



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΚΑΙ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Προσγείωση τετραπτέρυγου εναέριου οχήματος
σε κεκλιμένη πλατφόρμα
επίγειου κινούμενου οχήματος

Βλαντής Παναγιώτης

Επιβλέπων: Κωνσταντίνος Κ. Κυριακόπουλος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΑΙ ΡΥΘΜΙΣΕΩΣ ΜΗΧΑΝΩΝ ΚΑΙ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ
Αθήνα, Οκτώβριος 2014

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου για όλα όσα μου έχουν προσφέρει, τους φίλους μου για την συμπαράστασή τους, τους Γιώργο Καρρά, Χαράλαμπο Μπεχλιούλη και Πάνο Μαράντο για την βοήθεια και τις συμβουλές που μου προσέφεραν κατά την διεκπεραίωση της διπλωματικής μου, και τον καθηγητή της σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, κύριο Κώνσταντίνο Κυριακόπουλο, για την ευκαιρία που μου έδωσε να εργαστώ υπό την επίβλεψή και καθοδήγησή του.

Περίληψη

Σε αυτή την διπλωματική εργασία μελετάμε το πρόβλημα της προσγείωσης ενός τετραπτέρυγου εναέριου οχήματος πάνω σε μια κεκλιμένη κινούμενη πλατφόρμα. Το τετραπτέρυγο όχημα χρησιμοποιεί μια ενσωματωμένη κάμερα που κοιτάζει προς τα εμπρός για να εντοπίσει την πλατφόρμα προσγείωσης, την οποία φέρει ένα επίγειο όχημα που κινείται ανεξάρτητα πάνω σε κεκλιμένο έδαφος. Η πλατφόρμα μπορεί επίσης να βρίσκεται υπό κλίση ως προς το επίγειο όχημα. Ο σκοπός της εργασίας αυτής είναι ο σχεδιασμός των εισόδων του εναέριου οχήματος ώστε αρχικά να προσεγγίσει την πλατφόρμα κρατώντας την εντός του οπτικού πεδίου της κάμερας και τελικά να προσγειωθεί πάνω της με τέτοιο τρόπο ώστε τα σφάλματα θέσης, προσανατολισμού και ταχυτήτων να ελαχιστοποιηθούν χωρίς να υπάρξει σύγκρουση των δύο. Εξαιτίας του κεκλιμένου εδάφους και πλατφόρμας, η επιθυμητή τελική κατάσταση του εναέριου οχήματος δεν είναι κατάσταση ισορροπίας του συστήματος, το οποίο περιπλέκει σημαντικά τον σχεδιασμό του ελεγκτή.

Δεδομένου του παραπάνω προβλήματος, σχεδιάστηκε ένας μη-γραμμικός προβλεπτικός ελεγκτής διακριτού χρόνου, ο οποίος υπολογίζει την βέλτιστη τροχιά και χρονική διάρκεια αυτής που επιτυγχάνει τους προαναφερθέντες στόχους ενώ σέβεται επιπλέον περιορισμούς στις εισόδους. Ολοκληρώνοντας, μια εκτενής πειραματική μελέτη, χρησιμοποιώντας ένα Pioneer επίγειο όχημα και ένα Parrot ARDrone εναέριο όχημα επιβεβαιώνει τα θεωρητικά αποτελέσματα.

Λέξεις Κλειδιά

Μη-Επανδρωμένα Εναέρια Οχήματα, Προβλεπτικός Έλεγχος, Έλεγχος με Οπτική Ανατροφοδότηση, Ρομποτική, Αναγνώριση Συστήματος

Abstract

In this work we study the problem of landing a quadrotor on an inclined moving platform. The aerial robot employs an forward looking on-board camera to detect and observe the landing platform, which is carried by a mobile robot moving independently on an inclined surface. The platform may also be tilted with respect to the mobile robot. The overall goal is to design the aerial robot's control inputs such that it initially approaches the platform, while maintaining it within the camera's field of view and finally lands on it, in a way that minimizes the errors in position, attitude and velocity, while avoiding collision. Owing to the inclined ground and landing surface, the desired final state of the aerial robot is not an equilibrium state, which complicates significantly the control design.

In that respect, a discrete-time non-linear model predictive controller was developed that optimizes both the trajectories and the time horizon, towards achieving the aforementioned objectives while respecting the input constraints as well. Finally, an extensive experimental study, with a Pioneer mobile robot and a Parrot ARDrone quadrotor, clarifies and verifies the theoretical findings.

Keywords

Unmanned Aerial Vehicles, Model Predictive Control, Visual Servoing, Robotics, System Identification

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες	1
Περίληψη	2
Abstract	3
Περιεχόμενα	4
Κατάλογος Σχημάτων	6
Κατάλογος Πινάκων	8
1 Εισαγωγή	9
1.1 Μη-Επανδρωμένα Εναέρια Οχήματα	9
1.2 Προβλεπτικός Έλεγχος	11
1.3 Έλεγχος με Οπτική Ανατροφοδότηση	14
2 Σκοπός Διπλωματικής	15
2.1 Διατύπωση Προβλήματος Ελέγχου	15
2.2 Σχετικές Εργασίες	16
3 Μοντελοποίηση	18
3.1 Εναέριο Όχημα	18
3.2 Κάμερα	21
3.3 Επίγειο Κινούμενο Όχημα	21
3.4 Πλατφόρμα Προσγείωσης	22
4 Σχεδίαση Ελεγκτή	23
4.1 Πρόβλημα Βελτιστοποίησης	24
4.2 Συνάρτηση Κόστους	25
4.3 Ανισοτικοί Περιορισμοί	27
4.4 Μεθοδολογία Επίλυσης	29

5 Πειράματα	30
5.1 Διάταξη	30
5.2 Αποτελέσματα	36
6 Συμπεράσματα	40
A' Έλεγχος Σύγκρουσης μεταξύ Επιπέδου και Υπερελλειψωειδούς	41
Βιβλιογραφία	43

Κατάλογος Σχημάτων

1.1	Μη-επανδρωμένα αεροσκάφη σταθερής έλικας.	10
1.2	Μη-επανδρωμένο ελικόπτερο.	10
1.3	Εξαπτέρυγο (hexarotor) εναέριο όχημα.	10
1.4	Ενδεικτικό σχήμα προβλεπτικού ελέγχου διακριτού χρόνου.	11
1.5	Κατηγορίες προβλεπτικού ελέγχου.	12
2.1	Παράδειγμα ελιγμού προσγείωσης σε κεκλιμένη κινούμενη πλατφόρμα (προσο- μοίωση).	16
3.1	Χωρόδετο και σωματόδετα πλαίσια.	19
3.2	Θέση και φορά περιστροφής ελίγων τετραπτέρυγου εναέριου οχήματος.	20
4.1	Χρονικοί ορίζοντες δύο διαδοχικών επαναλήψεων, i (κόκκινο) και $i + 1$ (μπλε), και διάρκεια επίλυσης προβλήματος βελτιστοποίησης (πράσινο), για σταθερό ορίζοντα K	24
4.2	Πραγματικό (μπλε πυραμίδα) και προσεγγιστικό (κόκκινος κώνος) οπτικό πεδίο της κάμερας.	26
4.3	Προσέγγιση της γεωμετρίας τετραπτέρυγου εναέριου οχήματος με υπερελλει- ψειδές.	28
4.4	Προσέγγιση της γεωμετρίας τετραπτέρυγου εναέριου οχήματος με ορθογώνιο παράλληλεπίπεδο.	28
4.5	Προσέγγιση της γεωμετρίας τετραπτέρυγου εναέριου οχήματος με σφαίρα.	28
5.1	Parrot ARDrone 2.0	31
5.2	Pioneer P2-DX	31
5.3	Αναγνώριση Μοντέλου: Γραμμική Ταχύτητα κατά τον άξονα x (εκφρασμένη στο σωματόδετο σύστημα).	33
5.4	Αναγνώριση Μοντέλου: Γραμμική Ταχύτητα κατά τον άξονα y (εκφρασμένη στο σωματόδετο σύστημα).	33
5.5	Αναγνώριση Μοντέλου: Γωνία ϕ_q	34
5.6	Αναγνώριση Μοντέλου: Γωνία θ_q	34
5.7	Αναγνώριση Μοντέλου: Γραμμική Ταχύτητα \dot{z}_q	35
5.8	Αναγνώριση Μοντέλου: Γωνιακή Ταχύτητα r_q	35

5.9	Εκτιμώμενες θέσεις του εναέριου και του επίγειου οχήματος.	37
5.10	Εκτιμώμενοι προσανατολισμοί του εναέριου και του επίγειου οχήματος.	37
5.11	Εκτιμώμενες γραμμικές ταχύτητες του εναέριου και επίγειου οχήματος.	38
5.12	Εκτιμώμενες γωνιακές ταχύτητες του εναέριου και επίγειου οχήματος (εκφρα- σμένες στο C_q).	38
5.13	Είσοδοι εναέριου οχήματος.	39
5.14	Βέλτιστος χρονικός ορίζοντας K_{opt}	39

Κατάλογος Πινάκων

5.1	Διαστάσεις εναέριου οχήματος.	30
5.2	Αναγνώριση Μοντέλου: Κέρδη εσωτερικού ελεγκτή	32
5.3	Αναγνώριση Μοντέλου: Σταθερές αεροδυναμικών τριβών	32

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Μη-Επανδρωμένα Εναέρια Οχήματα

Τα μη-επανδρωμένα εναέρια οχήματα (UAVs), γνωστά και ως drones, είναι αεροσκάφη τα οποία λειτουργούν είτε αυτόνομα με χρήση ενσωματωμένων υπολογιστών είτε με τηλεχειρισμό. Τα μεγέθη και οι δυνατότητες των UAVs ποικίλουν ανάλογα με τις εφαρμογές για τις οποίες έχουν σχεδιαστεί. Τα UAVs μεγάλου μεγέθους, δεδομένου ότι δεν επιβαρύνονται από την μεταφορά ανθρώπινου προσωπικού επιτυγχάνουν διάρκειες συνεχόμενης πτήσης πολύ μεγαλύτερες από αυτές των συμβατικών αεροσκαφών, με παράδειγμα το Qinetiq Zephyr, το οποίο λειτουργώντας με ηλιακή ενέργεια πραγματοποίησε πτήση διάρκειας 336 ωρών και 22 λεπτών χωρίς διακοπή. Από την άλλη πλευρά, τα UAVs μικρών διαστάσεων, τα οποία λειτουργούν κυρίως με ηλεκτρική ενέργεια, δεν μπορούν να επιτύχουν πτήσης μεγάλης διάρκειας λόγω του χαμηλού λόγου ενέργειας προς βάρους των μπαταριών.

Αν και αρχικά χρησιμοποιούνταν κυρίως σε στρατιωτικές εφαρμογές, τα τελευταία χρόνια τα μη-επανδρωμένα αεροσκάφη απαντώνται σε πληθώρα πολιτικών εφαρμογών ενώ αποτελούν μια από τις πλέον δημοφιλείς ρομποτικές πλατφόρμες σε διάφορους τομείς επιστημονικής έρευνας. Στις κυριότερες εφαρμογές εντάσσονται η ανίχνευση πυρκαγιών σε δασικές περιοχές, η εποπτεία εγκαταστάσεων και έργων, ο εντοπισμός και διάσωση ατόμων σε κατάσταση ανάγκης, καθώς και η συλλογή μετεωρολογικών μετρήσεων.

Ανάλογα με τον σχεδιασμό τους, χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

- την κατηγορία σταθερής έλικας (fixed wing aircrafts) με χαρακτηριστικό παράδειγμα τα αεροπλάνα, και
- την κατηγορία περιστρεφόμενης έλικας (rotary wing aircrafts) στην οποία εντάσσονται τα ελικόπτερα και τα πολυπτερυγα εναέρια οχήματα, (multirotors) με χαρακτηριστικό αντιπρόσωπο τα τετραπτερυγα αεροσκάφη (quadrotors).

Ο έλεγχος της κίνησης των UAVs επιτυγχάνεται είτε με ρύθμισή της κλίσης των ακίνητων πτερυγίων, είτε με ρύθμιση της κλίσης ή/και ταχύτητας περιστροφής των κινούμενων ελίκων, είτε με συνδυασμό των παραπάνω. Ως παράδειγμα αναφέρεται η περίπτωση των quadrotors, τα



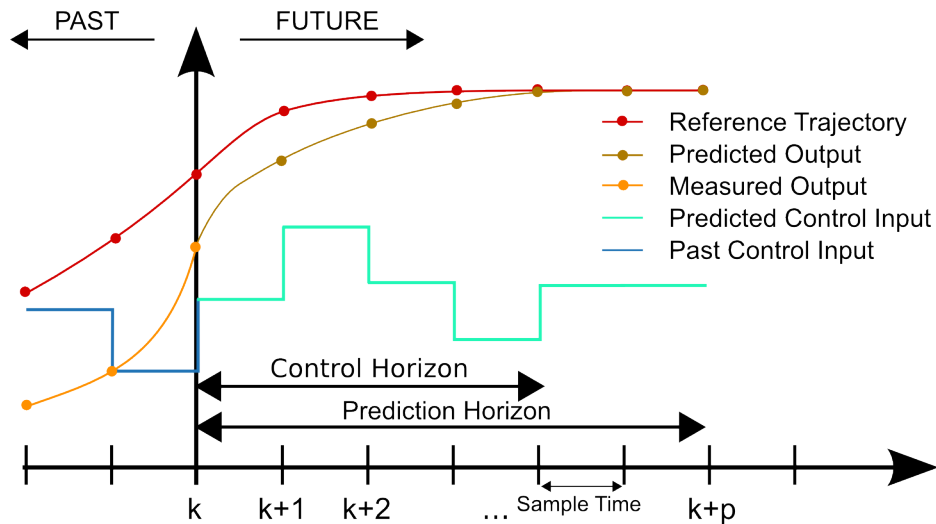
Σχήμα 1.1: Μη-επανδρωμένα αεροσκάφη σταθερής έλικας.



Σχήμα 1.2: Μη-επανδρωμένο ελικόπτερο.



Σχήμα 1.3: Εξαπτέρυγο (hexarotor) εναέριο όχημα.



Σχήμα 1.4: Ενδεικτικό σχήμα προβλεπτικού ελέγχου διακριτού χρόνου.

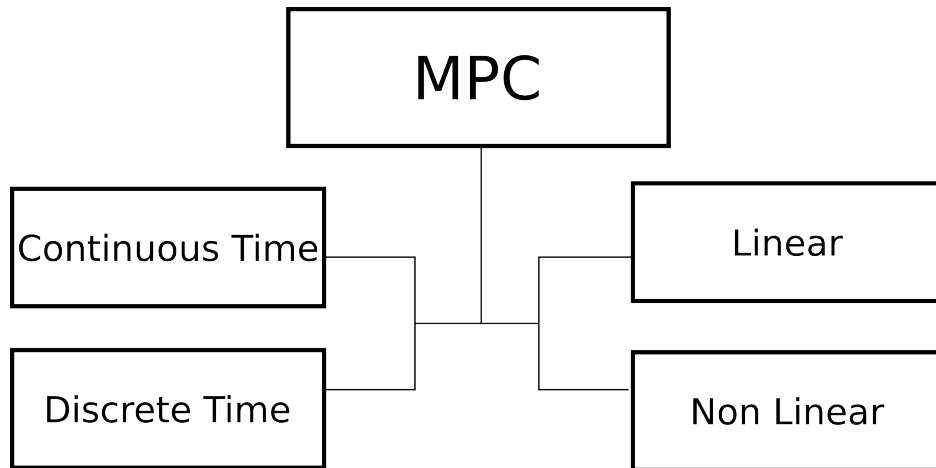
οποία φέρουν κινούμενες έλικες, τοποθετημένες συμμετρικά γύρω από το κέντρο του οχήματος με παράλληλους άξονες περιστροφής, και με κατάλληλη επιλογή ταχυτήτων επιτυγχάνουν την ανάπτυξη οποιουδήποτε συνδυασμού ροπών γύρω από τους τρεις άξονες του οχήματος και μιας κάθετης δύναμης στο σώμα αυτού. Από τα παραπάνω φαίνεται ότι τέτοιου είδους οχήματα είναι υπό-επενεργούμενα (underactuated), καθώς έχουν λιγότερες εισόδους (inputs) από ότι βαθμούς ελευθερίας (degrees of freedom), π.χ. τέσσερις κινητήρες έναντι συνολικά έξι συνιστωσών θέσης και προσανατολισμού, κάνοντας το πρόβλημα του ελέγχου πιο σύνθετο.

1.2 Προβλεπτικός Έλεγχος

Ο προβλεπτικός έλεγχος (Model Predictive Control) είναι μία μεθοδολογία αυτομάτου ελέγχου η οποία εφαρμόζεται στην βιομηχανία παραγωγής χημικών και διύλισης πετρελαίου από το 1980, και χάρις την πρόοδο των σύγχρονων υπολογιστικών συστημάτων υιοθετείται σε ολοένα και περισσότερες εφαρμογές, κάτι που μέχρι πρότινος ήταν δύσκολο καθώς οι προβλεπτικοί ελεγκτές απαιτούν εν γένει πολύ περισσότερους πόρους από τους συμβατικούς PID και LQR ελεγκτές. Ως μεθοδολογία, εντάσσεται στην κατηγορία του βέλτιστου ελέγχου (optimal control) καθώς σε κάθε επανάληψη του ελεγκτή λύνεται ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, δεδομένων των τρεχόντων αρχικών συνθηκών του συστήματος.

Οι προβλεπτικοί ελεγκτές βασίζονται στην χρήση δυναμικών μοντέλων που περιγράφουν την συμπεριφορά του ελεγχόμενου συστήματος ή διεργασίας. Τα μοντέλα αυτά χαρακτηρίζονται συνήθως από μεγάλη πολυπλοκότητα και είναι είτε εμπειρικά τα οποία προκύπτουν από αναγνώριση της εκάστοτε εγκατάστασης είτε δυναμικά μοντέλα συστημάτων με μεγάλες χρονικές καθυστερήσεις ή δυναμικές υψηλών τάξεων. Σπανίως χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο απλών συστημάτων, όπου οι συμβατικοί ελεγκτές φέρουν ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Δοθέντος του δυναμικού μοντέλου και της μετρούμενης ή εκτιμώμενης τρέχουσας κατάστασης του συστήματος, ένας προβλεπτικός ελεγκτής μπορεί να προβλέψει την μεταβολή



Σχήμα 1.5: Κατηγορίες προβλεπτικού ελέγχου.

στην εξέλιξη της κατάστασης που επιφέρουν διαφορετικές μελλοντικές εισόδοι ελέγχου. Κατά την χρονική στιγμή t , εκτελείται μία στρατηγική ελέγχου ελαχιστοποίησης κόστους εντός ενός σχετικά μικρού χρονικού ορίζοντα, $[t, t + T_p]$, με στόχο τον υπολογισμό των εισόδων που θα σταλούν στο σύστημα κατά το χρονικό διάστημα $[t, t + T_c]$. Έτσι, λύνοντας σε κάθε επανάληψη ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις Euler-Lagrange, υπολογίζεται η εκάστοτε βέλτιστη τροχιά των εισόδων (input trajectory), και εμμέσως η βέλτιστη τροχιά των καταστάσεων (state trajectory), που θα οδηγήσει το σύστημα στην επιθυμητή τελική κατάσταση. Το χρονικό διάστημα που επιλέγεται για την πρόβλεψη του πως θα εξελιχθεί η κατάσταση ονομάζεται χρονικός ορίζοντας πρόβλεψης (prediction time horizon), ενώ το χρονικό διάστημα κατά το οποίο θα σταλθούν εισόδοι στο σύστημα ονομάζεται χρονικός ορίζοντας ελέγχου (control time horizon). Συνήθως, οι χρονικοί ορίζοντες πρόβλεψης και ελέγχου επιλέγονται ίσοι άλλα εν γένει μπορεί να είναι διαφορετικοί, υπό την προϋπόθεση ο χρονικός ορίζοντας ελέγχου να είναι μικρότερος από ή ίσος με τον χρονικό ορίζοντα πρόβλεψης. Παρά το γεγονός ότι σε κάθε επανάληψη υπολογίζεται ολόκληρη η τροχιά των εισόδων, μόνο η είσοδος που αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή της τρέχουσας επανάληψης στέλνεται στο σύστημα, καθώς στην επόμενη επανάληψη του ελεγκτή το πρόβλημα λύνεται εκ νέου για την νέα τρέχουσα κατάσταση, η οποία λόγω θορύβων ή σφαλμάτων στο μοντέλο μπορεί να μην είναι ίση με την προβλεπόμενη. Για αυτό τον λόγο, ο προβλεπτικός έλεγχος ανήκει στις στρατηγικές ελέγχου κλειστού βρόχου.

Αν και η παραπάνω προσέγγιση δεν είναι βέλτιστη, στην πράξη δίνει πολύ καλά αποτελέσματα. Ένα σημαντικό ποσοστό ακαδημαϊκής έρευνας έχει πραγματοποιηθεί με στόχο την εύρεση γρήγορων μεθόδων λύσεως των εξισώσεων Euler-Lagrange, την κατανόηση της συνολικής ευστάθειας των συστημάτων κλειστού βρόχου που προκύπτουν από τις τοπικές βέλτιστες λύσεις των προβλεπτικών ελεγκτών, και εν γένει για την βελτίωση των μεθοδολογιών προβλεπτικού ελέγχου.

Το γενικό πρόβλημα βελτιστοποίησης του προβλεπτικού ελέγχου επιλύεται ως προς τις βέλτιστες εισόδους, ενώ ισοτικοί και ανισοτικοί περιορισμοί στις καταστάσεις και στις ει-

σόδους μπορούν να ληφθούν υπόψη στην λύση, κάτι το οποίο επιτρέπει την αντιμετώπιση πολύπλοκων προβλημάτων ελέγχου. Λόγω του μεγάλου αριθμού διαφορετικών μοντέλων και προβλημάτων, οι προβλεπτικοί ελεγκτές κατηγοριοποιούνται σε διαφορετικές κλάσεις ως προς τον χρόνο και ως προς την μορφή του προβλήματος που επιλύουν. Ο προβλεπτικός έλεγχος χωρίζεται σε δύο κατηγορίες ως προς τον χρόνο:

- Προβλεπτικός έλεγχος συνεχούς χρόνου (continuous-time mpc), όπου το δυναμικό μοντέλο του συστήματος αποτελείται από διαφορικές εξισώσεις και το αντίστοιχο πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι πρόβλημα ελαχιστοποίησης του ολοκληρώματος των σφαλμάτων κατάστασης εντός του χρονικού ορίζοντα πρόβλεψης.
- Προβλεπτικός έλεγχος διακριτού χρόνου (discrete-time mpc), όπου το δυναμικό σύστημα έχει διακριτοποιηθεί με δειγματοληψία και στην αντίστοιχη συνάρτηση ποινής βρίσκεται το άθροισμα των σφαλμάτων κατάστασης.

Αντίστοιχα, υπάρχουν δύο ακόμα κατηγορίες ως προς την μορφή του προβλήματος:

- Γραμμικός προβλεπτικός έλεγχος (linear mpc), όπου το δυναμικό μοντέλο του συστήματος αποτελείται από γραμμικές εξισώσεις των καταστάσεων και των εισόδων, και το πρόβλημα εντάσσεται στην κατηγορία γραμμικής βελτιστοποίησης.
- Μη-γραμμικός προβλεπτικός έλεγχος (non-linear mpc), όπου είτε το μοντέλο λαμβάνει υπόψη την έντονη μη-γραμμική δυναμική συμπεριφορά του συστήματος, είτε η συνάρτηση κόστους δεν είναι τετραγωνικής μορφής, είτε οι περιορισμοί, ισοτικοί ή ανισοτικοί, είναι μη-γραμμικοί.

Οι προβλεπτικοί ελεγκτές που απαντώνται πιο συχνά στην πράξη είναι γραμμικοί, διακριτού χρόνου. Ενώ τα περισσότερα πραγματικά συστήματα είναι μη-γραμμικά, μπορούν να θεωρηθούν προσεγγιστικά γραμμικά γύρω από το σημείο λειτουργίας, με τα αντίστοιχα σφάλματα προσέγγισης στην πρόβλεψη να αντισταθμίζονται από τον μηχανισμό ανατροφοδότησης. Επιπλέον, σε περιπτώσεις όπου η μη-γραμμικότητα του συστήματος είναι σημαντική, με κατάλληλους μετασχηματισμούς των μεταβλητών κατάστασης πριν και μετά τον ελεγκτή, είναι δυνατόν να κατασκευαστούν γραμμικοί προβλεπτικοί ελεγκτές οι οποίοι μπορούν να την αντισταθμίσουν. Ένας από τους λόγους που τέτοιου είδους ελεγκτές προτιμούνται στην πράξη είναι το γεγονός ότι η επίλυση των αντίστοιχων γραμμικών προβλημάτων είναι γρήγορη και εύρωστη διαδικασία.

Οι μη-γραμμικοί προβλεπτικοί ελεγκτές χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις όπου είτε η γραμμικοποίηση γύρω από το σημείο λειτουργίας δεν δίνει ακριβείς προσεγγίσεις, είτε το σύστημα αναμένεται να δουλεύει σε ένα ευρύ φάσμα καταστάσεων. Μία σημαντική δυσκολία στην κατασκευή μη-γραμμικών προβλεπτικών ελεγκτών είναι διασφάλιση της ευστάθειας στην λύση του αντίστοιχου προβλήματος βελτιστοποίησης, καθώς αυτό πλέον παύει να είναι κυρτό. Για την επίλυση των προβλημάτων βελτιστοποίησης συνήθως χρησιμοποιούνται μεθοδολογίες τύπου Newton, όπως direct single shooting, direct multiple shooting methods, και direct

collocation. Τέτοιου είδους προσεγγίσεις εκμεταλλεύονται το γεγονός ότι διαδοχικά προβλήματα βελτιστοποίησης είναι όμοια μεταξύ τους, κάτι το οποίο επιτρέπει σημαντική μείωση στον χρόνο επίλυσής τους καθώς η λύση του προηγούμενου, με κατάλληλη χρονική μετατόπιση, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως αρχική εκτίμηση της λύσης του επόμενου. Αν και τέτοιου είδους προβλεπτικοί ελεγκτές είναι πιο δύσκολοι στον σχεδιασμό, επιτρέπουν την επίλυση εξαιρετικά σύνθετων πρακτικών προβλημάτων, όπου δεν είναι δυνατόν ή είναι πολύ δύσκολο να λυθούν με άλλες μεθοδολογίες.

1.3 Έλεγχος με Οπτική Ανατροφοδότηση

Ο έλεγχος με οπτική ανατροφοδότηση (visual servoing) αναφέρεται στον έλεγχο διατάξεων όπου το κλείσιμο του βρόγχου ελέγχου πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας κάμερες και τεχνητή όραση για την μέτρηση της απόκρισης του συστήματος. Η κάμερα ή κάμερες συνήθως τοποθετούνται είτε πάνω στην ρομποτική διάταξη είτε κάπου σταθερά εντός του χώρου εργασίας και χρησιμοποιούνται για την παρακολούθηση κάποιου στόχου ή και ακόμα του ίδιου του ρομπότ. Ο έλεγχος με οπτική ανατροφοδότηση στηρίζεται σε τεχνικές επεξεργασίας εικόνας (image processing), σε αλγορίθμους τεχνητής όρασης (computer vision), και στην θεωρία του αυτομάτου ελέγχου (control theory).

Το βασικό πρόβλημα που καλείται να λύσει ένα σχήμα ελέγχου με οπτική ανατροφοδότηση είναι ο μηδενισμός του σφάλματος μεταξύ μίας επιθυμητής κατάστασης και της τρέχουσας. Τόσο η τρέχουσα όσο και η επιθυμητή μπορεί να υπολογίζονται με χρήση τεχνητής όρασης. Ανάλογα με το πως ορίζεται το σφάλμα, υπάρχουν δύο κυρίες κατηγορίες ελέγχου με οπτική ανατροφοδότηση:

- Έλεγχος με βάση την εικόνα (Image Based Visual Servoing, IBVS)
- Έλεγχος με βάση την θέση (Position Based Visual Servoing, PBVS)

Στα προβλήματα ελέγχου της πρώτης κατηγορίας, ως σφάλματα χρησιμοποιούνται οι διαφορές κάποιων χαρακτηριστικών μεγεθών που βρίσκονται στον χώρο της εικόνας, ενώ στην δεύτερη κατηγορία, πραγματοποιείται πρώτα εκτίμηση της κατάστασης του ρομπότ ή/και του στόχου στον τρισδιάστατο χώρο μέσω όρασης, και στην συνέχεια το σφάλμα εκφράζεται συναρτήσει της διαφοράς της τρέχουσας θέσης ή/και του προσανατολισμού από την επιθυμητή κατάσταση.

Η υπεροχή της μιας μεθόδου από την άλλη εξαρτάται από την εφαρμογή. Εν γένει, ο έλεγχος με βάση την εικόνα είναι πιο εύκολος και πιο εύρωστος και προτιμάται σε περιπτώσεις που δεν είναι απαραίτητη η γνώση της θέσης του εκάστοτε αντικειμένου στον χώρο. Από την άλλη, ο έλεγχος με βάση την θέση επιτρέπει την αντιμετώπιση πολύπλοκων σεναρίων ελέγχου που δεν μπορούν να λυθούν από την πρώτη κατηγορία. Πέρα από αυτές τις δύο μεγάλες κατηγορίες, έχουν αναπτυχθεί και άλλες υβριδικές μεθοδολογίες, όπως ο $2\frac{1}{2}D$ έλεγχος με οπτική ανατροφοδότηση (two and a half visual servoing).

Κεφάλαιο 2

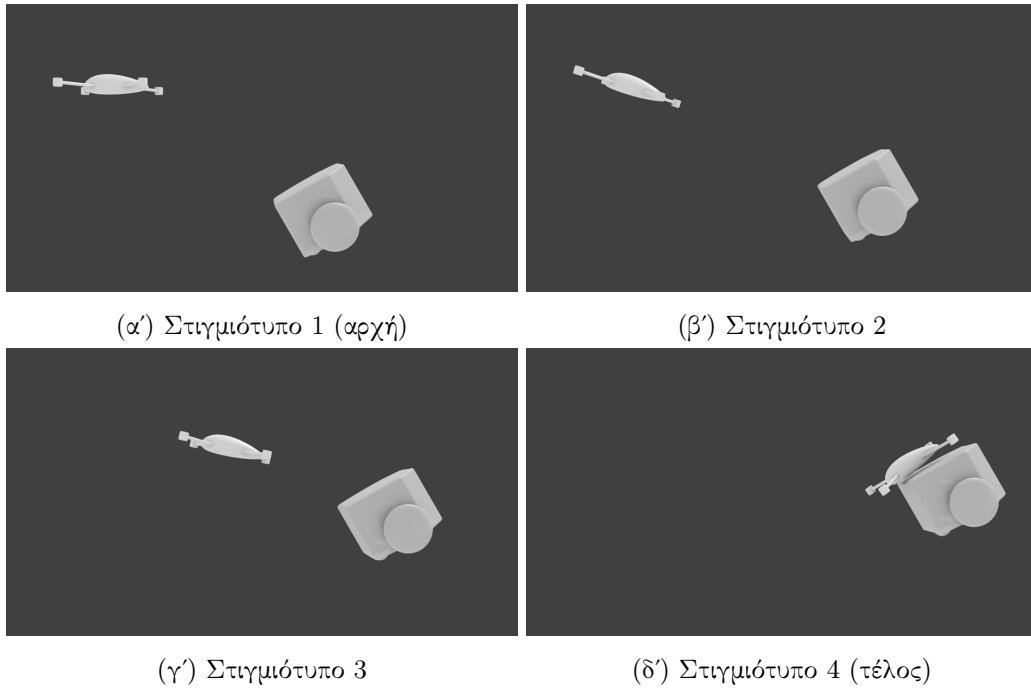
Σκοπός Διπλωματικής

2.1 Διατύπωση Προβλήματος Ελέγχου

Σε αυτή την εργασία, μελετάμε το πρόβλημα της προσγείωσης ενός εναέριου οχήματος τύπου quadrotor πάνω σε πλατφόρμα η οποία βρίσκεται τοποθετημένη σε ένα κινούμενο επίγειο όχημα. Το κινούμενο όχημα εκτελεί μία τροχιά χωρίς να συνεργάζεται με το εναέριο όχημα το οποίο προσπαθεί να προσγειωθεί ανεξάρτητα πάνω στην πλατφόρμα. Το εναέριο όχημα είναι εφοδιασμένο με μία ενσωματωμένη κάμερα που κοιτάζει προς τα εμπρός, την οποία χρησιμοποιεί για τον εντοπισμό της πλατφόρμας και την εκτίμηση της κατάστασής της κατά την φάση της προσέγγισης. Η δυσκολία επίλυσης του προβλήματος αυξάνεται καθώς το έδαφος μπορεί να μην είναι οριζόντιο ή/και η πλατφόρμα είναι πιθανό να έχει μία σχετική κλίση ως προς το επίγειο όχημα. Δεδομένου του τελικού στόχου ελαχιστοποίησης των σφαλμάτων στην θέση, στην κλίση και στις ταχύτητες, γραμμικές και γωνιακές, των εναέριου οχήματος και πλατφόρμας, καθώς και του ότι η πλατφόρμα προσγείωσης είναι κεκλιμένη, η τελική επιθυμητή κατάσταση του quadrotor εν γένει δεν είναι κατάσταση ισορροπίας του συστήματος. Επιπλέον, η ύπαρξη φραγμάτων στις εισόδους περιορίζει τις δυνατότητες του εναέριου οχήματος. Τέλος, οι παραπάνω στόχοι πρέπει να επιτευχθούν χωρίς να σημειωθεί σύγκρουση μεταξύ του αέριου οχήματος και της πλατφόρμας προσγείωσης.

Από τα παραπάνω είναι προφανές ότι ορισμένοι στόχοι είναι αντικρουόμενοι (π.χ. παρακολούθηση της πλατφόρμας με την κάμερα προς τα εμπρός και προσγείωση πάνω στην πλατφόρμα) και η ύπαρξη δυναμικού περιβάλλοντος δημιουργεί την ανάγκη για επίλυση του προβλήματος σε πραγματικό χρόνο (δηλαδή ο ελεγκτής πρέπει να λύνει το πρόβλημα αρκετά γρήγορα για να αντισταθμίσει τις απρόσμενες αλλαγές στην κίνηση του επίγειου οχήματος), οι οποίοι δύο παράγοντες καθιστούν το πρόβλημα εξαιρετικά απαιτητικό.

Θεωρούμε το σενάριο όπου το επίγειο όχημα είναι αρχικά ορατό από την κάμερα του εναέριου οχήματος, και εκτελεί μία άγνωστη τροχιά. Σκοπός της συγκεκριμένης εργασίας είναι ο σχεδιασμός ενός μη-γραμμικού προβλεπτικού ελεγκτή διακριτού χρόνου, ο οποίος θα προσγειώσει επιτυχώς το quadrotor πάνω στην κεκλιμένη πλατφόρμα του κινούμενου οχήματος λύνοντας online ένα απαιτητικό πρόβλημα βελτιστοποίησης υπό περιορισμούς. Σε αντίθεση με υπάρχουσες σχετικές εργασίες, η τροχιά του εναέριου οχήματος σχεδιάζεται σε πραγ-



Σχήμα 2.1: Παράδειγμα ελιγμού προσγείωσης σε κεκλιμένη κινούμενη πλατφόρμα (προσομοίωση).

ματικό χρόνο και εκτελείται από έναν μόνο ελεγκτή, ο οποίος εκμεταλλεύεται πλήρως την δυναμική του συστήματος, ενώ παράλληλα λαμβάνει υπόψη τους περιορισμούς λόγω όρασης, σύγκρουσης και φραγμένων εισόδων. Επίσης, σε αντίθεση με τους συμβατικούς προβλεπτικούς ελεγκτές, οι οποίοι απαιτούν η τελική κατάσταση να είναι κατάσταση ισορροπίας του συστήματος, το πρόβλημα της ασταθούς τελικής κατάστασης αντιμετωπίζεται λύνοντας ως προς τις τροχιές και ως προς τον βέλτιστο χρονικό ορίζοντα του προβλεπτικού ελεγκτή σε κάθε επανάληψη.

2.2 Σχετικές Εργασίες

Τις τελευταίες δεκαετίες, πληθώρα εργασιών στην σχετική βιβλιογραφία μελετούν το πρόβλημα της κάθετης απογείωσης και προσγείωσης μη-επανδρωμένων εναέριων οχημάτων (UAVs) πάνω σε οριζόντιες σταθερές επιφάνειες, με ενδεικτικές εργασίες τις [1] [2] [3]. Όμως, καθώς εξετάζονται όλο και περισσότερες πρακτικές εφαρμογές των UAVs, όπως το πρόβλημα της προσγείωσης πάνω σε κινούμενα οχήματα για ανεφοδιασμό και η αρπαγή αντικειμένων στον αέρα, ολοένα και πιο σύνθετα σενάρια έρχονται στο προσκήνιο απαιτώντας τον σχεδιασμό προηγμένων ελεγκτών. Το πρόβλημα της προσγείωσης ενός εναέριου ρομπότ πάνω σε κεκλιμένες ή κινούμενες επιφάνειες έχει μελετηθεί σε αρκετές πρόσφατες εργασίες.

Στην εργασία [4] των Dougherty, Daewon και Taeyoung, αντιμετωπίστηκε το πρόβλημα της κάθετης προσγείωσης ενός εναέριου οχήματος τύπου quadrotor πάνω σε μία σταθερή κεκλιμένη επιφάνεια χρησιμοποιώντας lasers για την εκτίμηση της απόστασης και της κλίσης

της πλατφόρμας. Μετρούμενων των παραπάνω μεγεθών, δύο ελεγκτές χρησιμοποιούνται για να εκτελέσουν διαδοχικά ο καθένας ένα από τα δυο ξεχωριστά τμήματα της σχεδιαζόμενης υβριδικής τροχιάς. Σε μία άλλη πρόσφατη δουλειά [5] των Cabecinhas, Cunha και Silvestre, ένα hybrid automaton χρησιμοποιήθηκε για την εκτέλεση ενός ελιγμού προσγείωσης πάλι με ένα quadrotor, όπου αυτή την φορά το εναέριο όχημα έπρεπε να συγκρουστεί με και να ολισθήσει πάνω σε μία ακίνητη, κεκλιμένη επιφάνεια πριν ευθυγραμμιστεί τελικώς με αυτήν. Εδώ τρεις διαφορετικοί ελεγκτές χρησιμοποιήθηκαν για να εκτελέσουν τα διαδοχικά τμήματα της τροχιάς υπό την επίβλεψη ενός supervisor, ο οποίος ήταν υπεύθυνος για την μετάβαση από τον ένα ελεγκτή στον άλλο.

Η πιο ακραία περίπτωση προσγείωσης σε ακίνητη, κατακόρυφη επιφάνεια παρουσιάστηκε στην εργασία [6] των Mellinger, Michael και Kumar, ως μία από τις δυνατές εφαρμογές μίας μεθόδου σχεδιασμού τροχιών και ελεγκτών για επιθετικούς ελιγμούς. Πιο συγκεκριμένα, η offline σχεδιαζόμενη τροχιά εκτελείται από μία σειρά διαδοχικά εναλλασσόμενων ελεγκτών, η ρύθμιση των παραμέτρων των οποίων, καθώς και των παραμέτρων των κριτηρίων μετάβασης από τον ένα στον άλλο, είχε πραγματοποιηθεί μέσω μιας αυτοματοποιημένης διαδικασίας εκμάθησης με πειραματικές δοκιμές.

Σχετικά με το πρόβλημα της προσγείωσης ενός UAV πάνω σε κινούμενο επίγειο όχημα, οι Voos και Bou-Ammar στην εργασία τους [7] χρησιμοποιούν έναν μη γραμμικό 2D ελεγκτή για την προσγείωση ενός quadrotor πάνω σε μία κινούμενη οριζόντια πλατφόρμα αναλύοντας το πρόβλημα σε δύο επιμέρους, όπου αρχικώς το εναέριο όχημα προσεγγίζει την πλατφόρμα κατά το οριζόντια επίπεδο και στην συνέχεια κατεβαίνει κατά τον κατακόρυφο άξονα. Επιπλέον, η συντονισμένη προσγείωση ενός quadrotor πάνω σε ένα επίγειο όχημα παρουσιάζεται στην εργασία [8] των Daly, Ma και Waslander, όπου ένας κοινός αποκεντρωμένος ελεγκτής σχεδιάστηκε για να επιτύχει την συνάντηση των δύο οχημάτων.

Κεφάλαιο 3

Μοντελοποίηση

Έστω C_i το χωρόδετο πλαίσιο και C_q, C_c, C_m, C_p τα σωματόδετα πλαίσια του εναέριου οχήματος, της κάμερας, του επίγειου οχήματος και της πλατφόρμας προσγείωσης, όπως φαίνονται στο Σχήμα 3.1. Για το υπόλοιπο αυτής της εργασίας, χρησιμοποιείται ο συμβολισμός ${}^j_i\mathbf{R}$ για τον $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ πίνακα στροφής που ορίζει τον προσανατολισμό του πλαισίου C_j ως προς το πλαίσιο C_i , το ${}^k_i\mathbf{T}_j$ συμβολίζει το $\mathbb{R}^{3 \times 1}$ διάνυσμα μετατόπισης του πλαισίου C_j ως προς το πλαίσιο C_i , εκφρασμένο στο πλαίσιο C_k , ο $\text{diag}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z})$ είναι $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ ο διαγώνιος πίνακας με στοιχεία $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$, και ο συμβολισμός $\mathbf{X}_{(k)}$ χρησιμοποιείται για να δείξει την τιμή που έχει η μεταβλητή \mathbf{X} την χρονική στιγμή που αντιστοιχεί στο χρονικό βήμα k . Επίσης, τα ca και sa χρησιμοποιούνται ως συντομογραφίες των τριγωνομετρικών συναρτήσεων $\cos(\alpha)$ και $\sin(\alpha)$ αντιστοίχως για την εκάστοτε γωνία α .

Η λεπτομερής έκφραση του πίνακα στροφής $\mathbf{R}(\boldsymbol{\phi})$ συναρτήσει των Euler ZYX γωνιών $\boldsymbol{\phi} = [\phi, \theta, \psi]^T$, είναι:

$$\mathbf{R}(\boldsymbol{\phi}) = \begin{bmatrix} c\psi \cdot c\theta & c\psi \cdot s\theta \cdot s\phi - s\psi \cdot c\phi & c\psi \cdot s\theta \cdot c\phi + s\psi \cdot s\phi \\ s\psi \cdot c\theta & s\psi \cdot s\theta \cdot s\phi + c\psi \cdot c\phi & s\psi \cdot s\theta \cdot c\phi - c\psi \cdot s\phi \\ -s\theta & c\theta \cdot s\phi & c\theta \cdot c\phi \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

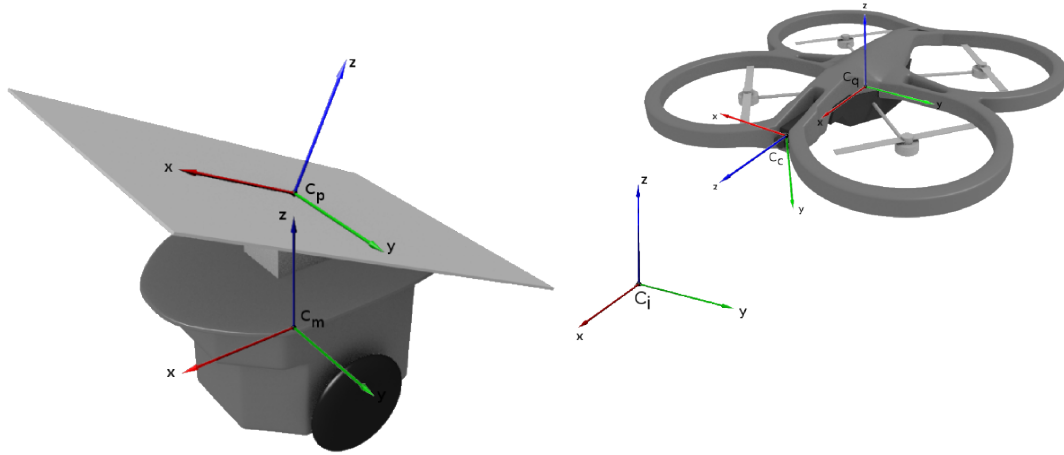
Επίσης, η ιακωβιανή που συνδέει τους ρυθμούς μεταβολής $\dot{\boldsymbol{\phi}} = [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$ των Euler ZYX γωνιών με την γωνιακή ταχύτητα $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$, εκφρασμένη στο αντίστοιχο σωματόδετο πλαίσιο, σύμφωνα με την σχέση $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{E} \cdot \dot{\boldsymbol{\phi}}$, ορίζεται ως:

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{\phi}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & s\phi \cdot c\theta \\ 0 & -s\phi & c\phi \cdot c\theta \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

3.1 Εναέριο Όχημα

Το μοντέλο διακριτού χρόνου του εναέριου οχήματος ορίζεται ως:

$$\mathbf{x}_{q(k+1)} = \mathbf{f}_q(\mathbf{x}_{q(k)}, \mathbf{u}_{q(k)}) \quad (3.3)$$



Σχήμα 3.1: Χωρόδετο και σωματόδετα πλαίσια.

όπου $\mathbf{x}_q = [\mathbf{P}_{qe}^T, \mathbf{V}_{qe}^T, \boldsymbol{\phi}_q^T, \boldsymbol{\omega}_{qb}^T]^T \in \mathbb{R}^N$ είναι το διάνυσμα κατάστασης το οποίο αποτελείται από την θέση $\mathbf{P}_{qe} = [x_q, y_q, z_q]^T$ και γραμμική ταχύτητα $\mathbf{V}_{qe} = [\dot{x}_q, \dot{y}_q, \dot{z}_q]^T$ του εναέριου οχήματος εκφρασμένες στο πλαίσιο C_i , τις Euler ZYX γωνίες $\boldsymbol{\phi}_q = [\phi_q, \theta_q, \psi_q]^T$ που ορίζουν τον προσανατολισμό του ως προς το πλαίσιο C_i , και η γωνιακή του ταχύτητα $\boldsymbol{\omega}_{qb} = [p_q, q_q, r_q]^T$ εκφρασμένη στο σωματόδετο πλαίσιο C_q , $\mathbf{u}_q \in \mathbb{R}^M$ είναι το διάνυσμα εισόδου του το οποίο θα οριστεί παρακάτω, και $\mathbf{f}_q(\cdot, \cdot) : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^M \mapsto \mathbb{R}^N$ είναι μια σχεδόν παντού συνεχώς παραγωγίσιμη συνάρτηση, με εξαίρεση τα σημεία $\phi_q = 2 \cdot \pi \cdot l_1 + \frac{\pi}{2}$ και $\theta_q = 2 \cdot \pi \cdot l_2 + \frac{\pi}{2}$, $\forall l_1, l_2 \in \mathbb{N}$.

Το υβριδικό κινηματικό και δυναμικό μοντέλο του quadrotor, θεωρώντας ότι το κέντρο του σωματόδετου πλαισίου C_q βρίσκεται στο κέντρο μάζας, περιγράφεται από τις σχέσεις:

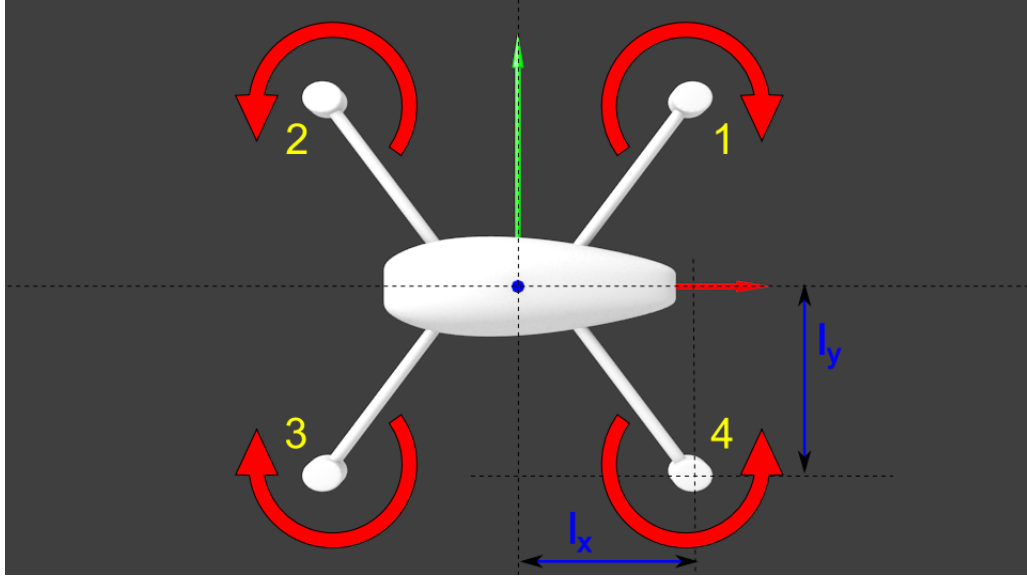
$$\frac{d}{dt}(\mathbf{P}_{qe}) = \mathbf{V}_{qe} \quad (3.4\alpha')$$

$$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{\phi}_q) = \mathbf{E}^{-1}(\boldsymbol{\phi}_q) \cdot \boldsymbol{\omega}_{qb} \quad (3.4\beta')$$

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{V}_{qe}) = m^{-1} \cdot {}^i_q\mathbf{R} \cdot (\mathbf{F} + \mathbf{F}_D) + \mathbf{g} \quad (3.5\alpha')$$

$$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{\omega}_{qb}) = \mathbf{I}^{-1} \cdot (\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_D - \boldsymbol{\omega}_{qb} \times (\mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\omega}_{qb})) \quad (3.5\beta')$$

όπου ${}^i_q\mathbf{R} = \mathbf{R}(\boldsymbol{\phi}_q)$, m και $\mathbf{I} = \text{diag}(I_{xx}, I_{yy}, I_{zz})$ είναι η μάζα και το μητρώο ροπών αδράνειας του εναέριου οχήματος με τα I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} να συμβολίζουν τις κύριες ροπές αδράνειας, $\mathbf{g} = [0, 0, g]^T$ είναι το διάνυσμα επιτάχυνσης της βαρύτητας με $g = -9.81m/s$, και $\mathbf{F} = [0, 0, F_z]^T$, $\boldsymbol{\tau} = [\tau_x, \tau_y, \tau_z]$ είναι τα διανύσματα της δύναμης και ροπής που προκαλούν οι έλικες. Οι αεροδυναμικές δυνάμεις και ροπές τριβής, $\mathbf{F}_D = -\text{diag}(d_u, d_v, d_w) \cdot {}^i_q\mathbf{R}^T \cdot \mathbf{V}_{qe}$ και $\boldsymbol{\tau}_D = -\text{diag}(d_p, d_q, d_r) \cdot \boldsymbol{\omega}_{qb}$, έχουν επίσης ληφθεί υπόψη κατά την μοντελοποίηση, όπου d_u ,



Σχήμα 3.2: Θέση και φορά περιστροφής ελίκων τετραπτέρυγου εναέριου οχήματος.

d_v, d_w, d_p, d_q, d_r είναι οι σταθεροί, θετικοί συντελεστές τριβής. Πιο συγκεκριμένα, το δυναμικό μοντέλο του εναέριου οχήματος προκύπτει από τις εξισώσεις διατήρησης της ορμής και στροφορμής, αμελώντας τους όρους της στροφορμής των ελίκων καθώς οι ροπές αδράνειας των κινητήρων είναι πολύ μικρές σε σχέση με του οχήματος.

Οι εξισώσεις του παραπάνω μοντέλου δίνονται πιο αναλυτικά ως:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_q \\ y_q \\ z_q \\ \dot{x}_q \\ \dot{y}_q \\ \dot{z}_q \\ \phi_q \\ \theta_q \\ \psi_q \\ p_q \\ q_q \\ r_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_q \\ \dot{y}_q \\ \dot{z}_q \\ (c\psi_q \cdot s\theta_q \cdot c\phi_q + s\psi_q \cdot s\phi_q) \cdot \frac{F_z}{m} + \frac{F_{Dx}}{m} \\ (s\psi_q \cdot s\theta_q \cdot c\phi_q - c\psi_q \cdot s\phi_q) \cdot \frac{F_z}{m} + \frac{F_{Dy}}{m} \\ (c\theta_q \cdot c\phi_q) \cdot \frac{F_z}{m} + g + \frac{F_{Dz}}{m} \\ p_q + s\phi_q \cdot \frac{s\theta_q}{c\theta_q} \cdot q_q + c\phi_q \cdot \frac{s\theta_q}{c\theta_q} \cdot r_q \\ c\phi_q \cdot q_q - s\phi_q \cdot r_q \\ \frac{s\phi_q}{c\theta_q} \cdot q_q + \frac{c\phi_q}{c\theta_q} \cdot r_q \\ \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \cdot q_q \cdot r_q + \frac{\tau_x}{I_{xx}} + \frac{\tau_{Dx}}{I_{xx}} \\ \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \cdot p_q \cdot r_q + \frac{\tau_y}{I_{yy}} + \frac{\tau_{Dy}}{I_{yy}} \\ \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \cdot p_q \cdot q_q + \frac{\tau_z}{I_{zz}} + \frac{\tau_{Dz}}{I_{zz}} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

όπου $\mathbf{F}_D = {}^q \mathbf{R} \cdot [F_{Dx}, F_{Dy}, F_{Dz}]^T$ και $\boldsymbol{\tau}_D = [\tau_{Dx}, \tau_{Dy}, \tau_{Dz}]^T$.

Τα διανύσματα δύναμης και ροπής των ελίκων υπολογίζονται από έναν ενσωματωμένο,

χαμηλού επιπέδου εσωτερικό PID ελεγκτή σύμφωνα με:

$$F_z = \frac{m}{c\theta_q \cdot c\phi_q} \cdot (K_z \cdot (\dot{z}_{des} - \dot{z}_q) - g) \quad (3.7\alpha)$$

$$\tau_x = I_{xx} \cdot (K_\phi \cdot (\phi_{des} - \phi_q) - K_p \cdot p_q) - (I_{yy} - I_{zz}) \cdot q_q \cdot r_q \quad (3.7\beta')$$

$$\tau_y = I_{yy} \cdot (K_\theta \cdot (\theta_{des} - \theta_q) - K_q \cdot q_q) - (I_{zz} - I_{xx}) \cdot p_q \cdot r_q \quad (3.7\gamma')$$

$$\tau_z = I_{zz} \cdot K_r \cdot (r_{des} - r_q) - (I_{xx} - I_{yy}) \cdot p_q \cdot q_q \quad (3.7\delta')$$

όπου $\mathbf{u}_q = [\dot{z}_{des}, \phi_{des}, \theta_{des}, r_{des}]^T$ είναι το διάνυσμα εισόδου, $\dot{z}_{des}, \phi_{des}, \theta_{des}, r_{des}$ είναι οι επιθυμητές τιμές της γραμμικής ταχύτητας \dot{z}_q , των γωνιών ϕ_q και θ_q , και τις γωνιακές ταχύτητας r_q , και $K_z, K_p, K_\phi, K_q, K_\theta, K_r$ είναι τα κέρδη του εσωτερικού ελεγκτή. Επιπλέον, το διάνυσμα εισόδου \mathbf{u}_q πρέπει να ικανοποιεί τον περιορισμό:

$$-\mathbf{u}_B \leq \mathbf{u}_q \leq +\mathbf{u}_B \quad (3.8)$$

όπου $\mathbf{u}_B = [\dot{z}_B, \phi_B, \theta_B, r_B]$ είναι τα όρια που επιβάλλει ο εσωτερικός ελεγκτής στις εισόδους, με $\dot{z}_B, \phi_B, \theta_B, r_B$ θετικές σταθερές.

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (3.7) στις (3.5) και προσεγγίζοντας τα αριστερά μέλη των (3.4) και (3.5) με τις αντίστοιχες πεπερασμένες διαφορές προς τα εμπρός προκύπτει η (3.3). Όπως μπορεί εύκολα να διαπιστώσει κανείς, η δομή του εσωτερικού ελεγκτή είναι τέτοια ώστε να απαλείφονται οι όροι m και \mathbf{I} από το τελικό μοντέλο.

3.2 Κάμερα

Η κάμερα που βρίσκεται πάνω στο εναέριο όχημα είναι σταθερή ως προς αυτό, με το σωματόδετο πλαίσιο της C_c τοποθετημένο στο οπτικό της κέντρο και τον z -άξονα κάθετο στο επίπεδο της εικόνας. Η θέση \mathbf{P}_{ce} της κάμερας, εκφρασμένη στο πλαίσιο C_i , και ο αντίστοιχος πίνακας στροφής ${}^i\mathbf{R}$ μπορούν να υπολογιστούν συναρτήσει των καταστάσεων του εναέριου οχήματος σύμφωνα με τις εξισώσεις:

$$\mathbf{P}_{ce} = \mathbf{P}_{qe} + {}^i\mathbf{R} \cdot {}^q\mathbf{T}_c \quad (3.9)$$

$${}^i\mathbf{R} = {}^i\mathbf{R} \cdot {}^q\mathbf{R} \quad (3.10)$$

όπου ${}^q\mathbf{T}_c$ και ${}^q\mathbf{R}$ είναι το σταθερό διάνυσμα μετατόπισης και ο σταθερός πίνακας στροφής των πλαισίων C_q και C_c .

3.3 Επίγειο Κινούμενο Όχημα

Το αντίστοιχο μοντέλο διακριτού χρόνου του επίγειου κινούμενου οχήματος ορίζεται ως:

$$\mathbf{x}_{m(k+1)} = \mathbf{f}_m(\mathbf{x}_{m(k)}, \mathbf{u}_{m(k)}) \quad (3.11)$$

όπου, ομοίως με το εναέριο όχημα, $\mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^N$ είναι το διάνυσμα κατάστασης (πιο αναλυτικά $\mathbf{x}_m = [\mathbf{P}_{me}^T, \mathbf{V}_{me}^T, \phi_m^T, \omega_{mb}^T]^T$), με $\mathbf{P}_{me} = [x_m, y_m, z_m]^T$ και $\mathbf{V}_{me} = [\dot{x}_m, \dot{y}_m, \dot{z}_m]^T$ η θέση και η

γραμμική ταχύτητα του επίγειου οχήματος εκφρασμένες στο πλαίσιο C_i , $\phi_m = [\phi_m, \theta_m, \psi_m]^T$ το διάνυσμα των γωνιών Euler ZYX, $\omega_{mb} = [p_m, q_m, r_m]^T$ η γωνιακή ταχύτητα εκφρασμένη στο σωματόδετο πλαίσιο C_m , $\mathbf{u}_m^T \in \mathbb{R}^L$ είναι το αντίστοιχο διάνυσμα εισόδου, και $\mathbf{f}_m : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^L \mapsto \mathbb{R}^N$, υπό την προϋπόθεση $\theta_m \neq 2 \cdot \pi \cdot l + \frac{\pi}{2}, \forall l \in \mathbb{N}$.

Η κινηματική του τροχοφόρου οχήματος δίνεται από:

$$\dot{\mathbf{P}}_{me} = \mathbf{V}_{me} \quad (3.12\alpha')$$

$$\dot{\phi}_m = \mathbf{E}^{-1}(\phi_m) \cdot \omega_{mb} \quad (3.12\beta')$$

Ένας ενσωματωμένος κινηματικός ελεγκτής χρησιμοποιείται για την επίτευξη των επιθυμητών ταχυτήτων $\mathbf{u}_m = [v_{des}, \omega_{des}]^T$ σύμφωνα με:

$$\mathbf{V}_{me} = {}^i_m \mathbf{R} \cdot \mathbf{V}_{mbc} \quad (3.13\alpha')$$

$$\omega_{mb} = \omega_{mbc} \quad (3.13\beta')$$

όπου $\mathbf{V}_{mbc} = [v_{des}, 0, 0]^T$ και $\omega_{mbc} = [0, 0, \omega_{des}]^T$ είναι η γραμμική και γωνιακή ταχύτητα του επίγειου οχήματος και ${}^i_m \mathbf{R} = \mathbf{R}(\phi_m)$. Από τα παραπάνω, προσεγγίζοντας τις χρονικές παραγώγους των \mathbf{P}_{me} και ϕ_m στην (3.12) χρησιμοποιώντας πεπερασμένες διαφορές προς τα εμπρός προκύπτει η αναλυτή μορφή της εξίσωσης (3.11).

3.4 Πλατφόρμα Προσγείωσης

Η πλατφόρμα προσγείωσης του εναέριου οχήματος, ορθογωνικού σχήματος, είναι στερεωμένη πάνω στο επίγειο κινούμενο όχημα, με το αντίστοιχο σωματόδετο πλαίσιο C_p τοποθετημένο στο κέντρο της έχοντας τον z -άξονα κάθετο στο επίπεδο που ορίζει και να κοιτάζει προς τα πάνω. Η θέση \mathbf{P}_{pe} και αντίστοιχες ταχύτητες \mathbf{V}_{pe} και ω_{pb} μπορούν να υπολογιστούν συναρτήσει των καταστάσεων του επίγειου οχήματος από τις σχέσεις:

$$\mathbf{P}_{pe} = \mathbf{P}_{me} + {}^i_m \mathbf{R} \cdot {}^m_p \mathbf{T}_p \quad (3.14\alpha')$$

$$\mathbf{V}_{pe} = \mathbf{V}_{me} + ({}^i_m \mathbf{R} \cdot \omega_{mb}) \times ({}^i_m \mathbf{R} \cdot {}^m_p \mathbf{T}_p) \quad (3.14\beta')$$

$$\omega_{pb} = {}^m_p \mathbf{R}^T \cdot \omega_{mb} \quad (3.14\gamma')$$

όπου ${}^m_p \mathbf{T}_p$ και ${}^p_m \mathbf{R}$ είναι σταθερά. Ο πίνακας στροφής ${}^i_p \mathbf{R}$ που συνδέει τα πλαίσια C_i και C_m υπολογίζεται από την σχέση ${}^i_p \mathbf{R} = {}^i_m \mathbf{R} \cdot {}^m_p \mathbf{R}$.

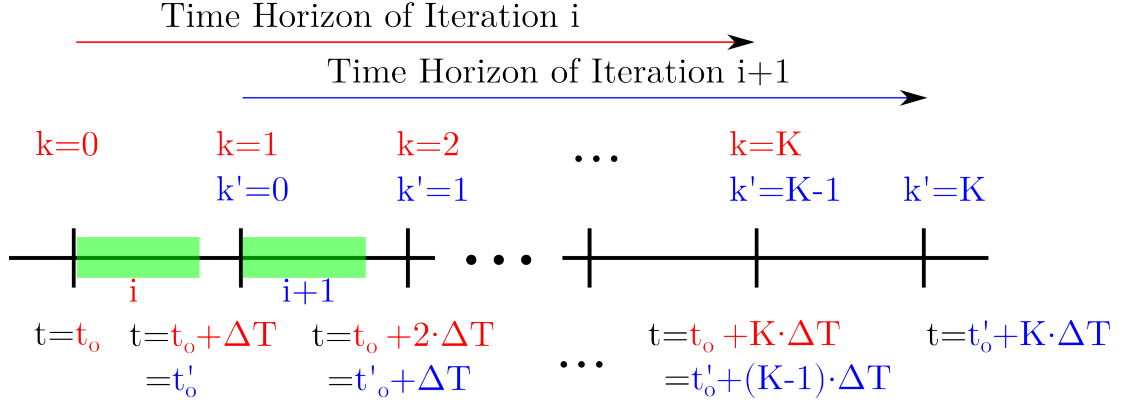
Κεφάλαιο 4

Σχεδίαση Ελεγκτή

Για την επίλυση του προβλήματος ελέγχου που περιγράφηκε σε προηγούμενη ενότητα σχεδιάστηκε ένας μη-γραμμικός προβλεπτικός ελεγκτής διακριτού χρόνου με περιορισμούς. Στην αρχή κάθε επανάληψης, που αντιστοιχεί στο χρονικό βήμα $k = 0$ και χρονική στιγμή $t = t_0$, ο προβλεπτικός ελεγκτής χρειάζεται την εκτίμηση της κατάστασης του εναέριου οχήματος \mathbf{x}_{q_0} , την τελευταία είσοδο \mathbf{u}_{q_0} που στάλθηκε σε αυτό, και την εκτίμηση της αρχικής κατάστασης και της τρέχουσας εισόδου του επίγειου οχήματος, \mathbf{x}_{m_0} και \mathbf{u}_{m_0} , ενώ στο τέλος της επανάληψης επιστρέφει τις βέλτιστες τροχιές κατάστασης X_{opt} και εισόδου U_{opt} του εναέριου οχήματος και τον βέλτιστο χρονικό ορίζοντα K_{opt} .

Υπό την προϋπόθεση ότι η επιθυμητή τελική κατάσταση του συστήματος μπορεί να επιτευχθεί για κάποια επιτρεπτή τροχιά εισόδων του εναέριου οχήματος, η χρήση μόνο αθροίσματος των σφαλμάτων των ενδιάμεσων καταστάσεων (αντίστοιχος όρος του ολοκληρωτικού των προβλημάτων συνεχούς χρόνου, integral cost) δεν είναι αρκετή καθώς δεν μπορεί να εγγυηθεί την ταυτόχρονη σύγκλιση όλων των καταστάσεων στην επιθυμητή την ίδια χρονική στιγμή, λόγω του ότι είναι ασταθής κατάσταση του εναέριου οχήματος. Η παρουσία ποινής στα σφάλματα της τελικής κατάστασης (terminal cost) αν και συμβάλει επιτυχώς στην κατασκευή τροχιάς εισόδων που θα οδηγούσε το εναέριο όχημα στην επιθυμητή τελική κατάσταση σε ακριβώς K το πλήθος βήματα, δεν είναι επίσης αρκετή, καθώς σε κάθε επανάληψη το πρόβλημα λύνεται εκ νέου, με αποτέλεσμα η νέα τροχιά να οδηγήσει το εναέριο όχημα στην επιθυμητή τελική κατάσταση πάλι σε ακριβώς K βήματα. Από τα παραπάνω φαίνεται, πως με κατάλληλη μεταβολή του χρονικού ορίζοντα σε κάθε επανάληψη του ελεγκτή, είναι δυνατή η επίτευξη του επιθυμητού στόχου. Για αυτό τον λόγο, σε κάθε επανάληψη ο ελεγκτής αναζητά και τον βέλτιστο χρονικό ορίζοντα K_{opt} , πέρα από τις δύο τροχιές καταστάσεων και εισόδων.

Επιπλέον, καθώς το επίγειο όχημα κινείται ανεξάρτητα, μία εκτίμηση της άγνωστης τροχιάς της κίνησής του, την οποία χρειάζεται ο ελεγκτής για να υπολογίσει με ακρίβεια τον ελιγμό του εναέριου οχήματος, μπορεί να υπολογιστεί πριν την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης με χρήση του μοντέλου που ορίστηκε στην (3.11), θεωρώντας σταθερή είσοδο στο όχημα, δηλαδή $\mathbf{u}_{m(k)} = \mathbf{u}_{m_0}$, $\forall k = 0, 1, \dots, K - 1$. Επίσης, λαμβάνοντας υπόψη ότι η διάρκεια της κάθε επανάληψης είναι συγκρίσιμη με την σταθερή διάρκεια Δt του κάθε χρονικού βήματος k , $\forall k = 0, 1, \dots, K$, η είσοδος που πρέπει να στέλνεται στο εναέριο όχημα αντιστοιχεί στο



Σχήμα 4.1: Χρονικοί ορίζοντες δύο διαδοχικών επαναλήψεων, i (κόκκινο) και $i + 1$ (μπλε), και διάρκεια επίλυσης προβλήματος βελτιστοποίησης (πράσινο), για σταθερό ορίζοντα K .

χρονικό βήμα $k = 1$ της πρόβλεψης, δηλαδή είναι το υπολογισμένο διάνυσμα εισόδου $\mathbf{u}_{q(1)}$, και όχι το $\mathbf{u}_{q(0)}$, το οποίο δεν αποτελεί πλέον ελεύθερη μεταβλητή κατά την βελτιστοποίηση.

4.1 Πρόβλημα Βελτιστοποίησης

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης που λύνει ο προβλεπτικός ελεγκτής σε κάθε επανάληψη ορίζεται ως:

$$\min_K \min_{\mathbf{X}, \mathbf{U}} J(\mathbf{X}, \mathbf{U}, K) \quad (4.1\alpha')$$

$$J(\mathbf{X}, \mathbf{U}, K) = J_A(\mathbf{X}, \mathbf{U}, K) + J_V(\mathbf{X}, K) + J_L(\mathbf{X}, K) \quad (4.1\beta')$$

$$\mathbf{x}_{q(k+1)} = \mathbf{f}_q(\mathbf{x}_{q(k)}, \mathbf{u}_{q(k)}) \quad k = 0, 1, \dots, K-1 \quad (4.1\gamma')$$

$$\mathbf{x}_{q(0)} = \mathbf{x}_{q_0} \quad \mathbf{u}_{q(0)} = \mathbf{u}_{q_0} \quad (4.1\delta')$$

$$\mathbf{g}_c(\mathbf{x}_{q(k)}) < 0 \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (4.1\epsilon')$$

$$\mathbf{g}_b(\mathbf{u}_{q(k)}) < 0 \quad k = 0, 1, \dots, K-1 \quad (4.1\zeta')$$

$$0 \leq K \leq K_{max} \quad K \in \mathbb{N} \quad (4.1\eta')$$

όπου $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_q^T(0), \mathbf{x}_q^T(1), \dots, \mathbf{x}_q^T(K)]^T$ και $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_q^T(0), \mathbf{u}_q^T(1), \dots, \mathbf{u}_q^T(K-1)]^T$ είναι η τροχιά των καταστάσεων και εισόδων αντίστοιχα του εναέριου οχήματος, για δεδομένο χρονικό ορίζοντα K (θεωρούμε ίσους χρονικούς ορίζοντες πρόβλεψης και ελέγχου). Το πρόβλημα αποτελείται από δύο ένθετα προβλήματα ελαχιστοποίησης, με το εσωτερικό να λύνεται για τις τροχιές \mathbf{X} και \mathbf{U} και το εξωτερικό για τον χρονικό ορίζοντα K . Η συνάρτηση κόστους J αποτελείται από τρεις όρους, με τον καθένα να αντιστοιχεί στους εξείς στόχους:

- i) προσέγγιση της πλατφόρμας από το εναέριο όχημα (κόστος J_A προσέγγισης),
- ii) διατήρηση του κέντρου της πλατφόρμας εντός του οπτικού πεδίου της κάμερας κατά την φάση της προσέγγισης (κόστος J_V ορατότητας), και
- iii) προσγείωση του εναερίου οχήματος πάνω στην πλατφόρμα (κόστος J_L προσγείωσης).

Δεδομένων των \mathbf{x}_{q_0} και \mathbf{u}_{q_0} , γίνεται χρήση του μοντέλου του εναερίου οχήματος, που ορίστηκε στην (3.3), για την πρόβλεψη των μελλοντικών καταστάσεων του οχήματος. Η αποφυγή σύγκρουσης και τα άνω και κάτω φράγματα στις εισόδους μοντελοποιήθηκαν ως ανισωτικοί περιορισμοί, όπου $\mathbf{g}_c : \mathbb{R}^N \mapsto \mathbb{R}^Q$ και $\mathbf{g}_b : \mathbb{R}^M \mapsto \mathbb{R}^R$ είναι συνεχώς παραγωγίσιμες συναρτήσεις, που θα οριστούν αργότερα. Ο λόγος για τον οποίο οι περιορισμοί λόγω ορατότητας της πλατφόρμας μοντελοποιήθηκαν ως ποινές στην συνάρτηση κόστους και όχι σαν αυστηροί ανισωτικοί περιορισμοί, είναι το γεγονός ότι στα τελευταία βήματα του ελιγμού προσγείωσης η οπτική επαφή μεταξύ της πλατφόρμας και της κάμερας αναγκαστικά χάνεται. Επιπλέον, ο χρονικός ορίζοντας K φράσσεται από πάνω από την τιμή K_{max} , επαρκώς μεγάλη ώστε το εναέριο όχημα να μπορεί να εκτελέσει ελιγμό προσγείωσης εντός του επιτρεπόμενου χρόνου.

4.2 Συνάρτηση Κόστους

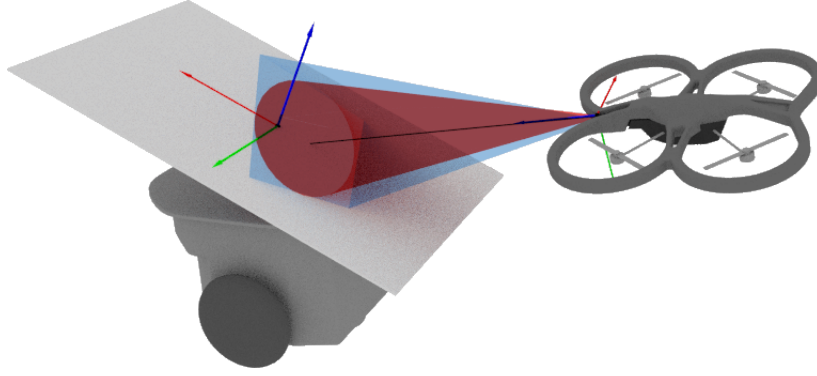
Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η συνάρτηση κόστους αποτελείται από τρεις επιμέρους όρους. Ο πρώτος όρος J_A αντιστοιχεί στην φάση κατά την οποία το εναέριο όχημα προσεγγίζει την πλατφόρμα προσγείωσης και αποτελείται από τους παρακάτω τετραγωνικούς όρους:

$$J_A = \frac{w_{aq}}{K+1} \cdot \sum_{k=0}^K \mathbf{x}_{A(k)}^T \cdot \mathbf{Q}_A \cdot \mathbf{x}_{A(k)} + \frac{w_{ar}}{K+1} \cdot \sum_{k=0}^{K-2} \Delta \mathbf{u}_q^T(k) \cdot \mathbf{R}_A \cdot \Delta \mathbf{u}_q(k) \quad (4.2\alpha')$$

$$w_{aq} = \delta + (1-\delta) \cdot \left(\frac{d_{init}}{d_{a,ref} + d_{init}} \right)^2 \quad (4.2\beta')$$

$$w_{ar} = \epsilon + (1-\epsilon) \cdot \left(\frac{d_{init}}{d_{a,ref} + d_{init}} \right)^2 \quad (4.2\gamma')$$

όπου $\mathbf{x}_A = [(\mathbf{P}_{qe} - \mathbf{P}_{pe})^T, \mathbf{V}_{qe}, \phi_q, \omega_{qb}]^T$, $\Delta \mathbf{u}_q(k) = \Delta \mathbf{u}_q(k+1) - \Delta \mathbf{u}_q(k)$, $\mathbf{Q}_A \in \mathbb{R}^{N \times N}$ και $\mathbf{R}_A \in \mathbb{R}^{M \times M}$. Τα σταθερά βάρη $\mathbf{Q}_A > 0$ του πρώτου όρου επηρεάζουν το πόσο γρήγορα το εναέριο όχημα θα προσπαθήσει να μειώσει την απόσταση του από την πλατφόρμα, ενώ τα βάρη $\mathbf{R}_A \geq 0$ του δεύτερου όρου καθορίζουν το πόσο ομαλή θα είναι η τροχιά των εισόδων. Οι συντελεστές w_{aq} και w_{ar} είναι γνησίως αύξουσες συναρτήσεις της αρχικής απόστασης $d_{init} = \|\mathbf{P}_{qe(0)} - \mathbf{P}_{me(0)}\|$, αντιστοιχίζοντας το $[0, +\infty)$ στο $[\delta, 1]$ και $[\epsilon, 1]$, και χρησιμοποιούνται για να μειώσουν την συνεισφορά του J_A καθώς το εναέριο όχημα πλησιάζει την πλατφόρμα, δεδομένων των σταθερών παραμέτρων $\delta, \epsilon \in (0, 1)$ και της απόστασης αναφοράς $d_{a,ref} > 0$. Η διαίρεση των δύο αθροισμάτων με $K+1$ πραγματοποιείται ώστε να σχηματιστούν οι μέσοι όροι των τετραγώνων των σφαλμάτων και των μεταβολών των εισόδων, καθώς διαφορετικά



Σχήμα 4.2: Πραγματικό (μπλε πυραμίδα) και προσεγγιστικό (κόκκινος κώνος) οπτικό πεδίο της κάμερας.

αυτός ο όρος θα οδηγούσε την βέλτιστη λύση του εξωτερικού προβλήματος βελτιστοποίησης μονίμως προς το $K_{opt} = 0$.

Σχετικά με την ποινή J_V που αντιστοιχεί στους περιορισμούς λόγω ορατότητας, δεδομένης της οριζόντιας και κατακόρυφης οπτικής γωνιάς της κάμερας, a_h και a_v , χρησιμοποιήθηκε ένας ελλειπτικός κώνος με την κορυφή του τοποθετημένη στην αρχή του πλαισίου C_c και τον άξονά του ευθυγραμμισμένο με τον z -άξονα της κάμερας, για την προσέγγιση του οπτικού πεδίου της κάμερας. Ο ελλειπτικός κώνος επιλέχθηκε αντί πυραμίδας (πραγματική γεωμετρία οπτικού πεδίου) καθώς έχει ως αποτέλεσμα την πιο συντηρητική παρακολούθηση της πλατφόρμας. Η εξίσωση του κώνου, πολλαπλασιασμένη με το τετράγωνο της απόστασης μεταξύ κάμερας και πλατφόρμας, χρησιμοποιήθηκε για την επιβολή ποινής στην απόσταση του κέντρου της πλατφόρμας προσγείωσης από τον άξονα του κώνου, σύμφωνα με:

$$J_V = W_C \cdot \frac{w_v}{K+1} \cdot \sum_{k=0}^K d_{pc}^2(k) \cdot \left(\left(\frac{x_{pc}(k)}{\alpha \cdot |z_{pc}(k)| + d} \right)^2 + \left(\frac{y_{pc}(k)}{\beta \cdot |z_{pc}(k)| + d} \right)^2 \right) \quad (4.3\alpha')$$

$$w_v = \left(\frac{d_{init}}{d_{v,ref} + d_{init}} \right)^2 \quad (4.3\beta')$$

όπου $\mathbf{P}_{pc} = {}^i_c \mathbf{R}^T \cdot (\mathbf{P}_{pe} - \mathbf{P}_{ce}) = [x_{pc}, y_{pc}, z_{pc}]^T$ είναι η θέση της πλατφόρμας ως προς την κάμερα, εκφρασμένη στο πλαίσιο C_c , $d_{pc} = \|\mathbf{P}_{pc}\|$ είναι η απόσταση μεταξύ κάμερας και πλατφόρμας προσγείωσης, $\alpha = \tan(\frac{a_h}{2})$ και $\beta = \tan(\frac{a_v}{2})$, και $W_C > 0$ είναι το αντίστοιχο σταθερό βάρος του όρου J_V . Μία επιπλέον μικρή σταθερά $d > 0$ προστέθηκε ώστε να εξαλειφθεί η ιδιάζουσα κατάσταση που έχει ο κώνος στην κορυφή του. Ομοίως με τον όρο J_A , το άθροισμα των επιμέρους ποινών διαιρείται με $K+1$ και πολλαπλασιάζεται με w_v , όπου ο δεύτερος όρος πηγαίνει στο μηδέν καθώς το εναέριο όχημα πλησιάζει τον στόχο, δεδομένης μιας σταθερής απόστασης αναφοράς $d_{v,ref} > 0$.

Τέλος, τα τελικά κόστη J_L που αντιστοιχούν στην φάση της προσγείωσης του εναέριου οχήματος δίνονται από:

$$J_L = W_H \cdot K^2 + \mathbf{x}_{L(K)}^T \cdot \mathbf{Q}_L \cdot \mathbf{x}_{L(K)} \quad (4.4)$$

όπου $\mathbf{x}_L = [(\mathbf{P}_{qe} - \mathbf{P}_{pe})^T, (\mathbf{V}_{qe} - \mathbf{V}_{pe})^T, \boldsymbol{\gamma}^T, (\boldsymbol{\omega}_{qb} - \mathbf{p}^q \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{pb})^T]^T$, $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3]^T$ είναι οι γωνίες που σχηματίζουν τα ζεύγη των αξόνων x, y, z των πλαισίων C_q και C_p αντιστοίχως, οι οποίες δίνονται από την $\gamma_i = \arccos(\mathbf{e}_i^T \cdot \mathbf{q}^i \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{p}^i \mathbf{R} \cdot \mathbf{e}_i)$, $\forall i \in 1, 2, 3$ με \mathbf{e}_i το μοναδιαίο διάνυσμα με 1 στην i θέση, $\mathbf{q}^i \mathbf{R} = \mathbf{q}^i \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{p}^i \mathbf{R}$, και $W_H, \mathbf{Q}_L > 0$ είναι τα αντίστοιχα σταθερά βάρη με $\mathbf{Q}_L \in \mathbb{R}^{N \times N}$. Ο πρώτος από τους δύο όρους επηρεάζει την διάρκεια του ελιγμού ενώ ο δεύτερος καθορίζει πόσο κοντά στο μηδέν θα πάνε τα σφάλματα στην θέση, τον προσανατολισμό και στις ταχύτητες.

4.3 Ανισοτικοί Περιορισμοί

Οι περιορισμοί που εισάγονται από την απαίτηση να μην υπάρξει σύγκρουση μεταξύ εναέριου οχήματος και πλατφόρμας και από τα φράγματα στις εισόδους του εναέριου οχήματος, μοντελοποιήθηκαν ως ανισωτικοί περιορισμοί. Πιο συγκεκριμένα, το πρόβλημα της αποφυγής της σύγκρουσης αντιμετωπίστηκε ελέγχοντας σε κάθε βήμα του ορίζοντα εάν δύο γεωμετρικά σχήματα τέμνονται, με το ένα να περιβάλλει το εναέριο όχημα και το άλλο να είναι το επίπεδο που ορίζει η πλατφόρμα. Για την περιβάλλουσα γεωμετρία επιλέχθηκε η χρήση ενός υπερελλειψωειδούς, η εξίσωση του οποίου δίνεται ως:

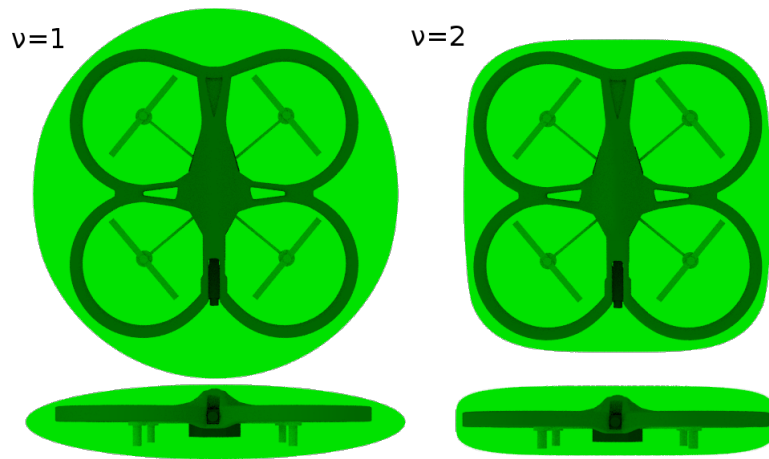
$$\left(\frac{x}{a}\right)^{2\nu} + \left(\frac{y}{b}\right)^{2\nu} + \left(\frac{z}{c}\right)^{2\nu} - 1 = 0, \quad \nu \in \mathbb{N} \quad (4.5)$$

όπου x, y, z είναι εκφρασμένα στο πλαίσιο C_q και a, b, c είναι οι ακτίνες που αντιστοιχούν στο μήκος, πλάτος και ύψος του αέριου οχήματος. Ο λόγος προτίμησής του έναντι άλλων γεωμετρικών σχημάτων είναι το ότι συνδυάζει τα προτερήματα ενός ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου και μιας σφαίρας, καθώς προσεγγίζει πολύ καλά την γεωμετρία του εναέριου οχήματος ενώ παράλληλα εισάγει μία ανίσωση ανά χρονικό βήμα, αντί των οκτώ που εισάγει το παραλληλεπίπεδο (ξεχωριστός έλεγχος τομής κάθε ακμής), η οποία υπολογίζεται εύκολα και εμπλέκει την προσημασμένη απόσταση λ του υπερελλειψωειδούς, με το επίπεδο της πλατφόρμας σύμφωνα με την $\mathbf{g}_c(\mathbf{x}_q) = \lambda < 0$ (για περισσότερες λεπτομέρειες ανατρέξτε στο Παράρτημα). Επίσης, η επιλογή του άπειρου επιπέδου αντί ενός παραλληλογράμμου για την μοντελοποίηση της πλατφόρμας οφείλεται στο ότι εάν το εναέριο όχημα βρεθεί κάτω από το επίπεδο, ακόμα και όταν δεν υπάρχει σύγκρουση των δύο σωμάτων, εμφανίζονται και άλλοι είδους προβλήματα (π.χ χάνεται η οπτική επαφή της πλατφόρμας από την κάμερα).

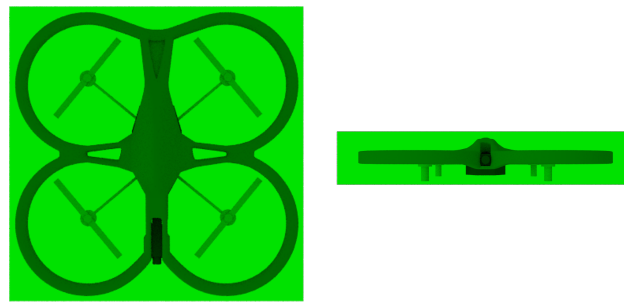
Παρομοίως, ο περιορισμός λόγω φραγμένων εισόδων (3.8) προσεγγίστηκε από την παρακάτω ανίσωση:

$$\mathbf{g}_b(\mathbf{u}_q) = \left(\frac{\dot{z}_{des}}{\dot{z}_B}\right)^{2\mu} + \left(\frac{\phi_{des}}{\phi_B}\right)^{2\mu} + \left(\frac{\theta_{des}}{\theta_B}\right)^{2\mu} + \left(\frac{r_{des}}{r_B}\right)^{2\mu} - 1 < 0, \quad \mu \in \mathbb{N} \quad (4.6)$$

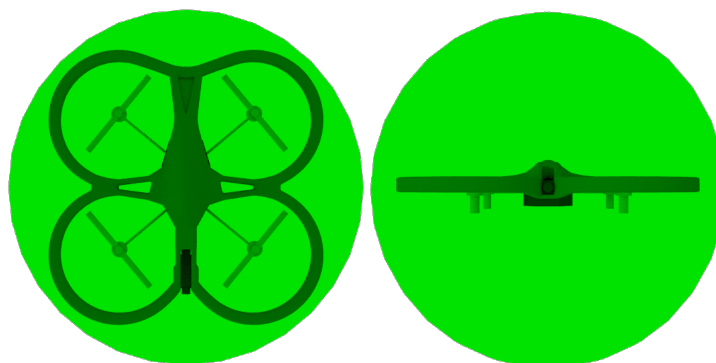
αφού η διαφορά μεταξύ της ακριβούς και προσεγγιστικής σχέσης τείνει στο μηδέν καθώς το μ τείνει στο άπειρο, και μόνο μία ανίσωση, αντί οκτώ, εισάγονται ανά χρονικό βήμα στο πρόβλημα, μειώνοντας σημαντικά το πλήθος των περιορισμών και το υπολογιστικό κόστος της λύσης.



Σχήμα 4.3: Προσέγγιση της γεωμετρίας τετραπτέρυγου εναέριου οχήματος με υπερελλειψοειδές.



Σχήμα 4.4: Προσέγγιση της γεωμετρίας τετραπτέρυγου εναέριου οχήματος με ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.



Σχήμα 4.5: Προσέγγιση της γεωμετρίας τετραπτέρυγου εναέριου οχήματος με σφαίρα.

4.4 Μεθοδολογία Επίλυσης

Ο αλγόριθμός επίλυσης του παραπάνω προβλήματος βελτιστοποίησης έχει ως εξής:

1. Θέσε $K_{mean} = K_{init}$, όπου K_{init} είναι η αρχική εκτίμηση του βέλτιστου χρονικού ορίζοντα στην έναρξη λειτουργίας του ελεγκτή.
2. Για κάθε επιτρεπτό χρονικό ορίζοντα $K_i = K_{mean} + i$ που ικανοποιεί την (4.1ζ'), λύσε το αντίστοιχο εσωτερικό πρόβλημα βελτιστοποίησης για τις βέλτιστες τροχιές \mathbf{X}_i και \mathbf{U}_i , που αντιστοιχούν σε βέλτιστα κόστη $J_i(K_i, \mathbf{X}_i, \mathbf{U}_i)$, δεδομένων των περιορισμών (4.1β')-(4.1ε'), $\forall i \in \mathbb{K} = \{-r, -r+1, \dots, r\}$, με $r \in \mathbb{N}_{>0}$.
3. Βρες την καθολική βέλτιστη λύση της τρέχουσας επανάληψης $(K_{opt}, \mathbf{X}_{opt}, \mathbf{U}_{opt}, J_{opt}) = (K_j, \mathbf{X}_j, \mathbf{U}_j, J_j)$, με $j = \operatorname{argmin}_{i \in \mathbb{K}}(J_i)$.
4. Εάν $K_{opt} = 0$, ο ελιγμός έχει ολοκληρωθεί, διαφορετικά θέσε $K_{mean} = K_{opt}$ και πήγαινε πίσω στο βήμα 2.

Η επίλυση των εσωτερικών προβλημάτων ελαχιστοποίησης έγινε με χρήση των μεθοδολογιών BFGS περιορισμένης μνήμης για την πολυδιάστατη βελτιστοποίηση και Quadratic Interpolation για την μονοδιάστατη βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς, μετά την μετατροπή των αρχικών προβλημάτων με περιορισμούς σε προβλήματα χωρίς περιορισμούς με χρήση της μεθόδου των Augmented Lagrange Multipliers. Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί ότι οι παραπάνω μέθοδοι, οι οποίες είναι πρώτης τάξης καθώς χρησιμοποιούν μόνο τα διανύσματα κλίσης, απαιτούν η συνάρτηση κόστους και οι περιορισμοί να είναι συνεχώς παραγωγίσιμες συναρτήσεις, το οποίο ισχύει στην περίπτωσή μας υπό την προϋπόθεση τα φράγματα στις εισόδους \mathbf{u}_B και τα κέρδη $K_z, K_p, K_\phi, K_q, K_\theta, K_r$ του εσωτερικού ελεγκτή να είναι τέτοια ώστε $-\frac{\pi}{2} < \phi_{q(k)} < \frac{\pi}{2}$ και $-\frac{\pi}{2} < \theta_{q(k)} < \frac{\pi}{2}$, $\forall k \in \{0, 1, \dots, K\}$.

Κεφάλαιο 5

Πειράματα

5.1 Διάταξη

Ένα Parrot ARDrone 2.0 τετραπτερυγο εναέριο όχημα και ένα Pioneer P2-DX επίγειο όχημα χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα. Ως πλατφόρμα προσγείωσης τοποθετήθηκε ένα χαρτόνι σχήματος ορθογωνίου και διαστάσεων $100\text{cm} \times 70\text{cm}$ υπό κλίση 18.5° μοιρών ως προς το επίγειο όχημα, φέροντας έναν στόχο τοποθετημένο στο κέντρο του για τον εντοπισμό της πλατφόρμας με όραση. Το εναέριο όχημα είναι εφοδιασμένο με έναν ενσωματωμένο υπολογιστή, μία αδρανειακή μονάδα μέτρησης (IMU), ένα αλτίμετρο, ένα βαρόμετρο και δύο κάμερες, με την μία (υψηλής ανάλυσης) να κοιτάει προς τα εμπρός και την άλλη (χαμηλής ανάλυσης) να κοιτάει προς τα κάτω. Το μήκος, πλάτος και ύψος του εναέριου οχήματος, δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Μήκος ($a/2$) [m]	Πλάτος ($b/2$) [m]	Ύψος ($c/2$) [m]
0.5	0.5	0.15

Πίνακας 5.1: Διαστάσεις εναέριου οχήματος.

Ο ενσωματωμένος υπολογιστής εκτελεί έναν PID ελεγκτή που δέχεται ως είσοδο το διάνυσμα \mathbf{u}_q , συλλέγει τις μετρήσεις από τους αισθητήρες, και τρέχει αλγορίθμους sensor fusion για την εκτίμηση ενός μέρους του διανύσματος κατάστασης του εναέριου οχήματος, ενώ παράλληλα διαχειρίζεται την ασύρματη επικοινωνία με έναν επίγειο σταθμό ελέγχου. Οι παράμετροι του εσωτερικού ελεγκτή, καθώς και οι άγνωστες παράμετροι του δυναμικού μοντέλου του εναέριου οχήματος αναγνωρίστηκαν κάνοντας προσαρμογή (fitting) του μοντέλου (3.3) σε μετρήσεις που πάρθηκαν κατά την διάρκεια δοκιμαστικής πτήσης. Οι άγνωστες παράμετροι δίνονται στους Πίνακες 5.2 και 5.3 και τα αντίστοιχα διαγράμματα φαίνονται στα Σχήματα 5.3-5.8.

Ο επίγειος σταθμός λαμβάνει από το εναέριο όχημα τις μετρήσεις των αισθητήρων και την μερική εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης που προκύπτει από το sensor fusion, τα οποία χρησιμοποιεί στην εκτίμηση του πλήρους διανύσματος κατάστασης \mathbf{x}_q του εναέριου οχήματος εκτελώντας ένα Unscented Kalman φίλτρο (UKF). Πιο συγκεκριμένα, οι καταστάσεις που



Σχήμα 5.1: Parrot ARDrone 2.0



Σχήμα 5.2: Pioneer P2-DX

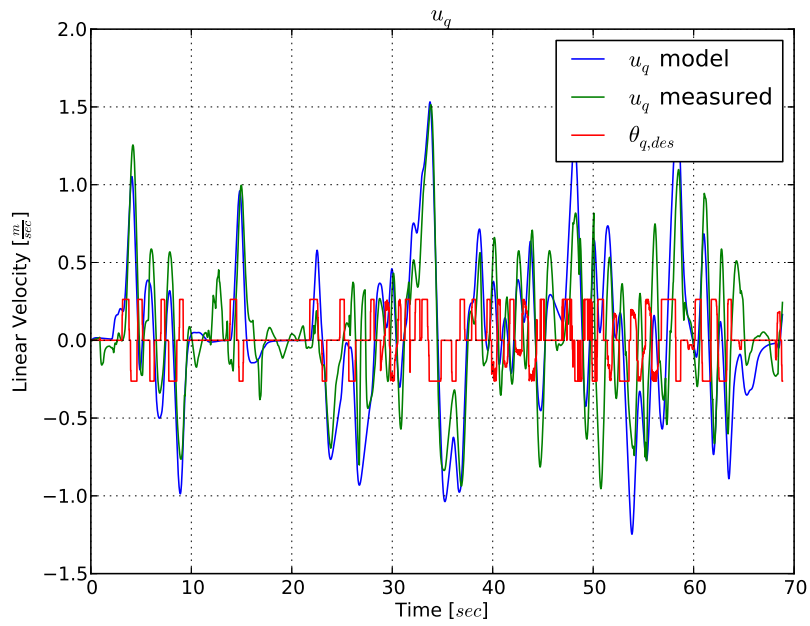
K_z	K_p	K_ϕ	K_q	K_θ	K_r
3.13	42.1	16.5	41.0	18.2	3.4

Πίνακας 5.2: Αναγνώριση Μοντέλου: Κέρδη εσωτερικού ελεγκτή

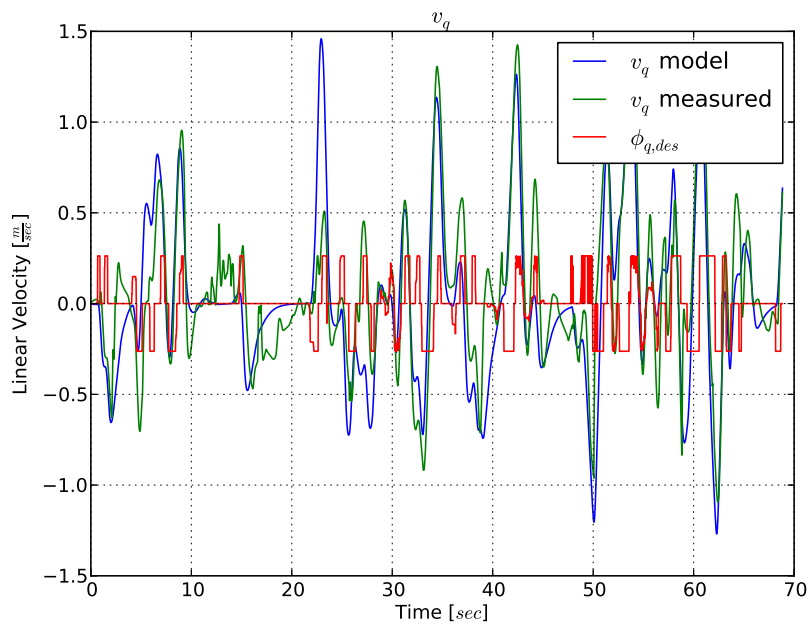
d_u	d_v	d_w	d_p	d_q	d_r
0.98	1.12	1.87	0.05	0.05	0.53

Πίνακας 5.3: Αναγνώριση Μοντέλου: Σταθερές αεροδυναμικών τριβών

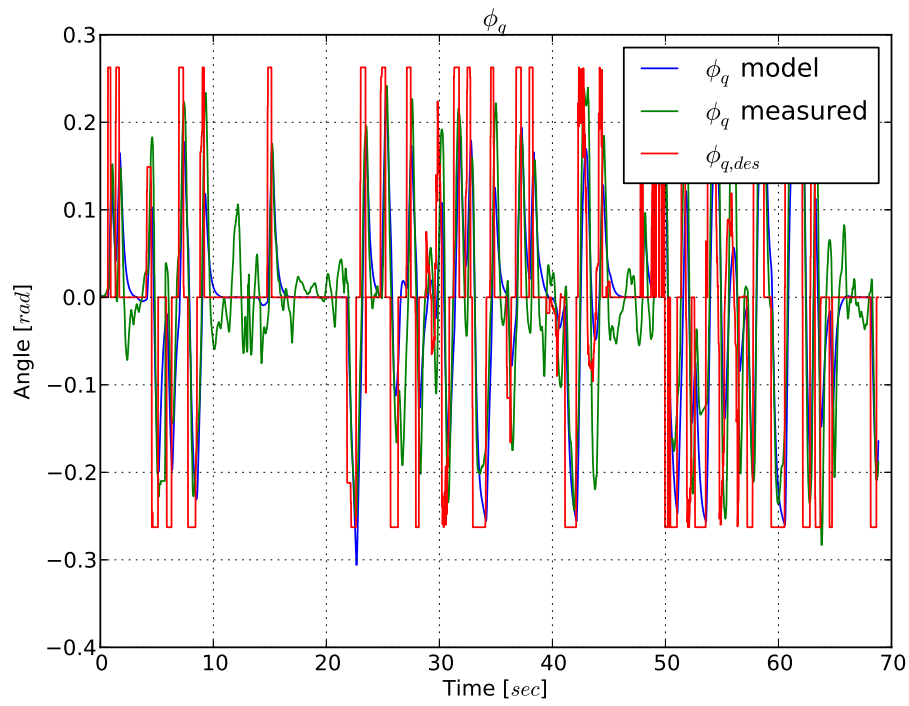
εκτιμώνται από τον ενσωματωμένο υπολογιστή είναι το ύψος από το έδαφος, οι γωνίες και οι γωνιακές ταχύτητες του εναέριου οχήματος ως προς το πλαίσιο C_i , και οι δύο γραμμικές ταχύτητες του σώματος, οι οποίες υπολογίζονται με optical flow χρησιμοποιώντας την κάτω κάμερα. Το βίντεο από την μπροστά κάμερα, μαζί με το εκτιμώμενο πλήρες διάνυσμα κατάστασης του εναέριου οχήματος, δίνονται ως είσοδοι σε ένα δεύτερο UKF, που παράλληλα με χρήση αλγορίθμων όρασης εκτιμάει το πλήρες διάνυσμα κατάστασης \mathbf{x}_m του επίγειου οχήματος. Ο έλεγχος οπτικής ανατροφοδότησης είναι τύπου PBVS καθώς η απόλυτη θέση του στόχου στο χωρόδετο σύστημα συντεταγμένων χρησιμοποιείται στα σφάλματα, υπολογιζόμενη από την σχετική θέση του στόχου ως προς το εναέριο όχημα και την απόλυτη θέση του εναέριου οχήματος. Διευκρινίζεται πως η θέση του εναέριου οχήματος στο οριζόντιο επίπεδο προκύπτει ουσιαστικά από ολοκλήρωση των αντίστοιχων ταχυτήτων, καθώς δεν υπάρχει κάποια μετρητική διάταξη που να επιστρέφει την απόλυτη θέση του ως προς το χωρόδετο σύστημα συντεταγμένων C_i . Τέλος, και τα δύο διανύσματα κατάστασης δίνονται ως είσοδοι στον προβλεπτικό ελεγκτή που σχεδιάστηκε σε προηγούμενη ενότητα, ο οποίος εκτελείται επίσης στον επίγειο σταθμό, και οι βέλτιστες είσοδοι που επιστρέφει ως αποτελέσματα σε κάθε επανάληψη, στέλνονται στο εναέριο όχημα.



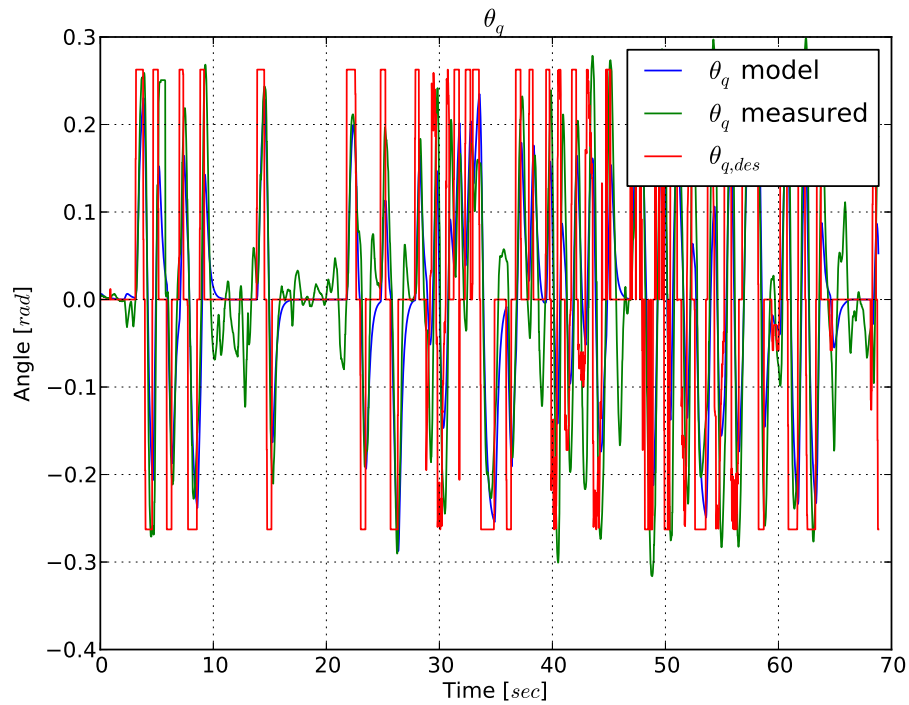
Σχήμα 5.3: Αναγνώριση Μοντέλου: Γραμμική Ταχύτητα κατά τον άξονα x (εκφρασμένη στο σωματόδετο σύστημα).



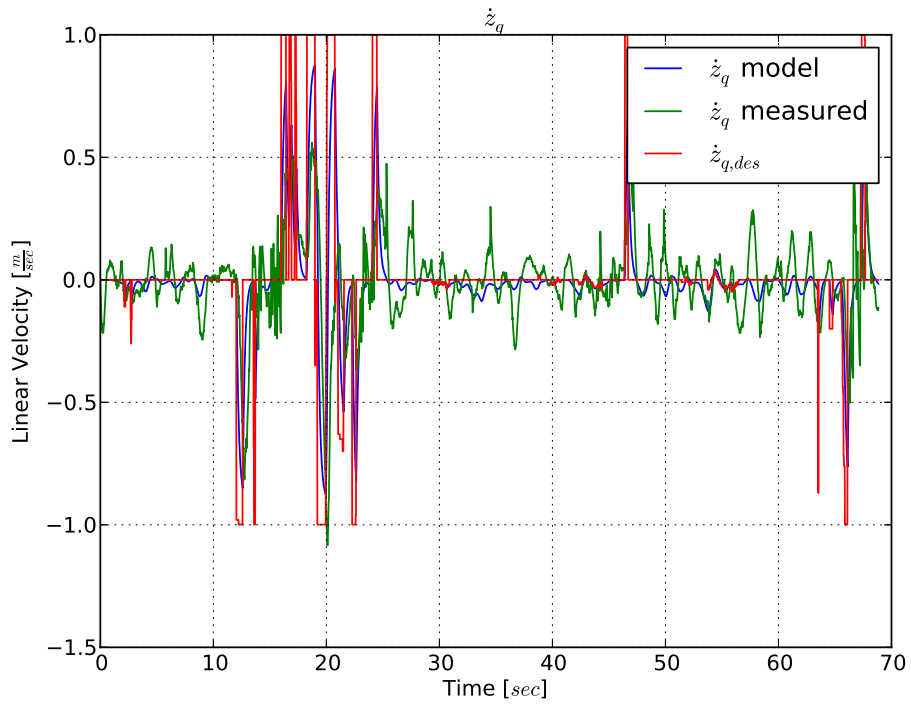
Σχήμα 5.4: Αναγνώριση Μοντέλου: Γραμμική Ταχύτητα κατά τον άξονα y (εκφρασμένη στο σωματόδετο σύστημα).



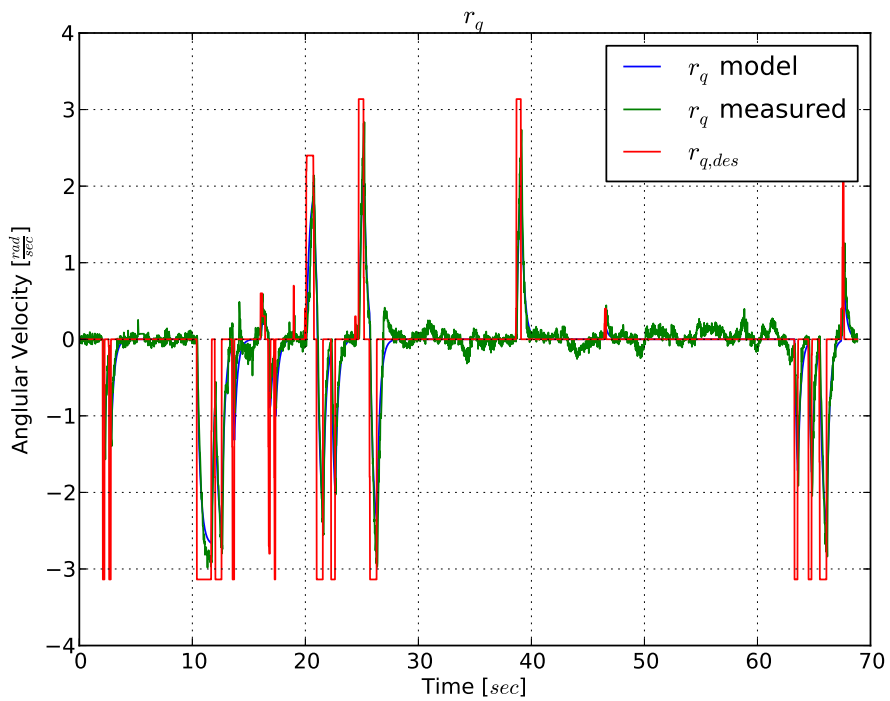
Σχήμα 5.5: Αναγνώριση Μοντέλου: Γωνία ϕ_q .



Σχήμα 5.6: Αναγνώριση Μοντέλου: Γωνία θ_q .



Σχήμα 5.7: Αναγνώριση Μοντέλου: Γραμμική Ταχύτητα \dot{z}_q .



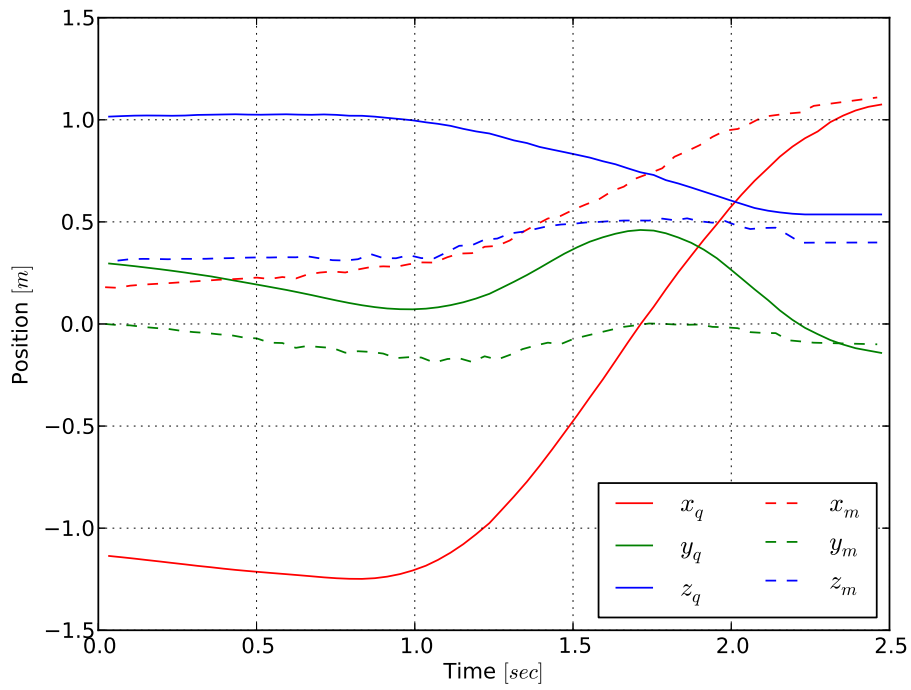
Σχήμα 5.8: Αναγνώριση Μοντέλου: Γωνιακή Ταχύτητα r_q .

5.2 Αποτελέσματα

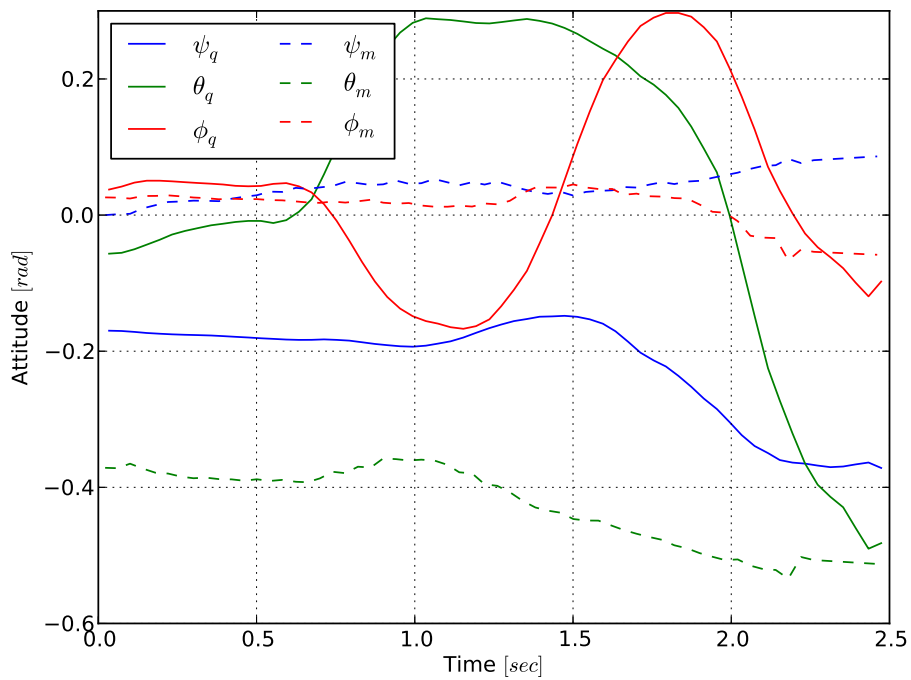
Σε αυτή την ενότητα, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από ένα πείραμα σε εξωτερικό χώρο για την αξιολόγηση της απόδοσης του προβλεπτικού ελεγκτή που σχεδιάστηκε προηγουμένως. Η κλίση του εδάφους ήταν περίπου 13° , με αποτέλεσμα η γωνία της πλατφόρμας με το οριζόντιο επίπεδο να είναι περίπου 30° . Ο ελεγκτής ξεκινάει την χρονική στιγμή $t = 0sec$, ενώ το εναέριο όχημα βρίσκεται σε κατάσταση ελεύθερης πτήσης περίπου $1.5m$ πίσω από το επίγειο όχημα, το οποίο αρχίζει να ακολουθεί μια προκαθορισμένη τροχιά, και ολόκληρος ο ελιγμός διαρκεί περίπου $2.5sec$ μέχρι να ολοκληρωθεί ($K_{opt} = 0$), οπότε κλείνουν και οι κινητήρες του εναέριου οχήματος. Το άνω φράγμα του χρονικού ορίζοντα και η περίοδος δειγματοληψίας του ελεγκτή ήταν $K_{max} = 10$ και $\Delta t = 0.08sec$, τέτοια ώστε η βελτιστοποίηση να μπορεί να ολοκληρωθεί εντός του δοσμένου χρονικού διαστήματος κάθε επανάληψης. Τα όρια στις εισόδους του εσωτερικού ελεγκτή ήταν $\dot{z}_B = 1m/sec$, $\phi_B = \theta_B = 0.35rad$, και $r_B = \frac{\pi}{2}rad/sec$ αντίστοιχα. Ο στόχος είχε τοποθετηθεί στο κέντρο της πλατφόρμας και ήταν αρχικά ορατός από την κάμερα του εναέριου οχήματος. Η οπτική επαφή, όπως ήταν αναμενόμενο, χάθηκε στα τελευταία βήματα του ελιγμού προσγειώσης, κατά την διάρκεια των οποίων, η κατάσταση του επίγειου οχήματος υπολογιζόταν μόνο μέσω ολοκλήρωσης του μοντέλου. Επιπλέον, για το σύντομο χρονικό διάστημα που το εναέριο όχημα βρίσκεται πάνω από την πλατφόρμα προσγειώσης, οι μετρήσεις από το ύψους και τα αποτελέσματα του optical flow δεν λαμβάνονται υπόψη στην εκτίμηση της κατάστασης του εναέριου οχήματος.

Από τα Σχήματα 5.9 και 5.10 φαίνεται πως το σφάλμα της εκτιμώμενης κατάστασης και προσανατολισμού πάνε επιτυχώς στο μηδέν στο τέλος του ελιγμού, αν και ένα σημαντικό σφάλμα περίπου 30° παραμένει στις γωνίες ψ_q και ψ_m για να μην χαθεί η οπτική επαφή με την πλατφόρμα ενώ το εναέριο όχημα φεύγει προς τα αριστερά καθώς ο ελεγκτής δεν σχεδιάστηκε για να αντισταθμίζει εξωτερικές διαταραχές όπως ανέμους. Επίσης, χάρις στην (4.5), για $\nu = 2$, δεν σημειώθηκε σύγκρουση μεταξύ του εναέριου οχήματος και της πλατφόρμας. Στο Σχήμα 5.13, μπορούμε να δούμε ότι οι εισοδοί που στάλθηκαν στο εναέριο όχημα βρίσκονταν σωστά εντός των προκαθορισμένων ορίων, σύμφωνα με την (4.6) για $\mu = 8$. Συγκεκριμένα, η μοναδική φορά που οι εισοδοί θ_{des} φτάσανε στο όριο θ_B ήταν στην αρχή του ελιγμού, όπου το εναέριο όχημα αναπτύσσει γρήγορα ταχύτητα για να πλησιάσει την πλατφόρμα. Επίσης, μία ενδιαφέρουσα παρατήρηση είναι ότι η τελική γωνία $\theta_q \approx 30^\circ$ επιτεύχθηκε επιτυχώς παρά του ότι το αντίστοιχο όριο στην είσοδο θ_{des} ήταν $\theta_B = 20^\circ$, χάρις στο γεγονός ότι ο προβλεπτικός ελεγκτής λαμβάνει υπόψη την συνδυασμένη δυναμική του εναέριου οχήματος και ενσωματωμένου ελεγκτή.

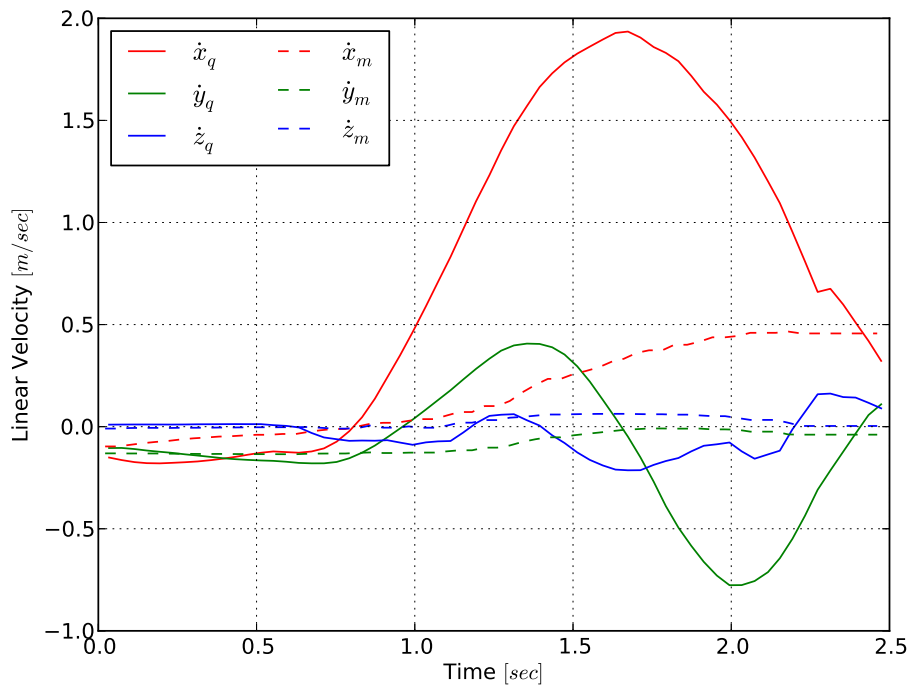
Στα Σχήματα 5.11 και 5.12 φαίνεται η γραμμική και γωνιακή ταχύτητα του εναέριου οχήματος και της πλατφόρμας, τα σφάλματα των οποίων πάνε επιτυχώς στο μηδέν. Τέλος, το Σχήμα 5.14 παρουσιάζει πως ο βέλτιστος χρονικός ορίζοντας K_{opt} μεταβαλλόταν κατά τον ελιγμό. Αρχικά, καθώς το εναέριο όχημα προσεγγίζει την πλατφόρμα, ο χρονικός ορίζοντας είναι σταθερός και ίσος με K_{max} μέχρι η απόσταση των δύο να γίνει επαρκώς μικρή ώστε να μπορεί να ολοκληρώσει τον ελιγμό σε ακριβώς K_{max} βήματα. Μετά από αυτό το σημείο, ο βέλτιστος χρονικός ορίζοντας μειώνεται συνεχώς, σχεδόν κατά ένα βήμα ανά επανάληψη, όπως και αναμενόταν, μέχρι να επιτευχθεί η επιθυμητή τελική κατάσταση.



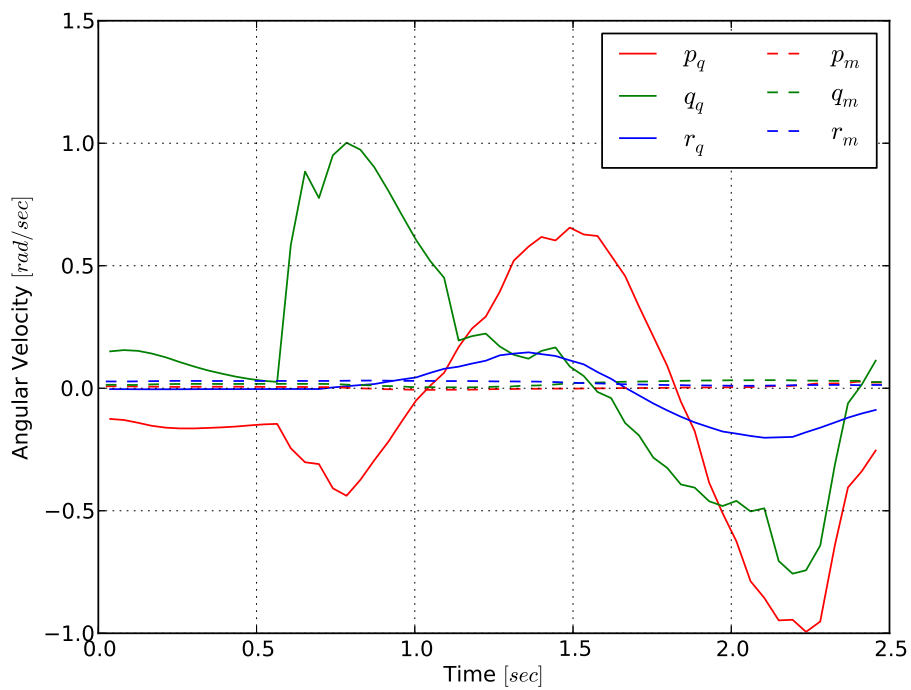
Σχήμα 5.9: Εκτιμώμενες θέσεις του εναέριου και του επίγειου οχήματος.



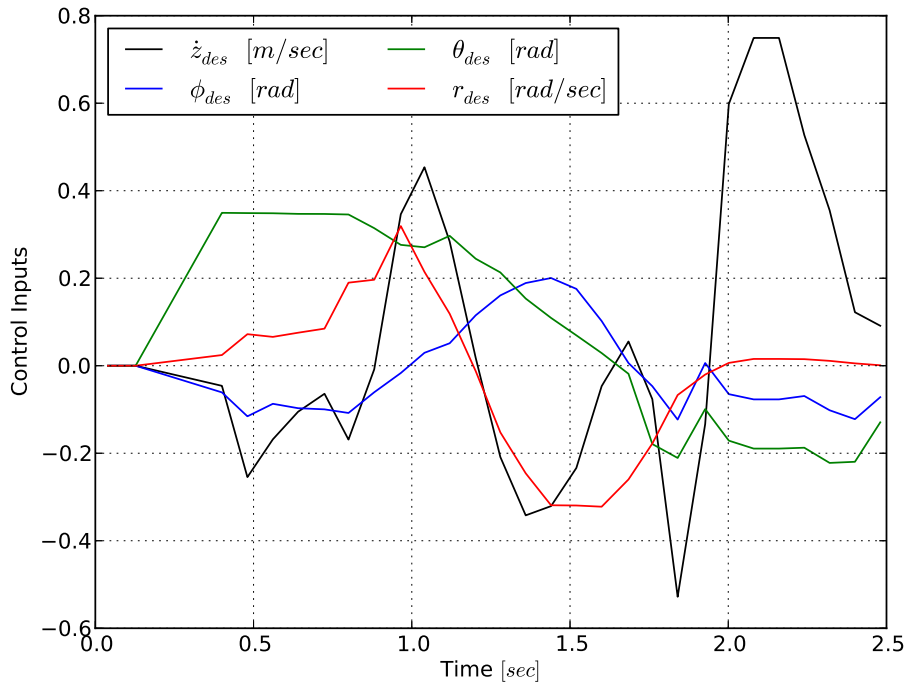
Σχήμα 5.10: Εκτιμώμενοι προσανατολισμοί του εναέριου και του επίγειου οχήματος.



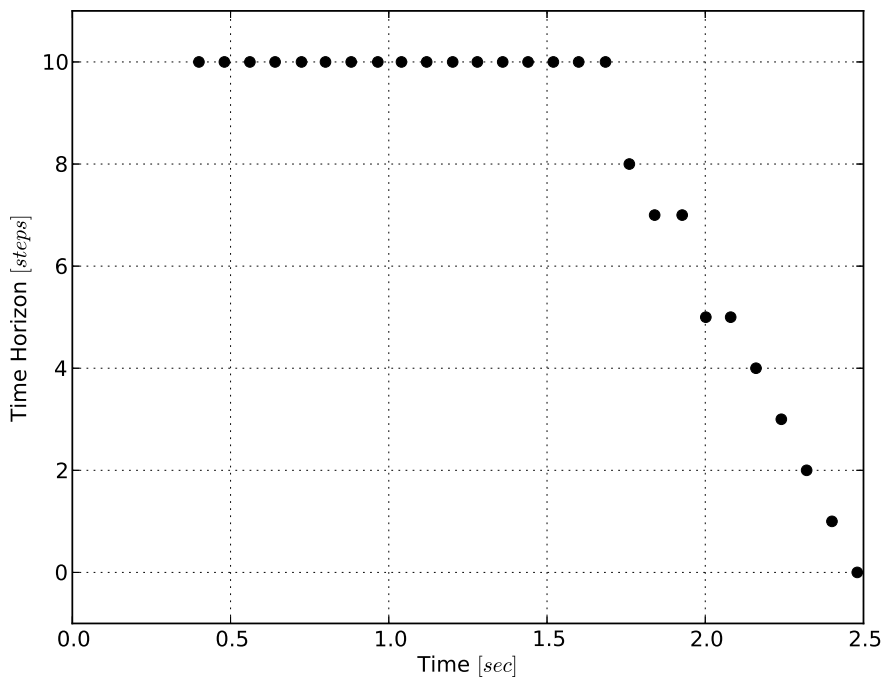
Σχήμα 5.11: Εκτιμώμενες γραμμικές ταχύτητες του εναέριου και επίγειου οχήματος.



Σχήμα 5.12: Εκτιμώμενες γωνιακές ταχύτητες του εναέριου και επίγειου οχήματος (εκφρασμένες στο C_q).



Σχήμα 5.13: Είσοδοι εναέριου οχήματος.



Σχήμα 5.14: Βέλτιστος χρονικός ορίζοντας K_{opt} .

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα

Σε αυτή την διπλωματική εργασία, σχεδιάστηκε ένας προβλεπτικός ελεγκτής ο οποίος προσγείωσε επιτυχώς ένα τετραπτέρυγο εναέριο όχημα πάνω σε μία κινούμενη, κεκλιμένη πλατφόρμα, λαμβάνοντας υπόψη περιορισμούς λόγω διατήρησης οπτικής επαφής με τον στόχο, αποφυγή σύγκρουσης με την πλατφόρμα, και φραγμένων εισόδων ελέγχου. Επίσης, δείξαμε ότι η αδυναμία των συμβατικών προβλεπτικών ελεγκτών να πάνε επιτυχώς το σύστημα σε επιθυμητά σημεία αστάθειας, μπορεί να αντιμετωπιστεί λύνοντας και για τον βέλτιστο χρονικό ορίζοντα σε κάθε επανάληψη. Τέλος, παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα ενός ενδεικτικού πειράματος, στα οποία φαίνονται οι επιδόσεις του σχεδιασμένου ελεγκτή σε εξωτερικό περιβάλλον.

Παράρτημα Α΄

Έλεγχος Σύγκρουσης μεταξύ Επιπέδου και Υπερελλειψωειδούς

Έστω \mathbb{Q} και \mathbb{P} ένα υπερελλειψωειδές και ένα άπειρο επίπεδο στον χώρο \mathbb{R}^3 , Επίσης, έστω C_w το χωρόδετο σύστημα συντεταγμένων και C_q, C_p συστήματα συντεταγμένων τοποθετημένα στα \mathbb{Q} και \mathbb{P} αντίστοιχα, με το C_q να έχει την αρχή του στο κέντρο του \mathbb{Q} , και να είναι ευθυγραμμισμένο με τους άξονες του υπερελλειψωειδούς, και με το C_p να έχει την αρχή του πάνω στο επίπεδο και τον z -άξονα κάθετο στο \mathbb{P} . Η εξίσωση που ορίζει την επιφάνεια του \mathbb{Q} δίνεται ως:

$$f({}^q\mathbf{P}) := \left(\frac{{}^qx}{a}\right)^n + \left(\frac{{}^qy}{b}\right)^n + \left(\frac{{}^qz}{c}\right)^n - 1 = 0 \quad (\text{A'.1})$$

για κάθε ${}^q\mathbf{P} \in \mathbb{Q}$, όπου ${}^q\mathbf{P} = [{}^qx, {}^qy, {}^qz]^T$ είναι εκφρασμένο στο C_q , οι σταθερές a, b, c είναι οι ακτίνες στους άξονες x, y , και z αντίστοιχα, και $n = 2 \cdot l$, με $l \in \mathbb{N}$.

Η αντίστοιχη εξίσωση του \mathbb{P} προκύπτει από τον μετασχηματισμό ενός οποιουδήποτε σημείου ${}^p\mathbf{P} = [{}^px, {}^py, 0]^T \in \mathbb{P}$ από το C_p στο C_q , και είναι:

$$g({}^q\mathbf{P}) := A \cdot {}^qx + B \cdot {}^qy + C \cdot {}^qz + D = 0 \quad (\text{A'.2})$$

όπου $[A, B, C, D] = ({}^w\mathbf{R} \cdot \mathbf{e}_3)^T \cdot [{}^w\mathbf{R}, {}^p\mathbf{T}_q]$ με τα ${}^w\mathbf{R}$ και ${}^p\mathbf{R}$ να συμβολίζουν τους πίνακες στροφής που εκφράζουν τους προσανατολισμούς των C_q και C_p ως προς το C_w , το ${}^p\mathbf{T}_q$ να συμβολίζει το διάνυσμα μετατόπισης του C_q ως προς το C_p , εκφρασμένο στο C_w , και $\mathbf{e}_3 = [0, 0, 1]^T$.

Θεωρώντας ότι τα \mathbb{Q} και \mathbb{P} δεν τέμνονται και η κλίση $\mathbf{V} = [A, B, C]^T$ του επιπέδου δείχνει προς το υπερελλειψωειδές, τα δύο σημεία ${}^q\mathbf{P}_Q \in C_q$ και ${}^q\mathbf{P}_P \in C_p$ με την μικρότερη απόσταση ορίζουν μία ευθεία \mathbb{L} η οποία είναι κάθετη και στις δύο επιφάνειες καθώς το \mathbb{Q} είναι κυρτή και ομαλή επιφάνεια. Ως αποτέλεσμα, ισχύει ότι:

$$\nabla f({}^q\mathbf{P}_Q) = -\nabla g({}^q\mathbf{P}_P) \Rightarrow {}^q\mathbf{P}_Q = - \begin{bmatrix} {}^{n-1}\sqrt{A/n} \\ {}^{n-1}\sqrt{B/n} \\ {}^{n-1}\sqrt{C/n} \end{bmatrix} \quad (\text{A'.3})$$

Οπότε, χωρίς απώλεια της γενικότητας, η εξίσωση της ευθείας \mathbb{L} σε παραμετρική μορφή μπορεί

να οριστεί ως:

$${}^q\mathbf{P}(\lambda) = -\lambda \cdot \frac{\mathbf{V}}{\|\mathbf{V}\|} + {}^q\mathbf{P}_P \quad \forall {}^q\mathbf{P} \in \mathbb{L} \quad (\text{A'.4})$$

όπου λ είναι η παράμετρος της ευθείας. Λύνοντας την (A'.4) ως προς το ${}^q\mathbf{P}_P$, αντικαθιστώντας το αποτέλεσμα στην (A'.2) και θέτοντας ${}^q\mathbf{P}(\lambda) = {}^q\mathbf{P}_Q$, προκύπτει:

$$\lambda_{qp} = -\|\mathbf{V}\| \cdot \frac{\mathbf{V}^T \cdot {}^q\mathbf{P}_Q + D}{\mathbf{V}^T \cdot \mathbf{V}} \quad (\text{A'.5})$$

όπου το λ_{qp} είναι η προσημασμένη απόσταση των \mathbb{Q} και \mathbb{P} . Εφόσον η κλίση του επιπέδου θεωρήθηκε ότι κοιτάει προς το υπερελλειψωειδές, ισχύουν τα παρακάτω:

$$\lambda_{qp} < 0 \quad \text{εάν τα } \mathbb{Q} \text{ και } \mathbb{P} \text{ δεν τέμνονται} \quad (\text{A'.6}\alpha')$$

$$\lambda_{qp} \geq 0 \quad \text{εάν τα } \mathbb{Q} \text{ και } \mathbb{P} \text{ τέμνονται} \quad (\text{A'.6}\beta')$$

Βιβλιογραφία

- [1] W. Li, T. Zhang, and K. KG'Ohnlencz. A vision-guided autonomous quadrotor in an air-ground multi-robot system. pages 2980–2985, 2011.
- [2] K.E. Wenzel, A. Masselli, and A. Zell. Automatic take off, tracking and landing of a miniature uav on a moving carrier vehicle. *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, 61(1-4):221–238, 2011.
- [3] D. Lee, T. Ryan, and H.J. Kim. Autonomous landing of a vtol uav on a moving platform using image-based visual servoing. pages 971–976, 2012.
- [4] J. Dougherty, Daewon Lee, and Taeyoung Lee. Laser-based guidance of a quadrotor uav for precise landing on an inclined surface. In *American Control Conference (ACC), 2014*, pages 1210–1215, June 2014.
- [5] D. Cabecinhas, R. Cunha, and C. Silvestre. A robust landing and sliding maneuver controller for a quadrotor vehicle on a sloped incline. In *in Proceedings of the 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 523–528, June 2014.
- [6] D. Mellinger, N. Michael, and V. Kumar. Trajectory generation and control for precise aggressive maneuvers with quadrotors. *International Journal of Robotics Research*, 31(5):664–674, 2012.
- [7] H. Voos and H. Bou-Ammar. Nonlinear tracking and landing controller for quadrotor aerial robots. In *Control Applications (CCA), 2010 IEEE International Conference on*, pages 2136–2141, Sept 2010.
- [8] J.M. Daly, Y. Ma, and S.L. Waslander. Coordinated landing of a quadrotor on a skid-steered ground vehicle in the presence of time delays. *Autonomous Robots*, 2014.
- [9] GeorgeC. Karras, SavvasG. Loizou, and Kostas J. Kyriakopoulos. Towards semi-autonomous operation of under-actuated underwater vehicles: sensor fusion, on-line identification and visual servo control. *Autonomous Robots*, 31(1):67–86, 2011.
- [10] L. Marconi, A. Isidori, and A. Serrani. Autonomous vertical landing on an oscillating platform: an internal-model based approach. *Automatica*, 38(1):21 – 32, 2002.

- [11] S. Garrido-Jurado, R. Muñoz-Salinas, F.J. Madrid-Cuevas, and M.J. Martínez-Trujillo. Automatic generation and detection of highly reliable fiducial markers under occlusion. *Pattern Recognition*, 47(6):2280 – 2292, 2014.
- [12] Tommaso Bresciani. Modeling, identification and control of a quadrotor helicopter. Master’s thesis, Lund University, October 2008.
- [13] Singiresu S. Rao. *Engineering Optimization: Theory and Practice, 3rd Edition*. Wiley-Interscience, 1996.
- [14] A. Bemporad and M. Morari. *Robust model predictive control: A survey*. Springer, London, U.K., 1999.
- [15] M. Morari and J. H. Leeb. Model predictive control: past, present and future. *Computers & Chemical Engineering*, 23:667–682, 1999.
- [16] D. Q. Mayne, J. B. Rawlings, C. V. Rao, and P. O. M. Scokaert. Constrained model predictive control: Stability and optimality. *Automatica*, (36):789–814, 2000.
- [17] E.A Wan and R. Van der Merwe. The unscented kalman filter for nonlinear estimation. In *Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium 2000. AS-SPCC. The IEEE 2000*, pages 153–158, 2000.
- [18] Liuping Wang. *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB*. Springer Publishing Company, Incorporated, 1st edition, 2009.