



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ

*Στοχαστική μοντελοποίηση γεφύρωσης ρωγμών  
σε νανοσύνθετα υλικά με χρήση πεπερασμένων στοιχείων*

Διπλωματική Εργασία

ΑΝΔΡΕΑΣ ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΙΟΥ

Επιβλέπων : Λέκτορας Δρ. Β. Σπιτάς

ΑΘΗΝΑ 2014



# ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία γίνεται στοχαστική μοντελοποίηση της γεφύρωσης ρωγμών σε νανοσύνθετα υλικά. Η ενίσχυση των νανοσύνθετων υλικών γίνεται με νανοσωλήνες άνθρακα. Χρησιμοποιώντας την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων υπολογίζονται οι ελαστικές ιδιότητες των νανοσωλήνων άνθρακα. Στην συνέχεια γίνονται προσομοιώσεις Monte Carlo για την γένεση των ιών στο εσωτερικό της μήτρας. Κατασκευάζονται τρισδιάστατα μοντέλα με ρωγμή σε νανοσύνθετα υλικά. Γίνονται προσομοιώσεις ώστε να ελεγχθεί πότε η γεφύρωση της ρωγμής είναι πιο αποτελεσματική. Για την εύρεση των μηχανικών ιδιοτήτων του ανισότροπου υλικού πραγματοποιείται ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων σε προσομοιώσεις εφελκυσμού και διάτμησης. Τέλος αναπτύσσονται κάποιες εφαρμογές για πλαστικούς οδοντωτούς τροχούς ενισχυμένους με νανοσωλήνες άνθρακα.



# ABSTRACT

In this thesis, a stochastic modelling of crack bridging in nanocomposites materials is investigated. The reinforcement of nanocomposites is effected with the addition of carbon nanotubes(CNTs). Using FE analysis, the elastic properties of carbon nanotubes are calculated. Monte Carlo simulations are performed for the placement of fiber within the matrix. Three-dimensional models with a crack in nanocomposites were developed. A number of simulation are performed to check the effectiveness crack bridging. In order to model the mechanical properties of the anisotropic reinforced plastic, a homogenized 3-D anisotropic equivalent is calculated through FEA analysis of Representative Volume Elements under axial and shear loading conditions. Finally some applications for plastic spur gears reinforced with carbon nanotubes were developed.



# ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Στοιχείων Μηχανών της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών του Ε.Μ.Π. υπό την επίβλεψη του Καθηγητή Δρ. Β. Σπιτά. Με την παρούσα εργασία περατώνονται οι σπουδές μου στη σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Οφείλω να ευχαριστήσω θερμά τους ανθρώπους που συνέβαλαν στην ολοκλήρωσή της.

Καταρχήν θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή και επιβλέποντα της εργασίας Δρ. Β. Σπιτά για την εμπιστοσύνη και την καθοδήγησή του, καθώς και για τις γνώσεις που μου μετέδωσε κατά την διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας. Οφείλω επίσης να τον ευχαριστήσω για την πολύ καλή συνεργασία καθώς και για τις γνώσεις που μου μεταλαμπάδευσε κατά την διάρκεια διεξαγωγής των μαθημάτων του προπτυχιακού προγράμματος.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω όλους τους συναδέλφους στο Εργαστήριο Στοιχείων Μηχανών οι οποίοι όταν τους χρειάστηκα ήταν πολύ πρόθυμοι να με βοηθήσουν. Επιπροσθέτως δεν θα μπορούσα να ξεχάσω τους καλούς μου φίλους και συνεργάτες για την συνεχή τους βοήθεια ακόμα και όταν ο προσωπικός τους φόρτος εργασίας δεν τους το επέτρεπε. Θα ήταν μεγάλο ατόπημα να μην ευχαριστήσω ονομαστικά μερικούς από αυτούς, όπως το Σταύρο Μαρίνη, το Βασίλη Ραλλή και τον Αποστόλη Πούλια. Ευχαριστώ επίσης τη Μαρία για την στήριξη της και την υπομονή που επέδειξε αυτά τα πέντε χρόνια των σπουδών μου.

Δεν θα μπορούσα να μην πω ένα τεράστιο ευχαριστώ στην οικογένεια μου και κυρίως στους γονείς μου που με συνεχή αγώνα με στηρίζαν ψυχικά και υλικά καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου.

Αφιερώνεται,  
στους γονείς μου



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>1. Εισαγωγή</b>	<b>σελ.11</b>
<b>2. Νανοσωλήνες Άνθρακα και Νανοσύνθετα Υλικά</b>	<b>σελ.13</b>
2.1. Εισαγωγή	
2.2. Δομή των Νανοσωλήνων Άνθρακα	
2.3. Ιδιότητες των Νανοσωλήνων Άνθρακα	
2.4. Οι Νανοσωλήνες ως Υλικό Ενίσχυσης	
2.5. Μηχανικές Ιδιότητες	
2.6. Θερμικές Ιδιότητες	
2.7. Ηλεκτρικές Ιδιότητες	
2.8. Εφαρμογές Νανοσύνθετων Υλικών με Νανοσωλήνες Άνθρακα	
<b>3. Μοντελοποίηση Νανοσωλήνων Άνθρακα</b>	<b>σελ.19</b>
3.1 Εισαγωγή	
3.2 Μοντελοποίηση Νανοσωλήνων	
3.3 Εφελκυσμός Νανοσωλήνων	
3.4. Κάμψη Νανοσωλήνων	
3.5. Στρέψη Νανοσωλήνων	
<b>4. Ανάπτυξη και Έλεγχος Αναλυτικών Μοντέλων</b>	<b>σελ.25</b>
4.1 Εισαγωγή	
4.2 Μοντελοποίηση Νανοσωλήνων	
4.3 Δοκιμή Εκρίζωσης των Ινών	
<b>5. Μελέτη Επίδρασης των Ινών στην Ανάπτυξη της Ρωγμής</b>	<b>σελ.35</b>
5.1 Εισαγωγή	
5.2 Ρωγή χωρίς Ίνα	
5.3 Γεφύρωση Ρωγμής με μια Ευθυγραμμισμένη Ίνα	
5.4 Επίδραση του Συντελεστή Σχήματος της Ρωγμής	
5.5 Επίδραση του Προσανατολισμού των Ινών	

<b>6. Ανάλυση Τάσεων στις Ρωγμές</b>	<b>σελ.43</b>
6.1 Εισαγωγή	
6.2 Ανάλυση Τάσεων κατά τον Εφελκυσμό μιας Ρωγμής	
6.3 Συντελεστής Έντασης Τάσης για Γεφυρωμένη Ρωγμή	
6.4 Συντελεστής Έντασης Τάσης για Μη-Ευθυγραμμισμένη Ίνα	
<b>7. Γένεση Ινών στο Εσωτερικό της Μήτρας</b>	<b>σελ.51</b>
7.1 Εισαγωγή	
7.2 Κατανομή του Προσανατολισμού των Ινών	
7.3 Κατανομή του Μήκους των Ινών	
7.4 Διασπορά των Ινών στο Εσωτερικό της Μήτρας	
7.5 Στοχαστική Ανάλυση	
7.6 Αποτελέσματα Προσομοιώσεων	
<b>8. Κατασκευή Τρισδιάστατου Μοντέλου – Προσομοιώσεις</b>	<b>σελ.63</b>
8.1 Εισαγωγή	
8.2 Κώδικας Μακροεντολών	
8.3 Κατασκευή Μοντέλων και Προσομοιώσεις	
<b>9. Μοντελοποίηση Σύνθετων Υλικών με Κοντές Ίνες</b>	<b>σελ.73</b>
9.1 Εισαγωγή	
9.2 Μητρών Τάσεων και Παραμορφώσεων	
9.3 Κατασκευή Ανισότροπου Μοντέλου	
9.4 Περιγραφή Μεθοδολογίας	
9.5 Εφελκυστική Παραμόρφωση κατά τον Άξονα Υ	
9.6 Διατμητική Παραμόρφωση κατά το Επίπεδο ΧΥ	
9.7 Υπολογισμός Μητρών Δυσκαμψίας	
9.8 Εφαρμογές Σύνθετων Υλικών	
<b>10. Συμπεράσματα και Μελλοντικά Σχέδια</b>	<b>σελ.87</b>
<b>11. Παράρτημα</b>	<b>σελ.89</b>
<b>12. Βιβλιογραφία</b>	<b>σελ.95</b>

# 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι νανοσωλήνες άνθρακα έχουν εξαιρετικές μηχανικές ιδιότητες, που περιλαμβάνουν ένα υψηλό μέτρο ελαστικότητας περίπου 1 TPa, μια υψηλή αντοχή σε εφελκυσμό μεγαλύτερη από 10 GPa, και μια χαμηλή πυκνότητα 2,1 gr/cm<sup>3</sup>. Έτσι αποτελούν ένα ιδανικό υλικό για την ενίσχυση ενός πολυμερούς (ρητίνη). Ένα μεγάλο μέρος της έρευνας έχει αφιερωθεί στην ενίσχυση των πολυμερών με νανοσωλήνες άνθρακα, με σκοπό την επίτευξη υψηλής περιεκτικότητας ινών κατ' όγκο, και καλύτερη ευθυγράμμιση, προκειμένου να αξιοποιήσουν όσο το δυνατόν περισσότερο τις εξαιρετικές μηχανικές ιδιότητες των νανοσωλήνων άνθρακα.

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι να αναπτύξει υπολογιστικά εργαλεία για την αριθμητική ανάλυση της συμπεριφοράς των σύνθετων υλικών με ρωγμή, καθώς και να αναλυθούν επιδράσεις του λόγου μήκους - διαμέτρου και του προσανατολισμού των ινών στην πρόοδο της ρωγμής. Έως σήμερα έχουν γίνει πολλές προσεγγίσεις μοντελοποίησης οι οποίες χρησιμοποιούνται για την προσομοίωση της αστοχίας ενισχυμένων υλικών με ίνες. Μεταξύ αυτών μπορούν να διαφοροποιηθούν κάποιες κύριες ομάδες:

- **Αναλυτικά Μοντέλα:** Συχνά βασίζονται στο Shear Lag Model που αναπτύχθηκε από τον Cox [11], και χρησιμοποιούνται για την ανάλυση της μεταφοράς των τάσεων από την ίνα στην μήτρα. Η ακρίβεια του Shear Lag Model δεν έχει εκτιμηθεί πλήρως μιας και έχουν γίνει παραδοχές οι οποίες δεν έχουν κατανοηθεί πλήρως. Ένα άλλο αναλυτικό μοντέλο που έχει αναπτυχθεί είναι το Μοντέλο Εκρίζωσης των Ινών (Fiber Pull-out Test). Πρόκειται για ένα μοντέλο που βασίζεται στο μηχανισμό αστοχίας των σύνθετων ινωδών υλικών. Όπως και στο Shear Lag Model έτσι και εδώ έχουν γίνει αρκετές παραδοχές, οι οποίες όμως έχουν εξεταστεί σε πολλές μελέτες [15].
- **Θραυστομηχανικά Μοντέλα:** Εφαρμόζεται σε περιπτώσεις γεφύρωσης ρωγμής ψαθυρής μήτρας με κοντές ίνες. Έχουν αναπτυχθεί κάποιες κλασσικές μελέτες από τους Cox, Evans και Marshall [12]. Σε αυτές υπολογίζονται οι τάσεις στην ρωγμή της μήτρας χρησιμοποιώντας μια προσέγγιση έντασης τάσεων, στην οποία η επιρροή των ινών που γεφυρώνουν τη ρωγμή της μήτρας μοντελοποιείται από έλξεις κλεισίματος στις επιφάνειες της ρωγμής. Σε μια μελέτη του McCartney [13] παρουσιάζεται ένα μοντέλο μιας ρωγμής με συνεχείς ίνες, η οποία βασίζεται σε μεθόδους ενεργειακού ισοζυγίου. Σε αυτήν γίνεται έλεγχος της ενέργειας που

απορροφούν ίνες κατά το άνοιγμα μιας ρωγμής και αυτή η ενέργεια λαμβάνεται υπόψη στο ενεργειακό κριτήριο θραύσης του Griffith.

- **Αριθμητικά Μηχανικά Μοντέλα Συνέχειας:** Συνήθως βασίζονται στην μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Έχουν γίνει αρκετές προσομοιώσεις τρισδιάστατων μοντέλων για την παραμόρφωση και την εξέλιξη της ρωγμής σε υλικά ενισχυμένα με ίνες. Η αστοχία της διεπιφάνειας ίνας μήτρας μοντελοποιείται με στρώματα από πεπερασμένα στοιχεία αποδυνάμωσης. Η εκκίνηση της εκκρίζωσης των ινών εξαρτάται από τη διατμητική αντοχή των παραπάνω στρωμάτων.

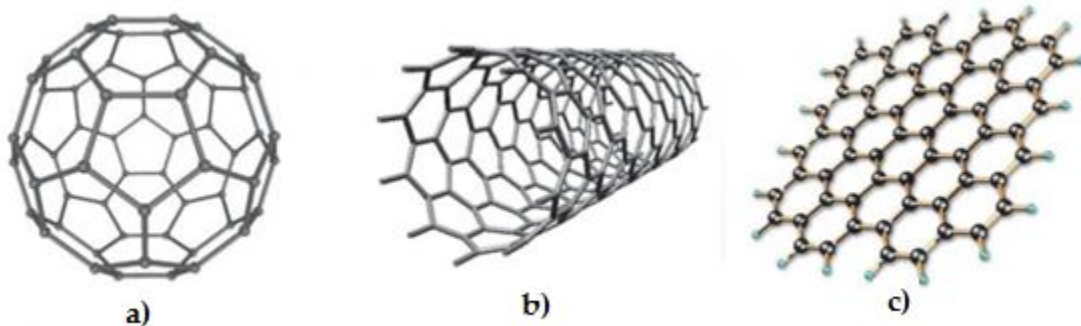
Οι αναλυτικές μέθοδοι (Shear Lag Model) ισχύουν κυρίως για υλικά με γραμμική ελαστική συμπεριφορά και για απλές μικρο-γεωμετρίες. Η γενίκευση αυτών των προσεγγίσεων για υλικά με μη γραμμική συμπεριφορά αλλά και για τυχαίες και περίπλοκες μικρο-γεωμετρίες είναι πολύ δύσκολη για αρκετές περιπτώσεις. Σε αυτές τις περιπτώσεις, χρησιμοποιούνται οι αριθμητικές εκδόσεις των αναλυτικών μοντέλων, ή αλλιώς τα συνεχή μηχανικά μοντέλα επιλύονται με αριθμητική διακριτοποίηση (μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων, μέθοδος πεπερασμένων διαφορών).

Στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιούνται αριθμητικές μέθοδοι (πεπερασμένα στοιχεία) για την ανάλυση και μελέτη της εξέλιξης μιας ρωγμής ενός πολυμερούς υλικού, η οποία γεφυρώνεται από νανοσωλήνες άνθρακα. Θα γίνει έλεγχος μόνο του εφελκυστικού τύπου διάνοιξης μιας ρωγμής και υπολογισμός του συντελεστή έντασης τάσης μιας και αυτός σχετίζεται άμεσα με την πρόοδο της ρωγμής. Επιπλέον, ελέγχεται ο τρόπος με τον οποίο επηρεάζουν την ανάπτυξη μιας ρωγμής ο συντελεστής σχήματος των ινών και ο προσανατολισμός αυτών. Τέλος, αναπτύσσεται μοντέλο ενός νανοσωλήνα άνθρακα για να υπολογιστούν οι μηχανικές ιδιότητες αυτού.

## 2. Νανοσωλήνες άνθρακα και νανοσύνθετα υλικά

### 2.1 . Εισαγωγή

Το 1985, ο Kroto (Μ. Βρετανία) και οι Heath, Brien, Curl, Smalley (ΗΠΑ) [6] ανακάλυψαν πως όταν εξαερώνεται ο γραφίτης υπό την επίδραση μιας δέσμης laser, δημιουργούνται αρκετά σταθερά μόρια, που αποτελούνται από ένα μεγάλο αριθμό ατόμων άνθρακα. Το σταθερότερο μόριο ήταν το  $C_{60}$  το οποίο παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.1.a. Το μόριο αυτό αποτελείται από ένα σφαιρικό συγκρότημα εξήντα ατόμων άνθρακα. Το υλικό που αποτελείται από μόρια  $C_{60}$  είναι γνωστό σαν φουλερένιο προς τιμήν του αρχιτέκτονα Buckminster Fuller ο οποίος ανακάλυψε τον γεωδαιτικό θόλο. Ο όρος φουλερένια (fullerene) χρησιμοποιείται για να δηλώσει την κατηγορία υλικών που αποτελούνται από αυτού του είδους τα μόρια.



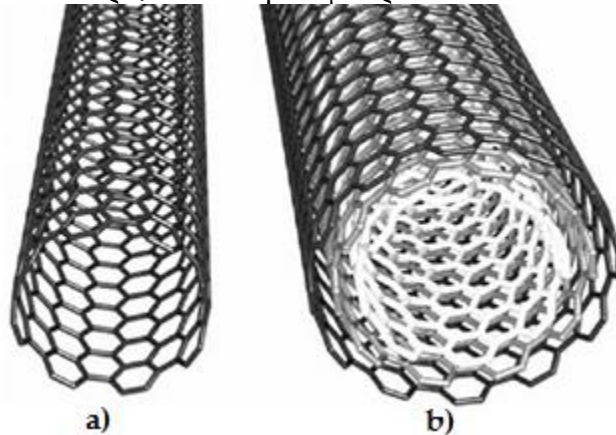
Σχήμα 2.1 a) Δομή φουλερενίου b), Δομή Νανοσωλήνα, c) Δομή φύλλου γραφενίου

Οι νανοσωλήνες ανακαλύφθηκαν το 1991 [6] από τον Ιάπωνα φυσικό Iijima ο οποίος παρατήρησε ότι με την εναπόθεση άνθρακα στην κάθοδο κατά τη διάρκεια της διαδικασίας κατασκευής φουλερενίων από την αιθάλη, σε ένα τόξο συνεχούς ρεύματος έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία σωλήνων, οι οποίοι έχουν δομή όπως αυτή του γραφίτη. Οι νανοσωλήνες, όπως ονομάστηκαν, περιλαμβάνουν ομόκεντρα φύλλα γραφίτη, τα οποία στις άκρες τους καλύπτονται από τους ημισφαιρικούς θόλους φουλερενίων όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1.b.

Οι τρόποι παρασκευής νανοσωλήνων άνθρακα είναι με:

- Εξάχνωση ηλεκτροδίων άνθρακα με τη χρήση ηλεκτρικού τόξου εκκένωσης (electric-arc discharge technique). Για παρασκευή SWCNTs.
- Φωτοδιάσπαση γραφίτη με τη χρήση laser (laser ablation, laser evaporation technique). Ένα κομμάτι άνθρακα εξατμίζεται με ακτινοβολία από laser σε υψηλή θερμοκρασία και αδρανή ατμόσφαιρα. Οι παραγόμενοι σωλήνες έχουν μικρή διασπορά ως προς τη διάμετρο. Για παρασκευή SWCNTs.
- Καταλυτική χημική απόθεση ατμών (catalytical chemical vapor deposition, CCVD). Αέριες ενώσεις του άνθρακα διασπώνται καταλυτικά με την χρήση μεταλλικών καταλυτών υποστηριγμένων σε υποστρώματα οξειδίων μετάλλων ή αιρούμενων στην αέρια φάση. Για παρασκευή MWCNTs.

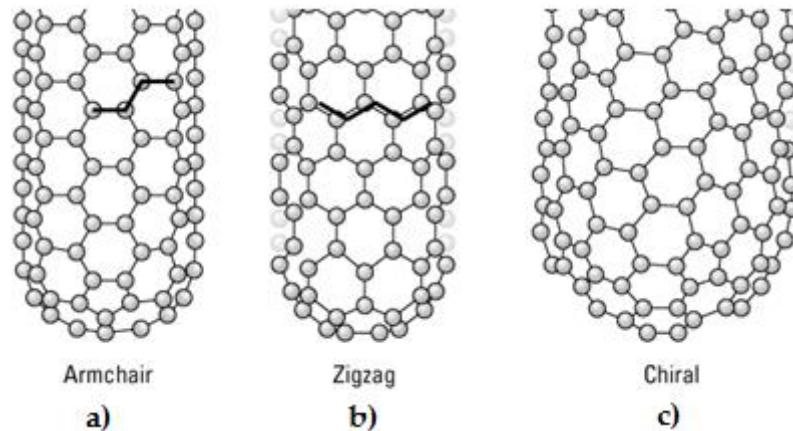
Τα προϊόντα μπορεί να είναι πολυφλοικοί νανοσωλήνες (MWCNTs) ή μονοφλοικοί (SWCNTs), ανάλογα με τον τρόπο παρασκευής τους, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.2. Γενικά ενώ οι πολυφλοιϊκοί νανοσωλήνες μπορούν να συντεθούν και χωρίς τη χρήση καταλύτη οι μονοφλοιϊκοί απαιτούν την παρουσία του. Το μέγεθός μάλιστα των καταλυτικών σωματιδίων καθορίζει και τη διάμετρο του νανοσωλήνα.



Σχήμα 2.2 α) Μονοφλοιοκός Νανοσωλήνας β) Πολυφλοιοκός Νανοσωλήνας

## 2.2 . Δομή των νανοσωλήνων άνθρακα

Οι νανοσωλήνες μπορεί να θεωρηθεί ότι προκύπτουν από ένα φύλλο γραφενίου, αν αυτό διπλωθεί ώστε τα δυο άκρα του να ενωθούν. Όμως δεν υπάρχει μόνο ένας τρόπος αναδίπλωσης του φύλλου γραφενίου. Αν η δεξιά πλευρά ενός φύλλου γραφενίου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1.c, περιστραφεί κατά την οριζόντια διεύθυνση ώστε να συμπέσει με τη δεξιά πλευρά, τότε προκύπτει ο νανοσωλήνας zig-zag (b). Αν περιστραφεί η άνω πλευρά κατά την κάθετη διεύθυνση ώστε να συμπέσει με την κάτω πλευρά, τότε δημιουργείται ο νανοσωλήνας τύπου armchair (a). Αν η περιστροφή γίνεται με οποιοδήποτε άλλο τρόπο, π. χ. με τέτοιο τρόπο ώστε το άνω αριστερό άκρο να ενωθεί με το κάτω δεξιό, τότε σχηματίζεται ο σωλήνας τύπου chiral (c). Όλοι αυτοί οι τρόποι αναδίπλωσης του φύλλου γραφενίου συνοψίζονται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 2.3 Δομές Νανοσωλήνων a) Armchair b) Zigzag c) Chiral

Οι νανοσωλήνες άνθρακα που ανακάλυψε ο Iijima είχαν εξωτερικές διαμέτρους από 4-30 nm και μήκος μέχρι 1  $\mu\text{m}$ . Οι νανοσωλήνες αυτοί αποτελούνται από δυο ή περισσότερους μη συνδεδεμένους κυλίνδρους γραφενίου ομόκεντρα τοποθετημένους. Οι εσωτερικοί σωλήνες είχαν διάμετρο της τάξης των 2.2 nm. Αυτού του είδους οι σωλήνες ονομάστηκαν πολυφλοιϊκοί νανοσωλήνες άνθρακα (MWCNTs) λόγω της κλίμακας του μεγέθους των διαμέτρων τους.

Οι μονοφλοιϊκοί νανοσωλήνες άνθρακα (SWCNTs) δημιουργούνται από ένα ενιαίο φύλλο γραφενίου. Οι διάμετροί τους κυμαίνονται από 0,4 ως 2-3 nm, και το μήκος τους είναι συνήθως της τάξης των μικρομέτρων. Όταν οι νανοσωλήνες ομαδοποιούνται δημιουργούνται οι λεγόμενες συστοιχίες νανοσωλήνων (nanotubes bundles). Αυτές οι μοναδικές δομές οδηγούν σε μοναδικές ιδιότητες: αντοχή πολύ μεγαλύτερη από αυτή του χάλυβα και πυκνότητα μικρότερη από αυτή του αλουμινίου.

Εκτός από τη μοναδική μικροδομή τους, οι νανοσωλήνες (Carbon NanoTubes – CNTs) καταδεικνύουν τις εξαιρετικά χρήσιμες δομικές, ηλεκτρικές, θερμικές, και χημικές ιδιότητές τους και επιτρέπει σε ποικίλα προϊόντα που έχουν κατασκευαστεί από νανοσωλήνες να είναι ελαφρύτερα, ισχυρότερα, αποδοτικότερα και ακριβή στη λειτουργία τους.

### 2.3 . Ιδιότητες των νανοσωλήνων

Οι νανοσωλήνες είναι εξαιρετικά ανθεκτικοί κατά το μήκος του άξονά τους. Η ιδιότητά τους αυτή βρίσκει χρήση στην ενίσχυση άλλων υλικών. Το μέτρο ελαστικότητας τόσο για τους πολυφλοιϊκούς όσο και για τους μονοφλοιϊκούς σωλήνες είναι άνω του 1 TPa και μειώνεται καθώς η διάμετρος τους αυξάνει. Φορτίσεις μέχρι και 30 GPa δεν καταστρέφουν τη βασική δομή του σωλήνα. Η πυκνότητά τους εξαρτάται από την ακριβή δομή τους. Ενδεικτικά, η πυκνότητα ενός νανοσωλήνα zig-zag υπολογίζεται 1,34  $\text{gr}/\text{cm}^3$ . Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι μηχανικές ιδιότητες τόσο των SWNT όσο και των MWNT.

**Πίνακας 2.1 Ιδιότητας Μονοφλοιϊκών και Πολυφλοιϊκών νανοσωλήνων**

	<i>L/D</i>	Young's modulus (TPa)	<i>A</i> (TPa)	<i>B</i> (TPa)	Proportional strength (MPa)	Yield strength (MPa)	Tensile strength (MPa)	Proportional strain limit	Elastic strain limit	Maximum strain
Single-walled CNT of (10,10)	4.5	1.043	-2.625	1.211	$6.103 \times 10^4$	$1.369 \times 10^5$	$1.404 \times 10^5$	0.0585	0.231	0.280
	9.1	1.031	-2.522	1.190	$6.271 \times 10^4$	$1.421 \times 10^5$	$1.485 \times 10^5$	0.0594	0.236	0.279
Two-walled CNT of (5,5) and (10,10)	4.5	1.161	-2.543	1.259	$7.231 \times 10^4$	$1.614 \times 10^5$	$1.624 \times 10^5$	0.0627	0.247	0.279
	9.1	1.175	-2.810	1.362	$7.287 \times 10^4$	$1.633 \times 10^5$	$1.684 \times 10^5$	0.0621	0.242	0.281
Three-walled CNT of (5,5), (10,10) and (15,15)	4.5	1.000	-2.358	1.160	$6.068 \times 10^4$	$1.430 \times 10^5$	$1.434 \times 10^5$	0.0605	0.238	0.281
	9.1	0.972	-2.275	1.120	$5.645 \times 10^4$	$1.381 \times 10^5$	$1.414 \times 10^5$	0.0611	0.246	0.282
Four-walled CNT of (5,5), (10,10), (15,15) and (20,20)	4.5	0.932	-2.234	1.103	$6.075 \times 10^4$	$1.343 \times 10^5$	$1.382 \times 10^5$	0.0654	0.235	0.281
	9.1	0.872	-2.132	1.023	$5.784 \times 10^4$	$1.278 \times 10^5$	$1.327 \times 10^5$	0.0633	0.241	0.280

## 2.4 . Οι νανοσωλήνες ως υλικό ενίσχυσης

Ο Πίνακας 2.2 παρουσιάζει θεωρητικές και πειραματικές ιδιότητες των νανοσωλήνων άνθρακα. Είναι σαφές ότι οι CNTs έχουν μοναδικές μηχανικές, ηλεκτρικές, μαγνητικές, οπτικές και θερμικές ιδιότητες. Σε μερικές ειδικές εφαρμογές, όπως οι διαστημικές εξερευνήσεις, απαιτούνται υψηλής απόδοσης ελαφρά δομικά υλικά και αυτά μπορούν να δημιουργηθούν με την προσθήκη CNTs σε μήτρα από πολυμερή ή άλλα υλικά. Επιπλέον, αν και ο άνθρακας είναι ημι-μέταλλο, οι CNTs μπορεί να είναι είτε μεταλλικά είτε ημιαγώγιμα υλικά ανάλογα με την τοπολογική διάταξη των ατόμων τους (armchair ή zig-zag).

**Πίνακας 2.2 Θεωρητικές και Πειραματικές Ιδιότητες νανοσωλήνων άνθρακα**

Property	CNTs	Graphite
Specific gravity	0.8 g/cm <sup>3</sup> for SWCNT; 1.8 g/cm <sup>3</sup> for MWCNT (theoretical)	2.26 g/cm <sup>3</sup>
Elastic modulus	~1 TPa for SWCNT; ~0.3–1 TPa for MWCNT	1 TPa (in-plane)
Strength	50–500 GPa for SWCNT; 10–60 GPa for MWCNT	
Resistivity	5–50 μΩ cm	50 μΩ cm (in-plane)
Thermal conductivity	3000 W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> (theoretical)	3000 W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> (in-plane), 6 W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> (c-axis)
Magnetic susceptibility	22 × 10 <sup>6</sup> EMU/g (perpendicular with plane), 0.5 × 10 <sup>6</sup> EMU/g (parallel with plane)	
Thermal expansion	Negligible (theoretical)	-1 × 10 <sup>-6</sup> K <sup>-1</sup> (in-plane), 29 × 10 <sup>-6</sup> K <sup>-1</sup> (c-axis)
Thermal stability	>700 °C (in air); 2800 °C (in vacuum)	450–650 °C (in air)
Specific surface area	10–20 m <sup>2</sup> /g	

Οι ανωτέρω ιδιότητες των νανοσωλήνων προσφέρουν συναρπαστικές ευκαιρίες για την κατασκευή νέων προηγμένων σύνθετων υλικών. Η NASA έχει επενδύσει μεγάλα χρηματικά ποσά για να αναπτύξει σύνθετα υλικά ενισχυμένα με νανοσωλήνες άνθρακα για εφαρμογές όπως οι αποστολές στον Άρη.



Οι νανοσωλήνες έχουν προταθεί για πολλές πιθανές εφαρμογές συμπεριλαμβανομένων των αγωγίων και υψηλής αντοχής σύνθετων, συσκευές ενεργειακής αποθήκευσης και ενεργειακής μετατροπής, αισθητήρες, πηγές ακτινοβολίας, μέσα αποθήκευσης υδρογόνου, ακροσωλήνια εναέρια πλήρωσης, κλπ. Επίσης με τη βελτιστοποίηση των ιδιοτήτων που αποκτούν οι CNTs με την διασπορά και την ευθυγράμμισή τους στις πολυμερείς μήτρες, επεκτείνουν τη γκάμα των εφαρμογών αυτών των νανοσύνθετων υλικών.

## 2.5 . Μηχανικές ιδιότητες

Η ενσωμάτωση των νανοσωλήνων σε μια πολυμερή μήτρα παρέχει στα δομικά υλικά εντυπωσιακά αυξανόμενη δυσκαμψία και αντοχή. Παραδείγματος χάρη, προσθέτοντας ένα τοις εκατό κατά βάρος MWCNTs με τη μέθοδο του διαλύματος-εξάτμισης, προκύπτει αύξηση του μέτρου ελαστικότητας από 36% έως 42% και αύξηση έως 25% της τάσης θραύσης. Οι Biercuk et al [16] έχουν παρατηρήσει μια αύξηση της σκληρότητας του υλικού (Vickers) πάνω από 3,5 φορές κατά την προσθήκη 2% κατά βάρος SWCNTs σε εποξική ρητίνη.

Ο Cadek et al [17] επίσης διαπίστωσε ότι η προσθήκη 1% κατά βάρος MWCNTs στην πολυβινυλική αλκοόλη (PVA) αύξησε τη δυσκαμψία και τη σκληρότητα κατά 1,8 φορές. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η ομοιογενής διασπορά και η ευθυγράμμιση των CNTs στις πολυμερείς μήτρες είναι σημαντικές στην αποτελεσματικότητα της ενίσχυσης. Παραδείγματος χάριν, για σύνθετα υλικά με 1% κατά βάρος MWCNTs, η δυσκαμψία στους 90°C αυξάνεται κατά 1135% λόγω της ομοιογενούς διασποράς που ενισχύεται κατά τον κανονικό πολυμερισμό. Το μέτρο ελαστικότητάς και η αντοχή τους αυξάνονται κατά 137% και 49%, αντίστοιχα.

## 2.6 . Θερμικές ιδιότητες

Η προσθήκη νανοσωλήνων άνθρακα θα μπορούσε να αυξήσει τη θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης, την τήξη και τις θερμοκρασίες αποσύνθεσης της πολυμερούς μήτρας λόγω του περιορισμού που επιβάλλουν στα πολυμερή τμήματα και τις αλυσίδες. Αποτέλεσμα αυτού είναι η βελτίωση της θερμικής αντοχής των πολυμερών σύνθετων. Έχει βρεθεί ότι, προσθέτοντας 1% κατά βάρος νανοσωλήνες άνθρακα στις εποξικές ρητίνες, αυξάνεται η θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης από 63 σε 88 °C. Επίσης, η ενσωμάτωση νανοσωλήνων άνθρακα μπορούσε να βελτιώσει την θερμική αγωγιμότητα των πολυμερών σύνθετων λόγω της άριστης θερμικής αγωγιμότητας των CNTs. Αυτό προσφέρει μια ευκαιρία για το πολυμερές σώμα το οποίο ενισχύεται με CNTs για χρήση σε πίνακες κυκλωμάτων, διακοπών, δεξαμενών θερμότητας κ.α.

## 2.7 . Ηλεκτρικές ιδιότητες

Η πιο σημαντική εμπορική εφαρμογή των νανοσωλήνων άνθρακα είναι η χρήση τους ως ηλεκτρικά αγώγιμα συστατικά στα σύνθετα πολυμερή. Η ευθυγράμμιση των νανοσωλήνων μέσα στην πολυμερή μήτρα επιδρά και στις ηλεκτρικές ιδιότητες του σύνθετου. Έχει παρατηρηθεί ότι σε ένα σύνθετο υλικό με τους νανοσωλήνες να έχουν ευθυγραμμιστεί σε μαγνητικό πεδίο, παρουσιάζεται μια αύξηση της τάξης του 35% της ηλεκτρικής αγωγιμότητας του σε αντίθεση με παρόμοια σύνθετα υλικά χωρίς όμως μαγνητική ευθυγράμμιση.

## 2.8 . Εφαρμογές νανوسύνθετων υλικών με νανοσωλήνες άνθρακα

Μια από τις σημαντικότερες εφαρμογές των νανοσωλήνων, λόγω των ιδιοτήτων τους, είναι η ενίσχυση σύνθετων υλικών. Το βασικό πρόβλημα των νανοσωλήνων ως υλικό ενίσχυσης είναι η δημιουργία καλής διεπιφάνειας μεταξύ των νανοσωλήνων και της πολυμερούς μήτρας. Ο λόγος είναι ότι οι νανοσωλήνες άνθρακα έχουν πολύ μικρή διάμετρο που πλησιάζει αυτήν της αλυσίδας του πολυμερούς.

Βασικό πλεονέκτημα της χρήσης των νανοσωλήνων άνθρακα ως ενίσχυση σε νανوسύνθετα υλικά, είναι αύξηση της σκληρότητας των υλικών αυτών καθώς και η μεγάλη δυνατότητα απορρόφησης της ενέργειας. Ένα άλλο πλεονέκτημα είναι η χαμηλή πυκνότητα των νανοσωλήνων, η αυξημένη ηλεκτρική αγωγιμότητα και η καλύτερη απόδοση σε θλιπτικά φορτία.

Τα νανوسύνθετα υλικά με νανοσωλήνες άνθρακα μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε μια πληθώρα εφαρμογών μεγάλης κλίμακας. Έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί στον αεροδιαστημικό τομέα σε ελαφριά σύνθετα υλικά με εξαιρετικά υψηλή αντοχή. Έχει επίσης δοθεί ιδιαίτερο βάρος στην κατασκευή ισχυρότερων και ελαφρύτερων θωρακίσεων στον στρατιωτικό τομέα. Ένας άλλος τομέας στον οποίο έχουν αναπτυχθεί αρκετές εφαρμογές με νανοσωλήνες άνθρακα είναι ο ηλεκτρικός. Πέρα από όσα αναφέρθηκαν παραπάνω έχει γίνει προσπάθεια να παραχθούν καλώδια από νανοσωλήνες άνθρακα. Τέλος πρόσφατα χρησιμοποιήθηκαν νανوسύνθετα υλικά με νανοσωλήνες άνθρακα στον βιοϊατρικό τομέα για παραγωγή ισχυρότερων και μικρότερων καλουπιών από πολυμερή τμήματα για την κατασκευή ιατρικών εργαλείων.

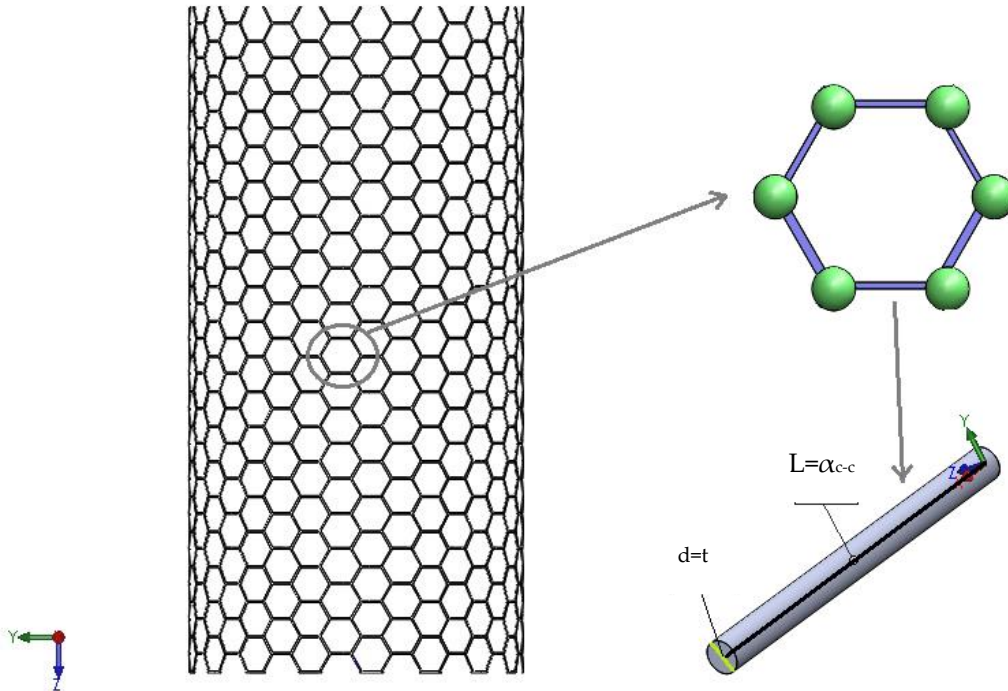
# 3. Μοντελοποίηση Νανοσωλήνων Άνθρακα

## 3.1. Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει μοντελοποίηση του νανοσωλήνα με ένα χωροδικτύωμα. Σε αυτό θα εφαρμοστούν τρία διαφορετικά φορτία: ένα εφελκυστικό, ένα καμπτικό και ένα στρεπτικό. Μετρώντας τις τάσεις και τις παραμορφώσεις είναι εύκολο να υπολογιστούν κάποιες ελαστικές σταθερές του νανοσωλήνα άνθρακα.

## 3.2 . Μοντελοποίηση νανοσωλήνων άνθρακα

Όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 1, ένας νανοσωλήνας αποτελείται από άτομα άνθρακα τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με ομοιοπολικούς δεσμούς [10]. Έτσι, διαμορφώνεται ένα εξαγωνικό δικτυωτό πλέγμα, το οποίο φαίνεται στο Σχήμα 3.1. Οι ομοιοπολικοί δεσμοί έχουν ένα χαρακτηριστικό μήκος δεσμού  $a_{c-c}$  και μια γωνία δεσμών. Η μετατόπιση αυτών των ατόμων υπό την επίδραση μιας εξωτερικής δύναμης περιορίζεται από τους δεσμούς. Οι δεσμοί μοντελοποιούνται ελαστικές δοκοί και τα άτομα άνθρακα ως οι κόμβοι σύνδεσης των δοκών. Μπορούμε συνεπώς να προσομοιώσουμε την δομή του νανοσωλήνα άνθρακα με τη δομή ενός χωροδικτυώματος.



Σχήμα 3.1 Νανοσωλήνας άνθρακα και δομικό στοιχείο νανοσωλήνα

Το τριδιάστατο μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων αναπτύχθηκε στο εμπορικό πακέτο Ansys. Για τους δεσμούς χρησιμοποιείται το τριδιάστατο ελαστικό στοιχείο BEAM4, το οποίο είναι ένα μονοδιάστατο στοιχείο με δυνατότητες εφελκυσμού, θλίψης, στρέψης και κάμψης. Κάθε κόμβος του στοιχείου έχει 6 βαθμούς ελευθερίας, δηλαδή 3 μετατοπίσεις και 3 στροφές ως προς τους άξονες X, Y και Z.

Στο Σχήμα 3.1 φαίνεται το δομικό στοιχείο της νανοδομής του νανοσωλήνα, και πως αυτό μπορεί να παρουσιαστεί ως ένα αντίστοιχο δομικό μοντέλο χωροδικτύωματος. Με παρόμοιο τρόπο προσομοιώνεται ο νανοσωλήνας με ένα χωροδικτύωμα. Το μήκος των δεσμών  $a_{c-c}$  αντιστοιχίζεται με το μήκος των στοιχείων  $L$  και το πάχος  $t$  του νανοσωλήνα με το αντίστοιχο των στοιχείων. Το στοιχείο έχει κυκλική διατομή, και έτσι αντιστοιχίζεται το πάχος  $t$  με την διάμετρο  $d$  του κυκλικού στοιχείου.

Ο τύπος του νανοσωλήνα επιλέχθηκε να είναι armchair. Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι αν και οι νανοσωλήνες έχουν κλειστά και τα δύο άκρα, στην συγκεκριμένη μελέτη η μοντελοποίησή τους γίνεται σε μορφή κυλίνδρων για να απλοποιηθεί η ανάλυση. Αν αναλογιστεί κανείς το μεγάλο μήκος των νανοσωλήνων σε σχέση με την διάμετρό τους, αυτή παραδοχή δεν πρόκειται να επηρεάσει σημαντικά την ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, οι δεσμοί μεταξύ των ατόμων άνθρακα μοντελοποιούνται ως δοκοί. Για να υπολογιστούν οι ελαστικές σταθερές και η δυσκαμψία της δοκού, χρησιμοποιείται μια αναλογία μεταξύ της μοριακής μηχανικής και της μηχανικής των υλικών. Στην παρούσα διπλωματική εργασία δεν περιλαμβάνεται

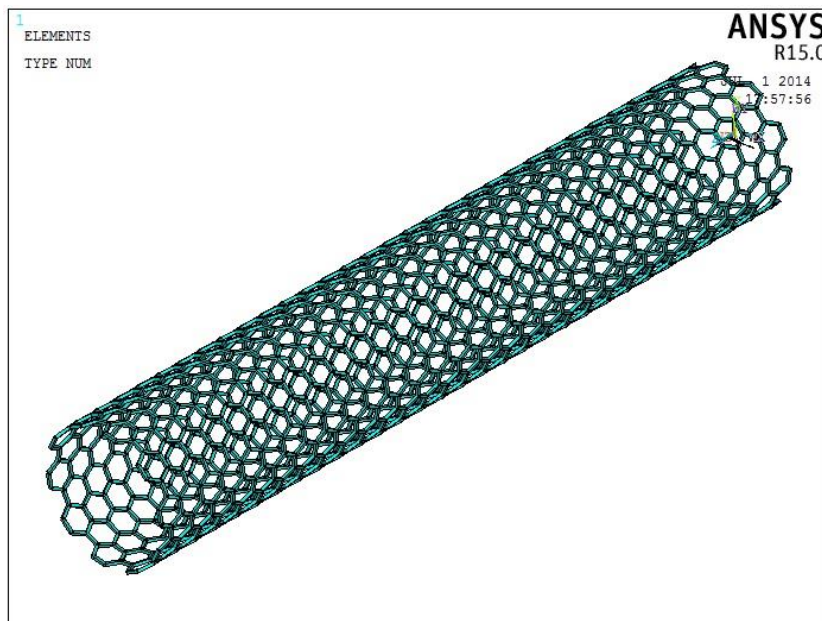
τέτοια ανάλυση, αλλά οι ελαστικές σταθερές και οι γεωμετρικές παράμετροι λαμβάνονται από μελέτες που έχουν γίνει ήδη.

Οι τιμές παρατίθενται παρακάτω:

Διάμετρος	: $d = 0.147 \text{ nm}$
Μέτρο Ελαστικότητας	: $E = 5488 \text{ nN/nm}^2 = 5488 \text{ GPa}$
Μέτρο Διάτμησης	: $G = 870.7 \text{ nN/nm}^2 = 870.7 \text{ GPa}$
Μήκος Δεσμού	: $L = a_{c-c} = 0.1421 \text{ nm}$

Έχοντας τα παραπάνω στοιχεία, γίνεται να υπολογιστούν οι ροπές αδρανείας και η διατομή οι οποίες είναι απαραίτητες για την προσομοίωση στο λογισμικό Ansys. Ακολούθως εισάγονται οι συντεταγμένες των κόμβων, καθώς και ο συνδυασμός στοιχείων και κόμβων. Στο Σχήμα 3.2 φαίνεται το χωροδικτύωμα του νανοσωλήνα. Σκοπός του παρόντος κεφαλαίου είναι να υπολογιστούν οι δυσκαμψίες για τον συγκεκριμένο τύπο νανοσωλήνα. Για τον λόγο αυτό ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία:

1. Αρχικά πακτώνεται το ένα άκρο του νανοσωλήνα. Στο ελεύθερο άκρο εφαρμόζονται τρεις διαφορετικές φορτίσεις μέσω μετατόπισης και στροφής αυτού (εφελκυσμός, κάμψη και στρέψη).
2. Μετά την προσομοίωση καταγράφονται οι αντιδράσεις στις στηρίξεις.
3. Για γνωστές δυνάμεις (και κατ' επέκταση τάσεις) και παραμορφώσεις υπολογίζονται οι ζητούμενες ελαστικές σταθερές.

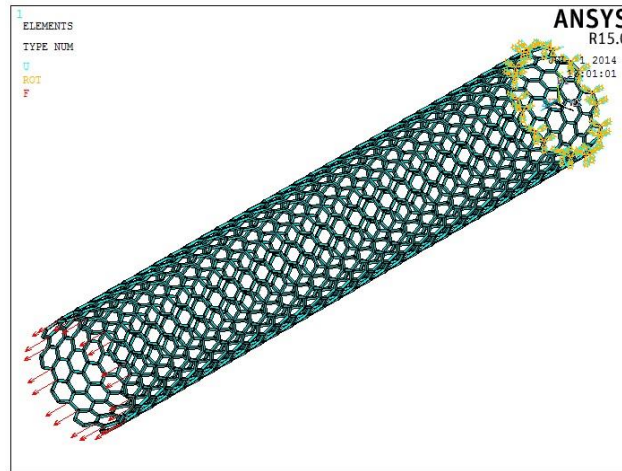


Σχήμα 3.2 Χωροδικτύωμα νανοσωλήνα άνθρακα

### 3.2 . Εφελκυσμός νανοσωλήνα

Κατά τον άξονα που συμπίπτει με τον άξονα του νανοσωλήνα εφαρμόζεται μια μετατόπιση ίση με το 1% του μήκους του νανοσωλήνα (παραμόρφωση  $\varepsilon = 0,01$ ). Η αντίδραση στην στήριξη είναι ίση με  $F_z$ . Έτσι, προκύπτει εύκολα το μέτρο ελαστικότητας όπως φαίνεται παρακάτω:

$$E = \frac{F_z}{\varepsilon_z \pi (R^2 - r^2)} = 1024 \text{ GPa} \quad (2.1)$$



Σχήμα 3.3 Εφελκυσμός νανοσωλήνα

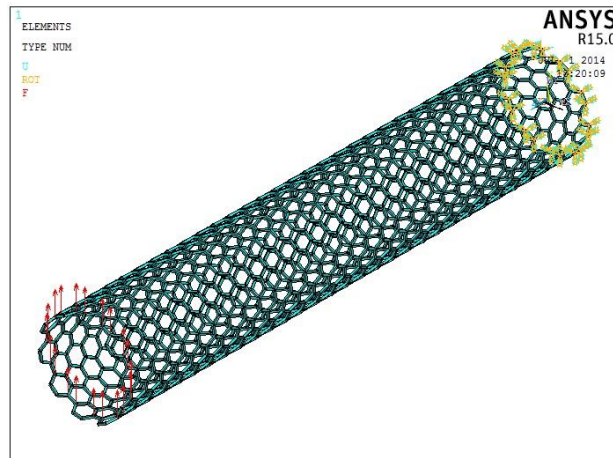
### 3.3 . Κάμψη νανοσωλήνα

Στην περίπτωση της κάμψης, η δύναμη εφαρμόζεται κατά την διεύθυνση του εγκάρσιου άξονα του νανοσωλήνα. Γνωρίζοντας την μετατόπιση και λαμβάνοντας την δύναμη από το λογισμικό Ansys, υπολογίζεται εύκολα η καμπτική δυσκαμψία. Αρχικά είναι γνωστό από την μηχανική των υλικών ότι ισχύει:

$$u_y = \frac{F_y}{3EI} L_n^3 \quad (2.2)$$

Με βάση τα παραπάνω, η καμπτική δυσκαμψία προκύπτει από την σχέση 2.2 ως εξής:

$$EI = \frac{F_y}{3u_y} L_n^3 = 1 \times 10^{-15} \text{ Nm}^2 \quad (2.3)$$



Σχήμα 3.4 Κάμψη νανοσωλήνα

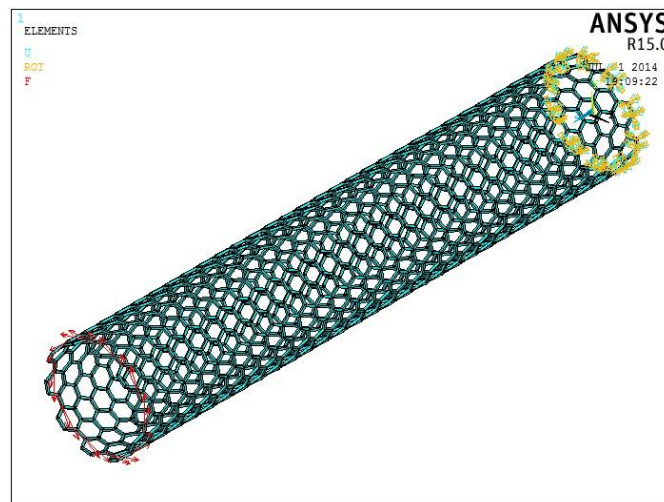
### 3.4 . Στρέψη νανοσωλήνα

Για την περίπτωση της στρέψης εφαρμόζεται μια εφαπτομενική δύναμη στην περιφέρεια του νανοσωλήνα. Με την διαδικασία που εξηγήθηκε παραπάνω υπολογίζεται η στρεπτική δυσκαμψία του νανοσωλήνα. Κατά τα γνωστά από την μηχανική των υλικών ισχύει:

$$\varphi = \frac{TL_n}{GJ} \quad (2.4)$$

όπου  $\varphi$  η γωνία συστρόφης στο ελεύθερο άκρο του νανοσωλήνα. Από την παραπάνω σχέση προκύπτει η στρεπτική δυσκαμψία του νανοσωλήνα ως εξής

$$G = \frac{TL_n}{J\varphi} = \frac{F_\varphi R_n L_n}{J\varphi} = 517 \text{ GPa}. \quad (2.5)$$



Σχήμα 3.5 Στρέψη νανοσωλήνα





# 4. Ανάπτυξη και Έλεγχος Αναλυτικών Μοντέλων

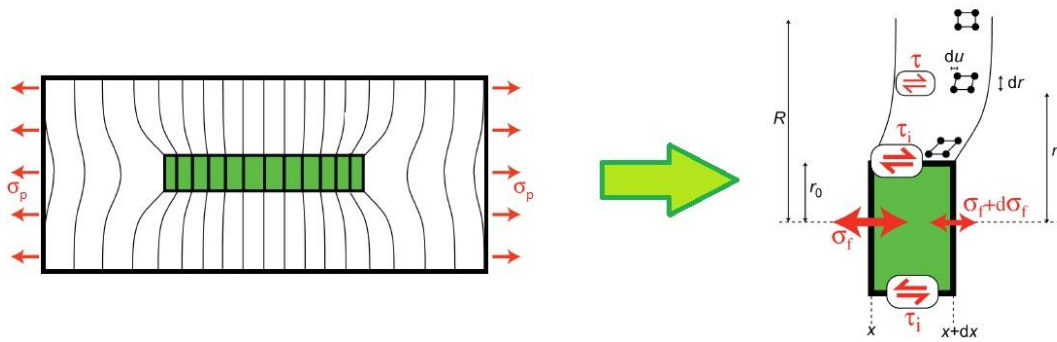
## 4.1 Εισαγωγή

Είναι ευρέως γνωστό ότι η πρόσφυση μεταξύ των ινών και της μήτρας επηρεάζει τις τελικές μηχανικές ιδιότητες του σύνθετου υλικού, σε όλες τις διευθύνσεις της φόρτισης, ακόμα και στη διεύθυνση παράλληλη στις ίνες. Σε πολλές μελέτες που έχουν γίνει έχει αποδειχθεί ότι η ποιότητα της πρόσφυσης επηρεάζει σε πολύ μεγάλο βαθμό τη διατμητική αντοχή της διεπιφάνειας ινών/μήτρας του σύνθετου υλικού. Γίνεται κατανοητό ότι είναι πολύ σημαντικό να γνωρίζει κανείς την πρόσφυση και κατ' επέκταση την διατμητική αντοχή ινών/μήτρας.

Τις τελευταίες δεκαετίες έχουν γίνει πολλές προσπάθειες μέτρησης και προσδιορισμού της διατμητικής αντοχής της διεπιφάνειας ίνας/μήτρας και έχουν αναπτυχθεί αρκετές μέθοδοι. Η πιο σημαντική είναι η δοκιμή εξόλκευσης των ινών [15] (fiber pull-out test). Στην παρούσα διπλωματική εργασία έγινε μια προσπάθεια υπολογισμού της κατανομής της διατμητικής τάσης κατά την εξόλκευση μιας ίνας, αναπτύσσοντας ένα καινούργιο μοντέλο. Πέρα από αυτό το μοντέλο εξετάστηκε και το μοντέλο διατμητικής υστέρησης (Shear Lag Model), όπου πρόκειται για ένα μοντέλο που περιγράφει την επίδραση της φόρτισης του σύνθετου υλικού με κοντή ίνα.

## 4.2 . Μοντέλο διατμητικής υστέρησης (Shear Lag Model)

Το Μοντέλο Διατμητικής Υστέρησης (Shear Lag Model) επικεντρώνεται στην μεταφορά εφελκυστικών τάσεων από την μήτρα στην ίνα μέσω της διατμητικής τάσης που αναπτύσσεται στη διεπιφάνεια. Το μοντέλο αποτελείται από μια ίνα η οποία περιβάλλεται πλήρως από το υλικό της μήτρας και υποβάλλεται σε μια αξονική ομοιόμορφη μετατόπιση. Στο μοντέλο θεωρούμε ότι ίνα και μήτρα έχουν αρκετά μεγάλο μήκος και υπάρχει τέλεια πρόσφυση μεταξύ τους. Στο σχήμα παρακάτω φαίνεται ένα αντιπροσωπευτικό στοιχείο όγκου (RVE) μαζί με το διάγραμμα ελευθέρου σώματος.



Σχήμα 4.1 Μοντέλο Διατμητικής Υστέρησης – Στοιχειώδες Στοιχείο Όγκου

Το μοντέλο βασίζεται στην παραδοχή ότι η ανάπτυξη των εφελκυστικών τάσεων κατά το μήκος της ίνας αναπτύσσονται εξ' ολοκλήρου μέσω των διατμητικών δυνάμεων που ενεργούν επί της κυλινδρικής διεπιφάνειας. Αυτό οδηγεί αμέσως στην βασική εξίσωση shear lag:

$$\frac{d\sigma_f}{dx} = \frac{-2\tau_i}{r_0} \quad (4.1)$$

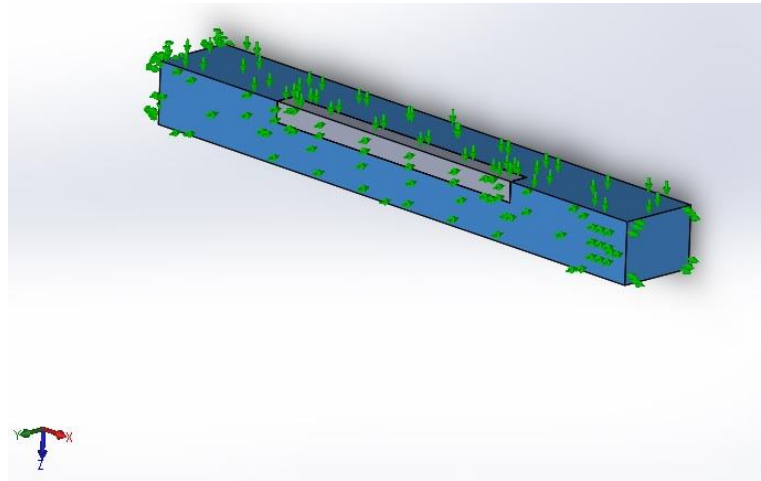
Στη συνέχεια ακολουθεί η λύση της διαφορικής εξίσωσης εφαρμόζοντας τις οριακές συνθήκες. Υπάρχουν αρκετές μελέτες σχετικά με το shear lag model, οπότε δεν κρίνεται σκόπιμο να γίνει λεπτομερής ανάλυση της επίλυσης της διαφορικής εξίσωσης [11]. Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι μια εξίσωση που περιγράφει την κατανομή των ορθών τάσεων κατά το μήκος της ίνας, η οποία φαίνεται παρακάτω:

$$\sigma_f = E_f \varepsilon_1 \left[ 1 - \cosh\left(\frac{nx}{r}\right) \operatorname{sech}(ns) \right] \quad (4.2)$$

όπου  $E_f$  είναι το μέτρο ελαστικότητάς της ίνας,  $\varepsilon_1$  είναι η παραμόρφωση της μήτρας την οποία την θεωρούμε ίση με την παραμόρφωση του σύνθετου υλικού, το  $n$  είναι μια αδιάστατη σταθερά που εξαρτάται από τις ιδιότητες της μήτρας και της ίνας και  $s$  είναι ο λόγος μήκους προς την ακτίνα της ίνας (aspect ratio). Με δεδομένη την παραπάνω εξίσωση και σύμφωνα με την εξίσωση 4.1, προκύπτει εύκολα η κατανομή διατμητικών τάσεων κατά το μήκος της διεπιφάνειας ίνας – μήτρας. Αυτή είναι

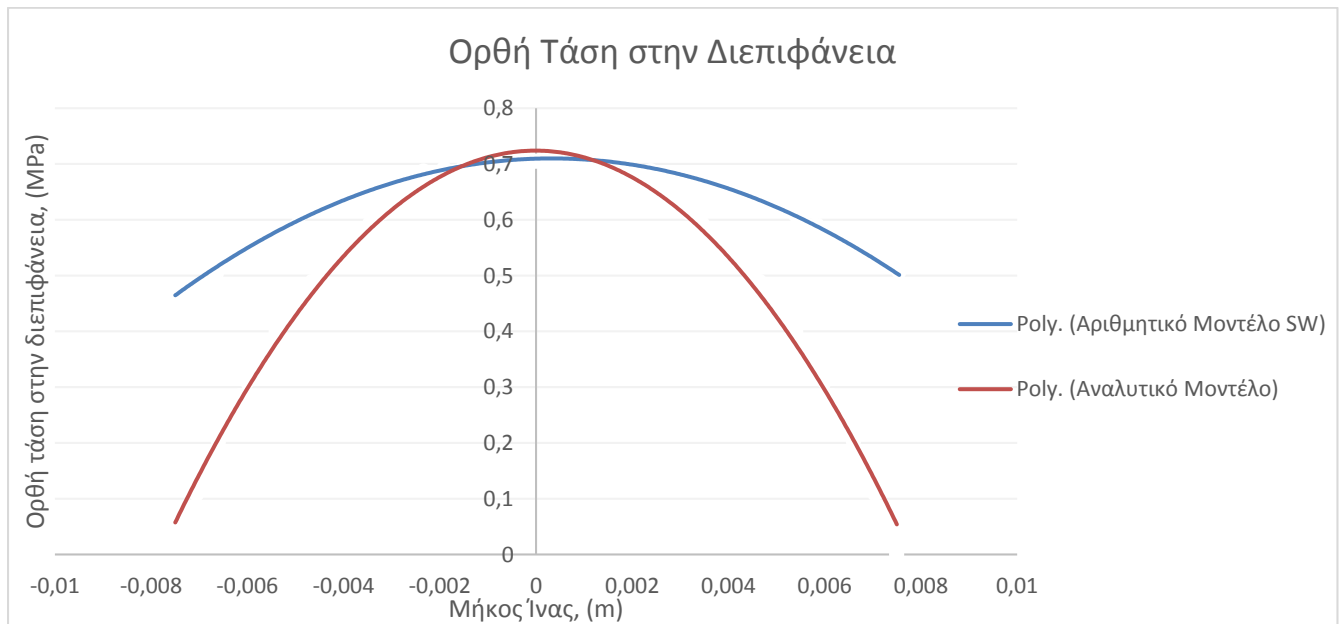
$$\tau_i = \frac{n\varepsilon_1}{2} E_f \sinh\left(\frac{nx}{r}\right) \operatorname{sech}(ns) \quad (4.3)$$

Για τον έλεγχο της αξιοπιστίας των παραπάνω εξισώσεων, λαμβάνει χώρα ανάλυση με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Για το λόγο αυτό, αναπτύχθηκε μοντέλο σε λογισμικό SolidWorks. Στο μοντέλο που ακολουθεί εφαρμόζεται μια μετατόπιση στο δεξί άκρο της μήτρας. Ως υλικό της μήτρας επελέγη το ΡΕΕΚ (Πόλυ-αίθερο-αίθερο-κετόνη).



Σχήμα 4.2 Ίνα στο εσωτερικό της μήτρας (SolidWorks)

Εν συνεχεία, παρουσιάζεται μία σύγκριση αποτελεσμάτων του λογισμικού SW και του αναλυτικού μοντέλου Shear Lag.

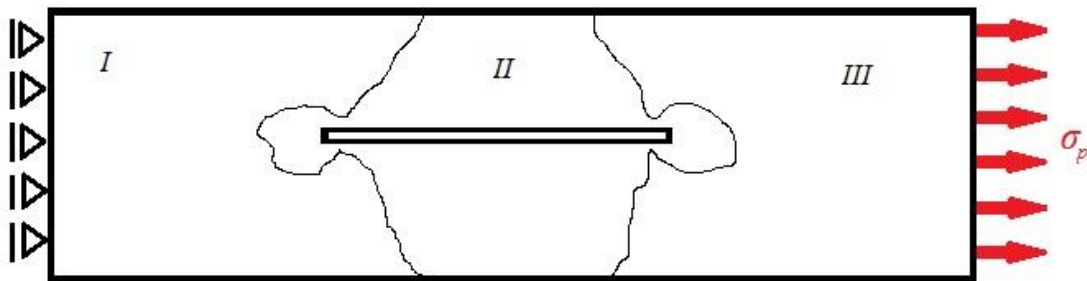


Σχήμα 4.3 Ορθή τάση στην διεπιφάνειας ίνας – μήτρας

Παρατηρείται ότι οι δυο καμπύλες έχουν την ίδια μέγιστη τιμή. Η τάση στα άκρα της ίνας δεν είναι μηδενική, όπως συμβαίνει με την θεωρητική καμπύλη. Στην ουσία αυτή η απόκλιση δικαιολογείται πλήρως αν αναλογιστεί κανείς ότι το Μοντέλο Διατμητικής Υστέρησης είναι ένα αρκετά απλοποιημένο μοντέλο που λαμβάνει υπόψη του μόνο τις 2 διαστάσεις.

Από την προσομοίωση που έγινε παραπάνω, εξήχθησαν κάποια χρήσιμα συμπεράσματα σχετικά με το μηχανισμό μεταφοράς τάσεων από την μήτρα στην ίνα, τα οποία παρατίθενται παρακάτω.

- Καθώς η ίνα εφελκύεται, οι μέγιστες τάσεις αναπτύσσονται στο κέντρο αυτής. Οι τάσεις στα άκρα είναι πολύ μικρές και αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι δεν μπορούν να μεταφερθούν τάσεις μέσω αυτών.
- Σε ότι αφορά τη μήτρα, οι μέγιστες τάσεις αναπτύσσονται στην διεπιφάνεια ίνας – μήτρας. Προσαρμόζοντας την χρωματική κλίμακα των τάσεων, είναι δυνατό να διακριθούν τρεις περιοχές, όπως φαίνεται παρακάτω.



Σχήμα 4.4 Ορθές τάσεις στην μήτρα

Στις περιοχές I και III οι τάσεις μεταφέρονται μέσω της μήτρας. Στην περιοχή II η μήτρα δεν φέρει μεγάλες τάσεις και αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι τάσεις μεταφέρονται μέσω της ίνας.

Ακολούθως γίνεται έλεγχος της επίδρασης του συντελεστή σχήματος της ίνας (λόγος μήκους ίνας προς διάμετρο ίνας, aspect ratio). Για λόγους πληρότητας θα εξετασθεί πως επηρεάζει η μεταβολή του μήκους και της διαμέτρου ξεχωριστά, την μεταφορά των τάσεων από την μήτρα στην ίνα. Αξίζει να διευκρινιστεί ότι στο διάγραμμα απεικονίζονται οι μέγιστες τάσεις σε ίνα και μήτρα. Αρχικά θα ελεγχθεί η επίδραση της αύξησης του μήκους, και η κατ' επέκταση αύξηση του λόγου μήκους – διαμέτρου (Aspect Ratio). Στον Πίνακα 4.1 φαίνονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων.

Πίνακας 4.1 Έλεγχος τάσης και παραμόρφωσης του σύνθετου υλικού για διαφορετικές τιμές του Aspect Ratio (μεταβολή μήκους)

Μήκος (mm)	Aspect ratio	Τάση στη μήτρα (MPa)	Τάση στην ίνα (MPa)	Μετατόπιση (mm)
15	7,5	69	114,6	0,0523
17	8,5	73,4	122,1	0,0476
19	9,5	77,1	128	0,0429
21	10,5	79,9	132,9	0,0384
23	11,5	82,3	136,8	0,0343

Είναι φανερό ότι καθώς αυξάνεται η τιμή του λόγου μήκους-διαμέτρου (aspect ratio), μειώνεται η μετατόπιση του ελεύθερου άκρου της μήτρας. Αυτό δείχνει ότι το σύνθετο υλικό είναι πλέον πιο συμπαγές και ανταποκρίνεται καλύτερα στον εφελκυσμό του. Το αρνητικό της αύξησης του συντελεστή σχήματος είναι ότι ταυτόχρονα αυξάνονται οι τάσεις σε ίνα και μήτρα. Πέρα από την περίπτωση αύξησης του μήκους της ίνας, θα ελεγχθεί και η περίπτωση αύξησης της διαμέτρου. Η αύξηση της διαμέτρου οδηγεί σε ταυτόχρονη μείωση του συντελεστή σχήματος. Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στον πίνακα που ακολουθεί:

Πίνακας 4.2 Έλεγχος τάσης και παραμόρφωσης του σύνθετου υλικού για διαφορετικές τιμές του Aspect Ratio (μεταβολή διαμέτρου)

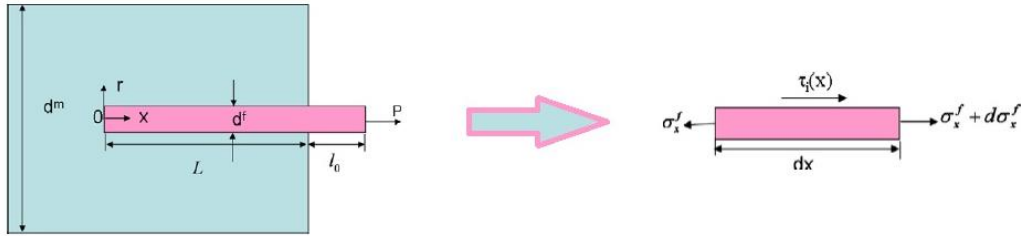
Διάμετρος (mm)	Aspect ratio	Τάση στη μήτρα (MPa)	Τάση στην ίνα (MPa)	Μετατόπιση (mm)
1	19	282,2	428,9	0,05
1,5	12,7	126,8	210,8	0,0461
2	9,5	77,1	128,1	0,0429
2,5	7,6	59,6	86,6	0,0402
3	6,3	53,4	62,6	0,0378

Από τον πίνακα 4.2 φαίνεται ότι καθώς αυξάνεται η διάμετρος της ίνας μειώνεται η μετατόπιση του ελεύθερου άκρου του σύνθετου υλικού. Παρόλο που πλέον ο λόγος μήκους – διαμέτρου μειώνεται η επίδραση στην μετατόπιση του ελεύθερου άκρου είναι ίδια. Η διαφορά εμφανίζεται στις μέγιστες τάσεις σε ίνα και μήτρα. Πλέον οι τάσεις σε ίνα και μήτρα μειώνονται καθώς μειώνεται ο aspect ratio. Αυξάνοντας την διάμετρο των ινών αυξάνει η διεπιφάνεια ίνας – μήτρας πιο πολύ σε σχέση με την αύξηση του μήκους της ίνας. Συνεπώς ο δεσμός γίνεται πιο αποτελεσματικός και αυτός είναι ο λόγος που μειώνονται οι μέγιστες τάσεις σε ίνα και μήτρα. Από τα παραπάνω μπορεί να εξαχθεί ένα γενικό συμπέρασμα: ότι σε ένα σύνθετο υλικό είναι προτιμότερο η ενίσχυση να γίνεται με ίνες με μεγάλο συντελεστή σχήματος (μακριές και λεπτές ίνες) μιας και αυτό κάνει πιο συμπαγές το σύνθετο υλικό. Σε ότι αφορά τα σύνθετα υλικά όπου η ενίσχυση γίνεται με ίνες μικρότερου συντελεστή σχήματος (κοντές και 'χοντρές' ίνες), το σύνθετο υλικό δεν είναι τόσο συμπαγές αλλά πλέον αναπτύσσονται μικρότερες τάσεις σε ίνα και μήτρα.

### 4.3 . Δοκιμή εκρίζωσης ινών

Σε μια ρωγμή ενός σύνθετου υλικού υπό γωνία ως προς τον ινώδη σπλισμό (Fibre Pullout Test) οι ίνες αναλαμβάνουν να γεφυρώσουν τις δυο επιφάνειες της ρωγμής. Καθώς εφαρμόζεται μια τάση στο σύνθετο υλικό, οι δυο επιφάνειες της ρωγμής έχουν την τάση να ανοίξουν. Έτσι, οι ίνες εφελκύνονται και τείνουν να εκρίζωθούν. Η εκρίζωση των ινών γίνεται όταν η διατμητική τάση στην διεπιφάνεια είναι μεγαλύτερη από την διατμητική αντοχή αυτής.

Συνεπώς, είναι χρήσιμο να αναπτυχθεί ένα μοντέλο στο οποίο σύμφωνα με την εφαρμοζόμενη τάση στην ίνα, να υπολογίζεται η διατμητική τάση στη διεπιφάνεια [15]. Στο Σχήμα 4.5 απεικονίζεται σχηματικά η δοκιμή εκρίζωσης των ινών. Επίσης, απομονώνεται ένα στοιχειώδες κομμάτι στο οποίο εφαρμόζεται ισορροπία ελευθέρου σώματος



Σχήμα 4.5 Γεωμετρία του μοντέλου εκρίζωσης των ινών και Ισορροπία μιας στοιχειώδους ίνας

Από ισορροπία στο στοιχειώδες κομμάτι προκύπτει

$$2\pi r dx \tau_i = -\pi r^2 d\sigma_f \rightarrow \frac{d\sigma_f}{dx} = -\frac{2\tau_i(x)}{r_f} \quad (4.4)$$

Η διατμητική τάση στη μήτρα (σε κάθε ακτίνα  $r$ ) σχετίζεται με την τάση στη διεπιφάνεια ίνας – μήτρας (ακτίνα  $r_f$ ) με την σχέση:

$$\tau_{rx} = \tau_i \frac{r_f}{\rho} \quad (4.5)$$

όπου  $\tau_i$  είναι η τάση στη διεπιφάνεια. Για την διατμητική παραμόρφωση  $\gamma$  ισχύει:

$$\gamma_{rx}^m = \frac{du_x^m}{dr} + \frac{du_r^m}{dx} \quad (4.6)$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι η διατμητική παραμόρφωση κατά την ακτινική διεύθυνση είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη κατά την αξονική διεύθυνση, προκύπτει η παρακάτω απλοποιημένη σχέση:

$$\gamma_{rx}^m \approx \frac{du_x^m}{dr} = \frac{\tau_{rx}}{G_m} = \frac{\tau_i}{\frac{r}{r_f} G_m} \quad (4.7)$$

Ακολουθεί ολοκλήρωση της παραπάνω εξίσωσης και λύση ως προς την διατμητική τάση στην διεπιφάνεια:

$$\tau_i = G_m \frac{u_x^m - u_x^f}{r_f \ln\left(\frac{r_m}{r_f}\right)} \quad (4.8)$$

Με αντικατάσταση στην εξίσωση 4.4 προκύπτει η παρακάτω:

$$\frac{d\sigma_x^f}{dx} = -2G_m \frac{u_x^m - u_x^f}{r_f^2 \ln\left(\frac{r_m}{r_f}\right)} \quad (4.9)$$

Για να σχηματιστεί μια διαφορική εξίσωση ως προς την τάση  $\sigma_x^f$ , είναι απαραίτητο να γίνει διαφορίση της παραπάνω εξίσωσης. Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι τα διαφορικά των  $u_x$  ορίζουν την παραμόρφωση στην αντίστοιχη διεύθυνση για ίνα και μήτρα. Συνεπώς, η εξίσωση 4.9 γίνεται:

$$\frac{d^2\sigma_x^f}{dx^2} = \frac{2G_m}{r_f^2 \ln\left(\frac{r_m}{r_f}\right)} \left( \frac{\sigma_x^f}{E_f} - \frac{\sigma_x^m}{E_m} \right) \quad (4.10)$$

όπου  $\sigma_x^m$  είναι η τάση σε μια εικονική μήτρα που δημιουργείται όταν εφαρμόζεται μια τάση στην μήτρα χωρίς την παρουσία ινών, δηλαδή

$$\sigma_x^m = \frac{\sigma_x^f}{\left(\frac{r_m}{r_f}\right)^2} \quad (4.11)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση 4.11 στην εξίσωση 4.10 προκύπτει η διαφορική εξίσωση:

$$\frac{d^2\sigma_x^f}{dx^2} = \frac{2G_m}{r_f^2 \ln\left(\frac{r_m}{r_f}\right)} \left( \frac{1}{E_f} - \frac{1}{\left(\frac{r_m}{r_f}\right)^2 E_m} \right) \sigma_x^f \rightarrow \frac{d^2\sigma_x^f}{dx^2} = Q\sigma_x^f \quad (4.12)$$

Η γενική λύση της παραπάνω εξίσωσης είναι:

$$\sigma_x^f = A \sinh(\sqrt{Q}x) + B \cosh(\sqrt{Q}x) \quad (4.13)$$

Για τον προσδιορισμό των σταθερών απαιτούνται οι εξής δυο οριακές συνθήκες:

- 1) Στο ελεύθερο άκρο της ίνας η τάση είναι ίση με την εφαρμοζόμενη τάση  $\sigma_p$ .

$$\sigma_x^f(L) = \sigma_p$$

- 2) Στο άλλο άκρο της ίνας, το οποίο βρίσκεται μέσα στην μήτρα, η τάση είναι μηδενική. Λόγω της εφαρμοζόμενης τάσης, ο δεσμός ίνας - μήτρας στην κυκλική επιφάνεια της ίνας παύει να υφίσταται, συνεπώς δεν μπορεί να φέρει κάποια τάση.

$$\sigma_x^f(0) = 0$$

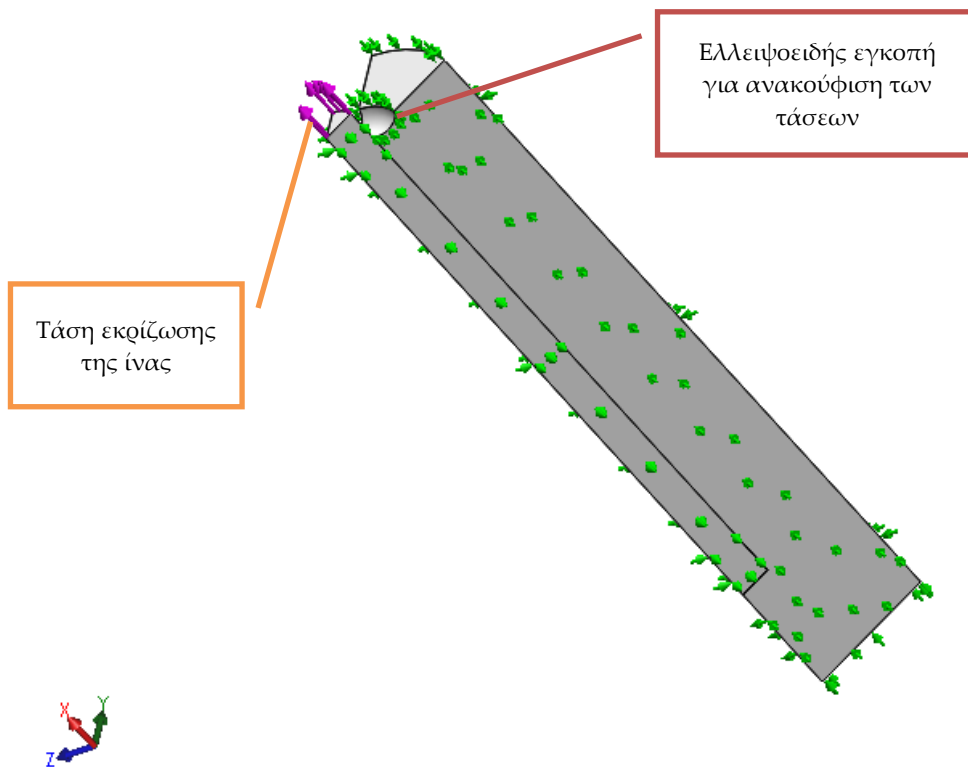
Λύνοντας την διαφορική εξίσωση προκύπτει η κατανομή της ορθής τάσης  $\sigma_x^f$ . Μέσω της 4.13 βρίσκεται και η εξίσωση της κατανομής της διατμητικής τάσης.

$$\sigma_x^f = \frac{\sigma_p}{\sinh(\sqrt{Q}L)} \sinh(\sqrt{Q}x) \quad (4.14)$$

$$\tau_i = -\frac{r_f}{2} \frac{\sigma_p}{\sinh(\sqrt{Q}L)} \sqrt{Q} \cosh(\sqrt{Q}x) \quad (4.15)$$

Για να ελεγχθεί η παραπάνω λύση, κατασκευάζεται μοντέλο σε λογισμικό SolidWorks. Πιο συγκεκριμένα, στο μοντέλο σχεδιάζεται μια ίνα, το μεγαλύτερο μήκος της οποίας βρίσκεται εντός της μήτρας. Στην κυλινδρική διεπιφάνεια ίνας – μήτρας υπάρχει ισχυρός δεσμός (bonding), κάτι το οποίο δεν ισχύει στην κυκλική διατομή της ίνας. Στην συνέχεια, παρατίθεται ένα στιγμιότυπο από το λογισμικό SW, στο οποίο φαίνεται η ίνα και η μήτρα.

Αξίζει να σημειωθεί ότι εφόσον το πρόβλημα είναι αξονοσυμμετρικό, απομονώθηκε ένα κομμάτι ανοίγματος 45° για οικονομία υπολογιστικού χρόνου καθώς και για διευκόλυνση εξαγωγής συμπερασμάτων. Στο παρακάτω στιγμιότυπο φαίνεται μια ελλειψοειδής εγκοπή στην μήτρα. Ο λόγος που έγινε αυτή η εγκοπή είναι για να αποφευχθούν φαινόμενα συγκέντρωσης τάσεων.

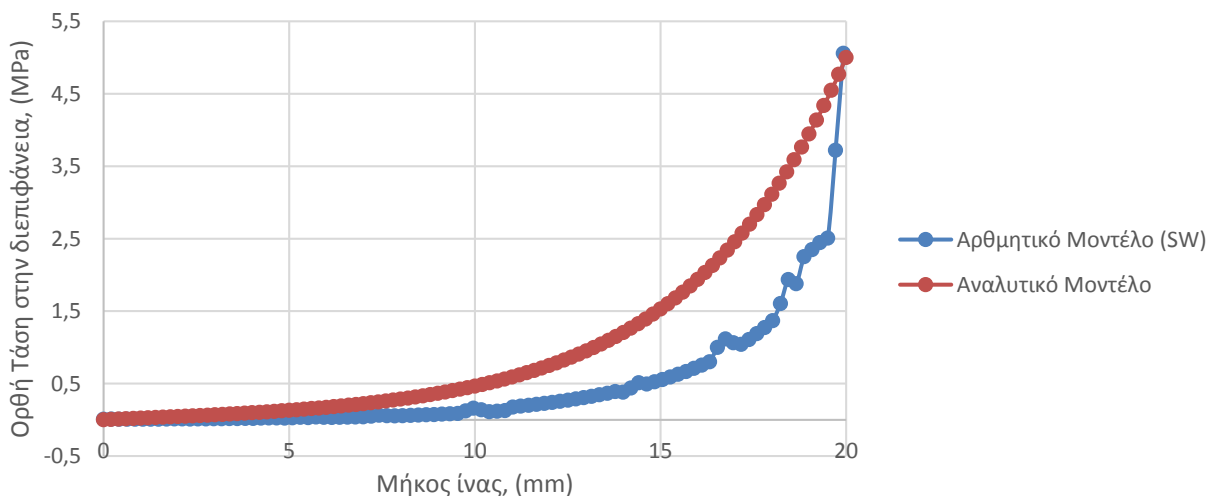


Σχήμα 4.6 Μοντέλο εκρίζωσης μιας ίνας σε λογισμικό SolidWorks



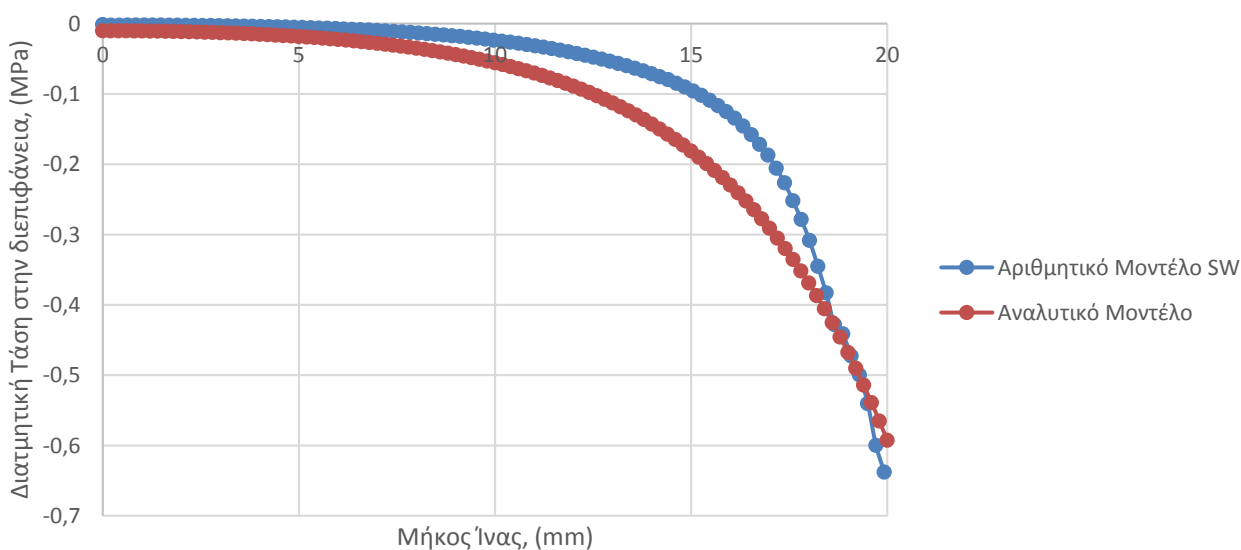
Το υλικό της μήτρας είναι το πολυμερές PEEK και το υλικό της ίνας αποτελεί μια προσέγγιση των ιδιοτήτων των νανοσωλήνων άνθρακα. Επίσης, παρατίθενται τα διαγράμματα της ορθής και της διατμητικής τάσης της διεπιφάνειας, όπως προέκυψαν από το λογισμικό SolidWorks αλλά και από την ανάλυση που έγινε παραπάνω.

### Κατανομή Ορθής Τάσης



Σχήμα 4.7 Κατανομή Ορθής Τάσης στην Διεπιφάνεια Ίνας – Μήτρας

### Κατανομή Διατμητικής Τάσης



Σχήμα 4.8 Κατανομή Διατμητικής Τάσης στην Διεπιφάνεια Ίνας – Μήτρας

Από τα διαγράμματα φαίνεται ότι οι καμπύλες που προέκυψαν από την ανάλυση του φαινομένου εκρίζωσης των ινών συμφωνούν με τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων. Και τα δυο ζευγάρια καμπυλών ταιριάζουν τόσο ως προς την μορφή όσο και ως προς την μέγιστη τιμή τους.



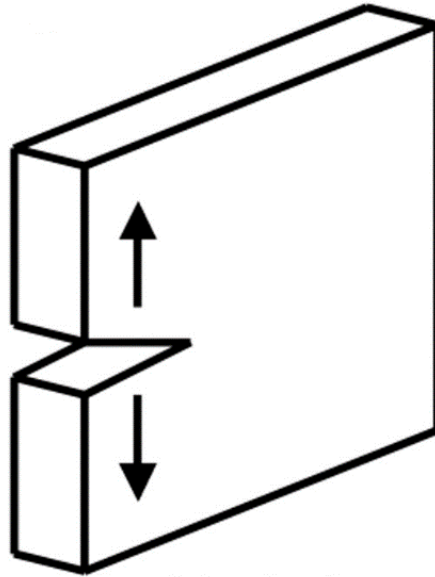
## 5. Μελέτη επίδρασης των ινών στην ανάπτυξη της ρωγμής

### 5.1 Εισαγωγή

Κατά την πρόοδο μιας ρωγμής σε ένα σύνθετο υλικό, η πλαστική μήτρα σχίζεται αποκαλύπτοντας τις ίνες που το ενισχύουν. Αυτές, αναλαμβάνουν να γεφυρώσουν την ρωγμή και να εμποδίσουν την πρόοδό της. Σε αυτό το σημείο είναι χρήσιμο να γίνει μια ανάλυση για την επίδραση του προσανατολισμού των ινών που γεφυρώνουν μια ρωγμή, καθώς και του λόγου μήκους-διαμέτρου (aspect ratio) στην ανάπτυξη αυτής.

### 5.2 . Ρωγμή χωρίς ίνα

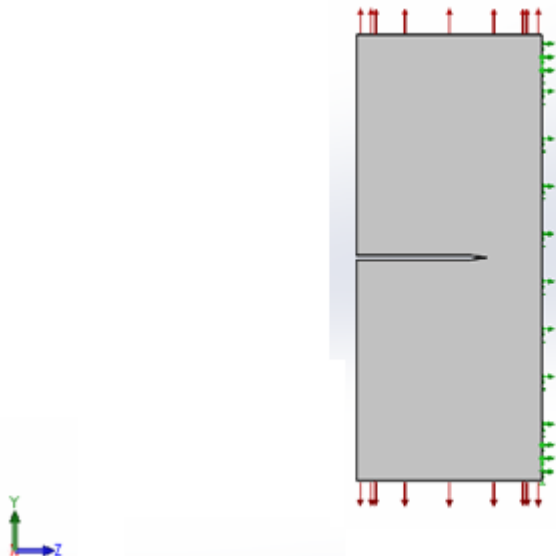
Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα γίνει ανάλυση μόνο για τον εφελκυστικό τύπο φόρτισης μιας ρωγμής (Mode I). Η εφελκυστική φόρτιση μιας ρωγμής συναντάται στην πλειοψηφία των περιπτώσεων και γι' αυτό και θα δοθεί έμφαση σε αυτή. Στην συγκεκριμένη περίπτωση οι δυνάμεις είναι κάθετες στο επίπεδο της ρωγμής και τείνουν να την ανοίξουν, όπως φαίνεται παρακάτω



### Mode I

Σχήμα 5.1 Εφελκυστικός τύπος ανοίγματος ρωγμής

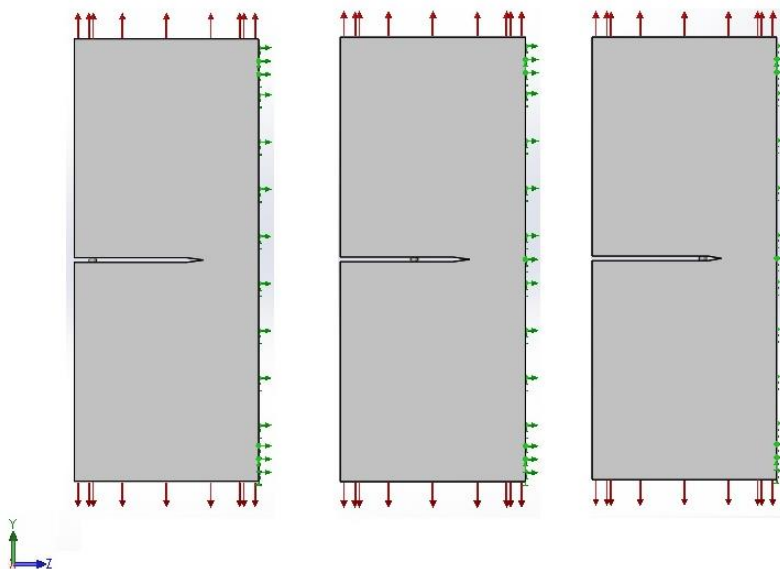
Για να γίνει αυτό, σχεδιάζεται σε λογισμικό SW ένα δοκίμιο με μια ρωγμή. Αρχικά εφελκύεται το δοκίμιο χωρίς κάποιο ενισχυτικό υλικό και καταγράφονται οι τάσεις στο άκρο αυτής. Το υλικό του δοκιμίου ορίζεται ως PEEK που έχει μέτρο ελαστικότητας 3,9 GPa και λόγο Poisson 0,4. Οι διαστάσεις του δοκιμίου επιλέχθηκαν έτσι ώστε να εναρμονίζονται με τις αναλογίες διαφόρων εμπειρικών μοντέλων που έχουν αναπτυχθεί. Στην συγκεκριμένη περίπτωση η μέγιστη τάση εμφανίζεται στο άκρο της ρωγμής και είναι ίση με 85,78 GPa. Παρουσιάζεται και ένα στιγμιότυπο από το τρισδιάστατο μοντέλο.



Σχήμα 5.2 Μοντέλο δοκιμίου με ρωγμή χωρίς ίνα

### 5.3 . Γεφυρωμένη ρωγμή με μια ευθυγραμμισμένη ίνα

Στην συνέχεια, εισάγεται μια ίνα στο άνοιγμα της ρωγμής. Αρχικά, η θέση της ίνας είναι πολύ κοντά στην ακμή της ρωγμής και στα μοντέλα που ακολουθούν απομακρύνεται προς το άνοιγμα αυτής. Πριν τον πίνακα με τα αποτελέσματα, παρατίθενται 3 στιγμιότυπα από τα τρισδιάστατα μοντέλα, στα οποία φαίνονται οι διαφορετικές θέσεις που λαμβάνει η ίνα.

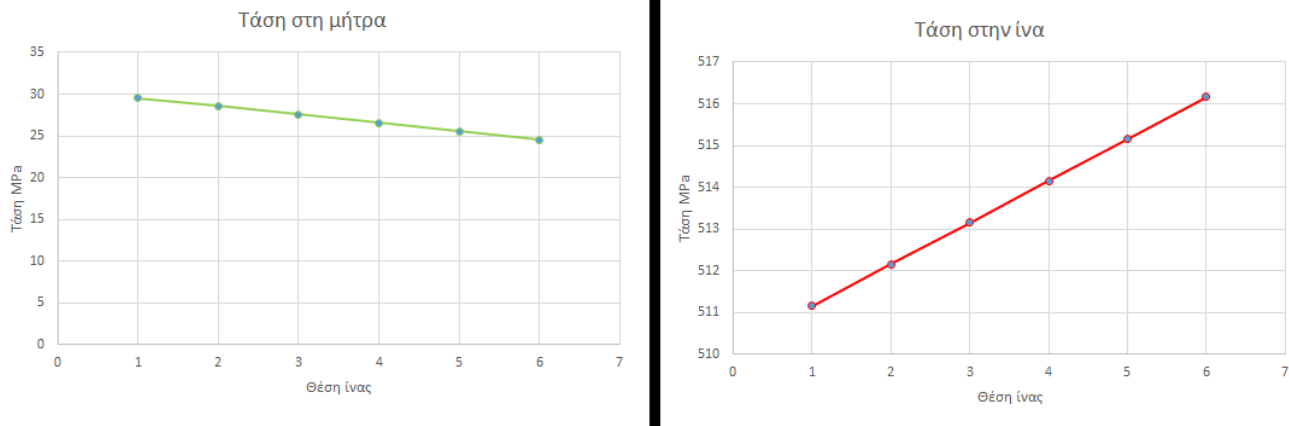


Σχήμα 5.3 Μοντέλο δοκιμίου με γεφυρωμένη ρωγμή μέσω μιας ευθυγραμμισμένης ίνας

Πίνακας 5.1 Τάσεις σε ίνα και μήτρα για διαφορετικές θέσεις της ίνας

Θέση	Μέγιστη τάση ίνα (MPa)	Μέγιστη τάση μήτρα (MPa)
1	516,16	29,56
2	515,16	28,56
3	514,16	27,56
4	513,16	26,56
5	512,16	25,56
6	511,16	24,56

Για λόγους πληρότητας, παρατίθεται ένα διάγραμμα στο οποίο παρουσιάζεται η μέγιστη εμφανιζόμενη τάση σε ίνα και μήτρα ανάλογα με την θέση ίνας στο άνοιγμα της ρωγμής.



**Σχήμα 5.4 Διαγράμματα τάσεων σε ίνα και μήτρα για διαφορετικές θέσεις της ίνας (Θέση 1: Κοντά στο άκρο της ρωγμής, Θέση 2: Μακριά από αυτή)**

Από το παραπάνω διάγραμμα εξάγονται κάποια πολύ χρήσιμα συμπεράσματα. Παρατηρούνται τα εξής:

- Σύμφωνα με το διάγραμμα, όταν η ίνα βρίσκεται πολύ κοντά στο άκρο της ρωγμής τότε η τάση στην μήτρα εμφανίζει την μέγιστή της τιμή. Σε αντίθεση με την μήτρα, στην συγκεκριμένη περίπτωση η μέγιστη τιμή της τάσης στην ίνα εμφανίζει την ελάχιστή της τιμή.
- Καθώς η ίνα απομακρύνεται από το άκρο της ρωγμής, αυξάνονται οι τάσεις στην ίνα και μειώνονται οι τάσεις στην μήτρα (στο άκρο της ρωγμής).
- Όταν η ίνα βρίσκεται στην πιο απομακρυσμένη θέση από το άκρο της ρωγμής, τότε η τάση σε αυτή είναι μέγιστη. Η αντίστοιχη τάση στην μήτρα είναι ελάχιστη.

Τα παραπάνω συμπεράσματα βοηθούν στην κατανόηση της λειτουργίας της ίνας ως ενίσχυση σε μια μήτρα με ρωγμή. Όταν η ίνα βρίσκεται κοντά στην ακμή της ρωγμής και εφαρμόζεται μια δύναμη που τείνει να διευρύνει το άνοιγμα αυτής, τότε οι επιφάνειες της ρωγμής αποχωρίζονται πιο εύκολα συγκριτικά με την περίπτωση που η ίνα θα ήταν πιο κοντά στο άνοιγμα αυτής. Είναι προφανές ότι όσο πιο μακριά βρίσκεται η ίνα από το άκρο, τόσο πιο πολύ συμμετέχει στη παραλαβή των εφελκυστικών τάσεων.

#### 5.4 . Επίδραση του λόγου μήκους – διαμέτρου

Στο επόμενο στάδιο είναι σκόπιμο να ερευνηθεί κατά πόσο επηρεάζει ο λόγος μήκους – διαμέτρου στο άνοιγμα της ρωγμής. Για το λόγο αυτό τοποθετείται μια ίνα σε μια συγκεκριμένη θέση και γίνονται μερικές προσομοιώσεις για διαφορετικές τιμές του συντελεστή σχήματος. Πλέον είναι σκόπιμο να ελεγχθεί πως επηρεάζει την μεταφορά των τάσεων και κατ' επέκταση το άνοιγμα της ρωγμής, ο συνδυασμός των μεταβολών του μήκους και της διαμέτρου της ίνας. Τίθεται συνεπώς ένα ερώτημα προς έρευνα:

Θα μπορούσε μια ίνα με μικρότερο aspect ratio (μικρότερο μήκος και μεγαλύτερη διάμετρο) να επιτύχει μικρότερο άνοιγμα ρωγμής σε σχέση με μια ίνα με μεγαλύτερο aspect ratio, η οποία όμως θα έχει μεγαλύτερο μήκος αλλά μικρότερη διάμετρο.

Για να απαντηθεί το παραπάνω ερώτημα αναπτύχθηκε σε λογισμικό SolidWorks παρόμοιο μοντέλο με το προηγούμενο. Έγιναν προσομοιώσεις για ίνες με διάφορες τιμές λόγου μήκους – διαμέτρου. Πιο αναλυτικά, ελέγχθηκαν τέσσερις περιπτώσεις. Σε κάθε περίπτωση έγιναν δυο προσομοιώσεις, στην πρώτη ο λόγος μήκους – διαμέτρου είχε μεγάλη τιμή αλλά η διάμετρος ήταν μικρότερη σε σχέση με την δεύτερη προσομοίωση. Στην τελευταία, ο λόγος μήκους – διαμέτρου είχε μικρότερη τιμή αλλά η διάμετρος ήταν μεγαλύτερη. Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για μία από τις τέσσερις περιπτώσεις.

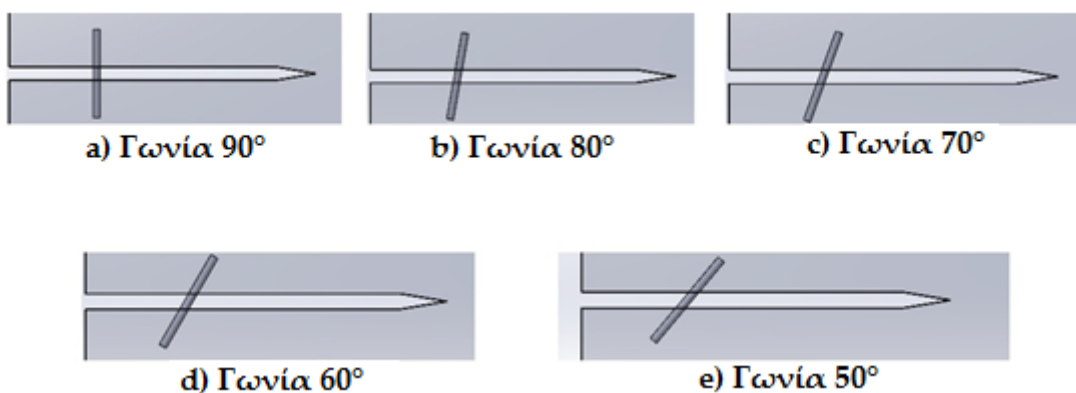
Ακτίνα (mm)	Τάση στην ίνα (MPa)	Τάση στη μήτρα (MPa)	Άνοιγμα ρωγμής (mm)	Aspect ratio	Μήκος (mm)
0,075	1472	36	0,0298	26,7	2
0,083	1308	28	0,0278	21,7	1,8

Εξάγονται κάποια χρήσιμα συμπεράσματα αναφορικά με τον λόγο μήκους – διαμέτρου. Παρατηρείται ότι η επίδραση της διαμέτρου και του μήκους της ίνας είναι αρκετά σημαντική. Το συμπέρασμα είναι ότι μια ίνα με μικρότερο aspect ratio λειτουργεί πιο αποτελεσματικά από κάποια άλλη με μεγαλύτερο aspect ratio, αρκεί να έχει μεγαλύτερη διάμετρο.

## 5.5 . Επίδραση προσανατολισμού των ινών

Μέχρι τώρα στις αναλύσεις που έγιναν η ίνα που γεφύρωνε τις ρωγμές ήταν απόλυτα ευθυγραμμισμένη. Στα νανοσύνθετα υλικά κάτι τέτοιο είναι πολύ δύσκολο και ακριβό να επιτευχθεί. Σε πολλές μελέτες που έχουν γίνει έχει αποδειχθεί ότι σε ένα σύνθετο υλικό είναι αδύνατο οι ίνες να είναι απόλυτα ευθυγραμμισμένες. Μπορεί να φαίνονται έτσι, αλλά πάντα ακολουθούν μια κατανομή. Έτσι, υπεισέρχεται άλλη μια παράμετρος σημαντικής βαρύτητας στο πρόβλημα. Για το λόγο αυτό θα ελεγχθεί το κατά πόσο επηρεάζει ο προσανατολισμός των ινών το άνοιγμα της ρωγμής.

Σε λογισμικό SolidWorks αναπτύσσεται ένα μοντέλο για τη μελέτη της επιρροής της παραμέτρου αυτής, στην ανάπτυξη της ρωγμής. Η μοναδική διαφορά σε σχέση με το προηγούμενο μοντέλο είναι ότι πλέον η ίνα έχει διαφόρους προσανατολισμούς στο επίπεδο. Γίνονται αρκετές προσομοιώσεις και σε κάθε μια καταγράφονται οι μέγιστες τάσεις στην αιχμή της ρωγμής. Αρχικά παρατίθεται ένα στιγμιότυπο με το τρισδιάστατο μοντέλο για διαφόρους προσανατολισμούς.



Σχήμα 5.5 Μοντέλα γεφυρωμένων ρωγμών για διαφορετικές γωνίες κλίσης των ινών

Στην συνέχεια ακολουθούν και ένας πίνακας με τα σχετικά αποτελέσματα.

Πίνακας 5.2 Αποτελέσματα προσομοιώσεων για μη ευθυγραμμισμένη ίνα

Γωνία (°)	Τάση στην ίνα (MPa)	Τάση στη μήτρα (MPa)	Άνοιγμα ρωγμής (mm)
50	1687,6	39,9	0,041
60	1657,4	39,2	0,038
70	1618,6	38,1	0,037
80	1529,2	32,3	0,035
90	1329,5	32,1	0,034

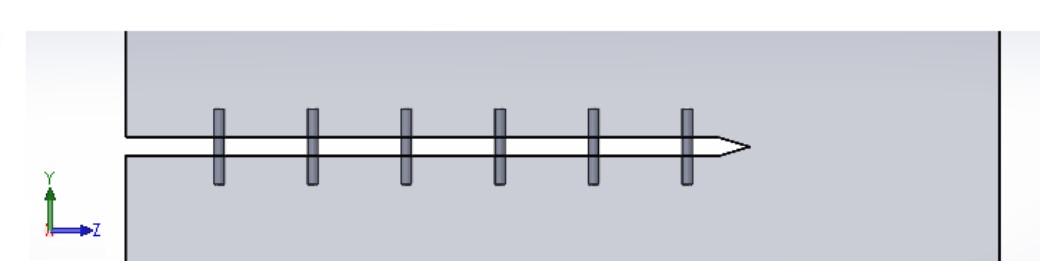
Από τα στοιχεία του Πίνακα 5.2 εξάγονται κάποιες χρήσιμες πληροφορίες. Παρατηρείται ότι όσο μεγαλύτερη είναι η γωνία προσανατολισμού της ίνας, τόσο μεγαλύτερη είναι η τάση που εμφανίζεται στο άκρο της ρωγμής. Προφανώς, η μικρότερη τάση εμφανίζεται για απόλυτα ευθυγραμμισμένη ίνα. Αυτό ίσως οφείλεται στο γεγονός ότι όταν η ίνα δεν είναι απόλυτα ευθυγραμμισμένη επιτρέπεται ένα μικρό άνοιγμα των επιφανειών θραύσης ώστε αυτή να ευθυγραμμιστεί και να αρχίσει να εφελκύεται. Απ' ό,τι φαίνεται, αυτό το άνοιγμα είναι αρκετό για να αναπτυχθούν μεγαλύτερες τάσεις στην άκρη της ρωγμής. Ως συνέπεια, τα αποτελέσματα των ευθυγραμμισμένων ινών είναι σαφώς καλύτερα.

Σε μια ρωγμή ενός νανοσύνθετου υλικού μπορεί να υπάρχουν εκατοντάδες ίνες. Για το λόγο αυτό κρίνεται απαραίτητο να γίνει μια μελέτη στην οποία πλέον οι δύο επιφάνειες της ρωγμής θα γεφυρώνονται με παραπάνω από μια ίνες. Κάνοντας μια τέτοια ανάλυση υπεισέρχονται και άλλες παράμετροι οι οποίες πρέπει να εξεταστούν. Κάποιες από αυτές είναι ο προσανατολισμός των ινών καθώς και λόγος μήκους προς διάμετρο (aspect ratio).

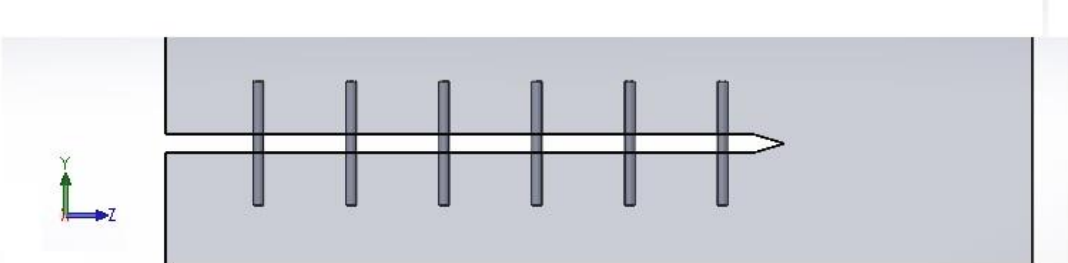


Αν και ήδη έχει γίνει μια ανάλυση για το πώς επηρεάζει ο προσανατολισμός των ινών και ο λόγος μήκους-διαμέτρου στο άνοιγμα των επιφανειών της ρωγμής θα ακολουθήσει περαιτέρω ανάλυση. Πιο συγκεκριμένα, θα κατασκευαστεί ένα μοντέλο για κάθε ένα σενάριο από αυτά που φαίνονται παρακάτω. Κάθε μοντέλο θα αποτελείται από 6 ίνες οι οποίες θα γεφυρώνουν την ρωγμή. Στην συνέχεια περιγράφονται τα τέσσερα σενάρια.

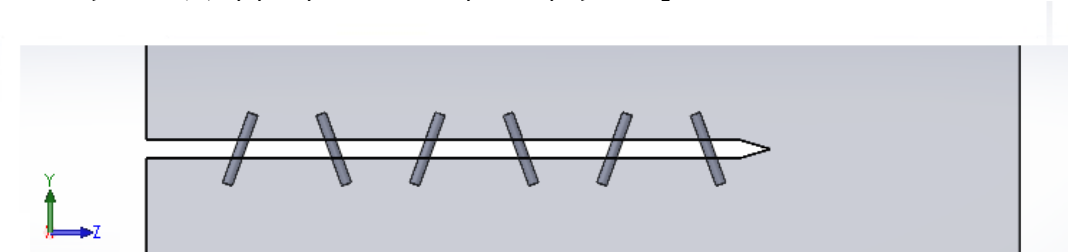
1<sup>ο</sup> Σενάριο: Ευθυγραμμισμένες ίνες με χαμηλό aspect ratio



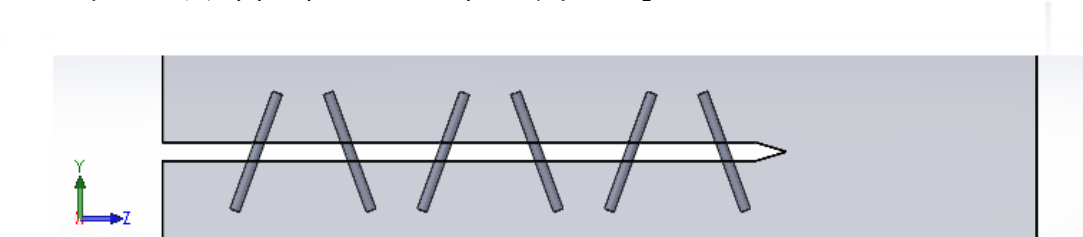
2<sup>ο</sup> Σενάριο: Ευθυγραμμισμένες ίνες με υψηλό aspect ratio



3<sup>ο</sup> Σενάριο: Μη ευθυγραμμισμένες ίνες με χαμηλό aspect ratio



4<sup>ο</sup> Σενάριο: Μη ευθυγραμμισμένες ίνες με υψηλό aspect ratio



Για κάθε ένα σενάριο καταγράφεται η τιμή της τάσης στην αιχμή της ρωγμής, καθώς και το άνοιγμα των δύο επιφανειών της. Στον παρακάτω πίνακα καταγράφονται τα αποτελέσματα για κάθε ένα σενάριο.

**Πίνακας 5.3 Αποτελέσματα προσομοιώσεων για γεφύρωση ρωγμής με 6 ίνες**

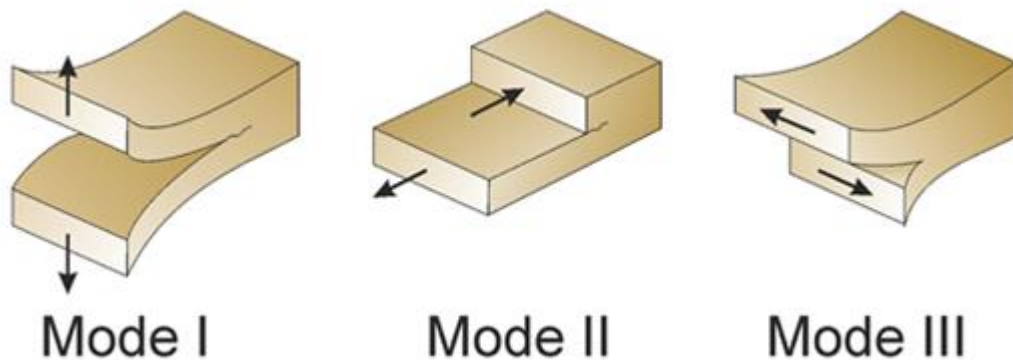
Σενάριο	Τάση στη μήτρα (MPa)	Τάση στην ίνα (MPa)	Άνοιγμα της ρωγμής (mm)
Πρώτο	24,9	1725,69	0,04147
Δεύτερο	24,1	1712,31	0,04014
Τρίτο	25,1	2015,08	0,04631
Τέταρτο	24,2	1963,65	0,04546

Όπως αναμενόταν το καλύτερο σενάριο είναι το 2<sup>ο</sup>. Έχει αναφερθεί ότι οι ευθυγραμμισμένες ίνες με μεγάλο λόγο μήκους προς διάμετρο γεφυρώνουν πιο αποτελεσματικά τις δυο επιφάνειες της ρωγμής, κάτι το οποίο επιβεβαιώνεται από τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα.

# 6. Ανάλυση τάσεων στις ρωγμές

## 6.1. Εισαγωγή

Λαμβάνει χώρα μια διερεύνηση της κατανομής των τάσεων στην περιοχή της αιχμής μιας εξελισσόμενης ρωγμής για απλό υλικό αλλά και για υλικό ενισχυμένο με ίνες. Υπάρχουν τρεις βασικοί τύποι με τους οποίους ένα φορτίο μπορεί να ενεργήσει σε μια ρωγμή, και κάθε ένα προκαλεί διαφορετική μετατόπιση της επιφάνειας της ρωγμής. Οι τρεις τύποι απεικονίζονται στο Σχήμα 6.1. Ο τύπος I είναι εφελκυστικού ή τύπου διάνοιξης, ενώ οι τύποι II και III είναι τύπου ολίσθησης και απόσχισης αντίστοιχα. Ο τύπος I είναι ο συχνότερα απαντώμενος και είναι ο μόνος που θα διαπραγματευτεί η παρούσα διπλωματική εργασία.



Σχήμα 6.1 Τύποι φόρτισης ρωγμής

## 6.2 . Ανάλυση τάσεων κατά τον εφελκυσμό μιας ρωγμής

Οι τάσεις οι οποίες δρουν πάνω σε ένα στοιχείο υλικού, στην διαμόρφωση του τύπου I, φαίνονται παρακάτω. Με βάση την τασική συνάρτηση του Westergaard [2] και αναλύοντας αυτές τις σχέσεις σε σειρά Taylor, προκύπτουν οι εκφράσεις του Sneddon

$$\sigma_x = \frac{\sigma_\infty \sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (6.1.a)$$

$$\sigma_y = \frac{\sigma_\infty \sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (6.1.b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_\infty \sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad (6.1.c)$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι οι εφελκυστικές τάσεις ( $\sigma_x$  και  $\sigma_y$ ) και οι διατμητικές τάσεις ( $\tau_{xy}$ ) είναι συναρτήσεις τόσο της ακτινικής απόστασης  $r$  όσο και της γωνίας  $\theta$ . Αυτές οι εκφράσεις των τάσεων είναι προβληματικές πάνω στην αιχμή της ρωγμής για  $r = 0$ , αφού εκεί οι τάσεις είτε απειρίζονται είτε μηδενίζονται. Αυτή η συμπεριφορά των τάσεων, που καλείται ιδιόμορφη (singular), ώθησε τον Irwin το 1955 [2] να εισάγει την έννοια του συντελεστή έντασης τάσεων (Stress Intensity Factor, SIF) ως εξής για του τρεις τύπους φόρτισης

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \left[ (2\pi r)^{1/2} \sigma_y(0^\circ) \right] \quad (6.2.a)$$

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \left[ (2\pi r)^{1/2} \tau_{xy}(0^\circ) \right] \quad (6.2.b)$$

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \left[ (2\pi r)^{1/2} \tau_{zy}(0^\circ) \right] \quad (6.2.c)$$

Απλή σύγκριση των τελευταίων εξισώσεων με τις εξισώσεις του Sneddon, οδηγεί στις εκφράσεις για τους τρεις συντελεστές έντασης των τάσεων [2]. Επιπλέον, πρέπει να σημειωθεί ότι ο όρος  $K$  έχει τις ασυνήθιστες μονάδες  $MPa\sqrt{m}$ .

$$K_I = \sigma_\infty \sqrt{\pi a}, \quad K_{II} = \tau_\infty \sqrt{\pi a}, \quad K_{III} = \tau_0 \sqrt{\pi a} \quad (6.3)$$

Στη συγκεκριμένη εργασία γίνεται εμβάθυνση μόνο στον υπολογισμό του συντελεστή  $K_I$ . Όπως έχει αναφερθεί, οι συντελεστές έντασης των τάσεων είναι το μέτρο του μεγέθους των τάσεων πολύ κοντά στην αιχμή της ρωγμής, είναι, συνεπώς, θεμιτό να θεωρήσει κανείς ότι μπορεί να περιγράψει τις συνθήκες αστοχίας ενός υλικού συναρτήσει των συντελεστών αυτών απευθείας, χωρίς αναφορά στις αντίστοιχες τάσεις. Προφανώς, στην παρούσα περίπτωση, ως αστοχία του υλικού θεωρείται η εκκίνηση και ασταθής διάδοση της προϋπάρχουσας ρωγμής ώστε, τελικώς, η κατασκευή να απωλέσει την ικανότητα της να φέρει φορτία. Η διατύπωση ενός τέτοιου κριτηρίου είναι προφανής:

Η ρωγμή θα ξεκινήσει όταν ο συντελεστής έντασης τάσεων  $K$  λάβει μια κρίσιμη τιμή  $K_{ic}$ . Οπότε ορίζεται μια κρίσιμη τιμή του συντελεστή έντασης τάσεως για κάθε τύπο φόρτισης.

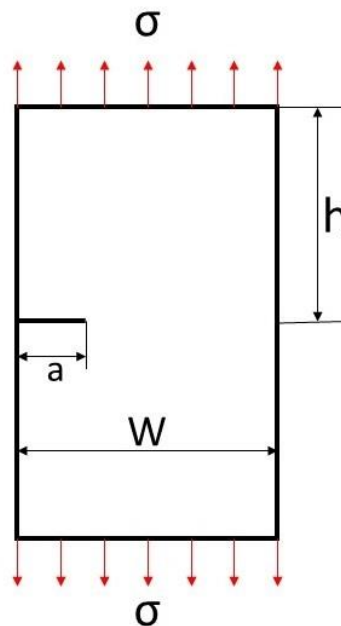
Από τα παραπάνω φαίνεται καθαρά πόσο σημαντικός είναι ο ρόλος του Συντελεστή Έντασης Τάσεων  $K$ , στη θραυστομηχανική. Είναι απαραίτητος είτε για να υπολογιστεί η στατική αντοχή μιας κατασκευής με ρωγμή, είτε η επέκταση μιας ρωγμής σε κατασκευή που φορτίζεται δυναμικά. Στην Εξίσωση 6.3 παρατέθηκε η πιο απλή μορφή της εξίσωσης του  $K$ , η οποία ισχύει για την ιδανική περίπτωση μιας άπειρης πλάκας. Βέβαια, τα αποτελέσματα των μετρήσεων σχεδόν πάντα διαφέρουν. Η γενική μορφή του  $K_i$  είναι:

$$K_i = \sigma \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{w}\right) \quad (6.4)$$

όπου η τιμή της παράστασης  $f(.)$  διαφέρει ανάλογα με την γεωμετρία του δοκιμίου. Για την άπειρη πλάκα είναι μονάδα. Η τιμή της ποσότητας  $f$  για την περίπτωση της πλάκας με ρωγμή στο άκρο, υπό μονοαξονική φόρτιση φαίνεται παρακάτω:

$$f\left(\frac{a}{w}\right) = \left[ 1,12 - 0,23\left(\frac{a}{w}\right) + 10,6\left(\frac{a}{w}\right)^2 - 21,7\left(\frac{a}{w}\right)^3 + 30,4\left(\frac{a}{w}\right)^4 \right] \quad (6.5)$$

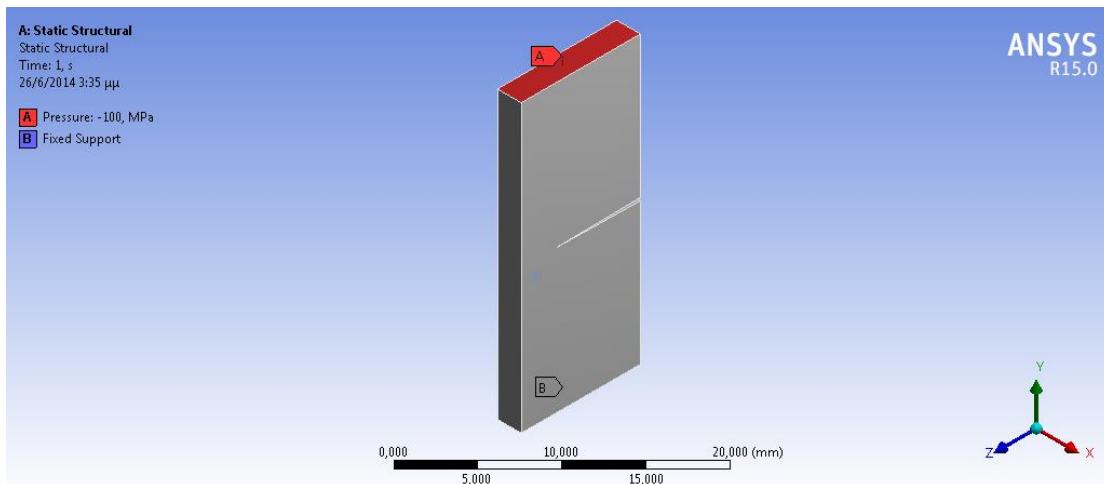
Όπου οι τιμές  $a$  και  $w$  φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 6.2 Διαστάσεις δοκιμίου με ρωγμή

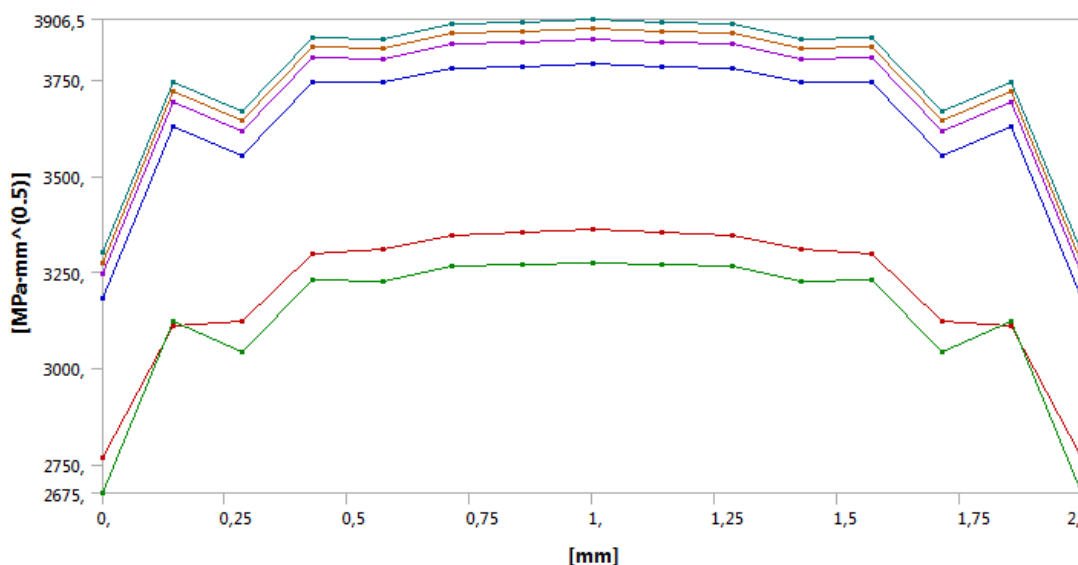
Αξίζει να σημειωθεί ότι για να ισχύει ο τύπος 6.5 πρέπει ο λόγος  $h/w$  να είναι μεγαλύτερος της μονάδας.

Για τον υπολογισμό του συντελεστή έντασης τάσεων για διάφορα μήκη ρωγμών γίνεται ανάλυση σε λογισμικό Ansys Workbench. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με την αναλυτική λύση που αναφέρθηκε παραπάνω. Το δοκίμιο στο οποίο γίνεται διάνοιξη της οπής έχει τις εξής διαστάσεις:  $h=14$  mm,  $w=10$  mm, και πλάτος  $b=2$  mm. Σε ότι αφορά το μήκος της ρωγμής  $a$ , αυτό κυμαίνεται από 1 έως 6 mm, συνεπώς θα ελεγχθούν 6 περιπτώσεις. Η τάση, η οποία εφαρμόζεται με σκοπό την διάνοιξη της οπής, είναι ίση με  $\sigma=100$  MPa. Αρχικά παρατίθεται ένα δοκίμιο με μια ρωγμή μήκους 7 mm. Στο διάγραμμα φαίνεται η εφαρμοζόμενη τάση των 100 MPa αλλά και η στήριξη του δοκιμίου.



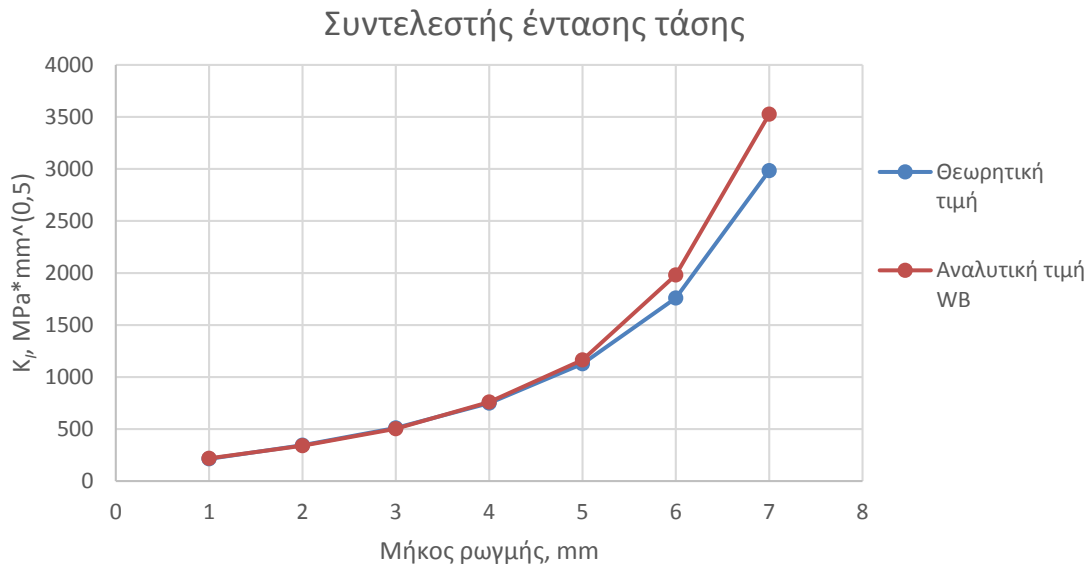
Σχήμα 6.3 Μοντέλο δοκιμίου με ρωγμή (Ansys Workbench)

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν σχετικά με τον συντελεστή έντασης τάσης, φαίνονται παρακάτω. Συνήθως, η τιμή του ζητούμενου συντελεστή υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των παρακάτω καμπυλών.



Σχήμα 6.4 Καμπύλες του Συντελεστή έντασης τάσης κατά το πλάτος της ρωγμής

Στο Σχήμα 6.5 παρουσιάζεται διάγραμμα με την αναλυτική και την θεωρητική τιμή του συντελεστή έντασης τάσης για τις έξι περιπτώσεις που αναφέρθηκαν παραπάνω. Η θεωρητική τιμή προκύπτει από την Σχέση 6.4 αφού υπολογιστεί πρώτα ο συντελεστής  $f$  και η αναλυτική τιμή προκύπτει από το λογισμικό Ansys Workbench.

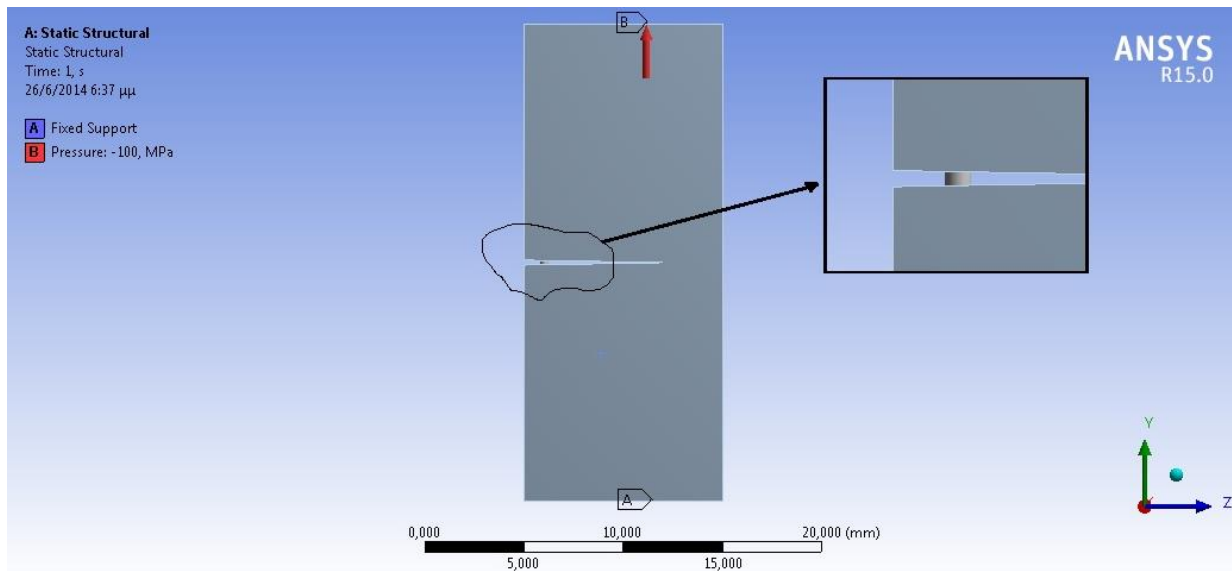


**Σχήμα 6.5 Συντελεστής έντασης τάσης για ρωγμές με διαφορετικό μήκος (Αναλυτική και Θεωρητική τιμή)**

Παρατηρείται ότι η απόκλιση ανάμεσα στις δύο καμπύλες είναι αρκετά μικρή. Για ρωγμή μήκους 1 έως και 4 mm η απόκλιση είναι της τάξης του 1,3 %, ενώ για ρωγμή μήκους 6 mm αυτή φτάνει τιμές μέχρι και 13 %. Από αυτό προκύπτει ότι για μικρές ρωγμές υπάρχει απόλυτη συμφωνία της θεωρητικής και της αναλυτικής τιμής. Για μεγαλύτερες τάσεις υπάρχει μια μικρή απόκλιση. Σε γενικές γραμμές υπάρχει συμφωνία των αποτελεσμάτων.

### **6.3 . Συντελεστή έντασης τάσης για γεφυρωμένη ρωγμή**

Με βάση τα παραπάνω, κρίνεται απαραίτητο να γίνει μια ανάλυση για τον συντελεστή έντασης τάσεων καθώς και η επιρροή σε αυτόν όταν οι δύο επιφάνειες γεφυρώνονται μέσω μιας ίνας. Όπως και σε ανάλυση του Κεφαλαίου 5, αρχικά η ίνα τοποθετείται μακριά από την αιχμή της ρωγμής, ενώ στη συνέχεια μετατοπίζεται προς αυτήν. Επιλέγεται ένα άνοιγμα ρωγμής ίσο με 7 mm για το οποίο ο συντελεστής έντασης τάσεων υπολογίστηκε και είναι ίσος με  $3526,42 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$ . Στην συνέχεια παρατίθεται το μοντέλο το οποίο σχεδιάστηκε. Φαίνεται η εφαρμοζόμενη τάση, και η πακτωμένη επιφάνεια, επίσης γίνεται μεγέθυνση στην ίνα.



Σχήμα 6.6 Μοντέλο γεφυρωμένης ρωγμής με ευθυγραμμισμένη ίνα

Ακολουθεί ένας πίνακας με όλα τα αποτελέσματα.

Πίνακας 6.1 Συντελεστής έντασης τάσης για διάφορες θέσεις της ίνας στην ρωγμή

Απόσταση από την αιχμή, mm	Συντελεστής έντασης τάσης $\text{MPa} \cdot \text{mm}^{1/2}$	Μείωση %
1	928,32	73,68
2	517,26	85,33
3	373,88	89,40
4	318,93	90,96
5	280,33	92,05
6	270,24	92,34

Από τον πίνακα 6.1 εξάγονται χρήσιμα συμπεράσματα:

- Με μόλις μια ίνα επιτυγχάνεται σημαντική μείωση στον συντελεστή έντασης τάσης, μεγαλύτερη και από 70 %.
- Όταν η ίνα βρίσκεται μακριά από το άκρο της ρωγμής, συμμετέχει καλύτερα στη διαδικασία εφελκυσμού της και έτσι επιτυγχάνεται η μέγιστη μείωση του συντελεστή έντασης τάσης.
- Καθώς μετατοπίζεται η ίνα προς το άκρο της ρωγμής, η μείωση του συντελεστή έντασης τάσης μειώνεται. Στην αιχμή της ρωγμής η τιμή του γίνεται ελάχιστη.



## 6.4 . Συντελεστής έντασης τάσης για μη ευθυγραμμισμένη ίνα

Εν συνεχεία γίνεται έλεγχος της επίδρασης του προσανατολισμού στην τιμή του συντελεστή έντασης τάσης. Από την ανάλυση που έχει γίνει ήδη, αναμένεται οι ευθυγραμμισμένες να επιφέρουν μεγαλύτερη μείωση στον συντελεστή K. Οι προσομοιώσεις έγιναν όπως και παραπάνω σε λογισμικό Ansys Workbench και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 6.2 Συντελεστής έντασης τάσης για διαφόρους προσανατολισμούς της ίνας

Γωνία	Συντελεστής έντασης τάσης	Μείωση (%)
50	835,6307	71,97751
60	679,7042	77,20643
70	606,9247	79,64706
80	559,9195	81,22336
90	541,7028	81,83425

Από τον Πίνακα 6.2 προκύπτει το συμπέρασμα ότι οι ευθυγραμμισμένες ίνες επιφέρουν μεγαλύτερη μείωση του συντελεστή έντασης τάσης. Αυτό είναι απολύτως φυσιολογικό, μιας και στην σχετική μελέτη που έγινε στο Κεφάλαιο 5, το συμπέρασμα ήταν ότι οι ευθυγραμμισμένες ίνες γεφυρώνουν πιο αποτελεσματικά την ρωγμή (σε σύγκριση με τις ίνες υπό γωνία) και εμποδίζουν την πρόοδο της.

Επιπλέον, για λόγους πληρότητας αναπτύχθηκαν και τέσσερα μοντέλα, στα οποία πλέον, την ρωγμή γεφύρωναν έξι ίνες. Κάθε σενάριο έχει διαφορετικό προσανατολισμό των ινών και διαφορετική τιμή του λόγου μήκους προς διάμετρο των ινών. Στον επόμενο πίνακα φαίνονται τα τέσσερα σενάρια που ελέγχθηκαν καθώς και τα σχετικά αποτελέσματα των προσομοιώσεων.

Πίνακας 6.3 Αποτελέσματα 4 γεφυρωμένων ρωγμών με έξι ίνες

Σενάριο Προσομοίωσης	K-factor	Μείωση %
Μεγάλο Aspect ratio, Ευθυγραμμισμένες ίνες	207,65	94,11089
Μεγάλο Aspect ratio, Μη ευθυγραμμισμένες ίνες	227,01	93,56183
Μικρό Aspect ratio, Ευθυγραμμισμένες ίνες	238,12	93,24674
Μικρό Aspect ratio, Μη ευθυγραμμισμένες ίνες	255,35	92,75808

Η μελέτη του παραπάνω πίνακα προσφέρεται για την εξαγωγή πολύ χρήσιμων συμπερασμάτων. Αρχικά όπως αναμενόταν, οι ευθυγραμμισμένες ίνες με μεγάλο aspect ratio επιφέρουν μεγαλύτερη μείωση του συντελεστή έντασης τάσης. Επίσης, παρατηρείται ότι μη ευθυγραμμισμένες ίνες με μεγάλο συντελεστή σχήματος γεφυρώνουν καλύτερα την ρωγμή σε σχέση με ευθυγραμμισμένες ίνες με μικρό aspect ratio. Η μείωση στον συντελεστή έντασης τάσης κυμαίνεται από 92,7 μέχρι 94,1%. Η μέγιστη μείωση που επιτεύχθηκε με μία μόλις ίνα ήταν 92,3 %. Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι όταν μια ρωγμή έχει κατά το μήκος της παραπάνω από μια ίνες, δεν συνεισφέρουν όλες το ίδιο στην γεφύρωση αυτής. Οι απομακρυσμένες ίνες συνεισφέρουν περισσότερο σε σχέση με αυτές που βρίσκονται κοντά στην αιχμή της ρωγμής. Αυτός είναι και ο λόγος που δεν παρατηρείται μεγάλη διαφορά στον συντελεστή έντασης τάσης στις περιπτώσεις όπου η γεφύρωση γίνεται με μία ή με έξι ίνες.

# 7. Γένεση ινών στο εσωτερικό της μήτρας

## 7.1. Εισαγωγή

Στην παρούσα διπλωματική εργασία είναι απαραίτητο να κατασκευαστεί ένα μοντέλο ενός νάνο-σύνθετου υλικού για να γίνουν κάποιες απαραίτητες προσομοιώσεις, με σκοπό να εξαχθούν κάποια συμπεράσματα σχετικά με την ανάπτυξη ρωγμής σε νάνο-σύνθετα υλικά. Στόχος είναι να κατασκευαστεί ένα αντιπροσωπευτικό στοιχείο όγκου το οποίο να απαρτίζεται από μερικές εκατοντάδες ίνες. Ειδικότερα, θα πρέπει να γίνεται έλεγχος του προσανατολισμού του μήκους καθώς και της διαμέτρου των ινών. Για να κατασκευαστεί ένα τέτοιο μοντέλο δόθηκε ιδιαίτερη σημασία σε διάφορες μελέτες ([7], [8], [9]) οι οποίες ασχολήθηκαν με την πιθανολογική φύση των μικρομηχανικών ιδιοτήτων των ινωδών νάνο-σύνθετων υλικών, και επικεντρώθηκαν στην επίδραση της στατιστικής διακύμανσης των επιμέρους παραμέτρων.

Στα πολυμερή ινώδη νάνο-σύνθετα υλικά, ο προσανατολισμός των ινών, το μήκος, η διάμετρος (δηλαδή ο λόγος μήκους – διαμέτρου), καθώς και η αποτελεσματικότητα του διεπιφανειακού δεσμού μεταξύ των ινών και της μήτρας, έχουν διαφορετικές κατανομές πιθανοτήτων. Αυτό οδηγεί στην μεταβλητότητα των προβλέψεων των ιδιοτήτων των νανοσύνθετων υλικών. Πέρα από την επίδραση στις ιδιότητες του νανοσύνθετου υλικού, για ένα σύνθετο υλικό με ρωγμή οι παραπάνω παράγοντες παίζουν σημαντικό ρόλο στη διαδικασία ανάπτυξης της ρωγμής.

Για να κατασκευαστεί το αντιπροσωπευτικό στοιχείο όγκου που συζητήθηκε παραπάνω πρέπει πρώτα να γίνει μοντελοποίηση της τυχαιότητας των παραμέτρων των πολυμερών ινωδών νανοσύνθετων υλικών. Η διαδικασία παραγωγής νανοσύνθετων υλικών έχει ιδιαίτερα στοχαστική φύση. Η διασπορά των νανοσωλήνων άνθρακα στο πολυμερές συνοδεύεται από συσσωμάτωση και ομαδοποίησή τους λόγω των διαμοριακών δυνάμεων Van der Waals. Για την επίλυση αυτού του προβλήματος υπάρχουν διάφορες τεχνικές, οι οποίες όμως μπορεί να προκαλέσουν ζημιές και ελαττώματα στους νανοσωλήνες. Επιπροσθέτως, αυτές οι τεχνικές μπορεί να προκαλέσουν σημαντική αλλοίωση των ιδιοτήτων του σύνθετου υλικού.

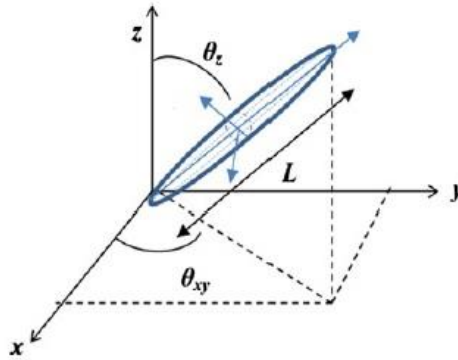
Παρά τις δυσκολίες που συνδέονται με τη νάνο-κλίμακα των συστατικών, έχουν αναπτυχθεί διαφορετικές κατανομές, οι οποίες αποκτήθηκαν μέσω διαφορετικών τεχνικών χαρακτηρισμού του σύνθετου υλικού. Οι πιο κοινές μέθοδοι για τον χαρακτηρισμό των ινωδών νανοσύνθετων υλικών είναι η φασματοσκοπία RAMAN, η ηλεκτρονική μικροσκοπία καθώς και η μικροσκοπία ατομικής δύναμης (AFM method). Το κύριο μειονέκτημα αυτών των τεχνικών είναι ότι είναι εξαιρετικά εντοπισμένες και γενικά παράγουν επιφάνειες σάρωσης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να παρέχουν μικρότερη διορατικότητα σε ότι αφορά την τρισδιάστατη χωρική κατανομή των νανοσωλήνων.

Στα πλαίσια της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας, θεωρήθηκε ότι τα νανο-εγκλείσματα είναι τέλεια διασκορπισμένα στη μήτρα και αυτό μπορεί να επιτευχθεί και στην πράξη για χαμηλές συγκεντρώσεις νανοσωλήνων. Μοντελοποίηση των όχι καλά διεσπαρμένων ινωδών υλικών επιτυγχάνεται με την εισαγωγή μιας τρίτης ενδιάμεσης φάσης με σταδιακή μεταβολή των ιδιοτήτων. Σε αυτή τη μελέτη δεν θα δοθεί ιδιαίτερο βάρος σε αυτή την πτυχή, λόγω του υψηλού βαθμού αβεβαιότητας που υπάρχει.

Οι κύριοι παράμετροι που μπορούν να επηρεάσουν τις ιδιότητες ενός σύνθετου υλικού είναι: (α) οι γωνίες προσανατολισμού, (β) ο συντελεστής σχήματος (aspect ratio), (γ) η ακαμψία των ινών και (δ) η αποδυνάμωση του δεσμού της διεπιφάνειας ίνας μήτρας. Στην παρούσα μελέτη θα εξεταστεί η στοχαστική φύση των δύο πρώτων.

## 7.2 . Κατανομή του προσανατολισμού των ινών

Κατά την διαδικασία χύτευσης με έγχυση, λαμβάνουν χώρα προοδευτικές και συνεχείς αλλαγές στον προσανατολισμό των ινών. Οι αλλαγές αυτές σχετίζονται με το μέγεθος και την συγκέντρωση των ινών ,καθώς αλλάζει η συμπεριφορά της ροής του τηγμένου πολυμερούς της μήτρας. Για να γίνει ένας πλήρης προσδιορισμός μιας ίνας στο χώρο απαιτούνται δυο γωνίες Euler, η γωνία  $\theta_{xy}$  και η γωνία  $\theta_z$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.1.



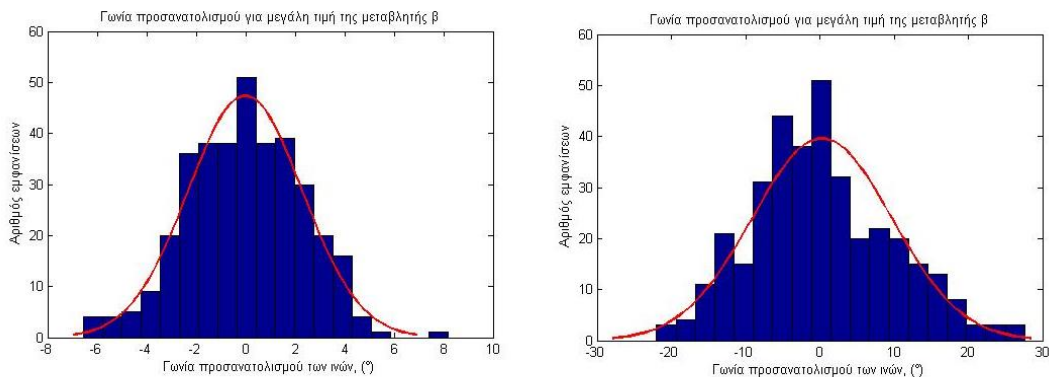
Σχήμα 7.1 Γωνίες Euler για τον προσανατολισμό μιας ίνας

Γίνεται η παραδοχή ότι οι δυο γωνίες προσανατολισμού τυχαίνει να είναι εντελώς ανεξάρτητες μεταξύ τους. Κάθε γωνία προσανατολισμού ακολουθεί μια συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $\psi(\theta)$ . Παρ' όλα αυτά, υπάρχει έλλειψη πληροφοριών σχετικά με τα πειραματικά λαμβανόμενα στοιχεία για την μορφή που θα έχει η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των γωνιών προσανατολισμού, των ενσωματωμένων νανοσωλήνων άνθρακα στο πολυμερές. Σε αυτό το σημείο γίνεται η υπόθεση ότι οι νανοσωλήνες είναι πλήρως διασκορπισμένοι και λαμβάνοντας υπόψη μια χαμηλή συγκέντρωση, μπορεί να υποστηριχθεί ότι η κατανομή πιθανοτήτων προσανατολισμού του νανοσωλήνα μπορεί να συγκριθεί με εκείνη των πολύ μικρών ή κοντών ινών.

Μια κατανομή που έχει προταθεί για να περιγράψει την κατανομή προσανατολισμού των κοντών ινών στα μορφοποιημένα με έγχυση δοκίμια (injection-molded) είναι η κατανομή Βήτα πρώτου είδους [7]. Στην συνέχεια φαίνεται η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για την κατανομή αυτή,

$$\psi(x_\theta, \beta_1, \beta_2) = \frac{x_\theta^{\beta_1-1} (1-x_\theta)^{\beta_2-1}}{B(\beta_1, \beta_2)}, \quad x_\theta \in (0,1) \quad (7.1)$$

όπου  $B(\beta_1, \beta_2) = \int_0^1 x_\theta^{\beta_1-1} (1-x_\theta)^{\beta_2-1} dx_\theta$ , είναι η κατανομή Βήτα πρώτου είδους. Η σχέση μεταξύ της παραμέτρου  $x_\theta$  και της γωνίας  $\theta$  είναι  $x_\theta = \frac{1}{\pi} \left( \theta + \frac{\pi}{2} \right)$  όπου το  $\theta \in \left( -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right)$ . Η πιθανή τιμή της κατανομής Βήτα, η οποία θα αντιπροσωπεύει την τιμή με την υψηλότερη συχνότητα, μπορεί να ληφθεί εύκολα με την διαφόριση της παραπάνω συνάρτησης (Εξ. (13)), αν την θέσουμε ίση με μηδέν και την λύσουμε, και αυτό δίνει:  $[x_\theta]_{model} = (\beta_1 - 1) / (\beta_1 + \beta_2 - 2)$ . Η πιθανή τιμή θεωρείται ότι αντιπροσωπεύει την κυρίαρχη γωνία προσανατολισμού των ινών. Χωρίς απώλεια της γενικότητας στην τρέχουσα μελέτη, η γωνία αυτή θεωρείται ότι είναι  $\theta=0^\circ$ , η οποία δίνει  $x_\theta = 0,5$ . Η επιβολή αυτής της συνθήκης για την λειτουργία της κατανομής Βήτα απαιτεί  $\beta_1 = \beta_2$ . Συνεπώς η κατανομή Βήτα της γωνίας προσανατολισμού των ινών εξαρτάται μόνο από την παράμετρο  $\beta_1$ . Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι για μεγάλες τιμές του  $\beta_1$  επιτυγχάνεται υψηλότερος βαθμός ευθυγράμμισης.



Σχήμα 7.2 Γωνίες προσανατολισμού των ινών για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων τις κατανομής Βήτα

### 7.3 . Κατανομή του μήκους των ινών

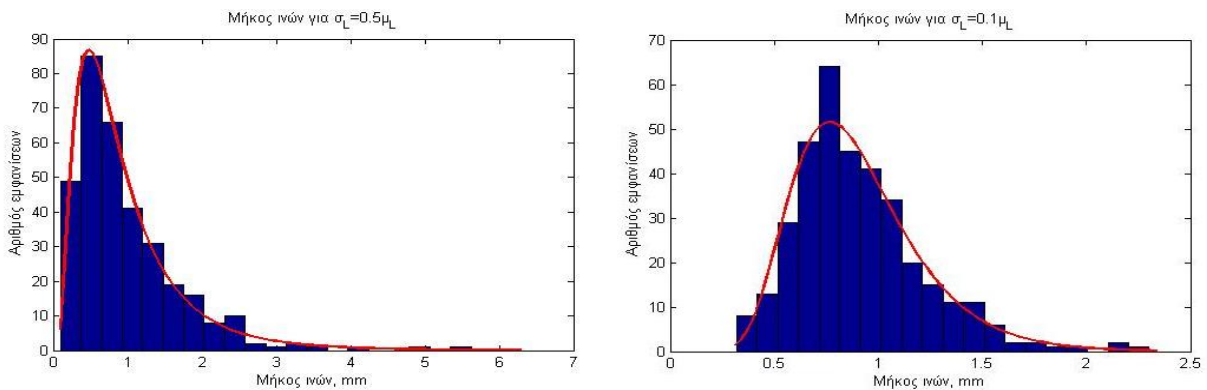
Σε σύγκριση με τις κοντές ίνες, για τους νανοσωλήνες άνθρακα δεν υπάρχουν πολλά πειραματικά δεδομένα σχετικά με το μήκος τους. Σε μια από τις λίγες μελέτες που έχουν γίνει, μελετήθηκε ένας μεγάλος αριθμός νανοσωλήνων μονού τοιχώματος (SWNT) με την βοήθεια ενός προγράμματος επεξεργασίας εικόνας. Από αυτή την μελέτη προέκυψε ότι δύο κατανομές μπορούν να προσεγγίσουν καλά την κατανομή του μήκους των ινών. Η Λογαριθμοκανονική κατανομή και η κατανομή Weibull. Επιλέχθηκε η λογαριθμοκανονική κατανομή. Η πιθανότητα μια ίνα να έχει μήκος ίσο με το  $L$  δίνεται από την παρακάτω σχέση,

$$P_L(L, \mu_L, \sigma_L) = \frac{1}{L\sqrt{2\pi\sigma_L^2}} e^{-\frac{(\ln|1-\mu_L|)^2}{2\sigma_L^2}} \quad (7.2)$$

Οι παράμετροι της λογαριθμοκανονικής κατανομής συνδέονται με τις πιθανοκρατικές ιδιότητες των μηκών των ινών χρησιμοποιώντας τις ακόλουθες σχέσεις.

$$\mu_L = \ln(E(L)) - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\text{Var}(L)}{[E(L)]^2} \right) \quad \text{και} \quad \sigma_L^2 = \ln \left( 1 + \frac{\text{Var}(L)}{[E(L)]^2} \right) \quad (7.3)$$

όπου  $E(L)$  και  $\text{Var}(L)$  είναι η αναμενόμενη μέση τιμή και η διακύμανση του μήκους των ινών, αντίστοιχα. Η προκύπτουσα πιθανοκρατική κατανομή του μήκους της ίνας ( $P_L(L, \mu_L, \sigma_L)$ ) φαίνεται στο σχήμα 7.3 για  $\sigma_L = 0.5\mu_L$  και  $\sigma_L = 0.1\mu_L$ .



Σχήμα 7.3 Μήκος των ινών για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων της Λογαριθμοκανονικής κατανομής

## 7.4 . Διασπορά ινών στο εσωτερικό της μήτρας

Παραπάνω έχει γίνει η παραδοχή ότι οι νανοσωλήνες άνθρακα είναι πολύ καλά διασκορπισμένοι στο εσωτερικό της μήτρας. Για να επιτευχθεί αυτό οι συντεταγμένες ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) των νανοσωλήνων ακολουθούν μια ομοιόμορφη κατανομή, ώστε να γίνει καλή διασπορά των ινών στο εσωτερικό της μήτρας.

## 7.5 . Στοχαστική Ανάλυση

Η στοχαστική ανάλυση πραγματοποιείται με την τεχνική προσομοίωσης Monte Carlo (MC) που εφαρμόζεται σε τυχαία αντιπροσωπευτικά στοιχεία όγκου (RVEs). Οι αναλύσεις οι οποίες χρησιμοποιούν τυχαίους αριθμούς και αντιτίθεται σε προσδιορισμένους αλγορίθμους ονομάζονται προσομοιώσεις Monte Carlo. Μια από τις πιο βασικές αρχές των προσομοιώσεων αυτών είναι οι γεννήτριες τυχαίων αριθμών. Στην συγκεκριμένη ανάλυση είναι απαραίτητο να γίνει παραγωγή τυχαίων αριθμών από συνεχείς κατανομές. Μια μέθοδος παραγωγής τυχαίων αριθμών σύμφωνα με μια κατανομή είναι η μέθοδος Αποδοχής-Απόρριψης (Acceptance Rejection Method). Η συγκεκριμένη μέθοδος χρησιμοποιεί τους τυχαίους αριθμούς που παράγονται από την προσομοίωση Monte Carlo για να παράγει αριθμούς σύμφωνα με μια συνεχή κατανομή.

Ακολούθως, θα γίνει ανάλυση της προσομοίωσης Monte Carlo για την παραγωγή τυχαίων αριθμών. Βέβαια, η παραγωγή μιας μεγάλης ακολουθίας πραγματικά τυχαίων αριθμών είναι αρκετά δύσκολη. Για το λόγο αυτό γίνεται χρήση ψευδοτυχαίων αριθμών. Οι ψευδοτυχαίοι αριθμοί δεν είναι πραγματικά τυχαίοι αριθμοί αλλά παράγονται από ντετερμινιστικές επαναληπτικές διαδικασίες ξεκινώντας από κάποια αρχική τιμή ( αυτή μερικές φορές μπορεί να θεωρηθεί «ψευδοτυχαία»). Για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται μια τέτοια επαναληπτική μέθοδος. Στην συνέχεια οι αριθμοί που προκύπτουν από την επαναληπτική διαδικασία χρησιμοποιούνται για την παραγωγή αριθμών σύμφωνα με μια συνεχή κατανομή (παραδείγματος χάρη, προσδιορισμός προσανατολισμού των ινών σύμφωνα με την κατανομή Βήτα).

Μια από τις συνηθέστερες μεθόδους παραγωγής ψευδοτυχαίων αριθμών είναι η πολλαπλασιαστική μέθοδος (Multiplicative Congruential Method). Αρχικά ορίζεται μια αρχική τιμή  $x_0$  η οποία καλείται 'seed'. Στην συνέχεια υπολογίζεται η νέα ψευδοτυχαία τιμή μέσω της παρακάτω εξίσωσης:

$$x_1 = ax_0 \bmod(m) \tag{7.4}$$

όπου

$a, m$ : προεπιλεγμένοι αριθμοί

$x \bmod m$ : το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $x$  δια το  $m$

Στην συνέχεια υπολογίζονται το  $x_2 = ax_1 \bmod(m)$ , το  $x_3 = ax_2 \bmod(m)$  κ.ο.κ. Συνεπώς είναι εύκολο να συνταχθεί ένας πρόχειρος αλγόριθμος

Βήμα 0: Θέτουμε  $x_0 = \text{seed}$

Βήμα  $i$ : Υπολογίζεται το  $x_i = a \cdot (x_{i-1} \bmod(m))$  για  $i = 1, 2, 3, 4, \dots, n$

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω οι αριθμοί που παράγονται με την παραπάνω μέθοδο χρησιμοποιούνται στην μέθοδο Αποδοχής-Απόρριψης η οποία θα αναλυθεί στην συνέχεια.

Έστω ότι ζητούμενο είναι η παραγωγή τυχαίων αριθμών από μια συνεχή κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f(x)$ , όπου  $x \in \mathbb{R}$ . Έστω ότι είναι εύκολη η παραγωγή τυχαίων αριθμών από μια άλλη συνεχή κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $g(x)$ , όπου  $x \in \mathbb{R}$ . Με έναν οποιοδήποτε τρόπο παράγεται ένας τυχαίος αριθμός  $Y$  από την κατανομή με σ.π.π.  $g(x)$  και στην συνέχεια γίνεται αποδεκτός (ορίζεται δηλαδή  $X=Y$ ) με πιθανότητα ανάλογη του πηλίκου  $f(Y)/g(Y)$ . Εάν δεν γίνει αποδεκτός, παράγεται άλλος τυχαίος αριθμός από την κατανομή με σ.π.π.  $g(x)$  κ.ο.κ. Πιο συγκεκριμένα, θεωρείται και πάλι ότι υπάρχει μια σταθερά  $c < \infty$  για την οποία ισχύει

$$\frac{f(x)}{g(x)} \leq c, \text{ όπου για κάθε } x: g(x) \neq 0 \tag{7.5}$$

Ο αλγόριθμος αποδοχής-απόρριψης είναι ο παρακάτω, ο οποίος προσαρμόζεται κατάλληλα για την κατανομή Βήτα (προσανατολισμού των ινών) και την Λογαριθμοκανονική κατανομή (μήκος των ινών).

Βήμα 1: Παράγεται ένας τυχαίος αριθμός  $Y$  από την κατανομή με σ. π. π.  $g$

Βήμα 2: Παράγεται ένας τυχαίος αριθμός  $U \sim U(0,1)$  με την πολλαπλασιαστική μέθοδο

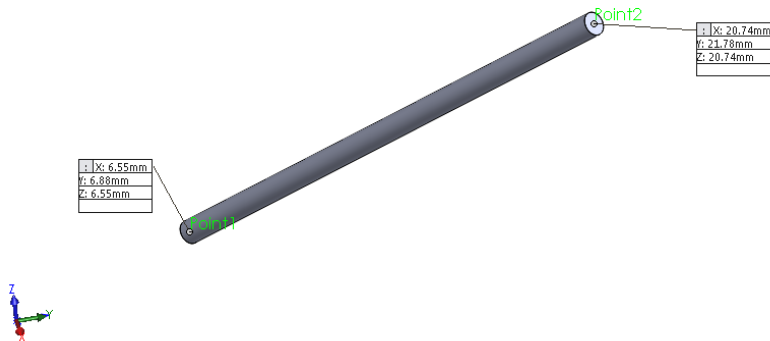
Βήμα 3: Εάν  $U \leq f(Y)/(c \cdot g(Y))$  τότε τίθεται  $X = Y$  και τελειώνει η επαναληπτική διαδικασία. Εάν όχι, επιστροφή στο Βήμα 1.



Πλέον είναι εύκολη η παραγωγή τυχαίων αριθμών σύμφωνα με μια συνεχή κατανομή. Έτσι, σε αυτή τη φάση αναπτύχθηκε κώδικας σε λογισμικό Matlab. Στόχος του κώδικα είναι η γένεση ινών στο εσωτερικό της μήτρας. Στην συνέχεια, γίνεται λεπτομερής ανάλυση για το περιεχόμενο και τις προδιαγραφές του κώδικα καθώς και των διεργασιών που εκτελεί:

- 1) **Εισαγωγή δεδομένων:** Εισάγονται οι διαστάσεις της μήτρας, δηλαδή οι διαστάσεις του αντιπροσωπευτικού στοιχειώδες όγκου. Ένα άλλο δεδομένο είναι η αναλογία όγκων (volume fraction), πρόκειται για τον λόγο του όγκου των ινών προς τον όγκο της μήτρας. Επιπλέον, εισάγεται η διάμετρος των ινών, η οποία δεν ακολουθεί κάποια κατανομή, καθώς και η μέση τιμή του μήκους των ινών, η οποία όπως αναφέρθηκε παραπάνω ακολουθεί μια λογαριθμοκανονική κατανομή. Τέλος είναι απαραίτητα να εισαχθούν οι παράμετροι της κατανομής Βήτα (κατανομή για την γωνία προσανατολισμού των ινών) καθώς και η παράμετρος που απαιτεί η λογαριθμοκανονική κατανομή. Από αυτές τις παραμέτρους κρίνεται σε μεγάλο βαθμό η μορφή της κατανομής, η οποία βέβαια έχει άμεσο αντίκτυπο στις ιδιότητες του σύνθετου υλικού.
- 2) **Κατανομή του μήκους των ινών:** Η κατανομή του μήκους των ινών όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω είναι η λογαριθμοκανονική κατανομή. Χρησιμοποιείται η μέθοδος Monte Carlo για να γίνει γένεση τυχαίων αριθμών σύμφωνα με την συγκεκριμένη κατανομή. Το πρόβλημα που προκύπτει εδώ είναι πόσες ίνες περιέχονται εντός της μήτρας ώστε να ικανοποιείται ταυτόχρονα και η προδιαγραφή της αναλογίας όγκων. Για το λόγο αυτό έγινε επαναληπτική διαδικασία κατά την οποία σε κάθε καινούργια επανάληψη αυξανόταν ο αριθμός των ινών κατά ένα. Για κάθε μια από αυτές, αντιστοιχίζεται ένα μήκος σύμφωνα με την λογαριθμοκανονική κατανομή. Με δεδομένα το μήκος και την διάμετρο όλων των ινών υπολογίζεται ο όγκος τους και η αναλογία όγκων. Αν αυτή είναι μικρότερη από την προδιαγραφή που ορίστηκε στην εισαγωγή δεδομένων, τότε ξεκινάει μια καινούρια επανάληψη αυξάνοντας τον αριθμό των ινών κατά ένα. Σε αντίθετη περίπτωση σταματάει η επαναληπτική διαδικασία.
- 3) **Κατανομή του προσανατολισμού των ινών.** Για τον πλήρη προσανατολισμό των ινών απαιτούνται 2 γωνίες. Κάθε μία ακολουθεί μια κατανομή Βήτα. Οι δυο κατανομές είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, αλλά οι παράμετροί τους έχουν τις ίδιες τιμές. Ο λόγος είναι ότι ο προσανατολισμός των ινών πρέπει να είναι ίδιος ως προς τις δυο κατευθύνσεις. Στο συγκεκριμένο σημείο του κώδικα χρησιμοποιούνται δύο βρόχοι, έτσι ώστε σε κάθε ένα να αντιστοιχιστούν δυο τιμές γωνιών, μια για την  $\theta_{xy}$  και μια για την  $\theta_z$ .
- 4) **Γένεση ινών στο εσωτερικό της μήτρας.** Στο συγκεκριμένο κομμάτι του κώδικα γίνεται η τοποθέτηση των ινών στο εσωτερικό της μήτρας. Όπως έχει αναφερθεί

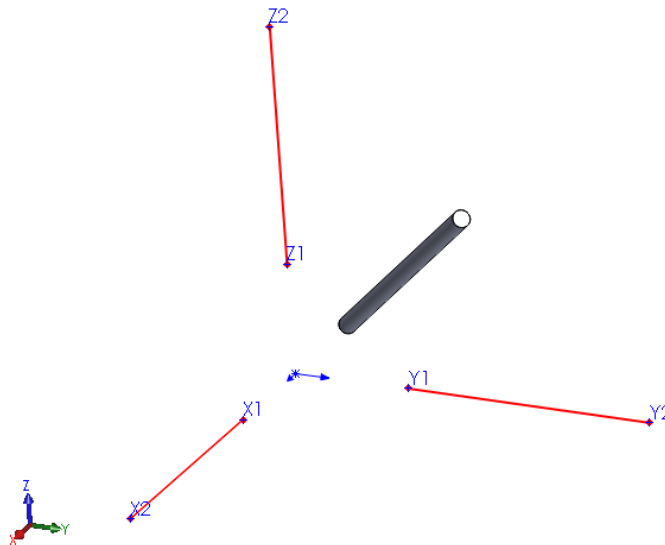
παραπάνω, το σχήμα των ινών είναι κυλινδρικό. Για να γίνει πλήρης τοποθέτηση των ινών στο χώρο, αρκεί να δοθούν οι συντεταγμένες  $(x, y, z)$  του κέντρου των κυκλικών επιφανειών της ίνας, όπως φαίνεται παρακάτω:



Σχήμα 7.4 Κέντρα των κυκλικών επιφανειών της ίνας

Οι συντεταγμένες των κέντρων των κυκλικών επιφανειών της ίνας προκύπτουν μέσω της προσομοίωσης Monte Carlo, για μια ομοιόμορφη κατανομή. Ο λόγος είναι ότι οι ίνες πρέπει να είναι ομοιόμορφα διασκορπισμένες στο εσωτερικό της μήτρας. Μετά από μερικές προσομοιώσεις του κώδικα σε προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab, παρατηρήθηκε ότι σε μερικές περιοχές υπήρχαν πολλές ίνες σε μικρό χώρο, γεγονός που στην συνέχεια δημιουργεί προβλήματα επικάλυψης των ινών κατά την κατασκευή του τρισδιάστατου μοντέλου. Για το λόγο αυτό ακολουθήθηκε η παρακάτω διαδικασία κατά τη συγγραφή του κώδικα.

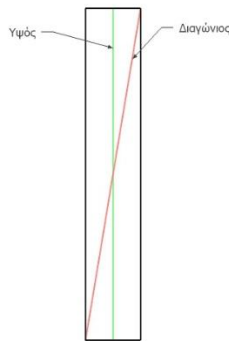
- a) Για κάθε μια ίνα που τοποθετείται στο εσωτερικό της μήτρας, υπολογίζονται οι προβολές της στους 3 άξονες  $(x, y, z)$ .
- b) Με αυτή την διαδικασία για κάθε ίνα δεσμεύεται ένα εύρος τιμών για κάθε άξονα. Παραδείγματος χάρη, για τον άξονα  $x$  δεσμεύονται οι τιμές από  $x_1$  μέχρι  $x_2$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα που ακολουθεί.



Σχήμα 7.5 Προβολές ίνας στους άξονες  $x, y, z$

- c) Κατά την εισαγωγή μιας καινούριας ίνας εκτελείται μια επαναληπτική διαδικασία ώστε οι συντεταγμένες του κέντρου των κυκλικών επιφανειών να μην συμπέσουν με κάποιο από τα όρια που έχουν δεσμευτεί παραπάνω. Εδώ ο κώδικας κάνει μια επαναληπτική διαδικασία για κάθε μια ίνα, ώστε να βρει την κατάλληλη θέση για αυτή. Δεδομένου ότι αυτή η διεργασία είναι κομβικής σημασίας, είναι δικαιολογημένη η καθυστέρηση της προσομοίωσης στο σημείο αυτό.

Αξίζει να σημειωθεί ότι κατά τον υπολογισμό των προβολών στους 3 άξονες, δεν λαμβάνεται υπόψη το ύψος του κυλίνδρου, αλλά η διαγώνιος, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα. Ο λόγος είναι για να αποφευχθεί η επικάλυψη των ινών με άλλες γειτονικές.



Σχήμα 7.6 Υψος και διαγώνιος κυλινδρικής ίνας

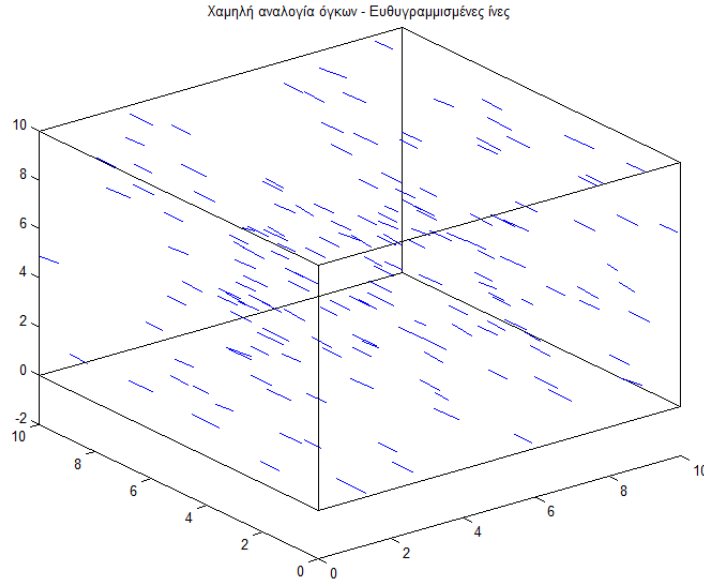
- 5) **Επιδιόρθωση θέσης ινών.** Παρατηρήθηκε ότι μερικές μπορεί να βρίσκονται στο εξωτερικό της μήτρας. Για τον λόγο αυτό, γίνεται σάρωση των πινάκων που εμπεριέχουν τις συντεταγμένες με σκοπό να εντοπιστούν και να διορθωθούν τέτοια προβλήματα.

## 7.6 . Αποτελέσματα προσομοιώσεων

Για να γίνει έλεγχος της ορθότητας και της σωστής λειτουργίας του παραπάνω αλγορίθμου, γίνεται προσομοίωση τεσσάρων πιθανών σεναρίων. Σε αυτά, γίνεται έλεγχος του προσανατολισμού των ινών, της αναλογία όγκων, καθώς και του μήκους των ινών.

**Σενάριο 1<sup>ο</sup> :** Χαμηλή αναλογία όγκων – Ευθυγραμμισμένες ίνες

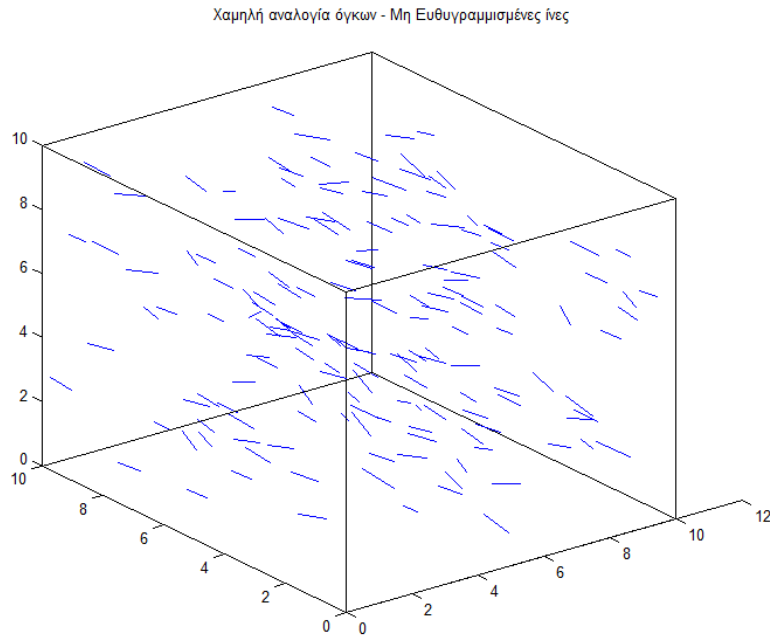
Αρχικά επιλέγεται να κατασκευαστεί ένα σύνθετο υλικό με μικρή αναλογία όγκων και ευθυγραμμισμένες ίνες. Αυτό επιτυγχάνεται δίνοντας μία χαμηλή τιμή στο volume fraction κατά την εισαγωγή των δεδομένων, ο οποίος αντιστοιχεί σε 165 ίνες. Για να είναι οι ίνες ευθυγραμμισμένες δίνεται μια μεγάλη τιμή στους συντελεστές της κατανομής Βήτα, όπως έχει αναφερθεί παραπάνω. Παρατίθεται και το σχετικό σχήμα.



Σχήμα 7.7 Σύνθετο υλικό με χαμηλή αναλογία όγκων και ευθυγραμμισμένες ίνες

**Σενάριο 2<sup>ο</sup> :** Χαμηλή αναλογία όγκων – Μη ευθυγραμμισμένες ίνες

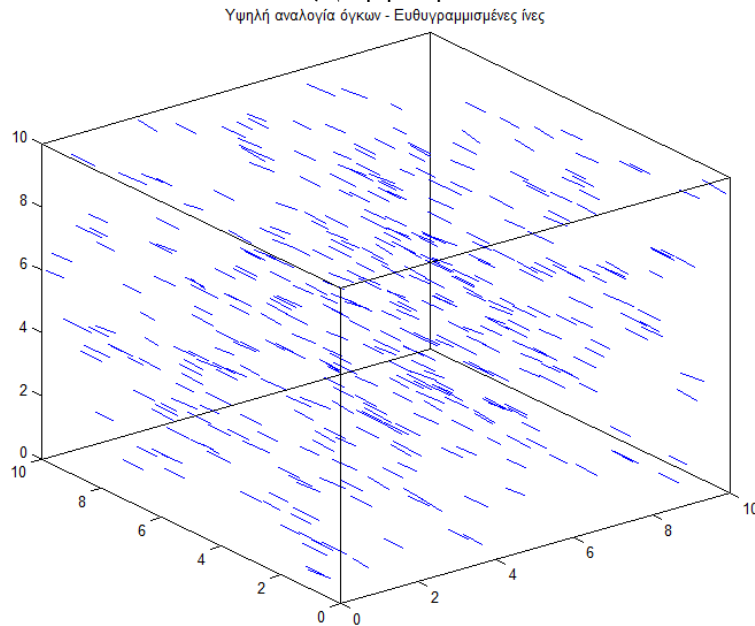
Σε αυτό το σενάριο δίνεται μια μικρή τιμή στους συντελεστές της κατανομής Βήτα ώστε οι ίνες να μην είναι ευθυγραμμισμένες. Ο αριθμός τους παραμένει αμετάβλητος.



Σχήμα 7.8 Σύνθετο υλικό με χαμηλή αναλογία όγκων και μη ευθυγραμμισμένες ίνες

**Σενάριο 3<sup>ο</sup> :** Υψηλή αναλογία όγκων – Ευθυγραμμισμένες ίνες

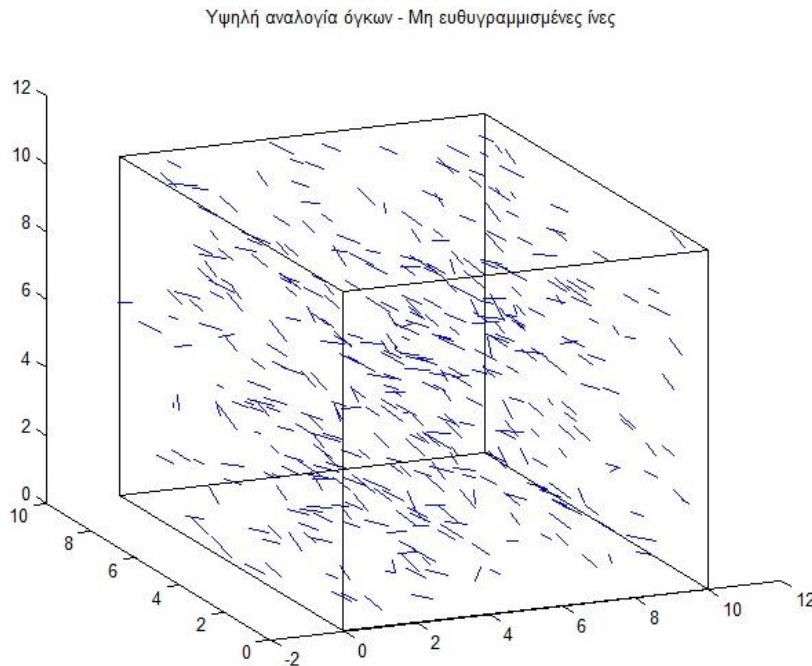
Στο συγκεκριμένο σενάριο δίνεται μια υψηλή τιμή στην αναλογία όγκων, η οποία αντιστοιχεί σε 413 ίνες. Οι ίνες είναι ευθυγραμμισμένες όπως και στο πρώτο σενάριο.



Σχήμα 7.9 Σύνθετο υλικό με υψηλή αναλογία όγκων και ευθυγραμμισμένες ίνες

**Σενάριο 4<sup>ο</sup> :** Υψηλή αναλογία όγκων – Μη ευθυγραμμισμένες ίνες

Ο αριθμός των ινών σε αυτό το σύνθετο υλικό είναι ίδιος με το τρίτο σενάριο. Η μόνη διαφοροποίηση οφείλεται στο ότι πλέον οι ίνες δεν είναι απόλυτα ευθυγραμμισμένες.



Σχήμα 7.10 Σύνθετο υλικό με υψηλή αναλογία όγκων και μη ευθυγραμμισμένες ίνες



# 8. Κατασκευή Τρισδιάστατου Μοντέλου – Προσομοιώσεις ανοίγματος της ρωγμής

## 8.1 Εισαγωγή

Όπως έχει αναφερθεί παραπάνω, μια ρωγμή ενός νανοσύνθετου υλικού μπορεί να γεφυρωθεί από μερικές εκατοντάδες ίνες. Στο Κεφάλαιο 3 έγινε ανάλυση της γένεσης των ινών στο εσωτερικό της μήτρας. Στο συγκεκριμένο Κεφάλαιο, έχοντας τις συντεταγμένες των ινών, κατασκευάζεται το τρισδιάστατο μοντέλο αυτών και κατ' επέκταση του σύνθετου υλικού. Ο καλύτερος τρόπος για να γίνει το τρισδιάστατο μοντέλο των ινών είναι με χρήση μακροεντολών και χρήση της Visual Basic. Αξίζει να σημειωθεί ότι πολλά προγράμματα στην αγορά περιέχουν τον Visual Basic Editor όπως τα Excel, Word, Matlab κ. α. Επιπλέον στα προγράμματα που περιέχεται ο Visual Basic Editor δίνεται η δυνατότητα να επικοινωνήσουν μεταξύ τους.

Η Visual Basic είναι μια γλώσσα προγραμματισμού τρίτης γενιάς, οδηγούμενη από συμβάντα (event driven). Επίσης επιτρέπει την ταχεία ανάπτυξη εφαρμογών με γραφικό περιβάλλον χρήστη και δίνει την δυνατότητα για πρόσβαση σε πολλές βάσεις δεδομένων. Η έκδοση 14 της VB είναι διαθέσιμη και για το λογισμικό Autocad. Μέσω των μάκρο-εντολών δίνει την δυνατότητα στον χρήστη να σχεδιάσει εύκολα και γρήγορα καθώς και να αυτοματοποιήσει πολλές διεργασίες. Αυτός είναι και ο λόγος που επιλέχθηκε ο σχεδιασμός των ινών να γίνει με χρήση μακροεντολών σε λογισμικό Autocad.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω πρόκειται για μια γλώσσα προγραμματισμού οδηγούμενων συμβάντων. Δηλαδή ο χρήστης πλέον δεν σχεδιάζει χρησιμοποιώντας το πληκτρολόγιο και το ποντίκι αλλά αναπτύσσει ένα κώδικα με εντολές. Για παράδειγμα για να σχεδιασθεί ένας κύκλος με τον συμβατικό τρόπο σχεδιασμού, ο χρήστης πρέπει να ακολουθήσει τα παρακάτω βήματα:

- 1) Να φτιάξει ένα καινούριο sketch.
- 2) Να κάνει την κατάλληλη επιλογή από την γραμμή εργαλείων για τον σχεδιασμό του κύκλου.
- 3) Να επιλέξει τις δυο ακμές που θα ορίζουν το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου πατώντας δυο φορές το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού.
- 4) Να διορθώσει τις διαστάσεις του κύκλου.

Με την βοήθεια των μακροεντολών, η παραπάνω διαδικασία απλοποιείται αρκετά πληκτρολογώντας την ακόλουθη εντολή:

*Set CircleObject = ThisDrawing.ModelSpace.AddCircle(Center, Radius)*

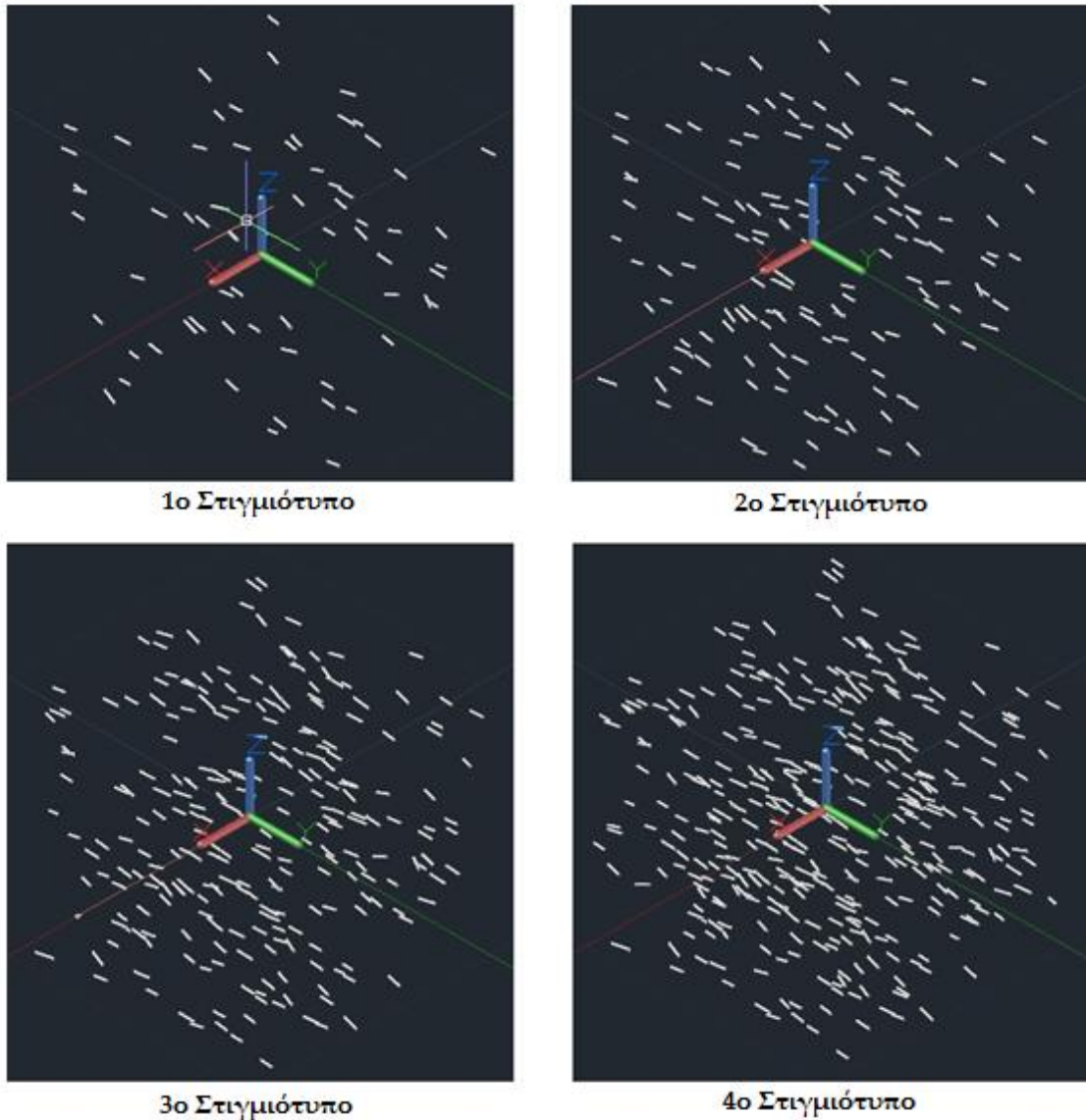
## 8.2 . Κώδικας μακροεντολών

Επιπλέον, μέσω των μακροεντολών δίνεται η δυνατότητα να χρησιμοποιηθεί η επαναληπτική διαδικασία. Δηλαδή εισάγοντας την παραπάνω εντολή σε έναν βρόχο, μπορεί να σχεδιαστεί ένας μεγάλος αριθμός κύκλων εύκολα και γρήγορα. Συνεπώς αναπτύχθηκε κώδικας μακροεντολών ο οποίος κάνει τα παρακάτω:

- 1) Εισαγωγή Δεδομένων: Το Autocad μπορεί να επικοινωνήσει με το πρόγραμμα Excel μέσω των μακροεντολών. Συνεπώς οι συντεταγμένες των ιών αποθηκεύονται σε ένα αρχείο .xls και αντλούνται από το Autocad, όταν αυτό κρίνεται απαραίτητο.
- 2) Σχεδιασμός Κύκλου: Έχοντας ως δεδομένα το κέντρο του κύκλου καθώς και τις συντεταγμένες του σχεδιάζεται εύκολα ο κύκλος με την εντολή που αναφέρθηκε και παραπάνω.
- 3) Κατασκευή Κυλίνδρου: Γνωρίζοντας τις συντεταγμένες του σημείου που τελειώνει ο άξονας συμμετρίας του κυλίνδρου, δύναται να κατασκευαστεί ο κύλινδρος με την εντολή *extrude along path*.
- 4) Επανάληψη: Ακολουθεί επαναληπτική διαδικασία με σκοπό να κατασκευαστούν με παρόμοιο τρόπο και οι υπόλοιπες ίνες.

Με χρήση των μακροεντολών, είναι πλέον εύκολο να κατασκευαστεί το τρισδιάστατο μοντέλο των ιών. Στο παρακάτω Σχήμα φαίνεται η σταδιακή κατασκευή 350 ιών.

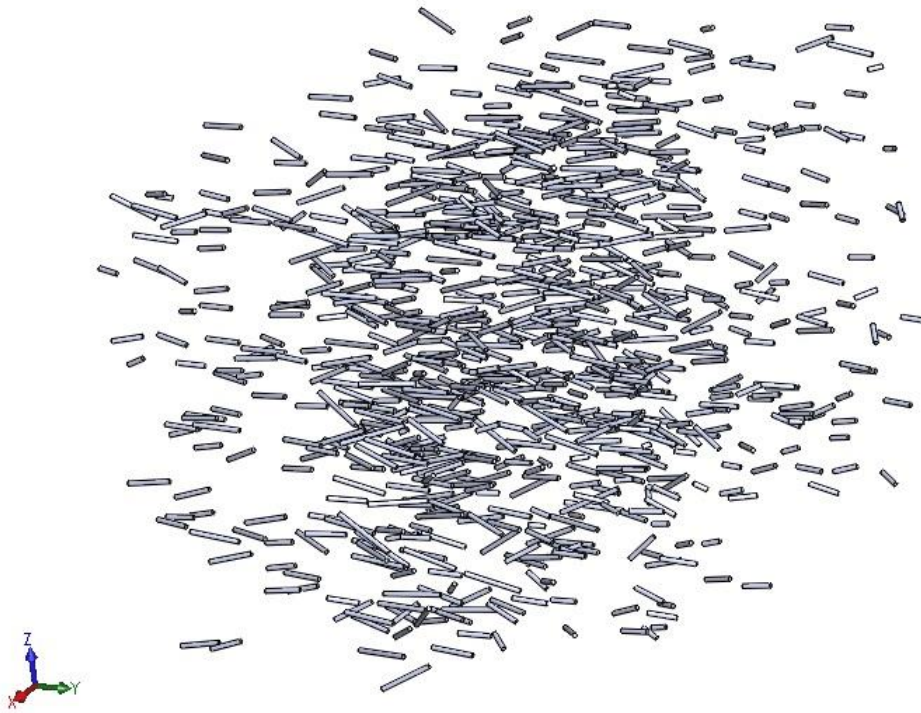




Σχήμα 8.1 Διαδικασία κατασκευής ινών με μακροεντολές σε 4 στιγμιότυπα

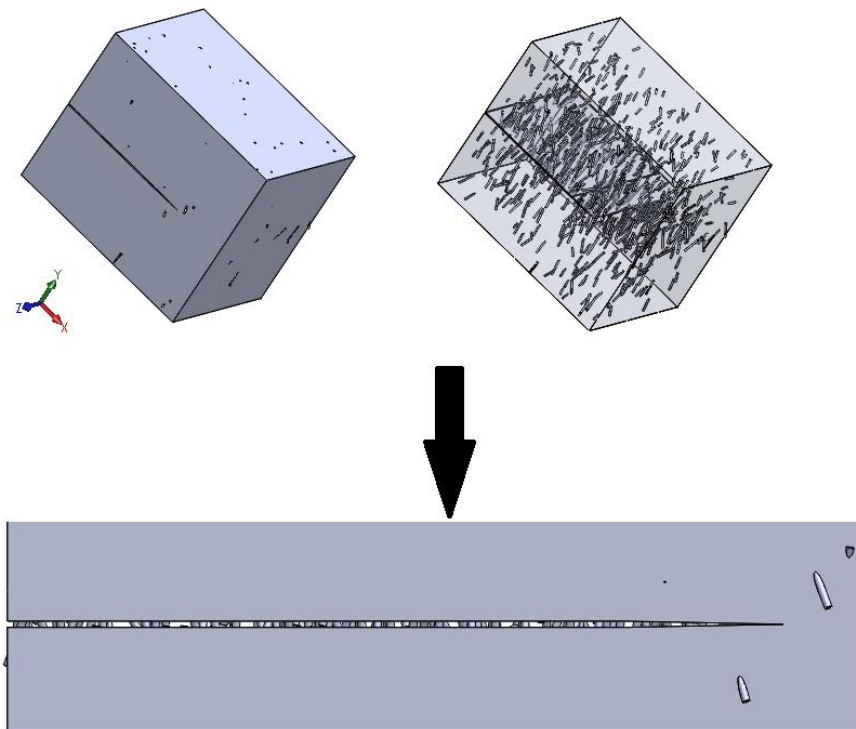
### 8.3 . Κατασκευή Μοντέλων και Προσομοιώσεις

Πλέον, έχοντας κατασκευάσει το τρισδιάστατο μοντέλο των ινών, είναι εύκολο να κατασκευαστεί η μήτρα, καθώς και το σύνθετο υλικό. Ακολουθώντας γίνεται ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία για ένα σύνθετο υλικό με ενίσχυση από νανοσωλήνες άνθρακα σε λογισμικό Ansys Workbench. Καταγράφεται ο συντελεστής έντασης τάσης καθώς και οι τάσεις σε ένα και μήτρα. Αρχικά γίνεται ανάλυση σε λογισμικό Matlab σύμφωνα με το κεφάλαιο 4, ενώ στην συνέχεια γίνεται κατασκευή των ινών σε λογισμικό Autocad. Το αρχείο Autocad εισάγεται στο SolidWorks ώστε να κατασκευαστεί η μήτρα. Πρόκειται για ίνες οι οποίες έχουν διάμετρο 50  $\mu\text{m}$  και μήκος 400  $\mu\text{m}$  (κατά μέσο όρο). Όπως φαίνεται παρακάτω, οι ίνες δεν είναι απόλυτα ευθυγραμμισμένες.



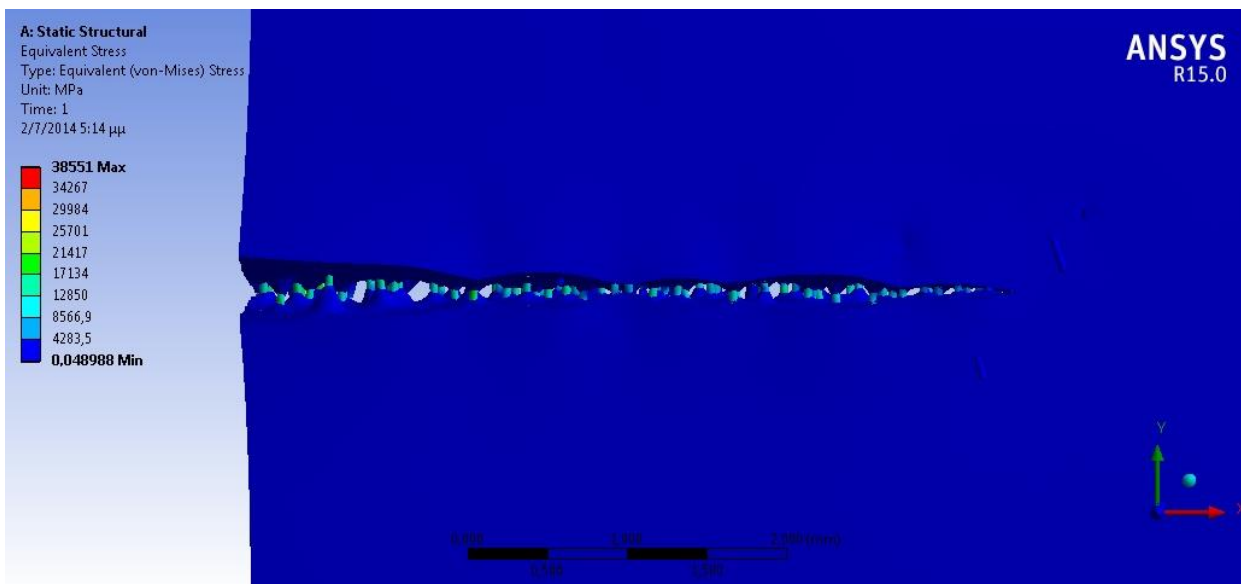
Σχήμα 8.2 Τρισδιάστατο μοντέλο ινών σε περιβάλλον SolidWorks

Στην συνέχεια σχεδιάζεται η μήτρα η οποία καλύπτει τις ίνες. Χρησιμοποιώντας λογικές (Boolean) πράξεις δημιουργούνται οι κοιλότητες στην μήτρα, στις θέσεις όπου υπάρχουν ίνες. Ταιριάζοντας την μήτρα με τις ίνες προκύπτει το συναρμολογημένο σύνθετο υλικό.



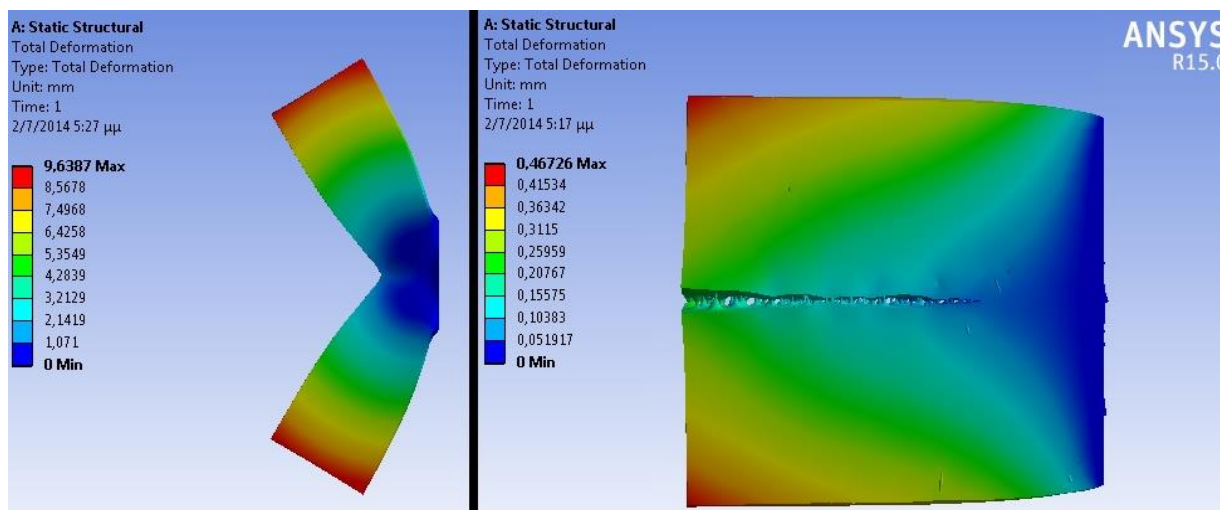
Σχήμα 8.3 Τρισδιάστατο μοντέλο σύνθετου υλικού με ρωγμή

Το σύνθετο υλικό αποτελείται από 800 περίπου ίνες από τις οποίες οι 350 συμμετέχουν ενεργά στην γεφύρωση της ρωγμής. Εν συνεχεία, γίνεται ανάλυση σε λογισμικό Ansys ώστε να ελεγχθεί ο συντελεστής έντασης τάσης. Η τάση που εφαρμόζεται ώστε να διαδοθεί η ρωγμή, είναι ίση με 100 MPa. Παρατίθεται μερικά στιγμιότυπα με τα αποτελέσματα καθώς και ένας πίνακας με την τιμή του συντελεστή έντασης τάσης με και χωρίς ίνες.



Σχήμα 8.4 Αποτελέσματα προσομοίωσης

Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται ότι οι μεγαλύτερες τάσεις εμφανίζονται στις ίνες, οι οποίες εφελκύνονται για να διατηρήσουν κλειστές τις δύο επιφάνειες της ρωγμής. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η παραμόρφωση της μήτρας για σύνθετο υλικό με ίνες αλλά και για υλικό χωρίς αυτές.



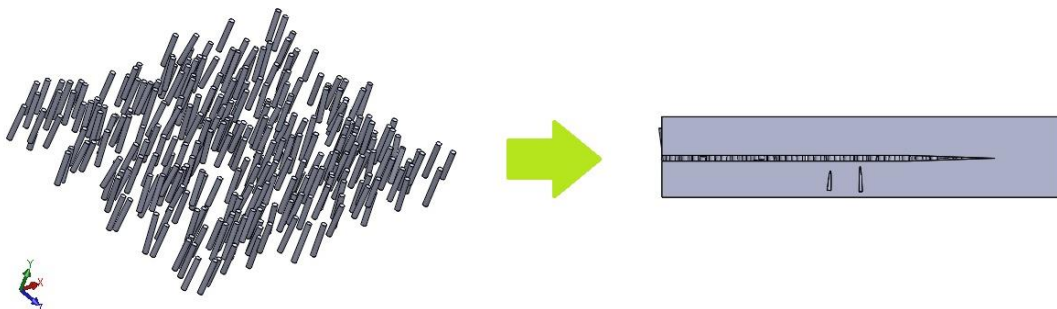
Σχήμα 8.5 Άνοιγμα ρωγμής για υλικό χωρίς ίνες (αριστερά) και για υλικό ενισχυμένο με ίνες (δεξιά)

Η μέγιστη μετατόπιση της μήτρας για το υλικό χωρίς ίνες είναι 9,6387 mm, ενώ για αυτό με ίνες η μέγιστη μετατόπιση είναι 0,4673 mm. Παρατηρείται μια μείωση 95 %, γεγονός που φανερώνει πόσο σημαντικός είναι ο ρόλος των νανοσωλήνων στην γεφύρωση της ρωγμής. Στην συνέχεια φαίνεται και η τιμή του συντελεστή έντασης τάσης.

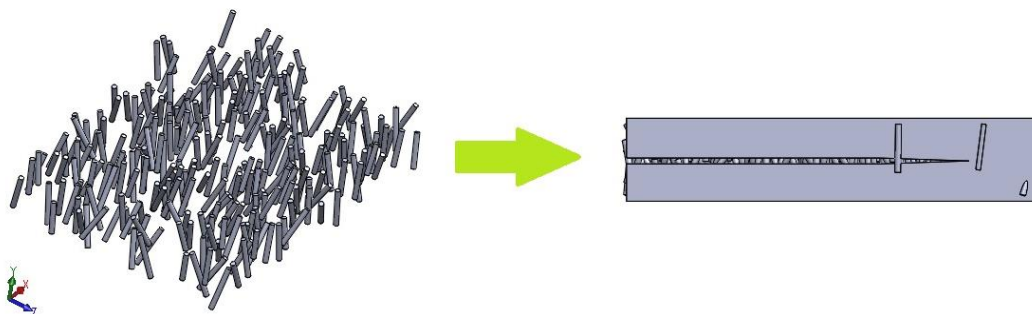
	<b>K-factor</b> ( $MPa\sqrt{mm}$ )	<b>Μείωση</b> %
Υλικό χωρίς ίνες	1290,6	93,9
Υλικό ενισχυμένο με ίνες	78,5	

Παρατηρείται μια μείωση 93,9 % του συντελεστή έντασης τάσης του υλικού. Αυτή η τιμή βρίσκεται σε συμφωνία με τα αποτελέσματα που εξήχθησαν στο κεφάλαιο 5. Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι η μεγαλύτερη μείωση του συντελεστή έντασης τάσης που έχει καταγραφεί πειραματικά είναι 85 % και πρόκειται για πολυμερές ενισχυμένο με ίνες γυαλιού. Συνεπώς, η παραπάνω τιμή για σύνθετο υλικό με νανοσωλήνες άνθρακα φαίνεται να έχει φυσική σημασία από τη στιγμή που οι νανοσωλήνες έχουν καλύτερες δομικές ιδιότητες από τις ίνες γυαλιού. Για λόγους πληρότητας, υπολογίζεται ο συντελεστής έντασης τάσης για τέσσερα σενάρια σύνθετων υλικών τα οποία διαφέρουν ως προς τον προσανατολισμό των ινών και ως προς τον συντελεστή σχήματος αυτών. Κάθε σενάριο παρουσιάζεται ξεχωριστά.

Σενάριο Πρώτο Μικρός λόγος μήκους προς διάμετρο – Ευθυγραμμισμένες ίνες

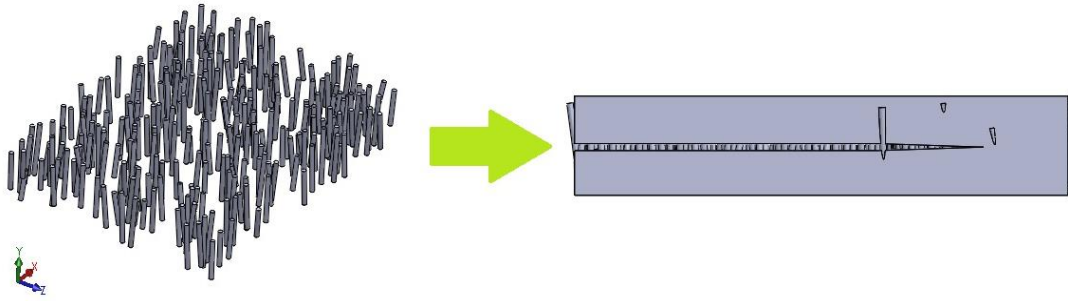


Σενάριο Δεύτερο: Μικρός λόγος μήκους προς διάμετρο – Μη ευθυγραμμισμένες ίνες

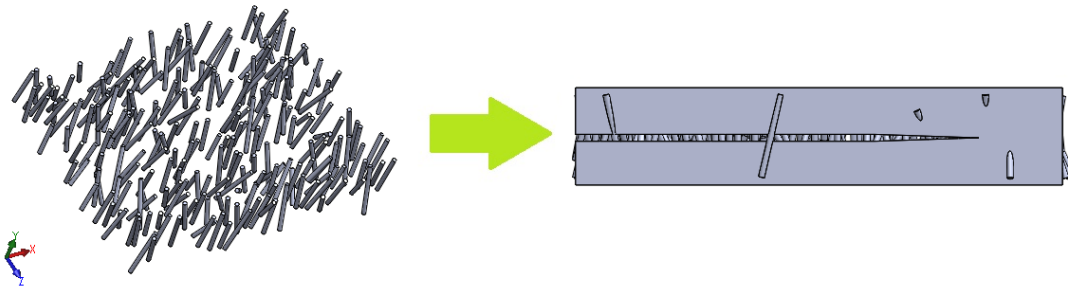




Σενάριο Τρίτο: Μεγάλος λόγος μήκους προς διάμετρο – Ευθυγραμμισμένες ίνες



Σενάριο Τέταρτο: Μεγάλος λόγος μήκους προς διάμετρο – Μη ευθυγραμμισμένες ίνες



Στα σενάρια 1 και 2 η μέση τιμή του μήκους των ινών είναι 900  $\mu\text{m}$  και η διάμετρος τους είναι 90  $\mu\text{m}$ . Επομένως, ο λόγος μήκους προς διάμετρο είναι ίσος με 10. Στις περιπτώσεις 3 και 4 η μέση τιμή του μήκους των ινών είναι 800  $\mu\text{m}$  και η διάμετρος τους είναι 100  $\mu\text{m}$ , συνεπώς η τιμή του συντελεστή αναλογίας είναι 8. Αναμένεται στις περιπτώσεις 1 και 2, μιας και ο συντελεστής σχήματος είναι μεγαλύτερος, ο συντελεστής έντασης τάσης να εμφανίσει μεγαλύτερη μείωση σε σχέση με τις περιπτώσεις 3 και 4. Τα αποτελέσματα παρατίθενται παρακάτω. Έγινε ανάλυση και για την περίπτωση που το υλικό δεν ενισχύεται με ίνες και η τιμή του συντελεστή έντασης τάσης είναι ίση με  $3139,5 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$ .

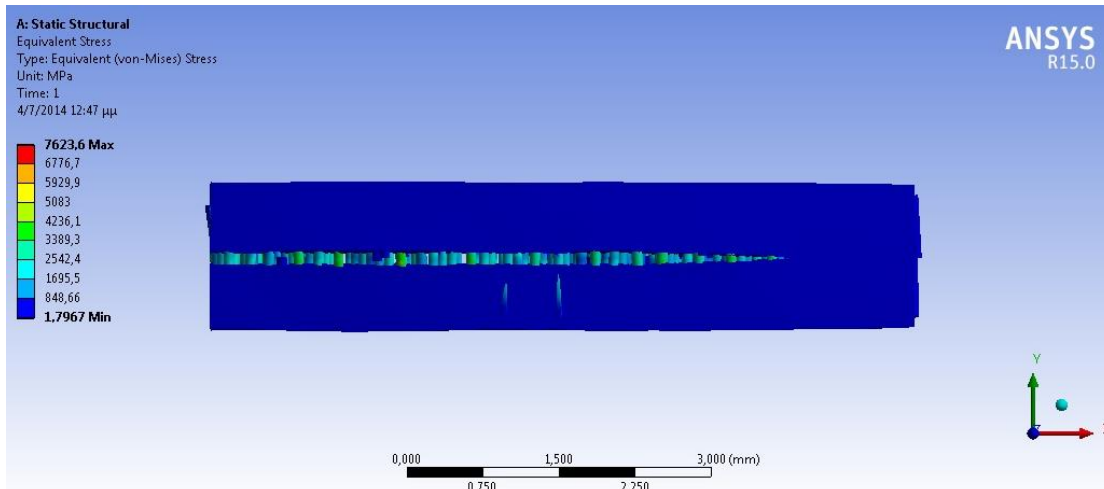
Πίνακας 8.1 Συντελεστής έντασης τάσης για κάθε σενάριο

Περιπτώσεις Σύνθετων Υλικών	K-factor $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$	Μείωση %
Μικρό Aspect ratio - Ευθυγραμμισμένες ίνες	141,1	95,5
Μικρό Aspect ratio - Μη ευθυγραμμισμένες ίνες	160,7	94,8
Μεγάλο Aspect ratio - Ευθυγραμμισμένες ίνες	137,5	95,6
Μεγάλο Aspect ratio - Μη ευθυγραμμισμένες ίνες	170,9	94,5

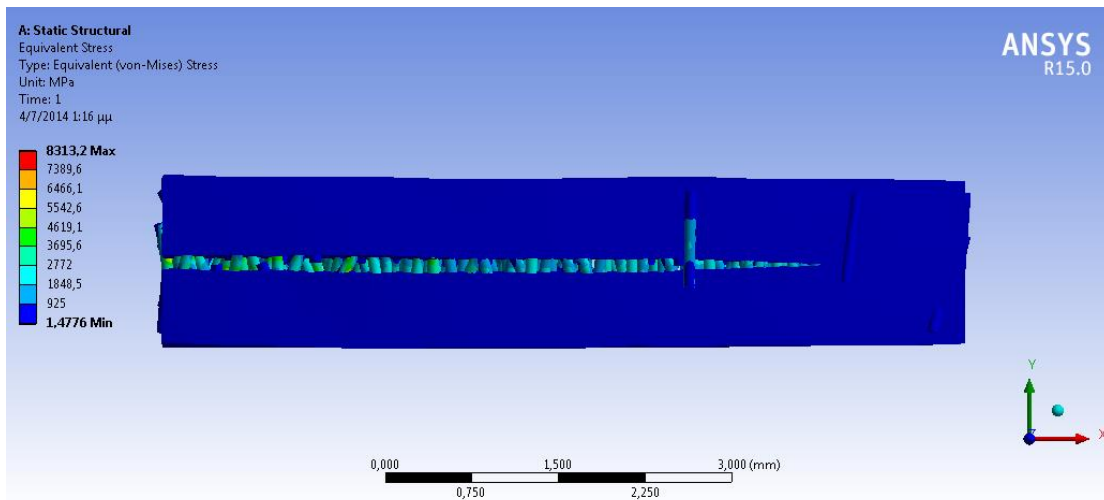
Όπως αναμενόταν η μεγαλύτερη μείωση εμφανίζεται στην περίπτωση που ο συντελεστής σχήματος έχει την μεγαλύτερή του τιμή και οι ίνες είναι όσο το δυνατόν περισσότερο ευθυγραμμισμένες.

Στην συνέχεια παρουσιάζονται κάποια στιγμιότυπα από τις προσομοιώσεις που έγιναν στο λογισμικό Ansys Workbench.

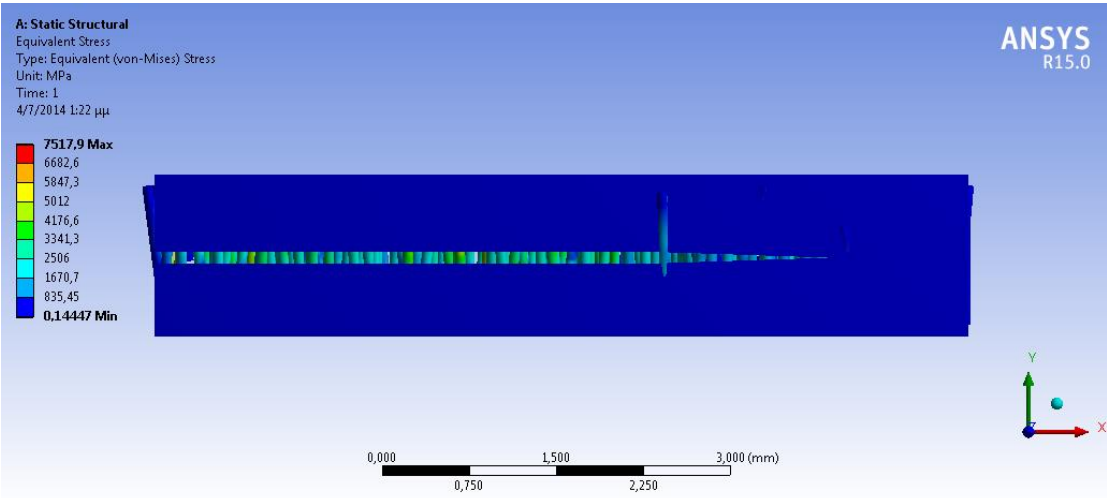
1<sup>η</sup> Περίπτωση: Μικρός λόγος μήκους προς διάμετρο – Ευθυγραμμισμένες ίνες



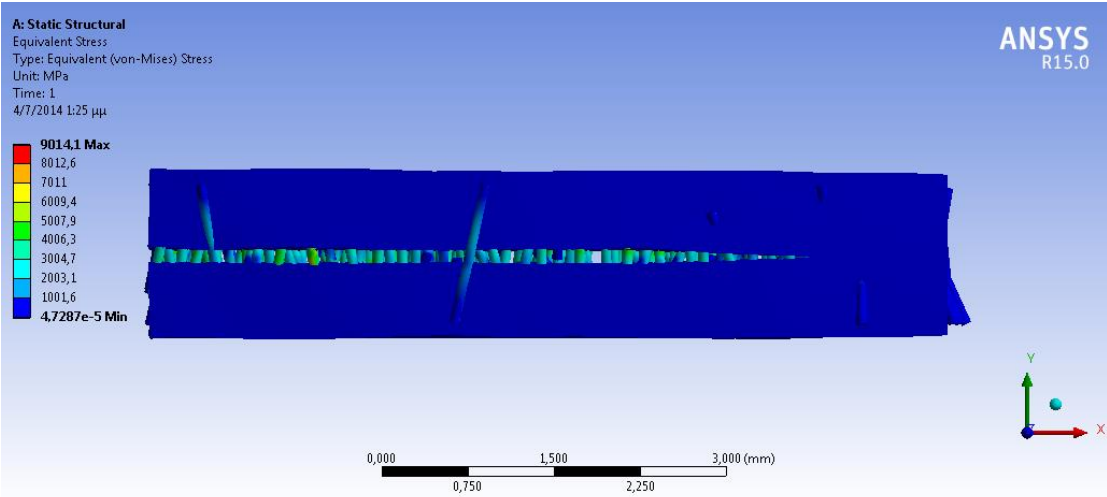
2<sup>η</sup> Περίπτωση: Μικρός λόγος μήκους προς διάμετρο – Μη ευθυγραμμισμένες ίνες



3<sup>η</sup> Περίπτωση: Μεγάλος λόγος μήκους προς διάμετρο – Ευθυγραμμισμένες ίνες



4<sup>η</sup> Περίπτωση: Μεγάλος λόγος μήκους προς διάμετρο – Μη ευθυγραμμισμένες ίνες







# 9. Μοντελοποίηση Σύνθετων Υλικών με Κοντές Ίνες

## 9.1 . Εισαγωγή

Στο Κεφάλαιο 8 αναπτύχθηκε ένα μοντέλο ενός σύνθετου υλικού με κοντές ίνες. Τα μοντέλα αυτά χρειάζονταν μεγάλη υπολογιστική ισχύ και αρκετές ώρες ώστε να ολοκληρωθούν οι αντίστοιχες προσομοιώσεις. Για να κατασκευαστούν πιο απλά μοντέλα κρίθηκε απαραίτητο να γίνει εύρεση του μητρώου δυσκαμψίας (Stiffness Matrix) του σύνθετου υλικού και με βάση αυτό το μητρώο να αναπτυχθεί ένα ισοδύναμο υλικό.

Κατά τα γνωστά, το μητρώο δυσκαμψίας, ή στοιβαρότητας ενός ισότροπου υλικού δίνεται από τον παρακάτω πίνακα. Ισότροπο ονομάζεται το υλικό το οποίο παρουσιάζει τις ίδιες ιδιότητες (π.χ. μηχανικές) ανεξάρτητα από την διεύθυνση εξέτασής τους. Το μητρώο δυσκαμψίας συνδέει τις τάσεις με τις αντίστοιχες παραμορφώσεις ενός υλικού [5],[14]. Στο μητρώο που ακολουθεί  $E$ : είναι το μέτρο ελαστικότητας του υλικού και  $\nu$ : ο λόγος Poisson του υλικού.

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)} & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)} & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & \frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.1)$$

Αντιστοίχως, για ένα ανισότροπο υλικό, το οποίο αποτελείται από δύο ή περισσότερα υλικά διαφορετικής σύστασης, και επομένως μηχανικών ιδιοτήτων και μέτρου ελαστικότητας, το μητρώο δυσκαμψίας εμφανίζει πλήρη συμμετρία ως προς την κύρια διαγώνιο. Ισχύει δηλαδή,  $D_{ij} = D_{ji}$ , όπου  $i, j = 1$  έως  $6$ . Το μητρώο παρατίθεται στην συνέχεια.

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \quad (9.2)$$

Ο υπολογισμός του μητρώου δυσκαμψίας για το νανοσύνθετο υλικό έγινε με χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων με χρήση του εμπορικού λογισμικού Ansys Workbench. Τα αποτελέσματα επαληθεύτηκαν, χρησιμοποιώντας ένα όμοιο μοντέλο αντίστοιχης γεωμετρίας, σύστασης και μηχανικών ιδιοτήτων.

## 9.2 . Μητρώα τάσεων και παραμορφώσεων

Η μοντελοποίηση της γεωμετρίας αυτής και η αποτελεσματικότερη έκφρασή της γίνεται με χρήση καρτεσιανών συντεταγμένων και του κλασσικού ορθοκανονικού συστήματος (Oxyz) (Rectangular Coordinate System). Τα μητρώα τάσεων και παραμορφώσεων του μοντέλου αυτού παρουσιάζονται παρακάτω:

- Μητρώο Τάσεων Καρτεσιανού Συστήματος Συντεταγμένων (Rectangular Stress Tensor)

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (9.3)$$

- Μητρώο Παραμορφώσεων Καρτεσιανού Συστήματος Συντεταγμένων (Rectangular Strain Tensor)

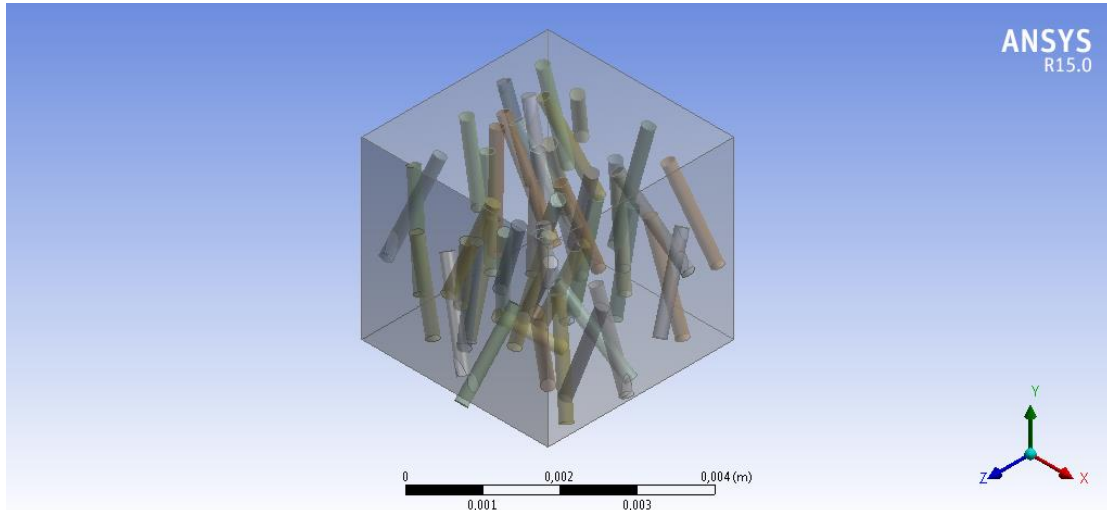
$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (9.4)$$

## 9.3 . Κατασκευή ανισότροπου μοντέλου

Εν συνεχεία θα κατασκευαστεί το ανισότροπο σύνθετο υλικό, το οποίο αποτελείται από μια κυβική μήτρα, το υλικό της οποίας είναι Πολυ-αιθερο-αιθερο-κετόνη, και από νανο-ίνες οι οποίες έχουν ιδιότητες ίδιες με τους νανοσωλήνες άνθρακα. Οι ίνες δεν είναι απόλυτα ευθυγραμμισμένες και η διάμετρος τους είναι 0,2 μm. Το μήκος των ινών ακολουθεί μια λογαριθμοκανονική κατανομή και η μέση τιμή αυτής είναι 1,6 μm. Επίσης επιτυγχάνεται μια αναλογία όγκων, ινών προς μήτρας, ίση με 11,2 %.

Λαμβάνοντας υπόψη την ακρίβεια του λογισμικού Ansys, η μοντελοποίηση του υλικού έγινε σε χιλιοστά. Δηλαδή όλες διαστάσεις ήταν σε μικρόμετρα (μm) μετατράπηκαν σε χιλιοστά (mm).

Αξίζει να σημειωθεί η κυβική μήτρα έχει μήκος ακμής 3 mm. Στην συνέχεια παρατίθεται ένα σχήμα στο οποίο φαίνεται το σύνθετο υλικό.



Σχήμα 9.1 Σύνθετο Κυβικό Μοντέλο Ινών σε Πλαστική Μήτρα

## 9.4 . Περιγραφή μεθοδολογίας

Στην ενότητα αυτή θα γίνει ο υπολογισμός του ζητούμενου μητρώου δυσκαμψίας. Αρχικά στο σύνθετο υλικό εφαρμόστηκε εφελκυστική παραμόρφωση και στην συνέχεια μια διατμητική παραμόρφωση. Κατά την εφελκυστική παραμόρφωση εφαρμόζεται μια μετατόπιση (deformation) ίση με 0,05 mm.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial u_{ij}}{\partial l} \quad (9.5)$$

όπου  
 $\partial u_{ij}$ : η μεταβολή του μήκους της ακμής  
 $\partial l$ : αρχικό μήκος ακμής

Σε ότι αφορά την διατμητική παραμόρφωση, το σύνθετο υλικό δοκιμάστηκε σε καθαρή διατμητική παραμόρφωση (pure shear deformation).

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\gamma_{ij}}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial i} + \frac{\partial u_i}{\partial j} \right) \quad (9.6)$$

Για την μελέτη, οι διαστάσεις του πλέγματος ορίστηκαν αυτόματα από το λογισμικό Ansys Workbench. Στην συνέχεια έγινε κάποια αναπροσαρμογή του πλέγματος (refinement) χωρίς όμως να παρατηρείται κάποια σημαντική αλλαγή στα αποτελέσματα. Στην συνέχεια περιγράφεται η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε στο Ansys:

- Αρχικά εισήχθη η γεωμετρία, και δημιουργήθηκε το πλέγμα αυτής, όπως φαίνεται στο Σχήμα 9.1. Επίσης έγινε εισαγωγή και των απαραίτητων υλικών μια και αυτά δεν υπήρχαν στην βιβλιοθήκη υλικών του λογισμικού.
- Ακολούθως ορίστηκαν οι κατάλληλες οριακές συνθήκες στις εξωτερικές επιφάνειες του σύνθετου υλικού. Αυτές ήταν μετατοπίσεις κατά τους τρεις κύριους άξονες, δηλαδή  $U_x$ ,  $U_y$ , και  $U_z$ .
- Μετά την ολοκλήρωση της προσομοίωσης είναι απαραίτητο να καταγραφούν οι αντιδράσεις των εξωτερικών φορτίων για κάθε μια επιφάνεια. Έτσι υπολογίζεται το συνολικό φορτίο για κάθε κατεύθυνση ( $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ ), το οποίο διαιρώντας το με το εμβαδόν της εκάστοτε επιφάνειας προκύπτει ο τανυστής των τάσεων (stress tensor).
- Τέλος, εισάγοντας τα γνωστά μητρώα παραμορφώσεων και τα υπολογισθέντα μητρώα τάσεων σε λογισμικό Matlab, γράφεται κώδικας με τον οποίο γίνεται επίλυση του συστήματος και προκύπτει το μητρώο δυσκαμψίας για το σύνθετο υλικό.

Σε αυτό το σημείο είναι απαραίτητο να γίνουν κάποιες διευκρινήσεις σχετικά με την διαδικασία που θα ακολουθηθεί. Πιο συγκεκριμένα, στο ανισότροπο σύνθετο υλικό δεν υπάρχει καμία συμμετρία λόγω της τυχαιότητας της θέσης των ινών καθώς και του μοναδικού προσανατολισμού που χαρακτηρίζει την κάθε ίνα. Εξαιτίας αυτού του γεγονότος, για την μελέτη του μοντέλου και τον πλήρη υπολογισμό των ιδιοτήτων του έγιναν 3 προσομοιώσεις εφελκυστικής παραμόρφωσης και 3 προσομοιώσεις διατμητικής παραμόρφωσης. Θα γίνει λεπτομερής ανάλυση της εφελκυστικής παραμόρφωσης κατά την διεύθυνση  $Y$  και της διατμητικής παραμόρφωσης κατά το επίπεδο  $XY$ . Οι υπόλοιπες προσομοιώσεις εκτελούνται με παρόμοιο τρόπο.

## 9.5 . Εφελκυστική παραμόρφωση κατά τον άξονα $Y$

Στο σύνθετο υλικό εφαρμόζεται μια εφελκυστική παραμόρφωση παράλληλη στον άξονα των ινών. Η τιμή της παραμόρφωσης είναι αυτή που αναφέρθηκε παραπάνω και το μητρώο παραμορφώσεων φαίνεται στην συνέχεια.

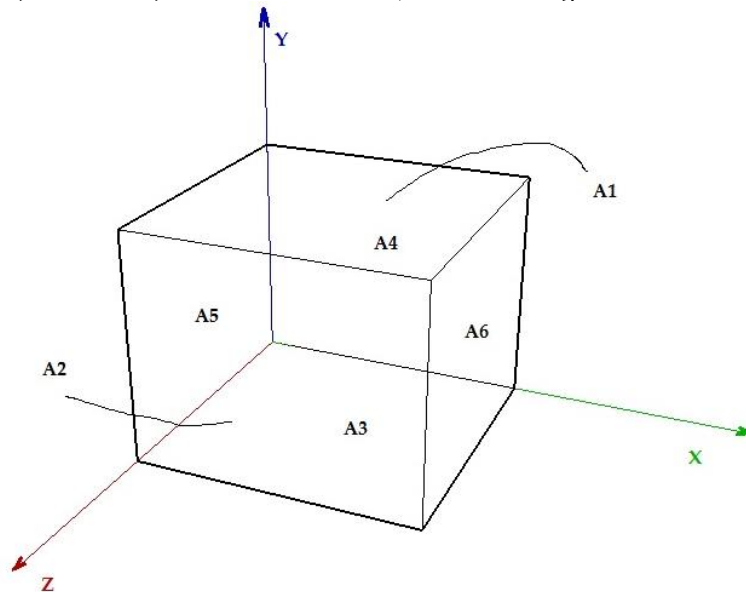
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0.05}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.7)$$

Οι οριακές συνθήκες που ορίστηκαν σε κάθε μια επιφάνεια φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 9.1 Οριακές συνθήκες για τον εφελκυσμό του σύνθετου υλικού

$\alpha/\alpha$ Επιφανείας	$U_x$	$U_y$	$U_z$
1	-	-	0
2	-	-	0
3	0.00	0.00	0.00
4	-	0.05	-
5	0.00	-	-
6	0.00	-	-

Η αρίθμηση των επιφανειών φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



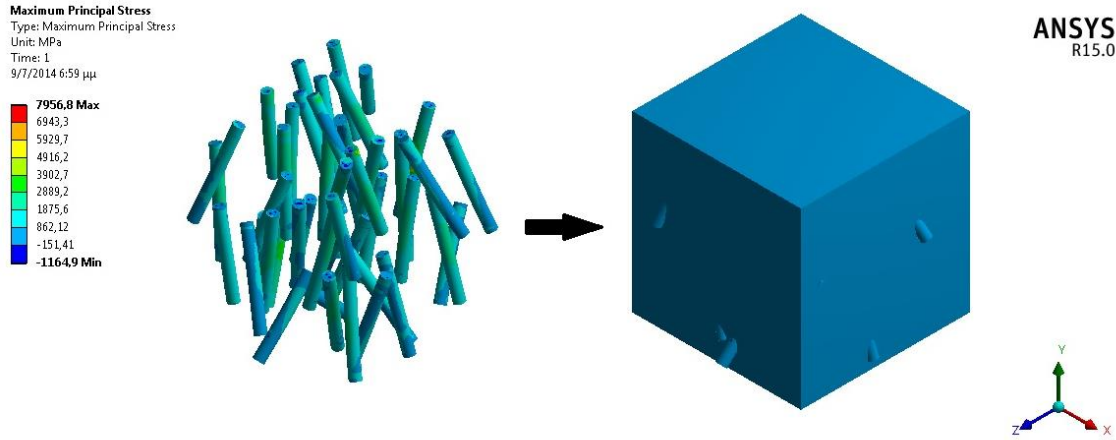
Σχήμα 9.2 Αρίθμηση εξωτερικών επιφανειών ανισότροπου μοντέλου

Στην συνέχεια παρατίθεται ένας πίνακας με τις αντιδράσεις των εξωτερικών δυνάμεων για κάθε μια επιφάνεια.

Πίνακας 9.2 Αντιδράσεις κόμβων προσομοίωσης εφελκυσμού ανισότροπου μοντέλου

$\alpha/\alpha$ Επιφανείας	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$F_z$ (N)
1	1.8911	-0.89721	-1044.6
2	0.45372	-2.1684	1013.1
3	4.4349	-2329.6	27.772
4	-3.6757	2329.6	1.6116
5	-1032	10.61	-3.1114
6	1032	-28.556	-0.25327

Το παραμορφωμένο σύνθετο υλικό, καθώς και το γράφημα για την πρώτη κύρια τάση παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα. Επίσης παρατίθεται και ένα σχήμα στο οποίο φαίνονται οι τάσεις των ινών έχοντας αποκρύψει την μήτρα.



Σχήμα 9.3 Τάσεις στις παραμορφωμένες ίνες καθώς και σε όλο το σύνθετο υλικό

Από το Σχήμα 9.3 παρατηρείται ότι οι ίνες καταπονούνται περισσότερο από την μήτρα. Το γεγονός οφείλεται στο κατά πολύ υψηλότερο μέτρο ελαστικότητας των ινών σε σχέση με αυτό της πλαστικής μήτρας. Συνεπώς μπορούμε να πούμε ότι η ενίσχυση της πλαστικής μήτρας είναι αποτελεσματική.

Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα υπολογίζεται των μητρώο των τάσεων και παρατίθεται παρακάτω.

$$\sigma = \begin{bmatrix} 114.66 & 0.24 & 0.17 \\ 0.82 & 258.84 & -0.34 \\ 0.05 & 0 & -3.17 & 116.06 \end{bmatrix} (MPa) \quad (9.8)$$

Με παρόμοιο τρόπο υπολογίζονται τα μητρώα των τάσεων για την εφελκυστική παραμόρφωση κατά τις διευθύνσεις X και Z, τα οποία επισυνάπτονται παρακάτω.

- Εφελκυσμός κατά Z

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05/3 \end{bmatrix} \quad (9.9)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 105.73 & 1.29 & 0.08 \\ 0.01 & 116.07 & -0.66 \\ 0.11 & -0.12 & 163.22 \end{bmatrix} (MPa) \quad (9.10)$$

- Εφελκυσμός κατά Χ

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.05/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.11)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 163.26 & -0.25 & 0.07 \\ -0.03 & 116.77 & -0.43 \\ 0.11 & 1.89 & 105.63 \end{bmatrix} (MPa) \quad (9.12)$$

## 9.6 . Διατμητική παραμόρφωση κατά το επίπεδο ΧΥ

Το σύνθετο υλικό καταπονήθηκε σε καθαρή διατμητική παραμόρφωση κατά το επίπεδο ΧΥ. Στην συνέχεια φαίνονται οι σχέσεις που εκφράζουν αυτού του είδους την παραμόρφωση καθώς και το μητρώο παραμορφώσεων.

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} = \frac{0.05}{3} + \frac{0.05}{3} = \frac{0.10}{3} \quad (9.13)$$

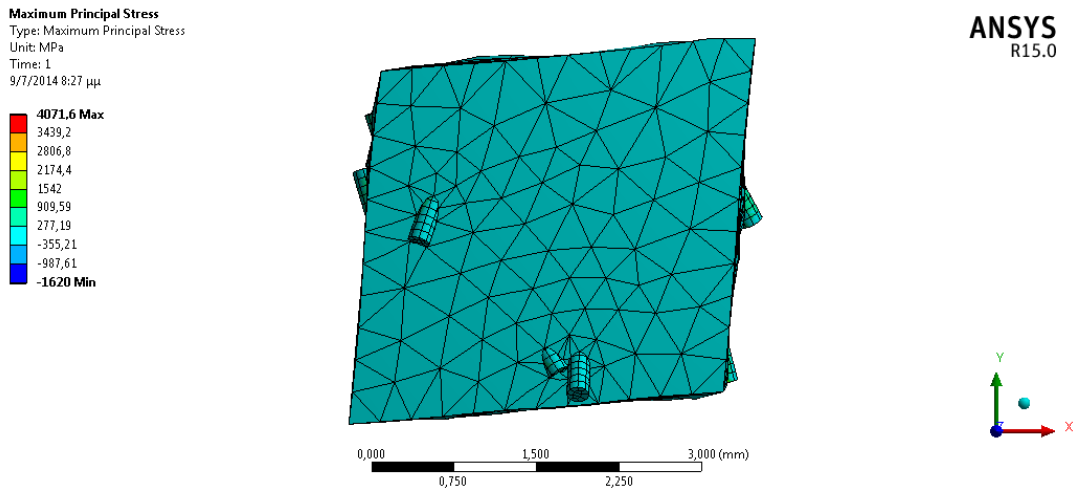
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_{yx} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma_{xy}/2 & 0 \\ \gamma_{xy}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.14)$$

Οι οριακές συνθήκες που εδόθησαν στις επιφάνειες του σύνθετου υλικού για την μοντελοποίηση της καθαρής διατμητικής παραμόρφωσης είναι οι ακόλουθες.

Πίνακας 9.3 Οριακές συνθήκες για την διάτμηση του σύνθετου υλικού

$\alpha/\alpha$ Επιφανείας	$U_x$	$U_y$	$U_z$
1	-	-	0
2	-	-	0
3	0.00	-	0.00
4	0.05	-	0.00
5	-	0.00	0.00
6	-	0.05	0

Στις κάτωθι εικόνες φαίνονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων. Παρατηρείται ότι το δοκίμιο έχει υποστεί μια ελαφρά κλίση όπως αναμενόταν άλλωστε.



Σχήμα 9.4 Παραμορφωμένο σύνθετο υλικό

Εν συνεχεία, επισυνάπτονται τα αποτελέσματα των αντιδράσεων των εξωτερικών φορτίων των επιφανειών του σύνθετου υλικού, καθώς και το προκύπτον μητρώο τάσεων.

Πίνακας 9.4 Αντιδράσεις κόμβων προσομοίωσης διάτμησης κατά το επίπεδο XY ανισότροπου μοντέλου

α/α Επιφανείας	F <sub>x</sub> (N)	F <sub>y</sub> (N)	F <sub>z</sub> (N)
1	-1.204	0.6796	-29.783
2	-0.9242	-2.1037	-1.9954
3	-656.76	7.8916	-11.174
4	656.75	-1.7915	2.3926
5	5.043	-618.38	22.645
6	-14.619	618.36	16.34

$$\sigma = \begin{bmatrix} 0.13 & 68.7 & 0.26 \\ 72.97 & 0.19 & -1.24 \\ 0.56 & -0.23 & 1.18 \end{bmatrix} (MPa) \quad (9.15)$$



Ακολουθούν τα αποτελέσματα των διατμητικών παραμορφώσεων κατά το επίπεδο YZ και XZ μαζί με τα αντίστοιχα μητρώα των τάσεων.

- Διάτμηση κατά το επίπεδο YZ

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{yz} \\ 0 & \varepsilon_{zy} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{yz}/2 \\ 0 & \gamma_{zy}/2 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.16)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 1.26 & -0.31 & -0.06 \\ -1.49 & -0.12 & 70.92 \\ 0.162 & 66.78 & 0.27 \end{bmatrix} (MPa) \quad (9.17)$$

- Διάτμηση κατά το επίπεδο XZ

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \varepsilon_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \varepsilon_{zx} & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \gamma_{xz}/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ \gamma_{zx}/2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.18)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} -0.22 & 0.81 & 57.66 \\ -0.25 & -2.024 & 0.199 \\ 57.66 & 1.50 & -0.24 \end{bmatrix} (MPa) \quad (9.19)$$

## 9.7 . Υπολογισμός μητρώου δυσκαμψίας

Έχοντας υπολογίσει τα μητρώα τάσεων και παραμορφώσεων, μέσω του νόμου του Hooke, καθίσταται δυνατή η εύρεση του μητρώου στοιβαρότητας του σύνθετου υλικού. Έτσι με βάση τα αποτελέσματα που ελήφθησαν μέσω της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, προκύπτει το μητρώο δυσκαμψίας του σύνθετου υλικού.

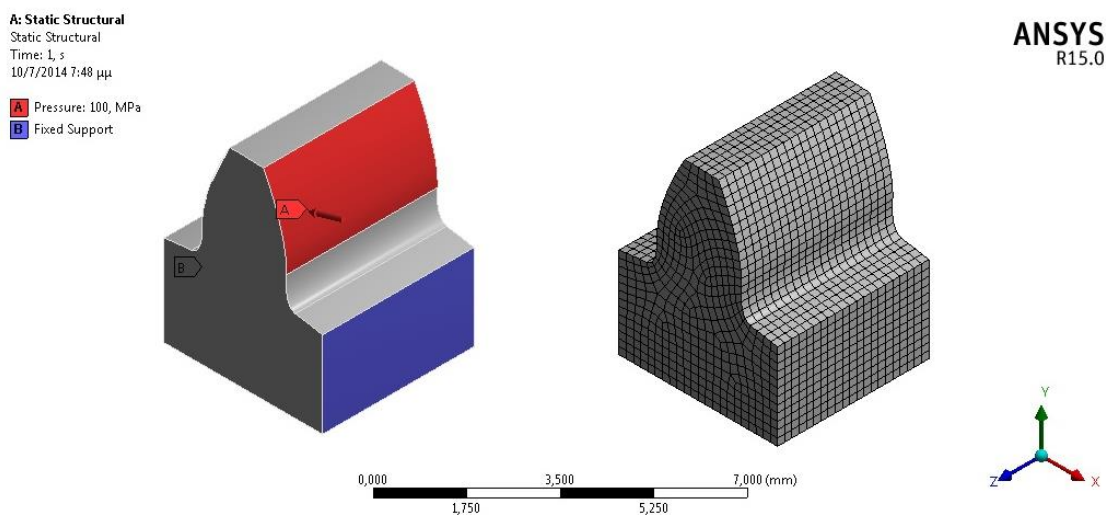
$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 9.18 & 6.52 & 5.94 & 0 & 0 & 0 \\ 6.57 & 14.55 & 6.52 & 0 & 0 & 0 \\ 5.93 & 6.45 & 9.18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4.11 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.98 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.24 \end{bmatrix} (GPa) \quad (9.20)$$

Παρατηρείται ότι το μητρώο είναι συμμετρικό ως προς την κύρια διαγώνιο. Για να γίνει επαλήθευση του της ορθότητας του μητρώου δυσκαμψίας εφαρμόστηκαν κάποιες φορτίσεις στο σύνθετο υλικό με τις ίνες και σε ένα άλλο ισοδύναμο υλικό με το παραπάνω μητρώο δυσκαμψίας. Δεν υπήρχε διαφορά στα αποτελέσματα γεγονός που εγγυάται την ορθότητα των υπολογισμών καθώς και ότι το ισοδύναμο υλικό δεν διαφέρει σε τίποτα από το αρχικό σύνθετο υλικό σε ότι αφορά της μηχανικές του ιδιότητες.

## 9.8 . Εφαρμογές σε στοιχεία μηχανών

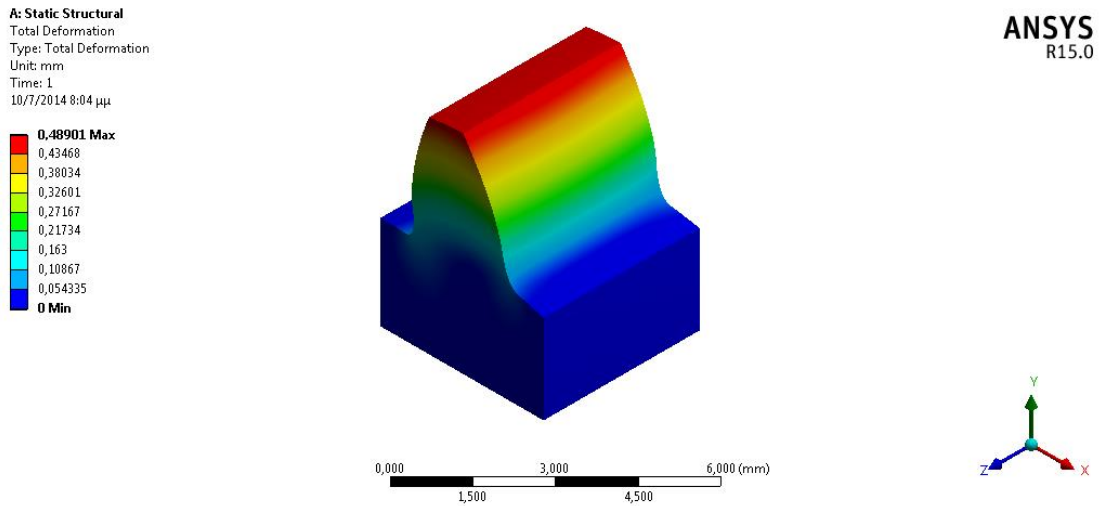
Με την ολοκλήρωση της παραπάνω μελέτης και την εύρεση του αντίστοιχου μητρώου δυσκαμψίας, η οποία έλαβε χώρα στην προηγούμενη ενότητα, το επόμενο βήμα είναι η προσθήκη της ενίσχυσης από νανοσωλήνες άνθρακα στους πλαστικούς οδοντωτούς τροχούς. Αρχικά θα γίνει ανάλυση στους πλαστικούς οδοντωτούς τροχούς χωρίς την ενίσχυση και θα καταγραφεί η μέγιστη τιμή της παραμόρφωσης καθώς και η μέγιστη τιμή της πρώτης κύριας τάσης. Ακολούθως για τους ίδιους τροχούς και για τις ίδιες συνθήκες φόρτισης αλλά με την προσθήκη της ενίσχυσης αυτή τη φορά, θα υπολογιστεί η νέα τιμή της παραμόρφωσης καθώς και η μέγιστη τιμή της πρώτης κύριας τάσης.

Στο Σχήμα 9.5 φαίνεται ένα δόντι από ένα πλαστικό τροχό με αριθμό module 1.0 και αριθμό δοντιών ίσο με 22, καθώς και το πλέγμα αυτού. Στην επιφάνεια του δοντιού εφαρμόζεται μια τάση 100 MPa και το υλικό του είναι Πολυ-αιθερο-αιθερο-κετόνη χωρίς ενισχυτικό υλικό.

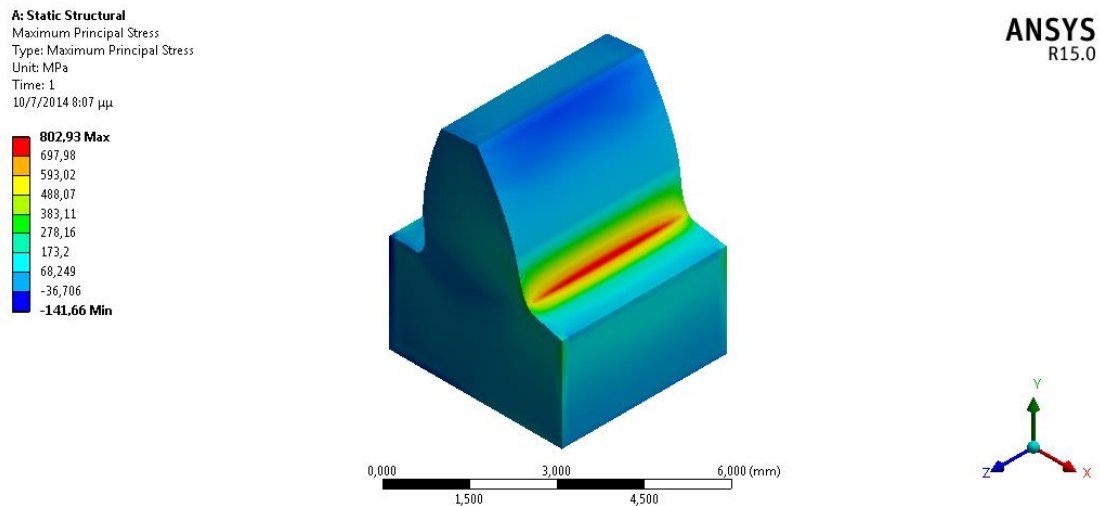


Σχήμα 9.5 Μοντέλο δοντιού από πλαστικό οδοντωτό τροχό

Μετά την ολοκλήρωση της προσομοίωσης παρατίθενται δύο διαγράμματα, ένα για την παραμόρφωση του δοντιού και ένα για την πρώτη μέγιστη τάση.

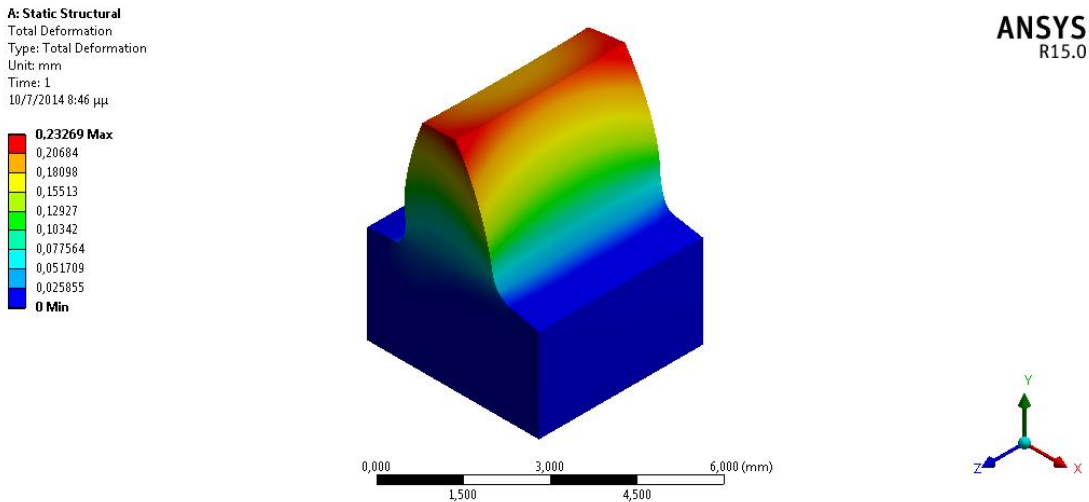


Σχήμα 9.6 Παραμόρφωση πλαστικού δοντιού χωρίς την προσθήκη ενίσχυσης

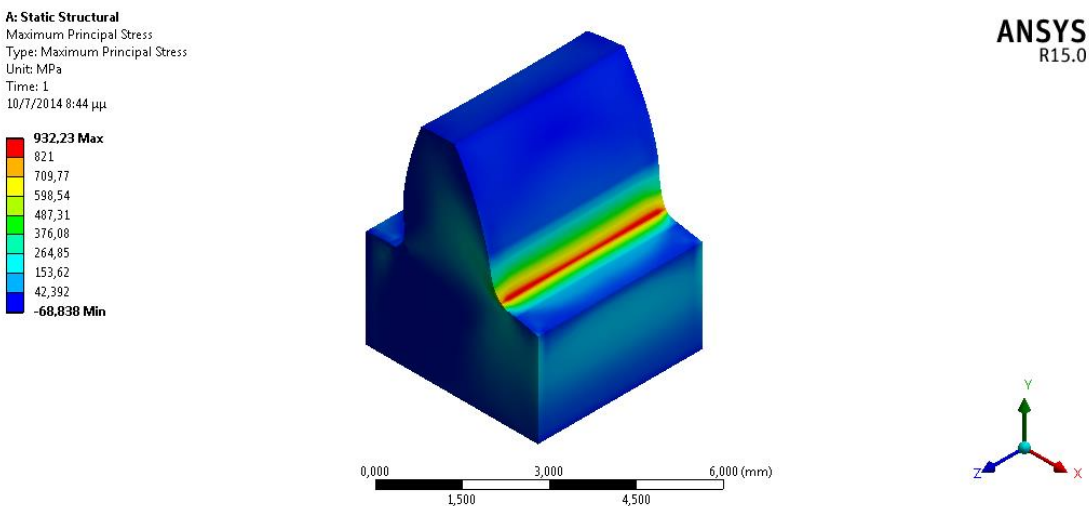


Σχήμα 9.7 Πρώτη μέγιστη τάση για πλαστικό δόντι χωρίς ενίσχυση

Η μέγιστη παραμόρφωση του δοντιού είναι 0,48901 mm και η μέγιστη τιμή της πρώτης κύριας τάσης είναι ίση με 802,93 MPa. Ακολουθούν τα αντίστοιχα διαγράμματα για το πλαστικό δόντι με την ενίσχυση νανοσωλήνων άνθρακα. Υπενθυμίζεται ότι οι ίνες δεν φαίνονται στα παρακάτω διαγράμματα, και ο λόγος είναι ότι αυτό είναι ισοδύναμο υλικό, του οποίου το μητρώο δυσκμαψίας υπολογίστηκε παραπάνω.



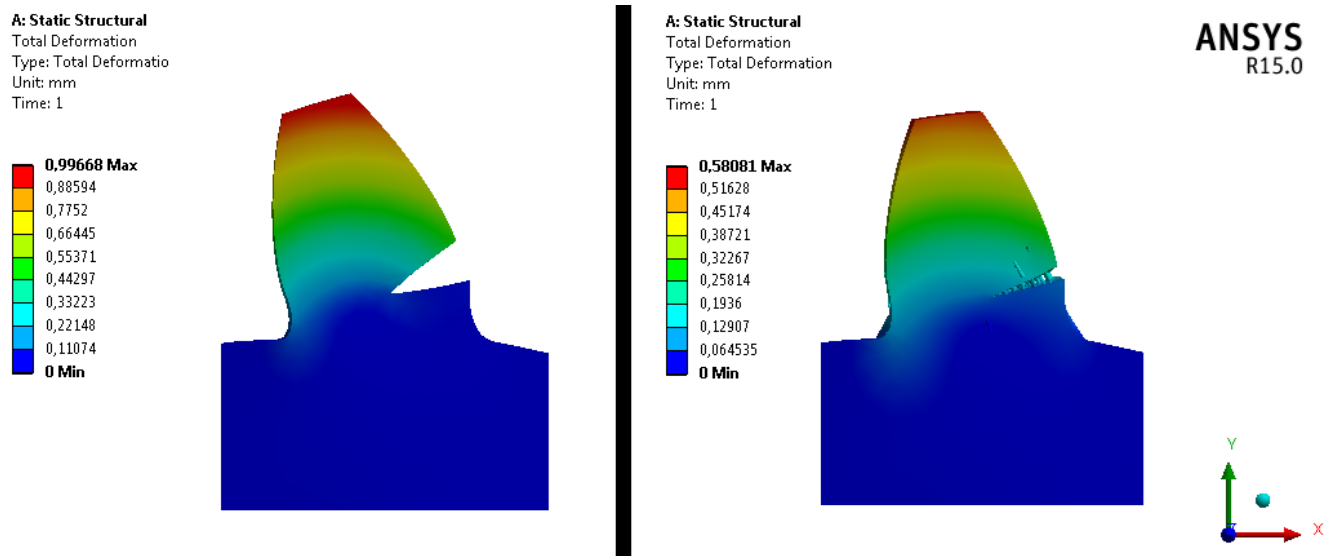
Σχήμα 9.8 Παραμόρφωση πλαστικού δοντιού με την προσθήκη ενίσχυσης



Σχήμα 9.9 Πρώτη μέγιστη τάση για πλαστικό δόντι χωρίς ενίσχυση

Από τα παραπάνω σχήματα φαίνεται ότι η μέγιστη παραμόρφωση για τα πλαστικά δόντια με ενίσχυση νανοσωλήνων άνθρακα είναι 0,23269 mm. Δηλαδή μειωμένη κατά 52,4% σε σύγκριση με την μετατόπιση των πλαστικών δοντιών χωρίς ενίσχυση.

Τέλος παρατίθεται μια εφαρμογή για τον ίδιο δόντι του πλαστικού οδοντωτού τροχού. Αναπτύσσεται ένα μοντέλο με μια ρωγμή η οποία δεν γεφυρώνεται με ίνες και ένα μοντέλο για μια ρωγμή η οποία γεφυρώνεται με ίνες, οι οποίες έχουν ιδιότητες με αυτές του νανοσωλήνα άνθρακα που υπολογίστηκαν στο Κεφάλαιο 3. Στην συνέχεια εφαρμόζεται μια τάση στον οδόντα όμοια με πριν. Τα αποτελέσματα παρατίθενται παρακάτω.



Σχήμα 9.10 Παραμόρφωση πλαστικού οδόντος με ρωγμή για υλικό χωρίς ενίσχυση (αριστερά) και για υλικό με ενίσχυση (δεξιά)

Από τις παραπάνω προσομοιώσεις παρατηρείται ότι ίνες γεφυρώνουν αποτελεσματικά την ρωγμή και με αυτές επιτυγχάνεται μια μείωση στην παραμόρφωση της τάξης του 41.4 %. Συνεπώς ο οδόντας ο οποίος φέρει ρωγμή γεφυρωμένη με νανοϊνες μπορεί συνεχίσει να παραλαμβάνει κάποια φορτία. Κάτι το οποίο δεν ισχύει για τον οδόντα του οποίου η ρωγμή δεν γεφυρώνεται με νανοϊνες.



# 10. Συμπεράσματα και μελλοντικά σχέδια

## 10.1 Συμπεράσματα

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν η μοντελοποίηση της ρωγμής σε νανοσύνθετα υλικά. Η ενίσχυση του νανοσύνθετου υλικού έγινε με νανοσωλήνες άνθρακα, συνεπώς κρίθηκε απαραίτητο να γίνει ένας υπολογισμός των ιδιοτήτων τους. Για να γίνει αυτό ο νανοσωλήνας μοντελοποιήθηκε ως ένα χωροδικτύωμα. Το μέτρο ελαστικότητάς του υπολογίστηκε ίσο με 1024 GPa και το μέτρο διάτμησης 517 GPa. Οι τιμές αυτές συμφωνούν απόλυτα με τις πειραματικές τιμές των ιδιοτήτων των νανοσωλήνων άνθρακα.

Στην συνέχεια αναπτύχθηκε ένα αναλυτικό μοντέλο εκρίζωσης των ινών. Με βάση αυτό το μοντέλο υπολογίστηκε η κατανομή της ορθής τάσης κατά το μήκος της ίνας καθώς και η κατανομή της διατμητικής τάσης στην διεπιφάνεια ίνας – μήτρας. Επίσης έγινε έλεγχος της ορθότητας ενός μοντέλου διατμητικής υστέρησης (Shear Lag Model).

Ακολούθως έγινε στοχαστική μοντελοποίηση του νανοσύνθετου υλικού. Οι παράγοντες που επηρεάζουν τις ιδιότητες του νανοσύνθετου υλικού και λήφθηκαν υπόψη κατά την προσομοίωση ήταν: (α) ο προσανατολισμός των ινών, (β) το μήκος των ινών, και (γ) η κατ' όγκο περιεκτικότητα των ινών. Επίσης σε ότι αφορά τις συντεταγμένες των νανοϊνών στο εσωτερικό της μήτρας χρησιμοποιήθηκε μια ομοιόμορφη κατανομή ώστε να επιτευχθεί μια ομοιόμορφη διασπορά αυτών.

Αναπτύχθηκε επίσης ένα τρισδιάστατο μοντέλο ενός νανοσύνθετου υλικού με ρωγμή. Μετά από προσομοιώσεις σε περιβάλλον Ansys υπολογίστηκε ο συντελεστής έντασης τάσης για ρωγμή που γεφυρώνεται με νανοϊνες αλλά και για ρωγμή χωρίς νανοϊνες. Ο συντελεστής έντασης τάσης για γεφυρωμένη ρωγμή με ίνες μειώνεται 93,9 % σε σχέση με το μοντέλο χωρίς ίνες. Η μέχρι τώρα μέγιστη μείωση που έχει μετρηθεί στον συντελεστή έντασης τάσης για σύνθετο υλικό ενισχυμένο με ίνες γυαλιού είναι 85 %. Αν αναλογιστεί κανείς ότι οι νανοσωλήνες έχουν πολύ καλύτερες μηχανικές ιδιότητες από τις ίνες γυαλιού είναι φυσιολογικό να επιτευχθεί μεγαλύτερη μείωση του συντελεστή έντασης για υλικό ενισχυμένο με νανοσωλήνες.

Τέλος έγινε ο υπολογισμός του ισοδύναμου μητρώου δυσκαμψίας για το ανομοιογενές σύνθετο υλικό, και αναπτύχθηκαν και κάποιες εφαρμογές σε επιλεγμένα στοιχεία μηχανών.

## 10.2 Μελλοντικές Προτάσεις

Ένα από τα μελλοντικά σχέδια είναι η μοντελοποίηση του νανοσύνθετου υλικού στους άλλους δύο τύπους φόρτισης της ρωγμής. Επίσης θα μπορούσε να γίνει και ένα συνδυασμός των τριών τύπων φόρτισης της ρωγμής. Άλλη μια ενδιαφέρουσα ιδέα είναι να γίνει μια ανάλυση για την πρόοδο της ρωγμής στο νανοσύνθετο υλικό που έχει αναπτυχθεί. Κατά την πρόοδο της ρωγμής αναμένεται να εμφανίζονται νέες ίνες που θα γεφυρώνουν την ρωγμή.

Στο τελευταίο κεφάλαιο αναπτύχθηκε μια εφαρμογή ενός νανοσύνθετου υλικού σε ένα στοιχείο μηχανής. Θα μπορούσα να γίνουν και άλλες εφαρμογές σε άλλα στοιχεία μηχανών με αλλά και χωρίς ρωγμή. Επίσης ένα μελλοντικό σχέδιο είναι να γίνει μια ανάλυση για το αν θα μπορούσε να κατασκευαστεί ένας σκελετός ενός ποδηλάτου από το συγκεκριμένο νανοσύνθετο υλικό το οποίο είναι ενισχυμένο με νανοσωλήνες άνθρακα.



# 11. Παράρτημα

Κώδικας που χρησιμοποιήθηκε για την γένεση των νανοϊνών στο εσωτερικό της μήτρας, στο Κεφάλαιο 7.

```
l1=3; %Ορίζονται οι διαστάσεις της μήτρας (x)
l2=3; %Ορίζονται οι διαστάσεις της μήτρας (y)
l3=3; %Ορίζονται οι διαστάσεις της μήτρας (z)

diametros=0.15; %Ορίζεται η διάμετρος της ίνας
mu=1.7; %Ορίζεται το μέσο όρο του μήκους

vfiber1=(pi()*diametros^2*mu)/4; %Υπολογισμός όγκου μιας μικροίνας

vmatrix=l1*l2*l3; % Υπολογίζεται ο όγκος της μήτρας

vf=10/100; % Ορισμός περιεκτικότητας ινών κατ' όγκων

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Μοντελοποίηση μήκους των ινών με μια λογαριθμοκανονική κατανομή
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

met=1; %Μετρητής
vfibers=0;
vorio=vf*vmatrix;

%Επαναληπτική διαδικασία για τον καθορισμό του αριθμού των ινών αλλά
%και του μήκους αυτών
while vfibers<vorio

    vfibers=0;

    m=mu; % Ορίζεται ένας μέσος όρος της κατανομής
    v=0.009*mu;
    mu1=log((m^2)/sqrt(v+m^2)); %Μέσος όρος κατανομής
    sigma=sqrt(log(v/(m^2)+1)); %Τυπική απόκλιση κατανομής

    [M,V]=lognstat(mu1,sigma);

    X=lognrnd(mu1,sigma,1,met);
    MX=mean(X); %Εκτίμηση πραγματικής μέσης τιμής
    VX=var(X); %Εκτίμηση πραγματικής τυπικής απόκλισης
    mu2=log((MX^2)/sqrt(VX+MX^2)); %Αντίστροφη Μετατροπή
    sigma2=sqrt(log(VX/(MX^2)+1)); %Αντίστροφη Μετατροπή

    for j=1:met
        vfiber(j)=(pi()*diametros^2*X(j))/4;
        vfibers=vfibers+vfiber(j);
    end

    orio3=logninv(0.9,mu2,sigma2);
    met=met+1;
```

```

end

figure %Κατασκευή σχήματος με την λογαριθμοκανονική κατανομή του μήκους
histfit(X,20,'lognormal')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Γωνία προσανατολισμό θxy
a=15; %Ορισμός των παραμέτρων της κατανομής Βήτα
b=a;
pxy=random('beta',a,b,[met-1,1]);

% Επαλήθευση των παραμέτρων της κατανομής Βήτα
phat=betafit(pxy);
a=phat(1,1);
b=phat(1,2);

%Θέτω μια μέγιστη γωνία
orio1=betainv(0.9,a,b);
gwnia1=180*orio1-90;

gwniaxy=zeros(met-1,1);
%Μετασχηματισμός σε μοίρες
for i=1:met-1
    gwniaxy(i,1)=180*pxy(i,1)-90;
end

figure(2) %Κατασκευή κατανομής γωνίας προσανατολισμού
histfit(pxy,20,'beta')
figure(3) %Κατασκευή κατανομής γωνίας προσανατολισμού σε μοίρες
histfit(gwniaxy)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Γωνία προσανατολισμό θz
a1=a; %Ορισμός των παραμέτρων της κατανομής Βήτα
b1=a1;
pz=random('beta',a1,b1,[met-1,1]);

% Επαλήθευση των παραμέτρων της κατανομής Βήτα
phat1=betafit(pz);
a1=phat1(1,1);
b1=phat1(1,2);

%Θέτω μια μέγιστη γωνία
orio2=betainv(0.9,a1,b1);
gwnia2=180*orio2-90;

gwniaz=zeros(met-1,1);
%Μετασχηματισμός σε μοίρες
for i=1:met-1
    gwniaz(i,1)=180*pz(i,1)-90;
end

figure(4) %Κατασκευή κατανομής γωνίας προσανατολισμού
histfit(pz,20,'beta')
figure(5) %Κατασκευή κατανομής γωνίας προσανατολισμού σε μοίρες
hist(gwniaz,20)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

% Υπολογισμός των προβολών της ίνας στους άξονες x, y, z

%Προβολή κατά τον y
gwniathr=atan(diametros/2)/(orio3/2); %Γωνία διαγωνίου σε rad
gwniathd=radtodeg(gwniathr); %Γωνία διαγωνίου σε μοίρες
diagwnios=2*(diametros/2)/sin(gwniathr); % Μήκος διαγωνίου

if gwnia1>gwnia2
    if gwniathr<gwnia1
        maxy=diagwnios;
    else
        maxy=(diagwnios/2)*cos(radtodeg(gwnia1));
    end
else
    if gwniathr<gwnia2
        maxy=diagwnios;
    else
        maxy=(diagwnios/2)*cos(radtodeg(gwnia2));
    end
end

%Προβολή κατά τον x

maxx=diagwnios*sin(degtorad(gwnia1+gwniathd));

%Προβολή κατά τον y

maxz=diagwnios*sin(degtorad(gwnia2+gwniathd));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Γένεση των ινών στο εσωτερικό της μήτρας
%Για τις συντεταγμένες των ινών χρησιμοποιείται η ομοιόμορφη κατανομή
x=zeros([met-1,1]);
y=zeros([met-1,1]);
z=zeros([met-1,1]);

x(1)=l1*rand([1,1]);
y(1)=l2*rand([1,1]);
z(1)=l3*rand([1,1]);

ex=zeros([met-1,2]);
ey=zeros([met-1,2]);
ez=zeros([met-1,2]);

maxy=X(1)*cos(degtorad(gwniaxy(1)));

%Ορίζονται οι συντεταγμένες για την πρώτη ίνας

if gwniaxy(1)>0
    maxx=X(1)*sin(degtorad(gwniaxy(1)));
else
    maxx=X(1)*sin(degtorad(gwniaxy(1)));
end

if gwniaz(1)>0
    maxz=X(1)*sin(degtorad(gwniaz(1)));
else

```

```

    maxz=X(1)*sin(degtorad(gwniaz(1)));
end

ex(1,1)=x(1,1)-maxx/2;
ex(1,2)=x(1,1)+maxx/2;

ey(1,1)=y(1,1)-maxy/2;
ey(1,2)=y(1,1)+maxy/2;

ez(1,1)=x(1,1)-maxz/2;
ez(1,2)=x(1,1)+maxz/2;

%Ακολουθεί επαναληπτική διαδικασία για τον προσδιορισμό των %συντεταγμένων όλων των
%ινών.

asoi=zeros([1,3]);

for i=2:met-1

    for j=i-1:-1:1

        asoi(1,1)=1;
        asoi(1,2)=1;
        asoi(1,3)=1;

        sum=3;
        k=1;

        while sum>1

            x(i)=l1*rand([1,1]);
            y(i)=l2*rand([1,1]);
            z(i)=l3*rand([1,1]);

            maxy=X(i)*cos(degtorad(gwniaxy(i)));

            if gwniaxy(i)>0
                maxx=X(i)*sin(degtorad(gwniaxy(i)));
            else
                maxx=X(i)*sin(degtorad(gwniaxy(i)));
            end

            if gwniaz(i)>0
                maxz=X(i)*sin(degtorad(gwniaz(i)));
            else
                maxz=X(i)*sin(degtorad(gwniaz(i)));
            end

            ex(i,1)=x(i,1)-maxx/2;
            ex(i,2)=x(i,1)+maxx/2;

            ey(i,1)=y(i,1)-maxy/2;
            ey(i,2)=y(i,1)+maxy/2;

            ez(i,1)=z(i,1)-maxz/2;
            ez(i,2)=z(i,1)+maxz/2;

            if (ex(i,1)>ex(j,1)) && (ex(i,1)<ex(j,2))

```

```

        asoi(1,1)=1;
elseif (ex(i,2)>ex(j,1)) && (ex(i,2)<ex(j,2))
        asoi(1,1)=1;
else
        asoi(1,1)=0;
end

if (ey(i,1)>ey(j,1)) && (ey(i,1)<ey(j,2))
        asoi(1,2)=1;
elseif (ey(i,2)>ey(j,1)) && (ey(i,2)<ey(j,2))
        asoi(1,2)=1;
else
        asoi(1,2)=0;
end

if (ez(i,1)>ez(j,1)) && (ez(i,1)<ez(j,2))
        asoi(1,3)=1;
elseif (ez(i,2)>ez(j,1)) && (ez(i,2)<ez(j,2))
        asoi(1,3)=1;
else
        asoi(1,3)=0;
end

sum=asoi(1,1)+asoi(1,2)+asoi(1,3);

k=k+1;
end
end
end

```

%Ακολουθεί η σχηματική απεικόνιση της μήτρας και των ινών



## 12.Βιβλιογραφία

- [1] William D. Callister, «Επιστήμη και Τεχνολογία των Υλικών», εκδόσεις Τζιόλα
- [2] Ν.Π Ανδριανόπουλος, «Μηχανική των Θραύσεων», εκδόσεις Συμεών, Αθήνα 2006
- [3] Δ. Μανωλάκος, εκπαιδευτικό υλικό μαθήματος «Τεχνολογία και Μηχανική των Σύνθετων Υλικών» <http://courseware.mech.ntua.gr/ml26198/>
- [4] Δ.Ι Παντελής, «Μη Μεταλλικά Τεχνικά Υλικά», εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα 2008
- [5] Γ.Τ Τσαμασφύρος, «Μηχανική Παραμορφώσιμου Σώματος Ι» εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα 1991
- [6] Wikipedia – the free encyclopedia
- [7] M.M.S. Dwaikat, C. Spitas, V. Spitas, «Effect of stochastic nature of the constituents parameters on the predictability of the elastic properties of fibrous nanocomposites», Composites Science and Technology, Vol. 72, 1882-1991, 2012
- [8] M.M.S. Dwaikat, C. Spitas, V. Spitas, «Predicting nonlinear stress-strain curves of unidirectional fibrous composites in consideration of stick-slip», Composites Part B: Engineering, Vol. 44, 501-507, 2013
- [9] M.M.S. Dwaikat, C. Spitas, V. Spitas, « A model for elastic hysteresis of unidirectional fibrous nanocomposites incorporating stick – slip», Material Science and Engineering: A, Vol. 530, 349-356, 2011
- [10] P. Papanikos, D.D. Nikolopoulos, K.I. Tserpes, «Equivalent beams for carbon nanotubes», Computational Materials Science Vol 43, 345-352, 2008
- [11] H.L. Cox, «The elasticity and strength of paper and other fibrous materials», Brit. J. Appl. Phys., Vol. 3, 73-79, 1952
- [12] D.B. Marshall, B.N. Cox, A.G. Evans, «The mechanics of matrix cracking in brittle-matrix fiber composites», Acta Metall. Vol 33, 2013-2021, 1985
- [13] L.N. McCartney, «Mechanics of matrix cracking in brittle-matrix fiber-reinforced composites», Proc. R. Soc. London, Vol. 409, 329-350, 1987

- [14] Ι. Βασιλείου, «Μοντελοποίηση της μηχανικής συμπεριφοράς ινωδών ενισχύσεων σε πλαστική μήτρα και εφαρμογή στην περιοχική συνεχή ενίσχυση οδοντωτών τροχών», Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο (Αθήνα), Αθήνα, 2013
- [15] C. Xinyu, I.J. Beyerlein, L.C. Brinson, «Bridged crack models for toughness of composites reinforced with curved nanotubes», *Mechanics of Materials* Vol. 41, 293-307, 2009
- [16] M. J. Biercuk, M. C.Liaguno, M.Radosavljevic, J. K. Hyun and A. T. Johnson. Carbon nanotube composites for thermal management. *Phys.Lett.* 80 (2002) 2767.
- [17] M. Cadek, J.N. Coleman, V. Barron, K. Hedicke. Morphological and mechanical properties of carbon-nanotube-reinforced semicrystalline and amorphous polymer composites. *Phys.Lett.* 81 (2002) 5123.