



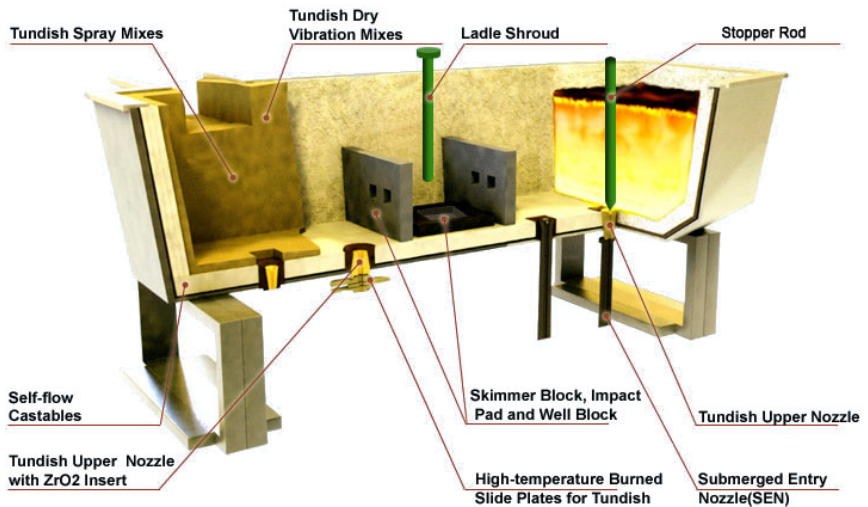
# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

## ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ, ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Ν. ΜΑΡΚΑΤΟΣ



Μοντελοποίηση και βελτιστοποίηση της λειτουργίας δεξαμενής  
τροφοδοσίας μη Νευτωνικού διφασικού ρευστού

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Στυλιανός Ε. Ανέστης

ΑΘΗΝΑ, 2014

**Καθηγητής:** Ομότιμος Καθηγητής Ν. Μαρκάτος  
**Τμήμα:** Χημικών Μηχανικών  
**Τομέας** Ανάλυσης, Σχεδιασμού & Ανάπτυξης Διεργασιών και Συστημάτων  
**Ιδρυμα:** Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο - ΕΜΠ  
**Είδος εργασίας:** Διδακτορική διατριβή

**Επιτροπή:** Καθηγητής. Ε. Μητσούλης  
Καθηγητής. Α.Κοκόσης  
Καθηγητής. Κ. Τζιά  
Καθηγητής. Δ. Ασημακόπουλος  
Καθηγητής. Χ. Κυρανούδης  
Καθηγητής. Κ. Παπασπυρίδης

### **Ευχαριστηρίες**

Θα ήθελα να εκφράσω την ειλικρινή εκτίμησή μου για τα ακόλουθα πρόσωπα που έκαναν δυνατή αυτή την εργασία:

- Καθ. Ν. Μαρκάτος από το Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, για την καθοδήγησή του, την υποστήριξη και τη φιλία.
- επίσης τους Καθ. Ε. Μητσούλης και Καθ. Α. Κοκόση από το Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, για την υποστήριξη των και τις εύστοχες παρατηρήσεις των στην ολοκλήρωση της παρούσας διατριβής.

**Keywords:** δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου, συνεχής χύτευση, χύτευση, continuous casting, computational fluid dynamics, mathematical optimisation, computational flow optimisation, design methodology, steelmaking, inclusion removal, tundish, two phase flow, feed tank, non Newtonian fluid, 2 k-ε turbulence model

---

## Εισαγωγικές έννοιες

---

Σκοπός της διατριβής είναι η μελέτη της ροής μη νευτωνικού υγρού εντός μιας δεξαμενής τροφοδοσίας και η προσέγγιση αυτής με την βοήθεια του δύο κλιμάκων  $k$ - $\epsilon$  μοντέλου τύρβης. Το αναπτυχθέν μαθηματικό μοντέλο εφαρμόστηκε σε δεξαμενή τύπου tundish που χρησιμοποιείται στην χύτευση των μετάλλων.

Η ροή ενός μη Νευτωνικού ρευστού σε σύστημα παραγωγής μεταλλικών ράβδων στην βιομηχανία, είναι αντικείμενο εκτεταμένης μελέτης για πολλά χρόνια. Η μέθοδος της φυσικής μοντελοποίησης, όπου χρησιμοποιείται νερό θερμοκρασίας δωματίου, είναι ευρέως διαδεδομένη για τη μελέτη της ροής του ρευστού στις δεξαμενές τροφοδοσίας και ειδικά στην σχεδίαση βοηθητικών μέσων της ροής, παρά το γεγονός ότι η ισοθερμική ροή δεν παρέχει ακριβή αποτελέσματα<sup>1</sup> ή την δυνατότητα να ερευνήσει τη συμπεριφορά των σωματιδίων που εμπεριέχονται στο ρευστό μας..

Για την μελέτη της ανάλυσης της ροής του ρευστού μετάλου μέσα στην δεξαμενή τροφοδοσίας τύπου tundish, μια σειρά από αναγκαία βήματα πρέπει να ληφθούν όταν ένα μαθηματικό μοντέλο έχει εγκριθεί για χρήση. Στόχος είναι να διερευνηθεί ποιές είναι οι κρίσιμες παράμετροι που πρέπει να λαμβάνονται υπόψη στην επικύρωση του CFD μοντέλου μας τόσο στη μοντελοποίηση με νερό όσο και σε μεγάλες εγκαταστάσεις

---

1 A. Braun and H. Pfeifer, "Investigations of Non-isothermal Flow Conditions in a Two Strand Tundish Water Model using DPIV and PLIF-technique", SteelSim 2007 - 2nd International Conference of Simulation and Modeling of Metallurgical Processes in Steelmaking, 12.-14. September 2007, Graz/Seggau, Austria, pp. 141-146

με πειράματα που παρέχουν πληροφορίες ρύθμισης για το πώς να στήσουμε το συγκεκριμένο CFD μοντέλο μας. Η ανάλυση αυτή είναι ένα αποτελεσματικό εργαλείο όχι μόνο για τους ερευνητές αλλά και για τους μηχανικούς παραγωγής. Η έρευνα περιλαμβάνει αρχικά την μοντελοποίηση της ροής με νερό και την χρήση κατάλληλης ουσίας για τις μετρήσεις της συγκέντρωσης, τις εργαστηριακές δοκιμές με τη θερμοκρασία και τη σύνθεση των μετρήσεων και των μαθηματικών προσομοιώσεων με εκτιμήσεις για το μοντέλο τύρβης, την διάχυση της βαφής, την γεωμετρία, κλπ. Η εγκυρότητα των ποιοτικών και ποσοτικών αποτελεσμάτων των μοντέλων νερού και των εργαστηριακών δοκιμών συζητούνται και συγκρίνονται με τα αποτελέσματα του CFD μοντέλου.

Η μελέτη των φαινομένων της ροής του ρευστού μετάλλου και ο σχεδιασμός των δεξαμενών τροφοδοσίας είναι μια προβληματική διαδικασία. Άμεσες παρατηρήσεις και εμπειρικές έρευνες κατά τη διάρκεια της τροφοδοσίας είναι δύσκολες και δαπανηρές. Συνήθως οι άμεσες μέθοδοι αντικαθίστανται από φυσικές και / ή μαθηματικά μοντέλα. Η φυσική μοντελοποίηση δίνει τη δυνατότητα για μια γρήγορη σύγκριση διαφόρων τύπων δεξαμενών και διαμορφώσεων ροής. Οι Braun και Pfeifer έδειξαν ότι η φυσική συναγωγή μεταβάλλει σημαντικά τα πεδία ροής ακόμη και σε ένα απλό μοντέλο νερού και έτσι τα ισόθερμα πειράματα της ροής του ρευστού θα πρέπει να θεωρούνται ανακριβή. Πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι αν θεωρήσουμε ότι το μοντέλο νερού αναφέρεται σε μια μη ισόθερμη κατάσταση, τότε επειδή η διαφορά πυκνότητας του πραγματικού υλικού είναι μεγαλύτερη σε σχέση με του νερού, για την περίπτωση πολύ μεγάλων θερμοκρασιών (1700°C), για να ληφθεί παρόμοια δύναμη άνωσης σύμφωνα με τον τύπο του Boussinesq θα πρέπει η διαφορά θερμοκρασίας του νερού που εισέρχεται σε σχέση με αυτό που υπάρχει μέσα στην δεξαμενή μας, να είναι μεγαλύτερη από 33°C.

Μερικές μέθοδοι για την ανωτέρω εκτίμηση είναι οι καμπύλες αναλύσεως C και F. Η καμπύλη C βοηθά στην αξιολόγηση των χαρακτηριστικών της ροής του ρευστού στη δεξαμενή σε σταθερή κατάσταση τροφοδοσίας. Η ανάλυση των καμπυλών C παρέχει τρεις βασικές αξίες που περιγράφουν τη ροή στη δεξαμενή: ελάχιστος χρόνος παραμονής (υψηλή τιμή για τη μεγιστοποίηση της επίπλευσης ένταξης), όγκος βύσματος (υψηλή τιμή για να ελαχιστοποιηθεί η ανάμιξη και να μειωθεί η μέση ταχύτητα ροής) και νεκρός όγκος (χαμηλή τιμή δείχνει μικρότερες περιοχές στάσιμης ροής)<sup>2</sup>. Η F καμπύλη μας δίνει μια ιδέα της φύσης της ροής του ρευστού σε σχέση με την τροφοδοσία από δύο διαφορετικές πυκνότητες πραγματικού ρευστού με δύο διαδοχικές θερμάνσεις στην ίδια δεξαμενή. Κατά την αλλαγή του βαθμού η ανάλυση της καμπύλης F μας δίνει την έκταση του μήκους αναμίξεως και κατά την αλλαγή του βαρελιού (ladle) μας δείχνει το πόσο γρήγορα η ροή επιστρέφει σε σταθερή<sup>3</sup>.

Η μοντελοποίηση της ροής δεξαμενών διφασικής ροής μη Νευτωνικού ρευστού βρίσκει εφαρμογή σε πλήθος επιστημονικά πεδία και βιομηχανικές εφαρμογές. Ενδεικτικά αναφέρονται η χύτευση μετάλλων, η παραγωγή τροφίμων, η τροφοδοσία πλοίων, η μετακίνηση υγρών σε δεξαμενές, η μεταφορά υγροποιημένων αερίων, κλπ.

Αφού παρουσιάζονται τα στοιχεία της συνολικής ροής του μετάλλου, αναλύεται ο ρόλος της δεξαμενής tundish στην συνεχή χύτευση. Ακολουθεί μια ιστορική αναδρομή στο σύνολο της τρέχουσας

---

2 Y.Sahai and T.Emi, "Melt Flow Characterization in Continuous Casting Tundishes", ISIJ International.Vol. 36 (1996), No. 6, pp. 667-672

3 M.Clark, T. Wagner and A. Trouset, "Modelling for Tundish Applications", Refractories Engineer, January 2003, pp. 9-12

βιβλιογραφίας (δημοσιεύσεις, βιβλία, τεχνικές οδηγίες) και παρουσιάζονται τα τυρβώδη μοντέλα ροής που χρησιμοποιούνται. Αυτά είναι το βασικό K-ε μοντέλο (Launder and Spalding, 1974), η βελτίωση του όπως περιγράφεται στον υπολογιστικό κώδικα Phoenix που χρησιμοποιήθηκε, και το νέο δύο κλιμάκων μοντέλο k-ε (two scale k-ε model). Τέλος δίνονται και οι βασικές σχέσεις και έννοιες της μεθόδου Random Time Display - RTD που χρησιμοποιούνται για την μοντελοποίηση των φυσικών μετρήσεων.

Με την βοήθεια της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής επιτεύχθηκε η μοντελοποίηση της ροής μη νευτωνικού ρευστού σε δεξαμενή τύπου tundish και εξήχθησαν τα αναφερόμενα αποτελέσματα.

Στην περίπτωση της διφασικής ροής, προσδιορίσκαν με ακρίβεια για πρώτη φορά, οι τιμές των συντελεστών διφασικής ροής για την περίπτωση της δεξαμενής τύπου tundish όταν ανάλογα έχουν προσδιοριστεί για την περίπτωση σωλήνα από τους Ilegbussi and Spalding, 1989.

Επιπλέον υπολογίσθηκε ο ρυθμός μεταφοράς της μάζας με έναν καινούργιο προσεγγιστικό τύπο που συγκρίνεται με τους δυο κλασσικούς τύπους προσέγγισης. Η νέα μορφή αντιστοιχεί τελικά στον μέσο όρο των δύο προηγούμενων.

Στα θέματα του ιξώδες εξετάσαμε περιπτώσεις στις οποίες το κλασσικό μοντελο k-ε υπερεκτιμούσε το τυρβώδες ιξώδες σε περιοχές μεγαλύτερου μήκους από το αναμενόμενο. Σε αντίθεση, το δύο κλιμάκων μοντέλο k-ε έδωσε περισσότερο έντονες περιοχές στην είσοδο και λιγότερο στην έξοδο αλλά σχεδόν «ήρεμες» ενδιάμεσες περιοχές (όπου έχει επέλθει πλήρης ανάμιξη και ισορροπία) καθόλο το μήκος του δοχείου, πράγμα που είναι και περισσότερο αναμενόμενο και συμφωνεί περισσότερο με τα πειραματικά δεδομένα. Παρατηρήθηκε επίσης, ότι το κλασσικό μοντελο k-ε δεν μπορεί να ανταποκριθεί τόσο καλά όσο το δύο κλιμάκων μοντέλο σε περιοχές όπου έχουμε έντονη

τυρβώδη εμφάνιση (είσοδο, έξοδο) και ανάμεσα των μεγάλες περιοχές με πολύ χαμηλή ή ανύπαρκτη (κατά μήκος του δοχείου από την είσοδο έως την έξοδο) ανάμιξη.

Συγκρίνοντας ανάμεσα στην περίπτωση μιας μονοφασικής ροής με το δύο κλιμάκων τυρβώδες μοντέλο και της διφασικής ροής με το κλασσικό k-ε τυρβώδες μοντέλο, εξάγεται το συμπέρασμα ότι είναι περίπου ισάξια στην συμπεριφορά των. Στην περίπτωση της δεξαμενής τύπου tundish φαίνεται σαν καλύτερη λύση η προσέγγιση με το μοντέλο της διφασικής ροής. Στην περίπτωση των δύο κλιμάκων τυρβώδους μοντέλου η ροή εμπεριέχει πάντως περισσότερες λεπτομέρειες της ανάμιξης.

Ο τρόπος υπολογισμού του ρυθμού μεταφοράς της μάζας στις διφασικές ροές δείχνει ότι βελτιώνει τις προβλέψεις και διατηρεί καλή ισορροπία στην ανταλλαγή των ποσών μάζας και ενέργειας μέσω της διεπιφάνειας.





---

# Περιεχόμενα

---

<b>ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ .....</b>	<b>3</b>
<b>ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.....</b>	<b>9</b>
ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	15
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ.....	19
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ .....	28
ΟΝΟΜΑΤΟΛΟΓΙΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΥΜΒΟΛΩΝ .....	31
ΣΚΟΠΟΣ ΚΑΙ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ.....	37
ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ.....	39
ABSTRACT .....	43
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. Η ΦΥΣΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ .....</b>	<b>47</b>
1.1. Η ΣΥΝΕΧΗΣ ΧΥΤΕΥΣΗ .....	48
1.1.1. Παραγωγή χάλυβα.....	49
1.1.2. Παραγωγή χάλυβα με τη μέθοδο εμφυσήσεως οξυγόνου .....	50
1.1.3. Παραγωγή χάλυβα με τη μέθοδο του ηλεκτρικού τόξου .....	52
1.1.4. Χύτευση του χάλυβα στο χαλυβουργείο .....	54
1.2. ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΗΣ ΧΥΤΕΥΣΗΣ .....	55
1.3. ΟΙ ΔΙΑΦΟΡΟΙ ΤΥΠΟΙ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΗΣ ΧΥΤΕΥΣΗΣ .....	60
1.4. ΟΙ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΧΥΤΕΥΣΗΣ .....	66
1.5. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΧΥΤΕΥΣΗΣ.....	67
1.6. ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ.....	71
1.7. ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ .....	74
1.8. Ο ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΔΕΞΑΜΕΝΗΣ ΣΤΗΝ ΣΥΝΕΧΗ ΧΥΤΕΥΣΗ.....	77
1.9. ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΣΩΣΤΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ.....	81
1.9.1. Η μετάδοση της θερμότητας.....	82
1.9.2. Η επίδραση της κλίσης των τοιχωμάτων .....	85
1.9.3. Η επίδραση του γεωμετρικού σχήματος.....	86
1.9.4. Η επίδραση της ύπαρξης των εγκλεισμάτων .....	87
1.9.5. Η κίνηση των εγκλεισμάτων.....	93
1.9.7. Η επίδραση του σχήματος των εγκλεισμάτων.....	95
1.9.8. Ο ρυθμός μεταβολής των εγκλεισμάτων.....	96
1.9.9. Η ταχύτητα των εγκλεισμάτων .....	103
1.10. Ο ΑΡΙΘΜΟΣ STOKES .....	105
1.11. ΤΑ ΕΙΔΗ ΤΩΝ ΣΥΓΚΡΟΥΣΕΩΝ.....	107
1.12. ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΤΗΣ ΔΙΕΘΝΟΥΣ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ.....	109

1.13.ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	111
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ.....</b>	<b>125</b>
2.1.Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ .....	128
2.2.ΜΕΛΕΤΕΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ.....	130
2.3.Η ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΤΩΝ ΥΓΡΩΝ.....	132
2.4. ΑΝΑΦΟΡΕΣ ΣΕ ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΕΣ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ.....	135
2.5.ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	136
<b>3.ΤΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΗΣ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΡΟΗΣ.....</b>	<b>145</b>
3.1. ΜΕΘΟΔΟΙ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΗΣ ΤΥΡΒΗΣ .....	145
3.2.ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΩΝ ΤΥΡΒΩΔΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ .....	147
3.3.ΤΟ ΚΛΑΣΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ Κ – Ε .....	150
3.4.ΤΟ ΒΕΛΤΙΩΜΕΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ Κ-Ε.....	157
3.5.ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΩΝ 2 ΚΛΙΜΑΚΩΝ Κ – Ε (TWO SCALE Κ-Ε) .....	161
3.6.ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	166
<b>4. Η ΜΕΘΟΔΟΣ RTD.....</b>	<b>173</b>
4.1 STIMULUS RESPONSE TECHNIQUES .....	174
4.2. ΟΙ ΒΑΣΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ RTD .....	175
4.3. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ RTD .....	182
4.4. ΟΙ ΚΑΜΠΥΛΕΣ F ΚΑΙ C.....	183
4.5 ΤΟ ΣΥΝΔΥΑΣΜΕΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΡΟΗΣ .....	185
4.6. ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΚΑΜΠΥΛΩΝ .....	189
4.7. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ.....	197
4.8. ΤΟ MIXING MODEL ΣΤΗΝ ΔΕΞΑΜΕΝΗ ΜΑΣ .....	199
4.9.ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	203
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΤΑ ΕΙΔΗ ΡΟΗΣ .....</b>	<b>209</b>
5.1.ΠΟΛΥΦΑΣΙΚΕΣ ΡΟΕΣ .....	210
5.2. ΟΙ ΔΙΦΑΣΙΚΕΣ ΡΟΕΣ .....	216
5.2.1. Διφασική ροή υγρού – υγρού .....	217
5.2.2.Η μοντελοποίηση στην υπολογιστική ρευστομηχανική.....	218
5.2.3.Η μαθηματική θεμελίωση της διφασικής ροής.....	219
5.3. Η ΔΙΦΑΣΙΚΗ ΡΟΗ ΣΤΗΝ ΔΕΞΑΜΕΝΗ TUNDISH .....	222
5.4.ΤΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΗΣ ΠΟΛΥΦΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ .....	226
5.5.ΤΡΟΠΟΙ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ ΤΩΝ ΔΙΦΑΣΙΚΩΝ ΡΟΩΝ.....	227
5.5.1.Προσέγγιση Euler - Euler.....	227
5.5.2.Προσέγγιση Euler - Lagrange.....	229

5.5.3. Προσέγγιση <i>Volume of Fluid</i> .....	233
5.6. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΔΙΦΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ (EULER-EULER) .....	234
5.7. ΟΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΔΙΦΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ .....	239
5.8. Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ .....	244
5.9. ΟΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ.....	246
5.10. Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ .....	248
5.11. Η ΔΙΦΑΣΙΚΗ ΡΟΗ ΚΑΙ Η ΤΥΡΒΗ.....	249
5.12. ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΗΣ ΔΙΦΑΣΙΚΗΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ .....	251
5.12.1. Το πρώτο Μοντέλο - CFIPS:.....	253
5.12.2. Το δεύτερο Μοντέλο – GRND7:.....	254
5.12.3. Το τρίτο μοντέλο – GRND8:.....	256
5.13. ΟΙ ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΟΝΟΦΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ .....	257
5.14. ΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΡΟΗΣ.....	259
5.15. ΟΙ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΔΕΞΑΜΕΝΗΣ .....	260
5.16. Η ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ ΜΑΣ.....	262
5.17. ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΛΟΙΠΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ .....	264
5.18. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ .....	265
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. Η ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ .....</b>	<b>273</b>
6.1. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ CFD .....	273
6.2. Η ΓΕΝΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΕΠΙΛΥΣΗΣ.....	275
6.3. ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ .....	276
6.4. Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΟΓΚΩΝ - FVM .....	282
6.5. ΛΥΣΗ ΣΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ .....	286
6.6. ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ .....	288
6.7. ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ .....	288
6.8. ΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ.....	290
6.9. Η ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΚΩΔΙΚΑ .....	290
6.10. ΑΡΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ .....	291
6.11. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	293
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ .....</b>	<b>299</b>
7.1. Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗΣ .....	299
7.2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ .....	301
7.3. Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΟΓΚΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ.....	303
7.4. ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΜΕ ΤΗΝ FVM .....	304
7.5. ΤΟ ΠΛΕΓΜΑ ΚΑΙ ΟΙ ΟΓΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΥ .....	308
7.6. Η ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ.....	312
7.7. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗΣ .....	315

7.7.1. Η τελική μορφή της διακριτοποιημένης εξίσωσης .....	315
7.8. Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ .....	318
7.9. ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΥΠΟΧΑΛΑΡΩΣΗΣ .....	321
7.9.1. Υποχαλάρωση και Κριτήρια σύγκλισης .....	322
7.10. ΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ .....	325
7.11. Η ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ TDMA .....	327
7.12. ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ PHOENICS .....	332
7.12.1. Ανάλυση της λειτουργίας .....	334
7.14.2. Υλικό .....	337
7.12.3. Η δομή ενός αρχείου Q1 .....	337
7.13. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	339
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ.....</b>	<b>347</b>
8.1. ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ .....	348
8.2. ΤΟ ΓΕΝΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΠΙΛΥΣΗΣ .....	350
8.3. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΡΟΗΣ .....	351
8.4. ΒΗΜΑΤΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ .....	362
8.4.1. Οι οριακές συνθήκες και τα δεδομένα εισόδου .....	365
8.4.2. Επιλεγείσα γεωμετρία και αιτιολόγηση αυτής .....	367
8.4.4. Η ανεξαρτησία του πλέγματος .....	369
8.4.5. Συντελεστές υποχαλάρωσης .....	373
8.4.6. Η πυκνότητα του μη ισοθερμοκρασιακού ρευστού .....	377
8.5. ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ ΜΟΝΟΦΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ 1N .....	381
8.6. ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ ΜΟΝΟΦΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ 1Π .....	384
8.7. ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ ΔΙΦΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ – 2Π .....	388
8.8. ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ ΜΟΝΟΦΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ – 1Π2 .....	394
8.9. ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΕΙΚΟΝΑ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ .....	397
8.10. ΟΙ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΣΤΟΝ PHOENICS .....	399
8.11. ΟΡΘΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ .....	404
8.11.1. Προφίλ της ταχύτητας .....	406
8.16. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	407
<b>9. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ .....</b>	<b>413</b>
9.1. ΠΡΩΤΟΤΥΠΑ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΑ ΣΤΟΧΕΙΑ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ .....	413
9.2. ΤΙ ΚΑΙΝΟΥΡΓΙΟ ΑΝΑΚΑΛΥΨΑΜΕ Η ΒΕΛΤΙΩΣΑΜΕ .....	414
9.3. ΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ Η ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑ ΤΩΝ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΩΝ .....	414
9.4. ΠΩΣ ΒΟΗΘΑΜΕ ΤΗΝ ΑΓΟΡΑ ΚΑΙ ΤΟΝ ΣΧΕΔΙΑΣΤΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ .....	415
9.5. ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ .....	416
9.6. ΟΙ ΤΙΜΕΣ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ $C_{M}$ , $C_{F}$ , $C_{H}$ ΣΤΗΝ ΔΙΦΑΣΙΚΗ ΡΟΗ .....	417

9.7. ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΟΤΗΤΑΣ .....	420
9.8. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΟΥ ΡΥΘΜΟΥ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ.....	423
9.9. ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΓΡΑΦΙΚΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ .....	427
9.7 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	448
9.8. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	450



Η παγκόσμια παραγωγή χάλυβα έχει αυξηθεί σημαντικά κατά την τελευταία δεκαετία, και έχει φτάσει πάνω από 1,45 δισεκατομμύρια τόνους το 2011, από 850 εκατομμύρια τόνους το 1996. Η συνεχής χύτευση του χάλυβα είναι μια ευρέως χρησιμοποιούμενη διεργασία και είναι ένα σημαντικό βήμα στην παραγωγή του. Περίπου το 90% του ακατέργαστου χάλυβα που παράγεται σε όλο τον κόσμο είναι μέσω της συνεχής χύτευσης. Σε ορισμένα μέρη του κόσμου, συμπεριλαμβανομένης της Δυτικής Ευρώπης, την Ιαπωνία και τις ΗΠΑ, η συνεχής χύτευση αντιπροσωπεύει πάνω από το 97% της παραγωγής χάλυβα. Παράλληλα με την αύξηση των επιπέδων παραγωγής, αυστηρές απαιτήσεις ποιότητας βρίσκονται σε πρώτη γραμμή λόγω της κρίσιμης σημασίας των εν όψει της σταδιακής αύξησης της παραγωγής αλλά και των μεγαλύτερων διαστάσεων τελικού προϊόντος. Ως εκ τούτου, η καθαριότητα του χάλυβα και ο αυστηρός έλεγχος της σύνθεσης, μαζί με την ποιότητα της επιφάνειας και την εσωτερική ποιότητα των κλώνων, γίνονται τώρα το κύριο μέλημα των χαλυβουργιών.

Η παγκόσμια ζήτηση για χάλυβα υψηλότερης ποιότητας και με υψηλότερες ταχύτητες παραγωγής με σκοπό την παραγωγή πλακών προς διάθεση των στο εμπόριο, αυξάνεται συνεχώς. Η παραγωγή αυτών των πλακών γίνεται με την βοήθεια μιας διαδικασίας που ονομάζεται συνεχής χύτευση (continuous casting process). Σημαντικό ρόλο στην ποιότητα της παραγωγής αυτών των προϊόντων διαδραματίζουν τα πρότυπα ροής τηγμένου χάλυβα μέσα στο καλούπι (caster). Ετσι, σε μια απλή αλλά αποτελεσματική μέθοδο παραγωγής, τα πρότυπα της ροής του υλικού, επηρεάζουν τον σχεδιασμό των συστημάτων που χρησιμοποιούνται. Η δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish είναι ένα από αυτά τα συστήματα.

Η δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish είναι το τελευταία μεταλλουργικό δοχείο μέσω του οποίου ρέει τετηγμένο μέταλλο πριν στερεοποιηθί στο συνεχές καλούπι της χύτευσης. Κατά τη διάρκεια της μεταφοράς του μετάλλου δια μέσου του δοχείου στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish, το λειωμένο μέταλλο (χάλυβας), που βρίσκεται σε υψηλή θερμοκρασία, αλληλεπιδρά με πυρίμαχα υλικά, σκωρία, και έρχεται σε επαφή με την ατμόσφαιρα. Έτσι, η σωστή σχεδίαση και λειτουργία της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish είναι σημαντική για την παροχή της σωστής σύνθεσης του χάλυβα, την ποιότητα, και την θερμοκρασία του. Στις τρεις τελευταίες δεκαετίες έχουν γίνει σημαντικά βήματα στην τεχνολογία της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish με σκοπό την καθαρή χύτευση του χάλυβα. Μπορούμε να βρούμε τεράστιο αριθμό σημαντικών τεχνικών έγγραφων που δημοσιεύονται σε αυτόν τον τομέα.

Παραδοσιακά, οι πειραματικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στο σχεδιασμό αυτών των δεξαμενών τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish, έχουν να κάνουν με την χρήση δοκιμών ή με δοκιμές γενικών μοντέλων με την βοήθεια του νερού. Αυτές οι μέθοδοι είναι τόσο δαπανηρές όσο και χρονοβόρες. Πιο πρόσφατα, η Υπολογιστική Ρευστομηχανική (Computer Fluid Dynamics, CFD) που έχει καθιερωθεί ως μια βιώσιμη εναλλακτική λύση για τη μείωση του αριθμού των απαιτούμενων πειραματισμών και έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του χρόνου της τελικής υλοποίησης ενός έργου αλλά και του κόστους της διαδικασίας σχεδιασμού, βοήθησε στην μοντελοποίηση της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish. Επιπλέον, η χρήση της CFD παρέχει περισσότερες πληροφορίες για τη διαδικασία της ροής που δεν είναι διαθέσιμες μόνο μέσω του πειραματισμού. Η διαδικασία με την βοήθεια της CFD βασίζεται συνήθως στην τεχνική μέθοδο της δοκιμής και του λάθους και εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την αντίληψη και την εμπειρία του σχεδιαστή για τη βελτίωση



της. Μόνο ένας έμπειρος σχεδιαστής είναι σε θέση να βελτιώσει το σχεδιασμό και δεν εγγυάται κατ'ανάγκην τα βέλτιστα αποτελέσματα.

Στην παρούσα εργασία μελετάται το φαινόμενο της μη μόνιμης, τρισδιάστατης και διφασικής ροής πραγματικού υγρού σε ένα δοχείο περισυλλογής τύπου tundish μέσω της ανάπτυξης ενός μαθηματικού μοντέλου και της υπολογιστικής προσομοίωσης του φαινομένου με τη χρήση του υπολογιστικού κώδικα PHOENICS. Η ανάπτυξη και η μελέτη των παραμέτρων του μαθηματικού μοντέλου πραγματοποιήθηκε βάσει πειραματικών αποτελεσμάτων της βιβλιογραφίας, ενώ στη συνέχεια το μοντέλο χρησιμοποιήθηκε για την υπολογιστική προσομοίωση και μελέτη των παραμέτρων που επηρεάζουν την εξέλιξη του φαινομένου.

Η παρούσα αριθμητική μεθοδολογία που παρουσιάζεται για τον σχεδιασμό της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish μας οδηγεί σε καλύτερα αποτελέσματα από τις υπάρχουσες μελέτες. Περιλαμβάνει το συνδυασμό μιας μαθηματικής βελτιστοποίησης με την βοήθεια κατάλληλου προγράμματος (PHOENICS) της κατηγορίας των CFD. Η μεθοδολογία έχει δοκιμαστεί για πραγματικό υλικό που ανήκει στην κατηγορία των power-law ρευστών, σε διαφορετικές περιπτώσεις και συνθήκες ροής. Όλες οι περιπτώσεις έχουν «τρέξει» για την απλή διαμόρφωση χωρίς βοηθητικά σώματα ροής (no flow modifiers, NFM).

Έτσι σε πρώτη φάση, μελετήθηκαν οι παράμετροι της χρονικής και πλεγματικής ανεξαρτησίας του μαθηματικού μοντέλου καθώς επίσης η επιλογή του κατάλληλου μοντέλου για την περιγραφή της διφασικής αλληλεπίδρασης και ο απαιτούμενος χρόνος για την απόκτηση μόνιμων συνθηκών του μη μόνιμου φαινομένου. Για την περιγραφή των δύο φάσεων έγινε χρήση της μεθόδου Euler-Euler. Στη δεύτερη φάση, βάσει του καθορισμένου μαθηματικού μοντέλου της πρώτης φάσης, έγινε η μελέτη των κυρίαρχων σχεδιαστικών παραμέτρων που καθορίζουν τη λειτουργία του δοχείου. Σαν αποτέλεσμα, η υπολογιστική προσομοίωση της

παρούσας εργασίας δίνει πολύ καλύτερες προσεγγίσεις για την περιγραφή του φαινομένου σε σχέση με τις υπολογιστικές προσομοιώσεις της βιβλιογραφίας.

Οι μελέτες των ανωτέρω περιπτώσεων μας δείχνουν ότι μια μαθηματική βελτιστοποίηση σε συνδυασμό με την βοήθεια της CFD είναι μια ανώτερη εναλλακτική λύση σε σύγκριση με τις παραδοσιακές μεθόδους σχεδιασμού, υπό την έννοια ότι δίνει βέλτιστη λύση για τον σχεδιασμό στη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish σε ένα σύστημα συνεχούς χύτευσης.

---

## Κατάλογος σχημάτων

---

Σχήμα 1.1	Η διαδικασία γεμίσματος μιας δεξαμενής tundish	47
Σχήμα 1.2	Εγκατάσταση χοάνης απευθείας παραγωγής	49
Σχήμα 1.3	Παραγωγή χάλυβα με την μέθοδο εμφυσήσεως οξυγόνου	51
Σχήμα 1.4	Παραγωγή χάλυβα με την μέθοδο του ηλεκτρικού τόξου	53
Σχήμα 1.5	Συνεχής χύτευση χάλυβα	54
Σχήμα 1.6	Η πορεία από το σιδηρομέταλλευμα μέχρι το τελικό προϊόν	56
Σχήμα 1.7	Τύποι συνεχούς χύτευσης	61
Σχήμα 1.8	Αναπαράσταση της συνολικής ροής του υγρού μετάλλου	62
Σχήμα 1.9	Λεπτομερής ανάλυση της συνεχούς χύτευσης	64
Σχήμα 1.10	Λεπτομερής παρουσίαση του δοχείου στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish	68
Σχήμα 1.11	Κατόψεις διάφορων δοχείων τύπου tundish	77
Σχήμα 1.12	Ένα πλήρες σύστημα παραγωγής συνεχούς χύτευσης μαζί με όλες τις λεπτομέρειες για την καθαρότητα του αποτελέσματος	79
Σχήμα 1.13	Η μεταβολή της θερμοκρασίας σε διακριτά σημεία της δεξαμενής τύπου tundish	84
Σχήμα 1.14	Η μεταβολή του όγκου των δεξαμενών στα χρόνια 1960-2000	86

Σχήμα 1.15	Οι παράγοντες που επηρεάζουν τον αριθμό των εγκλεισμάτων	88
Σχήμα 1.16	Πιθανές αιτίες για την εμφάνιση των ανωμαλιών στην δεξαμενή τύπου tundish	92
Σχήμα 1.17	Συχνότητα της σύγκρουσης μεταξύ των επισκεπτών σωματιδίων εγκλεισμού με διάφορες διαμέτρους ( $d_{p2}$ ) και τεμαχίδια εγκλίσεως ξενιστή με ένα μικρό ( $d_{p1} = 1\mu\text{m}$ ) ή μέσο ( $d_{p1} = 10\mu\text{m}$ ) σε διάμετρο. [ Levenspiel, 1972]	100
Σχήμα 1.18	Μορφή των εγκλεισμάτων για το υπολογιστικό μοντέλο	104
Σχήμα 2.1	Ταξινόμηση της διεθνούς βιβλιογραφίας με θέμα το δοχείο στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish	125
Σχήμα 2.2	Διάγραμμα των παραμέτρων τυρβώδους ροής όπως εφαρμόζεται σε ροή μετάλλου σε στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish	131
Σχήμα 2.3	Επίλυση του προβλήματος της ροής στο δοχείο στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish	134
Σχήμα 3.1	Κατηγορίες μοντέλων τυρβώδους ροής	146
Σχήμα 3.2	Βασικός (όχι πλήρης) διαχωρισμός των μοντέλων τύρβης	147
Σχήμα 3.3	Το μοντέλο του σημείου κοντά στο τοίχωμα	160
Σχήμα 3.4.	Ο καταμερισμός των ενεργειών k-ε	163
Σχήμα 4.1	Πειραματική διάταξη για την εύρεση της RTD	175
Σχήμα 4.2	Οι βασικές καμπύλες απόκρισης στο RTD	177

Σχήμα 4.3	Βηματική είσοδος για μια καμπύλη F	183
Σχήμα 4.4	Παλμός εισόδου και η καμπύλη C	184
Σχήμα 4.5	Schematic representation of the plug flow	186
Σχήμα 4.6	C-curve for the plug flow system	187
Σχήμα 4.7	Η ροή στην δεξαμενή τύπου tundish	188
Σχήμα 4.8	Για την περίπτωση που η δεξαμενή τύπου tundish είναι πλατιά.	190
Σχήμα 4.9	Για μια δεξαμενή τύπου tundish μικρού πλάτους	192
Σχήμα 4.10	RTD καμπύλες για διάφορα πλάτη της δεξαμενής τύπου tundish,	193
Σχήμα 4.11	Παραλλαγές $t_{min}$ , $t_{αιχμής}$ , $t_{σημαίνει}$ με το πλάτος tundish	195
Σχήμα 4.12	Η συσχέτιση των διαφόρων δημοσιεύσεων	198
Σχήμα 4.13	Περιγραφή των βασικών μοντέλων	200
Σχήμα 4.14	Γενικό μοντέλο με βάση το mixing model.	200
Σχήμα 4.15	Το μη ισοθερμοκρασιακό μοντέλο	203
Σχήμα 5.1.	Διάφορες περιπτώσεις διφασικής ροής σε οριζόντια και κάθετη ροή. [Chabra and Richardson, 1999]	211
Σχήμα 6.1	Μέθοδοι ανάλυσης και υπολογισμού ροών στην Υπολογιστική Ρευστομηχανική	274
Σχήμα 6.2	Επισκόπηση της διαδικασίας της υπολογιστικής λύσης	260
Σχήμα 6.3	Οι διασυνδεσιμότητες λειτουργίας από τα τρία κύρια στοιχεία μέσα στο πλαίσιο ανάλυσης	263
Σχήμα 6.4	Οι διαδικασίες του επιλυτή Solver	292

Σχήμα 7.1	Τρισδιάστατος όγκος ελέγχου μεγεθών του αριθμού τιμών πλέγματος και παρουσίαση των μεγεθών	304
Σχήμα 7.2	Υπολογιστικό κελί τριών διαστάσεων και οι γειτονικοί του κόμβοι.	307
Σχήμα 7.3	Διαίρεση του πεδίου σε όγκους ελέγχου	309
Σχήμα 7.4	Το υπολογιστικό πλέγμα	310
Σχήμα 7.5	Σχηματική αναπαράσταση της λειτουργίας του κώδικα Phoenics	332
Σχήμα 7.6	Διαδικασία προσομοίωσης	333
Σχήμα 8.1	Προβλεπόμενη ροή για ένα υγρό, κ-ε, ισοθερμικά, με πραγματικό υγρό μέταλλο, στο δοχείο Στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish. Κατόψεις που αντιστοιχούν σε διάφορα βάθη (επιφάνεια $z/W=0.0$ , βάση $z/W=1.0$ ).	354
Σχήμα 8.2	Προβλεπόμενη ροή για ένα υγρό, κ-ε, ισοθερμικά, με πραγματικό υγρό μέταλλο, στο δοχείο Στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish. Πλευρικές απόψεις που αντιστοιχούν σε διάφορες αποστάσεις $y$ . (επίπεδο εισόδου $y/H=0.0$ , τοίχωμα $y/H=1.0$ ).	357
Σχήμα 8.3	Προβλεπόμενη ροή για ένα υγρό, κ-ε, ισοθερμικά, με πραγματικό υγρό μέταλλο, στο δοχείο Στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish. Απόψεις κατά μήκος του δοχείου σε σχέση με την είσοδο του υγρού μετάλλου (είσοδος $x/L=0.0$ , έξοδος $x/L=1.0$ ).	359
Σχήμα 8.4	Η κατανομή της ταχύτητας στον κάθετο τοίχο του δοχείου στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish σε δύο σημεία: α) το κατακόρυφο διάμηκες επίπεδο και β) το εγκάρσιο κατακόρυφο επίπεδο, μέσα από την εισερχόμενη τζετ (στην τομή του μέσου	361

	των επιπέδων X-Z και Z-Y).	
Σχήμα 8.5	Δαδικασία προσδιορισμού κοινών μεταβλητών των περιπτώσεων 1N, 1Π, 2Π	364
Σχήμα 8.6	Η γεωμετρία της περίπτωσης μας	368
Σχήμα 8.7	Το πλέγμα και οι υποπεριοχές του	371
Σχήμα 8.9	Αριθμός επαναλήψεων που απαιτείται ως προς το συντελεστή υποχαλάρωσης	374
Σχήμα 8.10	Η μεταβολή της καμπύλης C	381
Σχήμα 8.14	Σύγκριση της Y συνιστώσας κατά μήκος του άξονα Y στο σημείο $y=0.84$ για την περίπτωση ροής 1N.	382
Σχήμα 8.15	Σύγκριση των τιμών της Z συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα z στο σημείο $z=0.764$ για την περίπτωση ροής 1N	383
Σχήμα 8.16	Σύγκριση των τιμών της X συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα x στο σημείο $x=0.821$ για την περίπτωση ροής 1N	384
Σχήμα 8.17	Σύγκριση των τιμών της Z συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα z στο σημείο $z=0.401$ για την περίπτωση ροής 1Π	385
Σχήμα 8.18	Σύγκριση των τιμών της Y συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα y στο σημείο $y=0.319$ για την περίπτωση ροής 1Π.	386
Σχήμα 8.19	Σύγκριση των τιμών της X συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα x στο σημείο $x=0.821$ για την περίπτωση ροής 1Π	387
Σχήμα 8.20	Σύγκριση των τιμών της X1 συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα x στο σημείο $x=0.82$ για την περίπτωση ροής 2Π	388

Σχήμα 8.21	Σύγκριση των τιμών της $X_2$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $x$ στο σημείο $x= 0.82$ για την περίπτωση ροής 2Π	389
Σχήμα 8.22	Σύγκριση των τιμών της $Y_1$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $y$ στο σημείο $y= 0.401$ για την περίπτωση ροής 2Π	390
Σχήμα 8.23	Σύγκριση των τιμών της $Y_2$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $y$ στο σημείο $y= 0.401$ για την περίπτωση ροής 2Π	391
Σχήμα 8.24	Σύγκριση των τιμών της $Z_1$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $z$ στο σημείο $z= 0.319$ για την περίπτωση ροής 2Π	392
Σχήμα 8.25	Σύγκριση των τιμών της $Z_2$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $z$ στο σημείο $z= 0.319$ για την περίπτωση ροής 2Π	393
Σχήμα 8.26	Σύγκριση των τιμών της $X$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $x$ στο σημείο $x= 0.82$ για την περίπτωση ροής 1Π2	395
Σχήμα 8.27	Σύγκριση των τιμών της $Y$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $y$ στο σημείο $y= 0.319$ για την περίπτωση ροής 1Π2	396
Σχήμα 8.28	Σύγκριση των τιμών της $Z$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $z$ στο σημείο $z= 0.401$ για την περίπτωση ροής 1Π2	397
Σχήμα 8.30	Σύγκριση μεταξύ των καμπυλών RTD σε σημείο κοντά στην είσοδο του ρευστού ( $X=0.821$ ) μεταξύ των πειραματικών αποτελεσμάτων (Damle and Sahai (1996)) και του μαθηματικού μοντέλου 1N (μη ισοθερμοκρασιακό μοντέλο νερού).	405
Σχήμα 8.31	Σύγκριση μεταξύ των καμπυλών RTD σε σημείο κοντά στην είσοδο του ρευστού ( $X=0.821$ ) μεταξύ των	406



	πειραματικών αποτελεσμάτων (Damle and Sahai (1996)) και του μαθηματικού μοντέλου 1Π (μη ισοθερμοκρασιακό μοντέλο πραγματικού ρευστού).	
Σχήμα 8.32	Το προφίλ της ταχύτητας σε διάφορες αποστάσεις από την είσοδο για την περίπτωση ενός ρευστού, με τυρβώδες μοντέλο LB, και με ισόθερμες συνθήκες	407
Σχήμα 9.1	Η μεταβολή του $c_h$ σε σχέση με την μέση θερμοκρασιακή διαφορά	418
Σχήμα 9.2.	Η μεταβολή της μέσης θερμοκρασιακής διαφοράς σε σχέση με το βάθος του οριακού στρώματος	419
Σχήμα 9.3	Η μεταβολή του συντελεστή $I$ συναρτήση της μέσης θερμοκρασιακής διαφοράς	421
Σχήμα 9.4	Μεταβολή της θερμοκρασίας και της θερμοκρασιακής διαφοράς των δύο ρευστών σε συνάρτηση με το βάθος μέσα στο οριακό στρώμα	421
Σχήμα 9.5	Θερμοκρασιακές μεταβολές της T1 και της T2 της P2 περίπτωσης για διάφορες θέσεις. Ξεκινάμε από τη θέση (0.21, 0.48, 0.45) και καταλήγουμε στη θέση (2.65, 0.48, 0.45)	423
Σχήμα 9.5β	Σύγκριση του ρυθμού μεταφοράς της μάζας $m_1, m_2, m_3..$	426
Σχήμα 9.6.	Η μεταβολή του ανηγμένου ρυθμού μεταφοράς μάζας κατά μήκος του δοχείου για διάφορες θέσεις $x/L$	426
Σχήμα 9.7	Ο ρυθμός μεταφοράς της μάζας συναρτήσεται του R1	427
Σχήμα 9.8.	Η μεταβολή του ρυθμού διάτμησης YPLS κατά μήκος του δοχείου $x/L$	428
Σχήμα 9.9	Το μήκος ανάμιξης EL1 κατά μήκος του δοχείου $x/L$	429

Σχήμα 9.10	Η μεταβολή της τοπικής κλίμακας LTLS του τυρβώδες κατά μήκος του δοχείου x/L.	430
Σχήμα 9.11.	Ο αριθμός Stanton σε διάφορες θέσεις του δοχείου δοχείου x/L.	431
Σχήμα 9.12.	Σύγκριση του αριθμού Stanton και Reynolds κατά μήκος του δοχείου.	432
Σχήμα 9.13	Η παράμετρος $LC_f$ κατά μήκος του δοχείου για διάφορες τιμές της με σταθερό το $LC_m$ και το $C_h$ δοχείου για διάφορες θέσεις x/L	432
Σχήμα 9.14	Η παράμετρος $LC_m$ κατά μήκος του δοχείου για διάφορες τιμές της με σταθερό το $LC_f$ και το $C_h$	434
Σχήμα 9.15	Η μεταβολή του προφίλ των εγκλωσίων ταχυτήτων κατά μήκος του δοχείου x/L	436
Σχήμα 9.16	Ο ρυθμός διάχυσης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας κατά μήκος του δοχείου x/L	436
Σχήμα 9.17	Η σχέση της συγκέντρωσης του residual ratio of inclusions και της ταχύτητας Stokes για την περίπτωση του πραγματικού ρευστού και η σύγκριση του με δημοσιευμένα στοιχεία των Joo,Han and Guthrie (1993).	437
Σχήμα 9.18.	Σύγκριση του κλάσματος των εγκλεισμάτων που φεύγουν από την δεξαμενή τύπου tundish ανάλογα με την διάμετρο τους για τις περιπτώσεις της ισοθερμοκρασιακής και της μη ισοθερμοκρασιακής ροής υπολογισμένα με το random walk model.	438
Σχήμα 9.19.	Υπολογισμός μεγέθους εγκλεισμάτων στη δεξαμενή tundish με βάση τον αριθμό συγκέντρωσης των.	438
Σχήμα 9.20.	Μεταβολή του ποσοστού εγκλεισμάτων που διαφεύγουν σε συνάρτηση με την διάμετρο των και η σύγκριση των με αντιστοιχες εργασίες	440
Σχήμα 9.21.	Σύγκριση του ποσοστού εγκλεισμάτων που εγκαταλείπουν την δεξαμενή μας σε συνάρτηση με το ύψος του παρεμβάσματος D. Περίπτωση 1 (200-150-100), περίπτωση 2 (200-200-150) και περίπτωση 3 (300-250-200) με στοιχεία από την δημοσίευση των	440

	Jaο, Rha and Dewan, (1999) για νερό. Περιπτώσεις 4,5,6 για πραγματικό ρευστό από παρούσα εργασία.	
Σχήμα 9.22	. Σύγκριση του ποσοστού εγκλεισμάτων που εγκαταλείπουν την δεξαμενή μας σε συνάρτηση με την θέση του παρεμβάσματος D. Περίπτωση 1 (250-950-1950), περίπτωση 2 (300-1100-2150) και περίπτωση 3 (350-1250-2350) με στοιχεία από την δημοσίευση των Jaο, Rha and Dewan, (1999) για νερό. Περιπτώσεις 4,5,6 για πραγματικό ρευστό από παρούσα εργασία.	443
Σχήμα 9.23.	Υπολογισμός μεγέθους εγκλεισμάτων στη δεξαμενή tundish με βάση την μάζα συγκέντρωσης των.	444
Σχήμα 9.24.	Διαχωρισμός των εγκλεισμάτων με βάση την διάμετρο των	445
Σχήμα 9.25	. Διαχωρισμός των εγκλεισμάτων με βάση την διάμετρο των	445
Σχήμα 9.26.	Η μεταβολή της θερμοκρασίας μετά από 5 λεπτά	446
Σχήμα 9.27	. Διασπορά εγκλεισμάτων με βάση την διάμετρο των. Οι αριθμοί στο εσωτερικό της δεξαμενής μας δείχνουν το ποσοστό της συγκέντρωσης του κάθε εγκλείσματος στις πιο σημαντικές περιοχές για αυτό. Το πρώτο από πάνω προς τα κάτω είναι για διάφορες διαμέτρους εγκλεισμάτων όπως 40,50,60,80 $\mu\text{m}$	447

## Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1.1	Πίνακας ονοματολογίας της συνεχούς χύτευσης	70
Πίνακας 1.2	Παρουσίαση θέσεων του δοχείου στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish σε σχέση με το είδος της ροής και τα φαινόμενα που εξελίσσονται	75
Πίνακας 1.3	Κρίσιμο μέγεθος των μακροοικονομικών προσθηκών που προκαλούν διαταραχές στην διαδικασία και ελαττώματα στο τελικό προϊόν	91
Πίνακας 2.1	Διαχωρισμός δημοσιεύσεων σχετικά με τα εξαρτήματα μιας εγκατάστασης συνεχούς χύτευσης	126
Πίνακας 4.1.	Ιδιότητες νερού και υγρού μετάλλου	173
Πίνακας 4.2	Το σύνολο των μοντέλων που χρησιμοποιούνται στην RTD	178
Πίνακας 4.3	Εκτιμώμενο σφάλμα στον υπολογισμό του νεκρού όγκου σύμφωνα με την εξίσωση 4.6	188
Πίνακας 5.1	Ταξινόμηση των διαφασικών ροών	214
Πίνακας 5.2	Οι συντελεστές και όροι διάχυσης της διαφασικής ροής	240
Πίνακας 5.3	Εμπειρικοί συντελεστές διαφασικής ροής	243
Πίνακας 5.4.	Οι συντελεστές ροής διάχυσης, συναγωγής και οι όροι πηγής της μονοφασικής εξίσωσης	258
Πίνακας 6.1	Οι συντελεστές ροής για την διάχυση, της συναγωγή και τους όρους πηγής της γενικής εξίσωσης.	278
Πίνακας 6.2	Επισκόπηση της διαδικασίας της υπολογιστικής λύσης	278
Πίνακας 6.3	Οι διασυνδεσιμότητες λειτουργίες από τα τρία κύρια στοιχεία μέσα στο πλαίσιο ανάλυσης CFD	287
Πίνακας 7.1	Σχέσεις υπολογισμού υπολοίπων αναφοράς για το κριτήριο σύγκλισης της επίλυσης	324
Πίνακας 7.2	Χρησιμοποιούμενοι συντελεστές υποχαλάρωσης για την περίπτωση της διαφασικής ροής	324
Πίνακας 8.1	Χαρακτηριστικά βασικού πλέγματος	370

Πίνακας 8.2	Δημοσιευμένα πλέγματα	372
Πίνακας 8.3	Ιδιότητες υγρού μετάλλου και νερού για μονοφασική και διφασική ροή	381
Πίνακας 8.5	Σύγκριση των τιμών της $Y$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $y$ , στο σημείο $y=0.84$ για την περίπτωση ροής 1N	381
Πίνακας 8.6	Σύγκριση των τιμών της $Z$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $z$ στο σημείο $z= 0.764$ για την περίπτωση ροής 1N	382
Πίνακας 8.7	Σύγκριση των τιμών της $X$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $x$ στο σημείο $x= 0.821$ για την περίπτωση ροής 1N	383
Πίνακας 8.8	Σύγκριση των τιμών της $Z$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $z$ στο σημείο $z= 0.401$ για την περίπτωση ροής 1Π	384
Πίνακας 8.9	Σύγκριση των τιμών της $Y$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $y$ στο σημείο $y= 0.319$ για την περίπτωση ροής 1Π	386
Πίνακας 8.10	Σύγκριση των τιμών της $X$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $x$ στο σημείο $x= 0.821$ για την περίπτωση ροής 1Π	387
Πίνακας 8.11	Σύγκριση των τιμών της $X1$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $x$ στο σημείο $x= 0.82$ για την περίπτωση ροής 2Π	388
Πίνακας 8.12	Σύγκριση των τιμών της $X2$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $x$ στο σημείο $x= 0.82$ για την περίπτωση ροής 2Π	390
Πίνακας 8.13	Σύγκριση των τιμών της $Y1$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $y$ στο σημείο $y= 0.401$ για την περίπτωση ροής 2Π	391
Πίνακας 8.14	Σύγκριση των τιμών της $Y2$ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα $y$ στο σημείο $y= 0.401$ για την περίπτωση ροής 2Π	392

Πίνακας 8.15	Σύγκριση των τιμών της Z1 συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα z στο σημείο z= 0.319 για την περίπτωση ροής 2Π	393
Πίνακας 8.16	Σύγκριση των τιμών της Z2 συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα z στο σημείο z= 0.319 για την περίπτωση ροής 2Π	394
Πίνακας 8.17	Σύγκριση των τιμών της X συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα x στο σημείο x= 0.82 για την περίπτωση ροής 1Π2	394
Πίνακας 8.18	Σύγκριση των τιμών της Y συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα y στο σημείο y= 0.319 για την περίπτωση ροής 1Π2	395
Πίνακας 8.19	Σύγκριση των τιμών της Z συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα z στο σημείο z= 0.401 για την περίπτωση ροής 1Π2	396
Πίνακας 8.20	Συνολικά οι καμπύλες επίλυσης	398
Πίνακας 8.21	Μεταβλητές στον Phoenix για την μονοφασική ροή	401
Πίνακας 8.22	Οι μεταβλητές του προγράμματος για την διφασική ροή	402
Πίνακας 9.1	Τελικές τιμές διφασικής ροής για ροή πραγματικού υγρού μετάλλου.	420
Πίνακας 9.2	Τιμές της παραμέτρου $LC_f$ κατά μήκος του δοχείου για διάφορες τιμές όταν έχουμε διατηρήσει σταθερό το $LC_m$ και το $C_h$ .	433
Πίνακας 9.3	Τιμές της παραμέτρου $LC_m$ κατά μήκος του δοχείου για διάφορες τιμές όταν έχουμε διατηρήσει σταθερό το $LC_f$ και το $C_h$ .	435

## Ονοματολογία βασικών συμβόλων

Σύμβολο	Περιγραφή στα Ελληνικά (Στα Αγγλικά)	Phoenics 2009
$\tau$	Διατμητική τάση (Shear stress)	
$\gamma$	Διατμητικός λόγος (Shear rate)	LGEN
$\mu$	Ιξώδες ή δυναμικό ιξώδες (Viscosity or dynamic viscosity)	ENUL
$\kappa$	Δείκτης συνεχούς ροής (Fluid consistency index for the power-law fluid)	ENULA
$n$	Δείκτης ρεολογικής συμπεριφοράς (Power law index or flow behavior index)	ENULB
$\nu_t$	Τυρβώδες ιξώδες (Eddy viscosity)	ENUT
$f_\mu$	Damping function	FM1
$y_n$	Normal distance to the wall	WDIS
$f_1$	Damping function	FONE
$f_2$	Damping function	FTWO
$dp/dz$	Function pressure gradient	
$f$	Fanning function	FMU
$\nu$	Στρωτό κινηματικό ιξώδες (Laminar kinematic viscosity)	ENUL
$F_{ri}$	The phase diffusion coefficient in $\text{Ns/m}^2$	
$F_{\phi i}$	The within-phase diffusion coefficient in $\text{Ns/m}^2$	

S	The total sources or interphase volumetric sources	
l	Length scale	LEN
$\beta$	The coefficient of thermal expansion of the fluid	
$k_{in}$	The inlet turbulence kinetic energy	KEIN
$u_{in}$	Εσωτερική ταχύτητα (inlet velocity)	
$\epsilon_{in}$	The inlet turbulent energy dissipation	EPIN
$d_{in}$	Εσωτερική διάμετρος (inlet diameter)	
Re	Ο αριθμός Reynolds	REYN
l	Τυρβώδης ένταση (intensity of turbulences)	
$a_i$	Συντελεστές χαλάρωσης (Relaxations factors)	
$\tau_{ij}$	The stress tensor,	
$\Delta_{ij}$	The symmetrical rate-of-deformation tensor	
P1	Πίεση (Pressure)	P1
U1,V1,W1	Μεταβλητές ταχύτητας (Velocity components)	U1,V1,W1
K	Αναταραχή της ενέργειας (turbulence kinetic energy)	KE
$\epsilon$	Ρυθμός διάχυσης της τυρβώδους ενέργειας (dissipation rate of turbulence energy)	EP
	Production region kinetic energy	KP
	Transfer region turbulent energy	KT
	Transfer rate of dissipation rate	ET



$\rho$	Πυκνότητα ρευστού (Fluid density)	RHO
$\tau_w$	Near wall shear rate	YPLS
$y^+$	Αδιάστατη απόσταση (Near wall distance)	STRS
	Τοπικός συντελεστής τριβής (Local skin friction coefficient)	SKIN
	Αριθμός Stanton (Stanton number)	STAN
$Re_n$	Στρωτός αριθμός Reynolds (Normal Reynolds number)	REYN
$Re_t$	Τυρβώδες αριθμός Reynolds (Turbulent Reynolds number)	REYT
	Απόσταση μεταξύ των τοιχωμάτων (Distance between walls)	WGAP
	Τοπικό τυρβώδες μήκος (Local turbulence length)	LTLS
$L_m$	Μήκος ανάμιξης (Mixing length)	LEN1
$E$	Mean rate of strain	GEAN
$c_\mu$	Συντελεστής τυρβώδους ροής	CMU
$c_3$	Συντελεστής τυρβώδους ροής	C1E
$c_d$	Συντελεστής τυρβώδους ροής	CD
$c_1$	Συντελεστής τυρβώδους ροής	C2E
$c_\mu * c_d$	Συντελεστής τυρβώδους ροής	CMUCD
$c_1$	Συντελεστής τυρβώδους ροής	C3E
$K$	Τυρβώδης σταθερά του Von Karman	AK

E	Συνάρτηση τραχύτητας των διαμηθικών τάσεων του τυρβώδους μοντέλου(Roughness parameter for turbulence model)	EWAL
$Pr_l$	Ο αριθμός Prandtl για στρωτή ροή.	
$Pr_t$	Ο αριθμός Prandtl για τυρβώδη ροή.	
$St_{turb}$	Ο συντελεστής τυρβώδους τριβής (turbulent friction factor) και	
St	ο αριθμός Stanton	
$\bar{t}$	Ο θεωρητικός μέσος χρόνος παραμονής (theoretical average residence time) ή ο ονομαστικός χρόνος εκμετάλλευσης (nominal holding time) του ρευστού στο δοχείο	
$\theta$	Ο αδιάστατος χρόνος (dimensionless time)	
c	Είναι οποιαδήποτε συγκέντρωση του ιχνηθέτη στο ρευστό στην έξοδο του δοχείου.	
$\sigma_t$	έναν αριθμό Prandtl/Schmidt της τυρβώδους ροής	
$\mu_{eff}$	Φαινόμενο ιξώδες	
$f_\mu, f_1, f_2$	Συντελεστές συναρτήσεων για το LB μοντέλο	
$\dot{q}$	ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας ανά μονάδα επιφάνειας και χρόνου	
$F_\mu$	Ιξώδης δύναμη	
A	Εμβαδόν του κινούμενου επιπέδου	
$h_d$	Απόσταση μεταξύ των δύο επιπέδων μορίων	
$b_T$	Δείκτης συνεκτικότητας του ρευστού	

$\eta_T$	Δείκτης συμπεριφοράς του ρευστού στην ροή	
$\tau_o$	Η πίεση που πρέπει να ασκηθεί για να αρχίσει η ροή	
$\Delta_{ij}$	Συμμετρικός τανυστής του ρυθμού παραμόρφωσης	
$\mu_{\pi}$	Πλαστικό ιξώδες	
$R_{ij}$	Τανυστής τάσεων Reynolds	
$g_m$	Δυνάμεις βαρύτητας	
$f_m$	Δυνάμεις αντίδρασης	
$\Gamma_{\eta}$	Γενικευμένος συντελεστής θερμότητας	
$F_{ri}$ και $F_{\phi i}$	Οι συντελεστές διάχυσης της φάσης $[Ns/m^2]$	
$S$	Το συνολικό άθροισμα των πηγών	
$r_1, r_2$	Τα κλάσματα όγκου φάσης	
$w_b$	Η bulk ταχύτητα	
$G_{fj}$	Ο συντελεστής εσωτερικής διάχυσης $[Ns/m^2]$	
$G_{rj}$	Ο συντελεστής διάχυσης της φάσης $j$ $[Ns/m^2]$	
$S_i$	Οι ογκομετρικές πηγές εντός φάσης $[kg f/(m^3s)]$	
$S_{ip}$	Οι ογκομετρικές πηγές μεταξύ φάσεων $[kg Xf/(m^3s)]$	
$V_{slip}$	Η απόλυτη διαφορά των δύο ταχυτήτων των δύο φάσεων	



---

## Σκοπός και χρησιμότητα της διατριβής

---

Οι στόχοι αυτής της διατριβής είναι η ανάπτυξη μιας μεθοδολογίας για την βελτιστοποίηση του σχεδιασμού της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish και η εφαρμογή της σε γραμμή παραγωγής. Στην παρούσα εργασία μελετάται η διφασική ροή πραγματικού ρευστού με μοντέλο τυρβώδους ροής το κλασσικό k-ε και συγκρίνεται με την μονοφασική ροή πραγματικού ρευστού αλλά και με το δύο κλίμακας τυρβώδες μοντέλο ροής k-ε. Η σύγκριση γίνεται με τη χρήση του υπολογιστικού κώδικα PHOENICS. Στόχος της παρούσας εργασίας είναι:

1. Η ανάπτυξη ενός αναλυτικού μαθηματικού μοντέλου για την περιγραφή του φαινομένου της ροής στην δεξαμενή τύπου tundish.

2. Η χρήση του αναλυτικού μοντέλου για την υπολογιστική προσομοίωση της διφασικής ροής με το κλασσικό μοντέλο τύρβης k-ε και μελέτης των παραμέτρων που την επηρεάζουν.

3. Η χρήση του αναλυτικού μοντέλου για την υπολογιστική προσομοίωση της μονοφασικής ροής με τη χρήση το δύο κλίμακας μοντέλο τύρβης k-ε.

4. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων μας των δύο περιπτώσεων και η εξαγωγή συμπερασμάτων.

Σε αυτή τη μελέτη, η έμφαση δίνεται στο σχεδιασμό της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish για τη βελτίωση της πρότυπης ροής λιωμένου μετάλλου ή υγρού προϊόντος. Η μεθοδολογία βελτιστοποίησης μπορεί ωστόσο να επεκταθεί και σε άλλους τομείς εκτός της συνεχούς έλασης, σε τομείς όπου έχουμε ροή κάποιου υγρού με ενδιάμεσους αποθηκευτικούς χώρους με ταυτόχρονη μεταφορά θερμότητας όπως τα πλαστικά, τα τρόφιμα τα ποτά, κλπ. Η χρήση του CFD ως εργαλείο ανάλυσης, έχει περιορισμούς μόνο ως προς τη διακύμανση των πολλών

παραμέτρων που απαιτούν προσομοιώσεις του τύπου δοκιμής και σφάλματος των οποίων η ερμηνεία εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την εμπειρία του αναλυτή. Αυτό συνήθως οδηγεί σε μη βέλτιστες λύσεις και επιπλέον απαιτεί πολλή χειρωνακτική εργασία από τον μηχανικό μέχρι να κάνει την μοντελοποίηση. Τέλος, η μοντελοποίηση διφασικών ροών μεταξύ υγρής και υγρής φάσης και η ανάγκη προσαρμογής των μοντέλων διφασικής αλληλεπίδρασης στα εκάστοτε χαρακτηριστικά κάθε ροής αποτελούν επιπλέον προκλήσεις της Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής.

Έτσι λοιπόν, βάσει των παραπάνω κινήτρων και προκλήσεων πραγματοποιείται στην παρούσα διδακτορική εργασία η ανάπτυξη μαθηματικού μοντέλου και υπολογιστικής προσομοίωσης για τη μελέτη της διφασικής ροής σε δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish.

Η πρώτη υπόθεση μας αφορά τη βελτιστοποίηση της ροής ενός υγρού μετάλλου όπου θεωρούμε το ρευστό μας σαν πραγματικό, μη ισοθερμοκρασιακό (non isothermal) και με μοντέλο τυρβώδους ροής το k-ε. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με ήδη δημοσιευμένα πειραματικά δεδομένα και επαληθεύεται η ορθότητα και η πληρότητα του μοντέλου μας.

Η δεύτερη υπόθεση αφορά τη βελτιστοποίηση της πρώτης περίπτωσης με την βοήθεια δύο διαφορετικών μοντέλων ανάπτυξης της τυρβώδους ροής (Lam-Bremshorstm, 2 scale k-ε).

Στην τρίτη περίπτωση εξετάζουμε το ρευστό σαν να αποτελείται από δύο φάσεις αλλά με τυρβώδες μοντέλο ροής το k-ε.

Τέλος, συγκρίνονται τα δύο μοντέλα μας, πάντα για πραγματικό ρευστό σε μη ισοθερμοκρασιακή κατάσταση, της μονοφασικής ροής με το δύο κλίμακας τυρβώδες k-ε και της διφασικής ροής με το k-ε.

---

## Δομή της διατριβής

---

Η παρούσα διατριβή αποτελείται από τα ακόλουθα κεφάλαια:

Στο **Κεφάλαιο 1** εισάγονται οι έννοιες της συνεχής χύτευσης και περιγράφεται η φυσική διαδικασία στην παραγωγή μετάλλου και τελικών προϊόντων. Παρουσιάζονται οι διάφοροι τύποι της συνεχούς χύτευσης, τα εξαρτήματα που χρησιμοποιούνται στην παραγωγή, η πορεία που ακολουθεί το υγρό μέταλλο από το πρώτο μέχρι το τελευταίο στάδιο της διαδικασίας. Αναλύεται επίσης ο ρόλος της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου tundish στην συνεχή χύτευση και η αλληλοεξάρτηση της με το καλούπι (=mold) και το δοχείο (=ladle). Παρουσιάζονται τα ποσά θερμότητας που διαφεύγουν και οι βασικοί παράγοντες που επηρεάζουν την λειτουργία της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου. Παρουσιάζουμε και υπολογίζουμε το σύνολο των εγκλεισμάτων που παρευρίσκονται στο ρευστό μέταλλο μας και ο τρόπος αποβολής των. Καθώς και τους παράγοντες που επηρεάζουν την βέλτιστη λειτουργία και σχεδίαση της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου tundish.

Στο **κεφάλαιο 2** παρουσιάζεται μια σύντομη ιστορική αναδρομή στο σύνολο της τρέχουσας βιβλιογραφίας (δημοσιεύσεις, βιβλία, τεχνικές οδηγίες). Αναφέρεται η ταξινόμηση της βιβλιογραφίας και ο χωρισμός της σε κατηγορίες. Ανά κατηγορία δίνονται οι σημαντικότερες βιβλιογραφικές πηγές. Η παρουσίαση επικεντρώνεται στην μαθηματική μοντελοποίηση και όχι στις άλλες κατηγορίες που απλά θα παρουσιαστούν.

Στο **κεφάλαιο 4** παρουσιάζονται τα τυρβώδη μοντέλα ροής που χρησιμοποιούνται για την ροή του υγρού μετάλλου στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish. Αναλύονται και παρουσιάζονται οι εξισώσεις και οι συνθήκες που τα οριοθετούν στην τρέχουσα εφαρμογή μας. Αυτά είναι το βασικό K-ε μοντέλο (Lauder and Spalding, 1974), η

βελτίωση του που χρησιμοποιείται στον Phoenics, και το νέο δύο κλιμάκων μοντέλο k-ε (two scale k-ε model)

Στο **κεφάλαιο 4** δίνονται οι βασικές σχέσεις και έννοιες της μεθόδου RTD που χρησιμοποιούνται για την μοντελοποίηση των φυσικών μετρήσεων μας. Παρουσιάζονται και αναλύονται οι καμπύλες F, C και η χρήση των στην παρούσα διατριβή. Τέλος, αναφέρονται οι τύποι του μοντέλου που χρησιμοποιούμε στην παρούσα εργασία μας.

Στο **κεφάλαιο 5** δίνουμε το σύνολο των εξισώσεων που χρησιμοποιούμε για να μπορέσουμε να λύσουμε την διφασική και την μονοφασική ροή ενός μη ισοθερμοκρασιακού ρευστού.

Στο **κεφάλαιο 6** παρουσιάζουμε την χρήση και τον λόγο που χρησιμοποιούμε την Υπολογιστική Μηχανική. Επίσης, δίνουμε τις βασικές σχέσεις που χρησιμοποιούμε αλλά και τον τρόπο επίλυσης. Αναφερόμαστε στην αριθμητική επίλυση των εξισώσεων μας. Αναλύουμε την μεθοδολογία επίλυσης και εξηγούμε τα αριθμητικά σχήματα διακριτοποίησης, τον αλγόριθμο που χρησιμοποιούμε και τις τεχνικές υποχαλάρωσης. Τα τελευταία χρόνια η αριθμητική επίλυση ρευστοδυναμικών προβλημάτων έγινε πολύ ελκυστική και ένας μεγάλος αριθμός επιστημόνων ασχολήθηκε με το σχετικό αντικείμενο. Έτσι, η χρήση υπολογιστικών προγραμμάτων για την επίτευξη όσων των δυνατών πιο ρεαλιστικών αποτελεσμάτων, θα πρέπει να ικανοποιεί μερικά βασικά χαρακτηριστικά όπως:

- ✓ Η δημιουργία ενός πεπερασμένου πίνακα από σημεία κόμβους του ροϊκού πεδίου, που απαρτίζουν το υπολογιστικό πλέγμα.
- ✓ Η μετατροπή των μερικών διαφορικών εξισώσεων, σε ένα σύστημα όμοιων αλγεβρικών εξισώσεων πεπερασμένων διαφορών οι οποίες συσχετίζουν τις τιμές των εκάστοτε μεταβλητών στους κόμβους του πεδίου με τις τιμές στους γειτονικούς κόμβους.
- ✓ Η μετατροπή των εξισώσεων σε κατάλληλη μορφή για την αξιόπιστη επίλυση των με την βοήθεια κάποιας επαναληπτικής διαδικασίας



✓ Η παρουσίαση και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων

Στο **κεφάλαιο 7** παρουσιάζεται η αριθμητική ανάλυση όπου σκοπός της είναι να βρίσκει εύχρηστες μεθόδους για την λύση προβλημάτων που μπορούν να εκφραστούν με μαθηματικές εξισώσεις. Στην παρούσα εργασία μας απασχολούν μόνο οι αλγόριθμοι επίλυσης μερικών διαφορικών εξισώσεων, από τους οποίους απαιτούμε κατά το δυνατόν συνέπεια (ακρίβεια), ευστάθεια και (γρήγορη) σύγκλιση.

Στο **κεφάλαιο 8** παρουσιάζουμε την επίλυση και τα αποτελέσματα της παρούσας διατριβής. Αναφερόμαστε στην επιλεγείσα γεωμετρία και τον τρόπο επιλογής της, επεξηγούμε τον τρόπο εύρεσης των συντελεστών υποχαλάρωσης, την ανεξαρτησία του πλέγματος, τις ιδιαίτερες μεταβλητές της διφασικής ροής σε σχέση με αυτές της μονοφασικής και παρουσιάζονται μια σειρά από γραφικές παραστάσεις και συμπεράσματα. Επίσης, αναφερόμαστε στο μέλλον και σε περαιτέρω διερεύνηση του φαινομένου.

Στο **κεφάλαιο 9** παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα της παρούσας διατριβής και ακολουθεί και ο ανάλογος σχολιασμός. Στόχος μας είναι να απαντήσουμε σε βασικές απορίες όπως ποιές είναι οι καινοτομίες της παρούσας διατριβής, τι το καινούργιο ανακαλύψαμε ή βελτιώσαμε, ποιά είναι η πρακτική συνεισφορά των νέων συμπερασμάτων και πως βοηθάμε την αγορά και τον σχεδιαστή τέτοιων συστημάτων

Σε αντιστοιχία με τα φυσικά προβλήματα, ένα αριθμητικό πρόβλημα για να είναι καλά τοποθετημένο, πρέπει: α) Να έχει αριθμητική λύση, β) να είναι μοναδική και γ) να εξαρτάται κατά συνεχή τρόπο από τις προσεγγιστικές βοηθητικές σχέσεις. Συνήθως οι μερικές διαφορικές εξισώσεις, όπως αυτές που μας ενδιαφέρουν, δεν είναι απλής μορφής και δεν είναι δυνατόν να επιλυθούν με απλές αριθμητικές μεθόδους. Απαιτούν διακριτοποίηση στο χώρο και το χρόνο στον οποίο μας ενδιαφέρει να ξέρουμε τη λύση τους. Βέβαια, η αξιοπιστία της μεθοδολογίας μας

αυξάνεται λόγω της γενικότητας της επίλυσης, της ακρίβειας της λύσης, της σύγκλισης και της οικονομίας χρόνου

Τέλος συμπληρώνεται η παρούσα διατριβή με τα σχετικά ευρετήρια πινάκων, σχεδίων και την βιβλιογραφία.

---

## Abstract

---

Global demand for steel and higher quality at higher speeds to produce plates for disposal of the trade rising. The production of these plates is made by means of a process called continuous casting (continuous casting process). Important role in the quality of production of these products play the flow patterns of molten steel in the mold (caster). Thus, a simple but effective method of production, patterns of material flow, affects the design of systems used. The container tundish is one of these systems.

Traditionally, the experimental methods used in the design of these containers in tundish, having to do with the use of tests or test patterns with the help of water. These methods are both costly and time consuming. More recently, the Computational Fluid Dynamics (Computer Fluid Dynamics, CFD) has established itself as a viable alternative to reduce the number of required experiments, results in a reduction of the final year of a project and the cost of the design process in the case of modeling the container in tundish. Furthermore, the use of CFD provides more information on the process flow that is available only through experimentation. The procedure with the help of CFD technique is usually based on the method of trial and error, and depends largely on the perception and experience of the designer to improve. Only an experienced designer is able to improve the design and does not necessarily guarantee the best results.

Here, we present a more efficient numerical method of designing a container in tundish. This methodology involves the combination of a mathematical optimization with the aid of a suitable program (PHOENICS) class of CFD. The methodology has been tested on real hardware that belongs to the class of power-law fluids in different cases and flow

conditions. All cases have a "run" for the simple configuration without auxiliary bodies flow (no flow modifiers, NFM). Below are the cases under consideration.

The first case concerns the optimization of the flow of a liquid metal which we consider as our real fluid, isothermal (isothermal) and non isothermokrasi (non isothermal).

The second case concerns the optimization of the first case with the help of two different growth models of turbulent flow (Lam-Bremshorstm, 2 scale k-e)

In the third case consider that the fluid is consisting of one or two phases (one phase, two-phase fluid).

Making the appropriate combinations, we arrive at 8 different models which are compared between believing and simultaneously compared with an "experimental model". The "experimental model" are a calculation model which relates to the actual simulation our fluid with water, isothermal, and a phase turbulence model original classical k-e, where there is the experimental models that have developed in the literature.

The studies of these cases show that a mathematical optimization in conjunction with the help of CFD is a superior alternative to the traditional methods of design, in that it gives an optimum solution for the design of the tundish in a continuous casting.

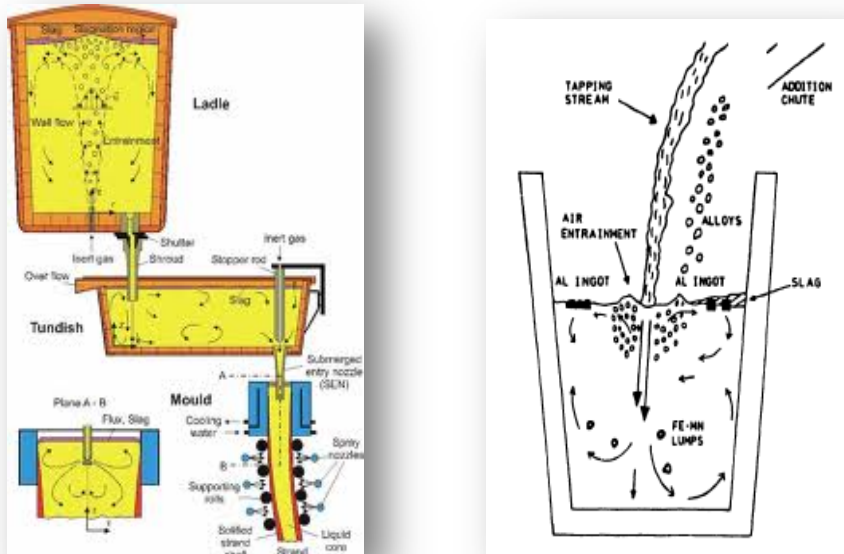
# Κεφάλαιο 1.

## Η φυσική διαδικασία

Η φυσική διαδικασία	47
Η συνεχής φύτευση	48
Παραγωγή χάλυβα	49
Παραγωγή χάλυβα με τη μέθοδο εμφυσήσεως οξυγόνου	50
Παραγωγή χάλυβα με τη μέθοδο του ηλεκτρικού τόξου	52
Χύτευση του χάλυβα στο χαλυβουργείο	54
Ιστορική εξέλιξη της συνεχής χύτευσης	55
Οι διάφοροι τύποι της συνεχής χύτευσης	60
Οι βιομηχανικές διεργασίες της συνεχούς χύτευσης	66
Παρουσίαση της διαδικασίας συνεχούς χύτευσης	67
Πολυπλοκότητα της φυσικής διαδικασίας	71
Επίλυση της φυσικής διαδικασίας	74

Ο ρόλος της δεξαμενής στην συνεχή χύτευση	77
Παράμετροι σωστής λειτουργίας	81
Η μετάδοση της θερμοκρασίας	82
Η επίδραση της κλίσης των τοιχωμάτων	85
Η επίδραση του γεωμετρικού σχήματος	86
Η επίδραση της ύπαρξης των εγκλεισμάτων	87
Η κίνηση των εγκλεισμάτων	93
Η επίδραση του σχήματος των εγκλεισμάτων	95
Ο ρυθμός μεταβολής των εγκλεισμάτων	96
Η ταχύτητα των εγκλεισμάτων	103
Ο αριθμός Stokes	105
Τα είδη των συγκρούσεων	107
Ταξινόμηση της διεθνούς βιβλιογραφίας	109
Βιβλιογραφία	111

# Κεφάλαιο 1. Η φυσική διαδικασία



Σχήμα 1.1 Η διαδικασία γεμίματος μιας δεξαμενής τύπου tundish

Στο παρόν κεφάλαιο εισάγονται οι έννοιες της συνεχής χύτευσης και περιγράφεται η φυσική διαδικασία για την παραγωγή μετάλλου και τελικών προϊόντων. Παρουσιάζονται οι διάφοροι τύποι της συνεχούς χύτευσης, τα εξαρτήματα που χρησιμοποιούνται στην παραγωγή και η πορεία που ακολουθεί το υγρό μέταλλο από το πρώτο μέχρι το τελευταίο στάδιο της διαδικασίας.

Αναλύεται ο ρόλος της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου tundish στην συνεχή χύτευση και η αλληλοεξάρτηση της με το καλούπι (=mold) και το δοχείο (=ladle). Τέλος, παρουσιάζονται τα ποσά θερμότητας που διαφεύγουν και οι βασικοί παράγοντες που επηρεάζουν την λειτουργία της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου. Με την βοήθεια κατάλληλων σχέσεων μπορούμε να υπολογίζουμε το σύνολο των εγκλεισμάτων που

παρευρίσκονται στο ρευστό μέταλλο, ο τρόπος αποβολής των και οι παράγοντες που επηρεάζουν την βέλτιστη λειτουργία και σχεδίαση της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου tundish, Σχήμα 1.1.

---

## 1.1.Η συνεχής χύτευση

---

Η χύτευση είναι μια από τις παλιότερες διαδικασίες επεξεργασίας μετάλλων και παραγωγής μορφοποιημένων αντικειμένων. Η χύτευση (casting) αποτελεί ίσως την πρώτη μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε για τη μορφοποίηση μετάλλων. Στη χύτευση το μέταλλο ή το κράμα τήκεται και κατόπιν χυτεύεται σε μία μήτρα (καλούπι). Η μήτρα μπορεί να είναι κενή ή να περιέχει μοντέλο από εύτηκτο στερεό υλικό, όπως κερί ή πολυστυρένιο, το οποίο καταστρέφεται καθώς εισέρχεται στη μήτρα το τηγμένο μέταλλο μας. Η μήτρα μπορεί να είναι φτιαγμένη από άμμο, γύψο ή κεραμικό υλικό για μια χρήση. Για αντικείμενα μεγάλων διαστάσεων, η χύτευση μπορεί να γίνει σε καλούπια πολλαπλής χρήσης συνήθως φτιαγμένα από χυτοσίδηρο, ορείχαλκο, κ.λπ. Το μεταλλικό αντικείμενο που παράγεται με χύτευση, συνήθως καθαρίζεται από ατέλειες και εξωτερικές ακαθαρσίες, λειαίνεται και διαμορφώνεται στις τελικές του διαστάσεις και μορφή, [Camb, 2004].

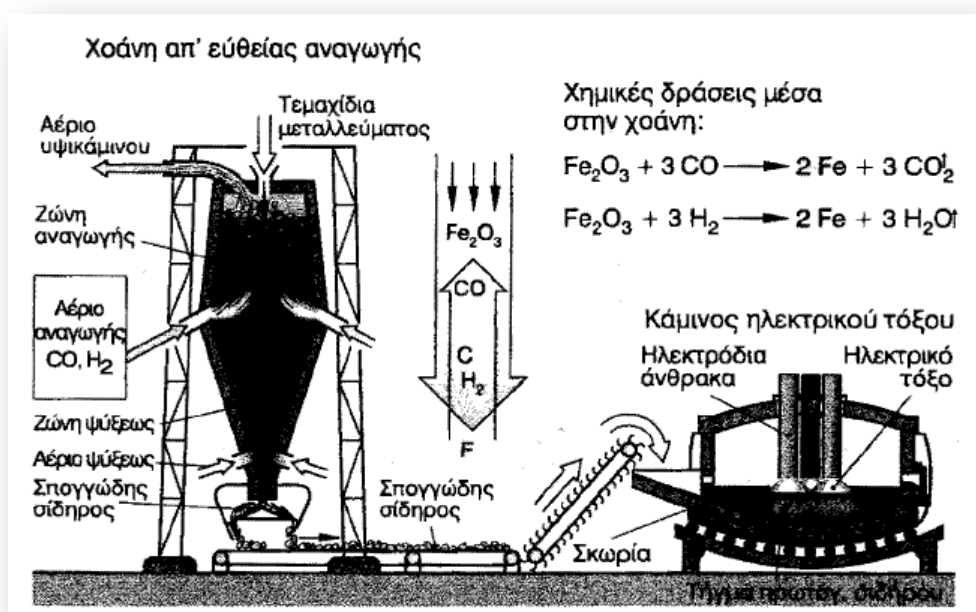
Στη βιομηχανία υπάρχει και η συνεχής χύτευση, η οποία εφαρμόζεται για την παραγωγή πλατέων ή μακρών προϊόντων, όπως δοκοί (μπιγιέτες) και πλινθώματα (slabs) χάλυβα, αλουμινίου και χαλκού. Επειδή η χύτευση συνδέεται με πολύπλοκα φαινόμενα μεταφοράς θερμότητας και αλλαγών φάσεων, σήμερα θεωρείται ξεχωριστός τομέας της μεταλλογνωσίας, [Thomas, 2002].

Στην βιομηχανία εφαρμόζονται τρεις τρόποι χύτευσης: (i)κατ ευθείαν (direct pouring), (ii) εντός διανομέως ή με δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου (tundish) και τέλος (iii) εντός φρέατος (bottom pouring).



### 1.1.1. Παραγωγή χάλυβα

Το αρχικό υλικό μας είναι μικρά τεμάχια (μεγέθους φουντουκιού) πορώδους μεταλλεύματος τα οποία έχουν παραχθεί σε μια προκαταρκτική διεργασία από τριπτό μέταλλευμα και ένα συνδετικό υλικό και κατόπιν έχουν ψυχθεί. Αυτά τα μικρά τεμάχια ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ) ρίπτονται από το άνω μέρος στη χοάνη άμεσης αναγωγής (Σχήμα 1.2) και ολισθαίνουν σιγά - σιγά προς τα κάτω. Από κάτω έρχεται το αέριο αναγωγής  $\text{CO}$  με  $\text{H}_2$ , το οποίο διέρχεται μέσα από τα τεμαχίδια του μεταλλεύματος και τα ανάγει σε σίδηρο με θερμοκρασία  $700^\circ\text{C}$  έως  $1100^\circ\text{C}$ .



Σχήμα 1.2. Εγκατάσταση χοάνης απευθείας παραγωγής

Τα σωματίδια από σίδηρο σχηματίζουν μεγαλύτερα πορώδη τεμάχια μορφής σπόγγων, τα οποία έδωσαν και το όνομα τους στο τελικό προϊόν (σπογγώδης σίδηρος). Ο σπογγώδης σίδηρος αποτελείται από

περίπου 85% σίδηρο. Το υπόλοιπο 15% είναι οξειδία του σιδήρου και παρακολουθήματα. Για την αφαίρεση αυτών των ακαθαρσιών, λιώνεται ο σπογγώδης σίδηρος σε κλίβανο ηλεκτρικού τόξου και κατόπιν μετατρέπεται σε χάλυβα, [Kimura et al., 1994].

Οι εγκαταστάσεις απευθείας αναγωγής χρησιμοποιούνται εκεί όπου υπάρχει φθινό φυσικό αέριο ( $CM_4$ ), αργό πετρέλαιο ή άνθρακας μικρής θερμικής αξίας για την παραγωγή του αναγωγικού αερίου ( $CO$ ,  $H_2$ ).

Αρχικό υλικό για την παραγωγή χάλυβα είναι ο πρωτογενής σίδηρος για χάλυβα, ο οποίος παράγεται στην υψικάμινο ή με την απ' ευθείας αναγωγή. Το υλικό αυτό απαρτίζεται από περίπου 90% σίδηρο, 3% - 5% άνθρακα, 1% μαγγάνιο, περίπου 0,5% πυρίτιο και εν μέρει από σοβαρό ποσοστό φωσφόρου και θείου. Ιδιαίτερα, το υψηλό ποσοστό άνθρακα, ο φώσφορος και το θείο, κάνουν τον πρωτογενή σίδηρο ψαθυρό προς σκληρό και μη σφυρηλατήσιμο. Τεχνικά, είναι ακατάλληλος. Η παραγωγή χάλυβα έγκειται στη μείωση των παρακολουθημάτων του σιδήρου και στην απομάκρυνση των ρύπων. Το ποσοστό άνθρακα, ανάλογα με το είδος του χάλυβα, πρέπει να μειωθεί στο 0,05% έως 0,6%. Ο φωσφόρος και το θείο πρέπει να μειωθούν κάτω από το 0,05%, ενώ το μαγγάνιο και το πυρίτιο μπορούν να παραμείνουν εν μέρει. Ανάλογα με το ποσοστό άνθρακα, ο χάλυβας είναι εύκολος διαμορφώσιμος έως σκληρός και σφυρηλατήσιμος και επιδεικτικός βαφής. Η μείωση των παρακολουθημάτων του σιδήρου μέσα στον πρωτογενή σίδηρο γίνεται με καύση τους από οξυγόνο που εμφυσείται στη μάζα του σιδήρου. Αυτό καλείται κάθαρση του σιδήρου, [Camb, 2004].

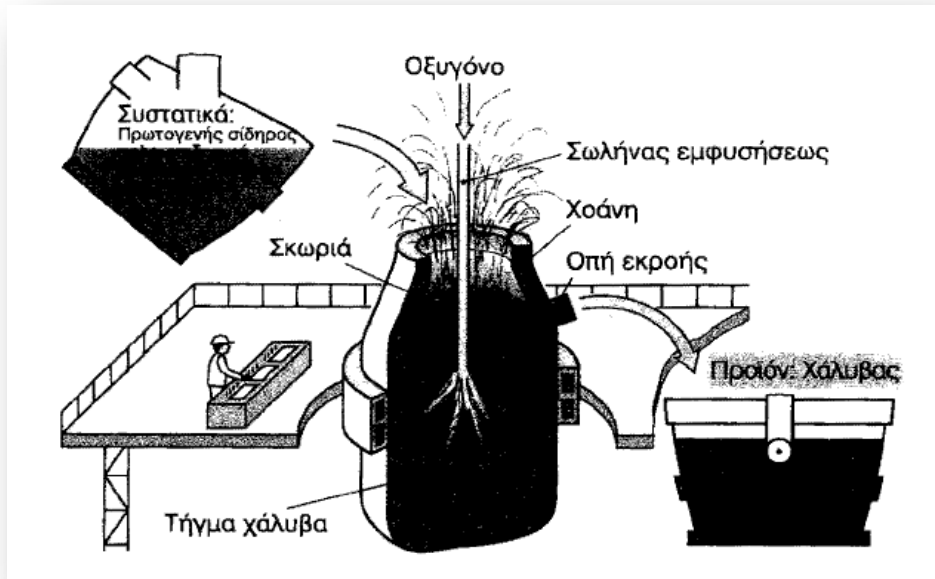
---

### **1.1.2. Παραγωγή χάλυβα με τη μέθοδο εμφυσήσεως οξυγόνου**

---

Η τεχνική εκτέλεσης της καθάρσεως γίνεται σήμερα κατά μεγάλο μέρος με τη μέθοδο εμφυσήσεως οξυγόνου (ή μέθοδος οξυγόνου ή

μέθοδος LD). Σ' αυτήν τη μέθοδο συγκεντρώνονται σε μια χοάνη (Σχήμα. 1.3) ρευστός πρωτογενής σίδηρος για χάλυβα και, εν μέρει, σπογγώδης σίδηρος, με συλλιπάσματα ασβεστίου (για το σχηματισμό της σκωρίας). Η χοάνη είναι ένα μεγάλο δοχείο μορφής αχλαδιού (απίου), ανοιχτό στο άνω μέρος του με επένδυση εσωτερικά από πυρίμαχο υλικό και χωρητικότητας περίπου 300t χάλυβα.



Σχήμα 1.3. Παραγωγή χάλυβα με την μέθοδο εμφυσήσεως οξυγόνου

Εδράζεται κατά στρεπτό τρόπο, ώστε για το γέμισμα και την εκκένωσή του θα πρέπει να στραφεί προς τα κάτω. Μετά το γέμισμά του με τα αρχικά υλικά, ένας σωλήνας που ψύχεται με νερό, εκτοξεύει οξυγόνο από επάνω στο τήγμα. Το οξυγόνο προκαλεί με το τήγμα μια ισχυρή αντίδραση. Ο άνθρακας και το θείο καίγονται στα αέρια του διοξειδίου του άνθρακα και διοξειδίου του θείου. Ο φωσφόρος, το μαγγάνιο και το πυρίτιο οξειδώνονται στα στερεά οξείδια  $P_2O_5$ ,  $MnO_2$  και  $SiO_2$ , [Mazumdar Dipak and Roderick I.L.Guthrie, 1999].

Τα δημιουργούμενα αέρια οξειδία ( $\text{CO}_2$ ,  $\text{SO}_2$ ) και η απελευθερούμενη θερμότητα προκαλούν βρασμό στο τήγμα. Τα στερεά οξειδία ( $\text{P}_2\text{O}_5$ ,  $\text{MnO}_2$ ,  $\text{SiO}_2$ ) παραλαμβάνονται από την σκουριά που επιπλέει στο τήγμα του σιδήρου. Η θερμότητα καύσεως αυξάνει τη θερμοκρασία του τήγματος στη χοάνη. Με πρόσθεση παλαιοσιδηρικών, διατηρείται η θερμοκρασία στην ορθή τιμή της. Αυτή η διαδικασία διαρκεί περίπου 10 λεπτά. Κατόπιν, απομακρύνεται ο σωλήνας εμφυσήσεως οξυγόνου από τη χοάνη. Αν απαιτείται, προσθέτονται στοιχεία για κράμα για να παραχθεί η επιθυμητή σύνθεση του χάλυβα. Κατόπιν, ανατρέπεται με στροφή η χοάνη και ο χάλυβας χύνεται σε κινητά δοχεία ή δοχεία χυτεύσεως, [Mazumdar and Guthrie, 1999].

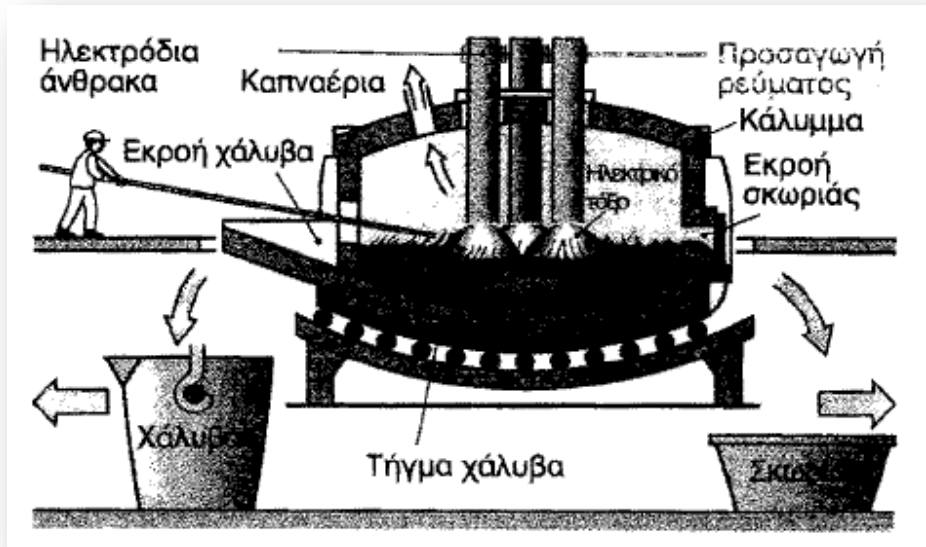
---

### 1.1.3. Παραγωγή χάλυβα με τη μέθοδο του ηλεκτρικού τόξου

---

Η μέθοδος εφαρμόζεται ιδιαίτερα για την παραγωγή χάλυβα με υψηλό ποσοστό προσμείξεων και, συνεπώς, με υψηλότερο σημείο τήξεως, αλλά και για την τήξη χάλυβα μαζικής παραγωγής από παλαιοσιδηρικά. Ο κλίβανος του ηλεκτρικού τόξου έχει μια αβαθή λεκάνη τήξεως, μέσα στην οποία τοποθετείται το υλικό, το οποίο λιώνεται με την επίδραση ηλεκτρικού τόξου από ηλεκτρόδια άνθρακα, Σχήμα 1.4.

Αρχικά, η λεκάνη γεμίζεται με παλαιοσιδηρικά, απόβλητα χυτηρίου, σπογγώδη σίδηρο, πρωτογενή σίδηρο και πρόσθετα, για το σχηματισμό σκωρίας. Κατόπιν, κατέρχονται τα ηλεκτρόδια προς το γέμισμα και παράγεται το ηλεκτρικό τόξο. Αναπτύσσονται θερμοκρασίες έως  $3000^\circ\text{C}$  και το γέμισμα λιώνεται με εντατική ανάδευση. Η διάρκεια τήξεως είναι περίπου μια ώρα, κατά τη διάρκεια της οποίας καίγονται αρχικά οι ακαθαρσίες και ο πλεονάζων άνθρακας (περίοδος καθάρσεως).

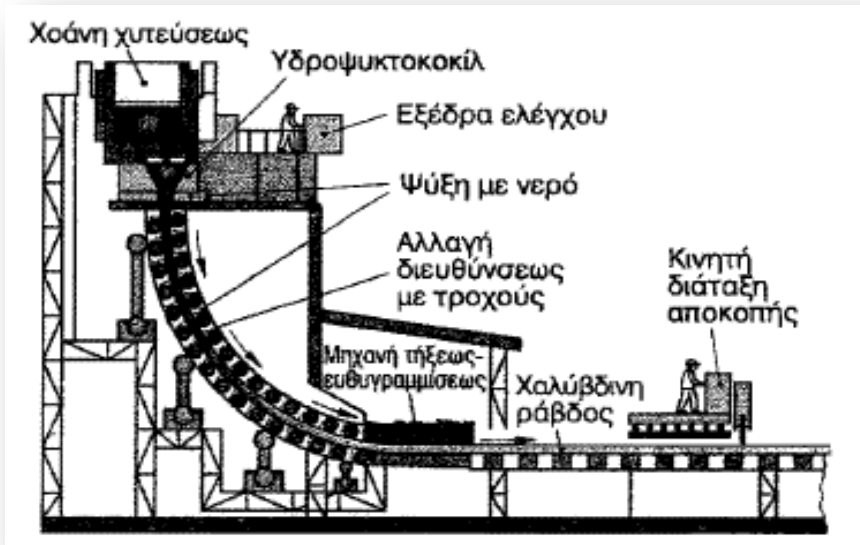


Σχήμα 1.4. Παραγωγή χάλυβα με την μέθοδο του ηλεκτρικού τόξου

Ακολουθούν τα οξειδία και το θείο (περίοδος εκκαθαρίσεως). Αυτό γίνεται με βαθμιαία προσθήκη διαφόρων υλικών, για τη δημιουργία σκωρίας, τα οποία συγκρατούν τα ανεπιθύμητα υλικά από το τήγμα του χάλυβα που βράζει και τα συνδέουν με τη σκωρία. Στο τέλος, προσθέτονται στο τήγμα τα διάφορα στοιχεία για να σχηματιστεί το επιθυμητό κράμα, Σχήμα. 1.4.

Για την παραγωγή χαλύβων με ειδικές ιδιότητες ποιότητας (χάλυβες ποιότητας, εξευγενισμένοι χάλυβες, κραματοχάλυβες), ο ρευστός ακόμη χάλυβας υφίσταται και άλλη επεξεργασία. Όλες οι επεξεργασίες χρησιμεύουν για την ανάμειξη των στοιχείων του κράματος ή για την απομάκρυνση ανεπιθύμητων συστατικών. Οι πλέον συνηθισμένες μέθοδοι είναι η αποξειδωση και η απαέρωση με κενό.

### 1.1.4.Χύτευση του χάλυβα στο χαλυουργείο



Σχήμα 1.5. Συνεχής χύτευση χάλυβα

Κατόπιν, ο έτοιμος ρευστός χάλυβας χυτεύεται και παίρνει έτσι την αρχική του μορφή για την επόμενη επεξεργασία στα έλαστρα. Το μεγαλύτερο μέρος, όμως, χυτεύεται με συνεχή χύτευση. Για ειδικές εφαρμογές, χρησιμοποιείται η χύτευση σε κοκίλ (μεταλλικά καλούπια). Στη συνεχή χύτευση, ο ρευστός χάλυβας χύνεται συνεχώς σε ένα υδρόψυκτο κοκίλ (Σχήμα. 1.5). Εκεί στερεοποιείται και έλκεται συνεχώς προς τα κάτω με τη μορφή ράβδου. Η ερυθροπυρωμένη ακόμη ράβδος οδηγείται σε διάταξη με τροχούς για την αλλαγή διεύθυνσεως, ευθυγραμμίζεται και ψύχεται.

Το πλεονέκτημα της συνεχούς χυτεύσεως είναι η παραγωγή λεπτότερων ράβδων, οι οποίες χρειάζονται μόνον την τελική τους έλαση. Η κρυσταλλική τους δομή είναι λεπτή και δεν υπάρχει διαχωρισμός των συστατικών τους. Στη χύτευση κατά ποσότητες, ο ρευστός χάλυβας

χυτεύεται σε καλούπια, τα λεγόμενα κοκίλ, τα οποία μετά την στερεοποίηση του χάλυβα απομακρύνονται, [Tozawa, Kato, and Nakanishi, 1997].

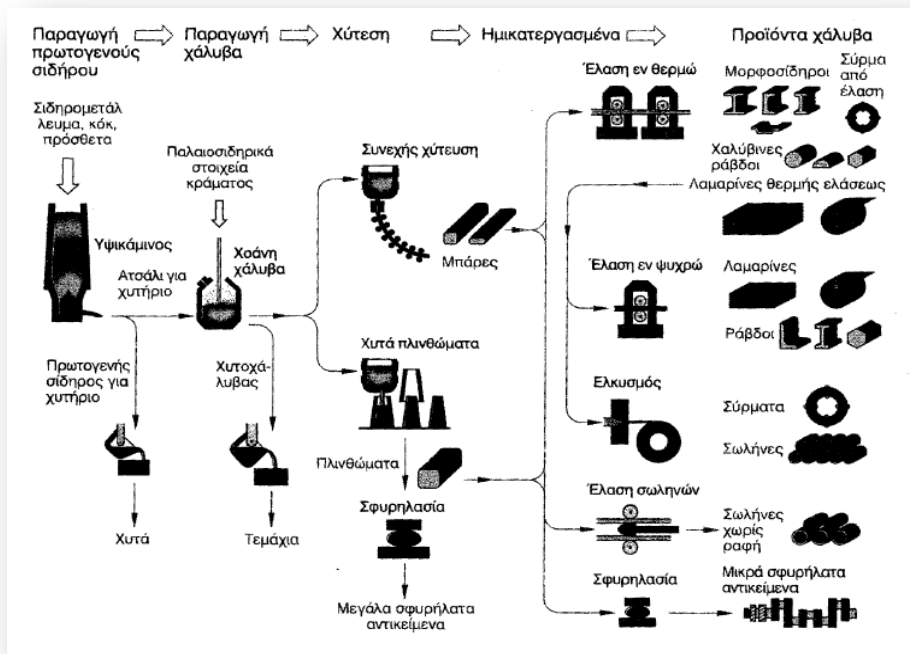
---

## 1.2.Ιστορική εξέλιξη της συνεχής χύτευσης

---

Ονομάζεται **συνεχής χύτευσης**, ή χύτευση σκέλους, η διαδικασία κατά την οποία λιωμένο μέταλλο στερεοποιείται σε "ημιτελείς" ράβδους ή πλάκες σε εγκαταστάσεις τελικής επεξεργασίας. Το Σχήμα 1.6 μας δείχνει την συνολική πορεία από το σιδηρομέταλλευμα μέχρι το τελικό προϊόν. Πριν από την εισαγωγή της συνεχούς χύτευσης το 1950, ο χάλυβας χυνόταν σε σταθερά καλούπια για να σχηματίσουν οι ράβδοι. Από τότε, η "συνεχής χύτευση» έχει εξελιχθεί με στόχο την βελτιωμένη απόδοση, την ποιότητα, την παραγωγικότητα και την αποδοτικότητα του κόστους. Επιτρέπει χαμηλότερο κόστος παραγωγής των μεταλλικών τμημάτων με καλύτερη ποιότητα, λόγω των εγγενώς χαμηλότερου κόστους της συνεχούς τυποποιημένης παραγωγής ενός προϊόντος, καθώς και την παροχή για μεγαλύτερο έλεγχο πάνω στη διαδικασία μέσω της αυτοματοποίησης, [Asano and Nakano, 1971].

Ο Sir Henry Bessemer, της Bessemer, έλαβε δίπλωμα ευρεσιτεχνίας το 1857 για τη χύτευση μετάλλων μεταξύ δύο αντιθετικών περιστρεφόμενων κυλίνδρων. Το βασικό περίγραμμα του συστήματος αυτού έχει εφαρμοστεί σήμερα στη χύτευση του χάλυβα. Η διαδικασία της συνεχής χύτευσης των μετάλλων μόλις πρόσφατα έχει ενσωματωθεί στη διαδικασία παραγωγής. Λίγο αργότερα, η συνεχής διαδικασία χύτευσης με ταινία επινοήθηκε από τον Henry Bessemer το 1858, αλλά διαδόθηκε μόνο στη δεκαετία του 1960 [Roderick, 2004]. Τα μέταλλα που μπορούσαν να παραχθούν με την διαδικασία της χύτευσης, ωστόσο αυξήθηκαν σημαντικά από τότε.



Σχήμα 1.6. Η πορεία από το σιδηρομέταλλευμα μέχρι το τελικό προϊόν

Σήμερα, τα περισσότερα βασικά μέταλλα παράγονται με μια συνεχή διαδικασία τύπου χύτευσης. Το 2012, με την μέθοδο της συνεχούς χύτευσης πάνω από το 90% του χάλυβα που χρησιμοποιούνταν στον κόσμο παραγόταν, συμπεριλαμβανομένου του άνθρακα, κραμάτων και ανοξειδωτων ποιότητων χάλυβα. Το 2001 πάνω από 500 εκατομμύρια τόνους χάλυβα, 20 εκατ. τόνους αλουμινίου και 1 εκατ. τόνους χαλκό, νικέλιο και άλλα μέταλλα παρήχθησαν με την διαδικασία της συνεχούς χύτευσης, [Thomas, 2001]. Εκτιμάται ότι η συνολική παγκόσμια παραγωγή ακατέργαστου χάλυβα θα αυξηθεί σε πάνω από 1500 εκατομμύρια τόνους ετησίως το 2015 με το χάλυβα που παράγεται με συνεχή χύτευση να αποτελεί το 96% της παραγωγής. [Lam and Bremhorst, 1981].

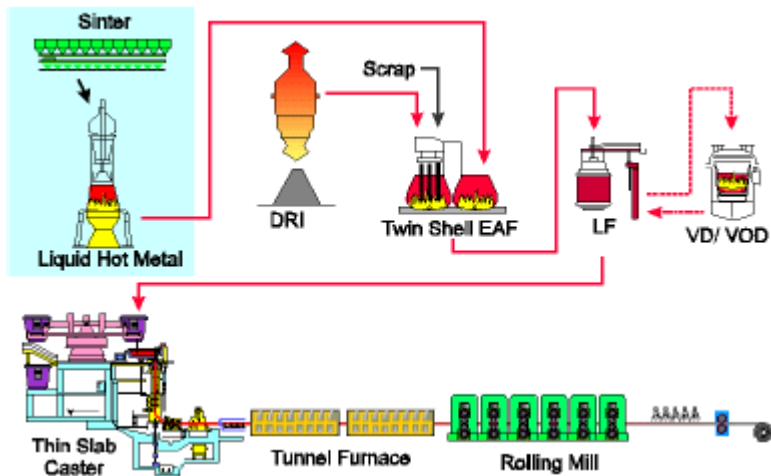


Όταν μιλάμε για την δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish<sup>4</sup>, που χρησιμοποιείται στην διαδικασία της συνεχούς χύτευσης, αναφερόμαστε σε μια ενδιάμεση δεξαμενή που τοποθετείται μεταξύ του κάδου (ladle) και του προτύπου καλουπιού (mould), με σκοπό την προμήθεια και διανομή λιωμένου μετάλλου σε διαφορετικές μήτρες με σταθερό ρυθμό. Με τη συνεχιζόμενη έμφαση στην ανώτερη τελική παραχθείσα ποιότητα του μετάλλου, γίνεται αντιληπτό ότι η δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην λειτουργία της διαδικασίας.

Τα τελευταία χρόνια, η συνεχής χύτευση με την βοήθεια της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish έχει εξελιχθεί σε ένα χρήσιμο αντιδραστήρα για διάφορα μέταλλα, π.χ. υγρό χάλυβα διύλισης. Ως εκ τούτου, η δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish έχει πλέον σημαντικό ρόλο να διαδραματίσει, πέρα από τον παραδοσιακό της ρόλο ως ενδιάμεση δεξαμενή. Μια σύγχρονη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish στις σημερινές ημέρες έχει σχεδιαστεί για να παρέχει τη μέγιστη διευκόλυνση για την πραγματοποίηση διαφόρων μεταλλουργικών εργασιών, όπως ο διαχωρισμός, η επίπλευση, η διάσπαση του κράματος χάλυβα, ασβεστίου περιλαμβάνοντας τον έλεγχο της υπερθέρμανσης, καθώς και της θερμικής και μοριακής ομογενοποίησης σωματιδίων. Οι πολλαπλές διαδικασίες της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish έχουν αποκτήσει μεγάλη σημασία διότι επηρεάζουν σε μεγάλο βαθμό το τελικό προϊόν μας αλλά και λόγω της επικαιροποίησής τους, οδηγούν την αγορά στην ανάπτυξη, μιας ξεχωριστής περιοχής της δευτεροβάθμιας διύλισης του χάλυβα που αναφέρεται συχνά ως "tundish μεταλλουργία", [Ichihashi et al.,1985].

---

<sup>4</sup> Δεν υπάρχει ακριβής μετάφραση στην Ελληνική γλώσσα. Μια πρώτη προσπάθεια που έγινε το 1966, έχει αποδοθεί σε μερικά πανεπιστημιακά συγγράματα σαν δεξαμενή ρυθμιστής - διαλογής.



Κατά τη διάρκεια των τελευταίων τριάντα ετών, το μερίδιο του χάλυβα που παράγεται μέσω της συνεχούς χύτευσης έχει αυξηθεί εντυπωσιακά. Παράλληλα η αύξηση της παραγωγής τελικών προϊόντων χάλυβα ανάγκασε την βιομηχανία να προχωρήσει σε αυστηρότερους ελέγχους με πιο σύγχρονες προδιαγραφές (τόσο της σύνθεσης αλλά και της καθαριότητας), με στόχο να ανταποκριθεί στις διαφορετικές απαιτήσεις της αγοράς, [Chakraborty and Sahai, 1992]. Έτσι, έχουν γίνει σημαντικές προσπάθειες από ερευνητές σε όλο τον κόσμο κατά τη διάρκεια των δύο τελευταίων δεκαετιών με σκοπό να αξιοποιηθούν πλήρως οι δυνατότητες αλλά και να ενισχυθεί η διαδικασία της συνεχούς χύτευσης με την βοήθεια της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish. Κατά συνέπεια, οι ερευνητικές δραστηριότητες στον τομέα της "tundish μεταλλουργίας" έχουν οδηγήσει σε μεγάλο αριθμό δημοσιεύσεων, τόσο θεωρητικών όσο και πειραματικών, που καλύπτουν πολλές διαφορετικές πτυχές της διαδικασίας παραγωγής λιωμένου χάλυβα και όχι μόνο στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish, [McLean, 1990].

Αν και η διαδικασία συνεχούς χύτευσης επινοήθηκε από τον Bessemer το 1858, η συνεχής χύτευση του χάλυβα δεν είχε κερδίσει την

ευρεία χρήση της μέχρι τη δεκαετία του 1960. Οι προγενέστερες προσπάθειες είχαν σκοντάψει στις τεχνικές δυσκολίες που πηγάζουν από το λεγόμενο breakouts, όπου η εδραίωση ραβδίων χάλυβα στο καλούπι επιτρέπει λιωμένο μέταλλο να χυθεί έξω από το κάτω μέρος του μηχανήματος. Αυτό το πρόβλημα είχε ξεπεραστεί από το Junghans (1934) δημιουργώντας ταλαντώσεις κάθετα στο καλούπι, χρησιμοποιώντας την έννοια της «αρνητικής ταινίας» δηλ. το καλούπι ταξιδεύει προς τα κάτω γρηγορότερα από το χαλύβδινο κέλυφος και κατά τη διάρκεια κάποιου μέρους του κύκλου ταλάντωσης να αποσπάσει κάποιο κόλλημα [Wolf,1996].



Η συνεχής χύτευση διακρίνεται από τις άλλες διεργασίες στερεοποίησης λόγω της φυσικής της σταθερής κατάστασης. Ετσι, το λιωμένο μέταλλο στερεοποιείται κοντά στους τοίχους και ταυτόχρονα αποσύρεται από το κάτω μέρος του καλουπιού με τέτοιο ρυθμό που να

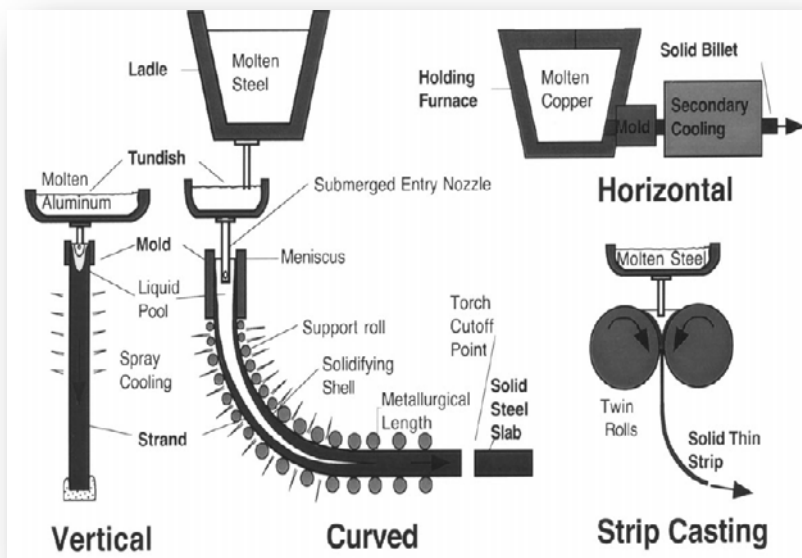
διατηρείται το στερεό υγρό διεπαφής σε μια σταθερή θέση με το χρόνο. Η διαδικασία λειτουργεί καλύτερα όταν όλα τα στοιχεία της λειτουργούν σε αυτή τη σταθερή κατάσταση. Σε σχέση με άλλες διαδικασίες χύτευσης, η συνεχής χύτευση έχει γενικά υψηλότερο κόστος κεφαλαίου, αλλά και χαμηλότερο κόστος λειτουργίας. Είναι η πιο οικονομικά και ενεργειακά αποδοτική μέθοδος για την μαζική παραγωγή ημικατεργασμένων προϊόντων μετάλλου με σταθερή ποιότητα σε μια ποικιλία μεγεθών και σχημάτων. Με διατομές που μπορεί να είναι ορθογώνιες, τετράγωνες ή κυκλικές για επιμήκη προϊόντα, για I ή H δοκάρια ακόμη και σχήματα τύπου "σκύλος-κόκαλο", [De keyser, 1997].

---

### 1.3.Οι διάφοροι τύποι της συνεχής χύτευσης

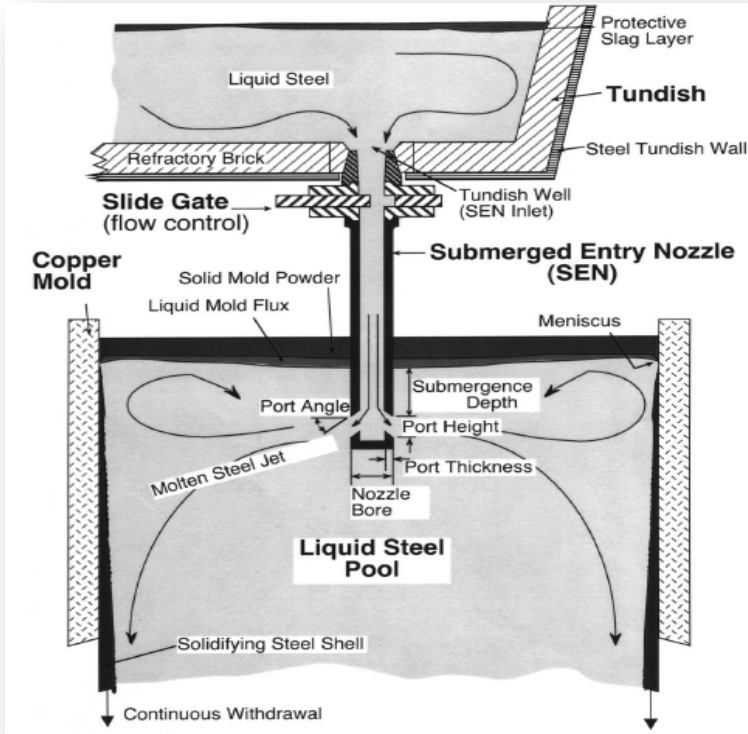
---

Πολλοί διαφορετικοί τύποι της συνεχούς χύτευσης υπάρχουν και στο Σχήμα 1.7 βλέπουμε ένα διάγραμμα που μας δείχνει μερικές από τις πιο σημαντικές διεργασίες. Οι κάθετες μηχανές (vertical) χρησιμοποιούνται για να ρίχνουν αλουμινίο και μερικά άλλα μέταλλα για ειδικές εφαρμογές. Οι καμπύλες μηχανές (curved) χρησιμοποιούνται για την πλειοψηφία της χύτευσης χάλυβα και απαιτούν κάμψη και/ή εδραίωση της. Η οριζόντια χύτευση (horizontal) χρησιμοποιείται περιστασιακά για τα μη σιδηρούχα κράματα και τους χάλυβες, [Sahai and Toshihiko, 2008]. Τέλος, η λεπτή λωρίδα χύτευσης (strip) γίνεται πρωτοπόρος για χάλυβα και άλλα μέταλλα, σε αγορές με μικρές παραγωγές, προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί το ποσό του υλικού που απαιτείται, [Miyazawa, 2001].



Σχήμα 1.7. Τύποι συνεχούς χύτευσης

Η συνεχής διαδικασία της χύτευσης του μετάλλου φαίνεται στο Σχήμα 1.7 ενώ στο Σχήμα 1.8 φαίνεται μαζί και με τις σχετικές λεπτομέρειες του καλουπιού (mold). Σε αυτή τη διαδικασία, λιωμένο μέταλλο εισέρχεται μέσω του κάδου (ladle) στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish και κατόπιν μέσα στο καλούπι. Η δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish έχει αρκετά μεγάλες διαστάσεις ώστε να εξασφαλίζεται η συνεχής ροή του μετάλλου προς το καλούπι, ακόμη και κατά τη διάρκεια μιας αλλαγής κάδων, όπου αντικαθίστανται περιοδικά κατά τη συνεχή διαδικασία παραγωγής, [Trippelsdorf et al.,2003]. Η δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish μπορεί επίσης να χρησιμεύσει ως ένας εκ νέου τροφοδοτικός σωλήνας από επιβλαβή έγκλειστα σωματίδια που είναι μέσα στο στρώμα της σκουριάς.



Σχήμα 1.8. Αναπαράσταση της συνολικής ροής του υγρού μετάλλου

Εάν τα στερεά σωματίδια παραμένουν στο προϊόν, τότε επιφανειακές ατέλειες όπως «λωρίδες» ή «στίγματα» μπορεί να εμφανιστούν κατά τη διάρκεια των μεταγενέστερων εργασιών. Η τοπική εσωτερική συγκέντρωση τάσεων μπορεί επίσης να συμβεί, με αποτέλεσμα τη μείωση της διάρκειας ζωής του τελικού αντικειμένου. Για την παραγωγή προϊόντων υψηλότερης ποιότητας, ο υγρός χάλυβας πρέπει να προστατεύεται από την έκθεση στον αέρα από ένα κάλυμμα πάνω από την σκουριά στην επιφάνεια του υγρού σε κάθε κάδο και με τη χρήση κεραμικών ακροφυσίων μεταξύ των σκαφών. Αν όχι, τότε το οξυγόνο του αέρα θα αντιδράσει για να σχηματίσει επιζήμια εγκλείσματα με την μορφή

οξειδίων του σιδήρου και χάλυβα, τα οποία ενσωματώνονται στο τελικό προϊόν.

Όταν το λιωμένο υλικό μας βρίσκεται στο καλούπι, [Thomas, 2001], παγώνει λόγω των υδρόψυκτων τοιχωμάτων με αποτέλεσμα να σχηματίσει ένα σταθερό κέλυφος. Το καλούπι επεκτείνεται καθέτως, Σχήμα 1.9, προκειμένου να αποθαρρύνει την προσκόλληση λιωμένου υλικού στο κέλυφος και στα τοιχώματα. Τα ράουλα-οδηγοί κυλούν με σταθερό ρυθμό το λιωμένο υλικό προς το κάτω μέρος του μηχανήματος με ταχύτητα που ισοδυναμεί με την ταχύτητα χύτευσης και που ταιριάζει με τη ροή του εισερχόμενου υγρού μετάλλου. Με αυτή την παρατήρηση μπορούμε να χαρακτηρίσουμε την διαδικασία μας ότι λειτουργεί ιδανικά σε σταθερή κατάσταση (steady state). Ο ρυθμός ροής ελέγχεται από τον περιορισμό του ανοίγματος του ακροφυσίου (Submerged Entry Nozzle, SEN) ανάλογα με το σήμα που λαμβάνει από έναν αισθητήρα που βρίσκεται στο καλούπι, [Thomas, 2001].

Το πιο κρίσιμο μέρος της διαδικασίας είναι η αρχική στερεοποίηση στο μηνίσκο, που βρίσκεται στη διασταύρωση όπου η κορυφή του περιβλήματος συναντά το καλούπι και την επιφάνεια του υγρού, [Mustafa, 1996]. Αυτό είναι το σημείο όπου η επιφάνεια του τελικού προϊόντος δημιουργείται, και ατέλειες, όπως οι ρωγμές, μπορούν να επηρεάσουν, αν προκύψουν προβλήματα, την διακυμάνση της στάθμης. Για να αποφευχθεί αυτό, προσθέτουμε μια λεπτή επιφάνεια λαδιού στο χάσμα ανάμεσα στο καλούπι και το υγρό μέταλλο. Εκτός από την λίπανση, ένα στρώμα σκουριάς στο καλούπι προστατεύει το χάλυβα από τον αέρα, του παρέχει θερμική μόνωση και απορροφά και τα θραύσματα.

Κάτω από την έξοδο του καλουπιού, το λεπτό στερεοποιημένο κέλυφος (με πάχος 6 έως 20 χιλιοστά) ενεργεί ως ένα δοχείο για να υποστηρίξει το υπόλοιπο υγρό, γεγονός που καθιστά το εσωτερικό μέρος του σκέλους στερεό. Νερό ή δροσερός αέρας με την μορφή σπρέϊ ψύχει την

επιφάνεια του σκέλους μεταξύ των ραούλων, [Mclean, 2002]. Ο ρυθμός ροής του ψεκασμού προσαρμόζεται έτσι ώστε να ελέγχουμε την επιφανειακή θερμοκρασία του σκέλους με ελάχιστη αναθέρμανση μέχρι το λειωμένο μέταλλο να στερεοποιηθεί. Μετά, εφόσον το κέντρο θα έχει πλήρως στερεοποιηθεί (το «μεταλλουργικό μήκος» του caster θέλουμε να είναι  $10 \pm 40\mu$ ), το σκέλος κόβεται με πυρσούς οξυασετιλίνης σε πλάκες ή πρίσματα οποιοδήποτε επιθυμητού μήκους.

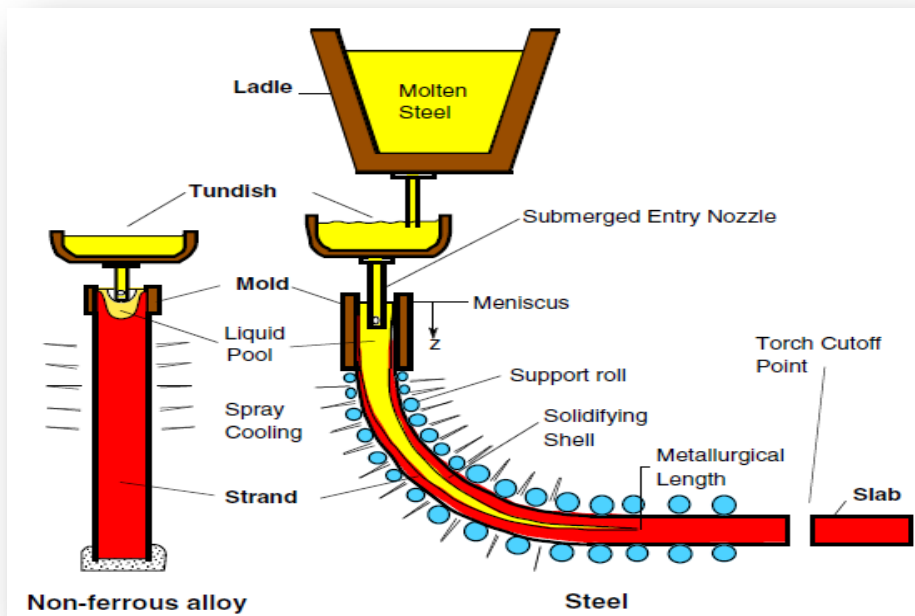


Figure 1.9. Λεπτομερής ανάλυση της συνεχούς χύτευσης,  
[Kovac P et al., 2003]

Διαφορετικές διαδικασίες συνεχούς χύτευσης υπάρχουν για να παράγουμε διατομές διαφόρων σχημάτων και μεγεθών, [Οκοροκον et al., 1998]. Τα βαρέα, τέσσερα-κομμάτια καλούπια πλάκας με άκαμπτη



υποστήριξη πλακών χρησιμοποιούνται για να ρίχνουμε μεγάλες ορθογώνιες πλάκες ( $50 \pm 250$  mm πάχους και  $0,5 \pm 2,2$ m πλάτος), τα οποία τυλίγονται σε πλάκα ή φύλλο. Παρόμοια καλούπια χρησιμοποιήθηκαν για τη χύτευση σχετικά τετράγωνων «χελώνων» (blooms) που κυμαίνονται μέχρι και 400-600mm διατομή. Τα καλούπια για την παραγωγή μονών κομματιών σωλήνα χρησιμοποιούνται για να ρίχνουν μικρά, τετράγωνα «πρίσματα» ( $100 \pm 200$  χιλιοστά πάχους) που κυλιούνται σε επιμήκη προϊόντα, όπως οι ράβδοι, οι γωνίες, τα κάγκελα, τα νύχια, και οι άξονες. Μια νέα διαδικασία συνεχούς χύτευσης με ταινία αναπτύσσεται τελευταία όπου μεγάλα ράουλα περιστρέφονται με σκοπό να σταθεροποιήσουν τα φύλλα του χάλυβα που έχουν πάχους 1 έως 3 χιλιοστά στους τοίχους του καλουπιού.

Επιπλέον ράουλα χρειάζονται για να αναγκάσουμε το σκέλος να χαλαρώνει κατά τη μετάβαση από το κυρτό στο ευθεία τμήμα της διαδρομής που φαίνεται στο Σχήμα 1.9. Εάν η υποστήριξη των ραούλων και η ευθυγράμμιση δεν είναι ξεκάθαρες και ακριβείς τότε εσωτερικές ρωγμές και «σπασίματα» μπορεί να εμφανιστούν. Τα ελαττώματα αυτά θα εξακολουθήσουν να υπάρχουν στο τελικό προϊόν, ακόμη και μετά από πολλές κυλίσσεις και άλλες λειτουργίες, έτσι είναι σημαντικό για τον έλεγχο της διαδικασίας χύτευσης.

Η διαδικασία ξεκινάει με τη σύνδεση της βάσης της μήτρας με μια ράβδο. Μετά αφού αρκετό μέταλλο στερεοποιηθεί, ο σωλήνας στη συνέχεια σιγά-σιγά αποσύρεται από το κάτω μέρος του μηχανήματος της συνεχούς χύτευσης με σταθερές συνθήκες στη συνέχεια για μια περίοδο μιας ώρας για αρκετές εβδομάδες, όταν ο λιωμένος χάλυβας σταμάτησε τη διαδικασία και πρέπει να γίνει επανεκκίνηση. Η μέγιστη ταχύτητα χύτευσης είναι 1 έως 8m/min και διέπεται από το επιτρεπόμενο μήκος του υγρού πυρήνα και να αποφευχθούν προβλήματα στην ποιότητα, που είναι γενικά χειρότερη στις υψηλότερες ταχύτητες, [Thomas, 2004, Craig et al. 2001].

Περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τη συνεχή χύτευση του χάλυβα μπορούν να βρουν οι ενδιαφερόμενοι στην βιβλιογραφία, όπως [Wolf 1992, Schrewe 1991, Irving 1993, Cramb 1991, 2001].

---

## 1.4.Οι βιομηχανικές διεργασίες της συνεχούς χύτευσης

---

Μια μεγάλη ποικιλία από άλλες διαδικασίες συνεχούς χύτευσης υφίστανται για ειδικές εφαρμογές στην βιομηχανία [Shaping, 2001]. Έτσι η ηλεκτρονική ανάτηξη (electroslag remelting ESR) και το κενό τόξο ανάτηξης (vacuum arc remelting, VAR) είναι δύο μορφές κάθετων συνεχούς χύτευσης που χρησιμοποιούνται για μη σιδηρούχα μέταλλα, υπερκράματα, καθώς και τμήματα αλουμινίου μέχρι και 1.5m διάμετρο [Kiessling and Lange, 1978]. Η θερμότητα που παρέχεται από ένα ηλεκτρόδιο πάνω από την τήξη και η επιφάνεια προστατεύονται με ένα παχύ στρώμα σκουριάς (thick slag layer, ESR) ή κενού (vacuum, VAR). Αυτές οι διαδικασίες αποφεύγουν τυχόν έγκλειστα του αζώτου και την αφαίρεση των προσμείξεων όπως το θείο για να παράγουν υψηλής ποιότητας μέταλλα με μικρότερο διαχωρισμό και λιγότερα ελαττώματα από εκείνα που παράγονται στις συμβατικές μεθόδους συνεχούς χύτευσης, [Thomas 2001, Pehlke 2002]. Τα προϊόντα τους είναι πιο δαπανηρά, αλλά απαιτούνται σε κρίσιμες εφαρμογές όπως στην αεροδιαστημική βιομηχανία, [Thomas and Vanka, 2002].

Στην τελευταίες δύο δεκαετίες, ο ρόλος της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish στη διαδικασία συνεχούς χύτευσης έχει εξελιχθεί από το να είναι μια δεξαμενή μεταξύ του κάδου και του καλουπιού και να κάνει ένα βαθμό διαχωρισμού, σε μία συσκευή αφαίρεσης ένταξης και ένα μεταλλουργικό αντιδραστήρα. Τόσο για τον διαχωρισμό όσο και για την απομάκρυνση, τα σχέδια της ροής του υγρού μετάλλου στο εσωτερικό της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish διαδραματίζουν σημαντικό

ρόλο. Για την πρώτη περίπτωση, τα πρότυπα ροής καθορίζουν το ποσό της ανάμειξης που συμβαίνει, ενώ για τη δεύτερη, οι διαδρομές των σωματιδίων επηρεάζονται από το πεδίο ροής, [Zhang and Thomas 2003, Thomas 2004]. Πολλά σχήματα δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish και πολλές συσκευές έχουν προταθεί στην παγκόσμια αγορά με στόχο την τροποποίηση των προτύπων ροής, ώστε να ελαχιστοποιηθούν τα προβλήματα κατά τη διάρκεια της μετάβασης, και να αυξηθεί η απομάκρυνση των σωματιδίων από το στρώμα σκουριάς. Η μοντελοποίηση και ο σχεδιασμός της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish μπορούν να χωριστούν σε τρεις βασικές κατηγορίες, δηλαδή, φυσική μοντελοποίηση, δοκιμές προτύπων και μαθηματική μοντελοποίηση.

---

## 1.5.Παρουσίαση της διαδικασίας συνεχούς χύτευσης

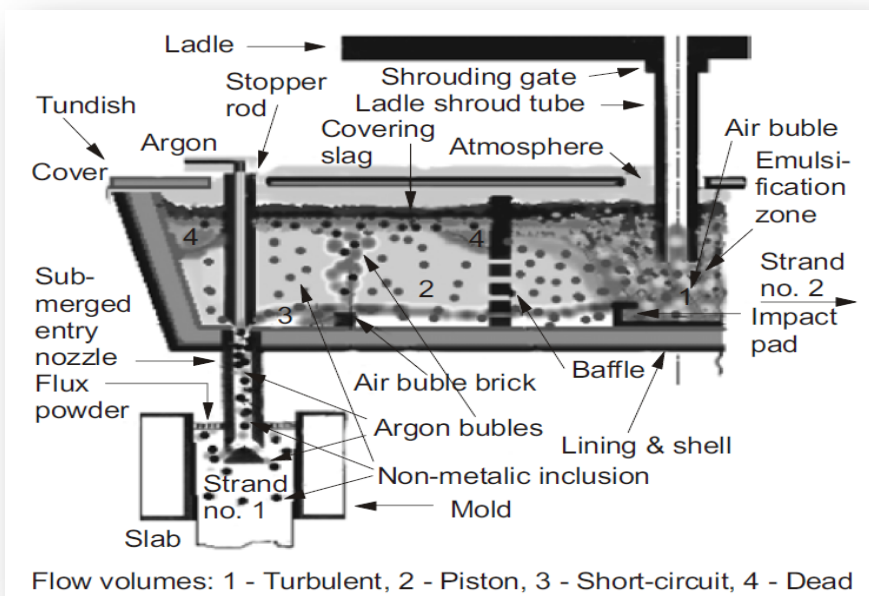
---

Η γραφική αναπαράσταση της διαδικασίας συνεχούς χύτευσης δίνεται στο Σχήμα 1.10, [Konac et al., 2003]. Αυτή η εικόνα δείχνει τις διαφορετικές οντότητες της διαδικασίας συνεχούς χύτευσης. Οι φορείς αυτοί είναι:

- ο κάδος (ladle) και shroud,
- το δοχείο στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish,
- το βυθισμένο ακροφύσιο εισόδου (SEN) και το καλούπι (mould) και
- το στερεοποιημένο σκέλος (strand) και το slab.

Παρακάτω περιγράφουμε την συνεχή διαδικασία της χύτευσης εν συντομία, [Dipak and Guthrie, 1999]. Απορρίμματα διαφόρων μετάλλων και μεταλλευμάτων λιώνουν μέσα σε ένα φούρνο (συνήθως σε μια κάμινο βασικού οξυγόνου ή κάμινο βολταϊκού τόξου) ανάντη της συνεχούς

χύτευσης. Το μέταλλο στην συνέχεια χύνεται από τον κλίβανο σε ένα κάδο (ladle), όπου υποβάλλεται σε μεταλλουργικές διεργασίες, πριν φτάσει στη συνεχή χύτευση, δηλαδή, περίσσεια οξυγόνου έχει αφαιρεθεί από το λιωμένο μέταλλο σε απαεριωτή κενού, ενώ μια σειρά από μεταλλουργικές φάσεις επεξεργασίας εξασφαλίζουν τη σωστή σύνθεση του υγρού μετάλλου μας. Το υγρό μέταλλο είναι προστατευμένο από τον αέρα με τη χρήση σκωρίας πάνω από το λιωμένο κυρίως σώμα του, [Thomas. 2003, Takuo Ando 1987].



Σχήμα 1.10. Λεπτομερής παρουσίαση του δοχείου στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish [Payadeh and Soltanieh, 2007]

Στην συνέχεια, ο κάδος χύνει το μέταλλο μέσω ενός κεραμικού ακροφυσίου που ονομάζεται shroud, στη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish. Το ακροφύσιο shroud χρησιμοποιείται για να προστατεύσει το μέταλλο από τον αέρα όταν θα ρέει από τον κάδο στη δεξαμενή

τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish. Μια βαλβίδα στην έξοδο του κάδου ελέγχει το ρυθμό ροής προς την δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish [Sahai and Emi, 2008; Takenouchi 1992]. Το υγρό μέταλλο και πάλι προστατεύεται από τον αέρα με ένα στρώμα σκωρίας για την πρόληψη της οξειδωσης που θα μπορούσε να επιτρέψει σε επιζήμια εγκλείσματα οξειδίων διαφόρων μετάλλων όπως του σιδήρου και χάλυβα να προκαλέσουν φθορά.

Το λιωμένο μέταλλο διασχίζει την δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish και εξέρχεται από αυτό μέσω ενός βυθισμένου ακροφύσιου εισόδου (SEN) μέσα σε ένα απύθμενο καλούπι με μορφή φόρμας. Τα τοιχώματα της φόρμας, συνήθως από χαλκό, είναι υδρόψυκτα, και αναγκάζουν στο μέταλλο να σταθεροποιηθεί στις πλευρές της φόρμας-καλούπι. Οι πλευρές του καλουπιού, συνήθως ταλαντεύονται για την αποτροπή του "κόλληματος" του μετάλλου επάνω σε αυτές.

Τα ράουλα κίνησης στη μηχανή χύτευσης αποσύρουνε διαρκώς την εδραίωση κελύφους από το καλούπι. Η ταχύτητα των κυλίνδρων ρυθμίζεται έτσι ώστε η ύλη που βγαίνει από το καλούπι να ισούται με αυτή που εισέρχεται στη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish έτσι ώστε ο μηχανισμός να εργάζεται σε σταθερή κατάσταση στο μεγαλύτερο μέρος του χρόνου, [Eisenkolb and Gerling, 1994; Wolf, 1996]. Πίδακες νερού που ψεκάζουν το σκέλος, καθώς βγαίνει από το καλούπι, δροσίζουν το σκέλος περαιτέρω, προκαλώντας την εδραίωση του κελύφους να αναπτυχθεί στον πυρήνα του σκέλους, [Shade, 1997]. Τα υποστηρικτικά ράουλα κρατούν πατημένο το σκέλος στη θέση του εως οτου ο πυρήνας του σκέλους στερεοποιηθεί. Ο πυρήνας του σκέλους συνεχίζει να στερεοποιείται για σημαντικό χρονικό διάστημα μετά την έξοδο του από το καλούπι. Το σημείο όπου όλη η πλάκα είναι πλήρως στερεοποιημένη μπορεί να είναι της τάξης των δεκάδων μέτρων κατάντη του καλουπιού. Το στερεοποιημένο σκέλος στο τέλος των κυλίνδρων κόβεται σε πλάκες από ένα ηλεκτρικό φακό

(torch). Αυτές οι πλάκες προχωρούν σε περαιτέρω επεξεργασία, π.χ., οι πλάκες που είναι θερμής και ψυχρής έλασης σε φύλλα, ράβδους, κάγκελα και άλλα σχήματα.

Λόγω της φύσης της μέθοδου της συνεχούς έλασης, η δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish ανέκαθεν ενεργούσε αποκλειστικά ως δεξαμενή. Όταν ένας κάδος αδειάσει τότε ένας νέος κάδος έρχεται στη θέση του. Στις τελευταίες δύο δεκαετίες, ο ρόλος της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish στη διαδικασία συνεχούς χύτευσης έχει εξελιχθεί από μια απλή δεξαμενή μεταξύ κάδου και καλουπιού να είναι ένας βαθμός διαχωρισμού, μία συσκευή αφαίρεσης ή ένταξης και ένας μεταλλουργικός αντιδραστήρας.

Ladle	Κάδος
Molten steel	Λειωμένος χάλυβας
Submerged entry nozzle	Μπέκ
Mold	Καλούπι
Liquid pool	Πυσίνα με υγρό
Spray cooling	Ψύξη με ψεκασμό
Strand	Σκέλος
Non ferrous alloy	Μη σιδηρούχα κράματα
Meniscus	Μηνίσκος
Support roll	Υποστηρικτικά ράουλα
Solidifying shell	Στερεό κέλυφος
Metallurgical length	Μεταλλουργικό μήκος
Holding furnace	Κλίβανος
Molten copper	Λειωμένος χαλκός
Liquid steel	Ρευστός χάλυβας
Refractory brick	Πυρίμαχα τούβλα
Protective slag layer	Προστατευτικό επίπεδο σκουριάς

Πίνακας 1.1. Πίνακας ονοματολογίας της συνεχούς χύτευσης.

Κατά την έναρξη της μελέτης αυτής, τα πρότυπα που παράγουν τελικά προϊόντα από υγρό λειωμένο μέταλλο στα διάφορα εργοστάσια και στη βαριά βιομηχανία στον κόσμο, αντιμετωπίζουν δυσκολίες σχετικά με την παραγωγή πιο οικονομικού και υψηλότερης ποιότητας χάλυβα μέσω της διαδικασίας της συνεχούς χύτευσης. Τυπικά προβλήματα αυτών των εγκαταστάσεων είναι, [Thomas and Brimacombe 1997, Thomas 2001]:

- ✓ Η υποβάθμιση ή η κατάργηση των χαλυβουργικών προϊόντων, εξαιτίας εγκλείσματος σκωρίας που παρασύρονται στο κάδο, στη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish και στο καλούπι.
- ✓ Η υποβάθμιση ή η κατάργηση των μεικτών τμημάτων στη διάρκεια της μετάβασης.
- ✓ Η υποβάθμιση ή η διάλυση του πρώτου τμήματος του νέου cast.
- ✓ Τα break outs στο σκέλος.
- ✓ Η απόφραξη ακροφύσιου λόγω στερεοποίησης του χάλυβα.
- ✓ Τα χαμηλά επίπεδα απόδοσης στη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish κατά την αποστράγγιση του στην δεξαμενή tundish στο τέλος μιας ακολουθίας λόγω σκωρίας και σχηματισμού δινών, [Mostafa and Monglia, 1988].

---

## 1.6. Πολυπλοκότητα της φυσικής διαδικασίας

---

Τα μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί περιλαμβάνουν τους βασικούς υπολογισμούς για τον σχεδιασμό του μηχανήματος, τον προσδιορισμό και την ποσοτικοποίηση των μηχανισμών των διαφόρων τύπων ελαττωμάτων, την αντιμετώπιση προβλημάτων με την προέλευση συγκεκριμένων ελαττωμάτων και βελτιστοποιώντας τις διάφορες συνθήκες της διαδικασίας για την αύξηση της παραγωγικότητας ή/και την ελαχιστοποίηση ελαττώματων, [AISI, 2006].

Όπως και οι περισσότερες εμπορικές διαδικασίες, η διαδικασία της συνεχούς χύτευσης συνεπάγεται την κλιμάκωση της πολυπλοκότητας των αλληλεπιδρώντων φαινομένων σε μηχανιστικό επίπεδο. Μερικά από τα σημαντικότερα φαινόμενα περιλαμβάνουν:

- ✓ Πλήρως τυρβώδη, παροδική κίνηση ρευστού σε μια περίπλοκη γεωμετρία (στόμιο εισόδου και σκέλος με υγρό μέταλλο), που επηρεάζονται από την ύπαρξη η μη φυσαλίδων αερίου/ αργού, και την ύπαρξη θερμικών και μοριακών κινήσεων, [Emit, 2005].
- ✓ Θερμοδυναμικές αντιδράσεις εντός και μεταξύ των φάσεων σε σκόνη και μέταλλο.
- ✓ Μεταφορά ροής και θερμότητας μέσω του υγρού και ημιστερεού στρώματος προς την επιφάνεια του υγρού μετάλλου.
- ✓ Δυναμική κίνηση των επιφανειών των ελεύθερων υγρών και του ορίου (interface), συμπεριλαμβανομένων των επιπτώσεων της επιφανειακής τάσης, ταλάντωσης και τη σοβαρότητα που προκαλείται από τα κύματα, και τη ροή σε διάφορες φάσεις.
- ✓ Μεταφορά της υπερθέρμανσης μέσα από το ταραχώδη λιωμένο μέταλλο.
- ✓ Μεταφορά της διαλυμένης ουσίας (συμπεριλαμβανομένης της αλληλοεπιροής κατά τη διάρκεια κάποιας αλλαγής αυτής).
- ✓ Μεταφορά της πολύπλοκης γεωμετρίας των θραυσμάτων μέσα στο υγρό μέταλλο, συμπεριλαμβανομένων των συνεπειών της πλευστότητας, της τυρβώδης αλληλεπιδράσης, και την πιθανή παγίδευση των στα τοιχώματα, στο ακροφύσιο εισόδου ή/και εξόδου φυσαλίδων αερίου, σταθεροποιώντας χαλύβδινα τοιχώματα και την επάνω επιφάνεια, [Tanaka et al., 1993].
- ✓ Θερμότητα, υγρό, και μηχανικές αλληλεπιδράσεις στην περιοχή του μηνίσκου μεταξύ των σταθεροποιώντας τον μηνίσκο των στερεών χείλων σκουριάς, της ροής του λιωμένου μετάλλου, των στρωμάτων



σκόνης και της ενσωμάτωσης σωματιδίων .

- ✓ Τη μεταφορά θερμότητας μέσω του χαλύβδινου κελύφους εδραίωσης, τη διασύνδεση μεταξύ της Shell και του καλουπιού, (το οποίο περιέχει στρώματα σκόνης και αυξανόμενα κενά αέρος), και του χάλκινου καλουπιού.
- ✓ Μαζική μεταφορά σκόνης κάτω από το χάσμα μεταξύ της Shell και του καλουπιού.
- ✓ Παραμόρφωση και φθορά των τοιχωμάτων της σκουριάς και τα ράουλα υποστήριξης.
- ✓ Πυρηνοποίηση των στερεών κρυστάλλων, τόσο στην τήξη όσο και στους τοίχους με την σκουριά, [Yoshida et al., 1988].
- ✓ Στερεοποίηση του κελύφους του μετάλλου, συμπεριλαμβανομένης της ανάπτυξης των κόκκων και μικροδομών, μετασχηματισμοί φάσης, σχηματισμός ιζήματος, και μικροδιαχωρισμοί.
- ✓ Συρρίκνωση και εδραίωση του χαλυβδινού κελύφους, λόγω θερμικής συστολής, μετασχηματισμοί φάσης και εσωτερικών πιέσεων, [Dipak and Guthrie. 1999, Joo and Cuthrie 1993].
- ✓ Η γέννηση τάσεων κατά την εδραίωση του χαλυβδινού κελύφους, που οφείλονται σε εξωτερικές δυνάμεις, (τριβή, σκουριά, διογκώση μεταξύ των ραούλων υποστήριξης, απόσυρση και βαρύτητα) θερμικές καταπονήσεις, ερπυσμός και πλαστικότητα (η οποία ποικίλλει ανάλογα με τη θερμοκρασία, τον βαθμό και τον ρυθμό ψύξης).
- ✓ Δημιουργία ρωγμών, λόγω εσωτερικών τάσεων και τη σύνθεση των προβλημάτων που εξαρτώνται από την ολκιμότητα, [ Sakao 1981, Sahai and Emi 2008].
- ✓ Ο συνδυασμός των δύο ειδών διαχωρισμών, δηλ. και στις μικροσκοπικές και στις μακροσκοπικές κλίμακες.

Λόγω της πολυπλοκότητας που αναφέρθηκε παραπάνω, δεν

μπορεί να υπάρχει μοντέλο που να περιλαμβάνει όλα τα φαινόμενα ταυτόχρονα. Μια βασική πτυχή της επιτυχούς ανάπτυξης ενός μοντέλου είναι η επιλογή κάποιων από τα βασικά φαινόμενα που παρουσιάζουν ενδιαφέρον και με κάποιο συγκεκριμένο στόχο να προχωρήσουμε στην μοντελοποίηση και την κατασκευή των εύλογων παραδοχών. Αυτά τα ζωτικής σημασίας φαινόμενα πρέπει να αντιμετωπίζονται μηχανιστικά, προκειμένου να αναπαραχθούν με ακρίβεια, [Yamagami et al, 1986].

---

## 1.7. Επίλυση της φυσικής διαδικασίας

---

Τα μηχανιστικά μοντέλα βασίζονται στην τήρηση των νόμων της διατήρησης της θερμότητας, της μάζας, της δύναμης, της ορμής με τον κατάλληλο χώρο και τις κατάλληλες οριακές συνθήκες. Κάθε φαινόμενο θεωρείται ότι αντιπροσωπεύεται από όρους σε αυτές τις εξισώσεις. Άλλα φαινόμενα μπορεί να αγνοηθούν ή να ενσωματωθούν με εμπειρικές σταθερές που λαμβάνονται μέσω του πειραματισμού και της βαθμονόμησης του μοντέλου. Οι εξισώσεις επιλύονται αρχικά με την χρήση πεπερασμένων διαφορών ή στοιχείων ή όγκων και κατόπιν επιλύονται αριθμητικά με τους υπολογιστές, οι οποίοι γίνονται όλο και πιο γρήγοροι και προσιτοί, Πίνακας 1.2.

Ο σχεδιασμός στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish παραδοσιακά πραγματοποιείται μέσω πειραματικών δοκιμών ή εγκαταστάσεων μοντελοποίησης με νερό. Για την πρώτη, λόγω της φύσης της διαδικασίας, είναι δύσκολο να έχουμε μια ακριβή γνώση του πεδίου ροής. Έμμεσες μετρήσεις, όπως ίχνη χαλκού και ανίχνευση οξυγόνου, δίνουν μια ένδειξη για το χρόνο παραμονής και την ένταξη των σωματίδιων που υπάρχουν στη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish. Η μοντελοποίηση με την βοήθεια του νερού από την άλλη πλευρά, με την προϋπόθεση ότι έχουμε ομοιότητα των αριθμών Reynolds και Froude σε

σταθερή κατάσταση που μπορεί να επιτευχθεί [Levenspiel, 1972; Sahai and Emi, 1996; Paradox Ramos et al., 2001; AWD, 1965] προσφέρει περισσότερη ενημέρωση σχετικά με τα χαρακτηριστικά ανάμιξης.

Areas in tundish	Inlet (central)	Others (peripheral)
Flow volumes	⇒ Turbulent ⇒ Short-circuit ⇒ Reverse	⇒ Laminar ⇒ Dead
Phenomena affecting of steel cleanliness	+ Collision and coagulation of non-metallic inclusions - Vortex generation under slag surface - Slag emulsifications and air gap entrainment	+ Forced coagulation and floatation of non-metallic inclusions, which are assimilated by covering slag - Short circuit - Thermal inverse
Application of the tundish metallurgy techniques	⇒ Micro-alloying ⇒ De-sulfuration ⇒ Modification of non-metallic inclusions ⇒ Slag rafination ⇒ Agitate of molten steel	⇒ Filtration molten steel ⇒ Heatings ⇒ Slag rafination ⇒ Soft bubbling - Ar ⇒ Flow control

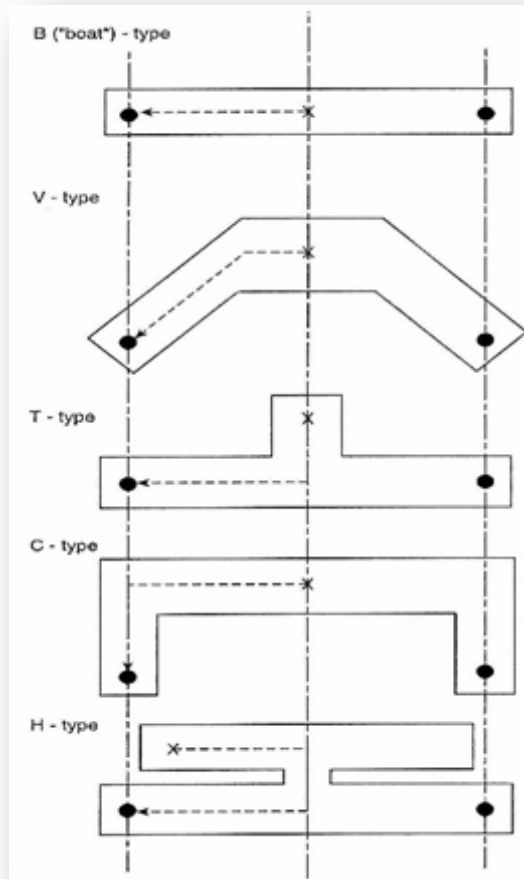
Πίνακας 1.2. Παρουσίαση θέσεων του δοχείου στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish σε σχέση με το είδος ροής και τα φαινόμενα που εξελίσσονται

Για να συμπεριλάβουμε τις θερμικές επιδράσεις, τα μοντέλα του νερού απαιτούν σημαντική τροποποίηση για την αντιμετώπιση των συνεπειών όπου η πλευστότητα και η φυσική συναγωγή παίζουν μετρήσιμο ρόλο [Miyazawa and Schwerdtfeger, 1981; Launder and Spalding, 1974]. Με την έλευση των ισχυρών ηλεκτρονικών υπολογιστών, του λογισμικού προσομοίωσης της ροής των υγρών και της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής (CFD), έχουμε αποκτήσει ένα εναλλακτικό εργαλείο με το οποίο η αξιολόγηση των διάφορων σχεδίων και τύπων στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish [Thomas, 2001; Yahkot and Orszag,

1992; Miki and Thomas, 1999] είναι σχετικά πιο εύκολη από παλαιότερα.

Ετσι, όχι μόνο μπορούν να ενσωματωθούν οι θερμικές επιδράσεις, αλλά και κάθε λεπτομέρεια του πεδίου ροής γίνεται διαθέσιμη για την εξαγωγή των μέτρων απόδοσης. Σχετικές δημοσιεύσεις [Damle and Sahai, 1995], έχουν δείξει ότι τόσο μαθηματικά όσο και πειραματικά, η χρήση ενός ιχνηθέτη (tracer) που έχει πυκνότητα μεγαλύτερη από αυτή που έχει το υγρό στη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish αλλάζει το προφίλ ροής του εντός της δεξαμενής. Αυτό συμβαίνει λόγω των δυνάμεων της άνωσης που προκύπτουν και λόγω των διακυμάνσεων της πυκνότητας στο εσωτερικό του υγρού μέσα στη δεξαμενή. Αυτές οι παραλλαγές της πυκνότητας προκύπτουν από διαφορετικές συγκεντρώσεις του ιχνηθέτη σε όλο το σώμα του υγρού στη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish, και διαφέρουν τόσο με τη θέση και το χρόνο μέσα στην δεξαμενή αλλά και με τη συγκέντρωση των αλλαγών του ιχνηθέτη σε σχέση με το χρόνο. Έτσι, στην περίπτωση που η μοντελοποίηση μιας ροής είναι μια ισοθερμική ροή σε σταθερή κατάσταση, θα πρέπει να ληφθεί μέριμνα για να εξασφαλιστεί ότι ο ανιχνευτής που χρησιμοποιείται για τη μελέτη της συμπεριφοράς της ροής στη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish θα πρέπει να έχει μια πυκνότητα κοντά σε αυτή του πραγματικού υγρού, [Emi, 1999]. Η ποσότητα του χάλκινου ιχνηθέτη που χρησιμοποιείται ενδέχεται να έχει σημαντική επίπτωση στην καμπύλη RTD και στα χαρακτηριστικά της ροής του ρευστού. Από την άλλη μεριά, το μαθηματικό μοντέλο, με την ενσωμάτωση της δύναμης άνωσης στην εξίσωση της διατήρησης της ορμής, μπορεί να περιγράψει με ακρίβεια τη συμπεριφορά της ροής ακόμα και όταν ο ιχνηθέτης έχει πυκνότητα διαφορετική από αυτή του υγρού στη δεξαμενή tundish. Ετσι, η αποτελεσματικότητα της χρήσης των μαθηματικών μοντέλων για τη μελέτη της συμπεριφοράς της ροής της συνεχής χύτευσης στην δεξαμενή tundish δεν αμφισβητείται.

## 1.8.Ο ρόλος της δεξαμενής στην συνεχή χύτευση



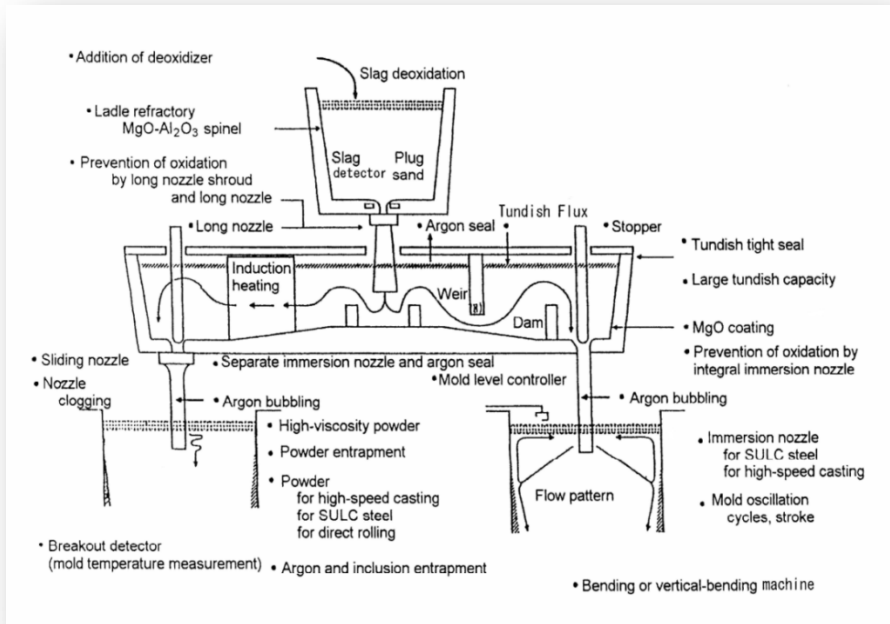
Σχήμα 1.11. Κατόψεις διαφόρων δοχείων tundish [Wolf, 1996]

Για να μεταφέρθει το τελείως λειωμένο τήγμα στο καλούπι σε μία μηχανή συνεχούς χύτευσης, ένα ενδιάμεσο δοχείο, που ονομάζεται δεξαμενή tundish, χρησιμοποιείται. Κατόψεις τέτοιων δοχείων φαίνονται στο Σχήμα 1.11 [Okimori, 1996] και είναι ένα ορθογώνιο μεγάλο πυρίμαχο δοχείο, το οποίο μπορεί να έχει ένα επενδεδυμένο πυρίμαχο κάλυμμα στην κορυφή. Στον πυθμένα έχουμε το λιγότερο μια και πολλές φορές

περισσότερες θύρες ακροφυσίου με ολισθητήρα πύλη ή/και ράβδο πώμα για τον έλεγχο της ροής του μετάλλου. Το δοχείο συχνά χωρίζεται σε δύο τμήματα: ένα τμήμα εισόδου, το οποίο έχει γενικά ένα πλαίσιο ροής και όπου ο τηγμένος χάλυβας τροφοδοτείται από την κουτάλα και ένα τμήμα εξόδου από την οποία τροφοδοτείται τήγμα μέσα στο καλούπι. Διάφορες συσκευές ελέγχου ροής, όπως φράγματα, υπερχειλιστήρες, διαφράγματα με σπές, κλπ., μπορεί να διατάσσονται κατά το μήκος του δοχείου. Η κάτοψη των διαφόρων σχημάτων στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish δείχνεται στο Σχήμα 1.11, [Wolf, 1996]. Οι διακεκομμένες γραμμές στο σχήμα 1.11 υποδεικνύουν την διαδρομή του τήγματος από την είσοδο προς την έξοδο του δοχείου. Η προτίμηση να είναι η συγκεκριμένη διαδρομή όσο γίνεται μεγαλύτερη προτείνεται με στόχο να παρατείνει τον χρόνο παραμονής της τήξης αλλά και για την προώθηση της επίπλευσης των επιφανειακών εγκλεισμάτων.

Το δοχείο προορίζεται να παραδώσει το τετηγμένο μέταλλο ομοιόμορφα στα καλούπια και με έναν σχεδιασμένο ρυθμό απόδοσης και ελέγχου της θερμοκρασίας με στόχο να μην εμπεριέχεται μόλυνση από εγκλείσματα στο τελικό προϊόν, [Zorcut et al., 2007]. Ο αριθμός των καλουπιών είναι συνήθως 1 ή 2 για ένα χυτήριο πλακών, 2 έως 4 για μία άνθιση άχνη, και 4 έως 8 για μπιγέτα. Ο ρυθμός παροχής τήγματος εντός του καλουπιού διατηρείται σταθερός με αντίστοιχη διατήρηση του ύψους του τήγματος σταθερή μέσα στο δοχείο. Οποιοσδήποτε επιπλέον έλεγχος του ρυθμού παράδοσης επηρεάζεται από τις κουτάλες που συνεχίζουν να τροφοδοτούν με τηγμένο χάλυβα το καλούπι όταν θα σταματήσει να εισέρχεται τήγμα, καθιστώντας ετσι την διαδοχική χύτευση από έναν αριθμό από κουτάλες δυνατή, [Thomas, 2001]. Το δοχείο που λειτουργεί ως δεξαμενή κατά τη διάρκεια των περιόδων αλλαγής του τήγματος περιλαμβάνει την επανοξείδωση του τήγματος με αέρα, τον ανασχηματισμό οξειδωτικών λόγω της σκουριάς στην κουτάλα, και την ενσωμάτωση της

στο λειωμένο μίγμα με αποτέλεσμα τη γαλακτωματοποίηση των εν λόγω σκουριών εντός του τήγματος. Αυτοί οι εγκλεισμοί πρέπει να επιπλέουν έξω από το τήγμα κατά τη ροή του μέσω του δοχείου και προτού οδηγηθεί μέσα στο καλούπι.



Σχήμα 1.12. Ένα πλήρες σύστημα παραγωγής συνεχούς χύτευσης μαζί με όλες τις λεπτομέρειες για την καθαρότητα του αποτελέσματος, [Okimori, 1996]

Στο παρελθόν, όταν η μεταλλουργία κάδο (π.χ. κλιβάνου κουτάλας, LF) δεν είχε πλήρως αναπτυχθεί, η δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου αναμενόταν να λειτουργεί ως μια συσκευή ραφινάρισματος του τήγματος που μεταφέρονταν από τον κάδο όπου εγκλείσματα δεν είχαν πλήρως αφαιρεθεί, [Yamagami et al., 1986]. Χωρίς LF επεξεργασία, η αποξειδωμένη τήξη είχε μακρό-εγκλείσματα και ένας μεγάλος αριθμός πολύ

μικρών εγκλείσματος που θα μπορούσαν να σχηματίσουν συσσωματώματα κατά τη διάρκεια της τήξης και της μεταφοράς, [Bulko and Kijas, 2010]. Έτσι η ύπαρξη ενός δοχείου θα ήταν σε θέση να μειώσει κάποια κλάσματα των μακρο-εγκλεισμάτων από το τήγμα, να ρυθμίσει τις χημικές συνθέσεις, και να κάνει τον έλεγχο της θερμοκρασίας τήγματος σε ένα κατάλληλο επίπεδο για την τροφοδοσία του μέσα στο καλούπι. Με τη χρήση του LF και/ή του απαεριωτή τήξης η καθαριότητα έχει βελτιωθεί σημαντικά τα τελευταία χρόνια με στόχο να ανταποκριθεί στις ολοένα αυστηρές απαιτήσεις των πελατών.

Μια επισκόπηση του ρόλου και των λειτουργιών της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish στη διαδικασία συνεχούς χύτευσης και η σημασία της στην παραγωγή καθαρού χυτευμένου χάλυβα περιγράφονται παρακάτω, όπου:

- ✓ Αποδέχεται χάλυβα τήγματος από την κουτάλα και τον παραδίδει στα καλούπια της συνεχής χύτευσης με ελάχιστη μόλυνση, ομοιόμορφα και με τον επιθυμητό ρυθμό ροής και θερμοκρασίας, [Thomas, 2001].
- ✓ Η δεξαμενή τύπου tundish είναι επενδεδυμένη με πυρίμαχο υλικό που αποτελείται από έναν αγωγό εισόδου και εξόδου, έχει τμήματα και μερικές φορές υπάρχουν συσκευές ελέγχου ροής, όπως φράγματα και υδατοφράκτες ή ένα διάφραγμα με οπές, κατά το μήκος του. Μπορεί να είναι επενδεδυμένο και με πυρίμαχο καπάκι, να έχει θυρίδες πυθμένα, οι οποίες συναρμολογούνται με θύρες ολίσθησης ή ράβδους πώματος διαμέσου των οποίων το τήγμα ρέει προς το καλούπι.
- ✓ Η επανοξειδωση του χάλυβα λόγω του εισερχόμενου ρεύματος αέρα εμποδίζεται με τη χρήση ενός μακριού ακροφυσίου βυθισμένου μέσα στο τήγμα του χάλυβα στο δοχείο ή από ένα σωλήνα καλυμμένο με ροή αερίου Ar, [Thomas, 2004].
- ✓ Το μακρύ ακροφυσίο ή η τυλιγμένη σωλήνα χρησιμεύει για τη μείωση



- της γαλακτωματοποίησης της σκωρίας του χάλυβα μέσα στο τήγμα.
- ✓ Οι διάφορες συσκευές ελέγχου ροής που υπάρχουν στο δοχείο έχουν σαν σκοπό την αύξηση του χρόνου παραμονής τήξης και ταυτόχρονα βοηθούν στη μείωση των διαφόρων προσθηκών που προέρχονται από επανοξείδωση του αέρα και την γαλακτωματοποίηση της σκωρίας. Την ίδια στιγμή, οι συστάδες των συσσωματωμένων εγκλείσματος αλουμίνιας μειώνονται με επίπλευση αυτών των εγκλεισμάτων.

---

## 1.9.Παράμετροι σωστής λειτουργίας

---

Υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός από παραμέτρους που επηρεάζουν την σωστή λειτουργία της δεξαμενής τεκτημένου μετάλλου τύπου tundish. Δύο όμως από αυτές που είναι και οι ουσιαστικότεροι είναι η ταχύτητα ροής του υγρού μετάλλου και η θερμοκρασία.

Η ταχύτητα ροής έχει να κάνει με το είδος του ρευστού, το ιξώδες του, την συμπεριφορά του, την ωριαία παροχή, την ποιότητα και ποσότητα των παραγόμενων προϊόντων, κλπ.

Η θερμοκρασία εξαρτάται από τις απώλειες από τα τοιχώματα και την ελεύθερη επιφάνεια, τη διάρκεια της χύτευσης, την διάμετρο της σπής ροής, την διαφορά θερμοκρασίας του υγρού που εισάγεται στη δεξαμενή με της υπάρχουσας ποσότητας που θέλουμε να μην ξεπερνά τους 33°C, [Dipak and Guthrie, 1999;, Ramos, 2001;, Damle and Sahai, 1995].

Άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν την σωστή λειτουργία είναι η ταχύτητα της δευτερεύουσας ψύξης, η παρουσία επιβλαβών ουσιών, σκουριάς, κλπ., οι διαστάσεις της δεξαμενής, η κλίση αυτής κ.λ.π.

---

### 1.9.1.Η μετάδοση της θερμότητας

---

Στη διαδικασία της συνεχής χύτευσης το λιωμένο μέταλλο παραλαμβάνεται από τον πυθμένα της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish προς μια κοιλότητα του καλουπιού. Εδώ, το νερό ψύχει τα υδρόψυκτα τοιχώματα του καλουπιού για να σταθεροποιήσει το κέλυφος αφαιρώντας του θερμότητα. Το shell έχει αποσυρθεί από τον πυθμένα του καλουπιού σε «ταχύτητα χύτευσης» που ταιριάζει με την ροή του στο μέταλλο, έτσι ώστε η διαδικασία να λειτουργεί ιδανικά σε σταθερή κατάσταση. Κάτω από το καλούπι, σπρέι νερού ψεκάζεται αποσπώντας ποσά θερμότητας από την επιφάνεια, και ο πυρήνας του σκέλους γίνεται τελικά πλήρως στερεός όταν φτάσει στο επιθυμητό μεταλλουργικό μήκος.

Τα μοντέλα θερμικής ροής είναι αυτά που χρησιμοποιούνται για το βασικό σχεδιασμό και την αντιμετώπιση προβλημάτων αυτής της διαδικασίας. Για να μπορέσουμε να λάβουμε υπόψη μας την υπερθέρμανση, ή/και την εξέλιξη της θερμοκρασίας στο στερεό κέλυφος, χρειάζεται να επιλύσουμε μια πρόσθετη εξίσωση για τη μεταφορά θερμότητας,

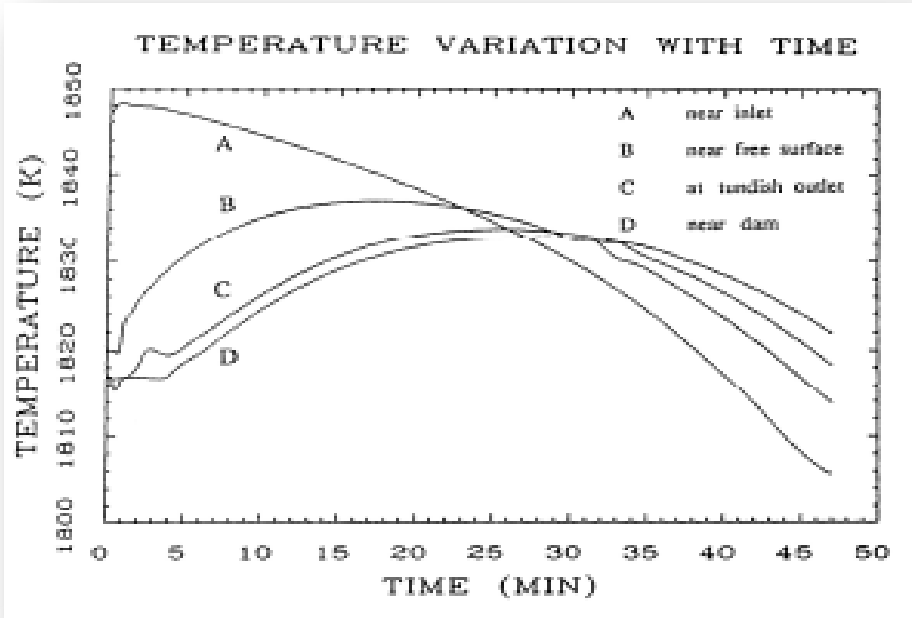
$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho H) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i H) = \frac{\partial}{\partial x_i}(k_{\text{eff}}) \frac{\partial T}{\partial x_i} + Q \quad (1.1)$$

Οι Szekely et al., (1973) πρότειναν το πρώτο μοντέλο μελέτης της ροής υγρών σε συνδυασμό με τη μεταφορά θερμότητας και την στερεοποίηση της συνεχής χύτευσης στο καλούπι υποθέτοντας ροή δυναμικού, ενώ αργότερα, χρησιμοποίησαν ένα πλήρες μοντέλο τύρβης. Οι Choudhary et al., (1974) μοντελοποίησαν την τυρβώδη ροή και την μεταφορά ενέργειας εντός της ευαίσθητης περιοχής, χρησιμοποιώντας ένα πλήρες μοντέλο και σύγκριναν τα αποτελέσματά τους με πειραματικά δεδομένα.

Η θερμοκρασία,  $T$  εξαρτάται από τις θερμοκρασιακές ιδιότητες του υλικού όπως η αποτελεσματική θερμική αγωγιμότητα (effective heat conductivity)  $k_{\text{eff}}$ , η πυκνότητα  $\rho$ , η ταχύτητα  $v$ , οι διαφορές πηγές θερμότητας  $Q$ , και οι οριακές συνθήκες. Η λανθάνουσα θερμότητα και η θερμοχωρητικότητα ενσωματώνονται στην καταστατική εξίσωση με την ενθαλπία  $h$  που πρέπει να παρέχεται με την θερμοκρασία. Η αξονική θερμική αγωγιμότητα (axial heat conduction) μπορεί να αγνοηθεί σε μοντέλα της συνεχούς χύτευσης μετάλλου, γιατί είναι μικρή σε σχέση με την αξονική μεταφορά (axial advection), όπως υποδεικνύεται από το μικρό αριθμό βηματικής ή στιγμιαίας μεταβολής ((ταχύτητα χύτευσης - πάχος κελύφους) / θερμική διάχυση). Έτσι, τα Lagrangian μοντέλα για μια οριζόντια φέτα από το σκέλος έχουν δώσει με μεγάλη επιτυχία αποτελέσματα για το υγρό μέταλλο μας, ιδίως στην περίπτωση του χάλυβα, [Emi, 2005]. Η συνεχής χύτευσης του αλουμινίου έχει ένα μικρό μεταλλουργικό μήκος, λόγω της υψηλής θερμικής αγωγιμότητας και της αργής ταχύτητας χύτευσης, έτσι ώστε η υπόθεση αυτή δεν μπορεί να γίνει, Σχήμα 1.13.

Η μεταφορά της θερμότητας στην περιοχή του καλουπιού ελέγχεται κυρίως από την θερμική αγωγιμότητα κατά μήκος της διεπαφής μεταξύ της επιφάνειας του κελύφους εδραίωσης και του καλουπιού. Η μεγαλύτερη δυσκολία στην ακριβή μοντελοποίηση της ροής θερμότητας είναι ο προσδιορισμός της μεταφοράς θερμότητας σε αυτό το κενό,  $q_{\text{gap}}$ , όπου ποικίλλει ανάλογα με το χρόνο, τη θέση, το πάχος του  $q_{\text{gap}}$  και τις ιδιότητες του αερίου ή τα στρώματα λίπανσης που γεμίζουν το κενό  $q_{\text{gap}}$ , [Thomas, 2001] και υπολογίζεται από την σχέση:

$$q_{\text{gap}} = \left[ h_{\text{ref}} + \frac{k_{\text{gap}}}{d_{\text{gap}}} \right] (T_{\text{in}} - T_{\text{gap}}) \quad (1.2)$$



Σχήμα 1.13. Η μεταβολή της θερμοκρασίας σε διακριτά σημεία στην δεξαμενή τύπου tundish, [Chakraborty and Sahai, 1992]

Όταν η συρρίκνωση του μετάλλου δεν ταιριάζει με την κωνικότητα των τοιχωμάτων του καλουπιού, τότε κενά αέρα μπορεί να σχηματιστούν, ειδικά στις γωνίες. Αυτό, μειώνει σημαντικά τη ροή θερμότητας. Προηγμένα μοντέλα προσομοιώνουν το καλούπι, τη διασύνδεση και το κέλυφος και χρησιμοποιούν μοντέλα συρρίκνωσης για να προβλέψουν το μέγεθος της διαφοράς  $\alpha_{gap}$ . Στην περίπτωση που το μέταλλο μας είναι χάλυβας τα μοντέλα που υπάρχουν διαθέτουν μια λεπτομερή μελέτη του περιβάλλοντος, της θερμότητας, της μάζας, της ορμής και των υπολοίπων για την ροή στο διάκενο και την επίδραση των ατελειών της επιφάνειας κελύφους στη ροή θερμότητας και την ροή. Το αποτέλεσμα είναι ότι στο μοντέλο έχουμε λάβει υπόψη μας τον συνδυασμό της ροής στο λιωμένο

μέταλλο με την υπερθέρμανση στο εσωτερικό του κελύφους που δρά σαν επιβραδυντικός στερεοποιητής. Μοντέλα υπολογισμού της ροής θερμότητας στο καλούπι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να προσδιορίσουν αποκλίσεις από την κανονική λειτουργία και έτσι να προβλέψουν τα προβλήματα ποιότητας στο χρόνο για να λάβουν διορθωτικά μέτρα, όπως επικείμενα breakouts ή επιφάνειες καταθλίψεις.

---

### 1.9.2.Η επίδραση της κλίσης των τοιχωμάτων

---

Εχει επισημανθεί ότι σε δεξαμενές τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish με κάθετους και επικλινείς τοίχους (<5 μοίρες) τα χαρακτηριστικά για την ροή των υγρών διαφέρουν σημαντικά. Στην περίπτωση όμως που η κλίση των τοιχωμάτων είναι μεγαλύτερη δεν υπάρχουν σημαντικές διαφορές στα διάφορα χαρακτηριστικά της ροής του υγρού μετάλλου μας. Μια πρώτη διαφορά στην αλλαγή της συμπεριφοράς της ροής φαίνεται για κλίση ανάμεσα στις 10 και 15 μοίρες ενώ τα αποτελέσματα για κλίση στις 20 μοίρες είναι παρόμοια με την προηγούμενη. Όμως, αλλαγές στην ροή του υγρού μετάλλου μας που είναι εντυπωσιακές έχουμε όταν η κλίση στα τοιχώματα του δοχείου στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish λαμβάνει μικρές τιμές (<5 μοίρες), [He and Sahai, 1990; Chakraborty and Sahai, 1991].

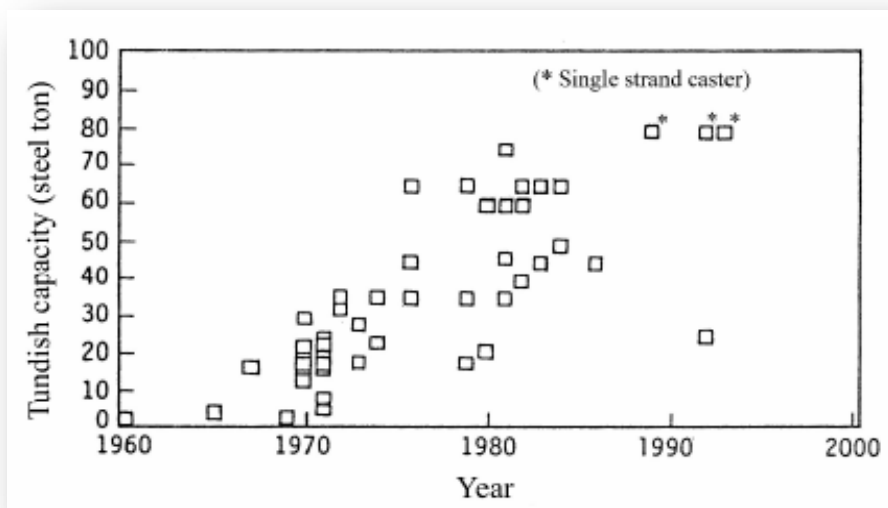
Ορισμένες ιαπωνικές εταιρείες χρησιμοποιούν δεξαμενές τετηγμένου μετάλλου τύπου tundishes με διπλά κεκλιμένα τοιχώματα. Το χαρακτηριστικό αυτής της ροής στη δεξαμενή είναι ότι το λιωμένο μέταλλο ρέει κατάντη προς το δεξιά τοίχωμα και η ταχύτητα είναι μοναδική σε διαφορετικά υψόμετρα σε εγκάρσια επίπεδα, [He and Sahai, 1987]. Το άλλο χαρακτηριστικό είναι η αποδυνάμωση της ροής ανακυκλοφορίας, που κατεβαίνει στη μέση και ανεβαίνει κοντά στους τοίχους. Αυτός μπορεί να

είναι ο λόγος που η ροή είναι τόσο καλή στο μισό κατόντη της περιοχής στη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish, [Bulko and Kijac, 2010].

---

### 1.9.3.Η επίδραση του γεωμετρικού σχήματος

---



Σχήμα 1.14. Η μεταβολή του όγκου των δεξαμενών στα χρόνια 1960 – 2000 [Ohji,1994]

Η πιο σημαντική παράμετρος για την γεωμετρία του δοχείου στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish είναι ο λόγος του μήκους  $L$  ως προς το ύψος  $H$ . Έχει βρεθεί ότι η χαμηλή τιμή του  $L/2H$  μπορεί να είναι ακατάλληλη και γι αυτό είναι καλύτερα να επιλέγουμε τιμές άνω του 3,5, δηλ.  $L/2H > 3.5$ . Διαφορετικά, μετά την είσοδο του εισερχόμενου λιωμένου μετάλλου το οποίο αρχικά πηγαίνει προς τα κάτω στη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish, μπορεί να μην έχει την δυνατότητα να ανέλθει αρκετά ώστε να μπορέσει να συνεχίσει την ροή του προς τον έξοδο από τη δεξαμενή μέσω του ακροφυσίου.

Αυτή η ροή θα προσφέρει λίγες ευκαιρίες στα θραύσματα να μπορέσουν να επιπλέψουν έξω από την ροή τους και θα συμπαρασυρθούν προς το ακροφύσιο εξόδου SEN δημιουργώντας προβλήματα, [Youduo and Sahai, 1990]. Τα τελευταία χρόνια έχουν επικρατήσει όλο και μεγαλύτερες δεξαμενές τύπου tundish, καταλήγωντας σαν επικρατέστερο όγκο δεξαμενής περίπου από 60 – 70 ton, Σχήμα 1.14. Ταυτόχρονα καταλήξανε ότι οι καλύτερες διαστάσεις της δεξαμενής είναι όταν ισχύουν οι αναλογίες  $1.2 < H/W < 1.3$  πέραν του ανωτέρω αναφερθείσα περιορισμού.

---

#### 1.9.4.Η επίδραση της ύπαρξης των εγκλεισμάτων

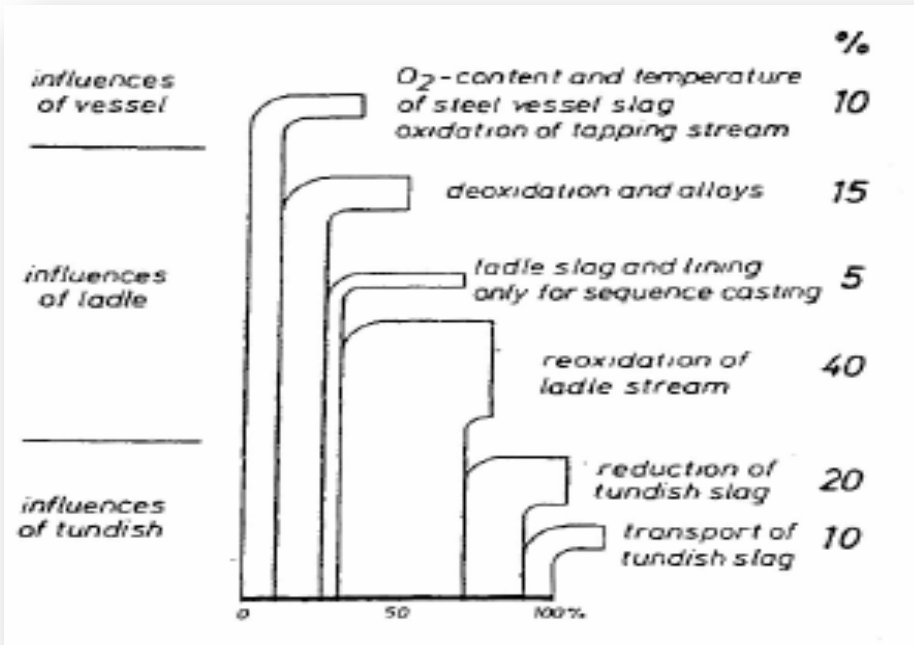
---

Ο χάλυβας, ως δομικό υλικό, έχει πλεονεκτικές ιδιότητες όπως η αντοχή, η ελατότητα, και η ανθεκτικότητα. Η ολκιμότητα περιλαμβάνει την ικανότητα του ελκυσμού, της κρύας διαμορφωσιμότητας και την δυσθραυστότητα σε χαμηλή θερμοκρασία, ενώ η ανθεκτικότητα είναι έναντι της φθοράς, της κόπωσης, της πυρόλυσης, και της διάβρωσης. Η ολκιμότητα και η ανθεκτικότητα μειώνονται σημαντικά λόγω της ύπαρξης μεγάλου μεγέθους μη μεταλλικών εγκλεισμάτων στον χάλυβα. Χάλυβας με τέτοιες προσθήκες μπορεί να ονομαστεί «βρώμικος» χάλυβας. Μόνο «καθαρός» χάλυβας, με μικρότερο αριθμό ομοιόμορφων κατανεμημένων μικρού μεγέθους εγκλεισμάτων, μπορεί να ανταποκριθεί στην αυξανόμενη ζήτηση για καλύτερη ολκιμότητα και ανθεκτικότητα που απαιτείται για τις εφαρμογές μας, [Joo et al. 1993A & 1993B, Eisenkolb and Gerling, 1994].

$$u_{rel,i} = u_i - u_{p,i} \quad (1.3)$$

$$C_D = a_1 + \frac{a_2}{Re_p} + \frac{a_3}{Re_p^2} \quad (1.4)$$

$$Re_p = \frac{\rho d_p |\vec{u}_{rel}|}{\eta} \quad (1.5)$$

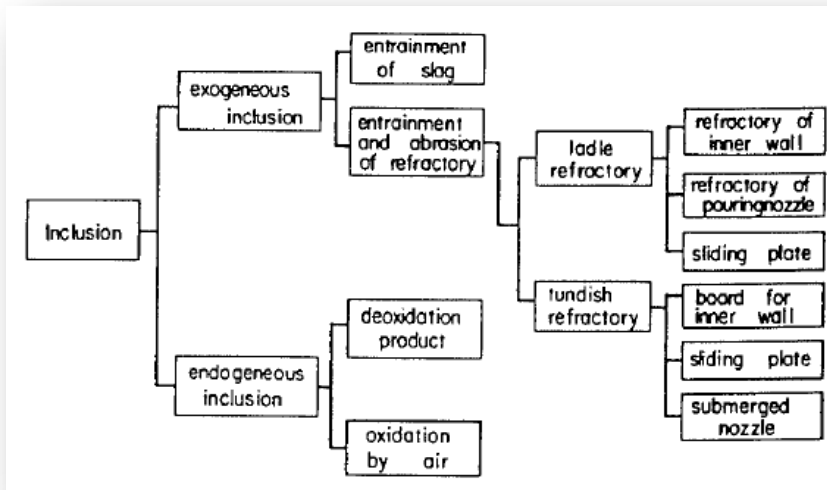


Σχήμα 1.15. Οι παράγοντες που επηρεάζουν τον αριθμό των εγκλεισμάτων.

Λέγοντας μη μεταλλικά εγκλείσματα περιλαμβάνουμε οξειδία, σουλφίδια, νιτρίδια, καρβίδια, και ενώσεις των ή σύνθετα αυτών. Τα σουλφίδια, καρβίδια, και νιτρίδια καθιζάνουν υπό κανονικές συνθήκες κατά τη διάρκεια της ψύξης του χάλυβα κάτω από συγκεκριμένες θερμοκρασίες. Η ύπαρξη των μικρών σωματιδίων ιδιαίτερα των εγκλεισμάτων οξειδίων, σουλφίδια, καρβίδια και νιτρίδια, έχουν χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο της μικροδομής και για τη βελτίωση των ιδιοτήτων του χάλυβα, σχήμα 1.15.



Ωστόσο, τα περισσότερα από τα μεγάλα εγκλείσματα οξειδίου και μερικά εγκλείσματα σουλφιδίου έχουν σχηματιστεί ενώ ο χάλυβας ήταν σε υγρή κατάσταση, [Sinha and Sahai, 1993].



Σχήμα 1.16. Πιθανές αιτίες για την εμφάνιση των ανωμαλιών στην δεξαμενή

Αν δεν αφαιρεθούν από το λιωμένο ασάλι πριν από τη στερεοποίηση, μπορούν να προκαλέσουν βλάβες στα προϊόντα της χύτευσης, να δημιουργήσουν δυσκολίες και αποτυχίες επεξεργασίας, να μειώσουν την παραγωγικότητα, να υποβαθμίσουν τις ιδιότητες των προϊόντων και να μειώσουν την απόδοση υψηλής ποιότητας, [Raja, 2009].

Το δοχείο αφαιρεί συνήθως τα περισσότερα από τα μεγάλα αυτόχθονα εγκλείσματα, αφήνοντας μόνο μία μικρή ποσότητα με διάμετρο 20-50 μm να αιωρούνται στο τήγμα. Στη δεξαμενή tundish μας ενδιαφέρουν τα εγκλείσματα που η ταχύτητα των είναι μεγαλύτερη της ταχύτητας ροής του υγρού μετάλλου ή το μέγεθος των είναι πάνω από τα 50μm και αυτό διότι τα ανωτέρω εγκλείσματα ανεβαίνουν στην επιφάνεια της δεξαμενής

όπου και συλλέγονται. Η ύπαρξη εγκλεισμάτων μεγαλύτερων των 50 μm, μπορεί να συμβεί αλλά είναι εξωγενούς προέλευσης. Μακρο-εγκλείσματα ονομάζονται όταν το μέγεθος των είναι άνω των 50μm ενώ κάτω των 50μm λέγονται μικρο-εγκλείσματα, Πίνακας 3Α, [Okimori,1996].

Τα σύγχρονα μηχανήματα είναι υψηλής παραγωγικότητας και παράγουν προϊόντα με τουλάχιστον ελάχιστα πιθανά ελαττώματα ή θραύσματα. Ατελειες της επιφανείας, όπως φουσκάλες, λωρίδες ή κηλίδες σκουριάς προκαλούν ορατά ελαττώματα στην επιφάνεια και το προϊόν κινδυνεύει να απορριφθεί ως ελαττωματικό. Το μέγιστο αποδεκτό μέγεθος των ανωμαλιών αυτών είναι 50μm. Στο Σχήμα 1.16 μπορούμε να δούμε τις πιθανές πηγές για την παραγωγή αυτών των ανωμαλιών.

Το σύνολο των αντιδράσεων για την δημιουργία των εγκλεισμάτων περιγράφεται από τις επόμενες σχέσεις, [Sakao, 1981]:

$$n[M] + m[O] = M_nO_m \quad (1.6)$$

$$\Delta G^o = -RT \ln K \quad (1.7)$$

$$K = a_{M_nO_m} / (\gamma_M)^n [M]^n (\gamma_O)^m [O]^m \quad (1.8)$$

Όπου ΔG είναι η ενέργεια ισορροπίας του Gibbs, R η σταθερά των αερίων και [M] εκφράζει την κάθε πρόσμιξη μας δηλ Mn, Si, Al, Ca, Mg, κλπ. Τέλος με [O] εκφράζουμε την ποσότητα του οξυγόνου που εισέρχεται λόγω της οξειδωσης, [Taylor and Chipman, 1943; Rein and Chipman, 1965]. Έχει δειχθεί ότι η οξειδωση με το αλουμίνιο έχει και την μεγαλύτερη

σημασία και ο υπολογισμός αυτής καθορίζει σχεδόν το σύνολο των εγκλεισμάτων, [Itoh, Hino and Banya, 1997]

\

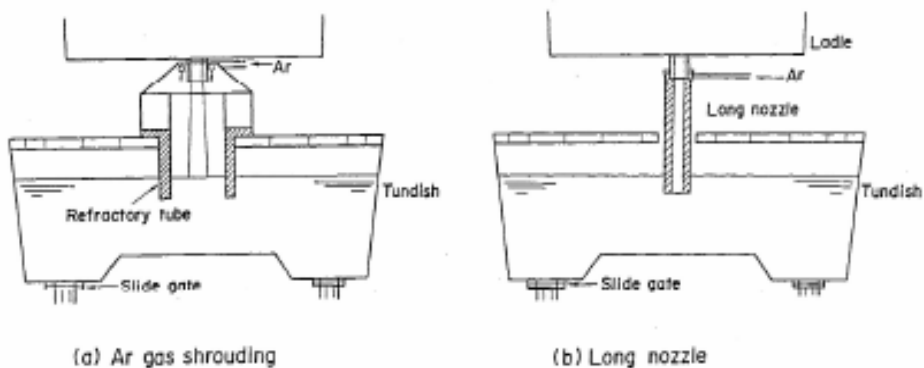
Προϊόντα χάλυβα	Κρίσιμο μέγεθος $\mu\text{m}$	
	Slab	Bloom
Cold rolled sheet	240	
DI-Can	50	
UOE-Pipe	200	
ERW-Pipe	140	
Cold Forgings		100
Steel Cord		30
Ball Bearings	15	
Typical composition	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> , CaO-(MgO)-Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> , CaO-Na <sub>2</sub> O-SiO <sub>2</sub> -Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> , CaO-MgO-SiO <sub>2</sub> -Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	

Πίνακας 1.3. Κρίσιμο μέγεθος των μακροοικονομικών προσθηκών που προκαλούν διαταραχές στην διαδικασία και ελαττώματα στο τελικό προϊόν.

Ετσι για την περίπτωση όπου έχουμε μια μικρή αλλά αρκετά σύνηθης ποσότητα οξυγόνου που εγκλωβίζεται στην διαδικασία μας, 20ppm, η κατανομή του μεγέθους και η πυκνότητα του αθροίσματος των εξωγενών και των αυτοχθόνων εγκλεισμάτων δίνονται χονδρικά από την σχέση:

$$N(r) = N_0 \exp(-\phi r) \quad (1.9)$$

Όπου  $N_0$  είναι η πυκνότητα των μικρότερων διακριτών εγκλεισμάτων (~ 0,5 μm σε διάμετρο) σε μονάδα όγκου του τήγματος,  $r$  είναι η ακτίνα των εγκλεισμάτων, και  $\phi$  είναι μία σταθερά. Για  $r=0,5\mu\text{m}$ , το  $N_0$  είναι της τάξης των  $10^6\sim 10^7/\text{cm}^3$ . Αυτό σημαίνει ότι η μέση απόσταση των ανοιγμάτων μεταξύ των τεμαχιδίων είναι της τάξης των 100 μm, που επιτρέπει στα σωματίδια να συγκρουστούν εύκολα και να ενωθούν, δηλ θα μας δώσει μεγαλύτερα εγκλείσματα υπό ευνοϊκές συνθήκες. Η συσσωμάτωση σε μεγάλες ομάδες, έχει σαν αποτέλεσμα να ασθενούν οι ιδιότητες του χάλυβα. Η αξία της σταθεράς  $\phi$  ποικίλλει σημαντικά για διαφορετικές λειτουργίες, αλλά το  $N$  προσεγγίζει συνήθως κοντά στο μηδέν για 20 μm για καθαρό τήγμα, [Yin et al., 1997].



Σχήμα 1.16. Διάφοροι τρόποι εισαγωγής υγρού μετάλλου

Ενας επιπλέον παράγοντας, ο οποίος δεν έχει αναλυθεί σχεδόν καθόλου στην διεθνή βιβλιογραφία είναι ο τρόπος εισαγωγής του υγρού μετάλλου στην δεξαμενή τύπου tundish από το δοχείο(ladle). Οι τρόποι που συναντούμε στην παραγωγή είναι, Σχήμα 1.16, με την βοήθεια αερίου Ar ή με την βοήθεια μεγάλου μπέκ που εισέρχεται στην δεξαμενή μας.

---

### 1.9.5. Η κίνηση των εγκλεισμάτων

---

Η κίνηση των εγκλεισμάτων υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την μέθοδο Lagrangian Particle Tracking Method (LPTM) [OpenCFD, 2008]. Σε αυτή την μεθοδολογία θεωρούμε ότι η ταχύτητα στην σταθερή κατάσταση υπολογίζεται με βάση την Eulerian προσέγγιση ενώ η κίνηση των εγκλεισμάτων με βάση την Lagrangian κίνηση. Έτσι, οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση των εγκλεισμάτων στην υγρή φάση του ρευστού είναι οι εξής:

$$m_p \frac{du_p}{dt} = \sum F \quad (1.10)$$

$$\sum F = F_D + F_B + F_{VM} + F_{AM} \quad (1.11)$$

Όπου  $m_p$  είναι η μάζα του συγκεκριμένου εγκλείσματος που κινείται με μια ταχύτητα  $u_p$ . Επίσης  $F_D$  είναι η δύναμη αντίστασης (drag force),  $F_B$  είναι η buoyancy force,  $F_{AM}$  είναι η προστιθέμενη μάζα (added mass) και  $F_{VM}$  είναι η virtual mass force. Η ταχύτητα του εγκλείσματος έχει να κάνει με την θέση που βρίσκεται αυτό την κάθε στιγμή της πορείας του, δηλ:

$$u_p = \frac{dx_p}{dt} \quad (1.12)$$

Γίνεται κατανοητό ότι η ταχύτητα της κίνησης των εγκλεισμάτων θα προκύψει από την ανάλυση της ισορροπίας των δυνάμεων  $\sum F$ . Θα έχουμε ότι η σχέση της δύναμης αντίστασης θα δίνεται από την σχέση:

$$F_D = -m_p \frac{u_p - u}{r_p} \quad (1.13)$$

Όπου  $r_p$  είναι ο χρόνος χαλάρωσης και ισούται με:

$$r_p = \frac{3}{4} \frac{\rho_p d_p}{\rho_f c_D |u - u_p|} \quad (1.14)$$

Οι Moris and Alexander (1972) έδειξαν ότι ο συντελεστής  $c_D$  μπορεί να υπολογιστεί σε συνάρτηση με τον αριθμό  $Re$  της ροής και θα δίνεται από την σχέση 1.5 και ειδικά:

$$c_D = \frac{24}{Re_p} \left(1 + \frac{1}{6} Re_p^{\frac{2}{3}}\right) \text{ αν } Re_p < 1000 \quad (1.15)$$

$$c_D = 0.44 \text{ αν } Re_p > 999 \quad (1.16)$$

Όπου  $Re_p$  είναι ο αριθμός Reynolds των εγκλεισμάτων και δίνεται από την σχέση 1.6. Ανάλογα, η δύναμη  $F_B$  δίνεται από την έκφραση:

$$F_B = \frac{\pi d_p^3 g}{6} (\rho_f - \rho_p) \quad (1.17)$$

Όπου  $\rho_f$  είναι η πυκνότητα της φάσης του υγρού μας και  $\rho_p$  η πυκνότητα των εγκλεισμάτων.

Οι υπόλοιπες δύο δυνάμεις, FAM και FVM θεωρούνται αμελητέες είτε μηδενικές και αγνοούνται στην παρούσα φάση χωρίς να επηρεάζουν τα συμπεράσματα μας. Η συνάρτηση που εκφράζει την κίνηση των εγκλεισμάτων μέσα στην δεξαμενή εκφράζεται από την επόμενη πολύπλοκη σχέση, [Warzecha and Merder, 2013; Schwarze et al., 2001]:

$$\frac{du_{p,i}}{dt} = \frac{18\eta}{\rho_p d_p^2} \frac{C_D Re_p}{24} u_{rel,i} + \frac{\rho_p - \rho}{\rho_p} g_i + \frac{1}{2} \frac{\rho}{\rho_p} \frac{du_{rel,i}}{dt} + \frac{\rho}{\rho_p} \left( u_{p,j} \frac{\partial}{\partial x_j} \right) u_i \quad (1.18)$$

Όπου με τον δείκτη  $p$  εκφράζουμε τα μεγέθη που έχουν σχέση με τα εγκλείσματα. Οι συντελεστές  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  δίνονται από τους [Morsi and

Alexander, 1972]. Η σχέση 1.18 είναι καλύτερη από την σχέση των [Maxey and Riley, 1983] και χρησιμοποιείται διεθνώς.

Για να υπολογίσουμε την επίδραση της τύρβης στην κίνηση των εγκλεισμάτων θα πρέπει να μοντελοποιήσουμε κατάλληλα την κ-ε προσθέτοντας μια ταχύτητα όπου θα επηρεάζεται από την θέση και την τυρβώδη κινητική ενέργεια.

Στην διεθνή βιβλιογραφία υπάρχουν δύο μέθοδοι προσέγγισης του προβλήματος: με τα στοχαστικά και με τα μη στοχαστικά μοντέλα. Στα μη στοχαστικά μοντέλα έχουμε ότι η στιγμιαία ταχύτητα του ρευστού μας είναι ο μέσος όρος της ροής του ρευστού, δηλ:

$$u = \bar{u} \quad (1.19)$$

Στα στοχαστικά μοντέλα, η τιμή της στιγμιαίας ταχύτητας του ρευστού μας είναι:

$$u = \bar{u} + u' = \bar{u} + \xi \sqrt{\frac{2K}{3}} \quad (1.20)$$

Το μοντέλο αυτό ονομάζεται και random walk model και το χαρακτηριστικό του είναι ότα τα εγκλείσματα αλληλοεπιδρούν με τις δίνες της τυρβώδους ροής της φάσης μας. Το  $\xi$  είναι ένας τυχαίος αριθμός από -1 έως 1.

---

### 1.9.7.Η επίδραση του σχήματος των εγκλεισμάτων

---

Το σχήμα των εγκλεισμάτων, τόσο στο λειωμένο όσο και στο στερεό χάλυβα, εξαρτάται κατά πολύ από την θερμοκρασία τήξης  $T_s$ . Όταν το  $T_s$  είναι χαμηλότερο από την θερμοκρασία τήξης, τα υγρά εγκλείσματα παραμορφώνονται σε ένα σφαιρικό σχήμα, όπως αυτά οδηγούνται από την

διεπιφανειακή τάση μεταξύ των εγκλεισμάτων και του λειωμένου χάλυβα. Όταν ο στερεός χάλυβας ισορροπήσει σε θερμοκρασίες κοντά ή πάνω από το  $T_s$ , τα εγκλείσματα προσανατολίζονται προς την κατεύθυνση έλασης. Ο δείκτης σχετικής παραμορφωσιμότητας RD (relative deformation) των εγκλεισμάτων στο χάλυβα ορίζεται από τους Malkiewicz και Rudnik (1963),

$$R.D. = \omega \ln(\lambda) / \ln(h) \quad (1.21)$$

όπου  $\lambda = \beta/\alpha$  είναι ο λόγος του μήκους προς το πάχος μιας ενσωμάτωσης που παραμορφώνεται από την θερμή εξέλαση του χάλυβα, και  $h = A_f / A_i$  είναι ο λόγος της εγκάρσιας διατομής κάθετα προς την κατεύθυνση κύλισης της μήτρας χάλυβα πριν και μετά τη θερμή έλαση. Η σταθερή  $\omega$  είναι 2/3 για την περίπτωση που έχουμε ένα τετράγωνο προϊόν ή billet σε ένα τετράγωνο προϊόν, δηλαδή, ενώ είναι 1/2 για πλάκα έλασης ή ταινίας χωρίς αλλαγή πλάτους. Η αξία του RD είναι μηδέν για μη-παραμόρφωσιμα εγκλείσματα και μονάδα για επιμήκη εγκλείσματα που ακολουθούν την ροή του χάλυβα. Οι Maunder and Charles (1968) ταξινομήσαν αυτές τις παραμορφώσεις σε A,B,C τύπους. Επίσης αξιόλογη είναι και η δουλειά των Kiessling and Lange (1978).

---

#### 1.9.8.0 ρυθμός μεταβολής των εγκλεισμάτων

---

Το σύνολο των εγκλεισμάτων αφαιρείται από το υγρό μέταλλο μετά από συγκρούσεις, συσσώρευση και επίπλευση. Τα μεγάλα μεγέθους εγκλείσματα ανεβαίνουν στην επιφάνεια σύμφωνα με το νόμο του Stokes, και απομακρύνονται με διάλυση. Ωστόσο, αυτές οι μεγάλες προσθήκες οι οποίες είναι ικανές να επιπλεύσουν λόγω της αυξημένης ταχύτητας ανόδου



του Stokes λόγω της διαταραχής και των συγκρούσεων με πολύ μικρότερου μεγέθους εγκλείσματα. Η απομάκρυνση των μακρο-εγκλεισμάτων πρέπει να μεγιστοποιηθεί με στόχο την ελαχιστοποίηση νέων μακρο-εγκλεισμάτων. Ο φαινόμενος ρυθμός  $n$ , της απομάκρυνσης εγκλεισμάτων ανά μονάδα όγκου και ανά μονάδα χρόνου δίνεται από τη διαφορά μεταξύ του ρυθμού απομάκρυνσης ( $n_r$ ) και του ρυθμού παραγωγής νέων εγκλεισμάτων ( $n_p$ ) ως:

$$n = n_r - n_p \quad (1.22)$$

Ο ρυθμός απομάκρυνσης,  $n_r$ , της συνολικής περιεκτικότητας σε οξυγόνο,  $[O]_{total} = [O]_{dissolved} + [O]_{inclusion}$ , στο τήγμα εκφράζεται ως εξής:

$$n_r = K_o (C_t - C_\infty) \quad (1.23)$$

όπου  $K_o$  είναι ο φαινόμενος συντελεστής μεταφοράς μάζας ή ογκομετρικής συντελεστής,  $C_t$  είναι η συγκέντρωση του  $[O]_{total}$  στο bulk τήγμα χύμα την χρονική στιγμή  $t$ , και  $C_\infty$  είναι η τερματική συγκέντρωση του  $[O]_{total}$  του bulk, δηλαδή, το άθροισμα του  $[O]_{dissolved}$  σε ισορροπία με το στοιχείο αποξειδωσης ( $C_e$ ) και  $[O]_{inclusion}$  στα εγκλείσματα που αιωρούνται στο τήγμα μετά από επαρκή περίοδο της διύλισης.

Από τη θερμοδυναμική άποψη, το  $[O]_{dissolved}$  μπορεί να μειωθεί περίπου 2,5 ppm στους 1600°C στην περίπτωση που αποξειδωσουμε χάλυβα χαμηλού σε άνθρακα τήγματος με  $[Al] = 0,04\%$  κατά μάζα σε ένα βασικό πυρίμαχο προϊόν κάτω από μια βασική αρχή για την οποία η σκωρία από  $Al_2O_3$  διατηρείται σε περίπου 0,25 και  $a_{SiO_2}$  και  $a_{FeO}$  μειώνονται σε σχεδόν μηδέν. Η συγκέντρωση των εγκλειστων σε εναιώρηση εντός του τήγματος μπορεί να γίνει επαρκώς χαμηλή, π.χ.  $[O]_{inclusion} = 8\text{ppm}$ , με

ανάδευση του τήγματος να ενισχύσει τις συγκρούσεις και την συσσωμάτωση με την πάροδο του χρόνου. Εάν η τιμή του  $C_{\infty}$  μειώνεται στο χαμηλό των 10 ppm στην παρούσα περίπτωση, καθώς και το ποσοστό των  $n_p$  είναι επίσης ασήμαντα χαμηλό, ο ρυθμός απομάκρυνσης  $n_r$  προσδιορίζεται από τον όρο  $K_0$  στην Εξ. (1.23). Υπό κανονικές συνθήκες λειτουργίας, όπου τα τήγματα αναδεύονται έντονα για ραφινάρισμα, αυτά τα σωματίδια συγκρούονται και συσσωματώνονται με διαταραχή και σύγκρουση για να σχηματίσουν ομάδες. Οι εν λόγω ομάδες υπόκεινται σε επίπλευσης Stokes τη στιγμή που θα υπερβαίνουν ένα κρίσιμο μέγεθος, ανεβαίνουν στην επιφάνεια του τήγματος, και απορροφηθούν στο δοχείο slag ή όταν έρχονται σε επαφή με τα τοιχώματα του δοχείου ή του στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish.

Αιωρούμενα εγκλεισμάτα, τα οποία είναι μικρότερα από το κρίσιμο μέγεθος για να μπορέσουν να κάνουν την επίπλευση Stokes, θα πρέπει να αυξηθούν κατά τη σύγκρουση και την συσσωρευση. Η επόμενη συνάρτηση  $\beta_{ij}$  αντιπροσωπεύει τη συχνότητα σύγκρουσης (collision volume or collision rate) και ορίζεται από την σχέση:

$$\beta_{ij} = N_{ij} / n_i n_j \quad (1.24)$$

όπου  $N_{ij}$  είναι ο αριθμός των συγκρούσεων ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα όγκου του τήγματος μεταξύ δύο σφαιρικών σωματιδίων,  $i$  και  $j$ , με  $r_i$  ακτίνα και  $r_j$ , όγκους  $V_i$  και  $V_j$ , και πυκνότητα  $n_i$  και  $n_j$  αντίστοιχα. Η στροβιλώδης συχνότητα των συγκρούσεων δίδεται από Saffman και Turner (1956), με κάποια τροποποίηση από Higashitani et al, (1983).

$$\beta_{ij}^{turbulent} = 1.3 \alpha R_c^3 \left( \frac{\varepsilon}{\nu} \right)^{1/2} \quad (1.25)$$

όπου  $R_c=r_i+r_j$  ονομάζεται ακτίνα σύγκρουσης,  $\varepsilon$  είναι η διάχυση της ενέργειας ανάδευσης ανά μονάδα χρόνου και μονάδα όγκου, και  $v$  είναι το κινηματικό ιξώδες του τήγματος. Η (1.25) εφαρμόζεται όταν το  $R_c$  είναι πολύ μικρότερο από την Kolmogorov μικροκλίμακα,  $r_k=(v^3/\varepsilon)^{1/4}$ , το οποίο είναι το ελάχιστο μέγεθος δίνης μεταξύ των δινών στην τυρβώδη ροή. Η εξ. (1.15) υποδεικνύει ότι η στροβιλώδης συχνότητα σύγκρουσης για την συσσωμάτωση των εγκλεισμάτων είναι ανάλογη προς την τετραγωνική ρίζα της ενέργειας ανάδευσης,  $\varepsilon^{1/2}$ . Στην πραγματικότητα, η ενέργεια ανάδευσης εφαρμόζεται σε εντοπισμένη περιοχή τήγματος σε ένα δοχείο

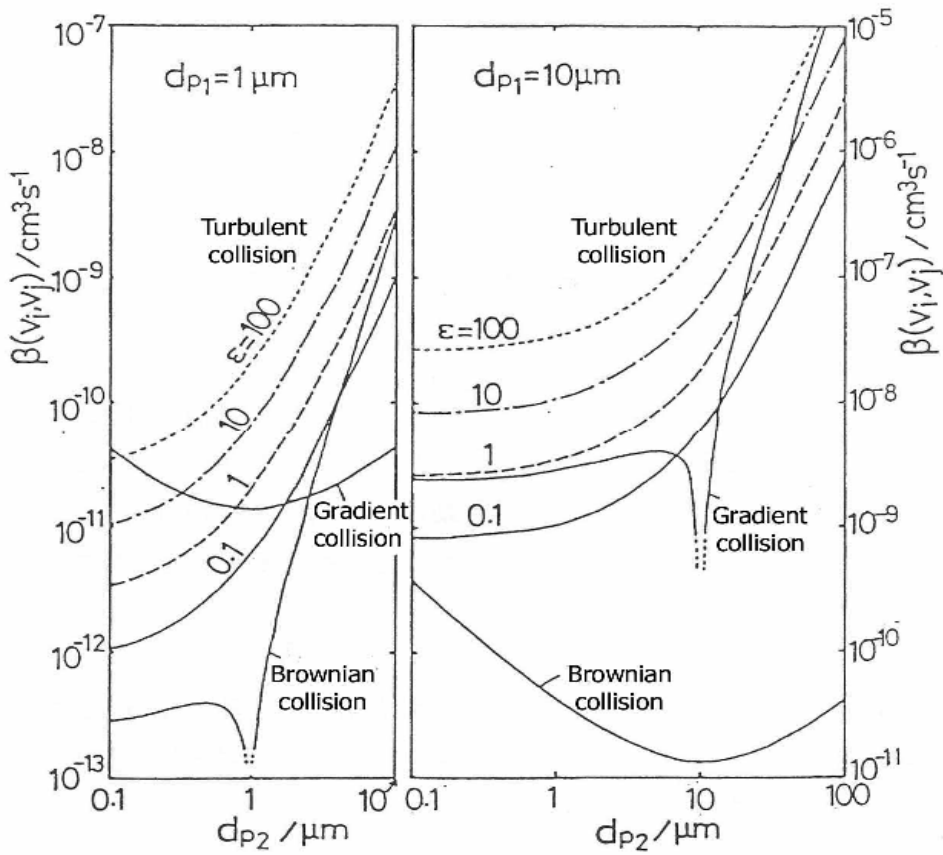
Στην περίπτωση που έχουμε επίπλευση  $St_0$ . Για λόγους απλότητας, πάντως, ο ρυθμός διάχυσης της ενέργειας της ανάδευσης είναι συχνά κατά μέσο όρο πάνω από το συνολικό όγκο του τήγματος και μπορεί να εκτιμηθεί το  $\varepsilon$  στην εξ. (1.25). Οι Lindborg Torssell (1968) υπολόγισαν τις βαθμιαίες συγκρούσεις από την ακόλουθη σχέση:

$$\beta_{ij}^{gradient} = \frac{2\pi\Delta\rho g}{9\eta} (r_i + r_j)^3 |r_i - r_j| \quad (1.26)$$

Όπου  $\Delta\rho$  είναι η διαφορά στην πυκνότητα μεταξύ του σωματιδίου ( $\rho_p$ ) και του τήγματος ( $\rho$ ), και  $\eta$  είναι το ιξώδες του τήγματος. Οι συγκρούσεις τύπου Μπράουν των εγκλεισμάτων είναι γνωστό ότι είναι πολύ λιγότερο συχνές από τις αντίστοιχες τυρβώδεις και τις βαθμιαίες. Οι Taniguchi και Kikuchi (1992) υπολόγισαν τις συγκρούσεις σύμφωνα με την Εξ. (1.25) και (1.26) και δίδεται στο Σχήμα 1.13.

Το σχήμα 1.17 δείχνει ότι οι τυρβώδεις συγκρούσεις διαδραματίζουν έναν σημαντικό ρόλο στην συσσωμάτωση μικρών σωματιδίων, ενώ για μεγαλύτερα σωματίδια οι βαθμιαίες συγκρούσεις είναι ο κυρίαρχος μηχανισμός για την συσσωμάτωση. Η μεταβολή στην πυκνότητα αριθμού

από συσσωματωμένα σωματίδια που αποτελούνται από ένα διαφορετικό αριθμό των στοιχειωδών σωματιδίων επίσης προέρχεται από τις εξισώσεις ισοζυγίου πληθυσμών. Μια παρόμοια προσέγγιση εφαρμόστηκε αρχικά για αποξείδωση του χάλυβα από τους Lindborg και Torssell (1968), Linder (1974), και Nakanishi και Szekely (1975) για να εξερευνηθούν την σχέση μεταξύ του  $\epsilon$  και του ογκομετρικού συντελεστή,  $K_o$ , για αποξείδωση.



Σχήμα 1.17. Συχνότητα της σύγκρουσης μεταξύ των επισκεπτών σωματιδίων εγκλεισμού με διάφορες διαμέτρους ( $d_{p2}$ ) και τεμαχίδια εγκλίσεως ξενιστή με ένα μικρό ( $d_{p1} = 1 \mu\text{m}$ ) ή μέσο ( $d_{p1} = 10 \mu\text{m}$ ) σε διάμετρο. [ Levenspiel, 1972]

Εμπειρικές μετρήσεις έδειξαν ότι ο συντελεστής  $K_0$  αυξήθηκε σε σχέση με το  $\varepsilon$  σε διαφορετικό βαθμό, που εξαρτάται ανάλογα με τον τύπο της ανάδευσης στο λουτρό, [Nakanishi and Szekely, 1975]. Εάν έχουμε ένα κυλινδρικό μεταλλικό λουτρό γκου  $V$  λαμβάνεται για να είναι απόλυτα  $N$  μικτά κύτταρα συνδεδεμένα σε σειρά, τότε το πλάτος,  $\gamma$ , της καμπύλης της αποσύνθεσης συγκέντρωσης της διαλυμένης ουσίας σε οποιοδήποτε σημείο στο λουτρό, δίνεται από Levenspiel (1972) ως

$$\gamma = 2 \exp[-2\pi^2 \zeta^2 t / \tau] \quad (1.27)$$

Όπου με τα συμβολίζουμε τον χρόνο για να έχουμε ομογενοποίηση στον συνολικό όγκο  $V$  του μίγματος μας. Η μεταβλητή  $\zeta$  που ονομάζεται διακύμανση της κρουστικής απόκρισης, δίνεται από την σχέση:

$$\zeta^2 = \tau^2 / N \quad (1.28)$$

Ο ρυθμός ροής του τήγματος στο δοχείο ορίζεται σαν  $Q$  από:

$$Q = V / \tau \quad (1.29)$$

Για την έκφραση του  $\varepsilon$  έχει προταθεί από τον Asai et al. (1985) η έκφραση:

$$\tau \propto \varepsilon^{-n} L^\delta \quad (1.30)$$

όπου το  $L$  είναι το αντιπροσωπευτικό μήκος του δοχείου. Στην περίπτωση της συναγωγής ο συντελεστής ισχύος παίρνει την τιμή  $n=1/2$  και  $\delta=0$ , όπου κυριαρχούν οι ιξώδεις δυνάμεις στην ροή του τήγματος και της διαλυμένης ουσίας. Όταν αδρανειακές δυνάμεις ή δυνάμεις τυρβώδους ιξώδους

κυριαρχούν στη ροή του τήγματος και η διάχυση είναι με συναγωγή τότε  $\eta=1/3$  και  $\delta=2/3$  ή  $\eta=1/3$  και  $\delta=0$ .

Όταν το  $\varepsilon$  είναι σχετικά μικρό, όπως στην περίπτωση όπου η ροή του ρευστού κυριαρχείται από παχύρρευστο δύναμη και η διάχυση της διαλυμένης ουσίας συγκέντρωσης οφείλεται στην συναγωγή, η μεταβλητή  $\tau$  δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση.

$$\tau \propto \varepsilon^{-1/2} \quad (1.31)$$

Οι Mori and Sano, (1981) έδειξαν ότι στην περίπτωση που έχουμε αέριο, τότε ο ρυθμός έγχυσης του αερίου δίνεται από την σχέση:

$$\varepsilon = 6.18 Q_g T_1 \cdot \left\{ \ln \left( 1 + \frac{h}{1.46 \times 10^{-5} P_2} \right) + \phi \left( 1 - \frac{T_n}{T_1} \right) \right\} / M \quad (1.32)$$

όπου  $T_1$ (K) και  $h$ (m) είναι η θερμοκρασία και το ύψος του λουτρού αντίστοιχα,  $P_2$  είναι η πίεση περιβάλλοντος σε Pascal,  $\phi$  είναι ένας συντελεστής ίσος με 0.06,  $T_n$  (K) είναι η θερμοκρασία του εγχόμενου αερίου στο ακροφύσιο, και  $M$  (ton) είναι το βάρος του λουτρού. Αρχικά, ο Sundberg (1978) έλυσε την εξ. (1.28) με  $\phi = 1$ , ενώ ο Sakuraya et al., (1988) έδωσε μια γενική μορφή των ανωτέρω σχέσεων.

Τέλος, μπορούμε να βρούμε μια πλήρη αναφορά για όλες τις περιπτώσεις του  $\varepsilon$  στην δημοσίευση των Mazumdar και Guthrie, (1995). Άλλοι ερευνητές έχουν προσδιορίσει το  $\eta=0,45-1,0$  [Sandberg et al.,1971; Fujii et al., 1982], υπό διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας. Σε πολλές περιπτώσεις, αυτά εμπίπτουν 0,40 έως 0,59 που είναι κοντά στην προβλεπόμενη τιμή του 0,5. Οι τιμές της  $K_o(\text{min}^{-1})$  είναι στην περιοχή του 0,04~0,12 για φουσαλίδων Ar στο δοχείο και για  $\varepsilon$  των 150~300W/ton, 0.02~0.05 για RH σε  $\varepsilon$  του 300~400W/ τόνο και 0,5 για την ανοδική ανάδευση σε ASEA-SKF σε  $\varepsilon$  περίπου 120W/ton. Οι τιμές εξαρτώνται πολύ

από τον τρόπο ανάδευσης, το μέγεθος του πήγματος, το περιεχόμενο των εγκλείστων, τον βαθμό επανοξειδωσης από τον αέρα, την ύπαρξη της πάνω σκουριάς, και το είδος των πυρίμαχων του κάδου.

---

### 1.9.9.Η ταχύτητα των εγκλεισμάτων

---

Η ταχύτητα με την οποία κινούνται τα εγκλείσματα μέσα στην δεξαμενή tundish, εξαρτάται από την τιμή του αριθμού Reynolds:

$$U_s = \frac{(\rho_{Fe} - \rho_{Al_2O_3})gd^2}{18\mu} \quad Re < 2 \quad (1.33)$$

$$U_s \cong \frac{(\rho_{Fe} - \rho_{Al_2O_3})^{0.715} d^{0.43}}{\rho_{Fe}^{0.285} \mu^{0.43}} \quad 2 < Re < 500 \quad (1.34)$$

$$U_s = 5.46 \left\{ \frac{(\rho_{Fe} - \rho_{Al_2O_3})d}{\rho_{Fe}} \right\}^{0.5} \quad Re > 500 \quad (1.35)$$

Η διάμετρος των σωματιδίων δίνεται από την σχέση [Miki et al., 1997].

$$d_{max} = 1.56 \left\{ \frac{\mu^2}{(\rho - \rho_p)g} \right\}^{1/3} \quad (1.36)$$

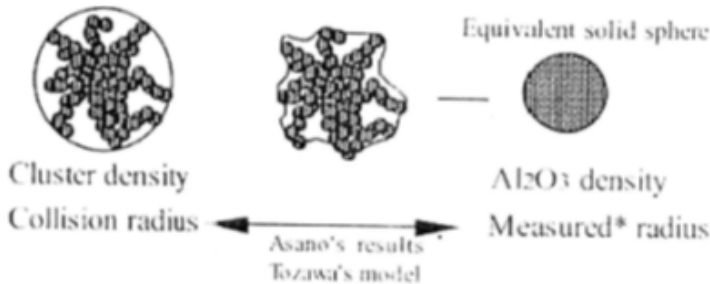
Εάν στην σχέση (1.36) βάλουμε  $\rho=7000\text{kg}/\text{m}^3$ ,  $\rho_p=5000\text{kg}/\text{m}^3$ ,  $\mu=0.0068\text{kg}/\text{m sec}$  τότε η μεγίστη διάμετρος σωματιδίων θα είναι 215 $\mu\text{m}$ . Αρα λόγω του μεγέθους, σχήμα 1.18, μπορούμε να υποθέσουμε ότι η συμπεριφορά των μέσα στο υγρό μέταλλο ακολουθεί τον νόμο του Stokes.

Ο Τακακα υπολόγισε σε πειράματα τον λόγο των εγκλεισμάτων που επηρεάζονται από την ροή σε σχέση με αυτά που εισέρχονται προσδιορίζοντας έναν συντελεστή  $K$ , και έδωσε την σχέση:

$$R = \frac{N_{out}}{N_{in}} = \exp(-k \cdot U_S) \quad (1.37)$$

Αργότερα, ο Nakakima διόρθωσε την ανωτέρω σχέση για πιο πολύπλοκες ροές, δίνοντας:

$$R = \frac{N_{out}}{N_{in}} = \frac{1}{1 + A_m U_S / \dot{Q}} \exp\left(-\frac{A_p U_S}{\dot{Q}}\right) \quad (1.38)$$



Σχήμα 1.18. Μορφή των εγκλεισμάτων για το υπολογιστικό μοντέλο

Όπου  $A_m$  και  $A_p$  είναι η επιφάνεια της mixed, plug ροής στο δοχείο μας. Στους δύο τελευταίους τύπους δεν έχουμε λάβει υπόψη τον αριθμό των συγκρούσεων μεταξύ των εγκλεισμάτων. Οι Ahuja and Sahai υπολόγισαν αυτόν τον αριθμό ότι είναι το άθροισμα των συγκρούσεων λόγω της τυρβώδους ροής  $N_t$  και λόγω του Stokes  $N_s$ .

$$N_r = N_t + N_s \quad (1.39)$$



$$N_s = \frac{2\pi(\rho - \rho_c)g}{9\mu} (r_i + r_j)^3 |r_i - r_j| \quad (1.40)$$

$$N_s = 1.3a(r_i + r_j)^3 \left(\frac{\varepsilon}{\nu}\right)^{0.5} \quad (1.41)$$

Οι Tacke and Ludwig υπολόγισαν την συνεισφορά των εγκλεισμάτων που προσκρούουν στον τοίχωμα και οι Sinha and Sahai επιβεβαίωσαν τα συμπεράσματα πειραματικά. Αργότερα πειράματα σε πιο πλήρη φυσικά μοντέλα των Tanaka, Joo and Gunhie επιβεβαίωσαν σε μεγάλο αριθμό τα ανωτέρω συμπεράσματα μας.

---

## 1.10.Ο αριθμός Stokes

---

Ένα πολύ σημαντικό μέγεθος το οποίο χρησιμοποιείται για τον χαρακτηρισμό των ροών διασκορπισμένης φάσης όσον αφορά μία συγκεκριμένη διεργασία που λαμβάνει χώρα μεταξύ των δύο φάσεων (π.χ. μεταφορά ορμής, μεταφορά θερμότητας κλπ.) είναι ο αδιάστατος αριθμός Stokes, ο οποίος ορίζεται ως ο λόγος του χαρακτηριστικού χρόνου της διασκορπισμένης φάσης για την συγκεκριμένη διεργασία προς τον αντίστοιχο χαρακτηριστικό χρόνο της συνεχούς φάσης. Συνήθως ορίζονται οι ακόλουθοι αριθμοί Stokes:

### α) Αριθμός Stokes για την μεταφορά ορμής.

Ο αριθμός Stokes για την μεταφορά ορμής ορίζεται ως ο λόγος του αεροδυναμικού χρόνου αντίδρασης της σωματιδιακής φάσης προς την χαρακτηριστική κλίμακα χρόνου του πεδίου ροής της συνεχούς φάσης:

$$St = \frac{\tau_P}{\tau_F} \quad (1.42)$$

Ως  $\tau_F$  λαμβάνεται συνήθως ο λόγος μίας χαρακτηριστικής διαστάσεως μήκους του πεδίου ροής (π.χ. η διάμετρος ενός αγωγού  $d$ ) προς την μέση τιμή της ταχύτητας ροής της συνεχούς φάσης  $U_F$ , δηλαδή  $\tau_F = d / U_F$ . Ανάλογα με την τιμή του  $St$  διακρίνονται δύο περιπτώσεις:

i)  $St \ll 1$ : Ο αεροδυναμικός χρόνος αντίδρασης της διασκορπισμένης φάσης είναι πολύ μικρότερος από την χαρακτηριστική κλίμακα χρόνου του πεδίου ροής οπότε τα σωματίδια διαθέτουν αρκετό χρόνο για να αντιδράσουν σε μεταβολές της ταχύτητας του ρευστού. Στην περίπτωση αυτή η ταχύτητα των σωματιδίων θα είναι σχεδόν ίση με την ταχύτητα του ρευστού.

ii)  $St \gg 1$ : ο αεροδυναμικός χρόνος αντίδρασης της διασκορπισμένης φάσης είναι πολύ μεγαλύτερος από την χαρακτηριστική κλίμακα χρόνου του πεδίου ροής οπότε τα σωματίδια είναι αρκετά αδρανή και δεν δύνανται να αντιδράσουν σε μεταβολές της ταχύτητας του ρευστού. Στην περίπτωση αυτή τα σωματίδια τείνουν να διατηρήσουν την αρχική τους ταχύτητα και η κίνησή τους δεν επηρεάζεται σημαντικά.

### **β) Αριθμός Stokes για την μεταφορά θερμότητας.**

Ο αριθμός Stokes για την μεταφορά θερμότητας ορίζεται ως ο λόγος του θερμικού χρόνου αντίδρασης της σωματιδιακής φάσης προς την χαρακτηριστική κλίμακα χρόνου του πεδίου ροής της συνεχούς φάσης:

$$St = \frac{\tau_{P\delta}}{\tau_F} \quad (1.43)$$

### **γ) Αριθμός Stokes για την μεταφορά μάζας.**

Στην περίπτωση που η διασκορπισμένη φάση συναλλάσσει μάζα με τη συνεχή φάση (μέσω εξάτμισης, συμπύκνωσης ή καύσης) ο αριθμός

Stokes για την μεταφορά μάζας ορίζεται ως ο λόγος του χαρακτηριστικού χρόνου της σωματιδιακής φάσης για την μεταφορά μάζας προς την χαρακτηριστική κλίμακα χρόνου του πεδίου ροής της συνεχούς φάσης.

$$St = \frac{\tau_{PM}}{\tau_F} \quad (1.44)$$

όπου  $\tau_{PM}$  λαμβάνεται ο λόγος του ρυθμού μεταβολής μάζας της διασκορπισμένης φάσης προς την μάζα αυτής.

---

### 1.11. Τα είδη των συγκρούσεων

---

Υπάρχουν συνολικά τρία είδη συγκρούσεων τα οποία είναι οι συγκρούσεις Brown, οι τυρβώδεις συγκρούσεις και οι συγκρούσεις Stokes. Το σύνολο των συγκρούσεων δίνεται από την σχέση:

$$N_{ij} = \beta(r_i, r_j)n(r_i)n(r_j) \quad (1.45)$$

Όπου  $\beta$  είναι ένας συντελεστής που ονομάζεται όγκος σύγκρουσης (collision volume) και ισούται με:

$$\beta(r_i, r_j) = \beta_1(r_i, r_j) + \beta_2(r_i, r_j) + \beta_3(r_i, r_j) \quad (1.46)$$

$$\beta_1(r_i, r_j) = \frac{2kT}{3\mu} \left( \frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_j} \right) (r_i + r_j) \quad (1.47)$$

$$\beta_2(r_i, r_j) = 1.3(r_i + r_j)^3 \sqrt{\varepsilon/\nu} \quad (1.48)$$

$$\beta_3(r_i, r_j) = \frac{2g\Delta\rho}{9\mu} |r_i^2 - r_j^2| \pi(r_i + r_j)^2 \quad (1.49)$$

Με  $\beta_1$  έχουμε τις συγκρούσεις λόγω της κίνησης Brown [Tanigushi et al. , 1997], με  $\beta_2$  έχουμε τις συγκρούσεις λόγω της στρωβιλώδους ροής [Saffman and Tuner, 2000], και με  $\beta_3$  έχουμε τις συγκρούσεις λόγω Stokes. Το  $\varepsilon$  στην εξίσωση (1.48) εκφράζει την ενέργεια ανακατώματος (stirring energy) όπου δίνεται από την σχέση (1.50) στην οποία  $l_e$  είναι το μήκος της δίνης μας.

$$\varepsilon = \frac{u'^3}{l_e} \quad (1.50)$$

Αρα για τον υπολογισμό του αριθμού της πυκνότητας των εγκλεισμάτων χωρίζουμε την δεξαμενή μας σε δύο περιοχές. Περιοχή I όπου είναι από την είσοδο μέχρι το μέσον και Περιοχή II που είναι από το μέσον μέχρι την έξοδο. Για την κάθε περιοχή έχουμε τις σχέσεις [Zhang et al., 2000].

### Περιοχή I

$$\begin{aligned} \frac{dn(r)}{dt} = & \frac{1}{2} \int_0^r n(r_i) \alpha \beta(r_i, r_j) n(r_j) \left(\frac{r}{r_j}\right)^2 dr_i \\ & - n(r) \int_0^{r_{\max}} n(r_j) \alpha \beta(r_i, r_j) dr_j - Mr^2 n(r) \end{aligned} \quad (1.51)$$

### Περιοχή II

$$\frac{dn(r)}{dt} = \frac{1}{2} \int_0^r n(r_i) \alpha \beta(r_i, r_j) n(r_j) \left(\frac{r}{r_j}\right)^2 dr_i$$

$$- n(r) \int_0^{r_{\max}} n(r_j) \alpha \beta(r, r_j) dr_j - \frac{n(r) w_i}{H} - Mr^2 n(r)$$
(1.52)

---

## 1.12. Ταξινόμηση της διεθνούς βιβλιογραφίας

---

Λόγω της προαναφερθείσας πολυπλοκότητας της μελέτης της ροής στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish, παρουσιάζονται οι σπουδαιότερες δημοσιεύσεις ανάλογα με το πεδίο ενδιαφέροντος.

Σχετικά με την επίδραση των εγκλεισμάτων στην ροή του υγρού μετάλλου μια πρώτη αξιολογή προσπάθεια έγινε από τους [Martinez et al. 1985] ενώ σημαντική προσπάθεια είναι και των [Thomas and Najjar, 1996] που προσπάθησαν να προσεγγίσουν το πρόβλημα από μια διαφορετική μαθηματική σκοπιά. Οι [Takatani et al., 1993] αντιμετωπίζουν το πρόβλημα σε συνδυασμό και με άλλες μεταβλητές του (διαστάσεις δεξαμενής, παροχή, ύπαρξη διαχωριστικών). Σημαντικές είναι και οι εργασίες των Joo and Cuthrie, (1993A and 1993B) όπου μελετούν την συμπεριφορά των εγκλεισμάτων σε συνάρτηση με την κατανομή της θερμότητας στο δοχείο. Έχουν κάνει μια σειρά από πειράματα σε πρότυπη συσκευή και ταυτόχρονα έχουν πιστοποιήσει αυτά με μαθηματική μοντελοποίηση. Οι Sahai and Emi (1996) έχουν μελετήσει για πολύ μικρά εγκλείσματα (<50μm) σε πειραματική μονάδα ενώ προηγουμένως οι [Sinha and Sahai, 1993] είχαν κάνει μαθηματική θεμελίωση αυτών. Οι Miki and Thomas, (1996) ασχολούνται με τον αριθμό των εγκλεισμάτων σε σχέση με την θερμοκρασία των σε συνεχή ροή. Τέλος, επίσης καλές είναι και οι εργασίες των Zhang, Taniguchi and Cai το (2000) και των Kumar, Mazumdar and

Koria το (2008).

Οι Ferro et al. (2001) παρουσίασαν ένα καινούργιο μοντέλο που το ονόμασαν convection-diffusion volume που αποτελείται μόνο από τον νεκρό χώρο και τον βασικό χώρο όπου θεωρούν ότι στον δεύτερο γίνεται παντού ανάμιξη και διάχυση.

Οι Sinha and Vassilicos (1991) θεώρησαν ότι το ρευστό είναι ισοθερμοκρασιακό και το ρευστό που εισέρχεται ναί μεν έχει μεγαλύτερη θερμοκρασία αλλά η μετάβαση και εξίσωση των είναι αστραπιαία χωρίς να μεταφέρετε πληροφορία προς τα ανάντη της ροής.

Οι Alizadeh et al. (2008) μελέτησαν την περίπτωση στην οποία έπρεπε να γίνει αλλαγή του δοχείου (ladle) με ένα καινούργιο. Μοντελοποίησαν την λειτουργία που θα γίνει αυτή η αλλαγή ώστε να μην παρουσιαστεί πρόβλημα στην διαδικασία. Η RTD μοντελοποίηση έγινε από τους Huang and Thomas (1996).

Οι Kaufmann et al.,(1993) και οι Tacke and Ludwig, (1987) μοντελοποίησαν την κίνηση των εγκλεισμάτων λαμβάνοντας υπόψη ότι τα εγκλείσματα έρχονται στην επιφάνεια του υγρού μόνο λόγω της επίδρασης της ταχύτητας Stokes και ταυτόχρονα αγνόησαν τις συγκρούσεις και την αλληλεπίδραση μεταξύ των.

Οι Illegbussi and Szekely, (1989) μελέτησαν τις συγκρούσεις των σωματιδίων για συγκεκριμένα μεγέθη των. Αντίθετα, οι Sinha and Sahai (1993) για ένα μόνο μέγεθος των εγκλεισμάτων υπολόγισαν την δύναμη άνωσης, τις συγκρούσεις και την ανάμιξη των. Οι Sahai and Emi, (1996) μελέτησαν τα κριτήρια που πρέπει να έχει το πείραμα μας για να είναι αξιόπιστο. Οι Saffman and Turner (1956) δώσανε συντελεστές βαρύτητας στο κάθε μέγεθος των εγκλεισμάτων, διότι δεν μετέχουν όλα με την ίδια βαρύτητα στο τελικό αποτέλεσμα. Οι Zhang et al. (2000) έδωσαν μια πιο γενική λύση όπου έλαβαν υπόψη των όλα τα μεγέθη και όλες τις ταχύτητες που επιδρούν στα εγκλείσματα.

---

## 1.13.Βιβλιογραφία

---

- ✓ **AISI**, Washington, DC, USA, <<http://www.steel.org>>, accessed January 2013.
- ✓ **Alizadeh Mehdi, Hossein edris and Abmad reza Pischevar.** Behavior of mixed grade during the grade transition for different conditions in the slab continuous casting. *ISIJ*, 2008, vol. 48, no 1, pp. 28-37
- ✓ **Asai S., T. Okamoto, J. C. He and I. Muchi,** *Tetsu-to-Hagane*, 1982, 68, 426-434, also *Trans. ISIJ*, 1985, 25, 43-50.
- ✓ **Asano K.and T. Nakano,** *Tetsu-to-Hagane*, 1971, vol. 57. 1943-51.
- ✓ **AWD Hills:** *J.Ironsteelinst*, 1965, vol. 203, p. 18.
- ✓ **B. kaufmann, A. Niedermayr, H. Sattler and A. Preuer.** *Steel Res.* 1993, vol. 64, no 4, pp. 203-209
- ✓ **Bulko B. and J. Kijac.** Optimization of tundish equipment. *Acta <etallurgica Slovaca.* 2010, vol.16, no 2, pp.76-83
- ✓ **Camb A.W.** Recent Progress in the continuous casting of steel. 2004. *Encyclopedia of Materials Science and Technology*, Elsevier, pp1-3
- ✓ **Chakraborty S. and Y. Sahai.** Role of near wall node location on the prediction of melt flow and residence time distribution in tundishes by mathematical modeling. *Metall. Trans. B.*, 22B, August 1991, pp. 429-438
- ✓ **Chakraborty S.and Y.Sahai.** *Metall. Trans. Mater. B*, 1992, vol. 23B, pp. 152-167
- ✓ **Chandrashekhar Damle and Yogeshwar Sahai.** The effect of tracer density on melt flow characterization in continuous casting tundishes – A modeling study. 1995, *ISIJ Int.*, vol.35, No.2, pp. 163-169.
- ✓ **Choudhary S. K. and D. Mazumdar:** Mathematical modeling of transport phenomena in continuous casting of steel. *ISIJ Int.*, 34 (1994), No. 7, 584.
- ✓ **Craig I.K., F.R. Camisani-Calzolari and P.C. Pistorius.** A

contemplative stance on the automation of continuous casting in steel processing. *Control Engineering Practice*, vol.9, 2001, pp 1013-1020

✓ **Eisenkolb J. and R. Gerling**, Proceedings of 7<sup>th</sup> Ingot Metallurgy Forum ed. A. A. Tzavarus, May 1994, Pittsburgh, USA, 81-109

✓ **Emi T.** Process integration for making extra clean steels for stringent applications, in "Metal Separation Technologies beyond 2000", eds. K. C. Liddel and D. J. Chaiko, (TMS, Warrendale, 1999), 207-218

✓ **Emi T.**, Improving Steelmaking and Steel Properties, Fundamentals of Metallurgy, Ed. S. Seetharaman, Woodhead Publishing, Cambridge, UK, Inst. of Mater., Minerals & Mining, 2005, 503-554.

✓ **Ferro Sergio P., R. Javier Principe and Marcela B. Goldschmit.** A new approach to the analysis of vessel residence time distribution curves. 2001, *Metal. And Mater. Trans. B.*, vol.32, p.1185.

✓ **Fujii T. Y. Oguchi, N. Sumida, T. Emi and K. Ishizaka**, *Tetsu-to-Hagane*, 1982, 68, 1595-1603.

✓ **He Youduo and Y. Sahai.** Influence of some factors on fluid flow in continuous casting tundishes. 1990, *Acta Metall.*, vol.3, No.1, pp.49-53.

✓ **He Youduo and Y. Sahai.** The effect of tundish wall inclination on the fluid flow and mixing. A modeling study. *Metall. Mater. Trans. B*, 1987, vol.18B, pp. 81-92.

✓ **Higashitani K., K. Yamauchi, Y. Matsuno and G. Hosokawa, J.** *Chem. Eng. Jpn.*, 1983, 16, 299-304.

✓ **Huang X. and B. G. Thomas:** Intermixing model of continuous casting during a grade transition. *Metall. Trans. B*, **27B** (1996), No. 4, 617.

✓ **Ichihashi H., Y. Kawashima, T. Ikeda, K. Nishida and A. Kawami,** *Tetsu to Hagane*, vol. 71, 1985, A25

✓ **Ilegbussi O.J. and J. Szekely.** *Iron Steel Inst. Jpn. Int.*, 1989, vol. 29, no 12, pp 1031-1039



- ✓ **Itoh H., M. Hino and S. Banya**, *Metall. Mater. Trans. B*, 1997, 28B, 953-956.
- ✓ **Joo S, Han J.W., Guthrie R.I.L.** Inclusion Behavior and Heat-Transfer Phenomena in Steelmaking tundish Operations. Part II. Mathematical model for liquid steel in tundishes. *Metall. Mat. Trans.*, Vol. 24B, pp. 767-777, 1993A.
- ✓ **Joo S. and R.I.L. Guthrie.** Inclusion behavior and heat transfer phenomena in steelmaking tundish operations. Part I. aqueous modeling. *Metal Trans. B.*, 24B, 1993, pp. 755-765
- ✓ **Joo. S., J. W. Hanand and Guthrie R.I.L.** Inclusion Behavior and Heat-Transfer Phenomena in Steelmaking tundish Operations. Part III. Applications – Computational approach to tundish design. *Metall. Trans.*, 24B, 1993B, pp. 779-788.
- ✓ **Ken Ichi Miyazawa.** Continuous casting of steels in Japan. *Science and Technol. Advanc. Mater.* 2001, vol. 2, pp.59-65
- ✓ **Kiessling R. and N. Lange**, *Non-Metallic Inclusions in Steel, Part-I to -IV*, *Publ. The Metals Soc., London*, 1978, No.194, R. Kiessling, *ibid.*, *Part-V, Inst. Metals, London*, 1989.
- ✓ **Kiessling R. and N. Lange**, *Non-Metallic Inclusions in Steel, Part-I to -IV*, *Publ. The Metals Soc., London*, 1978, No.194, R. Kiessling, *ibid.*, *Part-V, Inst. Metals, London*, 1989
- ✓ **Kimura Hideaki, Akio Uehara, Masateru Mori, hiroyuki Tanaka, Ryusuke Miura, Tokinari Shirai and Ken Sugawara.** Innovative technologies of continuous casting tundish. *Nippon Steel Technical report No 61*, 1994 pp.22-29
- ✓ **Kovac P., J. Kijic, V.Masek, P. Marek, P. Kalmar and K. Michalek.** Steel cleanliness important through tundish configuration optimizing. *Metalurgija* 42, 2003, 4, 249-255

- ✓ **Kumar Anil, Dipak Mazumdar and Satish C. Korla.** Modeling of fluid flow and residence time distribution in a four strand tundish for enhancing inclusion removal. *ISIJ Inter.* Vol. 48, 2008, no. 1. Pp 38-47
- ✓ **Lam G.K.G. and K. Bremhorst,** 'A modified form of the k-e model for predicting wall turbulence', *ASME, J. Fluids Eng.*, vol 103, 456-460, 1981
- ✓ **Lauder B.E. and D.B. Spalding.** The numerical computation of turbulent flows. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* 3, 1974, 269.
- ✓ **Levenspiel O.,** *Chemical Reaction Engineering*, John Wiley & Sons, Inc., 1972
- ✓ **Levenspiel O.,** *Chemical Reaction Engineering*, John Wiley & Sons, Inc., 1972.
- ✓ **Lindborg U. and K. Torszell,** *Trans. Met. Soc. AIME*, 1968, 242, 94-102.
- ✓ **Linder S.,** *Scand. J. Metall.*, 1974, 3, 137-150.
- ✓ **Malkiewicz T. and S. Rudnik,** *JISI.*, 1963, 201, 33-38.
- ✓ **Martinez Eloy, Masafumi Maeda, Lawrence J. Heaslip, Gerardo Rodriguez and Alex McLean.** Effects of fluid flow on the inclusion separation in continuous casting tundish. 109th ISIJ Meeting, April 1985, Tokyo.
- ✓ **Maunder P. J. H. and J. A. Charles,** *JISI*, 1968, 206, 705-715.
- ✓ **Maxey M.R. and Riley J.J.,** 1983. *Phys. Fluids* 26, p.283
- ✓ **Mazumdar D. and R. I. L. Guthrie,** *ISIJ Internat.*, 1995, 35, 1-20.
- ✓ **Mazumdar Dipak and Roderick I.L.Guthrie.** The physical and mathematical modeling of continuous casting tundish systems. *ISIJ Int.* ,vol 39, 1999, no 6, pp 524-547
- ✓ **McLean A.** The science and technology of steelmaking measurements, models and manufacturing. 2002. *Feature*, Dec. 2002, pp.21-33
- ✓ **McLean Alexander.** Sensor aided process control in iron and

steelmaking. *Solid State Ionics*. 1990, 40/41, pp .737-742

- ✓ **Miki Y., B. G. Thomas, A. Dennisov and Y. Shimada**, *Iron and Steelmaker*, 1997, 24, No. 8, 31-39.
- ✓ **Miki Yuji and Brian G. Thomas**. Modeling of inclusion removal in a tundish. *Metal Mater. Trans. B.*,vol. 30B, 1999, pp. 639-654
- ✓ **Miki Yuji and Brian G. Thomas**, Modeling of inclusion removal in a tundish. *Metallurgical and Materials Transactions B*, vol. 30B, (1999), Aug. pp.639-654
- ✓ **Miyazawa K. and K. Schwerdtfeger**. *Arch. Eisenhüttenwes.*, 1981, vol. 52 (11), pp. 415-22.
- ✓ **Mori K. and M. Sano**, *Tetsu-to-Hagane*, 1981, 67, 672-695, also M. Sano and K. Mori, *Trans ISIJ*, 1980, 20, 668-674, 675-681, 1983, 23, 169-175.
- ✓ **Morsi S.A. and Alexander A.J.**, 1972. An investigation of particle trajectories in two phase flow system. *J. fluids Mech.* , vol. 55, pp. 193-208
- ✓ **Mostafa A.A. and H.C. Mongia**. On the interaction of particles and turbulent fluid flow. *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 31, No.10, pp. 2063-2075, 1988
- ✓ **Mustafa R. Ozgu**. Continuous caster instrumentation. State of the art review. *Can. Metall. Quart.* 1996, vol.35, no. 3, pp.199-231
- ✓ **Nakanishi K. and J. Szekely**, *Trans. ISIJ*, 1975, 15, 522-530.
- ✓ **Ohji M., Nishiyama Kinen Kouza**, *NMS-ISIJ*, 1994, 153-154, pp 1-39
- ✓ **Okimori M.**, *Nippon Steel Technical Report*, 1996, No. 361, 67-76.
- ✓ **Okorokov G.N., A.I.Donets, A.Z.Shevtsov, V.A.Sinel'nikov, p.I.Yugov, B.F. Zin'ko, Krutyanskii M.M. and A.M. Popov**. A heating tundish – the final link a continuous steelmaking technology. *Metallurgist*, vol. 42, No. 1, 1998, pp.15-20

- ✓ **OpenCFD.** Programmers guide open source ToolBox. Limited, 2008
- ✓ **Paradox Ramos J., J. de J. Barreto, S. Lopez Ramirez and R.D. Morales.** Ironmaking Steelmaking, 28, 2001, p.101.
- ✓ **Pehlke Robert D.** Computer simulation of solidification processes- the evolution of a technology. Metall Mater. Trans. B, 2002, vol 53B, pp. 518-541
- ✓ **R.M.C. De keyser.** Improved mould level control in a continuous steel casting line. Control Eng. Practice, 1997, vol. 5, no 2, pp 231-237
- ✓ **Raja B.V.R..** Break outs in continuous casting of steel. Steelword Magazine, Mar. 2009, pp. 24-30
- ✓ **Rein H. and J. Chipman:** *Trans. Metall. Soc. AIME*, 1965, 233, 415-425
- ✓ **Roderick L..** Fluid flows in metallurgy- friend or Foe? 2004, Metal. Mater. Trans. B, vol. 35B, p. 417-437
- ✓ **Saffman P. G. and J. S. Turner,** *J. Fluid Mech.*, 1956,1, 16-30
- ✓ **Saffman P. G. and J. S. Turner,** *J. Fluid Mech.*, 1956,1, 16-30
- ✓ **Saffman P.G. and J.S. Turner.** *J. Fluid Mechanics*, 1956, no 1, pp. 16-30
- ✓ **Sahai Y. and T. Emi.** *Iron Steel Inst. Jpn. Int.*, 1996, vol. 36, no 9, pp. 166-173
- ✓ **Sahai Yogeshwar and Toshihiko Emi.** Criteria for water modeling of melt flow and inclusion removal in continuous casting tundishes. *ISIJ Inter.* Vol. 36, 1996, no 9, pp.1166-1173
- ✓ **Sahai Yogeshwar and Toshiniko Emi.** Melt flow characterization in continuous casting tundishes. *ISIJ Int.* vol 36, 1996, no 6, pp 667-672.
- ✓ **Sakao H.,** "Fundamentals of Steelmaking Reaction-Oxidation Reaction", in *Handbook of Iron and Steel 3rd. Ed.*, (1981, ISIJ, Tokyo), vol. 1, Fundamentals, 166 based on data published in Recommended

Equilibrium Values for Steelmaking Reactions, Japan Society for the Promotion of Science, 19th Committee for Steelmaking, (English version, Steelmaking Data Sourcebook, Gordon & Breach Science Publishers, New York, 1988) [cf. J. Chipman and J. F. Elliott, "Electric Steel Making, II", Chapt. 16, (1963, AIME & Interscience. Publishers., N.Y.), 95

- ✓ **Sakuraya T., N. Sumida, K. Onuma and T. Fujii**, *CAMP-ISIJ*, 1988, 1, 225.
- ✓ **Sandberg H., T. Engh, J. Andersson and R. Olsson**, *Proc. 1st Japan-Sweden Joint Symp. on Ferrous Metallurgy, ISIJ, TOKYO*, May, 1971, 87-107.
- ✓ **Schwarze Rudiger, Frank Overmeier and Dieter Janke**. Numerical simulation of fluid flow and disperse phase behavior in continuous casting tundishes. 2001, *Modelling Simul. Master Sci. Eng.* 9, pp. 279-287
- ✓ **Shade J.**, Lecture Notes, ISS Short Course on Ladle and Στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish Metallurgy for Clean Steels, Oct. 1997, 314-321
- ✓ **Shaping and Fabrication**. Instrumentation and control. Transactions ISIJ, vol. 25, pp 715-837
- ✓ **Sinha A.K. and A. Vassilicos**. Physical modeling of thermal effects on steel flow and mixing in tundish. *Ironmaking and Steelmaking*, 1998, vol.25, no 5, pp. 387-393
- ✓ **Sinha A.K. and Y. Sahai**, *ISIJ International*, 1993, vol. 33 (5), p.556
- ✓ **Sinha A.K. and Y. Sahai**. *Iron Steel Inst. Jpn. Int.*, 1993, vol. 33, no 5, pp. 556 - 566
- ✓ **Sinha K. and Y. Sahai**. Mathematical modeling of inclusion transport and removal in continuous casting στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundishes. *ISIJ Int.*, vol. 33 (1993), pp.556-566.

- ✓ **Sundberg Y.**, *Scand. J. Metall.*, 1978, 7, 81-87.
- ✓ **Szekely J. and R. T. Yadoya**: The physical and mathematical modeling of the flow field in the mold region in continuous casting systems – Part II. The mathematical representation of the turbulent flow field. *Metall. Mater. Trans.*, 4 (1973), No. 5, 1379
- ✓ **Tacke K.H. and J.C. Ludwig**. *Steel Res.* 1987. Vol. 58, no 6, pp. 262-270
- ✓ **Takatani Kouji, Yoshiyasu Shorota, Yoshihiko Higuchi and Yoshinori Tanizawa**. Fluid flow, heat transfer and inclusion behavior in continuous casting tundishes. *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.* 1, 1993, pp.265-274
- ✓ **Takenouchi T.**, Japan Steel Works Technical Report, March 1992, No. 66, 1-17.
- ✓ **Takuo Ando**. Production and Technology of iron and steel in Japan during 1986. 1987, *Transaction ISIJ*, vol. 27, pp249-263
- ✓ **Tanaka H., R. Nishihara, I. Kitagawa and R. Tsujino, Tetsu-to-Hagane**, 1993, 79, 1254-1259.
- ✓ **Taniguchi S. and A. Kikuchi**, *Tetsu-to-Hagane*, 1992, 78, 527-535.
- ✓ **Taylor C. R. and J. Chipman**: *Trans. Metall. Soc. AIME*, 1943, 154, 228-247.
- ✓ **Thomas B. G.**. *Continuous Casting Metallurgy Yearbook of Science and Technology*, 2004, McGraw Hill, pp1-6
- ✓ **Thomas B.G.** Metals processing chapter 14 in *structure, processing and properties of engineering materials*. Addison Wesley, 2004 pp1-65.
- ✓ **Thomas B.G. 2002**. Modeling of the continuous casting of steel. Past, present and future. *Metall. Trans. B*, vol 33B, pp 795-812
- ✓ **Thomas B.G.** Continuous casting. Complex models. "The Encyclopedia of materials. Science and Technology." K.H.J. Buschow,

R.Cahn, M. Flemings, B.Ilschner, E.J.Kramer, S.Mahajan, eds. Elsevier Science LTD, Oxford, UK, vol 2, 2001, pp.1599-1609.

✓ **Thomas B.G.** Continuous casting of steel. Chapter 15 in Modeling for Casting and Solidification Processingx, O. Yu, editor, Marcel Dekker, New York, NY, 2001, pp. 499-540

✓ **Thomas B.G.**, "Continuous Casting: Modeling," *The Encyclopedia of Advanced Materials*, (J. Dantzig, A. Greenwell, J. Michalczyk, eds.) Pergamon Elsevier Science Ltd., Oxford, UK, Vol. 2, 2001, 8., (Revision 3, Oct. 12, 1999).

✓ **Thomas B.G., J.K. Brimacombe.** Chapter 8. Process Modeling. Advanced Physical Chemistry for Process Mtallurgy. Academic Press 1997, pp.253-279.

✓ **Thomas Brian and Fady M. Najjar.** Finite element modeling of turbulent fluid flow and heat transfer in continuous casting. Appl. Math. Modelling, 1991, vol. 15, May, pp.226-243

✓ **Thomas Brian G..** Modeling of continuous casting. Chapter 5. 2003. AISE Steel Foundation, Pittsburg, PA, pp 1.24

✓ **Thomas G. Brian and Vanka S.P.** Flow dynamics and inclusion transport in continuous casting of steel. NSF Design, Service, Manufacturing and Industrial Innovation Research Conf., San Juan, Puerto Rico, January 7-10, 2002

✓ **Thomas, B.G.**, "Continuous Casting," *The Encyclopedia of Materials: Science and Technology*, K.H. J. Buschow, R. Cahn, M. Flemings, B. Ilschner, E. J. Kramer, S. Mahajan, (D. Apelian, subject ed.) Elsevier Science Ltd., Oxford, UK, Vol. 2, 2001, pp. 1595-1599

✓ **Tozawa K., Y. Kato, and T. Nakanishi,** CAMP-ISIJ, 1997, vol. 10, p. 105

✓ **Trippelsdorf H., R. Marraccini and S. Kaollberg.** Advances in strip

surface quality from thin slab casters. 2003, int. Sci. Collquim modeling of Electr. Processing. Hannover, pp. 24-26

✓ **Warzecha M., T. Merder.** Numerical analysis of the non- metallic inclusions distribution and separation in a two strand tundish. 2013, *Metabk* 52(2), 153, pp. 153-156

✓ **Wolf M.,** Slab Caster Tundish Configuration and Operation. A Review, Proceedings Steelmaking Conference, 1996, 79, 367-381.

✓ **Yahkot, Y and Orszag S.A. (1992).** "Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique'. *Phys. Fluids A*, vol 4, pp 1510-1520.

✓ **Yamagami A. et al.,** Characteristics of Large Cross-Section Bloom Caster for Seamless Tubular Products in the Shrouding of Steel Flow for Casting and Teeming, Ed. G. Harry ISS, Warrendale, Pa. USA,1986, 61-71.

✓ **Yin H., H. Shibata, T. Emi and M. Suzuki,** *ISIJ Internat.*, 1997, 37, 936-945, and 945-955.

✓ **Yoshida K., T. Kimura, T. Watanabe, T. Mishima, and M. Ohara,** *Tetsu-to-Hagane*, 1988, 74, No. 7, 1240-1247

✓ **Yousef Payandeh, Mansour Soltanieh.** 2007. Oxide inclusions at different steps of steel production. *J. Iron and Steel Research, Int.* 14(5), pp 39-46.

✓ **Zhang L., S. Taniguchi, and K. Cai,** *Metallurgical and Materials Transactions B*, vol. 31B, April 2000, pp. 253-266

✓ **Zhang Lifeng, Brian G. Thomas.** Inclusions in continuous casting of steel. Nov. 2003, XXIV Natioanl Steelmaking Symposium, Morelia, Mich, Mexico, pp. 138-183

✓ **Zhang Lifeng, Shoji Taniguchi and Kaike Cal.** Fluid flow and inclusion removal in continuous casting tundish. *Metal. Mater. Trans. B*, 31B, 2000, pp.253-266



✓ **Zorcut M., F. Vecchiet, N. Kapaj and A. Pademo.** Tundish flow optimization and steel grade change prediction. BHM, 152, Jg, 2007, Heft 11, pp.355-360

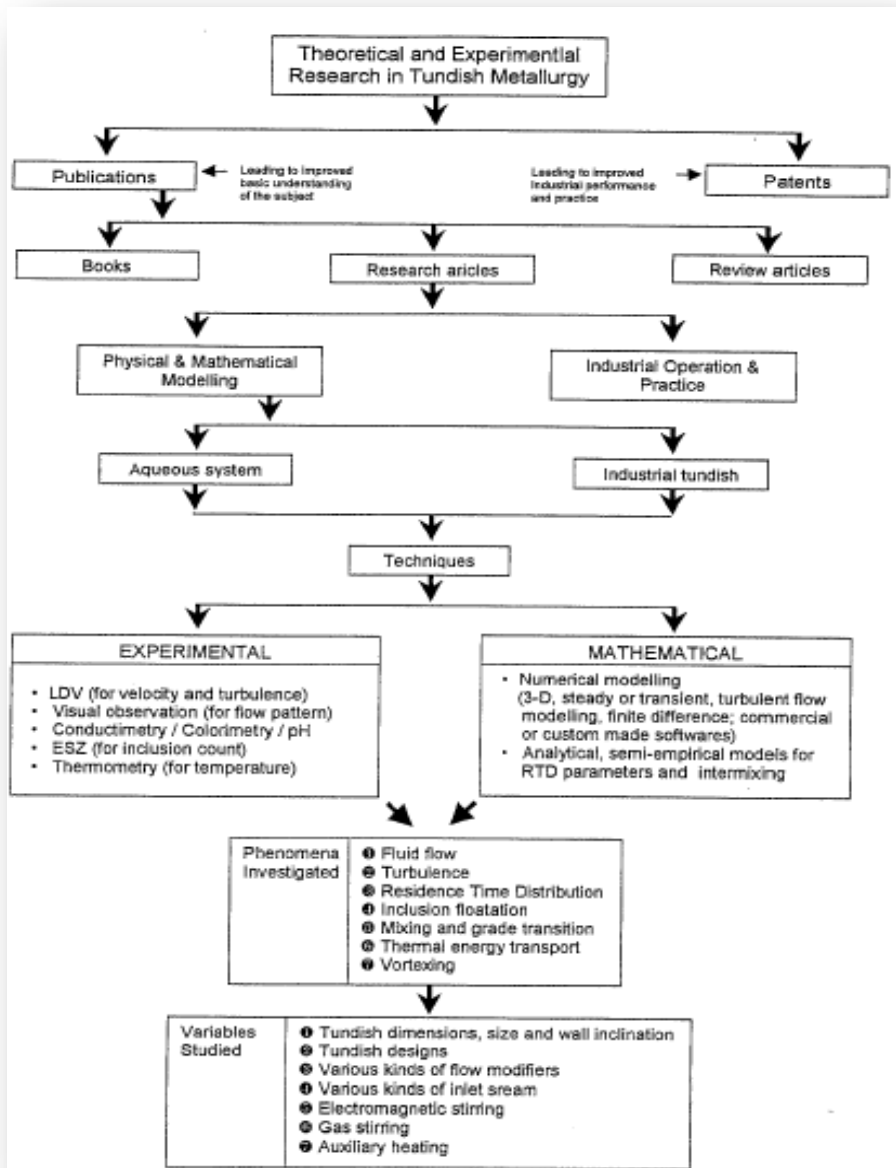


## Κεφάλαιο 2. Ιστορική ανασκόπηση

Βιβλιογραφική αναδρομή	125
Η μαθηματική μοντελοποίηση	128
Μελέτες μαθηματικής μοντελοποίησης	130
Η μοντελοποίηση της ροής των υγρών	132
Αναφορές σε επιλεγμένες δημοσιεύσεις	135
Βιβλιογραφία	136



## Κεφάλαιο 2. Βιβλιογραφική αναδρομή



Σχήμα 2.1 Ταξινόμηση της διεθνούς βιβλιογραφίας με θέμα την δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish, [Dipak and Guthrie, 1999]

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστεί μια σύντομη ιστορική αναδρομή στο σύνολο της τρέχουσας βιβλιογραφίας (δημοσιεύσεις, βιβλία, τεχνικές οδηγίες). Αναφέρεται η ταξινόμηση της βιβλιογραφίας και ο χωρισμός της σε κατηγορίες. Ανά κατηγορία δίνονται οι σημαντικότερες βιβλιογραφικές πηγές. Η παρουσίαση επικεντρώνεται στην μαθηματική μοντελοποίηση και όχι στις άλλες κατηγορίες που θα αναφερθούν.

### **SEN mould**

- Water Modelling
  - PIV / DV
  - Gas injection
  - Particles
  - Mercury Modelling
- Numerical modeling CFD
  - K-e turbulence
  - LES
  - Superheat
  - Gas injection
  - Slide gate
  - Particles
- Plant trials

### **Στην δεξαμενή τύπου tundish**

- Water Modelling
  - Furniture, Impact pads
  - RTD
  - Temperature
- Numerical modeling CFD
  - K-e turbulence
  - Furniture, Impact pads
  - RTD
  - Temperature
  - Transition
- Plant Trials
- ❖ Inclusions
- ❖ Ladle

Πίνακας 2.1 . Διαχωρισμός δημοσιεύσεων

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η βιβλιογραφία σχετικά με το αντικείμενο της παρούσας διατριβής. Η βιβλιογραφική έρευνα χωρίζεται σε δύο κύρια μέρη. Το πρώτο μέρος είναι για την μοντελοποίηση και το σχεδιασμό στη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish και το δεύτερο μέρος περιέχει το υπόβαθρο για την μαθηματική βελτιστοποίηση. Η μοντελοποίηση και ο σχεδιασμός χωρίζονται σε τρία κύρια μέρη, την φυσική μοντελοποίηση, τις δοκιμές σε δοκίμια και την αριθμητική προσομοίωση. Η μαθηματική ενότητα περιγράφει τη βελτιστοποίηση της θεωρίας με βάση την μαθηματική βελτιστοποίηση των εξισώσεων ροής και με περιγραφή των διαφόρων προγραμμάτων που χρησιμοποιούνται στην παρούσα διατριβή.

Τα τελευταία χρόνια, οι ερευνητικές δραστηριότητες σχετικά με τις συνδεδεμένες θεωρητικές και τις εφαρμοσμένες πτυχές έχουν οδηγήσει σε μεγάλο αριθμό δημοσιεύσεων. Για παράδειγμα, η βιβλιογραφία περιλαμβάνει διάφορα βιβλία [Szekely and Illegbussi, 1989], μονογραφίες [Heaslip et al., 1983; Schade 1991], ανακεφαλαιώσεις [McLean, 1988; Thomas, 2001; Tsubokura et al, 1985] και πολλά ερευνητικά άρθρα που ασχολούνται με πολλές διαφορετικές πτυχές της "tundish μεταλλουργίας". Όπως φαίνεται στο σχήμα 2.1 τα δημοσιευμένα άρθρα ταξινομούνται σε τρεις ευρείες κατηγορίες: (i) Φυσική και Μαθηματική μοντελοποίηση (ii) Βιομηχανικές δραστηριότητες και (iii) Πρακτική. Ο πίνακας 2.1 μας δίνει το σύνολο των ταξινομήσεων για τον χωρισμό των δημοσιεύσεων σχετικά με τα εξαρτήματα μιας εγκατάστασης συνεχούς χύτευσης, [Thomas and Zhang, 2001; Thomas and Brimacombe, 1997; Thomas, 2001].

---

## 2.1.Η μαθηματική μοντελοποίηση

---

Η μαθηματική μοντελοποίηση είναι μια εναλλακτική προσέγγιση για την προσομοίωση της ροής μέσα στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish. Στη μαθηματική μοντελοποίηση, οι τυρβώδεις Navier-Stokes εξισώσεις λύνονται σε ένα όριο όπου έχουμε τοποθετήσει ένα σύστημα συντεταγμένων για την πρόβλεψη των διανομών των ταχυτήτων. Αναλυτική λύση των 3D Navier-Stokes εξισώσεων δεν είναι δυνατόν και έτσι πρέπει να πάμε για αριθμητικές μεθόδους. Για την αριθμητική επίλυση των εξισώσεων αυτών υπάρχουν πολλά εμπορικά πακέτα λογισμικού όπως FLUENT, CFX, FLOW-3D, PHOENICS, FIDAP, κλπ. Διάφορα μοντέλα για τις τυρβώδεις αναταράξεις είναι διαθέσιμα, όπως το k-ε, RNG, LB, κλπ. Η εκτεταμένη ανασκόπηση της βιβλιογραφίας δείχνει ότι το βασικό πλαίσιο των μαθηματικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται στην έρευνα της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish μπορεί να χωριστεί σε τρεις επιμέρους φάσεις, και συγκεκριμένα:

(α) στον ορισμό του προβλήματος, ο οποίος γίνεται με ρητή αναφορά της διαδικασίας όσον αφορά ορισμένες φυσικές μεταβλητές χρησιμοποιώντας μερικές διαφορικές εξισώσεις, με τις κατάλληλες οριακές συνθήκες λειτουργίας και τα κατάλληλα όρια,

(β) ανάλογα με το πλέγμα του δικτύου που μπορεί να κάνει διακριτοποίηση των διαφορικών εξισώσεων σε αλγεβρική μορφή, χρησιμοποιώντας διάφορα σχήματα και

(γ) η λύση αυτών των εξισώσεων με διακριτοποιημένες αριθμητικές τεχνικές.

Η κύρια φυσική μεταβλητή σε οποιοδήποτε πεδίο ροής είναι η ταχύτητα, ενώ οι άλλες ιδιότητες απορρέουν απευθείας από το πεδίο ταχύτητας. Για το λόγο αυτό, επιλέχθηκε η ταχύτητα ως η κύρια φυσική



μεταβλητή για όλες τις μαθηματικές μελέτες των μοντέλων. Συνειδητοποιώντας το γεγονός ότι οι ροές του ρευστού μετάλλου εντός της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish στην πραγματικότητα είναι τρισδιάστατες και τυρβώδεις, αρκετές δημοσιεύσεις της μαθηματικής μοντελοποίησης υποθέτουν ότι οι ροές είναι τρισδιάστατες και τυρβώδεις ενώ υπάρχει ένας πολύ μεγάλος αριθμός με δισδιάστατη προσέγγιση του θέματος [Singh and Korla, 1996]. Σε όλες τις ανωτέρω αναφορές η εξίσωση της συνέχειας και της ορμής που περιγράφουν τη ροή του υγρού από μαθηματικής άποψης μαζί με το μοντέλο της τυρβώδους ροής και τις οριακές συνθήκες, χρησιμοποιούνται ως σημείο αφετηρίας όλων των μαθηματικών μελετών για προσομοίωση. Ορισμένες δημοσιεύσεις συμπεριέλαβαν και την εξίσωση της ενέργειας για την πρόβλεψη της θερμοκρασιακής διανομής σε μη ισόθερμες συνθήκες [Lopez-Ramirez et al., 2000; Craig et al., 2001; Vargas-Zamora et al., 2003]. Ο Zhang (2006A) έκανε μια εκτενή αναφορά στην ύπαρξη και στον σχηματισμό των εγκλεισμάτων στο ρευστό μέταλλο μας ενώ με μια νέα δημοσίευση του [Zhang, 2006B] αναφέρθηκε στον υπολογισμό αυτών καθώς και σε μια εκτενή αναφορά της μέχρι τότε βιβλιογραφίας. Οι [Zhang and Thomas, 2006] πρότειναν τον συνολικό τρόπο της ροής των εγκλεισμάτων υπολογίζοντας την τροχιά των και την ταχύτητα αυτών. Οι [Hohmann and Jonsson, 1990] έχουν προτείνει μια νέα σειρά από μοντέρνες μεθοδολογίες επεξεργασίας του υγρού μετάλλου μας με σκοπό την μείωση των εγκλεισμάτων στη τελική φάση.

Άλλοι ερευνητές περιλαμβάνουν και κάποιες επιπλέον διαφορικές εξισώσεις για να περιγράψουν την τροχιά ένταξης και ενσωμάτωσης των κατανομών πυκνότητας, [Solhed et al., 2002], για να προβλέψουν παραμέτρους όπως «κατανομή χρόνου παραμονής» [Craig et al. 2001], «κατανομή του επιφανειακού στρώματος σκουριάς» [Solhed et al., 2002], κλπ. Για τα περισσότερα από τα προβλήματα CFD, η προσομοίωση της

τυρβώδους ροής ενσωματώνεται στην τυρβώδη επίλυση των Navier-Stokes εξισώσεων στην αρχική τους μορφή, για να συλλάβουν τις κρίσιμες συνέπειες της ροής χωρίς να χρειάζεται να επιλυθεί το πραγματικό μέτρο μήκους και χρονικής κλίμακας της παραχώδους κίνησης. Μια από τις πιο δημοφιλείς πρακτικές είναι η εύρεση των μέσων όρων των μεγεθών της συνέχειας και των εξισώσεων Navier-Stokes και κατόπιν η επίλυση των που σημαίνει ότι το προκύπτον σύστημα εξισώσεων αναφέρεται στη μέση τιμή των ποσοτήτων της ταχύτητας και της πίεσης. Η προσέγγιση αυτή εισήχθη για πρώτη φορά από τον Reynolds και καλείται Reynolds Averaged Navier Stokes Equations - RANS εξισώσεις

---

## 2.2.Μελέτες μαθηματικής μοντελοποίησης

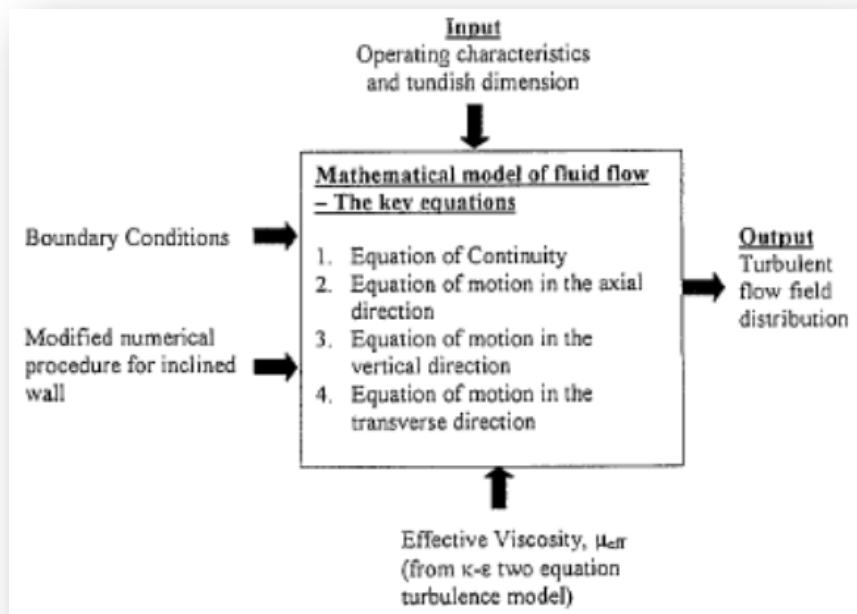
---

Οι συνθήκες λειτουργίας όπως η υψηλή θερμοκρασία και η οπτική αδιαφάνεια του λιωμένου μετάλλου, το τεράστιο εύρος εφαρμογών των βιομηχανικών προϊόντων που παράγονται από την δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish, κλπ. δημιουργούν σοβαρά προβλήματα για οποιαδήποτε άμεση και περίτεχνη πειραματική διερεύνηση, σχήμα 2.2.

Κατά συνέπεια, η μαθηματική μοντελοποίηση είναι μια λογική εναλλακτική λύση για τη διερεύνηση των φαινομένων μεταφοράς και της δυναμικής που συνδέονται η μάζα και η θερμότητα στην περίπτωση της συνεχούς χύτευσης σε συστήματα τύπου tundish.

Για την δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish περιλαμβάνονται δημοσιεύσεις τύπου υδροδυναμικής, [Debroy and Sychterz, 1985; Szekely et al., 1987; Sahai Y., 1987; He and Sahai, 1987], κατανομής χρόνων τύπου RTD [Illegbussi and Szekely, 1987; Joo and Guthrie, 1991], θέματα θερμικής ενέργειας και μεταφοράς των [Tacke and Ludwig, 1987; Gaston et al., 1991; Illegbussi and Szekely, 1993; Sinha and

Sahai, 1993], ηλεκτρομαγνητικής ανάδευσης [Ilegbussi and Szekely, 1989], φαινομένων αναταράξεων, [Chakraborty and Sahai, 1991;, Ilegbusi, 1994], κλπ. Σημαντικές προσπάθειες έχουν γίνει μέσω αυτών των μελετών για την ανάπτυξη ενός αξιόπιστου και προγνωστικά μαθηματικού πλαισίου για τη διερεύνηση των φαινομένων μεταφοράς που παρουσιάζουν ενδιαφέρον για την βιομηχανία συνεχούς χύτευσης των συστημάτων τύπου tundish.



Σχήμα 2.2. Διάγραμμα των παραμέτρων της τυρβώδους ροής όπως εφαρμόζεται για ροή υγρού μετάλλου στο δοχείο στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish.

Αρκετοί ερευνητές έχουν ασχοληθεί με την προσθήκη ενός αναδευτήρα στο δοχείο με σκοπό να βελτιώσουν την ροή του μετάλλου και να αυξήσουν την αποβολή των εγκλεισμάτων μας. Οι [Palafox-Ramos et

al., 2001] μελέτησαν το συγκεκριμένο πρόβλημα σε φυσικές εγκαταστάσεις και κατόπιν προσπάθησαν να το μοντελοποιήσουν μαθηματικά. Έτσι, έδειξαν ότι τα αποτελέσματα ήταν αρκετά καλά σε μεγάλες κατασκευές όπου έχουμε μεγάλες ποσότητες (60 ton). Οι Morales et al. (2000), επέκτειναν την έρευνα και σε εγκαταστάσεις με διαχωριστικά ενδιάμεσα.

Μέχρι σήμερα, πολλές αριθμητικές έρευνες έχουν αναφερθεί στην βιβλιογραφία σχετικά με τις ροές υγρού μετάλλου σε μεγάλη ποικιλία Στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish γεωμετρίες (δηλαδή ορθογώνια διπλή θύρα, [Tacke and Ludwig, 1987], τύπου γούρνας [Joo and Guthrie, 1991], ρηχά [Ilegbusi and Szekely, 1989], T σχήμα [Joo et al., 1993] κάτω από μια ευρεία ποικιλία των διαμορφώσεων ροής. Για παράδειγμα, μελέτες έχουν αναφερθεί κατά τις οποίες, κάθετοι ή επικλινείς τοίχοι [He and Sahai, 1987], τροποποιητές ροής (δηλαδή, φράγματα, υπερχειλιστών, σχισμένα διαφράγματα κλπ [Szekely et al., 1986; Sahai, 1987], ηλεκτρομαγνητική ανάδευση [Ilegbusi and Szekely, 1989], βοηθητική θέρμανση [Ilegbusi and Szekely, 1991], κ.τ.λ.). Επίσης, οι Chamkraborty and Sahai, (1992) έχουν μελετήσει τις απώλειες θερμότητας από την επιφάνεια του υγρού μας σε συνδυασμό με την ύπαρξη εσωτερικών διαχωρισμάτων.

---

## 2.3. Η μοντελοποίηση της ροής των υγρών

---

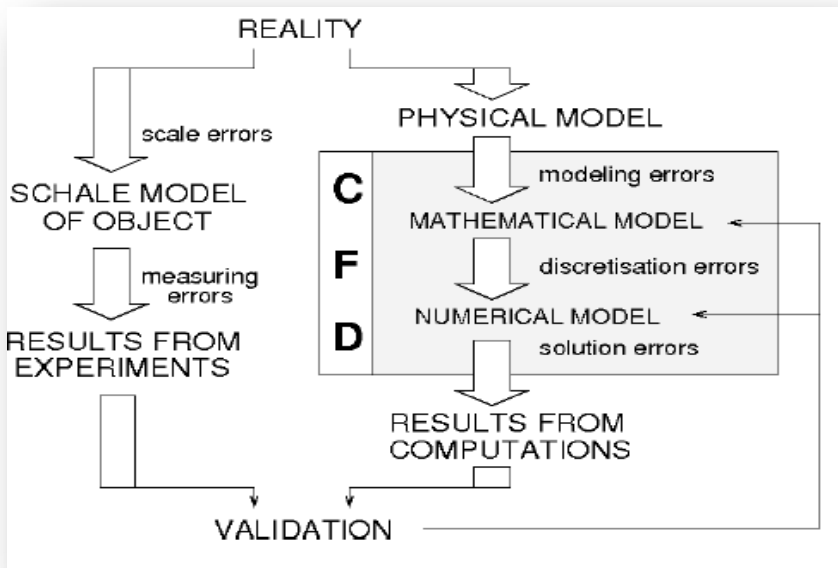
Ένα τυπικό μοντέλο τρισδιάστατης ροής ρευστού λύνει την εξίσωση της συνέχειας και τις Navier Stokes εξισώσεις για ασυμπίεστα Νευτωνικά ρευστά, οι οποίες βασίζονται σε θέματα διατήρησης μάζας (μία εξίσωση) και δυναμικής (τρεις εξισώσεις) σε κάθε σημείο σε ένα υπολογιστικό πεδίο [Patankar and Spalding, 1972; Patankar, 1980]. Η λύση αυτών των εξισώσεων, μας δίνει τα στοιχεία πίεσης και ταχύτητας σε κάθε σημείο της

ροής. Στην περίπτωση που εμπλέκονται στη διαδικασία αυτή και θέματα τυρβώδους ροής, θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν ειδικά μοντέλα.

Πολλοί έχουν αναφερθεί σε διάφορα μοντέλα τύρβης στην συνεχή χύτευση, όπως μοντέλα ιξώδες για το κυλινδρικό καλούπι με ευθύγραμμο ακροφύσιο [Choudhary and Mazumdar 1994, 1995], μοντέλα τύρβης όπου έχουμε τυρβώδη ενέργεια για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα [Szekely and Yadoya, 1973], δύο εξισώσεων μοντέλα όπως το K-ε [Thomas et al., 2001; Szekely and Yadoya, 1973], το μοντέλο LES (Προσομοίωση Μεγάλης Δίνης) [Smagorinsky, 1963; Yao et al., 1984, 1985], ενδεχομένως σε συνδυασμό με την SGS (υπο-πλέγμα κλίμακας) [Yao et al. 1984, 1985] και DNS (Direction Numerical Simulation) [Thomas et al., 2001].

Το DNS είναι η απλούστερη και λιγότερη απαιτητική υπολογιστική μέθοδος διότι χρησιμοποιεί ένα αρκετά πυκνό δίκτυο (πλέγμα), για να «συλλάβει» όλες τις ταραχώδεις δίνες και την κίνηση τους με το χρόνο. Για την επίτευξη πιο αποδοτικών αποτελεσμάτων, η διαταραχή συνήθως εμπνέεται από ένα πλέγμα τύπου Courser χρησιμοποιώντας μια μέση χρονική προσέγγιση, όπως το δημοφιλές μοντέλο K-ε, το οποίο λαμβάνει υπόψη τον μέσο όρο από την επίδραση της αναταραχής στο αυξημένο πεδίο ιξώδους χρησιμοποιώντας το  $\mu_{\text{eff}}$ . Αυτή η προσέγγιση απαιτεί την επίλυση δύο επιπλέον μερικών διαφορικών εξισώσεων για τη μεταφορά της τυρβώδους κινητικής ενέργειας και για το ποσοστό της διασποράς [Thomas et al. 2001], σχήμα 2.3. Η χρήση των σχέσεων για να συλλάβει τις απότομες κλίσεις στο τοίχωμα στην περίπτωση ενός μοντέλου υψηλού Re k-ε, είναι οι εξισώσεις τοίχους, ώστε να επιτευχθεί ικανοποιητική ακρίβεια στο πλέγμα [Thomas and Najjar, 1991; Hershey et al., 1993]. Εναλλακτικά, το χαμηλό-Reynolds-μοντέλο τύρβης αντιμετωπίζει το οριακό στρώμα με ένα πιο γενικό τρόπο, αλλά απαιτεί ένα λεπτότερο πλέγμα στους τοίχους. Η μέθοδος LES είναι μια ενδιάμεση μέθοδος, μεταξύ των απευθείας αριθμητικών προσομοιώσεων και του K-ε μοντέλου τύρβης, η οποία

χρησιμοποιεί ένα μοντέλο τύρβης μόνο στο υπο-κλίμακα πλέγμα [Sivaramakrishnan et al., 2000; Tanizawa et al., 1993].



Σχήμα 2.3. Επίλυση του προβλήματος της ροής στο δοχείο στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish

Τα περισσότερα μοντέλα προσομοίωσης της ροής έχουν χρησιμοποιήσει τις πεπερασμένες διαφορές. Ετσι, δημοφιλείς γενικής χρήσης κώδικες αυτού του τύπου περιλαμβάνουν τα πακέτα των CFX, FLUENT, FLOW3D και PHOENICS. Ενώ ειδικής χρήσης κωδικών περιλαμβάνουν τα MAGMASOFT, Physica. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιείται σε FIDAP ενώ ειδικής χρήσης των πεπερασμένων στοιχείων περιλαμβάνουν τα PROCAST και CAFE.

---

## 2.4. Αναφορές σε επιλεγμένες δημοσιεύσεις

---

Πολλοί ερευνητές έχουν διεξάγει συγκριτικές μελέτες με σκοπό να αξιολογήσουν τις επιπτώσεις των αναταράξεων στα διαφορετικά μοντέλα για την πρόβλεψη των παραμέτρων των. Τέτοια μοντέλα έχουν αναπτύξει οι Schwarze et al., [2001A and 2001B] όπου έχουν χρησιμοποιήσει μοντέλα πρόγνωσης του πεδίου ροής για τις αναταράξεις και την συμπεριφορά της δεισπαρμένης φάσης. Χρησιμοποιώντας τα πρότυπα μοντέλα των k-ε και RNG k-ε δεν φαίνεται να διαφέρουν σημαντικά οι μέσες παραγόμενες ποσότητες. Σύγκριση των αποτελεσμάτων με τα διαθέσιμα πειραματικά στοιχεία, κατέληξαν στο συμπέρασμα, ότι το RNG μοντέλο προσεγγίζει τις αναταράξεις στις καταστάσεις της ροής με μια υψηλή καμπυλότητα στις γραμμές ροής καλύτερα από άλλα μοντέλα. Η βιβλιογραφία δείχνει ότι οι περισσότερες προσομοιώσεις χρησιμοποίησαν σαν τυρβώδες μοντέλο το k-ε [Hou and Zou, 2005; Smirnov et al., 2007] και συμφωνούν οι περισσότεροι, ότι κάνει υπέρ πρόβλεψη των k τιμών επειδή δεν λαμβάνει υπόψη το γεγονός ότι το strain rate επηρεάζει την τύρβη. Στο ίδιο συμπέρασμα κατέληξαν και οι [Hou and Zou, 2005; Jha et al., 2003]. Πιο πρόσφατα ορισμένοι ερευνητές [Odenthal et al. 2001, 2003, 2000] χρησιμοποίησαν το μοντέλο «Realizable k-ε» των Shih et al. (1994). Αυτό είναι ουσιαστικά ένα νέο ιξώδες μοντέλο, που αποτελείται από μια νέα εξίσωση διάχυσης για το k και μια νέα διατύπωση της ε όπως εκφράζονται από τις εξισώσεις (2.1) και (2.2) αντίστοιχα.

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{e1} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} \beta g_i \frac{v}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} + C_1 S \varepsilon - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (2.1)$$

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.2)$$

$$C_{\mu} = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}} \quad (2.3)$$

όπου  $A_0$  και  $A_s$  σταθερές και  $U^*$  πρέπει να υπολογίζεται με βάση την μέση ταχύτητα περιστροφής.

---

## 2.5.Βιβλιογραφία

---

- ✓ **Chakraborty S. and Y. Sahai:** Ironmaking Steelmaking, 19 (1992), 479.
- ✓ **Chakraborty S. and Y. Sahai:** Ironmaking Steelmaking, 19 (1992), 488.
- ✓ **Chakraborty S. and Y. Sahai:** Role of near wall node location on the prediction of melt flow and residence time distribution in tundishes by mathematical modeling. Metall. Trans., 22B(1991), 429.
- ✓ **Chakraborty S. S. and Y. Sahai:** Effect of holding time and surface cover in ladles on liquid steel flow in Continuous Casting Tundishes. Metal. Trans., 23B (1992), pp.153-167.
- ✓ **Choudhary S. K. and D. Mazumdar:** Mathematical modeling of transport phenomena in continuous casting of steel. *ISIJ Int.*, 34 (1994), No. 7, 584.
- ✓ **Choudhary S. K. and D. Mazumdar:** *Steel Res.*, 66 (1995), No. 5, 199.
- ✓ **Craig K. J., D. J. De Kock, K. W. Makgata and G. J. De Wet:** Design optimization of a single strand continuous caster tundish using residence time distribution data. *ISIJ Int.*, 41 (2001), No. 10, 1194.
- ✓ **Debroy T. and J. A. Sychterz:** Metall. Trans., 16B (1985), 497.
- ✓ **Gaston, R. Laura and M. Medina:** Ironmaking Steelmaking, 18 (1991), 370.
- ✓ **He Y. and Y. Sahai:** the effect of tundish wall inclination on the fluid flow and mixing. Metall. Trans., 18B (1987), pp.81-91.



- ✓ **He Y., Y. Sahai:** Proc. of the Steelmaking Conf. TMS, Warrendale. PA, (1986), 745.
- ✓ **Heaslip L. J., A. McLean and I. D. Sommerville:** Continuous Casting, Vol. 1, ISS of AIME, (1983).
- ✓ **Hershey D. E., B. G. Thomas and F. M. Najjar:** *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 17 (1993), No. 1, 23.
- ✓ **Hohmann M. and S. Jonsson.** Modern systems for production of high quality metal alloy powder. Vacuum. 1990. Vol. 41, no 7-9, pp 2173-2176.
- ✓ **Hou Q. and Z. Zou:** *ISIJ Int.*, **45** (2005), No. 3, 325.
- ✓ **Illegbusi O. J.** Application of the two-fluid model of turbulence to tundish problems. *ISIJ Int.*, 34(1994), No. 9, 732.
- ✓ **Illegbussi O. J. and J. Szekely:** Effect of externally imposed magnetic field on tundish performance. *Ironmaking Steelmaking*, vol.16 (1989), pp. 110-115
- ✓ **Illegbussi O. J. and J. Szekely:** *Mathematical Modelling of Materials Processing Operations*, ed, by J. Szekely et al.. TMS, Warrendale. PA, (1987), 409.
- ✓ **Illegbussi O. J. and J. Szekely:** *Steel Res.*, 62 (1991), 193.
- ✓ **Jha P. K., R. Ranjan, S. S. Mondal and S. K. Dash:** *Int. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow*, **13** (2003), No. 8, 964.
- ✓ **Joo S, Han J.W., Guthrie R.I.L.** Inclusion Behavior and Heat-Transfer Phenomena in Steelmaking Tundish Operations. Part II. Mathematical model for liquid steel in tundishes. *Metall. Mat. Trans.*, Vol. 24B, pp. 767-777, 1993.
- ✓ **Joo S. and R. I. L. Guthrie:** *Can. Metall. Q.*, 30 (1991), 261.
- ✓ **Joo S., J. W. Han and Guthrie R.I.L.** Inclusion Behavior and Heat-Transfer Phenomena in Steelmaking Tundish Operations. Part III.

Applications – Computational approach to tundish design. Metall. Trans., 24B, 1993, pp. 779-788.

- ✓ **Lopez-Ramirez S., R.D. Morales, J.A. Romero Serrano.** Numerical simulation of the effects of buoyancy forces and flow control devices on fluid flow and heat transfer phenomena of liquid steel in a tundish. *Numerical Heat Transfer, part A, 2000, 37*, pp. 37-69
- ✓ **Mazumdar Dipak and Roderick I.L.Guthrie.** The physical and mathematical modeling of continuous casting tundish systems. *ISIJ Int.*, vol 39, 1999, no 6, pp 524-547
- ✓ **McLean:** Proc, of the Steelmaking Conf., (1988), 3.
- ✓ **Morales R. D., J de Barreto, S. Lopez-Ramirez, J.Palafox-Ramos and D.Zacharias.** Melt flow control in a multistrand tundish using a turbulence model. *Metal. Trans. B*, vol.31, p.1505, 2000.
- ✓ **Odenthal H.-J., H. Pfeifer and M. Klaas:** *Steel Res.*, **71** (2000), Nos. 6–7, 210.
- ✓ **Odenthal H.-J., R. Bolling and H. Pfeifer:** *Steel Res. Int.*, **74** (2003), No. 1, 44.
- ✓ **Odenthal H.-J., R. Bolling, H. Pfeifer, J.-F.Holzhauser and F.-J. Wahlers:** *Steel Res.*, **72** (2001), Nos. 11–12, 466.
- ✓ **Palafox-Ramos J., J. De J. Barreto, S. Lopez-Ramirez and R.D. Morales.** Melt flow optimization using turbulence inhibitors in large volume tundishes. *Ironmaking and Steelmaking*, 2001, vol. 28, no 2, pp 101-110
- ✓ **Patankar S. V. and B. D. Spalding:** *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15 (1972), No. 10, 1787.
- ✓ **Patankar S. V.:** *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw Hill, New York, NY, (1980).
- ✓ **Sahai Y.** *Mathematical Modelling of Materials Processing Operations*,

- ed. by J. Szekely et al., TMS, Warrendale, PA, (1987), 431. -113
- ✓ **Schade J.:** Tundish Metallurgy, Vol. I & 2, ISS of AIME, (1991).
  - ✓ **Schwarze R., F. Obermeier and D. Janke:** *Modelling and Simulation in Material Science and Engineering*, **9** (2001), 279.
  - ✓ **Schwarze R., F. Obermeier, J. Hantusch, A. Franke and D. Janke:** *Steel Res.*, **72** (2001), Nos. 5–6, 215.
  - ✓ **Shih T. H., W. W. Liou, A. Shabbir, Z. Yang and J. Zhu:** A New k–ε Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows—Model Development and Validation, NASA TM 106721, (1994).
  - ✓ **Singh S. and S.C. Koria.** Tundish steel melt dynamics with and without flow modifiers through physical modeling. 1996, Ironmaking and Steelmaking, vol.23, No.3, p.255.
  - ✓ **Sinha K. and Y. Sahai:** Mathematical modeling of inclusion transport and removal in continuous casting tundishes. *ISIJ Int.*, vol. 33 (1993), pp.556-566.
  - ✓ **Sivaramakrishnan S., B. G. Thomas and S. P. Vanka:** *Materials Processing in the Computer Age*, Vol. 3, ed. by V. Voller and H. Henein, TMS, Warrendale, PA, (2000), 189.
  - ✓ **Smagorinsky J.:** *Monthly Weather Review*, 91, (1963), 99.
  - ✓ **Smirnov O., P. Varynen, A. Kravhenko and S. Loukenkipi.** Modern methods of modeling fluid flow and inclusions motion in tundish bath – General view. Personal notes.
  - ✓ **Solhed H. and L. Jonsson:** *Scand. J. Metall.*, 32 (2003), No. 1, 15.
  - ✓ **Szekely J. and N. El-Kaddah:** Proc, of the Steelmaking Conf., TMS, Warrendale. PA, (1986), 761.
  - ✓ **Szekely J. and O. J. Illegbussi:** *The Physical and Mathematical Modelling of Tundish Operations*, Springer Verlag, New York, (1989).
  - ✓ **Szekely J. and R. T. Yadoya:** *The physical and mathematical modeling*

of the flow field in the mold region in continuous casting systems – Part II. The mathematical representation of the turbulent flow field. *Metall. Mater. Trans.*, 4 (1973), No. 5, 1379.

- ✓ **Szekely J., O. J. Illegbussi and N. El-Kaddah:** The mathematical modeling of complex fluid flow phenomena in tundishes. *Physicochemical Hydrodynamics*, vol. 9, 1987, pp. 453-472
- ✓ **Tacke K.H. and J. C. Ludwig:** Steel flow and inclusion separation in continuous casting tundishes. *Steel Res.* Vol. 58, (1987), pp.262-270.
- ✓ **Tanizawa Y., M. Toyoda, K. Takatani and T. Hamana:** *Rev. Metal.*, 90 (1993), No. 8, 993.
- ✓ **Thomas B.G. and F. M. Najjar:***Appl. Math. Model.*,15 (1991), No. 5, 226.
- ✓ **Thomas B.G. and Lifeng Zhang.** 'Mathematical modeling of fluid flow in continuous casting.' *ISIJ Int.*, vol 41, 2001, no 10, p.1181.
- ✓ **Thomas B.G.** Modeling of the continuous casting of steel – Past, present and future. *Electric Furnace Conf. Proc.* Vol. 59, ISS Warrendale, PA, Phoenix AZ, 2001, pp 3-30
- ✓ **Thomas B.G.,** "Continuous Casting: Modeling," *The Encyclopedia of Advanced Materials*, (J. Dantzig, A. Greenwell, J. Michalczyk, eds.) Pergamon Elsevier Science Ltd., Oxford, UK, Vol. 2, 2001, 8., (Revision 3, Oct. 12, 1999).
- ✓ **Thomas B.G., J.K. Brimacombe.** Chapter 8. Process Modeling. *Advanced Physical Chemistry for Process Metallurgy.* Academic Press 1997, pp.253-279.
- ✓ **Thomas B.G., Q. Yuan, S. Sivaramakrishnan, T. Shi, S. P. Vanka and M. B. Assar:** *ISIJ Int.*, 41 (2001), No. 10, 1262.
- ✓ **Tsubokura J., I. D. Sommerville and A. McLean:** *Iron Steelmaker*, 12 (1985), 44.

- ✓ **Tsubokura J., I. D. Sommerville and A. McLean:** Iron Steelnaker, 12 (1985), 48.
- ✓ **Tsubokura J., I. D. Sommerville and A. McLean:** Iron Steelmaker, 12 (1985), 58.
- ✓ **Tsubokura J., I. D. Sommerville and A. McLean:** Iron Steelmaker, 12 (1985), 43.
- ✓ **Vargas-Zamora, R. D. Morales, M. Diaz-Cruz, J. Palafox-Ramos, D. L. Garcia:** *Int. J. Heat Mass Transfer*, 46 (2003), 3029.
- ✓ **Yao M., M. Ichimiya, M. Tamiya, K. Suzuki, K. Sugiyama and R. Mesaki:** *Trans. Iron Steel Inst. Japan*, 24 (1984), No. 2, s211.
- ✓ **Yao M., M. Ichimiya, S. Kiyohara, K. Suzuki, K. Sugiyama and R. Mesaki:** 68th Steelmaking Conf. Proc., AIME, ISS, Warrendale, PA, (1985), 27.
- ✓ **Zhang Lifeng and Brian G. Thomas.** Numerical simulation on inclusion transport in continuous casting mold. *J. University of Sci. Technology Beijing*. 2006, vol. 13, no. 4, pp.293-301
- ✓ **Zhang Li-feng.** Inclusion in steel – A review. *J. Iron and Steel Res. Int.*, 2006, 13(3). pp 01-08
- ✓ **Zhang Li-feng.** Indirect methods of detecting and evaluating inclusions in steel – A review. *J. Iron and Steel Res. Int.* 2006, 13(4), pp01-08



## Κεφάλαιο 3. Τα μοντέλα της τυρβώδους ροής

Τα μοντέλα της τυρβώδους ροής	145
Μέθοδοι μοντελοποίησης της τύρβης	145
Ιστορική εξέλιξη των τυρβωδών μοντέλων	147
Το κλασσικό μοντέλο k-ε	149
Το βελτιωμένο μοντέλο k-ε	157
Το μοντέλο των δύο κλιμάκων k-ε	161
Βιβλιογραφία	166





---

## 3.Τα μοντέλα της τυρβώδους ροής

---

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται η ιστορική αναδρομή των μοντέλων τύρβης, ο διαχωρισμός των και τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά αυτών. Τέλος, αναλύονται σε βάθος τα τυρβώδη μοντέλα της παρούσας εργασίας που είναι το βασικό K-ε μοντέλο (Launder and Spalding, 1974), η βελτίωση του που χρησιμοποιείται στον Phoenics, και το νέο διφασικό μοντέλο k-ε (two scale k-ε model).

---

### 3.1. Μέθοδοι μοντελοποίησης της τύρβης

---

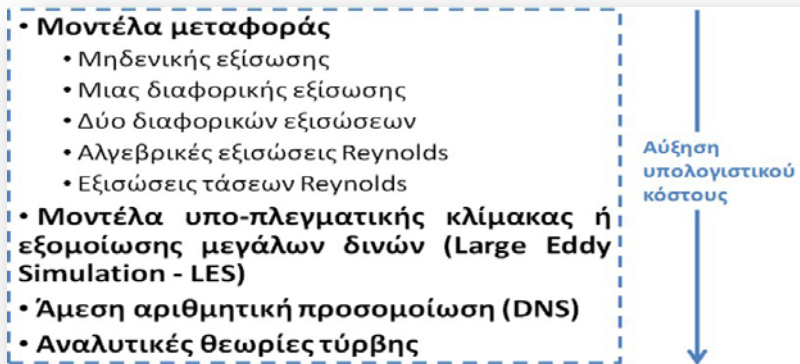
Η προσπάθεια της μοντελοποίησης της τύρβης έχει επιχειρηθεί μέχρι σήμερα με πέντε μεθόδους (Μαρκάτος, 1985).

**Αναλυτικές μέθοδοι τύρβης (analytical turbulence theories)** όπου πρόκειται για περίπλοκες θεωρίες που δεν έχουν χρησιμοποιηθεί για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων Μηχανικής και η ανάπτυξη τους γίνεται σε χώρο Fourier.

**Πρότυπα υπο-πλεγματικής κλίμακας ή εξομοίωση μεγάλων δινών (Large Eddy Simulator - LES)** όπου οι μέθοδοι διακρίνονται για τον υπερβολικό υπολογιστικό χρόνο τους. Βασίζονται στην υπόθεση ότι η τυρβώδης κίνηση μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες, σε μια μεγάλης κλίμακας και σε μια μικρής κλίμακας (υποπλεγματική) έτσι, ώστε να μην υπάρξει σημαντική επίδραση στην ανάπτυξη των μεγάλων κλιμάκων.

**Άμεση αριθμητική προσομοίωση (Direct Numerical Simulation - DNS)** όπου στηρίζεται στην άμεση προσομοίωση όλων των δυναμικά σημαντικών κλιμάκων των τυρβωδών ροών με υψηλό αριθμό Reynolds. Η βασική αρχή της μεθόδου εστιάζεται στην τεχνητή μείωση του αριθμού

Reynolds μέχρι του σημείου όπου έχουμε την καλύτερη προσομοίωση για όλες τις κλίμακες δινών.



Σχήμα 3.1. Κατηγορίες μοντέλων τυρβώδους ροής

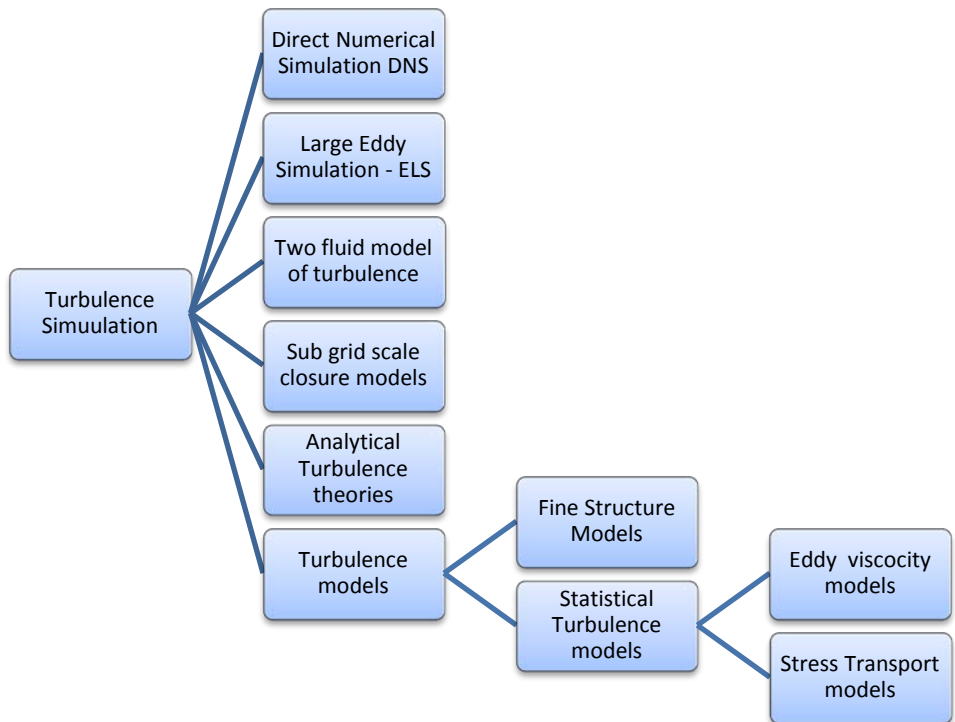
**Μοντέλα τύρβης δύο ρευστών** όπου επιτρέπουν σε δύο διαφορετικά ρευστά να υπάρχουν στον ίδιο χώρο και να αλληλεπιδρούν μεταξύ των. Έτσι προσομοιάζεται η τμηματικότητα της τύρβης, [Spalding, 1983; Malin,1983; Malin and Spalding,1984].

**Πρότυπα μεταφοράς τύρβης** όπου προσπαθούμε με απλές σχέσεις να περιγράψουμε τις εξισώσεις ορμής και θερμότητας. Μειονέκτημα είναι ότι η προσομοίωση επικεντρώνεται μόνο στα συνολικά χαρακτηριστικά της τύρβης και δεν αναδεικνύονται οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των διαφόρων κλιμάκων της κίνησης όπως στις αναλυτικές μεθόδους.

Στόχος ενός μαθηματικού μοντέλου είναι η ανάπτυξη υπολογιστικών διαδικασιών ώστε οι τάσεις Reynolds και η τυρβώδης μεταφορά των βαθμωτών μεταβλητών να προσδιοριστούν με ικανοποιητική ακρίβεια και γενικότητα. Για να γίνει αυτό θα χρειαστούμε επιπλέον εξισώσεις (από μηδέν για τα μηδενικά μοντέλα και μέχρι 12 για τα πιο πολύπλοκα μοντέλα).

Υπάρχουν πολλοί τρόποι ταξινόμησης των τυρβωδών μοντελων ροής. Στο σχήμα 3.1 παρουσιάζεται ο πιο συνήθης τρόπος ταξινόμησης αυτών, [Reynolds, 1976]

### 3.2.Ιστορική εξέλιξη των τυρβωδών μοντέλων

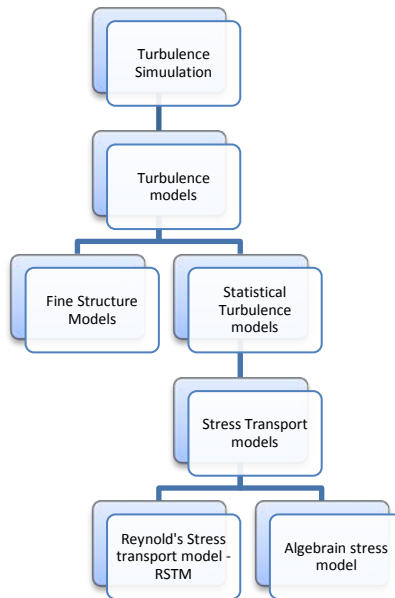


Σχήμα 3.2Α. Βασικός (όχι πλήρης) διαχωρισμός των μοντέλων τυρβης [Μαρκάτος 1985, Nallasamy 1987]

Τα πρώτα τυρβώδη μοντέλα εμφανίστηκαν στις αρχές του προηγούμενου αιώνα όταν μια σειρά από διαφορετικές θεωρίες αναπτύχθηκαν. Αξίζει, να αναφέρουμε παρακάτω τα σημαντικότερα βήματα. Σήμερα, υπάρχουν στην βιβλιογραφία πλήθος από τυρβώδη μοντέλα που χρησιμοποιούνται σε διαφορετικές εφαρμογές και είδη ρευστών και ροής. Όμως, μπορούμε να τα κατατάξουμε στις παρακάτω

κατηγορίες ως προς την πολυπλοκότητα των, [Nallasamy,1987].

**First Order Models** όπου υπάρχει κάποια αναλογία μεταξύ της στρωτής και της τυρβώδους ροής. Ονομάζονται και Eddy Viscosity models (EVM).



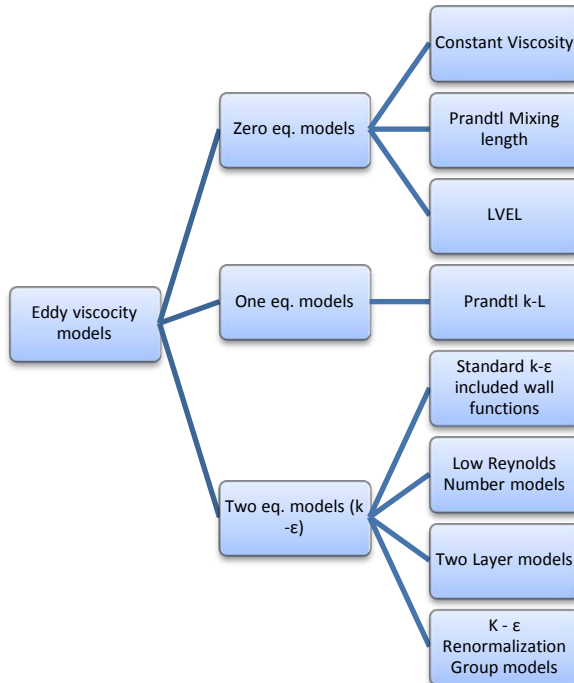
Σχήμα 3.2B. Βασικός (όχι πλήρης) διαχωρισμός των μοντέλων τύρβης [Μαρκάτος 1985, Nallasamy 1987]

**Zero Equation Models** όπου βασίζονται στην θεωρία του μήκους ανάμιξης (mixing length theory).

**One Equation Models** όπου χρησιμοποιείται μια εξίσωση για την τυρβώδη κινητική ενέργεια και όλοι οι άλλοι άγνωστοι εκφράζονται συναρτήσει της.

**Two Equation Models** όπου χρησιμοποιούμε δύο ανεξάρτητες εξισώσεις μεταξύ των. Μια για την τυρβώδη κινητική ενέργεια  $k$  και μια για τον ρυθμό της τυρβώδους διάχυσης  $\epsilon$ .

**Second Order Models** όπου κάνουμε απευθείας χρήση των βασικών εξισώσεων για τις τάσεις Reynolds και την τυρβώδη διάχυση αντί της υπόθεσης του Boussinesq. Εδώ, ανήκουν μοντέλα τάσεων όπως το Αλγεβρικό μοντέλο τάσεων (Algebraic Stress Model – ASM) και το Μοντέλο των τάσεων του Reynolds (Reynolds Stress Model – RSM).



Σχήμα 3.2Γ. Βασικός (όχι πλήρης) διαχωρισμός των μοντέλων τύρβης [Μαρκάτος 1985, Nallasamy 1987]

Τα μοντέλα των 2 εξισώσεων είναι τα απλούστερα πλήρη μοντέλα με την έννοια ότι μπορεί να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη των ιδιοτήτων μιας τυρβώδους ροής χωρίς να την γνωρίζουμε. Χρησιμοποιούν την αρχή του Boussinesq για τον προσδιορισμό του  $k$  ενώ έχουν προταθεί πολλοί διαφορετικοί τρόποι για τον προσδιορισμό του  $\epsilon$  και της κλίμακας  $l$ . Χαρακτηριστικές είναι οι προτάσεις των Kolmogorov (1942), Chou (1945),

Rotta (1951), Wilcon (1958), Speziale and Anderson (1990). Στην παρούσα διατριβή χρησιμοποιήσαμε από την κατηγορία των μοντέλων των 2 εξισώσεων (two equation models) δύο χαρακτηριστικά μοντέλα, το κλασσικό k-ε και το καινούργιο των 2 διαστάσεων k-ε μοντέλο.

---

### 3.3. Το κλασσικό μοντέλο k – ε

---

Εφόσον η διάχυση και η μετάδοση της τύρβης μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες, τότε η επίδραση της τύρβης στη μέση ροή μπορεί να γίνει με χρήση μοντέλων μήκους ανάμιξης. Στις περιπτώσεις που παρατηρούνται φαινόμενα ανακυκλοφορίας, όπου η επίδραση της τύρβης είναι σημαντική, απαιτείται το μοντέλο να περιλαμβάνει τις δυναμικές της τύρβης. Αυτό γίνεται με το μοντέλο 2 διαφορικών εξισώσεων το οποίο εστιάζεται στον μηχανισμό που επηρεάζει την κινητική ενέργεια της τύρβης, [Jones and Launder, 1972]. Το μοντέλο k~ε είναι μια πιο λεπτομερής και γενική, αλλά και πιο δαπανηρή, περιγραφή της τύρβης που επιτρέπει να λαμβάνονται υπόψη στη μεταφορά ιδιοτήτων της τύρβης οι επιδράσεις της μέσης ροής και της διάχυσης καθώς και η παραγωγή και καταστροφή της τύρβης [Μαρκάτος, 1998]. Για να γίνει δυνατό αυτό θα πρέπει να προσδιορισθεί το μήκος της δίνης από μία ανεξάρτητη διαφορική εξίσωση. Το μοντέλο που τράβηξε περισσότερο την προσοχή της ερευνητικής κοινότητας χρησιμοποιεί ως δεύτερη εξίσωση αυτή για την «ισοτροπική απορρόφηση» D, βασισμένη στην ακριβή εξίσωση μεταφοράς του D που προκύπτει από την διαφοροποίηση ως προς την συνιστώσα των εξισώσεων Navier-Stokes, τον πολλαπλασιασμό της προκύπτουσας

εξίσωσης επί  $\frac{\partial u_t}{\partial x_j}$  και τη λήψη του χρονικού μέσου όρου της.

Σε υψηλούς αριθμούς Reynolds η διαφορά μεταξύ του ε και του D είναι μικρή και για λόγους ευκολίας χρησιμοποιείται το ε ως ανεξάρτητη

μεταβλητή. Φυσικά η εξίσωση του  $\varepsilon$  υπονοεί μια εξίσωση μεταφοράς για το  $L$ , με την ταυτόχρονη χρήση της εξίσωσης του  $k$ . Η ακριβής εξίσωση για το  $\varepsilon$  προκύπτει από τις εξισώσεις Navier-Stokes με τον τρόπο που αναφέρθηκε παραπάνω, και έχει προταθεί ανεξάρτητα από τους Davidon (1961) και τους Harlow και Nakayama (1968). Έτσι για ασυμπίεστη ροή οι σχέσεις για το  $k$  και το  $\varepsilon$  παίρνουν τη μορφή:

### Τυρβώδης κινητική ενέργεια $k$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ u'_j \left( \frac{u'_i u'_i}{2} + \frac{p'}{\rho} \right) - 2\nu u'_i e'_{ij} \right]}_{\text{(III)}} - \underbrace{\bar{u}'_i u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}}_{\text{(IV)}} - \underbrace{\nu \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)}_{\text{(V)}} \quad (3.1)$$

Η παραπάνω εξίσωση (3.1) με λόγια μπορεί να εκφρασθεί ως εξής:

Όρος (I): Ρυθμός αλλαγής του  $k$ .

Όρος (II): Μεταφορά του  $k$  με συναγωγή.

Όροι (III): Αδρανειακή μεταφορά με διάχυση.

Μεταφορά του  $k$  με τάσεις Reynolds.

Μεταφορά του  $k$  με πίεση.

Μεταφορά του  $k$  με ιξώδεις τάσεις.

Όρος (IV): Ρυθμός τύρβης του  $k$ .

Όρος (V): Ρυθμός ιξώδους απορρόφησης του  $k$ .

### Ρυθμός καταστροφής της κινητικής ενέργειας της τύρβης $\varepsilon$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \underbrace{\bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}}_{\text{II}} = \underbrace{-2\nu \frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_m} \left( \frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{u}'_m}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}'_j}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{u}'_j}{\partial x_m} \right)}_{\text{III}} - \underbrace{2\nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_m \partial x_j} \bar{u}'_k \frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_j}}_{\text{IV}} - \underbrace{2\nu \frac{\partial u'_j}{\partial x_m} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_m}{\partial x_i}}_{\text{V}}$$

$$2v \underbrace{\left( \frac{\overline{\partial^2 u'_i}}{\partial x_m \partial x_j} \right)^2}_{VI} - v \left[ \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_m} \overline{u'_m \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)}}_{VII} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_m} \frac{\overline{\partial \mu' \partial u'_j}}{\partial x_j \partial x_i}}_{VIII} - \underbrace{\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_m^2}}_{IX} \right] \quad (3.2)$$

Η παραπάνω εξίσωση (3.2) με λόγια μπορεί να εκφραστεί ως:

- Όρος (I): Ρυθμός αλλαγής του  $\varepsilon$ :
- Όρος (II): Μεταφορά του  $\varepsilon$  με συναγωγή
- Όροι (III) και (IV): Ρυθμός παραγωγής του  $\varepsilon$  από τη μέση ροή
- Όρος (V): Ρυθμός παραγωγής του  $\varepsilon$  με αυτοτέντωμα των στοιχείων στροβιλισμού
- Όρος (VI): Ρυθμός ιξώδους απορρόφησης του  $\varepsilon$
- Όροι (VII), (VIII) και (IX): Μεταφορά του  $\varepsilon$  με διάχυση

Αυτό το μοντέλο είναι το πιο γνωστό σε όλο τον κόσμο. Έχει μελετηθεί ευρέως σε μεγάλο αριθμό εφαρμογών για τον προσδιορισμό του  $\nu_t$ . Προτάθηκε από τους Harlow και Nakayama το 1968 και από εκεί και πέρα μπορούμε να βρούμε πολλά άλλα παρόμοια μοντέλα που αποτελούν βελτιώσεις του. Αργότερα, οι [Launder και Spalding, 1974] πρότειναν ένα νέο k-ε μοντέλο, το οποίο και χρησιμοποιούμε στην παρούσα εργασία μας. Στο μοντέλο αυτό επιλύονται διαφορικές εξισώσεις μεταφοράς για την τυρβώδη κινητική ενέργεια k και το ρυθμό καταστροφής της κινητικής ενέργειας της τύρβης  $\varepsilon$  και το  $\nu_t$  προκύπτει ως εξής:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.3)$$

Η τελική μορφή των διαφορικών εξισώσεων για το k και το  $\varepsilon$  προκύπτουν με κατάλληλη επεξεργασία και μοντελοποίηση από τις εξισώσεις Navier Stokes και είναι οι εξής, σύμφωνα με τους Launder and Spalding (1974):



$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G - \varepsilon \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} G - C_{\varepsilon 2} \varepsilon) \quad (3.5)$$

$$G = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (3.6)$$

Οι σταθερές έχουν τις τιμές  $C_\mu=0.09$ ,  $C_{\varepsilon 1}=1.44$ ,  $C_{\varepsilon 2}=1.92$ ,  $\sigma_k=1.0$ ,  $\sigma_\varepsilon=1.3$  και  $G$  είναι ο ρυθμός παραγωγής της τυρβώδους κινητικής ενέργειας. Οι όροι στις εξισώσεις μεταφοράς του  $k$  και του  $\varepsilon$  εκφράζουν αντίστοιχα ρυθμό αλλαγής (0 για μόνιμη ροή), μεταφορά με συναγωγή, μεταφορά με διάχυση, ρυθμό παραγωγής και ρυθμό καταστροφής ή απορρόφησης. Οι εξισώσεις (3.4 – 3.6) παίρνουν την εξής αναλυτική μορφή:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} (\rho u k) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v k) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w k) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + G_k - \rho \varepsilon \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \varepsilon) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + \frac{1}{k} (C_1 \varepsilon G_k - C_2 \rho \varepsilon^2) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Όπου έχουμε ότι:

$$G_k = 2\mu_T \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu_T \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (3.9)$$

Η τυρβώδης κινητική ενέργεια  $k$  δίνεται από την επόμενη σχέση:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho u_i k - \frac{\mu_{eff}}{\delta_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) = G - \rho \varepsilon \quad (3.10)$$

*Convection + (convection – diffusion) = production - dissipation*

Ο ρυθμός διάχυσης της τυρβώδους ενέργειας  $\varepsilon$  είναι:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho u_i \varepsilon - \frac{\mu_{eff}}{\delta_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) = \frac{(c_1 \varepsilon G - c_2 \rho \varepsilon^2)}{k} \quad (3.11)$$

*Convection + (convection – diffusion) = (total production – total dissipation)*

Το συνολικό τυρβώδες ιξώδες υπολογίζεται:

$$\mu_{eff} = \mu_t + \mu_l = c_\mu c_d \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} + \mu_l \quad (3.12)$$

Λόγω του ότι το ανωτέρω μέγεθος  $\mu_{eff}$  από την εξίσωση (3.12) [Solorio et al.,2005] εκφράζεται μέσω των δύο αγνώστων  $k$  και  $\varepsilon$  τα οποία πρέπει να ληφθούν από δύο εξισώσεις, γι αυτό τον λόγο και ονομάζεται το μοντέλο μας μοντέλο των δύο εξισώσεων. Για να λυθεί το παραπάνω σύστημα των εξισώσεων, πρέπει να καθοριστούν οι συντελεστές [Lauder and Spalding, 1974] σαν  $C_\mu=0,5478$ ,  $C_d=0,1643$ ,  $\delta_k = 1,0$ ,  $\delta_\varepsilon = 1,314$ ,  $C_1=1,0$ ,  $C_2=1,92$ ,  $C_3=1,44$ . Το πρότυπο  $k$ - $\varepsilon$  μοντέλο είναι κατάλληλο για μεγάλους αριθμούς Reynolds. Αλλά κοντά στα τείχη, όπου ο αριθμός Reynolds τείνει στο μηδέν, το μοντέλο απαιτεί την εφαρμογή των λεγόμενων συναρτήσεων του τοίχους.

Η παράμετρος  $G$  στις εξισώσεις (3.10) και (3.11) παριστάνει την παραγωγή του  $k$  από τη μέση ροή, μέσω της τυρβώδους διατμητικής τάσης

και το  $\varepsilon$  είναι ο ρυθμός της σκέδασης του ιξώδους του  $k$  σε θερμότητα από τις πολύ μικρές τυρβώδεις δίνες.

Η ερμηνεία αυτής της εξίσωσης δεν δείχνει εύκολη όταν το  $\varepsilon$  θεωρηθεί ως ο ρυθμός ιξώδους απορρόφησης της ενέργειας της τύρβης. Η μοντελοποίηση της όμως μπορεί να γίνει κατ' αναλογία με την εξίσωση του Chou για το μέσο όρο του τετραγώνου των διακυμάνσεων στροβιλισμού ( $\overline{w'_j w'_i}$ ) που μοιάζει με την εξίσωση του  $\varepsilon$ . Σε υψηλούς αριθμούς Reynolds

το  $\varepsilon$  ορίζεται από τη σχέση  $\varepsilon = 2\nu \overline{e'_{ij} e'_{ij}} \cong \nu \overline{w'_i w'_i}$  όπου το  $e'_j$  είναι το συμμετρικό τμήμα του ρυθμού της διακύμανσης των παραμορφώσεων  $\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}$ .

Σε αντίθεση με το  $\varepsilon$  που είναι μια παθητική βαθμωτή ποσότητα, ο διακυμαινόμενος στροβιλισμός  $w'_i$  μπορεί να θεωρηθεί ως μια ενεργητική βαθμωτή ιδιότητα της τύρβης μικρής κλίμακας ενώ το πλείστο του στροβιλισμού συνδέεται με την κίνηση μικρής κλίμακας. Με αυτές τις αρχές η εξίσωση για το  $\varepsilon$  ερμηνεύεται ευκολότερα σε όρους του  $\overline{w'_i w'_i}$ . Όμως η πλέον άμεση ερμηνεία της είναι ως μια εξίσωση για το ρυθμό με τον οποίο η κινητική ενέργεια της τύρβης μεταφέρεται διαμέσου του φάσματος από μεγάλες δίνες σε όλο και μικρότερες δίνες [Μαρκάτος, 1998]. Με βάση τις παραπάνω παρατηρήσεις οι Daly και Harlow (1970) προχώρησαν στη μοντελοποίηση της εξίσωσης.

1) Σχεδόν ομογενή τύρβη: Με αυτή τη παραδοχή στους όρους πηγής που περιέχουν διατμητικές τάσεις εφαρμόζεται η κάτωθι σχέση:

$$\overline{u'v'} = -\sqrt{k}L_k \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \tag{3.13}$$

2) Υψηλοί αριθμοί Reynolds: Μέσω αυτής της παραδοχής γίνεται δυνατή η χρήση της παραπάνω σχέσης.

3) Ομοιότης της φασματικής κατανομής των ιδιοτήτων της τύρβης: Με βάση αυτή τη παραδοχή α) η διάχυση θεωρείται τύπου κλίσης και χρησιμοποιούνται σταθεροί ενεργοί αριθμοί Prandtl και β) Η απορρόφηση του  $k$  μπορεί να εκφραστεί ως  $\varepsilon = C_D k^{3/2} / L_k$ , ενώ θεωρούνται αμελητέοι οι όροι ιξώδους διάχυσης.

Όπως γίνεται αντιληπτό, οι παραδοχές αυτές είναι τόσο πολλές ώστε να μην ισχύουν όλες στις ροές πρακτικού ενδιαφέροντος. Επομένως δεν πρόκειται για παγκόσμιες σταθερές αλλά συναρτήσεις χαρακτηριστικών παραμέτρων της κάθε ροής.

Τα πλεονεκτήματα του βασικού μοντέλου  $k\sim\varepsilon$  είναι [Μαρκάτος 1998, Versteeg και Malalasekera, 1995]:

- Αποτελεί ένα απλό μοντέλο τύρβης για το οποίο απαιτούνται μόνο αρχικές και οριακές συνθήκες.
- Έχει χρησιμοποιηθεί ευρύτατα και έχει δώσει ιδιαίτερα αξιόπιστα αποτελέσματα σε πλήθος εφαρμογών, συμπεριλαμβανομένων ανακυκλοφοριών, χωρίς να απαιτείται η τροποποίηση των σταθερών του μοντέλου.
- Υπάρχουν διαθέσιμες εκδόσεις του μοντέλου που περιλαμβάνουν τις επιπτώσεις της άνωσης και βρίσκουν εφαρμογές σε διασπορά ρύπων στην ατμόσφαιρα αλλά και σε θαλάσσιο περιβάλλον, καθώς και στην προσομοίωση πυρκαγιών.

Τα μειονεκτήματα του βασικού μοντέλου  $k\sim\varepsilon$  είναι [Μαρκάτος 1998, Versteeg και Malalasekera, 1995]:

- Πιο δαπανηρό από μοντέλα μήκους ανάμιξης καθώς υπάρχουν δύο επιπλέον διαφορικές εξισώσεις.
- Ανεπαρκής λειτουργία σε μερικές σημαντικές περιπτώσεις όπως:

- Μερικές ελεύθερες ροές.
- Ροές με μεγάλες πρόσθετες παραμορφώσεις.
- Περιστρεφόμενες ροές.
- Πλήρως ανεπτυγμένες ροές σε μη-κυκλικούς αγωγούς.

Όσον αφορά στις δφασικές ροές, αξίζει να σημειωθεί ότι πολλοί ερευνητές προτείνουν την εισαγωγή πρόσθετων όρων πηγής που περιγράφουν τη μεταφορά ορμής ανάμεσα στη συνεχή και τη διασκορπισμένη φάση [Elgobashi and Abou-Arab, 1983; Bel F'dhila and Simonin, 1992; Tu and Fletcher, 1994].

---

### 3.4. Το βελτιωμένο μοντέλο k-ε

---

Το μοντέλο k-ε είναι το πιο διαδεδομένο. Προβλέπει πολύ καλά ροές λεπτού στρώματος διάτμησης (thin shear layers) και σε έγκλειστους χώρους (οι τάσεις Reynolds είναι σημαντικές). Ωστόσο, προβλέπει μέτρια ροές σε ανοιχτούς χώρους. Επίσης, έχει παρατηρηθεί ότι δεν προβλέπει καλά σε περιπτώσεις ασθενών στρωμάτων διάτμησης. Στην περίπτωση αξονοσυμμετρικών δεσμών σε στάσιμο περιβάλλον υπερεκτιμά σημαντικά το ρυθμό ανάπτυξης της δέσμης. Σε μεγάλο τμήμα αυτών των ροών, ο ρυθμός παραγωγής της τυρβώδους κινητικής ενέργειας είναι κατά πολύ μικρότερος από τον ρυθμό απορρόφησης της. Η κακή επίδοση του μοντέλου σε αυτές τις ροές αποδίδεται κυρίως στην περιγραφή του ρυθμού απορρόφησης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας. Το μοντέλο παρουσιάζει επίσης προβλήματα σε ροές με περιδίνηση (swirling flows) και σε ροές με μεγάλες, απότομες παραμορφώσεις (καμπύλα οριακά στρώματα και αποκλίνουσες δίοδοι) επειδή δεν μπορεί να περιγράψει τις ελαφρές επιδράσεις της καμπυλότητας των γραμμών ροής στην τύρβη. Οι δευτερεύουσες ροές σε επιμήκεις μη κυκλικούς αγωγούς, οι οποίες

προκαλούνται από ανισότροπες ορθές τάσεις Reynolds, δεν μπορούν να προβλεφθούν λόγω της ανεπαρκούς περιγραφής των ορθών τάσεων [Versteeg και Malalasekera, 1995].

Προτάθηκε το 1974 από τους [Launder and Spalding, 1974] μια βελτιωμένη έκδοση που αποτελείται από δύο εξισώσεις, μία για το  $K$  και μία για το  $\epsilon$ . Τα βασικά πλεονεκτήματα της είναι, [Μαρκάτος, 1998]:

- Είναι αρκετά απλή και χρειάζεται μόνο αρχικές και οριακές συνθήκες
- Εμφανίζει πολύ καλή λειτουργία σε βιομηχανικές ροές
- Έχει γίνει πολύ μελέτη και θεωρείται αρκετά αξιόπιστη.

Τα βασικά μειονεκτήματα της είναι:

- Είναι πιο δαπανηρή σε χρόνο σε σχέση με τα μοντέλα μήκους ανάμιξης
- Δεν εμφανίζει σωστή λειτουργία σε μερικές ελεύθερες ροές, σε ροές με μεγάλες πρόσθετες παραμορφώσεις όπως καμπύλα όριακά στρώματα, ροές περιδίνησης, περιστρεφόμενες ροές, κλπ.
- Αγνοεί τον διακοπτόμενο χαρακτήρα της τύρβης, την περιοδικότητα και θεωρεί γενικά διάχυση που προκαλείται από τις κλίσεις των μεταβλητών, ενώ υπάρχουν και άλλοι μηχανισμοί διάχυσης.
- Απαιτεί τον προσδιορισμό σταθερών.
- Εάν υπάρχουν σημαντικές δυνάμεις στο σώμα, οι τάσεις του Reynolds δεν παριστάνονται ικανοποιητικά από τη σχέση Boussinesq.

Εξίσωση τυρβώδους κινητικής ενέργειας  $k$ :

Ο δεύτερος όρος στο δεξί μέλος μοντελοποιείται ως:

$$-\left(\frac{\rho}{2} \overline{u'_j u'_i u'_i} + \overline{p' u'_j}\right) \approx \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (3.14)$$

Όπου ο όρος  $\frac{\mu_t}{\sigma_k}$  είναι η τυρβώδης διαχυτότητα η οποία δεν είναι ιδιότητα του ρευστού και  $\sigma_k$  είναι ένας εμπειρικός αριθμός διάχυσης. Ο τρίτος όρος στο δεξί μέλος με βάση τη γενικευμένη υπόθεση Boussinesq μοντελοποιείται ως:

$$P_k = -\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \approx \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (3.15)$$

Εξίσωση ρυθμού απορρόφησης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας:

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \varepsilon)}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - \rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (3.16)$$

Ο συντελεστής ιξώδους της τυρβώδους ροής υπολογίζεται από τη σχέση, [Pradeep and Dash,2001]:

$$\mu_t = \rho C_m \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.17)$$

Οι παράμετροι του μοντέλου λαμβάνουν τις εξής τιμές:

$$C_m = 0,09, C_{\varepsilon 1} = 1,44, C_{\varepsilon 2} = 1,92, \sigma_k = 1,0 \text{ και } \sigma_\varepsilon = 1,3.$$

Για μεγάλους αριθμούς Reynolds, το standard k-ε μοντέλο [Launder και Spalding, 1974] όπως παρατίθετο από τους [Versteeg και Malalasekera, 1995] κάνει χρήση συναρτήσεων τοιχωμάτων ώστε να αποφευχθεί η επίλυση των εξισώσεων κοντά στο τοίχωμα. Αν  $y$  είναι η κάθετη συντεταγμένη από το τοίχωμα, η μέση ταχύτητα στο σημείο  $y_p$  με  $30 < y_p < 500$  ικανοποιεί τον λογαριθμικό κανόνα, Σχήμα 3.3:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B = \frac{1}{\kappa} \ln E y^+ \quad (3.18)$$

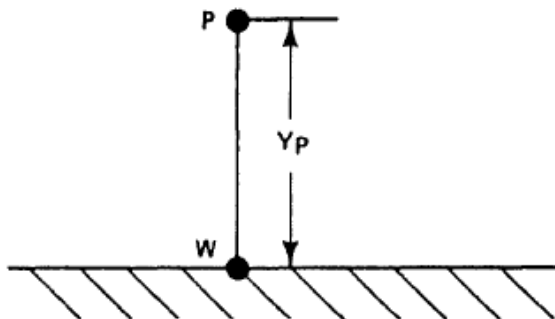
με  $B=5,5$  (ή  $E=9,8$ ) για λείες επιφάνειες. Με την υπόθεση ότι ο ρυθμός παραγωγής της τύρβης ισούται με το ρυθμό απορρόφησης της, λαμβάνονται οι παρακάτω σχέσεις:

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln (E y_p^+) \quad (3.19)$$

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (3.20)$$

$$\varepsilon = \frac{u_\tau^3}{\kappa y} \quad (3.21)$$

Επομένως, θα πρέπει τώρα να συνδυάσουμε τους συντελεστές του αρχικού μοντέλου  $k$ - $\varepsilon$  με την επίδραση που έχω κοντά στο τοίχωμα ή τις οριακές συνθήκες της ροής μου. Αυτός ο συνδυασμός ονομάζεται low Reynolds number model, [Hrenya et al., 1995].



Σχήμα 3.3. Το μοντέλο του σημείου κοντά στο τοίχωμα. [Nallasamy, 1987]



Πολλαπλασιάζουμε τις σταθερές  $c_\mu$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  του k-ε μοντέλου μας με τις συναρτήσεις  $f_\mu$ ,  $f_1$ ,  $f_2$  οι οποίες εξαρτώνται από τους αδιάστατους αριθμούς  $R_t$ ,  $R_\delta$  όπου με  $\delta$  συμβολίζουμε την κοντινότερη απόσταση από το τοίχωμα, και οι οποίες συναρτήσεις ικανοποιούν τις παρακάτω συνθήκες:

$$0 \leq f_\mu \leq 1 \quad f_1 \geq 1 \quad 0 \leq f_2 \leq 1 \quad (3.22)$$

$$R_t = \frac{k^2}{\nu \varepsilon} \quad (3.23)$$

$$R_\delta = \sqrt{k} \frac{\delta}{\nu} \quad (3.24)$$

Οι [Hanjalic and Launder,1976; Lam and Bremhorst, 1981; Mohammadi and Pironneau,1993] ορίσανε τις συναρτήσεις  $f_\mu$ ,  $f_1$ ,  $f_2$  με τις ακόλουθες εκφράσεις:

$$f_\mu = \left(1 - \exp(-0.0165R_\delta)\right)^2 \left[1 + \frac{20.5}{R_t}\right] \quad (3.25)$$

$$f_1 = 1 + \left(\frac{0.05}{f_\mu}\right)^3 \quad (3.26)$$

$$f_2 = 1 - \exp(-R_t^2) \quad (3.27)$$

Οι αρχικές συνθήκες είναι  $u = u_{in}$ ,  $k = k_{in}$  και  $\varepsilon = \varepsilon_{in}$  όπως έχουν οριστεί στις σχέσεις (3.5) και (3.6).

---

### 3.5. Το μοντέλο των 2 κλιμάκων k – ε (two scale k-ε)

---

Το πλεονέκτημα του μοντέλου των 2-κλιμάκων k-ε, έγκειται στην ικανότητα του να μοντελοποιήσει τη διαδικασία της τυρβώδους κινητικής ενέργειας με πολλαπλασιαστικά αποτελέσματα και να επιλύσει τις λεπτομέρειες της σύνθετης τυρβώδους ροής καλύτερα από το κανονικό μοντέλο k-ε. Το μειονέκτημα είναι ότι απαιτεί 4 εξισώσεις τυρβώδους

μεταφοράς, σε αντίθεση με τις 2 εξισώσεις που απαιτούνται για το καθιερωμένο μοντέλο κ-ε. Η σύσταση είναι ότι το πρότυπον κ-ε μοντέλο ή μία από τις παραλλαγές του, μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε πρώτη φάση. Ωστόσο, στις περιπτώσεις που το κλασσικό μοντέλο δίνει φτωχά αποτελέσματα το μοντέλο των 2-κλιμάκων θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί για να δούμε αν μπορούμε να έχουμε καλύτερες προβλέψεις, [Schiestel, 1987]. Οι εξισώσεις μεταφοράς για στρωτή και τυρβώδης του κ είναι:

$$\frac{\partial(\rho KP)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \rho U_i KP - \frac{\mu_T}{PRT(KP)} \frac{\partial KP}{\partial x_i} \right] = \rho(P_k - EP) \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial(\rho KT)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \rho U_i KT - \frac{\mu_T}{PRT(KT)} \frac{\partial KT}{\partial x_i} \right] = \rho(EP - ET) \quad (3.29)$$

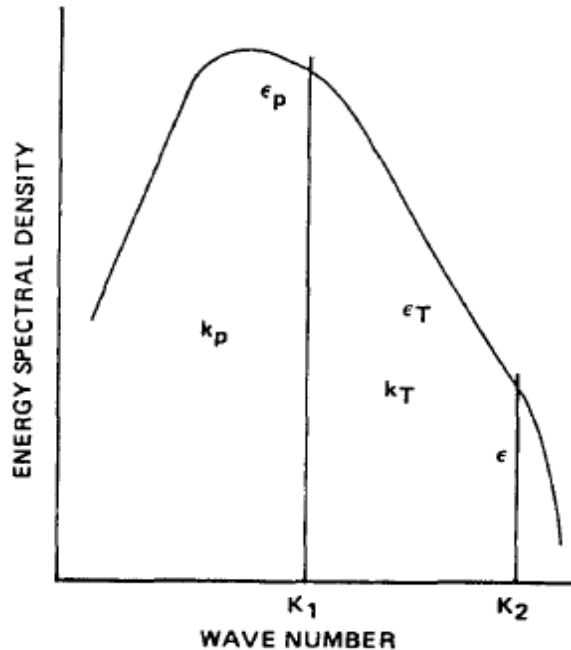
Οι εξισώσεις μεταφοράς για στρωτή και τυρβώδης του ε είναι:

$$\frac{\partial(\rho EP)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \rho U_i EP - \frac{\mu_T}{PRT(EP)} \frac{\partial EP}{\partial x_i} \right] = \rho \left( C_{p1} \frac{P_k^2}{KP} + C_{p2} \frac{P_k EP}{KP} - C_{p3} \frac{EP^2}{KP} \right) \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial(\rho ET)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \rho U_i ET - \frac{\mu_T}{PRT(ET)} \frac{\partial ET}{\partial x_i} \right] = \rho \left( C_{t1} \frac{EP^2}{KT} + C_{t2} \frac{EP \times ET}{KT} - C_{t3} \frac{ET^2}{KT} \right) \quad (3.31)$$

Το ποσοστό διάχυσης ε στο μοντέλο κ-ε μπορεί να θεωρηθεί ως ο ρυθμός με τον οποίο η ενέργεια μεταφέρεται σε όλο το φάσμα από τις μεγάλες στις μικρές δίνες. Το πρότυπο κ-ε μοντέλο υποθέτει φασματική ισορροπία, πράγμα που σημαίνει ότι, μόλις η τυρβώδης ενέργεια παράγεται στο τέλος του χαμηλού αριθμού κύματος του φάσματος (μεγάλες δίνες), διαλύεται άμεσα στο ίδιο σημείο στο κύμα του υψηλού αριθμού κύματος (μικρές δίνες).

Σε γενικές γραμμές, αυτό δεν συμβαίνει, επειδή υπάρχει μια τεράστια διαφορά μεγέθους μεταξύ των δινών στις οποίες η τυρβώδης παραγωγή πραγματοποιείται, και των δινών όπου εμφανίζεται η διάχυση των αναταράξεων. Σε ορισμένες ροές υπάρχει σημαντική χρονική υστέρηση μεταξύ της τυρβώδους παραγωγής και της διασποράς, κατά την οποία οι διαταραχές συνεχώς αναλύονται σε λεπτότερες και λεπτότερες διαταραχές.



Σχήμα 3.4. Ο καταμερισμός των ενεργειών  $k - \epsilon$ . [Nallasamy, 1987]

Οι [Hanjalic et al. 1978, 1980] πρότειναν ένα μοντέλο με δύο κλίμακες στο οποίο το τυρβώδες ενεργειακό φάσμα χωρίζεται σε δύο μέρη, όπου οι μεγάλης κλίμακας δίνες συνεχώς σπάζουν σε μικρότερη κλίμακας δίνη. Το πρώτο μέρος ονομάζεται «περιοχή παραγωγής» και το δεύτερο μέρος «περιοχή μεταφοράς». Φασματική ισορροπία υποτίθεται μεταξύ της περιοχής μεταφοράς και της περιοχής στην οποία διαχέεται η αναταραχή. Η συνολική παραγμένη ενέργεια  $k$ , υποτίθεται ότι πρέπει να κατανεμηθεί

μεταξύ της περιοχής παραγωγής (ΠΚ) και της περιοχής μεταφοράς (ΚΤ). Δύο εξισώσεις μεταφοράς χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν το ρυθμό μεταβολής της ενέργειας αναταράξης που συνδέονται με καθεμία από τις δύο περιοχές. Το κλείσιμο αυτών των εξισώσεων επιτυγχάνεται με τον καθορισμό του  $\epsilon$  που εκφράζει το ποσοστό της ενέργειας που μεταφέρουν έξω από την περιοχή παραγωγής. Έτσι, το ΕΚ χρησιμεύει ως μια αρνητική πηγή («νεροχύτης») στο ΠΚ και ως πηγή της ΚΤ, ενώ το ποσοστό διάχυσης ΕΤ καθορίζει το «νεροχύτη» της ΚΤ, [Kim and Chen,1989; Kim,1990].

Η υπόθεση της φασματικής ισορροπίας μεταξύ των περιφερειών μεταφοράς και της κατανάλωσης σημαίνει ότι η ΕΤ είναι ο συντελεστής διάχυσης. Ως εκ τούτου, οι τέσσερις παράμετροι αναταράξεων, ΚΠ, ΚΤ, ΕΚ και ΕΤ χρησιμοποιούνται για να χαρακτηρίσουν την παραγωγή και την διάχυση των διαδικασιών, Σχήμα 3.4. Οι επιτυχημένες εφαρμογές των ανωτέρω δύο απλοποιημένων κλίμακας μοντέλων διαχωρισμού φάσματος έχουν αναφερθεί από τους [Hanjalic et al., 1978,1980; Fabris et al. 1981, Chen 1986]. Μια γενίκευση του μοντέλου για την περίπτωση πολλαπλής διάσπασης φάσματος έχει αναφερθεί από [Schiestel 1983, 1987].

Το δύο κλίμακας k-ε μοντέλο που προβλέπεται στο PHOENICS βασίζεται επίσης σε μια απλοποιημένη διάσπαση φάσματος, αλλά χρησιμοποιεί την πρόταση του Kim και Chen (1986) για τη μεταβλητή κατανομή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας του φάσματος. Το μοντέλο αυτό βασίζεται στην εργασία των Hanjalic et al. (1978), αλλά διαφέρει σημαντικά από αυτή στις λεπτομέρειες της μοντελοποίησης.

Το κύριο χαρακτηριστικό αυτού του μοντέλου είναι ότι δεν χρησιμοποιεί ένα σταθερό ποσοστό της  $KP/KT$  για να στεγανοποιήσει την παραχώδη κινητική ενέργεια του φάσματος. Αντί αυτού, η στεγανοποίηση χρησιμοποιείται στην μεταβλητή κατά τέτοιο τρόπο ώστε το διαμέρισμα να κινείται προς την κατεύθυνση του υψηλού αριθμού κύματος όταν η

παραγωγή είναι υψηλή και προς το χαμηλό αριθμό κύματος όταν η παραγωγή εξαφανίζεται. Η τοποθεσία του διαμερίσματος (ο λόγος KP/KT) καθορίζεται ως μέρος της λύσης, και η μέθοδος που προκαλεί ο πραγματικός συντελεστής ιξώδους δίνης να μειωθεί όταν η παραγωγή είναι υψηλή και να αυξηθεί όταν η παραγωγή εξαφανίζεται. Το πλεονέκτημα των δύο κλίμακας μοντέλο k-ε έγκειται στην ικανότητα του να μοντελοποιήσει τη διαδικασία με πολλαπλασιαστικά αποτελέσματα της τυρβώδους κινητικής ενέργειας και την ικανότητα του να επιλύσει τις λεπτομέρειες των σύνθετων τυρβωδών ροών (όπως ο διαχωρισμός και η επανατοποθέτηση των ροών) καλύτερα από το τυπικό μοντέλο k-ε [Kim and Chen 1989; Kim 1990; Kim 1991]. Στο μοντέλο αυτό οι συνολικές αναταράξεις της ενέργειας, KE, διαιρούνται εξίσου μεταξύ του φάσματος της παραγωγής και του εύρους μεταφοράς. Έτσι το KE δίνεται από την σχέση  $KE=KP+KT$  όπου KP είναι η τυρβώδης κινητική ενέργεια των δινών στο φάσμα της παραγωγής και KT είναι η ενέργεια της δίνης στην περιοχή της διάχυσης. Οι σταθερές του μοντέλου μας είναι  $PRT(k_p)=0.75$ ,  $PRT(\varepsilon_p)=1.15$ ,  $PRT(k_T)=0.75$ ,  $PRT(\varepsilon_T)=1.15$ ,  $C_{p1}=0.21$ ,  $C_{p2}=1.24$ ,  $C_{p3}=1.84$ ,  $C_{T1}=0.29$ ,  $C_{T2}=1.28$  and  $C_{T3}=1.66$ . Για υψηλούς αριθμούς Reynolds η συνολική παραγμένη κινητική ενέργεια είναι

$$\mu_{eff} = \mu_t + \mu_l = c_\mu c_d \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} + \mu_l. \quad (3.32)$$

$$\mu_T = c_\mu c_d \rho \frac{k^2}{\varepsilon} = c_\mu c_d \rho \frac{k^2}{ET} = c_\mu c_d \rho \frac{k^2}{EP} \quad (3.33)$$

$$c_\mu c_d = (c_\mu c_d)' \frac{ET}{EP} \quad (3.34)$$

$$(c_\mu c_d)' = 0.09. \quad (3.35)$$

Η σχέση του  $C_\mu C_d$  προσδιορίζει την θέση του ορίου ανάμεσα στις

περιοχές KP και KT και οι σταθερές που χρησιμοποιούνται είναι:  $PRT(k_p)=0.75$ ,  $PRT(\varepsilon_p)=1.15$ ,  $PRT(k_T)=0.75$ ,  $PRT(\varepsilon_T)=1.15$ ,  $CP_1=0.21$ ,  $CP_2=1.24$ ,  $CP_3=1.84$ ,  $CT_1=0.29$ ,  $CT_2=1.28$  και  $CT_3=1.66$  όπου G είναι ο παράγοντας παραγωγής,  $\mu_{eff}$  είναι το ενεργό ιξώδες,  $\mu_i$  είναι το στρωτό ιξώδες και  $\mu_t$  είναι το τυρβώδες ιξώδες. Το  $\mu_t$  σχετίζεται με την τυρβώδη ενέργεια και την τυρβώδη διάχυση της ενέργειας.

Για την περίπτωση που έχουμε τυρβώδη ροή με συναρτήσεις τοίχους σε ισορροπία (turbulent flow with equilibrium) θα έχουμε  $\varepsilon_T=\varepsilon_P$  και:

$$v_t = \frac{c_\mu k^2}{\varepsilon_T} \quad (3.36)$$

$$k_p = \frac{k}{1+\beta} \quad (3.37)$$

$$k_T = \frac{\beta k}{1+\beta} \quad (3.38)$$

$$k = \frac{c_\mu^{-\frac{1}{2}}}{\rho} \tau_w \quad (3.39)$$

$$\beta = \frac{k^2}{\sigma_{\varepsilon P} c_\mu^{1/2} (c_{P3} - c_{P1} - c_{P2})} - 1 \quad (3.40)$$

$$\varepsilon_P = \frac{1}{k_y} c_\mu^{3/4} k^{3/2} \quad (3.41)$$

---

### 3.6.Βιβλιογραφία

---

- ✓ **Bel F'dhila, R and Simonin O.** Eulerian prediction of turbulent bubbly flow downstream of a sudden pipe expansion. 1992. Proc. 6<sup>th</sup> Workshop on two phase flow prediction, Erlagen, Germany, pp. 264-273
- ✓ **Chen C.P.,** 'Multiple-scale turbulence model in confined swirling-jet predictions', AIAA J., Vol.24, p.1717, (1986).
- ✓ **Elgobashi S.E. and Abou Arb.T.W.** A two equation turbulence model

- for two phase flows. 1983. Phys. Fluids, 26, no 4, pp. 931-938
- ✓ **Fabris G., P.T.Harsha and R.B.Edelman**, 'Multiple-scale turbulence modelling of boundary-layer flows for scramjet applications', NASA-CR-3433, (1981).
  - ✓ **Hanjalic and Launder, 1976**. Contribution towards a Reynolds stress closure for low Reynolds number turbulence. J. Fluid Mech. 74, pp. 593-610
  - ✓ **Hanjalic K. and B.E. Launder**, 'Turbulent transport modelling of separating and reattaching shear flows', Mech.Eng.Rept. TF/78/9, University of California, Davis, USA, (1978).
  - ✓ **Hanjalic K., B.E. Launder and R. Schiestel**, 'Multiple time-scale concept in turbulent transport modelling', In Turbulent Shear Flows II, Springer Verlag, p36, (1980).
  - ✓ **Hrenya C. M., E.J. Bolio, D. Chakrabarti and J.L. Singlair**. Comparison of low Reynolds number k- $\epsilon$  turbulence models in predicting fully developed pipe flow. 1995, Chemical Engineering Science, vol. 50, no 12, pp. 1923 - 1941
  - ✓ **Jones W.P. and B.E. Launder**. The prediction of laminarization with a two equation model of turbulence. Int. J. Heat Mass Transfer, 1972, vol. 15, pp. 301-314
  - ✓ **Kim S.W. and C.P.Chen**, 'A multi-time-scale turbulence model based on variable partitioning of the turbulent kinetic energy spectrum', Numerical Heat Transfer, Part B, Vol.16, pp.193-202, (1989).
  - ✓ **Kim S.W.** Near wall turbulence model and its application to fully developed turbulent channel and pipe flows. Numerical Heat Transfer B., 1990, vol 17, pp. 101-122
  - ✓ **Kim S.W.**, 'Calculation of divergent channel flows with a multiple- time-scale turbulence model', AIAA J., Vol.29, pp.547-555, (1991).

- **Lam G.K.G. and K. Bremhorst**, A modified form of the k-e model for predicting wall turbulence, ASME, J. Fluids Eng., vol 103, 456-460, 1981
- ✓ **Launder, B. E. and Spalding, D. B.**, (1974). The Numerical Computation of Turbulent Flow, Comput. Methods Appl. Mech. Eng., Vol. 3, pp: 269-289.
- ✓ **Malin, M. R. and Spalding, D. B.**, (1984). Turbulence modelling for the prediction of external turbulent shear flows, CFDU Rep. CFD/84/5, CFDU, Imperial College, London.
- ✓ **Malin, M. R.**, (1983). Calculations of intermittency in self-preserving, free turbulent jets and wakes, CFDU Rep. CFD/83/10, CFDU, Imperial College, London.
- ✓ **Markatos, N. C.**, (1985). The mathematical modeling of turbulent flows. Appl. Math. Modelling, Vol. 10, June. **No. 5, pp: 755-772.**
- **Mohammadi and Pironneau**, 1993. Analysis of the k-epsilon turbulence model. Chichester, UK, Wiley.
- ✓ **Nallasamy M.** 1987. Turbulence models and their applications to the prediction of internal flows. A review. Computers and Fluids, vol. 15, no 2, p. 151-194.
- ✓ **Pradeep K. Jha and Sukanta H. Dash.** Effect of outlet positions and various turbulence models on mixing in a single and multi strand tundish. Int. J. Numer. Methods for Heat and Fluid Flow. 2001, vol. 12, no 5, pp. 560 - 584
- ✓ **Reynolds W.C.** Computation of turbulent flows. 1976, Ann. Rev. Fluid Mech., 8, pp 183-208.
- ✓ **Schiestel R.**, 'Multiple-scale concept in turbulence modelling, II Reynolds stresses and turbulent heat fluxes of a passive scalar, algebraic modelling and simplified model using Boussinesq



- Hypothesis', J.Mech.Theor.Appl., Vol.2, pp.601-611, (1983).
- ✓ **Schiestel R.**, 'Multiple-time-scale modelling of turbulent flows in one-point closure', Phys.Fluids, Vol.30, pp.722-729, (1987).
  - ✓ **Spalding D. B.**, (1983). Chemical reaction in turbulent fluids, Physico Chemical Hydrodyn, 4 (4), 323-336
  - ✓ **Tu J.Y. and Fletcher C.A.J.** An improved model for particulate turbulence modulation in confined two phase flows. 1994. Int. Com. Heat and mass Transfer, 21, no 6, pp. 775-783
  - ✓ **Versteeg, H.K. and Malalasekera, W., (1995)**, "An Introduction to Computational Fluid Dynamics – The finite volume method", Longman Scientific & Technical
  - ✓ **Μαρκάτος Ν.**, (1998), "Τυρβώδη φαινόμενα μεταφοράς και μαθηματικά πρότυπα προσομοίωσής τους", ΕΜΠ



## Κεφάλαιο 4. Η μέθοδος RTD

Η μέθοδος RTD	173
Stimulus Response Technique	174
Οι βασικές καμπύλες RTD	175
Βασικές έννοιες των καμπυλών RTD	182
Οι καμπύλες F και C	183
Το συνδυασμένο μοντέλο ροής	185
Περιπτώσεις καμπυλών	189
Σύγκριση των διαφόρων πειραματικών διατάξεων	197
Το mixing model στην δεξαμενή μας	199
Βιβλιογραφία	203



---

## 4. Η μέθοδος RTD

---

Επειδή η δεξαμενή τύπου tundish είναι το τελευταίο δοχείο πριν από τη στερεοποίηση του μετάλλου στο καλούπι, η λειτουργία της θα πρέπει να εξασφαλίζει ότι το υγρό μέταλλο θα έχει την επιθυμητή θερμοκρασία, την καθαριότητα, και την σύνθεση που πρέπει να παρέχεται σε ένα επιθυμητό ρυθμό ογκομετρικής ροής μέσα στο καλούπι. Έτσι, θέματα όπως η επίπλευση και ο διαχωρισμός, μαζί με την ρύθμιση της σύνθεσης έχουν γίνει σημαντικές λειτουργίες για την αποδοτικότητα και την βελτιστοποίηση των μεθόδων υπολογισμού αυτών και απαιτεί στενό έλεγχο των χαρακτηριστικών της ροής του τετηγμένου μετάλλου εντός του ρηχού κάδου. Αν η ροή του μετάλλου δεν ελέγχεται ορθώς, η ποιότητα του τελιοκού προϊόντος που παράγεται μπορεί να επιδεινωθεί αρκετά. Το κεφάλαιο αυτό ασχολείται με τις βασικές αρχές του χαρακτηρισμού της ροής σχετικά με συστήματα συνεχούς χύτευσης.

Πίνακας 4.1. Ιδιότητες νερού και υγρού μετάλλου

Property	Symbol	Units	Water (20° C)	Steel (1600° C)
Molecular viscosity	$\mu$	Kgr/m*sec	0.001	0.0064
Density	$\rho$	Kgr/m <sup>3</sup>	1000	7014
Kinematic viscosity	$\nu$	m <sup>2</sup> /sec	10 <sup>-6</sup>	0.913 * 10 <sup>-6</sup>
Surface tension	$\sigma$	N/m	0.073	1.6

Για το πρότυπο και το μοντέλο μας θα ισχύουν οι σχέσεις

$$Q_{model} = Q_{prototype} \lambda^{\frac{5}{2}} \quad (4.1)$$

$$\text{Froude criteria} \quad U_{model} = \sqrt{\lambda} U_{prototype} \quad (4.2)$$

Reynolds criteria 
$$U_{model} = \sqrt{\frac{1}{\lambda}} U_{prototype} \quad (4.3)$$

Στην ανάπτυξη των υπολογιστικών μοντέλων μας χρησιμοποιούμε το νερό λόγω του ότι οι ιδότητες του νερού είναι παραπλήσιες του υγρού μετάλλου μας, Σχήμα 4.1.

---

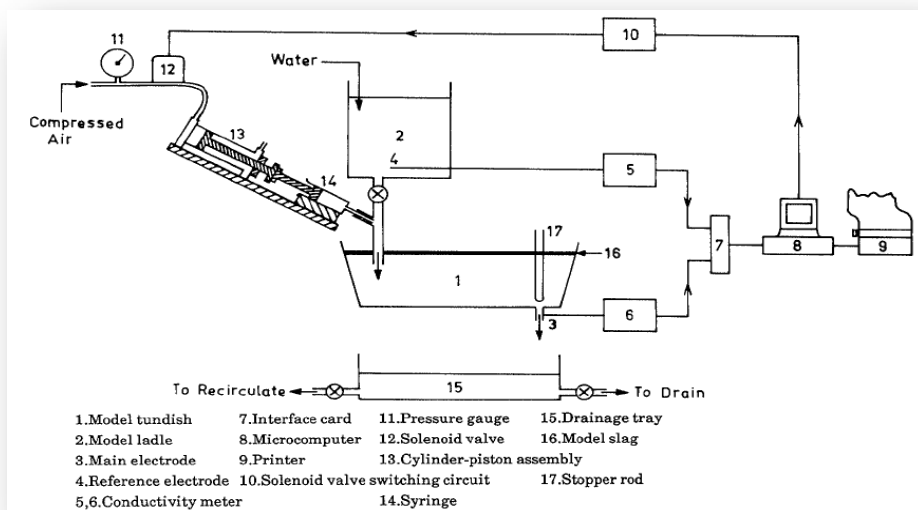
## 4.1 Stimulus Response Techniques

---

Ο λεπτομερής χαρακτηρισμός της ροής του μετάλλου απαιτεί την γνώση της πλήρους μορφής ροής του ρευστού. Λόγω των πρακτικών δυσκολιών που συνδέονται με την απόκτηση και την ερμηνεία αυτών των πληροφοριών, μια εναλλακτική προσέγγιση χρησιμοποιείται όπου απαιτεί μόνο τη γνώση του για πόσο χρόνο διαφορετικά στοιχεία του ρευστού παραμένουν στη δεξαμενή τύπου tundish. Αυτές οι πληροφορίες είναι σχετικά απλό να ληφθούν πειραματικώς και σε πολλές περιπτώσεις επιτρέπουν την ικανοποιητική απεικόνιση της πραγματικής ροής του μοντέλου ροής, [Levenspiel, 1972]. Η πειραματική τεχνική που χρησιμοποιείται για την εύρεση αυτής της επιθυμητής κατανομής των χρόνων παραμονής του υγρού στο δοχείο είναι γνωστή ως "τεχνική ερεθίσματος-απόκρισης", (stimulus response technique). Το ερέθισμα ή εισόδου είναι απλώς μια προσθήκη ενός υλικού ιχνηθέτη (π.χ. βαφή, άλας, οξύ, ραδιενεργό υλικό, μέταλλο διαλυμένη ουσία, κλπ.) εντός του ρεύματος ρευστού που εισέρχεται στη δεξαμενή μας. Ο τρόπος που προστίθεται ο ιχνηθέτης ή το σήμα εισόδου μπορεί να είναι οποιοδήποτε τύπου: ένα τυχαίο σήμα, ένα κυκλικό σήμα, ένα σήμα βήματος ή άλματος, ένας παλμός ή ασυνεχές σήμα. Η απόκριση ή το σήμα εξόδου είναι τότε η ανίχνευση του ιχνηθέτη όταν εγκαταλείπει τη δεξαμενή τύπου tundish. Η απόκριση

παρίσταται ως αδιάστατη καμπύλη συγκέντρωσης-χρόνου που αντιπροσωπεύει τη Residence Time Distribution (RTD) του ρευστού, [Barreto et al., 1996].

## 4.2. Οι βασικές καμπύλες RTD



Σχήμα 4.1. Πειραματική διάταξη για την εύρεση της RTD

Η RTD προορίζεται για την μοντελοποίηση σύνθετων ρευστοδυναμικών προβλημάτων που δεν έχουν άμεση λύση με κάποιον άλλο τρόπο. Οι καμπύλες (F, C) που απεικονίζουν τα αποτελέσματα είναι γενικώς αποδεκτές. Επειδή η μοντελοποίηση των υδροδυναμικών ροών με βάση τα ισοζύγια μάζας και ενέργειας, δεν είναι πάντα διαθέσιμα εξαιτίας των μαθηματικών δυσκολιών, η χρήση της RTD είναι μια αποδεκτή λύση, σχήμα 4.2, [Levenspiel 1972, Manos and McGuire 1989]

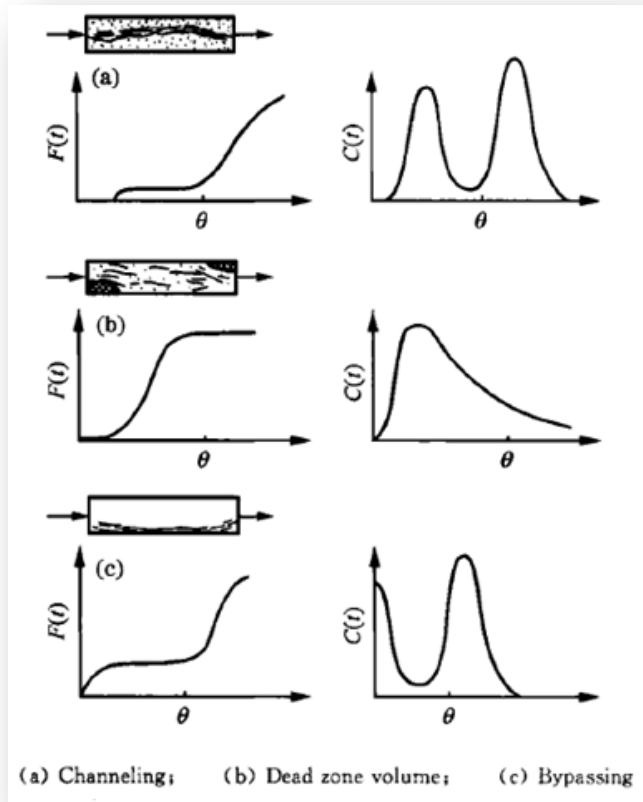
Επειδή οι καμπύλες RTD προέρχονται από πειραματικά δεδομένα,

βοηθούν αρκετά την μοντελοποίηση μας όπου αρκεί να προσαρμόσουμε την καμπύλη της μαθηματικής μοντελοποίησης μας με την πειραματική. Το κατάλληλο μοντέλο είναι εκείνο που προσαρμόζεται στα πειραματικά δεδομένα, σχήμα 4.2, με το μικρότερο σφάλμα και περιγράφει τη ροή με τον μικρότερο αριθμό φυσικών παραμέτρων. Η μοντελοποίηση των διαδικασιών με συγκεκριμένα μοντέλα ιχνηθέτη μας έχει επιταχύνει τις διαδικασίες και μας έχει διευκολύνει, Σχήμα 4.1.

Τα τελευταία χρόνια η ροή μέσα στη δεξαμενή τύπου tundish για την ισόθερμη περίπτωση έχει μοντελοποιηθεί από πολλούς ερευνητές αναπτύσσοντας παράλληλα νέα μοντέλα ιχνηθέτη, [Schwarze et al., 2001]. Ο πιο κοινός αλγόριθμος που χρησιμοποιείται είναι η μεθοδολογία του Levenspiel (1972) ενώ εξίσου σημαντικές και συμπληρωματικές είναι και οι εργασίες των [Sinha and Sahai 1993, Wolf and Resniak 1963 and 1965]. Επίσης, ο [Wolf, 1963] έχει μελετήσει μια σειρά από πραγματικές περιπτώσεις τις οποίες έχει μοντελοποιήσει για συγκεκριμένες τιμές του  $n$  και  $\epsilon/\theta$ .

Δύο ευρέως χρησιμοποιούμενα μοντέλα της μοντελοποίησης της ιδανικής ροής είναι ο τοποθετητής ροής (PFR – plug flow reactor) και το συνεχές δοχείο ανάδευσης (CSTR – continuously stirred tank reactor). Επίσης για τις περιπτώσεις του μη ισόθερμου ρευστού, λόγω της θερμοκρασιακής διαφοράς, αναπτύσσεται μια ανωστική δύναμη που είναι αρκετά υπολογίσιμη εξαιτίας της αργής κίνησης του ρευστού μέσα στη δεξαμενή μας. Στην μη ισόθερμη περίπτωση ένα μέρος του ρευστού που εισέρχεται αναμιγνύεται με το υπάρχον ρευστό. Ταυτόχρονα, ένα κανάλι ροής στο κάτω μέρος της δεξαμενής είναι αρκετά σημαντικό σε εύρος και ένταση προκαλώντας την δύναμη άνωσης που επιδρά με τη αδρανειακή δύναμη που επηρεάζει την ροή στη δεξαμενή μας.

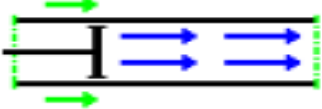








Σχήμα 4.2. Οι βασικές καμπύλες απόκρισης στο RTD

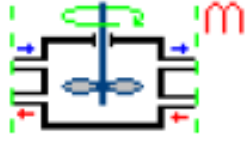

Πρόσφατες μελέτες έχουν καταδείξει την σημασία της βεβιασμένης κυκλοφορίας λόγω της θερμικής άνωσης στην περίπτωση της απλής ροής αλλά και της ανάμιξης των εγκλεισμάτων στην μη ισόθερμη περίπτωση. Στον πίνακα 4.2. που ακολουθεί μπορούμε να δούμε το σύνολο των μοντέλων που χρησιμοποιούνται για την περίπτωση της δεξαμενής τύπου tundish. Είναι ευνόητο ότι δεν εξαντλείται ο κατάλογος των μοντέλων στο παρών πίνακα.

Πίνακα 4.2. Το σύνολο των μοντέλων που χρησιμοποιούνται στην  
RTD

<p style="text-align: center;"><b>Reactor</b></p> <p style="text-align: center;">PFR</p>	<p style="text-align: center;"><b>Initial - boundary conditions</b></p> $C(t, x) _{t=0} = 0$ $C(t, x) _{x \rightarrow \infty} = 0$	
<p style="text-align: center;"><b>Mathematica model</b></p>	$\frac{\partial C}{\partial t} = -u \frac{\partial C}{\partial x}$	
<p style="text-align: center;"><b>Transfer conditions</b></p>	$E(s) = \exp[-\tau s]$ $\tau = \frac{L}{u}$	
<p style="text-align: center;"><b>Reactor</b></p> <p style="text-align: center;">PFR with backmixing</p>	<p style="text-align: center;"><b>Initial - boundary conditions</b></p> $C(t, x) _{t=0} = 0$ $C(t, x) _{x \rightarrow \infty} = 0$	
<p style="text-align: center;"><b>Mathematica model</b></p>	$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - u \frac{\partial C}{\partial x}$	
<p style="text-align: center;"><b>Transfer conditions</b></p>	$E(s) = \exp \left[ \frac{Pe}{2} \left( 1 - \sqrt{1 + s \frac{4t_a}{Pe}} \right) \right]$ $Pe = \frac{uL}{D}$	

<b>Reactor</b> CSTR	<b>Initial - boundary conditions</b> $C(t) _{t=0} = 0$	
<b>Mathematica model</b>	$\frac{dC}{dt} = \frac{1}{\tau}(C^i - C)$	
<b>Transfer conditions</b>	$E(s) = \frac{1}{s\tau + 1}$	
<b>Reactor</b> CSTR with bypass	<b>Initial - boundary conditions</b> $C(t) _{t=0} = 0$	
<b>Mathematica model</b>	$\frac{dC}{dt} = \frac{1}{\tau}(C^i - C) \quad , \quad C^o = \frac{C + fC^i}{1 + f}$	
<b>Transfer conditions</b>	$E(s) = \frac{1}{1 + f} \cdot \left( \frac{1}{s\tau + 1} + f \right)$	
<b>Reactor</b> CSTR with dead zone	<b>Initial - boundary conditions</b> $C_1(t) = C_2(t) _{t=0} = 0$	
<b>Mathematica model</b>	$\frac{dC_1}{dt} = \frac{1}{\tau_1}(C^i - C_1) + \frac{f}{\tau_1}(C_2 - C_1)$ $\frac{dC_2}{dt} = \frac{1}{\tau_2}(C_1 - C_2)$	

<b>Transfer conditions</b>	$E(p) = \frac{1 + s\tau_2}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2) + fs\tau_2}$	
<b>Reactor</b> CSTR with bypass and dead zone	<b>Initial - boundary conditions</b> $C_1(t) = C_2(t) _{t=0} = 0$	
<b>Mathematica model</b>	$\frac{dC_1}{dt} = \frac{1}{\tau_1}(C^i - C_1) + \frac{f_2}{\tau_1}(C_2 - C_1)$ $\frac{dC_2}{dt} = \frac{1}{\tau_2}(C_1 - C_2) \quad C^o = \frac{C_1 + f_1 C^i}{1 + f_1}$	
<b>Transfer conditions</b>	$E(s) = \frac{1}{1 + f_1} \left[ \frac{1 + s\tau_2}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2) + f_2 s\tau_2} + f_1 \right]$	
<b>Reactor</b> CSTR in series	<b>Initial - boundary conditions</b> $C_j(t) _{t=0} = 0$	
<b>Mathematica model</b>	$\frac{dC_j}{dt} = \frac{1}{\tau}(C_{j-1} - C_j)$	
<b>Transfer conditions</b>	$E(s) = \frac{1}{(s\tau + 1)^m}$	

<p style="text-align: center;"><b>Reactor</b></p> <p style="text-align: center;">CSTR in series with backmixing</p>	<p style="text-align: center;"><b>Initial - boundary conditions</b></p> $C_j(t) _{t=0} = 0 \quad j = 1, \dots, m$	
<p style="text-align: center;"><b>Mathematica model</b></p>	$\frac{dC_1}{dt} = \frac{1}{\tau} C^i - \frac{1+f}{\tau} C_1 + \frac{f}{\tau} C_2$ $\frac{dC_2}{dt} = \frac{1+f}{\tau} C_1 - \frac{1+2f}{\tau} C_2 + \frac{f}{\tau} C_3$ $\frac{dC_j}{dt} = \frac{1+f}{\tau} C_{j-1} - \frac{1+f}{\tau} C_j \quad j = 3, \dots, m$	
<p style="text-align: center;"><b>Transfer conditions</b></p>	$E(s) = \frac{(1+f)B_m}{(1+f+\tau s) - A_m(1+f)}$	
<p style="text-align: center;"><b>Reactor</b></p> <p style="text-align: center;">CSTR in series with bypass and dead zon</p>	<p style="text-align: center;"><b>Initial boundary conditions</b></p> $C_{i_1}(t) = C_{i_2}(t) _{t=0} = 0 \quad i = 1, \dots, m$	
<p style="text-align: center;"><b>Mathematica model</b></p>	$\frac{dC_{i_1}}{dt} = \frac{1}{\tau_1} (C_{i-1}^o - C_{i_1}) + \frac{f_2}{\tau_1} (C_{i_2} - C_{i_1})$ $\frac{dC_{i_2}}{dt} = \frac{1}{\tau_2} (C_{i_1} - C_{i_2})$ $C_i^o = \frac{C_{i_1} + f_1 C_{i-1}^o}{1 + f_1}$	
<p style="text-align: center;"><b>Transfer conditions</b></p>	$E(s) = \left( \frac{1}{1+f_1} \left[ \frac{1+s\tau_2}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2) + f_2 s \tau_2} + f_1 \right] \right)^m$	

---

### 4.3. Βασικές έννοιες των καμπυλών RTD

---

Εάν  $V$  είναι ο όγκος του ρευστού σε ένα δοχείο που ρέει με ένα ογκομετρικό ρυθμό ροής  $Q$ , τότε, για ένα ασυμπίεστο ρευστό, ο μέσος χρόνος που δαπανάται από το ρευστό στη δεξαμενή μας δίδεται από τη σχέση:

$$\bar{t} = \frac{V}{Q} = \frac{\text{filled volume of the tundish}}{\text{volumetric flow rate of steel into the tundish}} = t_{th} \quad (4.4)$$

όπου  $\bar{t}$  είναι ο θεωρητικός μέσος χρόνος παραμονής (theoretical average residence time) ή ο ονομαστικός χρόνος εκμετάλλευσης (nominal holding time) του ρευστού στο δοχείο. Σε πολλές δημοσιεύσεις ο ανωτέρω χρόνος συμβολίζεται και με  $t_{th}$ . Η RTD του ρευστού σε ένα δοχείο παρίσταται ως αδιάστατος χρόνος έναντι μιας αδιάστατης συγκέντρωσης, [Sinha and Sahai, 1993]. Ο αδιάστατος χρόνος (dimensionless time)  $\theta$  ο οποίος είναι μία ένδειξη της κλασματικής αντίδρασης, λαμβάνεται διαιρώντας κάθε φορά τον πραγματικό χρόνο με το θεωρητικό μέσο χρόνο παραμονής. Έτσι,

$$\theta = \frac{t}{\bar{t}} \quad (4.5)$$

Η αδιάστατη συγκέντρωση για το βήμα εισόδου του ιχνηθέτη,  $F$ , δίνεται από

$$F = \frac{c}{c_i} \quad (4.6)$$

όπου  $c$  είναι οποιαδήποτε συγκέντρωση του ιχνηθέτη στο ρευστό στην έξοδο του δοχείου, και  $c_i$  είναι η συγκέντρωση του ιχνηθέτη στο

εισερχόμενο ρευστό. Η αδιάστατη συγκέντρωση για τον παλμό εισόδου του ιχνηθέτη C, δίνεται από την σχέση:

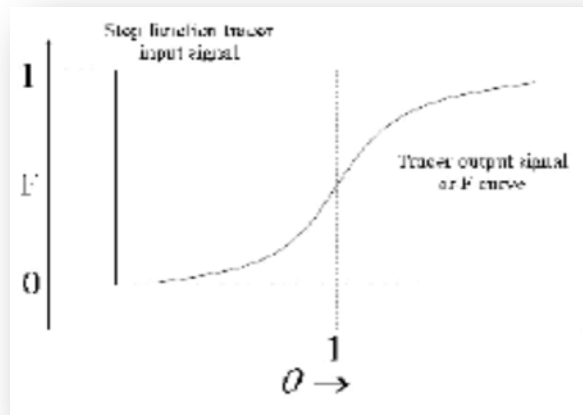
$$C = \frac{c}{q/V} \quad (4.7)$$

όπου το q είναι η ποσότητα του ιχνηθέτη, και q / V είναι η μέση συγκέντρωση του ιχνηθέτη όταν διαλύεται στο υγρό όγκου V στο δοχείο.

---

#### 4.4. Οι καμπύλες F και C

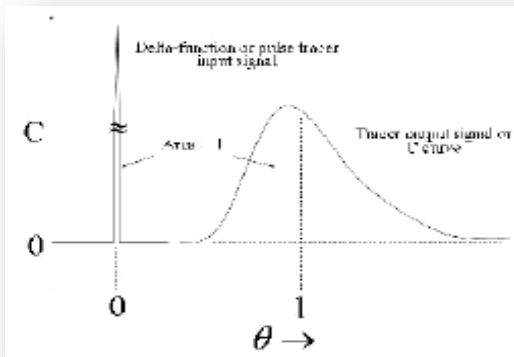
---



Σχήμα 4.3. Βηματική είσοδος για μια καμπύλη F

Θεωρήστε ένα σύστημα που ρέει, χωρίς ιχνηθέτη αρχικά. Σε μία δεδομένη στιγμή (δηλαδή στο  $t=0$ ), γίνεται μια αλλαγή βαθμίδας συγκέντρωσης του ιχνηθέτη στο ρεύμα ρευστού. Μια καμπύλη συγκέντρωσης-χρόνου που λαμβάνεται στο ρεύμα εξόδου χαράσσεται σε αδιάστατη κλίμακα και ονομάζεται F καμπύλη. Το σχήμα 4.3 δείχνει μια βηματική είσοδο και μια F καμπύλη για συγκέντρωση από 0 έως 1, [Levenspiel, 1972].

Λόγω της συνεχούς έγχυσης του ιχνηθέτη, το ρεύμα εξόδου συγκέντρωσης ιχνηθέτη φθάνει μία τιμή ίση με την συγκέντρωση εισόδου ρεύματος. Η χρήση της εισόδου βαθμίδας του ιχνηθέτη μπορεί να μην είναι πρακτική για διάφορους λόγους, συμπεριλαμβανομένης της εκτεταμένης μόλυνσης του προϊόντος και του κόστους του ιχνηθέτη.



Σχήμα 4.4. Παλμός εισόδου και η καμπύλη C

Όταν μια ένεση του ιχνηθέτη εισέρχεται ως ένας σύντομος παλμός, η προκύπτουσα αδιάστατη καμπύλη συγκέντρωσης-χρόνου στο ρεύμα εξόδου χαράσσεται σε αδιάστατη κλίμακα και ονομάζεται C καμπύλη. Το σχήμα 4.4 δείχνει ένα παλμό εισόδου στο χρόνο,  $t$  ή  $\theta = 0$ , και τη προκύπτουσα C καμπύλη. Μια τέτοια είσοδος ονομάζεται επίσης και δέλτα λειτουργία. Η συγκέντρωση εξόδου αυξάνεται σε κάποια αξία και πέφτει και πάλι στο μηδέν όταν το σύνολο του ιχνηθέτη έχει εξέλθει από τη δεξαμενή. Απεικονίζοντας σε μία αδιάστατη κλίμακα, η περιοχή κάτω από την καμπύλη ισούται με την μονάδα. Άρα,

$$\int_0^{\infty} C d\theta = 1 \quad (4.8)$$



---

## 4.5 Το συνδυασμένο μοντέλο ροής

---

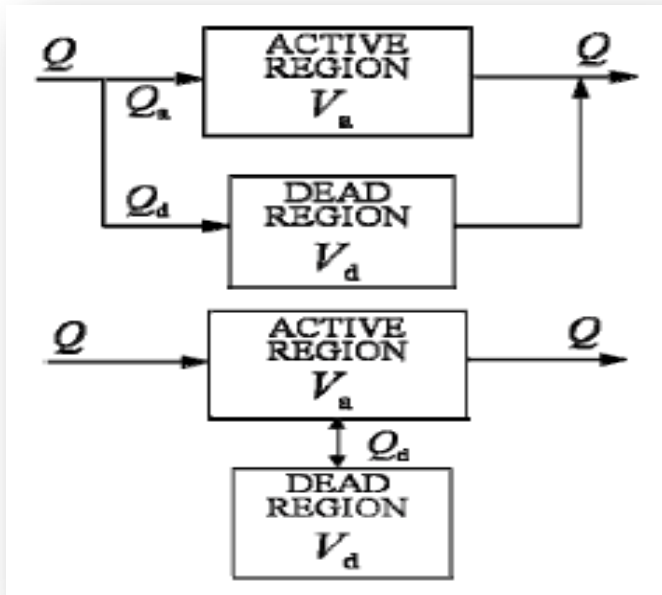
Τα συστήματα συνεχούς ροής μπορεί να χαρακτηριστούν από τον τύπο της ροής που παρουσιάζουν. Οι δύο ακραίες περιπτώσεις της πιθανής ροής ρευστού, είναι η ροή βύσμα (plug flow) και η μικτή ροή (mixing flow), που μπορεί να θεωρηθούν σαν ιδανικές ροές (ideal flows). Στην πραγματικότητα, τα συστήματα ροής αποκλίνουν σημαντικά από τις ανωτέρω περιπτώσεις και αυτές οι ροές ονομάζονται μη-ιδανικές ροές (no ideal flows).

Το συνδυασμένο μοντέλο έχει χρησιμοποιηθεί εκτεταμένα για την ανάλυση των όγκων ροής βύσματος, της καλά μικτής ροής και των νεκρών περιοχών σε συνεχή χύτευση σε δεξαμενές τετηγμένου μοντέλου τύπου tundish. Η τυπική πειραματική C καμπύλη που λαμβάνεται σε μελέτες μοντέλου νερού ή σε μια πραγματική δεξαμενή δείχνει μια εκτεταμένη ουρά μετά την τιμή  $\theta=2$ , η οποία υποδεικνύει την ύπαρξη της αργής ροής κινούμενου υγρού μετάλλου μέσα από τις νεκρές περιοχές. Μπορεί να υπάρχουν νεκρές περιοχές στις οποίες έχουμε αργή κίνηση του ρευστού κατάντη από τα φράγματα, ή κοντά στο ακραίο τοίχωμα. Το ρευστό σε αυτές τις περιοχές συνεχώς εναλλάσσεται με την κύρια ροή (σε ενεργό όγκο) της δεξαμενής. Οι περιοχές αυτές δεν θα πρέπει να θεωρούνται ως στάσιμες νεκρές περιοχές του όγκου. Η δημοσιευμένη βιβλιογραφία μας δείχνει ότι τα ανωτέρω έχουν παρερμηνευθεί και δεν έχουν χρησιμοποιηθεί σωστά. Υπάρχουν δύο από αυτές τις λανθασμένες προσεγγίσεις που χρησιμοποιούνται από τους ερευνητές.

Η πρώτη, η οποία έχει ευρέως χρησιμοποιηθεί [Kemedly et al. 1981, Knoepke and Mastervich 1986], είναι η χρήση της Εξ. (4.9).

$$\frac{V_d}{V} = 1 - \overline{\theta_c}$$

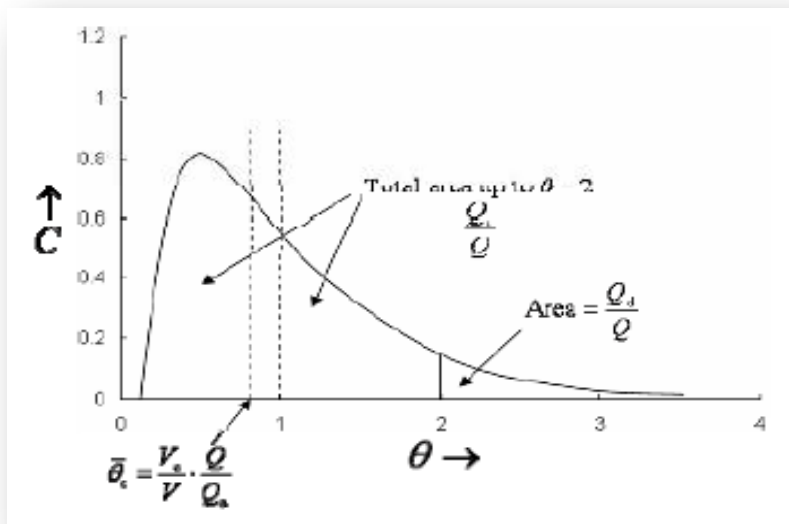
(4.9)



Σχήμα 4.5 Flow through active and dead regions of a combined model.

Το μοντέλο υποθέτει ότι το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη από το χρόνο  $\theta=2$  έως  $\theta=\infty$ . Στα περισσότερα συστήματα όμως, η καμπύλη RTD επεκτείνεται πολύ πέρα του  $\theta=2$ . Αυτή η περιοχή αντιπροσωπεύει το κλάσμα του ογκομετρικού ρυθμού ροής μέσω των νεκρών περιοχών ( $Q_d/Q$ ). Σε πειράματα μοντελοποίησης με νερό υπάρχει πάντα μία ανταλλαγή υγρού μεταξύ της κύριας ροής (ενεργός όγκος) και των λεγόμενων νεκρών περιοχών όγκου. Έτσι, η παραδοχή κάποιων δημοσιεύσεων ότι δεν υπάρχει υγρό ανταλλαγής μεταξύ του ενεργού και του νεκρού όγκου, οδηγούν σε σφάλμα στον υπολογισμό μας.

Στη δεύτερη προσέγγιση [Chiang, 1992], η οποία έχει χρησιμοποιηθεί λιγότερο συχνά, το κλάσμα του νεκρού όγκου θεωρείται ότι είναι ίσο με την περιοχή κάτω από την καμπύλη από το χρόνο  $\theta=2$  έως  $\theta=\infty$ . Η περιοχή αυτή, στην πραγματικότητα, είναι ο κλασματικός ογκομετρικός ρυθμός ροής μέσω της ενεργού περιοχής ( $Q_d/Q$ ). Δεν υπάρχουν μέχρι σήμερα δημοσιεύσεις στην διεθνή βιβλιογραφία όπου να έχει χρησιμοποιηθεί η εξ.(4.7) για τον υπολογισμό του νεκρού όγκου.



Σχήμα 4.6 Residence time distribution curve for a combined model including a dead region

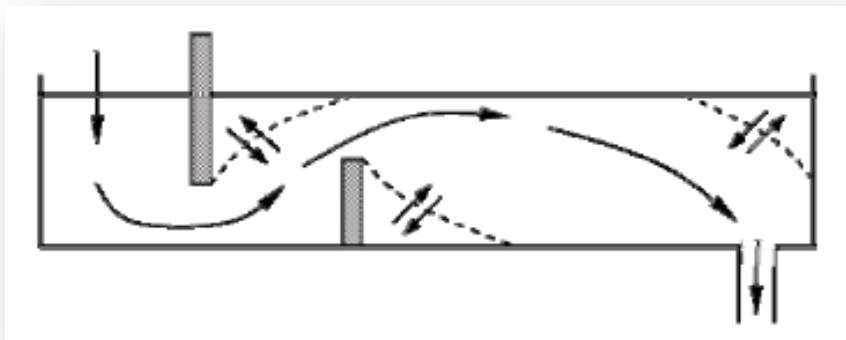
$$\frac{V_d}{V} = 1 - \frac{Q_a}{Q} \overline{\theta}_C \quad (4.10)$$

Ο επόμενος Πίνακας 4.3 μας δίνει το εκτιμώμενο σφάλμα στον υπολογισμό του νεκρού όγκου χρησιμοποιώντας την Εξ. (4.9).

Πίνακας 4.3. Εκτιμώμενο σφάλμα στον υπολογισμό του νεκρού όγκου σύμφωνα με την εξίσωση(4.6)

$Q_d/Q$	$V_d/v$	Error in $V_d/V$
0	0.1	0
0.01	0.109	9%
0.05	0.145	45%
0.1	0.19	90%

Υποτίθεται εδώ ότι ο νεκρός όγκος χωρίς καμία ροή είναι 10% του συνολικού όγκου. Οι νεκροί όγκοι με 1%, 5%, και 10% κλασματική ροή διαμέσου των νεκρών περιοχών έχουν δοθεί στον Πίνακα 4.2. Παρατηρείστε ότι υπάρχει υψηλό λάθος του 90% που προκύπτει για τη ροή της νεκρής περιοχής κατά 10%.



Σχήμα 4.7: Ροή στην δεξαμενή τύπου tundish.

Μετά τον υπολογισμό του νεκρού όγκου, παραμένει να μετρήσουμε τη ροή βύσματος και την ροή του καλά αναμεμιγμένου όγκου στη δεξαμενή.

Για το σκοπό αυτό, προτείνονται δύο προσεγγίσεις. Στην πρώτη που χρησιμοποιείται από πολλούς ερευνητές, η αδιάστατη τιμή του χρόνου  $\theta_{min}$  για την πρώτη εμφάνιση του ιχνηθέτη στην έξοδο της δεξαμενής είναι ίση με το κλασματικό όγκο ροής βύσματος. Το υπόλοιπο του συστήματος ροής συνιστά το καλά αναμεμιγμένο όγκο. Έτσι, οι ακόλουθες εξισώσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν:

$$\frac{V_d}{V} = \theta_{min} \quad (4.11)$$

$$\frac{V_m}{V} = 1 - \frac{V_P}{V} - \frac{V_d}{V} \quad (4.12)$$

$$\sigma^2 = 2\left(\frac{De}{UL}\right) - 2\left(\frac{De}{UL}\right)^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{UL}{De}\right)\right] \quad (4.13)$$

Με τη δεύτερη προσέγγιση, η διακύμανση της RTD,  $\sigma^2$ , που υπολογίζεται από την εξ. (4.13) μας δίνει μία σχέση μεταξύ της διακύμανσης και του αριθμού διασποράς ( $De/UL$ ). Έτσι, ο αριθμός διασποράς για μια δεδομένη διαμόρφωση μπορεί να υπολογιστεί και μας παρέχει την απόκλιση από την ιδανική ροή βύσματος. Ο αριθμός διασποράς είναι μηδέν για τη ροή βύσματος και άπειρος για ένα καλά-αναμεμιγμένο σύστημα ροής. Ένας μεγαλύτερος αριθμός διασποράς δείχνει μια μικρότερη περιοχή ροής βύσματος.

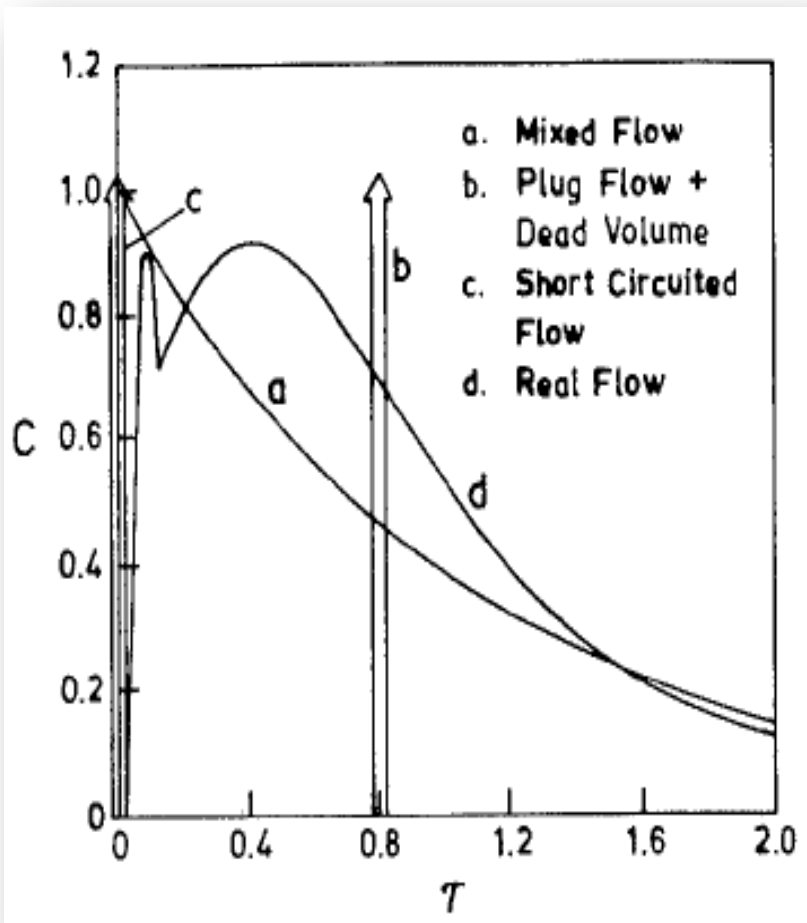
---

## 4.6. Περιπτώσεις καμπυλών

---

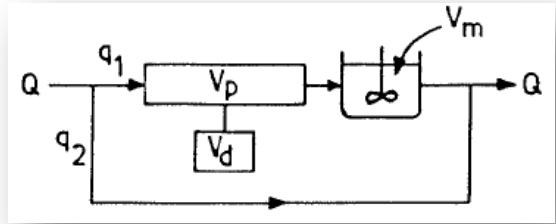
Στο Σχήμα 4.8, βλέπουμε τις RTD καμπύλες [Levenspiel 1972, Singh and Koria 1993] για την περίπτωση που έχουμε μια δεξαμενή τύπου tundish πλατιά με ιδανικό μοτίβο μεικτής ροής, στην οποία ο ιχνηθέτης διαχέεται ακαριαία και παράγει ομοιόμορφη συγκέντρωση σε όλο τον όγκο

της δεξαμενής, με τον ελάχιστο νεκρό όγκο (καμπύλη β) σε χρόνο λιγότερο από  $t$  σε σχέση με την ιδανική ροή στην οποία η έξοδος του ιχνηθέτη από την δεξαμενή tundish γίνεται ακαριαία σε χρόνο μηδέν (καμπύλη c).



Σχήμα.4.8 Για την περίπτωση που η δεξαμενή τύπου tundish είναι πλατιά. [Yogeshwar and Toshiniko, 1996] (A (B). Διάφοροι τύποι RTD καμπύλες ροής μοτίβο.

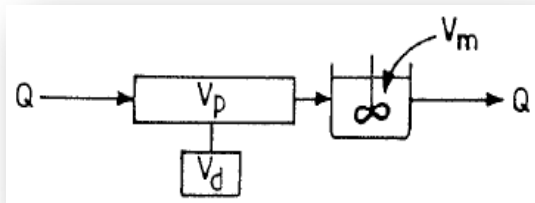
Από την εισόδο του ο ιχνηθέτης διαχέει προς όλες τις κατευθύνσεις του. Θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε ότι ένα μικρό τμήμα του ιχνηθέτη προχωράει ευθεία στη



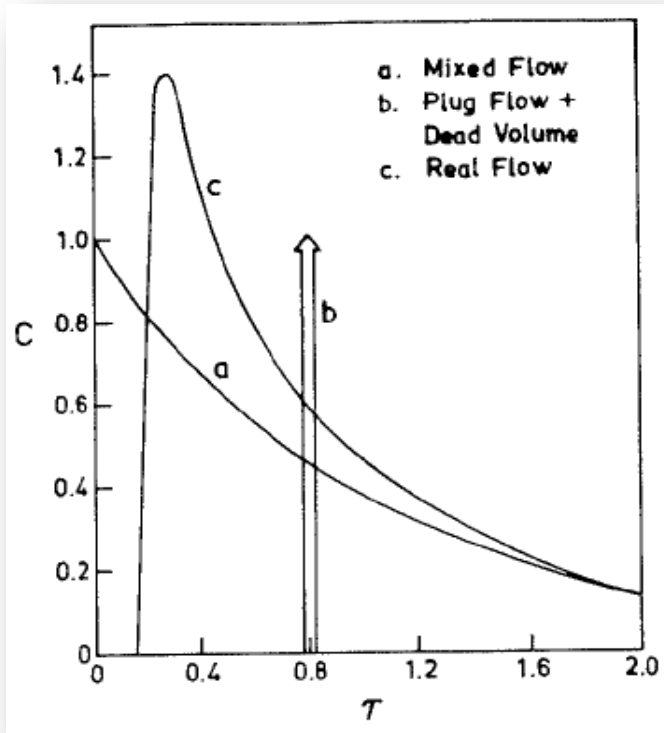
κατεύθυνση εισόδου-εξόδου. Αυτό το μέτωπο ανίχνευσης για έξοδο από το tundish δίνει λαβή για την πρώτη μέγιστη τιμή συγκέντρωσης, Σχήμα 4.8 (καμπύλης d). Μετά την δεύτερη κορυφή, η συγκέντρωση του ιχνηθέτη κινείται εκθετικά με το χρόνο. Σύγκριση της πραγματικής RTD καμπύλης (δηλαδή καμπύλης d) με το ιδανικό «RTD καμπύλες (a, b, c) αποκαλύπτει το μοτίβο ροής ρευστού tundish. Αποτελείται από διασκορπισμένη τοποθέτηση ροής, (έκτοτε στο ιδανικό τοποθέτησης ροής  $t_{\min} = t_{\text{peak}}$ ), μεικτής ροής και σύντομης ανακυκλοφορίας, Σχήμα 4.8β.

Στο Σχήμα 4.9α εμφανίζεται μια τυπική καμπύλη πραγματικής RTD

(βλέπε καμπύλη c) όπου φαίνεται η ιδανική μεικτή ροή και η ροή τοποθέτησης με νεκρό όγκο. Όπως φαίνεται από την καμπύλη της RTD, δεν παρατηρείται σύντομη ανακυκλοφορία. Δεν υπάρχει



μετακίνηση του ιχνηθέτη στην διαδρομή εισόδου εξόδου επειδή αναφέρεται σε πιο πλατιά tundishes. Επιπλέον, η καμπύλη RTD χαρακτηρίζεται από μια ενιαία μέγιστη τιμή συγκέντρωσης, σχήμα 4.9α. Σύγκριση της πραγματικής RTD καμπύλης c με τις καμπύλες a και β της ιδανικής ροής φαίνεται στο Σχήμα 4.9β. Το μοτίβο της ροής αποτελείται από μεικτή και Plug ροή που ακολουθείται από νεκρό όγκο.



Σχήμα.4.9. Για μια δεξαμενή τύπου tundish μικρού πλάτους [Yogeshwar and Toshiniko, 1996] (A) η διασπορά του ιχνηθέτη ως συνάρτηση του χρόνου. (B) Διάφοροι τύποι RTD καμπύλες ροής μοτίβο.

Το σχήμα 4.10, [Singh and Koria, 1993] εμφανίζει τυπικές RTD καμπύλες για διαφορετικά πλάτη της δεξαμενής τύπου tundish. Σημειώνουμε, δύο περιπτώσεις, όπου η μία χαρακτηρίζεται από δύο ανώτατες τιμές συγκέντρωσης (βλέπε καμπύλες για το  $W/L = 0,215$  και  $0,310$ ), και το άλλο χαρακτηρίζεται από μία μέγιστη τιμή συγκέντρωσης ( $W/L = 0,167$  και  $0,120$ ).



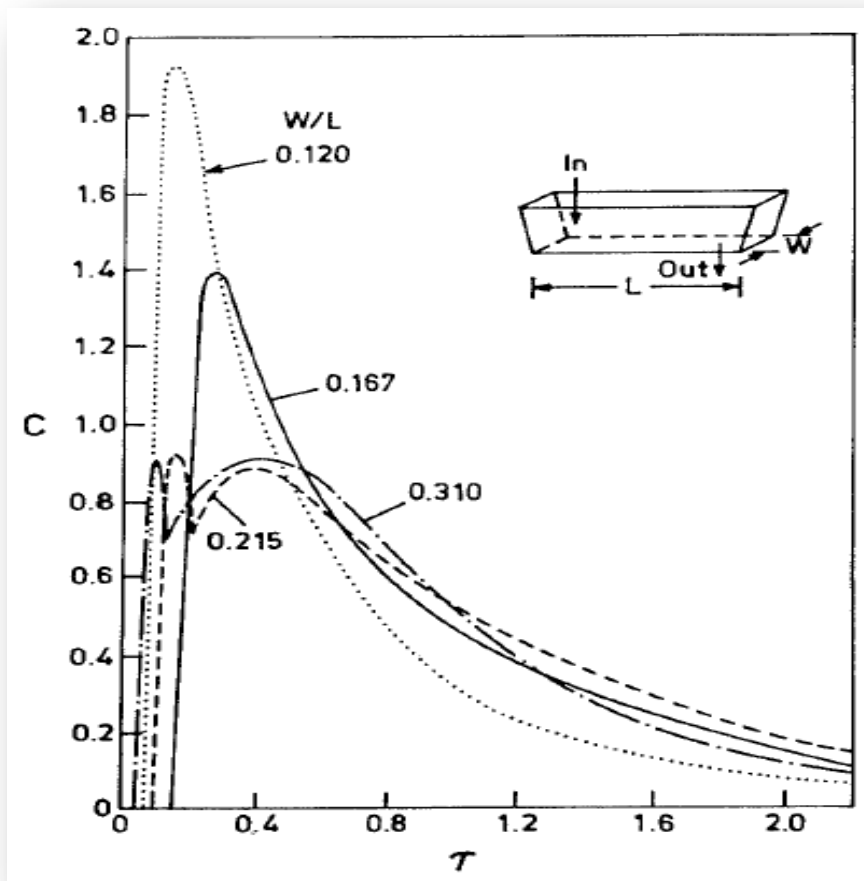


Fig.4.10. RTD καμπύλες για διάφορα πλάτη της δεξαμενής τύπου tundish, [Yogeshwar and Toshiniko, 1996]

Ο λόγος για την απόκτηση των δύο κορυφών θεωρείται λόγω των εξής. Το υγρό μέταλλο εισέρχεται στην δεξαμενή όπου πηγαίνει προς τα κάτω του δοχείου τύπου tundish και κατόπιν απλώνεται ακτινικά προς τον άξονα κοντά στο κάτω μέρος της δεξαμενής και στη συνέχεια ξεκινά να ανεβαίνει προς τα πάνω κοντά στους τοίχους της δεξαμενής. Σε μια

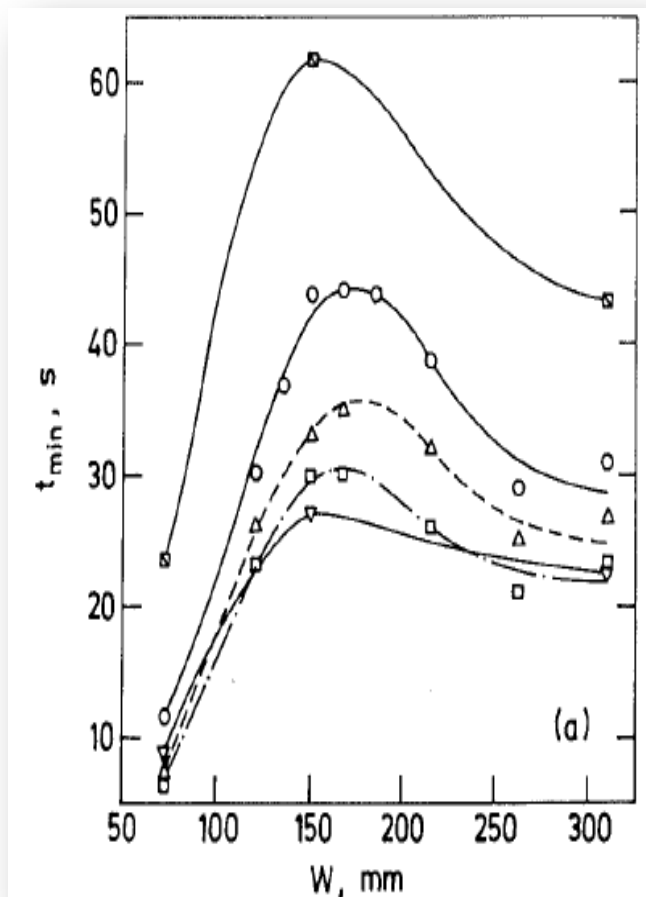
δεξαμενή τύπου tundish πλατιά ένα μέρος από το υγρό κινείται στην κατεύθυνση στόμιο εισόδου – στόμιο εξόδου χωρίς να επηρεάζεται από το πλάτος και τα πλευρικά τοιχώματα. Λόγω της ευθείας κίνησης το συγκεκριμένο υγρό φτάνει νωρίτερα στην έξοδο σε σχέση με το υπόλοιπο υγρό. Έτσι η καμπύλη RTD (η οποία δείχνει ιχνηθέτη απόκρισης ως συνάρτηση του χρόνου) πρέπει να αποτελείται από δύο κορυφές; μία λόγω της ευθείας κίνησης ορισμένου ποσού του ιχνηθέτη με το τμήμα του υγρού και την άλλη λόγω της κυκλοφορίας των υπολοίπων του ιχνηθέτη στο υπόλοιπο του υγρού.

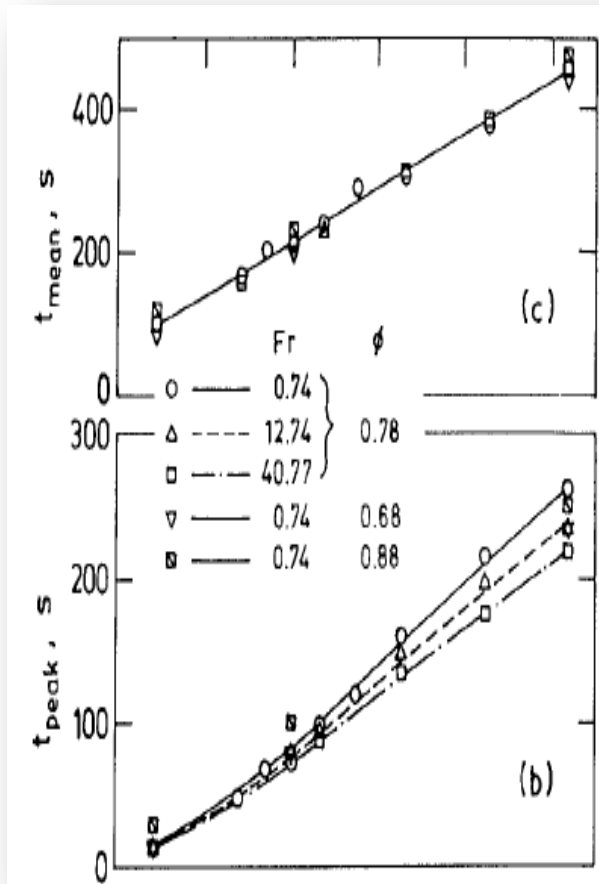
Μειώνοντας το πλάτος της δεξαμενής τύπου tundish, η επίδραση του πλάτους και των πλευρικών τοιχωμάτων καθυστερούν την κυκλοφορία του ανωτέρω τμήματος του υγρού και σε μια κρίσιμη τιμή πλάτους και πλευρικών τοιχωμάτων αναπτύσσεται μια δύναμη από το τμήμα του υγρού προς το μέσο της ροής του υγρού, όπου αναγκάζει την ανάμειξη του με το υπόλοιπο υγρό. Έτσι, η προαναφερθείσα ευθεία κίνηση του τμήματος του υγρού και του ιχνηθέτη που περιέχονται σε αυτό έχουν εξαλειφθεί με συνέπεια η RTD καμπύλη μας να δείχνει μία απλή κορυφή και όχι δύο όπως προηγουμένως

Όλες οι άλλες παράμετροι της ροής όπως η επικάλυψη με σκουριές, το ακροφύσιο, η απόσταση, η ύπαρξη ή όχι συμμετρικών θέσεων, τα κεκλιμένα ή κάθετα τοιχώματα, οι μηχανισμοί ελέγχου του ρυθμού ροής (ράβδος μπεκ ή πώμα), το ύψος του μπάνιου η βύθιση ladle στο δοχείο μας δεν επηρεάζουν το σχήμα της καμπύλης. Ωστόσο, διαπιστώθηκε ότι οι προαναφερθέντες παράμετροι επηρεάζουν τα σχετικά μεγέθη της RTD μεθόδου δηλαδή,  $t_{min}$ ,  $t_{peak}$  και  $t_{mean}$  και την εξάπλωση των καμπυλών κατανομής.

Μετά την επίτευξη μια μέγιστης τιμής της  $t_{min}$  (για πλάτος  $0.15 \cdot L$ ) το αποτέλεσμα στην αύξηση της μέσης ταχύτητας της ροής σε σχέση με την μείωση του πλάτους γίνεται πιο κυρίαρχη και το  $t_{min}$  αρχίζει να μειώνεται.

Έτσι φαίνεται να υπάρχει μια σχέση μεταξύ της εμφάνισης των δύο κορυφών και της διακύμανσης του  $t_{min}$ . Μπορεί να θεωρηθεί περαιτέρω ότι η αύξηση του αριθμού Froude μειώνει το  $t_{min}$  για όλα τα πλάτη. Αυτό οφείλεται στην αύξηση στην ταχύτητα του αέρα που οδηγεί σε μείωση κατά  $t_{min}$ . Ομοίως, όσο πιο κοντά στο στόμιο εξόδου βρισκόμαστε τόσο μειώνεται το  $t_{min}$  και αυτό οφείλεται στην μείωση των διαθέσιμων διαδρομών για την ροή του υγρού. Οι υπόλοιποι χρόνοι όπως  $t_{peak}$  (Σχήμα 4.9β) και  $t_{mean}$  (Σχήμα 4.10c) μειώνονται συνεχώς με τη μείωση του πλάτους.





Σχήμα 4.11. Παραλλαγές  $t_{min}$ ,  $t_{αιχμής}$ ,  $t_{mean}$  με το πλάτος tundish

Μια αύξηση στο  $t_{min}$  και μείωση στο  $t_{peak}$  υποδεικνύουν τη αξονική ή διαμήκη μείωση της διασποράς. Έτσι, η μείωση του πλάτους έως 150 mm μειώνει την έκταση της αξονικής διασποράς, πράγμα που δείχνει ότι το πλάτος των πλευρικών τοιχωμάτων συμβάλλει στην επίτευξη ομοιομορφίας της ροής του συστήματος tundish. Για δεξαμενές τύπου tundish με πλάτος κατώτερο των 150mm και τα δύο μεγέθη  $t_{min}$  και  $t_{peak}$  μειώνονται και ως εκ

τούτου παραμένει η αξονική διασπορά να είναι σταθερή. Ο μέσος χρόνος παραμονής (Σχήμα 4.10c) μειώνεται με τη μείωση του πλάτους της δεξαμενής tundish. Η επίδραση του αριθμού Froude στο  $t_{mean}$  είναι πολύ μικρή. Η μείωση στο μέσο χρόνο παραμονής σε σχέση με τη μείωση του πλάτους οφείλεται στη μείωση του όγκου που διατίθεται για τη διασπορά του ιχνηθέτη στη δεξαμενή τύπου tundish, [Martinez et al., 1986].

---

#### 4.7. Σύγκριση των διαφόρων πειραματικών διατάξεων

---

Πολλοί αναλυτές έχουν δημοσιεύσει πειραματικά δεδομένα για την δεξαμενή τύπου tundish. Δυστυχώς, δεν χρησιμοποιούν όμως τις ίδιες διαστάσεις δεξαμενών. Για να μπορέσουν να είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα μεταξύ των θα πρέπει να υπάρχει μια σχέση συσχέτισης η οποία θα εκφράζεται από συγκεκριμένη εξίσωση. Οι Sing and Korla (1993) μελετώντας μια σειρά από διαστάσεις δεξαμενών που είχαν αναφέρει προκάτοχοι των, κατέληξαν στις επόμενες σχέσεις (4.14 – 4.16) όπου οι διάφοροι παράγοντες αυτών αναλύονται στις επόμενες σχέσεις (4.17-4.21).

$$r_{min} = (-0.383 + 8.638a - 44.148a^2 + 67.180a^3) \times \beta^{-0.607} \varphi^{3.044} Fr^{-0.082} \quad (4.14)$$

$$r_{peak} = 0.546a^{0.676} \beta^{-0.684} \varphi^{1.121} Fr^{-0.029} \quad (4.15)$$

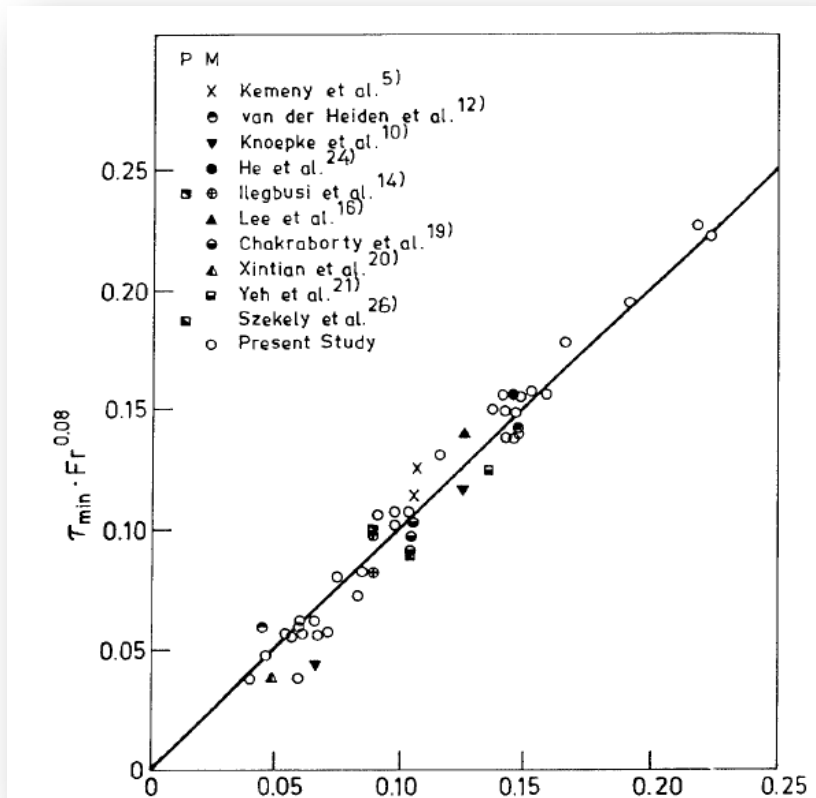
$$\bar{r} = 0.93a^{0.042} \varphi^{0.30} \quad (4.16)$$

$$\alpha = \frac{W}{L} \quad (4.17)$$

$$\beta = \frac{H}{L} \quad (4.18)$$

$$\varphi = \frac{l}{L}$$

(4.19)



Σχήμα 4.12. Η συσχέτιση των διαφόρων δημοσιεύσεων [Singh and Koria, 1993]

$$r_{min} = \frac{t_{min}}{\bar{t}} \quad (4.20)$$

$$r_{peak} = \frac{t_{peak}}{\bar{t}} \quad (4.21)$$

$$\bar{r} = \frac{t_{mean}}{\bar{t}} \quad (4.22)$$

Με βάση τις ανωτέρω σχέσεις οι Singh and Koria (1993) προχώρησαν στο γράφημα (4.12).

---

## 4.8. Το mixing model στην δεξαμενή μας

---

Στην διεθνή βιβλιογραφία έχουν αναπτυχθεί πολλά μοντέλα για τον μοντελοποίηση της δεξαμενής τύπου tundish. Έχουν προταθεί πολλές μεθοδολογίες τόσο θεωρητικές όσο και εμπειρικές που υπολογίζουν την στιγμιαία ταχύτητα, διαχωρίζουν την δεξαμενή μας σε διαφορετικό αριθμό από σειριακά δοχεία θεωρώντας είτε ομογενές περιβάλλον ροής είτε μη ομογενές περιβάλλον, [Levenspiel 1972, Neumann et al. 1983, Wen et al. 1975, Westertep et al. 1984]. Ένα καινούργιο σύνθετο μοντέλο προτάθηκε από τους [Zong et al., 1999] που συνδυάζει εμπειρικά και μαθηματικά στοιχεία ταυτόχρονα. Οι [Morales et al., 2000] πρότειναν ένα μοντέλο για την περίπτωση που έχουν αναστολείς (inhibitor) στη δεξαμενή μας. Για την περίπτωση του ισοθερμικού μοντέλου ροής μια καλή ανάπτυξη του μοντέλου RTD έχει γίνει από [Kumar et al., 2008]. Μια άλλη μέθοδος που έχει χρησιμοποιηθεί σε αρκετές δημοσιεύσεις είναι η DYNAMIC- Q, [Dean, 1963] η οποία έχει χρησιμοποιηθεί σε πολύπλοκα σχεδιαστικά προβλήματα της δεξαμενής [Craig et al., 2001] για μη περιορισμένη βελτιστοποίηση [Snyman, 1982 & 1983] ή για περιορισμένη [Snyman, 1992 & 2000]

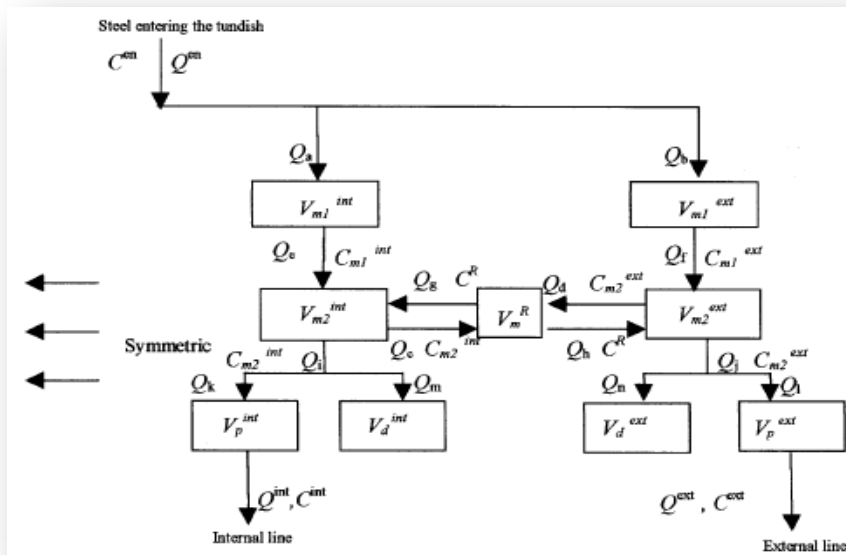
Από τα διάφορα μοντέλα που έχουν προταθεί κατά καιρό, στο [Goldsmith et al., 2001] έχει γίνει μια πλήρη ανάπτυξη του πιο καταξιωμένου μοντέλου για ισοθερμοκρασιακό πεδίο και στο [Mehdi et al., 2008] για την περίπτωση του μη ισοθερμοκρασιακού πεδίου ροής στην δεξαμενή tundish

Το σύνολο των προαναφερθέντων αρχικών εξισώσεων έχει πάρει νέα μορφή μετά από τις σχετικές πράξεις και αντικαταστάσεις με βάση την ανάπτυξη που έχουμε στο [Levenspiel, 1972]. Εδώ, θα παρουσιαστούν οι τελικές μορφές που εκφράζονται οι βασικοί όροι της ανάλυσης. Αμέσως μετά ακολουθεί η μοντελοποίηση και το σύνολο των εξισώσεων.

Equation	Mixing Volume ( $V_m$ )	Dead Volume ( $V_d$ )	Plug Volume ( $V_p$ )
	$\frac{Q_{in}}{C_{in}} \rightarrow \boxed{V_m} \leftarrow \frac{Q_{out}}{C_{out}}$	$\frac{Q}{C} \rightarrow \boxed{V_d}$	$\frac{Q_{in}}{C_{in}} \rightarrow \boxed{V_p} \leftarrow \frac{Q_{out}}{C_{out}}$
Mass conservation	$\frac{dV_m}{dt} = Q_{out} - Q_{in}$	$\frac{dV_d}{dt} = \pm Q$	$\frac{dV_p}{dt} = Q_{out} - Q_{in}$
Mass conservation of chemical elements	$\frac{dC_{out}}{dt} = \frac{Q_{in}}{V_m} (C_{in} - C_{out})$	$C \neq f(Q, V)$	$C_{out} = C_{in} \left( t - \frac{V_p}{Q_{in}} \right)$

Σχήμα 4.13. Περιγραφή των βασικών μοντέλων

Το μοντέλο έχει την γενική μορφή του επομένου σχήματος 4.14. Το γενικό μοντέλο που περιγράφεται από το σχήμα 4.13, μοντελοποιήθηκε με βάση τις εξισώσεις του σχήματος 4.14 και είναι:



Σχήμα 4.14. Γενικό μοντέλο με βάση το mixing model, [Goldsmith et al., 2001]



$$Q_a = x_a Q^{en} \quad (4.23)$$

$$Q_b = Q^{en} - Q_a \quad (4.24)$$

$$Q_e = Q_a - dV_{ml}^{int}/dt \quad (4.25)$$

$$Q_f = Q_b - dV_{ml}^{ext}/dt \quad (4.26)$$

$$Q_k = Q^{int} + dV_p^{int}/dt \quad (4.27)$$

$$Q_l = Q^{ext} + dV_p^{ext}/dt \quad (4.28)$$

$$Q_m = dV_d^{int}/dt \quad (4.29)$$

$$Q_n = dV_d^{ext}/dt \quad (4.30)$$

$$Q_i = Q_k + Q_m \quad (4.31)$$

$$Q_j = Q_l + Q_n \quad (4.32)$$

$$Q_c = x_c Q_i \quad (4.33)$$

$$Q_d = x_d Q_j \quad (4.34)$$

$$Q_g = Q_c + Q_i - Q_e + dV_{m2}^{int}/dt \quad (4.35)$$

$$Q_h = Q_d + Q_j - Q_f + dV_{m2}^{ext}/dt \quad (4.36)$$

$$C^{int} = C_{m2}^{int} (t - t_p^{int}) \quad (4.37)$$

$$C^{ext} = C_{m2}^{ext} (t - t_p^{ext}) \quad (4.38)$$

$$dC_{ml}^{int}/dt = Q_a (C^{en} - C_{ml}^{int})/V_{ml}^{int} \quad (4.39)$$

$$dC_{ml}^{ext}/dt = Q_b(C^{en} - C_{ml}^{ext})/V_{ml}^{ext} \quad (4.40)$$

$$dC_{m2}^{int}/dt = (Q_e C_{ml}^{int} + Q_g C^R - (Q_g + Q_e) C_{m2}^{int})/V_{m2}^{int} \quad (4.41)$$

$$dC_{m2}^{ext}/dt = (Q_f C_{ml}^{ext} + Q_h C^R - (Q_f + Q_h) C_{m2}^{ext})/V_{m2}^{ext} \quad (4.42)$$

$$dC^R/dt = (Q_d C_{m2}^{ext} + Q_c C_{m2}^{int} - (Q_d + Q_e) C^R)/V_m^{ext} \quad (4.43)$$

$$x_a = \frac{Q_a}{Q_{en}} \text{ (fraction of entering flow rate directed to the internal line);} \quad (4.44)$$

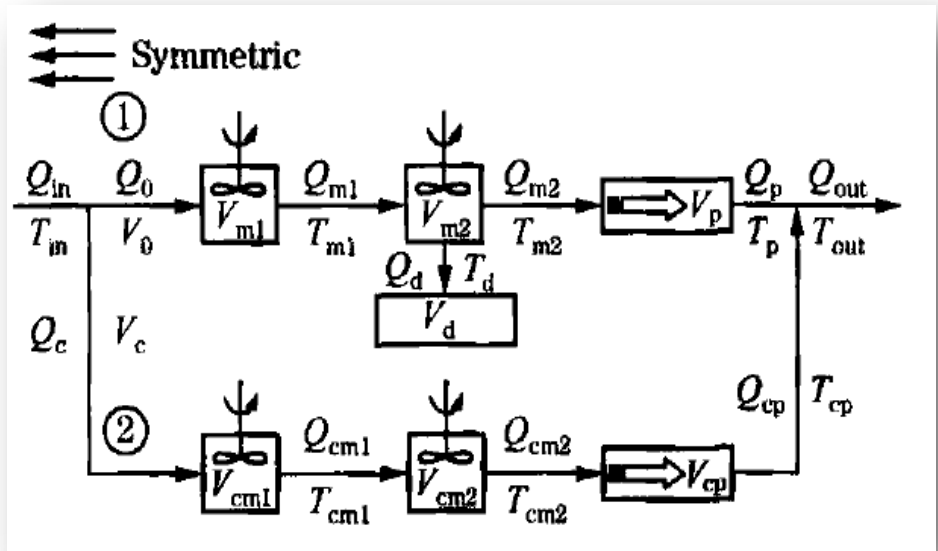
$$x_d = \frac{Q_d}{Q_j} \text{ (fraction between the two flow rates coming out of } V_{m2}^{ext}) \quad (4.45)$$

$$x_c = \frac{Q_c}{Q_i} \text{ (fraction between the two flow rates coming out of } V_{m2}^{int}). \quad (4.46)$$

$$t_p^{int} = V_P^{int}/Q_k^{int} \quad (4.47)$$

$$t_p^{ext} = V_P^{ext}/Q_l^{ext} \quad (4.48)$$

Στο επόμενο σχήμα 4.15, βλέπουμε το αντίστοιχο μοντέλο για την περίπτωση της μη ισοθερμοκρασιακής μεταβολής στην δεξαμενή μας τύπου tundish, [Menhdi et al., 2008].



Σχήμα 4.15. Το μη ισοθερμοκρασιακό μοντέλο [Mehdi et al., 2008]

Με βάση τα ανωτέρω μοντέλα, έχειδειχτεί [Zong et al., 1999], ότι σε ισοθερμοκρασιακά μοντέλα δεν είναι απαραίτητη η ταυτόχρονη ισότητα των αριθμών  $Fr$ ,  $Re$  αλλά αρκεί μόνο των αριθμών  $Fr$ , λόγω του ότι έχειδειχτεί, [Sahai and Burval, 1992] ότι ανεξάρτητα του είδους ροής (ισοθερμοκρασιακή ή μη ισοθερμοκρασιακή) ο τυρβώδης αριθμός  $Re$  διατηρείται σχετικά σταθερός.

## 4.9.Βιβλιογραφία

- ✓ **Barreto J. de J. S., M. A. Barron Meza and R.D. Morales.** Physical and mathematical modeling of steel flow and heat transfer in tundishes under non-isothermal and non-adiabatic conditions. 1996, vol.36, No. 5,

pp. 543-552.

- ✓ **Chiang L. K.:** Proc. Steelmaking Conf., ISS, 1992, 75, 437-450
- ✓ **Craig K. J., D. J. De Kock, K. W. Makgata and G. J. De Wet:** Design optimization of a single strand continuous caster tundish using residence time distribution data. *ISIJ Int.*, 41 (2001), No. 10, 1194.
- ✓ **Dean H. A.,** Soc. Petrol. Eng. J., 1963, 3, 49
- ✓ **Kemeny F., D.J.Harris, A.McLean, T.R. Meadowcroft, and J.D.Young,** Proc. Steelmaking Conf., ISS, 1981, 2, 232.
- ✓ **Knoepke J. and J. Mastervich,** Proc. Steelmaking Conf., ISS, 1986, 69, 777
- ✓ **Kumar Anil, Dipak Mazumdar and Satich C. Korla.** Modeling of fluid flow and residence time distribution in a four strand tundish for enhancing inclusion removal. 2008, *ISIJ Int.*, vol.48, No.1, pp.38-47.
- ✓ **Levenspiel O.** Chemical Reaction Engineering. John Wiley & Sons. Inc. New York, 1972
- ✓ **Manos P. W. and R. T. McGuire,** Steel Times 610-613 (1989)
- ✓ **Marcela Goldsmith B., Sergio P. Ferro, Guillermo F. Walter, Virginia G. Aranda and Jorge A. tena Morelos.** Numerical model for the minimization of intermixed round bars in a four line continuous caster. *Metal. Trans. B*, col.32, 2001, pp.537-546.
- ✓ **Martinez Eloy, Masafumi Maeda, Lawrence J. Heaslip, Gerardo Rodriguez and Alex McLean.** Effects of fluid flow on the inclusion separation in continuous casting tundish. Technical Report, 1986. *Tran. ISIJ*, vol. 26, pp. 724-732
- ✓ **Mehdi Alizadeh, Hossein Edris and Ali Shafyei.** 'Fluid flow and mixing in non-isothermal water model of continuous casting tundish.' *J. Iron Steel Res. Int.* 2008, 15(2), p.7-22.
- ✓ **Morales R.D., J de Barreto, S.Lopez-Ramirez, J.Palafox-Ramos and**

- D.Zacharias.** Melt flow control in a multistrand tundish using a turbulence model. *Metal. Trans. B*, 2000, vol.31, pp.1505 – 1515
- ✓ **Neumann E. B. and B.A. Buffham.** *Mixing continuous flow system.* John Wiley & Sons, NY, 1983
  - ✓ **Sahai Y. and M. D. Burval:** *Proc. of the Electric Furnace Conf., MS, Warrendale. PA, (1992), 469.*
  - ✓ **Sahai Yogeshwar and Toshiniko Emi.** Melt flow characterization in continuous casting tundishes. *ISIJ Int.* vol 36, 1996, no 6, pp 667-672.
  - ✓ **Schwarze R., F. Obermeier and D. Janke:** *Modelling and Simulation in Material Science and Engineering*, 9 (2001), 279.
  - ✓ **Singh S. and S.C. Korla.** Model study of the dynamics of flow of steel melt in the tundish. *ISIJ Int*, vol.33, 1993, no 12, p.1228.
  - ✓ **Sinha K. and Y. Sahai.** *ISIJ Int.* 33, 1993, p. 556.
  - ✓ **Snyman J. A.** *Appl. Math. Model*, 1982, no 6, pp. 449
  - ✓ **Snyman J. A.** *Appl. Math. Model*, 1983, no 7, pp. 216
  - ✓ **Snyman J. A.** *Comput. Math.Appl.*, 2000, no 40, pp. 1085
  - ✓ **Snyman J. A., C. Frangos and Y. Yavin.** *Comput. Math. Appl.*, 1992, no 23, pp. 46
  - ✓ **Wen C.Y. and L.T.Fan.** *Models for flow systems and chemical reactors.* Mrel Dekkey, NY, 1975
  - ✓ **Westerterp K.R., W.P.M.V. Swaaj and A.A.C.M. Beenackers.** *Chemical reactor design & operation.* John Wiley & Sons, NY, 1984
  - ✓ **Wolf David and William Resniak.** 'Experimental study of residence time distribution in a multistage fluidized bed'. *Ind. Eng. Chem. Fundamentals*, vol 4, no 1, Feb. 1965, p.77.
  - ✓ **Wolf David and William Resniak.** 'Residence time distribution in real systems'. *Ind. Eng. Chem. Fundamentals*, vol 2, no 4, Nov. 1963, p.287.

- ✓ **Zong Jin Ho, Kyung Woo Yi and Jong Kyu Yoon.** Residence time distribution analysis by the modified combined model for the design of continuous refining vessel. ISIJ, 1999, vol. 39, no. 2, pp. 139-148

## Κεφάλαιο 5 – Τα είδη ροής

Τα είδη ροής	209
Πολυφασικές ροές	210
Οι διφασικές ροές	216
Διφασική ροή υγρού – υγρού	217
Η μοντελοποίηση στην Υπολογιστική Ρευστομηχανική	218
Η μαθηματική θεμελίωση της διφασικής ροής	219
Η διφασική ροή στην δεξαμενή tundish	222
Τα μοντέλα της πολυφασικής ροής	226
Τρόποι προσέγγισης των διφασικών ροών	227
Προσέγγιση κατά Euler	227
Προσέγγιση κατά Lagrange	229
Προσέγγιση του όγκου ρευστού – Volume of Fluid	233
Προσομοίωση του μοντέλου διφασικής ροής Euler – Euler	234
Οι εξισώσεις της διφασικής ροής	239

Η εξίσωση της συνέχειας	244
Οι εξισώσεις της ορμής	246
Η εξίσωση της θερμικής ενέργειας	248
Η διφασική ροή και η τύρβη	249
Το μοντέλο της διφασικής αλληλεπίδρασης	251
Το πρώτο μοντέλο – CFIPS	253
Το δεύτερο μοντέλο – GRND7	254
Το τρίτο μοντέλο – GRND8	256
Οι γενικές εξισώσεις της μονοφασικής ροής	257
Οριακές συνθήκες ροής	259
Οι διαστάσεις της δεξαμενής	260
Η πυκνότητα του ρευστού μας	262
Εκτίμηση λοιπών παραγόντων	264
Βιβλιογραφικές αναφορές	265



---

## Κεφάλαιο 5. Τα είδη ροής

---

Στο παρόν κεφάλαιο αναπτύσσουμε το πρόβλημα της διαφασικής ροής στη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish και δίνουμε τις βασικές σχέσεις και εξισώσεις. Στόχοι της παρούσας ανάπτυξης είναι:

- ✓ Η ανάπτυξη των βασικών εννοιών της διαφασικής ροής υγρού - υγρού
- ✓ Η ανάπτυξη ενός μοντέλου προσομοίωσης της διαφασικής ροής.
- ✓ Η διερεύνηση της επίδρασης των διαφόρων μεταβλητών στο πεδίο ροής.

Πολλοί συγγραφείς έχουν υποστηρίξει τη σκέψη της τυρβώδους ροής ως ένα μίγμα από δύο υγρά, το καθένα κινούμενο ημι-ανεξάρτητα στον ίδιο χώρο. Η ιδέα αυτή παρουσιάστηκε από τους Reynolds (1874) και Prandtl (1925), καθώς θεώρησαν με πιο τρόπο μπορεί η μάζα, η ορμή και η ενέργεια να μεταφέρονται στα τυρβώδη υγρά. Πρόσφατοι υποστηρικτές της ιδέας αυτής είναι οι Spiegel (1972), Libby (1975), Dopazo (1977), Bray (1981), Spalding (1982) και Kollmann (1983). Η ανωτέρω ιδέα του διαχωρισμού ενός υγρού σε δύο υπο-υγρά μας βοηθά να κατανοήσουμε πιο εύκολα περιπτώσεις όπως όταν τα δύο υγρά έχουν διαφορετική χημική σύσταση, π.χ. κρύο άκαυστο αερίο και ζεστά προϊόντα της καύσης.

Με την ανωτέρω θεώρηση, το κάθε υγρό υποτίθεται ότι κατέχει, σε κάθε θέση στο χώρο και το χρόνο, τα δικά του στοιχεία όπως είναι η ταχύτητα του, η θερμοκρασία του, την σύνθεση των διαφόρων μεταβλητών του όπως τα κλάσματα όγκου και (ίσως) και την πίεση. Τα κλάσματα όγκου μπορεί να θεωρηθούν ως "πιθανότητες παρουσίας". Τα δύο υγρά μπορούν να διακριθούν με πολλούς τρόπους, όμως όλοι τους είναι αυθαίρετοι. Ετσι, π.χ. οι Reynolds και Prandtl τα διακρίνουν από την κατεύθυνση κίνησης,

όπως για παράδειγμα το υγρό που κινείται προς μια επιφάνεια που υποτίθεται ότι έχει διαφορετικές ιδιότητες ορμής κατά μήκος της επιφάνειας σε σχέση με το υγρό που κινείται μακριά από αυτήν. Για τις περιπτώσεις που έχουμε ροές στην ατμόσφαιρα, η διακρίση των ρευστών γίνεται λόγω της ανοδικής κίνησης του αέρα σε σχέση με την καθοδική κίνηση ή από την θερμοκρασία του ενός ρεύματος που είναι συχνά πολύ διαφορετική από εκείνη του άλλου ρεύματος.

---

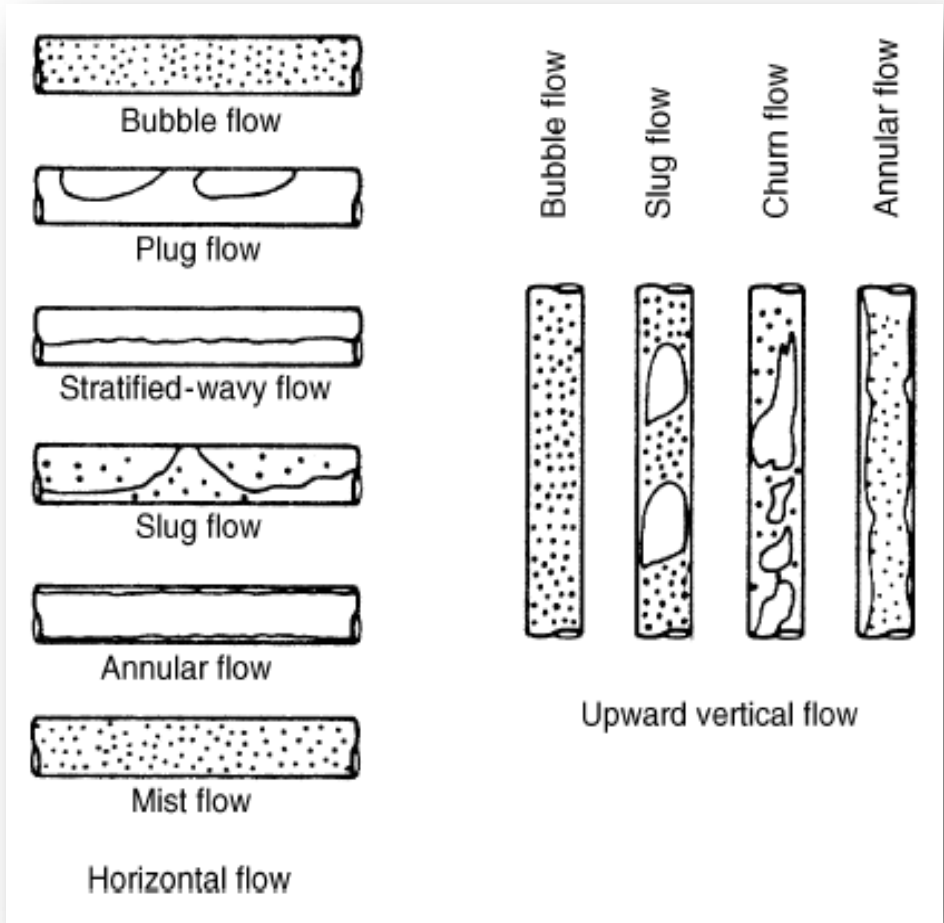
## 5.1. Πολυφασικές ροές

---

Οι πολυφασικές ροές αποτελούν μάλλον τον κανόνα παρά την εξαίρεση τόσο στα φυσικά φαινόμενα ροής ρευστών όσο και στις βιομηχανικές εφαρμογές. Ροές με περισσότερες της μίας φάσης συναντώνται σε ποικίλες βιομηχανίες, όπως η χημική βιομηχανία, η αεροδιαστημική βιομηχανία, η πυρηνική βιομηχανία, η βιομηχανία νερού και η βιομηχανία μεταφορών. Η ανάλυση και κατανόηση των πολυφασικών ροών είναι υψίστης σημασίας για το βέλτιστο και ασφαλή σχεδιασμό και έλεγχο των διεργασιών που απαντώνται στις προαναφερθέντες βιομηχανίες.

Ο όρος πολυφασική ροή καλύπτει ένα εξαιρετικά ευρύ φάσμα περιοχών και πρότυπων ροής. Είναι χρήσιμο αυτές οι περιοχές και τα πρότυπα ροής να υποδιαιρεθούν σε διάφορες εύκολα αναγνωρίσιμες κατηγορίες. Γενικά, οι πολυφασικές ροές αρχικά κατηγοριοποιούνται με βάση τη φυσική (θερμοδυναμική) κατάσταση των συστατικών στοιχείων (επιμέρους φάσεις) και στη συνέχεια με βάση την τοπολογία των διεπιφανειών [Ishii, 1975]. Έτσι, μια διφασική ροή, η οποία είναι υποκατηγορία των πολυφασικών ροών, μπορεί να είναι αερίου – στερεού, αερίου – υγρού, υγρού – στερεού, ή στην περίπτωση μη αναμίξιμων

ρευστών, υγρού – υγρού. Ομοίως, οι ροές, ως προς την τοπολογία των διεπιφανειών, κατηγοριοποιούνται σε διαχωρισμένες, διασκορπισμένες και μικτές.



Σχήμα 5.1. Διάφορες περιπτώσεις διφασικής ροής σε οριζόντια και κάθετη ροή. [Chabra and Richardson, 1999]

Οι διαχωρισμένες ροές περιλαμβάνουν ροές με ελεύθερη επιφάνεια, όπως είναι οι στρωματοποιημένες ροές σε αγωγούς, όπου και οι δύο φάσεις χωρίζονται μεταξύ τους με μία συνεχή διεπιφάνεια. Οι

διασκορπισμένες ροές χαρακτηρίζονται από το γεγονός ότι η μία φάση υφίσταται υπό τη μορφή σωματιδίων, σταγονιδίων ή φυσαλίδων τα οποία αιωρούνται σε μία συνεχή φάση. Οι δύο συνεχείς φάσεις είναι διασκορπισμένες η μία μέσα στην άλλη και διακριτές μεταξύ τους. Οι μικτές ροές, όπως υποδηλώνει το όνομά τους, αντιπροσωπεύουν εκείνες τις ροές που βρίσκονται μεταξύ των διαχωρισμένων και των διασκορπισμένων ροών.

Ο διαχωρισμός της ροής ως προς την τοπολογία των διεπιφανειών είναι πολύ πιο δύσκολος σε σχέση με το διαχωρισμό ως προς τη φυσική (θερμοδυναμική) κατάσταση των συστατικών στοιχείων, διότι οι μεταβολές ή οι μετασχηματισμοί ανάμεσα στις ευρέως αναγνωρίσιμες καταστάσεις είναι συνεχείς και ο χαρακτηρισμός των ενδιάμεσων καταστάσεων είναι σε μεγάλο βαθμό υποκειμενικός. Η μετάβαση από τη μία κατάσταση στην άλλη εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από πολλούς παράγοντες, όπως είναι η γεωμετρία, η ταχύτητα της ροής, η κατεύθυνση της ροής, η επιφανειακή τάση κ.ά. Επιπροσθέτως, σε μία δεδομένη συσκευή μπορούν να υπάρχουν περισσότερα του ενός είδη ροής. Για παράδειγμα, όσον αφορά στην περίπτωση της διφασικής ροής αερίου – υγρού, πολλοί ερευνητές έχουν προσπαθήσει να προσδιορίσουν ολόκληρο το εύρος των ειδών ροής που εμφανίζονται στους κάθετους και οριζόντιους σωλήνες. Σχεδόν 100 διαφορετικοί τύποι ροής έχουν προσδιοριστεί για αυτήν την περίπτωση [Whalley, 1996].

Παρά τη μεγάλη ποικιλία συνδυασμών των φάσεων και των τύπων ροής που συναντώνται στις πολυφασικές ροές, όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί διέπονται από τους ίδιους θεμελιώδεις νόμους διατήρησης της μάζας, της ορμής και της ενέργειας. Η ανάπτυξη μεθόδων και τεχνικών πρόβλεψης της ροής των ρευστών οι οποίες βασίζονται στους νόμους διατήρησης της μάζας, της ορμής και της ενέργειας αποτελεί μέρος μιας γενικότερης τάσης απομάκρυνσης από εμπειρικούς συσχετισμούς οι οποίοι βασίζονται σε


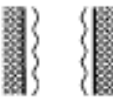


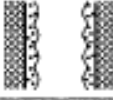
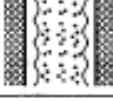
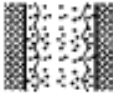



πειραματικά δεδομένα, και μετακίνησης σε μαθηματικά μοντέλα τα οποία είναι ιδιαίτερα ακριβή και βρίσκουν ευρεία εφαρμογή. Αυτού του είδους οι τεχνικές και μέθοδοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να προβλέψουν τόσο τη δυναμική όσο και τη στατική συμπεριφορά, Πίνακας 5.1.

Η μεγάλη πρόοδος στην ανάπτυξη μεθόδων και τεχνικών πρόβλεψης των πολυφασικών ροών σημειώθηκε τα τελευταία 30 χρόνια με την εμφάνιση των ψηφιακών υπολογιστών και των τεχνικών της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής για την αριθμητική πρόβλεψη της ροής. Παρά την πρόοδο που έχει επιτευχθεί, δε θα ήταν υπερβολή να λεχθεί ότι ο τομέας των τεχνικών πρόβλεψης των πολυφασικών ροών βρίσκεται ακόμα σε πρώιμο στάδιο. Παρά την εξαιρετική πρόοδο, απέχουμε αρκετά από την ανάπτυξη μιας γενικής μεθόδου για την προσομοίωση των πολυφασικών ροών, [Ishii and Mishima, 1984].

Η διασκορπισμένη διφασική ροή είναι ίσως η πιο σημαντική ροή που απαντάται στη βιομηχανία, ιδιαίτερα στη χημική βιομηχανία. Πιο συγκεκριμένα, αυτού του είδους η ροή συναντάται στη διεργασία της εκχύλισης, στην παραγωγή πολυμερών και χρωμάτων, στην παραγωγή γαλακτωμάτων και στην επεξεργασία νερού. Η διασκορπισμένη διφασική ροή υγρού – υγρού αποτελεί αντικείμενο της παρούσας εργασίας.

Επιπλέον, οι τυρβώδεις διφασικές ροές υγρού – υγρού και αερίου – υγρού χαρακτηρίζονται από το γεγονός ότι οι μεμονωμένες φυσαλίδες ή τα μεμονωμένα σταγονίδια είτε σωματίδια σπάνε σε μικρότερες οντότητες εξαιτίας των υψηλών ρυθμών διάτμησης στη συνεχή φάση ή εξαιτίας της πρόσκρουσής τους σε μία στέρεα επιφάνεια, όπως είναι οι φτερωτές και οι ανακλαστήρες, ή ακόμα εξαιτίας των μεταξύ τους συγκρούσεων. Με παρόμοιο τρόπο, η συνένωση των σταγονιδίων ή φυσαλίδων μπορεί να συμβεί όταν δύο σταγονίδια ή φυσαλίδες συγκρούονται μεταξύ τους και σχηματίζουν μία μεγαλύτερη οντότητα. Τέτοιου είδους φαινόμενα μπορεί να οδηγήσουν σε μία μεγάλη ποικιλία μεγεθών των σταγονιδίων και των

φυσάλιδων, η οποία με τη σειρά της έχει σημαντική επίδραση στη συμπεριφορά της διασκορπισμένης φάσης.

Class	Typical regimes	Geometry	Configuration	Examples
Separated flows	Film flow		Liquid film in gas Gas film in liquid	Film condensation Film boiling
	Annular flow		Liquid core and gas film Gas core and liquid film	Film boiling Boilers
	Jet flow		Liquid jet in gas Gas jet in liquid	Atomization Jet condenser
Mixed or Transitional flows	Cap, Slug or Churn-turbulent flow		Gas pocket in liquid	Sodium boiling in forced convection
	Bubbly annular flow		Gas bubbles in liquid film with gas core	Evaporators with wall nucleation
	Droplet annular flow		Gas core with droplets and liquid film	Steam generator
	Bubbly droplet annular flow		Gas core with droplets and liquid film with gas bubbles	Boiling nuclear reactor channel
Dispersed flows	Bubbly flow		Gas bubbles in liquid	Chemical reactors
	Droplet flow		Liquid droplets in gas	Spray cooling
	Particulate flow		Solid particles in gas or liquid	Transportation of powder

Πίνακας 5.1. Ταξινόμηση των διφασικών ροών (Ishii, 1975)

Τέλος, η ευελιξία και η κινητικότητα της διεπιφάνειας στα διφασικά συστήματα υγρού – υγρού, σε συνδυασμό με το γεγονός ότι το σχήμα της φυσαλίδας/σωματιδίου μπορεί να μεταβάλλεται, σημαίνει ότι οι δυνάμεις που ελέγχουν/περιγράφουν την αλληλεπίδραση μεταξύ της διασκορπισμένης και της συνεχούς φάσης είναι ισχυρά μη γραμμικές. Η μη γραμμικότητα κάνει πιο δύσκολη τη μελέτη της διασκορπισμένης διφασικής ροής υγρού – υγρού, και ακόμα πιο δύσκολη την ανάπτυξη ενός ακριβούς υπολογιστικού μοντέλου για την επίλυση αυτού του είδους ροής.

Οι ροές υγρών – στερεών, στις οποίες τα στερεά σωματίδια μεταφέρονται με την υγρή φάση αναφέρονται ως ροές αιωρήματος (slurry flows). Οι ροές αυτές καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών και μπορούν να χαρακτηρισθούν επίσης ως ροές διασκορπισμένης φάσης (dispersed phase flows).

Ανάλογα με τον τρόπο αλληλεπίδρασης μεταξύ των φάσεων, η σύζευξη μεταξύ τους κατά την προσομοίωση, μπορεί να χαρακτηριστεί ως:

- ❖ Απλή ή μονόδρομη σύζευξη (one way coupling). Το πεδίο ροής της συνεχούς φάσης είναι ανεξάρτητο της κίνησης της διασκορπισμένης φάσης.
- ❖ Διπλή ή αμφίδρομη σύζευξη (two way coupling). Τα χαρακτηριστικά της συνεχούς φάσης επηρεάζουν τα αντίστοιχα της διασκορπισμένης και αντίστροφα, σε μια επαναληπτική διαδικασία πεπερασμένου αριθμού κύκλων.
- ❖ Τετραπλή ή σύζευξη τεσσάρων δρόμων (four way coupling). Λαμβάνονται υπόψη και οι συγκρούσεις μεταξύ των στοιχείων της διασκορπισμένης φάσης.

---

## 5.2. Οι διφασικές ροές

---

Η διφασική ροή είναι ένα σύστημα που περιέχει την αέρια και την υγρή φάση του ίδου ρευστού όπου με την βοήθεια μιας νοητής επιφάνειας διαχωρίζονται, όπως είναι στις πειπτώσεις της ροής του ατμού και του νερού στους εναλάκτες των αμοπαγωγικών σταθμών. Ο όρος διφασική ροή, two phase flow, [Lavy,1999] έχει διευρυνθεί και αναφέρεται στη ροή μειγμάτων δύο διαφορετικών ρευστών όπου η κάθε φάση μπορεί να είναι υγρή, στερεά, αέρια και να μην αντιδρούν χημικά μεταξύ των. Κλασικά παραδείγματα είναι η ύπαρξη νερού στο πετρέλαιο, λάδι με νερό, λάσπη σε αγωγούς πετρελαίου, αέρας με σκόνη, σύννεφα, ροή υπόγειων υδάτων, φυσαλίδες, βροχή, κυματισμός, αφρός, πηγές, κρεμώδη, ψεκασμός, κλπ, [Lefebvre, 1989]. Οι διφασικές ροές είναι δυναμικές μεταβατικές ροές χωρίς να πάρχει πάντα ισορροπία των φάσεων.

Οι διφασικές ροές θεωρούνται υποσύνολο των πολυφασικών ροών (multiphase flows), και για την καθε φάση θα πρέπει να αναπτυχθούν χωριστά οι εξισώσεις της συνέχειας, της ορμής, οι σχέσεις αλληλοεπίδρασης των φάσεων και οι οριακές συνθήκες του πεδίου ροής. Για την συστηματική τους μελέτη διακρίνονται σε διάφορες κατηγορίες, όπως:

- Υγρού – αερίου (liquid-gas)
- Υγρού – στερεού (liquid-solid)
- Υγρού – υγρού (liquid – liquid)
- Αερίου – αερίου (gas – gas)
- Στερεού – αερίου (solid – gas)
- Στερεού – στερεού (solid – solid)



---

### 5.2.1. Διφασική ροή υγρού – υγρού

---

Στην παρούσα εργασία μας ενδιαφέρει η περίπτωση υγρού – υγρού, την οποία και θα αναπτύξουμε παρακάτω.

Στις διφασικές ροές η παραμορφωμένη διεπιφάνεια των δύο ρευστών εμφανίζει ποικιλία χαρακτηριστικών διανομών που ονομάζονται καθεστώτα ροής ή πρότυπα ροής και συμβάλλουν στην καλύτερη προσομοίωση της ροής. Στην περίπτωση υγρού – υγρού, τα πρότυπα που έχουν αναπτυχθεί είναι πολύ λίγα και δεν καλύπτουν όλες τις περιπτώσεις προσομοίωσης. Τα πρότυπα ροής στις περιπτώσεις υγρού – υγρού σε αγωγούς έχουν συγκεκριμένα υδροδυναμικά χαρακτηριστικά και προδιαγράφονται για σωλήνα με συγκεκριμένη διάμετρο και προσανατολισμό, από τις ταχύτητες, το ποσοστό όγκου, την πυκνότητα και το ιξώδες των αντιστοίχων φάσεων και από την προσροφητική ικανότητα του τοιχώματος (wetting).

Οι [Brauner, 1998; Angeli and Hewitt,2000] πρότειναν τέσσερα βασικά πρότυπα ροής διφασικής ροής για την περίπτωση υγρού – υγρού. Δυστυχώς και αυτά δεν είναι πλήρη διότι τις περισσότερες φορές το μοντέλο μας αποτελείται από συνδυασμό των συγκεκριμένων προτύπων. Τα μοντέλα είναι τα εξής:

- Stratified flow – στρωματοποιημένη ροή. Τα δύο ρευστά ρέουν κατά στρώματα ανάλογα με την πυκνότητα τους και διαχωρίζονται με ομαλή ή κυματιστή διεπιφάνεια.
- Slugs – συσσωρεύσεις. Έχουμε την δημιουργία μεγάλων επιμήκεις ή σφαιρικών συσσωρεύσεων του ενός υγρού στο άλλο.
- Dispersed flow – διασπορές. Τα μη αναμειγνυομένων υγρών, immiscible liquids, όπου σταγόνες του ενός υγρού διαχεόνται στη συνεχή φάση του δεύτερου υγρού.
- Annular flow. Δακτυλιοειδής. Το ένα από τα υγρά κινείται διαμορφώντας

ένα πυρήνα πέριξ του άξονα του αγωγού και το άλλο κινείται σε μια δακτυλιοειδή ζώνη κοντά στο τοίχωμα του σωλήνα.

Γενικευμένα μοντέλα που μπορούν να καλύψουν ολόκληρο το φάσμα των διαφόρων υγρών ιδιοτήτων δεν υπάρχουν. Επομένως, η χρήση των ανωτέρω προτύπων θεωρείται ότι οδηγεί σε προσεγγιστική λύση του προβλήματος, [Charles et al., 1961; Charles and Lilleleht, 1966; Theissing, 1980]. Σύμφωνα με τον [Brauner, 1998] η αποδεκτή προσέγγιση συνίσταται στην πρόβλεψη του προτύπου ροής κάτω από συγκεκριμένες λειτουργικές συνθήκες με την εφαρμογή ενός κατάλληλου μοντέλου.

---

### 5.2.2. Η μοντελοποίηση στην υπολογιστική ρευστομηχανική

---

Στην ρευστομηχανική ισχύουν οι θεμελιώδεις νόμοι της μηχανικής που αφορούν τη διατήρηση της μάζας, της ορμής και της ενέργειας και οι οποίοι διατυπώνονται σε ένα σύστημα συζευγμένων μη γραμμικών μερικών διαφορικών εξισώσεων που εκφράζεται από τις εξισώσεις Navier Stokes. Σήμερα, είναι εφικτή μόνο η προσεγγιστική αλγοριθμική επίλυση των αφού η αναλυτική δεν είναι δυνατός για περισσότερα προβλήματα. Αυτό είναι και το αντικείμενο της Υπολογιστικής Μηχανικής των ρευστών (CFD).

Βασική αρχή στις μεθόδους της CFD είναι η αντικατάσταση του υπολογιστικού χωρίου του συνεχούς προβλήματος από ένα διακριτό υπολογιστικό πλέγμα (δίκτυο). Οι μεταβλητές της ροής δεν ορίζονται σε κάθε σημείο του πλέγματος αλλά μόνο στους κόμβους του αριθμητικού πλέγματος όπου εκτελούνται και οι αριθμητικοί υπολογισμοί. Οι μεταβλητές σε άλλες θέσεις καθορίζονται με παραμβολή των τιμών τους από τα σημεία του πλέγματος. Οι όροι των μερικών διαφορικών εξισώσεων και οι οριακές συνθήκες που διέπουν το πρόβλημα προσεγγίζονται με μεθόδους αριθμητικής ανάλυσης στο διακριτό χωρίο ορισμού με σκοπό να

σχηματιστεί ένα μεγάλο διακριτό σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων από διακριτές μεταβλητές. Η επίλυση του γίνεται στον ΗΥ με την επιλογή κατάλληλης αριθμητικής επαναληπτικής μεθόδου αντιστροφής μητρώου. Επομένως, η βασική διαδικασία προσομοίωσης περιλαμβάνει τα παρακάτω στάδια:

- Καθορίζεται η γεωμετρία του προβλήματος
- Κατασκευάζεται και προσαρμόζεται το αριθμητικό πλέγμα
- Καθορίζεται το φυσικό θεωρητικό μοντέλο και οι εξισώσεις του
- Καθορίζονται οι οριακές συνθήκες του
- Καθορίζονται επίσης οι αρχικές συνθήκες για μεταβατικά προβλήματα
- Εφαρμόζονται οι διακριτές εξισώσεις στα σημεία του πλέγματος στο εσωτερικό του χωρίου ορισμού.
- Λαμβάνεται ειδική μέριμνα για τα σημεία που βρίσκονται κοντά ή πάνω στο όριο
- Σχηματίζεται ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων, με αριθμό εξισώσεων ίσο με τον αριθμό των διακριτών ανεξάρτητων μεταβλητών.
- Το σύστημα των εξισώσεων λύνεται επαναληπτικά σε σταθερή κατάσταση ή μεταβατική
- Χρησιμοποιείται κατάλληλο λογισμικό μεταεπεξεργασίας για την ανάλυση και απεικόνιση της προκύπτουσας λύσης.

---

### 5.2.3.Η μαθηματική θεμελίωση της διφασικής ροής

---

Λόγω του μεγάλου αριθμού περιπτώσεων διφασικών ροών, ο τρόπος προσέγγισης αυτών χωρίζεται σε τρεις κατηγορίες, [Ishii and Mishima, 1984]:

- Interacting Continua Assumption -> Diffusion Model
- Control Volume -> Postulated Balance Equations
- Averaging Method -> Averaged Balance Equations

Στις δύο πρώτες περιπτώσεις, η προσέγγιση του προβλήματος στηρίζεται στις υποθέσεις και στην φυσική προσέγγιση της ομοιότητας με την απλή μονοφασική ροή. Η τρίτη περίπτωση στηρίζεται σε μαθηματική θεμελίωση των σχέσεων μας και απαιτεί μεγάλο αριθμό από εξισώσεις.

Η πρόβλεψη των πολυφασικών φαινομένων προϋποθέτει τον υπολογισμό των τιμών των παρακάτω μεταβλητών, [Hetsroni,1982, Patankar, 1980]

- Τρεις συνιστώσες της ταχύτητας για κάθε φάση
- Πίεση της κάθε φάσης
- Κλάσμα όγκου για κάθε φάση και ενδεχομένων και των μεταβλητών
- Θερμοκρασία για κάθε φάση στο πεδίο ροής
- Χημική σύσταση για κάθε φάση στο πεδίο ροής
- Μέγεθος σωματιδίου για κάθε φάση στο πεδίο ροής
- Ιδιότητες τύρβης για κάθε φάση στο πεδίο ροής

Οι εξαρτημένες μεταβλητές θα πρέπει να θεωρούνται συναρτήσεις των:

- Χρόνου για χρονικά μεταβαλλόμενα φαινόμενα
- Μιας χωρικής διάστασης για μερικές ροές σε ειδικούς αγωγούς
- Δύο χωρικών διαστάσεων για ροές σε κανάλια, αβαθή στρώματα
- Τριών χωρικών διαστάσεων στις περισσότερες περιπτώσεις

Οι σχετικοί νόμοι δείχνουν ότι οι εξαρτημένες και οι ανεξάρτητες μεταβλητές συνδέονται με μη διαφορικές εξισώσεις. Για την επίλυση των απαιτούμενων επαναληπτικές διαδικασίες για όλους τους παραδεκτούς συνδυασμούς εξισώσεων και οριακών συνθηκών. Επομένως θα έχουμε

σαν στοιχεία εισόδου :

- Οι νόμοι διατήρησης της Φυσικής
- Οι νόμοι μεταφοράς της Φυσικής
- Εμπειρικές παρατηρήσεις
- Ιδιότητες των ρευστών
- Διαστάσεις των συσκευών
- Αρχικές συνθήκες
- Οριακές συνθήκες
- Συντελεστές διόρθωσης

Οι σχετικοί νόμοι που θα πρέπει να ικανοποιούν την πολυφασική ροή μας είναι:

- |  |             |
|--|-------------|
| ➤ Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα   | ορμή        |
| ➤ Ο πρώτος νόμος της Θερμοδυναμικής  | ενέργεια    |
| ➤ Ισοζύγια χημικών στοιχείων   | συγκέντρωση |
| ➤ Ο νόμος ιξώδους του Νεύτωνα  | ορμή        |
| ➤ Ο νόμος θερμικής αγωγής του Fourier  | ενέργεια    |
| ➤ Ο νόμος διάχυσης του Fick  | συγκέντρωση |
| ➤ Άλλοι νόμοι που αφορούν ακτινοβολία, ώσμωση κλπ ανα περίπτωση  |             |
| ➤ Μοντέλα τύρβης που υποτίθεται ότι εξομοιώνουν ποσοτικά τα χαρακτηριστικά της τυχαίας κίνησης των ρευστών |             |
| ➤ Συσχετίσεις για τους διάφορους συντελεστές τριβής, μεταφοράς θερμότητας,, κλπ.                           |             |

Οι ιδιότητες που συχνά απαιτούνται περιλαμβάνουν, [Markatos, 1988]:

- Σχέσεις των  $p, V, T$
- Ειδικές  $\eta$ /και λανθάνουσες θερμότητες
- Ιξώδες
- Θερμική αγωγιμότητα

- Συντελεστές διάχυσης
- Συντελεστές απορρόφησης ακτινοβολίας
- Επιφανειακές τάσεις
- Συντελεστές αποτελεσματικότητας συγκρούσεων μορίων

Στις διφασικές ροές θεωρούμε ότι η κάθε φάση έχει τα δικά της διακεκριμένα μεγέθη, μεταβλητές, πίεση, ταχύτητες, θερμοκρασία, κλπ. Η κάθε φάση μπορεί να χαρακτηριστεί από ένα μέγεθος τεμαχίων (fragment size) όπως π.χ. διάμετρος σταγονιδίου ή φυσαλίδας ή εγκλείσματος, πάχος υμένα, κλάσμα όγκου προς επιφάνεια, κλπ. Αν και η έννοια του χαρακτηρισμού του μεγέθους των σωματιδίων είναι αυθαίρετη, θα πρέπει να τονίσουμε επίσης μερικά πράγματα ακόμη, [Spalding, 1980]

- Οι ταχύτητες των φάσεων επηρεάζονται από την διεπιφανειακή μεταφορά της ορμής (οπισθέλκουσα σταγονιδίων, κλπ).
- Οι θερμοκρασίες των φάσεων επηρεάζονται από διεπιφανειακή μεταφορά θερμότητας
- Οι συγκεντρώσεις των φάσεων επηρεάζονται από την διεπιφανειακή μεταφορά μάζας
- Το μέγεθος των τεμαχίων των φάσεων επηρεάζονται από την μεταφορά μάζας, την συνένωση, την διάσπαση, το τέντωμα, κλπ.

---

### 5.3. Η διφασική ροή στην δεξαμενή tundish

---

Το μαθηματικό πρόβλημα που παρουσιάζεται από την επίλυση ενός μοντέλου τύρβης με δύο υγρά στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish είναι παρόμοιο με αυτό που προβλέπεται από την συμπεριφορά της διφασικής ροής, όπως είναι ένα μίγμα υγρού και υγρού. Συγκεκριμένα, δύο σειρές από διαφορετικές εξισώσεις πρέπει να επιλυθούν ταυτόχρονα όπου συνδυάζονται μεγέθη όπως:

- Η απώλεια της μάζας από το ένα υγρό και που έχει αποκτηθεί από το άλλο.
- Η θερμότητα που χάνεται από το ένα υγρό και που έχει αποκτηθεί από το άλλο.
- Η ορμή που χάνεται από το ένα και έχει αποκτηθεί από το άλλο.
- Παρόμοια ισχύει και στην περίπτωση που έχουμε την μεταφορά των χημικών ιδιοτήτων από το ένα υγρό στο άλλο, εκτός από την χημική αντίδραση στο όρια των δύο υγρών.
- Μια πρόσθετη δυσκολία είναι ότι το άθροισμα των κλασμάτων όγκου των δύο υγρών πρέπει να μας κάνουν την μονάδα.

Ετσι, μια σειρά από ποσοτικές εκφράσεις χρειάζονται για τους ρυθμούς συναλλαγής της μάζας, της θερμότητας, της ορμής και των διαφόρων χημικών ειδών μεταξύ των δυο υγρών. Ταυτόχρονα, πρέπει να υπάρχουν και βοηθητικές σχέσεις που εκφράζουν τις φυσικές διαδικασίες της ρήξης, της διάχυσης και του διαχωρισμού, οι οποίες εμφανίζονται όταν τα δύο υγρά συγκρούονται μεταξύ των. Αυτές οι βοηθητικές σχέσεις μπορούν να εκφράζουν πειραματικές παρατηρήσεις, ή μπορούν να συναχθούν από κλίμακας μελέτες CFD των αλληλεπιδράσεων, ή μπορεί να είναι εικασίες, που διαμορφώνονται από τη διαστατική ανάλυση. Ένα μεγάλο μειονεκτήματα των διφασικών ροών είναι ότι ο αριθμός των εξισώσεων είναι διπλάσιος σε σχέση με το μονοφασικό υγρό. Οι δε χρόνοι του υπολογιστή είναι αρκετά μεγαλύτεροι ενώ η γνώση του τρόπου αλληλεπίδρασης και του ποσοστού των στοιχείων μεταξύ των είναι κάθε άλλο παρά επαρκής.

Στο διφασικό μοντέλο έχουμε ότι το σύστημα μας αποτελείται από δύο ρευστά. Σαν πρώτο ρευστό θεωρούμε αυτό που εισέρχεται στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish και έχει μια διακύμανση της θερμοκρασίας του ενώ σαν δεύτερο ρευστό θεωρούμε αυτό που ήδη

βρίσκεται μέσα στο δοχείο και είναι σε ηρεμία και θερμική ισορροπία. Τα δύο υγρά πρέπει να μοιραστούν το ίδιο χώρο σε ποσοστό κλασμάτων του όγκου τους, έτσι ώστε να ικανοποιεί την ακόλουθη συνολική εξίσωση συνέχειας:

$$r_1 + r_2 = 1 \quad (5.1.)$$

Όπου  $r_1$  είναι το κλάσμα του όγκου του πρώτου υγρού που χαρακτηρίζεται ως μεταφορέας (carrier) και  $r_2$  είναι το κλάσμα του όγκου του δεύτερου υγρού που χαρακτηρίζεται ως αποκομμένο (dispersed). Έτσι, σε οποιαδήποτε θέση μέσα στο δοχείο μας υπάρχουν δύο μέσες ποσότητες ροής όπως και δύο ποσότητες ταχύτητας, θερμοκρασίας και συγκέντρωσης. Στην περίπτωση που το ένα από τα δύο κλάσματα όγκου φάσεων,  $r_1$ ,  $r_2$  πάρει την τιμή 1, τότε η εξίσωση (5.1) θα μας δώσει λύσεις για το μονοφασικό υγρό.

Για την επίλυση του διφασικού μοντέλου κάνουμε τις επόμενες παραδοχές:

- Το μαθηματικό μοντέλο μας βασίζεται στην επίλυση των 3D εξισώσεων Navier-Stokes. Οι ταχύτητες, οι θερμοκρασίες, και τα κλάσματα όγκου που προβλέπονται για τα δύο υγρά πάνω στο σύνολο του τομέα, βασίζονται στη θεώρηση του Euler.
- Τα δύο υγρά μοιράζονται την ίδια πίεση και την κατανομή της τυρβώδους διαταραχής μέσα στην περιοχή, γιατί και οι δύο από αυτές, όπου είναι η συνεχής φάση και οι φυσικές ιδιότητες των είναι παρόμοια. Έτσι, η πίεση  $P$  είναι κοινή και στις δύο φάσεις.
- Οι υπολογισμοί εκτελούνται θεωρώντας ότι είμαστε σε κατάσταση πλήρους κατάστασης (steady state), και ο τομέας υπολογισμού μπορεί



να απλοποιηθεί λόγω της συμμετρικής γεωμετρίας του.

- Το πρότυπο τυρβώδες μοντέλο k-ε των δύο εξισώσεων χρησιμοποιείται για να περιγράψει την αναταραχή των δύο υγρών εντός του τομέα.
- Η ελεύθερη επιφάνεια είναι επίπεδη και διατηρείται σε σταθερό επίπεδο.
- Η ανταλλαγή θερμότητας μεταξύ του υγρού μετάλλου και του αέρα μπορεί να αγνοηθεί. Αυτό θα μπορούσε να δικαιολογηθεί λόγω της μικρής διαφοράς θερμοκρασίας και το σύντομο χρονικό διάστημα της προσομοίωσης.
- Κάθε φάση μπορεί να έχει τη δική της ξεχωριστή ταχύτητα, τη θερμοκρασία, την ενθαλπία, και το κλάσμα μάζας των χημικών ειδών.
- Οι θερμοκρασίες της κάθε φάσης συνδέονται με τη μεταφορά θερμότητας στο κοινό όριο (interphase).
- Οι συγκεντρώσεις της κάθε φάσης συνδέονται με τη μεταφορά μάζας στο κοινό όριο (interphase).
- Κάθε φάση μπορεί να χαρακτηρίζεται από ένα «μέγεθος θραύσματος». Αυτό θα μπορούσε να είναι μια σταγόνα ή φούσκα διαμέτρου, πάχους ή όγκου / επιφάνεια. Τα «μεγέθη θραύσματος» επηρεάζονται από τη μεταφορά μάζας, την συνένωση, την αναστάτωση, κλπ.
- Οι εξισώσεις που περιγράφουν την κατάσταση της φάσης είναι βασικά οι γενικευμένες εξισώσεις Navier-Stokes. Κάθε μία από τις φάσεις καταλαμβάνει μόνο ένα μέρος του χώρου, που δίνεται από το κλάσμα όγκου της. Οι φάσεις ανταλλάσσουν μεταξύ των μάζα και όλες τις άλλες ιδιότητες.
- Στόχος είναι η επίλυση των εξισώσεων και ο προσδιορισμός των  $r_i$ ,  $u_i$ ,  $v_i$ ,  $w_i$ ,  $T_i$ ,  $C_i$ .

---

## 5.4. Τα μοντέλα της πολυφασικής ροής

---

Πολλές διαφορετικές μέθοδοι έχουν αναπτυχθεί με σκοπό να μοντελοποιήσουν την πολυφασική ροή της συνεχούς χύτευσης, προκειμένου να ληφθεί υπόψη η σημαντική επίδραση της κίνησης των θραυσμάτων στο πεδίο της ροής.

### **Algebraic Slip Model (ASM)**

Η μέθοδος ASM προσεγγίζει τα διασκορπισμένα θραύσματα του διφασικού συστήματος σαν μίγμα δύο μονοφασικών συστημάτων, ενός υγρού και ενός αερίου. Στην ροή του υγρού-αερίου μίγματος υπολογίζουμε την επίλυση μόνο μιας εξίσωσης συνέχειας, ενός συνόλου από εξισώσεις ορμής, και ενός συνόλου εξισώσεων τύρβης. Το κλάσμα του αερίου υπολογίζεται από μια επιπλέον εξίσωση μεταφοράς για την αέρια φάση. Η ταχύτητα ολίσθησης του υγρού εξαρτάται από το μέγεθος και το σχήμα των θραυσμάτων. Η επίδραση της άνωσης των φυσαλίδων αερίου στην ροή του υγρού λαμβάνεται υπόψη με την προσθήκη επιπλέον δύναμης που ισχύει για την κατακόρυφη δυναμική εξίσωση:  $S = -sg\rho$ , όπου  $s$  είναι το κλάσμα όγκου του αερίου.

### **Langrangian Two Phase Model**

Σε αυτήν την προσέγγιση, μόνο το πεδίο ταχύτητας του υγρού λύνεται, αλλά το κλάσμα όγκου του υγρού περιλαμβάνεται σε κάθε όρο. Το κλάσμα όγκου του υγρού υπολογίζεται από το κλάσμα όγκου του αερίου. Αυτό το μοντέλο έχει χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό των διφασικών ροών του υγρού σε μια συνεχή χύτευση καλουπιών.

### **Eulerian Two-phase Model**

Σε αυτό το μοντέλο επιλύονται δύο πεδία, ένα για την ταχύτητα του

ρευστού μετάλλου και ένα άλλο πεδίο για την ταχύτητα της αέριας φάσης. Η εξίσωση ορμής για την κάθε φάση επηρεάζεται από την άλλη φάση, μέσω όρων μεταφοράς από την μια φάση στην άλλη. Αρκετές μελέτες των πολυφασικών φαινομένων ροής σε συνεχή χύτευση μετάλλων έχουν χρησιμοποιήσει τα μοντέλα αυτού του τύπου. Η αναταραχή που προκαλείται από τα θραύσματα μπορεί να προστεθεί στις εξισώσεις  $K$  και  $\varepsilon$ , μέσω των όρων πηγή.

---

## 5.5. Τρόποι προσέγγισης των διφασικών ροών

---

Παρακάτω αναφέρονται οι βασικές αριθμητικές μέθοδοι προσομοίωσης ελεύθερων επιφανειών ή διεπιφανειών και αναλύονται οι βασικότερες εξ αυτών:

- Προσέγγιση κατά Euler ή προσέγγιση των ρευστών δύο φάσεων (προσέγγιση Euler – Euler)
- Προσέγγιση κατά Lagrange ή προσέγγιση των τροχιών (προσέγγιση Euler – Lagrange)
- Προσέγγιση του Όγκου Ρευστού (προσέγγιση Volume of Fluid)

---

### 5.5.1. Προσέγγιση Euler - Euler

---

Στην προσέγγιση Euler – Euler, οι δύο φάσεις θεωρούνται δύο συνεχείς φάσεις που αλληλοδιεισδύουν η μία μέσα στην άλλη και μοιράζονται τον ίδιο χώρο. Κάθε φάση είναι διακριτή μέσα στο χώρο και το μερίδιο του χώρου που καταλαμβάνει. Κάθε φάση ονομάζεται κλάσμα του όγκου [Markatos, 1986; Spalding, 1980]. Η προσέγγιση αυτή είναι γνωστή ως προσέγγιση των δύο

ρευστών, και σε περίπτωση που έχουμε περισσότερες από δύο φάσεις, η προσέγγιση ονομάζεται προσέγγιση των πολλών ρευστών [Ishii, 1975].

Κατά την απεικόνιση των πεδίων ροής κατά Euler παρακολουθείται η κινητική κατάσταση του πεδίου, σε κάποια θέση αυτού, χωρίς ουσιαστικά να ενδιαφέρει ποιο στοιχείο του ρευστού κατέχει τη θέση αυτή, στην οποιαδήποτε χρονική στιγμή  $t$ . Μια τέτοιου είδους παρακολούθηση του φαινομένου της ροής απαιτεί τον καθορισμό της συνάρτησης του διανύσματος της ταχύτητας κάθε στοιχείου, καθώς με την πάροδο του χρόνου, το ένα μετά το άλλο τα στοιχεία του ρευστού, σε μια αλυσίδα διέρχονται από τη θέση που εξετάζεται. Το πεδίο ροής των σωματιδίων υπολογίζεται όπως το πεδίο ροής του ρευστού. Συγκεκριμένα, οι εξισώσεις συνέχειας και ορμής επιλύονται και για τις δύο φάσεις, ενώ η εξίσωση που περιγράφει τη διασπαστική τριβή ανά μονάδα όγκου στη διεπιφάνεια των δύο φάσεων εισάγεται απευθείας στις εξισώσεις ορμής [Markatos, 1983]. Το μοντέλο τύρβης που χρησιμοποιείται τροποποιείται κατάλληλα, όταν αυτό είναι απαραίτητο, προκειμένου να ληφθεί υπόψη η διαμόρφωση της τύρβης από τη διασκορπισμένη φάση.

Η προσέγγιση των ρευστών δύο φάσεων Euler – Euler είναι γενικότερη από τη προσέγγιση Lagrange, αφού οι εξισώσεις που περιγράφουν την τοπολογία και τη φύση της ροής δε βρίσκονται στη ρητή μορφή. Οι εξισώσεις Navier–Stokes που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή μιας μονοφασικής ροής, τροποποιούνται κατάλληλα προκειμένου να προστεθούν όροι που περιγράφουν την επίδραση της διασκορπισμένης φάσης (μέγεθος, σχήμα, ταχύτητα σωματιδίων) και την επίδραση των δυνάμεων που εμφανίζονται λόγω της αλληλεπίδρασης των δύο φάσεων [Hill, 1998].

Το μεγάλο μειονέκτημα της προσέγγισης Euler – Euler είναι η αδυναμία της να περιγράψει τις δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια της διασκορπισμένης φάσης, όπως είναι η δύναμη αεροδυναμικής αντίστασης

ή η δύναμη άνωσης. Επίσης, η μοντελοποίηση της κατά μέσο όρο επίδρασης των σωματιδίων της διασκορπισμένης φάσης στη ροή αυξάνει σημαντικά την πολυπλοκότητα των εξισώσεων, με αποτέλεσμα να αυξάνεται ο υπολογιστικός χρόνος.

Από την άλλη, η προσέγγιση των ρευστών δύο φάσεων Euler – Euler είναι συχνά πιο αποδοτική από την προσέγγιση Lagrange, αφού τα σωματίδια της διασκορπισμένης φάσης δεν παρακολουθούνται και οι υπολογισμοί δεν περιορίζονται στη μεταβατική ροή. Οι εξισώσεις που χρησιμοποιούνται για τη διασκορπισμένη και τη συνεχή φάση διακριτοποιούνται χρησιμοποιώντας το ίδιο υπολογιστικό πλέγμα και λύνονται με τις ίδιες αριθμητικές μεθόδους που εφαρμόζονται στην περίπτωση της μονοφασικής ροής, λαμβάνοντας ωστόσο υπόψη τους όρους που περιγράφουν την αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο φάσεων. Επιπλέον, η προσέγγιση κατά Euler επιτρέπει τον εύκολο χειρισμό των αριθμητικών προβλημάτων που προκύπτουν από την αλληλεπίδραση των δύο φάσεων. Για όλους αυτούς του λόγους, η προσέγγιση των ρευστών δύο φάσεων είναι μια ιδιαίτερα δημοφιλής μέθοδος που προσφέρεται για τη μελέτη διφασικής ροής. Η παρούσα εργασία υιοθετεί τη μέθοδο αυτή.

---

### 5.5.2. Προσέγγιση Euler - Lagrange

---

Η απεικόνιση ενός πεδίου ροής κατά Lagrange αποτελεί επέκταση στη μηχανική ρευστών του τρόπου απεικόνισης της κίνησης των υλικών σημείων, όπως αυτή παρουσιάζεται στην κλασσική μηχανική. Στην περίπτωση αυτή παρακολουθούμε την κίνηση κάποιου στοιχείου του ρευστού καθώς διατρέχει την τροχιά του, από την αρχή μέτρησης του χρόνου  $t_0$ , όπου το σημείο βρισκόταν στη θέση  $(x_0, y_0, z_0)$ .

Η σωματιδιακή φάση θεωρείται διακριτή και διασκορπιζόμενη στη

συνεχή φάση του ρευστού μέσου. Η θεώρηση αυτή οδηγεί στον υπολογισμό των τροχιών των σωματιδίων μέσω των οποίων περιγράφεται το πεδίο της σωματιδιακής ροής. Οι τροχιές αυτές υπολογίζονται με επίλυση της στιγμιαίας εξίσωσης κίνησης των σωματιδίων. Η αλληλεπίδραση των δύο φάσεων (σύζευξη σωματιδίου – δίνης) μοντελοποιείται με την εισαγωγή όρων πηγών στις εξισώσεις διατήρησης της συνεχούς φάσης.

Η διαδικασία επίλυσης της διφασικής ροής αρχίζει με τον υπολογισμό του πεδίου ροής της συνεχούς φάσης. Οι εξισώσεις διατήρησης επιλύονται χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η παρουσία των σωματιδίων. Στη συνέχεια παρακολουθούνται οι τροχιές ενός αντιπροσωπευτικού αριθμού σωματιδίων και υπολογίζονται οι όροι πηγών. Το πεδίο ροής του ρευστού επανυπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη αυτούς τους όρους πηγών. Κατόπιν, νέες τροχιές και νέοι όροι πηγών υπολογίζονται επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία μέχρι τελικής σύγκλισης του πεδίου ροής της συνεχούς φάσης.

Η προσέγγιση Lagrange στηρίζεται στον υπολογισμό των τροχιών ενός αντιπροσωπευτικού αριθμού σωματιδίων. Οι τροχιές αυτές προκύπτουν από την επίλυση της στιγμιαίας εξίσωσης κίνησης των σωματιδίων λαμβάνοντας υπόψη το άθροισμα των δυνάμεων που επιδρούν σε κάθε σωματίδιο. Οι δυνάμεις αυτές είναι οι εξής:

- **Δύναμη λόγω κλίσης πίεσης:** Η επίδραση της τοπικής κλίσης της πίεσης του ρευστού στο σωματίδιο έχει σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη δύναμης σε αυτό κατά τη διεύθυνση της κλίσης πίεσης.
- **Δύναμη αεροδυναμικής αντίστασης:** Είναι η δύναμη που επηρεάζει περισσότερο από κάθε άλλη την κίνηση σωματιδίου. Λόγω της συνεκτικότητας του ρευστού αναπτύσσεται στην επιφάνεια του σωματιδίου, κλίση πίεσης η οποία είναι απαραίτητη για να μπορέσει να υπερνικήσει τις διατμητικές δυνάμεις και να ρεύσει γύρω από το

σωματίδιο. Αυτό προκαλεί, την αύξηση της πίεσης στη μετωπική επιφάνεια του σωματιδίου με αποτέλεσμα την ανάπτυξη της δύναμης αεροδυναμικής αντίστασης.

- **Δύναμη φαινόμενης μάζας:** Η δύναμη αυτή σχετίζεται με τη μεταβολή της ταχύτητας ολίσθησης κατά την επιτάχυνση ενός σωματιδίου και εκφράζει το επιπλέον έργο που δαπανάται για την επιτάχυνση της μάζας του ρευστού που περικλείει το σωματίδιο. Η δύναμη αυτή ονομάζεται δύναμη φαινόμενης μάζας γιατί η επίδρασή της ισοδυναμεί με την προσθήκη μιας μάζας πάνω στο σωματίδιο.
- **Δύναμη άνωσης λόγω περιστροφής του σωματιδίου (φαινόμενο Magnus):** Σε μία διφασική ροή ένα σωματίδιο μπορεί να εκτελεί και περιστροφική κίνηση εκτός από τη μεταφορική. Η περιστροφή του σωματιδίου μπορεί να προέρχεται τόσο από τη στροβιλότητα της ροής όσο και από μία σύγκρουση του σωματιδίου με τα τοιχώματα της ροής. Κατά την περιστροφή του σωματιδίου η διαφορά ταχύτητας πάνω στην επιφάνειά του προκαλεί μία αντίστοιχη διαφορά πίεσης με αποτέλεσμα την ανάπτυξη της δύναμης άνωσης λόγω περιστροφής (φαινόμενο Magnus).
- **Δύναμη άνωσης λόγω διάτμησης (δύναμη Saffman):** Η δύναμη άνωσης λόγω διάτμησης (δύναμη Saffman) οφείλεται στην επιφανειακή κατανομή της πίεσης που προκαλείται από μία κλίση της ταχύτητας του ρευστού. Συγκεκριμένα, όταν ένα σωματίδιο βρεθεί σε μία περιοχή της ροής όπου χαρακτηρίζεται από μία κλίση της ταχύτητας, τότε στην πλευρά της επιφάνειας του σωματιδίου όπου η ταχύτητα είναι μεγαλύτερη, η πίεση είναι τοπικά μικρότερη σε σχέση με την πλευρά της επιφάνειας όπου η ταχύτητα είναι μικρότερη. Αυτή η διαφορά πίεσης λόγω της κλίσης της ταχύτητας του ρευστού (διάτμηση) προκαλεί τη δύναμη άνωσης [Saffman, 1965].
- **Δύναμη λόγω υδροστατικής άνωσης:** Βασίζεται στην αρχή του

Αρχιμήδη, σύμφωνα με την οποία στο σωματίδιο ασκείται δύναμη με φορά αντίθετη προς το διάνυσμα της επιτάχυνσης της βαρύτητας και μέτρο ίσο με το βάρος του εκτοπιζόμενου από τον όγκο του σωματιδίου ρευστού.

- **Δύναμη Basset:** Η δύναμη Basset εκφράζει τη χρονική υστέρηση της ανάπτυξης του οριακού στρώματος γύρω από το σωματίδιο κατά την επιτάχυνσή του μέσα στη ροή και εξαρτάται από το ιστορικό της επιτάχυνσης αυτής. Επηρεάζει την κίνηση του σωματιδίου μόνο σε συνθήκες μη μόνιμης κατάστασης και οι τιμές που λαμβάνει είναι συνήθως πολύ μικρότερες από τις αντίστοιχες της δύναμης αεροδυναμικής αντίστασης, αποδεικνύοντας ότι η επίδρασή της στην κίνηση του σταγονιδίου είναι ιδιαίτερα μικρή.
- **Δύναμη βαρύτητας:** Είναι η δύναμη λόγω επίδρασης του βαρυτικού πεδίου.
- **Δύναμη Coulomb:** Στην περίπτωση που το σωματίδιο είναι ηλεκτρικά φορτισμένο και κινείται μέσα σε ένα ηλεκτρικό πεδίο, τότε πάνω στο σωματίδιο ασκείται η δύναμη Coulomb.
- **Δύναμη αδράνειας.**

Ένα από τα κύρια πλεονεκτήματα της προσέγγισης Lagrange έγκειται στην άμεση φυσική ερμηνεία των προαναφερθέντων δυνάμεων. Ένα άλλο σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι η δυνατότητα περιγραφής της κίνησης κάθε σωματιδίου, με αποτέλεσμα να είναι σχετικά εύκολος ο προσδιορισμός της κατανομής των μεγεθών των σωματιδίων.

Επιπλέον, η μέθοδος Lagrange μπορεί να εφαρμοστεί εύκολα σε συστήματα αερίου– υγρού, όπου οι φουσαλίδες μπορούν να διασπαστούν σε δύο ή περισσότερα μικρότερα κομμάτια ή να συγχωνευτούν σε μία μεγαλύτερη οντότητα [Hill, 1998]. Η προσέγγιση κατά Lagrange φαίνεται να ταιριάζει περισσότερο στην επίλυση των αραιών διφασικών ροών, γιατί



μπορεί εύκολα να περιγράψει τις φυσικές διαδικασίες που διέπουν το φαινόμενο. Πραγματικά, η ελλειπτική φύση της ροής του ρευστού και η παραβολική φύση της σωματιδιακής ροής εκφράζονται απόλυτα από αυτό το μοντέλο.

Επίσης, η αλληλεπίδραση των σωματιδίων με τα τοιχώματα της ροής μπορεί εύκολα να ληφθεί υπόψη και να υπολογιστεί με την προϋπόθεση ότι είναι γνωστές οι συνθήκες πρόσκρουσης – αναπήδησης των σωματιδίων. Βάσει των υπολογισμών των συγκρούσεων αυτών είναι δυνατόν να εκτιμηθεί και το ποσό της μηχανικής διάβρωσης που υφίστανται τα τοιχώματα της ροής.

Από την άλλη πλευρά, η μέθοδος Lagrange παρουσιάζει αρκετά προβλήματα στην περίπτωση πυκνών διφασικών ροών αερίου – υγρού, όπου ο αριθμός των σωματιδίων είναι ιδιαίτερα μεγάλος. Η περιγραφή της κίνησης όλων των σωματιδίων συνεπάγεται έναν πολύ μεγάλο αριθμό εξισώσεων με αποτέλεσμα το υπολογιστικό κόστος να αυξάνεται δραματικά.

Προκειμένου να έχουμε μια εικόνα της ροής, είναι απαραίτητος ο υπολογισμός των τροχιών ενός μεγάλου αριθμού σωματιδίων. Τέλος, η αύξηση του προκαθορισμένου αριθμού κύκλων σύζευξης, μεταξύ της διασκορπισμένης και της συνεχούς φάσης μπορεί να εισάγει αριθμητικά προβλήματα ευστάθειας [Kralj, 1993].

---

### 5.5.3. Προσέγγιση Volume of Fluid

---

Η προσέγγιση του όγκου ρευστού συνηθίζεται για την επίλυση προβλημάτων ελεύθερης επιφάνειας. Στη μέθοδο αυτή επιλύονται οι βασικές εξισώσεις διατήρησης (που προκύπτουν από τη βασική εξίσωση μεταφοράς), για τις υπολογιστικές φάσεις που συμμετέχουν στο πεδίο

ροής. Το σύστημα των μερικών διαφορικών εξισώσεων διατήρησης επιλύεται μία φορά, θεωρώντας ουσιαστικά ότι όλες οι συμμετέχουσες υπολογιστικές φάσεις στο υπό εξέταση πεδίο ροής, αποτελούν συστατικά μείγματος μιας φάσης. Οι μέθοδοι που αναπτύσσονται στοχεύουν στον ακριβή υπολογισμό θέσεως της διεπιφάνειας μεταξύ των συστατικών του μείγματος σε κάθε υπολογιστικό χωρίο. Συνήθη πρακτική αποτελεί, ο ορισμός ειδικών συναρτήσεων ορισμού θέσης διεπιφάνειας και η επίλυση κατάλληλων εξισώσεων μεταφοράς για τον υπολογισμό των τιμών τους.

Η εφαρμογή των μεθόδων αυτών επιβάλλει την παρακολούθηση της θέσης διεπιφάνειας κάθε σωματιδίου, σε σχέση με το συνεχές μέσο. Η χρήση των μεθόδων αυτών περιορίζεται σε διφασικά πεδία ροής μικρού αριθμού στοιχείων διασκορπισμένης φάσης. Σε εφαρμογές μεγάλης κλίμακας ή μεγάλου αριθμού στοιχείων διασκορπισμένης φάσης, το υπολογιστικό κόστος που απαιτείται για την επίλυση των χαρακτηριστικών ροής, κρίνεται απαγορευτικό.

---

## 5.6. Προσομοίωση του μοντέλου διφασικής ροής (Euler-Euler)

---

Στην προσέγγιση Euler-Euler, παρακολουθείται η κινητική κατάσταση του πεδίου, σε κάποια θέση, χωρίς ουσιαστικά να ενδιαφέρει ποιο στοιχείο του ρευστού κατέχει τη θέση αυτή, σε κάθε χρονική στιγμή  $t$ . Η σωματιδιακή φάση θεωρείται συνεχής, υπό την προϋπόθεση ότι η συγκέντρωση αυτή υπερβαίνει μία ελάχιστη τιμή. Με αυτήν την θεώρηση το πεδίο ροής των φυσαλίδων υπολογίζεται όπως το πεδίο ροής του ρευστού. Συγκεκριμένα, οι εξισώσεις συνεχείας και ορμής επιλύονται και για τις δύο φάσεις, ενώ το μοντέλο τύρβης που χρησιμοποιείται τροποποιείται κατάλληλα προκειμένου να ληφθεί υπόψη η διαμόρφωση της τύρβης

από την αέρια φάση. Σε μία τυπική προσέγγιση διφασικής ροής υγρού-υγρού, οι δύο φάσεις θεωρούνται δύο συνεχή μέσα, τα οποία αλληλοδιεισδύονται και κατανέμονται σε κάθε σημείο του χώρου βάσει μίας συγκέντρωσης κατ' όγκο της κάθε φάσης (κλάσμα κενού,  $R_i$ ). Έτσι έχουμε:  $r_1+r_2=1$ , όπου με 1 και 2 αριθμούνται οι δύο φάσεις, υγρή και υγρή, αντίστοιχα, όσον αφορά τη περίπτωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Τα φαινόμενα πολυφασικής ροής μπορούν να προσομοιωθούν στο χρησιμοποιούμενο λογισμικό PHOENICS με τέσσερεις διαφορετικούς τρόπους:

1. Συνεχή μέσα που το ένα διεισδύει στο άλλο σε κάθε σημείο του υπολογιστικού χωρίου θεωρώντας ξεχωριστές ιδιότητες (ταχύτητα, θερμοκρασία, πυκνότητα, κλάσμα όγκου κτλ) για κάθε φάση (μοντέλο IPSA).
2. Πολλαπλά αλληλοδιεισδύοντα συνεχή μέσα τα οποία έχουν τις ίδιες ιδιότητες (μοντέλο Algebraic-Slip).
3. Συνεχή μέσα μη-αλληλοδιαπερνώντας που χωρίζονται από μια ελεύθερη επιφάνεια (HOL, SEM και Particle-on-Surface).
4. Σωματιδιακή φάση για την οποία οι τροχιές των σωματιδίων υπολογίζονται καθώς κινούνται μέσα από συνεχές ρευστό (Lagrangian).

Για την αντιμετώπιση του παρόντος προβλήματος επιλέχθηκε η πρώτη μέθοδος επειδή η πρώτη υγρή φάση είναι αρκετά πυκνή ώστε να θεωρηθεί συνεχής και ότι διεισδύει στην δεύτερη υγρή δημιουργώντας μία ενιαία δομή των δύο φάσεων, χωρίς ανταλλαγή υλικού μεταξύ τους, όπου η κίνηση της μίας επηρεάζει την κίνηση της άλλης. Η μέθοδος IPSA (Inter Phase Slip Algorithm) συνεπάγεται την επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes για κάθε φάση. Ο αλγόριθμος προσέγγισης κατά Euler και για τις δύο φάσεις ακολουθεί την πορεία που περιγράφεται παρακάτω:

1. Εκτίμηση των τιμών όλων των μεταβλητών.
2. Επίλυση των εξισώσεων συνεχείας και για τις δύο φάσεις, προκειμένου να υπολογιστούν τα κλάσματα όγκου.
3. Επίλυση των εξισώσεων διατήρησης ορμής, με στόχο τον υπολογισμό των πεδίων ταχυτήτων των δύο φάσεων.
4. Με βάση τα παραπάνω υπολογίζονται οι συντελεστές της εξίσωσης διόρθωσης της πίεσης, η οποία και επιλύεται ακολούθως.
5. Λαμβάνει χώρα διόρθωση του πεδίου πίεσης και ταχυτήτων.
6. Επιστροφή στο Βήμα (2) με νέες τιμές των μεταβλητών.
7. Επανάληψη των Βημάτων (2 έως 6) μέχρι την επίτευξη της σύγκλισης.

Για την κατάστρωση των μερικών διαφορικών εξισώσεων γίνονται οι παρακάτω παραδοχές:

- Μη μόνιμη ροή
- Τρισδιάστατη γεωμετρία και ροή
- Η πρώτη υγρή φάση προσομοιώνεται ως νερό στους 20°C
- Η δεύτερη υγρή φάση προσομοιώνεται ως νερό στους 54°C και 1 atm

Οι διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν την εξίσωση συνέχειας, ορμής, ενέργειας και διατήρησης των συστατικών μπορούν να εκφραστούν μέσα από τη Γενικευμένη Αρχή Διατήρησης:

$$\frac{d(R_i r_i f_i)}{dt} + \text{div} \left( R_i r_i V_i f_i - r_i G_{fi} \text{grad}(f_i) - f_i G_r \text{grad}(r_i) \right) = S_i + S_{ip} \quad (5.2)$$

Όπου ο πρώτος όρος είναι ο μεταβατικός όρος (ρυθμός αύξησης της ποσότητας  $f_i$ ), ο δεύτερος είναι ο όρος συναγωγής (καθαρός ρυθμός εκροής της  $f_i$ ), ο τρίτος είναι ο όρος διάχυσης (ρυθμός αύξησης της  $f_i$  λόγω διάχυσης) και ο τελευταίος είναι ο όρος πηγής (ρυθμός αύξησης της

f λόγω πηγών). Ο συντελεστής  $f_i$  είναι ο συντελεστής μεταφοράς για την ποσότητα  $f$ . Ο πολλαπλασιαστής του κλάσματος  $r_i f_i$  επιτρέπει την αραίωση της μιας φάσης στην άλλη. Οι εσωτερικοί όροι διάχυσης αντιπροσωπεύουν τη μοριακή και τυρβώδη ανάμιξη εντός της φάσης. Ο όρος διάχυσης αντιπροσωπεύει τη μεταφορά της  $f$  που επέφερε η τυρβώδης διασπορά αυτής της φάσης.

Ανάλογα με την τιμή της ποσότητας  $f$  έχουμε και την αντίστοιχη διαφορική εξίσωση όπως φαίνεται παρακάτω:

- ✓ Για  $f=1$ , προκύπτει η εξίσωση συνεχείας.
- ✓ Για  $f=u$ , προκύπτει η εξίσωση διατήρησης ορμής.
- ✓ Για  $f=h$ , προκύπτει η εξίσωση διατήρησης Ενέργειας.
- ✓ Για  $f=Y_i$ , προκύπτει η εξίσωση διατήρησης των συστατικών.

Η γενική μορφή της εξίσωσης της συνεχείας περιγράφεται από την παρακάτω μορφή και περιέχει τα κλάσματα όγκου για κάθε φάση που λαμβάνει μέρος στο μελετώμενο φαινόμενο.

$$\frac{d(R_i r_i)}{dt} + \text{div}(R_i r_i V_i - G_{ri} \text{grad}(R_i)) = \rho_{ji} \quad (5.3)$$

όπου,  $\text{Sum}(f_i) = 1$ ,  $R_i$  = κλάσμα όγκου της φάσης  $i$  [ $\text{m}^3/\text{m}^3$ ],  $r^i$  = πυκνότητα της φάσης  $i$  [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ],  $V_i$  = διάνυσμα ταχύτητας της φάσης  $i$  [ $\text{m}/\text{s}$ ],  $G_{ri}$  = συντελεστής διάχυσης της φάσης  $i$  [ $\text{Ns}/\text{m}^2$ ],  $\rho_{ji}$  = καθαρό ποσοστό μάζας που εισέρχεται στη φάση  $i$  από τη φάση  $j$  [ $\text{kg}/\text{m}^3 \text{ s}$ ]

Η γενική εξίσωση της διατήρησης για κάθε μεταβλητή  $f_i$  της φάσης  $i$ , διαμορφώνονται ως εξής:

$$\frac{d(R_i r_i f_i)}{dt} + \text{div} \left( R_i r_i V_i f_i - r_i G_{fi} \text{grad}(f_i) - f_i G_r \text{grad}(r_i) \right) = S_i + S_{ip} \quad (5.4)$$

$G_{fi}$  = συντελεστής εσωτερικής διάχυσης [ $\text{Ns/m}^2$ ]

$G_r$  = συντελεστής διάχυσης της φάσης j [ $\text{Ns/m}^2$ ]

$S_i$  = ογκομετρικές πηγές εντός φάσης [ $\text{kg f}/(\text{m}^3\text{s})$ ]

$S_{ip}$  = ογκομετρικές πηγές μεταξύ φάσεων [ $\text{kg Xf}/(\text{m}^3\text{s})$ ]

Ο πρώτος όρος αντιστοιχεί στον μεταβατικό όρο (transient), ο δεύτερος στον όρο συναγωγής, ο τρίτος στον όρο διάχυσης εσωτερικά, αλλά και μεταξύ των φάσεων. Οι όροι στο δεύτερο μέλος είναι οι όροι πηγής. Οι εσωτερικοί όροι διάχυσης αντιπροσωπεύουν τη μοριακή και τη τυρβώδη ανάμιξη εντός της φάσης. Ο όρος διάχυσης αντιπροσωπεύει τη μεταφορά της f που επέφερε η τυρβώδης διασπορά της φάσης.

Οι ολικοί συντελεστές  $G_{fi}$  και  $G_r$  αποτελούν στην ουσία το άθροισμα της στρωτής και τυρβώδης μεταφοράς της μεταβλητής f και του κλάσματος όγκου κάθε φάσης j. Έτσι έχουμε:

$$G_{fi} = \rho_j ( \text{enul} / \text{Pr}_{tf} + \text{enut} / \text{Pr}_{tf} )$$

$$G_r = \rho_j ( \text{enul} / \text{Pr}_{tr} + \text{enut} / \text{Pr}_{tr} )$$

όπου enul και enut, το στρωτό και το τυρβώδες κινηματικό ιξώδες, αντίστοιχα και  $\text{Pr}_f$  ο αριθμός Prandl για την βαθμωτή μεταβλητή f και R, αντίστοιχα. Τέλος, οι συντελεστές πηγών  $S_i$  και  $S_{ip}$ , όπου:  $\text{FIP} =$  ο συντελεστής αναφοράς για τη μεταφορά ορμής από τη μία φάση στην άλλη, περιγράφονται αντίστοιχα:

- $S_i = -R_i \text{div} p + \rho_i R_i g$  (για την πίεση και την επιτάχυνση της βαρύτητας)

- $S_{ip} = - \text{FIP} (u_i - u_j)$  (τον συντελεστή μεταφοράς ορμής από τη μία φάση στην άλλη),

---

## 5.7.Οι εξισώσεις της διφασικής ροής

---

Στην περίπτωση που έχουμε μια τρισδιάστατη, μη ισοθερμοκρασιακή, διφασική και τυρβώδη ροή υγρού στη δεξαμενή tundish, μπορούμε να ξαναγράψουμε την αρχική εξίσωση (5.2) ως:

$$\frac{\partial}{\partial t} (r_i \rho_i \Phi_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (r_i \rho_i u_j \Phi_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( r_i \Gamma_{\Phi_i} \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Phi_i \Gamma_{r_i} \frac{\partial r_i}{\partial x_j} \right) + S \quad (5.5)$$

Όπου  $\Gamma_{\Phi_i}$  [ $\text{Ns/m}^2$ ] και  $\Gamma_{r_i}$  [ $\text{Ns/m}^2$ ] είναι οι συντελεστές διάχυσης και  $S$  είναι το συνολικό άθροισμα των πηγών. Πρέπει να διευκρινήσουμε ότι ο  $\Gamma_{\Phi_i}$  εκφράζει την μοριακή και τυρβώδη ανάμειξη της κάθε φάσης,  $\Gamma_{r_i}$  εκφράζει την μεταφορά της ποσότητας  $\Phi$  λόγω της τυρβώδους διάχυσης. Ο πίνακας 5.2 προσδιορίζει τις τμές των ανωτέρω συντελεστών. Έτσι, η βασική εξίσωση που μπορεί να εκφράσει όλες τις ανωτέρω σχέσεις μαζί για την περίπτωση της διφασικής ροής θα εκφραστεί από την επόμενη σχέση:

$$\frac{\partial}{\partial t} (r_i \rho_i \Phi_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( r_i \rho_i u_j \Phi_i - r_i \Gamma_{\Phi_i} \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_j} - \Phi_i \Gamma_{r_i} \frac{\partial r_i}{\partial x_j} \right) = S \quad (5.6)$$

Βλέπουμε ότι στην εξίσωση (5.6) ο πρώτος όρος μας δίνει τους μεταβατικούς όρους (transient sources), ο δεύτερος όρος μας δίνει τους όρους συναγωγής (convection sources), ο τρίτος όρος μας δίνει τους όρους διάχυσης (within-phase diffusion sources), ο τέταρτος όρος μας δίνει τους όρους της μη διάχυσης (without-phase diffusion sources) και ο τελευταίος

πέμπτος όρος μας δίνει του όρους πηγής (interphase volumetric sources) που το δείχνουμε στις επόμενες εξισώσεις:

$$\frac{\partial}{\partial t}(r_i \rho_i \Phi_i) = \text{transient sources} = \text{μεταβατικός όρος} \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(r_i \rho_i u_j \Phi_i) = \text{convection sources} = \text{συναγωγή} \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(r_i \Gamma_{\Phi_i} \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_j}\right) = \text{within phase diffusion sources} = \text{διάχυση} \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Phi_i \Gamma_{r_i} \frac{\partial r_i}{\partial x_j}\right) = \text{phase diffusion sources} = \text{διάχυση} \quad (5.10)$$

Οι μεταβατικοί όροι (transient), οι όροι συναγωγής (convective) και οι όροι διάχυσης (diffusion) περιέχουν τους απαραίτητους όρους των κλασμάτων όγκου  $r_i$ . Στον επόμενο πίνακα 5.2 παρουσιάζονται οι σχέσεις σύνδεσης των διαφόρων μεγεθών μάζας, ορμής και μεταφοράς θερμότητας ανάμεσα στις φάσεις.

Equation	$\Phi$	$\Gamma_{\Phi_i}$	$S_{\Phi_i}^{ii}$	$S_{\Phi_i}^{ij}$
Εξίσωση της συνέχειας	1	0	0	$E_{ij}$
Εξίσωση της διατήρησης της ορμής	u,v,w	$c_t l r_i r_j  \Delta u $	$-r_i \nabla p + F_b + G_{sh}$	$F_{ij} + U_j E_{ij}$
Εξίσωση της ενέργειας	$C_p^* T_i$	$c_t l r_i r_j  \Delta u  \sigma_t$	0	$Q_{ij} + c_p T_j E_{ij}$
Εξίσωση της θερμοκρασίας	T	$\frac{\mu_l}{\sigma_l} + \frac{\mu_t}{\sigma_t}$		

Πίνακας 5.2. Συντελεστές και όροι διάχυσης της διαφασικής ροής.



$$G_{sh} = c_v r_i |\Delta U| \left| \frac{\partial w}{\partial y} \right| \quad (5.11)$$

$$E_{ij} = c_m \rho_i l^{-1} r_i r_j |\Delta u| \quad (5.12)$$

$$F_{ij} = c_f \rho l^{-1} r_i r_j (U_i - U_j) |\Delta u| = \frac{c_f}{c_m} E_{ij} (U_i - U_j) \quad (5.13)$$

$$Q_{ij} = c_h c_p \rho_i l^{-1} r_i r_j (T_i - T_j) |\Delta u| = \frac{c_h}{c_m} E_{ij} (U_i - U_j) \quad (5.14)$$

$$\Gamma_{\phi i} = \rho_i \left( \frac{\nu_{li}}{\text{Pr}_{li}} + \frac{\nu_{ti}}{\text{Pr}_{ti}} \right) \quad (5.15)$$

$$\Gamma_{ri} = \rho_i \left( \frac{\nu_{li}}{\text{Pr}_{li}} + \frac{\nu_{ti}}{\text{Pr}_{ti}} \right) \frac{\theta r_i}{\theta x_i} \quad (5.16)$$

Με  $\mu_{\text{eff}}$  συμβολίζουμε το κινηματικό ιξώδες (effective viscosity) όπου είναι το άθροισμα των μοριακών και των τυρβωδών συνεισφορών. Το τυρβώδες ιξώδες (turbulent viscosity)  $\mu_t$  που έχει την έννοια του τοπικού τυρβώδες ιξώδους εξαρτάται από την διαβάθμιση της ταχύτητας στην συγκεκριμένη θέση που το υπολογίζουμε. Με την βοήθεια των σχέσεων του μοντέλου Kolmogorov – Prandtl το τυρβώδες ιξώδες παίρνει την μορφή:

$$\mu_t = c_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} = c_\mu \rho \varepsilon^{1/2} \lambda_\mu \quad (5.17)$$

Όπου  $\varepsilon$  είναι η τυρβώδης ενέργεια (turbulent energy) και  $\lambda_\mu$  είναι το μήκος τυρβώδους κλίμακας του ιξώδες του van Driest's με βάση την επόμενη σχέση:

$$\lambda_\mu = d(1 - e^{-A_\mu \text{Re}_t}) \quad (5.18)$$

$$\text{Re}_t = \frac{d\rho\varepsilon^{1/2}}{\mu} \quad (5.19)$$

- D είναι η μικρότερη διαδρομή μέχρι το τοίχωμα,  $\text{Re}_t$  είναι ο τυρβώδης αριθμός Reynolds στο συγκεκριμένο σημείο και  $A_\mu$  είναι ένας εμπειρικός συντελεστής.
- $G_{sh}$  είναι η εξίσωση cross stream momentum,
- $E_{ij}$  είναι η ογκομετρική παροχή του μη τυρβώδους υγρού (volumetric entrainment of non turbulent fluid)
- $F_{ij}$  είναι οι εσωτερικές δυνάμεις τριβής των υγρών (inter fluid function friction forces).
- $Q_{ij}$  είναι το ποσό της θερμικής αγωγιμότητας που ταξιδεύει μέσω του ορίου από το τυρβώδες στο μη τυρβώδες υγρό (conductive heat transfer across the turbulent – non turbulent interface).
- $S_{\varphi i}^{ii}$  είναι ένας όρος εντός πηγής ο οποίος προκύπτει από τις διαβαθμίσεις πίεσης, δυνάμεων, ταχύτητας, κλπ.
- $S_{\varphi i}^{ij}$  είναι ένας όρος εσωτερικής πηγής που εκφράζει το υγρό που παρασύρεται από το ένα υγρό στο άλλο λόγω της τριβής και της θερμικής διαφοράς στο όριο.
- Ο όρος  $|\Delta U|$  είναι η χαρακτηριστική «ταχύτητα ολίσθησης» (slip velocity) όπου μας δείχνει την μεταφορά της ορμής και της θερμοκρασίας μέσω του ορίου.
- Επίσης,  $(U_j - U_i)$  εκφράζει τις τοπικές διακυμάνσεις της ταχύτητας και  $(T_j - T_i)$  τις τοπικές διακυμάνσεις της θερμοκρασίας.
- Οι  $C_p$ ,  $\sigma_{kp}$ ,  $\sigma_{ep}$ ,  $C_{p1}$ ,  $C_{p2}$ ,  $C_{p3}$ ,  $C_\mu$ ,  $\sigma_{KT}$ ,  $\sigma_\varepsilon$ ,  $C_{T1}$ ,  $C_{T2}$  και  $C_{T3}$  είναι εμπειρικές σταθερές που έχουν υπολογιστεί από άλλους συγγραφείς.
- Οι λόγοι  $C_f/C_m$  και  $C_h/C_m$  είναι χαρακτηριστικές ποσότητες της ροής που πρέπει να υπολογιστούν.

- $F_b$  είναι η δύναμη και  $G_{sh}$  είναι ένας όρος πηγής λόγω των κλίσεων ταχύτητας που αντιπροσωπεύει για την τάση των διαμηθικών στρωμάτων να διασπαστεί σε μια διαδοχή των δινών. Ο όρος αυτός είναι αμελητέος για το κύριο ρεύμα της εξίσωσης της ορμής, αλλά παίρνει την ακόλουθη μορφή για τη διασυνοριακή ροή της δυναμικής εξίσωσης, όπου  $w$  είναι ο μέσος όρος του ρεύματος της ταχύτητας.
- $F_{ri}$  και  $F_{\phi i}$  είναι οι συντελεστές διάχυσης.
- Ο θερμικός συντελεστής  $k_{eff}$ , αποτελείται τώρα από δύο παράγοντες σε σχέση με την μονοφασική ροή.
- Ο εμπειρικός τυρβώσης αριθμός του Prandtl,  $Pr_t$  ισούται με 0.9
- Επειδή είναι γνωστό ότι η αναταραχή μπορεί να εξαφανιστεί εντελώς, η παραδοχή ότι τυρβώδες υγρό δεν μπορεί να εισέλθει στη μη-τυρβώδη περιοχή, είναι σε αντίθεση με τα πραγματικά περιστατικά και μπορεί να μας αλλοιώσει πλήρως τα αποτελέσματα μας, [Thomas B.G. 2002].

$C_v$	0.30	Ο συντελεστής μάζας στην εξίσωση του $G_{sh}$
$C_t$	10.0	Ο συντελεστής μεταφοράς στην εξίσωση $F_{12}$

Πίνακας 5.3 Εμπειρικοί συντελεστές διαφασικής ροής

Ο συντελεστής αντίστασης  $C_d$  δίνεται από τις επόμενες εξισώσεις όπου ο αριθμός Reynolds προσδιορίζεται σαν  $Re_{bub}$  και δίνεται από την σχέση:

$$Re_{bub} = \frac{\rho_l |v_l - v_g| D}{\mu_l} \quad (5.20)$$

Ο συντελεστής  $C_d$  ( $Re_{bub}$ ) μπορεί να προσδιοριστεί πειραματικά και είναι γνωστός σαν καμπύλη αντίστασης (drag curve) και λαμβάνει

διαφορετικές τιμές ανάλογα με το εύρος των τιμών του  $Re_{bub}$  χωρίζοντας σε περιοχές :

1) Stokes regime,  $0 \leq Re_{bub} \leq 0.2$

$$C_d = \frac{24}{Re_{bub}} \quad (5.21)$$

2) Allen regime,  $0 \leq Re_{bub} \leq 500 \sim 1000$ ,

$$C_d = \frac{24}{Re_{bub}} (1 + 0.15 Re_{bub}^{0.687}) \quad (5.22)$$

3) Newton regime,  $500 \sim 1000 \leq Re_{bub} \leq 1 \sim 2 \times 10^5$ .

$$C_d = 0.44 \quad (5.23)$$

4) Super critical regime  $Re_{bub} > 1 \sim 2 \times 10^5$ ,

$$C_d = 0.1 \quad (5.24)$$

## 5.8.Η εξίσωση της συνέχειας

Στην περίπτωση που  $\Phi_i=1$ , και αντικαθιστώντας το στην εξίσωση (5.2) με τις μεταβλητές από τον Πίνακα 5.2 και κάνοντας τις κατάλληλες πράξεις μπορούμε να καταλήξουμε στις επόμενες εξισώσεις συνέχειας, όπου οι δείκτες  $i$  και  $j$  αναφέρονται στο σύστημα συντεταγμένων.

### Εξίσωση του τυρβώδους ρευστού για την φάση-1

$$\frac{\partial}{\partial t} (r_1 \rho_1) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_1 r_1 u_{1j}) = -\dot{m} \quad (5.25)$$

## Εξίσωση του μη τυρβώδους ρευστού για την φάση -2

$$\frac{\partial}{\partial t}(r_2\rho_2) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_2 r_2 u_{2j}) = \dot{m} \quad (5.26.)$$

Στις ανωτέρω εξισώσεις δεν υπάρχει ο όρος  $J_{\pi}$  που μοντελοποιεί την τυρβώδη διασπορά των σωματιδίων λόγω του μηχανισμού της τυχαίας κίνησης. Στις ανωτέρω εξισώσεις με το σύμβολο  $\dot{m}$  συμβολίζουμε τον ρυθμό μεταφοράς της μάζας ανάμεσα στα δύο ρευστά. Στην διεθνή βιβλιογραφία υπάρχουν δύο εξισώσεις που υπολογίζουν το ανωτέρω μέγεθος. Η πρώτη εξίσωση [Yu et al., 2007; Malin and Spalding, 1984; Shen et al., 2003; Markatos, 1986; Ilegbussi, 1994; Markatos and Kotsifaki, 1994] είναι:

$$\dot{m} = c_m \rho_1 l^{-1} r_1 r_2 |\Delta U| \quad (5.27)$$

Και η δεύτερη εξίσωση είναι [Sheng D.Y. and Lage Jonsson, 2000]:

$$\dot{m} = c_m \rho_1 l^{-1} r_1 r_2 (r_2 - 0.5) |\Delta U| \quad (5.28)$$

Στις ανωτέρω εξισώσεις,  $r_i$  είναι το κλάσμα φάσης όγκου [ $\text{m}^3/\text{m}^3$ ],  $\rho_i$  είναι η πυκνότητα της κάθε φάσης, [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ],  $u_i$  είναι η ταχύτητα της κάθε φάσης [ $\text{m}/\text{s}$ ] και  $m_{ji}$  είναι ο θετικός ρυθμός της μάζας που εισέρχεται στην φάση  $i$  από την φάση  $j$  [ $\text{kg}/(\text{m}^3\text{s})$ ]. Η εξίσωση που δίνει τον ρυθμό μεταφοράς της μάζας ανάμεσα στα δύο ρευστά παίζει σημαντικό ρόλο στην επίλυση των εξισώσεων της διφασικής ροής. Οι ανωτέρω εξισώσεις (5.27) και (5.28) είναι οι δύο πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες. Στην εξίσωση (5.27) το μέγεθος  $\dot{m}$  είναι πάντα θετικό, που σημαίνει ότι μόνο το δεύτερο υγρό (το

μη τυρβώδες υγρό) μπορεί να παρασυρθεί από το πρώτο ρευστό (τυρβώδες υγρό). Σύμφωνα με την εξίσωση (5.28) η ποσότητα  $\dot{m}$  μπορεί να είναι αρνητική. Ο άλλος συντελεστής ( $r_2 - 0.5$ ) επιτρέπει την ισοδύναμη εναλλαγή μεταξύ του τυρβώδους ρευστού 1 και του μη τυρβώδους ρευστού 2. Από την άποψη της φυσικής, το ποσοστό του μη τυρβώδους ρευστού που παρασύρεται από το τυρβώδες ρευστό είναι πολύ περισσότερο από το ποσοστό του τυρβώδους ρευστού που παρασύρεται από το μη τυρβώδες ρευστό. Έτσι, οι εξισώσεις (5.27) και (5.28) παρουσιάζουν μειονεκτήματα και γι αυτό τον λόγο θα πρέπει να οδηγηθούμε σε μια νέα μορφή των ανωτέρω εκφράσεων. Στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιήσουμε σαν βασική την εξίσωση (5.27).

---

## 5.9.Οι εξισώσεις της ορμής

---

Γνωρίζουμε ότι όταν ένα σώμα οποιούδηποτε σχήματος κινείται μέσα σε ένα υγρό τότε δέχεται μια δύναμη που επηρεάζει την συνολική του κίνηση. Εάν η σχετική ταχύτητα ανάμεσα στο ρευστό και στο σώμα μας είναι σταθερή τότε η δύναμη που δέχεται το σώμα μας λέγεται αντίσταση (drag) και για την περίπτωση που το σώμα είναι σφαίρα έχει μελετηθεί πλήρως [Nallasamy,1987]. Στην περίπτωση που η κίνηση είναι μη μόνιμη ή ακανόνιστη είναι λογικό να επεκτείνεται ο ανωτέρω όρος για να συμπεριλάβει και όρους που έχουν να κάνουν με άλλες δυνάμεις όπως η δύναμη της virtual mass και η δύναμη της άνωσης (lift force).

Ο αρχικός υπολογισμός της virtual mass force δημοσιεύτηκε το 1932 [Lamb,1932] ενώ πιο ειδικοί υπολογισμοί για την περίπτωση της σφαίρας ακολούθησαν αργότερα, [Proudman 1916, Drew and Lahey 1987]. Περαιτέρω έρευνα έδειξε ότι η συμμετοχή της virtual mass force στην συνολική ανάλυση της ροής οποιασδήποτε μορφής ή είδους είναι, βελτιώνει

τα αποτελέσματα μας σε σχέση με τα πειραματικά αλλά βοηθά και στη σύγκλιση της μεθοδολογίας, [Lahey et al. 1980].

Με τον όρο εικονική μάζα (virtual mass force, ονομάζεται και "added-") στις εξισώσεις της ορμής για την διασπορά της διφασικής ροής εκφράζουμε τη δύναμη που απαιτείται για την επιτάχυνση της μάζας της συνεχούς φάσης, στην άμεση γειτνίαση ενός θραύσματος με την φάση διασποράς, όπως μια φούσκα ή σταγονίδιο, όπου η σχετική ταχύτητα της φάσης μεταβάλλεται. Αυτή η δύναμη είναι πολύ σημαντική σε τιμή μόνο στην περίπτωση όπου η πυκνότητα της συνεχούς φάσης έχει παραπλήσια τιμή με την πυκνότητα της διεσπαρμένης φάσης (δηλ. του δεύτερου ρευστού). Ειδικά θα πρέπει να αγνοηθεί.

Οι κατωτέρω εξισώσεις εκφράζουν τις εξισώσεις ορμής του προβλήματος μας, όπου με τους δείκτες  $i, j$  αναφερόμαστε στο σύστημα συντεταγμένων μας:

### Εξίσωση του τυρβώδους ρευστού

$$\frac{\partial}{\partial t}(r_1 \rho_1 u_{1i}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(r_1 \rho_1 u_{1i} u_{1j}) = -r_1 \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ r_1 \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial u_{1i}}{\partial x_{1j}} + \frac{\partial u_{1j}}{\partial x_{1i}} \right) \right\} + r_1 (\rho_1 - \rho_{\text{ref}}) g_i + u_{2i} m + F_{12} \quad (5.29)$$

### Εξίσωση του μη τυρβώδους ρευστού

$$\frac{\partial}{\partial t}(r_2 \rho_2 u_{2i}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(r_2 \rho_2 u_{2i} u_{2j}) = -r_2 \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ r_2 \mu \left( \frac{\partial u_{2i}}{\partial x_{2j}} + \frac{\partial u_{2j}}{\partial x_{2i}} \right) \right\} + r_2 (\rho_2 - \rho_{\text{ref}}) g_i - u_{2i} m - F_{12} \quad (5.30)$$

$$F_{12} = c_f \rho_1 l^{-1} r_1 r_2 (u_{2i} - u_{1i}) |\Delta u| = c_f \frac{E_{12}}{c_m} (u_{2i} - u_{1i}) \quad (5.31)$$

Όπου  $r_i$  είναι το κλάσμα όγκου της κάθε φάσης [ $\text{m}^3/\text{m}^3$ ],  $\rho_i$  είναι η πυκνότητα της κάθε φάσης [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ],  $u_i$  είναι η ταχύτητα της κάθε φάσης [ $\text{m}/\text{s}$ ],  $m_{ji}$  είναι η θετική ποσότητα της μάζας που εισέρχεται στην  $i$  φάση από την φάση  $j$  [ $\text{kg}/(\text{m}^3\text{s})$ ] και  $F_{12}$  είναι το σύνολο των εσωτερικών τριβών του κάθε ρευστού όπου διατηρεί την ισορροπία της εξίσωσης της ορμής της κάθε φάσης.

---

## 5.10. Η εξίσωση της θερμικής ενέργειας

---

Οι αντίστοιχες εξισώσεις της θερμικής ενέργειας καταλήγουν στις επόμενες δύο εκφράσεις, μια για το τυρβώδες υγρό 1 και μια για το μη τυρβώδες υγρό 2.

### Εξίσωση του τυρβώδους ρευστού

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (r_1 \rho_1 C_p T_1) + \frac{\partial}{\partial x_j} (r_1 C_p \rho_1 u_{1j} T_1) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left( r_1 k_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \\ + C_p T_2 m + Q_{12} & \end{aligned} \quad (5.32)$$

### Εξίσωση του μη τυρβώδους ρευστού

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (r_2 \rho_2 C_p T_2) + \frac{\partial}{\partial x_j} (r_2 C_p \rho_2 u_{2j} T_2) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left( r_2 k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \\ - C_p T_2 m - Q_{12} & \end{aligned} \quad (5.33)$$

Όπου  $Q_{12}$  παρουσιάζει την μεταφορά ενέργειας μέσω της διεπαφής



(interface heat transfer) για να διατηρήσει την θερμική ισορροπία στο κάθε υγρό.

$$Q_{ij} = c_h c_p \rho_i l^{-1} r_i r_j (T_i - T_j) |\Delta u| = \frac{c_h}{c_m} E_{ij} (U_i - U_j) \quad (5.34)$$

---

## 5.11. Η διφασική ροή και η τύρβη

---

Μία ακόμα πτυχή που πρέπει να ληφθεί υπόψη κατά την προσομοίωση της διφασικής ροής είναι η τύρβη. Πολλοί ερευνητές προκειμένου να περιγράψουν την τύρβη που εμφανίζεται σε μία διφασική ροή, χρησιμοποιούν μοντέλα ανάλογα με αυτά που χρησιμοποιούνται στις περιπτώσεις μονοφασικής ροής. Ωστόσο, στα διφασικά συστήματα, όπου η τύρβη επηρεάζεται από την παρουσία στοιχείων διασκορπισμένης φάσης, όπως είναι οι φυσαλίδες και τα εγκλείσματα, τα μοντέλα τύρβης τροποποιούνται κατάλληλα προκειμένου να λάβουν υπόψη τους την αλληλεπίδραση των δύο φάσεων. Εξαιτίας αυτής της αλληλεπίδρασης, η μαθηματική μοντελοποίηση της τύρβης σε ένα διφασικό σύστημα αποτελεί ένα πολύπλοκο θέμα [Lane, 2006].

Στις μονοφασικές ροές, η γένεση της τύρβης προκαλείται από αστάθεια της ροής που οφείλεται είτε στις συνθήκες ροής είτε σε τυχαία διατάραξη και εμφανίζεται σε περιοχές σημαντικών δυνάμεων συνεκτικότητας, όπως είναι οι περιοχές των σημαντικών κλίσεων ή των ασυνεχειών της ταχύτητας. Με αυτό τον τρόπο η κινητική ενέργεια μεταβιβάζεται προς τα κάτω από τις μεγάλες δίνες σε όλο και μικρότερες, και φθάνει στην ελάχιστη κλίμακα όταν οι δίνες χάνουν ενέργεια, λόγω της άμεσης δράσης των ιξωδών τάσεων, που τη μετατρέπουν τελικά σε εσωτερική θερμική ενέργεια των ελάχιστης κλίμακας δινών. Αυτή η διεργασία παίρνει τη μορφή ενός ενεργειακού καταρράκτη (energy

cascade) [Μαρκάτος, 2010; Lane, 2006]. Από την άλλη, στην περίπτωση της διφασικής ροής υπάρχει μία σειρά από πρόσθετες πηγές διακυμάνσεων της ταχύτητας [Lathouwers, 1999]. Οι πηγές αυτές είναι οι εξής:

1. Η παρουσία των φυσαλίδων και η κίνησή τους μέσα στο υγρό προκαλούν διαταραχές στην ταχύτητα του υγρού, οι οποίες συνήθως αναφέρονται ως 'ψευδο – τύρβη'.
2. Η παρουσία μικρών κυματισμών πίσω από τις φυσαλίδες προκαλεί μικρής κλίμακας διαταραχές στο υγρό.
3. Η παραμόρφωση της επιφάνειας της φυσαλίδας και η μεταβολή του μεγέθους της μπορεί να προκαλέσουν την εμφάνιση δινών στο υγρό. Σύμφωνα με τους Chahed et al. (2003), οι φυσαλίδες μπορούν να μειώσουν αντί να αυξήσουν την τυρβώδη κινητική ενέργεια του υγρού.

Το πλέον διαδεδομένο μοντέλο, το οποίο είναι ενσωματωμένο σε αρκετούς κώδικες επίλυσης προβλημάτων ρευστοδυναμικής, είναι το συμβατικό μοντέλο  $k - \epsilon$ . Το συμβατικό μοντέλο  $k - \epsilon$  χρησιμοποιείται ευρύτατα για την περιγραφή της τύρβης, τόσο για μονοφασικά όσο και για διφασικά συστήματα, και απαιτεί την επίλυση δύο διαφορικών εξισώσεων για τον προσδιορισμό δύο χαρακτηριστικών της τύρβης: της κινητικής ενέργειας  $k$ , και του ρυθμού σκέδασής της,  $\epsilon$ . Το μοντέλο αυτό παρουσιάζει μία σειρά πλεονεκτημάτων που εξυπηρετούν ικανοποιητικά τις ανάγκες του μηχανικού. Ανάμεσα σε αυτά συγκαταλέγονται η απλότητά του, η ευστάθεια, η ευκολία στη σύγκλιση και ο μικρός υπολογιστικός χρόνος που απαιτεί. Ωστόσο, το μοντέλο τύρβης  $k - \epsilon$  αδυνατεί να διακρίνει την περιστροφική παραμόρφωση και τη διάτμηση, δε λαμβάνει υπόψη την ανισοτροπία της τύρβης και δεν υπολογίζει την ενίσχυση ή την υποχαλάρωση των στοιχείων του διανύσματος των τάσεων Reynolds. Όσον αφορά στις διφασικές ροές, αξίζει να σημειωθεί ότι πολλοί ερευνητές προτείνουν την εισαγωγή πρόσθετων όρων πηγής που περιγράφουν τη

μεταφορά ορμής ανάμεσα στη συνεχή και τη διασκορπισμένη φάση [Elghobashi & Abou – Arab, 1983; Bel F'dhila & Simonin, 1992; Tu & Fletcher, 1994].

Για να γίνει πλήρης πρόβλεψη της τυρβώδους ροής, το πλήρες σύνολο των μεταβατικής κατάστασης εξισώσεων Navier – Stokes θα έπρεπε να επιλυθεί. Στην πράξη όμως αυτό δεν είναι εφικτό, διότι η τύρβη είναι ένα πλήρως τρισδιάστατο και μεταβατικό φαινόμενο, το οποίο λαμβάνει χώρα σε πολύ μικρά διαστήματα του χώρου και του χρόνου. Η αριθμητική επίλυση των μεταβατικής κατάστασης εξισώσεων Navier – Stokes θα απαιτούσε απαγορευτικούς υπολογιστικούς χρόνους και χώρους αποθήκευσης. Στην πραγματικότητα, αυτό που ενδιαφέρει είναι ο, ως προς το χρόνο, μέσος όρος των αποτελεσμάτων της τύρβης. Τα αποτελέσματα αυτά μπορούν να προσεγγιστούν μέσω στατιστικών συσχετίσεων, με βάση ποσότητες που μπορούν να μετρηθούν. Έχουν προταθεί αρκετά τυρβώδη μοντέλα, η εγκυρότητα των οποίων εξαρτάται από τη διεργασία για την προσομοίωση της οποίας εφαρμόζονται. Στις παραγράφους που ακολουθούν περιγράφονται τα τρία μοντέλα τύρβης τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία. Τα μοντέλα αυτά είναι: το απλό μοντέλο  $k - \epsilon$ , το μοντέλο  $k - \epsilon$  με κατάλληλη προσθήκη για τη συνεισφορά του ιξώδους που οφείλεται στην κίνηση των φυσαλίδων, όπως προτάθηκε από τους Lopez de Bertodano et al. (1990); Svendsen et al. (1992) και το δύο κλάσεων μοντέλο  $k - \epsilon$ .

---

## 5.12. Το μοντέλο της διφασικής αλληλεπίδρασης

---

Όσον αφορά τη μέθοδο που ακολουθήθηκε για τον προσδιορισμό της διφασικής αλληλεπίδρασης, το λογισμικό Phoenics δίνει τη δυνατότητα περιγραφής της μεταφοράς ορμής μεταξύ των φάσεων μέσω διάφορων

μοντέλων. Μάλιστα, περιέχει τόσο μία έτοιμη βιβλιοθήκη από έτοιμα μοντέλα ανάλογα με την περίπτωση της διφασικής ροής όσο και τη δυνατότητα για εισαγωγή κώδικα από τον ίδιο τον χρήστη.

Τα μοντέλα τα οποία ταιριάζουν με την δική μας περίπτωση διφασικής ροής, και για τα δύο ρευστά και μελετήθηκαν, ώστε να προκύψουμε σε αυτό που περιγράφει καλύτερα την ροή, τόσο ποιοτικά όσο και ποσοτικά, επιλέχθηκαν με το ακόλουθο σκεπτικό.

Αρχικά, πρέπει να σημειώσουμε ότι το λογισμικό επιλύει τις εξισώσεις της τύρβης μόνο για την 1<sup>η</sup> φάση. Αυτή η σύμβαση σημαίνει ότι όποια φάση ορίσουμε ως 1<sup>η</sup> σε αυτή θα αναφέρεται και το μοντέλο της τύρβης k-ε το οποίο και επιλέχθηκε. Επαναλαμβάνουμε ότι σύμφωνα με τις συνθήκες εισόδου των δύο φάσεων υπολογίζονται αριθμοί Reynolds μεγαλύτερης τάξης για το εισερχόμενο υγρό σε σχέση με του υγρού μέσα στην δεξαμενή. Υπό αυτές τις συνθήκες υποθέτουμε ότι η κύρια φάση η οποία και καθορίζει την τυρβώδη ροή μέσα στην ενεργό περιοχή της βαθμίδας είναι η εισερχόμενη υγρή φάση για αυτό και επιλέγεται ως η 1<sup>η</sup> φάση στην επίλυση των εξισώσεων. Έτσι έχουμε 1<sup>η</sup> φάση την εισερχόμενη υγρή και 2<sup>η</sup> φάση το υγρό που βρίσκεται ήδη μέσα στην δεξαμενή μου και βάσει αυτής της σύμβασης θα επιλεχθούν τα μοντέλα για τον υπολογισμό της διφασικής αλληλεπίδρασης.

Στο Phoenixics τρία είναι τα μοντέλα τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην δική μας περίπτωση για την μελέτη του μίγματος υγρού-υγρού. Η μεταβλητή, FIP, η οποία περιγράφει την αλληλεπίδραση των δύο φάσεων στην επιφάνεια επαφής τους είναι ο συντελεστής οπισθέλκουσας (Interphase Drag Coefficient). Τα διαθέσιμα μοντέλα για τον υπολογισμό αυτού του συντελεστή είναι τα ακόλουθα [Patankar 1980, Thomas et al. 2001, Choudhary et al. 1994, Szekely et al. 1973].

---

### 5.12.1. Το πρώτο Μοντέλο - CFIPS:

---

Το απλοποιημένο μοντέλο όπου ο FIP υπολογίζεται από την σχέση:

$$FIP = CFIPS * RHO1 * R1 * R2 * V_{oi} \quad (5.37)$$

Όπου CFIPS είναι ο συντελεστής που εισάγεται από τον χρήστη και αναφέρεται στο πόσο επηρεάζονται οι δύο φάσεις μεταξύ τους. Για CFIPS της τάξης  $10^{-10}$  οι δύο φάσεις δεν επηρεάζουν τόσο η μία την άλλη, ενώ για CFIPS της τάξης του  $10^{10}$  οι δύο φάσεις θεωρούνται ότι κινούνται μαζί. Με RHO1 έχουμε την πυκνότητα της  $1^{ns}$  φάσης η οποία επηρεάζει την αλληλεπίδραση. Εάν το CFIPS πάρει αρνητική τιμή τότε η αρχική εξίσωση είναι ίδιας μορφής μόνο που αντί για RHO1 θα έχουμε την πυκνότητας της  $2^{ns}$  φάσης, RHO2, επιλέγοντας έτσι αυτή να είναι η κύρια φάση που επηρεάζει την αλληλεπίδραση. Η εξίσωση σε αυτή την περίπτωση θα είναι της μορφής:

$$FIP = |CFIPS| * RHO2 * R1 * R2 * V_{oi} \quad (5.38)$$

Στην ουσία είναι σαν να ορίζουμε ποια φάση είναι η κύρια-συνεχής και ποια η διεσπαρμένη και ο συντελεστής οπισθέλκουσας υπολογίζεται με βάση την  $1^{ns}$  κύρια φάση. Με R1 συμβολίζουμε το κλάσμα όγκου της  $1^{ns}$  φάσης και με R2 το κλάσμα όγκου της  $2^{ns}$  φάσης ενώ  $V_{oi}$  είναι ο ελεύθερος όγκος του κελιού. Ο συντελεστής οπισθέλκουσας στο μοντέλο αυτό υπολογίζεται από τον γενικό νόμο του Stokes:

$$C_d = 24 / Re \quad (5.39)$$

Όπου,  $Re =$  ο αριθμός Reynolds, ο οποίος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$Re = V_{slip} * D_p / \mu_{NUL} \quad (5.40)$$

Όπου  $V_{\text{slip}}$  είναι η απόλυτη διαφορά των δύο ταχυτήτων των δύο φάσεων,  $D_p$  είναι η διάμετρος της διεσπαρμένης 2<sup>ης</sup> φάσης και ENUL είναι το κινηματικό ιξώδες το οποίο υπολογίζεται από το μοντέλο της τύρβης, όπως αναφέραμε παραπάνω, από την εξίσωση:

$$\nu\mu = C\mu * \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5.41)$$

Αυτό που πρέπει να προσέξουμε είναι ότι οι εξισώσεις τύρβης θα υπολογίζονται για την πρώτη φάση, ενώ ο συντελεστής αλληλεπίδρασης μπορεί να υπολογίζεται, επιλέγοντας μέσω του CFIPS (θετικό ή αρνητικό), για την φάση που θεωρούμε κύρια. Δηλαδή στο ένα μοντέλο (θετικό CFIPS) η 1<sup>η</sup> φάση θα είναι η κύρια και η 2<sup>η</sup> φάση η διεσπαρμένη και στο άλλο μοντέλο (αρνητικό CFIPS) η 2<sup>η</sup> φάση η κύρια και η 1<sup>η</sup> φάση η διεσπαρμένη. Προφανώς και στις δύο περιπτώσεις ισχύει ότι η τύρβη θα υπολογίζεται για την 1<sup>η</sup> φάση.

---

### 5.12.2. Το δεύτερο Μοντέλο - GRND7:

---

Στο δεύτερο μοντέλο όπου ο FIP υπολογίζεται από την σχέση:

$$\text{FIP} = 0.75 * C_d * \text{RHO1} * R2! * R1! * \text{Vol} / D_p \quad (5.42)$$

Όπου,  $C_d=0$  είναι ο συντελεστής οπισθέλκουσας και  $D_p$  είναι η διάμετρος της διεσπαρμένης 2<sup>ης</sup> φάσης. Σε αυτό το μοντέλο ισχύει ότι η κύρια φάση θα είναι η 1<sup>η</sup> και διεσπαρμένη η 2<sup>η</sup> και υπάρχει η δυνατότητα να μπορούμε να ορίσουμε τον τύπο της διεσπαρμένης φάσης από μία βιβλιοθήκη συστατικών αντιπροσωπευτικών για την μοντελοποίηση διαφασικών ροών ρευστών. Η επιλογή αυτής της παραμέτρου γίνεται μέσω του συντελεστή CFIPD και συγκεκριμένα υπάρχουν οι εξής επιλογές:

- CFIPD=4: Η συσχέτιση οπισθέλκουσας για παραμορφωμένη φυσαλίδα σε «βρώμικο υγρό» (με προσμίξεις).
- CFIPD=5: Συσχέτιση οπισθέλκουσας για σφαιρική φυσαλίδα σε «βρώμικο υγρό» (με προσμίξεις).
- CFIPD=6: Συσχέτιση οπισθέλκουσας για ελλειψοειδή φυσαλίδα σε «καθαρό υγρό» (χωρίς προσμίξεις).

Επιπλέον, στην περίπτωση των CFIPD=4 και CFIPD=6 χρειάζεται να δώσουμε και την τιμή της επιφανειακής τάσης του μίγματος μέσω της παραμέτρου CFIPC. Ο συντελεστής οπισθέλκουσας υπολογίζεται ανά περίπτωσης ως εξής:

1.Όταν CFIPD=4 και 6 τότε:

$$C_d = 16/Re \quad \text{για } Re < 0.49 \quad (5.43.)$$

$$C_d = 20.68/Re^{0.643} \quad \text{για } 0.49 < Re < 100 \quad (5.44)$$

$$C_d = 6.3/Re^{0.385} \quad \text{για } Re > 100, \quad (5.45)$$

2.Όταν CFIPD=5 τότε:

$$C_d = 6.3 / Re^{0.385} \quad (5.46)$$

3.Όταν CFIPD=6 τότε:

$$C_d = 0,622/(1/Eo+0,235 \cdot RHO_c/(RHO_c-RHO_d)) \quad Eo = Re^4 \cdot Mo / We^2$$

$$Mo = 8 \cdot g \cdot (RHO_c - RHO_d) \cdot (RHO_c \cdot ENUL)^4 / (RHO_c^2 \cdot SIGMA^3) \quad Eo = g \cdot D_p^2 \cdot (RHO_c - RHO_d) / SIGMA$$

Όπου  $RHO_c$  είναι η πυκνότητα της συνεχής φάσης,  $RHO_d$  είναι η πυκνότητα της διεσπαρμένης φάσης,  $Mo$  είναι ο Αριθμός Morton,  $We$  ο

Αριθμός Weber,  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας και SIGMA η επιφανειακή τάση. Ο αριθμός Reynolds υπολογίζεται από την σχέση:

$$Re = V_{slip} * D_p / \nu_{LUL} \quad (5.47)$$

Σε αυτό το μοντέλο ως κύρια φάση θεωρείται η 1<sup>η</sup> και ως διεσπαρμένη η 2<sup>η</sup>. Επομένως, είναι λογικό ότι δεν είναι σωστό να χρησιμοποιηθεί στην περίπτωση όπου σαν 1<sup>η</sup> φάση ορίσαμε το εισερχόμενο υγρό και σαν 2<sup>η</sup> το παραμένον υγρό διότι στην ουσία ορίζουμε διάμετρο για την διεσπαρμένη 2<sup>η</sup> φάση.

---

### 5.12.3. Το τρίτο μοντέλο – GRND8:

---

Σε αυτό το μοντέλο ισχύουν όλα όσα είπαμε για το GRND7 με την διαφορά ότι ως κύρια φάση θεωρείται η 2<sup>η</sup> και διεσπαρμένη η 1<sup>η</sup>. Υπό αυτές τις συνθήκες το μοντέλο αυτό θεωρείται κατάλληλο για εφαρμογή στην περίπτωση όπου έχουμε βασικά ορίσει 1<sup>η</sup> το παραμένον υγρό και 2<sup>η</sup> το εισερχόμενο υγρό. Σε ανάποδη περίπτωση χρησιμοποιείται το GRND7, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως.

Έτσι λοιπόν βάσει των παραπάνω, δύο είναι οι κύριοι τύποι μοντέλων που θα μας απασχολήσουν. Το γενικό μοντέλο CFIPS και τα ειδικότερα μοντέλα GRND7 και GRND8. Οι παράμετροι που πρέπει να καθοριστούν είναι οι ακόλουθοι:

1. Φάση 1η και 2η
2. Ο συντελεστής CFIPS
3. Ο τύπος της διεσπαρμένης φάσης και του υγρού μετάλλου μας
4. Η διάμετρος φυσαλίδων

Στο πλαίσιο των υποψηφίων παραμέτρων γίνεται ο σχεδιασμός των ακόλουθων επιλύσεων του μαθηματικού μοντέλου τα οποία



παρουσιάζονται στον ακόλουθο Πίνακα 5.6. Όσον αφορά, τον ορισμό της 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> φάσης θεωρούμε σαν βασική περίπτωση αυτήν όπου η 1<sup>η</sup> φάση είναι το εισερχόμενο υγρό και 2<sup>η</sup> το παραμένον υγρό στην δεξαμενή. Πραγματοποιήθηκαν και κάποια τρεξίματα και για την αντίστροφη περίπτωση.

Είναι σημαντικό επιπλέον να γίνει ένα σχόλιο όσον αφορά την μορφή των εγκλεισμάτων που επιλέχθηκαν στις παραπάνω περιπτώσεις. Οι περιπτώσεις που επιλέχθηκαν είναι αυτές των σφαιρικών εγκλεισμάτων και των ελλειψοειδών, CFIPD=5 και CFIPD=6 αντίστοιχα. Το τελικό μοντέλο για τον υπολογισμό του συντελεστή αναφοράς για την μεταφορά ορμής μεταξύ των δύο φάσεων είναι το GRND7, με CFIPD=6 (σφαιρική φυσαλίδα σε «καθαρό υγρό» χωρίς προσμίξεις) και διάμετρο σωματιδίου CFIPB=0.00275 mm.

---

### 5.13. Οι γενικές εξισώσεις της μονοφασικής ροής

---

Για την περίπτωση της μονοφασικής ροής όλες οι εξισώσεις που διέπουν το μοντέλο μας εκφράζονται από την γενική μορφή της σχέσης (5.5) όπουθέτουμε στα κλάσματα όγκου φάσης  $r_1=1$  και  $r_2=0$ . Ετσι, το σύνολο των εξισώσεων προκύπτουν με βάση τον πίνακα 5.2

Εξίσωση	Φ	Γ	S
Εξίσωση της συνέχειας	1	0	0
Εξίσωση της διατήρησης της ορμής	u,v,w	μ	$\frac{\theta}{\theta x_j} (\mu_{eff} \frac{\theta u_j}{\theta x_j})$
Εξίσωση της διατήρησης της κινητικής ενέργειας της τύρβης k	K	$\frac{\mu}{\sigma_K}$	G - $\rho \epsilon c_d$

Εξίσωση της διατήρησης του ρυθμού διάχυσης $\varepsilon$	$\varepsilon$	$\frac{\mu}{\sigma_\varepsilon}$	$\frac{g}{K}(C_1 G - C_2 \rho \varepsilon)$
Εξίσωση της διατήρησης της ενέργειας	$T^* c_p$	$k_{\text{eff}}$	0

Πίνακας 5.4. Οι συντελεστές ροής διάχυσης, συναγωγής και οι όροι πηγής της μονοφασικής εξίσωσης.

Οι υπόλοιπες ποσότητες του Πίνακα 5.4 αναλύονται αμέσως παρακάτω.

$$\mu_t = \frac{\rho C_d k^2}{\varepsilon} \quad (5.48)$$

$$\mu = \mu_t + \mu_l \quad (5.49)$$

$$\nu_t = c_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} = f_\mu \frac{\mu_t}{\rho} \quad (5.50)$$

$$k = k_0 + c_p \frac{\mu_t}{Pr_t} \quad (5.51)$$

$$G_k = \mu_t \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (5.52)$$

Όπου  $\nu_t$  είναι το ιζώδες τύρβης (eddy viscosity) και  $\mu_t$  είναι το ιζώδες ή κινηματικό ιζώδες (viscosity). Οι  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ , and  $C_d$  είναι εμπειρικοί συντελεστές που έχουν ήδη υπολογιστεί από άλλους συγγραφείς για το συγκεκριμένο τυρβώδες μοντέλο ροής που χρησιμοποιούμε. Με  $l$  συμβολίζουμε το μήκος ανάμιξης που είναι αναλογικό με τις διαστάσεις του φυσικού συστήματος [Sheng and Jonsson, 2000] και είναι γνωστό σαν μήκος ανάμιξης του Prandtl (Prandtl mixing length).

$$l=c_d k^{1.5}/\varepsilon$$

(5.53)

---

## 5.14.Οριακές συνθήκες ροής

---

Η είσοδος του υγρού μετάλλου μας στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish είναι από την επάνω αριστερή γωνία του. Το πεδίο ροής στην δεξαμενή tundish υπολογίζεται από την επίλυση της εξίσωσης της μάζας και τις εξισώσεις διατήρησης της ορμής σε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων μαζί με ένα σύνολο ρεαλιστικών οριακών συνθηκών που έχουν αναφερθεί παραπάνω και προσαρμόζονται αναλογικά. Η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού στη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish θεωρήθηκε επίπεδη και το πάχος της σκουριάς ασήμαντο.

Η επίδραση των φυσικής συναγωγής αγνοείται στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish διότι ο λόγος,  $Gr/Re^2 < 0.044\Delta T$  [Lopez-Ramirez et al. 2000], όπου  $\Delta T$  είναι η κινητήρια δύναμη για την φυσική συναγωγή και είναι η διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ του υγρού μετάλλου στην ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής tundish και της θερμοκρασίας του υγρού που εισέρχεται.

Ο σχηματισμός κυμάτων στην ελεύθερη επιφάνεια αγνοήθηκε. Οι ροές όλων των ποσοτήτων σε όλη την ελεύθερη επιφάνεια υποτίθεται ότι είναι μηδέν [Illegbussi and Szekely 1989, Szekely et al. 1987, Tacke and Ludwig 1987]. Επομένως, η κανονική συνιστώσα της ταχύτητας (για ροή συναγωγής) και κανονικές κλίσεις όλων των μεταβλητών (για την διάχυτη ροή) είναι όλες μηδέν, δηλαδή

$$w = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial k}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0, \quad (5.54)$$

Η εξόδος στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish μπορεί να αντιμετωπίζεται υπολογιστικά ή ως πρότυπο εκροής ή ως μια επιφάνεια, στην οποία η ροή εμφανίζεται σε μια πίεση περιβάλλοντος. Στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish, και οι δύο τύποι των οριακών συνθηκών εφαρμόστηκαν προκειμένου να εκτιμηθεί η ομοιότητα των πειραματικών αποτελεσμάτων για τη διαμόρφωση του μοντέλου. Σε όλους τους συμπαγείς τοίχους, τα στοιχεία ταχύτητας ορίστηκαν στο μηδέν, τόσο στα πλευρικά τοιχώματα:

$$u=0, \quad v=0, \quad w=0, \quad k=0, \quad \varepsilon=0 \quad (5.55)$$

Όσο και στα δύο πλευρικά τοιχώματα της μπροστινής πλευράς,,

$$u=0, \quad v=0, \quad w=0, \quad k=0, \quad \varepsilon=0 \quad (5.56)$$

Στο κάτω μέρος του τοιχώματος,

$$u=0, \quad v=0, \quad w=0, \quad k=0, \quad \varepsilon=0 \quad (5.57)$$

Τέλος, ο τοίχος στην δεξαμενή τύπου tundish θεωρήθηκε ότι είναι απρόσβλητος από την χρωστική ουσία, έτσι, χρησιμοποιήθηκε στους τοίχους μηδενικός όρος για την χρωστική ουσία. Επίσης, κατά την έξοδο και στην ελεύθερη επιφάνεια χρησιμοποιήθηκαν συνθήκες μηδενικής κλίσης [Illegbussi and Szekely, 1988 and 1989].

---

## 5.15.Οι διαστάσεις της δεξαμενής

---

Το πρόβλημα με τις φυσικές παραμέτρους στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish είναι ότι ο κάθε ερευνητής έχει προβεί

σε ένα μαθηματικό μοντέλο που χρησιμοποιεί τις δικές του διαστάσεις. Έτσι, οι βασικές διαστάσεις όπως μήκος, πλάτος, βάθος, απόσταση μεταξύ εισόδου και εξόδου του ρευστού καθώς και το σχήμα της, διαφέρουν από τη μία μελέτη στην άλλη.

Όπως γνωρίζουμε, [He and Sahai, 1987], η ροή μας ποικίλλει σημαντικά αν η δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish είναι ορθογωνικής διατομής σε σχέση με εκείνη που τα τοιχώματα των έχουν ελαφρά κλίση προς την κατακόρυφο. Σε γενικές γραμμές, η καλύτερη κλίση που μπορεί να έχουν οι τοίχοι είναι από 0 έως 15 μοίρες από την κατακόρυφο, [He and Sahai, 1990]. Αλλά, η πιο σημαντική παράμετρος για την γεωμετρία της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish είναι η αναλογία του  $L/2H$ . Η τιμή αυτού του λόγου πρέπει να είναι μεγαλύτερη από 3.5, κάτι που συμβαίνει εδώ, για να αποφευχθεί η κατάσταση όπου στην ροή του λειωμένου μετάλλου δεν θα μπορούσε να παρέχεται πλήρης δυνατότητα να ανηφορίζει προς την ελεύθερη επιφάνεια για να μπορέσουν να αφαιρεθούν οι προσμίξεις εντελώς.

Κοντά στο τοίχωμα εφαρμόστηκαν οι κλασσικές συνθήκες. Σημαντικό είναι το υλικό τους και η τραχύτητα της επιφάνειας των τοίχων, το οποίο σχεδόν πάντα έπρεπε να είναι μηδέν. Για τους τοίχους εφαρμόστηκαν ως οριακές συνθήκες οι συνθήκες μη ολίσθησης και η ταχύτητα του slide είναι σταθερή. Επίσης, ο συνολικός αριθμός των ερευνητών προϋποθέτει ότι το κάτω μέρος, ο δυτικός και ο ανατολικός τοίχος έχουν συντελεστή μεταφοράς θερμότητας σταθερό και η ροή είναι αδιαβατική, κάτι που θα ακολουθήσουμε και εδώ. Τέλος, η επάνω επιφάνεια στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish λήφθηκε να είναι μια ελεύθερη επιφάνεια και να έχει μηδέν διατμητικές τάσεις [Ilegbussi and Szekely, 1988], [Chakraborty and Sahai, 1992].

---

## 5.16. Η πυκνότητα του ρευστού μας

---

Στο μαθηματικό μοντέλο μας δεν έχουμε το πρόβλημα που έχουμε σε ένα φυσικό μοντέλο σχετικά με τις παραμέτρους του υγρού μετάλλου μας και μπορούμε να εισάγουμε τους πραγματικούς αριθμούς. Ετσι ενδιαφερόμαστε για την πυκνότητα αναφοράς  $\rho$ , την θερμοκρασία αναφοράς  $T$ , την θερμική αγωγιμότητα  $K$ , το ιξώδες  $\nu$  και το θερμικό συντελεστή επέκτασης της ροής  $\beta$ . Η ροή μας είναι σταθερής κατάστασης και επιλέχθηκε ως αριθμητικός χώρος υπολογισμού ολόκληρος ο όγκος της δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish που συμπληρώθηκε με πραγματικό λειωμένο μέταλλο.

Η μη ισοθερμική κατάσταση που υπάρχει στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish και τα πρότυπα ροής σε τέτοιες περιπτώσεις μπορεί να είναι εντελώς διαφορετικά από εκείνα που λαμβάνονται στις ισόθερμες συνθήκες. Για τις μη ισόθερμες συνθήκες πολλοί συγγραφείς εξέφρασαν τη σχέση μεταξύ της πυκνότητας και της θερμοκρασίας του υγρού με πολλές διαφορετικές εξισώσεις. Για πραγματικά μέταλλα, η πιο κοινή έκφραση που χρησιμοποιείται, όπου και θα την χρησιμοποιήσουμε σε αυτή τη διατριβή, [Joo et al. 1993, Lopez Ramirez et al. 2000, Morales et al. 2001] είναι:

$$\rho = 8523 - 0,8358 * T \quad (5.58)$$

Προκειμένου να ληφθούν υπόψη τα φυσικά φαινόμενα της θερμικής συναγωγής, μια σειρά από τυπικές οριακές συνθήκες επιλέχθηκαν. Αυτές περιλαμβάνουν σταθερή κατάσταση ροής, τις απώλειες θερμότητας και την υγρασία της υπάρχουσας σκουριάς.

Γνωρίζουμε ότι η επόμενη μαθηματική έκφραση, που είναι ένα σχετικό μέγεθος σε σχέση με την κυκλοφορία του θερμού μετάλλου μας,

δίνεται από τη σχέση, [Joo et al., 1993]:

$$\frac{Gr}{Re^2} = \frac{g\beta h}{u^2} \Delta T \quad (5.59)$$

Όπου  $h$  είναι το βάθος του μετάλλου μας στη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish,  $\Delta T$  η διαφορά της θερμοκρασίας ανάμεσα στο υγρό μέταλλο που είναι μέσα στο δοχείο και σε αυτό που εισέρχεται, είναι περίπου  $35^\circ\text{C}$ <sup>5</sup>, και  $u$  είναι η ταχύτητα της μεταφοράς της θερμότητας. Επίσης ο συντελεστής  $\beta$  δίνεται από την σχέση:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dT} \quad (5.60)$$

Με αντικατάσταση των σχέσεων (5.58) και (5.59) στην (5.60) θα έχουμε:

$$\frac{Gr}{Re^2} = \frac{0.85358gh}{\rho u^2} \Delta T \quad (5.61)$$

Αν στην σχέση (5.59) αντικαταστήσουμε λόγω της παρούσας εργασίας  $g=5.81\text{m/s}^2$ ,  $h=1\text{m}$  που είναι το ύψος του υγρού μετάλλου στο δοχείο μας,  $u=0.5\text{m/s}$  και  $\rho=8523 \text{ kg/m}^3$  καταλήγουμε στην επόμενη σχέση:

$$\frac{Gr}{Re^2} = 0.003847 * \Delta T \quad (5.62)$$

Όπως μπορούμε να δούμε από την εξίσωση (5.62) μπορεί κανείς να προβλέψει ότι τα φυσικά αποτελέσματα της συναγωγής δεν θα είναι ιδιαίτερα σημαντικά στους τοίχους στο τέλος του στην δεξαμενή τετηγμένου

---

<sup>5</sup> Πολλές δημοσιεύσεις λαμβάνουν διαφορές ( $10\text{-}15^\circ\text{C}$ ). Μια κοινά αποδεκτή διαφορά των  $25^\circ\text{C}$  είναι μια αποδεκτή διαφορά από πολλούς ερευνητές.

μετάλλου τύπου tundish, λόγω του ότι είναι μικρότερο από την τιμή 0.044ΔT, [Ramirez et al., 2000].

Στην περίπτωση της μη ισοθερμοκρασιακής κατάστασης έχουμε ότι η σχέση της πυκνότητας θα δίνεται από την εξίσωση (5.63). Επίσης, η τοπική μέση τιμή της πυκνότητας ανάμιξης και της ταχύτητας ανάμιξης δίνεται από την εξ. (5.64):

$$\rho_{av} = \rho_i r_i + \rho_j r_j \quad (5.63)$$

$$u_{av} = \frac{r_i \rho_i u_i + r_j \rho_j u_j}{\rho_{av}} \quad (5.64)$$

---

## 5.17. Εκτίμηση λοιπών παραγόντων

---

- ✓ Η διακριτοποίηση των συστημάτων είναι 2ης τάξης για όλες τις εξισώσεις.
- ✓ Το κριτήριο σύγκλισης για τα υπόλοιπα (residuals) ορίστηκε να είναι μικρότερο από το  $10^{-3}$ .
- ✓ Οι παράγοντες χαλάρωσης είναι για την πίεση  $A_p=0,3$ , για την ορμή είναι  $u, v, w, =0,7$  και για την κινητική ενέργεια τύρβης είναι  $AK-e = 0,3$
- ✓ Ένα κριτήριο για τη σύγκλιση ορίστηκε το σχετικό ποσό των υπολοίπων να είναι μικρότερο από  $10^{-5}$  για όλες τις μεταβλητές και οι υπολογισμοί έγιναν μέχρι το σχετικό ποσό των υπολοίπων για όλες τις μεταβλητές πέσει κάτω από την τιμή που ορίζεται.
- ✓ Το σύνολο του όγκου που γεμίζει με λιωμένο μέταλλο την δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish επιλέχθηκε ως ο τομέας του αριθμητικού υπολογισμού.



- ✓ Μια σταθερή ροή μάζας του μετάλλου από το ladle στην δεξαμενή τύπου tundish χρησιμοποιήθηκε για τη μαθηματική προσομοίωση.
- ✓ Οι εξισώσεις διακριτοποίησης προέκυψαν από τις βασικές εξισώσεις και λύθηκαν με τη χρήση του αλγόριθμου SIMPLE.

---

## 5.18. Βιβλιογραφικές αναφορές

---

- ✓ **Angell P. and Hewitt G.F.** Flow structure in horizontal oil-water flow, Inter. Journal of Multiphase flow, 2000, 24, pp. 1117-1140
- ✓ **Bel F'dhila, R. & Simonin, O.** (1992), Eulerian Prediction of Turbulent Bubbly Flow Downstream of a Sudden Pipe Expansion, Proc. 6th Workshop on Two – Phase Flow Prediction, Erlangen, Germany, pp. 264 – 273.
- ✓ **Brauner N.** Modelling and control of two-phase phenomena; liquid – liquid two phase systems. School of Engineering, 1998, Israel.
- ✓ **Chahed, J., Roig, V. & Masbernat, L.** (2003), Eulerian – Eulerian two fluid model for turbulent gas – liquid bubbly flows, Int J Multiphase Flow, 29, pp. 23 – 49.
- ✓ **Chakraborty S. and Y. Sahai:** Role of near wall node location on the prediction of melt flow and residence time distribution in tundishes by mathematical modeling. Metall. Trans., 22B(1991), 429
- ✓ Charles M.E. and Lilleleht L.U. Correlation of pressure gradients for the stratified lamina turbulent pipeline flow of two immiscible liquids. Canadian Journal of Chemical Engineering, 1966, 44, pp. 47-49
- ✓ **Charles M.E., Govier G.W. and Hodgson G.W.** The horizontal flow of equal density oil water mixtures. Canadian Journal of Chemical Engineering, 1961, 39, pp.297-336

- ✓ **Chhabra R.P. and J.F. Richardson.** Non Newtonian flow in the process industries. Fundamentals and Engineering Applications. 1999. Butterworth Heinemann
- ✓ **Choudhary S. K. and D. Mazumdar:** Mathematical modeling of transport phenomena in continuous casting of steel. ISIJ Int., 34 (1994), No. 7, pp.584-592.
- ✓ **Drew D.A. and R.T. Lahey JR.** The virtual mass and lift force on a sphere in rotating and straining in viscid flow. Int. J. Multiphase Flow, 1987, vol. 13, no. 1, pp. 113-121
- ✓ **Elghobashi, S.E. & Abou – Arab, T.W.** A two equation turbulence model for two phase flows, Phys Fluids, 1983, vol 26, No. 4, pp. 931 – 938.
- ✓ **He Y. and Y. Sahai:** the effect of tundish wall inclination on the fluid flow and mixing. Metall. Trans., 18B (1987), pp.81-91
- ✓ **He Youduo and Y. Sahai.** Influence of some factors on fluid flow in continuous casting tundishes. 1990, Acta Metall., vol.3, No.1, pp.49-53
- ✓ **Hetsroni G.** Handbook of Multiphase Systems. Hemisphere Publishing Corp. Washington, 1982
- ✓ **Ilegbussi and Szekeley, 1988,** vol. 59, pp. 399-405.
- ✓ **Ilegbussi O. J. and J. Szekely:** Effect of externally imposed magnetic field on tundish performance. Ironmaking Steelmaking, vol.16 (1989), pp. 110-115
- ✓ **Ilegbusi O. J.** Application of the two-fluid model of turbulence to tundish problems. ISIJ Int., 34(1994), No. 9, 732
- ✓ **Ishii M. and K. Mishima.** Two fluid model and hydrodynamic constitutive relations. Nuclear Engineering and Design 1984, 82, 188, pp, 107-126
- ✓ **Ishii, M.** (1975), Thermodynamic Theory of Two Phase Flow. Eyrolles,

- Paris.
- ✓ **Joo S, Han J.W., Guthrie R.I.L.** Inclusion Behavior and Heat-Transfer Phenomena in Steelmaking Tundish Operations. Part II. Mathematical model for liquid steel in tundishes. Metall. Mat. Trans., Vol. 24B, pp. 767-777, 1993
  - ✓ **Kralj, C.** Numerical simulation of diesel spray, PhD Thesis, 1993, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London, UK.
  - ✓ **Lahey R.T. JR., L. Y. Cheng, D.A. Drew and J.E. Flaherty.** The effect of virtual mass of the numerical stability of accelerating two-phase flows. Int. J. Multiphase Flow, 1980, vol. 6, pp.281-294
  - ✓ **Lamb H.** Hydrodynamics. 1932. Cambridge univ. Press
  - ✓ **Lane, G.L.** Computational Modelling of Gas – Liquid Flow in Stirred Tanks, Ph.D. Thesis, 2006, The University of Newcastle, UK.
  - ✓ **Lathouwers, D.** Modelling and Simulation of Turbulent Bubbly Flow, Ph.D. Thesis, 1999, Technical University of Delft.
  - ✓ **Lavy S.** Two –phase flow in Complex Systems. Wiley, 1999
  - ✓ **Lefebvre A.** Atomization and Sprays. Taylor and Francis, 1989
  - ✓ **Lopez de Bertodano, M., Lahey, R.T.J & Jones, O.C.** (1990), Development of a  $k - \epsilon$  model for bubbly two – phase flow, Journal of Fluids Engineering, 116, pp. 128 – 134.
  - ✓ **Lopez-Ramirez S., R.D. Morales, J.A. Romero Serrano.** Numerical simulation of the effects of buoyancy forces and flow control devices on fluid flow and heat transfer phenomena of liquid steel in a tundish. *Numerical Heat Transfer, part A*, 2000, 37, pp. 37-69
  - ✓ **Malin, M. R. and Spalding, D. B.,** (1984). Turbulence modelling for the prediction of external turbulent shear flows, CFDU Rep. CFD/84/5, CFDU, Imperial College, London
  - ✓ **Μαρκάτος Ν.,** 1998, “Τυρβώδη φαινόμενα μεταφοράς και μαθηματικά

πρότυπα προσομοίωσής τους”, ΕΜΠ

- ✓ **Markatos, N.C.** (1983), Computer simulation of turbulent fluid flow in chemical reactors, *Adv. Eng. Software*, Vol. 5, No. 1, pp. 32 – 38.
- ✓ **Markatos, N.C.** (1986), Modelling of two – phase transient flow and combustion of granular propellants, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 12, No. 6, pp. 913 – 933
- ✓ **Morales R.D., J de Barreto, S. Iopez-Ramirez, J. Palafox-Ramos and D. Zacharias.** Mathematical simulation of effects of flow control devices and buoyancy forces on molten steel flow and evolution of output temperatures in tundish. *Ironmaking and Steelmaking*, 2001, vol. 28, No. 1, pp.33-43
- ✓ **Nallasamy M.** 1987. Turbulence models and their applications to the prediction of internal flows. A review. *Computers and Fluids*, vol. 15, no 2, p. 151-194.
- ✓ **Patankar S. V.** *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw Hill, New York, NY, (1980).
- ✓ **Proudman J.** 1916. On the motion of solids in a liquid possessing vorticity. *Proc. R. Soc. Lond. A92*, p.408-424
- ✓ **Saffman P.G.** The lift on a small sphere in a slow shear flow. *J. Fluid Mech.* 1965, 22, pp. 385-400
- ✓ **Sheng D.Y. and Lage Jonsson.** Two fluid simulation on the mixed convection flow pattern in a nonisothermal water model of continuous casting tundish. 2000. *Metal. Mater. Trans. B*, vol. 32B, pp. 867-875
- ✓ **Spalding, D.B.** (1980), *Numerical Computation of Multiphase Flow and Heat transfer*, Contribution to ‘Recent Advances in Numerical Methods in Fluids’, pp. 139 – 167, Eds. C. Taylor & K. Morgan, Pineridge Press, Swansea.
- ✓ **Svendsen, H.F., Jakobsen, H.A., Torvik, R.** (1992), Local flow

- structures in internal loop and bubble column reactors, *Chemical Engineering Science*, 47, pp. 3297 – 3304.
- ✓ **Szekely J., O. J. Illegbussi and N. El-Kaddah:** The mathematical modeling of complex fluid flow phenomena in tundishes. *Physicochemical Hydrodynamics*, vol. 9, 1987, pp. 453-472
  - ✓ **Szekely J. and R. T. Yadoya:** The physical and mathematical modeling of the flow field in the mold region in continuous casting systems – Part II. The mathematical representation of the turbulent flow field. *Metall. Mater. Trans.*, 4 (1973), No. 5, 1379.
  - ✓ **Tacke K.H. and J. C. Ludwig:** Steel flow and inclusion separation in continuous casting tundishes. *Steel Res.* Vol. 58, (1987), pp.262-270.
  - ✓ **Theissing P.A.** A generally valid method for calculating frictional pressure drop in multiphase flow. *Chemical Ing. Technik.*, 1980, 52, pp. 344-355
  - ✓ **Thomas B.G.** 2002. Modeling of the continuous casting of steel. Past, present and future. *Metall. Trans. B*, vol 33B, pp 795-812
  - ✓ **Thomas B.G., Q. Yuan, S. Sivaramakrishnan, T. Shi, S. P. Vanka and M. B. Assar:** *ISIJ Int.*, 41 (2001), No. 10, 1262.
  - ✓ **Tu, J.Y. & Fletcher, C.A.J.** (1994), An improved model for particulate turbulence modulation in confined two phase flows, *Int Com Heat and Mass Transfer*, 21, No.6, pp.775 – 783.
  - ✓ **Whalley, P.B.** (1996), *Two Phase Flow and Heat Transfer: Oxford Chemistry Primers*, Oxford Science Publications.



# Κεφάλαιο 6. Υπολογιστική Ρευστομηχανική

Η χρήση της υπολογιστικής Ρευστομηχανικής	273
Εφαρμογές της CFD	273
Η γενική εξίσωση επίλυσης	275
Γενικευμένη εξίσωση μεταφοράς	276
Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων	282
Λύση στο σύνολο των διαφορικών εξισώσεων	286
Δημιουργία της γεωμετρίας	288
Δημιουργία του δικτυώματος	288
Οριακές συνθήκες	290
Η επίλυση του κώδικα	290
Αρχικοποίηση	291
Βιβλιογραφία	293





---

## Κεφάλαιο 6. Η χρήση της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής

---

Τα τελευταία χρόνια η αριθμητική επίλυση ρευστοδυναμικών προβλημάτων έγινε πολύ ελκυστική και ένας μεγάλος αριθμός επιστημόνων ασχολήθηκε με το σχετικό αντικείμενο. Έτσι, η χρήση υπολογιστικών προγραμμάτων για την επίτευξη όσων των δυνατών πιο ρεαλιστικών αποτελεσμάτων, θα πρέπει να ικανοποιεί μερικά βασικά χαρακτηριστικά όπως [Ferziger and Peric, 1999]:

- ✓ Η δημιουργία ενός πεπερασμένου πίνακα από σημεία κόμβους του ροϊκού πεδίου, που απαρτίζουν το υπολογιστικό πλέγμα.
- ✓ Η μετατροπή των μερικών διαφορικών εξισώσεων, σε ένα σύστημα όμοιων αλγεβρικών εξισώσεων πεπερασμένων διαφορών οι οποίες συσχετίζουν τις τιμές των εκάστοτε μεταβλητών στους κόμβους του πεδίου με τις τιμές στους γειτονικούς κόμβους.
- ✓ Η μετατροπή των εξισώσεων σε κατάλληλη μορφή για την αξιόπιστη επίλυση των με την βοήθεια κάποιας επαναληπτικής διαδικασίας
- ✓ Η παρουσίαση και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων

Βέβαια, η αξιοπιστία της μεθοδολογίας μας αυξάνεται λόγω της γενικότητας της επίλυσης, της ακρίβειας της λύσης, της σύγκλισης και της οικονομίας χρόνου

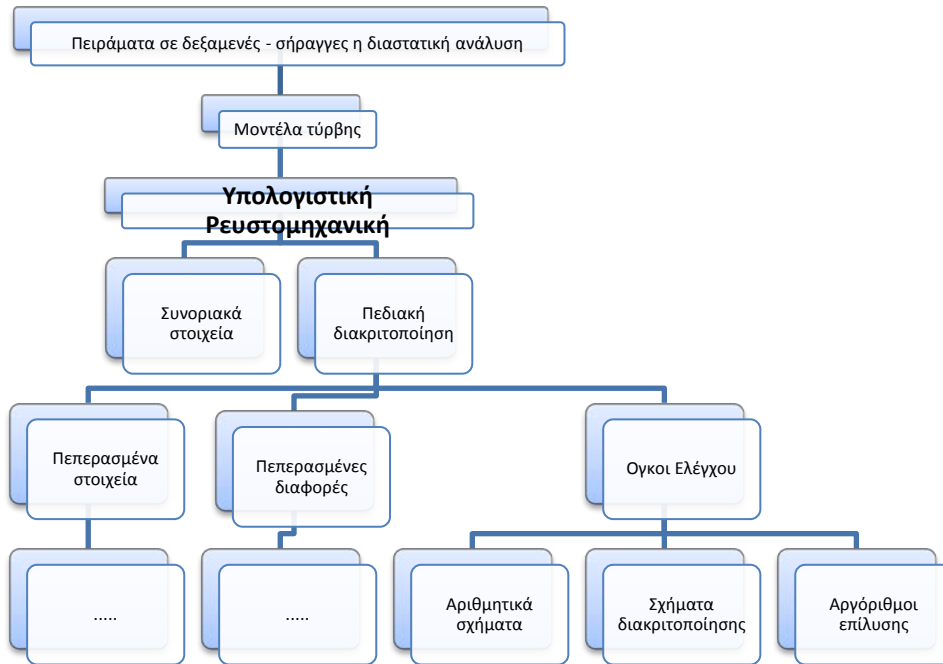
---

### 6.1.Εφαρμογές της CFD

---

Η CFD μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την καλύτερη κατανόηση των φυσικών συμβάντων ή διαδικασιών που συμβαίνουν στη ροή των υγρών

γύρω από και εντός των καθορισμένων αντικειμένων. Τα γεγονότα αυτά συνδέονται στενά με τη δράση και την αλληλεπίδραση των φαινομένων που συνδέονται με την απαγωγή, τη διάδοση, τη μεταφορά, τα οριακά στρώματα και τις αναταράξεις.



Σχήμα 6.1. Μεθόδους ανάλυσης και υπολογισμού ροών στην Υπολογιστική Ρευστομηχανική

Είτε έχουμε τη ροή συμπιεστού ή ασυμπίεστου ρευστού, πολλές από τις σημαντικότερες πτυχές στο εσωτερικό αυτών των τύπων των ροών είναι μη γραμμικές, και κατά συνέπεια συχνά δεν έχουν καμία αναλυτική λύση. Αυτό παρακινεί την ανάγκη να αναζητηθεί κάποιες αριθμητικές λύσεις για τις μερικές διαφορικές εξισώσεις. Στο επόμενο Σχήμα 6.1. βλέπουμε τις μεθόδους ανάλυσης και υπολογισμού ροών που χρησιμοποιούνται κατά κόρων στην Υπολογιστική Ρευστομηχανική.

---

## 6.2. Η γενική εξίσωση επίλυσης

---

Η αριθμητική προσομοίωση των φαινομένων μεταφοράς γίνεται δυνατή με την αποτύπωση σε μαθηματική μορφή, σε μορφή διαφορικών εξισώσεων, των νόμων που διέπουν τα φαινόμενα αυτά. Οι διαφορικές εξισώσεις εκφράζουν απλώς μια αρχή διατήρησης για κάποια φυσική ποσότητα. Η πολυπλοκότητα των διεργασιών όμως μας επιβάλλει την δημιουργία κατάλληλων μεθόδων ποσοτικής πρόβλεψης. Με τον όρο ποσοτική πρόβλεψη ονομάζουμε την γνώση του πεδίου τιμών της εξαρτημένης μεταβλητής μας. Η χρήση της μεθόδου της ποσοτικής πρόβλεψης απαιτεί αξιοπιστία, ταχύτητα, οικονομία, διαθεσιμότητα και ευλυγισία, [Μαρκάτος και Ασημακόπουλος, 1995].

Γνωρίζουμε ότι σε ένα χώρο συντεταγμένων Euler (δηλ. ακίνητος παρατηρητής των μεταβολών που συμβαίνουν στον όγκο ελέγχου) για μια φυσική ποσότητα  $\Phi$  η αρχή διατήρησης της ποσότητας  $\Phi$  έχει την γενική μορφή:

$$\text{Συσσώρευση} + \text{Εκροή} - \text{Εισροή} = \text{Παραγωγή} - \text{Κατανάλωση}$$

Συνεπώς, οι όροι της διαφορικής εξίσωσης ορίζουν κάποια δράση ανά μονάδα όγκου, με τρόπο ώστε το άθροισμα τους να συνεπάγεται ένα ισοζύγιο. Η φυσική ποσότητα που διατηρείται, αποτελεί την εξαρτημένη μεταβλητή της εξίσωσης διατήρησης η οποία και εκφράζει την ισορροπία των διαφορικών παραγόντων που επηρεάζουν αυτή τη μεταβλητή. Συνήθως, στις εξισώσεις διατήρησης η εξαρτημένη μεταβλητή εκφράζεται ως ειδικές ποσότητες, δηλαδή ανηγμένες στη μονάδα μάζας ποσότητες όπως κλάσμα μάζας (μάζα συστατικού ως προς τη μάζα μίγματος), ταχύτητα (ορμή ανά μονάδα μάζας), ειδική ενθαλπία.

---

### 6.3.Γενικευμένη εξίσωση μεταφοράς

---

Λαμβάνοντας υπόψιν την ανωτέρω σχέση και αναφερόμενοι στην παρούσα εργασία, είτε για την στρωτή είτε για την τυρβώδη κατάσταση, έχουμε ότι το σύνολο των βασικών θεμελιωδών εξισώσεων (ορμής, συνέχειας, μάζας, ενέργειας, τυρβώδους μοντέλου) μπορούν να εκφραστούν με μια ενιαία τρισδιάστατη μορφή. Αν εισάγουμε την γενική φυσική μεταβλητή  $\Phi$  και εκφράσουμε όλες τις εξισώσεις της ροής των υγρών, συμπεριλαμβανομένων των εξισώσεων της θερμοκρασίας και των παραχωδών ποσοτήτων, με τη συντηρητική μορφή τους για ασυμπίεστο ρευστό, θα έχουμε ότι η αναφερόμενη εξίσωση μπορεί να γραφτεί ως, [Patankar, 1980]:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u \varphi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \varphi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w \varphi) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right] + S_{\varphi} \quad (6.1)$$

Η ανωτέρω εξίσωση είναι η λεγόμενη εξίσωση μεταφοράς για την φυσική ιδιότητα  $\Phi$ . Παρουσιάζει τις διάφορες φυσικές διαδικασίες μεταφοράς που συμβαίνουν στην ροή του υγρού όπως: η τοπική και η επιτάχυνση οριζόντιας μεταφοράς στην αριστερή πλευρά να είναι ισοδύναμα με τον όρο διάχυσης ( $\Gamma$  = συντελεστής διάχυσης) και τον όρο πηγής ( $S_{\varphi}$ ) στη δεξιά πλευρά, αντίστοιχα. Για να αναδείξουμε τα κοινά χαρακτηριστικά, που έχουμε, βέβαια, σε συνδυασμό με τους όρους που δεν είναι κοινοί μεταξύ των εξισώσεων μέσα στους όρους πηγής. Σημειώνεται ότι οι πρόσθετοι όροι πηγής στις εξισώσεις αποτελούνται από την πίεση και όρους από άλλες πηγές, όπως η βαρύτητα που επηρεάζουν τη ρευστή κίνηση, ενώ οι επιπλέον όροι πηγής στην εξίσωση της ενέργειας μπορεί να περιέχουν πηγές θερμότητας.

Η εξίσωση (6.1) συνήθως χρησιμοποιείται ως σημείο εκκίνησης για

υπολογιστικές διαδικασίες είτε στις πεπερασμένες διαφορές ή μεθόδους πεπερασμένων χωρίων. Αλγεβρικές εκφράσεις αυτής της εξίσωσης για τις διάφορες ιδιότητες των μεταφορών έχουν διατυπωθεί και στη συνέχεια λύθηκαν. Με τον καθορισμό της φυσικής ποσότητας  $\phi$  και επιλέγοντας τις κατάλληλες τιμές για τους συντελεστές όρους της πηγής διάχυσης  $S_\phi$ , παίρνουμε με βάση τον πίνακα 6.2 και αντικαθιστούμε στην γενική εξίσωση μας τα αντίστοιχα μεγέθη παράγοντας έτσι τις εξισώσεις για τη διατήρηση της μάζας, της ορμής, της ενέργειας και τις τυρβώδεις ποσότητες.

Equation	$\Phi$	$\Gamma_\phi$	$S_\phi^{ii}$	$S_\phi^{ij}$
Συνέχειας	1	0	0	$E_{ij}$
Ορμής	u,v,w	$c_t l r_i r_j  \Delta u $	$-r_i \nabla p + F_b + G_{sh}$	$F_{ij} + U_j E_{ij}$
Ενέργειας	$C_p^* T_i$	$c_t l r_i r_j  \Delta u  \sigma_t$	0	$Q_{ij} + c_p T_j E_{ij}$
Θερμοκρασίας	T	$\frac{\mu_l}{\sigma_l} + \frac{\mu_t}{\sigma_t}$		
<b>Standard k-ε turbulence model (<math>c_1=1.44, c_2=1.92, c_\mu=0.90, \sigma_\epsilon=1.00</math>)</b>				
Ρυθμός παραγωγής τυρβώδους ενέργειας	k	$\mu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}$	$\rho(G-\epsilon)$	0
Ρυθμός διάχυσης τυρβώδους ενέργειας	$\epsilon$	$\mu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon}$	$\rho \frac{k}{\epsilon} (c_{e1} G - c_{e2} \epsilon)$	0
<b>Two scale k-ε turbulence model</b>				
Εξίσωση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας στην παραγωγή	$k_p$	$\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{kp}}$	$\rho(G-\epsilon_p)$	0

Εξίσωση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας στην διάχυση	$k_T$	$v + \frac{v_t}{\sigma_{kT}}$	$\rho(\varepsilon_p - \varepsilon)$	0
Ρυθμός διάχυσης της ενέργειας στην περιοχή της παραγωγής	$\varepsilon_p$	$v + \frac{v_t}{\sigma_{\varepsilon p}}$	$\rho(c_{p1}G \frac{G}{K_p} + c_{p2}G \frac{G\varepsilon_p}{K_p} - c_{p3}\varepsilon_p \frac{\varepsilon_p}{K_p})$	0
Ρυθμός διάχυσης της ενέργειας στην περιοχή της διάχυσης	$\varepsilon$	$v + \frac{v_t}{\sigma_{\varepsilon}}$	$\rho(c_{T1}\varepsilon_p \frac{\varepsilon_p}{K_T} + c_{T2}\varepsilon_p \frac{\varepsilon}{K_T} - c_{T3}\varepsilon \frac{\varepsilon}{K_T})$	0

Πίνακας 6.2. Οι συντελεστές ροής για την διάχυση, της συναγωγή και τους όρους πηγής της γενικής εξίσωσης.

Στην γενικευμένη εξίσωση (6.1) σαν όροι πηγής μπορεί να είναι:

- Πηγές στην εξίσωση διατήρησης ενός χημικού συστατικού
- Πηγές στην εξίσωση ενέργειας
  - Λόγω διατμητικού έργου
  - Λόγω ακτινοβολίας
  - Λόγω χημικής αντίδρασης
  - Λόγω τυρβώδους κίνησης
- Πηγές στην εξίσωση ορμής
  - Λόγω κλίσης πίεσης
  - Λόγω των όρων του ιξώδους
  - Λόγω εσωτερικής αντίστασης
  - Λόγω βαρύτητας
  - Λόγω κινούμενων συστημάτων συντεταγμένων
  - Λόγω μη ορθογωνικότητας του συστήματος συντεταγμένων
- Πηγές μάζας

### Εξίσωση συνέχειας

Με βάση τον πίνακα 6.2 και τις προαναφερθέντες εξισώσεις μπορούμε να γράψουμε την αρχή διατήρησης της μάζας για ένα πεπερασμένο όγκο ελέγχου σε μορφή καρτεσιανών τανυστών:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (6.2)$$

Η ανωτέρω σχέση μας λέει ότι ο ρυθμός αύξησης της πυκνότητας και ο ρυθμός καθαρής εκροής μάζας στον όγκο ελέγχου είναι μηδέν. Η εξίσωση της συνέχειας καθορίζει την πυκνότητα και την ταχύτητα του ρευστού σε κάθε σημείο του πεδίου ροής. Ισχύει για κάθε περίπτωση τρισδιάστατης ροής (μόνιμης, η μη μόνιμης, στρωτής ή τυρβώδους, συμπιεστής ή ασυμπιεστής) ενός καθαρού ρευστού ή ενός ομοιγενούς μείγματος ρευστών (πραγματικών ή ιδανικών) με την προϋπόθεση ότι δεν συμβαίνουν πυρηνικές ή χημικές αντιδράσεις στον απειροστό όγκο ελέγχου του. [Τσαγκάρης, 2007]

### Εξίσωση ορμής (Naviers Stokes)

Αντίστοιχα, η εξίσωση της διατήρησης της ορμής σε μορφή καρτεσιανών τανυστών γράφεται:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_m) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i u_m) = \frac{\partial}{\partial x_i} p_{m,i} + g_m - f_m \quad (6.3)$$

Η ανωτέρω σχέση μας λέει ότι ο ρυθμός αύξησης της ορμής στην διεύθυνση  $m$  και η καθαρή εκροή ορμής στον όγκο ελέγχου ισούται με την συνισταμένη όλων των τάσεων του ρευστού που επηρεάζουν την ορμή στην  $m$  διεύθυνση σύν τις δυνάμεις βαρύτητας  $g_m$  και την δύναμη αντίδρασης  $f_m$  που οφείλεται στην αντίσταση που εισάγει η παρουσία στη ροή ενός πορόδου μέσου. Για να ισχύει η ανωτέρω μορφή θα πρέπει να

έχουμε νευτωνικό ρευστό, σε ασυμπίεστη ροή και με σταθερό ιξώδες. Στην γενική τους περίπτωση είναι άλυτες λόγω της παρουσίας του τελεστή μεταφοράς  $u\nabla$  και η επίλυση των γίνεται συνήθως με διάφορες αριθμητικές μεθόδους οι οποίες δίνουν προσεγγιστικές λύσεις [Peyret and Taylor, 1983]

### **Εξίσωση ενέργειας**

Η γενική μορφή της εξίσωσης της ενέργειας προκύπτει εάν στην γενική εξίσωση μεταφοράς (6.15) αντικαταστήσουμε το φυσικό μέγεθος  $\Phi$  με την ανηγμένη ενθαλπία  $h$  και κατόπιν αυτή με την σχέση  $h = c_p \cdot T$  όπου το  $c_p$  είναι σταθερό.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \text{div}(\rho u h - \lambda \text{grad}T) = S \quad (6.4)$$

Στην σχέση 6.4 ο πρώτος παράγοντας εκφράζει τον ρυθμό αύξησης της εσωτερικής και κινητικής ενέργειας. Ο δεύτερος παράγοντας είναι ο ρυθμός καθαρής εκροής της ενθαλπίας ηρεμίας. Ο τρίτος παράγοντας είναι ο νόμος του Fourier και τέλος με το  $S$  έχουμε το άθροισμα όλων των πηγών ενέργειας. Διαιρώντας τα μέλη της σχέσης με το  $c_p$  έχουμε την ισοδύναμη σχέση:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho \frac{h}{c_p}\right) + \text{div}\left(\rho u \frac{h}{c_p} - \frac{\lambda}{c_p} \text{grad}T\right) = \frac{S}{c_p} \quad (6.5)$$

Από τις δύο σχέσεις παρατηρούμε ότι μπορούμε να επιλέξουμε ως εξαρτημένη μεταβλητή την ενθαλπία ή την θερμοκρασία.

### **Εξίσωση συγκέντρωσης**

Η γενική μορφή της εξίσωσης της συγκέντρωσης όπου ο όρος  $S_c$  αναφέρεται σε παραγωγή ή κατανάλωση που υπάρχει στο πεδίο μας, είναι:



$$\rho \left( \frac{\partial C}{\partial t} + v_x \frac{\partial C}{\partial x} + v_y \frac{\partial C}{\partial y} + v_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) = \rho D \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) + S_c \quad (6.5)$$

### **Βοηθητικές σχέσεις**

Γενικευμένος συντελεστής θερμότητας

$$\Gamma_\eta = \frac{\lambda}{c_p} \quad (6.7)$$

Αριθμός Prandtl που εκφράζει το σχετικό μέγεθος της διάχυσης ορμής λόγω του ιξώδους προς τη θερμική διάχυση

$$Pr = c_p \frac{\mu}{\lambda} \quad (6.8)$$

Αριθμός Peclet

$$Pe = \frac{\rho u L}{\Gamma} \quad (6.9)$$

Αριθμός Lewis που εκφράζει το σχετικό μέγεθος της θερμικής διάχυσης προς τη διάχυση μάζας. Με D συμβολίζουμε τον συντελεστή διάχυσης.

$$Le = c_p \frac{D}{\lambda} \rho \quad (6.10)$$

### **Εξισώσεις για την πυκνότητα**

Η πυκνότητα του υγρού μετάλλου μας συναρτήση της θερμοκρασίας του έχει μοντελοποιηθεί από πολλούς ερευνητές με διαφορετικές εξισώσεις. Οι [Damle and Sahai, 1996] έχουν χρησιμοποιήσει την επόμενη σχέση, όπου η θερμοκρασία του υγρού μετάλλου δίνεται σε Kelvin.

$$\rho = 7010.0 - 0.833(T - 1808.0) \quad (6.11)$$

Οι [Ramirez and Morales, 2000] για πραγματικά μέταλλα, δώσανε την επόμενη έκφραση, η οποία υπολογίζεται από πειραματικά δεδομένα των [Joo et al., 1993] και είναι:

$$\rho = 8523 - 0,8358 * T \quad (6.12)$$

Οι [Damle and Sahai, 1995] πρότειναν μια νέα προσέγγιση της πυκνότητας του υγρού μετάλλου, λαμβάνοντας υπόψη την συγκέντρωση του σε διάλυμα KCL [kg m<sup>-3</sup>] από την σχέση:

$$\rho = 999.2 + 0.586C_{KCl} \quad (6.13)$$

---

## 6.4. Η μέθοδος των Πεπερασμένων Ογκων - FVM

---

Στην μέθοδο των πεπερασμένων όγκων (Finite volume method – FVM) οι τιμές των μεταβλητών υπολογίζονται στους κόμβους του αριθμητικού πλέγματος, όπως στην μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών. Ο όγκος που περιβάλλει κάθε κόμβο στο πλέγμα χαρακτηρίζεται σαν πεπερασμένος όγκος. Τα χωρικά ολοκληρώματα σε μια μερική διαφορική εξίσωση η οποία περιέχει έναν όρο απόκλισης, μετατρέπονται σε επιφανειακά ολοκληρώματα χρησιμοποιώντας το θεώρημα της απόκλισης (divergence theorem). Αυτοί οι όροι υπολογίζονται ως παροχές ροής στις επιφάνειες κάθε πεπερασμένου όγκου. Επειδή η παροχή που εισρέει σε ένα δεδομένο όγκο ταυτίζεται με την παροχή που εκρέει από τον διπλανό όγκο. Παρότι η μέθοδος είναι συντηρητική, δεν είναι πάντα σίγουρο ότι καταλήγει σε πραγματική λύση. Οι Navier Stokes εξισώσεις, διακριτοποιούνται και επιλύονται ώστε να διασφαλίζεται η διατήρηση των ροών μέσα στο διακριτό όγκο ελέγχου του κυττάρου. Στην περίπτωση που έχω μη δομημένο

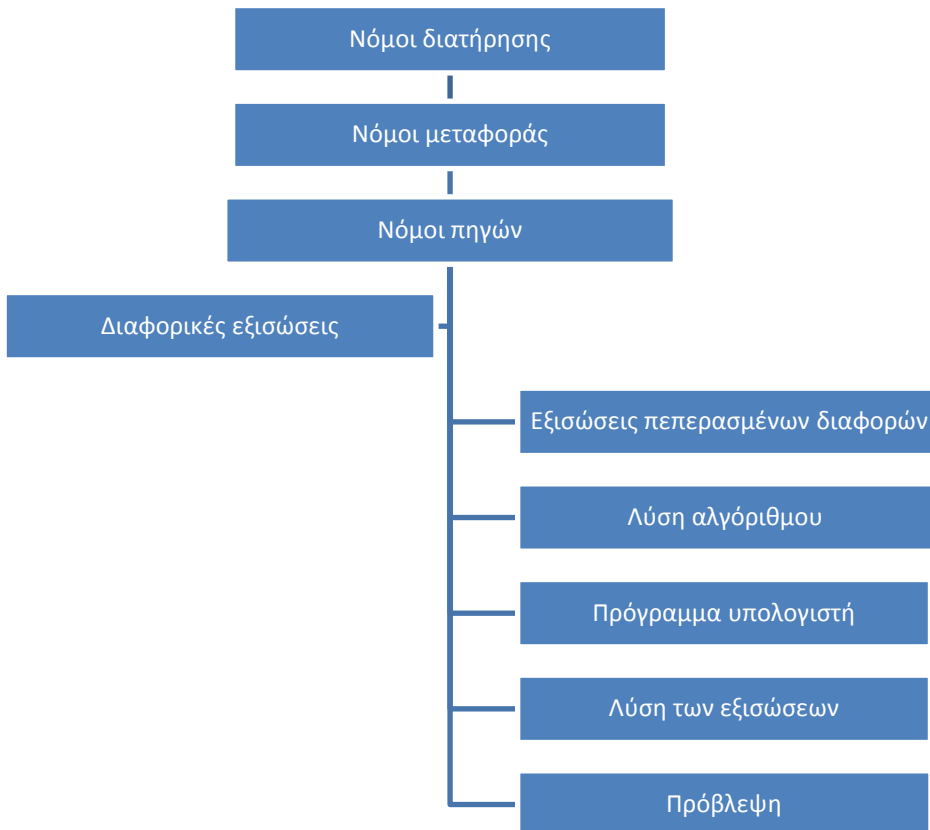
πλέγμα όπως σε 2D (τριγωνικό, τετράπλευρο κύτταρο) ή στο 3D (εξάεδρο, τετράεδρο, πρίσμα) έχω ξέσου καλά αποτελέσματα σε αντίθεση με την εμφάνιση τυχόν προβλημάτων σύγκλισης από τυχόν στρεβλωμένα στοιχεία σε κρίσιμες περιοχές ροής, [Hirsh,1990; Laney, 1998, Leveque,1990; Patankar, 1980, Tannehill et al., 1997; Wesseling, 2001]

Η διαδικασία απόκτησης της υπολογιστικής λύσης αποτελείται από δύο στάδια. Το πρώτο στάδιο περιλαμβάνει την μετατροπή των μερικών διαφορικών εξισώσεων και των βοηθητικών συνθηκών (όρια και αρχικές), σε ένα σύστημα διακριτών αλγεβρικών εξισώσεων. Το πρώτο στάδιο είναι γνωστό ως το στάδιο της διακριτοποίησης, [Hauke, 2008].

Αρχικά, ορισμένες αναλυτικές λύσεις έχουν προκύψει για τις μερικές διαφορικές εξισώσεις των Navier-Stokes σε μερικές πιο απλές μονοδιάστατες ροές. Οι εκφράσεις των  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $\sigma$ , κλπ., σαν συνάρτηση των χωρικών θέσεων  $x$ ,  $y$ , και  $z$ , χρησιμοποιήθηκαν για να παρέχουν τις επιθυμητές τιμές του πεδίου ροής. Ωστόσο, η πραγματική ροή των ρευστών έχει γενικά τρισδιάστατη μορφή των σχέσεων και δεν είναι εύκολο να επιτευχθεί. Ακόμη και για μια απλοποιημένη τρισδιάστατη ροή σε ένα διδιάστατο πρόβλημα, αυτό μπορεί να είναι δύσκολο.

Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων διακριτοποιεί την ολοκληρωτική μορφή των εξισώσεων διατήρησης άμεσα στο φυσικό χώρο. Είχε αρχικά εισαχθεί από τους ερευνητές, όπως τους McDonald (1971) και MacCormack και Paullay (1972) για τη λύση των δύο διαστάσεων του χρόνου που εξαρτώνται από εξισώσεις Euler, και επεκτάθηκε αργότερα σε τρισδιάστατες ροές από τους Ritchi και Inouye (1973). Το υπολογιστικό πεδίο υποδιαιρείται σε έναν πεπερασμένο αριθμό συνεχόμενων όγκων ελέγχου, όπου εκφράζουν την ακριβή διατήρηση των σχετικών ιδιοτήτων για καθένα από τους όγκους ελέγχου. Στο κέντρο βάρους του κάθε όγκου ελέγχου, υπολογίζονται οι τιμές των μεταβλητών. Η παρεμβολή χρησιμοποιείται για να εκφράσουν οι τιμές των μεταβλητών στην επιφάνεια

όγκου ελέγχου σε σχέση με τις αξίες και με την βοήθεια κατάλληλου τύπου κεντρικού τετραγωνισμού εφαρμόζονται για την προσέγγιση των επιφανειακών ολοκληρωμάτων και του όγκου. Μια αλγεβρική εξίσωση για κάθε έναν από τους όγκους ελέγχου μπορεί να επιτευχθεί, κατά την οποία ορισμένες από τις γειτονικές κομβικές τιμές εμφανίζονται, [Fletcher, 2006].



Σχήμα 6.2. Επισκόπηση της διαδικασίας της υπολογιστικής λύσης

Καθώς η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων λειτουργεί με όγκους ελέγχου και όχι με τα σημεία του δικτύου, έχει την ικανότητα να φιλοξενήσει κάθε είδους πλέγμα. Εδώ, αντί των δομημένων πλεγμάτων, μη δομημένα

πλέγματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν διότι επιτρέπουν σε ένα μεγάλο αριθμό επιλογών για τον ορισμό του σχήματος και της θέσης των όγκων ελέγχου. Εάν από το πλέγμα καθορίζονται μόνο τα όρια ελέγχου έντασης, η μέθοδος είναι συντηρητική, εφόσον τα ολοκληρώματα επιφάνειας που εφαρμόζονται σε αυτά τα όρια είναι τα ίδια με τους όγκους που μοιράζονται το όριο. Ένα μειονέκτημα αυτής της μεθόδου σε σύγκριση με των πεπερασμένων διαφορών είναι ότι η αύξηση των προσεγγίσεων για διάκριση των διαφορών μεταξύ της μεγαλύτερης από τη δεύτερη σειρά είναι πιο δύσκολο να αναπτυχθεί σε τρεις διαστάσεις. Αυτό είναι λόγω της απαίτησης για δύο επίπεδα προσέγγισης, τα οποία είναι η παρεμβολή και η ολοκλήρωση. Ωστόσο, η μέθοδος πεπερασμένων όγκων έχει περισσότερα πλεονεκτήματα από μειονεκτήματα.

Η μέθοδος των Πεπερασμένων Όγκων (finite volume method) ανήκει στις ολοκληρωτικές μεθόδους (integral methods) αριθμητικής επίλυσης των μερικών διαφορικών εξισώσεων, [Hauke 2008, Fletcher 2006]. Η μέθοδος είναι γενική και μπορεί να αντιμετωπίσει με επιτυχία τα προβλήματα μεταφοράς, θερμότητας, μάζας και ορμής. Στις ολοκληρωτικές μεθόδους η διακριτοποιημένη εξίσωση, μέσω της οποίας προσδιορίζεται η αριθμητική λύση, προκύπτει από την ολοκλήρωση της εξίσωσης μεταφοράς πάνω σε κάποιο πεπερασμένο όγκο ελέγχου. Αντίθετα, στις μη ολοκληρωμένες μεθόδους, η διακριτοποιημένη εξίσωση προκύπτει από τη διαφορική μορφή της εξίσωσης μεταφοράς με προσέγγιση διαφορών των μερικών παραγώγων, Σχήμα 6.2. Σε αυτή την προσπάθεια μας και για να εκμεταλλευτούμε τα πλεονεκτήματα των κεντρικών και των ανάντη διαφορών και ταυτόχρονα να ελαχιστοποιηθούν, τα μειονεκτήματα τους, εισάγεται το υβριδικό σχήμα. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούμε το υβριδικό σχήμα και η μέθοδος είναι η μη ολοκληρωμένη μέθοδος, σχήμα 6.2.

---

## 6.5.Λύση στο σύνολο των διαφορικών εξισώσεων

---

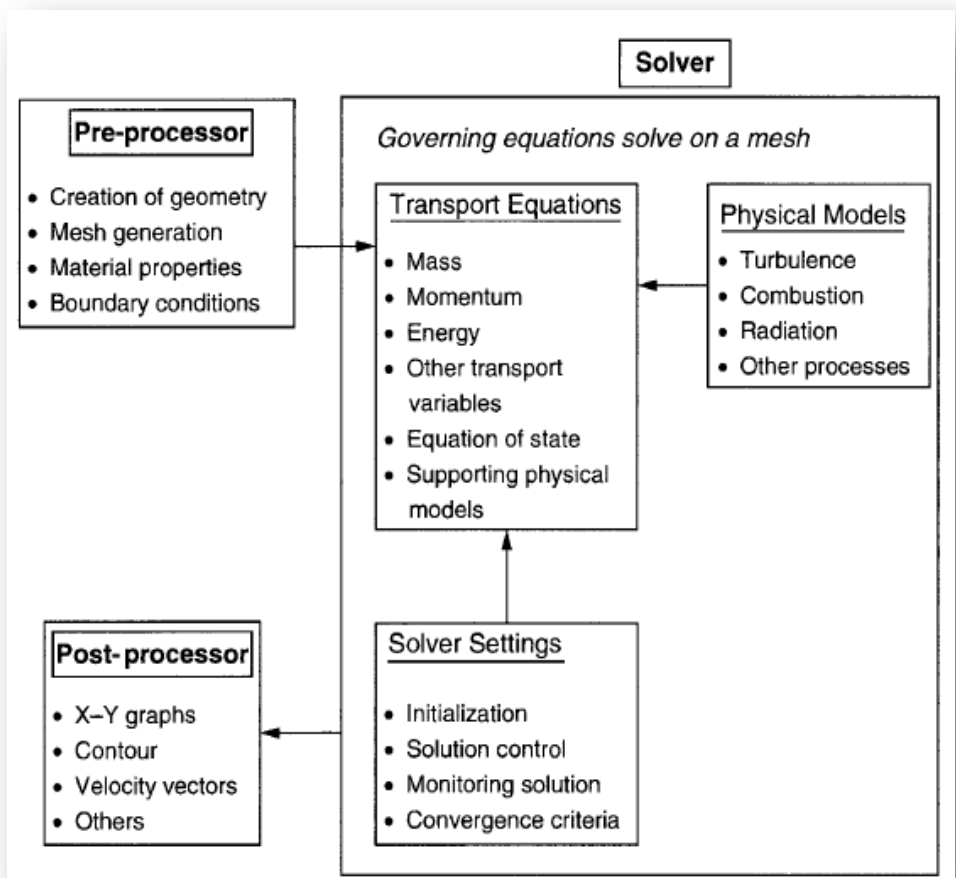
Λόγω του πολύπλοκου χαρακτήρα των εξισώσεων που διέπουν τις γεωμετρίες στη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish, δεν είναι δυνατή η ύπαρξη αναλυτικών λύσεων για τις διαφορικές εξισώσεις με την πρακτική έννοια. Έτσι διαφορετικές αριθμητικές τεχνικές επινοήθηκαν για την επίλυση αυτών των εξισώσεων μεταφοράς. Η αριθμητική λύση στοχεύει να παρέχει τις τιμές των μεταβλητών σε κάποια διακριτά σημεία του τομέα. Αυτά τα σημεία ονομάζονται σημεία του δικτύου ή κόμβοι ή κέντρα βάρους των κελιών, ανάλογα με το σύστημα που ακολουθεί. Η μετατροπή των διαφορικών εξισώσεων σε ένα σύνολο διακριτών αλγεβρικών εξισώσεων απαιτεί τη διακριτοποίηση του τομέα. Αυτό ονομάζεται δημιουργία πλέγματος ή πλεγμάτων, [Anderson, 1995]. Οι διαφορετικές τεχνικές που ακολουθούνται είναι:

- ✓ Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών (Finite Difference Method - FDM)
- ✓ Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων (Finite element Method - FEM)
- ✓ Φασματικές Μέθοδοι (Spectral methods)
- ✓ Υβριδικά Συστήματα
  - Μέθοδος Ελέγχου Πεπερασμένων Στοιχείων τόμου,
  - Μεθοδος Ελέγχου Πεπερασμένου όγκου
  - Μέθοδος Διαφοράς

Όλες οι ανωτέρω τεχνικές εκτελούνται σε τρία βασικά βήματα:

- ✓ Προσέγγιση των άγνωστων μεταβλητών ροής μέσω απλών λειτουργιών
- ✓ Διακριτοποίηση με αντικατάσταση των προσεγγίσεων στις εξισώσεις της ροής
- ✓ Μαθηματικές λύσεις

Η προσεκτική εξέταση των τριών εξισώσεων της ενεργειακής εξίσωσης και η εξίσωση συνέχειας δείχνει ότι είναι στενά συνδεδεμένες μεταξύ των, γιατί όλες οι συντεταγμένες της ταχύτητας εμφανίζονται σε κάθε εξίσωση ορμής και συνέχειας. Το πιο περίπλοκο ζήτημα είναι να γνωρίζουμε τον όρο της πίεσης στις εξισώσεις ορμής, επειδή δεν υπάρχει διαθέσιμη εξίσωση για την περίπτωση της ροής ασυμπίεστου ρευστού, όπως είναι η ροή στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish.



Σχήμα 6.3. Οι διασυνδεσιμότητες λειτουργίες από τα τρία κύρια στοιχεία μέσα στο πλαίσιο ανάλυσης CFD.

Αυτά τα προβλήματα αντιμετωπίζονται συνήθως με τη χρήση διαφορετικών επαναληπτικών λύσεων που διαθέτουν προγράμματα όπως τα SIMPLE, SIMPLIC, PISO κλπ.

Οι κωδικοί αυτοί παρέχουν μια πλήρη ανάλυση CFD που αποτελείται από τρία κύρια στοιχεία, τον προ-επεξεργαστή, τον επιλυτή και τον μετα-επεξεργαστή, [Hauke 2008, Anderson 1995].

---

## 6.6.Δημιουργία της γεωμετρίας

---

Το πρώτο βήμα σε οποιαδήποτε ανάλυση CFD είναι ο καθορισμός και η δημιουργία της γεωμετρίας της περιοχής ροής (δηλαδή, ο υπολογιστικός τομέας) για τους υπολογισμούς CFD. Είναι σημαντικό ότι θα πρέπει να αναγνωρίζουμε πάντα την πραγματική φυσική αναπαράσταση του προβλήματος που πρέπει να επιλυθεί, όπως αποδεικνύεται από το αντίστοιχο φυσικό πεδίο. Υπάρχουν ορισμένες διακριτές διαφορές στη φύση των προβλημάτων ροής. Έτσι, σε ορισμένες περιπτώσεις, αποτελεί εσωτερικό πρόβλημα της ροής, ενώ σε άλλες περιπτώσεις είναι εξωτερικό σενάριο της ροής. Μια σημαντική πτυχή είναι ότι πρέπει να αναπτυχθεί η δυναμική της ροής επαρκώς σε όλο το μήκος  $L$  του υπολογιστικού τομέα, [Bringing and Chow, 2011].

---

## 6.7.Δημιουργία του δικτύματος

---

Στο δεύτερο βήμα που είναι ένα από τα πιο σημαντικά βήματα κατά το στάδιο της διαδικασίας της προ-επεξεργασίας το πρόγραμμα του CFD απαιτεί την υποδιαίρεση του τομέα σε έναν αριθμό μικρότερων, μη



επικαλυπτομένων υποτομών προκειμένου να λύσει τη φυσική ροή στο εσωτερικό της γεωμετρίας του τομέα που έχει δημιουργηθεί.

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός πλέγματος (ή πλέγμα) των κελιών (στοιχεία ή όγκοι ελέγχου) επικαλύπτοντας το σύνολο της γεωμετρίας του τομέα. Οι βασικές ροές του ρευστού που περιγράφονται σε καθένα από αυτά τα κελιά συνήθως επιλύονται αριθμητικά, ώστε να καθορίζονται οι διακριτές τιμές των ιδιοτήτων της ροής όπως η ταχύτητα, πίεση, θερμοκρασία, και άλλες παράμετροι του προβλήματος. Αυτό οδηγεί το CFD στην επίλυση του ροϊκού προβλήματος. Η δε ακρίβεια της λύσης διέπεται από τον αριθμό των κελιών στο υπολογιστικό πεδίο, [Fletcher 2006, Bringen and Chow 2011]. Σε γενικές γραμμές, η παροχή ενός μεγάλου αριθμού των κελιών οδηγεί στην επίτευξη μιας ακριβούς λύσης. Ωστόσο, η ακρίβεια της λύσης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό και από τους επιβαλλόμενους περιορισμούς που επηρεάζουν το υπολογιστικό κόστος και τον αριθμό των υπολογισμών.

Τα τετράπλευρα που σχηματίζονται χαρακτηρίνται ως «κύτταρο» ενώ τα σημεία του πλέγματος ως «κόμβοι» και μπορεί να έχουν κανονικό ευκλείδειο σχήμα (τετράγωνο, ορθογώνιο, κύβος, κλπ) ή ακανόνιστο σχήμα (τρίγωνο στο 2D, πυραμιδικό στο 3D, κλπ). Το πλέγμα μπορεί να ομοιόμορφο ή ανομοιόμορφο. Οι μεταβλητές μπορούν να ορίζονται σε μετατοπισμένα μεταξύ τους πλέγματα (staggered) για αριθμητικούς λόγους με την χρήση ομόθετων πλεγμάτων (collocated) [Peric et al., 1988] στα οποία οι ταχύτητες και η πίεση υπολογίζονται στα κέντρα των κυττάρων και η διακριτοποίηση της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων με παρεμβολή ειδικών σχημάτων παρεμβολής προσδιορίζει την ροή στις πλευρές των κυττάρων. Επίσης, έχουν να επιτύχθει τεχνικές με κινούμενα πλέγματα και δυνατότητα προσαρμοστικής πύκνωσης πλέγματος (Adaptive mesh refinement – AMR) για καλύτερα και πιο επικεντρωμένα αποτελέσματα.

---

## 6.8.Οριακές συνθήκες

---

Η σύνθετη φύση της συμπεριφοράς της ροής του υγρού έχει σημαντικές επιπτώσεις στις οριακές συνθήκες που θα χρησιμοποιήσουμε για το πρόβλημα της ροής. Στο βήμα αυτό ασχολούμαστε με τις προδιαγραφές των επιτρεπόμενων οριακών συνθηκών που είναι διαθέσιμες για την επικείμενη προσομοίωση μας. Προφανώς, όπου υπάρχουν ανοίγματα στο πεδίο ροής, οι κατάλληλες οριακές συνθήκες ροής του υγρού αναλύουν την συμπεριφορά που εισέρχεται και εξέρχεται το ρευστό από το πεδίο ροής. Το πεδίο ροής μπορεί επίσης να οριοθετείται από τα όρια. Αν και η θέσπιση των ορίων στα ανοίγματα εισόδου και εξόδου είναι αρκετά θεωρητική υπόθεση, παραμένουν σαν η καλύτερη προσέγγιση στην λύση του CFD, [Hoffmann and Chiang, 2000].

Στην περίπτωση που έχουμε εσωτερική ροή, οι οριακές συνθήκες εισροής, που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε, θα μας δείχνουν είσοδο ρευστού στον τομέα. Στα όρια εκροής του υγρού θα μας δείχνουν την αναχώρηση του ρευστού. Μια πολύ-χώρο οριακή συνθήκη της ροής μπορεί να επιβληθεί και για τα ανοιχτά σύνορα, που εφαρμόζεται είτε το ρευστό έχει εισροή ή εκροή.

---

## 6.9.Η επίλυση του κώδικα

---

Η κατάλληλη χρήση ενός εμπορικού κώδικα CFD μας βοηθά στην κατανόηση των βασικών αριθμητικών μερών της επίλυσης (solver) του προβλήματος και μπορεί να περιγραφεί όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.3. Οι διαδικασίες προϋπόθεσης για την επίλυση έχουν επιπτώσεις στη υπολογιστική λύση, στην προετοιμασία, στον έλεγχο της λύσης, στην παρακολούθηση της λύσης, στον CFD υπολογισμό, στον έλεγχο και στη

σύγκλιση. Έτσι, θα πρέπει κάποιος να αποκτήσει τις απαραίτητες γνώσεις που αφορούν τη λειτουργία αυτών των διαδικασιών σαν βασική προϋπόθεση προκειμένου να χρησιμοποιήσει επιδέξια τα πολλά χαρακτηριστικά αυτής της μεθόδου, [Tannehill et al., 2011].

---

## 6.10. Αρχικοποίηση

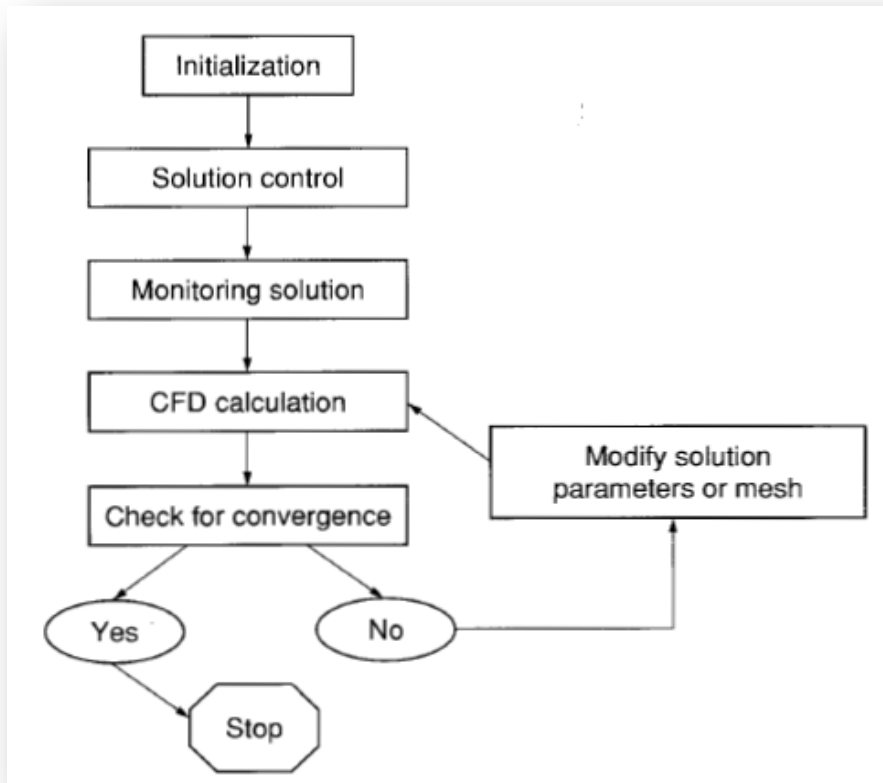
---

Το επόμενο βήμα της ανάλυσης CFD περιλαμβάνει τις δύο διαδικασίες που είναι η προετοιμασία και ο έλεγχος της λύσης. Τα φυσικά φαινόμενα για πραγματικές ροές ρευστού που είναι γενικά πολύπλοκα και μη γραμμικά, απαιτούν την επεξεργασία και την επίλυση μέσα από μια επαναληπτική προσεγγιστική λύση.

Η επαναληπτική διαδικασία περιλαμβάνει γενικά όλες τις διακριτές τιμές των ιδιοτήτων ροής, όπως η ταχύτητα, η πίεση, η θερμοκρασία, κλπ που πρέπει να παραμετροποιηθούν πριν από τον υπολογισμό μιας λύσης. Στη θεωρία, οι αρχικές συνθήκες μπορεί να είναι εντελώς αυθαίρετες, [Hoffmann and Chiang 2000, Tannehill et al. 2011]. Ωστόσο, στην πράξη, υπάρχουν ορισμένα πλεονεκτήματα για να ορίσουμε τις έξυπνες αρχικές συνθήκες. Καλές αρχικές συνθήκες είναι ζωτικής σημασίας για την επαναληπτική διαδικασία. Δύο λόγους για τους οποίους θα πρέπει να ορίσουμε τις κατάλληλες αρχικές συνθήκες είναι:

A) Εάν οι αρχικές συνθήκες μας οδηγούν σε μια κλειστή λύση, τότε η επαναληπτική διαδικασία θα συγκλίνει σε μικρότερο υπολογιστικό χρόνο και θα έχουμε γρήγορα αποτελέσματα

B) Εάν όμως είναι μακριά από την πραγματικότητα, οι υπολογισμοί θα οδηγήσουν σε μεγαλύτερο υπολογιστικό χρόνο για την επίτευξη της επιθυμητής σύγκλισης.



Σχήμα 6.4. Οι διαδικασίες του επιλυτή - Solver

Ακατάλληλες αρχικές συνθήκες μπορεί να οδηγήσουν την επαναληπτική διαδικασία να μην λειτουργήσει σωστά και ενδεχομένως να αποκλίνει. Τέλος, η δημιουργία των κατάλληλων παραμέτρων για την λύση συνεπάγεται συνήθως την προδιαγραφή των κατάλληλων συστημάτων διακριτοποίησης (παρεμβολή) και την επιλογή της κατάλληλης επίλυσης.

Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων έχει καθιερωθεί ως πρότυπο αριθμητικής λύσης όλων των CFD. Οι αλγεβρικές μορφές των εξισώσεων που διέπουν τη ροή του υγρού προσεγγίζονται από την εφαρμογή των πεπερασμένων διαφορών σε ένα πεπερασμένο όγκο των κελιών στο χώρο.

Σε κάθε πλευρά του συνολικού όγκου ενός κελιού, ο προσδιορισμός των μεταβλητών μεταφοράς που απαιτούνται μπορεί να γίνει μέσω διαφορετικών συστημάτων παρεμβολής όπως: Πρώτης Τάξεως (First Order Upwind), δεύτερης τάξης (Second Order Upwind), δεύτερης τάξης Κεντρικής (Second Order Central) και Quadrantic Upstream convective kinetics (QUICK) ενώ πιο σύγχρονες μεθοδολογίες είναι η Algebraic Multi Grid (AGM) και η Strongly Implicit Procedure (SIP), [Tannehill et al. 2011, Petrilu and Trif 2005].

---

## 6.11.Βιβλιογραφία

---

- ✓ **Anderson J.** Computational Fluid Dynamics. The basics with applications. 1995. McGraw-Hill
- ✓ **Biringen Sedat and Chen-Yen Chow.** An introduction to computational fluid mechanics by example. 2011. John Wiley
- ✓ **Chuen Yen Chow,** 1979. An introduction to Computational Fluid Mechanics.
- ✓ **Damle Chandrashenkar and Yogenshwar Sahai.** A criterion of non-isothermal melt flows in continuous casting tundishes. ISIJ Int., 1996, vol.36, no 6, pp. 681-689
- ✓ **Damle Chandrashenkar and Yogenshwar Sahai.** The effect of tracer density on melt flow characterization in continuous casting tundishes – A modeling study. ISIJ Int., 1995, vol.35, no 2, pp. 163-169
- ✓ **Ferziger J.H., Peric M.** Computational methods for fluid dynamics, Springer, 3ed, 2001
- ✓ **Fletcher C.A.J.** - Computational Techniques For Fluid Dynamics 2 –

Specific Techniques for Different Flow Categories. 2006, Australia

- ✓ **Harlow Francis H. and Paul Nakayama.** Turbulence Transport Equations. The Physics of Fluids. 1967, vol. 10, No. 11, pp. 2323-2332
- ✓ **Hauke G.** An introduction to fluid mechanics and transport phenomena. 2008. Springer
- ✓ **Hoffmann Klaus A. And Steve T. Chiang.** Computational Fluid Dynamics – Volume 1. 2000, Engineering Education System.
- ✓ **Joo S, Han J.W., Guthrie R.I.L.** Inclusion Behavior and Heat-Transfer Phenomena in Steelmaking Tundish Operations. Part II. Mathematical model for liquid steel in tundishes. Metall. Mat. Trans., Vol. 24B, pp. 767-777, 1993.
- ✓ **Lopez-Ramirez S., R.D. Morales, J.A. Romero Serrano.** Numerical simulation of the effects of buoyancy forces and flow control devices on fluid flow and heat transfer phenomena of liquid steel in a tundish. *Numerical Heat Transfer, part A, 2000, 37*, pp. 37-69
- ✓ **Morales R.D., J de Barreto, S. Lopez-Ramirez, J. Palafox-Ramos and D. Zacharias.** Mathematical simulation of effects of flow control devices and buoyancy forces on molten steel flow and evolution of output temperatures in tundish. Ironmaking and Steelmaking, 2001, vol. 28, No. 1, pp.33-43.
- ✓ **Patankar, S.V.,** 1980. Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere Publishing Corporation, New York
- ✓ **Petrila Titus and Damian Trif.** Basics of fluid mechanics and introduction to computational fluid dynamics. 2005, Springer
- ✓ **S. Lopez Ramirez and R. D. Morales.** Numerical simulation of the effects of buoyancy forces and flow control devices on fluid flow and heat transfer phenomena of liquid steel in a tundish. *Numerical Heat Transfer, 2000, Part A, 37*, pp.69-86

- ✓ **Roache P.J.**, 1972. Computational Fluid Mechanics. McGraw-Hill
- ✓ **Tannehill C. John, Dale A. Anderson, Richard H. Pletcher.** Computational fluid mechanics and heat transfer. 2011, Taylor and Francis
- ✓ **Wirz H. J.**. 1975. Progress in Numerical Fluid dynamics.
- ✓ **Μαρκάτος Ν.**, 1998, “Τυρβώδη φαινόμενα μεταφοράς και μαθηματικά πρότυπα προσομοίωσής τους”, ΕΜΠ
- ✓ **Μαρκάτος, Ν. Χ και Ασημακόπουλος, Δ.**, 1995. Υπολογιστική Ρευστοδυναμική. Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα.
- ✓ **Μπεργελές Γεώργιος**, 2006. Υπολογιστική Ρευστομηχανική. Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα.
- ✓ **Peric M., Kessler R. And Scheuerer G.** Comparison of finite volume numerical methods with staggered and collocated grids. Computers and Fluids, 1988, 16, pp. 389-403
- ✓ **Hirsh C.** Numerical computation of internal and external flows, vol.2, Computational methods for inviscid and viscous flows. Wiley Publ. 1990
- ✓ **Laney C.** Computational Gas Dynamics, Cambridge University Press, 1998
- ✓ **Leveque R.J.** Numerical method for conservation laws. ETH Lectures in Mathematical Series, Birklayer- Virlag, 1990.
- ✓ **Tannehill J.C., Anderson D.A. and Pletcher R.H.** Computational fluid materials and heat transfer, Taylor and Ftancis, 1997
- ✓ **Theissing P.A.** A generally valid method for calculating frictional pressure drop in multiphase flow. Chemical Ing. Technik., 1980, 52, pp. 344-355





# Κεφάλαιο 7. Αριθμητική επίλυση

Αριθμητική επίλυση	299
Η έννοια της διακριτοποίησης	299
Μεθοδολογία της επίλυσης	301
Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων ελέγχου	303
Επίλυση των εξισώσεων με την FVM	304
Το πλέγμα και οι όγκοι ελέγχου	308
Η διακριτοποίηση της εξίσωσης μεταφοράς	312
Αριθμητικά σχήματα διακριτοποίησης	315
Η τελική μορφή της διακριτοποιημένης εξίσωσης	315
Ο αλγόριθμος επίλυσης	318
Τεχνικές υποχαλάρωσης	321
Υποχαλάρωση και κριτήριο σύγκλισης	322

Οριακές συνθήκες	325
Η χρήση του αλγόριθμου TDMA	327
Λογισμικό υπολογιστικής προσομοίωσης Phoenics	332
Ανάλυση της λειτουργίας	334
Υλικό	337
Η δομή ενός αρχείου Q1	337
Βιβλιογραφία	339

---

## Κεφάλαιο 7. Αριθμητική επίλυση

---

Σκοπός της αριθμητικής επίλυσης γενικότερα είναι να βρίσκει εύχρηστες μεθόδους για την λύση προβλημάτων που μπορούν να εκφραστούν με μαθηματικές εξισώσεις. Στην παρούσα εργασία μας απασχολούν μόνο οι αλγόριθμοι επίλυσης μερικών διαφορικών εξισώσεων, από τους οποίους απαιτούμε κατά το δυνατόν συνέπεια (ακρίβεια), ευστάθεια και (γρήγορη) σύγκλιση.

Σε αντιστοιχία με τα φυσικά προβλήματα, ένα αριθμητικό πρόβλημα για να είναι καλά τοποθετημένο, πρέπει: α) Να υπάρχει αριθμητική λύση, β) να είναι μοναδική και γ) να εξαρτάται κατά συνεχή τρόπο από τις προσεγγιστικές βοηθητικές σχέσεις. Συνήθως οι μερικές διαφορικές εξισώσεις, όπως αυτές που μας ενδιαφέρουν, δεν είναι απλής μορφής και δεν είναι δυνατόν να επιλυθούν με απλές αριθμητικές μεθόδους. Απαιτούν διακριτοποίηση στο χώρο και το χρόνο στον οποίο μας ενδιαφέρει να ξέρουμε τη λύση τους, [Spalding, 1981].

---

### 7.1.Η έννοια της διακριτοποίησης

---

Διακριτοποίηση είναι η διαδικασία σύμφωνα με την οποία οι μαθηματικές εξισώσεις που περιγράφουν τη συνεχή κατανομή κάποιων μεταβλητών σε ένα πεδίο, προσεγγίζονται με ανάλογες (αλλά διαφορετικές, συνήθως αλγεβρικές) εκφράσεις που καθορίζουν τις τιμές των μεταβλητών μόνο σε ένα πεπερασμένο αριθμό διακριτών σημείων του πεδίου. Η διαδικασία διακριτοποίησης έχει συνοπτικά ως εξής, [Ferziger and Peric, 2001]:

1) **Διακριτοποίηση χώρου.** Το συνεχές χωροχρονικό πεδίο ορισμού του προβλήματος ροής καλύπτεται από το πλέγμα επίλυσης και

αντικαθίσταται από ένα αριθμό διακριτών σημείων (σημεία του πλέγματος).

2) **Διακριτοποίηση εξισώσεων.** Η συνεχής συνάρτηση (εξαρτημένη μεταβλητή) αναπαρίσταται με ένα αριθμό διακριτών τιμών στα σημεία του πλέγματος. Οι μερικές παράγωγοι προσεγγίζονται με αλγεβρικές εκφράσεις πεπερασμένων διαφορών των διακριτών τιμών. Οι εξισώσεις πεπερασμένων διαφορών προκύπτουν από τις εξισώσεις μερικών παραγώγων όταν κάθε παράγωγος, που εμφανίζεται σε αυτές, αντικατασταθεί από κάποια έκφραση πεπερασμένων διαφορών, [Chow, 1979].

3) **Αλγόριθμος επίλυσης.** Η εξίσωση μερικών παραγώγων μετατρέπεται σε ένα σύνολο αλγεβρικών εξισώσεων πεπερασμένων διαφορών, που μπορούν να λυθούν αριθμητικά. Η επίλυση του αλγεβρικού συστήματος επιτρέπει τον υπολογισμό των εξαρτημένων μεταβλητών του προβλήματος στα σημεία του πλέγματος.

Τρεις είναι οι κύριες μεθοδολογίες διακριτοποίησης: οι πεπερασμένες διαφορές, οι πεπερασμένοι όγκοι και τα πεπερασμένα στοιχεία. Η πρώτη είναι η αρχαιότερη και διακριτοποιεί τη διαφορική μορφή των μερικών διαφορικών εξισώσεων, η δεύτερη είναι η πιο συνηθισμένη στη ρευστομηχανική και διακριτοποιεί την εξίσωση που προκύπτει από ολοκλήρωση της εξίσωσης μεταφοράς πάνω σε ένα πεπερασμένο όγκο ελέγχου και η τρίτη έχει το πλεονέκτημα ότι μπορεί να εφαρμοστεί σε μη δομημένα πλέγματα, καλύπτοντας έτσι πιο εύκολα περίπλοκες γεωμετρίες. Η Τρίτη μοιάζει με τη δεύτερη με κύρια διαφορά ότι οι εξισώσεις πριν ολοκληρωθούν πολλαπλασιάζονται με μια συνάρτηση βάρους. Συνήθως οι περισσότεροι ερευνητές ακολουθούν κάποια από τις μεθόδους αυτές χωρίς να έχουν πλήρη εικόνα των άλλων δύο.

Το ενδιαφέρον μας επικεντρώνεται στην μέθοδο πεπερασμένων όγκων ελέγχου (Finite Volume Method) και μόνο αυτή θα περιγραφεί περιληπτικά σ' αυτό το κεφάλαιο, καθώς είναι η μεθοδολογία που

ακολουθεί το πρόγραμμα PHOENICS που χρησιμοποιήθηκε για το υπολογιστικό κομμάτι της εργασίας αυτής. Κάθε μια από τις επόμενες παραγράφους εννοείται ότι αναφέρεται κυρίως στη μέθοδο πεπερασμένων όγκων ελέγχου, της οποίας αποτελεί μέρος, [Roache, 1972].

---

## 7.2.Μεθοδολογία της επίλυσης

---

Η μέθοδος που θα χρησιμοποιηθεί είναι η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων (finite volume method) η οποία ανήκει στις ολοκληρωτικές μεθόδους (integral method) αριθμητικής επίλυσης των μερικών διαφορικών εξισώσεων, [Markatos 1989, Markatos 1993, Spalding 1980, Stavrakakis et al. 1980, Versteeg and Malalasekera 1996].

Στις ολοκληρωτικές μεθόδους η διακριτοποιημένη εξίσωση, μέσω της οποίας προσδιορίζεται η αριθμητική λύση, προκύπτει από την ολοκλήρωση της εξίσωσης μεταφοράς πάνω σε κάποιο πεπερασμένο όγκο ελέγχου. Γι αυτό τον λόγο και το πεδίο χωρίζεται σε πεπερασμένους όγκους τυχαίου μεγέθους αλλά πάντα τοπολογικού καρτεσιανού σχήματος. Οι όγκοι μας θα είναι ορθογωνικού σχήματος με έξη ακμές, έξη πλευρές και ένα σημείο P στο κέντρο του σχήματος μας πάνω στο οποίο αποθηκεύονται οι τιμές των βαθμωτών μεγεθών  $\rho$ , T,  $p$ ,  $\omega$ , t,  $v$ ,  $\mu$ . Οι τιμές των ταχυτήτων  $u$ ,  $v$ ,  $w$ , αποθηκεύονται στα μέτωπα των όγκων ελέγχου. Οι όγκοι ελέγχου των ταχυτήτων είναι κατά συνέπεια μετατοπισμένοι προς τα πίσω, ως προς τους όγκους ελέγχου των βαθμωτών μεγεθών, [Μαρκάτος, 1998]. Έτσι, ορίζουμε τρία σύνολα όγκου ελέγχου. Ένα για τα βαθμωτά μεγέθη μας, ένα για τις ταχύτητες  $u$  και ένα για τις ταχύτητες  $v$ . Οι τιμές της πυκνότητας  $\rho$  και του συντελεστή εναλλαγής  $\Gamma$  στα μέτωπα των όγκων ελέγχου υπολογίζονται με γραμμική παρεμβολή. Στην περίπτωση που οι συντελεστές εναλλαγής παρουσιάζουν ασυνέχειες στα μέτωπα των όγκων

ελέγχου χρησιμοποιείται ο μέσος αρμονικός των τιμών. Για την πλήρη διακριτοποίηση των εξισώσεων απαιτείται ο υπολογισμός των τιμών της φυσικής μεταβλητής  $\Phi$  και των παραγώγων της στα μέτωπα των όγκων ελέγχου W,E,S,N. Επίσης, θα θεωρήσουμε ότι το πλέγμα κατασκευάζεται έτσι ώστε τα όρια του πεδίου να συμπίπτουν με τα μέτωπα των όγκων ελέγχου, [Roache, 1972].

Τέλος, για να εκμεταλλευτούμε τα πλεονεκτήματα των κεντρικών και των ανάντη διαφορών και ταυτόχρονα να ελαχιστοποιηθούν, τα μειονεκτήματα τους εισάγουμε το υβριδικό σχήμα. Η προσέγγιση των τιμών της  $\Phi$  στα μέτωπα του όγκου ελέγχου θα είναι συνάρτηση της απόλυτης τιμής του τοπικού αριθμού  $Pe$ . Ετσι, όταν  $|Pe| < 2$  χρησιμοποιούνται κεντρικές διαφορές. Ενώ, όταν  $|Pe| > 2$  θα χρησιμοποιούνται ανάντη διαφορές και θα αφαιρείται ο όρος της διάχυσης. Τέλος, η γραμμικοποίηση του όρου της πηγής θα γίνεται με αρνητική βαθμίδα. Λόγω της χρήσης του κώδικα SIMPLEC δεν θα χρειαστούμε συντελεστή υποχαλάρωσης για την πίεση, ενώ στις εξισώσεις της ορμής θα χρησιμοποιήσουμε μεγαλύτερους συντελεστές υποχαλάρωσης, [Petrila and Trif, 2005].

Ο αλγόριθμος SIMPLEST ακολουθείται για τις εξισώσεις ορμής. Η σημαντικότερη διαφορά μεταξύ αυτού και του ευρέως διαδεδομένου αλγορίθμου SIMPLE είναι ότι στον πρώτο οι συντελεστές της ορμής στο πεπερασμένο χωρίο περιλαμβάνουν μόνο συνεισφορές διάχυσης και οι όροι μεταφοράς προσθέτονται στο γραμμικοποιημένο όρο πηγής των εξισώσεων. Αυτό συνεπάγεται ότι απουσία διάχυσης, οι εξισώσεις ορμής επιλύονται με τη μέθοδο Jacobi σημείο προς σημείο, αντίθετα με τις δημοφιλείς μεθόδους ταυτόχρονης επίλυσης γραμμή προς γραμμή. Αυτή η ανάμικτη πρακτική (χρήση επίλυσης Jacobi για τους όρους μεταφοράς και χρήση επίλυσης γραμμή προς γραμμή για τους όρους διάχυσης) έχει βρεθεί ότι επιταχύνει σημαντικά τη σύγκλιση [Markatos & Pericleous, 1984].

---

### 7.3. Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων ελέγχου

---

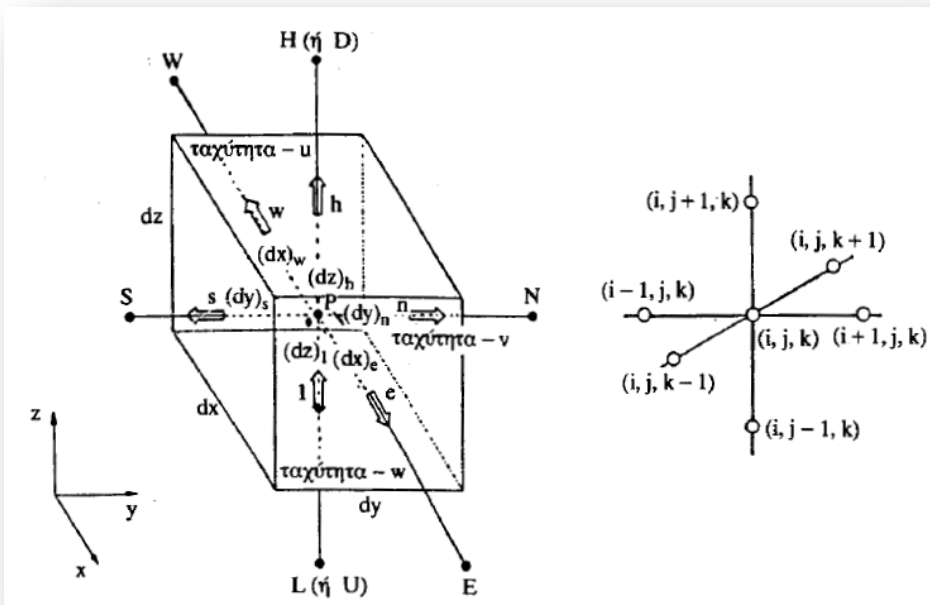
Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων ελέγχου είναι μια ειδική περίπτωση της κατηγορίας πεπερασμένων διαφορών. Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών (Finite Difference Method) μαζί με τις μεθόδους των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method) αποτελούν τις σημαντικότερες αριθμητικές μεθόδους επίλυσης. Οι αριθμητικές τεχνικές επίλυσης προβλημάτων ακολουθούν κάποια βήματα που καθορίζουν την διαδικασία επίλυσης [Versteeg and Malalasekera, 1995]:

1. Προσέγγιση των άγνωστων μεταβλητών ροής με τη βοήθεια απλών διαδικασιών.
2. Διακριτοποίηση με μετασχηματισμό των διαφορικών εξισώσεων σε αλγεβρικές εξισώσεις .
3. Επίλυση των αλγεβρικών εξισώσεων

Οι κύριες διαφορές μεταξύ των τριών διαφορετικών μεθόδων σχετίζονται με τις προσεγγίσεις των μεταβλητών ροής και με τη διαδικασία διακριτοποίησης. Το πιο μεγάλο πλεονέκτημα που έχει η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων ελέγχου είναι ότι η προκύπτουσα λύση τηρεί την ολοκληρωτική διατήρηση μάζας, ορμής και θερμότητας για όλους τους όγκους ελέγχου, επομένως και για ολόκληρο το πεδίο. Η ιδιότητα αυτή τηρείται για οποιονδήποτε αριθμό πλεγματικών σημείων, δηλαδή δεν έχει την έννοια της οριακής ισχύος όταν ο αριθμός των πλεγματικών σημείων αυξάνει πολύ. Αν όντως αυξήσουμε τον αριθμό των πλεγματικών σημείων, η λύση που προκύπτει προσεγγίζει ολοένα και περισσότερο τη πραγματική. Παράλληλα είναι η πιο εύκολη μέθοδος για εκμάθηση ιδίως από μηχανικούς σε σχέση με τις άλλες δύο μεθόδους. Ως εκ τούτου η μέθοδος των

πεπερασμένων όγκων ελέγχου είναι η πιο διαδεδομένη μέθοδος στους εμπορικούς κώδικες υπολογιστικής ρευστομηχανικής (CFD). Ο Freitas το 1994 συνέκρινε τις επιδόσεις των κωδίκων για συγκεκριμένα προβλήματα υπολογιστικής ρευστοδυναμικής, [Roache 1972, Ferziger and Peric 2001].

## 7.4.Επίλυση των εξισώσεων με την FVM



Σχήμα 7.1. Τριδιάστατος όγκος ελέγχου μεγεθών του αριθμητικού πλέγματος και παρουσίαση των αντίστοιχων μεγεθών, [Μπεργελές, 1998]

Οι εξισώσεις 6.40 που παρουσιάστηκαν σε προηγούμενο κεφάλαιο επιλύονται σε ορθογώνιο πλέγμα με την μέθοδο των πεπερασμένων όγκων ελέγχου, η οποία περιλαμβάνει τρία στάδια:



1. Ολοκλήρωση των εξισώσεων διατήρησης του ρευστού πάνω σε όλους τους πεπερασμένους όγκους ελέγχου του χωρίου επίλυσης.

2. Η διακριτοποίηση περιλαμβάνει την αντικατάσταση των διαφορών όρων της ολοκληρωτικής εξίσωσης με προσεγγίσεις πεπερασμένων διαφορών

3. Επίλυση των αλγεβρικών εξισώσεων με χρήση επαναληπτικής μεθόδου.

Οι διαφορικές εξισώσεις, θα ολοκληρωθούν σε ένα στοιχειώδη όγκο ελέγχου (υπολογιστικό κελί), το οποίο περιλαμβάνει κάθε κόμβο του πλέγματος (Σχήμα 7.1.). Η ολοκλήρωση στον κάθε ένα στοιχειώδη όγκο ελέγχου εκφράζεται σύμφωνα με το θεώρημα Gauss, ενώ το επιφανειακό ολοκλήρωμα προσεγγίζεται από το θεώρημα της μέσης τιμής στο μέσο της κάθε έδρας, [Μαρκάτος, 1998].

Εχουμε ότι στον κόμβο (i,j,k) βρίσκονται τα μεγέθη P(i,j,k), ρ(i,j,k), T(i,j,k) ενώ η ταχύτητα u(l,j,k) βρίσκεται στο μέσο των κόμβων (l,j,k) και (i-1,j,k). Ο λόγος που η ταχύτητα δεν αποθηκεύεται πάνω στον κόμβο αλλά μεταξύ των κόμβων, είναι διότι θέλουμε η ταχύτητα να επηρεάζεται από την διαφορά πιέσεων και όχι από την πίεση σε ένα σημείο. Αν ολοκληρώσουμε την 6.41 για Φ=T θα πάρουμε:

$$\begin{aligned}
 & \iiint \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \rho v \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right\} dx dy dz = \\
 & \iint \left\{ \rho v \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right\}_n dx dz - \iint \left\{ \left( \rho v \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \right\}_s dx dz = \\
 & = \Delta x \cdot \Delta z \left( \overline{\rho v \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y}} \right)_n - \Delta x \Delta z \left( \overline{\rho v \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y}} \right)_s
 \end{aligned} \tag{7.1}$$

Στην ανωτέρω σχέση πρέπει να υπολογίσουμε την ποσότητα που είναι στην επιγραμμή. Μπορεί να δείχτεί ότι η επόμενη ισότητα είναι πλήρως αποδεκτή, [Μπεργελές, 1998] και έχει την ικανοποιητική μορφή:

$$\left( \overline{\rho n \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y}} \right)_n = \rho v_n \{ q_n \Phi_P + (1 - q_n) \Phi_N \} \quad (7.2)$$

Όπου έχουμε τον συντελεστή βαρύτητας  $q_n = f_n + \frac{1}{P_{en}}$ . Επομένως, το τριπλό ολοκλήρωμα προσεγγίζεται με τη σχέση:

$$(\rho v \Delta x \Delta z)_n \{ q_n \Phi_P + (1 - q_n) \Phi_N \} - (\rho v \Delta x \Delta z)_s \{ q_s \Phi_S + (1 - q_s) \Phi_P \} \quad (7.3)$$

Εφαρμόζοντας, την ίδια λογική και για τους άλλους όρους, καταλήγουμε στην τελική συνολική σχέση:

$$\begin{aligned} & \{ (\rho v \Delta x \Delta z)_n q_n - (\rho v \Delta x \Delta z)_s (1 - q_s) + (\rho w \Delta x \Delta y)_c q_c - (\rho w \Delta x \Delta y)_w (1 - q_w) + \\ & + (\rho u \Delta y \Delta z)_d q_d - (\rho u \Delta y \Delta z)_u (1 - q_u) \} \Phi_P + \{ (\rho v \Delta x \Delta z)_n (1 - q_n) \Phi_N - (\rho v \Delta x \Delta z)_s q_s \Phi_S \\ & + (\rho w \Delta x \Delta y)_c (1 - q_c) \Phi_E - (\rho w \Delta x \Delta y)_w q_w \Phi_W + \\ & + (\rho u \Delta y \Delta z)_d (1 - q_d) \Phi_D - (\rho u \Delta y \Delta z)_u q_u \Phi_U \} = \bar{S}_\Phi \Delta x \Delta y \Delta z \quad (7.4) \end{aligned}$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι λόγω της αρχής της συνέχειας, ισχύει:

$$(\rho v \Delta x \Delta z)_n - (\rho v \Delta x \Delta z)_s + (\rho u \Delta y \Delta z)_d - (\rho u \Delta y \Delta z)_u + (\rho w \Delta y \Delta x)_c - (\rho w \Delta y \Delta x)_w = 0 \quad (7.5)$$

Η παραπάνω εξίσωση πεπερασμένων διαφορών γράφεται:

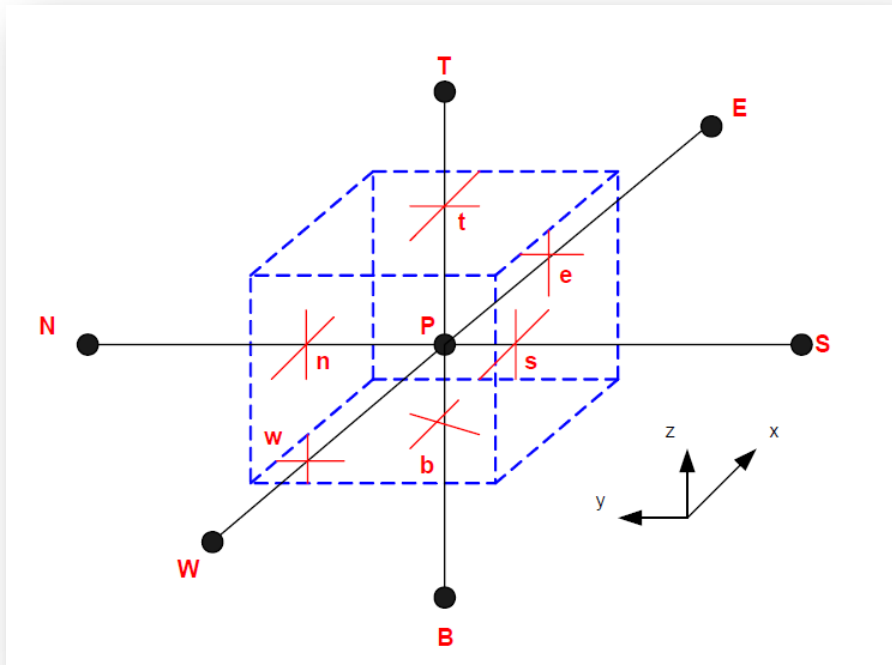
$$(C_P - b) \Phi_P = C_E \Phi_E + C_W \Phi_W + C_N \Phi_N + C_S \Phi_S + C_D \Phi_D + C_U \Phi_U + C \quad (7.6)$$

$$\bar{S}_\Phi \Delta x \Delta y \Delta z = b \Phi_P + C \quad (7.7)$$

$$C_N = (\rho v \Delta x \Delta z)_n q_n \quad (7.8)$$

$$C_S = (\rho v \Delta x \Delta z)_s (1 - q_s) \quad (7.9)$$

$$C_P = C_E + C_W + C_N + C_S + C_D + C_U \quad (7.10)$$



Σχήμα 7.2: Υπολογιστικό κελί τριών διαστάσεων και οι γειτονικοί του κόμβοι [Versteeg & Malalasekera, 2000]

Επομένως, λόγω του ότι η τιμή της  $\Phi$  στο σημείο P συνδέεται με τις τιμές του  $\Phi$  σε όλα τα γύρω του P σημεία, η εξίσωση μας χαρακτηρίζεται ως ελλειπτικού χαρακτήρα.

Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία αυτή για όλους τους όγκους

ελέγχου, προκύπτει ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων με αγνώστους τις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής στους βασικούς κόμβους του πλέγματος. Για την επίλυση του χρησιμοποιείται η μέθοδος Jacobi για τις συνιστώσες της ταχύτητας  $u$ ,  $v$  και  $w$  και η μέθοδος του τριδιαγώνιου πίνακα (TDMA) για όλες τις άλλες μεταβλητές.

Ο τρόπος με τον οποίο προσεγγίζονται αριθμητικά οι συντελεστές  $A_i$  της διαφορικής εξίσωσης (7.1) αντιστοιχεί στο σχήμα διαφορών που θα χρησιμοποιήσουμε (ανάτη, κατάντη, κεντρική διαφορίση, κλπ). Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται το ανάτη σχήμα διαφορίσης πρώτης τάξης (First Order Upwind – FOU). Σύμφωνα με αυτό, η τιμή της μεταβλητής  $\phi$  στο όριο ισούται με την τιμή του ανάτη κόμβου:

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_p, u_e > 0 \\ \phi_E, u_e < 0 \end{cases} \quad (7.11)$$

Το σχήμα των ανάτη διαφορών έχει επικριθεί αλλά είναι μόνο η πύκνωση του ίδιου του πλέγματος που μπορεί να εντοπίσει την ψευδή διάχυση η οποία μπορεί να σχετίζεται από τα διάφορα σχήματα [Markatos & Pericleous, 1984]. Για το λόγο αυτό δόθηκε ιδιαίτερη προσοχή στην ανεξαρτησία της λύσης από το πλέγμα, όπως περιγράφεται αναλυτικά στο αντίστοιχο κεφάλαιο για την ανεξαρτησία του πλέγματος.

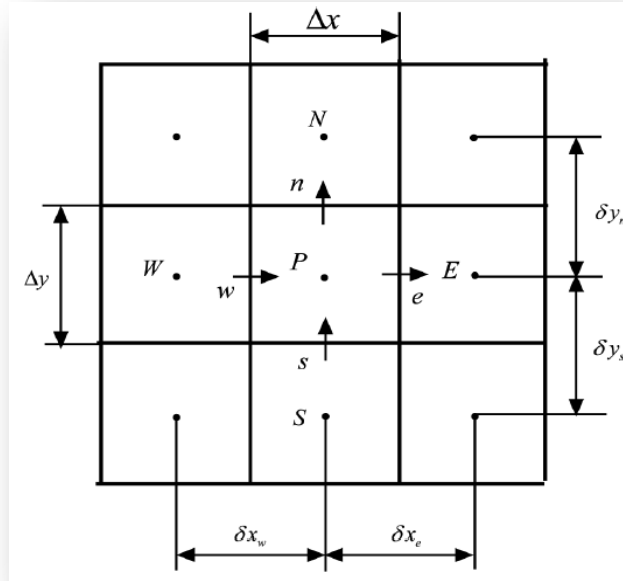
---

## 7.5. Το πλέγμα και οι όγκοι ελέγχου

---

Για την εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων ελέγχου, απαιτείται η διαίρεση του πεδίου σε επιμέρους όγκους ελέγχου, τυχαίους μεγέθους και τοπολογικά καρτεσιανού σχήματος. Στο εσωτερικό κάθε

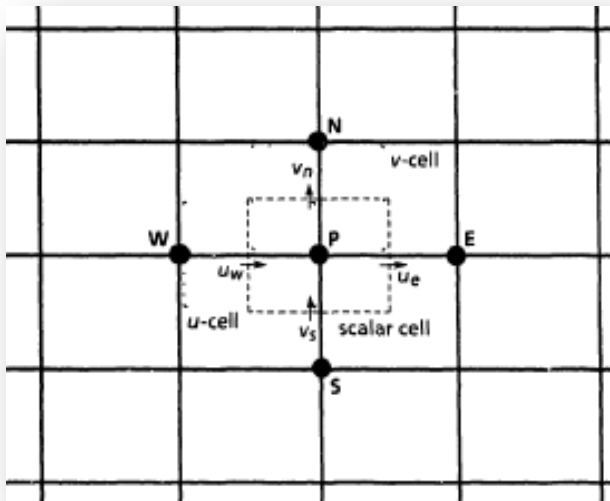
όγκου ελέγχου ορίζεται το σημείο P, στο οποίο αποθηκεύονται οι τιμές των βαθμωτών μεγεθών όπως  $\rho$ , T,  $\rho$ ,  $\omega_1$  (κλάσμα μάζας κάποιου συστατικού), σχήμα 7.3.



Σχήμα 7.3. Διαίρεση του πεδίου σε όγκους ελέγχου [Versteeg and Malalasekera, 1995]

Για τη δημιουργία του πλέγματος σε ένα χώρο ορίζεται η θέση των κόμβων του πλέγματος P (σημεία αποθήκευσης βαθμωτών μεταβλητών). Συνήθως σε ένα χώρο όπου έχουν επιλεγεί οι άξονες x και y ώστε να είναι παράλληλοι με τα στερεά όρια και ο άξονας x να είναι παράλληλος με την κύρια κατεύθυνση της ροής, το πλέγμα δημιουργείται με i γραμμές σταθερού x και j γραμμές σταθερού y, οι τομές των οποίων είναι οι αριθμητικοί κόμβοι P(ij) που μπορεί πιο απλά να αναφέρονται και ως (ij). Οι γραμμές μπορεί και να μην ισαπέχουν μεταξύ τους, αν και ομοίομορφη κατανομή απλοποιεί τη μορφή των σχηματιζόμενων αλγεβρικών εξισώσεων

και δίνει μεγαλύτερη ακρίβεια στα αριθμητικά σχήματα. Στη μέση της απόστασης των δύο κόμβων και κάθετα στη γραμμή που τους ενώνει, χαράσσονται τα μέτωπα των όγκων ελέγχου. Έτσι, όταν το πλέγμα είναι ανομοιόμορφο τα υπολογιστικά σημεία δε βρίσκονται στο κέντρο των όγκων ελέγχου, [Fletcher 2006, Petrila and Trif 2005, Patankar 1980].



Σχήμα 7.4. Το υπολογιστικό πλέγμα

Στο σχ. 7.3 φαίνεται το τμήμα ενός πλέγματος όπου έχουν ονοματιστεί ο κόμβος P και οι 4 γειτονικοί του κόμβοι, από δυτικά (W), ανατολικά (E), βόρεια (N) και νότια (S). Βαθιά σκιασμένος είναι ο όγκος ελέγχου του κόμβου P με σύνορα w, e, n, s.

Στη λεγόμενη τεχνική του μετατοπισμένου πλέγματος (staggered grid) οι τιμές των ταχυτήτων  $u$ ,  $v$  αποθηκεύονται στα μέτωπα των όγκων ελέγχου (w,s στο σχ. 7.1), δηλαδή εκεί ακριβώς που τις χρειαζόμαστε. Οι όγκοι ελέγχου των ταχυτήτων είναι κατά συνέπεια μετατοπισμένοι προς τα πίσω σε σχέση με τους όγκους ελέγχου των βαθμωτών μεγεθών και

φαίνονται με την αχνή σκίαση και τις διακεκομμένες γραμμές στο σχ. 7.3. Η τριάδα των σημείων P, w, s όμως έχει στον υπολογιστή την ίδια θέση αναφοράς. Το βασικό πλεονέκτημα της χρήσης του μετατοπισμένου πλέγματος είναι η ισχυρή σύνδεση μεταξύ των τιμών της πίεσης και των ταχυτήτων, πράγμα που βοηθάει στη σύγκλιση των αντίστοιχων μεταβλητών, [Ferziger and Peric, 2001].

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, το πλέγμα δε χρειάζεται να είναι ομοιόμορφο. Πράγματι, στις περιοχές που οι μεταβολές των μεταβλητών είναι πολύ μεγάλες, όπως στο οριακό στρώμα, το πλέγμα είναι επιθυμητό να είναι πυκνό, ενώ σε περιοχές όπου οι κλίσεις των μεγεθών είναι μικρές, δεν έχει νόημα να έχουμε πυκνό πλέγμα που κοστίζει σε χρόνο και μνήμη υπολογιστή. Έτσι στην πράξη τα πλέγματα είναι σχεδόν πάντα ανομοιόμορφα και πυκνώνουν εκεί που περιμένουμε μεγάλες μεταβολές. Για να μην δημιουργηθούν όμως αριθμητικά προβλήματα και να μη χάνουμε πάρα πολύ σε ακρίβεια, συνίσταται ο πρακτικός κανόνας ο λόγος του μήκους δύο διαδοχικών κελιών να μην υπερβαίνει το 1.2.

Πρέπει εδώ να σημειωθεί ότι με την επιλογή κάποιου πλέγματος, τη διακριτοποίηση των εξισώσεων σε αυτό και την επίλυσή τους, λαμβάνουμε κάποια αριθμητικά αποτελέσματα, τα οποία όμως μπορεί να μην αποτελούν και τη διακριτή λύση των διαφορικών εξισώσεων. Αυτό μπορεί να συμβεί όταν ο αριθμός των κόμβων που χρησιμοποιήθηκε για τη διακριτοποίηση της μερικής διαφορικής εξίσωσης δεν είναι επαρκής, οπότε το σύστημα των τελικών αλγεβρικών εξισώσεων δεν εκφράζει ακριβώς τις αρχικές διαφορικές εξισώσεις. Γι' αυτό απαιτείται πάντοτε να γίνεται έλεγχος της λύσης για ανεξαρτησία πλέγματος ώστε να διαπιστωθεί ότι πυκνώνοντας κατά κάποιες τάξεις μεγέθους το πλέγμα, η λύση δεν αλλάζει ή έχει πολύ μικρές μεταβολές. Αν δεν υπάρχουν αλλαγές, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η λύση μας αντιπροσωπεύει τη λύση των αρχικών διαφορικών εξισώσεων, [Patankar, 1980].

---

## 7.6.Η διακριτοποίηση της εξίσωσης μεταφοράς

---

Εχοντας ορίσει ήδη το αρχικό βαθμωτό πλέγμα μεγεθών και τα τρία μετατοπισμένα πλέγματα, έχει τελειώσει η διακριτοποίηση του χώρου και θα κάνουμε τώρα την διακριτοποίηση των διαφορικών εξισώσεων. Αυτό επιτυγχάνεται με τη μετατροπή σε κάθε κόμβο του πλέγματος της διαφορικής εξίσωσης σε αλγεβρική και τη μετατροπή των αρχικών και οριακών συνθηκών σε εκφράσεις πεπερασμένων διαφορών στους κόμβους που βρίσκονται πάνω ή κοντά στο όριο του πεδίου ροής. [Μπεργελές, 1999].

Η διαφορική εξίσωση που εκφράζει τη διατήρηση μιας οποιασδήποτε μεταβλητής  $\Phi$  σε ένα στοιχειώδη όγκο ελέγχου  $V$ , μπορεί να γραφεί στη γενική μορφή:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\bar{u}\phi) = \text{div}(\Gamma \text{grad}\phi) + S_{\phi} \quad (7.12)$$

Ο πρώτος όρος είναι ο μεταβατικός όρος και δίνει το ρυθμό αύξησης της  $\phi$ . Ο δεύτερος όρος είναι ο όρος συναγωγής και αντιστοιχεί στον καθαρό ρυθμό εκροής της ποσότητας  $\phi$  από τον θεωρούμενο όγκο ελέγχου. Ο τρίτος όρος είναι ο όρος διάχυσης που δίνει το ρυθμό αύξησης της  $\phi$  λόγω διάχυσης και  $\Gamma$  είναι ο συντελεστής διάχυσης. Ο τέταρτος όρος είναι ο όρος παραγωγής και κατανάλωσης και δίνει το ρυθμό αύξησης της  $\phi$  λόγω ύπαρξης πηγών ή καταβοθρών.

Το χαρακτηριστικό των μεθόδων πεπερασμένων διαφορών είναι ότι ολοκληρώνουν την εξίσωση διατήρησης εξ. (7.12) σε κάθε όγκο ελέγχου  $V$ . Έτσι προκύπτει η εξίσωση:



$$\iiint_V \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \iiint_V \text{div}(\rho\vec{u}\phi) dV = \iiint_V \text{div}(\Gamma \text{grad}\phi) dV + \iiint_V S_\phi dV \quad (7.13)$$

Με χρήση των μέσων τιμών στον όγκο ελέγχου, που συμβολίζονται με αγκύλες, προκύπτει:

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho\phi]\Delta V + \iiint_V \text{div}(\rho\vec{u}\phi) dV = \iiint_V \text{div}(\Gamma \text{grad}\phi) dV + [S_\phi]\Delta V \quad (7.14)$$

Με εφαρμογή του θεωρήματος Gauss που μετατρέπει ένα ολοκλήρωμα όγκου σε επιφανειακό ολοκλήρωμα, όπου η το κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα στην επιφάνεια A έχουμε:

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho\phi]\Delta V + \iint_A \vec{n} \cdot (\rho\vec{u}\phi) dA = \iint_A \vec{n} \cdot (\Gamma \text{grad}\phi) dA + [S_\phi]\Delta V \quad (7.15)$$

Εφαρμόζοντας την εξ. (7.15) στον όγκο ελέγχου του σχ. 7.1 και θεωρώντας ότι οι ποσότητες κατανέμονται ομοιόμορφα, προκύπτει η διακριτοποιημένη σχέση:

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho_P\phi_P - \rho_P^0\phi_P^0)V_P}{\Delta t} + \left( (\rho u)_e A_e \phi_e - \Gamma_e A_e \frac{\partial\phi}{\partial y} \Big|_e \right) - \left( (\rho u)_w A_w \phi_w - \Gamma_w A_w \frac{\partial\phi}{\partial y} \Big|_w \right) + \\ & + \left( (\rho u)_n A_n \phi_n - \Gamma_n A_n \frac{\partial\phi}{\partial y} \Big|_n \right) - \left( (\rho u)_s A_s \phi_s - \Gamma_s A_s \frac{\partial\phi}{\partial y} \Big|_s \right) = S_{\phi,P} V_P \end{aligned} \quad (7.16)$$

Ο πάνω δείκτης 0 συμβολίζει την τιμή της μεταβλητής στο προηγούμενο χρονικό βήμα. Κάθε ένας από τους υπόλοιπους όρους στις παρενθέσεις έχει ένα όρο συναγωγής και ένα όρο διάχυσης. Στον υπολογισμό των ρών μέσω των επιφανειών του όγκου ελέγχου, γίνεται η προσπάθεια να ικανοποιείται η συντηρητική ιδιότητα, έτσι ώστε το ισοζύγιο

της φυσικής ποσότητας να ισχύει γύρω από κάθε πεπερασμένη περιοχή και όχι σε ένα σημείο μόνο. Όταν η εξαρτημένη μεταβλητή  $\phi$  συμπίπτει με κάποια από τις συνιστώσες της ταχύτητας ( $u, v$ ), οι όροι συναγωγής είναι μη-γραμμικοί. Για τη γραμμικοποίηση των όρων αυτών, η πρώτη ταχύτητα (ταχύτητα συναγωγής) θεωρείται γνωστή, ενώ η δεύτερη (μεταφερόμενη ποσότητα) ως άγνωστη. Για να είναι όμως τότε δυνατή η επίλυση των εξισώσεων, απαιτείται επαναληπτική διαδικασία, [Μαρκάτος 1998, Patankar 1980.

Οι τιμές της πυκνότητας  $\rho$  και του συντελεστή διάχυσης  $\Gamma$  στα μέτωπα των όγκων ελέγχου υπολογίζονται συνήθως με γραμμική παρεμβολή, π.χ.  $\rho_e = 0.5(\rho_E + \rho_P)$  και  $\Gamma_e = 0.5(\Gamma_E + \Gamma_P)$ . Στη γενική περίπτωση ο όρος πηγής μπορεί να είναι συνάρτηση της εξαρτημένης μεταβλητής. Στην περίπτωση αυτή γραμμικοποιείται ώστε να ισχύει:

$$S_{\phi, P} V_P = SU + SP \cdot \phi_P \quad (7.17)$$

Δηλαδή αναλύεται σε ένα κομμάτι μη εμπλεκόμενο με την  $\Phi$  και σε ένα κομμάτι που πολλαπλασιάζει την εξαρτημένη μεταβλητή. Η γραμμικοποίηση του όρου πηγής γίνεται με αρνητική βαθμίδα. Η αρνητική βαθμίδα δεν είναι τόσο αυθαίρετη όσο φαίνεται, εφόσον οι πλείστες των φυσικών διεργασιών παρουσιάζουν σχέση αρνητικής κλίσης μεταξύ της μεταβλητής και του όρου πηγής. Για την περαιτέρω διακριτοποίηση της εξ. (7.13) όσον αφορά την  $\phi$  και τις παραγώγους της, είναι απαραίτητο να χρησιμοποιηθούν τα λεγόμενα αριθμητικά σχήματα διακριτοποίησης.

Με απλή λογική προέκταση των ανωτέρω σχέσεων 7.15 και 7.16 μπορούμε να δώσουμε μια πιο γενική εύχρηστη μορφή για την ανάλυση σε τρεις διαστάσεις. Έτσι παίρνουμε τις επόμενες σχέσεις:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho\Phi]V_p + (g_e - g_w) + (g_n - g_s) + (g_h - g_l) = [S_V] \quad (7.18)$$

$$g_i = \iint_{Ae} \left( \rho\tilde{u}_i\Phi - \Gamma \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right) dA_i \quad (7.19)$$

---

## 7.7.Αριθμητικά σχήματα διακριτοποίησης

---

Για την πλήρη διακριτοποίηση της εξίσωσης μεταφοράς, απαιτείται ο υπολογισμός των τιμών της μεταβλητής  $\phi$  και των παραγώγων της, στα μέτωπα των όγκων ελέγχου  $e, w, n, s$  ως συνάρτηση των τιμών της στα υπολογιστικά σημεία  $E, W, N, S$ . Αυτό γίνεται με τη χρήση των αριθμητικών σχημάτων διακριτοποίησης. Τα κλασσικά σχήματα διακριτοποίησης που χρησιμοποιούνται συνήθως είναι των ανάντη διαφορών, των κεντρικών διαφορών καθώς και το υβριδικό σχήμα. Θα παρουσιαστούν εδώ σε συντομία ενδεικτικά για το μονοδιάστατο πρόβλημα ροής, [Μαρκάτος, 1998].

Στην παρούσα εργασία έχει χρησιμοποιηθεί υβριδικό σχήμα για τους υπολογισμούς επειδή δίνει ρεαλιστικές λύσεις από φυσική άποψη και είναι πολύ σταθερό σε σύγκλιση και εκμεταλλεύεται την δευτέρας τάξης ακρίβεια των κεντρικών διαφορών.

---

### 7.7.1.Η τελική μορφή της διακριτοποιημένης εξίσωσης

---

Η τελική μορφή της διακριτοποιημένης εξίσωσης σε δύο διαστάσεις προκύπτει ως εξής:

$$A_p \phi_p = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + SU = \sum_{\gamma} A_{\gamma} \phi_{\gamma} + SU \quad (7.20)$$

$$A_p = A_E + A_W + A_N + A_S - SP = \sum_{\gamma} A_{\gamma} - SP \quad (7.21)$$

$$A_E = \max [ [0.5C_e], D_e ] - 0.5C_e \quad (7.22)$$

$$A_W = \max [ [0.5C_w], D_w ] + 0.5C_w \quad (7.23)$$

$$A_N = \max [ [0.5C_n], D_n ] - 0.5C_n \quad (7.24)$$

$$A_S = \max [ [0.5C_s], D_s ] + 0.5C_s \quad (7.25)$$

Το  $\gamma$  συμβολίζει τους γειτονικούς κόμβους. Οι εξισώσεις αυτές γραμμένες για κάθε μεταβλητή (τη θέση της  $\Phi$  παίρνει η μεταβλητή που μας ενδιαφέρει όπως συγκέντρωση  $C$  ή θερμοκρασία  $T$ , αν λύνεται) σε όλα τα σημεία του πλέγματος, δημιουργούν ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων που λύνεται με τη χρήση αλγόριθμου επίλυσης γραμμικών συστημάτων, όπως για παράδειγμα η μέθοδος Gauss ή η μέθοδος TDMA που θα παρουσιαστεί παρακάτω ή πιο σύγχρονες και γρήγορες μέθοδοι που δε θα αναφερθούν.

Στην περίπτωση που η μεταβλητή  $\phi$  είναι συνιστώσα της ταχύτητας, υπάρχει η διαφορά ότι υπάρχει ως άγνωστος και η πίεση, η οποία είναι και αυτή μεταβλητή και πρέπει να υπολογιστεί, πράγμα που δημιουργεί την ανάγκη εισαγωγής μιας επαναληπτικής διαδικασίας η οποία θα περιγραφεί στην επόμενη παράγραφο.

Έτσι, για παράδειγμα, για τη συνιστώσα  $u$ , που ορίζεται πάνω στο δυτικό μέτωπο του όγκου ελέγχου του κόμβου  $P$  (Σχ. 7.3), θα έχουμε την

τελική μορφή της διακριτοποιημένης εξίσωσης:

$$A_p u_p = \sum_{\gamma} A_{\gamma} u_{\gamma} + A_w (P_w - P_p) - SU \quad (7.26)$$

όπου  $A_w$  είναι η επιφάνεια του δυτικού μετώπου και  $A_w(P_w - P_p)$  η δύναμη από τη βαθμίδα πίεσης που δρα στον όγκο ελέγχου.

Η αντίστοιχη μορφή της 7.39 για τις τρεις διαστάσεις είναι:

$$\alpha_p \Phi_p = a_E \Phi_E + a_w \Phi_w + a_N \Phi_N + a_s \Phi_s + a_H \Phi_H + a_L \Phi_L \quad (7.27)$$

Με κεντρικό συντελεστή:

$$a_p = a_w + a_E + a_s + a_N + a_L + a_H + \Delta F \quad (7.28)$$

Στους επόμενους πίνακες μπορείτε να δείτε τις τιμές των συντελεστών διάχυσης F και συναγωγής D.

Πλευρά	w	e	s	n	l	h
F	$(\rho u)_w A_w$	$(\rho u)_e A_e$	$(\rho v)_s A_s$	$(\rho v)_n A_n$	$(\rho w)_l A_l$	$(\rho w)_h A_h$
D	$\frac{\Gamma_w}{\delta x_{wp}} A_w$	$\frac{\Gamma_e}{\delta x_{pe}} A_e$	$\frac{\Gamma_s}{\delta y_{sp}} A_s$	$\frac{\Gamma_n}{\delta y_{pn}} A_n$	$\frac{\Gamma_l}{\delta z_{pl}} A_w$	$\frac{\Gamma_h}{\delta z_{ph}} A_h$

$a_W$	$\max \left[ F_w, \left( D_w + \frac{F_w}{2} \right), 0 \right]$
$a_E$	$\max \left[ -F_e, \left( D_e - \frac{F_e}{2} \right), 0 \right]$
$a_S$	$\max \left[ F_s, \left( D_s + \frac{F_s}{2} \right), 0 \right]$
$a_N$	$\max \left[ -F_n, \left( D_n - \frac{F_n}{2} \right), 0 \right]$
$a_L$	$\max \left[ F_l, \left( D_l + \frac{F_l}{2} \right), 0 \right]$
$a_H$	$\max \left[ -F_h, \left( D_h - \frac{F_h}{2} \right), 0 \right]$
$\Delta F$	$F_e - F_w + F_n - F_s + F_h - F_l$

---

## 7.8.0 αλγόριθμος επίλυσης

---

Για την επίλυση μιας ορισμένης  $\Phi$  μεταβλητής θα απαιτηθεί μια εξίσωση όπου η  $\Phi$  να είναι κυρίαρχη μεταβλητή. Για την επίλυση τέτοιων εξισώσεων χρησιμοποιούνται κάποιοι αλγόριθμοι όπου μερικοί από τους πιο γνωστούς είναι οι SIMPLE, SIMPLER, SIMPLEST, SIMPLIC και PISO.

Στην αριθμητική επίλυση της ροής ασυμπίεστου ρευστού και στα προβλήματα μεταφοράς θερμότητας, η προσέγγιση της επίλυσης αυτών των προβλημάτων γίνεται κυρίως με την μέθοδο της διόρθωσης της πίεσης. Ο πρώτος αλγόριθμος ήταν η μέθοδος SIMPLE των Patankar και Spalding (1972). Οι κυριότερες προσεγγίσεις που έγιναν στο ανωτέρω αλγόριθμο ήταν (Ταο, 2001):

Τα πεδία της αρχικής πίεσης και ταχύτητας θεωρούνται ανεξάρτητα μεταξύ των, με αποτέλεσμα να έχει παραμεληθεί η εγγενής διασύνδεση των και να παρουσιάζεται κάποια ασυνέπεια. Οι επιδράσεις των διορθώσεων

πίεσης των γειτονικών πλέγματων έχουν αυθαίρετα εγκαταλειφθεί προκειμένου να απλουστευθεί η διαδικασία επίλυσης.

Οι ανωτέρω υποθέσεις δεν θα επηρεάσουν τις τελικές λύσεις, αν η επαναληπτική διαδικασία συγκλίνει (Ταο, 2001, Patankar, 1980). Ωστόσο, επηρεάζουν τον ρυθμό της σύγκλισης. Όπως περιγράφουν οι Shyy και Mittal (1998), η μεγάλη απλότητα του αλγορίθμου SIMPLE προέρχεται από την αμέλεια των όρων στα ζευγάρια των γειτονικών τιμών ταχύτητας που εισέρχονται στην εξίσωση για τη διόρθωση της ταχύτητας. Ωστόσο, αυτό μπορεί επίσης να προκαλέσει βραδεία σύγκλιση του αλγορίθμου SIMPLE και έχει βρεθεί ότι αυτή η αμέλεια τείνει να υπερεκτιμήσει τη διόρθωση της πίεσης και την υπό χαλάρωση των όρων για τη διόρθωση της πίεσης προκειμένου να σταθεροποιηθεί η επαναληπτική διαδικασία. Ως εκ τούτου, μια σειρά από παραλλαγές του αλγορίθμου SIMPLE προτάθηκαν προκειμένου να ξεπεράσει τα διάφορα προβλήματα (Patankar 1981, Van Doormaal and Raithby, 1984 and 1985, Raithby and Schneider 1988, Issa 1985, Connell and Stow 1986, Chatwani and Turan 1991, Lee and Tzong 1992, Yen and Liu 1993, Sheng et al. 1998, Yu et al. 2001, Gjesdal and Lossius 1997, Wen and Ingham 1993).

Ο αλγόριθμος SIMPLER (Patankar, 1981) χρησιμοποιείται ευρέως στις εφαρμογές CFD. Ακόμα κι αν υπάρχουν περισσότερες από δέκα παραλλαγές του αλγόριθμου, η ανωτέρω δεύτερη προσέγγιση δεν έχει επιλυθεί επιτυχώς μέχρι τώρα. Οι van Doormaal and Raithby (1984) πρότειναν τον αλγόριθμο SIMPLEC, στον οποίο αλλάζοντας τον ορισμό των συντελεστών της εξίσωσης διόρθωσης της ταχύτητας μείωσαν εν μέρει το πρόβλημα. Στον αλγόριθμο SIMPLEX (van Doormaal and Raithby 1985, Raithby and Schneider 1988), λύνοντας μια σειρά από αλγεβρικές εξισώσεις των συντελεστών των εξισώσεων διόρθωσης ταχύτητας, βελτιώθηκε ακόμα περισσότερο το πρόβλημα. Το 1985, η μέθοδος PISO προτείνεται από τον Issa (1985) όπου εφαρμόζουν δύο ή περισσότερες

βαθμίδες διόρθωσης πίεσης. Οι Connell and Stow (1986) πρότειναν δύο παραλλαγές της διαδικασίας διόρθωσης πίεσης. Οι Chatwani and Turan (1991) πρότειναν ένα αλγόριθμο σύζευξης πιέσεως ταχύτητας, για τον προσδιορισμό του παράγοντα υπό-χαλάρωσης στην εξίσωση διόρθωσης πίεσης όπου βασίζεται στην ελαχιστοποίηση της συνολικής μάζας της υπολειμματικής νόρμας. Οι Lee και Tzong (1992) εισήγαγαν ένα τεχνητό όρο πηγής στην πίεση, συνδεδεμένος με την εξίσωση για τη βελτίωση της απόδοσης της σύγκλισης. Οι Yen and Liu (1993) πρότειναν τη ρητή μέθοδο διόρθωσης βήματος όπου για την επιτάχυνση της σύγκλισης η ταχύτητα καλύπτεται από την εξίσωση της ορμής. Οι Sheng et al. (1998) εισήγαγαν μια διόρθωση της θερμοκρασίας στην εξίσωση της διόρθωσης της ταχύτητας. Οι Yu et al. (2001) τροποποίησαν τον αλγόριθμο SIMPLE με τεχνητή αλλαγή του χρόνου υποχαλάρωσης για να ταιριάζει στη μεταβλητή που πρέπει να επιλυθεί. Η αναθεωρημένη μέθοδος ονομάστηκε MSIMPLER.

Μία από αυτές τις βελτιωμένες μορφές είναι ο αλγόριθμος SIMPLER [Patankar 1979, Patankar 1980] όπου προτάθηκε με την προσδοκία να βελτιώσει την σύγκλιση. Η λειτουργία του στηρίζεται στον υπολογισμό του πεδίου των πιέσεων από τα πεδία των συνιστωσών των ταχυτήτων που ικανοποιούν την εξίσωση συνέχειας. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος λύνει μια επιπλέον εξίσωση τύπου Poisson για τα  $p^*$  με ADI. Η εξίσωση αυτή δημιουργείται με την εισαγωγή στην εξίσωση συνέχειας «ψευδοταχυτήτων»  $u', v', w'$  έτσι υπάρχει δημιουργία «ψευδοσφαλμάτων». Η εξίσωση του  $p^*$  είναι ίδια με αυτή του  $p'$ , ενώ οι «ψευδοταχύτητες» προκύπτουν από τις εξισώσεις ορμής χωρίς την κλίση πίεσεως [Μακράτος, 1988]. Επομένως, ο SIMPLER χρειάζεται περισσότερο υπολογιστικό χρόνο από τον SIMPLE αλλά συγκλίνει ευκολότερα.

Τον ίδιο χρόνο ο Spalding πρότεινε μια περαιτέρω βελτίωση του SIMPLE τον SIMPLEST [Spalding, 1980] όπου είναι και ο αλγόριθμος



επίλυσης του προβλήματος που πραγματοποιείται η εργασία. Το 1984 οι Van Doormal and Raithby πρότειναν μια νέα βελτίωση του SIMPLE, τον SIMPLEC. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος βελτιώθηκε ως προς την εξίσωση διόρθωσης της πίεσης με συνέπεια να μην χρειάζεται υποχαλάρωση. Επιπλέον, στις εξισώσεις ορμής μπορούν να χρησιμοποιηθούν σχετικά μεγαλύτεροι συντελεστές υποχαλάρωσης επιτρέποντας, έτσι μια ταχύτερη σύγκλιση της επίλυσης. Τέλος, το 1985 ο Issa πρότεινε τον PISO που είναι μια παραλλαγή του SIMPLE. Ο PISO είναι ένας αλγόριθμος που επιλύει μια εξίσωση πίεσης – ταχύτητας για τον μη επαναληπτικό υπολογισμό των ασταθών συμπιέσιμων ροών. Έχει χρησιμοποιηθεί κυρίως σε μη χρονικά μεταβαλλόμενα προβλήματα.

Όλοι οι παραπάνω αλγορίθμοι και κάποιοι άλλοι που δεν αναφέρονται παραπάνω (για παράδειγμα, SIMPLESSEC, SIMPLESSE της Gjesdal and Lossius (1997), και η μέθοδος των Wen and Ingham (1993) συνήθως ονομάζονται SIMPLE-like. Πρόσφατα, οι Moukalled and Nταρουίς (2000) έκαναν μια συνολική ανακεφαλαίωση των μορφών όλων των αλγορίθμων διόρθωσης πίεσης.

---

## 7.9.Τεχνικές υποχαλάρωσης

---

Η μη γραμμικότητα των εξισώσεων μεταφοράς οδηγεί πολλές φορές σε απόκλιση της επαναληπτικής διαδικασίας, όταν οι αρχικές υποθετικές τιμές των μεταβλητών απέχουν σημαντικά από την τελική λύση. Για να επιτευχθεί σύγκλιση και να ενισχυθεί η ευστάθεια του συνολικού αλγόριθμου, χρησιμοποιούνται τεχνικές υποχαλάρωσης. Σε αυτήν την περίπτωση η σύγκλιση εξασφαλίζεται με την εφαρμογή των συντελεστών υποχαλάρωσης. Υποθέτοντας ότι η λύση της βασικής εξίσωσης:

$$(A_p - S_p)\Phi_p = A_E\Phi_E + A_w\Phi_w + A_N\Phi_N + A_S\Phi_S + S_U \quad (7.29)$$

είναι η  $\Phi_n$  και η τιμή της  $\Phi$  στην αμέσως προηγούμενη επανάληψη ήταν η  $\Phi_{n-1}$ , τότε ως νέα λύση στην τρέχουσα επανάληψη λαμβάνεται μια σχέση που εμπεριέχει τις ανωτέρω τιμές μαζί με έναν συντελεστή υποχαλάρωσης, [Ferziger and Peric, 2001].

Έτσι τα βήματα προς τη σύγκλιση είναι πιο μικρά και ασφαλή, αλλά καθυστερούμε να φτάσουμε στη λύση. Η υποχαλάρωση επιβάλλεται όταν δε συγκλίνουν κάποιες μεταβλητές στον αλγόριθμο επίλυσης. Είναι αξιοσημείωτο ότι υποχαλαρώνοντας κάποια μεταβλητή μπορεί να βοηθηθεί και κάποια άλλη μεταβλητή στη σύγκλιση της. Στο PHOENICS υπάρχουν δύο τέτοιες τεχνικές, η γραμμική υποχαλάρωση και η υποχαλάρωση ψευδούς χρονικού βήματος.

Η υποχαλάρωση ψευδούς χρονικού βήματος χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία για την ταχύτητα, τη συγκέντρωση, την τυρβώδη κινητική ενέργεια και την καταστροφή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας.

---

### 7.9.1. Υποχαλάρωση και Κριτήρια σύγκλισης

---

Μια επαναληπτική μέθοδος θεωρούμε ότι έχει συγκλίνει εφόσον η τιμή που παράγει είναι ίση με την αναλυτική λύση καθώς και το μέγεθος του πλέγματος τείνει στο μηδέν. Στα περισσότερα προβλήματα όμως η αναλυτική λύση είναι πολύ να επιτευχθεί. Έτσι, μια αριθμητική μέθοδος θεωρείται ότι έχει συγκλίνει εφόσον οι τιμές των μεταβλητών του αριθμητικού πεδίου κινούνται μεταξύ κάποιων σταθερών τιμών καθώς η μέθοδος σύγκλισης εξελίσσεται. Αναλυτικότερα οι επαναληπτικές μέθοδοι είναι τέτοιες ώστε με την πάροδο των επαναλήψεων, το σφλαμα που εμφανίζεται να βαίνει διαρκώς μειούμενο και να σταθεροποιείτε γύρω από

μια τιμή. Η σύγκλιση παρατηρείται από τη πορεία του υπολοίπου κάθε μεταβλητής. Για την μεταβλητή  $\Phi$  ενός φυσικού προβλήματος στο κελί P ορίζεται ως:

$$R_P = \frac{|a_P \Phi_P - \sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} - b|}{|a_P \Phi_P|} \quad (7.30)$$

Ενώ το συνολικό υπόλοιπο μιας μεταβλητής σε ολόκληρο το αριθμητικό πεδίο είναι:

$$R^\Phi = \frac{\sum_{\text{σύνολο κελιών}} |a_P \Phi_P - \sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} - b|}{\sum_{\text{σύνολο κελιών}} |a_P \Phi_P|} \quad (7.31)$$

Η συνήθης πρακτική για να θεωρηθεί ότι ένα πρόβλημα έχει συγκλίνει είναι το υπόλοιπο να είναι μικρότερο από  $10^{-3}$  ή  $10^{-4}$ . Αξίζει να τονισθεί ότι τα υπόλοιπα είναι μια ικα;νή αλλά όχι και αναγκαία συνθήκη σύγκλισης. Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ένα πρόβλημα συγκλίνει ακόμα και όταν οι τιμές των υπολοίπων δεν πέφτουν κάτω από το ανωτέρω όριο αλλά παραμένουν σταθερές για μεγάλο αριθμό επαναλήψεων.

Ως λύση που συγκλίνει ορίστηκε αυτή που για όλες τις εξαρτημένες μεταβλητές μεταξύ των επαναλήψεων  $n$  και  $n+1$ , ισχύει το κριτήριο  $\max |\varphi^{n+1} - \varphi^n| \leq 10^{-3}$ . Σε γενικές γραμμές τα κριτήρια σύγκλισης συνοψίζονται στα εξής:

❖ Σταθεροποίηση σε πολύ πυκνά πλέγματα  $\frac{\text{Υπόλοιπα Εξισώσεων}}{RESREF} < 1$

Σταθεροποίηση των τιμών των μεταβλητών επίλυσης σε προεπιλεγμένο σημείο του πεδίου επίλυσης.

❖ “Κλείσιμο” συνολικών ισοζυγίων.

❖ Ρεαλιστική λύση.

Πίνακας 7.1: Σχέσεις υπολογισμού υπολοίπων αναφοράς για το κριτήριο σύγκλισης της επίλυσης

Μεταβλητή	Υπολογισμός Υπολοίπων
P1	$\rho_1 * U_1 * A^2$
U1	$\rho_1 * U_1^2 * A^2$
U2	$\rho_2 * U_2^2 * A^2$
V1	$\rho_1 * V_1^2 * A^2$
V2	$\rho_2 * V_2^2 * A^2$
W1	$\rho_1 * W_1^2 * A^2$
W2	$\rho_2 * W_2^2 * A^2$
R1	$\rho_1 * U_1 * A^2$
R2	$\rho_2 * U_2 * A^2$
KE	$\rho_1 * U_1 * KE * A^2$
EP	$\rho_1 * U_1 * EP * A^2$

Πίνακας 7.2.Χρησιμοποιούμενοι συντελεστές υποχαλάρωσης για την περίπτωση της διφασικής ροής.

Μεταβλητή	Τύπος χαλάρωσης	Συντελεστής Υποχαλάρωσης
P1	LINRLX	0,9
U1	FALSDT	0,9
U2	FALSDT	0,9
V1	FALSDT	0,9
V2	FALSDT	0,9
W1	FALSDT	0,9
W2	FALSDT	0,9
R1	LINRLX	0,9
R2	LINRLX	0,9
KE	LINRLX	0,9
EP	LINRLX	0,9

Για βελτίωση της σύγκλισης του προβλήματος χρησιμοποιήθηκε υποχαλάρωση ψευδούς χρονικού βήματος (False under-relaxation, FALSDT) ή γραμμική υποχαλάρωση (Linear under-relaxation, LINRLX). Οι τιμές κυμαίνονται από 0.001 έως 1.000 ανάλογα με τη μεταβλητή. Οι συντελεστές υποχαλάρωσης που χρησιμοποιήθηκαν παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.2. και αναφέρονται στην κύρια περίπτωση μελέτης κατά τη διάρκεια αυτής της εργασίας.

---

## 7.10.Οριακές συνθήκες

---

**Οριακές συνθήκες στους πεπερασμένους όγκους.** Στα όρια του πεδίου πρέπει να εφαρμοσθούν ειδικές τεχνικές ώστε να εισαχθεί στη διακριτοποιημένη εξίσωση μεταφοράς η πληροφορία που περιέχεται στις οριακές συνθήκες, [Μαρκάτος, 1998]. Στη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων ελέγχου οι οριακές συνθήκες εισάγονται ως ψευδοπηγές. Για να γίνει περισσότερο κατανοητή η φιλοσοφία αυτή, θεωρούμε πάλι τις εξ. (7.24) και (7.25).

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + SU \quad (7.32)$$

$$A_P = A_E + A_W - SP \quad (7.33)$$

Αν θεωρήσουμε για απλούστευση και καλύτερη κατανόηση της διαδικασίας τις πραγματικές πηγές ίσες με 0, προκύπτει:

$$A_E (\phi_P - \phi_E) + A_W (\phi_P - \phi_W) = 0 \quad (7.34)$$

Δηλαδή η ύπαρξη των γειτονικών σημείων του σημείου υπολογισμού P εμφανίζονται στην εξίσωση σαν ένας συντελεστής (συναγωγής και διάχυσης μαζί) επί τη διαφορά των τιμών της μεταβλητής

μεταξύ του σημείου P και του γειτονικού του. Όμοια γίνεται και στο όριο. Πιο συγκεκριμένα, αν δυτικά του P υπάρχει σύνορο (τα όρια του πεδίου θεωρείται ότι συμπίπτουν με τα μέτωπα των όγκων ελέγχου εδώ), ο δεύτερος όρος της εξ. (7.34) δεν υπάρχει και στη θέση του υπάρχει ο ισοδύναμος όρος του ορίου, οπότε η εξίσωση γίνεται:

$$A_E(\phi_P - \phi_E) + A_{op}(\phi_P - \phi_{op}) = 0 \quad (7.35)$$

Ο συντελεστής  $A_{op}$  περιέχει όρους συναγωγής και διάχυσης ανάλογα με το πρόβλημα μας. Ο δεύτερος όρος της εξ. (7.35) μοντελοποιείται σαν όρος πηγής:

$$A_{op}(\phi_P - \phi_{op}) = SU_{op} + SP_{op}\phi_P \quad (7.36)$$

Άρα λοιπόν στο όριο α) μηδενίζεται η κατάλληλη σύνδεση κόμβου, δηλαδή αυτή που συνδέει με το όριο και β) οι οριακές συνθήκες εισάγονται με τη βοήθεια ψευδοπηγής κατ' αναλογία με την εξ. (7.36), με τα  $SU_{op}$  και  $SP_{op}$  να συμμετάσχουν στην εξίσωση αποτελώντας αναπόσπαστο μέρος των όρων πηγής SU και SP αντίστοιχα. Η ακριβής έκφραση των  $SU_{op}$  και  $SP_{op}$  εξαρτάται από το πρόβλημα. Οι πιο συνηθισμένοι τύποι οριακών συνθηκών είναι:

**Τύπος I ή Dirichlet:** σταθερή τιμή της μεταβλητής  $\phi$  στο όριο.

**Τύπος II ή Neumann:** σταθερή τιμή της ροής της μεταβλητής  $\Phi$  στο όριο.

**Οριακές συνθήκες για την εξίσωση ορμής.** Στην εξίσωση της ορμής, στο σύνορο εισόδου της ροής διατηρούνται συνέχεια οι τιμές που δίνονται, στο σύνορο εκροής ορίζονται οι κλίσεις των μεταβλητών κατά την κατεύθυνση της ροής να είναι μηδέν και στα στερεά όρια οι κάθετες ταχύτητες να είναι με μηδέν. Όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενη

παράγραφο, για να μην αναγκαστούμε να έχουμε πολύ πυκνό πλέγμα κοντά στο στερεό όριο που οι μεταβολές είναι πολύ μεγάλες, χρησιμοποιούμε τις λεγόμενες συναρτήσεις τοίχους, οι οποίες αποτελούν κατά κάποιο τρόπο οριακές συνθήκες για τις εξισώσεις της ορμής στα στερεά όρια, [Ferziger and Peric, 2001]. Εισάγοντας τις συναρτήσεις τοίχου σαν οριακές συνθήκες κατά τα προηγούμενα είναι σαν να εισάγουμε ένα όρο πηγής με:

$$SU_{op} = 0 \quad (7.37)$$

$$SP_{op} = -\frac{\rho(C_{\mu}^{0.25}k^{0.5})\kappa(u_p - u_s)}{\ln(Ey^+)}A_n \quad (7.38)$$

Θυμίζεται ότι για να έχει εφαρμογή αυτή η σχέση, πρέπει το  $y^+$  να είναι μεταξύ 20 και 500. Η  $u_v$  είναι η ταχύτητα τοιχώματος και οι σταθερές έχουν δοθεί σε προηγούμενη παράγραφο.

---

## 7.11. Η χρήση του αλγόριθμου TDMA

---

Εφαρμόζοντας την διακριτοποιημένη εξ. (7.24) σε κάθε σημείο P του πλέγματος, προκύπτει τελικά ένα σύνολο από πολλές γραμμικές αλγεβρικές εξισώσεις με αγνώστους όσα σχεδόν τα σημεία του πλέγματος (εξαιρουμένων των οριακών), για κάθε μεταβλητή. Το σύστημα αυτό πρέπει να λυθεί με κάποια μέθοδο επίλυσης γραμμικών συστημάτων, ώστε να μας δώσει τη λύση για κάθε επανάληψη. Λόγω του μεγάλου πλήθους των εξισώσεων και των πολλών επαναλήψεων ώστε να επιτευχθεί σύγκλιση που θα χρειαστεί να γίνει η επίλυση, το βήμα αυτό είναι και το πιο χρονοβόρο στην όλη διαδικασία προσέγγισης της λύσης. Το προς επίλυση

σύστημα είναι της κλασσικής μορφής  $AX=B$ , όπου  $A=a_{ij}$  ο πίνακας των αγνώστων συντελεστών,  $X=x_i$  το διάνυσμα των αγνώστων μεταβλητών,  $B=b_i$  το διάνυσμα των σταθερών όρων και  $i,j$  παίρνουν τιμές από 1 μέχρι  $N$ , όπου  $N$  το πλήθος των αγνώστων (και των εξισώσεων). Υπάρχουν δύο κατηγορίες μεθόδων επίλυσης συστημάτων γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων, οι άμεσες, όπου η λύση επιτυγχάνεται μετά από σταθερό αριθμό συστηματικών βημάτων, και οι επαναληπτικές, που οδηγούν στη λύση ασυμπτωτικά, μέσω κάποιας επαναληπτικής διαδικασίας. Τα κριτήρια αξιολόγησης των χρησιμοποιούμενων μεθόδων είναι η ακρίβεια, η αποτελεσματικότητα, η γενικότητα και η απλότητα, [Μαρκάτος, 1998].

Ο αλγόριθμος Thomas ή αλγόριθμος TDMA (TriDiagonal Matrix Algorithm) είναι ένας ακριβής, σχετικά αποτελεσματικός, απλός, άμεσος αλγόριθμος που εφαρμόζεται μόνο σε τριδιαγώνια συστήματα, δηλαδή σε συστήματα όπου οι μη μηδενικοί όροι είναι μόνο αυτοί της διαγωνίου και των δύο γραμμών πάνω και κάτω από αυτή. Γενικά τα προβλήματα των πεπερασμένων όγκων ελέγχου καταλήγουν πάντα σε πίνακες που έχουν πολλά μηδενικά στοιχεία, με μη μηδενικά μόνο κάποιες γραμμές κοντά στη διαγώνιο, ανάλογα με τις επιλυόμενες διαστάσεις και το σχήμα διακριτοποίησης. Σε μονοδιάστατα προβλήματα και με σχήμα διακριτοποίησης κάποιο από αυτά που περιγράφηκαν προηγούμενα, το πρόβλημα καταλήγει πάντα σε τριδιαγώνιο πίνακα  $A$ . Αυτό μπορεί να γίνει κατανοητό αν εφαρμόσουμε την εξ. (7.24) σε ένα πλέγμα όπου τα κελιά συμβολίζονται με  $i$ , με μεταφορά του όρου πηγής στο σταθερό όρο  $B_i$

$$A_{p,i}\phi_i = A_{E,i}\phi_{i+1} + A_{W,i}\phi_{i-1} + B_i \quad (7.39)$$

Συνολικά υπάρχουν  $N=N_1-2$  τέτοιες εξισώσεις (όπου  $N_1$  ο αριθμός των κόμβων), με αγνώστους τις τιμές της  $\phi$  στα  $N$  εσωτερικά σημεία του





προκύπτει μια νέα έκφραση του  $\Phi_3$  ως προς τον  $\Phi_4$ , η οποία με τη σειρά της αντικαθίσταται στην τρίτη εξίσωση. Είναι φανερό η οικονομία του αλγορίθμου καθώς σε κάθε βήμα απαλείφεται ένας μόνο συντελεστής. Είναι επίσης φανερό ότι η τελική μορφή του άνω-τριγωνικού πίνακα περιέχει δύο μόνο διαγωνίους. Το γεγονός αυτό διευκολύνει ανάλογα και τη διαδικασία της αντικατάστασης προς τα πίσω. Εστω ότι από τη διαδικασία της απαλοιφής προκύπτουν οι σχέσεις:

$$\phi_i = P_i \phi_{i+1} + Q_i \quad (7.41)$$

Η ισοδύναμα

$$\phi_{i-1} = P_{i-1} \phi_i + Q_{i-1} \quad (7.42)$$

Αντικαθιστώντας αυτή τη σχέση στην (7.39) παίρνουμε:

$$\phi_i = \frac{A_{E,i}}{A_{P,i} - A_{W,i} P_{i-1}} \phi_{i+1} + \frac{B_i + A_{W,i} Q_{i-1}}{A_{P,i} - A_{W,i} P_{i-1}} \quad (7.43)$$

Συγκρίνοντας την τελευταία σχέση (7.43) με την (7.41) προκύπτουν οι σχέσεις υπολογισμού των συντελεστών  $P_i$  και  $Q_i$  της διαδικασίας απαλοιφής:

$$P_i = \frac{A_{E,i}}{A_{P,i} - A_{W,i} P_{i-1}}; \quad Q_i = \frac{B_i + A_{W,i} Q_{i-1}}{A_{P,i} - A_{W,i} P_{i-1}} \quad (7.44)$$

Οι παραπάνω σχέσεις είναι αναδρομικές. Για την έναρξη της διαδικασίας χρησιμοποιείται η οριακή συνθήκη  $A_{w,2}=0$  η οποία όταν αντικατασταθεί στην (7.44) δίνει:

$$P_2 = \frac{A_{E,2}}{A_{P,2}}; \quad Q_2 = \frac{B_2}{A_{P,2}} \quad (7.45)$$

Ως εδώ είναι η διαδικασία απαλοιφής που έχει ως αποτέλεσμα ένα άνω τριγωνικό πίνακα που ορίζεται από τις (7.41), (7.44), (7.45).

B) **Διαδικασία αντικατάστασης.** Αντικαθιστώντας την οριακή συνθήκη  $A_{E,N_i-1}=0$  στην (7.33) προκύπτει ότι  $P_{N_i-1}=0$  και η (7.30) γίνεται:

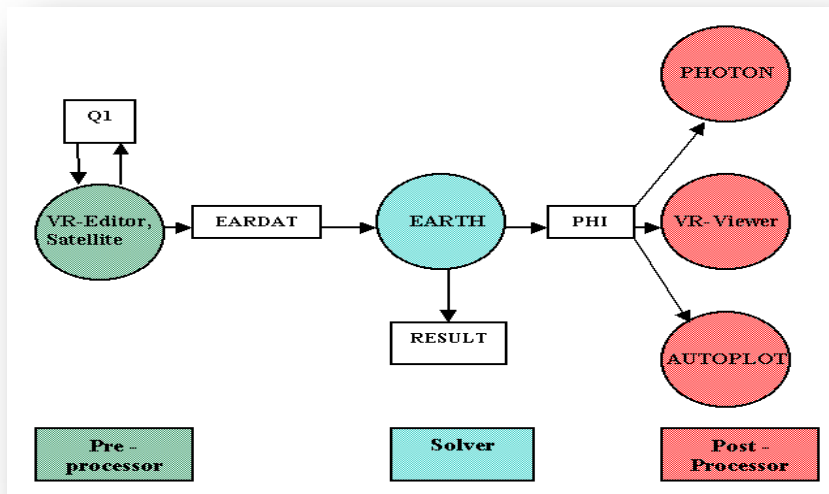
$$\phi_{N_i-1} = Q_{N_i-1} \quad (7.46)$$

Η συνέχιση της διαδικασίας της πίσω αντικατάστασης γίνεται με χρήση της εξ. (7.30). Συνοπτικά ο αλγόριθμος TDMA έχει τα ακόλουθα βήματα:

1. Υπολογισμός των  $P_2, Q_2$  από την εξ. (7.45).
2. Υπολογισμός των  $P_i, Q_i$  για  $i=3, \dots, N_i-2$  από την εξ. (7.84).
3. Υπολογισμός του  $\Phi_{N_i-1}$  από την εξ. (7.46).
4. Υπολογισμός των  $\Phi_i$  από την εξ. (7.41).

Με τον διακριτό υπολογισμό των  $\Phi_i$  σε κάθε σημείο του πλέγματος για κάθε μεταβλητή, ολοκληρώνεται η διαδικασία υπολογισμού της ροής και των μεταβλητών που μας ενδιαφέρουν στο χωρίο υπολογισμού.

## 7.12.Λογισμικό Υπολογιστικής προσομοίωσης PHOENICS

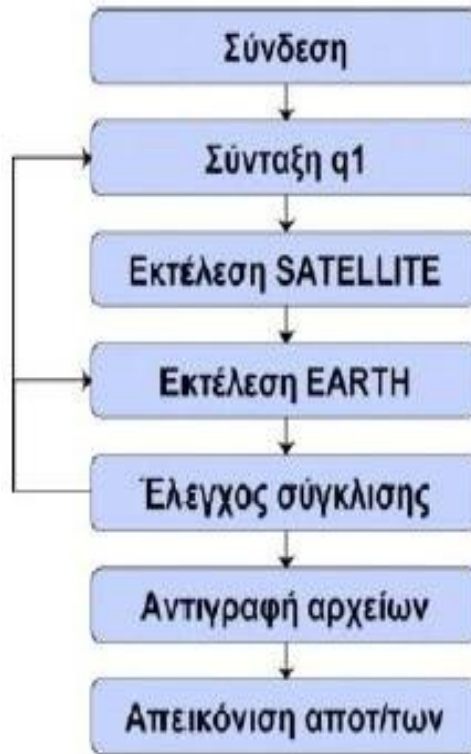


Σχήμα 7.5. Σχηματική αναπαράσταση της λειτουργίας του κώδικα PHOENICS

Για την επίλυση του προβλήματος γίνεται χρήση του λογισμικού PHOENICS [38] – Parabolic Hyperbolic or Elliptic Numerical Integration Code Series. Η βασική δομή του χρησιμοποιούμενου λογισμικού φαίνεται στο Σχήμα 7.5. Η περιγραφή του προβλήματος εισάγεται στο λογισμικό, μέσω ενός αρχείου q1.txt, η συγγραφή του οποίου βασίζεται στη γλώσσα προγραμματισμού Fortran, [Phoenics, 2010].

Ο κώδικας SATELLITE, μετά την επεξεργασία των εισαγόμενων δεδομένων, παράγει το αρχείο δεδομένων EARDAT (pre-processing) το οποίο διαβάζεται από τον κώδικα EARTH. Το πρόγραμμα EARTH (Solving) εκτελεί τους υπολογισμούς και δημιουργεί ένα αρχείο εξόδου (result), το οποίο μπορεί να διαβάσει ο χρήστης. Δημιουργείται, επίσης, ένα αρχείο

αποτελεσμάτων PHI, το οποίο διαβάζεται από τον κώδικα PHOTON, VR Viewer και Autoplot (post-processing) ή τον EARTH όταν ξεκινά μία νέα σειρά υπολογισμών. Στο αρχείο PHI περιλαμβάνονται όλες εκείνες οι πληροφορίες, γεωμετρία και αποτελέσματα των μεταβλητών, για την τελική μελέτη των αποτελεσμάτων. Η ακολουθία των βημάτων που ακολουθείται παρουσιάζεται στο Σχήμα 7.6.



Σχήμα 7.6.: Διαδικασία προσομοίωσης

Για να υπολογιστεί η ροή στην δεξαμενή τετηγμένου υλικού tundish, χρησιμοποιήθηκε ο RANS κώδικας CFD πεπερασμένων όγκων ελέγχου PHOENICS στην έκδοση 2009. Το πρόγραμμα αυτό είναι γραμμένο σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN και χρησιμοποιεί τις εξισώσεις που περιγράφηκαν και τις αριθμητικές μεθόδους που παρουσιάστηκαν. Ο

PHOENICS είναι ένας κλασσικός κώδικας, ο πρώτος ευρείας εξάπλωσης και εφαρμογής κώδικας υπολογιστικής ρευστομηχανικής. Τα αρχικά του σημαίνουν Parabolic Hyperbolic Or Elliptic Numerical Integration Code Series. Για περισσότερα στοιχεία για τον κώδικα, ο χρήστης παραπέμπεται στο ηλεκτρονικής μορφής εγχειρίδιο χρήσης του κώδικα και στον δικτυακό τόπο <http://www.cham.co.uk> της CHAM (Concentration Heat And Momentum) Ltd που είναι η εταιρεία που έχει δημιουργήσει και ασχολείται αποκλειστικά με το πρόγραμμα αυτό.

Όπως όλοι οι κώδικες υπολογιστικής ρευστομηχανικής, μπορεί να χωριστεί σε τρία βασικά κομμάτια:

- α) Τους προκαταρκτικούς υπολογισμούς (pre-processing) όπου ορίζεται το πρόβλημα,
- β) Τον κύριο επιλύτη (solver) που κάνει την διακριτοποίηση και αριθμητική επίλυση του προβλήματος και
- γ) Την επεξεργασία των αποτελεσμάτων (post-processing) ώστε να μπορούν να παρουσιαστούν με κατανοητό τρόπο.

---

### 7.12.1.Ανάλυση της λειτουργίας

---

α) **Προκαταρκτικοί υπολογισμοί.** Κατά την κλασσική χρήση του κώδικα, όλα τα δεδομένα του χρήστη (όπως πλέγμα, ιδιότητες ρευστού, οριακές συνθήκες, φυσικο-χημικοί μηχανισμοί, αριθμητικές επιλογές) δίνονται σε ένα αρχείο ASCII εισόδου που παραδοσιακά έχει το όνομα Q1. Μετά τη σύνταξη αυτού του αρχείου, που είναι ουσιαστικά σχεδόν όλη η δουλειά που έχει να κάνει ο χρήστης, τρέχει το πρόγραμμα satellite (satexe) που το κύριο αποτέλεσμά του είναι η δημιουργία του αρχείου eardat που περιέχει τα δεδομένα του Q1 με τέτοιο τρόπο που να είναι κατανοητός από τον κύριο επιλύτη, το πρόγραμμα earth.

β) **Κύριος επιλύτης.** Αμέσως μετά ο χρήστης τρέχει το earth (earexe) που χρησιμοποιεί τον περισσότερο υπολογιστικό χρόνο επιλύοντας το πρόβλημα. Τα αποτελέσματα γράφονται κυρίως σε δύο αρχεία, το result που είναι αρχείο ASCII και περιέχει γενικά στοιχεία και ενδεικτικά αποτελέσματα και το rhi που είναι το κύριο αρχείο εξόδου, που περιέχει για κάθε κόμβο την τιμή της κάθε μεταβλητής, δηλαδή τη λύση του προβλήματος. Το rhi μπορεί να είναι είτε αρχείο ASCII είτε αρχείο άμεσης προσπέλασης (Direct Access), ανάλογα τι θα επιλέξουμε στο Q1. Το earth δημιουργεί κι άλλο ένα αρχείο, το ratgeo, με γεωμετρικές πληροφορίες.

γ) **Επεξεργασία αποτελεσμάτων.** Το rhi μπορεί να φορτωθεί σε οποιοδήποτε πρόγραμμα γραφικών για περαιτέρω επεξεργασία. Το PHOENICS παρέχει το πρόγραμμα photon (phoexe) γι' αυτή τη δουλειά, το οποίο όμως είναι δύσχρηστο αλλά και περιορισμένων δυνατοτήτων. Γι' αυτό επιλέχθηκε η χρήση του Tecplot, έκδοση 10, ενός από τα καλύτερα προγράμματα για επεξεργασία αποτελεσμάτων υπολογιστικής ρευστομηχανικής. Για να μετατραπούν τα δεδομένα του rhi σε δεδομένα σε μορφή κατάλληλη για είσοδο στο Tecplot, χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα tecexe, που παρέχεται μαζί με το PHOENICS.

Το PHOENICS παρέχει και τη δυνατότητα προσθήκης κώδικα Fortran στον κύριο επιλύτη, μέσω του προγράμματος plant που μπορεί να αλλάξει από το χρήστη. Το πρόγραμμα plant πρέπει μετά να μεταφραστεί από Fortran Compiler και να φτιαχτεί καινούριο earth.

Στις τελευταίες εκδόσεις το PHOENICS παρέχει τη δυνατότητα χρήσης τύπων στο Q1 με την ενεργοποίηση του InForm, που γίνεται άμεσα μόλις μια εντολή του InForm περιληφθεί στο Q1. Έτσι για παράδειγμα μπορούν να δοθούν πιο εύκολα οριακές συνθήκες, ιδιότητες ρευστών, πηγές, στερεά όρια, να δοθούν δεδομένα για τη διακριτοποίηση ή την εκτύπωση των αποτελεσμάτων. Μ' αυτό τον τρόπο δεν είναι συνήθως απαραίτητη η χρήση του plant και της επαναδημιουργίας του earth. Επίσης

μπορούν να δοθούν στοιχεία που πριν δε μπορούσαν ή ν' αποφευχθούν περίπλοκες εντολές στο Q1.

Επίσης στις τελευταίες εκδόσεις του PHOENICS παρέχεται η δυνατότητα χρήσης γραφικού περιβάλλοντος εργασίας (του PHOENICS-VR), όπου μπορεί κανείς να ορίσει το πρόβλημα χωρίς καθόλου εμφανή χρήση του Q1 και να δει τα αποτελέσματα στο ίδιο περιβάλλον. Το GUI (Graphical User Interface) όμως που χρησιμοποιεί είναι στοιχειώδες με βάση τα σημερινά δεδομένα. Επίσης δεν παρέχονται όλες οι δυνατότητες που υπάρχουν στο Q1. Τέλος το PHOENICS-VR χρησιμοποιεί τα «αντικείμενα» (objects) για να δηλώσει τα στερεά σώματα, ξαναγράφοντας το Q1 που του δίνουμε, πράγμα που μπορεί να οδηγήσει σε μη-ισοδύναμο Q1 και διαφορετικά αποτελέσματα. Συνοψίζοντας, η διαδικασία ενός τρέξιματος με τον κώδικα PHOENICS έχει ως εξής:

1. Σύνταξη του αρχείου εισόδου Q1.
2. Τρέξιμο του satexe που δημιουργεί το αρχείο eardat.
3. Τρέξιμο του earexe που δημιουργεί το αρχείο phi.
4. Τρέξιμο του tecexe που δημιουργεί το αρχείο tecplt.dat, αρχείο που φορτώνεται άμεσα από το πρόγραμμα γραφικών Tecplot, με το οποίο γίνεται όλη η επεξεργασία των αποτελεσμάτων.

Το PHOENICS καθώς τρέχει δείχνει γραφικά και αριθμητικά τη σύγκλιση των μεταβλητών και την τιμή τους σε ένα σημείο παρακολούθησης που έχει οριστεί στο Q1.

Γενικά στο PHOENICS υπάρχουν κάποιες εξ' ορισμού (default) τιμές για τα διάφορα δεδομένα που μπορούν να δοθούν στο Q1 και στην περίπτωση που δεν αναφέρεται κάτι άλλο, εννοείται ότι έχουν ακολουθηθεί αυτές.



---

### 7.14.2.Υλικό

---

Τα τρεξίματα έγιναν κυρίως με χρήση ενός PC με Windows 7, με επεξεργαστή στα 2.7GHz, 4GB μνήμη και σκληρό δίσκο 500GB. Ένα τυπικό τρέξιμο με μέτριο πλέγμα 5184 κελιών ήθελε περίπου 30 λεπτά για να ολοκληρωθεί.

---

### 7.12.3.Η δομή ενός αρχείου Q1

---

Το αρχείο Q1 αποτελείται από 24 διαφορετικά προ-εγκατεστημένα Groups. Το κάθε ένα από τα 24 Groups περιέχει προεγκατεστημένες μεταβλητές, παραμέτρους και καλεί συγκεκριμένες ρουτίνες. Εμείς μπορούμε να αλλάξουμε όσες από αυτές επιθυμούμε είτε να προσθέσουμε καινούργιες, [Phoenics, 2010]. Παρακάτω φαίνεται η κεντρική δομή ενός άδειου Q1 αρχείου:

TALK=T;RUN(1,1)

GROUP 1. Run title and other preliminaries

GROUP 2. Transience; time-step specification

GROUP 3. X-direction grid specification

GROUP 4. Y-direction grid specification

GROUP 5. Z-direction grid specification

GROUP 6. Body-fitted coordinates or grid distortion

GROUP 7. Variables stored, solved & named

GROUP 8. Terms (in differential equations) & devices

GROUP 9. Properties of the medium (or media)

GROUP 10. Inter-phase-transfer processes and properties

GROUP 11. Initialization of variable or porosity fields

GROUP 12. Convection and diffusion adjustments

GROUP 13. Boundary conditions and special sources

GROUP 14. Downstream pressure for PARAB=.TRUE.

GROUP 15. Termination of sweeps

GROUP 16. Termination of iterations

GROUP 17. Under-relaxation devices

GROUP 18. Limits on variables or increments to them

GROUP 19. Data communicated by satellite to GROUND

GROUP 20. Preliminary print-out

GROUP 21. Print-out of variables

GROUP 22. Spot-value print-out

GROUP 23. Field print-out and plot control

GROUP 24. Dumps for restarts

STOP

---

## 7.13.Βιβλιογραφία

---

- ✓ **Anderson J.** Computational Fluid Dynamics. The basics with applications. 1995. McGraw-Hill
- ✓ **Biringen Sedat and Chen-Yen Chow.** An introduction to computational fluid mechanics by example. 2011. John Wiley
- ✓ **Chatwani, A.U. and Turan A.** (1991), “Improved pressure-velocity coupling algorithm based on global residual norm”, Numer. Heat Transfer. Part B, Vol. 20, pp. 115-23.
- ✓ **Chuen Yen Chow,** 1979. An introduction to Computational Fluid Mechanics.
- ✓ **Connell, S.D. and Stow, P.** (1986), “The pressure correction methods”, Comput. Fluids, Vol. 14, pp. 1-10.
- ✓ **Ferziger J.H., Peric M.** Computational methods for fluid dynamics, Springer, 3ed, 2001
- ✓ **Fletcher C.A.J.** - Computational Techniques For Fluid Dynamics 2 – Specific Techniques for Different Flow Categories. 2006, Australia
- ✓ **Gjesdal, T. and Lossius, M.E.H.** (1997), “Comparison of pressure correction smoothers for multigrid solution of incompressible flow”, Int. J. Numer. Methods Fluids, Vol. 25, pp. 393-405.
- ✓ **Hauke G.** An introduction to fluid mechanics and transport phenomena. 2008. Springer
- ✓ **Hoffmann Klaus A. And Steve T. Chiang.** Computational Fluid Dynamics – Volume 1. 2000, Engineering Education System.
- ✓ **Issa, R.I.** (1985), “Solution of implicitly discretized fluid flow equation by operator-splitting”, J. Comput. Physics, Vol. 62, pp.

40-65.

- ✓ **Joo S, Han J.W., Guthrie R.I.L.** Inclusion Behavior and Heat-Transfer Phenomena in Steelmaking Tundish Operations. Part II. Mathematical model for liquid steel in tundishes. Metall. Mat. Trans., Vol. 24B, pp. 767-777, 1993.
- ✓ **Kuehn, T.H. and Goldstein, R.J.** (1969), “An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders”, J. Fluid Mechanics, Vol. 74, pp. 695-715.
- ✓ **Lee, S.L. and Tzong, R.Y.** (1992), “Artificial pressure for pressure-linked equation”, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 35, pp. 2705-16.
- ✓ **Liu X.L., W.Q. Tao and Y.L.He.** A simple method for improving the SIMPLER algorithm for numerical simulations of incompressible fluid flow and heat transfer problems. Engineering Computations, 2005, vol. 22, no 8, pp. 921-939
- ✓ **Lopez-Ramirez S., R.D. Morales, J.A. Romero Serrano.** Numerical simulation of the effects of buoyancy forces and flow control devices on fluid flow and heat transfer phenomena of liquid steel in a tundish. *Numerical Heat Transfer, part A*, 2000, 37, pp. 37-69
- ✓ **Markatos, N.C.** (1989), Computational fluid flow capabilities and software, Iron making and Steelmaking, 16 (4), pp. 266 – 273.
- ✓ **Markatos, N.C.** (1993), Mathematical Modelling of Single – and Two – Phase Flow Problems in the Process Industries, Revue de l’Institute Français du Petrole, 48 (6), pp. 631 – 662.
- ✓ **Morales R.D., J de Barreto, S. Iopez-Ramirez, J. Palafox-Ramos and D. Zacharias.** Mathematical simulation of effects of

flow control devices and buoyancy forces on molten steel flow and evolution of output temperatures in tundish. *Ironmaking and Steelmaking*, 2001, vol. 28, No. 1, pp.33-43.

- ✓ **Moukalled, F. and Darwish, M.** (2000), “A unified formulation of the segregated class of algorithm for fluid flow at all speeds”, *Numer. Heat Transfer B*, Vol. 37, pp. 103-39.
- ✓ **Patankar, S.V.** (1980), *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, DC.
- ✓ **Patankar, S.V.** (1981), “A calculation procedure for two-dimensional elliptic situations”, *Numer. Heat Transfer*, Vol. 4, pp. 409-25.
- ✓ **Patankar, S.V. and Spalding, D.B.** (1972), “A calculation procedure for heat mass and momentum transfer in three dimensional parabolic flows”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15, p. 1787.
- ✓ **Petrila Titus and Damian Trif.** *Basics of fluid mechanics and introduction to computational fluid dynamics*. 2005, Springer
- ✓ **PHOENICS (2010)**, *VR Reference Guide: Documentation for Phoenix (TR 326)*, Version 2010, CHAM, London, UK
- ✓ **Raithby, G.D. and Schneider, G.E.** (1988), “Elliptic system: finite difference method II”, in Minkowycz, W.J., Sparrow, E.M., Pletcher, R.H. and Schneider, G.E. (Eds), *Handbook of Numerical Heat Transfer*, Wiley, New York, NY, pp. 241-89.
- ✓ **Roache P.J.**, 1972. *Computational Fluid Mechanics*. McGraw-Hill
- ✓ **Sheng, Y., Shoukri, M., Sheng, G. and Wood, P.** (1998), “A modification to the SIMPLE method for buoyancy-driven flows”, *Numer. Heat Transfer*, Vol. 33, pp. 65-78.
- ✓ **Shyy, W. and Mittal, R.** (1998), “Solution methods for the

incompressible Navier-Stokes equations”, in Johnson, R.W. (Ed.), The Handbook of Fluid Dynamics, CRC Press, Boca Raton, FL, pp. 31.1-31.33.

- ✓ **Spalding, D.B. (1980)**, Numerical computation of multi – phase flow and heat transfer, in: Taylor (Ed.), Recent Advances in Numerical Methods in Fluids, Pineridge Press, pp. 139 – 168.
- ✓ **Spalding D.B.** A general purpose computer program for multi dimensional one and two phase flow. Mathematics and Computers in Simulation XXIII, 1981, pp 276 – 276.
- ✓ **Stavrakakis, G.M., Koukou, M.K., Vrachopoulos, M.Gr & Markatos, N.C. (2008)**, Natural cross – ventilation in buildings: Building – scale experiments, numerical simulation and thermal comfort evaluation, Energy Buildings, 40, pp. 1666 – 1681.
- ✓ **Tannehill C. John, Dale A. Anderson, Richard H. Pletcher.** Computational fluid mechanics and heat transfer. 2011, Taylor and Francis
- ✓ **Tao, W.Q. (2001)**, Numerical Heat Transfer, 2nd ed., Xi’an Jiaotong University, Xi’an, p. 211.
- ✓ **van Doormaal, J.P. and Raithby, G.D. (1984)**, “Enhancement of SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows”, Numer. Heat Transfer, Vol. 7, pp. 147-63.
- ✓ **van Doormaal, J.P. and Raithby, G.D. (1985)**, “An evaluation of the segregated approach for predicting incompressible fluid flow”, Paper 85-HT-9, ASME.
- ✓ **Versteeg, H.K. & Malalasekera, W. (1996)**, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics, The Finite Volume Method*, Longman
- ✓ **Wen, X. and Ingham, D.B. (1993)**, “A new method for

accelerating the rate of convergence of the SIMPLE-like algorithm”, Int. J. Numer Methods Fluids, Vol. 17, pp. 385-400.

- ✓ **Wirz H. J.**. 1975. Progress in Numerical Fluid dynamics.
- ✓ **Yen, R.H. and Liu, C.H.** (1993), “Enhancement of the SIMPLER algorithm by an additional explicit corrector step”, Numer. Heat Transfer B, Vol. 24, pp. 127-41.
- ✓ **Yu, B., Ozoë, H. and Tao W.Q.** (2001), “A modified pressure-correction scheme for the SIMPLER method, MSIMPLER”, Numer. Heat Transfer B, Vol. 39, pp. 439-49.
- ✓ **Μαρκάτος Ν.**, (1998), “Τυρβώδη φαινόμενα μεταφοράς και μαθηματικά πρότυπα προσομοίωσής τους”, ΕΜΠ
- ✓ **Μαρκάτος, Ν. Χ και Ασημακόπουλος, Δ.**, 1995. Υπολογιστική Ρευστοδυναμική. Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα.
- ✓ **Μπεργελές Γεώργιος**, 2006. Υπολογιστική Ρευστομηχανική. Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα.





# Κεφάλαιο 8 – Υπολογιστικό μέρος

Υπολογιστικό μέρος	347
Ανάλυση της ροής	348
Το γενικό μοντέλο επίλυσης	350
Περιγραφή του πεδίου ροής	351
Βήματα επίλυσης	362
Οι οριακές συνθήκες και τα δεδομένα εισόδου	365
Επιλεγείσα γεωμετρία και αιτιολογηση αυτής	367
Ανεξαρτησία πλέγματος	369
Συντελεστές υποχαλάρωσης	373
Η πυκνότητα του μη ισοθερμοκρασιακού ρευστού	377
Ανεξαρτησία πλέγματος μονοφασικής ροής - 1N	381
Ανεξαρτησία πλέγματος μονοφασικής ροής – 1Π	384
Ανεξαρτησία πλέγματος διφασικής ροής – 2Π	388

Ανεξαρτησία πλέγματος μονοφασικής ροής – 1Π2	394
Συνολική εικόνα των μοντέλων επίλυσης	397
Οι μεταβλητές στον Phoenix	399
Ορθότητα των αποτελεσμάτων	404
Προφίλ της ταχύτητας	406
Βιβλιογραφία	407

---

## Κεφάλαιο 8. Υπολογιστικό μέρος

---

Είναι προφανές ότι στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish υπάρχει η μη ισοθερμική κατάσταση. Οι διακυμάνσεις της θερμοκρασίας του μετάλλου μπορεί να έχουν σημαντική επίδραση στη συνολική συμπεριφορά ροής του υγρού. Έτσι, ένα πιο ολοκληρωμένο μαθηματικό μοντέλο είναι απαραίτητο, ένα μοντέλο που επιτρέπει τη σύνδεση της ροής του ρευστού και της μεταφοράς θερμότητας υπό συνθήκες τρισδιάστατης παροδικής κατάστασης με μη ισόθερμες συνθήκες.

Κατά τη διάρκεια της λειτουργίας, όταν βρίσκεται το υλικό μας στο ladle χάνει θερμότητα, όπως επίσης και κατά τη διάρκεια της παραμονής του στη δεξαμενή μετάλλου tundish, συνεχίζει να χάνει ενέργεια, επειδή η θερμότητα μεταφέρεται από τα τείχη του στην ανώτερη επιφάνεια του λουτρού και προς το περιβάλλον. Αυτό σημαίνει ότι κατά τη διάρκεια της χύτευσης, η θερμοκρασία του μετάλλου στο λουτρό συνεχώς μειώνεται. Στην περίπτωση αλλαγής κάποιας φάσης παραγωγής, νέα ποσότητα από θερμότερο μέταλλο τροφοδοτείται στη δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish. Η μη-ισοθερμική φύση της διαδικασίας παράγει δυνάμεις άνωσης στο υγρό μέταλλο, οι οποίες με τον ένα ή τον άλλο τρόπο μπορεί να αλλάξουν ριζικά τη ροή του υγρού. Επίσης, έχουν και άλλες συνέπειες, όπως η ένταση της τύρβης, η φθορά της επένδυσης, ο επιφανειακός κυματισμός, η παραλαβή των αερίων, η ένταση της σκωρίας που παγιδεύτηκε και η επίπλευση των μη μεταλλικών εγκλεισμάτων.

Ωστόσο, σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά της διαδικασίας στη δεξαμενή τύπου tundish, η θερμοκρασία του μετάλλου ποικίλλει λόγω των διακυμάνσεων στο ρεύμα εισόδου. Οι μη ισόθερμες συνθήκες του λιωμένου μετάλλου της συνεχούς χύτευσης στη δεξαμενή tundish παράγουν μια δύναμη, την δύναμη της θερμικής ισχύος. Η θερμική πλειστότητα στη

δεξαμενή συνήθως δεν μπορεί να αγνοηθεί λόγω της μέσης χαμηλής ταχύτητας ροής και της υψηλής θερμοκρασίας υπερθέρμανσης. Η εισαγωγή ζεστού υγρού στη δεξαμενή προωθεί τις δυνάμεις επίπλευσης που θα οδηγήσουν προς τα πάνω υγρό δηλ. προς την ελεύθερη επιφάνεια. Επιπλέον, ένα μέρος του αρχικού υγρού και του εισερχόμενου υγρού θα πρέπει να αναμιγνύεται στο κάτω μέρος του δοχείου. Έτσι, η δύναμη της θερμικής ισχύος αλληλεπιδρά με την αδρανειακή δύναμη, η οποία επηρεάζει τη ροή του τήγματος στην δεξαμενή μετάλλου tundish.

---

## 8.1.Ανάλυση της ροής

---

Πολυάριθμες μελέτες έχουν δημοσιευθεί, αναφερόμενες σε διάφορα μοντέλα προσομοίωσης είτε υπό πλήρη κλίμακα είτε υπό ακριβή κλίμακα νερού στην δεξαμενή τύπου tundish κάτω από ισόθερμες συνθήκες, δηλαδή, με το νερό σε θερμοκρασία δωματίου. Διερευνώντας την μεταφορά της ορμής (από το νερό) και της συγκέντρωσης με την βοήθεια ιχνηθέτη (tracer) μπορούν να προκύψουν πληροφορίες τόσο για την παροχή όσο και για την διανομή του χρόνου παραμονής (Residence time derived - RTD) με στόχο την βελτιστοποίηση του σχεδιασμού στη δεξαμενή μετάλλου tundish. Ωστόσο, εξακολουθούν να υπάρχουν και άλλα σημαντικά φαινόμενα μεταφοράς, όπως η μεταφορά θερμότητας, η οποία δεν μπορεί να προσομοιωθεί με ένα ενιαίο υπόδειγμα κατανομής της θερμοκρασίας. Τα αποτελέσματα της έρευνας για μη ισοθερμικά πεδία δείχνουν σαφώς την ύπαρξη διαφορετικών αποτελεσμάτων ροϊκού μοτίβου σε σύγκριση με την ισόθερμη περίπτωση, [Vayrynen et al., 2007]. Αυτό οφείλεται στις επιπτώσεις της ανάπτυξης της θερμικής ισχύος δύναμης (thermal buoyancy force). Υπήρξαν επίσης σημαντικές προσπάθειες στον τομέα των μαθηματικών μοντέλων των διαδικασιών μεταφοράς στη δεξαμενή

μετάλλου tundish. Οι περισσότερες από αυτές τις εργασίες έχουν θεωρήσει συνθήκες σταθερής κατάστασης και εξαναγκασμένης συναγωγής. Ως εκ τούτου, οι εξισώσεις ορμής και οι εξισώσεις για την διατήρηση της θερμικής ενέργειας λύθηκαν ξεχωριστά. Σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά της διαδικασίας στην δεξαμενή tundish που έχουν δοθεί στο παρελθόν, η θερμοκρασία του μετάλλου διαφέρει για τους ακόλουθους λόγους:

- Μεταβολές στη θερμοκρασία του μετάλλου που φεύγει από την δεξαμενή tundish.
- Οι απώλειες θερμότητας προς την ατμόσφαιρα με αγωγή μέσα από τα τοιχώματα της δεξαμενής tundish, καθώς και από την ακτινοβολία από την επιφάνεια του λουτρού
- Εξωτερική θέρμανση και ψύξη που προκαλείται από τις εργασίες για τη ρύθμιση της θερμοκρασίας και τη σύνθεση στη δεξαμενή τύπου tundish.

Στην πράξη η ροή στην δεξαμενή δεν είναι ποτέ σταθερή, ακόμη και εάν βρίσκεται σε λειτουργία πλήρους κατάστασης (steady state) για μεγάλο χρονικό διάστημα. Όταν στην δεξαμενή tundish πρόκειται να αλλαχθεί το δοχείο (ladle) η ροή γίνεται πραγματικά παροδική (transient state) και, στη συνέχεια, σιγά-σιγά προσεγγίζει την σταθερή κατάσταση (steady state), αλλά δεν είναι ποτέ σταθερή σε μια αληθινή έννοια του όρου. Έτσι, μπορούμε να πούμε ότι η συμπεριφορά της ροής μέσα στη δεξαμενή τύπου tundish είναι μάλλον ασταθής και κανένα από τα μοντέλα τύρβης δεν αναμένεται να προβλέψει τη συμπεριφορά της επακριβώς. Αυτό γίνεται διότι, όλα τα μοντέλα τύρβης προβλέπουν μια μέση κατάσταση των επιδόσεων μέσω της χρήσης της ιξώδους δίνης που έχει χτιστεί σε αυτά και κατά μέσο όρο στις στοχαστικές μεταβολές που προκαλούνται από την αναταραχή στο εσωτερικό του συστήματος, εκτός αν χρησιμοποιείται ένα πλήρες μοντέλο τάσεων κάτι που είναι μια πολύ χρονοβόρα εργασία, λόγω

των έξι επιπλέον μερικών διαφορικών εξισώσεων που πρέπει να λυθούν πέρα των ανωτέρω βασικών σχέσεων.

---

## 8.2. Το γενικό μοντέλο επίλυσης

---

Για να παρουσιάσουν οι διάφοροι ερευνητές ένα γενικό μαθηματικό μοντέλο για τη συνεχή χύτευση στην δεξαμενή τύπου tundish πρέπει να καθορίσουν μια σειρά από παραμέτρους, που δεν είναι απαραίτητο να συνυπάρχουν όλες αυτές σε μία λύση. Ο επόμενος πίνακας παρουσιάζει το συνολικό αριθμό τους:

- Συνοριακές συνθήκες (Boundary conditions)
- Μοντέλο τύρβης (Turbulence model)
- Φυσικές παράμετροι (tundish physical parameters)
- Πλάκα (Slab)
- Συνθήκες εξόδου (Outlet conditions)
- Dam/s
- Σύνθετο πλαίσιο (Advanced Pouring Box)
- Κεκλιμένοι τοίχοι (Inclined walls)
- Ιδιότητες ρευστού χάλυβα (Liquid steel properties)
- Μοντέλο ροής (tundish flow model)
- Αλγόριθμος εκτίμησης (Estimation algorithm)
- Στροβιλισμός (Swirling)
- Θερμικά φαινόμενα (Thermal phenomena)
- Εξωτερική πίεση (Outlet pressure)
- Ογκος πρόσμιξης και νεκρός όγκος (Mixing and dead volume)
- Συντελεστές εκτίμησης (Estimate factors)
- Μοντέλο διασποράς tracer (Tracer dispersion model)

- Μαγνητικά πεδία (Magnetic fields)
- Μέθοδος επίλυσης (Method of solution)
- Ιδιότητες ρευστού (Liquid properties)
- Υλικά κατασκευής δεξαμενής (tundish material)
- Ελεύθερη επιφάνεια (Free surface)
- Αρχικές συνθήκες (Initial conditions)
- Μέγεθος πλέγματος (Grid size)
- Κόμβοι στο τοίχωμα (Near wall nodes)
- Αριθμός ρευστών (Number of liquids)
- Strand/s
- Weir/s
- Συνθήκες εισόδου (Inlet conditions)
- Καπάκι επικάλυψης (tundish cover)

---

### 8.3.Περιγραφή του πεδίου ροής

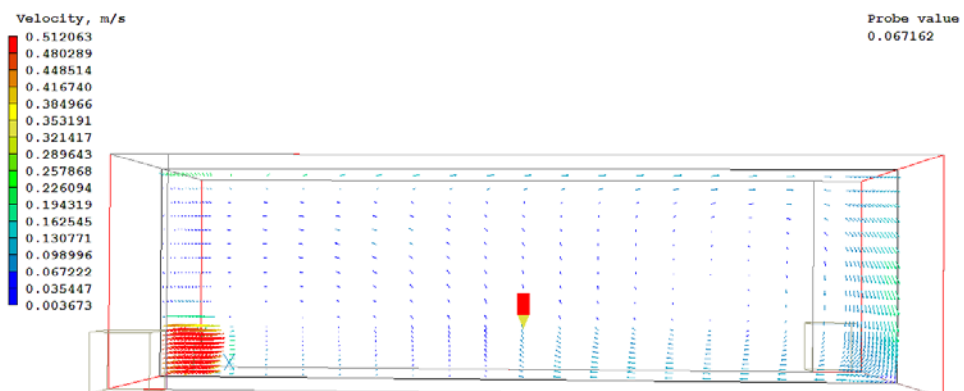
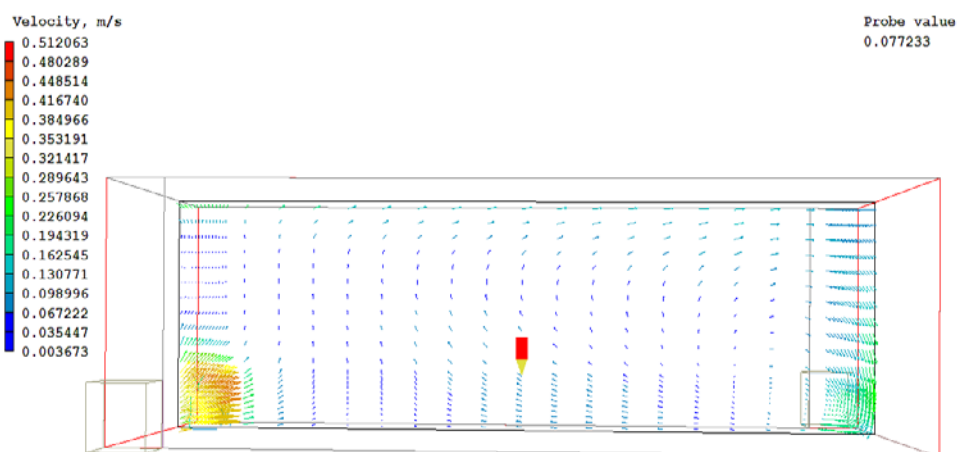
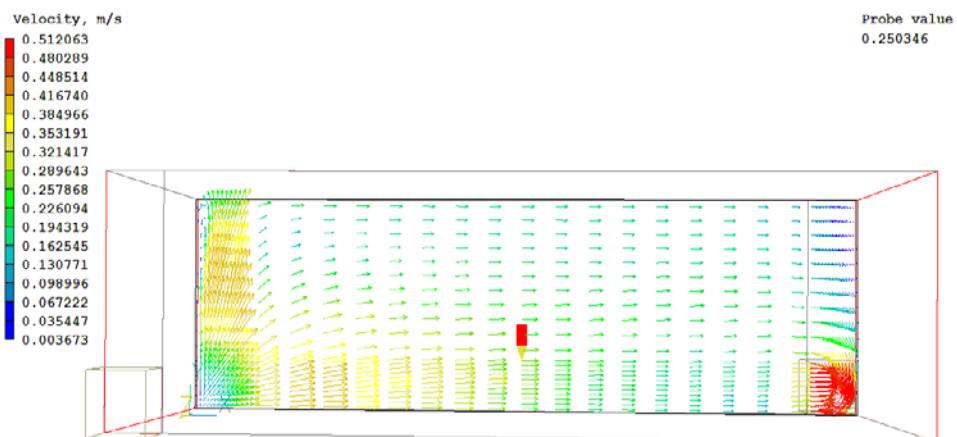
---

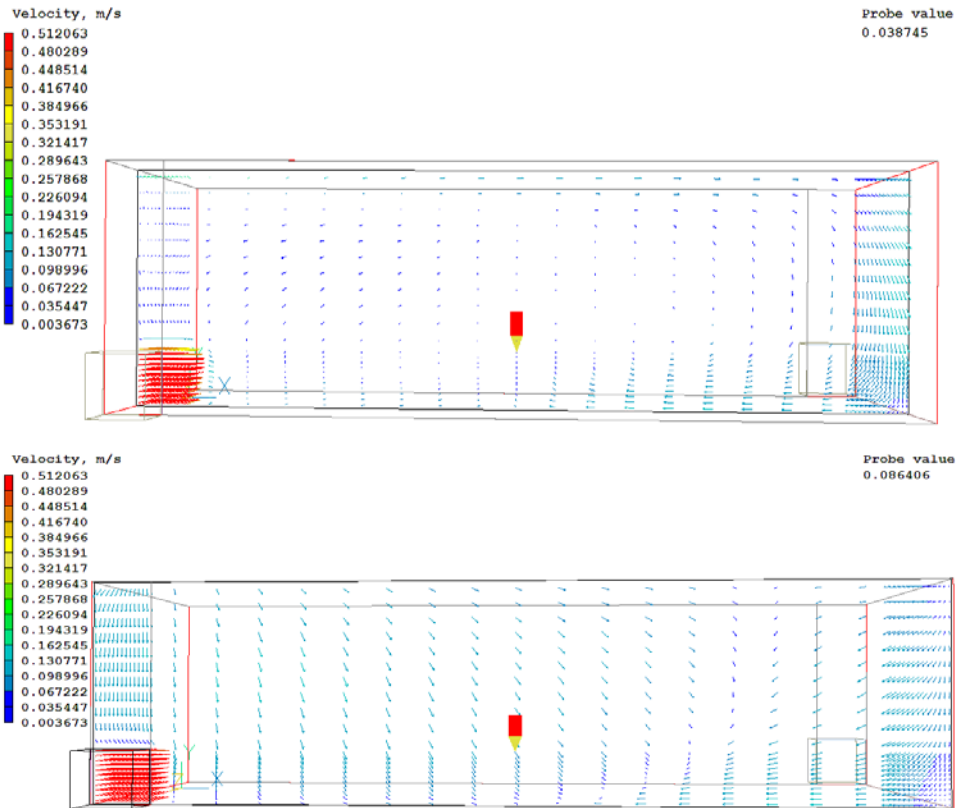
Το προβλεπόμενο πεδίο ροής, το οποίο και περιγράφεται στην διεθνή βιβλιογραφία, παρουσιάζεται στα σχήματα 8.1, 8.2, και 8.3. Το σχήμα 8.1 δείχνει τη ροή σε πέντε διαφορετικά υψόμετρα στα εγκάρσια επίπεδα (XZ επίπεδα). Τα σχήματα μας δείχνουν την ροή σχεδόν στον πάτο και την κορυφή της δεξαμενής τύπου tundish. Επίσης, έχουμε ότι η μια γραφική παράσταση είναι στο κέντρο της δεξαμενής και το άλλο σε απόσταση 0.02691m από τη μέση της, (Εικ. 8.1γ). Επίσης, το Σχήμα 8.2 δείχνει τη ροή σε διαμήκη κατακόρυφα επίπεδα (XY επίπεδα). Στο Σχήμα 8.2γ είναι στη μέση της δεξαμενής τύπου tundish και μας δείχνει την είσοδο του υγρού και την έξοδο στο καλούπι. Αυτό ακολουθείται από τα πεδία της ροής και σε άλλα παράλληλα επίπεδα μέχρι το τοίχωμα. Τέλος, το Σχήμα 8.3 δείχνει τη ροή των εγκάρσιων κατακόρυφων επιπέδων (YZ επίπεδα)

κάθετες προς το μήκος του δοχείου σε διαφορετικές  $x/L$  τοποθεσίες. Το μήκος των βελών είναι ανάλογο με το μέγεθος των διανύσματα της ταχύτητας. Όταν το διάνυσμα της ταχύτητας έχει μέγεθος μεγαλύτερο από εκείνο του διανύσματος της ταχύτητας αναφοράς (εδώ είναι  $U=0,01\text{m/s}$ ), τότε ένας αστερίσκος μας δείχνει το αντίστοιχο αποτέλεσμα. Τα αποτελέσματα μας δεν διαφέρουν από αντίστοιχα στην διεθνή βιβλιογραφία, [Chandrashhekar and Sahai, 1995].

Μπορεί να διαπιστωθεί ότι η ροή σε μια τέτοια δεξαμενή τύπου tundish είναι πραγματικά τρισδιάστατο ως πεδίου ροής σε διάφορα παράλληλα επίπεδα διαφέρει σημαντικά. Με την εκτόξευση του το υγρό βυθίζεται πηγαίνοντας στο κάτω μέρος της δεξαμενής όπου απλώνεται ακτινωτά, όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.1a κοντά στο κάτω μέρος, και στη συνέχεια αρχίζει αύξουσα ροή κοντά στα τείχη. Η ροής στο YZ κοντά στην είσοδο (Σχήμα 8.3a) δείχνει μια ισχυρή ανακυκλοφορία, μια καθοδική ροή στο κέντρο της δεξαμενής tundish, και μια ανοδική ροή κοντά στα τείχη. Το μεγαλύτερο μέρος της ανόδου του υγρού προσπαθεί να φθάσει στην ελεύθερη επιφάνεια, όπου ρέει κατάντη και προς το κέντρο της δεξαμενής μακριά από τους τοίχους και τελικά αρχίζει να κινείται κάτω προς το στόμιο εξόδου (βλέπει σχήματα 8.1ε και 8.2γ). Αυτή η καθοδική ροή του κυρίου ρεύματος εκσφεντονίζει το υγρό στο κατάντη μισό της δεξαμενής tundish, δημιουργώντας μια αντιστροφή της ροής (σχήματα 8.2a και 8.2β). Οι ταχύτητες του υγρού κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια στο κατάντη μισό της δεξαμενής tundish είναι εξαιρετικά χαμηλή.





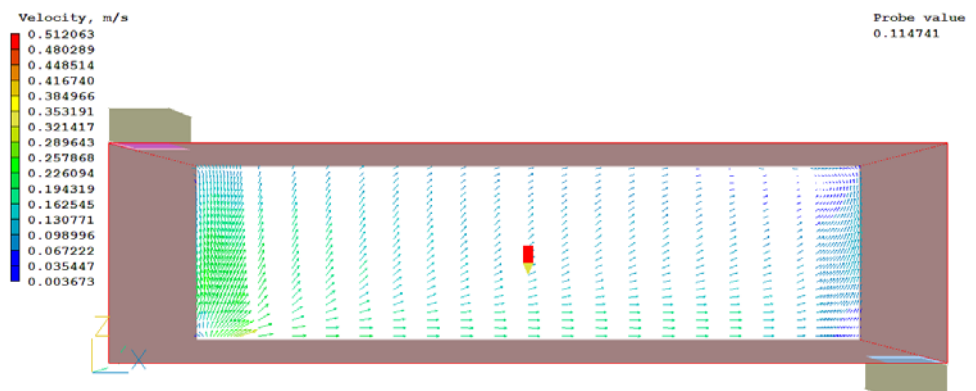


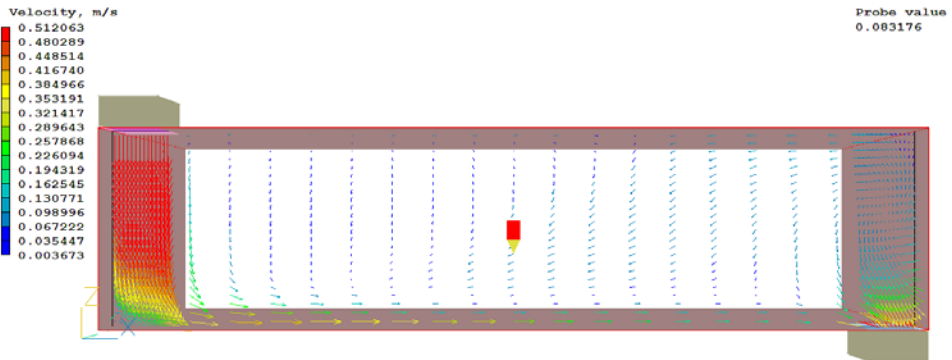
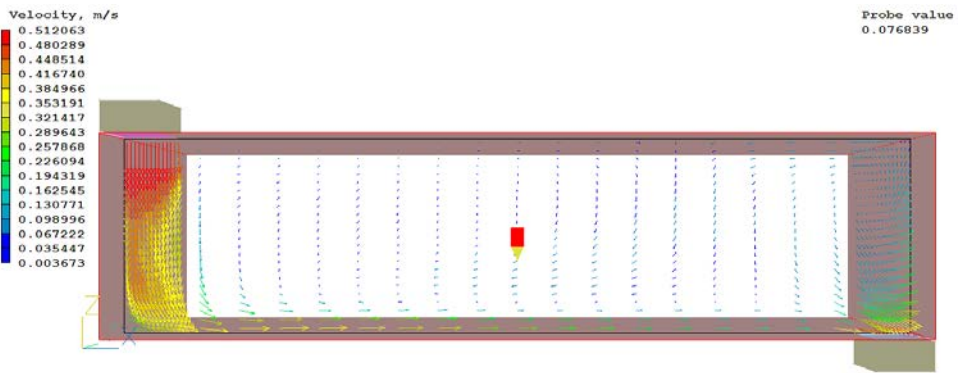
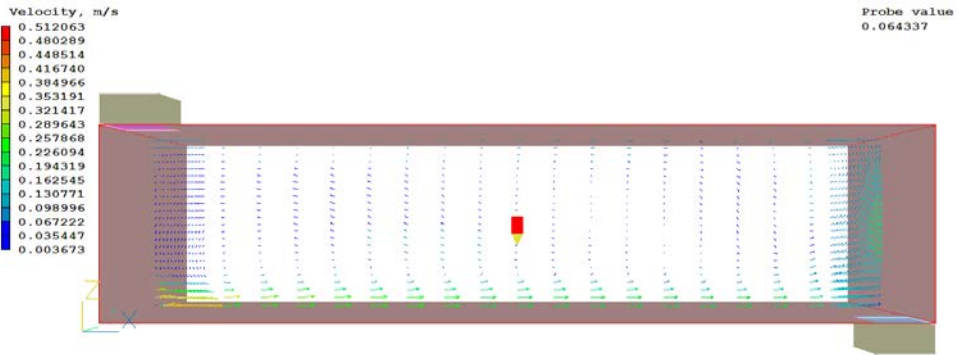
Σχήμα 8.1. Προβλεπόμενη ροή για ένα υγρό, κ-ε, ισοθερμικά, με πραγματικό υγρό μέταλλο, στο δοχείο Στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish. Κατόψεις που αντιστοιχούν σε διάφορα βάθη (επιφάνεια  $z/W=0.0$ , βάση  $z/W=1.0$ ).

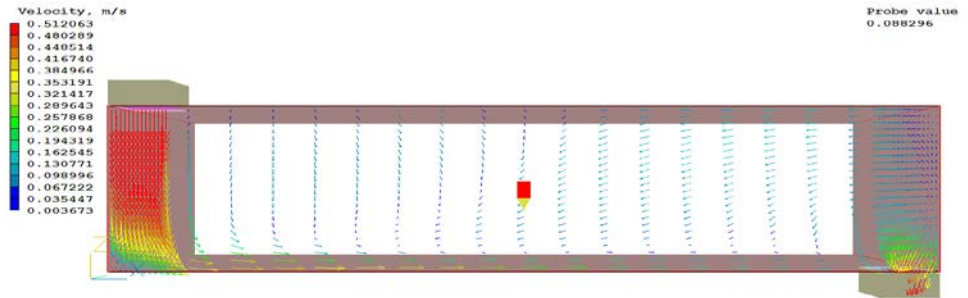
Η ροή κοντά στο κατώτατο σημείο (Σχήμα 8.1a) είναι κατά κύριο λόγο προς την κατεύθυνση του ακροφυσίου εξόδου. Το Σχήμα 8.1a, δείχνει έναν νεροχύτη-όπως συμπεριφορά δίνης κοντά στο στόμιο εξόδου. Η επανακυκλοφορία του υγρού σε κάθε πλευρά του ακροφυσίου είναι εμφανής, όπου το υγρό ρέει μέχρι το τέλος του τοίχου και στη συνέχεια επιστρέφει κάτω από το ακροφύσιο. Αυτό υποδηλώνει ότι τα μη μεταλλικά εγκλείσματα μπορεί να πραγματοποιηθούν μέχρι κοντά στα τείχη γύρω από

το στόμιο, το οποίο θα τους δώσει μια ευκαιρία να επιπλέουν και να παγιδευτούν στην επιφάνεια της σκωρίας. Η εξέταση των σχημάτων 8.1. δείχνει την παράσυρση του υγρού στην εισερχόμενη κάθετη εκτόξευση, η οποία προκαλεί μια αντίστροφη ροή προς την είσοδο στη μέση του δοχείου τύπου tundish και προς την τα εμπρός ροή κοντά στα τείχη, και ως εκ τούτου, με αποτέλεσμα μια ισχυρή δίνη ανακυκλοφορίας. Τα Σχήματα 8.1β έως 8.1δ δείχνουν τη μετατόπιση αυτής της δίνης κατάντη προς την κατεύθυνση, ως μια πορεία κάτω προς τα πάνω, [Lai et al., 1996].

Είναι ενδιαφέρον να σημειωθεί από το Σχήμα 8.2γ ότι η ροή στο κατακόρυφο διάμηκες επίπεδο στο μέσο του δοχείου τύπου tundish είναι κατά κύριο λόγο από την ελεύθερη επιφάνεια προς τα κάτω. Από την άλλη πλευρά, κοντά στον τοίχο (Σχήμα 8.2α) το υγρό ρέει από κάτω προς την ελεύθερη επιφάνεια. Αυτό το πρότυπο της ροής του υγρού είναι επίσης προφανές από σχήματα 8.3α έως 8.3ε, τα οποία δείχνουν μια καθοδική ροή στη μέση και η ροή προς την ελεύθερη επιφάνεια κοντά στα τείχη. Έτσι, μια ισχυρή δίνη ανακυκλοφορίας διαμορφώνεται σε κάθε εγκάρσιο κατακόρυφο επίπεδο. Είναι ενδιαφέρον να σημειωθεί ότι το μάτι της δίνης έχει μετατοπιστεί προς τα κάτω ως μια κατάντη εξελίξεις μέχρι περίπου το ήμισυ του μήκους ( $x/L=0,076839$ , Σχήμα 8.3γ) και στη συνέχεια ανεβαίνει προς την ελεύθερη επιφάνεια (Σχήμα 8.3δ).



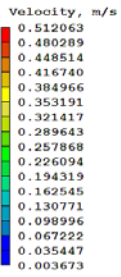




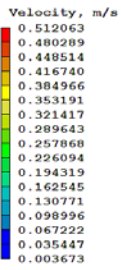
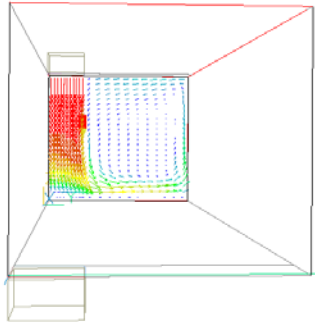
Σχήμα 8.2. Προβλεπόμενη ροή για ένα υγρό, κ-ε, ισοθερμικά, με πραγματικό υγρό μέταλλο, στο δοχείο Στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish. Πλευρικές απόψεις που αντιστοιχούν σε διάφορες αποστάσεις  $y$ . (επίπεδο εισόδου  $y/H=0.0$ , τοίχωμα  $y/H=1.0$ ).

Το Σχήμα 8.4 δείχνει την πειραματικά μετρούμενη κατεύθυνση της ροής του υγρού από την κίνηση των σωματιδίων. Το Σχήμα 8.4α δείχνει την ροή στο διαμήκη άξονα ( $XY$ ) στη μέση της δεξαμενής τύπου tundish και δείχνει την είσοδο υγρού και την έξοδο στο καλούπι. Αυτό μπορεί να συγκριθεί με την προβλεπόμενη τομέα στο σχήμα 8.2γ.

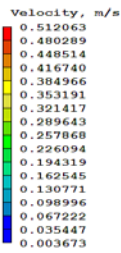
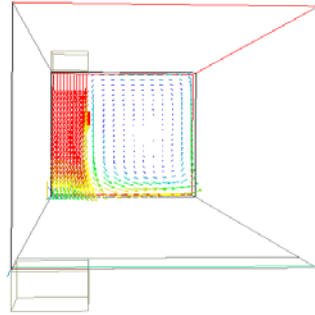
Το Σχήμα 8.4β δείχνει τις κατευθύνσεις ροής σε διάφορες τοποθεσίες στο εγκάρσιο κατακόρυφο επίπεδο ( $YZ$ ) μέσω του εισερχόμενου υγρού. Η προβλεπόμενη ταχύτητα του πεδίου φαίνεται στο Σχήμα 8.3α. Μπορεί να θεωρηθεί ότι οι προβλέψεις του μοντέλου είναι σε πολύ καλή συμφωνία με την παρατηρούμενη ροή.



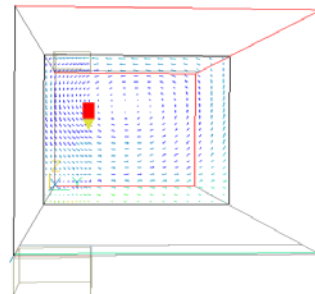
Probe value  
0.343714

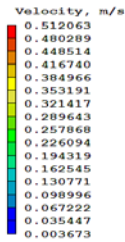


Probe value  
0.324441

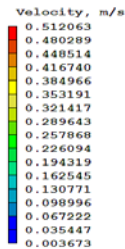
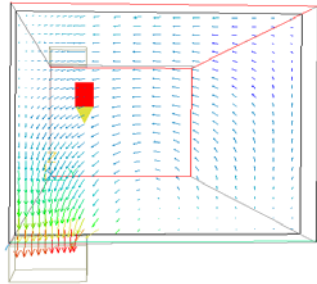


Probe value  
0.059480

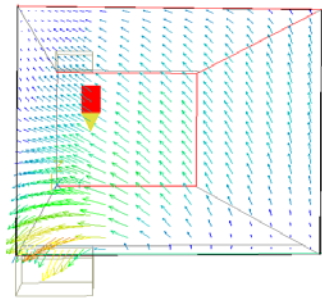




Probe value  
0.086171



Probe value  
0.164854



Σχ. 8.3. Προβλεπόμενη ροή για ένα υγρό, κ-ε, ισοθερμικά, με πραγματικό υγρό μέταλλο, στο δοχείο Στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish. Απόψεις κατά μήκος του δοχείου σε σχέση με την είσοδο του υγρού μετάλλου (είσοδος  $x/L=0.0$ , έξοδος  $x/L=1.0$ ).

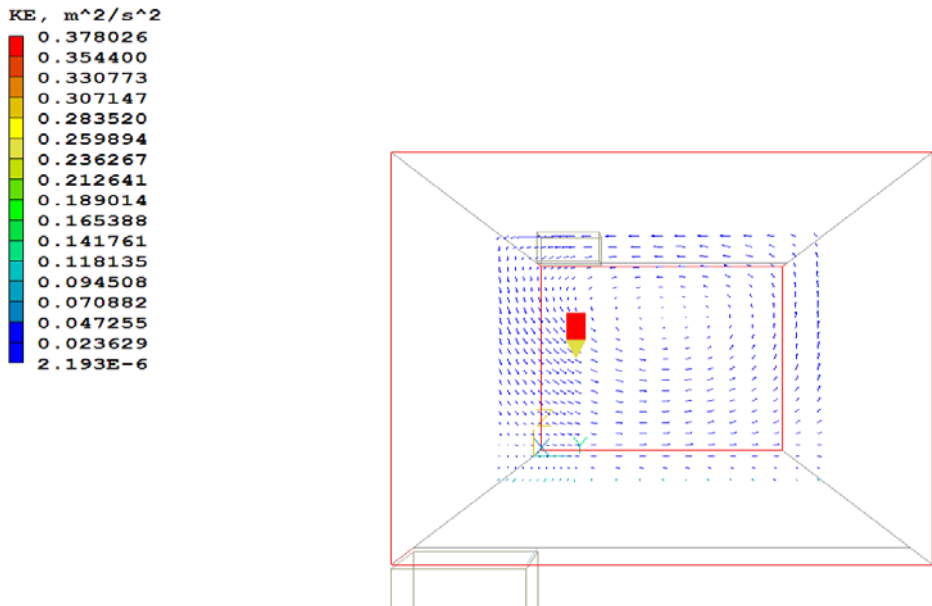
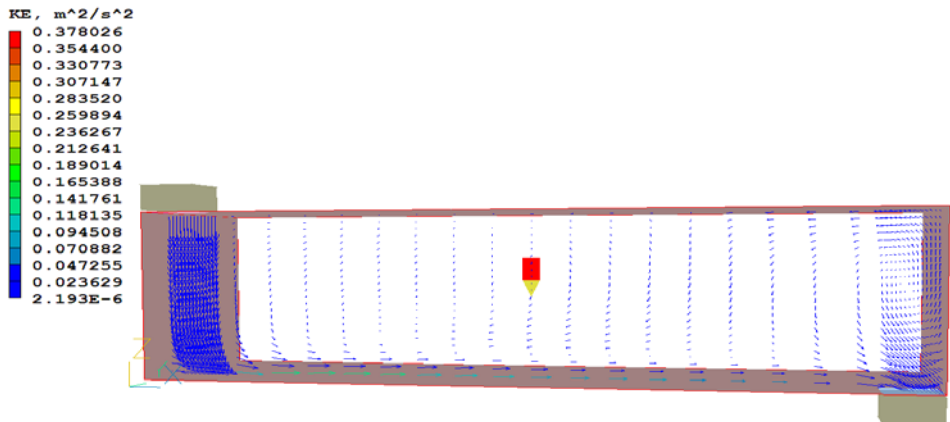
Το Σχήμα 8.5 δείχνει την παραχώδη αξονική κινητική ενέργεια  $K$  σε τρία κατακόρυφα διαμήκη επίπεδα. Στο Σχήμα 8.5α αντιστοιχεί στο επίπεδο στο σχήμα 8.2γ, δηλαδή κοντά στο μέσο κατακόρυφο επίπεδο στο οποίο η δέσμη εισέρχεται στο δοχείο τύπου tundish και το ακροφύσιο εξόδου. Οι υψηλότερες τιμές της κινητικής ενέργειας είναι στην περιοχή της εισόδου του υγρού όπου η υψηλότερη αξία, είναι της τάξης των  $0,01-0,04 \text{ m}^2/\text{sec}^2$

ανά kg. Αυτές οι τιμές κυμαίνονται σε ένα εύρος από  $3 \times 10^{-4}$  για να  $1 \times 10^{-3}$  στην περιοχή ανάμεσα στην είσοδο και το ακροφύσιο εξόδου, και, τέλος, στην κατάντη περιοχή, εκτός από κοντά στο ακροφύσιο εξόδου όπου οι τιμές είναι χαμηλές,  $10^{-4}$ .

Το Σχήμα 8.5β αντιστοιχεί στο  $y/W=0,43$ , που είναι περίπτωση στα μισά του δρόμου μεταξύ του επιπέδου του εισερχομένου νερού και στον τοίχο. Οι υψηλότερες τιμές της κινητικής ενέργειας βρίσκονται κοντά στον πυθμένα. Η υψηλότερη τιμή είναι της τάξης του  $0.004 \text{ m}^2/\text{sec}^2$  στην περιοχή, όπου απλώνεται ακτινωτά κοντά στον πυθμένα. Και πάλι, οι πολύ χαμηλές τιμές (λιγότερο από  $1 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{sec}^2$ ) βρέθηκαν στην κατάντη περιοχή, κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια. Τέλος, το Σχήμα 8.4γ δείχνει τις τιμές του  $K$  σε κατακόρυφο επίπεδο, κοντά στον τοίχο. Η υψηλότερη τιμή είναι της τάξης των  $0,003 \text{ m}^2/\text{sec}^2$ , που βρίσκεται στην ανάντη περιοχή όπου το υγρό ρέει προς την ελεύθερη επιφάνεια. Ως εκ τούτου, η ανάντη περιοχή κοντά στην είσοδο του νερού θα είναι η καλύτερη θέση για να κάνει οποιαδήποτε προσθήκη στη δεξαμενή τύπου tundish όπου η αναταραχή είναι μεγάλη. Η συναγωγή και η διάχυση ανάμειξης σε αυτή την περιοχή θα είναι υψηλότερη σε σύγκριση με τις κατάντη περιοχές με σχετικά χαμηλή αναταραχή.

Όπως μπορούμε να δούμε, η εισερχόμενη ποσότητα στο κάτω μέρος του δοχείου τύπου tundish, απλώνεται ακτινωτά, και στη συνέχεια η ροή αναπτύσσεται κατά μήκος των πλευρικών τοιχωμάτων. Οι αυξανόμενες ποσότητες του υγρού κινούνται προς τη μέση του δοχείου τύπου tundish, κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια. Σε ένα δοχείο τύπου tundish με ορθογώνια διατομή, η κύρια ροή του υγρού παρατηρήθηκε να πηγαίνει κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια προς το στόμιο εξόδου.





Σχήμα 8.4. Η κατανομή της ταχύτητας στον κάθετο τοίχο του δοχείου στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish σε δύο σημεία: α) το κατακόρυφο διάμηκες επίπεδο και β) το εγκάρσιο κατακόρυφο επίπεδο, μέσα από την εισερχόμενη τζετ (στην τομή του μέσου των επιπέδων X-Z και Z-Y).

Έτσι, η κυρίαρχη ροή κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια και κοντά στον πυθμένα είναι προς τα εμπρός. Από την άλλη πλευρά, στην δεξαμενή τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish με κεκλιμένους τοίχους, η κύρια ροή είναι κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια σε όλη τη διαδρομή προς τον τοίχο και τέλος μια αντίστροφη ροή παράγεται κοντά στον πυθμένα. Αυτή η ροή θα προσφέρει περισσότερες ευκαιρίες για εγκλείσματα να επιπλέσουν έξω. Τέλος, η τυρβώδης κινητική ενέργεια είναι σχετικά υψηλή στην περιοχή του εισερχόμενου νερού. Αυτή η περιοχή μπορεί να παρέχει την καλύτερη ευκαιρία για την ανάμειξη. Η μικρή κλίση από τα τείχη θα έχει σημαντική επίδραση στη ροή του υγρού, και ως εκ τούτου να αγνοηθεί εδώ. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται εδώ είναι παρόμοια και για την περίπτωση μιας μεγάλης δεξαμενής τετηγμένου μετάλλου τύπου tundish σύστημα σύμφωνα με το [Lai et al., 1995].

---

## 8.4. Βήματα επίλυσης

---

Λόγω της μη ύπαρξης δικών μας πειραματικών αποτελεσμάτων, παρόλες τις προσπάθειες που έγιναν, θα αναγκαστούμε να ακολουθήσουμε την εξής πορεία στην παρούσα εργασία.

1. Αρχικά θα επιλύσουμε το πρόβλημα της μονοφασικής ροής ενός μη θερμοκρασιακού μοντέλου με νερό σε σταθερή κατάσταση ροής ώστε να επαληθεύσουμε τα αποτελέσματα μας με αυτά της υπάρχουσας βιβλιογραφίας. Θα το ονομάσουμε περίπτωση 1N
2. Λαμβάνοντας τις ανωτέρω τιμές ως αρχικές, θα επιλύσουμε το πρόβλημα της μονοφασικής ροής για ένα μη ισοθερμοκρασιακό μοντέλο με πραγματικό ρευστό τύπου power law σε σταθερή κατάσταση ροής. Θα το ονομάσουμε περίπτωση 1Π.
3. Λαμβάνοντας τώρα ως αρχικές συνθήκες τις τιμές της δεύτερης

περίπτωσης, προσεγγίζουμε το πρόβλημα της διφασικής ροής ενός πραγματικού ρευστού τύπου power law σε μη ισοθερμοκρασικές συνθήκες. Θα το ονομάσουμε περίπτωση 2Π.

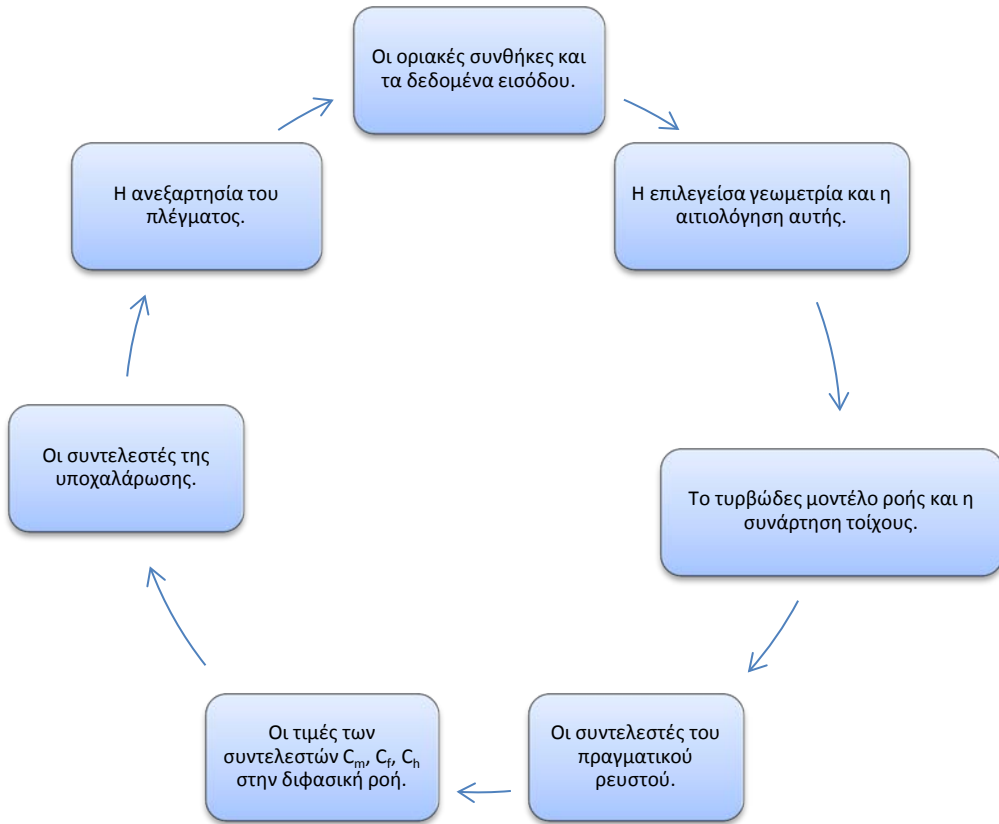
4. Τέλος, με τις προηγούμενες συνθήκες του μοντέλου 1Π, θα μελετήσουμε την περίπτωση που έχουμε ότι το τυρβώδες μοντέλο μας είναι το 2 κλίμακας K-ε μοντέλο (two scale k-ε). Θα το ονομάσουμε περίπτωση 1Π2.

Με στόχο να έχουμε συγκρίσιμα αποτελέσματα μεταξύ των, θα πρέπει να προσδιορίσουμε μια σειρά από κοινές αρχικές μεταβλητές. Ετσι, αναγκαστήκαμε να κάνουμε έναν πολύ μεγάλο αριθμό τρεξιμάτων για διαφορετικές αρχικές τιμές και των τριών περιπτώσεων μέχρι να καταλήξουμε σε κοινές τιμές ανα μεταβλητή. Οι κοινές μεταβλητές που μας ενδιαφέρουν και η σειρά με την οποία προσδιορίστηκαν είναι οι παρακάτω, Σχήμα 8.5:

1. Οι οριακές συνθήκες και τα δεδομένα εισόδου.
2. Η επιλεγείσα γεωμετρία και η αιτιολόγηση αυτής.
3. Το τυρβώδες μοντέλο ροής και η συνάρτηση τοίχους.
4. Οι συντελεστές του πραγματικού ρευστού.
5. Οι τιμές των συντελεστών  $C_m$ ,  $C_f$ ,  $C_h$  στην διφασική ροή.
6. Οι συντελεστές της υποχαλάρωσης.
7. Η ανεξαρτησία του πλέγματος.

Πρωτού όμως παρουσιάσουμε τα ανωτέρω βήματα, θα πρέπει να υπολογίσουμε τον αριθμο Reynolds της ροής μας για να γνωρίζουμε το είδος αυτής στην είσοδο του στο δοχείο. Η ταχύτητα εισόδου του υγρού μετάλλου υπολογίζεται από την σχέση, [Wang and Zhang, 2010].

$$u = \left(\frac{1}{\beta} + \frac{e_f}{6}\right)^{-1/2} (2gh)^{1/2} = \left(\frac{1}{1} + \frac{0.5}{6}\right)^{-1/2} (2 * 9,84 * 0,81)^{1/2} = 3,84 \frac{m}{sec} \quad (8.1)$$



Σχήμα 8.5. Δαδिकासία προσδιορισμού κοινών μεταβλητών των περιπτώσεων 1N,1Π,2Π.

Ο αριθμός Reynolds στην είσοδο  $Re_{in}$  είναι:

$$Re_{in} = \frac{u_{in}}{\nu} d_{in} = \frac{3.84 \frac{m}{sec}}{0.913 \cdot 10^{-6}} 0.025m \rightarrow Re_{in} = 87648 \quad (8.2)$$

Υπολογίζουμε αντίστοιχα και τον αριθμό Reynolds της γενικής ροής όταν έχουμε πλήρη ανάπτυξη της στρωτής και της τυρβώδους ροής, [Metzner and Reed, 1955]:

$$Re_g = \frac{\rho w_b^{2-n} D^n}{K \left(0.75 + \frac{0.25}{n}\right)^n 8^{n-1}} = \frac{8523 * 3.84^{2-1.16} 0.25^{1.16}}{0.059 * \left(0.75 + \frac{0.25}{1.16}\right)^{1.16} * 8^{1.16-1}} = 66890 \quad (8.3)$$

Παρατηρούμε ότι ο αριθμός Reynolds κυμαίνεται από 87648 έως 66890, δηλ. υμαίνεται στην περιοχή  $10^5 < Re < 10^7$ . Μπορούμε να υπολογίσουμε από τις σχέσεις του Prandtl το πάχος του στρωτού και του τυρβώδους οριακού στρώματος καθώς επίσης και το σημείο μετάβασης από την στρωτή στην τυρβώδη ροή θεωρώντας ότι η κρίσιμη τιμή είναι σύμφωνα με τον Prandtl,  $Re_{cr}=5*10^5$ . Οι σχέσεις που μας δίνουν το πάχος των διαφόρων στρωμάτων είναι:

$$\text{Πάχος στρωτού οριακού στρώματος } \delta_l = \frac{4.64x}{\sqrt{Re_x}} \quad (8.4)$$

$$\text{Πάχος τυρβώδους οριακού στρώματος } \delta_t = \frac{0.37x}{Re_x^{1/5}} \quad (8.5)$$

Κρίσιμο μήκος μετάβασης

$$Re_{cr} = \frac{u}{\nu} L_{cr} \rightarrow L_{cr} = \frac{5*10^5}{3.84m/s} 0.913 * 10^{-6} \rightarrow L_{cr} = 11.88mm \quad (8.6)$$

---

#### 8.4.1. Οι οριακές συνθήκες και τα δεδομένα εισόδου

---

Η κατάσταση που θα εξετάσουμε είναι η **σταθερή κατάσταση ροής (steady state)** και η προσομοίωση της έγινε σε δύο φάσεις για την κάθε ανωτέρω περίπτωση (1N, 1Π, 2Π, 2Π2). Στην πρώτη φάση της κάθε περίπτωσης, 1N, τρέξαμε τον κώδικα μας περίπου 270 - 350 sec μέχρι οι μεταβολές στην κινητική ενέργεια και στα μεγέθη που υπολογίζονται να είναι πολύ μικρή έως ασήμαντη. Με αυτό τον τρόπο θεωρούμε ότι έχει επέρθει μόνιμη κατάσταση λειτουργίας στην δεξαμενή μας. Κατόπιν,

λαμβάνουμε τις παραμέτρους λειτουργίας αυτού του πρώτου τρεξίματος και τις χρησιμοποιούμε σαν αρχικές συνθήκες στο δεύτερο τρέξιμο που εκφράζει και την λειτουργία της δεξαμενής σε σταθερή κατάσταση, [Vayrynen et al., 2007] για την συγκεκριμένη περίπτωση μας 1N. Αυτό έγινε και για τρεις ανωτέρω περιπτώσεις, 1N, 1Π, 2Π ΚΑΙ 2Π2.

Με βάση το ανωτέρω σκεπτικό, έχουμε ότι στην έξοδο του πεδίου ροής επιβάλλεται συνθήκη σταθερής πίεσης, ίσης με την εξωτερική. Στα στερεά τοιχώματα του δοχείου μας επιβάλλονται οι συναρτήσεις τοίχους. Στην είσοδο πρέπει να δοθούν οριακές συνθήκες για την ταχύτητα  $W$  (η  $V$  θεωρείται 0 στην είσοδο), την θερμοκρασία εισόδου του ρευστού μας το  $k$  και το  $\varepsilon$ .

Για τα προφίλ των  $k$  και  $\varepsilon$  στην είσοδο δεν υπάρχουν τόσο ακριβείς σχέσεις και μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι σχέσεις (8.7) και (8.8) που έχουν προταθεί από αρκετούς [Sheng and Lage, 1999; Joo and Guthrie, 1993; Morales et al., 2000] Σαν ταχύτητα εισόδου λαμβάνουμε την τιμή της εξίσωσης (8.6):

$$k_{in} = 0,01u_{in}^2 = 0,01 * 3,84^2 = 0,147 \left[ \frac{m^2}{sec^2} \right] \quad (8.7)$$

$$\varepsilon_{in} = \frac{k_{in}^{3/2}}{R_{nozzle}} = \frac{0,147^{3/2}}{0,25} = 0,226 \left[ \frac{m^2}{sec^3} \right] \quad (8.8)$$

Οι σχέσεις (8.7) και (8.8) είναι πολύ προσεγγιστικές, καθώς οι συντελεστές των εξισώσεων εξαρτώνται από διάφορους παράγοντες και στη θέση του 0,01 έχουν προταθεί και συντελεστές που φτάνουν μέχρι το 0,1. Η επίδραση του μεγέθους του συντελεστή αυτού είναι σημαντική, καθώς σε δοκιμαστικά τρεξίματα με 10 φορές μεγαλύτερη τιμή του, η ένταση του αυξήθηκε 23% - 36%. Σε πολλές περιπτώσεις μπορούμε να

προσδιορίσουμε ότι οι μεταβολές που εκφράζονται από τις εξισώσεις (8.7) και (8.8) είναι το 5% της συνολικής κινητικής μεταβολής [Sinha and Sahai, 1993; Sheng and Jonsson, 2000; Liu et al., 2005; Liu et al., 2007; Lai et al., 1986]

---

#### 8.4.2. Επιλεγείσα γεωμετρία και αιτιολόγηση αυτής

---

**Οι φυσικές διαστάσεις** της δεξαμενής μετάλλου τύπου tundish και η γεωμετρία του σχήματος της είναι πολύ σημαντική. Γνωρίζουμε ήδη από τα προαναφερθέντα ότι οι διαστάσεις μήκος  $L$ , ύψους  $H$  και πλάτους  $W$  της δεξαμενής πρέπει μεταξύ των να πληρούν μια σειρά από σχέσεις, οι οποίες έχουν αναφερθεί σε προηγούμενα κεφάλαια αλλά θα ξαναδοθούν εδώ για καλύτερη κατανόηση. Η δεξαμενή μας έχει διαστάσεις μήκους  $L=8,50$  m, ύψους  $H=0.70$  m και πλάτους (βάθος)  $W=1,20$  m. Η θέση της εισόδου και της εξόδου βρίσκονται σε συμμετρική απόσταση ως προς το κέντρο της δεξαμενής. Τα ακροφύσια εισόδου και εξόδου είναι ίδια, τετράγωνα και με μήκος πλευράς 25mm. Έτσι οι αποστάσεις του κέντρου των από τα πλευρικά τοιχώματα είναι οι εξής, Σχήμα 8.6:

$$\text{Από τα E, W:} \quad 0,06 \cdot L = 0,06 \cdot 8,5\text{m} = 0,51 \text{ m}$$

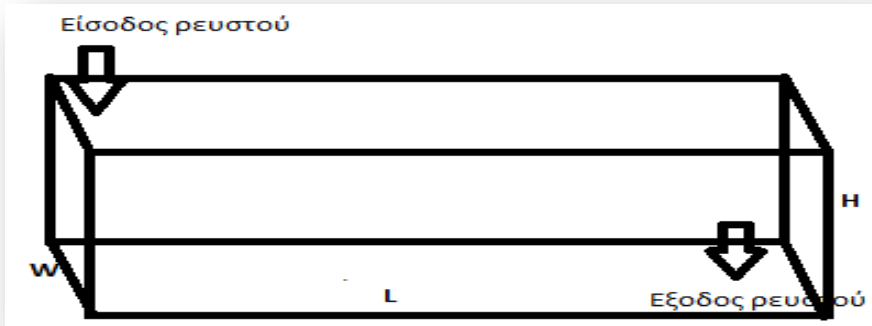
$$\text{Από τα S, N:} \quad 0,5 \cdot W = 0,5 \cdot 1,20 = 0,6 \text{ m}$$

$$\text{Απόσταση εισόδου – εξόδου: } l = 8,5\text{m} - (0,51 \text{ m} - 0,51 \text{ m}) = 7,48 \text{ m}$$

Το σχήμα της δεξαμενής μας είναι ορθογωνικό με κάθετους τοίχους και χωρίς κλίση, [He and Sahai, 1987]. Οι διαστάσεις της δεξαμενής ικανοποιούν τις επόμενες συνθήκες που παρουσιάζονται:

$$\frac{L}{2H} \geq 3,5 \rightarrow \frac{8,5}{2 \cdot 0,70} = 5,67 > 3,5 \quad (8.9)$$

$$1,2 \leq \frac{H}{W} \leq 1,3 \rightarrow \frac{1,20}{0,70} = 1,72 \quad (8.10)$$



Σχήμα 8.6. Η γεωμετρία της περίπτωσης μας

Οι διαστάσεις της δεξαμενής μας θα πρέπει να ικανοποιούν και τις επόμενες σχέσεις, [Sing and Koria, 1993] που είναι επανάληψη των (4.14–4.21), Σχήμα 4.12.

$$r_{\min} = (-0.383 + 8.638a - 44.148a^2 + 67.180a^3) * \beta^{-0.607} \varphi^{3.044} Fr^{-0.082} \quad (8.11)$$

$$\alpha = \frac{W}{L} = \frac{0,70}{8,5} = 0,08 \quad (8.12)$$

$$\beta = \frac{H}{L} = \frac{1,2}{8,5} = 0,14 \quad (8.13)$$

$$\varphi = \frac{l}{L} = \frac{7,48}{8,50} = 0,88 \quad (8.14)$$



Η γεωμετρία που εξετάστηκε φαίνεται στο σχήμα 8.6. Ο συνολικός χώρος του πεδίου ροής είναι  $8,5 \times 0,70 \times 1,20$  μέτρα, στις κατευθύνσεις X,Y,Z αντίστοιχα. Η κατεύθυνση Z είναι η κύρια κατεύθυνση της ροής, όπως γίνεται πάντα με το PHOENICS, εξ' αιτίας του τρόπου επίλυσης, ώστε να έχει μεγαλύτερη ακρίβεια στους υπολογισμούς.

---

#### 8.4.4. Η ανεξαρτησία του πλέγματος

---

Επειδή έχουμε ότι το τυρβώδες μοντέλο ροής μας είναι το LB, το πλέγμα πρέπει να είναι πυκνό κοντά στο τοίχωμα και αραιό στο μέσον της δεξαμενής τύπου tundish. Σαν αρχικό πλέγμα έχουμε λάβει τις τιμές  $25 \times 25 \times 25$  κελιά ανά κατεύθυνση. Αυτό το πλέγμα βελτιώθηκε κρατώντας τη γενική φιλοσοφία χωρισμού του σε περιοχές. Κατά τον άξονα Z η πρώτη περιοχή είναι  $LZ1=0,20m$  για να έχουμε πυκνό πλέγμα κοντά στο στερεό όριο, και η δεύτερη έχει μήκος  $LZ2=0,50m$ . Όμοια κατά τον άξονα Y η πρώτη περιοχή LY1 είναι 0,20 μέτρα ώστε να ορίσουμε πυκνό πλέγμα κοντά στο στερεό όριο, η επόμενη περιοχή φτάνει μέχρι τα 0,80m και ακολουθεί πάλι μια περιοχή 0,20 μέτρων για το επόμενο στερεό όριο μας.

Για την κατασκευή του πλέγματος έγινε προσπάθεια η μετάβαση από τη μια περιοχή στην άλλη να είναι ομαλή και κάθε κελί από το διπλανό του να μην διαφέρει περισσότερο από ένα λόγο 1,2. Επίσης κοντά στα στερεά όρια επιδιώχθηκε να είναι όσο πιο πυκνό γίνεται και η τελική του εικόνα να θυμίζει εικόνα σωστού ανομοιομορφου υπολογιστικού πλέγματος. Μετά από δοκιμές το τελικό πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε ως βασικό ήταν ένα  $18 \times 12 \times 14$  πλέγμα που φαίνεται στο σχ. 8.7. Τα χαρακτηριστικά του περιγράφονται στον παρακάτω πίνακα 8.1. Ο εκθέτης πύκνωσης δείχνει πόσο θα πυκνώνει το πλέγμα. Το + σημαίνει συμμετρική πύκνωση και από τις δύο μεριές.

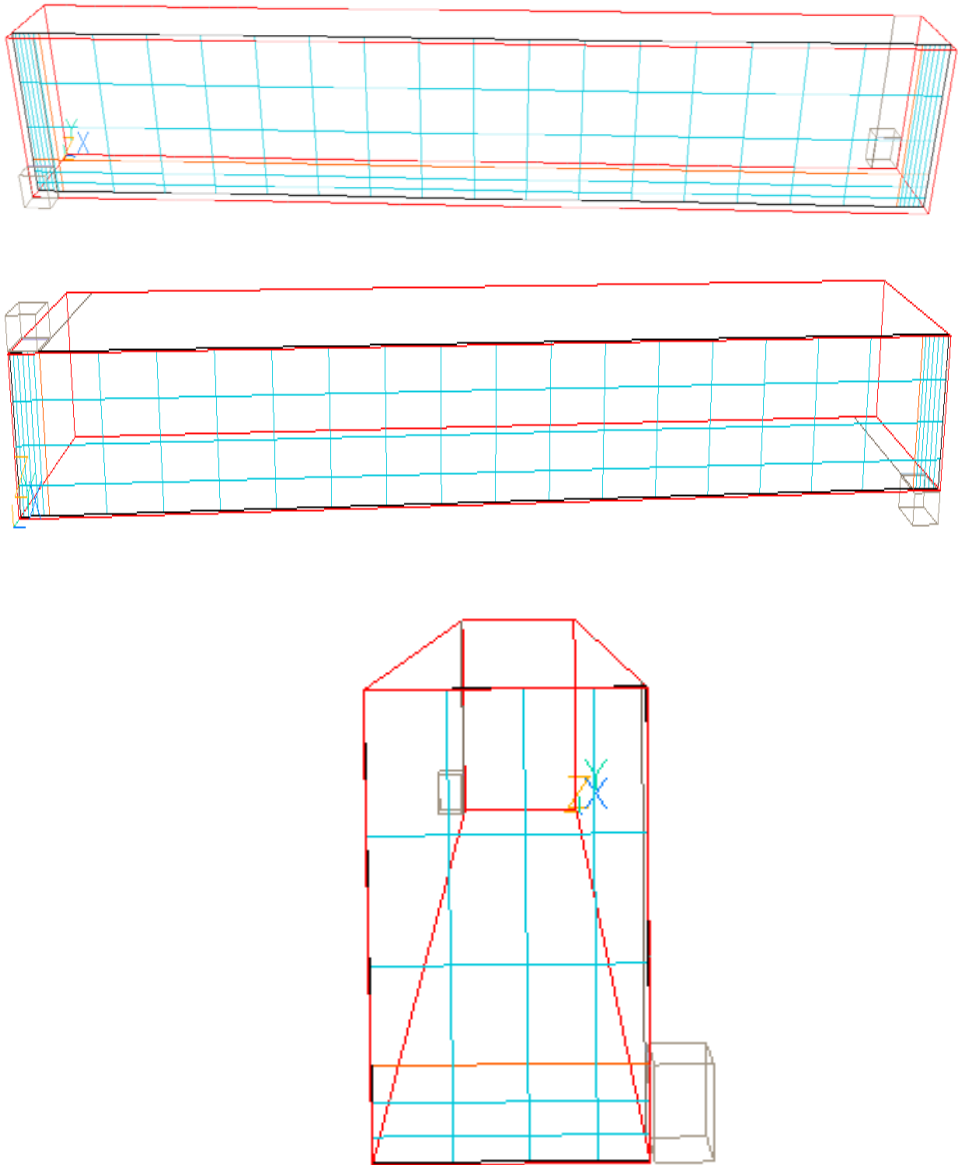
Πίνακας 8.1. Χαρακτηριστικά βασικού πλέγματος

Τμήμα	LY1	LY2	LY3	LX1	LX2	LX3	LZ1	LZ2
Μήκος	0,20	0,80	0,20	1,00	6,50	1,00	0,20	0,50
Αριθμός κελιών	3	6	3	4	10	4	4	6
Εκθέτης πύκνωσης	1,2	1,0	1,2	1,2	1,0	1,2	1,2	1,0

Για να μπορέσουμε να έχουμε όσο το δυνατόν καλύτερα και συγκρίσιμα αποτελέσματα, προσπαθήσαμε όλες οι περιπτώσεις μας να συγκλίνουν σε σχεδόν ίδια πλέγματα και με τους ίδιους συντελεστές υποχαλάρωσης για όλες τις περιπτώσεις μας.

Το βασικό πλέγμα, 18\*12\*14, θεωρήθηκε ότι είναι αρκετά πυκνό ώστε να δίνει σωστά ενδεικτικά αποτελέσματα, ακόμη κι αν δεν είναι πλήρως ανεξάρτητα πλέγματος. Στην αναζήτηση για ανεξαρτησία πλέγματος δοκιμάστηκαν κι άλλα πιο πυκνά πλέγματα, αυξάνοντας βηματικά επί ένα συντελεστή τον αριθμό των κελιών σε κάθε άξονα. Έτσι μεταξύ των πλεγμάτων που δοκιμάστηκαν ήταν και πλέγματα 36\*35\*40, 33\*42\*36, 35\*37\*33, 32\*40\*40, 40\*29\*35, 45\*33\*31, ενώ έγιναν προσπάθειες και για ένα πιο πυκνό πλέγμα 71\*76\*63 κελιών. Στο τελευταίο πλέγμα υπήρξε μάλλον κάποιο πρόβλημα του κώδικα στον τρόπο που γράφεται το αρχείο αποτελεσμάτων PHI και δεν ήταν δυνατόν να έχουμε σωστά γραφικά.

Αρχικά διερευνήθηκε αν είμαστε μέσα στα πλαίσια για να εφαρμοστούν σωστά οι συναρτήσεις τοίχους. Ανάλογα με τον αριθμό κελιών που δοκιμάστηκαν, πάντα πυκνώνοντας όσο ήταν δυνατόν κοντά στον τοίχο, λήφθηκαν τα αποτελέσματα του σχ. 4.10 όπου το  $y^+$  υπολογίζεται από το πρόγραμμα δίνοντας την κατάλληλη εντολή στο αρχείο εισόδου Q1.



Σχήμα 8.7. Το πλέγμα και οι υποπεριοχές του.

Βλέπουμε ότι το  $\gamma^+$  αυξάνει πάρα πολύ απότομα για τα αραιά πλέγματα, ότι σε ένα πλέγμα  $30^*30^*30$  με 27000 κελιά είμαστε στην

ασφαλή περιοχή κάτω από 500 όπου μπορούν να εφαρμοστούν με ακρίβεια οι συναρτήσεις τοίχους και ότι όσο αυξάνει ο αριθμός των κελιών πάνω από 27000, ο ρυθμός μείωσης του  $\gamma^+$  πέφτει πολύ. Έτσι δεν υπάρχει κίνδυνος να έχουμε  $\gamma^+$  λιγότερο από 20, όσο λογικά πυκνό πλέγμα και να βάλουμε. Για τον έλεγχο της λύσης από το πλέγμα ελέγχονται πόσο επηρεάζονται τα προφίλ των υπολογιζόμενων μεταβλητών, σε συγκεκριμένες θέσεις, με την πύκνωση του πλέγματος. Το δοχείο του προβλήματος χωρίστηκε σε υποπεριοχές βάση της τεχνικής που ισχύει για την δημιουργία πλέγματος στο Phoenix. Κατά τον άξονα του  $y$  ορίστηκαν 3 υποπεριοχές ενώ κατά τον  $z$  ορίστηκαν 3 υποπεριοχές. Το πλέγμα ορίστηκε να πυκνώνει ασύμμετρα προς τα τοιχώματα. Για τη μελέτη ανεξαρτησίας του πλέγματος οι υποπεριοχές έχουν περιττό αριθμό κελιών. Επιλέχθηκε το μεσαίο κελί της υποπεριοχής 2 κατά τον  $z$  άξονα. Με τον ορισμό περιττού αριθμού κελιών κατά μήκος και πλάτος του χωρίου μας, εξασφαλίζεται ότι η θέση του μεσαίου κελιού παραμένει πάντα ίδια. Μελετήθηκαν τέσσερα διαφορετικά πλέγματα ΠΛ1, ΠΛ2, ΠΛ3, ΠΛ4 που παρουσιάζονται στην συνέχεια.

Επίσης, διερευνήθηκαν και πλέγματα τα οποία έχουν δημοσιευθεί σε εργασίες στα οποία όμως δεν υπήρχε ταυτόχρονη σύγκλιση των περιπτώσεων μας 1N, 1Π και 2Π, Πίνακας 8.2.

Πίνακας 8.2. Δημοσιευμένα πλέγματα

α/α	Πλέγμα	Δημοσίευση
1	50*15*20	Sheng and Jonsson, 1999
2	25*12*14	Lai et al., 1986
3	30*11*12	Damle and Sahai, 1995
4	177*40*16	Joo and Guthrie, 1993
5	18*40*18	Joo et al., 1993
6	17*40*17	Joo and Guthrie, 1993

Για την εύρεση του ανεξάρτητου πλέγματος συγκρίνονται οι τιμές των μεταβλητών,  $u, v, w$ , κατά μήκος των αξόνων  $y$  και  $z$  για την περίπτωση της μονοφασικής ροής. Στην αντίστοιχη περίπτωση της διφασικής ροής, θα συγκριθούν οι τιμές των μεταβλητών  $u_1, u_2, v_1, v_2, w_1, w_2, r_1$  κατά μήκος των αξόνων  $y$  και  $z$ .

---

#### 8.4.5. Συντελεστές υποχαλάρωσης

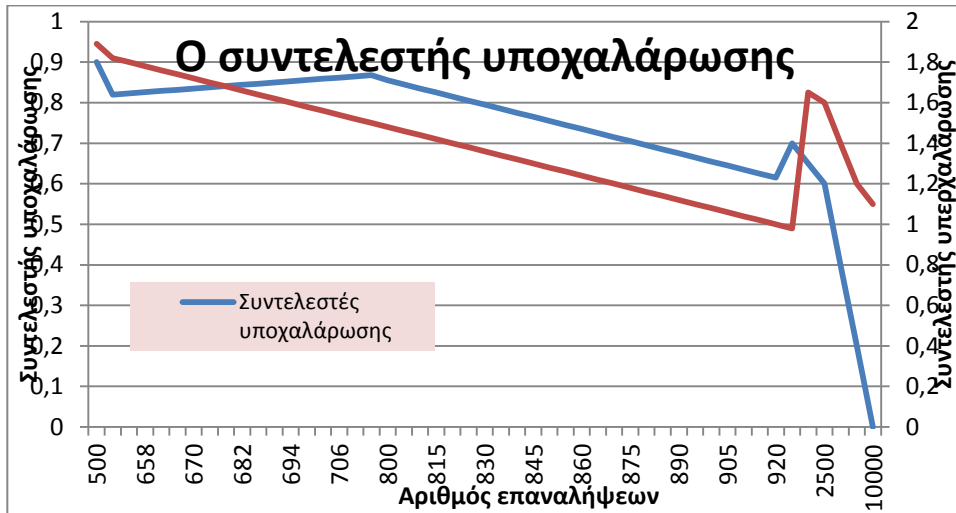
---

Δεδομένου του πλήθους των τρεξιμάτων του κώδικα που επρόκειτο να γίνουν, θεωρήθηκε ότι αξίζει τον κόπο να διερευνηθεί το θέμα των συντελεστών υποχαλάρωσης. Το πρόβλημα της επιλογής των βέλτιστων συντελεστών που θα δώσουν σωστή ακρίβεια στο λιγότερο δυνατό χρόνο είναι άλυτο στη γενικότητά του, καθώς έχουμε τις ανεξάρτητες μεταξύ τους παραμέτρους του πλέγματος, του λόγου των συντελεστών υποχαλάρωσης, των μεταβλητών μεταξύ τους και της τάξης μεγέθους των συντελεστών. Μπορεί να συμβεί και παρατηρήθηκε στις δοκιμές που έγιναν, αύξηση του συντελεστή υποχαλάρωσης μιας μεταβλητής, να βοηθάει άλλη μεταβλητή να συγκλίνει πιο γρήγορα. Αυτό όμως μόνο για συγκεκριμένο πλέγμα και τάξη μεγέθους συντελεστών, αλλιώς δεν παρατηρήθηκε συσχέτιση.

Τα ακόλουθα είναι προσπάθειες που έγιναν για να επιλεγούν τελικά κάποιοι συντελεστές, μετά από μερική διερεύνηση τμημάτων του ζητήματος της βέλτιστης επιλογής συντελεστών. Σε όλες τις περιπτώσεις, για την πίεση έχει επιλεγεί γραμμική υποχαλάρωση και για τις υπόλοιπες μεταβλητές υποχαλάρωση ψευδούς χρονικού βήματος. Επίσης σε όλες τις περιπτώσεις και αυτής της παραγράφου, αλλά και γενικότερα της εργασίας, όλα τα τρεξίματα έχουν γίνει μέχρι να επιτευχθεί ακρίβεια μηχανής, δηλαδή το σφάλμα να μην πέφτει άλλο εξαιτίας των σφαλμάτων στρογγύλευσης του υπολογιστή.

Για τη διερεύνηση αυτή χρησιμοποιήθηκε συγκεκριμένο πλέγμα 3024 (18\*12\*14) κελιών και δοκιμάστηκαν διάφοροι συντελεστές υποχαλάρωσης για τις ταχύτητες και την συγκέντρωση, ενώ οι υπόλοιποι ήταν σταθεροί 0,3. Για κάθε δοκιμή συντελεστή από 0,01 ως 100, σημειώθηκε ο αριθμός των επαναλήψεων ώστε να φτάσουμε σε ακρίβεια μηχανής για όλες τις μεταβλητές, και τα αποτελέσματα φαίνονται στα παρακάτω διαγράμματα.

Από το σχ. 8.9 είναι φανερό ότι για συντελεστή κάτω από 0.6 και πάνω από 1,6 ο αριθμός των απαιτούμενων επαναλήψεων αυξάνει με ταχύτατο ρυθμό. Να σημειωθεί ότι για συντελεστή 10 (υπερχαλάρωση), τα αποτελέσματα αρχίζουν να μην είναι ακριβή, ενώ για 100 αρχίζει να είναι ασαφής η σύγκλιση, το σφάλμα πέφτει πολύ λίγες τάξεις μεγέθους και απ' εκεί και πάνω υπάρχει κίνδυνος να αποκλίνει.



Σχήμα 8.9. Αριθμός επαναλήψεων που απαιτείται ως προς το συντελεστή υποχαλάρωσης

Είναι γνωστό ότι μια καλή εκτίμηση για το συντελεστή υποχαλάρωσης είναι ο χρόνος που κάνει ένα σωματίδιο να περάσει ένα κελί. Αυτό στην περίπτωση μας εκφράζεται προσεγγιστικά με την παράμετρο DTHYD:

$$DTHYD = \frac{L}{0.1W_0N_z} = \frac{8.5}{0.1*3.84*18} = 1.23 \quad (8.6)$$

όπου L είναι το μήκος της δεξαμενής,  $W_0$  η ταχύτητα αδιατάρακτης ροής και  $N_z$  ο αριθμός των κελιών κατά την οριζόντια κατεύθυνση μέσα στη δεξαμενή μας. Θεωρείται ότι μια τάξη μεγέθους των ταχυτήτων μέσα στη δεξαμενή είναι περίπου το 10% της επ' άπειρο ταχύτητας. Η παράμετρος DTHYD έχει χρησιμοποιηθεί και στο τυπικό αρχείο Q1.

Διερευνήθηκε τι επίδραση που έχει η αλλαγή του συντελεστή υποχαλάρωσης της πίεσης στην ταχύτητα και ακρίβεια της σύγκλισης. Χρησιμοποιήθηκε για το σκοπό αυτό το βασικό πλέγμα των 18\*12\*14 κελιών. Κρατώντας σταθερούς τους συντελεστές κοντά στο 1, μεταβλήθηκε ο συντελεστής της πίεσης από 0,5 σε 0,3, 0,01 και 0,001. Από την αλλαγή από 0,5 σε 0,3 υπήρξε μεγάλη βελτίωση της τάξης μεγέθους στο τελικό σφάλμα της πίεσης και της συνιστώσας V της ταχύτητας, χωρίς να αυξηθεί ο χρόνος υπολογισμού.

Είναι σημαντική η διαπίστωση ότι μπορεί μειώνοντας το συντελεστή υποχαλάρωσης να κερδίσουμε σε ακρίβεια με πρακτικά μηδενικό επιπλέον κόστος χρόνου. Περαιτέρω μείωση του συντελεστή υποχαλάρωσης της πίεσης, δηλ από 0.1 σε 0.01 και 0.001, δεν έφερε μεγαλύτερη ακρίβεια στους υπολογισμούς, ούτε όμως και απόκλιση, φανερώνοντας μια πιθανή αναισθησία των αποτελεσμάτων σε χαμηλούς συντελεστές της πίεσης σε σχέση με τους άλλους συντελεστές. Κατόπιν διατηρώντας σταθερό τον συντελεστή της πίεσης στο 0,1 μειώσαμε

τους υπόλοιπους συντελεστές. Η ταυτόχρονη μείωση των συντελεστών της ταχύτητας ( $1N$ ) και της ταχύτητας σε συνδυασμό με τους αντίστοιχους του  $r_1$ ,  $r_2$  (2Π) έδειξαν ανάλογη συμπεριφορά γρήγορης βελτίωσης του χρόνου επίλυσης. Γενικά από πάρα πολλές δοκιμές που έγιναν, βγήκαν τα παρακάτω συμπεράσματα:

1. Δεν είναι εύκολο να διατυπωθούν γενικά συμπεράσματα για τη βέλτιστη επιλογή των συντελεστών υποχαλάρωσης. Εδώ παίζει μεγάλο ρόλο η εμπειρία του χρήστη. Ο άπειρος χρήστης θα κρατήσει τους συντελεστές που του δίνουν αποδεκτά αποτελέσματα έχοντας ρίξει το σφάλμα τουλάχιστον 3 τάξεις μεγέθους, αποδεχόμενος ότι μπορεί να χάνει λίγο σε ακρίβεια ή σε ταχύτητα.

2. Όλα περίπου τα σφάλματα καλό είναι να πέφτουν με τον ίδιο ρυθμό. Αυτό σημαίνει ότι έχουμε μεγάλες πιθανότητες να μη χάνουμε χρόνο και να έχουμε σωστά αποτελέσματα.

3. Η πίεση  $P$  προτείνεται να έχει χαμηλότερο συντελεστή υποχαλάρωσης από τις υπόλοιπες μεταβλητές. Όσο χαμηλός και να είναι, δεν δημιουργεί ποτέ πρόβλημα, ίσα- ίσα που έτυχε σε κάποια περίπτωση να ρίξει και κάποια σφάλματα. Μια ενδεικτική τιμή στο 30% της τιμής του συντελεστή της ταχύτητας φαίνεται να είναι μια καλή πρώτη εκτίμηση.

4. Τα σφάλματα των  $k$ ,  $\varepsilon$  μπορεί να πέσουν και με πτώση των σφαλμάτων της ταχύτητας. Μια καλή εκτίμηση συντελεστή υποχαλάρωσης για τα  $k$ ,  $\varepsilon$  είναι να βάλουμε ίσο ή λίγο χαμηλότερο από της ταχύτητας. Εννοείται ότι αν υπάρχει απόκλιση ή κακή σύγκλιση, μπορούμε να τα κατεβάσουμε (οπότε χάνουμε λίγο σε χρόνο). Ο συντελεστής της πίεσης καλό είναι να είναι μικρότερος αυτού των  $k$  και  $\varepsilon$ , τα οποία μάλλον πρέπει να έχουν ίδια τμή.

5. Μια καλή πρώτη εκτίμηση του συντελεστή υποχαλάρωσης της ταχύτητας είναι ο τυπικός χρόνος που θέλει ένα στοιχείο του ρευστού να διαπεράσει



ένα τυπικό κελί του πεδίου ροής. Οι συνιστώσες της ταχύτητας πρέπει να έχουν τον ίδιο συντελεστή.

6. Στη συγκέντρωση μπορούμε να έχουμε συντελεστή μερικές φορές μεγαλύτερο από αυτόν της ταχύτητας, ώστε να επιταχύνουμε τη σύγκλιση της που καθυστερεί.

7. Όταν πολλαπλασιάζονται οι συντελεστές, αυτό καλό είναι να γίνεται σε όλες τις μεταβλητές ώστε ο λόγος τους να διατηρηθεί.

Οι κανόνες αυτοί είναι εμπειρικοί και έχουν ισχύ για την επίλυση της δεδομένης δεξαμενής τύπου tundish με τον PHOENICS, χωρίς να είναι γνωστό σε τι έκταση θα ισχύουν για άλλες περιπτώσεις.

---

#### 8.4.6. Η πυκνότητα του μη ισοθερμοκρασιακού ρευστού

---

Τα περισσότερα μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί λαμβάνουν ως συμμετέχων ρευστό το νερό σε συγκεκριμένες συνθήκες θερμοκρασίας. Αυτό γίνεται διότι έχει αποδειχτεί ότι το νερό στους συγκεκριμένους βαθμούς συμπεριφέρεται όπως το πραγματικό μας ρευστό.

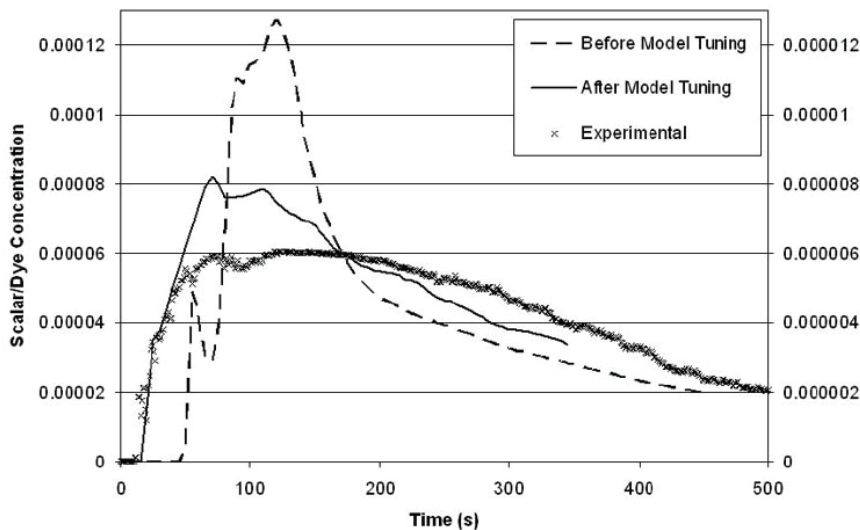
Στην περίπτωση που θα χρησιμοποιήσουμε σαν ρευστό το νερό, Πίνακας 8.3, για να μπορέσουν να ισχύουν τα αποτελέσματα λόγω της ισχυρής επίδρασης των δυνάμεων που εξασκούνται από τη διαφορά θερμοκρασίας, αυτή θα πρέπει να είναι πάνω από 33°C, [Vayrynen et al. 2005 & 2007, Smirnov et al. 2005], Σχήμα 8.8.

Στην περίπτωση της μη ισοθερμοκρασιακής κατάστασης θα το προσεγγίσουμε με την σχέση, [Sheng et al., 1998] που έχει χρησιμοποιηθεί σε αρκετές δημοσιεύσεις:

$$\rho_{\omega} = 1004,6 - 0,3484 * T \quad (8.15)$$

Για τις μη ισόθερμες συνθήκες πολλοί συγγραφείς εξέφρασαν τη σχέση μεταξύ της πυκνότητας και της θερμοκρασίας του υγρού με πολλές διαφορετικές εξισώσεις. Για πραγματικά μέταλλα, η πιο κοινή έκφραση που χρησιμοποιείται, όπου και θα την χρησιμοποιήσουμε σε αυτή τη διατριβή, [Joo et al. 1993, Lopez Ramirez et al. 2000, Morales et al. 2001] είναι:

$$\rho = 8523 - 0,8358 * T \quad (8.16)$$



Σχήμα 8.10. Η μεταβολή της C – καμπύλης, [Vaigynen et al. 2005]

Προκειμένου να ληφθούν υπόψη τα φυσικά φαινόμενα της θερμικής συναγωγής, μια σειρά από τυπικές οριακές συνθήκες επιλέχθηκαν. Αυτές περιλαμβάνουν σταθερή κατάσταση ροής, τις απώλειες θερμότητας και την υγρασία της υπάρχουσας σκουριάς.

Εχοντας βρεί το μοντέλο μας και την εξίσωση του μη ισοθερμοκρασικού μοντέλου, θα προσπαθήσουμε να προσεγγίσουμε τους συντελεστές του πραγματικού μας ρευστού. Τρέχοντας τον κώδικα του

Phoenics για γνωστό  $Re=83640$ , παίρνουμε την μεταβλητή STRS του προγράμματος, όπου  $STRS = \tau_w/\rho$ . Επομένως, μπορούμε να προσεγγίσουμε την τιμή του  $\tau_w = \rho^* STRS$  από τον Phoenics. Γνωρίζοντας τώρα το  $\tau_w$  υπολογίζουμε την κλίση της πίεσης και τον συντελεστή  $f$  από τις σχέσεις:

$$\frac{dP}{dz} = \frac{4\tau_w}{D_h} \quad (8.17)$$

$$f = \frac{2\tau_w}{(\rho w_b^2)} \quad (8.18)$$

$$D_h = \frac{2WH}{W+H} = \frac{2*a*a}{a+a} = a=0,25m \quad (8.19)$$

Ο συντελεστής  $f$  και η κλίση της πίεσης που υπολογίζονται από τις προηγούμενες εξισώσεις (8.17) έως και (8.19) συγκρίνονται με την ημιεμπειρική σχέση των Dodge-Metzner, [Malin, 1999], που δίνεται από την έκφραση:

$$f^{0.5} = 4n^{-0.75} \log\left(Re_g f^{\frac{2-n}{2}}\right) - 0.4n^{-1/2} \quad (8.20)$$

Οι συντελεστές του πραγματικού ρευστού έχουν βρεθεί μετά από πολλές και διαφορετικές δοκιμές αφού σαν αρχικές τιμές πήραμε τις τιμές από την εργασία [Ilegbusi, 1994] και μετά από πολλά τρεξίματα καταλήξαμε στι τελικές τιμές  $n=1.16$  και  $k=0.039$ .

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ	ΡΕΥΣΤΟ	ΝΕΡΟ
Θερμοκρασία $T$ – [C]	1600	20
Molecular viscosity $\mu$ – [Kgr/m s]	0.0064	0,001
Density $\rho$ for isothermal fluid [Kgr/m <sup>3</sup> ]	8523	1000
Density $\rho$ for non- isothermal fluid	$\rho = 8523 - 0,8358T$	$\rho = 1004,6 - 0,384T$
Kinematic viscosity $\nu$ – [m <sup>2</sup> /sec]	$0.913 * 10^{-6}$	$10^{-6}$
Surface tension $\sigma$ – [N/m]	1.6	0.073
Specific heat $c_p$ – [kJ/sec]	750	4178
Thermal conductivity $K$ –	41	43
Inlet kinetic energy – $k_{in}$ - [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	0.147	0,147
Inlet dissipation rate $\epsilon_{in}$ – [m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]	0.226	0,226
Flow behavior index $n$ of power-law - $n$	1.160	
Consistency flow index of power-law	0,039	
Τυρβώδες μοντέλο LB $k - \epsilon$ $C_1$	1,0	1,0
$C_2$	1,92	1,92
$C_3$	1,44	1,44
$C_\mu$	0,5478	0,5478
$C_d$	0,1643	0,1643

$\delta_k$	1,0	1,0
$\delta_\epsilon$	1,314	1,314
Von karman	0,41	0,41
Παράμετρος τραχύτητας E	8,60	8,60
Thermal conductivity $\beta$	$1.27 * 10^{-4}$	$2.95 * 10^{-4}$

Πίνακας 8.3. Ιδιότητες υγρού μετάλλου και νερού για μονοφασική και διφασική ροή

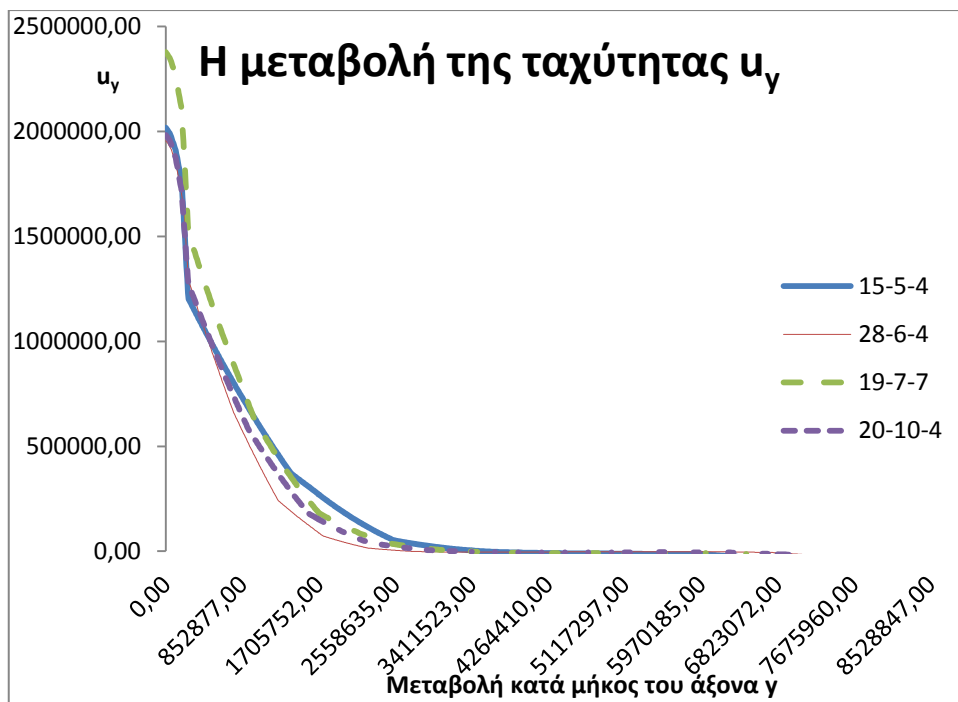
## 8.5. Ανεξαρτησία πλέγματος μονοφασικής ροής 1N

Πίνακας 8.5 Σύγκριση των τιμών της Y συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα y, στο σημείο  $y=0.84$  για την περίπτωση ροής 1N

	15-5-4	28-6-4	19-7-7	20-10-4
U	2012940	1951062	2372050	1978148
Du		61878	420988	393902
Du%		3%	21%	20%

Για την εύρεση του ανεξάρτητου πλέγματος ελέγχεται η απόκλιση της ταχύτητας μεταξύ των διαφορετικών πλεγμάτων και στις τρεις κατευθύνσεις σε συγκεκριμένες θέσεις. Ο πίνακας 8.5 και το σχήμα 8.14 συγκρίνουν τις τιμές της Y-συνιστώσας στη θέση  $y=0.84$ . Για την εύρεση του ανεξάρτητου πλέγματος ελέγχεται η απόκλιση της Y-συνιστώσας μεταξύ των διαφορετικών πλεγμάτων. Ο πίνακας 8.6 και το Σχήμα 8.15 συγκρίνουν τις τιμές της Z συνιστώσας της ταχύτητας στη θέση  $z=0.764$ . Τέλος, ο πίνακας 8.7 και το Σχήμα 8.16 συγκρίνουν την μεταβολή της ταχύτητας στην θέση  $x = 0,821$ . Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι για

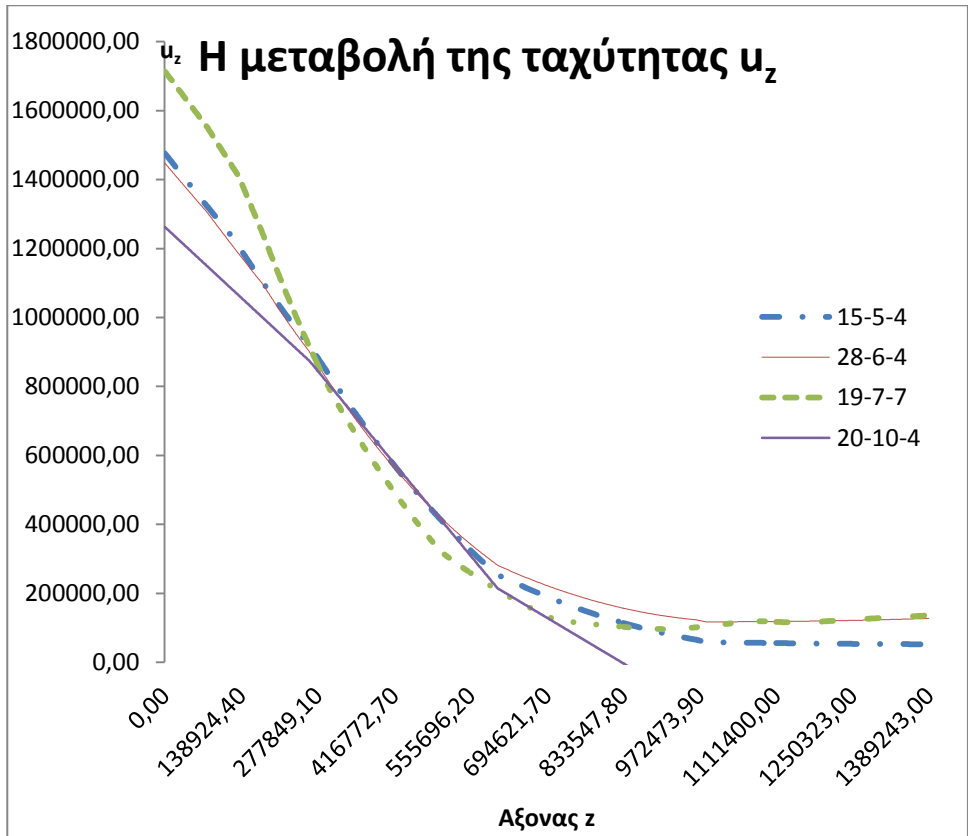
την ταχύτητα μπορούμε να επιλέξουμε ως ανεξάρτητο πλέγμα το ΠΛ1=15-5-4 διότι το σχετικό σφάλμα είναι μικρότερο του 10%.



Σχήμα 8.14. Σύγκριση της Y συνιστώσας κατά μήκος του άξονα Y στο σημείο  $y=0.84$  για την περίπτωση ροής 1N.

Πίνακας 8.6 Σύγκριση των τιμών της Z συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα z στο σημείο  $z= 0.764$  για την περίπτωση ροής 1N

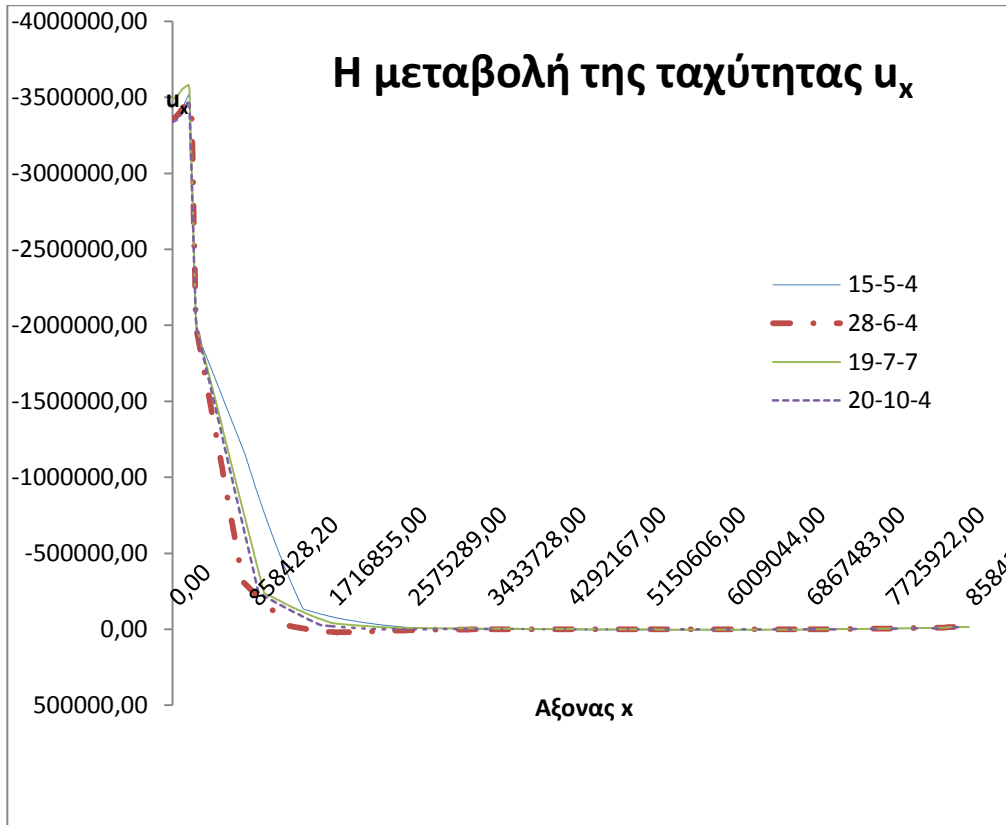
	15-5-4	28-6-4	19-7-7	20-10-4
U	3371001	3357824	3490633	3340191
Du		13177	132809	150442
Du%		0,004%	0,039%	0,045%



Σχήμα 8.15. Σύγκριση των τιμών της Z συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα z στο σημείο  $z = 0.764$  για την περίπτωση ροής 1N

Πίνακας 8.7 Σύγκριση των τιμών της X συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα x στο σημείο  $x = 0.821$  για την περίπτωση ροής 1N

	15-5-4	28-6-4	19-7-7	20-10-4
U	1473212	1445106	1711091	1260584
Du		28106	265985	450507
Du%		2%	18%	36%



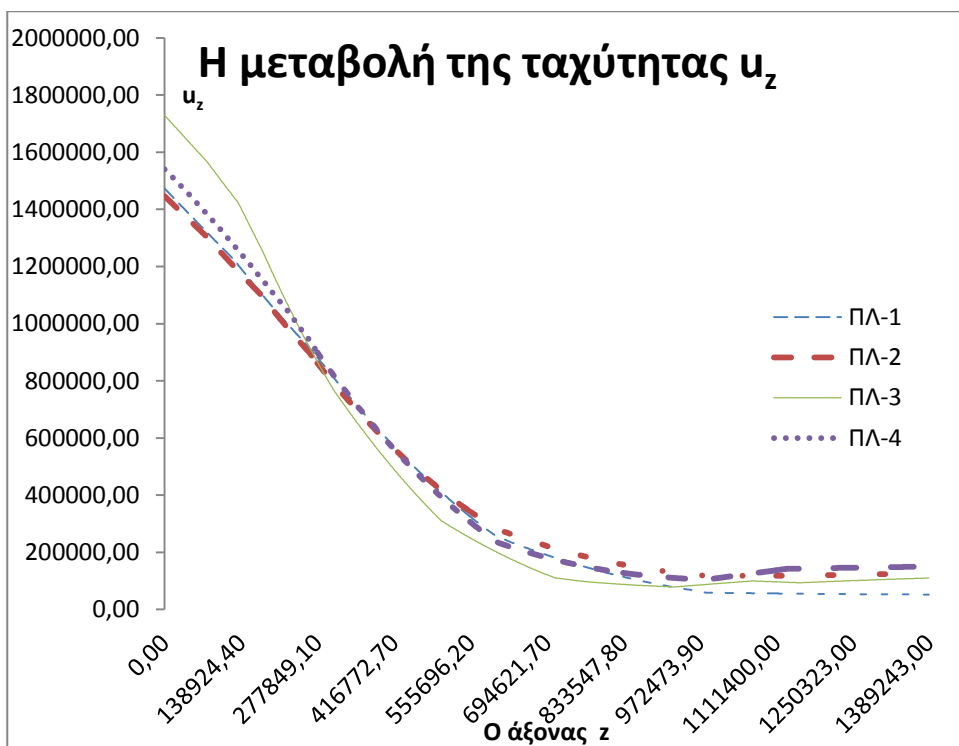
Σχήμα 8.16. Σύγκριση των τιμών της X συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα x στο σημείο  $x= 0.821$  για την περίπτωση ροής 1N

## 8.6. Ανεξαρτησία πλέγματος μονοφασικής ροής 1Π

Πίνακας 8.8 Σύγκριση των τιμών της Z συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα z στο σημείο  $z= 0.401$  για την περίπτωση ροής 1Π

	15-5-4	28-6-4	19-7-7	20-10-4
U	3360363	3341494	3460406	3329365
Du		18869	118912	131041
Du%		0,6%	3,5%	3,9%



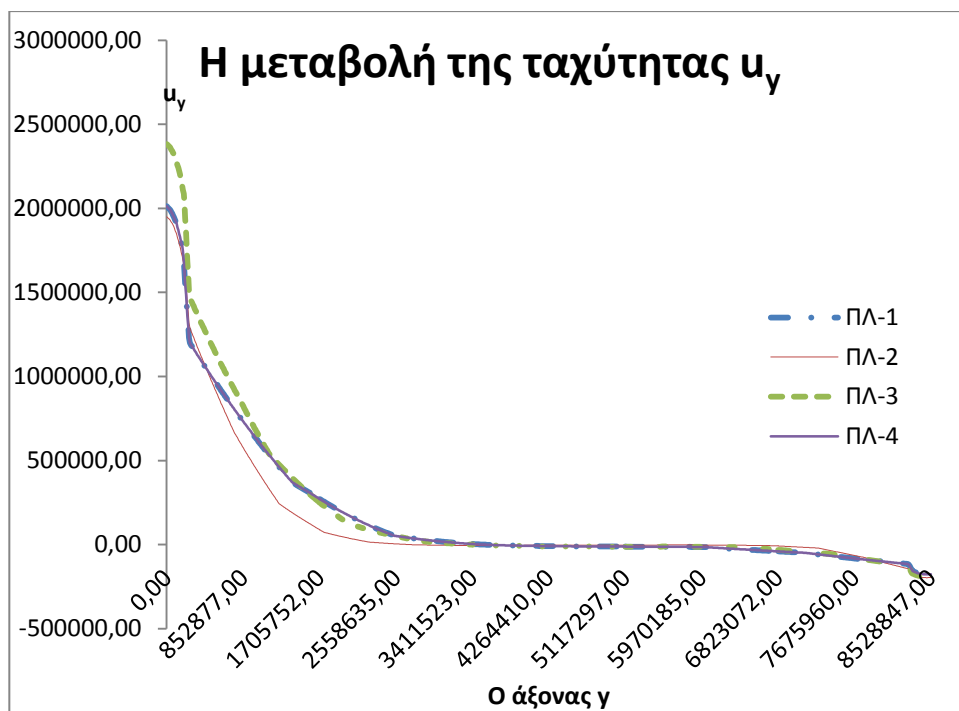


Σχήμα 8.17. Σύγκριση των τιμών της Z συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα z στο σημείο  $z = 0.401$  για την περίπτωση ροής 1Π

Για την εύρεση του ανεξάρτητου πλέγματος ελέγχεται η απόκλιση των συνιστωσών της ταχύτητας σε συγκεκριμένες θέσεις μεταξύ των διαφορετικών πλεγμάτων. Ο πίνακας 8.8 μαζί με το Σχήμα 8.16 συγκρίνουν τις τιμές της Y συνιστώσας στη θέση  $Y=0.319$ . Ο πίνακας 8.9 μαζί με το Σχήμα 8.17 συγκρίνουν τις τιμές της Z στη θέση  $Z=0.401$ . Ο πίνακας 8.10 μαζί με το Σχήμα 8.18 συγκρίνουν τις τιμές της X συνιστώσας στην θέση  $X=0.812$ . Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι για την ταχύτητα μας μπορούμε να επιλέξουμε ως ανεξάρτητο πλέγμα το ΠΛ1=15-5-4 διότι το σχετικό σφάλμα είναι μικρότερο του 10%.

Πίνακας 8.9 Σύγκριση των τιμών της Υ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα y στο σημείο  $y = 0.319$  για την περίπτωση ροής 1Π

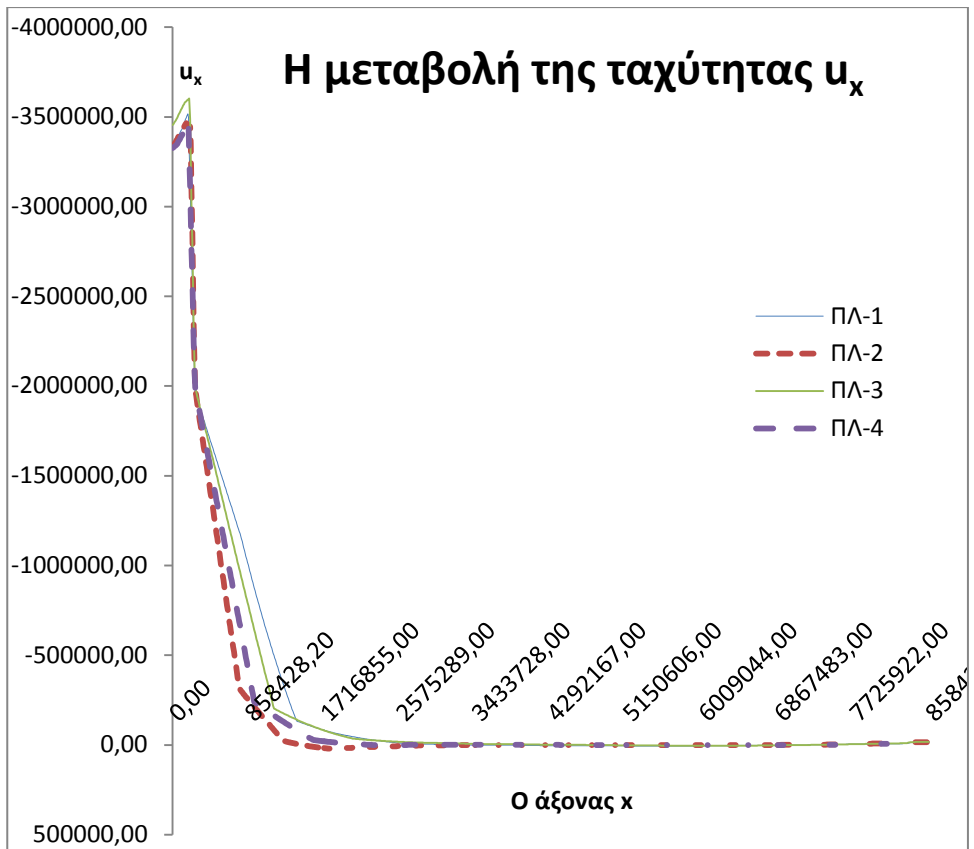
	15-5-4	28-6-4	19-7-7	20-10-4
U	2007587	1945240	2377895	2007587
Du		62347	432655	370308
Du%		3,2%	21,6%	18,4%



Σχήμα 8.18. Σύγκριση των τιμών της Υ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα y στο σημείο  $y = 0.319$  για την περίπτωση ροής 1Π.

Πίνακας 8.10 Σύγκριση των τιμών της Χ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα x στο σημείο  $x = 0.821$  για την περίπτωση ροής 1Π

	15-5-4	28-6-4	19-7-7	20-10-4
U	1470900	1444339	1726637	1538298
Du		26561	282298	1883339
Du%		1,84%	19,19%	12,24%

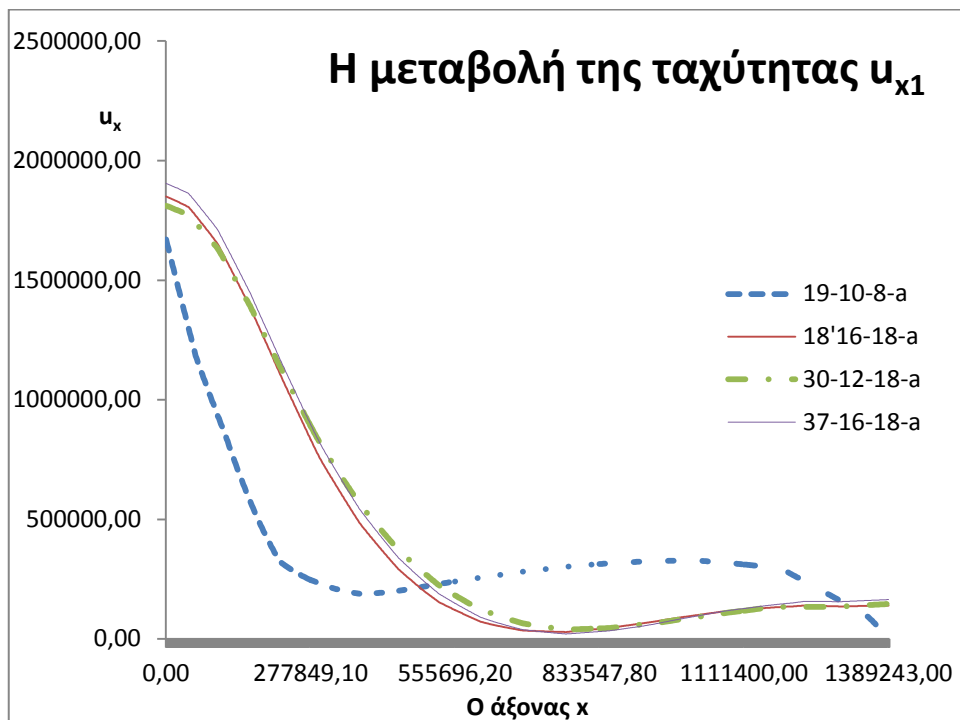


Σχήμα 8.19. Σύγκριση των τιμών της Χ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα x στο σημείο  $x = 0.821$  για την περίπτωση ροής 1Π

## 8.7. Ανεξαρτησία πλέγματος διφασικής ροής – 2Π

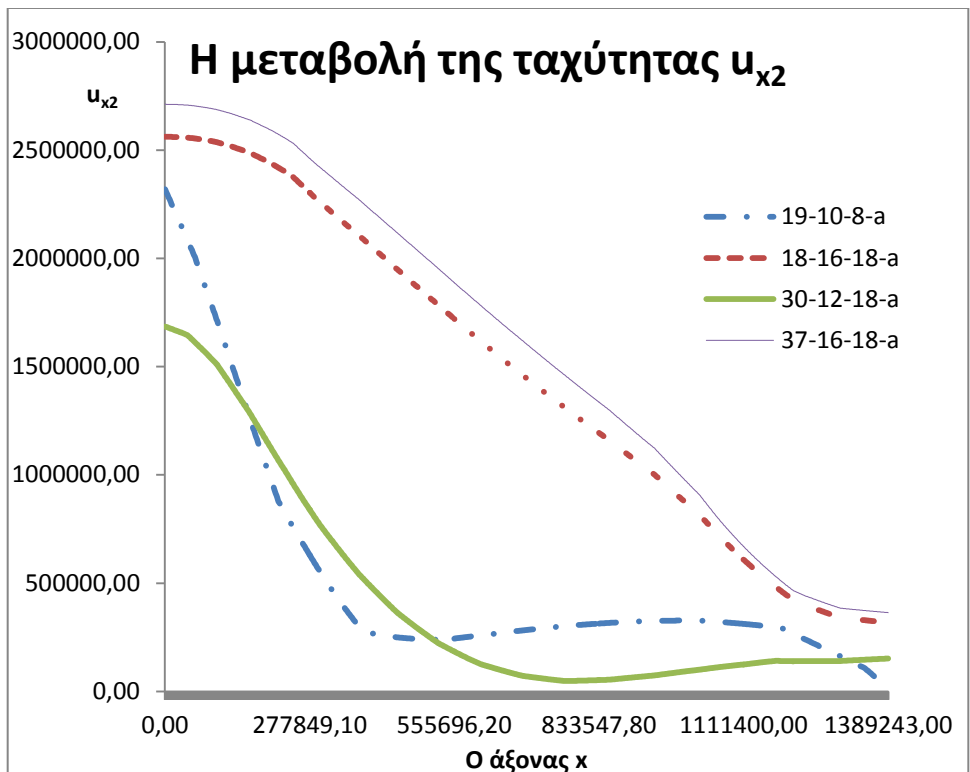
Πίνακας 8.11 Σύγκριση των τιμών της X1 συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα x στο σημείο  $x= 0.82$  για την περίπτωση ροής 2Π

	19-10-8	18-16-18	30-12-18	37-16-18
U	1671164	1849848	1811574	1905155
Du		178684	38274	93581
Du%		10,69%	2,07%	5,17%



Σχήμα 8.20. Σύγκριση των τιμών της X1 συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα x στο σημείο  $x= 0.82$  για την περίπτωση ροής 2Π

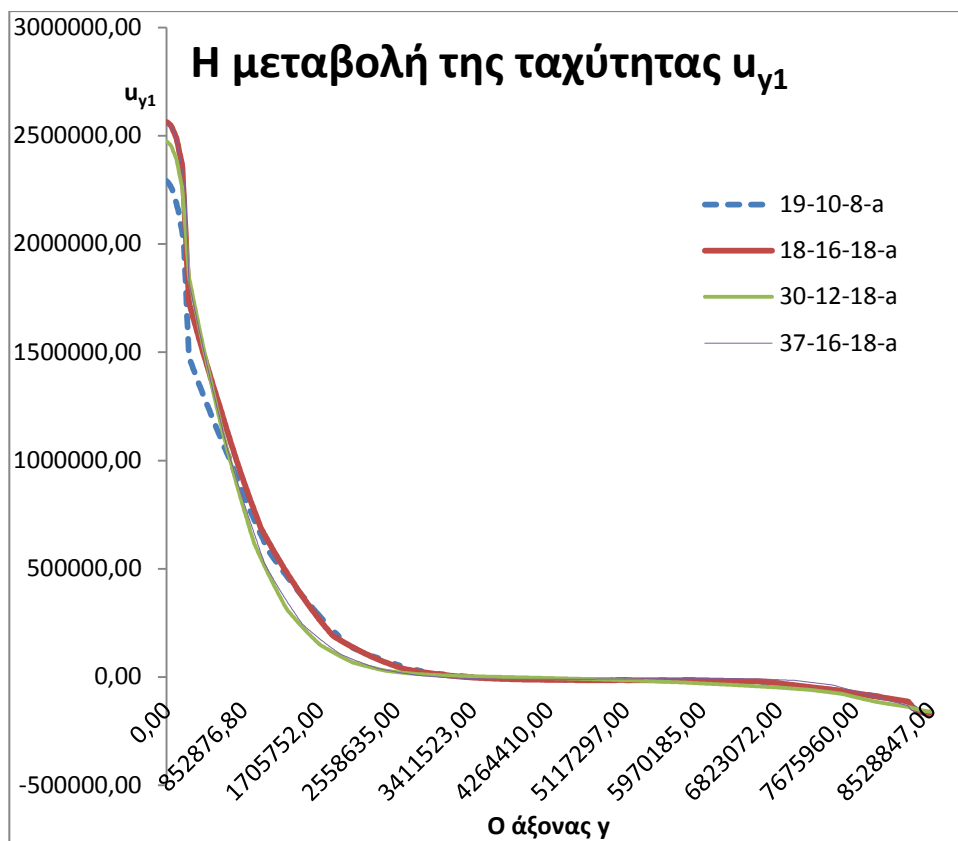
Για την εύρεση του ανεξάρτητου πλέγματος ελέγχεται η απόκλιση των συνιστωσών της ταχύτητας σε συγκεκριμένες θέσεις μεταξύ των διαφορετικών πλεγμάτων. Ο πίνακας 8.11 μαζί με το Σχήμα 8.20 και ο πίνακας 8.12 μαζί με το Σχήμα 8.21 συγκρίνουν τις τιμές της  $X_1$  και  $X_2$  αντίστοιχα στη θέση  $X=0.821$ . Ο πίνακας 8.13 μαζί με το Σχήμα 8.22 και ο πίνακας 8.14 μαζί με το σχήμα 8.23 συγκρίνουν τις τιμές της  $Y_1$  και  $Y_2$  αντίστοιχα στη θέση  $Y=0.319$ . Τέλος, ο πίνακας 8.15 μαζί με το Σχήμα 8.24 και ο πίνακας 8.16 με το σχήμα 8.25 συγκρίνουν τις τιμές των  $Z_1$  και  $Z_2$  στην θέση  $Z=0.401$ . Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι για την ταχύτητα μας μπορούμε να επιλέξουμε ως ανεξάρτητο πλέγμα το ΠΛ4=37-16-18 διότι το σχετικό σφάλμα είναι μικρότερο του 10%.



Σχήμα 8.21. Σύγκριση των τιμών της  $X_2$  συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα  $x$  στο σημείο  $x=0.82$  για την περίπτωση ροής 2Π

Πίνακας 8.12 Σύγκριση των τιμών της X2 συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα x στο σημείο  $x = 0.82$  για την περίπτωση ροής 2Π

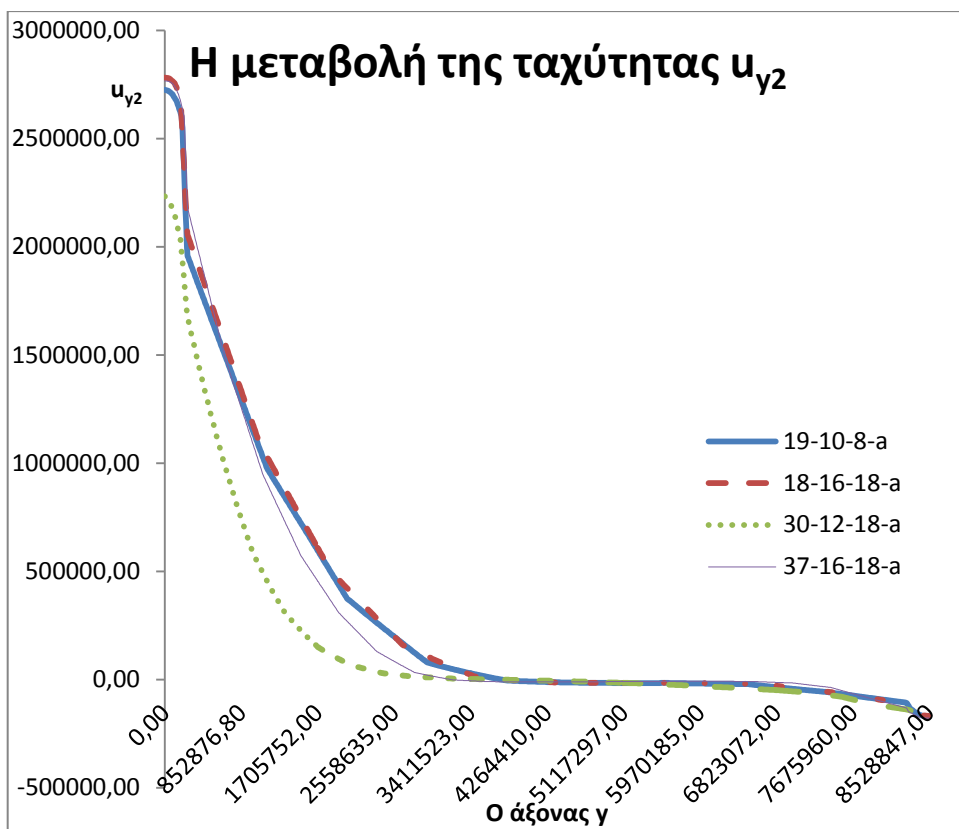
	19-10-8	18-16-18	30-12-18	36-16-18
U	2319456	2562321	1685613	2712364
Du		242865	876708	1026751
Du%		10,47%	34,22%	60,91%



Σχήμα 8.22. Σύγκριση των τιμών της Y1 συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα y στο σημείο  $y = 0.401$  για την περίπτωση ροής 2Π

Πίνακας 8.13 Σύγκριση των τιμών της Υ1 συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα y στο σημείο  $y = 0.401$  για την περίπτωση ροής 2Π

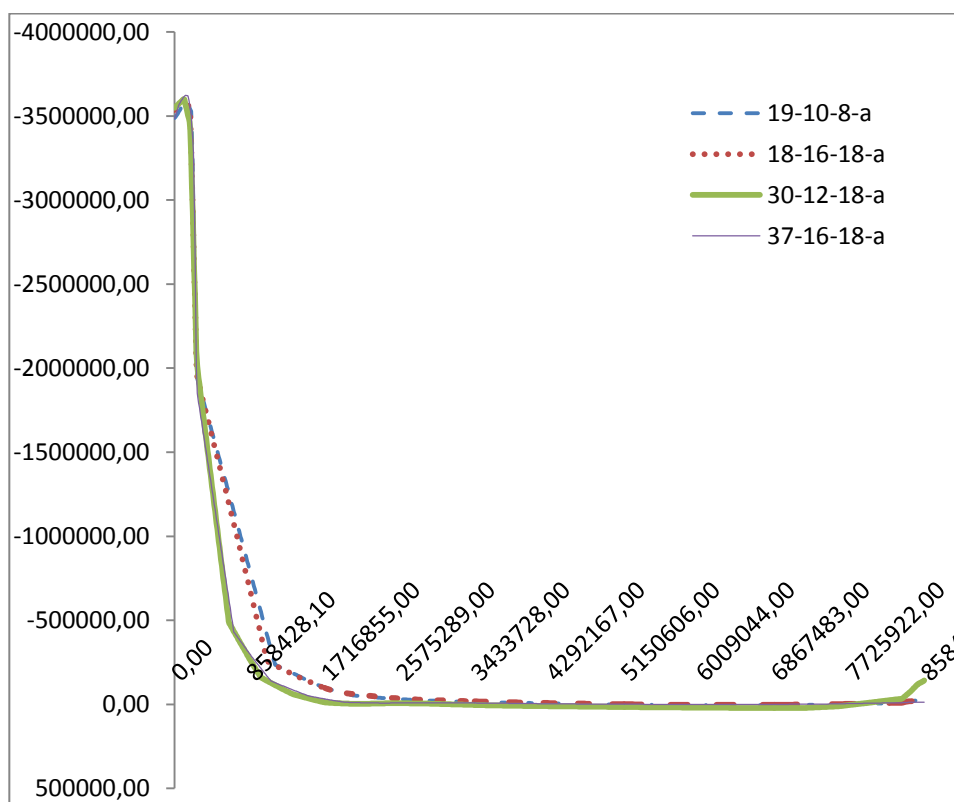
	19-10-8	18-16-18	30-12-18	37-16-18
U	2290983	2564082	2474294	2549954
Du		273099	89788	75660
Du%		11,92%	3,50%	3,06%



Σχήμα 8.23. Σύγκριση των τιμών της Υ2 συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα y στο σημείο  $y = 0.401$  για την περίπτωση ροής 2Π

Πίνακας 8.14 Σύγκριση των τιμών της Υ2 συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα y στο σημείο  $y = 0.401$  για την περίπτωση ροής 2Γ

	19-10-8	18-16-18	30-12-18	37-16-18
U	2726216	2782570	2233665	2766101
Du		56354	548905	532436
Du%		2,07%	19,73%	23,84%

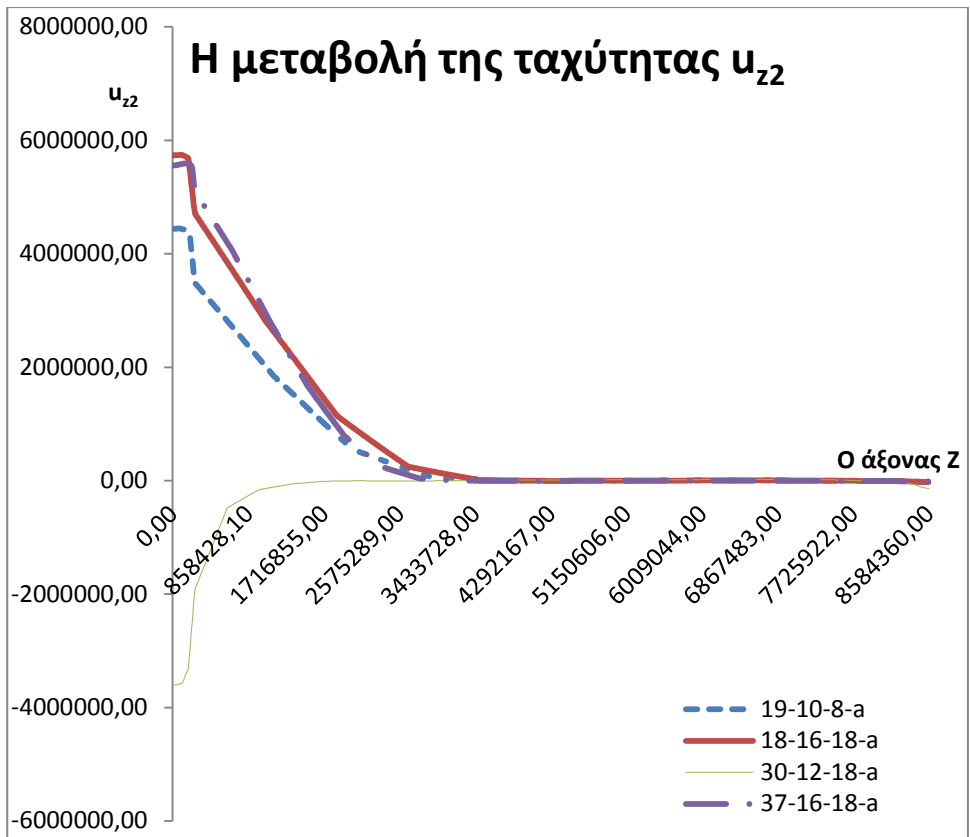


Σχήμα 8.24. Σύγκριση των τιμών της Z1 συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα z στο σημείο  $z = 0.319$  για την περίπτωση ροής 2Γ



Πίνακας 8.15 Σύγκριση των τιμών της Z1 συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα z στο σημείο z= 0.319 για την περίπτωση ροής 2Π

	19-10-8	18-16-18	30-12-18	37-16-18
U	3488153	3536157	3548885	3486006
Du		48004	12728	62879
Du%		1,38%	0,36%	1,77%



Σχήμα 8.25. Σύγκριση των τιμών της Z2 συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα z στο σημείο z= 0.319 για την περίπτωση ροής 2Π

Πίνακας 8.16 Σύγκριση των τιμών της Z2 συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα z στο σημείο  $z = 0.319$  για την περίπτωση ροής 2Π

	19-10-8	18-16-18	30-12-18	37-16-18
U	4439030	5733687	3597917	5554420
Du		1294657	9331604	9152337
Du%		29,17%	162,75%	254,38%

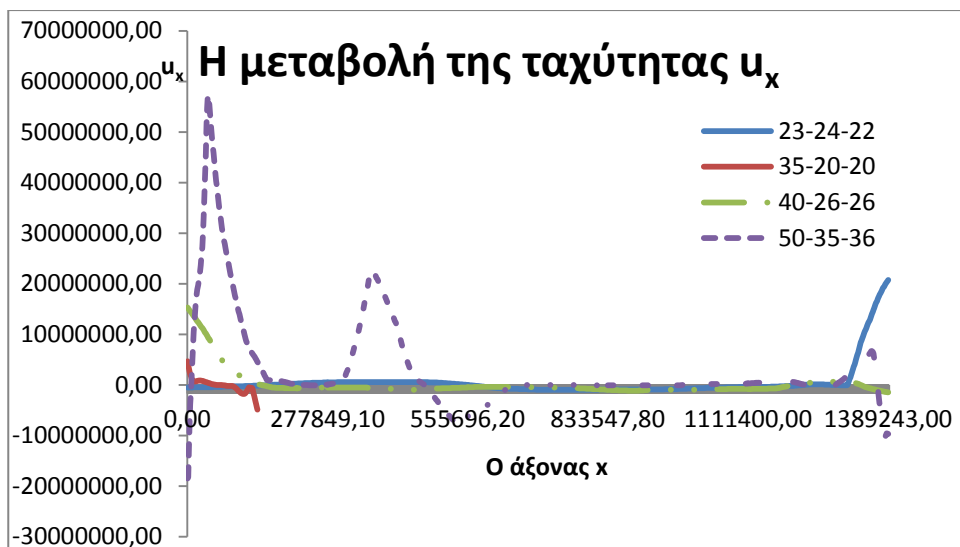
## 8.8. Ανεξαρτησία πλέγματος μονοφασικής ροής – 1Π2

Πίνακας 8.17 Σύγκριση των τιμών της X συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα x στο σημείο  $x = 0.82$  για την περίπτωση ροής 1Π2

	23-24-22	35-20-20	40-26-26	50-35-36
U	470151,9	3968922	15154070	18224030
Du		5192045	10628980	33804290
Du%		11%	2,25%	2,2%

Για την εύρεση του ανεξάρτητου πλέγματος ελέγχεται η απόκλιση των συνιστωσών της ταχύτητας σε συγκεκριμένες θέσεις μεταξύ των διαφορετικών πλεγμάτων. Ο πίνακας 8.17 μαζί με το Σχήμα 8.26 συγκρίνουν τις τιμές της X στη θέση  $X=0.821$ . Ο πίνακας 8.18 μαζί με το Σχήμα 8.27 συγκρίνουν τις τιμές της Y στη θέση  $Y=0.319$ . Τέλος, ο πίνακας 8.19 μαζί με το Σχήμα 8.28 συγκρίνουν τις τιμές των Z στην θέση  $Z=0.401$ . Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι για την ταχύτητα μας μπορούμε να

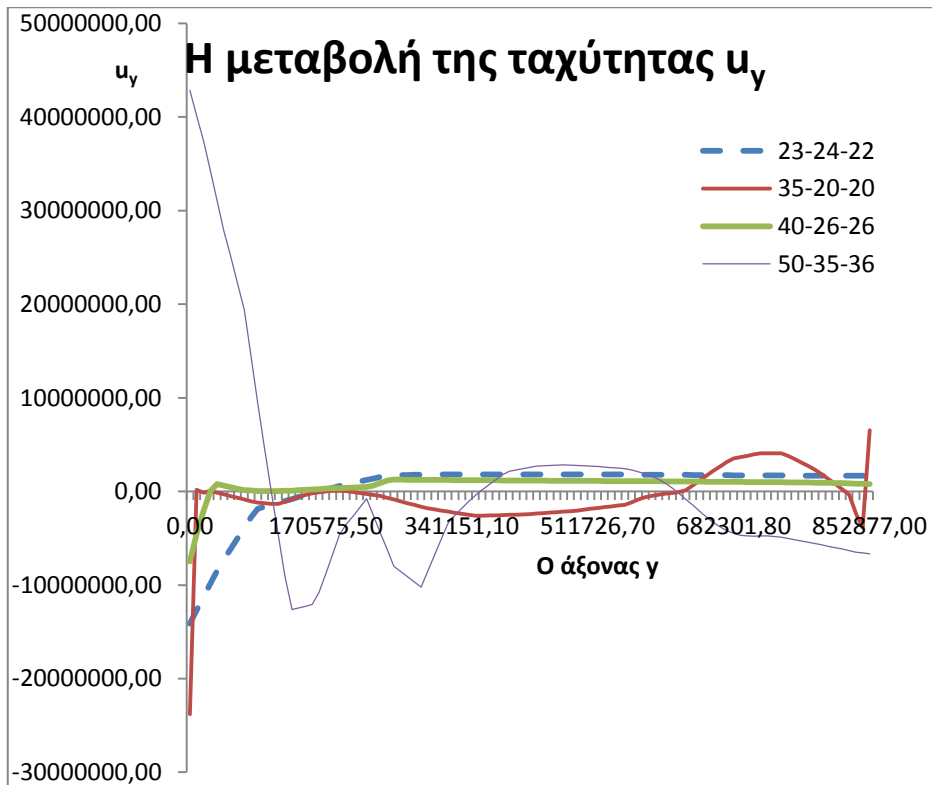
επιλέξουμε ως ανεξάρτητο πλέγμα το ΠΛ4=37-16-18 διότι το σχετικό σφάλμα είναι μικρότερο του 10%.



Σχήμα 8.26. Σύγκριση των τιμών της Χ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα x στο σημείο  $x = 0.82$  για την περίπτωση ροής 1Π2

Πίνακας 8.18 Σύγκριση των τιμών της Υ συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα y στο σημείο  $y = 0.319$  για την περίπτωση ροής 1Π2

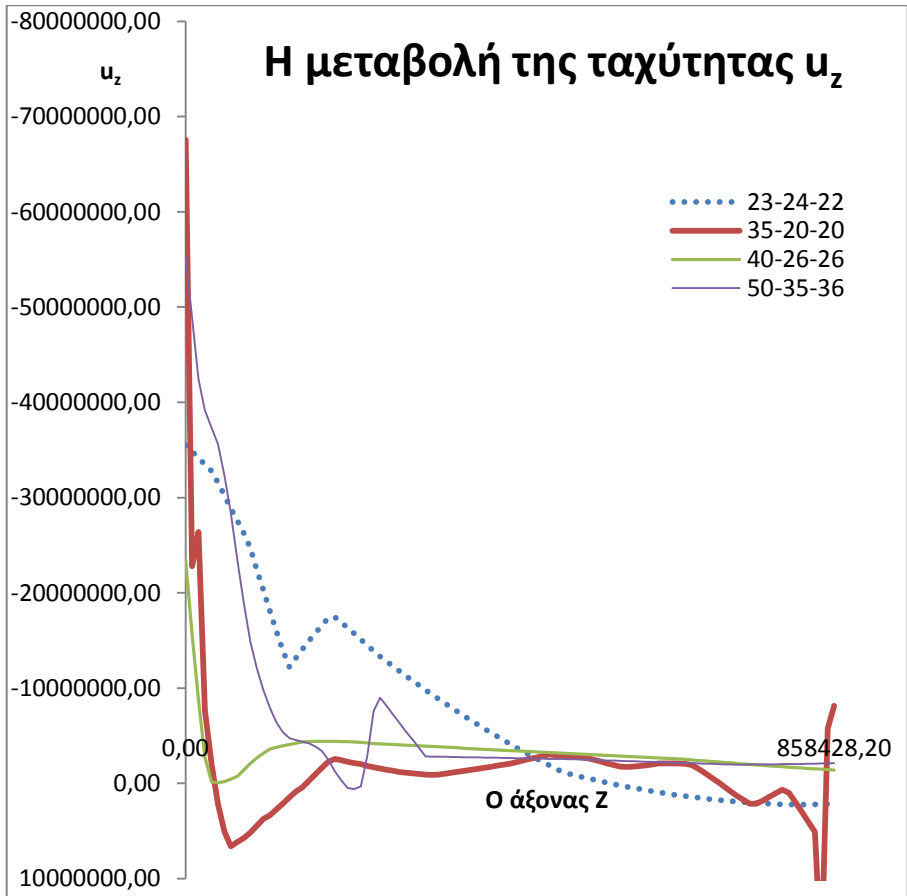
	23-24-22	35-20-20	40-26-26	50-35-36
U	12687760	180614,60	4535614	40140040
Du		965880	16293309	50346371
Du%		0,68%	0,69%	6,72%



Σχήμα 8.27. Σύγκριση των τιμών της Y συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα y στο σημείο  $y= 0.319$  για την περίπτωση ροής 1Π2

Πίνακας 8.19 Σύγκριση των τιμών της Z συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα z στο σημείο  $z= 0.401$  για την περίπτωση ροής 1Π2

	23-24-22	35-20-20	40-26-26	50-35-36
U	34842920	2279126	15639600	48875810
Du		12051660	7151660	33236210
Du%		0,34%	0,31%	2,12%



Σχήμα 8.28. Σύγκριση των τιμών της Z συνιστώσας της ταχύτητας στον άξονα z στο σημείο  $z = 0.401$  για την περίπτωση ροής 1Π2

## 8.9.Συνολική εικόνα των μοντέλων επίλυσης

Αφού έχουμε εξετάσει την ανεξαρτοποίηση του πλέγματος μας, παρουσιάζονται συνολικά στον πίνακα 8.20 οι προτεινόμενες καμπύλες ανά περίπτωση. Γίνεται εμφανές ότι η μετάβαση από την μονοφασική στην διφασική ροή «στοιχίζει» σε αύξηση του πλέγματος, το οποίο μεταφράζεται σε χρόνο ολοκλήρωσης.

Πίνακας 8.20. Συνολικά οι καμπύλες επίλυσης

Περιγραφή	Περίπτωση	Πλέγμα	Αριθμός κελιών	CPU time	Χρόνος ολοκλήρωσης
Μονοφασική, μη ισοθερμική, νερό, κ-ε	1N	28-6-4	672	35 sec	6.497E-06
Μονοφασική, μη ισοθερμική, πραγματικού ρευστού, κ-ε	1Π	28-6-4	672	34 sec	6.331E-06
Διφασική, μη ισοθερμική, πραγματικού ρευστού, κ-ε	2Π	18-16-18	5.184	12899 sec	1,29E04
Διφασική, μη ισοθερμική, πραγματικού ρευστού, 2 scale κ-ε	1Π2	40-16-16	27.040	19350 sec	1,935E04

Παρατηρούμε την μεγάλη αύξηση του πλέγματος στις περιπτώσεις 2Π και 1Π2 που αντιστοιχεί και σε αντίστοιχη μεγάλη αύξηση του υπολογιστικού χρόνου σε σχέση με την 1Π περίπτωση. Είναι αρκετά σημαντικό να συγκρίνουμε μεταξύ των τις περιπτώσεις 2Π και 1Π2 δηλαδή διφασική ροή με καλσικό κ-ε μοντέλο ή μονοφασική ροή με δύο κλάσεων μοντέλο κ-ε; Ο χρόνος ολοκλήρωσης υπολογίζεται από την επόμενη σχέση:

$$\text{TIME}/(\text{VARIABLES}*\text{CELLS}*\text{TSTEPS}*\text{SWEEPS}*\text{ITS})$$

---

## 8.10.Οι μεταβλητές στον PHOENICS

---

Το σύνολο των μερικών διαφορικών εξισώσεων (συνέχειας, δυναμικής, τυρβώδους κινητικής ενέργειας, ο ρυθμός διάχυσης κ) λύθηκε αριθμητικά με τη βοήθεια των παραπάνω οριακών συνθηκών σε ένα πεπερασμένο όγκο χρησιμοποιώντας την εκπαιδευτική έκδοση του λογισμικού CFD, στην περίπτωση μας PHOENICS 2009.

Από τις εξισώσεις της συνέχειας και της δυναμικής το πρόγραμμα έχει επιλύσει τις μεταβλητές  $P_1$  για την πίεση,  $U_1$ ,  $V_1$ ,  $W_1$  για τις τρεις συνιστώσες της ταχύτητας, και VELOCITY η οποία δίνεται από την σχέση:

$$VELOCITY = \sqrt{U1^2 + V1^2 + W1^2} \quad (8.22)$$

Για το μοντέλο τύρβης του Lam-Bremhorst (LB) πρέπει να επλέξουμε TURMOD (KEMODL-LOWRE). Οι κατάλληλες μεταβλητές είναι η KE για το σύνολο της τυρβώδους ενέργειας, η οποία είναι το άθροισμα των δύο περιοχών, της KP παραγωγής και της KT μεταφοράς. Το EP είναι η ταχύτητα μεταφοράς της τυρβώδους κινητικής ενέργειας από το φάσμα της παραγωγής στην περιοχή διασποράς, ET είναι το ποσοστό διασποράς, RHO είναι η πυκνότητα του υγρού μετάλλου, ENUT είναι το τυρβώδες ιξώδες.

Η λειτουργία κοντά στο τοίχωμα για το αντίστοιχο μοντέλο τριβής έχουμε: YPLS είναι η διαμητική τάση στο τοίχωμα προς την τοπική πυκνότητα, SKIN είναι ο τοπικός συντελεστής τριβής, STRS είναι η απόσταση  $y^+$  κοντά στο τείχος, STAN είναι ο αριθμός Stanton. Επίσης, για την περίπτωση του υγρού μετάλλου μας σαν μη νευτωνικό ρευστό, θα έχουμε FONE, FTWO, FMU είναι η  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_\mu$  αντίστοιχα σταθερές, και REYN, REYT είναι οι στρωτοί και τυρβώδεις αριθμοί Reynolds αντίστοιχα. Για το

μοντέλο τύρβης k-ε χρειαζόμαστε και τον υπολογισμό της απόστασης από τον τοίχο (WDIS), καθώς και μεταξύ των τοίχων (WGAP) και του τοπικού τυρβώδους μήκους κλίμακας (LTLS).

Στην περίπτωση που έχουμε χαρακτηρίσει το μη νευτωνικό μας ρευστό σαν power-law model τότε θα χρειαστούμε και τις μεταβλητές ENUL=GRND4, τον δείκτη συνεχούς ροής ENULA, τον δείκτη ρεολογικής συμπεριφοράς ENULB, ENULC και STORE(VISL). Για να έχουμε καλύτερη σύγκλιση του k-ε μοντέλου μας (LB) θέτουμε (KELIN=3) που είναι μια ευθεία προσέγγιση τύπου Newton-Raphson που βασίζεται στην υπόθεση ότι το τοπικό μήκος μεταβάλλεται αργά. Θα πρέπει να θέσουμε ανά μονάδα μάζας ρευστού ανά κελί.

$$S = S_\varepsilon + S_k \quad (8.23)$$

$$S_k = C_k (V_k - k) + \nu_t E \quad (8.24)$$

$$S_\varepsilon = C_\varepsilon (V_\varepsilon - \varepsilon) + C_{1\varepsilon} \varepsilon \nu_t E/k \quad (8.25)$$

Variable	PRT()	FIINIT()	PRNTDL()	DTFALS()
P1	AMBIENT			0.3
U1				0.7
V1				0.7
W1		-0.5		0.7
KE	1.0	0.01281		0.3



EP	1.314	0.01673		0.3
EL1	GRND4	GRND4		
ENUL	GRND4	GRND4		
LTLS				1E09
EPOR		1.0		
PRPS		-1.0		
ENUT	GRND5	GRND5	GRND5	0.5
WDIS		0.10		
**H1		AMBIENT	-41.0	
<b>Store variables</b>	LGEN	LEN1	ENUT	YPLS
SKIN	STRS	STAN	FONE	FTWO
FMU	REYN	REYT	WDIS	WGAP
LTLS	VISL	HTCO	GENK	ENUL
<b>Initializations</b>	GENK=T	CONWIZ=T	WALLCO=G RND3	YPLS=T

Πίνακας 8.21. Μεταβλητές στον Phoenix για την μονοφασική ροή

$$C_k = 3\varepsilon / 2k \text{ με } V_k = k/3 \quad (8.26)$$

$$C_\varepsilon = 4C_{2\varepsilon}\varepsilon/(3k) \text{ με } V_\varepsilon = \varepsilon/4 \quad (8.27)$$

Variable	PRT()	FIINIT()	PRNTDL()	DTFALS()
P1		Ambient		
V1		-0.5		0.58615
KE		0.7605		
EP	1,15	31,7743		0,5
KP	1,15	0,6084		0,5
ET	0,75	31,7743		0,5
KT	0,75	0,1521		0,5
ENUT		0,0182		0,5
<b>Store variables</b>	LGEN	LEN1	ENUT	YPLS
SKIN	STRS	STAN	FONE	FTWO
FMU	REYN	REYT	WDIS	WGAP
LTLS	VISL	HTCO	GENK	ENUL
KTKP	ETEP			

Πίνακας 8.22. Οι μεταβλητές του προγράμματος για την διφασική ροή

Η τιμή του KELIN=3 ενεργοποιεί την μεταβλητή EPKE για να αποθηκεύσει το σύνολο της ενέργειας του κελιού που προκύπτει από την

σχέση  $\varepsilon/k$  των τυρβωδών κινήσεων. Επίσης το  $L_m$  που είναι το μήκος ανάμιξης (LEN1) και  $E$  είναι ο μέσος ρυθμός τάσεων (GEN1) προσδιορίζοντας από την σχέση  $E = (U_{i,j} + U_{j,i})^2 / 2$ . Αντικαθιστώντας την εξίσωση (8.26) και (8.27) στις (8.24) και (8.25) θα έχουμε:

$$S_k = \varepsilon + c_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} E \quad (8.28)$$

$$S_\varepsilon = \frac{c_{2\varepsilon}}{k} \varepsilon^2 + S_k \frac{c_{1\varepsilon}}{k} \quad (8.29)$$

Για να επιλύσουμε τις διφασικές ροές στον Phoenics πρέπει να προσομοιώσουμε την ροή μας με το μοντέλο IPSA. Για τον υπολογισμό της μεταβλητής  $c_m$  πρέπει να ορίσουμε CMDOT=GRND1, CVM=GRND1 και CVMA=20.

Στην περίπτωση που θα χρησιμοποιούσαμε το κλασσικό μοντέλο τύρβης  $k$ - $\varepsilon$  δεν χρειάζονται επιπλέον μεταβλητές να προσδιορίσουμε. Όμως, στην περίπτωση που θα χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο των 2 κλάσεων πρέπει να εισάγουμε μια σειρά από επιπλέον μεταβλητές όπως, ENUT=GRND4, STORE=OFF, ENUTA=1, EL1=GRND9 και STORE=ON. Θα πρέπει επίσης για μια σειρά από μεταβλητές να επιλέξουμε STORE. Αυτές είναι οι VMSU, VMSV, VMSW, CFIP, SIZE, VREL, CD, APRJ, NUSS καθώς και να προσθέσουμε και τις PRT(R1)=0.9, PRT(R2)=0.1, PRNDTL(R1)=0.5, PRNDTL(R2)=0.5, CINT(H1)=GRND7, CINT(H2)=1E20, PRNDTL(H1)=1.

Το GRND2 είναι μία λογαριθμική συνάρτηση τοίχου ισορροπίας. Αυτό σημαίνει ότι η ταχύτητα σε θέση πολύ κοντά στο τοίχωμα δεν επηρεάζεται από μεταφορά ορμής από την εξωτερική περιοχή του οριακού στρώματος. Επίσης, η διανομή ταχύτητας είναι ανεξάρτητη από ανάντη επιδράσεις. Το ότι η διανομή της τύρβης στην περιοχή κοντά στο τοίχωμα πρέπει να βρίσκεται σε τοπική ισορροπία σημαίνει ότι η διάρκεια ζωής μιας

δίνης είναι μικρή συγκρινόμενη με το χρόνο που χρειάζεται για να συμβεί μεταβολή της ροής.

Η FIXVAL είναι μία οριακή συνθήκη σταθερής τιμής. Στο λογισμικό PHOENICS, οι οριακές συνθήκες, όπως και οι πηγές, εμφανίζονται στο δεξί μέρος της διαφορικής εξίσωσης μεταφοράς της μεταβλητής  $\phi$

Η FIXFLU είναι μια οριακή συνθήκη σταθερής ροής. Στην περίπτωση αυτή, θέτουμε ένα μικρό αριθμό στο συντελεστή και θεωρούμε ότι το ισούται με πηγή.

Η ONLYMS είναι μία οριακή συνθήκη η οποία δηλώνει ότι η συναγωγή επηρεάζει τη μεταφορά της μεταβλητής  $\phi$  από το κέντρο του κελιού στο όριο, ενώ η επίδραση της διάχυσης είναι μηδενική.

Η FIXP είναι μία οριακή συνθήκη σταθερής τιμής πεδίου. Συχνά, αντιμετωπίζεται η ανάγκη της διατήρησης της τιμής της  $\phi$  σε κάποιο εσωτερικό κόμβο στην τιμή FIX, σταθερής και ανεξάρτητης των μεταβολών που επιβάλλει ο αλγόριθμος επίλυσης.

---

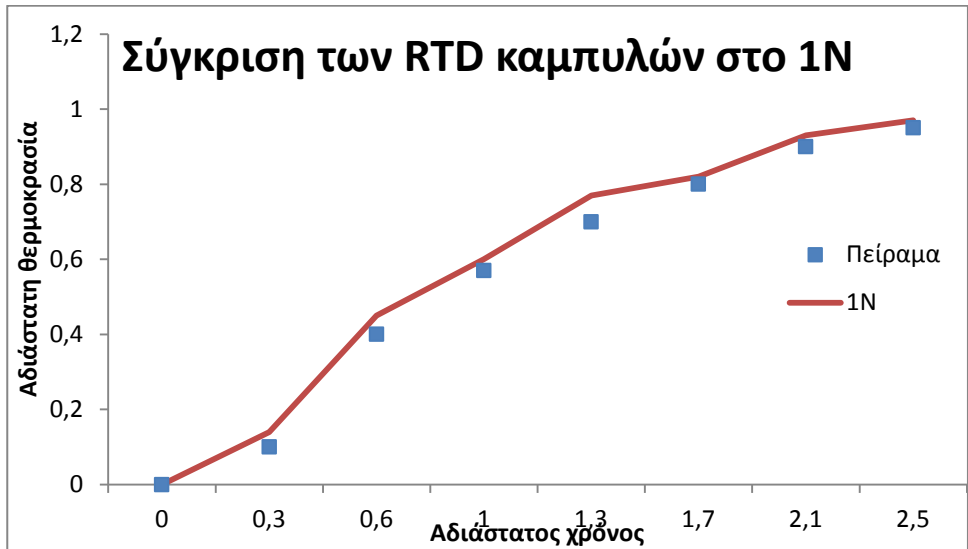
## 8.11.Ορθότητα των αποτελεσμάτων

---

Ενα πρώτο στάδιο που θα πρέπει να ελέγξουμε είναι η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων του μαθηματικού μοντέλου μας σε σχέση με τα πειραματικά. Ετσι, στα επόμενα σχήματα 8.30 και 8.31 βλέπουμε ότι υπάρχει καλή προσέγγιση μεταξύ των πειραματικών αποτελεσμάτων (τα πειραματικά δεδομένα έχουν ληφθεί από την δημοσίευση των Damle and Sahai (1996)) και της εξομείωσης που κάναμε με τον HY μας στις δύο περιπτώσεις, της μονοφασικής περίπτωσης με νερό (1N) και του πραγματικού ρευστού (1Π).

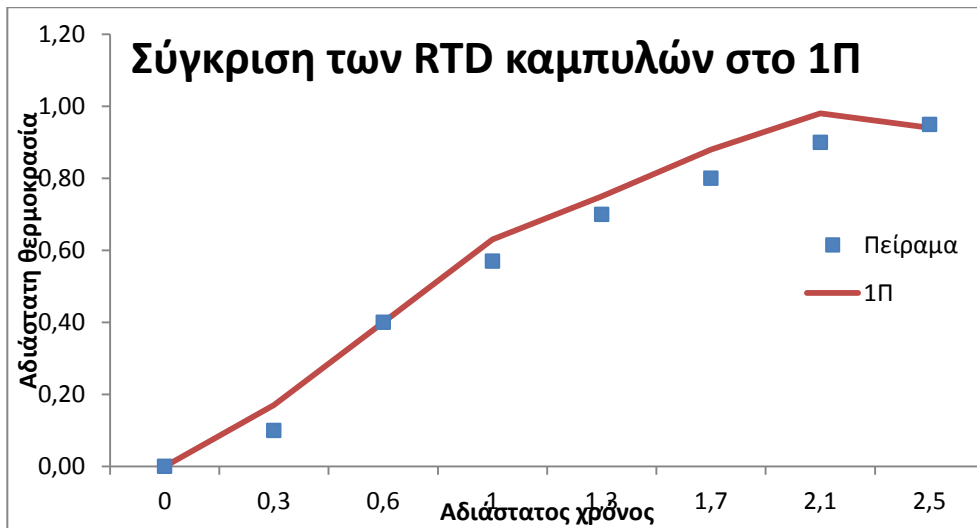
Στο επόμενο βήμα, πρέπει να ελέγξουμε την ορθότητα των κριτηρίων του μοντέλου μας (1N, 1Π) με την βοήθεια του αριθμού Tu (Tundish Richardson number). Οι Damle and Sahai (1996) έδειξαν ότι για

την ίδια τιμή του συντελεστή  $T_u$  οι καμπύλες RTD είναι αναλογικές είτε πρόκειται για νερό είτε για πραγματικό υγρό, σε ισόθερμη ή μη ισόθερμη κατάσταση, ανεξάρτητα από τις διαστάσεις της δεξαμενής tundish.



Σχήμα 8.30. Σύγκριση μεταξύ των καμπυλών RTD σε σημείο κοντά στην είσοδο του ρευστού ( $X=0.821$ ) μεταξύ των πειραματικών αποτελεσμάτων (Damle and Sahai (1996)) και του μαθηματικού μοντέλου 1N (μη ισοθερμοκρασιακό μοντέλο νερού).

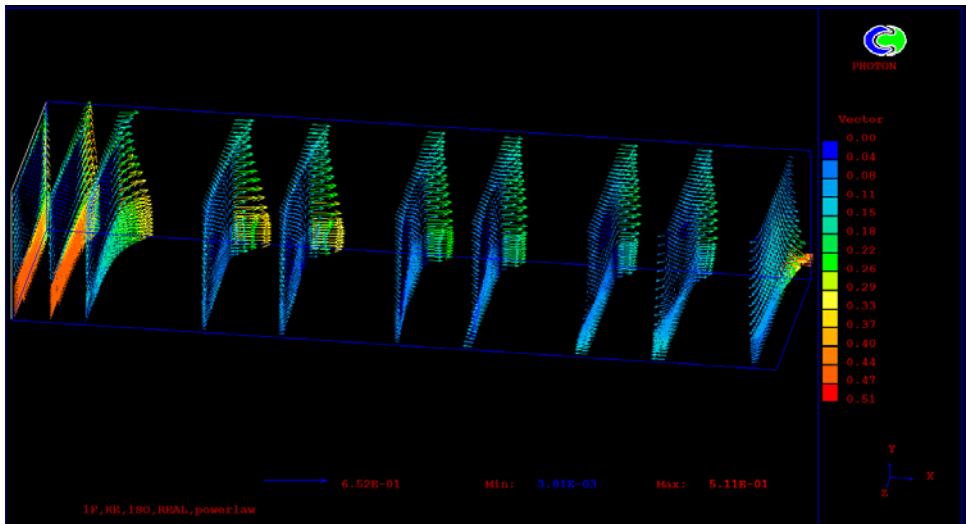
Στην περίπτωση μας, η τιμή του συντελεστή  $T_u$  είναι 0,02 και διατηρώντας αυτή σταθερή, αλλάζουμε τις τιμές των συντελεστών της όπου μας δίνουν μια μεγάλη γκάμα πειραματικών περιπτώσεων, μεταξύ των οποίων είναι και η αναφερόμενη της παρούσας εργασία μας, [Alizadeh et al., 2008; Damle and Sahai, 1996].



Σχήμα 8.31. Σύγκριση μεταξύ των καμπυλών RTD σε σημείο κοντά στην είσοδο του ρευστού ( $X=0.821$ ) μεταξύ των πειραματικών αποτελεσμάτων (Damle and Sahai (1996)) και του μαθηματικού μοντέλου 1Π (μη ισοθερμοκρασιακό μοντέλο πραγματικού ρευστού).

### 8.11.1. Προφίλ της ταχύτητας

Στο **Σχήμα 8.32** μπορούμε να δούμε το προφίλ της συνολικής ταχύτητας σε διάφορες αποστάσεις από την είσοδο για την περίπτωση ενός πραγματικού ρευστού, με τυρβώδες μοντέλο LB, και με μη ισόθερμες συνθήκες. Μπορούμε να δούμε ότι το προφίλ της ταχύτητας ξεκινά από την πάνω αριστερή γωνία προς τα κάτω δεξιά να αυξάνεται με ταχείς ρυθμούς. Τα σχήματα βρίσκονται σε διαφορετικές θέσεις από την είσοδο και παρουσιάζουν την σύννηθη μορφή που συναντάμε σε πολλές δημοσιεύσεις.



Σχήμα 8.32. Το προφίλ της ταχύτητας σε διάφορες αποστάσεις από την είσοδο για την περίπτωση ενός ρευστού, με τυρβώδες μοντέλο LB, και με ισόθερμες συνθήκες.

---

## 8.16.Βιβλιογραφία

---

- ✓ **Alizadeh Mahdi**, Hossein Edris and Ali Shafyei. Fluid flow and mixing in non isothermal water model of continuous casting tundish. J. of Iron Steel Res. Int., 2008, 15(2), 22, pp. 07-13
- ✓ **Buggstoyl S. and W. kollmann**. Closure model for intermittent turbulent flows. Int. J. Heat Mass Transfer, 1981, vol. 24, no 11, pp. 1811-1922
- ✓ **Chandrashekhhar Damle and Yogeshwar Sahai**. The effect of tracer density on melt flow characterization in continuous casting tundishes. A modeling study. ISIJ Int. , 1995, vol. 35, No 2, pp 163-169
- ✓ **Dopazo D**. On conditional averages for intermittent turbulent flows. J. Fluid Mech., 1977, vol. 81, pp.433-445

- ✓ **He Youduo and Y. Sahai.** The effect of tundish wall inclination on the fluid flow and mixing. A modeling study. *Metall. Mater. Trans. B*, 1987, vol.18B, pp. 81-92.
- ✓ **Ilegbusi O. J.** Application of the two fluid model of turbulence to tundish problems. *ISIJ Int.*, 1994, vol. 34, No 9, pp. 732-738
- ✓ **Ilegbusi O.J. and D.B. Spalding.** A two fluid model of turbulence and its application to near wall flows. *PCH PhysicoChem. Hydrodyn.*, 1987, 9(1/2), pp. 127-135
- ✓ **Ilegbusi O.J. and D.B. Spalding.** Prediction of fluid flow and heat transfer characteristics of turbulent shear flows with a two fluid model of turbulence. *Int. J. Heat Mass Trans.* 1989, Vol. 32, no 4, pp. 767-774
- ✓ **Jones P.W. and B.E. Launder.** **The prediction of laminarization with a two equation model of turbulence.** *Int. J. Heat mass transfer.* 1972, vol. 15, no 2, pp. 301-310
- ✓ **Joo S. and R.I.L. Guthrie.** Inclusion behavior and heat transfer phenomena in steelmaking tundish operations: Part I. Aqueous modeling. *Metal. Trans. B.*, 1993, vol. 24B, pp.755-765
- ✓ **Joo S. and R.I.L. Guthrie.** Inclusion behavior and heat transfer phenomena in steelmaking tundish operations: Part II. Mathematical modeling for liquid steel in tundishes. *Metal. Trans. B.*, 1993, vol. 24B, pp.767-777
- ✓ **Joo S. and R.I.L. Guthrie.** Inclusion behavior and heat transfer phenomena in steelmaking tundish operations: Part III. Applications – Computational approach to tundish design. *Metal. Trans. B.*, 1993, vol. 24B, pp.779-788
- ✓ **Lai K.Y.M., M. Salcudean, S. Tanaka and R.I.L. Guthrie.** Mathematical modeling of flows in large tundish systems in



- steelmaking. Metal. And Mater. B, 1986, vol. 17B, pp 449-459
- ✓ **Libby P.A.** On the prediction of intermittent turbulent flows. J. Fluid Mech, 1975, vol. 68, pp. 273-288
  - ✓ **Liu Jin-gang, Yan Hui-cheng, Liu, Liu Liu and Wang Xin-Hua.** Water modeling of optimizing tundish flow field. J. Iron Steel Res. 2007, 14(3), pp 13-19
  - ✓ **Liu X.L., W.Q. Tao and Y.L. He.** A simple method for improving the Simpler algorithm for numerical simulations of incompressible fluid flow and heat transfer problems. Engineer. Comput. Int. J. Computer Aided Eng Software. 2005, vol. 22, No 8, pp .921 – 939
  - ✓ **Malin M. R.** Phoenics simulation of the turbulent flow of Herschel Bulkley fluids in smooth pipes. The PHOENICS Journal of Computational Fluid Dynamics and its Applications, vol. 12, No 4, Dec. 1999, pp. 351-367
  - ✓ **Markatos N.C.** The mathematical modeling of turbulent flows. Appl. Math. Modeling, vol. 10, pp. 190-220.
  - ✓ **Metzner A.B. and J.C. Reed.** 1955. AIChE J. vol 1, no 4, pp 434 – 440
  - ✓ **Morales R.D., J. de Barreto, S. Iopez Ramirez, J. Palafox-Ramos and D. Zacharias.** Melt flow control in a multistrand tundish using a turbulence inhibitor. Metal. And Mater. Trans.B, 2000, vol. 31B, pp.1505-1515
  - ✓ **Sheng D.Y. and Lage Jonsson.** Two fluid simulation on the mixed convection flow pattern in a nonisothermal water model of continuous casting tundish. 2000. Metal. Mater. Trans. B, vol. 32B, pp. 867-875
  - ✓ **Sheng D.Y. and Lage Jonsson.** Investigation of transient fluid flow and heat transfer in a continuous casting tundish by numerical analysis verified with nonisothermal water model experiments, Metal.

And Mater. Trans. B, 1999, vol. 30B, pp. 979-095

- ✓ **Sheng Dong Yuan, Chang Soo Kim, Jog Kyu Yoon and Tse Chiang Hsiao.** Water model study on convection pattern of molten steel flow in continuous casting tundish. 1998, ISIJ Int., vol. 38, no 8, pp. 843-851
- ✓ **Sinha Assish Kumar and Yogeshwar Sahai.** Mathematical modeling of inclusion transport and removal in continuous casting tundishes. ISIJ 1993, vol. 33, No 5, pp. 556 - 566
- ✓ **Smirnov O., P. Vayrynen, A. Kravchenko and S. Louhenkilpi.** Modern methods of modeling fluid flow and inclusions motion in tundish bath; general view. 2005
- ✓ **Spalding D.B.** Chemical reaction in turbulent fluids. J. PhysicoChem. Hydrodyn, 1982, 4(4), pp. 323 -345
- ✓ **Spalding D.B.** Turbulence modeling: A state of the art review. Imperial College, 1982, CFDU Report CFD/83/3
- ✓ **Varynen P., S. Vapalathi, S. Louhenkilpi, L. Chatbum, M. Clark, T. Wagner.** Tundish flow model tuning and validation. Steady state and Transient casting situations. 1997. steelSIM Sepr. 24/2007, Graz/Seggau, Austria.
- ✓ **Varynen Petri J., Sami K. Vapalathi and Seppo J. Louhenkilpi.** On validation of mathematical fluid flow models for simulation of tundish water models and industrial examples. 2008
- ✓ **W. Rodi.** The prediction of free turbulent boundary layers by the use of two equation model of turbulence. Ph. D. Thesis, University London (1972)
- ✓ **Wang Yufeng and Lifeng Zhang.** Transient fluid flow phenomena during continuous casting – Part I – Cast start. ISIJ Int. 2010, vol.50, no 12, pp.1777-1782

## Κεφάλαιο 9 – Παρουσίαση και σχολιασμός αποτελεσμάτων

Πρωτότυπα επιστημονικά στοιχεία της διατριβής	413
Τι καινούργιο ανακαλύψαμε ή βελτιώσαμε	414
Ποιά είναι η πρακτική συνεισφορά των αποτελεσμάτων	414
Πως βοηθάμε την αγορά και τον σχεδιαστή συστημάτων	415
Μελλοντική έρευνα	416
Οι τιμές των συντελεστών $C_m$ , $C_f$ , $C_h$ στην διφασική ροή	417
Συντελεστής ενδιαμεσότητας	420
Σύγκριση του ρυθμού μεταφοράς της μάζας	423
Σχολιασμός γραφικών παραστάσεων	427
Συμπεράσματα	448
Βιβλιογραφία	450



---

## 9. Παρουσίαση και σχολιασμός αποτελεσμάτων

---

Σκοπός του παρόντος κεφαλαίου είναι να παρουσιαστούν τα αποτελέσματα της παρούσας διατριβής και να σχολιαστούν αναλόγως. Στόχος μας είναι να απαντήσουμε σε μια σειρά από βασικά ερωτήματα και προβληματισμούς. Παρακάτω γίνεται αναφορά σε αυτά και ακολουθούν στο τέλος η ανάλυση των και η εμβάθυνση.

Παρακάτω ανακεφαλαιώνονται τα συμπεράσματα της παρούσας διδακτορικής διατριβής. Στην παρούσα διατριβή εξετάσαμε την τυρβώδη μοντελοποίηση με δύο σημαντικά μοντέλα τύρβης, το κλασσικό k-ε και το υποσχόμενο 2 βαθμίδων k-ε μοντέλο τόσο σε ισοθερμοκρασικό όσο και σε μη ισοθερμοκρασικό περιβάλλον για ένα πραγματικό ρευστό.

---

### 9.1 Πρωτότυπα επιστημονικά στοιχεία της διατριβής

---

Οι πρωτοτυπίες της παρούσας εργασίας είναι οι παρακάτω:

1. Η μελέτη της διφασικής ροής πραγματικού ρευστού στην δεξαμενή τύπου tundish. Στην διεθνή βιβλιογραφία υπάρχουν οι δημοσιεύσεις των [ilegbussi,1994; Sheng and Jonnson, 2000] που έχουν ασχοληθεί με διφασική ροή στην δεξαμενή αλλά θεωρώντας το ρευστό τους ότι είναι το νερό και όχι πραγματικό.
2. Σε όλες τις περιπτώσεις έχουμε λάβει ότι το ρευστό είναι το πραγματικό και δεν έχουμε προσομοιώσει την μελέτη μας με το νερό. Σχεδόν το 99% της βιβλιογραφίας θεωρεί ότι το ρευστό του είναι το νερό.
3. Η σύγκριση του πραγματικού ρευστού σε ισοθερμοκρασική και με ισοθερμοκρασική κατάσταση. Η καλύτερη αντίστοιχη δημοσίευση είναι των [...] που αναφέρεται στην σύγκριση ισοθερμοκρασικού και μη

ισοθερμοκρασιακού νερού.

4. Όλες οι δημοσιεύσεις χρησιμοποιούν σαν τυρβώδες μοντέλο το κλασσικό k-ε όπως ορίζεται στο Phoenics ή στο Fluent. Εμείς για πρώτη φορά χρησιμοποιήσαμε και το μοντέλο των δύο κλάσεων, 2 scale k-ε

---

## 9.2.Τι καινούργιο ανακαλύψαμε ή βελτιώσαμε

---

1. Στην περίπτωση της διφασικής ροής, προσδιορίσαμε με ακρίβεια για πρώτη φορά, τις τιμές των συντελεστών  $c_h$ ,  $c_m$ ,  $c_f$  για την περίπτωση της δεξαμενής τύπου tundish. Οι σχετικές δημοσιεύσεις των [Ilegbussi, 1994; Sheng and Jonnson, 2000] έχουν χρησιμοποιήσει την προσέγγιση αυτών των συντελεστών για την περίπτωση σωλήνα.
2. Υπολογίσαμε τον ρυθμό μεταφοράς της μάζας με έναν καινούργιο προσεγγιστικό τύπο των [Yu et al., 2008] που συγκρίνεται με τους δυο κλασσικούς τύπους προσέγγισης των [Markatos et al., 1986; Yu et al., 2007] και των [Sheng and Jonsson, 2000]. Η νέα μορφή αντιστοιχεί στον μέσο όρο των δύο προηγούμενων.

---

## 9.3.Ποιά είναι η πρακτική συνεισφορά των συμπερασμάτων

---

- ✓ Όταν προσεγγίσαμε τα θέματα του ιξώδες τότε είδαμε περιπτώσεις στις οποίες το κλασσικό μοντελο k-ε έκανε υπερεκτίμηση δίνοντας μας περιοχές με πολύ υψηλότερο ιξώδες (στρωτό και τυρβώδες) αλλά και για μεγαλύτερο μήκος εντός του δοχείου μας. Σε αντίθεση, το δύο κλάσεων μοντέλο k-ε όπου μας έδινε περισσότερο έντονες περιοχές στην είσοδο και λιγότερο στην έξοδο αλλά σχεδόν «ήρεμες» περιοχές (όπου έχει επέλθει πλήρης ανάμιξη και ισορροπία) καθόλο το μήκος του

δοχείου, πράγμα που είναι και περισσότερο αληθοφανές αλλά και συμφωνεί περισσότερο με τα πειραματικά και πραγματικά στοιχεία.

- ✓ Παρατηρούμε επίσης, ότι το κλασικό μοντέλο k-ε δεν μπορεί να ανταποκριθεί τόσο καλά όσο το δύο κλάσεων μοντέλο σε σχήματα όπου έχουμε περιοχές με έντονη τυρβώδη εμφάνιση (είσοδο, έξοδο) και ανάμεσα των μεγάλες περιοχές με πολύ χαμηλή ή ανύπαρκτη (κατά μήκος του δοχείου από την είσοδο έως την έξοδο) ανάμιξη.

---

## 9.4. Πως βοηθάμε την αγορά και τον σχεδιαστή συστημάτων

---

- ✓ Γίνεται εμφανές ότι η θεμελίωση ενός νέου τυρβώδες μοντέλου για την περίπτωση διφασικής ροής είναι απαραίτητο για να συμπεριλάβει καλύτερα τις λεπτομέρειες της τύρβης.
- ✓ Συγκρίνοντας ανάμεσα στην περίπτωση μιας μονοφασικής ροής με το δύο κλάσεων τυρβώδες μοντέλο και της διφασικής ροής με το κλασικό k-ε τυρβώδες μοντέλο, μπορούμε να πούμε ότι είναι περίπου ισάξια στην συμπεριφορά των. Στην περίπτωση της δεξαμενής τύπου tundish φαίνεται σαν καλύτερη λύση η προσέγγιση με το μοντέλο της διφασικής ροής.
- ✓ Η ανάλυση του ρευστού σαν ένα πραγματικό ρευστό δείχνει ότι έχει επιδράσει σημαντικά στα θέματα που σχετίζονται με το ιξώδες δίνοντας το σύνολο των μοντέλων μας σε τιμές πιο έντονες σε σχέση με το πρωτότυπο μας (νερό). Αυτές δε οι διαφορές είναι πιο έντονες στην διφασική ροή.
- ✓ Ο τρόπος υπολογισμού της μάζας  $m$  στις διφασικές ροές δείχνει ότι βελτιώνει τον κώδικα και διατηρεί καλή ισορροπία στην ανταλλαγή των ποσών μάζας και ενέργειας μέσω του interface με καλύτερη κατάσταση την προτεινόμενη  $m_3$ .

- ✓ Στην περίπτωση των δύο κλάσεων τυρβώδες μοντέλου μας η ροή εκτός από την σχετική γρήγορη προσομοίωση που έχει, εμπεριέχει και περισσότερες λεπτομέρειες της ανάμιξης. Αυτό δε, φαίνεται λίγο καλύτερα στην περίπτωση της διφασικής ροής με το κλασσικό μοντέλο k-ε.
- ✓ Είναι εμφανής η επίδραση του χρόνου υπολογισμού στο δύο κλάσεων τυρβώδες μοντέλο σε σχέση με τον χρόνο στην περίπτωση της διφασικής ροής με το κλασσικό μοντέλο K-ε. Όμως και οι δύο περιπτώσεις είναι αρκετά πιο χρονοβόρες από την περίπτωση της μονοφασικής ροής με το k-ε.

---

## 9.5.Μελλοντική έρευνα

---

Στη παρούσα διδακτορική διατριβή, εξετάστηκε η δημιουργία ενός μαθηματικού μοντέλου για ένα πραγματικό ρευστό όπου το τυρβώδες μοντέλο ροής ήταν το 2 βαθμίδων k -ε, μονοφασικής μορφής, σε μη ισόθερμη κατάσταση σε ένα δοχείο tudish χωρίς παρεμβάσματα (FM) και συγκρίθηκε με το κλασσικό k-ε μοντέλο σε διφασική ροή. Όμως, το θέμα δεν έχει εξαντληθεί πλήρως διότι σε σχέση με το γενικό μοντέλο που έχουμε αναφέρει αρχικά, έχουν γίνει μια σειρά παραδοχών και έχει απλοποιηθεί. Παρακάτω, θα αναφέρουμε ορισμένα άμεσα πεδία επέκτασης της παρούσας εργασίας με αρκετό βιβλιογραφικό ενδιαφέρον όσο και επιστημονικό. Έτσι:

- ✓ Η επίδραση της ύπαρξης των παρεμβασμάτων στην ροή μας καθώς και ο αριθμός των, το είδος των και το σχήμα αυτών. Υπάρχουν αρκετές δημοσιεύσεις αλλά με υγρό το νερό και όχι το πραγματικό ρευστό.
- ✓ Η επίδραση της θέσης των παρεμβασμάτων και η εύρεση της βέλτιστης θέσης. Οι περιπτώσεις αυτές έχουν ήδη εξαντληθεί στην διεθνή



βιβλιογραφία όταν το υγρό μας είναι το νερό αλλά όχι για το πραγματικό ρευστό.

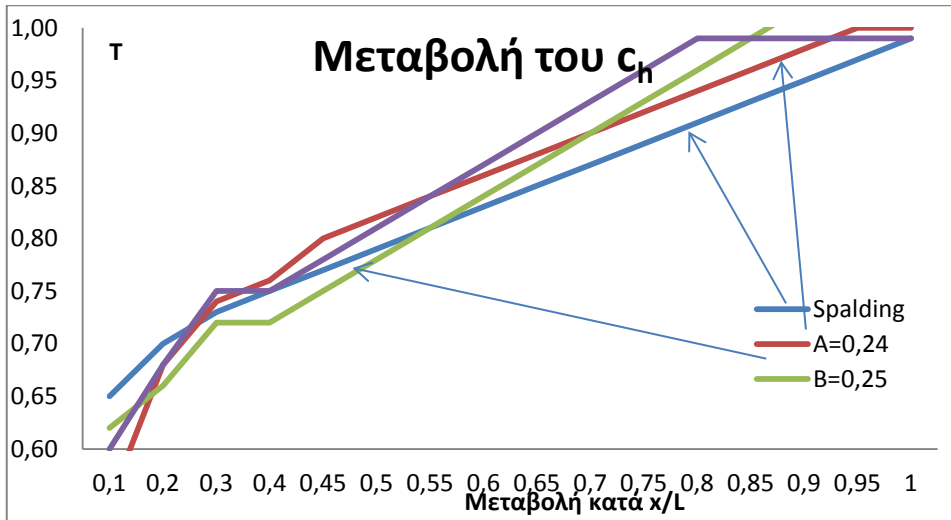
- ✓ Η ενσωμάτωση και άλλων παραγόντων στο συγκεκριμένο μοντέλο μας πέρα των βασικών που κατακλύζεται η βιβλιογραφία με στόχο να υπολογίσουμε ένα όσο το δυνατόν πιο πλήρες μοντέλο.
- ✓ Η πειραματική ανάλυση ενός πραγματικού, μη ισοθερμοκρασικού, μοντέλου ροής για την σύγκριση των αποτελεσμάτων του με την παρούσα εργασία.
- ✓ Διαχωρισμός του δοχείου σε δύο περιοχές, την τυρβώδη και την μη τυρβώδη και η σχετική προσέγγιση του.
- ✓ Η μελέτη νέων σχημάτων όπως T, H, με ή χωρίς διαχωριστικά, εσωτερικό κουτί (rouging box), και εσωτερική αναροή (centrifugal flow).
- ✓ Η επίδραση του αερίου  $Ar$  στην τροφοδοσία της δεξαμενής και οι φούσκες που σχηματίζονται στο εσωτερικό του υγρού.
- ✓ Η ύπαρξη εγκλεισμάτων και η επίπλευση αυτών. Ο υπολογισμός των στη περίπτωση διφασικής ροής.

---

## 9.6. Οι τιμές των συντελεστών $C_m$ , $C_f$ , $C_h$ στην διφασική ροή.

---

Για να μπορέσουμε να βρούμε τους συντελεστές της διφασικής ροής θα ξεκινήσουμε με αρχικές τιμές  $K_f=0.05$ ,  $K_m=0.35$ ,  $K_h=0.1$ , [Markatos, 1986]. Οπου,  $K_f$  είναι μια παράμετρος που εκφράζει τον λόγο  $L/W$  και χαρακτηρίζει τον συντελεστή της εσωτερικής ροής προς την γεωμετρία,  $K_m$  είναι μια παράμετρος που εκφράζει τον λόγο  $L/W$  και χαρακτηρίζει την μεταφορά της μάζας προς την γεωμετρία και  $l_d$  είναι το μέσο μέγεθος του θραύσματος που λαμβάνεται εδώ ίσο με  $0.05m$ . Οι ανωτέρω μεταβλητές κυμαίνονται από  $0.01 < K_f < 20$  και  $0.1 < K_m < 15$ , [Markatos and Kotsifaki, 1994].

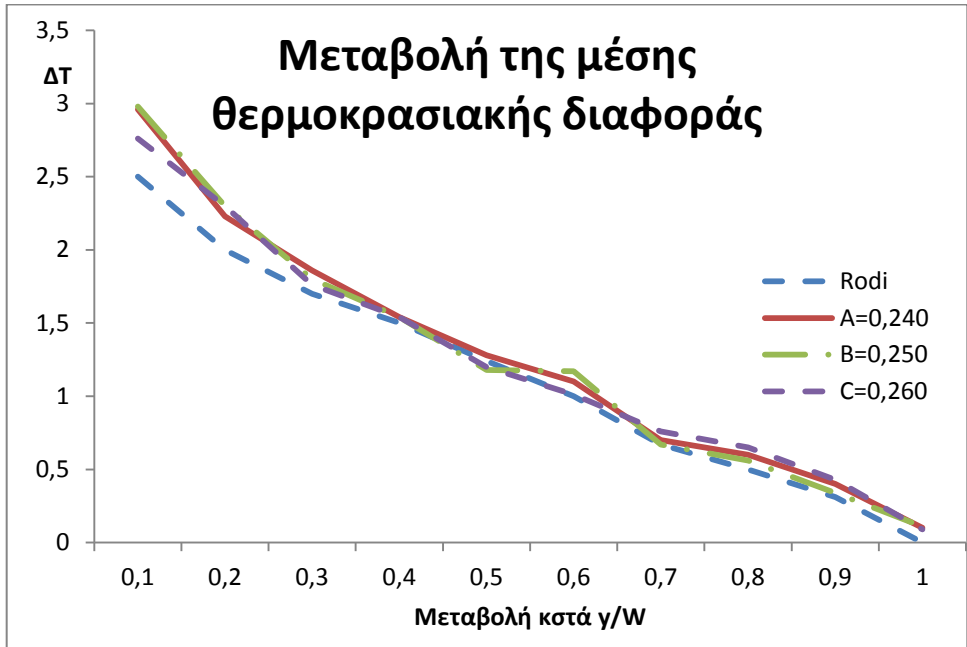


Σχήμα 9.1 Η μεταβολή του  $c_h$  σε σχέση με την μέση θερμοκρασιακή διαφορά

Αμέσως παρακάτω εξηγούμε τον τρόπο για την εύρεση των τιμών των συντελεστών  $C_m$ ,  $C_f$ ,  $C_h$  της διφασικής ροής του πραγματικού ρευστού με βάση το σκεπτικό των [Ilegbusi and Spalding, 1989].

Για τον υπολογισμό των συντελεστών  $C_m$ ,  $C_f$ ,  $C_h$  κάναμε μια σειρά από τρεξίματα στον κώδικα μας όπου λάβαμε σαν αρχικές τις τιμές του [Ilegbusi, 1994] όπου ισχύει  $C_m=10.0$ ,  $C_f=0.050$  και  $C_h=0.050$  και με βήμα από 0.01 μέχρι και το 10. Αρχικώς, διατηρήσαμε σταθερές τις τιμές  $C_m=10.0$ ,  $C_f=0.050$  και ψάξαμε να βρούμε την σωστή τιμή του  $C_h$  για το πραγματικό ρευστό μας. Με την βοήθεια της σχέσης (8.5) υπολογίζουμε την μεταβολή της μέσης θερμοκρασίας του ρευστού μας σαν συναρτήση της θέσης μέσα στο οριακό στρώμα, Σχήμα 9.1. Τα στοιχεία για το Σχήμα 9.1 έχουν παρθεί από την εργασία του Spalding (1982), όπως έχουν δημοσιευθεί και στην εργασία των Ilegbusi and Spalding, (1989). Η σύγκριση έγινε με τα δεδομένα των [Spaldehy, 1982] και με την βοήθεια της σχέσης:

$$T = \frac{T_1 - T_2}{\Delta T} \quad (8.21)$$



Σχήμα 9.2. Η μεταβολή της μέσης θερμοκρασιακής διαφοράς σε σχέση με το βάθος του οριακού στρώματος.

Στο σχήμα 9.2. έχουμε την μεταβολή της μέσης θερμοκρασίας σε συνάρτηση με το βάθος του σημείου εντός του οριακού στρώματος. Η σύγκριση έγινε με τα στοιχεία από την δημοσίευση [Spalding, 1982].

Έχοντας προσδιορίσει την ακριβή τιμή του συντελεστή  $C_h$  μπορούμε ακολουθώντας παρεμφερή πορεία να υπολογίσουμε και τους άλλους συντελεστές. Μετά από αρκετές δοκιμές καταλήξαμε στις τιμές μας  $C_m=10.0$ ,  $C_f=0.375$  και  $C_h=0.250$  που ισχύουν για πραγματικό ρευστό σε μη ισοθερμοκρασιακό περιβάλλον, Πίνακας 9.1.

Πίνακας 9.1. Τελικές τιμές διφασικής ροής για ροή πραγματικού υγρού μετάλλου.

Πραγματικό ρευστό		
$C_m$	10,0	
$C_f$	0,375	$C_m / C_f = 26.7$
$C_h$	0,250	$C_m / C_h = 40$

---

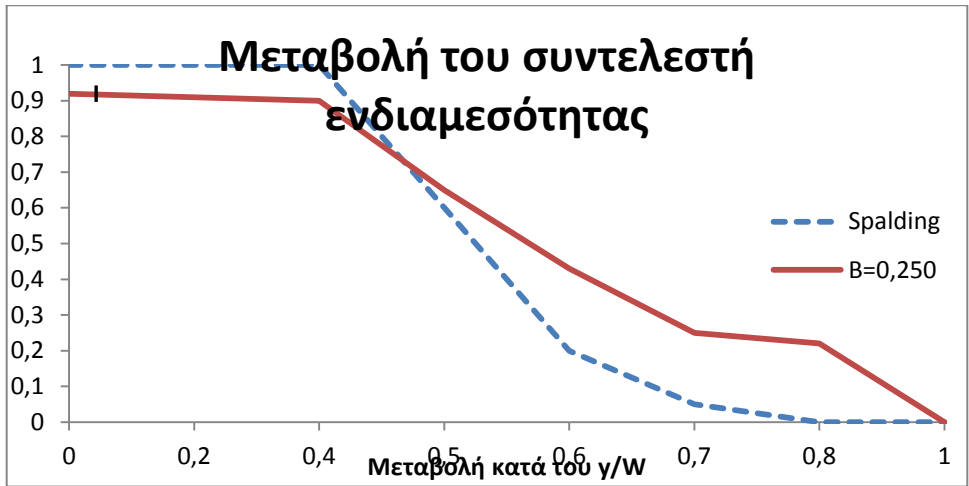
## 9.7. Συντελεστής ενδιαμεσότητας

---

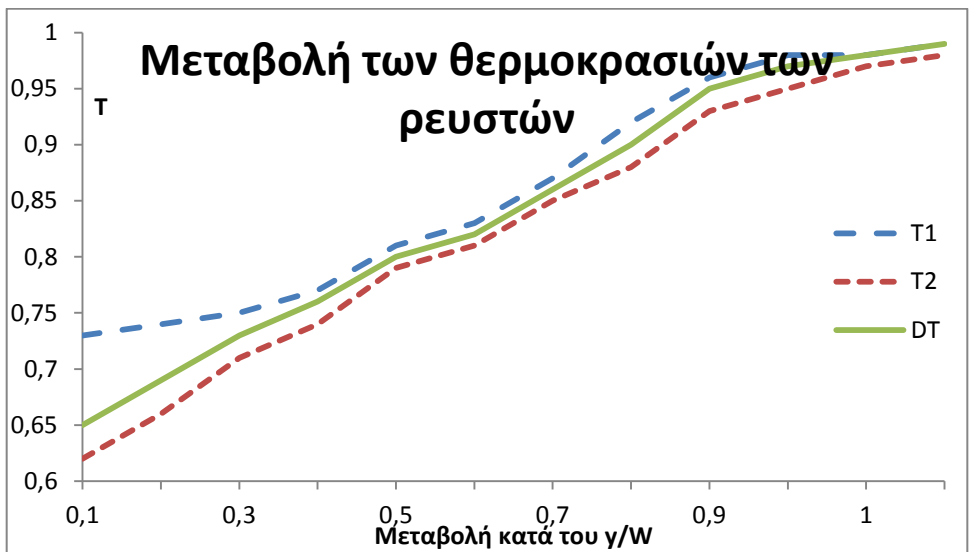
Ο συντελεστής ενδιαμεσότητας (intermittency factor  $I$ ), που έχει προταθεί από τους Jones and Launder (1972) και κατόπιν έχει διευρευνηθεί από τους Libby (1975), Dopazo (1977), Byggstoyl (1981), Illegbussi and Spalding (1987, 1989) εκφράζει το ποσοστό του συνολικού χρόνου κατά τον οποίο η ροή μας είναι τυρβώδης, και στην περίπτωση του διδιάστατου οριακού στρώματος και δίνεται από την σχέση:

$$I = \min(1.0, 2r_1) \quad (9.1)$$

Στο σχήμα 9.3 έχουμε την σύγκριση του συντελεστή ενδιαμεσότητας  $I$ , με τα πειραματικά δεδομένα των [Spalding, 1983]. Τέλος, στο επόμενο σχήμα 9. βλέπουμε την μεταβολή των θερμοκρασιών των δύο ρευστών αλλά και της διαφοράς των σε σχέση σε συνάρτηση με το βάθος μέσα στο οριακό στρώμα.



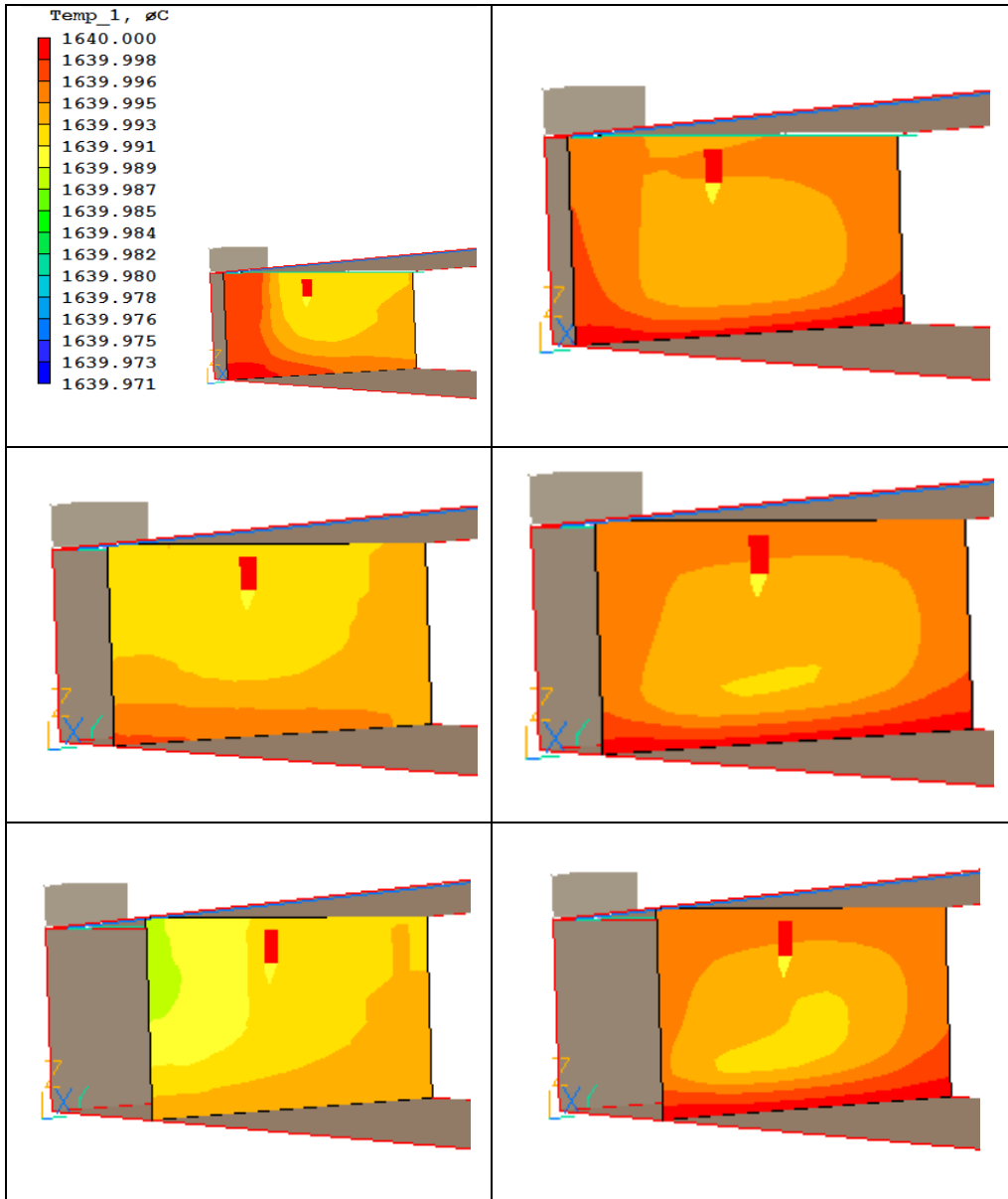
Σχήμα 9.3 Η μεταβολή του συντελεστή I συναρτήση της μέσης θερμοκρασιακής διαφοράς σε σχέση με το βάθος του οριακού στρώματος και η σύγκριση του με τα δεδομένα Spalding (1983)

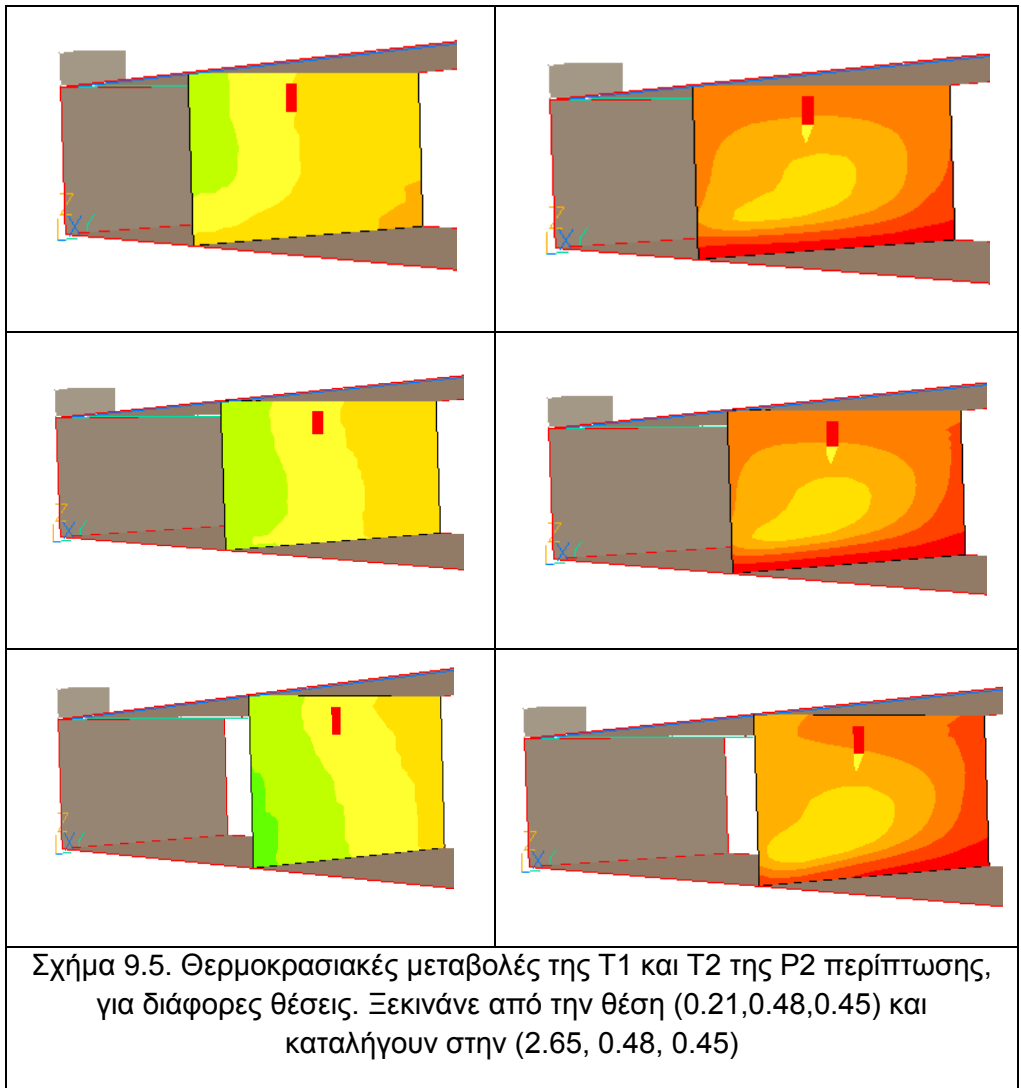


Σχήμα 9.4. Μεταβολή της θερμοκρασίας και της θερμοκρασιακής διαφοράς των δύο ρευστών σε συνάρτηση με το βάθος μέσα στο οριακό στρώμα.

Παρατηρούμε ότι αρχικά η διαφορά είναι μεγάλη λόγω της εισόδου νέας ποσότητας υγρού και του υπάρχοντος. Αυτή η διαφορά εξαλείφεται

όσο προχωράμε πιο μέσα στο δοχείο μας και μέχρι να επέλθει θερμοκρασιακή ισορροπία. Τα στοιχεία έχουν συγκριθεί με την δημοσίευση των [Leslie et al.,1970].





## 9.8. Σύγκριση του ρυθμού μεταφοράς της μάζας.

Στις εξισώσεις της διφασικής ροής (περιπτώσεις 2Π και 2Π2) με το σύμβολο  $\dot{m}$  συμβολίζουμε τον ρυθμό μεταφοράς της μάζας ανάμεσα στα δύο ρευστά. Στην διεθνή βιβλιογραφία υπάρχουν δύο εξισώσεις που υπολογίζουν το ανωτέρω μέγεθος. Η πρώτη εξίσωση [Yu et al., 2007; Malin

and Spalding, 1984; Shen et al., 2003; Markatos et al., 1986; Ilegbussi, 1994; Markatos and Kotsifaki, 1994] είναι:

$$\dot{m}_1 = c_m \rho_1 l^{-1} r_1 r_2 |\Delta U| \quad (9.2)$$

Και η δεύτερη εξίσωση είναι [Sheng D.Y. and Lage Jonsson, 2000]:

$$\dot{m}_2 = c_m \rho_1 l^{-1} r_1 r_2 (r_2 - 0.5) |\Delta U| \quad (9.3)$$

Στις ανωτέρω εξισώσεις,  $r_i$  είναι το κλάσμα φάσης όγκου [ $m^3/m^3$ ],  $\rho_i$  είναι η πυκνότητα της κάθε φάσης, [ $kg/m^3$ ],  $u_i$  είναι η ταχύτητα της κάθε φάσης [ $m/s$ ] και  $m_{ji}$  είναι ο θετικός ρυθμός της μάζας που εισέρχεται στην φάση  $i$  από την φάση  $j$  [ $kg/(m^3s)$ ]. Η εξίσωση που δίνει τον ρυθμό μεταφοράς της μάζας ανάμεσα στα δύο ρευστά παίζει σημαντικό ρόλο στην επίλυση των εξισώσεων της διαφασικής ροής. Οι ανωτέρω εξισώσεις (9.2) και (9.3) είναι οι δύο πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες. Στην εξίσωση (9.2) το μέγεθος  $\dot{m}$  είναι πάντα θετικό, που σημαίνει ότι μόνο το δεύτερο υγρό (το μη τυρβώδες υγρό) μπορεί να παρασυρθεί από το πρώτο ρευστό (τυρβώδες υγρό). Σύμφωνα με την εξίσωση (9.3) η ποσότητα  $\dot{m}$  μπορεί να είναι αρνητική. Ο άλλος συντελεστής ( $r_2 - 0.5$ ) επιτρέπει την ισοδύναμη εναλλαγή μεταξύ του τυρβώδες ρευστού 1 και του μη τυρβώδες ρευστού 2. Από την άποψη της φυσικής, το ποσοστό του μη τυρβώδες ρευστού που παρασύρεται από το τυρβώδες ρευστό είναι πολύ περισσότερο από το ποσοστό του τυρβώδες ρευστού που παρασύρεται από το μη τυρβώδες ρευστό. Έτσι, οι εξισώσεις (9.2) και (9.3) παρουσιάζουν μειονεκτήματα και γι αυτό τον λόγο θα πρέπει να οδηγηθούμε σε μια νέα μορφή των ανωτέρω εκφράσεων. Στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιήσουμε αρχικά την εξίσωση (9.2) και θα την συγκρίνουμε με μια νέα που έχει προταθεί από τον



Yu et al. (2008) και η οποία αντιστοιχεί στον μέσο όρο των δύο ανωτέρω (weight average of mass transfer rate). Δίνεται από την επόμενη έκφραση:

$$\dot{m}_3 = \frac{c_m \rho_1 r_1 r_2 |\Delta U|}{l} r_1 + \frac{c_m \rho_1 r_1 r_2 (r_2 - 0.5) |\Delta U|}{l} r_2 \quad (9.4)$$

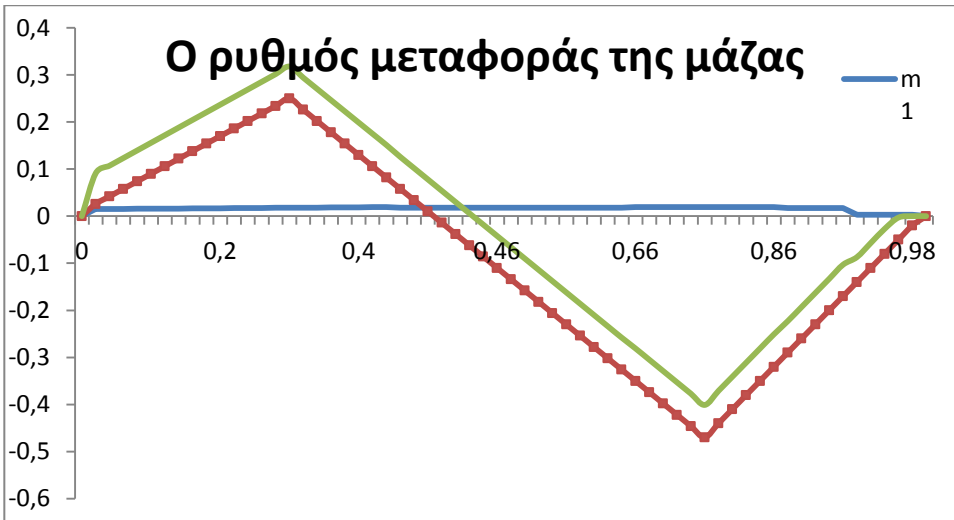
Οι ανωτέρω σχέσεις (9.2) έως 9.4) μπορούν να ξαναγραφτούν συναρτήσει του  $r_1$  και ενός διαστατικού αριθμού, στην μορφή:

$$\dot{m}_1 = c_{m1} \rho_1 l^{-1} r_1 r_2 |\Delta U| \rightarrow \frac{\dot{m}_1}{\rho_1 l^{-1} |\Delta U|} = c_{m1} r_1 r_2 \quad (9.5)$$

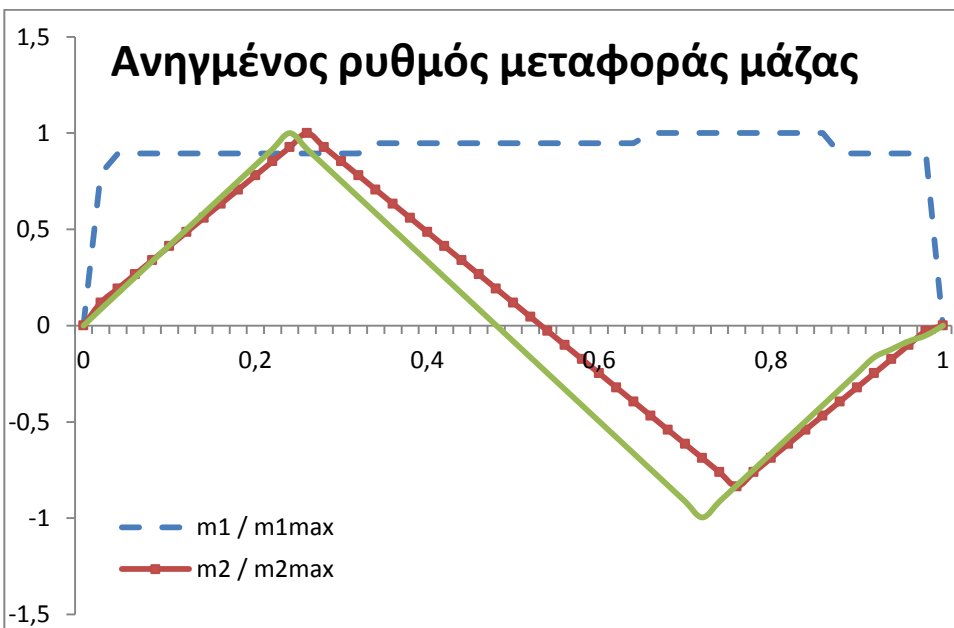
$$\dot{m}_2 = c_{m2} \rho_1 l^{-1} r_1 r_2 (r_2 - 0.5) |\Delta U| \rightarrow \frac{\dot{m}_2}{\rho_1 l^{-1} |\Delta U|} = c_{m2} r_1 r_2 (r_2 - 0.5) \quad (9.6)$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_3 &= \frac{c_{m1} \rho_1 r_1 r_2 |\Delta U|}{l} r_1 + \frac{c_{m2} \rho_1 r_1 r_2 (r_2 - 0.5) |\Delta U|}{l} r_2 \\ &\rightarrow \frac{\dot{m}_3}{\frac{\rho_1 |\Delta U|}{l}} = c_{m1} r_1^2 r_2 + c_{m2} r_1 r_2^2 (r_2 - 0.5) \quad (9.7) \end{aligned}$$

Στο επόμενο σχήμα 9.5. βλέπουμε την γραφική παράσταση των σχέσεων (9.5β), (9.6) και (9.7) για την περίπτωση της διφασικής ροής 2Π.



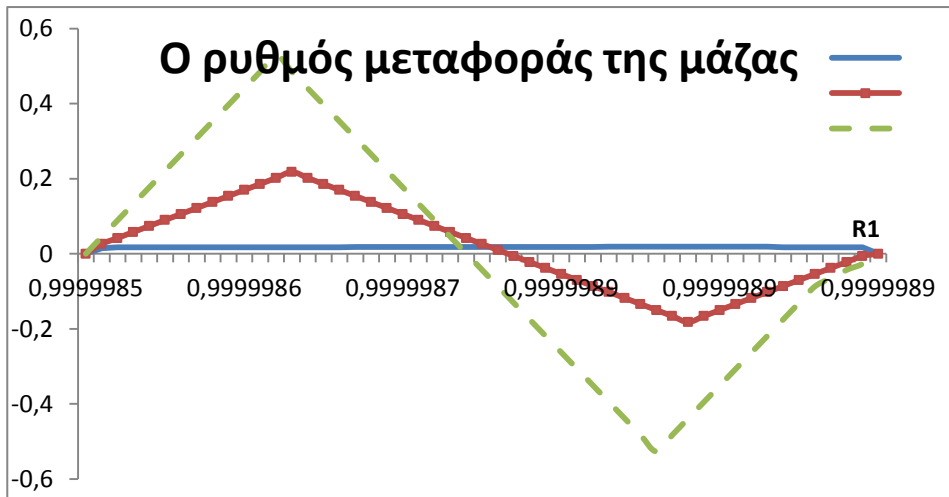
Σχήμα 9.5β. Σύγκριση του ρυθμού μεταφοράς της μάζας  $m_1, m_2, m_3$ .



Σχήμα 9.6. Η μεταβολή του ανηγμένου ρυθμού μεταφοράς μάζας κατά μήκος του δοχείου για διάφορες θέσεις  $x/L$

Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η τροποποιημένη εξίσωση μεταφοράς μάζας μεταξύ των δύο ρευστών  $m_3$  δεν περιγράφει μόνο την

παράσυρση του μη στροβιλώδες ρευστού από το τυρβώδες ρευστού, αλλά επίσης αποκαλύπτει την ταχύτητα μεταφοράς μάζας από το παραχώδες ρευστό στο μη στροβιλώδες ρευστό. Έτσι, η ταχύτητα της μεταφοράς μάζας της τροποποιημένης εξίσωσης εκφράζει τον κατάλληλο ρυθμό μεταφοράς μάζας μεταξύ των δύο υγρών.

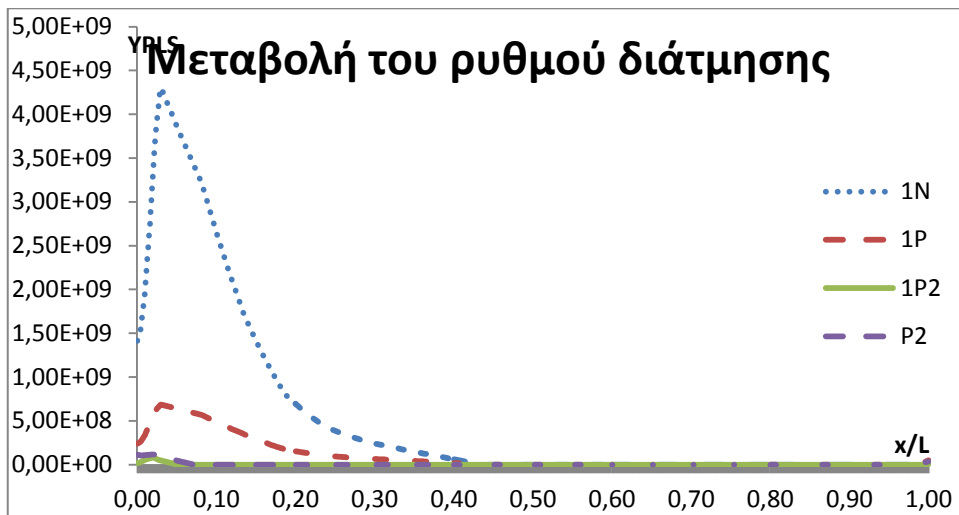


Σχήμα 9.7. Ο ρυθμός μεταφοράς της μάζας συναρτήσει του R1

## 9.9.Σχολιασμός γραφικών παραστάσεων

**Στο Σχήμα 9.8** δείχνουμε την μεταβολή του ρυθμού διάτμησης  $\tau_w$  κοντά στο τοίχωμα κατά μήκος του δοχείου μας. Γνωρίζουμε ότι ο ρυθμός διάτμησης είναι ο λόγος της διατμητικής τάσης προς την τοπική πυκνότητα στην κάθε θέση. Είναι γνωστό ότι η διατμητική τάση (δηλαδή η αντίσταση στη ροή) είναι πολύ υψηλότερη στην τυρβώδη ροή σε σχέση με τη στρωτή ροή. Αυτό γίνεται διότι εκφράζει την συνεχή ανταλλαγή πακέτων του υγρού που αφήνουν μια περιοχή και μετακινούνται σε μια διαφορετική περιοχή ταξιδεύοντας με διαφορετικές ταχύτητες. Έτσι, προκαλείται είτε ένα κέρδος

ή μια ζημία στην ορμή με αποτέλεσμα να έχουμε υψηλότερες ή χαμηλότερες τιμές στην διατμητική τάση. Είναι λογικό να έχουν υψηλότερες τιμές στην είσοδο και την έξοδο, όπου η ροή έχει περισσότερο τυρβώδες χαρακτηριστικά σε σχέση με το μέσον του δοχείου.

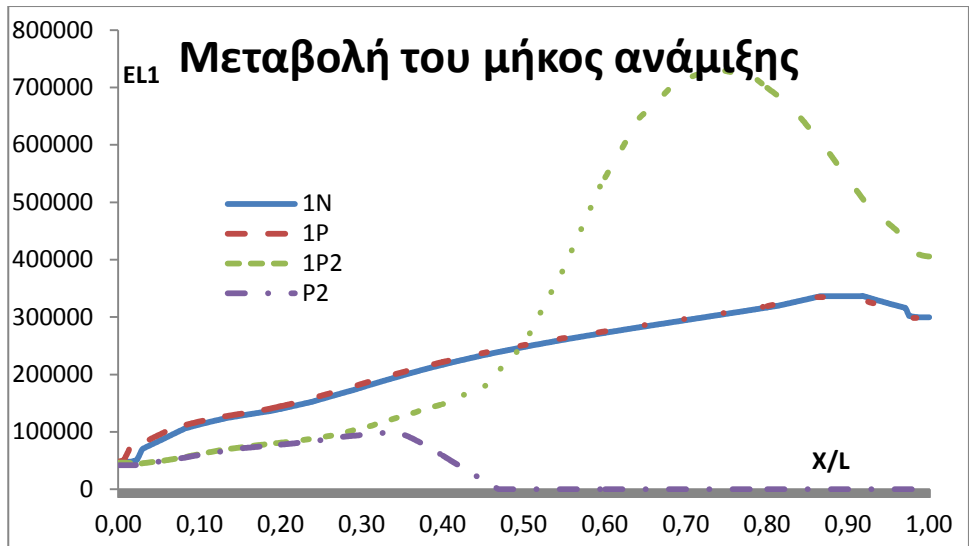


Σχήμα 9.8. Η μεταβολή του ρυθμού διάτμησης YPLS κατά μήκος του δοχείου για διάφορες θέσεις x/L

Όπως γνωρίζουμε το συνολικό ιξώδες του ρευστού μας δίνεται από το άθροισμα στην κάθε θέση του τοπικού στρωτού και του τοπικού τυρβώδες ιξώδες. Εχουμε δει ότι το ρευστό μας εισέρχεται στο δοχείο και σε πολύ σύντομη απόσταση η τιμή του ρυθμού διάτμησης εκτινάσσεται πιάνοντας την κρίσιμη τιμή της. Αυτό φαίνεται στο διάγραμμα μας με την κορυφή που κάνει η καμπύλη μας. Τέλος, παρατηρούμε ότι είναι πιο έντονη και απότομη αυτή η αλλαγή στην περίπτωση 1N, λιγότερο στην 1P και πάρα πολύ ομαλή στις περιπτώσεις 1P2 και 2P.

Στο **Σχήμα 9.9** έχουμε την μεταβολή του μήκους ανάμιξης συναρτήση του μήκους του δοχείου μας. Βλέπουμε ότι το μήκος ανάμιξης

αυξάνεται από το μηδέν μέχρι το σημείο όπου έχω πλήρη εξέλιξη της τυρβώδους ροής. Αυτή η αύξηση είναι περισσότερο έντονη στην περίπτωση του μονοφασικού προβλήματος με δύο βαθμίδες τυρβώδες μοντέλο  $k - \epsilon$  παρά σε όλες τις άλλες περιπτώσεις.



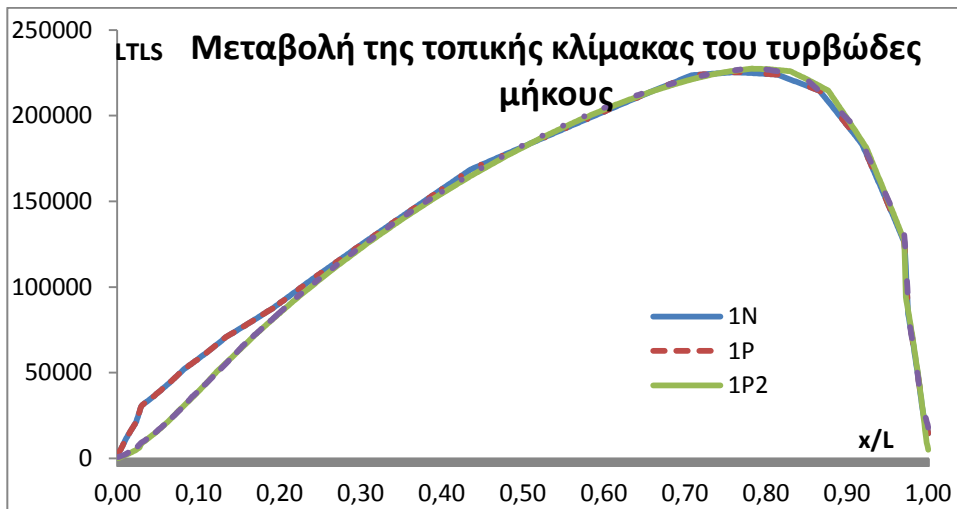
Σχήμα 9.9. Το μήκος ανάμιξης EL1 κατά μήκος του δοχείου δοχείου για διάφορες θέσεις  $x/L$

Στο **Σχήμα 9.10** βλέπουμε την μεταβολή της τοπικής κλίμακας του τυρβώδες μήκους κατά μήκος του δοχείου μας. Η εν λόγω μεταβλητή μας έχει την τιμή:

$$\text{divgrad}L = -1$$

Η τοπική κλίμακα του τυρβώδες μήκους από μόνη της δεν εκφράζει την απόσταση από το τοίχωμα, αλλά είναι μέρος της σχέσης που μου δίνει αυτή την απόσταση. Δηλαδή στην πραγματικότητα μας δίνει την μεταβολή της απόστασης του κάθε τοπικού σημείου P κατά μήκος του

δοχείου μας. Έτσι, εάν η απόσταση του σημείου μας  $y$  από τον μπροστινό τοίχο του δοχείου μας και  $y_1$  από τον πίσω τοίχο, έχουμε:



Σχήμα 9.10. Η μεταβολή της τοπικής κλίμακας LTLS του τυρβώδους κατά μήκος του δοχείου μας δοχείου για διάφορες θέσεις  $x/L$

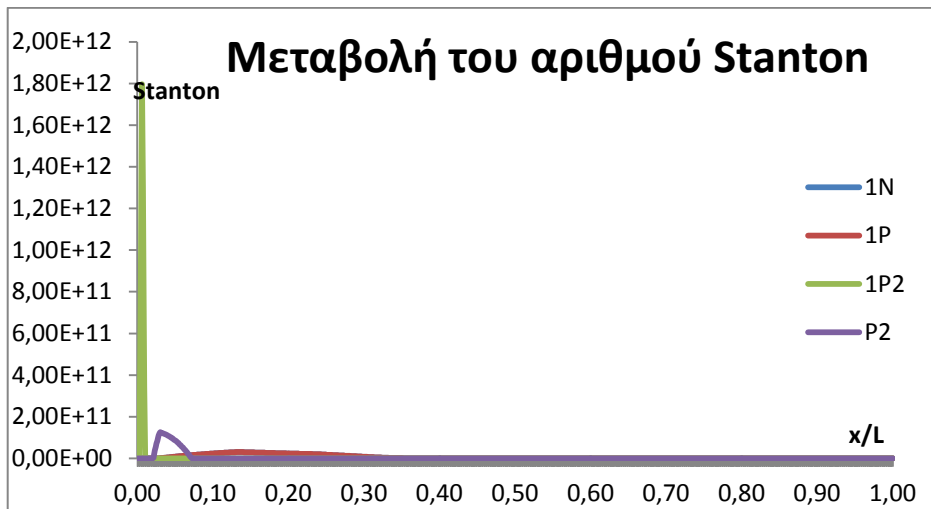
$$y + y_1 = 1$$

$$L = \frac{y_1 - y}{2} y$$

Παρατηρούμε δε, ότι οι τιμές της είναι παραπλήσιες ανεξαρτήτου του τυρβώδους μοντέλου μας και του είδους της ροής μας, μονοφασική ή διφασική.

Στο **Σχήμα 9.11** ο αριθμός Stanton  $St$  or  $CH$ , εκφράζεται κατά μήκος του δοχείου μας. Ο αριθμός Stanton είναι ένας αριθμός που μετράει τον λόγο της ποσότητας της θερμότητας που μεταφέρεται σε ένα ρευστό προς την θερμική χωρητικότητα του ρευστού μας και χρησιμοποιείται για να

χαρακτηρίσει την μεταφορά θερμότητας στην ροή μας. Δίνεται από τον επόμενο τύπο.

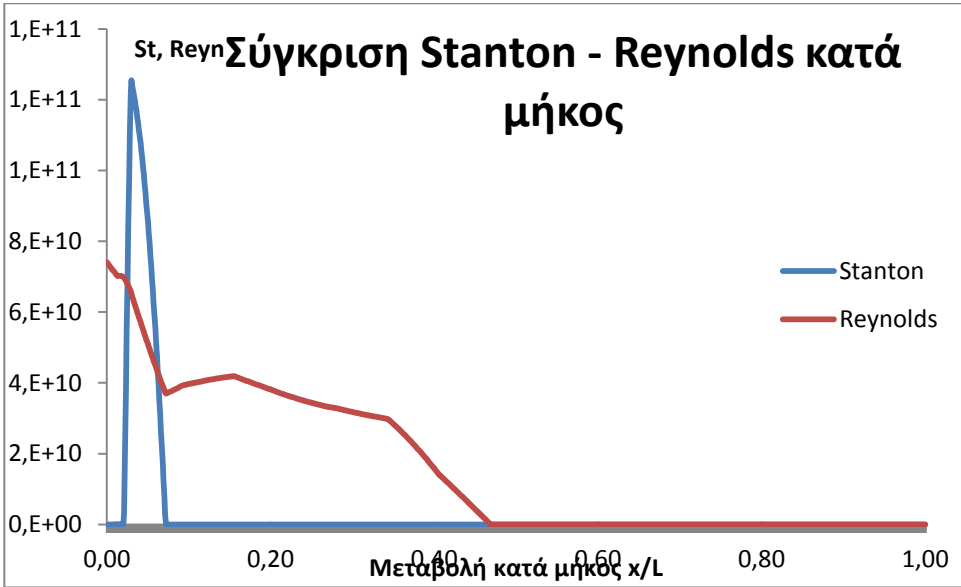


Σχήμα 9.11. Ο αριθμός Stanton σε διάφορες θέσεις x/L

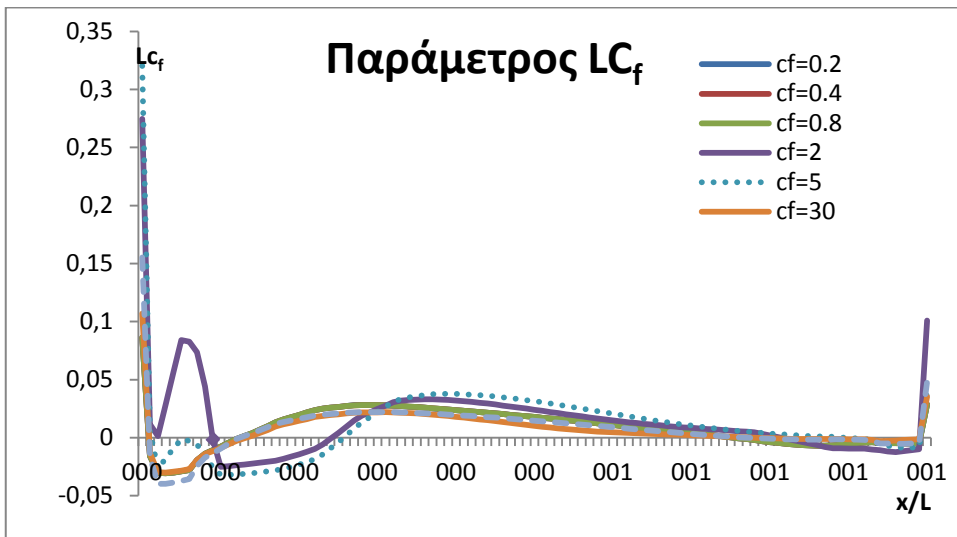
$$St = \frac{h}{V\rho C_p} = \frac{Nu}{Re * Pr}$$

Ο αριθμός Stanton προκύπτει κατά την εξέταση από την γεωμετρική ομοιότητα της δυναμικής του οριακού στρώματος προς το θερμικό οριακό στρώμα, όπου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εκφράσει μια σχέση μεταξύ της διατμητικής δύναμης στο τοίχωμα (λόγω τριβών) και της συνολικής μεταφοράς θερμότητας στο τοίχωμα (λόγω της θερμικής διάχυση). Στο σχήμα 9.12 βλέπουμε την μεταβολή των αριθμών Reynolds, Stanton κατά μήκος του δοχείου μας.

Στο **Σχήμα 9.13** βλέπουμε την επίδραση της παραμέτρου  $LC_f$  κατά μήκος του δοχείου για διάφορες τιμές όταν έχουμε διατηρήσει σταθερό το  $LC_m$  και το  $C_h$ . Στον Πίνακα 9.2 μπορούμε να δούμε μια σειρά από παραμέτρους που έχουν το μεγαλύτερο ενδιαφέρον.



Σχήμα 9.12. Σύγκριση του αριθμού Stanton και Reynolds κατά μήκος του δοχείου



Σχήμα 9.13. Η παράμετρος  $LC_f$  κατά μήκος του δοχείου για διάφορες τιμές της με σταθερό το  $LC_m$  και το  $C_h$  δοχείου για διάφορες θέσεις  $x/L$

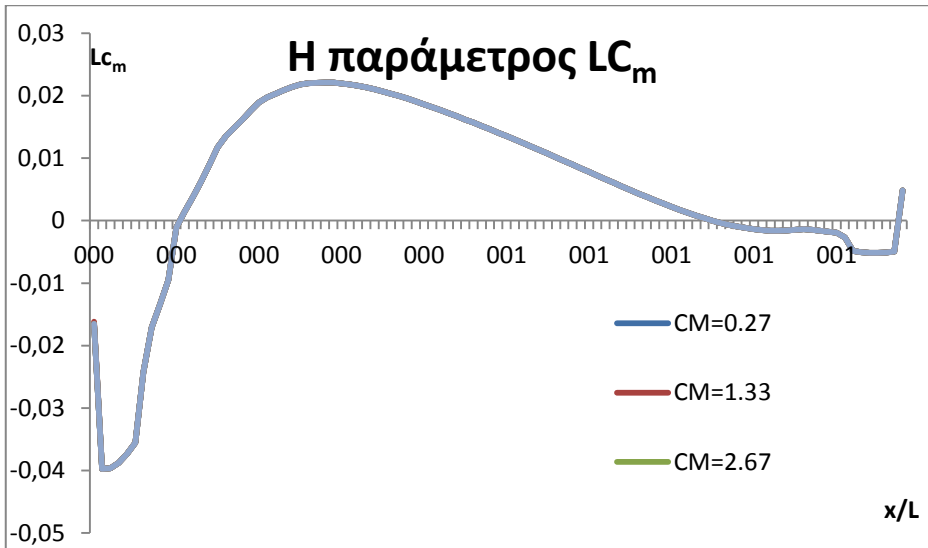


L	$l_f$	$C_f$	$LC_f$	$K_f$	$C_m$	$C_m/C_f$
7.50	0.05	0.20	1.50	0.075	10.00	50.00
7.50	0.05	0.40	3.00	0.150	10.00	25.00
7.50	0.05	0.80	6.00	0.300	10.00	12.5
7.50	0.05	2.00	15.00	0.750	10.00	5.00
7.50	0.05	5.00	37.50	1.875	10.00	2.00
7.50	0.05	10.00	75.00	3.75	10.00	1.00
7.50	0.05	30.00	225.00	11.25	10.00	0.333
7.50	0.05	50.00	375.00	18.75	10.00	0.200

Πίνακας 9.2. Τιμές της παραμέτρου  $LC_f$  κατά μήκος του δοχείου για διάφορες τιμές όταν έχουμε διατηρήσει σταθερό το  $LC_m$  και το  $C_h$ .

Υπενθυμίζουμε ότι ο συντελεστής  $LC_f$  αναφέρεται σαν συντελεστής αντιστάσεως (friction parameter). Αύξηση του  $LC_f$  προκαλεί αύξηση της μεταξύ των δύο υγρών διασύνδεσης και μειώνει τις κλίσεις των ιδιοτήτων, κλπ. Από τον πίνακα βλέπουμε ότι για μικρές τιμές του  $LC_f$  (1.5-15) δεν υπάρχει σημαντική διαφορά στα αποτελέσματα μας. Το αντίθετο συμβαίνει για μεγάλες τιμές του  $LC_f$  όπου για έναν 10πλασιο τιμών του (37.5 – 375) έχουμε αντίστοιχο πολλαπλάσιο τελικών τιμών (2 – 0.200). Το Σχήμα 9.12 μας δείχνει ότι όσο μεγαλώνει η τιμή του  $LC_f$  τόσο πιο ανεξάρτητα γίνονται τα δύο ρευστά και η ταχύτητα του πρώτου ρευστού φτάνει σε οριακή τιμή. Όσο μικραίνει ο λόγος  $C_m/C_f$  τόσο καλύτερη ανάμιξη επέρχεται και η σχετική ταχύτητα μεταξύ των δύο ρευστών ελαχιστοποιείται.

Στο **Σχήμα 9.14** βλέπουμε την επίδραση της παραμέτρου  $LC_m$  κατά μήκος του δοχείου για διάφορες τιμές όταν έχουμε διατηρήσει σταθερό το  $LC_f$  και το  $C_h$ . Στον Πίνακα 9.3 μπορούμε να δούμε μια σειρά από παραμέτρους που έχουν το μεγαλύτερο ενδιαφέρον.



Σχήμα 9.14. Η παράμετρος  $LC_m$  κατά μήκος του δοχείου για διάφορες τιμές της με σταθερό το  $LC_f$  και το  $C_h$

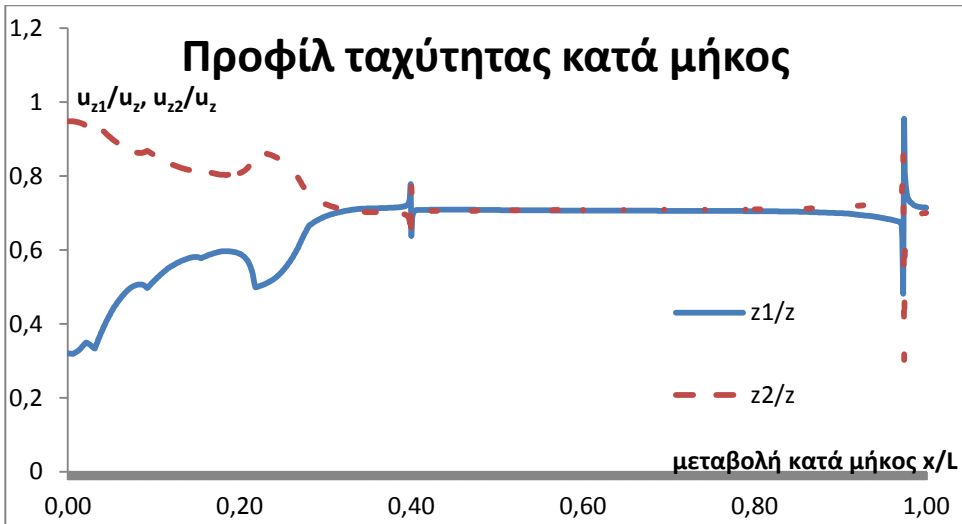
Υπενθυμίζουμε ότι ο συντελεστής  $LC_m$  αναφέρεται σαν συντελεστής μεταφοράς μάζας (mass transfer parameter). Αύξηση του  $LC_m$  προκαλεί αύξηση της μεταξύ των δύο υγρών διασύνδεσης και επιταχύνει την ολοκλήρωση της διαδικασίας.

Από τον πίνακα 9.3. βλέπουμε ότι για μεγάλες τιμές του  $LC_m$  (>100) έχω σχεδόν άμεση μεταφορά της μάζας από το εισερχόμενο ρευστό στο παραμένον μέσα στο δοχείο μας. Οι τιμές αυτές δεν μας ενδιαφέρουν στην παρούσα εργασία σύμφωνα με τις συνθήκες και τους περιορισμούς που έχουμε χρησιμοποιήσει. Βέβαια, για  $LC_m = 300$  έχουμε την περίπτωση της μεγαλύτερης και πιο απότομης μεταφοράς μάζας, πράγμα που λαμβάνει χώρα μόνο στην είσοδο στο δοχείο και μάλιστα υψηλά στο μπεκ. Στο Σχήμα 9.13 μας δείχνει την ταχύτητα του ρευστού μας για διάφορες τιμές του  $LC_m$

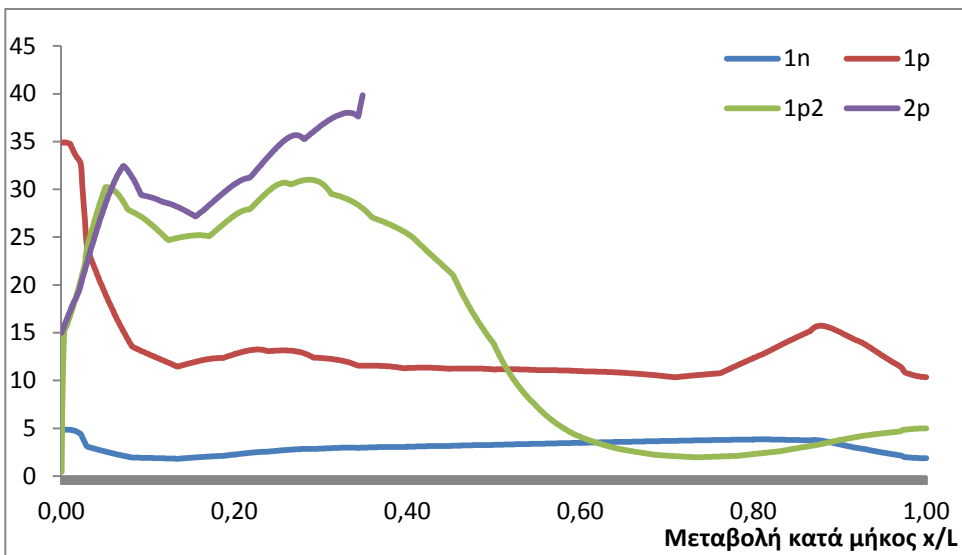
L	$I_f$	$C_m$	$LC_m$	$K_m$	$C_f$	$C_m/C_f$
7.50	0.05	0.27	2.00	0.10	0.375	0.27
7.50	0.05	1.35	10.00	0.50	0.375	1.35
7.50	0.05	2.70	20.00	1.00	0.375	2.70
7.50	0.05	5.33	40.00	2.00	0.375	5.33
7.50	0.05	10.60	80.00	4.00	0.375	10.70
7.50	0.05	26.70	200.00	10.00	0.375	26.67
7.50	0.05	35.00	262.50	13.125	0.375	35,00
7.50	0.05	40.00	400.00	15.00	0.375	40.00

Πίνακας 9.3. Τιμές της παραμέτρου  $LC_m$  κατά μήκος του δοχείου για διάφορες τιμές όταν έχουμε διατηρήσει σταθερό το  $LC_f$  και το  $C_h$ .

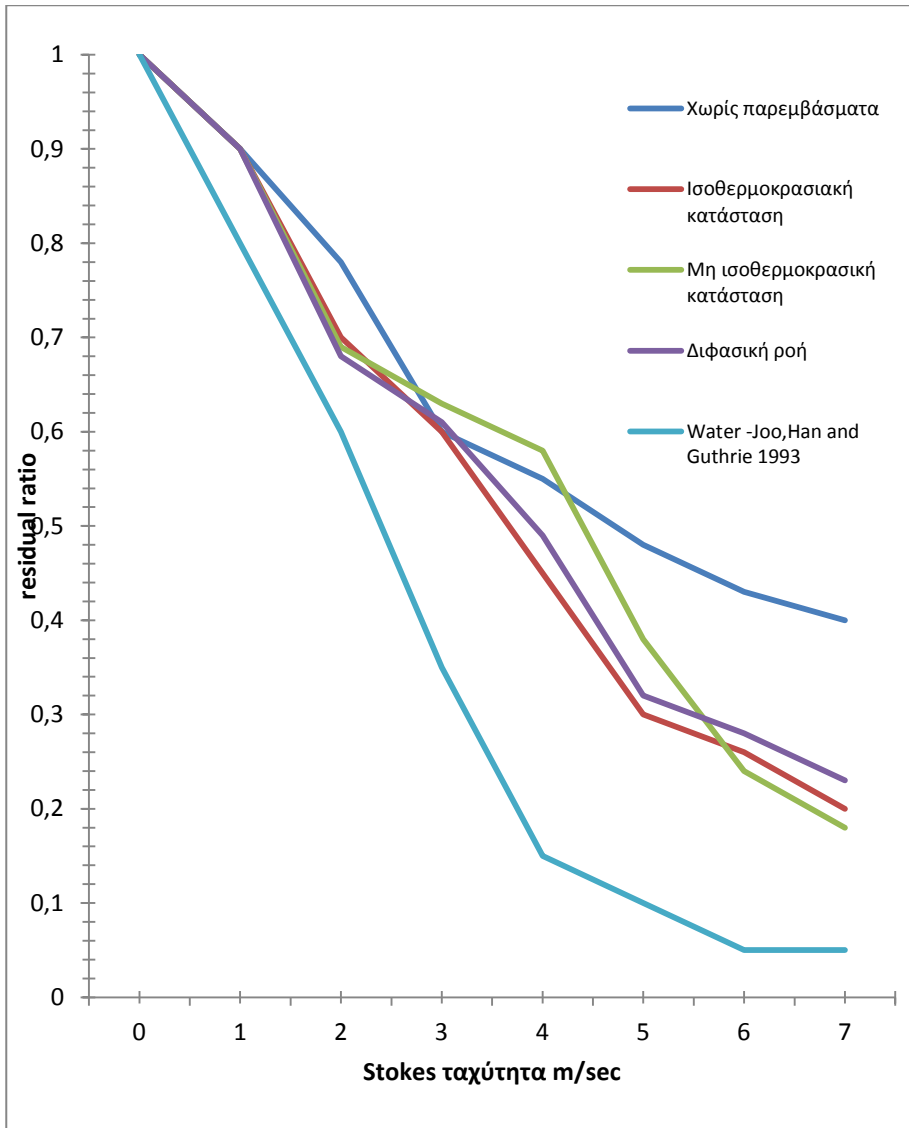
Στο σχήμα 9.15 βλέπουμε την διαφορά των δύο συνιστωσών της ταχύτητας  $w$  κατά μήκος του δοχείου μας, σε διάφορες θέσεις  $x/L$ . Παρατηρούμε ότι αυτή η διαφορά είναι μεγάλη στην αρχή του δοχείου μας, ενώ μικραίνει συνεχώς όσο προχωράμε. Στο σημείο περίπου στο 40% του μήκους του δοχείου μας, παρατηρούμε την εξίσωση των δύο συνιστωσών λόγω του ότι δεν έχουμε πλέον ανταλλαγή ποσών ενέργειας και θερμότητας ανάμεσα στα δύο ρευστά μας. Τέλος, παρατηρούμε μια μικρή ανωμαλία στο τέλος του δοχείου μας λόγω του ότι το ρευστό προαπαθεί να εξέλθει του δοχείου μας μέσω του ακροφυσίου.



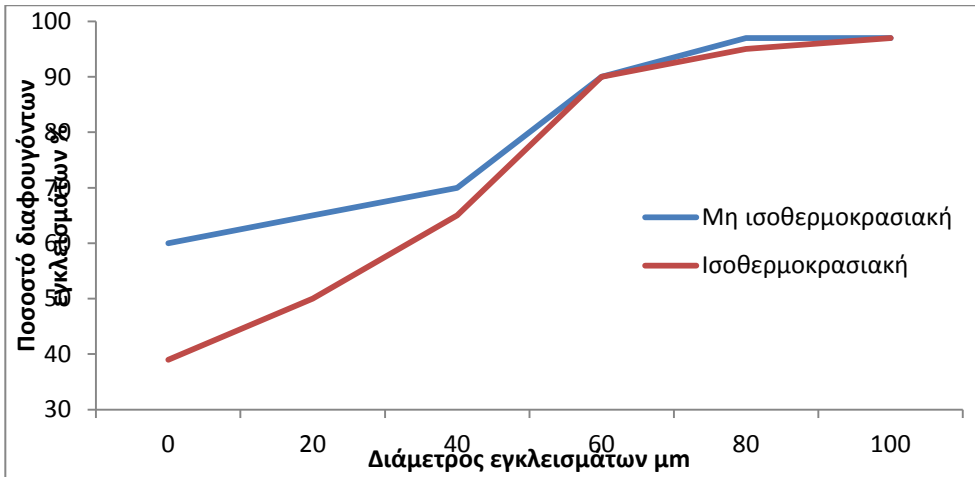
Σχήμα 9.15. Μεταβολή του προφίλ των εγκάρσιων ταχυτήτων κατά μήκος του δοχείου



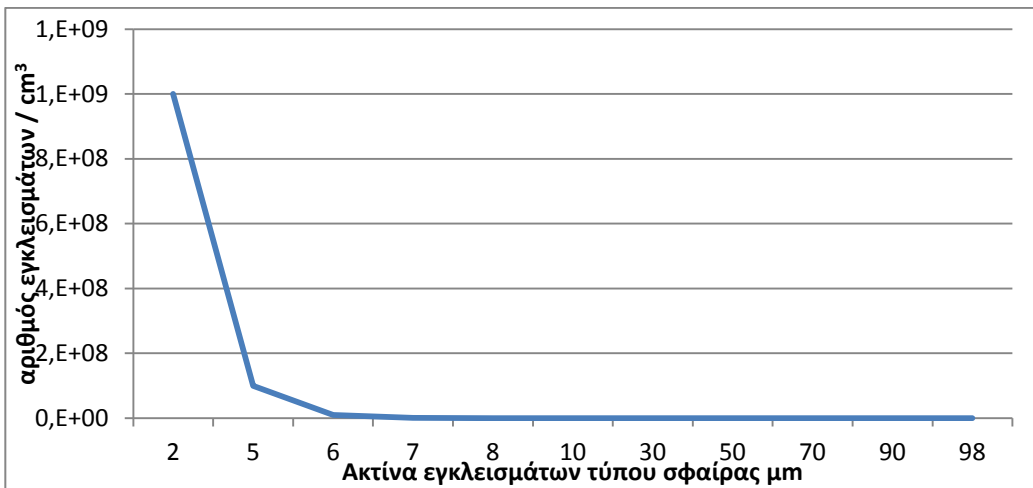
Σχήμα 9.16. Ο ρυθμός διάχυσης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας



Σχήμα 9.17. Η σχέση της συγκέντρωσης του residual ratio of inclusions και της ταχύτητας Stokes για την περίπτωση του πραγματικού ρευστού και η σύγκριση του με δημοσιευμένα στοιχεία των Joo,Han and Guthrie (1993).



Σχήμα 9.18. Σύγκριση του κλάσματος των εγκλεισμάτων που φεύγουν από την δεξαμενή τύπου tundish ανάλογα με την διάμετρο τους για τις περιπτώσεις της ισοθερμοκρασιακής και της μη ισοθερμοκρασιακής ροής υπολογισμένα με το random walk model.



Σχήμα 9.19. Υπολογισμός μεγέθους εγκλεισμάτων στη δεξαμενή tundish με βάση τον αριθμό συγκέντρωσης των.

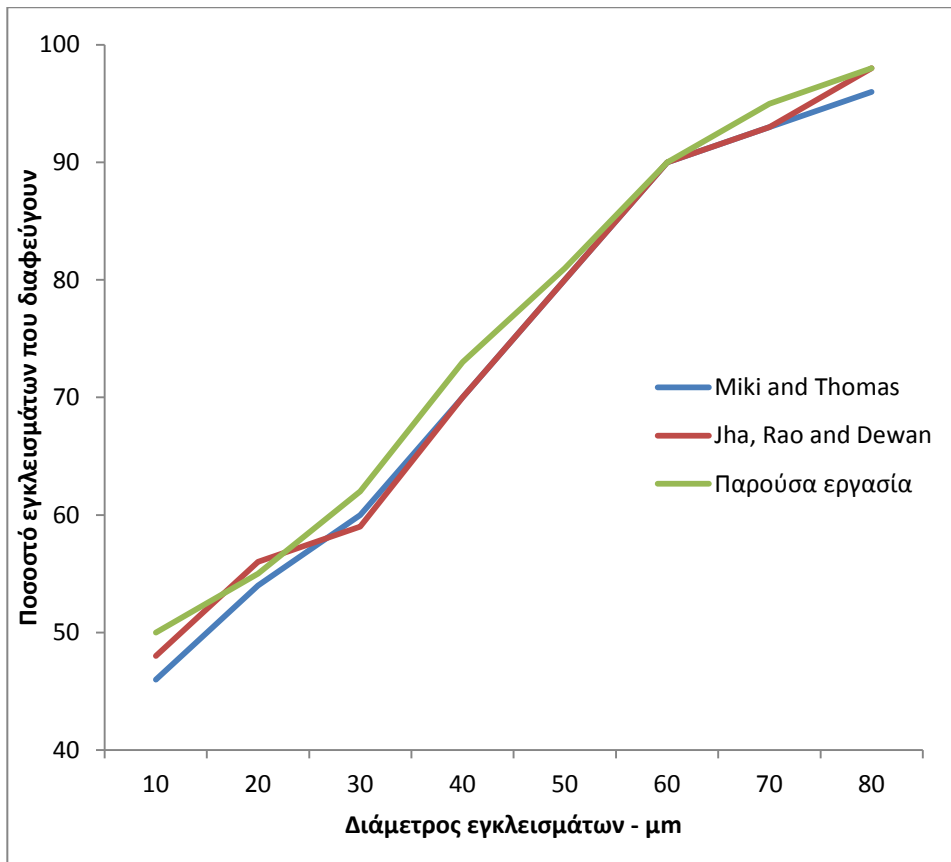
## Η επίδραση του ύψους και της θέσης των παρεμβυσμάτων

Η χρήση του παρεμβύσματος dam γνωρίζουμε ότι αλλάζει την φυσική ροή του ρευστού μέσα στην δεξαμενή μας σε σύγκριση με την αρχική ροή χωρίς παρεμβύσματα. Σαν αποτέλεσμα της ύπαρξης του dam η ροή έρχεται σε πιο γρήγορο χρόνο στην επιφάνεια με αποτέλεσμα τα εγκλείσματα να παραμένουν λίγο χρόνο εντός και να έχουμε καλύτερο αποτέλεσμα. Η δε ύπαρξη του dam αυξάνει τον νεκρό όγκο και τον όγκο ανάμιξης ενώ μειώνει την ελάχιστη και την μέση τιμή του RTD σε σχέση με την περίπτωση της μη ύπαρξης του dam.

	Mix volume %	Dead volume %	Minimum RTD s	Medium RTD s
Without dam	53	37	64	215
With dam	71	10	85	270

Παρακάτω αναλύεται η επίδραση της θέσης και του ύψους των παρεμβυσμάτων στην ροή των εγκλεισμάτων και την καλύτερη οριοθέτηση της ροής του ρευστού μας. Στην παρούσα εργασία εξετάσαμε την απλή περίπτωση όπου έχουμε ένα dam. Αρχικά εργαστηκάμε για την εύρεση του ύψους και της θέσης του dam και αργότερα για την βελτιστοποίηση αυτής.

Για την επίλυση του προβλήματος μας χρησιμοποιήσαμε τρία διαφορετικά Dam σε ύψος και ορίσαμε και τρεις διαφορετικές θέσεις μέσα στην δεξαμενή μας. Για να μπορέσουμε να έχουμε αξιοπιστία των αποτελεσμάτων μας συγκρίνουμε τα αποτελέσματα μας με τις αντίστοιχες εργασίες των Miki and Thomas (1999) που αναφέρεται σε πειραματικές μετρήσεις αλλά και των Jha, Rao and Dewan, (2008) που περιέχουν την μοντελοποίηση των με υγρό το νερό. Τέλος, για καλύτερη σύγκριση των δύο μοντέλων, δηλ. Του Jha, Rao and Dewan (2008) με νερό και του δικού μας με πραγματικό ρευστό, χρησιμοποιήσαμε τις ίδιες θέσεις και τιμές των παρεμβυσμάτων. Έτσι, έχουμε τον επόμενο πίνακα όπου μπορούμε να δούμε τις εννέα περιπτώσεις που χρησιμοποιούμε



Σχήμα 9.20. Μεταβολή του ποσοστού εγκλεισμάτων που διαφεύγουν σε συνάρτηση με την διάμετρο των και η σύγκριση των με αντιστοιχες εργασίες

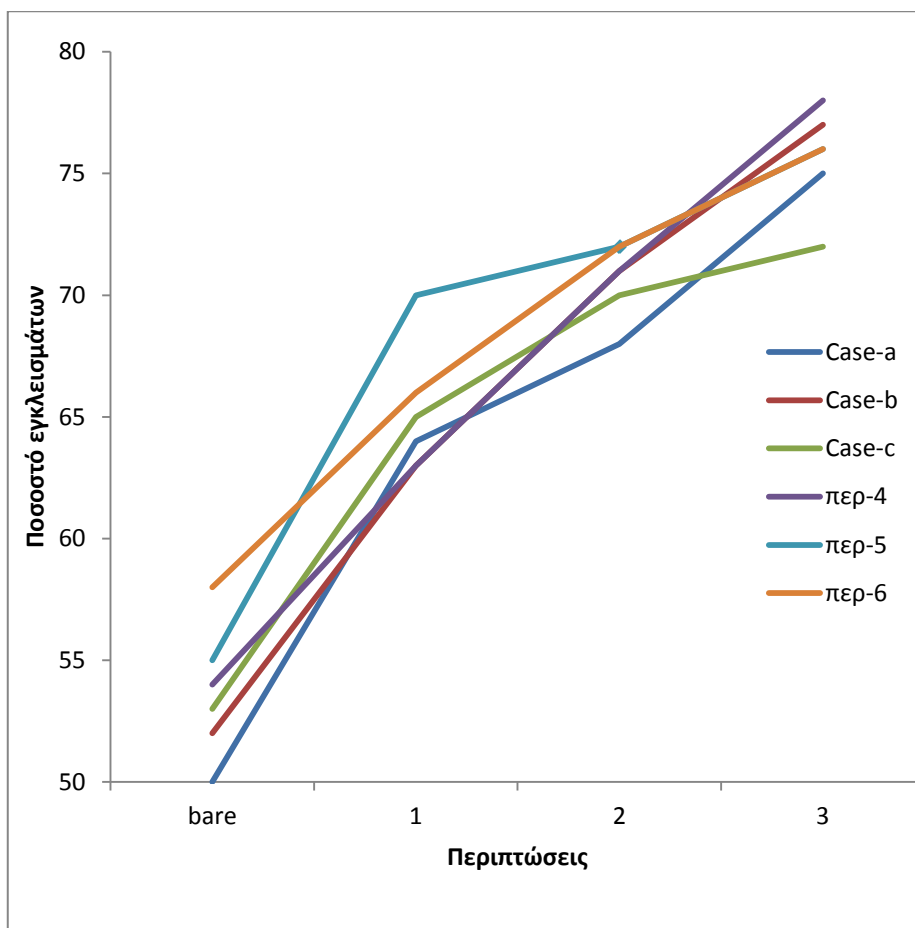
Το ύψος των Dam								
Υψος -1			Υψος -2			Υψος -3		
h <sub>1</sub>	h <sub>2</sub>	h <sub>3</sub>	h <sub>1</sub>	h <sub>2</sub>	h <sub>3</sub>	h <sub>1</sub>	h <sub>2</sub>	h <sub>3</sub>
200	150	100	250	200	150	300	250	200
Απόσταση των Dam από την είσοδο του ρευστού								
Θέση - α			Θέση - b			Θέση - c		
L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>
250	950	1950	300	1100	2150	350	1250	2350



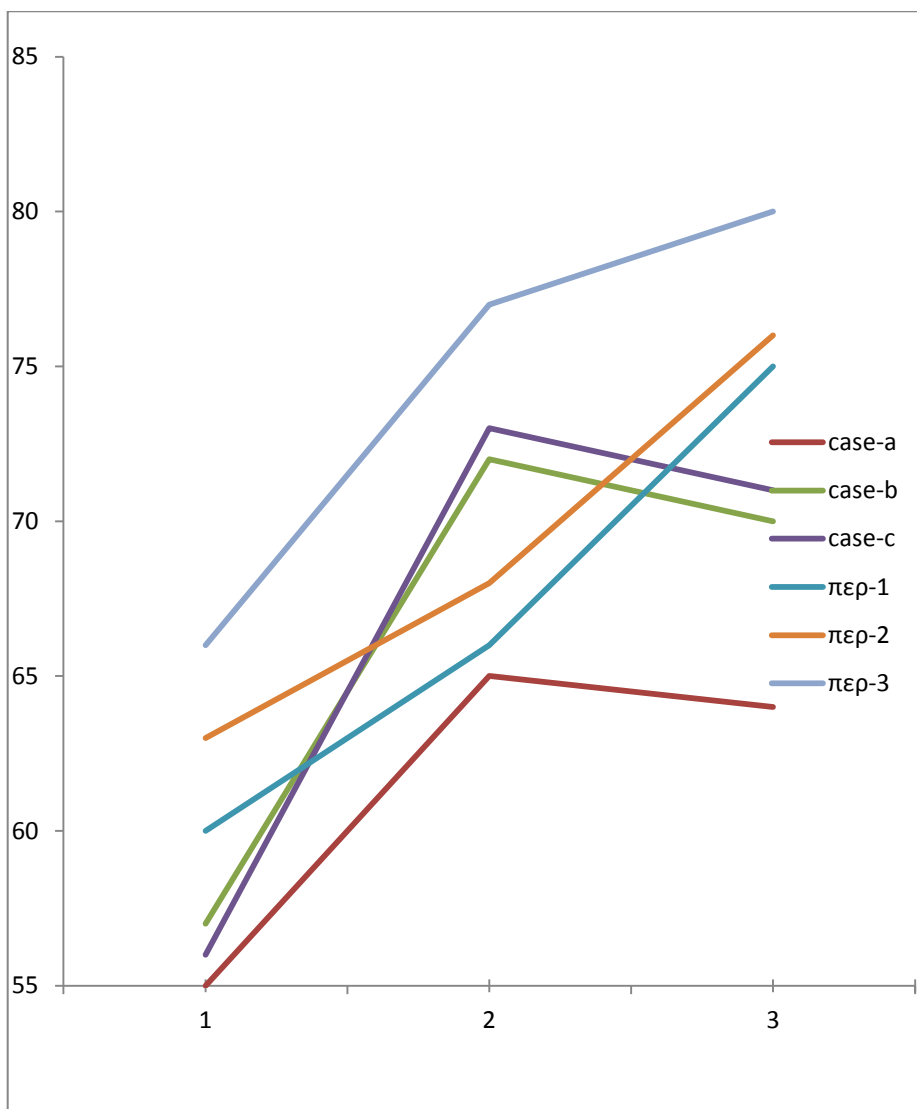
Στον επόμενο πίνακα βλέπουμε τον αριθμό των εγκλεισμάτων που φεύγουν από το σύστημα ανάλογα με την κάθε μια περίπτωση του προηγούμενου πίνακα.

Περίπτωση	Ποσοστό των εγκλεισμάτων Jha, Rao and Dewan, (2008)	Ποσοστό των εγκλεισμάτων Παρούσα εργασία
<b>1a</b>	<b>60,84</b>	<b>63,11</b>
<b>2a</b>	<b>65,28</b>	<b>67,32</b>
<b>3a</b>	<b>70,75</b>	<b>75,06</b>
<b>1b</b>	<b>60,66</b>	<b>64,40</b>
<b>2b</b>	<b>65,09</b>	<b>70,12</b>
<b>3b</b>	<b>68,11</b>	<b>78,94</b>
<b>1c</b>	<b>60,00</b>	<b>61,08</b>
<b>2c</b>	<b>64,90</b>	<b>69,97</b>
<b>3c</b>	<b>66,32</b>	<b>73,56</b>

Με βάση τις επόμενες γραφικές παραστάσεις μπορούμε να δούμε ότι όσο το ύψος του dam αυξάνεται τόσο αυξάνεται και το ποσοστό των εγκλεισμάτων που αποβάλλονται. Αυτό οφείλεται στο ότι λόγω της αύξησης του ύψους του dam αναγκάζεται το σύνολο του ρευστού μας να κυκλοφορεί κοντά στην επιφάνεια του ρευστού μας με αποτέλεσμα να επιπλέουν πιο εύκολα τα εγκλείσματα.



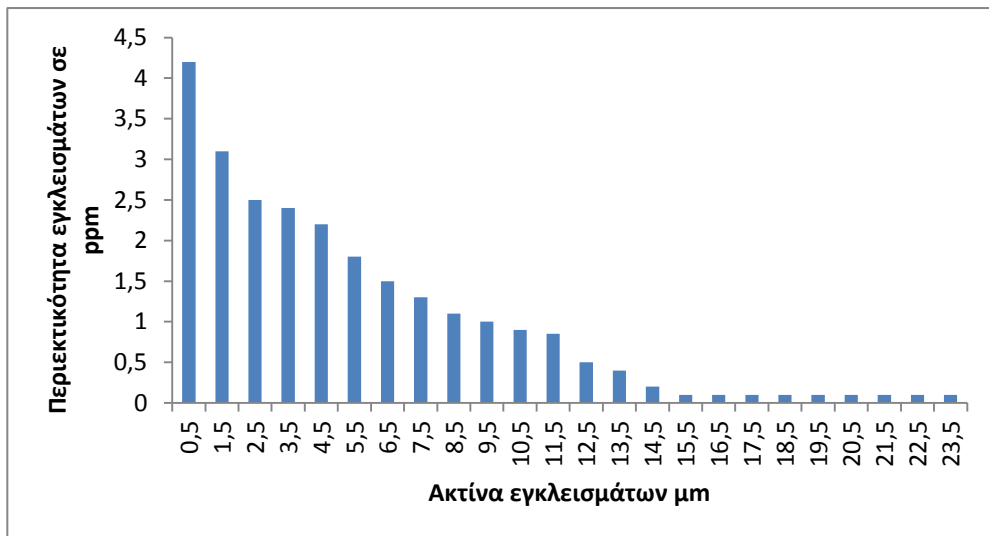
Σχήμα 9.21. Σύγκριση του ποσοστού εγκλεισμάτων που εγκαταλείπουν την δεξαμενή μας σε συνάρτηση με το ύψος του παρεμβάσματος D. Περίπτωση 1 (200-150-100), περίπτωση 2 (200-200-150) και περίπτωση 3 (300-250-200) με στοιχεία από την δημοσίευση των Jao, Rha and Dewan, (1999) για νερό. Περιπτώσεις 4,5,6 για πραγματικό ρευστό από παρούσα εργασία.



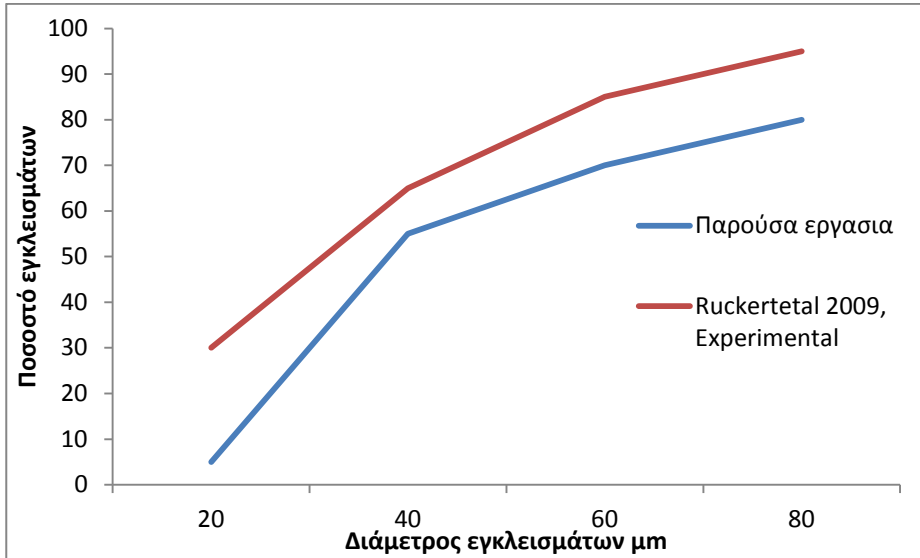
Σχήμα 9.22. Σύγκριση του ποσοστού εγκλεισμάτων που εγκαταλείπουν την δεξιά μεριά μας σε συνάρτηση με την θέση του παρεμβάσματος D. Περίπτωση 1 (250-950-1950), περίπτωση 2 (300-1100-2150) και περίπτωση 3 (350-1250-2350) με στοιχεία από την δημοσίευση των Jao, Rha and Dewan, (1999) για νερό. Περίπτώσεις 4,5,6 για πραγματικό ρευστό από παρούσα εργασία.

Απο την θέση των διαφόρων παρεμβυσμάτων , βλέπουμε ότι όσο απομακρύνεται το Dam από την είσοδο της δεξαμενής μας, τόσο καλύτερα συμπεριφέρεται η ροή μας αλλά και μεγαλύτερο ποσοστό εγκλεισμάτων αφαιρείται.

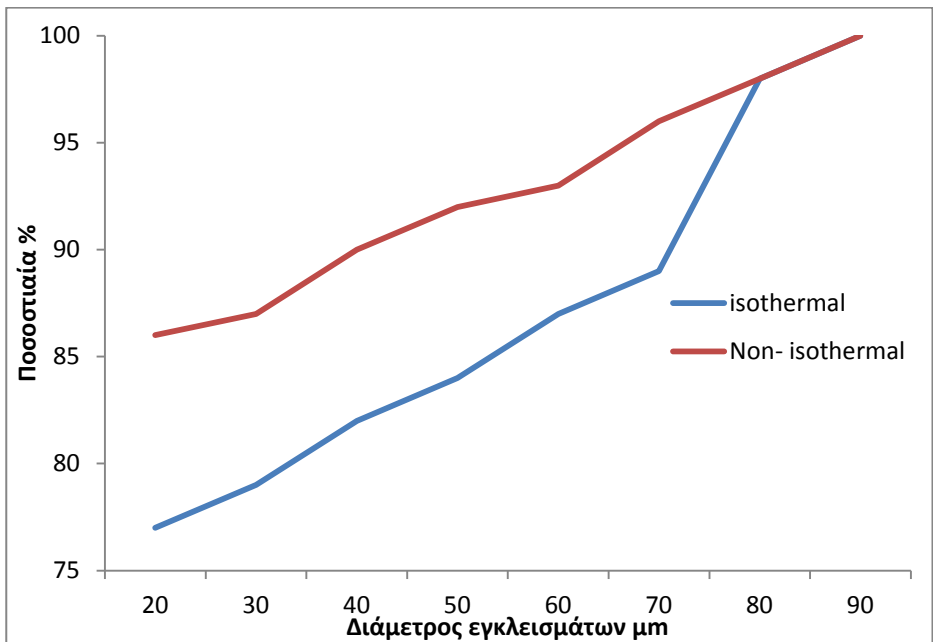
Από το σύνολο όλων των ανωτέρω περιπτώσεων, βλέπουμε ότι η περίπτωση 3α είναι και η πιο βέλτιστη απο όλες όσες εξετάστηκαν. Από το σύνολο των περιπτώσεων του 3α έχουμε ότι η βέλτιστη θέση του Dam για την περίπτωση της δεξαμενής με νερό και για την σταθερή ισοθερμοκρασιακή κατάσταση έχει βρεθεί από τους Bensouici, Bellaouar and Talbi (2009), ότι είναι στα  $x_1 = 0,38378125m$  σε δεξαμενή μήκους 1.37m ή ειδικά αν διαστασιοποιήσουμε στην θέση  $x_1 = 0,38378125/1,37 = 0,28L$  ενώ οι Jha, Rao and Dewan (2008) την υπολόγισαν για την περίπτωση των στα 0,32L της δεξαμενής των. Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία, βρήκαμε ότι για την περίπτωση του δικού μας πραγματικού ρευστού, η τοποθέτηση του dam πρέπει να γίνει στα 2,9325μ από την είσοδο του ρευστού μας ή στα 0,345L του μήκους της δεξαμενής μας

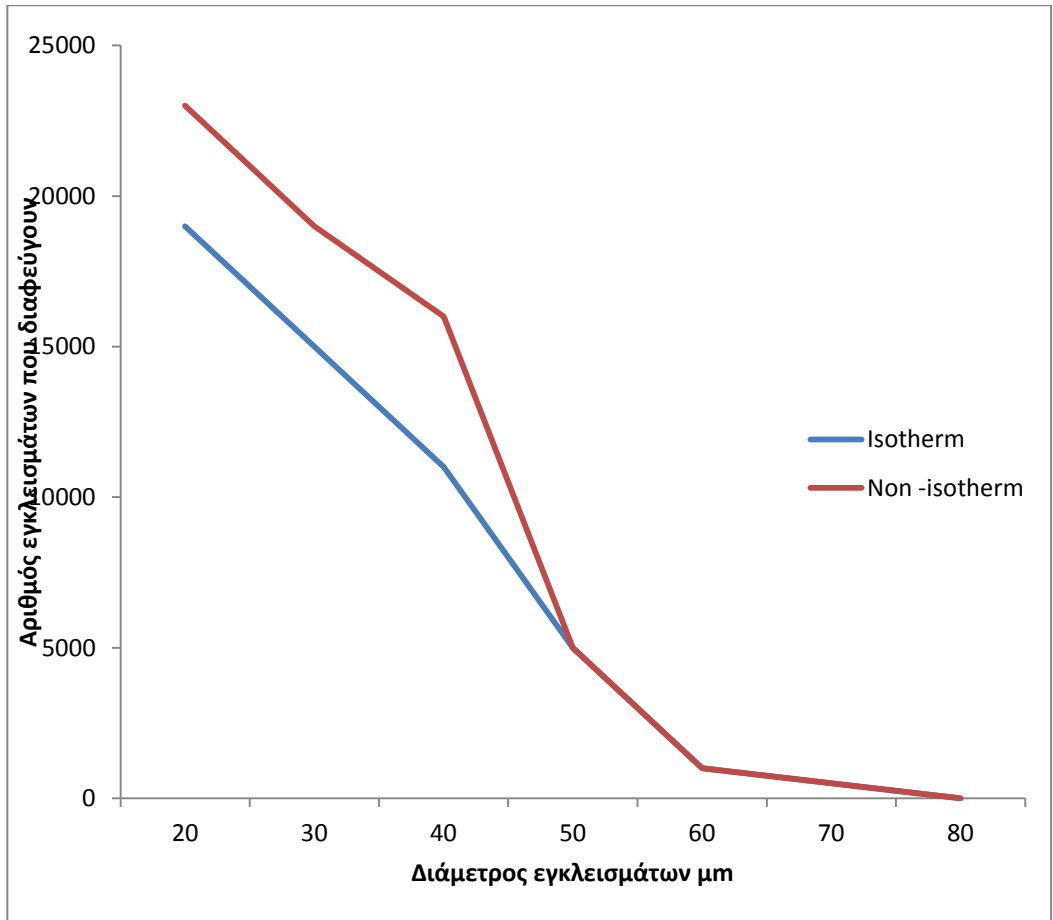


Σχήμα 9.23. Υπολογισμός μεγέθους εγκλεισμάτων στη δεξαμενή tundish με βάση την μάζα συγκέντρωσης των.

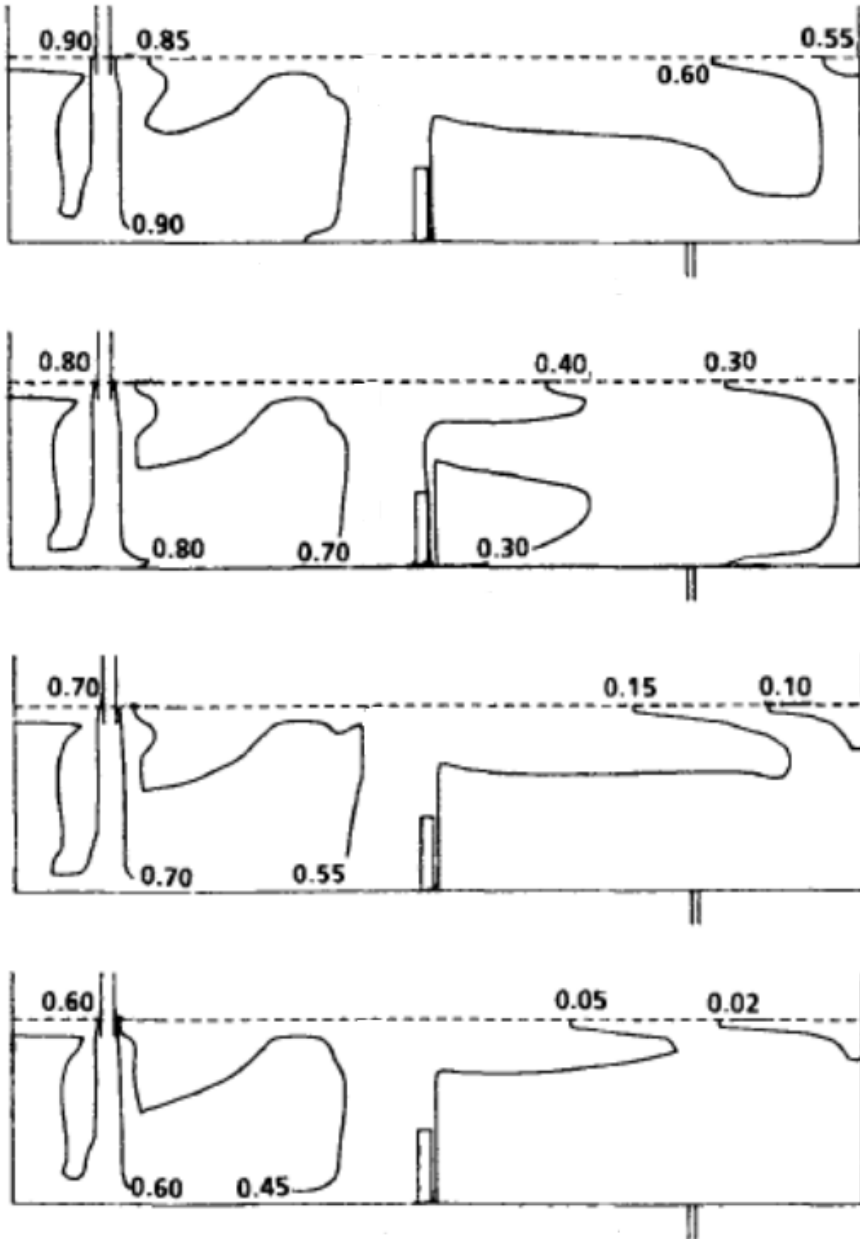


Σχήμα 9.24. Διαχωρισμός των εγκλεισμάτων με βάση την διάμετρο των





Σχήμα από 9.26. Η μεταβολή της θερμοκρασίας μετά από 5 λεπτά



Σχήμα 9.27. Διασπορά εγκλεισμάτων με βάση την διάμετρο των. Οι αριθμοί στο εσωτερικό της δεξαμενής μας δείχνουν το ποσοστό της συγκέντρωσης του κάθε εγκλείσματος στις πιο σημαντικές περιοχές για αυτό. Το πρώτο από πάνω προς τα κάτω είναι για διάφορες διαμέτρους εγκλεισμάτων όπως 40,50,60,80  $\mu\text{m}$

---

## 9.7 Συμπεράσματα

---

Στη παρούσα διδακτορική διατριβή, εξετάστηκε η δημιουργία ενός μαθηματικού μοντέλου για ένα πραγματικό ρευστό όπου το τυρβώδες μοντέλο ροής ήταν το 2 κλίμακας  $k-\epsilon$ , μονοφασικής μορφής, σε μη ισόθερμη κατάσταση σε ένα δοχείο *tundish* χωρίς παρεμβάσματα (FM) και συγκρίθηκε με το κλασσικό  $k-\epsilon$  μοντέλο σε διφασική ροή. Παρακάτω θα συνοψίσουμε τα συμπεράσματα της διδακτορικής μας. Αυτά είναι:

1. Στην περίπτωση της διφασικής ροής, προσδιορίσαμε με ακρίβεια τις τιμές των συντελεστών  $c_h$ ,  $c_m$ ,  $c_f$  για την περίπτωση της δεξαμενής τύπου *tundish* με πραγματικό μη ισοθερμορασιακό ρευστό.
2. Ο υπολογισμός του ρυθμού μεταφοράς της μάζας  $\dot{m}$  στις διφασικές ροές με τον καινούργιο προσεγγιστικό τύπο των Yu et al., (2008), που αντιστοιχεί στον μέσο όρο των δύο παλαιότερων, δείχνει ότι βελτιώνει τον κώδικα και διατηρεί καλή ισορροπία στην ανταλλαγή των ποσών μάζας και ενέργειας μέσω του interface.
3. Η προσέγγιση του *ixwdes* με το δύο κλάσεων μοντέλο  $k-\epsilon$  μας έδωσε περισσότερο αληθοφανείς αποτελέσματα τόσο στην κατανομή του κατά μήκος του δοχείου μας όσο και στις έντονες περιοχές του σε σχέση με το κλασσικό μοντέλο  $k-\epsilon$  που έκανε υπερεκτίμηση δίνοντας μας περιοχές με πολύ υψηλότερο *ixwdes* (στρωτό και τυρβώδες) αλλά και για μεγαλύτερο μήκος εντός του δοχείου μας.
4. Συγκρίνοντας ανάμεσα στην περίπτωση μιας μονοφασικής ροής με το δύο κλάσεων τυρβώδες μοντέλο και της διφασικής ροής με το κλασσικό  $k-\epsilon$  τυρβώδες μοντέλο, μπορούμε να πούμε ότι είναι περίπου ισάξια στην συμπεριφορά των. Στην περίπτωση της δεξαμενής τύπου *tundish* φαίνεται σαν καλύτερη λύση η προσέγγιση με το μοντέλο της διφασικής ροής επειδή δίνει και περισσότερες πληροφορίες για την κατανομή του *ixwdes*.



5. Είναι εμφανής η επίδραση του χρόνου υπολογισμού στο δύο κλάσεων τυρβώδες μοντέλο σε σχέση με τον χρόνο στην περίπτωση της διφασικής ροής με το κλασσικό μοντέλο K-ε. Όμως και οι δύο περιπτώσεις είναι αρκετά πιο χρονοβόρες από την περίπτωση της μονοφασικής ροής με το k-ε.
6. Είναι εμφανής η επίδραση του χρόνου υπολογισμού στο δύο κλάσεων τυρβώδες μοντέλο σε σχέση με τον χρόνο στην περίπτωση της διφασικής ροής με το κλασσικό μοντέλο K-ε. Όμως και οι δύο περιπτώσεις είναι αρκετά πιο χρονοβόρες από την περίπτωση της μονοφασικής ροής με το k-ε. Σε συδυασμό με το ότι δεν έχω ένα πολύ έντονο μη νευτωνικό ρευστό ( $\eta=1.16$  και  $K=0.039$ ) υπερισχύει το μοντέλο της μονοφασικής ροής με το k-ε λόγω χρόνου υπολογισμού.

Η γνώση της ροής του ρευστού, μας βοηθά να κατασκευάσουμε το βέλτιστο δοχείο tundish διότι μπορούμε να ελέγξουμε την έντονη τυρβώδη περιοχή, το σημείο που ξεκινά η ανάμειξη αλλά και το σημείο που έχω καθαρά στρωτή ροή.

---

## 9.8.Βιβλιογραφία

---

- ✓ **Alizadeh Mahdi**, Hossein Edris and Ali Shafyei. Fluid flow and mixing in non isothermal water model of continuous casting tundish. J. of Iron Steel Res. Int., 2008, 15(2), 22, pp. 07-13
- ✓ **Buggstoyl S. and W. kollmann**. Closure model for intermittent turbulent flows. Int. J. Heat Mass Transfer, 1981, vol. 24, no 11, pp. 1811-1922
- ✓ **Chandrashekar Damle and Yogeshwar Sahai**. The effect of tracer density on melt flow characterization in continuous casting tundishes. A modeling study. ISIJ Int. , 1995, vol. 35, No 2, pp 163-169
- ✓ **Dopazo D**. On conditional averages for intermittent turbulent flows. J. Fluid Mech., 1977, vol. 81, pp.433-445
- ✓ **He Youduo and Y. Sahai**. The effect of tundish wall inclination on the fluid flow and mixing. A modeling study. *Metall. Mater. Trans. B*, 1987, vol.18B, pp. 81-92.
- ✓ **Ilegbusi O. J**. Application of the two fluid model of turbulence to tundish problems. ISIJ Int., 1994, vol. 34, No 9, pp. 732-738
- ✓ **Ilegbusi O.J. and D.B. Spalding**. A two fluid model of turbulence and its application to near wall flows. PCH PhysicoChem. Hydrodyn., 1987, 9(1/2), pp. 127-135
- ✓ **Ilegbusi O.J. and D.B. Spalding**. Prediction of fluid flow and heat transfer characteristics of turbulent shear flows with a two fluid model of turbulence. Int. J. Heat Mass Trans. 1989, Vol. 32, no 4, pp. 767-774
- ✓ **Jones P.W. and B.E. Launder**. The prediction of laminarization with a two equation model of turbulence. Int. J. Heat mass transfer. 1972, vol. 15, no 2, pp. 301-310

- ✓ **Joo S. and R.I.L. Guthrie.** Inclusion behavior and heat transfer phenomena in steelmaking tundish operations: Part I. Aqueous modeling. Metal. Trans. B., 1993, vol. 24B, pp.755-765
- ✓ **Joo S. and R.I.L. Guthrie.** Inclusion behavior and heat transfer phenomena in steelmaking tundish operations: Part II. Mathematical modeling for liquid steel in tundishes. Metal. Trans. B., 1993, vol. 24B, pp.767-777
- ✓ **Joo S. and R.I.L. Guthrie.** Inclusion behavior and heat transfer phenomena in steelmaking tundish operations: Part III. Applications – Computational approach to tundish design. Metal. Trans. B., 1993, vol. 24B, pp.779-788
- ✓ **Lai K.Y.M., M. Salcudean, S. Tanaka and R.I.L. Guthrie.** Mathematical modeling of flows in large tundish systems in steelmaking. Metal. And Mater. B, 1986, vol. 17B, pp 449-459
- ✓ **Libby P.A.** On the prediction of intermittent turbulent flows. J. Fluid Mech, 1975, vol. 68, pp. 273-288
- ✓ **Liu Jin-gang, Yan Hui-cheng, Liu, Liu Liu and Wang Xin-Hua.** Water modeling of optimizing tundish flow field. J. Iron Steel Res. 2007, 14(3), pp 13-19
- ✓ **Liu X.L., W.Q. Tao and Y.L. He.** A simple method for improving the Simpler algorithm for numerical simulations of incompressible fluid flow and heat transfer problems. Engineer. Comput. Int. J. Computer Aided Eng Software. 2005, vol. 22, No 8, pp .921 – 939
- ✓ **Malin M. R.** Phoenics simulation of the turbulent flow of Herschel Bulkley fluids in smooth pipes. The PHOENICS Journal of Computational Fluid Dynamics and its Applications, vol. 12, No 4, Dec. 1999, pp. 351-367
- ✓ **Markatos N.C.** The mathematical modeling of turbulent flows. Appl.

Math. Modeling, vol. 10, pp. 190-220.

- ✓ **Metzner A.B. and J.C. Reed.** 1955. AIChE J. vol 1, no 4, pp 434 – 440
- ✓ **Morales R.D., J. de Barreto, S. Iopez Ramirez, J. Palafox-Ramos and D. Zacharias.** Melt flow control in a multistrand tundish using a turbulence inhibitor. Metal. And Mater. Trans.B, 2000, vol. 31B, pp.1505-1515
- ✓ **Sheng D.Y. and Lage Jonsson.** Two fluid simulation on the mixed convection flow pattern in a nonisothermal water model of continuous casting tundish. 2000. Metal. Mater. Trans. B, vol. 32B, pp. 867-875
- ✓ **Sheng D.Y. and Lage Jonsson.** Investigation of transient fluid flow and heat transfer in a continuous casting tundish by numerical analysis verified with nonisothermal water model experiments, Metal. And Mater. Trans. B, 1999, vol. 30B, pp. 979-095
- ✓ **Sheng Dong Yuan, Chang Soo Kim, Jog Kyu Yoon and Tse Chiang Hsiao.** Water model study on convection pattern of molten steel flow in continuous casting tundish. 1998, ISIJ Int., vol. 38, no 8, pp. 843-851
- ✓ **Sinha Assish Kumar and Yogeshwar Sahai.** Mathematical modeling of inclusion transport and removal in continuous casting tundishes. ISIJ 1993, vol. 33, No 5, pp. 556 - 566
- ✓ **Smirnov O., P. Vayrynen, A. Kravchenko and S. Iouhenkilpi.** Modern methods of modeling fluid flow and inclusions motion in tundish bath; general view. 2005
- ✓ **Spalding D.B.** Chemical reaction in turbulent fluids. J. PhysicoChem. Hydrodyn, 1982, 4(4), pp. 323 -345
- ✓ **Spalding D.B.** Turbulence modeling: A state of the art review. Imperial College, 1982, CFDU Report CFD/83/3

- ✓ **Varynen P., S. Vapalathi, S. Louhenkilpi, L. Chatbum, M. Clark, T. Wagner.** Tundish flow model tuning and validation. Steady state and Transient casting situations. 1997. steelSIM Sepr. 24/2007, Graz/Seggau, Austria.
- ✓ **Varynen Petri J., Sami K. Vapalathi and Seppo J. Louhenkilpi.** On validation of mathematical fluid flow models for simulation of tundish water models and industrial examples. 2008
- ✓ **W. Rodi.** The prediction of free turbulent boundary layers by the use of two equation model of turbulence. Ph. D. Thesis, University London (1972)
- ✓ **Wang Yufeng and Lifeng Zhang.** Transient fluid flow phenomena during continuous casting – Part I – Cast start. ISIJ Int. 2010, vol.50, no 12, pp.1777-1782