



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

**Τομέας Ηλεκτρικών Βιομηχανικών Διατάξεων και Συστημάτων
Αποφάσεων**

**Πρόβλεψη Ηλεκτρικής Κατανάλωσης Κτιρίων
μέσω Ενεργειακών Δεικτών και Μεθόδων
Χρονοσειρών**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

Σταμάτιου Α. Πατεράκη

Υπεύθυνος: Ευάγγελος Σπηλιώτης

Υποψήφιος Διδάκτωρ Ε.Μ.Π.

Επιβλέπων: Βασίλειος Ασημακόπουλος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, 31 Ιουλίου 2014

.....

Πατεράκης Σταμάτιος

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Πατεράκης Σταμάτιος, 2014

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Ο στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η πρόταση μιας ολοκληρωμένης και τυποποιημένης μεθοδολογίας η οποία θα μπορεί να εφαρμοσθεί για την παραγωγή προβλέψεων ενεργειακής κατανάλωσης σε ιεραρχικά δομημένες χρονοσειρές εμπορικών κτιρίων. Η μεθοδολογία αυτή συνδυάζει ένα πρώτο στάδιο στατιστικής επεξεργασίας των διαθέσιμων χρονοσειρών, με ένα δεύτερο στάδιο παραγωγής προβλέψεων, μέσω διαγωνισμού μεταξύ διαθέσιμων μοντέλων πρόβλεψης.

Στο πρώτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα πιθανά περιβαλλοντικά και οικονομικά οφέλη, λόγω των αυστηρών νομοθετικών ρυθμίσεων και κανονισμών που εφαρμόζονται, που συνοψίζουν τους λόγους για τους οποίους η πρόβλεψη ενεργειακών καταναλώσεων κτιρίων έχει αποκτήσει κρίσιμο χαρακτήρα, ενώ πραγματοποιείται και μία συνοπτική βιβλιογραφική επισκόπηση γύρω από τις μεθόδους προβλέψεων που χρησιμοποιούνται σήμερα στο τομέα πρόβλεψης ενεργειακής κατανάλωσης κτιρίων.

Ορίζονται αρχικά τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά των χρονοσειρών, όπως η στασιμότητα, η αυτοσυσχέτιση, η μερική αυτοσυσχέτιση, η τάση, η εποχικότητα, καθώς και οι διάφορες μέθοδοι στατιστικής ανάλυσης και ελέγχων που χρησιμοποιήθηκαν. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στον έλεγχο κανονικότητας, ο οποίος αποτελεί το κριτήριο για περαιτέρω επεξεργασία των δεδομένων. Προσδιορίζονται επίσης εκτενώς οι μεθοδολογίες προβλέψεων σε χρονοσειρές που μπορούν να οργανωθούν σε ιεραρχικό τύπο δομής. Ακολουθεί η περιγραφή της διαδικασίας επιλογής του καταλληλότερου μοντέλου πρόβλεψης μέσω του διαγωνισμού ανάμεσα στα διαθέσιμα μοντέλα χρονοσειρών και παράγονται οι τελικές προβλέψεις ανά ιεραρχικό επίπεδο.

Στη συνέχεια, παρουσιάζεται μια εναλλακτική προσέγγιση μέσω ενός παραμετρικού μοντέλου πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης, το οποίο αξιοποιεί ως μεταβλητές πιθανά διαθέσιμους ενεργειακούς δείκτες. Οι μεταβλητές επιλέγονται έπειτα από μια τεχνική ομαδοποίησης, η οποία χρησιμοποιεί ως κριτήριο επιλογής τη διασπορά και συσχέτιση μεταξύ των διαθέσιμων μεταβλητών και της ενεργειακής κατανάλωσης.

Τέλος, η εργασία περιλαμβάνει δύο μελέτες εφαρμογής. Η πρώτη αναφέρεται σε εστιατόριο-ταχυφαγείο, ενώ η δεύτερη σε καταστήματα τραπεζών. Με βάση τα αποτελέσματα εξάγονται συμπεράσματα γύρω από την ακρίβεια των προβλέψεων ανάμεσα στις δύο προσεγγίσεις. Η πρώτη σύγκριση αφορά μόνο τη μεθοδολογία χρονοσειρών, ενώ η δεύτερη συμπεριλαμβάνει και το παραμετρικό μοντέλο, επιτρέποντάς μας να πραγματοποιήσουμε μια πειραματική σύγκριση των δύο προσεγγίσεων.

Λέξεις Κλειδιά: Τεχνικές Προβλέψεων, ενεργειακοί δείκτες, διαχείριση ενέργειας, μέθοδοι εξοικονόμησης ενέργειας

Abstract

Due to potential environmental and economic benefits, as well as more strict regulation standards recently introduced, commercial building energy consumption estimation has become a pivotal approach to accomplish efficient energy consumption and emissions reduction.

Thus far, various methods have been developed using engineering, statistical or hybrid models, with models based on past data generally yielding fast and accurate results. In this study, a forecasting methodology which can be applied to hierarchically organized time series in order to provide forecasts, based on historical data of energy consumption groups is proposed. This methodology consists of two main stages.

The first stage involves an effective time series analysis where the most important characteristics of the time series, such as the stationarity, autocorrelation, partial autocorrelation, and trend and seasonality are examined. Emphasis is given on normality tests, which are the criterion for further data process. After a competition procedure between the forecasting models available, three hierarchical approaches are applied, in order to obtain the final forecasts per hierarchical level.

However, the energy performance in buildings is influenced by many factors, such as the operation of sub-level components like lighting and HVAC systems. Therefore, the most significant and representative Energy Indicators are defined, then selected using clustering techniques and incorporated to a parametric forecasting model, in order to evaluate the building's future energy performance.

Finally, two case studies are conducted in order to compare these two methods in terms of errors and residuals and examine whether the inclusion of energy performance indicators in linear models could improve multi-step ahead energy consumption forecasting accuracy.

Keywords: forecasting, energy indicators, energy assessment, energy saving techniques, hierarchical time series

Πρόλογος

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στον τομέα Συστημάτων Απόφασης της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του ΕΜΠ, στο πλαίσιο των ερευνητικών δραστηριοτήτων του Εργαστηρίου της Μονάδας Προβλέψεων και Στρατηγικής.

Αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας είναι η πρόβλεψη ενεργειακών καταναλώσεων κτιρίων του εμπορικού τομέα, μέσω μεθόδων που χρησιμοποιούν ενεργειακούς δείκτες, και μοντέλα χρονοσειρών.

Θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές και ειλικρινείς μου ευχαριστίες στον Καθηγητή της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου κ. Βασίλειο Ασημακόπουλο για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο θέμα, καθώς και για την ενθάρρυνση και τη βοήθεια του.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτορα της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου κ. Ευάγγελο Σπηλιώτη για τη συνεχή παρακολούθηση της πορείας της διπλωματικής μου εργασίας, την καθοδήγησή του, τις πολύτιμες συμβουλές και το ενδιαφέρον που έδειξε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας.

Πατεράκης Α. Σταμάτιος

Ιούλιος 2014

Περιεχόμενα

Περίληψη	iii
Abstract	iv
Προλόγος.....	v
Περιεχόμενα.....	vi
Κατάλογος Σχημάτων	x
Κατάλογος Πινάκων.....	xii
Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή	1

1.1 Σημασία των κτιριακών ενεργειακών καταναλώσεων σε διεθνές επίπεδο	1
1.2 Βιβλιογραφική επισκόπηση της παραγωγής προβλέψεων για ενεργειακές καταναλώσεις σε εμπορικά κτίρια.....	4
1.3 Ενεργειακές καταναλώσεις και χρήσεις σε Τράπεζες	7
1.4 Ενεργειακές καταναλώσεις και χρήσεις σε Εστιατόρια.....	8

Κεφάλαιο 2: Χρονοσειρές..... 11

2.1 Βασικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών.....	11
2.1.1 Ροπές στοχαστικής διαδικασίας ως συναρτήσεις του χρόνου.....	11
2.1.2 Στασιμότητα και αυτοσυσχέτιση.....	12
2.1.3 Εποχικότητα	14
2.1.4 Τάση	16
2.1.5 Κυκλικότητα	17
2.1.6 Τυχειότητα.....	18
2.2 Στατιστικοί Έλεγχοι.....	18
2.2.1 Μηδενική και Εναλλακτική υπόθεση - Πορεία ελέγχου	19
2.2.2 Έλεγχος κανονικότητας	22
2.2.4 Στατιστικός έλεγχος στασιμότητας των Kwiatkowski, Phillips, Schmidt & Shin (KPSS TEST).....	28
2.3 Μέθοδοι ανάλυσης και επεξεργασίας της αρχικής χρονοσειράς.....	29
2.3.1 Ομαδοποίηση (Clustering)	29

2.3.2 Απαλοιφή της εποχικότητας.....	30
2.3.3 Στασιμότητα, μη-στασιμότητα και σταθεροποίηση διασποράς.....	33

Κεφάλαιο 3: Τεχνικές Προβλέψεων 37

3.1 Γενικά για τις προβλέψεις.....	37
3.2 Κατηγορίες μεθόδων πρόβλεψης.....	37
3.3 Μοντέλα πρόβλεψης.....	39
3.3.1 Μοντέλα ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average models).....	39
3.3.2 Μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης.....	45
3.3.3 Μοντέλα παλινδρόμησης.....	50
3.3.4 Μέθοδος Theta.....	52
3.3.5 Παραμετρικό αιτιοκρατικό μοντέλο.....	53
3.4 Είδη σφαλμάτων.....	55
3.5 Προβλέψεις Ιεραρχικών Χρονοσειρών.....	57
3.5.1 Γενικά για τις Ιεραρχικές Χρονοσειρές.....	57
3.5.2 Η μεθοδολογία bottom-up.....	60
3.5.3 Η μεθοδολογία Top-down.....	61
3.5.4 Η μεθοδολογία Middle-out.....	62
3.5.5 Η μεθοδολογία optimal combination.....	62
3.6 Επικύρωση, προσαρμογή & αξιολόγηση των μεθόδων (Validation & Evaluation)	64
3.6.1 Επικύρωση μεθόδου πρόβλεψης εντός και εκτός δείγματος.....	64
3.6.2 Επιλογή αρχικού σημείου (origin).....	64
3.6.3 Η μέθοδος της ολισθαίνουσας προσομοίωσης (rolling horizon).....	65
3.6.4 Επιλογή κατάλληλου τύπου σφάλματος κατά τη διαδικασία της αξιολόγησης.....	66

Κεφάλαιο 4: Παραγωγή προβλέψεων μέσω μεθοδολογίας χρονοσειρών 67

4.1 Παρουσίαση της μεθοδολογίας χρονοσειρών.....	67
4.2 Case study: Παραγωγή προβλέψεων ενεργειακής κατανάλωσης σε δίκτυο τράπεζας με πέντε υποκαταστήματα.....	71
4.2.1 Επισκόπηση του προβλήματος & συλλογή των δεδομένων.....	71
4.2.2 Εφαρμογή της μεθόδου.....	72
4.2.3 Αποτελέσματα.....	74

Κεφάλαιο 5: Ενεργειακές προβλέψεις μέσω παραμετρικού μοντέλου..... 79

5.1 Μεθοδολογία κατασκευής του παραμετρικού μοντέλου	79
5.1.1 Η ιδέα της μεθόδου.....	79
5.1.2 Εντοπισμός Χρήσεων Κτιρίου.....	79
5.1.3 Επιλογή ενεργειακού δείκτη για την παρακολούθηση κάθε χρήσης	80
5.1.4 Πρόβλεψη ενεργειακής κατανάλωσης ανά χρήση.....	81
5.2 Case Study: Παραγωγή προβλέψεων ενεργειακής κατανάλωσης σε εστιατόριο.....	82
5.2.1 Επισκόπηση του προβλήματος & συλλογή των δεδομένων	82
5.2.2 Εφαρμογή της μεθόδου	83
5.2.3 Αποτελέσματα.....	88

Κεφάλαιο 6: Συμπεράσματα 91

6.1 Γενικά.....	91
6.2 Συμπεράσματα.....	93
6.3 Μελλοντικές Προεκτάσεις	95

Βιβλιογραφία 97

Παράρτημα 101

Παράρτημα Α: Δεδομένα – Αρχικές Χρονοσειρές.....	101
<i>Δεδομένα Τράπεζας</i>	101
<i>Εστιατόριο</i>	110
Παράρτημα Β: Αποτελέσματα σταδίου επικύρωσης μοντέλων πρόβλεψης, case study τραπεζών.....	113
<i>Αττική</i>	113
<i>Γλυφάδα</i>	121
<i>Μακρυγιάννη</i>	129
<i>Παλλήνη</i>	137
<i>Χολαργός</i>	145
Παράρτημα Γ: Αποτελέσματα σταδίου αξιολόγησης μοντέλων πρόβλεψης, case study τραπεζών.....	153
<i>Παράμετροι των μοντέλων χρονοσειρών που χρησιμοποιήθηκαν</i>	153

Τελικές προβλέψεις ανά ιεραρχική μέθοδο..... 155

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1.1 Γράφημα με την ετήσια κύρια ενεργειακή κατανάλωση, εκπομπές CO ₂ και τον πληθυσμό σε μια περίοδο δύο δεκαετιών	2
Σχήμα 1.2 Κατανάλωση ανά τελική χρήση για τους διάφορους τύπους κτιρίων.	2
Σχήμα 1.3 Καταναλώσεις 18 υποκαταστημάτων ελληνικών τραπεζών- κατώτατες, μέγιστες και μέσες τιμές.....	9
Σχήμα 1.3 Ποσοστιαία κατανάλωση εστιατορίων ανά χρήση. Πηγή: Energy Star	9
Σχήμα 1.4 Επιμέρους χρήσεις εστιατορίων ανά κλιματική ζώνη.....	10
Σχήμα 2.1 Χρονοσειρά μηνιαίων πωλήσεων ενός καταστήματος.....	15
Σχήμα 2.2 Τριμηνιαία μεταβολή του ΑΕΠ: Μια χρονοσειρά με έντονα τα χαρακτηριστικά της τάσης και της εποχικότητας.....	16
Σχήμα 2.3 Γενικός δείκτης χρηματιστηρίου Αθηνών	18
Σχήμα 2.4 Όρια σημαντικότητας σε σχέση με το μέγεθος του δείγματος	22
Σχήμα 2.5 Παράδειγμα χρήσης του πακέτου ClustOfVar και της συνάρτησης hclustvar....	30
Σχήμα 2.6 Αρχική χρονοσειρά ως είσοδος προς αποεποχικοποίηση.....	32
Σχήμα 2.7 Ανάλυση χρονοσειράς με απλή πολλαπλασιαστική αποεποχικοποίηση.....	32
Σχήμα 2.8 Αποτελέσματα ανάλυσης χρονοσειράς με απλή πολλαπλασιαστική αποεποχικοποίηση.....	33
Σχήμα 2.9 Σταθεροποίηση της διασποράς της χρονοσειράς του μοντέλου εκτίμησης του όγκου Βιομάζας από της Αυστριακής Εθνική Δασικής Απογραφής	35
Σχήμα 3.1 Παράδειγμα Ιεραρχικής χρονοσειράς τριών επιπέδων.....	59
Σχήμα 3.2 Σχηματική απεικόνιση ιεραρχίας και των προσεγγίσεων Top Down & Bottom Up	62
Σχήμα 4.1 Διάγραμμα ροής της πρώτης φάσης της μεθοδολογίας χρονοσειρών.....	68
Σχήμα 4.2 Διάγραμμα ροής της δεύτερης φάσης της μεθοδολογίας χρονοσειρών.....	70
Σχήμα 4.3 Διάγραμμα ροής της τρίτης φάσης της μεθοδολογίας χρονοσειρών	71
Σχήμα 4.4 Ιεραρχικό διάγραμμα για το case study τράπεζας.....	72
Σχήμα 4.5 Μέσο σφάλμα MAPE ανά ιεραρχική μέθοδο για ορίζοντες 1 έως 7 (ίσα βάρη ανά επίπεδο)	724
Σχήμα 4.6 Μέση βελτίωση σφάλματος MAPE συγκριτικά με το Benchmark ανά ιεραρχική μέθοδο (h = 1 έως 3)	724
Σχήμα 4.7 Μέση βελτίωση σφάλματος MAPE συγκριτικά με το Benchmark ανά ιεραρχική μέθοδο (h = 1 έως 3)	725
Σχήμα 4.8 Βελτίωση σφάλματος MAPE σε σχέση με το Benchmark ανά ορίζοντα πρόβλεψης	85

Σχήμα 5.1 Ιεραρχικό διάγραμμα για το case study εστιατορίου	83
Σχήμα 5.2 Δενδρόγραμμα ομοιογένειας για το case study εστιατορίου	84
Σχήμα 5.3 Μέσο σφάλμα MAPE ανά ιεραρχική μέθοδο για ορίζοντες από 1 έως 7 (ίσα βάρη ανά επίπεδο)	84
Σχήμα 5.4 Μέση βελτίωση σφάλματος MAPE συγκριτικά με το Benchmark ανά ιεραρχική μέθοδο	84

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1.1 Κατανάλωση ανά τύπο κτιρίου στις Η.Π.Α.	3
Πίνακας 1.2 Ενεργειακές επιμέρους καταναλώσεις σε κτίρια γραφείων ανά χρήση	3
Πίνακας 2.1 Βασικές ροπές μιας χρονοσειράς, ανάλογα αν αντιμετωπίζεται ως στοχαστική διαδικασία ή χρονοσειρά ή παρατηρήσεων	14
Πίνακας 2.2 Κατάσταση σφάλματος και έλεγχος υποθέσεως.....	20
Πίνακας 2.3 Σύγκριση ισχύος ελέγχων κανονικότητας για συμμετρικές μη-κανονικές κατανομές	24
Πίνακας 2.4 Σύγκριση ισχύος ελέγχων κανονικότητας για ασύμμετρες μη-κανονικές κατανομές	25
Πίνακας 2.5 Αξιολόγηση της ισχύος των τεστ κανονικότητας για το σύνολο των κατανομών που ελέγχθηκαν	26
Πίνακας 4.1 Συγκεντρωμένα αποτελέσματα σφάλματος MAPE μέσω της μεθοδολογίας χρονοσειρών, case study τράπεζας.....	75
Πίνακας 4.2 Συγκεντρωμένα αποτελέσματα σφάλματος MAPE, Benchmark, case study τράπεζας.....	75
Πίνακας 5.1 Προβλέψεις για τις χρονοσειρές του εστιατορίου, μέσω του παραμετρικού μοντέλου ($h=7$)	85
Πίνακας 5.21 Τελικές προβλέψεις Bottom Up μέσω του παραμετρικού μοντέλου για τις χρονοσειρές εστιατορίου	88
Πίνακας 5.3 Τελικές προβλέψεις Top Down μέσω του παραμετρικού μοντέλου για τις χρονοσειρές εστιατορίου	88
Πίνακας 5.4 Τελικές προβλέψεις Optimal μέσω του παραμετρικού μοντέλου για τις χρονοσειρές εστιατορίου	88
Πίνακας 5.5 Συγκεντρωμένα αποτελέσματα σφάλματος MAPE, Benchmark μέσω της μεθοδολογίας χρονοσειρών, case study εστιατορίου.....	89
Πίνακας 5.6 Συγκεντρωμένα αποτελέσματα σφάλματος MAPE μέσω του παραμετρικού μοντέλου, case study εστιατορίου.....	89
Πίνακας 5.7 Συγκεντρωμένα αποτελέσματα σφάλματος MAPE, SES, case study εστιατορίου.....	89

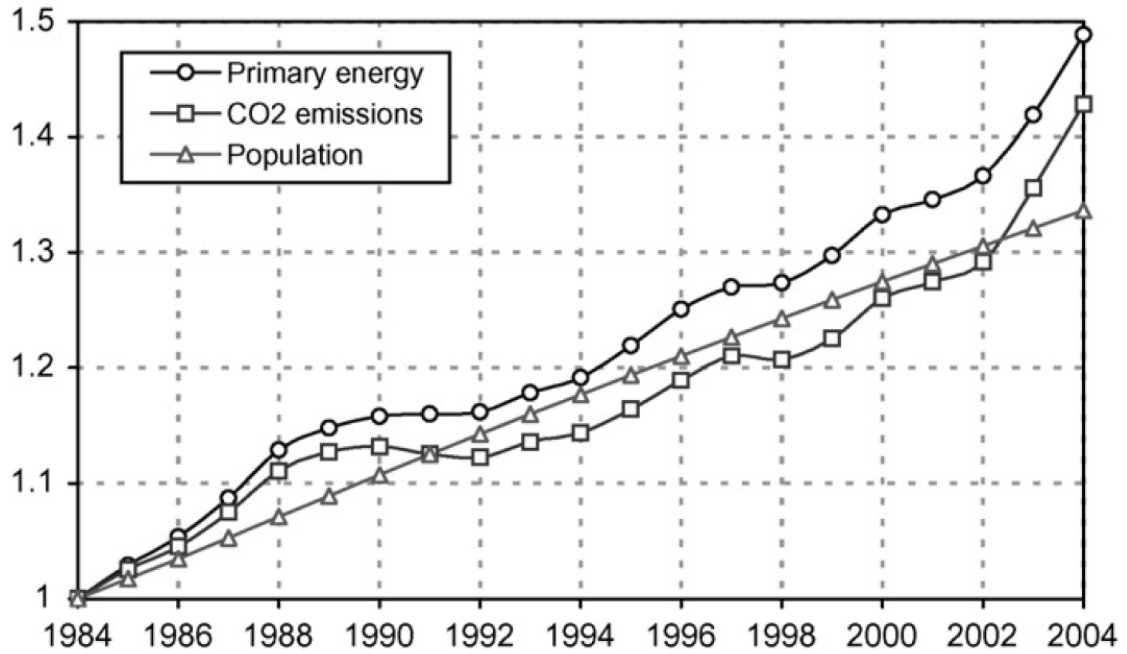
1

Εισαγωγή

1.1 Σημασία των κτιριακών ενεργειακών καταναλώσεων σε διεθνές επίπεδο

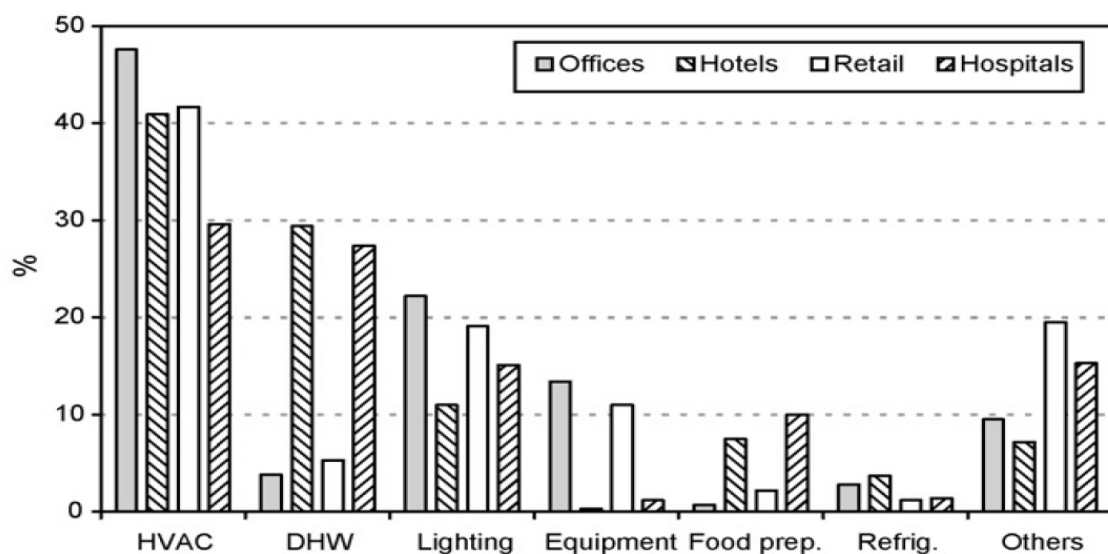
Η συνεχώς αυξανόμενη ενεργειακή χρήση σε παγκόσμιο επίπεδο έχει εγείρει ανησυχίες σχετικά με προβλήματα τροφοδότησης, εξάντλησης ενεργειακών αποθεμάτων καθώς και περιβαλλοντικού αντίκτυπου (φαινόμενα θερμοκηπίου, κλιματικής αλλαγής κ.ά.) . Η παγκόσμια συνεισφορά, τόσο των εμπορικών, όσο και των κτιρίων κατοικίας στη συνολική ενεργειακή χρήση αυξάνεται με σταθερό ρυθμό και έχει ανέρχεται σε ποσοστά μεταξύ του 20 και 30% στις αναπτυγμένες χώρες, έχοντας παράλληλα ξεπεράσει άλλους νευραλγικούς τομείς: τη βιομηχανία και τις μεταφορές.

Η αύξηση του πληθυσμού, καθώς και της ζήτησης κτιριακών υπηρεσιών και του επιπέδου ανέσεων, σε συνδυασμό με το γεγονός ότι οι άνθρωποι περνούν όλο και περισσότερο χρόνο εντός των κτιρίων, διασφαλίζουν ότι η ανοδική τάση της ενεργειακής ζήτησης θα συνεχιστεί και στο μέλλον.



Σχήμα 1.1 Γράφημα με την ετήσια κύρια ενεργειακή κατανάλωση, εκπομπές CO₂ και τον πληθυσμό σε μια περίοδο δύο δεκαετιών

Για τον λόγο αυτό, η ενεργειακή αποδοτικότητα στα σύγχρονα κτίρια είναι ένας από τους κυριότερους αντικειμενικούς στόχους της σύγχρονης ενεργειακής πολιτικής σε τοπικό, εθνικό αλλά και διεθνές επίπεδο. Τα συστήματα θέρμανσης και κλιματισμού (HVAC) είναι τα πλέον απαιτητικά σε επίπεδο ενεργειακής κατανάλωσης και είναι υπεύθυνα για περίπου το 50% της κτιριακής και 20% της συνολικής κατανάλωσης στις Η.Π.Α και γενικότερα για το 10-20% της τελικής ενεργειακής χρήσης στις αναπτυγμένες χώρες.



Σχήμα 1.2 Κατανάλωση ανά τελική χρήση για τους διάφορους τύπους κτιρίων. (Πηγή: EIA)

Οι εμπορικές κτιριακές εγκαταστάσεις και κυρίως τα γραφεία, τοποθετούνται στην κατηγορία κτιρίων με τις υψηλότερες ενεργειακές απαιτήσεις.

Τύπος κτιρίου	$\frac{kWh}{m^2}$	Αναλογία
Κατοικίες	147	1
Λιανική	233	1,6
Σχολεία	262	1,8
Γραφεία	293	2
Ξενοδοχεία	316	2,1
Supermarkets	631	4,3
Νοσοκομεία	786	5,3
Εστιατόρια	814	5,5
Έτος: 2013 Πηγή : EIA		

Πίνακας 1.1 Κατανάλωση ανά τύπο κτιρίου στις Η.Π.Α.

Η συνολική ετήσια ενεργειακή χρήση σε κτίρια γραφείων κυμαίνεται από 100 έως 1000 kWh/m², ανάλογα με τη γεωγραφική τοποθεσία, τη χρήση και το είδος του εξοπλισμού, χρονοδιαγράμματα λειτουργίας, χρήση συστημάτων θέρμανσης και κλιματισμού, τύπος φωτισμού, κ.ά. . Στη Βόρεια Ευρώπη, η ενεργειακή κατανάλωση γραφείων βρίσκεται στο εύρος 269-350 kWh/m² ετησίως, ενώ το ίδιο μέγεθος γενικότερα στην Ευρώπη υπολογίζεται περίπου στα 306 kWh/m², με μέσο δείκτη ηλεκτρικής κατανάλωσης 150 kWh/m² ανά έτος και μέσο δείκτη κατανάλωσης καυσίμων 158 kWh/m² ανά έτος.

Πρόσφατα, σύμφωνα με μια απογραφή της ενεργειακής χρήσης 123 Σουηδικών κτιριακών εγκαταστάσεων γραφείων διαφορετικής παλαιότητας η μέση ετήσια κατανάλωση ανά κτίριο ήταν 210 kWh/m², με υψηλή κατανάλωση ανά τετραγωνικό μέτρο (93 kWh/m² ετησίως χωρίς να συνυπολογισθεί η θέρμανση).

Κατανάλωση	Η.Π.Α. (%)	Μ. Βρετανία	Ισπανία (%)
HVAC	48	55	52
Φωτισμός	22	17	33
Εξοπλισμός (εφαρμογές)	13	5	10
Θέρμανση Νερού	4	10	-
Προετοιμασία τροφίμων	1	5	-
Ψύξη	3	5	-
Λοιπές καταναλώσεις	10	4	5
Πηγές : EIA, BRE, IDAE			

Πίνακας 1.2 Ενεργειακές επιμέρους καταναλώσεις σε κτίρια γραφείων ανά χρήση

Συνεπώς, ο προσδιορισμός, η μέτρηση, ο περιορισμός και η βελτίωση των σχετικών ενεργειακών δεικτών είναι απαραίτητα στοιχεία μιας επιτυχημένης ενεργειακής πολιτικής, η οποία έχει ως στόχο την αποδοτικότητα εντός του κτιριακού τομέα.

1.2 Βιβλιογραφική επισκόπηση της παραγωγής προβλέψεων για ενεργειακές καταναλώσεις σε εμπορικά κτίρια

Δεδομένης λοιπόν των υψηλών ενεργειακών απαιτήσεων των εμπορικών κτιρίων, έχει δημιουργηθεί η ανάγκη βελτιστοποίησης της ενεργειακής αποδοτικότητάς τους. Η πρόβλεψη των ενεργειακών καταναλώσεων μπορεί να συμβάλλει καθοριστικά προς αυτή την κατεύθυνση. Η προσδιορισμός όμως των αναμενόμενων χρήσεων είναι μια απαιτητική και σύνθετη διαδικασία, αφού πρόκειται για ένα μέγεθος το οποίο επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες, όπως ο τύπος, οι διαστάσεις, η τοποθεσία, οι εξωτερικές κλιματολογικές συνθήκες και οι ιδιαιτερότητες του εκάστοτε κτιρίου προς μελέτη.

Το αποτέλεσμα είναι να υπάρχει μια πληθώρα τόσο λεπτομερών, όσο και απλοποιημένων μεθόδων πρόβλεψης της συνολικής ενεργειακής κατανάλωσης ή μιας συγκεκριμένης χρήσης. Επιπλέον, οι διάφορες μέθοδοι μπορεί να προσεγγίζουν το πρόβλημα είτε με συγκεκριμένες μορφές ενέργειας, είτε με την ισοδύναμη συνολική ενεργειακή κατανάλωση του κτιρίου. Ένας άλλος τρόπος διαχωρισμού είναι σύμφωνα με την χρήση των μεθόδων πρόβλεψης. Οι σημαντικότερες είναι οι στατιστικές μέθοδοι, οι engineering μέθοδοι και οι μέθοδοι τεχνητής νοημοσύνης οι οποίες αναλύονται περαιτέρω στα νευρωνικά δίκτυα και στις μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης.

Όπως είναι αναμενόμενο, κάθε μέθοδος έχει τα δικά της πλεονεκτήματα και η τελική επιλογή καθορίζεται από παράγοντες όπως τα διαθέσιμα δεδομένα και η ζητούμενη ακρίβεια και πολυπλοκότητα. Οι engineering μέθοδοι μπορούν να πετύχουν μεγάλη ακρίβεια, αλλά απαιτούν μεγάλο όγκο δεδομένων και προϋποθέτουν σύνθετες και χρονοβόρες μοντελοποιήσεις προσαρμοσμένες στο συγκεκριμένο κτίριο προς μελέτη. Οι μέθοδοι τεχνητής νοημοσύνης μπορούν να πετύχουν αντίστοιχα μικρές αποκλίσεις χάρη στη μη-γραμμική φύση τους, αλλά θα πρέπει να ληφθούν υπ'όψιν οι υψηλές τους απαιτήσεις σε δεδομένα και ο μεγάλος βαθμός πολυπλοκότητας που τις χαρακτηρίζει. Τέλος, οι στατιστικές μέθοδοι είναι αυτές οι οποίες έχουν την ευκολότερη εφαρμογή και σχεδιασμό αλλά πολλές φορές δεν προσφέρουν ικανοποιητική ακρίβεια. Το βασικότερο πλεονέκτημά τους είναι το γεγονός ότι δεν απαιτούν πληροφορίες για τα φυσικά μεγέθη που περιγράφουν, επομένως είναι μια αξιόπιστη επιλογή όταν δεν έχουμε δεδομένα για το κτίριο προς μελέτη. Η μόνη απαίτηση είναι συνήθως η κατασκευή μιας γραμμικής σχέσης

και η συλλογή επαρκούς πλήθους δεδομένων για να προσαρμοστεί σωστά η σχέση αυτή. Η μεθοδολογία που προτείνεται στην εργασία αυτή βασίζεται σε στατιστικές τεχνικές.

Οι στατιστικές μέθοδοι κατά βάση χρησιμοποιούν εμπειρικά μοντέλα τα οποία συσχετίζουν την ενεργειακή κατανάλωση με μεταβλητές που την επηρεάζουν. Για την ενεργειακή κατανάλωση σε κτίρια, η μέθοδος της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης είναι η συνηθέστερη. Οι περισσότερες μέθοδοι, συσχετίζουν την κατανάλωση με κλιματολογικές μεταβλητές, όπως η μέθοδος Eta, η οποία υπολογίζει τα φορτία θέρμανσης και κλιματισμού που είναι προς όφελος του κτιρίου και παράγει αποτελέσματα αθροίζοντάς τα με τις αντίστοιχες θερμικές απώλειες. Άλλες κλασσικές προσεγγίσεις όπως αυτή της μεθόδου Prism παράγουν προβλέψεις συνδέοντας την μέση μηνιαία κατανάλωση με την μέση εξωτερική θερμοκρασία. Το 2005, ο Ansari δημιούργησε ένα υπολογιστικό εργαλείο για τον υπολογισμό της κατανάλωσης κλιματισμού βάσει φυσικών χαρακτηριστικών του κτιρίου όπως το πλήθος των παραθύρων, τον προσανατολισμό αλλά και τον τύπο των τοίχων και της οροφής του. Ο Ma προσέγγισε το πρόβλημα μέσω πολλαπλών γραμμικών παλινδρομήσεων και αυτοπαλινδρομούμενων μεθόδων. Τα μοντέλα τα οποία εφαρμόστηκαν σε δημόσια κτίρια μεγάλης κλίμακας χρησιμοποιούν όρους ισχύος ως είσοδο και εφαρμόζονται μέσω προσομοίωσης στο περιβάλλον της Matlab. Οι προβλέψεις έχουν μηνιαίο ορίζοντα και περιγράφουν αποτελεσματικά την τάση της ενεργειακής κατανάλωσης. Πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση χρησιμοποιήθηκε επίσης από τον Aranda για να προβλέψει την κατανάλωση σε 55 κτίρια στην Ισπανία. Αφού επιβεβαίωσε τη συσχέτιση ανάμεσα σε πολλές μεταβλητές όπως το πλήθος των εργαζομένων, την ετήσια κατανάλωση, την ηλικία του κτιρίου, την σφοδρότητα του καύσωνα για το καλοκαίρι και την επιφάνεια των γραφείων δημιούργησε τρία ξεχωριστά μοντέλα πρόβλεψης που αναφέρονται στους διάφορους τύπους κτιρίων, ανάλογα με το βαθμό της χειμερινής-καλοκαιρινής σφοδρότητας του εκάστοτε κτιρίου.

Παρόλο που τα μοντέλα πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης θεωρούνται μια αξιόπιστη και αποτελεσματική επιλογή για ενεργειακές προβλέψεις, η αλληλοσυσχέτιση των μεταβλητών πολλές φορές οδηγεί σε άστοχη αξιολόγηση της σημαντικότητάς τους και να εισάγουν αστάθειες στο μοντέλο. Οι Reddy και Claridge πρότειναν κάποιους βασικούς κανόνες ώστε να εξαλείψουν τέτοιες αστάθειες συνδυάζοντας τα μοντέλα με ανάλυση σε κύρια συστατικά. Στη μελέτη τους, μεγέθη όπως η εξωτερική θερμοκρασία, η υγρασία και η ηλιακή ακτινοβολία θεωρήθηκαν ως σημαντικές μεταβλητές.

Μία απλούστερη προσέγγιση έγινε από τον Cho, ο οποίος θεώρησε τη θερμοκρασία ως τη μόνη μεταβλητή που επηρεάζει το φορτίο της θέρμανσης. Το μοντέλο που κατασκεύασε όριζε την κατανάλωση ως συνάρτηση της θερμοκρασίας και του μήκους της μετρούμενης

περιόδου, με ορίζοντα μιας μέρας, μιας εβδομάδας ή τριών μηνών, χωρίς όμως να σημειώνει ικανοποιητικά αποτελέσματα για σύντομο ορίζοντα.

Μια άλλη μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε σε αρκετές υλοποιήσεις, είναι αυτή των Δεικτών Ενεργειακής Κατανάλωσης. Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση, μεγέθη τα οποία συνδέονται με υψηλή συσχέτιση με το παρατηρούμενο μέγεθος, όπως για παράδειγμα η ποσοστιαία ενεργειακή χρήση, το πλήθος των γραφείων/εργαζομένων τα οποία μπορούν να αξιοποιηθούν για την εκτίμηση του επιπέδου της κατανάλωσης αλλά και την σύγκριση με τους ίδιους δείκτες σε παρόμοια περιβάλλοντα και εξαγωγή συμπερασμάτων για την ενεργειακή αποδοτικότητα.

Τέλος, οι Mestekemper, Kauermann και Smith πρότειναν μια οριζόντια ιεραρχική μεθοδολογία (με άξονα τον χρόνο), υποστηρίζοντας ότι η ακρίβεια των προβλέψεων αυξάνεται εάν η διαδικασία πραγματοποιείται ξεχωριστά για κάθε ώρα. Τα στιγμιαία και καιρικά χαρακτηριστικά προσδιορίζονται από εξομάλυνση μέσω μιας ημι-παραμετρικής παλινδρόμησης, ενώ για τον εντοπισμό εξαρτήσεων της χρονοσειράς χρησιμοποιούνται αυτοπαλινδρομούμενα και δυναμικά μοντέλα.

Σε επίπεδο παραγωγής προβλέψεων με τη χρήση μοντέλων χρονοσειρών, δεν υπάρχει κάποιος ειδικός χειρισμός όταν πρόκειται για ενεργειακά δεδομένα και πέρα από τη μελέτη του Ε. Σπηλιώτη (2013), υπάρχει ένα βιβλιογραφικό κενό.

Στην εργασία αυτή θα προσπαθήσουμε να εκμεταλλευτούμε την εφαρμογή ενός άμεσου και αποτελεσματικού στατιστικού φίλτρου στα δεδομένα, καθώς επίσης και το γεγονός ότι οι ηλεκτρικές καταναλώσεις σε εμπορικά κτίρια μπορούν σε σχεδόν όλες τις περιπτώσεις να αναλυθούν ιεραρχικά λόγω της άμεσα αθροιστικής τους διάταξης (από τις επιμέρους ενεργειακές χρήσεις στη συνολική κατανάλωση του κτιρίου).

Ακολουθεί μια βιβλιογραφική επισκόπηση για τις καταναλώσεις και τις επικρατέστερες επιμέρους χρήσεις σε τράπεζες και εστιατόρια, που είναι και οι τύποι κτιρίων που θα μας απασχολήσουν στις μελέτες εφαρμογής των κεφαλαίων 4 και 5, αντίστοιχα.

Ακολουθεί μια βιβλιογραφική επισκόπηση για τις καταναλώσεις και τις επικρατέστερες επιμέρους χρήσεις σε τράπεζες και εστιατόρια, που είναι και οι τύποι κτιρίων που θα μας απασχολήσουν στις έρευνες μελέτης των κεφαλαίων 4 και 5, αντίστοιχα.

1.3 Ενεργειακές καταναλώσεις και χρήσεις σε Τράπεζες

Σύμφωνα με την EnergyStar, σε μελέτη που έγινε το 2011 σε κτίρια όπου στεγάζονταν γραφεία, βρέθηκαν τρεις παράγοντες απ' τους οποίους επηρεάζεται έντονα η κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας. Αυτοί είναι το ωράριο λειτουργίας ανά βδομάδα, ο αριθμός εργαζομένων και ο αριθμός των ημερών λειτουργίας του κλιματισμού για ψύξη (Cooling Degree Days).

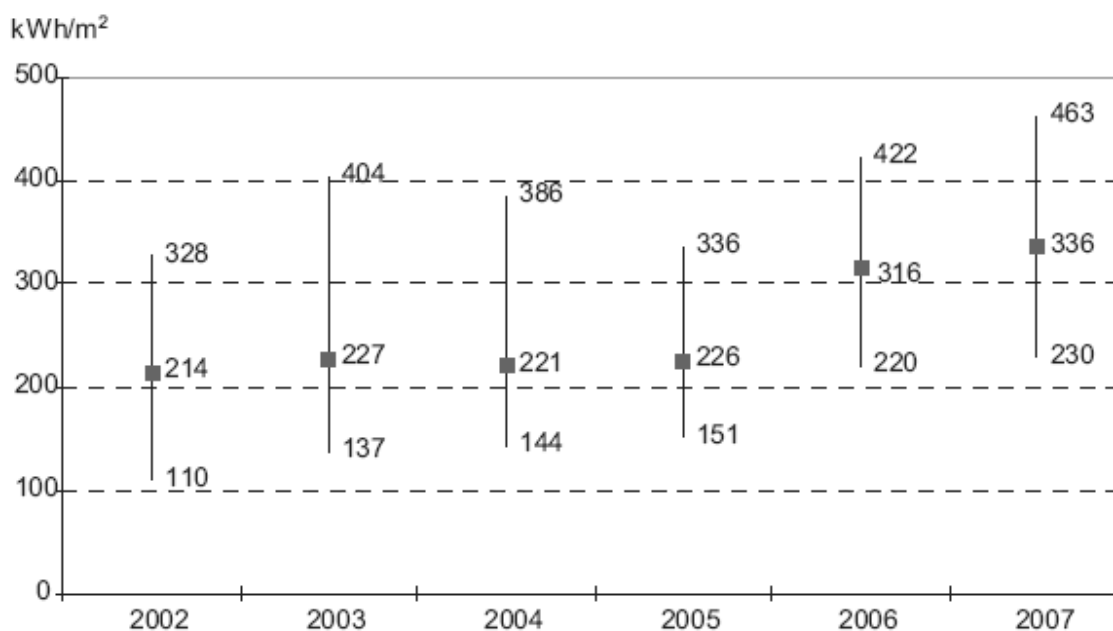
Οι πλέον ενεργοβόρες χρήσεις σε γραφεία τραπεζών είναι ο κλιματισμός και ο φωτισμός, όπως τα περισσότερα κτίρια που στεγάζουν αποκλειστικά γραφεία και υπηρεσίες.

Θέλοντας λοιπόν να εντοπίσουμε τις βασικές χρήσεις σε μία τράπεζα, αξιοποιήσαμε τα στοιχεία μίας μελέτη που έγινε το 2010 για 40 υποκαταστήματα σε τράπεζες της Ελλάδος σε μία περίοδο 6 ετών, με στόχο τον υπολογισμό κάποιων δεικτών ενεργειακής κατανάλωσης σε αυτές ανά χρήση. Είναι επομένως ασφαλές να υποθέσουμε ότι τα αποτελέσματα είναι αντιπροσωπευτικά για τα υπό μελέτη υποκαταστήματα.

Σύμφωνα με αυτήν την έρευνα, οι βασικές χρήσεις στις τράπεζες είναι ο φωτισμός, το HVAC και ο τεχνικός εξοπλισμός (υπολογιστές, ATM's, κάμερες CCTV) και οι τράπεζες σημείωσαν συνολικά κατά μέσο όρο κατανάλωση 28,8 kWh/m² μηνιαίως, ή 345,7 kWh/m² ετησίως, εκ των οποίων τα 118,7 kWh/m² αναφέρονται στο φωτισμό, τα 159,5 kWh/m² στο HVAC και τα 67,5 kWh/m² στον ηλεκτρονικό εξοπλισμό. Τα νούμερα αυτά αντιστοιχούν σε ποσοστά 35%, 48% και 17% αντίστοιχα.

Επιπλέον, βρέθηκε ετήσια κατανάλωση 4298 έως 9650 kWh ανά εργαζόμενο, με μέση τιμή 6993 kWh/εργαζόμενο και κατανάλωση 101,6 kWh/m³ ετησίως.

Η μελέτη αυτή πραγματοποιήθηκε μάλιστα ανά κλιματική ζώνη, χωρίζοντας την Ελλάδα σε 4 αντιπροσωπευτικές ζώνες. Για την κλιματική ζώνη στην οποία ανήκει η Αττική, τα αποτελέσματα ήταν τα εξής:



Σχήμα 1.3 Καταναλώσεις 18 υποκαταστημάτων ελληνικών τραπεζών- κατώτατες, μέγιστες και μέσες τιμές

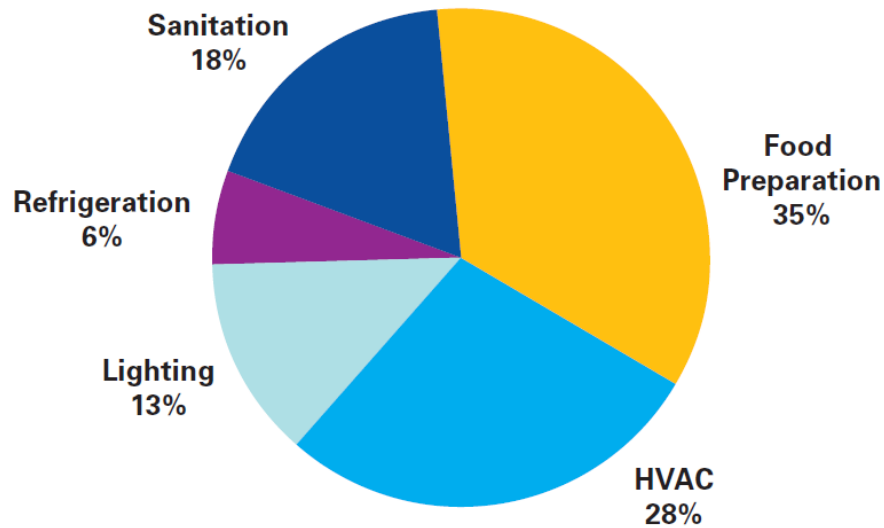
Παράμετροι οι οποίες επηρεάζουν το επίπεδο της κατανάλωσης όπως το πλήθος των εργαζομένων και οι διαστάσεις ή η τοποθεσία του κτιρίου μπορούν να θεωρηθούν αμετάβλητες και δεν έχει νόημα να τις λάβουμε υπ' όψιν μας κατά την κατασκευή ενός αιτιοκρατικού παραμετρικού μοντέλου, το οποίο προκύπτει μέσω διαδικασιών παλινδρόμησης..

1.4 Ενεργειακές καταναλώσεις και χρήσεις σε Εστιατόρια

Η μεγάλη ανάγκη των εστιατορίων σε ενέργεια προκύπτει από ένα συνδυασμό παραγόντων όπως οι υψηλές απαιτήσεις σε ένταση φωτισμού, διατήρηση της θερμοκρασίας τόσο στους χώρους εξυπηρέτησης, όσο και στους χώρους αποθήκευσης πρώτων υλών, πλήθος ηλεκτρικών συσκευών σε αναμονή κ.ά. Η μελέτη των εστιατορίων από τη σκοπιά της ενεργειακής κατανάλωσης παρουσιάζει μεγάλο ενδιαφέρον, καθώς κατά μέσο όρο, ένα εστιατόριο έχει την τριπλάσια κατανάλωση σε σχέση με μια κατοικία αντίστοιχων διαστάσεων.

Σύμφωνα με την EnergyStar, οι πιο ενεργοβόρες χρήσεις σε ένα σύνηθες εστιατόριο είναι οι εξής, όπως αυτές παρουσιάζονται στο ακόλουθο σχήμα:

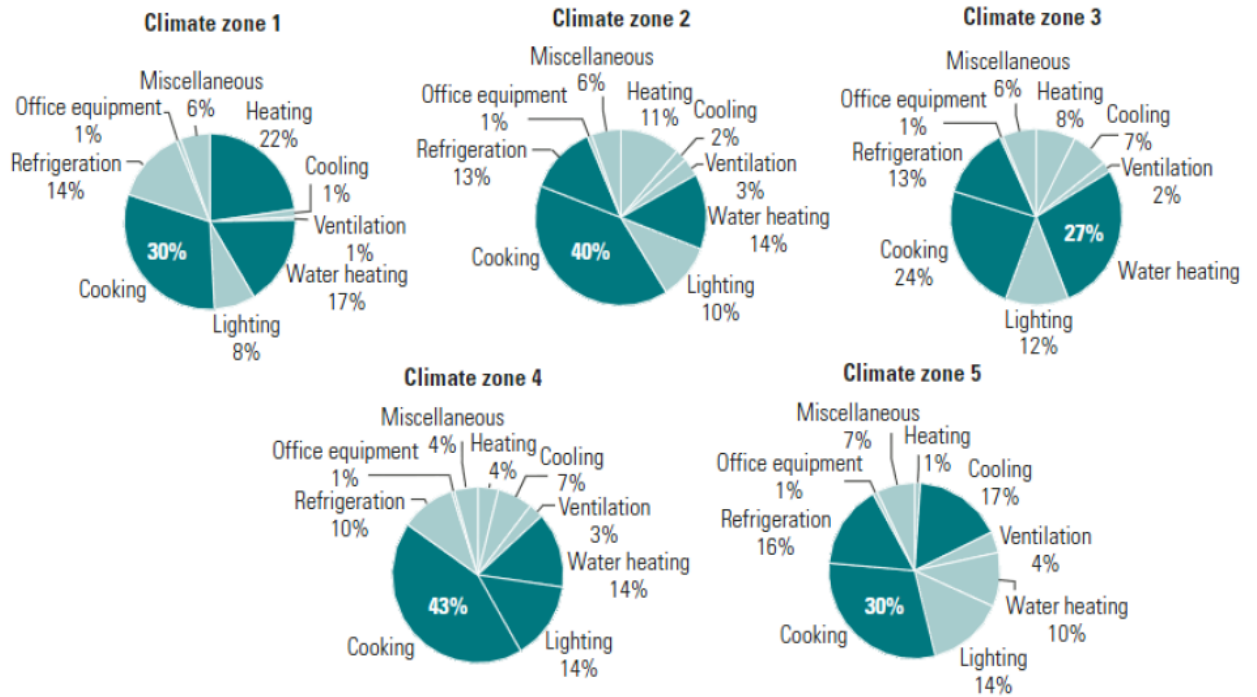
Example of the Average Energy Consumption in a Full-Service Restaurant
(British Thermal Units [Btu])



Σχήμα 1.4 Ποσοστιαία κατανάλωση εστιατορίων ανά χρήση. Πηγή: Energy Star

Συνεπώς αν αναλύαμε τη συνολική κατανάλωση ηλεκτρισμού ενός εστιατορίου, οι επιμέρους χρήσεις και θα αναμέναμε να αποτελούνται από ξεχωριστές χρονοσειρές για την ψύξη, το φωτισμό, τον κλιματισμό και τις μαγειρικές συσκευές, ώστε να δημιουργούν μια αντιπροσωπευτική και σφαιρική εικόνα των ενεργειακών απαιτήσεων. Μία λογική εκτίμηση είναι ότι θα υπάρχει έντονη συσχέτιση της κατανάλωσης με τη ζώνη της ημέρας και τον αριθμό των πελατών-παραγγελιών.

Το επίπεδο της κατανάλωσης επηρεάζεται όμως επίσης και από εξωτερικούς παράγοντες όπως οι κλιματολογικές συνθήκες:.



Σχήμα 1.5 Επιμέρους χρήσεις εστιατορίων ανά κλιματική ζώνη

Όπως είναι αναμενόμενο, ανάλογα την κλιματική ζώνη παρατηρούμε μεγάλες διακυμάνσεις στην τιμή των καταναλώσεων θέρμανσης και ψύξης και η θερμοκρασία θα ήταν μια απαραίτητη παράμετρος, αν προσπαθούσαμε να μοντελοποιήσουμε την ενεργειακή κατανάλωση.

2

Χρονοσειρές

Με τον όρο χρονοσειρές αναφερόμαστε στο σύνολο των παρατηρήσεων των δεδομένων που σχετίζονται με τις επαναλαμβανόμενες μετρήσεις μιας περιόδου. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό τους είναι το γεγονός ότι αυτές οι διαδοχικές παρατηρήσεις δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.

Η ανάλυση των δεδομένων οργανωμένων σε χρονοσειρές εμπεριέχει δυσκολίες γιατί συχνά τα δεδομένα παρουσιάζουν μεγάλη συνθετότητα και πολυπλοκότητα. Οι παραδοσιακές μέθοδοι ανάλυσης χρονοσειρών ασχολούνται κυρίως με την αποσύνθεση της διακύμανσης της χρονοσειράς σε τέσσερα συστατικά της στοιχεία: την τάση, την κυκλικότητα, την εποχιακότητα και τις μη κανονικές διακυμάνσεις.

2.1 Βασικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών

2.1.1 Ροπές στοχαστικής διαδικασίας ως συναρτήσεις του χρόνου.

Η μέση τιμή (ροπή πρώτης τάξης) είναι $\forall t \in Z$, $\mu_t = E[Y_t] = \int_{-\infty}^{\infty} y f_Y(y, t) dy$, αν προσεγγίσουμε την χρονοσειρά σαν στοχαστική διαδικασία,

ή διαφορετικά $\mu_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_t$, για το σύνολο των διακριτών παρατηρήσεων της χρονοσειράς.

Η ροπή δεύτερης τάξης είναι

$$\forall t_1, t_2 \in Z \quad \kappa(t_1, t_2) = E[Y_{t_1} Y_{t_2}] = \iint_{-\infty}^{\infty} y_1 y_2 f_Y(y_1, y_2, t_1, t_2) dy$$

και η κεντρική ροπή δεύτερης τάξης που ονομάζεται αυτοδιασπορά [autocovariance] είναι

$$\gamma(t_1, t_2) = E[(Y_{t_1} - \mu_{t_1})(Y_{t_2} - \mu_{t_2})] = E[Y_{t_1} Y_{t_2}] - \mu_{t_1} \mu_{t_2} = \kappa(t_1, t_2) - \mu_{t_1} \mu_{t_2}$$

Για $t_1 = t_2 = t$ ορίζεται η διασπορά $\sigma_t^2 = \sigma_{Y_t}^2 = E[(Y_t - \mu_t)^2]$.

Αντίστοιχα ορίζονται οι ροπές και οι κεντρικές ροπές μεγαλύτερης τάξης για δύο μεταβλητές και οι ροπές γενικεύονται για περισσότερες μεταβλητές. Σημειώνεται ότι από τις ροπές για κάθε τάξη για δύο ή περισσότερες μεταβλητές μπορεί να οριστεί η αντίστοιχη κοινή κατανομή. Σε αυτήν τη γενική περιγραφή της στοχαστικής διαδικασίας οι κατανομές και οι ροπές είναι συναρτήσεις των χρονικών στιγμών, δηλαδή μπορούν να μεταβάλλονται με το χρόνο.

2.1.2 Στασιμότητα και αυτοσυσχέτιση.

Η στατιστική περιγραφή της στοχαστικής διαδικασίας απλουστεύεται αν θεωρήσουμε ότι οι στατιστικές της ιδιότητες παραμένουν σταθερές στο χρόνο και τότε η στοχαστική διαδικασία ορίζεται ως στάσιμη. Αυτή είναι μια υπόθεση που δύσκολα μπορεί να υιοθετηθεί σε πολλά πραγματικά προβλήματα, αλλά μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως υπόθεση εργασίας για την εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων.

Ειδικότερα ορίζονται δύο μορφές στασιμότητας. Η στοχαστική διαδικασία $\{Y_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$ είναι αυστηρά στάσιμη [strict-sense stationary] όταν οι κατανομές της για κάθε τάξη (ή ισοδύναμα όλες οι ροπές) είναι σταθερές στο χρόνο, δηλαδή όταν ισχύει

$$\forall t \in Z, f_{Y_t}(y) = f_Y(y, t) = f_Y(y),$$

$$\forall t_1, t_2 \in Z, f_{Y_{t_1}Y_{t_2}}(y_1, y_2) = f_{Y_{t_1-t_2}Y_{t_1-t_2}}(y_1, y_2),$$

και αντίστοιχα για κατανομές μεγαλύτερης τάξης.

Για ροπές τάξης μεγαλύτερης του ένα, οι κατανομές δίνονται ως συνάρτηση όχι των χρονικών στιγμών, π.χ. t_1, t_2 , αλλά της υστέρησης μεταξύ των χρονικών στιγμών, π.χ. $\tau = t_1 - t_2$, δηλαδή για οποιεσδήποτε δύο χρονικές στιγμές που απέχουν μεταξύ τους τ χρονικά βήματα. Ο έλεγχος της αυστηρής στασιμότητας απαιτεί τη διερεύνηση κοινών κατανομών ή ροπών όλων των τάξεων και δεν αποτελεί μια πρακτικά χρήσιμη ιδιότητα. Για αυτό συχνά χαλαρώνουμε τη συνθήκη στασιμότητας περιορίζοντας την στις δύο πρώτες ροπές.

Η στοχαστική διαδικασία ή χρονοσειρά $\{Y_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$ είναι ασθενής στάσιμη [weak ή wide-sense stationary] όταν οι ροπές πρώτης και δεύτερης τάξης είναι σταθερές στο χρόνο, δηλαδή

α) η μέση τιμή είναι σταθερή : $\forall t \in Z, E[Y_t] = \mu$

β) η αυτοδιασπορά ορίζεται μόνο ως προς την υστέρηση και όχι τις χρονικές

στιγμές

$$\forall t_1, t_2 \in Z \quad \gamma(t, t - \tau) = \gamma(t) = \gamma(\tau) = \gamma_\tau = \frac{1}{n} \sum_{t=\tau+1}^n (y_t y_{t-\tau} - \bar{y}^2), \quad \tau = 0, 1, \dots, n - 1$$

και για $\tau=0$ η διασπορά προκύπτει ως

$$s_x^2 \equiv \gamma(0) \equiv \sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t^2 - \bar{y}^2)$$

Για τη μελέτη συσχετίσεων σε στάσιμες χρονοσειρές χρησιμοποιείται η αυτοσυσχέτιση, που είναι η κανονικοποίηση της αυτοδιασποράς με την διασπορά.

Θεωρούμε την (ασθενώς) στάσιμη στοχαστική διαδικασία (ή χρονοσειρά)

$\{X_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$, Η αυτοσυσχέτιση [autocorrelation] για υστέρηση τ ορίζεται ως

$$\rho_\tau \equiv \rho(\tau) = \frac{\gamma(\tau)}{\gamma(0)}$$

Η αυτοσυσχέτιση μετράει τη συσχέτιση μεταβλητών της $\{X_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$ που βρίσκονται σε χρονική υστέρηση τ και είναι ένα χρήσιμο μέτρο της μνήμης της στοχαστικής διαδικασίας.

Μπορεί ναδειχθεί πως $|\gamma_\tau| \leq \gamma_0$ και άρα $\rho_\tau \leq 1$ για κάθε υστέρηση τ . Επίσης η αυτοδιασπορά και η αυτοσυσχέτιση είναι άρτιες συναρτήσεις της υστέρησης τ , ισχύει δηλαδή $\gamma_\tau = \gamma_{-\tau}$ και $\rho_\tau = \rho_{-\tau}$.

Η αυτοσυσχέτιση σε μια στοχαστική διαδικασία φθίνει εκθετικά και δεν μηδενίζεται απαραίτητα μετά από μια υστέρηση p , δηλαδή παρόλο που η μεταβλητή $X_{t-\tau}$ για $\tau > p$ δεν συμπεριλαμβάνεται στην έκφραση που ορίζει τη X_t , συσχετίζεται με την X_t , $\text{Corr}(X_t, X_{t-\tau}) = \rho_\tau$, μέσω των χρονικά ενδιάμεσων μεταβλητών X_{t-1}, \dots, X_{t-p} .

Αν θέλαμε να περιορίσουμε τη συσχέτιση των X_t και $X_{t-\tau}$ μόνο στην απευθείας συσχέτισή τους, αναφερόμαστε στην μερική αυτοσυσχέτιση, η οποία ορίζεται ως $\text{Corr}(X_t, X_{t-\tau} | X_{t-1}, \dots, X_{t-\tau-1})$.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται συνοπτικά οι βασικές ροπές μιας χρονοσειράς, ανάλογα αν αντιμετωπίζεται ως στοχαστική διαδικασία ή χρονοσειρά η παρατηρήσεων

Στάσιμη στοχαστική διαδικασία (χρονοσειρά) $\{X_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$	Στάσιμη χρονοσειρά n παρατηρήσεων $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$
Υπολογισμός των χαρακτηριστικών τους	
Μέση τιμή $\mu = E[X_t] = \int_{-\infty}^{\infty} xf_X(x, t)dx$	Δειγματική μέση τιμή $\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_t$
Αυτοδιασπορά $\gamma_\tau = E[(X_t - \mu)(X_{t-\tau} - \mu)]$	Δειγματική αυτοδιασπορά $\gamma_\tau = \frac{1}{n} \sum_{t=\tau+1}^n (X_t X_{t-\tau} - \bar{X}^2),$ $\tau = 0, 1, \dots, n - 1$
Αυτοσυσχέτιση $\rho_\tau = \frac{\gamma(\tau)}{\gamma(0)}$	Δειγματική αυτοσυσχέτιση $r_\tau = \frac{c(\tau)}{c(0)}$
Μερική αυτοσυσχέτιση $\varphi_{\tau, \tau\alpha}$	Δειγματική μερική αυτοσυσχέτιση – εκτίμηση της παραμέτρου $\varphi_{\tau, \tau}$

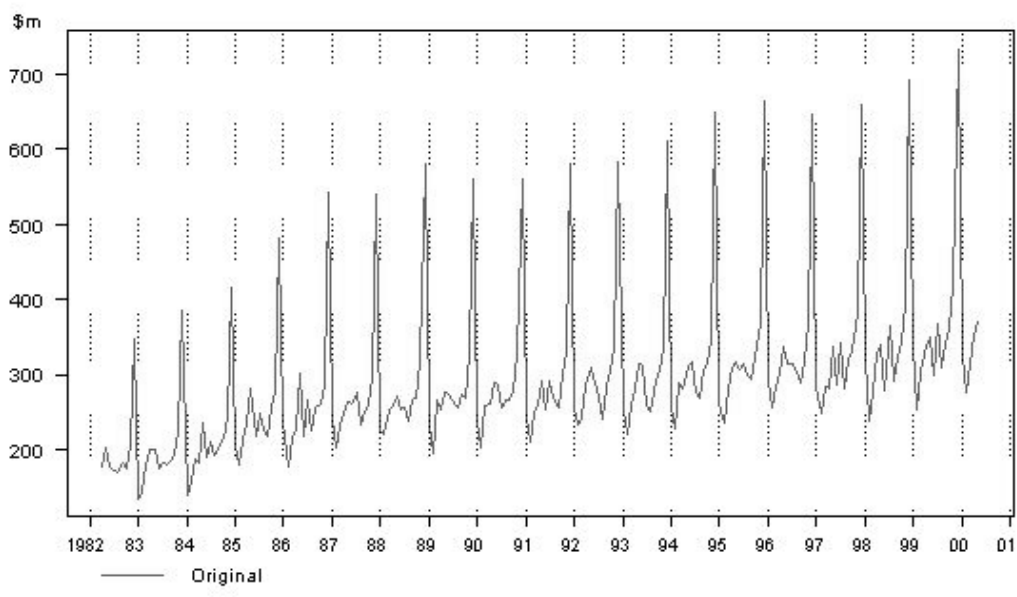
Πίνακας 2.1 Βασικές ροπές μιας χρονοσειράς, ανάλογα αν αντιμετωπίζεται ως στοχαστική διαδικασία ή χρονοσειρά n παρατηρήσεων

2.1.3 Εποχικότητα

Η εποχικότητα εκφράζει μια περιοδική διακύμανση η οποία έχει σταθερό και μικρότερο ή ίσο μήκος από ένα έτος. Ε αποτέλεσμα συστηματικών, ημερολογιακά σχετιζόμενων επιρροών όπως:

- Φυσικά φαινόμενα: Μεταβολές του καιρού που είναι αντιπροσωπευτικές της εποχής του χρόνου
- Επιχειρησιακές και διοικητικές διαδικασίες: Αρχή και τέλος του οικονομικού έτους
- Κοινωνικοπολιτικούς παράγοντες: Αργίες, εορτές οι οποίες μπορεί είτε να παραμένουν σταθερές ανά ημερολογιακό έτος, είτε να μεταφέρονται

Είναι, μαζί με την τάση, το πιο εύκολα οπτικά αναγνωρίσιμο χαρακτηριστικό μιας χρονοσειράς λόγω του επαναληπτικού μοτίβου που παρουσιάζει, ενώ εύκολα μπορεί κάποιος να αντιμετωπίσει την επίδρασή της δεδομένου ότι γνωρίζει πότε και σε τι βαθμό αυτή επηρεάζει τα δεδομένα. Συγκεκριμένα, η εποχικότητα αντιμετωπίζεται με την εύρεση των δεικτών εποχικότητας για τα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα και τη διαίρεση αυτών με τα πραγματικά δεδομένα. Η νέα χρονοσειρά που προκύπτει ονομάζεται αποεποχικοποιημένη χρονοσειρά.



Σχήμα 2.1 Χρονοσειρά μηνιαίων πωλήσεων ενός καταστήματος

Υποθέτουμε τώρα πως η χρονοσειρά έχει περιοδικότητα ή εποχικότητα και η Y_t δίνεται ως $Y_t = s_t \cdot X_t$ όπου η περίοδος της περιοδικής συνάρτησης s_t έχει γνωστή περίοδο d . Αν η περιοδικότητα αντιστοιχεί σε κάποια γνωστή περίοδο, όπως 24 ώρες, 7 ημέρες ή 12 μήνες, αναφέρεται ως εποχικότητα.

Ένας τρόπος εκτίμησης της περιοδικής συνάρτησης είναι με τον κινούμενο μέσο όρο θέτοντας την τάξη του ίση με την περίοδο d . Η εξομάλυνση με το φίλτρο αυτό έχει ως αποτέλεσμα να εξουδετερωθεί η περιοδικότητα, δηλαδή παίρνοντας τον κινούμενο μέσο όρο τάξης d σε μεγάλο βαθμό απαλείφουμε το περιοδικό στοιχείο περιόδου d . Για να εκτιμήσουμε το s_t με ακρίβεια (και στη συνέχεια να το απαλείψουμε) θα πρέπει να πάρουμε πρώτα τον λόγο της αρχικής χρονοσειράς $\{y_{q+1}, y_{q+2}, \dots, y_{n-q+1}\}$ και του κινούμενου μέσου $\{\hat{\mu}_{q+1}, \hat{\mu}_{q+2}, \dots, \hat{\mu}_{n-q+1}\}$, έστω $w_t = \frac{y_t}{\hat{\mu}_t}$.

Στη συνέχεια παίρνουμε το μέσο όρο των $w_t = w_{i+jd}$

ως προς κάθε στοιχείο i για $i=1, \dots, d$, έστω \bar{w}_i .

Η εκτίμηση της περιοδικής συνάρτησης είναι $\hat{s}_i = \bar{w}_i - \frac{1}{d} \sum_{j=1}^d w_j$, $j = 1, \dots, d$, όπου

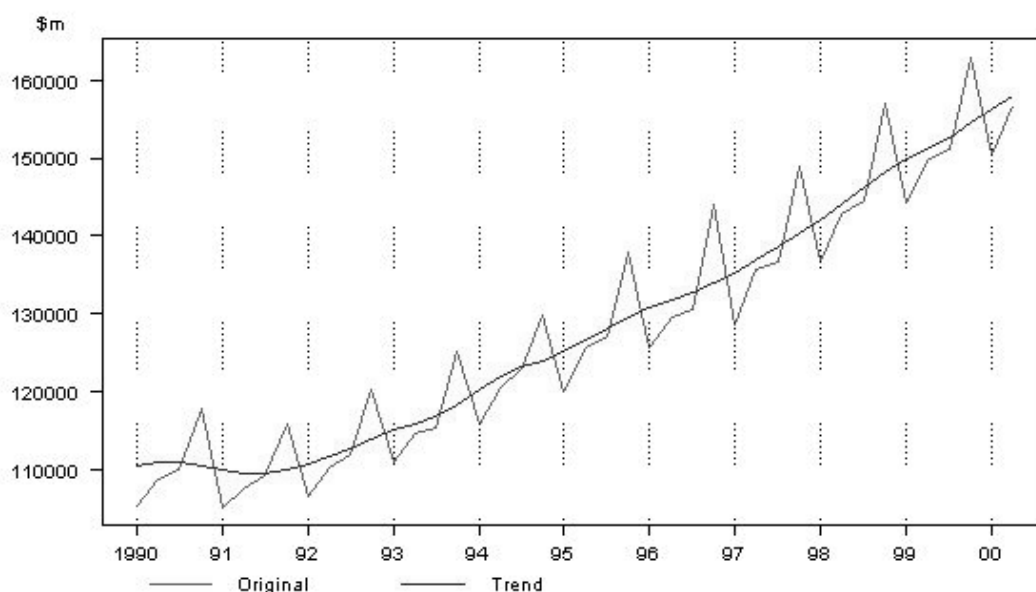
$$\hat{s}_{t-d} = \hat{s}_t$$

2.1.4 Τάση

Ως τάση ορίζεται μία μακροπρόθεσμη μεταβολή του μέσου επιπέδου των τιμών της χρονοσειράς. Βέβαια, το πρόβλημα εδώ είναι το πώς κρίνεται κάτι ως μακροπρόθεσμο. Η απάντηση έχει να κάνει ξεκάθαρα με τη φύση των εκάστοτε δεδομένων και για αυτό το σκοπό θα πρέπει κανείς να διαθέτει στα χέρια του έναν ικανοποιητικό αριθμό δεδομένων για να μπορεί με ασφάλεια να αποφανθεί για την τάση και να μην υπάρξει παρερμηνεία των στοιχείων.

Είναι αποτέλεσμα παραγόντων όπως η πληθυσμιακή αύξηση, ο πληθωρισμός και γενικότερες οικονομικές αλλαγές.

Μία τάση μπορεί να είναι ανοδική, σταθερή ή πτωτική και να εκτιμηθεί ανάλογα τη μορφή της από μία ευθεία ή εκθετική καμπύλη.



Σχήμα 2.2 Τριμηνιαία μεταβολή του ΑΕΠ: Μια χρονοσειρά με έντονα τα χαρακτηριστικά της τάσης και της εποχικότητας

Γενικά αν η τάση στη χρονοσειρά είναι καθοριστική μπορούμε να την εκτιμήσουμε και στη συνέχεια να την απαλείψουμε [detrend] με κάποια παραμετρική συνάρτηση $f(t)$ του χρόνου, όπως με πολυώνυμο κάποιου βαθμού p

$$\mu_t = a_0 + a_1 t + \dots + a_p t^p$$

Όταν η τάση όμως δε φαίνεται να είναι κάποια γνωστή συνάρτηση του χρόνου, η προσαρμογή μιας συνάρτησης του χρόνου σε όλη τη χρονοσειρά δεν είναι κατάλληλη. Σε αυτήν την περίπτωση θα πάρουμε καλύτερα αποτελέσματα αν προσαρμόσουμε τη συνάρτηση $f(t)$ τοπικά σε συνεχόμενα τμήματα της χρονοσειράς.

Ένας αποτελεσματικός τρόπος απαλοιφής της τάσης είναι με τη χρήση φίλτρου κινούμενου μέσου όρου τάξης $2q + 1$ [moving average (MA) filter].

Για κάθε χρονική στιγμή t , $q < t \leq n - q$, το στοιχείο της τάσης μ_t της χρονοσειράς $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ εκτιμάται από τον τοπικό μέσο των παρατηρήσεων στο διάστημα $[t - q, t + q]$, δηλαδή $\hat{\mu}_t = \frac{1}{2q + 1} \sum_{j=-q}^q y_{t-j}$.

Οι τιμές $\{\hat{\mu}_{q+1}, \hat{\mu}_{q+2}, \dots, \hat{\mu}_{n-q+1}\}$ αφαιρούνται από τις αντίστοιχες αρχικές παρατηρήσεις και η χρονοσειρά $\{x_{q+1}, x_{q+2}, \dots, x_{n-q+1}\}$ που προκύπτει είναι απαλλαγμένη από τάσεις. Οι πρώτες και οι τελευταίες παρατηρήσεις παραλείπονται ή θέτονται ίσες με τις αρχικές.

Η επιλογή του q παίζει σημαντικό ρόλο στην εξομάλυνση της σειράς και στη συνέχεια στην απαλοιφή της τάσης. Αν θέλουμε να απαλείψουμε μόνο πολύ αργές μεταβολές (τάσεις) θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε μεγάλη τάξη, ενώ για την απαλοιφή μεταβολών σε μικρότερη χρονική κλίμακα η τάξη πρέπει να είναι αντίστοιχα μικρή.

2.1.5 Κυκλικότητα

Η κυκλικότητα αντιπροσωπεύει μια μεταβολή που εμφανίζεται λόγω εξωγενών παραγόντων κατά μεγάλες περιόδους. Οι περίοδοι αυτοί είναι μεγαλύτερες του έτους και συνήθως της τάξεως της πενταετίας και δεκαετίας, χωρίς όμως αυτό να σημαίνει πως είναι πάντα σταθερού μήκους. Στις γραφικές παραστάσεις των χρονοσειρών παρουσιάζεται ως μια κυματοειδής γραμμή η οποία κινείται ανάμεσα στις ακραίες στάθμες της χρονοσειράς. Κυκλικότητα εμφανίζεται κυρίως σε οικονομικές χρονοσειρές, όπως το Ακαθάριστο Εθνικό Προϊόν και οι τιμές χρυσού, λόγω των υφέσεων και ανόδων που παρουσιάζουν ανά διαστήματα οι οικονομίες.

2.1.6 Τυχειότητα

Τέλος, η τυχειότητα αποτελεί τη διαφορά ανάμεσα στην συνδυασμένη επίδραση των τριών πρώτων συνιστωσών των χρονοσειρών (τάση, κυκλικότητα και εποχικότητα) και των πραγματικών δεδομένων. Μπορεί να χαρακτηριστεί λοιπόν ως κάτι το στοχαστικό και να αντιμετωπιστεί ανάλογα.



Σχήμα 2.3 Γενικός δείκτης χρηματιστηρίου Αθηνών

2.2 Στατιστικοί Έλεγχοι

Πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση των διάφορων τύπων στατιστικών ελέγχων θα χρειαστεί να ορίσουμε δύο βασικές στοχαστικές διαδικασίες, οι οποίες θα μας χρησιμεύσουν ως αναφορές στη συνέχεια.

Βασικές στοχαστικές διαδικασίες είναι εκείνες του λευκού θορύβου και του τυχαίου περιπάτου, οι οποίες ορίζονται ως εξής:

Μια στοχαστική διαδικασία η οποία μπορεί να μην έχει γραμμικές συσχετίσεις αλλά τα στοιχεία της να μην είναι ανεξάρτητα. Μια τέτοια χρονοσειρά θα την ονομάζουμε λευκό θόρυβο [white noise] και θα την συμβολίζουμε $WN(0, \sigma_z^2)$ με μέση τιμή 0 και διασπορά σ_z^2 . Μαθηματικά αυτό περιγράφεται από τη σχέση $E[X_i X_j] = \delta_{ij} \sigma_x^2$ για οποιοσδήποτε δύο τυχαίες μεταβλητές της χρονοσειράς $\{X_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$.

Τυχαίος Περίπατος: Ο τυχαίος περίπατος [random walk] είναι μια μη-στάσιμη χρονοσειρά $\{r_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$, όπου η κάθε τυχαία μεταβλητή r_t για χρόνο t προκύπτει όταν στην προηγούμενη τυχαία μεταβλητή r_{t-1} προστεθεί ένα τυχαίο βήμα, δηλαδή τυχαία μεταβλητή u_t περιγράφεται δηλαδή από τη σχέση $r_t = r_{t-1} + u_t$.

2.2.1 Μηδενική και Εναλλακτική υπόθεση - Πορεία ελέγχου

Δυο στατιστικές υποθέσεις εμπλέκονται στον έλεγχο υποθέσεων. Η πρώτη είναι αυτή που ελέγχεται, ονομάζεται συνήθως **μηδενική υπόθεση** και συμβολίζεται με H_0 . Μερικές φορές, η μηδενική υπόθεση λέγεται και υπόθεση μη διαφοράς, επειδή είναι μια άποψη που συμφωνεί με τις συνθήκες που θεωρούμε ότι αληθεύουν για τον πληθυσμό που μελετούμε. Γενικά η μηδενική υπόθεση διατυπώνεται με σκοπό να αμφισβητηθεί. Συνεπώς το συμπλήρωμα του συμπεράσματος στο οποίο θέλει να φθάσει ο ερευνητής, γίνεται μηδενική υπόθεση. Με τον έλεγχο, η μηδενική υπόθεση είτε απορρίπτεται, είτε δεν απορρίπτεται. Αν δεν απορριφθεί, λέμε ότι, τα δεδομένα πάνω στα οποία στηρίζεται ο έλεγχος, δεν επαρκούν για την απόρριψή της.

Εάν ο έλεγχος οδηγήσει στην απόρριψή της, τότε συμπεραίνουμε ότι τα δεδομένα δεν επαληθεύουν τη μηδενική υπόθεση, αλλά είναι συμβατά με κάποια άλλη.

Αυτή η δεύτερη υπόθεση λέγεται **εναλλακτική υπόθεση**, συμβολίζεται με H_1 .

Πρέπει να τονιστεί ότι ο έλεγχος υποθέσεων δεν οδηγεί στην απόδειξη της υπόθεσης, αλλά συμπεραίνει για το αν υποστηρίζεται η υπόθεση από τα διαθέσιμα δεδομένα. Όταν αποτυγχάνουμε στο να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση, δε λέμε ότι αυτή είναι αληθινή, αλλά ότι μπορεί να είναι αληθινή. Στην συνέχεια κατασκευάζεται μια στατιστική η οποία ονομάζεται κριτήριο ελέγχου και η τιμή της υπολογίζεται από τα δεδομένα του δείγματος. Θα δούμε ότι το κριτήριο ελέγχου χρησιμεύει στο να πάρουμε απόφαση, επειδή το να απορρίψουμε ή όχι τη μηδενική υπόθεση εξαρτάται από το μέγεθος της τιμής του κριτηρίου.

Η στατιστική σημαντικότητα ενός αποτελέσματος είναι η πιθανότητα ότι η υποφαινόμενη σχέση (π.χ., μεταξύ των μεταβλητών) ή της διαφοράς (π.χ., μεταξύ των μέσων) σε ένα δείγμα εμφανίστηκε κατά καθαρή τύχη και ότι στον πληθυσμό από τον οποίο το δείγμα προήλθε, καμία τέτοια σχέση ή διαφορά δεν υπάρχει.

Το κριτήριο αυτό είναι η τιμή p-value, ή υπολογισθείσα πιθανότητα, είναι η εκτιμώμενη πιθανότητα να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση ενός ερευνητικού συμπεράσματος όταν η υπόθεση αυτή είναι αληθής.

Ο όρος επίπεδο σημαντικότητας (alpha), χρησιμοποιείται για να αναφερθούμε στην πιθανότητα που προαποφασίστηκε πριν ελεγχθεί η υπόθεση και αντιστοιχεί στην πιθανότητα του σφάλματος τύπου I. ενώ η p-value αναφέρεται στην πιθανότητα που υπολογίστηκε μετά τη συγκεκριμένη μελέτη.

Το σφάλμα τύπου I είναι η εσφαλμένη απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης, ενώ το σφάλμα τύπου II είναι η εσφαλμένη αποδοχή της.

Η ισχύς ενός στατιστικού ελέγχου ορίζεται ως η διαφορά της μονάδος και της πιθανότητας σφάλματος τύπου II (beta). Κατά την επιλογή διαφόρων στατιστικών μεθόδων, είναι επιθυμητή η μεγιστοποίηση της ισχύος.

Ο ακόλουθος πίνακας δείχνει τη σχέση μεταξύ κατάστασης και σφάλματος στον έλεγχο υποθέσεως:

		Πραγματική κατάσταση	
		H_0 αληθεύει	H_0 εσφαλμένη
Στατιστική Απόφαση	Απόρριψη H_0	Σφάλμα τύπου I	Σωστή απόφαση
	Αποδοχή H_0	Σωστή απόφαση	Σφάλμα τύπου II

Πίνακας 2.2 Κατάσταση σφάλματος και έλεγχος υποθέσεως

Σχετικά με το σφάλμα τύπου I:

- Είναι η εσφαλμένη απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης
- Ως μέγιστη πιθανότητα προκαθορίζεται η τιμή alpha
- Δεν επηρεάζεται από το μέγεθος του δείγματος καθώς καθορίζεται εκ των προτέρων

Σχετικά με το σφάλμα τύπου II:

- Είναι η εσφαλμένη αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης

- Ορίζεται ως πιθανότητα η τιμή beta
- Η τιμή beta εξαρτάται από το μέγεθος του δείγματος καθώς και την τιμή alpha
- Δεν μπορεί να εκτιμηθεί παρά μόνο ως μια συνάρτηση της επίδρασης επί του πραγματικού πληθυσμού
- Μειώνεται καθώς αυξάνεται το μέγεθος του δείγματος

Η επιλογή του επιπέδου σημαντικότητας στο οποίο απορρίπτεται η H_0 είναι αυθαίρετη.

Τα πλέον συνηθισμένα επίπεδα που χρησιμοποιούνται στη βιβλιογραφία είναι τα εξής:

$P < 0.05$

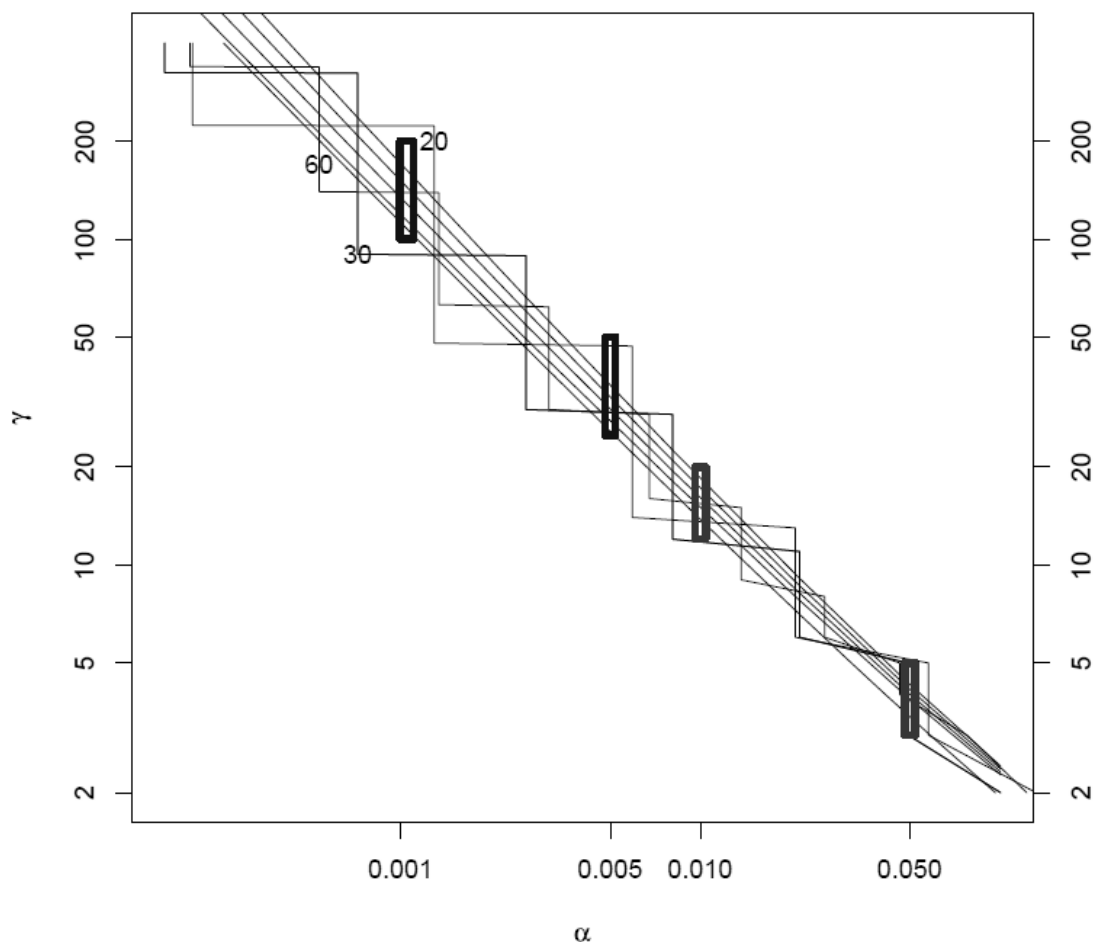
$P < 0.01$

$P < 0.001$

Οι περισσότεροι ερευνητές αναφέρονται ως «στατιστικά σημαντικό» για $P < 0.05$ και ως «στατιστικά πολύ σημαντικό» για $P < 0.001$.

Συνήθως η τιμή 0.05 ορίζεται ως όριο αποκοπής.

Σύμφωνα με το Revised standards for statistical evidence Valen E. Johnson, ο οποίος εξέτασε και πρότεινε αναθεώρηση των προτύπων για στατιστικά, ορίζοντας μια σχέση ανάμεσα στην τιμή p και το τι θεωρείται «στατιστικά σημαντικό», με το μέγεθος του δείγματος που εξετάζεται. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν, οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι με τις τιμές του παραδοσιακού έλεγχου υπόθεσης τα πρότυπα υπαγορεύουν την πραγματοποίηση των στατιστικών ελέγχων στα 0.005 και 0.001 επίπεδα σημαντικότητας.



Σχήμα 2.4 Όρια σημαντικότητας σε σχέση με το μέγεθος του δείγματος - Έγιναν έλεγχοι για τις κατανομές $N(\mu, \sigma^2)$, X^2 , $bin(n,p)$ αλλά και t -tests. Οι γραμμές αντιστοιχούν, από την κορυφή προς τα κάτω σε t -tests με 20, 30 και 60 βαθμούς ελευθερίας, το test για την $N(\mu, \sigma^2)$ και την X^2 με 1 βαθμό ελευθερίας αντίστοιχα. Οι ασυνεχείς καμπύλες απεικονίζουν τα αποτελέσματα των ελέγχων για τη διωνυμική κατανομή βασισμένα σε 20, 30 και 60 παρατηρήσεις όταν η μηδενική υπόθεση είναι $p_0=0.5$.

2.2.2 Έλεγχος κανονικότητας

Η σημασία της κανονικής κατανομής στη στατιστική ανάλυση είναι αδιαμφισβήτητη αφού αποτελεί την υποκείμενη υπόθεση πολλών στατιστικών διαδικασιών, όπως τα t -test, η γραμμική ανάλυση παλινδρόμησης και η ανάλυση διασποράς (ANOVA).

Όταν η υπόθεση ύπαρξης κανονικότητας παραβιάζεται, η ερμηνεία και τα συμπεράσματα μπορεί να μην είναι αξιόπιστα ή έγκυρα. Επομένως, είναι σημαντικό να πραγματοποιείται κάποιος σχετικός έλεγχος πριν προχωρήσουμε σε σχετικές στατιστικές διαδικασίες.

Οι τρεις συνήθεις διαδικασίες για να αξιολογήσουμε εάν ένα δείγμα τυχαίων παρατηρήσεων προέρχεται από έναν πληθυσμό που ακολουθεί κανονική κατανομή είναι:

Γραφικές μέθοδοι

Το γράφημα κανονικού τεταρτημορίου (Q-Q plot) είναι το επικρατέστερο και πλέον αποτελεσματικό μέσο για να ελεγχθεί η κανονικότητα των δεδομένων. Άλλες γραφικές μέθοδοι είναι τα ιστογράμματα και τα box-plots. Αν και οι μέθοδοι αυτές αποτελούν χρήσιμα εργαλεία, δεν επαρκούν για να οδηγηθούμε σε οριστικά συμπεράσματα ότι η υπόθεση κανονικότητας αληθεύει.

Προς υποστήριξη των γραφικών μεθόδων, πραγματοποιούνται αυστηρότεροι έλεγχοι πριν χαρακτηρίσουμε τα δεδομένα ως προς την κανονικότητά τους. Οι έλεγχοι αυτοί είναι οι εξής:

Αριθμητικές μέθοδοι

Υπολογίζονται οι δείκτες καμπυλότητας και κυρτότητας, και ελέγχεται εάν ένα συγκεκριμένο δείγμα δεδομένων ακολουθεί την κανονική κατανομή.

Δύο ή περισσότερες κατανομές συχνότητων με τον ίδιο αριθμό παρατηρήσεων είναι δυνατό να διαφέρουν μεταξύ τους, παρά το γεγονός ότι έχουν το ίδιο μέσο, την ίδια διακύμανση και τον ίδιο συντελεστή ασυμμετρίας. Η αιτία μιας τέτοιας διαφοράς βρίσκεται στον βαθμό συγκέντρωσης των τιμών της μεταβλητής γύρω από τον μέσο και τα άκρα της κατανομής. Για την περιγραφή και την μέτρηση αυτού του χαρακτηριστικού χρησιμοποιούμε τον όρο κύρτωση της κατανομής.

Μια κατανομή μπορεί να είναι συγκεντρωμένη κοντά στη μέση τιμή και κατά συνέπεια η καμπύλη που την απεικονίζει γραφικά να έχει έντονη κύρτωση. Μπορεί όμως να είναι συγκεντρωμένη με τέτοιο τρόπο ώστε η καμπύλη που την παριστάνει να μην παρουσιάζει σαφή κύρτωση. Η κυρτότητα της καμπύλης ορίζεται από τη σχέση:

$$\alpha_4 = \frac{E[(X - \mu)^4]}{\sigma^4} = \frac{\mu_4}{\sigma^4}$$

(όπου α_4 ο συντελεστής κυρτότητας, μ_4 η παρατήρηση 4, σ η τυπική απόκλιση)

Η κανονική κατανομή χρησιμοποιείται ως αναφορά, με συντελεστή κύρτωσης ίσο με 3.

Έτσι, αν

$\beta_2 > 3$ τότε η κατανομή είναι λεπτόκυρτη

$\beta_2 = 3$ τότε η κατανομή είναι μεσόκυρτη

$\beta_2 < 3$ τότε η κατανομή είναι πλατύκυρτη

Έλεγχοι (τεστ) κανονικότητας

Τα τεστ που χρησιμοποιούνται συχνότερα είναι τα τεστ των Shapiro-Wilk (SW) , Kolmogorov-Smirnoff (KS), Anderson-Darling (AD) και το Lilliefors (LF).

Κάποια από αυτά τα τεστ για να εφαρμοσθούν πρέπει να ισχύει κάποια συνθήκη ή αρχική υπόθεση. Επίσης, οι διάφοροι έλεγχοι κανονικότητας συχνά παράγουν διαφορετικά συμπεράσματα αφού κάποιο τεστ μπορεί να απορρίψει τη μηδενική υπόθεση ενώ ένα άλλο να την επιβεβαιώσει για το ίδιο δείγμα.

Οι Razali και Wah πραγματοποίησαν μια συγκριτική μελέτη ισχύος για τους τέσσερις ελέγχους με την πλέον ευρεία χρήση για διάφορες τυποποιημένες κατανομές, μέσω Μόντε Κάρλο προσομοίωσης με την ακόλουθη μηδενική και εναλλακτική υπόθεση:

H_0 : Η κατανομή είναι κανονική

H_1 : Η κατανομή δεν είναι κανονική

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν ήταν τα εξής:

Alternative Distribution	Skewness $\sqrt{\beta_1}$	Kurtosis β_2	Sample Size (n)	Power of Test							
				$\alpha = 0.05$				$\alpha = 0.10$			
				SW	KS	LF	AD	SW	KS	LF	AD
U(0,1)	0	1.80	10	0.0920	0.0858	0.0671	0.0847	0.1821	0.1607	0.1283	0.1648
			20	0.2014	0.1074	0.1009	0.1708	0.3622	0.1785	0.1860	0.2926
			30	0.3858	0.1239	0.1445	0.3022	0.5764	0.2078	0.2578	0.4466
			50	0.7447	0.1618	0.2579	0.5817	0.8816	0.2653	0.4069	0.7314
			100	0.9970	0.2562	0.5797	0.9523	0.9996	0.3980	0.7530	0.9824
			200	1.0000	0.4851	0.9484	1.0000	1.0000	0.6604	0.9846	1.0000
			300	1.0000	0.7045	0.9974	1.0000	1.0000	0.8419	0.9996	1.0000
			400	1.0000	0.8446	0.9999	1.0000	1.0000	0.9332	1.0000	1.0000
			500	1.0000	0.9331	1.0000	1.0000	1.0000	0.9744	1.0000	1.0000
			1000	1.0000	0.9996	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
t (7)	0	5.00	10	0.0892	0.0421	0.0797	0.0862	0.1458	0.0913	0.1396	0.1471
			20	0.1295	0.0437	0.0946	0.1177	0.1956	0.0948	0.1576	0.1834
			30	0.1697	0.0467	0.1060	0.1431	0.2372	0.0981	0.1771	0.2163
			50	0.2244	0.0529	0.1198	0.1785	0.3036	0.1107	0.1974	0.2632
			100	0.3698	0.0593	0.1761	0.2781	0.4569	0.1234	0.2800	0.3774
			200	0.5793	0.0935	0.2826	0.4496	0.6626	0.1808	0.4012	0.5581
			300	0.7278	0.1280	0.3872	0.5984	0.7941	0.2358	0.5214	0.7062
			400	0.8268	0.1625	0.4888	0.7115	0.8736	0.2888	0.6236	0.8007
			500	0.8982	0.2009	0.5755	0.8065	0.9296	0.3398	0.7033	0.8727
			1000	0.9937	0.4248	0.8740	0.9794	0.9967	0.6021	0.9364	0.9915
2000	1.0000	0.8106	0.9947	0.9999	1.0000	0.9173	0.9982	0.9999			

Πίνακας 2.3 Σύγκριση ισχύος ελέγχων κανονικότητας για συμμετρικές μη-κανονικές κατανομές

Alternative Distribution	Skewness $\sqrt{\beta_1}$	Kurtosis β_2	Sample Size (n)	Power of Test							
				$\alpha = 0.05$				$\alpha = 0.10$			
				SW	KS	LF	AD	SW	KS	LF	AD
Gamma (4,5)	1.00	4.50	10	0.1407	0.0669	0.1065	0.1285	0.2153	0.1247	0.1809	0.2075
			20	0.2864	0.0861	0.1771	0.2469	0.3938	0.1502	0.2755	0.3462
			30	0.4442	0.1078	0.2545	0.3765	0.5628	0.1783	0.3697	0.4850
			50	0.6946	0.1495	0.3991	0.5908	0.7956	0.2337	0.5319	0.6979
			100	0.9566	0.2423	0.7008	0.8925	0.9802	0.3499	0.8107	0.9400
			200	0.9997	0.4424	0.9518	0.9970	1.0000	0.5759	0.9798	0.9992
			300	1.0000	0.6233	0.9929	1.0000	1.0000	0.7520	0.9980	1.0000
			400	1.0000	0.7568	0.9998	1.0000	1.0000	0.8725	0.9999	1.0000
			500	1.0000	0.8738	1.0000	1.0000	1.0000	0.9576	1.0000	1.0000
			1000	1.0000	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$\chi^2(4)$	1.41	6.00	10	0.2445	0.0801	0.1680	0.2196	0.3453	0.1484	0.2591	0.3190
			20	0.5262	0.1205	0.3184	0.4620	0.6525	0.1936	0.4433	0.5840
			30	0.7487	0.1584	0.4650	0.6617	0.8399	0.2465	0.5936	0.7624
			50	0.9484	0.2402	0.6841	0.8891	0.9761	0.3495	0.7991	0.9390
			100	0.9997	0.4391	0.9470	0.9971	0.9998	0.5732	0.9762	0.9992
			200	1.0000	0.8417	0.9997	1.0000	1.0000	0.9859	1.0000	1.0000
			300	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
			400	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
			500	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
			1000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000			

Πίνακας 2.4 Σύγκριση ισχύος ελέγχων κανονικότητας για ασύμμετρες μη-κανονικές κατανομές

Για τα διαφορετικά μεγέθη δείγματος πραγματοποιήθηκε προσομοίωση Μόντε Κάρλο για τις 13 διαφορετικές (6 συμμετρικές & 7 ασύμμετρες) κατανομές. Αξιολογώντας με το βαθμό 1 το τεστ με τη μεγαλύτερη ισχύ και αντίστοιχα με 4 το τεστ με την ελάχιστη, για το σύνολο των κατανομών που ελέγχθηκαν ανά μέγεθος δείγματος δημιουργήθηκε μια συνολική κατάταξη και συγκριτική αξιολόγηση των ελέγχων:

Sample size (n)	Total Rank							
	$\alpha = 0.05$				$\alpha = 0.10$			
	SW	KS	LF	AD	SW	KS	LF	AD
10	18.0	44.0	41.0	27.0	19.0	48.0	40.0	23.0
20	18.0	45.0	42.0	25.0	15.0	48.0	41.0	26.0
30	16.0	51.0	40.0	23.0	14.0	51.0	40.0	25.0
50	14.0	51.0	40.0	25.0	14.0	52.0	39.0	25.0
100	15.5	50.5	38.5	25.5	15.5	50.5	38.5	25.5
200	17.0	50.5	38.5	24.0	17.5	50.5	37.5	24.5
300	20.0	47.5	37.5	25.0	20.0	47.5	37.5	25.0
400	20.0	47.5	37.5	25.0	20.0	47.5	36.5	26.0
500	21.5	47.5	33.5	27.5	21.5	47.5	33.5	27.5
1000	24.5	44.5	34.5	26.5	26.0	41.5	34.5	28.0
2000	28.0	40.0	32.0	30.0	28.5	38.5	32.5	30.5
Total	212.5	519	415	283.5	211	522.5	410.5	286

Πίνακας 2.5 Αξιολόγηση της ισχύος των τεστ κανονικότητας για το σύνολο των κατανομών που ελέγχθηκαν

Συνολικά, το τεστ των Shapiro & Wilk φαίνεται να έχει τη μεγαλύτερη ισχύ ανεξαρτήτως του μεγέθους του δείγματος. Τα αποτελέσματα αυτά συμφωνούν και με αντίστοιχες μελέτες των Mendes Pala (2003) Keskin (2006) Farrel & Stewart (2006) τα οποία επίσης εμφανίζουν τον έλεγχο Shapiro-Wilk ως τον πλέον ισχυρό για έλεγχο της υπόθεσης κανονικότητας.

2.2.2.2 Ο Έλεγχος των Shapiro-Wilk για την Κανονική Κατανομή

Έστω X_1, X_2, \dots, X_n δείγμα n παρατηρήσεων πάνω στην τυχαία μεταβλητή X , της οποίας η άγνωστη συνάρτηση κατανομής είναι $F_X(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

Οι προς έλεγχο υποθέσεις είναι οι εξής:

H_0 : η $F_X(x)$ είναι η συνάρτηση κατανομής της κανονικής κατανομής με άγνωστη μέση τιμή και άγνωστη διασπορά

H_1 : η $F_X(x)$ είναι η συνάρτηση κατανομής μίας μη κανονικής κατανομής.

Η στατιστική συνάρτηση για τον έλεγχο των υποθέσεων αυτών είναι η

$$W = \frac{[\sum_{i=1}^k a_i (X^{(n-i+1)} - X^{(i)})]^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

όπου $X^{(i)}$ είναι η i παρατήρηση του διατεταγμένου κατά αύξουσα τάξη μεγέθους δείγματος, k είναι ένας ακέραιος αριθμός περίπου ίσος με $n/2$ και a_i , για $i = 1, 2, \dots, k$ είναι σταθεροί συντελεστές.

Παρατηρούμε ότι οι μικρές τιμές της στατιστικής συνάρτησης W είναι εκείνες οι οποίες αποτελούν ένδειξη ότι η μηδενική υπόθεση δεν είναι αληθής.

Επομένως, ο κανόνας απόφασης είναι ο εξής:

Η μηδενική υπόθεση H_0 απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας α εάν η τιμή της στατιστικής συνάρτησης W είναι μικρότερη από το α -ποσοστιαίο σημείο της κατανομής της.

Ένα πολύ χρήσιμο χαρακτηριστικό του ελέγχου Shapiro-Wilk είναι ότι αρκετοί ανεξάρτητοι έλεγχοι καλής προσαρμογής μπορούν να συνδυασθούν (ενοποιηθούν) σε έναν ενιαίο έλεγχο κανονικότητας. Αυτό βοηθά πολύ στην περίπτωση όπου αρκετά μικρά δείγματα από, ενδεχομένως, διαφορετικούς πληθυσμούς είναι ανεπαρκή από μόνα τους να

οδηγήσουν σε απόρριψη της υπόθεσης της κανονικότητας, αλλά συνδυαζόμενα παρέχουν ενδείξεις που είναι αρκετές για την απόρριψη της υπόθεσης της κανονικότητας.

Στην παρούσα εργασία, λόγω της υψηλής του ισχύος και αξιοπιστίας και λαμβάνοντας πάντα υπ' όψιν το μέγεθος των δειγμάτων που ήταν διαθέσιμα για τις μελέτες, χρησιμοποιήσαμε το τεστ Shapiro Wilk για τον έλεγχο κανονικότητας.

Η συνάρτηση σε γλώσσα R που χρησιμοποιήθηκε για την εφαρμογή του ελέγχου ήταν η ακόλουθη:

```
shapiro.test(Time_Series)
```

και το αποτέλεσμα είχε τη μορφή:

```
Shapiro-Wilks normality test
```

```
data: Time_Series
```

```
W = 0.9334, p-value = 7.764e-05
```

Η συνάρτηση αυτή επιστρέφει μια λίστα αντικειμένων και η τιμή p-value περιέχεται στο στοιχείο με τίτλο p.value.

Όπως περιγράψαμε και παραπάνω κατά τον ορισμό της μηδενικής υπόθεσης, η τιμή περιγράφει ποια είναι η πιθανότητα το δείγμα το οποίο εξετάστηκε να προέρχεται από μια κανονική κατανομή. Όσο χαμηλότερη η τιμή αυτή, τόσο μικρότερη είναι η πιθανότητα.

2.2.3 Έλεγχος Μοναδιαίας Ρίζας

Πολλές χρονικές σειρές περιέχουν μοναδιαίες ρίζες που χαρακτηρίζονται από την ύπαρξη στοχαστικών τάσεων σύμφωνα με τους Nelson και Plosser (1982). Έλεγχοι μοναδιαίας ρίζας είναι σημαντικοί στην εξέταση της στασιμότητας μιας χρονικής σειράς, επειδή ο μη στάσιμος συντελεστής παλινδρόμησης απορρίπτει πολλά εμπειρικά αποτελέσματα. Η ύπαρξη στοχαστικής τάσης καθορίζεται από τον έλεγχο ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας στα στοιχεία των χρονικών σειρών. Στην έρευνα αυτή η μοναδιαία ρίζα ελέγχεται χρησιμοποιώντας τους ελέγχους του επαυξημένου Dickey-Fuller (1979) .

Επαυξημένος Έλεγχος Dickey-Fuller (ADF TEST)

Ο επαυξημένος έλεγχος ADF αναφέρεται στο στατιστικό κριτήριο t του συντελεστή δ_2 της παρακάτω παλινδρόμησης:

$$\Delta X_t = \delta_0 + \delta_1 t + \delta_2 X_{t-1} + \sum_{i=1}^k a_i \Delta X_{t-i} + u_t$$

Η ADF παλινδρόμηση ελέγχει για ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας στην X_t δηλαδή στο λογάριθμο όλων των μεταβλητών του υποσυνόλου του δείγματος, στο χρόνο t . Η μεταβλητή ΔX_{t-i} εκφράζει τις πρώτες διαφορές με k χρονικές υστερήσεις και τέλος η μεταβλητή u_t προσαρμόζει τα λάθη της αυτοσυσχέτισης. Οι συντελεστές δ_0 , δ_1 , δ_2 , και a_i είναι προς εκτίμηση.

Η μηδενική και η εναλλακτική υπόθεση για την ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας στην μεταβλητή X_t είναι:

$$H_0 : \delta_2 = 0$$

$$H_1 : \delta_2 < 0$$

Η εργασία ακολουθεί την πρόταση των Engle and Yoo (1987) χρησιμοποιώντας το κριτήριο του Akaike (AIC) (1974), για να καθορίσει την καλύτερη εξειδίκευση της εξίσωσης. Η κατάλληλη τάξη του υποδείγματος καθορίζεται σύμφωνα με το πλέγμα των τιμών του αριθμού των χρονικών υστερήσεων k και το γεγονός ότι η τιμή του k είναι εκείνη στην οποία το κριτήριο του Akaike επιτυγχάνει την ελάχιστη τιμή του. Η κατανομή του ελέγχου του επαυξημένου Dickey-Fuller είναι μη κανονική και οι κρίσιμες τιμές που χρησιμοποιούνται, προκύπτουν από τους πίνακες του Mackinnon (1991).

2.2.4 Στατιστικός έλεγχος στασιμότητας των Kwiatkowski, Phillips, Schmidt & Shin (KPSS TEST)

Αφού η μηδενική υπόθεση στον έλεγχο του επαυξημένου Dickey-Fuller είναι ότι μια χρονική σειρά περιέχει μοναδιαία ρίζα, η υπόθεση αυτή είναι αποδεκτή εκτός αν υπάρχει μια δυναμική απόδειξη εναντίον της. Όμως, η προσέγγιση αυτή ίσως έχει χαμηλότερη ισχύ έναντι των σχεδόν στάσιμων διαδικασιών μοναδιαίας ρίζας.

Σε αντίθεση οι Kwiatkowski, Phillips, Schmidt & Shin (1992) παρουσίασαν ένα έλεγχο σύμφωνα με τον οποίο η μηδενική υπόθεση αναφέρει ότι μια χρονική σειρά είναι στάσιμη. Το KPSS test υλοποιεί τον έλεγχο του επαυξημένου Dickey-Fuller λαμβάνοντας υπόψη ότι η ισχύς και των δύο ελέγχων μπορεί να καθοριστεί από τη σύγκριση της σημαντικότητας των στατιστικών κριτηρίων και των δύο ελέγχων. Μια στάσιμη χρονική σειρά έχει στατιστικά σημαντικά κριτήρια του ελέγχου ADF και μη στατιστικά σημαντικά κριτήρια του ελέγχου KPSS.

Ο έλεγχος του στατιστικού κριτηρίου KPSS υποθέτει ότι μια χρονική σειρά μπορεί να αποτελείται από μια προσδιοριστική χρονική τάση, τον τυχαίο περίπατο, και το σφάλμα στασιμότητας, δηλαδή ισχύει:

$$Y_t = \delta_t + r_t + \varepsilon_t$$

όπου r_t είναι ο τυχαίος περίπατος.

Το τεστ Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) ελέγχει τη στασιμότητα μιας χρονολογικής σειράς είτε στο επίπεδο (Level) είτε με τάση (Trend).

H_0 : Η Y_t είναι στάσιμη γύρω από μια σταθερά ($\delta=0$)

H_1 : Η εμφανίζει χρονική τάση ($\delta \neq 0$)

2.3 Μέθοδοι ανάλυσης και επεξεργασίας της αρχικής χρονοσειράς

2.3.1 Ομαδοποίηση (Clustering)

Η ομαδοποίηση χρονοσειρών ή τυχαίων μεταβλητών είναι ένας τρόπος να οργανωθούν σε ομοιογενείς κλάδους ή αλλιώς ομάδες μεταβλητών, οι οποίες εμφανίζουν μεταξύ τους ισχυρή συσχέτιση και συνεπώς εμπεριέχουν την ίδια πληροφορία.

Η διαδικασία της ομαδοποίησης μπορεί επομένως να χρησιμοποιηθεί τόσο για μείωση των διαστάσεων του χώρου των μεταβλητών, την απαλοιφή περιττών μεταβλητών και την επιλογή αντιπροσωπευτικών μεταβλητών.

Η Ομοιογένεια ενός κλάδου C_k ορίζεται ως:

$$H(C_k) = \sum_{x_j \in C_k} r^2(x_j, y_k),$$

όπου $r^2(x_j, y_k)$ το τετράγωνο των συσχετίσεων των x_j, y_k και $\eta^2(z_j, y_k)$ ο λόγος των συσχετίσεων των z_j, y_k .

Τα *κύρια συστατικά* y_k είναι μη συσχετιζόμενοι μεταξύ τους γραμμικοί συνδυασμοί των αρχικών μεταβλητών με τη μέγιστη διασπορά καθώς και τη μέγιστη σύνδεση με τις αρχικές μεταβλητές.

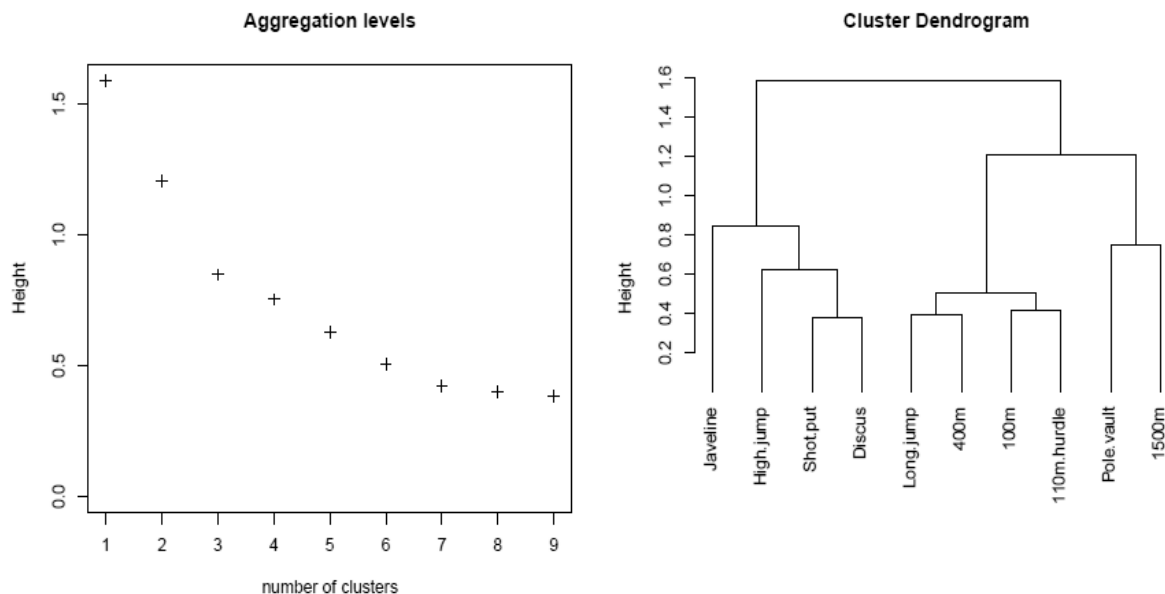
Το κριτήριο ομοιογένειας αθροίζει την τετραγωνική συσχέτιση (για ποσοτικές μεταβλητές) σε μια συνθετική μεταβλητή που αντιπροσωπεύει βέλτιστα το σύνολο των μεταβλητών του κλάδου. Η συνθετική μεταβλητή είναι το «κύριο συστατικό» και προκύπτει μέσω της μεθόδου PCAMIX ως εξής:

$$y_k = \arg \max_{u \in \mathbb{R}^n} \left\{ \sum_{x_j \in C_k} r^2(x_j, u) \right\}$$

Κατά συνέπεια, για το πλήθος $P=(C_1, \dots, C_K)$ των συνολικών διαχωρισμών του συνόλου των αρχικών μεταβλητών έχουμε

$$H(P) = \sum_{k=1}^K H(C_k, y_k)$$

Πακέτο R : ClustOfVar (2012) μέσω της συνάρτησης hclustvar η οποία κάνει χρήση του ιεραρχικού αλγορίθμου ομαδοποίησης.



Σχήμα 2.5 Παράδειγμα χρήσης του πακέτου ClustOfVar και της συνάρτησης hclustvar σε εφαρμογή όπου οι τυχαίες μεταβλητές προς ομαδοποίηση είναι η επίδοση στα αθλήματα που περιλαμβάνονται στο αγώνισμα του δεκάθλου

2.3.2 Απαλοιφή της εποχικότητας

Γενικά η απαλοιφή της τάσης ή της εποχικότητας (γενικά περιοδικότητας) γίνεται όταν δε μας ενδιαφέρει να μελετήσουμε τις μεταβολές στη χρονοσειρά που οφείλονται σε τάσεις ή περιοδικότητα γιατί θεωρούμε ότι δημιουργούνται από άλλους παράγοντες που δε σχετίζονται με το σύστημα που θέλουμε να διερευνήσουμε ή περιγράψουμε. Για προβλέψεις, είτε συμπεριλαμβάνουμε την τάση και περιοδικότητα στο μοντέλο

πρόβλεψης, είτε εκτιμούμε το μοντέλο στη χρονοσειρά που προκύπτει αφαιρώντας την τάση ή περιοδικότητα και στις προβλέψεις του μοντέλου αυτού προσθέτουμε την τάση και περιοδικότητα για να πάρουμε την πρόβλεψη του παρατηρούμενου μεγέθους.

Αντίθετα, σε κάποιες εφαρμογές μπορεί η πληροφορία που θέλουμε να αντλήσουμε από τη χρονοσειρά να είναι ακριβώς η τάση ή η περιοδικότητα (ή και τα δύο). Τότε η ανάλυση της χρονοσειράς περιορίζεται στην εκτίμηση της τάσης ή της περιοδικότητας και θεωρεί την υπόλοιπη πληροφορία στις παρατηρήσεις χωρίς καμιά σημασία ή τυχαία.

Συνοψίζοντας, μια χρονοσειρά $\{y_t\}$ μπορεί σε κάθε χρονική στιγμή t να αναλυθεί στις συνιστώσες τάσης και περιοδικότητας, δηλαδή για τη μεταβλητή Y_t θεωρούμε το μοντέλο

$$Y_t = f(\mu_t, s_t, r_t)$$

όπου

- μ_t είναι η τάση ως συνάρτηση του χρόνου, δηλαδή το αργά μεταβαλλόμενο μέσο επίπεδο τιμών της Y_t
- s_t είναι η συνιστώσα εποχικότητας ή περιοδικότητας για κάποια περίοδο d
- r_t είναι το υπόλοιπο, που συγκεντρώνει την πληροφορία (αν υπάρχει) για τη δυναμική του συστήματος απαλλαγμένο από τάση και περιοδικότητα.

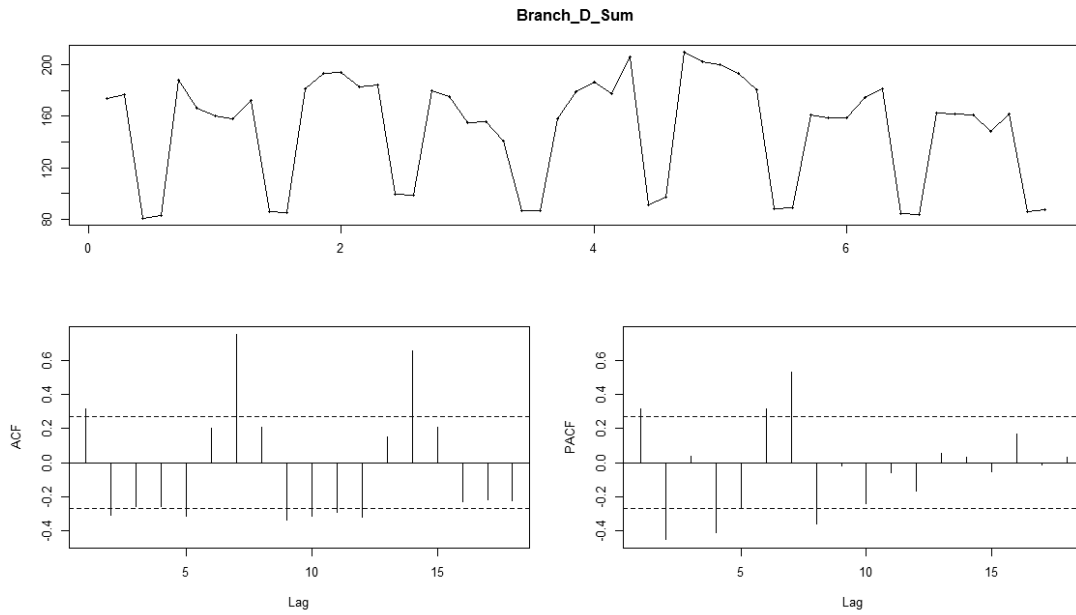
Η μέθοδος αποεποχικοποίησης που ακολουθήθηκε στην παρούσα διαδικασία ήταν αυτή της απλής πολλαπλασιαστικής μεθόδου, μέσω της συνάρτησης *decompose()*:

```
decompose(time_series, type = c("multiplicative"), filter = NULL)
```

Η παράμετρος *type* ορίζει το μοντέλο της αποεποχικοποίησης, στη συγκεκριμένη περίπτωση επιλέγεται το πολλαπλασιαστικό μέσω του ορίσματος "multiplicative"

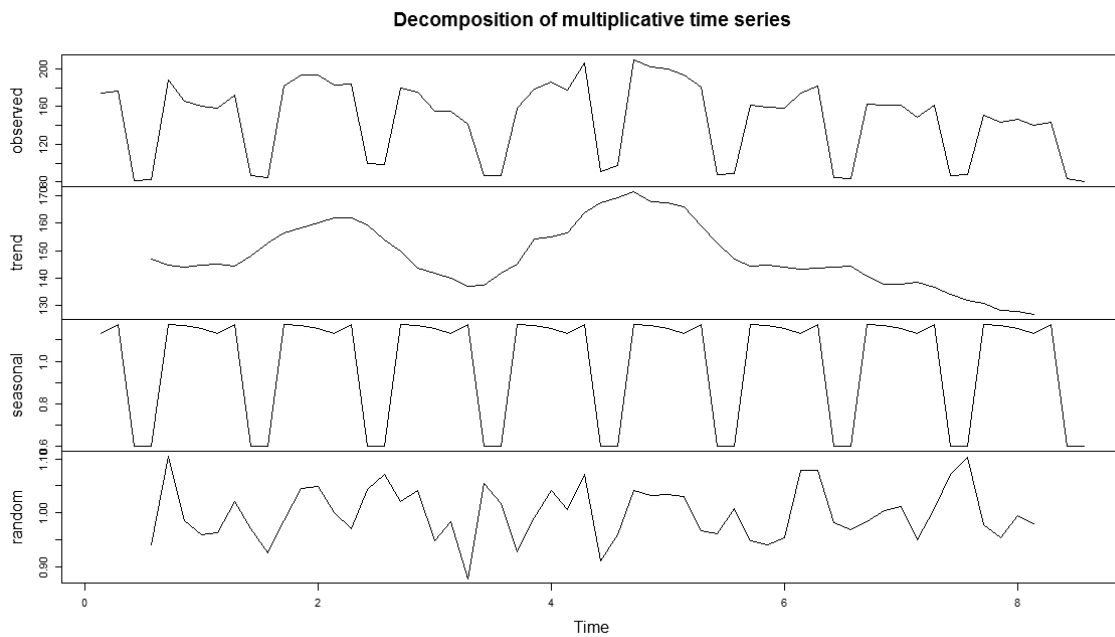
Η παράμετρος *filter* με όρισμα NULL κάνει χρήση κινητών και κεντρικών κινητών μέσων ωρών, εύρους ανάλογου της εποχιακότητας που έχουμε ορίσει για τη χρονοσειρά.

Για παράδειγμα, σε μια δεδομένη χρονοσειρά με τα εξής χαρακτηριστικά



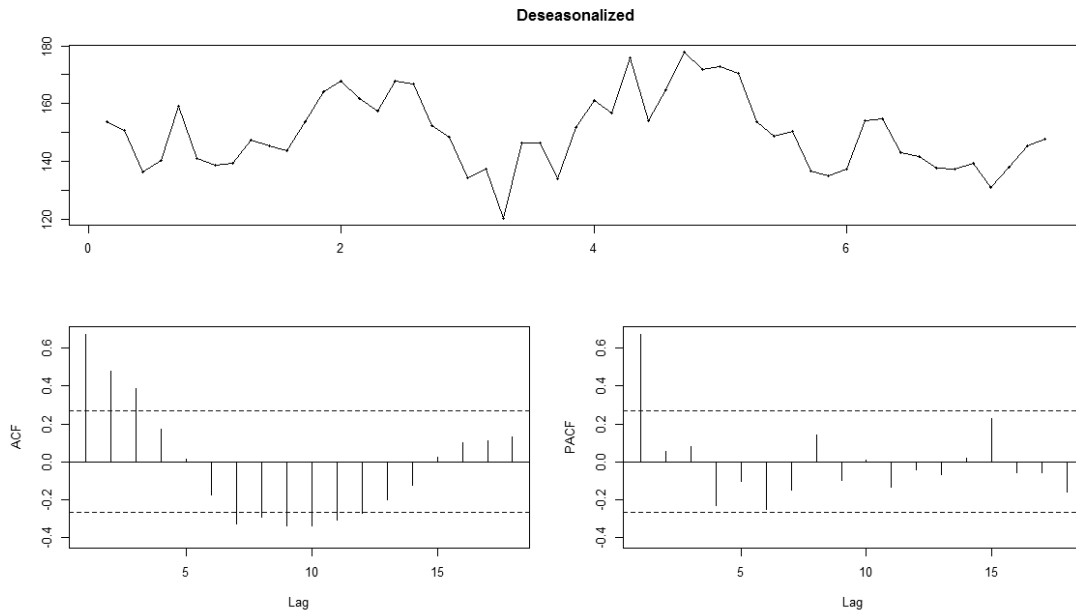
Σχήμα 2.6 Αρχική χρονοσειρά ως είσοδος προς αποεποχικοποίηση

, αναλύεται στις επιμέρους συνιστώσες



Σχήμα 2.7 Ανάλυση χρονοσειράς με απλή πολλαπλασιαστική αποεποχικοποίηση

Και στη συνέχεια προκύπτει η χρονοσειρά απαλλαγμένη από τη συνιστώσα της εποχικότητας.



Σχήμα 2.8 Αποτελέσματα ανάλυσης χρονοσειράς με απλή πολλαπλασιαστική αποεποχικοποίηση

2.3.3 Στασιμότητα, μη-στασιμότητα και σταθεροποίηση διασποράς

Η ύπαρξη μη-στασιμότητας είναι ένα από τα βασικότερα προβλήματα στην ανάλυση χρονοσειρών και το πρώτο που πρέπει να αντιμετωπιστεί.

Αυτά τα φαινόμενα δημιουργούν σχετικά αργές τάσεις ή και διακυμάνσεις στο δείκτη Y_t της αρχικής χρονοσειράς. Έτσι αντί η μελέτη να γίνει στη χρονοσειρά του δείκτη Y_t μπορεί να γίνει σε χρονοσειρά που προκύπτει από μετασχηματισμό του δείκτη Y_t με σκοπό την απαλοιφή της τάσης ή και της διακύμανσης. Παρακάτω δίνονται τρεις τέτοιοι μετασχηματισμοί:

1. Ο μετασχηματισμός της μεταβολής των τιμών του δείκτη, που απαλείφει την τάση στη χρονοσειρά

$$x_t = y_t - y_{t-1}$$

2. Ο μετασχηματισμός της μεταβολής του λογαρίθμου των τιμών του δείκτη, που απαλείφει την τάση και ελαττώνει τις μεγάλες διακυμάνσεις στη χρονοσειρά

$$x_t = \ln y_t - \ln y_{t-1}$$

3. Ο μετασχηματισμός της σχετικής μεταβολής των τιμών του δείκτη, που έχει τα ίδια χαρακτηριστικά όπως ο παραπάνω μετασχηματισμός

$$x_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_t}$$

Μπορεί ναδειχθεί ότι για μεγάλες διακυμάνσεις της Y_t οι μετασχηματισμοί της μεταβολής και της μεταβολής του λογαρίθμου δίνουν σχεδόν το ίδιο αποτέλεσμα και αναφέρονται και ως αποδόσεις του δείκτη [returns]. Στη συνέχεια θα συμβολίζεται ως $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ την τυχόν μη-στάσιμη χρονοσειρά και αντίστοιχα την παρατηρούμενη (τυχαία) μεταβλητή Y_t και ως $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ τη στάσιμη χρονοσειρά (ή γενικά τη χρονοσειρά που προκύπτει από κάποιο μετασχηματισμό της $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ και αντίστοιχα τη μεταβλητή X_t).

Ο μετασχηματισμός της μεταβολής του λογαρίθμου των τιμών (ή ισοδύναμα της σχετικής μεταβολής των τιμών) έχει ένα πλεονέκτημα σε σύγκριση με το μετασχηματισμό των πρώτων διαφορών. Ενώ και οι δύο μετασχηματισμοί απαλείφουν αργές μεταβολές της μέσης τιμής, η διαφορά των λογαρίθμων σταθεροποιεί και τη διασπορά.

Γενικά παίρνοντας τους λογαρίθμους των τιμών πετυχαίνουμε να μειώσουμε μεγάλες εξάρσεις της χρονοσειράς και τείνει η χρονοσειρά να γίνει κανονική, να έχει δηλαδή Γκαουσιανή περιθώρια κατανομή.

Η σταθεροποίηση της διασποράς μπορεί να αντιμετωπισθεί με μαθηματικό παρά εμπειρικό τρόπο (όπως παίρνοντας λογαρίθμους) θεωρώντας πως η διασπορά της χρονοσειράς $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ αλλάζει ως συνάρτηση της μέσης τιμής μ_t (που μπορεί να μην είναι σταθερή ως προς το χρόνο t), δηλαδή $\text{Var}[Y_t] = f(\mu_t)$. Το πρόβλημα της σταθεροποίησης της διασποράς είναι να βρούμε το μετασχηματισμό έτσι ώστε $\text{Var}[Y_t] = c$ υπό από την υπόθεση $\text{Var}[Y_t] = f(\mu_t)$.

Μια λύση στο πρόβλημα αυτό δίνει ο μετασχηματισμός δύναμης των Box και Cox

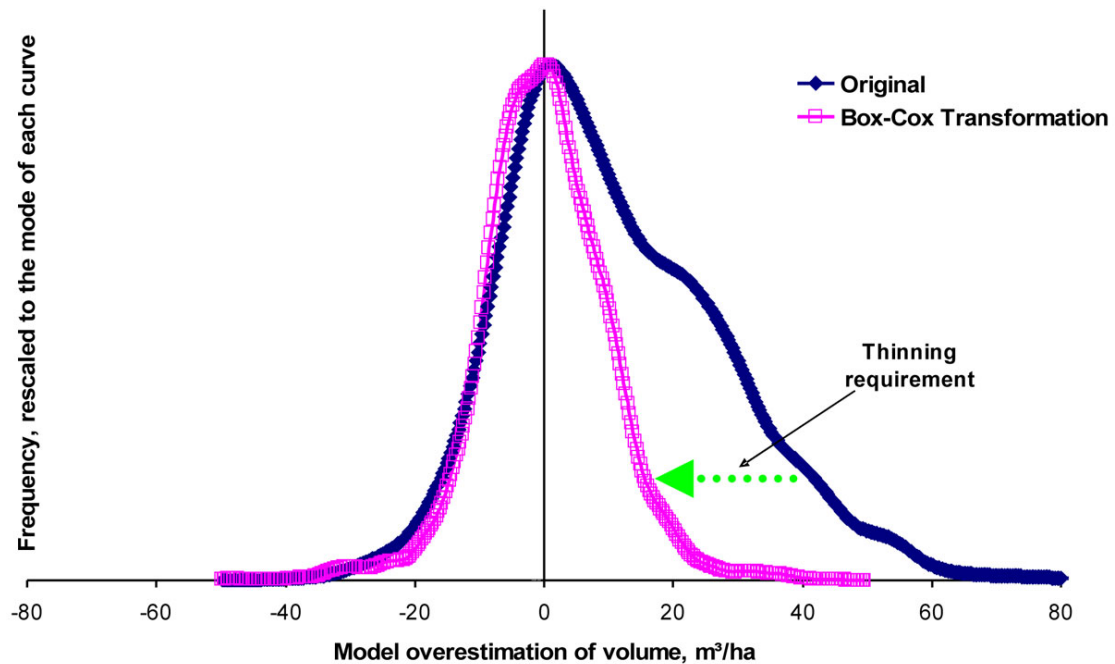
$$x_t = \frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda}$$

με παράμετρο λ που γενικά θα πρέπει να εκτιμηθεί από τα δεδομένα.

Για συγκεκριμένες μορφές της συνάρτησης f δίνονται στον πίνακα ο μετασχηματισμός της χρονοσειράς για τη σταθεροποίηση της διασποράς καθώς και η αντίστοιχη τιμή της παραμέτρου λ του μετασχηματισμού δύναμης.

λ	x_t	$\text{Var}[Y_t]$
-1	$1/y_t$	$c\mu^4$
0.5	$1/\sqrt{y_t}$	$c\mu^3$
0	$\ln(y_t)$	$c\mu^2$
0.5	$\sqrt{y_t}$	$c\mu$

Σημειώνεται πως ο μετασχηματισμός δύναμης έχει ένα δεύτερο σκοπό συνυφασμένο με τον πρώτο σκοπό της σταθεροποίησης της διασποράς: διορθώνει την περιθώρια κατανομή της χρονοσειράς στην κατεύθυνση της κανονικής (Γκαουσιανής) κατανομής και τείνει να τα μετατρέψει σε ομοσκεδαστικά. Η διόρθωση δεν είναι πάντα πετυχημένη, δηλαδή δε μπορεί αυτός ο μετασχηματισμός να μετατρέψει οποιαδήποτε περιθώρια κατανομή σε κανονική.



Σχήμα 2.9 Σταθεροποίηση της διασποράς της χρονοσειράς του μοντέλου εκτίμησης του όγκου Βιομάζας από της Αυστριακής Εθνική Δασικής Απογραφής - Συγκρίνεται το γράφημα της περιθώριας κατανομής της και το γράφημα που προκύπτει μετά το μετασχηματισμό Box-Cox.

3

Τεχνικές Προβλέψεων

3.1 Γενικά για τις προβλέψεις

Μία από τις πλέον χρήσιμες εφαρμογές της ανάλυσης χρονοσειρών είναι η παρατήρηση της εξέλιξης των μεγεθών που περιγράφουν και η εκτίμηση της μελλοντικής πορείας της ακολουθίας των παρατηρήσεων. Η διαδικασία αυτή έχει επιτυχημένα τυποποιηθεί μέσω μαθηματικών μοντέλων, γνωστά και ως μοντέλα πρόβλεψης. Στόχος των προβλέψεων είναι να είναι όσο το δυνατόν πιο εύστοχες και να ελαχιστοποιηθεί η απόκλισή τους από τις πραγματικές μελλοντικές τιμές που προσπαθούν να περιγράψουν.

Από το 1980 και μετά, ο τομέας των προβλέψεων έχει γνωρίσει σημαντική ανάπτυξη, βρίσκοντας ευρεία εφαρμογή τόσο σε ακαδημαϊκά, όσο και σε επιχειρησιακά περιβάλλοντα.

Ο παράγοντας εκείνος ο οποίος εισάγει σφάλμα στις προβλέψεις και προσπαθούν να αντισταθμίσουν τα διάφορα μοντέλα, είναι εκείνος της αβεβαιότητας. Η αβεβαιότητα αναφέρεται σε απροσδόκητα γεγονότα που επηρέασαν την πραγματική μελλοντική πορεία της χρονοσειράς που εξετάζουμε και έχει ως αποτέλεσμα τα διάφορα μοντέλα να εμφανίσουν από μικρή απόκλιση, έως και ολική αστοχία στις εκτιμήσεις τους.

3.2 Κατηγορίες μεθόδων πρόβλεψης

Τα μοντέλα μπορούν να αναλυθούν σε δύο κεντρικές κατηγορίες, στα ποσοτικά ή αλλιώς στατιστικά, τα οποία χωρίζονται στο μοντέλο χρονοσειρών και το αιτιοκρατικό μοντέλο [Πετρόπουλος, Ασημακόπουλος, 2011] και στα ποιοτικά, τα οποία μπορούν να αναλυθούν στην κριτική πρόβλεψη και η πρόβλεψη στόχου, που θα παρουσιαστούν πιο αναλυτικά στην επόμενη παράγραφο.

Η στατιστική πρόβλεψη αναφέρεται στην εφαρμογή των στατιστικών μοντέλων χρονοσειρών ή των αιτιοκρατικών μοντέλων πάνω σε μια σειρά δεδομένων, ώστε να παραχθεί με συστηματικό τρόπο η πρόβλεψη της πορείας της ακολουθίας. Σημαντικό στοιχείο της στατιστικής πρόβλεψης είναι η ακρίβειά της συγκριτικά με τα προηγούμενα δύο είδη πρόβλεψης, όταν συνδυαστεί με κατάλληλα διαστήματα εμπιστοσύνης.

Η κριτική πρόβλεψη μπορεί να βασίζεται στη γνώση, την κρίση και την πείρα ενός ατόμου ή μιας ομάδας ατόμων χωρίς την απαίτηση δεδομένων όπως γίνεται στη στατιστική πρόβλεψη. Ακόμη, μπορεί να λαμβάνει υπόψη ειδικά γεγονότα, να αντισταθμίζει τις ανεπάρκειες και να εξισορροπεί τις ανομοιογένειες των καταγεγραμμένων δεδομένων. Καθίσταται έτσι κατάλληλη σε περιπτώσεις που περισσότερο από τεχνοοικονομικούς παράγοντες έχουμε ηθικούς και όταν είναι επιθυμητός ο έλεγχος του μεγέθους του οποίου η ζήτηση προβλέπεται, ενώ το μειονέκτημά της είναι η προκατάληψη των ατόμων στη κρίση των οποίων στηρίζονται τα αποτελέσματά της. Για το λόγο αυτό κρίνεται σκόπιμος ο συνδυασμός των προβλέψεων από στατιστικές και κριτικές μεθόδους για την επίτευξη καλύτερων αποτελεσμάτων. Μερικές από τις βασικότερες μεθόδους της είναι η απλή κρίση, η μέθοδος Delphi και οι δομημένες αναλογίες.

Τέλος, η πρόβλεψη στόχου είναι ουσιαστικά η επιθυμητή πορεία της χρονοσειράς που θέλει η επιχείρηση να έχει και όχι τόσο η πραγματική πρόβλεψή της. Με ανάλυση των ιστορικών δεδομένων του μεγέθους που μελετάται υπολογίζεται ο ρυθμός ανάπτυξής του για το παρελθόν διάστημα. Στη συνέχεια, η εφαρμογή των στατιστικών προβλέψεων δίνει μια εκτίμηση της πορείας της χρονοσειράς και πλέον μένει ο χειριστής των δεδομένων να τροποποιήσει το μελλοντικό ρυθμό ανάπτυξης, σύμφωνα με την επιθυμητή μελλοντική πορεία της επιχείρησης. Η τελική πρόβλεψη είναι συνεπώς εδώ η πρόβλεψη του διευθυντή ανάπτυξης (χειριστή) και περιέχει αρκετή αισιοδοξία και μεροληψία, καθώς καθορίζει τους στόχους της επιχείρησης.

Στην παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε αποκλειστικά με τις στατιστικές μεθόδους χρονοσειρών.

Στατιστικές μέθοδοι χρονοσειρών

Το μοντέλο χρονοσειρών είναι το πλέον γνωστό είδος στατιστικής πρόβλεψης, η εφαρμογή του οποίου προϋποθέτει την ύπαρξη ιστορικών δεδομένων σε προηγούμενες, σταθερές χρονικές περιόδους. Έτσι λοιπόν, βασιζόμενοι στις παρελθοντικές τιμές της υπό εξέταση τυχαίας μεταβλητής, προσπαθούμε να ανιχνεύσουμε ένα πρότυπο συμπεριφοράς αυτής και να παράγουμε προβλέψεις προεκτείνοντας το πρότυπο αυτό στο μέλλον. Στις μεθόδους χρονοσειρών συγκαταλέγονται οι μέθοδοι αποσύνθεσης, εξομάλυνσης, οι

αιτιοκρατικές μέθοδοι και οι αυτοπαλινδρομούμενες μέθοδοι κινητού μέσου όρου (Autoregressive Moving Average).

Η χρήση του μοντέλου χρονοσειρών παράγει ικανοποιητικά αποτελέσματα στις περιπτώσεις που η εξέλιξη της χρονοσειράς γίνει με βάση τις τωρινές συνθήκες (εφόσον οι προβλέψεις στηρίζονται στις ιστορικές παρατηρήσεις). Ένα σημαντικό μειονέκτημα του μοντέλου χρονοσειρών είναι η μη συσχέτιση του προβλεπόμενου μεγέθους με παράγοντες που πιθανότατα το επηρεάζουν σημαντικά.

3.3 Μοντέλα πρόβλεψης

3.3.1 Μοντέλα ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average models)

Τα ολοκληρωμένα αυτοπαλινδρομικά μοντέλα κινητών μέσων όρων είναι στοχαστικά μαθηματικά μοντέλα που στοχεύουν στην περιγραφή της διαχρονικής εξέλιξης φυσικών μεγεθών. Καθώς σε ότι αφορά τα φυσικά μεγέθη είναι αδύνατη η καταγραφή όλων των παραγόντων που τα επηρεάζουν, είναι πολύ δύσκολη η περιγραφή τους από ένα ντετερμινιστικό μοντέλο. Η εξάρτηση όμως των μεγεθών αυτών από ντετερμινιστικούς παράγοντες καθιστά δυνατή την περιγραφή της διαχρονικής εξέλιξής τους από ένα στοχαστικό μοντέλο το οποίο θα υπολογίζει την πιθανότητα η τιμή του μεγέθους να βρίσκεται εντός κάποιου διαστήματος. Τα στοχαστικά μοντέλα είναι ουσιαστικά ένας γραμμικός συνδυασμός του τυχαίου παράγοντα με την έννοια του τυχαίου σφάλματος ή του σφάλματος πρόβλεψης, των προηγούμενων τιμών του υπό εξέταση φυσικού μεγέθους καθώς και κάποιων άλλων στοχαστικών παραγόντων. Τα μοντέλα ARIMA μελετήθηκαν εκτενώς από τους Box και Jenkins (1970) οι οποίοι πρότειναν μια οικογένεια αλγεβρικών μοντέλων πρόβλεψης από την οποία μπορεί κάποιος να διαλέξει το πλέον κατάλληλο για την πρόβλεψη μιας δεδομένης χρονοσειράς. Τα μοντέλα αυτά βασίζονται στις προβλέψεις τους στα προηγούμενα δεδομένα και τα πρότυπα συμπεριφοράς που εμφανίζει η χρονοσειρά. Είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικά σε βραχυπρόθεσμες προβλέψεις αλλά εφαρμόζονται σχεδόν αποκλειστικά σε χρονοσειρές των οποίων οι παρατηρήσεις ισαπέχουν χρονικά ενώ η μέση τιμή, η διακύμανση και η συνάρτηση

Τα ολοκληρωμένα αυτοπαλινδρομικά μοντέλα κινητών μέσων όρων ARIMA (Auto Regressive Integrated Moving Average) είναι στοχαστικά μαθηματικά μοντέλα τα οποία μας βοηθάνε να αναλύσουμε και να προβλέψουμε την εξέλιξη μεγεθών. Σε αντίθεση με τα ντετερμινιστικά μοντέλα, η χρήση των οποίων απαιτεί γνώση των παραγόντων από τις

οποίες εξαρτάται το μέγεθος (ο πλήρης εντοπισμός και μέτρηση των οποίων είναι μάλλον αδύνατος), η εφαρμογή των μοντέλων ARIMA βασίζεται στον υπολογισμό της πιθανότητας για την οποία η τιμή του μεγέθους βρίσκεται σε κάποιο διάστημα. Μελετήθηκαν εκτεταμένα από τους Box και Jenkins και συχνά αναφέρονται στη βιβλιογραφία με την ομώνυμη ονομασία.

Τα μοντέλα ARIMA περιέχουν τον τυχαίο παράγοντα (σφάλμα πρόβλεψης), τιμές του μεγέθους που εμφανίστηκαν σε προηγούμενες περιόδους και άλλους στοχαστικούς παράγοντες. Κάθε μοντέλο ARIMA είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των παραπάνω παραγόντων και στόχος μας είναι η ανακάλυψη εκείνου που παράγει τις καλύτερες προβλέψεις. Στην πράξη βέβαια δεν μπορούμε να είμαστε ποτέ σίγουροι για το ποιος είναι ο βέλτιστος γραμμικός συνδυασμός. Μπορούμε ωστόσο να τον προσεγγίσουμε ικανοποιητικά.

Η εφαρμογή των μοντέλων ARIMA προϋποθέτει να πληρούνται ορισμένες απαιτήσεις. Αρχικά, η χρονοσειρά πρέπει να είναι διακριτή, δηλαδή οι παρατηρήσεις της y_t να αναφέρονται σε ισαπέχουσες χρονικές στιγμές $X_t, X_{t+T}, X_{t+2T}, \dots$. Εκτός αυτού, η χρονοσειρά πρέπει να είναι στάσιμη. Αυτό σημαίνει πως η μέση τιμή (μ), η διακύμανση (σ^2) και η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (ACF) της χρονοσειράς πρέπει να είναι σταθερές καθ' όλη τη διάρκεια του χρόνου. Έτσι, τα χαρακτηριστικά της δεν εξαρτώνται από τη χρονική στιγμή την οποία αυτή εξετάζεται (βλέπε λευκός θόρυβος) και οποιοδήποτε δείγμα της κατανομής της $X_{t1}, X_{t2}, \dots, X_{tn}$ ταυτίζεται εν γένει με αυτό της $X_{t1+T}, X_{t2+T}, \dots, X_{tn+T}$. Με αυτό τον τρόπο η χρονοσειρά αποδεσμεύεται από την έννοια του χρόνου και μπορεί να μελετηθεί στοχαστικά.

Δεδομένης μιας χρονοσειράς δεδομένων X_t , το μοντέλο ARIMA είναι ένα εργαλείο κατανόησης και πρόβλεψης μελλοντικών τιμών της χρονοσειράς. Το μοντέλο αποτελείται από δύο τμήματα, το αυτοσυσχετιζόμενο κομμάτι (AR) και το κομμάτι του κινητού μέσου όρου (MA). Το μοντέλο αναφέρεται συνήθως ως μοντέλο ARMA(p,q) όπου p αναφέρεται στη συνιστώσα αυτοσυσχέτισης και q αναφέρεται στη συνιστώσα του κινητού μέσου όρου.

Παρακάτω δίνονται τα μέρη βάσει των οποίων συντίθεται το ARMA μοντέλο:

3.3.1.1 Αυτοπαλινδρομούμενες διαδικασίες

Η αυτοπαλινδρομούμενη διαδικασία τάξης p , $AR(p)$ [autoregressive process of order p] ορίζεται από τον περιορισμό του αθροίσματος στην έκφραση αυτοπαλινδρόμησης της γραμμικής χρονοσειράς στους πρώτους p όρους

$$X_t = \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \dots + \varphi_p X_{t-p} + Z_t + c, Z_t \sim WN(0, \sigma_z^2)$$

Όπου $\varphi_1, \dots, \varphi_p$ είναι οι παράμετροι του μοντέλου, c είναι η σταθερά και ε_t είναι το σφάλμα. Ο σταθερός όρος παραλείπεται συνήθως.

Κάποιοι περιορισμοί είναι απαραίτητοι στις τιμές των παραμέτρων του μοντέλου προκειμένου το μοντέλο να παραμείνει σταθερό. Για παράδειγμα εάν στη διαδικασία το μοντέλο $AR(1)$ με $|\varphi_1| \geq 1$ τότε δεν είναι σταθερό.

Κάνοντας χρήση του τελεστή υστέρησης B η $AR(p)$ αποκτά την έκφραση $\varphi(B)X_t = Z_t$, όπου $\varphi(B) = 1 - \sum_{i=1}^p \varphi_i B^i$ είναι το χαρακτηριστικό πολυώνυμο της $AR(p)$.

3.3.1.2 Διαδικασίες Κινούμενου Μέσου

Η δεύτερη κλάση γραμμικών στοχαστικών διαδικασιών είναι εκείνη του κινούμενου μέσου τάξης q , $MA(q)$ [moving average process of order q]. Προκύπτει από τη σχέση της γενικής μορφής γραμμικής στοχαστικής διαδικασίας, περιορίζοντας τους όρους του λευκού θορύβου στους q πιο πρόσφατους όρους

$$X_t = Z_t - \theta_1 Z_{t-1} - \theta_2 Z_{t-2} + \dots + \theta_q Z_{t-q}, Z_t \sim WN(0, \sigma_z^2)$$

Ή με χρήση του τελεστή υστέρησης $X_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) Z_t$

ή αλλιώς $X_t = \theta(B) Z_t$, όπου $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ είναι το χαρακτηριστικό πολυώνυμο της $MA(q)$. Η $MA(q)$ είναι πάντα στάσιμη αφού δίνεται ως πεπερασμένο άθροισμα όρων λευκού θορύβου.

Η $MA(q)$ διαδικασία ορίζει την τυχαία μεταβλητή X_t ως γραμμικό συνδυασμό των q πρόσφατων στοιχείων λευκού θορύβου, Z_t, \dots, Z_{t-q} . Εδώ το καθοριστικό μέρος που υπήρχε στην $AR(p)$ διαδικασία (ο γραμμικός συνδυασμός των X_{t-1}, \dots, X_{t-p}) αντικαθίσταται από το στοχαστικό έτσι ώστε η μόνη πληροφορία που δίνεται για την X_t είναι από τις διαταράξεις στους $q+1$ πρόσφατους χρόνους. Η διάρκεια της επίδρασης μιας τυχαίας διαταραχής είναι

όσο και η τάξη q της MA. Ο κινητός μέσος όρος είναι ουσιαστικά ένα πεπερασμένο φίλτρο κρουστικής απόκρισης

3.3.1.3 Εκτίμηση των παραμέτρων μοντέλων ARIMA

Για την εκτίμηση των παραμέτρων $\varphi_1, \dots, \varphi_p$ και $\theta_1, \dots, \theta_q$ μέσω των δειγματικών αυτοσυσχετίσεων r_1, \dots, r_p χρησιμοποιείται η μέθοδος των ροπών, γνωστή και ως Yule Walker.

Υπάρχουν κριτήρια για την τάξη του μοντέλου, όπου ως τάξη εννοούμε το πλήθος των παραμέτρων του μοντέλου που πρέπει να εκτιμηθούν για να προσδιοριστεί πλήρως το μοντέλο. Τα κριτήρια αυτά βασίζονται στην πιθανοφάνεια (likelihood) των δεδομένων με βάση το μοντέλο. Ως δείκτης πιθανοφάνειας μπορεί να θεωρηθεί η διασπορά των υπολοίπων (σφάλματα προσαρμογής) σ_z^2 από την προσαρμογή του μοντέλου. Τα κριτήρια προσπαθούν να ισορροπήσουν τη μείωση του σφάλματος που επιτυγχάνεται με ένα πιο πολύπλοκο μοντέλο (με περισσότερους όρους και άρα παραμέτρους) βάζοντας ποινή στην πολυπλοκότητα του μοντέλου. Αυτό συνήθως επιτυγχάνεται με μια συνάρτηση κόστους της τάξης του μοντέλου που θα πρέπει να ελαχιστοποιείται στην σωστή τάξη του μοντέλου και περιέχει το σφάλμα προσαρμογής και κάποιον όρο ποινής για την πολυπλοκότητα του μοντέλου (δηλαδή της τάξης). Παραθέτονται παρακάτω τρία από τα πιο γνωστά κριτήρια που κάνουν χρήση του σφάλματος προσαρμογής, όπου στις μαθηματικές εκφράσεις των κριτηρίων ο όρος σ_z^2 είναι η εκτιμώμενη διασπορά των σφαλμάτων και p είναι η τάξη του μοντέλου για την οποία υπολογίζεται η τιμή του κριτηρίου (εδώ είναι η τάξη του μοντέλου AR):

1. Κριτήριο πληροφορίας του Akaike [Akaike information criterion (AIC)]

$$AIC(p) = \ln(s_z^2) + \frac{2p}{n}$$

2. Κριτήριο Μπεϋζιανής πληροφορίας (Schwartz) [Bayesian information criterion (BIC)]

$$BIC(p) = \ln(s_z^2) + \frac{p \ln(n)}{n}$$

3. Κριτήριο τελικού σφάλματος πρόβλεψης [Final prediction error (FPE)]

$$FPE(p) = s_z^2 \frac{n+p}{n-p}$$

Για κάθε ένα από τα παραπάνω κριτήρια η τάξη του μοντέλου είναι η τιμή p για την οποία η συνάρτηση του κριτηρίου παίρνει την ελάχιστη τιμή. Είναι φανερό ότι όσο μεγαλώνει η τάξη p του μοντέλου τα σφάλματα προσαρμογής γίνονται μικρότερα, το s_z^2 μικραίνει, και για πολύ μεγάλες τάξεις το μοντέλο προσαρμόζεται σε διακυμάνσεις που δεν αντανακλούν πραγματικές συσχετίσεις αλλά περισσότερο το λευκό θόρυβο. Γι αυτό, για παράδειγμα στη σχέση για το κριτήριο AIC, υπάρχει ο δεύτερος όρος ποινής [penalty term], ο οποίος δρα αρνητικά και αυξάνει τη συνάρτηση AIC όταν η τάξη του μοντέλου αυξάνει. Υπολογίζοντας το κριτήριο AIC για ικανά μεγάλο αριθμό τάξεων μοντέλου επιλέγουμε εκείνη την τάξη p που δίνει την ελάχιστη τιμή του AIC.

Μία διαφορετική προσέγγιση για τον προσδιορισμό των τάξεων p και q των αυτοπαλινδρομούμενων διαδικασιών και διαδικασιών κινούμενου μέσου όρου αντίστοιχα, γίνεται μέσω της εκτίμησης της συνάρτησης μερικής αυτοσυσχέτισης $\hat{\phi}_{\tau,\tau}$ για ένα εύρος υστερήσεων $\tau = 1, 2, \dots, \tau_{\max}$ και στη συνέχεια αντιστοιχίζοντας τις τάξεις p, q ως τη μέγιστη τάξη μη μηδενικής μερικής αυτοσυσχέτισης, για ένα προκαθορισμένο επίπεδο σημαντικότητας α .

Για τις ανάγκες της παρούσας διπλωματικής, τα μοντέλα ARIMA που χρησιμοποιήθηκαν επιλέχθηκαν μέσω της συνάρτησης `auto.arima()` που σε γλώσσα R και χρησιμοποιεί έναν αλγόριθμο που αναπτύχθηκε από τους Hyndman και Khandakar και περιλαμβάνει ένα συνδυασμό στατιστικών ελέγχων ώστε να γίνει η επιλογή του τελικού μοντέλου ARIMA

Ο αλγόριθμος ακολουθεί τα παρακάτω βήματα:

- Το πλήθος των διαφορών d υπολογίζεται με την επανειλημμένη χρήση ελέγχων KPSS.
- Οι τιμές των τάξεων p, q προσδιορίζονται για την ελαχιστοποίηση του κριτηρίου AIC, αφού έχει πραγματοποιηθεί η διαφόριση των δεδομένων d φορές. Αντί να ελέγχει κάθε πιθανό συνδυασμό των τιμών p και q , ο αλγόριθμος πραγματοποιεί μια «πλάγια» αναζήτηση για να διασχίσει τον χώρο των μοντέλων.

η οποία κάνει χρήση του αλγορίθμου της καινοτομίας (innovation algorithm) και εντοπίζει προσεγγιστικά τους συντελεστές εκείνους για τους οποίους το μοντέλο ARIMA ελαχιστοποιεί το κριτήριο AIC, το οποίο θα παρουσιαστεί αναλυτικότερα παρακάτω.

3.3.1.4 Διάγνωση καταλληλότητας μοντέλου - Στατιστικός έλεγχος ανεξαρτησίας

Πριν προχωρήσουμε με την ανάλυση και την προσαρμογή μοντέλου στη στάσιμη χρονοσειρά, θα πρέπει να αποκλείσουμε το ενδεχόμενο η χρονοσειρά να είναι ανεξάρτητη. Η κατάλληλη μεθοδολογία για αυτό είναι να κάνουμε στατιστικό έλεγχο για τη μηδενική υπόθεση (H_0) ότι η χρονοσειρά είναι ανεξάρτητη.

Μια στάσιμη χρονοσειρά είναι γραμμικά ασυσχέτιστη όταν η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης είναι μηδενική για κάθε υστέρηση ($\tau > 0$). Ο λευκός θόρυβος είναι μια γραμμικά ασυσχέτιστη χρονοσειρά αλλά κάθε γραμμικά ασυσχέτιστη χρονοσειρά δεν είναι λευκός θόρυβος. Μπορεί μια χρονοσειρά να έχει μηδενικές γραμμικές συσχετίσεις αλλά μη-μηδενικές μη γραμμικές συσχετίσεις. Παρόλα αυτά στην ανάλυση χρονοσειρών στα πλαίσια της υπόθεσης γραμμικής στοχαστικής διαδικασίας είναι ικανοποιητικό να ελέγξουμε την ύπαρξη συσχέτισης, δηλαδή μη-μηδενικής αυτοσυσχέτισης.

Θεωρητικά η αυτοσυσχέτιση της χρονοσειράς λευκού θορύβου είναι μηδενική για $\tau > 0$. Πρακτικά όμως η αυτοσυσχέτιση εκτιμάται από μια πεπερασμένη χρονοσειρά (κάποιου μήκους n) και άρα θα έχει διακυμάνσεις γύρω από το 0. Η δειγματική αυτοσυσχέτιση της χρονοσειράς λευκού θορύβου ακολουθεί Γκαουσιανή κατανομή και για αυτό θεωρούμε ότι η αυτοσυσχέτιση για κάποιο τ είναι στατιστικά ασήμαντη σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0.05$ αν $r_\tau \in \left[-\frac{2}{\sqrt{n}}, \frac{2}{\sqrt{n}} \right]$.

Τα παραπάνω όρια ορίζουν και την απορριπτική περιοχή (για $\alpha = 0.05$) για τον παραμετρικό έλεγχο σημαντικότητας για την αυτοσυσχέτιση, δηλαδή $H_0: \rho_\tau = 0$ και $H_1: \rho_\tau \neq 0$.

Για να ελεγχθούν στατιστικά τα σφάλματα σε όλο το εύρος των υστερήσεων υπολογίζονται οι κατά προσέγγιση t-τιμές του τυπικού σφάλματός τους $S(r_k(e))$.

$$t_{r_k} = \frac{r_k(e)}{S(r_k(e))}$$

$$S(r_k(e)) = n^{-1/2} (1 + 2 \sum_{j=1}^{k-1} r_{j(e)}^2)^{1/2}$$

Για να μην είναι σημαντική μία συσχέτιση (για $\alpha=0.05$) η τιμή του t-δείκτη δεν πρέπει θεωρητικά να ξεπερνά την τιμή 2. Στην πράξη, για υστέρηση 1,2 και 3 πρέπει να είναι μικρότερη του 1.25 και για μεγαλύτερη υστέρηση μικρότερη του 1.6.

3.3.2 Μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης

Οι επόμενες τρεις μέθοδοι στατιστικής πρόβλεψης υπάγονται στην κατηγορία της εκθετικής εξομάλυνσης. Η εκθετική εξομάλυνση ως μέθοδος πρόβλεψης παράγει τα αποτελέσματά της έπειτα από εξομάλυνση των δεδομένων για την απομόνωση των πραγματικών προτύπων της χρονοσειράς από τις διάφορες τυχαίες διακυμάνσεις. Η βασική αρχή των μεθόδων αυτών είναι ότι όσο πιο πρόσφατα τα δεδομένα τόσο σημαντικότερη είναι η πληροφορία τους. Έτσι δίνεται μεγαλύτερη βαρύτητα στα πρόσφατα δεδομένα, η οποία φθίνει εκθετικά όσο παλαιότερα είναι τα δεδομένα της χρονοσειράς.

Η απλότητα τους και η ικανοποιητική ακρίβεια που παρέχουν σε σχέση με άλλες, αρκετά πολυπλοκότερες μεθόδους έχουν κάνει τις μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης ιδιαίτερα δημοφιλείς. Το συγκριτικό πλεονέκτημά τους αυτό οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι αποδομούν τη χρονοσειρά στα βασικά της χαρακτηριστικά και τείνουν να μην επηρεάζονται εύκολα από ακραίες τιμές και μεγάλες διακυμάνσεις σε ειδικά γεγονότα της χρονοσειράς. Γενικά παράγουν πιο ακριβείς προβλέψεις στην περίπτωση δεδομένων με στασιμότητα ή έστω μικρό ρυθμό ανάπτυξης. Οι πλέον καθιερωμένες μέθοδοι αυτής της κατηγορίας είναι η απλή εκθετική εξομάλυνση, η εκθετική εξομάλυνση γραμμικής τάσης και η εκθετική εξομάλυνση μη γραμμικής ή φθίνουσας τάσης.

3.3.2.1 Απλή εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου (Simple Exponential Smoothing)

Η απλή εκθετική εξομάλυνση, SES, όπως καλείται το μοντέλο σταθερού επιπέδου, έχει ως βασική της υπόθεση την απουσία τάσης από τα δεδομένα και η εκάστοτε πρόβλεψη προκύπτει προεκτείνοντας μια οριζόντια ευθεία γραμμή. Για την παραγωγή πρόβλεψης με τη μέθοδο αυτή, χρειάζεται πρώτα να οριστεί ένα αρχικό επίπεδο της χρονοσειράς, (S_0). Κάθε νέα τιμή του προβλεπόμενου μεγέθους ισούται με το αμέσως προηγούμενο επίπεδο που υπολογίζεται. Ο υπολογισμός του επιπέδου χρονοσειράς γίνεται σε κάθε χρονική

περίοδο και εξομαλύνεται από το σφάλμα της διαδικασίας προσαρμογής του μοντέλου, e_t . Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για όλα τα καταγεγραμμένα δεδομένα της χρονοσειράς και οι προβλέψεις του μοντέλου ισούνται με την τελευταία υπολογισμένη τιμή του επιπέδου της χρονοσειράς, εφόσον θεωρείται η ύπαρξη σταθερού επιπέδου στο μοντέλο αυτό. Έτσι οι προβλέψεις είναι όλες επίπεδες και η απλή εκθετική εξομάλυνση θεωρείται χρήσιμη μέθοδος για προβλέψεις ενός βήματος ή όταν οι χρονοσειρές έχουν αυξημένο θόρυβο ή αβεβαιότητα [Πετρόπουλος και Ασημακόπουλος, 2011].

Οι εξισώσεις που περιγράφουν το συγκεκριμένο μοντέλο πρόβλεψης είναι οι εξής:

$$e_t = Y_t - F_t$$

$$S_t = S_{t-1} + a \cdot e_t$$

$$F_{t+1} = S_t$$

Με F_t συμβολίζεται η προβλεπόμενη τιμή για τη χρονική στιγμή t και με a , ο συντελεστής εξομάλυνσης του επιπέδου της μεθόδου και λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[0, 1]$.

Το αρχικό επίπεδο της χρονοσειράς, S_0 , επιλέγεται ως ένα από τα παρακάτω:

- Ο μέσος όρος όλων των παρατηρήσεων
- Ο μέσος όρος ορισμένου πλήθους από τις αρχικές παρατηρήσεις
- Η πρώτη παρατήρηση
- Το σταθερό επίπεδο από το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης.

Η δεύτερη και η τελευταία επιλογή προτιμώνται, ως πιο αντιπροσωπευτικές του δείγματος της χρονοσειράς. Η επιλογή του αρχικού επιπέδου βασίζεται στα ποιοτικά χαρακτηριστικά της χρονοσειράς και επηρεάζει τόσο τις προβλεπόμενες τιμές όσο και την τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης, a .

Είναι σημαντικό όπως αντιλαμβάνεται κανείς να καθοριστεί επιτυχώς και η τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης, ώστε να παραχθούν οι καλύτερες δυνατές προβλέψεις. Η πλέον συνηθισμένη μέθοδος για τον υπολογισμό της βέλτιστης τιμής του συντελεστή a είναι η γραμμική αναζήτηση της τιμής του, ώστε να ελαχιστοποιείται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (Mean Square Error, MSE). Ο βέλτιστος συντελεστής εξομάλυνσης καθορίζεται από δύο αλληλοεξαρτώμενους παράγοντες. Ο πρώτος είναι το ποσοστό θορύβου της χρονοσειράς, η τιμή του οποίου συνήθως επηρεάζει αντιστρόφως ανάλογα την τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης, ώστε να μην αντιδρά υπερβολικά σε ακραίες, μη αντιπροσωπευτικές τιμές. Ο δεύτερος παράγοντας είναι η στασιμότητα, δηλαδή η σταθερότητα του μέσου όρου της χρονοσειράς. Όσο ασθενέστερη είναι η στασιμότητα της χρονοσειράς, τόσο μεγαλύτερος πρέπει να είναι ο συντελεστής εξομάλυνσης, ώστε να μπορεί να παρακολουθεί τις μεταβολές που παρουσιάζονται στα δεδομένα. Η μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή για τον συντελεστή είναι $h_1=1$ και για το μοντέλο της απλής εκθετικής εξομάλυνσης σημαίνει ότι η

πρόβλεψη είναι ίση με την τελευταία τιμή της χρονοσειράς, αποτελεί ουσιαστικά δηλαδή την απλοϊκή μέθοδο πρόβλεψης (Naive). Από την άλλη πλευρά, στην περίπτωση που $\alpha = 0$, οι προβλεπόμενες τιμές ισούνται όλες με το αρχικό επίπεδο της χρονοσειράς, S_0 .

3.3.2.2 Εκθετική εξομάλυνση γραμμικής τάσης (Holt Exponential Smoothing)

Το μοντέλο γραμμικής τάσης αποτελεί προέκταση του μοντέλου της απλής εκθετικής εξομάλυνσης, στο οποίο μπορεί πλέον να γίνει διαχείριση της συνιστώσας της τάσης που παρατηρείται στα δεδομένα πολλών χρονοσειρών.

Οι εξισώσεις που περιγράφουν το μοντέλο αυτό παρατίθενται αμέσως μετά [Taylor, 2003a]:

$$e_t = Y_t - F_t$$

$$S_t = S_{t-1} + T_{t-1} + a \cdot e_t$$

$$T_t = T_{t-1} + b \cdot e_t$$

$$F_{t+m} = S_t + m \cdot T_t$$

Με e_t συμβολίζεται το σφάλμα ως η απόκλιση της πραγματικής τιμής από την προβλεπόμενη για την παρατήρηση t , με Y_t η πραγματική τιμή της χρονοσειράς (την οποία έχουμε πλέον διαθέσιμη), με S το επίπεδο της χρονοσειράς, με T η τάση της χρονοσειράς, με F η προβλεπόμενη τιμή, με a ο συντελεστής εξομάλυνσης του επιπέδου και b ο συντελεστής εξομάλυνσης της τάσης της χρονοσειράς. Τέλος, με t συμβολίζεται η χρονική περίοδος και με m ο χρονικός ορίζοντας της πρόβλεψης.

Η τιμή του αρχικού επιπέδου της χρονοσειράς, S_0 , υπολογίζεται όπως και στη απλή μέθοδο εκθετικής εξομάλυνσης, ενώ ως τιμή της αρχικής τάσης, T_0 , λαμβάνεται ένα από τα παρακάτω [Πετρόπουλος και Ασημακόπουλος, 2011]:

- Η διαφορά της δεύτερης και της πρώτης παρατήρησης, $(Y_2 - Y_1)$
- Η διαφορά μιας τυχαίας παρατήρησης (n) της χρονοσειράς με την προηγούμενη ακριβώς παρατήρησή της ($n-1$), διαιρεμένης με την απόσταση των παρατηρήσεων, δηλαδή με $n-1$, $(Y_n - Y_{n-1}) / (n-1)$
- Η σταθερά της κλίσης από το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης.

Και στη μέθοδο αυτή η επιλογή των αρχικών τιμών των S και T είναι σημαντικό κομμάτι της διαδικασίας που ακολουθείται, εφόσον επηρεάζουν το μοντέλο και τις παραγόμενες προβλέψεις και γίνεται με βάση τα ποιοτικά χαρακτηριστικά της χρονοσειράς.

Οι συντελεστές a και b λαμβάνουν τιμές στο διάστημα [0,1] και η εύρεση της βέλτιστης τιμής τους στηρίζεται, όπως και στην προηγούμενη μέθοδο, στην ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Είναι σύνηθες η βέλτιστη τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης τάσης b, να είναι μικρότερη από την αντίστοιχη βέλτιστη τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης επιπέδου, a. Αυτό συμβαίνει επειδή η τιμή της τάσης κάθε περιόδου είναι συνήθως πολύ μικρότερη από την τιμή του επιπέδου της χρονοσειράς.

Πλέον οι προβλέψεις δεν είναι σταθερές όπως στην απλή εκθετική εξομάλυνση, αλλά εμφανίζουν τάση, όπως φαίνεται και από την τελευταία εξίσωση, της προβλεπόμενης τιμής. Έχει παρατηρηθεί ότι το συγκεκριμένο μοντέλο πρόβλεψης παράγει αρκετές φορές ιδιαίτερα αισιόδοξα αποτελέσματα σε σχέση με τις πραγματικές τιμές που καταγράφονται, ιδίως για μεσοπρόθεσμες και μακροπρόθεσμες προβλέψεις.

3.3.2.3 Εκθετική εξομάλυνση μη γραμμικής τάσης(Damped Exponential Smoothing)

Για τις περιπτώσεις στις οποίες το μοντέλο εξομάλυνσης για γραμμική τάση αποτυγχάνει να αποτυπώσει σωστά τη μελλοντική πορεία των χρονοσειρών (εξαιτίας της υπερεκτίμησης που το χαρακτηρίζει), αναπτύχθηκε το μοντέλο μη γραμμικής τάσης από τους Gardner και McKenzie το 1985, το οποίο προκαλεί βαθμιαία μείωση του μεγέθους αύξησης των τιμών της χρονοσειράς σε κάθε χρονική περίοδο.

Οι εξισώσεις που περιγράφουν το μοντέλο εκθετικής εξομάλυνσης μη γραμμικής τάσης είναι οι εξής [Taylor, 2003a]:

$$e_t = Y_t - F_t$$

$$S_t = S_{t-1} + \varphi \cdot T_{t-1} + a \cdot e_t$$

$$T_t = \varphi \cdot T_{t-1} + b \cdot e_t$$

$$F_{t+m} = S_t + \sum_{i=1}^m \varphi^i \cdot T_t$$

Οι περισσότεροι συμβολισμοί είναι γνωστοί ήδη από τις προηγούμενες μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης. Συγκεκριμένα, με e συμβολίζεται η απόκλιση της πραγματικής τιμής από την προβλεπόμενη, με Y_t η πραγματική τιμή της χρονοσειράς την τρέχουσα

περίοδο t , με S το επίπεδο της χρονοσειράς, με T η τάση της χρονοσειράς, με F η προβλεπόμενη τιμή, με α ο συντελεστής εξομάλυνσης του επιπέδου και με b ο συντελεστής εξομάλυνσης της τάσης της χρονοσειράς. Όπως ήδη σημειώθηκε, με t συμβολίζεται η χρονική περίοδος, ενώ με m ο χρονικός ορίζοντας της πρόβλεψης.

Υπεισέρχεται όμως πλέον μία παράμετρος που ελέγχει το ρυθμό αύξησης των τιμών για την αφαίρεση της θετικής προκατάληψης (που παρουσιάζει το μοντέλο γραμμικής τάσης). Η παράμετρος αυτή ονομάζεται παράμετρος διόρθωσης της τάσης, ϕ , η οποία μπορεί να λάβει τιμές θετικές (ή και τη μηδενική τιμή) χωρίς άνω περιορισμό, σε αντίθεση με τους συντελεστές α και γ . Είναι, ωστόσο, σημαντική η κατηγοριοποίηση της μορφής του μοντέλου, ανάλογα με τα διαστήματα τιμών της παραμέτρου ϕ :

Για $\phi = 0$ προκύπτει το μοντέλο απλής εκθετικής εξομάλυνσης, καθώς η τάση T δεν έχει κανένα ρόλο στον υπολογισμό της πρόβλεψης.

Για $0 < \phi < 1$ προκύπτει το μοντέλο φθίνουσας τάσης (Damped Exponential Smoothing), το οποίο μειώνει σταδιακά την επίδραση της τάσης στο αποτέλεσμα της πρόβλεψης και ελέγχει με τον τρόπο αυτό το ρυθμό αύξησης των τιμών τους.

Για $\phi = 1$ προκύπτει το μοντέλο γραμμικής τάσης όπως φαίνεται από την τελευταία εξίσωση.

Για $\phi > 1$ προκύπτει το μοντέλο εκθετικής τάσης, το οποίο είναι υπεραισιόδοξο και οδηγεί σε υψηλές τιμές πρόβλεψης. Έτσι συνίσταται η χρήση του μόνο για πρόβλεψη ζήτησης ενός προϊόντος στα αρχικά στάδια εμφάνισής του στην αγορά.

Για την αποφυγή της παραγωγής προκατειλημμένων προβλέψεων λόγω λανθασμένης βελτιστοποίησης του συντελεστή ϕ και για επίτευξη καλύτερων αποτελεσμάτων, περιορίζεται το διάστημα τιμών της παραμέτρου ϕ στο διάστημα $[0,1]$. Η επιλογή των αρχικών τιμών του επιπέδου και της τάσης της χρονοσειράς συνίσταται να γίνεται με εφαρμογή της γραμμικής παλινδρόμησης και ο υπολογισμός του βέλτιστου συνδυασμού των συντελεστών α , b και ϕ με τη διαδικασία ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος, όπως και στις προηγούμενες μεθόδους.

Έχει παρατηρηθεί ότι το μοντέλο μη γραμμικής τάσης παράγει πιο ακριβείς προβλέψεις σε σχέση με το μοντέλο γραμμικής τάσης, που είναι όμως πιο συχνά χρησιμοποιούμενο. Μπορεί να πει κανείς ότι το μοντέλο μη γραμμικής τάσης δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα σε περιπτώσεις μεγάλου πλήθους χρονοσειρών, οπότε και απαιτείται πλήρως αυτοματοποιημένο σύστημα στην παραγωγή προβλέψεων και μάλιστα όσο μεγαλύτερος ο χρονικός ορίζοντας πρόβλεψης, τόσο καλύτερο είναι το μοντέλο αυτό (συγκριτικά με τις υπόλοιπες μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης). Τέλος, ικανοποιητικά

αποτελέσματα δίνει και σε περιπτώσεις αδυναμίας επιλογής ορισμένου μοντέλου πρόβλεψης.

3.3.3 Μοντέλα παλινδρόμησης

Τα μοντέλα παλινδρόμησης (Regression Models) είναι μία ακόμη μέθοδος στατιστικής πρόβλεψης και διακρίνονται σε μοντέλα απλής ή πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης [Πετρόπουλος και Ασημακόπουλος, 2011], ανάλογα με το πλήθος των ανεξάρτητων μεταβλητών τους (αν περιλαμβάνουν μία ή περισσότερες ανεξάρτητες μεταβλητές αντίστοιχα). Βασική χρήση των μοντέλων παλινδρόμησης είναι η ανάλυση των σχέσεων ανάμεσα στην εξαρτημένη μεταβλητή (τη μεταβλητή πρόβλεψης) και τις ανεξάρτητες μεταβλητές, παρότι χρησιμοποιούνται πολύ και στις προβλέψεις. Συντελεί δηλαδή στην κατανόηση της αλλαγής της εξαρτημένης μεταβλητής με την οποιαδήποτε αλλαγή μίας από των ανεξάρτητων μεταβλητών και με τις υπόλοιπες να παραμένουν σταθερές. Ακόμη, με ορισμένες τιμές για όλες τις ανεξάρτητες μεταβλητές, εκτιμάται η μέση τιμή της αναμενόμενης εξαρτημένης μεταβλητής μέσω της εξίσωσης παλινδρόμησης. Ενδιαφέρουσα είναι και η διακύμανση των τιμών που λαμβάνει η εξαρτημένη μεταβλητή γύρω από την εξίσωση παλινδρόμησης, η οποία μπορεί να περιγραφεί μέσω πιθανοτικής κατανομής. Η κύρια μέθοδος αυτής της κατηγορίας είναι η απλή γραμμική παλινδρόμηση.

3.3.3.1 Απλή γραμμική παλινδρόμηση

Η απλή γραμμική παλινδρόμηση στηρίζεται στην υπόθεση ύπαρξης ορισμένης σχέσης ανάμεσα σε μια εξαρτημένη μεταβλητή (τη μεταβλητή πρόβλεψης) και σε μια ανεξάρτητη μεταβλητή (τον χρόνο στην περίπτωση χρονοσειράς). Ακόμη υποτίθεται ότι η σχέση των δύο μεταβλητών είναι γραμμική, παρότι σε πολλές περιπτώσεις η υπόθεση αυτή δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Η παρακάτω εξίσωση περιγράφει τη σχέση αυτή:

$$Y = a + bX$$

Με a συμβολίζεται η τεταγμένη του σημείου τομής της ευθείας με τον άξονα των εξαρτημένων μεταβλητών, με b η κλίση της ευθείας, με X η ανεξάρτητη μεταβλητή -στην περίπτωση πρόβλεψης χρονοσειρών είθισται να είναι ο χρόνος- και με η εξαρτημένη μεταβλητή, δηλαδή η τιμή πρόβλεψης. Οι τιμές των συντελεστών a και b υπολογίζονται με βάση την αρχή των ελαχίστων τετραγώνων, επιλέγονται δηλαδή οι συντελεστές που ελαχιστοποιούν το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών των πραγματικών τιμών από τις προβλεπόμενες σε κάθε χρονική περίοδο, όπως φαίνεται και στην επόμενη σχέση:

Με βάση τη λογική της ελαχιστοποίησης της απόστασης των πραγματικών παρατηρήσεων Y από τη βέλτιστη γραμμή παλινδρόμησης προκύπτουν οι εξισώσεις υπολογισμού των συντελεστών a και b , όπως παρουσιάζονται στη συνέχεια:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

και

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

Με \bar{X} και \bar{Y} συμβολίζονται οι μέσες τιμές των μεταβλητών X και Y αντίστοιχα, με n ο αριθμός των παρατηρήσεων, βάσει των οποίων υπολογίζεται η ευθεία παλινδρόμησης και με b συμβολίζεται η εκτίμηση της εξαρτημένης μεταβλητής μέσω της ευθείας παλινδρόμησης.

Η πρόβλεψη με χρήση τη μέθοδο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης δίνει μια καλή εικόνα της μέσης και της μακροπρόθεσμης συμπεριφοράς του υπό μελέτη μεγέθους.

Σε περίπτωση που η σχέση ανάμεσα σε δύο μεταβλητές, την εξαρτημένη και την ανεξάρτητη, δεν είναι γραμμική, μπορεί και πάλι να εφαρμοστεί η μέθοδος της απλής γραμμικής παλινδρόμησης, αφού πρώτα γίνει μετασχηματισμός της σχέσης των δύο μεταβλητών σε γραμμική. Ακόμη εφόσον η απλή γραμμική παλινδρόμηση στηρίζεται στην ύπαρξη σχέσης ανάμεσα στις δύο μεταβλητές, μας ενδιαφέρει ο έλεγχος του βαθμού συσχέτισής τους. Αυτό το πετυχαίνουμε με τη χρήση του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης των δύο μεταβλητών, ο οποίος λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[-1, 1]$. Για μηδενική τιμή δεν υπάρχει καμία σχέση ανάμεσα στις δύο μεταβλητές. Για τιμή ± 1 υπάρχει απόλυτη συσχέτιση ανάμεσα στις δύο μεταβλητές και γενικά για θετικές τιμές του δείκτη οι μεταβλητές αυξάνονται ή μειώνονται συγχρόνως, ενώ για αρνητικές τιμές του δείκτη συσχέτισης, η αυξομειώσεις τους είναι αντίθετης κατεύθυνσης.

3.3.3.2 Πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση

Η πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση εφαρμόζεται για τη συμπερίληψη περισσότερων από μία ανεξάρτητων μεταβλητών στις περιπτώσεις που αυτό απαιτείται. Ζητείται η πρόβλεψη μιας εξαρτημένης μεταβλητής βάσει των πολλών ανεξάρτητων μεταβλητών. Η γενική μορφή της πολλαπλής παλινδρόμησης δίνεται από την εξής σχέση:

Με Y συμβολίζεται η εξαρτημένη μεταβλητή, με X οι ανεξάρτητες μεταβλητές, με b_i οι συντελεστές (σταθερές παράμετροι) και με e ο τυχαίος παράγοντας που θεωρείται κανονικά κατανομημένος γύρω από το μηδέν. Η συνάρτηση της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης είναι γραμμική ως προς τους συντελεστές, καθώς οι εκθέτες όλων

ισούνται με τη μονάδα και οι τιμές των συντελεστών μπορούν να υπολογιστούν με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

Στην περίπτωση τα πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης είναι δύσκολος ο προσδιορισμός της μορφής της συνάρτησης περιγραφής της σχέσης μεταξύ των δύο μεταβλητών και δίνεται έμφαση στον υπολογισμό των συντελεστών b_i και της διακύμανσης του τυχαίου παράγοντα e , έχοντας ορισμένο σύνολο δεδομένων εφαρμογής της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων. Συγκεκριμένα για τον υπολογισμό των συντελεστών b_i υπολογίζονται για κάθε συντελεστή οι μερικές παράγωγοι του αθροίσματος του τετραγώνου των σφαλμάτων e_i , με την εκτίμηση της τιμής της εξαρτημένης μεταβλητής Y . Στη συνέχεια τίθενται οι παράγωγοι αυτές ίσες με το μηδέν και λύνεται ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων με αριθμό αγνώστων ίσο με τον αριθμό των συντελεστών b_i .

Για τις ανάγκες της εργασίας, χρησιμοποιήσαμε τη συνάρτηση $\text{lm}()$ στη γλώσσα R , η οποία υπολογίζει την τιμή των συντελεστών με κριτήριο το συντελεστή R^2 ο οποίος αναλύεται στην παράγραφο 3.3.5.

3.3.4 Μέθοδος Theta

Η μέθοδος πρόβλεψης Theta [Assimakopoulos and Nikolopoulos, 2000] αποτελεί μια μονοδιάστατη μέθοδο, που βασίζεται στη μεταβολή των τοπικών καμπυλοτήτων μιας χρονοσειράς μέσω της παραμέτρου θ , η οποία και εφαρμόζεται πολλαπλασιαστικά στις διαφορές δεύτερης τάξης των δεδομένων.

Η μέθοδος διαχωρίζει τα αποεποχικοποιημένα δεδομένα σε γραμμές ξεχωριστές, με έμφαση στη βραχυπρόθεσμη και στη μακροπρόθεσμη τάση τους, ανάλογα με την τιμή της παραμέτρου θ . Συγκεκριμένα, η μείωση της τιμής της παραμέτρου θ επιτυγχάνει αύξηση του βαθμού μείωσης των καμπυλοτήτων, μέχρι που για μηδενική τιμή της παραμέτρου η μέθοδος παράγει γραμμή που ισοδυναμεί με την ευθεία των ελαχίστων τετραγώνων (LRL). Αντίθετα, για τιμές του θ μεγαλύτερες της μονάδας ενισχύονται οι τοπικές καμπυλότητες της χρονοσειράς, αυξάνεται ο βαθμός διόγκωσής της και έτσι προκαλείται τόνωση και της βραχυπρόθεσμης συμπεριφοράς της χρονοσειράς. Η παράμετρος θ λαμβάνει και αρνητικές τιμές, όπως για παράδειγμα $\theta = -1$, η οποία αντιστοιχεί στη συμμετρική χρονοσειρά της αρχικής ως προς την ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης.

Έπειτα από την αποσύνθεση της αρχικής χρονοσειράς σε δύο ή περισσότερες γραμμές Theta, προεκτείνεται η καθεμία ξεχωριστά στο μέλλον με οποιαδήποτε στατιστική μέθοδο πρόβλεψης έχει ήδη αναφερθεί και με συνδυασμό των διαφορετικών παραγόμενων προβλέψεων προκύπτει η τελική πρόβλεψη. Να αναφερθεί ότι κάθε γραμμή Theta διατηρεί τη μέση τιμή, αλλά και την κλίση της παλινδρόμησης της αρχικής χρονοσειράς, ενώ δέχονται μεταβολή οι καμπυλότητες και η διακύμανσή της.

Η προέκταση της γραμμής με $\theta = 0$ γίνεται μέσω της γραμμικής παλινδρόμησης, ενώ της γραμμής για $\theta = 2$ μέσω απλής εκθετικής εκομάλυνσης.

3.3.5 Παραμετρικό αιτιοκρατικό μοντέλο

Το αιτιοκρατικό μοντέλο βασίζεται στην υπόθεση της ύπαρξης μιας σταθερής σχέσης ανάμεσα στο μέγεθος προς πρόβλεψη, ουσιαστικά μια ή περισσότερες εξαρτημένες μεταβλητές, και σε ορισμένες ανεξάρτητες παραμέτρους που το επηρεάζουν. Μέσω ανάλυσης στατιστικών σφαλμάτων προσδιορίζονται οι τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών (μέσω εκτιμήσεων, προβλέψεων, μετρήσεων, κλπ) και στη συνέχεια προκύπτει η πρόβλεψη της εξαρτημένης (και ζητούμενης) μεταβλητής. Στην περίπτωση αυτού του μοντέλου η συνάρτηση που περιγράφει το σύστημα προκύπτει από μία ορισμένη διαδικασία, σε αντίθεση με το μοντέλο χρονοσειρών στο οποίο η συνάρτηση προσδιορίζεται από το πρότυπο που έχει οριστεί από την υπόθεση. Μειονέκτημα του αιτιοκρατικού μοντέλου είναι η ανάγκη για περισσότερα δεδομένα, λόγω των διαφορετικών ανεξάρτητων μεταβλητών και μάλιστα πολλές φορές για μεγάλα χρονικά διαστήματα πριν το τρέχον. Ακόμη, οι παράγοντες που επηρεάζουν όλες τις ανεξάρτητες μεταβλητές επιδρούν και στο μοντέλο αυτό. Κατά τη διαδικασία της μοντελοποίησης λοιπόν, στόχος είναι να εντοπιστεί το πλήθος των επιπλέον βαθμών ελευθερίας από ανεξάρτητες μεταβλητών που ανταποκρίνονται καλύτερα στις μεταβολές της χρονοσειράς και την περιγράφουν όσο το δυνατόν πιο αποτελεσματικά.

Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία βασίζεται στην ιδέα της πολλαπλής παλινδρόμησης και θεωρεί ότι η κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας είναι μια συνάρτηση του τύπου

$$E = \alpha_1 + \alpha_2 u + \alpha_3 V + \alpha_4 V u + \alpha_5 V^2 + \alpha_6 V^2 u + \dots + \alpha_{2n+1} V^n u + \alpha_{2n+2} V^n u$$

, όπου V , u αποτελούν τις πλέον αντιπροσωπευτικές μεταβλητές (π.χ. V : η θερμοκρασία, u : ο αύξων αριθμός της ημέρας), ενώ $\alpha_1 \dots \dots \alpha_6$ οι συντελεστές της παλινδρόμησης που απομένει να υπολογισθούν.

Η ιδέα βασίστηκε στο benchmark μοντέλο του Global Energy Forecasting Competition 2012.

Για παράδειγμα, η μορφή της εξίσωσης για το μοντέλο δευτέρας τάξεως προκύπτει μέσω του εξής γινομένου:

$$(\alpha + bV + cV^2)(ru + k), \text{ όπου } a, b, c, d, r \text{ και } k \text{ σταθερές.}$$

Η διαδικασία της επιλογής των παραμετρικών όρων του μοντέλου γίνεται μέσω της διαδικασίας του clustering, ώστε να επιλεγθούν οι παράμετροι εκείνες που αντιπροσωπεύουν με τον καλύτερο δυνατό τρόπο τη χρονοσειρά που μας ενδιαφέρει και περιέχουν τις πλέον αντιπροσωπευτικές πληροφορίες για αυτή.

Η τάξη του παραμετρικού μοντέλου που τελικά προτιμήθηκε, έγινε με κριτήριο την τιμή \bar{R}^2 , η οποία ορίζεται ως εξής:

Έχουμε

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \{w_i (y_i - f_i)^2\}}{\sum_{i=1}^n \{w_i (y_i - y_{av})^2\}} = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

, όπου f_i είναι η προβλεπόμενη τιμή της παρατήρησης i του μοντέλου, y_{av} η μέση τιμή των παρατηρούμενων δεδομένων και y_i είναι η παρατήρηση i .

Η R^2 μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή μεταξύ του 0 και του 1, με τις τιμές κοντά στο 1 να υποδεικνύουν ότι ένα μεγαλύτερο ποσοστό της διασποράς αντιπροσωπεύεται από το μοντέλο. Για παράδειγμα, μια τιμή R^2 ίση με 0,8312 σημαίνει ότι το μοντέλο αυτό καλύπτει το 83,12% της συνολικής διασποράς στα δεδομένα κατά μέσο όρο.

Αυξάνοντας το πλήθος των συντελεστών και μεταβλητών στο μοντέλο, η τιμή αυτή θα αυξηθεί, πολλές φορές όμως χωρίς ουσιαστικά αποτελέσματα.

Ο στατιστικός δείκτης \bar{R}^2 , ή αλλιώς προσαρμοσμένο R^2 , προσαρμόζει τον απλό δείκτη βάσει των βαθμών ελευθερίας των υπολοίπων. Ο βαθμός ελευθερίας των υπολοίπων ορίζεται ως διαφορά του πλήθους των μετρούμενων τιμών n και του πλήθους των συντελεστών/παραμέτρων m του μοντέλου.

Είναι $\nu = n - m$, όπου το ν αναφέρεται στον αριθμό των ανεξάρτητων δεδομένων που εμπεριέχουν τα n σημεία που απαιτούνται για να υπολογισθεί το άθροισμα των τετραγώνων. Στην περίπτωση που οι παράμετροι είναι οριοθετημένες και μία ή περισσότερες από τις εκτιμήσεις είναι εντός των ορίων τους, τότε οι εκτιμήσεις αυτές θεωρούνται σταθερές. Ο βαθμός ελευθερίας αυξάνεται σύμφωνα με το πλήθος τέτοιων παραμέτρων.

Ο προσαρμοσμένος δείκτης R^2 αποτελεί την πλέον αξιόπιστη ένδειξη της καλής προσαρμογής των μοντέλων, ειδικά όταν αυτά είναι εμφωλευμένα, δηλαδή στην

περίπτωση μιας αλληλουχίας παραμετρικών μοντέλων στην οποία το καθένα εισάγει και νέους συντελεστές στα προηγούμενα.

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{SSE(n-1)}{SST(v)}$$

Ο δείκτης λαμβάνει τιμές ίσες ή μικρότερες της μονάδας, με τις τιμές κοντά στο 1 να υποδεικνύουν καλύτερη προσαρμογή.

Η ανάλυση του μοντέλου πληθυσμού (MPA) είναι μία από τις πλέον αποτελεσματικές μεθόδους για τον εντοπισμό ακραίων τιμών (outliers) καθώς και για την επιλογή μεταβλητών για το μοντέλο πολλαπλής παλινδρόμησης.

Περιλαμβάνει τρία κύρια στάδια:

Η κεντρική ιδέα της μεθόδου είναι ο διαχωρισμός όλων των προεπιλεγμένων μεταβλητών σε ομάδες και στη συνέχεια να λαμβάνονται δειγματοληπτικά αντιπροσωπευτικές πληροφορίες της ομάδας οι οποίες στη συνέχεια θα σχηματίσουν ένα νέο υποσύνολο ώστε να οριστεί το μοντέλο της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης.

Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής, επιλέχθηκε το παραμετρικό μοντέλο τετραγωνικής πολλαπλής παλινδρόμησης να αποτελείται από δύο μεταβλητές.

3.4 Είδη σφαλμάτων

Προκειμένου να πραγματοποιηθεί η επιλογή της μεθόδου πρόβλεψης, πρέπει να γίνει κάποια στατιστική ανάλυση της ακρίβειας της κάθε μεθόδου.

Σαν μέτρο αυτής της σύγκρισης χρησιμοποιούνται τα σφάλματα, τα οποία είναι στατιστικοί δείκτες που ορίζονται με βάση τη διαφορά της πραγματικής τιμής και της τιμής πρόβλεψης που υπολογίζει κάθε μέθοδος. Με κριτήριο ποιά μέθοδος παρουσιάζει το μικρότερο σφάλμα, είναι δηλαδή ακριβέστερη, επιλέγεται για την προέκτασή της στο χρονικό ορίζοντα της πρόβλεψης. Βέβαια το αποτέλεσμα στο οποίο θα καταλήξουμε είναι άμεση συνάρτηση του δείκτη σφάλματος που θα χρησιμοποιήσουμε. Ακόμα κι αν επιλεγεί η μέθοδος που εμφανίζει το μικρότερο δείκτη σφάλματος αυτό δεν εξασφαλίζει ότι και η πρόβλεψη που θα επιτευχθεί θα παρουσιάζει το ίδιο μικρό σφάλμα. Σε κάθε περίπτωση όμως οι δείκτες σφάλματος αποτελούν ένα κριτήριο του πόσο καλά προσαρμόζεται η μέθοδος στα δεδομένα και όσο καλύτερα μία μέθοδος προσαρμόζεται στη χρονοσειρά τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα η μέθοδος αυτή να δώσει ικανοποιητικές προβλέψεις.

Συμβολίζοντας με Y_t την πραγματική παρατήρηση και με F_t την πρόβλεψη για την ίδια περίοδο t και με n το πλήθος των παρατηρήσεων, οι κυριότεροι δείκτες σφάλματος είναι:

Μέσο σφάλμα (Mean Error)

Είναι ο απλός προσημασμένος μέσος όρος των σφαλμάτων και εκφράζει ένα μέτρο συστηματικότητας του σφάλματος. Συχνά αναφέρεται και ως bias και υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)$$

Μέσο απόλυτο σφάλμα (Mean Absolute Error)

Εκφράζει ένα μέτρο της ακρίβειας της πρόβλεψης έναντι των πραγματικών τιμών διατηρώντας τις μονάδες μέτρησης της αρχικής χρονοσειράς και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Y_i - F_i|$$

Μέσο τετραγωνικό σφάλμα (Mean Squared Error)

Είναι κι αυτό ένα μέτρο ακρίβειας της πρόβλεψης το οποίο όμως δίνει μεγαλύτερο βάρος στα μεγάλα σφάλματα, καθώς εδώ τα σφάλματα τετραγωνίζονται, και χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των βέλτιστων παραμέτρων εξομάλυνσης. Υπολογίζεται από τον τύπο:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)^2$$

Ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος (Root Mean Squared Error)

Προκύπτει από τη τετραγωνική ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος και παρουσιάζει τις ίδιες ιδιότητες με αυτό, είναι όμως εκφρασμένο στις μονάδες της χρονοσειράς. Υπολογίζεται από τον τύπο:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)^2}$$

Μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (Mean Absolute Percentage Error)

Χρησιμεύει όταν θέλουμε να υπολογίσουμε την ακρίβεια μιας μεθόδου που εφαρμόζεται σε πολλές χρονοσειρές οι οποίες έχουν διαφορετικό επίπεδο μέσης τιμής και όταν οι

διαθέσιμες πραγματικές τιμές είναι ιδιαίτερα υψηλές. Είναι εκφρασμένο επί τοις εκατό και λαμβάνει τιμές μεγαλύτερες ή ίσες του μηδενός Υπολογίζεται από τον τύπο:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|Y_i - F_i|}{|Y_i|} 100(\%)$$

Συμμετρικό μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (Symmetric Mean Absolute Percentage Error)

Αποτελεί μια παραλλαγή του MAPE στην οποία το απόλυτο του σφάλματος δε διαιρείται απλώς με την πραγματική τιμή αλλά με το ημίθροισμα της πραγματικής τιμής και της πρόβλεψης. Υπολογίζεται από τον τύπο:

$$sMAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{Y_i - F_i}{\left(\frac{Y_i + F_i}{2}\right)} \right| 100(\%) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{2(Y_i - F_i)}{Y_i + F_i} \right| 100(\%)$$

Μέσο απόλυτο κανονικοποιημένο σφάλμα (Mean Absolute Scaled Error)

Προτάθηκε από τους Hyndman και Koehler(2006) για την αντιμετώπιση των περιπτώσεων απροσδιοριστίας των δεικτών MAPE και sMAPE αλλά και για να δοθεί η ίδια βαρύτητα στα μικρά και τα μεγάλα σφάλματα. Θυμίζει το μέσο απόλυτο σφάλμα είναι όμως κανονικοποιημένο με τη μέση τιμή των διαφορών πρώτου βαθμού της χρονοσειράς. Υπολογίζεται από τον τύπο:

Αξίζει να σημειωθεί πως συχνά, όταν προκύπτει ανάγκη σύγκρισης αποτελεσμάτων διαφορετικών χρονοσειρών, οι δείκτες ποσοστιαίων σφαλμάτων όπως οι MAPE και sMAPE, είναι ιδιαίτερα χρήσιμοι.

3.5 Προβλέψεις Ιεραρχικών Χρονοσειρών

3.5.1 Γενικά για τις Ιεραρχικές Χρονοσειρές

Σε επιχειρησιακά και οικονομικά περιβάλλοντα, συχνά υπάρχουν εφαρμογές οι οποίες απαιτούν οι προβλέψεις πολλών χρονοσειρών που σχετίζονται μεταξύ τους, να οργανωθούν σε μια ιεραρχική δομή βάσει των διακριτών χαρακτηριστικών τους. Το γεγονός αυτό δημιούργησε την ανάγκη να βρεθεί ένας τρόπος με τον οποίο να γεφυρώνονται οι προβλέψεις των διαφόρων επιπέδων κατά μήκος της ιεραρχίας

χρονοσειρών, με την προϋπόθεση ότι οι προβλέψεις αθροίζονται κατάλληλα μεταξύ των επιπέδων.

Γενικές Ιεραρχικές Προβλέψεις

Αν θεωρήσουμε m_i το πλήθος των σειρών στο επίπεδο i , με $i = 0, 1, 2, \dots, K$. Συνεπώς $m_i > m_{i-1}$ και ο συνολικός αριθμός των χρονοσειρών στην ιεραρχία είναι

$$m = m_0 + m_1 + m_2 + \dots + m_K .$$

Αν ορίσουμε $Y_{i,t}$ το διάνυσμα όλων των παρατηρήσεων στο επίπεδο i , οι οποίες καταγράφονται σε χρόνους $t = 1, 2, \dots, n$ και παράλληλα μας ενδιαφέρουν οι προβλέψεις για χρόνους $t = n+1, n+2, \dots, n+h$ τότε

$$Y_t = [Y_t, Y_{1,t}, \dots, Y_{K,t}]'$$

Ισχύει ότι

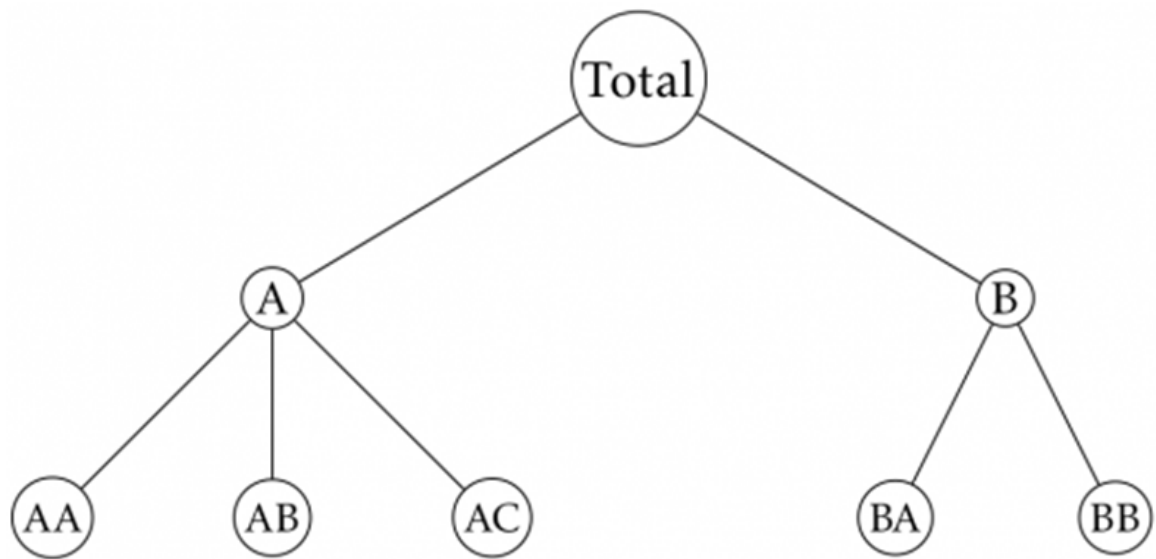
$Y_t = SY_{K,t}$, όπου S είναι ένας πίνακας άθροισης της τάξης $m \times m_K$ και χρησιμοποιείται για να αθροίσουμε τα κατώτερα επίπεδα.

Επομένως, ο S είναι της μορφής

$$S = \begin{bmatrix} 11111111111111111111111111111111 \\ 11111111000000000000000000 \\ 00000000111111110000000000 \\ 00000000000000000011111111 \\ 11100000000000000000000000 \\ 00001110000000000000000000 \\ \dots \\ \dots \\ 000000000000000000000000111 \\ 10000000000000000000000000 \\ 01000000000000000000000000 \\ \dots \\ \dots \\ 00000000000000000000000001 \end{bmatrix}$$

Αν θεωρήσουμε επίπεδο 0 εκείνο της πλήρως συναθροισμένης χρονοσειράς, επίπεδο 1 το πρώτο επίπεδο επιμερισμού και ακολούθως μέχρι το επίπεδο K που αντιστοιχί στην πλήρως επιμερισμένη χρονοσειρά.

Παράδειγμα Ιεραρχικής Χρονοσειράς:



Σχήμα 3.1 Παράδειγμα Ιεραρχικής χρονοσειράς τριών επιπέδων

Για οποιοδήποτε χρόνο t , οι παρατηρήσεις στα κατώτερα επίπεδα θα αθροίζονται στις παρατηρήσεις που βρίσκονται στο ανώτερο επίπεδο ιεραρχίας. Η σχέση αυτή μπορεί να παρασταθεί αποτελεσματικά με τη χρήση πινάκων. Κατασκευάζουμε τον $n \times n_k$ πίνακα «άθροισης» S , ο οποίος υποδεικνύει πώς αθροίζονται οι σειρές του κατώτατου επιπέδου σύμφωνα με την εκάστοτε ιεραρχία.

Για την ιεραρχική δομή του παραπάνω παραδείγματος μπορούμε να θεωρήσουμε λοιπόν

$$\begin{bmatrix} y_t \\ y_{A,t} \\ y_{B,t} \\ y_{AA,t} \\ y_{AB,t} \\ y_{AC,t} \\ y_{BA,t} \\ y_{BB,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{AA,t} \\ y_{AB,t} \\ y_{AC,t} \\ y_{BA,t} \\ y_{BB,t} \end{bmatrix}, \text{ ή πιο απλά } y_t = S y_k,$$

όπου y_t είναι το διάνυσμα όλων των παρατηρήσεων στην ιεραρχία τη στιγμή t , S ο πίνακας άθροισης όπως ορίστηκε παραπάνω και $y_{k,t}$ είναι το διάνυσμα όλων των παρατηρήσεων στο κατώτατο επίπεδο της ιεραρχίας για χρόνο ίσο με t .

Για τις ανάγκες της μεθοδολογίας, μας ενδιαφέρει να παράγουμε προβλέψεις για κάθε σειρά στην ιεραρχία. Αν θεωρήσουμε $\hat{y}_{j,h}$ την πρόβλεψη με ορίζοντα h για τον κόμβο j ,

έχοντας παρατηρήσει τη χρονοσειρά έως και την παρατήρηση T και ως \hat{y}_h την πρόβλεψη με ορίζοντα h της συνολικής σειράς.

Η ανάγκη πρόβλεψης ιεραρχικά δομημένων χρονοσειρών εμφανίζεται συχνά σε προβλήματα παραγωγής ενεργειακών προβλέψεων. Οι συνολικές καταναλώσεις μπορούν να αναλυθούν σε επιμέρους επίπεδα υποκαταναλώσεων, καθώς η ανάλυσή τους στα διάφορα επίπεδα ιεραρχίας μας οδηγεί σε χρήσιμα συμπεράσματα για τη χρονοσειρά, ακόμη και σε μακροσκοπικές προσεγγίσεις.

Βασιζόμενοι σε αυτές τις προβλέψεις, οι οποίες είναι ανεξάρτητες και παράγονται για κάθε σειρά της ιεραρχίας ξεχωριστά, μπορούμε με την κατάλληλη συνδυαστική μέθοδο να πάρουμε τελικές προβλέψεις για την πλήρη ιεραρχία, σε όλα της τα επίπεδα.

Υπάρχουν ποικίλοι τρόποι να συνδυαστούν αυτές οι βασικές προβλέψεις ώστε να προκύψουν οι τελικές. Παρακάτω παρουσιάζονται κάποιες πιθανές συνδυαστικές μεθοδολογίες.

3.5.2 Η μέθοδος Bottom-Up

Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται ευρέως και προϋποθέτει την παραγωγή προβλέψεων στο κατώτατο επίπεδο της ιεραρχίας και στη συνέχεια τη συνάθροιση των σειρών του χαμηλότερου επιπέδου προς τα πάνω ώστε να προκύψουν οι προβλέψεις και για τις συνολικές σειρές και την πλήρη ιεραρχία.

Για το παράδειγμά μας παράγουμε τις ακόλουθες προβλέψεις για το κατώτατο επίπεδο: $\hat{y}_{AA,h}, \hat{y}_{AB,h}, \hat{y}_{AC,h}, \hat{y}_{BA,h}, \hat{y}_{BB,h}$. Αθροίζοντάς τις, προκύπτουν προβλέψεις για τις υπόλοιπες σειρές, με ορίζοντα h .

$$\tilde{y}_{A,h} = \hat{y}_{AA,h} + \hat{y}_{AB,h} + \hat{y}_{AC,h}$$

$$\tilde{y}_{B,h} = \hat{y}_{AB,h} + \hat{y}_{BB,h}$$

$$\tilde{y}_h = \hat{y}_{A,h} + \hat{y}_{B,h}$$

Στην Bottom Up μεθοδολογία επομένως, οι προβλέψεις του κατώτατου επιπέδου ταυτίζονται με τις βασικές.

Γενικά, $\tilde{y}_h = S \hat{y}_{K,h}$. Το μεγαλύτερο πλεονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι ότι δεν έχουμε απώλεια δεδομένων από τη συνάθροιση. Ο υψηλός θόρυβος όμως στις σειρές του κατώτατου επιπέδου κάνει την καλή επιλογή μοντέλου δύσκολη για το επίπεδο αυτό.

3.5.3 Η μέθοδος Top-down

Η μέθοδος Top-down περιλαμβάνει αρχικά παραγωγή βασικών προβλέψεων για την συνολική χρονοσειρά y_t στην κορυφή της ιεραρχίας και στη συνέχεια τον επιμερισμό της προς τα χαμηλότερα επίπεδα.

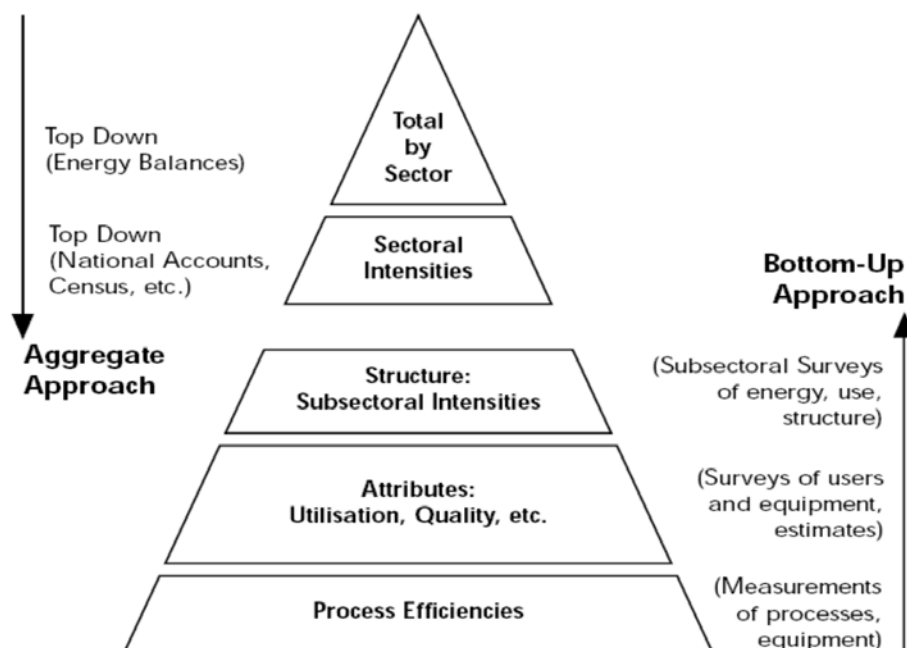
Όταν κατ' αυτόν τον τρόπο προκύψουν και οι προβλέψεις και των χαμηλότερων επιπέδων μπορούμε με τη χρήση του πίνακα άθροισης να παράγουμε προβλέψεις και για τα υπόλοιπα ενδιάμεσα επίπεδα. Στην μεθοδολογία Top Down επομένως, οι προβλέψεις του ανώτατου επιπέδου ταυτίζονται με τις βασικές, δηλαδή $\tilde{y}_h = \hat{y}_h$.

Οι συνηθέστερη προσέγγιση τέτοιου τύπου επιμερίζει τη σειρά του κορυφαίου επιπέδου με βάρη, τα οποία βασίζονται σε ιστορικά δεδομένα και προκύπτουν με τον εξής τρόπο:

Μέση ιστορική αναλογία ανά επίπεδο:

$p_j = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{y_{j,t}}{y_t}$, για $j=1, \dots, m_k$. Η κάθε αναλογία (βάρος) p_j αντιστοιχεί στο μέσο όρο των ιστορικών αναλογιών του κατώτατου επιπέδου $y_{j,t}$ για την περίοδο $t=1, \dots, T$ σε σχέση με τη συνολική αθροιστική σειρά y_t .

Το σημαντικότερο πλεονέκτημα των top-down μεθόδων είναι η απλότητα και αμεσότητα της εφαρμογής τους, αφού απαιτείται μοντελοποίηση μόνο για τη συνολική σειρά στην κορυφή της ιεραρχίας. Γενικά η προσέγγιση αυτή παράγει ικανοποιητικά σε ακρίβεια αποτελέσματα, ειδικά για δείγματα με μικρό πλήθος παρατηρήσεων. Από την άλλη το μεγαλύτερο μειονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι η απώλεια δεδομένων κατά την άθροιση και το γεγονός ότι δεν είμαστε σε θέση να αντιληφθούμε και να εκμεταλλευθούμε χαρακτηριστικά όπως οι δυναμικές και τα special events στην κάθε σειρά ξεχωριστά.



Σχήμα 3.2 Σχηματική απεικόνιση ιεραρχίας και των προσεγγίσεων Top Down & Bottom Up

3.5.4 Η μεθοδος Middle-out

Η προσέγγιση αυτή είναι ένας συνδυασμός των δύο προηγούμενων. Αρχικά, επιλέγεται το «μεσαίο» επίπεδο και παράγονται προβλέψεις για όλες τις σειρές που βρίσκονται στο επίπεδο αυτό. Για τις σειρές άνω του μεσαίου επιπέδου, οι προβλέψεις προκύπτουν χρησιμοποιώντας μια bottom-up προσέγγιση, αθροίζοντας προς τα πάνω τις προβλέψεις του μεσαίου επιπέδου. Για τις σειρές χαμηλότερα του μεσαίου επιπέδου, οι προβλέψεις προκύπτουν με επιμερισμό των βασικών προβλέψεων μεσαίου επιπέδου προς τα χαμηλότερα επίπεδα.

3.5.5 Η μεθοδος optimal combination

Στην εργασία αυτή, για την παραγωγή προβλέψεων στα διάφορα επίπεδα, χρησιμοποιήθηκε μια επιπλέον μεθοδολογία, εκείνη του «Optimal Combination» των Hyndman, Ahmed, Athanasopoulos & Shang, οι οποίοι υποστήριξαν πειραματικά ότι αποτελεί μια δόκιμη στατιστική βάση, για τον βέλτιστο συνδυασμό των καλύτερων χαρακτηριστικών των άλλων δύο μεθόδων.

Πρόκειται για μια προσέγγιση η οποία προϋποθέτει την παραγωγή προβλέψεων για όλες τις σειρές σε όλα τα διαφορετικά επίπεδα. Καθώς παράγονται αυτές οι βασικές

προβλέψεις, δεν θα αθροίζονται απλά σύμφωνα με το ιεραρχικό τους επίπεδο. Η μεθοδολογία αυτή προσπαθεί μέσω ενός μοντέλου παλινδρόμησης, να συνδυάσει με το βέλτιστο τρόπο τις προβλέψεις στα διάφορα επίπεδα έτσι ώστε οι τελικές προβλέψεις να συμφιλώνουν τις προβλέψεις των διάφορων σειρών και μεταβλητών, αλλά παράλληλα να αθροίζονται και με συνέπεια κατά το μήκος της ιεραρχικής δομής.

Σε αντίθεση με τις υπόλοιπες μεθόδους, η συγκεκριμένη αξιοποιεί συνολικά πλήρως την πληροφορία που εμπεριέχεται στην ιεραρχία. Επιτρέπει την ύπαρξη συσχετίσεων και διαδράσεων ανάμεσα στις σειρές κάθε επιπέδου της ιεραρχικής δομής, μεμονωμένες ρυθμίσεις των προβλέψεων σε οποιοδήποτε επίπεδο και , υπό την προϋπόθεση ότι οι βασικές προβλέψεις είναι αμερόληπτες, παράγει αμερόληπτες τελικές προβλέψεις.

Η γενική ιδέα πηγάζει από την απεικόνιση των βασικών προβλέψεων ορίζοντα h για το σύνολο της ιεραρχίας από το μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης. Είναι

$\hat{y}_h = S \beta_h + \varepsilon_h$, όπου \hat{y}_h είναι το διάνυσμα των προβλέψεων με ορίζοντα h για όλη την ιεραρχία, β_h είναι ο άγνωστος μέσος των μελλοντικών τιμών του κατώτατου επιπέδου K και ε_h είναι το σφάλμα της παλινδρόμησης με μηδενικό μέσο και μήτρα συνδιασποράς Σ_h .

Αν υποθέσουμε ότι τα σφάλματα προσεγγιστικά ακολουθούν την ίδια αθροιστική δομή με τα αρχικά δεδομένα ($\varepsilon_h \approx \varepsilon_{K,h}$) τότε η εκτιμήτρια μέγιστης πιθανοφάνειας για το β_h είναι η $\hat{\beta}_h = (S' S)^{-1} S' \hat{y}_n(h)$.

Άρα για τις προβλέψεις συνολικά ισχύει η σχέση $\tilde{Y}_{n(h)} = S P \hat{Y}_{n(h)}$, όπου P η γραμμική σχέση η οποία συνδέει τα επίπεδα των ιεραρχικών προβλέψεων.

Αν η υπόθεση για την δομή των σφαλμάτων είναι αληθής, το οποίο είναι πιθανότερο όσο αυξάνεται το μέγεθος του δείγματος και το πλήθος των προβλέψεων, τότε οι προβλέψεις επίσης προσεγγιστικά αθροίζονται σωστά χωρίς σημαντική απώλεια δεδομένων.

3.6 Επικύρωση, προσαρμογή & αξιολόγηση των μεθόδων (Validation & Evaluation)

3.6.1 Επικύρωση μεθόδου πρόβλεψης εντός και εκτός δείγματος

Είναι γενικά κοινώς αποδεκτό ότι οι διάφορες μέθοδοι προβλέψεων θα πρέπει να κρίνονται για την ακρίβειά τους με βάση τις επιδόσεις τους εκτός δείγματος και όχι βάσει της καλής προσαρμογής τους στα δεδομένα του δείγματος. Η άποψη αυτή στηρίζεται στο γεγονός ότι η καλή εφαρμογή στα εντός δείγματος στοιχεία δεν αποδίδει βαρύτητα στα σφάλματα πρόβλεψης, καθώς η επιλογή του μοντέλου γίνεται με γνώμονα την ακρίβεια με την οποία αντιπροσωπεύει τα ιστορικά δεδομένα. Επίσης, σύνηθες είναι το φαινόμενο του *overfitting*, δηλαδή της ακραίας προσαρμογής στα ιστορικά στοιχεία σε βαθμό τέτοιο που το μοντέλο είναι υπερβολικά ανελαστικό, ώστε να προσαρμογεί σε λιγότερο αναμενόμενες μεταβολές της χρονοσειράς στο μέλλον. Διάφορες μελέτες (Bartolomei & Sweet (1989) και Pant & Starbuck (1990)) αλλά και διαγωνισμοί υποστηρίζουν την προσέγγιση αυτή, αποδεικνύοντας εμπειρικά ότι κάποιο μοντέλο που ανταποκρίνεται καλά εντός του δείγματος, δεν παράγει απαραίτητα επιτυχημένες προβλέψεις και εκτός αυτού.

Συνεπώς, οι έλεγχοι μοντέλων *holdout*, κατά τους οποίους χωρίζουμε τμηματικά το δείγμα σε μία περίοδο προσαρμογής του μοντέλου (*fit period*) και μια δεύτερη περίοδο αξιολόγησής του (*test period*), είναι πλέον εξαιρετικά διαδεδομένοι. Με αυτόν τον τρόπο, κατορθώνουμε επί της ουσίας να εξομοιώσουμε πλήρως έναν μελλοντικό ορίζοντα πραγματικού εξωτερικού περιβάλλοντος, συγκρίνοντας τις προβλέψεις με τιμές που πιθανότατα θα έπαιρνε η χρονοσειρά στο μέλλον.

Η εκτίμηση εκτός δείγματος για την ακρίβεια μιας μεθόδου πρόβλεψης αρχίζει με τον επιμερισμό των δεδομένων στις περιόδους προσαρμογής και αξιολόγησης. Το τελικό σημείο T της περιόδου προσαρμογής από όπου παράγονται οι προβλέψεις είναι το *αρχικό σημείο* της πρόβλεψης. Ο ορίζοντας N πρόβλεψης στο μέλλον είναι ο μέγιστος ορίζοντας και είναι ίσος με το μήκος της περιόδου εκτίμησης.

3.6.2 Επιλογή αρχικού σημείου (origin)

Έχουμε τη δυνατότητα να παράγουμε τις προβλέψεις μας από ένα ή πολλαπλά σταθερά αρχικά σημεία. Η πρώτη περίπτωση είναι εκείνη του *σταθερού αρχικού σημείου (fixed origin)*. Εκκινώντας από το σημείο T παράγουμε προβλέψεις για τις περιόδους $T+1$, $T+2$, ..., $T+N$. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των προβλέψεων αυτών μπορούμε να ορίσουμε τα διάφορα σφάλματα των μεθόδων. Ένα βασικό μειονέκτημα της εκτίμησης σταθερού αρχικού σημείου είναι το γεγονός ότι καθώς παράγει μία μοναδική πρόβλεψη κάθε φορά,

προϋποθέτει την ύπαρξη μεγάλης περιόδου. Επιπλέον, οι προβλέψεις αυτού του είδους έχουν την τάση να επηρεάζονται έντονα από το αρχικό σημείο και να είναι επιρρεπείς να σε πιθανές ακραίες τιμές του σημείου αυτού.

Κυλιόμενο αρχικό σημείο (rolling origin). Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση, το αρχικό σημείο ενημερώνεται διαδοχικά και από το νέο σημείο παράγεται εκ νέου πρόβλεψη.

Σε ένα συγκριτικό παράδειγμα με $N=4$, η μέθοδος σταθερού αρχικού σημείου θα παράγει 4 σημειακές προβλέψεις, όλες από το σημείο T . Με την rolling προσέγγιση αντίθετα, θα πάρουμε αντίστοιχα τις αρχικές τέσσερις προβλέψεις και ακόμη τρεις για $T+3$, δύο για $T+2$ και μία για $T+1$, συνολικά 10 δηλαδή. Γενικά η rolling μέθοδος έχει τη δυνατότητα να παράγει $N(N+1)/2$ προβλέψεις συνολικά, όπου N το πλήθος των προβλέψεων με την αντίστοιχη fixed origin προσέγγιση.

Κατά το σχεδιασμό του σταδίου αξιολόγησης και προσαρμογής μοντέλων εκτός δείγματος, θα πρέπει να προσεχθεί ιδιαίτερα η διαδικασία του διαχωρισμού της χρονοσειράς στις περιόδους προσαρμογής και αξιολόγησης. Η διαδικασία αυτή θα καθορίσει την ποσότητα δεδομένων που θα αξιοποιηθεί για την προσαρμογή του μοντέλου, καθώς και το πλήθος των τελικών προβλέψεων που θα μπορέσουμε να παράγουμε. Υπάρχουν περιορισμοί στο ελάχιστο μέγεθος της περιόδου προσαρμογής, ειδικά σε χρονοσειρές με μικρό αριθμό παρατηρήσεων, αφού η τμηματική επιλογή ιστορικών δεδομένων θα μπορούσε να αφήσει πολύ λίγες παρατηρήσεις, ώστε να προσαρμοστεί με επιτυχία το μοντέλο. Σε αυτή την περίπτωση, θα μπορούσαμε να επωφεληθούμε από την αποδοτικότητα και την ευελιξία του rolling origin και να επεκτείνουμε τον ορίζοντα πρόβλεψης χωρίς να χρειαστεί να μειώσουμε υπερβολικά το μήκος της χρονοσειράς.

Για τις ανάγκες της εργασίας και με στόχο την αύξηση της αξιοπιστίας, από τη στιγμή που τα δεδομένα ήταν διαθέσιμα σε ημερήσια συχνότητα με εβδομαδιαία εποχικότητα και θέλαμε να παράγουμε προβλέψεις για διάφορους ορίζοντες, εφαρμόσαμε πολλαπλές περιόδους προσαρμογής, ώστε η επιλογή του αρχικού σημείου να μην αποπροσανατολίζει τα, λόγω τυχαίας ευαισθησίας στη συγκεκριμένη φάση του επιχειρηματικού κύκλου. Κριτήριο επικύρωσης ήταν το μέσο σφάλμα ανάμεσα σε αυτές τις πολλαπλές περιόδους.

3.6.3 Η μέθοδος rolling horizon

Επιπλέον, ακολουθήθηκε η μέθοδος του rolling horizon, όπως προτάθηκε από τον Μακριδάκη (1990), με το όνομα «ολισθαίνουσα προσομοίωση (sliding simulation)». Η

μέθοδος αυτή προβλέπει το διαχωρισμό της χρονοσειράς σε τρία τμήματα. Παρακρατείται N πλήθος παρατηρήσεων το οποίο και θεωρείται το δείγμα δοκιμών για τη χρονοσειρά. Τα δεδομένα που απομένουν, χωρίζονται σε δύο υποκατηγορίες, τις πρώτες T παρατηρήσεις οι οποίες χρησιμεύουν σαν περίοδος προσαρμογής στο δείγμα και οι υπόλοιπες P παρατηρήσεις ως περίοδος προσαρμογής μετά το δείγμα. Για κάθε μέθοδο που εξετάζεται, η ολισθαίνουσα προσομοίωση περιλαμβάνει στην ουσία δύο εκτός δείγματος (out-of-sample) αξιολογήσεων του μοντέλου. Στην περίοδο T παρατηρήσεων βελτιστοποιούμε τις παραμέτρους των μοντέλων και επιλέγουμε εκείνη με το ελάχιστο σφάλμα για το δεδομένο ορίζοντα πρόβλεψης h . Στην δεύτερη περίοδο, εκμεταλλευόμαστε τις υπόλοιπες P παρατηρήσεις ώστε να πραγματοποιήσουμε μια αντικειμενική τελική αξιολόγηση για την συμπεριφορά και ακρίβεια του μοντέλου.

Για μία ξεχωριστή χρονοσειρά, όταν πραγματοποιούμε μια αξιολόγηση εκτός δείγματος, τα επιθυμητά χαρακτηριστικά είναι η *επάρκεια*, η ικανότητα δηλαδή να παράγει αρκετές προβλέψεις οι οποίες να καλύπτουν τον προβλεπόμενο ορίζοντα και η *ευελιξία*, η οποία εκφράζει πόσο ικανοποιητικά ανταποκρίνεται το μοντέλο σε special events και ιδιαίτερες φάσεις του επιχειρηματικού κύκλου. Για να εξασφαλισθούν τα χαρακτηριστικά αυτά πρέπει να κάνουμε χρήση rolling origin και πολλαπλών δοκιμαστικών περιόδων.

3.6.4 Επιλογή κατάλληλου τύπου σφάλματος κατά τη διαδικασία της αξιολόγησης

Η επιλογή του κατάλληλου στατιστικού σφάλματος για την επιλογή της τελικής μεθόδου είναι ένα από τα κρίσιμότερα σημεία της διαδικασίας. Αναλύθηκε εκτενώς σε μία σειρά άρθρων στο International Journal of Forecasting από τους Armstrong, Collopy, Fildes & Ahlburg (1992). Τα συμπεράσματα ήταν ότι πρέπει να αποφευχθεί η χρήση σφαλμάτων εξαρτώμενα από την κλίμακα όπως η ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE), ώστε να μην επηρεάζεται το αποτέλεσμα από τυχόν διαφορετικές τάξεις μεγέθους ανάμεσα στις παρατηρήσεις των διάφορων χρονοσειρών. Επιπλέον ένα υποσύνολο παρατηρήσεων με μεγαλύτερες τιμές θα μπορούσε να έχει μεγαλύτερη επίδραση στην τιμή του σφάλματος, η οποία θα μεταβαλλόταν, αν το υποσύνολο αυτό εξεταζόταν υπό κλίμακα.

Αντίθετα, θα πρέπει να προτιμηθούν ποσοστιαία κριτήρια ακρίβειας, όπως για παράδειγμα το Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα (MAPE), το οποίο είναι ανεξάρτητο της κλίμακας. Αυτή η κατηγορία σφαλμάτων χρειάζεται όμως ιδιαίτερη προσοχή όταν οι τιμές των παρατηρήσεων είναι κοντά στο μηδέν, όπου η κατανομή των ποσοστιαίων σφαλμάτων τείνει να εμφανίσει ακραία κυρτότητα.

4

Παραγωγή προβλέψεων μέσω μεθοδολογίας χρονοσειρών

4.1 Παρουσίαση της μεθοδολογίας χρονοσειρών

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η πρόταση μιας ολοκληρωμένης και όσο το δυνατόν πιο αυτοματοποιημένης μεθοδολογίας η οποία θα μπορεί να εφαρμοσθεί για την παραγωγή ενεργειακών προβλέψεων σε ιεραρχικά δομημένες χρονοσειρές και συνδυάζει ένα πρώτο στάδιο στατιστικής ανάλυσης της διαθέσιμης χρονοσειράς με ένα δεύτερο στάδιο παραγωγής των τελικών προβλέψεων, μέσω διαγωνισμού μεταξύ των διαθέσιμων μοντέλων.

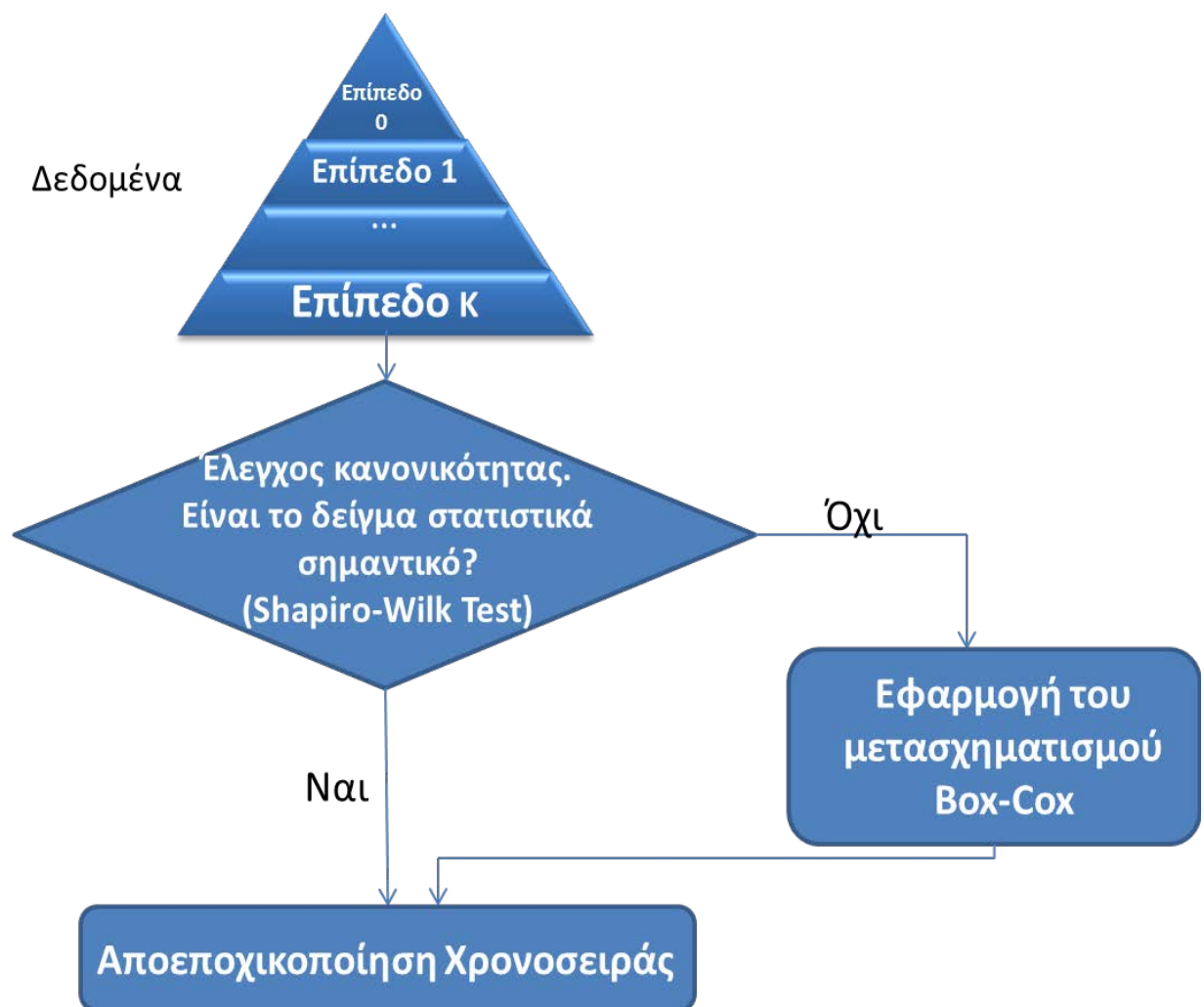
Το θεωρητικό πλαίσιο του σταδίου στατιστικής ανάλυσης έχει παρουσιαστεί ενδελεχώς στο κεφάλαιο 2 και περιλαμβάνει τον έλεγχο κανονικότητας Shapiro-Wilk, ο οποίος είναι και το κριτήριο της εφαρμογής ή μη του μετασχηματισμού Box-Cox στη συνέχεια.

Αναλυτικότερα, για κάθε χρονοσειρά ενεργειακής κατανάλωσης, σε κάθε ιεραρχικό επίπεδο πραγματοποιούμε έναν έλεγχο κανονικότητας και ελέγχουμε αν το δείγμα είναι στατιστικά σημαντικό, με όριο σημαντικότητας $P= 0.01$ για μέγεθος δείγματος περίπου ίσο με 70.

Εάν η χρονοσειρά περάσει επιτυχημένα το τεστ, προχωράμε στο στάδιο της αποεποχικοποίησης. Εάν όχι, τότε εφαρμόζουμε τον μετασχηματισμό Box-Cox για τιμή λ τέτοια, έτσι ώστε να είναι αληθής η H_0 για τη συγκεκριμένη χρονοσειρά.

Στη συνέχεια, απαραίτητη είναι η αποεποχικοποίηση της χρονοσειράς. Η διαδικασία αυτή γίνεται μέσω της κλασικής πολλαπλασιαστικής μεθόδου. Αρχικά με βάση την περιοδικότητα των δεδομένων (ωριαία, ημερήσια, εβδομαδιαία, μηνιαία,..) , προσδιορίζουμε και την αντίστοιχη εποχικότητα, έτσι ώστε το μέγεθος του δείγματος να είναι επαρκές για να πάρουμε αξιόπιστα αποτελέσματα από ένα ασφαλές πλήθος περιόδων. Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας και θεωρώντας ότι σε εφαρμογές

ενεργειακών καταναλώσεων η πρόβλεψη της ημερήσιας κατανάλωσης είναι πιο ουσιαστική και χρήσιμη, πραγματοποιήσαμε στα case studies που ακολουθούν τη μελέτη για ορίζοντες από μία ημέρα έως μία εβδομάδα. Συνεπώς, προσδιορίστηκε η εποχικότητα ανά μέρα εβδομάδας. Άλλη επιλογή ήταν η συνάθροιση των ημερών σε εβδομάδες με στόχο την εβδομαδιαία πρόβλεψη κατανάλωσης. Σημειώνουμε εδώ ότι η διαδικασία της αποεποχικοποίησης αφορούσε στην επεξεργασία και παραγωγή προβλέψεων για όλα τα μοντέλα εκτός των ARIMA, για τα οποία έγινε χρήση των seasonal ARIMA μοντέλων, όπου αυτό κρίθηκε απαραίτητο.



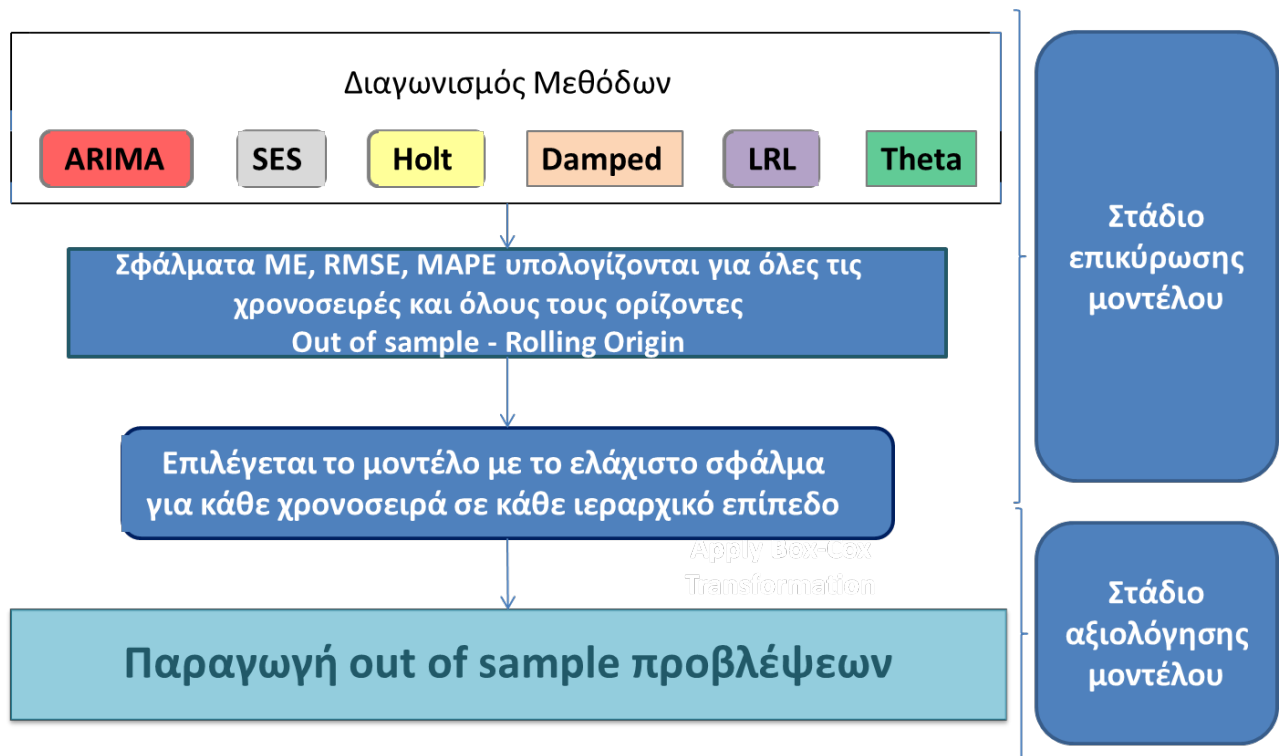
Σχήμα 4.1 Διάγραμμα ροής της πρώτης φάσης της μεθοδολογίας χρονοσειρών

Την αποεποχικοποίηση της χρονοσειράς ακολουθεί ένας διαγωνισμός προβλέψεων μεταξύ των έξι βασικών μεθόδων που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 3: των ARIMA, της SES, της Holt, της Damped, της LRL και της Theta, όπου ως Theta αναφερόμαστε στην Theta Classic (2 Γραμμές).

Η κάθε μέθοδος εφαρμόζεται ξεχωριστά και υπολογίζονται το μέσο σφάλμα (ME), η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE) και το μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (MAPE) τους στο out of sample δείγμα της χρονοσειράς. Αυτό είναι το στάδιο της προσαρμογής μοντέλων, αφού παρατηρούμε ποια από τις διαθέσιμες μεθόδους πρόβλεψης ανταποκρίνεται με μεγαλύτερη ακρίβεια στα δεδομένα της εκάστοτε χρονοσειράς προς μελέτη. Το τελικό απόλυτο κριτήριο είναι το σφάλμα MAPE. Για να είναι πιο αξιόπιστα τα συμπεράσματα, η διαδικασία επαναλαμβάνεται για όλους τους ορίζοντες που μας ενδιαφέρουν, καθώς συνήθως άλλες μέθοδοι κρίνονται καταλληλότερες για την παραγωγή προβλέψεων μικρού ορίζοντα και άλλες για μεγαλύτερους. Με την εφαρμογή πολλαπλών περιόδων προσαρμογής, εξασφαλίζουμε ότι η επιλογή του αρχικού σημείου να μην αποπροσανατολίσει τα, λόγω τυχαίας ευαισθησίας στη συγκεκριμένη φάση του επιχειρηματικού κύκλου. Παράλληλα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή ώστε να εξασφαλίσουμε ότι το μέγεθος του δείγματος προσαρμογής παραμένει επαρκές και η τμηματική επιλογή ιστορικών δεδομένων αφήνει αρκετές παρατηρήσεις για να προσαρμοστεί με επιτυχία το μοντέλο. Εμείς επιλέξαμε το ελάχιστο όριο για το μέγεθος της περιόδου προσαρμογής να είναι το 80% των συνολικά διαθέσιμων προς μελέτη παρατηρήσεων της συγκεκριμένης χρονοσειράς.

Στόχος του διαγωνισμού προβλέψεων είναι η ανάδειξη εκείνης της μεθόδου που σημειώνει τη μέγιστη δυνατή ακρίβεια, χωρίς να δίνεται έμφαση στην κατεύθυνση (bias) της πρόβλεψης. Έτσι, επιλέγεται η μέθοδος πρόβλεψης με το μικρότερο σφάλμα MAPE (καθώς δεν υπάρχουν μηδενικές ή οριακά μικρές τιμές στα προς εξέταση δεδομένα) και χρησιμοποιείται στην παραγωγή προβλέψεων στον ορίζοντα που μας ενδιαφέρει. Η διαδικασία συνεχιζόταν μέχρι ο ορίζοντας πρόβλεψης να αντιστοιχεί στην τελευταία παρατήρηση των διαθέσιμων δεδομένων.

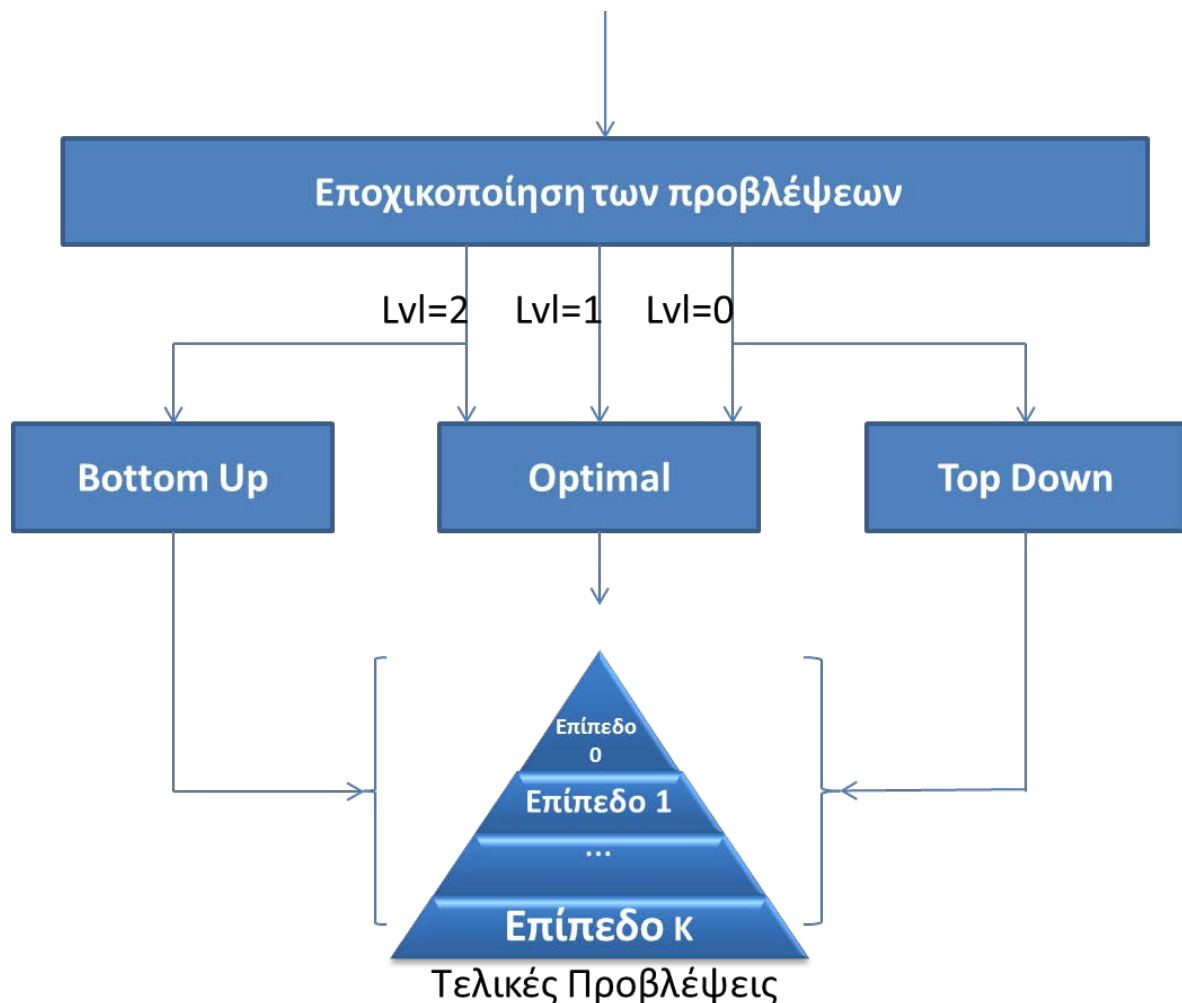
Στη συνέχεια, πραγματοποιείται η διαδικασία αξιολόγησης του μοντέλου, κατά την οποία γίνεται out-of sample μελέτη σε κάθε χρήση με ορίζοντα πρόβλεψης από μία έως επτά ημέρες, σε μία προσπάθεια να προσομοιώσουμε ένα άγνωστο περιβάλλον με μελλοντικές παρατηρήσεις και να αξιολογηθεί η απόδοση της μεθόδου.



Σχήμα 4.2 Διάγραμμα ροής της δεύτερης φάσης της μεθοδολογίας χρονοσειρών

Επόμενο βήμα της παραγωγής προβλέψεων είναι η εποχικοποίηση των τιμών που προέκυψαν από τα μοντέλα, πολλαπλασιάζοντας τις προβλέψεις που έχουν παραχθεί από τα μοντέλα με τους αντίστοιχους ημερήσιους δείκτες εποχικότητας που υπολογίστηκαν νωρίτερα, κατά τη διαδικασία αποεποχικοποίησης της χρονοσειράς.

Σε αυτό το σημείο υπάρχουν διαθέσιμες οι προβλέψεις όλων των ανεξάρτητων χρονοσειρών για όλους τους επιθυμητούς ορίζοντες. Εν συνεχεία, οι προβλέψεις αυτές αξιοποιούνται ως είσοδος για τις τρεις διαφορετικές ιεραρχικές προσεγγίσεις, μέσω των οποίων προκύπτουν οι τελικές προβλέψεις ανά επίπεδο ιεραρχίας. Φυσικά, οι προβλέψεις των ενδιάμεσων επιπέδων αξιοποιούνται μόνο από την Optimal προσέγγιση, καθώς για την Bottom Up απαιτούνται μόνο εκείνες του κατώτατου επιπέδου και για την Top Down εκείνη της συνολικής αθροιστικής κατανάλωσης αντίστοιχα.



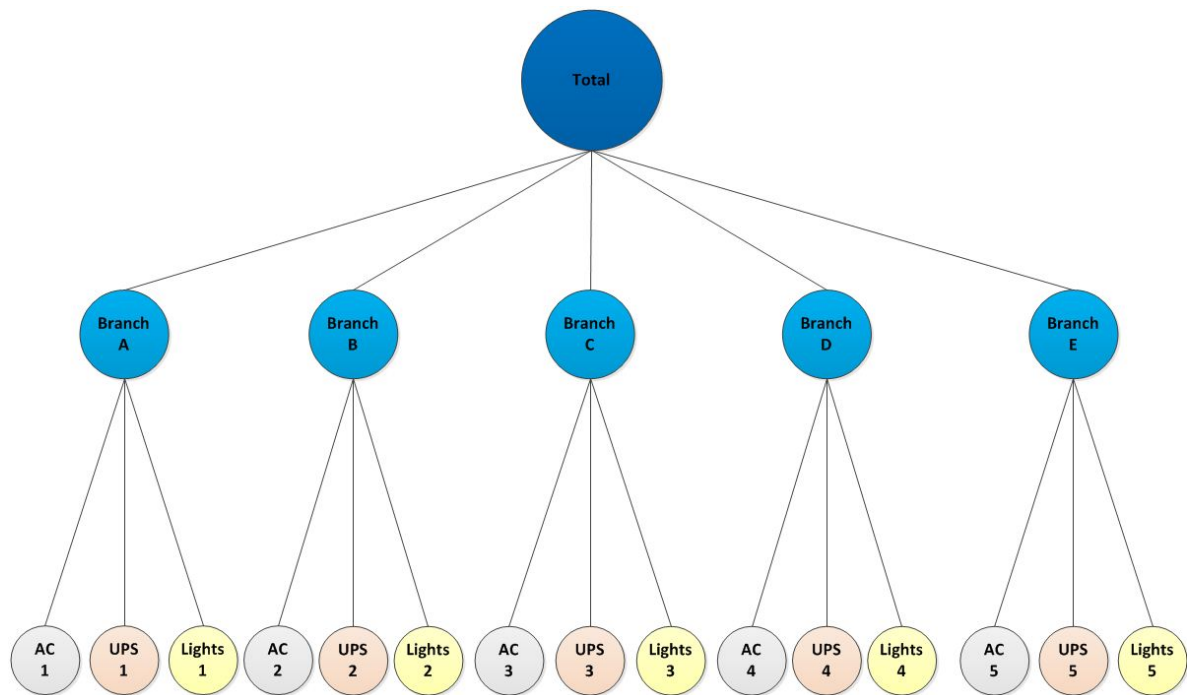
Σχήμα 4.3 Διάγραμμα ροής της τρίτης φάσης της μεθοδολογίας χρονοσειρών

4.2 Case study: Παραγωγή προβλέψεων ενεργειακής κατανάλωσης σε δίκτυο τράπεζας με πέντε υποκαταστήματα

4.2.1 Επισκόπηση του προβλήματος & συλλογή των δεδομένων

Η μέθοδος των χρονοσειρών που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη παράγραφο εφαρμόστηκε σε ένα case study για ένα δίκτυο πέντε τραπεζικών υποκαταστημάτων εντός του νομού Αττικής και χωρίστηκαν σύμφωνα με την περιοχή τους στα «Αττική», «Γλυφάδα», «Μακρυγιάννη», «Παλλήνη» και «Χολαργός».

Στόχος ήταν να δοκιμαστεί η αποτελεσματικότητα της μεθόδου σε μία απαιτητική ιεραρχική δομή που απαρτίζεται από 21 χρονοσειρές συνολικά, οι οποίες αναλύονται στις 5 συνολικές των καταστημάτων, τις 3 επιμέρους χρήσεις για κάθε υποκατάστημα και τη 1 συνολική όλης της τράπεζας. Ακολουθεί το ιεραρχικό διάγραμμα του προβλήματος:



Σχήμα 4.4 Ιεραρχικό διάγραμμα για το case study τράπεζας

Για τα παραπάνω υποκαταστήματα δόθηκαν μετρήσεις για τις καταναλώσεις που αφορούν το φωτισμό, τον κλιματισμό και τις συσκευές οι οποίες είναι συνδεδεμένες σε συστήματα αδιάλειπτης παροχής ενέργειας-σταθεροποιητές (UPS). Στην τελευταία χρήση συμπεριλαμβάνονται ηλεκτρονικές συσκευές όπως το σύστημα ασφαλείας της τράπεζας, οι κάμερες, τα χρηματοκιβώτια και ο server του υποκαταστήματος. Αυτές θα είναι και οι χρήσεις οι οποίες θα θεωρήσουμε στην παρούσα μελέτη.

Τα στοιχεία εκτείνονται από τις 17-1-2013 έως και τις 24-3-2013, με την τελευταία εβδομάδα να χρησιμοποιείται όπως και το προηγούμενο case-study ως μέρος της out-of sample αξιολόγησης της μεθόδου και περιελάμβαναν συνολικά 67 ημερήσιες παρατηρήσεις σε kWh.

4.2.2 Εφαρμογή της μεθόδου

Τα δεδομένα καταγράφονται συγκεντρωμένα για όλες τις καταναλώσεις των πέντε υποκαταστημάτων, καθώς και της συνολικής ενιαίας κατανάλωσης αναλυτικά στους πίνακες του παραρτήματος Α'.

Εν συνεχεία, πραγματοποιήθηκε έλεγχος κανονικότητας για την κάθε χρονοσειρά.

Για παράδειγμα, για το υποκατάστημα της Παλλήνης, η αρχική τιμή που επέστρεψε το Shapiro-Wilk τεστ για την χρονοσειρά του φωτισμού ήταν 0.00004904. Συνεπώς εφαρμόστηκε μετασχηματισμός Box-Cox με $\lambda = -1.9075$ και η νέα τιμή του ελέγχου ήταν 0.1025, πάνω από το όριο σημαντικότητας που είχαμε θέσει αρχικά.

Ακολούθησε αποεποχικοποίηση μέσω της κλασσικής πολλαπλασιαστικής μεθόδου, με συχνότητα 7 (για όλες τις μεθόδους πλην των ARIMA) και το στάδιο της επικύρωσης των μοντέλων για ορίζοντες πρόβλεψης 1 έως 7 ημέρες.

Στο σημείο αυτό, εφαρμόζοντας πολλαπλές περιόδους προσαρμογής διατηρώντας παράλληλα ένα σεβαστό μέγεθος δείγματος για να είναι αξιόπιστη η εφαρμογή του μοντέλου στα δειγματικά δεδομένα. Αναλυτικότερα για:

Ορίζοντα 1 ημέρας είχαμε 7 περιόδους προσαρμογής

Ορίζοντα 2 ημερών είχαμε 5 περιόδους προσαρμογής

Ορίζοντα 3 ημερών είχαμε 4 περιόδους προσαρμογής

Ορίζοντα 4 ημερών είχαμε 3 περιόδους προσαρμογής

Ορίζοντα 5 ημερών είχαμε 2 περιόδους προσαρμογής

Ορίζοντα 6 ημερών είχαμε 2 περιόδους προσαρμογής

Ορίζοντα 7 ημερών είχαμε 2 περιόδους προσαρμογής

Στην χρονοσειρά φωτισμού της Παλλήνης ενδεικτικά για ορίζοντες 2 και 5, πήραμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

			Forecasting Horizon: 2						Forecasting Horizon: 5					
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
8/3/2013	96,6 0 47,4	1,17	98,36	95,56	95,34	95,53	95,69	95,50	98,36	95,40	95,18	95,37	95,53	95,34
9/3/2013	0 47,6 99,7	0,60	50,51	48,96	48,81	48,94	48,99	48,91	50,51	49,20	49,04	49,17	49,22	49,14
10/3/2013	0 99,7	0,61	49,45	48,53	48,59	48,50	49,76	48,50	52,38	49,91	49,70	49,87	49,88	49,83
11/3/2013	0 93,2	1,17	98,55	92,69	92,68	92,61	94,95	92,59	99,64	95,33	94,85	95,23	95,19	95,13
12/3/2013	0 99,2	1,15	95,50	96,60	95,98	96,58	93,95	96,51	97,34	94,11	93,55	93,99	93,88	93,87
13/3/2013	0 94,5	1,16	93,06	97,12	96,34	97,08	94,35	96,97	91,61	94,56	94,47	94,54	94,37	94,49
14/3/2013	0 99,7	1,14	100,63	96,13	96,25	96,16	93,10	96,07	95,12	92,98	92,81	92,94	92,69	92,86
15/3/2013	0 47,3	1,17	99,20	98,37	98,48	98,40	95,19	98,26	99,19	95,15	94,90	95,09	94,76	94,98
16/3/2013	0 45,3	0,60	47,71	50,70	50,71	50,71	48,92	50,67	47,34	48,76	48,59	48,72	48,50	48,64
17/3/2013	0	0,61	47,22	51,34	51,37	51,35	49,50	51,28	47,22	49,71	49,50	49,66	49,40	49,57
	ME		-0,60	-0,62	-0,49	-0,61	0,85	-0,54	-0,82	0,54	0,79	0,59	0,71	0,66
	RMSE		3,20	3,49	3,50	3,51	3,12	3,50	3,39	3,10	3,17	3,11	3,16	3,13
	MAPE		3,42	4,27	4,29	4,28	3,80	4,26	3,60	3,89	3,80	3,87	3,83	3,85

Επομένως, στο στάδιο της αξιολόγησης για τους ορίζοντες αυτούς χρησιμοποιήσαμε το μοντέλο ARIMA, το οποίο για τη συγκεκριμένη χρονοσειρά ήταν το εποχιακό $ARIMA(2,0,1)(2,1,1)[7]$, με συντελεστές $\phi_1=-0.2272$, $\phi_2=0.2065$, $\theta_1=0.8509$, $s\phi_1=-1.6189$, $s\phi_2=-0.7794$ $s\theta_1=0.9883$. Οι προβλέψεις που παρήχθησαν από το μοντέλο αναφέρονται στο επίπεδο 2 και συγκεκριμένα στη χρονοσειρά Φωτισμού για το υποκατάστημα Παλλήνης.

Οι διαδικασίες της επικύρωσης και αξιολόγησης πραγματοποιήθηκαν κατά αυτόν τον τρόπο για το πλήρες σύνολο των 21 χρονοσειρών και έχοντας τις βασικές προβλέψεις, προέκυψαν οι τελικές μέσω των τριών ιεραρχικών μεθόδων.

Τα πλήρη αποτελέσματα είναι διαθέσιμα στο Παράρτημα Β.

4.2.3 Αποτελέσματα

Η μέθοδος SES χρησιμοποιήθηκε ως benchmark λόγω του σταθερού επιπέδου που διατηρεί και ανταποκρίνεται καλά ακόμα και σε σειρές που χαρακτηρίζονται από υψηλό θόρυβο, όπως οι επιμέρους χρήσεις του επιπέδου 2. Άλλα πλεονεκτήματα της μεθόδου στη συγκεκριμένη μελέτη είναι η καλή της απόκριση σε δεδομένα με γρήγορες μεταβολές λόγω της ικανότητας της να εντοπίζει εύστοχα την τάση και το επίπεδο της χρονοσειράς, ενώ είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική σε μικρούς ορίζοντες όπως αυτούς για τους οποίους κάναμε τις προβλέψεις μας.

Για την benchmark μέθοδο ακολουθήθηκαν οι ίδιες ιεραρχικές διαδικασίες, ώστε η σύγκριση να εστιάσει αποκλειστικά στις διαφορές που προκύπτουν από την επεξεργασία των δεδομένων και την παραγωγή των προβλέψεων.

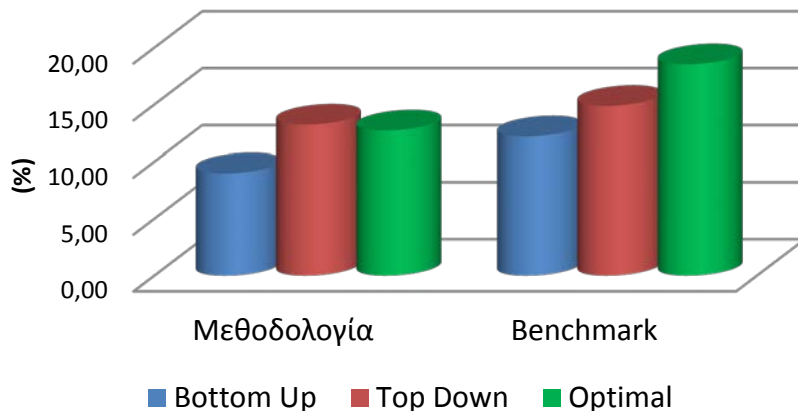
Σφάλμα MAPE προβλέψεων εκτός δείγματος των ιεραρχικών προσεγγίσεων για τη χρονοσειρά τράπεζας.								
	Ορίζοντας Πρόβλεψης (h)							M.O
	1	2	3	4	5	6	7	
<i>Επίπεδο 0: Συνολική κατανάλωση δικτύου τραπεζών</i>								
Bottom-up	9.57	10.18	10.63	9.89	8.41	9.50	5.48	9.09
Top-down	0.74	5.46	3.93	9.05	9.23	3.23	6.51	5.45
Optimal	2.60	6.45	4.88	9.23	9.06	2.62	6.29	5.88
<i>Επίπεδο 1: Συνολική κατανάλωση υποκαταστημάτων</i>								
Bottom-up	9.84	10.09	10.79	10.04	9.58	11.00	7.71	9.87
Top-down	7.81	10.15	10.12	11.51	11.59	10.38	12.44	10.57
Optimal	8.94	10.07	9.46	9.66	10.02	11.53	8.00	9.67
<i>Επίπεδο 2: Κατανάλωση επιμέρους χρήσεων</i>								
Bottom-up	15.53	14.77	16.55	17.17	17.84	19.17	17.51	16.93
Top-down	18.60	18.59	20.41	22.29	22.97	28.83	34.09	23.68
Optimal	26.13	20.37	26.93	18.15	18.68	29.67	18.44	22.62

Πίνακας 4.1 Συγκεντρωμένα αποτελέσματα σφάλματος MAPE μέσω της μεθοδολογίας χρονοσειρών, case study τράπεζας

Σφάλμα MAPE προβλέψεων εκτός δείγματος των ιεραρχικών προσεγγίσεων για τη χρονοσειρά τράπεζας.								
	Ορίζοντας Πρόβλεψης (h)							M.O
	1	2	3	4	5	6	7	
<i>Επίπεδο 0: Συνολική κατανάλωση δικτύου τραπεζών</i>								
Bottom-up	6.66	10.19	8.75	7.90	7.21	6.24	5.76	7.53
Top-down	8.10	11.59	10.10	9.25	8.52	7.16	6.45	8.74
Optimal	8.02	11.48	10.00	9.14	8.42	7.12	6.43	8.66
<i>Επίπεδο 1: Συνολική κατανάλωση υποκαταστημάτων</i>								
Bottom-up	13.90	13.37	12.58	12.28	12.51	11.19	10.26	12.30
Top-down	10.05	12.56	12.06	11.62	11.26	11.93	12.43	11.70
Optimal	12.09	13.07	12.16	11.53	11.64	10.37	9.48	11.48
<i>Επίπεδο 2: Κατανάλωση επιμέρους χρήσεων</i>								
Bottom-up	17.25	17.24	17.05	17.21	17.71	16.16	14.88	16.79
Top-down	20.29	19.91	20.91	22.33	22.77	29.18	34.10	24.21
Optimal	38.23	37.13	37.30	37.12	37.31	32.47	28.87	35.49

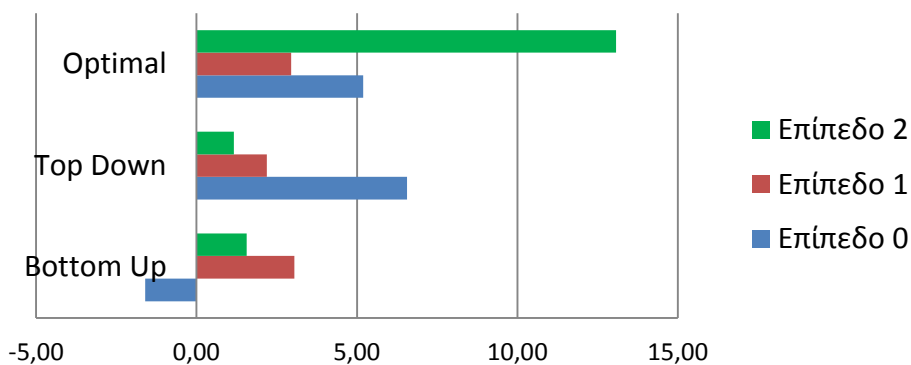
Πίνακας 4.2 Συγκεντρωμένα αποτελέσματα σφάλματος MAPE, Benchmark, case study τράπεζας

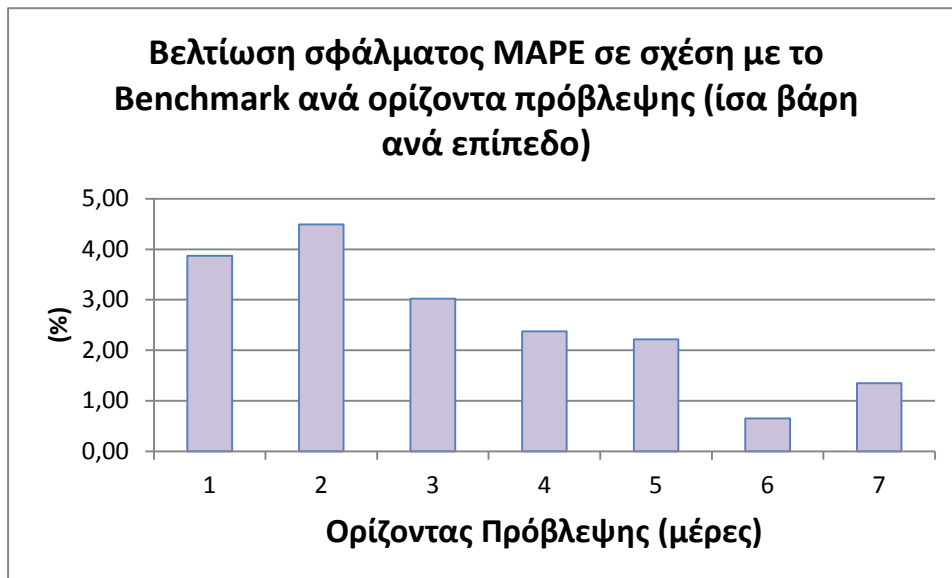
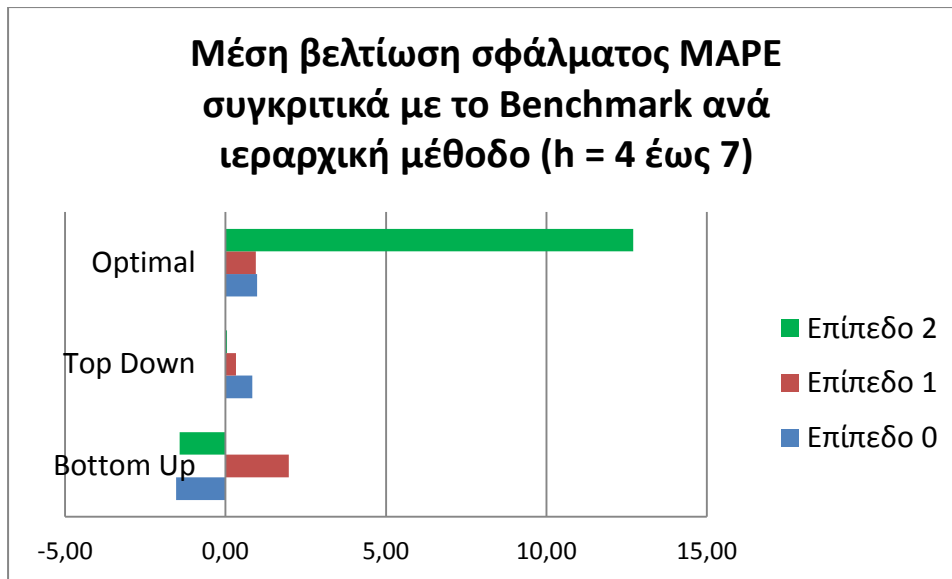
Μέσο σφάλμα MAPE ανά ιεραρχική μέθοδο για ορίζοντες 1 έως 7 (ίσα βάρη ανά επίπεδο)



Συγκριτικά, τα αποτελέσματα παρουσίασαν όμοια συμπεριφορά στους ορίζοντες 1 2 και 3 και 4 έως 7 και έτσι παρουσιάζονται ομαδοποιημένα, με ίσα βάρη ανά ορίζοντα:

Μέση βελτίωση σφάλματος MAPE συγκριτικά με το Benchmark ανά ιεραρχική μέθοδο (h = 1 έως 3)





Παρατηρούμε ότι η βελτίωση στην ακρίβεια τείνει να μειώνεται όσο μεγαλώνει ο ορίζοντας πρόβλεψης. Αυτό ερμηνεύεται ότι σε επίπεδο ακρίβειας τείνει να αποδίδει όπως η SES, αφού το κριτήριο σφάλματος (MAPE) ακόμα και για ορίζοντα ίσο με 7 παραμένει ικανοποιητικά χαμηλό και ίσο με 12.9%. Αυτό εν μέρει ίσως οφείλεται στο γεγονός ότι υπάρχουν περιορισμοί στο ελάχιστο μέγεθος της περιόδου προσαρμογής, ειδικά σε χρονοσειρές με μικρό αριθμό παρατηρήσεων, αφού η τμηματική επιλογή ιστορικών δεδομένων θα μπορούσε να αφήσει πολύ λίγες παρατηρήσεις, ώστε να προσαρμοστεί με επιτυχία το μοντέλο για μεσοπρόθεσμες προβλέψεις μεγαλύτερου ορίζοντα.

5

Ενεργειακές προβλέψεις μέσω παραμετρικού μοντέλου

5.1 Μεθοδολογία κατασκευής του παραμετρικού μοντέλου

5.1.1 Η ιδέα της μεθόδου

Ο στόχος του παραμετρικού μοντέλου ήταν να καταφέρουμε επιτυχημένα να μοντελοποιήσουμε τη διαδικασία της πρόβλεψης μίας σύνθετης γενικευμένης μεταβλητής, όπως είναι η κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας ενός μεγάλου κτιρίου με πολλές διαφορετικές επιμέρους χρήσεις και βαθμούς ελευθερίας, μέσω πιο εξειδικευμένων μεταβλητών, όπως ένας δείκτης που εξετάζει την ενεργειακή κατανάλωση από τη σκοπιά ενός μεμονωμένου χαρακτηριστικού.

Τα πιθανά πλεονεκτήματα που μπορούν να προκύψουν από την εφαρμογή της προσέγγισης αυτής είναι αρκετά, αφού ο διαχειριστής του κτιρίου θα μπορεί παρατηρώντας τις μεταβολές στις τιμές των δεικτών να βγάζει αξιόπιστα και ακριβή συμπεράσματα για την ενεργειακή συμπεριφορά ολόκληρου του κτιρίου και να λαμβάνει προβλέψεις για αυτή στο χρονικό ορίζοντα που τον ενδιαφέρει.

Στην παρούσα εργασία θα εξετάσουμε τη δυνατότητα κάτι τέτοιου μόνο για την ηλεκτρική κατανάλωση ενός κτιρίου, αφού η εισαγωγή και των καταναλώσεων καυσίμων στην έρευνα (πετρέλαιο, φυσικό αέριο κ.α.) θα έκανε τη μελέτη αρκετά πολυπλοκότερη.

5.1.2 Εντοπισμός Χρήσεων Κτιρίου

Το να εντοπιστούν οι βασικές χρήσεις σε ένα κτίριο μπορεί να πραγματοποιηθεί βιβλιογραφικά, ανάλογα με τον τύπο του κτιρίου που μελετά, εντοπίζοντας τις πλέον πιθανές χρήσεις του και να τις προσαρμόσει στην εκάστοτε περίπτωση. Μία τέτοια διαδικασία έχει ήδη γίνει στο κεφάλαιο 1, όπου παρουσιάζονταν οι καταναλώσεις στις κατηγορίες κτιρίων τριτογενούς τομέα με τις οποίες ασχοληθήκαμε.

Η δυσκολία στην διαδικασία αυτή είναι η εύρεση κάποιου τρόπου να μετρηθεί ή έστω να υπολογιστεί η κατανάλωση ανά χρήση με ικανοποιητική ακρίβεια. Αυτό συμβαίνει γιατί για την παρακολούθηση μίας χρήσης δεν απαιτείται απλά η εγκατάσταση ενός συστήματος monitoring, αλλά απαιτείται παράλληλα συνεχής έλεγχος για το είδος και πλήθος των συσκευών που είναι τοποθετημένες στη γραμμή στην οποία μετράμε, καθώς και της αξιοπιστίας και ακρίβειας των οργάνων μέτρησης. Σε τέτοιες περιπτώσεις είναι αναγκαίοι επιπρόσθετοι υπολογισμοί που θα διαχωρίζουν τις επιμέρους καταναλώσεις και θα μας δίνουν ορθά αποτελέσματα. Στα κτίρια που μελετήθηκαν στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής δεν υπήρχε κάποιο τέτοιο πρόβλημα και η μελέτη ήταν αρκετά απλοποιημένη.

Σε κάθε εγκατάσταση, ένα μέρος της κατανάλωσης που περιέχει καταναλώσεις οι οποίες είναι δύσκολο να προσδιοριστούν και δεν παίρνουν ιδιαίτερα μεγάλες τιμές, θα πρέπει να εξασφαλίζουμε ότι το ποσοστό αυτό αποτελεί όσο το δυνατό μικρότερο κομμάτι της συνολικής χρήσης, αφού το αντίθετο θα δημιουργήσει προβλήματα στην ακρίβεια των προβλέψεών μας. Συμπερασματικά, είναι προτιμότερο να δημιουργηθεί μία επιπλέον, έστω και μικρή σε σύγκριση με τις υπόλοιπες χρήση, από το να ενταχθεί μία κατανάλωση σε μία γενική κατηγορία με αόριστα χαρακτηριστικά.

5.1.3 Επιλογή ενεργειακού δείκτη για την παρακολούθηση κάθε χρήσης

Έχοντας προσδιορίσει τις χρήσεις του κτιρίου, μπορούμε να προχωρήσουμε στο επόμενο βήμα το οποίο είναι η εύρεση του EI που τις περιγράφει καλύτερα. Αυτό περιλαμβάνει δύο στάδια: τη συλλογή όλων των πιθανών EI's και επιλογή των πλέον αντιπροσωπευτικών εξ' αυτών.

Για την εύρεση των πιθανών δεικτών κατανάλωσης δεν θα αναφέρουμε πολλά σε αυτό το σημείο της εργασίας, δεδομένου ότι στο πρώτο κεφάλαιο έχουν παρουσιαστεί αναλυτικά οι ευρέως χρησιμοποιούμενοι ενεργειακοί δείκτες ανά κατηγορία.

Για την επιλογή του βέλτιστου EI για την κάθε χρήση, χρησιμοποιήσαμε τη μέθοδο ομαδοποιημένου δένδρογράμματος (clustering), το οποίο παρουσιάζει τον τρόπο με τον οποίο οι συνδέονται οι διάφορες χρονοσειρές καταναλώσεων με εκείνες των ενεργειακών δεικτών, μέσω της μεθόδου διακυμάνσεων και συσχέτισεων.

Οι Chavent, Kuentz, Liqueet & Saracco δημιούργησαν τη μέθοδο επιλογής μεταβλητών, η οποία βασίζεται στις διασπορές και συσχετίσεις που χαρακτηρίζουν τις τυχαίες μεταβλητές που αντιστοιχούν στις χρονοσειρές χρήσεων και ενεργειακών δεικτών, και κάνει ένα άμεσο

φιλτράρισμα των μη αντιπροσωπευτικών πληροφοριών, ομαδοποιώντας τα δεδομένα κατάλληλα.

Αναλυτικότερα, κατά τη διαδικασία αυτή, τα δεδομένα χωρίζονται σε ομάδες οι οποίες περιλαμβάνουν τις χρονοσειρές εκείνες που εμφανίζουν ισχυρή συσχέτιση μεταξύ τους. Ως υπολογιστικό κριτήριο ομοιογένειας ορίζονται οι τετραγωνικές συσχετίσεις.

Παρόλο που τα μοντέλα πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης θεωρούνται μια αξιόπιστη και αποτελεσματική επιλογή για ενεργειακές προβλέψεις, η πολύ-συγγραμικότητα ανάμεσα στις μεταβλητές πολλές φορές οδηγεί σε άστοχη αξιολόγηση της σημαντικότητάς τους και να εισάγουν αστάθειες στο μοντέλο. Συνεπώς, για να αποφύγουμε αυτή την αστοχία, θεωρήσαμε ότι μόνο μια χρονοσειρά από την κάθε ομάδα αντιπροσωπεύει την πληροφορία της ομάδας αυτής. Έτσι συνδέουμε μέσω μιας σχέσης πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης τις καταναλώσεις, με τους δείκτες οι οποίοι βρίσκονται στους κοντινότερους κλάδους του δενδροδιαγράμματος. Για τις ανάγκες της εργασίας επιλέξαμε το μοντέλο να περιέχει έως και δύο μεταβλητές. Αρχικά θεωρούμε ότι οι κεντρικοί κλάδοι που δημιουργούνται στο μεγαλύτερο ύψος του δένδρου περιέχουν ασυσχέτιστα μεταξύ τους δεδομένα και επομένως μεταβλητές του ενός δεν μπορούν να αποτελέσουν παραμέτρους για κάποιο μέγεθος του άλλου. Επίσης, στην περίπτωση που δύο μεταβλητές- δείκτες βρίσκονται στον ακριβώς ίδιο κλάδο και ύψος θεωρούμε ότι εμπεριέχουν την ίδια πληροφορία και επιλέγουμε εκείνη από τις δύο η οποία εμφανίζει μεγαλύτερη συσχέτιση με την προς μελέτη ενεργειακή κατανάλωση.

Στις περισσότερες περιπτώσεις, ο δείκτης ενεργειακής κατανάλωσης με τη μεγαλύτερη συσχέτιση απ' τους διαθέσιμους είναι και ο βέλτιστος. Το δενδροδιάγραμμα όμως μας δίνει τη δυνατότητα να κατανοήσουμε οπτικά τον τρόπο με τον οποίο συνδέονται τα μεγέθη μεταξύ τους και να θεμελιώσουμε με επιστημονικά κριτήρια αυτό που διαισθητικά θα αναμέναμε ώστε να μην οδηγηθούμε σε εικονικές συσχετίσεις και ψευδή αποτελέσματα.

5.1.4 Πρόβλεψη ενεργειακής κατανάλωσης ανά χρήση

Αφού έχει πραγματοποιηθεί η επιλογή των αντιπροσωπευτικών μεταβλητών του παραμετρικού μοντέλου μέσω του δενδρογράμματος για όλες τις χρονοσειρές, σειρά έχει η κατασκευή ενός πλήρους μοντέλου πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης. Η επιλογή της τάξης του μοντέλου γίνεται μέσω του συντελεστή προσδιορισμού \bar{R}^2 , όπως αυτός ορίστηκε στην παράγραφο 3.3.5 και αποτελεί το κριτήριο για το πόσο καλά προσαρμόζεται η ευθεία παλινδρόμησης στα δεδομένα.

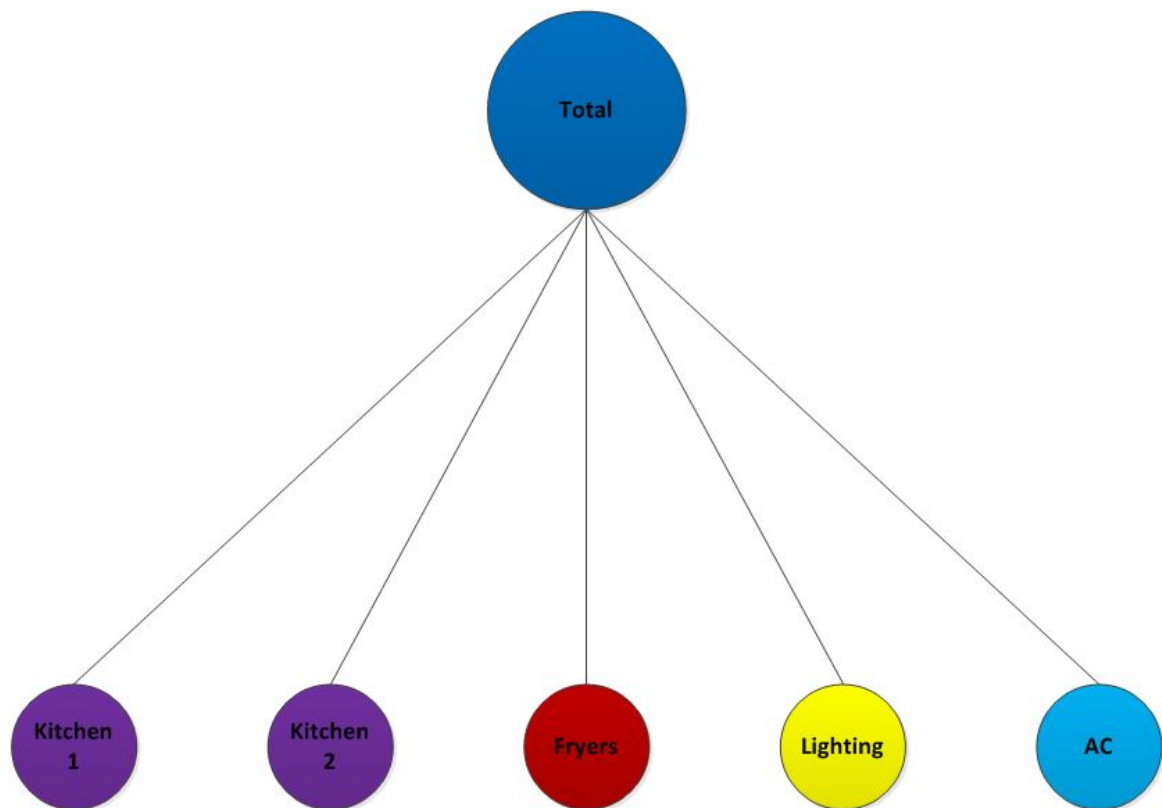
Στη συνέχεια, μέσω του ορισμένου αιτιοκρατικού μοντέλου γίνεται η παραγωγή προβλέψεων για όλες τις συνολικές και επιμέρους καταναλώσεις, για τον χρονικό ορίζοντα που μας ενδιαφέρει και μέσω των τριών ιεραρχικών μεθόδων σχηματίζουν τις τελικές προβλέψεις, σε όλα τα επίπεδα της ιεραρχίας.

5.2 Case Study: Παραγωγή προβλέψεων ενεργειακής κατανάλωσης σε εστιατόριο

5.2.1 Επισκόπηση του προβλήματος & συλλογή των δεδομένων

Το κτίριο που επιλέχθηκε να μελετηθεί σε αυτό το case study ανήκει στη κατηγορία των εστιατορίων και είναι ένα ταχυφαγείο το οποίο λειτουργεί στην Κύπρο. Έχει έκταση 450 m² και απασχολεί συνολικά 85 εργαζόμενους. Τα δεδομένα για την μελέτη του κτιρίου προέρχονται από το ειδικό σύστημα monitoring το οποίο έχει εγκατασταθεί από τις 29-8-2012 και λειτουργεί χωρίς προβλήματα από τα μέσα Σεπτεμβρίου του ίδιου έτους.

Η επιλογή μελέτης του συγκεκριμένου κτιρίου έγινε κυρίως λόγω της οργανωμένης και πλήρους εγκατάστασης παρακολούθησης ενεργειακών καταναλώσεων που διαθέτει, καθώς σε κάθε γραμμή του κτιρίου είναι εγκατεστημένες συσκευές που αφορούν μόνο μία συγκεκριμένη χρήση. Συνεπώς, η διαδικασία μέτρησης και συλλογής των καταναλώσεων ανά χρήση γίνεται άμεσα και με ακρίβεια. Οι επιμέρους χρήσεις της εγκατάστασης που παρακολουθούνται είναι η κουζίνα, ο κλιματισμός, τα φώτα και οι φριτέζες. Συγκεκριμένα, για τη χρήση της κουζίνας υπάρχουν δύο γραμμές στο εστιατόριο, ενώ για τις υπόλοιπες χρήσεις από μία γραμμή. Παρουσιάζεται παρακάτω η ιεραρχική δομή των ενεργειακών καταναλώσεων, όπως χρησιμοποιήθηκαν σε αυτή τη μελέτη:



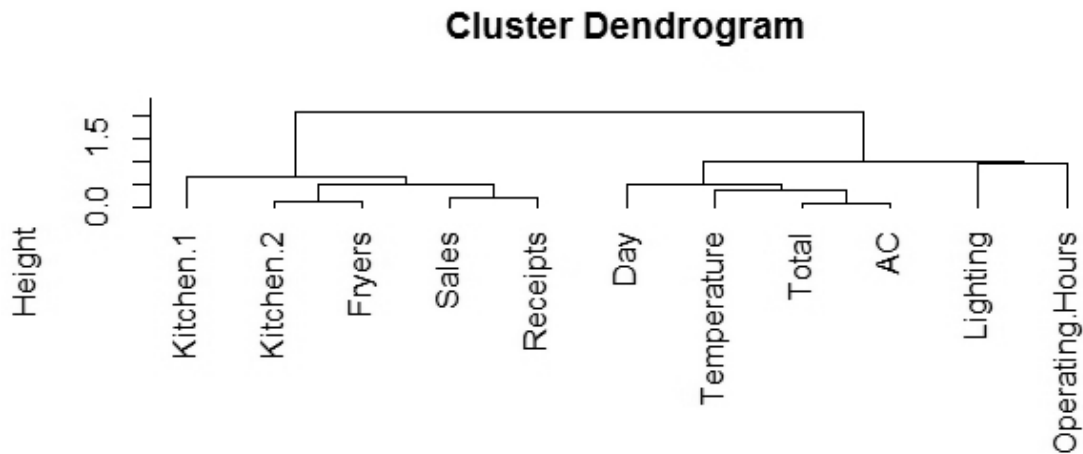
Σχήμα 5.1 Ιεραρχικό διάγραμμα για το case study εστιατορίου

Τα δεδομένα αυτά δόθηκαν άλλα σε ωριαία και άλλα σε ημερήσια βάση, για λόγους όμως ομοιογένειας των παρατηρήσεων και την παραγωγή ημερήσιων προβλέψεων όλα τα δεδομένα μεταφέρθηκαν όλα σε ημερήσια βάση.

Για την επιλογή ενεργειακών δεικτών συλλέχθηκαν στοιχεία που αφορούν και άλλα μεγέθη, ώστε να γίνει η τελική επιλογή των καταλληλότερων μεταβλητών για την κάθε χρονοσειρά. Αυτά ήταν το ωράριο λειτουργίας (Operational Hours- O.H.), η μέση ημερήσια θερμοκρασία στην τοποθεσία (Temperature), ο αριθμός αποδείξεων (Receipts), οι πωλήσεις (Sales) και ένας τεχνητός δείκτης που αντιστοιχεί στον αύξων αριθμό της ημέρας για κάθε παρατήρηση της χρονοσειράς (day).

5.2.2 Εφαρμογή της μεθόδου

Για την εφαρμογή του παραμετρικού μοντέλου, αρχικά κατασκευάστηκε το δένδρογραμμα ομοιογένειας μέσω της μεθόδου διακυμάνσεων-συσχετίσεων για το σύνολο των καταναλώσεων, αλλά και των ενεργειακών δεικτών ώστε να εντοπιστούν οι πιθανές εσωτερικές συσχετίσεις.



Σχήμα 5.2 Δενδρόγραμμα ομοιογένειας για το case study εστιατορίου

Σύμφωνα με τη μεθοδολογία που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 5, ορίστηκαν τα μοντέλα πολλαπλών παλινδρομήσεων για τις χρονοσειρές καταναλώσεων ως εξής:

$$AC = f_3(\text{temperature}, \text{day})$$

$$\text{Fryers} = f_2(\text{sales})$$

$$\text{Kitchen} = f_1(\text{sales})$$

$$\text{Lighting} = f_4(\text{temperature}, \text{day})$$

$$\text{Total} = f_5(\text{temperature}, \text{day})$$

Το παραμετρικό μοντέλο για τον κλιματισμό ήταν μία γραμμική πολλαπλή παλινδρόμηση πρώτης τάξης της θερμοκρασίας και της ημέρας, με συντελεστή προσδιορισμού $\bar{R}^2 = 0.63$. Η ακριβής σχέση ήταν η εξής:

$$E_{AC} = -1460.85 + 55.83 d + 91.92 T - 2.66 Td$$

Οι δύο τελευταίοι όροι περιγράφουν την σχέση ανάμεσα στη θερμοκρασία και την ενεργειακή κατανάλωση, ενώ ο δεύτερος επιτρέπει στο μοντέλο να προσαρμοστεί σε αλλαγές κατά την πάροδο του χρόνου της απόκρισης στη θερμοκρασία. Επομένως, το μοντέλο λαμβάνει υπ' όψιν τόσο την επίδραση της τιμής της θερμοκρασίας στην ενεργειακή κατανάλωση (λόγω θέρμανσης ή κλιματισμού), όσο και την μακροπρόθεσμη τάση της κατανάλωσης, αλλά και την διάδραση μεταξύ των δύο.

Αντίστοιχα, προσδιορίστηκαν οι σχέσεις για τις υπόλοιπες χρονοσειρές

$$E_{\text{Fryers}} = 133.7870 + 0.0188872 s, \text{ με } \bar{R}^2 = 0.91$$

$$E_{Kitchen1} = 296.2605 + 0.007699724 s, \mu\epsilon \bar{R}^2 = 0.58$$

$$E_{Kitchen2} = 421.35084 + 0.0029655 s, \mu\epsilon \bar{R}^2 = 0.32$$

$$E_{Lighting} = 957.380685 - 11.7210916 d - 15.80307 T + 0.5058375 Td, \mu\epsilon \bar{R}^2 = 0.14$$

$$E_{Total} = -113.7787234 - 272.7519972 d + 131.2027612 T + 26.1198563 Td - 0.9876049 T^2 - 0.6253929 T^2d, \mu\epsilon \bar{R}^2 = 0.41$$

και οι προβλέψεις που παρήχθησαν:

Date	AC	Kitchen 1	Kitchen 2	Lighting	Fryers	Total
8/11/2012	466.8805	444.1107	355.3553	583.9282	278.7447	2228.8912
9/11/2012	463.2448	456.4667	387.4369	583.8599	357.4401	2240.9318
10/11/2012	459.4097	460.5946	398.1548	583.7456	383.7308	2248.3299
11/11/2012	456.5498	455.1114	383.9180	583.2945	348.8083	2250.5618
12/11/2012	455.5040	446.0929	360.5020	582.3371	291.3694	2248.4380
13/11/2012	454.7580	442.7966	351.9431	581.3158	270.3748	2246.1228
14/11/2012	455.6054	446.5327	361.6438	579.9069	294.1703	2241.3218

Πίνακας 5.1 Προβλέψεις για τις χρονοσειρές του εστιατορίου, μέσω του παραμετρικού μοντέλου ($h=7$)

Ιεραρχική συμφιλίωση προβλέψεων

Στη συνέχεια, έχοντας πλήρεις προβλέψεις για όλες τις χρονοσειρές, όλων των επιπέδων προχωρήσαμε στην παραγωγή των τελικών προβλέψεων ανά επίπεδο, μέσω των τριών διαφορετικών ιεραρχικών προσεγγίσεων.

Ας θεωρήσουμε στην περίπτωση του συγκεκριμένου προβλήματος $Y_t = \sum_{i=1}^5 Y_{i,t}$, όπου Y_t η συναθροισμένη χρονοσειρά και $Y_{i,t}$ οι επιμέρους καταναλώσεις.

Τότε, $m = m_0 + m_1 = 1 + 5 = 6$

και $Y_t = [Y_t, Y_{A,t}, Y_{B,t}, Y_{C,t}, Y_{D,t}, Y_{F,t}]'$

Ορίζεται ο πίνακας συνάθροισης S διαστάσεων 6×5 , για τον οποίο ισχύει $Y_t = S \cdot Y_{k,t}$:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Πρόβλεψη βάσης: Πρόβλεψη σε κάθε επίπεδο ξεχωριστά για $n+1, n+2, \dots, n+h$ περιόδους

(h = ορίζοντας πρόβλεψης).

Άρα για τις προβλέψεις συνολικά ισχύει η σχέση $\tilde{Y}_{n(h)} = S P \hat{Y}_{n(h)}$, όπου P η γραμμική σχέση η οποία συνδέει τα επίπεδα των ιεραρχικών προβλέψεων.

Ακολουθούν οι μήτρες σύμφωνα με τις οποίες υπολογίσαμε τις τελικές προβλέψεις για κάθε μία από τις ιεραρχικές μεθόδους:

- Bottom Up: $P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad P = [0_{5 \times 1} | I_5]$

- Top-Down: $P = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ w_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ w_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ w_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ w_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad P = [p | 0_{5 \times 5}] \text{ και}$

$\sum_{i=1}^5 w_i = 1$, τα βάρη διάσπασης.

- Optimal: $\tilde{Y}_n = S \beta_{n(h)} + \varepsilon_h$, όπου $\beta_{n(h)} = E[Y_{K,n+h} | Y_1, Y_2, \dots, Y_n]$, μέση τιμή του κατώτατου επιπέδου K

και ε_h έχει μηδενική μέση τιμή και πίνακα διασποράς $\text{Var}(\varepsilon_h) = \Sigma h$.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι $P = (S' \Sigma h S)^{-1} S' \Sigma h = S (S' S)^{-1} S' =$

$$= (m_1 + 1)^{-1} \begin{pmatrix} m_1 & 1 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 1 & m_1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & m_1 & -1 & -1 & -1 \\ & \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 1 & -1 & -1 & & m_1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & \dots & -1 & m_1 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{6} \begin{pmatrix} m_1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & m_1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & m_1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & m_1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & m_1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & m_1 \end{pmatrix}$$

Συνεπώς, προκύπτουν οι καταναλώσεις ανά επίπεδο, σύμφωνα με τις σχέσεις :

$$\tilde{Y}_t = \frac{1}{6} (5\hat{Y}_t + \hat{Y}_A + \hat{Y}_B + \dots + \hat{Y}_E)$$

$$\tilde{Y}_A = \frac{1}{6} (\hat{Y}_t + 5\hat{Y}_A - \hat{Y}_B - \dots - \hat{Y}_E)$$

...

$$\tilde{Y}_t = \frac{1}{6} (\hat{Y}_t - \hat{Y}_A - \hat{Y}_B - \dots + 5\hat{Y}_E)$$

5.2.3 Αποτελέσματα

Date	AC	Kitchen 1	Kitchen 2	Lighting	Fryers	Total
8/11/2012	466.8805	444.1107	355.3553	583.9282	278.7447	2129.0194
9/11/2012	463.2448	456.4667	387.4369	583.8599	357.4401	2248.4484
10/11/2012	459.4097	460.5946	398.1548	583.7456	383.7308	2285.6355
11/11/2012	456.5498	455.1114	383.9180	583.2945	348.8083	2227.6821
12/11/2012	455.5040	446.0929	360.5020	582.3371	291.3694	2135.8054
13/11/2012	454.7580	442.7966	351.9431	581.3158	270.3748	2101.1882
14/11/2012	455.6054	446.5327	361.6438	579.9069	294.1703	2137.8591

Πίνακας 5.21 Τελικές προβλέψεις *Bottom Up* μέσω του παραμετρικού μοντέλου για τις χρονοσειρές εστιατορίου

Date	AC	Kitchen 1	Kitchen 2	Lighting	Fryers	Total
8/11/2012	554.2385	437.8689	359.9413	570.9480	304.6618	2228.8912
9/11/2012	557.2325	440.2343	361.8857	574.0323	306.3076	2240.9318
10/11/2012	559.0721	441.6877	363.0804	575.9274	307.3189	2248.3299
11/11/2012	559.6271	442.1262	363.4409	576.4991	307.6239	2250.5618
12/11/2012	559.0990	441.7089	363.0979	575.9551	307.3336	2248.4380
13/11/2012	558.5233	441.2541	362.7240	575.3620	307.0172	2246.1228
14/11/2012	557.3295	440.3110	361.9487	574.1322	306.3610	2241.3218

Πίνακας 5.3 Τελικές προβλέψεις *Top Down* μέσω του παραμετρικού μοντέλου για τις χρονοσειρές εστιατορίου

Date	AC	Kitchen 1	Kitchen 2	Lighting	Fryers	Total
8/11/2012	483.5258	460.7560	372.0006	600.5735	295.3900	2212.2459
9/11/2012	461.9920	455.2140	386.1842	582.6071	356.1873	2242.1846
10/11/2012	453.1921	454.3770	391.9372	577.5280	377.5132	2254.5475
11/11/2012	460.3630	458.9247	387.7313	587.1078	352.6216	2246.7485
12/11/2012	474.2761	464.8650	379.2741	601.1092	310.1415	2229.6659
13/11/2012	478.9138	466.9523	376.0989	605.4715	294.5305	2221.9671
14/11/2012	472.8492	463.7765	378.8876	597.1507	311.4141	2224.0781

Πίνακας 5.4 Τελικές προβλέψεις *Optimal* μέσω του παραμετρικού μοντέλου για τις χρονοσειρές εστιατορίου

Σφάλμα MAPE προβλέψεων εκτός δείγματος των ιεραρχικών προσεγγίσεων για τη χρονοσειρά ταχυφαγείου.								
	Ορίζοντας Πρόβλεψης (h)							
	1	2	3	4	5	6	7	M.O.
<i>Επίπεδο 0: Συνολική κατανάλωση εστιατορίου</i>								
Bottom-up	3.57	7.00	10.00	6.90	6.82	12.11	9.75	8.02
Top-down	8.12	10.91	14.16	16.19	14.83	16.62	17.10	13.99
Optimal	7.36	10.26	13.47	14.64	13.49	15.87	15.88	13.00
<i>Επίπεδο 1: Κατανάλωση επιμέρους χρήσεων</i>								
Bottom-up	7.90	8.72	12.97	8.83	8.71	13.19	11.32	10.23
Top-down	7.89	10.67	13.91	15.94	14.58	16.37	16.85	13.74
Optimal	7.24	10.76	14.38	15.96	14.45	16.30	16.43	13.65

Πίνακας 5.5 Συγκεντρωμένα αποτελέσματα σφάλματος MAPE, Benchmark μέσω της μεθοδολογίας χρονοσειρών, case study εστιατορίου

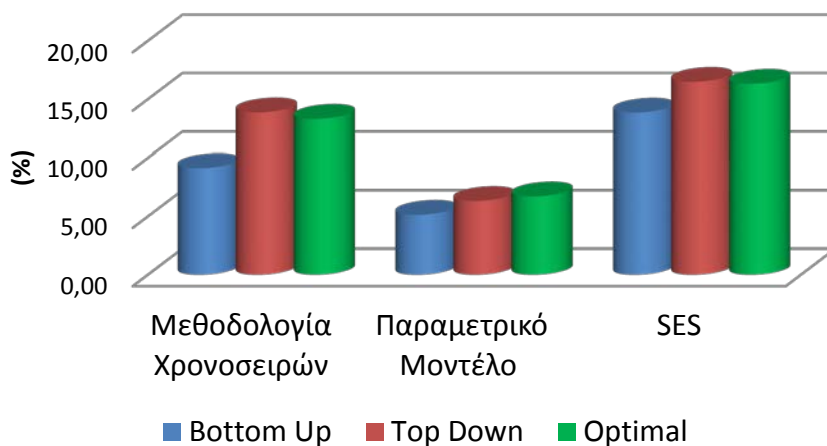
Σφάλμα MAPE προβλέψεων εκτός δείγματος των ιεραρχικών προσεγγίσεων για τη χρονοσειρά ταχυφαγείου.								
	Ορίζοντας Πρόβλεψης (h)							
	1	2	3	4	5	6	7	M.O.
<i>Επίπεδο 0: Συνολική κατανάλωση εστιατορίου</i>								
Bottom-up	0.90	2.20	3.85	4.61	5.57	5.81	6.08	4.15
Top-down	4.15	3.84	3.52	5.28	7.26	8.45	9.09	5.94
Optimal	2.68	2.87	2.81	4.56	6.34	7.35	8.57	5.03
<i>Επίπεδο 1: Κατανάλωση επιμέρους χρήσεων</i>								
Bottom-up	4.64	4.11	6.24	6.57	7.08	7.12	7.18	6.14
Top-down	4.78	4.72	4.82	6.20	7.94	8.98	9.51	6.71
Optimal	5.92	6.47	6.79	8.59	10.33	11.27	9.50	8.41

Πίνακας 5.6 Συγκεντρωμένα αποτελέσματα σφάλματος MAPE μέσω του παραμετρικού μοντέλου, case study εστιατορίου

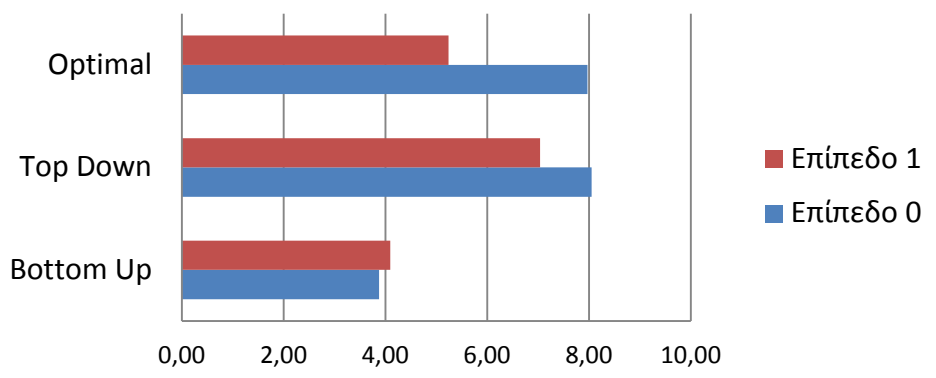
Σφάλμα MAPE προβλέψεων εκτός δείγματος των ιεραρχικών προσεγγίσεων για τη χρονοσειρά ταχυφαγείου.								
	Ορίζοντας Πρόβλεψης (h)							
	1	2	3	4	5	6	7	M.O.
<i>Επίπεδο 0: Συνολική κατανάλωση εστιατορίου</i>								
Bottom-up	10.29	14.18	13.77	13.06	12.46	13.25	13.14	12.88
Top-down	14.54	18.08	17.48	16.51	16.00	16.85	16.82	16.61
Optimal	13.84	17.43	16.86	15.93	15.41	16.25	16.21	15.99
<i>Επίπεδο 1: Κατανάλωση επιμέρους χρήσεων</i>								
Bottom-up	16.13	15.05	17.03	14.17	13.52	14.03	13.77	14.81
Top-down	14.30	17.82	17.22	16.25	15.75	16.60	16.57	16.36
Optimal	14.57	18.40	17.70	16.84	15.98	16.66	16.45	16.66

Πίνακας 5.7 Συγκεντρωμένα αποτελέσματα σφάλματος MAPE, SES, case study εστιατορίου

Μέσο σφάλμα MAPE ανά ιεραρχική μέθοδο για οριζόντες από 1 έως 7 (ίσα βάρη ανά επίπεδο)



Μέση βελτίωση σφάλματος MAPE συγκριτικά με το Benchmark ανά ιεραρχική μέθοδο



Παρατηρούμε ότι η χρήση του παραμετρικού μοντέλου είχε ως αποτέλεσμα μεγαλύτερη ακρίβεια στις προβλέψεις, ανεξάρτητα από την ιεραρχική μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε

Παράλληλα, το μέσο ποσοστιαίο σφάλμα για το Επίπεδο 0 μειώθηκε κατά 6.63% και 5.46% για το Επίπεδο 1 και επομένως επακόλουθη ήταν η βελτίωση κατά 3.99%, 7.54% και 6.6% κατά μέσο όρο για τις ιεραρχικές μεθόδους B.U., T.D. και Optimal αντίστοιχα.

6

Συμπεράσματα

6.1 Γενικά

Στην παρούσα διπλωματική εργασία προτάθηκε η χρήση μιας ολοκληρωμένης και όσο το δυνατόν πιο αυτοματοποιημένης μεθοδολογίας για την παραγωγή ενεργειακών προβλέψεων σε ιεραρχικά δομημένες χρονοσειρές. Η μεθοδολογία αυτή συνδυάζει ένα πρώτο στάδιο στατιστικής ανάλυσης της διαθέσιμης χρονοσειράς, με ένα δεύτερο στάδιο παραγωγής των τελικών προβλέψεων, μέσω διαγωνισμού μεταξύ των διαθέσιμων μοντέλων.

Το στάδιο στατιστικής ανάλυσης περιλαμβάνει τον έλεγχο κανονικότητας Shapiro-Wilk, ο οποίος είναι και το κριτήριο της εφαρμογής ή μη του μετασχηματισμού Box-Cox στη συνέχεια, ελέγχοντας αν το δείγμα είναι στατιστικά σημαντικό, με όριο σημαντικότητας $P=0.01$.

Στη συνέχεια, απαραίτητη είναι η αποεποχικοποίηση της χρονοσειράς. Η διαδικασία αυτή γίνεται μέσω της κλασικής πολλαπλασιαστικής μεθόδου με βάση την περιοδικότητα των δεδομένων.

Την αποεποχικοποίηση της χρονοσειράς ακολουθεί ένας διαγωνισμός προβλέψεων μεταξύ των έξι βασικών μεθόδων που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 3: των ARIMA, της SES, της Holt, της Damped, της LRL και της Theta Classic.

Η κάθε μέθοδος εφαρμόζεται ξεχωριστά και υπολογίζονται το μέσο σφάλμα (ME), η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE) και το μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (MAPE) τους στο out of sample δείγμα της χρονοσειράς. Αυτό είναι το στάδιο της προσαρμογής μοντέλων, αφού παρατηρούμε ποια από τις διαθέσιμες μεθόδους πρόβλεψης ανταποκρίνεται με μεγαλύτερη ακρίβεια στα δεδομένα της εκάστοτε χρονοσειράς προς μελέτη. Το τελικό απόλυτο κριτήριο είναι το σφάλμα MAPE. Για να είναι τα συμπεράσματα πιο αξιόπιστα, η διαδικασία επαναλαμβάνεται για όλους τους ορίζοντες

που μας ενδιαφέρουν, καθώς συνήθως άλλες μέθοδοι κρίνονται καταλληλότερες για την παραγωγή προβλέψεων μικρού ορίζοντα και άλλες για μεγαλύτερους.

Στόχος του διαγωνισμού προβλέψεων είναι η ανάδειξη εκείνης της μεθόδου που σημειώνει τη μέγιστη δυνατή ακρίβεια, χωρίς να δίνεται έμφαση στην κατεύθυνση (bias) της πρόβλεψης. Έτσι, επιλέγεται η μέθοδος πρόβλεψης με το μικρότερο σφάλμα MAPE (καθώς δεν υπάρχουν μηδενικές ή οριακά μικρές τιμές στα προς εξέταση δεδομένα) και χρησιμοποιείται στην παραγωγή προβλέψεων στον ορίζοντα που μας ενδιαφέρει. Η διαδικασία συνεχιζόταν μέχρι ο ορίζοντας πρόβλεψης να αντιστοιχεί στην τελευταία παρατήρηση των διαθέσιμων δεδομένων.

Στη συνέχεια, πραγματοποιείται η διαδικασία αξιολόγησης του μοντέλου, κατά την οποία γίνεται out-of sample μελέτη σε κάθε χρήση με ορίζοντα πρόβλεψης από μία έως επτά ημέρες, σε μία προσπάθεια να προσομοιώσουμε ένα άγνωστο περιβάλλον με μελλοντικές παρατηρήσεις και να αξιολογηθεί η απόδοση της μεθόδου.

Επόμενο βήμα της παραγωγής προβλέψεων είναι η εποχικοποίηση των τιμών που προέκυψαν από τα μοντέλα, πολλαπλασιάζοντας τις προβλέψεις που έχουν παραχθεί από τα μοντέλα με τους αντίστοιχους ημερήσιους δείκτες εποχικότητας που υπολογίστηκαν νωρίτερα, κατά τη διαδικασία αποεποχικοποίησης της χρονοσειράς.

Εν συνεχεία, οι προβλέψεις αυτές αξιοποιούνται ως είσοδος για τις τρεις διαφορετικές ιεραρχικές προσεγγίσεις, Bottom Up, Top Down και Optimal, μέσω των οποίων προκύπτουν οι τελικές προβλέψεις ανά επίπεδο ιεραρχίας.

Στη συνέχεια, παρουσιάζεται μια εναλλακτική προσέγγιση μέσω ενός παραμετρικού μοντέλου πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης, το οποίο αξιοποιεί ως μεταβλητές πιθανά διαθέσιμους ενεργειακούς δείκτες. Οι μεταβλητές επιλέγονται έπειτα από μια τεχνική ομαδοποίησης (clustering), η οποία χρησιμοποιεί ως κριτήριο επιλογής τη διασπορά και συσχέτιση μεταξύ των διαθέσιμων μεταβλητών και των προς μελέτη χρονοσειρών. Αφού έχει πραγματοποιηθεί η επιλογή των αντιπροσωπευτικών μεταβλητών του παραμετρικού μοντέλου μέσω του δένδρογράμματος για όλες τις χρονοσειρές και της τιμής των συσχετίσεων Pearson, σειρά έχει η κατασκευή ενός πλήρους μοντέλου πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης. Η επιλογή της τάξης του μοντέλου γίνεται μέσω του συντελεστή προσδιορισμού \bar{R}^2 .

Τέλος, η εργασία περιλαμβάνει δύο έρευνες μελέτης. Με βάση τα αποτελέσματα γίνονται συγκρίσεις για την ακρίβεια των προβλέψεων ανάμεσα στις δύο προσεγγίσεις, καθώς και το μοντέλο αναφοράς. Η πρώτη σύγκριση αφορά μόνο τη μεθοδολογία χρονοσειρών, ενώ η δεύτερη συμπεριλαμβάνει και το παραμετρικό μοντέλο, επιτρέποντάς μας να πραγματοποιήσουμε μια πειραματική σύγκριση των δύο προσεγγίσεων.

6.2 Συμπεράσματα

Τα συμπεράσματα που προέκυψαν στο πλαίσιο αυτής της διπλωματικής μπορούν να διακριθούν σε ποσοτικά και ποιοτικά. Τα κυριότερα ποσοτικά συμπεράσματα προέκυψαν μέσω των δύο ερευνών μελέτης που πραγματοποιήθηκαν σε κτίρια του τριτογενούς τομέα είναι τα εξής.

Από την έρευνα μελέτης στο δίκτυο τραπεζών, για την μεθοδολογία χρονοσειρών, καταλήγουμε στα εξής συμπεράσματα:

- Η βελτίωση στην ακρίβεια τείνει να μειώνεται όσο μεγαλώνει ο ορίζοντας πρόβλεψης. Αυτό μεταφράζεται στο γεγονός ότι σε επίπεδο ακρίβειας η μεθοδολογία τείνει να αποδίδει όπως η SES. Ωστόσο, το κριτήριο σφάλματος (MAPE) ακόμα και για ορίζοντα πρόβλεψης ίσο με 7 μέρες παραμένει ικανοποιητικά χαμηλό και ίσο με 12.9%.

Μία λογική εξήγηση του εν λόγω φαινομένου είναι ότι σε μεγαλύτερους ορίζοντες πρόβλεψης, τα μακροπρόθεσμα χαρακτηριστικά των χρονοσειρών, όπως η τάση και το επίπεδο, παίζουν σημαντικότερο ρόλο στην επίτευξη ακριβέστερων προβλέψεων από ότι τα βραχυπρόθεσμα χαρακτηριστικά, όπως είναι η εποχικότητα και η εξάλειψη του θορύβου. Δεδομένου λοιπόν του σταθερού επιπέδου των περισσότερων εκ των χρονοσειρών, ένα μοντέλο σταθερού επιπέδου αναμένεται να πετυχαίνει παρεμφερή επίπεδα ακρίβειας με ένα περισσότερο μικροσκοπικό μοντέλο.

- Το μέσο ποσοστιαίο σφάλμα για το Επίπεδο 0 μειώθηκε κατά 6.63% και 5.46% για το Επίπεδο 1. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η αξιοποίηση της πληροφορίας από υψηλότερα ή χαμηλότερα ιεραρχικά επίπεδα για την εξαγωγή προβλέψεων σε ενδιάμεσα επίπεδα μπορεί να οδηγήσει υπό προϋποθέσεις σε μεγαλύτερα ποσοστά ακρίβειας.
- Αποδεικνύεται ότι ανάλογα το ιεραρχικό επίπεδο πρόβλεψης, διαφορετικές μέθοδοι αναδιοργάνωσης προβλέψεων μπορούν να οδηγήσουν σε καλύτερα αποτελέσματα. Συγκεκριμένα, η μέθοδος top-down φαίνεται να αποδίδει καλύτερα στο υψηλότερο επίπεδο ιεραρχίας, ενώ η bottom-up στα χαμηλότερα ιεραρχικά επίπεδα. Η παρατήρηση αυτή ανταποκρίνεται στο διαισθητικά προσδοκώμενο αποτέλεσμα, αφού χρησιμοποιούν αποκλειστικά την πληροφορία του ανώτερου και χαμηλότερου επιπέδου αντίστοιχα, στα οποία και εφαρμόζονται τα βέλτιστα μοντέλα πρόβλεψης για την επίτευξη της μέγιστης ακρίβειας στο εν λόγω επίπεδο, αγνοώντας ωστόσο την πληροφορία που εμπεριέχουν τα ενδιάμεσα επίπεδα.

Από την έρευνα μελέτης στο εστιατόριο, συγκριτικά για το παραμετρικό μοντέλο και την μεθοδολογία χρονοσειρών προέκυψαν τα εξής αποτελέσματα:

- Βελτίωση κατά 3.99%, 7.54% και 6.6% κατά μέσο όρο για τις ιεραρχικές μεθόδους B.U., T.D. και Optimal αντίστοιχα
- Η χρήση του παραμετρικού μοντέλου είχε ως αποτέλεσμα μεγαλύτερη ακρίβεια στις προβλέψεις, ανεξάρτητα από την ιεραρχική μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε

Από τα παραπάνω ποσοτικά συμπεράσματα των δύο μεθόδων, προκύπτουν τα παρακάτω ποιοτικά συμπεράσματα:

- Η χρήση πληροφορίας που σχετίζεται άμεσα με το προς μελέτη κτίριο μπορεί να δώσει πολύ ακριβέστερα αποτελέσματα σε σύγκριση με μία απομονωμένη στατιστική προσέγγιση του μεγέθους.
- Υπάρχουν περιορισμοί στο ελάχιστο μέγεθος της περιόδου προσαρμογής, ειδικά σε χρονοσειρές με μικρό αριθμό παρατηρήσεων, αφού η τμηματική επιλογή ιστορικών δεδομένων θα μπορούσε να αφήσει πολύ λίγες παρατηρήσεις, ώστε να προσαρμοστεί με επιτυχία το μοντέλο για μεσοπρόθεσμες προβλέψεις μεγαλύτερου ορίζοντα.
- Ο υψηλός θόρυβος στις σειρές του κατώτατου επιπέδου εξομαλύνεται στα υψηλότερα επίπεδα, γεγονός το οποίο προκύπτει από την πολύ καλή ακρίβεια της Bottom Up προσέγγισης.

Τα παραμετρικά μοντέλα τείνουν να είναι περισσότερο αποτελεσματικά όταν αναφέρονται σε επιμέρους ενεργειακές χρήσεις, απ' ό,τι όταν αναφέρονται στη συνολική κατανάλωση ενός κτιρίου. Αυτό φαίνεται από την καλύτερη επίδοση της μεθόδου bottom-up στην παραμετρική προσέγγιση και εξηγείται από το γεγονός ότι οι επιμέρους χρήσεις εξαρτώνται σημαντικά από μεμονωμένες παραμέτρους που μπορούν σχετικά εύκολα να συμπεριληφθούν σε ένα αιτιοκρατικό μοντέλο, σε αντίθεση με το σύνολο του καταστήματος, η κατανάλωση του οποίου είναι συνάθροιση πληθώρας μεταβλητών και εξωγενών παραγόντων.

6.3 Μελλοντικές Προεκτάσεις

- Συνδυασμός του παραμετρικού μοντέλου με την μεθοδολογία χρονοσειρών με στόχο την βελτίωση της ακρίβειας για το μέγιστο δυνατό εύρος του ορίζοντα πρόβλεψης.

Κρίνοντας από τα αποτελέσματα των ερευνών μελέτης, προτείνεται η ανάπτυξη ενός συνθετικού μοντέλου, το οποίο θα αποτελείται από έναν ντετερμινιστικό όρο, καθώς και έναν στοχαστικό, ο οποίος θα προσδιορίζεται μέσω ανάλυσης της χρονοσειράς και θα εκφράζει την απόκλιση από την αναμενόμενη τιμή.

Ο ντετερμινιστικός όρος μπορεί να ορισθεί ως συνάρτηση των πιο αντιπροσωπευτικών μεταβλητών, έτσι ώστε να ορίζεται το επίπεδο μέσω παραμέτρων όπως π.χ. εργαζόμενοι, διαστάσεις κτιρίου κ.α.

Αντίστοιχα, η τιμή του στοχαστικού θα παίρνει διαφορετικές τιμές ανάλογα με την περίοδο που εξετάζουμε και θα αντιστοιχεί στις διακυμάνσεις ,θετικές ή αρνητικές, και αποκλίσεις από την αναμενόμενη μέση τιμή. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας θα μπορούσε να ορίζεται μέσω στατιστικής ανάλυσης των χαρακτηριστικών του δείγματος.

- Σχεδιασμός αυτοματοποιημένου ολοκληρωμένου συστήματος σε προγραμματιστικό περιβάλλον το οποίο εφαρμόζει τη μεθοδολογία και δέχεται ως είσοδο την ιεραρχική δομή της διάταξης για την οποία επιθυμούμε να παραχθούν προβλέψεις, τις επιμέρους χρονοσειρές καθώς και τον ορίζοντα πρόβλεψης. Έξοδος του συστήματος θα είναι οι τελικές προβλέψεις ανά ιεραρχική μέθοδο.
- Ανάπτυξη μελέτης για την επιλογή της κατάλληλης ιεραρχικής μεθόδου ανάμεσα στις τρεις προσεγγίσεις που χρησιμοποιήθηκαν, βέλτιστα ανάλογα με το επίπεδο και τον ορίζοντα.
- Επαλήθευση των αποτελεσμάτων σε μεγαλύτερα σετ δεδομένων και για μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα (σετ που να περιλαμβάνουν και καλοκαιρινούς μήνες).
- Βελτίωση του παραμετρικού μοντέλου ή συνδυασμός του με μεθόδους χρονοσειρών
- Έλεγχος της προκατάληψης των μοντέλων στο στάδιο της επικύρωσης και μελέτη των αποτελεσμάτων ως προς την προκατάληψη.

Βιβλιογραφία

Βιβλία – Διπλωματικές Εργασίες- Διδακτικό Υλικό

- [1] Φ. Πετρόπουλος, Β. Ασημακόπουλος (2011). “Επιχειρησιακές Προβλέψεις”, εκδόσεις συμμετρία, Αθήνα.
- [2] Δ. Κουγιουμτζής (2012), “Ανάλυση Χρονοσειρών”, Σημειώσεις, Κεφ. 2-4
- [3] Ε. Σπηλιώτης (2013), “Πρόβλεψη Ενεργειακής κατανάλωσης κτιρίων και εντάσεων χρήσης ηλεκτρικής ενέργειας με χρήση δεικτών ενεργειακής κατανάλωσης”
- [4] R.J Hyndman, G. Athanasopoulos (2013).”Forecasting: principles and practice”
- [5] Φ. Πετρόπουλος (2007), ” Βελτιστοποίηση της μεθόδου πρόβλεψης Θ και εφαρμογή επί των μηνιαίων δεδομένων των διαγωνισμών M3 και T”

Ερευνητικές Δημοσιεύσεις

- [6] R.J. Hyndman, R.A. Ahmed, G. Athanasopoulos, H.L. Shang (2011). “Optimal combination forecasts for hierarchical time series”, Computational Statistics and Data Analysis, Vol. 55, pp. 2579-2589
- [7] L.J. Tashman (2000). “Out-of-sample tests of forecasting accuracy: an analysis and review, International Journal of Forecasting”, Vol. 16, pp. 437-450
- [8] N. Charlton, C. Singleton (2013). “A refined parametric model for short term load forecasting”
- [9] N.M. Razali, Y.B. Wah (2011) “Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests”
- [10] V. Johnson (2013). “Revised standards for statistical evidence”
- [11] R.J. Hyndman. Fpp: An R package for Data for "Forecasting: principles and practice“
- [12] R.J. Hyndman. Forecast : An R package for “Forecasting functions for time series and linear models
- [13] M. Chavent, V. Kuentz, B. Liquet, J. Saracco . ClustOfVar: An R Package for the Clustering of Variables.
- [14] M-C.Dubois, Å.Blomsterberg (2011) “Energy saving potential and strategies for electric lighting in future North European, low energy office buildings: A literature review”
- [15] Energy StarTeam & Environmental Protection Agency (2008). “Building Upgrade Manual”, Energy Star website.
- [16] L.Lombard, J. Ortiz, C. Pout (2007) “A review on buildings energy consumption information”

- [17] G.J.M. Phylipsen “Energy Efficiency Indicators: Best practice and potential use in developing country policy making“
- [18] V. Assimakopoulos, N. Nikolopoulos (2000). “The theta model: a decomposition approach to forecasting“, *International Journal of Forecasting*, Vol. 16, No. 4, pp. 521-530.
- [19] Aranda, A.; Ferreira, G.; Mainar-Toledo, M.; Scarpellini, S. & Sastresa, E. L. (2012). “Multiple regression models to predict the annual energy consumption in the Spanish banking sector“, *Energy and Buildings*, Vol. 49, pp. 380 – 387.
- [20] J. S. Armstrong (2001). “Evaluating forecasting methods“, In: J. S. Armstrong (Ed.), *Principles of forecasting: A handbook for researchers and practitioners*, Boston, MA: Kluwer Academic Publishing, pp. 443 – 472.
- [21] J. S. Armstrong (2001). “Combining forecasts“, In: J. S. Armstrong (Ed.), *Principles of forecasting: A handbook for researchers and practitioners*, Boston, MA: Kluwer Academic Publishing, pp. 417 – 439.
- [22] H. Xiang Zhao, F. Magoulis (2012) “A review on the prediction of building energy consumption, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*”3586-3592
- [23] A. Fouquier, S. Robert, F. Suard, L. Stephan, A. Jay (2013) “State of the art in building modelling and energy performances prediction: A review“, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 23 (0) 272-288
- [24] M. Bauer J.-L. Scartezzini (1998) “A simplified correlation method accounting for heating and cooling days in energy-efficient buildings“, *Energy and Buildings* 27(2) 147-154
- [25] Y. Ma, J. qi yu, C. ye Yang, L. Wang (2010), “Study on power energy consumption model for large-scale public building“, *Intelligent Systems and Applications (ISA)*, 2nd International Workshop, pp. 1-4
- [26] A. Ansari, A. Mokhtar, K. Abbas, N. Adam, (2005), “A simple approach for building cooling load estimation“, *American Journal of Environmental Sciences* 1 (3) 209-212
- [27] S.-H. Cho, W.-T. Kim, C.-S. Tae, M. Zaheeruddin (2004), “Effect of length of measurement period on accuracy of predicted annual heating energy consumption of buildings“, *Energy Conversion and Management* 45 (1819) 2867 - 2878
- [28] T. Mestekemper, G. Kauermann, M.S. Smith, (2013) “A comparison of periodic autoregressive and dynamic factor models in intraday energy demand forecasting“, *International Journal of Forecasting* 29 (1), 1-12
- [29] L. P.-Lombarda, J. Ortizb, I. R. Maestrec, J. F. Coronela (2011).” Constructing HVAC energy efficiency indicators”

[30] S. G. Makridakis, S. Wheelwright, R.J. Hyndman (1998), "Forecasting: Methods and Applications, Wiley series in management", Wiley

[31] R. Fildes (1989), "Evaluation of aggregate and individual forecast method selection rules", Management Science 35 (9) 1056-1065

Διαδικτυακές Δημοσιεύσεις

[32] http://andrulakis.bma.upatras.gr/mediawiki/index.php/Αρχική_σελίδα

Παράρτημα

Παράρτημα Α: Δεδομένα – Αρχικές Χρονοσειρές & Έλεγχοι Κανονικότητας

Δεδομένα Τράπεζας

Συνολικές Καταναλώσεις

Day	Αττική	Γλυφάδα	Μακρυγιάννη	Παλλήνη	Χολαργός	Σύνολο
17/1/2013	206.2002	163.8999	135.0000	174.0000	236.9004	916.0005
18/1/2013	215.5000	160.9995	133.7002	176.5996	241.5996	928.3989
19/1/2013	73.0996	73.3008	71.7998	81.0000	88.6006	387.8008
20/1/2013	73.1006	73.1992	72.0000	83.0000	88.2002	389.5000
21/1/2013	216.7002	157.3008	149.0000	187.7998	236.2998	947.1006
22/1/2013	213.5000	161.7998	140.2998	165.9004	244.7002	926.2002
23/1/2013	190.3994	169.5996	127.0996	160.5000	240.5996	888.1982
24/1/2013	185.1006	155.1006	142.0000	157.7998	220.7002	860.7012
25/1/2013	211.5996	162.5000	125.3008	172.5000	222.0996	894.0000
26/1/2013	79.9004	73.0996	71.1992	86.4004	90.6006	401.2002
27/1/2013	79.3994	72.7998	70.9004	85.0000	87.8994	395.9990
28/1/2013	231.6006	171.9004	164.9004	181.3994	232.0000	981.8008
29/1/2013	240.2998	178.5996	176.7998	193.2998	220.9004	1009.8994
30/1/2013	241.8994	173.1006	151.5996	193.8008	244.0996	1004.5000
31/1/2013	230.0000	166.3994	135.7998	183.0000	230.2998	945.4990
1/2/2013	215.3008	163.9004	135.4004	184.1992	255.3008	954.1016
2/2/2013	80.7998	74.7998	77.7002	99.7002	159.1992	492.1992
3/2/2013	80.5996	75.4004	77.5996	98.7998	158.2002	490.5996
4/2/2013	213.5000	151.5000	136.7002	179.8008	265.6006	947.1016
5/2/2013	189.2002	142.3994	126.2998	174.8994	261.1992	893.9980
6/2/2013	190.9004	148.0000	138.0000	155.2998	254.2002	886.4004
7/2/2013	178.2998	150.2002	125.6006	155.4004	262.4004	871.9014
8/2/2013	202.2998	145.5996	152.5996	141.0000	276.7998	918.2988
9/2/2013	77.2998	70.3008	150.2998	87.0000	164.0996	549.0000

10/2/2013	76.7998	70.1992	149.1006	86.5996	159.6006	542.2998
11/2/2013	228.1006	166.2002	158.5996	158.0000	282.5000	993.4004
12/2/2013	218.3994	157.5000	130.7002	178.5996	262.2998	947.4990
13/2/2013	215.6006	183.0000	154.7002	186.1016	274.0000	1013.4023
14/2/2013	226.5000	161.7998	141.0000	177.5000	278.5996	985.3994
15/2/2013	205.5000	158.8008	140.0996	205.7988	275.8008	986.0000
16/2/2013	82.8008	72.5996	73.4004	91.5996	162.5000	482.9004
17/2/2013	78.1992	77.0000	76.7998	97.5000	187.4004	516.8994
18/2/2013	235.3008	178.2998	148.3994	209.8008	297.1992	1069.0000
19/2/2013	233.0996	171.9004	168.0000	202.1992	268.2012	1043.4004
20/2/2013	227.5996	162.5996	142.7002	199.5996	271.4004	1003.8994
21/2/2013	215.7002	164.5000	171.0000	193.0000	269.6992	1013.8994
22/2/2013	202.2998	143.7002	148.5000	180.2012	246.0996	920.8008
23/2/2013	68.4004	118.2998	107.7998	88.3984	156.2012	539.0996
24/2/2013	68.0000	119.2998	93.6006	89.0000	157.7988	527.6992
25/2/2013	186.3008	174.6006	153.2998	161.1016	245.0996	920.4023
26/2/2013	161.0000	153.7002	152.0996	159.0000	248.8008	874.6006
27/2/2013	190.2988	150.1992	157.3008	158.5996	271.1992	927.5977
28/2/2013	184.2012	161.2002	144.3994	174.5000	265.0000	929.3008
1/3/2013	196.5996	156.2998	156.2998	181.4004	297.9004	988.5000
2/3/2013	65.2988	73.8008	71.3008	84.8984	162.7012	458.0000
3/3/2013	64.7012	73.0000	70.7998	83.9004	158.0000	450.4014
4/3/2013	203.6992	170.3994	154.2998	162.4004	270.0000	960.7988
5/3/2013	189.5000	158.0000	149.5000	161.6992	258.2988	916.9980
6/3/2013	188.5996	162.2998	163.1992	161.2012	274.0000	949.2998
7/3/2013	190.5000	162.4004	170.1016	148.2988	258.3008	929.6016
8/3/2013	181.7012	161.5000	151.0996	161.7012	261.5996	917.6016
9/3/2013	71.6992	92.0000	90.0000	86.2988	164.8008	504.7988
10/3/2013	71.9004	92.0996	90.1992	87.4004	162.8984	504.4980
11/3/2013	177.0000	158.7002	160.5000	150.5000	208.5000	855.2002
12/3/2013	174.4004	155.7998	152.0996	143.2012	174.6016	800.1025

13/3/2013	174.4004	153.1006	158.8008	147.0000	203.8984	837.2002
14/3/2013	173.3984	156.7002	151.6992	140.2988	188.3008	810.3975
15/3/2013	185.4004	160.2998	151.9004	143.8008	192.5000	833.9014
16/3/2013	70.9004	76.7998	70.9004	83.2988	87.4004	389.2998
17/3/2013	69.0000	76.2002	70.5000	80.0000	85.9004	381.6006
18/3/2013	177.0000	158.7002	160.5000	150.5000	208.5000	855.2002
19/3/2013	219.5000	163.8008	148.8008	156.5000	207.0996	895.7012
20/3/2013	187.7012	154.5000	151.2988	143.0000	193.2012	829.7012
21/3/2013	171.2988	153.4004	146.2012	145.0996	192.1992	808.1992
22/3/2013	170.2012	154.1992	150.6992	138.5996	191.5996	805.2988
23/3/2013	71.8984	77.0000	75.8008	87.5996	86.3008	398.5996
24/3/2013	71.0000	77.5996	75.6992	87.7012	86.2988	398.2988

Κλιματισμός

Day	Αττική	Γλυφάδα	Μακρυγιάννη	Παλλήνη	Χολαργός
17/1/2013	122.2998	40.6000	10.9001	49.0999	92.2000
18/1/2013	130.9004	40.7001	10.7000	54.5000	98.8000
19/1/2013	19.0996	7.1000	10.0000	8.1001	7.2000
20/1/2013	19.1001	7.6000	10.0000	9.8999	6.5999
21/1/2013	130.1001	34.3000	30.3999	60.3000	87.1001
22/1/2013	126.7998	42.7000	10.4001	39.9001	91.8999
23/1/2013	103.5000	43.4000	10.5000	31.5999	88.3000
24/1/2013	97.7002	29.5000	24.0999	29.0000	68.8000
25/1/2013	123.8999	40.7999	10.7002	40.7000	76.5000
26/1/2013	19.3999	7.2000	10.0999	8.3000	7.2002
27/1/2013	19.1001	6.9001	10.0000	7.2000	4.6997
28/1/2013	142.8999	47.3000	26.8000	48.5000	75.3999
29/1/2013	152.6001	53.0000	32.5000	66.9001	67.7002
30/1/2013	151.1001	45.3999	24.2000	62.3999	90.2998
31/1/2013	139.7998	39.8000	10.3000	53.7000	80.2002

1/2/2013	127.8003	40.5000	18.7000	52.5000	103.8999
2/2/2013	19.3999	7.7000	10.3000	11.3000	78.6001
3/2/2013	19.2998	8.2000	10.3999	10.3000	77.5000
4/2/2013	123.3003	30.4001	22.0000	45.8000	110.1001
5/2/2013	99.1997	26.7000	17.0000	45.3000	104.8999
6/2/2013	105.7002	30.8000	31.7002	28.5000	104.0000
7/2/2013	93.2002	34.8999	21.5000	27.7998	117.7998
8/2/2013	118.1997	28.0000	11.3999	15.8000	129.6001
9/2/2013	19.5000	7.3999	10.3999	9.7000	84.8999
10/2/2013	19.1001	7.5000	10.2002	9.5000	80.3003
11/2/2013	144.1001	46.1001	11.2000	34.2002	136.1001
12/2/2013	131.5000	36.1001	12.5999	48.8999	118.0000
13/2/2013	130.1997	54.0999	26.8000	52.3999	115.0996
14/2/2013	141.9004	45.9001	10.4001	47.8999	133.6001
15/2/2013	118.5996	42.3999	10.0999	73.2002	136.1001
16/2/2013	19.1006	7.0000	10.0000	9.1001	84.1001
17/2/2013	20.8008	6.8000	10.1001	8.6997	104.2998
18/2/2013	147.5000	56.7000	18.5000	74.6001	154.8003
19/2/2013	140.6992	53.5000	39.0000	64.5000	127.0000
20/2/2013	132.6006	39.6001	36.0000	58.8999	131.6997
21/2/2013	122.0000	42.0999	45.7000	62.6001	132.1001
22/2/2013	108.2998	44.8000	42.0000	49.7998	109.0000
23/2/2013	8.9004	52.2000	45.3000	10.2002	79.1001
24/2/2013	8.7998	55.7002	31.2000	10.7002	80.2998
25/2/2013	95.0996	55.2998	48.3000	31.0000	100.3999
26/2/2013	70.7002	36.2002	38.0999	31.6997	107.1001
27/2/2013	96.7998	32.2000	40.4001	31.5000	122.3999
28/2/2013	92.7002	37.3000	21.0000	44.0000	107.9004
1/3/2013	106.0000	41.2000	37.2998	46.8999	124.0996
2/3/2013	9.2998	10.5999	9.8000	9.2002	84.3003
3/3/2013	8.7002	9.8000	9.7000	8.6001	79.5000

4/3/2013	114.7002	50.9001	32.4001	35.1997	119.0000
5/3/2013	100.5000	39.7000	32.5000	34.0000	109.3999
6/3/2013	101.5000	42.8000	28.3999	36.9004	118.3999
7/3/2013	101.2002	44.3999	28.3000	23.3999	103.3003
8/3/2013	91.0996	38.8000	27.7000	33.1997	97.5000
9/3/2013	10.2998	11.5999	10.4001	12.0000	74.2002
10/3/2013	10.2998	12.3000	10.7000	13.0000	72.6992
11/3/2013	84.3008	33.0000	43.5000	19.6001	50.0000
12/3/2013	80.7998	28.6001	39.0999	18.3999	26.2002
13/3/2013	79.2998	29.2000	39.5000	16.4004	39.5000
14/3/2013	78.9004	24.3000	32.3000	14.6997	26.9004
15/3/2013	92.3994	33.5000	35.8000	12.6001	35.2998
16/3/2013	10.7998	9.5999	10.1001	9.2998	9.0996
17/3/2013	9.3008	9.2002	10.0000	8.1001	8.0000
18/3/2013	84.3008	33.0000	43.5000	19.6001	50.0000
19/3/2013	128.4004	38.5999	38.6001	31.7998	55.3994
20/3/2013	94.8994	27.5000	33.8999	16.3999	40.9004
21/3/2013	79.1006	25.0000	29.3000	14.8003	33.5996
22/3/2013	77.2998	31.5000	35.3000	14.3999	36.4004
23/3/2013	11.4004	10.5000	10.2000	11.1001	9.2998
24/3/2013	10.0000	10.8000	10.3000	10.7998	8.9004

UPS

Day	Αττική	Γλυφάδα	Μακρυγιάννη	Παλλήνη	Χολαργός
17/1/2013	2.5000	52.5000	48.3999	27.3999	32.3000
18/1/2013	2.4000	52.3999	46.9001	27.3999	32.0000
19/1/2013	2.5000	39.2002	33.0000	22.1001	25.7000
20/1/2013	2.4000	38.8999	32.8999	22.1001	25.6000
21/1/2013	2.4000	51.3000	39.7000	28.0000	32.8000
22/1/2013	2.5000	52.0000	48.2000	27.7000	33.5000

23/1/2013	2.5000	53.0000	48.4001	31.5999	33.7000
24/1/2013	2.4000	52.8999	49.2000	31.8000	33.8000
25/1/2013	2.5000	52.2000	48.2002	31.1001	33.6001
26/1/2013	2.4000	39.1001	32.1997	27.5000	26.8999
27/1/2013	2.4000	39.2000	32.2002	27.5999	26.8999
28/1/2013	2.5000	52.8000	50.6997	31.2002	33.9001
29/1/2013	2.4000	53.8999	59.3003	30.5999	33.7000
30/1/2013	2.5000	54.9001	47.7998	31.0000	33.1001
31/1/2013	2.4000	53.8000	50.3003	31.2000	33.0000
1/2/2013	2.5000	54.0000	51.8999	30.7002	33.0000
2/2/2013	2.5000	40.7998	36.6997	28.0999	25.7998
3/2/2013	2.4000	40.9001	36.5000	28.2000	25.8000
4/2/2013	2.4000	53.2000	48.9004	31.7002	34.1001
5/2/2013	2.4000	51.8000	44.6997	32.0999	35.5000
6/2/2013	2.5000	52.0999	40.1001	33.1001	34.8999
7/2/2013	2.4000	50.8000	40.2002	33.0000	34.1001
8/2/2013	2.4000	50.4001	47.5996	31.8999	33.0999
9/2/2013	2.4000	39.0000	34.9004	29.3000	26.9001
10/2/2013	2.5000	39.0000	35.0996	29.2000	26.8000
11/2/2013	2.3000	50.8999	49.4004	32.0000	33.3999
12/2/2013	2.5000	55.1001	53.0996	32.2000	34.6001
13/2/2013	2.4000	57.8999	58.9004	32.7002	35.3999
14/2/2013	2.5000	53.3999	58.1997	32.5000	32.8000
15/2/2013	2.4000	52.8003	58.8003	33.2000	32.8999
16/2/2013	2.5000	41.6997	34.0996	30.5999	25.8000
17/2/2013	2.6000	43.6997	35.5000	31.7000	27.0000
18/2/2013	2.4000	54.2002	48.5000	33.3999	32.6001
19/2/2013	2.5000	53.0000	46.3999	33.7000	32.6001
20/2/2013	2.4000	56.1997	42.7002	34.5000	32.0999
21/2/2013	2.4000	56.2002	54.2002	34.4001	32.4001
22/2/2013	2.5000	41.5000	38.8999	34.0999	31.7000

23/2/2013	2.5000	41.6001	34.1997	30.9001	25.8000
24/2/2013	2.5000	39.1001	34.2002	30.8000	25.7000
25/2/2013	2.4000	52.2998	41.2998	34.2000	33.2000
26/2/2013	2.4000	51.7998	48.6001	34.5000	32.8999
27/2/2013	2.5000	51.9004	48.8003	34.3000	33.2002
28/2/2013	2.4000	53.1997	47.1997	34.3999	33.7000
1/3/2013	2.5000	50.8003	49.8003	33.7002	33.2000
2/3/2013	2.4000	38.6997	34.0996	28.3999	25.8000
3/3/2013	2.5000	38.6001	34.0000	28.2998	25.8999
4/3/2013	2.4000	52.1001	47.8003	32.3999	32.9001
5/3/2013	2.5000	50.1001	50.1001	32.0000	33.0000
6/3/2013	2.4000	52.1997	51.1997	30.8003	33.0999
7/3/2013	2.5000	51.6001	59.7002	31.3999	32.9001
8/3/2013	2.5000	57.2002	53.5000	31.8999	34.7000
9/3/2013	2.4000	56.6997	46.6001	26.8999	33.5000
10/3/2013	2.5000	56.2002	46.2998	26.8003	33.5000
11/3/2013	2.4000	60.1001	50.2002	31.1997	35.8000
12/3/2013	2.5000	59.8999	48.7998	31.6001	34.3999
13/3/2013	2.4000	61.7998	54.6001	31.3999	36.3999
14/3/2013	2.4000	58.2002	50.1001	31.1001	35.7002
15/3/2013	2.3000	55.1997	47.5000	31.5000	33.0999
16/3/2013	2.4000	41.9004	33.5000	26.7002	25.7000
17/3/2013	2.3000	41.8999	33.5996	26.6001	25.7002
18/3/2013	2.4000	60.1001	50.2002	31.1997	35.8000
19/3/2013	2.4000	53.8999	39.7002	31.8003	33.4001
20/3/2013	2.3000	54.8999	48.5000	32.7998	33.0000
21/3/2013	2.4000	55.2002	45.6001	33.2002	33.0000
22/3/2013	2.4000	53.2002	46.6001	32.5000	32.7998
23/3/2013	2.3000	41.5996	33.3999	29.0000	25.7002
24/3/2013	2.4000	41.4004	33.3999	28.7998	25.5999

Φωτισμός

Day	Αττική	Γλυφάδα	Μακρυγιάννη	Παλλήνη	Χολαργός
17/1/2013	81.4004	70.7999	75.7000	97.5002	112.4004
18/1/2013	82.1996	67.8995	76.1001	94.6997	110.7996
19/1/2013	51.5000	27.0006	28.7998	50.7998	55.7007
20/1/2013	51.6005	26.6993	29.1001	51.0000	56.0004
21/1/2013	84.2001	71.7007	78.9001	99.4998	116.3997
22/1/2013	84.2002	67.0999	81.6997	98.3003	119.3003
23/1/2013	84.3994	73.1996	68.1995	97.3003	118.5996
24/1/2013	85.0004	72.7007	68.7002	96.9998	118.1001
25/1/2013	85.1997	69.5001	66.4004	100.7000	111.9995
26/1/2013	58.1005	26.7996	28.8997	50.6003	56.5005
27/1/2013	57.8993	26.6997	28.7002	50.2002	56.2998
28/1/2013	86.2007	71.8003	87.4006	101.6992	122.7000
29/1/2013	85.2997	71.6997	84.9995	95.7998	119.5002
30/1/2013	88.2993	72.8005	79.5999	100.4009	120.6997
31/1/2013	87.8002	72.7993	75.1995	98.1001	117.0996
1/2/2013	85.0005	69.4004	64.8005	100.9990	118.4009
2/2/2013	58.8999	26.3000	30.7004	60.3003	54.7993
3/2/2013	58.8998	26.3003	30.6997	60.2998	54.9001
4/2/2013	87.7997	67.8999	65.7998	102.3005	121.4004
5/2/2013	87.6005	63.8994	64.6001	97.4995	120.7993
6/2/2013	82.7002	65.1001	66.1997	93.6997	115.3003
7/2/2013	82.6996	64.5002	63.9004	94.6006	110.5005
8/2/2013	81.7001	67.1995	93.6001	93.3000	114.0999
9/2/2013	55.3998	23.9009	104.9995	48.0000	52.2996
10/2/2013	55.1997	23.6992	103.8008	47.8997	52.5002
11/2/2013	81.7005	69.2002	97.9993	91.7998	113.0000
12/2/2013	84.3994	66.2998	65.0007	97.4998	109.6997
13/2/2013	83.0009	71.0002	68.9998	101.0015	123.5005
14/2/2013	82.0996	62.4998	72.4001	97.1001	112.1995

15/2/2013	84.5004	63.6006	71.1995	99.3987	106.8008
16/2/2013	61.2002	23.8999	29.3008	51.8997	52.5999
17/2/2013	54.7984	26.5002	31.1997	57.1003	56.1006
18/2/2013	85.4008	67.3997	81.3994	101.8008	109.7988
19/2/2013	89.9004	65.4004	82.6001	103.9993	108.6011
20/2/2013	92.5990	66.7998	64.0000	106.1997	107.6008
21/2/2013	91.3002	66.2000	71.0999	95.9998	105.1990
22/2/2013	91.5000	57.4001	67.6001	96.3015	105.3997
23/2/2013	57.0000	24.4998	28.3000	47.2981	51.3010
24/2/2013	56.7002	24.4995	28.2004	47.4998	51.7991
25/2/2013	88.8012	67.0010	63.7000	95.9016	111.4998
26/2/2013	87.8998	65.7002	65.3997	92.8003	108.8008
27/2/2013	90.9990	66.0989	68.1003	92.7996	115.5991
28/2/2013	89.1010	70.7004	76.1997	96.1001	123.3997
1/3/2013	88.0996	64.2996	69.1997	100.8003	140.6008
2/3/2013	53.5990	24.5012	27.4011	47.2983	52.6008
3/3/2013	53.5010	24.5999	27.0999	47.0005	52.6001
4/3/2013	86.5990	67.3992	74.0994	94.8008	118.0999
5/3/2013	86.5000	68.2000	66.8999	95.6992	115.8989
6/3/2013	84.6996	67.3000	83.5996	93.5005	122.5002
7/3/2013	86.7998	66.4004	82.1013	93.4990	122.1003
8/3/2013	88.1016	65.4998	69.8997	96.6016	129.3997
9/3/2013	58.9994	23.7004	32.9998	47.3989	57.1006
10/3/2013	59.1006	23.5994	33.1995	47.6001	56.6992
11/3/2013	90.2992	65.6001	66.7998	99.7002	122.7000
12/3/2013	91.1006	67.2998	64.2000	93.2012	114.0015
13/3/2013	92.7006	62.1008	64.7007	99.1997	127.9985
14/3/2013	92.0980	74.2000	69.2991	94.4990	125.7002
15/3/2013	90.7010	71.6001	68.6003	99.7007	124.1003
16/3/2013	57.7006	25.2996	27.3003	47.2988	52.6008
17/3/2013	57.3992	25.1001	26.9004	45.2998	52.2002

18/3/2013	90.2992	65.6001	66.7998	99.7002	122.7000
19/3/2013	88.6996	71.3010	70.5005	92.8999	118.3000
20/3/2013	90.5018	72.1001	68.8989	93.8003	119.3008
21/3/2013	89.7982	73.2002	71.3010	97.0991	125.5996
22/3/2013	90.5014	69.4990	68.7991	91.6997	122.3994
23/3/2013	58.1981	24.9004	32.2009	47.4995	51.3008
24/3/2013	58.6000	25.3992	31.9993	48.1016	51.7986

Εστιατόριο

Day	Ολική	Κουζίνα 1	Κουζίνα 2	Φριτζές	AC	Φωτισμός
1/10/2012	2708.3945	469.7122	384.5727	390.7864	928.7705	543.5778
2/10/2012	2668.7843	449.6136	341.2256	282.7285	1045.8470	545.9550
3/10/2012	2469.1132	451.5772	347.1548	278.6081	828.9176	558.6166
4/10/2012	2377.0625	455.3530	328.8951	280.8139	745.5011	569.9149
5/10/2012	2547.6992	450.2273	355.0205	348.1715	815.3309	575.9863
6/10/2012	2593.2093	443.6785	399.6249	385.7145	694.8345	676.0618
7/10/2012	2469.9321	441.0067	379.7437	363.9969	568.6560	711.9344
8/10/2012	2222.0297	430.6631	369.6087	277.9074	577.6382	567.8641
9/10/2012	2095.5134	433.9166	351.2052	282.5465	429.9136	596.7008
10/10/2012	2311.4950	435.5728	372.2155	286.9340	650.9925	561.7423
11/10/2012	2322.4519	446.4386	329.8701	286.5539	701.1127	557.5745
12/10/2012	2500.6096	442.2003	375.1597	331.2868	762.5570	584.3147
13/10/2012	2583.0296	463.6964	386.9100	386.0492	768.2282	570.6286
14/10/2012	2338.9075	453.1717	381.0157	338.7541	603.3569	568.8374
15/10/2012	2094.4132	433.3407	349.0238	264.1992	488.2635	558.8779
16/10/2012	2245.4375	443.5755	349.1409	265.7246	616.8083	570.1145
17/10/2012	2328.9380	461.3144	363.1826	297.4471	626.3310	576.2201
18/10/2012	2216.8706	462.9931	343.2154	290.4938	570.8789	542.9058
19/10/2012	2363.5387	463.9244	382.7644	364.4854	598.1923	554.6663
20/10/2012	2525.0876	469.7134	414.3073	394.4011	656.5678	585.9164

21/10/2012	2417.8953	466.9431	410.6235	364.3715	520.5951	655.9880
22/10/2012	2145.2525	443.0492	359.9420	262.5199	529.0757	559.8289
23/10/2012	1880.9518	444.6736	337.8650	263.7544	258.7899	572.2948
24/10/2012	2049.6515	433.8563	374.5194	281.2578	381.2719	569.4408
25/10/2012	1931.1670	439.3564	348.0503	271.9543	257.4566	610.2553
26/10/2012	2004.1233	452.0709	360.5718	318.9258	296.6316	570.8579
27/10/2012	2222.4230	437.6777	400.1823	380.5363	449.9232	559.9724
28/10/2012	2321.4295	458.4886	404.6938	384.6030	491.0971	587.5256
29/10/2012	2208.0899	428.8262	354.3728	268.8468	551.3280	601.3672
30/10/2012	2099.5869	434.1779	350.2139	259.9982	466.7907	592.8071
31/10/2012	2192.9479	452.8804	361.3496	302.5346	474.1788	600.3272
1/11/2012	2252.7390	459.2940	365.1648	291.5829	549.0902	587.6714
2/11/2012	2272.1012	461.1832	398.3741	358.5487	456.4993	592.8291
3/11/2012	2550.0880	476.1334	421.4757	387.9415	670.0748	597.9114
4/11/2012	2523.6037	460.3787	407.1943	367.0962	695.4090	591.2431
5/11/2012	2163.0144	453.8522	367.3546	270.2980	443.9860	620.7571
6/11/2012	2244.7677	456.8338	375.6763	263.9103	528.6671	612.3425
7/11/2012	2110.0744	432.5858	367.3790	282.8216	416.8951	607.1221
8/11/2012	2140.1723	435.5830	364.1302	302.9573	459.3568	576.6818
9/11/2012	2164.3594	440.5057	368.2454	306.3811	464.5482	583.1991
10/11/2012	2185.2656	444.7607	371.8024	309.3405	469.0354	588.8324
11/11/2012	2035.5941	414.2985	346.3372	288.1534	436.9106	548.5026
12/11/2012	1952.3123	397.3484	332.1676	276.3643	419.0354	526.0618
13/11/2012	1962.8904	399.5013	333.9673	277.8617	421.3058	528.9121
14/11/2012	1984.8127	403.9631	337.6972	280.9649	426.0111	534.8192

	Αττική	Χολαργός	Γλυφάδα	Παλλήνη	Μακρυγιάννη
AC	0.00419	5.94E-05	7.23E-13	0.2252	4.48E-06
UPS	0.03041	1.71E-09	1.41E-07	0.001131	0.007572
Lights	0.2317	0.03691	0.1578	4.90E-05	9.03E-13
Sum	0.3571	1.12E-05	2.96E-08	0.2537	7.63E-08

Αρχικά αποτελέσματα του ελέγχου Shapiro-Wilk

	Αττική	Χολαργός	Γλυφάδα	Παλλήνη	Μακρυγιάννη
AC	0.00419	0.005781($\lambda=1.628991$)	0.003751($\lambda=-1.355393$)	0.2252	0.5302($\lambda=-0.1859737$)
UPS	0.03041	0.001135($\lambda=-1.78361$)	0.003547($\lambda=-2.71924$)	0.001131	0.007572
Lights	0.2317	0.03691	0.1578	0.1025($\lambda=-1.9075$)	0.06653($\lambda=-2.937685$)
Sum	0.3571	0.002151($\lambda=2.824831$)	0.007714($\lambda=-1.2754$)	0.2537	0.008006($\lambda=-1$)

Αποτελέσματα του ελέγχου *Shapiro-Wilk* μετά την εφαρμογή του μετασχηματισμού *Box-Cox*

Παράρτημα Β: Αποτελέσματα σταδίου επικύρωσης μοντέλων πρόβλεψης, case study τραπεζών

ΑΤΤΙΚή

Κλιματισμός

			Forecasting Horizon: 3						Forecasting Horizon: 4						Forecasting Horizon: 6					
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
6/3/2013	101,50	1,32	105,50	100,93	100,02	100,39	96,47	100,26	105,50	100,93	100,02	100,39	96,47	100,26	105,50	100,93	100,02	100,39	96,47	100,26
7/3/2013	101,20	1,26	112,25	96,41	94,94	95,54	91,24	95,31	112,25	96,41	94,94	95,54	91,24	95,31	112,25	96,41	94,94	95,54	91,24	95,31
8/3/2013	91,10	1,31	98,53	100,11	97,96	98,85	93,80	98,50	98,53	100,11	97,96	98,85	93,80	98,50	98,53	100,11	97,96	98,85	93,80	98,50
9/3/2013	10,30	0,17	-4,47	12,43	12,32	12,37	12,52	12,36	1,27	13,31	12,95	13,10	12,35	13,04	1,27	13,31	12,95	13,10	12,35	13,04
10/3/2013	10,30	0,18	-1,06	12,72	12,49	12,61	12,69	12,58	9,70	10,88	10,79	10,84	12,51	10,81	3,47	14,44	13,95	14,16	13,26	14,07
11/3/2013	84,30	1,44	111,37	102,17	99,50	100,85	100,91	100,58	119,36	87,37	85,80	86,66	99,42	86,32	115,46	108,84	104,46	106,37	98,91	105,55
12/3/2013	80,80	1,31	68,48	76,83	75,85	76,57	87,53	76,23	105,05	79,75	77,53	78,75	89,78	78,31	68,48	76,83	75,85	76,57	87,53	76,23
13/3/2013	79,30	1,33	87,76	77,82	76,00	77,34	87,62	76,69	109,19	80,78	77,73	79,41	89,96	78,83	87,76	77,82	76,00	77,34	87,62	76,69
14/3/2013	78,90	1,27	87,48	74,77	72,22	74,11	83,19	73,19	81,51	76,47	75,59	76,24	82,44	75,87	87,48	74,77	72,22	74,11	83,19	73,19
15/3/2013	92,40	1,31	86,55	80,59	79,70	80,33	83,35	79,95	88,43	78,45	76,77	78,00	83,51	77,30	93,43	76,70	73,27	75,82	84,32	74,57
16/3/2013	10,80	0,17	1,33	10,55	10,34	10,49	10,77	10,39	2,77	10,27	9,95	10,18	10,79	10,05	5,95	10,24	9,67	10,09	11,12	9,88
17/3/2013	9,30	0,18	3,18	10,85	10,54	10,76	10,93	10,62	4,25	10,56	10,13	10,45	10,96	10,26	6,51	10,48	9,78	10,30	11,24	10,05
		ME	-0,56	5,00	5,28	5,02	5,75	5,19	-7,30	3,48	3,72	3,43	5,90	3,55	-2,99	6,09	6,39	6,04	5,58	6,22
		RMSE	12,01	7,14	6,90	6,89	7,28	6,97	16,07	5,24	5,53	5,22	7,40	5,38	11,62	9,20	8,96	8,78	6,83	8,87
		MAPE	42,11	10,36	10,35	10,23	11,18	10,35	30,17	7,79	7,61	7,51	11,13	7,52	27,23	13,39	12,95	12,93	11,71	12,97

			Forecasting Horizon: 2						Forecasting Horizon: 5					
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
8/3/2013	91,10	1,31	90,28	104,32	103,93	104,30	95,46	103,74	90,28	104,32	103,93	104,30	95,46	103,74
9/3/2013	10,30	0,17	-5,09	13,87	13,78	13,87	12,57	13,74	-5,09	13,87	13,78	13,87	12,57	13,74
10/3/2013	10,30	0,18	9,70	10,88	10,79	10,84	12,51	10,81	-1,55	14,20	14,06	14,20	12,74	14,00
11/3/2013	84,30	1,43	119,36	87,37	85,80	86,66	99,42	86,32	110,90	114,07	112,60	114,06	101,36	111,93
12/3/2013	80,80	1,31	68,48	76,83	75,85	76,57	87,53	76,23	98,58	103,75	102,10	103,74	91,28	101,35
13/3/2013	79,30	1,33	87,76	77,82	76,00	77,34	87,62	76,69	96,65	81,24	80,31	80,81	87,29	80,58
14/3/2013	78,90	1,27	81,51	76,47	75,59	76,24	82,44	75,87	94,10	78,06	76,44	77,34	82,86	76,92
15/3/2013	92,40	1,31	88,43	78,45	76,77	78,00	83,51	77,30	98,07	80,08	77,68	79,02	83,96	78,39
16/3/2013	10,80	0,17	5,49	12,08	11,97	12,04	11,03	11,99	9,50	10,48	10,07	10,30	10,85	10,19
17/3/2013	9,30	0,18	6,23	12,36	12,16	12,29	11,15	12,19	9,15	10,94	10,41	10,71	11,18	10,56
	ME		-2,61	3,73	4,15	3,80	5,86	3,99	-5,31	9,05	8,97	9,17	5,89	8,71
	RMSE		13,23	6,53	6,92	6,63	6,83	6,71	14,03	13,32	12,93	13,42	7,65	12,55
	MAPE		31,34	12,81	12,73	12,74	12,12	12,58	37,98	18,82	18,33	18,89	12,87	17,99
			Forecasting Horizon: 7											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
4/3/2013	114,70	1,43	140,86	66,58	64,98	66,49	104,55	66,11						
5/3/2013	100,50	1,31	133,36	60,91	57,96	60,65	94,69	60,00						
6/3/2013	101,50	1,33	126,95	61,74	57,25	61,32	95,01	60,33						
7/3/2013	101,20	1,27	131,32	58,98	53,25	58,41	89,82	57,16						
8/3/2013	91,10	1,28	108,41	59,58	52,34	58,85	89,80	57,28						
9/3/2013	10,30	0,19	8,82	8,62	7,37	8,50	12,86	8,22						
10/3/2013	10,30	0,19	10,11	8,84	7,33	8,68	13,04	8,35	Forecasting Horizon: 1					
			ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
11/3/2013	84,30	1,43	119,91	83,36	82,32	83,13	97,95	82,77	119,91	83,36	82,32	83,13	97,95	82,77
12/3/2013	80,80	1,31	105,54	76,09	74,23	75,66	88,41	75,05	68,48	76,78	75,80	76,52	87,47	76,18
13/3/2013	79,30	1,32	109,53	77,07	74,27	76,42	88,54	75,51	96,65	81,15	80,22	80,72	87,19	80,49
14/3/2013	78,90	1,27	101,81	74,05	70,47	73,22	84,10	72,07	81,51	76,36	75,48	76,12	82,32	75,76
15/3/2013	92,40	1,31	97,46	76,23	71,63	75,17	85,57	73,69	86,55	80,64	79,75	80,39	83,40	80,00
16/3/2013	10,80	0,17	0,67	10,14	9,41	9,97	11,25	9,73	5,49	12,08	11,97	12,04	11,03	11,99
17/3/2013	9,30	0,18	0,28	10,38	9,50	10,18	11,38	9,89	10,10	11,39	11,28	11,37	11,14	11,31
	ME		-16,40	16,78	19,54	17,18	6,11	17,89	-4,70	3,50	3,87	3,57	6,10	3,73
	RMSE		22,60	24,73	27,56	25,03	7,23	25,69	15,99	4,95	5,43	5,06	7,46	5,27
	MAPE		34,41	19,89	24,40	20,46	11,63	21,56	20,97	8,38	8,54	8,38	10,07	8,44

			Forecasting Horizon: 3						Forecasting Horizon: 4						Forecasting Horizon: 6					
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
6/3/2013	2,40	1,01	2,43	2,47	2,48	2,47	2,48	2,47	2,43	2,47	2,48	2,47	2,48	2,47	2,43	2,47	2,48	2,47	2,48	2,47
7/3/2013	2,50	0,99	2,46	2,42	2,42	2,41	2,42	2,42	2,46	2,42	2,42	2,41	2,42	2,42	2,46	2,42	2,42	2,41	2,42	2,42
8/3/2013	2,50	1,01	2,44	2,47	2,48	2,46	2,48	2,47	2,44	2,47	2,48	2,46	2,48	2,47	2,44	2,47	2,48	2,46	2,48	2,47
9/3/2013	2,40	1,00	2,43	2,45	2,46	2,45	2,46	2,46	2,45	2,45	2,46	2,45	2,46	2,46	2,45	2,45	2,46	2,45	2,46	2,46
10/3/2013	2,50	1,01	2,46	2,47	2,48	2,48	2,48	2,48	2,47	2,47	2,48	2,47	2,48	2,48	2,45	2,47	2,48	2,46	2,48	2,47
11/3/2013	2,40	0,98	2,45	2,40	2,41	2,40	2,41	2,41	2,44	2,40	2,41	2,40	2,41	2,41	2,45	2,40	2,41	2,40	2,41	2,41
12/3/2013	2,50	1,00	2,47	2,46	2,47	2,46	2,46	2,46	2,45	2,46	2,47	2,46	2,46	2,46	2,47	2,46	2,47	2,46	2,46	2,46
13/3/2013	2,40	1,00	2,44	2,46	2,48	2,46	2,46	2,46	2,45	2,46	2,47	2,46	2,47	2,46	2,44	2,46	2,48	2,46	2,46	2,46
14/3/2013	2,40	0,99	2,45	2,43	2,45	2,43	2,43	2,43	2,47	2,43	2,43	2,43	2,43	2,43	2,45	2,43	2,45	2,43	2,43	2,43
15/3/2013	2,30	1,01	2,47	2,47	2,48	2,47	2,47	2,47	2,44	2,47	2,48	2,47	2,48	2,47	2,45	2,47	2,49	2,48	2,48	2,47
16/3/2013	2,40	1,00	2,44	2,44	2,45	2,44	2,44	2,44	2,45	2,44	2,45	2,44	2,45	2,45	2,45	2,45	2,47	2,46	2,46	2,45
17/3/2013	2,30	1,01	2,45	2,48	2,48	2,47	2,48	2,48	2,45	2,48	2,48	2,47	2,48	2,48	2,45	2,47	2,49	2,48	2,48	2,48
		ME	-0,03	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	-0,03	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	-0,03	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
		RMSE	0,08	0,08	0,09	0,08	0,08	0,08	0,07	0,08	0,09	0,08	0,09	0,08	0,07	0,08	0,09	0,09	0,09	0,09
		MAPE	2,54	2,75	2,89	2,77	2,80	2,77	2,62	2,76	2,85	2,76	2,82	2,79	2,60	2,79	3,08	2,85	2,88	2,84

			Forecasting Horizon: 2						Forecasting Horizon: 5					
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
8/3/2013	2,50	1,01	2,43	2,47	2,48	2,47	2,48	2,47	2,43	2,47	2,48	2,47	2,47	2,47
9/3/2013	2,40	1,00	2,46	2,44	2,45	2,44	2,45	2,45	2,46	2,45	2,46	2,45	2,46	2,46
10/3/2013	2,50	1,01	2,47	2,47	2,48	2,47	2,48	2,48	2,44	2,47	2,48	2,48	2,48	2,48
11/3/2013	2,40	0,98	2,44	2,40	2,41	2,40	2,41	2,41	2,45	2,40	2,41	2,40	2,41	2,41
12/3/2013	2,50	1,00	2,47	2,46	2,47	2,46	2,46	2,46	2,45	2,45	2,46	2,45	2,46	2,46
13/3/2013	2,40	1,00	2,44	2,46	2,48	2,46	2,46	2,46	2,43	2,46	2,47	2,47	2,47	2,46
14/3/2013	2,40	0,99	2,47	2,43	2,43	2,43	2,43	2,43	2,46	2,43	2,44	2,44	2,44	2,43
15/3/2013	2,30	1,01	2,44	2,47	2,48	2,47	2,48	2,47	2,44	2,47	2,49	2,48	2,48	2,48
16/3/2013	2,40	1,00	2,50	2,44	2,43	2,44	2,43	2,43	2,45	2,44	2,46	2,45	2,45	2,45
17/3/2013	2,30	1,01	2,42	2,47	2,46	2,47	2,46	2,47	2,45	2,47	2,49	2,48	2,48	2,48
		ME	-0,06	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	-0,03	0,06	0,07	0,07	0,07	0,07
		RMSE	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
		MAPE	2,98	2,59	2,60	2,61	2,57	2,58	3,01	2,72	2,99	2,90	2,87	2,80

			Forecasting Horizon: 7											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
4/3/2013	2,40	0,98	2,43	2,40	2,40	2,40	2,41	2,40						
5/3/2013	2,50	1,00	2,45	2,45	2,45	2,45	2,45	2,45						
6/3/2013	2,40	1,01	2,44	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47						
7/3/2013	2,50	0,99	2,45	2,42	2,42	2,42	2,42	2,42						
8/3/2013	2,50	1,01	2,45	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46						
9/3/2013	2,40	1,01	2,45	2,46	2,46	2,46	2,47	2,46						
10/3/2013	2,50	1,01	2,45	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47						
11/3/2013	2,40	0,98	2,43	2,40	2,41	2,40	2,41	2,40	Forecasting Horizon: 1					
12/3/2013	2,50	1,00	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
13/3/2013	2,40	1,00	2,44	2,46	2,47	2,46	2,47	2,46	2,43	2,45	2,45	2,45	2,45	2,45
14/3/2013	2,40	0,99	2,45	2,43	2,43	2,43	2,43	2,43	2,47	2,45	2,45	2,45	2,45	2,45
15/3/2013	2,30	1,01	2,45	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47	2,45	2,45	2,45	2,45	2,45
16/3/2013	2,40	1,00	2,45	2,45	2,46	2,45	2,46	2,45	2,50	2,44	2,44	2,44	2,44	2,44
17/3/2013	2,30	1,01	2,45	2,47	2,48	2,47	2,48	2,48	2,46	2,44	2,44	2,44	2,44	2,44
		ME	-0,02	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	-0,07	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
		RMSE	0,07	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,10	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
		MAPE	2,48	2,59	2,69	2,61	2,68	2,64	3,52	3,24	3,25	3,27	3,24	3,24

ΦΩΤΙΣΜΟΣ

			Forecasting Horizon: 3						Forecasting Horizon: 4						Forecasting Horizon: 6					
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
6/3/2013	84,70	1,12	87,52	86,43	86,64	86,37	88,69	86,50	87,52	86,43	86,64	86,37	88,69	86,50	87,52	86,43	86,64	86,37	88,69	86,50
7/3/2013	86,80	1,11	86,19	85,72	86,04	85,67	88,06	85,84	86,19	85,72	86,04	85,67	88,06	85,84	86,19	85,72	86,04	85,67	88,06	85,84
8/3/2013	88,10	1,10	86,90	85,34	85,77	85,30	87,75	85,51	86,90	85,34	85,77	85,30	87,75	85,51	86,90	85,34	85,77	85,30	87,75	85,51
9/3/2013	59,00	0,74	59,25	57,97	58,10	57,82	58,37	58,00	58,29	56,93	57,28	56,90	58,59	57,07	58,29	56,93	57,28	56,90	58,59	57,07
10/3/2013	59,10	0,72	55,24	56,45	56,67	56,32	56,90	56,51	55,12	57,04	57,18	56,92	56,98	57,08	54,93	55,78	56,19	55,75	57,47	55,94
11/3/2013	90,30	1,11	86,89	87,16	87,62	86,95	87,92	87,29	86,83	88,07	88,43	87,89	88,05	88,16	86,83	85,39	86,14	85,35	88,07	85,68
12/3/2013	91,10	1,11	91,03	90,80	91,07	90,72	89,14	90,85	89,43	88,68	89,18	88,49	88,74	88,81	91,03	90,80	91,07	90,72	89,14	90,85
13/3/2013	92,70	1,11	90,42	90,70	91,15	90,63	89,14	90,80	89,55	88,59	89,23	88,40	88,73	88,76	90,42	90,70	91,15	90,63	89,14	90,80
14/3/2013	92,10	1,11	90,68	90,25	90,88	90,18	88,78	90,40	91,84	91,52	91,79	91,42	89,14	91,58	90,68	90,25	90,88	90,18	88,78	90,40
15/3/2013	90,70	1,10	92,16	91,64	91,93	91,57	89,21	91,70	92,02	91,28	91,73	91,18	89,00	91,39	91,40	90,01	90,82	89,95	88,64	90,20
16/3/2013	57,70	0,74	60,09	61,09	61,42	61,05	59,54	61,17	60,01	60,85	61,27	60,79	59,40	60,95	59,82	59,97	60,63	59,93	59,12	60,13
17/3/2013	57,40	0,72	59,80	59,59	60,04	59,56	58,16	59,71	59,76	59,36	59,90	59,30	58,01	59,50	59,69	58,41	59,17	58,37	57,64	58,59
	ME		0,29	1,92	1,78	1,97	1,98	1,88	0,52	2,06	1,94	2,11	1,97	2,02	0,50	2,00	1,79	2,03	1,87	1,92
	RMSE		2,18	2,13	2,04	2,18	2,28	2,09	2,30	2,28	2,16	2,35	2,30	2,23	2,18	2,33	2,12	2,36	2,22	2,24
	MAPE		2,51	2,61	2,49	2,68	2,48	2,57	2,69	2,76	2,66	2,82	2,44	2,72	2,50	2,66	2,46	2,69	2,27	2,58
			Forecasting Horizon: 2						Forecasting Horizon: 5											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
8/3/2013	88,10	1,10	87,06	85,58	85,76	85,52	87,49	85,65	87,06	85,48	85,65	85,42	87,38	85,55						
9/3/2013	59,00	0,74	58,77	57,05	57,23	57,01	58,37	57,12	58,77	57,02	57,20	56,98	58,34	57,09						
10/3/2013	59,10	0,74	55,12	58,57	58,72	58,45	58,50	58,60	54,98	55,53	55,77	55,50	56,87	55,62						
11/3/2013	90,30	0,72	86,83	57,04	57,27	56,92	57,03	57,10	86,73	85,74	86,19	85,68	87,88	85,92						
12/3/2013	91,10	1,11	91,03	90,18	90,44	90,10	88,53	90,23	89,37	86,23	86,79	86,18	88,46	86,45						
13/3/2013	92,70	1,11	90,42	90,80	91,25	90,72	89,23	90,90	90,47	90,88	91,17	90,83	89,27	90,95						
14/3/2013	92,10	1,11	91,84	91,98	92,25	91,88	89,58	92,04	90,71	90,43	90,90	90,38	88,92	90,54						
15/3/2013	90,70	1,11	92,02	91,52	91,97	91,43	89,24	91,63	91,43	90,19	90,84	90,14	88,78	90,35						
16/3/2013	57,70	1,10	59,33	91,07	91,41	91,08	89,43	91,17	59,84	60,12	60,68	60,09	59,25	60,26						
17/3/2013	57,40	0,74	59,39	60,71	61,06	60,72	59,69	60,81	59,70	58,52	59,18	58,49	57,73	58,69						
	ME		0,64	9,28	9,29	9,33	9,74	9,28	0,92	2,52	2,36	2,55	1,91	2,45						
	RMSE		2,06	14,99	15,01	15,02	14,65	14,99	2,26	2,86	2,68	2,89	2,16	2,77						
	MAPE		2,27	11,16	11,15	11,23	10,95	11,15	2,68	3,33	3,21	3,36	2,38	3,26						

			Forecasting Horizon: 7											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
4/3/2013	86,60	1,10	84,61	82,44	82,33	82,75	87,53	82,54						
5/3/2013	86,50	1,11	86,00	83,12	83,04	83,43	88,35	83,28						
6/3/2013	84,70	1,12	87,18	83,45	83,38	83,76	88,79	83,65						
7/3/2013	86,80	1,11	85,96	82,77	82,73	83,08	88,17	83,02						
8/3/2013	88,10	1,10	86,76	82,13	82,11	82,44	87,58	82,42						
9/3/2013	59,00	0,75	58,29	55,74	55,74	55,95	59,50	55,97						
10/3/2013	59,10	0,72	54,87	53,85	53,88	54,06	57,55	54,11	Forecasting Horizon: 1					
			ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
11/3/2013	90,30	1,11	88,89	89,98	90,21	89,81	88,31	90,01	88,89	89,98	90,21	89,81	88,31	90,01
12/3/2013	91,10	1,11	90,33	90,60	91,02	90,43	89,00	90,68	91,03	90,80	91,07	90,72	89,14	90,85
13/3/2013	92,70	1,11	90,05	90,50	91,10	90,34	89,00	90,63	90,47	90,88	91,17	90,83	89,27	90,95
14/3/2013	92,10	1,11	90,48	90,05	90,83	89,90	88,64	90,22	91,84	91,52	91,79	91,42	89,14	91,58
15/3/2013	90,70	1,10	91,29	89,71	90,66	89,56	88,39	89,92	92,16	91,64	91,93	91,57	89,21	91,70
16/3/2013	57,70	0,74	59,74	59,84	60,60	59,74	59,02	60,01	59,33	60,71	60,93	60,72	59,62	60,77
17/3/2013	57,40	0,72	59,63	58,28	59,13	58,19	57,54	58,47	58,51	57,43	57,54	57,56	58,09	57,52
		ME	0,62	2,60	2,52	2,50	1,85	2,47	-0,03	1,00	0,94	1,07	2,06	1,00
		RMSE	1,94	3,12	3,14	2,96	2,19	2,97	1,86	1,97	2,06	2,03	4,96	1,99
		MAPE	2,27	3,42	3,41	3,28	2,22	3,27	1,53	1,37	1,33	1,45	2,49	1,38

Συνολική κατανάλωση

			Forecasting Horizon: 3							Forecasting Horizon: 4							Forecasting Horizon: 6						
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta			
6/3/2013	188,60	1,22	194,63	190,91	190,34	190,91	195,81	190,60	194,63	190,91	190,34	190,91	195,81	190,60	194,63	190,64	190,08	190,64	195,54	190,33			
7/3/2013	190,50	1,19	201,82	185,45	184,46	185,45	189,73	184,90	201,82	185,45	184,46	185,45	189,73	184,90	201,82	186,06	185,06	186,05	190,34	185,51			
8/3/2013	181,70	1,21	188,57	188,62	187,15	188,62	192,46	187,81	188,57	188,62	187,15	188,62	192,46	187,81	188,57	188,16	186,70	188,16	192,00	187,36			
9/3/2013	71,70	0,45	58,45	67,65	67,42	67,64	70,22	67,53	63,96	69,43	68,72	69,43	70,66	69,04	63,96	69,43	68,72	69,43	70,66	69,04			
10/3/2013	71,90	0,44	58,12	66,55	66,15	66,54	68,88	66,34	67,89	69,72	69,57	69,72	69,01	69,59	62,54	68,30	67,45	68,30	69,34	67,83			
11/3/2013	177,00	1,28	203,13	194,10	192,38	194,07	200,33	193,20	210,98	203,34	202,54	203,33	200,71	202,69	206,95	199,21	196,23	199,21	201,69	197,57			
12/3/2013	174,40	1,22	171,20	175,76	174,54	175,76	189,88	175,47	200,32	194,04	192,95	194,03	190,99	193,15	171,20	175,61	174,40	175,61	189,72	175,32			
13/3/2013	174,40	1,22	186,71	176,26	174,48	176,26	189,86	175,69	206,05	194,59	193,17	194,58	191,00	193,43	186,71	176,51	174,73	176,51	190,13	175,93			
14/3/2013	173,40	1,19	182,14	172,02	169,74	172,02	184,74	171,19	173,30	170,34	169,40	170,00	182,04	169,96	182,14	171,46	169,19	171,46	184,14	170,63			
15/3/2013	185,40	1,21	175,93	174,69	174,08	174,68	183,05	174,27	175,87	172,27	170,58	171,67	183,49	171,58	183,01	174,39	171,52	174,39	186,73	173,26			
16/3/2013	70,90	0,45	48,84	65,09	64,68	65,09	67,97	64,82	48,85	64,19	63,28	63,87	68,14	63,82	53,98	64,19	62,93	64,19	68,53	63,68			
17/3/2013	69,00	0,44	50,82	64,24	63,65	64,24	66,85	63,86	50,84	63,35	62,18	62,94	67,03	62,87	54,71	63,70	62,25	63,70	67,80	63,09			
	ME		0,71	5,55	5,45	5,55	8,02	5,54	-4,52	9,45	9,55	9,59	7,91	9,38	-1,78	5,77	5,98	5,77	7,70	5,85			
	RMSE		14,16	7,04	6,87	7,03	10,61	6,94	18,31	12,37	12,15	12,45	10,73	12,07	12,88	8,07	8,03	8,07	10,72	7,92			
	MAPE		11,82	4,49	4,55	4,50	5,20	4,56	12,01	6,51	6,77	6,64	5,07	6,56	9,45	4,48	4,89	4,48	4,85	4,66			
			Forecasting Horizon: 2							Forecasting Horizon: 5													
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta									
8/3/2013	181,70	1,20	179,63	191,71	191,26	191,71	191,36	191,38	179,63	191,86	191,41	191,86	191,52	191,54									
9/3/2013	71,70	0,45	56,83	71,43	71,13	71,43	71,11	71,22	56,83	71,49	71,19	71,49	71,17	71,28									
10/3/2013	71,90	0,44	67,89	69,72	69,57	69,72	69,01	69,59	56,85	69,65	69,22	69,65	69,15	69,34									
11/3/2013	177,00	1,28	210,98	203,34	202,54	203,33	200,71	202,69	202,05	203,13	201,50	203,13	201,13	201,97									
12/3/2013	174,40	1,22	171,20	175,76	174,54	175,76	189,88	175,47	192,97	193,84	191,92	193,84	191,41	192,47									
13/3/2013	174,40	1,22	186,71	176,26	174,48	176,26	189,86	175,69	188,99	175,58	174,78	175,58	188,87	175,22									
14/3/2013	173,40	1,19	173,30	170,34	169,40	170,00	182,04	169,96	183,85	170,57	169,16	170,56	182,89	169,93									
15/3/2013	185,40	1,20	175,87	172,27	170,58	171,67	183,49	171,58	184,16	173,48	171,42	173,47	185,42	172,53									
16/3/2013	70,90	0,45	55,59	68,22	67,99	68,22	68,07	68,06	54,75	63,86	62,87	63,85	68,04	63,40									
17/3/2013	69,00	0,44	55,74	67,33	66,94	67,33	66,95	67,05	55,31	62,82	61,62	62,82	66,72	62,27									
	ME		-0,11	6,53	6,49	6,65	9,12	6,55	-0,56	8,73	8,89	8,74	8,34	8,72									
	RMSE		14,35	9,98	9,99	10,07	11,11	9,88	14,82	11,87	11,58	11,87	11,35	11,55									
	MAPE		10,15	4,07	4,13	4,12	5,43	4,13	12,53	6,26	6,59	6,26	5,45	6,38									

		Forecasting Horizon: 7												
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
4/3/2013	203,70	1,28	227,14	186,96	186,51	186,72	205,49	186,67						
5/3/2013	189,50	1,22	225,12	178,76	177,96	178,34	195,99	178,24						
6/3/2013	188,60	1,23	217,63	179,67	178,51	179,06	196,50	178,91						
7/3/2013	190,50	1,19	222,01	174,54	173,05	173,77	190,42	173,56						
8/3/2013	181,70	1,19	199,71	175,08	173,22	174,13	190,53	173,85						
9/3/2013	71,70	0,45	73,73	66,14	65,30	65,72	71,80	65,59						
10/3/2013	71,90	0,44	70,46	64,85	63,90	64,37	70,22	64,22						
11/3/2013	177,00	1,28	213,98	208,45	208,16	208,45	201,26	208,10	Forecasting Horizon: 1					
12/3/2013	174,40	1,22	202,60	198,91	198,41	198,91	191,54	198,32	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
13/3/2013	174,40	1,22	207,74	199,48	198,75	199,48	191,57	198,63	213,98	208,45	208,16	208,45	201,26	208,10
14/3/2013	173,40	1,19	197,83	194,69	193,76	194,69	186,46	193,60	171,20	175,76	174,54	175,76	189,88	175,47
15/3/2013	185,40	1,21	192,58	197,36	196,20	197,37	188,51	196,01	188,99	175,22	174,42	175,22	188,48	174,86
16/3/2013	70,90	0,44	60,41	72,65	72,14	72,65	69,20	72,06	173,30	170,34	169,40	170,00	182,04	169,96
17/3/2013	69,00	0,44	59,79	71,47	70,89	71,47	67,89	70,80	175,93	174,69	174,08	174,68	183,05	174,27
									55,59	68,22	67,99	68,22	68,07	68,06
									66,70	69,44	69,28	69,44	67,17	69,29
		ME	-17,76	13,58	13,78	13,86	7,46	13,54	-3,03	7,22	7,12	7,27	9,92	7,19
		RMSE	24,06	16,21	16,23	16,39	10,52	16,05	16,56	12,67	12,67	12,68	12,64	12,61
		MAPE	12,80	8,51	8,65	8,72	4,46	8,48	8,74	4,42	4,37	4,45	6,22	4,41

Γλυφάδα

Κλιματισμός

			Forecasting Horizon: 3						Forecasting Horizon: 4						Forecasting Horizon: 6					
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
6/3/2013	42,80	1,25	25,52	37,93	40,06	39,74	41,67	37,60	25,52	37,93	40,06	39,74	41,67	37,60	25,52	37,65	39,77	39,45	41,37	37,33
7/3/2013	44,40	1,17	33,89	35,66	37,65	37,23	39,54	35,50	33,89	35,66	37,65	37,23	39,54	35,50	33,89	37,88	40,00	39,54	42,00	37,71
8/3/2013	38,80	1,18	36,76	36,01	38,01	37,46	40,30	35,99	36,76	36,01	38,01	37,46	40,30	35,99	36,76	36,09	38,09	37,54	40,39	36,07
9/3/2013	11,60	0,40	19,60	12,84	13,97	13,43	13,98	12,47	17,86	12,23	12,90	12,68	13,81	12,27	17,86	36,08	38,06	37,40	40,75	36,20
10/3/2013	12,30	0,39	17,30	12,46	13,69	13,02	13,70	12,15	11,53	12,30	11,70	11,89	13,47	12,06	16,91	12,19	12,85	12,60	13,90	12,28
11/3/2013	33,00	1,36	42,57	43,45	48,23	45,36	48,24	42,54	46,37	42,91	40,77	41,38	47,41	42,23	41,65	11,83	12,47	12,19	13,62	11,96
12/3/2013	28,60	1,24	26,60	37,91	32,41	36,10	41,83	37,91	36,21	39,16	37,17	37,71	43,67	38,70	26,60	37,91	32,41	36,10	41,83	37,91
13/3/2013	29,20	1,25	32,25	38,14	32,52	36,31	42,41	38,27	32,46	39,40	37,35	37,88	44,35	39,09	32,25	38,14	32,52	36,31	42,41	38,27
14/3/2013	24,30	1,19	35,43	36,34	30,90	34,57	40,72	36,58	29,69	34,49	27,74	27,82	38,02	35,31	35,43	36,34	30,90	34,57	40,72	36,58
15/3/2013	33,50	1,19	29,35	33,16	25,37	25,22	36,66	34,61	36,23	34,48	27,60	27,77	38,22	35,38	37,65	36,32	30,81	34,55	41,02	36,69
16/3/2013	9,60	0,40	11,89	11,14	8,48	8,47	12,36	11,64	11,93	11,58	9,23	9,31	12,91	11,91	15,82	12,27	10,38	11,67	13,97	12,44
17/3/2013	9,20	0,39	11,66	11,04	8,36	8,39	12,30	11,56	11,67	11,47	9,10	9,21	12,86	11,83	14,91	11,91	10,05	11,32	13,67	12,11
	ME		-0,46	-2,40	-1,03	-1,50	-5,53	-2,46	-1,07	-2,53	-1,00	-1,06	-5,74	-2,55	-1,50	-2,28	-0,92	-2,16	-5,69	-2,35
	RMSE		7,96	6,68	5,99	6,47	8,72	6,69	7,90	6,68	5,02	5,31	8,82	6,69	8,03	11,02	10,12	10,64	12,76	11,09
	MAPE		27,85	19,29	16,55	18,67	27,21	20,12	24,11	19,64	13,15	13,43	28,25	20,66	32,46	40,68	32,58	37,54	50,95	41,31
			Forecasting Horizon: 2						Forecasting Horizon: 5											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
8/3/2013	38,80	1,19	31,61	37,72	40,90	43,73	40,99	36,61	31,61	37,64	40,81	43,63	40,90	36,53						
9/3/2013	11,60	0,40	17,97	12,67	13,88	14,66	13,90	12,35	17,97	12,78	14,00	14,79	14,02	12,45						
10/3/2013	12,30	0,39	11,53	12,30	11,70	11,89	13,47	12,06	17,19	12,40	13,72	14,33	13,74	12,14						
11/3/2013	33,00	1,36	46,37	42,91	40,77	41,38	47,41	42,23	42,34	43,25	48,34	49,91	48,39	42,50						
12/3/2013	28,60	1,24	26,60	37,91	32,41	36,10	41,83	37,91	33,11	39,82	44,96	45,89	45,00	39,29						
13/3/2013	29,20	1,25	32,25	38,14	32,52	36,31	42,41	38,27	34,58	37,08	29,82	29,06	40,95	37,62						
14/3/2013	24,30	1,19	29,69	34,49	27,74	27,82	38,02	35,31	35,50	35,33	28,30	27,68	39,26	35,95						
15/3/2013	33,50	1,19	36,23	34,48	27,60	27,77	38,22	35,38	37,83	35,31	28,18	27,67	39,51	36,03						
16/3/2013	9,60	0,40	12,20	11,18	10,26	9,98	12,30	11,62	15,95	11,86	9,43	9,29	13,36	12,14						
17/3/2013	9,20	0,40	11,65	11,08	10,14	9,87	12,24	11,54	15,01	11,58	9,17	9,07	13,12	11,88						
	ME		-3,35	-5,35	-1,68	-2,68	-8,27	-5,58	-5,10	-4,69	-3,66	-4,12	-7,82	-4,64						
	RMSE		5,78	6,15	3,79	5,07	8,92	6,28	6,86	6,57	7,48	8,17	9,73	6,61						
	MAPE		22,17	18,69	12,69	16,13	30,18	20,30	36,40	21,14	17,77	20,45	34,35	22,06						

			Forecasting Horizon: 7												
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta							
4/3/2013	50,90	1,34	27,26	36,42	33,08	33,57	43,51	39,57							
5/3/2013	39,70	1,25	36,29	34,09	30,85	31,42	41,08	37,18							
6/3/2013	42,80	1,25	31,50	33,93	30,60	31,28	41,26	37,16							
7/3/2013	44,40	1,17	33,93	31,91	28,67	29,41	39,14	35,07							
8/3/2013	38,80	1,16	35,85	31,45	28,15	28,99	38,92	34,70							
9/3/2013	11,60	0,42	17,64	11,30	10,08	10,42	14,11	12,52							
10/3/2013	12,30	0,41	16,71	11,04	9,82	10,18	13,92	12,28	Forecasting Horizon: 1						
			ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta							
11/3/2013	33,00	1,36	68,54	42,85	42,41	39,92	46,99	41,89	68,54	42,85	42,41	39,92	46,99	41,89	
12/3/2013	28,60	1,24	36,45	39,11	38,75	36,44	43,27	38,38	26,60	37,91	32,41	36,10	41,83	37,91	
13/3/2013	29,20	1,25	32,48	39,35	39,04	36,67	43,92	38,76	34,58	37,08	29,82	29,06	40,95	37,62	
14/3/2013	24,30	1,19	35,68	37,49	37,23	34,94	42,23	37,07	29,69	34,49	27,74	27,82	38,02	35,31	
15/3/2013	33,50	1,18	37,76	37,29	37,08	34,77	42,40	37,02	29,35	33,16	25,37	25,22	36,66	34,61	
16/3/2013	9,60	0,40	15,59	12,66	12,60	11,80	14,53	12,62	12,20	11,18	10,26	9,98	12,30	11,62	
17/3/2013	9,20	0,39	14,73	12,29	12,25	11,46	14,23	12,29	9,61	10,70	9,65	11,56	12,01	11,43	
		ME	-2,32	-0,23	1,24	1,90	-5,11	-1,33	-6,17	-5,71	-1,47	-1,75	-8,76	-6,14	
		RMSE	13,15	8,66	10,00	8,94	9,16	7,23	13,88	7,11	5,10	5,22	10,16	7,25	
		MAPE	37,78	25,40	29,14	24,10	29,93	21,68	28,47	23,57	13,44	16,64	36,20	26,03	

UPS

			Forecasting Horizon: 3						Forecasting Horizon: 4						Forecasting Horizon: 6					
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
6/3/2013	52,20	1,11	54,02	54,08	53,40	53,52	53,52	53,64	54,02	54,08	53,40	53,52	53,52	53,64	54,02	54,08	53,40	53,52	53,52	53,64
7/3/2013	51,60	1,09	53,12	53,18	52,48	52,61	52,61	52,73	53,12	53,18	52,48	52,61	52,61	52,73	53,12	53,18	52,48	52,61	52,61	52,73
8/3/2013	57,20	1,02	49,60	50,04	49,37	49,49	49,49	49,61	49,60	50,04	49,37	49,49	49,49	49,61	49,60	50,04	49,37	49,49	49,49	49,61
9/3/2013	56,70	0,82	39,90	40,03	39,69	39,91	39,82	39,84	39,92	40,01	39,45	39,55	39,55	39,65	39,92	40,01	39,45	39,55	39,55	39,65
10/3/2013	56,20	0,82	39,75	39,86	39,50	39,74	39,65	39,67	42,78	40,13	46,00	43,60	40,44	40,26	39,74	39,92	39,35	39,45	39,45	39,56
11/3/2013	60,10	1,07	52,24	52,38	51,90	52,22	52,09	52,13	55,00	52,74	60,68	57,32	53,16	52,92	52,27	52,19	51,43	51,56	51,55	51,71
12/3/2013	59,90	1,08	55,72	62,71	63,60	62,97	54,57	62,73	52,53	52,74	60,92	57,35	53,18	52,93	55,72	62,71	63,60	62,97	54,57	62,73
13/3/2013	61,80	1,10	55,90	64,05	65,29	64,39	55,79	64,12	53,60	53,87	62,46	58,61	54,33	54,07	55,90	64,05	65,29	64,39	55,79	64,12
14/3/2013	58,20	1,07	54,85	62,63	64,17	63,03	54,61	62,74	57,41	60,80	61,33	60,92	54,94	60,93	54,85	62,63	64,17	63,03	54,61	62,74
15/3/2013	55,20	1,03	47,32	57,28	57,71	57,40	53,04	57,42	47,27	58,34	59,08	58,50	52,80	58,53	47,07	60,10	61,90	60,55	52,46	60,26
16/3/2013	41,90	0,84	40,97	47,18	47,66	47,37	43,76	47,34	40,97	48,06	48,86	48,23	43,55	48,26	41,03	47,92	49,61	48,33	41,87	48,08
17/3/2013	41,90	0,83	40,08	46,59	47,20	46,88	43,28	46,80	40,12	47,46	48,44	47,66	43,08	47,71	40,29	47,72	49,67	48,18	41,74	47,91
		ME	5,79	1,91	1,74	1,95	5,06	2,01	5,55	3,45	0,87	2,13	5,19	3,47	5,78	1,53	1,10	1,61	5,47	1,68
		RMSE	8,20	7,90	8,31	8,04	8,02	8,03	7,85	8,41	6,97	7,25	8,03	8,46	8,22	8,11	8,88	8,46	8,14	8,33
		MAPE	11,24	11,17	12,01	11,38	10,58	11,30	10,79	12,70	9,55	10,35	10,65	12,70	11,21	11,98	13,64	12,49	10,20	12,20
			Forecasting Horizon: 2						Forecasting Horizon: 5											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
8/3/2013	57,20	1,02	49,68	50,08	49,36	49,60	49,35	49,53	49,68	50,04	49,32	49,56	49,30	49,49						
9/3/2013	56,70	0,84	39,91	41,25	40,64	40,85	40,63	40,79	39,91	40,00	39,41	39,61	39,40	39,55						
10/3/2013	56,20	0,82	42,78	40,13	46,00	43,60	40,44	40,26	39,75	39,83	39,22	39,44	39,21	39,38						
11/3/2013	60,10	1,07	55,00	52,74	60,68	57,32	53,16	52,92	52,25	52,35	51,51	51,82	51,51	51,73						
12/3/2013	59,90	1,08	55,72	62,71	63,60	62,97	54,57	62,73	52,29	52,68	51,81	52,14	51,81	52,05						
13/3/2013	61,80	1,10	55,90	64,05	65,29	64,39	55,79	64,12	57,98	62,59	62,97	62,70	55,93	62,66						
14/3/2013	58,20	1,07	57,41	60,80	61,33	60,92	54,94	60,93	55,80	61,20	61,73	61,37	54,76	61,32						
15/3/2013	55,20	1,02	47,27	58,34	59,08	58,50	52,80	58,53	47,09	58,72	59,39	58,96	52,61	58,89						
16/3/2013	41,90	0,85	44,30	46,44	46,80	46,52	43,91	46,53	40,96	48,37	49,04	48,62	43,39	48,55						
17/3/2013	41,90	0,83	43,36	45,86	46,34	45,97	43,44	46,00	40,17	46,63	47,39	46,91	41,88	46,84						
		ME	4,18	0,52	-1,74	-0,63	4,52	0,40	7,32	3,67	3,73	3,80	6,93	3,86						
		RMSE	8,17	8,17	7,20	7,40	8,39	8,29	9,05	8,92	9,49	9,25	9,19	9,28						
		MAPE	11,65	11,93	10,77	10,90	11,87	12,18	12,92	13,56	14,80	14,18	12,61	14,18						

			Forecasting Horizon: 7												
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta							
4/3/2013	52,10	1,07	52,31	52,21	51,95	51,67	51,89	51,92							
5/3/2013	50,10	1,08	52,74	52,71	52,42	52,18	52,37	52,42							
6/3/2013	52,20	1,11	54,02	54,11	53,78	53,58	53,75	53,79							
7/3/2013	51,60	1,09	53,15	53,20	52,86	52,70	52,83	52,89							
8/3/2013	57,20	1,02	49,54	49,76	49,42	49,31	49,40	49,46							
9/3/2013	56,70	0,82	39,93	40,13	39,83	39,77	39,83	39,88							
10/3/2013	56,20	0,82	39,74	39,94	39,63	39,60	39,63	39,69	Forecasting Horizon: 1						
			ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	
11/3/2013	60,10	1,08	87,16	67,09	67,77	67,37	54,18	66,85	87,16	67,09	67,77	67,37	54,18	66,85	
12/3/2013	59,90	1,08	64,83	67,09	68,22	67,50	54,22	66,90	55,72	62,71	63,60	62,97	54,57	62,73	
13/3/2013	61,80	1,10	61,11	68,52	70,15	69,07	55,43	68,38	57,98	62,59	62,97	62,70	55,93	62,66	
14/3/2013	58,20	1,08	57,67	67,00	69,07	67,66	54,24	66,91	57,41	60,80	61,33	60,92	54,94	60,93	
15/3/2013	55,20	1,03	49,24	64,13	66,58	64,88	51,96	64,09	47,32	57,28	57,71	57,40	53,04	57,42	
16/3/2013	41,90	0,82	42,03	51,26	53,61	51,95	41,57	51,27	44,30	46,44	46,80	46,52	43,91	46,53	
17/3/2013	41,90	0,82	41,15	51,05	53,78	51,83	41,43	51,09	41,08	43,61	43,99	43,19	43,29	43,73	
		ME	0,75	-1,65	-2,43	-1,71	4,45	-1,46	-1,71	-3,07	-3,60	-3,15	2,73	-3,12	
		RMSE	10,06	8,79	9,83	9,17	7,38	8,82	10,91	3,62	4,11	3,75	4,12	3,62	
		MAPE	10,90	13,81	15,64	14,36	9,10	13,72	11,64	5,82	6,78	5,92	6,55	5,93	

ΦΩΤΙΣΜΟΣ

			Forecasting Horizon: 3						Forecasting Horizon: 4						Forecasting Horizon: 6					
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
6/3/2013	67,30	1,24	67,73	68,59	68,29	68,60	65,78	68,27	67,73	68,59	68,29	68,60	65,78	68,27	67,73	68,59	68,29	68,60	65,78	68,27
7/3/2013	66,40	1,23	66,09	67,71	67,32	67,72	64,79	67,32	66,09	67,71	67,32	67,72	64,79	67,32	66,09	67,71	67,32	67,72	64,79	67,32
8/3/2013	65,50	1,18	62,55	64,83	64,38	64,84	61,90	64,39	62,55	64,83	64,38	64,84	61,90	64,39	62,55	64,83	64,38	64,84	61,90	64,39
9/3/2013	23,70	0,45	24,08	24,73	24,64	24,73	23,84	24,64	22,45	24,83	24,62	24,83	23,65	24,63	22,45	24,83	24,62	24,83	23,65	24,63
10/3/2013	23,60	0,46	24,73	25,23	25,10	25,23	24,28	25,11	24,57	24,90	24,72	24,89	24,27	24,83	22,76	25,46	25,22	25,47	24,20	25,24
11/3/2013	65,60	1,24	66,47	68,09	67,65	68,09	65,40	67,72	66,39	67,19	66,61	67,19	65,38	66,96	65,96	68,43	67,70	68,44	64,90	67,75
12/3/2013	67,30	1,20	65,61	63,97	63,70	63,97	63,28	63,89	66,00	65,29	64,62	65,29	63,41	65,00	65,61	63,97	63,70	63,97	63,28	63,89
13/3/2013	62,10	1,24	65,82	65,94	65,54	65,94	65,09	65,79	66,02	67,30	66,49	67,30	65,23	66,94	65,82	65,94	65,54	65,94	65,09	65,79
14/3/2013	74,20	1,23	64,80	65,11	64,61	65,11	64,14	64,90	64,28	64,77	64,57	64,77	64,29	64,72	64,80	65,11	64,61	65,11	64,14	64,90
15/3/2013	71,60	1,18	62,75	64,82	64,24	64,82	62,44	64,41	62,03	62,33	62,01	62,33	61,74	62,22	60,70	62,66	62,07	62,65	61,59	62,39
16/3/2013	25,30	0,45	22,76	24,63	24,38	24,63	23,69	24,45	22,12	23,68	23,52	23,68	23,41	23,62	22,79	23,91	23,64	23,91	23,45	23,78
17/3/2013	25,10	0,46	22,99	25,11	24,83	25,11	24,11	24,91	22,43	24,15	23,93	24,14	23,82	24,05	22,73	24,39	24,08	24,39	23,88	24,24
		ME	1,78	0,74	1,09	0,74	2,41	0,99	2,09	1,01	1,38	1,01	2,50	1,23	2,31	0,99	1,38	0,99	2,59	1,26
		RMSE	4,14	3,75	3,90	3,75	4,40	3,82	4,44	4,27	4,30	4,27	4,51	4,26	4,54	4,16	4,31	4,16	4,57	4,19
		MAPE	5,44	4,62	4,73	4,63	5,12	4,65	6,20	5,40	5,32	5,40	5,34	5,30	5,90	5,51	5,53	5,51	5,38	5,38
			Forecasting Horizon: 2						Forecasting Horizon: 5											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
8/3/2013	65,50	1,18	62,75	64,38	64,13	64,38	62,39	64,17	62,75	64,18	63,93	64,17	62,19	63,97						
9/3/2013	23,70	0,45	23,08	24,46	24,34	24,46	23,66	24,36	23,08	24,58	24,45	24,57	23,76	24,47						
10/3/2013	23,60	0,46	24,57	24,90	24,72	24,89	24,27	24,83	24,14	25,07	24,91	25,07	24,19	24,94						
11/3/2013	65,60	1,24	66,39	67,19	66,61	67,19	65,38	66,96	66,17	67,68	67,16	67,67	65,16	67,25						
12/3/2013	67,30	1,20	65,61	63,97	63,70	63,97	63,28	63,89	65,81	65,41	64,83	65,41	62,85	64,93						
13/3/2013	62,10	1,24	65,82	65,94	65,54	65,94	65,09	65,79	66,58	67,11	66,74	67,11	65,43	66,87						
14/3/2013	74,20	1,23	64,28	64,77	64,57	64,77	64,29	64,72	65,14	66,26	65,81	66,26	64,48	65,96						
15/3/2013	71,60	1,18	62,03	62,33	62,01	62,33	61,74	62,22	60,96	63,77	63,23	63,77	61,93	63,42						
16/3/2013	25,30	0,45	24,76	25,50	25,57	25,51	23,92	25,37	22,92	24,23	23,99	24,23	23,49	24,07						
17/3/2013	25,10	0,46	23,40	25,99	26,06	26,01	24,35	25,84	22,83	24,82	24,54	24,82	24,02	24,64						
		ME	2,24	1,78	2,00	1,77	2,81	1,90	2,36	1,09	1,44	1,09	2,65	1,35						
		RMSE	4,68	4,56	4,64	4,56	4,83	4,57	4,87	4,04	4,21	4,04	4,85	4,15						
		MAPE	5,63	5,40	5,33	5,41	5,45	5,22	6,49	5,30	5,50	5,30	5,86	5,42						

			Forecasting Horizon: 7											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
4/3/2013	67,40	1,24	67,23	67,26	66,92	67,26	65,30	67,01						
5/3/2013	68,20	1,20	64,84	64,94	64,51	64,94	62,90	64,62						
6/3/2013	67,30	1,24	66,84	67,41	66,85	67,41	65,13	66,99						
7/3/2013	66,40	1,23	65,90	66,54	65,88	66,54	64,13	66,05						
8/3/2013	65,50	1,18	62,45	63,73	62,99	63,74	61,26	63,19						
9/3/2013	23,70	0,45	22,87	24,46	24,14	24,46	23,45	24,22						
10/3/2013	23,60	0,46	23,98	25,02	24,65	25,02	23,93	24,75						
11/3/2013	65,60	1,24	65,95	66,01	65,69	66,00	65,26	65,97	Forecasting Horizon: 1					
12/3/2013	67,30	1,21	65,78	64,15	63,72	64,14	63,28	64,04	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
13/3/2013	62,10	1,24	65,90	66,12	65,57	66,11	65,09	65,94	65,95	66,01	65,69	66,00	65,26	65,97
14/3/2013	74,20	1,23	64,85	65,29	64,63	65,28	64,14	65,04	65,61	63,97	63,70	63,97	63,28	63,89
15/3/2013	71,60	1,18	60,76	62,60	61,86	62,59	61,37	62,30	66,58	67,11	66,74	67,11	65,43	66,87
16/3/2013	25,30	0,45	22,82	23,97	23,65	23,97	23,45	23,83	64,28	64,77	64,57	64,77	64,29	64,72
17/3/2013	25,10	0,46	22,75	24,46	24,09	24,45	23,88	24,29	62,75	64,82	64,24	64,82	62,44	64,41
									24,76	25,50	25,57	25,51	23,92	25,37
									23,55	25,96	25,92	25,96	24,50	25,88
		ME	2,17	1,52	2,01	1,53	2,91	1,79	2,53	1,86	2,11	1,87	3,15	2,01
		RMSE	4,27	3,83	4,11	3,83	4,60	3,95	5,38	4,96	5,10	4,96	5,50	5,02
		MAPE	5,16	4,39	4,70	4,39	5,55	4,52	6,33	5,72	5,80	5,73	6,55	5,64

Συνολική Κατανάλωση

			Forecasting Horizon: 3							Forecasting Horizon: 4							Forecasting Horizon: 6						
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta			
6/3/2013	162,30	1,19	161,17	160,95	160,37	161,47	166,19	161,21	161,17	160,95	160,37	161,47	166,19	161,21	161,17	160,95	160,37	161,47	166,19	161,21			
7/3/2013	162,40	1,16	159,76	156,64	156,01	157,05	161,90	156,97	159,76	156,64	156,01	157,05	161,90	156,97	159,76	156,64	156,01	157,05	161,90	156,97			
8/3/2013	161,50	1,12	154,23	151,81	151,14	152,12	157,06	152,20	154,23	151,81	151,14	152,12	157,06	152,20	154,23	151,81	151,14	152,12	157,06	152,20			
9/3/2013	92,00	0,58	77,92	80,45	80,55	82,14	81,17	80,57	79,16	78,26	77,88	78,37	81,04	78,50	79,16	78,26	77,88	78,37	81,04	78,50			
10/3/2013	92,10	0,58	77,80	80,37	80,50	82,05	81,17	80,53	90,90	85,05	85,26	87,70	81,95	85,06	79,96	79,14	78,72	79,20	82,03	79,41			
11/3/2013	158,70	1,21	166,52	168,27	168,60	171,76	170,10	168,68	174,67	178,06	178,76	183,66	171,78	178,21	168,14	162,81	161,88	162,84	168,94	163,46			
12/3/2013	155,80	1,16	148,73	165,82	159,10	161,53	165,53	162,61	159,22	171,11	172,04	176,52	165,29	171,37	148,73	165,82	159,10	161,53	165,53	162,61			
13/3/2013	153,10	1,19	158,50	169,08	162,11	164,66	169,01	165,92	158,29	174,48	175,69	180,03	168,75	174,85	158,50	169,08	162,11	164,66	169,01	165,92			
14/3/2013	156,70	1,16	161,52	164,75	157,84	160,39	164,90	161,77	155,40	157,68	157,23	160,46	162,26	159,94	161,52	164,75	157,84	160,39	164,90	161,77			
15/3/2013	160,30	1,12	154,22	153,76	158,61	156,65	158,03	155,87	154,02	153,64	153,27	156,40	158,27	155,92	154,08	160,53	153,69	156,23	160,89	157,73			
16/3/2013	76,80	0,59	81,22	80,50	83,13	82,05	82,82	81,64	82,00	80,44	80,28	81,91	82,95	81,67	82,07	82,50	78,93	80,26	82,79	81,11			
17/3/2013	76,20	0,59	80,79	80,37	83,08	81,94	82,76	81,54	82,27	80,31	80,18	81,80	82,89	81,58	82,34	82,42	78,79	80,16	82,82	81,08			
	ME		2,13	-0,41	0,57	-0,49	-2,73	-0,13	-0,26	-1,71	-1,68	-4,13	-2,70	-2,46	1,52	-0,57	2,62	1,13	-2,93	0,49			
	RMSE		7,67	9,06	7,63	7,85	8,67	8,11	7,22	11,21	11,73	13,50	8,57	11,28	7,47	9,10	7,58	7,70	8,45	8,00			
	MAPE		5,78	6,51	5,82	5,81	6,33	6,09	4,77	6,99	7,22	7,89	6,21	7,23	5,82	6,64	5,20	5,57	6,12	5,90			
			Forecasting Horizon: 2							Forecasting Horizon: 5													
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta									
8/3/2013	161,50	1,12	153,06	153,87	156,35	155,67	157,04	154,10	153,06	153,75	156,23	155,55	156,92	153,98									
9/3/2013	92,00	0,59	79,15	80,56	81,84	81,47	82,30	80,72	79,15	79,26	80,52	80,15	80,96	79,41									
10/3/2013	92,10	0,58	90,90	85,05	85,26	87,70	81,95	85,06	80,00	79,18	80,42	80,03	80,96	79,37									
11/3/2013	158,70	1,21	174,67	178,06	178,76	183,66	171,78	178,21	168,19	165,77	168,34	167,49	169,65	166,24									
12/3/2013	155,80	1,16	148,73	165,82	159,10	161,53	165,53	162,61	159,31	159,56	161,99	161,14	163,45	160,08									
13/3/2013	153,10	1,19	158,50	169,08	162,11	164,66	169,01	165,92	163,32	162,42	161,97	165,77	167,86	165,09									
14/3/2013	156,70	1,15	155,40	157,68	157,23	160,46	162,26	159,94	161,51	158,26	157,76	161,59	163,76	160,96									
15/3/2013	160,30	1,12	154,02	153,64	153,27	156,40	158,27	155,92	154,05	154,21	153,67	157,51	159,76	156,93									
16/3/2013	76,80	0,59	81,99	80,61	81,82	81,57	82,95	81,76	82,02	80,74	80,43	82,49	83,74	82,21									
17/3/2013	76,20	0,59	80,83	80,47	81,61	81,40	82,89	81,66	82,30	79,17	78,84	80,92	82,22	80,66									
	ME		-1,92	-5,09	-3,68	-5,96	-5,62	-5,17	0,03	1,09	0,30	-0,94	-2,61	-0,17									
	RMSE		8,13	10,23	8,81	10,16	9,24	9,52	8,46	7,77	7,56	8,21	8,93	8,22									
	MAPE		5,62	6,92	6,07	6,46	7,08	6,79	6,90	5,95	5,73	6,54	7,02	6,52									

			Forecasting Horizon: 7												
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta							
4/3/2013	170,40	1,20	141,77	156,69	154,80	152,50	167,94	156,82							
5/3/2013	158,00	1,16	167,21	151,62	149,55	147,41	162,67	151,82							
6/3/2013	162,30	1,19	169,05	154,89	152,53	150,43	166,35	155,17							
7/3/2013	162,40	1,16	166,63	150,75	148,21	146,26	162,07	151,09							
8/3/2013	161,50	1,11	145,77	144,95	142,28	140,48	155,99	145,34							
9/3/2013	92,00	0,58	96,09	76,10	74,58	73,68	81,98	76,34							
10/3/2013	92,10	0,59	96,23	76,16	74,52	73,67	82,13	76,44							
11/3/2013	158,70	1,21	178,63	187,03	187,54	189,31	173,26	187,11	Forecasting Horizon: 1						
12/3/2013	155,80	1,16	158,46	179,73	180,64	181,88	166,74	179,95	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	
13/3/2013	153,10	1,19	158,59	183,27	184,62	185,42	170,28	183,65	178,63	187,03	187,54	189,31	173,26	187,11	
14/3/2013	156,70	1,16	161,51	178,58	180,31	180,63	166,17	179,09	148,73	165,82	159,10	161,53	165,53	162,61	
15/3/2013	160,30	1,12	154,14	173,47	175,56	175,44	161,67	174,12	163,32	162,42	161,97	165,77	167,86	165,09	
16/3/2013	76,80	0,58	82,13	89,42	90,71	90,42	83,46	89,83	155,40	157,68	157,23	160,46	162,26	159,94	
17/3/2013	76,20	0,58	82,42	89,33	90,84	90,31	83,51	89,82	154,22	153,76	158,61	156,65	158,03	155,87	
		ME	-1,60	-3,98	-3,60	-2,97	-3,42	-4,31	81,99	80,61	81,82	81,57	82,95	81,76	
		RMSE	11,37	17,87	19,33	20,35	8,83	17,98	78,46	80,47	82,68	81,71	82,53	81,49	
		MAPE	6,28	12,67	13,99	14,68	6,06	12,74	-3,30	-7,17	-7,33	-8,49	-7,83	-8,04	
									9,43	12,34	11,90	13,15	9,55	12,42	
									5,45	6,52	6,07	7,05	6,62	6,90	

Μακρυγιάννη

Κλιματισμός

			Forecasting Horizon: 3						Forecasting Horizon: 4						Forecasting Horizon: 6					
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
6/3/2013	28,40	1,36	27,07	33,37	34,85	34,01	39,82	34,05	27,07	33,37	34,85	34,01	39,82	34,05	27,07	33,37	34,85	34,01	39,82	34,05
7/3/2013	28,30	1,02	25,10	25,06	26,44	25,76	30,49	25,81	25,10	25,06	26,44	25,76	30,49	25,81	25,10	25,06	26,44	25,76	30,49	25,81
8/3/2013	27,70	0,93	24,31	22,91	24,43	23,75	28,44	23,83	24,31	22,91	24,43	23,75	28,44	23,83	24,31	22,91	24,43	23,75	28,44	23,83
9/3/2013	10,40	0,66	25,92	17,60	18,34	17,56	19,73	17,93	23,98	16,08	17,32	16,81	20,36	16,89	23,98	16,08	17,32	16,81	20,36	16,89
10/3/2013	10,70	0,61	25,21	16,28	17,13	16,25	18,60	16,74	12,82	12,87	12,77	12,93	17,70	13,16	23,85	15,73	17,11	16,57	20,31	16,67
11/3/2013	43,50	1,27	24,91	34,03	36,16	33,96	39,61	35,31	34,55	26,91	26,83	27,02	37,64	27,73	23,79	31,05	34,14	32,99	40,91	33,24
12/3/2013	39,10	1,15	39,65	28,45	30,13	28,69	33,78	28,94	34,91	24,52	24,57	24,62	34,89	25,47	39,65	28,45	30,13	28,69	33,78	28,94
13/3/2013	39,50	1,33	39,31	32,88	35,57	33,29	39,68	33,71	36,65	28,33	28,55	28,45	41,02	29,67	39,31	32,88	35,57	33,29	39,68	33,71
14/3/2013	32,30	1,04	27,24	25,69	28,39	26,12	31,52	26,55	27,26	30,25	31,56	30,65	32,32	30,77	27,24	25,69	28,39	26,12	31,52	26,55
15/3/2013	35,80	0,96	41,80	28,43	29,55	28,37	29,97	28,92	37,87	27,69	29,15	28,26	30,08	28,39	37,78	23,50	26,55	24,00	29,32	24,49
16/3/2013	10,10	0,62	11,87	18,40	19,34	18,37	19,73	18,88	11,33	17,92	19,05	18,44	19,80	18,53	11,33	16,15	18,65	16,56	20,49	16,97
17/3/2013	10,00	0,58	11,74	17,22	18,29	17,19	18,78	17,82	11,42	16,77	17,99	17,38	18,85	17,49	11,42	14,94	17,63	15,37	19,27	15,82
	ME		-0,69	1,29	-0,23	1,04	-2,86	0,61	0,71	2,76	1,86	2,31	-2,97	2,00	0,08	2,50	0,38	1,82	-3,22	1,57
	RMSE		8,61	7,11	6,57	6,99	6,67	6,88	5,41	8,59	8,69	8,59	6,73	8,25	8,18	7,55	6,83	7,27	7,06	7,16
	MAPE		35,42	35,74	35,94	35,14	36,59	36,09	22,08	33,26	34,96	34,24	36,71	33,99	31,37	32,05	35,07	32,98	39,36	33,39
			Forecasting Horizon: 2						Forecasting Horizon: 5											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
8/3/2013	27,70	0,96	25,97	23,82	24,68	23,81	28,38	24,29	25,97	23,26	24,10	23,25	27,71	23,72						
9/3/2013	10,40	0,62	25,05	15,42	16,15	15,41	18,72	15,87	25,05	16,33	17,11	16,32	19,82	16,80						
10/3/2013	10,70	0,61	12,82	12,87	12,77	12,93	17,70	13,16	24,67	15,10	16,00	15,09	18,68	15,68						
11/3/2013	43,50	1,27	34,55	26,91	26,83	27,02	37,64	27,73	24,51	31,57	33,81	31,55	39,78	33,08						
12/3/2013	39,10	1,15	39,65	28,45	30,13	28,69	33,78	28,94	24,44	27,93	30,25	27,91	35,87	29,54						
13/3/2013	39,50	1,33	39,31	32,88	35,57	33,29	39,68	33,71	39,02	37,82	40,44	37,60	40,45	38,42						
14/3/2013	32,30	1,05	27,26	30,25	31,56	30,65	32,32	30,77	27,11	29,55	31,93	29,38	32,14	30,26						
15/3/2013	35,80	0,96	37,87	27,69	29,15	28,26	30,08	28,39	37,70	27,04	29,53	26,89	29,91	27,93						
16/3/2013	10,10	0,62	11,08	20,30	21,18	20,60	19,93	20,64	11,31	17,51	19,32	17,41	19,69	18,23						
17/3/2013	10,00	0,58	11,29	19,00	20,22	19,45	18,97	19,48	11,41	17,19	19,17	17,09	19,67	18,05						
	ME		0,90	2,83	1,70	2,51	-1,14	2,27	0,79	1,58	-0,26	1,66	-2,46	0,74						
	RMSE		5,79	8,56	8,32	8,50	6,25	8,31	10,11	7,31	6,84	7,33	6,31	6,93						
	MAPE		23,33	38,48	38,95	38,79	37,84	38,93	40,75	36,36	37,59	37,21	39,30	36,30						

			Forecasting Horizon: 7											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
4/3/2013	32,40	1,27	13,09	23,14	23,59	22,96	35,91	23,71						
5/3/2013	32,50	1,13	15,43	20,50	21,10	20,35	32,44	21,19						
6/3/2013	28,40	1,37	16,87	24,86	25,83	24,68	40,13	25,94						
7/3/2013	28,30	1,03	17,68	18,67	19,58	18,53	30,74	19,66						
8/3/2013	27,70	0,85	18,13	15,40	16,30	15,29	25,87	16,37						
9/3/2013	10,40	0,72	18,37	13,00	13,89	12,91	22,28	13,95						
10/3/2013	10,70	0,64	18,50	11,72	12,63	11,63	20,48	12,68	Forecasting Horizon: 1					
11/3/2013	43,50	1,27	30,24	24,72	25,35	24,84	36,08	25,20	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
12/3/2013	39,10	1,16	32,11	22,52	23,33	22,63	33,40	23,13	30,24	24,72	25,35	24,84	36,08	25,20
13/3/2013	39,50	1,34	34,71	26,02	27,23	26,16	39,23	26,93	39,65	28,45	30,13	28,69	33,78	28,94
14/3/2013	32,30	1,04	25,24	20,33	21,49	20,44	31,14	21,19	39,02	37,82	40,44	37,60	40,45	38,42
15/3/2013	35,80	0,93	35,95	18,21	19,45	18,32	28,36	19,13	27,26	30,25	31,56	30,65	32,32	30,77
16/3/2013	10,10	0,66	10,99	12,78	13,79	12,86	20,23	13,53	41,80	28,43	29,55	28,37	29,97	28,92
17/3/2013	10,00	0,61	11,15	11,82	12,89	11,90	19,02	12,61	11,08	20,30	21,18	20,60	19,93	20,64
									13,39	14,01	13,92	14,23	18,07	14,34
		ME	5,87	8,36	7,45	8,37	-2,47	7,53	1,12	3,76	2,60	3,62	-0,04	3,30
		RMSE	10,09	11,23	10,59	11,22	7,19	10,68	5,98	9,62	9,17	9,61	6,32	9,40
		MAPE	34,11	31,55	32,33	31,60	37,16	32,15	15,58	34,67	33,66	35,21	32,48	34,65

UPS

	Kwh	SI	Forecasting Horizon: 3						Forecasting Horizon: 4						Forecasting Horizon: 6					
			ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
6/3/2013	51,20	1,07	50,70	47,92	48,01	47,93	48,04	47,93	50,70	47,92	48,01	47,93	48,04	47,93	50,70	47,92	48,01	47,93	48,04	47,93
7/3/2013	59,70	1,12	55,77	50,08	50,22	50,10	50,22	50,11	55,77	50,08	50,22	50,10	50,22	50,11	55,77	50,08	50,22	50,10	50,22	50,11
8/3/2013	53,50	1,10	48,76	49,09	49,27	49,11	49,24	49,12	48,76	49,09	49,27	49,11	49,24	49,12	48,76	49,09	49,27	49,11	49,24	49,12
9/3/2013	46,60	0,77	40,97	38,00	38,18	38,07	35,51	38,03	34,27	34,43	34,59	34,45	34,55	34,46	34,27	34,43	34,59	34,45	34,55	34,46
10/3/2013	46,30	0,77	38,40	38,14	38,43	38,26	35,68	38,19	40,35	42,94	43,19	42,93	36,56	42,96	34,90	34,66	34,85	34,69	34,79	34,69
11/3/2013	50,20	1,04	44,78	51,44	51,96	51,66	48,18	51,53	48,03	57,91	58,52	57,90	49,39	57,98	45,08	46,73	47,03	46,77	46,92	46,78
12/3/2013	48,80	1,12	51,05	58,88	59,40	59,03	54,06	59,03	50,00	62,02	62,96	62,02	52,98	62,14	51,05	58,88	59,40	59,03	54,06	59,03
13/3/2013	54,60	1,07	48,44	56,34	57,04	56,52	51,84	56,53	47,78	59,35	60,51	59,34	50,78	59,50	48,44	56,34	57,04	56,52	51,84	56,53
14/3/2013	50,10	1,13	49,69	59,52	60,49	59,76	54,88	59,79	52,97	55,89	56,21	56,05	54,34	56,01	49,69	59,52	60,49	59,76	54,88	59,79
15/3/2013	47,50	1,09	48,26	51,10	51,30	51,21	52,39	51,22	49,59	54,03	54,49	54,24	52,64	54,20	48,19	57,53	58,69	57,81	53,17	57,85
16/3/2013	33,50	0,79	34,97	37,05	37,26	37,16	38,07	37,18	35,99	39,18	39,62	39,38	38,26	39,34	34,57	40,61	41,58	40,83	37,61	40,87
17/3/2013	33,60	0,79	35,08	36,96	37,23	37,10	38,05	37,12	35,77	39,08	39,63	39,32	38,24	39,29	34,71	40,76	41,88	41,02	37,83	41,07
	ME		2,39	0,09	-0,27	-0,03	1,62	-0,01	2,14	-1,36	-1,80	-1,43	1,70	-1,45	3,29	-0,08	-0,62	-0,20	1,87	-0,22
	RMSE		4,18	6,42	6,60	6,47	6,33	6,49	5,02	7,51	7,83	7,56	6,32	7,58	5,72	8,24	8,60	8,33	6,65	8,34
	MAPE		6,95	11,68	12,13	11,85	11,94	11,86	8,25	14,49	15,17	14,65	11,78	14,67	8,53	16,27	17,17	16,51	12,45	16,54

	Kwh	SI	Forecasting Horizon: 2						Forecasting Horizon: 5					
			ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
8/3/2013	53,50	1,09	50,11	54,43	54,70	54,30	49,77	54,46	50,11	54,99	55,25	54,85	50,28	55,01
9/3/2013	46,60	0,79	34,74	39,47	39,79	39,42	36,12	39,51	34,74	38,57	38,87	38,52	35,30	38,60
10/3/2013	46,30	0,77	40,35	42,94	43,19	42,93	36,56	42,96	35,20	38,71	39,14	38,71	35,46	38,76
11/3/2013	50,20	1,04	48,03	57,91	58,52	57,90	49,39	57,98	45,24	52,21	52,94	52,27	47,87	52,30
12/3/2013	48,80	1,12	51,05	58,88	59,40	59,03	54,06	59,03	47,86	56,36	57,32	56,48	51,72	56,48
13/3/2013	54,60	1,07	48,44	56,34	57,04	56,52	51,84	56,53	47,39	50,85	51,36	51,02	51,26	51,01
14/3/2013	50,10	1,12	52,97	55,89	56,21	56,05	54,34	56,01	49,21	53,72	54,40	53,94	54,27	53,94
15/3/2013	47,50	1,09	49,59	54,03	54,49	54,24	52,64	54,20	47,94	51,93	52,72	52,19	52,56	52,20
16/3/2013	33,50	0,79	34,57	35,61	35,70	35,63	37,89	35,68	34,47	37,66	38,33	37,87	38,19	37,89
17/3/2013	33,60	0,79	34,86	35,52	35,65	35,55	37,87	35,62	34,67	36,79	37,54	37,03	37,39	37,05
	ME		0,59	-4,06	-4,45	-4,16	-1,25	-4,18	3,79	-0,71	-1,32	-0,82	1,04	-0,85
	RMSE		5,01	5,58	5,83	5,66	5,80	5,66	5,96	5,10	5,38	5,18	6,00	5,17
	MAPE		8,19	10,08	10,59	10,22	11,31	10,26	8,96	10,12	10,99	10,35	11,47	10,37

			Forecasting Horizon: 7												
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta							
4/3/2013	47,80	1,05	44,63	46,06	46,12	46,07	46,78	46,07							
5/3/2013	50,10	1,13	45,99	49,59	49,69	49,61	50,38	49,61							
6/3/2013	51,20	1,07	44,29	47,23	47,35	47,26	48,00	47,26							
7/3/2013	59,70	1,12	50,17	49,36	49,52	49,40	50,18	49,40							
8/3/2013	53,50	1,09	42,61	48,14	48,32	48,18	48,95	48,18							
9/3/2013	46,60	0,77	36,18	33,96	34,11	33,99	34,54	33,99							
10/3/2013	46,30	0,78	36,16	34,16	34,34	34,20	34,76	34,20	Forecasting Horizon: 1						
11/3/2013	50,20	1,04	51,01	60,85	61,77	60,83	50,33	60,89	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	
12/3/2013	48,80	1,12	51,46	65,17	66,54	65,16	54,02	65,27	51,01	60,85	61,77	60,83	50,33	60,89	
13/3/2013	54,60	1,07	48,65	62,36	64,04	62,34	51,80	62,51	51,05	58,88	59,40	59,03	54,06	59,03	
14/3/2013	50,10	1,13	49,82	65,87	68,05	65,86	54,85	66,10	47,39	50,85	51,36	51,02	51,26	51,01	
15/3/2013	47,50	1,10	48,26	64,08	66,57	64,07	53,47	64,36	52,97	55,89	56,21	56,05	54,34	56,01	
16/3/2013	33,50	0,77	34,64	44,95	46,96	44,94	37,59	45,18	48,26	51,10	51,30	51,21	52,39	51,22	
17/3/2013	33,60	0,77	34,77	45,12	47,40	45,11	37,81	45,39	34,57	35,61	35,70	35,63	37,89	35,68	
									34,24	34,29	34,34	34,30	37,51	34,34	
		ME	3,92	-3,10	-4,09	-3,11	1,43	-3,21	-0,17	-4,16	-4,54	-4,25	-2,78	-4,27	
		RMSE	6,22	10,99	12,08	10,97	6,15	11,09	3,12	6,33	6,70	6,38	4,06	6,39	
		MAPE	9,71	21,21	23,23	21,17	10,50	21,40	4,55	10,88	11,38	10,98	8,66	11,02	

ΦΩΤΙΣΜΟΣ

			Forecasting Horizon: 3						Forecasting Horizon: 4						Forecasting Horizon: 6					
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
6/3/2013	83,60	1,09	51,83	61,80	61,57	61,80	63,07	61,75	51,83	61,80	61,57	61,80	63,07	61,75	51,83	61,80	61,57	61,80	63,07	61,75
7/3/2013	82,10	1,13	62,85	64,35	63,86	64,35	65,54	64,23	62,85	64,35	63,86	64,35	65,54	64,23	62,85	64,35	63,86	64,35	65,54	64,23
8/3/2013	69,90	1,13	68,64	64,33	63,59	64,33	65,40	64,15	68,64	64,33	63,59	64,33	65,40	64,15	68,64	64,33	63,59	64,33	65,40	64,15
9/3/2013	33,00	0,62	29,28	37,88	37,94	37,88	37,16	37,86	27,71	34,86	34,33	34,86	35,37	34,73	27,71	34,86	34,33	34,86	35,37	34,73
10/3/2013	33,20	0,59	28,98	36,48	36,61	36,48	35,77	36,46	33,10	31,78	31,89	31,78	35,26	31,77	27,48	34,93	34,26	34,93	35,38	34,77
11/3/2013	66,80	1,24	73,83	76,10	76,49	76,11	74,57	76,03	77,76	66,30	66,73	66,30	73,48	66,24	70,27	70,27	68,67	70,27	71,04	69,88
12/3/2013	64,20	1,16	57,59	63,12	62,93	63,12	68,42	63,08	68,67	62,65	63,26	62,65	69,37	62,56	57,59	63,12	62,93	63,12	68,42	63,08
13/3/2013	64,70	1,12	68,39	60,92	60,56	60,92	65,96	60,85	73,05	60,47	61,25	60,47	66,89	60,35	68,39	60,92	60,56	60,92	65,96	60,85
14/3/2013	69,30	1,15	78,44	62,68	62,11	62,68	67,77	62,56	66,98	66,56	66,41	66,56	67,59	66,52	78,44	62,68	62,11	62,68	67,77	62,56
15/3/2013	68,60	1,13	68,50	67,79	67,37	67,79	66,21	67,74	65,95	65,11	64,80	65,11	66,03	65,02	71,33	61,31	60,58	61,31	66,21	61,16
16/3/2013	27,30	0,60	31,05	36,09	35,65	36,09	35,20	36,04	30,73	34,66	34,42	34,66	35,10	34,59	31,01	33,25	32,75	33,25	35,86	33,14
17/3/2013	26,90	0,59	30,80	35,20	34,56	35,20	34,28	35,12	30,92	33,81	33,49	33,81	34,18	33,71	30,59	32,02	31,45	32,02	34,49	31,90
		ME	3,28	1,90	2,20	1,90	0,86	1,98	2,62	3,58	3,67	3,58	1,03	3,66	3,62	3,81	4,41	3,81	1,26	3,95
		RMSE	11,66	9,78	9,95	9,78	8,87	9,81	11,76	8,99	9,09	8,99	8,78	9,02	11,65	9,19	9,35	9,19	8,67	9,22
		MAPE	12,94	14,63	14,75	14,63	12,81	14,65	12,55	11,41	11,06	11,41	12,32	11,42	13,51	11,69	11,25	11,69	12,09	11,58
			Forecasting Horizon: 2						Forecasting Horizon: 5											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
8/3/2013	69,90	1,13	59,90	81,64	80,98	81,64	68,03	81,61	59,90	82,08	81,42	82,08	68,40	82,05						
9/3/2013	33,00	0,60	25,37	43,46	42,77	43,46	36,19	43,43	25,37	44,48	43,77	44,48	37,04	44,44						
10/3/2013	33,20	0,59	33,10	31,78	31,89	31,78	35,26	31,77	27,61	42,84	41,82	42,84	35,65	42,79						
11/3/2013	66,80	1,23	77,76	66,30	66,73	66,30	73,48	66,24	74,96	89,36	86,53	89,37	74,31	89,23						
12/3/2013	64,20	1,16	57,59	63,12	62,93	63,12	68,42	63,08	71,36	85,36	81,99	85,36	70,92	85,19						
13/3/2013	64,70	1,12	68,39	60,92	60,56	60,92	65,96	60,85	77,53	61,96	61,86	61,96	65,82	61,92						
14/3/2013	69,30	1,16	66,98	66,56	66,41	66,56	67,59	66,52	81,80	63,75	63,53	63,75	67,62	63,66						
15/3/2013	68,60	1,13	65,95	65,11	64,80	65,11	66,03	65,02	70,38	62,36	62,04	62,36	66,05	62,23						
16/3/2013	27,30	0,60	31,09	36,52	36,24	36,52	35,31	36,50	30,41	33,20	32,97	33,20	35,12	33,11						
17/3/2013	26,90	0,59	30,81	35,62	35,08	35,62	34,39	35,57	30,31	32,57	32,29	32,57	34,40	32,46						
		ME	-1,33	-0,62	-0,45	-0,62	-3,18	-0,57	-2,57	-7,41	-6,43	-7,41	-3,14	-7,32						
		RMSE	6,15	6,68	6,39	6,68	4,60	6,67	8,08	12,14	10,84	12,14	5,04	12,08						
		MAPE	10,58	13,62	13,08	13,63	10,04	13,64	14,22	21,20	19,54	21,20	10,78	21,09						

			Forecasting Horizon: 7												
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta							
4/3/2013	74,10	1,23	64,46	54,52	53,99	54,52	71,50	54,47							
5/3/2013	66,90	1,18	71,33	51,90	50,91	51,90	67,94	51,81							
6/3/2013	83,60	1,09	68,91	47,95	46,58	47,95	62,64	47,82							
7/3/2013	82,10	1,13	73,89	49,92	48,03	49,92	65,10	49,74							
8/3/2013	69,90	1,12	69,06	49,39	47,06	49,38	64,28	49,16							
9/3/2013	33,00	0,64	28,03	28,31	26,72	28,31	36,78	28,16							
10/3/2013	33,20	0,61	28,24	27,10	25,33	27,10	35,14	26,93	Forecasting Horizon: 1						
			ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	
11/3/2013	66,80	1,23	78,07	69,25	69,02	69,25	72,96	69,22	78,07	69,25	69,02	69,25	72,96	69,22	
12/3/2013	64,20	1,16	68,78	65,44	65,02	65,44	68,87	65,37	57,59	63,12	62,93	63,12	68,42	63,08	
13/3/2013	64,70	1,12	72,99	63,16	62,56	63,16	66,40	63,06	77,53	61,96	61,86	61,96	65,82	61,92	
14/3/2013	69,30	1,15	77,18	64,98	64,15	64,98	68,23	64,84	66,98	66,56	66,41	66,56	67,59	66,52	
15/3/2013	68,60	1,13	69,29	63,61	62,60	63,61	66,72	63,44	68,50	67,79	67,37	67,79	66,21	67,74	
16/3/2013	27,30	0,61	30,73	34,47	33,82	34,47	36,12	34,36	31,09	36,52	36,24	36,52	35,31	36,50	
17/3/2013	26,90	0,59	30,68	33,20	32,47	33,20	34,75	33,08	26,54	26,63	26,46	26,63	33,76	26,60	
		ME	-0,07	9,10	10,17	9,10	0,94	9,22	-2,64	-0,58	-0,36	-0,58	-3,18	-0,54	
		RMSE	7,32	15,90	16,82	15,90	8,42	15,99	7,12	3,93	3,87	3,93	5,03	3,93	
		MAPE	11,01	18,84	20,07	18,84	11,50	18,95	9,39	7,07	7,15	7,07	11,19	7,10	

Συνολική κατανάλωση

			Forecasting Horizon: 3							Forecasting Horizon: 4							Forecasting Horizon: 6						
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta			
6/3/2013	163,20	1,11	139,66	144,71	144,19	144,73	150,87	144,92	139,66	144,71	144,19	144,73	150,87	144,92	139,66	144,71	144,19	144,73	150,87	144,92			
7/3/2013	170,10	1,10	158,72	143,23	142,73	143,25	149,73	143,63	158,72	143,23	142,73	143,25	149,73	143,63	158,72	143,23	142,73	143,25	149,73	143,63			
8/3/2013	151,10	1,09	153,69	142,53	142,05	142,55	149,39	143,12	153,69	142,53	142,05	142,55	149,39	143,12	153,69	142,53	142,05	142,55	149,39	143,12			
9/3/2013	90,00	0,70	89,53	96,87	97,56	96,88	96,87	97,06	92,85	90,30	90,00	90,31	94,89	90,79	92,85	90,30	90,00	90,31	94,89	90,79			
10/3/2013	90,20	0,67	82,81	92,79	93,64	92,80	93,07	93,12	83,08	86,78	86,82	86,75	92,37	86,92	84,24	89,09	88,81	89,10	93,87	89,69			
11/3/2013	160,50	1,17	153,63	163,23	165,05	163,25	164,25	164,06	153,66	152,66	152,83	152,61	162,98	153,14	153,25	152,47	152,01	152,48	161,08	153,70			
12/3/2013	152,10	1,14	150,96	156,61	157,07	156,65	159,09	156,87	151,61	149,26	149,53	149,21	159,82	149,94	150,96	156,61	157,07	156,65	159,09	156,87			
13/3/2013	158,80	1,12	157,07	154,14	154,99	154,21	157,03	154,61	159,91	146,90	147,27	146,85	157,76	147,79	157,07	154,14	154,99	154,21	157,03	154,61			
14/3/2013	151,70	1,12	152,27	153,31	154,54	153,41	156,64	154,00	152,84	156,88	157,36	156,91	156,54	157,12	152,27	153,31	154,54	153,41	156,64	154,00			
15/3/2013	151,90	1,09	153,37	148,91	149,28	148,95	153,08	149,15	154,05	153,34	154,27	153,41	153,44	153,79	154,22	149,86	151,44	149,98	153,55	150,75			
16/3/2013	70,90	0,69	77,83	93,50	93,96	93,54	96,39	93,78	77,88	96,29	97,16	96,35	96,62	96,71	78,09	95,06	96,31	95,15	97,68	95,76			
17/3/2013	70,50	0,66	77,68	90,21	90,87	90,27	93,26	90,61	77,62	92,90	94,02	92,98	93,49	93,44	77,74	91,05	92,48	91,16	93,83	91,86			
	ME		2,82	0,08	-0,41	0,04	-3,22	-0,33	2,12	2,10	1,90	2,09	-3,08	1,64	2,35	1,55	1,20	1,50	-3,06	0,94			
	RMSE		8,65	13,39	13,79	13,40	12,53	13,39	8,67	14,54	14,95	14,56	12,52	14,48	8,66	13,72	14,27	13,73	12,74	13,74			
	MAPE		4,91	9,48	9,95	9,49	9,31	9,60	5,11	10,26	10,57	10,29	9,07	10,27	5,11	9,24	9,62	9,26	9,29	9,26			
			Forecasting Horizon: 2							Forecasting Horizon: 5													
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta									
8/3/2013	151,10	1,09	152,26	167,66	168,67	167,73	151,88	167,93	152,26	168,31	169,33	168,38	152,47	168,58									
9/3/2013	90,00	0,69	89,80	105,28	106,41	105,32	95,67	105,61	89,80	106,63	107,78	106,67	96,90	106,97									
10/3/2013	90,20	0,67	83,08	86,78	86,82	86,75	92,37	86,92	82,77	102,14	103,73	102,18	93,10	102,63									
11/3/2013	160,50	1,17	153,66	152,66	152,83	152,61	162,98	153,14	153,42	179,68	183,33	179,76	164,30	180,83									
12/3/2013	152,10	1,14	150,96	156,61	157,07	156,65	159,09	156,87	151,57	176,14	180,56	176,21	161,56	177,54									
13/3/2013	158,80	1,12	157,07	154,14	154,99	154,21	157,03	154,61	157,79	150,21	150,48	151,03	156,74	150,45									
14/3/2013	151,70	1,12	152,84	156,88	157,36	156,91	156,54	157,12	152,27	149,40	149,79	150,45	156,33	149,84									
15/3/2013	151,90	1,09	154,05	153,34	154,27	153,41	153,44	153,79	154,00	146,03	146,53	147,29	153,23	146,67									
16/3/2013	70,90	0,69	77,40	95,14	95,43	95,15	96,38	95,29	77,99	91,70	92,08	92,63	96,48	92,22									
17/3/2013	70,50	0,66	77,63	91,80	92,32	91,84	93,25	92,07	77,70	88,73	89,17	89,76	93,62	89,36									
	ME		-0,01	-5,09	-5,56	-5,12	-8,06	-5,40	-0,19	-11,13	-12,51	-11,67	-7,70	-11,74									
	RMSE		4,50	13,01	13,43	13,04	11,35	13,13	4,64	15,94	17,50	16,12	11,74	16,49									
	MAPE		3,64	11,13	11,49	11,15	8,89	11,23	3,66	13,68	14,62	13,78	9,45	14,04									

		Forecasting Horizon: 7												
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
4/3/2013	154,30	1,17	144,00	121,57	121,05	121,54	158,44	121,75						
5/3/2013	149,50	1,14	168,12	118,93	118,00	118,89	155,44	119,27						
6/3/2013	163,20	1,11	154,08	115,39	114,07	115,33	151,23	115,86						
7/3/2013	170,10	1,10	162,33	114,21	112,51	114,15	150,10	114,83						
8/3/2013	151,10	1,07	150,31	111,32	109,27	111,26	146,72	112,08						
9/3/2013	90,00	0,72	91,15	74,94	73,29	74,89	99,04	75,55						
10/3/2013	90,20	0,68	83,87	71,04	69,23	70,99	94,15	71,71						
									Forecasting Horizon: 1					
									ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
11/3/2013	160,50	1,17	162,66	157,97	158,40	158,00	162,36	158,22	162,66	157,97	158,40	158,00	162,36	158,22
12/3/2013	152,10	1,14	152,17	154,45	155,23	154,51	159,20	154,92	150,96	156,61	157,07	156,65	159,09	156,87
13/3/2013	158,80	1,12	157,15	152,01	153,13	152,10	157,14	152,70	157,79	150,21	150,48	151,03	156,74	150,45
14/3/2013	151,70	1,12	151,93	151,20	152,66	151,31	156,75	152,10	152,84	156,88	157,36	156,91	156,54	157,12
15/3/2013	151,90	1,09	153,94	147,97	149,76	148,11	153,86	149,07	153,37	148,91	149,28	148,95	153,08	149,15
16/3/2013	70,90	0,69	78,11	93,74	95,09	93,85	97,75	94,57	77,40	95,14	95,43	95,15	96,38	95,29
17/3/2013	70,50	0,66	77,81	89,80	91,30	89,91	93,91	90,72	73,43	71,26	71,01	73,57	91,18	71,34
ME			-0,20	15,02	15,13	15,00	-3,66	14,39	-1,72	-2,94	-3,23	-3,41	-8,42	-3,15
RMSE			7,34	27,46	28,49	27,51	12,15	27,22	2,96	10,18	10,28	10,15	12,86	10,21
MAPE			4,47	17,00	17,76	17,03	8,97	16,89	2,54	7,23	7,23	7,63	10,90	7,26

Παλλήνη
Κλιματισμός

			Forecasting Horizon: 3						Forecasting Horizon: 4						Forecasting Horizon: 6					
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
6/3/2013	36,90	1,21	38,86	31,75	31,15	31,74	41,64	31,72	38,86	31,75	31,15	31,74	41,64	31,72	38,86	31,75	31,15	31,74	41,64	31,72
7/3/2013	23,40	1,22	48,46	32,17	31,20	32,16	42,15	32,12	48,46	32,17	31,20	32,16	42,15	32,12	48,46	32,17	31,20	32,16	42,15	32,12
8/3/2013	33,20	1,29	44,23	33,84	32,44	33,83	44,30	33,77	44,23	33,84	32,44	33,83	44,30	33,77	44,23	33,84	32,44	33,83	44,30	33,77
9/3/2013	12,00	0,29	7,37	7,05	6,90	7,05	9,21	7,03	12,91	7,50	7,11	7,50	9,81	7,48	12,91	7,50	7,11	7,50	9,81	7,48
10/3/2013	13,00	0,27	10,64	6,69	6,46	6,69	8,71	6,66	13,17	9,30	9,26	9,27	8,88	9,28	13,57	7,06	6,62	7,06	9,23	7,04
11/3/2013	19,60	1,34	30,66	33,14	31,60	33,15	43,04	32,92	31,97	46,09	45,70	45,93	43,89	45,94	32,45	35,53	32,88	35,51	46,39	35,39
12/3/2013	18,40	1,38	25,78	38,68	38,05	38,63	44,74	38,58	32,30	47,27	46,71	47,11	44,92	47,06	25,78	38,68	38,05	38,63	44,74	38,58
13/3/2013	16,40	1,24	29,65	34,81	33,94	34,77	40,18	34,68	33,14	42,55	41,90	42,41	40,35	42,32	29,65	34,81	33,94	34,77	40,18	34,68
14/3/2013	14,70	1,18	34,40	33,03	31,90	32,98	38,02	32,85	27,19	17,61	16,85	17,95	33,10	17,51	34,40	33,03	31,90	32,98	38,02	32,85
15/3/2013	12,60	1,29	28,30	17,64	16,66	17,69	35,04	17,48	35,48	19,46	18,03	19,83	36,37	19,25	39,48	36,49	34,91	36,44	41,90	36,24
16/3/2013	9,30	0,32	7,46	4,37	3,98	4,39	8,63	4,31	11,42	4,83	4,33	4,92	8,97	4,75	13,86	8,03	7,61	8,01	9,19	7,96
17/3/2013	8,10	0,32	10,29	4,36	3,81	4,37	8,55	4,27	12,55	4,81	4,17	4,90	8,90	4,71	14,04	7,61	7,14	7,60	8,70	7,54
		ME	-8,21	-4,99	-4,21	-4,99	12,22	-4,90	-10,34	-6,63	-5,94	-6,66	12,14	-6,53	-10,84	-7,41	-6,44	-7,39	13,22	-7,31
		RMSE	12,16	11,19	10,65	11,17	16,78	11,10	13,18	14,27	13,96	14,21	16,56	14,17	13,89	13,14	12,34	13,11	18,02	13,04
		MAPE	57,09	58,21	56,53	58,14	78,32	57,96	61,62	61,14	60,25	61,21	76,47	60,85	67,81	64,52	62,22	64,43	83,18	64,22
			Forecasting Horizon: 2						Forecasting Horizon: 5											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
8/3/2013	33,20	1,28	30,70	29,87	29,15	29,89	42,25	29,79	30,70	29,92	29,21	29,95	42,33	29,85						
9/3/2013	12,00	0,32	6,01	7,41	7,12	7,41	10,45	7,38	6,01	6,63	6,38	6,64	9,36	6,61						
10/3/2013	13,00	0,27	13,17	9,30	9,26	9,27	8,88	9,28	9,88	6,29	5,96	6,30	8,86	6,26						
11/3/2013	19,60	1,34	31,97	46,09	45,70	45,93	43,89	45,94	30,20	31,17	29,08	31,20	43,79	30,94						
12/3/2013	18,40	1,38	25,78	38,68	38,05	38,63	44,74	38,58	31,31	32,16	29,54	32,18	45,07	31,87						
13/3/2013	16,40	1,24	29,65	34,81	33,94	34,77	40,18	34,68	25,64	25,39	24,55	25,67	37,70	25,31						
14/3/2013	14,70	1,16	27,19	17,61	16,85	17,95	33,10	17,51	32,23	24,09	22,88	24,35	35,62	23,94						
15/3/2013	12,60	1,28	35,48	19,46	18,03	19,83	36,37	19,25	38,29	26,61	24,81	26,90	39,20	26,38						
16/3/2013	9,30	0,32	-1,93	3,61	3,38	3,64	8,26	3,57	13,10	6,60	6,04	6,67	9,68	6,52						
17/3/2013	8,10	0,32	4,62	3,60	3,21	3,63	8,17	3,53	13,56	5,55	4,98	5,61	8,11	5,47						
		ME	-6,73	-7,63	-7,04	-7,69	13,94	-7,53	-7,36	-3,71	-2,61	-3,82	12,24	-3,59						
		RMSE	11,15	12,67	12,34	12,65	16,90	12,60	11,95	8,87	7,84	8,97	17,33	8,75						
		MAPE	67,29	62,52	61,02	62,87	80,98	62,29	69,33	53,03	49,77	53,47	83,73	52,69						

			Forecasting Horizon: 7											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
4/3/2013	35,20	1,36	58,99	44,40	43,86	44,41	49,46	44,43						
5/3/2013	34,00	1,39	60,11	45,44	44,58	45,45	50,66	45,49						
6/3/2013	36,90	1,22	58,56	39,68	38,66	39,69	44,26	39,73						
7/3/2013	23,40	1,23	57,91	40,20	38,89	40,21	44,87	40,27						
8/3/2013	33,20	1,24	61,92	40,26	38,68	40,27	44,97	40,35						
9/3/2013	12,00	0,28	10,76	9,22	8,79	9,22	10,30	9,24						
10/3/2013	13,00	0,27	10,92	8,83	8,36	8,83	9,87	8,85						
11/3/2013	19,60	1,35	31,90	58,55	58,68	58,24	45,66	58,51	Forecasting Horizon: 1					
12/3/2013	18,40	1,38	32,26	60,05	60,26	59,74	46,77	59,98	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
13/3/2013	16,40	1,24	33,12	54,05	54,32	53,77	42,05	53,96	25,78	38,68	38,05	38,63	44,74	38,58
14/3/2013	14,70	1,18	36,20	51,28	51,61	51,02	39,84	51,17	25,64	25,39	24,55	25,67	37,70	25,31
15/3/2013	12,60	1,29	40,52	56,21	56,65	55,92	43,62	56,06	27,19	17,61	16,85	17,95	33,10	17,51
16/3/2013	9,30	0,29	14,37	12,46	12,58	12,40	9,66	12,42	28,30	17,64	16,66	17,69	35,04	17,48
17/3/2013	8,10	0,27	14,33	11,82	11,94	11,76	9,15	11,77	0,00	3,60	3,37	3,63	8,24	3,56
									11,47	6,84	6,59	6,79	8,24	6,75
		ME							-					
		RMSE	-16,79	-17,54	-17,22	-17,44	14,60	-17,53	-7,31	-9,89	-9,38	-9,93	-16,23	-9,80
		MAPE	20,12	24,66	24,69	24,49	18,68	24,61	10,63	17,22	17,06	17,15	19,53	17,18
			85,91	110,36	110,50	109,63	82,32	110,12	72,90	71,48	69,31	71,88	103,19	71,27

UPS

			Forecasting Horizon: 3						Forecasting Horizon: 4						Forecasting Horizon: 6					
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
6/3/2013	30,80	1,05	31,80	32,98	33,12	33,01	35,84	33,06	31,80	32,98	33,12	33,01	35,84	33,06	31,80	32,98	33,12	33,01	35,84	33,06
7/3/2013	31,40	1,05	31,90	32,83	33,07	32,87	35,81	32,98	31,90	32,83	33,07	32,87	35,81	32,98	31,90	32,83	33,07	32,87	35,81	32,98
8/3/2013	31,90	1,03	31,20	32,28	32,63	32,33	35,34	32,49	31,20	32,28	32,63	32,33	35,34	32,49	31,20	32,28	32,63	32,33	35,34	32,49
9/3/2013	26,90	0,92	26,60	28,43	28,51	28,41	30,85	28,47	25,90	28,88	29,29	28,93	31,73	29,12	25,90	28,88	29,29	28,93	31,73	29,12
10/3/2013	26,80	0,91	26,50	28,18	28,35	28,18	30,68	28,27	26,80	26,89	26,95	27,05	30,40	26,96	25,80	28,69	29,20	28,75	31,64	28,99
11/3/2013	31,20	1,03	30,60	31,74	32,04	31,76	34,66	31,90	30,90	30,29	30,41	30,47	34,34	30,41	29,90	32,15	32,83	32,23	35,60	32,56
12/3/2013	31,60	1,02	30,80	30,93	31,10	30,87	33,76	30,97	30,50	30,17	30,35	30,36	34,30	30,34	30,80	30,93	31,10	30,87	33,76	30,97
13/3/2013	31,40	1,04	29,60	31,59	31,90	31,54	34,56	31,67	29,30	30,81	31,05	31,01	35,12	31,03	29,60	31,59	31,90	31,54	34,56	31,67
14/3/2013	31,10	1,04	30,20	31,58	32,02	31,54	34,63	31,70	32,00	31,50	31,68	31,54	34,29	31,55	30,20	31,58	32,02	31,54	34,63	31,70
15/3/2013	31,50	1,03	31,60	30,80	30,97	30,85	33,74	30,84	32,50	31,14	31,41	31,19	33,97	31,22	30,70	31,22	31,79	31,19	34,32	31,38
16/3/2013	26,70	0,92	26,60	27,33	27,56	27,38	30,00	27,40	27,50	27,63	27,97	27,69	30,21	27,74	25,70	27,82	28,45	27,79	30,65	28,00
17/3/2013	26,60	0,91	26,50	27,11	27,42	27,17	29,82	27,21	27,40	27,41	27,83	27,48	30,03	27,55	25,60	27,58	28,32	27,56	30,46	27,79
		ME	0,33	-0,66	-0,90	-0,67	-3,48	-0,75	0,02	-0,41	-0,65	-0,50	-3,62	-0,54	0,73	-0,89	-1,32	-0,89	-3,87	-1,07
		RMSE	0,76	1,06	1,21	1,07	3,57	1,12	0,98	1,15	1,30	1,14	3,70	1,21	1,03	1,24	1,59	1,26	3,96	1,40
		MAPE	1,95	3,02	3,64	3,06	11,78	3,30	2,83	3,23	3,64	3,21	12,27	3,38	3,32	3,60	4,86	3,68	13,15	4,13
			Forecasting Horizon: 2						Forecasting Horizon: 5											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
8/3/2013	31,90	1,03	30,70	30,97	31,06	30,99	34,78	31,03	30,70	30,81	30,90	30,83	34,60	30,87						
9/3/2013	26,90	0,92	25,40	27,48	27,63	27,52	30,96	27,59	25,40	27,57	27,71	27,60	31,06	27,67						
10/3/2013	26,80	0,91	26,80	26,89	26,95	27,05	30,40	26,96	25,30	27,33	27,54	27,38	30,89	27,48						
11/3/2013	31,20	1,03	30,90	30,29	30,41	30,47	34,34	30,41	29,40	30,78	31,09	30,85	34,90	31,01						
12/3/2013	31,60	1,02	30,80	30,93	31,10	30,87	33,76	30,97	29,00	30,57	30,95	30,65	34,77	30,85						
13/3/2013	31,40	1,04	29,60	31,59	31,90	31,54	34,56	31,67	30,40	32,20	32,28	32,12	34,42	32,23						
14/3/2013	31,10	1,04	32,00	31,50	31,68	31,54	34,29	31,55	31,00	32,19	32,38	32,12	34,49	32,26						
15/3/2013	31,50	1,03	32,50	31,14	31,41	31,19	33,97	31,22	31,50	31,82	32,11	31,76	34,17	31,93						
16/3/2013	26,70	0,92	26,50	27,87	27,93	27,82	29,85	27,90	26,50	28,24	28,59	28,19	30,39	28,37						
17/3/2013	26,60	0,91	26,40	27,65	27,80	27,61	29,67	27,70	26,40	28,10	28,54	28,06	30,32	28,27						
		ME	0,18	-0,12	-0,28	-0,15	-2,99	-0,19	1,01	-0,39	-0,64	-0,39	-3,43	-0,53						
		RMSE	0,98	0,73	0,75	0,70	3,13	0,73	1,30	0,98	1,13	0,95	3,47	1,03						
		MAPE	2,61	2,18	2,28	2,15	10,60	2,22	3,39	3,09	3,45	2,97	11,79	3,20						

			Forecasting Horizon: 7												
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta							
4/3/2013	32,40	1,02	31,70	31,71	31,85	31,80	35,10	31,80							
5/3/2013	32,00	1,02	32,00	31,59	31,83	31,69	35,10	31,75							
6/3/2013	30,80	1,05	31,80	32,54	32,90	32,66	36,31	32,78							
7/3/2013	31,40	1,04	31,90	32,38	32,86	32,53	36,29	32,70							
8/3/2013	31,90	1,02	31,20	31,74	32,32	31,90	35,72	32,13							
9/3/2013	26,90	0,93	25,90	28,67	29,29	28,83	32,40	29,09							
10/3/2013	26,80	0,91	25,80	28,30	29,01	28,46	32,10	28,77	Forecasting Horizon: 1						
11/3/2013	31,20	1,03	30,90	30,20	30,33	30,24	34,04	30,26	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	
12/3/2013	31,60	1,02	30,50	30,08	30,30	30,13	33,99	30,18	30,90	30,20	30,33	30,24	34,04	30,26	
13/3/2013	31,40	1,04	29,30	30,72	31,05	30,78	34,80	30,86	30,80	30,93	31,10	30,87	33,76	30,97	
14/3/2013	31,10	1,04	29,90	30,71	31,14	30,78	34,88	30,90	30,40	32,20	32,28	32,12	34,42	32,23	
15/3/2013	31,50	1,03	30,40	30,23	30,75	30,31	34,42	30,46	32,00	31,50	31,68	31,54	34,29	31,55	
16/3/2013	26,70	0,92	25,40	27,05	27,60	27,12	30,88	27,29	31,60	30,80	30,97	30,85	33,74	30,84	
17/3/2013	26,60	0,91	25,30	26,81	27,45	26,89	30,69	27,09	26,50	27,87	27,93	27,82	29,85	27,90	
									26,60	26,67	26,74	26,80	29,46	26,70	
		ME	0,74	-0,03	-0,46	-0,13	-3,89	-0,27	0,19	-0,01	-0,13	-0,02	-2,78	-0,05	
		RMSE	1,07	1,06	1,26	1,10	4,02	1,19	0,61	0,76	0,75	0,74	2,81	0,76	
		MAPE	3,21	3,03	3,52	3,08	13,11	3,33	1,52	2,28	2,27	2,30	9,35	2,29	

ΦΩΤΙΣΜΟΣ

			Forecasting Horizon: 3						Forecasting Horizon: 4						Forecasting Horizon: 6					
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
6/3/2013	93,50	1,16	97,63	96,10	95,44	96,07	95,38	96,04	97,63	96,10	95,44	96,07	95,38	96,04	97,63	96,10	95,44	96,07	95,38	96,04
7/3/2013	93,50	1,14	97,35	94,24	93,52	94,19	93,45	94,14	97,35	94,24	93,52	94,19	93,45	94,14	97,35	94,24	93,52	94,19	93,45	94,14
8/3/2013	96,60	1,17	99,33	96,43	95,60	96,35	95,53	96,27	99,33	96,43	95,60	96,35	95,53	96,27	99,33	96,43	95,60	96,35	95,53	96,27
9/3/2013	47,40	0,60	50,37	49,70	49,56	49,69	49,24	49,67	50,46	49,73	49,26	49,68	49,22	49,63	50,46	49,73	49,26	49,68	49,22	49,63
10/3/2013	47,60	0,61	52,43	50,42	50,24	50,40	49,90	50,36	49,45	48,53	48,59	48,50	49,76	48,50	52,29	50,98	50,46	50,91	50,40	50,85
11/3/2013	99,70	1,17	99,69	96,30	95,90	96,24	95,22	96,15	98,55	92,69	92,68	92,61	94,95	92,59	99,57	96,45	95,39	96,32	95,28	96,16
12/3/2013	93,20	1,15	95,50	96,60	95,98	96,58	93,95	96,51	96,37	91,82	91,69	91,71	93,96	91,68	95,50	96,60	95,98	96,58	93,95	96,51
13/3/2013	99,20	1,16	93,06	97,12	96,34	97,08	94,35	96,97	93,99	92,31	92,06	92,17	94,37	92,12	93,06	97,12	96,34	97,08	94,35	96,97
14/3/2013	94,50	1,14	95,11	95,49	94,57	95,45	92,68	95,30	100,63	96,13	96,25	96,16	93,10	96,07	95,11	95,49	94,57	95,45	92,68	95,30
15/3/2013	99,70	1,17	95,15	97,18	97,15	97,17	95,22	97,12	99,20	98,37	98,48	98,40	95,19	98,26	99,18	97,72	96,62	97,67	94,74	97,47
16/3/2013	47,30	0,60	47,34	49,80	49,77	49,79	48,75	49,74	47,34	50,41	50,46	50,42	48,73	50,32	47,34	50,33	49,68	50,29	48,74	50,17
17/3/2013	45,30	0,61	47,22	50,43	50,38	50,42	49,32	50,35	47,22	51,05	51,09	51,05	49,30	50,94	47,22	51,05	50,31	51,02	49,40	50,87
	ME		-1,06	-1,03	-0,58	-0,99	0,38	-0,93	-1,67	-0,03	0,20	0,01	0,38	0,08	-1,38	-1,23	-0,47	-1,18	0,37	-1,07
	RMSE		3,41	2,71	2,67	2,70	2,87	2,69	3,32	3,64	3,65	3,68	2,88	3,67	3,14	2,85	2,76	2,85	2,98	2,82
	MAPE		3,83	3,66	3,50	3,65	3,37	3,62	3,57	4,03	3,96	4,05	3,32	4,01	3,50	3,91	3,54	3,89	3,50	3,84
			Forecasting Horizon: 2						Forecasting Horizon: 5											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
8/3/2013	96,60	1,17	98,36	95,56	95,34	95,53	95,69	95,50	98,36	95,40	95,18	95,37	95,53	95,34						
9/3/2013	47,40	0,60	50,51	48,96	48,81	48,94	48,99	48,91	50,51	49,20	49,04	49,17	49,22	49,14						
10/3/2013	47,60	0,61	49,45	48,53	48,59	48,50	49,76	48,50	52,38	49,91	49,70	49,87	49,88	49,83						
11/3/2013	99,70	1,17	98,55	92,69	92,68	92,61	94,95	92,59	99,64	95,33	94,85	95,23	95,19	95,13						
12/3/2013	93,20	1,15	95,50	96,60	95,98	96,58	93,95	96,51	97,34	94,11	93,55	93,99	93,88	93,87						
13/3/2013	99,20	1,16	93,06	97,12	96,34	97,08	94,35	96,97	91,61	94,56	94,47	94,54	94,37	94,49						
14/3/2013	94,50	1,14	100,63	96,13	96,25	96,16	93,10	96,07	95,12	92,98	92,81	92,94	92,69	92,86						
15/3/2013	99,70	1,17	99,20	98,37	98,48	98,40	95,19	98,26	99,19	95,15	94,90	95,09	94,76	94,98						
16/3/2013	47,30	0,60	47,71	50,70	50,71	50,71	48,92	50,67	47,34	48,76	48,59	48,72	48,50	48,64						
17/3/2013	45,30	0,61	47,22	51,34	51,37	51,35	49,50	51,28	47,22	49,71	49,50	49,66	49,40	49,57						
	ME		-0,60	-0,62	-0,49	-0,61	0,85	-0,54	-0,82	0,54	0,79	0,59	0,71	0,66						
	RMSE		3,20	3,49	3,50	3,51	3,12	3,50	3,39	3,10	3,17	3,11	3,16	3,13						
	MAPE		3,42	4,27	4,29	4,28	3,80	4,26	3,60	3,89	3,80	3,87	3,83	3,85						

			Forecasting Horizon: 7											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
4/3/2013	94,80	1,17	86,51	89,28	90,66	89,23	95,91	89,25						
5/3/2013	95,70	1,15	99,08	88,06	89,26	87,96	94,51	87,99						
6/3/2013	93,50	1,16	103,63	88,96	90,02	88,82	95,38	88,85						
7/3/2013	93,50	1,14	97,24	87,24	88,12	87,07	93,44	87,10						
8/3/2013	96,60	1,15	99,01	88,22	88,95	88,01	94,40	88,04						
9/3/2013	47,40	0,61	50,14	46,42	46,73	46,29	49,63	46,31						
10/3/2013	47,60	0,62	51,76	47,19	47,42	47,04	50,40	47,05	Forecasting Horizon: 1					
			ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
11/3/2013	99,70	1,17	96,95	91,22	91,22	91,17	94,61	91,16	96,95	91,22	91,22	91,17	94,61	91,16
12/3/2013	93,20	1,15	93,85	90,36	90,20	90,28	93,62	90,26	95,50	96,60	95,98	96,58	93,95	96,51
13/3/2013	99,20	1,16	93,06	90,85	90,52	90,72	94,01	90,70	91,61	94,56	94,47	94,54	94,37	94,49
14/3/2013	94,50	1,14	95,11	89,33	88,84	89,17	92,33	89,13	100,63	96,13	96,25	96,16	93,10	96,07
15/3/2013	99,70	1,17	99,18	91,28	90,62	91,08	94,25	91,04	95,15	97,18	97,15	97,17	95,22	97,12
16/3/2013	47,30	0,60	47,34	47,08	46,65	46,96	48,55	46,93	47,71	50,70	50,71	50,71	48,92	50,67
17/3/2013	45,30	0,61	47,22	47,76	47,24	47,62	49,20	47,58	46,96	48,93	48,86	48,95	49,36	48,90
		ME	-0,86	4,63	4,40	4,76	0,56	4,76	0,63	0,51	0,61	0,52	1,34	0,57
		RMSE	4,45	5,82	5,56	5,92	3,02	5,92	4,34	4,45	4,41	4,47	3,60	4,46
		MAPE	3,37	5,48	5,11	5,62	3,37	5,61	4,06	5,18	5,11	5,20	4,16	5,17

Συνολική κατανάλωση

			Forecasting Horizon: 3							Forecasting Horizon: 4							Forecasting Horizon: 6						
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta			
6/3/2013	161,20	1,15	174,49	158,84	158,44	158,86	174,16	158,85	174,49	158,84	158,44	158,86	174,16	158,85	174,49	158,84	158,44	158,86	174,16	158,85			
7/3/2013	148,30	1,14	175,59	157,25	156,56	157,26	172,43	157,27	175,59	157,25	156,56	157,26	172,43	157,27	175,59	157,25	156,56	157,26	172,43	157,27			
8/3/2013	161,70	1,17	186,09	161,30	160,29	161,31	176,89	161,33	186,09	161,30	160,29	161,31	176,89	161,33	186,09	161,30	160,29	161,31	176,89	161,33			
9/3/2013	86,30	0,59	68,67	81,05	80,81	81,05	87,73	81,02	86,13	81,80	81,13	81,80	89,71	81,82	86,13	81,80	81,13	81,80	89,71	81,82			
10/3/2013	87,40	0,59	76,85	80,77	80,37	80,77	87,38	80,71	88,90	84,49	84,37	84,47	87,24	84,45	89,97	81,74	80,92	81,74	89,66	81,76			
11/3/2013	150,50	1,18	169,77	160,94	159,81	160,92	174,00	160,77	177,44	168,34	167,96	168,30	173,72	168,21	180,70	162,93	160,99	162,94	178,73	162,99			
12/3/2013	143,20	1,18	159,16	156,86	156,33	156,94	171,76	156,76	173,46	168,05	167,54	168,02	173,32	167,87	159,16	156,86	156,33	156,94	171,76	156,76			
13/3/2013	147,00	1,16	160,94	153,99	153,06	154,07	168,47	153,82	172,24	164,98	164,34	164,94	170,05	164,75	160,94	153,99	153,06	154,07	168,47	153,82			
14/3/2013	140,30	1,13	163,62	150,82	149,50	150,89	164,85	150,57	157,34	143,14	142,52	143,15	160,82	142,98	163,62	150,82	149,50	150,89	164,85	150,57			
15/3/2013	143,80	1,17	152,29	146,21	145,43	146,22	165,00	146,02	164,29	148,34	147,23	148,35	166,42	148,06	168,29	156,30	154,52	156,37	170,69	155,97			
16/3/2013	83,30	0,60	67,71	74,93	74,23	74,93	84,41	74,76	75,89	76,02	75,21	76,02	85,16	75,81	78,90	79,13	78,02	79,17	86,34	78,93			
17/3/2013	80,00	0,60	71,59	74,88	73,88	74,88	84,21	74,64	77,51	75,97	74,92	75,97	84,98	75,70	80,39	78,86	77,54	78,90	85,97	78,62			
	ME		-7,82	-2,07	-1,31	-2,09	-14,86	-1,96	-14,70	-4,63	-3,96	-4,62	-15,16	-4,51	-14,27	-3,90	-2,86	-3,94	-16,39	-3,81			
	RMSE		17,53	7,72	7,42	7,74	17,99	7,67	19,51	11,08	10,88	11,06	18,10	11,00	18,37	8,23	7,63	8,27	19,24	8,16			
	MAPE		13,28	5,69	5,69	5,70	10,37	5,69	11,52	6,39	6,50	6,39	10,73	6,38	10,42	5,38	5,44	5,39	11,74	5,38			
			Forecasting Horizon: 2							Forecasting Horizon: 5													
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta									
8/3/2013	161,70	1,17	166,31	155,12	154,58	155,14	173,90	155,08	166,31	155,24	154,70	155,26	174,03	155,19									
9/3/2013	86,30	0,59	72,04	78,66	78,18	78,68	88,15	78,62	72,04	78,72	78,24	78,73	88,22	78,68									
10/3/2013	87,40	0,59	88,90	84,49	84,37	84,47	87,24	84,45	79,51	78,45	77,76	78,46	87,88	78,40									
11/3/2013	150,50	1,18	177,44	168,34	167,96	168,30	173,72	168,21	172,31	156,31	154,52	156,33	175,03	156,16									
12/3/2013	143,20	1,18	159,16	156,86	156,33	156,94	171,76	156,76	170,12	156,08	153,88	156,10	174,70	155,90									
13/3/2013	147,00	1,16	160,94	153,99	153,06	154,07	168,47	153,82	150,18	144,16	143,46	144,26	166,15	144,04									
14/3/2013	140,30	1,13	157,34	143,14	142,52	143,15	160,82	142,98	159,57	141,18	139,92	141,28	162,52	140,97									
15/3/2013	143,80	1,17	164,29	148,34	147,23	148,35	166,42	148,06	165,87	146,32	144,40	146,41	168,22	145,99									
16/3/2013	83,30	0,60	61,18	74,03	73,62	74,03	83,74	73,92	77,06	74,98	73,69	75,03	86,10	74,76									
17/3/2013	80,00	0,60	66,63	73,98	73,26	73,98	83,52	73,79	78,40	73,83	72,25	73,87	84,67	73,56									
	ME		-7,55	-3,46	-2,86	-3,47	-15,02	-3,31	-6,79	1,82	3,07	1,77	-14,40	1,98									
	RMSE		16,67	9,03	8,92	9,03	17,07	8,99	15,48	7,08	7,09	7,07	17,99	7,09									
	MAPE		12,93	6,62	6,62	6,63	9,51	6,61	10,24	5,79	5,91	5,78	10,37	5,81									

			Forecasting Horizon: 7											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
4/3/2013	162,40	1,18	182,59	169,05	168,78	169,07	181,96	169,13						
5/3/2013	161,70	1,18	190,76	168,27	167,80	168,28	181,23	168,41						
6/3/2013	161,20	1,15	194,15	164,81	164,15	164,82	177,62	165,00						
7/3/2013	148,30	1,14	187,30	163,16	162,31	163,16	175,95	163,40						
8/3/2013	161,70	1,15	193,94	164,66	163,61	164,66	177,68	164,96						
9/3/2013	86,30	0,59	91,87	84,96	84,32	84,96	91,74	85,15						
10/3/2013	87,40	0,59	95,00	84,81	84,06	84,81	91,63	85,02						
									Forecasting Horizon: 1					
			ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
11/3/2013	150,50	1,18	176,50	172,60	172,42	172,60	173,93	172,53	176,50	172,60	172,42	172,60	173,93	172,53
12/3/2013	143,20	1,18	172,84	172,30	172,03	172,30	173,53	172,18	159,16	156,86	156,33	156,94	171,76	156,76
13/3/2013	147,00	1,16	171,83	169,15	168,79	169,15	170,25	168,98	150,18	144,16	143,46	144,26	166,15	144,04
14/3/2013	140,30	1,13	175,52	165,66	165,21	165,66	166,64	165,44	157,34	143,14	142,52	143,15	160,82	142,98
15/3/2013	143,80	1,17	175,72	171,41	170,84	171,41	172,32	171,13	152,29	146,21	145,43	146,22	165,00	146,02
16/3/2013	83,30	0,59	83,77	86,93	86,59	86,92	87,33	86,76	61,18	74,03	73,62	74,03	83,74	73,92
17/3/2013	80,00	0,59	83,69	86,63	86,24	86,63	86,98	86,43	84,92	80,68	80,33	80,64	83,50	80,55
ME			-22,74	-11,95	-11,43	-11,95	-17,98	-11,96	-7,64	-4,23	-3,72	-4,25	-16,69	-4,10
RMSE			25,96	16,10	15,79	16,10	20,15	16,01	16,11	10,58	10,47	10,59	19,33	10,54
MAPE			15,68	9,05	8,86	9,06	12,76	8,99	11,62	5,98	5,84	5,97	11,83	5,93

Χολαργός

Κλιματισμός

			Forecasting Horizon: 3						Forecasting Horizon: 4						Forecasting Horizon: 6					
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
6/3/2013	118,40	1,17	119,43	128,00	132,35	127,85	152,52	131,32	119,43	128,00	132,35	127,85	152,52	131,32	119,43	128,00	132,35	127,85	152,52	131,32
7/3/2013	103,30	1,10	124,09	119,85	124,86	119,71	144,05	123,64	124,09	119,85	124,86	119,71	144,05	123,64	124,09	119,85	124,86	119,71	144,05	123,64
8/3/2013	97,50	1,17	141,31	127,91	134,26	127,76	155,06	132,68	141,31	127,91	134,26	127,76	155,06	132,68	141,31	127,91	134,26	127,76	155,06	132,68
9/3/2013	74,20	0,67	48,33	61,82	62,74	61,73	82,97	63,12	95,69	72,86	77,05	72,77	89,08	75,99	95,69	72,86	77,05	72,77	89,08	75,99
10/3/2013	72,70	0,58	54,75	54,32	55,37	54,24	73,44	55,78	68,54	121,07	122,87	121,07	148,91	122,68	105,37	60,98	64,95	60,90	75,17	63,94
11/3/2013	50,00	1,20	102,15	111,04	113,68	110,87	151,20	114,68	94,32	113,59	115,92	113,59	140,71	115,66	153,47	132,02	141,65	131,86	164,09	139,18
12/3/2013	26,20	1,12	56,62	101,37	102,64	100,96	136,54	103,71	98,56	118,65	121,75	118,65	148,01	121,40	56,62	101,37	102,64	100,96	136,54	103,71
13/3/2013	39,50	1,17	86,71	105,88	107,62	105,45	143,52	108,86	111,47	110,87	114,39	110,87	139,26	113,98	86,71	105,88	107,62	105,45	143,52	108,86
14/3/2013	26,90	1,09	61,21	98,29	100,28	97,89	134,06	101,55	0,00	39,69	38,37	40,26	118,92	40,32	61,21	98,29	100,28	97,89	134,06	101,55
15/3/2013	35,30	1,15	35,65	32,33	26,15	32,70	122,60	32,97	9,92	42,26	39,72	42,85	127,18	43,49	64,56	104,64	107,16	104,21	143,61	108,64
16/3/2013	9,10	0,70	0,00	19,76	12,88	19,98	75,22	20,47	0,00	25,83	23,57	26,19	78,09	26,93	0,00	60,15	61,83	59,90	83,05	62,75
17/3/2013	8,00	0,64	0,00	18,13	8,44	18,33	69,27	19,07	0,00	23,70	20,97	24,03	71,98	25,02	0,00	52,85	54,53	52,63	73,42	55,40
	ME		-14,10	-26,47	-26,68	-26,36	-64,95	-28,90	-16,85	-31,93	-33,75	-32,04	-71,06	-34,33	-28,95	-41,98	-45,67	-41,73	-69,42	-45,55
	RMSE		29,64	41,72	43,27	41,52	74,54	43,84	37,33	42,87	44,86	42,90	76,89	44,81	40,75	52,23	55,12	51,98	79,23	55,34
	MAPE		66,16	99,33	87,25	99,26	263,77	104,43	84,96	102,65	100,48	103,60	275,94	108,57	82,74	189,65	197,48	188,70	283,25	199,86
			Forecasting Horizon: 2						Forecasting Horizon: 5											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
8/3/2013	97,50	1,14	127,42	114,91	117,07	114,72	144,82	117,45	127,42	132,07	134,56	131,86	166,46	134,99						
9/3/2013	74,20	0,70	82,30	70,24	71,96	70,12	89,22	72,19	82,30	17,57	18,00	17,54	22,31	18,05						
10/3/2013	72,70	0,58	68,54	59,23	60,11	59,23	72,85	60,01	94,36	17,98	18,52	17,95	23,01	18,58						
11/3/2013	50,00	1,20	94,32	121,07	123,55	121,07	149,97	123,28	145,67	144,42	149,59	144,18	186,28	150,05						
12/3/2013	26,20	1,12	56,62	101,37	102,64	100,96	136,54	103,71	124,43	131,36	136,79	131,14	170,70	137,21						
13/3/2013	39,50	1,17	86,71	105,88	107,62	105,45	143,52	108,86	68,72	89,88	87,96	89,18	154,47	91,90						
14/3/2013	26,90	1,07	0,00	39,69	38,37	40,26	118,92	40,32	48,35	86,36	84,31	85,67	149,23	88,86						
15/3/2013	35,30	1,14	9,92	42,26	39,72	42,85	127,18	43,49	44,83	88,59	86,28	87,88	153,91	91,73						
16/3/2013	9,10	0,71	0,00	21,17	19,83	21,21	72,96	21,49	0,00	11,59	11,26	11,50	20,25	12,08						
17/3/2013	8,00	0,65	0,00	19,42	17,29	19,46	67,14	19,93	0,00	12,10	11,73	12,00	21,25	12,69						
	ME		-6,05	-30,30	-30,18	-30,35	-77,67	-31,67	-29,67	-29,25	-29,96	-28,95	-62,85	-31,67						
	RMSE		27,59	40,12	40,98	40,00	77,42	41,59	46,67	60,26	61,55	59,98	95,88	62,94						
	MAPE		74,35	98,15	94,08	98,35	299,68	101,70	101,84	135,55	136,05	134,54	240,31	142,65						

			Forecasting Horizon: 7													
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta								
4/3/2013	119,00	1,21	101,26	153,73	154,09	154,18	162,03	151,87								
5/3/2013	109,40	1,13	108,88	143,87	145,35	144,29	153,10	142,89								
6/3/2013	118,40	1,18	124,60	149,05	151,79	149,49	160,13	148,83								
7/3/2013	103,30	1,10	110,66	139,55	143,23	139,97	151,33	140,08								
8/3/2013	97,50	1,17	126,86	148,88	153,99	149,33	162,94	150,23								
9/3/2013	74,20	0,64	87,98	81,60	85,04	81,84	90,11	82,76								
10/3/2013	72,70	0,56	83,43	71,00	74,56	71,22	79,12	72,39								
									Forecasting Horizon: 1							
			ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta								
11/3/2013	50,00	1,20	97,23	132,60	134,21	132,85	150,06	133,23	97,23	132,60	134,21	132,85	150,06	133,23		
12/3/2013	26,20	1,12	99,62	124,41	126,67	124,65	141,78	125,54	56,62	101,37	102,64	100,96	136,54	103,71		
13/3/2013	39,50	1,17	113,78	129,95	133,09	130,20	149,13	131,68	68,72	79,11	77,43	78,49	135,96	80,89		
14/3/2013	26,90	1,09	94,54	120,63	124,27	120,87	139,38	122,76	0,00	39,69	38,37	40,26	118,92	40,32		
15/3/2013	35,30	1,17	101,73	129,60	134,27	129,85	150,76	132,43	35,65	32,33	26,15	32,70	122,60	32,97		
16/3/2013	9,10	0,67	69,34	73,82	76,92	73,97	86,46	75,75	0,00	21,17	19,83	21,21	72,96	21,49		
17/3/2013	8,00	0,59	63,55	64,87	67,98	64,99	76,47	66,84	8,96	12,45	10,86	12,63	64,51	12,69		
ME			-35,28	-55,29	-58,28	-55,59	-68,81	-56,27	-10,31	-31,96	-30,64	-32,01	-86,65	-32,90		
RMSE			46,61	63,86	66,53	64,10	77,66	65,00	26,23	45,32	45,84	45,24	88,52	46,30		
MAPE			174,99	213,81	223,61	214,45	258,95	218,86	71,07	113,80	111,20	113,96	409,00	116,91		

UPS

			Forecasting Horizon: 3						Forecasting Horizon: 4						Forecasting Horizon: 6					
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
6/3/2013	33,10	1,07	33,26	33,06	33,05	33,08	33,36	33,05	33,26	33,06	33,05	33,08	33,36	33,05	33,26	33,06	33,05	33,08	33,36	33,05
7/3/2013	32,90	1,06	32,76	32,64	32,64	32,67	32,93	32,62	32,76	32,64	32,64	32,67	32,93	32,62	32,76	32,64	32,64	32,67	32,93	32,62
8/3/2013	34,70	1,05	32,59	32,26	32,27	32,30	32,53	32,24	32,59	32,26	32,27	32,30	32,53	32,24	32,59	32,26	32,27	32,30	32,53	32,24
9/3/2013	33,50	0,83	26,74	26,90	26,95	26,91	25,99	26,90	26,12	25,65	25,66	25,69	25,86	25,63	26,12	25,65	25,66	25,69	25,86	25,63
10/3/2013	33,50	0,84	26,71	27,07	27,14	27,09	26,14	27,06	33,28	33,70	33,91	35,24	26,59	33,71	26,33	25,84	25,86	25,89	26,04	25,81
11/3/2013	35,80	1,06	33,69	34,30	34,44	34,35	33,12	34,29	48,65	42,71	43,25	46,83	33,70	42,72	33,28	32,71	32,74	32,78	32,96	32,67
12/3/2013	34,40	1,08	30,82	36,18	36,24	36,20	34,74	36,19	47,86	43,15	43,98	49,78	34,06	43,18	30,82	36,18	36,24	36,20	34,74	36,19
13/3/2013	36,40	1,07	29,97	35,95	36,09	36,00	34,56	35,98	46,47	42,89	43,99	52,22	33,86	42,92	29,97	35,95	36,09	36,00	34,56	35,98
14/3/2013	35,70	1,05	31,10	35,37	35,57	35,44	34,02	35,41	34,52	35,81	35,88	35,81	33,93	35,83	31,10	35,37	35,57	35,44	34,02	35,41
15/3/2013	33,10	1,04	33,82	35,54	35,61	35,56	33,95	35,56	34,96	35,65	35,79	35,65	33,81	35,68	32,85	35,21	35,47	35,30	33,90	35,27
16/3/2013	25,70	0,85	27,16	29,08	29,20	29,11	27,81	29,11	33,43	29,17	29,35	29,18	27,69	29,21	27,39	28,08	28,35	28,17	27,06	28,14
17/3/2013	25,70	0,85	27,19	29,08	29,26	29,12	27,83	29,13	33,41	29,17	29,41	29,19	27,72	29,23	27,54	28,25	28,57	28,36	27,24	28,32
		ME	2,39	0,59	0,50	0,56	1,46	0,58	-3,57	-1,78	-2,06	-3,60	1,54	-1,79	2,54	1,11	1,00	1,05	1,61	1,10
		RMSE	3,88	3,23	3,24	3,23	3,40	3,24	7,25	4,70	5,06	7,69	3,34	4,72	4,07	3,61	3,65	3,60	3,39	3,63
		MAPE	8,99	7,67	7,66	7,64	7,40	7,70	16,78	10,80	11,61	15,86	7,26	10,88	9,41	7,99	8,16	7,98	7,05	8,06
			Forecasting Horizon: 2						Forecasting Horizon: 5											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
8/3/2013	34,70	1,04	32,55	32,26	32,29	32,28	32,35	32,26	32,55	32,43	32,45	32,44	32,52	32,42						
9/3/2013	33,50	0,85	26,04	26,40	26,43	26,42	26,47	26,39	26,04	25,79	25,82	25,81	25,85	25,78						
10/3/2013	33,50	0,84	33,28	33,70	33,91	35,24	26,59	33,71	26,22	25,94	25,98	25,97	26,00	25,93						
11/3/2013	35,80	1,06	48,65	42,71	43,25	46,83	33,70	42,72	33,01	32,87	32,93	32,92	32,93	32,85						
12/3/2013	34,40	1,08	30,82	36,18	36,24	36,20	34,74	36,19	33,52	33,30	33,37	33,37	33,35	33,27						
13/3/2013	36,40	1,07	29,97	35,95	36,09	36,00	34,56	35,98	36,35	34,19	34,65	34,71	34,42	34,20						
14/3/2013	35,70	1,05	34,52	35,81	35,88	35,81	33,93	35,83	36,15	33,63	34,07	34,18	33,89	33,66						
15/3/2013	33,10	1,04	34,96	35,65	35,79	35,65	33,81	35,68	35,16	33,48	33,91	34,06	33,76	33,52						
16/3/2013	25,70	0,86	26,53	27,08	27,10	27,06	27,80	27,10	29,49	27,40	27,74	27,90	27,65	27,44						
17/3/2013	25,70	0,86	26,77	27,08	27,11	27,04	27,83	27,11	29,58	26,86	27,19	27,38	27,13	26,92						
		ME	-0,65	-1,73	-1,88	-2,44	0,92	-1,75	1,04	2,26	2,04	1,98	2,10	2,25						
		RMSE	5,35	3,43	3,55	4,41	3,51	3,44	3,94	3,81	3,78	3,79	3,77	3,82						
		MAPE	10,94	7,33	7,59	8,90	8,39	7,37	9,80	8,77	8,84	8,98	8,83	8,83						

			Forecasting Horizon: 7											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
4/3/2013	32,90	1,06	32,95	32,93	32,91	32,94	33,09	32,92						
5/3/2013	33,00	1,08	33,91	33,35	33,35	33,38	33,51	33,34						
6/3/2013	33,10	1,08	33,89	33,28	33,29	33,33	33,43	33,27						
7/3/2013	32,90	1,06	33,03	32,86	32,88	32,92	32,99	32,84						
8/3/2013	34,70	1,05	32,80	32,36	32,39	32,44	32,48	32,34						
9/3/2013	33,50	0,84	26,21	25,86	25,89	25,93	25,95	25,83						
10/3/2013	33,50	0,84	26,44	26,01	26,05	26,10	26,10	25,99	Forecasting Horizon: 1					
									ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
11/3/2013	35,80	1,07	49,56	42,45	42,73	42,55	34,24	42,47	49,56	42,45	42,73	42,55	34,24	42,47
12/3/2013	34,40	1,08	49,05	42,90	43,47	43,09	34,62	42,94	30,82	36,18	36,24	36,20	34,74	36,19
13/3/2013	36,40	1,07	47,74	42,63	43,48	42,92	34,43	42,70	36,35	34,19	34,65	34,71	34,42	34,20
14/3/2013	35,70	1,05	45,94	41,94	43,06	42,31	33,89	42,02	34,52	35,81	35,88	35,81	33,93	35,83
15/3/2013	33,10	1,05	44,13	41,88	43,30	42,34	33,87	41,98	33,82	35,54	35,61	35,56	33,95	35,56
16/3/2013	25,70	0,84	30,95	33,30	34,67	33,74	26,95	33,40	26,53	27,08	27,10	27,06	27,80	27,10
17/3/2013	25,70	0,84	30,93	33,50	35,12	34,01	27,13	33,62	25,93	25,70	25,69	25,70	27,66	25,71
		ME	-4,08	-2,49	-3,01	-2,69	1,27	-2,52	-1,53	-1,45	-1,59	-1,54	0,01	-1,47
		RMSE	8,12	6,04	6,69	6,23	3,06	6,09	5,41	2,93	3,00	2,92	1,63	2,94
		MAPE	19,21	15,58	17,25	16,09	5,90	15,72	8,37	6,13	6,16	5,96	4,87	6,16

ΦΩΤΙΣΜΟΣ

			Forecasting Horizon: 3						Forecasting Horizon: 4						Forecasting Horizon: 6					
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
6/3/2013	122,50	1,19	116,35	118,41	118,58	118,38	114,43	118,27	116,35	118,41	118,58	118,38	114,43	118,27	116,35	118,41	118,58	118,38	114,43	118,27
7/3/2013	122,10	1,17	113,26	115,93	116,14	115,89	111,95	115,75	113,26	115,93	116,14	115,89	111,95	115,75	113,26	115,93	116,14	115,89	111,95	115,75
8/3/2013	129,40	1,18	116,06	117,60	117,87	117,56	113,48	117,37	116,06	117,60	117,87	117,56	113,48	117,37	116,06	117,60	117,87	117,56	113,48	117,37
9/3/2013	57,10	0,55	55,28	57,06	57,31	56,94	53,57	57,05	52,19	54,14	54,28	54,12	52,20	54,01	52,19	54,14	54,28	54,12	52,20	54,01
10/3/2013	56,70	0,56	53,65	58,02	58,36	57,90	54,46	58,01	54,47	58,04	58,24	57,99	54,74	58,04	52,86	55,84	56,01	55,82	53,80	55,69
11/3/2013	122,70	1,18	115,59	123,65	124,56	123,40	116,06	123,63	115,67	123,69	124,31	123,59	116,66	123,69	114,57	118,01	118,43	117,98	113,61	117,65
12/3/2013	114,00	1,16	116,62	120,56	120,91	120,60	115,35	120,59	113,60	121,67	122,45	121,57	114,76	121,68	116,62	120,56	120,91	120,60	115,35	120,59
13/3/2013	128,00	1,19	119,06	123,71	124,20	123,77	118,39	123,75	118,69	124,85	125,82	124,75	117,77	124,86	119,06	123,71	124,20	123,77	118,39	123,75
14/3/2013	125,70	1,17	118,95	121,33	121,94	121,41	116,14	121,38	123,91	121,23	121,59	121,20	116,73	121,28	118,95	121,33	121,94	121,41	116,14	121,38
15/3/2013	124,10	1,19	127,81	125,17	125,58	125,09	119,77	125,23	126,88	123,65	124,15	123,62	119,11	123,73	125,60	123,75	124,51	123,85	118,48	123,82
16/3/2013	52,60	0,55	55,87	57,29	57,55	57,25	54,84	57,33	55,78	56,59	56,88	56,58	54,53	56,64	55,34	56,55	56,96	56,60	54,15	56,59
17/3/2013	52,20	0,55	56,03	58,02	58,35	57,98	55,57	58,07	55,95	57,31	57,66	57,30	55,24	57,37	55,58	57,51	57,98	57,56	55,08	57,55
	ME		3,55	0,86	0,48	0,91	5,26	0,89	3,69	1,17	0,76	1,21	5,46	1,20	4,22	1,98	1,61	1,96	5,84	2,06
	RMSE		6,64	5,28	5,25	5,27	7,66	5,35	6,42	5,30	5,31	5,30	7,69	5,38	6,78	5,40	5,32	5,42	7,98	5,51
	MAPE		5,68	4,52	4,68	4,48	6,10	4,57	5,45	4,70	4,75	4,69	6,12	4,76	6,01	4,88	4,86	4,90	6,47	4,99
			Forecasting Horizon: 2						Forecasting Horizon: 5											
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
8/3/2013	129,40	1,19	120,56	121,46	121,74	121,40	115,97	121,40	120,56	120,67	120,95	120,61	115,22	120,62						
9/3/2013	57,10	0,55	52,99	55,59	55,77	55,57	53,06	55,55	52,99	55,55	55,73	55,53	53,02	55,52						
10/3/2013	56,70	0,56	54,47	58,04	58,24	57,99	54,74	58,04	53,67	56,49	56,71	56,47	53,90	56,44						
11/3/2013	122,70	1,18	115,67	123,69	124,31	123,59	116,66	123,69	115,36	120,39	120,97	120,36	114,82	120,27						
12/3/2013	114,00	1,16	116,62	120,56	120,91	120,60	115,35	120,59	113,54	118,87	119,53	118,84	113,32	118,73						
13/3/2013	128,00	1,19	119,06	123,71	124,20	123,77	118,39	123,75	117,80	121,42	121,76	121,49	118,26	121,47						
14/3/2013	125,70	1,17	123,91	121,23	121,59	121,20	116,73	121,28	118,82	119,09	119,52	119,15	116,01	119,14						
15/3/2013	124,10	1,19	126,88	123,65	124,15	123,62	119,11	123,73	125,46	121,47	122,01	121,54	118,35	121,53						
16/3/2013	52,60	0,55	54,40	57,17	57,38	57,15	55,04	57,21	55,21	55,59	55,89	55,63	54,18	55,63						
17/3/2013	52,20	0,55	55,89	57,90	58,18	57,88	55,77	57,95	55,45	56,44	56,79	56,48	55,02	56,48						
	ME		1,14	-1,24	-1,62	-1,22	3,03	-1,28	3,36	1,65	1,26	1,64	5,04	1,67						
	RMSE		5,14	4,51	4,51	4,51	6,75	4,52	5,74	4,78	4,69	4,77	7,21	4,77						
	MAPE		4,71	4,46	4,52	4,45	5,71	4,48	5,15	4,23	4,17	4,24	5,84	4,25						

			Forecasting Horizon: 7						
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	
4/3/2013	118,10	1,19	114,61	118,24	118,17	118,21	113,90	118,05	
5/3/2013	115,90	1,17	111,28	116,07	116,01	116,03	111,70	115,82	
6/3/2013	122,50	1,20	114,66	118,64	118,60	118,61	114,07	118,34	
7/3/2013	122,10	1,17	113,41	116,16	116,12	116,12	111,57	115,80	
8/3/2013	129,40	1,15	117,64	113,90	113,88	113,87	109,30	113,50	
9/3/2013	57,10	0,55	51,70	54,91	54,90	54,89	52,64	54,69	
10/3/2013	56,70	0,56	52,38	55,95	55,95	55,93	53,58	55,70	
			Forecasting Horizon: 1						
11/3/2013	122,70	1,18	116,76	122,63	123,02	122,61	116,95	122,64	
12/3/2013	114,00	1,16	113,71	120,63	121,15	120,62	115,06	120,65	
13/3/2013	128,00	1,19	118,81	123,78	124,46	123,77	118,07	123,81	
14/3/2013	125,70	1,17	118,75	121,39	122,21	121,39	115,82	121,43	
15/3/2013	124,10	1,19	125,50	122,91	123,87	122,91	117,27	122,95	
16/3/2013	52,60	0,55	55,07	56,58	57,09	56,58	53,99	56,60	
17/3/2013	52,20	0,56	55,30	57,54	58,12	57,54	54,91	57,56	
	ME		4,40	1,56	1,25	1,57	5,88	1,68	
	RMSE		6,23	5,49	5,53	5,50	8,18	5,62	
	MAPE		5,44	4,06	4,11	4,06	6,15	4,17	
			0,99	-0,76	-1,07	-0,76	3,09	-0,80	
			4,99	4,57	4,59	4,57	5,93	4,57	
			4,06	4,59	4,73	4,59	5,02	4,61	

Συνολική Κατανάλωση

			Forecasting Horizon: 3					Forecasting Horizon: 4					Forecasting Horizon: 6							
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta
6/3/2013	274,00	1,16	278,05	273,45	268,27	273,24	295,05	276,72	278,05	273,45	268,27	273,24	295,05	276,72	278,05	273,45	268,27	273,24	295,05	276,72
7/3/2013	258,30	1,12	278,80	265,44	259,17	265,23	287,54	269,25	278,80	265,44	259,17	265,23	287,54	269,25	278,80	265,44	259,17	265,23	287,54	269,25
8/3/2013	261,60	1,15	292,28	272,74	265,02	272,52	296,61	277,31	292,28	272,74	265,02	272,52	296,61	277,31	292,28	272,74	265,02	272,52	296,61	277,31
9/3/2013	164,80	0,65	145,80	149,47	147,57	149,39	164,26	150,69	183,06	153,62	148,54	153,50	167,71	156,56	183,06	153,62	148,54	153,50	167,71	156,56
10/3/2013	162,90	0,63	169,92	144,05	141,51	143,97	158,85	145,54	178,84	151,25	151,87	151,37	158,86	151,39	190,85	146,85	141,30	146,74	160,94	150,01
11/3/2013	208,50	1,17	277,14	268,30	262,22	268,15	296,88	271,67	278,99	281,71	282,11	281,93	296,90	282,53	288,25	277,32	265,49	277,10	305,08	283,95
12/3/2013	174,60	1,13	238,98	256,92	249,60	256,62	283,42	260,20	266,35	271,92	271,58	272,13	287,56	273,25	238,98	256,92	249,60	256,62	283,42	260,20
13/3/2013	203,90	1,16	262,32	264,28	255,64	263,97	292,44	268,18	279,50	279,71	278,60	279,93	296,79	281,62	262,32	264,28	255,64	263,97	292,44	268,18
14/3/2013	188,30	1,12	253,24	255,37	245,94	255,06	283,44	259,65	196,52	196,29	192,73	196,12	270,33	197,36	253,24	255,37	245,94	255,06	283,44	259,65
15/3/2013	192,50	1,15	203,06	196,34	192,93	196,26	275,20	196,65	207,99	202,36	196,44	202,18	279,34	204,03	277,48	263,27	252,43	262,95	293,10	268,20
16/3/2013	87,40	0,66	0,00	113,44	110,08	113,39	159,32	113,91	0,00	116,92	112,17	116,81	161,77	118,21	147,91	148,28	141,54	148,10	165,58	151,35
17/3/2013	85,90	0,65	0,00	110,18	105,53	110,12	155,04	110,91	0,00	113,55	107,62	113,44	157,47	115,13	146,88	142,90	135,79	142,73	160,05	146,14
	ME		-31,02	-25,69	-19,85	-25,50	-54,43	-28,65	-35,10	-25,91	-22,49	-25,87	-54,73	-28,06	-47,95	-38,14	-30,50	-37,92	-60,69	-42,07
	RMSE		42,88	43,90	39,13	43,74	67,77	46,30	46,23	46,02	45,68	46,12	67,84	46,95	54,18	51,78	45,33	51,59	72,07	55,00
	MAPE		17,54	17,12	15,23	17,06	27,68	18,14	17,79	15,86	15,23	15,86	27,80	16,42	31,00	28,50	25,36	28,41	38,83	30,12
			Forecasting Horizon: 2					Forecasting Horizon: 5												
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta						
8/3/2013	261,60	1,15	282,51	267,81	264,59	267,67	291,34	270,13	282,51	269,01	265,78	268,88	292,65	271,35						
9/3/2013	164,80	0,66	169,91	154,73	152,13	154,65	168,94	156,43	169,91	151,52	148,97	151,44	165,43	153,18						
10/3/2013	162,90	0,63	178,84	151,25	151,87	151,37	158,86	151,39	182,42	146,02	142,87	145,95	160,00	147,95						
11/3/2013	208,50	1,17	278,99	281,71	282,11	281,93	296,90	282,53	284,19	271,98	264,77	271,84	299,08	276,18						
12/3/2013	174,60	1,13	238,98	256,92	249,60	256,62	283,42	260,20	268,68	263,48	255,21	263,35	290,76	268,15						
13/3/2013	203,90	1,16	262,32	264,28	255,64	263,97	292,44	268,18	210,69	230,13	215,88	229,01	285,48	234,13						
14/3/2013	188,30	1,11	196,52	196,29	192,73	196,12	270,33	197,36	201,74	222,37	206,66	221,28	276,59	226,77						
15/3/2013	192,50	1,15	207,99	202,36	196,44	202,18	279,34	204,03	212,90	229,24	211,03	228,11	285,91	234,32						
16/3/2013	87,40	0,67	0,00	111,83	109,99	111,91	157,18	112,14	0,00	132,45	120,73	131,79	165,62	135,70						
17/3/2013	85,90	0,65	0,00	108,61	105,47	108,68	152,91	109,14	0,00	124,44	112,28	123,82	156,01	127,78						
	ME		-38,82	-37,02	-32,95	-36,91	-75,10	-38,83	-31,99	-28,33	-19,26	-27,84	-62,35	-31,87						
	RMSE		41,16	45,03	41,90	44,94	73,05	46,68	44,82	44,22	37,35	43,86	75,70	47,34						
	MAPE		16,58	17,11	15,45	17,05	31,65	17,78	16,79	19,08	15,24	18,85	32,43	20,37						

			Forecasting Horizon: 7													
	Kwh	SI	ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta								
4/3/2013	270,00	1,18	272,19	296,10	296,26	296,26	302,69	296,02								
5/3/2013	258,30	1,13	264,70	285,22	284,80	285,38	292,84	285,81								
6/3/2013	274,00	1,16	280,89	291,97	290,94	292,13	301,06	293,24								
7/3/2013	258,30	1,13	280,35	283,41	281,84	283,57	293,49	285,31								
8/3/2013	261,60	1,14	292,71	286,51	284,34	286,67	297,94	289,08								
9/3/2013	164,80	0,65	184,41	162,64	161,07	162,73	169,83	164,47								
10/3/2013	162,90	0,62	191,76	156,80	154,97	156,89	164,41	158,93								
									Forecasting Horizon: 1							
			ARIMA	SES	Holt	Damped	LRL	Theta								
11/3/2013	208,50	1,17	272,18	293,81	296,05	294,24	297,60	292,14	272,18	293,81	296,05	294,24	297,60	292,14		
12/3/2013	174,60	1,13	259,71	283,60	285,25	284,02	288,24	282,50	238,98	256,92	249,60	256,62	283,42	260,20		
13/3/2013	203,90	1,16	274,07	291,73	292,90	292,15	297,50	291,12	210,69	230,13	215,88	229,01	285,48	234,13		
14/3/2013	188,30	1,12	267,18	281,89	282,51	282,30	288,44	281,80	196,52	196,29	192,73	196,12	270,33	197,36		
15/3/2013	192,50	1,15	273,41	290,61	290,72	291,04	298,35	291,04	203,06	196,34	192,93	196,26	275,20	196,65		
16/3/2013	87,40	0,65	170,87	163,68	163,45	163,92	168,59	164,21	0,00	111,83	109,99	111,91	157,18	112,14		
17/3/2013	85,90	0,63	170,45	157,75	157,23	157,98	163,01	158,54	0,00	92,80	90,10	92,72	149,87	92,47		
ME			-47,42	-52,48	-52,24	-52,73	-59,50	-53,09	2,81	-33,86	-29,45	-33,68	-82,57	-34,86		
RMSE			57,24	65,06	65,49	65,34	70,19	65,02	57,87	47,00	44,69	46,95	83,64	47,80		
MAPE			31,96	33,50	33,66	33,63	36,53	33,49	40,08	20,45	17,73	20,36	55,13	20,98		

Παράρτημα Γ: Αποτελέσματα σταδίου αξιολόγησης μοντέλων πρόβλεψης, case study τραπεζών

Παράμετροι των μοντέλων χρονοσειρών που χρησιμοποιήθηκαν

ΑΤΤΙΚή

AC: SES (a=0.8616, l=96.5414) horizons: 1, 3

LRL (a=110.9905, b=-0.8189127) h:7, 6, 5, 2

Damped (a=0.8523, b=1e-04 φ=0.98) h: 4

UPS: LRL (a=2.457714, b=-0.0005368396) h: 1, 2

ARIMA(2, 0, 0) ar1=- 0. 1983 ar2=0. 2444 h: 7, 6, 4, 3

SES (a=1e-04, l=2.4411) h: 5

Lights: LRL (a=75.2158, b=0.09353579) h: 3-7

ARIMA(1, 0, 0) (2, 1, 0) [7] ar1=0. 4833 sar1=- 0. 5103 sar2=- 0. 5305 d=0. 0927 h: 2

Holt (a=0.593, b=0.0003, l=73.0844, b=0.116) h: 1

Sum: SES (a=0.7934, l=173.3435) h: 2, 3, 6

LRL (a=181.4942, b=-0.4990228) h: 4, 5, 7

Holt (a=0.7907, b=1e-04, l=171.9595, b=-0.2816) h: 1

Γλυφάδα

AC: Holt (a=0.6594, b=1e-04, l=32.84786, b=1) h: 1-5

ARIMA(0, 0, 1) (2, 0, 0) [7] ma1=0. 7576 sar1=0. 4169 sar2=0. 4830 int=0. 7220 h: 6

Damped (a=0.5889, b=1e-04 φ=0.98, l=29.84806, b=1) h: 7

UPS: Holt (a=0.4332, b=1e-04, l=26.45667, b=0) h: 2, 4

LRL (a=0.3677398, b=3.278364e-08) h: 7, 6, 5, 3

ARIMA(1, 0, 0) (0, 1, 2) [7] ar1=0. 5189 sma1=- 0. 8572 sma2=0. 2351 h: 1

Lights: Theta (a=57.74183, b=-0.07009613) h: 1, 2, 4, 6

SES (a=0.2801, l=57.9808) h: 3, 7

Damped (a=0.2833, b=1e-04 φ=0.8, l=57.7678, b=0.2052) h: 5

Sum: ARIMA(0, 0, 1) (1, 1, 1) [7] ma1=0. 6152 sar1=- 0. 3533 sma1=0. 554 h: 1-4

Holt (a=1e-04, b=1e-04, l=130.6954, b=0) h: 5

LRL (a=0.7825458, b=1.3123e-06) h: 7

Μακρυγιάννη

AC: ARIMA(0, 0, 1) (0, 1, 1) [7] ma1=0.4225 sma1=-0.9016 d=0.0077 h: 1, 2, 4, 6

SES (a=0.4283, l=12.14698) h: 7

Theta (a=2.047917, b=0.007878573) h: 5

Damped (a=0.4138, b=1e-04, φ=0.9483, l=11.4292, b=0.9483) h: 3

UPS: ARIMA(1, 0, 0) (2, 0, 1) [7] ar1=0.4529 sar1=0.6104 sar2=0.3664 sma1=-0.6721 int=45.3925 h: 1-7

Lights: SES (a=0.9999, l=64.78352) h: 1

LRL (a=64.30717, b=0.999003) h: 2, 3, 5

Holt (a=0.999, b=1e-04, l=65.93533, b=0.9972046) h: 4, 6

ARIMA(2, 0, 1) (2, 1, 0) [7] ar1=0.5792 ar2=-0.2804 ma1=0.574 sar1=-0.5098 sar2=-0.2804 h: 7

Sum: ARIMA(2, 0, 0) (1, 1, 0) [7] ar1=0.6235 ar2=-0.3519 sar1=-0.6376 1-7

Παλλήνη

AC: Holt (a=0.5813, b=1e-04, l=40.289, b=-0.2816) h: 1, 2, 3, 4, 6

LRL (a=38.41611, b=-0.2122701) h: 7

Theta (a=38.41611, b=-0.2122701) h: 5

UPS: ARIMA(0, 1, 0) (0, 1, 0) [7] h: 1, 3, 4, 6

SES (a=0.8489, l=26.2507) h: 7

Damped (a=0.7338, b=1e-04, φ=0.9237, l=24.918, b=0.5561) h: 2, 5

Lights: ARIMA(2, 0, 1) (2, 1, 1) [7] ar1=-0.2272 ar2=0.2065 ma1=0.8509 sar1=-1.6189 sar2=-0.7794 sma1=0.9883 h: 1, 2, 5, 6, 7

LRL (a=86.56471, b=0.9999998) h: 3, 4

Χολαργός

AC: ARIMA(0, 1, 2) (2, 0, 0) [7] ma1=-0.0736 ma2=-0.4271 sar1=0.4531 sar2=0.3092 d=-28.0373 h: 1-7

UPS: LRL (a=0.5594287, b=1.395023e-06) h: 1, 3, 4, 6, 7

SES (a=0.9999, l=30.52688) h: 2, 5

Lights: ARIMA(0, 0, 1) (0, 1, 1) [7] ma1=0.4499 sma1=-0.6005 d=0.0615 h: 1

SES (a=0.3459, l=97.2919) h: 7, 4

Holt (a=0.3453, b=1e-04, l=97.1273, b=0.0348) h: 5, 6

Damped (a=0.3253, b=1e-04, φ=0.8135, l=96.5478, b=1.2308) h: 2, 3

Sum: Holt (a=0.7332, b=1e-04, l=199.4496, b=-50.41301) h: 1-6

ARIMA(2, 1, 0) (2, 1, 0) [7] ar1=-0.3016 ar2=-0.3363 sar1=-0.6108 sar2=-0.3083
h: 7

Τελικές προβλέψεις ανά ιεραρχική μέθοδο

Αντιστοίχιση αριθμητικών δεικτών με τα υποκαταστήματα της τράπεζας:

- 1: Υποκατάστημα Αττικής
- 2: Υποκατάστημα Γλυφάδας
- 3: Υποκατάστημα Μακρυγιάννη
- 4: Υποκατάστημα Παλλήνης
- 5: Υποκατάστημα Χολαργού

Bottom Up

Horizon	1	2		3			4				5				
Sum 1	168.5535	179.6018	171.8100	169.4427	163.7133	164.6353	169.3690	163.4679	164.2120	161.2100	179.1487	171.5934	171.4277	167.3560	167.8911
Sum 2	155.5508	155.7581	151.1931	156.2802	151.7681	154.6448	155.7581	151.1931	153.9975	151.6357	156.2924	151.7804	154.6576	152.3506	147.2206
Sum 3	138.3579	151.3794	152.9870	142.3162	139.2392	139.8674	138.0442	140.1985	142.6779	137.5773	142.5198	139.5570	140.3842	141.1538	134.0813
Sum 4	155.3720	154.4722	154.8908	156.0559	155.4250	152.8960	156.0559	155.4250	152.8960	148.8290	154.9075	155.5800	153.2399	151.9786	155.9061
Sum 5	155.5258	152.5978	146.6647	154.8463	148.9484	153.5636	154.5626	148.6719	153.2774	150.7016	152.4444	149.1621	146.7696	150.8176	148.3483
Total	773.3600	793.8094	777.5456	778.9414	759.0939	765.6072	773.7898	758.9563	767.0608	749.9536	785.3129	767.6729	766.4790	763.6566	753.4474
AC 1	77.5152	87.2221	78.9850	77.5152	71.1494	71.7781	77.4415	70.9040	71.3548	68.7073	87.2221	78.9850	78.5994	74.8202	75.7165
UPS 1	2.3781	2.3781	2.4414	2.4592	2.4032	2.4532	2.4592	2.4032	2.4532	2.4296	2.4582	2.4476	2.4243	2.4627	2.4342
Lights 1	88.6602	90.0016	90.3835	89.4684	90.1607	90.4040	89.4684	90.1607	90.4040	90.0731	89.4684	90.1607	90.4040	90.0731	89.7404
AC 2	31.8109	31.8109	28.8432	31.8109	28.8432	28.9951	31.8109	28.8432	28.9951	27.1478	31.8109	28.8432	28.9951	27.1478	27.5231
UPS 2	54.6617	54.8690	54.9468	55.1855	55.2789	56.8752	54.8690	54.9468	56.5180	55.3275	55.1855	55.2789	56.8752	55.6926	53.4922
Lights2	69.0782	69.0782	67.4030	69.2837	67.6460	68.7745	69.0782	67.4030	68.4844	69.1604	69.2960	67.6583	68.7873	69.5102	66.2053
AC 3	36.4665	36.4665	38.5687	27.4033	24.8209	28.2301	36.4665	38.5687	43.6238	32.3758	27.6069	25.1387	28.7468	22.7559	20.8749
UPS 3	45.8081	45.8081	49.0989	45.8081	49.0989	48.2725	45.8081	49.0989	48.2725	52.8641	45.8081	49.0989	48.2725	52.8641	49.9037
Lights 3	56.0833	69.1048	65.3193	69.1048	65.3193	63.3649	55.7696	52.5309	50.7817	52.3374	69.1048	65.3193	63.3649	65.5339	63.3027
AC 4	30.3914	30.3914	31.0845	30.3914	31.0845	27.6856	30.3914	31.0845	27.6856	25.9127	30.8268	31.7736	28.5219	26.9090	30.0078
UPS 4	30.9995	30.0996	30.6407	30.9995	31.3999	31.1997	30.9995	31.3999	31.1997	30.8999	30.0996	30.6407	30.6031	30.2875	26.8807
Lights 4	93.9811	93.9811	93.1656	94.6650	92.9406	94.0107	94.6650	92.9406	94.0107	92.0165	93.9811	93.1656	94.1148	94.7820	99.0176
AC 5	3.4900	3.4900	0.0000	3.4900	0.0000	0.0000	3.4900	0.0000	0.0000	0.0000	3.4900	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
UPS 5	34.0468	31.7983	31.9650	34.0468	34.2486	34.4582	34.0468	34.2486	34.4582	34.0552	31.7983	31.9650	32.1386	31.7410	31.4082
Lights 5	117.9890	117.3095	114.6997	117.3095	114.6997	119.1054	117.0258	114.4232	118.8192	116.6465	117.1561	117.1971	114.6310	119.0766	116.9401

Horizon	6						7						
Sum 1	179.1475	171.5530	171.4369	167.3342	167.8509	72.0976	179.1475	171.5530	171.4369	167.3342	167.8509	72.0976	70.8430
Sum 2	153.6308	152.8887	156.6045	153.7079	151.3459	80.0767	156.4983	152.0400	154.9931	152.7341	147.6821	78.6705	78.5833
Sum 3	138.0442	140.1985	142.6779	137.5773	131.7323	83.7171	137.9082	139.8295	147.0244	149.1730	138.7352	80.4781	79.4563
Sum 4	155.3720	155.6500	153.0001	151.5946	158.9808	82.2833	157.4889	157.5164	155.3714	154.1488	161.2566	83.4589	83.2052
Sum 5	154.6929	151.4458	149.0892	153.1317	150.6613	146.2657	154.5626	148.6719	153.2774	150.7016	152.0354	81.7633	82.4706
Total	780.8875	771.7360	772.8086	763.3457	760.5711	464.4405	785.6056	769.6108	782.1032	774.0917	767.5603	396.4684	394.5584
AC 1	87.2221	78.9850	78.5994	74.8202	75.7165	9.7684	87.2221	78.9850	78.5994	74.8202	75.7165	9.7684	9.9039
UPS 1	2.4571	2.4073	2.4335	2.4408	2.3940	2.4374	2.4571	2.4073	2.4335	2.4408	2.3940	2.4374	2.4433
Lights 1	89.4684	90.1607	90.4040	90.0731	89.7404	59.8919	89.4684	90.1607	90.4040	90.0731	89.7404	59.8919	58.4957
AC 2	29.3671	30.2068	31.2449	28.8548	32.0231	10.9500	32.0291	29.1151	29.3434	27.5444	27.9973	9.3906	9.2917
UPS 2	55.1855	55.2789	56.8752	55.6926	53.4922	44.1280	55.1855	55.2789	56.8752	55.6926	53.4922	44.1280	43.6493
Lights2	69.0782	67.4030	68.4844	69.1604	65.8306	24.9986	69.2837	67.6460	68.7745	69.4970	66.1926	25.1519	25.6422
AC 3	36.4665	38.5687	43.6238	32.3758	31.4485	17.8958	27.0412	24.4528	27.7682	21.8283	19.8846	12.8723	12.0445
UPS 3	45.8081	49.0989	48.2725	52.8641	49.9037	39.1494	45.8081	49.0989	48.2725	52.8641	49.9037	39.1494	39.1716
Lights 3	55.7696	52.5309	50.7817	52.3374	50.3801	26.6719	65.0589	66.2778	70.9838	74.4806	68.9469	28.4563	28.2403
AC 4	30.3914	31.0845	27.6856	25.9127	28.6634	7.0176	33.4072	34.3012	30.6712	28.8228	32.0138	7.8708	7.7829
UPS 4	30.9995	31.3999	31.1997	30.8999	31.2998	26.5000	30.1006	30.0496	30.5854	30.5439	30.2252	26.8224	26.6096
Lights 4	93.9811	93.1656	94.1148	94.7820	99.0176	48.7657	93.9811	93.1656	94.1148	94.7820	99.0176	48.7657	48.8128
AC 5	3.4900	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3.4900	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
UPS 5	34.0468	34.2486	34.4582	34.0552	33.7212	27.6121	34.0468	34.2486	34.4582	34.0552	33.7212	27.6121	27.6307
Lights 5	117.1561	117.1971	114.6310	119.0766	116.9401	118.6536	117.0258	114.4232	118.8192	116.6465	118.3142	54.1512	54.8399

Top Down

Horizon	1	2		3			4				5				
Total	848.9104	848.9104	804.4757	848.9104	804.4757	837.0281	787.6047	762.2614	772.2914	755.6943	784.1735	756.8274	764.6419	746.1091	750.2321
Sum 1	170.2738	170.2738	161.1179	170.2738	161.1179	167.8179	157.9772	152.6634	154.8387	151.9863	157.2889	151.5750	153.3050	150.0585	151.1912
Sum 2	147.1624	147.1624	139.5485	147.1624	139.5485	145.3272	136.5348	132.2258	134.0874	131.1704	135.9400	131.2832	132.7593	129.5067	130.2458
Sum 3	141.4329	141.4329	134.5701	141.4329	134.5701	140.3239	131.2190	127.5086	129.4711	126.6535	130.6474	126.5996	128.1887	125.0470	125.6886
Sum 4	157.1661	157.1661	148.7522	157.1661	148.7522	154.5551	145.8160	140.9465	142.6016	139.0771	145.1808	139.9417	141.1892	137.3130	137.6522
Sum 5	232.8752	232.8752	220.4870	232.8752	220.4870	229.0040	216.0576	208.9171	211.2926	206.8070	215.1164	207.4278	209.1997	204.1839	205.4543
AC 1	80.5567	80.5567	75.8717	80.5567	75.8717	78.9746	74.7392	71.8904	72.8666	72.1209	74.4136	71.3779	72.1449	71.2062	72.2103
UPS 1	32.4141	32.4141	30.6405	32.4141	30.6405	31.8700	30.0732	29.0327	29.4051	28.9600	29.9422	28.8257	29.1138	28.5927	28.8935
Lights 1	23.9411	23.9411	23.2104	23.9411	23.2104	24.5900	22.2122	21.9925	22.6882	22.3904	22.1154	21.8357	22.4635	22.1064	22.3609
AC 2	31.3360	31.3360	29.2843	31.3360	29.2843	30.1456	29.0730	27.7477	27.8142	27.2023	28.9463	27.5499	27.5387	26.8572	26.9168
UPS 2	91.5940	91.5940	86.2340	91.5940	86.2340	89.1016	84.9794	81.7089	82.2104	80.8307	84.6092	81.1265	81.3961	79.8054	80.5544
Lights2	2.9153	2.9153	2.7637	2.9153	2.7637	2.8769	2.7048	2.6187	2.6544	2.5511	2.6930	2.6000	2.6281	2.5187	2.4927
AC 3	57.3948	57.3948	54.5643	57.3948	54.5643	56.8243	53.2499	51.7011	52.4295	50.8630	53.0179	51.3325	51.9102	50.2178	50.1006
UPS 3	51.0297	51.0297	48.4372	51.0297	48.4372	50.3108	47.3445	45.8955	46.4197	45.0866	47.1383	45.5684	45.9599	44.5147	44.4100
Lights 3	35.7281	35.7281	33.9461	35.7281	33.9461	35.4033	33.1480	32.1648	32.6651	31.7433	33.0036	31.9355	32.3416	31.3406	31.3180
AC 4	36.3621	36.3621	34.5473	36.3621	34.5473	35.9845	33.7361	32.7344	33.2015	32.1542	33.5892	32.5011	32.8726	31.7464	31.6105
UPS 4	86.8018	86.8018	82.4825	86.8018	82.4825	85.9664	80.5332	78.1543	79.3177	77.3143	80.1824	77.5971	78.5320	76.3336	76.4883
Lights 4	57.3536	57.3536	54.3437	57.3536	54.3437	56.6329	53.2117	51.4920	52.2528	51.3474	52.9799	51.1250	51.7353	50.6962	51.2517
AC 5	66.4620	66.4620	62.9224	66.4620	62.9224	65.4231	61.6624	59.6206	60.3632	59.1765	61.3937	59.1956	59.7653	58.4259	58.9177
UPS 5	90.1020	90.1020	85.5217	90.1020	85.5217	89.0062	83.5951	81.0340	82.1224	80.1315	83.2309	80.4563	81.3089	79.1151	79.4173
Lights 5	104.9191	104.9191	99.7057	104.9191	99.7057	103.9178	97.3422	94.4737	95.8807	93.8221	96.9181	93.8003	94.9310	92.6321	93.2894

Horizon	6						7						
Total	848.9104	804.4757	837.0281	822.1731	824.2626	384.5634	785.8722	760.4374	770.2918	753.5868	759.7382	396.5913	389.2165
Sum 1	170.2738	161.1179	167.8179	165.3566	166.1103	77.3876	157.6296	152.2981	154.4378	151.5624	153.1070	79.8081	77.9988
Sum 2	147.1624	139.5485	145.3272	142.7096	143.0980	66.9258	136.2345	131.9094	133.7402	130.8046	131.8961	69.0190	67.8555
Sum 3	141.4329	134.5701	140.3239	137.7953	138.0911	64.6181	130.9304	127.2035	129.1359	126.3003	127.2812	66.6392	65.6509
Sum 4	157.1661	148.7522	154.5551	151.3117	151.2353	70.3917	145.4953	140.6092	142.2324	138.6892	139.3964	72.5933	71.5071
Sum 5	232.8752	220.4870	229.0040	224.9999	225.7279	105.2402	215.5824	208.4172	210.7455	206.2303	208.0576	108.5318	106.2042
AC 1	80.5567	75.8717	78.9746	78.4654	79.3357	36.7492	74.5748	71.7183	72.6780	71.9198	73.1252	37.8986	36.4913
UPS 1	32.4141	30.6405	31.8700	31.5076	31.7446	14.8292	30.0071	28.9632	29.3290	28.8793	29.2596	15.2930	14.8804
Lights 1	23.9411	23.2104	24.5900	24.3601	24.5674	11.5372	22.1633	21.9398	22.6294	22.3280	22.6442	11.8981	11.7700
AC 2	31.3360	29.2843	30.1456	29.5953	29.5729	13.5039	29.0090	27.6813	27.7421	27.1264	27.2579	13.9263	13.5685
UPS 2	91.5940	86.2340	89.1016	87.9414	88.5032	40.9919	84.7924	81.5134	81.9975	80.6053	81.5751	42.2739	40.9955
Lights2	2.9153	2.7637	2.8769	2.7755	2.7387	1.2806	2.6988	2.6124	2.6475	2.5439	2.5243	1.3207	1.3160
AC 3	57.3948	54.5643	56.8243	55.3374	55.0443	25.7574	53.1328	51.5774	52.2937	50.7211	50.7354	26.5631	26.3819
UPS 3	51.0297	48.4372	50.3108	49.0529	48.7923	22.8665	47.2404	45.7857	46.2995	44.9608	44.9727	23.5817	23.3491
Lights 3	35.7281	33.9461	35.4033	34.5357	34.4084	16.1226	33.0750	32.0878	32.5806	31.6547	31.7148	16.6268	16.5956
AC 4	36.3621	34.5473	35.9845	34.9828	34.7297	16.2424	33.6619	32.6561	33.1155	32.0645	32.0111	16.7504	16.6226
UPS 4	86.8018	82.4825	85.9664	84.1157	84.0359	39.3578	80.3560	77.9673	79.1123	77.0987	77.4574	40.5888	40.1914
Lights 4	57.3536	54.3437	56.6329	55.8645	56.3091	26.3392	53.0947	51.3688	52.1175	51.2043	51.9011	27.1630	26.5931
AC 5	66.4620	62.9224	65.4231	64.3822	64.7315	30.2144	61.5267	59.4780	60.2069	59.0114	59.6642	31.1594	30.5318
UPS 5	90.1020	85.5217	89.0062	87.1807	87.2540	40.7652	83.4112	80.8401	81.9097	79.9080	80.4236	42.0402	41.3430
Lights 5	104.9191	99.7057	103.9178	102.0757	102.4949	48.0059	97.1280	94.2477	95.6325	93.5605	94.4715	49.5074	48.5861

Optimal

Horizon	1	2		3			4				5				
Sum 1	833.0050	837.3102	798.8062	834.1801	794.9216	821.9921	784.6963	761.5656	771.1903	754.4857	784.4134	759.1107	765.0287	749.8033	750.9090
Sum 2	180.4825	188.3020	176.0621	180.4905	170.8788	175.9123	171.5503	163.9897	165.0379	162.1164	178.9688	169.8809	171.1376	164.5854	167.3834
Sum 3	167.4798	164.4583	155.4452	167.3279	158.9337	165.9218	157.9394	151.7149	154.8234	152.5421	156.1125	150.0680	154.3676	149.5799	146.7130
Sum 4	150.2869	160.0796	157.2391	153.3640	146.4047	151.1444	140.2255	140.7204	143.5038	138.4837	142.3399	137.8446	140.0941	138.3832	133.5736
Sum 5	167.3011	163.1723	159.1430	167.1036	162.5905	164.1729	158.2372	155.9468	153.7219	149.7354	154.7276	153.8675	152.9498	149.2079	155.3984
Total	167.4548	161.2980	150.9168	165.8941	156.1139	164.8406	156.7439	149.1937	154.1032	151.6080	152.2645	147.4497	146.4795	148.0469	147.8406
AC 1	81.4915	90.1221	80.4024	81.1978	73.5379	75.5371	78.1685	71.0779	71.6301	69.0094	87.1621	78.4142	78.5027	73.8967	75.5473
UPS 1	6.3544	5.2781	3.8588	6.1418	4.7917	6.2122	3.1863	2.5771	2.7285	2.7317	2.3983	1.8768	2.3276	1.5391	2.2650
Lights 1	92.6366	92.9017	91.8009	93.1510	92.5492	94.1630	90.1955	90.3347	90.6793	90.3753	89.4084	89.5899	90.3073	89.1496	89.5712
AC 2	35.7872	34.7110	30.2606	35.4935	31.2317	32.7541	32.5380	29.0172	29.2704	27.4499	31.7509	28.2724	28.8984	26.2242	27.3539
UPS 2	58.6380	57.7691	56.3642	58.8681	57.6674	60.6342	55.5961	55.1208	56.7933	55.6296	55.1256	54.7081	56.7785	54.7690	53.3230
Lights2	73.0545	71.9783	68.8204	72.9663	70.0345	72.5335	69.8053	67.5770	68.7597	69.4626	69.2360	67.0875	68.6906	68.5867	66.0361
AC 3	40.4428	39.3666	39.9861	31.0859	27.2094	31.9891	37.1936	38.7427	43.8990	32.6779	27.5470	24.5679	28.6501	21.8323	20.7056
UPS 3	49.7844	48.7082	50.5163	49.4907	51.4875	52.0315	46.5352	49.2729	48.5478	53.1662	45.7481	48.5281	48.1758	51.9405	49.7345
Lights 3	60.0596	72.0048	66.7367	72.7874	67.7078	67.1239	56.4967	52.7048	51.0570	52.6396	69.0448	64.7485	63.2682	64.6104	63.1335
AC 4	34.3677	33.2915	32.5019	34.0740	33.4730	31.4446	31.1185	31.2584	27.9609	26.2148	30.7668	31.2028	28.4252	25.9855	29.8386
UPS 4	34.9758	32.9997	32.0581	34.6821	33.7884	34.9587	31.7266	31.5739	31.4750	31.2020	30.0397	30.0699	30.5065	29.3639	26.7114
Lights 4	97.9575	96.8812	94.5830	98.3476	95.3291	97.7697	95.3921	93.1146	94.2860	92.3186	93.9212	92.5948	94.0181	93.8585	98.8484
AC 5	7.4664	6.3901	1.4174	7.1726	2.3885	3.7590	4.2171	0.1740	0.2753	0.3021	3.4301	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
UPS 5	38.0231	34.6983	33.3824	37.7293	36.6371	38.2172	34.7739	34.4226	34.7335	34.3573	31.7383	31.3942	32.0419	30.8174	31.2390
Lights 5	121.9653	120.2096	116.1171	120.9921	117.0882	122.8644	117.7529	114.5972	119.0945	116.9486	117.0961	116.6263	114.5343	118.1530	116.7709

Horizon	6						7						
Sum 1	834.5898	797.5831	823.5082	809.7884	810.8539	401.3796	785.8160	762.3687	772.7784	757.9036	761.3849	396.5655	390.3411
Sum 2	189.8880	176.7224	181.5768	176.6227	177.9075	59.4855	179.1896	170.1046	169.5720	164.0966	166.6159	72.1170	69.9995
Sum 3	164.3713	158.0581	166.7444	162.9964	161.4024	67.4645	156.5404	150.5915	153.1281	149.4965	146.4470	78.6899	77.7398
Sum 4	148.7846	145.3680	152.8178	146.8659	141.7888	71.1050	137.9503	138.3811	145.1595	145.9354	137.5001	80.4975	78.6128
Sum 5	166.1125	160.8195	163.1400	160.8831	169.0373	69.6711	157.5310	156.0680	153.5064	150.9112	160.0216	83.4783	82.3618
Total	165.4333	156.6152	159.2291	162.4203	160.7178	133.6536	154.6046	147.2235	151.4124	147.4640	150.8003	81.7827	81.6272
AC 1	90.8022	80.7082	81.9794	77.9164	79.0687	5.5643	87.2361	78.5022	77.9777	73.7410	75.3048	9.7748	9.6228
UPS 1	6.0372	4.1304	5.8135	5.5370	5.7462	0.0000	2.4711	1.9245	1.8119	1.3616	1.9823	2.4438	2.1621
Lights 1	93.0486	91.8839	93.7840	93.1693	93.0926	55.6878	89.4824	89.6779	89.7824	88.9939	89.3288	59.8984	58.2146
AC 2	32.9472	31.9299	34.6249	31.9510	35.3753	6.7460	32.0431	28.6323	28.7217	26.4652	27.5856	9.3970	9.0106
UPS 2	58.7657	57.0020	60.2551	58.7888	56.8444	39.9239	55.1996	54.7961	56.2535	54.6134	53.0805	44.1345	43.3682
Lights2	72.6584	69.1262	71.8644	72.2566	69.1828	20.7946	69.2978	67.1632	68.1529	68.4178	65.7809	25.1584	25.3611
AC 3	40.0467	40.2919	47.0037	35.4720	34.8007	13.6917	27.0552	23.9700	27.1465	20.7491	19.4729	12.8788	11.7633
UPS 3	49.3883	50.8221	51.6525	55.9603	53.2559	34.9454	45.8221	48.6161	47.6508	51.7849	49.4920	39.1559	38.8904
Lights 3	59.3497	54.2540	54.1617	55.4336	53.7323	22.4679	65.0729	65.7950	70.3621	73.4014	68.5353	28.4628	27.9591
AC 4	33.9716	32.8076	31.0656	29.0088	32.0156	2.8135	33.4212	33.8184	30.0495	27.7436	31.6021	7.8773	7.5017
UPS 4	34.5797	33.1230	34.5797	33.9961	34.6520	22.2959	30.1146	29.5668	29.9637	29.4647	29.8135	26.8288	26.3284
Lights 4	97.5613	94.8888	97.4948	97.8782	102.3698	44.5617	93.9952	92.6828	93.4931	93.7028	98.6059	48.7722	48.5316
AC 5	7.0702	1.7231	3.3800	3.0962	3.3522	0.0000	3.5040	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0065	0.0000
UPS 5	37.6269	35.9718	37.8382	37.1513	37.0734	23.4081	34.0608	33.7658	33.8365	32.9760	33.3095	27.6186	27.3496
Lights 5	120.7362	118.9203	118.0109	122.1727	120.2923	114.4496	117.0398	113.9404	118.1975	115.5673	117.9025	54.1576	54.5587