



# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

## ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ, ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ  
ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ

### ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Η μέθοδος coreMCBB για προβλήματα knapsack με πολλές αντικειμενικές συναρτήσεις και εφαρμογή σε ένα πρόβλημα επιλογής ερευνητικών προγραμμάτων

Φοιτητής:  
Χατζηαγαπίου Χρήστος - Παναγιώτης

Επιβλέπων:  
Μαυρωτάς Γεώργιος, Επίκ. Καθηγητής ΕΜΠ

**ΑΘΗΝΑ 2014**

*Στους γονείς μου, Λεωνίδα και Άννα*

*&*

*στην αδελφή μου Όλγα*

## **ΠΡΟΛΟΓΟΣ**

Η παρούσα διπλωματική εργασία διεξήχθη στο πλαίσιο της ολοκλήρωσης των προπτυχιακών μου σπουδών στη σχολή Χημικών Μηχανικών Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου (Ε.Μ.Π.) κατά το ακαδημαϊκό έτος 2013 - 2014. Η θεματική της ενότητα εντάσσεται στον τομέα της Βιομηχανικής και Ενεργειακής Οικονομίας. Στόχος της εργασίας είναι η εφαρμογή του μαθηματικού προγραμματισμού για την επίλυση και τη βελτιστοποίηση μέσω προσεγγιστικών αλγορίθμων ενός προβλήματος επιλογής επενδυτικών σχεδίων.

Με την ολοκλήρωση της συγγραφής μου αυτής, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντά μου Επίκουρο Καθηγητή κ. Γεώργιο Μαυρωτά για τη συνεχή καθοδήγησή του καθώς και για την άριστη και υποδειγματική συνεργασία που είχαμε.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</b>	<b>7</b>
<b>2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΟ ΜΕΡΟΣ.....</b>	<b>9</b>
<b>2.1 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ KNAPSACK.....</b>	<b>9</b>
2.1.1 Ο ορισμός του προβλήματος knapsack.....	9
2.1.2 Παραλλαγές και επεκτάσεις του προβλήματος knapsack.....	11
<b>2.2 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ (CORE CONCEPT).....</b>	<b>15</b>
2.2.1 Το πρόβλημα του πυρήνα.....	15
2.2.2 Προσδιορίζοντας τον πυρήνα.....	18
<b>2.3 Η ΜΕΘΟΔΟΣ coreMCBB.....</b>	<b>19</b>
2.3.1 Η έννοια του πυρήνα για Δι-κριτηριακά Πολυδιάστατα Προβλήματα Knapsack (BOMDKP).....	19
2.3.2 Ο αλγόριθμος BOMDKP.....	21
2.3.3 Η έννοια του πυρήνα για Πολυκριτηριακά Πολυδιάστατα Προβλήματα Knapsack (MOMDKP).....	27
<b>2.4 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ.....</b>	<b>32</b>
2.4.1 Κατανομή Προϋπολογισμού ( <i>capital budgeting</i> ).....	32
2.4.2 Επιλογή Χαρτοφυλακίου ( <i>Portfolio Selection</i> ).....	33
2.4.3 Διατραπεζικά Συστήματα Εκκαθάρισης ( <i>Interbank Clearing     Systems</i> ).....	35
<b>3. Η ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ.....</b>	<b>38</b>

<b>4. ΕΠΙΛΥΣΗ ΚΑΙ ΣΥΖΗΤΗΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....</b>	<b>44</b>
4.1 ΤΡΕΞΙΜΟ ΓΙΑ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥΣ ( $w, \delta$ ).....	42
4.2 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΛΥΣΕΩΝ ΤΗΣ coreMCBB ΜΕ ΤΗΝ exact.....	44
4.3 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΛΥΣΕΩΝ ΤΗΣ coreMCBB.....	51
<b>5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....</b>	<b>53</b>
<b>6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....</b>	<b>56</b>
<b>7. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ.....</b>	<b>59</b>
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	60
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β1.....	61
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β2.....	62
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β3.....	64
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β4.....	67
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β5.....	68
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β6.....	70
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β7.....	73
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β8.....	74
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β9.....	76
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ.....	79



## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το πρόβλημα knapsack είναι ανάμεσα στα σημαντικότερα προβλήματα της Επιχειρησιακής Έρευνας (Operations Research - OR), με ιδιαίτερα ευρύ φάσμα εφαρμογών (Kellerer et al., 2004; Martello and Toth, 1990). Σήμερα το πρόβλημα είναι γνωστό και ως *Πολυκριτηριακό Πρόβλημα Knapsack*. Υπάρχει, επίσης, ένας τρομερά εντυπωσιακός αριθμός εφαρμογών για ρεαλιστικά προβλήματα, που έχουν οδηγήσει σε διάφορες θεωρητικές προσεγγίσεις. Κυρίως, πρόκειται για θεωρίες με ακριβείς βάσεις, όπως οι τεχνικές δυναμικού προγραμματισμού ή η μέθοδος διαδοχικών ορίων (Branch and Bound), όμως και για άλλες πιο προσεγγιστικές, όπως η ευρετική (heuristics). Καθώς όμως ο πραγματικός κόσμος των εφαρμογών χαρακτηρίζεται από πολυμορφία, η επέκταση του προηγούμενου μοντέλου σε έκδοση πολλών μεταβλητών (συναρτήσεων) ήταν μάλλον αναπόφευκτη. Το νέο πρόβλημα ονομάζεται *Πολυκριτηριακό Πρόβλημα Knapsack Πολλών Μεταβλητών* και δικαιολογεί καλύτερα τον τίτλο του καθώς η βελτιστοποίηση δεν μπορούσε να γίνει σε προηγούμενες εκδοχές του.

Μια ευρέως αποδεκτή τεχνική επίλυσης προβλημάτων ακέραίου προγραμματισμού (και του προβλήματος knapsack) είναι η μέθοδος Branch and Bound. Στην συγκεκριμένη εργασία, που εξετάζεται το πολυκριτηριακό πρόβλημα Knapsack, χρησιμοποιείται η πολυκριτηριακή έκδοση της μεθόδου Branch and Bound (Multicriteria Branch & Bound, MCBB), όπως αναπτύχθηκε από τους G. Mavrotas και D. Diakoulaki (Γ. Μαυρωτάς, 2000; G. Mavrotas και D. Diakoulaki, 1998; G. Mavrotas και D. Diakoulaki, 2005).

Μία νέα έννοια, που ονομάζεται *κυριάρχηση*, πρέπει να εισαχθεί. Μέσω της κυριάρχησης, τα διανύσματα που αποτελούν λύσεις του προβλήματος χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: αυτά που κυριαρχούνται και αυτά που κυριαρχούν. Μία από τις σπουδαιότερες προκλήσεις αποτελεί η κατασκευή αλγορίθμου για την εύρεση των μη κυριαρχούμενων, ή αλλιώς βέλτιστων, διανυσμάτων - λύσεων, ειδικά όταν το πρόβλημα αυξάνεται σε μέγεθος αντικειμενικών συναρτήσεων, περιορισμών ή μεταβλητών απόφασης. Οι αλγόριθμοι ακριβής βάσης συνήθως δεν μπορούν να διεκπεραιώσουν τη λύση ενός τέτοιου προβλήματος σε λογικά πλαίσια χρόνου με τις παρούσες υπολογιστικές δυνατότητες μνήμης. Για αυτό και οι προγραμματιστές οδηγήθηκαν σε νέους τύπους προγραμματιστικών μεθόδων όπως είναι οι ευρεστικές, με τη βοήθεια των οποίων παράγονται σύνολα ικανοποιητικών λύσεων σε πολύ καλύτερο χρονικό ορίζοντα χρησιμοποιούμενες λιγότερες υπολογιστικές απαιτήσεις συστήματος. Πολλές νέες έννοιες έχουν εισαχθεί με σκοπό τη βελτίωση αυτού του τύπου τους αλγόριθμους. Όπως περιγράφεται στο Mavrotas et. al (2009), η έννοια του πυρήνα στα πολυκριτηριακά προβλήματα knapsack είναι τρομερά

σημαντική. Χρησιμοποιώντας το αξίωμα του "διαίρει και βασίλευε" επιλύονται πολλά μικρότερα υποπροβλήματα μικρής κλίμακας αντί ενός μεγαλύτερου, έχοντας ως αποτέλεσμα σημαντική εξοικονόμηση χρόνου. Με αυτό τον τρόπο παράγεται μία πολύ καλή προσέγγιση του συνόλου των μη κυριαρχούμενων διανυσμάτων λύσης, γνωστή η μέθοδος και ως σύνολο Pareto (Pareto front).

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι τόσο η θεωρητική προσέγγιση ενός αλγορίθμου που εκμεταλλεύεται την έννοια του πυρήνα και βασίζεται στα πολυκριτηριακά προβλήματα Knapsack με πολλές αντικειμενικές συναρτήσεις και έχει το ακρώνυμο coreMCBB, όσο και μία εφαρμογή της μεθόδου αυτής σε ένα υπολογιστικό πρόβλημα για ένα πανεπιστημιακό ίδρυμα. Έχοντας λύσει το ίδιο πρόβλημα με άλλο προγενέστερο αλγόριθμο, augmecon2, επιχειρείται η σύγκριση της μεθόδου coreMCBB με στόχο την απόδειξη των πλεονεκτηκών της χαρακτηριστικών.

Η δομή της εργασίας έχει ως εξής: στο κεφάλαιο 2 γίνεται εκτενής αναφορά σε βασικές έννοιες όπως το πρόβλημα knapsack, σκιαγραφείται το πρόβλημα του πυρήνα καθώς και ο αλγόριθμος coreMCBB. Επίσης, αναφέρονται τα σημαντικότερα προβλήματα οικονομικών αποφάσεων. Στο κεφάλαιο 3 περιγράφεται η μελέτη περίπτωσης για ένα πρόβλημα επιλογής και αξιολόγησης ανάμεσα σε 50 επιχειρηματικά σχέδια που προτείνονται σε ένα ακαδημαϊκό ίδρυμα με συγκεκριμένο προϋπολογισμό. Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα αυτά σε πίνακες και συγκρίνονται οι διάφορες λύσεις της coreMCBB για τρέξιμο με διάφορες τιμές των παραμέτρων της ( $\delta$  και  $w$ ) με την λύση της augmecon2 (exact solution). Επίσης συγκρίνονται μεταξύ διαφορετικών λύσεων της coreMCBB με διαφορετικές παραμέτρους επίλυσης. Τέλος, στο κεφάλαιο 5 αναφέρονται τα συμπεράσματα των αποτελεσμάτων που δόθηκαν και στο κεφάλαιο 6 δίνεται η βιβλιογραφία που μελετήθηκε. Ακολουθούν ορισμένα παραρτήματα: στο παράρτημα Α παρουσιάζονται τα δεδομένα της εφαρμογής και οι αντίστοιχες μεταβλητές απόφασης και περιορισμών. Στα παραρτήματα Β1 έως Β9 παρατίθενται οι πίνακες με τα αποτελέσματα των Pareto front για όλους τους συνδυασμούς παραμέτρων  $\delta$  και  $w$  που έγινε η επίλυση της coreMCBB. Στο Παράρτημα Γ παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της exact solution που έτρεξε με augmecon2.



## 2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

### 2.1 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ KNAPSACK

#### 2.1.1 Ο ορισμός του Προβλήματος του Σακιδίου (Knapsack Problem)

Κάθε πτυχή της ανθρώπινης δραστηριότητας καθορίζεται απ' τις συνέπειες των αποφάσεων που έχουν παρθεί. Ωστόσο, όταν αναφερόμαστε στο επιχειρηματικό περιβάλλον θέλουμε αυτές οι αποφάσεις να είναι όσο το δυνατόν πιο αποδεσμευμένες από τα άτομα που τις επηρεάζουν.

Για να γίνει αυτό θα πρέπει να αναπαραστήσουμε το αποτέλεσμα κάθε απόφασης με μία αριθμητική μεταβλητή, η οποία αντιπροσωπεύει συνήθως κέρδος, απώλεια, κόστος ή κάποια άλλη κατηγορία πληροφόρησης. Η διατήρηση ενός άνω ή κάτω ορίου μίας τιμής αποτελεί συχνά πολύ δύσκολο εγχείρημα, καθώς το πεδίο που διατίθενται για αναζήτηση μπορεί να είναι είτε πολύ μεγάλο είτε κάπως ασαφές. Ο πιο απλός τρόπος για τη λήψη μίας απόφασης είναι η επιλογή ανάμεσα σε δύο ενδεχόμενα. Αυτή η «δυναδική απόφασή» μοντελοποιείται μαθηματικά ως μία δυναδική μεταβλητή  $x_j \in \{0,1\}$  υπονοώντας ότι  $x_j=1$  αν πραγματοποιηθεί το A ενδεχόμενο, ή  $x_j=0$  αν απορριφθεί το A και αναγκαστικά πραγματοποιηθεί το B. Το μοντέλο γραμμικών αποφάσεων μπορεί να οριστεί από η δυναδικές μεταβλητές

$$x_j \in \{0,1\}, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Πολλά πρακτικά προβλήματα μπορούν να διατυπωθούν μέσω κατάλληλων δυναδικών αποφάσεων. Αυτό έχει ως συνέπεια ότι η τελική απόφαση λαμβάνεται ως το αποτέλεσμα μίας αλληλεξάρτησης μεταξύ πολλών δυναδικών μεταβλητών. Σε κάθε τέτοια δυναδική απόφαση  $j$ , η επιλογή της πρώτης υπόθεσης ( $x_j=1$ ) απαιτεί ένα «μέγεθος»  $w_j$ , το οποίο δεν ισχύει για την δεύτερη υπόθεση ( $x_j=0$ ). Η επιλογή των στοιχείων αυτών στην μία ή άλλη επιλογή, γίνεται έτσι ώστε το συνολικό άθροισμα όλων των «μεγεθών» για τις αντίστοιχες δυναδικές μεταβλητές να μην υπερβαίνει μία σταθερή τιμή  $c$ . Αυτή η συνθήκη μπορεί να γραφεί μαθηματικά ως εξής:

$$\sum_{j=1}^n w_j x_j \leq c,$$

Λαμβάνοντας υπ' όψη αυτή τη διαδικασία ως ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, όπου το συνολικό κέρδος λαμβάνει όσο το δυνατόν μεγαλύτερη τιμή, ορίζεται με αυτόν τον τρόπο το «πρόβλημα του σακιδίου» (knapsack problems – KP). Το

πρόβλημα του σακιδίου (KP) είναι το απλούστερο παράδειγμα ακέραιου προγραμματισμού με δυαδικές μεταβλητές, μόνο έναν περιορισμό και θετικούς συντελεστές. Η κατανόηση αυτού του προβλήματος είναι ευκολότερη αλλά και πιο διαισθητική απ' την προαναφερθείσα μαθηματική διατύπωση, αν σε αντιστοιχία με τη σταθερά  $c$  έχουμε το βάρος που αντέχει ένα σακίδιο και ως μεγέθη  $w_j$  έχουμε τα βάρη από διάφορα αντικείμενα που θα βάλουμε μέσα. Αν  $p_j$  συμβολιστεί ο δείκτης χρησιμότητας του δοθέντος αντικειμένου  $j$ , τότε η παραπάνω συνθήκη πρέπει να μεγιστοποιεί την παρακάτω αντικειμενική συνάρτηση :

$$\sum_{j=1}^n p_j x_j .$$

Με τον ταυτόχρονο συνδυασμό του περιορισμού και της αντικειμενικής συνάρτησης, έχουμε ως στόχο την ελαχιστοποίηση του μεγέθους του σακιδίου με ταυτόχρονη μεγιστοποίηση του περιεχομένου (αντικειμενική συνάρτηση).

Με άλλα λόγια, ένα πρόβλημα σακιδίου (KP) μπορεί να εκφραστεί μαθηματικά ως η λύση του ακόλουθου ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού:

$$(KP) \quad \text{maximize} \quad \sum_{j=1}^n p_j x_j .$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^n w_j x_j \leq c ,$$

$$w_j \in \{0,1\} , \quad j = 1,2, \dots , n$$

Μία ακόμα κλασική ερμηνεία του προβλήματος του σακιδίου παρουσιάζεται στα επενδυτικά σχέδια, που θα μελετήσουμε και εμείς. Κάποιος κεφαλαιούχος ή θεσμικός επενδυτής αποφασίζει να τοποθετήσει ένα συγκεκριμένο κεφάλαιο  $c$  σε κάποιο επικερδές επιχειρηματικό σχέδιο. Για τη διευκόλυνση της απόφασης του καταρτίζει μία μεγάλη λίστα με πιθανά επιχειρηματικά σχέδια και σε κάθε ένα από αυτά συμπεριλαμβάνει το απαραίτητο μέγεθός του  $w_j$  και τον δείκτη χρησιμότητας  $p_j$  του δοθέντος αντικειμένου  $j$ , για κάποιο συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Σε αυτή τη διαδικασία, η πιθανότητα ρίσκου ή ζημίας δεν λαμβάνεται υπ' όψη. Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι ο συνδυασμός των δυαδικών αποφάσεων για κάθε επένδυση όπως και η συνολική απόδοση της επένδυσης, μπορεί να υπολογιστεί μέσω του προβλήματος του σακιδίου (KP).

Ένα ακόμα πραγματικό πρόβλημα οικονομικής αποδοτικότητας που επιλύεται μέσω του προβλήματος του σακιδίου είναι η προσέλκυση φορτίου μέσω αεροπορικών εταιριών. Ο αποστολέας της αεροπορικής πρέπει να αποφασίσει ποια δέματα των πελατών είναι απαραίτητο να γεμίσουν το αεροπλάνο. Κάθε πακέτο  $j$  έχει συγκεκριμένο βάρος  $w_j$  αλλά και κάποια χρηστική αξία, που μεταφράζεται συνήθως στο αντίτιμο που δίνει ο πελάτης για την άμεση ή όχι παράδοσή του. Σίγουρα το κέρδος  $p_j$  που έχει η εταιρία απ' τη συγκεκριμένη υπηρεσία, δεν ανταποκρίνεται αναλογικά στο βάρος του πακέτου, καθώς παίζει σημαντικό ρόλο και ο χρόνος παράδοσής του. Προφανώς η μέγιστη επιτρεπτή τιμή βάρους  $c$  του φορτίου του αεροπλάνου δεν μπορεί να παραβιαστεί.

Καθώς όμως όλο πιο συχνά εξειδικευμένες βιομηχανικές εφαρμογές με ολοένα και περισσότερους περιορισμούς πρέπει να υλοποιηθούν, όπως είναι η αναγκαιότητα και η προτεραιότητα ορισμένων επιθυμιών με χρονικό περιθώριο για καθεμία από αυτές, καθώς και πακέτα με μικρό βάρος αλλά μεγάλη χρηστική ή οικονομική αξία, αυτό οδηγεί σε πολλαπλές επεκτάσεις του μοντέλου του σακιδίου (KP) ή και διαφοροποιήσεις της αρχικής υπόθεσης. Αυτή η αυξανόμενη ζήτηση για το βασικό μοντέλο του σακιδίου σε πρόβλημα βελτιστοποίησης, οδηγεί στην διατύπωση περισσότερων βασικών προβλημάτων (KP) με κοινά χαρακτηριστικά.

### **2.1.2 Παραλλαγές και επεκτάσεις του προβλήματος knapsack (KP)**

Στο προηγούμενο πρόβλημα προσέλκυσης φορτίου μέσω αεροπορικών αερογραμμών, αν θέσουμε ως απλή αναλογία το κέρδος της εταιρίας με το βάρος του κάθε πακέτου, τότε το βέλτιστο φορτίο του αεροπλάνου είναι όταν μεγιστοποιείται, δηλαδή αν στο πρόβλημα του σακιδίου (KP) υποθέσουμε ότι  $p_j = w_j$ . Το νέο πρόβλημα είναι γνωστό ως *πρόβλημα αθροίσματος υποσυνόλου (subset sum problem – SSP)*.

$$(SSP) \quad \text{maximize} \quad \sum_{j=1}^n w_j x_j$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^n w_j x_j \leq c,$$

$$x_j \in \{0,1\}, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Μία ακόμα παραλλαγή του προβλήματος του σακιδίου είναι με την υπόθεση ενός αριθμού  $b_j$  ίσων πακέτων μεγέθους  $w_j$ . Το ερώτημα είναι αν θα δεχτούμε το σύνολο των πακέτων ή κανένα από αυτά. Αν έχουμε τη δυνατότητα να επιλέξουμε ένα υποσύνολο του  $b_j$  τότε ένας φυσικός αριθμός (θετικός ακέραιος)  $x_j \geq 0$  θα

υποδεικνύει τον αριθμό των πακέτων που είναι μέσα στο σακίδιο. Το πλεονέκτημα αυτού είναι ότι ο αριθμός των μεταβλητών καθορίζεται από την ποσότητα των διαφορετικών πακέτων και όχι απ' το σύνολο των πακέτων, με αποτέλεσμα να μικραίνει κατά πολύ το πρόβλημα όταν το  $b_j$  είναι σημαντικά μεγάλο, άρα και ο χρόνος επίλυσης του. Στην ουσία πρόκειται για ένα (KP) πρόβλημα, όπου ο τελευταίος περιορισμός αντικαθίσταται με τον εξής:

$$0 \leq x_j \leq b_j, \quad x_j \text{ ακέραιος}, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Το παραπάνω πρόβλημα ονομάζεται *οριοθετημένο πρόβλημα του σακιδίου (bounded knapsack problem – BKP)*. Μία περαιτέρω παραλλαγή αποτελεί το *Μη Οριοθετημένο Πρόβλημα knapsack (unbounded knapsack problem – UKP)* όπου δίνεται ένα πολύ μεγάλο ή άπειρο πλήθος πακέτων  $x_j$ . Ο τελευταίος περιορισμός σ' αυτή την περίπτωση γίνεται:

$$x_j \geq 0, \quad x_j \text{ ακέραιος}, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Σε τελείως διαφορετικό κλίμα, θεωρούμε το πρόβλημα της προσέλκυσης φορτίου αλλά τώρα δεν λαμβάνουμε υπό όψη μόνο τον περιορισμό του βάρους αλλά και του διαθέσιμου υπολειπόμενου χώρου αποθήκευσης. Όσο για τον διαθέσιμο χώρο δεν λαμβάνεται το σχήμα παρά μόνο ο όγκος. Έτσι αν  $w_{1j}$  το βάρος του κάθε πακέτου και  $w_{2j}$  ο όγκος του, ενώ  $c_1$  το μέγιστο βάρος συνολικού φορτίου  $c_2$  ο συνολικός διατιθέμενος όγκος για την μεταφορά, τότε:

$$(d - KP) \quad \text{maximize} \quad \sum_{j=1}^n p_j x_j$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j \leq c_i, \quad i = 1, 2, \dots, d$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n w_{1j} x_j \leq c_1 \\ \sum_{j=1}^n w_{2j} x_j \leq c_2 \end{array} \right.$$

$$w_j \in \{0,1\}, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Το παραπάνω ονομάζεται Πολυδιάστατο Πρόβλημα Knapsack (*d-dimensional Knapsack Problem or Multi-dimensional Knapsack Problem – d-KP*).

Μία ακόμα εξαιρετικά χρήσιμη παραλλαγή του (KP) προβλήματος είναι αυτή του Πολλαπλού Προβλήματος knapsack (*Multiple Knapsack Problem – MKP*). Για την καλύτερη κατανόηση της θα λάβουμε το παράδειγμα για ένα ταξίδι μεταξύ δύο προορισμών όπου πολλά αεροπλάνα το εκτελούν καθημερινά. Το ερώτημα είναι σε ποίο αεροπλάνο ο μεταφορέας θα παραδώσει το πακέτο. Πολλά ενδεχόμενα παίζουν ρόλο εδώ όπως είναι το κέρδος, το βάρος και η διαθέσιμη χωρητικότητα του αεροπλάνου. Αν έχουμε μία λίστα με  $m$  αεροπλάνα και  $n$  αντικείμενα, τότε χρησιμοποιούμε  $nm$  δυαδικές μεταβλητές  $x_{ij}$  με αποτέλεσμα να

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{αν το } j \text{ αντικείμενο μπει στο } i \text{ αεροπλάνο} \\ 0, & \text{σε άλλη περίπτωση} \end{cases}$$

Η μαθηματική διατύπωση του (MKP) είναι:

$$\begin{aligned} \text{(MKP)} \quad & \text{maximize} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_j x_{ij} \\ \text{subject to} \quad & \sum_{j=1}^n w_j x_{ij} \leq c_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Το τρίτο άθροισμα προϋποθέτει ότι κάθε πακέτο τοποθετείται το πολύ σε ένα αεροπλάνο. Αν οι χωρητικότητες των αεροπλάνων είναι πανομοιότητες ( $m=1$ ), τότε έχουμε ένα απλό πρόβλημα knapsack και ο δεύτερος περιορισμός γίνεται ως εξής:

$$\sum_{j=1}^n w_j x_{ij} \leq c, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Εντελώς αντίστοιχα με το (SSP) πρόβλημα, που είναι ένα (KP) πρόβλημα αλλά για  $p_j = w_j$ , έτσι και εδώ με την ίδια υπόθεση έχουμε το *Πολλαπλό Πρόβλημα Αθροίσματος Υποσυνόλου knapsack (multiple subset sum problem – MSSP)*. Σ' αυτή την περίπτωση, ο πρώτος περιορισμός αντικαθίσταται απ' τον εξής:

$$(MSSP) \text{ 1st constrain: maximize } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j$$

Μία άλλη παραλλαγή μου παρουσιάζει ενδιαφέρον είναι το πρόβλημα της μεταφοράς εξοπλισμού πχ για μία έκθεση. Η έκθεση αποτελείται από πολλά «κουτιά»  $j$  βάρους  $x_{ij}$ , στα οποία περιέχονται συχνά τα ίδια εργαλεία  $i$  χρησιμότητας  $p_{ij}$ . Το ερώτημα είναι ποια κουτιά θα μεταφερθούν ώστε να υπάρχει από ένα απαραίτητο εργαλείο και ταυτόχρονα να μεγιστοποιηθεί η χρηστική αξία, έχοντας ως άνω όριο το μέγιστο επιτρεπτό όριο διαθέσιμου χώρου μεταφοράς. Υποθέτοντας ότι  $N_i$  είναι το σύνολο των κουτιών που περιέχουν το ίδιο εργαλείο  $i$ , χρησιμοποιώντας μία δυαδική μεταβλητή  $x_{ij}$  ώστε να αποφανθεί εάν θα μεταφερθεί το  $j$  πακέτο, μπορούμε να ορίσουμε μαθηματικά το *Πρόβλημα Knapsack Πολλαπλής Επιλογής (multiple-choice knapsack problem – MCKP)*:

$$(MCKP) \text{ maximize } \sum_{i=1}^m \sum_{j \in N_i} p_{ij} x_{ij}$$

$$\text{subject to } \sum_{i=1}^m \sum_{j \in N_i} w_{ij} x_{ij} \leq c$$

$$\sum_{j \in N_i} x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j \in N_i$$

Μία ακόμα επέκταση του προβλήματος knapsack είναι όταν ένα πακέτο  $j$  έχει ένα κέρδος  $p_{jj}$ , ενώ αν μεταφερθεί μαζί με ένα άλλο πακέτο προστίθεται ένα κέρδος  $p_{ij}$ . Το πρόβλημα εκφράζεται ως *Πρόβλημα Τετραγωνισμού knapsack (quadratic knapsack problem – QKP)*, που μαθηματικοποιείται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 (QKP) \quad & \text{maximize} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} x_i x_j \\
 & \text{subject to} \quad \sum_{j=1}^n w_j x_j \leq c, \\
 & x_j \in \{0,1\}, \quad j = 1,2, \dots, n
 \end{aligned}$$

## **2.2 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ (CORE CONCEPT)**

### **2.2.1 Το πρόβλημα του πυρήνα**

Σε προβλήματα γραμμικού ακέραιου προγραμματισμού με σχετικά μεγάλη κλίμακα τιμών, η κατηγοριοποίηση των δεδομένων μπορεί να γίνει ανάλογα με το βαθμό αποδοτικότητάς τους. Έτσι έχουμε τις H (high efficiency items = υψηλής αποδοτικότητας τιμές), E (equal = ισοδύναμης) και L (low = χαμηλής). Στοιχεία της H θα συμπεριληφθούν πιθανότητα σε κάθε καλή λύση και μάλλον και στο σετ της βέλτιστης λύσης. Τα στοιχεία της L συνήθως απορρίπτονται εξ' αρχής αφού δεν λαμβάνονται σε καμία βέλτιστη λύση. Τα στοιχεία της E όμως δύσκολα κανείς τα απορρίπτει ή τα συμπεριλαμβάνει στη βέλτιστη λύση, επειδή ακριβώς βρίσκονται πολύ κοντά στο κρίσιμο αντικείμενο, το οποίο αναφέρεται και ως λόγος αξίας – βάρους ( $p_s/w_s$ ). Πειραματικά δεδομένα έχουν δείξει, σε έναν σημαντικό αριθμό δοκιμών, ότι μόνο ένα σχετικά μικρό υποσύνολο τιμών ευθύνεται για την βέλτιστη λύση. Με άλλα λόγια, επειδή ο κύριος χρόνος προεπεξεργασίας αποτελεί και τον κύριο χρόνο επίλυσης του προβλήματος, οι Balas και Zemel [3] χρησιμοποίησαν μία ιδιότητα των προβλημάτων knapsack, ώστε να λυθούν γρηγορότερα και χωρίς τη Μέθοδο Διαδοχικών Ορίων ή αλλιώς Διακλάδωσης και Οριοθέτησης (*Branch and Bound Method – B&B Method*). Η ιδιότητα αυτή είναι ότι σε ένα συνεχές χαλαρωμένο πρόβλημα knapsack (*Relaxed knapsack Problem – R-KP*) μόνο λίγες μεταβλητές απόφασης χρειάζεται να αλλάξουν ώστε να δοθεί η βέλτιστη λύση. Επειδή το κρίσιμο αντικείμενο που αναφέρθηκε αποτελεί και τον πυρήνα των εξεταζόμενων μεγεθών, το πρόβλημα ονομάζεται *Πρόβλημα του Πυρήνα (The Core Concept)*. Στην πραγματικότητα πρόκειται για ένα κλασικό πρόβλημα knapsack (KP) για το οποίο είναι πολύ πιθανό να βρεθεί η βέλτιστη λύση σε ένα υποσύνολο των διαθέσιμων αντικειμένων.

Αυτή η βέλτιστη λύση του (KP) προβλήματος αντιστοιχεί σε μία *κρίσιμη λύση (break solution)* με μικρές διαφορές σε ορισμένες μεταβλητές. Αν γίνει μερική άρση της ακεραιότητας των δυαδικών μεταβλητών  $x_j$  (0 ή 1), σε ολόκληρο αυτό το διάστημα

( $0 \leq x_j \leq 1$ ), τότε το πρόβλημα (KP) μετατρέπεται σε *Γραμμικό Πρόβλημα Knapsack* (*Linear Knapsack Problem – LKP*). Για την επίλυση αυτού διατάσσονται τα αντικείμενα  $j$  με φθίνουσα σειρά αποδόσεων  $e_i = p_j/w_j$ , και ορίζεται ως κρίσιμο αντικείμενο  $b$  το εξής:

$$b = \min \left\{ j : \sum_{i=1}^j w_i > c \right\}$$

Η βέλτιστη λύση του (LKP) προβλήματος τελικά θα είναι:

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{για } j < b \\ x_b & \text{για } j = b \\ 0 & \text{για } j > b \end{cases}$$

$$\text{όπου } x_b = \frac{c - \sum_{i=1}^{b-1} w_i}{w_b}$$

Και η αντίστοιχη ακέραιη λύση  $x' = \{x_1', x_2', \dots, x_n'\}$  (δηλαδή η κρίσιμη λύση) θα είναι:

$$x_j' = \begin{cases} 1 & \text{για } j < b \\ 0 & \text{για } j > b \end{cases}$$

Οι Balas και Zemel (E. Balas E. Zemel, 1980) έδωσαν έναν πολύ ακριβή ορισμό για το πρόβλημα του πυρήνα που βασίζεται στη γνώση της βέλτιστης λύσης. Ας υποθέσουμε και πάλι ότι διατάσσουμε τα αντικείμενα  $j$  με φθίνουσα σειρά αποτελεσματικότητας και έστω μία βέλτιστη λύση  $x^*$ . Ορίζουμε τα εξής:

$$k = \min \{j \mid x_j^* = 0\} \quad \text{και} \quad l = \max \{j \mid x_j^* = 1\}$$



$$\tilde{p} = \sum_{j=1}^{k-1} p_j \quad \text{και} \quad \tilde{w} = \sum_{j=1}^{k-1} w_j$$

Τότε αν ο πυρήνας δίνεται από το διάστημα  $C = \{k, \dots, l\}$  τότε το πρόβλημα του πυρήνα (*Core Knapsack Problem – KP<sub>C</sub>*) μπορεί να οριστεί μαθηματικά ως εξής:

$$(KP_C) \quad \text{maximize} \quad z = \sum_{j \in C} p_j x_j + \tilde{p}$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j \in C} w_j x_j \leq c - \tilde{w}$$

$$x_j \in \{0,1\}, \quad \mu\epsilon \quad j \in C$$

Στις περισσότερες περιπτώσεις το μέγεθος του πυρήνα αποτελεί μόνο ένα μικρό μέρος των μεταβλητών  $n$ . Αν εξ' αρχής γνωρίζαμε τα άκρα του πυρήνα  $k$  και  $l$  θα επιλύαμε όλο το πρόβλημα, απλά επιλύοντας το πρόβλημα του πυρήνα μέσω της Διακλάδωσης και Οριοθέτησης (*Branch and Bound Method – B&B Method*), δηλαδή:

$$x_j^* = \begin{cases} 1 & \text{για } j \in (1, \dots, k-1) \\ 0 & \text{για } j \in (l+1, \dots, n) \end{cases}$$

Τα **πλεονεκτήματα** της χρήσης του προβλήματος του **πυρήνα** είναι πολλά. Αρχικά, η διαλογή μεταβλητών, όπως είδαμε δεν γίνεται σε όλο το εύρος αλλά μόνο σε ένα περιορισμένο μέρος αυτού (τον πυρήνα). Επίσης μέσω του χρόνου διαλογής, ο οποίος μπορεί να επιταχυνθεί πολύ σε μεγάλης κλίμακας προβλήματα, ο τελικός χρόνος επίλυσης βελτιώνεται δραματικά πολύ αφού κατά κύριο λόγο εξαρτάται από το χρόνο διαλογής. Επιπρόσθετα, ένας ακόμα καλός λόγος χρησιμοποίησης του πυρήνα είναι η πολύ γρήγορη εύρεση αντικειμενικών λύσεων καλής ποιότητας. Χωρίς τον πυρήνα, μία προσέγγιση λύσης μέσω της μεθόδου Διακλάδωσης και Οριοθέτησης θα δώσει ένα δέντρο βαθιάς αναζήτησης με ίσως ορισμένες καλές λύσεις αλλά σε μεγαλύτερο χρόνο και χαμηλής αποτελεσματικότητας. Τέλος, ένας επιπλέον αλγόριθμος θα μπορούσε να οδηγήσει σε βέλτιστες λύσεις τις μεταβλητές εκτός του πυρήνα.

Όσο αναφορά όμως στα μειονεκτήματα του πυρήνα, πειραματικά δεδομένα έχουν δείξει ότι μέσω αυτής της μεθόδου οδηγηθούμε σε λύσεις με παρόμοιο μέγεθος [4].

Αυτή η ομοιομορφία των λύσεων μπορεί να οδηγήσει σε μπλοκάρισμα του αλγόριθμου Branch and Bound ή εύρεση χαμηλής ποιότητας λύσης, καθώς δεν θα υπάρχει ένα ακριβές κάτω όριο. Η ύπαρξη αυτού του ορίου για το Knapsack πρόβλημα είναι ουσιώδης αν θέλουμε να λυθεί μέσω B&B αλγορίθμου, καθώς ταυτόχρονα ελέγχεται και το άνω όριο. Μία καλή προσέγγιση για αυτό θα ήταν να λάβει τιμές κοντά στην βέλτιστη λύση.

### **2.2.2 Προσδιορίζοντας τον πυρήνα**

Ο προσδιορισμός του πυρήνα βασίζεται στην βέλτιστη λύση, γι' αυτό και οι αλγόριθμοι που κατασκευάζονται βασίζονται σε έναν προσεγγιστικό πυρήνα, συνήθως μεγέθους  $2\delta$  γύρω απ' κρίσιμο σημείο (*split item*). Αξίζει να σημειωθεί ένας τροποποιημένος αλγόριθμος (*Find – Core algorithm*) που προτάθηκε από τον Pisinger [5] και αφού καθορίσει το κρίσιμο σημείο  $s$ , συλλέγει τα στοιχεία με εύρος  $2\delta$  γύρω από αυτό. Έτσι ο πυρήνας γίνεται  $C = \{k, \dots, l\} = \{s - \delta, \dots, s + \delta\}$ . Με άλλα λόγια, αυτός ο αλγόριθμος διχοτομεί το διάστημα του πυρήνα γύρω από τη διάμεσο  $\gamma$ , έτσι ώστε  $p_j/w_j \geq \gamma$  αριστερά του διαστήματος και  $p_j/w_j \leq \gamma$  δεξιά του διαστήματος. Το διάστημα που περιέχει το κρίσιμο σημείο  $s$  διχοτομείται πρώτο και επειδή το  $s$  είναι καλώς ορισμένο, δεν υπάρχει νόημα να ελέγχει το διάστημα αν όντως αποτελεί τον ζητούμενο πυρήνα  $C$ . Όλα τα στοιχεία  $j > s + \delta$  έχουν μικρότερη αποτελεσματικότητα από αυτά που έχουν τα στοιχεία του πυρήνα, ενώ για όλα τα  $j < s - \delta$  ισχύει το αντίστροφο. Ο αλγόριθμος *Find – Core* είναι ένας κλασικός αλγόριθμος διχοτόμησης εξαιρώντας το γεγονός ότι μόνο τα στοιχεία γύρω από το κρίσιμο σημείο, συνεχίζουν να διαχωρίζονται.

Πολλές προτάσεις έχουν γίνει σχετικά με το μέγεθος του πυρήνα [3]. Απ' τις σημαντικότερες προτάσεις [6],[7] ήταν αυτές που όριζαν το μέγεθός του ως εξής:

$$|C| = 25 \quad , \quad |C| = \sqrt{n} \quad \text{ή,} \quad |C| = 2\sqrt{n}$$

Αυτές οι διαφοροποιήσεις έγιναν για την εξυπηρέτηση διαφορετικών προγραμματιστικών προβλημάτων. Ακόμα και μετά την εύρεση της βέλτιστης λύσης, ένας διαφορετικός αλγόριθμος διαχωρισμού δεν θα μπορούσε να ελέγχει τη βέλτιστη ιδιότητα των μεταβλητών της λύσης και επομένως η εγκυρότητα της λύσης μπορεί εύκολα να διαψευστεί. Γι' αυτό το λόγο είναι αναγκαία η αύξηση του μεγέθους των πυρήνων. Όπως έδειξε και η μελέτη των Goldberg and Marchetti-Spaccamela [8] για τον ελάχιστο δυνατό πυρήνα που μπορεί να δοθεί σε κάποιο πρόβλημα, το μέγεθος αυτό μπορεί να αυξηθεί λογαριθμικά εάν αυξηθεί η έκταση του προβλήματος.

## 2.3 Η ΜΕΘΟΔΟΣ coreMCBB

### 2.3.1 Η έννοια του πυρήνα για Δι-κριτηριακά Πολυδιάστατα Προβλήματα Knapsack (BOMDKP)

Στα συνηθισμένα προβλήματα knapsack με μία αντικειμενική συνάρτηση και έναν περιορισμό, ο πυρήνας είναι ένα υποσύνολο στοιχείων (μεταβλητών) καθένα από τα οποία αντιστοιχίζεται με έναν βαθμό αποτελεσματικότητας  $e_i = p_j/w_j$ , που

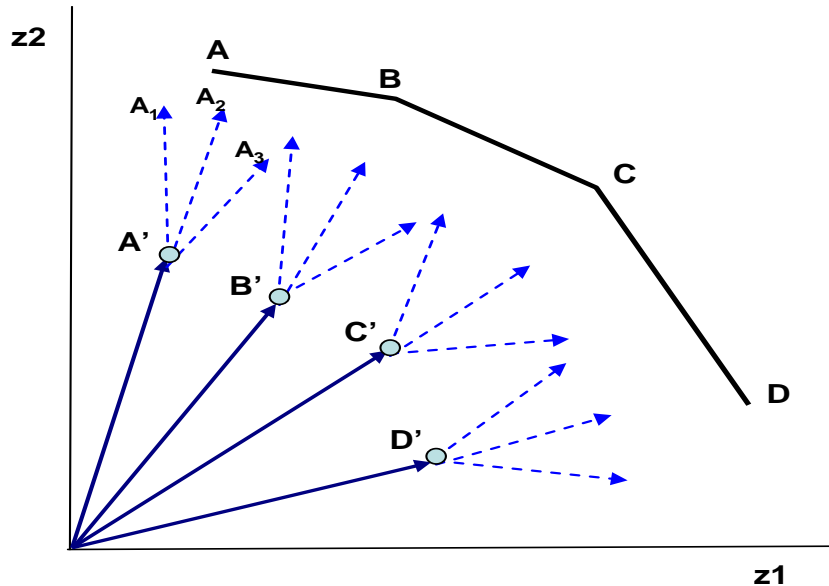
είναι παραπλήσιος του βαθμού αποτελεσματικότητας του κρίσιμου σημείου (*break item*). Η έννοια του πυρήνα υπήρξε η βασική αφορμή για την ανάπτυξη των πιο αποτελεσματικών αλγορίθμων των knapsack προβλημάτων (KP), και πρόσφατα ως εξέλιξη του γεγονότος αυτού δημιουργήθηκε η έννοια του πυρήνα για πολυδιάστατα προβλήματα knapsack (*multi-dimensional knapsack problems – MDKP*) από [13] και για μονοδιάστατα προβλήματα knapsack με δύο αντικειμενικές συναρτήσεις (*bi-objective single dimension knapsack problems – BOSDKP*) από [14].

Ο G. Manrotas στο [15] συνδύασε τους δύο παραπάνω μηχανισμούς με σκοπό τη σύνθεση αλγορίθμου για *Δι-Κριτηριακά Πολυδιάστατα Προβλήματα Knapsack (bi-objective multi-dimensional knapsack problems – BOMDKP)*. Η βασική ιδέα είναι η εκμετάλλευση μίας σπουδαίας μεθόδου επίλυσης προβλημάτων της επιστήμης των υπολογιστών, **διαίρει και βασίλευε** (*divide and conquer principal, D&C*), που είναι εξαιρετικά χρήσιμη σε προβλήματα επιχειρηματικής έρευνας και συγκεκριμένα σε συνδυαστικά προβλήματα (όπως η αποσύνθεση του B&B αλγορίθμου). Μ' αυτή την λογική ένα μεγάλο πρόβλημα διαιρείται συνεχώς σε μικρότερα υποπροβλήματα (*διαίρει*), μέχρι ενός ορίου, και στη συνέχεια επιλύονται (*βασίλευε*), των οποίων το σύνολο των λύσεων οδηγεί σε μία ενιαία επιθυμητή λύση του αρχικού προβλήματος. Η διαδικασία αυτή μπορεί να μειώσει δραματικά το χρόνος επίλυσης, παρόλο που το σύνολο των επιλυόμενων προβλημάτων είναι μεγάλο.

Η βασική ιδέα είναι η εξής: αρχικά επιλύεται το «χαλαρωμένο» πρόβλημα [14] (αλλάζοντας τον περιορισμό από  $x_j \in \{0,1\}$  σε  $x_j \geq 0$ ) και έτσι παράγεται το σύνολο των *ικανών ακραίων λύσεων (Extreme Efficient Solutions – EES)*. Μετά μέσω της θεωρίας του Πολύκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού (*Multi-Objective Linear Programming – MOLP*) εκχωρείται σε κάθε EES λύση το αντίστοιχο διάστημα βάρους από όπου προήλθε και χρησιμοποιώντας τον κατάλληλο συντελεστή βαρύτητας για κάθε EES, ενώνονται οι δύο αντικειμενικές συναρτήσεις σε μία, μετασχηματίζοντας ταυτόχρονα και την ταυτότητα του προβλήματος (*single objective*). Στην συνέχεια, για κάθε EES θέτουμε και τον αντίστοιχο πυρήνα, σύμφωνα με τη θεωρία [13] που αφορά τις αποτελεσματικότητες για τον πυρήνα

των MDKP προβλημάτων. Επιπρόσθετα, προσαρμόζεται το αρχικό μας πρόβλημα στο συγκεκριμένο πυρήνα, που αφορά και την αντίστοιχη EES, και λύνοντας το με MCBB παράγεται το σύνολο των κατά Pareto βέλτιστων λύσεων. Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία για κάθε λύση EES και στο τέλος ενώνοντας το σύνολο αυτών, παρουσιάζεται η κατά Pareto λύση του αρχικού προβλήματος. Η **κατά Pareto** λύση σημαίνει ότι αλλάζοντας μία μεταβλητή σε ένα πρόβλημα, είμαστε σίγουροι ότι η λύση που προκύπτει δεν είναι χειρότερη της προηγούμενης. Επομένως, σε περιπτώσεις κατά Pareto, εγγυάται η βελτιστοποίηση του εκάστοτε προβλήματος.

Η συγκεκριμένη διαδικασία θα μπορούσε να αναπαρασταθεί καλύτερα και σε ένα γράφημα, όπως αυτό παρακάτω (γράφημα 2.3.1). Η ABCD γραμμή αντιπροσωπεύει το σύνολο των κατά Pareto λύσεων του χαλαρωμένου προβλήματος. Για κάθε μία από τις 4 λύσεις EES, υπολογίζεται ο αντίστοιχος πυρήνας, από τον οποίο εξάγεται η κατά Pareto βέλτιστη λύση μέσω υπολογισμού MCBB. Οι λύσεις αυτές στο γράφημα είναι οι  $A_i, B_i, C_i, D_i$  που τελικά θα δώσουν τη λύση στο αρχικό BOMDKP πρόβλημα. Τέλος, οι μεταβλητές που είναι εκτός πυρήνα λαμβάνουν τιμές 0 ή 1 (δεσμευμένες μεταβλητές) και αντιπροσωπεύονται από τα σημεία,  $A', B', C', D'$ .



Γράφημα 2.3.1 : Γραφική αναπαράσταση της έννοιας του πυρήνα για το BOMDKP πρόβλημα

### 2.3.2 Ο αλγόριθμος BOMDKP

Έστω ο αλγόριθμος για Δι-κριτηριακά Πολυδιάστατα Προβλήματα Knapsack (BOMDKP). Η μαθηματική του διατύπωση είναι η εξής:

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && \sum_{j=1}^n p_{kj}x_j, \quad k = 1,2 \quad (bi - objective) \\ & \text{subject to} && \sum_{j=1}^n w_{ij}x_j \leq c_i, \quad i = 1,2, \dots, m \\ & && x_j \in \{0,1\}, \quad j = 1,2, \dots, n \end{aligned}$$

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος ακολουθεί τα εξής βήματα:

Βήμα 1<sup>ο</sup> : Αρχικά γίνεται χαλάρωμα του περιορισμού των δυαδικών μεταβλητών (κατάργηση ακεραιότητας των  $x_j \in \{0,1\}$ ). Το πρόβλημα που προκύπτει και τελικά επιλύεται είναι Πολυκριτηριακό Πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού (*Multi-Objective Linear Programming – MOLP*) και επειδή αποτελεί το «χαλαρωμένο» αρχικό BOMDKP, μπορεί να ονομαστεί και ως RBOMDKP (*Relaxed BOMDKP*). Διάφορες μέθοδοι όπως οι ADBASE [16,17] και EFFTREE [18], ανάμεσά τους και κάποιος σταθμισμένος αλγόριθμος, χρησιμοποιείται για την προσέγγιση των  $R$  σε αριθμό Ικανών Ακραίων Λύσεων EES.

Βήμα 2<sup>ο</sup> : Για κάθε λύση EES υπολογίζεται το αντίστοιχο διάστημα [16] (για τη δι-κριτηριακή περίπτωση ισχύει  $k=2$  και  $\lambda_2=1-\lambda_1$ ). Επιπρόσθετα, όπως είναι γνωστό από τον Γραμμικό Προγραμματισμό, κάθε EES λύση μπορεί να θεωρηθεί και ως βέλτιστη λύση για ένα ομώνυμο πρόβλημα (LP), η αντικειμενική συνάρτηση του οποίου είναι το σταθμισμένο άθροισμα των αντικειμενικών συναρτήσεων του MOLP [16, p.124-125].

Βήμα 3<sup>ο</sup> : Για κάθε λύση EES (δηλαδή για  $r=1,2, \dots, R$ ), πρέπει να επαναληφθούν τα βήματα 3a – 3h που ακολουθούν:

Βήμα 3a : Χρησιμοποιώντας τους συντελεστές (*weights*) που υπολογίστηκαν στο 2<sup>ο</sup> βήμα, δημιουργείται και επιλύεται το αντίστοιχο πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού LP, που έχει ως αντικειμενική συνάρτηση το σταθμισμένο άθροισμα των αντικειμενικών συναρτήσεων του MOLP.

Βήμα 3b : Σύμφωνα με τη θεωρία του Puchinger (Puchinger et. al., 2006) για μονοκριτηριακά πολυδιάστατα προβλήματα knapsack (*single objective multi-*

*dimensional knapsack problems – SOMDKP*), υπολογίζονται οι δυικές αποτελεσματικότητες (dual efficiencias) για τις μεταβλητές απόφασης, χρησιμοποιώντας τις σκιάδεις τιμές ( $d_i$ , για  $i=1,2, \dots, m$ ), σύμφωνα με τον τύπο:

$$e_j(duals) = \frac{p_j}{\sum_{i=1}^m d_i w_{ij}}$$

**Βήμα 3c** : Διατάσσονται οι μεταβλητές σε φθίνουσα σειρά σύμφωνα με τις αποτελεσματικότητες τους και ορίζεται το κρίσιμο διάστημα (για τις μεταβλητές με  $e_j=1$ ) καθώς και το κέντρο του  $c$  [13] .

**Βήμα 3d** : Ορίζεται ο πυρήνας  $C_r$  ως αυτός των οποίων οι μεταβλητές περιλαμβάνουν το κέντρο  $c$  του κρίσιμου διαστήματος και αποτελείται από  $\delta \times n$  στοιχεία αριστερά και δεξιά του κέντρου. Το μέγεθος του πυρήνα αποτελείται από  $2 \times \delta \times n + 1$  μεταβλητές. Η παράμετρος  $\delta$  καθορίζει το μέγεθος του πυρήνα και συνήθως ορίζεται ως το κλάσμα όλων των μεταβλητών  $n$  (για παράδειγμα αν  $\delta=0,1$  τότε έχουμε  $0,1 \times n$  μεταβλητές αριστερά και δεξιά του πυρήνα). Στην ουσία, προσδιορίζοντας την παράμετρο  $\delta$  αποφασίζουμε το μέγεθος του πυρήνα.

**Βήμα 3e** : Ελέγχεται αν ο πυρήνας  $C_r$  περιλαμβάνεται σε κάποιον από του υπόλοιπους πυρήνες  $C_k$  (για  $k=1,2, \dots, r-1$ ). Αν ναι, η διαδικασία επαναλαμβάνεται από την αρχή του 3<sup>ου</sup> βήματος για τον επόμενο πυρήνα  $r$  αλλιώς συνεχίζετε (είναι περιττός ο υπολογισμός των αντίστοιχων βέλτιστων κατά Pareto λύσεων καθώς έχουν ήδη βρεθεί).

**Βήμα 3f** : Δημιουργείται το μοντέλο BOMDKP( $r$ ) που περιλαμβάνει μόνο μεταβλητές πυρήνα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να δεσμευτούν όλες οι εκτός μεταβλητές. Πιο συγκεκριμένα, οι μεταβλητές δεξιά του πυρήνα εκχωρούνται με την τιμή 0, ενώ αυτές αριστερά του με την τιμή 1.

Για το σκοπό αυτό, οι αντικειμενικές συναρτήσεις προσαρμόζονται ενσωματώνοντας σε αυτές σταθερούς όρους (*lcove* είναι το σύνολο των μεταβλητών αριστερά του πυρήνα):

$$z_{kF} = \sum_{j \notin lcore} p_{kj}$$

Γίνεται επίσης προσαρμογή και στο δεξί μέλος των περιορισμών του πυρήνα:

$$c'_i = c_i - \sum_{j \in \text{core}} w_{ij}$$

Το μοντέλο BOMDKP(r) ονομάζεται *υποπρόβλημα πυρήνα (core sub-problem)* και φορμαλιστικά αποδίδεται ως εξής:

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && z_{kF} + \sum_{j \in \text{core}} p_{kj} x_j && k = 1, 2 && \text{(bi - objective)} \\ & \text{subject to} && \sum_{j \in \text{core}} w_{ij} x_j \leq c'_i, && i = 1, 2, \dots, m \\ & && x_j \in \{0, 1\} && j \in \text{core} \end{aligned}$$

**Βήμα 3g** : Μέσω MCBV αλγορίθμου επιλύεται το υποπρόβλημα πυρήνα [19,20] και ως αποτέλεσμα παράγονται οι αντίστοιχες Pareto βέλτιστες λύσεις (*Pareto optimal solutions – POS*), οι οποίες καλούνται *τοπικές POS (locally POS)* καθώς προήλθαν από υποπροβλήματα και όχι το αρχικό πρόβλημα BOMDKP.

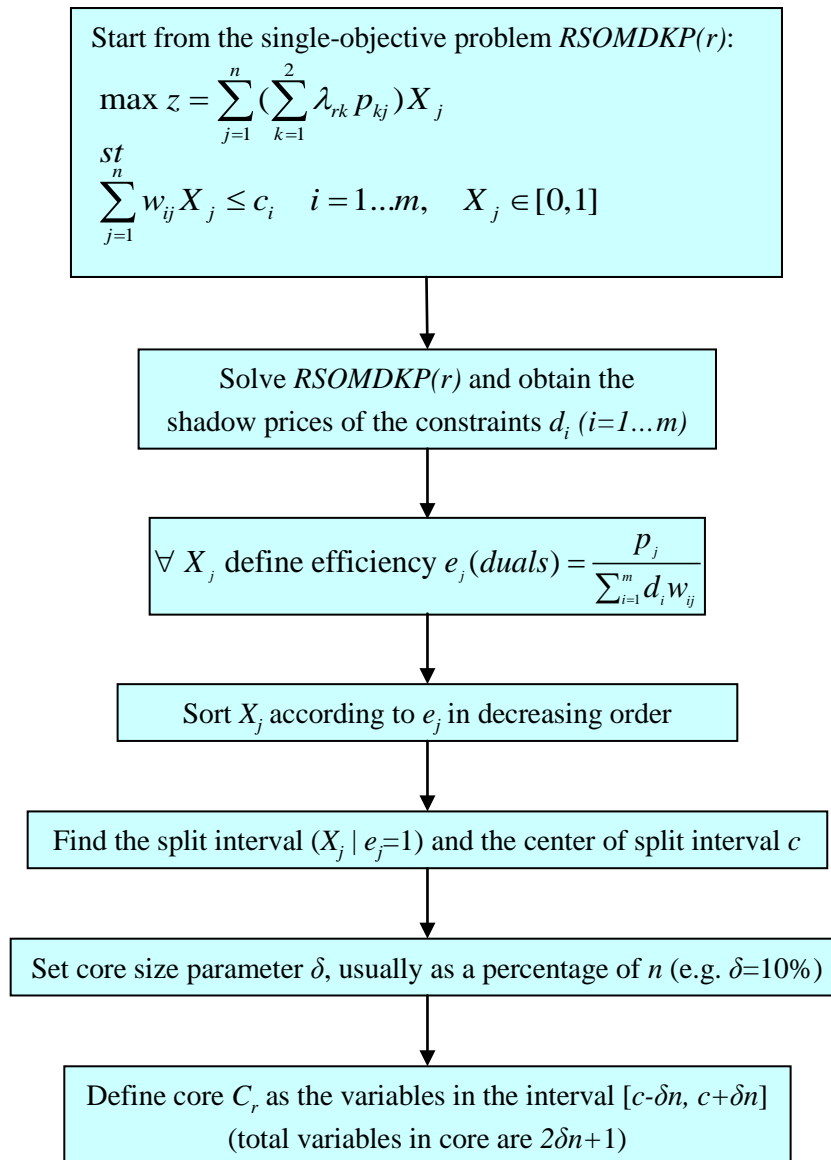
**Βήμα 3h** : Οι LPOS αποθηκεύονται σε μία λίστα προσωρινών κατά Pareto λύσεων (*Incumbent List - IL*), η οποία είναι η ίδια λίστα με τις γραμμικές Pareto λύσεις και ανανεώνεται από τις επικρατούσες νέες λύσεις.

**Βήμα 4<sup>ο</sup>** : Τέλος τρεξίματος αλγορίθμου. Στην λίστα (IL) υπάρχουν οι κατά Pareto βέλτιστες λύσεις του αρχικού BOMDKP προβλήματος.

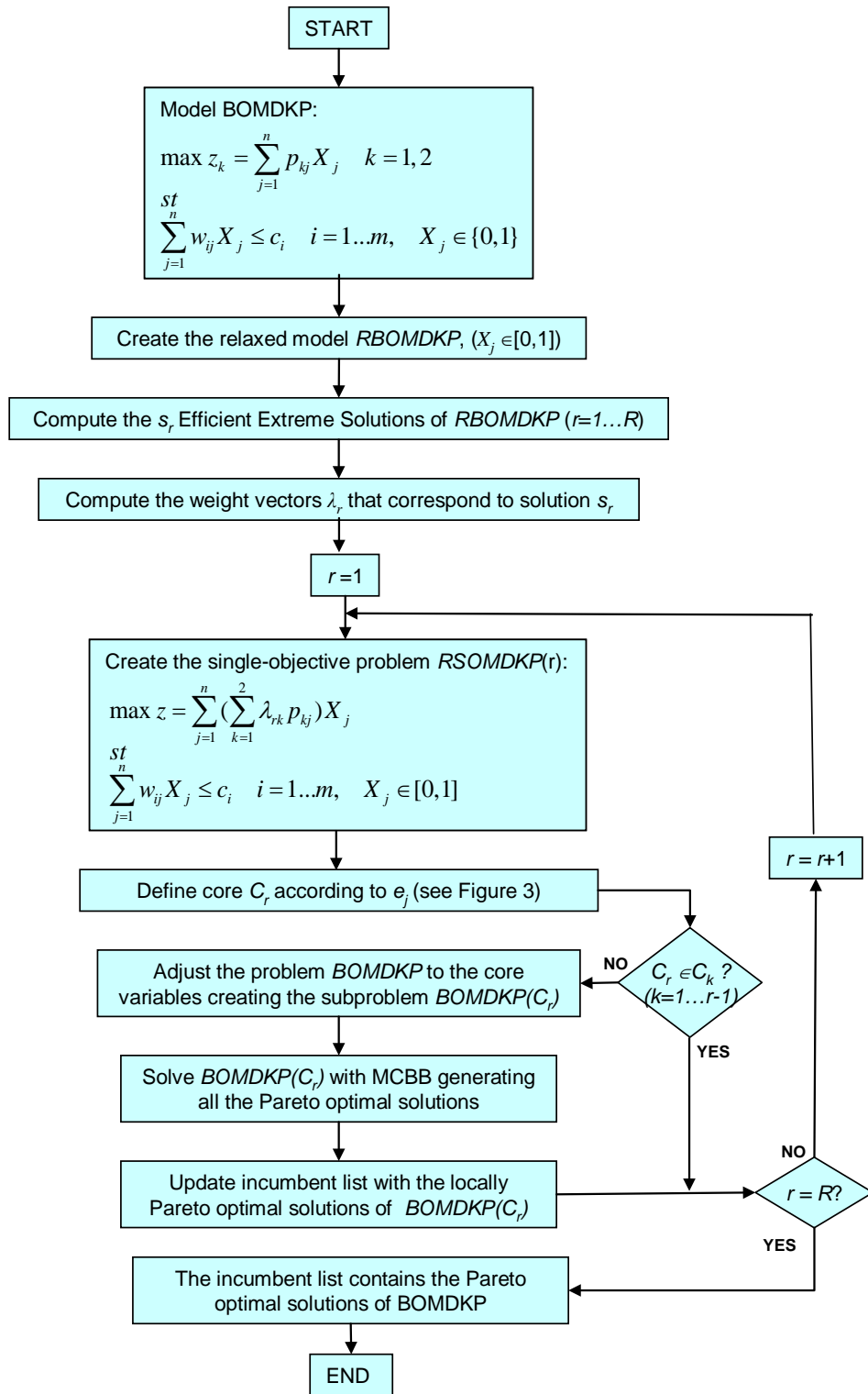
Όπως αναφέραμε στο 1<sup>ο</sup> βήμα, το πλήθος των EES λύσεων εξαρτάται από τον αριθμό των μεταβλητών  $n$  και των περιορισμών  $m$ . Στις περιπτώσεις μεγάλης έκτασης προβλημάτων (για παράδειγμα ορισμένες εκατοντάδες μεταβλητές και 10-30 περιορισμούς), ο αριθμός των EES ίσως φτάνει και τις ορισμένες χιλιάδες πράγμα που καθιστά σχεδόν απαγορευτική την συνέχιση εκτέλεσης του αλγορίθμου στα επόμενα βήματα. Η προσέγγιση που προτείνεται είναι η παραγωγή λιγότερων λύσεων EES (αριθμού  $R' < R$ ), οι οποίοι θα είναι αποτέλεσμα πολλών εκτελέσεων προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού με διάφορες σταθμισμένες αντικειμενικές συναρτήσεις. Για αυτό και η συμπερίληψη κάθε νέου πυρήνα (στο βήμα 3e) καθιστά λιγότερο ικανοποιητικές τις παραγόμενες λύσεις αλλά η εξοικονόμηση χρόνου είναι πολύ σημαντική.

Όπως αναφέρθηκε στο βήμα 3f, ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί τη μέθοδο MCBV για την παραγωγή των LPOS λύσεων του υποπροβλήματος του πυρήνα. Αυτές οι λύσεις LPOS που υπάρχουν στη λίστα IL κυριαρχούνται (*fathoming condition*) άρα και αντικαθίστανται από νέες λύσεις – διανύσματα με κριτήριο τη σύγκρισή τους με ιδανικές (μη εφικτές) τιμές σε κάθε ενδιάμεσο κόμβο. Ακριβώς επειδή η όλη διαδικασία της κυριάρχησης των νέων λύσεων συμβαίνει στους κόμβους, τελικά επιταχύνεται σημαντικά η όλη διεργασία. Παρ' όλα αυτά σε μεγάλης κλίμακας προβλήματα προτείνεται η διατήρηση του αριθμού των LPOS σε λογικά πλαίσια για την μείωση των επαναλήψεων σε κάθε κόμβο. Αυτό επιτυγχάνεται με φιλτράρισμα της λίστας ώστε τελικά να διατηρηθεί ένας σταθερός αριθμός LPOS, ανεξάρτητα από το πλήθος των πιθανών POS. Αυτό το φιλτράρισμα βασίζεται σε μία τεχνική του Steuer [16, p. 314] ώστε τελικά να κρατηθεί το πιο αντιπροσωπευτικό κλάσμα  $f$  των παραχθέντων λύσεων. Το **βασικό πλεονέκτημα** της όλης διαδικασίας έγκειται στη νέα εκδοχή του αλγορίθμου για «τρέξιμο»  $R$  φορές (όσες και οι EES) αντί για μία που συνέβαινε μέχρι τότε.





Γράφημα 2.3.1 : Διάγραμμα ροής διαδικασίας καθορισμού του πυρήνα



Γράφημα 2.3.2 : Διάγραμμα ροής του αλγορίθμου coreMCBB για δι-κριτηριακά προβλήματα

### **2.3.3 Η έννοια του πυρήνα για Πολυκριτηριακά Πολυδιάστατα Προβλήματα Knapsack (MOMDKP)**

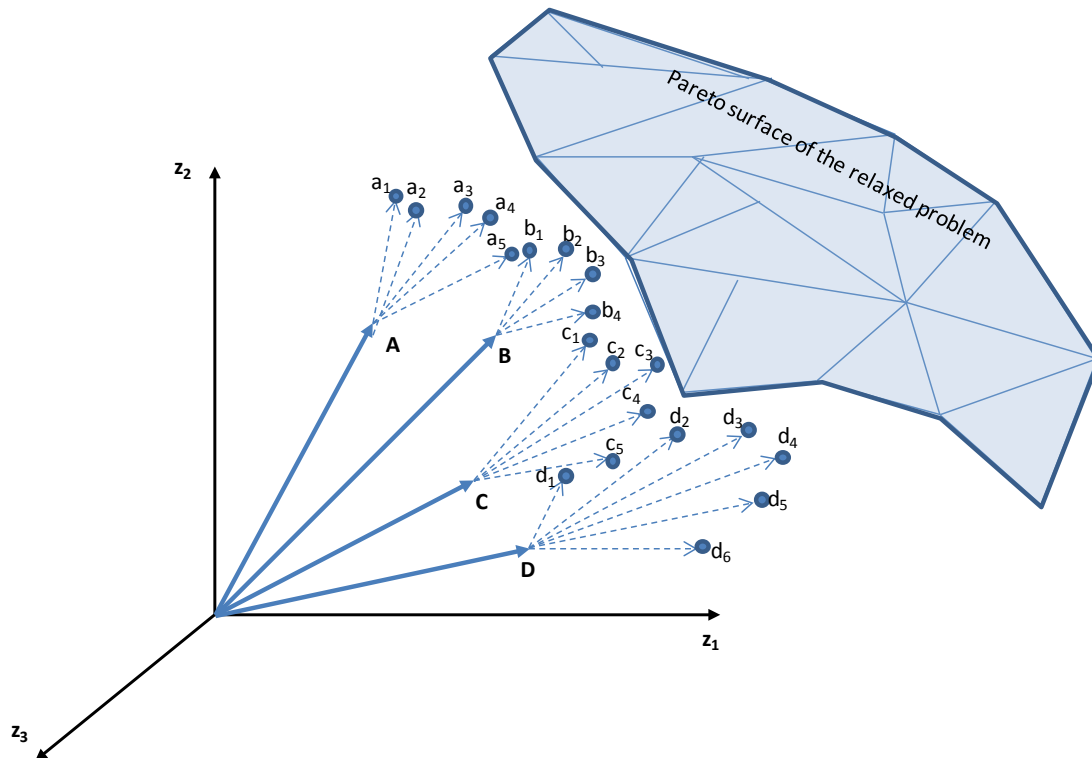
Ο αλγόριθμος που θα μελετηθεί εκμεταλλεύεται την ιδέα του πυρήνα, που είναι η βασική ιδέα για την ανάπτυξη των περισσότερων αλγορίθμων βελτιστοποίησης για Knapsack προβλήματα. Χωρίς άρση της γενικότητας, στα μονοκριτηριακά προβλήματα Knapsack με έναν περιορισμό, ο πυρήνας αποτελεί υποσύνολο μεταβλητών με αποτελεσματικότητες (ανοιγμένες ως προς το βάρος) παραπλήσιες με αυτή του κρίσιμου σημείου. Έχοντας διατάσσει όλες τις μεταβλητές σύμφωνα με τις αποτελεσματικότητές τους, το κρίσιμο σημείο αποτελεί την πρώτη μεταβλητή που παραβιάζει τον περιορισμό του knapsack προβλήματος.

Όπως ήδη έχει αναφερθεί [παράγρ. 2.3.2], η κύρια ιδέα για την έννοια του πυρήνα είναι η εκμετάλλευση του αξιώματος «διαίρει και βασίλευε» (*divide and conquer*) που είναι εξαιρετικά χρήσιμο στα προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας και ειδικότερα στα συνδυαστικά προβλήματα (όπως η αποσύνθεση αλγορίθμων ή η μέθοδος διαδοχικών ορίων B&B). Αντί για τη λύση ενός μικρού προβλήματος πολλών μεταβλητών, προτείνονται οι λύσεις πολλών μικρότερων προβλημάτων (με λιγότερες μεταβλητές), η σύνθεση των οποίων αποδίδει τη λύση του αρχικού προβλήματος.

Τα τελευταία χρόνια, η έννοια του πυρήνα ενσωματώνεται σε ολοένα και μεγαλύτερο εύρος μεθόδων για την επίλυση knapsack προβλημάτων, όπως για δι-κριτηριακά μονοδιάστατα πρόβλημα knapsack (*bi-objective single dimension knapsack problems – BOSDKP*) αλλά και για δι-κριτηριακά πολυδιάστατα προβλήματα knapsack (*bi-objective multi-dimensional knapsack problems – BOMDKP*).

Ο G. Manrotas στο [21] επέκτεινε αυτές τις μεθόδους και στα Πολυδιάστατα Πολυκριτηριακά Προβλήματα Knapsack (*Multi-Objective Multi-Dimensional Knapsack Problems – MOMDKP*). Σύμφωνα με αυτό, αρχικά βρίσκεται το σύνολο των βέλτιστων ικανών λύσεων (*extreme efficient solutions – EES*) του χαλαρωμένου αρχικού προβλήματος με κατάργηση του περιορισμού της ακεραιότητας και χρησιμοποιώντας μια σταθμισμένη μέθοδο αντί για τον αλγόριθμο EFFTREE [25]. Η συσπείρωση των βαρών (*weights*) για κάθε αντικειμενική συνάρτηση καθορίζει και την πυκνότητα που των λύσεων που αναπαριστώνται (γράφημα 2.3.3). Ακολούθως, για κάθε λύση EES του χαλαρωμένου προβλήματος αντιστοιχείται και ένα διάστημα μεταβλητών του πυρήνα (σύμφωνα με τις δυικές αποτελεσματικότητες  $e_j$  (*duals*) που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα) [22,23]. Προσαρμόζεται το αρχικό πρόβλημα MOMDKP στο συγκεκριμένο διάστημα του πυρήνα μεταβλητών και λύνεται μέσω MCBB, παράγοντας τις τοπικές κατά Pareto λύσεις. Οι μεταβλητές εκτός πυρήνα δεσμεύονται με σταθερές τιμές («0» για όσες είναι δεξιά του πυρήνα

και «1» για όσες είναι αριστερά του). Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε έναν από τους πυρήνες και στο τέλος το σύνολο των τοπικών λύσεων, αποδίδει τη βέλτιστη κατά Pareto λύση του αρχικού προβλήματος MOMDKP.

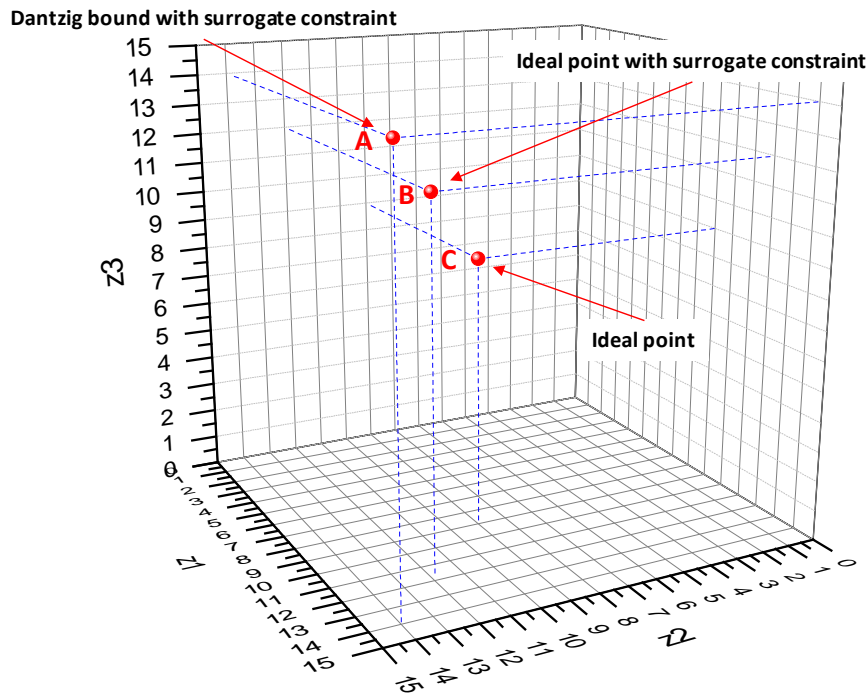


*Γράφημα 2.3.3 : Γραφική αναπαράσταση της έννοιας του πυρήνα για MOMDKP προβλήματα*

Η συγκεκριμένη διαδικασία θα μπορούσε να αναπαρασταθεί καλύτερα και σε ένα γράφημα, όπως αυτό παραπάνω (γράφημα 2.3.3). Τα σημεία A,B,C,D αντιπροσωπεύουν το δεσμευμένο μέρος των κατά Pareto βέλτιστων λύσεων, ενώ τα σημεία  $a_1, a_2, \dots, d_6$  είναι το αποτέλεσμα της MCBB μεθόδου για τον συγκεκριμένο πυρήνα. Εν συνεχεία, αντί για τη λύση ενός μεγάλου προβλήματος, λύνονται 4 υποπροβλήματα.

Ο αλγόριθμος MCBB είναι προσαρμοσμένος στα πολυκριτηριακά προβλήματα knapsack και ακολουθείται η διαδικασία που περιγράφεται στο [25] σύμφωνα με τα όρια *Dantzig* για την επεξεργασία των μεταβλητών στους ενδιάμεσους κόμβους. Ωστόσο στην συγκεκριμένη περίπτωση, η προσαρμογή αυτή αφορά προβλήματα με περισσότερες των δύο αντικειμενικών συναρτήσεων. Η γραφική αναπαράσταση για MOMDKP προβλήματα (γράφημα 2.3.3), είναι το αντίστοιχο γράφημα με αυτό των BOMDKP με διαφορά ότι αντί για μία γραμμή λύσεων ABCD, τώρα πρόκειται ένα

πολύγωνο λύσεων. Η αναλογία αυτή φαίνεται λογική αν σκεφτεί κανείς ότι τώρα αναφερόμαστε σε πολυκριτηριακά αντί για δι-κριτηριακά προβλήματα. Ο αλγόριθμος MCBB έχει τροποποιηθεί ειδικά για πολυκριτηριακά προβλήματα knapsack και ακολουθείται η διαδικασία που περιγράφεται στο [25] με τα όρια Dantzig για την κυριαρχία των ενδιάμεσων κόμβων.



Γράφημα 2.3.4 : Τρισδιάστατη γραφική αναπαράσταση των Dantzig ορίων

Στο γράφημα 2.3.4 διακρίνει κανείς το ιδανικό σημείο C που έχει κυριαρχηθεί από το σημείο B, δηλαδή το ιδανικό σημείο με υποκατάστατο περιορισμό (τον περιορισμό δηλαδή που απορρέει από τη συσσωμάτωση των δεξιά και αριστερά αρχικών περιορισμών). Το σημείο B όμως με τη σειρά του κυριαρχείται από το A, που ορίζεται από τις αντικειμενικές συναρτήσεις με τους περιορισμούς για όριο Dantzig. Είναι προφανές ότι αν βρεθεί κάποια λύση από την IL λίστα που να κυριαρχεί το σημείο A, θα κυριαρχεί και τα σημεία B και C.

Τα βασικά πλεονεκτήματα που παρουσιάζει αυτός ο αλγόριθμος σε σχέση με προγενέστερο που διαχειριζόταν μόνο 2 αντικειμενικές συναρτήσεις είναι τα ακόλουθα:

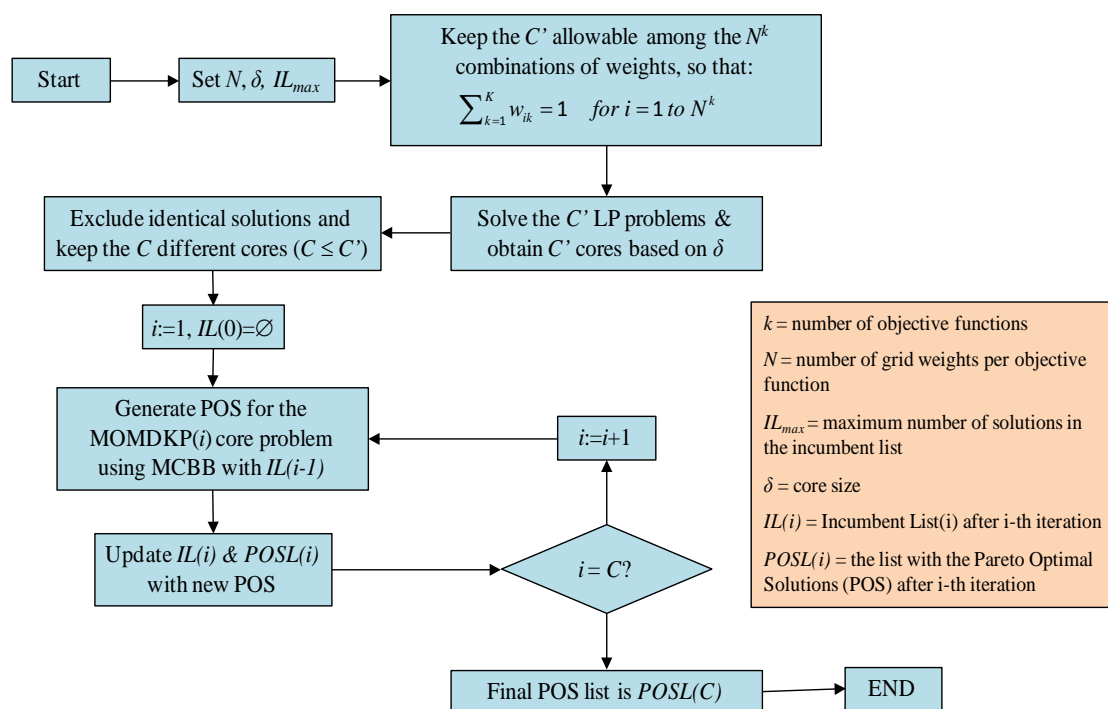
1. Οι EES λύσεις του χαλαρωμένου προβλήματος αναπαράγονται χρησιμοποιώντας μία σταθμισμένη μέθοδο, ενώ σε προβλήματα με δύο αντικειμενικές συναρτήσεις χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος EFFTREE [Manrotas and Diakoulaki 2005, AMC]. Μ' αυτόν τον τρόπο μπορούμε να ελέγξουμε τον αριθμό των ικανών βέλτιστων λύσεων EES με άξονα τον αριθμό των υπαρχόντων αντικειμενικών συναρτήσεων και συνεπώς τον αριθμό των πυρήνων.
  
2. Για την παραγωγή των βέλτιστων POS λύσεων προσαρμόστηκε η μέθοδος MCBB σε πολυκριτηριακά πολυδιάστατα προβλήματα knapsack. Η ιδέα για τα όρια Dantzig , που χρησιμοποιήθηκε ξανά στο [Manrotas et. al 2011, JOGO] με σκοπό τον κυριάρχηση των τιμών στους κόμβους, προσαρμόζεται και αυτή εδώ με σκοπό την σωστή επεξεργασία προβλημάτων πολλών αντικειμενικών συναρτήσεων. Παρόλο που τα όρια Dantzig δεν είναι τόσο καλά όσο τα ιδανικά σημεία και επομένως η παραγωγή λύσεων δεν είναι τόσο ικανοποιητική, η επιτάχυνση της όλης διαδικασίας είναι σημαντική, γεγονός που επιβεβαιώνει την απόρριψη της απλής μεθόδου (*Simplex method*) για πολυκριτηριακά προβλήματα.

Ο G. Manrotas στο [21] παρουσιάζει ένα αυτόνομο πρόγραμμα που δημιουργήθηκε για την παραγωγή των βέλτιστων κατά Pareto λύσεων (POS) που ονομάζεται **coreMCBB**, τα κύρια χαρακτηριστικά του οποίου είναι τα εξής:

- Ο αριθμός των σημείων του πλέγματος στο διάστημα  $[0,1]$  για τα φορτία της κάθε αντικειμενικής συνάρτησης για την παραγωγή των αρχικών λύσεων EES. Όσο μεγαλύτερος είναι ο αυτός ο αριθμός, τόσο πιο πυκνό το πλέγμα, τόσο μεγαλύτερος και ο αριθμός των συνδυασμών των φορτίων άρα και μεγαλύτερος ο αριθμός των πυρήνων. Αν και εξαρτάται από το μέγεθος του προβλήματος, ένας εμπειρικός κανόνας είναι η επιλογή ανάμεσα σε 20,50 και 100 σημεία. Αν για παράδειγμα ο αριθμός των σημείων του πλέγματος είναι 50 σε ένα πρόβλημα με 3 αντικειμενικές συναρτήσεις τότε θα έχουμε  $50 \times 50 = 2500$  συνδυασμούς που στην ουσία είναι 1322 επειδή  $\sum w_k = 1$ . Για 4 αντικειμενικές συναρτήσεις με 20 σημεία πλέγματος, θα έχουμε  $20 \times 20 \times 20 = 8000$  συνδυασμούς που μειώνονται σε 1752 επειδή  $\sum w_k = 1$ . Όχι μόνο κάποιοι συνδυασμοί θεωρούνται μη επεξεργάσιμοι λόγω της συνθήκης  $\sum w_k = 1$ , αλλά κάποιοι ήδη μειωμένοι συνδυασμοί δεν θεωρούνται εύλογοι και οδηγούνται σε περαιτέρω μειώσεις που έχουν ως αποτέλεσμα τις ίδιες βέλτιστες λύσεις EES.

- Το μέγεθος του πυρήνα εκφράζεται με την παράμετρο  $\delta$ , που ισοδυναμεί με μία ακτίνα γύρω από το κρίσιμο σημείο ως κλάσμα όλων των σημείων. Ένας πυρήνας 20 – 25 στοιχείων φαίνεται να είναι το βέλτιστο μέγεθος για προβλήματα μεγάλης κλίμακας.
- Ο μέγιστος αριθμός των EES λύσεων που αποτελεί την λίστα IL και συμμετέχουν στη διαδικασία κυριάρχησης. Από τη μία πλευρά, ένας μεγάλος αριθμός λύσεων οδηγεί σε πολλούς συνδυασμούς τελικών POS λύσεων. Από την άλλη, ένας μικρός αριθμός λύσεων μπορεί να οδηγήσει σε ανεπαρκή αποτελέσματα των λύσεων που θα κυριαρχηθούν στους κόμβους. Ένα μέγιστος αριθμός των 250 λύσεων φαίνεται να αποτελεί τη βέλτιστη συνθήκη.

Το διάγραμμα ροής της διαδικασίας του αλγορίθμου φαίνεται στο παρακάτω γράφημα:



Γράφημα 2.3.5 : Προτεινόμενος αλγόριθμος για τη μέθοδο coreMCBB

## 2.4 Προβλήματα Οικονομικών Αποφάσεων

### 2.4.1 Κατανομή Προϋπολογισμού (*Capital Budgeting*)

Η βέλτιστη επιλογή επενδυτικών σχεδίων υπήρξε απ' τα πρώτα προβλήματα knapsack που μελετήθηκαν. Απ' τα μέσα του 20<sup>ου</sup> αιώνα μέχρι και σήμερα έχουν υπάρξει πολλές βιβλιογραφικές μελέτες για τη βελτιστοποίηση του κέρδους, δίνοντας τρόπους επιλογής επενδυτικών σχεδίων σύμφωνα με ένα περιορισμένο προϋπολογισμό. Κάθε επενδυτικό σχέδιο έχει μία παρούσα αξία (ΠΑ) που υπολογίζεται από το συνολικό άθροισμα των μελλοντικών αποδόσεων της αφαιρώντας το αρχικό ποσό της επένδυσης. Επίσης, η επιλογή ανάμεσα σε επενδυτικά σχέδια που χρειάζονται συχνή χρηματοδότηση του επενδυτή ανά τακτά χρονικά διαστήματα, μπορούν να εκφραστούν ως περιπτώσεις knapsack προβλημάτων (KP).

Πολλά προβλήματα κατανομής προϋπολογισμού (*capital budgeting problems*) διατυπώθηκαν ως προβλήματα Knapsack απ' τους Beinsen και Pferschy (*L.Beinsen, U. Pferschy, University of Graz.*) [10]. Ένα συνηθισμένο πρόβλημα απόφασης είναι η κατανομή πόρων της κυβέρνησης για την σταθερή χρηματοδότηση επενδύσεων. Κάθε υπουργείο ή ενδιαφερόμενος κλάδος υποβάλει μία λίστα με τα προγράμματα που θέλει να υλοποιήσει καθώς και το κόστος αυτών. Προφανώς, όλα αυτά τα προγράμματα δεν πρόκειται να υλοποιηθούν καθώς ο συνολικός προϋπολογισμός δεν επαρκεί για όλα. Γι' αυτό το λόγο ένας συντελεστής χρησιμότητας  $p_j$  για κάθε σχέδιο είναι απαραίτητος. Με αυτό τον τρόπο μεγιστοποιώντας τη συνολική χρησιμότητα των έργων και ταυτόχρονα κρατώντας τον προϋπολογισμό σε χαμηλά επίπεδα, το πρόβλημα απόφασης μετατρέπεται σε knapsack πρόβλημα.

Σε μία προσπάθεια να μετατρέψουμε το παραπάνω πρόβλημα σε πιο ρεαλιστικά δεδομένα, θα λέγαμε ότι κάθε ενδιαφερόμενος κλάδος (ή υπουργείο) που θα υποβάλει μία λίστα με επενδυτικά σχέδια, θα συμπεριλάβει σε κάθε σχέδιο διαφορετικές εκδοχές αυτού με αντίστοιχο προϋπολογισμό. Για παράδειγμα, κάθε επενδυτικό σχέδιο θα μπορούσε να υπάρξει με διαφορετικές εκδοχές (*πλήρης, βασική, οικονομική και ανέφικτη εκδοχή*). Η λογική είναι ότι επειδή πρόκειται για Πρόβλημα Knapsack Πολλαπλής Επιλογής ( *multiple-choice knapsack problem – MCKP*), όπως ήδη έχουμε κάνει αναφορά, θα πρέπει τελικά να επιλεγεί *μία εκδοχή από κάθε πρόβλημα* έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η χρησιμότητα σύμφωνα με το διαθέσιμο προϋπολογισμό  $C$ . Ακριβώς επειδή πρόκειται για πρόβλημα πολλαπλής επιλογής που προγραμματιστικά μεταφράζεται σε απαραίτητη επιλογή μίας εκδοχής, προστέθηκε η τελευταία (ανέφικτη) ώστε αν δεν πραγματοποιηθεί το σχέδιο να δοθεί το αντίστοιχο αποτέλεσμα.



### 2.4.2 Επιλογή Χαρτοφυλακίου (*Portfolio Selection*)

Ένα διαφορετικό πρόβλημα απόφασης σχετίζεται με τις χρηματοπιστωτικές επιχειρήσεις (όπως οι τράπεζες) και την πίστωση των πελατών τους. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει το συγκεκριμένο πρόβλημα σε περιόδους χαμηλής ρευστότητας των τραπεζών, όπου τα περιθώρια ρίσκου για τις επιχειρήσεις στενεύουν σημαντικά και η εύρεση για περισσότερο οικονομικά αξιόπιστους πελάτες γίνεται αναγκαία [10].

Κάθε χρηματοοικονομικός πιστωτής διαθέτει ένα συγκεκριμένο ποσό  $C$  με το οποίο μπορεί να πιστώσει τους πελάτες του. Σε κάθε μία από τις  $n$  αιτήσεις πελατών αντιστοιχεί μία πιστωτική αξία  $c_j$  και ένας βαθμός πιστοληπτικής ικανότητας  $g_j$  που εξαρτάται από την οικονομική κατάσταση του πελάτη. Προφανώς, όσο πιο μεγάλη τιμή έχει ο συντελεστής  $g_j$  τόσο πιο εύκολα πιστώνεται ο πελάτης και τόσο λιγότερο ρίσκο διατρέχει η επιχείρηση. Ένας ακόμα συντελεστής που συνδέεται με κάθε πελάτη είναι αυτός του *προσδοκώμενου κέρδους*  $p_j$ , ο οποίος καθορίζει σε μεγάλο βαθμό την τελική απόφαση του πιστωτή, αφού είναι ανάλογος με την  $c_j$  και αντιστρόφως ανάλογος με τον  $g_j$ .

Το πρόβλημα που τελικά τίθεται είναι πως ο χρηματοπιστωτικός διαχειριστής θα εγκρίνει τις αιτήσεις των πελατών του για πίστωση, έτσι ώστε το ολικό ποσό πίστωσης που θα δώσει να μην υπερβαίνει μία τιμή  $C$  και η τελική έκθεση ρίσκου της επιχείρησης να έχει ως ανώτατο όριο την τιμή  $L = c_j / g_j$ . Οι μονάδες  $L$  και  $C$  ορίζονται από κάποιο ανώτερο φορέα της επιχείρησης. Στην ουσία ο κάθε πελάτης θα ήθελε να αποκτήσει όχι απλά μία παροδική έγκριση πίστωσης αλλά σε ιδανική περίπτωση, μία αξιόπιστη πιστοληπτική ικανότητα. Η μεγιστοποίηση των κερδών της επιχείρησης (στην συγκεκριμένη περίπτωση τράπεζα) αποτελεί ένα Πολυδιάστατο Πρόβλημα knapsack (d-dimensional knapsack problem or multidimensional knapsack problem – d-KP) 2 διαστάσεων (2 – KP), που μαθηματικοποιείται ως εξής:

$$(2 - KP) \quad \text{maximize} \quad \sum_{j=1}^n p_j x_j$$

$$\text{subject to} \quad \begin{cases} \sum_{j=1}^n c_j x_j \leq C \\ \sum_{j=1}^n \frac{c_j}{g_j} x_j \leq L \end{cases}$$

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{η πίστωση εγκρίνεται για τον } j \text{ πελάτη} \\ 0 & \text{σε διαφορετική περίπτωση} \end{cases} \quad \text{με } j = 1, 2, \dots, n$$

Στην πραγματικότητα, στις περισσότερες περιπτώσεις είναι πολύ δύσκολο να εκχωρηθεί ακριβώς το ποσό  $C$  από τον πιστωτή. Προκειμένου να προσθέσουμε ένα περιθώριο κεφαλαίου ώστε η ελαστικότητα του πιστωτή να αυξηθεί, εισαγάγουμε ένα υποθετικό πελάτη  $n+1$  με  $x_{n+1} \in N_0$ , ο οποίος είναι πρόθυμος να αποδεχτεί κάθε ακέραιο πολλαπλάσιο του  $c_{n+1}=1$  μίας επένδυσης μηδενικού ρίσκου (άρα άπειρης πιστοληπτικής αξιότητας)  $g_{n+1} = \infty$ . Αυτό αποτελεί ένα (2- KP) πρόβλημα όπως το τελευταίο.

Ακόμα θα μπορούσαμε να επιβάλουμε ένα ελάχιστο συνολικό κέρδος  $P$  και ταυτόχρονα να ελαχιστοποιήσουμε το ενδεχόμενο ολικό ρίσκο που διατρέχει η επιχείρηση. Μ' αυτόν τον τρόπο οι ρόλοι κέρδους και ρίσκου ανατρέπονται[11]. Μαθηματικά αυτή η παραδοχή συμβολίζεται ως εξής:

$$\text{minimize} \quad \sum_{j=1}^{n+1} \frac{c_j}{g_j} x_j$$

$$\text{subject to} \quad \begin{cases} \sum_{j=1}^{n+1} p_j x_j \geq P \\ \sum_{j=1}^{n+1} c_j x_j = C \end{cases}$$

$$x_j \in \{0,1\}, \quad \text{με } j = 1, 2, \dots, n, \quad x_{n+1} \in N_0$$

Αντίστοιχα, θα μπορούσαμε να κατασκευάσουμε έναν αλγόριθμο που να μεγιστοποιεί, σ' αυτή την περίπτωση, το ρίσκο των απορριφθέντων αιτήσεων. Για το σκοπό αυτό κάνουμε τους εξής μετασχηματισμούς:

$$y_j \equiv 1 - x_j, \quad \mu\epsilon \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\text{και} \quad y_{n+1} \equiv C - x_{n+1}$$

Αυτή τη φορά το (ΚΡ) πρόβλημα που έχουμε απαρτίζεται από 2 περιορισμούς, μαθηματικά διατυπώνεται ως εξής:

$$\text{maximize} \quad \sum_{j=1}^{n+1} \frac{c_j}{g_j} y_j$$

$$\text{subject to} \quad \begin{cases} \sum_{j=1}^{n+1} p_j y_j \leq \sum_{j=1}^n p_j + C p_{n+1} - P \\ \sum_{j=1}^{n+1} c_j y_j = \sum_{j=1}^n c_j + C(c_{n+1} - 1) \end{cases}$$

$$y_j \in \{0,1\}, \quad \mu\epsilon \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad y_{n+1} \in N_0$$

#### 2.4.3 Διατραπεζικά Συστήματα Εκκαθάρισης (*Interbank Clearing Systems*)

Ένα ακόμα αξιοσημείωτο πρόβλημα προκύπτει απ' τον διακανονισμό των πληρωμών μεταξύ των χρηματοοικονομικών ιδρυμάτων. Κάθε μέρα τεράστια χρηματικά ποσά ανακατανέμονται μεταξύ των τραπεζών μέσω ιδιωτών ή και οργανισμών και επιχειρήσεων. Ο προφανής λόγος είναι ότι ο καταθέτης και ο παραλήπτης ανήκουν σε διαφορετικές τράπεζες. Επειδή ακριβώς όπως αναφέρθηκε τα ποσά που μεταφέρονται είναι πολύ μεγάλα, πράγμα που θα δημιουργούσε σύγχυση μεταξύ των τραπεζών σε καθημερινή βάση, για αυτό ιδρύθηκε ένας οργανισμός συμψηφισμού προκειμένου να ελέγχει τη δραστηριότητα αυτή. Οι υποχρεώσεις του είναι η συλλογή του συνόλου των πληρωμών για κάθε τράπεζα καθώς και η αντίστοιχη πληρωμή και πίστωση των εμπλεκομένων.

Καθώς αυτή η δραστηριότητα γίνεται πολύ δυσλειτουργική σε μακροκλίμακα, όπως αυτή του διατραπεζικού συστήματος, ο κίνδυνος χρεοκοπίας ή μη φερεγγυότητας λόγω των μεγάλων ποσών διαφαίνεται κρίσιμος. Για αυτό το λόγο κάθε τράπεζα που συμμετέχει στο χρηματοπιστωτικό σύστημα πρέπει να καταθέτει ένα ποσό στον οργανισμό συμψηφισμού [12], το οποίο θα πρέπει να είναι συνεχώς μεγαλύτερο από τον συμψηφισμό που θα προκύπτει από τις διατραπεζικές της συναλλαγές. Ωστόσο τα πολύ μεγάλα ποσά εισροών και εκροών θα δυσχέραιναν τη λειτουργία του διαμεσολαβητή. Η λύση σε αυτό θα ήταν η μεγιστοποίηση του όγκου των ροών αυτών ή με άλλα λόγια η συναλλαγές πρέπει να πραγματοποιούνται για ποσά κοντά στο όριο κατάθεσης, χωρίς όμως να επιτρέπεται η περίπτωση της υπερανάληψης.

Τον αλγόριθμο έδωσαν στην δημοσιότητα 3 Γερμανοί αναλυτές (*M. M. Güntzer, D. Jungnickel, and M. Leclerc, 1998*) [12], μελετώντας ένα από τα μεγαλύτερα διατραπεζικά συστήματα στον κόσμο, όπως αυτό της χώρας τους, στην Ομοσπονδιακή Τράπεζα της Γερμανίας (*Deutsche Bundesbank*). Στο μοντέλο που παρουσίασαν υπάρχουν  $n$  τράπεζες και υποβάλλονται  $l_{ij}$  διατραπεζικές συναλλαγές από την τράπεζα  $i$  στην τράπεζα  $j$ , καθεμία από τις οποίες έχει ποσό  $p_{ijk}$  για  $k=1, \dots, l_{ij}$ . Προφανώς τα ποσά από και προς την ίδια τράπεζα δεν λαμβάνονται υπό όψη στην διαδικασία ( $l_{ii}=0$  για  $i=1, \dots, n$ ). Αν θέσουμε ως  $c_i$  το ποσό της κατάθεσης της  $i$  τράπεζας, τότε το πρόβλημα της μεγιστοποίησης των ροών του φορέα συμψηφισμού ελέγχεται από δυαδικές μεταβλητές  $x_{ijk}$ , που σημαίνουν την  $k$  πληρωμή της τράπεζας  $i$  στην τράπεζα  $j$ . Η μοντελοποίηση του αλγορίθμου είναι η εξής:

$$\text{maximize } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{l_{ij}} p_{ijk} x_{ijk}$$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^n \left( \sum_{k=1}^{l_{ij}} p_{ijk} x_{ijk} - \sum_{k=1}^{l_{ji}} p_{jik} x_{jik} \right) \leq c_i, \text{ με } i = 1, 2, \dots, n$$

τα στοιχεία της παρένθεσης ορίζουν τη μεταφορά ποσού από την τράπεζα  $i$  στην τράπεζα  $j$

$$x_{ijk} \in \{0,1\}, \text{ με } i, j = 1, 2, \dots, n \text{ και } k = 1, 2, \dots, l_{ij}$$

Το παραπάνω πρόκειται για βελτιστοποίηση πολυδιάστατου προβλήματος knapsack ( $d - KP$ ) με αρνητικά και θετικά μεγέθη ρών (χρηματικές ροές) αλλά και ένα τεράστιο αριθμό μεταβλητών. Μία προσέγγιση επίλυσής του είναι κατά αρχήν η θεώρηση του προβλήματος ως διμερές (για  $n=2$  τράπεζες) και μετά η προβλεπόμενη πολυμερή θεώρησή του (για  $n$  τράπεζες). Λόγω αυτού του μεγάλου πλήθους δεδομένων επεξεργασίας έχουν υπάρξει προσεγγιστικοί αλγόριθμοι [12] ευρετικών μεθόδων (heuristic methods). Ένας ευρεστικός αλγόριθμος αναπτύσσεται προκειμένου να δώσει λύση σε ένα περίπλοκο πρόβλημα με βάση την προηγούμενη εμπειρία του αναλυτή σε ανάλογα προβλήματα.

### **3. Η ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ**

Η επιλογή επιχειρησιακών σχεδίων αποτελεί ένα σύνθετο πρόβλημα που συχνά έρχονται αντιμέτωπες πολλές επιχειρήσεις, ερευνητικά ιδρύματα, πανεπιστήμια κ.ά. Σε αυτή τη μελέτη, το πρόβλημα μας μοντελοποιείται ως ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης πολλών αντικειμενικών συναρτήσεων και συγκεκριμένα ως πολυκριτηριακό πρόβλημα knapsack πολλών μεταβλητών (*Multi-objective Multi Dimensional Knapsack Problem – MOMDKP*). Η «εκ των υστέρων» προσέγγιση στη βελτιστοποίηση του πολυκριτηριακού προγραμματισμού επιχειρείται και στη συγκεκριμένη περίπτωση, με σκοπό την παραγωγή των βέλτιστων *Pareto* λύσεων (*POS solutions*).

Η συγκεκριμένη μελέτη περίπτωσης αφορά στην αξιολόγηση και επιλογή ενός ελληνικού πανεπιστημίου ανάμεσα σε 50 προτάσεις επενδυτικών σχεδίων από 8 τμήματά του. Κάθε σχέδιο-πρόταση χαρακτηρίζεται ως βασικής (*basic*) ή εφαρμοσμένης έρευνας (*applied*) και επίσης ανήκει σε κάποιο από τα τμήματά του. Το διαθέσιμο κεφάλαιο ήταν 1.000.000 €, ενώ το άθροισμα όλων των επενδυτικών σχεδίων 4.322.000€. Η αξιολόγηση έγινε με βάσει τριών κριτηρίων, τα οποία ορίζουν και μία αντίστοιχη αντικειμενική συνάρτηση στο πρόβλημα: Πρωτοπορία, Χρησιμότητα και Επάρκεια (ικανότητα). Τα δεδομένα του προβλήματος φαίνονται στον Παράρτημα Α.

Καθώς το πρόβλημα λύνεται ως MOMDKP, η λύση των τριών αντικειμενικών συναρτήσεων του (Πρωτοπορία, Χρησιμότητα και Επάρκεια) ορίζει και την απόφαση εκτέλεσης του σχεδίου από το πανεπιστήμιο. Οι δυαδικές μεταβλητές απόφασης 0-1 θα λάβουν την τιμή 1, αν η λύση του προγράμματος δείξει ότι τα δοθέντα στοιχεία θέτουν το αντίστοιχο σχέδιο σε πλεονάζουσα θέση και επομένως θα είναι άξιο υλοποίησης από το πανεπιστήμιο. Σε αντίθετη περίπτωση, το σχέδιο θα λάβει την τιμή 0 και δεν θα εκτελεστεί.

Ο ενδιαφερόμενος που θα λάβει την απόφαση εκτέλεσης των προτεινόμενων σχεδίων (*decision maker – DM*), δηλαδή το πανεπιστήμιο, στην συγκεκριμένη φάση δεν θα του ζητηθεί να δώσει περισσότερες πληροφορίες αυξημένης βαρύτητας (*weight information*) που θα επηρεάσουν την τελική απόφαση, ούτε θα υιοθετηθούν επιπλέον μεταβλητές βάρους. Υπάρχει όμως ο περιορισμός του 1.000.000 € ως η διαθέσιμη χρηματοδότηση, όπως ακόμα και άλλοι περιορισμοί που υπαγορεύονται από το αρμόδιο τμήμα του πανεπιστημίου και ορίζουν την πολιτική του ιδρύματος. Πιο συγκεκριμένα, σε κάθε τμήμα του πανεπιστημίου ανήκει ένα αντίστοιχο μερίδιο χρηματοδότησης με σκοπό την ισοκατανομή των πόρων για την υλοποίηση σχεδίων ανάλογα με τη δυναμικότητα του τμήματος και την εξασφάλιση πως κανένα τμήμα δεν υπερχρηματοδοτείται έναντι κάποιου άλλου

μικρότερης δυναμικής. Αυτοί οι περιορισμοί χαρακτηρίζονται ως άνω ή κάτω όρια για το συνολικό προϋπολογισμό του προβλήματος και είναι διαφορετικά για κάθε τμήμα. Στη δική μας περίπτωση υπάρχουν μόνο άνω όρια. Επιπρόσθετα, υπάρχει η προϋπόθεση ότι τα βασικής έρευνας σχέδια προστατεύονται με ένα ελάχιστο κάτω όριο του 30% του συνολικού αριθμού των υλοποιηθέντων σχεδίων. Επειδή όμως όλοι μας οι περιορισμοί (και οι 10) έχουν μόνο άνω όριο, ως αντικειμενική συνάρτηση θέτουμε τα εφαρμοσμένης έρευνας σχέδια να μην υπερβαίνουν το 70% της χρηματοδότησης των τελικά υλοποιηθέντων. Ενώ οι υπόλοιποι περιορισμοί σχετίζονται με το ποσοστό της συνολικής χρηματοδότησης, ο τελευταίος περιορισμός είναι ένα ποσοστό των σχεδίων που τελικά θα εκτελεστούν. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται προγραμματίστηκε σε περιβάλλον "Lazarus Free Pascal" και μπορεί κανείς να τη βρει εδώ [30].

Το MOMDKP μοντέλο [29], αποδίδεται φορμαλιστικά ως εξής:

$$(MOMDKP) \quad \mathbf{maximize} \quad \sum_{i=1}^n in_i x_i$$

$$\mathbf{maximize} \quad \sum_{i=1}^n use_i x_i$$

$$\mathbf{maximize} \quad \sum_{i=1}^n fs_i x_i$$

**subject to**

$$\sum_{i \in d(k)} cost_i x_i \leq ub_k \cdot budg, \quad k = 1, 2, \dots, n_D$$

$$\sum_{i \in applied} x_i \leq ub_{app} \cdot budg$$

$$\sum_{i=1}^n cost_i x_i \leq budg$$

Οι μεταβλητές που αναφέρονται είναι οι εξής:

- $x_i \in \{0,1\}$  , δυαδικές μεταβλητές απόφασης για εκτέλεση ή μη του  $i$  προτεινόμενου σχεδίου
- $n$  , ο συνολικός αριθμός των προτεινόμενων σχεδίων
- $in_i$  , οι παράμετροι για την Καινοτομία (*innovation*), λαμβάνουν τιμές από 1 έως 10
- $use_i$  , οι παράμετροι για την Χρησιμότητα (*usefulness*), λαμβάνουν τιμές από 1 έως 10
- $fs_i$  , οι παράμετροι για την Επάρκεια (*faculty sufficiency*), λαμβάνουν τιμές από 1 έως 10
- $cost_i$  , το κόστος του  $i$  προτεινόμενου σχεδίου
- $budg$  , ο προϋπολογισμός του πανεπιστημίου
- $n_D$  , ο αριθμός των τμημάτων στο πανεπιστήμιο
- $d(k)$  , το σύνολο των σχεδίων που ανήκουν στο  $k$  τμήμα του πανεπιστημίου Όπου  $k = 1,2, \dots, n_D$ .
- *applied* , το σύνολο των εφαρμοσμένης έρευνας σχεδίων (*applied*)
- $ub_{app}$  , ένας δεκαδικός που ανήκει στο  $[0,1]$  ως το άνω όριο για τα εφαρμοσμένης έρευνας σχέδια.
- $ub_k$  , ένας δεκαδικός που ανήκει στο  $[0,1]$  ως το άνω όριο για τη χρηματοδότηση που θα λάβει το  $k$  τμήμα του πανεπιστημίου

Στα ακόλουθα οι σταθερές μεταβλητές θα είναι οι εξής

$$\left\{ \begin{array}{l} ub_{app} = 0,3 \\ n_D = 8 \\ n = 50 \\ budg = 1.000 \text{ k€} \end{array} \right.$$



Στο παράρτημα Α φαίνονται σε πίνακα οι μεταβλητές κάθε μίας από τις 3 αντικειμενικές συναρτήσεις (Καινοτομία, Χρησιμότητα και Επάρκεια) για κάθε προτεινόμενο σχέδιο στις πρώτες 3 γραμμές. Κάθε σχέδιο ορίζεται με μία τέτοια μεταβλητή εύρους 1 έως 10. Καθώς στο ακαδημαϊκό ίδρυμα υπάρχουν 8 διαφορετικά τμήματα που ανταγωνίζονται τα προτεινόμενα σχέδια, το αποτέλεσμα επιλογής, αφενός πρέπει να βασίζεται στη δυναμικότητα του καθενός τμήματος αναλογικά, αφετέρου το σύνολο των επιλεχθέντων σχεδίων πρέπει να μεγιστοποιεί τους περιορισμένους διαθέσιμους πόρους του πανεπιστημίου. Τα προτεινόμενα σχέδια που αντιστοιχούν στο κάθε τμήμα φαίνονται στις γραμμές Κ1 έως Κ8 δηλώνοντας ταυτόχρονα και την αξία του κάθε σχεδίου σε χιλιάδες ευρώ (ο αρνητικός αριθμός για το ποσό υπάρχει λόγω προγραμματιστικών αναγκών και δεν έχει φυσική σημασία). Οι συντελεστές των Κ1 έως Κ8 δηλώνουν ένα ποσοστό ως άνω όριο χρηματοδότησης για το κάθε τμήμα. Έτσι για παράδειγμα για Κ1=300 αντιστοιχεί σε μέγιστο 30% της χρηματοδότησης κ.ο.κ. Είναι προφανές ότι σε κάθε τμήμα δεν μπορούν τα επιλεγούν όλα τα σχέδια καθώς το άθροισμα όλων (4,3 εκ. €) ξεπερνά κατά πολύ τον διαθέσιμο προϋπολογισμό του 1<sup>ος</sup> εκ. € του ακαδημαϊκού ιδρύματος. Ο 9ος περιορισμός έχει σχέση με την εξασφάλιση του 30% των επιλεχθέντων σχεδίων να είναι βασικής έρευνας. Στην τελευταία γραμμή φαίνεται η κατανομή των προτεινόμενων σχεδίων ανάμεσα σε βασικής (*basic*) και εφαρμοσμένης (*applied*) έρευνας. Ο αριθμός «1» υποδηλώνει την δήλωση των εφαρμοσμένης έρευνας προτάσεων. Ο 10ος και τελευταίος περιορισμός έχει σχέση με τη διατήρηση του προϋπολογισμού στο όριο του 1 εκ. €.

#### **4. ΕΠΙΛΥΣΗ ΚΑΙ ΣΥΖΗΤΗΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ**

Έχοντας αναλύσει τον αλγόριθμο coreMCBB και εντάσσοντας το πρόβλημά μας στον γραμμικό προγραμματισμό, κάναμε τις προαναφερθείσες (κεφάλαιο 3) περιοριστικές συνθήκες για να θεωρηθεί η μελέτη περίπτωσης μας και ως πρόβλημα Knapsack. Αφού μελετήσαμε ένα αντίστοιχο πρόβλημα MOMDKP (*Multi-objective Multi Dimensional Knapsack Problem – MOMDKP*) μεγαλύτερων διαστάσεων του δικού μας [29] (3 αντικειμενικών συναρτήσεων, 3 περιορισμών και 100 μεταβλητών) που εκμεταλλεύεται την έννοια του πυρήνα και τα αποτελέσματά του υπολογίζονται με τον αλγόριθμο coremMCBB, προχωρήσαμε στον αντίστοιχο υπολογισμό του δικού μας προβλήματος. Αρχικά, υπολογίσαμε ικανές εφικτές λύσεις για διάφορες μεταβλητές πυρήνα ( $\delta$ ) και διάφορα διαστήματα βάρους ( $w$ ) για τα στοιχεία του προβλήματος μας. Παράλληλα, έχοντας υπολογιστεί και η λύση (exact solution) μέσω του augmecon2 αλγορίθμου [26], συγκρίναμε τις αντίστοιχες λύσεις (Pareto front) με κάθε έναν πιθανό συνδυασμό των προαναφερθέντων μεταβλητών. Η επίλυση του αλγορίθμου έγινε σε ηλεκτρονικό υπολογιστή με επεξεργαστή Intel(R) Core(TM) i7-3612QM 4-πύρηνο CPU @ 2.1GHz με μνήμη RAM 8GB και λειτουργικό σύστημα Windows 7 Professional - 64bit.

##### **4.1. Τρέξιμο για διάφορες παραμέτρους ( $w, \delta$ )**

Αρχίζουμε το υπολογιστικό μέρος του προβλήματός μας μελετώντας την επίδραση του μεγέθους του πυρήνα ( $\delta$ ) και του διαστήματος βάρους ( $w$ ) με εφαρμογή του αλγορίθμου coreMCBB. Το πρόβλημά μας ορίζεται με 3 αντικειμενικές συναρτήσεις, 10 περιορισμούς και 50 μεταβλητές και κωδικοποιείται με το όνομα *3kp50\_10b*. Τα αποτελέσματα για τις διάφορες τιμές των παραμέτρων  $\delta$  και  $w$  φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

	Ακραίες Ικανές Λύσεις (EES)	Ικανές Λύσεις (Efficient Solutions)	Πυρήνες (Cores)	Χρόνος Επεξ. [sec.]
w20_δ10%	108	46	87	0,5
w20_δ15%	108	108	80	0,88
w20_δ20%	108	145	77	2,7
w50_δ10%	193	44	112	1,62
w50_δ15%	193	113	101	1,95
w50_δ20%	193	143	97	4,53
w100_δ10%	245	45	134	4,15
w100_δ15%	245	111	124	4,78
w100_δ20%	245	143	107	7,35

*Πίνακας 4.1 : Τα αποτελέσματα της coreMCBB για το πρόβλημα 3kr50\_10b για τρέξιμο με διάφορες τιμές μεταβλητών  $\delta$  και  $w$*

Σύμφωνα με τον πίνακα 4.1, από τα αποτελέσματα της coreMCBB για τρέξιμο της μελέτης περιπτώσής μας (πρόβλημα 3kr50\_10b) για διάφορες τιμές των παραμέτρων του μεγέθους του πυρήνα ( $\delta$ ) και διαστήματα βάρους ( $w$ ) μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:

- Αρχικά βλέπουμε ότι για σταθερές τιμές  $w$ , οι ακραίες ικανές λύσεις (efficient extreme solutions - EES) παραμένουν ίδιες και δεν επηρεάζονται από το μέγεθος του πυρήνα. Για μεγαλύτερο διάστημα βάρους έχουμε περισσότερες ακραίες ικανές λύσεις. Αυτό δικαιολογείται πλήρως από τον ορισμό των ακραίων λύσεων, αν σκεφτεί κανείς ότι αυτές βρίσκονται σε ακραία σημεία του χώρου που εξετάζεται εντός των αντικειμενικών συναρτήσεων, επομένως όσο μεγαλύτερος είναι ο εξεταζόμενος χώρος τόσο περισσότερες και οι λύσεις που προκύπτουν στα ακραία σημεία του.
- Οι ικανές κατά Pareto (non-dominated - efficient solutions) λύσεις φαίνεται να επηρεάζονται κυρίως από το μέγεθος του πυρήνα χωρίς όμως να παραμένουν σταθερές για κάθε ίδιο μέγεθος αυτού. Ωστόσο οι αποκλίσεις για το ίδιο  $\delta$  παραμένουν πολύ μικρές (πχ. για  $\delta=10\%$  οι ικανές λύσεις είναι 46,44 και 45 αναλογικά για αύξον διάστημα βάρους).
- Ο αριθμός των δημιουργούμενων πυρήνων επηρεάζεται άμεσα τόσο από τη δυναμικότητα του προβλήματος ( $x=50$  μεταβλητές) όσο και από το μέγεθος του πυρήνα ( $\delta$ ). Έτσι η μείωση του αριθμού των σχηματιζόμενων πυρήνων

με παράλληλη αύξηση της μεταβλητής  $\delta$ , δικαιολογείται εύκολα αν σκεφτεί κανείς ότι για το ίδιο μέγεθος ενός προβλήματος όταν αυξάνεται το μέγεθος του πυρήνα (δηλαδή η χαρακτηριστική μεταβλητή  $\delta$ ) τότε ο αριθμός των πυρήνων που τελικά "χωράνε" μέσα στο πρόβλημα θα είναι ολοένα και μικρότερος. Ακόμα παρατηρούμε ότι για το ίδιο  $\delta$ , η αύξηση του διαστήματος  $w$  αυξάνει ταυτόχρονα και τον αριθμό των σχηματιζόμενων πυρήνων.

- Όσο αναφορά τον χρόνο επίλυσης του προβλήματος (generation time) φαίνεται να επηρεάζεται τόσο από το διάστημα  $w$  όσο και από το μέγεθος του πυρήνα  $\delta$  με ταυτόχρονη αναλογική σχέση. Έτσι όσο μεγαλύτερες οι τιμές αυτές τόσο μεγαλύτερος και ο χρόνος επίλυσης.

#### **4.2 Σύγκριση των λύσεων της coreMCBB με την exact**

Το επόμενο βήμα είναι να συγκρίνουμε τις λύσεις της coreMCBB για τις διάφορες τιμές των μεταβλητών  $\delta$  και  $w$  με την exact solution που παράχθηκε από την επίλυση του αλγορίθμου augmecon2 [26].

Επιγραμματικά αναφέρουμε ότι η **exact solution**:

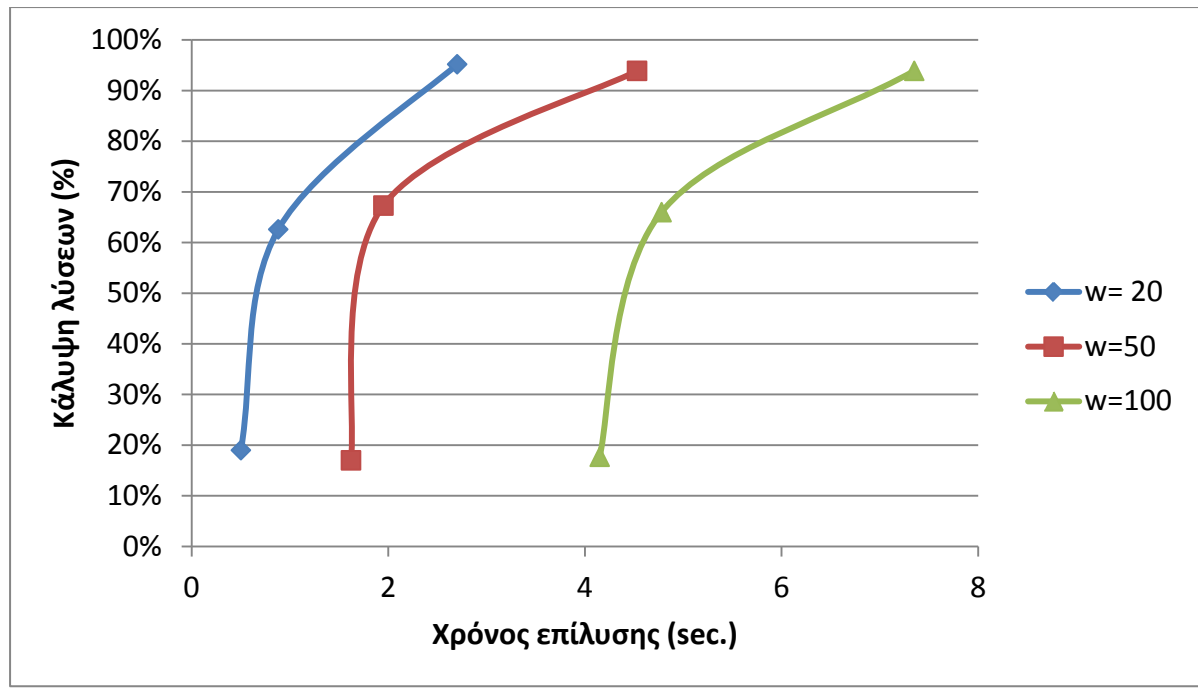
- έδωσε 147 ικανές λύσεις (efficient solutions - ES) και
- ο χρόνος επίλυσης ήταν 110,43 sec.

Με αυτά τα δεδομένα προκύπτουν τα επόμενα διαγράμματα και πίνακες:

		<i>coverage(exact,3kp50_10b)</i>		
<b>δ (%)</b>	<b>CPU (sec.)</b>	<b>w= 20</b>	<b>w=50</b>	<b>w=100</b>
<b>10</b>	0,5	19,0%		
<b>15</b>	0,88	62,6%		
<b>20</b>	2,7	95,2%		
<b>10</b>	1,62		17,0%	
<b>15</b>	1,95		67,3%	
<b>20</b>	4,53		93,9%	
<b>10</b>	4,15			17,7%
<b>15</b>	4,78			66,0%
<b>20</b>	7,35			93,9%

*Πίνακας 4.2.1 : Η κάλυψη των λύσεων της coreMCBB για το 3kp50\_10b πρόβλημα ως προς την exact solution και οι αντίστοιχοι χρόνοι επίλυσης*

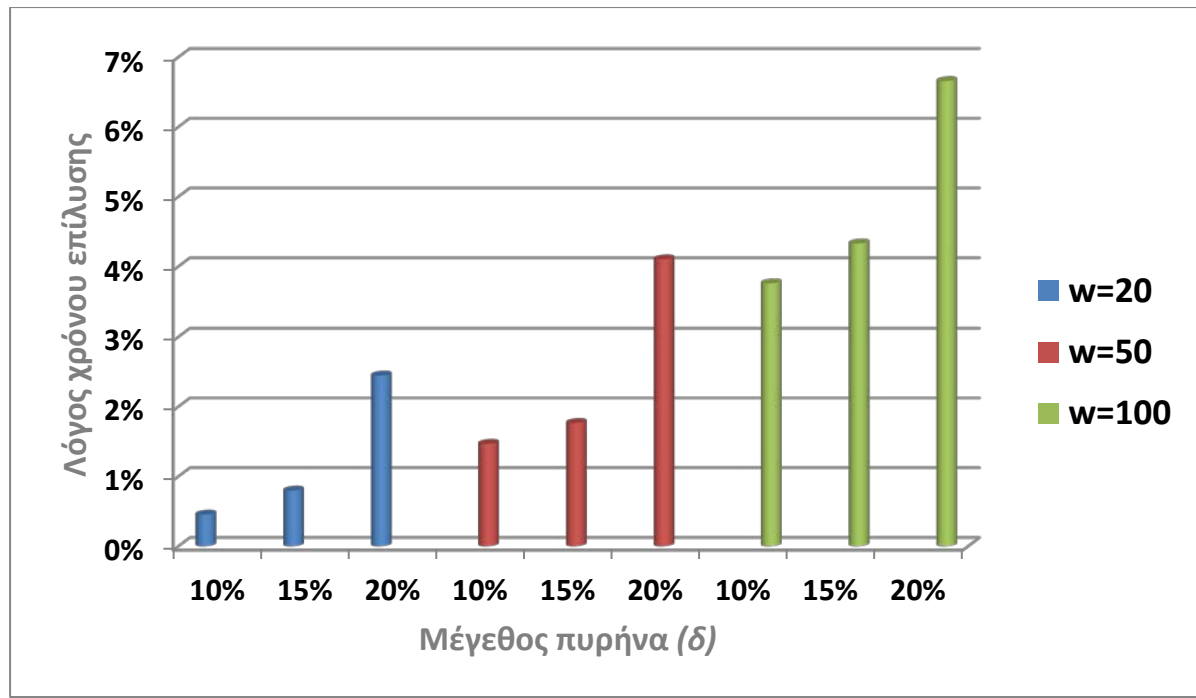
Στον Πίνακα 4.2.1 βλέπουμε την κάλυψη (*coverage*) των αποτελεσμάτων της coreMCBB (2η συγκρινόμενη λύση) για διάφορες τιμές των παραμέτρων  $w$  και  $\delta$  σε σχέση με το σύνολο των καλύτερων λύσεων (non-dominated solutions) της λύσης (exact solution - 1η συγκρινόμενη λύση) που εξήχθη από τον αλγόριθμο της augmecon2, η οποία έδωσε τα αποτελέσματά της σε 110,42 sec. Η σχέση μεταξύ του χρόνου επίλυσης και της ακρίβειας των καλύτερων λύσεων που προέκυψαν είναι εντυπωσιακή. Για παράδειγμα, σε λιγότερο από 3 δευτερόλεπτα βρέθηκε με την coreMCBB το 95,2% των λύσεων της exact ( $w=20$  και  $\delta=20\%$ ). Ο χρόνος αυτός αντιστοιχεί στο 2,4% του χρόνου επίλυσης παραγωγής λύσεων μέσω του augmecon2 που βρέθηκε η exact. Παρατηρούμε, επίσης, ότι σε κάθε περίπτωση με σταθερό διάστημα βάρους  $w$ , το σύνολο των καλύτερων λύσεων (non-dominated) της coreMCBB προσεγγίζεται καλύτερα (σταθερά μεγαλύτερο από 93% για κάθε  $\delta=20\%$ ) όσο το μέγεθος του πυρήνα αυξάνεται. Επιπρόσθετα, ο ρυθμός αύξησης του πυρήνα δεν είναι τόσο μεγάλος σε σχέση με το ρυθμό αύξησης της κάλυψης των λύσεων από την coreMMCB [για το 2πλάσιο μέγεθος πυρήνα (για  $\delta$  από 10% σε 20%) η κάλυψη υπερπενταπλασιάζεται (από 17% σε 93,9%, για  $w=50$ )].



Γράφημα 4.2.1 : Η κάλυψη των λύσεων της coreMCBB για το πρόβλημα 3kr50\_10b σε σχέση με την exact solution

Από το γράφημα 4.2.1 μπορούμε να δούμε την ακρίβεια κάλυψης των λύσεων της coreMCBB για το πρόβλημα 3kr50\_10b που μελετάμε για διάφορες τιμές των μεταβλητών  $\delta$  και  $w$ , σε σχέση με τον χρόνο επίλυσης του από την CPU του υπολογιστή. Παρατηρούμε ότι για μικρό μέγεθος πυρήνα ( $\delta=10\%$  που αντιστοιχεί σε 87, 112 και 134 πυρήνες ανάλογα με το  $w$ ) η κάλυψη (coverage) των λύσεων παραμένει σε χαμηλά ποσοστά με αντίστοιχα μικρούς χρόνους επίλυσης. Όσο αυξάνεται το μέγεθος πυρήνα η κάλυψη φτάνει σε πολύ ικανοποιητικά νούμερα σε σχέση με τα αποτελέσματα της exact solution. Επίσης μπορούμε να αναφέρουμε ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής βάρους ( $w$ ) τόσο και ο χρόνος επίλυσης αυξάνεται.

Επιπρόσθετα, οι χρόνοι επίλυσης της coreMCBB είναι πολύ μικρότεροι σε σχέση με τον ανταγωνιστή της. Ακόμα και στην περίπτωση όπου οι μεταβλητές  $\delta$  και  $w$  λαμβάνουν τις μεγαλύτερες δοθείσες τιμές ( $\delta=20\%$  και  $w=100$ ) ο λόγος του χρόνου επίλυσης της coreMCBB σε σχέση με την exact παραμένει σε πολύ μικρό ποσοστό ( $7,35/110,42 = 6,65\%$ ). Αυτό επιβεβαιώνεται και από το παρακάτω γράφημα όπου βλέπουμε τους λόγους των χρόνων επίλυσης της coreMCBB προς το χρόνο επίλυσης της exact.



Γράφημα 4.2.2 : Ο λόγος του χρόνου επίλυσης της coreMCBB προς το χρόνο επίλυσης της exact solution

Παρατηρούμε ότι για την πλειοψηφία των τρεξιμάτων της coreMCBB, ο λόγος επίλυσης παραμένει κάτω του 5% (στα 8 από τα 9 τρεξίματα). Αν συμπεριλάβουμε τα δεδομένα του πίνακα 4.2 και αυτά του γραφήματος 4.2.2, το γεγονός ότι τα αποτελέσματα της coreMCBB για μεγάλο μέγεθος πυρήνα ( $\delta=20\%$ ), παρουσιάζουν υψηλές καλύψεις σε πολύ μικρό λόγο χρόνου επίλυσης σε σχέση με το χρόνο επίλυσης της exact, επιβεβαιώνουν με το παραπάνω την επιλογή χρήσης του coreMCBB αλγορίθμου έναντι του ανταγωνιστή της.

Παρακάτω συγκρίνουμε τις ίδιες τις μεταβλητές  $x_i$  (δηλαδή κάθε επιχειρηματικό σχέδιο που προτείνεται στο πανεπιστήμιο) ως προς την συχνότητα επιλογής τους ως ικανές λύσεις τόσο μέσω της παραγωγής τους από τον αλγόριθμο coreMCBB για τις διάφορες μεταβλητές  $\delta$  και  $w$  όσο και από τον augmecon2 (exact solution).

xi	w20_δ10%	w20_δ15%	w20_δ20%	w50_δ10%	w50_δ15%	w50_δ20%	w100_δ10%	w100_δ15%	w100_δ20%	Μέσος Όρος (w,δ)	Exact Solution
1	0,00%	0,00%	2,07%	0,00%	1,77%	1,40%	0,00%	1,80%	2,10%	1,02%	1,36%
2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
3	0,00%	0,00%	4,83%	0,00%	0,00%	9,79%	0,00%	2,70%	9,09%	2,93%	12,93%
4	80,43%	76,85%	81,38%	79,55%	79,65%	79,02%	80,00%	77,48%	76,22%	78,95%	85,71%
5	13,04%	15,74%	16,55%	13,64%	12,39%	9,09%	8,89%	13,51%	6,99%	12,21%	24,49%
6	50,00%	48,15%	54,48%	56,82%	36,28%	41,96%	46,67%	35,14%	47,55%	46,34%	98,64%
7	2,17%	0,93%	0,69%	0,00%	0,88%	0,00%	0,00%	0,90%	0,00%	0,62%	0,68%
8	23,91%	45,37%	44,83%	27,27%	33,63%	38,46%	28,89%	34,23%	34,97%	34,62%	8,84%
9	93,48%	87,96%	94,48%	90,91%	92,92%	95,80%	95,56%	97,30%	95,10%	93,72%	89,12%
10	10,87%	18,52%	13,79%	9,09%	12,39%	23,08%	6,67%	9,91%	15,38%	13,30%	11,56%
11	58,70%	54,63%	56,55%	52,27%	63,72%	56,64%	55,56%	56,76%	65,03%	57,76%	48,98%
12	2,17%	0,93%	2,76%	11,36%	0,00%	2,10%	0,00%	3,60%	1,40%	2,70%	4,08%
13	39,13%	35,19%	24,83%	25,00%	31,86%	26,57%	28,89%	40,54%	27,27%	31,03%	38,10%
14	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,40%	0,00%	0,00%	1,40%	0,31%	0,00%
15	100,00%	99,07%	96,55%	100,00%	99,12%	96,50%	100,00%	99,10%	96,50%	98,54%	99,32%
16	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
17	71,74%	56,48%	67,59%	59,09%	54,87%	72,73%	64,44%	51,35%	76,92%	63,91%	32,65%
18	8,70%	12,04%	13,79%	11,36%	15,04%	18,88%	8,89%	22,52%	13,99%	13,91%	6,80%
19	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
20	52,17%	49,07%	44,14%	56,82%	48,67%	55,94%	48,89%	56,76%	53,85%	51,81%	59,86%
21	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
22	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
23	73,91%	62,96%	77,24%	79,55%	61,06%	78,32%	80,00%	72,07%	83,92%	74,34%	53,74%
24	52,17%	57,41%	58,62%	54,55%	61,95%	58,74%	64,44%	56,76%	50,35%	57,22%	69,39%
25	45,65%	52,78%	54,48%	43,18%	49,56%	47,55%	44,44%	36,94%	46,85%	46,83%	34,01%
					0,00%	>=50%	>=90%				

Πίνακας 4.2.2α : Τα ποσοστά επιλογής των μεταβλητών xi ως ικανές λύσεις



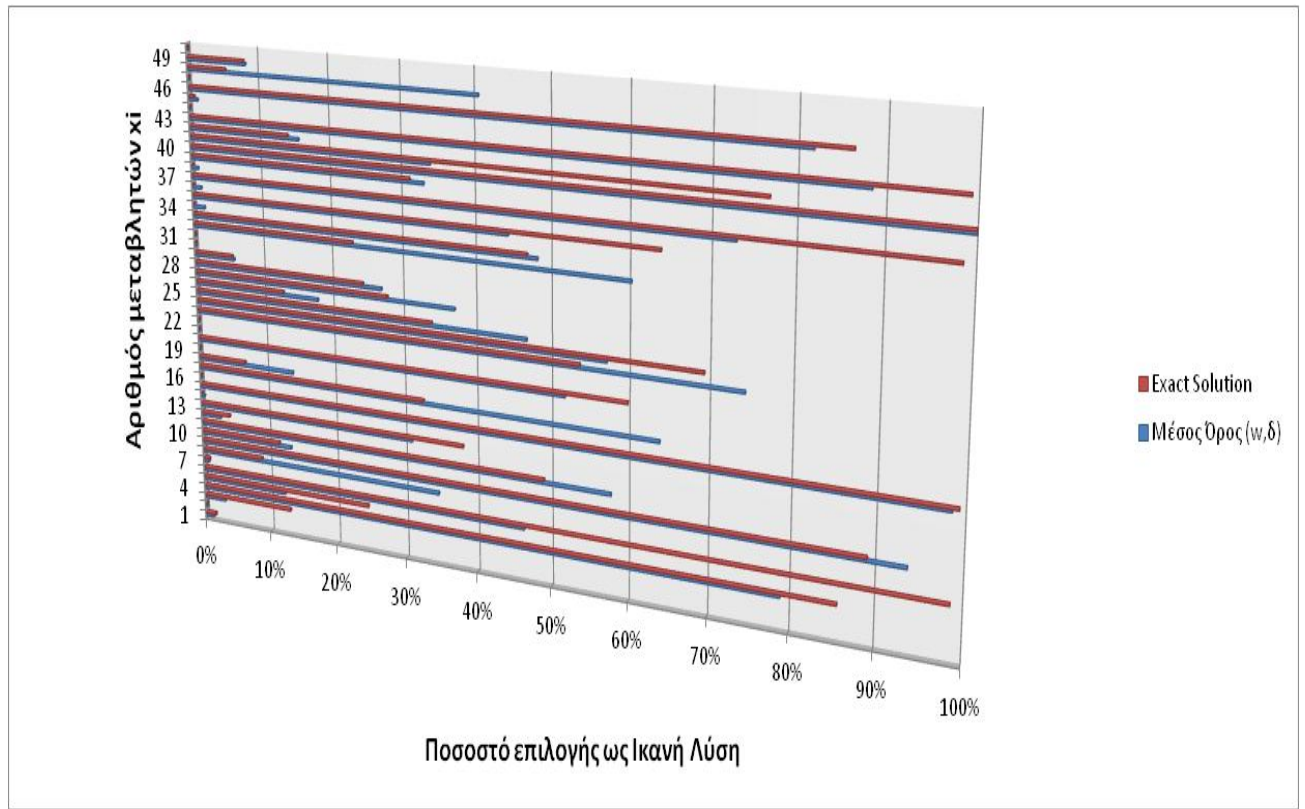
xi	w20_δ10%	w20_δ15%	w20_δ20%	w50_δ10%	w50_δ15%	w50_δ20%	w100_δ10%	w100_δ15%	w100_δ20%	Μέσος Όρος (w,δ)	Exact Solution
26	15,22%	16,67%	20,00%	20,45%	27,43%	11,19%	15,56%	19,82%	15,38%	17,97%	12,93%
27	30,43%	37,96%	40,00%	29,55%	44,25%	34,27%	37,78%	47,75%	32,87%	37,21%	27,89%
28	34,78%	21,30%	30,34%	27,27%	23,01%	27,27%	26,67%	21,62%	31,47%	27,08%	24,49%
29	8,70%	4,63%	3,45%	2,27%	7,08%	9,09%	6,67%	5,41%	4,20%	5,72%	5,44%
30	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
31	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
32	63,04%	58,33%	75,86%	54,55%	53,10%	61,54%	57,78%	51,35%	67,13%	60,30%	23,13%
33	50,00%	37,96%	37,93%	47,73%	51,33%	55,94%	46,67%	60,36%	46,85%	48,31%	46,94%
34	0,00%	1,85%	4,14%	0,00%	1,77%	2,10%	0,00%	1,80%	2,10%	1,53%	0,00%
35	58,70%	47,22%	24,14%	45,45%	45,13%	43,36%	48,89%	39,64%	47,55%	44,45%	63,95%
36	0,00%	0,00%	2,07%	0,00%	1,77%	1,40%	2,22%	2,70%	0,00%	1,13%	0,00%
37	73,91%	75,93%	70,34%	79,55%	84,07%	51,05%	82,22%	85,59%	54,55%	73,02%	98,64%
38	0,00%	0,00%	2,07%	0,00%	0,00%	2,10%	0,00%	0,00%	2,80%	0,77%	0,00%
39	28,26%	36,11%	32,41%	31,82%	29,20%	34,27%	31,11%	33,33%	42,66%	33,24%	31,29%
40	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
41	19,57%	42,59%	28,97%	31,82%	39,82%	34,97%	35,56%	36,94%	37,06%	34,14%	76,87%
42	17,39%	10,19%	25,52%	18,18%	5,31%	18,18%	17,78%	8,11%	21,68%	15,81%	14,29%
43	95,65%	87,04%	80,69%	93,18%	91,15%	83,92%	93,33%	93,69%	77,62%	88,48%	99,32%
44	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
45	0,00%	0,93%	0,00%	6,82%	0,88%	0,70%	0,00%	0,90%	0,00%	1,14%	0,68%
46	93,48%	77,78%	79,31%	90,91%	78,76%	74,13%	97,78%	73,87%	70,63%	81,85%	86,39%
47	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
48	26,09%	63,89%	34,48%	38,64%	54,87%	35,66%	33,33%	43,24%	36,36%	40,73%	5,44%
49	6,52%	9,26%	4,83%	11,36%	8,85%	9,79%	6,67%	8,11%	10,49%	8,43%	8,16%
50	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
										90,07%	
				0,00%	>=50%	>=90%				δείκτης Pearson	

Πίνακας 4.2.2β : Τα ποσοστά επιλογής των μεταβλητών xi ως ικανές λύσεις

Στους πίνακες 4.2.2(α και β) βλέπουμε τα ποσοστά επιλογής των προτεινόμενων μεταβλητών ως ικανές λύσεις στο πρόβλημα 3kr50\_10b. Αρχικά υπολογίστηκε για κάθε συνδυασμό των παραμέτρων  $\delta$  και  $w$  το ποσοστό επιτυχίας των δυαδικών μεταβλητών  $x_i$  ως ικανές λύσεις. Αυτά τα ποσοστά αναφέρονται στη συχνότητα επιλογής του κάθε  $x_i$  ως προς τον ολικό αριθμό των ικανών λύσεων για τις συγκεκριμένες παραμέτρους, για παράδειγμα τα ποσοστά για  $\delta=10\%$  και  $w=20$  είναι ως προς τις αντίστοιχες ακραίες ικανές λύσεις (δηλαδή ES=46, βλέπε πίνακα 4.1).

Υπολογίζοντας τον μέσο όρο για κάθε μεταβλητή  $x_i$ , παρατηρούμε ότι το 28% (14/50) των προτεινόμενων μεταβλητών  $x_i$  της exact solution δεν αποτέλεσαν ακραία ικανή λύση σε καμία από τις μεταβλητές  $x_i$ . Ακόμα, βλέπουμε ότι κάτι παραπάνω από μία στις τέσσερις μεταβλητές (13/50 = 26%) επιλέχτηκαν στους περισσότερους συνδυασμούς (δηλαδή πάνω από το 50% των συνδυασμών). Από αυτές τις 13 μεταβλητές, οι 5 (5/50 = 10%) επιλέχτηκαν σε περισσότερα από 90% των σχεδίων και 1 από αυτές τις 5 αποτέλεσε τέλεια ακραία λύση (M.O. $_{x_i=40}$  = 100%) αφού σε κάθε συνδυασμό αποτελούσε ακραία ικανή λύση.

Αν εξετάσουμε τα ποσοστά του μέσου όρου και τα αντίστοιχα της exact solution, θα παρατηρήσουμε ότι οι προσεγγίσεις της coreMCBB δίνει πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα και οι διαφορές της με την exact είναι μικρές. Πράγματι, ο δείκτης συσχέτισης Pearson μεταξύ του μέσου όρου της coreMCBB για τρεξίματα με διάφορες τιμών παραμέτρων  $\delta$  και  $w$  και των τιμών της exact, είναι 90,07%. Αυτό φαίνεται και πιο καθαρά από το επόμενο γράφημα (4.2.3) όπου η κόκκινη γραμμή (exact solution) δεν εμφανίζεται να έχει μεγάλες αποκλίσεις σε σχέση με την μπλε (λύσεις μέσω της coreMCBB).



*Γράφημα 4.2.3 : Τα ποσοστά επιτυχίας της coreMCBB ( Μέσος Όρος λύσεων) σε σχέση με την exact, ως προς τη συχνότητα επιλογής των μεταβλητών  $x_i$*

Παρ' όλα αυτά όμως αν λάβει κανείς τα αποτελέσματα της κάλυψης (πίνακας 4.2.1) και τους λόγους χρόνου επίλυσης των 2 αλγορίθμων (γράφημα 4.2.2), συμπεραίνουμε ότι για μεγάλο μέγεθος πυρήνα έχουμε καλύτερα αποτελέσματα μέσω της coreMCBB αφού η κάλυψη είναι μεγάλη και ο χρόνος πολύ μικρός.

### **4.3 Σύγκριση μεταξύ των λύσεων της coreMCBB**

Επίσης εκτός από τη σύγκριση μεταξύ της coreMCBB για τις διάφορες παραμέτρους  $\delta$  και  $w$  με την exact solution, συγκρίναμε και ορισμένες λύσεις μεταξύ της coreMCBB. Πιο συγκεκριμένα, ελέγξαμε την κυριαρχία των λύσεων στις περιπτώσεις όπου το διάστημα βάρους αυξανόταν και ταυτόχρονα το μέγεθος του πυρήνα ( $\delta$ ) μειωνόταν. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον επόμενο πίνακα:

Solutions of coreMCBB				
1st	2nd	Coverage (1st,2nd)	Coverage (2nd,1st)	Equal points
w20_δ15%	w50_δ10%	1	0,269	29
w50_δ20%	w100_δ15%	1	0,685	98
w50_δ20%	w100_δ10%	1	0,189	27
w20_δ20%	w50_δ15%	1	0,697	101

*Πίνακας 4.3 : Αποτελέσματα σύγκρισης λύσεως της coreMCBB*

Από τον παραπάνω πίνακα βλέπουμε ότι για όλες αυτές τις συγκρίσεις, οι λύσεις της 1ης περιλαμβάνοντουσαν στις λύσεις της 2ης [coverage(1st, 2nd) = 1], αφού όλα τα διαστήματα βάρους των δεύτερων είναι μεγαλύτερα. Για την αντίθετη περίπτωση, δηλαδή για την κάλυψη(2,1), παρατηρείται ότι με ταυτόχρονη αύξηση του w και μείωση του δ ανάμεσα στα ζευγάρια της coreMCBB, παίρνουμε καλύτερη κάλυψη (coverage) της 2ης λύσης ως προς την 1η, με άλλα λόγια περιλαμβάνονται περισσότερες λύσεις της 2ης στην 1η. Αυτό σημαίνει ότι σημαντικότερο μέγεθος αποτελεί το διάστημα βάρους (w) παρά το μέγεθος του πυρήνα (δ) στα αποτελέσματα συγκρίσεων κοινών λύσεων και επίσης καθορίζει αν θα περιλαμβάνονται κάποιες ή όλες οι βέλτιστες λύσεις σε αποτελέσματα διαφορετικών συνδυασμών των παραμέτρων δ και w. Επιπρόσθετα, μία σημαντική παρατήρηση είναι ότι η κάλυψη της 2ης ως προς την 1η λύση είναι τόσο μεγαλύτερη όσο και το διάστημα βάρους της 1ης λύσης. Δηλαδή, παρ' όλο που όλοι οι συνδυασμοί έχουν κάλυψη(1,2)=1, η κάλυψη(2,1) είναι μεγαλύτερη στα ζευγάρια που έχουν μεγαλύτερο διάστημα βάρους (w) στην 1η λύση, π.χ. η κάλυψη(w100\_δ15%, w50\_δ20%)=0,685 είναι υπερδιπλάσια της κάλυψη(w50\_δ10%, w20\_δ15%)=0,269. Αυτό είναι λογικό αν σκεφτεί κανείς ότι όσο μεγαλύτερο το διάστημα βάρους, τόσα περισσότερα τα υποπροβλήματα που δημιουργούνται και τόσες περισσότερες οι ικανές λύσεις που τελικά παράγονται. Ακόμα, για τις καλύψεις(2,1) στις οποίες η 1η λύση είναι κοινή και στην 2η υπάρχει ίδιο w, βλέπουμε ότι τελικά η κάλυψη είναι μεγαλύτερη όταν το δ της 2ης είναι μεγαλύτερο, δηλαδή κάλυψη(w100\_δ15%, w50\_20%)= 0,685 ενώ κάλυψη(w100\_δ10%, w50\_20%)=0,189. Τέλος, παρατηρείται ότι ο αριθμός των κοινών λύσεων (equal points) είναι ευθέως ανάλογος της κάλυψη(2,1). Έτσι equal(w100\_δ15%, w50\_δ20%)=98 και είναι πολύ περισσότερες από τις κοινές λύσεις equal(w50\_δ10%, w20\_δ15%)=29.

## 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Παραπάνω παρουσιάστηκε ο αλγόριθμος coreMCBB για την αποτελεσματική παραγωγή βέλτιστων λύσεων (non dominated solutions) για εφαρμογή σε πολυκριτηριακά προβλήματα knapsack με πολλές αντικειμενικές συναρτήσεις (*Multi-Objective Multi Dimensional Knapsack Problem - MOMDKP*). Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος βασίζεται σε έναν προγενέστερο (MCBB) και εκμεταλλεύεται την έννοια του πυρήνα προσαρμοσμένη σε προβλήματα knapsack. Ο coreMCBB προορίζεται για τη λύση MOMDKP προβλημάτων με περισσότερες από 2 αντικειμενικές συναρτήσεις και παράγει πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα του συνόλου των βέλτιστων λύσεων. Η χρήση του αξιώματος "διαίρει και βασίλευε" (*divide and conquer*) είναι πολύ αποτελεσματική στην περίπτωση μας αφού αντί για τη λύση ενός μεγάλης κλίμακας προβλήματος, λύνονται πολλά μικρότερα υποπροβλήματα πυρήνα. Επίσης, παρουσιάστηκε ένα υπολογιστικό θέμα για τη μελέτη του αλγορίθμου και σύγκριση των λύσεων τόσο με αυτές του αλγορίθμου *augmecon2* όσο και μεταξύ τους.

Για να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των δύο αλγορίθμων όπως τους χρόνους επίλυσης αλλά και τις καλύψεις των λύσεων μεταξύ τους, υπενθυμίζουμε πρώτα ότι ο αλγόριθμος *augmecon2* έδωσε τα αποτελέσματα του, δηλαδή την exact solution, σε 110,42 sec. με 147 ικανές λύσεις.

Δύο είναι οι βασικές παράμετροι της μεθόδου coreMCBB: η παράμετρος  $\delta$  που καθορίζει το μέγεθος του πυρήνα και η παράμετρος  $w$  που ορίζει τα διαστήματα βάρους και στην ουσία καθορίζει τον αριθμό των υποπροβλημάτων για κάθε αρχικό MOMDKP πρόβλημα. Τρέξαμε το πρόβλημα *3kp50\_10b* με την coreMCBB για  $\delta=(10\%, 15\%, 20\%)$  και  $w=(20, 50, 100)$  για όλους τους συνδυασμούς.

Παρατηρήθηκε ότι όσο αυξανόταν το μέγεθος του πυρήνα με σταθερό διάστημα βάρους, αυξανόντουσαν και οι ικανές παραγόμενες λύσεις, ενώ οι ακραίες ικανές λύσεις παρέμεναν σταθερές αφού εξαρτώνται από το διάστημα βάρους. Στην αντίθετη περίπτωση, για σταθερό μέγεθος πυρήνα και αύξηση του διαστήματος βάρους, ο αριθμός των παραγόμενων ικανών λύσεων δεν παρουσίασε σημαντική μεταβολή, ενώ όπως αναμενόταν αυξάνονταν οι ακραίες ικανές λύσεις. Οι ικανές λύσεις για  $\delta=10\%$  ήταν κατά μέσο όρο 45 με χρόνο επίλυσης (0,5sec., 1,62sec. και 4,15sec.), δηλαδή με όχι καλές καλύψεις των λύσεων ως προς την coreMCBB (17%-19%). Για  $\delta=15\%$  παρουσιάζεται βελτίωση των ικανών λύσεων με μέσο όρο 111 λύσεις άρα και καλύτερες καλύψεις (62%-67%) με χρόνους επίλυσης λίγο μεγαλύτερους (0,88sec. έως 4,78sec.). Για

$\delta=20\%$  τα αποτελέσματα ήταν πολύ ικανοποιητικά με καλύψεις που κυμαίνονται σε ποσοστά 93,9% έως 95,2%, δηλαδή με κατά μέσο όρο 144 ικανές λύσεις. Οι χρόνοι επίλυσης παρουσίασαν επιπλέον αύξηση, όμως ο λόγος επίλυσης χρόνου ως προς την  $augmecon2$  παρέμεινε και σε αυτή την περίπτωση σε πολύ χαμηλά ποσοστά (2,45% έως 6,6%).

Όσο αναφορά τον αριθμό των πυρήνων, για σταθερό διάστημα βάρους ο αριθμός πυρήνων μειώνεται με παράλληλη αύξηση του μεγέθους του πυρήνα. Η διαφορά μόνο ανάμεσα στις μετρήσεις διαφορετικών διαστημάτων βάρους έγκειται στον αριθμό των πυρήνων που δημιουργούνται. Για αύξηση του διαστήματος βάρους παρατηρούμε μεγαλύτερο αριθμό αρχικών (δηλαδή για μικρές τιμές  $\delta=10\%$ ) σχηματιζόμενων πυρήνων.

Σύμφωνα λοιπόν με τα αποτελέσματα αυτά, μπορούμε να συγκλίνουμε για βέλτιστο μέγεθος πυρήνα στην τιμή  $\delta=20\%$ , αφού σε αυτή την περίπτωση οι καλύψεις των λύσεων της  $coreMCBB$  από την  $exact$  ήταν μεγαλύτερες από 93% και ταυτόχρονα, αν και οι λόγοι επίλυσης ήταν μεγαλύτεροι σε σχέση με τις μετρήσεις για μικρότερα μεγέθη πυρήνα, οι τιμές αυτές (λόγοι επίλυσης για  $\delta=20\%$ ) παραμένουν σε πολύ χαμηλά ποσοστά και επομένως αποφέρουν σημαντική εξοικονόμηση χρόνου.

Επιπρόσθετα, η συχνότητα επιλογής των προτεινόμενων σχεδίων (μεταβλητές  $x_i$ ) δεν παρουσίασαν σημαντικές διαφορές, σύμφωνα με τη σύγκριση του μέσου όρου για όλες τις μετρήσεις της  $coreMCBB$  και της  $exact$ . Στον μέσο όρο περιέχονται όλες οι μετρήσεις της  $coreMCBB$  αλλά μόνο αυτές για  $\delta=20\%$  έχουν καλές καλύψεις λύσεων. Γενικά όμως μπορούμε να δεχτούμε πολύ καλή προσέγγιση λύσεων της  $coreMCBB$  για τον αντίστοιχο λόγο επίλυσης (συμφωνία υψηλού αριθμού συσχέτισης Pearson 90,07% ως προς την  $exact$ ).

Όσον αναφορά για τη σύγκριση των αποτελεσμάτων μεταξύ λύσεων της  $coreMCBB$  με διαφορετικές παραμέτρους  $\delta$  και  $w$ , μπορούμε να πούμε ότι το διάστημα βάρους  $w$  είναι ο καθοριστικός παράγοντας για το μέγεθος της κάλυψης των αντίστοιχων λύσεων. Συγκεκριμένα, αν το  $w_A$  είναι μικρότερο του  $w_B$  τότε η κάλυψη  $(A,B)=1$  ανεξάρτητα των τιμών των  $\delta$ . Για την κάλυψη  $(B,A)$  όσο μεγαλύτερο είναι το διάστημα βάρους ( $w$ ) του 1ου συγκρινόμενου συνόλου λύσεων ( $B$ ) σε σχέση με αυτό του 2ου ( $A$ ), τόσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της κάλυψης  $(B,A)$ . Ταυτόχρονα αυτή η τιμή κάλυψης είναι μεγαλύτερη από μία άλλη που αντιστοιχεί σε ζευγάρι λύσεων της  $coreMCBB$  με διάστημα βάρους της 1ης λύσης μεγαλύτερο από αυτό της 2ης. Επίσης, όσο μεγαλύτερη είναι η κάλυψη  $(B,A)$ , δηλαδή η κάλυψη στην οποία το 1ο συγκρινόμενο σύνολο λύσεων έχει μικρότερο διάστημα βάρους, τόσες περισσότερες οι κοινές τους λύσεις.

Συμπερασματικά, για τη συγκεκριμένη εφαρμογή στο πρόβλημα knapsack γραμμικού προγραμματισμού 3kp50\_10b, η μέθοδος coreMCBB έδωσε μία πολύ καλή προσέγγιση λύσεων σε πολύ συντομότερο χρόνο επίλυσης και με όχι σημαντικές απώλειες στην απεικόνιση και σύγκριση των λύσεων ως προς τη συχνότητα εμφάνισης στο Pareto front (πίνακας βέλτιστων λύσεων ανάμεσα στις  $x_i$  δυαδικές μεταβλητές - Παραρτήματα Β1 έως Β9).

Τόσο από την θεωρητική ανάλυση όσο και από τα αποτελέσματα της συγκεκριμένης εφαρμογής, μπορούμε να εξάγουμε γενικότερα συμπεράσματα για τη μέθοδο coreMCBB. Το αξίωμα του "διαίρει και βασίλευε" είναι πολύ αποτελεσματικό για την επίλυση προβλημάτων knapsack γραμμικού προγραμματισμού με πολλές αντικειμενικές συναρτήσεις. Οι προσεγγίσεις των βέλτιστων κατά Pareto λύσεων είναι πολύ ικανοποιητικές και η εξοικονόμηση χρόνου σημαντική λόγω της ταυτόχρονης επίλυσης πολλών υποπροβλημάτων πυρήνα από διαφορετικές CPU, αν δίνεται από το σύστημα του υπολογιστή. Εν κατακλείδι, η μέθοδος coreMCBB πρόκειται για ένα αυτόνομο, αποτελεσματικό και αξιόπιστο λειτουργικό σύστημα και συνοδεύεται από βοηθητικές λειτουργίες για την επεξεργασία των αποτελεσμάτων, όπως είναι ο υπολογισμός χρήσιμων παραμέτρων για τη σύγκριση της κάλυψης λύσεων και των λαμβανομένων κατά Pareto βέλτιστων συνόλων.

## **6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- [1] Γ. Μαυρωτάς, Πολυκριτηριακός Προγραμματισμός σε Συνθήκες Αβεβαιότητας, Κατασκευή Συστήματος Υποστήριξης Αποφάσεων και Εφαρμογή στον Ενεργειακό Σχεδιασμό, Διδακτορική Διατριβή, Τμήμα Χημικών Μηχανικών, Εργαστήριο Βιομηχανικής και Ενεργειακής Οικονομίας, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2000
- [2] Γ. Κουλούρης, Η έννοια του πυρήνα στην επίλυση του πολυκριτηριακού προβλήματος του σακιδίου, Διπλωματική εργασία, Τμήμα Χημικών Μηχανικών, Εργαστήριο Βιομηχανικής και Ενεργειακής Οικονομίας, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2009
- [3] E. Balas and E. Zemel. An algorithm for large zero-one knapsack problems. *Operations Research*, 28:1130-1154, 1980.
- [4] D. Pisinger. Core problems in knapsack algorithms. *Operations Research*, 47:570-575, 1999.
- [5] D. Pisinger. An expanding-core algorithm for the exact 0-1 knapsack problem. *European Journal of Operational Research*, 87:175-187, 1995
- [6] S. Martello and P. Toth. A new algorithm for the 0-1 knapsack problem. *Management Science*, 34:633-644, 1988.
- [7] S. Martello and P. Toth. Upper bounds and algorithms for hard 0-1 knapsack problems. *Operations Research*, 45:768-778, 1997
- [8] A.V. Goldberg and A. Marchetti-Spaccamela. On finding the exact solution of a zero one knapsack problem. *Proceedings of the 16th Annual ACM Symposium on Theory of Computing (STOC)*, pages 359-368, 1984
- [9] Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Knapsack Problems, 1.2, 5.4, 15.4, 2004
- [10] L. Beinsen and U. Pferschy. Economic scenarios involving problems of the knapsack family. manuscript in preparation, Faculty of Economics, University of Graz.
- [11] E.J. Elton and M.J. Gruber. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. J. Wiley, 5th edition, 1995
- [12] M.M. Giintzer, D. Jungnickel, and M. Leclerc. Efficient algorithms for the clearing of interbank payments. *European Journal of Operational Research*, 106:212-219, 1998



- [13] J. Puchinger, G.R. Raidl, U. Pferschy, The core concept for the multidimensional knapsack problem, in: J. Gottlieb, G.R. Raidl (Eds.), *Lecture Notes on Computer Sciences*, vol. 3906, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2006, pp. 195–208
- [14] C. Gomes da Silva, J. Climaco, J. Figueira, Core problems in bi-criteria  $\{0, 1\}$ -knapsack problems, *Computers & Operations Research* 35 (2008) 2292–2306
- [15] G. Mavrotas, Jose Rui Figuera, Kostas Florios, Solving the bi-objective multi dimensional knapsack problem exploiting the concept of core, *Applied Mathematics and Computation* 215, p. 2502-2514, (2009)
- [16] R.E. Steuer, *Multiple Criteria Optimization-Theory, Computation and Application*, second ed., Krieger, Malabar, FL, 1989.
- [17] R.E. Steuer, The ADBASE multiple objective linear programming package, in: J. Gu, G. Chen, Q. Wei, S. Wang (Eds.), *Multiple Criteria Decision Making*, Windsor, England, 1995, pp. 1–6.
- [18] G. Mavrotas, *Multiple Objective Programming under Uncertainty: Development of a Decision Support System and Implementation in Energy Planning*, Ph.D. Thesis, National Technical University of Athens, Athens, 2000
- [19] G. Mavrotas, D. Diakoulaki, A branch and bound algorithm for mixed zero–one multiple objective linear programming, *European Journal of Operational Research* 107 (1998) 530–541
- [20] G. Mavrotas, D. Diakoulaki, Multi-criteria branch & bound: a vector maximization algorithm for mixed 0–1 multiple objective linear programming, *Applied Mathematics and Computation* 171 (2005) 53–71.
- [21] G. Mavrotas, Jose Rui Figuera, Kostas Florios, Generalizing the core concept for multi objective multi dimensional knapsack problems and comparison to evolutionary algorithms
- [22] G. Mavrotas, J.R. Figueira, A. Antoniadis, Using the idea of expanded core for the exact solution of bi-objective multi-dimensional knapsack problems, *Journal of Global Optimization* 49 (2011) 589-606
- [23] S. Bleuler, M. Laumanns, L. Thiele, E. Zitzler, PISA – A Platform and Programming Language Independent Interface for Search Algorithms, in: C. Fonseca, P. Fleming, E. Zitzler, K. Deb, L. Thiele (Eds.), *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, Springer, Heidelberg, 2003, pp. 494-508

- [24]G. Mavrotas, D. Diakoulaki, Multi-criteria branch & bound: A vector maximization algorithm for Mixed 0-1 Multiple Objective Linear Programming, Applied Mathematics and Computation 171 (2005) 53-71
- [25]URL:  
<http://www.tik.ee.ethz.ch/sop/download/supplementary/testProblemSuite/>
- [26]G. Mavrotas, K. Florios, An improved version of the augmented  $\epsilon$ -constraint method (AUGMECON2) for finding the exact pareto set in multi-objective integer programming problems, Applied Mathematics and Computation 219 (2013) 9652-9669.
- [27]G. B. Dantzig, Discrete Variable Extremum Problems, Operations Research 5, 1957, 266-277
- [28]E. Horowitz and S. Sahni, Computing partitions with applications to the Knapsack Problem, Journal of ACM 21, 1974, 277-292
- [29]G.Mavrotas, Jose Rui Figuera, Kostas Florios, A new core based algorithm for multi objective multi dimensional 0-1 knapsack problem: a computational study
- [30] URL:  
[http://www-liee.chemeng.ntua.gr/gm/gmsite\\_gre/index\\_files/Page526.htm](http://www-liee.chemeng.ntua.gr/gm/gmsite_gre/index_files/Page526.htm)

## **7. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ**

	RHS	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20	X21	X22	X23	X24	X25
INI	10	1	5	3	2	6	1	5	6	1	8	1	2	6	7	6	7	1	9	9	2	5	8	9	5	
USEi	6	2	3	3	5	5	6	3	3	4	4	5	10	1	7	7	1	3	7	6	1	6	4	5	5	
CONSTRAINTS SUFI	1	2	6	8	1	9	2	10	8	6	8	3	4	8	7	7	9	7	6	1	3	5	8	1	8	
K1	300	-160	-80	-92	-53	-50	-93	-95	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K2	200	0	0	0	0	0	0	0	-84	-52	-55	-79	-61	-67	-102	-57	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K3	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-181	-58	-58	-167	-53	-152	0	0	0	0
K4	150	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-95	-73	-54	-74
K5	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K6	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K7	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K8	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Applied	700	-160	-80	-92	0	0	-93	-95	-84	0	0	0	-61	-67	-102	-57	-181	0	0	-167	-53	-152	-95	0	0	0
Budget	1000	-160	-80	-92	-53	-50	-93	-95	-84	-52	-55	-79	-61	-67	-102	-57	-181	-58	-58	-167	-53	-152	-95	-73	-54	-74
APPLIED		1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0

	RHS	X26	X27	X28	X29	X30	X31	X32	X33	X34	X35	X36	X37	X38	X39	X40	X41	X42	X43	X44	X45	X46	X47	X48	X49	X50
INI	6	8	5	1	4	10	6	7	1	2	7	6	3	7	4	4	5	5	1	2	7	6	5	6	1	
USEi	9	9	5	8	1	3	1	8	7	7	10	8	5	1	8	5	1	9	6	7	6	6	5	9	3	
CONSTRAINTS SUFI	3	6	10	5	7	4	8	1	10	7	1	5	6	3	9	6	5	9	2	2	9	9	8	1	2	
K1	300	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K2	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K3	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K4	150	-81	-96	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K5	100	0	0	-79	-77	-106	-164	-51	-50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K6	200	0	0	0	0	0	0	0	0	-135	-71	-142	-71	-88	-61	-54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K7	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-69	-66	-80	-154	-105	0	0	0	0	0
K8	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-58	-104	-54	-80	-81
Applied	700	-81	-96	-79	0	-106	-164	0	0	-135	0	-142	0	-88	0	0	0	0	-80	-154	-105	0	-104	0	-80	-81
Budget	1000	-81	-96	-79	-77	-106	-164	-51	-50	-135	-71	-142	-71	-88	-61	-54	-69	-66	-80	-154	-105	-58	-104	-54	-80	-81
APPLIED		1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α : Τα δεδομένα της μελέτης περίπτωσης







ES	INI	USEI	FSi	EES	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20	X21	X22	X23	X24	X25	X26	X27	X28	X29	X30	X31	X32	X33	X34	X35	X36	X37	X38	X39	X40	X41	X42	X43	X44	X45	X46	X47	X48	X49	X50					
1	84.000	76.000	118.000	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0					
2	85.000	72.000	117.000	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0				
3	81.000	75.000	120.000	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0				
4	82.000	71.000	119.000	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0				
5	76.000	80.000	118.000	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0				
6	85.000	75.000	113.000	3	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0			
7	89.000	74.000	111.000	3	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0			
8	89.000	70.000	114.000	3	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0			
9	91.000	72.000	110.000	3	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0				
10	86.000	69.000	116.000	3	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0			
11	90.000	66.000	113.000	3	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0			
12	94.000	68.000	107.000	3	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0			
13	87.000	65.000	115.000	3	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0			
14	88.000	76.000	112.000	3	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0			
15	92.000	74.000	109.000	3	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	
16	93.000	70.000	108.000	3	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	
17	85.000	79.000	112.000	3	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0		
18	88.000	81.000	109.000	6	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0			
19	89.000	77.000	108.000	6	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0		
20	93.000	75.000	105.000	6	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0		
21	94.000	71.000	104.000	6	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0		
22	96.000	66.000	104.000	7	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
23	86.000	81.000	110.000	8	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0
24	93.000	77.000	102.000	8	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	
25	96.000	73.000	99.000	8	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
26	91.000	75.000	106.000	8	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0
27	83.000	80.000	112.000	8	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
28	97.000	75.000	97.000	8	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
29	98.000	71.000	96.000	8	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
30	96.000	82.000	92.000	9	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	
31	94.000	84.000	95.000	9	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	94.000	79.000	101.000	9	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	
33	97.000	80.000	92.000	9	0	0	0	1	0	0	0	1																																															



ES	INI	USEI	FSI	EES	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20	X21	X22	X23	X24	X25	X26	X27	X28	X29	X30	X31	X32	X33	X34	X35	X36	X37	X38	X39	X40	X42	X43	X44	X45	X46	X47	X48	X49	X50						
50	90.000	77.000	107.000	22	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
51	89.000	88.000	102.000	22	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0				
52	86.000	87.000	104.000	22	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0				
53	89.000	75.000	109.000	22	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
54	91.000	88.000	96.000	25	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0				
55	92.000	86.000	96.000	25	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0				
56	91.000	93.000	94.000	25	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0				
57	92.000	89.000	93.000	25	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0		
58	90.000	86.000	101.000	25	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0			
59	91.000	82.000	100.000	25	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0		
60	90.000	81.000	104.000	25	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0		
61	89.000	85.000	105.000	31	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0		
62	79.000	89.000	107.000	32	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0		
63	81.000	86.000	109.000	32	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0		
64	78.000	82.000	114.000	32	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
65	83.000	94.000	98.000	32	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0		
66	78.000	87.000	109.000	32	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0		
67	93.000	86.000	92.000	33	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	
68	93.000	90.000	79.000	33	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0		
69	89.000	96.000	78.000	33	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0		
70	78.000	78.000	116.000	34	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0		
71	72.000	84.000	112.000	34	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
72	70.000	82.000	116.000	34	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0		
73	79.000	91.000	104.000	37	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
74	87.000	88.000	103.000	38	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
75	81.000	94.000	99.000	38	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	
76	84.000	87.000	105.000	38	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
77	83.000	91.000	101.000	38	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
78	80.000	87.000	106.000	38	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
79	78.000	85.000	110.000	38	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	
80	73.000	91.000	105.000	38	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0		
81	76.000	84.000	111.000	38	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
82	85.000	99.000	90.000	38	0	0	0	1	0																																																		



ES	INI	USEI	F5i	EES	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20	X21	X22	X23	X24	X25	X26	X27	X28	X29	X30	X31	X32	X33	X34	X35	X36	X37	X38	X39	X40	X41	X42	X43	X44	X45	X46	X47	X48	X49	X50						
1	81.000	75.000	120.000	2	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0								
2	82.000	71.000	119.000	2	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0								
3	84.000	76.000	118.000	3	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0								
4	85.000	72.000	117.000	3	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0						
5	89.000	70.000	114.000	3	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0						
6	90.000	66.000	113.000	3	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0				
7	86.000	69.000	116.000	3	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0			
8	87.000	65.000	115.000	3	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0					
9	93.000	70.000	107.000	8	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0							
10	94.000	66.000	106.000	8	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0					
11	96.000	71.000	98.000	11	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0			
12	97.000	78.000	91.000	14	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0					
13	96.000	82.000	92.000	15	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0						
14	95.000	75.000	99.000	15	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0		
15	88.000	76.000	111.000	32	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0				
16	96.000	87.000	90.000	39	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0				
17	97.000	83.000	89.000	39	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0					
18	94.000	77.000	100.000	40	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0		
19	78.000	82.000	114.000	54	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
20	85.000	75.000	113.000	55	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
21	91.000	88.000	96.000	60	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
22	89.000	83.000	104.000	60	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
23	90.000	81.000	103.000	60	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
24	85.000	83.000	111.000	69	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
25	85.000	94.000	92.000	81	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
26	83.000	89.000	100.000	81	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
27	91.000	93.000	94.000	83	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
28	76.000	80.000	118.000	84	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
29	79.000	89.000	107.000	89	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	95.000	89.000	83.000	94	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
31	89.000	95.000	79.000	94	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	87.000	88.000	103.000	96	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	81.000	94.000	99.000	96	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0																																							

ES	INI	USEI	FSI	EES	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20	X21	X22	X23	X24	X25	X26	X27	X28	X29	X30	X31	X32	X33	X34	X35	X36	X37	X38	X39	X40	X41	X42	X43	X44	X45	X46	X47	X48	X49	X50					
1	84.000	76.000	118.000	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0					
2	81.000	75.000	120.000	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
3	85.000	72.000	117.000	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0				
4	82.000	71.000	119.000	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0				
5	76.000	80.000	118.000	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0				
6	85.000	75.000	113.000	3	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0				
7	89.000	72.000	110.000	3	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0			
8	89.000	70.000	114.000	3	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0			
9	86.000	69.000	116.000	3	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0			
10	93.000	70.000	107.000	3	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0			
11	90.000	69.000	109.000	3	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
12	90.000	66.000	113.000	3	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0			
13	87.000	65.000	115.000	3	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0		
14	96.000	82.000	92.000	12	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0		
15	94.000	77.000	100.000	12	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0		
16	97.000	80.000	92.000	20	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0		
17	98.000	82.000	90.000	20	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0			
18	99.000	78.000	89.000	20	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0			
19	96.000	73.000	99.000	20	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0			
20	97.000	75.000	97.000	20	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0		
21	98.000	71.000	96.000	20	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0		
22	95.000	75.000	100.000	20	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	
23	94.000	68.000	107.000	20	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	
24	96.000	66.000	104.000	20	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
25	92.000	65.000	108.000	20	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	88.000	76.000	112.000	36	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
27	85.000	79.000	112.000	36	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	88.000	81.000	109.000	38	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
29	89.000	77.000	108.000	38	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	
30	96.000	87.000	90.000	39	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
31	97.000	83.000	89.000	39	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	
32	95.000	80.000	97.000	39	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
33	96.000	76.000	96.000	39	0	0	0	0	0	0	0	0	1																																														

ES	INI	USEI	FSi	EES	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20	X21	X22	X23	X24	X25	X26	X27	X28	X29	X30	X31	X32	X33	X34	X35	X36	X37	X38	X39	X40	X41	X42	X43	X44	X45	X46	X47	X48	X49	X50				
57	82.000	95.000	92.000	61	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0							
58	93.000	86.000	92.000	61	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0						
59	91.000	76.000	102.000	61	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0						
60	86.000	87.000	104.000	61	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0						
61	83.000	94.000	98.000	61	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0					
62	91.000	81.000	100.000	61	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0					
63	84.000	92.000	97.000	61	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0					
64	92.000	93.000	89.000	65	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0						
65	93.000	89.000	88.000	65	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0				
66	95.000	89.000	83.000	65	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0				
67	91.000	94.000	83.000	65	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0				
68	97.000	82.000	91.000	65	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0		
69	88.000	97.000	83.000	65	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0				
70	79.000	89.000	107.000	67	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0					
71	81.000	86.000	109.000	67	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0					
72	89.000	85.000	105.000	69	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
73	83.000	91.000	101.000	69	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
74	81.000	94.000	99.000	69	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0				
75	84.000	87.000	105.000	69	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0				
76	80.000	87.000	106.000	69	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
77	83.000	80.000	112.000	69	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
78	78.000	85.000	110.000	69	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
79	86.000	86.000	105.000	69	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
80	80.000	92.000	101.000	69	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
81	78.000	87.000	109.000	69	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
82	81.000	96.000	96.000	80	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
83	79.000	91.000	104.000	80	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
84	94.000	92.000	75.000	94	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
85	88.000	98.000	71.000	94	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
86	77.000	90.000	107.000	95	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
87	90.000	95.000	87.000	99	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
88	89.000	94.000	89.000	99	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
89	84.000	101.000	83.000	99	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
90	87.000	98.000	76.000	102	0	0	0	0	1	1	0	0</																																														



ES	INI	USEI	FSI	EES	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20	X21	X22	X23	X24	X25	X26	X27	X28	X29	X30	X31	X32	X33	X34	X35	X36	X37	X38	X39	X40	X41	X42	X43	X44	X45	X46	X47	X48	X49	X50
51	90.000	86.000	101.000	33	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0			
52	91.000	82.000	100.000	33	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0
53	90.000	81.000	104.000	33	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0		
54	89.000	88.000	102.000	33	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	
55	89.000	75.000	109.000	36	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0		
56	85.000	83.000	111.000	37	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	
57	86.000	82.000	106.000	37	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	
58	82.000	82.000	113.000	37	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	
59	90.000	77.000	107.000	37	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
60	86.000	87.000	104.000	37	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
61	79.000	89.000	107.000	38	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
62	81.000	86.000	109.000	38	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	
63	78.000	82.000	114.000	38	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	
64	83.000	94.000	98.000	38	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	
65	78.000	87.000	109.000	38	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	
66	93.000	86.000	92.000	41	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	
67	93.000	90.000	79.000	41	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	
68	89.000	96.000	78.000	41	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	
69	78.000	78.000	116.000	42	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
70	72.000	84.000	112.000	42	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
71	70.000	82.000	116.000	42	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	
72	79.000	91.000	104.000	44	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	
73	87.000	88.000	103.000	46	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
74	81.000	94.000	99.000	46	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
75	84.000	87.000	105.000	46	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
76	92.000	82.000	99.000	46	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
77	89.000	85.000	105.000	46	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0
78	83.000	91.000	101.000	46	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
79	80.000	87.000	106.000	46	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
80	78.000	85.000	110.000	46	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	
81	82.000	95.000	92.000	46	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
82	85.000	99.000	90.000	46	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
83	88.000	92.000	96.000	46	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	
84	86.000	95.000	89.000	46	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	
85	86.000	86.000	105.000	46	0	0	0	1																																														

ES	INI	USEI	FSI	EES	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20	X21	X22	X23	X24	X25	X26	X27	X28	X29	X30	X31	X32	X33	X34	X35	X36	X37	X38	X39	X40	X41	X42	X43	X44	X45	X46	X47	X48	X49	X50		
101	88.000	97.000	83.000	58	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0		
102	88.000	98.000	71.000	58	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0		
103	90.000	95.000	87.000	64	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0				
104	89.000	94.000	89.000	64	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0			
105	84.000	101.000	83.000	64	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0		
106	83.000	95.000	91.000	64	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0		
107	72.000	83.000	113.000	84	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0			
108	87.000	98.000	76.000	94	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0			
109	84.000	102.000	82.000	94	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	
110	83.000	104.000	75.000	94	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0		
111	86.000	93.000	95.000	96	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
112	83.000	85.000	107.000	96	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0		
113	75.000	86.000	111.000	96	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0		
114	83.000	78.000	114.000	96	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0		
115	87.000	90.000	98.000	96	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0		
116	81.000	89.000	103.000	96	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0		
117	79.000	79.000	114.000	96	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0		
118	74.000	95.000	98.000	96	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0		
119	79.000	77.000	116.000	96	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0		
120	73.000	83.000	112.000	96	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	
121	82.000	96.000	91.000	97	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	
122	80.000	97.000	91.000	97	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0		
123	77.000	99.000	91.000	113	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	
124	76.000	95.000	97.000	128	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	
125	86.000	94.000	92.000	128	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
126	80.000	100.000	88.000	128	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
127	69.000	96.000	97.000	137	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0		
128	68.000	93.000	103.000	148	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	
129	69.000	88.000	109.000	148	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0		
130	70.000	98.000	93.000	148	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	
131	76.000	97.000	94.000	151	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
132	72.000	100.000	89.000	151	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
133	74.000	92.000	102.000	151	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
134	68.000	94.000	100.000	151	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0																																	



ES	INI	USEI	FSI	EES	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20	X21	X22	X23	X24	X25	X26	X27	X28	X29	X30	X31	X32	X33	X34	X35	X36	X37	X38	X39	X40	X41	X42	X43	X44	X45	X46	X47	X48	X49	X50					
1	81.000	75.000	120.000	2	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0							
2	82.000	71.000	119.000	2	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0					
3	84.000	76.000	118.000	3	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0					
4	85.000	72.000	117.000	3	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0				
5	89.000	70.000	114.000	4	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0				
6	90.000	66.000	113.000	4	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0					
7	86.000	69.000	116.000	4	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0					
8	87.000	65.000	115.000	4	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0					
9	93.000	70.000	107.000	10	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0					
10	94.000	66.000	106.000	10	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0					
11	96.000	71.000	98.000	13	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0			
12	97.000	78.000	91.000	17	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0				
13	96.000	82.000	92.000	19	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0		
14	95.000	75.000	99.000	19	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0			
15	96.000	87.000	90.000	43	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0		
16	97.000	83.000	89.000	43	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0		
17	94.000	77.000	100.000	45	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	
18	88.000	76.000	111.000	52	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0		
19	85.000	75.000	113.000	59	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0		
20	78.000	82.000	114.000	66	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0			
21	91.000	88.000	96.000	71	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
22	89.000	83.000	104.000	71	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	
23	90.000	81.000	103.000	71	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
24	85.000	83.000	111.000	78	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
25	91.000	93.000	94.000	98	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
26	76.000	80.000	118.000	99	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
27	79.000	89.000	107.000	106	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	
28	83.000	89.000	100.000	107	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	
29	95.000	89.000	83.000	109	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
30	85.000	94.000	92.000	112	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
31	85.000	99.000	90.000	117	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
32	92.000	93.000	89.000	118	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
33	89.000	95.000	79.000	118	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0</																																	



ES	INI	USEI	FSI	EES	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20	X21	X22	X23	X24	X25	X26	X27	X28	X29	X30	X31	X32	X33	X34	X35	X36	X37	X38	X39	X40	X41	X42	X43	X44	X45	X46	X47	X48	X49	X50		
56	88.000	92.000	96.000	67	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0				
57	93.000	86.000	92.000	67	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0			
58	82.000	95.000	92.000	67	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0			
59	83.000	94.000	98.000	67	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0		
60	86.000	87.000	104.000	67	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0		
61	91.000	81.000	100.000	67	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0			
62	84.000	92.000	97.000	67	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0		
63	92.000	93.000	89.000	70	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0		
64	93.000	89.000	88.000	70	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	
65	95.000	89.000	83.000	70	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0		
66	91.000	94.000	83.000	70	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	
67	97.000	82.000	91.000	70	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0
68	88.000	97.000	83.000	70	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	
69	98.000	79.000	89.000	70	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	
70	92.000	89.000	93.000	75	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0		
71	81.000	86.000	109.000	77	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
72	89.000	85.000	105.000	78	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	
73	86.000	86.000	105.000	78	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	
74	83.000	91.000	101.000	90	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	
75	78.000	85.000	110.000	90	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	
76	94.000	79.000	101.000	97	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	
77	91.000	78.000	103.000	97	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
78	77.000	90.000	107.000	107	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
79	80.000	92.000	101.000	108	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
80	81.000	96.000	96.000	108	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	
81	78.000	87.000	109.000	108	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
82	79.000	91.000	104.000	108	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
83	94.000	92.000	75.000	109	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
84	88.000	98.000	71.000	109	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	
85	90.000	95.000	87.000	115	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
86	84.000	101.000	83.000	115	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
87	87.000	98.000	76.000	115	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
88	84.000	102.000	82.000	115	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	
89	83.000	104.000	75.000	115	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0																																										



ES	INI	USEI	FSI	EES	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20	X21	X22	X23	X24	X25	X26	X27	X28	X29	X30	X31	X32	X33	X34	X35	X36	X37	X38	X39	X40	X41	X42	X43	X44	X45	X46	X47	X48	X49	X50			
51	90.000	86.000	101.000	37	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0						
52	91.000	82.000	100.000	37	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0				
53	90.000	81.000	104.000	37	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0					
54	89.000	88.000	102.000	37	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0					
55	85.000	83.000	111.000	42	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0					
56	86.000	82.000	106.000	42	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0					
57	82.000	82.000	113.000	42	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0					
58	90.000	77.000	107.000	42	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0					
59	86.000	87.000	104.000	42	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0				
60	89.000	75.000	109.000	42	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
61	79.000	89.000	107.000	44	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0				
62	81.000	86.000	109.000	44	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0			
63	78.000	82.000	114.000	44	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0			
64	83.000	94.000	98.000	44	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0			
65	78.000	87.000	109.000	44	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0			
66	78.000	78.000	116.000	48	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0			
67	72.000	84.000	112.000	48	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0			
68	70.000	82.000	116.000	48	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0			
69	87.000	88.000	103.000	52	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0			
70	81.000	94.000	99.000	52	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0			
71	84.000	87.000	105.000	52	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0			
72	92.000	82.000	99.000	52	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0		
73	89.000	85.000	105.000	52	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	
74	83.000	91.000	101.000	52	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0		
75	80.000	87.000	106.000	52	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0		
76	78.000	85.000	110.000	52	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
77	82.000	95.000	92.000	52	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	
78	85.000	99.000	90.000	52	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	
79	88.000	92.000	96.000	52	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
80	86.000	95.000	89.000	52	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
81	93.000	86.000	92.000	52	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
82	86.000	86.000	105.000	52	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
83	80.000	92.000	101.000	52	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0		
84	84.000	92.000	97.000	52	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0</																				

ES	INI	USEI	FSI	EES	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20	X21	X22	X23	X24	X25	X26	X27	X28	X29	X30	X31	X32	X33	X34	X35	X36	X37	X38	X39	X40	X41	X42	X43	X44	X45	X46	X47	X48	X49	X50		
101	89.000	94.000	89.000	69	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0				
102	84.000	101.000	83.000	69	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0				
103	90.000	88.000	97.000	69	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0					
104	82.000	96.000	91.000	69	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0					
105	83.000	95.000	91.000	69	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0				
106	95.000	67.000	104.000	69	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0				
107	87.000	90.000	98.000	75	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0			
108	80.000	97.000	91.000	75	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0			
109	73.000	91.000	105.000	77	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0			
110	76.000	84.000	111.000	77	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
111	73.000	93.000	102.000	77	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
112	72.000	83.000	113.000	103	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0			
113	87.000	98.000	76.000	109	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0		
114	84.000	102.000	82.000	109	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0			
115	83.000	104.000	75.000	109	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0			
116	79.000	77.000	116.000	124	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0			
117	73.000	83.000	112.000	124	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0		
118	77.000	99.000	91.000	126	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
119	69.000	96.000	97.000	126	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
120	86.000	93.000	95.000	159	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0		
121	76.000	95.000	97.000	159	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0		
122	86.000	94.000	92.000	159	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
123	80.000	100.000	88.000	159	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
124	81.000	89.000	103.000	164	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0		
125	84.000	89.000	100.000	164	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0		
126	72.000	103.000	80.000	187	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0		
127	78.000	105.000	73.000	187	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0		
128	68.000	93.000	103.000	190	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0		
129	75.000	86.000	111.000	190	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0		
130	69.000	88.000	109.000	190	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
131	74.000	95.000	98.000	190	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	
132	70.000	98.000	93.000	190	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
133	76.000	97.000	94.000	191	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
134	72.000	100.000	89.000	191	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1									



ES	IN(i)	USE(j)	FS(j)	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20	X21	X22	X23	X24	X25	X26	X27	X28	X29	X30	X31	X32	X33	X34	X35	X36	X37	X38	X39	X40	X41	X42	X43	X44	X45	X46	X47	X48	X49	X50		
51	97	75	97	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0				
52	96	76	96	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0				
53	95	80	97	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0				
54	83	94	98	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0				
55	92	86	96	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0					
56	91	88	96	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0				
57	88	92	96	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0			
58	86	93	95	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0		
59	64	97	95	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0		
60	94	82	98	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0		
61	91	83	97	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	
62	90	88	97	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0		
63	87	90	98	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
64	84	92	97	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0		
65	76	95	97	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0		
66	69	96	97	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
67	96	73	99	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
68	95	75	100	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0		
69	90	86	101	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0		
70	89	88	102	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0		
71	74	95	98	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	
72	94	79	101	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0		
73	93	80	99	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	
74	92	82	99	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	
75	85	89	99	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	
76	83	91	101	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	
77	82	92	99	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	
78	81	94	99	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	
79	96	66	104	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	
80	91	82	100	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
81	84	89	100	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0		
82	80	92	101	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
83	73	93	102	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	
84	68	94	100	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
85	95	67	104	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
86	91	80	101	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0																								





