτόν. Ο νευρώνας έχει μερικές πιθανές καταστάσεις στις οποίες μπορεί να βρεθεί η εσωτερική δομή του που δέχεται τα σήματα εισόδου και, τέλος, έχει μία μόνον έξοδο, η οποία είναι συνάρτηση των σημάτων εισόδου (Εικόνα 3.1). Κάθε σήμα που μεταδίδεται από ένα νευρώνα σε ένα άλλο μέσα στο νευρωνικό δίκτυο συνδέεται με την τιμή βάρους, w , η οποία υποδηλώνει πόσο στενά είναι συνδεδεμένοι οι δύο νευρώνες που συνδέονται με το βάρος αυτό. Η τιμή αυτή συνήθως κυμαίνεται σε ένα συγκεκριμένο διάστημα, λόγω χάρη στο διάστημα $[-1, 1]$, αλλά αυτό είναι αυθαίρετο και εξαρτάται από το πρόβλημα που προσπαθούμε να λύσουμε. Η σημασία του βάρους είναι όπως ακριβώς και ο χημικός δεσμός ανάμεσα σε δύο άτομα που απαρτίζουν ένα μόριο. Ο δεσμός μας δείχνει πόσο δυνατά είναι συνδεδεμένα τα δύο άτομα του μορίου. Έτσι και ένα βάρος μας λέει ακριβώς πόσο σημαντική είναι η συνεισφορά του συγκεκριμένου σήματος στην διαμόρφωση της δομής του δικτύου για τους δύο νευρώνες τους οποίους συνδέει. Όταν το w είναι μεγάλο, τότε η συνεισφορά του σήματος είναι μεγάλη και αντίστροφα [11].



Σχήμα 3.2: Μοντέλο βιολογικού νευρώνα [12]

3.4 Αρχιτεκτονική των τεχνητών νευρωνικών δικτύων

Η αρχιτεκτονική των τεχνητών νευρωνικών δικτύων βασίζεται στην αρχιτεκτονική των βιολογικών νευρωνικών δικτύων. Γι' αυτό πριν προχωρήσουμε, θα ήτανε σκόπιμο να δούμε πως λειτουργεί ο ανθρώπινος εγκέφαλος. Το νευρικό κύτταρο ή νευρώνας είναι το βασικό δομικό στοιχείο του εγκεφάλου τόσο στον άνθρωπο όσο και στα ζώα. Ο νευρώνας είναι ένα μεγάλο σε μέγεθος κύτταρο το οποίο, ανατομικά, αποτελείται από τα εξής τμήματα (Εικόνα 3.2):

- το σώμα,
- τους δενδρίτες,
- τον άξονα, και
- τις συνάψεις που συνδέουν τις διακλαδώσεις του άξονα με τους δενδρίτες άλλων νευρώνων δημιουργώντας έτσι ένα νευρωνικό δίκτυο.

Οι **δενδρίτες** είναι οι πύλες εισόδου του νευρώνα. Δέχονται ηλεκτρικά σήματα από άλλους νευρώνες. Ο **άξονας** είναι η πύλη εξόδου του νευρώνα. Ο

άξονας στέλνει σήματα προς άλλους νευρώνες υπό μορφή ηλεκτρικών παλμών σταθερού πλάτους αλλά μεταβλητής συχνότητας. Οι **συνάψεις** είναι τα σημεία σύνδεσης μεταξύ διακλαδώσεων του άξονα ενός νευρώνα και των δενδριτών από άλλους νευρώνες που μεταδίδουν την ηλεκτρική δραστηριότητα του άξονα-αποστολέα στους δενδρίτες-παραλήπτες. Ο ανθρώπινος εγκέφαλος έχει περίπου 10^{11} νευρώνες και κάθε νευρώνας έχει περίπου 10^4 συνάψεις.

Μελετώντας την λειτουργία του εγκεφάλου παρατηρήθηκε ότι κάποιες συνάψεις μεταδίδουν σήματα σε νευρώνες, ενώ άλλες δρουν ανασταλτικά. Κάθε νευρώνας συλλέγει όλο το ηλεκτρικό φορτίο που δέχεται από κάθε σύναψη στους δενδρίτες του, ζυγίζοντας το εισερχόμενο φορτίο με το αντίστοιχο συναπτικό βάρος. Έτσι όσο πιο ισχυρή είναι η συναπτική ζεύξη τόσο πιο έντονα συμμετέχει το συγκεκριμένο φορτίο εισόδου στο συνολικό άθροισμα. Εάν το σύνολο των σημάτων ή αλλιώς ερεθισμάτων, που δέχεται ένας νευρώνας υπερβαίνει μια τιμή κατωφλίου τότε ο νευρώνας παράγει ένα σήμα στην έξοδό του (fires). Το σήμα αυτό μεταδίδεται μέσω συνάψεων μεταβλητής ισχύος σε άλλους νευρώνες επηρεάζοντας την απόκρισή τους. Αν όμως το φορτίο δεν υπερβαίνει το συγκεκριμένο αυτό όριο, τότε ο νευρώνας παράγει πολύ αραιά παλμούς σε τυχαίες στιγμές, οπότε λέμε ότι ο νευρώνας είναι αδρανής. Κάθε παλμός έχει συγκεκριμένο χρονικό πλάτος t_p και μετά από κάθε παλμό ο νευρώνας χρειάζεται ένα ελάχιστο χρόνο ανάπαυσης t_r . Έτσι ο μέγιστος ρυθμός των παλμών δεν ξεπερνάει το όριο:

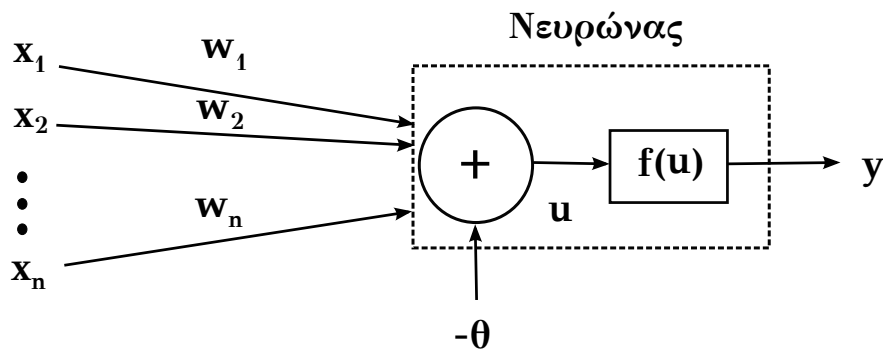
$$\text{Firing frequency} < \frac{1}{t_p + t_r} \quad (3.1)$$

Νευρώνες που αλληλεπιδρούν δημιουργούν τοπικά ένα δίκτυο. Αλλάζοντας την τιμή ισχύος κάθες σύνδεσης, το δίκτυο επιδεικνύει σύνθετη συλλογική συμπεριφορά. Με αυτή τη λειτουργική δομή εξωτερικά ερεθίσματα μεταδίδονται μέσα στον εγκέφαλο.

3.4.1 Τεχνητός νευρώνας McCulloch-Pitts

Τη δεκαετία του 1940 υπήρξε μια εντονότατη δραστηριότητα προς την κατεύθυνση της μελέτης των βιολογικών νευρωνικών δικτύων και της μαθημα-

3.4. Αρχιτεκτονική των τεχνητών νευρωνικών δικτύων



Σχήμα 3.3: Μοντέλο McCulloch-Pitts. Τεχνητός νευρώνας με πολλές εισόδους ($x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$), αντίστοιχα βάρη (w_1, w_2, \dots, w_n), και μια έξοδο, y .

τικής μοντελοποίησής τους. Το 1943 οι επιστήμονες McCulloch και Pitts περιέγραψαν ένα απλό μοντέλο της ηλεκτρικής δραστηριότητας του νευρώνα (Εικόνα 3.3). Η κατάσταση του νευρώνα περιγράφεται από ένα δυαδικό αριθμό y :

- $y = 0 \rightarrow$ ο νευρώνας είναι αδρανής, δεν δίνει σήμα στην έξοδο
- $y = 1 \rightarrow$ ο νευρώνας δίνει σήμα στη μέγιστη συχνότητα

Τα συναπτικά βάρη (synaptic weights) w_i είναι πραγματικοί αριθμοί, θετικοί για τις ενισχυτικές συνάψεις και αρνητικοί για τις ανασταλτικές συνάψεις. Αν x_1, x_2, \dots, x_n είναι οι εισοδοί του νευρώνα τότε το άθροισμα u του ερεθίσματος (φορτίου) που δέχεται ο νευρώνας είναι:

$$u_i = \sum_{i=1}^n x_i w_i \quad (3.2)$$

Αν το άθροισμα, u , είναι μεγαλύτερο από το κατώφλι (threshold), θ , τότε ο νευρώνας δίνει σήμα, διαφορετικά παραμένει αδρανής. Έτσι έχουμε $y = f(u - \theta)$ όπου η συνάρτηση f είναι η λεγόμενη συνάρτηση βήματος (3.3).

$$f(u) = \begin{cases} 0 & u \leq \theta \\ 1 & u > \theta \end{cases} \quad (3.3)$$

Σχηματικά το παραπάνω μαθηματικό μοντέλο παριστάνεται από ένα αθροιστή ακολουθούμενο από ένα μη-γραμμικό μετασχηματιστή f . Το κατώφλι θ είναι ένας πραγματικός αριθμός (θετικός ή αρνητικός) όπως άλλωστε και τα συναπτικά βάρη w_1, w_2, \dots, w_n . Κατ' αυτή την έννοια το κατώφλι θ μπορεί να θεωρηθεί ως ένα επί πλέον συναπτικό βάρος συνδεδεμένο με μια σταθερή είσοδο x_0 η οποία έχει πάντα την τιμή -1 . Έτσι θα μπορούσαμε να γράψουμε:

$$u_i = \sum_{i=1}^n x_i w_i - \theta = \sum_{i=0}^n x_i w_i \quad (3.4)$$

όπου $w_0 = \theta$ και $x_0 = -1$.

3.4.2 Συνάρτηση ενεργοποίησης

Υπάρχουν πολλά διαφορετικά πρότυπα του νευρώνα που αποκλίνουν από το απλό μοντέλο McCulloch-Pitts. Η πιο σημαντική διαφορά είναι στη μορφή της μη γραμμικής συνάρτησης, $f(\cdot)$, που χρησιμοποιείται στην έξοδο. Η συνάρτηση αυτή, που καλείται και συνάρτηση ενεργοποίησης του νευρώνα (neuron activation function), μπορεί να πάρει τις παρακάτω μορφές:

- Συνάρτηση βήματος $-1/1$:

$$f(u) = \begin{cases} -1 & u \leq 0 \\ 1 & u > 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

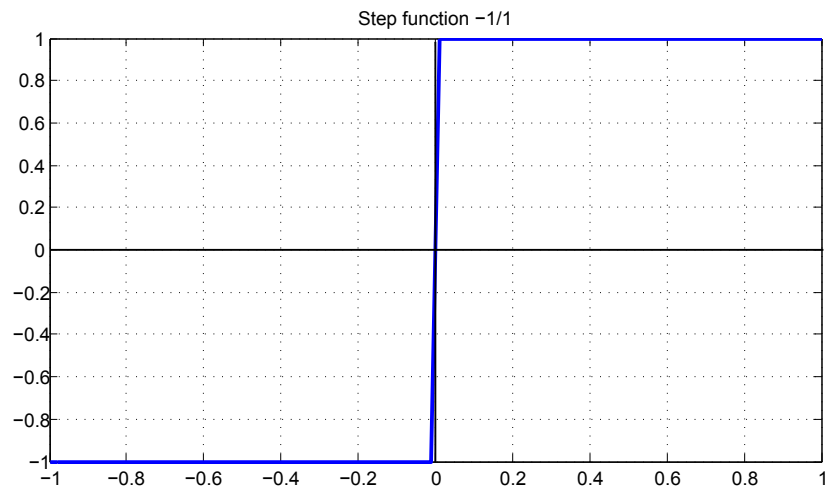
- Σιγμοειδής συνάρτηση:

$$f(u) = \frac{1}{1 + e^{-u}} \quad (3.6)$$

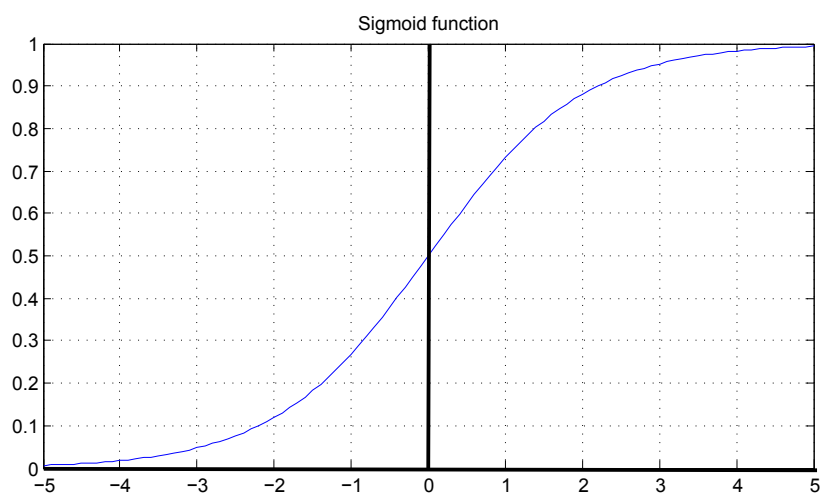
- Υπερβολική εφαπτομένη:

$$f(u) = \tanh u = \frac{1 - e^{-u}}{1 + e^{-u}} \quad (3.7)$$

3.4. Αρχιτεκτονική των τεχνητών νευρωνικών δικτύων



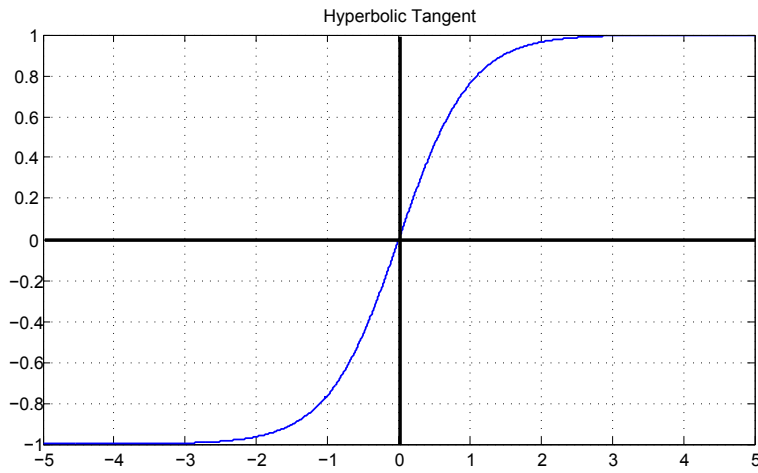
Σχήμα 3.4: Συνάρτηση βήματος -1/1



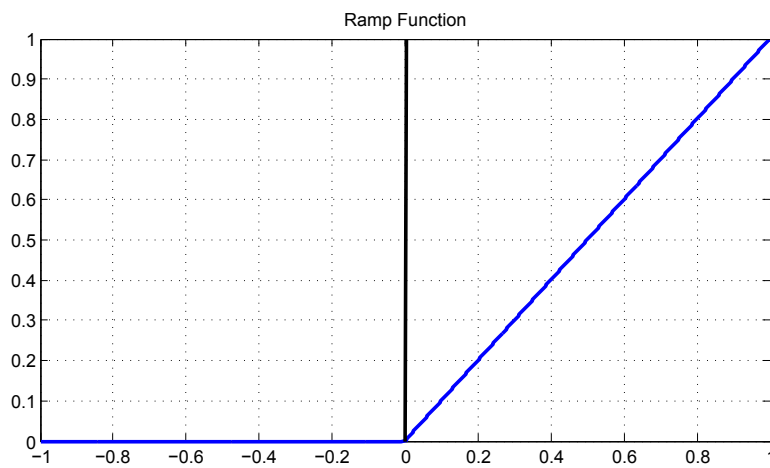
Σχήμα 3.5: Σιγμοειδής συνάρτηση

- Συνάρτηση αναρρίχσεως:

$$f(u) = \begin{cases} 0 & u < 0 \\ u & u > 0 \end{cases} \quad (3.8)$$



Σχήμα 3.6: Υπερβολική εφαπτομένη



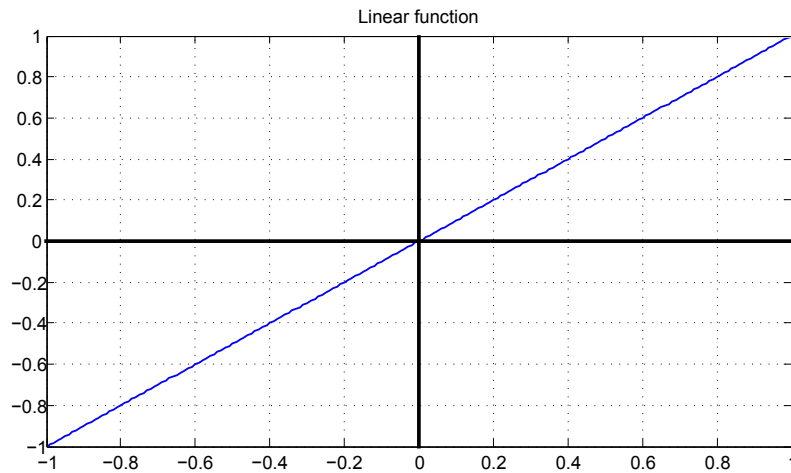
Σχήμα 3.7: Συνάρτηση αναρριχήσεως

- Γραμμική συνάρτηση:

$$f(u) = u \tag{3.9}$$

Οι τιμές που μπορούν να πάρουν τα σήματα εξόδου (άρα και τα σήματα εισόδου x_i) είναι πεπερασμένες. Στους νευρώνες με συνάρτηση βήματος 0/1, η

3.4. Αρχιτεκτονική των τεχνητών νευρωνικών δικτύων



Σχήμα 3.8: Γραμμική συνάρτηση

έξοδος μπορεί να είναι 0 ή 1, ενώ στους νευρώνες με συνάρτηση βήματος $-1/1$, η έξοδος μπορεί να είναι -1 ή 1 . Στους νευρώνες με σιγμοειδή συνάρτηση η έξοδος μπορεί να είναι οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός από το 0 έως το 1, ενώ στους νευρώνες με συνάρτηση ενεργοποίησης την υπερβολική εφαπτομένη η έξοδος μπορεί να είναι οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός από το -1 έως το 1. Τα βάρη μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή, ωστόσο πολλές φορές τα κανονικοποιούμε (π.χ. απαιτούμε το άθροισμα των βαρών στις εισόδους ενός νευρώνα να είναι ίσο με 1). Επίσης σε ένα νευρωνικό δίκτυο μπορεί να υπάρχουν νευρώνες με διαφορετικές συναρτήσεις ενεργοποίησης [13].

3.4.3 Ταξινόμηση των νευρωνικών δικτύων

Βασικό χαρακτηριστικό σε όλα τα μοντέλα τεχνητών νευρωνικών δικτύων είναι ότι η λειτουργία τους προκύπτει ως αποτέλεσμα της συλλογικής δράσης των νευρώνων που τα απαρτίζουν. Πιο συγκεκριμένα, ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο αποτελείται από απλές υπολογιστικές μονάδες (τεχνητοί νευρώνες), τοποθετημένες σύμφωνα με διάφορες αρχιτεκτονικές, ενωμένες μέσω ποικίλων ειδών διασυνδέσεων, και χρησιμοποιεί αλγορίθμους εκμάθησης για τον

καθορισμό των συντελεστών βάρους των διασυνδέσεων των νευρώνων, ώστε να επιδεικνύεται η επιθυμητή απόκριση αναφορικά με το σήμα στην είσοδο. Τα τρία γνωρίσματα των τεχνητών νευρωνικών δικτύων, οι υπολογιστικές μονάδες, η αρχιτεκτονική και οι αλγόριθμοι εκμάθησης είναι ανεξάρτητα από το πεδίο εφαρμογής του δικτύου. Συνεπώς, όταν σχεδιάζεται ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο για μια συγκεκριμένη εφαρμογή τα χαρακτηριστικά του επιλέγονται με βάση την εμπειρία και όχι ακολουθώντας κάποια μεθοδολογία όπως στον κλασσικό προγραμματισμό.

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα μπορούν να ταξινομηθούν σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά που αποτελούν τον πυρήνα ενός νευρωνικού μοντέλου. Έτσι, σε πρώτο επίπεδο τα δίκτυα χωρίζονται με βάση τη συνάρτηση ενεργοποίησης των νευρώνων. Η συνάρτηση αυτή καθορίζει το είδος της πληροφορίας που μεταφέρεται από ένα νευρώνα σε ένα άλλο, όπως είδαμε στο υποκεφάλαιο (3.4.2), και μπορεί να είναι γραμμική ή μη γραμμική.

Σε δεύτερο επίπεδο τα δίκτυα ταξινομούνται με βάση το είδος των διασυνδέσεων των νευρώνων. Έτσι, έχουμε τα δίκτυα με **συνδέσμους ανάδρασης** (feedback or recurrent networks) που επιτρέπουν τη ροή πληροφορίας μέσα στο δίκτυο προς οποιαδήποτε, ανάλογα με τη σχεδίαση, κατεύθυνση και τα **δίκτυα πρόσθιας τροφοδότησης** (feedforward networks) στα οποία η πληροφορία ρέει προς μία κατεύθυνση. Ωστόσο τα δίκτυα που έχουνε ανάδραση προϋποθέτουν μη γραμμική συνάρτηση ενεργοποίησης.

Σε ένα τρίτο επίπεδο η ταξινόμηση γίνεται σε σχέση με τον αλγόριθμο εκμάθησης. Εάν τα πρότυπα εισόδου είναι ασυσχέτιστα μεταξύ τους τότε ένας αλγόριθμος εξωτερικού γινομένου (Hebb 1949) χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση του δικτύου, ή την αποθήκευση προτύπων σε αυτό, χωρίς κάποια εξωτερική επέμβαση. Ο αλγόριθμος αυτός, επονομαζόμενος και **κανόνας του Hebb**, τροποποιεί τη συσχέτιση των ενεργοποιήσεων των νευρώνων και χρησιμοποιείται χωρίς κάποια εξωτερική διόρθωση, ή αλλιώς η εκπαίδευση γίνεται χωρίς επίβλεψη. Στην περίπτωση που τα πρότυπα εισόδου είναι γραμμικά ανεξάρτητα, ένας αλγόριθμος διόρθωσης του σφάλματος εκπαίδευσης, δηλαδή της διαφοράς πραγματικής και επιθυμητής απόκρισης των νευρώνων, όπως ο **κανόνας δέλτα** (Widrow-Hoff 1960) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον κα-

θορισμό των συντελεστών βάρους. Αλγόριθμοι αυτής της κατηγορίας χρησιμοποιούνται συνήθως για **εκπαίδευση με επίβλεψη** καθώς χρειάζονται την επιθυμητή απόκριση των νευρώνων για τον καθορισμό του διορθωτικού όρου. Ωστόσο μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για την εκπαίδευση νευρώνων άγνωστης επιθυμητής απόκρισης, η επονομαζόμενη **εκπαίδευση χωρίς επίβλεψη**, αφού πρώτα καθοριστεί ένα εσωτερικό διορθωτικό κριτήριο.

Τέλος, η ταξινόμηση σχετίζεται με τον αν οι νευρώνες ανταγωνίζονται μεταξύ τους για το βαθμό ενεργοποίησής τους. Ο ανταγωνισμός δημιουργεί ομάδες νευρώνων που ενισχύουν ο ένας τον άλλο μέσω ανταγωνισμού τους με νευρώνες άλλων ομάδων [14].

3.5 Εκπαίδευση των νευρωνικών δικτύων

Ο πρωταρχικός σκοπός της λειτουργίας ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου είναι να μπορεί να λύνει συγκεκριμένα προβλήματα που του παρουσιάζουμε ή να επιτελεί από μόνο του ορισμένες διεργασίες, λ.χ. να αναγνωρίζει εικόνες. Για να μπορεί όμως να γίνει αυτό το νευρωνικό δίκτυο προηγουμένως πρέπει να εκπαιδευθεί κατάλληλα. Όπως και στα βιολογικά δίκτυα έτσι και τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα δέχονται ορισμένες εισόδους και αντίστοιχα δίνουν ορισμένες εξόδους. Οι αριθμοί αυτοί που δίνονται στην είσοδο του δικτύου αποτελούν κάποιο πρότυπο. Για ένα πρόβλημα μπορεί να απαιτούνται πολλά πρότυπα. Σε κάθε πρότυπο αντιστοιχεί και μία σωστή απάντηση, η οποία είναι το σήμα που πρέπει να πάρουμε στην έξοδο ή αλλιώς ο στόχος. Η εκπαίδευση γίνεται με το να παρουσιάσουμε μια ομάδα από τέτοια πρότυπα στο δίκτυο, αντιπροσωπευτικά ή παρόμοια με αυτά που θέλουμε να μάθει το δίκτυο. Αυτό σημαίνει ότι δίνουμε στο δίκτυο ως εισόδους κάποια πρότυπα για τα οποία ξέρουμε ποιά πρέπει να είναι η έξοδος στο δίκτυο, ξέρουμε, δηλαδή, ποιός είναι ο στόχος, τι πρέπει να δίνει το δίκτυο ως απάντηση στα πρότυπα που του παρουσιάζουμε. Το δίκτυο χρησιμοποιεί την κατάλληλη συνάρτηση μεταφοράς $f(\cdot)$ για να μεταδίδει το σήμα σε όλη τη δομή του, από την είσοδο ως την έξοδο. Κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης το μόνο πράγμα που αλλάζει είναι οι τιμές των βαρών των συνδέσεων των νευρώνων. Αυτό δεν γίνεται

πάντα με τον ίδιο τρόπο, αλλά εξαρτάται σημαντικά από την μέθοδο που χρησιμοποιούμε. Το δίκτυο με τα δεδομένα αυτά τροποποιεί την εσωτερική του δομή ώστε να μπορεί να κάνει την ίδια αντιστοιχία που του δώσαμε εμείς. Ενώ αρχικά ξεκινάει με τιμές στα βάρη w που είναι τυχαίες, κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης μεταβάλλει τις τιμές αυτές, μέχρι να εκπαιδευθεί πλήρως. Αυτός είναι ο πιο συνηθισμένος τρόπος εκπαίδευσης, αλλά υπάρχουν διάφορες παραλλαγές ως προς τον τρόπο με τον οποίο τα δεδομένα παρουσιάζονται στο δίκτυο όταν αυτό εκπαιδεύεται όπως θα δούμε στο υποκεφάλαιο (3.5.2) [11].

3.5.1 Ο χώρος των βαρών

Σε ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο αποτελούμενο από νευρώνες, με βάρη που προσαρμόζονται από μια μέθοδο εκπαίδευσης μπορεί να οριστεί το *διάνυσμα βαρών του δικτύου*. Το διάνυσμα αυτό δημιουργείται όταν συγκεντρωθούν όλα τα βάρη, όλων των νευρώνων του δικτύου. Για να διατηρηθεί η απλότητα των συμβολισμών θεωρείται ότι όλα τα βάρη του δικτύου είναι πραγματικοί αριθμοί και ότι κάθε νευρώνας έχει n βάρη. Το διάνυσμα βαρών του δικτύου μπορεί να γραφεί στην παρακάτω μορφή:

$$w = (w_{11}, w_{12}, \dots, w_{1n}, w_{21}, w_{22}, \dots, w_{2n}, \dots, w_{N1}, \dots, w_{Nn})^T = (w_1^T, w_2^T, \dots, w_N^T) \quad (3.10)$$

όπου τα διανύσματα w_1, w_2, \dots, w_N είναι τα διανύσματα βαρών των νευρώνων του δικτύου. Τα διανύσματα αυτά ορίζονται όπως παρακάτω:

$$w_1 = \begin{pmatrix} w_{11} \\ w_{12} \\ \vdots \\ w_{1n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1n} \end{pmatrix}^T, \quad (3.11)$$

$$w_2 = \begin{pmatrix} w_{21} \\ w_{22} \\ \vdots \\ w_{2n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2n} \end{pmatrix}^T, \quad (3.12)$$

3.5. Εκπαίδευση των νευρωνικών δικτύων

⋮

$$w_N = \begin{pmatrix} w_{N1} \\ w_{N2} \\ \vdots \\ w_{Nn} \end{pmatrix} = \left(w_{N1} \quad w_{N2} \quad \dots \quad w_{Nn} \right)^T \quad (3.13)$$

Σημειώνεται πως το διάνυσμα w των βαρών του δικτύου ορίζει ένα σημείο στον Ευκλείδειο χώρο των βαρών που έχει διάσταση $q = N \times n$. Το πλεονέκτημα για να χρησιμοποιήσουμε το w είναι πως το σύνολο όλων των πιθανών w διανυσμάτων ορίζει το σύνολο όλων των πιθανών συνδυασμών επεξεργασίας πληροφορίας του δικτύου (θεωρώντας τα βάρη ως τα μόνα προσαρμοζόμενα στοιχεία του δικτύου). Αυτό σημαίνει πως η επιθυμητή συμπεριφορά που αναζητούμε σε ένα δίκτυο επιτυγχάνεται με κάποια τιμή του διανύσματος w . Επομένως, σκοπός μιας μεθόδου εκπαίδευσης είναι να φέρει το w σε κατάλληλη θέση στο χώρο ώστε το δίκτυο με αυτές τις τιμές βαρών να επιδεικνύει την επιθυμητή συμπεριφορά.

Οι περισσότερες μέθοδοι εκπαίδευσης έχουν αναπτυχθεί με σκοπό να βελτιστοποιήσουν κάποιο κριτήριο απόδοσης της διεργασίας μάθησης. Συνήθως διαδοχικές προσαρμογές του w αποφέρουν μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση ενός ολικού κριτηρίου κόστους του δικτύου ή μιας συνάρτησης σφάλματος, όπως το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, ή το σφάλμα ταξινόμησης ανά πρότυπο εισόδου.

3.5.2 Τρόποι εκπαίδευσης των νευρωνικών δικτύων

Γενικά, οι μέθοδοι εκπαίδευσης των τεχνητών νευρωνικών δικτύων μπορούν να χωριστούν σε δύο βασικές κατηγορίες: α') μεθόδους εκπαίδευσης με επίβλεψη (*supervised learning*) και β') μεθόδους εκπαίδευσης χωρίς επίβλεψη (*unsupervised learning*). Στην πρώτη περίπτωση είναι η αναγκαία η παρουσία ενός “δασκάλου”, ενώ στην δεύτερη το τεχνητό νευρωνικό δίκτυο πρέπει να οργανωθεί και να εκπαιδευτεί από μόνο του.

Η εκπαίδευση με επίβλεψη είναι ο πιο συχνός τρόπος στην εκπαίδευση των νευρωνικών δικτύων. Αρχικά δίνουμε τις τιμές των εισόδων και των στόχων που πρέπει να μάθει το δίκτυο, δηλαδή, παρουσιάζουμε τα πρότυπα στο δίκτυο. Ξεκινούμε με τυχαίες τιμές στα βάρη w . Κατά την διαδικασία εκπαίδευσης το δίκτυο αλλάζει τις τιμές των βαρών διορθώνοντας αυτές ανάλογα με το σφάλμα που παίρνουμε (διαφορά από τον στόχο). Ο σκοπός μας εδώ είναι τελικά να ελαχιστοποιήσουμε την διαφορά (το σφάλμα) μεταξύ της επιθυμητής εξόδου και της τρέχουσας τιμής της εξόδου μετά από διαδοχικές αλλαγές των βαρών (ανακυκλώσεις διορθώσεων). Μερικές φορές η διαδικασία αυτή μπορεί να απαιτεί μεγάλους αριθμούς τέτοιων διορθώσεων και, επομένως, μεγάλους υπολογιστικούς χρόνους.

Στην εκπαίδευση χωρίς επίβλεψη απλώς δίνουμε την πληροφορία στο δίκτυο, αλλά δεν δίνουμε αντίστοιχους στόχους όπως προηγουμένως και έτσι δεν γίνεται κανένας έλεγχος ή σύγκριση για την πορεία του σφάλματος. Το δίκτυο δεν χρησιμοποιεί κάποια εξωτερική παράμετρο για την αλλαγή των βαρών. Υπάρχει βέβαια συγκεκριμένη διαδικασία που ακολουθείται και καταλήγει σε εκπαίδευση του δικτύου. Το δίκτυο χρησιμοποιεί έναν εσωτερικό έλεγχο, ψάχνει να βρει κάποιες τάσεις ή κανονικότητα στα σήματα εισόδου και προσπαθεί ώστε οι έξοδοι να έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά όπως και οι εισοδοί. Λέμε ότι έτσι έχουμε αυτο-εποπτευόμενη εκπαίδευση διότι το δίκτυο ελέγχει τον εαυτό του και διορθώνει τα σφάλματα στα δεδομένα με ένα μηχανισμό ανάδρασης (feedback). Ο τρόπος αυτός δεν συναντάται τόσο συχνά όσο η εποπτευόμενη εκπαίδευση και δεν είναι απόλυτα κατανοητός, αλλά είναι πολύ χρήσιμος σε ορισμένες καταστάσεις που ο χαρακτηρισμός των προτύπων εισόδου είναι δύσκολος (όταν αυτά είναι πάρα πολλά) ή αδύνατος (όταν προέρχονται από μια άγνωστη διεργασία). Σε όλες τις περιπτώσεις όταν το δίκτυο σταματάει να αλλάζει τις τιμές των βαρών, τότε θεωρούμε ότι η εκπαίδευση έχει επιτευχθεί. Αυτό συμβαίνει επειδή το λάθος στην έξοδο γίνεται μηδέν ή είναι πολύ κοντά (τείνει) στο μηδέν. [11]

Από τα παραπάνω καταλαβαίνουμε ότι δεν μπορεί να υπάρξει μια μέθοδος που να αντιμετωπίζει με τον καλύτερο δυνατό τρόπο όλα τα προβλήματα.

Ειδικό μέρος

4.1 Σκοπός

Αρχικός σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν η διερεύνηση της δυνατότητας προσέγγισης του διαθλαστικού σφάλματος σε μια επέμβαση διαθλαστικής χειρουργικής. Αυτό θα γινόταν με την βοήθεια των τεχνητών νευρωνικών δικτύων μέσω του εργαλείου Neural Network Toolbox-MATLAB® [15] και συγκεκριμένα με την υλοποίηση του back-propagation αλγορίθμου (πρόσθιας τροφοδότησης). Αυτό, δυστυχώς, δεν κατέστη δυνατό λόγω μη πληρότητας στη συλλογή των δεδομένων. Κύρια αιτία το γεγονός της μη ύπαρξης μετεγχειρητικών αποτελεσμάτων. Παρ' όλα αυτά, θα παραθέσουμε με τη χρήση γραφημάτων την προσπάθεια αυτή. Στη συνέχεια, θα δούμε τον τελικό σκοπό της εργασίας. Πιο συγκεκριμένα, θα κάνουμε μελέτη των διαθλαστικών ανωμαλιών, που καλείται ο τομέας της διαθλαστικής χειρουργικής να διορθώσει, μέσω των πολυωνύμων Zernike.

4.2 Γραφική προσέγγιση υλοποίησης back-propagation αλγορίθμου

Όπως είδαμε στο υποκεφάλαιο 2.3 κατά τη διάρκεια μιας διαθλαστικής επέμβασης είναι πολλοί οι παράγοντες εκείνοι που μπορούν να επηρεάσουν και να καθορίσουν το τελικό αποτέλεσμα. Η εξαγωγή ενός συμπεράσματος με

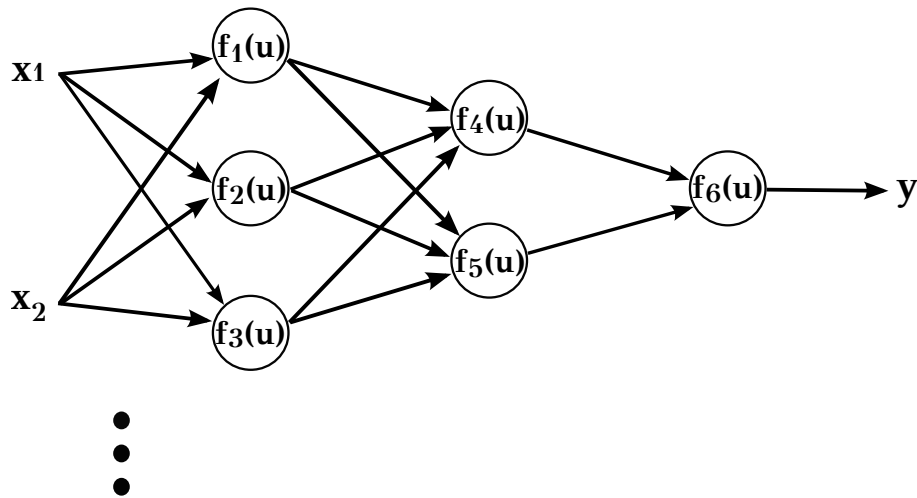
βάση τους παράγοντες αυτούς βασίζεται στην εμπειρική κυρίως γνώση, ένα στοιχείο που μας παραπέμπει στην χρήση τεχνητών νευρωνικών δικτύων με στόχο να έχουμε έναν πιο αποτελεσματικό τρόπο για την πρόβλεψη των συνεπειών που προκύπτουν. Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα έχουνε χρησιμοποιηθεί στην οφθαλμιατρική ως διαγνωστικό εργαλείο για την ταξινόμηση κλινικών δεδομένων [16], καθώς και για την μελέτη και την ταξινόμηση τοπογραφικών χαρτών [17]. Επίσης, έχουμε και μια εργασία των Yang et al [18] με χρήση νευρωνικού δικτύου η οποία έδειξε ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε αποτελέσματα που αφορούν το διαθλαστικό σφάλμα τόσο προεγχειρητικά όσο και μετεγχειρητικά, την ζώνη φωτοαποδόμησης, το πάχος του κερατοειδούς, την ενδοφθάλμια πίεση, το φύλο και την ηλικία του ασθενούς καθώς και την επιθυμητή διόρθωση. Η τεχνική που μας ενδιέφερε να μελετήσουμε είναι η περίπτωση της LASIK.

Αφού έχουμε συγκεντρώσει τα δεδομένα που μας είναι απαραίτητα, θα πρέπει να τα χωρίσουμε σε δύο αρχεία. Το ένα θα αποτελεί το αρχείο εκπαίδευσης και το άλλο το αρχείο με το οποίο θα ελεγχθεί το δίκτυο. Παρατηρώντας τα δεδομένα θα διαπιστώσουμε πως το καθένα από αυτά αναφέρεται σε διαφορετικές μονάδες. Με την εφαρμογή ενός γραμμικού μετασχηματισμού αναιρείται αυτή η ανομοιομορφία και όλες οι μεταβλητές των διανυσμάτων εισόδου και εξόδου έχουν ισότιμες τιμές. Ένας τρόπος να γίνει αυτό είναι η απλή γραμμική απεικόνιση των τιμών της κάθε μεταβλητής στο διάστημα $[-1, 1]$.

Το κρισιμότερο σημείο είναι η σχεδίαση του δικτύου και περιλαμβάνει τον προσδιορισμό των μεταβλητών εισαγωγής, των κρυμμένων επιπέδων, των νευρώνων σε κάθε επίπεδο και του τύπου του δικτύου που θα χρησιμοποιηθεί. Στην παρούσα περίπτωση το δίκτυό μας αποτελείται από τα διανύσματα εισόδου, δύο επίπεδα νευρώνων, την έξοδο του δικτύου και την επιθυμητή έξοδο όπως φαίνεται στο γράφημα 4.1. Επιλέχθηκε ο feedforward back-propagation αλγόριθμος κυρίως για τον λόγο ότι μπορεί να συγκλίνει με λιγότερα δεδομένα. Στο εργαλείο Neural Network Toolbox του MATLAB® ένα τέτοιο δίκτυο μπορεί να υλοποιηθεί με την συνάρτηση “newff” από την βιβλιοθήκη του λογισμικού. Για την απλοποίηση της αναπαράστασης θα χρησιμοποιήσουμε στη

4.2. Γραφική προσέγγιση υλοποίησης back-propagation αλγορίθμου

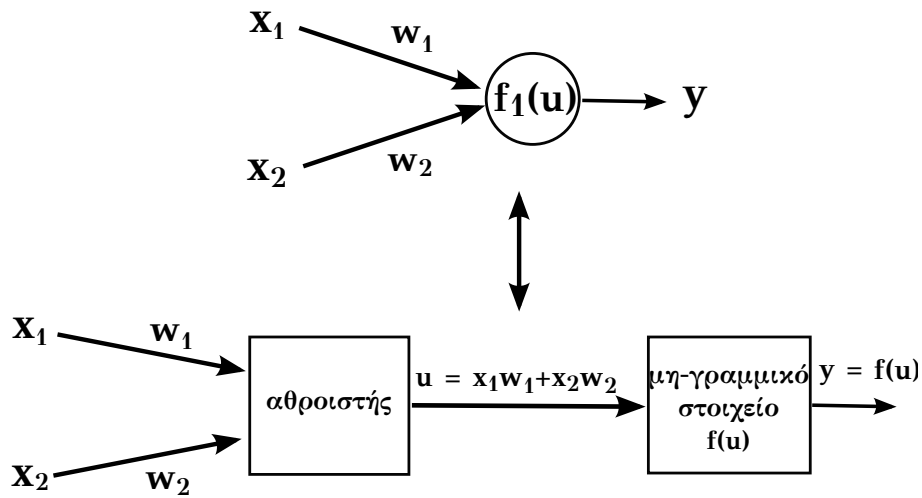


Σχήμα 4.1: Πολυστρωματικό νευρωνικό δίκτυο

συνέχεια μόνο 2 μεταβλητές εισόδου x_1 , x_2 . Αντίστοιχη είναι η διαδικασία και για το σύνολο των μεταβλητών εισόδου.

Κάθε νευρώνας αποτελείται από δύο μονάδες. Η πρώτη μονάδα λειτουργεί ως αθροιστής του γινομένου των συντελεστών βάρους και των μεταβλητών εισόδου. Το δεύτερο επίπεδο εφαρμόζει ένα μη-γραμμικό μετασχηματιστή f , ο οποίος καλείται συνάρτηση ενεργοποίησης νευρώνα. Το σήμα u αποτελεί το σήμα εξόδου του αθροιστή, και το $y = f(u)$ είναι το σήμα εξόδου του μη-γραμμικού στοιχείου. Το σήμα y είναι, επίσης, σήμα εξόδου του νευρώνα (Εικόνα 4.2).

Για να εκπαιδεύσουμε το νευρωνικό μας δίκτυο χρειαζόμαστε δεδομένα εκπαίδευσης, τα οποία αποτελούνται από τα σήματα εισόδου x_1 και x_2 ορισμένα με τον αντίστοιχο στόχο (επιθυμητή έξοδος) z . Η εκπαίδευση του δικτύου είναι μια επαναληπτική διαδικασία. Σε κάθε επανάληψη οι συντελεστές βάρους των κόμβων τροποποιούνται χρησιμοποιώντας νέα δεδομένα από τα δεδομένα εκπαίδευσης. Η τροποποίηση γίνεται ως εξής: κάθε βήμα εκπαίδευσης ξεκινάει με την εισαγωγή και των δύο σημάτων εισόδου. Έπειτα από αυτό το βήμα μπορούμε να εκτιμήσουμε τις τιμές των σημάτων εξόδου για κάθε νευρώνα σε κάθε επίπεδο του δικτύου. Στα παρακάτω γραφήματα 4.3 μπορούμε να δούμε πως το σήμα διαδίδεται μέσα στο δίκτυο. Τα σύμβολα $w_{(xm)_n}$ αναπαριστούν



Σχήμα 4.2: Ανάλυση ενός νευρώνα στις μονάδες που τον αποτελούν

τα βάρη των συνδέσεων μεταξύ της εισόδου του δικτύου x_m και του νευρώνα n στο επίπεδο εισόδου. Τα σύμβολα y_n αναπαριστούν το σήμα εξόδου του νευρώνα n .

Αντίστοιχα, στα γραφήματα 4.4 βλέπουμε την διαδικασία με την οποία γίνεται η διάδοση του σήματος στα κρυμμένα επίπεδα. Τα σύμβολα w_{mn} αναπαριστούν τα βάρη των συνδέσεων μεταξύ της εξόδου του νευρώνα m και της εισόδου του νευρώνα n στο επόμενο επίπεδο.

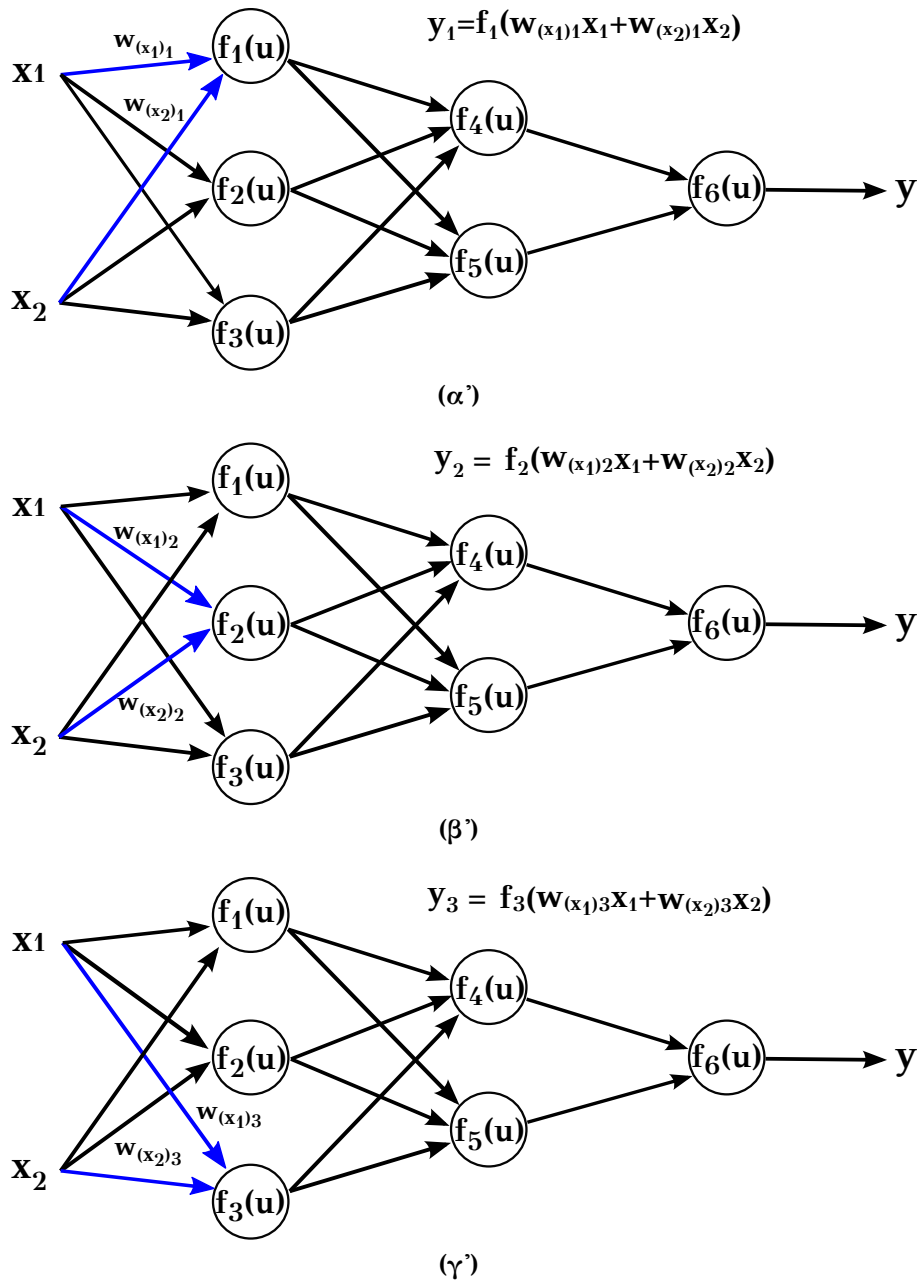
Η διάδοση του σήματος μέσω του επιπέδου εξόδου υλοποιείται από τον αλγόριθμο όπως φαίνεται στη συνέχεια (Γράφημα 4.5).

Στο επόμενο βήμα εκτέλεσης του αλγορίθμου το σήμα εξόδου, y , του δικτύου συγκρίνεται με το επιθυμητό αποτέλεσμα εξόδου (τον στόχο), που βρίσκεται στα δεδομένα εκπαίδευσης. Η διαφορά τους καλείται σφάλμα δ του νευρώνα του επιπέδου εξόδου (Γράφημα 4.6).

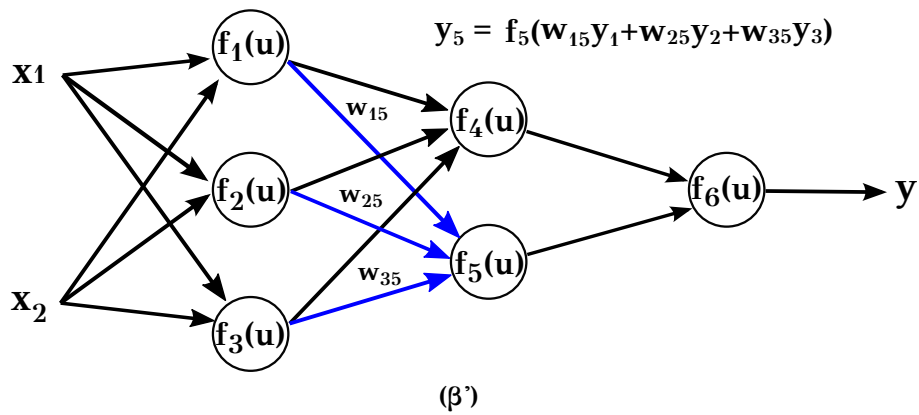
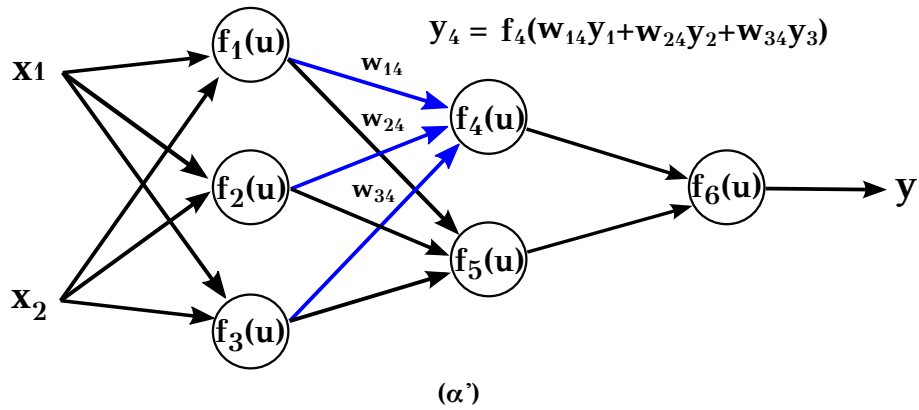
Δεν είναι εφικτό να υπολογιστεί το σφάλμα για τα κρυμμένα επίπεδα του δικτύου απευθείας, διότι οι τιμές εξόδου για τους νευρώνες αυτούς είναι άγνωστες. Η ιδέα είναι να διαδοθεί το σφάλμα δ (υπολογιζόμενο σε κάθε βήμα) προς τα πίσω σε όλους τους νευρώνες, όπου τα σήματα εξόδου ήτανε σήματα εισόδου για τον εκάστοτε νευρώνα (Γράφημα 4.7).

Οι συντελεστές των βαρών w_{mn} που χρησιμοποιούνται για την προς τα πίσω

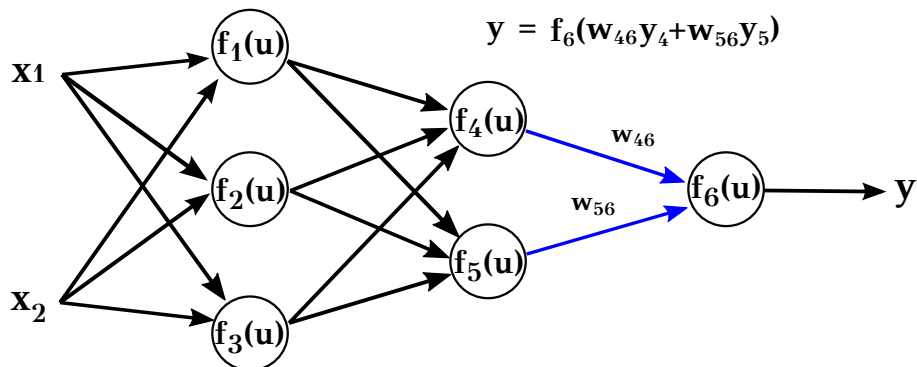
4.2. Γραφική προσέγγιση υλοποίησης back-propagation αλγορίθμου



Σχήμα 4.3: Διάδοση του σήματος μέσα στο δίκτυο

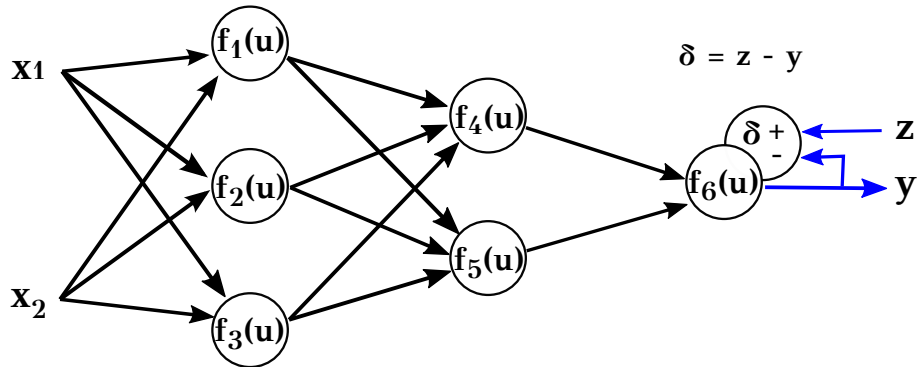


Σχήμα 4.4: Διάδοση του σήματος στα κρυμμένα επίπεδα του δικτύου

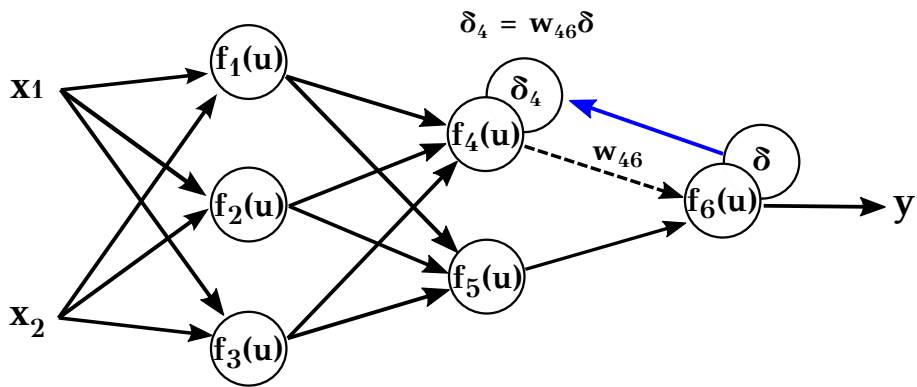


Σχήμα 4.5: Διάδοση του σήματος στο επίπεδο εξόδου του δικτύου

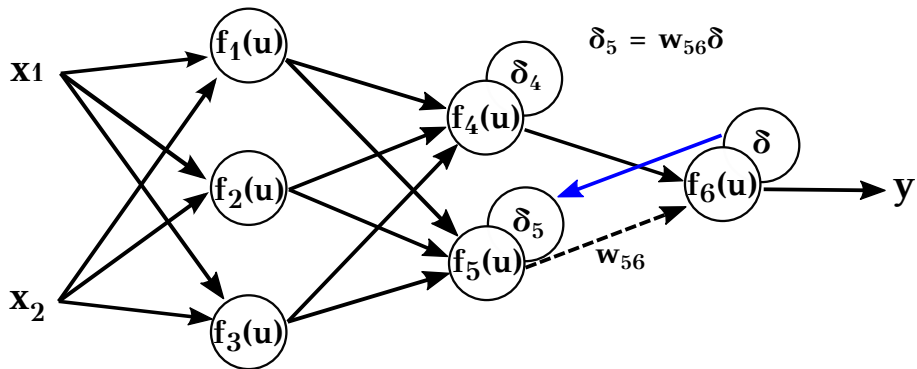
4.2. Γραφική προσέγγιση υλοποίησης back-propagation αλγορίθμου



Σχήμα 4.6: Σύγκριση του σήματος εξόδου με το επιθυμητό αποτέλεσμα

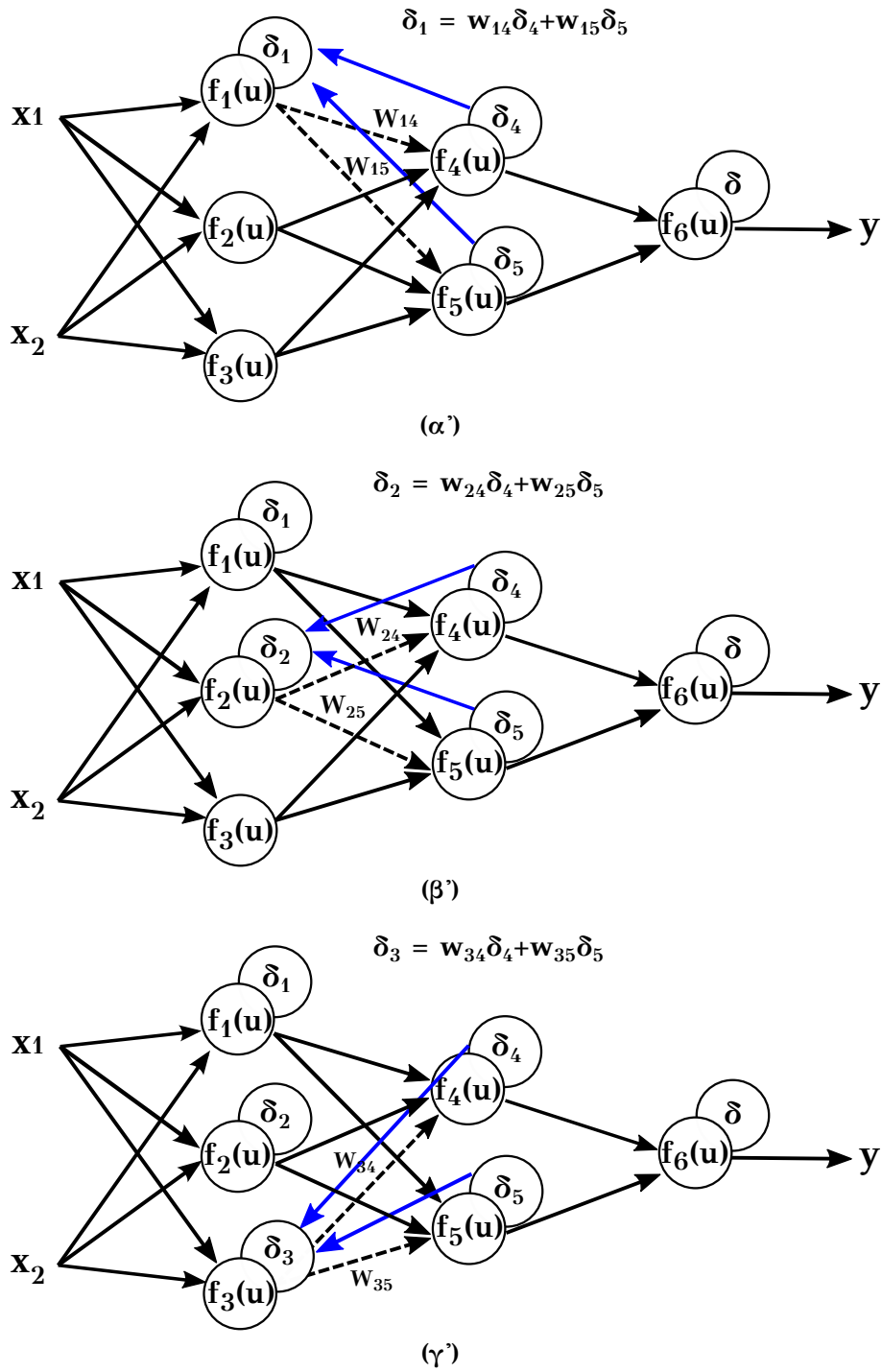


(α')



(β')

Σχήμα 4.7: Διάδοση του σφάλματος στα κρυμμένα επίπεδα του δικτύου



Σχήμα 4.8: Διαδιδόμενο σφάλμα από περισσότερους του ενός νευρώνες μέσα στο δίκτυο

4.3. Τοπογραφία και εκτροπομετρία

διάδοση του σφάλματος είναι ίσοι με αυτούς που χρησιμοποιήθηκαν κατά τον υπολογισμό της τιμής εξόδου. Μόνο η κατεύθυνση της ροής δεδομένων αλλάζει (τα σήματα διαδίδονται από την έξοδο προς την είσοδο το ένα μετά το άλλο). Αυτή η τεχνική χρησιμοποιείται σε όλα τα επίπεδα. Αν τα διαδιδόμενα σφάλματα προέρχονται από περισσότερους του ενός νευρώνες τότε προστίθενται όπως φαίνεται στο γράφημα 4.8.

Όταν έχει υπολογιστεί το σφάλμα για κάθε νευρώνα, οι συντελεστές βάρους του κάθε κόμβου εισόδου πρέπει να αναπροσαρμοστούν. Στα παρακάτω γραφήματα, 4.9, το $\frac{df(u)}{du}$ αναπαριστά την παράγωγο της συνάρτησης ενεργοποίησης του νευρώνα (ποια βάρη αναπροσαρμόζονται).

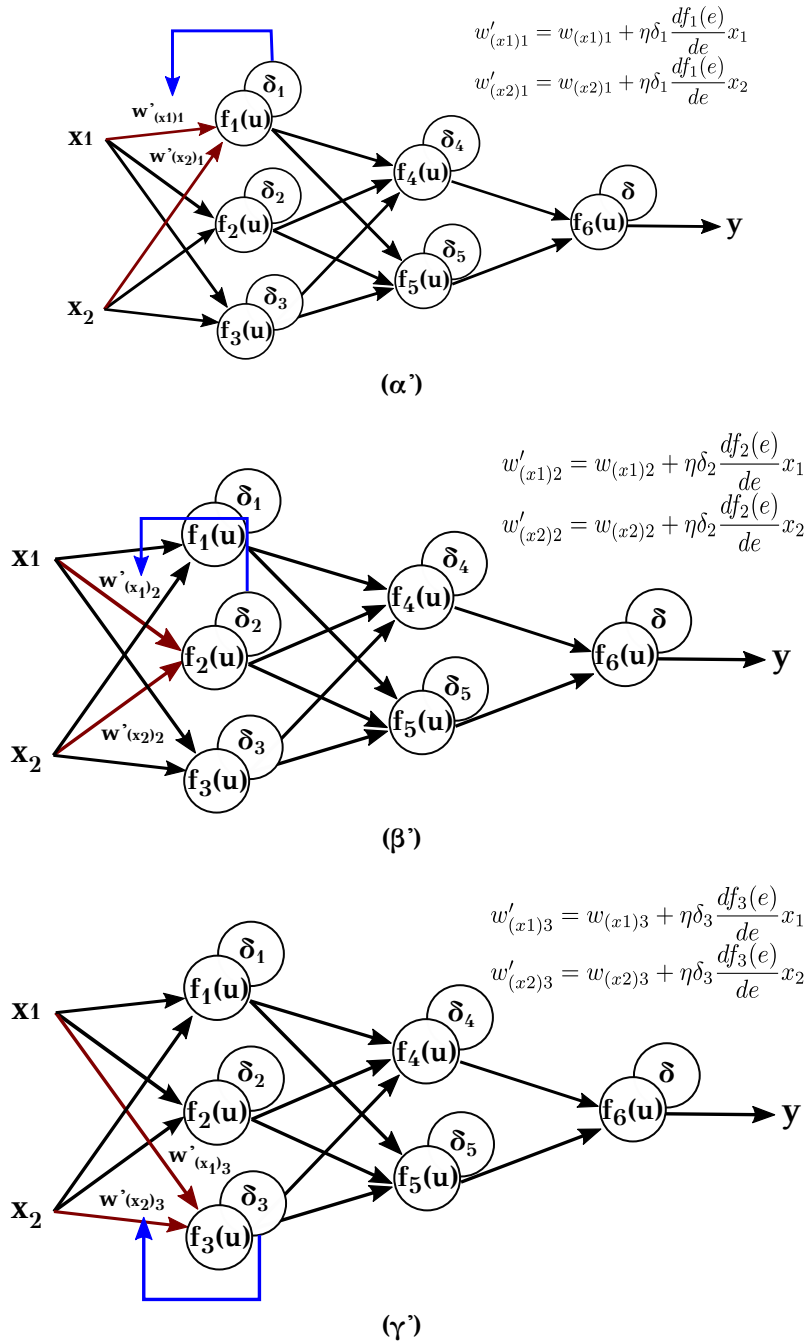
Ο συντελεστής η επηρεάζει την ταχύτητα εκπαίδευσης του δικτύου. Υπάρχουν κάποιες τεχνικές για την επιλογή αυτής της παραμέτρου. Στην πρώτη μέθοδο, η διαδικασία εκπαίδευσης ξεκινάει με μια μεγάλη τιμή της παραμέτρου. Καθώς οι συντελεστές καθορίζονται, η παράμετρος σταδιακά ελαττώνεται. Στην δεύτερη μέθοδο, η οποία είναι και πιο περίπλοκη, η εκπαίδευση ξεκινάει με μια μικρή τιμή για την παράμετρο. Κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης η παράμετρος αυξάνεται όταν η εκπαίδευση έχει προχωρήσει και μετά ελαττώνεται ξανά στο τελικό στάδιο. Ξεκινώντας την διαδικασία εκπαίδευσης με μικρή τιμή της παραμέτρου δίνεται η δυνατότητα να καθοριστούν τα σημάδια των συντελεστών βάρους.

4.3 Τοπογραφία και εκτροπομετρία

Για την διαπίστωση της ύπαρξης ανωμαλιών στην επιφάνεια του κερατοειδούς αναπτύχθηκαν διάφορες τεχνικές απεικόνισης αυτής της διαθλαστικής επιφάνειας του οφθαλμού, όπως η κερατομετρία και η τοπογραφία κερατοειδούς.

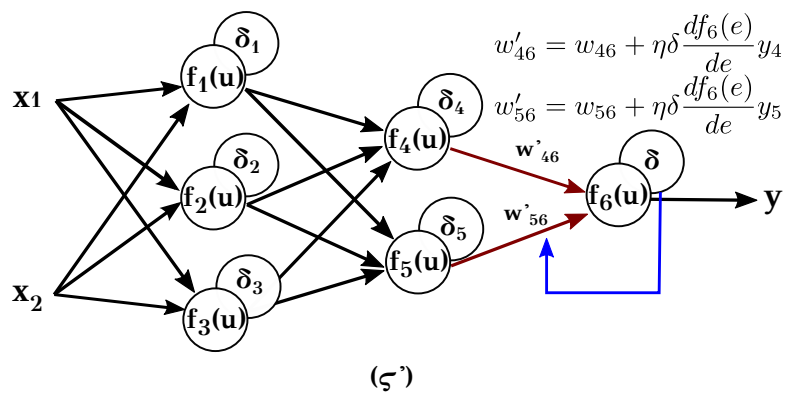
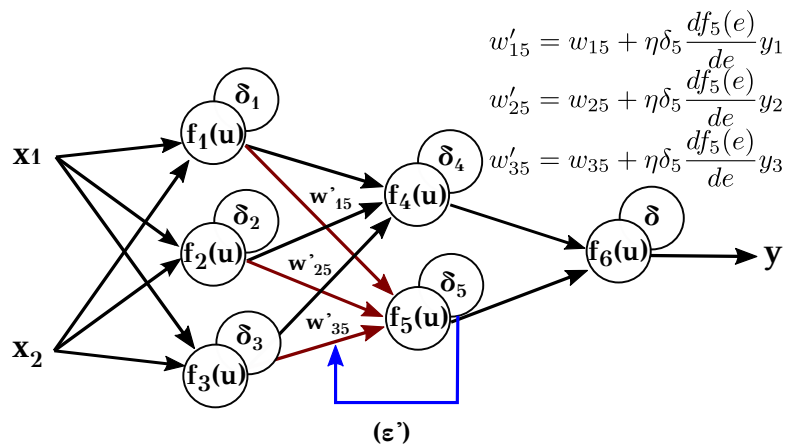
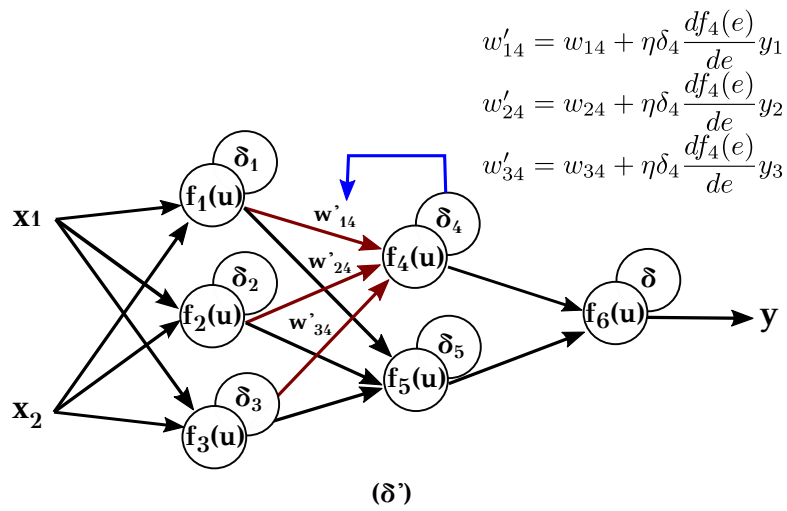
4.3.1 Τοπογραφία κερατοειδούς

Η τοπογραφία κερατοειδούς είναι μια εξέταση με ειδική βαρύτητα στη διαθλαστική χειρουργική καθώς δίνει σημαντικές πληροφορίες για τη φυσιο-



Σχήμα 4.9: Διαδικασία αναπροσαρμογής των βαρών των συνδέσεων του κάθε νευρώνα του δικτύου

4.3. Τοπογραφία και εκτροπομετρία



Σχήμα 4.9: Διαδικασία αναπροσαρμογής των βαρών των συνδέσεων του κάθε νευρώνα του δικτύου

λογική αρχιτεκτονική του κερατοειδή και τη δυνατότητα επέμβασης επάνω του. Για παράδειγμα μια τοπογραφική εικόνα κερατόκωνου 4.10 αποκλείει σχεδόν αμέσως τον ασθενή από μια επέμβαση διόρθωσης μυωπίας [19].

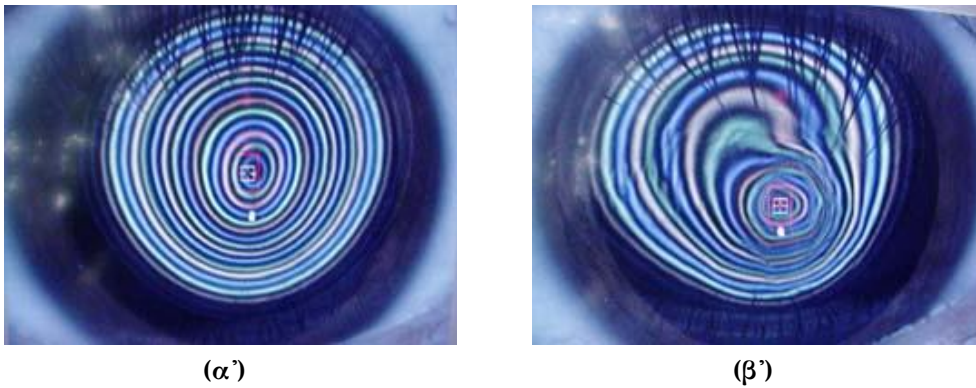
Τα τελευταία χρόνια οι απεικονιστικές τεχνολογίες του κερατοειδούς, μεταξύ των οποίων και η τοπογραφία κερατοειδούς, έχουν αναπτυχθεί σε υπέρμετρο βαθμό. Από την απλουστευμένη φωτογράφιση της ανάκλασης των δακτυλίων (mires) του placido disc (της φωτοκερατοσκοπίας) στο ξεκίνημα της τεχνολογίας, μέχρι τη σημερινή συνδυαστική χαρτογραφική τεχνολογία του κερατοειδούς, η παρεχόμενη πληροφορία της τοπογραφικής απεικόνισης του κερατοειδούς εμπλουτίστηκε σταδιακά με πολύπλοκη ανάλυση και εξαιρετική χαρτογραφική λεπτομέρεια.

Η μεγάλη πλειοψηφία των τοπογραφικών συσκευών που υπάρχει σήμερα βασίζεται στην τοπογραφία Placido disk (Εικόνα 4.11). Στηρίζονται στην ίδια οπτική αρχή με αυτή του κερατόμετρου, δηλαδή από το μέγεθος της κερατοειδικής ανάκλασης υπολογίζεται η καμπυλότητα του κερατοειδούς, με τη διαφορά ότι η τοπογραφία μπορεί να καλύψει μεγαλύτερη έκταση. Συγκεκριμένα, λαμβάνουν σημεία μέτρησης από το όριο της ανάκλασης του δακτυλίου, δηλαδή βασίζονται στην εναλλαγή της αντίθεσης μεταξύ της φωτεινής ανάκλασης στον σκοτεινό υπόλοιπο κερατοειδή. Για να πάρουμε καλές τοπογραφίες, λοιπόν, καλό θα ήταν να τις πραγματοποιούμε σε όσο πιο σκοτεινό περιβάλλον γίνεται.

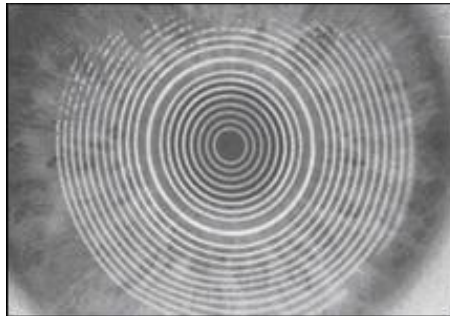
Υπάρχουν τριών ειδών επίπεδα τοπογραφίας σχετιζόμενα με τον κερατοειδή που βασίζονται σε διαφορετικές τεχνολογικές αρχές:

- *Καμπυλομετρική τοπογραφία.* Η τεχνολογία του placido disc παρέχει μεγάλο όγκο κλινικής πληροφορίας και είναι απαραίτητη για τον ειδικό στην παθολογία του κερατοειδούς, το χειρουργό του πρόσθιου ημιμορίου του οφθαλμού και τον εφαρμοστή φακών επαφής.
- Η τεχνολογία προβολής είναι αυτή που επέτρεψε την ακριβή μέτρηση των υψομετρικών διαφορών των επιφανειών του κερατοειδούς. Η *υψομετρική τοπογραφία*, όπως λέγεται σε αντιστοιχία με την καμπυλομετρική το-

4.3. Τοπογραφία και εκτροπομετρία



Σχήμα 4.10: (α') Ανακλάσεις από κερατοειδή με ανερχόμενο κερατόκωνο και (β') ανακλάσεις από κερατοειδή με κερατόκωνο



Σχήμα 4.11: Ανακλάσεις-είδωλα των ομόκεντρων δακτυλίων Placido από φυσιολογικό κερατοειδή

πογραφία, έχει συμβάλει καταλυτικά στην εφαρμογή της διαθλαστικής χειρουργικής.

- Η *αμπερρομετρική τοπογραφία* του οφθαλμού και του κερατοειδούς επέτρεψε τη λεπτομερή ανάλυση των οπτικών ιδιοτήτων του οφθαλμού σε επίπεδο εκτροπών υψηλής τάξης. Η αμπερρομετρική τοπογραφία επιτρέπει την εξατομικευμένη οπτική μελέτη και είναι απαραίτητη στην customized φωτοδιαθλαστική αφαίρεση.

Η συνδυαστική αξιολόγηση και των τριών τεχνολογιών αποτελεί την ιδανική κλινική προσέγγιση, είτε για τους ασθενείς με διαθλαστικά προβλήματα που

προκαλούνται απο παθολογικές καταστάσεις του κερατοειδούς, είτε για την προεγχειρητική επιλογή και τη μετεγχειρητική αξιολόγηση των ασθενών στη διαθλαστική χειρουργική.

4.3.2 Εκτροπομετρία

Αναφερθήκαμε στις τεχνικές της κερατομετρίας και της τοπογραφίας, βασιζόμενοι στο ότι ο κερατοειδής είναι υπεύθυνος για το μεγαλύτερο μέρος της διαθλαστικής ισχύος του οφθαλμού, και άρα, των όποιων σφαλμάτων του. Ωστόσο, το μάτι δεν είναι μόνο ο κερατοειδής. Σφάλματα προκύπτουν από τη διαθλαστική δράση όπως των οπτικών στοιχείων του οφθαλμού.

Με την ανάπτυξη της **εκτροπομετρίας** ή **τοπογραφίας μετώπου κύματος**, γνωστή ως *ocular wavefront aberrometry*, μπορούμε να έχουμε μια αντικειμενική, κλινικά εφαρμόσιμη εκτίμηση της κατάστασης. Οι διατάξεις τοπογράφησης σφαλμάτων, τα εκτροπόμετρα, επιτρέπουν τη λεπτομερή καταγραφή και ανάλυση του μετώπου κύματος που διέρχεται μέσα από το οπτικό σύστημα του οφθαλμού, και στη συνέχεια αναλύουν το μέτωπο αυτό στις διαταραχές από το οποίο αυτό αποτελείται [20].

4.3.3 Αναπαράσταση και ανάλυση μετώπου κύματος

Κλινικό ενδιαφέρον παρουσιάζει η παρουσία εκτροπών υψηλής τάξης στη διαθλαστική χειρουργική και ενίοτε στη διαγνωστική οπτική διερεύνηση. Σημαντικές εκτροπές υψηλής τάξης παρουσιάζει το 15% του γενικού πληθυσμού. Ο εντοπισμός τους αποτελεί την πρωταρχική κίνηση στη διαδικασία της εφαρμογής της *wavefront-guided* αφαίρεσης ή για την ερμηνεία μιας όρασης με κακή ποιότητα μετά τη διόρθωση του σφαιρικού κυλινδρικού σφάλματος.

Ο πιο κοινός τρόπος για την αναπαράσταση των εκτροπών μετώπου κύματος ενός οπτικού συστήματος είναι η χρήση πολυωνύμων, από τα οποία με κατάλληλες μαθηματικές σχέσεις μπορούν να προκύψουν οι μετρικές της ποιότητας του ειδώλου.

Πολυώνυμα Zernike

Τα πολυώνυμα Zernike εκφράζονται σε πολικές συντεταγμένες με μια ακτινική συνάρτηση $F(\rho)$ και μια αζιμουθιακή $G(\theta)$, δηλαδή μπορούν να εκφραστούν ως $Z_{n,m} = F_{n,m}(\rho)G_m(\theta)$, όπου n είναι ο ακέραιος κύριος ή ακτινικός δείκτης και m ο ακέραιος δευτερεύων ή αζιμουθιακός δείκτης.

Ο κύριος δείκτης παίρνει όλες τις θετικές ακέραιες τιμές, δηλαδή τα πολυώνυμα αυτά είναι, θεωρητικά, απεριόριστα. Ο δευτερεύων δείκτης είναι πάντα άρτιος για άρτιο και πάντα περιττός για περιττό κύριο δείκτη, και ισχύει $|m| \leq n$. Για παράδειγμα για $n = 3$ έχουμε $m = \pm 1$ και ± 3 .

Μερικά χαρακτηριστικά των πολυωνύμων είναι:

- Η ακτινική (radial) συνάρτηση $F(\rho)$ είναι ένα πολυώνυμο τάξης ή βαθμού n . Ο ακέραιος n είναι η μεγαλύτερη δύναμη στην οποία είναι υψωμένη η ακτινική παράμετρος ρ . Ανάλογα με τον αν είναι ο ακέραιος n άρτιος ή περιττός, είναι αντίστοιχα η συνάρτηση άρτια, δηλαδή $F(\rho) = F(-\rho)$ ή περιττή, δηλαδή $F(\rho) = -F(-\rho)$.
- Υπάρχουν $n + 1$ πολυώνυμα n τάξης και αποτελούν ειδικές περιπτώσεις των πολυωνύμων Jacobi:

$$F_{n,m}(\rho) = \sum_{s=0}^{(n-|m|)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! \left[\frac{(n+|m|-s)}{2} \right]! s! \left[\frac{(n-|m|-s)}{2} \right]! \rho^{n-2s}} \quad (4.1)$$

- Τα πολυώνυμα είναι μεταξύ τους ορθογώνια στο εσωτερικό ενός μοναδιαίου κύκλου, δηλαδή για $0 < \rho < 1$:

$$\int_0^1 F_{n,m}(\rho) F_{n',m'}(\rho) \rho d\rho = \frac{1}{2(n+1)} \delta(n, n') \quad (4.2)$$

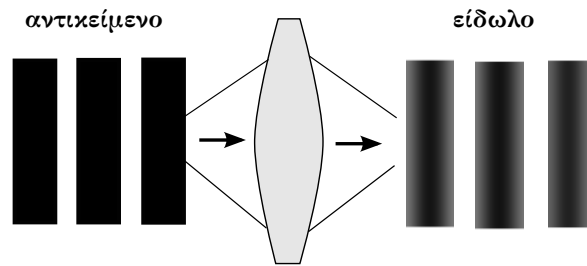
όπου $\delta(n, n')$ η συνάρτηση Kronecker. Το ολοκλήρωμα έχει τιμή μηδέν, εκτός αν συμπίπτουν οι κύριοι δείκτες n και n' .

Τάξη n, m	Ακτινικό πολυώνυμο $F_{n,m}(\rho)$
$n = 0, m = 0$	$F_{0,0}(\rho) = 1$
$n = 1, m = \pm 1$	$F_{1,\pm 1}(\rho) = \rho$
$n = 2, m = 0$	$F_{2,0}(\rho) = -1 + 2\rho^2$
$n = 2, m = \pm 2$	$F_{2,\pm 2}(\rho) = 2\rho^2$
$n = 3, m = \pm 1$	$F_{3,\pm 1}(\rho) = \rho(-2 + 3\rho^2)$
$n = 3, m = \pm 3$	$F_{3,\pm 3}(\rho) = \rho^3$

Πίνακας 4.1: Τα πρώτα ακτινικά πολυώνυμα Zernike

- Η αζιμουθιακή συμμετρία $G_m(\theta)$ είναι τριγωνομετρική, τάξης m . Έχει περιστροφική συμμετρία, είναι συνεχής και επαναλαμβάνεται κάθε $\alpha = 2\pi/m$ rad. Περιστρέφοντας το σύστημα αναφοράς κατά γωνία α η συνάρτηση γράφεται $G(\theta + \alpha) = G(\theta)G(\alpha)$. Συναντάμε εκφράσεις της μορφής $G_m(\theta) = \sin(m\theta)$ ή $\cos(m\theta)$.
- Ο ακέραιος m είναι πολύ γνωστός και ως multipolar parameter, και εκφράζει το βαθμό εξάρτησης του πολυωνύμου από τη γωνία. Αν η τιμή του m είναι μηδέν, κάτι που εμφανίζεται μόνο σε άρτια n , η συνάρτηση -δηλαδή το αντίστοιχο σφάλμα- έχει περιστροφική συμμετρία ως προς τον οπτικό άξονα. Αυτό το συναντάμε όχι μόνο στην αφεστίαση, αλλά και στο σφαιρικό σφάλμα και στα ανώτερης τάξης παράγωγά του. Μεγάλη τιμή του m σημαίνει πολύπλοκη εξάρτηση από τη γωνία.

Κάθε πολυώνυμο Zernike, που λέγεται και ρυθμός (mode), μπορεί να αναπαρασταθεί στο χώρο με μια τρισδιάστατη επιφάνεια μέσα σε ένα κύκλο με ακτίνα τη μονάδα. Εκτελέσαμε το αρχείο κώδικα *ZernikePolynomial* μέσω του πακέτου MATLAB® για τιμές του n από 1 έως 6. Το m μπορεί να πάρει τιμές από $-n, -n+2, \dots, n+2, n$. Το αποτέλεσμα ήταν η διδιάστατη και τριδιάστατη απεικόνιση των πολυωνύμων Zernike όπως φαίνεται στις παρακάτω εικόνες του παραρτήματος Α'1.



Σχήμα 4.12: Sine chart, αντικείμενο, και είδωλο με μικρότερη ευκρίνεια

4.4 Χαρακτηρισμός οξύτητας ειδώλου

Ένα μετρήσιμο κριτήριο ποιότητας ειδώλου είναι η συνάρτηση μεταφοράς διαμόρφωσης (modulation transfer function MTF). Η MTF μας δίνει ποσοτικά την ικανότητα ενός οπτικού συστήματος - στην πιο απλή περίπτωση, ένας συγκλίνων φακός- να μεταφέρει την αντίθεση (contrast) από ένα αντικείμενο στο είδωλό του (Εικόνα 4.12). Παρατηρούμε πως στο είδωλο κάποιες γραμμώσεις χάνουν την ευκρίνειά τους, και μάλιστα όσο πιο λεπτές -πυκνές- είναι, τόσο λιγότερο ευδιάκριτες γίνονται. Από ένα σημείο και μετά δεν είναι δυνατό να γίνει αντιληπτή η αντίθεση μεταξύ μιας μαύρης και μιας λευκής γραμμής, υπάρχει δηλαδή ένα όριο στο πόσο πυκνές γραμμές μπορούμε να παρατηρούμε.

Η MTF εκφράζει με ποια ευκρίνεια απεικονίζεται μια πυκνότητα γραμμώσεων στο είδωλο, δηλαδή πόσο καλά φαίνονται κάποιες γραμμές ανά χιολιοστό (*times/mm*). Η πυκνότητα των γραμμώσεων καθορίζει τη χωρική συχνότητα: πυκνότερες γραμμές για μεγαλύτερες συχνότητες.

Ας μελετήσουμε λίγο την Εικόνα 4.12. Στο αντικείμενο η φωτεινότητα μεταβάλλεται από μια μέγιστη τιμή T_{MAX} -λευκές λωρίδες- σε μια ελάχιστη τιμή, T_{MIN} -μαύρες ζώνες- με ημιτονική μορφή (sine chart). Ο λόγος διαμόρφωσης φωτεινότητας αντικειμένου ορίζεται ως:

$$u_{OB} = \frac{T_{MAX} - T_{MIN}}{T_{MAX} + T_{MIN}} \quad (4.3)$$

Μέσα από ένα σύστημα απεικόνισης προκύπτει το είδωλο. Έτσι απεικονί-

ζουμε μια συγκεκριμένη χωρική συχνότητα. Στο είδωλο έχουμε και πάλι μια μέγιστη φωτεινότητα I_{MAX} -σχεδόν λευκές λωρίδες- και μια ελάχιστη I_{MIN} -σχεδόν μαύρες ζώνες. Το πλήρως μαύρο και το πλήρως λευκό δν υπάρχει πια, έχει μειωθεί η αντίθεση ανάμεσα στο φωτεινότερο και το σκοτεινότερο σημείο. Ο λόγος διαμόρφωσης φωτεινότητας ειδώλου ορίζεται ως:

$$u_{IM} = \frac{I_{MAX} - I_{MIN}}{I_{MAX} + I_{MIN}} \quad (4.4)$$

και είναι μικρότερος από τη διαμόρφωση φωτεινότητας του αντικειμένου. Ο λόγος των διαμορφώσεων φωτεινότητας ειδώλου προς αντικείμενο ορίζει τη συνάρτηση μεταφοράς διαμορφωσης MTF:

$$MTF = \frac{u_{IM}}{u_{OB}} \quad (4.5)$$

Σε ένα ιδανικό σύστημα εστίασης χωρίς χωρικό περιορισμό της δέσμης το είδωλο έχει πάντα την ίδια ακριβώς αντίθεση όπως και το αντικείμενο, και η MTF είναι μονάδα. Αυτό στην πραγματικότητα δεν συμβαίνει. Ο λόγος διαμόρφωσης φωτεινότητας στο είδωλο είναι μικρότερος από ότι στο αντικείμενο, και έτσι η τιμή της MTF είναι μικρότερη της μονάδας.

Δεν μπορούμε πλέον να διακρίνουμε στο είδωλο γραμμώσεις όταν η αντίθεση μεταξύ λευκού και μαύρου χαθεί εντελώς, δηλαδή $I_{MAX} = I_{MIN}$. Για αυτές τις συχνότητες που δεν διακρίνονται η τιμή της MTF μηδενίζεται. Η μεγαλύτερη χωρική συχνότητα, η πιο πυκνή που μπορεί να γίνει αντιληπτή, λέγεται συχνότητα αποκοπής (cut-off frequency).

Θέτουμε την μέγιστη τιμή της χωρικής συχνότητας που μπορούμε να διακρίνουμε (συχνότητα αποκοπής) αυθαίρετα ίση με τη μονάδα, κι έτσι όλες οι άλλες αντιστοιχούν σε κλάσμα της συχνότητας αποκοπής. Μπορούμε να εκτιμήσουμε τη συχνότητα αποκοπής για ιδανικές, diffraction-limited, περιπτώσεις απεικόνισης από το κριτήριο Rayleigh. Συγκεκριμένα, δύο γειτονικά σημεία παύουν να είναι ευδιάκριτα όταν το $1/2$ του εύρους, δηλαδή της ακτίνας του περιθλαστικού σχηματισμού ενός σημειακού ειδώλου βρεθεί στο μέγιστο του άμεσα γειτονικού του. Έτσι, για ένα κυκλικό άνοιγμα η συχνότητα αποκοπής δίνεται:

$$f_{αποκοπής} = \frac{1.22 D}{f \lambda} \quad (4.6)$$

4.4. Χαρακτηρισμός οξύτητας ειδώλου

όπου D είναι η διάμετρος του κυκλικού ανοίγματος και f η απόσταση από το δεσμικό σημείο. Για τον οφθαλμό χρησιμοποιούμε $f \approx 22.8mm$, D τη διάμετρο της κόρης, και για λ το μήκος κύματος διά τη μέση τιμή του δείκτη διάθλασης, 1.34. Έτσι, η σχέση 4.6 γράφεται:

$$f_{\text{αποκοπής οφθαλμού}} = \frac{1.22}{f} \frac{D}{\lambda} = \frac{1.221.34}{22.8mm} \frac{D(mm)}{\lambda(mm)} = 71.7 \frac{D(mm)}{\lambda(mm)} \quad (4.7)$$

Η χωρική συχνότητα αποκοπής έχει διαστάσεις αντίστροφου μήκους, και εκφράζεται σε γραμμές ανά χιλιοστό, $lines/mm$. Συχνά χρησιμοποιούμε το $cycle/degree$, ένα ζεύγος μαύρης και λευκής λωρίδας ($cycle$) ανά μούρα ($degree$). Με τη σταθερά μετατροπής $1mm \leftrightarrow 3.345$ έχουμε:

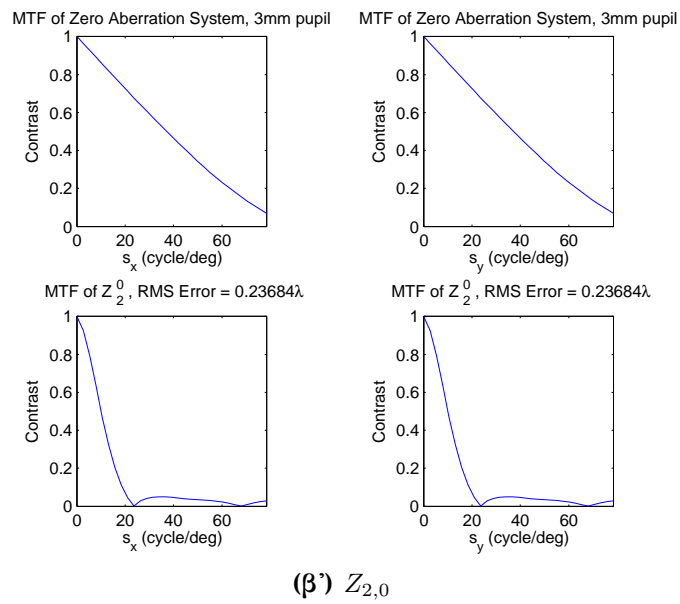
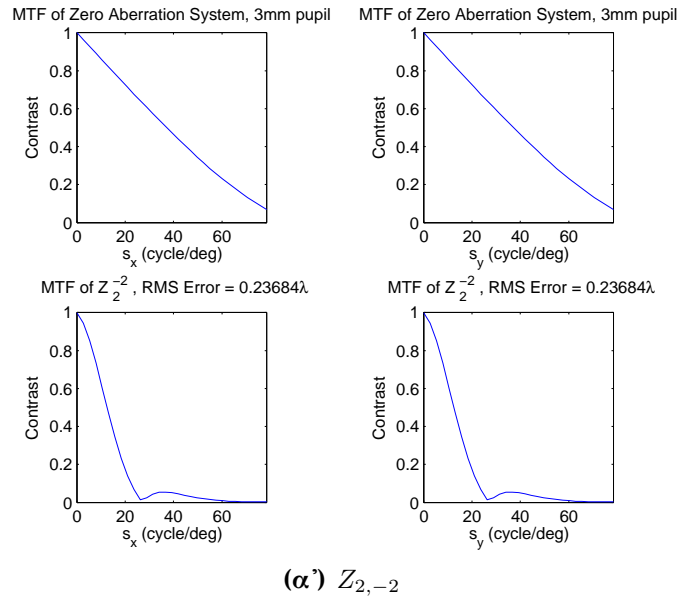
$$1 \frac{cycle}{degree} = \frac{2lines}{1} \approx 6.66 \frac{lines}{mm} \quad (4.8)$$

Οι ιδανικές, diffraction-limited εκφράσεις για τη συχνότητα αποκοπής στον οφθαλμό είναι [20]:

$$f_{\text{αποκοπής οφθαλμού}} = 71.7 \frac{D(mm)}{\lambda(mm)} \frac{lines}{mm} = 10.8 \frac{D(mm)}{\lambda(mm)} \frac{cycle}{degree} \quad (4.9)$$

Στην εικόνα 4.13 απεικονίζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης MTF για σταθερή τιμή μήκους κύματος $\lambda = 570nm$, τιμή του $n = 2$ και τιμή διαμέτρου κόρης $D = 3mm$. Μπορούμε να παρατηρήσουμε την διαφορά που παρουσιάζουν οι γραφικές παραστάσεις για ένα ιδανικό σύστημα εστίασης -zero aberration system- (επάνω) και αυτές για ένα σύστημα με διαταραχές (κάτω). Μέσω του πακέτου MATLAB® εκτελέσαμε το αρχείο κώδικα *ZernikePolynomialMTF* για τιμές του n από 1 έως 6. Όπως φαίνεται στο παράρτημα Β', στην έξοδο πήραμε την καμπύλη της συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης Β'.1 και την αναπαράσταση αυτής σε διδιάστατη μορφή Β'.2.

Εκτός από την συνάρτηση μεταφοράς διαμόρφωσης, MTF, μια άλλη συνάρτηση που χρησιμοποιείται είναι η συνάρτηση ανάπτυξης σημείου (*impulse response* ή *point spread function PSF*). Η PSF περιγράφει την κατανομή φωτεινότητας στο αμφιβληστροειδικό είδωλο που προέρχεται από το πιο απλό



Σχήμα 4.13: Καμπύλη συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 2$

4.4. Χαρακτηρισμός οξύτητας ειδώλου

γεωμετρικό αντικείμενο, μια σημειακή πηγή. Μας δίνει μια άμεση εποπτική εικόνα για το ποιο είναι το είδωλο από ένα αντικείμενο-σημείο μέσα από ένα συγκεκριμένο οπτικό σύστημα, όπως ο οφθαλμός. Η PSF εκφράζεται στο χώρο του ειδώλου σε μονάδες μήκους, έχει εμβαδό διατομής (σε m^2), και ύψος (σε m).

Αν μιλάμε για γωνιακή διακριτική ικανότητα -η οπτική οξύτητα είναι ακριβώς αυτό- τότε τα μεγέθη στην PSF εκφράζονται σε ποσά ανάλογα της στοιχειώδους γωνίας περίθλασης λ/D . Η αντικειμενική εκτίμηση της οπτικής οξύτητας γίνεται με απλές μετρήσεις στην PSF: όσο λιγότερο ευρεία ή όσο περισσότερο οξεία είναι η PSF, τόσο καλύτερα. Εκτελώντας το αρχείο κώδικα *ZernikePolynomialPSF*, για τιμές του n από 1 έως 6, πήραμε την καμπύλη της συνάρτησης ανάπτυξης σημείου $\Gamma^{\circ}.1$ και την διδιάστατη αναπαράστασή της $\Gamma^{\circ}.2$. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στο παράρτημα Γ° . Επίσης να αναφέρουμε ότι οι εικόνες αφορούν σε διάμετρο κόρης $D = 4mm$ και μήκος κύματος $\lambda = 570nm$.

4.4.1 Σχολιασμός αποτελεσμάτων προσομοίωσης των συναρτήσεων MTF και PSF

Η έκφραση της MTF σχετίζεται με τη διδιάστατη κατανομή φωτεινότητας του ειδώλου ενός ιδανικού σημείου, τη συνάρτηση ανάπτυξης σημείου μέσω ενός μετασχηματισμού Fourier. Με τα σύμβολα \mathcal{F} και \mathcal{F}^{-1} να δηλώνουν τον ευθύ και τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier, αντίστοιχα, γράφουμε:

$$PSF = \mathcal{F} \{MTF\} \text{ και } MTF = \mathcal{F}^{-1} \{PSF\} \quad (4.10)$$

Αν συγκρίνουμε τις εικόνες B'.4ε', B'.6β' της MTF με τις αντίστοιχες εικόνες $\Gamma^{\circ}.4ε'$, $\Gamma^{\circ}.6β'$ της PSF, θα παρατηρήσουμε πως όσο πιο εκτεταμένη είναι η MTF στο χώρο των χωρικών συχνοτήτων, τόσο πιο οξεία είναι η PSF, άρα πιο συγκεντρωμένο το είδωλο ενός ιδανικού σημείου.

Τι συμβαίνει όμως όταν το είδωλο είναι ένα πραγματικό αντικείμενο; Αρκεί να επεκτείνουμε το σημειακό αντικείμενο σε πολλά γειτονικά σημεία. Το είδωλο, τότε, προκύπτει αν παραθέσουμε τα είδωλα από όλα τα σημεία τα

οποία απαρτίζουν το αντικείμενο. Στην περίπτωση της συνάρτησης PSF αυτό προκύπτει αν τοποθετήσουμε τις συναρτήσεις του κάθε σημείου το ένα πάνω στο άλλο και σε κάθε σημείο υπολογίσουμε την επικάλυψη των συναρτήσεων. Μαθηματικά, μπορεί να εκφραστεί με τη συνάρτηση της συνέλιξης, με σύμβολο \otimes , ως εξής:

$$I(x) = PSF(x) \otimes O(x/M) \quad (4.11)$$

όπου, $I(x)$ η φωτεινότητα του ειδώλου, $O(x/M)$ η φωτεινότητα του αντικειμένου και M η μεγέθυνση του οπτικού συστήματος.

Σε αρκετές περιπτώσεις, ωστόσο, είναι πιο εύκολο να κάνουμε ένα απλό πολλαπλασιασμό. Ένα τέτοιο παράδειγμα αποτελεί η συνάρτηση MTF. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα της συνέλιξης και να γράψουμε:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(I(x)) &= \mathcal{F}[PSF(x) \otimes O(x/M)] = \mathcal{F}(PSF(x)) \times \mathcal{F}(O(x/M)) \\ &= MTF(x) \times o(Mx) \end{aligned} \quad (4.12)$$

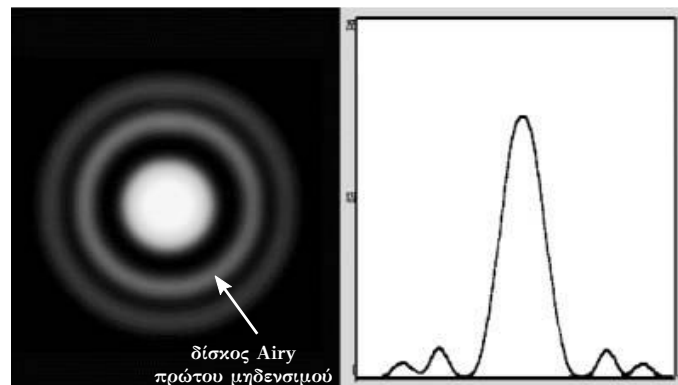
όπου $\mathcal{F}(I(x))$ το φάσμα του ειδώλου και $o(Mx)$ το φάσμα του αντικειμένου.

Στις εικόνες των προσομοιώσεων δίνονται, κάθε φορά, για λόγους σύγκρισης η περίπτωση όπου το σύστημα εστίασης είναι ιδανικό και η περίπτωση όπου στο σύστημα επισέρχονται διαταραχές. Οι συναρτήσεις MTF και PSF που πήραμε, όμως, αφορούν σε συγκεκριμένη διάμετρο κόρης. Τι θα συμβεί όταν η διάμετρος αυτή αλλάξει και πως τα σφάλματα, που δημιουργούν τις διαταραχές, επηρεάζουν την μορφή των συναρτήσεων που μελετάμε; Παρακάτω θα δούμε μερικά παραδείγματα και θα αναλύσουμε τους περιορισμούς της οπτικής οξύτητας στις δύο περιπτώσεις.

4.5 Διερεύνηση - Παρατηρήσεις

4.5.1 Οπτικό σύστημα ιδανικής εστίασης (diffraction limited)

Έστω ότι έχουμε ένα πέτασμα με κυκλικό άνοιγμα διαμέτρου D και το φωτίζουμε με σύμφωνη ακτινοβολία μήκους κύματος λ . Σε μια απόσταση z αρκετά μακριά από το άνοιγμα σχηματίζεται η περιθλαστική κατανομή που



Σχήμα 4.14: Δίσκος του Airy. Περιθλαστική κατανομή φωτεινότητας από ένα κυκλικό άνοιγμα

αντιστοιχεί στο άνοιγμα αυτό. Το φαινόμενο περιγράφεται από περίθλαση κυκλικού ανοίγματος, και μας δίνει μια εστιακή κατανομή φωτεινότητας, η οποία, στην πιο μικρή της δυνατή έκταση είναι ο δίσκος τους Airy 4.14. Πρόκειται για ένα συμμετρικό κυκλικό σχηματισμό με δακτυλίους μηδενισμού, που αντιστοιχούν στις τάξεις περίθλασης. Το μέγεθός του περιγράφεται ικανοποιητικά από τη διάμετρο του πρώτου μηδενισμού, μέσα στον οποίο περικλείεται το 85% της φωτεινής έντασης:

$$\text{διάμετρος δίσκου πρώτου μηδενισμού Airy: } 2 \times 1.22 \frac{\lambda z}{D} \quad (4.13)$$

Η διάμετρος του δίσκου Airy είναι ανάλογη του μήκους κύματος και αντίστροφα ανάλογη της διαμέτρου του κυκλικού ανοίγματος. Μπορούμε λοιπόν να θεωρήσουμε τον κεντρικό δίσκο του Airy ως το εστιακό είδωλο ενός ιδανικού μετώπου κύματος, που μπορεί να προέρχεται από ένα αντικείμενο σε μια πολύ μεγάλη απόσταση. Στην εικόνα 4.14 μπορούμε να διακρίνουμε μέχρι δύο ομόκεντρους δίσκους μειούμενης φωτεινότητας. Από τον πρώτο μηδενισμό του δίσκου Airy προκύπτει για την διακριτική ικανότητα του φακού:

$$\text{γωνιακή ακτίνα δίσκου Airy: } 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (4.14)$$

Αυτές είναι οι διαστάσεις του ιδανικά μικρότερου δυνατού εστιακού σημείου και, άρα, το όριο της διακριτικής ικανότητας όπως περιορίζεται από την περίθλαση. Για ένα φακό με διάμετρο D , γενικά θεωρούμε την ενεργό διατομή της

κόρης που περιορίζει τη φωτεινή δέσμη, που φωτίζεται με σύμφωνη ακτινοβολία με μήκος κύματος λ , αν βρίσκεται στον αέρα. Αν βρίσκεται σε ένα μέσο με κάποιο δείκτη διάθλασης $n \neq 1$, τότε αντικαθιστούμε το μήκος κύματος με λ/n . Η ενεργός διάμετρος του ματιού, η διάμετρος της κόρης, κυμαίνεται από $\approx 2mm$ για φως ημέρας έως και $8mm$ για φως νύχτας.

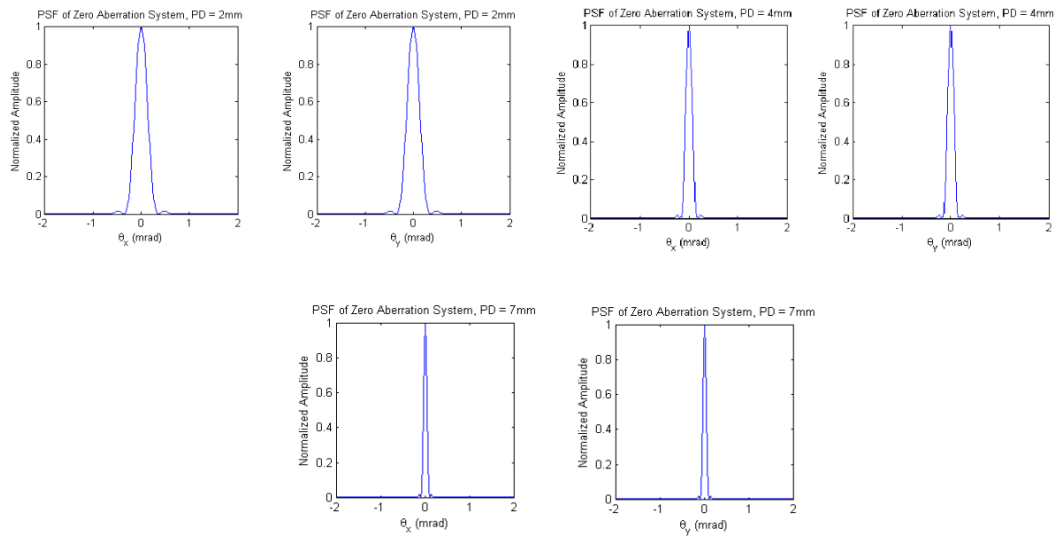
Ας υποθέσουμε τώρα ότι έχουμε ένα ιδανικό σύστημα απεικόνισης, δηλαδή που περιορίζεται μόνο από την περίθλαση. Η συνάρτηση PSF, όπως παρατηρούμε και από τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, αντιστοιχεί στον δίσκο Airy. Το πλήρες πλάτος της συνάρτησης ανάπτυξης σημείου στο μισό μέγιστο του ύψους δίνεται από την σχέση:

$$\text{πλάτος συνάρτησης PSF: FWHM} = 1.029 \times \frac{\lambda}{D} \text{ (rad)} \quad (4.15)$$

Από τη σχέση 4.15 αντιλαμβανόμαστε ότι όσο πιο μικρή είναι η διάμετρος της κόρης τόσο πιο διευρυμένη είναι, αντίστοιχα, η συνάρτηση PSF. Εκτελέσαμε το αρχείο κώδικα *ZernikePolynomialPSF* για διάφορες τιμές διαμέτρου κόρης, συγκεκριμένα για $D = 2, 4, 7mm$ και το αποτέλεσμα φαίνεται στην εικόνα 4.15. Έτσι, από μια μικρή κόρη αναμένεται ένα πιο θολό, διευρυμένο είδωλο. Αυτό βρίσκεται σε συμφωνία με την θεωρία της συνέλιξης που είδαμε νωρίτερα-όσο πιο διευρυμένη είναι η συνάρτηση ανάπτυξης τόσο πιο ασαφές θα είναι το είδωλο.

Είδαμε ότι η συνάρτηση MTF έχει τη μορφή μιας φθίνουσας συνάρτησης με μια ομαλή κλίση. Ξεκινά έχοντας τιμή 1 για μηδενική χωρική συχνότητα και καταλήγει στην τιμή 0 για τη συχνότητα αποκοπής, εκείνη που η αντίστοιχη πυκνότητα γραμμώσεων δεν μπορεί να απεικονιστεί στο είδωλο. Η μεγαλύτερη συχνότητα αποκοπής αντιστοιχεί στο αντίστροφο της ακτίνας του δίσκου Airy. Για τιμές διαμέτρου κόρης $D = 2, 4, 7mm$ εκτελέσαμε το αρχείο κώδικα *ZernikePolynomialMTF* και το αποτέλεσμα φαίνεται στην εικόνα 4.16. Παρατηρούμε ότι σε ένα ιδανικό οπτικό σύστημα για μεγάλες διαμέτρους κόρης η συνάρτηση MTF εκτείνεται σε μεγάλες τιμές χωρικών συχνοτήτων και έτσι ο περιορισμός στο φασματικό περιεχόμενο του ειδώλου προέρχεται κυρίως, από το αντικείμενο. Αντίθετα, για μικρές διαμέτρους κόρης, η συνάρτηση MTF περιορίζεται σημαντικά και έτσι αντίστοιχα, περιορίζεται το φασματικό

4.5. Διερεύνηση - Παρατηρήσεις



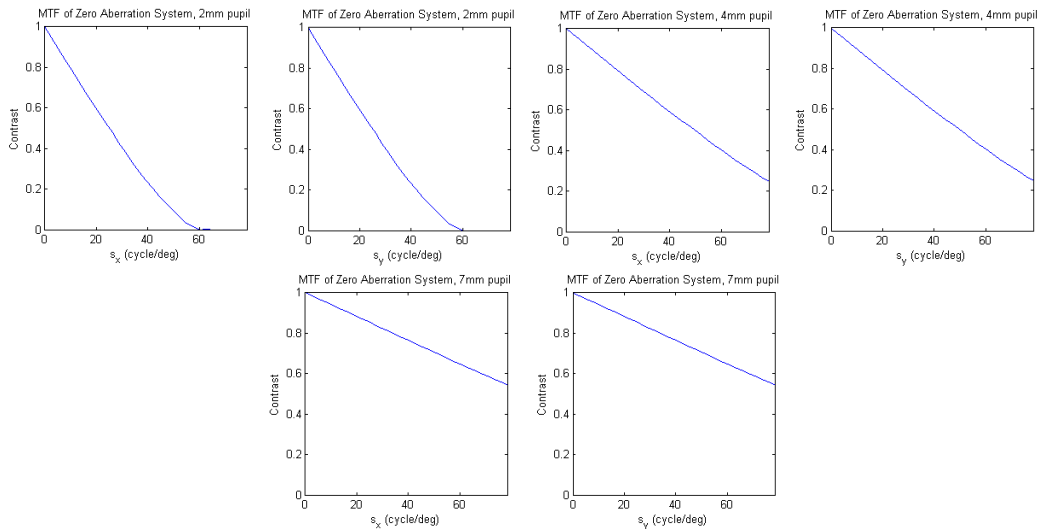
Σχήμα 4.15: Συνάρτηση PSF (ιδανικό οπτικό σύστημα) για διαφορετικές τιμές της διαμέτρου κόρης. Πάνω αριστερά και δεξιά $D = 2mm$, $D = 4mm$ αντίστοιχα και κάτω $D = 7mm$

περιεχόμενο του ειδώλου για το ίδιο ακριβώς αντικείμενο. Με άλλα λόγια, όσο μικρότερη είναι η MTF, τόσο πιο περιορισμένο θα είναι το φασματικό περιεχόμενο του ειδώλου, δηλαδή τόσο λιγότερες χωρικές συχνότητες θα περιέχει.

4.5.2 Παρουσία σφαλμάτων στο οπτικό σύστημα

Στις προηγούμενες παραγράφους ασχοληθήκαμε με την περίπτωση ενός ιδανικού οπτικού συστήματος. Σε αυτό το σημείο θα δούμε πως η παρουσία των σφαλμάτων επιδρά στην οπτική οξύτητα και ποιος είναι ο αντίκτυπος στις συναρτήσεις MTF και PSF.

Στις εικόνες των παραρτημάτων Β' και Γ' παρουσιάσαμε την επίδραση τόσο των σφαλμάτων χαμηλής τάξης όσο και των σφαλμάτων υψηλής τάξης στις συναρτήσεις MTF και PSF, αντίστοιχα. Αντιλαμβανόμαστε, πως η ύπαρξη των σφαλμάτων επιδεινώνει τόσο την συνάρτηση μεταφοράς διαμόρφωσης, MTF, όσο και την συνάρτηση ανάπτυξης σημείου, PSF. Πιο συγκεκριμένα, η



Σχήμα 4.16: Συνάρτηση MTF (ιδανικό οπτικό σύστημα) για διαφορετικές τιμές της διαμέτρου κόρης. Πάνω αριστερά και δεξιά $D = 2mm$, $D = 4mm$ αντίστοιχα και κάτω $D = 7mm$

επίδραση στην MTF εμφανίζεται ως μείωση όχι τόσο της συχνότητας αποκοπής, όσο κυρίως, του εμβαδού της. Επηρεάζονται ουσιαστικά σε μεγάλο βαθμό οι συχνότητες, για τις οποίες η διαμόρφωση φωτεινότητας ειδώλου μειώνεται δραστικά. Υπολογίζοντας το εμβαδό κάτω από κάθε καμπύλη μπορούμε ποσοτικά να εκτιμήσουμε την επίδραση των σφαλμάτων στην οπτική οξύτητα.

Στην περίπτωση της PSF, τώρα, η επίδραση των σφαλμάτων εμφανίζεται ως μείωση του κεντρικού μεγίστου και ένα άπλωμα της συνάρτησης στο χώρο. Το πλάτος της συνάρτησης μεγαλώνει σημαντικά. Όπως και στην περίπτωση ενός ιδανικού οπτικού συστήματος, έτσι και στην περίπτωση της ύπαρξης σφαλμάτων μπορούμε να υπολογίσουμε το είδωλο πάλι από τη θεωρία της συνέλιξης. Το ότι η συνάρτηση ανάπτυξης σημείου είναι διευρυμένη αντικατοπτρίζεται σε ένα πιο θολό, ασαφές σχήμα του ειδώλου.

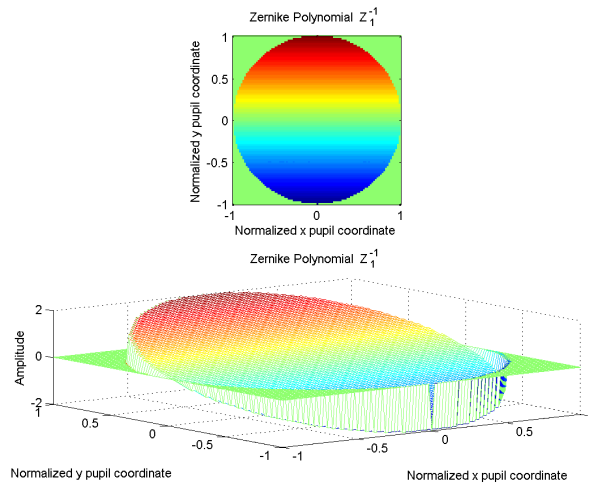
Σε όλα τα παραπάνω παραδείγματα, όπως έχουμε αναφέρει, διατήρησαμε σταθερή την διάμετρο της κόρης, $D = 4mm$. Αυτό το κάναμε διότι είδαμε την εξάρτηση της MTF από τη διάμετρο της κόρης, αλλά κυρίως γιατί υπάρχει η τάση η επίδραση των σφαλμάτων υψηλής τάξης να αυξάνεται δραματικά με

την αύξηση της διαμέτρου της κόρης. Σύμφωνα με μελέτες [21] που έχουν διεξαχθεί για διάμετρο κόρης 2 και 4 mm έχουμε μικρό ποσοστό εκτροπών, ενώ για κόρη στα 6 ή και τα 8 mm διάμετρο η σφαιρική εκτροπή αυξάνεται δραματικά. Κάτι αντίστοιχο συμβαίνει και στην περίπτωση της συνάρτησης PSF. Σύμφωνα με τα όσα έχουμε πει περιμένουμε με την αύξηση της διαμέτρου της κόρης η PSF να μειώνεται οπότε να έχουμε και καλύτερη οπτική οξύτητα. Αντίθετα, με την συνεχή αύξηση της κόρης τα σφάλματα ανώτερης τάξης κάνουνε αισθητή την επίδρασή τους διευρύνοντας σημαντικά την PSF.

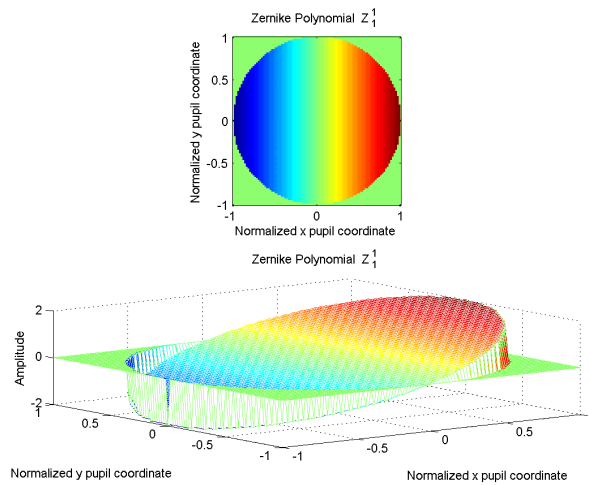
Καταλήγοντας, συμπεραίνουμε πως η συμβολή των πολυωνύμων Zernike στην σύγχρονη εκτροπομετρία και γενικότερα στον τομέας της διαθλαστικής χειρουργικής είναι πολύ σημαντική. Έχει παραχθεί μια σειρά από πολύ χρήσιμα διαγνωστικά εργαλεία για την μελέτη της όρασης και την εξάλειψη των σφαλμάτων ανώτερης τάξης. Οι δυνατότητες που παρέχει η νέα τεχνολογία ολοένα και αυξάνονται με σκοπό να εξυπηρετούνε τις καθημερινές ανάγκες του ατόμου.

A'

**Γραφικές απεικονίσεις πολυωνύμων
Zernike**

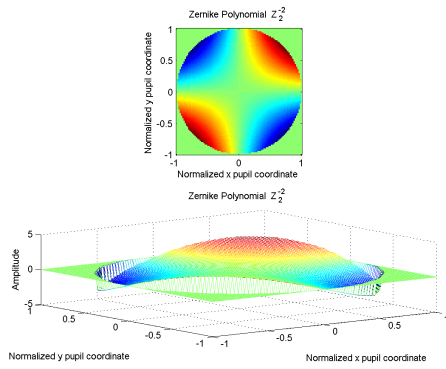


(α') $Z_{1,-1}$ Κάθετο tilt

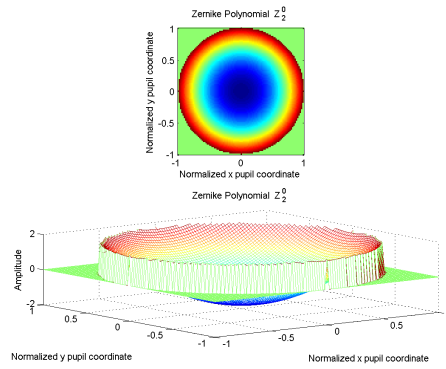


(β') $Z_{1,1}$ Οριζόντιο tilt

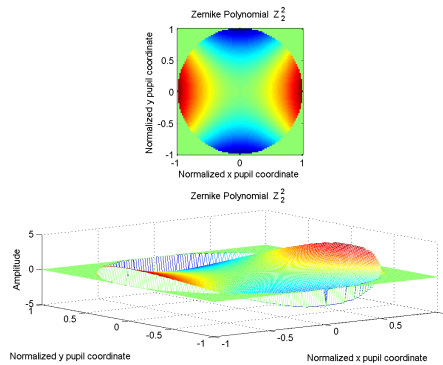
Σχήμα Α'.1: Διδιάστατη και τριδιάστατη απεικόνιση πολωνύμων Zernike για $n = 1$



(α') $Z_{2,-2}$ 45/135 Αστιγματισμός

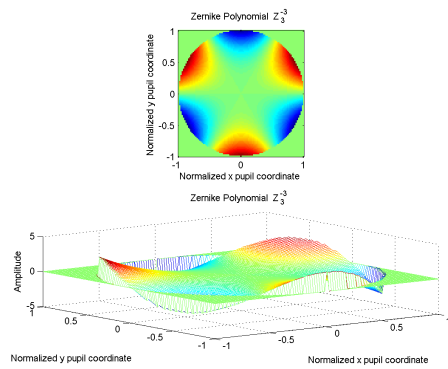


(β') $Z_{2,0}$ Αφαιστίαση

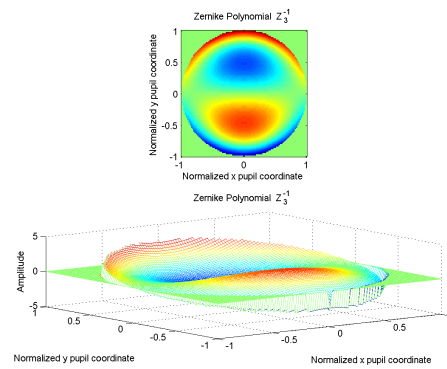


(γ') $Z_{2,2}$ 90/180 Αστιγματισμός

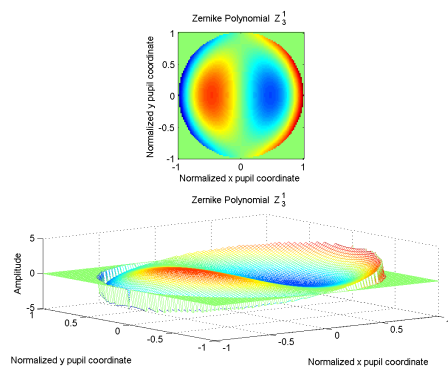
Σχήμα Α'.2: Διδιάστατη και τριδιάστατη απεικόνιση πολωνύμων Zernike για $n = 2$



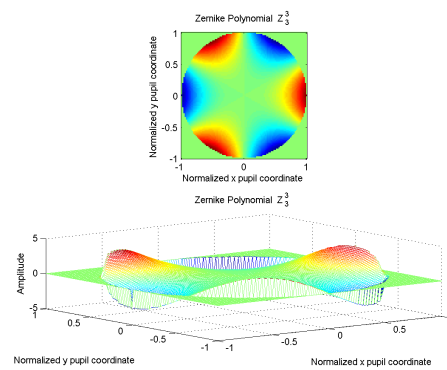
(α) $Z_{3,-3}$ Τρίφυλλο



(β) $Z_{3,-1}$ Κάθετη κόμη

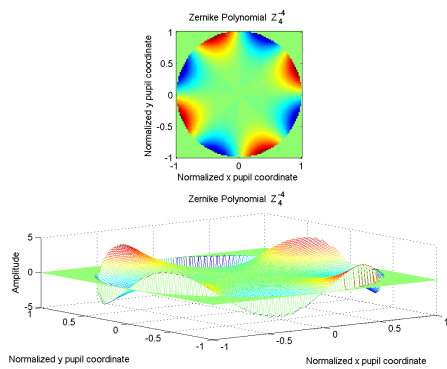


(γ) $Z_{3,1}$ Οριζόντια κόμη

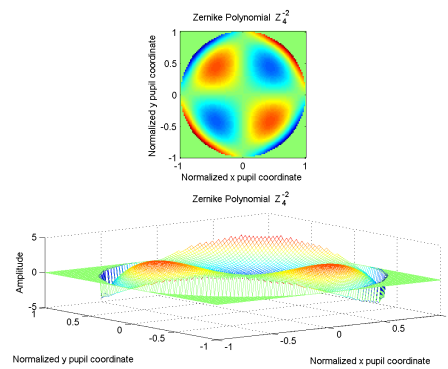


(δ) $Z_{3,3}$ Τρίφυλλο

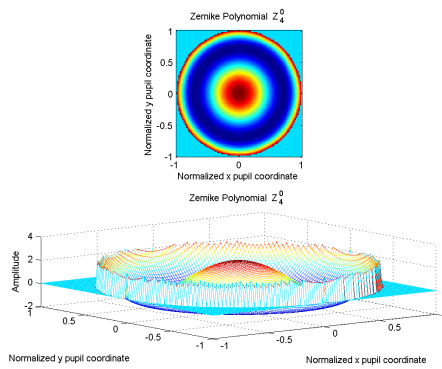
Σχήμα Α'.3: Διδιάστατη και τριδιάστατη απεικόνιση πολωνύμων Zernike για $n = 3$



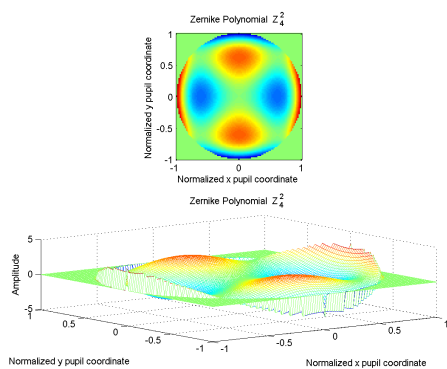
(α) $Z_{4,-4}$ Τετράφυλλο



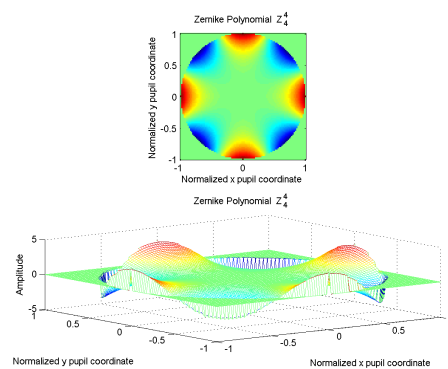
(β) $Z_{4,-2}$ 45/135 Δευτερέων αστιγματισμός



(γ) $Z_{4,0}$ Σφαιρική αφεστίαση



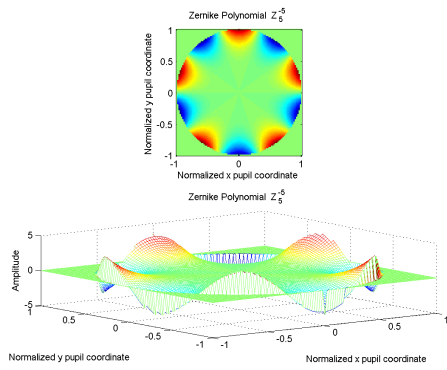
(δ) $Z_{4,2}$ 90/180 Δευτερέων αστιγματισμός



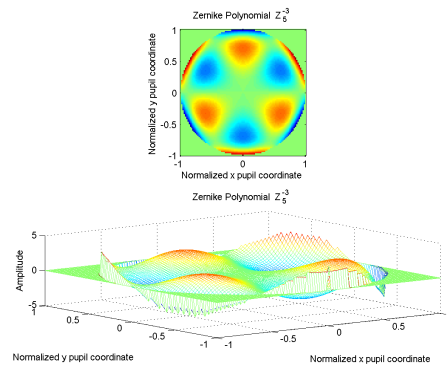
(ε) $Z_{4,4}$ Τετράφυλλο

Σχήμα Α'.4: Διδιάστατη και τριδιάστατη απεικόνιση πολωνύμων Zernike για $n = 4$

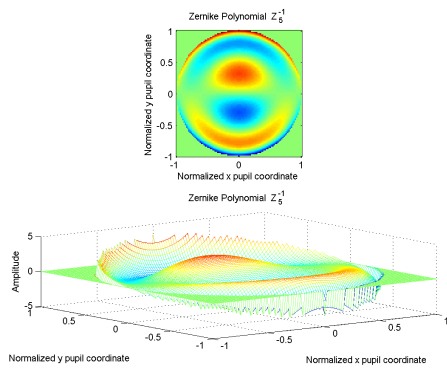
Παράρτημα Α'. Γραφικές απεικονίσεις πολωνύμων Zernike



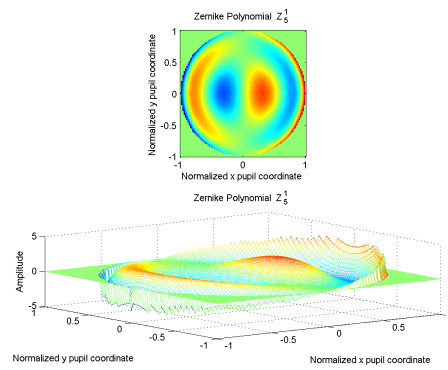
(α') $Z_{5,-5}$



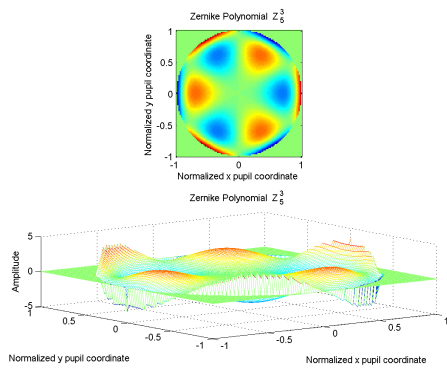
(β') $Z_{5,-3}$



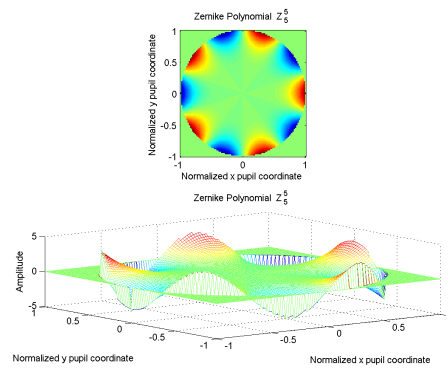
(γ') $Z_{5,-1}$ Δευτερεύουσα κάθετη κόμη



(δ') $Z_{5,1}$ Δευτερεύουσα οριζόντια κόμη

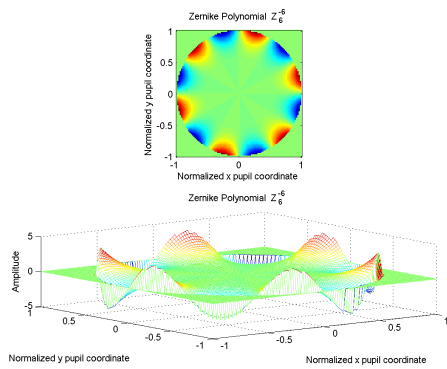


(ε') $Z_{5,3}$

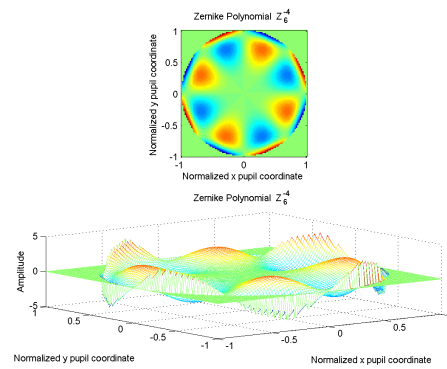


(ζ') $Z_{5,5}$

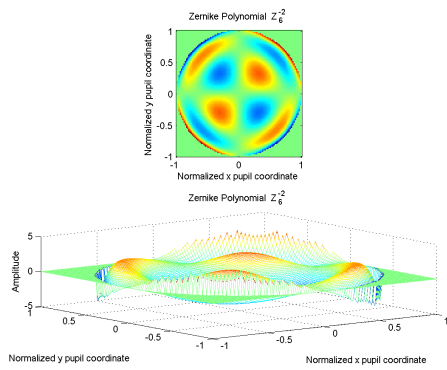
Σχήμα Α'.5: Διδιάστατη και τριδιάστατη απεικόνιση πολωνύμων Zernike για $n = 5$



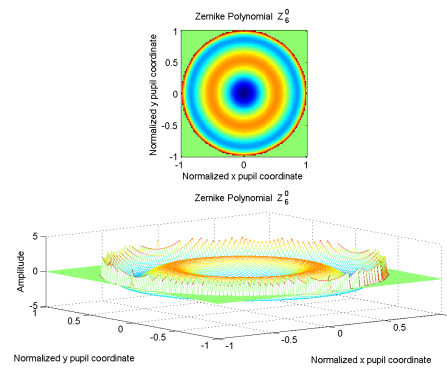
(α') $Z_{6,-6}$



(β') $Z_{6,-4}$

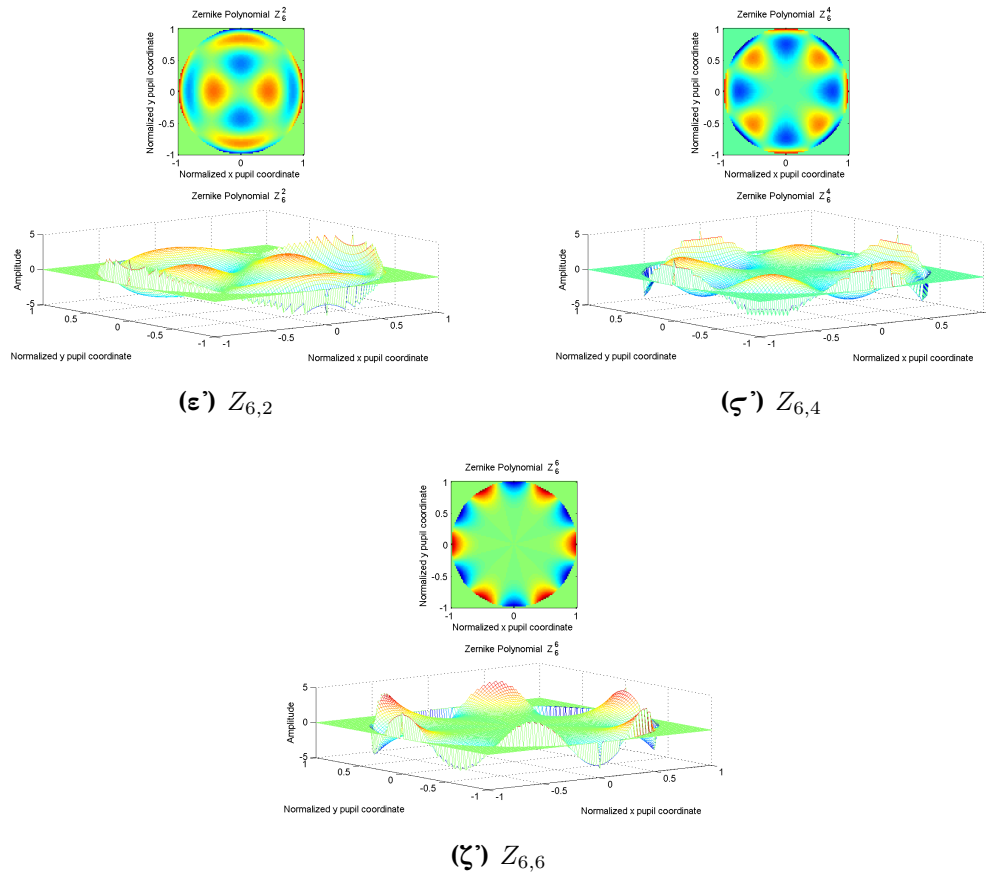


(γ') $Z_{6,-2}$



(δ') $Z_{6,0}$

Σχήμα Α'.6: Διδιάστατη και τριδιάστατη απεικόνιση πολωνύμων Zernike για $n = 6$



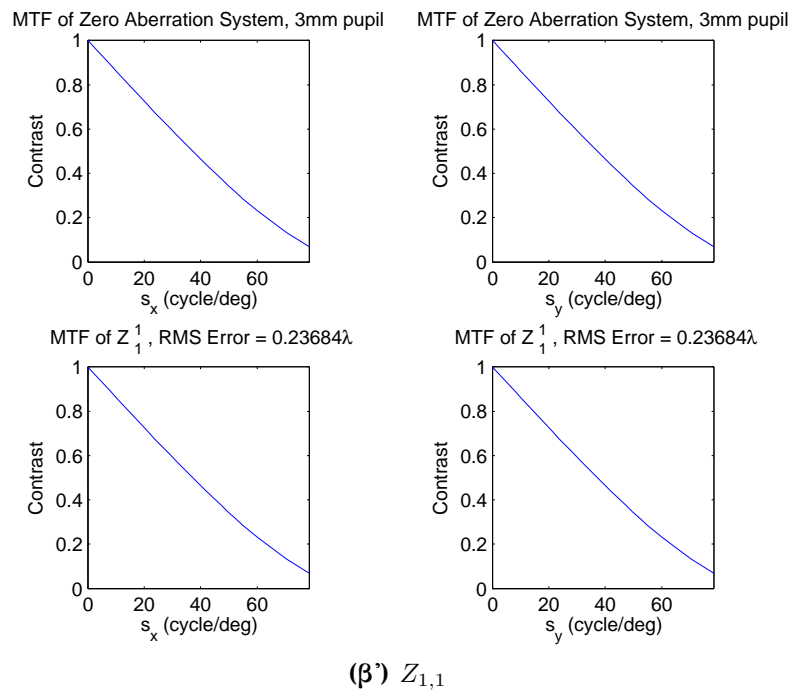
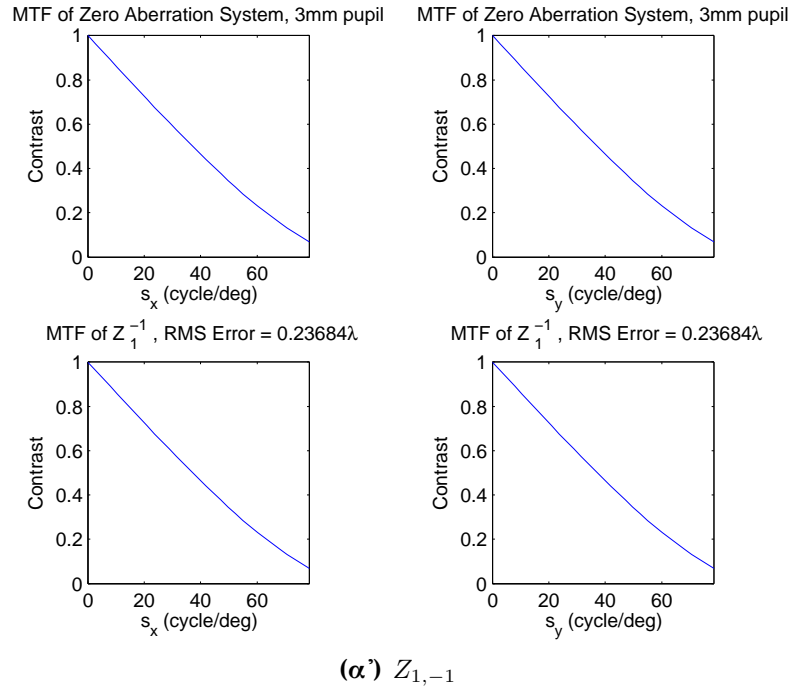
Σχήμα Α'.6: Διδιάστατη και τριδιάστατη απεικόνιση πολωνύμων Zernike για $n = 6$

B'

Γραφικές παραστάσεις συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης MTF

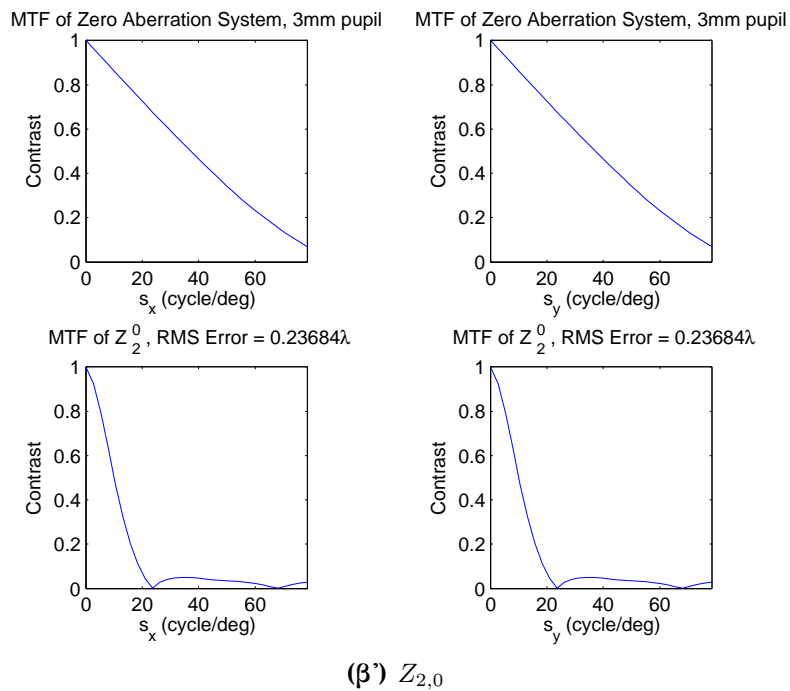
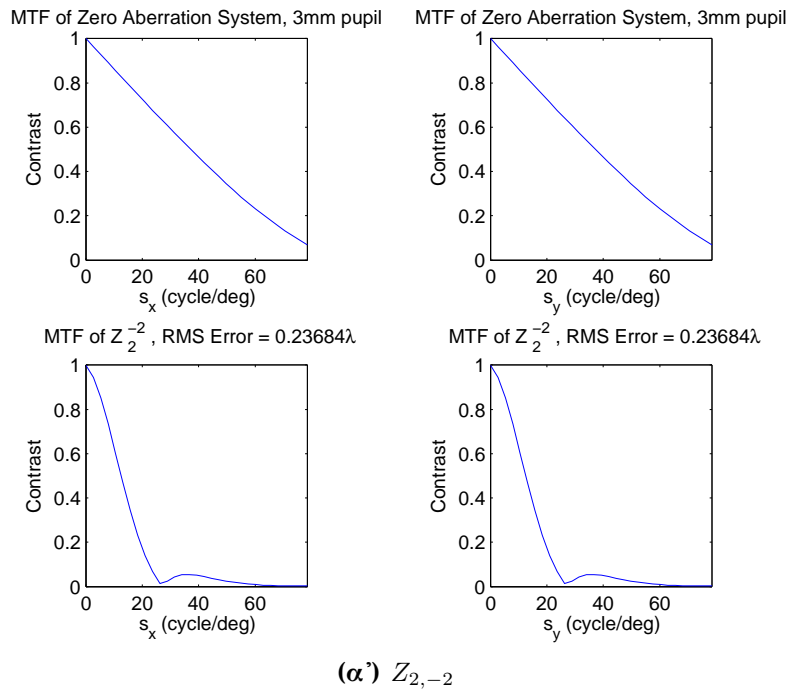
B'.1 Καμπύλες συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολυωνύμων Zernike

Παράρτημα Β'. Γραφικές παραστάσεις συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης MTF

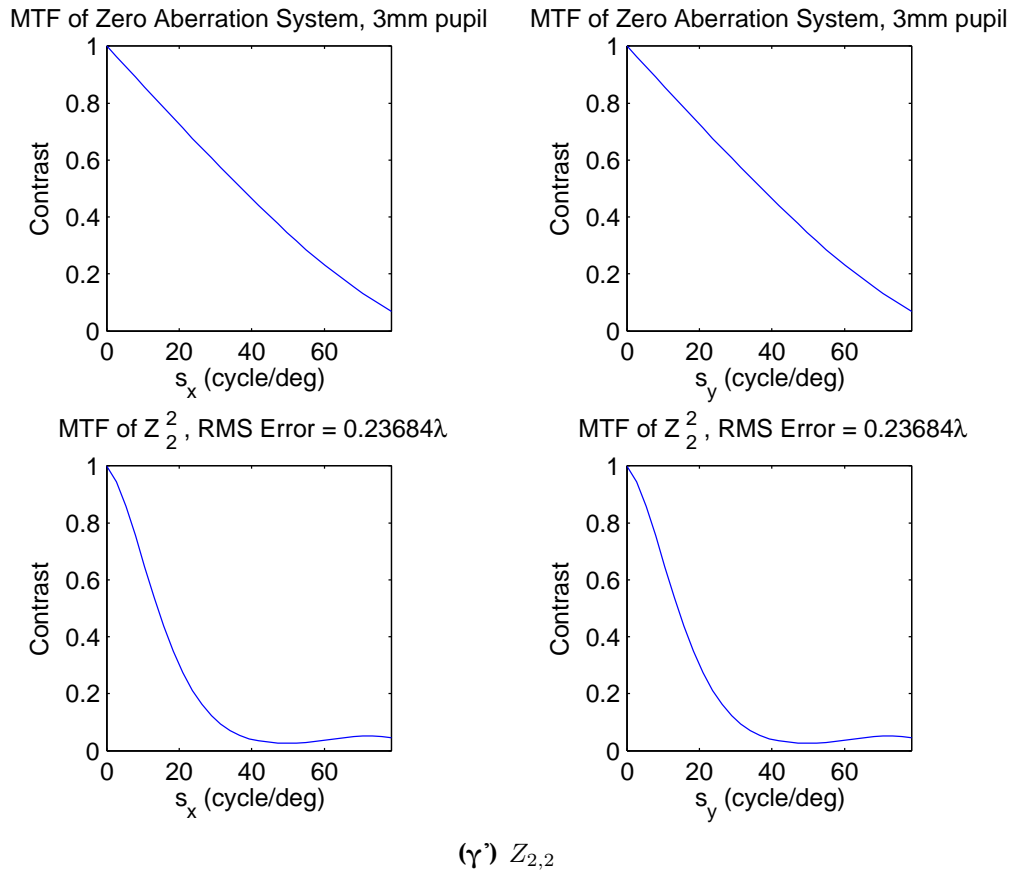


Σχήμα Β'.1: Καμπύλη συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολυωνύμων Zernike για $n = 1$

B'.1. Καμπύλες συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike

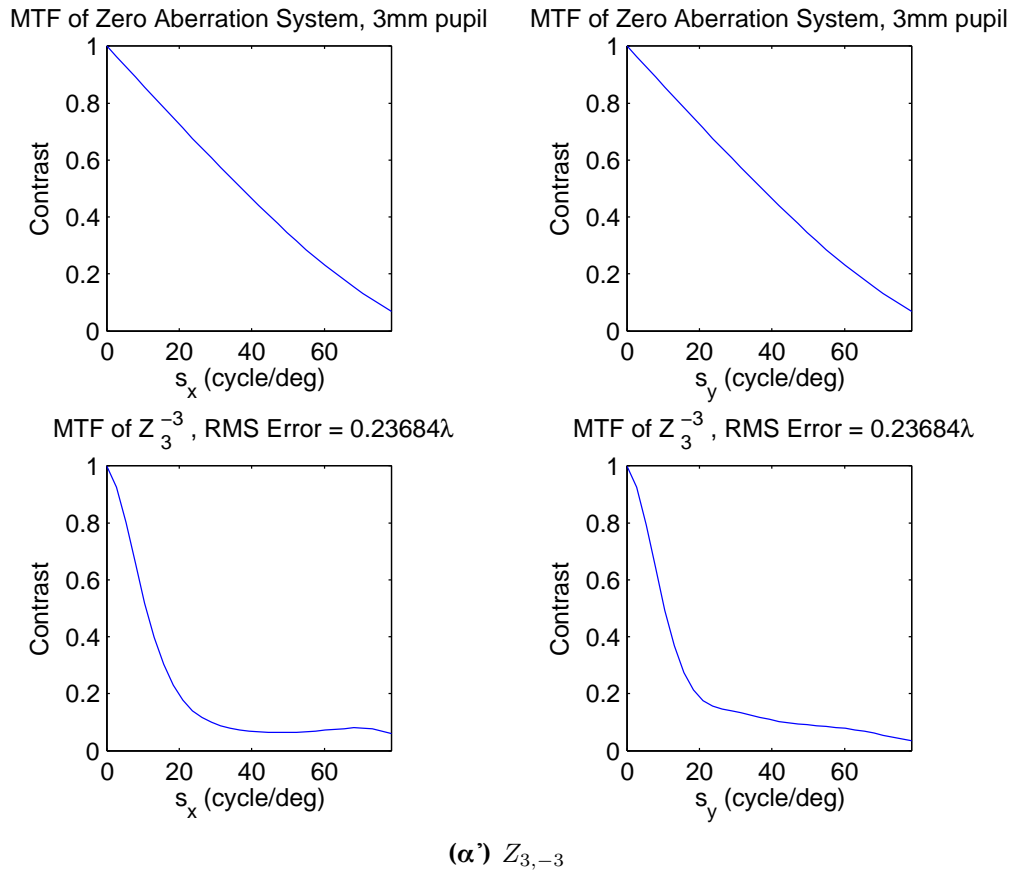


Σχήμα Β'.2: Καμπύλη συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 2$



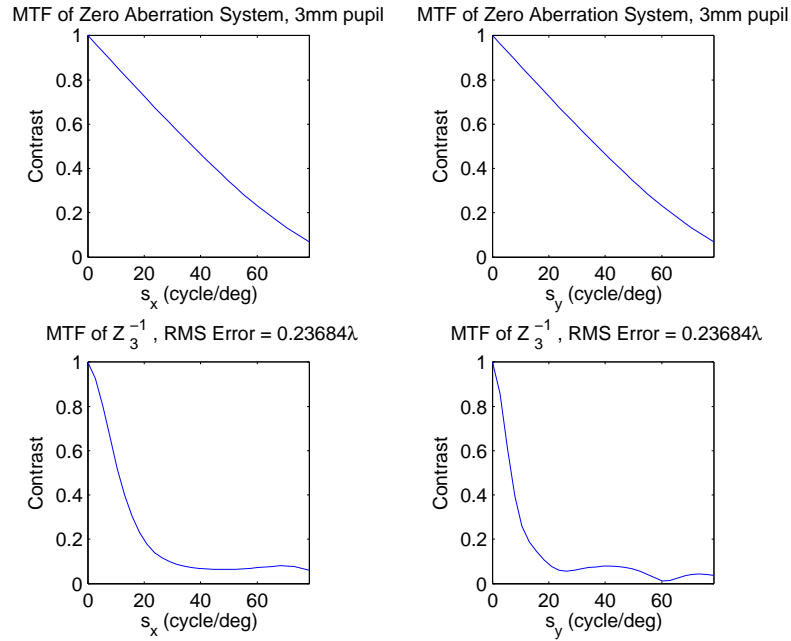
Σχήμα Β'.2: Καμπύλη συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 2$

B'1. Καμπύλες συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike

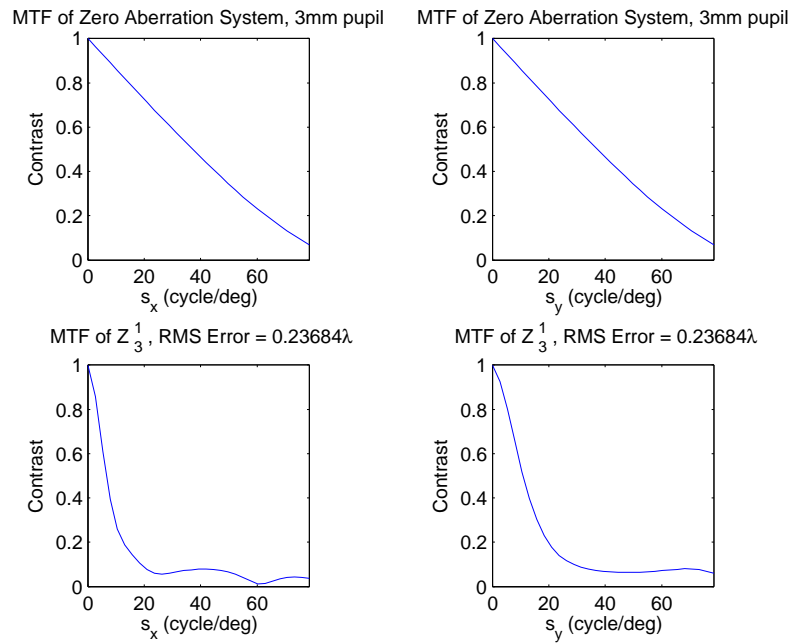


Σχήμα Β'3: Καμπύλη συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 3$

Παράρτημα Β'. Γραφικές παραστάσεις συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης MTF



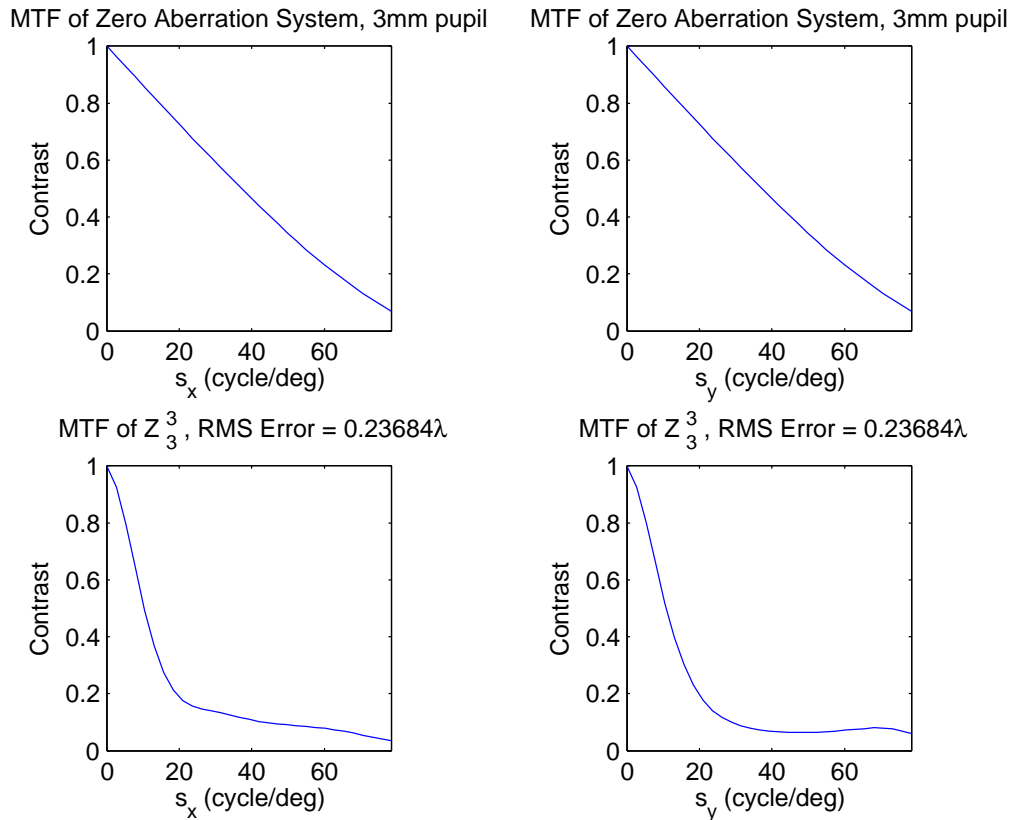
(β') $Z_{3,-1}$



(γ') $Z_{3,1}$

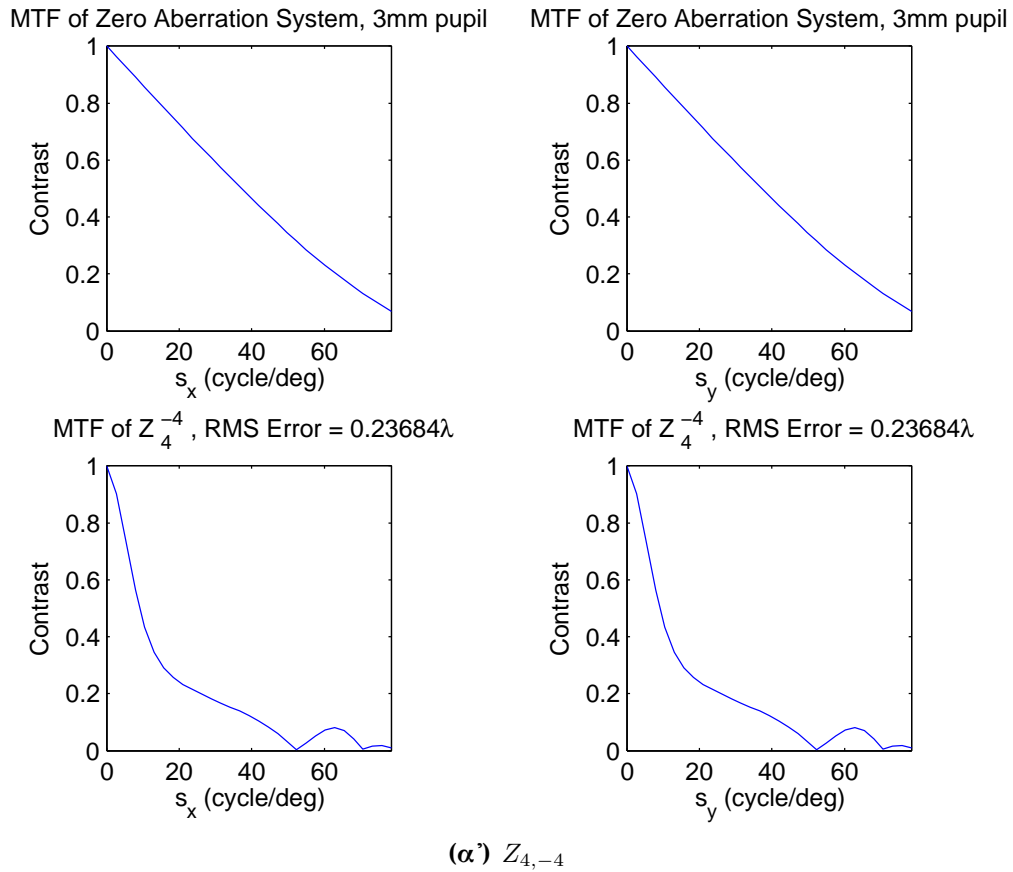
Σχήμα Β'.3: Καμπύλη συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολυωνύμων Zernike για $n = 3$

B'1. Καμπύλες συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike



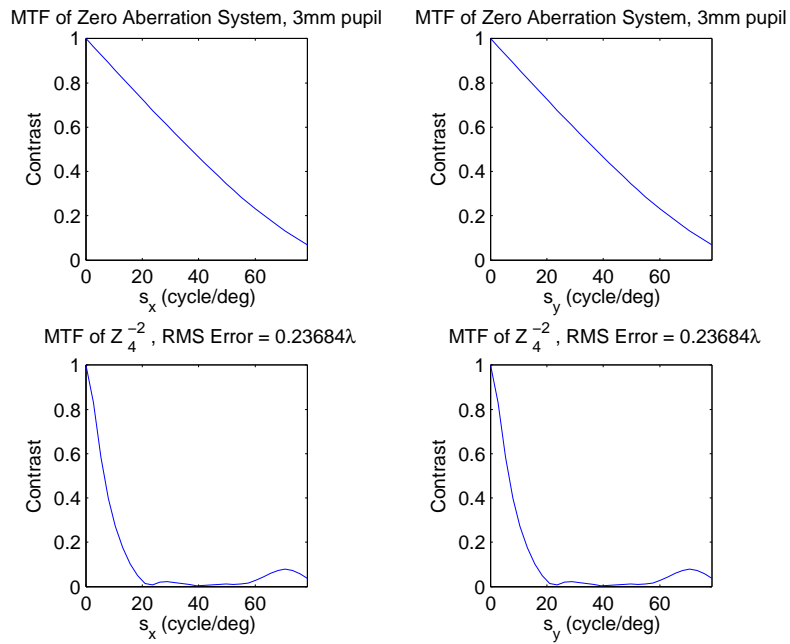
(δ') $Z_{3,3}$

Σχήμα B'3: Καμπύλη συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 3$

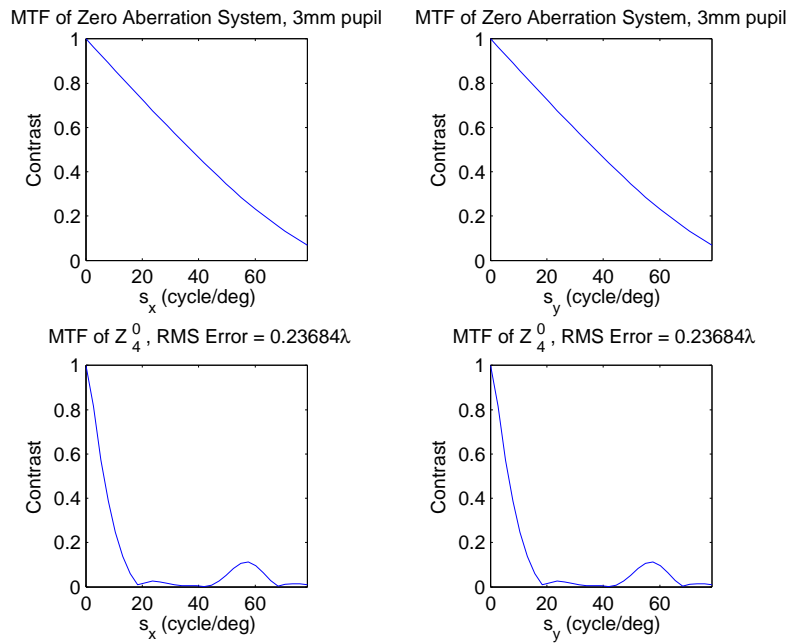


Σχήμα Β'.4: Καμπύλη συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολυωνύμων Zernike για $n = 4$

B'1. Καμπύλες συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike



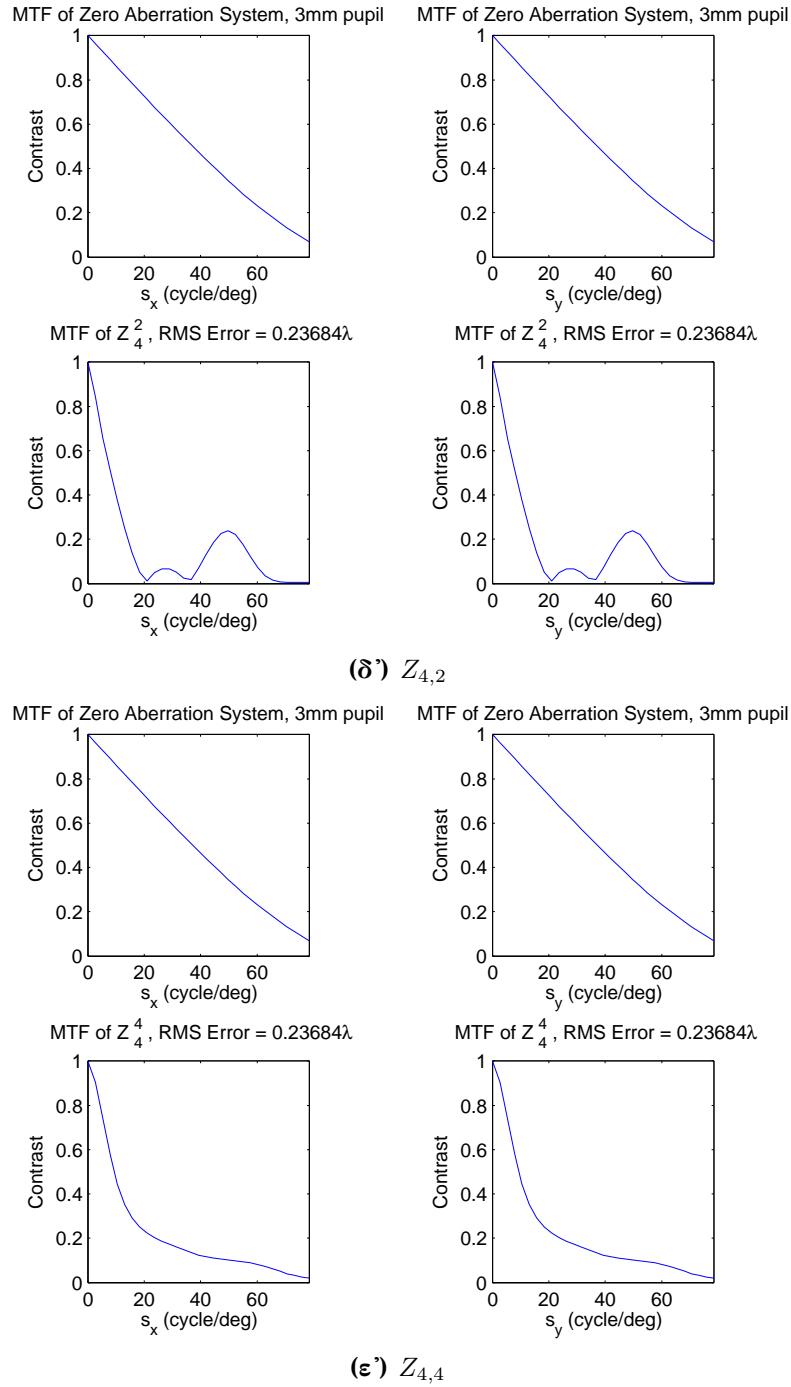
(β') $Z_{4,-2}$



(γ') $Z_{4,0}$

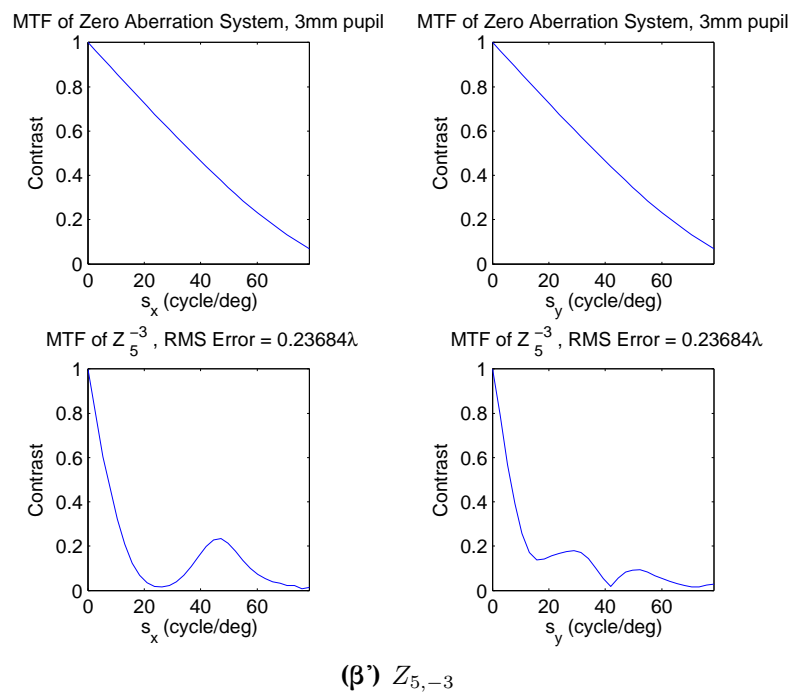
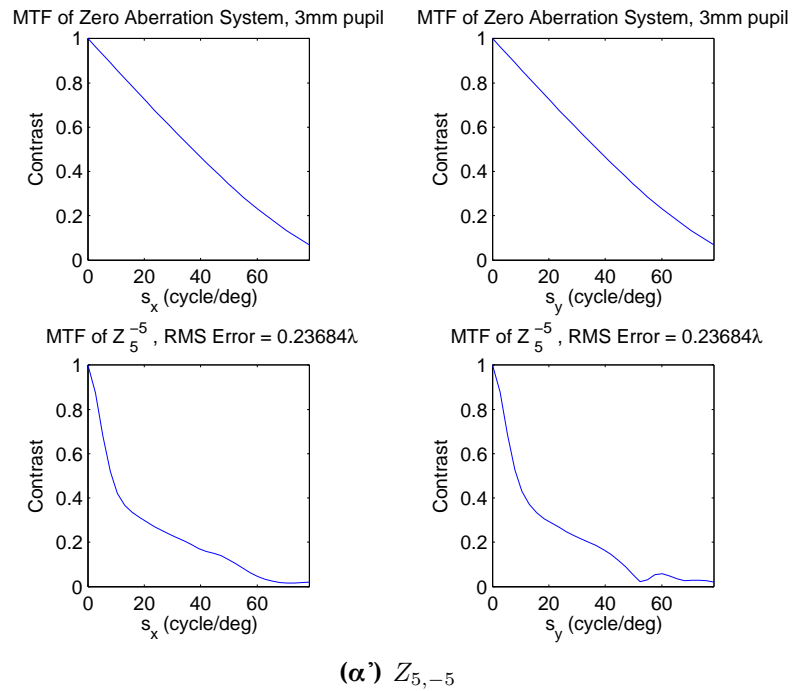
Σχήμα Β'4: Καμπύλη συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 4$

Παράρτημα Β'. Γραφικές παραστάσεις συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης MTF



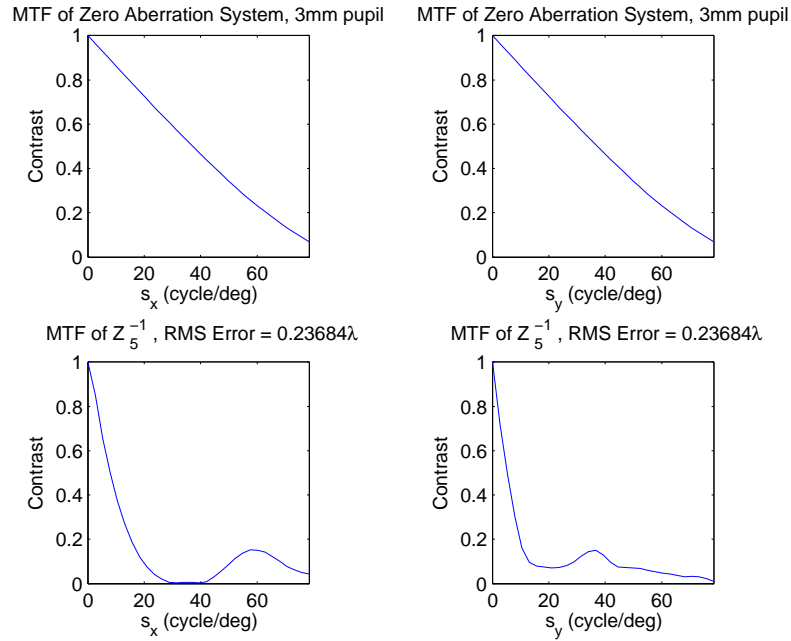
Σχήμα Β'.4: Καμπύλη συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολυωνύμων Zernike για $n = 4$

B'1. Καμπύλες συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike

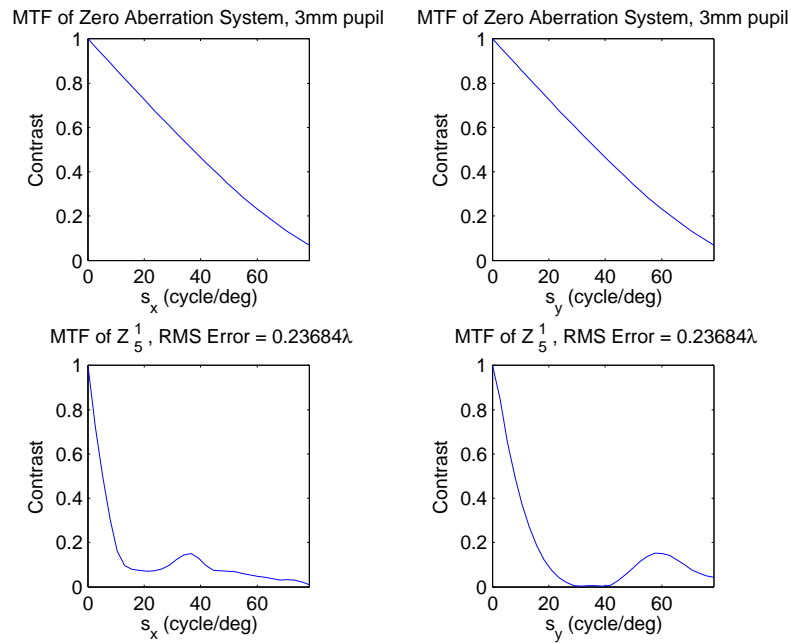


Σχήμα Β'.5: Καμπύλη συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 5$

Παράρτημα Β'. Γραφικές παραστάσεις συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης MTF



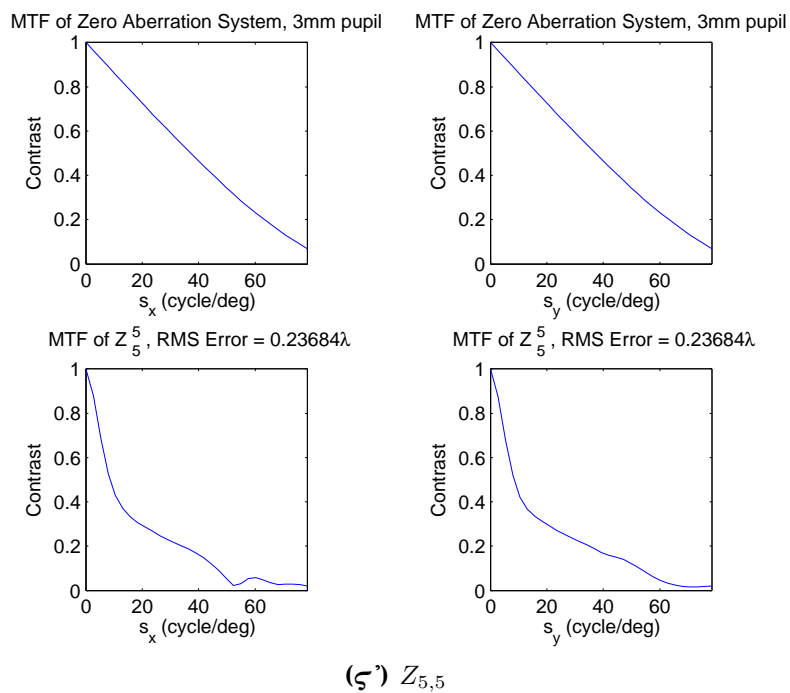
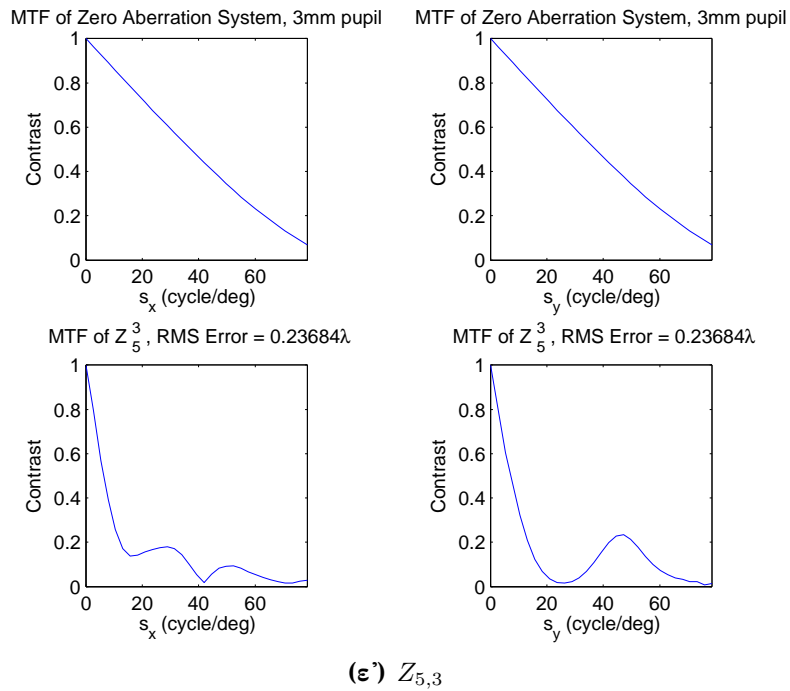
(γ') $Z_{5,-1}$



(δ') $Z_{5,1}$

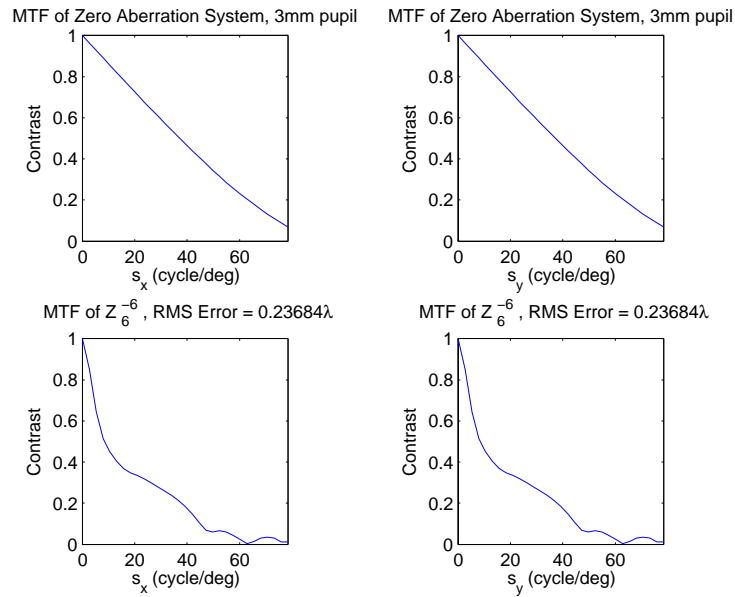
Σχήμα Β'.5: Καμπύλη συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 5$

B'.1. Καμπύλες συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike

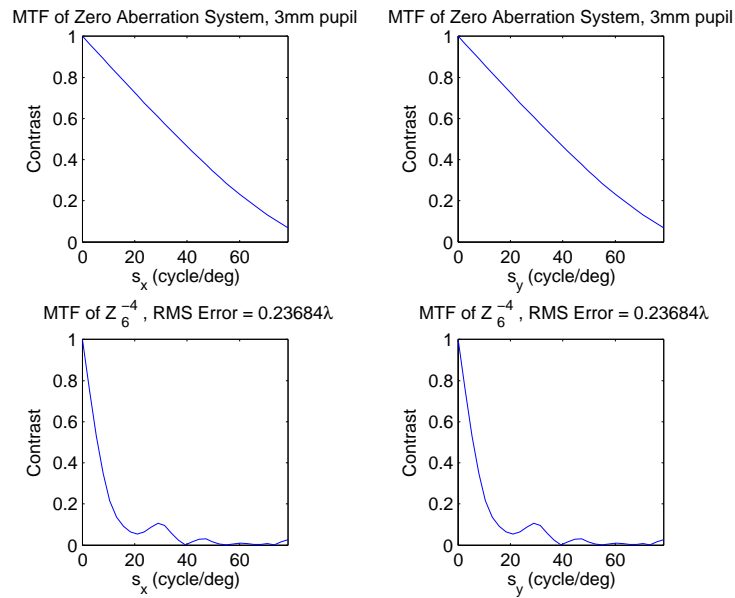


Σχήμα Β'.5: Καμπύλη συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 5$

Παράρτημα Β'. Γραφικές παραστάσεις συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης MTF



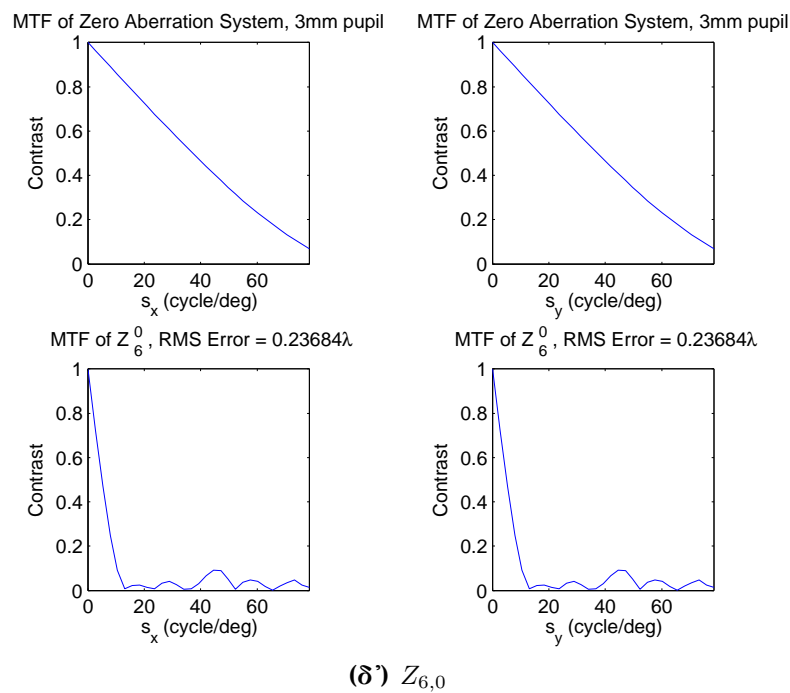
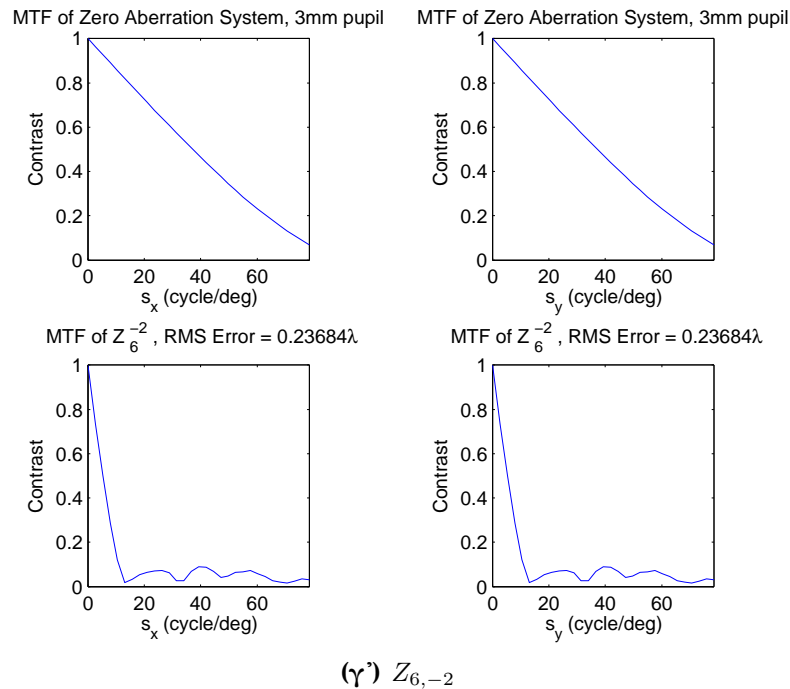
(α') $Z_{6,-6}$



(β') $Z_{6,-4}$

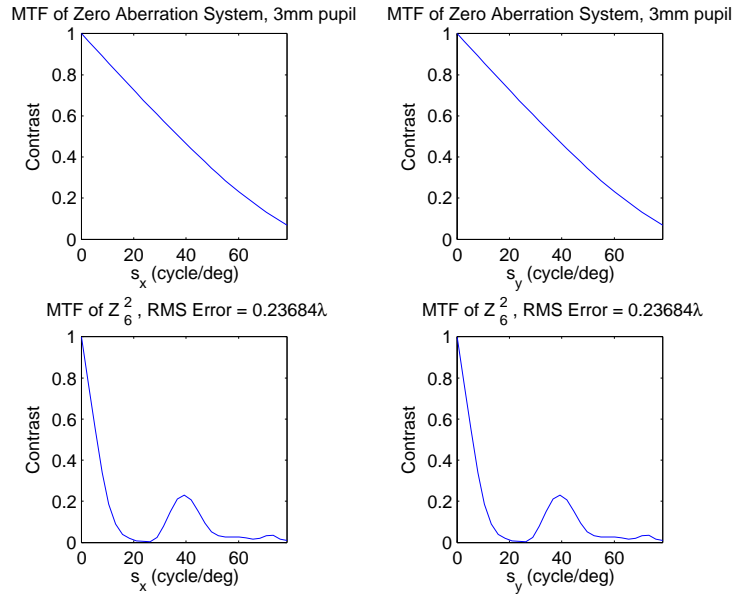
Σχήμα Β'.6: Καμπύλη συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 6$

B'.1. Καμπύλες συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike

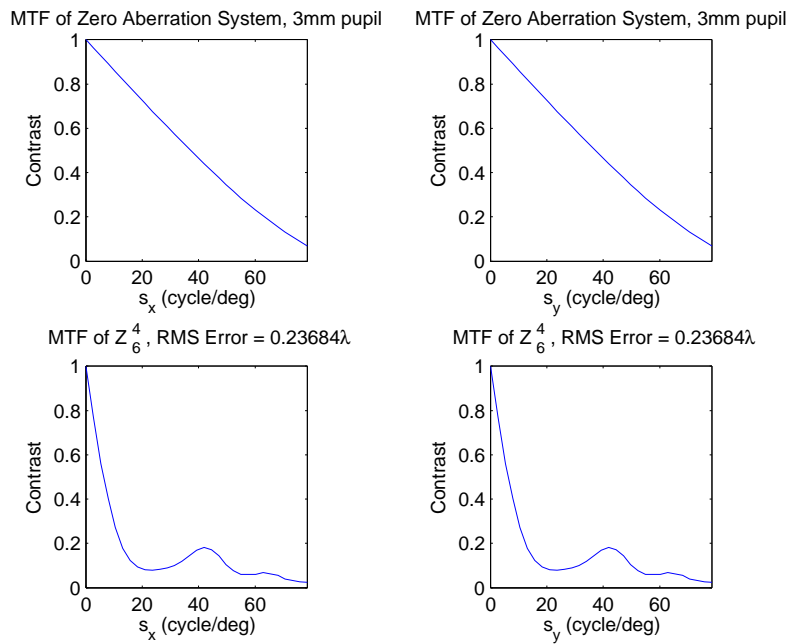


Σχήμα Β'.6: Καμπύλη συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 6$

Παράρτημα Β'. Γραφικές παραστάσεις συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης MTF



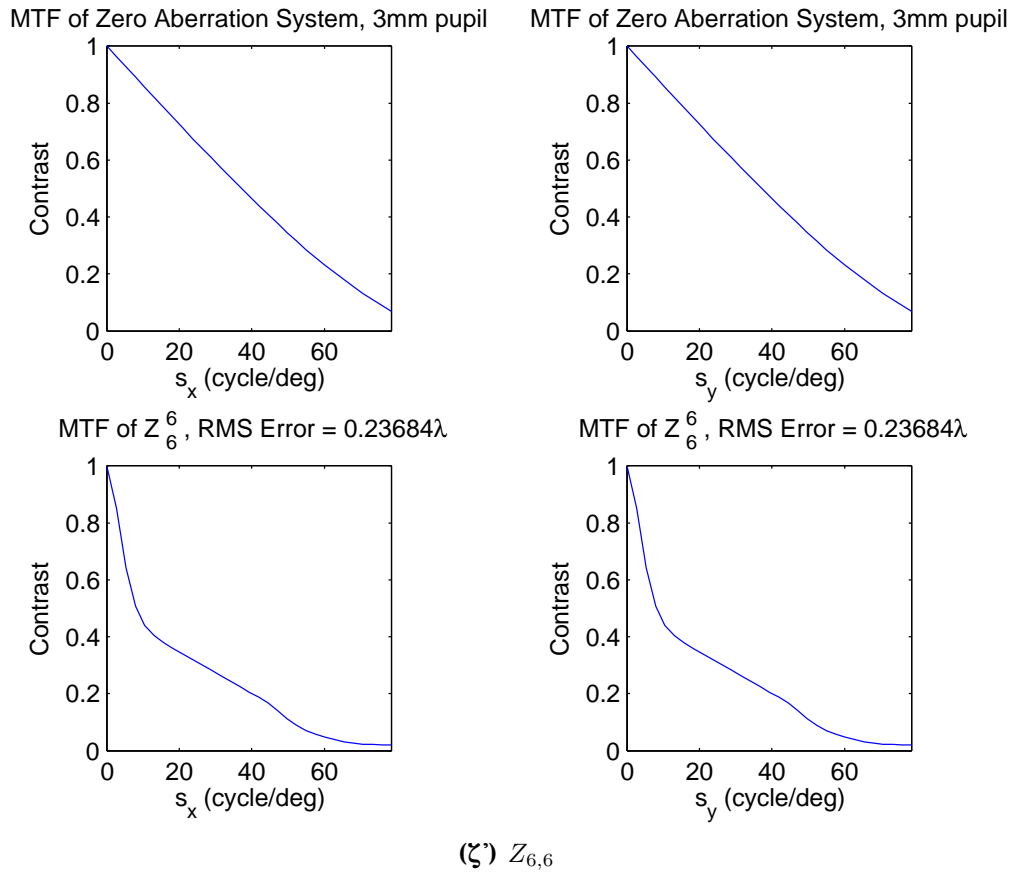
(ε') $Z_{6,2}$



(ς') $Z_{6,4}$

Σχήμα Β'.6: Καμπύλη συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 6$

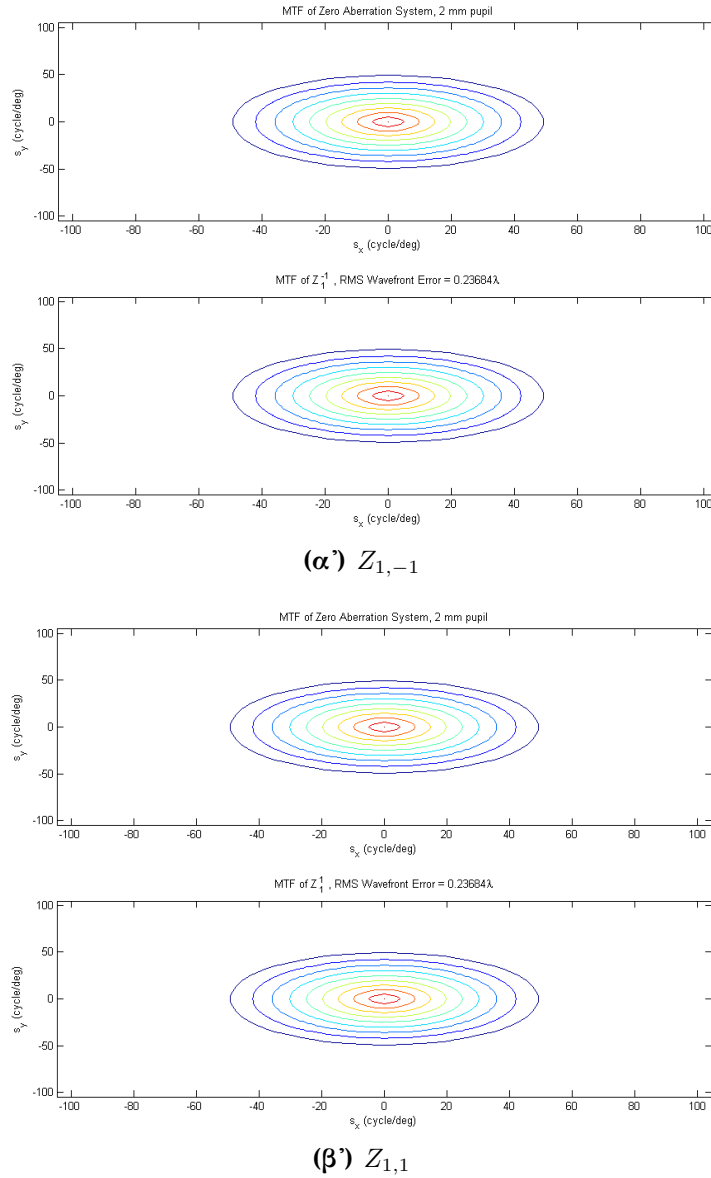
B'1. Καμπύλες συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike



(ζ') $Z_{6,6}$

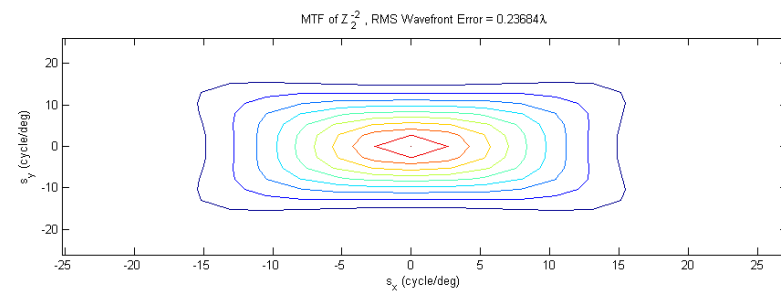
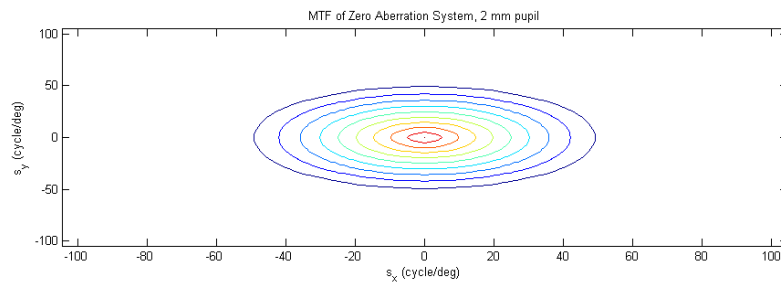
Σχήμα Β'.6: Καμπύλη συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 6$

Β'.2 Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike

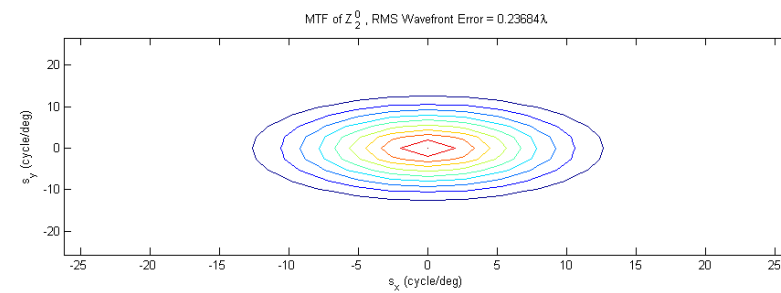
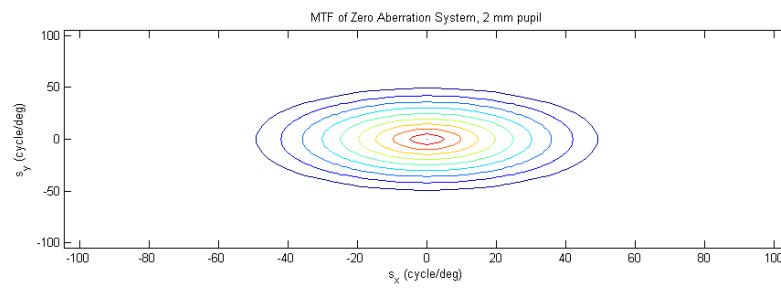


Σχήμα Β'.7: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 1$

B'.2. Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολυωνύμων Zernike

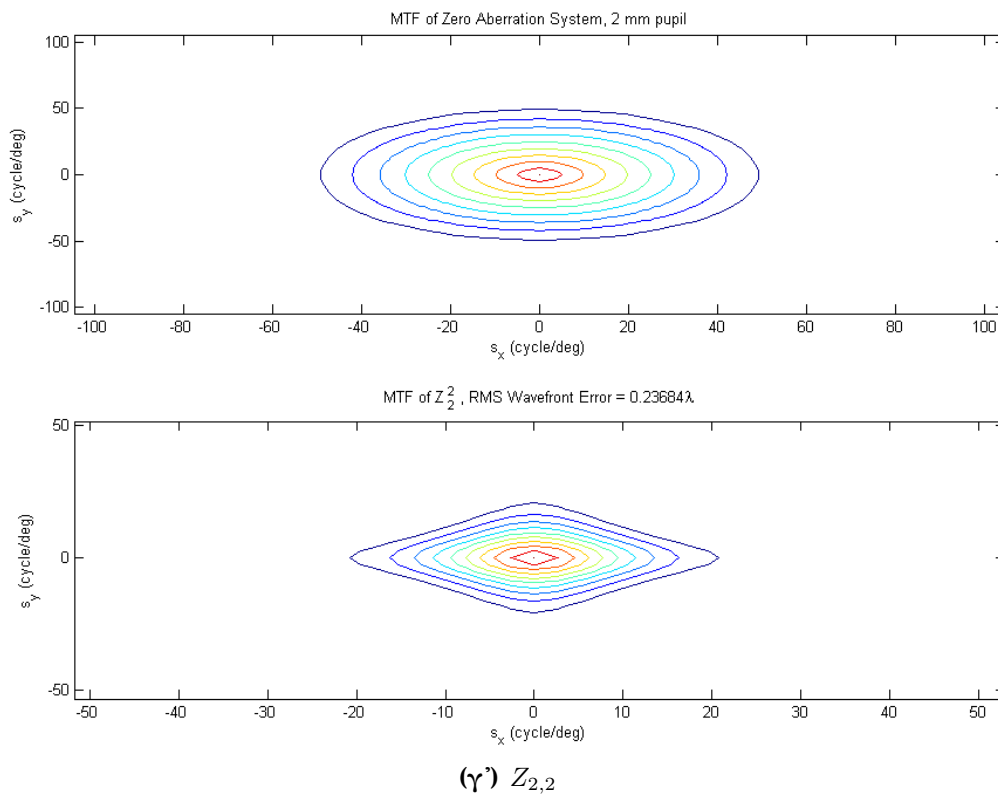


(α') $Z_{2,-2}$



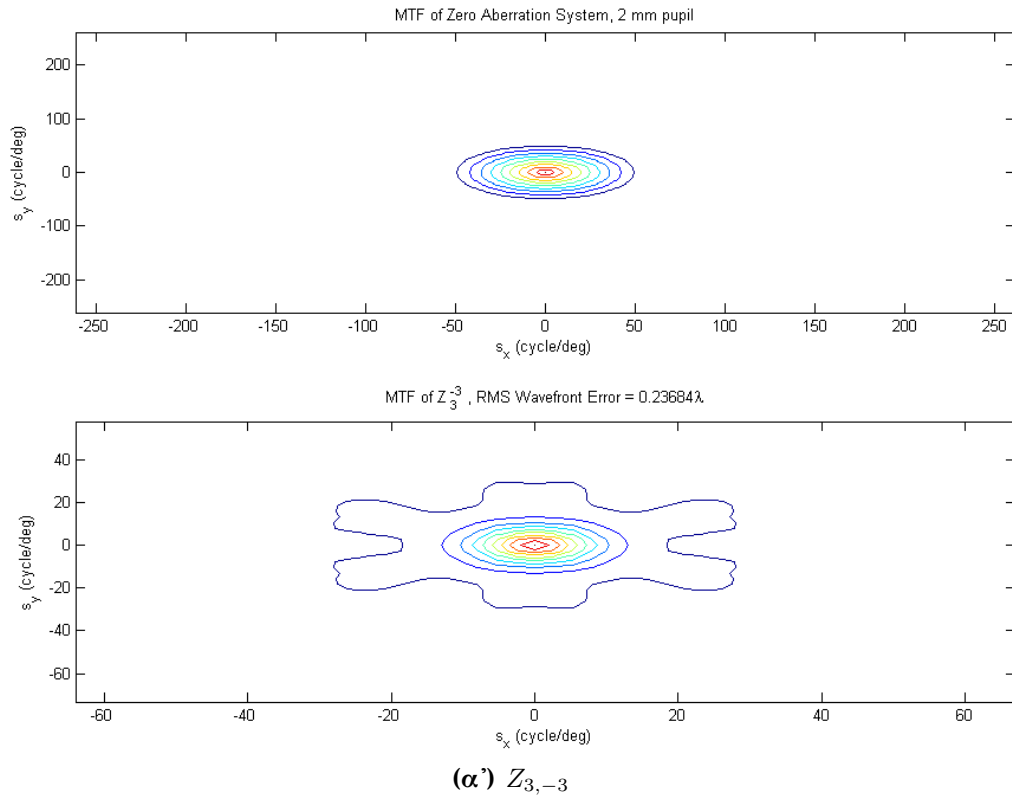
(β') $Z_{2,0}$

Σχήμα B'.8: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολυωνύμων Zernike για $n = 2$



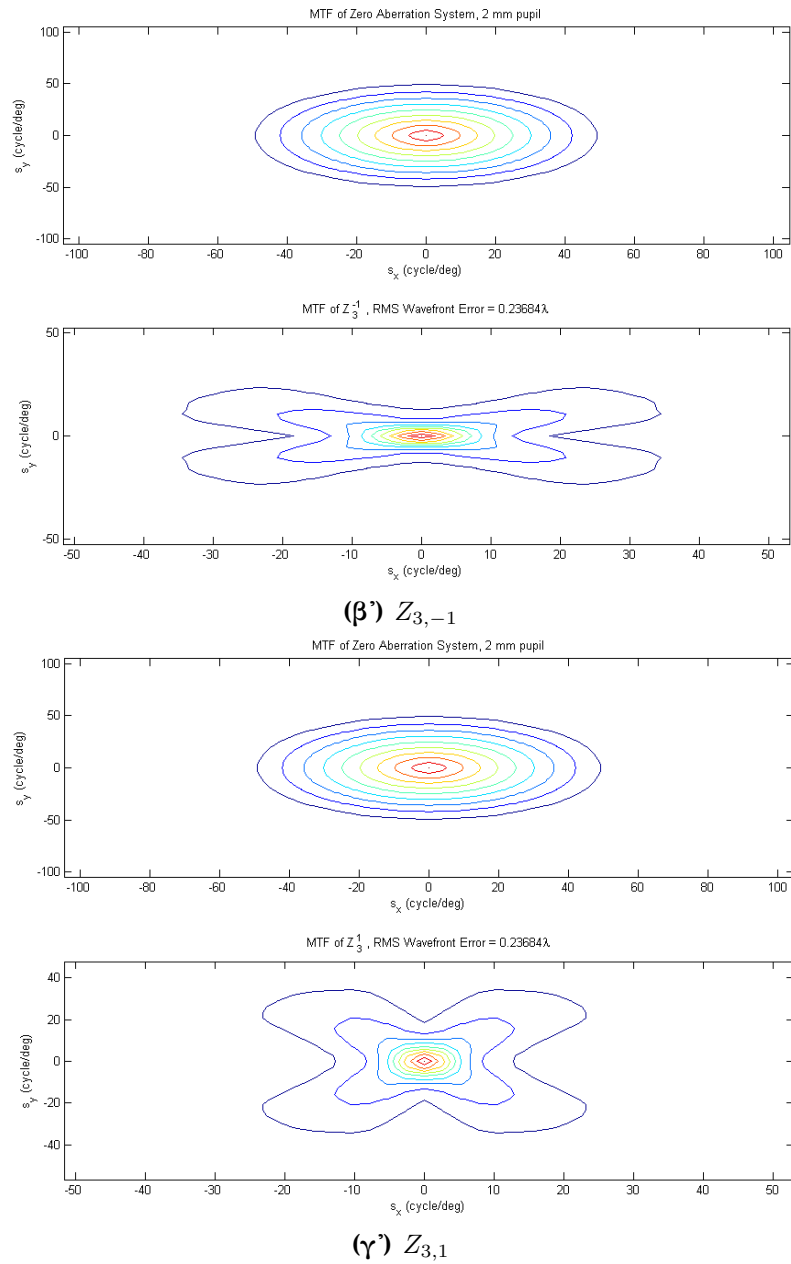
Σχήμα Β'.8: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολυωνύμων Zernike για $n = 2$

Β'.2. Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike



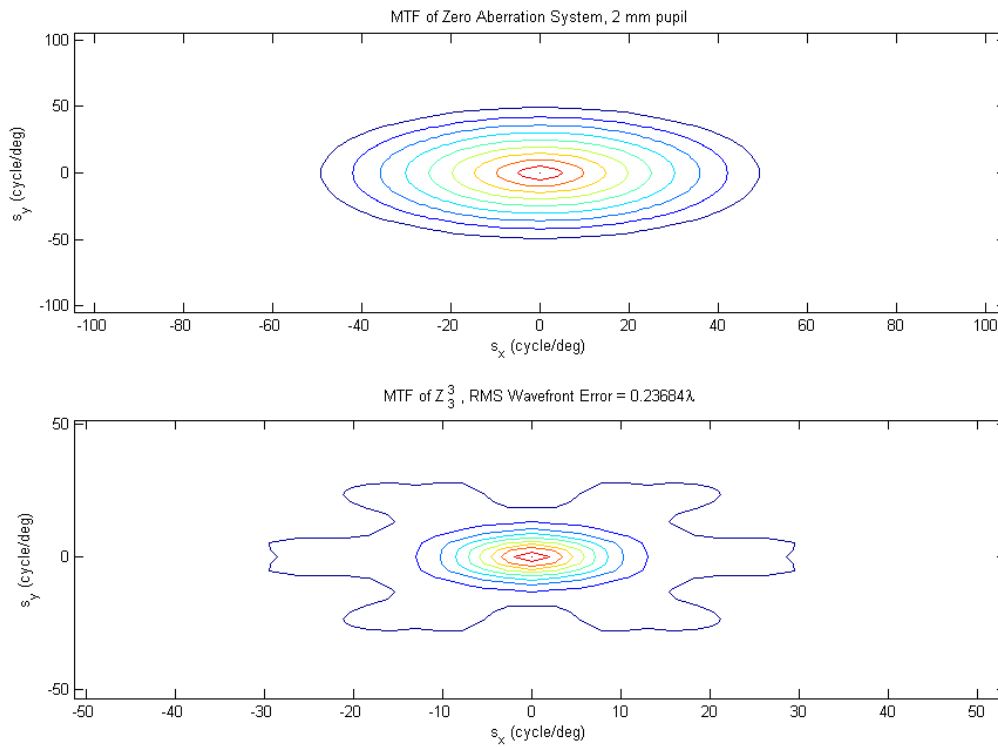
Σχήμα Β'.9: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 3$

Παράρτημα Β'. Γραφικές παραστάσεις συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης MTF



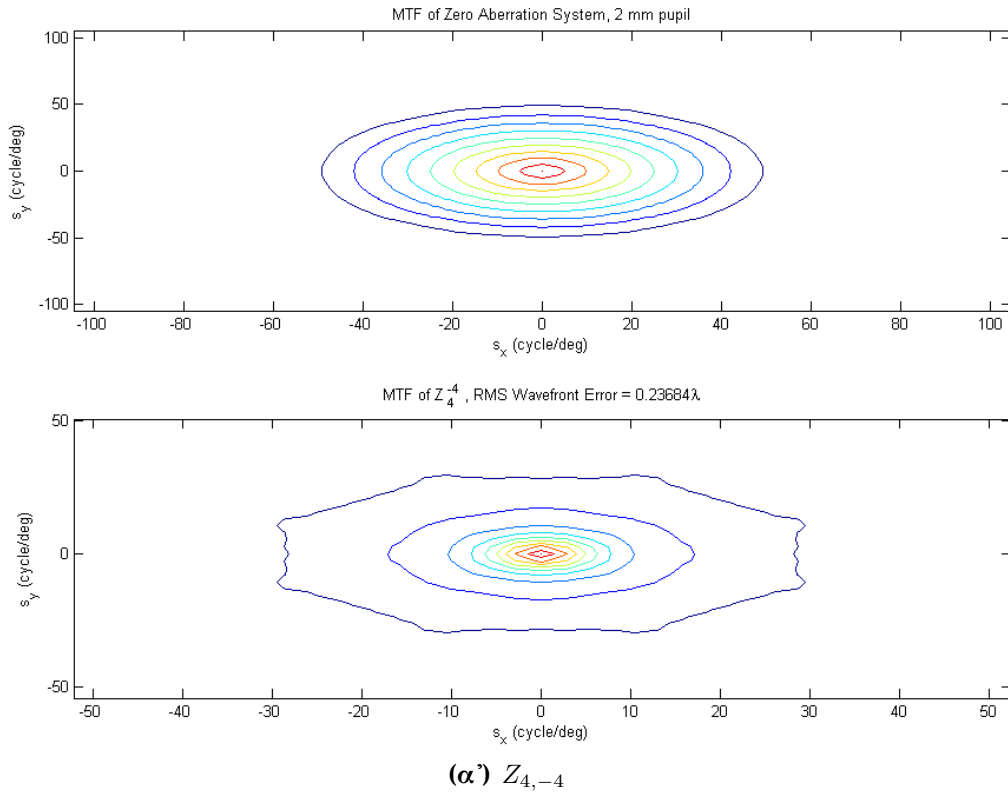
Σχήμα Β'.9: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολυωνύμων Zernike για $n = 3$

Β'.2. Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike



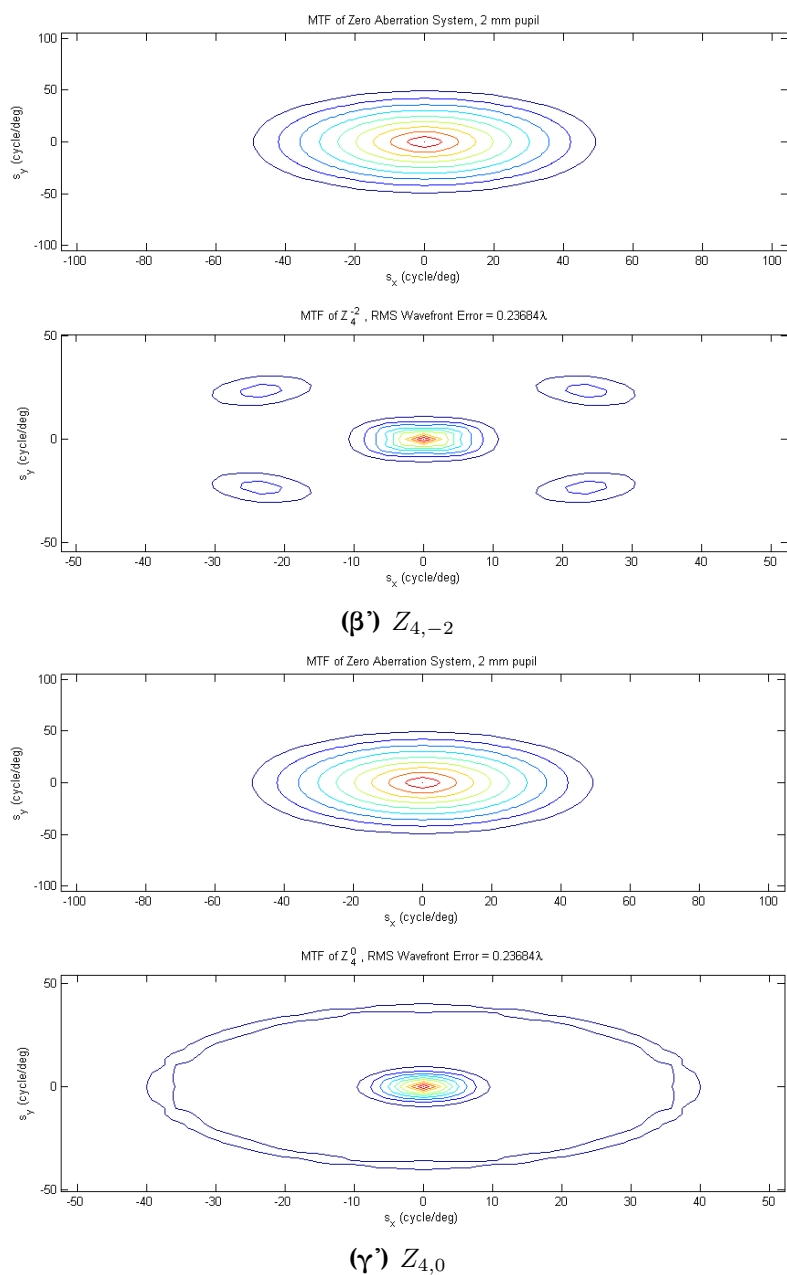
(δ') $Z_{3,3}$

Σχήμα Β'.9: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 3$

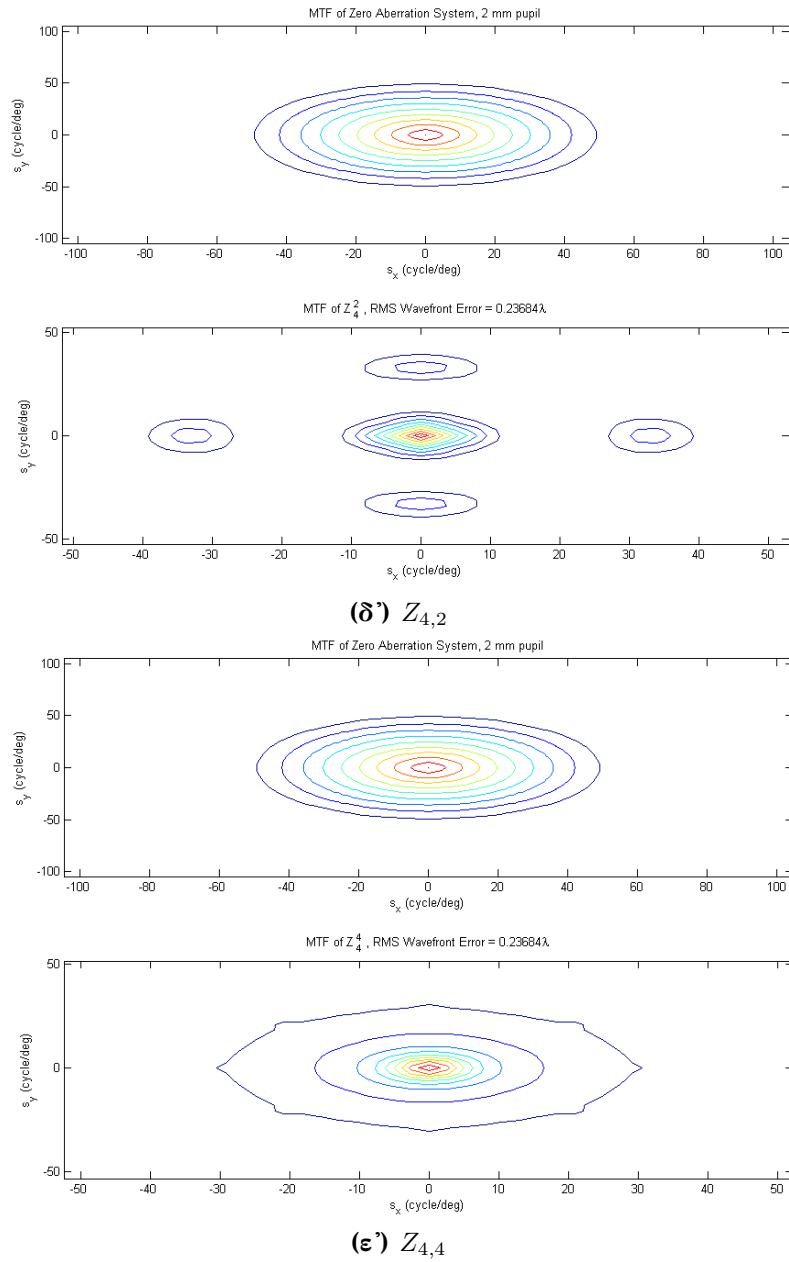


Σχήμα Β'.10: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 4$

B'.2. Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike

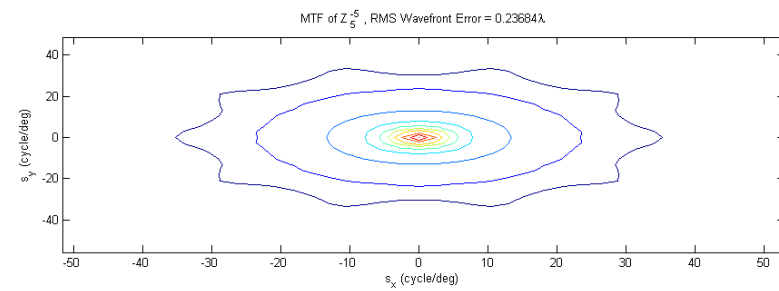
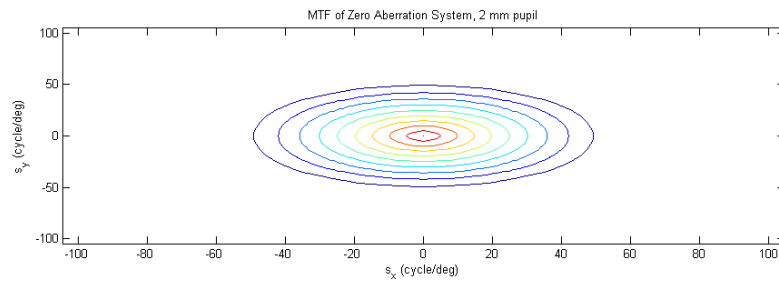


Σχήμα B'.10: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 4$

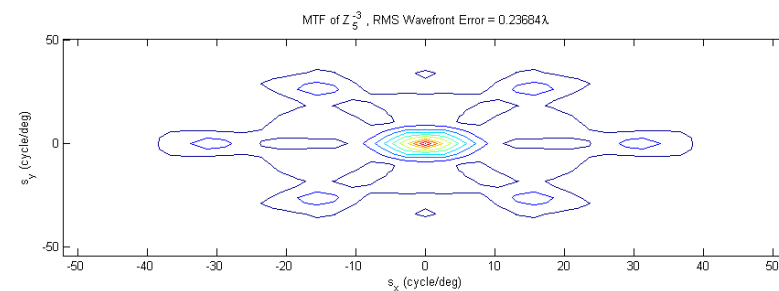
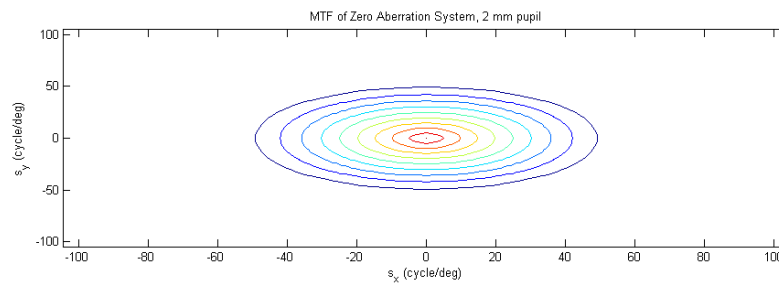


Σχήμα Β'.10: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 4$

B'.2. Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike



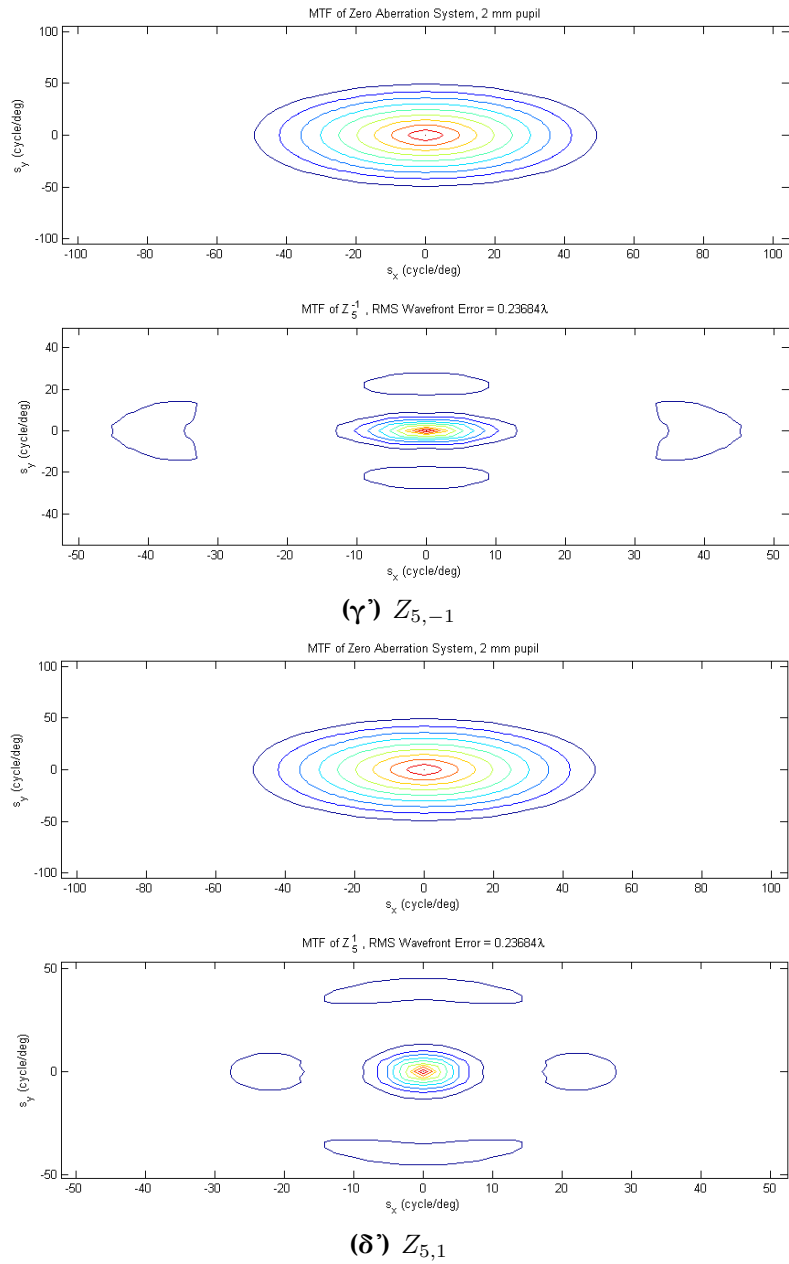
(α') $Z_{5,-5}$



(β') $Z_{5,-3}$

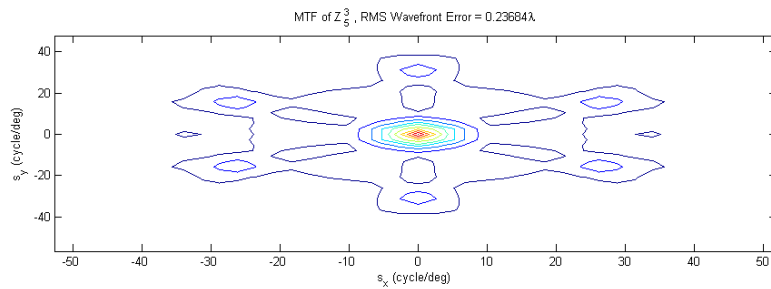
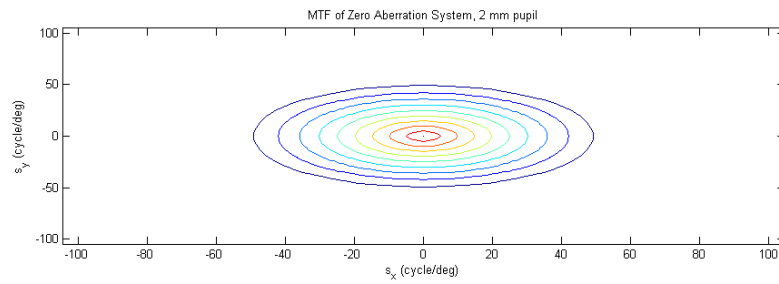
Σχήμα B'.11: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 5$

Παράρτημα Β'. Γραφικές παραστάσεις συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης MTF

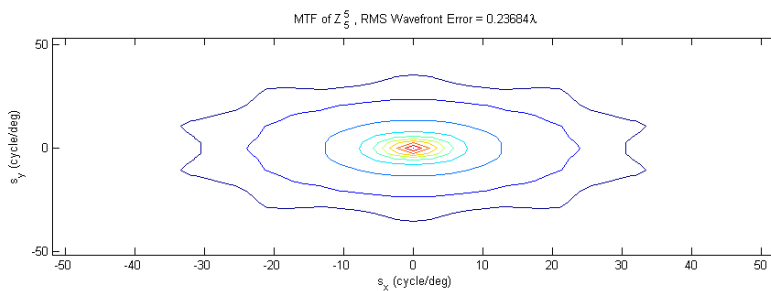
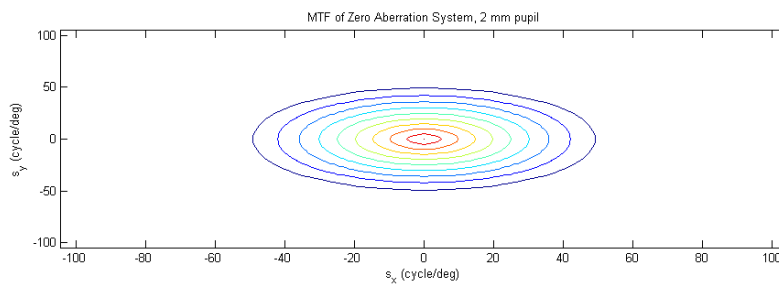


Σχήμα Β'.11: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 5$

B'.2. Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike



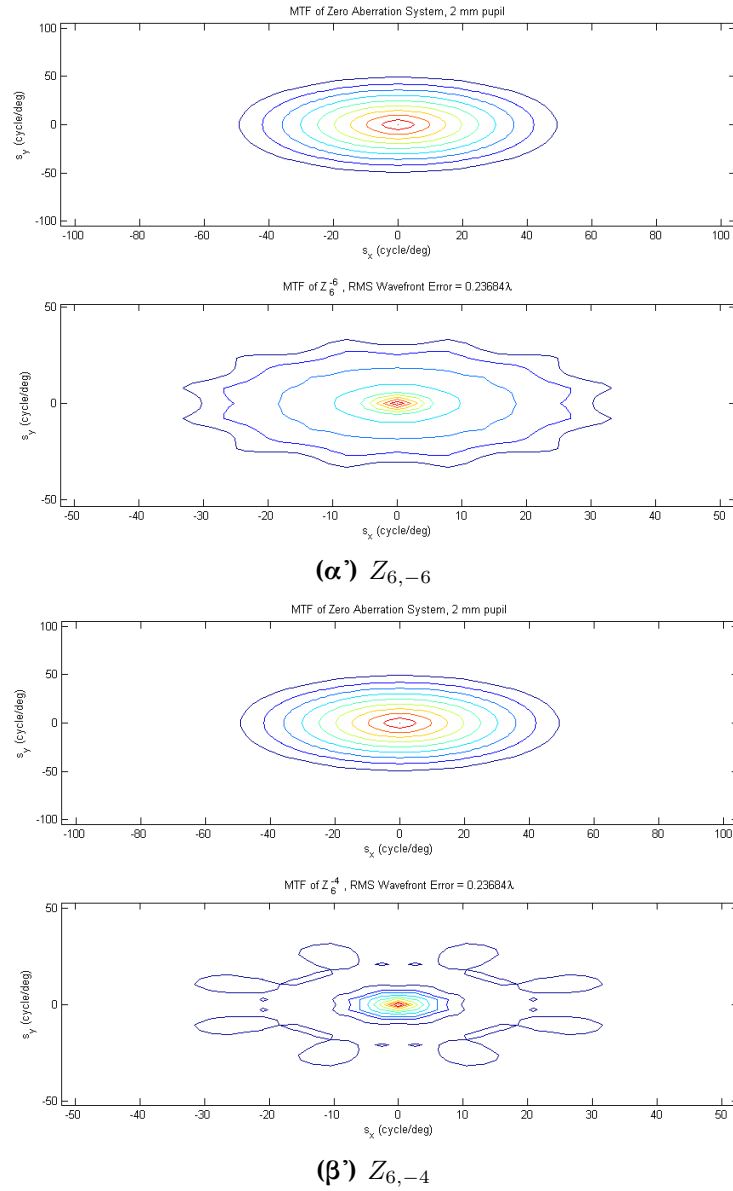
(ε') $Z_{5,3}$



(ζ') $Z_{5,5}$

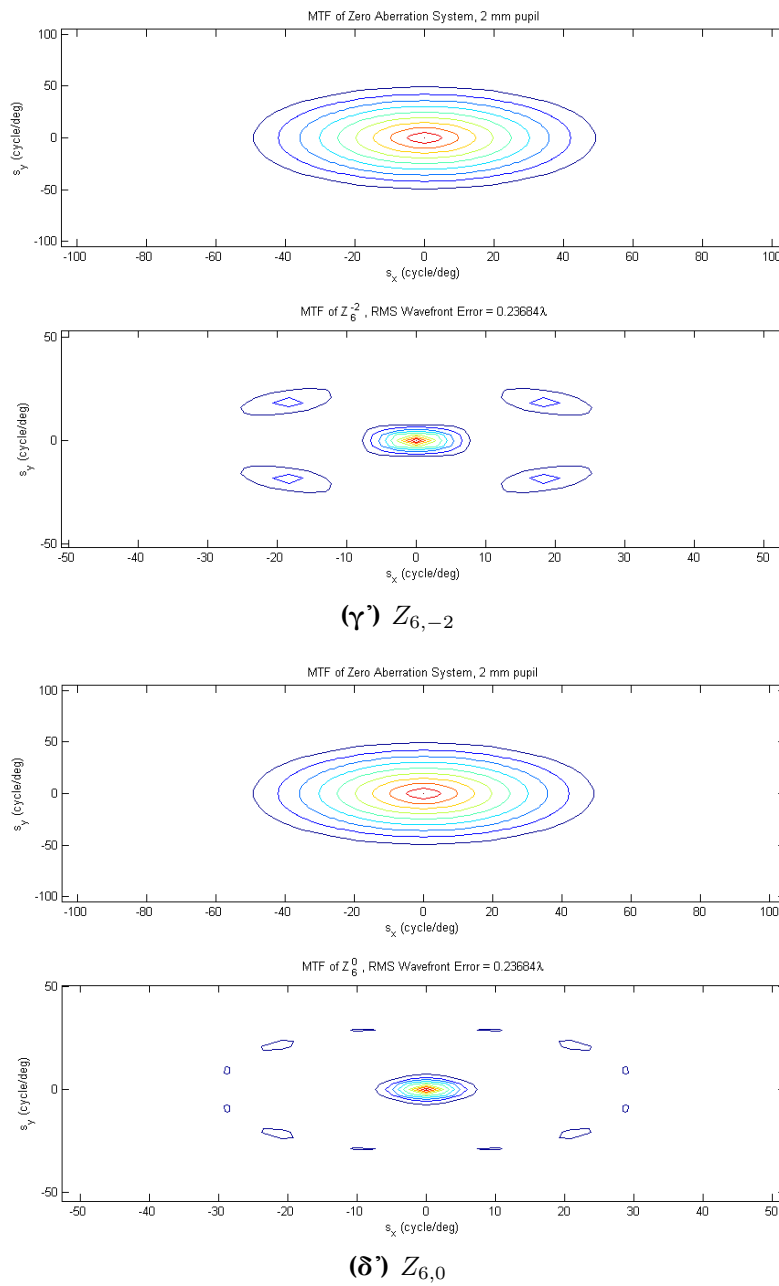
Σχήμα B'.11: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 5$

Παράρτημα Β'. Γραφικές παραστάσεις συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης MTF



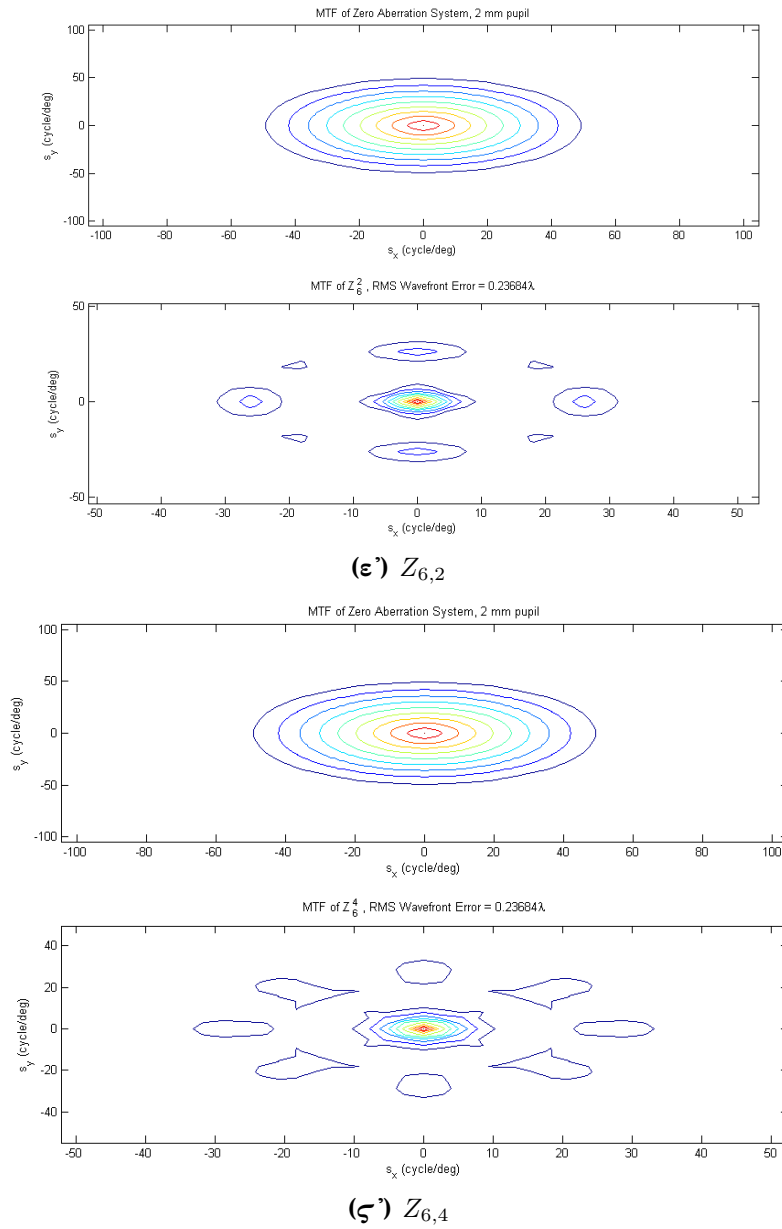
Σχήμα Β'.12: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 6$

Β'.2. Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike



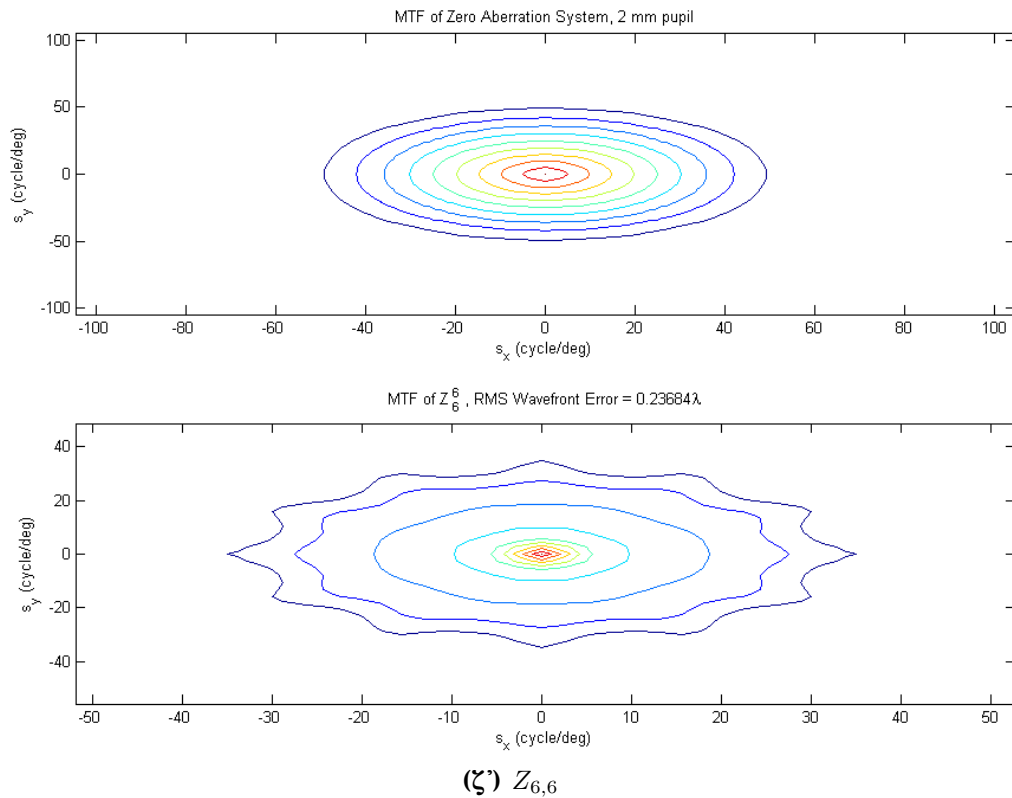
Σχήμα Β'.12: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 6$

Παράρτημα Β'. Γραφικές παραστάσεις συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης MTF



Σχήμα Β'.12: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολωνύμων Zernike για $n = 6$

Β'.2. Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολυωνύμων Zernike



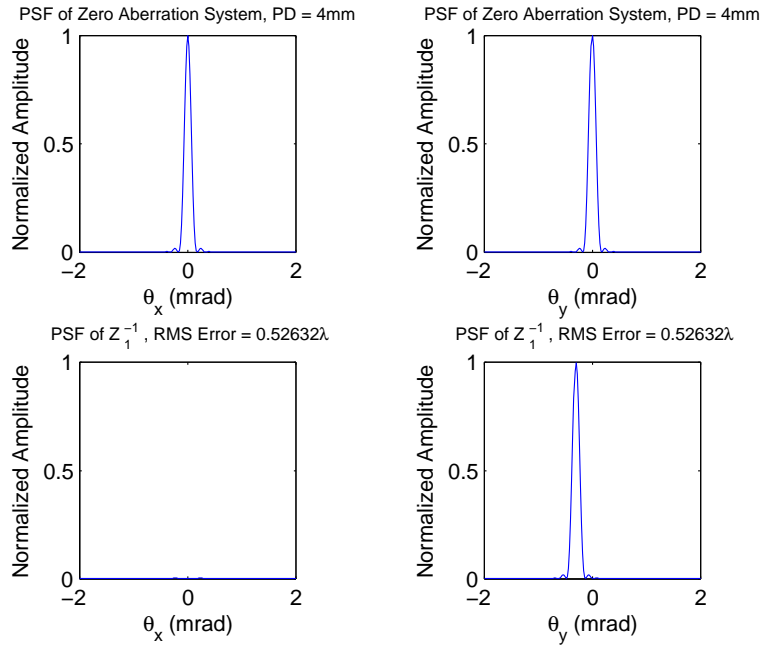
Σχήμα Β'.12: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης πολυωνύμων Zernike για $n = 6$



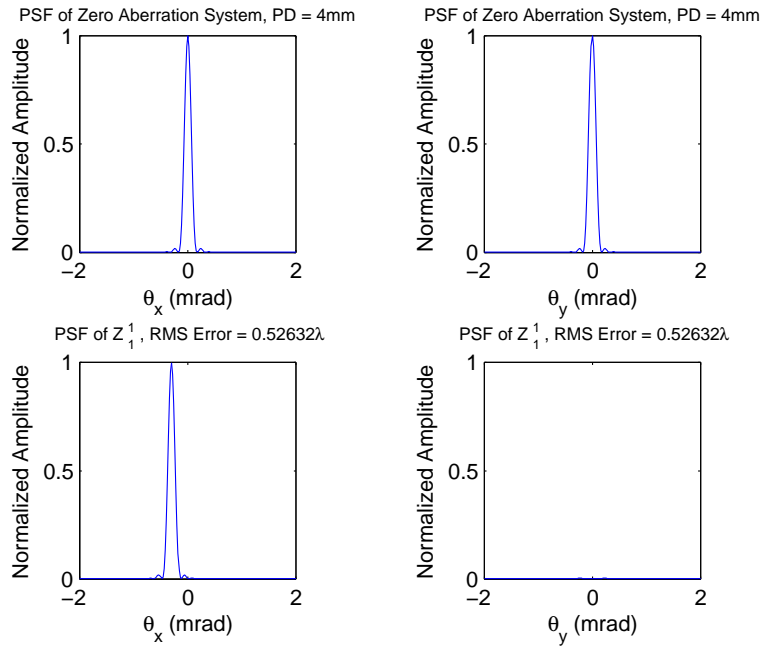
Γραφικές παραστάσεις συνάρτησης ανάπτυξης σημείου PSF

Γ'.1 Καμπύλες συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολυωνύμων Zernike

Παράρτημα Γ'. Γραφικές παραστάσεις συνάρτησης ανάπτυξης σημείου PSF



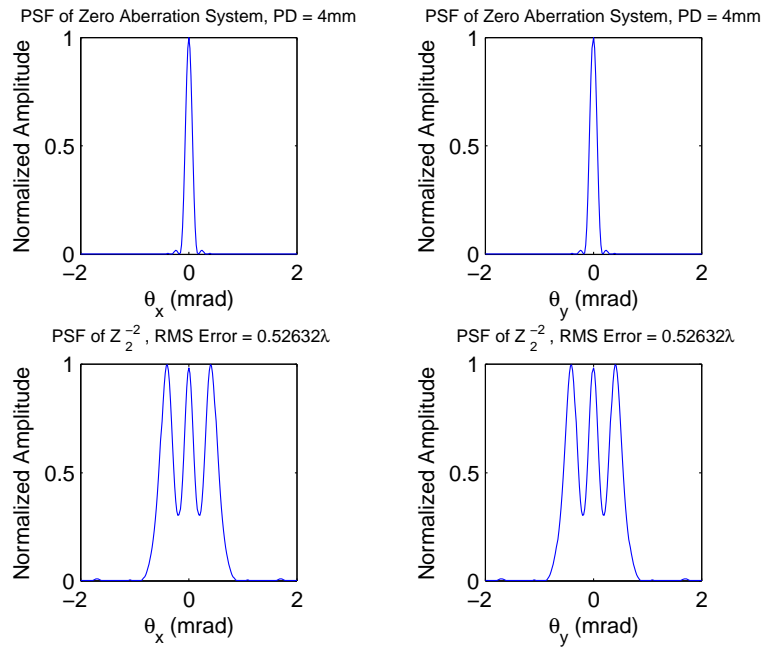
(α') $Z_{1,-1}$



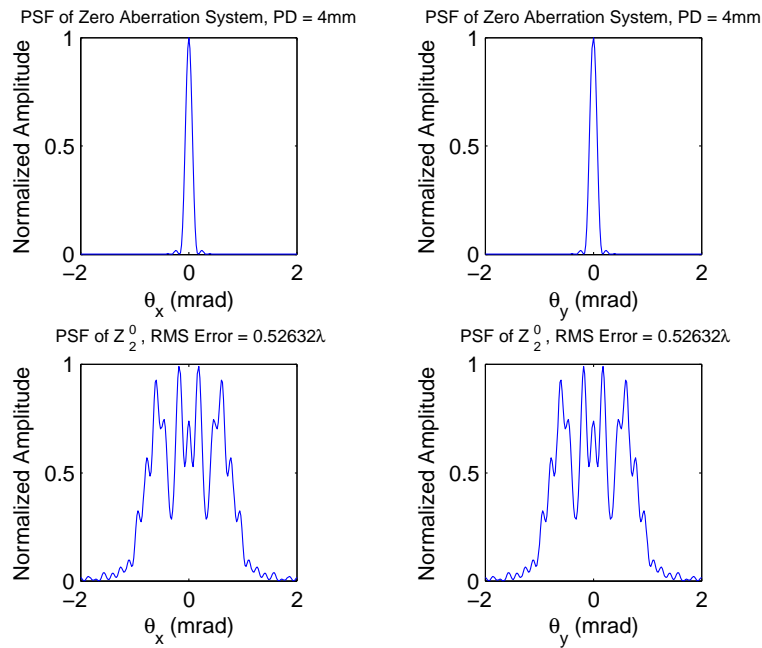
(β') $Z_{1,1}$

Σχήμα Γ'.1: Καμπύλη συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολυωνύμων Zernike για $n = 1$

Γ.1. Καμπύλες συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike

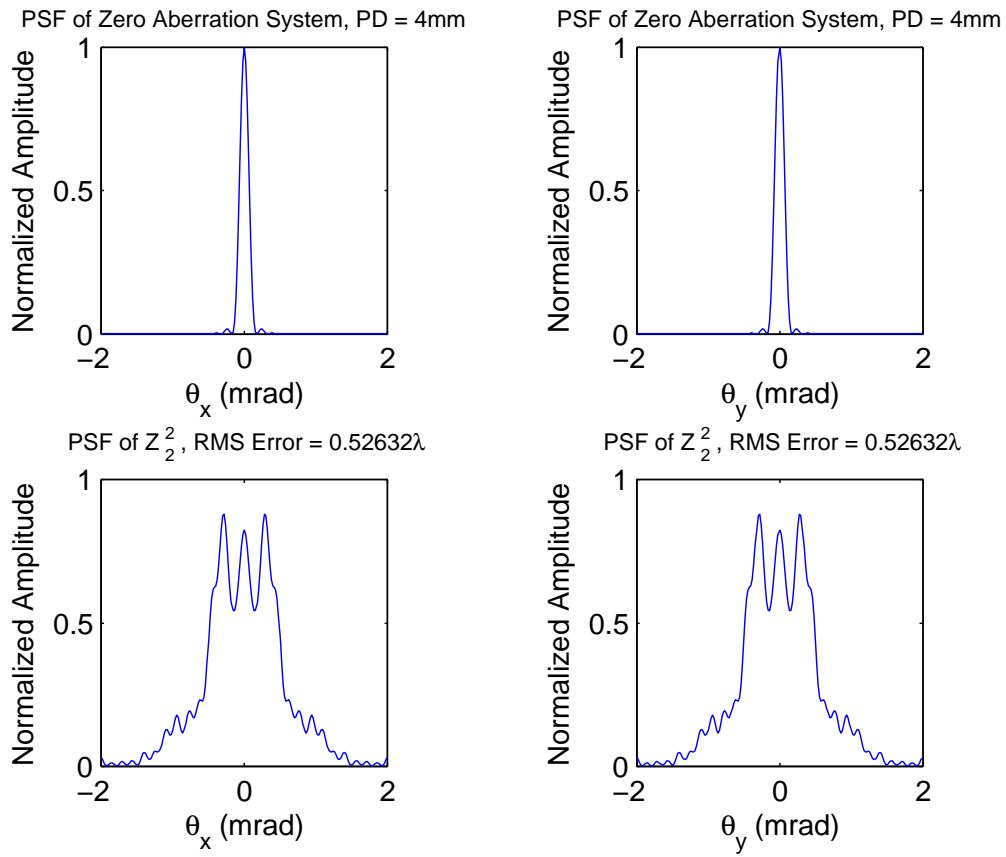


(α') $Z_{2,-2}$



(β') $Z_{2,0}$

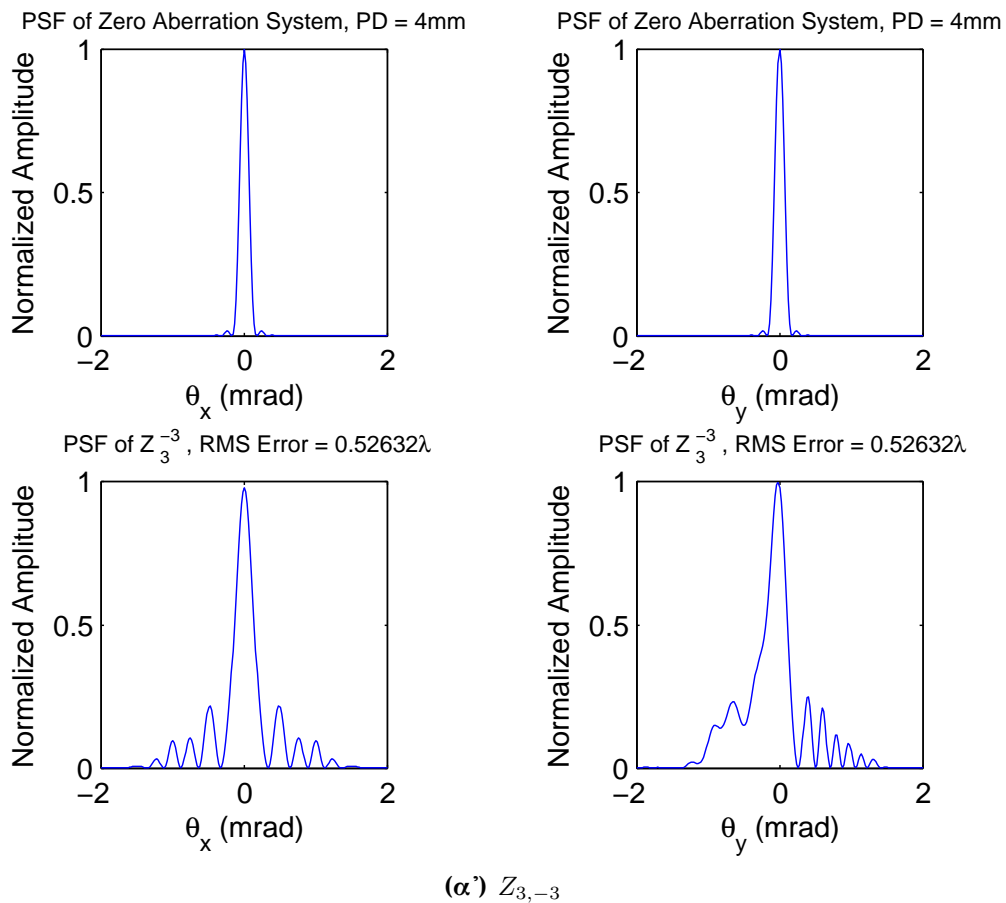
Σχήμα Γ.2: Καμπύλη συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 2$



(γ') $Z_{2,2}$

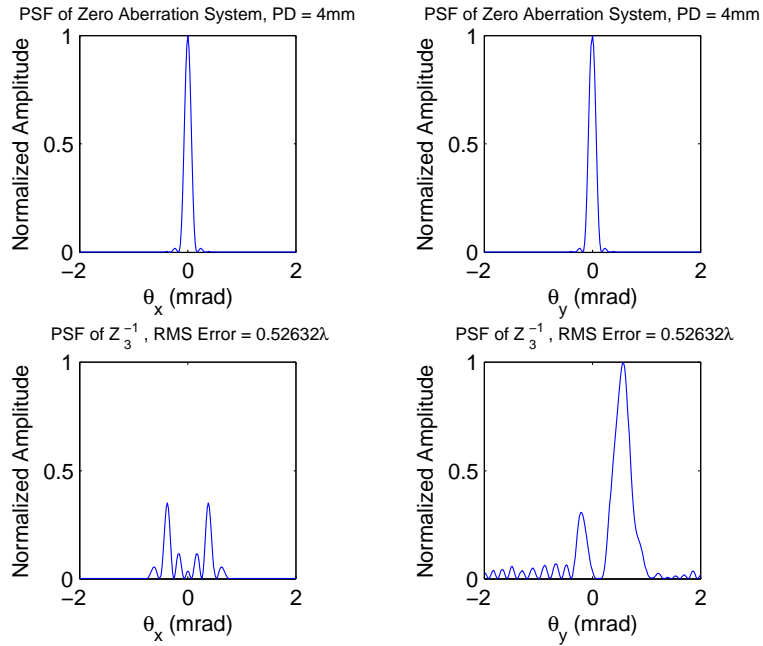
Σχήμα Γ'.2: Καμπύλη συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνόμων Zernike για $n = 2$

Γ.1. Καμπύλες συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike

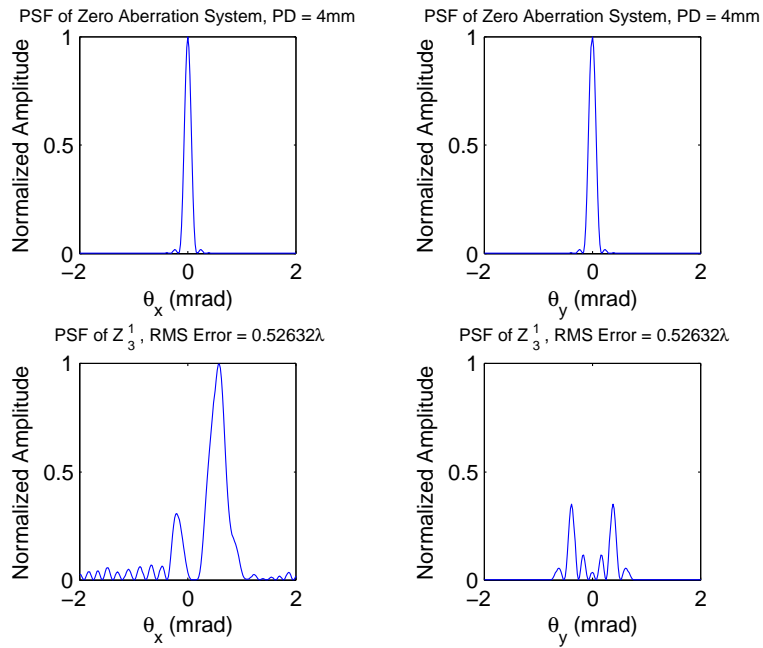


Σχήμα Γ.3: Καμπύλη συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 3$

Παράρτημα Γ'. Γραφικές παραστάσεις συνάρτησης ανάπτυξης σημείου PSF



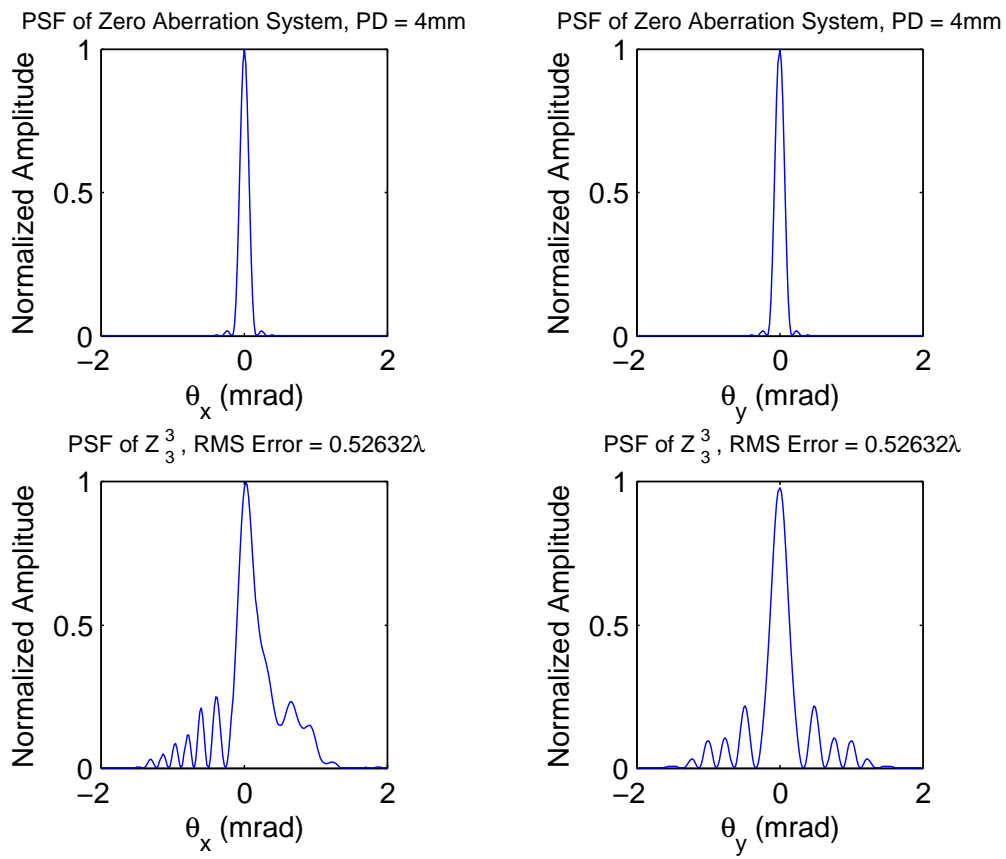
(β) $Z_{3,-1}$



(γ) $Z_{3,1}$

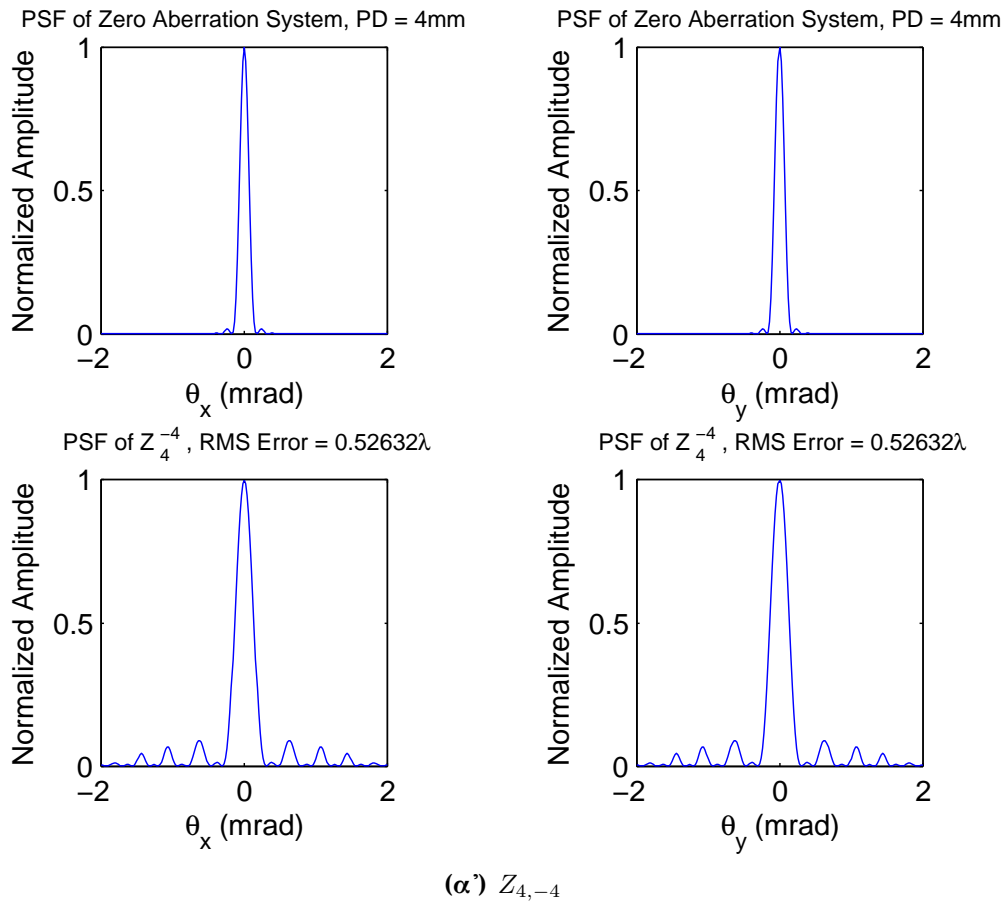
Σχήμα Γ'.3: Καμπύλη συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 3$

Γ.1. Καμπύλες συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike



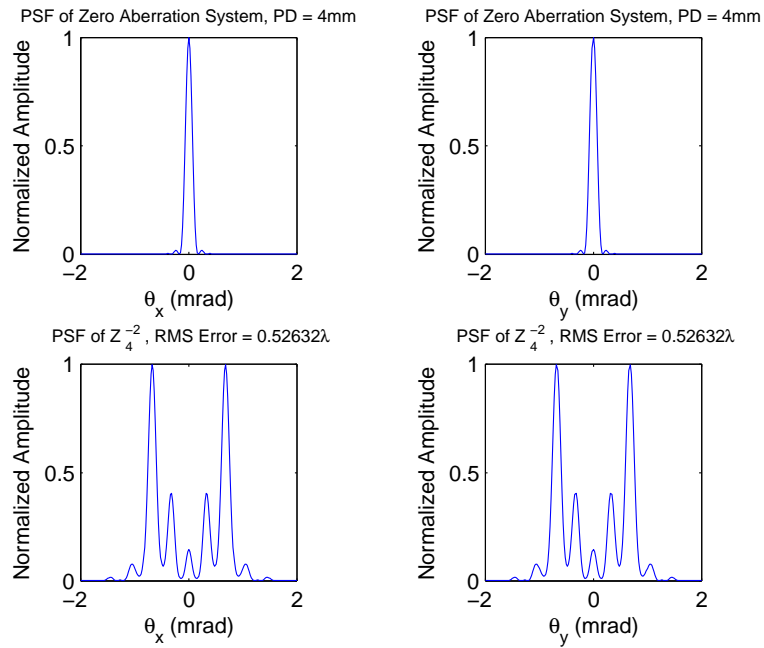
(δ') $Z_{3,3}$

Σχήμα Γ.3: Καμπύλη συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 3$

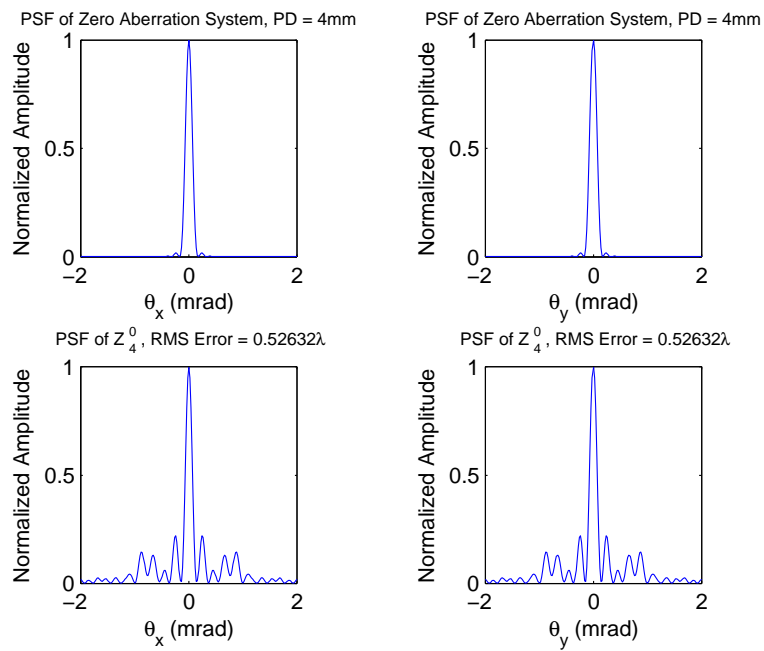


Σχήμα Γ'.4: Καμπύλη συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 4$

Γ.1. Καμπύλες συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike

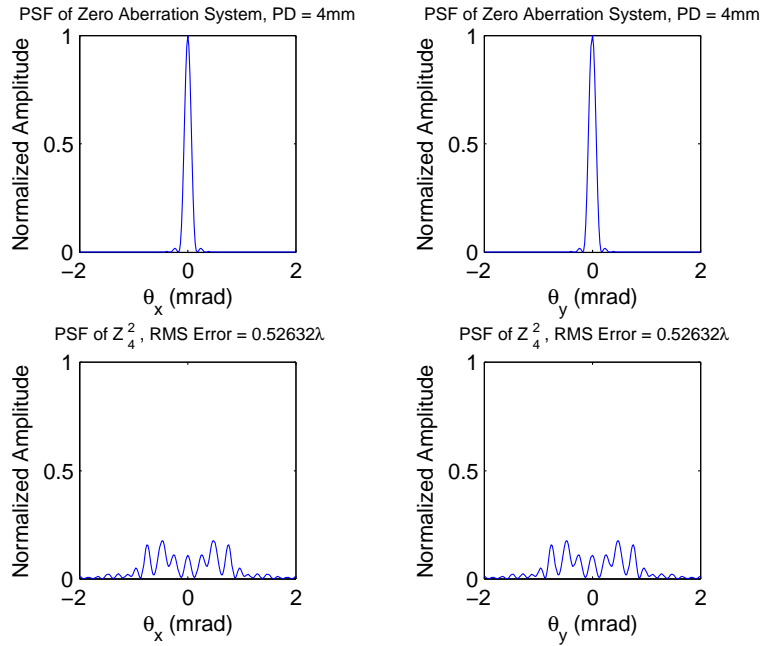


(β') $Z_{4,-2}$

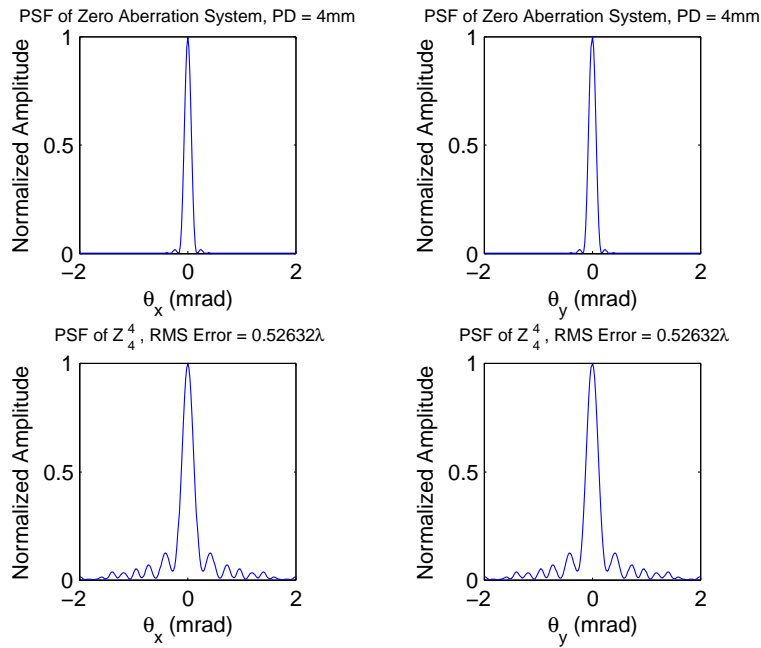


(γ') $Z_{4,0}$

Σχήμα Γ.4: Καμπύλη συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 4$



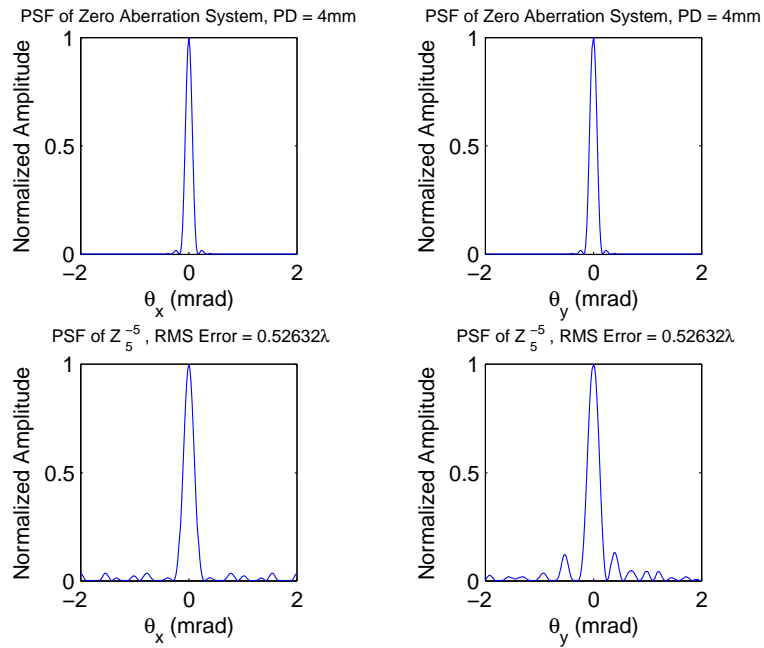
(δ') $Z_{4,2}$



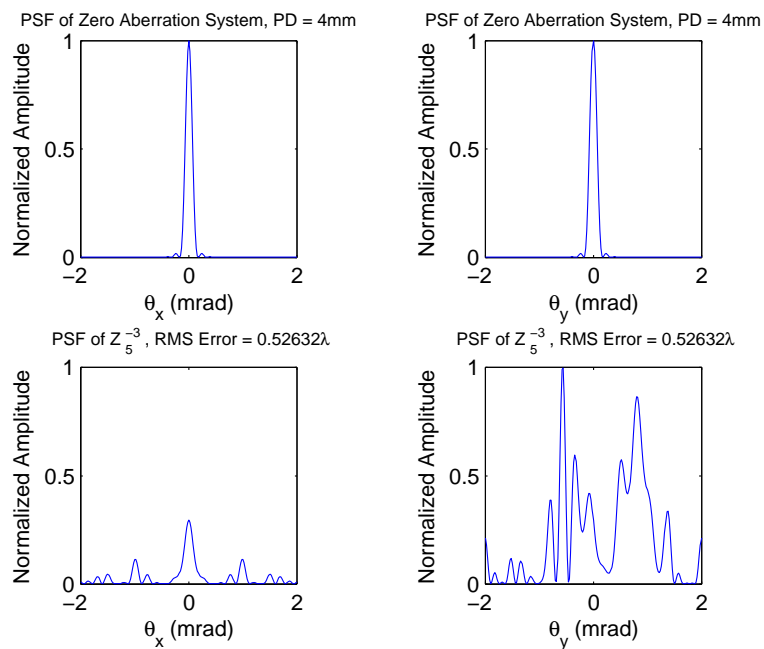
(ε') $Z_{4,4}$

Σχήμα Γ'.4: Καμπύλη συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 4$

Γ.1. Καμπύλες συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike

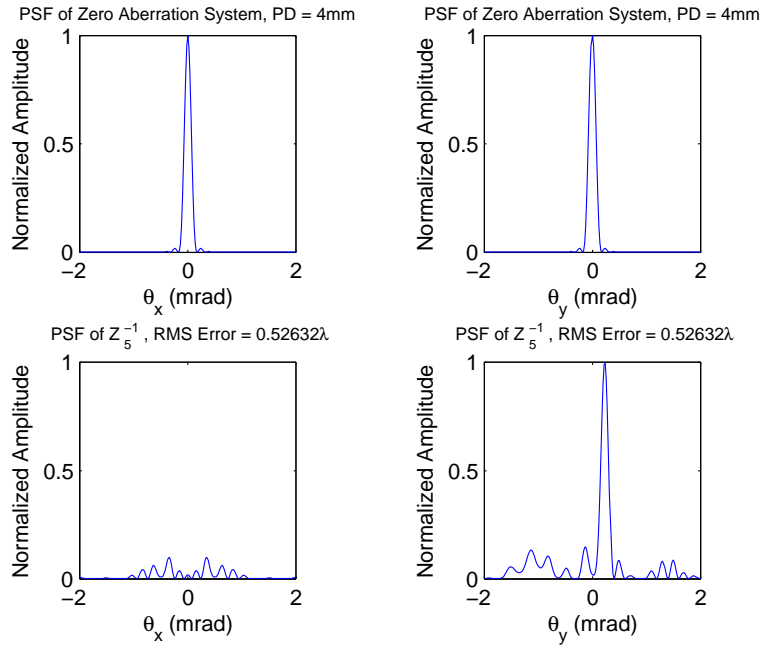


(α') $Z_{5,-5}$

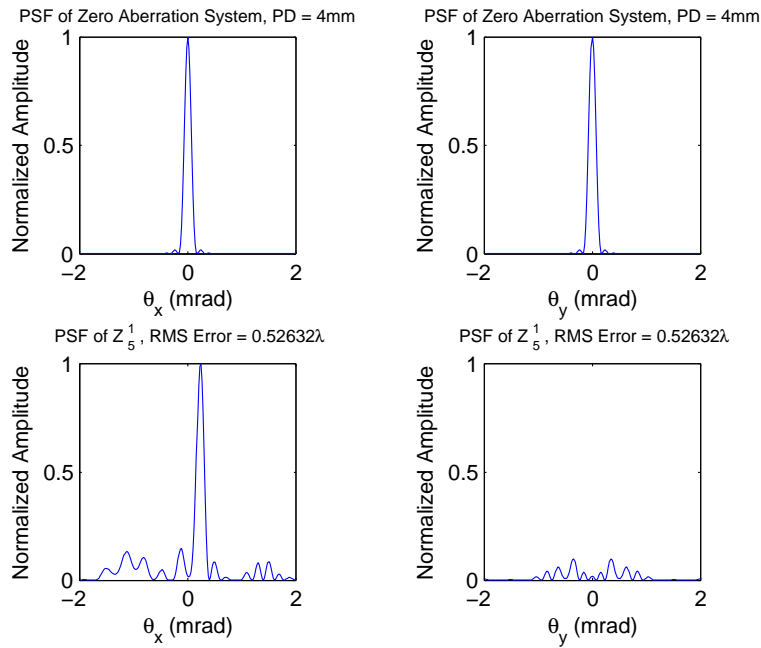


(β') $Z_{5,-3}$

Σχήμα Γ.5: Καμπύλη συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 5$



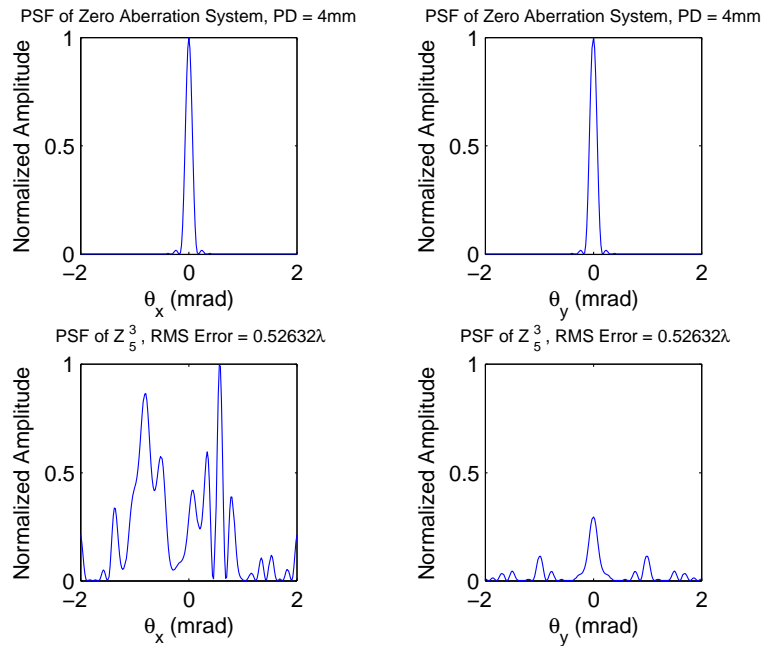
(γ') $Z_{5,-1}$



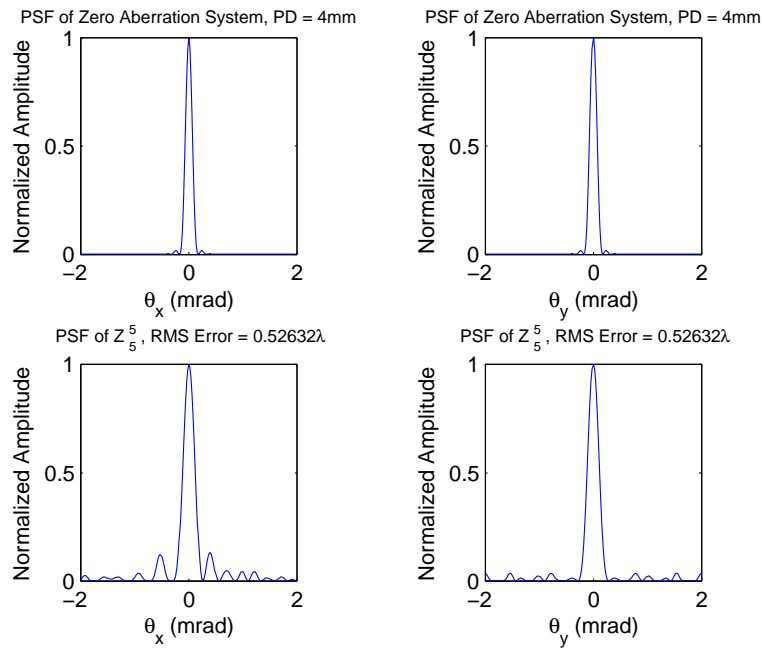
(δ') $Z_{5,1}$

Σχήμα Γ'.5: Καμπύλη συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 5$

Γ.1. Καμπύλες συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike



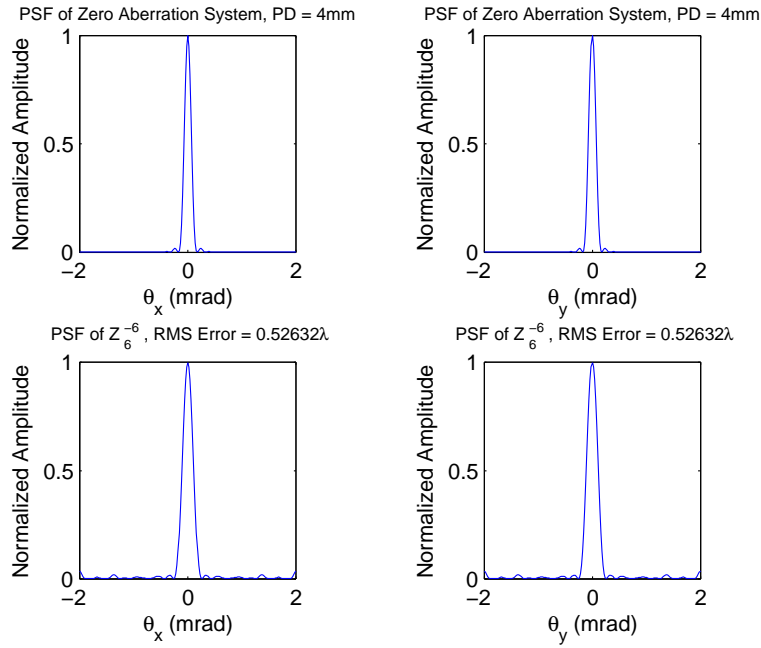
(ε') $Z_{5,3}$



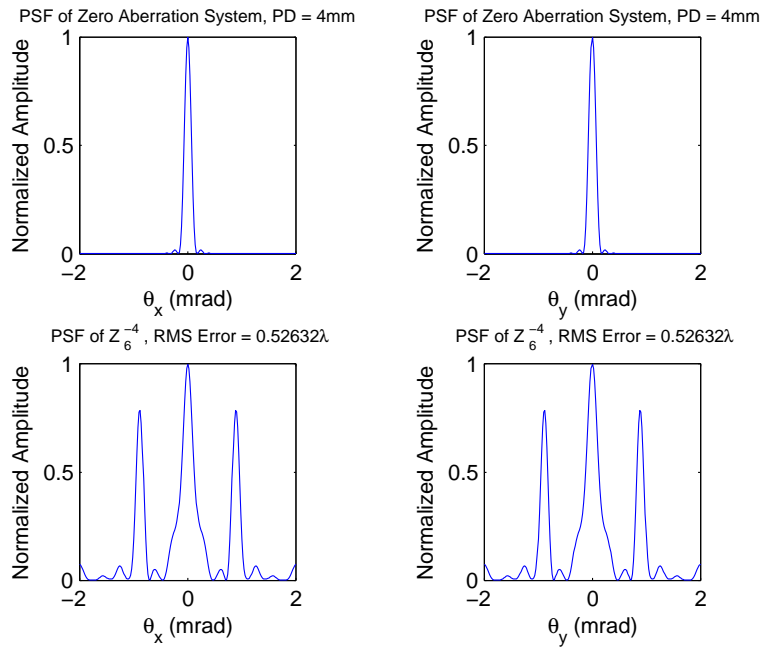
(ζ') $Z_{5,5}$

Σχήμα Γ.5: Καμπύλη συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 5$

Παράρτημα Γ'. Γραφικές παραστάσεις συνάρτησης ανάπτυξης σημείου PSF



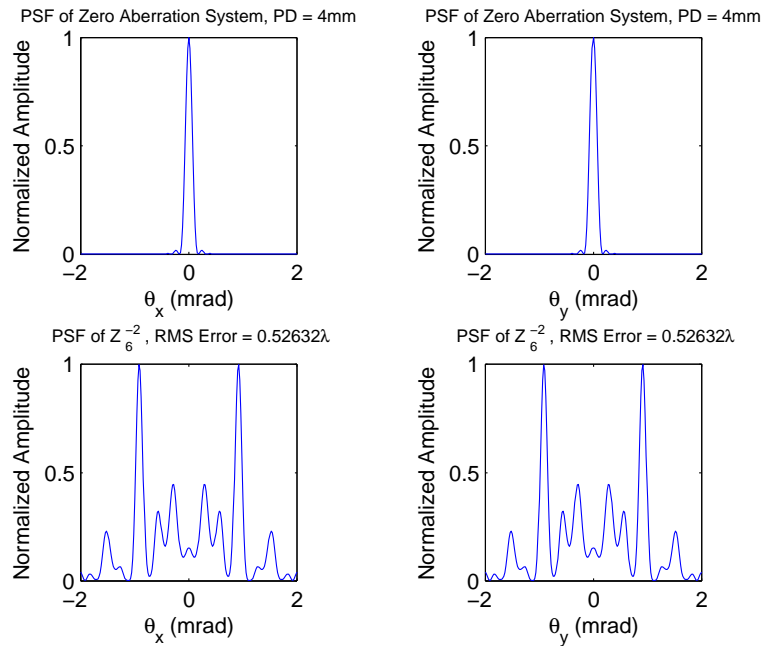
(α') $Z_{6,-6}$



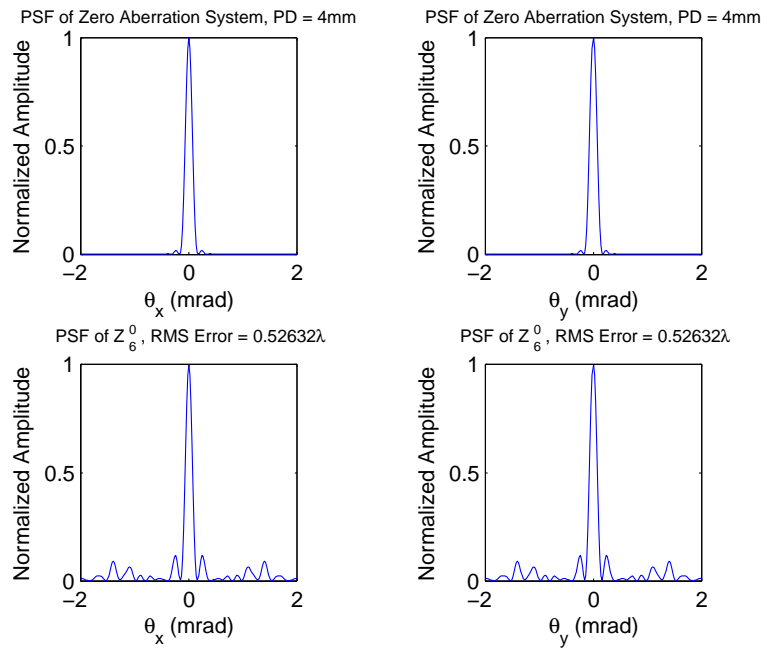
(β') $Z_{6,-4}$

Σχήμα Γ'.6: Καμπύλη συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 6$

Γ.1. Καμπύλες συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike

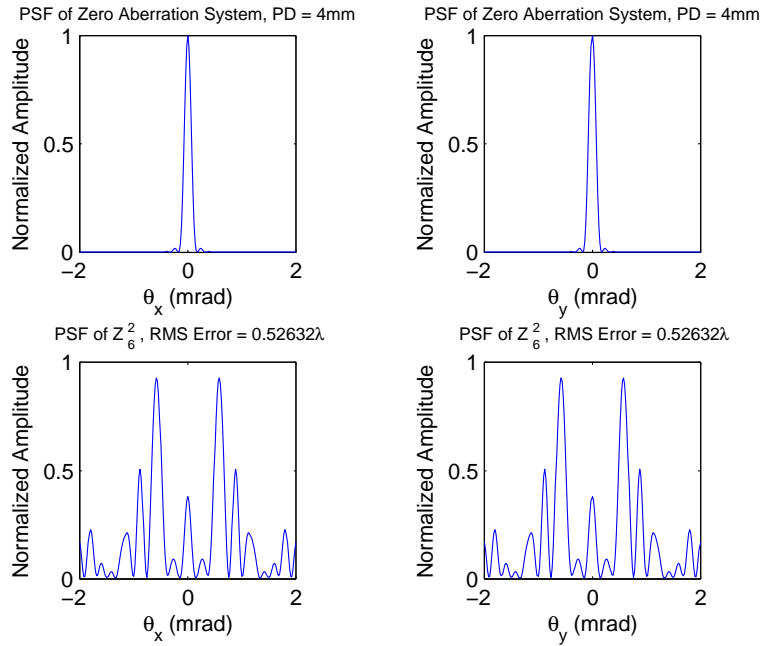


(γ') $Z_{6,-2}$

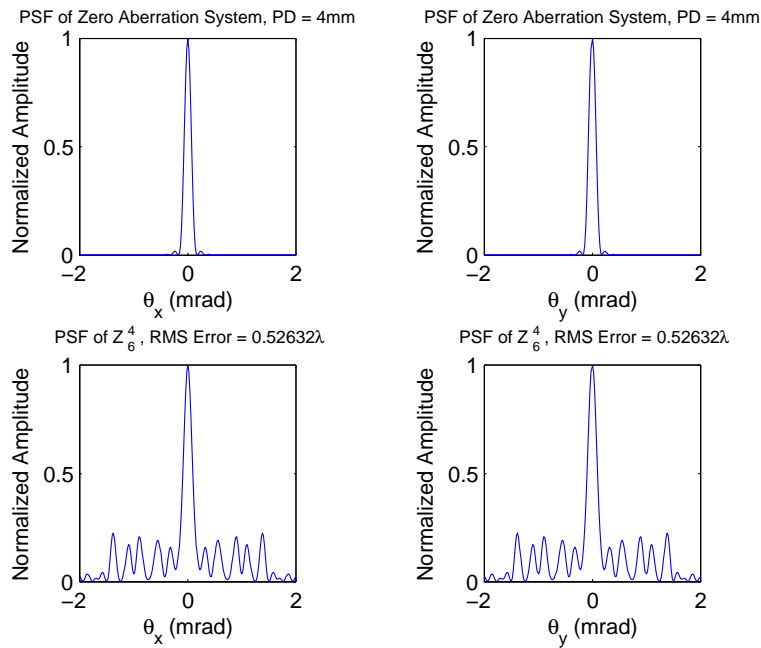


(δ') $Z_{6,0}$

Σχήμα Γ.6: Καμπύλη συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 6$



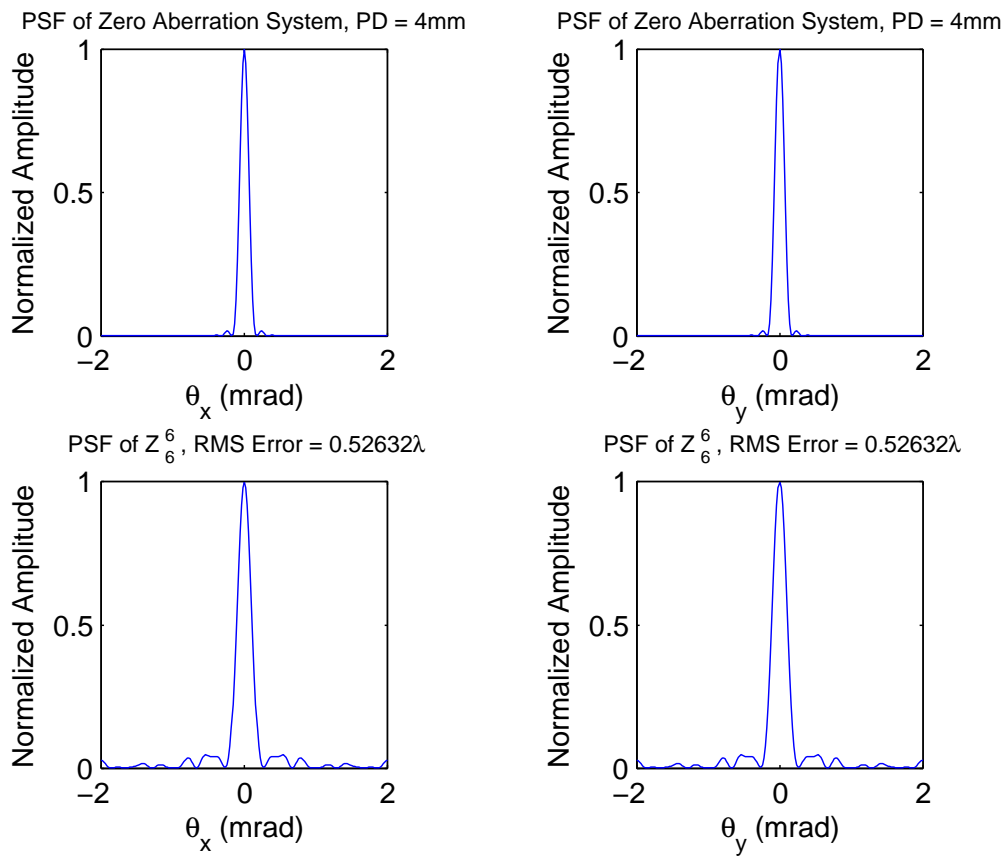
(ε') $Z_{6,2}$



(ς') $Z_{6,4}$

Σχήμα Γ'.6: Καμπύλη συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολυωνύμων Zernike για $n = 6$

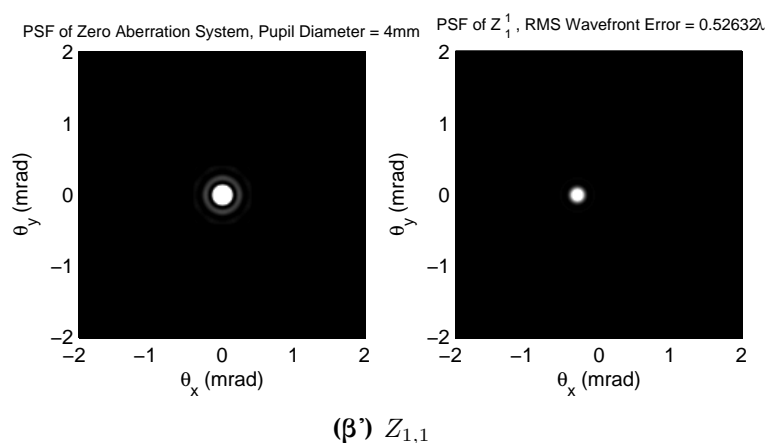
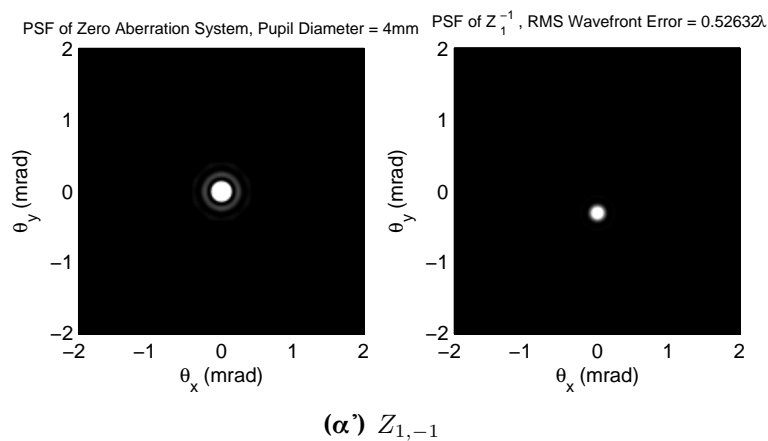
Γ.1. Καμπύλες συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike



(ζ') $Z_{6,6}$

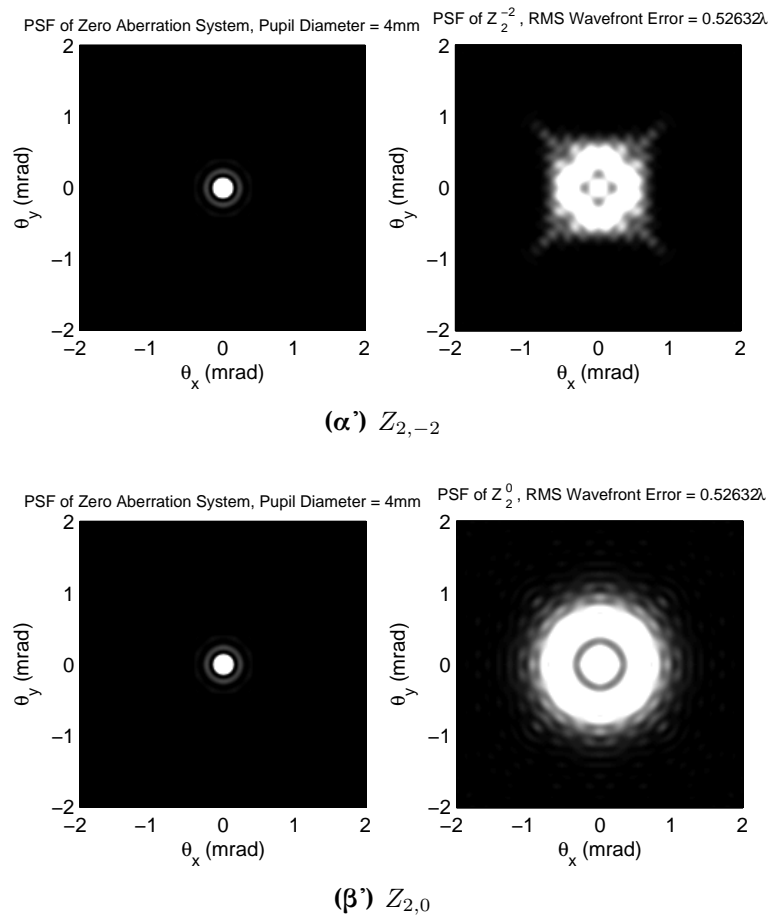
Σχήμα Γ.6: Καμπύλη συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 6$

Γ'.2 Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike

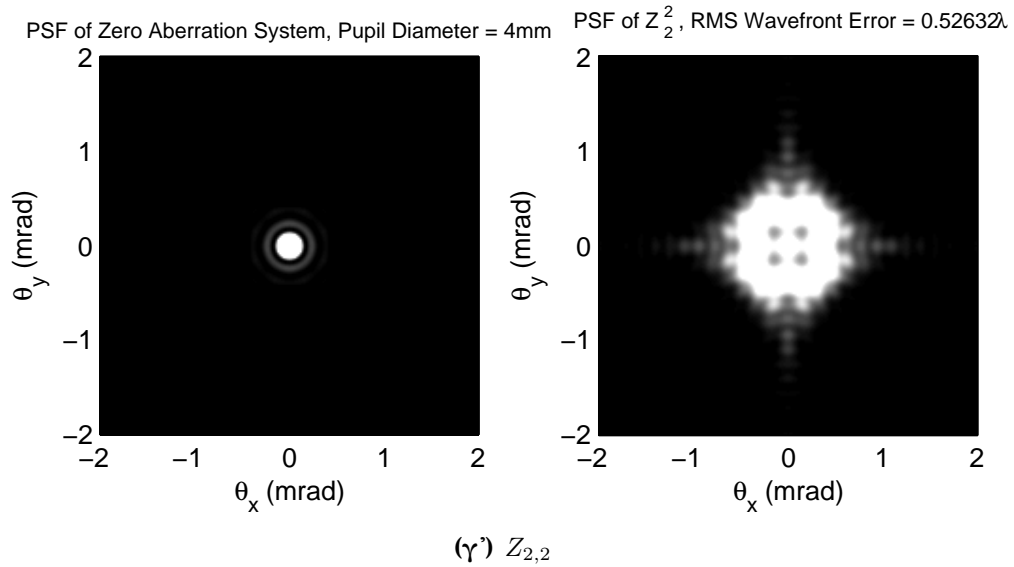


Σχήμα Γ'.7: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 1$

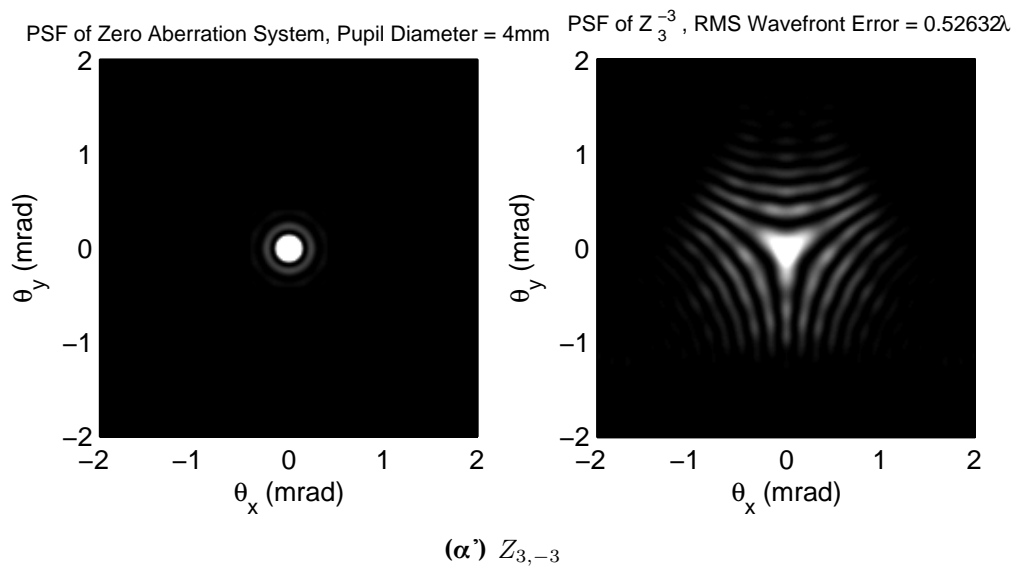
Γ.2. Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike



Σχήμα Γ.8: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 2$

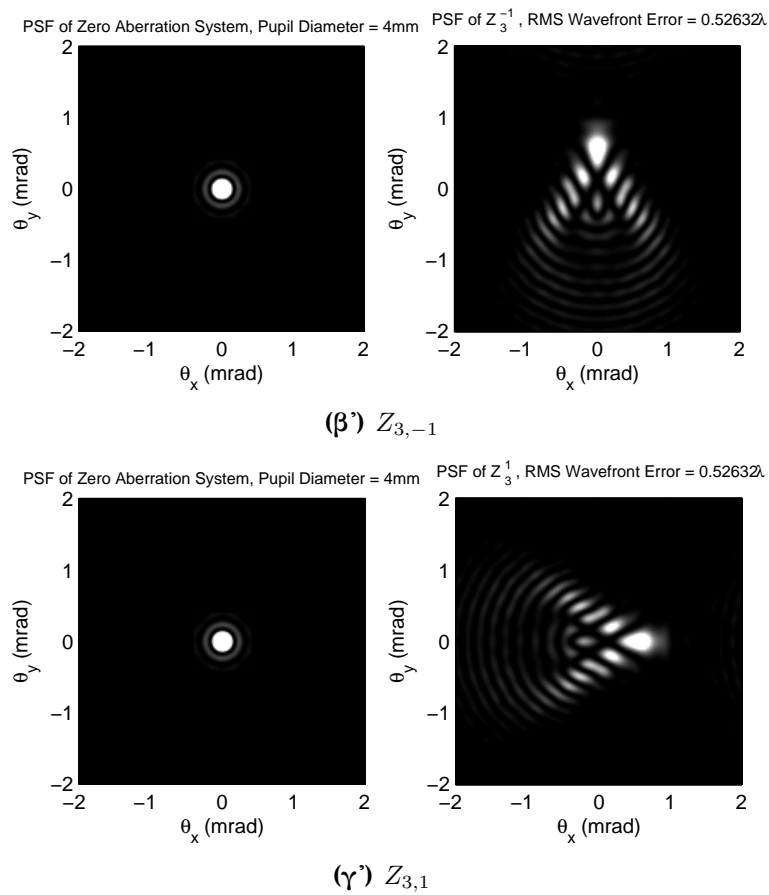


Σχήμα Γ'.8: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 2$

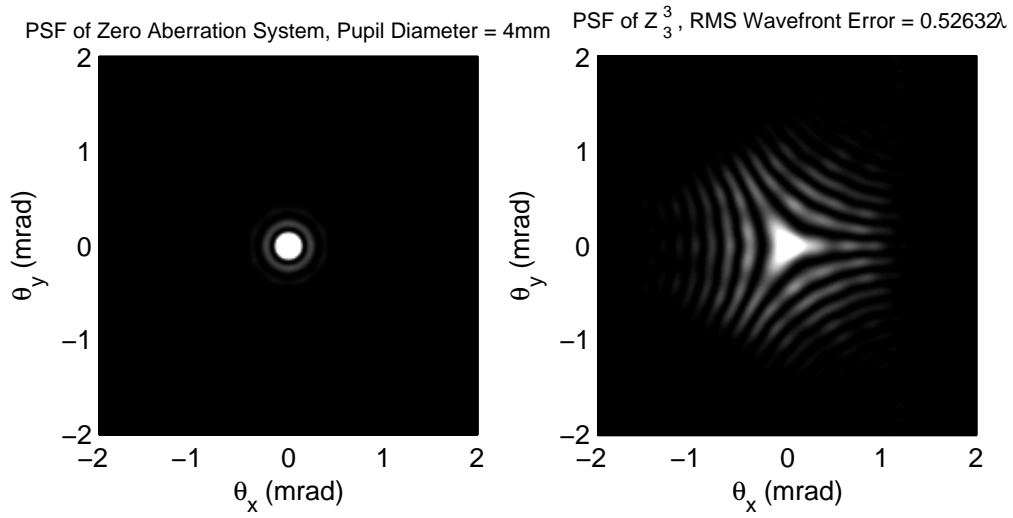


Σχήμα Γ'.9: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 3$

Γ.2. Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike

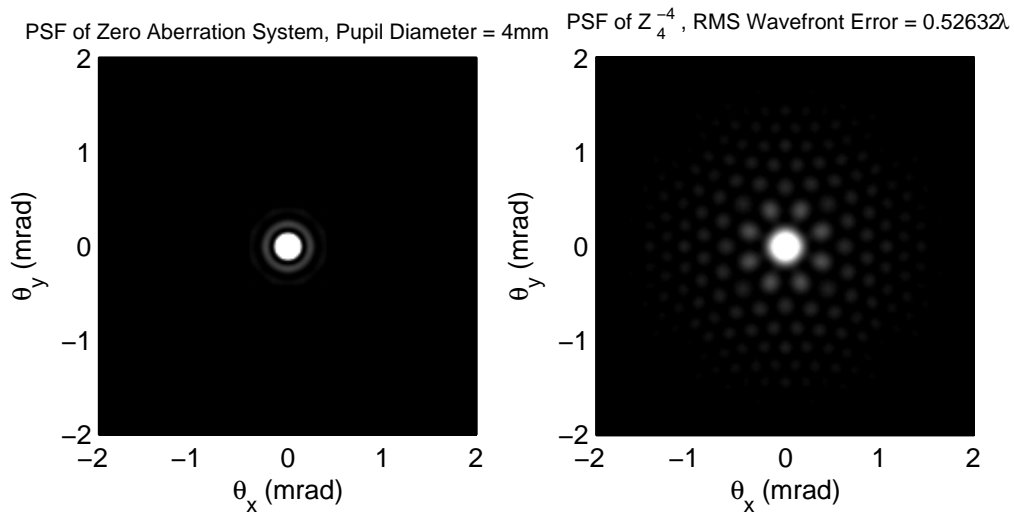


Σχήμα Γ.9: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 3$



(δ') $Z_{3,3}$

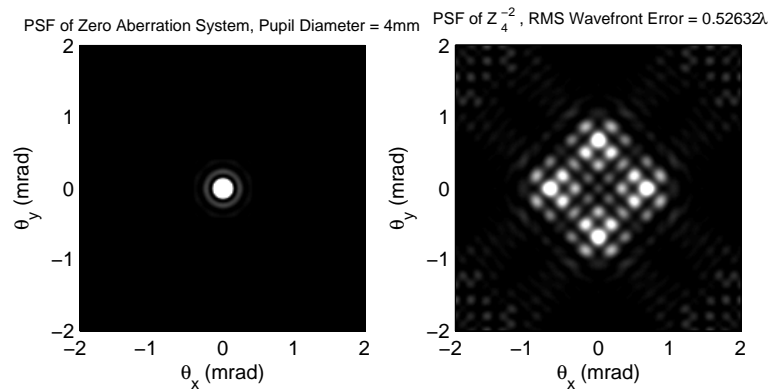
Σχήμα Γ'.9: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 3$



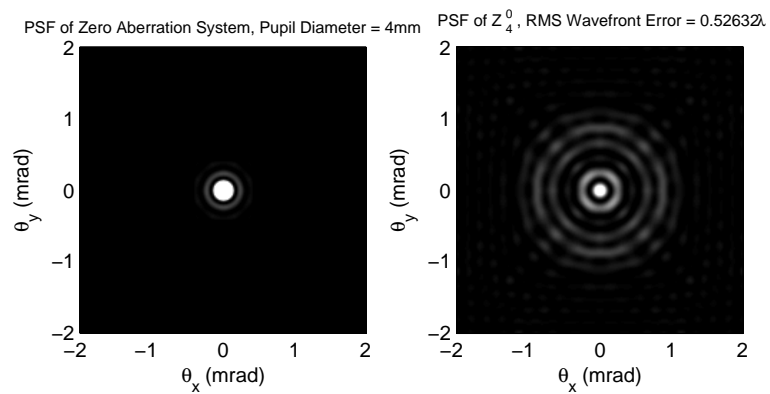
(α') $Z_{4,-4}$

Σχήμα Γ'.10: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 4$

Γ.2. Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike

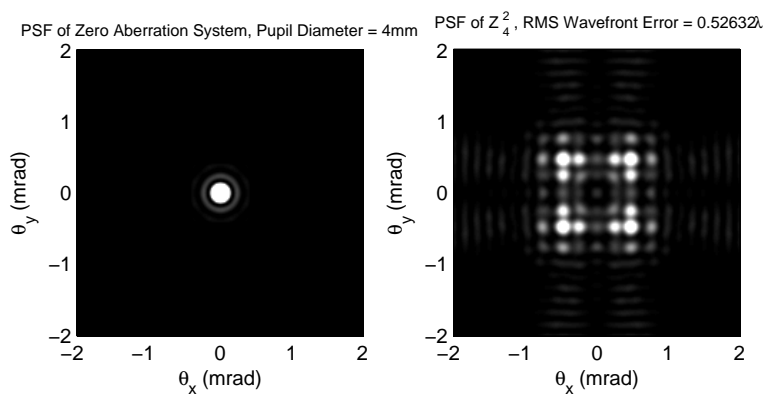


(β') $Z_{4,-2}$

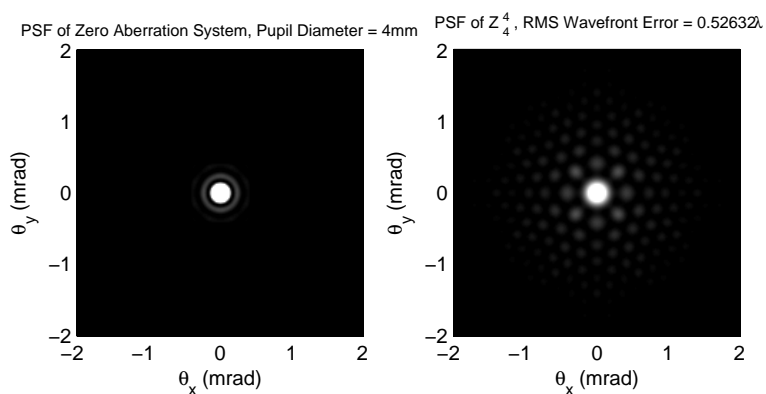


(γ') $Z_{4,0}$

Σχήμα Γ.10: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 4$



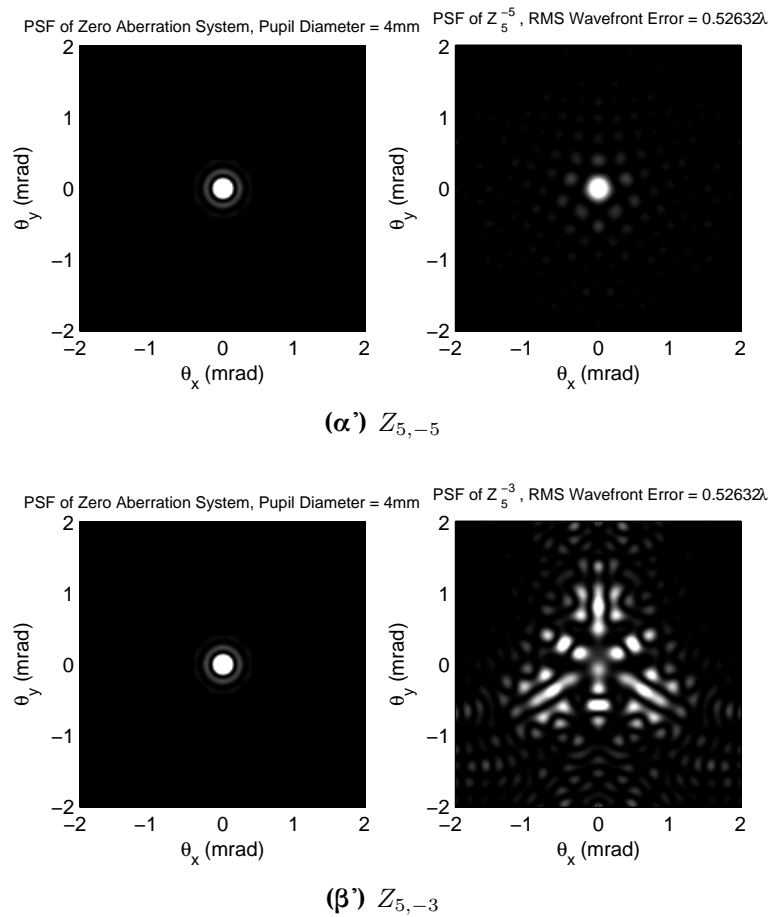
(δ') $Z_{4,2}$



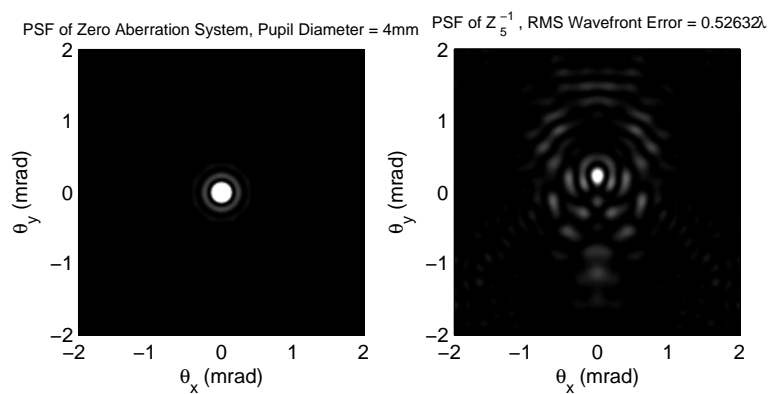
(ε') $Z_{4,4}$

Σχήμα Γ'.10: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνόμων Zernike για $n = 4$

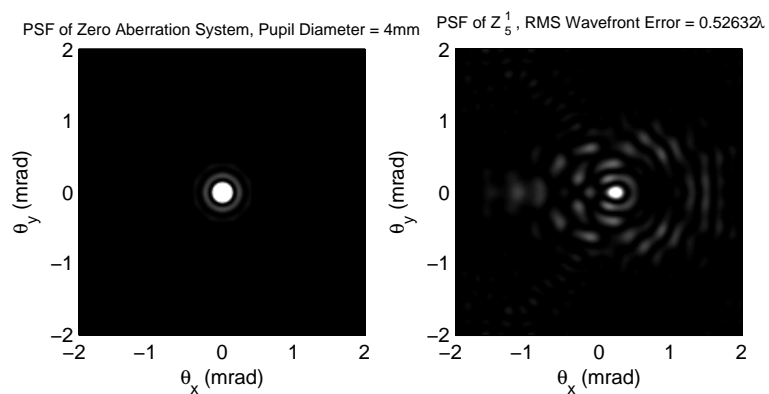
Γ.2. Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike



Σχήμα Γ.11: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 5$



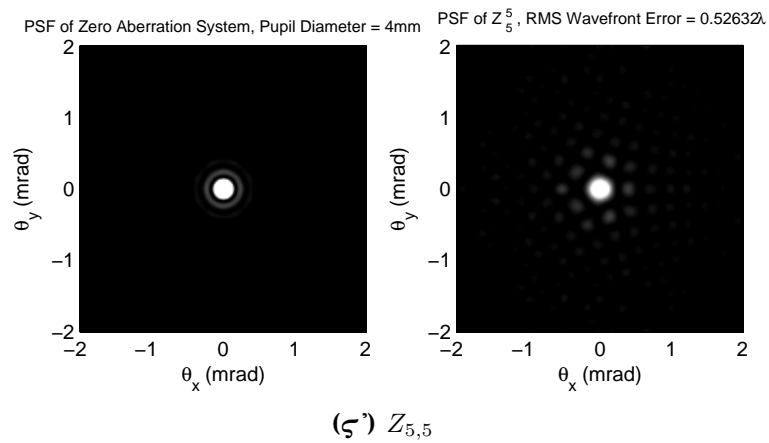
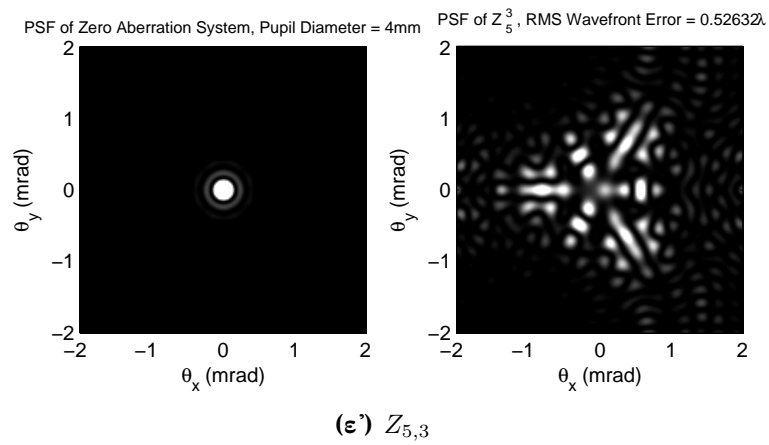
(γ') $Z_{5,-1}$



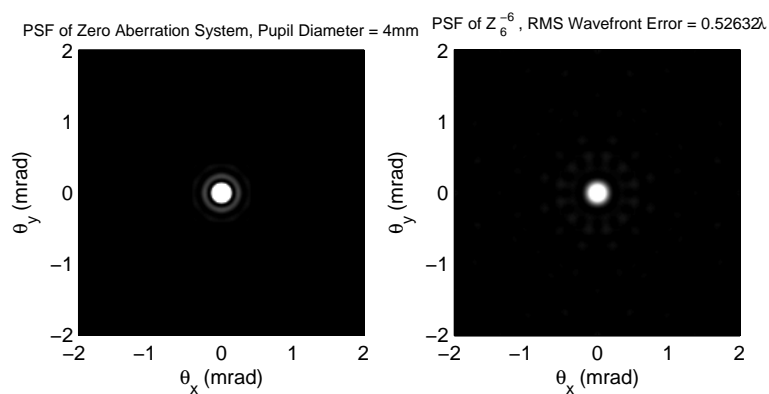
(δ') $Z_{5,1}$

Σχήμα Γ'.11: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνόμων Zernike για $n = 5$

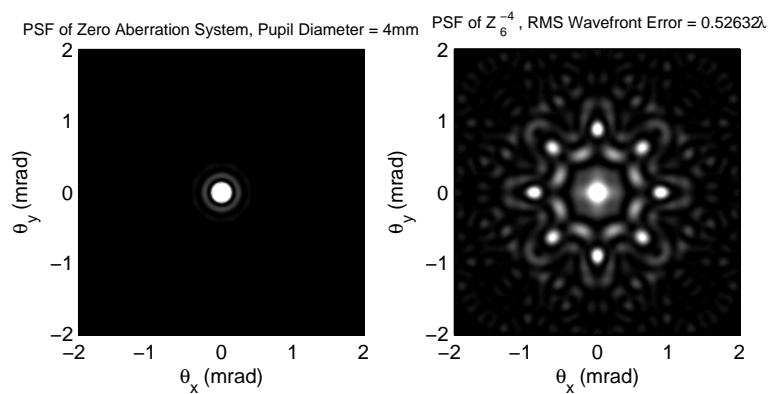
Γ.2. Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike



Σχήμα Γ.11: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 5$



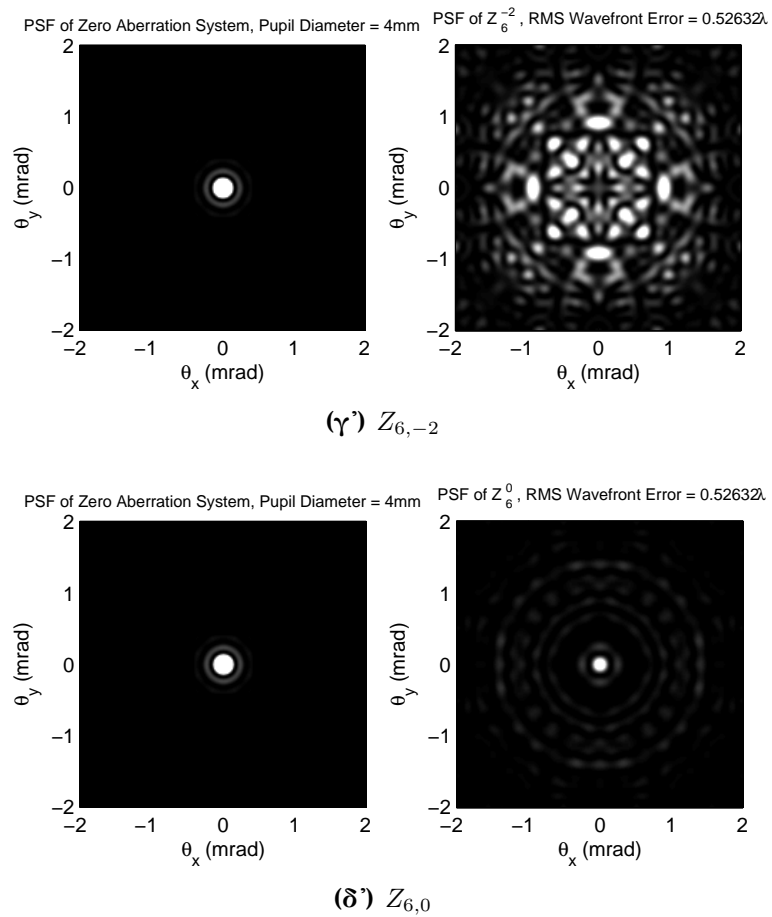
(α') $Z_{6,-6}$



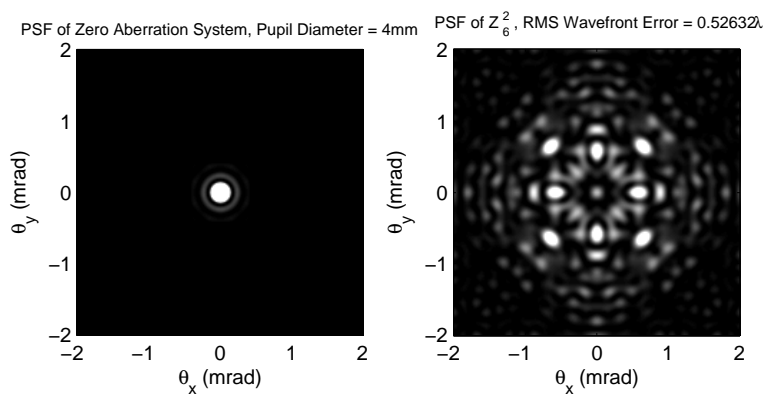
(β') $Z_{6,-4}$

Σχήμα Γ'.12: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνόμων Zernike για $n = 6$

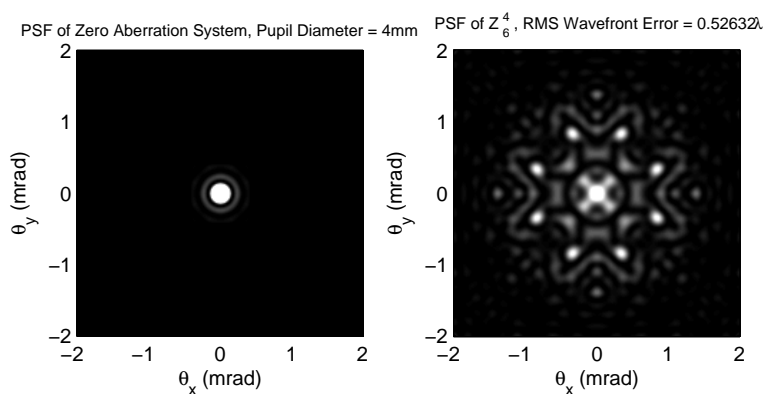
Γ.2. Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike



Σχήμα Γ.12: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 6$



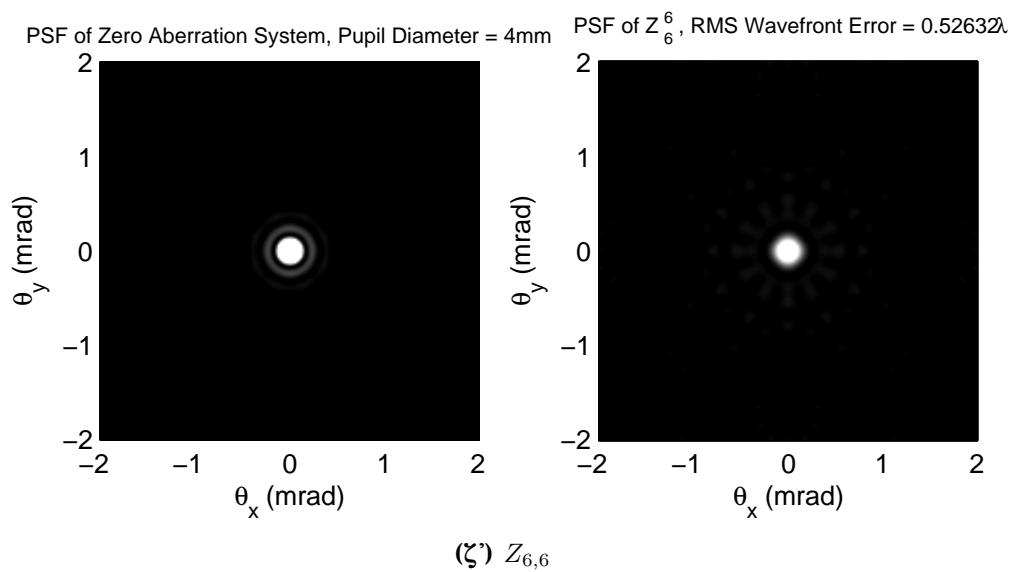
(ε') $Z_{6,2}$



(ς') $Z_{6,4}$

Σχήμα Γ'.12: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνόμενων Zernike για $n = 6$

Γ.2. Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike



Σχήμα Γ'.12: Διδιάσταση αναπαράσταση συνάρτησης ανάπτυξης σημείου πολωνύμων Zernike για $n = 6$



Κώδικες γραφικών παραστάσεων

Δ'.1 ZernikePolynomial

```
1 clear all;
  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
  % Set-up normalized x,y grid
  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
5
  xn=-1:0.02:1;   %normalized x-coordinates
  yn=-1:0.02:1;   %normalized y-coordinates

  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
10 % Zernike polynomial selection
  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

  disp('Zernike_Polynomial_radial_order_n, azimuthal_frequency_m, and
        mode_number_j')
  %nn=0:1:6;           %[INPUT] highest power or order of the
    radial polynomial term
15 d=2;                %pupil diameter
  PupilDiameter=d;
  PupilRadius=d/2;
  %mm=-n:2:n          %[INPUT] azimuthal frequency of the
    sinusoidal component
  %n = 1;
20 %m = 1;
```

```

%j=0.5*(n*(n+2)+m)   %mode number (0 to 36) from single indexing
    scheme

for n = 3
    for m = -n:2:n
25      j=0.5*(n*(n+2)+m) ;
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        % Compute Zernike polynomial
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

30      z=zernike(n,m,xn,yn,d);

        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        % Plot Zernike polynomial
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

35      win_title = strcat('Z{',num2str(n),',',num2str(m),'}');
        disp(win_title);
        fig = figure('Name',win_title,'NumberTitle','off','visible','
            off');
        subplot(2,1,1)
        z=rot90(z);
40      z=flipud(z);
        imagesc(xn,yn,z);
        colormap gray
        axis xy
        axis square

45      %set(gca, 'TickDir', 'out')
        title(['Zernike_Polynomial_{Z^{', num2str(m),'}_{', num2str(n)
            ,'}'], 'FontSize', 10);
        xlabel('Normalized_x_pupil_coordinate');
        ylabel('Normalized_y_pupil_coordinate');

50      %figure
        subplot(2,1,2)
        mesh(xn,yn,z)
        %view(-37.5,45)
        title(['Zernike_Polynomial_{Z^{', num2str(m),'}_{', num2str(n)
            ,'}'], 'FontSize', 10);
55      xlabel('Normalized_x_pupil_coordinate');
    
```

Δ'.2. ZernikePolynomialMTF

```
        ylabel('Normalized_y_pupil_coordinate');
        zlabel('Amplitude');
        colormap('default')
        saveas(fig,win_title,'pdf')
60      %colormap([0.8 0 0])
        end
end
```

Κώδικας Δ'.1: ZernikePolynomial

Δ'.2 ZernikePolynomialMTF

```
1  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% Class:      Psych 221/EE 362
% File:      ZernikePolynomialMTF
5  % Author:   Patrick Maeda
% Purpose:   Calculate and Plot MTF of Zernike Polynomials
% Date:      03.04.03
%
% Matlab 6.1: 03.04.03
10 %
%
% This file calculates and plots the MTF of the Zernike Polynomial
% specified by:
% n = highest power or order of the radial polynomial term, [a
% positive integer]
15 % m = azimuthal frequency of the sinusoidal component, [a signed
% integer]
% for a given n, m can take on the values -n, -n+2, -n+4,..., n-4, n
% -2, n
% d = pupil diameter in mm
% Wrms = rms wavefront error coefficient in microns
% Lambda = wavelength in nm
20 %
% The Zernike Polynomial definitions used are derived from:
```

```

% Thibos, L., Applegate, R.A., Schweigerling, J.T., Webb, R., VSIA
  Standards Taskforce Members,
% "Standards for Reporting the Optical Aberrations of Eyes"
% OSA Trends in Optics and Photonics Vol. 35, Vision Science and its
  Applications,
25 % Lakshminarayanan, V. (ed) (Optical Society of America, Washington, DC
    2000), pp: 232-244.
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear all;
30 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Zernike polynomial selection
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
35 disp('Zernike_Polynomial_radial_order_n, azimuthal_frequency_m, and
    mode_number_j')
n=1          %[INPUT] highest power or order of the radial
    polynomial term
m=-1        %[INPUT] azimuthal frequency of the sinusoidal
    component
j=0.5*(n*(n+2)+m) %mode number (0 to 36) from single indexing scheme
40 disp('Pupil_Diameter_(mm), RMS_Wavefront_Error_(micron), and
    Wavelength_(nm)')
d=2;          %[INPUT] pupil diameter in mm (3 to 8 mm)
PupilDiameter=d
Wrms=0.135    %[INPUT] rms wavefront error coefficient in
    microns
lambda=570    %[INPUT] wavelength in nm
45 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Convert to consistent units for calculation
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
50 Wrms=Wrms*1e-3;          %rms wavefront error coefficient in mm
lambda=lambda*1e-6;       %wavelength in mm
dw=d/lambda;              %pupil diameter in number of wavelengths

```

Δ'.2. ZernikePolynomialMTF

```

PRw=0.5*dw;           %pupil radius in number of wavelengths
apw=pi*PRw^2;        %pupil area in wavelength^2
55
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Set-up x,y grid
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
60 xwmin=-30000; %minimum x-coordinate in number of wavelengths
xwmax=30000; %maximum x-coordinate in number of wavelengths
ywmin=-30000; %minimum y-coordinate in number of wavelengths
ywmax=30000; %maximum y-coordinate in number of wavelengths
dxw=150; %x-coordinate pixel width in number of wavelengths
65 dyw=150; %y-coordinate pixel width in number of wavelengths

xw=xwmin:dxw:xwmax; %x-coordinates in number of wavelengths
yw=ywmin:dyw:ywmax; %y-coordinates in number of wavelengths
70 Imax=length(xw);
Jmax=length(yw);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Set-up circular pupil
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
75
for I=1:Imax
    for J=1:Jmax
        P(I,J)=(sqrt(xw(I)^2+yw(J)^2) <= PRw);
    end
80 end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Compute Zernike polynomial
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
85
z=zernike(n,m,xw,yw,dw);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Compute PSF, OTF, and MTF
90
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

PSF0=fft2(P)/apw;
PSF=fft2((P.*exp(-i*2*pi*Wrms*z/lambda)))/apw;
PSF0=PSF0.*conj(PSF0);
95 PSF=PSF.*conj(PSF);
OTF0=fft2(PSF0);
OTF0=OTF0/max(max(OTF0));
OTF=fft2(PSF);
OTF=OTF/max(max(OTF));
100 OTF0=fftshift(OTF0);
OTF=fftshift(OTF);
MTF0=abs(OTF0);
MTF0=rot90(MTF0);
MTF=abs(OTF);
105 MTF=rot90(MTF);
MTF0=flipud(MTF0);
MTF=flipud(MTF);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
110 % Plot MTF
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

sxmin=-30000; %minimum sx-coordinate in radians
sxmax=30000; %maximum sx-coordinate in radians
115 symin=-30000; %minimum sy-coordinate in radians
symax=30000; %maximum sy-coordinate in radians
dsx=150; %sx-coordinate pixel width in radians
dsy=150; %sy-coordinate pixel width in radians
sx=sxmin:dsx:sxmax; %sx-coordinates in radians
120 sy=symin:dsy:symax; %sy-coordinates in radians

figure
subplot(2,1,1)
contour(sx*pi/180,sy*pi/180,MTF0)
125 %axis([0 0.5*sxmax*pi/180 0 0.5*symax*pi/180 0 1])
xlabel('s_{x}(cycle/deg)')
ylabel('s_{y}(cycle/deg)')
title(['MTF of Zero Aberration System',...
num2str(PupilDiameter), 'mm pupil'], 'FontSize', 10);
130 %colormap gray

```


Δ '2. ZernikePolynomialMTF

```
%figure
subplot(2,1,2)
contour(sx*pi/180,sy*pi/180,MTF)
135 %axis([0 0.5*sxmax*pi/180 0 0.5*symax*pi/180 0 1])
xlabel('s_{x}(cycle/deg)')
ylabel('s_{y}(cycle/deg)')
title(['MTF of Z^{' , num2str(m), '}_{' , num2str(n), '}', ...
      'RMS Wavefront Error = ' , num2str(Wrms/lambda), '\lambda'], '
      FontSize', 10);
140

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Plot MTF Cross-sections
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
145
sxaxismax=0.15*sxmax*pi/180;
syaxismax=0.15*symax*pi/180;

fig = figure('visible','off');
150 subplot(2,2,1)
plot(sx*pi/180,MTF0((Imax+1)/2,:))
xlabel('s_{x}(cycle/deg)')
ylabel('Contrast')
axis([0 sxaxismax 0 1])
155 axis square
title(['MTF of Zero Aberration System, ' , ...
      num2str(PupilDiameter), 'mm_pupil'], 'FontSize', 10);
subplot(2,2,2)
plot(sy*pi/180,MTF0(:, (Jmax+1)/2))
160 xlabel('s_{y}(cycle/deg)')
ylabel('Contrast')
axis([0 syaxismax 0 1])
axis square
title(['MTF of Zero Aberration System, ' , ...
165 num2str(PupilDiameter), 'mm_pupil'], 'FontSize', 10);
subplot(2,2,3)
plot(sx*pi/180,MTF((Imax+1)/2,:))
xlabel('s_{x}(cycle/deg)')
```

```

ylabel('Contrast')
170 axis([0 sxaxismax 0 1])
axis square
title(['MTFofZ^{', num2str(m),'}_{' , num2str(n),'}_{' ,...
      'RMSError=', num2str(Wrms/lambda),'\lambda'],'FontSize',
      10);
subplot(2,2,4)
175 plot(sy*pi/180,MTF(:, (Jmax+1)/2))
xlabel('sy(cycle/deg)')
ylabel('Contrast')
axis([0 syaxismax 0 1])
axis square
180 title(['MTFofZ^{', num2str(m),'}_{' , num2str(n),'}_{' ,...
      'RMSError=', num2str(Wrms/lambda),'\lambda'],'FontSize',
      10);
saveas(fig,'pdf')

```

Κώδικας Δ'.2: ZernikePolynomialMTF

Δ'.3 ZernikePolynomialPSF

```

1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% Class:      Psych 221/EE 362
% File:      ZernikePolynomialPSF
5 % Author:   Patrick Maeda
% Purpose:   Calculate and Plot PSF of Zernike Polynomials
% Date:      03.04.03
%
% Matlab 6.1: 03.04.03
10 %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% This file calculates and plots the PSF of the Zernike Polynomial
% specified by:
% n = highest power or order of the radial polynomial term, [a
% positive integer]

```

Δ '3. ZernikePolynomialPSF

```
15 % m = azimuthal frequency of the sinusoidal component, [a signed
    integer]
    % for a given n, m can take on the values -n, -n+2, -n+4,..., n-4, n
    -2, n
    % d = pupil diameter in mm
    % Wrms = rms wavefront error coefficient in microns
    % Lambda = wavelength in nm
20 %
    % The Zernike Polynomial definitions used are derived from:
    % Thibos, L., Applegate, R.A., Schweigerling, J.T., Webb, R., VSIA
    Standards Taskforce Members,
    % "Standards for Reporting the Optical Aberrations of Eyes"
    % OSA Trends in Optics and Photonics Vol. 35, Vision Science and its
    Applications,
25 % Lakshminarayanan, V. (ed) (Optical Society of America, Washington, DC
    2000), pp: 232-244.
    %
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    clear all;
30 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    % Zernike polynomial selection
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
35 %disp('Zernike Polynomial radial order n, azimuthal frequency m, and
    mode number j')
    %n=2          %[INPUT] highest power or order of the radial
    polynomial term
    %m=-2         %[INPUT] azimuthal frequency of the sinusoidal
    component
    %j=0.5*(n*(n+2)+m) %mode number (0 to 36) from single indexing
    scheme
40 %disp('Pupil Diameter (mm), RMS Wavefront Error (micron), and
    Wavelength
    (nm)')
    d=2          %[INPUT] pupil diameter in mm (3 to 8 mm)
    PupilDiameter=d
```

```

Wrms=0.3           %[INPUT] rms wavefront error coefficient in
    microns
45 lambda=570      %[INPUT] wavelength in nm

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Convert units for calculation
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
50
Wrms=Wrms*1e-3;    %rms wavefront error coefficient in mm
lambda=lambda*1e-6; %wavelength in mm
dw=d/lambda;      %pupil diameter in number of wavelengths
PRw=0.5*dw;       %pupil radius in number of wavelengths
55 apw=pi*PRw^2;   %pupil area in wavelength^2

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Set-up x,y grid
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
60
xwmin=-25000;     %minimum x-coordinate in number of wavelengths
xwmax=25000;     %maximum x-coordinate in number of wavelengths
ywmin=-25000;     %minimum y-coordinate in number of wavelengths
ywmax=25000;     %maximum y-coordinate in number of wavelengths
65 dxw=250;       %x-coordinate pixel width in number of wavelengths
    dyw=250;       %y-coordinate pixel width in number of wavelengths

xw=xwmin:dxw:xwmax; %x-coordinates in number of wavelengths
yw=ywmin:dyw:ywmax; %y-coordinates in number of wavelengths
70 Imax=length(xw);
    Jmax=length(yw);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Set-up circular pupil
75 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

for I=1:Imax
    for J=1:Jmax
        P(I,J)=(sqrt(xw(I)^2+yw(J)^2) <= PRw);
80    end
end

```

Δ'3. ZernikePolynomialPSF

```
for n=1:6
    for m=-n:2:n
85         j=0.5*(n*(n+2)+m);
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        % Compute Zernike polynomial
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        disp(strcat('Zernike_□n=', num2str(n), '□m=', num2str(m), '□j=', num2str(
            j)));
90 z=zernike(n,m,xw,yw,dw);

        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        % Compute PSF
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
95 PSF0=fft2(P)/apw;
    PSF=fft2((P.*exp(-i*2*pi*Wrms*z/lambda)))/apw;
    PSF0=fftshift(PSF0);
    PSF=fftshift(PSF);
100 PSF0=PSF0.*conj(PSF0);
    PSF0=rot90(PSF0);
    PSF=PSF.*conj(PSF);
    PSF=rot90(PSF);
    PSF0=flipud(PSF0);
105 PSF=flipud(PSF);

        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        % Plot PSF
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
110 umin=-0.002;    %minimum thetax-coordinate in radians
    umax=0.002;    %maximum thetax-coordinate in radians
    vmin=-0.002;   %minimum thetay-coordinate in radians
    vmax=0.002;    %maximum thetay-coordinate in radians
115 du=0.00002;    %thetax-coordinate pixel width in radians
    dv=0.00002;    %thetay-coordinate pixel width in radians
    u=umin:du:umax; %thetax-coordinates in radians
    v=vmin:dv:vmax; %thetay-coordinates in radians
```

```

120 t1 = strcat('psf_', num2str(j));
    fig1 = figure('Name', t1, 'NumberTitle', 'off', 'visible', 'off');
    subplot(2,1,1)
    scale=(2)^10/max(max(PSF0));
    image(u*1000,v*1000,PSF0*scale) %scaled for saturated display of
        image
125 %imagesc(u*1000,v*1000,PSF0)
    axis image
    xlabel('\theta_{x}(mrad)')
    ylabel('\theta_{y}(mrad)')
    axis square
130 axis xy
    title(['PSF of Zero Aberration System, Pupil Diameter = ', ...
        num2str(PupilDiameter), 'mm'], 'FontSize', 10);
    colormap gray

135 subplot(2,1,2)
    scale=(2)^7/max(max(PSF));
    image(u*1000,v*1000,PSF*scale) %scaled for saturated display of
        image
    %imagesc(u*1000,v*1000,PSF)
    axis image
140 axis xy
    xlabel('\theta_{x}(mrad)')
    ylabel('\theta_{y}(mrad)')
    axis square
    title(['PSF of Z^{' num2str(m), '}_{' num2str(n), '}', ...
145         '\RMS Wavefront Error = ', num2str(Wrms/lambda), '\lambda'], '
        FontSize', 10);
    disp(['Generating ', t1]);
    savefig(t1,fig1,'pdf','-crop');
    end
end

```

Κώδικας Δ'.3: ZernikePolynomialPSF

Αναφορές

- [1] Λεωνίδου Λουκία. Χρήση τεχνητών νευρωνικών δικτύων για την πρόβλεψη του σφάλματος στις επεμβάσεις διαθλαστικής χειρουργικής. Master's thesis, Πανεπιστήμιο Κρήτης, 2006.
- [2] Μόσχος Ν. Μιχαήλ. *Εισαγωγή στην Οφθαλμολογία*. Ζήτα.
- [3] D. Atchison. Recent advances in representation of monochromatic aberrations of human eyes. *Clin Exp Optom*, 87(3):138--148, 2004.
- [4] Antonio Guirao, Jason Porter, R. David Williams, and G. Ian Cox. Calculated impact of higher-order monochroma aberrations on retinal image quality in a population of human eyes. *J. Optical Society of America*, 19(1):1--9, 2002.
- [5] Κιλιντάρη Μαρίνα. Υπολογισμός του διαθλαστικού σφάλματος με χρήση αναλυτών μετώπου κύματος. Master's thesis, Πανεπιστήμιο Κρήτης, 2006.
- [6] Δρόσος Δημοσθένης. Αξιολόγηση οφθαλμικών φακών με εκτροπόμετρο Shack-Hartmann. Master's thesis, Πανεπιστήμιο Κρήτης, 2008.
- [7] Καβρουλάκη Δήμητρα. Ένθεση περιθλαστικών πολυεστιακών ενδοφακών μετά από επέμβαση καταρράκτη. Ασφάλεια και αποτελεσματικότητα. Master's thesis, Πανεπιστήμιο Κρήτης, 2005-2006.
- [8] S L Trokel, R. Srinivasan, and B. Braren. Excimer laser surgery of the cornea. *American journal of ophthalmology*, 96(6):710–715, 1983.
- [9] R. Srinivasan and V. Mayne-Banton. Self-developing photoetching of poly(ethylene terephthalate) films by far-ultraviolet excimer laser radiation. *Appl. Phys. Lett.*, 41(6):576--578, 1982.

- [10] Simon Haykin. *Neural Networks: a comprehensive foundation, Second Edition*. Prentice Hall, Inc., 1999.
- [11] Αργυράκης Πάνος. *Νευρωνικά Δίκτυα και Εφαρμογές*. Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο, 2001.
- [12] Blog Smhlog, . URL <http://30fps.ca/images/neurons.png>.
- [13] Λυμπεροπούλου Κυριακή. Χρήση νευρωνικών δικτύων για την πρόγνωση της συγκέντρωσης τροποσφαιρικού όζοντος σε αστικό περιβάλλον. Master's thesis, Πανεπιστήμιο Πατρών, 2006.
- [14] Μαγουλάς Γεώργιος. *Νέοι αλγόριθμοι εκπαίδευσης τεχνητών νευρωνικών δικτύων*. PhD thesis, Πανεπιστήμιο Πατρών, 1998.
- [15] Neural Network Toolbox-MATLAB, . URL <http://www.mathworks.com/products/neuralnet/>.
- [16] F. Mocchi. Ophthalmologic evaluation of VDT/PC operators: approach to the diagnosis with neural networks. *G Ital Med Lav Ergon*, 22(1):14--18, 2000.
- [17] MK. Smolek and SD. Klyce. Screening of prior refractive surgery by a wavelet- based neural network. *Journal of Cataract and Refractive Surgery*, 27(12):1926--1931, 2001.
- [18] SH. Yang, RN. Van Gelder, and Pepose JS. Neural network computer program to determine photorefractive keratectomy nomograms. *Journal of Cataract and Refractive Surgery*, 24(7):917--924, 1998.
- [19] Gilles Lafond, Rihard Bazin, and Caroline Lajoie. Bilateral severe keratoconus after laser in situ keratomileusis in a patient with forme fruste keratoconus. *Journal Of Refractive Surgery and Cataract*, 27(7):1115--1118, 2001.
- [20] Ασημέλλης Γεώργιος. *Οπτική και Υπερόραση-Από την Κλασική Οπτική στις Σημερινές Τεχνολογικές Εξελίξεις*. Copy City digital.

- [21] J.K. Ijspeert, T.J.T.P. Van Den Berg, and H. Spekreijse. An improved mathematical description of the foveal visual point spread function with parameters for age, pupil size and pigmentation . *Vision Research*, 33(1): 15--20, 1993.