



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμου Βέλτιστης Τοποθέτησης
Μονάδων Φασιθετών με Χρήση Μοντέλου Μειωμένης Τάξης
και Τεχνικών Ημιορισμένου Προγραμματισμού

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Γεώργιος Ι. Καρβέλης

Επιβλέπων: Γεώργιος Ν. Κορρές
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2014



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμου Βέλτιστης Τοποθέτησης
Μονάδων Φασιθετών με Χρήση Μοντέλου Μειωμένης Τάξης και
Τεχνικών Ημιορισμένου Προγραμματισμού

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Γεώργιος Ι. Καρβέλης

Επιβλέπων: Γεώργιος Ν. Κορρές
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή την 2014.

.....
Γ. Κορρές
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Κ. Βουρνάς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Π. Γεωργιάκης
Επ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2014

.....
Γεώργιος Ι. Καρβέλης
Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Γεώργιος Ι. Καρβέλης, 2014.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Τα τελευταία χρόνια τα δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας γίνονται όλο και περισσότερο πολύπλοκα εξαιτίας τις επέκτασής τους, καθώς επίσης και λόγω της απελευθέρωσης της αγοράς. Για το λόγο αυτό είναι επιτακτική η ανάγκη συνεχόμενης επιτήρησης και παρατηρησιμότητας των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Πρωταγωνιστικό ρόλο στην εποπτεία, καθώς επίσης και στην εύρυθμη λειτουργία των ηλεκτρικών δικτύων κατέχουν τα κέντρα ελέγχου ενέργειας, τα οποία συλλέγουν τα δεδομένα από διάφορους υποσταθμούς του συστήματος και πραγματοποιούν ανάλυση της παρατηρησιμότητας και ανάλυση της εκτίμησης κατάστασης του δικτύου. Τα δεδομένα που λαμβάνουν τα κέντρα ελέγχου ώστε να προχωρήσουν στις παραπάνω μελέτες είναι κατά κύριο λόγο συμβατικές μετρήσεις SCADA, δηλαδή μετρήσεις ενεργών και άεργων ροών ισχύος, μετρήσεις ενεργών και άεργων εγχύσεων ισχύος σε ζυγούς και μετρήσεις του μέτρου της τάσης σε συγκεκριμένους ζυγούς του ηλεκτρικού δικτύου.

Στις μέρες μας, με την ταχεία ανάπτυξη των δορυφορικών συστημάτων και πιο συγκεκριμένα του GPS, έχουν αναπτυχθεί νέες τεχνολογίες μετρήσεις στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας. Οι συγχρονισμένες μετρήσεις μονάδων φασιθετών, είναι σύγχρονες μετρήσεις μεγαλύτερης ακρίβειας από τις συμβατικές, έχουν βελτιωμένη συχνότητα μετάδοσης και είναι χρονικά σφραγισμένες μετρήσεις. Οι μονάδες μετρήσεις φασιθετών PMU, τοποθετούνται σε ζυγούς των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας και πραγματοποιούν μετρήσεις πραγματικού χρόνου του φασιθέτη της τάσης στον ζυγό εγκατάστασης, καθώς επίσης και των φασιθετών ρεύματος που αναχωρούν από αυτό τον ζυγό.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία γίνεται προσπάθεια ανάλυσης της παρατηρησιμότητας δικτύων ηλεκτρικής ενέργειας, μέσω τεχνικών δημιουργίας παρατηρήσιμων νησίδων. Για την υλοποίηση της παραπάνω διαδικασίας πρέπει στην είσοδο του αλγορίθμου να υπάρχει η τοπολογία του κυκλώματος καθώς και ένα σύνολο συμβατικών μετρήσεων SCADA. Εάν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας δεν είναι πλήρως παρατηρήσιμο, τότε πραγματοποιείται βέλτιστη τοποθέτηση μονάδων φασιθετών σε κομβικά σημεία του δικτύου, με σκοπό την αποκατάσταση της παρατηρησιμότητάς του. Η βέλτιστη τοποθέτηση των μονάδων PMU κάνει χρήση τεχνικών ημιορισμένου προγραμματισμού. Για την υλοποίηση των παραπάνω αλγορίθμων χρησιμοποιήθηκε το περιβάλλον προγραμματισμού του μαθηματικού προγράμματος MATLAB, ενώ τα ηλεκτρικά δίκτυα όπου πραγματοποιήθηκαν οι μελέτες είναι πρότυπα δίκτυα της IEEE.

Λέξεις κλειδιά : ανάλυση παρατηρησιμότητας, αποκατάσταση παρατηρησιμότητας, τεχνικές ημιορισμένου προγραμματισμού, βέλτιστη τοποθέτηση μονάδων φασιθετών (PMU), συμβατικές μετρήσεις, συγχρονισμένες μετρήσεις, βέλτιστη τοποθέτηση μονάδων PMU, μονάδες μέτρησης φασιθετών (PMU), νησιδοποίηση συστήματος.

Abstract

Through the last years power electrical systems become more and more complex due to their expansive use in conjunction with the market liberalization. This is the reason why the need of continuous surveillance and observability of power electrical systems is rather imperative. Energy control centers play a key role in supervision and proper functioning of electrical systems by collecting data from different substations as well as by analyzing the observability and evaluation of system status. The data used in the above process is primarily conventional measurements SCADA, which can be described as measurements of active and reactive power flows and measurements of the drift in buses.

Nowadays, the fast development of satellite systems and especially the Global Positioning System (GPS) has brought innovative measurements in power electrical systems. Synchronized phasor measurements are measurements of higher accuracy than the conventional ones, with improved transmission frequency and time-limited. Phasor measurements units (PMU) develop real –time measurements of the phasor in the installed bus.

The dissertation analyzes the observability of power electrical systems through the method of creating observable islands. This process is accomplished by inserting the network's topology and conventional SCADA measurements when entering the algorithm. In case that a power electrical system is not fully observable, then is introduced an optimum placement of phasor units in key points of the system aiming at the restoration of observability. The above algorithms were produced using the MATLAB programming system, while the electrical systems used for the research are standard networks of IEEE.

Index Terms :observability analysis, restoration, semidefinite programming algorithm techniques, optimal PMU placement (OPP), conventional measurements, synchronized measurements, optimal PMU placement problem, phasor measurement unit (PMU), flow islands.

Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε το ακαδημαϊκό έτος 2013-2014, στον τομέα Ηλεκτρικής Ισχύος της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Ε.Μ.Π. υπό την επίβλεψη του Καθηγητή κ.Κορρέ Γεώργιου.

Αρχικά, θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες στον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας κ. Κορρέ Γεώργιο, για την ανάθεσή της σε εμένα καθώς επίσης και για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε κατά την διάρκεια εκπόνησής της.

Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους συμμετέχοντες στην εξέταστική επιτροπή, τον Καθηγητή κ. Βουρνά Κωνσταντίνο και τον Λέκτορα κ. Γεωργιάκη Παύλο.

Θα ήθελα ειλικρινά να ευχαριστήσω τον κ. Μανουσάκη Νικόλαο, διδάκτορα της σχολής Η.Μ.Μ.Υ. του Ε.Μ.Π., για τις συμβουλές του, την αμέριστη βοήθεια του και για τον χρόνο που αφιέρωσε σε εμένα.

Ένα ακόμα μεγαλύτερο ευχαριστώ οφείλω στην οικογένειά μου, για την στήριξη της και την συμπαράστασή της καθ'όλη τη διάρκεια των φοιτητικών μου χρόνων.

Ένα τελευταίο ευχαριστώ στην Ελίνα Ραρή, που μοιράστηκε μαζί μου χαρές και αγωνίες όλο αυτό το διάστημα και ήταν πάντα δίπλα μου να μου συμπαραστέκεται.

Περιεχόμενα

1.	Κλασική Εκτίμηση Κατάστασης.....	21
1.1	Εισαγωγή.....	21
1.1.1	Καταστάσεις λειτουργίας	21
1.1.2	Ανάλυση ασφάλειας	22
1.1.3	Η ιδέα της εκτίμησης κατάστασης.....	23
1.1.4	Εκτιμητής κατάστασης.....	24
1.2	Παραδοχές - Υποθέσεις.....	27
1.2.1	Γραμμές μεταφοράς.....	27
1.2.2	Εγκάρσια στοιχεία	28
1.2.3	Μετασχηματιστές	29
1.2.4	Γεννήτριες και φορτία	30
1.3	Εκτίμηση Μέγιστης Πιθανοφάνειας	31
1.3.1	Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.....	32
1.3.2	Συνάρτηση πιθανοφάνειας.....	33
1.4	Μοντελοποίηση των διαθέσιμων μετρήσεων.....	34
1.5	Αλγόριθμος Εκτίμησης Κατάστασης	37
1.5.1	Συνθήκες Αρχικοποίησης και Τερματισμού.....	37
1.5.2	Περιγραφή του αλγόριθμος	37
1.5.3	Μαθηματική διατύπωση συμβατικών μετρήσεων SCADA	40
1.5.4	Δομή Ιακωβιανής Μήτρα	42
1.5.5	Δημιουργία Μήτρας Κέρδους.....	44
1.6	Επίλυση συστήματος με αραιές μήτρες.....	44
1.6.1	Παραγοντοποίηση LU	44
1.6.2	Παραγοντοποίηση Cholesky.....	45
2.	Μονάδες Μέτρησης Φασιθετών.....	46
2.1	Εισαγωγή.....	46
2.2	Μαθηματική έκφραση φασιθέτη	47
2.3	Συγχρονισμένη Μέτρηση Φασιθέτη.....	48

2.4	Ιστορική ανασκόπηση	49
2.4.1	Εισαγωγή	49
2.4.2	Δημιουργία και εφαρμογή του πρώτου ψηφιακού συστήματος προστασίας	50
2.4.3	Αναβάθμιση επεξεργαστών και βελτιστοποίηση αλγορίθμων	51
2.4.4	Πρώτη μονάδα Μέτρησης Φασικής Γωνίας.....	52
2.4.5	Αρχιτεκτονική Μονάδας Μέτρησης Φασιθετών (PMU).....	53
2.5	Παγκόσμια δορυφορικά συστήματα πλοήγησης.....	55
2.6	Ιεραρχία ενός συστήματος ελέγχου με μονάδες PMU	57
2.7	Πρότυπα μετάδοσης χρονικών σημάτων.....	58
2.7.1	Πρότυπο 1PPS	58
2.7.2	Πρότυπο IRIG-B.....	59
2.8	Δομή αρχείου συγχρονισμένων μετρήσεων φασιθετών	60
2.9	Σύγκριση τεχνολογίας SCADA και PMU	61
2.10	Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα από τη χρήση των PMU	64
3.	Θεμελίωση προβλήματος εκτίμησης κατάστασης με χρήση μετρήσεων PMU και SCADA.....	66
3.1	Εισαγωγή.....	66
3.1.1	Συγχρονισμένες μετρήσεις φασιθετών	66
3.1.2	Υβριδικός εκτιμητής κατάστασης	66
3.2	Υπολογισμός φασιθετών ρεύματος και τάσης με χρήσιμου ισοδύναμου μοντέλου «π» γραμμής μεταφοράς.....	68
3.2.1	Χρήση μοντέλου πολικών συντεταγμένων για την θεμελίωση του προβλήματος..	68
3.2.2	Χρήση μοντέλου καρτεσιανών συντεταγμένων για την θεμελίωση του προβλήματος.	74
3.3	Μοντέλο εκτίμησης κατάστασης με χρήση συγχρονισμένων μετρήσεων απο εγκατεστημένες μονάδες PMU	76
3.3.1	Μορφή Ιακωβιανής μήτρας κάνοντας χρήση πολικών συντεταγμένων για τις μετρήσεις ρεύματος και το διάνυσμα κατάστασης	76
3.3.2	Μορφή Ιακωβιανής μήτρας κάνοντας χρήση καρτεσιανών συντεταγμένων για τις μετρήσεις ρεύματος και το διάνυσμα κατάστασης	82
4.	Τεχνικές Ημιορισμένου Προγραμματισμού (Semidefinite Programming Algorithm)	87

4.1	Εισαγωγή.....	87
4.2	Θετικά Ημιορισμένοι Πίνακες	89
4.2.1	Ορισμοί και χαρακτηρισμοί.....	89
4.2.2	Ιδιότητες θετικά ημιορισμένων πινάκων	90
4.3	Αλγόριθμος Ημιορισμένου Προγραμματισμού (SDP).....	91
4.3.1	Απο τον γραμμικό στον ημιορισμένο προγραμματισμό	92
4.3.2	Ημιορισμένος προγραμματισμός.....	92
4.3.3	Προσδιορισμός προβλήματος ημιορισμένου προγραμματισμού.....	96
4.4	Περιβάλλον επίλυσης προβλήματος– Yalmip toolbox	97
4.4.1	Εισαγωγή στο περιβάλλον YALMIP.....	98
4.4.2	Διαδικασία επίλυσης προβλήματος βελτιστοποίησης	99
4.4.3	Έλεγχοι που πραγματοποιούνται στο περιβάλλον βελτιστοποίησης.....	100
5.	Ανάλυση και Αποκατάσταση Παρατηρησιμότητας Συστήματος	105
5.1	Εισαγωγή.....	105
5.2	Μέθοδοι και τεχνικές ανάλυσης παρατηρησιμότητας.....	105
5.3	Διατύπωση συνθήκης παρατηρησιμότητας.....	106
5.4	Δομή της Ιακωβιανής μήτρας μετρήσεων	106
5.5	Νησιδοποίηση συστήματος.....	107
5.6	Θεμελίωση του μοντέλου μειωμένης τάξης	109
5.7	Προτεινόμενος αλγόριθμος ανάλυσης παρατηρησιμότητας με συμβατικές μετρήσεις SCADA	111
5.7.1	Αποκατάσταση της παρατηρησιμότητας μέσω τοποθέτησης μονάδων PMU.....	115
5.7.2	Επεξηγηματικό παράδειγμα προτεινόμενης μεθόδου.....	121
6.	Αποτελέσματα προσομοίωσης προτεινόμενου αλγορίθμου παρατηρησιμότητας και βέλτιστης τοποθέτησης μονάδων PMU.....	130
6.1	Εισαγωγή.....	130
6.2	Μελέτη δικτύου 14 ζυγών	131
6.2.1	Περίπτωση μελέτης χωρίς συμβατικές μετρήσεις SCADA στο δίκτυο IEEE 14.	132
6.2.2	Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις έγχυσης ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 14 ...	133
6.2.3	Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις μηδενική έγχυσης ισχύος στο δίκτυο IEEE ...	134

6.2.4	Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE	135
6.2.5	Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 14.....	136
6.2.6	Σχόλια και συμπεράσματα απο την μελέτη του δικτύου IEEE 14	137
6.3	Μελέτη δικτύου 30 ζυγών	138
6.3.1	Περίπτωση μελέτης χωρίς συμβατικές μετρήσεις SCADA στο δίκτυο IEEE 30.	140
6.3.2	Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις μηδενικών εγχύσεων ισχύος στο δίκτυο IEEE 30.....	141
6.3.3	Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 30.....	142
6.3.4	Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος και εγχύσεις ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 30	143
6.3.5	Σχόλια και συμπεράσματα απο την μελέτη του δικτύου IEEE 30	144
6.4	Μελέτη δικτύου 57 ζυγών	146
6.4.1	Περίπτωση μελέτης χωρίς συμβατικές μετρήσεις SCADA στο δίκτυο IEEE 57	147
6.4.2	Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις μηδενικών εγχύσεων ισχύος στο δίκτυο IEEE 57	148
6.4.3	Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 57.	149
6.4.4	Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος και εγχύσεις ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 57	150
6.4.5	Σχόλια και συμπεράσματα απο την μελέτη του δικτύου IEEE 57	151
6.5	Μελέτη δικτύου 118 ζυγών	153
6.5.1	Περίπτωση μελέτης χωρίς συμβατικές μετρήσεις SCADA στο δίκτυο IEEE 118	154
6.5.2	Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις μηδενικών εγχύσεων ισχύος στο δίκτυο IEEE 118.....	155
6.5.3	Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις έγχυσης ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 118 .	156
6.5.4	Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 118.....	157
6.5.5	Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος και εγχύσεις ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 118.....	159
6.5.6	Σχόλια και συμπεράσματα απο την μελέτη του δικτύου IEEE 118	161
6.6	Μελέτη δικτύου 300 ζυγών	163
6.6.1	Περίπτωση μελέτης χωρίς συμβατικές μετρήσεις SCADA στο δίκτυο IEEE 300.....	163

6.6.2	Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ισχύος στο δίκτυο IEEE 300	165
6.6.3	Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 300.....	167
6.6.4	Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος και εγχύσεις ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 300.....	170
6.6.5	Σχόλια και συμπεράσματα απο την μελέτη του δικτύου IEEE 300	173
7.	Συμπεράσματα και προοπτικές εξέλιξης της εργασίας	175
7.1	Συμπεράσματα Μελέτης.....	175
7.2	Προοπτικές της εργασίας	177
	Βιβλιογραφία.....	189

Ευρετήριο Σχημάτων

Σχήμα 1.1 : Καταστάσεις λειτουργία ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας.....	22
Σχήμα 1.2 : Λογικό διάγραμμα ροής ανάλυσης ασφάλειας.....	26
Σχήμα 1.3 : Ισοδύναμο μοντέλο «π» γραμμής μεταφοράς.....	28
Σχήμα 1.4 : Μοντέλο εγκάρσιου στοιχείου.....	28
Σχήμα 1.5 : Κυκλωματική αναπαράσταση μετασχηματιστή ισχύος.....	29
Σχήμα 1.6 : Ισοδύναμο μοντέλο μετασχηματιστή με αγωγιμότητες.....	29
Σχήμα 1.7: Μοντέλα φορτίων και γεννητριών.....	30
Σχήμα 1.8 : Διάγραμμα ροής αλγορίθμου εκτίμησης κατάστασης.....	39
Σχήμα 2.1: Αναπαράσταση φασιθέτη τάσης.....	48
Σχήμα 2.2 : Βασική δομή μίας μονάδας PMU.....	55
Σχήμα 2.3: Ιεραρχία συστήματος με συγχρονισμένες μονάδες PMU.....	58
Σχήμα 2.4 : Δομή αρχείων PMU.....	61
Σχήμα 3.1 : Μετρήσεις φασιθετών τάσης και ρεύματος από μονάδα PMU.....	67
Σχήμα 3.2: Ισοδύναμο μοντέλο «π» γραμμής μεταφοράς με τοποθετημένη μονάδα PMU στον ζυγό i	68
Σχήμα 3.3 : Ορισμός φασικών γωνιών τάσης και ρεύματος με την κοινή αναφορά του GPS.....	74
Σχήμα 3.4 : Ισοδύναμο μοντέλο «π» γραμμής μεταφοράς για την μελέτη καρτεσιανών συντεταγμένων.....	75
Σχήμα 5.1 : Νησιδοποίηση συστήματος που φέρει μόνο συμβατικές μετρήσεις SCADA.....	108
Σχήμα 5.2 : Νησιδοποίηση συστήματος με τεχνική ροονησίδων.....	114
Σχήμα 5.3 : Συμβατικές μετρήσεις – Σχέση P-δ.....	116
Σχήμα 5.4 : Συγχρονισμένες Μετρήσεις Φασιθετών.....	117
Σχήμα 5.5 : Λογικό διάγραμμα μελέτης παρατηρησιμότητας και αποκατάστασης.....	120
Σχήμα 5.6 : Δίκτυο IEEE 14 με συμβατικές μετρήσεις SCAD.....	121
Σχήμα 5.7 : Μελέτη δικτύου IEEE 14 για παρατηρησιμότητας και τοποθέτησης PMU.....	129
Σχήμα 6.1 : Δίκτυο IEEE 14 (14 ζυγών).....	131

Σχήμα 6.2 : Δίκτυο IEEE 14 (14 ζυγών) μετά την τοποθέτηση των μονάδων PMU.....	138
Σχήμα 6.3 : Δίκτυο IEEE 30 (30 ζυγών).....	139
Σχήμα 6.4 : Δίκτυο IEEE 30 (30 ζυγών) μετά την τοποθέτηση των μονάδων PMU.....	145
Σχήμα 6.5 : Δίκτυο IEEE 57 (57 ζυγών).....	146
Σχήμα 6.6 : Δίκτυο IEEE 57 (57 ζυγών) μετά την τοποθέτηση των μονάδων PMU.....	152
Σχήμα 6.7 : Δίκτυο IEEE 118 (118 ζυγών).....	153
Σχήμα 6.8 : Δίκτυο IEEE 118 (118 ζυγών) μετά την τοποθέτηση των μονάδων PMU.....	162

Ευρετήριο Πινάκων

Πίνακας 1.1 : Πρόσημα ενεργού και άεργου ισχύος για φορτία σταθερής αγωγιμότητας, φορτίο σταθερής ισχύος και γεννήτριες.....	31
Πίνακας 2.1: Συνοπτική σύγκριση συστημάτων SCADA και PMU.....	63
Πίνακας 5.1 : Μετρήσεις Δικτύου IEEE 14.....	121
Πίνακας 5.2 : Νησίδες μη παρατηρήσιμου δικτύου IEEE 14.....	124
Πίνακας 6.1 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 14(Πρώτη Περίπτωση)	132
Πίνακας 6.2 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 14(Πρώτη Περίπτωση).....	132
Πίνακας 6.3 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 14(Πρώτη Περίπτωση).....	132
Πίνακας 6.4 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 14(Δεύτερη Περίπτωση)	133
Πίνακας 6.5 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 14(Δεύτερη Περίπτωση).....	133
Πίνακας 6.6 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 14(Δεύτερη Περίπτωση).....	133
Πίνακας 6.7 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 14(Τρίτη Περίπτωση)	134
Πίνακας 6.8 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 14 (Τρίτη Περίπτωση).....	134
Πίνακας 6.9 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 14 (Τρίτη Περίπτωση).....	134
Πίνακας 6.10 : Μετρήσεις Δικτύου IEEE 14 (Τέταρτη Περίπτωση)	135
Πίνακας 6.11 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 14(Τέταρτη Περίπτωση).....	135
Πίνακας 6.12 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 14(Τέταρτη Περίπτωση).....	135
Πίνακας 6.13 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 14(Πέμπτη Περίπτωση)	136
Πίνακας 6.14 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 14(Πέμπτη Περίπτωση).....	136
Πίνακας 6.15 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 14(Πέμπτη Περίπτωση).....	136
Πίνακας 6.16 : Συγκεντρωτικός πίνακας παρουσίασης μελέτης δικτύου IEEE 14.....	137
Πίνακας 6.17 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 30(Πρώτη Περίπτωση)	140
Πίνακας 6.18 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 30(Πρώτη Περίπτωση).....	140
Πίνακας 6.19 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 30(Πρώτη Περίπτωση).....	140
Πίνακας 6.20 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 30(Δεύτερη Περίπτωση)	141
Πίνακας 6.21 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 30(Δεύτερη Περίπτωση).....	141

Πίνακας 6.22 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 30(Δεύτερη Περίπτωση).....	141
Πίνακας 6.23 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 30(Τρίτη Περίπτωση)	142
Πίνακας 6.24 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 30(Τρίτη Περίπτωση).....	142
Πίνακας 6.25 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 30(Τρίτη Περίπτωση).....	142
Πίνακας 6.26 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 30(Τέταρτη Περίπτωση)	143
Πίνακας 6.27 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 30(Τέταρτη Περίπτωση).....	143
Πίνακας 6.28 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 30(Τέταρτη Περίπτωση).....	143
Πίνακας 6.29 : Συγκεντρωτικός πίνακας παρουσίασης μελέτης δικτύου IEEE 30.....	144
Πίνακας 6.30 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 57(Πρώτη Περίπτωση)	147
Πίνακας 6.31 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 57(Πρώτη Περίπτωση).....	147
Πίνακας 6.32 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 57(Πρώτη Περίπτωση).....	147
Πίνακας 6.33 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 57(Δεύτερη Περίπτωση)	148
Πίνακας 6.34 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 57(Δεύτερη Περίπτωση).....	148
Πίνακας 6.35 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 57(Δεύτερη Περίπτωση).....	148
Πίνακας 6.36 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 57(Τρίτη Περίπτωση)	149
Πίνακας 6.37 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 57(Τρίτη Περίπτωση).....	149
Πίνακας 6.38 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 57(Τρίτη Περίπτωση).....	149
Πίνακας 6.39 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 57(Τέταρτη Περίπτωση)	150
Πίνακας 6.40 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 57(Τέταρτη Περίπτωση).....	150
Πίνακας 6.41 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 57(Τέταρτη Περίπτωση).....	150
Πίνακας 6.42 Συγκεντρωτικός πίνακας παρουσίασης μελέτης δικτύου IEEE 57.....	151
Πίνακας 6.43 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 118(Πρώτη Περίπτωση)	154
Πίνακας 6.44 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 118(Πρώτη Περίπτωση).....	154
Πίνακας 6.45 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 118(Πρώτη Περίπτωση).....	154
Πίνακας 6.46 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 118(Δεύτερη Περίπτωση)	155
Πίνακας 6.47 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 118(Δεύτερη Περίπτωση)...	155

Πίνακας 6.48 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δικτύου IEEE 118(Δεύτερη Περίπτωση).....	155
Πίνακας 6.49 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 118(Τρίτη Περίπτωση)	156
Πίνακας 6.50 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 118(Τρίτη Περίπτωση).....	156
Πίνακας 6.51 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 118(Τρίτη Περίπτωση).....	156
Πίνακας 6.52 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 118(Τέταρτη Περίπτωση)	157
Πίνακας 6.53 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 118(Τέταρτη Περίπτωση)...	158
Πίνακας 6.54 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 118(Τέταρτη Περίπτωση).....	158
Πίνακας 6.55 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 118(Πέμπτη Περίπτωση)	159
Πίνακας 6.56 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 118(Πέμπτη Περίπτωση)....	160
Πίνακας 6.57 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 118(Πέμπτη Περίπτωση).....	160
Πίνακας 6.58 : Συγκεντρωτικός πίνακας παρουσίασης μελέτης δικτύου IEEE 118.....	161
Πίνακας 6.59 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 300(Πρώτη Περίπτωση)	163
Πίνακας 6.60 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 300(Πρώτη Περίπτωση).....	163
Πίνακας 6.61 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 300(Πρώτη Περίπτωση).....	164
Πίνακας 6.62 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 300(Δεύτερη Περίπτωση)	165
Πίνακας 6.63 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 300(Δεύτερη Περίπτωση)....	165
Πίνακας 6.64 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 300(Δεύτερη Περίπτωση).....	166
Πίνακας 6.65 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 300(Τρίτη Περίπτωση)	167
Πίνακας 6.66 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 300(Τρίτη Περίπτωση).....	168
Πίνακας 6.67 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 300(Τρίτη Περίπτωση).....	169
Πίνακας 6.68 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 300(Τέταρτη Περίπτωση)	170
Πίνακας 6.69 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 300(Τέταρτη Περίπτωση)...	171
Πίνακας 6.70 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 300(Τέταρτη Περίπτωση).....	172
Πίνακας 6.71 : Συγκεντρωτικός πίνακας παρουσίασης μελέτης δικτύου IEEE 300.....	173

Κατάλογος Ακρωνύμων

1PPS	One Pulse Per Second
AEP	American Electrical Power
A/D	Analog to Digital
BCD	Binary Coded Decimal
CF	Control Function
DCLS	Direct Current Level Shift
DFR	Digital Fault Recorder
EMS	Energy Management System
ESA	European Space Agency
FRACSEC	FRACTION of a SECond
GLONASS	Global Navigation Satellite System
GNSS	Global Navigation Satellite System
GPS	Global Positioning System
IEEE	Institute of Electrical and Electronic Engineers
IRIG	Inter Range Instrumentation Group
LORAN-C	LOng-RANge Navigation
LMI	Linear Matrix Inequalities
LP	Linear Programming
LS	Least Squares
MLE	Maximum Likelihood Estimation
PAMU	Phase Angle Measurement Unit
PDC	Phasor Data Concentrator
PMU	Phasor Measurement Unit
PTI	Power Technologies Incorporated
RCC	Range Commanders Council
RTDMS	Real Time Dynamics Monitoring System
RTU	Remote Telemetry Unit
SBS	Straight Binary Seconds
SDP	Semi definite programming algorithm
SCADA	Supervisory Control And Data Acquisition
SOC	Second Of Century
SPDC	Super Phasor Data Concentrator
TTG	Telecommunications and Timing Group
UTC	Universal Time Coordinated
WLS	Weighted Least Squares

Διάρθρωση διπλωματικής εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει οργανωθεί σε κεφάλαια τα οποία παρουσιάζουν το θεωρητικό πλαίσιο και την πρακτική υλοποίηση της παρατηρησιμότητας ενός δικτύου και την αποκατάσταση της σε αυτό, μέσω τοποθέτησης μονάδων φασιθετών (PMU). Αρχικά γίνεται μελέτη της παρατηρησιμότητας του δικτύου και σε περίπτωση που το προς μελέτη δίκτυο δεν είναι παρατηρήσιμο (δεν αποτελεί όλο μία παρατηρήσιμη νησίδα), τότε γίνεται προσπάθεια αποκατάστασης της παρατηρησιμότητας μέσω τοποθέτησης μονάδων φασιθετών PMU.

Στο πρώτο κεφάλαιο της διπλωματικής εργασίας αναπτύσσονται έννοιες όπως ο εκτιμητής κατάστασης και τα συστήματα μετρήσεων. Η διαδικασία της εκτίμησης κατάστασης είναι μία θεμελιώδης διαδικασία που υλοποιείται σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας. Παρόλα αυτά για να υλοποιηθεί αυτός ο αλγόριθμος πρέπει το δίκτυο στο οποίο γίνεται η μελέτη να είναι πλήρως παρατηρήσιμο. Δηλαδή το σύνολο των μετρήσεων που είναι εγκατεστημένες σε αυτό να επαρκούν για την ορθή ολοκλήρωση του αλγορίθμου εκτίμησης κατάστασης. Τότε και μόνο τότε μπορούμε να λάβουμε ως έξοδο σωστά αποτελέσματα και να αναλύσουμε την κατάσταση του δικτύου. Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται ανάλυση και επεξεργασία συμβατικών μετρήσεων SCADA, δηλαδή ενεργών και άεργων ροών ισχύος, ενεργών και άεργων εγχύσεων ισχύος και μετρήσεις τάσεων σε ζυγούς.

Στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας γίνεται μία εισαγωγή στις μονάδες μέτρησης φασιθετών, οι οποίες έδωσαν τη δυνατότητα λήψης συγχρονισμένων μετρήσεων στα σύγχρονα δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας. Αρχικά γίνεται μια ιστορική αναδρομή από τη σύλληψη της ιδέας του φασιθέτη μέχρι την κατασκευή της πρώτης μονάδας PMU. Ύστερα αναλύεται η διαδικασία λήψης των μετρήσεων μέσω δορυφορικών συστημάτων GPS. Τέλος παρουσιάζεται μία σύγκριση της τεχνολογίας PMU με την τεχνολογία SCADA και παρουσιάζεται μια ανάλυση των υποσυστημάτων που απαρτίζουν ένα σύστημα PMU.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι συγχρονισμένες μετρήσεις φασιθετών. Γίνεται ανάλυση των φασιθετών ρεύματος σε καρτεσιανές και πολικές συντεταγμένες και μελέτη των φασιθετών τάσης. Στην συνέχεια συμπληρώνεται το μαθηματικό μοντέλο που αναπτύχθηκε στο 1^ο κεφάλαιο με τις σχέσεις που αφορούν στις συγχρονισμένες μετρήσεις (ουσιαστικά παρουσιάζεται μια υβριδική Ιακωβιανή μήτρα, η οποία περιέχει και συμβατικές και συγχρονισμένες μετρήσεις).

Στο τέταρτο κεφάλαιο της εργασίας παρουσιάζονται οι τεχνικές ημιορισμένου προγραμματισμού. Δίνεται η μαθηματική έκφραση του ημιορισμένου προγραμματισμού, οι συνθήκες ημιορισμένων και θετικά ορισμένων πινάκων που εισάγονται στον αλγόριθμο. Τέλος διαμορφώνεται ο τρόπος – αλγόριθμος για την επίλυση του παραπάνω προβλήματος, καθώς επίσης παρουσιάζεται και το περιβάλλον επίλυσης του αλγορίθμου.

Στο πέμπτο κεφάλαιο της εργασίας εισάγονται και αναλύονται οι έννοιες της παρατηρησιμότητας και της αποκατάστασης της σε ένα δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας. Παρουσιάζεται η τεχνική της παρατηρησιμότητας σε ένα δίκτυο, η δημιουργία παρατηρήσιμων νησίδων σε αυτό και γίνεται κατηγοριοποίηση των ζυγών του κυκλώματος σε εσωτερικούς και οριακούς. Στην συνέχεια της ανάλυσης εάν κριθεί ότι το δίκτυο δεν είναι παρατηρήσιμο, τότε γίνεται αποκατάσταση της παρατηρησιμότητας του δικτύου μέσω τοποθέτησης μονάδων PMUs σε κομβικά σημεία του δικτύου. Για την βέλτιστη τοποθέτηση μονάδων PMU, εισάγονται δεδομένα (ημιορισμένοι πίνακες) στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού και μας δίνει έξοδο τις βέλτιστες θέσεις τοποθέτησης των μονάδων.

Στο έκτο κεφάλαιο, γίνεται μελέτη παρατηρησιμότητας και αποκατάστασης σε 5 διαφορετικά δίκτυα. Τα δίκτυα που χρησιμοποιήθηκαν για να πραγματοποιηθεί η μελέτη είναι τα εξής : IEEE-14, IEEE-30, IEEE-57, IEEE-118 και IEEE-300. Τα παραπάνω δίκτυα βρίσκονται στο matpower 5.0b1 και είναι προσβάσιμα, για επαλήθευση και περαιτέρω μελέτη. Στα παραπάνω δίκτυα πραγματοποιήθηκε ένα σύνολο δοκιμών από διαφορετικά πακέτα μετρήσεων, τα οποία περιγράφονται αναλυτικά. Τέλος υπάρχουν αναλυτικοί πίνακες, οι οποίοι παρουσιάζουν την ανάλυση παρατηρησιμότητας και την βέλτιστη τοποθέτηση των μονάδων PMU, καθώς επίσης και αναπαράσταση των αντίστοιχων δικτύων.

1. Κλασική Εκτίμηση Κατάστασης

1.1 Εισαγωγή

Ένα σύγχρονο σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας αποτελείται από τρία κύρια συστατικά στοιχεία. Πρώτο το σύστημα παραγωγής, ύστερα το σύστημα μεταφοράς και τελευταίο το σύστημα διανομής. Το σύστημα παραγωγής περιλαμβάνει ένα σύνολο σταθμών παραγωγής που μετατρέπουν την ενέργεια άλλων μορφών, όπως για παράδειγμα χημική ενέργεια από καύσιμες ύλες, δυναμική του νερού και άλλες σε ηλεκτρική ενέργεια. Το σύστημα μεταφοράς αποτελείται από ένα δίκτυο γραμμών που μεταφέρουν την ηλεκτρική ενέργεια από τους σταθμούς παραγωγής στα κέντρα διανομής μέσω γραμμών μεταφοράς, μετασχηματιστές ισχύος και συσκευές ελέγχου και προστασίας του δικτύου. Τρίτο είναι το σύστημα διανομής που διανέμει την ηλεκτρική ενέργεια στα κέντρα κατανάλωσης μέσω ενός ακτινικού δικτύου γραμμών και ενός συνόλου υποσταθμών διανομής [1].

1.1.1 Καταστάσεις λειτουργίας

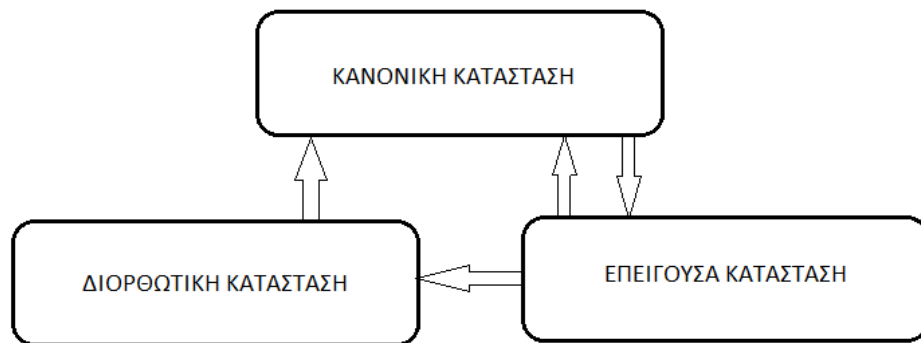
Η κατάσταση ενός δικτύου ηλεκτρικής ενέργειας δεν μπορεί να χαρακτηρίζεται συνέχεια από στατικότητα. Οι αυξομειώσεις στη ζήτηση της ηλεκτρικής ενέργειας οδηγούν σε κατάλληλες ρυθμίσεις της παραγωγής του συστήματος και συνεχή έλεγχο των γεννητριών, ώστε ανά πάσα στιγμή να καλύπτονται οι ανάγκες σε ζήτηση από τους καταναλωτές. Επιπλέον, στο δίκτυο μπορεί να εμφανιστούν διαταραχές οι οποίες είναι απαραίτητο να αντιμετωπιστούν έγκαιρα, διότι σε ακραίες περιπτώσεις μπορεί να προσβάλλουν το σύστημα και να το οδηγήσουν σε διακοπές ρεύματος μικρής ή μεγάλης έκτασης. Ο πλήρης προσδιορισμός των συνθηκών αυτών σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή μπορεί να γίνει με γνώση της τοπολογίας του δικτύου και των μιγαδικών φασιθετών τάσης των ζυγών. Για το λόγο αυτό το σύνολο των μιγαδικών φασιθετών τάσης ονομάζεται στατική κατάσταση του συστήματος. Καθώς οι συνθήκες λειτουργίας αλλάζουν, το σύστημα μπορεί να περιέλθει σε μια από τις τρεις πιθανές καταστάσεις λειτουργίας: κανονική, επείγουσα, επαναφοράς [1].

Όταν το δίκτυο είναι στην κανονική κατάσταση λειτουργίας όλα τα φορτία μπορούν να εξυπηρετούνται από την υπάρχουσα δυνατότητα παραγωγής χωρίς λειτουργική διαταραχή ή χωρίς να ξεπερνώνται τα όρια των γραμμών μεταφοράς. Επίσης στην κανονική κατάσταση λειτουργίας, ένα δίκτυο μπορεί να είναι ασφαλές ή μη, ανάλογα με το αν το σύστημα παραμένει σε αυτή ακολουθούμενο από ορισμένα απρόβλεπτα σφάλματα του δικτύου ή όχι. Σε περίπτωση που το σύστημα είναι σε μη ασφαλή

κατάσταση λειτουργίας τότε επιβάλλεται να γίνουν κατάλληλοι χειρισμοί ώστε να αντιμετωπιστούν τα σφάλματα.

Ως επείγουσα μπορεί να οριστεί η κατάσταση κατά την οποία παρουσιάζεται στο δίκτυο ένα απρόσμενο γεγονός που διαταράσσει την ομαλή λειτουργία του και αναγκαστικά δεν τηρούνται ορισμένοι από τους λειτουργικούς περιορισμούς του συστήματος. Παρόλα αυτά το σύστημα συνεχίζει να τροφοδοτεί το δίκτυο με ισχύ και απαιτούνται άμεσοι και κάθετοι χειρισμοί για να επανέλθει το δίκτυο στην κανονική και ασφαλή λειτουργία του.

Στην επείγουσα κατάσταση λειτουργίας, ένα ακραίο μέτρο για να μην υπάρξει ολική κατάρρευση του συστήματος είναι η αποκοπή ενός τμήματος του δικτύου με σκοπό τον περιορισμό του σφάλματος, ώστε να επέλθει η σταθερότητα στο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας. Εν συνεχεία πρέπει να γίνουν διορθωτικές αλλαγές στο σύστημα ώστε αυτό να επιστρέψει σε ισορροπία μεταξύ παραγωγής και φορτίου για να ανατροφοδοτηθούν όλα τα φορτία και να επιστρέψει το δίκτυο στην ασφαλή κατάσταση λειτουργίας. Η παραπάνω κατάσταση μπορεί να χαρακτηριστεί ως διορθωτική κατάσταση ή κατάσταση επαναφοράς του συστήματος. Στο σχήμα 1.1 παρουσιάζεται η αλληλουχία μεταξύ της κανονικής, της επείγουσας κατάστασης και της κατάστασης επαναφοράς του συστήματος.



Σχήμα 1.1 :Καταστάσεις λειτουργία ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας

1.1.2 Ανάλυση ασφάλειας

Το θεμιτό είναι ότι ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας πρέπει να βρίσκεται συνεχώς στην ασφαλή και κανονική κατάσταση λειτουργίας. Γι' αυτό οι χειριστές στα κέντρα

ελέγχου πρέπει να πραγματοποιούν ενέργειες ανά πάσα στιγμή, έτσι ώστε η κατάσταση του δικτύου να παραμένει διαρκώς κανονική. Αυτή η διαδικασία λέγεται ανάλυση ασφάλειας και περιλαμβάνει τη λήψη μετρήσεων από όλο το σύστημα και την επεξεργασία τους με στόχο τον προσδιορισμό της κατάστασης του συστήματος [1].

Οι συμβατικές μετρήσεις που λαμβάνονται από ένα τυπικό Σύστημα Εποπτικού Ελέγχου και Συλλογής Δεδομένων (SCADA) είναι ροές ισχύος γραμμών, εγχύσεις ισχύος στους ζυγούς, μέτρα τάσης ζυγών, ισχείς γεννητριών, φορτία, πληροφορίες κατάστασης διακοπών και θέσεων λήψης μετασηματιστών. Επιπλέον υπάρχουν και οι λεγόμενες ψευδομετρήσεις που περιλαμβάνουν ονομαστικούς συντελεστές ισχύος σε ζυγούς φορτίου, ονομαστικές τάσεις ζυγών παραγωγής και φορτίου υπολογισμένες από μεθοδολογίες πρόβλεψης [1].

Παρόλα αυτά δεν είναι πάντα εύκολη η απευθείας χρήση όλων των μετρήσεων και των δεδομένων που έχουμε ως είσοδο στη διαδικασία ανάλυσης ασφάλειας για αρκετούς λόγους. Δύο κύριοι λόγοι είναι ότι τα δεδομένα δεν είναι πάντα αξιόπιστα, γιατί συνοδεύονται από σφάλματα στις μετρήσεις καθώς επίσης και από τηλεπικοινωνιακό θόρυβο. Ακόμα δεν είναι δυνατή η μέτρηση μεγεθών όπως οι φασικές γωνίες τάσης των ζυγών. Και τέλος, δεν είναι πάντα συμφέρουσα από οικονομικής πλευράς η μετάδοση όλων των μετρήσεων που διενεργούνται στους υποσταθμούς.

Ο αλγόριθμος εκτίμησης κατάστασης είναι μία διαδικασία που έχει αναπτυχθεί τα τελευταία χρόνια, είναι συνεχώς υπό εξέλιξη και έχει τη δυνατότητα να απαλείφει όλες τις παραπάνω δυσκολίες που παρουσιάζονται. Η εισαγωγή του στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας, που λειτουργούν με συμβατικές μετρήσεις τύπου SCADA, ενίσχυσε τις δυνατότητές τους και οδήγησε στην εδραίωση των Συστημάτων Ενεργειακής Διαχείρισης (Energy Management Systems - EMS), που διέθεταν πλέον ένα ισχυρό εργαλείο, τον εκτιμητή κατάστασης [1].

1.1.3 Η ιδέα της εκτίμησης κατάστασης

Εμπνευστές της εκτίμησης κατάστασης αρχικά ήταν οι μαθηματικοί Gauss και Legendre γύρω στο 1800. Η βασική ιδέα του εκτιμητή κατάστασης είναι η βέλτιστη ρύθμιση των μεταβλητών κατάστασης μέσω της ελαχιστοποίησης του αθροίσματος των τετραγώνων των υπολοίπων. Ως υπόλοιπο ορίζεται η διαφορά μεταξύ της μετρούμενης τιμής και της τιμής που προκύπτει από το μοντέλο. Η παραπάνω μέθοδος είναι γνωστή ως μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων (LS). Αργότερα ο Gauss διατύπωσε την κανονική (ή γκαουσιανή) κατανομή για τον βέλτιστο προσδιορισμό και τοποθέτηση των σφαλμάτων με σκοπό την αναβάθμιση της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων.

Η ιδέα της εκτίμησης κατάστασης στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας, καθώς επίσης και η πρώτη εφαρμογή της σε πραγματικό ηλεκτρικό δίκτυο και σε περιβάλλον πραγματικού χρόνου υλοποιήθηκε από τους Scheppe και Wildes στα τέλη της δεκαετίας του '60.

1.1.4 Εκτιμητής κατάστασης

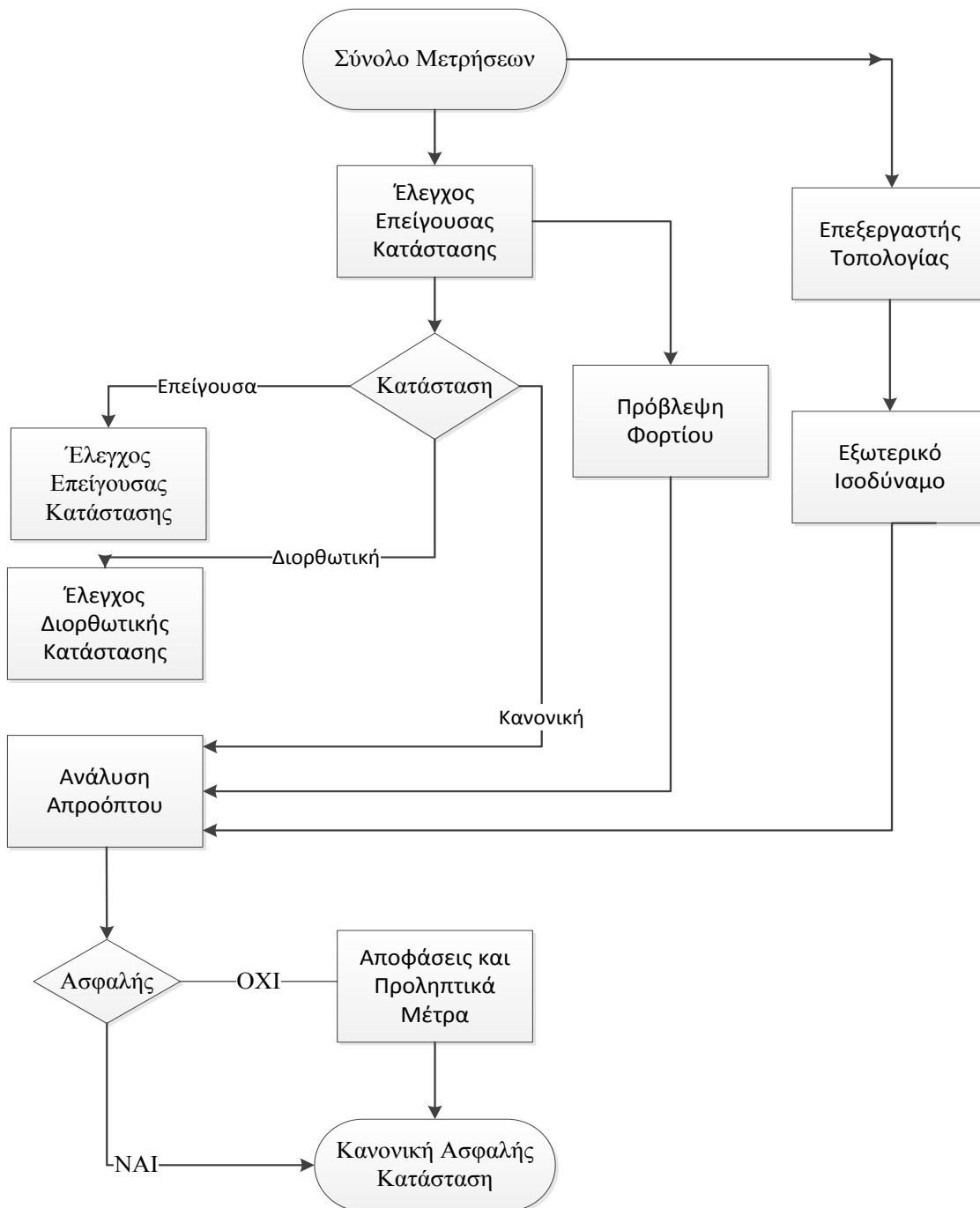
Ο αλγόριθμος της εκτίμησης κατάστασης δέχεται στην είσοδό του όλες τις μετρήσεις που υπάρχουν στο δίκτυο. Αυτές οι μετρήσεις είναι αρχικά ακατέργαστες, γι' αυτό το λόγο δεν τις δέχεται όλες στον υπολογισμό και στην εξαγωγή των αποτελεσμάτων. Οι μετρήσεις που έχουν μεγάλο σφάλμα εντοπίζονται και απομονώνονται από το ίδιο το σύστημα. Έτσι ο εκτιμητής κατάστασης μας προσφέρει έναν ασφαλή κι αποτελεσματικό τρόπο για να προσδιορίσουμε τις άγνωστες μεταβλητές του συστήματος, όπως οι τάσεις και οι γωνίες των ζυγών τους, καθώς επίσης και ορισμένες παραμέτρους των γραμμών μεταφοράς. Επίσης, παρέχει μία αξιόπιστη βάση δεδομένων πραγματικού χρόνου, προσφέροντας την ευκαιρία για στατιστική μελέτη των αποτελεσμάτων και πρόβλεψη απρόσμενων και επικίνδυνων καταστάσεων στο σύστημα, με σκοπό την άμεση λήψη αποφάσεων και την πραγματοποίηση ενεργειών για την αποφυγή απρόβλεπτων καταστάσεων.

Οι βασικές λειτουργίες που περιέχονται σε έναν εκτιμητή κατάστασης είναι η επεξεργασία της τοπολογίας, η ανάλυση παρατηρησιμότητας, η εκτίμηση κατάστασης, η επεξεργασία εσφαλμένων μετρήσεων καθώς και η επεξεργασία παραμέτρων και δοκιμών σφαλμάτων. Πιο αναλυτικά, η επεξεργασία τοπολογίας περιλαμβάνει τη συγκέντρωση της κατάστασης των διακοπών και των αποζευκτών του δικτύου με σκοπό την παραγωγή του τρέχοντος μονογραμμικού διαγράμματος που απεικονίζει το σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας. Στη συνέχεια η ανάλυση της παρατηρησιμότητας προσδιορίζει εάν το διαθέσιμο σύνολο μετρήσεων είναι αρκετό ώστε να εξάγουμε μία λύση από τον εκτιμητή κατάστασης. Επίσης έχει τη δυνατότητα να αναγνωρίζει τους μη παρατηρήσιμους κλάδους και να προσδιορίζει τις παρατηρήσιμες νησίδες του συστήματος, αν υπάρχουν. Ύστερα ο αλγόριθμος προσδιορίζει την εκτίμηση κατάστασης του συστήματος, παρέχοντας ένα διάνυσμα με το σύνολο των τάσεων (μέτρα και γωνίες) όλων των ζυγών του συστήματος. Η διαδικασία αναγνώρισης της ύπαρξης πιθανών σφαλμάτων στις μετρήσεις, ανιχνεύει μετρήσεις οι οποίες έχουν μεγάλα σφάλματα και στη συνέχεια τις αφαιρεί από το σύνολο των μετρήσεων, εφόσον υπάρχει περίσσεια μετρήσεων κατά την επεξεργασία των εσφαλμένων δεδομένων. Τέλος, κατά την επεξεργασία παραμέτρων και δομικών σφαλμάτων γίνεται εκτίμηση για διάφορες παραμέτρους του κυκλώματος, όπως των γραμμών μεταφοράς, των μετασχηματιστών ισχύος και των εγκάρσιων στοιχείων (συνήθως των πυκνωτών). Έτσι εντοπίζονται δομικά

σφάλματα στη διαμόρφωση του δικτύου καθώς και λανθασμένες αναφορές της κατάστασης των διακοπών και των αποζευκτών του συστήματος.

Από τα παραπάνω είναι εμφανές ότι ο εκτιμητής κατάστασης είναι ο πυρήνας της ανάλυσης ασφάλειας. Η λειτουργία του είναι θεμελιώδης και μπορεί να χαρακτηριστεί και ως φίλτρο ανάμεσα στις ακατέργαστες μετρήσεις που λαμβάνονται και στις εφαρμογές του συστήματος, που απαιτούν μια αξιόπιστη βάση δεδομένων. Η παραπάνω λειτουργία του εκτιμητή κατάστασης απεικονίζεται και στο λογικό διάγραμμα ροής της ανάλυσης ασφάλειας [1].

Τελικά, είναι εμφανές ότι ο εκτιμητής κατάστασης είναι ένα βασικό εργαλείο για τη συνεχή παρακολούθηση και παραμονή του συστήματος στην κανονική και ασφαλή κατάσταση λειτουργίας. Παρόλα αυτά, ο αλγόριθμος της εκτίμησης κατάστασης αναπτύσσεται και βελτιώνεται συνεχώς ως προς την ταχύτητα, την πολυπλοκότητα, την αποδοτικότητα και τη διεξαγωγή ορθών αποτελεσμάτων. Κύρια στάδια μελέτης του αλγορίθμου είναι η παρατηρησιμότητα, η οποία εξαρτάται από την τοπολογία του δικτύου καθώς και από το σύνολο των μετρήσεων που υπάρχουν σε αυτό, η αναγνώριση και αφαίρεση των εσφαλμένων μετρήσεων από το σύνολο των μετρήσεων και τα δομικά σφάλματα που βασίζονται στις εσφαλμένες πληροφορίες των παραμέτρων του δικτύου.



Σχήμα 1.2 : Λογικό διάγραμμα ροής ανάλυσης ασφάλειας

1.2 Παραδοχές - Υποθέσεις

Στη συνέχεια της εργασίας γίνεται εκτενής περιγραφή του αλγόριθμου εκτίμησης κατάστασης. Παρόλα αυτά, για να μπορεί να γίνει εύκολη η παρουσίαση της μεθόδου αρκεί να γίνουν πρώτα κάποιες υποθέσεις και γενικές παραδοχές για το μοντέλο του ηλεκτρικού δικτύου και τα μοντέλα των επιμέρους στοιχείων.

Το σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας θεωρείται ότι λειτουργεί στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας και υπάρχει συμμετρία ανάμεσα στις τρεις φάσεις. Αυτό σημαίνει ότι όλες οι εγχύσεις και οι ροές ισχύος θα είναι τριφασικές και συμμετρικές, καθώς επίσης και όλα τα φορτία και οι διατάξεις (εγκάρσιες ή σειράς) του δικτύου. Ακόμη, οι γραμμές μεταφοράς θα έχουν αντιμετατεθειμένους αγωγούς [2].

Οι παραπάνω παραδοχές επιτρέπουν τη χρήση του μονοφασικού ισοδύναμου κυκλώματος θετικής ακολουθίας για τη μοντελοποίηση ολόκληρου του συστήματος. Όλα τα δεδομένα και οι μεταβλητές του δικτύου εκφράζονται στο ανά μονάδα σύστημα. Έτσι θα έχουμε τα παρακάτω μοντέλα για τα διάφορα στοιχεία του δικτύου [2]:

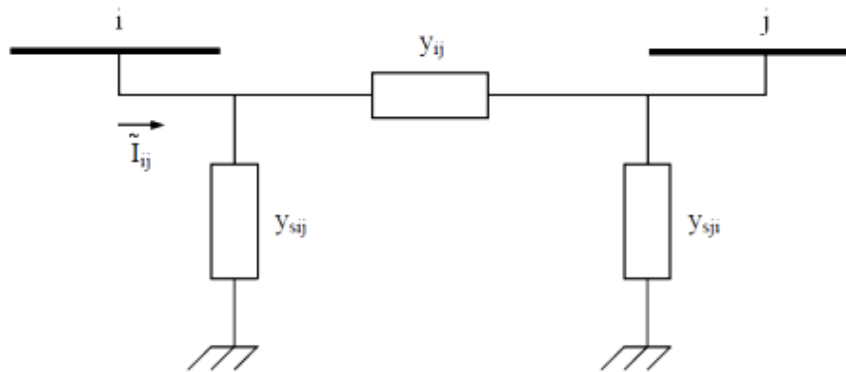
- Γραμμές μεταφοράς
- Εγκάρσια στοιχεία
- Μετασχηματιστές
- Φορτία και Γεννήτριες

1.2.1 Γραμμές μεταφοράς

Οι γραμμές μεταφοράς αναπαρίστανται με το δίθυρο ισοδύναμο μοντέλο «π». Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό η γραμμή μεταφοράς που συνδέει ένα ζυγό i με το ζυγό j , αποτελείται από μια εν σειρά σύνθετη αγωγιμότητα y_{ij} και δύο εγκάρσιες σύνθετες αγωγιμότητες y_{sij} , μία συνδεδεμένη στο ζυγό i και μία στο ζυγό j . Οι δύο εγκάρσιες αγωγιμότητες y_{ij} και y_{sij} , δίνονται από τους δύο παρακάτω τύπους [2]:

$$y_{ij} = g_{ij} + jb_{ij} \quad (1.1)$$

$$y_{sij} = g_{sij} + jb_{sij} \quad (1.2)$$



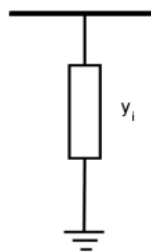
Σχήμα 1.3 : Ισοδύναμο μοντέλο «π» γραμμής μεταφοράς

1.2.2 Εγκάρσια στοιχεία

Τα εγκάρσια στοιχεία είναι είτε πυκνωτές είτε πηνία και χρησιμοποιούνται συχνά για τον έλεγχο της τάσης ή της αέργου ισχύος. Στο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας αναπαρίστανται με μια εγκάρσια φανταστική αγωγιμότητα ανά φάση:

$$y_{si} = jb_{si} \quad (1.3)$$

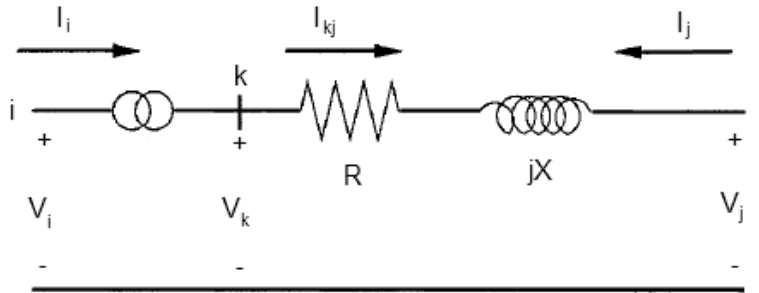
Το είδος της εγκάρσιας αγωγιμότητας μπορεί να προσδιοριστεί από το πρόσημο της τιμής της. Πιο συγκεκριμένα, όταν το πρόσημο είναι θετικό προκύπτει ότι είναι πυκνωτής, αντίθετα αν το πρόσημο είναι αρνητικό πρόκειται για αυτεπαγωγή. Παρακάτω δίνεται το ισοδύναμο μονοφασικό κύκλωμα εγκάρσιου στοιχείου [2].



Σχήμα 1.4 : Μοντέλο εγκάρσιου στοιχείου.

1.2.3 Μετασχηματιστές

Ο πραγματικός μετασχηματιστής αναπαρίσταται ως ένας ιδανικός μετασχηματιστής με λόγο μετασχηματισμού a σε σειρά με μια ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση $Z = R + jX$. Οι ακροδέκτες του πραγματικού μετασχηματιστή αντιστοιχούν στους ζυγούς i και j [2].



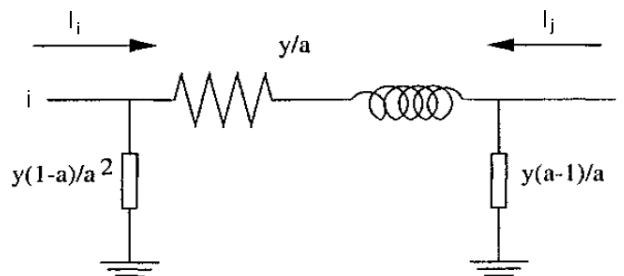
Σχήμα 1.5 : Κυκλωματική αναπαράσταση μετασχηματιστή ισχύος

Οι εξισώσεις κόμβων του δίθρου δικτύου προκύπτουν αν εκφραστούν κατάλληλα τα ρεύματα I_{kj} και I_j στα άκρα του κλάδου της σύνθετης αντίστασης. Αν η σύνθετη αγωγιμότητα του κλάδου $k - j$ είναι $Y = 1/Z$, τότε τα ρεύματα συναρτήσει των τάσεων V_k και V_j δίνονται από το σύστημα εξισώσεων [2].

$$\begin{bmatrix} I_{kj} \\ I_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & -y \\ -y & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_k \\ V_j \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

Αν αντικατασταθεί το ρεύμα I_{kj} και η τάση V_k με $I_{kj} = aI_i$ και $V_k = V_i/a$ το σύστημα εξισώσεων γίνεται:

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y/a^2 & -y/a \\ -y/a & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix} \quad (1.5)$$



Σχήμα 1.6: Ισοδύναμο μοντέλο μετασχηματιστή με αγωγιμότητες

1.2.4 Γεννήτριες και φορτία

Οι γεννήτριες αποδίδονται ως ισοδύναμες μιγαδικές εγχύσεις ισχύος με αναφορά σε κάποιο ζυγό. Η γεννήτρια έχει μιγαδική ισχύ:

$$\tilde{S}_{Gi} = P_{Gi} + jQ_{Gi} \quad (1.6)$$

όπου P_{Gi} : ενεργός ισχύς γεννήτριας (θετική)
 Q_{Gi} : άεργος ισχύς γεννήτριας

Τα φορτία διακρίνονται σε σταθερής ισχύος και σταθερής αγωγιμότητας. Τα φορτία σταθερής ισχύος αποδίδονται ως ισοδύναμες μιγαδικές εγχύσεις ισχύος στους αντίστοιχους ζυγούς και δεν έχουν επίδραση στο μοντέλο του δικτύου. Αντίθετα, τα φορτία σταθερής αγωγιμότητας αναπαρίστανται ως εγκάρσιες σύνθετες αγωγιμότητες και έχουν επίδραση στο μοντέλο του δικτύου [2].

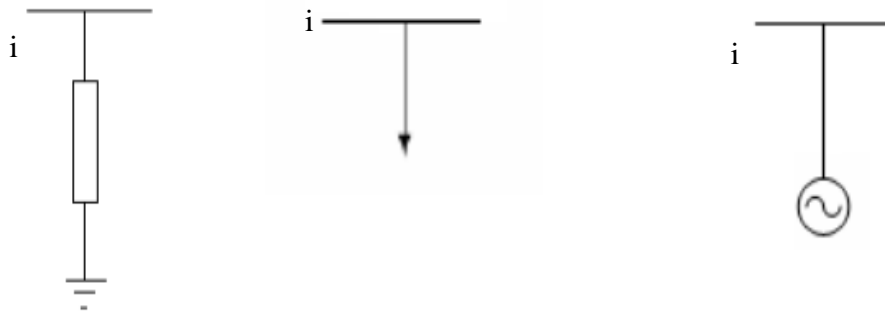
Η αναπαράσταση του φορτίου σταθερής ισχύος είναι:

$$\tilde{S}_{Di} = P_{Di} + jQ_{Di} \quad (1.7)$$

όπου P_{Di} : ενεργός ισχύς φορτίου (αρνητική)
 Q_{Di} : άεργος ισχύς φορτίου

Η αναπαράσταση του φορτίου σταθερής αγωγιμότητας είναι ως εξής:

$$y_i = g_i + jb_i \quad (1.8)$$



Σχήμα 1.7: Μοντέλα φορτίων και γεννητριών

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται συνοπτικά οι ενεργός και άεργος ισχύς για τα φορτία σταθερής ισχύος, τις γεννήτριες και τα φορτία σταθερής αγωγιμότητας [2],[5].

Πίνακας 1.1: Πρόσημα ενεργού και άεργου ισχύος για φορτία σταθερής αγωγιμότητας, φορτίο σταθερής ισχύος και γεννήτριες

	Ενεργός Ισχύς P	Άεργος Ισχύς Q
Φορτίο Σταθερής Ισχύος	$P < 0$	$Q < 0$ ή $Q > 0$
Γεννήτρια	$P > 0$	$Q < 0$ ή $Q > 0$
Φορτίο Σταθερής Αγωγιμότητας	$P < 0$ ή $P > 0$	$Q < 0$ ή $Q > 0$

1.3 Εκτίμηση Μέγιστης Πιθανοφάνειας

Η διαδικασία της εκτίμησης κατάστασης έχει ως σκοπό την προσέγγιση της πιο πιθανής κατάστασης στην οποία βρίσκεται το σύστημα ανά πάσα στιγμή, με βάση το σύνολο των δεδομένων που υπάρχουν στην είσοδό του. Τα δεδομένα αυτά είναι μετρήσεις που υπάρχουν και πραγματοποιούνται στο δίκτυο σε πραγματικό χρόνο. Για την πραγματοποίηση του παραπάνω αλγορίθμου γίνεται χρήση μίας ιδιαίτερα διαδεδομένης μεθόδου στη στατιστική, τη μέθοδο Εκτίμησης Μέγιστης Πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood Estimation - MLE).

Αρχικά γίνεται η υπόθεση ότι τα σφάλματα των μετρήσεων είναι τυχαίες και ανεξάρτητες μεταξύ τους μεταβλητές, οι οποίες ακολουθούν μια γνωστή κατανομή πιθανότητας με άγνωστες παραμέτρους. Η κοινή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας όλων των μετρήσεων μπορεί να γραφεί ως συνάρτηση των παραμέτρων, η οποία ονομάζεται συνάρτηση πιθανοφάνειας και λαμβάνει την μέγιστη τιμή της όταν οι άγνωστες παράμετροι επιλεγούν ώστε να είναι πιο κοντά στις πραγματικές τους τιμές. Επομένως μπορεί να οριστεί ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης προκειμένου να μεγιστοποιηθεί η συνάρτηση πιθανοφάνειας. Η λύση του προβλήματος θα δώσει την εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας για τις ζητούμενες παραμέτρους.

Μπορούμε να κάνουμε την παραδοχή ότι τα σφάλματα των μετρήσεων ακολουθούν την κανονική κατανομή ή αλλιώς την κατανομή Gauss με μέση τιμή μ και διασπορά σ^2 , οπότε το πρόβλημα μπορεί να επιλυθεί για τις παραπάνω δύο μεταβλητές.

Ο αλγόριθμος εκτίμησης κατάστασης δέχεται ως είσοδο το σύνολο των μετρήσεων από όλες τις διαθέσιμες πηγές μετρήσεων που υπάρχουν στο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας. Οι συνήθεις συμβατικές μετρήσεις που υπάρχουν κατά κύριο λόγο στα δίκτυα ενέργειας είναι οι εξής [3]:

- **Ροές ισχύος στις γραμμές μεταφοράς**, όπου πρόκειται για το άθροισμα της ενεργού και αέργου ισχύος σε γραμμές μεταφοράς και σε μετασχηματιστές του δικτύου.
- **Εγχύσεις ισχύος στους ζυγούς**, που προσδιορίζουν τη συνολική ενεργό και άεργο ισχύ στο ζυγό ως το αλγεβρικό άθροισμα των ροών ισχύος των συνδεδεμένων γραμμών φορτίου.
- **Μέτρα τάσεων των ζυγών**, τα οποία αναφέρονται στο μέτρο της τάσης του.

Πέρα από τις συμβατικές μετρήσεις δικτύου, υπάρχουν και μετρήσεις ρευμάτων στις γραμμές μεταφοράς ή στους μετασχηματιστές ισχύος, δηλαδή ροές ρεύματος. Στην κλασική εκτίμηση κατάστασης δεν χρησιμοποιούνται αυτού του είδους οι μετρήσεις, οπότε δεν θα γίνει ανάλυση στο παρόν κεφάλαιο. Αντίθετα, τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί οι συγχρονισμένες μετρήσεις φασιθετών, οι οποίες είναι μετρήσεις φασιθετών τάσεων σε ζυγούς και ρευμάτων σε γραμμές μεταφοράς και εισήχθησαν με την ανάπτυξη των μονάδων PMUs (phasor measurement units – μονάδες μέτρησης φασιθέτων). Αυτού του είδους οι μετρήσεις θα μας απασχολήσουν σε επόμενα κεφάλαια της εργασίας καθώς δεν μας είναι χρήσιμες για την ανάπτυξη του κλασικού εκτιμητή [3].

1.3.1 Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

Ορίζεται η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κανονικής κατανομής για μια τυχαία μεταβλητή z ως εξής:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (1.9)$$

όπου z : τυχαία μεταβλητή

μ : μέση τιμή της z (ίση με $E(z)$)

σ : τυπική απόκλιση της z

Η συνάρτηση $f(z)$ αλλάζει μορφή ανάλογα με τις τιμές των παραμέτρων μ και σ . Για αυτό τον λόγο κάνουμε χρήση της παρακάτω μεταβλητής (1.10), με σκοπό να γίνει μία κανονικοποίηση.

$$u = \frac{z-\mu}{\sigma} \quad (1.10)$$

Οπότε η συνάρτηση (1.9) μετασχηματίζεται στην παρακάτω μορφή:

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} \quad (1.11)$$

1.3.2 Συνάρτηση πιθανοφάνειας

Θεωρούμε ότι υπάρχουν m ανεξάρτητες μετρήσεις με την ίδια κανονική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Οπότε πλέον η κοινή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των μετρήσεων εκφράζεται ως το γινόμενο όλων των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας, αφού αρχικά έχει γίνει η υπόθεση ότι οι μετρήσεις είναι ανεξάρτητες:

$$f(z) = f(z_1)f(z_2) \cdots f(z_m) \quad (1.12)$$

όπου z_i : η i -οστή μέτρηση

z : το διάνυσμα μετρήσεων $[z_1, z_2, \dots, z_m]^T$

Η συνάρτηση $f_m(z)$ ονομάζεται συνάρτηση πιθανοφάνειας της τυχαίας μεταβλητής z . Αποτελεί ένα μέτρο της πιθανότητας να παρατηρηθεί ένα συγκεκριμένο σύνολο μετρήσεων στο διάνυσμα z [3].

Κύριος στόχος της εκτίμησης μέγιστης πιθανοφάνειας είναι η μεγιστοποίηση της συνάρτησης πιθανοφάνειας μεταβάλλοντας τις παραμέτρους μ_i (μέση τιμή) και σ_i (τυπική απόκλιση). Για διευκόλυνση η συνάρτηση αντικαθίσταται από το λογάριθμό της. Η νέα συνάρτηση λέγεται συνάρτηση λογαριθμο-πιθανοφάνειας, συμβολίζεται με L και δίνεται από τη σχέση [3]:

$$L = \log f_m(z) = \sum_{i=1}^m \log f(z_i) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left(\frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 - \frac{m}{2} \log 2\pi - \sum_{i=1}^m \log \sigma_i \quad (1.13)$$

Για την μεγιστοποίηση της συνάρτησης λογαριθμο-πιθανοφάνειας πρέπει:

$$\log f_m(z) = \max \quad (1.14)$$

Αυτό συνεπάγεται ότι πρέπει:

$$\sum_{i=1}^m \left(\frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 = \min \quad (1.15)$$

Η παραπάνω συνθήκη μπορεί να επαναδιατυπωθεί συναρτήσει των υπολοίπων r_i των μετρήσεων:

$$r_i = z_i - \mu_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1.16)$$

Η μέση τιμή μ_i της μέτρησης z_i μπορεί να εκφραστεί ως $h_i(x)$, δηλαδή ως μια μη γραμμική συνάρτηση που συσχετίζει το διάνυσμα κατάστασης x με τη μέτρηση z_i . Το τετράγωνο κάθε υπολοίπου r_i^2 πολλαπλασιάζεται με το βάρος $W_{ii} = 1/\sigma_i^2$, που είναι αντιστρόφως ανάλογο με τη διασπορά σφάλματος για τη μέτρηση z_i . Έτσι η ελαχιστοποίηση του παραπάνω αθροίσματος είναι ισοδύναμη με την ελαχιστοποίηση του σταθμισμένου αθροίσματος των τετραγώνων των υπολοίπων r_i [3]:

$$\sum_{i=1}^m W_{ii} r_i^2 = \min \quad (1.17)$$

όπου:

$$r_i = z_i - h_i(x), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1.18)$$

Η λύση του παραπάνω προβλήματος βελτιστοποίησης λέγεται εκτιμήτρια σταθμικών ελαχίστων τετραγώνων (WLS) για το διάνυσμα κατάστασης x .

1.4 Μοντελοποίηση των διαθέσιμων μετρήσεων

Σε αυτή την παράγραφο παρουσιάζεται η μέθοδος για την μοντελοποίηση των διαθέσιμων μετρήσεων, οι οποίες χρειάζονται στην εφαρμογή της μεθόδου των σταθμισμένων ελαχίστων τετραγώνων που περιγράφεται παραπάνω.

Θεωρούμε αρχικά διάνυσμα z που περιέχει όλες τις μετρήσεις [3] :

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x_1, x_2, \dots, x_m) \\ h_2(x_1, x_2, \dots, x_m) \\ \vdots \\ h_m(x_1, x_2, \dots, x_m) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} = h(x) + e \quad (1.19)$$

όπου:

$h^T = [h_1(x), h_2(x), \dots, h_m(x)]$: το διάνυσμα των συναρτήσεων μέτρησης (οι μη γραμμικές συναρτήσεις που συσχετίζουν τις μετρήσεις με το διάνυσμα κατάστασης)

$x^T = [x_1, x_2, \dots, x_m]$: το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος

$e^T = [e_1, e_2, \dots, e_m]$: το διάνυσμα των σφαλμάτων των μετρήσεων

Πρέπει να γίνουν οι παρακάτω υποθέσεις για τις στατιστικές ιδιότητες των σφαλμάτων πριν προχωρήσουμε στην μελέτη:

- $E(e_i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$
- $E[e_i e_j] = 0, \quad \forall i \neq j$

Η τελευταία σχέση σημαίνει ότι τα σφάλματα των μετρήσεων είναι ανεξάρτητα και ασυσχέτιστα. Η μήτρα συμμεταβλητότητας είναι η διαγώνια μήτρα R [3]:

$$\text{Cov}(e) = E[ee^T] = R = \text{diag} \{ \sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2 \} \quad (1.20)$$

Η τυπική απόκλιση σ_i κάθε μέτρησης παίρνει κατάλληλη τιμή, ώστε να δίνει έμφαση στην ακρίβεια του αντίστοιχου οργάνου.

Έστω ότι το πλήθος των μετρήσεων συμπεριλαμβανομένων των ψευδομετρήσεων είναι m , ενώ το πλήθος των μεταβλητών κατάστασης είναι n . Έτσι ορίζεται η περίσσεια, δηλαδή ο λόγος:

$$r = \frac{m}{n} \quad (1.21)$$

Η εκτιμήτρια WLS ελαχιστοποιεί την ακόλουθη συνάρτηση [3]:

$$J(x) = \sum_{i=1}^m \frac{(z_i - h_i(x))^2}{R_{ii}} = [z - h(x)]^T R^{-1} [z - h(x)] \quad (1.22)$$

Για να είναι ελάχιστη η $J(x)$, πρέπει να ικανοποιούνται οι συνθήκες πρώτης τάξης, δηλαδή:

$$g(x) = \frac{\partial J(x)}{\partial x} = -H^T(x) R^{-1} [z - h(x)] = 0 \quad (1.23)$$

όπου,

$$H(x) = \left[\frac{\partial h(x)}{\partial x} \right] \quad (1.24)$$

Ορίζεται η Ιακωβιανή μήτρα $H(x)$ η οποία περιλαμβάνει τις παραγώγους του διανύσματος των συναρτήσεων μέτρησης $h(x)$ ως προς το διάνυσμα κατάστασης x και μπορεί να γραφεί σε αναλυτική μορφή [3]:

$$H(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_m}{\partial x_1} & \frac{\partial h_m}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_m}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

Η μη γραμμική συνάρτηση $g(x)$ μπορεί να γραφεί σε ανάπτυγμα Taylor γύρω από το διάνυσμα κατάστασης x^k :

$$g(x) = g(x^k) + G(x^k)(x - x^k) + \dots = 0 \quad (1.25)$$

Αγνοώντας τους όρους υψηλότερης τάξης μπορούμε να απλοποιήσουμε αυτή τη σχέση. Η εξίσωση που προκύπτει μπορεί να λυθεί με μια επαναληπτική μέθοδο γνωστή ως Gauss-Newton:

$$x^{k+1} = x^k - [G(x^k)]^{-1} \cdot g(x^k) \quad (1.26)$$

όπου k είναι ο δείκτης επανάληψης και x^k είναι το διάνυσμα κατάστασης στην επανάληψη k . Επίσης:

$$G(x^k) = \frac{dg(x^k)}{dx} = H^T(x^k)R^{-1}H(x^k) \quad (1.27)$$

$$g(x^k) = -H^T(x^k)R^{-1}(z - h(x^k)) \quad (1.28)$$

Η μήτρα $G(x)$ ονομάζεται μήτρα κέρδους. Πρόκειται για μία αραιή, θετικά ορισμένη και συμμετρική μήτρα, υπό την προϋπόθεση ότι το σύστημα είναι πλήρως παρατηρήσιμο. Η μήτρα $G(x)$ δεν αντιστρέφεται, ούτε μεταβάλλεται κατά την επίλυση του προβλήματος. Παρόλα αυτά υπάρχει πιθανότητα να παραγοντοποιηθεί σε άνω και κάτω τριγωνική μήτρα (θα αναφερθούμε αργότερα σε αυτό το πρόβλημα) και κατόπιν το σύστημα των εξισώσεων επιλύεται με ευθεία και αντίστροφη αντικατάσταση σε κάθε επανάληψη k [3].

Επομένως, η λύση της εκτίμησης κατάστασης με χρήση της μεθόδου σταθμικών ελαχίστων τετραγώνων μπορεί να υπολογιστεί με την επαναληπτική διαδικασία [3]:

$$G(x^k)\Delta x^{k+1} = H^T(x^k)R^{-1}(z - h(x^k)) \quad (1.29)$$

όπου, $\Delta x^{k+1} = x^{k+1} - x^k$

1.5 Αλγόριθμος Εκτίμησης Κατάστασης

1.5.1 Συνθήκες Αρχικοποίησης και Τερματισμού

Η επαναληπτική διαδικασία της εξίσωσης (1.27) μας δίνει τη λύση της εκτίμησης κατάστασης με χρήση της μεθόδου WLS. Για την αρχικοποίηση των συνθηκών αρκεί να δοθεί μία αρχική κατάσταση x^0 . Κατά κύριο λόγο γίνεται χρήση του επίπεδου διανύσματος (flatstart), όπου οι τάσεις ζυγών έχουν μοναδιαίο τιμή (1,0 p.u.) και η φασική γωνία είναι μηδενική (0 rad).[4]

Για την περάτωση της επαναληπτικής μεθόδου και την έκβαση των τελικών αποτελεσμάτων της εκτίμησης κατάστασης αρκεί να ικανοποιηθεί μία από τις δύο συνθήκες που ακολουθούν. Η πρώτη συνθήκη αναφέρεται στην περίπτωση μη σύγκλισης του αλγορίθμου. Τότε ορίζεται ένας μέγιστος και ικανοποιητικός αριθμός επιτρεπτών επαναλήψεων, ώστε η μέθοδος να μην καταστεί ένας ατέρμων βρόχος. Η δεύτερη συνθήκη αναφέρεται στο διάνυσμα κατάστασης και πιο συγκεκριμένα όταν η μέγιστη τιμή των απόλυτων διαφορών των τιμών του διανύσματος κατάστασης ανάμεσα σε δύο διαδοχικές επαναλήψεις είναι μικρότερη από ένα καθορισμένο και επιτρεπτό όριο, το κατώφλι σύγκλισης, τότε η επαναληπτική μέθοδος τερματίζεται ή αλλιώς συγκλίνει και δίνει ως έξοδο τα αποτελέσματα του αλγορίθμου. Δηλαδή πρέπει να ισχύει ότι $\max |\Delta x^{k+1}| < \varepsilon$, όπου ε είναι το κατώφλι σύγκλισης του αλγορίθμου [4].

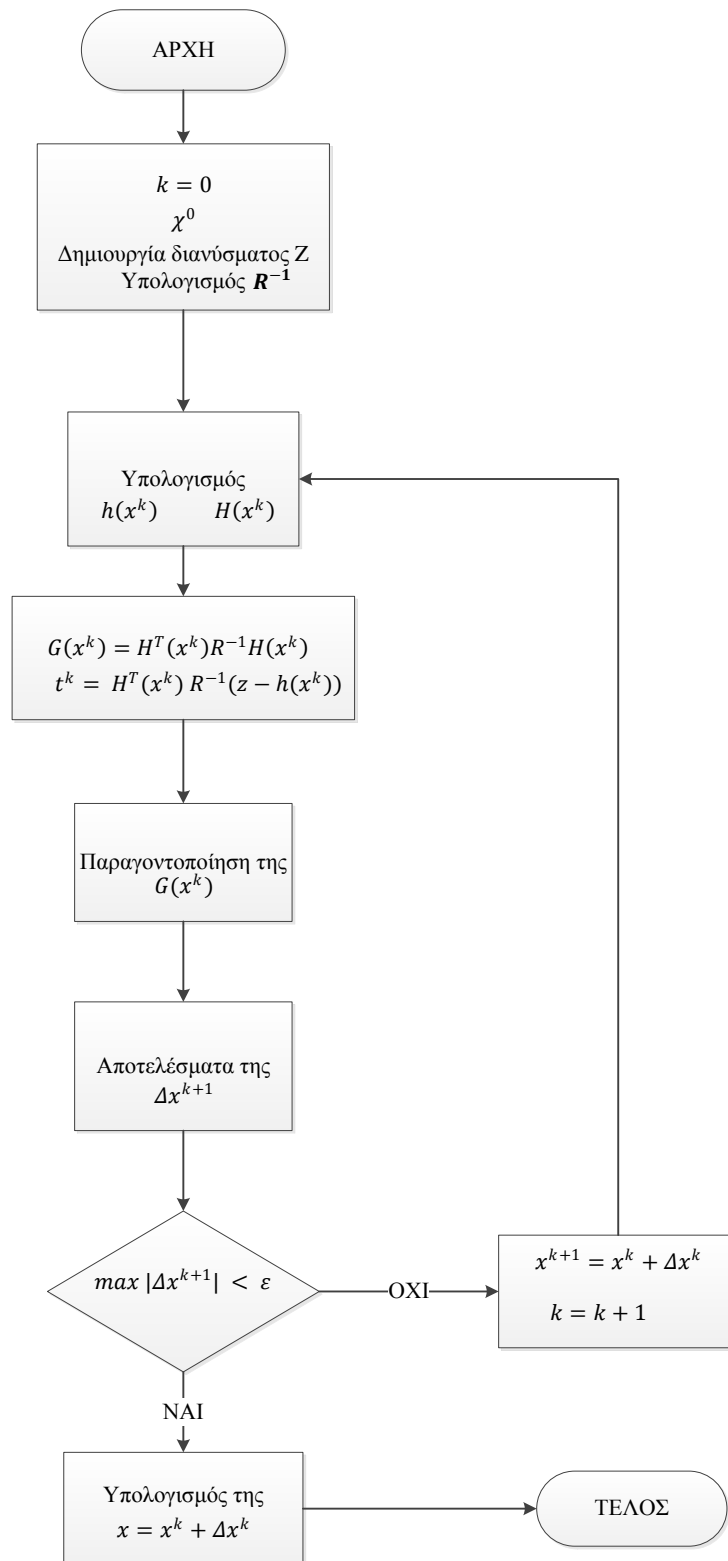
1.5.2 Περιγραφή του αλγορίθμου

Σε αυτή την παράγραφο δίνεται μία λογική περιγραφή του αλγορίθμου του προβλήματος εκτίμησης κατάστασης WLS. Τα βήματα του αλγορίθμου είναι διακριτά και υλοποιούνται με την εξής σειρά [1]:

1. Εκκίνηση επαναλήψεων και αρχικοποίηση του δείκτη επανάληψης $k = 0$.
2. Αρχικοποίηση του διανύσματος κατάστασης στην τιμή x^0 (συνήθως επίπεδο διάνυσμα).
3. Υπολογισμός της μήτρας κέρδους $G(x^k)$.
4. Υπολογισμός του δεξιού μέρους $t^k = H^T(x^k) R^{-1}(z - h(x^k))$.
5. Παραγοντοποίηση του $G(x^k)$ και επίλυση για την εύρεση του Δx^{k+1} .
6. Έλεγχος σύγκλισης με τη συνθήκη $\max |\Delta x^{k+1}| < \varepsilon$, όπου ε το όριο ανοχής.
7. Αν όχι, $x^{k+1} = x^k + \Delta x^k$, $k = k + 1$ και επιστροφή στο βήμα 3, αλλιώς τέλος.

Για την ορθή υλοποίηση του αλγορίθμου αρκεί σε κάθε επανάληψη να γίνεται υπολογισμός των συναρτήσεων των μετρήσεων της ιακωβιανής μήτρας $H(x^k)$ για να ανανεώνεται το δεξί μέλος της εξίσωσης, καθώς και ο υπολογισμός της μήτρας κέρδους $G(x^k)$ με σκοπό τη παραγοντοποίηση της για την επανάληψη της ευθείας και αντίστροφης αντικατάστασης [1].

Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω σε περίπτωση μη σύγκλισης του αλγορίθμου θα μπορούσε να έχει οριστεί εκ των προτέρων ένας μέγιστος αριθμός k επαναλήψεων, ώστε να αποφευχθεί η περίπτωση ο αλγόριθμός μας να γίνει ένας ατέρμων βρόχος. Παρακάτω ακολουθεί το ισοδύναμο λογικό διάγραμμα που παρουσιάζει τον παραπάνω αλγόριθμο :



Σχήμα 1.8 : Διάγραμμα ροής αλγορίθμου εκτίμησης κατάστασης

1.5.3 Μαθηματική διατύπωση συμβατικών μετρήσεων SCADA

Οι συμβατικές μετρήσεις SCADA αναφέρονται σε ροές ισχύος γραμμών μεταφοράς, εγχύσεις ισχύος σε ζυγούς και μέτρα τάσης ζυγών. Οι συναρτήσεις μέτρησης μπορούν να γραφούν με τις μεταβλητές κατάστασης (τάσεις ζυγών) και τις αγωγιμότητες σε καρτεσιανή ή πολική μορφή. Με βάση αυτή την επισήμανση για την παρουσίαση των συναρτήσεων υπάρχουν τρεις επιλογές [5]:

- αγωγιμότητες και τάσεις σε καρτεσιανές συντεταγμένες (καρτεσιανή μορφή)
- αγωγιμότητες και τάσεις σε πολικές συντεταγμένες (πολική μορφή)
- αγωγιμότητες σε καρτεσιανές και τάσεις σε πολικές συντεταγμένες (υβριδική μορφή)

Σε αυτό το κεφάλαιο θα χρησιμοποιήσουμε την υβριδική μορφή για να εκφράσουμε τις τάσεις των ζυγών και τις αγωγιμότητες στους ζυγούς και ανάμεσα σε αυτούς. Οπότε καταλήγουμε στους παρακάτω τύπους [5]:

Τάσεις:

$$\tilde{V}_i = V_i e^{j\delta_i} = V_i \angle \delta_i \quad (1.30)$$

Αγωγιμότητες:

$$y_{ij} = g_{ij} + jb_{ij} \quad (1.31)$$

$$y_{sij} = g_{sij} + jb_{sij} \quad (1.32)$$

$$y_i = g_i + jb_i \quad (1.33)$$

Ας υποθέσουμε ότι μελετάμε ένα δίκτυο N ζυγών. Το διάνυσμα κατάστασης x έχει στοιχεία. Τα πρώτα $N - 1$ στοιχεία είναι οι φασικές γωνίες της τάσης και τα επόμενα N είναι τα μέτρα τάσης των ζυγών. Για τις φασικές γωνίες της τάσεις θεωρούμε ότι έχουμε ένα στοιχείο λιγότερο, αφού στη μελέτη με συμβατικές μετρήσεις SCADA, θεωρούμε συνήθως τον πρώτο ζυγό του συστήματος ως ζυγό αναφοράς, οπότε ορίζουμε $\delta_1 = 0 \text{ rad}$. Ως ζυγό αναφοράς ορίζουμε όποιον ζυγό θέλουμε από τους N , απλά για λόγους ευκολία ορίζουμε τον πρώτο σε αρίθμηση ζυγό. Αυτό φαίνεται και στο διάνυσμα κατάστασης που έχουμε ορίσει παρακάτω:

$$x^T = [\delta_2, \delta_3, \dots, \delta_N, V_1, V_2, V_3, \dots, V_N] \quad (1.34)$$

Σύμφωνα με την υβριδική μορφή που αναφέρθηκε παραπάνω μελετάμε τις εξισώσεις των συμβατικών μετρήσεων SCADA [4],[5]:

Έγγχυση ενεργού ισχύος (P_i):

$$P_i = V_i^2 \sum_{m \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + V_i^2 g_i - V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \left\{ g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right\} \quad (1.35)$$

Έγγχυση άεργου ισχύος(Q_i): :

$$Q_i = -V_i^2 \sum_{m \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) - V_i^2 b_i - V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \left\{ g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right\} \quad (1.36)$$

Ροή ενεργού ισχύος(P_{ij}): :

$$P_{ij} = V_i^2 (g_{ij} + g_{sij}) - V_i V_j \left\{ g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right\} \quad (1.37)$$

Ροή άεργου ισχύος(Q_{ij}): :

$$Q_{ij} = -V_i^2 (b_{ij} + b_{sij}) - V_i V_j \left\{ g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right\} \quad (1.38)$$

Μέτρο τάσης :

$$V_i \quad (1.39)$$

όπου, το $a(i)$ αντιπροσωπεύει το σύνολο των ζυγών που συνδέονται με το ζυγό i .

Υπάρχει η δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν και οι παρακάτω μετασχηματισμοί ώστε οι σχέσεις των ενεργών και άεργων ισχύων που αναφέρονται παραπάνω να λάβουν μια πιο συμπαγή διατύπωση:

$$\alpha_{ij} = g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \quad (1.40)$$

$$\beta_{ij} = g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \quad (1.41)$$

Άρα μπορούμε να εκφράσουμε τις ενεργές και άεργες ισχείς κατά αυτόν τον τρόπο:

$$P_i = V_i^2 \sum_{m \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + V_i^2 g_i - V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \alpha_{ij} \quad (1.42)$$

$$Q_i = -V_i^2 \sum_{m \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) - V_i^2 b_i - V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \beta_{ij} \quad (1.43)$$

$$P_{ij} = V_i^2 (g_{ij} + g_{sij}) - V_i V_j \alpha_{ij} \quad (1.44)$$

$$Q_{ij} = -V_i^2 (b_{ij} + b_{sij}) - V_i V_j \beta_{ij} \quad (1.45)$$

1.5.4 Δομή Ιακωβιανής Μήτρα

Η μορφή της Ιακωβιανή μήτρα είναι η εξής [5]:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial \delta} & \frac{\partial P_i}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \delta} & \frac{\partial Q_i}{\partial V} \\ \frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta} & \frac{\partial P_{ij}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta} & \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V} \\ \frac{\partial V_i}{\partial \delta} & \frac{\partial V_i}{\partial V} \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

Παρακάτω δίνονται τα στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας αναλυτικά, δηλαδή όλες οι μερικές παράγωγοι των μετρήσεων ως προς τις μεταβλητές κατάστασης. Οι γραμμές της Ιακωβιανής μήτρας μπορούν να τοποθετηθούν με οποιαδήποτε σειρά:

Παράγωγοι εγχύσεων ενεργού ισχύος (P_i):

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \beta_{ij} \quad (1.47)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -V_i V_j \beta_{ij} \quad (1.48)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = 2V_i \sum_{m \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + 2V_i g_i - \sum_{m \in a(i)} V_j \alpha_{ij} \quad (1.49)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_j} = -V_i \alpha_{ij} \quad (1.50)$$

Παράγωγοι εγχύσεων άεργου ισχύος (Q_i):

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = -V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \alpha_{ij} \quad (1.51)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = V_i V_j \alpha_{ij} \quad (1.52)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = -2V_i \sum_{m \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) - 2V_i b_i - \sum_{m \in a(i)} V_j \beta_{ij} \quad (1.53)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = -V_i \beta_{ij} \quad (1.54)$$

Παράγωγοι ρών ενεργού ισχύος (P_{ij}):

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_i} = V_i V_j \beta_{ij} \quad (1.55)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_j} = -V_i V_j \beta_{ij} \quad (1.56)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} = 2V_i (g_{ij} + g_{sij}) - V_j \alpha_{ij} \quad (1.57)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} = -V_i \alpha_{ij} \quad (1.58)$$

Παράγωγοι ρών άεργου ισχύος (Q_{ij}):

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta_i} = -V_i V_j \alpha_{ij} \quad (1.59)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta_j} = V_i V_j \alpha_{ij} \quad (1.60)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} = -2V_i (b_{ij} + b_{sij}) - V_j \beta_{ij} \quad (1.61)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j} = -V_i \beta_{ij} \quad (1.62)$$

Παράγωγοι μέτρων τάσης (V_i):

$$\frac{\partial V_i}{\partial \delta_i} = 0 \quad (1.63)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial \delta_j} = 0 \quad (1.64)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial V_i} = 1 \quad (1.65)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial V_j} = 0 \quad (1.66)$$

1.5.5 Δημιουργία Μήτρας Κέρδους

Η μήτρα κέρδους G για να σχηματιστεί χρειάζεται την Ιακωβιανή μήτρα H και τη διαγώνια μήτρα R^{-1} :

$$G(x^k) = \frac{dg(x^k)}{dx} = H^T(x^k)R^{-1}H(x^k)$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι η μήτρα κέρδους G είναι αραιή και συμμετρική και έχει μη αρνητικές ιδιοτιμές. Για πλήρως παρατηρήσιμα δίκτυα είναι θετικά ορισμένη.

1.6 Επίλυση συστήματος με αραιές μήτρες

Σε αυτήν την παράγραφο της εργασίας παρουσιάζονται δύο μέθοδοι για την επίλυση κατάστασης μέσω τεχνικών αραιών μητρών. Ουσιαστικά θα ασχοληθούμε με την παραγοντοποίηση της μήτρας κέρδους G , η οποία αναλύθηκε παραπάνω σε αραιές μήτρες με σκοπό να μειωθεί η πολυπλοκότητα του συστήματος. Οι δύο μέθοδοι που αναλύονται παρακάτω είναι η παραγοντοποίηση LU και η παραγοντοποίηση *Cholesky*, που αξίζει να σημειωθεί ότι είναι ισοδύναμες μέθοδοι.

1.6.1 Παραγοντοποίηση LU

Η μήτρα κέρδους μπορεί να γραφεί ως το γινόμενο δύο τριγωνικών μητρών, μίας κάτω τριγωνικής L και μίας άνω τριγωνικής U . Δηλαδή είναι:

$$G = LU$$

Αφού η G είναι πλέον παραγοντοποιημένη, το επόμενο βήμα είναι η επίλυση της επαναληπτικής εξίσωσης:

$$LU\Delta x^{k+1} = t^k$$

Η λύση βρίσκεται σε δύο βήματα και δεδομένης της αραιότητας των πινάκων L και U υπολογίζεται πολύ αποδοτικά. Τα βήματα είναι:

1. Εμπρός αντικατάσταση: $U\Delta x^{k+1} = u$
2. Πίσω αντικατάσταση: $Lu = t^k$

1.6.2 Παραγοντοποίηση Cholesky

Ουσιαστικά η παραγοντοποίηση *Cholesky* αποτελεί μια παραλλαγή της παραγοντοποίησης LU . Όπως και παραπάνω, γνωρίζουμε ότι η μήτρα κέρδους G είναι μια συμμετρική και θετικά ορισμένη μήτρα, σε περιπτώσεις παρατηρήσιμου δικτύου. Τότε προχωράμε στην παρακάτω παραγοντοποίηση :

$$G = LL^T$$

όπου η μήτρα L είναι μία κάτω τριγωνική μήτρα με θετικά διαγώνια στοιχεία. Έτσι η επίλυση της εξίσωσης γίνεται :

$$LL^T \Delta x^{k+1} = t^k$$

Οπότε το πρόβλημα ανάγεται στην επίλυση του κάτω τριγωνικού συστήματος με ευθεία αντικατάσταση:

$$Ly^{k+1} = t^k$$

και του άνω τριγωνικού συστήματος για αντίστροφη αντικατάσταση:

$$L^T \Delta x^{k+1} = y^{k+1}$$

2 Μονάδες Μέτρησης Φασιθετών

2.1 Εισαγωγή

Ένα σημαντικό ζήτημα για τη μέγιστη απόδοση του εκτιμητή κατάστασης είναι το επιλεγμένο μετρητικό σύστημα που χρησιμοποιείται στην είσοδο του αλγορίθμου. Για αυτό το λόγο είναι σημαντικό κατά την αναβάθμιση των δικτύων ηλεκτρικής ενέργειας ή την εγκατάσταση νέων τμημάτων των δικτύων να επιλέγονται το είδος των μετρήσεων και η τοποθέτησή τους σε κομβικά σημεία του δικτύου, με στόχο την μέγιστη παρατηρησιμότητα του δικτύου αλλά και να υπάρχει αρκετή περίσσεια για να λαμβάνουμε ορθά αποτελέσματα από τον αλγόριθμο εκτίμησης κατάστασης. Αυτό είναι το πρόβλημα της βέλτιστης τοποθέτησης των μετρήσεων. Πέρα από το πρόβλημα της βέλτιστης τοποθέτησης του συνόλου των μετρήσεων υπάρχει και το πρόβλημα της δυνατότητας του εκτιμητή κατάστασης να συνεχίσει να λειτουργεί αξιόπιστα κατά την απομάκρυνση μετρήσεων ή κλάδων του δικτύου που είναι αρκετά πιθανό να συμβεί υπό κάποιες καταστάσεις. Τέλος, η περίσσεια και η αξιοπιστία του εκτιμητή απαιτούνται και για να μπορεί η εκτίμηση κατάστασης να εντοπίζει και να αφαιρεί σφάλματα κατά την αντίστοιχη λειτουργία [3].

Ένα μεγάλο βήμα για την καταπολέμηση των παραπάνω προβλημάτων έγινε με την εισαγωγή των συγχρονισμένων μετρήσεων φασιθετών σε έναν αρκετά ικανοποιητικό αριθμό υποσταθμών του δικτύου. Οι μονάδες μέτρησης φασιθετών (phasor measurement units – PMU) είναι συσκευές που παρέχουν θετικής ακολουθίας φασιθέτες τάσεως και ρεύματος, βασισμένους σε μετρούμενα σήματα τάσης και ρεύματος που στέλνουν οι υποσταθμοί. Η μετάδοση των συγχρονισμένων αυτών σημάτων πραγματοποιείται με τη βοήθεια του δορυφορικού παγκόσμιου συστήματος θέσης (GPS – Global Positioning System) [3],[6].

Με τη χρήση των μονάδων μέτρησης φασιθετών PMU μπορούμε να έχουμε μία αποτελεσματική λύση στο πρόβλημα της εκτίμησης κατάστασης, εφόσον έχει εγκατασταθεί μια μονάδα PMU σε κάθε ζυγό του δικτύου. Το πλεονέκτημα ότι δεν μας δίνει μόνο τον φασιθέτη τάσης αλλά και τους φασιθέτες όλων των ρευμάτων στους διασυνδεδεμένους κλάδους του ζυγού οδηγεί ακόμα και στην εκτίμηση κατάστασης σε διαστάσεις πραγματικού χρόνου μέσω ενός γραμμικού εκτιμητή που δεν χρησιμοποιεί επαναληπτική μέθοδο, σε αντίθεση με τις συμβατικές μετρήσεις SCADA [7].

2.2 Μαθηματική έκφραση φασιθέτη

Ο φασιθέτης (phasor) είναι μια ποσότητα που αποτελείται από μέτρο και φάση (ως προς μια αναφορά) και χρησιμοποιείται για να αναπαραστήσει ένα ημιτονοειδές σήμα. Το μέτρο του φασιθέτη σχετίζεται με το πλάτος του σήματος. Η φάση (ή αλλιώς φασική γωνία) είναι η απόσταση ανάμεσα στην κορυφή του σήματος και σε μια ορισμένη αναφορά και έχει διαστάσεις γωνίας.

Αρχικά για να ξεκινήσουμε την ανάλυση, ώστε να μπορέσουμε να διατυπώσουμε μια έκφραση για τον φασιθέτη, αρκεί να ορίσουμε ένα καθαρό ημιτονοειδές σήμα, το οποίο δίνεται από την έκφραση:

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \phi) \quad (2.1)$$

όπου, ω : η γωνιακή συχνότητα του σήματος σε rad/s ($\omega = 2\pi f$)

ϕ : η φασική γωνία σε rad

X_m : το πλάτος του σήματος με ενεργό τιμή (RMS) του σήματος $X_m/\sqrt{2}$

Η εξίσωση (2.1) μπορεί να γραφεί και ως εξής:

$$x(t) = \text{Re}\{X_m e^{j(\omega t + \phi)}\} = \text{Re}\{[e^{j(\omega t)}] X_m e^{j(\phi)}\} \quad (2.2)$$

Στα ιδανικά ηλεκτρικά δίκτυα ενέργειας μπορούμε να υποθέσουμε ότι η συχνότητα είναι σταθερή και διαμορφώνεται στα 50 Hz ή 60 Hz ανάλογα με τη χώρα και το δίκτυο. Σύμφωνα με τα παραπάνω συνηθίζεται να μην αναφέρεται ο όρος $e^{j(\omega t)}$ στην παραπάνω έκφραση. Επιπλέον είναι επιθυμητό να φαίνεται η ενεργός τιμή του σήματος, όπως αναφέραμε και παραπάνω. Έτσι η ημιτονοειδής κυματομορφή (2.2) αναπαρίσταται με ένα μιγαδικό αριθμό X , γνωστό ως φασιθέτη:

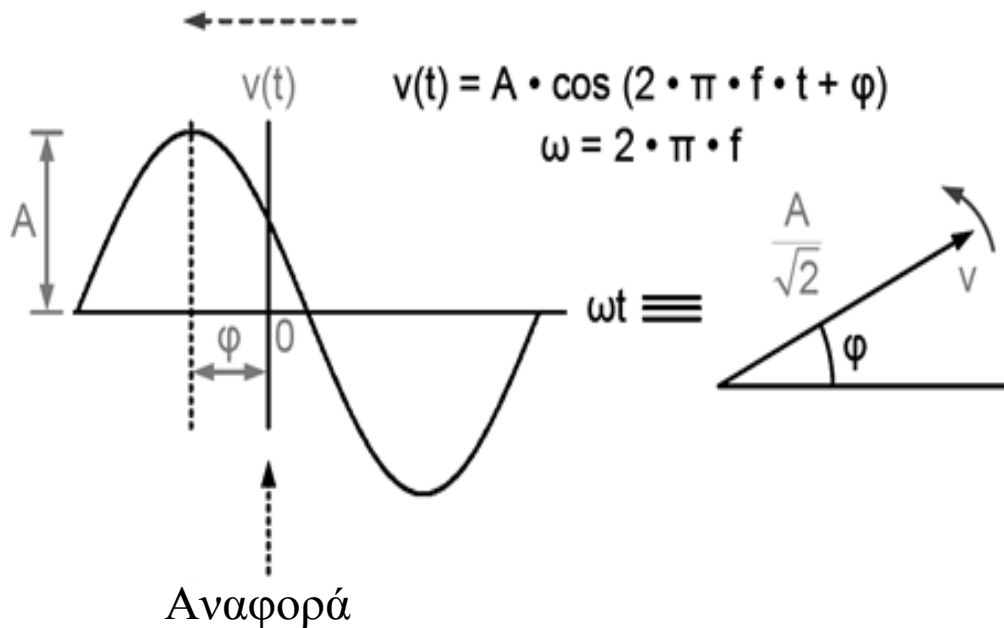
$$x(t) \leftrightarrow X = (X_m/\sqrt{2})e^{j(\phi)} = (X_m/\sqrt{2})(\cos\phi + j\sin\phi) = ((X_m/\sqrt{2})\angle\phi \quad (2.3)$$

Σε περίπτωση αλλοίωσης ή παραμόρφωσης του σήματος από σήματα άλλων συχνοτήτων πρέπει να προηγηθεί η εξαγωγή της θεμελιώδους συχνότητας του σήματος για να ακολουθήσει η αναπαράσταση με τον αντίστοιχο φασιθέτη. Η διαδικασία μπορεί να υλοποιηθεί με χρήση του μετασχηματισμού *Fourier*. Η αναπαράσταση του φασιθέτη τάσης παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.1

2.3 Συγχρονισμένη Μέτρηση Φασιθέτη

Με την προσθήκη της χρονικής σφραγίδας σε κάθε μέτρηση φασιθέτη, προκύπτει μια συγχρονισμένη μέτρηση φασιθέτη (synchrophasor). Αυτή ουσιαστικά εκφράζει την ενεργός τιμή και την φασική γωνία ενός ημιτονοειδούς σήματος με αναφορά ως προς μια απόλυτη χρονική στιγμή. Ας σημειωθεί ότι η φασική γωνία παίρνει τιμές στο διάστημα $[-\pi, \pi]$ και η συχνότητα θεωρείται σταθερή κατά τον απειροελάχιστο χρόνο της μέτρησης.

Σε ιδανικές συνθήκες λειτουργίας μπορούμε να κάνουμε την υπόθεση ότι το δίκτυο που γίνεται η ανάλυση λειτουργεί με σταθερή συχνότητα. Παρόλα αυτά, σε πραγματικές συνθήκες λειτουργίας έχει παρατηρηθεί ότι η συχνότητα του δικτύου μεταβάλλεται συνεχώς γύρω από την κύρια συχνότητα λειτουργίας του συστήματος. Επομένως για τον ακριβή υπολογισμό της φασικής γωνίας πρέπει να λαμβάνεται υπόψη και η συχνότητα του δικτύου κατά τη στιγμή της μέτρησης.



Σχήμα 2.1: Αναπαράσταση φασιθέτη τάσης

2.4 Ιστορική ανασκόπηση

2.4.1 Εισαγωγή

Ένα από τα πλέον ελκυστικά αντικείμενα μελέτης των ενεργειακών ηλεκτρολόγων μηχανικών που ασχολούνται με την εποπτεία και τον έλεγχο των δικτύων ηλεκτρικής ενέργειας είναι οι γωνίες φάσης των τάσεων των ζυγών. Σε μία ηλεκτρική γραμμή μεταφοράς ενέργειας είναι δεδομένο ότι η ενεργός ροή ισχύος είναι ανάλογη με το ημίτονο της διαφοράς φάσης των τάσεων στα άκρα της. Σε ένα ηλεκτρικό σύστημα ενέργειας η ύπαρξη των συμβατικών μετρήσεων SCADA είναι δεδομένη καθώς είναι μέρος του τρόπου σχεδιασμού και του τρόπου λειτουργίας ενός ηλεκτρικού δικτύου. Μετρήσεις όπως η ενεργός ροή ισχύος, η οποία εξαρτάται από την τάση των ζυγών στους οποίους βρίσκεται ανάμεσα καθώς και η ενεργός έγχυση ισχύος, η οποία χαρακτηρίζεται από την τάση του ζυγού που βρίσκεται καθώς και τις τάσεις των γειτονικών ζυγών, καθιστούν τον άμεσο υπολογισμό των τάσεων των ζυγών του δικτύου ένα πολύ ενδιαφέρον ερευνητικό θέμα. Ακόμα από τη δεκαετία του '80 υπάρχουν αναφορές και δημοσιεύσεις για την ύπαρξη νέων μεθοδολογιών που στόχο έχουν τον άμεσο υπολογισμό των μετρήσεων διαφοράς φάσης [7].

Η τεχνολογία μέτρησης φασιθετών έχει τις ρίζες της στην γενικότερη έρευνα που πραγματοποιείται για την αναμετάδοση των μετρήσεων, που πραγματοποιούνται στις γραμμές μεταφοράς, σε υπολογιστικά συστήματα. Παρόλα αυτά στην δεκαετία του '70 πραγματοποιήθηκαν έρευνες οι οποίες βασίστηκαν στους μικροεπεξεργαστές των ηλεκτρονόμων [7], όπως θα δούμε και στην συνέχεια του κεφαλαίου.

Το 1977 έγινε δημοσίευση ενός νέου αλγορίθμου βασισμένου σε συμμετρικές συνιστώσες για την προστασία των γραμμών μεταφοράς. Στην συνέχεια προέκυψαν και βελτιωμένοι αλγόριθμοι που υπολόγιζαν τις συμμετρικές συνιστώσες των τάσεων και των ρευμάτων των τριών φάσεων. Βασισμένη στην χρήση αυτών των προγραμμάτων αναπτύχθηκαν τα συγχρονισμένα συστήματα μετρήσεως φασιθετών και σύντομα αναγνωρίστηκε η σημασία της θετικής ακολουθίας μετρήσεων που αποτέλεσαν το γνωστό διάλυμα κατάστασης. Το 1983 αναγνωρίστηκε η σημαντικότητα της θετικής ακολουθίας τάσεων και ρευμάτων και αυτή η δημοσίευση μπορεί να θεωρηθεί ως η αρχή της σύγχρονης τεχνολογίας των συγχρονισμένων μετρήσεων φασιθετών. Το παγκόσμιο σύστημα θέσης (GPS), που είχε αρχίσει να αναπτύσσεται εκείνη την περίοδο, προσέφερε έναν αποτελεσματικό τρόπο για τον συγχρονισμό των μετρήσεων των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας σε μεγάλες αποστάσεις [7].

2.4.2 Δημιουργία και εφαρμογή του πρώτου ψηφιακού συστήματος προστασίας

Ο George Rockefeller ήταν ο εμπνευστής της ιδέας για την χρήση υπολογιστικών συστημάτων με σκοπό την προστασία των γραμμών μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας το 1969. Την επόμενη χρονιά η εταιρία Westinghouse εκμεταλλεύτηκε την ιδέα του Rockefeller και ξεκίνησε σε ερευνητικό επίπεδο την προσπάθεια της εκμετάλλευσης των υπολογιστών στην καταγραφή και επεξεργασία κυματομορφών τάσης και ρεύματος, ώστε να υπάρχει η δυνατότητα της πρόβλεψης και έγκυρης αντιμετώπισης αστοχιών. Στη συνέχεια και άλλες μεγάλες εταιρίες, όπως η American Electric Power (AEP) και η General Electric (GE), εκδήλωσαν ενδιαφέρον για την έρευνα και το σχεδιασμό υπολογιστικών συστημάτων για την προστασία και τον έλεγχο των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας.

Η πρώτη σημαντική προσπάθεια που έγινε ήταν με την συνεργασία δύο μεγάλων εταιριών σε θέματα τεχνολογίας, της AEP και της IBM, οι οποίες κατάφεραν να δημιουργήσουν ένα σύστημα προστασίας που βασιζόταν στον προηγμένο μινι-υπολογιστή της IBM, τον System 7. Τα χαρακτηριστικά του συστήματος ήταν μνήμη 128 kb και χωρητικότητα σκληρού δίσκου 10 MB, ενώ ο προγραμματισμός του συστήματος γινόταν με διάτρητες κάρτες. Ο επεξεργαστής είχε την δυνατότητα σύνδεσης με ένα modem, το οποίο επικοινωνούσε με μια μονάδα επεξεργασίας της IBM. Το πρόγραμμα σχεδιάστηκε από τους Arun Phadke, Ted Hibka και Mohamed Ibrahim και στόχος ήταν ο υπολογισμός των φασιθετών τάσης και ρεύματος με την μεθοδολογία των ελαχίστων τετραγώνων. Για την υλοποίηση των παραπάνω το υπολογιστικό σύστημα περιελάμβανε ένα μετατροπέα A/D (Analog to Digital) για την απομόνωση, το φιλτράρισμα και τη δειγματοληψία των κυματομορφών τάσης και ρεύματος με λήψη 12 δειγμάτων ανά κύκλο. Στη συνέχεια τα δεδομένα που είχαν παραχθεί γίνονταν είσοδος σε άλλο πρόγραμμα με σκοπό τον υπολογισμό σφαλμάτων στο δίκτυο ενέργειας [8].

Η υλοποίηση του παραπάνω συστήματος στέφθηκε με επιτυχία καθώς πραγματοποιήθηκε εγκατάστασή του στον υποσταθμό Matt Funk της εταιρείας Appalachian Power Company το 1972. Το πρόγραμμα κατέγραφε δεδομένα, όπως τάσεις και ρεύματα της γραμμής Matt Funk – Glen Lynn των 138kV. Βασικό ρόλο είχε ο ανιχνευτής διαταραχών, καθώς, σε περίπτωση σφάλματος, είχε τη δυνατότητα να κάνει δειγματοληψία των κυματομορφών λίγο πριν το συμβάν και λίγο μετά αφότου είχε ολοκληρωθεί το φαινόμενο και στη συνέχεια έστελνε άμεσα τα καταγεγραμμένα δεδομένα στην αρμόδια μονάδα επεξεργασίας της IBM στη Νέα Υόρκη. Τα αρχεία αυτά πλέον μπορούσαν να τα επεξεργαστούν οι μηχανικοί της IBM και να πραγματοποιήσουν εκτενή αναφορά για το σφάλμα. Στην επεξεργασία των μετρήσεων κομβικό ρόλο έπαιξε η αποτύπωση των δεδομένων σε έναν επίπεδο σχεδιογράφο (plotter) της εταιρίας Calcomp. [8]

2.4.3 Αναβάθμιση επεξεργαστών και βελτιστοποίηση αλγορίθμων

Με την εξέλιξη της τεχνολογίας, την χρήση καλύτερου υλικού υπολογιστή και τη βελτιστοποίηση των αλγορίθμων οι επιδόσεις των υπολογιστών συστημάτων αναπτύσσονται με ρυθμούς γεωμετρικής προόδου. Η εταιρία Digital Equipment Corporation (DEC) δημιούργησε ένα νέο και επαναστατικό για την εποχή επεξεργαστή, τον PDP 11/70, ο οποίος χρησιμοποιήθηκε από την εταιρία AEP για ερευνητικούς σκοπούς στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας. Ήταν ο πρώτος επεξεργαστής στον οποίο έτρεξαν λογισμικό, το οποίο ήταν καινοτόμο για εκείνη την εποχή. Αρχικά υλοποιήθηκε και έτρεξε αποτελεσματικά αλγόριθμος ο οποίος έκανε χρήση μετασχηματισμών *Fourier* για τον ορθό υπολογισμό φασιθετών τάσης και ρεύματος και δεύτερον πάνω σε αυτό το υλικό, υλοποιήθηκε η ιδέα του ηλεκτρονόμου απόστασης συμμετρικών συνιστωσών.

Το 1977 δημιουργήθηκε ένας νέος αλγόριθμος από τους Phadke και Ibrahim, ο οποίος διαπραγματευόταν τη χρήση συμμετρικών συνιστωσών στον υπολογισμό σφαλμάτων στα δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας. Με την χρήση αυτής της τεχνικής η συνάρτηση υπολογισμού των σφαλμάτων έγινε πιο αποδοτική αφού υλοποιούσε όλες τους υπολογισμούς με μια μόνο εξίσωση καθώς επίσης βοήθησε στην ανάπτυξη των συγχρονισμένων μετρήσεων φασιθετών. Μια ακόμα κομβική χρονιά είναι το 1979, όπου έγινε προσπάθεια να μεταφερθεί το λογισμικό που αναπτύχθηκε παραπάνω σε έναν υπολογιστή *Mircos* της *Plessey*. Ακολούθησε μία σειρά δοκιμών του αλγορίθμου και ανάπτυξη των αποτελεσμάτων από τους Mark Adamiak, Arun Phadke και Jim Thorp, που έκαναν τις παρακάτω παρατηρήσεις :

- Για σταθερή γωνιακή συχνότητα δειγματοληψίας, ο φασιθέτης του μετασχηματισμού *Fourier* περιστρεφόταν με γωνιακή συχνότητα ίση με τη διαφορά της πραγματικής από την ονομαστική συχνότητα του συστήματος.
- Αν η συχνότητα του συστήματος ήταν μεγαλύτερη από την ονομαστική, ο φασιθέτης του *Fourier* θα περιστρεφόταν με την ανθωρολογιακή φορά.
- Αντίθετα, αν ήταν μικρότερη από την ονομαστική, θα περιστρεφόταν με την ωρολογιακή φορά.
- Και τέλος, αν η συχνότητα ήταν ακριβώς ίση με την ονομαστική, ο φασιθέτης θα διατηρούσε σταθερή φασική γωνία.

Μετά από δοκιμές που πραγματοποίησε σε συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας η AEP επιβεβαιώθηκε ότι πλέον ήταν γεγονός ο υπολογισμός της συχνότητας καθώς και του ρυθμού μεταβολής της. Το 1983, οι Mark Adamiak, Arun Phadke και Jim Thorp κατάφεραν να κάνουν μία δημοσίευση, η οποία ανέλυε τα παραπάνω και παρουσίαζε την σημασία της μέτρησης φασιθετών τάσης και ρεύματος θετικής ακολουθίας και ως πόρισμα της μελέτης αυτής θεωρείται η έναρξη της μελέτης των συγχρονισμένων μετρήσεων φασιθετών [8].

2.4.4 Πρώτη μονάδα Μέτρησης Φασικής Γωνίας

Την περίοδο ανάμεσα στο 1987 και το 1988, το Πανεπιστήμιο Virginia Tech ξεκίνησε μία προσπάθεια, με αρωγό την εταιρία AEP, για την υλοποίηση μιας μονάδας λήψης και επεξεργασίας συγχρονισμένων μετρήσεων φασιθετών. Καρπός της παραπάνω παραγωγικής συνεργασίας, ήταν η Μονάδα Μέτρησης Φασικής Γωνίας (PAMU), η οποία αργότερα ονομάστηκε Μονάδα Μέτρησης Φασιθετών (PMU). Οι πρώτες μονάδες αποτελούνται από ένα πλαίσιο VME, ένα τροφοδοτικό και έναν A/D μετατροπέα 16 καναλιών, καθώς επίσης και από ένα εξωτερικό σύστημα επεξεργασίας σήματος που βοηθούσε στην προσαρμογή του σήματος εισόδου, καταστολή υπερτάσεων και αντιαναδιπλωτικό φίλτράρισμα. Ο μετατροπέας A/D είχε συχνότητα δειγματοληψίας 720 Hz και ενεργοποιούνταν με τη βοήθεια ενός ρολογιού GPS. Τα αναλογικά δεδομένα στην είσοδο μετατρέπονταν άμεσα σε ψηφιακά και μέσω του μετασχηματισμού Fourier παράγονταν οι συγχρονισμένοι φασιθέτες τάσης και ρεύματος. Οι παραχθείσες μετρήσεις μεταδίδονταν από τον υποσταθμό σε μια κεντρική τοποθεσία μέσω ενός διαύλου 4800 bps της AEP και με ρυθμό 12 πακέτα ανά δευτερόλεπτο [8].

Ένα ακόμα στοίχημα που έπρεπε να κερδίσουν οι αρμόδιοι μηχανικοί ήταν ο συγχρονισμός των δεδομένων. Το κάθε πακέτο έπρεπε να περιέχει και μια «χρονική σφραγίδα», έτσι ώστε να προσδιορίζεται χρονικά. Το πρότυπο βασίστηκε στην ακόλουθη, τυποποιημένη μορφή :«Έτος - Μήνας - Ημέρα - Ώρα - Λεπτό - Δευτερόλεπτο - Δείγμα». Αργότερα όμως, για λόγους ευκολίας στην ταξινόμηση των μετρήσεων, υιοθετήθηκε το μορφότυπο «δευτερόλεπτο του αιώνα» (SOC) του Network Time Protocol, το οποίο ήταν ένας μετρητής δευτερολέπτων που είχε αρχίσει τη μέτρηση από την 1^η Ιανουαρίου 1970 [8].

Τα δεδομένα των μετρήσεων που μεταδίδονταν από τις εγκατεστημένες μονάδες PMU των υποσταθμών συγκεντρώνονταν σε έναν υπολογιστή (αρχικά PDP 11/73, αργότερα DEC MicroVAX) που ήταν εξοπλισμένος με πολλές σειριακές θύρες και ένα σκληρό δίσκο χωρητικότητας 100 MB. Το σύστημα αυτό, που δημιουργήθηκε από τον Paul Sorenson, ήταν ο πρώτος Συγκεντρωτής Δεδομένων Φασιθετών (PDC) [8].

Αξίζει να σημειωθεί ότι η πρώτη εμπορική μονάδα PMU κατασκευάστηκε το 1991 από την εταιρεία Macrodynne σε συνεργασία με το πανεπιστήμιο Virginia Tech και κυκλοφόρησε στην αγορά το 1992 (Model 1620). Σήμερα υπάρχουν πάρα πολλές εταιρείες που κατασκευάζουν μονάδες μέτρησης φασιθετών καθώς επίσης και μεγάλο πλήθος μονάδων PMU έχουν ήδη εγκατασταθεί σε πολλές χώρες του κόσμου. Άλλες είναι σε συνεχή λειτουργία για την αποκατάσταση της παρατηρησιμότητας των δικτύων, καθώς επίσης και την λήψη μετρήσεων φασιθετών τάσης των ζυγών και ρευμάτων, ενώ άλλες μονάδες είναι εγκατεστημένες για ερευνητικούς σκοπούς [7].

2.4.5 Αρχιτεκτονική Μονάδας Μέτρησης Φασιθετών (PMU)

Σε προηγούμενη παράγραφο αναφερθήκαμε στο γεγονός ότι ο πρόγονος της μονάδας μέτρησης φασιθετών (PMU) ήταν ο ηλεκτρονόμος απόστασης συμμετρικών συνιστωσών, ο οποίος μετεξελίχθηκε στον ψηφιακό ηλεκτρονόμο, βάσει του οποίου έχει σχεδιαστεί η μονάδα PMU. Στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει προσπάθεια περιγραφής μίας γενικής μονάδας PMU, η οποία θα μας βοηθήσει να καταλάβουμε την βασική δομή και την λειτουργία της. Στις αναλογικές εισόδους εισέρχονται τα ρεύματα και οι τάσεις που προέρχονται από τα δευτερεύοντα τυλίγματα των μετασχηματιστών μετρήσεων. Οι τριφασικές τάσεις και ρεύματα χρησιμοποιούνται για να εξαχθούν οι μετρήσεις θετικής ακολουθίας. Σε αντίθεση με έναν ηλεκτρονόμο, η μονάδα PMU μπορεί να παρέχει τα ρεύματα και τις τάσεις σε διάφορες παροχές και ζυγούς ενός υποσταθμού. Στο σχήμα 2.2 παρουσιάζεται η δομή της μονάδας φασιθετών

Πιο αναλυτικά τα σήματα στην είσοδο, δηλαδή οι τάσεις και τα ρεύματα μετατρέπονται σε υποβιβασμένα επίπεδα τάσης μέσω μετασχηματιστών μετρήσεων, με εύρος τιμών από $\pm 10V$, ώστε να εναρμονίζονται με τον A/D μετατροπέα. Μετά τη λήψη των σημάτων ακολουθεί η επεξεργασία τους από τα φίλτρα αντιαναδίπλωσης. Τα βαθυπερατά αυτά φίλτρα χρησιμοποιούνται για να μην εμφανίζεται αναδίπλωση φάσματος στα σήματα κατά τη δειγματοληψία και έχουν απόκριση συχνότητας που καθορίζεται από τη συχνότητα δειγματοληψίας. Συγκεκριμένα το κριτήριο του Nyquist ορίζει ότι η συχνότητα αποκοπής των φίλτρων πρέπει να είναι μικρότερη από το μισό της συχνότητας δειγματοληψίας. Το μειονέκτημά τους είναι ότι εισάγουν στα σήματα μια ολίσθηση φάσης εξαρτώμενη από τη συχνότητα, η οποία πρέπει να αντισταθμιστεί κατά τον υπολογισμό των φασιθετών στο μικροεπεξεργαστή.

Το επόμενο βήμα είναι η δειγματοληψία, που πραγματοποιείται στο μετατροπέα A/D. Η τιμή των σημάτων καταγράφεται σε χρονικές στιγμές που ορίζονται από τη συχνότητα δειγματοληψίας. Με τη διαδικασία αυτή τα σήματα από αναλογικά (συνεχούς χρόνου) μετατρέπονται σε ψηφιακά (διακριτού χρόνου), δηλαδή σε ακολουθίες δειγμάτων. Η συχνότητα δειγματοληψίας κυμαίνεται από 12 δείγματα ανά κύκλο της ονομαστικής συχνότητας δικτύου για τις πρώτες μονάδες PMU μέχρι 128 δείγματα ανά κύκλο για τις πιο σύγχρονες μονάδες PMU. Η μεγάλη συχνότητα δειγματοληψίας είναι σημαντική γιατί βελτιώνει την ακρίβεια στον υπολογισμό των φασιθετών.

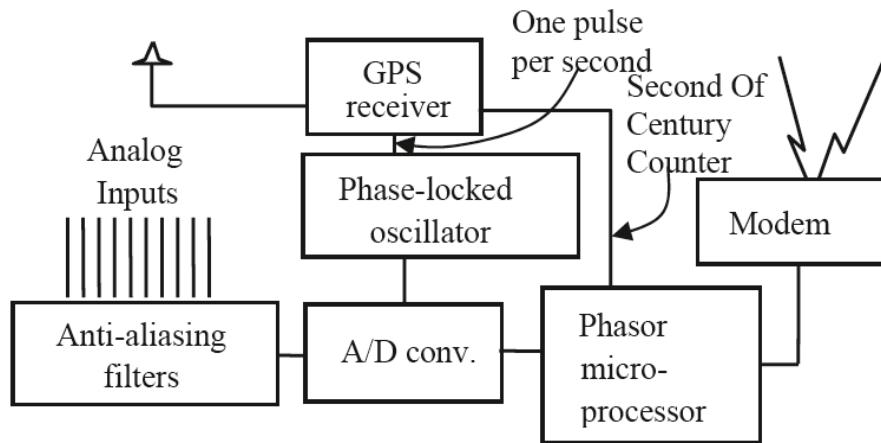
Ο μικροεπεξεργαστής της μονάδας PMU δέχεται ως είσοδο τα ψηφιακά σήματα από το μετατροπέα και για κάθε μονοφασικό σήμα υπολογίζει τον αντίστοιχο φασιθέτη με χρήση του Διακριτού Μετασχηματισμού Fourier (DFT). Για τον καθορισμό της φάσης των φασιθετών χρησιμοποιεί την χρονική αναφορά από το δέκτη GPS. Από τους φασιθέτες που παράγει, υπολογίζει την τάση και το ρεύμα της θετικής ακολουθίας. Εναλλακτικά σε κάποιες περιπτώσεις μπορεί να αρκεί ο υπολογισμός της μίας μόνο φάσης. Επιπλέον ο μικροεπεξεργαστής υπολογίζει και αναφέρει στην έξοδο του PMU τη

συχνότητα και το ρυθμό μεταβολής αυτής. Κάθε μέτρηση που παράγεται πρέπει να συνοδεύεται από μια χρονική σφραγίδα, την οποία ο μικροεπεξεργαστής λαμβάνει από δύο σήματα του δέκτη GPS.

Στο τελευταίο τμήμα βρίσκεται η διεπαφή του επικοινωνιακού συστήματος. Αυτή μπορεί να είναι ένας δια-ποδιαμορφωτής (modem) με έξοδο για τηλεφωνικό καλώδιο ή ένας δρομολογητής (router) με έξοδο για καλώδιο Ethernet. Οι χρονικά προσδιορισμένες μετρήσεις που παράγει η μονάδα PMU μπορεί να αποθηκεύονται τοπικά ή να μεταδίδονται μέσω μιας τηλεπικοινωνιακής ζεύξης (π.χ. δίκτυο Ethernet, οπτικές ίνες) σε ένα κεντρικό σταθμό συλλογής μετρήσεων.

Η βασική διαφορά που διαχωρίζει την μονάδα PMU από τον ψηφιακό ηλεκτρονόμο είναι το τμήμα χρονισμού, που περιλαμβάνει το δέκτη GPS, την κεραία του και τον κρυσταλλικό ταλαντωτή. Ο συνδυασμός των στοιχείων αυτών παρέχει στη μονάδα μια αξιόπιστη χρονική αναφορά. Το τμήμα χρονισμού χρησιμοποιείται τόσο από το μετατροπέα A/D για τη δειγματοληψία των σημάτων όσο και από το μικροεπεξεργαστή για την ενσωμάτωση της χρονικής σφραγίδας στις μετρήσεις. Για την πρώτη διαδικασία ο κρυσταλλικός ταλαντωτής μετατρέπει το σήμα 1PPS, που παράγεται από το δέκτη GPS, σε μια παλμοσειρά υψηλής συχνότητας που χρησιμοποιείται από το μετατροπέα A/D για τη δειγματοληψία. Μάλιστα το ρολοί δειγματοληψίας είναι κλειδωμένο κατά φάση με το ρολοί του δέκτη GPS. Για τη δεύτερη διαδικασία ο δέκτης GPS στέλνει την ακριβή χρονική πληροφορία στο μικροεπεξεργαστή για να κατασκευαστεί η χρονική σφραγίδα. Ο ακριβής χρόνος παράγεται ως εξής: Το σύστημα GPS δίνει τον ακριβή χρόνο GPS στους δέκτες, αυτοί το μετατρέπουν σε χρόνο UTC και σε συνδυασμό με το σήμα 1PPS που παράγουν, δημιουργούν τελικά το δευτερόλεπτο του αιώνα (SOC), το οποίο στέλνεται στο μικροεπεξεργαστή.

Στο τμήμα χρονισμού υπεισέρχονται ορισμένα σφάλματα που προέρχονται από το δορυφορικό σύστημα GPS. Οι ατμοσφαιρικές διαταραχές (κυρίως στο στρώμα της ιονόσφαιρας) μπορεί να προκαλέσουν διακυμάνσεις στο χρόνο άφιξης των δορυφορικών σημάτων, με συνέπεια μια βραχυπρόθεσμη αβεβαιότητα στο χρόνο του ρολογιού GPS της μονάδας. Με τη βοήθεια όμως του κρυσταλλικού ταλαντωτή αυτές οι διακυμάνσεις εξουδετερώνονται με την πάροδο του χρόνου και ελαττώνεται το σφάλμα. Όσο πιο σταθερός είναι ο ταλαντωτής τόσο πιο ακριβής είναι η χρονική αναφορά. Επίσης, ο δέκτης GPS για μια ακριβή μέτρηση του χρόνου UTC πρέπει να διατηρεί άμεση οπτική επαφή με τουλάχιστον τέσσερις δορυφόρους. Η πιθανότητα να συμβαίνει αυτό συνεχώς εξαρτάται από τη θέση εγκατάστασης της κεραίας GPS και το γεωγραφικό πλάτος της τοποθεσίας. Συνήθως οι δέκτες GPS των μονάδων PMU εκπέμπουν ένα χαρακτηριστικό σήμα που δηλώνει την επάρκεια ή όχι των δορυφορικών σημάτων που λαμβάνουν. Με αυτό τον τρόπο δίνουν ένα μέτρο της ακρίβειας της χρονικής πηγής. Επιπλέον οι περισσότεροι δέκτες παρέχουν ένα δείκτη της έντασης του σήματος που λαμβάνουν από κάθε δορυφόρο.



Σχήμα 2.2 : Βασική δομή μίας μονάδας PMU

2.5 Παγκόσμια δορυφορικά συστήματα πλοήγησης

Ο συγχρονισμός των μονάδων φασιθετών συνδέεται άμεσα με την ύπαρξη ενός παγκόσμιου δορυφορικού συστήματος πλοήγησης (GNSS). Τρεις είναι οι κύριοι τομείς που χωρίζεται ένα τέτοιο σύστημα :

- Ο διαστημικός τομέας
- Ο τομέας ελέγχου και επιτήρησης
- Και ο τομέας του τελικού χρήστη

Αρχικά θα γίνει ανάλυση για τον τομέα του διαστήματος, ο οποίος αποτελείται από δορυφόρους, οι οποίοι είναι διατεταγμένοι σε διαφορετικά τροχιακά επίπεδα και με διαφορετική τροχιακή κλίση. Αξίζει να σημειωθεί ότι τουλάχιστον έξι κάθε φορά δορυφόροι πρέπει να είναι προσβάσιμοι από κάθε σημείο της επιφάνειας της γης, ενώ οι υπόλοιποι λειτουργούν υποστηρικτικά για αυξημένη ακρίβεια χωρικών συντεταγμένων.

Στον τομέα ελέγχου και επιτήρησης εντάσσονται όλες οι επίγειες εγκαταστάσεις οι οποίες υποστηρίζουν τα δορυφορικά συστήματα και παρέχουν υπηρεσίες ζωτικής σημασίας σε αυτά. Η τηλεμετρία, ιχνηλάτηση, διοίκηση και έλεγχος, επιτήρηση των δορυφόρων και αναβάστασης δεδομένων είναι κάποια από τα καθήκοντα του συγκεκριμένου τομέα. . Αποτελείται από έναν κύριο και έναν δευτερεύοντα σταθμό ελέγχου που κύριος σκοπός του είναι η υλοποίηση όλων των διαστημικών επιχειρήσεων. Ο σταθμός επιτήρησης είναι υπεύθυνος για την συνεχόμενη και αδιάκοπη

παρακολούθηση των δορυφόρων, καθώς επίσης και για τη συλλογή και αποστολή δεδομένων ιχνηλασίας.

Τέλος ο τομέας τελικού χρήστη αποτελείται σε τέσσερις βασικές κατηγορίες χρηστών και χωρίζονται σύμφωνα με τις εφαρμογές που αυτοί χειρίζονται. Αυτή τη στιγμή, τα παγκόσμια δορυφορικά συστήματα που βρίσκονται σε πλήρη λειτουργία ή ακόμη εξελίσσονται είναι τα ακόλουθα:

➤ **GPS(Global Positioning System)**

Δηλαδή το παγκόσμιο σύστημα προσδιορισμού θέσης (GPS). Είναι ένα σύστημα το οποίο αναπτύχθηκε και συντηρείται από την πολεμική αεροπορία των ΗΠΑ. Σύμφωνα με στατιστικά στοιχεία του 2011 αυτό το σύστημα περιλαμβάνει 32 δορυφόρους σε λειτουργία οι οποίοι βρίσκονται σε τροχιά γύρω από τη γη. Τα περισσότερα συστήματα GPS λειτουργούν παράγοντας έναν παλμό ανά δευτερόλεπτο (1PPS). Αξίζει να σημειωθεί ότι είναι το βασικό σύστημα που χρησιμοποιείται στις συγχρονισμένες μετρήσεις.

➤ **GLONASS (GLObal'naya NAVigatsionnaya Sputnikovaya Sistema)**

Διαχειριστής του δορυφορικού συστήματος GLONASS είναι ο ρωσικός στρατός. Σύμφωνα με στοιχεία του 2010 , όλη η ρώσικη επικράτεια καλύπτεται πλήρως από αυτό το σύστημα. Με δεδομένα του 2011, υπάρχουν 23 εν ενεργεία δορυφόροι και υπάρχει σχεδιασμός να αυξηθούν κατά 1 ακόμα με σκοπό την πλήρη παγκόσμια κάλυψη.

➤ **GALILEO**

Διαχειριστής αυτού του εγχειρήματος είναι ο Ευρωπαϊκός Οργανισμός Διαστήματος (ESA). Αποτελεί εξέλιξη του συστήματος GNSS της Ευρωπαϊκής Ένωσης. Ο σχεδιασμός προβλέπει ότι το σύστημα θα αποτελείται από 18 δορυφόρους που θα τεθούν σε τροχιά μέχρι το 2015 και σε τελική φάση θα φτάσει στο σύνολο των 30 δορυφόρων. Η μόνη διαφορά με τα άλλα δύο συστήματα είναι ότι το GALILEO δεν θα υπόκειται σε στρατιωτικό έλεγχο αλλά σε πολιτικό. Ενώ θα συνυπάρχει αρμονικά με τα άλλα δύο συστήματα.

➤ **COMPASS**

Αυτό το σύστημα είναι εξέλιξη του τοπικού δορυφορικού συστήματος πλοήγησης BeiDou-1, το οποίο καλύπτει αποκλειστικά την κινεζική επικράτεια, και είναι γνωστό και ως BeiDou-2. Το σύστημα αυτό αποτελεί την κινεζική εκδοχή του

συστήματος GNSS. Ο αρχικός σχεδιασμός περιλαμβάνει 35 δορυφόρους, ενώ προγραμματίζεται να λειτουργήσει μέσα στο 2012 για την περιοχή Ασίας - Ειρηνικού και εκτιμάται ότι θα ολοκληρωθεί το 2020, οπότε και θα προσφέρει παγκόσμια κάλυψη.

2.6 Ιεραρχία ενός συστήματος ελεγχόμενου με μονάδες PMU

Ένα σύστημα φασιθετών αποτελείται κυρίως από μονάδες PMU, οι οποίες είναι τοποθετημένες σε ένα ηλεκτρικό δίκτυο ενέργειας. Αυτές οι μονάδες είναι τοποθετημένες σε κάποιους κομβικούς ζυγούς του συστήματος με σκοπό την άμεση και έγκυρη λήψη μετρήσεων σε πραγματικό χρόνο. Στην πλειονότητα των εφαρμογών, τα δεδομένα των φασιθετών χρησιμοποιούνται, αναλύονται και επεξεργάζονται σε διαφορετικές περιοχές από το σημείο που γίνεται η δειγματοληψία. Αυτό καθιστά αναγκαία την ύπαρξη μίας δεδομένης αρχιτεκτονικής δομής που περιλαμβάνει τις μονάδες φασιθετών, τους δίαυλους επικοινωνίας και τα σημεία στα οποία συγκεντρώνονται οι μετρήσεις, με σκοπό την μεγιστοποίηση του κέρδους από τις μονάδες PMU.

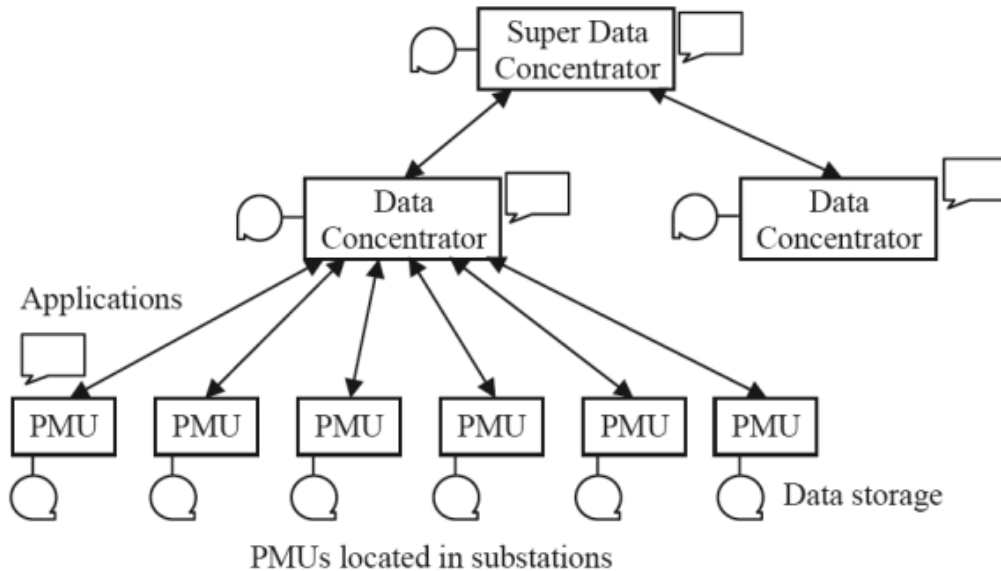
Αρχικά οι μονάδες φασιθετών είναι τοποθετημένες σε κομβικά σημεία στο κύκλωμα και πραγματοποιούν λήψη μετρήσεων τάσεων και ρευμάτων σε θετική ακολουθία με «χρονική σφραγίδα». Αυτές οι μετρήσεις αποθηκεύονται σε τοπικές συσκευές αποθήκευσης δεδομένων, στις οποίες η πρόσβαση γίνεται και από απομακρυσμένες περιοχές. Δεδομένα τα οποία έχουν αρκετά μεγάλη αξία για το ηλεκτρικό δίκτυο δεν μπορούν να παραμένουν σε τοπικές μονάδες αποθήκευσης, λόγω περιορισμένου όγκου δεδομένων, για αυτόν τον λόγο πρέπει να αποθηκευτούν σε κάποιο άλλο σημείο, συνήθως αρκετά απομακρυσμένο, για αρκετά μεγάλο διάστημα ή για μόνιμα.

Στο επόμενο επίπεδο ιεραρχίας μετά τις μονάδες μέτρησης φασιθετών υπάρχουν μονάδες οι οποίες είναι γνωστές ως Συγκεντρωτές Δεδομένων Φασιθετών (PDCs). Η λειτουργία των PDCs είναι ζωτικής σημασίας για τα συστήματα μετρήσεων με φασιθέτες. Οι χαρακτηριστικές τους λειτουργίες είναι: η καθολική συγκέντρωση των δεδομένων από όλες τις μονάδες φασιθετών, η αναγνώριση και η απόρριψη κάθε εσφαλμένης μέτρησης από τον όγκο των δεδομένων, η ευθυγράμμιση των δεδομένων σύμφωνα με την χρονική σφραγίδα που τα χαρακτηρίζει και τέλος η δημιουργία ενός ακριβούς αρχείου των ταυτοχρόνως καταγεγραμμένων δεδομένων ενός μεγαλύτερου τμήματος του ηλεκτρικού συστήματος.

Στο κορυφαίο επίπεδο της ιεραρχίας βρίσκεται ο Υπερ-Συγκεντρωτής Δεδομένων Φασιθετών (Super PDC). Σε αυτό το επίπεδο υπάρχουν υποδομές για αποθήκευση δεδομένων φασιθετών που έχουν περάσει από τη διαδικασία ευθυγράμμισης και εφαρμογές που λαμβάνουν ως είσοδο μια σταθερή ροή δεδομένων πραγματικού χρόνου

από όλο το σύστημα. Ο Super PDC μπορεί να χαρακτηριστεί και ως ένας κεντρικός PDC που συλλέγει και συσχετίζει δεδομένα φασιθετών από όλους τους PDC και παρέχει πλήρη εποπτεία του συστήματος με τη χρήση λογισμικού οπτικοποίησης.

Η παραπάνω ανάλυση και η γενικότερα αποδεκτή αρχιτεκτονική δομή του συστήματος φαίνεται και στο σχήμα 2.3



Σχήμα 2.3: Ιεραρχία συστήματος με συγχρονισμένες μονάδες PMU

2.7 Πρότυπα μετάδοσης χρονικών σημάτων

Για τη σωστή λειτουργία των μονάδων PMU και τον ακριβή χρονικό προσδιορισμό των μετρήσεων είναι απαραίτητος ο συγχρονισμός των μονάδων. Οι κυριότερες μέθοδοι συγχρονισμού βασίζονται στα πρότυπα μετάδοσης χρονικών σημάτων 1PPS και IRIG-B.

2.7.1 Πρότυπο 1PPS

Το σήμα 1PPS είναι ένας τετραγωνικός παλμός συχνότητας 1Hz που έχει τη θετική του ακμή συγχρονισμένη με την έναρξη ενός δευτερολέπτου του χρόνου GPS. Οι μονάδες PMU που διαθέτουν ενσωματωμένο δέκτη GPS χρησιμοποιούν άμεσα το σήμα 1PPS, που παράγεται από αυτόν, για να συγχρονίσουν τη δειγματοληψία με την αρχή ενός δευτερολέπτου GPS. Ακόμη, ανάλογα με το ρυθμό μετάδοσης δεδομένων (δείγματα ανά δευτερόλεπτο) ορίζεται ένα διάστημα που αντιστοιχεί σε ένα κλάσμα του

δευτερολέπτου GPS. Έτσι οι μονάδες PMU μεταδίδουν τις μετρήσεις τους συγχρονισμένες με το χρόνο GPS σε διαστήματα κλασμάτων δευτερολέπτου. Για παράδειγμα, με ένα ρυθμό μετάδοσης 30 δειγμάτων ανά δευτερόλεπτο οι μετρήσεις θα μεταδίδονται κατά την έναρξη κάθε δευτερολέπτου και κάθε 1/30 s μεταξύ διαδοχικών δευτερολέπτων.

Η ακρίβεια του παλμού 1PPS εξαρτάται από το εσωτερικό ρολόι του δέκτη GPS. Το τυπικό σφάλμα για ένα παλμό 1PPS είναι μερικές δεκάδες νανοδευτερόλεπτα και εξαρτάται από την ποιότητα των μετρήσεων των σημάτων GPS. Επιπλέον, ο παλμός επηρεάζεται από το μήκος του καλωδίου της κεραίας. Το τελευταίο μπορεί να διορθωθεί με ρύθμιση μιας παραμέτρου που μετατοπίζει τον παλμό κατά μια χρονική σταθερά.

2.7.2 Πρότυπο IRIG-B

Οι μονάδες PMU που δεν έχουν ενσωματωμένο δέκτη GPS χρειάζονται μια σύνδεση IRIG-B. Το IRIG-B είναι ένα από τα πιο διαδεδομένα πρότυπα μετάδοσης χρονικών σημάτων σε υποσταθμούς ηλεκτρικών δικτύων. Το πρότυπο IRIG αναπτύχθηκε από την ομάδα IRIG του συμβουλίου RCC του αμερικανικού στρατού. Δημοσιεύτηκε για πρώτη φορά το 1960 και έκτοτε έχει αναθεωρηθεί αρκετές φορές από την Ομάδα Τηλεπικοινωνιών και Χρονισμού (TTG) του συμβουλίου RCC. Η τελευταία έκδοση του προτύπου είναι το IRIG 200-04 που δημοσιεύτηκε το 2004.

Το πρότυπο IRIG ορίζει μια οικογένεια κωδικών χρόνου (A, B, D, E, G, H), οι οποίοι διαφέρουν ως προς τη συχνότητα παλμών (ή αλλιώς ρυθμό μετάδοσης bit). Η συχνότητα κυμαίνεται από έναν μέχρι 10000 παλμούς ανά δευτερόλεπτο (pps). Όλοι οι κώδικες χρησιμοποιούν κωδικοποίηση εύρους παλμού. Ορίζονται τρία διαφορετικά είδη παλμών:

- παλμός με διάρκεια ίση με το 20% της περιόδου (δυναμικό 0)
- παλμός με διάρκεια ίση με το 50% της περιόδου (δυναμικό 1)
- παλμός με διάρκεια ίση με το 80% της περιόδου (δείκτης θέσης P)

Ο πλήρης προσδιορισμός του κώδικα γίνεται με ένα γράμμα (μορφότυπο κώδικα) και τρία ψηφία (αριθμοί αναγνώρισης) με τον παρακάτω συμβολισμό:

- Γράμμα: Μορφότυπο (A, B, D, E, G, H)
- 1^οψηφίο: Είδος διαμόρφωσης
- 2^οψηφίο: Συχνότητα φέροντος κύματος
- 3^οψηφίο: Κωδικοποιημένες παραστάσεις

Ένα σήμα IRIG μπορεί να είναι αδιαμόρφωτο (μέθοδος DCLS), διαμορφωμένο κατά πλάτος με ημιτονικό φέρον κύμα ή διαμορφωμένο με κωδικοποίηση Manchester και τετραγωνικό φέρον κύμα. Οι κωδικοποιημένες παραστάσεις του IRIG μπορεί να είναι

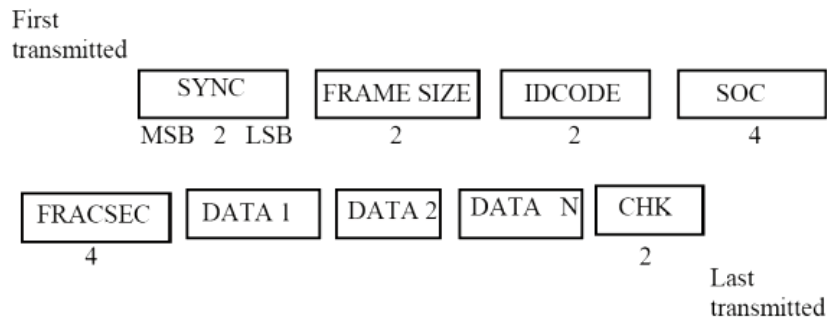
χρονική πληροφορία (BCD-TOY/BCD-YEAR), λειτουργίες ελέγχου (CF-bit δεσμευμένα για εφαρμογές χρηστών) και δευτερόλεπτα ημέρας σε δυαδική μορφή (SBS).

Ο κώδικας χρόνου IRIG-B είναι διαδεδомένος στη βιομηχανία ηλεκτρικής ενέργειας. Έχει συχνότητα 100 παλμούς ανά δευτερόλεπτο (pps), άρα σε κάθε χρονικό πλαίσιο που διαρκεί 1 s υπάρχουν 100 παλμοί με περίοδο 10 ms. Η αρχή κάθε πλαισίου δηλώνεται με δύο συνεχόμενους δείκτες θέσης P (αναφορά πλαισίου R). Το πλαίσιο διαιρείται σε 10 ομάδες των 10 στοιχείων. Κάθε ομάδα περιέχει 2 αριθμούς BCD χωρισμένους με ένα μηδενικό και ένα δείκτη θέσης P για τερματισμό (σύνολο 10 στοιχεία).

Το σήμα IRIG-B μεταδίδεται είτε αδιαμόρφωτο (DCLS) είτε διαμορφωμένο κατά πλάτος με ημιτονικό φέρον (συχνότητας 1kHz συνήθως) είτε διαμορφωμένο με κωδικοποίηση Manchester. Το αδιαμόρφωτο σήμα είναι το πιο ακριβές, αλλά είναι κατάλληλο μόνο για αποστάσεις μέχρι 100 m περίπου. Δεν απαιτείται η χρήση αποδιαμορφωτή, οπότε το σήμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί απευθείας από τις μονάδες PMU. Το διαμορφωμένο σήμα με ημιτονικό φέρον μπορεί να μεταδοθεί σε μεγάλες αποστάσεις. Όμως σε αυτή την περίπτωση η ακρίβεια μειώνεται σε 0,1 ms μέχρι αρκετά ms, τιμές που δεν πληρούν τις προδιαγραφές ενός συστήματος PMU. Επιπλέον επιβάλλει τη χρήση ενός αποδιαμορφωτή σε κάθε μονάδα PMU. Τέλος, η διαμόρφωση με κωδικοποίηση Manchester είναι διαμόρφωση φάσης με τετραγωνικό φέρον κύμα. Είναι καλύτερη μέθοδος από τις προηγούμενες, αφού δίνει μεγάλη ακρίβεια χάρη στον τετραγωνικό παλμό του φέροντος κύματος και προσφέρει τη δυνατότητα μετάδοσης σε μεγάλες αποστάσεις. Παρά τα πλεονεκτήματα αυτά, δε χρησιμοποιείται συνήθως για εφαρμογές PMU.

2.8 Δομή αρχείου συγχρονισμένων μετρήσεων φασιθετών

Η δομή των αρχείων που παράγουν οι συγχρονισμένες μονάδες φασιθετών έχει προκαθορισμένη δομή. Το πρότυπο σύμφωνα με το οποίο παράγεται αυτή η δομή είναι το IEEE 37.118. Το μορφότυπο αυτό καθορίζει τέσσερις τύπους αρχείων για την μετάδοση δεδομένων από και προς τις μονάδες PMUs. Οι τρεις πρώτοι τύποι είναι οι εξής: τα αρχεία επικεφαλίδας, τα αρχεία ρυθμίσεων και τα αρχεία δεδομένων, τα οποία δημιουργούνται από τις μονάδες PMU και αποστέλλονται προς τα ανώτερα επίπεδα. Ως ανώτερο επίπεδο έχουμε ορίσει τους Συγκεντρωτές Δεδομένων Φασιθετών (PDCs) καθώς και τους Υπερ-Συγκεντρωτές Δεδομένων Φασιθετών (Super PDCs). Ο τέταρτος τύπος ορίζεται ως τα αρχεία εντολών και δημιουργούνται μόνο από τους σταθμούς PDCs για να αποσταλούν στις μονάδες των PMUs. Ο τέταρτος τύπος έχει δημιουργηθεί για να ακολουθεί την αντίστροφη πορεία σε σχέση με τους υπόλοιπους τρεις τύπους.



Σήμα 2.4 : Δομή αρχείων PMU

Η πρώτη λέξη έχει μέγεθος 2 bytes και σχετίζεται με τον συγχρονισμό των δεδομένων. Η δεύτερη λέξη ορίζει το μέγεθος της συνολικής εγγραφής, η τρίτη λέξη αναγνωρίζει την πηγή των δεδομένων και οι δύο επόμενες λέξεις παρέχουν το δευτερόλεπτο του αιώνα (SOC) και το κλάσμα δευτερολέπτου (FRACSEC), κατά το οποίο παράγονται τα δεδομένα. Η τελευταία λέξη είναι το άθροισμα ελέγχου, που βοηθάει στον πιθανό προσδιορισμό σφαλμάτων κατά την διαδικασία μετάδοσης των δεδομένων.

Το αρχείο επικεφαλίδας είναι ένα αρχείο δομημένο ώστε να είναι αναγνώσιμο από τον άνθρωπο και περιέχει πληροφορίες που ο αποστολέας των δεδομένων θα ήθελε να κοινοποιήσει στον αποδέκτη. Στην συνέχεια το αρχείο ρυθμίσεων και δεδομένων είναι αρχεία αναγνώσιμα από τη μηχανή, με συγκεκριμένη δομή. Το αρχείο ρυθμίσεων δίνει πληροφορίες για την ερμηνεία των δεδομένων που περιέχονται στα αρχεία δεδομένων. Στην πράξη τα αρχεία επικεφαλίδας και ρυθμίσεων αποστέλλονται από τη μονάδα PMU όταν καθορίζεται για πρώτη φορά η φύση των δεδομένων που πρόκειται να μεταδοθούν. Τα αρχεία δεδομένων περιέχουν δεδομένα φασιθετών και άλλες μετρήσεις, όπως συχνότητα και ρυθμό μεταβολής της συχνότητας, που παράγονται στην έξοδο των μονάδων PMU. Τα δεδομένα φασιθετών καταγράφονται στο αρχείο σε καρτεσιανή ή πολική μορφή. Τα αρχεία εντολών χρησιμοποιούνται από τα ανώτερα επίπεδα ιεραρχίας για τον έλεγχο της απόδοσης των μονάδων PMU. Αρκετές εντολές έχουν καθοριστεί και είναι διαθέσιμες αυτή τη στιγμή, ενώ κάποιες άλλες είναι εφεδρικές σε περίπτωση που χρειαστούν στο μέλλον.

2.9 Σύγκριση τεχνολογίας SCADA και PMU

Η ευρεία χρήση και παρακολούθηση των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας απο συμβατικές μετρήσεις SCADA/EMS είναι δεδομένη. Παρόλα αυτά, σε παγκόσμια επίπεδο έχουν σημειωθεί διάφορα προβλήματα κατά τις μεγάλες διακοπές ρεύματος που συνέβησαν. Χαρακτηριστικές περιπτώσεις τέτοιων διακοπών ρεύματος είναι οι εξής: τον Αύγουστο του 1996 στη Δυτική Διασύνδεση των Η.Π.Α, τον Αύγουστο του 2003 στην

Ανατολική Διασύνδεση των Η.Π.Α. και το καλοκαίρι του 2003 και του 2004 στην Ευρώπη. Οι μελέτες που πραγματοποιήθηκαν μετά το πέρας των παραπάνω γεγονότων κατέληξαν στα ακόλουθα συμπεράσματα για τα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας:

- Έλλειψη εποπτείας ευρείας περιοχής
- Αδυναμία συγχρονισμού των δεδομένων
- Μειονέκτημα στην παρακολούθηση της δυναμικής συμπεριφοράς του δικτύου σε πραγματικό χρόνο

Τα τελευταία χρόνια γίνεται μία γενικότερη προσπάθεια αποκατάστασης των παραπάνω προβλημάτων με την εισαγωγή των συγχρονισμένων μετρήσεων φασιθετών. Τα χαρακτηριστικά των μετρήσεων που λαμβάνονται από μονάδες PMU, είναι αρκετά και έχουν ήδη αναλυθεί σε παραπάνω παραγράφους, ενώ παράλληλα προσδίδουν μεγάλη αξία σε σχέση με τις συμβατικές μετρήσεις ενός συστήματος SCADA.

Το πλέον βασικό χαρακτηριστικό των μετρήσεων PMU, σε σχέση με τις συμβατικές μετρήσεις είναι η ταχύτητα. Οι μονάδες PMU μετρούν τάση, ρεύμα και συχνότητα σε πολύ υψηλές ταχύτητες (τυπικά 20 ή 30 ή 60 παρατηρήσεις ανά δευτερόλεπτο) σε σχέση με ένα σύστημα SCADA, όπου το δίκτυο σαρώνεται κάθε 2 δευτερόλεπτα ή πιο αραιά. Με τα σημερινά δεδομένα, ο προσδιορισμός της κατάστασης του συστήματος απαιτεί χρόνο μερικών δευτερολέπτων για τη λήψη μετρήσεων και χρόνο της τάξης των δεκάδων δευτερολέπτων για τον υπολογισμό της κατάστασης (εκτέλεση αλγόριθμου). Αν αναλογιστούμε τα παραπάνω μία ελάχιστη μείωση των παραπάνω χρόνων θα επέτρεπε την ακριβή εκτίμηση κατάστασης του συστήματος. Αυτό είναι ένα μεγάλο πλεονέκτημα στα χέρια των χειριστών του συστήματος, αφού θα μπορούν να έχουν πλήρη εποπτεία του συστήματος σχεδόν σε πραγματικό χρόνο, καθώς επίσης θα ήταν εφικτός ο έλεγχος της ευστάθειας του συστήματος και θα υπήρχε άμεση επέμβαση στο δίκτυο σε καταστάσεις ανάγκης, που απαιτούν ακριβής και άμεσους χειρισμούς.

Ένα ακόμα βασικό πλεονέκτημα των συγχρονισμένων μετρήσεων είναι η ύπαρξη χρονικής σφραγίδας δηλαδή μια χρονική τιμή μεγάλης ακρίβειας που παράγεται στο σημείο της μέτρησης από ένα δέκτη GPS. Η χρονική πληροφορία ενσωματώνεται στα δεδομένα, ώστε οι μετρήσεις να λαμβάνονται σε διαφορετικές περιοχές ή από διαφορετικούς κατόχους ηλεκτρικών δικτύων και να συγχρονίζονται - ταξινομούνται χρονικά σε έναν κεντρικό σταθμό. Οι μετρήσεις με κοινή χρονική σφραγίδα χρησιμοποιούνται στην διαδικασία εκτίμησης κατάστασης στο σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας, με σκοπό την άμεση παρατηρησιμότητα και επίβλεψη του συστήματος εκείνη την δεδομένη χρονική στιγμή. Αντίθετα σε ένα σύστημα με συμβατικές μετρήσεις SCADA αυτό δεν είναι εφικτό, αφού εκεί τα δεδομένα των μετρήσεων ταξινομούνται με βάση το χρόνο άφιξης στον κεντρικό σταθμό, ο οποίος διαφέρει και είναι σε συνάρτηση με το χρονικό διάστημα που χρειάστηκαν τα δεδομένα να μεταβούν εκεί. Άρα δεν μπορούμε να γνωρίζουμε με ακρίβεια την στιγμή λήψης της μέτρησης.

Με την χρήση της τεχνολογίας PMU γίνεται εφικτή η ευρεία εποπτεία της εκάστοτε περιοχής, αφού δίνει μια ακριβή και αναλυτική εικόνα μιας ολόκληρης διασύνδεσης. Η αξιοποίηση των μετρήσεων σε περιοχές πέρα από τον ζυγό εγκατάστασης δίνει την δυνατότητα στους χειριστές του συστήματος να αναγνωρίσουν αλλαγές που συμβαίνουν στο δίκτυο, όπως το είδος και το μέγεθος της καταπόνησης, έτσι ώστε να βελτιώσουν την αξιοπιστία του. Αντίθετα, τα συστήματα SCADA είναι σχεδιασμένα κατά τέτοιο τρόπο ώστε να εποπτεύουν μία περιορισμένη γεωγραφικά περιοχή και δεν μπορούν να ανταποκριθούν στη σύγχρονη ανάγκη για έλεγχο ευρύτερων διασυνδέσεων.

Τέλος το κυριότερο κέρδος της χρήσης μονάδων συγχρονισμένων μετρήσεων στα δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας είναι το οικονομικό όφελος, καθώς μπορεί να επιτραπεί αυξημένη ροή ισχύος πάνω στις ήδη εγκατεστημένες γραμμές μεταφοράς, γεγονός που αλλάζει τα δεδομένα στην οικονομία της διανομής ηλεκτρικής ενέργειας. Έτσι η ροή ισχύος μπορεί να φτάσει τα όρια των προδιαγραφών των γραμμών μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας και όχι μόνο μέχρι το όριο της χειρότερης περίπτωσης. Παρακάτω ακολουθεί συνοπτικός πίνακας παρουσίασης και κυρίως σύγκρισης των δύο τεχνολογιών μετρήσεων:

Πίνακας 2.1: Συνοπτική σύγκριση συστημάτων SCADA και PMU

Χαρακτηριστικό	Μετρήσεις SCADA	Μετρήσεις PMU
Τύπος μέτρησης	Αναλογικές	Ψηφιακές
Ανάλυση δείγματος	2-4 δείγματα ανά δευτερόλεπτο	Έως και 60 δείγματα ανά δευτερόλεπτο
Ορατότητα	Μόνιμη κατάσταση	Μόνιμη και δυναμική κατάσταση- μεταβατική κατάσταση
Εποπτεία χώρου	Τοπική	Ευρεία περιοχή
Μέτρηση φασικής γωνίας	Όχι	Ναι
Μετρούμενες Ποσότητες	Μέτρο τάσης (RMSτιμή), MW, MVA _r	Μέτρο τάσης (RMSτιμή), MW, MVA _r , φασική απόκλιση από την κοινή από την κοινή αναφορά, συχνότητα, ρυθμός μεταβολής συχνότητας

2.10 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα από τη χρήση των PMU

Σε αυτήν την παράγραφο της εργασίας δίνονται συνολικά τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα από την χρήση των μονάδων μετρήσεων φασιθετών. Αρχικά ένα κύριο πλεονέκτημα από τη χρήση των PMUs είναι η καλύτερη συχνότητα δειγματοληψίας ειδικά σε σχέση με την συχνότητα δειγματοληψίας των συμβατικών μετρήσεων SCADA. Συνεπώς, υπάρχει ταχύτερη αντίδραση σε απρόβλεπτες καταστάσεις στο δίκτυο [9].

Ένα ακόμα πλεονέκτημα είναι ότι οι συγχρονισμένες μετρήσεις είναι «χρονικά σφραγισμένες» και σε αντίθεση με τις υπάρχουσες συμβατικές μετρήσεις SCADA, οι οποίες δεν έχουν χρονική σφραγίδα, έχουν πολύ μικρότερο αριθμό σφαλμάτων. Επίσης οι χρονικές αποκλίσεις και καθυστερήσεις των συγχρονισμένων μετρήσεων οφείλονται στην καθυστέρηση επικοινωνίας-μεταφοράς, στην καθυστέρηση διάδοσης και την καθυστέρηση ουράς, δηλαδή αυτή που οφείλεται στο πόσο φορτωμένο είναι το δίκτυο επικοινωνίας. Ο μέσος όρος των τιμών των καθυστερήσεων είναι περίπου 210 μs για επικοινωνία με τηλεφωνικές γραμμές και 100 μs για επικοινωνία με οπτική ίνα [9].

Επίσης η χρήση των PMUs βελτιώνει την ακρίβεια της εκτιμώμενης κατάστασης και αυτό γιατί οι μετρήσεις που προέρχονται από τα PMUs έχουν μικρότερα σφάλματα από τις συμβατικές μετρήσεις. Αυτό το πόρισμα πηγάζει από μία έρευνα, της οποίας τα αποτελέσματα προέκυψαν από έλεγχο έξι περιπτώσεων με σταδιακή αύξηση του αριθμού των συγχρονισμένων μετρήσεων. Παρατηρήθηκε ότι η αύξηση της ακρίβειας των μετρήσεων λόγω των συγχρονισμένων μετρήσεων είχαν σαν αποτέλεσμα η εκτίμηση κατάστασης να έχει πιο ακριβή αποτελέσματα [10].

Ύστερα ένα αρκετά σημαντικό πλεονέκτημα είναι ότι με την χρήση των συγχρονισμένων μετρήσεων μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε εκτιμητές κατάστασης και τεχνικές παρατηρησιμότητας δικτύων δύο βημάτων. Δηλαδή μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και τις συμβατικές μετρήσεις παράλληλα με τις συγχρονισμένες μετρήσεις για αύξηση της αξιοπιστίας ή να χρησιμοποιήσουμε τις συγχρονισμένες μετρήσεις φασιθετών για να επαληθεύσουμε την εκτίμηση κατάστασης με τις συμβατικές μετρήσεις.

Και τέλος αξίζει να τονίσουμε την σημασία της αρχιτεκτονικής των δικτύων που έχει περιγραφεί στην παράγραφο 2.8. Σύμφωνα με αυτήν την θεωρία οι υποσταθμοί έχουν δικές τους υπολογιστικές μονάδες και εξάγουν αποτελέσματα. Με αυτόν τον τρόπο ο φόρτος εργασίας στο κέντρο ελέγχου ενέργειας θα μειωθεί, δεν θα χρειάζεται να έχει τόσο μεγάλο όγκο δεδομένων προς επεξεργασία ούτε και μεγάλη βάση δεδομένων για την αποθήκευση όλων των μετρήσεων (συμβατικών και συγχρονισμένων).

Παρόλα αυτά πρέπει να παραθέσουμε και τα αρνητικά στοιχεία που υπάρχουν. Το κύριο εμπόδιο για την χρήση των συγχρονισμένων μονάδων φασιθετών είναι το υψηλό

τους κόστος που καθιστά δύσκολη την υλοποίηση ενός παρατηρήσιμου δικτύου με χρήση μόνο μονάδων φασιθετών. Για το λόγο αυτό, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, γίνεται προσπάθεια να εναρμονιστούν οι συμβατικές μετρήσεις SCADA με τις σύγχρονες μετρήσεις από μονάδες PMUs [9].

Σε αυτό το σημείο απαριθμούνται συνοπτικά μερικά οφέλη από τη χρήση των PMUs αν και είναι πολύ περισσότερα από αυτά που παρατίθενται στη συνέχεια, τα πιο προφανή είναι τα εξής:

- Παρακολούθηση και έλεγχος του συστήματος σε πραγματικό χρόνο
- Βελτίωση της Εκτίμησης Κατάστασης (SE) του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας
- Διαχείριση της συμφόρησης σε πραγματικό χρόνο
- Αξιολόγηση, επικύρωση και ακριβής συντονισμός των μοντέλων των συστημάτων
- Ανάλυση διαταραχών
- Επαναφορά συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας
- Έλεγχος υπερφόρτισης και δυναμική εκτίμηση
- Επιλεκτική Προστασία
- Προγραμματισμένη απομόνωση ηλεκτρικών συστημάτων

3 Θεμελίωση προβλήματος εκτίμησης κατάστασης με χρήση μετρήσεων PMU και SCADA

3.1 Εισαγωγή

3.1.1 Συγχρονισμένες μετρήσεις φασιθετών

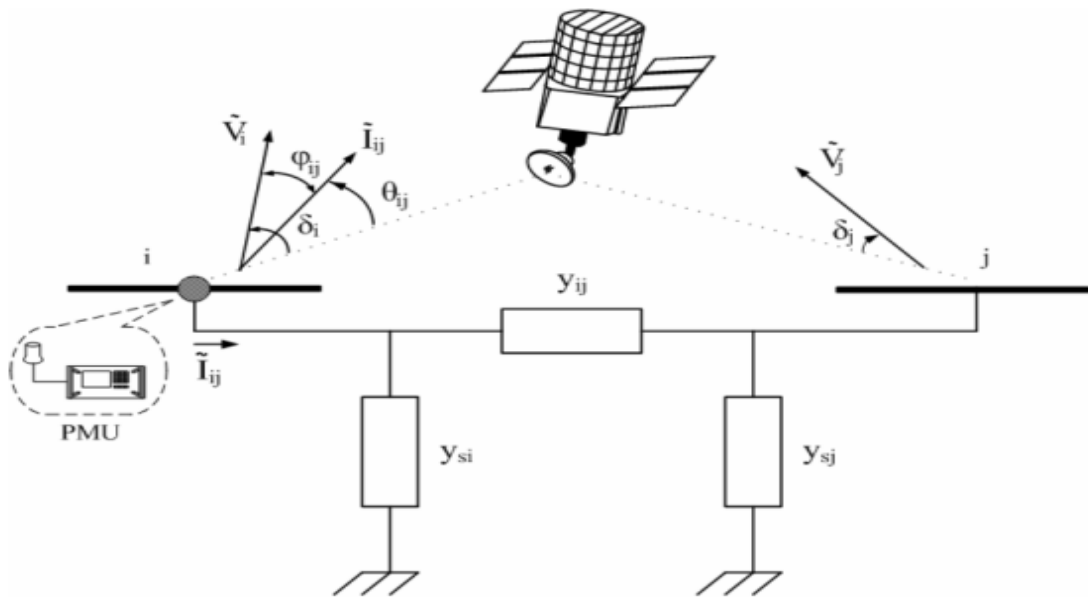
Με την εισαγωγή των μονάδων μέτρησης φασιθετών στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας πραγματοποιήθηκε η λήψη συγχρονισμένων μετρήσεων φασιθετών. Αυτή η εξέλιξη έδωσε καινούργιες και ευρύτερες δυνατότητες στα κέντρα ελέγχου ενέργειας. Κατέστη πλέον δυνατή η λήψη μετρήσεων φασιθετών τάσης των ζυγών και των φασιθετών ρεύματος των γραμμών μεταφοράς. Παράλληλα οι μετρήσεις είναι συγχρονισμένες αφού πριν αποσταλούν στο κέντρο ελέγχου λαμβάνουν χρονική σφραγίδα, που διευκολύνει την ταξινόμησή τους με βάση το χρόνο καταγραφής τους. Τα χαρακτηριστικά αυτά τους δίνουν αρκετά πλεονεκτήματα έναντι των συμβατικών μετρήσεων.

3.1.2 Υβριδικός εκτιμητής κατάστασης

Η εκτίμηση κατάστασης είναι μια διαδικασία θεμελιώδους σημασίας για ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας, γιατί προσδιορίζει άμεσα την κατάσταση λειτουργίας του. Στον κλασικό εκτιμητή κατάστασης χρησιμοποιούνται συμβατικές μετρήσεις που λαμβάνονται από ένα σύστημα SCADA, όπως ροές ισχύος γραμμών, εγχύσεις ισχύος ζυγών και μέτρα τάσης ζυγών. Όμως η εμπειρία από τη χρήση τέτοιων μετρήσεων σε συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας ανέδειξε ορισμένα προβλήματα. Η μικρή ταχύτητα σάρωσης, η έλλειψη εποπτείας ευρείας περιοχής και η έλλειψη συγχρονισμού των μετρήσεων καθιστά τα κέντρα ελέγχου ενέργειας αδύναμα να παρακολουθήσουν τη δυναμική συμπεριφορά του συστήματος σε πραγματικό χρόνο και ανεπαρκή ως προς την αντιμετώπιση ενδεχόμενων διαταραχών.

Η χρήση συγχρονισμένων μετρήσεων φασιθετών βελτίωσε την ακρίβεια και την αξιοπιστία του εκτιμητή κατάστασης. Όμως η μεγάλη πλειοψηφία των μετρήσεων που χρησιμοποιούνται στους υπάρχοντες εκτιμητές είναι συμβατικές και προέρχονται από το σύστημα SCADA, γεγονός που καθιστά δύσκολη την πλήρη αντικατάστασή τους με συγχρονισμένες μετρήσεις από μονάδες PMU στο άμεσο μέλλον. Επομένως, είναι αναγκαία η ανάπτυξη ενός υβριδικού εκτιμητή κατάστασης που θα συνδυάζει συμβατικές και συγχρονισμένες μετρήσεις.

Ο υβριδικός εκτιμητής κατάστασης είναι μη γραμμικός γιατί περιλαμβάνει μη γραμμικές συναρτήσεις μέτρησης. Βασίζεται στη μέθοδο των σταθμισμένων ελαχίστων τετραγώνων (WLS), όπως ο κλασικός εκτιμητής κατάστασης. Δέχεται στην είσοδο συμβατικές μετρήσεις ροών και εγχύσεων ισχύος και συγχρονισμένες μετρήσεις φασιθετών τάσης και ρεύματος. Για να έχουν νόημα οι φασικές γωνίες των ζυγών του δικτύου πρέπει να οριστεί μια αναφορά φάσης. Σε περίπτωση που υπάρχουν μόνο συμβατικές μετρήσεις, επιλέγεται αυθαίρετα ένας ζυγός ως ζυγός αναφοράς με μηδενική φασική γωνία και με βάση αυτόν ορίζονται οι φασικές γωνίες όλων των ζυγών. Αν υπάρχουν διαθέσιμες μετρήσεις φασιθετών, δε χρησιμοποιείται ζυγός αναφοράς. Αντ' αυτού οι φασικές γωνίες των ζυγών υπολογίζονται σε σχέση με τη χρονική αναφορά που υπαγορεύεται από το σύστημα GPS.



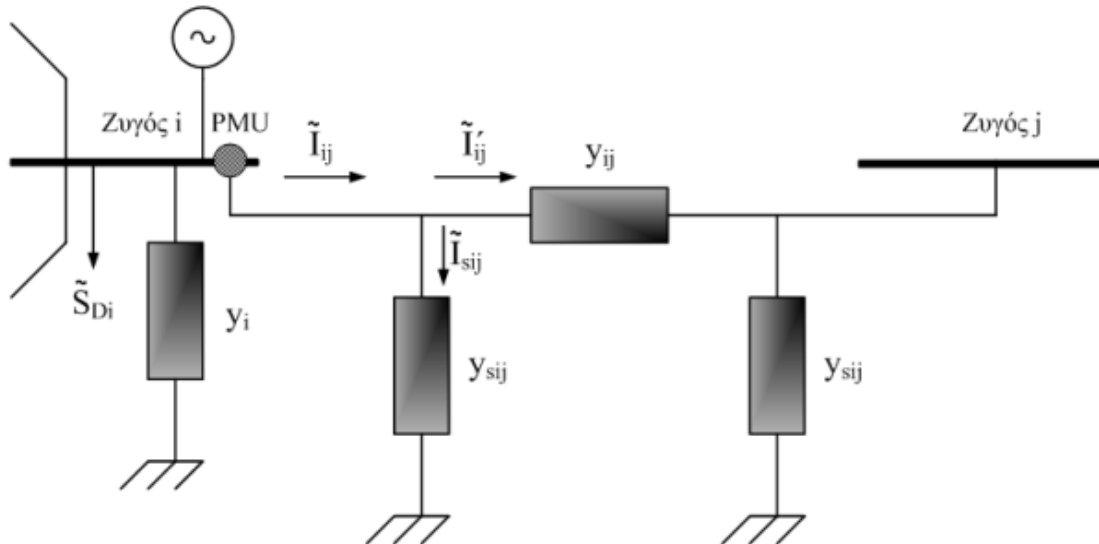
Σχήμα 3.1 : Μετρήσεις φασιθετών τάσης και ρεύματος από μονάδα PMU

Οι μετρήσεις φασιθετών τάσης και ρεύματος λαμβάνονται συνήθως σε πολική μορφή, όπως ακριβώς παράγονται από τις μονάδες PMU. Στο κέντρο ελέγχου μπορεί να μετατραπούν για την εκτίμηση κατάστασης σε καρτεσιανή μορφή. Πρέπει όμως να σημειωθεί ότι η πολική αναπαράσταση των φασιθετών είναι πάντα προτιμότερη από την καρτεσιανή, γιατί το μέτρο και η φασική γωνία ενός φασιθέτη, όπως μετρώνται σε μια μονάδα PMU, είναι σε μεγάλο βαθμό ανεξάρτητα μεγέθη και τα σφάλματά τους είναι ασυσχέτιστα.

3.2 Υπολογισμός φασιθετών ρεύματος και τάσης με χρήση του ισοδύναμου μοντέλου «π» γραμμής μεταφοράς

3.2.1 Χρήση μοντέλου πολικών συντεταγμένων για την θεμελίωση του προβλήματος

Ας θεωρήσουμε τον γενικευμένο ζυγό ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας. Η γραμμή μεταξύ των ζυγών i και j παριστάνεται με το ισοδύναμο μοντέλο «π». Επίσης στον ζυγό i είναι τοποθετημένη μια εγκάρσια σύνθετη αγωγιμότητα y_i , που παριστάνει οποιοδήποτε συνδυασμό πυκνωτών, αυτεπαγωγών ή φορτίων, τα οποία παριστάνονται με σταθερή αγωγιμότητα. Η γεννήτρια που συνδέεται στον ζυγίοεγχύει ρεύμα \tilde{I}_{Gi} , ενώ το αντίστοιχο φορτίο \tilde{S}_{Di} , απορροφά ρεύμα \tilde{I}_{ij} . Στην συνέχεια της μελέτης η τάση στον ζυγό συμβολίζεται με \tilde{V}_i και η τάση στον ζυγό j με \tilde{V}_j . Στην αρχή της γραμμής έχουμε υποθέσει την ύπαρξη μίας μονάδας φασιθέτη PMU, η οποία είναι τοποθετημένη σε αυτό το σημείο για να μετράει την τάση του ζυγού i και το ρεύμα \tilde{I}_{ij} , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 3.2: Ισοδύναμο μοντέλο «π» γραμμής μεταφοράς με τοποθετημένη μονάδα PMU στον ζυγό i

Το ρεύμα \tilde{I}_{ij} , είναι το ρεύμα που διαρρέει τη γραμμή μεταξύ των ζυγών i και j . Το ρεύμα αυτό διαιρείται σε δύο ρεύματα, τα \tilde{I}_{si} και \tilde{I}'_{ij} αντίστοιχα. Επομένως, ισχύει [11]:

$$\tilde{I}_{ij} = \tilde{I}_{si} + \tilde{I}'_{ij} \quad (3.1)$$

Οι δύο συνιστώσες του ρεύματος μπορούν να αναλυθούν συναρτήσει των τάσεων των ζυγών και των αγωγιμοτήτων της γραμμής μεταφοράς. Οπότε :

$$\tilde{I}_{ij} = \tilde{V}_{ij} y_{sij} + (\tilde{V}_i - \tilde{V}_j) y_{ij} = \tilde{V}_i (y_{sij} + y_{ij}) - \tilde{V}_j y_{ij} \quad (3.2)$$

Τα μιγαδικά μεγέθη μπορούν να εκφραστούν με τις ακόλουθες μορφές [11]:

$$\tilde{V}_i = V_i \cos \delta_i + j V_i \sin \delta_i \quad (3.3)$$

$$\tilde{V}_j = V_j \cos \delta_j + j V_j \sin \delta_j \quad (3.4)$$

$$y_{ij} = g_{ij} + j b_{ij} \quad (3.5)$$

$$y_{sij} = g_{sij} + j b_{sij} \quad (3.6)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.2) τις σχέσεις (3.3) – (3.6), έχουμε [11]:

$$\tilde{I}_{ij} = V_i (\cos \delta_i + j \sin \delta_i) (g_{ij} + j b_{ij} + g_{sij} + j b_{sij}) - V_j (\cos \delta_j + j \sin \delta_j) (g_{ij} + j b_{ij}) \Rightarrow$$

$$\tilde{I}_{ij} = V_i (\cos \delta_i + j \sin \delta_i) ((g_{ij} + g_{sij}) + j (b_{ij} + b_{sij})) - V_j (\cos \delta_j + j \sin \delta_j) (g_{ij} + j b_{ij}) \Rightarrow$$

$$\tilde{I}_{ij} = V_i \{ (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i + j (b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + j (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \} -$$

$$- V_j \{ g_{ij} \cos \delta_j + j b_{ij} \cos \delta_j + j g_{ij} \sin \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \} \Rightarrow$$

$$\tilde{I}_{ij} = \{ V_i [(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j] \} +$$

$$+ j \{ V_i [(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j] \} \quad (3.7)$$

Αρκεί να υπολογίσουμε την πολική μορφή του παραπάνω μιγαδικού μεγέθους και να το απεικονίσουμε στην παρακάτω μορφή. Αυτό για να υλοποιηθεί αρκεί να υπολογίσουμε τις ποσότητες I_{ij} (μέτρο ρεύματος) και αντίστοιχα την γωνία του φασιθέτη θ_{ij} :

$$\tilde{I}_{ij} = I_{ij} \angle \theta_{ij}$$

Για το μέτρο του ρεύματος μπορούμε να κάνουμε χρήση του παρακάτω τύπου, βασιζόμενοι στον τύπο (3.1):

$$I_{ij} = \sqrt{I_{ij,r}^2 + I_{ij,i}^2}$$

Πιο αναλυτικά οι παραπάνω ποσότητες είναι ίσες με :

$$I_{ij,r} = V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right]$$

$$I_{ij,i} = V_i \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right]$$

Άρα καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση που εκφράζει το μέτρο του ρεύματος που διαρρέει τη γραμμή ανάμεσα στους ζυγούς i και j :

$$I_{ij} = \sqrt{\left\{ V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \right\}^2 + \left\{ V_i \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right] \right\}^2} \quad (3.8)$$

Για την απλοποίηση της υπόριζης ποσότητας θα αναλυθούν λίγο παραπάνω οι δύο συνιστώσες της σχέσης (3.8) , με σκοπό να φτάσουμε σε έναν τελικά και πιο εύχρηστο τύπο για την συνέχεια της μελέτης. Οπότε ακολουθεί η παρακάτω ανάλυση [11]:

$$\begin{aligned} & \left\{ V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \right\}^2 + \\ & + \left\{ V_i \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right] \right\}^2 = \\ & = V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right]^2 + V_j^2 \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right]^2 - \\ & - 2V_i V_j \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] + \\ & + V_i^2 \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right]^2 + V_j^2 \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right]^2 - \\ & - 2 \cdot V_i \cdot V_j \cdot \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cdot \cos \theta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \cdot \sin \theta_i \right] \cdot \left[b_{ij} \cdot \cos \theta_j + g_{ij} \cdot \sin \theta_j \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= V_i^2 \left\{ \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right]^2 + \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right]^2 \right\} + \\
&+ V_j^2 \left\{ \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right]^2 + \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right]^2 \right\} - \\
&- 2V_i V_j \left\{ \begin{aligned} &\left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \\ &\left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right] \end{aligned} \right\} =
\end{aligned}$$

Για την ευκολία διαχείρισης των πράξεων κάνουμε τις παρακάτω υποθέσεις και εισάγουμε στο πρόβλημα τις παρακάτω ποσότητες A, B, C :

$$A = V_i^2 \left\{ \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right]^2 + \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right]^2 \right\}$$

$$B = V_j^2 \left\{ \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right]^2 + \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right]^2 \right\}$$

$$C = -2V_i V_j \left\{ \begin{aligned} &\left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \\ &\left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right] \end{aligned} \right\}$$

Αναλύοντας με μεθοδικότητα τις παραπάνω ποσότητες μπορούμε να καταλήξουμε σε εύχρηστους προς μελέτη τύπους :

$$\begin{aligned}
A &= V_i^2 \left\{ \begin{aligned} &\left((g_{ij} + g_{sij})^2 \cos^2 \delta_i + (b_{ij} + b_{sij})^2 \sin^2 \delta_i - 2(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i + \right. \\ &\left. + (b_{ij} + b_{sij})^2 \cos^2 \delta_i + (g_{ij} + g_{sij})^2 \sin^2 \delta_i - 2(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right) \end{aligned} \right\} = \\
&= V_i^2 \left\{ \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] \cos^2 \delta_i + \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] \sin^2 \delta_i \right\} = \\
&= V_i^2 \left\{ \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] (\cos^2 \delta_i + \sin^2 \delta_i) \right\} = \\
&= V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= V_j^2 \left\{ g_{ij}^2 \cos^2 \delta_j + b_{ij}^2 \sin^2 \delta_j - 2g_{ij}b_{ij} \sin \delta_j \cos \delta_j + \right. \\
&\quad \left. + b_{ij}^2 \cos^2 \delta_j + g_{ij}^2 \sin^2 \delta_j - 2g_{ij}b_{ij} \sin \delta_j \cos \delta_j \right\} = \\
&= V_j^2 \left\{ g_{ij}^2 \cos^2 \delta_j + b_{ij}^2 \sin^2 \delta_j + b_{ij}^2 \cos^2 \delta_j + g_{ij}^2 \sin^2 \delta_j \right\} = \\
&= V_j^2 \left\{ (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) \cos^2 \delta_j + (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) \sin^2 \delta_j \right\} = \\
&= V_j^2 \left\{ (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) (\cos^2 \delta_j + \sin^2 \delta_j) \right\} = \\
&= V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C &= -2V_i V_j \left\{ \begin{aligned} &g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i \cos \delta_j - g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \cos \delta_j - \\ &-b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i \cos \delta_j + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \sin \delta_j + \\ &+b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i \cos \delta_j + b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \cos \delta_j + \\ &+g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i \sin \delta_j + g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \sin \delta_j \end{aligned} \right\} = \\
&= -2V_i V_j \left\{ \begin{aligned} &\left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos \delta_i \cos \delta_j + \\ &+ \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \sin \delta_i \sin \delta_j + \\ &+ g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) [\cos \delta_i \sin \delta_j - \sin \delta_i \cos \delta_j] + \\ &+ b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) [\sin \delta_i \cos \delta_j - \cos \delta_i \sin \delta_j] \end{aligned} \right\} = \\
&= -2V_i V_j \left\{ \begin{aligned} &\left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] [\cos \delta_i \cdot \cos \delta_j + \sin \delta_i \cdot \sin \delta_j] + \\ &+ \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] [\cos \delta_i \sin \delta_j - \sin \delta_i \cos \delta_j] \end{aligned} \right\}
\end{aligned}$$

Κάνοντας χρήση κάποιων γεωμετρικών σχέσεων, έχουμε ότι :

$$\begin{aligned}
C &= -2V_i V_j \left\{ \begin{aligned} &\left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) + \\ &+ \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_j - \delta_i) \end{aligned} \right\} = \\
&= -2V_i V_j \left\{ \begin{aligned} &\left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) - \\ &- \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) \end{aligned} \right\}
\end{aligned}$$

Τελικά καταλήγουμε στην παρακάτω μορφή :

$$I_{ij} = \sqrt{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) - 2V_i V_j \left\{ \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) - \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) \right\}} \quad (3.9)$$

Όμως για μεγαλύτερη οικονομία μπορούμε να απεικονίσουμε το μέτρο ρεύματος κάνοντας χρήση των ποσοτήτων A, B, C και καταλήγουμε στον τύπο :

$$I_{ij} = \sqrt{A + B + C}$$

Για ανεξαρτητοποίηση των ποσοτήτων A, B, C από τα μέτρα τάσεων, βγάζουμε κοινούς παράγοντες τις τάσεις \tilde{V}_i και \tilde{V}_j , οπότε οι παραπάνω σχέση καταλήγει σε πιο δομημένη μορφή :

$$I_{ij} = \sqrt{A_{ij} V_i^2 + B_{ij} V_j^2 + 2C_{ij} V_i V_j},$$

με τους συντελεστές A_{ij}, B_{ij}, C_{ij} να είναι ίσοι με :

$$A_{ij} = \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right]$$

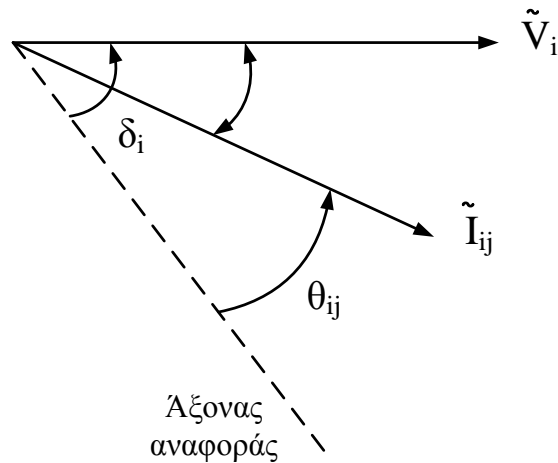
$$B_{ij} = (g_{ij}^2 + b_{ij}^2)$$

$$C_{ij} = \left[(b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij} \right]$$

Μετά την εύρεση του μέτρου ρεύματος, συνεχίζεται η μελέτη με το όρισμά του, όπου ισχύει η παρακάτω σχέση :

$$\theta_{ij} = \arctg \left(\frac{I_{ij,i}}{I_{ij,r}} \right) \quad \text{ή} \quad \theta_{ij} = \arctg \left\{ \frac{V_i \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right]}{V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right]} \right\} \quad (3.10)$$

Στο παρακάτω σχήμα 3.3 δίνονται παραστατικά οι γωνίες τάσης και ρεύματος με κοινή αναφορά το GPS:



Σχήμα 3.3 : Ορισμός φασικών γωνιών τάσης και ρεύματος με την κοινή αναφορά του GPS

3.2.2 Χρήση μοντέλου καρτεσιανών συντεταγμένων για την θεμελίωση του προβλήματος

Για την μελέτη και ανάλυση του μοντέλου σε καρτεσιανές συντεταγμένες, αρχικά υποθέτουμε το ισοδύναμο μοντέλο «π» γραμμής μεταφοράς, όπου φαίνεται στο σχήμα 3.4. Θεωρώντας ότι οι μετρούμενες τιμές των τάσεων στους ζυγούς i και j είναι αντίστοιχα \tilde{V}_i και \tilde{V}_j , καθώς επίσης θεωρώντας μια μέτρηση ρεύματος από τον ζυγό i προς τον ζυγό j , τότε τα διανύσματα των τάσεων και του ρεύματος σε καρτεσιανή μορφή γράφονται ως εξής [11]:

$$\tilde{V}_i = E_i + jF_i \quad (3.11)$$

$$\tilde{V}_j = E_j + jF_j \quad (3.12)$$

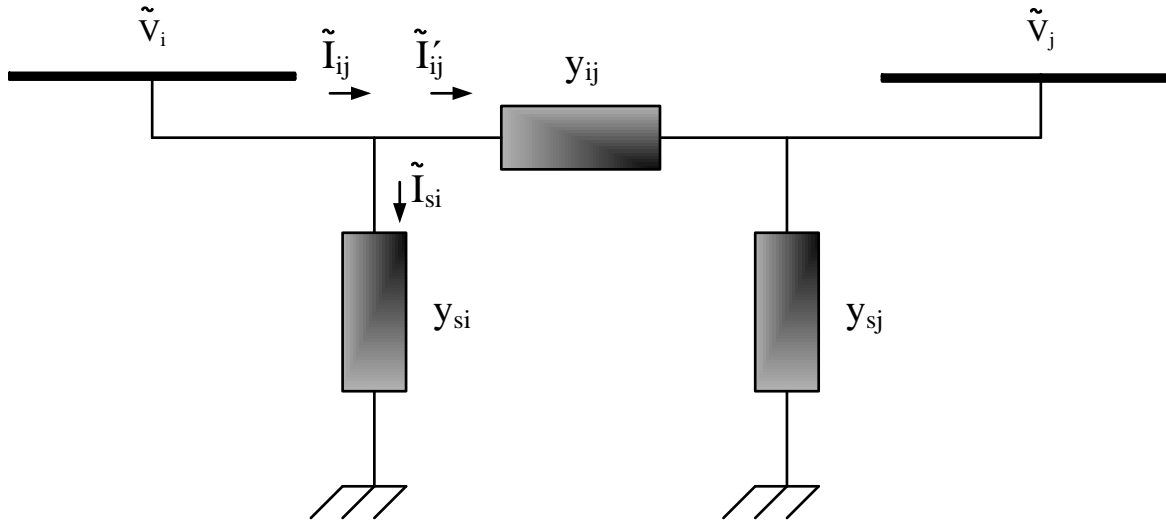
$$\tilde{I}_{ij} = I_{ij,r} + jI_{ij,i} \quad (3.13)$$

Προφανώς οι αγωγιμότητες σε σειρά και οι αντίστοιχες εγκάρσιες αγωγιμότητες δίδονται από τις παρακάτω σχέσεις :

$$y_{ij} = g_{ij} + jb_{ij}$$

$$y_{sij} = g_{sij} + jb_{sij}$$

$$y_{sj} = g_{sj} + jb_{sj}$$



Σχήμα 3.4 : Ισοδύναμο μοντέλο «π» γραμμής μεταφοράς για τη μελέτη καρτεσιανών συντεταγμένων

Αρχίζουμε με την επιμέρους ανάλυση των συνιστωσών του ρεύματος. Ουσιαστικά ξεχωρίζουμε το πραγματικό μέλος από το φανταστικό:

$$\begin{aligned}\tilde{I}_{ij} &= (g_{sij} + jb_{sij})\tilde{V}_i + (g_{ij} + jb_{ij})(\tilde{V}_i - \tilde{V}_j) \\ &= (E_i + jF_i)\left[(g_{sij} + jg_{ij}) + j(b_{sij} + jb_{ij})\right] - \\ &\quad - (E_j + jF_j)(g_{ij} + jb_{ij})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{I}_{ij} &= \left[(g_{sij} + g_{ij})E_i - (b_{sij} + b_{ij})F_i - g_{ij}E_j + b_{ij}F_j\right] + \\ &\quad + j\left[(g_{sij} + g_{ij})F_i + (b_{sij} + b_{ij})E_i - g_{ij}F_j - b_{ij}E_j\right]\end{aligned}$$

Οπότε καταλήγουμε στην τελική μορφή των δύο συνιστωσών :

$$I_{ij,r} = \left[(g_{sij} + g_{ij})E_i - (b_{sij} + b_{ij})F_i - g_{ij}E_j + b_{ij}F_j\right] \quad (3.14)$$

$$I_{ij,i} = \left[(g_{sij} + g_{ij})F_i + (b_{sij} + b_{ij})E_i - g_{ij}F_j - b_{ij}E_j\right] \quad (3.15)$$

Από τις εξισώσεις (3.14) και (3.15), φαίνεται ότι το μοντέλο είναι γραμμικό.

Συνοψίζοντας, σε μία γραμμή μεταφοράς, στην οποία μετρώνται οι τάσεις και τα ρεύματα και στα δύο άκρα της, μπορεί να περιγραφεί, με την βοήθεια συστημάτων εξισώσεων, τόσο σε πολική, όσο και σε καρτεσιανή μορφή.

3.3 Μοντέλο εκτίμησης κατάστασης με χρήση συγχρονισμένων μετρήσεων από εγκατεστημένες μονάδες PMU

Κάνοντας χρήση του γνωστού μοντέλο μετρήσεων $z = h(x) + v$, τότε η προσέγγιση πρώτης τάξης του προβλήματος θα είναι: $\Delta z = H\Delta x + v$. Η Ιακωβιανή μήτρα έχει την μορφή:

$$H = \frac{\partial h(x)}{\partial x}$$

Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται μελέτη μίας υβριδικής μεθόδου υπολογισμού της εκτίμησης κατάστασης. Οπότε μας ενδιαφέρει να παρουσιάσουμε την διαφορετική μορφή της Ιακωβιανής μήτρας, η οποία θα περιέχει συμβατικές μετρήσεις SCADA, αλλά και συγχρονισμένες μετρήσεις που προέρχονται από τις εγκατεστημένες μονάδες PMU στο δίκτυο και θα μας δίνουν το ρεύμα της γραμμής ανάμεσα σε δύο ζυγούς του Σ.Η.Ε., καθώς επίσης και την τάση στους ζυγούς που υπάρχουν οι μονάδες φασιθετών [11]. Μετά την διαδικασία εύρεσης της Ιακωβιανής μήτρας, τα βήματα για την ολοκλήρωση του αλγορίθμου εκτίμησης κατάστασης είναι ακριβώς ίδια με την ανάλυση που έγινε στο πρώτο κεφάλαιο.

3.3.1 Μορφή Ιακωβιανής μήτρας κάνοντας χρήση πολικών συντεταγμένων για τις μετρήσεις ρεύματος και το διάνυσμα κατάστασης

Η μορφή της Ιακωβιανής μήτρας χρησιμοποιώντας πολικές συντεταγμένες για τις μετρήσεις ρεύματος και το διάνυσμα κατάστασης, είναι η εξής:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial V} & \frac{\partial P_i}{\partial \delta} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial V} & \frac{\partial Q_i}{\partial \delta} \\ \frac{\partial P_{ij}}{\partial V} & \frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta} \\ \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V} & \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{\partial I_{ij}}{\partial V} & \frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta} \\ \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V} & \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Και πιο αναλυτικά οι μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν στην παραπάνω μήτρα είναι,

P_i, Q_i : η έγχυση ενεργού (άεργου) ισχύος

P_{ij}, Q_{ij} : η ροή ενεργού (άεργου) ισχύος

V, δ : το μέτρο και το όρισμα της τάσης του ζυγού

I_{ij}, θ_{ij} : το μέτρο και το όρισμα του ρεύματος.

Αξίζει να σημειωθεί ότι οι εξισώσεις των συμβατικών μετρήσεων έγχυσης και ροής ισχύος παραμένουν ίδιες, όπως αυτές που συναντήσαμε στο θεμελιώδες πρόβλημα της εκτίμησης κατάστασης. Οπότε οι εξισώσεις της υβριδικής ροής φορτίου, διαχωρίζοντας πραγματικά και φανταστικά μέρη θα είναι:

$$P_i = V_i^2 \sum_{m \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + V_i^2 g_i - V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \{ g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \} \quad (3.17)$$

$$Q_i = -V_i^2 \sum_{m \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) - V_i^2 b_i - V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \{ g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \} \quad (3.18)$$

$$P_{ij} = V_i^2 (g_{ij} + g_{sij}) - V_i V_j \{ g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \} \quad (3.19)$$

$$Q_{ij} = -V_i^2 (b_{ij} + b_{sij}) - V_i V_j \{ g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \} \quad (3.20)$$

όπου, το $a(i)$ αντιπροσωπεύει την ομάδα των διασυνδεδεμένων ζυγών με τον ζυγό i .

Θέτοντας στο πρόβλημα τους μετασχηματισμούς (3.21) – (3.22)

$$\alpha_{ij} = g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \quad (3.21)$$

$$\beta_{ij} = g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \quad (3.22)$$

Οι εξισώσεις (3.17) – (3.20), παίρνουν τις παρακάτω μορφές:

$$P_i = V_i^2 \sum_{m \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + V_i^2 g_i - V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \alpha_{ij} \quad (3.23)$$

$$Q_i = -V_i^2 \sum_{m \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) - V_i^2 b_i - V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \beta_{ij} \quad (3.24)$$

$$P_{ij} = V_i^2 (g_{ij} + g_{sij}) - V_i V_j \alpha_{ij} \quad (3.25)$$

$$Q_{ij} = -V_i^2 (b_{ij} + b_{sij}) - V_i V_j \beta_{ij} \quad (3.26)$$

Παρόλα αυτά για τα στοιχεία της υβριδικής Ιακωβιανής μήτρας χρειαζόμαστε να εισαγάγουμε στο πρόβλημα τις μερικές παραγώγους των παραπάνω ποσοτήτων, αλλά και των τάσεων και ρευμάτων. Οι παρακάτω οι σχέσεις (3.27) – (3.50), αποτελούν στοιχεία της καινούργιας Ιακωβιανής μήτρας με πολικές συντεταγμένες [11]:

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = 2V_i \sum_{m \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + 2V_i g_i - \sum_{m \in a(i)} V_j \alpha_{ij} \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_j} = -V_i \alpha_{ij} \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \beta_{ij} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -V_i V_j \beta_{ij} \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = -2V_i \sum_{m \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) - 2V_i b_i - \sum_{m \in a(i)} V_j \beta_{ij} \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = -V_j \beta_{ij} \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = -V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \alpha_{ij} \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = V_i V_j \alpha_{ij} \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} = 2V_i (g_{ij} + g_{sij}) - V_j \alpha_{ij} \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} = -V_i \alpha_{ij} \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_i} = V_i V_j \beta_{ij} \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_j} = -V_i V_j \beta_{ij} \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} = -2V_i (b_{ij} + b_{sij}) - V_j \beta_{ij} \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j} = -V_i \beta_{ij} \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta_i} = -V_i V_j \alpha_{ij} \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta_j} = V_i V_j \alpha_{ij} \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial \delta_i} = 0 \quad \frac{\partial V_i}{\partial \delta_j} = 0 \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial V_i} = 1 \quad \frac{\partial V_i}{\partial V_j} = 0 \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial \delta_i} = 1 \quad \frac{\partial \delta_i}{\partial \delta_j} = 0 \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial V_i} = 0 \quad \frac{\partial \delta_i}{\partial V_j} = 0 \quad (3.46)$$

Μέχρι την εξίσωση (3.46), κάνουμε αναφορά σε συμβατικές μετρήσεις SCADA, απο εδώ και πέρα δίνονται οι παράγωγοι των συγχρονισμένων μετρήσεων που θα εισαχθούν στην νέα υβριδική Ιακωβιανή μήτρα, με σκοπό την εκτίμηση κατάστασης. Πριν προχωρήσουμε στην ανάλυση των δεδομένων αξίζει να σημειωθεί ότι θα κάνουμε χρήση των συντελεστών A_{ij}, B_{ij}, C_{ij} των οποίων οι αποδείξεις πραγματοποιήθηκαν στην παράγραφο 3.2.1, καθώς επίσης θα χρησιμοποιηθεί και ακόμη ένας συντελεστής, ο οποίος προκύπτει από την ανάλυση των παραγώγων των συγχρονισμένων μετρήσεων ρευμάτων και είναι ο εξής:

$$D_{ij} = \left[(g_{ij} + g_{sij}) \beta_{ij} + (b_{ij} + b_{sij}) \alpha_{ij} \right]$$

Πλέον μπορούμε να συνεχίσουμε την ανάλυση των στοιχείων της Ιακωβιανής μήτρας :

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_i} = \frac{V_i A_{ij} + V_j C_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}} \quad (3.47)$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_j} = \frac{V_j B_{ij} + V_i C_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}} \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i V_j D_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}} \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_j} = - \frac{V_i V_j D_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}} \quad (3.50)$$

Στην συνέχεια δίνονται οι παράγοντες της Ιακωβιανής μήτρας του υβριδικού μοντέλου που αφορούν το όρισμα του ρεύματος που μετρά η συσκευή PMU, υπολογίζονται ως εξής [11]:

$$\theta_{ij} = \arctg \left\{ \frac{V_i \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right]}{V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right]} \right\}$$

Αρκεί να θέσουμε τις παρακάτω ποσότητες:

$$D = V_i \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right]$$

$$E = V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right]$$

Οπότε το όρισμα θ_{ij} παίρνει την παρακάτω μορφή :

$$\theta_{ij} = \arctg \left\{ \frac{D}{E} \right\}$$

Κάνοντας χρήση για ακόμα μία φορά των συντελεστών $A_{ij}, B_{ij}, C_{ij}, D_{ij}$ μπορούμε να καταήξουμε στις παρακάτω σχέσεις :

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_i} = - \frac{V_j D_{ij}}{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}} \quad (3.51)$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_j} = \frac{V_i D_{ij}}{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}} \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i^2 A_{ij} + V_i V_j C_{ij}}{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}} \quad (3.53)$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_j} = \frac{V_j^2 B_{ij} + V_i V_j C_{ij}}{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}} \quad (3.54)$$

3.3.2 Μορφή Ιακωβιανής μήτρας κάνοντας χρήση καρτεσιανών συντεταγμένων για τις μετρήσεις ρεύματος και το διάνυσμα κατάστασης

Η φαινόμενη ροή ισχύος σε μια γραμμή μεταφοράς, ανάμεσα απο δύο ζυγούς ορίζεται ως εξής: $S_{ij} = V_i I_{ij}^*$. Θα γίνει ανάλυση τις μιγαδικής ροής ισχύος, λαμβάνοντας υπόψη την καρτεσιανή έκφραση των μετρήσεων ρεύματος και του διανύσματος κατάστασης προκύπτει [11]:

$$\begin{aligned} S_{ij} &= (E_i + jF_i)(I_{ij,r} - jI_{ij,i}) = E_i I_{ij,r} + F_i I_{ij,i} - jE_i I_{ij,i} + jF_i I_{ij,r} = \\ &= (E_i I_{ij,r} + F_i I_{ij,i}) + j(F_i I_{ij,r} - E_i I_{ij,i}) \end{aligned} \quad (3.55)$$

Οπότε μπορεί να γίνει διαχωρισμός του πραγματικού με το φανταστικό μέλος και να συνεχιστεί η ανάλυση ισχύος ως εξής :

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij}$$

Οπότε στην επιμέρους ανάλυση θα έχουμε:

$$P_{ij} = E_i I_{ij,r} + F_i I_{ij,i} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} P_{ij} &= E_i \{ (g_{sij} + g_{ij})E_i - (b_{sij} + b_{ij})F_i - g_{ij}E_j + b_{ij}F_j \} + \\ &+ F_i \{ (g_{sij} + g_{ij})F_i + (b_{sij} + b_{ij})E_i - g_{ij}F_j - b_{ij}E_j \} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{ij} &= (g_{sij} + g_{ij})E_i^2 - (b_{sij} + b_{ij})E_i F_i - g_{ij}E_i E_j + b_{ij}E_i F_j + \\ &+ (g_{sij} + g_{ij})F_i^2 + (b_{sij} + b_{ij})E_i F_i - g_{ij}F_i F_j - b_{ij}F_i E_j \Rightarrow \end{aligned} \quad (3.56)$$

$$P_{ij} = (g_{sij} + g_{ij})(E_i^2 + F_i^2) - g_{ij}(E_i E_j + F_i F_j) + b_{ij}(E_i F_j - F_i E_j) \Rightarrow$$

$$P_{ij} = (g_{sij} + g_{ij})(E_i^2 + F_i^2) + E_i(-g_{ij}E_j + b_{ij}F_j) - F_i(g_{ij}F_j + b_{ij}E_j)$$

$$P_{ij} = (g_{sij} + g_{ij})(E_i^2 + F_i^2) + E_i(-g_{ij}E_j + b_{ij}F_j) - F_i(g_{ij}F_j + b_{ij}E_j) \quad (3.57)$$

Κατά ανάλογο τρόπο θα χειριστούμε και την άεργο ροή ισχύος :

$$\begin{aligned}
Q_{ij} &= F_i I_{ij,r} - E_i I_{ij,i} \Rightarrow \\
Q_{ij} &= F_i \left\{ (g_{sij} + g_{ij}) E_i - (b_{sij} + b_{ij}) F_i - g_{ij} E_j + b_{ij} F_j \right\} - \\
&\quad - E_i \left\{ (g_{sij} + g_{ij}) F_i + (b_{sij} + b_{ij}) E_i - g_{ij} F_j - b_{ij} E_j \right\} \Rightarrow \\
Q_{ij} &= (g_{sij} + g_{ij}) E_i F_i - (b_{sij} + b_{ij}) F_i^2 - g_{ij} F_i E_j + b_{ij} F_i F_j - \\
&\quad - (g_{sij} + g_{ij}) E_i F_i - (b_{sij} + b_{ij}) E_i^2 + g_{ij} F_j E_i + b_{ij} E_i E_j \Rightarrow
\end{aligned} \tag{3.58}$$

$$\begin{aligned}
Q_{ij} &= -(b_{sij} + b_{ij}) (E_i^2 + F_i^2) - g_{ij} (F_i E_j - F_j E_i) + b_{ij} (E_i E_j + F_i F_j) \Rightarrow \\
Q_{ij} &= -(b_{sij} + b_{ij}) (E_i^2 + F_i^2) + E_i (g_{ij} F_j + b_{ij} E_j) + F_i (-g_{ij} E_j + b_{ij} F_j) \\
Q_{ij} &= -(b_{sij} + b_{ij}) (E_i^2 + F_i^2) + E_i (g_{ij} F_j + b_{ij} E_j) + F_i (-g_{ij} E_j + b_{ij} F_j)
\end{aligned} \tag{3.59}$$

Στην συνέχεια της ανάλυσης δίνεται η ενεργός και άεργος έγχυση ισχύος σε καρτεσιανές συντεταγμένες :

$$P_i = (E_i^2 + F_i^2) \sum_{j \in \alpha(i)} (g_{sij} + g_{ij}) + E_i \sum_{j \in \alpha(i)} (-g_{ij} E_j + b_{ij} F_j) - F_i \sum_{j \in \alpha(i)} (g_{ij} F_j + b_{ij} E_j) \tag{3.60}$$

$$Q_i = -(E_i^2 + F_i^2) \sum_{j \in \alpha(i)} (b_{sij} + b_{ij}) + E_i \sum_{j \in \alpha(i)} (g_{ij} F_j + b_{ij} E_j) + F_i \sum_{j \in \alpha(i)} (-g_{ij} E_j + b_{ij} F_j) \tag{3.61}$$

όπου με $\alpha(i)$ χαρακτηρίζει το σύνολο των ζυγών που είναι διασυνδεδεμένοι με τον ζυγό i .

Επομένως για την περίπτωση μελέτης των καρτεσιανών συντεταγμένων για τις μετρήσεις ρεύματος και το διάνυσμα κατάστασης η υβριδική Ιακωβιανή μήτρα παίρνει την μορφή [11]-[15]:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{ij}}{\partial E} & \frac{\partial P_{ij}}{\partial F} \\ \frac{\partial P_i}{\partial E} & \frac{\partial P_i}{\partial F} \\ \frac{\partial Q_{ij}}{\partial E} & \frac{\partial Q_{ij}}{\partial F} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial E} & \frac{\partial Q_i}{\partial F} \\ \frac{\partial V}{\partial E} & 0 \\ 0 & \frac{\partial V}{\partial F} \\ \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial E} & \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial F} \\ \frac{\partial I_{ij,i}}{\partial E} & \frac{\partial I_{ij,i}}{\partial F} \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

Τέλος, η ανάλυση των καρτεσιανών συντεταγμένων για τις μετρήσεις ρεύματος και το διάνυσμα κατάστασης καταλήγει με την παρουσίαση όλων των στοιχείων της Ιακωβιανής μήτρας (όλες οι μερικές παράγωγοι των συμβατικών και σύγχρονων μετρήσεων) [11]-[15]:

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial E_i} = 2(g_{sij} + g_{ij})E_i - g_{ij}E_j + b_{ij}F_j \quad (3.63)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial E_j} = -g_{ij}E_i - b_{ij}F_i \quad (3.64)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial F_i} = 2(g_{sij} + g_{ij})F_i - g_{ij}F_j - b_{ij}E_j \quad (3.65)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial F_j} = -g_{ij}F_i + b_{ij}E_i \quad (3.66)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial E_i} = -2(b_{sij} + b_{ij})E_i + g_{ij}F_j + b_{ij}E_j \quad (3.67)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial E_j} = -g_{ij}F_i + b_{ij}E_i \quad (3.68)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial F_i} = -2(b_{sij} + b_{ij})F_i - g_{ij}E_j + b_{ij}F_j \quad (3.69)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial F_j} = g_{ij}E_i + b_{ij}F_i \quad (3.70)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial E_i} = 2E_i \sum_{j \in a(i)} (g_{sij} + g_{ij}) + \sum_{j \in a(i)} (-g_{ij}E_j + b_{ij}F_j) \quad (3.71)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial E_j} = -g_{ij}E_i - b_{ij}F_i \quad (3.72)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial F_i} = 2F_i \sum_{j \in a(i)} (g_{sij} + g_{ij}) - \sum_{j \in a(i)} (g_{ij}F_j + b_{ij}E_j) \quad (3.73)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial F_j} = -g_{ij}F_i + b_{ij}E_i \quad (3.74)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial E_i} = -2E_i \sum_{j \in a(i)} (b_{sij} + b_{ij}) + \sum_{j \in a(i)} (g_{ij}F_j + b_{ij}E_j) \quad (3.75)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial E_j} = -g_{ij}F_i + b_{ij}E_i \quad (3.76)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial F_i} = -2F_i \sum_{j \in a(i)} (b_{sij} + b_{ij}) + \sum_{j \in a(i)} (-g_{ij}E_j + b_{ij}F_j) \quad (3.77)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial F_j} = g_{ij}E_i + b_{ij}F_i \quad (3.78)$$

$$\frac{\partial V}{\partial E_i} = \frac{E_i}{\sqrt{E_i^2 + F_i^2}} \quad (3.79)$$

$$\frac{\partial V}{\partial E_j} = 0 \quad (3.80)$$

$$\frac{\partial V}{\partial F_i} = \frac{F_i}{\sqrt{E_i^2 + F_i^2}} \quad (3.81)$$

$$\frac{\partial V}{\partial F_j} = 0 \quad (3.82)$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial E_i} = g_{sij} + g_{ij} \quad (3.83)$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial E_j} = -g_{ij} \quad (3.84)$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial F_i} = -(b_{sij} + b_{ij}) \quad (3.85)$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial F_j} = b_{ij} \quad (3.86)$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial E_i} = b_{sij} + b_{ij} \quad (3.87)$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial E_j} = -b_{ij} \quad (3.88)$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial F_i} = g_{sij} + g_{ij} \quad (3.89)$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial F_j} = -g_{ij} \quad (3.90)$$

4 Τεχνικές Ημιορισμένου Προγραμματισμού (Semidefinite Programming Algorithm)

4.1 Εισαγωγή

Ο ημιορισμένος προγραμματισμός ασχολείται με την επιλογή μίας συμμετρικής μήτρας η οποία βελτιστοποιεί ένα γραμμικό λειτουργικό πρόβλημα μέσω γραμμικών περιορισμών καθώς και με έναν περαιτέρω περιορισμό. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι μήτρες είναι θετικά ημιορισμένες. Τα παραπάνω προκύπτουν από το γνωστό πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού αντικαθιστώντας το διάνυσμα μεταβλητών κατάστασης με μία συμμετρική μήτρα καθώς και με αντικατάσταση των αρνητικών περιορισμών με θετικά ημιορισμένους περιορισμούς. Ένας άλλος τρόπος για να περιγραφεί το εν λόγω πρόβλημα είναι σε όρους ενός φορέα μεταβλητών με μια γραμμική αντικειμενική συνάρτηση και με τον περιορισμό ότι κάποια συμμετρική μήτρα που εξαρτάται από τις μεταβλητές να είναι θετικά ημιορισμένος. Αυτή η γενίκευση, ωστόσο, κληρονομεί κάποιες σημαντικές ιδιότητες από το αντίστοιχο διάνυσμα. Οι ιδιότητες αυτές είναι ότι το διάνυσμα είναι κυρτό, διέπεται από τη θεωρία της δυαδικότητας (όχι με τον ίδιο τρόπο που αυτή διέπει τον γραμμικό προγραμματισμό) και επιτρέπει μια θεωρητικά πιο αποτελεσματική λύση που βασίζεται σε επανάληψη εσωτερικών καταστάσεων, ώστε να ακολουθηθεί έναν κεντρικό δρόμο ή να μειωθεί η πολυπλοκότητα μιας πιθανής λειτουργίας [16].

Ενώ ο γραμμικός προγραμματισμός (Linear Programming-LP) αναπτύχθηκε πολύ γρήγορα στη δεκαετία του 1950 και 1960, εξαιτίας της αναπτυγμένης και πολύ αποτελεσματικής μεθόδου, την οποία διατύπωσε ο G.B. Dantzig, η ημιορισμένη βελτιστοποίηση (γνωστή και ως ημιορισμένος προγραμματισμός ή SDP) δεν προσέελκυσε τόσο γρήγορα το ενδιαφέρον. Αυτό οφειλόταν κατά ένα μέρος στο γεγονός ότι η απλή μέθοδος δεν μπορεί να εφαρμοστεί εύκολα σε πρακτικό επίπεδο, παρόλο που υπάρχουν σχετικές μελέτες και εφαρμοσμένοι μέθοδοι. Όταν πια, θεωρητικά αποτελεσματικοί αλγόριθμοι αναπτύχθηκαν στη δεκαετία του 1980 και 1990, η έρευνα στην εν λόγω περιοχή εξελίχθηκε σημαντικά. Η ανάπτυξη των αποτελεσματικών αλγορίθμων ήταν μόνο η αρχή αυτής της εξέλιξης. Ένα άλλο βασικό κίνητρο ήταν η αποτελεσματικότητα του ημιορισμένου προγραμματισμού σε μοντέλο προβλημάτων ποικίλων περιοχών [16].

Οι Bellman και Fan φαίνεται ότι ήταν οι πρώτοι που έθεσαν το πρόβλημα του ημιορισμένου προγραμματισμού το 1963. Αντί να θέσουν το πρόβλημα του γραμμικού προγραμματισμού σε διανυσματική μορφή, αντικαθιστώντας τη μεταβλητή του διανύσματος κατάστασης με μήτρες μεταβλητών κατάστασης, ξεκίνησαν από μια βαθμωτή LP σύνθεση και αντικατέστησαν την κάθε βαθμίδα με μια μήτρα. Το

αποτέλεσμα ήταν αρκετά πολύπλοκο, ωστόσο, άντλησαν αρκετά ερωτήματα για μελέτη, καθώς επίσης διατύπωσαν ορισμένες βασικές θεωρίες δυαδικότητας, αποδεικνύοντας επιπλέον ότι η κανονικότητα είναι απαραίτητη στον ημιορισμένο προγραμματισμό για να αποδώσει ισχυρή δυαδικότητα. Ωστόσο, η σημασία των περιορισμών, οι οποίοι απαιτούν μια συγκεκριμένη μήτρα να είναι θετικά ημιορισμένη, είχε αναγνωριστεί πολύ νωρίτερα στη θεωρία του ελέγχου. Το 1890, ο χαρακτηρισμός του Lyapunov για τη ευστάθεια της λύσης μιας γραμμικής διαφορικής εξίσωσης περιελάμβανε τέτοιο περιορισμό (γνωστό ως ανισοτική σχέση γραμμικής μήτρας), ενώ η επακόλουθη μελέτη του Lure, του Postnikov και του Yakubovich στη Σοβιετική Ένωση κατά τις δεκαετίες του '40, '50 και '60 ανέδειξε τη σημασία της ανισότητας γραμμικών μητρών (Linear Matrix Inequalities-LMI) στη θεωρία του ελέγχου. Στις αρχές της δεκαετίας του '70, οι Donath και Hoffman και μετέπειτα οι Cullum, Donath και Wolfe επισήμαναν ότι κάποια προβλήματα γραφικών απεικονίσεων θα μπορούσαν να αντιμετωπιστούν λαμβάνοντας υπόψη ένα ιδιότιμο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Αργότερα, το 1979, ο Lovasz διατύπωσε ένα πρόβλημα ημιορισμένου προγραμματισμού από όπου και απέδειξε την ιδιότητα του πενταγώνου, λύνοντας τις όποιες εικασίες. Εκείνη την περίοδο, η πιο αποτελεσματική μέθοδος για τα προβλήματα ημιορισμένου προγραμματισμού ήταν η ελλειψοειδής μέθοδος. Οι Grotschel, Lovasz και Schrijver διερεύνησαν λεπτομερώς την εφαρμογή της σε συνδυαστικά προβλήματα βελτιστοποίησης χρησιμοποιώντας την για να προσεγγίσουν την λύση που έδινε τόσο ο LP αλγόριθμος, όσο και του SDP αλγορίθμου. Οι Lovasz και Schrijver αργότερα απέδειξαν πως τα προβλήματα ημιορισμένου προγραμματισμού μπορούν να παρέχουν ισχυρότερη αποτελεσματικότητα και αποδοτικότητα των προγραμματιστικών προβλημάτων σε σχέση με το LP [16].

Στη δεκαετία του '80, ο Fletcher αναβίωσε το ενδιαφέρον των προγραμματιστών για τον ημιορισμένο προγραμματισμό, κάτι που οδήγησε σε σειρά δημοσιεύσεων του Overton και του Womersley. Επίσης, σημαντική ήταν η συνεισφορά των Nesterov, Nemirovski και Alizadeh, οι οποίοι απέδειξαν ότι η νέα γενιά μεθόδων εσωτερικών σημείων, που εφάρμοσε για πρώτη φορά ο Karmarkar στο LP, θα μπορούσε να εφαρμοσθεί και στον ημιορισμένο προγραμματισμό. Τα ανωτέρω, προκάλεσαν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τον ημιορισμένο προγραμματισμό, το οποίο ενισχύθηκε ακόμα περισσότερο από τους Goemans και Williamson, οι οποίοι απέδειξαν ότι η SDP θεωρία θα μπορούσε να αποδώσει καλύτερη προσέγγιση στα προβλήματα της συνδυαστικής βελτιστοποίησης [16].

Στην παρούσα διπλωματική εργασία γίνεται χρήση του αλγορίθμου ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP) με περιβάλλον επίλυσης το YALMIP, αφού το κύριο αντικείμενο μελέτης είναι η αναζήτηση βέλτιστης λύσης στο πρόβλημα τοποθέτησης μονάδων μέτρησης φασιθετών (PMUs) σε δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας. Στην αρχή το πρόγραμμα δέχεται σαν είσοδο δεδομένα για την τοπολογία του ηλεκτρικού δικτύου καθώς επίσης και δεδομένα για το σύνολο των μετρήσεων που είναι ήδη εγκατεστημένο

σε αυτό. Στην συνέχεια δημιουργούνται αυτόματα οι απαραίτητες ημιορισμένες μήτρες που χρειάζεται ως είσοδο ο SDP αλγόριθμος και τελικά γίνεται βέλτιστη τοποθέτηση μονάδων μέτρησης φασιθετών (PMUs) σε ζυγούς του δικτύου για την αποκατάσταση της παρατηρησιμότητας σε αυτό.

4.2 Θετικά Ημιορισμένες Μήτρες

4.2.1 Ορισμοί και χαρακτηρισμοί

Ορισμός :

Μια συμμετρική μήτρα $P \in S\mathbb{R}^{n \times n}$ καλείται θετικά ημιορισμένη ($P \succcurlyeq 0$) όταν και μόνο όταν ισχύει η σχέση [17]:

$$z^T P z \geq 0, \quad \forall z \in \mathbb{R}^n, \quad (4.1)$$

Επίσης καλείται θετικά ορισμένη ($P \succ 0$) όταν ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$z^T P z > 0, \quad \forall z \in \mathbb{R}^n \text{ και } z \neq 0. \quad (4.2)$$

Το σύνολο των θετικά ημιορισμένων μητρών συμβολίζεται S_+^n και το σύνολο των θετικά ορισμένων μητρών συμβολίζεται S_{++}^n .

Θεώρημα 1^ο : Οι παρακάτω προτάσεις είναι όλες ισοδύναμες [17].

- Η συμμετρική μήτρα είναι θετικά ημιορισμένη.
- Όλες οι ιδιοτιμές της μήτρας P είναι μη αρνητικές.
- Υπάρχει μήτρα B , τέτοια ώστε να ισχύει $P = B^T B$.
- Όλα τα στοιχεία της κύριας διαγωνίου της μήτρας P είναι μη αρνητικά.

Θεώρημα 2^ο : Οι παρακάτω προτάσεις είναι όλες ισοδύναμες [17].

- Η συμμετρική μήτρα είναι θετικά ημιορισμένη.
- Όλες οι ιδιοτιμές της μήτρας P είναι θετικές.
- Υπάρχει non-singular τετραγωνική μήτρα B , τέτοια ώστε να ισχύει $P = B^T B$.
- Όλα τα στοιχεία της κύριας διαγωνίου της μήτρας P είναι θετικά.

Θεώρημα 3^ο : Ας υποθέσουμε ότι υπάρχει μία μήτρα $P \in S\mathbb{R}^{n \times n}$. Τότε η μήτρα P , είναι θετικά ημιορισμένη εάν και μόνο εάν όλοι οι συντελεστές του χαρακτηριστικού πολυωνύμου [17]:

$$\pi(\lambda) = \det(\lambda I_n - A) = \lambda^n + p_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + p_1\lambda + p_0 \quad (4.3)$$

Έχουν εναλλαγή προσήμου, δηλαδή : $(-1)^{n-i}p_i \geq 0$, για όλα τα i .

4.2.2 Ιδιότητες θετικά ημιορισμένων μητρών

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε δύο μήτρες X, Y , για τους οποίους ισχύει ότι $X - Y \succcurlyeq 0$, τότε ισοδύναμα η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφεί ως :

$$X \succcurlyeq Y . \quad (4.4)$$

Θεώρημα 4^ο: Για δύο συμμετρικές μήτρες X, Y , εάν ισχύει ότι $X \succcurlyeq Y$, τότε ισχύει ότι [17]:

$$\lambda_i(X) \geq \lambda_i(Y), \forall i \in \mathbb{R}^n \quad (4.5)$$

Με τον συντελεστή $\lambda_i(\dots)$, συμβολίζεται η i - οστή ιδιοτιμή.

Θεώρημα 5^ο : Ας υποθέσουμε ότι υπάρχει μήτρα P , η οποία είναι μη αντιστρέψιμη [17].

- Τότε ισχύει ότι $A \succcurlyeq 0$, εάν και μόνο εάν ισχύει η σχέση $P^T A P \succcurlyeq 0$.
- Επίσης ισχύει ότι $A \succ 0$, εάν και μόνο εάν ισχύει η σχέση $P^T A P \succ 0$.

Πρέπει να τονίσουμε σε αυτό το σημείο ότι το αντίστροφο των παραπάνω δύο προτάσεων δεν ισχύει.

Θεώρημα 6^ο : Έστω ότι υπάρχει μήτρα A , τέτοια ώστε $A \succcurlyeq 0$. Τότε ισχύει η παρακάτω πρόταση :

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B^T & C \end{bmatrix} \succcurlyeq 0 \iff C - B^T A^{-1} B \succcurlyeq 0 \quad (4.6)$$

Θεώρημα 7^ο : Έστω ότι υπάρχουν δύο μήτρες A, B , τέτοιες ώστε να ισχύει η παρακάτω συνθήκη :

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B^T & 0 \end{bmatrix} \succcurlyeq 0 , \quad (4.7)$$

Τότε ισχύει $A \succcurlyeq 0$ και ακολούθως ισχύει ότι $B = 0$.

Επίσης η μήτρα $A \in S\mathbb{R}^{n \times n}$, μπορεί να χαρακτηριστεί ως ευσταθής, εάν και μόνο εάν το πραγματικό μέρος όλως των ιδιοτιμών της είναι μικρότερο του μηδενός (αρνητικό).

Θεώρημα 8° :Μία μήτρα A , μπορεί να χαρακτηριστεί ευσταθής, εάν και μόνο εάν, υπάρχει συμμετρική θετικά ημιορισμένη μήτρα P , τέτοια ώστε να ισχύει :

$$PA + A^T P < 0 \quad (4.8)$$

Σε αυτή την παράγραφο της εργασίας έγινε προσπάθεια να δοθεί ο ορισμός των θετικά ημιορισμένων μητρών καθώς και μερικές ιδιότητες που τις διέπουν, ώστε στην συνέχεια της εργασίας να γίνει αναφορά στο μαθηματικό μοντέλο του ημιορισμένου προγραμματισμού και σε εφαρμογές του.

4.3 Αλγόριθμος Ημιορισμένου Προγραμματισμού (SDP)

Ας ξεκινήσουμε κάνοντας μια μικρή εισαγωγή στις αρχές του γραμμικού προγραμματισμού (LP), έτσι ώστε να καταλήξουμε στην σύνδεσή του με τις αρχές του ημιορισμένου μοντέλου προγραμματισμού (SDP), όπως αναφέραμε και στην εισαγωγή του κεφαλαίου. Ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού είναι πρόβλημα μεγιστοποίησης (ή ελαχιστοποίησης) μίας γραμμικής συνάρτησης με n μεταβλητές, η οποία εκφράζεται απο μία αντικειμενική συνάρτηση γραμμικής ισότητας ή ανισότητας και τους. Ισοδύναμα ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού μπορεί να λάβει την παρακάτω μορφή [18]:

$$\begin{aligned} & \text{maximize } c^T x \\ & \text{subject to } Ax = b \\ & x \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.9)$$

όπου,

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, είναι το διάνυσμα μεταβλητών κατάστασης,

$c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$, είναι η αντικειμενική μήτρα,

$b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$, είναι η μήτρα που βρίσκεται στο δεξί μέλος της αντικειμενικής συνάρτησης

$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, η μήτρα στο δεξί μέλος της αντικειμενικής συνάρτησης και

$\mathbf{0}$, η μηδενική μήτρα.

Με άλλα λόγια, η λύση στο πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού είναι κάθε $x \in \mathbb{R}^n$, το οποίο υπακούει στην αντικειμενική συνάρτηση $Ax = b$ και στην συνθήκη $x \geq 0$.

4.3.1 Απο τον γραμμικό στον ημιορισμένο προγραμματισμό

Για την ομαλή μετάβαση απο τον γραμμικό προγραμματισμό στις αρχές του ημιορισμένου, ας κάνουμε ορισμένες υποθέσεις. Αρχικά αντικαθιστούμε την μήτρα μεταβλητών $x \in \mathbb{R}^n$, και στην θέση της θέτουμε μία άλλη πραγματική μήτρα που ορίζεται ως εξής [18]:

$$SYM_n = \{X \in \mathbb{R}^{n \times n} : x_{ij} = x_{ji}, 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n\} \quad (4.10)$$

Πρόκειται ουσιαστικά για μία συμμετρική μήτρα $n \times n$ διαστάσεων, καθώς επίσης γίνεται και η ακόλουθη αντικατάσταση της μήτρας A , $A : SYM_n \rightarrow \mathbb{R}^m$

Οπότε το τυποποιημένο βαθμωτό προϊόν που προέκυπτε στον γραμμικό προγραμματισμό : $\langle x, y \rangle = x^T y$ στον πραγματικό χώρο \mathbb{R}^n , αντικαθίσταται απο το προϊόν που παράγεται απο την παράσταση [18]:

$$X * Y := \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} y_{ij} \quad (4.11)$$

Στην περιοχή ορισμού SYM_n . Εναλλακτικά μπορούμε να διατυπώσουμε το πρόβλημα $X * Y = Tr(X^T X)$, όπου για μία τετραγωνική μήτρα M , ισχύει ότι η ποσότητα $Tr(M)$ είναι το άθροισμα των στοιχείων της κύριας διαγωνίου της μήτρας.

Τελικά, για να κάνουμε την ομαλή μετάβαση απο τον γραμμικό στον ημιορισμένο προγραμματισμό, η κύρια μεταβολή που πραγματοποιήσαμε ήταν να αντικαταστήσουμε την μη αρνητική μήτρα $x \geq 0$, με μία θετικά ημιορισμένη μήτρα $X \succcurlyeq 0$. Στην συνέχεια πραγματοποιείται ανάλυση της τεχνικής ημιορισμένου προγραμματισμού.

4.3.2 Ημιορισμένος προγραμματισμός

Ορισμός :

Ένα πρόβλημα ημιορισμένου προγραμματισμού, έχει ισοδύναμη μορφή με το ακόλουθο πρόβλημα βελτιστοποίησης [18]:

$$\text{Maximize } \sum_{i,j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (4.12)$$

$$\text{subject to } \sum_{i,j=1}^n a_{ijk} x_{ij} = b_k, \quad k = 1, 2, \dots, m$$

Όπου ισχύει ότι $1 \leq i \leq n$, καθώς επίσης και $1 \leq j \leq n$, με n^2 μεταβλητές να ικανοποιούν την συνθήκη συμμετρίας $x_{ij} = x_{ji}$ για κάθε i, j . Οι μήτρες c_{ij} , a_{ijk} και b_k είναι πραγματικοί συντελεστές και ισχύει η παρακάτω σχέση για τον πίνακα x_{ij} [18]:

$$X(x_{ij})_{i,j=1}^n \in SYM_n \quad (4.13)$$

Παραπάνω δόθηκε ο αυστηρός ορισμός του προβλήματος ημιορισμένου προγραμματισμού. Στην συνέχεια δίνεται μία περισσότερο συμπαγής μορφή του ορισμού:

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } C * X \\ & \text{subject to } A_1 * X = b_1 \\ & \quad A_2 * X = b_2 \\ & \quad \quad \quad \vdots \\ & \quad A_m * X = b_m \\ & \quad X \geq 0, \end{aligned} \quad (4.14)$$

Με την μήτρα η οποία εκφράζει την αντικειμενική συνάρτηση :

$$C = (c_{ij})_{i,j=1}^n \quad (4.15)$$

Και ορίζεται και η μήτρα :

$$A_k = (c_{ij})_{i,j=1}^n, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (4.16)$$

Επίσης μπορούμε να γράψουμε το σύστημα των m γραμμικών εξισώσεων $A_1 * X = b_1, \dots, A_m * X = b_m$ σε μία περισσότερο συμπυκνωμένη μορφή :

$$A(X) = b, \quad (4.17)$$

όπου $b = (b_1, b_2, \dots, b_m)$ και $A : SYM_n \rightarrow \mathbb{R}^m$. Αυτή η μορφή του προβλήματος είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για γενικές εκτιμήσεις ημιορισμένων προβλημάτων.

Στην συνέχεια θα αποκαλούμε ένα πρόβλημα ημιορισμένου προγραμματισμού ως εφικτό ή επιλύσιμο, εάν και μόνο εάν υπάρχει τουλάχιστον μία εφικτή λύση. Για παράδειγμα, έστω ότι υπάρχει μία μήτρα τέτοιος ώστε $\tilde{X} \in SYM_n$ με διατύπωση προβλήματος $A(\tilde{X}) = b, \tilde{X} \geq 0$. Τότε η διατύπωσης λύσης του εφικτού προβλήματος που περιγράψαμε παραπάνω μπορεί να οριστεί ως:

$$\sup\{C * X : A(X) = b, X \geq 0\} \quad (4.18)$$

Χωρίς να μπορούμε να αποκλείσουμε την περίπτωση η λύση να είναι το ∞ . Σε αυτή την περίπτωση το πρόβλημα καλείται μη φραγμένο. Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση που υπάρχει εφικτή πραγματική λύση, τότε έχουμε ένα φραγμένο ημιορισμένο πρόβλημα.

Μια βέλτιστη λύση του ημιορισμένου προβλήματος είναι η εφικτή λύση X^* , τέτοια ώστε να ισχύει $C * X^* \geq C * X$, για όλες τις πιθανές λύσεις του X . Κατά συνέπεια, εάν υπάρχει βέλτιστη λύση στο πρόβλημα ημιορισμένου προγραμματισμού και είναι πεπερασμένη, πράγμα που σημαίνει ότι η ανώτατη λύση στο πρόβλημα (4.18), είναι και το άνω όριο του προβλήματος.

Εάν ένα πρόβλημα ημιορισμένου προγραμματισμού έχει πεπερασμένη λύση, δεν μπορούμε σίγουρα να συμπεράνουμε ότι έχει γίνει επίλυση κατά βέλτιστο τρόπο και έχει δοθεί η βέλτιστη λύση. Αυτό απεικονίζεται στο επόμενο παράδειγμα. Για πραγματικές εφαρμογές και μελέτες σε προβλήματα ημιορισμένου προγραμματισμού γίνεται χρήση προγραμμάτων επίλυσης (solvers), που δίνουν σχεδόν πάντα την βέλτιστη λύση.

Παράδειγμα 1^ο:

Έστω ότι υπάρχει μία μήτρα $X \in SYM_2$, ως προσδιορίσουμε το πρόβλημα :

$$\text{Maximize } -x_{11}$$

$$\text{subject to } x_{12} = 1$$

$$X \geq 0$$

Η εφικτή λύση του προβλήματος ημιορισμένου προγραμματισμού είναι όλες οι θετικά ημιορισμένες μήτρες X , οι οποίες γράφονται στην παρακάτω μορφή :

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & 1 \\ 1 & x_{22} \end{bmatrix}.$$

Μπορούμε εύκολα να παρατηρήσουμε ότι η παραπάνω μήτρα είναι θετικά ημιορισμένη εάν και μόνο εάν ισχύουν οι σχέσεις $x_{11}, x_{22} \geq 0$ και $x_{11}x_{22} \geq 1$.

Παράδειγμα 2^ο:

Το δεύτερο παράδειγμα αναφέρεται σε ένα πιο πρακτικό πρόβλημα, καθώς θα γίνει προσπάθεια να ορίσουμε την συνθήκη και τους περιορισμούς του παρακάτω προβλήματος ημιορισμένου προγραμματισμού. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε το παρακάτω

πρόβλημα με τιμές $n = 3$ (διαστάσεις των μητρών) και $m = 2$. Ορίζουμε τις παρακάτω μήτρες [19]:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 7 \\ 1 & 7 & 5 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 8 \\ 2 & 6 & 0 \\ 8 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 9 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \end{bmatrix},$$

Επίσης ορίζονται οι μεταβλητές $b_1 = 11$ και $b_2 = 19$. Ως μήτρα αγνώστων μεταβλητών ορίζεται η συμμετρική μήτρα X , με πραγματικές διαστάσεις 3×3 . Δηλαδή 9 άγνωστα στοιχεία :

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{bmatrix}.$$

Οπότε καταλήγουμε στην σχέση :

$$\begin{aligned} C * X &= x_{11} + 2x_{12} + 3x_{13} + 2x_{21} + 9x_{22} + 0x_{23} + 3x_{31} + 0x_{32} + 7x_{33} \\ &= x_{11} + 4x_{12} + 6x_{13} + 9x_{22} + 0x_{23} + 7x_{33} \end{aligned}$$

Σε αυτό το σημείο μπορούμε να ορίσουμε το πρόβλημα ημιορισμένου προγραμματισμού ως εξής :

$$SDP : \text{ minimize } \quad x_{11} + 4x_{12} + 6x_{13} + 9x_{22} + 0x_{23} + 7x_{33}$$

$$\text{s. t. } \quad x_{11} + 0x_{12} + 2x_{13} + 3x_{22} + 14x_{23} + 5x_{33} = 11$$

$$0x_{11} + 4x_{12} + 16x_{13} + 6x_{22} + 0x_{23} + 4x_{33} = 19$$

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{bmatrix}.$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι το πρόβλημα που χρησιμοποιήσαμε είναι σχετικά απλό και έχει αρκετές ομοιότητες με αντίστοιχα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού. Παρόλα αυτά τα πρότυπα περιορισμών για το μοντέλο γραμμικού περιορισμού, ορίζουν ότι το x πρέπει να βρίσκεται στην μη αρνητική περιοχή. Ενώ σύμφωνα με τα πρότυπα του ημιορισμένου προγραμματισμού η X , πρέπει να είναι θετικά ημιορισμένη μήτρα, όπως τον έχουμε ορίσει στην παράγραφο 4.2. Ουσιαστικά με την έκφραση ' $x \geq 0$ ' ορίζουμε ότι όλα τα στοιχεία της μήτρας x πρέπει να είναι μεγαλύτερα του μηδενός, αντίθετα με την έκφραση ' $X \succeq 0$ ', όπου ορίζουμε ότι πρέπει κάθε μία από τις n ιδιοτιμές της χαρακτηριστικής συνάρτησης του πίνακα X πρέπει να είναι μη αρνητικές.

4.3.3 Προσδιορισμός προβλήματος ημιορισμένου προγραμματισμού

Στην προηγούμενη παράγραφο προσδιορίστηκε η γενική περίπτωση των προβλημάτων ημιορισμένου προγραμματισμού, αφού δόθηκαν οι συνθήκες και η μορφή των περιορισμών που πρέπει να διέπουν ένα συγκεκριμένο πρόβλημα. Σε αυτήν την παράγραφο θα γίνει προσπάθεια να δοθεί ο ακριβής ορισμός του προβλήματος ημιορισμένου προγραμματισμού που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διπλωματική εργασία, δηλαδή να εκφραστεί η συνθήκη και οι περιορισμοί του προβλήματος.

Στο πρόβλημα βελτιστοποίησης ημιορισμένου προγραμματισμού που χρησιμοποιήσαμε στην παρούσα διπλωματική εργασία γίνεται προσπάθεια για την βέλτιστη τοποθέτηση μονάδων φασιθετών σε δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας, που είναι μια εφαρμογή δυαδικού διανύσματος κατάστασης. Δηλαδή στο διάνυσμα μεταβλητών κατάστασης οι επιμέρους μεταβλητές του, μπορούν να πάρουν μόνο δύο τιμές. Για τοποθέτηση μονάδας μέτρηση φασιθετών PMU η μεταβλητή θα έχει τιμή ' $x_i = 1$ ', ενώ σε αντίθετη περίπτωση η τιμή της μεταβλητής κατάστασης θα είναι ' $x_i = 0$ ' στο i – οστό στοιχείο του πίνακα (ή αλλιώς στον i – οστό ζυγό του δικτύου).

Ο προσδιορισμός του προβλήματος SDP, που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διπλωματική εργασία δίνεται ως εξής [20]:

$$\begin{aligned} & \min w^T x \\ & \text{subject to } F_0 + \sum_{i=1}^n x_i F_i \succeq 0 \\ & x_i \in \{0,1\}, \quad i = 1,2, \dots, p \end{aligned} \quad (4.19)$$

Το διάνυσμα μεταβλητών τοποθέτησης ορίζεται ως $x \in \mathbb{R}^n$, οι μήτρες $F_0, F_i, i = 1,2, \dots, n$ ορίζονται $F_i = F_i^T \in \text{SUM}^m$ και είναι συμμετρικές διαστάσεων $m \times m$, ενώ ισχύει ότι $F_0, F_i \succeq 0$. Αξίζει να αναφέρουμε ότι στο 5^ο κεφάλαιο της εργασίας και πιο συγκεκριμένα στην παράγραφο 5.7.1, παρουσιάζεται η δημιουργία των παραπάνω πινάκων καθώς και επεξηγηματικό παράδειγμα για το πρόβλημα βέλτιστης τοποθέτησης μονάδων φασιθετών PMU. Ενώ τέλος ορίζεται το διάνυσμα $w \in \mathbb{R}^n$, που προσδιορίζει τα βάρη που τοποθετούμε στις μεταβλητές του διανύσματος κατάστασης. Για να προσδιοριστεί η σημασία της μήτρας w , αρκεί να αναφέρουμε ότι όταν θέλουμε κάθε ζυγός του δικτύου να έχει ισοδύναμες πιθανότητες τοποθέτησης μονάδας μέτρησης φασιθετών PMU, τότε η τιμή όλων των επιμέρους μεταβλητών της μήτρας w πρέπει να είναι ίση με την μονάδα ' $w_i = 1$ '. Στην περίπτωση που δεν θέλουμε η τοποθέτηση μιας μονάδας PMU, να γίνει σε κάποιον συγκεκριμένο ζυγό, τότε πρέπει να τοποθετήσουμε στο αντίστοιχο στοιχείο της μία μεγάλη τιμή στο βάρος (για παράδειγμα, $w_i = 10^4$), ενώ σε αντίθετη περίπτωση που κρίνεται απαραίτητη η τοποθέτηση μιας μονάδας PMU σε έναν ζυγό πρέπει να τοποθετηθεί μικρή τιμή βάρους στο αντίστοιχο στοιχείο (για παράδειγμα $w_i = 10^{-4}$).

4.4 Περιβάλλον επίλυσης προβλήματος– YALMIP toolbox

Ο μεγάλος αριθμός των προβλημάτων τα οποία επιλύονται με τεχνικές ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP) έχουν οδηγήσει στην έντονη μελέτη και ανάπτυξη προγραμμάτων για την επίλυση του προβλήματος της βελτιστοποίησης. Τα τελευταία χρόνια, περισσότερα από 10 σύγχρονα περιβάλλοντα επίλυσης είναι διαθέσιμα και σχεδόν όλα βρίσκονται διαθέσιμα στο διαδίκτυο και είναι προσβάσιμα στους χρήστες για εγκατάσταση και χρήση. Στην παρούσα εργασία το περιβάλλον επίλυσης που χρησιμοποιήθηκε είναι το YALMIP, το οποίο αναπτύχθηκε για την μοντελοποίηση των προβλημάτων ημιορισμένου προγραμματισμού και στην συνέχεια για την επίλυση μέσω διασυνδεδεμένων λυτών. Αρκεί να αναφέρουμε ότι το περιβάλλον YALMIP, έχει σχεδιαστεί και λειτουργεί στο πρόγραμμα MATLAB [21].

Το περιβάλλον επίλυσης YALMIP αρχικά αναπτύχθηκε για την επίλυση τεχνικών ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP) και τεχνικών ανισοτήτων γραμμικών πινάκων(LMI), παρόλα αυτά υποστηρίζει προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού (LP), τετραγωνικού προγραμματισμού (QP), μεικτού ακεραίου προγραμματισμού, ημιορισμένου προγραμματισμού με τεχνικές ανισοτήτων διγραμμικών πινάκων (BMI) πολυπαραμετρικού γραμμικού προγραμματισμού και άλλων τεχνικών βελτιστοποίησης. Για την επίλυση των παραπάνω προβλημάτων έχουν αναπτυχθεί αρκετά προγράμματα, μερικά από αυτά είναι δωρεάν στο διαδίκτυο, όπως το SeDuMi και το SDPT3, ενώ άλλα έχουν δημιουργηθεί για εμπορικούς σκοπούς, όπως το PENNON, το LMILAB και το CPLEX. Αξίζει να σημειωθεί ότι για την επίλυση του προβλήματος ημιορισμένου προγραμματισμού στην παρούσα εργασία το περιβάλλον YALMIP, διαθέτει ενσωματωμένο πρόγραμμα επίλυσης (solver).

Το περιβάλλον επίλυσης YALMIP, έχει τη δυνατότητα να αντιλαμβάνεται το είδος του προβλήματος που είναι προς επίλυση και χρησιμοποιώντας τις αντίστοιχες τεχνικές ημιορισμένου προγραμματισμού αντιμετωπίζει το πρόβλημα και δίνει ως έξοδο την βέλτιστη λύση. Εάν το πρόβλημα δεν είναι εύκολα επιλύσιμο, τότε πραγματοποιείται προσπάθεια, από το ίδιο το περιβάλλον YALMIP, να μετατραπεί σε επιλύσιμο πρόβλημα ή να γίνουν κάποιες ισοδύναμες ρυθμίσεις, ώστε να επιλυθεί μέσω διαφορετικής τεχνικής.

Ένα ακόμα αρκετά σημαντικό στοιχείο που πρέπει να αναφέρουμε είναι η ύπαρξη του πλαισίου επίλυσης branch-and-bound. Είναι μία τεχνική που βοηθάει αποτελεσματικά στην επίλυση ακεραίων προβλημάτων ημιορισμένου προγραμματισμού. Με αυτό τον τρόπο εάν ο χρήστης δεν έχει εγκαταστήσει κάποιο πρόγραμμα επίλυσης ακεραίου προγραμματισμού, τότε μέσω του περιβάλλοντος YALMIP, μπορεί να αντιμετωπίσει τέτοιου είδους προβλήματα.

4.4.1 Εισαγωγή στο περιβάλλον YALMIP

Στην παράγραφο 4.2 δόθηκε ορισμός για την θετικά ημιορισμένη και θετικά ορισμένη μήτρα. Δηλαδή μία συμμετρική μήτρα P ορίζεται θετικά ημιορισμένη ($P \succeq 0$) εάν και μόνο εάν (4.1):

$$z^T P z \geq 0,$$

ενώ μία μήτρα P καλείται θετικά ορισμένη ($P \succ 0$) εάν και μόνο εάν (4.2) :

$$z^T P z > 0.$$

Στην παράγραφο 4.3 έγινε ανάλυση του μαθηματικού μοντέλου ημιορισμένου προγραμματισμού. Για την ανισότητα των γραμμικών μητρών (LMI) ισχύει ότι:

$$F_0 + \sum_{i=1}^n F_i x_i \succeq 0,$$

όπου οι μήτρες F_0 και F_i είναι συμμετρικές, ενώ οι ανεξάρτητες μεταβλητές τοποθέτησης ορίζονται για $x \in \mathbb{R}^n$. Ενώ για τις τεχνικές ανισότητες γραμμικών μητρών (LMIs) ισχύει η συνθήκη (4.19):

$$\begin{aligned} & \min w^T x \\ & \text{subject to } F_0 + \sum_{i=1}^n x_i F_i \succeq 0 \\ & x_i \in \{0,1\}, \quad i = 1,2, \dots, p \end{aligned}$$

Το βασικό στοιχείο στα πρόβλημα τεχνικών βελτιστοποίησης είναι η μεταβλητές κατάστασης, οι οποίες ορίζονται στο περιβάλλον YALMIP μέσω της αντικειμενικής συνάρτησης *sdpvar*, χρησιμοποιώντας πλήρη σύνταξη για μία συμμετρική μήτρα $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Η συνάρτηση ορίζεται στο πρόγραμμα MATLAB με την παρακάτω εντολή [21]:

```
>> P = sdpvar (n,n,'symmetric','real');
```

Οι τετραγωνικές μήτρες που δίνονται ως είσοδοι στο περιβάλλον για την επίλυση ενός προβλήματος είναι εξ ορισμού πραγματικές και συμμετρικές και ορίζονται με την ίδια συνάρτηση *sdpvar*. Όμως μπορούμε να την ορίσουμε μόνο με τις διαστάσεις τους, αφού έχουμε εξασφαλίσει τις άλλες δύο συνθήκες.

```
>> P = sdpvar (n,n);
```

Αξίζει να σημειωθεί ότι στο περιβάλλον YALMIP, έχει εκ των προτέρων ορισθεί ένα σύνολο απο πρότυπες παραμέτρους για μήτρες και μπορούν να χρησιμοποιηθούν απο τον

χρήστη για να δημιουργηθούν νέοι πλήρως παραμετροποιημένες μήτρες διαφόρων μεταβλητών, όπως για παράδειγμα :

```
>> P = sdpvar (n,n,'real');
```

```
>> P = sdpvar (n,n,'hermitian','complex');
```

Τέλος αρκεί να αναφέρουμε, ότι οι περισσότερες βασικές εντολές και συναρτήσεις του προγράμματος MATLAB, μπορούν να εφαρμοστούν στην εντολή `sdpvar`.

Οι πιο συνηθισμένοι περιορισμοί και αυτοί που αξίζουν ιδιαίτερη προσοχή στο περιβάλλον YALMIP είναι τα στοιχεία ανισότητας, τα στοιχεία ημιορισμένων και (θετικά ή αρνητικά) ορισμένων μεταβλητών, καθώς σε όλες τις περιπτώσεις χρησιμοποιούνται τα σύμβολα $>$, $<$, \geq , \leq . Η εντολή που χρησιμοποιούμε από το περιβάλλον για να καθορίσει σε κάθε περίπτωση τι συμβολίζεται είναι η *set*. Οι γραμμές του κώδικα που ακολουθούν ορίζουν την δημιουργία μίας μήτρας F , η οποία είναι θετικά ημιορισμένη, όλα τα στοιχεία του είναι θετικά και το άθροισμα τους είναι ίσο με n .

```
>> P = sdpvar (n,n,);
```

```
>> F = set (P > 0);
```

```
>> F = F + set (P(:) > 0);
```

```
>> F = F + set(sum(sum(P) == n);
```

Όπως αναφέραμε και παραπάνω οι συντελεστές $>$ και $<$ μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για τις δύο καταστάσεις. Δηλαδή και για να δηλώσουμε την ανισότητα, αλλά και για να ορίσουμε εάν μία μεταβλητή ή μία μήτρα είναι ημιορισμένη. Η συνθήκη μπορεί να ερμηνευτεί ως στοιχείο ημιορισμένου προγραμματισμού, όταν και από τις δύο πλευρές τις συνθήκης οι μήτρες είναι συμμετρικές. Σε κάθε άλλη περίπτωση τα σύμβολα ερμηνεύονται ως ανισοτική σχέση.

4.4.2 Διαδικασία επίλυσης προβλήματος βελτιστοποίησης

Απο την στιγμή που όλες οι μεταβλητές και οι παράμετροι έχουν οριστεί, το πρόβλημα της βελτιστοποίησης μπορεί να λυθεί. Άς υποθέσουμε για ευκολία ότι έχουμε τις μήτρες c , A και b και επιθυμούμε να επιλύσουμε την συνθήκη [21]:

$$\text{minimize } c^T x$$

$$Ax \leq b \text{ και}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

Το περιβάλλον επίλυσης YALMIP, δέχεται σαν είσοδο το παραπάνω πρόβλημα μαζί με τις συνθήκες που το συνοδεύουν και αντιλαμβάνεται από την μαθηματική έκφραση ότι πρόκειται για μια συνάρτηση ένα προς ένα. Στη συνέχεια, το περιβάλλον κάνει χρήση της εντολής *solvesdp* για το σύνολο του προβλήματος βελτιστοποίησης. Λαμβάνει σαν είσοδο δύο μεταβλητές, καθώς και μια σειρά από περιορισμούς και τέλος την αντικειμενική συνάρτηση. Η σειρά των εντολών που ακολουθείται είναι η εξής [21]:

```
>> x = sdpvar (length(c),1);  
>> F = set (A * x < b) + set(sum(x) == 1);  
>> solvesdp (F, c' * x);
```

Το περιβάλλον YALMIP αυτόματα θα κατηγοριοποιήσει το παραπάνω πρόβλημα ως σύστημα γραμμικού προγραμματισμού και θα κάνει χρήση της πλέον κατάλληλης συνάρτησης για την επίλυσή του. Η βέλτιστη λύση μπορεί να εξαχθεί με χρήση της εντολής *double(x)*. Μια ακόμα δυνατότητα που παρέχει το περιβάλλον YALMIP στους χρήστες, είναι ότι στην συνάρτηση επίλυσης μπορεί να γίνουν αλλαγές στις ρυθμίσεις επίδειξης των επιπέδων, καθώς επίσης και να γίνουν ορισμένες μεταβολές σε συγκεκριμένες ρυθμίσεις. Οι γραμμές του κώδικα για την μεταβολή της συνάρτησης επίλυσης (*solver*) είναι οι εξής :

```
>> ops = sdpsettings('solver','glpk');  
>> ops = sdpsettings(ops,'glpk.dual',0);  
>> ops = sdpsettings(ops,'verbose',1);  
>> solvesdp(F, c' * x, ops);
```

4.4.3 Έλεγχοι που πραγματοποιούνται στο περιβάλλον βελτιστοποίησης

Όπως αναφέραμε και στην εισαγωγή, το περιβάλλον επίλυσης YALMIP είναι μια γενικού σκοπού εργαλειοθήκη για τη μοντελοποίηση και τη βέλτιστη επίλυση προβλημάτων στο περιβάλλον του μαθηματικού προγράμματος MATLAB. Σε αυτή την παράγραφο θα ασχοληθούμε με προβλήματα που σχετίζονται με τον έλεγχο και θα γίνει προσπάθεια μοντελοποίησης πολύπλοκων προβλημάτων βελτιστοποίησης με χρήση του περιβάλλοντος YALMIP. Για τον σκοπό αυτό δίνονται παρακάτω τρία χαρακτηριστικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1^ο:

Αρχικά θα ασχοληθούμε με τον έλεγχο ενός πρότυπου προβλήματος ημιορισμένου προγραμματισμού. Ένα από τα θεμελιώδη προβλήματα στον έλεγχο και την γενικότερη θεωρία των συστημάτων είναι η ανάλυση της ευστάθειας, σύμφωνα με την θεωρία κατά *Lyapunov*. Δίνεται παρακάτω το απλό σύστημα:

$$\dot{x} = Ax$$

Είναι ασυμπτωτικά ευσταθές εάν και μόνο εάν το πραγματικό μέρος όλων των ιδιοτιμών της μήτρας A είναι αρνητικό ή ισοδύναμα υπάρχει μια λύση P , τέτοια ώστε να ισχύει η παρακάτω ανισότητα :

$$A^T P + P A < 0, \quad P = P^T > 0$$

Είναι εύκολο να αντιληφθούμε ότι η παραπάνω έκφραση είναι πρόβλημα βελτιστοποίησης ανισοτήτων γραμμικών πινάκων (LMI), ενώ οι μεταβλητές κατάστασης είναι τα στοιχεία της μήτρας P . Για την εφαρμογή του περιβάλλοντος YALMIP χρειάζονται οι παρακάτω εντολές, που ουσιαστικά ορίζουν τον πίνακα μεταβλητών κατάστασης, θέτουν την συνθήκη και τον απαραίτητο περιορισμό και τέλος δίνεται η εντολή επίλυσης του προβλήματος βελτιστοποίησης:

```
>> P = sdpvar (n,n);  
>> F = set(P > 0) + set(A' * P + P * A < 0);  
>> solvesdp (F, trace(P));
```

Το παραπάνω πρόβλημα προφανώς είναι απλό και το ορίσαμε ως ένα παράδειγμα. Μπορεί να αντιμετωπιστεί με την κλασική εξίσωση *Lyapunov*. Όμως τα οφέλη του ημιορισμένου προγραμματισμού και κυρίως του περιβάλλοντος YALMIP, γίνονται εμφανή όταν προσπαθούμε να λύσουμε πιο σύνθετα προβλήματα με πολλούς περιορισμούς και πολύπλοκες συνθήκες.

Παράδειγμα 2^ο:

Στο δεύτερο παράδειγμα θεωρούμε το πρόβλημα εύρεσης μια κοινής συνάρτησης *Lyapunov* για δύο διαφορετικά συστήματα με μήτρες A_1, A_2 . Επιπλέον ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να βρούμε μια διαγώνια λύση της μήτρας P , που να ικανοποιεί την σχέση $P > Q$, για κάποια δεδομένη μήτρα Q , καθώς επίσης ζητάμε την βέτιστη λύση σε αυτήν την εφαρμογή. Αυτό το πρόβλημα ημιορισμένου προγραμματισμού δίνεται απο τις γραμμές κώδικα :

```
>> P = diag(sdpvar(n,1));
```

```
>> F = set(P > Q);
>> F = F + set(A1' * P + P * A1 < 0);
>> F = F + set(A2' * P + P * A2 < 0);
>> solvesdp (F, trace(P))
```

Αρχικά ορίζουμε μία διαγώνια μήτρα μέσω της εντολής *sdpvar*, στην συνέχεια ορίζουμε τις απαραίτητες συνθήκες του προβλήματος μέσω της εντολής *set* και τέλος χρησιμοποιούμε την εντολή *solvesdp*, ώστε να δοθεί η βέλτιστη λύση. Σε περίπτωση που θέλουμε να κάνουμε το πρόβλημα περισσότερο πολύπλοκο μπορούμε να εξετάσουμε το πρόβλημα της Frobenius (γνωστής και ως Ευκλείδειας) νόρμας ($\text{Tr}PP^T$), οι αλλαγές στον κώδικα είναι ελάχιστες και είναι μόνο στην τελευταία γραμμή, δηλαδή στο σημείο της εντολής *solvesdp* :

```
>> solvesdp(F, trace(P * P'))
```

Το YALMIP θα αναλύσει την αντικειμενική συνάρτηση και θα διαπιστώσει ότι πρόκειται για μια κυρτή τετραγωνική συνάρτηση. Στην συνέχεια το περιβάλλον YALMIP θα μετατρέψει εσωτερικά το πρόβλημα με την εκτέλεση κατάλληλων συναρτήσεων και δομών και θα συνεχίσει την επίλυση του προβλήματος με οποιονδήποτε διαθέσιμο *SDP* πρόγραμμα επίλυσης (*solver*) είναι εγκατεστημένο.

Παράδειγμα 3^ο:

Ένα περισσότερο πολύπλοκο παράδειγμα προβλήματος βελτιστοποίησης που βασίζεται σε τεχνικές ημιορισμένου προγραμματισμού είναι το πρόβλημα επίλυσης ενός ελεγκτή ανάδρασης $u = Lx$ σε μια αρκετά μεγάλη σταθερή και αμετάβλητη περιοχή \mathcal{R} , για ένα κορεσμένο σύστημα μονής εισόδου, το οποίο είναι:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad |u| \leq 1$$

Εάν δουλέψουμε στην ελλειψοειδή περιοχή που ορίζεται ως:

$$\mathcal{R} = \{x: x^T P x \leq 1\},$$

τότε αυτό το πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπιστεί με τεχνικές ημιορισμένου προγραμματισμού. Για να εξετάσουμε το πρόβλημα, αρχικά ορίζουμε το μαθηματικό πλαίσιο του προβλήματος, το οποίο δίνεται παρακάτω :

$$(A + BL)^T P + P(A + BL) \preceq 0$$

$$P \succeq 0$$

$$|Lx| \leq 1, \quad \forall x : x^T P x \leq 1$$

Ο πρώτος περιορισμός διασφαλίζει το αμετάβλητο της περιοχής \mathcal{R} (η περιοχή $x^T P x$ είναι μη αυξανόμενη), η δεύτερη συνθήκη εξασφαλίζει την ελλειψοειδή περιοχή, ενώ η τελευταία συνθήκη εξασφαλίζει ότι $|u| \leq 1$ στην περιοχή \mathcal{R} . Παρατηρούμε ότι οι παραπάνω περιορισμοί δεν είναι ανισότητες γραμμικών πινάκων, παρόλα αυτά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μερικούς περιορισμούς για να μεταβούμε σε πρόβλημα που μπορούμε να το διαχειριστούμε στο υπολογιστικό περιβάλλον YALMIP. Για αυτό τον λόγο εισάγουμε στο πρόβλημα δύο νέες μεταβλητές :

$$Q = P^{-1}$$

$$Y = L P^{-1}$$

Με τους παραπάνω μετασχηματισμούς καταλήγουμε στην ανισότητα γραμμικών μητρών:

$$A^T Q + Q A + Y^T B^T + B Y \preceq 0$$

Επιπλέον μπορεί εύκολα ναδειχθεί ότι ισχύει η σχέση:

$$\max_{x^T P x \leq 1} |Lx| = \sqrt{L P^{-1} L^T}$$

Τέλος τετραγωνίζοντας την παραπάνω σχέση και κάνοντας χρήση των μεταβλητών που έχουμε εισάγει στο πρόβλημα, καθώς επίσης χρησιμοποιώντας και την ανισότητα Schur, μπορούμε να δείξουμε ότι ο τρίτος περιορισμός είναι ισοδύναμος με την παρακάτω σχέση:

$$\begin{bmatrix} 1 & Y \\ Y^T & Q \end{bmatrix} \succeq 0$$

Σύμφωνα με τις παραπάνω υποθέσεις και τους παραπάνω μετασχηματισμούς καταλήγουμε να αναζητάμε τον μέγιστο όγκο της αναλλοίωτης ελλειψοειδούς περιοχής και την αντίστοιχη ανάδραση, οπότε θα πρέπει να λύσουμε το ισοδύναμο πρόβλημα που παρουσιάζεται παρακάτω :

$$\max_{Q, Y} \det Q$$

$$s. t. A^T Q + Q A + Y^T B^T + B Y \preceq 0$$

$$Q \succeq 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & Y \\ Y^T & Q \end{bmatrix} \succeq 0$$

Το ισοδύναμο πρόβλημα που δημιουργήθηκε δεν είναι ακριβώς πρόβλημα βελτιστοποίησης ημιορισμένου προγραμματισμού, αλλά τώρα το περιβάλλον YALMIP, μπορεί να το διαχειριστεί πραγματοποιώντας αυτόματα ορισμένες αλλαγές στο παραπάνω

πρόβλημα μέσω δομών που υπάρχουν στο περιβάλλον και να το μετατρέψει σε κλασικό πρόβλημα βελτιστοποίησης SDP. Αφού υλοποιηθούν οι παραπάνω ενέργειες είναι πλέον έτοιμο προς επίλυση το πρόβλημα και μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα εγκατεστημένο πρόγραμμα επίλυσης για να δώσει την βέλτιστη λύση που χρειαζόμαστε. Στην συνέχεια ακολουθούν οι αντίστοιχες γραμμές του κώδικα που πρέπει να χρησιμοποιηθούν για την ορθή επίλυση του παραπάνω προβλήματος. Αρχικά ορίζονται οι μήτρες που θα χρησιμοποιηθούν μέσω της εντολής *sdpvar*, ύστερα με την εντολή *set* ορίζονται οι συνθήκες και οι περιορισμοί. Στην συνέχεια καλείται το πρόγραμμα επίλυσης μέσω της εντολής *solvesdp*, όπου δέχεται όλα τα δεδομένα για βέλτιστη αποκατάσταση του προβλήματος και τέλος η εντολή *double* δίνει το τελικό αποτέλεσμα σαν έξοδο.

```
>> Q = sdpvar(n,n);
>> Y = sdpvar(1,n);
>> F = set(Q > 0);
>> F = F + set(A' * Q + Q * A + Y' * B' + B * Y < 0);
>> F = F + set([1 Y; Y' Q] > 0);
>> solvesdp(F, -logdet(Q));
>> P = inv(double(Q));
>> L = P * double(Y);
```

Συνοψίζοντας, σε αυτήν την παράγραφο παρουσιάστηκαν οι έλεγχοι που πραγματοποιεί το περιβάλλον επίλυσης YALMIP, στο πρόβλημα και στους περιορισμούς του προβλήματος που δέχεται στην είσοδό του. Το πρόβλημα κατηγοριοποιείται ανάλογα με το είδος του και σε περίπτωση που δεν είναι κλασικό πρόβλημα ημιορισμένου προγραμματισμού, κάνει τις απαραίτητες ενέργειες για να το μετατρέψει σε μια μορφή επιλύσιμη, σύμφωνα με τα SDP πρότυπα. Τέλος γίνεται προσπάθεια από το περιβάλλον επίλυσης να δοθεί η βέλτιστη λύση στο παραπάνω πρόβλημα. Αυτό φαίνεται καθαρά από τα τρία παραδείγματα που δόθηκαν. Το πρώτο παράδειγμα ήταν ένα κλασικό πρόβλημα ανισοτήτων γραμμικών πινάκων, όπου το YALMIP δεν αντιμετώπισε καμία δυσκολία στην επίλυσή του. Το δεύτερο πρόβλημα ήταν επέκταση του πρώτου προβλήματος, όπου με μερικές αλλαγές στον υπάρχον κώδικα πραγματοποιήθηκε η επίλυση. Και το τελευταίο πρόβλημα που παρουσιάστηκε δεν είχε καμία σχέση με τα προβλήματα βελτιστοποίησης ημιορισμένου προγραμματισμού, παρόλα αυτά το περιβάλλον YALMIP πραγματοποίησε τις απαραίτητες ενέργειες να το μετατρέψει σε μορφή κοντά στα SDP προβλήματα και με τα εγκατεστημένα προγράμματα επίλυσης (solvers) έδωσε την βέλτιστη λύση.

5 Ανάλυση και Αποκατάσταση Παρατηρησιμότητας Συστήματος

5.1 Εισαγωγή

Ο αλγόριθμος εκτίμησης κατάστασης είναι ο πλέον αξιόπιστος τρόπος για την ανάλυση και την ασφαλή λειτουργία ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας. Η παραπάνω διαδικασία επεξεργάζεται παραδοσιακά μετρήσεις οι οποίες παρέχονται από το σύστημα SCADA (ενεργές και άεργες ροές και εγχύσεις ισχύος, όπως επίσης και μέτρα τάσης των ζυγών). Δεδομένα εισόδου του παραπάνω αλγορίθμου είναι το μοντέλο του συστήματος και την περίσσεια των μετρήσεων που υπάρχουν σ' αυτό.

Ως παρατηρήσιμο μπορεί να χαρακτηριστεί ένα σύστημα του οποίου ο αριθμός και το σύνολο των μετρήσεων που υπάρχουν σ' αυτό, επαρκούν για να εκτελεστεί ο αλγόριθμος εκτίμησης κατάστασης. Όταν δεν είναι δυνατό να εκτελεστεί ο παραπάνω αλγόριθμος και να δώσει ως έξοδο επαρκή αποτελέσματα τότε αναπόφευκτα το ως προς μελέτη σύστημα χαρακτηρίζεται μη παρατηρήσιμο.

Μία λύση στο πρόβλημα της μη παρατηρησιμότητας των ηλεκτρικών δικτύων είναι η διεύρυνση του συστήματος μετρήσεων. Η εγκατάσταση των μονάδων PMU στους υποσταθμούς του δικτύου, έχει ως αποτέλεσμα την διεύρυνση των παραπάνω μετρήσεων και την αποκατάσταση της παρατηρησιμότητας των ηλεκτρικών δικτύων. Το κεφάλαιο διαπραγματεύεται την ανάλυση παρατηρησιμότητας ενός συστήματος με ένα μοντέλο μειωμένης τάξης το οποίο περιλαμβάνει τόσο συμβατικές, όσο και συγχρονισμένες μετρήσεις.

5.2 Μέθοδοι και τεχνικές ανάλυσης παρατηρησιμότητας

Οι κατηγορίες σύμφωνα με τις οποίες μπορεί να γίνει ο διαχωρισμός των τεχνικών και μεθόδων ανάλυσης της παρατηρησιμότητας ενός συστήματος είναι κατά κύριο λόγο τέσσερις. Παρακάτω γίνεται κατηγοριοποίηση των τεχνικών και δίνεται ένας συνοπτικός ορισμός.

- Τοπολογικές μέθοδοι
- Αριθμητικές μέθοδοι
- Συμβολικές μέθοδοι
- Υβριδικές μέθοδοι

Στην κατηγορία των τοπολογικών μεθόδων κατατάσσονται όλοι οι αλγόριθμοι τοπολογικής παρατηρησιμότητας, οι οποίοι κάνουν αναζήτηση του μέγιστου δυνατού δένδρου πλήρους βαθμού για το σύστημα που κάθε φορά είναι προς μελέτη. Στην δεύτερη κατηγορία τεχνικών παρατηρησιμότητας βρίσκονται οι αλγόριθμοι των αριθμητικών μεθόδων, οι οποίοι βασίζονται στο μοντέλο εκτίμησης κατάστασης του

συστήματος και στην αποκατάσταση της παρατηρησιμότητας μέσω αριθμητικών τεχνικών όπως τριγωνοποίηση μητρών, ορθογώνιους μετασχηματισμούς, ισοτικούς περιορισμούς και τεχνικές βασισμένες στην μέθοδο Hachtel. Στην τρίτη κατηγορία τοποθετούνται οι συμβολικές μέθοδοι, οι οποίες για την αποκατάσταση της παρατηρησιμότητας χρησιμοποιούν συμβολικές τεχνικές επεξεργασίας των δεδομένων, όπως για παράδειγμα συμβολική παραγοντοποίηση μητρών, χωρίς να είναι απαραίτητος ο πραγματικός υπολογισμός της. Και τέλος είναι οι υβριδικές μέθοδοι. Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα ασχοληθούμε κυρίως με αυτήν την τεχνική αποκατάστασης της παρατηρησιμότητας ενός ηλεκτρικού δικτύου ενέργειας. Ουσιαστικά σε αυτήν την κατηγορία προσχωρούν οι τεχνικές που είναι βασισμένες σε συνδυασμό τοπολογικών και αριθμητικών τεχνικών.

5.3 Διατύπωση συνθήκης παρατηρησιμότητας

Υποθέτουμε ένα σύστημα, έστω S , το οποίο αποτελείται από n αριθμό ζυγών. Ως παρατηρήσιμο μπορούμε να ορίσουμε αυτό το σύστημα εάν και μόνο εάν ο βαθμός της Ιακωβιανής μήτρας των μετρήσεων του είναι $(2n - 1)$. Τότε αυτό το σύστημα είναι παρατηρήσιμο και οι $(2n - 1)$ στήλες της Ιακωβιανής μήτρας είναι γραμμικώς ανεξάρτητες μεταξύ τους. Έτσι από τα παρακάτω σύστημα προκύπτει ότι εάν :

$$H_{\text{Jacobian}} \lambda = 0 \quad (5.1)$$

Τότε πρέπει $\lambda = 0$.

5.4 Δομή της Ιακωβιανής μήτρας μετρήσεων

Για το μοντέλο συστήματος μειωμένης τάξης χρησιμοποιείται ένα υποσύστημα του συνολικού υπό εξέταση δικτύου, καθώς επίσης και το αντίστοιχο σύστημα μετρήσεων που περιλαμβάνεται σε αυτό. Έστω ένα σύστημα S που περιέχει n ζυγούς. Σε αυτό το σύστημα υπάρχουν μόνο συμβατικές μετρήσεις και τουλάχιστον μία μέτρηση μέτρου τάσης. Έχοντας θέσει όλους τους άλλους φασιθέτες τάσης των ζυγών ίσους με $\tilde{V}_i = 1,0 \angle 0$ στο ανα μονάδα σύστημα και $\delta_i = 0 \text{ rad}$, η Ιακωβιανή μήτρα πλέον έχει την ακόλουθη μορφή :

$$\begin{array}{c}
\delta_1 \quad \cdots \quad \delta_i \quad \cdots \quad \delta_j \quad \cdots \quad \delta_n \quad V_1 \quad \cdots \quad V_i \quad \cdots \quad V_j \quad \cdots \quad V_n \\
P_{ij} \\
P_i \\
Q_{ij} \\
Q_i \\
V_i
\end{array}
\begin{array}{c}
\left[\begin{array}{cccc|cccc}
& & -b_{ij} & b_{ij} & & & g_{ij} & -g_{ij} \\
b_{i1} & -\sum_{j \in \alpha(i)} b_{ij} & b_{ij} & b_{in} & -g_{i1} & -\sum_{j \in \alpha(i)} g_{ij} & -g_{ij} & -g_{in} \\
\hline
& & -g_{ij} & g_{ij} & & & -b_{ij} & b_{ij} \\
g_{i1} & -\sum_{j \in \alpha(i)} g_{ij} & g_{ij} & g_{in} & b_{i1} & -\sum_{j \in \alpha(i)} b_{ij} & b_{ij} & b_{in} \\
& & & & & & 1 &
\end{array} \right]
\end{array}
\quad (5.2)$$

όπου,

P_{ij} : η ενεργός ροή ισχύος στη γραμμή $i - j$

P_i : η ενεργός έγχυση ισχύος στο ζυγό i ,

Q_{ij} : η άεργος ροή ισχύος στη γραμμή $i - j$,

Q_i : η άεργος έγχυση ισχύος στο ζυγό και

V_i : το μέτρο της τάσεων του ζυγού i .

Με g_{ij} και b_{ij} συμβολίζονται η ενεργός και άεργος αγωγιμότητα της γραμμής $i - j$, ενώ $\alpha(i)$ είναι το σύνολο των ζυγών που συνδέονται με το ζυγό i .

5.5 Νησιδοποίηση συστήματος

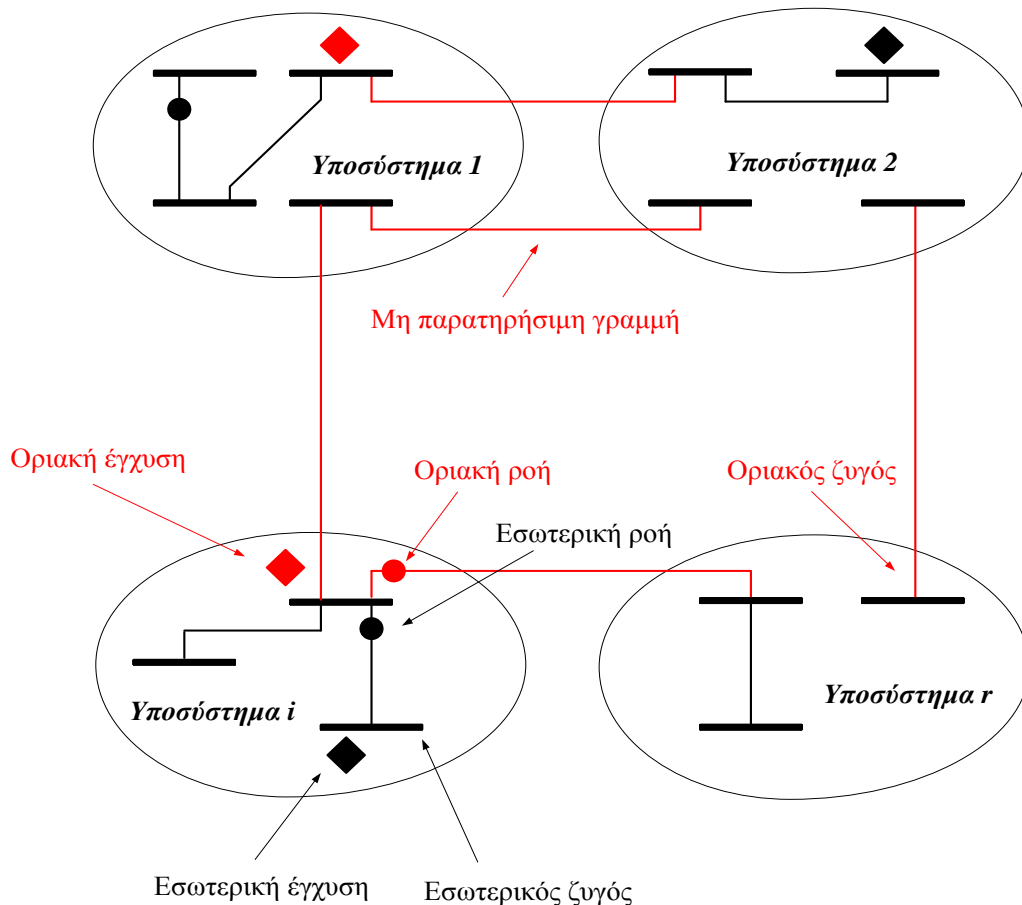
Ας θεωρήσουμε ένα νέο σύστημα S , το οποίο χωρίζεται σε r υποσυστήματα S_i , που αποτελούνται από n_i ζυγούς το καθένα, τέτοιους ώστε $n = \sum_{i=1}^k n_i$.

Το υποσύστημα S_i σχηματίζει μία παρατηρήσιμη νησίδα $P - \delta$, όταν το υποσύνολο των ενεργών μετρήσεων του καθιστά δυνατή την εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης των γωνιών των ζυγών του, δ_i , διαστάσεων $(n_i - 1) \times 1$, ως προς έναν τοπικό ζυγό αναφοράς. Αντίστοιχα, το υποσύστημα S_i σχηματίζει μία παρατηρήσιμη νησίδα $Q - V$, όταν το υποσύνολο των άεργων μετρήσεων του και επιπροσθέτως μία μέτρηση τάσης καθιστούν δυνατή την εκτίμηση των μέτρων τάσεων των ζυγών του, V_i , διαστάσεων $n_i \times 1$, ως προς έναν τοπικό ζυγό αναφοράς. Το υποσύστημα S_i σχηματίζει μία πλήρως παρατηρήσιμη νησίδα, όταν το σύνολο των μετρήσεων ενεργού και άεργου ισχύος που περιλαμβάνει και επιπροσθέτως μία μέτρηση τάσης, καθιστούν δυνατή την εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης $x_i = [\delta_i, V_i]^T$, διαστάσεων $(2n_i - 1) \times 1$, ως προς έναν τοπικό ζυγό αναφοράς. Η μορφή του συστήματος S το οποίο διαχωρίζεται σε r μη αλληλοεπικαλυπτόμενες νησίδες, παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.1.

Η διατύπωση του μοντέλου για το σύστημα αυτό, είναι η ακόλουθη:

$$\begin{aligned}
 z_1 &= h_1(x_1) + e_1 \\
 z_2 &= h_2(x_2) + e_2 \\
 &\vdots \\
 z_i &= h_i(x_i) + e_i \\
 &\vdots \\
 z_r &= h_r(x_r) + e_r \\
 z_c &= h_c(x_c) + e_c
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

όπου $x_i = [\delta_i, V_i]^T$ είναι το $n_i \times 1$ διάνυσμα της νησίδας S_i , z_i το $m_i \times 1$ διάνυσμα των εσωτερικών μετρήσεων στη νησίδα S_i , e_i το $m_i \times 1$ διάνυσμα θορύβου των μετρήσεων z_i , z_c το $m_c \times 1$ διάνυσμα όλων των οριακών συμβατικών μετρήσεων αλλά και των μετρήσεων τάσης ζυγών των νησίδων, e_c το $m_c \times 1$ διάνυσμα θορύβου των μετρήσεων z_c , και $i = 1, 2, \dots, r$.



Σχήμα 5.1 : Νησιδοποίηση συστήματος που φέρει μόνο συμβατικές μετρήσεις SCADA

Η Ιακωβιανή μήτρα του παραπάνω συστήματος μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$H = \begin{pmatrix} H_1 & & & & \\ & H_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & H_r & \\ \hline & & & & H_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_1 & & & & \\ & H_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & H_r & \\ \hline H_{c1} & H_{c2} & \cdots & & H_{cr} \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

όπου $H_i = \frac{\partial h_i}{\partial x_i}$, $i = 1, \dots, r$, και $H_c = \frac{\partial h_c}{\partial x_c}$ είναι οι Ιακωβιανές μήτρες των εσωτερικών μετρήσεων και των οριακών μετρήσεων και των μετρήσεων τάσης, αντίστοιχα.

Συνεπώς, η εξίσωση (5.1) μπορεί να διατυπωθεί και με την ακόλουθη μορφή:

$$H_i \lambda_i = 0, \quad i = 1, \dots, r \quad (5.5)$$

$$H_c \lambda = 0 \quad (5.6)$$

όπου το διάνυσμα λ που αφορά τα r υποσυστήματα S_i γράφεται ως εξής:

$$\lambda = [\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_i \cdots \lambda_r]^T \quad (5.7)$$

Κάθε εξίσωση της μορφής (5.5) δίνει μια λύση λ_i , η οποία είναι της μορφής:

$$\begin{aligned} \lambda_i &= a_i \mathbf{1}_{n_i \times 1}, & i &= 1, \dots, r \\ \lambda_i &= b_i \mathbf{1}_{n_i \times 1}, & i &= 1, \dots, r \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\lambda_i = \begin{bmatrix} a_i \mathbf{1}_{n_i \times 1} \\ b_i \mathbf{1}_{n_i \times 1} \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, r$$

για το $P - \delta$, το $Q - v$, και το πλήρες πρόβλημα, αντίστοιχα, όπου a_i και b_i σταθερές.

5.6 Θεμελίωση του μοντέλου μειωμένης τάξης

Εισάγουμε μία μήτρα w της οποίας ο αριθμός των γραμμών είναι ίσος με τον αριθμό των γραμμών της μήτρας H_c και ο αριθμός των στηλών της είναι $r - 1$ για το $P - \delta$ πρόβλημα, r για το $Q - V$ πρόβλημα και για το πλήρες πρόβλημα, αντίστοιχα. Χωρίς βλάβη της γενικότητας υποθέτουμε ότι ο ζυγός ταλάντωσης ανήκει στην πρώτη νησίδα, το οποίο σημαίνει ότι $a_i = 0$. Κάθε στήλη της μήτρας W ορίζεται ως:

$$W_{i-1} = \sum_{j \in \mathcal{A}_{c,\delta}(i)} H_{c,j}, \quad i = 2, \dots, r, \text{ για το } P - \delta \text{ πρόβλημα} \quad (5.9)$$

$$W_i = \sum_{j \in \mathcal{B}_{c,\nu}(i)} H_{c,j}, \quad i = 1, \dots, r, \text{ για το } Q - V \text{ πρόβλημα} \quad (5.10)$$

και για το πλήρες πρόβλημα

$$W_{i-1} = \sum_{j \in \mathcal{A}_{c,\delta}(i)} H_{c,j}, \quad i = 2, \dots, r \quad (5.11)$$

$$W_i = \sum_{j \in \mathcal{B}_{c,\nu}(i)} H_{c,j}, \quad i = 1, \dots, r$$

όπου $\mathcal{A}_{c,\delta}(i)$ και $\mathcal{B}_{c,\nu}(i)$ είναι τα σύνολα των στηλών της μήτρας H_c που αντιστοιχούν στις γωνίες και τα μέτρα των τάσεων των ζυγών της νησίδας i , και $H_{c,j}$ η στήλη j της μήτρας H_c .

Αφού η λύση λ περιέχει στοιχεία λ_i της μορφής (5.8), η εξίσωση (5.6) δίνει:

$$Wy = 0 \quad (5.12)$$

όπου $y = [a_2 \dots a_r]^T$ για το $P - \delta$ πρόβλημα, $y = [b_1 \dots b_r]^T$ για το $Q - V$ πρόβλημα και $y = [a_2 \dots a_r, b_1 \dots b_r]^T$ για το πλήρες πρόβλημα, αντίστοιχα.

Πλέον η νέα μήτρα W που έχει δημιουργηθεί μπορεί να θεωρηθεί σαν η νέα Ιακωβιανή μήτρα του δικτύου μειωμένης τάξης. Στο νέο δίκτυο κάθε νησίδα S_i αντιπροσωπεύει έναν “υπερκόμβο” και κάθε διασύνδεση μεταξύ των νησίδων αποτελεί “διάυλο” διασύνδεσης για το ελαττωμένο μοντέλο. Το σύστημα μετρήσεων αποτελείται από τα παρακάτω :

- Μετρήσεις τάσεως. Οι μετρήσεις τάσης στους ζυγούς μιας νησίδας μετασχηματίζονται σε μία ισοδύναμη μέτρηση τάσης του “υπερκόμβου”.
- Μετρήσεις ροής. Οι μετρήσεις ροής μετασχηματίζονται σε μετρήσεις ροής του ελαττωμένου μοντέλου.
- Μετρήσεις έγχυσης. Κάθε οριακή μέτρηση σε μία νησίδα S_i μετασχηματίζεται σε μία μέτρηση του αθροίσματος των ροών των “γραμμών” μεταξύ του αντίστοιχου “υπερκόμβου” και των “υπερκόμβων” που αντιστοιχούν στις νησίδες με τις οποίες συνδέεται ο παραπάνω οριακός ζυγός.

Αποδεικνύεται ότι εάν η Ιακωβιανή μήτρα H είναι πλήρους βαθμού, τότε και η αντίστοιχη Ιακωβιανή μήτρα W είναι επίσης πλήρους βαθμού και αντίστροφα. Επίσης, η απώλεια βαθμού της μήτρας H είναι ίση με την απώλεια βαθμού της μήτρας W .

5.7 Προτεινόμενος αλγόριθμος ανάλυσης παρατηρησιμότητας με συμβατικές μετρήσεις SCADA

Στον προτεινόμενο αλγόριθμο θα χρησιμοποιηθεί το μοντέλο μειωμένης τάξης στο οποίο υπάρχουν αρχικά μόνο συμβατικές μετρήσεις και στην συνέχεια, εάν το σύστημα δεν είναι παρατηρήσιμο θα γίνει αποκατάσταση μέσω βέλτιστης τοποθέτησης συγχρονισμένων μετρήσεων PMU. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μην επιλεγεί κάποιος συγκεκριμένος ζυγός του δικτύου ως ζυγός ταλάντωσης, αφού η αναφορά μας είναι το σήμα του δορυφόρου (GPS) και επομένως όλοι οι ζυγοί συμμετέχουν κανονικά στη διαμόρφωση του μοντέλου.

Η προτεινόμενη αυτή μέθοδος ανήκει στην κατηγορία των υβριδικών μεθόδων και σκοπό έχει τον έλεγχο της παρατηρησιμότητας, τον εντοπισμό των παρατηρήσιμων νησίδων και την αποκατάσταση της παρατηρησιμότητας, για συστήματα τα οποία περιλαμβάνουν τόσο συμβατικές μετρήσεις όσο και μετρήσεις προερχόμενες από PMUs.

Χωρίς βλάβη της γενικότητας, θέτοντας όλες τις τάσεις ζυγών ίσες με $\tilde{V}_i = 1 \angle 0 = 1 + j0$ και τις σύνθετες αντιστάσεις των γραμμών ίσες με $j1$ καθώς επίσης και αμελώντας τους εγκάρσιους κλάδους, θεωρούμε τη γραμμική συνάρτηση:

$$z = H\theta + e \quad (5.13)$$

όπου,

z : η αναντιστοιχία μεταξύ των μετρούμενων και των υπολογισμένων μετρήσεων του συνόλου των ενεργών εγχύσεων ισχύος και ενεργών ροών ισχύος.

H : η Ιακωβιανή μήτρα μετρήσεων, η οποία περιλαμβάνει το σύνολο των ενεργών εγχύσεων ισχύος και των ενεργών ροών ισχύος του συστήματος ως προς όλες τις γωνίες φάσης των ζυγών, συμπεριλαμβανομένου και του ζυγού αναφοράς.

e : το διάνυσμα σφάλματος μετρήσεων.

Στη συνέχεια αφού έχει σχηματιστεί η Ιακωβιανή μήτρα μετρήσεων του συστήματος προχωράμε στην δημιουργία της μήτρας κέρδους, η οποία δίνεται απο τον παρακάτω τύπο:

$$G = H^T H \quad (5.14)$$

Στον τύπο (5.14) έχει γίνει η υπόθεση, χωρίς βλάβη της γενικότητας, ότι η μήτρα διασποράς των σφαλμάτων των μετρήσεων είναι η μοναδιαία μήτρα. Αξίζει να σημειωθεί ότι η ανάλυση γίνεται με τους N ζυγούς του συστήματος, δηλαδή συμπεριλαμβανομένου και του ζυγού αναφοράς. Οπότε ο βαθμός των μητρών H και G θα είναι το πολύ N διαστάσεων, όπου N ο αριθμός των ζυγών, ακόμη και για ένα πλήρως παρατηρήσιμο σύστημα. Αυτό οδηγεί στην τριγωνική παραγοντοποίηση μίας μη αντιστρέψιμης και συμμετρικής μήτρας κέρδους.

Αφού έχουν πλέον σχηματιστεί η Ιακωβιανή μήτρα H και η μήτρα κέρδους των μετρήσεων G , χρησιμοποιούμε την παραγοντοποίηση Cholesky, έτσι ώστε:

$$G = LDL^T \quad (5.15)$$

Η μήτρα L είναι κάτω τριγωνική μήτρα, ενώ η μήτρα D είναι διαγώνια. Οι διαστάσεις και των δύο παραπάνω μητρών είναι $(N \times N)$.

Η μήτρα D έχει $(N - k)$ στοιχεία της διαγωνίου διάφορα του μηδενός, ενώ τα άλλα k στοιχεία είναι ίσα με το μηδέν. Τα στοιχεία ενδιαφέροντος είναι τα μηδενικά στοιχεία της διαγωνίου. Αυτές οι δύο μήτρες θα μας βοηθήσουν να βρούμε τις πλήρως παρατηρήσιμες ησίδες του συστήματος, καθώς και τους οριακούς ζυγούς [19],[20].

Γνωρίζουμε ότι έχουμε k μηδενικά στοιχεία διαγωνίου στην μήτρα D . Τότε, μπορούμε να σχηματίσουμε την μήτρα W , η οποία σχηματίζεται από k γραμμές της μήτρας L^{-1} . Δηλαδή, για κάθε γραμμή του W θα ισχύει:

$$W_i = L_m^{-1}, \quad i = 1, 2, \dots, k \text{ και } m \in B \quad (5.16)$$

όπου:

W_i : η i -οστή γραμμή της μήτρας W

L_m^{-1} : η m -οστή γραμμή της μήτρας L^{-1} και το m αντιστοιχεί σε θέση μηδενικού στοιχείου διαγωνίου της μήτρας D . Είναι δηλαδή $D(m, m) = 0$.

Το σύνολο B αποτελείται από k ακέραιους αριθμούς, οι οποίοι δείχνουν σε ποιες σειρές της μήτρας D έχουμε μηδενικά στοιχεία διαγωνίου.

Είναι προφανές από τα παραπάνω, ότι ο δείκτης m λαμβάνει τιμές από ένα σύνολο k θετικών ακέραιων αριθμών, με $m \leq N$.

Η τελική μορφή της μήτρας W είναι η εξής:

$$W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_k \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Για λόγους υπολογιστικής ταχύτητας, αλλά και επειδή η αντιστροφή της μήτρας L σε ένα σύστημα πολλών ζυγών θα εκμεταλλευόταν μεγάλο χώρο στη μνήμη, η μήτρα W δεν υπολογίζεται με αντιστροφή της L , αλλά με αντίστροφη αντικατάσταση. Δηλαδή υπολογίζεται λύνοντας k γραμμικά συστήματα ως εξής :

$$L^T W_i = e_i, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (5.18)$$

όπου:

L^T : ο ανάστροφη μήτρα της μήτρας L

W_i : η i -οστή στήλη της μήτρας W

e_i : ένα διάνυσμα στήλη, το οποίο έχει διαστάσεις $(N \times 1)$. Όλα τα στοιχεία του διανύσματος e_i έχουν μηδενικές τιμές, εκτός από το στοιχείο της m -οστής γραμμής. Οι τιμές που λαμβάνει ο δείκτης m έχουν περιγραφεί παραπάνω.

Αφού πλέον έχει σχηματιστεί πλήρως η μήτρα W μπορούμε να συνεχίσουμε την διαδικασία για την εύρεση των πλήρων παρατηρήσιμων νησίδων του συστήματος και των οριακών ζυγών που στην συνέχεια της εργασίας έχουν αρκετά μεγάλη σημασία. Για την εύρεση των νησίδων μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε δύο αλγόριθμους όπως παρουσιάζονται παρακάτω :

Αρχικά, έχοντας δημιουργήσει την μήτρα A , η οποίας είναι η μήτρα πρόσπτωσης των γραμμών και κόμβων του δικτύου. Τότε, μπορούμε να σχηματίσουμε της μήτρας C ως εξής:

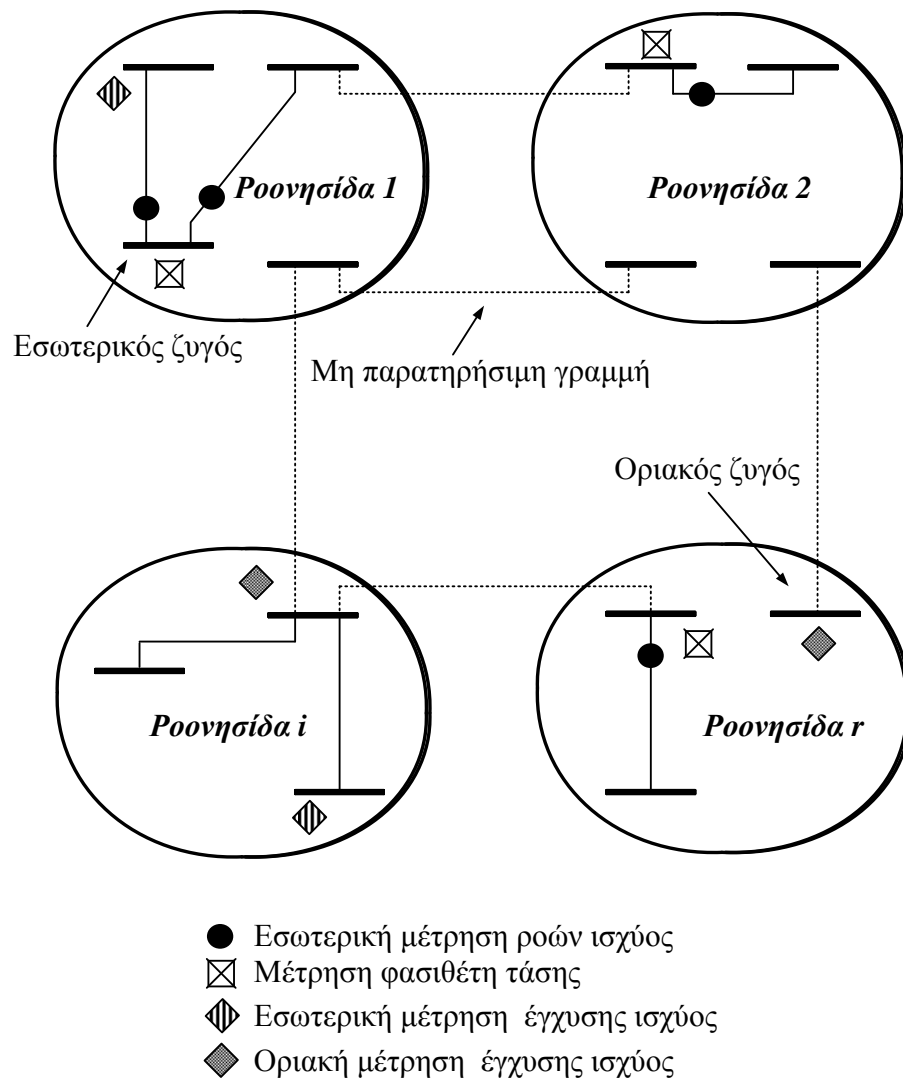
$$C = A \cdot W^T \quad (5.19)$$

Μέσω της μήτρας C μπορούμε να βρούμε τις παρατηρήσιμες νησίδες του συστήματος. Όσες σειρές της μήτρας C έχουν στοιχεία μη μηδενικά, αναφέρονται σε μη παρατηρήσιμες γραμμές του δικτύου. Ομαδοποιώντας τις σειρές της μήτρας C , οι οποίες ταυτίζονται και αφαιρώντας όλες τις μη παρατηρήσιμες γραμμές, λαμβάνουμε τις παρατηρήσιμες νησίδες I .

Μια δεύτερη εκδοχή είναι μέσω της μήτρας W μπορούμε να βρούμε τις παρατηρήσιμες νησίδες του συστήματος I . Αυτό επιτυγχάνεται ομαδοποιώντας τις στήλες της μήτρας W , οι οποίες ταυτίζονται. Κατά αυτόν τον τρόπο έχουμε βρει σε πόσες παρατηρήσιμες νησίδες χωρίζεται το ΣΗΕ, καθώς και ποιοι ζυγοί περιλαμβάνονται σε κάθε μία από αυτές [22]-[28].

Για πρακτικά συστήματα ένα μεγάλο μέρος των μετρήσεων είναι μετρήσεις ροών ισχύος και επομένως είναι λογικό να επιλέξουμε ως νησίδες S_i τις λεγόμενες *ροονησίδες*, οι οποίες προσδιορίζονται βάσει των μετρούμενων κλάδων. Μια ροονησίδα είναι ένα υποδίκτυο του συστήματος τέτοιο ώστε μεταξύ δύο οποιωνδήποτε ζυγών αυτής να υπάρχει πάντα ένα μονοπάτι από ένα τουλάχιστον σύνολο μετρούμενων κλάδων.

Θεωρούμε και πάλι ένα σύστημα το οποίο αποτελείται από r ροονησίδες, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.4, όπου κάθε ροονησίδα περιλαμβάνει n_i ζυγούς.



Σχήμα 5.2 : Νησιδοποίηση συστήματος με τεχνική ροονησίδων

Για την ολοκλήρωση της μελέτης παρατηρησιμότητας ενός δικτύου ηλεκτρικής ενέργειας αρκεί να εντοπιστούν οι οριακοί ζυγοί των παρατηρήσιμων νησίδων. Είναι αυτοί οι ζυγοί, οι οποίοι συνορεύουν με άλλες παρατηρήσιμες νησίδες. Σε κάθε παρατηρήσιμη νησίδα λοιπόν, έχουμε (αν υπάρχουν) τους εσωτερικούς ζυγούς, οι οποίοι συνδέονται μόνο με άλλους εσωτερικούς ζυγούς της νησίδας, και τους οριακούς ζυγούς.

5.7.1 Αποκατάσταση της παρατηρησιμότητας μέσω τοποθέτησης μονάδων PMU

Σε ένα μη παρατηρήσιμο σύστημα, το οποίο αποτελείται από ένα σύνολο παρατηρήσιμων νησίδων και όχι μόνο από μία νησίδα, πρέπει να προστεθούν συμβατικές μετρήσεις, συνήθως εγχύσεις ισχύος σε οριακούς ζυγούς ή μετρήσεις προερχόμενες από μονάδες μέτρησης φασιθετών (PMU's). Στην παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε με την βέλτιστη τοποθέτηση μονάδων PMU σε κομβικές θέσεις μέσα σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας [29]-[31], με σκοπό την ένωση των ροονησίδων που έχουν δημιουργηθεί. Για μια υποψήφια οριακή μονάδα PMU, οι μετρήσεις φασιθέτη τάσης και φασιθετών ρεύματος όλων ή ορισμένων γειτονικών μη παρατηρήσιμων γραμμών που συνδέουν ροονησίδες θα είναι υποψήφιες για τοποθέτηση. Η σειρά με την οποία επεξεργαζόμαστε τις οριακές μονάδες PMU καθορίζεται σύμφωνα με τον αριθμό των διασυνδεδεμένων γειτονικών ροονησίδων, με σκοπό την μεγιστοποίηση του αριθμού των ροονησίδων που συνενώνονται και την ελαχιστοποίηση του αριθμού των επιλεγόμενων PMU. Η βέλτιστη τοποθέτηση των μονάδων μέτρησης φασιθετών πραγματοποιείται με τεχνικές ημιορισμένου προγραμματισμού, η οποία έχει αναπτυχθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο. Ο παραπάνω αλγόριθμος για να υλοποιηθεί απαιτεί ως είσοδο την μήτρα κέρδους των συμβατικών μετρήσεων SCADA και τις μήτρες κέρδους όλων των ζυγών που είναι υποψήφιοι για την τοποθέτηση των συγχρονισμένων μετρήσεων.

Χωρίς απώλεια της γενικότητας, θέτοντας όλες τις τάσεις ίσες με $\tilde{V}_i = (1 + j0)$ στο ανα μονάδα σύστημα, τις σύνθετες αντιστάσεις των μετασχηματιστών και των γραμμών μεταφοράς ίσες με $j1$ και αμελώντας τους εγκάρσιους κλάδους κάνουμε τις παρακάτω παραδοχές.

Η ροή ενεργού ισχύος στην γραμμή μεταφοράς $i - j$ μπορεί να γραφεί ως εξής :

$$P_{ij} = \frac{V_i V_j}{X_{ij}} \cdot \sin(\delta_i - \delta_j) = \delta_i - \delta_j \quad (5.20)$$

Αφού κατά προσέγγιση μπορούμε να θεωρήσουμε ότι $\sin(\delta_i - \delta_j) \approx \delta_i - \delta_j$

Και η έγχυση ενεργού ροής ισχύος μπορεί να γραφεί ως εξής :

$$P_i = V_i^2 \sum_{j \in a(i)} (g_{ij} + g_{ijs}) - V_i \sum_{j \in a(i)} a_{ij} V_j$$

Όμως :

$$a_{ij} = g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)$$

$$a_{ij} = b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \approx b_{ij}(\delta_i - \delta_j)$$

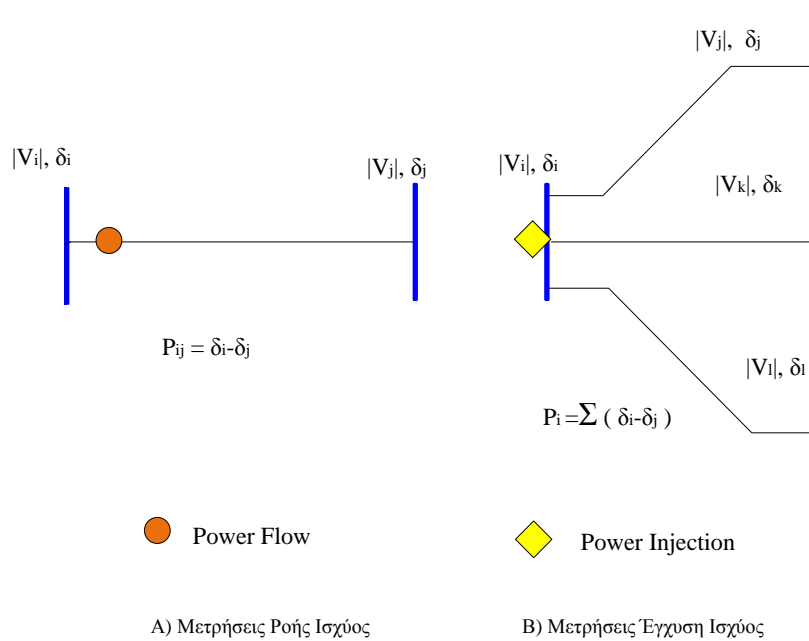
και

$$P_i = -V_i \sum_{j \in \alpha(i)} b_{ij} (\delta_i - \delta_j) V_j$$

Τελικά με τις παραπάνω απλοποιήσεις που θεωρήσαμε έχουμε κατά απόλυτο τιμή :

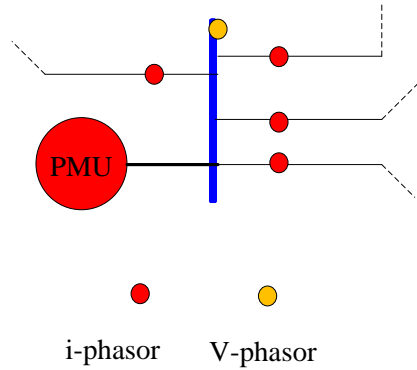
$$P_i = \sum_{j \in \alpha(i)} (\delta_i - \delta_j) \quad (5.21)$$

όπου $\alpha(i)$ είναι το σύνολο των ζυγών που συνδέονται μέσω γραμμών μεταφοράς ή μετασχηματιστών στον ζυγό i .



Σχήμα 5.3 : Συμβατικές μετρήσεις – Σχέση P-δ

Η μονάδα PMU στον ζυγό i μετρά την γωνία φασιθέτη τάσης δ_i και τους φασιθέτες ρευμάτων των γραμμών $i - j$.



Σχήμα 5.4 : Συγχρονισμένες Μετρήσεις Φασιθετών

Στον έλεγχο της παρατηρησιμότητας χρησιμοποιείται το πραγματικό μέλος του φασιθέτη ρεύματος των γραμμών $i - j$:

$$I_{ijr} = \delta_i - \delta_j \quad (5.22)$$

Διαμορφώνεται το γραμμικό πρότυπο $P - \theta$: $z = H \cdot \delta + e$

όπου :

z : διάνυσμα διάστασης m , το οποίο περιέχει μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος, μετρήσεις έγχυσης ενεργού ισχύος και μετρήσεις PMU.

δ : διάνυσμα των γωνιών των φασιθετών τάσεων των ζυγών του δικτύου διάστασης n .

H : υβριδική Ιακωβιανή μήτρα των μετρήσεων.

e : διάνυσμα των σφαλμάτων των μετρήσεων διάστασης m .

Αξίζει να σημειωθεί ότι μετά την μελέτη της παρατηρησιμότητας και την δημιουργία των ροησιδων, κάθε ζυγός χαρακτηρίζεται απο την νησίδα στην οποία βρίσκεται και όχι απο την αρχική αριθμηση που είχε στο δίκτυο. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την δημιουργία ενός ελαττωμένου μοντέλου. Σημειώνεται ότι μόνο οι οριακοί ζυγοί μας ενδιαφέρουν ως προς την μελέτη του δικτύου αφού μόνο αυτοί είναι υποψήφιοι για την τοποθέτηση μονάδων PMU.

Έτσι οι μήτρες που δημιουργούνται, πλέον, δεν θα έχουν διάσταση N , αλλά διάσταση I . Οπότε η Ιακωβιανή μήτρα έχει διαστάσεις $(I \times m)$, όπου m , ο αριθμός των συμβατικών μετρήσεις στο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας και η μήτρα κέρδους των μετρήσεων του συστήματος έχει διαστάσεις $(I \times I)$. Τέλος η κάθε καταγεγραμμένη μέτρηση σε έναν ζυγό, θα εκφράζεται σύμφωνα με την αντίστοιχη νησίδα που βρίσκεται.

Ο αλγόριθμος ημιορισμένου προγραμματισμού που αναπτύχθηκε στο κεφάλαιο 4, δέχεται σαν είσοδο τις μήτρες κέρδους των συγχρονισμένων μετρήσεων για τον κάθε οριακό ζυγό και την μήτρα κέρδους των συμβατικών μετρήσεων SCADA.

Η μήτρα κέρδους των συμβατικών μετρήσεων SCADA είναι:

$$G_0 = H_{SCADA}^T \cdot H_{SCADA} \quad (5.26)$$

Και η μήτρα κέρδους των συγχρονισμένων μετρήσεων για τον κάθε οριακό ζυγό είναι :

$$G_i = H_{PMU,i}^T \cdot H_{PMU,i} = \begin{matrix} & \delta_{Isl,i} & \delta_{Isl,j} & \delta_{Isl,k} & \delta_{Isl,l} & \\ \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ N_i + 1 & -1 & -1 & -1 \\ \dots & -1 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & -1 & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} & \begin{matrix} \vdots \\ \delta_{Isl,i} \\ \vdots \\ \delta_{Isl,j} \\ \vdots \\ \delta_{Isl,k} \\ \vdots \\ \delta_{Isl,l} \\ \vdots \end{matrix} \end{matrix} \quad (5.27)$$

όπου, $i \in [1, \dots, m]$ και m είναι ο αριθμός των οριακών ζυγών του συστήματος.

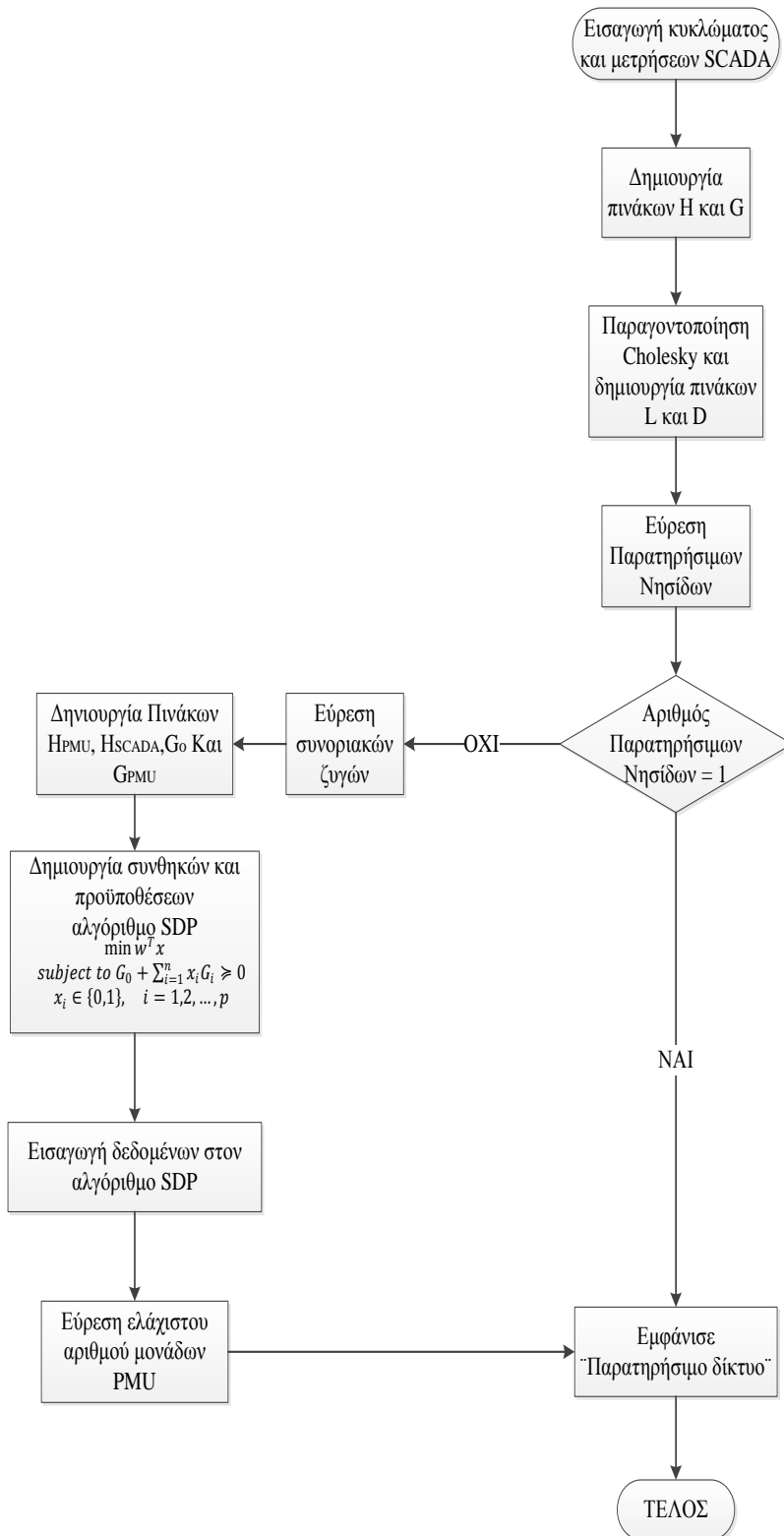
Οπότε ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης SDP για να λειτουργήσει ορθά και να εμφανίσει στην έξοδό του την βέλτιστη λύση με τον ελάχιστο αριθμό μονάδων PMU που χρειάζεται το σύστημα για να γίνει πλήρως παρατηρήσιμο, καθώς και τον βέλτιστο τρόπο τοποθέτησης των μονάδων σε στρατηγικές θέσεις για να ενώσουν όσες περισσότερες ροονησίδες μπορούν δέχεται σαν είσοδο $(m + 1)$ μήτρες.

Και ορίζεται πλέον το πρόβλημα του ημιορισμένου προγραμματισμού που έχει ήδη αναπτυχθεί η δομή του στην παράγραφο 4.3.3 και έχει την παρακάτω μορφή:

$$\begin{aligned} & \min w^T x \\ & \text{subject to } G_0 + \sum_{i=1}^n x_i G_i \succeq 0 \\ & x_i \in \{0,1\}, \quad i = 1,2, \dots, p \end{aligned} \quad (5.28)$$

όπου $x \in \mathbb{R}^n$ το διάνυσμα μεταβλητών κατάστασης, G_0 η μήτρα κέρδους των συμβατικών μετρήσεων SCADA και G_i , $i = 1,2, \dots, m$ οι μήτρες κέρδους όλων των οριακών ζυγών οι οποίες ορίζονται ως $G_i = G_i^T \in SUM^k$, είναι συμμετρικές, διαστάσεων $m \times m$ και ισχύει ότι $G_0, G_i \succeq 0$. Τέλος ορίζεται το διάνυσμα $w \in \mathbb{R}^n$, που προσδιορίζει τα βάρη που τοποθετούνται στις μεταβλητές του διανύσματος τοποθέτησης.

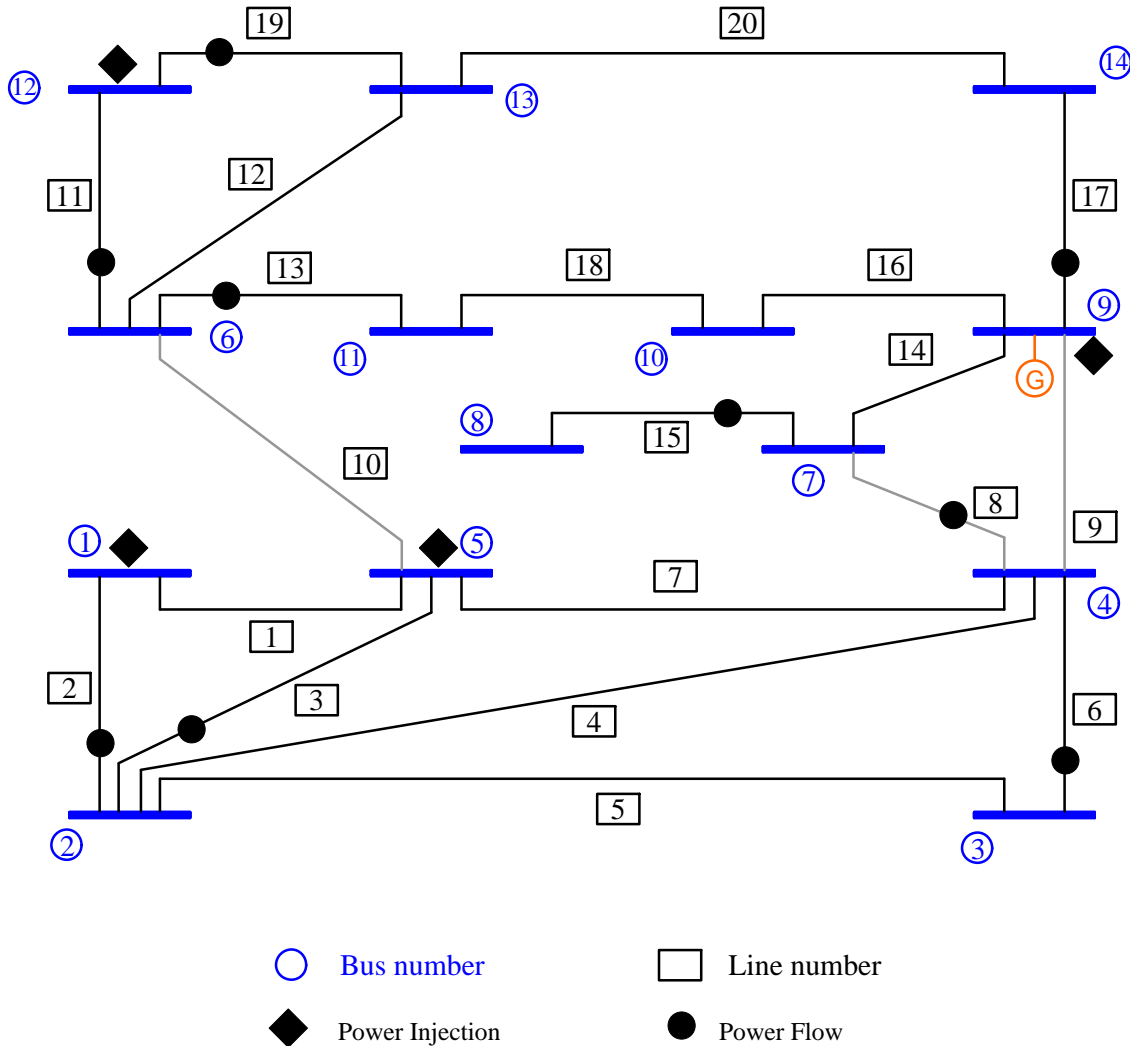
Ακολουθεί το λογικό διάγραμμα που παρουσιάζει εν συντομία την συνολική διαδικασία της μελέτης παρατηρησιμότητας και αποκατάστασης ενός δικτύου ηλεκτρικής ενέργειας, η οποία παρουσιάστηκε εκτενώς στις παραγράφους 5.7 και 5.7.1 :



Σχήμα 5.5 : Λογικό διάγραμμα μελέτης παρατηρησιμότητας και αποκατάστασης

5.7.2 Επεξηγηματικό παράδειγμα προτεινόμενης μεθόδου

Έστω το δίκτυο 14 ζυγών του πρότυπου IEEE, το οποίο απεικονίζεται παρακάτω :



Σχήμα 5.6 : Δίκτυο IEEE 14 με συμβατικές μετρήσεις SCADA

Οι διαθέσιμες μετρήσεις, όπως φαίνονται και στο σχήμα είναι οι ακόλουθες:

Πίνακας 5.1 : Μετρήσεις Δικτύου IEEE 14

Ροές Ισχύος	Εγγύσεις Ισχύος
1-2, 2-5, 3-4, 4-7, 7-8, 9-14, 6-11, 6-12, 12-13	1, 5, 9, 12

Με τα παραπάνω δεδομένα, σχηματίζεται η πλήρης Ιακωβιανή μήτρα H του συστήματος:

$$H = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccccccccc} & \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \delta_4 & \delta_5 & \delta_6 & \delta_7 & \delta_8 & \delta_9 & \delta_{10} & \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & \delta_{14} \\ \begin{array}{l} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} P_{1-2} \\ P_{2-5} \\ P_{3-4} \\ P_{4-7} \\ P_{6-11} \\ P_{6-12} \\ P_{7-8} \\ P_{9-14} \\ P_{12-13} \\ P_1 \\ P_5 \\ P_9 \\ P_{12} \end{array} \end{array}
\end{array}$$

Κατόπιν, γίνεται υπολογισμός της μήτρας κέρδους G :

$$G = H^T \cdot H = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccccccccc} & \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \delta_4 & \delta_5 & \delta_6 & \delta_7 & \delta_8 & \delta_9 & \delta_{10} & \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & \delta_{14} \\ \begin{array}{l} 6 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \\ -6 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} -2 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \\ -4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 4 \\ -4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ -4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} & \begin{array}{l} -6 \\ -4 \\ 0 \\ -4 \\ 18 \\ -4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ -4 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ -1 \\ -4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{l} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \\ \delta_7 \\ \delta_8 \\ \delta_9 \\ \delta_{10} \\ \delta_{11} \\ \delta_{12} \\ \delta_{13} \\ \delta_{14} \end{array} \end{array}
\end{array}$$

Η παραγοντοποίηση Cholesky για την μήτρα G μας δίνει τις παρακάτω μήτρες L και D :

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0,4 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1,8 & 0 & -0,3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0,4 & 0 & 0,1 & -0,5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1,7 & -1 & 0 & -1,3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,4 & 0,3 & 0 & 0,3 & 0,5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,3 & 0 & 0 & 0 & -0,1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -0,3 & -1,5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -0,3 & -1,5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,4 & 0,3 & 0 & 0,3 & 0,5 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0,3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3,3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Η μήτρα W θα είναι η ακόλουθη:

$$W = \begin{bmatrix} -0,3 & -0,3 & -0,5 & -0,5 & -0,3 & 0 & -0,5 & -0,5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,4 & 0,4 & -0,1 & -0,1 & 0,4 & 1 & -0,1 & -0,1 & 0 & 0,3 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,4 & 1 & 1 & 0,4 & -0,3 & 1 & 1 & 1 & 0,9 & -0,3 & -0,3 & -0,3 & 1 \end{bmatrix}$$

Οι παρατηρήσιμες νησίδες θα είναι οι ακόλουθες:

Πίνακας 5.2 : Νησίδες μη παρατηρήσιμου δικτύου IEEE 14

Αριθμός Νησίδας	Ζυγοί
1	1, 2, 5
2	3, 4, 7, 8
3	6, 11, 12, 13
4	9, 14
5	10

Οι οριακοί ζυγοί των παρατηρήσιμων νησίδων είναι οι ζυγοί 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 14. Οπότε τώρα μπορούν να σχηματιστούν οι μήτρες κέρδους των συγχρονισμένων μετρήσεων για τον κάθε οριακό, υποψήφιο ζυγό, καθώς και η μήτρα κέρδους των συμβατικών μετρήσεων SCADA, με σκοπό να γίνουν είσοδος στην συνάρτηση του ημιορισμένου προγραμματισμού. Παρακάτω ακολουθούν οι Ιακωβιανές μήτρες και η μήτρες κέρδους για τους υποψήφιους, προς τοποθέτηση PMU, ζυγούς :

$$H_{SCADA} = \begin{matrix} \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{matrix} P_5 \\ P_9 \end{matrix}$$

Οπότε :

$$G_O = H_{SCADA}^T H_{SCADA} = \begin{matrix} \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ \begin{bmatrix} 4 & -2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 1 & -6 & 2 \\ -2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 0 & 9 & -3 \\ 0 & 2 & 0 & -3 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Δημιουργία των μητρών των οριακών, υποψήφιων προς τοποθέτηση PMU, ζυγών :

$$H_1 = \begin{bmatrix} \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \delta_2 \\ I_{2-3} \\ I_{2-4} \end{matrix} \quad (\text{ζυγός 2, 1}^{\text{η}} \text{ νησίδα})$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \delta_3 \\ I_{3-2} \end{matrix} \quad (\text{ζυγός 3, 2}^{\text{η}} \text{ νησίδα})$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \delta_4 \\ I_{4-2} \\ I_{4-5} \\ I_{4-9} \end{matrix} \quad (\text{ζυγός 4, 2}^{\text{η}} \text{ νησίδα})$$

$$H_4 = \begin{bmatrix} \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \delta_5 \\ I_{5-4} \\ I_{5-6} \end{matrix} \quad (\text{ζυγός 5, 1}^{\text{η}} \text{ νησίδα})$$

$$H_5 = \begin{bmatrix} \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \delta_6 \\ I_{6-5} \end{matrix} \quad (\text{ζυγός 6, 3}^{\text{η}} \text{ νησίδα})$$

$$H_6 = \begin{bmatrix} \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \delta_7 \\ I_{7-9} \end{matrix} \quad (\text{ζυγός 7, 2}^{\text{η}} \text{ νησίδα})$$

$$H_7 = \begin{bmatrix} \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \delta_9 \\ I_{9-4} \\ I_{9-7} \\ I_{9-10} \end{matrix} \quad (\text{ζυγός 9, 4}^{\text{η}} \text{ νησίδα})$$

$$H_8 = \begin{matrix} \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} \delta_{10} \\ I_{10-11} \\ I_{10-9} \end{matrix} \end{matrix} \quad (\text{ζυγός } 10, 5^{\text{η}} \text{ νησίδα})$$

$$H_9 = \begin{matrix} \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} \delta_{11} \\ I_{11-10} \end{matrix} \end{matrix} \quad (\text{ζυγός } 11, 3^{\text{η}} \text{ νησίδα})$$

$$H_{10} = \begin{matrix} \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} \delta_{13} \\ I_{13-14} \end{matrix} \end{matrix} \quad (\text{ζυγός } 13, 3^{\text{η}} \text{ νησίδα})$$

$$H_{11} = \begin{matrix} \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} \delta_{14} \\ I_{14-13} \end{matrix} \end{matrix} \quad (\text{ζυγός } 14, 4^{\text{η}} \text{ νησίδα})$$

Οι μήτρες κέρδους των συγχρονισμένων μετρήσεων για τους 11 οριακούς ζυγούς $\{2,3,4,5,6,7,9,10,11,13,14\}$, οι οποίες υπολογίζονται σύμφωνα με τον παρακάτω τύπο:

$$G_i = H_{PMU,i}^T \cdot H_{PMU,i}, \text{ με } i \in [1,11].$$

$$G_1 = \begin{matrix} \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & (\text{μήτρα κέρδους ζυγού } 2) \end{matrix}$$

$$G_2 = \begin{matrix} \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & (\text{μήτρα κέρδους ζυγού } 3) \end{matrix}$$

$$G_3 = \begin{matrix} & \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & & & & & \end{matrix} \text{ (μήτρα κέρδους ζυγού 4)}$$

$$G_4 = \begin{matrix} & \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & & & & & \end{matrix} \text{ (μήτρα κέρδους ζυγού 5)}$$

$$G_5 = \begin{matrix} & \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & & & & & \end{matrix} \text{ (μήτρα κέρδους ζυγού 6)}$$

$$G_6 = \begin{matrix} & \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & & & & & \end{matrix} \text{ (μήτρα κέρδους ζυγού 7)}$$

$$G_7 = \begin{matrix} & \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} & & & & & \end{matrix} \text{ (μήτρα κέρδους ζυγού 9)}$$

$$G_8 = \begin{matrix} & \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} & & & & & \end{matrix} \text{ (μήτρα κέρδους ζυγού 10)}$$

$$G_9 = \begin{matrix} & \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} & & & & & \end{matrix} \text{ (μήτρα κέρδους ζυγού 11)}$$

$$G_{10} = \begin{matrix} & \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & & & & & \end{matrix} \text{ (μήτρα κέρδους ζυγού 13)}$$

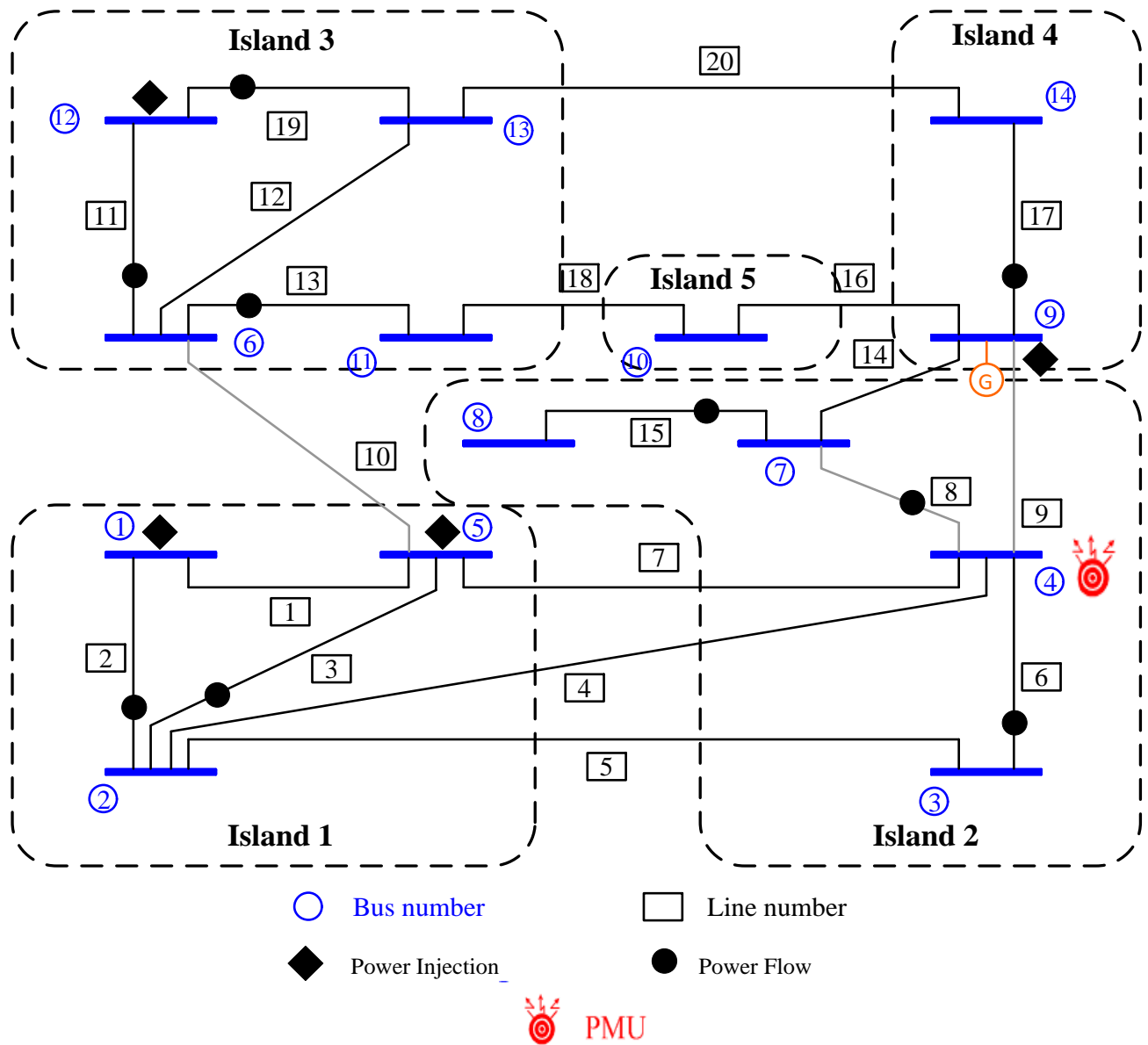
$$G_{11} = \begin{matrix} & \delta_{Isl,1} & \delta_{Isl,2} & \delta_{Isl,3} & \delta_{Isl,4} & \delta_{Isl,5} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & & & & & \end{matrix} \text{ (μήτρα κέρδους ζυγού 14)}$$

Πλέον η συνάρτηση του ημιορισμένου προγραμματισμού μπορεί να λάβει σαν είσοδο τις 12 μήτρες που δημιουργήθηκαν και μέσω της διαδικασίας που αναλύθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο να δώσει ως έξοδο τον ελάχιστο αριθμό μονάδων φασιθετών (PMU), καθώς επίσης και τον αριθμό των ζυγών στους οποίους έγινε η τοποθέτηση.

Τελικά στο δίκτυο της IEEE 14 με 9 ροές ενεργού ισχύος στους κλάδους :1-2, 2-5, 4-3, 4-7, 7-8, 6-11, 6-12, 6-13, 9-14 και 4 εγχύσεις ενεργού ισχύος στους ζυγούς : 1, 5, 9, 12, σχηματίζονται πέντε παρατηρήσιμες ροονησίδες, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.3:

- 1^η νησίδα : {1,2,5}
- 2^η νησίδα : {3,4,7,8}
- 3^η νησίδα : {6,11,12,13}
- 4^η νησίδα : {9,14}
- 5^η νησίδα : {10}

Η έξοδος του προγράμματος δίνει ως λύση μία μονάδα φασιθέτη στον ζυγό 4, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα. Τότε η μονάδα PMU μετρά το φασιθέτη τάσης του ζυγού 4 και τους φασιθέτες ρεύματος των γραμμών 4-2,4-3,4-5,4-7,4-9.



Σχήμα 5.7 : Μελέτη δικτύου IEEE 14 για παρατηρησιμότητα και τοποθέτηση PMU

6 Αποτελέσματα προσομοίωσης προτεινόμενου αλγορίθμου παρατηρησιμότητας και βέλτιστης τοποθέτησης μονάδων PMU

6.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει ανάλυση των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου για την εξέταση της παρατηρησιμότητας των υπό εξέταση δικτύων και στην συνέχεια εάν το σύστημα δεν είναι πλήρως παρατηρήσιμο θα εξετάζεται η περίπτωση της βέλτιστης τοποθέτησης μονάδων φασιθετών μέσω τεχνικών ημιορισμένου προγραμματισμού με σκοπό την αποκατάσταση της παρατηρησιμότητας. Για την διεξαγωγή των μετρήσεων και των αποτελεσμάτων θα χρησιμοποιήσουμε πέντε διαφορετικά δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας. Τα δίκτυα αυτά είναι τα εξής : IEEE-14, IEEE-30, IEEE-57, IEEE-118 και IEEE-300, τα οποία περιλαμβάνονται και είναι προσβάσιμα για περαιτέρω έρευνα στην έκδοση του matpower 5.01b. Στις επόμενες παραγράφους που ακολουθούν υπάρχουν και τα αναλυτικά κυκλώματα των προς μελέτη δικτύων.

Τα πακέτα μετρήσεων σύμφωνα με τα οποία πραγματοποιήθηκαν οι δοκιμές των παραπάνω αλγορίθμων είναι τεσσάρων ειδών :

- Χωρίς δεδομένα συμβατικών μετρήσεων SCADA
- Με εγχύσεις ισχύος ή με μηδενικές εγχύσεις ισχύος
- Με ροές ενεργού ισχύος
- Και τέλος με συνδυασμό ροών ενεργού ισχύος και εγχύσεις ενεργού ισχύος.

Ενώ στο αλγόριθμο βέλτιστης τοποθέτησης μονάδων φασιθετών το κατώφλι για την σύγκλιση έχει τη τιμή $1,6 * 10^{-5}$.

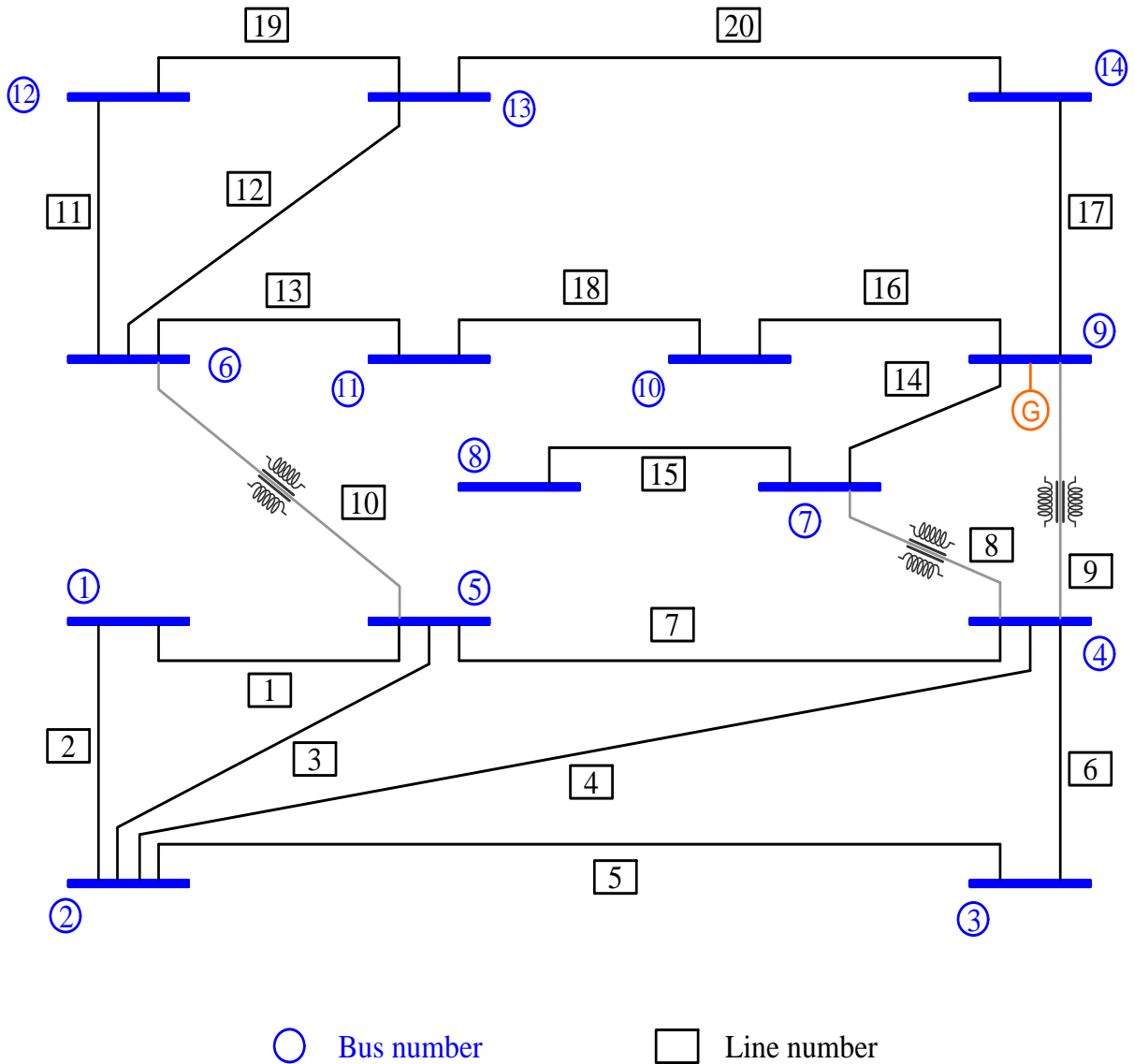
Η εκτέλεση των παραπάνω προγραμμάτων πραγματοποιήθηκε σε φορητό υπολογιστή με τα εξής χαρακτηριστικά :

- Επεξεργαστής : Intel® Core™ 2 Duo
- Μνήμη RAM : 4 GB
- Λειτουργικό Σύστημα: Windows 7 Professional, Service Pack 1, 32-bit
- Πρόγραμμα υλοποίησης των δοκιμών : MATLAB έκδοση 8.0.0.783 – R2012b (win32-32 bit)

Στις επόμενες παραγράφους ακολουθεί μελέτη κάθε μίας περίπτωσης ξεχωριστά, εξαγωγή των αποτελεσμάτων, απεικόνιση τους σε πίνακες, καθώς και παρουσίαση ενός δικτύου, στο οποίο φαίνονται καθαρά οι παρατηρήσιμες νησίδες και οι στρατηγικές θέσεις για την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών.

6.2 Μελέτη δικτύου 14 ζυγών

Σε αυτή την παράγραφο παρουσιάζεται το δίκτυο IEEE 14. Πρόκειται για ένα δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας, το οποίο αποτελείται από 14 ζυγούς, 17 γραμμές μεταφοράς και 3 μετασχηματιστές ισχύος υποβιβασμού τάσης. Αξίζει να σημειωθεί ότι η βάση ισχύος του συστήματος είναι 100MVA. Η διάταξη του συστήματος παρουσιάζεται στο σχήμα 6.1 :



Σχήμα 6.1 : Δίκτυο IEEE 14 (14 ζυγών)

6.2.1 Περίπτωση μελέτης χωρίς συμβατικές μετρήσεις SCADA στο δίκτυο IEEE 14

Στην πρώτη περίπτωση μελέτης δεν υπάρχουν μετρήσεις στο δίκτυο ηλεκτρικής ισχύος, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.1 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 14 (Πρώτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 14	-	-

Στη συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.2 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 14 (Πρώτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 14	14	{1}, {2}, {3}, {4}, {5}, {6}, {7}, {8}, {9}, {10}, {11}, {12}, {13}, {14}	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.3 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 14(Πρώτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 14	4	2, 7, 11, 13	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.2.2 Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις έγχυσης ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 14

Στην δεύτερη περίπτωση μελέτης υπάρχουν μόνο μετρήσεις έγχυσης ενεργού ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ισχύος των 14 ζυγών, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.4 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 14 (Δεύτερη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 14	-	1, 10, 11, 12, 13

Στην συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.5 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας Δικτύου IEEE14 (Δεύτερη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 14	14	{1}, {2}, {3}, {4}, {5}, {6}, {7}, {8}, {9}, {10}, {11}, {12}, {13}, {14}	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.6 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 14(Δεύτερη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 14	3	4, 7, 14	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.2.3 Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις μηδενική έγχυσης ισχύος στο δίκτυο IEEE 14

Στην τρίτη περίπτωση μελέτης υπάρχουν μόνο μετρήσεις μηδενικής έγχυσης ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ισχύος των 14 ζυγών, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.7 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 14 (Τρίτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Μηδενικής Εγχύσεις Ισχύος (Zero Injection)
IEEE 14	-	7

Στην συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.8 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE14 (Τρίτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 14	14	{1}, {2}, {3}, {4}, {5}, {6}, {7}, {8}, {9}, {10}, {11}, {12}, {13}, {14}	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.9 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 14 (Τρίτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 14	3	2, 6, 9	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.2.4 Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 14

Στην τέταρτη περίπτωση μελέτης υπάρχουν μόνο μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ισχύος των 14 ζυγών, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.10 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 14 (Τέταρτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 14	1-2, 2-3, 6-11, 7-8, 10-11	-

Στην συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.11 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE14 (Τέταρτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 14	9	{1,2,3}, {4}, {5}, {6,10,11}, {7,8}, {9}, {12}, {13}, {14}	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 14	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.12 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 14(Τέταρτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 14	2	4, 13	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.2.5 Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 14

Στην πέμπτη περίπτωση μελέτης υπάρχουν μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος σε συνδυασμό με εγχύσεις ενεργού ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ισχύος των 14 ζυγών, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.13 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 14 (Πέμπτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 14	1-2, 2-3, 6-11, 7-8, 10-11	8, 11, 13

Στην συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.14 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE14 (Πέμπτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 14	9	{1,2,3}, {4}, {5}, {6,10,11}, {7,8}, {9}, {12}, {13}, {14}	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 14	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.15 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 14(Πέμπτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 14	2	4, 6	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

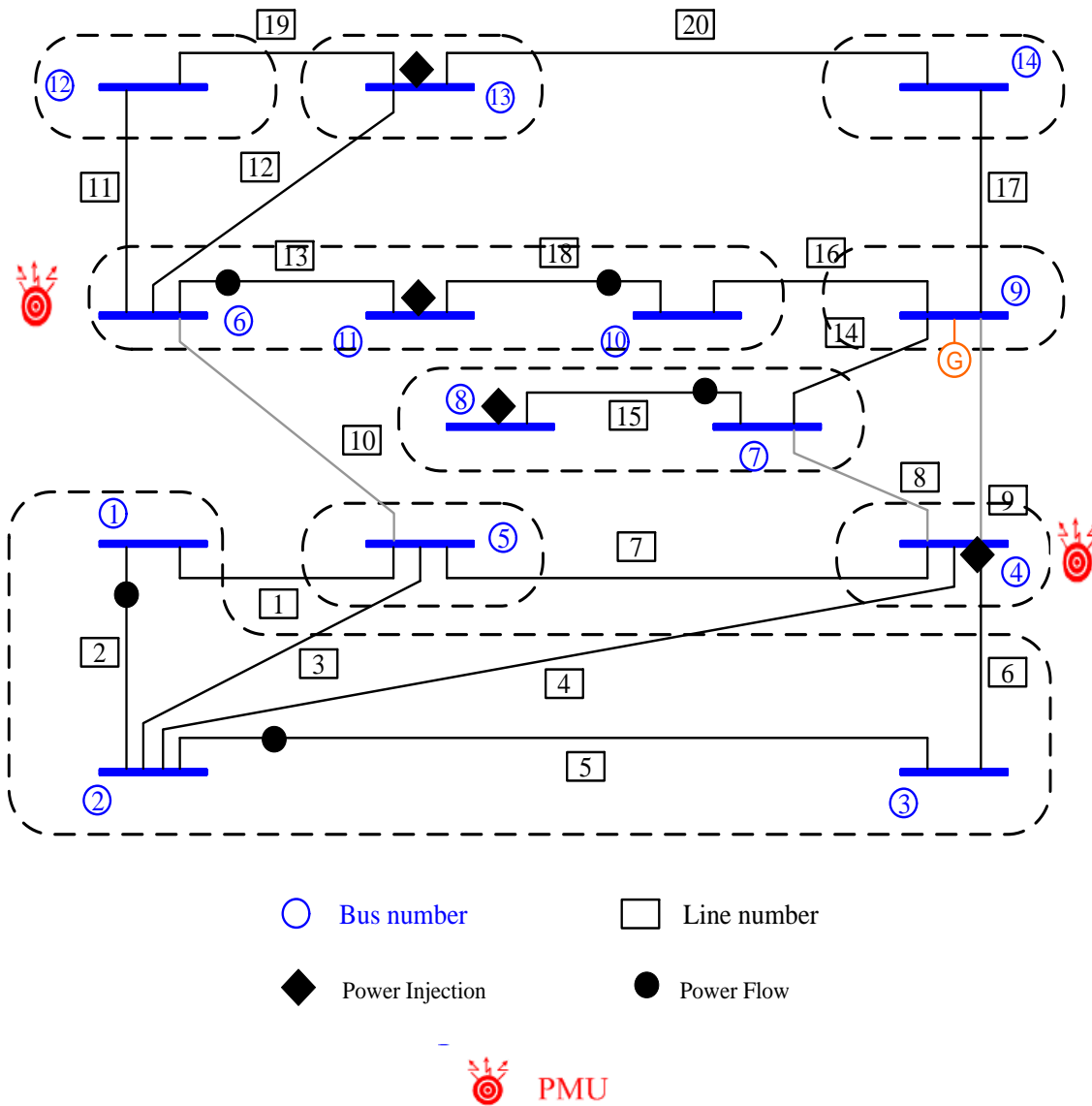
6.2.6 Σχόλια και συμπεράσματα απο τη μελέτη του δικτύου IEEE 14

Στις παραγράφους 6.2.1–6.2.5 έγινε μελέτη και εκτενής παρουσίαση των αποτελεσμάτων απο τις διάφορες δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν στο δίκτυο των 14 ζυγών (IEEE 14). Σε κάθε μία ξεχωριστή περίπτωση παρουσιάζεται ξεκάθαρα το σύνολο των μετρήσεων σύμφωνα με το οποίο έγιναν οι δοκιμές, ο αριθμό των παραγόμενων ροονησίδων, τα σύνολα των ροονησίδων καθώς και ο αριθμός των μονάδων φασιθετών που χρειάζονται κάθε φορά για να καταστεί το σύστημα πλήρως παρατηρήσιμο. Ακολουθεί συγκεντρωτικός πίνακας που παρουσιάζει τις περιπτώσεις που αναλύθηκαν στις παραπάνω παραγράφους:

Πίνακας 6.16 : Συγκεντρωτικός πίνακας παρουσίασης μελέτης δικτύου IEEE 14

Δίκτυο	Περίπτωση	Αριθμός Ροών Ισχύος	Αριθμός Εγχύσεων Ισχύος	Αριθμός Παρατηρήσιμων Νησίδων	Αριθμός PMU	Θέσεις Τοποθέτησης PMU
IEEE 14	1 ^η	-	-	14	4	2, 7, 11, 13
	2 ^η	-	5	14	3	4, 7, 14
	3 ^η	-	1 (zero injection)	14	3	2, 6, 9
	4 ^η	5	-	9	2	4, 13
	5 ^η	5	3	9	2	4, 6

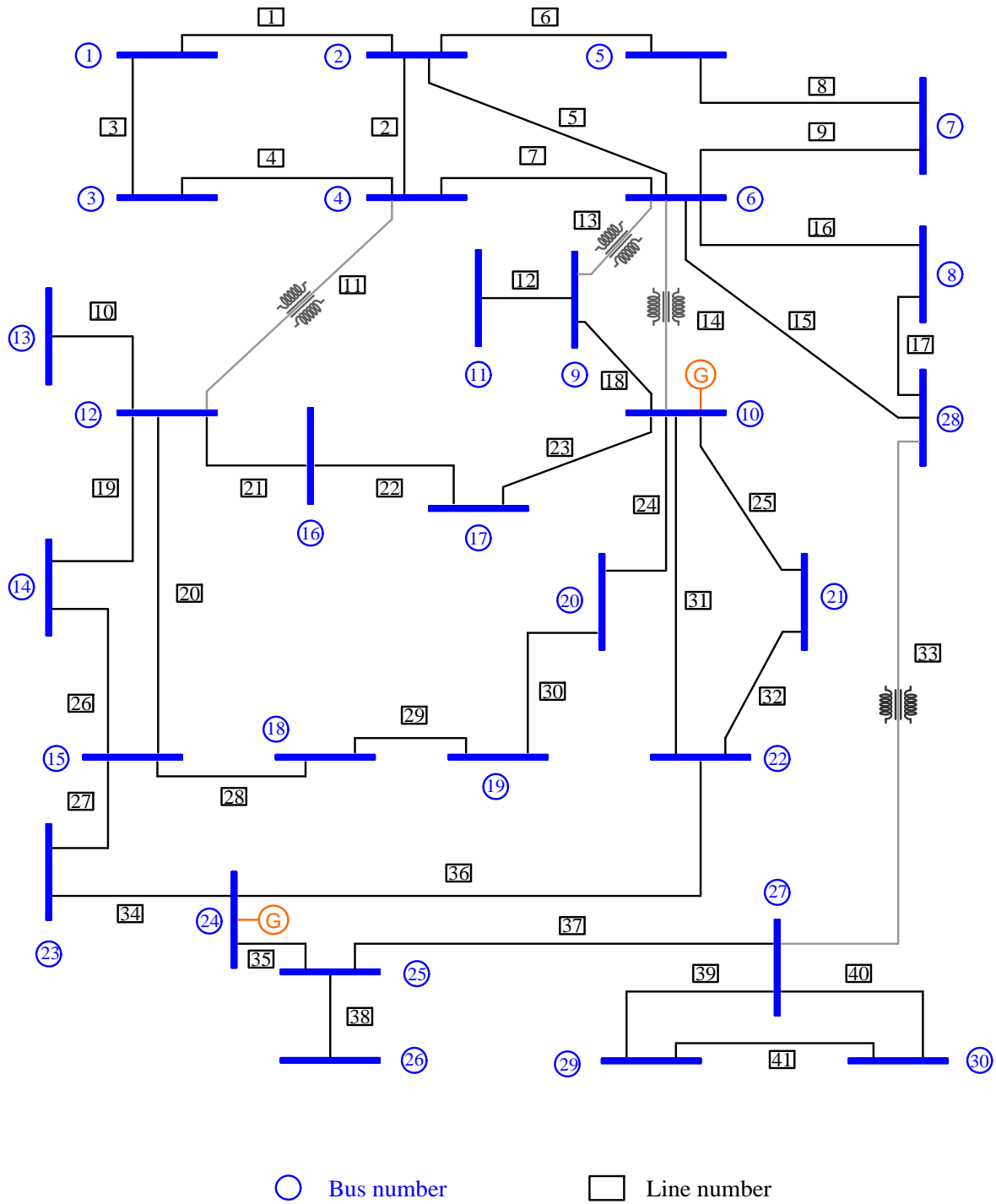
Τέλος, ακολουθεί η πλήρης αναπαράσταση του κυκλώματος 14 ζυγών με το σύστημα μετρήσεων της παραγράφου 6.2.5 (συνδυασμός μετρήσεων ροών ενεργού ισχύος και εγχύσεων ενεργού ισχύος). Στο ακόλουθο σχήμα εμφανίζονται, οι μετρήσεις του συστήματος, οι πλήρως παρατηρήσιμες ροονησίδες που δημιουργήθηκαν σε αυτά, καθώς και τα στρατηγικής σημασίας σημεία, στα οποία γίνεται τοποθέτηση των μονάδων PMU:



Σχήμα 6.2 : Δίκτυο IEEE 14 μετά την τοποθέτηση των μονάδων PMU

6.3 Μελέτη δικτύου 30 ζυγών

Σε αυτή την παράγραφο παρουσιάζεται το δίκτυο IEEE 30. Πρόκειται για ένα δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας, το οποίο αποτελείται από 30 ζυγούς, 37 γραμμές μεταφοράς και 4 μετασχηματιστές ισχύος υποβιβασμού τάσης (συνολικά 41 διασυνδέσεις μεταξύ των ζυγών του συστήματος). Αξίζει να σημειωθεί ότι η βάση ισχύς του συστήματος είναι 100MVA . Η διάταξη του συστήματος παρουσιάζεται στο σχήμα 6.3:



Σχήμα 6.3 : Δίκτυο IEEE 30

6.3.1 Περίπτωση μελέτης χωρίς συμβατικές μετρήσεις SCADA στο δίκτυο IEEE 30

Στην πρώτη περίπτωση μελέτης δεν υπάρχουν μετρήσεις στο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.17 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 30 (Πρώτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 30	-	-

Στην συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.18 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 30(Πρώτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 30	30	{1}, {2}, {3}, {4}, {5}, {6}, {7}, {8}, {9}, {10}, {11}, {12}, {13}, {14}, {15}, {16}, {17}, {18}, {19}, {20}, {21}, {22}, {23}, {24}, {25}, {26}, {27}, {28}, {29}, {30}	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30	Μη Παρατηρήσι- μο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.19 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 30(Πρώτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 30	10	1, 2, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 25, 27	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.3.2 Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις μηδενικών εγχύσεων ισχύος στο δίκτυο IEEE 30

Στην δεύτερη περίπτωση μελέτης υπάρχουν μόνο μετρήσεις έγχυσης ενεργού ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ισχύος των 30 ζυγών, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.20 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 30 (Δεύτερη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 30	-	6, 9, 11, 25, 28

Στην συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.21 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 30 (Δεύτερη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 30	29	{1},{2},{3},{4},{5},{6},{7}, {8},{9,11},{10},{12},{13}, {14},{15},{16},{17},{18}, {19},{20},{21},{22}, {23},{24}, {25},{26},{27},{28}, {29},{30}	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.22 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 30 (Δεύτερη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 30	7	1, 2, 10, 12, 18, 23, 27	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.3.3 Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 30

Στην τρίτη περίπτωση μελέτης υπάρχουν μόνο μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας των 30 ζυγών, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.23 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 30 (Τρίτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 30	1-2,1-3, 2-4, 2-5, 2-6, 6-8, 9-10,10-17,12-4,12-13,12-14, 12-15, 12-16, 18-19, 20-19, 21-22, 23-24, 24-25, 27-29, 29-30	-

Στη συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.24 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας Δικτύου IEEE30 (Τρίτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 30	10	{1,2,3,4,5,6,8,12,13,14,15, 16},{7}, {9,10,17},{11}, {18,19,20},{21,22}, {23,24,25},{26}, {27,29,30}{28}	5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 15, 16, 17, 18, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.25 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 30 (Τρίτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 30	4	6, 9, 10, 25	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.3.4 Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος και εγχύσεις ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 30

Στην τέταρτη περίπτωση μελέτης υπάρχουν μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος σε συνδυασμό με εγχύσεις ενεργού ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας των τριάντα ζυγών, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.26 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 30 (Τέταρτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 30	1-2,1-3, 2-4, 2-5, 2-6, 6-8, 9-10, 10-17,12-4, 12-13, 12-14, 12-15, 12-16, 18-19, 20-19, 21-22, 23-24, 24-25,27-29, 29-30	1, 2, 11, 19, 25

Στη συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.27 :Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE30 (Τέταρτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 30	9	{1,2,3,4,5,6,8,12,13,14,15,16}, {7}, {9,10,11,17},{18,19,20}, {21,22}, {23,24,25},{26}, {27,29,30}{28}	5, 6, 7, 8, 9, 10, 15, 16, 17, 18, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.28 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 30 (Πέμπτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 30	3	6, 10, 25	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

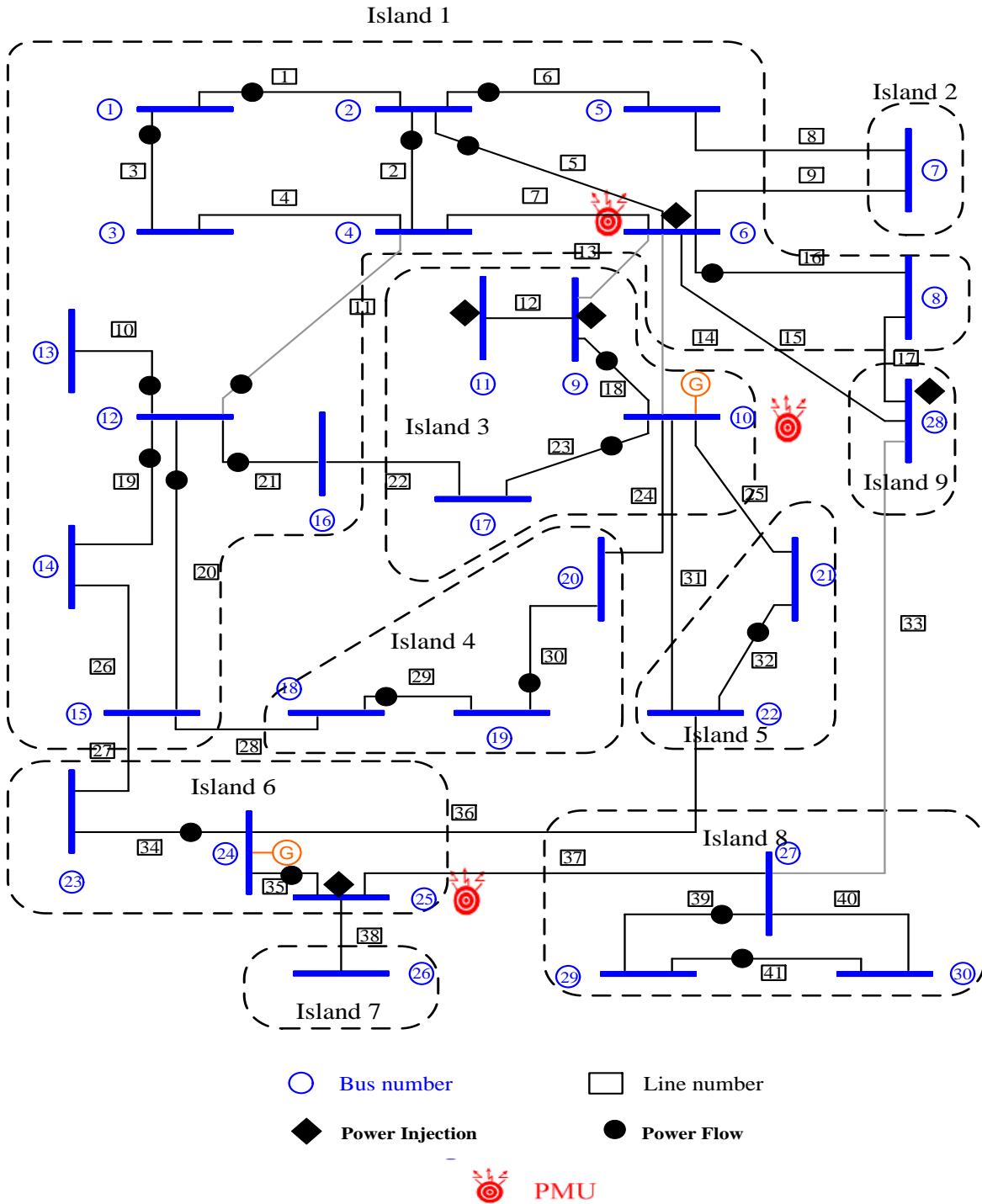
6.3.5 Σχόλια και συμπεράσματα απο την μελέτη του δικτύου IEEE 30

Στις παραγράφους 6.3.1 – 6.3.4 έγινε μελέτη και εκτενής παρουσίαση των αποτελεσμάτων απο τις διάφορες δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν στο δίκτυο των τριάντα ζυγών (IEEE 30). Σε κάθε μία ξεχωριστή περίπτωση παρουσιάζεται ξεκάθαρα το σύνολο των μετρήσεων σύμφωνα με το οποίο έγιναν οι δοκιμές, ο αριθμό των παραγόμενων ροονησίδων, τα σύνολα των ροονησίδων καθώς και ο αριθμός των μονάδων φασιθετών που χρειάζονται κάθε φορά για να καταστεί το σύστημα πλήρως παρατηρήσιμο. Ακολουθεί συγκεντρωτικός πίνακας που παρουσιάζει τις περιπτώσεις που αναλύθηκαν στις παραπάνω παραγράφους:

Πίνακας 6.29 : Συγκεντρωτικός πίνακας παρουσίασης μελέτης δικτύου IEEE 30

Δίκτυο	Περίπτωση	Αριθμός Ροών Ισχύος	Αριθμός Εγχύσεων Ισχύος	Αριθμός Παρατηρήσιμων Νησίδων	Αριθμός PMU	Θέσεις Τοποθέτησης PMU
IEEE 30	1 ^η	-	-	30	10	1, 2, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 25, 27
	2 ^η	-	5(zero injection)	30	7	1, 2, 10, 12, 19, 24, 30
	3 ^η	19	-	11	5	6, 9, 10, 15, 25
	4 ^η	19	5	9	3	6, 10, 25

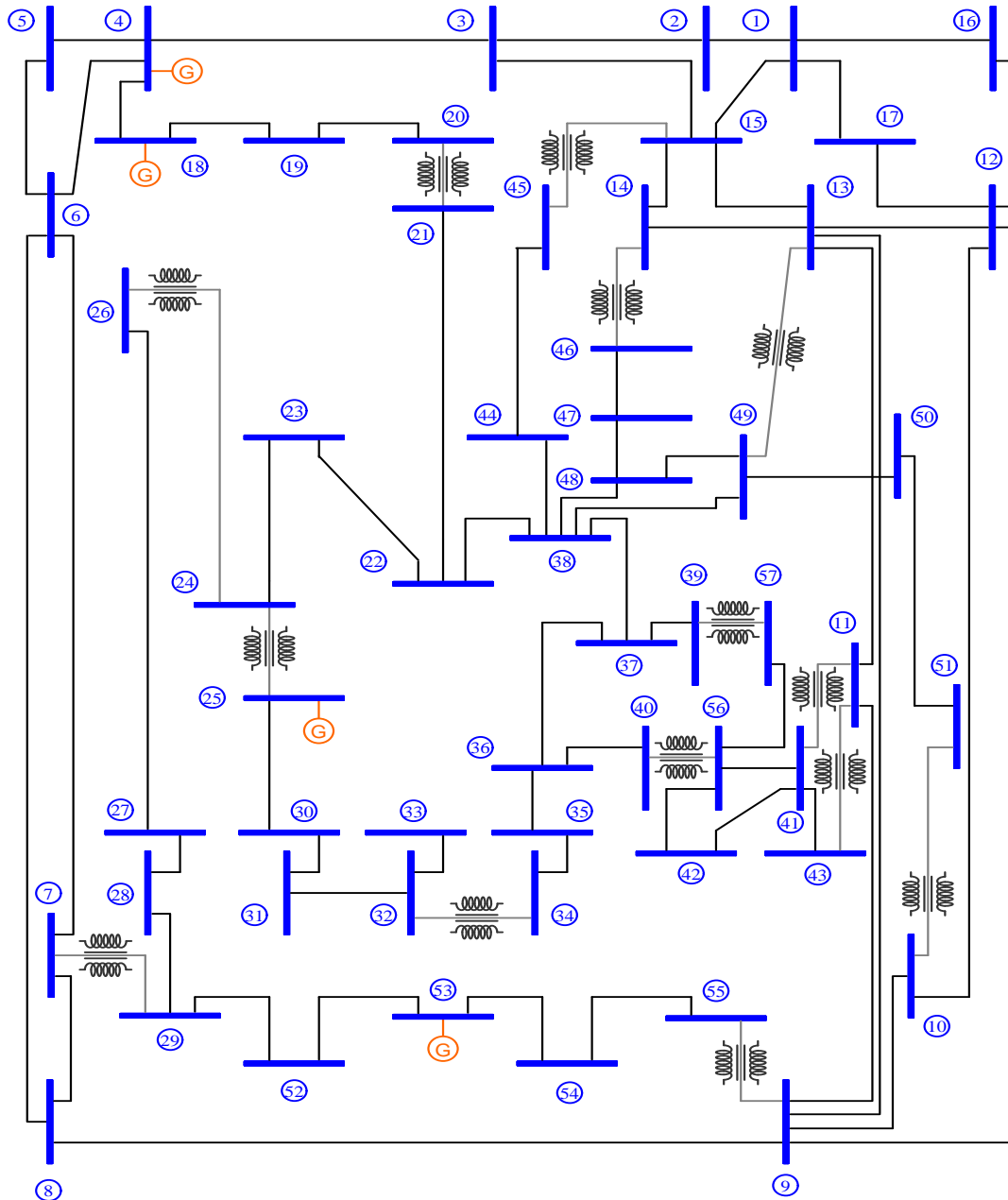
Τέλος ακολουθεί η πλήρης αναπαράσταση του κυκλώματος 30 ζυγών με το σύστημα μετρήσεων της παραγράφου 6.3.4 (συνδυασμός μετρήσεων ροών ενεργού ισχύος και εγχύσεων ενεργού ισχύος). Στο ακόλουθο σχήμα εμφανίζονται οι μετρήσεις του συστήματος, οι πλήρως παρατηρήσιμες ροονησίδες που δημιουργήθηκαν σε αυτά καθώς και τα στρατηγικής σημασίας σημεία, στα οποία γίνεται τοποθέτηση των μονάδων PMU:



Σχήμα 6.4 : Δίκτυο IEEE 30 μετά την τοποθέτηση των μονάδων PMU

6.4 Μελέτη δικτύου 57 ζυγών

Σε αυτή την παράγραφο παρουσιάζεται το δίκτυο IEEE 57. Πρόκειται για ένα δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας, το οποίο αποτελείται από 57 ζυγούς, 66 γραμμές μεταφοράς και 14 μετασχηματιστές ισχύος υποβιβασμού τάσης (συνολικά 80 διασυνδέσεις μεταξύ των ζυγών του συστήματος). Αξίζει να σημειωθεί ότι η βάση ισχύος του συστήματος είναι 100MVA . Η διάταξη του συστήματος παρουσιάζεται στο σχήμα 6.5:



Σχήμα 6.5 : Δίκτυο IEEE 57

6.4.1 Περίπτωση μελέτης χωρίς συμβατικές μετρήσεις SCADA στο δίκτυο IEEE 57

Στην πρώτη περίπτωση μελέτης δεν υπάρχουν μετρήσεις στο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.30 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 57 (Πρώτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 57	-	-

Στην συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.31 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 57 (Πρώτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 57	57	{1}-{57}	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.32 : Τοποθέτησης μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 57 (Πρώτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 57	17	1, 4, 7, 13, 19, 22, 25, 26, 29, 32, 36, 39, 41, 44, 47, 51, 54	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.4.2 Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις μηδενικών εγχύσεων ισχύος στο δίκτυο IEEE

57

Στην δεύτερη περίπτωση μελέτης υπάρχουν μόνο μετρήσεις έγχυσης ενεργού ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας των 57 ζυγών, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.33 : Μετρήσεις Δικτύου IEEE 57 (Δεύτερη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Μηδενικές Εγχύσεις Ισχύος
IEEE 57	-	4, 7, 11, 21, 22, 24, 26, 34, 36, 37, 39, 40, 45, 46, 48

Στη συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.34 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας Δικτύου IEEE 57 (Δεύτερη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 57	57	{1}-{57}	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.35 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 57(Δεύτερη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 57	11	1, 4, 13, 20, 25, 29, 32, 38, 41, 51, 54	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.4.3 Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 57

Στην τρίτη περίπτωση μελέτης υπάρχουν μόνο μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας των 57 ζυγών, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.36 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 57 (Τρίτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 57	1-2,1-15,1-16,1-17,3-15, 4-5,4-6,4-18,7-29,8-9, 9-10,10-12,10-51,11-41, 11-43,12-13,14-46, 19-20, 20-21,22-38,23-24,24-25, 24-26,27-26, 27-28,29-52, 30-31,32-34,34-35,35-36, 37-38, 38-44,38-48,40-36, 41-42,42-56,47-46,49-38, 51-50,53-54	-

Στην συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.37 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 57 (Τρίτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 57	17	{1,2,3,15,16,17},{4,5,6,18}, {7,29,52}, {8,9,10,12,13,50,51}, {11,41,42,43,56},{14,46,47}, {19,20,21},{22,37,38,44,48, 49},{23,24,25,26,27,28}, {30,31},{32,34,35,36,40},{33}, {39},{45},{53,54},{55},{57}	3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 25, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 36, 37, 39, 40, 44, 45, 47, 48, 49, 50, 52, 53, 54, 55, 56, 57	Μη Παρατη- ρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.38 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 57 (Τρίτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 57	6	8, 15, 22, 32, 54, 57	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.4.4 Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος και εγχύσεις ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 57

Στην τέταρτη περίπτωση μελέτης υπάρχουν μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος σε συνδυασμό με εγχύσεις ενεργού ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας των πενήντα επτά ζυγών, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.39 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 57 (Τέταρτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 57	1-2,1-15,1-16,1-17,3-15,4-5,4-6,4-18,7-29,8-9,9-10,10-12,10-51,11-41,11-43, 12-13,14-46,19-20, 20-21,22-38,23-24,24-25, 24-26,27-26,27-28,29-52,30-31,32-34,34-35,35-36, 37-38,38-44,38-48,40-36, 41-42, 42-56,47-46,49-38, 51-50,53-54	1, 15, 24, 32, 38, 46, 51, 57

Στη συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.40 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 57 (Τέταρτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 57	17	{1,2,3,15,16,17},{4,5,6,18}, {7,29,52}, {8,9,10,12,13, 50,51},{11,41,42, 43,56}, {14,46,47},{19,20,21},{22,37,38, 44,48,49}, {23,24,25,26,27,28}, {30,31}, {32,34,35,36, 40}, {33},{39},{45},{53,54}, {55},{57}	3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 25, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 36, 37, 39, 40, 44, 45, 47, 48, 49, 50, 52, 53, 54, 55, 56, 57	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μη παρατηρήσιμο, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται σαν είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU). Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.41 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 57 (Τέταρτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 57	6	19, 30, 45, 53, 55, 56	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

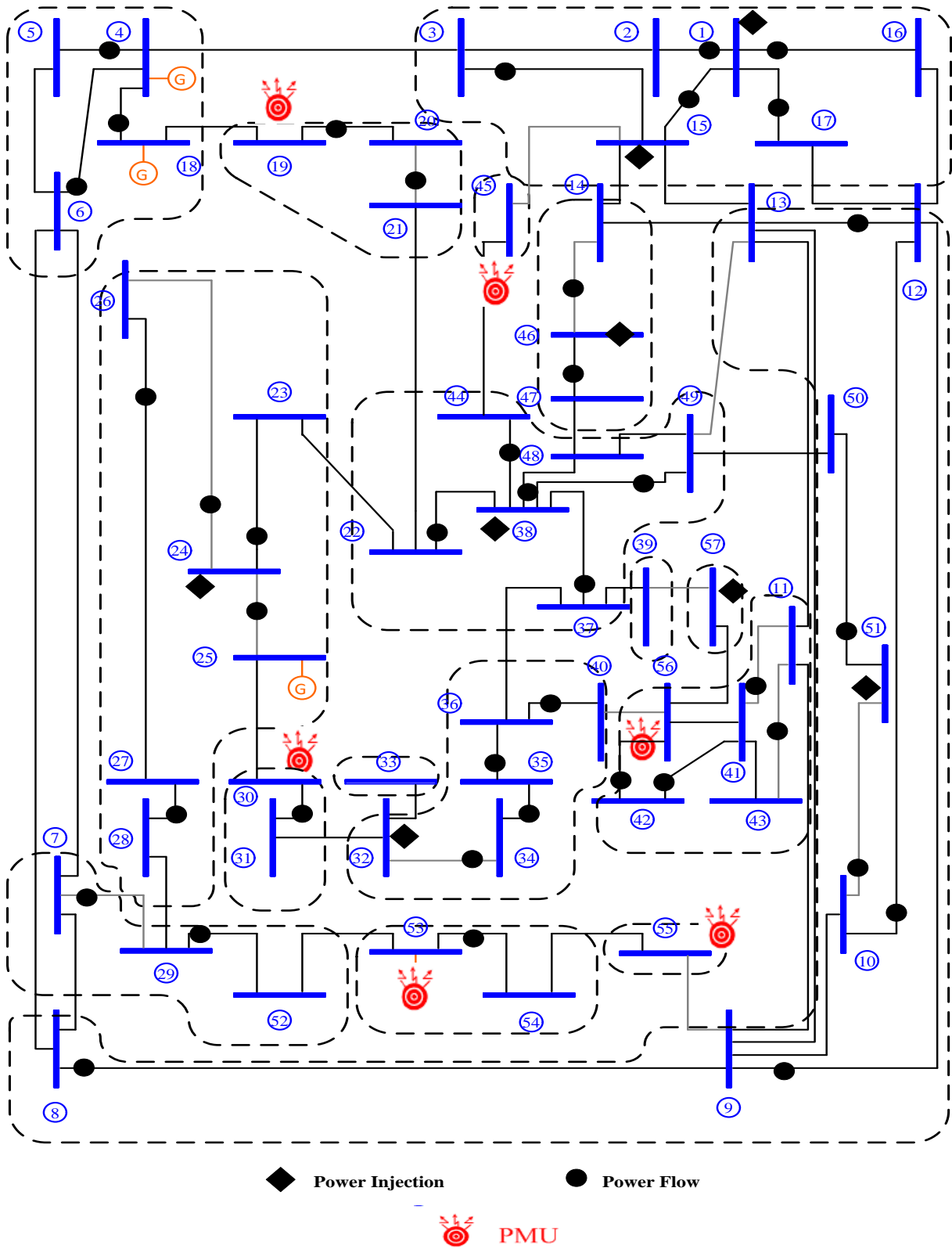
6.4.5 Σχόλια και συμπεράσματα απο την μελέτη του δικτύου IEEE 57

Στις παραγράφους 6.4.1 – 6.4.4 έγινε μελέτη και εκτενής παρουσίαση των αποτελεσμάτων απο τις διάφορες δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν στο δίκτυο των πενήντα επτά ζυγών (IEEE 57). Σε κάθε μία ξεχωριστή περίπτωση παρουσιάζεται ξεκάθαρα το σύνολο των μετρήσεων σύμφωνα με το οποίο έγιναν οι δοκιμές, ο αριθμός των παραγόμενων ροονησίδων, τα σύνολα των ροονησίδων καθώς και ο αριθμός των μονάδων φασιθετών που χρειάζονται κάθε φορά για να καταστεί το σύστημα πλήρως παρατηρήσιμο. Ακολουθεί συγκεντρωτικός πίνακας που παρουσιάζει τις περιπτώσεις που αναλύθηκαν στις παραπάνω παραγράφους:

Πίνακας 6.42 : Συγκεντρωτικός πίνακας παρουσίασης μελέτης δικτύου IEEE 57

Δίκτυο	Περίπτωση	Αριθμός Ροών Ισχύος	Αριθμός Εγχύσεων Ισχύος	Αριθμός Παρατηρήσιμων Νησίδων	Αριθμός PMU	Θέσεις Τοποθέτησης PMU
IEEE 57	1 ^η	-	-	57	17	1, 4, 7, 13, 19, 22, 25, 26, 29, 32, 36, 39, 41, 44, 47, 51, 54
	2 ^η	-	15 (zero injection)	57	11	1, 4, 13, 20, 25, 29, 32, 38, 41, 51, 54
	3 ^η	41	-	17	6	8, 15, 22, 32, 54, 57
	4 ^η	41	8	17	6	19, 30, 45, 53, 55, 56

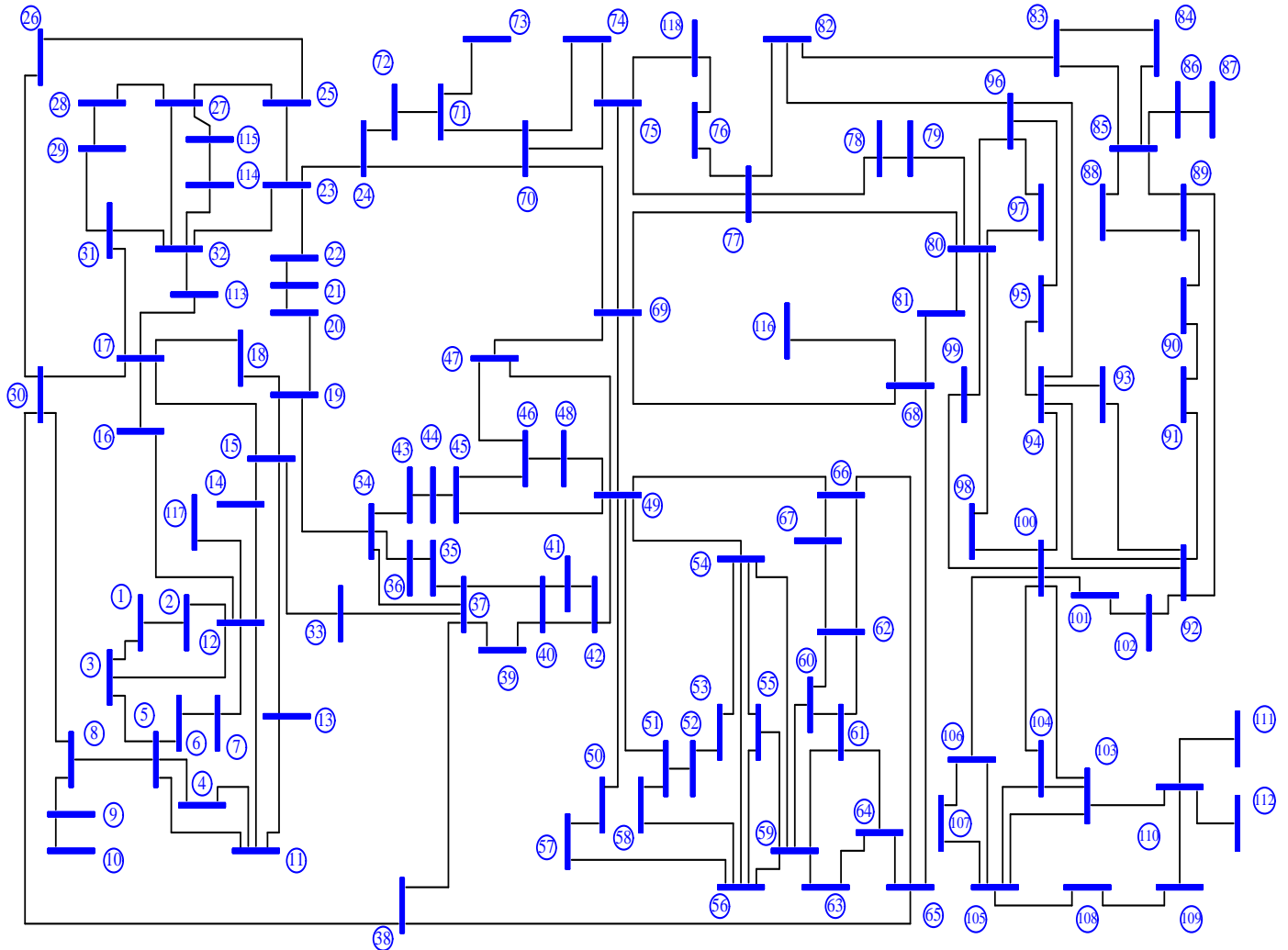
Τέλος ακολουθεί η πλήρης αναπαράσταση του κυκλώματος 57 ζυγών με το σύστημα μετρήσεων της παραγράφου 6.4.4 (συνδυασμός μετρήσεων ροών ενεργού ισχύος και εγχύσεων ενεργού ισχύος). Στο ακόλουθο σχήμα εμφανίζονται, οι μετρήσεις του συστήματος, οι πλήρως παρατηρήσιμες ροονησίδες που δημιουργήθηκαν σε αυτά καθώς και τα στρατηγικής σημασίας σημεία, στα οποία γίνεται τοποθέτηση των μονάδων PMU:



Σχήμα 6.6 : Δίκτυο IEEE 57 (57 ζυγών) μετά την τοποθέτηση των μονάδων PMU

6.5 Μελέτη δικτύου 118 ζυγών

Σε αυτή την παράγραφο παρουσιάζεται το δίκτυο IEEE 118. Πρόκειται για ένα δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας, το οποίο αποτελείται από 118 ζυγούς, 186 διασυνδέσεις μεταξύ των ζυγών του συστήματος (άθροισμα γραμμών μεταφοράς και μετασχηματιστών ισχύος). Αξίζει να σημειωθεί ότι η βάση ισχύος του συστήματος είναι 100MVA . Η διάταξη του συστήματος παρουσιάζεται στο σχήμα 6.7:



Σχήμα 6.7 : Δίκτυο IEEE 118 (118 ζυγών)

6.5.1 Περίπτωση μελέτης χωρίς συμβατικές μετρήσεις SCADA στο δίκτυο IEEE 118

Στην πρώτη περίπτωση μελέτης δεν υπάρχουν μετρήσεις στο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.43 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 118 (Πρώτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 118	-	-

Στη συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Ουσιαστικά, εφόσον το σύστημα μετρήσεων δεν έχει συμβατικές μετρήσεις SCADA, δεν υπάρχει κάποια νησίδα που να περιέχει παραπάνω από έναν ζυγούς. Οπότε υπάρχουν 118 νησίδες που η κάθε μία περιέχει έναν ζυγό: **{1} – {118}**

Αφού υπάρχουν 118 νησίδες και η κάθε μία περιέχει έναν ζυγό, συνεπάγεται ότι όλοι οι ζυγοί είναι οριακοί. Άρα όλοι οι ζυγοί είναι υποψήφιοι για τοποθέτηση μονάδων φασιθετών (PMU)

Πίνακας 6.44 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 118 (Πρώτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 118	118	{1} – {118}	1 - 118	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται από τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.45 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 118(Πρώτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 118	32	1, 5, 9, 11, 12, 17, 21, 25, 28, 34, 37, 40, 45, 49, 52, 56, 62, 63, 68, 70, 71, 76, 78, 85, 86, 90, 92, 96, 100, 105, 110, 114	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.5.2 Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις μηδενικών εγχύσεων ισχύος στο δίκτυο IEEE 118

Στη δεύτερη περίπτωση μελέτης υπάρχουν μόνο μετρήσεις έγχυσης ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ισχύος των 118 ζυγών, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.46 : Μετρήσεις Δικτύου IEEE 118(Δεύτερη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Μηδενικές Εγχύσεις Ισχύος
IEEE 118	-	5, 9, 30, 37, 38, 63, 64, 68, 71, 81

Στη συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Το σύστημα μετρήσεων που επιλέχθηκε για την δεύτερη περίπτωση δοκιμών αποτελείται από 10 εγχύσεις ενεργού ισχύος. Το πρόγραμμα εξομοίωσης παρατηρησιμότητας που χρησιμοποιήθηκε δίνει ως αποτέλεσμα ότι δεν υπάρχουν ροονησίδες, οπότε υπάρχουν 118 νησίδες που η κάθε μία περιέχει έναν ζυγό: **{1} – {118}**

Αφού υπάρχουν 118 νησίδες και η κάθε μία περιέχει έναν ζυγό, συνεπάγεται ότι όλοι οι ζυγοί είναι οριακοί. Άρα όλοι οι ζυγοί είναι υποψήφιοι για τοποθέτηση μονάδων φασιθετών (PMU)

Πίνακας 6.47 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας Δικτύου IEEE 118 (Δεύτερη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE118	118	{1} – {118}	1 - 118	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μη παρατηρήσιμο, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται από τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.48 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 118 (Δεύτερη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 118	28	1, 10, 11, 12, 17, 21, 25, 28, 34, 35, 40, 45, 49, 52, 56, 62, 72, 75, 77, 80, 85, 86, 90, 94, 101, 105, 110, 114	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.5.3 Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις έγχυσης ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 118

Στη δεύτερη περίπτωση μελέτης υπάρχουν μόνο μετρήσεις έγχυσης ενεργού ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ισχύος των 118 ζυγών, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.49 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 118 (Τρίτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 118	-	11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 109, 110

Στη συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας:

Πίνακας 6.50 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE118 (Τρίτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 118	116	{1}-{84}, {85,86,87}, {88}-{118}	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Πίνακας 6.51 : Τοποθέτησης μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 118 (Τρίτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 118	18	2, 5, 9, 12, 23, 29, 30, 34, 37, 59, 68, 71, 75, 77, 80, 94, 110, 115	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.5.4 Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 118

Στην τρίτη περίπτωση μελέτης υπάρχουν μόνο μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ισχύος των 118 ζυγών, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.52 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 118(Τέταρτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 118	1-2,1-3,2-12,3-5,3-12,4-5, 4-11,5-6,5-11,6-7,7-12,8-5,8-9,8-30,9-10,11-12,11-13,19-20,20-21,21-22,22-23,23-25,23-32,24-70,24-72,27-25,26-25,26-30,27-28,27-32,27-115,28-29,29-31,38-30,33-37,34-36,34-37,43-34,35-36,35-37,37-39,37-40,38-37,38-65,39-40,40-41, 40-42,41-42,42-49,43-44,44-45,45-46,45-49,50-57,51-58,54-55,54-56,54-59,55-56,55-59,56-57,56-58,56-59,59-60,59-61,60-61,60-62,61-62,62-66,62-67,63-59,63-64,64-61,68-81,69-77,75-77,76-77,76-118,77-78,77-80,77-82,78-79,79-80,80-96,80-97,80-98,80-98,80-99, 81-80,82-83,82-96,83-84,83-85,84-85,85-86,85-88,85-89, 92-102,100-101,100-103, 100-104, 100-106, 101-102, 103-104,103-105,103-110, 104-105,105-106,105-107, 105-108,106-107,108-109, 109-110,110-111,110-112	-

Στη συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.53 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 118 (Τέταρτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 118	25	{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46,49,65,70,72,115},{14},{15},{16},{17},{18},{47},{48},{50,51,54,55,56,57,58,59,60,61,62,63,64,66,67},{52},{53},{68,69,75,76,77,78,79,80,81,82,83,84,85,86,87,88,89,96,97,98,99,118},{71},{73},{74},{90},{91},{92,100,101,102,103,104,105,106,107,108,109,110,111,112},{93},{94},{95},{113},{114},{116},{117}	12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 30, 31, 32, 33, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 64, 65, 66, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 98, 99, 100, 113, 114, 115, 116, 117	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε κρίσιμες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.54 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 118 (Τέταρτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 118	10	12, 17, 32, 46, 52, 68, 70, 71, 90, 94	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.5.5 Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος και εγχύσεις ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 118

Στην τέταρτη περίπτωση μελέτης υπάρχουν μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος σε συνδυασμό με εγχύσεις ενεργού ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ισχύος των 118 ζυγών, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.55 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 118 (Πέμπτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 118	1-2,1-3,2-12,3-5,3-12,4-5, 4-11,5-6,5-11,6-7,7-12,8-5,8-9,8-30,9-10,11-12,11-13,19-20,20-21,21-22,22-23,23-25,23-32,24-70,24-72,27-25,26-25,26-30, 27-28,27-32,27-115,28-29,29-31,38-30,33-37, 34-36,34-37,43-34,35-36,35-37,37-39,37-40,38-37,38-65,39-40,40-41,40-42,41-42,42-49,43-44,44-45,45-46,45-49,50-57,51-58,54-55,54-56,54-59,55-56,55-59,56-57,56-58,56-59,59-60,59-61,60-61,60-62,61-62,62-66,62-67,63-59,63-64,64-61,68-81,69-77,75-77,76-77,76-118,77-78, 77-80,77-82,78-79,79-80, 80-96,80-97,80-98,80-99, 81-80,82-83,82-96,83-84, 83-85,84-85,85-86,85-88, 85-89,92-102,100-101, 100-103,100-104,100-106, 101-102,103-104,103-105, 103-110,104-105,105-106, 105-107,105-108,106-107, 108-109,109-110,110-111, 110-112	11, 12, 13, 14, 30, 31, 32, 33, 50, 51, 52, 53, 54 , 73, 74, 75, 76, 77, 78, 91, 92, 93, 94, 95, 100, 101, 102, 103

Στην συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.56 :Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 118 (Πέμπτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 118	10	{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15, 17,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29, 30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40,41, 42,43,44,45,46,49,50,51,52,53,54,55, 56, 57,58,59,60,61,62,63,64,65,66,67, 68,69,70,72,74,75, 76,77,78,79,80,81, 82,83, 84,85,86,87,88,89,90,91,92,93, 94,95,96, 97,98,99,100,101,102,103, 104,105, 106,107,108,109,110,111, 112,115,118},{16},{18},{47}, {48}, {71,73}, {113}, {114}, {116}, {117}	12, 16, 17, 18, 19, 32, 46, 47, 48, 49, 68, 69, 70, 71, 72, 113, 114, 115, 116, 117	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.57 :Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 118 (Πέμπτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 118	4	17, 49, 68, 70	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

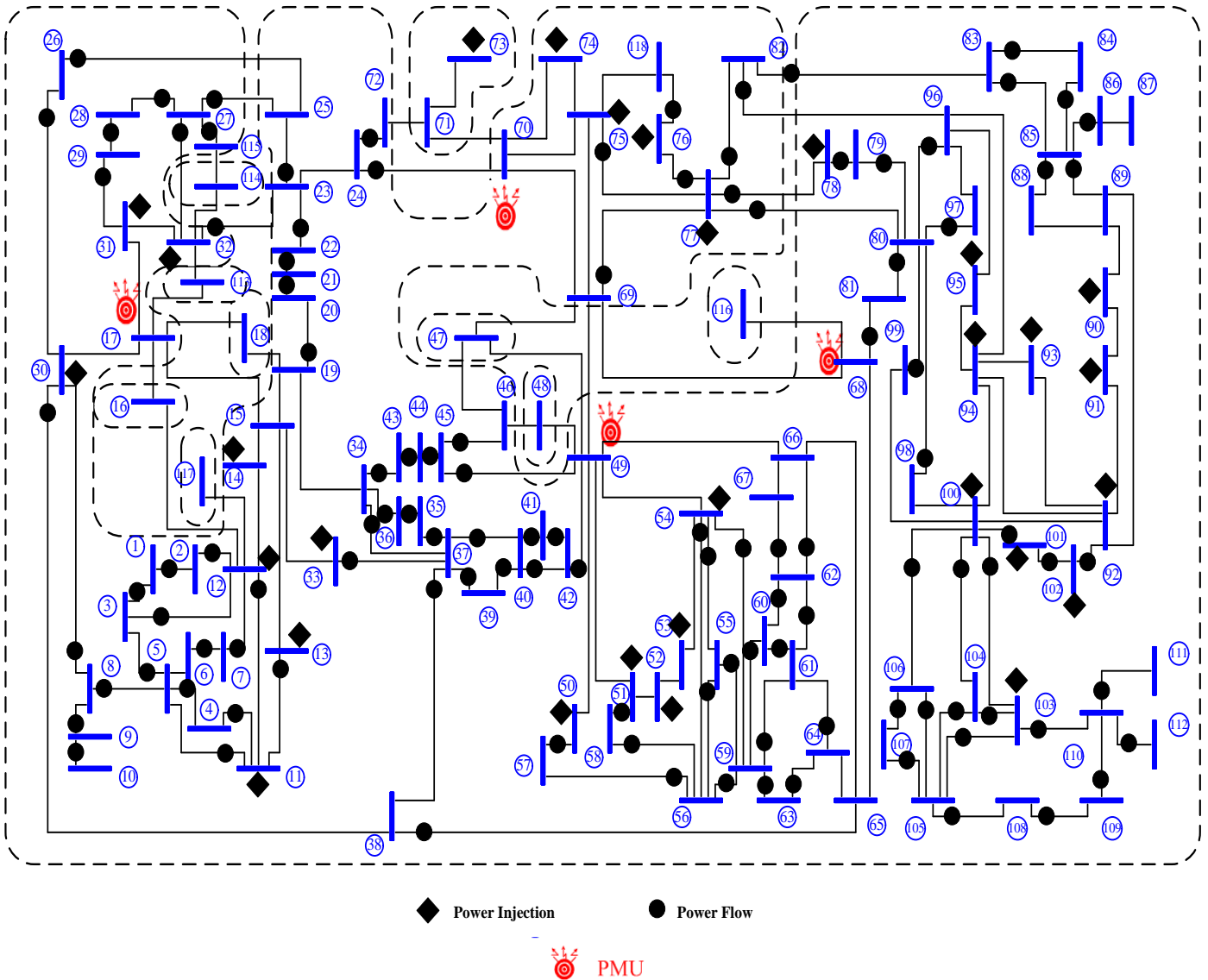
6.5.6 Σχόλια και συμπεράσματα απο την μελέτη του δικτύου IEEE 118

Στις παραγράφους 6.5.1–6.5.5 έγινε μελέτη και εκτενής παρουσίαση των αποτελεσμάτων από τις διάφορες δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν στο δίκτυο των 118 ζυγών (IEEE 118). Σε κάθε μία ξεχωριστή περίπτωση παρουσιάζεται ξεκάθαρα το σύνολο των μετρήσεων σύμφωνα με το οποίο έγιναν οι δοκιμές, ο αριθμός των παραγόμενων ροονησίδων, τα σύνολα των ροονησίδων καθώς και ο αριθμός των μονάδων φασιθετών που χρειάζονται κάθε φορά για να καταστεί το σύστημα πλήρως παρατηρήσιμο. Ακολουθεί συγκεντρωτικός πίνακας που παρουσιάζει τις περιπτώσεις που αναλύθηκαν στις παραπάνω παραγράφους:

Πίνακας 6.58 : Συγκεντρωτικός πίνακας παρουσίασης μελέτης δικτύου IEEE 118

Δίκτυο	Περίπτωση	Αριθμός Ροών Ισχύος	Αριθμός Εγχύσεων Ισχύος	Αριθμός Παρατηρήσιμων Νησίδων	Αριθμός PMU	Θέσεις Τοποθέτησης PMU
IEEE 118	1 ^η	-	-	118	32	1, 5, 9, 11, 12, 17, 21, 25, 28, 34, 37, 40, 45, 49, 52, 56, 62, 63, 68, 70, 71, 76, 78, 85, 86, 90, 92, 96, 100, 105, 110, 114
	2 ^η	-	10(zero injection)	118	28	1, 10, 11, 12, 17, 21, 25, 28, 34, 35, 40, 45, 49, 52, 56, 62, 72, 75, 77, 80, 85, 86, 90, 94, 101, 105, 110, 114
	3 ^η	-	55	116	18	2, 5, 9, 12, 23, 29, 30, 34, 37, 59, 68, 71, 75, 77, 80, 94, 110, 115
	4 ^η	117	-	25	10	12, 17, 32, 46, 52, 68, 70, 71, 90, 94
	5 ^η	117	28	10	4	17, 49, 68, 70

Τέλος ακολουθεί η πλήρης αναπαράσταση του κυκλώματος 118 ζυγών με το σύστημα μετρήσεων της παραγράφου 6.5.5 (συνδυασμός μετρήσεων ροών ενεργού ισχύος και εγχύσεων ενεργού ισχύος). Στο ακόλουθο σχήμα εμφανίζονται, οι μετρήσεις του συστήματος, οι πλήρως παρατηρήσιμες ροονησίδες που δημιουργήθηκαν σε αυτά καθώς και τα στρατηγικής σημασίας σημεία, στα οποία γίνεται τοποθέτηση των μονάδων PMU:



Σχήμα 6.8 : Δίκτυο IEEE 118 (118 ζυγών) μετά την τοποθέτηση των μονάδων PMU

6.6 Μελέτη δικτύου 300 ζυγών

Σε αυτή την παράγραφο παρουσιάζεται το δίκτυο IEEE 300. Πρόκειται για ένα δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας, το οποίο αποτελείται από 300 ζυγούς και 411 διασυνδέσεις μεταξύ των ζυγών του συστήματος (άθροισμα γραμμών μεταφοράς και μετασχηματιστών ισχύος). Αξίζει να σημειωθεί ότι η βάση ισχύος του συστήματος είναι 100MVA.

6.6.1 Περίπτωση μελέτης χωρίς συμβατικές μετρήσεις SCADA στο δίκτυο IEEE 300

Στην πρώτη περίπτωση μελέτης δεν υπάρχουν μετρήσεις στο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.59 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 300 (Πρώτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 300	-	-

Στη συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και λαμβάνουμε ως έξοδο τα παρακάτω αποτελέσματα:

Ουσιαστικά, εφόσον το σύστημα μετρήσεων δεν έχει συμβατικές μετρήσεις SCADA, δεν υπάρχει κάποια νησίδα που να περιέχει παραπάνω από έναν ζυγούς. Οπότε υπάρχουν 300 νησίδες που η κάθε μία περιέχει έναν ζυγό: **{1} – {300}**

Αφού υπάρχουν 118 νησίδες και η κάθε μία περιέχει έναν ζυγό, συνεπάγεται ότι όλοι οι ζυγοί είναι οριακοί. Άρα όλοι οι ζυγοί είναι υποψήφιοι για τοποθέτηση μονάδων φασιθετών (PMU)

Πίνακας 6.60 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 300(Πρώτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 300	300	{1} – {300}	1 – 300	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται από τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την

τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.61 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο Δικτύου IEEE 300(Πρώτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 300	87	1, 2, 3, 11, 12, 13, 15, 17, 22, 23, 25, 27, 29, 33, 37, 38, 41, 43, 48, 49, 53, 54, 55, 58, 59, 60, 62, 64, 65, 68, 71, 79, 82, 85, 86, 88, 93, 98, 99, 101, 103, 109, 111, 112, 113, 116, 118, 119, 122, 132, 135, 138, 143, 145, 152, 157, 163, 167, 168, 173, 183, 184, 189, 190, 193, 196, 200, 204, 208, 210, 211, 213, 216, 217, 219, 223, 226, 228, 267, 268, 269, 270, 272, 273, 274, 276, 294	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.6.2 Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ισχύος στο δίκτυο IEEE 300

Στην δεύτερη περίπτωση μελέτης υπάρχουν μόνο μετρήσεις έγχυσης ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ισχύος των 300 ζυγών, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.62 : Μετρήσεις Δικτύου IEEE 300 (Δεύτερη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Μηδενικές Εγχύσεις Ισχύος
IEEE 300	-	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295

Στη συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.63 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 300 (Δεύτερη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 300	273	{1,247},{2,248},{3,249},{4}- {16},{17,252},{18}-{63},{64,241}, {65}-{97},{98,243},{99,244}, {100}-{112},{113,163,164}, {114}-{144},{145,265}, {146}-{169},{170,171,204}, {172}, {173,242},{174}- {191},{192,193}, {194}- {203},{205}-{215}, {216,220}, {217,218}, {219},{221}- {240},{245}, {246},{250},{251}, {253}-{264},{266}, {267}, {268,269,286,287,288,289, ,290, 291},{270,292,293,295}, {271}-{273}, {274,275}, {276}-{285},{294},{296}-{300}	1-162, 165-169, 172-191, 193-217, 219, 221- 240, 245, 246, 250, 251, 253- 264, 266, 267, 268, 270- 274, 276-285, 294, 296- 300	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.64 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 300 (Δεύτερη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 300	56	23, 36, 41, 42, 43, 48, 49, 53, 54, 55, 58, 59, 60, 62, 64, 65, 71, 73, 76, 82, 85, 86, 88, 93, 97, 101, 103, 109, 112, 113, 116, 118, 119, 124, 130, 132, 134, 137, 144, 152, 157, 189, 190, 195, 199, 203, 208, 210, 211, 213, 228, 232, 268, 270, 276, 297	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.6.3 Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 300

Στην τρίτη περίπτωση μελέτης υπάρχουν μόνο μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ισχύος των 300 ζυγών, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.65 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 118(Τρίτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 300	1-5,2-6,2-8,3-7,3-18,3-129,4-16,5-9,7-12,7-110,8-11,8-14,9-11, 11-13,3-1,3-2,3-4,7-5,7-6,10-11,12-10,2-248,249-3,1-247,250-11, 31-266,12-20,15-31,20-23,21-22,22-24,23-231,24-25,25-26, 25-232,27-28,27-32,27-34,27-25,28-36,29-60,29-63,29-64,30-73, 31-32,31-34,31-35,31-43,31-74,31-75,32-35,32-37,20-19,23-22, 30-29,254-23,253-22,39-52,49-50,51-50,52-54,54-56,54-123, 55-236,57-190,57-66,58-59,58-237,59-60,59-61,60-64,60-238,54-53, 55-56,180-57,260-53,261-54,262-59,15-75,75-77,76-78,76-79, 77-84,77-86,78-79,79-82,79-83,79-84,80-82,80-83,81-87,81-88, 81-89,81-90,82-83,83-85,84-86,85-88,85-233,105-111,106-113, 107-112,108-112,109-111,112-116,112-147,112-148,112-150, 113-114,113-163,114-115,115-116,115-131,116-119,116-190, 116-165,116-167,118-151,119-120,119-121,119-124,119-125, 119-126,119-161,120-125,121-122,122-124,122-128,124-125, 124-128,125-126,111-149,127-157,127-158,154-155,154-158, 155-156,156-157,157-158,157-159,160-117,160-166,163-164, 165-167,166-167,167-117,168-187,168-188,169-210,169-219, 170-171,171-204,172-184,172-187,124-159,132-162,210-211, 210-216,211-212,213-214,213-216,214-217,220-216,219-230, 221-224,221-226,222-223,222-224,223-225,224-225,224-226, 225-226,226-227,227-228,228-229,270-292,270-293,270-294, 270-295,270-296,272-297,272-298,269-290,294-300,271-272, 271-268,267-274,274-276,274-275,267-277,276-278,276-279, 272-268,268-280,268-281,268-282,268-291,269-291,269-288, 269-289,269-290,268-283, 268-284,268-285,268-286, 268-287	-

Στη συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.66 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 300 (Τρίτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 300	121	{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,16,18,19,20, 21,22,23,24, 25,26,110,129,231,232,247,248, 249,250,253,254}, {15,27, 28,31,32,34,35 ,36,37,43,74,75,76, 77,78, 79,80, 81,82,83, 84,85, 86,87,88,89,90, 233, 266},{17}, {29,30, 58,59,60,61,63, 64,73,237, 238, 262}, {33},{38},{39, 52,53, 54,55,56, 123,236, 260,261}, {40}, {41},{42}, {44}, {45},{46}, {47},{48},{49,50,51},{57, 66,180, 190},{62},{65},{67}- {72},{91}- {104}, {105,109,111,149},{106,107,108, 112, 113, 114, 115,116,117,119,120,121,122, 124, 125,126, 127,128,131,147,148,150,154, 155, 156,157, 158,159,160,161,163,164,165,166, 167},{118,151} ,{130},{132,162},{133}-{146},{152}, {153},{168,172,184,187,188}, {169,210, 211, 212,213,214,216,217,219, 220,230},{170,171,204},{173}- {179}, {181}-{183},{185},{186}, {189}, {191}-{203},{205}- {209},{215},{218}, {221,222,223,224,225,226,227,228, 229}, {234}, {235},{239}- {246},{251},{252}, {255}- {259},{263}-{265},{267,273, 274,275,276, 277,278, 279},{268, 269, 271,272, 280,281,282,283,284,285, 286,287,288,289,290, 291,297,298}, {270,292,293,294,295,296,300},{299 }	12, 14-18, 33-49, 51, 53, 55, 61, 62, 64-73, 78, 81, 83, 87-110, 116, 118, 120, 122, 123, 129-149, 151-155, 161, 162, 168, 169, 172-210, 213, 215-218, 221, 227, 234, 235, 239- 246, 251, 252, 255-259, 263-266, 270, 271, 273, 299	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μη παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον

αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.67 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 300 (Τρίτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 300	44	12, 17, 33, 37, 38, 43, 48, 49, 62, 64, 65, 68, 71, 88, 89, 93, 98, 99, 101, 109, 118, 133, 138, 139, 140, 143, 145, 153, 173, 175, 184, 189, 190, 193, 194, 199, 203, 208, 210, 213, 216, 217, 266, 273	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.6.4 Περίπτωση μελέτης με μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος και εγχύσεις ενεργού ισχύος στο δίκτυο IEEE 300

Στην τέταρτη περίπτωση μελέτης υπάρχουν μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος σε συνδυασμό με εγχύσεις ενεργού ισχύος στο δίκτυο ηλεκτρικής ισχύος των 300 ζυγών, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 6.68 : Μετρήσεις δικτύου IEEE 300 (Τέταρτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Ροές Ενεργού Ισχύος	Εγχύσεις Ενεργού Ισχύος
IEEE 300	1-5,2-6,2-8,3-7,3-18,3-129, 4-16,5-9,7-12,7-110,8-11,8-14,9-11,11-13,3-1,3-2,3-4,7-5,7-6,10-11,12-10, 2-248,249-3,1-247,250-11,31-266,12-20,15-31,20-23,21-22,22-24, 23-231,24-25,25-26,25-232, 27-28,27-32,27-34,27-25,28-36,29-60,29-63,29-64,30-73,31-32,31-34,31-35,31-43,31-74,31-75,32-35,32-37,20-19, 23-22,30-29,254-23,253-22, 39-52,49-50,51-50,52-54, 54-56,54-123,55-236,57-190,57-66,58-59,58-237,59-60,59-61,60-64,60-238,54-53,55-56,180-57,260-53,261-54,262-59,15-75,75-77,76-78,76-79,77-84,77-86, 78-79,79-82,79-83,79-84,80-82,80-83,81-87,81-88,81-89,81-90,82-83,83-85,84-86,85-88,85-233,105-111,106-113,107-112,108-112,109-111,112-116,112-147,112-148,112-150,113-114,113-163,114-115,115-116,115-131,116-119,116-190,116-165,116-167,118-151,119-120,119-121,119-124,119-125,119-126,119-161,120-125,121-122,122-124,122-128,124-125,124-128,125-126,111-149,127-157,127-158,154-155,154-158,155-156,156-157,157-158,157-159,160-117,160-166,163-164,165-167,166-167,167-117,168-187,168-188,169-210,169-219,170-171,171-204,172-184,172-187,124-159,132-162,210-211,210-216,211-212,213-214,213-216,214-217,220-216,219-230,221-224,221-226,222-223,222-224,223-225,224-225,224-226,225-226,226-227,227-228,228-229,270-292,270-293,270-294,270-295,270-296,272-297,272-298,269-290,294-300,271-272,271-268,267-274,274-276,274-275,267-277,276-278,276-279,272-268,268-280,268-281,268-282,268-291,269-291,269-288,269-289, 269-290,268-283,268-284,268-285,268-286,268-287	12, 13, 14, 15, 16, 17, 33, 34, 35, 40, 41, 42, 43, 66, 67, 68, 69, 70, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 184, 185, 186, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286

Στην συνέχεια τα δεδομένα, δηλαδή η τοπολογία του κυκλώματος και το πακέτο μετρήσεων εισάγονται στον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας και δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6.69 : Αποτελέσματα παρατηρησιμότητας δικτύου IEEE 300 (Τέταρτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Νησίδων	Νησίδες	Οριακοί Ζυγοί	Κατάσταση
IEEE 300	104	{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15, 16,17,18,19,20, 21,22,23,24, 25,26,27, 28, 31,32,34,35, 36, 37,43,74,75, 76, 77,78,79,80,81,82,83,84, 85,86,87, 88,89,90,110,129,231,232,233,247, 248,249,250,253,254,266},{29,30,58, 59,60,61,63,64,73,237,238,262},{38, 256},{39,52,53,54,55,56,106,107,108, 112,113,114,115,116,117,119,120,121, 122,123,124,125,126,127,128,131,142, 147,148,150,153,154,155,156,157,158, 159,160,161,163,164,165,166,167,236, 260,261},{40},{41},{45},{46},{47}, {48,258}, {49,50,51},{57,66,180, 183, 190},{62},{65,69,} {67},{68}, {70}-{72},{92}- {104}, {106,107,108, 112,113,114,115,116, 117,119, 120,121, 122,124,125,126,127,128, 131,147, 148, 150,154,155,156,157,158,159, 160,161, 163,164,165,166,167},{105,109,111,149}, {118,151},{130},{132,162},{133}-{146}, {152},{168,184,187,188},{169,210,211, 212,213,214,216,217,219,220,230},{170, 171,204},{172}-{179}, {181},{182}, {185}, {186}, {189},{191}-{203}, {205}-{209}, {215},{218},{221, 222,223,224,225, 226,227, 228, 229},{234},{239}-{246}, {259}, {263}-{265},{267,273,274,275, 276,277, 278, 279},{268,269,271,272, 280 281,282,283,284, 285,286, 287,288,289,290,291, 297,298}, {270,292,293,294,295,296,300},{299}.	18, 36-41, 44-51, 53, 55, 61, 62, 64-68, 70-73, 78, 81, 83, 89, 91-110, 118, 129-149, 151-155, 161, 162, 168, 169, 172-179, 181-210, 213, 215-218, 221, 227, 234, 239-246, 259, 263-266, 270, 271, 273, 299	Μη Παρατηρήσιμο Δίκτυο

Εφόσον το δίκτυο είναι μή παρατηρήσιμη, πλέον τα δεδομένα που έχουν δημιουργηθεί κι εξέρχονται απο τον αλγόριθμο παρατηρησιμότητας εισέρχονται ως είσοδος στον αλγόριθμο ημιορισμένου προγραμματισμού (SDP), με σκοπό την τοποθέτηση των μονάδων φασιθετών (PMU) σε καίριες θέσεις για να καταστήσουν το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας πλήρως παρατηρήσιμο. Τα σχετικά αποτελέσματα ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 6.70 : Τοποθέτηση μονάδων PMU στο δίκτυο IEEE 300 (Τέταρτη Περίπτωση)

Δίκτυο	Αρ. Μονάδων PMU	Θέσεις τοποθέτησης	Κατάσταση
IEEE 300	28	44, 47, 49, 62, 64, 71, 95, 98, 99, 101, 109, 134, 141, 145, 151, 173, 177, 193, 194, 199, 203, 208, 210, 213, 216, 217, 266, 273	Πλήρως Παρατηρήσιμο Δίκτυο

6.6.5 Σχόλια και συμπεράσματα από τη μελέτη του δικτύου IEEE 300

Στις παραγράφους 6.6.1 – 6.6.4 έγινε μελέτη και εκτενής παρουσίαση των αποτελεσμάτων από τις διάφορες δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν στο δίκτυο των 300 ζυγών (IEEE 300). Σε κάθε μία ξεχωριστή περίπτωση παρουσιάζεται ξεκάθαρα το σύνολο των μετρήσεων σύμφωνα με το οποίο έγιναν οι δοκιμές, ο αριθμός των παραγόμενων ροονησίδων, τα σύνολα των ροονησίδων καθώς και ο αριθμός των μονάδων φασιθετών που χρειάζονται κάθε φορά για να καταστεί το σύστημα πλήρως παρατηρήσιμο. Ακολουθεί συγκεντρωτικός πίνακας που παρουσιάζει τις περιπτώσεις που αναλύθηκαν στις παραπάνω παραγράφους:

Πίνακας 6.71 : Συγκεντρωτικός πίνακας παρουσίασης μελέτης δικτύου IEEE 300

Δίκτυο	Περίπτωση	Αριθμός Ροών Ισχύος	Αριθμός Εγχύσεων Ισχύος	Αριθμός Παρατηρήσιμων Νησίδων	Αριθμός PMU	Θέσεις Τοποθέτησης PMU
IEEE 300	1 ^η	-	-	300	87	1, 2, 3, 11, 12, 13, 15, 17, 22, 23, 25, 27, 29, 33, 37, 38, 41, 43, 48, 49, 53, 54, 55, 58, 59, 60, 62, 64, 65, 68, 71, 79, 82, 85, 86, 88, 93, 98, 99, 101, 103, 109, 111, 112, 113, 116, 118, 119, 122, 132, 135, 138, 143, 145, 152, 157, 163, 167, 168, 173, 183, 184, 189, 190, 193, 196, 200, 204, 208, 210, 211, 213, 216, 217, 219, 223, 226, 228, 267, 268, 269, 270, 272, 273, 274, 276, 294
	2 ^η	-	106	116	56	23, 36, 41, 42, 43, 48, 49, 53,

						54, 55, 58, 59, 60, 62, 64, 65, 71, 73, 76, 82, 85, 86, 88, 93, 97, 101, 103, 109, 112, 113, 116, 118, 119, 124, 130, 132, 134, 137, 144, 152, 157, 189, 190, 195, 199, 203, 208, 210, 211, 213, 228, 232, 268, 270, 276, 297
	3 ⁿ	208	-	25	44	12, 17, 33, 37, 38, 43, 48, 49, 62, 64, 65, 68, 71, 88, 89, 93, 98, 99, 101, 109, 118, 133, 138, 139, 140, 143, 145, 153, 173, 175, 184, 189, 190, 193, 194, 199, 203, 208, 210, 213, 216, 217, 266, 273
	4 ⁿ	208	70	104	28	44, 47, 49, 62, 64, 71, 95, 98, 99, 101, 109, 134, 141, 145, 151, 173, 177, 193, 194, 199, 203, 208, 210, 213, 216, 217, 266, 273

7 Συμπεράσματα και προοπτικές εξέλιξης της εργασίας

7.1 Συμπεράσματα Διπλωματικής Εργασίας

Στο έκτο κεφάλαιο της εργασίας παρουσιάζονται τα αποτελέσματα προσομοίωσης των αλγορίθμων που χρησιμοποιήθηκαν. Πρώτα ο αλγόριθμος της παρατηρησιμότητας του δικτύου ηλεκτρικής ενέργειας, ο οποίος αναπτύχθηκε θεωρητικά στο 5^ο κεφάλαιο της εργασίας και στην συνέχεια ο αλγόριθμος βέλτιστης τοποθέτησης μονάδων PMUs στο δίκτυο με την βοήθεια τεχνικών ημιορισμένου προγραμματισμού. Οι τεχνικές ημιορισμένου προγραμματισμού καθώς και το περιβάλλον επίλυσης του αλγορίθμου αναλύθηκαν στο 4^ο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας. Αξίζει να σημειωθεί ότι τα δύο προγράμματα έχουν συνδυαστεί και λειτουργούν ενιαία, δηλαδή στην αρχή του προγράμματος γίνεται είσοδος των δεδομένων της τοπολογίας του κυκλώματος και των συμβατικών μετρήσεων που είναι εγκατεστημένες στο ηλεκτρικό δίκτυο και το πρόγραμμα δίνει ένα σύνολο εξόδων. Αρχικά ελέγχει το σύστημα ως προς την παρατηρησιμότητα και ενημερώνει τον χρήστη εάν αυτό είναι παρατηρήσιμο, στην συνέχεια εμφανίζει τις παρατηρήσιμες νησίδες που δημιουργούνται και τους οριακούς ζυγούς που υπάρχουν. Στην συνέχεια λαμβάνει ως είσοδο ημιορισμένους πίνακες ($G_{PMU,i}$ και G_o), οι οποίοι δημιουργούνται αυτόματα απο το πρόγραμμα και δίνει ως έξοδο τις βέλτιστες θέσεις τοποθέτησης μονάδων PMU στο δίκτυο. Στην ιδανική περίπτωση που το σύστημα είναι πλήρως παρατηρήσιμο, τότε το πρόγραμμα δίνει σαν έξοδο ότι υπάρχει μόνο μια παρατηρήσιμη νησίδα, ενημερώνει τον χρήστη ότι δεν υπάρχει κανένας οριακός ζυγός και δεν προχωράει στην επίλυση του αλγορίθμου βέλτιστης τοποθέτησης μονάδων φασιθετών PMU, αφού έχει εμφανίσει μήνυμα πλήρους παρατηρησιμότητας.

Το περιβάλλον στο οποίο αναπτύχθηκε και εκτελέστηκε ο συνολικός αλγόριθμος είναι το μαθηματικό πρόγραμμα Matlab 2012b και πραγματοποιήθηκαν συνολικά 22 δοκιμές σε 5 διαφορετικά δίκτυα της IEEE. Τα δίκτυα αυτά είναι τα εξής : IEEE-14, IEEE-30, IEEE-57, IEEE-118 και IEEE-300, τα οποία περιλαμβάνονται και είναι προσβάσιμα για περαιτέρω έρευνα στην έκδοση του matpower 5.01b. Πιο συγκεκριμένο στο δίκτυο 14 ζυγών πραγματοποιήθηκαν 5 δοκιμές, με διαφορετικά συστήματα συμβατικών μετρήσεων SCADA κάθε φορά, στο δίκτυο 30 ζυγών έγιναν 4 δοκιμές, στο δίκτυο των 57 ζυγών δοκιμάστηκαν 4 διαφορετικές περιπτώσεις, στο δίκτυο των 118 ζυγών δοκιμάστηκαν 5 διαφορετικές περιπτώσεις και τέλος στο δίκτυο των 300 ζυγών πραγματοποιήθηκαν 4 δοκιμές.

Ένα αξιολογικό πόρισμα, το οποίο πηγάζει απο το σύνολο των δοκιμών, είναι ότι όσο περισσότερες συμβατικές μετρήσεις SCADA είναι τοποθετημένες στο δίκτυο, τόσο λιγότερες μονάδες συγχρονισμένων μετρήσεων PMU χρειάζεται να τοποθετήσουμε σε

αυτό. Πιο αναλυτικά, όσο περισσότερες μετρήσεις SCADA (ροές ισχύος και εγχύσεις ισχύος) υπάρχουν στο δίκτυο, τόσο περισσότερες παρατηρήσιμες νησίδες δημιουργούνται, στην συνέχεια μειώνονται ο αριθμός των οριακών ζυγών που αποτελούν υποψήφιες θέσεις τοποθέτησης μονάδων PMU, οπότε τελικά λιγότερες μονάδες φασιθετών απαιτούνται για την πλήρη παρατηρησιμότητα του δικτύου. Έγινε προσπάθεια να φανεί αυτό το πόρισμα στο 6^ο κεφάλαιο της εργασίας, αφού τα σύνολα μετρήσεων ξεκινούν από τα δίκτυα χωρίς εγκατεστημένες μετρήσεις SCADA, έως τα δίκτυα που έχουν εγκατεστημένες μετρήσεις ροών ισχύος και εγχύσεις ισχύος. Στην περίπτωση των δικτύων που δεν έχουν εγκατεστημένες συμβατικές μετρήσεις SCADA, κάθε ζυγός αποτελεί ξεχωριστή νησίδα, όλοι οι ζυγοί είναι οριακοί και ο αριθμός των μονάδων PMU που απαιτούνται για εγκατάσταση είναι μεγαλύτερος από κάθε άλλη περίπτωση. Σε αντίθεση με την περίπτωση που το πακέτο μετρήσεων του δικτύου αποτελείται και από ροές ισχύος και από εγχύσεις ισχύος. Τότε έχουμε την δημιουργία ικανοποιητικού αριθμού ροονησίδων, οι οποίες περιέχουν αρκετούς έως πολλούς ζυγούς ο καθένας, ο αριθμός των οριακών ζυγών είναι αρκετά μικρός σε σχέση με άλλες περιπτώσεις και τέλος ο αριθμός των μονάδων φασιθετών που πρέπει να εγκατασταθούν είναι λιγότερες από τις υπόλοιπες περιπτώσεις. Τέλος αξίζει να σχολιαστεί η περίπτωση των δικτύων τα οποία έχουν μόνο εγκατεστημένες εγχύσεις ισχύος (ή μηδενικές εγχύσεις). Τότε σχεδόν κάθε ζυγός είναι μία ξεχωριστή νησίδα και αυτό συνεπάγεται ότι υπάρχουν αρκετοί οριακοί ζυγοί. Παρόλα αυτά εάν υπάρχουν αρκετές εγχύσεις σε ζυγούς του δικτύου και σε κομβικά σημεία, τότε ο αριθμός των μονάδων φασιθετών PMU, που πρέπει να εγκατασταθούν στο δίκτυο είναι αρκετά μικρός. Η έλλειψη νησίδων που περιέχουν μεγάλο αριθμό ζυγών είναι αποτέλεσμα της μη εγκατάστασης ροών ισχύος στο ηλεκτρικό δίκτυο. Παρόλα αυτά όταν γνωρίζουμε ότι υπάρχει έγχυση ισχύος σε κάποιον ζυγό τότε έμμεσα μπορούμε να υπολογίσουμε την τάση στον ζυγό της έγχυσης και τις τάσεις στους ζυγούς που συνορεύουν με αυτόν. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μη χρειάζονται πολλές μονάδες μέτρησης φασιθετών PMU για την αποκατάσταση της πλήρους παρατηρησιμότητας του ηλεκτρικού δικτύου.

7.2 Προοπτικές της εργασίας

Τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα της παρούσας εργασίας, μας δίνουν ως συμπέρασμα ότι ανάλογα με τις ήδη υπάρχουσες συμβατικές μετρήσεις SCADA που είναι εγκατεστημένες σε ένα δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας, μπορεί να αποκατασταθεί η παρατηρησιμότητα του δικτύου με την βέλτιστη τοποθέτηση ενός μικρού αριθμού μονάδων φασιθετών PMU. Ιδανικά ένα δίκτυο μπορεί να καταστεί πλήρως παρατηρήσιμο μόνο με συγχρονισμένες μετρήσεις PMUs, όμως το κόστος για την εγκατάσταση αρκετών μονάδων PMU σε ένα δίκτυο είναι μεγάλο, οπότε ο συνδυασμός των συγχρονισμένων μετρήσεων με τις συμβατικές μετρήσεις είναι μονόδρομος σε αυτή την περίπτωση. Απο την μελέτη που πραγματοποιήθηκε στην εργασία απορρέουν κάποια ζητήματα για μελλοντική εξέταση και ανάπτυξη.

- **Εξέταση μεγάλων δικτύων.** Στην παρούσα εργασία το μεγαλύτερο ηλεκτρικό δίκτυο που εξετάστηκε ήταν των 300 ζυγών. Παρόλα αυτά ο αλγόριθμος σχεδιάστηκε με την προοπτική να εξεταστούν δίκτυα με αρκετά μεγάλο αριθμό ζυγών. Πρέπει να δοκιμαστεί ο αλγόριθμος σε πραγματικά δίκτυα χιλιάδων ζυγών, για να εξεταστεί η συνολική συμπεριφορά του.
- **Πρόβλημα περιορισμένου αριθμού καναλιών στις μονάδες PMU (limited channel problem).** Στην πράξη οι συγχρονισμένες μονάδες φασιθετών PMU περιέχουν έναν ορισμένο αριθμό καναλιών για να λαμβάνουν μετρήσεις φασιθετών ρεύματος. Ο αριθμός των καναλιών κυμαίνεται απο 3 έως και 6, ανάλογα με τον τρόπο κατασκευής του, την ποιότητα του αλλά και το κόστος της μονάδας PMU. Ένα αρκετά ενδιαφέρον θέμα για μελέτη είναι να τροποποιηθεί ο αλγόριθμος βέλτιστης τοποθέτησης μονάδων φασιθετών, ώστε να λαμβάνει στην είσοδό του το μέγιστο αριθμό καναλιών που διαθέτει η μονάδα και ύστερα να συνεχίζει την διαδικασία της τοποθέτησης των μονάδων PMUs .

Παράρτημα Α

Στο παράρτημα Α δίνεται το μορφότυπο PTI, σύμφωνα με το οποίο καθορίζονται τα αρχεία εισόδου του αλγόριθμου της παρατηρησιμότητας που καθορίζουν την τοπολογία των κυκλωμάτων. Πιο συγκεκριμένα τα αρχεία τύπου SYS files, περιέχουν την βάση ισχύος κάθε κυκλώματος, τον αριθμό των ζυγών και τον χαρακτηρισμό τους, τον αριθμό των γεννητριών, τον αριθμό των διασυνδέσεων μεταξύ των ζυγών (γραμμές μεταφοράς και μετασχηματιστές ισχύος) καθώς επίσης και την γενικότερη τοπολογία του κυκλώματος.

Μορφότυπο αρχείου συστήματος

Description of the PTI Load Flow Data Format (Data file SYS)

=====

Case Identification Data

=====

First record: IC,SBASE

IC - 0 for base case, 1 for change data to be added

SBASE - System MVA base

Records 2 and 3 - two lines of heading, up to 60 characters per line

Bus Data

=====

Bus data records, terminated by a record with a bus number of zero.

I,IDE,PL,QL,GL,BL,IA,VM,VA,'NAME',BASKL,ZONE

I - Bus number (1 to 29997)

IDE - Bus type

1 - Load bus (no generation)

2 - Generator or plant bus

3 - Swing bus

4 - Isolated bus

PL - Load MW

QL - Load MVAR

GL - Shunt conductance, MW at 1.0 per unit voltage

BL - Shunt susceptance, MVAR at 1.0 per unit voltage. (- = reactor)

IA - Area number, 1-100

VM - Voltage magnitude, per unit

VA - Voltage angle, degrees

NAME - Bus name, 8 characters, must be enclosed in quotes

BASKV - Base voltage, KV

ZONE - Loss zone, 1-999

Generator Data

=====

Generator data records, terminated by a generator with an index of zero.

**I,ID,PG,QG,QT,QB,VS,IREG,MBASE,ZR,ZX,RT,XT,GTAP,STAT,RMPCT,
PT,PB**

I	- Bus number
ID	- Machine identifier (0-9, A-Z)
PG	- MW output
QG	- MVAR output
QT	- Max MVAR
QB	- Min MVAR
VS	- Voltage setpoint
IREG	- Remote controlled bus index (must be type 1), zero to control own voltage , and must be zero for gen at swing bus
MBASE	- Total MVA base of this machine (or machines), defaults to system MVA base.
ZR, ZX	- Machine impedance, pu on MBASE
RT, XT	- Step up transformer impedance, p.u. on MBASE
GTAP	- Step up transformer off nominal turns ratio
STAT	- Machine status, 1 in service, 0 out of service
RMPCT	- Per cent of total VARS required to hold voltage at bus IREG To come from bus I - for remote buses controlled by several generators
PT	- Max MW
PB	- Min MW

Branch Data

=====

Branch records, ending with a record with from bus of zero

I,J,CKT,R,X,B,RATEA,RATEB,RATEC,RATIO,ANGLE,GI,BI,GJ,BJ,ST

I	- From bus number
J	- To bus number

CKT	- Circuit identifier (two character) not clear if integer or alpha
R	- Resistance, per unit
X	- Reactance, per unit
B	- Total line charging, per unit
RATEA	- MVA rating A
RATEB,	
RATEC	- Higher MVA ratings
RATIO	- Transformer off nominal turns ratio
ANGLE	- Transformer phase shift angle
GI, BI	- Line shunt complex admittance for shunt at from end (I) bus, pu.
GJ, BJ	- Line shunt complex admittance for shunt at to end (J) bus, pu.
ST	- Initial branch status, 1 - in service, 0 - out of service

Transformer Adjustment Data

=====

Ends with record with from bus of zero

I,J,CKT,ICONT,RMA,RMI,VMA,VMI,STEP,TABLE

I	- From bus number
J	- To bus number
CKT	- Circuit number
ICONT	- Number of bus to control. If different from I or J, sign of ICONT determines control. Positive sign, close to impedance (untapped) bus of transformer. Negative sign, opposite.
RMA	- Upper limit of turns ratio or phase shift
RMI	- Lower limit of turns ratio or phase shift
VMA	- Upper limit of controlled volts, MW or MVAR
VMI	- Lower limit of controlled volts, MW or MVAR
STEP	- Turns ratio step increment

TABLE - Zero, or number of a transformer impedance correction table 1-5

Area Interchange Data

=====

Ends with I of zero

I,ISW,PDES,PTOL,'ARNAM'

I - Area number (1-100)
ISW - Area interchange slack bus number
PDES - Desired net interchange, MW + = out.
PTOL - Area interchange tolerance, MW
ARNAM - Area name, 8 characters, enclosed in single quotes.

DC Line Data

=====

Ends with I of zero

Each DC line has three consecutive records

I,MDC,RDC,SETVL,VSCHD,VCMOD,RCOMP,DELTI,METER
IPR,NBR,ALFMAX,ALFMN,RCR,XCR,EBASR,TRR,TAPR,TPMXR,TPMNR,
TSTPR,IPI,NBI,GAMMX,GAMMN,RCI,XCI,EBASI,TRI,TAPI,TPMXI,TPMNI,
TSTPI

I - DC Line number
MDC - Control mode 0 - blocked 1 - power 2 - current
RDC - Resistance, ohms
SETVL - Current or power demand

- VSCHD - Scheduled compounded DC voltage, KV
- VCMOD - Mode switch DC voltage, KV, switch to current control mode below this
- RCOMP - Compounding resistance, ohms
- DELTI - Current margin, per unit of desired current
- METER - Metered end code, R - rectifier I - Inverter
- IPR - Rectifier converter bus number
- NBR - Number of birdges is series rectifier
- ALFMAX - Maximum rectifier firing angle, degrees
- ALFMN - Minimum rectifier firing angle, degrees
- RCR - Rectifier commutating transformer resistance, per bridge, ohms
- XCR - Rectifier commutating transformer reactance, per bridge, ohms
- EBASR - Rectifier primary base AC volts, KV
- TRR - Rectifier transformer ratio
- TAPR - Rectifier tap setting
- TPMXR - Maximum rectifier tap setting
- TPMNR - Minimum rectifier tap setting
- TSTPR - Rectifier tap step

Third record contains inverter quantities corresponding to rectifier quantities above.

Switch Shunt Data

=====

Ends with I = 0.

I,MODSW,VSWHI,VSWLO,SWREM,BINIT,N1,B1,N2,B2...N8,B8

- I - Bus number
- MODSW - Mode 0 - fixed 1 - discrete 2 - continuous

VSWHI - Desired voltage upper limit, per unit
VSWLO - Desired voltage lower limit, per unit
SWREM - Number of remote bus to control. 0 to control own bus.
VDES - Desired voltage setpoint, per unit
BINIT - Initial switched shunt admittance, MVAR at 1.0 per unit volts
N1 - Number of steps for block 1, first 0 is end of blocks
B1 - Admittance increment of block 1 in MVAR at 1.0 per unit volts.
N2, B2, etc, as N1, B1

Παράρτημα Β

Στο παράρτημα Β δίνεται το μορφότυπο των αρχείων μετρήσεων που χρησιμοποιήθηκαν στους αλγορίθμους παρατηρησιμότητας (νησιδοποίησης συστήματος) και βέλτιστης τοποθέτησης μονάδων φασιθετών (PMU). Τα αρχεία τύπου SESfiles περιέχουν τις μετρήσεις τάσεων σε ζυγούς του κυκλώματος, τις ενεργές και άεργες ροές ισχύος στις γραμμές μεταφοράς ανάμεσα απο δύο ζυγούς και τέλος τις ενεργές και άεργες εγχύσεις ισχύος σε κάποιους ζυγούς.

Μορφότυπο αρχείου μετρήσεων

Description of the State Estimation Data Format (Data file SES)

=====

Case Identification Data

=====

Record 1 - one line of heading, up to 60 characters

Voltage Magnitude Measurement Data

=====

Voltage magnitude measurement data records, terminated by a record with a bus number of zero.

I,SNM,FS,ST,RTU

- | | |
|-----|--|
| I | - Bus number (1 to 29997) |
| SNM | - Error multiplier |
| FS | - The full scale of the meter |
| ST | - Measurement status, 1 - in service, 0 - out of service |

RTU - Index of the RTU where this measurement is assigned

Voltage Angle Measurement Data

=====

Similar data structure as that of the voltage magnitude measurement data.

Active Flow Measurement Data

=====

Active flow measurement data records, terminated by a record with from bus of zero.

I,J,CKT,SNM,FS,ST,RTU

I - From bus number
J - To bus number
CKT - Circuit identifier (integer)
SNM - Error multiplier
FS - The full scale of the meter
ST - Measurement status, 1 - in service, 0 - out of service
RTU - Index of the RTU where this measurement is assigned

Reactive Flow Measurement Data

=====

Similar data structure as that of the active flow measurement data.

Active Injection Measurement Data

=====

Active injection measurement data records, terminated by a record with a bus number of zero.

I,SNM,FS,ST,RTU

- I - Bus number (1 to 29997)
- SNM - Error multiplier
- FS - The full scale of the meter
- ST - Measurement status, 1 - in service, 0 - out of service
- RTU - Index of the RTU where this measurement is assigned

Similar data records are assumed for reactive flow and injection measurements.

Reactive Injection Measurement Data

=====

Similar data structure as that of the active injection measurement data.

Current Magnitude Measurement Data

=====

Current magnitude measurement data records, terminated by a record with from bus of zero.

I,J,CKT,SNM,FS,ST,RTU

- I - From bus number
- J - To bus number

- CKT - Circuit identifier (integer)
- SNM - Error multiplier
- FS - The full scale of the meter
- ST - Measurement status, 1 - in service, 0 - out of service
- RTU - Index of the RTU where this measurement is assigned

Current Angle Measurement Data

=====

Similar data structure as that of the current magnitude measurement data.

Βιβλιογραφία

- [1] A. Abur and A. Gómez-Expósito, “Introduction,” in *Power System State Estimation: Theory and Implementation*, New York: Marcel Dekker, 2004
- [2] A. Abur and A. Gómez-Expósito, “Weighted Least Squares State Estimation,” in *Power System State Estimation: Theory and Implementation*, New York: Marcel Dekker, 2004
- [3] J. Chen, “*Measurement enhancement for state estimation*,” *Ph.D. dissertation*, A&M University, Texas, May 2008
- [4] M. Freeman, “*Multi-area power system state estimation utilizing boundary measurements and phasor measurement units (PMUs)*,” *M.S. Thesis*, A&M University, Texas, Aug. 2006
- [5] Γ. Κονταξής, Ν. Χατζηαργυρίου, *Κέντρα Ελέγχου Ενέργειας*, ΕΜΠ, Αθήνα: Εκδόσεις ΕΜΠ, 2003
- [6] B. Donmez, “Practical meter placement algorithms for improving state estimation performance,” *M.S. Thesis*, Iris Northeastern Univ., Jan. 2008
- [7] A.G. Phadke and J.S. Thorp, “Synchronized phasor measurements and their applications,” Springer, 2008
- [8] History of Synchrophasors:
http://www.pacw.org/fileadmin/doc/AutumnIssue07/wide_area_protection_autumn07.pdf
- [9] B. R. Miller, “Concept for next generation phasor measurement: A low-cost, self-contained, and wireless design,” *M.S. Thesis*, Univ. of Tennessee, Knoxville, Dec. 2010
- [10] Y. J. Yoon, “Study of the utilization and benefits of phasor measurement units for large scale power system state estimation,” *M.S. Thesis*, Maj. Sub.: Electrical Engineering, A&M University, Texas, Dec. 2005
- [11] M. Zhou, V. A. Centeno, and J. S. Thorp, A.G. Phadke, “An Alternative for Including Phasor Measurements in State Estimators,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 21, no. 4, pp. 1930-1937, Nov. 2006.
- [12] T. S. Bi, X. H. Qin, and Q. X. Yang, “A novel hybrid state estimator for including synchronized phasor measurements,” *Elect. Power Syst. Res.*, vol. 78, no. 8, pp. 1343-1352, Aug. 2008.
- [13] G. N. Korres and N. M. Manousakis, “State estimation and bad data processing for systems including PMU and SCADA measurements,” *Elect. Power Syst. Res.*, vol. 81, no. 7, pp. 1514-1524, Jul. 2011.

- [14] G. N. Korres and N. M. Manousakis, "A state estimator including conventional and synchronized phasor measurements," *J. Comp. Electrical Engin.*, vol. 38, no. 2, pp. 294-305, Mar. 2012.
- [15] G. N. Korres and N. M. Manousakis, "State estimation and observability analysis for phasor measurement unit measured systems," *IET Gener. Transm. Distrib.*, vol. 6, no. 9, pp. 902-913, Sep. 2012.
- [16] M. J. Todd, "Semidefinite optimization", *Acta Numerica*, vol. 10, pp. 515-560, Aug. 2001.
- [17] Lecture-3-, Positive Semidefinite Matrices, UCSD, Mathematics Department
- [18] B. Gartner and J. Matousek, "Approximation algorithms and semidefinite programming", Springer, 2012
- [19] Robert M. Freund, "Introduction to semidefinite programming (SDP)", MIT OpenCourseWare : <http://ocw.mit.edu>
- [20] G. Iyengar and M.T. Cezik, "Cutting Planes for Mixed 0-1 Semidefinite Programs," *IPCO*, pp. 251-263, 2001
- [21] Johan Lofberg, "YALMIP : A toolbox for modeling and optimization in MATLAB"
- [22] F. F. Wu and A. Monticelli, "Network Observability: Theory," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. 104, no. 5, pp. 1042–1048, May 1985.
- [23] B. Gou and A. Abur, "A direct numerical method for observability analysis," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 15, no. 2, pp. 625–630, May 2000.
- [24] A. Monticelli and F. F. Wu, "Network Observability: Identification of Observable Islands and Measurement Placement," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. 104, no. 5, pp. 1035-1041, May 1985.
- [25] N. M. Manousakis and G. N. Korres, "Observability Analysis for Power Systems including Conventional and Phasor Measurements," in *Proc. Mediterranean Conference and Exhibition on Power Generation, Transmission, Distribution and Energy Conversion*, 2010.
- [26] G. N. Korres and N. M. Manousakis, 'Observability analysis and restoration for systems with conventional and phasor measurements', *Euro. Trans. Elect. Power*, DOI: 10.1002/etep.1684.
- [27] G. N. Korres and N. M. Manousakis, 'Observability Analysis and Restoration for State Estimation Using SCADA and PMU Data', *Proc. 2012 IEEE PES General Meeting*.
- [28] B. Gou and A. Abur, "An improved measurement placement algorithm for network observability," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 16, no. 4, pp. 819–824, Nov. 2001.
- [29] N. M. Manousakis, G. N. Korres, and P. S. Georgilakis, "Taxonomy of PMU placement methodologies," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 27, no. 2, pp. 1070–1077, May 2012.

- [30] N. M. Manousakis, G. N. Korres, and P. S. Georgilakis, "Optimal placement of phasor measurement units: A literature review," in *Proc. Int. Conf. Intelligent System Applications to Power Systems*, Sep. 2011.
- [31] N. C. Koutsoukis, N. M. Manousakis, P. S. Georgilakis, and G. N. Korres, "Numerical Observability Method for Optimal PMU Placement using Recursive Tabu Search Method," accepted for publication in *IET Gener. Transm. Distrib.*