



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ & ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

**«ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΙΔΙΟΤΗΤΩΝ ΤΗΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΝΤΙΚΗΣ ΜΕΜΒΡΑΝΗΣ ΜΕ ΑΙΧΜΗ ΤΙΣ
ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΕΡΠΥΣΜΟΥ»**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Στο πλαίσιο του μαθήματος

ΕΜΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗ & ΒΙΟΪΑΤΡΙΚΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ

του

ΑΓΓΕΛΟΣ Ν. ΚΟΥΝΟΥΠΗΣ

Επιβλέπων Καθηγητής: Κος Χριστόφορος Προβατίδης
Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Φεβρουάριος 2011

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ολοκληρώνοντας την εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας και μαζί με αυτήν και τον κύκλο σπουδών μου στο τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών του Ε.Μ.Π., αισθάνομαι έντονα την ανάγκη να εκφράσω τις εγκάρδιες ευχαριστίες μου σε όσους συνέβαλαν για την πραγματοποίησή της.

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου και επιβλέποντα της εργασίας, κύριο Χριστόφορο Προβατίδη, που με τις ιδέες του, την καθοδήγησή του και τις γνώσεις που μου προσέφερε, τώρα και καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών, συνέβαλε στην ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Τελειώνοντας, θα ήθελα να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ στην οικογένειά μου για την αμέριστη συμπαράσταση και βοήθεια, καθώς και στους φίλους και συμφοιτητές μου για τις εμπειρίες που μοιραστήκαμε και θα μοιραζόμαστε.....

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η διερεύνηση των μηχανικών ιδιοτήτων της περιοδοντικής μεμβράνης, όταν ληφθεί υπόψη η εξάρτηση που παρουσιάζει η μηχανική συμπεριφορά της μεμβράνης από το χρόνο και συγκεκριμένα του ερπυσμού που εμφανίζει. Κατά τη διεξαγωγή της συγκεκριμένης μελέτης, γίνεται αρχικά μία παράθεση των χαρακτηριστικών των δοντιών, με αναλυτική παρουσίαση της περιοδοντικής μεμβράνης, από βιολογικής και μηχανικής σκοπιάς. Κατόπιν, αναπτύσσονται τα καταστατικά μοντέλα που υπάρχουν για την περιγραφή της μηχανικής συμπεριφοράς της περιοδοντικής μεμβράνης, με έμφαση στο μοντέλο της μη γραμμικής χρονικής εξάρτησης. Στη συνέχεια, προχωρούμε στη δημιουργία και διακριτοποίηση του γεωμετρικού μοντέλου ενός ιδανικού άνω κεντρικού κοπήρα, το οποίο και επιλύουμε με τη χρήση του προγράμματος ANSYS. Συνεχίζουμε με τη βελτιστοποίηση των σταθερών του ερπυσμού και κατ' επέκταση των αποτελεσμάτων. Ακολούθως δίνονται τα αποτελέσματα τις βελτιστοποίησης και εξετάζεται η καταλληλότητα των μεθόδων βελτιστοποίησης. Στο τέλος παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της παρούσας διπλωματικής εργασίας και γίνονται κάποιες προτάσεις για την περαιτέρω ανάπτυξη του μοντέλου.

ABSTRACT

The object of this thesis is to investigate the mechanical properties of the periodontal ligament, when taking into account the dependence shows the mechanical behavior of the ligament of time and creep of concrete showing. In conducting this study, made an initial statement of the characteristics of teeth, with a breakdown of the periodontal ligament, from a biological and mechanical term. Then, developed the constitutive models that exist for describing the mechanical behavior of the periodontal ligament, with emphasis on the model of nonlinear time-dependence. Then we create and discretize the geometric model of an ideal maxillary central incisor, which we solve using the ANSYS program. Continuing, we optimize the constants of creep and thus the results. After that, we show the results of optimization and we examine the relevance of each optimization method. Finally, we give our conclusions for this work and make some proposals for further development of the model.

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

	Σελ.
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	iv
ABSTRACT.....	v
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ^ο	1
Ανατομία και φυσιολογία των φυσικών δοντιών.....	1
1.1. Εισαγωγή.....	2
1.2. Τμήματα του δοντιού.....	2
1.3. Τύποι δοντιών.....	4
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ^ο	5
Περιοδοντική μεμβράνη (PDL).....	5
2.1. Εισαγωγή.....	6
2.2. Λειτουργίες και Δομή της περιοδοντικής μεμβράνης.....	7
2.2.1. Κυτταρική Δομή της Περιοδοντικής Μεμβράνης.....	7
2.2.2. Κύριες Ίνες Περιοδοντικής Μεμβράνης.....	9
2.2.3. Κλινικές παρατηρήσεις.....	12
2.3. Μηχανική της περιοδοντικής μεμβράνης.....	13
2.3.1. Καταστατικά μοντέλα περιοδοντικής μεμβράνης.....	14
2.3.1.1. Υπερελαστικά καταστατικά μοντέλα.....	15
2.3.1.2. Ιξωδοελαστικά καταστατικά μοντέλα.....	17
2.3.1.3. Πολυφασικά καταστατικά μοντέλα.....	18
2.3.2. Ανασκόπηση των μηχανικών ιδιοτήτων της περιοδοντικής μεμβράνης.....	19
2.3.2.1. Πειραματικές μελέτες σχετικά με την ιξωδοελαστικότητα.....	19
2.3.2.2. Πειραματικές μελέτες σχετικά με τις ελαστικές σταθερές της περιοδοντικής μεμβράνης.....	21
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ^ο	23
Μοντέλα μηχανικής συμπεριφοράς των φυσικών δοντιών.....	23
3.1. Γεωμετρική διαμόρφωση του περιοδοντίου.....	24

3.2. Διαμόρφωση της δύναμης.....	25
3.3. Ορθοδοντική μετακίνηση.....	25
3.3.1. Εισαγωγή.....	25
3.3.2. Μηχανισμός μετακίνησης των δοντιών.....	27
3.3.2.1. Γενική περιγραφή.....	27
3.3.2.2. Κέντρο Περιστροφής.....	29
3.3.2.3. Κέντρο αντίστασης.....	29
3.3.2.4. Μέθοδοι καθορισμού του κέντρου αντίστασης.....	31
3.3.2.5. Θέση του κέντρου αντίστασης.....	32
3.3.2.6. Τύποι οδοντικής μετακίνησης.....	35
3.3.2.7. Τύποι δυνάμεων.....	39
3.3.2.8. Δισδιάστατη κινηματική ανάλυση.....	41
3.3.2.9. Τυπικές κατανομές τάσεων.....	45
3.3.3. Καταστατικά μοντέλα.....	47
3.3.3.1. Μη γραμμική ελαστική απόκριση.....	47
3.3.3.2. Χρονικά εξαρτημένη συμπεριφορά.....	49
3.3.3.3. Ψευδοελαστικότητα.....	51
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ^ο	54
Το φαινόμενο του ερπυσμού.....	54
4.1. Εισαγωγή.....	55
4.2. Ερπυσμός.....	55
4.2.1. Γενικά.....	55
4.2.2. Το φαινόμενο.....	57
4.3. Πρότυπα ρεολογικής συμπεριφοράς.....	58
4.3.1. Σύνδεση εν παραλλήλω (πρότυπο Kelvin-Voigt).....	58
4.3.2. Σύνδεση εν σειρά (πρότυπο Maxwell).....	60
4.4. Στάδια ερπυσμού.....	62
4.5. Επισκόπηση πειραματικών μελετών για τον ερπυσμό της περιοδοντικής μεμβράνης.....	63
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ^ο	65
Ανάπτυξη μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.....	65
5.1. Εισαγωγή.....	66
5.2. Γενική περιγραφή της μεθόδου.....	66
5.3. Δημιουργία γεωμετρικού μοντέλου.....	69
5.4. Ορισμός μηχανικών ιδιοτήτων.....	73
5.5. Διακριτοποίηση του μοντέλου.....	74

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ^ο	79
Αναγνώριση των μηχανικών ιδιοτήτων της περιοδοντικής μεμβράνης.....	79
6.1. Εισαγωγή.....	80
6.2. Βοηθητικό μοντέλο δοκού σε αξονικό εφελκυσμό.....	80
6.3. Συλλογή δεδομένων.....	83
6.4. Ανάλυση του μοντέλου του δοντιού.....	90
6.4.1. Λίγα λόγια για τον κώδικα.....	90
6.4.2. Ανάλυση σύμφωνα με τους Pryputniewicz και Burstone	91
6.4.2.1. Αραιό πλέγμα.....	92
6.4.2.2. Πυκνό πλέγμα.....	102
6.4.3. Ανάλυση σύμφωνα με τον Ross.....	106
6.5. Βελτιστοποίηση των συντελεστών της εξίσωσης ερπυσμού.....	109
6.5.1. Γενικά.....	110
6.5.2. Διάγραμμα ροής βελτιστοποίησης με το ANSYS.....	110
6.5.3. Προσέγγιση του προβλήματος και λίγα λόγια για τον κώδικα.....	111
6.5.4. Αποτελέσματα βελτιστοποίησης.....	113
6.5.5. Σύγκριση των μεθόδων βελτιστοποίησης.....	120
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 ^ο	123
Συμπεράσματα και μελλοντικές επεκτάσεις.....	123
7.1. Συμπεράσματα.....	124
7.2. Ο ρόλος των παραμέτρων.....	124
7.3. Μελλοντικές επεκτάσεις.....	125
Βιβλιογραφία.....	126
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: Κώδικας Fortran.....	131
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: Κώδικας APDL.....	139

ΚΕΦΑΛΑΙΟ

1^ο

**ΑΝΑΤΟΜΙΑ ΚΑΙ
ΦΥΣΙΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ
ΦΥΣΙΚΩΝ ΔΟΝΤΙΩΝ**

1.1 Εισαγωγή

Τα δόντια αποτελούν όργανα του γαστρεντερικού συστήματος που βρίσκονται μέσα στη στοματική κοιλότητα και στηρίζονται στο οστό των γνάθων. Τα δόντια οργανώνονται σε στοίχους, τις οδοντοστοιχίες και έτσι έχουμε την άνω και κάτω οδοντοστοιχία, για την άνω και κάτω γνάθο αντίστοιχα. Οι λειτουργίες που επιτελούν ποικίλλουν, με βασικότερη αυτή της μάσησης και της κατάποσης της τροφής. Επιπλέον συμβάλλουν στην αισθητική εμφάνιση του προσώπου και στη σωστή ομιλία.

Η ανατολή μιας σειράς δοντιών από το οστό των γνάθων ονομάζεται οδοντοφυΐα. Στον άνθρωπο υπάρχουν δύο οδοντοφυΐες, η νεογιλή και η μόνιμη. Η νεογιλή ή παιδική οδοντοφυΐα αποτελείται από 20 δόντια από τα οποία το πρώτο εμφανίζεται στην στοματική κοιλότητα τον έβδομο μήνα της ζωής και το τελευταίο αποπίπτει (αποβάλλεται) στην ηλικία των 12 ετών περίπου. Τα νεογιλά δόντια αρχίζουν να αντικαθίστανται από τα μόνιμα στην ηλικία των 6 περίπου ετών. Η μόνιμη οδοντοφυΐα αποτελείται από 32 δόντια και ολοκληρώνεται στην ηλικία των 18 ετών με την ανατολή και του τελευταίου μόνιμου δοντιού, του σφρονιστήρα ή φρονιμίτη.



Σχήμα 1.1. Νεογιλά δόντια άνω γνάθου



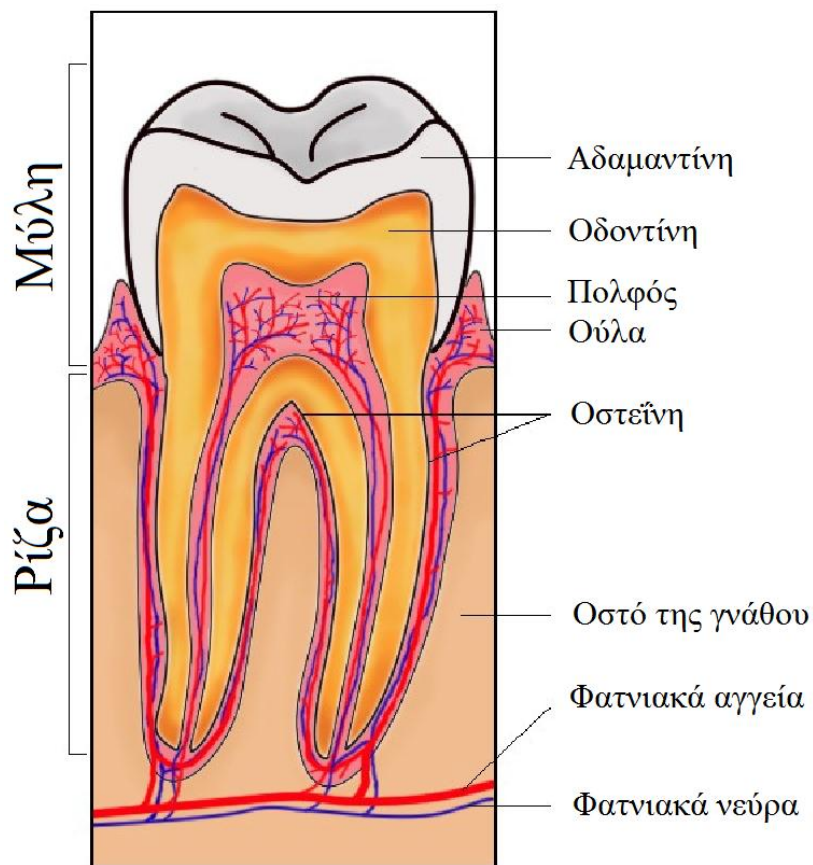
Σχήμα 1.2. Μόνιμα δόντια άνω γνάθου

1.2 Τμήματα του δοντιού

Κάθε δόντι αποτελείται από τα εξής τμήματα:

- Στεφάνη ή Μύλη: Η εξωτερική επιφάνεια του δοντιού και το μόνο ορατό τμήμα του. Το σχήμα της στεφάνης καθορίζει τη λειτουργία του δοντιού. Για παράδειγμα, τα μπροστινά δόντια είναι κοφτερά, σε σχήμα σμίλης, για να κόβουν, ενώ οι τραπεζίτες (γομφίοι) έχουν επίπεδες επιφάνειες για να μασούν.

- Παρυφή των Ούλων: Το σημείο συνάντησης των δοντιών και των ούλων.
- Ρίζα ή ρίζες: Το τμήμα του δοντιού που είναι βυθισμένο στο οστό. Η ρίζα αποτελεί τα δύο τρίτα του δοντιού και το διατηρεί σταθερό στη θέση του. Η μύλη με τη ρίζα διαχωρίζονται από μία νοητή γραμμή που ονομάζεται αυχένας του δοντιού.
- Αδαμαντίνη: Το εξωτερικό στρώμα του δοντιού. Η αδαμαντίνη είναι ο πιο σκληρός και ο πιο ενασβεστωμένος ιστός του ανθρώπινου σώματος, ο οποίος προστατεύει την οδοντίνη που βρίσκεται κάτω από αυτήν, ενώ η οστεΐνη καλύπτει την εξωτερική επιφάνεια της οδοντίνης στη ρίζα.
- Οδοντίνη: το στρώμα του δοντιού που βρίσκεται κάτω από την αδαμαντίνη. Η οδοντίνη στο εσωτερικό της (στο κέντρο του δοντιού) εμφανίζει μία κοιλότητα, η οποία υποδέχεται τον πολφό.
- Πολφός: Ο μαλακός ιστός που βρίσκεται στο κέντρο των δοντιών, περιέχει αγγεία και νεύρα και έχει πολλαπλή λειτουργική αποστολή. Συγκεκριμένα, είναι υπεύθυνος για την πλάση, την αίσθηση, τη θρέψη και την άμυνα του δοντιού.

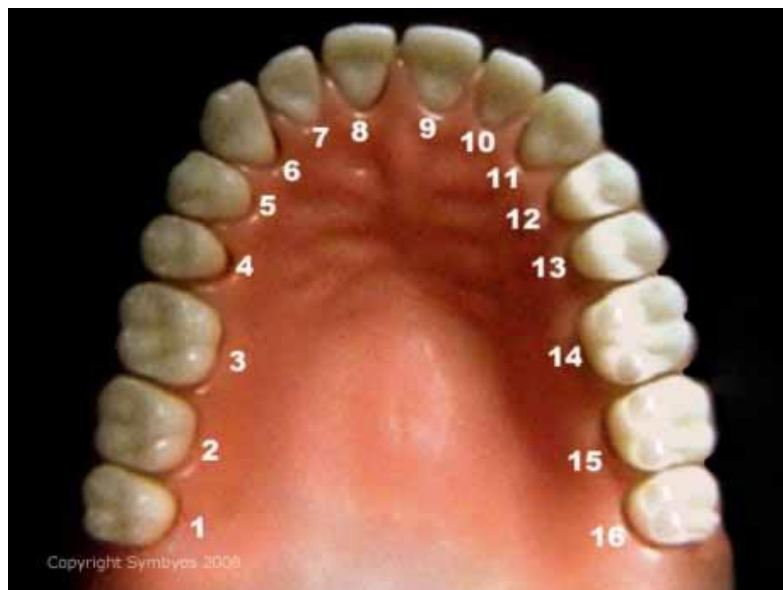


Σχήμα 1.3. Τομή δόρυζου δοντιού

1.3 Τύποι δοντιών

Τα δόντια ανάλογα με την εξωτερική τους μορφολογία αλλά και τη θέση τους στις γνάθους διακρίνονται σε 4 ομάδες, οι οποίες είναι έτσι σχεδιασμένες ώστε να επιτελούν διαφορετικές λειτουργίες :

- Η πρώτη ομάδα είναι οι τομείς (κοινώς κοπτήρες) [Σχήμα 1.4 (7,8,9,10)]. Οι τομείς βρίσκονται στο κέντρο του οδοντικού φραγμού και είναι κοφτεροί για να τεμαχίζουν την τροφή.
- Δίπλα από τους τομείς βρίσκεται η δεύτερη ομάδα δοντιών, οι κυνόδοντες [Σχήμα 1.4 (6,11)]. Τα δόντια αυτά έχουν σχήμα αιχμής, με μακριές ρίζες γιατί είναι σχεδιασμένα για να συλλαμβάνουν και να κατακερματίζουν την τροφή.
- Η τρίτη ομάδα δοντιών είναι οι προγόμφιοι [Σχήμα 1.4 (4,5,12,13)], που βρίσκονται πίσω από τους κυνόδοντες. Οι προγόμφιοι έχουν μια κάπως πιο επίπεδη μασητική επιφάνεια, με δύο αιχμές, γιατί η λειτουργική τους αποστολή είναι να συνθλίβουν την τροφή.
- Η τέταρτη και τελευταία ομάδα είναι οι γομφίοι (τραπεζίτες) [Σχήμα 1.4 (1,2,3,14,15,16)] και είναι τα τελευταία προς τα πίσω δόντια στην στοματική κοιλότητα. Οι γομφίοι έχουν σαφώς μεγαλύτερη μασητική επιφάνεια από τους προγομφίους, με αρκετές αιχμές, διότι ο λειτουργικός τους ρόλος είναι να μασούν και να αλέθουν την τροφή, τεμαχίζοντάς την σε μικρότερα κομμάτια.



Σχήμα 1.4. Μόνιμη Οδοντοστοιχία άνω γνάθου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ

2^ο

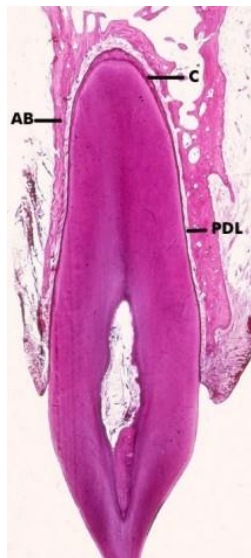
**ΠΕΡΙΟΔΟΝΤΙΚΗ
ΜΕΜΒΡΑΝΗ**

(PDL)

2.1 Εισαγωγή

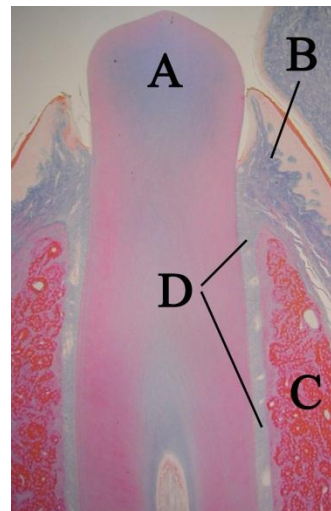
Η περιοδοντική μεμβράνη (σε συντομία PDL) είναι μία ομάδα εξειδικευμένων ινών συνδετικού ιστού που συνδέουν ουσιαστικά τη ρίζα του δοντιού με το φατνιακό οστό. Υπό φυσιολογικές συνθήκες το δόντι δεν έρχεται σε επαφή με το οστό άμεσα. Το δόντι υποχωρεί στο κοίλωμα όπου συγκρατείται από τις ίνες της μεμβράνης. Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται περιορισμένη και ανεξάρτητη μετακίνηση σε κάθε δόντι. Οι ίνες αυτές λειτουργούν ως “αμορτισέρ” και βοηθούν το δόντι να αντέχει τις σημαντικές δυνάμεις συμπίεσης που εμφανίζονται κατά τη διάρκεια της μάσησης.

Η περιοδοντική μεμβράνη είναι ο ινώδης συνδετικός ιστός, με νευρικά και αγγειακά στοιχεία, που ενώνει την οστεΐνη που καλύπτει τη ρίζα με το φατνιακό οστό.



Σχήμα 2.1. Ιστολογική τομή κεντρικού

κοπήρα της άνω γνάθου. AB → Φατνιακό οστό,
C → οστεΐνη, PDL → Περιοδοντική μεμβράνη



Σχήμα 2.2. Ιστολογική τομή οδόντα.

A → Δόντι, B → ούλο, C → οστό,
D → Περιοδοντική μεμβράνη

Παρά την ινώδη φύση της, η περιοδοντική μεμβράνη έχει μία ιδιαίτερη κυτταρική δομή, η οποία είναι σε θέση να εκτελέσει ορισμένες σημαντικές λειτουργίες που είναι απαραίτητες για τη διατήρηση της υγείας της στοματικής κοιλότητας.

2.2 Λειτουργίες και Δομή της περιοδοντικής μεμβράνης

Η περιοδοντική μεμβράνη εξυπηρετεί πρωτίστως μία υποστηρικτική λειτουργία συνδέοντας το δόντι με το περιβάλλοντα φατνιακό οστό. Η λειτουργία αυτή επιτυγχάνεται από τις κύριες ίνες της περιοδοντικής μεμβράνης, οι οποίες διαμορφώνουν μια ισχυρή ινώδη ένωση μεταξύ της οστεΐνης της ρίζας και του οστού. Η περιοδοντική μεμβράνη χρησιμεύει επίσης ως "αμορτισέρ", με μηχανισμούς που παρέχουν ανθεκτικότητα τόσο σε ασθενείς όσο και σε ισχυρές δυνάμεις. Οι ασθενείς δυνάμεις αμβλύνονται από την ενδαγγειακή ροή, η οποία τις αναγκάζει να εξαλειφθούν μέσω των αιμοφόρων αγγείων. Οι ενδιάμεσες δυνάμεις απορροφώνται από εξωαγγειακή ροή στον ιστό και διοχετεύονται έξω από την περιοδοντική μεμβράνη, στην περιοχή του οστού. Τις ισχυρές δυνάμεις της αναλαμβάνουν οι κύριες ίνες.

Ο περιοδοντικός σύνδεσμος παρέχει επιπλέον της εξής πολύ σημαντικές λειτουργίες :

- *Λειτουργία αναδιαμόρφωσης*, παρέχοντας κύτταρα τα οποία είναι ικανά να σχηματίσουν καθώς και να επαναπορροφήσουν όλους τους ιστούς που είναι υπεύθυνοι για τη δημιουργία αυτού του συστήματος σύνδεσης δοντιού-οστού.
- *Αισθητήρια λειτουργία*, καθώς είναι πλούσια σε νευρικές απολήξεις, που είναι κατά κύριο λόγο οι υποδοχείς για τον πόνο και την πίεση.
- *Θρεπτική λειτουργία*, η οποία διατηρεί την ικανότητα επιβίωσης των διαφόρων κυττάρων της.

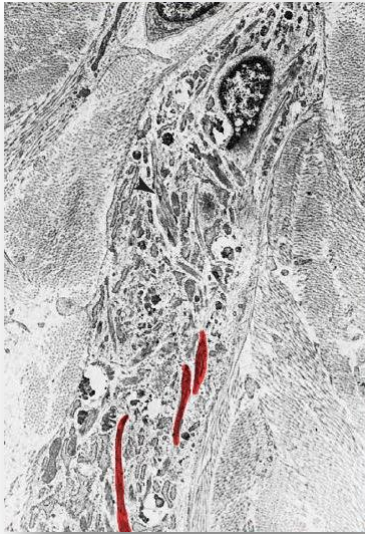
2.2.1 Κυτταρική Δομή της Περιοδοντικής Μεμβράνης

Η περιοδοντική μεμβράνη περιέχει μια μοναδική συλλογή από κύτταρα που είναι ικανά να παράγουν και να διατηρήσουν τα τρία διαφορετικά είδη ιστών. Αυτή καθ' αυτή τη μεμβράνη, καθώς και τους μεταλλοποιημένους ιστούς στις δύο πλευρές της μεμβράνης, δηλαδή την οστεΐνη και το φατνιακό οστό.

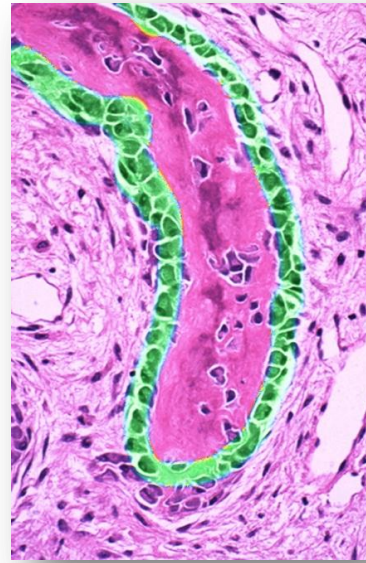
Οι κύριοι τύποι κυττάρων της περιοδοντικής μεμβράνης είναι οι εξής :

- Ινοβλάστες (fibroblasts) – παράγουν και καταστρέφουν ίνες κολλαγόνου.
- Μακροφάγα και αδιαφοροποίητα εξωμεσεγγυματικά κύτταρα.

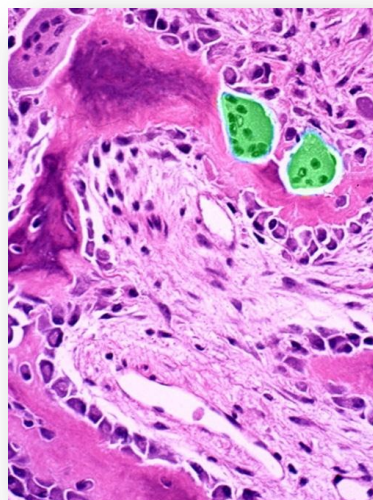
- Οστεοβλάστες (osteoblasts) – παράγουν νέο οστό.
- Οστεοκλάστες (osteoclasts) – βοηθούν στην οστική απορρόφηση
- Οστεϊνοβλάστες (cementoblasts) – σχηματίζουν νέα οστεΐνη
- Οστεϊνοκλάστες (cementoclasts) – αφαιρούν οστεΐνη
- Επιθηλιακά υπόλοιπα κυττάρων Malassez.
- Αγγειακά και νευρικά στοιχεία.



Σχήμα 2.3. *Ινοβλάστες*



Σχήμα 2.4. *Οστεοβλάστες*

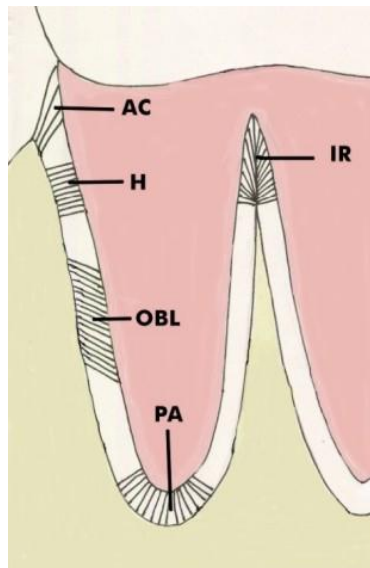


Σχήμα 2.5. *Οστεοκλάστες*

2.2.2 Κύριες Ίνες Περιodontικής Μεμβράνης

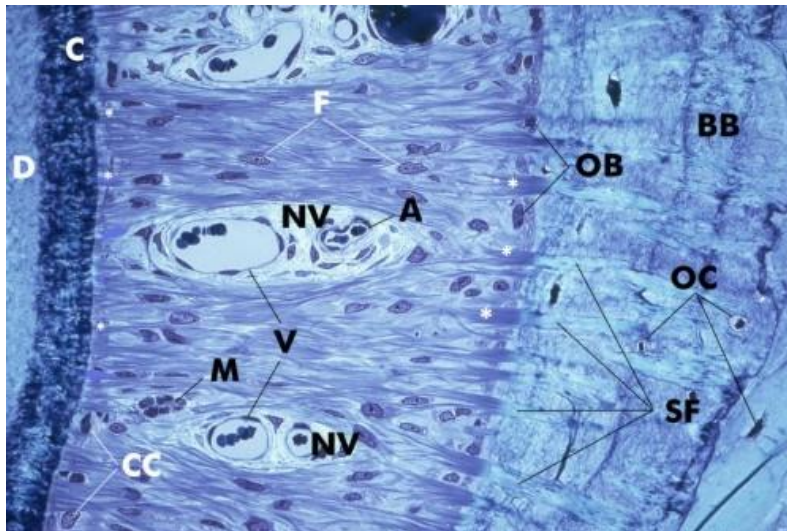
Οι περιodontικές ίνες της μεμβράνης αποτελούνται κατά κύριο λόγο από δέσμες τύπου I ινιδίων κολλαγόνου. Έχουν ταξινομηθεί σε διάφορες ομάδες με βάση την ανατομική θέση τους. Τα ακόλουθα αποτελούν τις κύριες ομάδες ινών της περιodontικής μεμβράνης (Σχήμα 2.6) :

- Ίνες φατνιακής κορυφής (AC)
- Οριζόντιες ίνες (H)
- Πλάγιες ίνες (OBL)
- Ίνες περιakρορριζικών (PA)
- Διαριζικές ίνες (IR)



Σχήμα 2.6. Θέση των κύριων ινών της περιodontικής μεμβράνης.

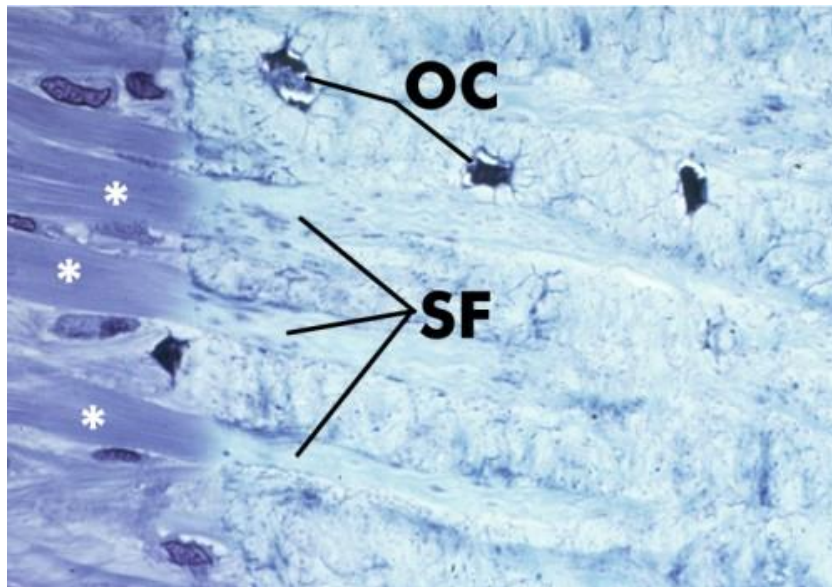
Η περιodontική μεμβράνη αποτελείται από ίνες κολλαγόνου, οι οποίες θεωρούνται ως ίνες διαφορετικής διαμέτρου κατά μήκος της σύνδεσής τους με τη ρίζα του δοντιού και το φατνιακό οστό, όπου σε εκείνο το σημείο είναι συνεχείς (ίνες του Sharpey). Η διάμετρος αυτών των ινών είναι μεγαλύτερη από την πλευρά του οστού, ενώ από την πλευρά της οστεΐνης είναι μικρότερη. Είτε προέρχονται από την πλευρά του οστού, είτε από την πλευρά της οστεΐνης, οι ίνες αυτές διαχωρίζονται – ξετυλίγονται σε μικρότερες ίνες, οι οποίες ενώνονται με τις γειτονικές τους ίνες για τη δημιουργία ενός πλέγματος διασυνδεδεμένων ινών προσανατολισμένων μεταξύ οστού και οστεΐνης (Σχήμα 2.7). Έτσι, η περιodontική μεμβράνη δεν τεντώνεται μεταξύ του φατνιακού οστού και της οστεΐνης, αλλά σχηματίζει ένα πλέγμα διασυνδεδεμένων ινών.



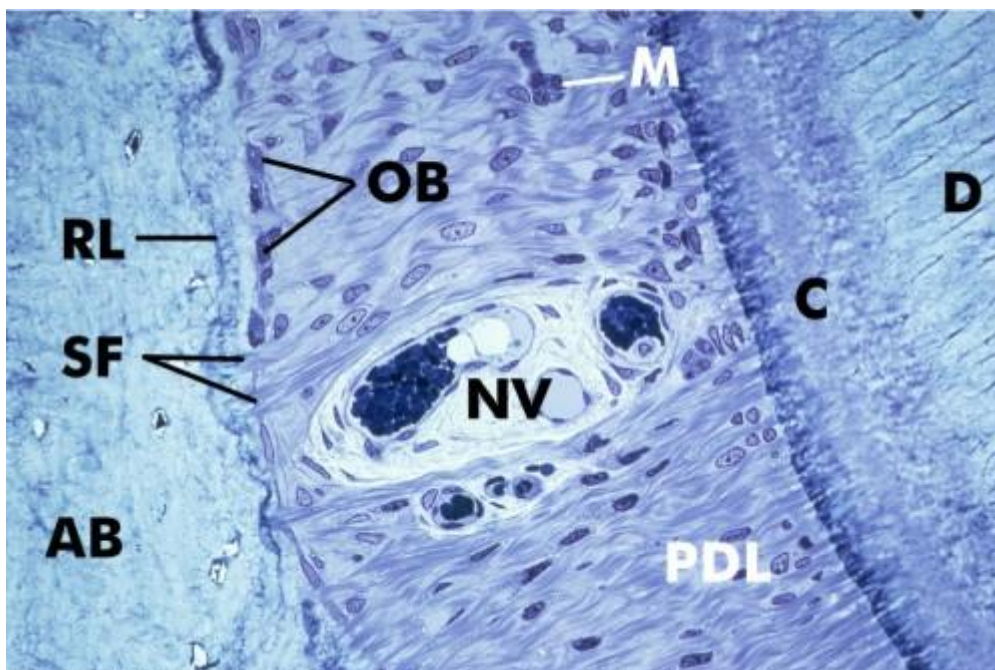
Σχήμα 2.7. Ιστολογική τομή περιοδοντικής μεμβράνης : A → Αρτηρίδιο, BB → Δέσμη οστού, C → Οστεΐνη, CC → Οστεϊνοκύτταρα, D → Οδοντίνη, F → Ινοβλάστες, M → Επιθηλιακά υπόλοιπα κυττάρων Malassez, NV → Νευροφυτικό κανάλι, OB → Οστεοβλάστες, OC → Οστεοκύτταρα, SF → Ίνες Sharpey, V → λεπτού πάχους φλεβίδια, * → Οι ενθέσεις ινών είναι ευρύτερες στην πλευρά του οστού συγκριτικά με την πλευρά της οστεΐνης.

Οι ίνες (F) της περιοδοντικής μεμβράνης προέρχονται από σχετικά λεπτές ίνες (*), οι οποίες εισέρχονται στην οστεΐνη. Αφού οι ίνες αυτές διαχωριστούν και δημιουργήσουν ένα πλέγμα με τις γειτονικές τους ίνες, σχηματίζουν πιο παχιές δέσμες ινών, οι οποίες εισέρχονται στη δέσμη οστού (BB), που ονομάζεται έτσι επειδή περιέχει πολλές ίνες Sharpey (SF). Εξαιτίας της πλάγιας μετακίνησης, το δόντι μετατοπίζεται αργά. Αυτό απαιτεί τη συνεχή ανακατασκευή της μεμβράνης και την εναπόθεση νέου οστού στην επιφάνεια του φατνιακού οστού, προκειμένου να διατηρηθεί το πάχος της περιοδοντικής μεμβράνης σταθερό. Τα νευροφυτικά κανάλια (NV), τα οποία φιλοξενούν τα αιμοφόρα αγγεία, λεμφαγγεία και νεύρα σε ένα χαλαρό συνδετικό ιστό, διατρέχουν όλο το μήκος της περιοδοντικής μεμβράνης. Η μεμβράνη περιέχει επίσης επιθηλιακά υπόλοιπα κυττάρων Malassez (M).

Μεγαλύτερη μεγέθυνση της ένωσης της περιοδοντικής μεμβράνης και του οστού (Σχήμα 2.8). Οι ίνες Sharpey είναι η ανοργανοποιημένη συνέχεια των παχέων δεσμών ινών (*), που προέρχονται από την περιοδοντική μεμβράνη και βοηθούν στο δέσιμο του δοντιού με το οστό. Σε αυτή την τομή, το ανοργανοποιημένο οστό, στο οποίο περιλαμβάνονται και οι ίνες Sharpey, εμφανίζεται με ανοιχτό μπλε σε σύγκριση με το μωβ χρώμα που είναι τα μη-ανοργανοποιημένα τμήματα των ινών.



Σχήμα 2.8. Σύνδεση της περιοδοντικής μεμβράνης και του φατνιακού οστού. OC → Οστεοκότταρα, SF → Ίνες Sharpey, * → μη ανοργανοποιημένο τμήμα των περιοδοντικών ινών



Σχήμα 2.9. Ιστολογική τομή της περιοδοντικής μεμβράνης. AB → Φατνιακό οστό, C → Οστεΐνη, D → Οδοντίνη, M → Επιθηλιακά υπόλοιπα κυττάρων Malassez, NV → Νευροφυτικό κανάλι, OB → Οστεοβλάστες, PDL → Περιοδοντική μεμβράνη, RL → Γραμμή αναστροφής, SF → Ίνες Sharpey

Η πλάγια μετατόπιση του δοντιού οδηγεί σε κυκλικά γεγονότα απορρόφησης του φατνιακού οστού (AB), η οποία ακολουθείται από περιόδους ανάπαυσης και σύντομους κύκλους εναπόθεσης οστού. Μια ευδιάκριτη γραμμή αναστροφής (RL) δείχνει τη θέση στην οποία έλαβε χώρα ο τελευταίος κύκλος απορρόφησης του φατνιακού οστού ακολουθούμενος από την εναπόθεση νέου. Το τελευταίο προέκυψε από την παραγωγή μίας λεπτής ραφής του νέου οστού από τους οστεοβλάστες (OB), στην οποία είναι ενσωματωμένες πολύ λεπτές ίνες Sharpey (SF). Να σημειώσουμε επίσης τις λεπτές ίνες της περιοδοντικής μεμβράνης (PDL), οι οποίες εισέρχονται στο στρώμα της οστεΐνης (C) (Σχήμα 2.9).

2.2.3 Κλινικές παρατηρήσεις

1. Το πάχος της περιοδοντικής μεμβράνης ποικίλει από 0,1 έως 0,4 mm με μία μέση τιμή τα 0,2 mm.
2. Η μεμβράνη είναι πιο παχιά όταν χρησιμοποιείται κάποιο δόντι, σε σύγκριση με κάποιο άλλο που είναι σε αδράνεια. Επίσης έχει μεγαλύτερο πάχος στις περιοχές εφελκυσμού απ' ό τι στις περιοχές συμπίεσης (Πίνακας 2.1).

Πίνακας 2.1. Σύγκριση του πάχους της περιοδοντικής μεμβράνης του δοντιού ενός ενήλικα άρρενος, σε λειτουργία και σε αδράνεια.

	Προγόμιφος σε έντονη χρήση	Προγόμιφος που χρησιμοποιείται ελαφρώς	Γομφίος (τραπεζίτης) που δε χρησιμοποιείται
Μέση τιμή του πάχους της περιοδοντικής μεμβράνης στην κορυφή του φατνιακού οστού	0.35 mm	0.14 mm	0.10 mm
Μέση τιμή του πάχους της περιοδοντικής μεμβράνης στο μέσον του φατνιακού οστού	0.28 mm	0.10 mm	0.06 mm
Μέση τιμή του πάχους της περιοδοντικής μεμβράνης μεταξύ ακρορζιζίου και φατνιακού οστού	0.30 mm	0.12 mm	0.06 mm

3. Τα κύτταρα της μεμβράνης είναι σε θέση να αναδιαμορφώνουν την ίδια και το παρακείμενο οστό, όταν ασκηθούν λειτουργικές δυνάμεις ή όταν η μεμβράνη είναι κατεστραμμένη.

4. Η περιοδοντική μεμβράνη διαδραματίζει ένα βασικό ρόλο στην προστασία των δοντιών και συγκεκριμένα αποτρέπει την απορρόφησή τους κατά τη διαδικασία αναδιαμόρφωσης, η οποία επηρεάζει το γειτονικό φατνιακό οστό.
5. Υπερβολικές δυνάμεις μπορούν να προκαλέσουν τοπική νέκρωση (κυτταρικός θάνατος) της μεμβράνης, κόβοντας την κανονική παροχή αίματος στα κύτταρα. Αυτή η κατάσταση οδηγεί άμεσα στη διακοπή της αναδιαμόρφωσης, στην περιοχή που έχει επηρεαστεί. Ως εκ τούτου, η ορθοδοντική μετακίνηση του δοντιού δεν είναι πλέον εφικτή. Επιδιόρθωση επιτυγχάνεται μέσω μετανάστευσης υγείων γειτονικών κυττάρων της περιοδοντικής μεμβράνης. Σε περίπτωση που διακοπή η συνέχεια της μεμβράνης, μπορεί να προκληθεί τοπική απορρόφηση και αγκύλωση.
6. Η περιοδοντική μεμβράνη είναι μοναδική μεταξύ των περιοδοντικών ιστών, υπό την έννοια ότι περιέχει πρόδρομα κύτταρα για την ανοικοδόμηση ολόκληρου του μηχανισμού σύνδεσης μεταξύ οστεΐνης, περιοδοντικής μεμβράνης και φατνιακού οστού.

2.3 Μηχανική της περιοδοντικής μεμβράνης

Ένα δόντι είναι ασφαλισμένο με το φατνιακό οστό, από ινώδη συνδετικό ιστό που ονομάζεται περιοδοντική μεμβράνη (PDL). Η περιοδοντική μεμβράνη δε δεσμεύει μόνο τη ρίζα του δοντιού στο φατνιακό οστό, αλλά απορροφά τα μασητικά φορτία και διανέμει την προκύπτουσα πίεση στο φατνιακό οστό. Οι μηχανικές ιδιότητες, συνεπώς, της περιοδοντικής μεμβράνης αποτελούν σημαντικές παραμέτρους για την κατανόηση της μηχανικής συμπεριφοράς της ρίζας του δοντιού και των γύρω ιστών. Η περιοδοντική μεμβράνη διαδραματίζει επίσης σημαντικό ρόλο στη μηχανική προσαρμογή της οδοντοφυΐας, βασιζόμενη στην αναδιαμόρφωση του φατνιακού οστού που προκαλείται από μια αλλαγή στη μηχανική τάση ή παραμόρφωση γύρω από τη ρίζα του δοντιού. Αυτή η προσαρμοστικότητα είναι σημαντική για τη διατήρηση της βέλτιστης σύγκλεισης και για τη χρήση της σε ορθοδοντική θεραπεία, κατά την οποία μία βέλτιστη ορθοδοντική δύναμη εφαρμόζεται έτσι ώστε να προκαλέσει μέγιστη κυτταρική δραστηριότητα, με συνέπεια την αποτελεσματικότερη μετακίνηση των δοντιών.

Είναι θεμελιώδους σημασίας στον τομέα της εμβιομηχανικής οδοντιατρικής να γνωρίζουμε πώς μια δύναμη μεταφέρεται στη ρίζα του δοντιού και στους περιβάλλοντες ιστούς. Λόγω της δυσκολίας στη μέτρηση των φυσικών παραμέτρων σε αυτή την περιοχή, κατανομές τάσεων-παραμορφώσεων έχουν εκτιμηθεί από

ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων. Στην ανάλυση αυτή, οι σταθερές υλικού του δοντιού και των περιβαλλόντων ιστών, συμπεριλαμβανομένης της περιοδοντικής μεμβράνης, είναι απαραίτητες παράμετροι. Αν και υπάρχει πληθώρα πληροφοριών σχετικά με τις μηχανικές ιδιότητες των δοντιών και του φατνιακού οστού, γνωρίζουμε ελάχιστα για τις μηχανικές ιδιότητες της περιοδοντικής μεμβράνης, λόγω των δυσκολιών κατά την εξέταση αυτού του λεπτού ιστού, ο οποίος έχει μόλις 0,2 mm πάχος.

2.3.1 Καταστατικά μοντέλα περιοδοντικής μεμβράνης

Αριθμητικές τεχνικές στον τομέα της εμβιομηχανικής, επιτρέπουν την πρόβλεψη και άμεση ερμηνεία της εμβιομηχανικής απόκρισης των βιολογικών ιστών, αλλά αποτελούν και ένα χρήσιμο εργαλείο για την κατανόηση κάποιων φυσιολογικών πτυχών. Η μέθοδος βασίζεται στον ορισμό των μαθηματικών μοντέλων που παρουσιάζονται σε σχέσεις μεταξύ των φυσικών παραμέτρων, όπως είναι οι τάσεις ή οι παραμορφώσεις, που μπορούν να αντιπροσωπεύσουν τις μηχανικές αντιδράσεις των βιολογικών ιστών.

Όσον αφορά την περιοδοντική μεμβράνη συγκεκριμένα, η εμβιομηχανική ανάλυση βασίζεται συχνά σε σημαντικές απλουστεύσεις σχετικά με τη συγκρότηση μοντέλων. Αυτό οφείλεται στις σχετικές δυσκολίες που αφορούν την απόκτηση δεδομένων από πειραματική ανάλυση, καθώς και στη διαμόρφωση του αριθμητικού προβλήματος. Η υπόθεση των απλουστευμένων περιπτώσεων για το υλικό, για παράδειγμα ισοτροπικό και γραμμικά ελαστικό, μπορεί να δικαιολογηθεί από την εκτέλεση συγκεκριμένης ανάλυσης ή από τις συνθήκες που θεωρούμε, ως το μέγεθος της φόρτισης, η μέγιστη παραμόρφωση που επετεύχθη κλπ. Ωστόσο, αυτές οι υποθέσεις προκαλούν περιορισμούς καθώς η εμβιομηχανική απόκριση της περιοδοντικής μεμβράνης χαρακτηρίζεται από μία μη-γραμμική σχέση μεταξύ τάσεως και παραμορφώσεως και από χρονική εξάρτηση.

Τελευταία, έχει δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στην κατασκευή πιο ρεαλιστικών συστατικών μοντέλων ώστε να περιγράψουν τη συμπεριφορά της περιοδοντικής μεμβράνης, κάτω από ένα ευρύ φάσμα συνθηκών, οδηγούμενοι έτσι σε αξιόπιστα αποτελέσματα. Καταβλήθηκαν επίσης προσπάθειες για να διερευνηθεί η απόκριση της περιοδοντικής μεμβράνης υπό φορτίσεις μακράς διάρκειας, όπως είναι τυπικά στις ορθοδοντικές θεραπείες. Παρά τις δυσκολίες στην παροχή πειραματικών δοκιμών ώστε να παρθούν αναλυτικές πληροφορίες σε κατάλληλα καθορισμένα μοντέλα, αυτές οι προσπάθειες αντιπροσωπεύουν μία αξιόπιστη και πολλά υποσχόμενη προσέγγιση για την εμβιομηχανική της περιοδοντικής μεμβράνης.

2.3.1.1 Υπερελαστικά καταστατικά μοντέλα

Για ορισμένες περιπτώσεις φόρτισης, για παράδειγμα κατά τη μάσηση, η συμπεριφορά της περιοδοντικής μεμβράνης μπορεί να περιγραφεί με ελαστικούς μη γραμμικούς νόμους, δηλαδή ως μία σχέση μεταξύ τάσεως και παραμορφώσεως. Η συμπεριφορά αυτή μπορεί να εξαρτάται από τη δομή της περιοδοντικής μεμβράνης, η οποία σε μια πρώτη προσέγγιση μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από μία θεμελιώδη μήτρα, ενισχυμένη από τις ομάδες των ινών κολλαγόνου. Λόγω της πολύπλοκης χωρικής οργάνωσης των ινών, η περιοδοντική μεμβράνη παρουσιάζει επίσης μία ανισοτροπική απόκριση, η οποία θα μπορούσε να εξεταστεί, πέραν της μη γραμμικότητας της σχέσης τάσεως – παραμορφώσεως.

Τα υπερελαστικά συστατικά μοντέλα αποδεικνύονται επαρκή για την περιγραφή των μηχανικών ιδιοτήτων της περιοδοντικής μεμβράνης υπό αυτές τις συνθήκες. Στην πραγματικότητα μπορούν να αντιπροσωπεύσουν αποτελεσματικά τα παραπάνω χαρακτηριστικά ακόμη και στον τομέα των μεγάλων παραμορφώσεων. Επιπλέον, τα μοντέλα αυτά είναι κατάλληλα για την περιγραφή των πιθανών σχεδόν-ασυμπίεστων αποκρίσεων του υλικού, λόγω του υγρού που περιέχεται στην περιοδοντική μεμβράνη.

Υποθέτοντας ότι η περιοδοντική μεμβράνη αποτελείται από μία ισοτροπική θεμελιώδης μήτρα ενισχυμένη από μία οικογένεια ινών, το συστατικό μοντέλο συνήθως ορίζεται από την αποθηκευμένη συνάρτηση της ενέργειας, ανάλογα με την ελαστική παραμόρφωση του υλικού:

$$W = W(I_1, I_2, I_3, I_4) \quad (2.1)$$

όπου I_1, I_2, I_3 , είναι οι κύριες αναλλοίωτες του Cauchy-Green τανυστή C .

Αναφορικά με ένα ισοτροπικό υλικό, η πρόσθετη αναλλοίωτη I_4 σχετίζεται με την οικογένεια των ινών και δίνεται από :

$$I_4 = a \cdot C \cdot a \quad (2.2)$$

όπου a είναι ο τανυστής που αντιπροσωπεύει τον προσανατολισμό των απαραμόρφωτων ινών. Η τέταρτη αναλλοίωτη αντιπροσωπεύει το τμήμα μίας επιμηκυμένης ίνας και εισάγεται για να περιλάβει τη συμβολή των ινών κολλαγόνου στην ενέργεια παραμόρφωσης του υλικού. Για να περιγραφεί η αλληλεπίδραση μεταξύ των ινών και της θεμελιώδους μήτρας, πρέπει να εισαχθούν επιπλέον αναλλοίωτες. Ωστόσο, μόνο τέσσερις χρησιμοποιούνται λόγω των ορίων κατά την εκτέλεση κατάλληλων πειραματικών δοκιμών.

Η απόκριση της τάσεως του μοντέλου μπορεί να παρουσιασθεί με όρους του δεύτερου τανυστή τάσεων του Piola-Kirchoff, ως ακολούθως :

$$S = 2 \sum_{i=1}^3 \frac{\partial W}{\partial I_i} \frac{\partial I_i}{\partial C} \quad (2.3)$$

Μια συγκεκριμένη μορφή της συνάρτησης ενέργειας δίνεται από :

$$W = W_m + U_m + W_f \quad (2.4)$$

όπου οι δύο όροι που συνδέονται με την ιστροπική θεμελιώδη μήτρα είναι :

$$W_m = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (2.5)$$

$$U_m = \frac{1}{D}(J - 1)^2 \quad (2.6)$$

Η δυσκαμψία των ινών στη συμπίεση παραλείπεται, ενώ η συμβολή των ινών στον εφελκυσμό δίνεται ως συνάρτηση της τέταρτης αναλλοίωτης :

$$W_f = \frac{k_1}{k_2} \left\{ \exp \left[k_2 (I_4 - 1)^2 - 1 \right] \right\} \quad (2.7)$$

Οι αναλλοίωτες I_1 και I_2 είναι συναρτήσεις του της ισο-ογκομετρικής παραμόρφωσης μόνο και οι σταθερές C_1 και C_2 σχετίζονται με το μέτρο διάτμησης στην απαραμόρφωτη κατάσταση. Η σταθερά D είναι το αντίστροφο του μεγαλύτερου συντελεστή και J είναι η Ιακωβιανή, το μέτρο της αλλαγής του όγκου του υλικού.

Η πρόσθετη διάσπαση στα δύο μέρη (2.5) και (2.6) είναι τυπική για υλικά με ασυμπίεστη ή σχεδόν-ασυμπίεστη συμπεριφορά και έχει σχέση με την αριθμητική διαδικασία ανάλυσης. Η σχέση (2.7) καθιστά δυνατό να συμπεριληφθούν οι επιπτώσεις του προσανατολισμού στο χώρο των ινών, μέσω του ταυυστή a .

Η μηχανική συμπεριφορά σε εφελκυσμό τάσεων-παραμορφώσεων των ινών διέπεται από τη σχέση :

$$S_f = 2k_1(I_4 - 1) \exp \left[k_2 (I_4 - 1)^2 \right] a \otimes a \quad (2.8)$$

μέσω του ορισμού των τιμών των δύο σταθερών k_1 και k_2 . Η σχέση (2.8) τάσης-παραμόρφωσης παρουσιάζει μια μικρή δυσκαμψία κοντά στην απαραμόρφωτη κατάσταση. Αυτό δίνει τη δυνατότητα να περιγραφεί η μηχανική απόκριση των ομάδων των ινών κολλαγόνου που σχετίζονται με την αρχική τυπική τους κατάσταση, που είναι γνωστή ως πρύχωση.

Διάφορες μορφές της συνάρτησης της αποθηκευμένης ενέργειας έχουν προταθεί σύμφωνα με την απαίτηση ταύτισης των αριθμητικών μοντέλων με τα πειραματικά

δεδομένα. Η επιλογή ενός συγκεκριμένου συστατικού μοντέλου και ο καθορισμός των παραμέτρων του είναι επίπονη εργασία.

2.3.1.2 Ιξωδοελαστικά καταστατικά μοντέλα

Η χρονική εξάρτηση της συμπεριφοράς της περιοδοντικής μεμβράνης μπορεί να αποδοθεί στην κυκλοφορία των υγρών φάσεων και στον ερπυσμό των στερεών συστατικών της περιοδοντικής μεμβράνης. Οι επιπτώσεις που προκύπτουν είναι διαφορετικός βαθμός δυσκαμψίας ανάλογα με το ποσοστό της παραμόρφωσης (μεγαλύτερη δυσκαμψία σε ένα υψηλότερο ποσοστό της παραμόρφωσης) και αύξηση της παραμόρφωσης με το πέρασμα του χρόνου, όταν εφαρμόζεται μία σταθερή δύναμη. Ένα ιξωδοελαστικό μοντέλο μπορεί μόνο θεωρητικά να περιγράψει σωστά τα φαινόμενα που σχετίζονται με το στερεό σκελετό, αλλά μπορεί στην πραγματικότητα να χρησιμοποιηθεί και για τη μακροσκοπική αναπαράσταση της επίδρασης της υγρής φάσης στη γενική συμπεριφορά της περιοδοντικής μεμβράνης.

Ένα ιξωδοελαστικό μοντέλο, καθώς καλύπτει μεγάλες παραμορφώσεις, μπορεί να οριστεί εάν επεκτείνουμε το ρεολογικό μοντέλο που απεικονίζεται στο Σχήμα 2.10, για την τρισδιάστατη περίπτωση. Η απόκριση της τάσης δίνεται από :

$$S = S_{\infty} + \sum_{i=1}^M Q_i \quad (2.9)$$

όπου Q_i είναι η μη-ισοσταθμισμένη τάση των κλάδων του ιξώδους. Η διακύμανση αυτής της τάσης με την πάροδο του χρόνου μπορεί να θεωρηθεί ότι υπακούει στις ακόλουθες διαφορικές εξισώσεις :

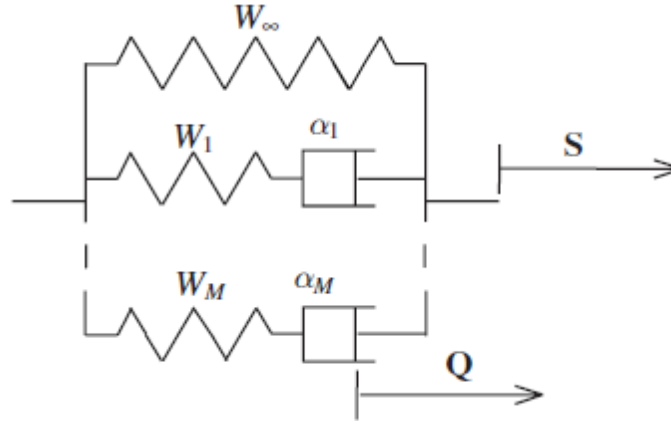
$$\dot{Q}_i + \frac{1}{a_i} Q_i = \frac{d}{dt} \left[2 \frac{\partial W_i(C)}{\partial C} \right], \quad Q_i(0) = Q_i^0 \quad (i = 1, M) \quad (2.10)$$

Η ενσωμάτωση της παραπάνω εξίσωσης οδηγεί στον υπολογισμό της συνολικής τάσης ως συνάρτηση του χρόνου :

$$S(t) = 2 \frac{\partial W_{\infty}}{\partial C} + \sum_{i=1}^M Q_i^0 \exp\left(-t/a_i\right) + \sum_{i=1}^M \int_{\tau=0}^t \left\{ 2 \frac{\partial W_i}{\partial C} \frac{d}{d\tau} \exp\left[-(\tau-t)/a_i\right] \right\} d\tau \quad (2.11)$$

Οι σταθερές a_i επηρεάζουν το ποσοστό της ιξώδους παραμόρφωσης, ενώ οι όροι W_i και W_{∞} αντιπροσωπεύουν τις εξισώσεις αποθηκευμένης ενέργειας των ελαστικών στοιχείων. Μία υψηλή τιμή της σταθεράς a_i αντιστοιχεί σε μία ταχεία ιξώδη παραμόρφωση. Για $t \rightarrow 0$ και $t \rightarrow \infty$, ανακτάται η ελαστική συμπεριφορά, με μικρή δυσκαμψία εάν ο χρόνος τείνει προς το άπειρο.

Το ιξωδοελαστικό μοντέλο που παρουσιάστηκε εδώ μπορεί επίσης να τροποποιηθεί προκειμένου να ληφθεί υπόψη η ανισοτροπική συμπεριφορά της περιοδοντικής μεμβράνης, χρησιμοποιώντας εξισώσεις αποθηκευμένης ενέργειας, όπως εκείνες που περιγράψαμε στην προηγούμενη ενότητα.



Σχήμα 2.10. Ρεολογικό μοντέλο.

2.3.1.3 Πολυφασικά καταστατικά μοντέλα

Η προσέγγιση που περιγράφηκε στην προηγούμενη υποενότητα, ερμηνεύει τη συνολική απόκριση της περιοδοντικής μεμβράνης και χρησιμοποιεί το ιξώδες για τη μακροσκοπική μοντελοποίηση της πολύπλοκης συμπεριφοράς που συνδέεται με την παρουσία και την κίνηση του υγρού περιεχομένου στην περιοδοντική μεμβράνη. Ένα αριθμητικό μοντέλο με περισσότερη μικρο-μηχανική συνοχή και μια άμεση αξιολόγηση των διαφορετικών στοιχείων του ιστού μπορεί να παρουσιαστεί από μία πολυφασική μέση προσέγγιση. Με αυτό τον τρόπο, είναι εφικτή μία πιο ρεαλιστική περιγραφή του ιστού, λαμβάνοντας υπόψη την παρουσία των διαφορετικών φάσεων ως συνεχόμενα μέσα αλληλεπίδρασης. Οι φάσεις αντιστοιχούν στο στερεό δικτύωμα και το υγρό περιεχόμενο. Οι επιπτώσεις στη συνολική συμπεριφορά από το συνδυασμό των διαφορετικών φάσεων λαμβάνονται υπόψη.

Υποθέτοντας ότι η περιοδοντική μεμβράνη είναι ένα ελαστικό στερεό, πλήρως κορεσμένο από υγρά που το διαπερνούν, η συνολική τάση S δίνεται από το άθροισμα της ενεργούς τάσης S' και της υδροστατικής πίεσης p (θετική εάν βρίσκεται σε θλίψη) :

$$S' = S + pC^{-1} \quad (2.12)$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι γνωστή ως αξίωμα της ενεργούς τάσης. Θεωρείται δεδομένο ότι ο νόμος του Darcy διέπει τη ροή των διαφόρων υγρών :

$$v = K \left[-grad(p) + \rho_f g \right] \quad (2.13)$$

όπου v είναι η σχετική ταχύτητα του ρευστού σε σχέση με τη στερεά φάση, ρ_f η πυκνότητα του υγρού, g η επιτάχυνση της βαρύτητας και K ο πίνακας δυναμικής διαπερατότητας.

Η καταστατική εξίσωση της στερεάς μήτρας μπορεί να καθοριστεί σύμφωνα με τις προηγούμενες προσεγγίσεις, λαμβάνοντας υπόψη ιξωδοελαστικά ή/και ανισοτροπικά μοντέλα. Αυτοί οι καταστατικοί νόμοι που καθορίζονται από τη θεώρηση άσκησης της ενεργούς τάσης στο σκελετό. Η ροή του υγρού στην περιοδοντική μεμβράνη επηρεάζει την απόκριση του ιστού με την πάροδο του χρόνου. Η διακύμανση στην πίεση p του υγρού, η οποία είναι ταχύτερη εάν ο ιστός παρουσιάζει υψηλή διαπερατότητα, τροποποιεί την ενεργό τάση της στερεάς φάσης και την παραμορφωσιακή της κατάσταση.

Είναι επομένως σαφές ότι η αριθμητική σύνθεση της εν λόγω προσέγγισης είναι μάλλον περίπλοκη και υπάρχουν δυσκολίες στον καθορισμό των παραμέτρων που υιοθετήθηκαν με τη βοήθεια των πειραματικών δοκιμών.

Ωστόσο, αυτή η προσέγγιση είναι σίγουρα πιο ακριβής και χρήσιμη για τη λεπτομερή εκτίμηση της συμπεριφοράς της περιοδοντικής μεμβράνης, δεδομένου ότι διατηρεί μια έγκυρη συσχέτιση με την πραγματική διαμόρφωση των ιστών.

2.3.2 Ανασκόπηση των μηχανικών ιδιοτήτων της περιοδοντικής μεμβράνης

2.3.2.1 Πειραματικές μελέτες σχετικά με την ιξωδοελαστικότητα

Αρκετές προσεγγίσεις έχουν γίνει για να μελετηθούν οι ελαστικές ιδιότητες της περιοδοντικής μεμβράνης. Η ιξωδοελαστικότητα και η μηχανική αντίσταση της περιοδοντικής μεμβράνης έχουν εκτιμηθεί με βάση την κινητικότητα των δοντιών, όταν εφαρμόζεται μια δύναμη σε ένα δόντι υπό ημιστατικές και δυναμικές συνθήκες. Αυτή η μέθοδος έχει το πλεονέκτημα ότι μπορεί να εφαρμοστεί σε μετρήσεις πραγματικών οργανισμών και έχει χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της απόδοσης του περιοδοντίου. Ωστόσο, είναι δύσκολο να ληφθούν άμεσα στοιχεία για τις μηχανικές ιδιότητες της περιοδοντικής μεμβράνης, επειδή η κινητικότητα των δοντιών εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το μέγεθος και το σχήμα της ρίζας τους. Παρόλα αυτά, η ιξωδοελαστικότητα της περιοδοντικής μεμβράνης μπορεί να υπολογιστεί με ορισμένες γεωμετρικές απλουστεύσεις.

Οι μηχανικές ιδιότητες της περιοδοντικής μεμβράνης αντικατοπτρίζονται στη δύναμη που απαιτείται για την εξαγωγή ενός δοντιού, αλλά εξαρτώνται επίσης από τη συνολική γεωμετρική διαμόρφωση του περιοδοντίου. Συνεπώς, η αντοχή στον εφελκυσμό της περιοδοντικής μεμβράνης έχει μετρηθεί αμέσως πριν από το σπάσιμο χρησιμοποιώντας σχετικά μικρά και προσεγμένα, χωρίς ατέλειες, δείγματα. Όταν οι Atkinson και Ralph μέτρησαν την αντοχή σε εφελκυσμό τεντώνοντας μεταθανάτια δείγματα περιοδοντικής μεμβράνης ανθρώπων, κατά μήκος των δεσμών των ινών, κατάφεραν να λάβουν μία μέση τιμή της τάξης των 3,7 MPa από τη διαίρεση της δύναμης στην περιοχή της διατομής του κάθε δείγματος. Ωστόσο, όπως επισημαίνεται από τους παραπάνω συγγραφείς, ακόμα και εάν τα δείγματα που χρησιμοποιήθηκαν είναι σχετικά μικρά σε σύγκριση με το μέγεθος της ρίζας, παρόλα αυτά η επίδραση της κυρτής φύσης της μεμβράνης που έρχεται σε επαφή μπορεί να είναι αναπόφευκτη. Για να εξαλειφθεί αυτή η επίδραση, ο Ralph (1982) βελτίωσε τη μέθοδο έτσι ώστε το φορτίο να κατανέμεται στο σύνολο των ινών των δεσμών, με τη χρήση εγκάρσιων τομών αποτελούμενων από τη ρίζα, τη μεμβράνη και το φατνιακό οστό. Το πάχος του κάθε τμήματος ήταν 1 mm και το φορτίο εφαρμόστηκε αξονικά στη ρίζα του δοντιού, ενώ είχε πακτωθεί το φατνιακό οστό. Ο Ralph μέτρησε την αντοχή σε εφελκυσμό από την άποψη της διατμητικής τάσης διαιρώντας το φορτίο από την περιμετρική περιοχή της επισυναπτόμενης μεμβράνης και έλαβε μία μέση τιμή της τάξης των 2,4 MPa. Η ταχύτητα παραμόρφωσης που χρησιμοποιήθηκε ήταν 0,25 mm/min.

Ο Mandel (1986) μέτρησε το σύνολο των καμπυλών τάσεων-παραμορφώσεων, αντί της μέγιστης τάσης πριν την αστοχία, σε ανθρώπινους προγόμφιους της κάτω γνάθου και προσδιόρισε την ελαστική δυσκαμψία της περιοδοντικής μεμβράνης από την κλίση της καμπύλης διατμητική τάση-παραμόρφωση. Ο Mandel χρησιμοποίησε 1 mm πάχος στις εγκάρσιες τομές, όπως χρησιμοποιήθηκαν και στη μελέτη του Ralph, για μετρήσεις με ταχύτητα παραμόρφωσης 0,2 mm/min. Μέτρησε πολλές παραμέτρους τάσεων-παραμορφώσεων σε διαφορετικά επίπεδα της ρίζας και διαπίστωσε ότι η ελαστική δυσκαμψία δεν διέφερε σημαντικά (από 2,6 έως 3,2 MPa). Ενώ οι άλλες παράμετροι, όπως η μέγιστη διατμητική τάση και διατμητική παραμόρφωση πριν την αστοχία και τη σχετική υστέρηση ενέργειας σε διάτμηση, διαφέρει σημαντικά κατά μήκος της ρίζας.

Οι Chiba και Komatsu (1993) βρήκαν ότι οι καμπύλες τάσης-παραμόρφωσης της περιοδοντικής μεμβράνης εξαρτώνται ιδιαίτερα από τη μεταβολή της παραμόρφωσης σε μια μελέτη χρησιμοποιώντας ένα ευρύ φάσμα ταχυτήτων παραμόρφωσης. Έλαβαν τις καμπύλες τάσεων-παραμορφώσεων των εγκάρσιων τομών των κοπτήρων της κάτω γνάθου ενός αρουραίου, σε διάφορες ταχύτητες από 1 έως 104 mm/24 h. Επίσης βρήκαν ότι οι καμπύλες ήταν περίπου σιγμοειδής και ότι το γραμμικό τμήμα της καμπύλης έγινε πιο απότομο όταν αυξήθηκε η ταχύτητα. Το διατμητικό μέτρο αυξήθηκε από 0,77 σε 1115 kPa, όταν ο ρυθμός παραμόρφωσης αυξήθηκε από 1 σε 104 mm/24 h ή αλλιώς από 0,012 m/s σε 0,12 mm/s.

2.3.2.2 Πειραματικές μελέτες σχετικά με τις ελαστικές σταθερές της περιοδοντικής μεμβράνης

Η πειραματική μέθοδος, με τις εγκάρσιες διατομές, που προτείνει ο Ralph είναι μια χρήσιμη τεχνική για τον προσδιορισμό των μηχανικών ιδιοτήτων της περιοδοντικής μεμβράνης, διότι η προετοιμασία του δείγματος είναι σχετικά απλή και το σφάλμα που εξαρτάται από τη γεωμετρία, μειώνεται σημαντικά. Ωστόσο, ένα μέτρο ελαστικότητας, όπως το μέτρο του Young, το οποίο χρησιμοποιείται στην ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, δεν προκύπτει άμεσα χρησιμοποιώντας αυτή την τεχνική.

Από όσο γνωρίζουμε, μέχρι στιγμής δεν υπάρχουν πολλές μελέτες για τον άμεσο πειραματικό προσδιορισμό του μέτρου του Young της περιοδοντικής μεμβράνης. Οι Dymant και Synge (1935) το καθόρισαν σε τέσσερα δείγματα που εξήγαγε από τα κεντρικά δόντια μόσχων και αμνών. Χρησιμοποιήθηκε ένα τηλεκατευθυνόμενο μικροσκόπιο για να μετρήσει τις αλλαγές στο μήκος με την αλλαγή του φορτίου υπό ημιστατικές συνθήκες. Το μέτρο ελαστικότητας του Young βρέθηκε να είναι περίπου 1,5 MPa, αλλά προέκυψε από τη μέτρηση στην κάθετη κατεύθυνση των δεσμών των ινών. Ο Ast (1966) έλαβε τις καμπύλες δύναμης-παραμόρφωσης της περιοδοντικής μεμβράνης χρησιμοποιώντας μία δοκιμαστική μηχανή εφελκυσμού, με ταχύτητα έκτασης 0,05 – 50 mm/min και υπολόγισε ότι το μέτρο ελαστικότητας είναι 2 – 3 MPa. Στη μελέτη τους, ελήφθησαν δείγματα οστού-μεμβράνης-οστού, ορθογώνιου σχήματος, από ανθρώπινη κάτω γνάθο, έτσι ώστε η διεύθυνση εφελκυσμού να είναι κατά μήκος της διεύθυνσης των ινών. Η περιοχή της διατομής των δειγμάτων ήταν σχετικά μεγάλη, περίπου 13 mm². Ο Zhu (1995) υπολόγισε ότι το μέτρο ελαστικότητας σε εφελκυσμό και θλίψη είναι 3-5 MPa και 0,5 MPa, αντίστοιχα, από τις μετρήσεις που έγιναν κατά μήκος της διεύθυνσης των ινών στα δείγματα οστού-μεμβράνης-οστού, έξι ενηλίκων. Ωστόσο, οι λεπτομέρειες της μεθόδου μέτρησης δε δόθηκαν στην έκθεσή τους.

Ένα ευρύ φάσμα τιμών για το μέτρο ελαστικότητας της περιοδοντικής μεμβράνης έχει υιοθετηθεί στην ανάλυση τάσεων-παραμορφώσεων, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Οι Ree και Jacobson (1997) εξέτασαν και συνέλεξαν τα διάφορα μέτρα ελαστικότητας που έχουν βρεθεί στις διάφορες έρευνες, τα οποία έχουν εύρος από 0,1 έως 1000 MPa, όπως φαίνεται στον Πίνακα 2. Ακόμα και στις πιο πρόσφατες μελέτες (Katona, 1995; Holmes, 1996; Cobo, 1996; Vollmer, 1999), οι τιμές κατανέμονται σε ένα εύρος δύο τάξεων μεγέθους.

Μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιήθηκαν επίσης για την εκτίμηση της ελαστικότητας της περιοδοντικής μεμβράνης, ως ένα αντίστροφο πρόβλημα. Ο Tanne (1983) υπολόγισε το μέτρο του Young για την περιοδοντική μεμβράνη ότι είναι 0,67 MPa, μία τιμή που συχνά αναφέρεται από πολλούς ερευνητές, από τα αποτελέσματα της ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία, της μετατόπισης του δοντιού,

όταν ασκείται μία δύναμη στο δόντι. Πολύ χαμηλότερες τιμές, για παράδειγμα 0,07 MPa (Andersen, 1991) και 0,05 MPa (Vollmer, 1999), έχουν καθορισθεί από την ανάλυση των δειγμάτων που αποκόπηκαν, χρησιμοποιώντας μία παρόμοια τεχνική.

Πίνακας 2.2. Σταθερές του υλικού που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία

<i>Authors</i>	<i>Elastic modulus (MPa)</i>	<i>Poisson's ratio</i>
Vollmer	0.05	0.3
	0.22	0.3
Andersen	0.07	0.49
	0.8–68.9	0.3–0.45
	13.8	0.49
Yettram	0.18	0.49
Tanne	0.67	0.49
Williams	1.5	0–0.45
	100	0–0.45
Korioth	2.5–3.2	0.45
Farah	6.9	0.45
Takahashi	9.8	0.45
Wright	49	0.45
Wilson	50	0.45
Ree	50	0.49
Cook	68.9	0.49
Ko	68.9	0.45
Atmaram	171.6	0.45
Thresher	1379	0.45
Goel	1750	0.49

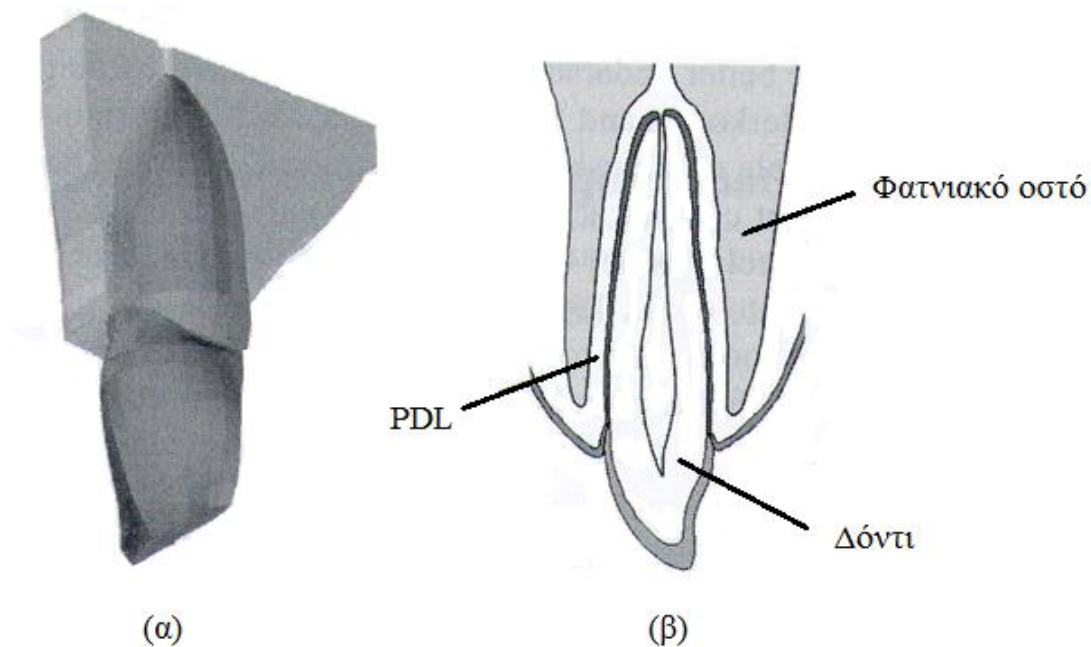
ΚΕΦΑΛΑΙΟ

3^ο

**ΜΟΝΤΕΛΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ
ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ
ΔΟΝΤΙΩΝ**

3.1 Γεωμετρική διαμόρφωση του περιοδοντίου

Η μορφομετρία του δοντιού και του περιοδοντίου (Σχήμα 13) είναι εξαιρετικά μεταβλητή από ασθενή σε ασθενή και σε μεγάλο βαθμό επηρεάζει την απόκριση του συστήματος. Είναι λοιπόν σαφές ότι ένα αριθμητικό μοντέλο πρέπει να συνδέεται με μια πολύ συγκεκριμένη ανατομική περιοχή. Παρ' όλα αυτά, τα αποτελέσματα και οι πληροφορίες που λαμβάνονται από την ανάλυση ενός συγκεκριμένου μοντέλου, μπορεί να είναι κατάλληλα για τον προσδιορισμό των γενικών αρχών που διέπουν τη συμπεριφορά των φαινομένων που αποτελούν αντικείμενο της έρευνας. Ο καθορισμός της σωστής γεωμετρίας του μοντέλου είναι ακόμη πιο περίπλοκος, συγκριτικά με ένα πρόβλημα μοντελοποίησης οστού-εμφυτεύματος, λόγω της παρουσίας του μαλακού ιστού.



Σχήμα 3.1. Γεωμετρικό ανατομικό μοντέλο (α) και υπόδειξη των κύριων μερών (β).

Το εάν η περιοχή του φατνιακού οστού, που περιβάλλει το δόντι, θα συμπεριληφθεί στο επιλεγμένο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, εξαρτάται αυστηρά από το σκοπό της ανάλυσης. Στην προσομοίωση της κίνησης της οδοντοφυΐας στην ορθοδοντική θεραπεία, η παρουσία του φατνιακού οστού και η εξέλιξή του στο χρόνο, πρέπει να ληφθεί υπόψη. Από την άλλη μεριά, εάν στην ανάλυση θεωρούμε βραχυπρόθεσμα φορτία, το μοντέλο μπορεί να περιλαμβάνει μόνο το δόντι και την περιοδοντική μεμβράνη. Πράγματι, στην τελευταία αυτή περίπτωση, η παραμόρφωση της περιοδοντικής μεμβράνης και όλου του συστήματος μπορεί να θεωρηθεί ανεξάρτητη από την παραμόρφωση του φατνιακού οστού.

3.2 Διαμόρφωση της δύναμης

Μια βασική διάκριση πρέπει να γίνει για τη φόρτιση που προκαλείται στα δόντια, λαμβάνοντας υπόψη το μάσημα ή τις ορθοδοντικές δυνάμεις. Οι πρώτες είναι δυνάμεις περιορισμένες στο χρόνο και χαρακτηρίζονται από σημαντική ένταση, ενώ οι τελευταίες σχετίζονται με χαμηλά φορτία μακράς διάρκειας. Οι δύο αυτές διαφορετικές διαμορφώσεις της φόρτισης οδηγούν σε πολύ συγκεκριμένες διατυπώσεις του μοντέλου, λόγω των διαφορετικών διεργασιών των βιολογικών ιστών που εμπλέκονται. Στην πραγματικότητα, ενώ η λειτουργική φόρτιση εμπλέκει μόνο την παραμόρφωση της περιοδοντικής μεμβράνης, ορθοδοντικά φορτία, καθώς και κάθε άλλη μακροπρόθεσμη φόρτιση, διεγείρει την κυτταρική δραστηριότητα της περιοδοντικής μεμβράνης και μια επακόλουθη αναδιαμόρφωση του φατνιακού οστού.

Δεν είναι εύκολο να οριστούν τα φορτία που δρουν στο δόντι κατά τη διάρκεια της μάσησης δεδομένου ότι υπάρχει μια ευαίσθητη διακύμανση όσον αφορά το μέγεθός τους, την κατεύθυνση και την περιοχή εφαρμογής τους. Συγκεκριμένη πειραματική δραστηριότητα στον τομέα αυτό έχει πραγματοποιηθεί (Parfitt, 1960; Pincton 1978; Kogioth, 1997), παρά τις αντικειμενικές δυσκολίες ως προς την παροχή ενός κατάλληλου συστήματος μέτρησης.

Τα ορθοδοντικά φορτία μπορούν να προσδιορισθούν καλύτερα ως προς το μέγεθος, την κατεύθυνση και την περιοχή εφαρμογής, δεδομένου ότι είναι αποτέλεσμα μιας συγκεκριμένης προσχεδιασμένης θεραπείας. Δεδομένου ότι οι μηχανικές ιδιότητες της ορθοδοντικής εφαρμογής είναι γνωστές, για παράδειγμα υπερελαστικά σύρματα αλουμινίου, είναι πιο εύκολο να προσδιοριστούν με ακρίβεια τα φορτία στην περίπτωση αυτή απ' ό τι κατά τη λειτουργική δραστηριότητα.

3.3 Ορθοδοντική μετακίνηση

3.3.1 Εισαγωγή

Η μετακίνηση των δοντιών ενός ενήλικου είναι συνήθως μια φυσική διαδικασία. Το σώμα μας έχει αυτό το μηχανισμό κίνησης των δοντιών, για να διατηρήσει τα δόντια σε σωστή ευθυγράμμιση. Είναι ο τρόπος που ο οργανισμός μας διατηρεί τα δόντια έτσι ώστε όλα να συναντιούνται την ίδια στιγμή όταν δαγκώνουμε και ώστε να βρίσκονται σε ένα κοινό τόξο επαφής το ένα δίπλα στο άλλο.

Οι γομφίοι έχουν όλοι μια φυσική κλίση προς τα εμπρός. Οι προγόμφιοι τείνουν να ασκούν μια οπισθοκλινή δύναμη, αλλά αυτή η δύναμη φαίνεται να είναι ασθενέστερη από αυτή που ασκούν οι γομφίοι. Η δύναμη από τους γομφίους μπορεί

να ωθήσει όλα τα δόντια προς τα εμπρός. Αυτή η φυσική, χρήσιμη δύναμη, μπορεί να προκαλέσει προβλήματα εάν τα δόντια αρχίζουν να φεύγουν από την ευθυγράμμισή τους.

Λόγοι για τους οποίους μπορεί να συμβεί αυτή η ανεπιθύμητη μετακίνηση είναι :

- Υπάρχει μια φυσική μετακίνηση των δοντιών, η οποία συμβαίνει κατά τη διάρκεια της ζωής.
- Εάν λείπει ένα δόντι, τότε τα δόντια που βρίσκονται δεξιά και αριστερά του κενού, μπορεί να μετακινηθούν για να καλύψουν το κενό καθώς και το δόντι που συνήθως βρίσκεται απέναντι από αυτό που λείπει και χρησιμοποιείται στη μάσηση της τροφής, θα μετακινηθεί επίσης.
- Εάν κάποιος έχει μια προχωρημένη ασθένεια των ούλων, τότε μπορεί να μετακινηθούν τα δόντια του ασθενούς.

Ο ακριβής τρόπος με τον οποίο επιτυγχάνεται η μετακίνηση των δοντιών είναι μια αρκετά εντυπωσιακή, αλλά και συνάμα πολύπλοκη διαδικασία. Περιλαμβάνει πολλούς διαφορετικούς ιστούς, κύτταρα και ουσίες κυτταρικών σημάτων. Όταν ασκείται μια δύναμη στη ρίζα του δοντιού, π.χ. με τα σιδεράκια, τα κύτταρα του οστού και οι ιστοί που περιβάλλουν τη ρίζα, κινητοποιούνται για να δράσουν. Τα κύτταρα του σώματος που ονομάζονται οστεοβλάστες και οστεοκλάστες προσθέτουν και αφαιρούν το οστό, αντίστοιχα.

Η δύναμη που ασκείται στο σημείο του άγκιστρου (Bracket) παράγει πίεση και ένταση (τράβηγμα) στη ρίζα του δοντιού, προκαλώντας την ανάπλαση του οστού και τη μετακίνηση του δοντιού. Αυτό το είδος του συνδυασμού δύναμης ονομάζεται ζευγάρι δυνάμεων, το οποίο ορίζεται ως δύο ίσες και αντίθετες δυνάμεις που δρουν σε μία μάζα.

Ένα ζευγάρι δυνάμεων είναι απαραίτητο μέσο για να μετακινηθούν τα δόντια επειδή τα άγκιστρα είναι προσκολλημένα στην κορυφή των δοντιών και όχι στο κέντρο αντίστασής τους. Το κέντρο αντίστασης θα ήταν η πιο ιδανική θέση για να ασκηθούν οι δυνάμεις και να μετακινηθούν τα δόντια. Ωστόσο, το κέντρο αντίστασης βρίσκεται στη ρίζα των δοντιών, με αποτέλεσμα να καθίσταται αδύνατη η τοποθέτηση του άγκιστρου στη θέση αυτή.

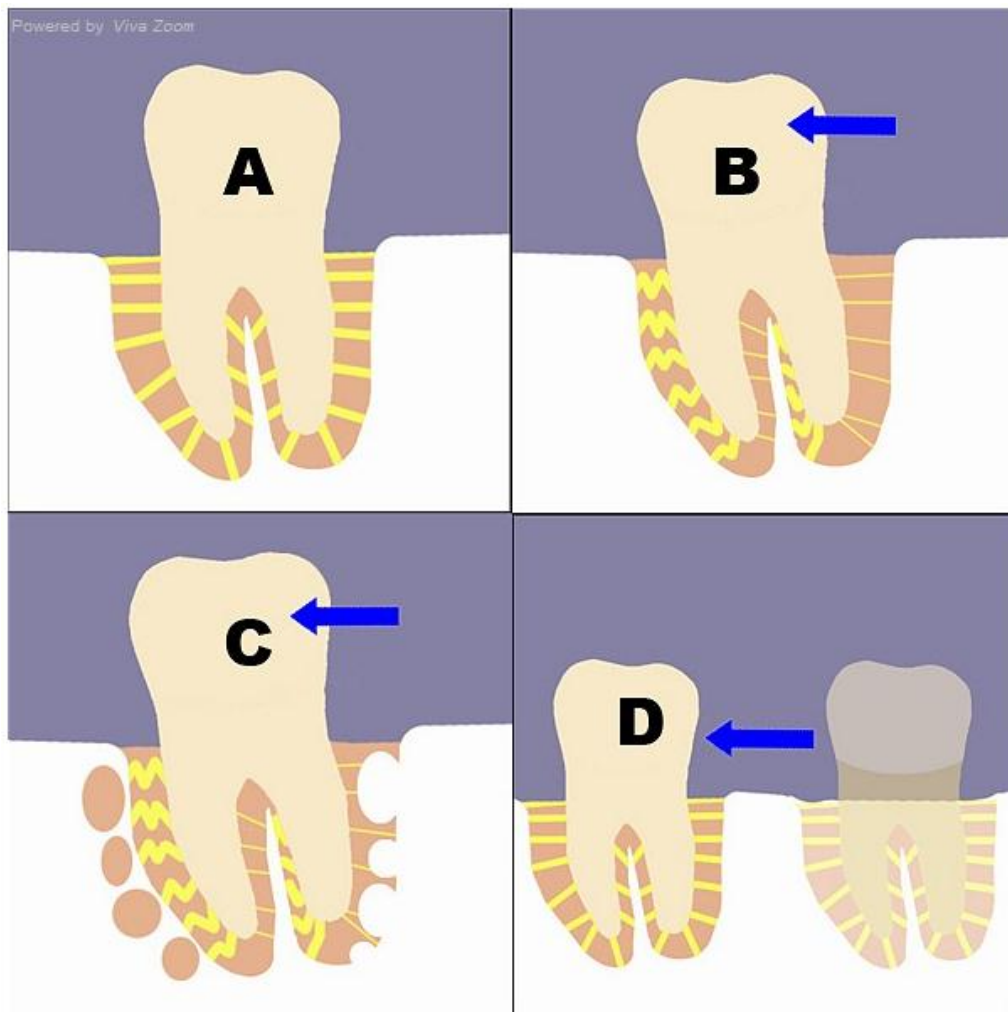
Υπάρχει ένα χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη στιγμή που ασκείται η δύναμη μέχρι την εμφάνιση της πραγματικής κίνησης του δοντιού. Η καθυστέρηση αυτή οφείλεται κυρίως στο πώς ο οργανισμός απομακρύνει το οστό που βρίσκεται δίπλα στο δόντι. Ως εκ τούτου, μπορεί να χρειαστεί μια περίοδος 1-2 εβδομάδων στα κύτταρα, πριν το οστό απομακρυνθεί από το δόντι.

Μετά την αρχική φάση της σχεδόν ακίνητης περιόδου του δοντιού, το οστό υφίσταται στη συνέχεια σημαντικές αλλαγές, καθώς και το δόντι αρχίζει να κινείται πιο γρήγορα. Αυτό συνήθως θα συμβεί μέσα στις επόμενες 2 με 3 εβδομάδες και εξαρτάται από το πόση δύναμη εξακολουθεί να ασκείται στο δόντι.

3.3.2 Μηχανισμός μετακίνησης των δοντιών

3.3.2.1 Γενική περιγραφή

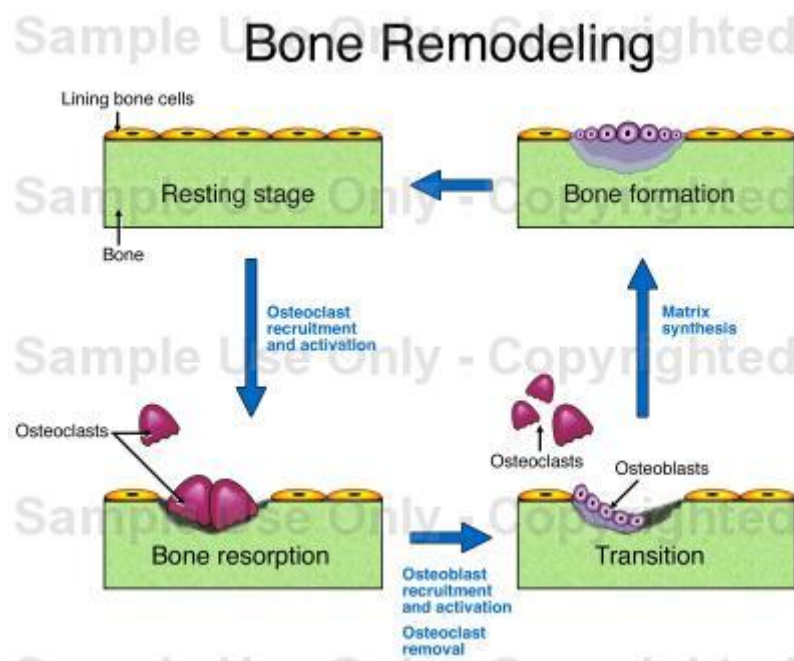
Όταν στο δόντι ασκηθεί μία δύναμη, η περιοδοντική μεμβράνη εκτείνεται (εφελκύεται) από τη μια πλευρά και συμπιέζεται (θλίβεται) από την άλλη. Αυτό χαλαρώνει το δόντι. Τότε το οστό αναπτύσσεται για να υποστηρίξει το δόντι στη νέα του θέση. Τεχνικά αυτό καλείται οστική ανάπλαση και παρουσιάζεται στο σχήμα 3.2.



Σχήμα 3.2. Οδοντική μετακίνηση και οστική ανάπλαση.

Η οστική ανάπλαση είναι μια εμβιομηχανική διαδικασία υπεύθυνη να κάνει τα οστά δυνατότερα. Τα οστά δομούνται από κύτταρα που ονομάζονται οστεοκλάστες και οστεοβλάστες.

Η οστική ανάπλαση λειτουργεί ως εξής : αυξάνουμε τη δύναμη που ασκείται σε ένα οστό και έτσι δημιουργούνται οστεοκλάστες, οι οποίοι καταστρέφουν το οστό . Αφαιρούμε τη δύναμη και παράγονται οστεοβλάστες, οι οποίοι οφείλονται για τη δημιουργία των κυττάρων του οστού. Ακολουθώντας την παραπάνω διαδικασία κατά τη διάρκεια επαναλαμβανόμενης κίνησης, τελικά αυξάνεται η οστική πυκνότητα.

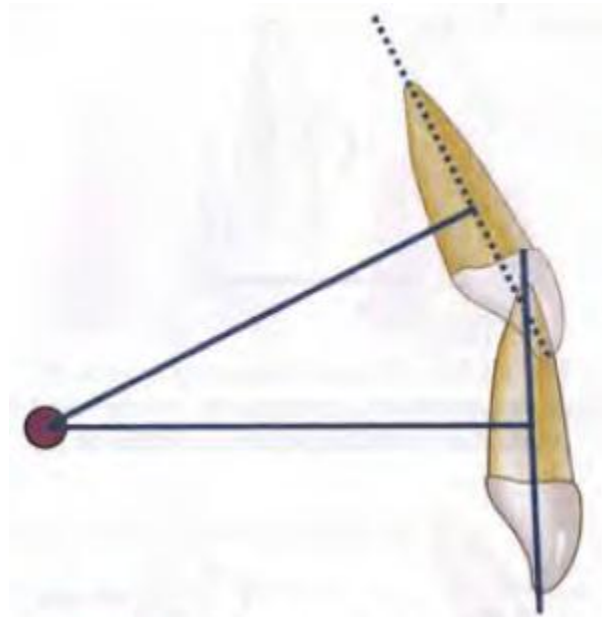


Σχήμα 3.3. Οστική ανάπλαση από κυτταρικής σκοπιάς.

Η περιοδοντική μεμβράνη ως ένα είδος αγγελιοφόρου μεταξύ των δοντιών και του περιβάλλοντος οστού. Πίεση μεταξύ της περιοδοντικής μεμβράνης και του οστού προκαλεί το οστό να δημιουργήσει οστεοκλάστες, οι οποίοι θα καταστρέψουν το οστό ώστε να αποκαταστήσουν τη φυσιολογική απόσταση μεταξύ του δοντιού και του οστού. Η αντίστοιχη εφελκυστική τάση στην περιοδοντική μεμβράνη, πίσω από την κίνηση του δοντιού, προκαλεί το οστό να παράγει οστεοβλάστες, οι οποίοι θα χτίσουν το νέο οστό, ώστε να καλυφθεί η διαφορά που δημιουργείται μεταξύ δοντιού και οστού.

3.3.2.2 Κέντρο Περιστροφής

Είναι το σημείο γύρω από το οποίο συμβαίνει η περιστροφή. Το κέντρο περιστροφής μπορεί να είναι σε οποιαδήποτε θέση εντός ή εκτός του δοντιού (Σχήμα 3.4). Όσο περισσότερο κινείται προς την κορυφή το κέντρο περιστροφής, τόσο μεγαλύτερη είναι η μετατόπιση της μύλης και το αντίστροφο. Η πραγματική κίνηση ενός δοντιού συνεπάγεται μια σειρά μεταβαλλόμενων κέντρων περιστροφής.



Σχήμα 3.4. Κέντρο περιστροφής έξω από το δόντι κατά την εξαγωγή του ή τη διείσδυσή του.

Θεωρητικά, μία δύναμη και ένα ζεύγος δυνάμεων μπορεί να παράγει οποιοδήποτε είδος μετακίνησης των δοντιών. Αυτό μπορεί να ακούγεται πολύ απλό, αλλά είναι εξαιρετικά δύσκολο να επιτευχθεί κλινικά.

3.3.2.3 Κέντρο αντίστασης

Κάθε ελεύθερο σώμα έχει ένα σημείο στο οποίο μπορεί (θεωρητικά τουλάχιστον) να είναι απόλυτα ισορροπημένο. Αυτό το σημείο καλείται κέντρο βάρους. Όταν μιλάμε για δόντια, μιλάμε για έναν οργανισμό που θα συγκρατείται από παρακαείμενες δομές, όπως η περιοδοντική μεμβράνη κλπ. Για τέτοιου είδους σώματα το ανάλογο σημείο του κέντρου βάρους, ονομάζεται κέντρο αντίστασης. Εξ ορισμού, μία δύναμη με γραμμική δράσης που περνά από το κέντρο αντίστασης προκαλεί μεταφορά. Το κέντρο αντίστασης ενός μονόριζου δοντιού βρίσκεται στον επιμήκη άξονα του δοντιού, κατά κύριο λόγο μεταξύ 1/3 και 1/2 του μήκους της

ρίζας, μετρούμενη από την φατνιακή ακρολοφία (Σχήμα 3.5). Για ένα πολύριζο δόντι, το κέντρο αντίστασης είναι πιθανόν μεταξύ των ριζών (Σχήμα 3.6).



Σχήμα 3.5. Κέντρο αντίστασης ενός μονόριζου δοντιού.

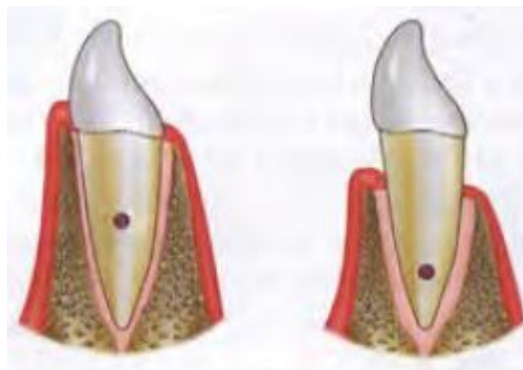


Σχήμα 3.6. Κέντρο αντίστασης ενός δίριζου δοντιού.

Το κέντρο αντίστασης ποικίλει ανάλογα με :

- Το μήκος της ρίζας.
- Το ύψος του φατνιακού οστού.
- Τη μορφολογία της ρίζας – μονόριζα ή πολύριζα δόντια.

Η μετακίνηση των δοντιών που προκύπτει από μία δύναμη που εφαρμόζεται από την αγκύλη εξαρτάται από την απόσταση της γραμμής δράσης της δύναμης από το κέντρο αντίστασης. Ταυτόσημες δυνάμεις εφαρμοζόμενες σε δόντια με διαφορετικά μήκη ρίζας ή αγκύλες τοποθετημένες σε διαφορετικά ύψη μπορούν να έχουν διαφορετικά αποτελέσματα. Επίσης, η μετακίνηση των δοντιών στους ενήλικες με απώλεια φατνιακού οστού, θα είναι διαφορετική σε σχέση με τους εφήβους (Σχήμα 3.7).



Σχήμα 3.7. Αλλαγή στο κέντρο αντίστασης του δοντιού ακολουθώντας την απώλεια του φατνιακού οστού.

3.3.2.4 Μέθοδοι καθορισμού του κέντρου αντίστασης

Για τον καθορισμό του κέντρου αντίστασης του δοντιού, χρησιμοποιήθηκαν πολλοί τρόποι. Ορισμένοι ερευνητές εφάρμοσαν μαθηματικά ή φυσικά μοντέλα καθώς και μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων. Τα περισσότερα μοντέλα όμως, ήταν απλοποιημένα και δεν προσέγγιζαν ικανοποιητικά τους πραγματικούς ανατομικούς παράγοντες που προσπάθησαν να εξομοιώσουν (Yoshida και συν., 2001a).

Η ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων προϋποθέτει τη γνώση του λόγου Poisson, ο οποίος εξαρτάται από το μέτρο ελαστικότητας. Αξιόπιστες όμως τιμές για το μέτρο ελαστικότητας, δεν είναι δυνατόν να εξαχθούν από τη μελέτη των μηχανικών ιδιοτήτων των υλικών λόγω της μεγάλης επίδρασης του ιστορικού φόρτισης, της διαδικασίας δημιουργίας δοκιμίων και των συνθηκών δοκιμασίας στις ιδιότητες καθ' αυτές (Fung, 1993; Αναφέρεται από τους Gioka C, Eliades T. Orthodontic dental intrusion: indications, histological changes, biomechanical principles and possible side effects. Hell Orthod Rev 2003;6:129-46).

Η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων προϋποθέτει ότι τα υλικά είναι ισότροπα, δηλαδή η αντίδρασή τους σε ένα δεδομένο φορτίο δεν επηρεάζεται από την κατεύθυνση της φόρτισης. Η παραδοχή όμως αυτή δεν ισχύει για βιολογικά υλικά όπως το οστό (Park and Lakes, 1992; Αναφέρεται από τους Gioka C, Eliades T. Orthodontic dental intrusion: indications, histological changes, biomechanical principles and possible side effects. Hell Orthod Rev 2003;6:129-46). Τα τελευταία χρόνια, έγινε προσπάθεια να ενσωματωθεί η δομή του περιοδοντίου στις αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων. Σύμφωνα με τους Qian και συν. (2001) η διεύθυνση και οι μηχανικές ιδιότητες των ινών του περιρριζίου δεν έχουν σημαντικό ρόλο στον καθορισμό του κέντρου αντίστασης. Οι Schneider και συν. (2002) ενσωμάτωσαν στις αναλύσεις τους έναν αλγόριθμο για να περιγράψουν την αναδιαμόρφωση του οστού μετά από μηχανικά ερεθίσματα. Έγιναν όμως σύμφωνα με τους ίδιους τους συγγραφείς ορισμένες απλουστεύσεις λόγω ελλείψεως στοιχείων για τα υλικά και τη μορφολογία τους.

Για τη μελέτη της μετακίνησης των δοντιών χρησιμοποιήθηκαν επίσης ολογραφικές τεχνικές (laser – holographic techniques) ή τεχνικές strain gauges. Τα strain gauges είναι ηλεκτρικά επιμηκυσσιόμετρα που επικολλούνται στα σημεία της δομής που επιθυμούμε να μετρήσουμε την μετακίνηση. Κάθε επιμήκυνση οδηγεί στην αύξηση της αντίστασης του strain gauges, η οποία μπορεί να μετρηθεί ηλεκτρικά. Το μειονέκτημα αυτών των τεχνικών ήταν ότι ακόμα και οι μικρότερες μετακινήσεις της κεφαλής μπορούν να μειώσουν σημαντικά την ακρίβεια της μετακίνησης των δοντιών (Nagerl και συν., 1991). Σύμφωνα με τους McGuinness και συν. (1991) δεν είναι δυνατή η εισαγωγή των strain gauges μέσα στην περιοδοντική μεμβράνη χωρίς να προκύψει φθορά.

Στις τελευταίες έρευνες για τον καθορισμό του κέντρου αντίστασης και εν γένει την παρατήρηση της μετακίνησης του δοντιού, χρησιμοποιούνται μαγνήτες και μαγνητικοί αισθητήρες (Yoshida και συν. 2001a; 2001b).

Πολλές από αυτές τις τεχνικές χρησιμοποιήθηκαν σε ανθρώπινα πτώματα στα οποία όμως οι μηχανικές ιδιότητες της περιοδοντικής μεμβράνης διαφέρουν μετά το θάνατο. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιήθηκαν ως υποκατάστατα της περιοδοντικής μεμβράνης συνθετικές ουσίες, όπως η σιλικόνη. Δυστυχώς όμως οι ουσίες δεν έχουν φυσικές ιδιότητες παρόμοιες με αυτές της περιοδοντικής μεμβράνης (Vanden Bulckle και συν., 1987).

3.3.2.5 Θέση του κέντρου αντίστασης

Οι Christiansen και Burstone (1969) καθώς επίσης και οι Burstone και Gryputniewicz (1980) αναφέρουν ότι το κέντρο αντίστασης βρίσκεται σε ένα σημείο ίσο με το 40% του μήκους της ρίζας του δοντιού από τη φατνιακή ακρολοφία σε ένα δισδιάστατο μοντέλο με παραβολικό σχήμα ρίζας ή στο 33% του μήκους της ρίζας του δοντιού σε ένα τρισδιάστατο μοντέλο με ρίζα σε σχήμα παραβολοειδούς εκ περιστροφής.

Ο Nikolai (1974) καθορίζει το κέντρο αντίστασης του δοντιού σε μια απόσταση ίση με το 45% του μήκους τα ρίζας σε ένα δισδιάστατο μοντέλο για θεωρητική ανάλυση, ο Davidian (1971) στο 40%, ενώ ο Halazonetis (1996) στο 42%.

Αυτές οι διαφορές οφείλονται στα ανόμοια μαθηματικά μοντέλα που χρησιμοποίησαν οι ερευνητές. Ειδικότερα, ο Nikolai (1974) χρησιμοποίησε δισδιάστατα ακριβή μοντέλα σφηνοειδών (τριγωνικών) ριζών με βάση τη θεωρία της ελαστικότητας της περιοδοντικής μεμβράνης σε συνδυασμό με τις εξισώσεις ισορροπίας του άκαμπτου δοντιού. Ο Davidian (1971) ανέπτυξε ένα απλό μοντέλο για τον προσδιορισμό των κέντρων αντίστασης και περιστροφής, εξομοιώνοντας την περιοδοντική μεμβράνη με ελατήρια. Τέλος, ο Halazonetis (1996) επέκτεινε αυτή τη μέθοδο προκειμένου να συμπεριλάβει μη γραμμικές ιδιότητες της περιοδοντικής μεμβράνης, καθώς και διατμητικές τάσεις και στην περίπτωση ανισοτροπικής σύνθεσης του περιοδοντίου (Provatidis και Toutountzakis, 1998).

Οι Nagerl και συν. (1991) εμβυθίζοντας έναν κυνόδοντα σε πλαστικό υλικό, το οποίο υποτίθεται ότι υποκαθιστά τον περιοδοντικό σύνδεσμο, διαπίστωσαν ότι το κέντρο αντίστασης του δοντιού βρίσκεται σε ένα μέσο ύψος 34% (27-42%) του μήκους της ρίζας του.

Οι Tanne και συν. (1988) και οι Vollmer και συν. (1999) χρησιμοποιώντας μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων, αναφέρουν ότι το κέντρο αντίστασης βρίσκεται

σε μια απόσταση ίση με 24% και 42% του μήκους της ρίζας του κεντρικού άνω τομέα και του κυνόδοντα αντίστοιχα. Σε μια μεταγενέστερη μελέτη από τους Tanne και συν. (1991) το κέντρο αντίστασης του κεντρικού άνω τομέα υπολογίστηκε στο 34%. Σύμφωνα με τους Provatidis και Toutountzakis (1998) αυτά τα διαφορετικά αποτελέσματα προκύπτουν εύκολα, εάν επηρεαστεί μια από τις ακόλουθες τέσσερις παραμέτρους :

- 1) Το μέγεθος του μοντέλου γύρω από το εξέταση δόντι.
- 2) Το είδος των οριακών συνθηκών.
- 3) Ο βαθμός εκλέπτυνσης του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων που απαιτείται για τη λήψη αξιόπιστων αποτελεσμάτων. Αραιά πλέγματα οδηγούν σε ανακριβή αποτελέσματα.
- 4) Οι τιμές των μηχανικών ιδιοτήτων των υλικών.

Οι Poppe και συν. (2002) βρήκαν ότι το κέντρο αντίστασης των μονόριζων δοντιών βρίσκεται σε απόσταση ίση με το 42% του ύψους του φατνιακού πετάλου.

Οι Yoshida και συν. (2001a) αναφέρουν ότι το κέντρο αντίστασης του κεντρικού άνω τομέα κατά τη διάρκεια της υπερώιας μετακίνησής του βρίσκεται σε μια απόσταση ίση περίπου με τα 2/3 του υπερώιου ύψους, όταν αυτό μετρείται από το ακρορρίζιό του έως τη φατνιακή ακρολοφία και επομένως εξαρτάται από το επίπεδο του οστού που βρίσκεται υπερώια.

Οι Pedersen και συν. (1991) ισχυρίζονται ότι, σε άτομο ηλικίας 20 ετών και με φυσιολογικό μήκος ρίζας, το κέντρο αντίστασης των κάτω προγομφίων βρίσκεται στο 40% του μήκους της ρίζας.

Συνεπώς, οι περισσότερες έρευνες εντοπίζουν το κέντρο αντίστασης του μονόριζου δοντιού στο 33-42% του μήκους της ρίζας από τη φατνιακή παρυφή (ακρολοφία). Σε ένα δόντι μήκους ρίζας 10 mm όπως είναι ο κεντρικός άνω τομέας, η διαφορά αυτή είναι μικρότερη του 1 mm (0.9 mm). Εντούτοις, ένα σύστημα δυνάμεων με ακρίβεια μικρότερη του 1 mm είναι δύσκολο να κατασκευαστεί στην καθημερινή κλινική πράξη. Πρακτικά, αυτό σημαίνει ότι οι δυνάμεις που εφαρμόζονται στο δόντι θα έχουν σχεδόν πάντα μια ροπή.

Επιπλέον, η κίνηση του δοντιού μετά την εφαρμογή κάποιας δύναμης μπορεί να διακριθεί σε δύο φάσεις : την πρωτογενή, η οποία οφείλεται στη μετακίνηση του δοντιού μέσα στην περιοδοντική μεμβράνη και τη δευτερογενή, η οποία ακολουθεί και οφείλεται στην επαναδιαμόρφωση του οστού (εναπόθεση και απορρόφηση) (Burstone και συν., 1982). Το κέντρο αντίστασης των δοντιών όμως μπορεί να μη συμπίπτει κατά τη διάρκεια αυτών των δύο φάσεων κίνησης του δοντιού

(Halazonetis, 1996). Κατά συνέπεια, η κίνηση του δοντιού μπορεί να διαφέρει από αυτήν που έχει αρχικά σχεδιαστεί.

Η ακριβής θέση του κέντρου αντίστασης, όμως, εξαρτάται και από άλλους παράγοντες, όπως το μήκος της ρίζας του δοντιού και το ύψος του οστού που περιβάλλει το δόντι. Μεγαλύτερη επίδραση έχει το μήκος της ρίζας συγκριτικά με την επίδραση του ύψους του οστού που περιβάλλει το δόντι. Σε έναν κυνόδοντα, το κέντρο αντίστασής του μπορεί να βρίσκεται στο 45% του μήκους της ρίζας του, ενώ σε ένα μικρότερο δόντι με ύψος ρίζας 12 mm στο 35% του μήκους (Schneider και συν., 2002). Όταν παρατηρείται απορρόφηση της ρίζας ενός δοντιού, το κέντρο αντίστασης μετατοπίζεται προς την μύλη του δοντιού, όχι μόνο λόγω του μειωμένου μήκους της ρίζας, αλλά και της αλλαγής του σχήματός της (Schneider και συν., 2002). Οι Yoshida και συν. (2001a) αναφέρουν ότι το κέντρο αντίστασης του κεντρικού άνω τομέα, όταν εφαρμόζονται υπερώιες δυνάμεις, εξαρτάται κυρίως από το ύψος του υπερώιου πετάλου και ελάχιστα από το ύψος του χειλικού οστικού πετάλου.

Το κέντρο αντίστασης εξαρτάται επίσης από την διεύθυνση της φόρτισης (loading). Σύμφωνα με τον Nagerl και συν. (1991) η θέση του κέντρου αντίστασης μεταβάλλεται από το 27% έως το 42% του μήκους της ρίζας ανάλογα με την διεύθυνση της εφαρμοζόμενης δύναμης. Ο Halazonetis (1996) υποστηρίζει ότι αυτή η αλλαγή είναι μικρότερη (4%) σε ένα δισδιάστατο μοντέλο δοντιού - περιοδοντίου με ανισότροπο περιοδοντικό σύνδεσμο.

Οι Vander Bulcke και συν. (1986) αναφέρουν ότι η ακριβής θέση του κέντρου αντίστασης μπορεί να μεταβληθεί ανάλογα με τη μορφολογία του δοντιού, το είδος του περιοδοντικού συνδέσμου, την ποιότητα του περιβάλλοντος οστού, την ιστική αντίδραση στις ασκούμενες δυνάμεις, την εφύγραση των παρακείμενων οστικών δομών και την αξονική κλίση του δοντιού, χωρίς εντούτοις να αναφέρουν πειραματικά δεδομένα που να το στηρίζουν.

Σύμφωνα με τους Stoeckli και Teuscher (1985) το κέντρο αντίστασης οποιασδήποτε μονάδας, επειδή εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, δεν μπορεί να εντοπιστεί με ακρίβεια, παρά μόνο από την κλινική εικόνα μετά την εφαρμογή της δύναμης.

Τα κλινικά αποτελέσματα όταν επιχειρείται μετακίνηση προς τα άνω των μονόρριζων δοντιών, άλλες φορές επιβεβαιώνουν τα θεωρητικά μοντέλα και άλλες όχι. Οι Bourauel και Drescher (1994) αναφέρουν ότι για την άνω μετακίνηση του άνω κυνόδοντα, τα πειραματικά και κλινικά αποτελέσματα αντιστοιχούσαν σε μεγάλο βαθμό. Αντίθετα οι Vollmer και συν. (1999) ισχυρίζονται ότι είναι δύσκολο να επιτευχθεί παράλληλη μετακίνηση του δοντιού, επειδή η ρίζα του παρουσιάζει εξογκώματα και κοιλότητες, οι οποίες επηρεάζουν την κατανομή των τάσεων και των πιέσεων και επομένως την κίνηση του δοντιού.

Τέλος, το κέντρο αντίστασης των δοντιών με πολλές ρίζες (multirooted teeth) βρίσκεται κοντά στην ένωση των ριζών (Moyers, 1988; Bassigny, 1983). Οι Pedersen και συν. (1991) υποστηρίζουν ότι η θέση του κέντρου αντίστασης του κάτω γομφίου εξαρτάται από τη γεωμετρία του δοντιού, το μήκος της ρίζας, το επίπεδο του οστού και την ηλικία του ατόμου.

Είναι φανερό ότι οι συγγραφείς δε συμφωνούν στον καθορισμό του κέντρου αντίστασης. Οι λόγοι είναι κυρίως η διαφορετική μεθοδολογία που ακολουθούν οι ερευνητές, καθώς και οι διαφορετικές τιμές των παραμέτρων που καθορίζουν τη θέση του κέντρου αντίστασης (π.χ. το μήκος της ρίζας, το σχήμα της, η διεύθυνση των δυνάμεων, το ύψος του φατνιακού πετάλου κ.λπ.). Καμία μέθοδος δεν είναι τέλεια, όλες παρουσιάζουν ορισμένα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Είναι δύσκολο επίσης να τυποποιηθούν όλοι οι παράγοντες που επηρεάζουν τη θέση του κέντρου αντίστασης, αφενός μεν επειδή είναι πολλοί και αφετέρου επειδή μερικοί από αυτούς μπορεί να μην έχουν ή να μη μπορούν ακόμα να ερευνηθούν, όπως π.χ. η ποιότητα του οστού που περιβάλλει το δόντι. Για όλους αυτούς τους λόγους ο σχεδιασμός των μελλοντικών ερευνών είναι αρκετά δύσκολος. Χρειάζονται νέες ερευνητικές προσπάθειες για τους παράγοντες που πιθανόν να επηρεάζουν τη θέση του κέντρου αντίστασης, όπως το είδος του περιοδοντικού συνδέσμου, η ποιότητα του οστού, η κλίση του δοντιού κ.λπ.. Οι έρευνες πρέπει να γίνονται σε ζώντες οργανισμούς, όταν αυτό είναι δυνατόν, προκειμένου να αποφευχθούν οι απλουστεύσεις οι οποίες σχετίζονται με το οστό και το περιοδόντιο. Τέτοιες έρευνες είναι πλέον δυνατές (Yoshida και συν., 2001a; 2001b).

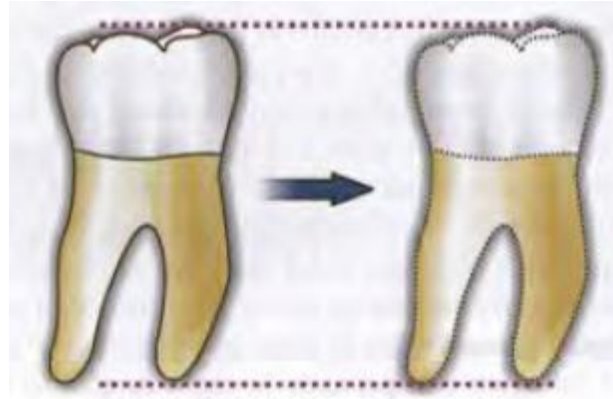
3.3.2.6 Τύποι οδοντικής μετακίνησης

Ένα δόντι μπορεί να κινηθεί με έναν από τους τρεις παρακάτω τρόπους :

- 1) Μεταφορά,
- 2) Καθαρή περιστροφή ή
- 3) Συνδυασμό περιστροφής και μεταφοράς

Μεταφορά, συμβαίνει όταν όλα τα σημεία στο δόντι κινούνται ίση απόσταση προς την ίδια κατεύθυνση (Σχήμα 3.8). Μεταφορά συμβαίνει όταν η γραμμή της δράσης της εφαρμοζόμενης δύναμης διέρχεται από το κέντρο αντίστασης ενός δοντιού. Τότε το δόντι ανταποκρίνεται με μία καθαρή μεταφορά στην κατεύθυνση της γραμμής δράσης της εφαρμοζόμενης δύναμης. Καθαρή μεταφορική κίνηση παρατηρούνται κατά την ορθοδοντική εξαγωγή ή διείσδυση των δοντιών.

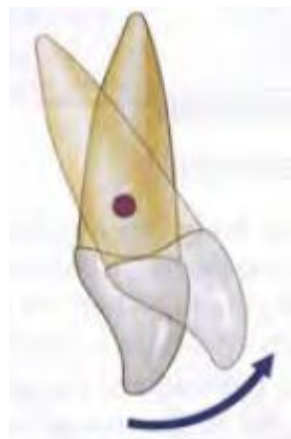
Πραγματική μεταφορική κίνηση είναι δύσκολο να επιτευχθεί υπό κλινικές συνθήκες, παρόλο που παραμένει ο τελικός στόχος κάθε κλινικού.



Σχήμα 3.8. Καθαρή μεταφορά.

Περιστροφή, λέγεται όταν λαμβάνει χώρα κίνηση των σημείων ενός δοντιού κατά μήκος του τόξου ενός κύκλου, με το κέντρο αντίστασης να είναι το κέντρο του κύκλου (Σχήμα 3.9). Κατά τη διάρκεια ορθοδοντικής μετακίνησης, οι περιστροφές μπορεί να είναι δύο ειδών :

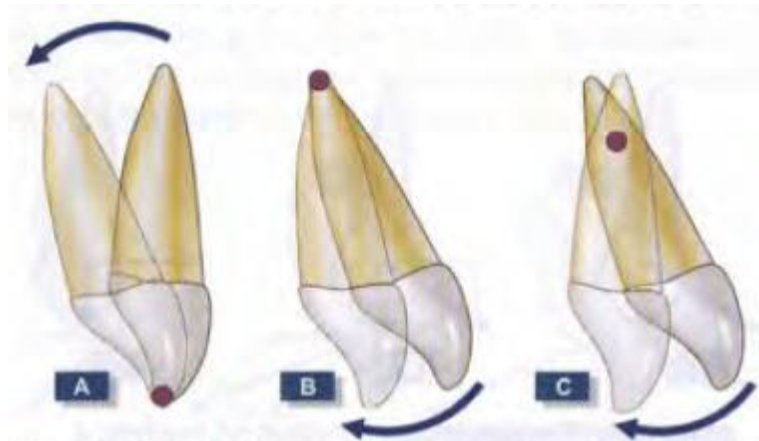
- Εγκάρσιες περιστροφές (Σχήμα 3.11). Περιστροφές κατά τις οποίες η πλάγια κλίση του επιμήκη άξονα του δοντιού αλλάζει, π.χ. ανατροπή μύλης ή περιστροφή ρίζας.
- Περιστροφή επί του επιμήκη άξονα (Σχήμα 3.12). Η περιστροφή πραγματοποιείται στον επιμήκη άξονα του δοντιού (η πλάγια κλίση του επιμήκη άξονα παραμένει αναλλοίωτη).



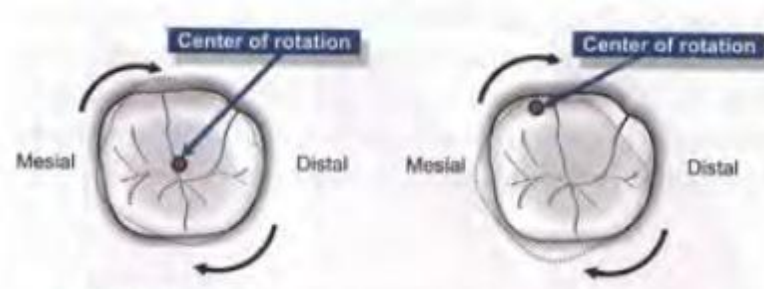
Σχήμα 3.9. Καθαρή περιστροφή.



Σχήμα 3.10. Συνδυασμός περιστροφής και μεταφοράς.



Σχήμα 3.11. Εγκάρσια περιστροφή με το κέντρο περιστροφής (A) στην κορυφή της μύλης, (B) στο ακρορίζιο και (C) σε κάποια απόσταση από το ακρορίζιο.

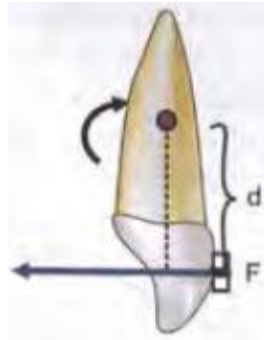


Σχήμα 3.12. Περιστροφή επί του επιμήκη άξονα.

Οποιαδήποτε κίνηση, η οποία δεν είναι καθαρή μεταφορά ή περιστροφή μπορεί να περιγραφεί ως συνδυασμός αυτών των δύο τύπων κινήσεων (Σχήμα 3.10).

Ροπή της δύναμης

Όταν η γραμμή δράσης μιας εφαρμοζόμενης δύναμης, δεν περνά από το κέντρο αντίστασης, η δύναμη θα παράγει περιστροφή. Η δυνατότητα για περιστροφή μετριέται ως ροπή. Το μέγεθος της ροπής είναι ισοδύναμο με το μέγεθος της δύναμης πολλαπλασιασμένο με την κάθετη απόσταση της γραμμής δράσης της δύναμης από το κέντρο αντίστασης (Σχήμα 3.13).

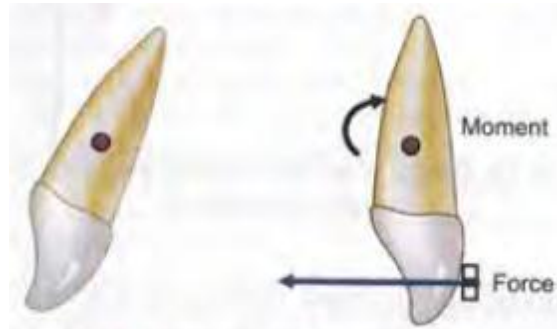


Σχήμα 3.13. Ροπή – μέγεθος της δύναμης (F) x κάθετη απόσταση του σημείου εφαρμογής της από το κέντρο αντίστασης (d).

Ως εκ τούτου, η ροπή της δύναμης μπορεί να αλλάξει, αλλάζοντας το μέγεθος της δύναμης ή την κάθετη απόσταση της γραμμής δράσης της από το κέντρο αντίστασης. Άρα, εάν το μέγεθος της ροπής χρειάζεται να μειωθεί, η δύναμη μπορεί να ασκηθεί πιο κοντά στο κέντρο αντίστασης του δοντιού.

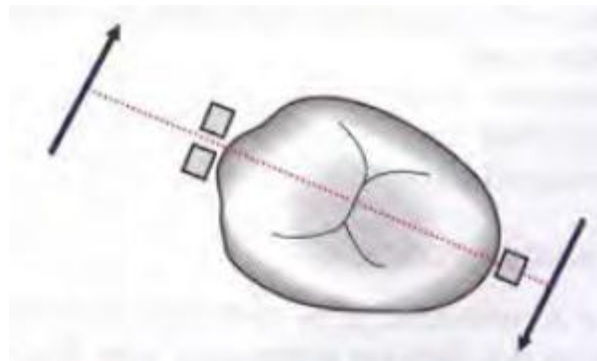
Εάν η γραμμή δράσης μιας δύναμης δεν περνά από το κέντρο αντίστασης του δοντιού, είναι βέβαιο ότι θα δημιουργηθεί μία ροπή. Για να παράγουμε μία καθαρή μεταφορική κίνηση, απαιτείται μια αναλογία ροπής δύναμης της τάξεως του 8:1 έως 10:1 (εξαρτάται από το μήκος της ρίζας).

Όταν όμως μία δύναμη διέρχεται σε απόσταση από το κέντρο αντίστασης, προκαλείτε επιπλέον μία ροπή, η οποία τείνει να περιστρέψει το δόντι. Το μέγεθος της ροπής εξαρτάται από το μέγεθος της δύναμης και την απόσταση του διανύσμάτος της, από το κέντρο αντίστασης του δοντιού (Proffit και Fields, 2000) (Σχήμα 3.14)..



Σχήμα 3.14. Η δύναμη στην αγκύλη θα μεταφέρει το δόντι, αλλά θα του προκαλέσει και περιστροφή εξαιτίας της ροπής που δημιουργείται στο κέντρο αντίστασης.

Οι δυνάμεις που εφαρμόζει ο ορθοδοντικός συνήθως δε διέρχονται από το κέντρο αντίστασης των δοντιών. Επομένως θα υπάρχουν ροπές οι οποίες θα επηρεάζουν και θα καθορίζουν την κίνηση του δοντιού. Όταν ο ορθοδοντικός γνωρίζει το κέντρο αντίστασης του δοντιού μπορεί να υπολογίσει αυτή τη ροπή ή καλύτερα το λόγο *ροπή/δύναμη* για κάθε κίνηση του δοντιού και να ελέγξει επομένως την κίνηση του δοντιού. Εάν θέλει π.χ. να επιτύχει παράλληλη μετακίνηση του δοντιού, θα πρέπει να ενσωματώσει στο σύστημα μια αντίθετη ροπή η οποία να εξουδετερώνει την πρώτη ή να εφαρμόσει μία δύναμη που να περνάει από το κέντρο αντίστασης του δοντιού.



Σχήμα 3.15. Ένα ζεύγος αποτελούμενο από δύο ίσες σε μέγεθος, αλλά αντίθετης φοράς δυνάμεις, με παράλληλες αλλά όχι συγγραμμικές γραμμές δράσης.

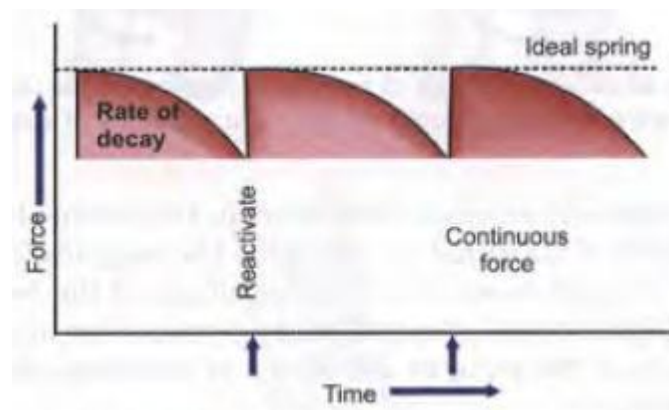
3.3.2.7 Τύποι δυνάμεων

Υπό κλινικές συνθήκες, πρέπει να υπενθυμιστεί ότι ανεξάρτητα από τη μηχανική, οι δυνάμεις έχουν την τάση να μειώνονται κατά τη διάρκεια μιας χρονικής περιόδου. Για να είναι δυνατή η ορθοδοντική μετακίνηση των δοντιών, τα επίπεδα της δύναμης θα πρέπει να παραμένουν ελαφρώς πάνω από το κρίσιμο σημείο. Αν τα

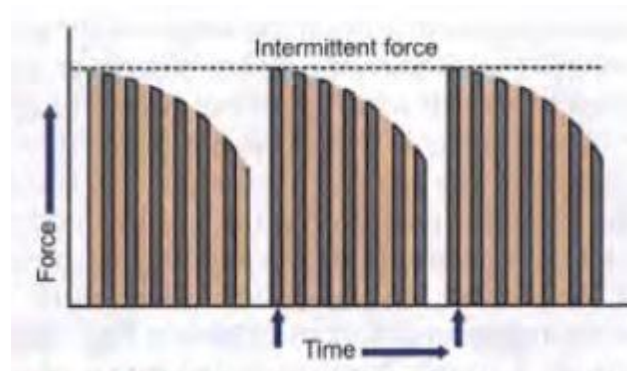
επίπεδα δύναμης μειωθούν κάτω από αυτό το κρίσιμο σημείο, η δυνατότητα μετακίνησης εξαιτίας της δύναμης χάνεται.

Βασιζόμενες στη διάρκεια εφαρμογής τους, οι δυνάμεις μπορούν να είναι τριών τύπων :

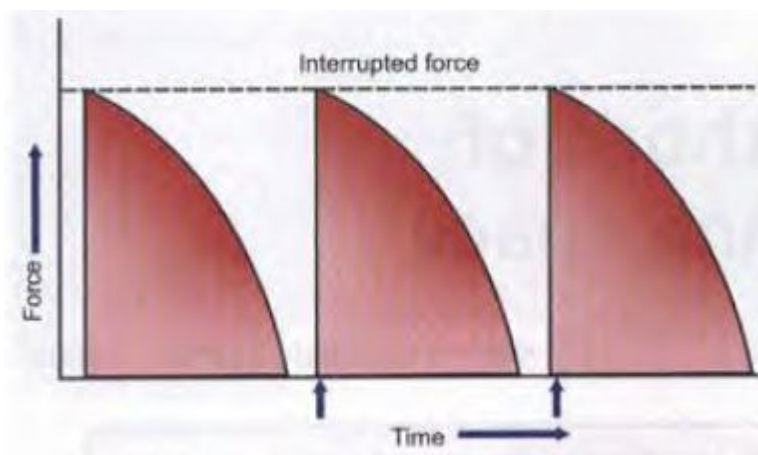
- Συνεχής δύναμη
- Διακοπτόμενη δύναμη
- Διακεκομμένη δύναμη



Σχήμα 3.16. Συνεχόμενες δυνάμεις διατηρούνται μεταξύ δράσεων.



Σχήμα 3.17. Διακοπτόμενες δυνάμεις.

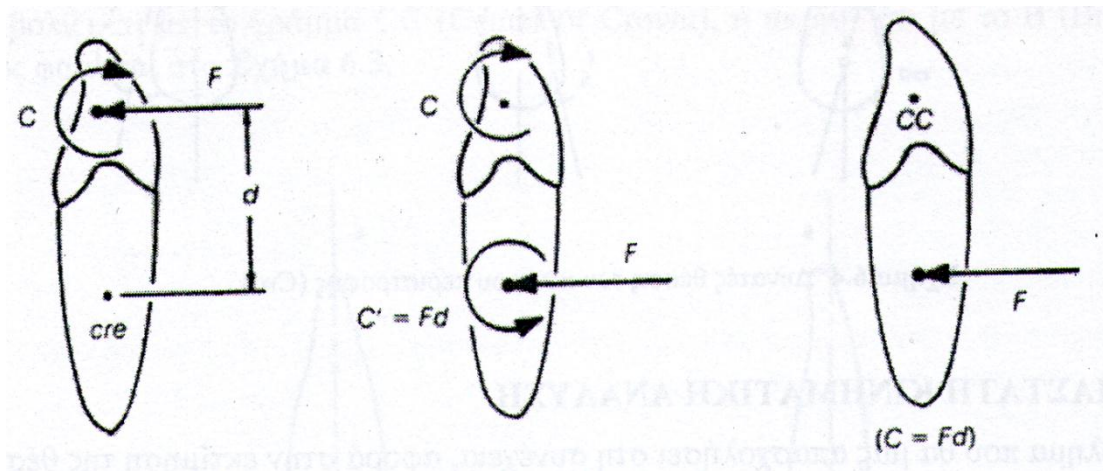


Σχήμα 3.18. Διακεκομμένες δυνάμεις.

3.3.2.8 Δισδιάστατη κινηματική ανάλυση

Στην παράγραφο αυτή θα γίνει μια εκτίμηση της θέσης του κέντρου περιστροφής που προκύπτει από τη δράση μίας δεδομένης δύναμης (F) και ροπής (M_b) που δρουν στο σημείο CC (κέντρο της μύλης, Center of Crown), στο οποίο προσαρτάται η αγκύλη. Γνωρίζουμε από την θεωρία της κινηματικής του απολύτως στερεού, όπως αναφέραμε και προηγούμενα, ότι στην περίπτωση ελευθέρου σώματος, η τυχαία μετατόπιση ανάγεται σε μια παράλληλη μεταφορά U και μία περιστροφή α γύρω από το κέντρο βάρους CG (Center of Gravity). Στην περίπτωση όμως ενός ελαστικά εδρασμένου σώματος, το κέντρο βάρους αντικαθίσταται από το κέντρο αντίστασης C_{re} (Center of Rotation). Η γνώση των δύο αυτών μεγεθών (U, α) επιτρέπει την τοποθέτηση του δοντιού στη νέα του θέση και επομένως το κέντρο περιστροφής C_{ro} μπορεί να προσδιοριστεί σαν η τομή του αρχικού με τον τελικό επιμήκη άξονά του.

Για να εισαχθούν οι ασκούμενες δυνάμεις και ροπές σε ένα θεωρητικό μοντέλο, πρέπει να ληφθεί υπόψη η ελαστικότητα της στήριξης. Θεωρούμε ότι πάνω στη μύλη, στο σημείο B (Bracket) ασκείται μία δύναμη F προς τα δεξιά και μία ροπή M_b κατά την φορά των δεικτών του ρολογιού (Σχήμα 3.19). Στη συνέχεια θα εντοπίσουμε τις δρώσες δυνάμεις και ροπές σαν αποτέλεσμα των οποίων προκύπτουν τα μεγέθη U και α . Είναι προφανές ότι η δύναμη F δεν προκαλεί μόνο μεταφορά αλλά και περιστροφή. Επίσης, η ροπή M_b προκαλεί μόνο καθαρή περιστροφή.



Σχήμα 3.19. Διαδικασία μεταφοράς δύναμης από το σημείο CC στο Cre.

Σύμφωνα με τον Provatidis (1999), η περιοδοντική μεμβράνη χαρακτηρίζεται από δύο δυσκαμψίες \bar{k}_f και \bar{k}_m . Εναλλακτικά από δύο αντίστοιχες ευκαμψίες k_f και k_m , που αντιστοιχούν σε μεταφορά και σε περιστροφή, αντίστοιχα, δηλαδή :

$$F = \bar{k}_f \cdot U \quad , \quad M = \bar{k}_m \cdot \alpha \quad (3.1)$$

όπου U είναι η μεταφορική μετατόπιση που αντιστοιχεί σε μία δύναμη F στο κέντρο αντίστασης και α είναι η γωνία περιστροφής του επιμήκους άξονα του δοντιού και αντιστοιχεί σε μια στρεπτική ροπή M .

Στην γενική περίπτωση ενός ορθοδοντικού συστήματος δυνάμεων (F, Mb) που εφαρμόζεται στην αγκύλη B , είναι γνωστό από τη στατική ότι μπορεί να διαχωρισθεί σε μία δύναμη F που ασκείται στο κέντρο αντίστασης, καθώς και σε δύο ροπές (M_b, M_d), όπου η M_b παράγεται από την παράλληλη μεταφορά της δύναμης από το B στο κέντρο αντίστασης και δίνεται ως :

$$M_d = F \cdot d \quad (3.2)$$

όπου d είναι η απόσταση μεταξύ της αγκύλης B και του κέντρου αντίστασης (Σχήμα 3.19).

Έτσι, η συνισταμένη ροπή γίνεται :

$$M_{res} = M_b + M_d \quad (6.3)$$

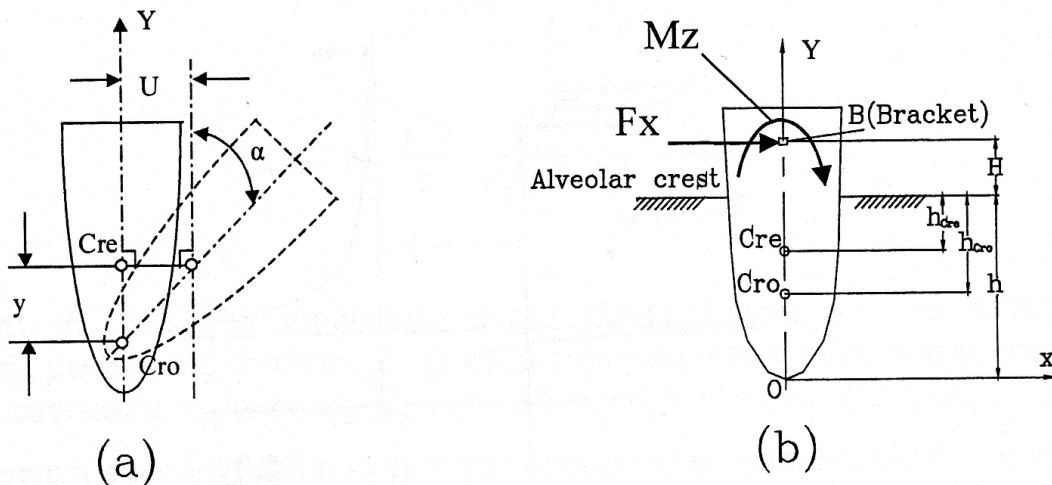
και επομένως η συνισταμένη γωνία στροφής α_{res} του επιμήκους άξονα του δοντιού, δίνεται ως :

$$\alpha_{res} = k_m \cdot M_{res} = k_m \cdot (M_b + M_d) \quad (3.4)$$

Θεωρώντας σαν θετική φορά των γωνιών και των ροπών αυτήν των δεικτών του ρολογιού, σαν αρχή αξόνων την αρχική θέση του κέντρου αντίστασης (θετική φορά των μετατοπίσεων από αριστερά προς τα δεξιά και από κάτω προς τα πάνω), ότι η κίνηση του δοντιού γίνεται στο επίπεδο (x,y) και ότι η έδραση του δοντιού είναι ελαστική, τότε η κίνηση του δοντιού είναι αποτέλεσμα υπέρθεσης μεταφορικής και περιστροφικής κίνησης. Έτσι από το σχήμα (3.20) που παριστά την αρχική και τη μετατοπισμένη θέση ενός δοντιού, μπορεί κανείς να συμπεράνει ότι οι δύο αυτές κινήσεις συνδέονται με τη σχέση :

$$\alpha_{res} = -\frac{U}{y} \quad (3.5)$$

Όπου y είναι η απόσταση του κέντρου περιστροφής (Cro) από το κέντρο αντίστασης (Cre).

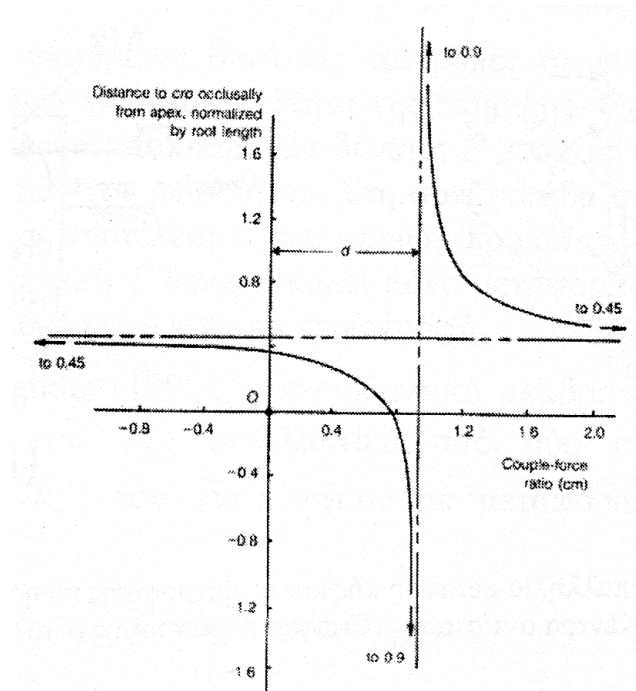


Σχήμα 3.20. (a) Επαλληλία μεταφορικής και περιστροφικής κίνησης δοντιού, (b) Κέντρο αντίστασης (Cre) και περιστροφής (Cro).

Εισάγοντας την εξίσωση (6.4), στην εξίσωση (6.5) λαμβάνουμε την έκφραση :

$$y = -\frac{k_f}{k_m} \cdot \frac{F}{M_{res}} = \frac{-\frac{k_f}{k_m}}{\frac{M_b}{F} + d} \Leftrightarrow \frac{M_b}{F} = \frac{-\frac{k_f}{k_m}}{y} - d \quad (3.6)$$

Τονίζουμε ότι οι εξισώσεις (3.6) είναι γενική και ισχύει για οποιοδήποτε δόντι τυχαίας δισδιάστατης ή τρισδιάστατης γεωμετρίας και οποιοδήποτε σύστημα δυνάμεων που οδηγεί σε επίπεδη κίνηση. Όπως αναφέρεται και στη βιβλιογραφία (Provatidis, 1999), οι εξισώσεις αυτές αποτελούν τη γενίκευση της σχέσης του Burstone. Προφανώς, η εξίσωση (3.6) καταδεικνύει ότι η απόσταση y ως προς το λόγο ροπής-προς-δύναμη (M_b/F), αντιστοιχεί σε μία ιδεατή ισοσκελή υπερβολή (Σχήμα 3.21). Ωστόσο, πρέπει να τονισθεί ότι η ανωτέρω διαδικασία βασίζεται στην αρχή της υπέρθεσης, που δεν είναι εφαρμόσιμη στην περίπτωση της μη-γραμμικής μεμβράνης.



Σχήμα 3.21. Καμπύλη κέντρου περιστροφής συναρτήσει του λόγου ροπή-προς-δύναμη

Είναι σημαντικό ότι εάν συγκρίνουμε τον περίφημο τύπο του Burstone :

$$y = 0,068 \cdot h^2 \cdot \frac{F}{M_{res}} \quad (3.7)$$

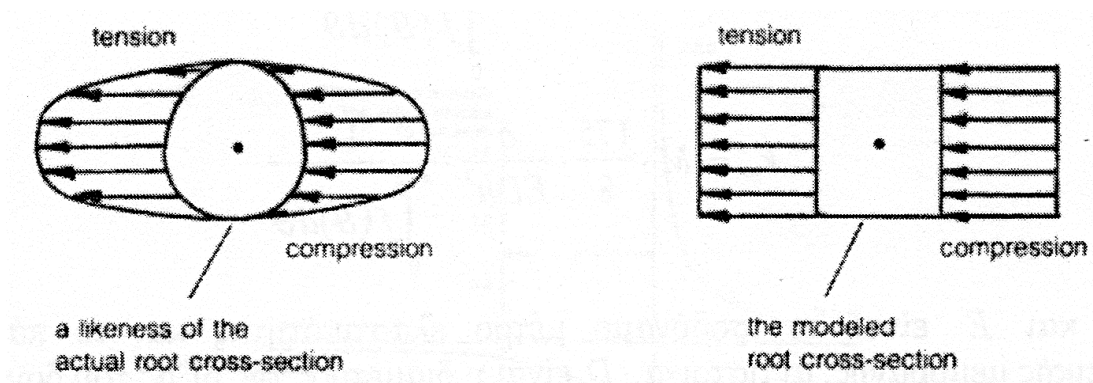
με την εξίσωση (3.6), είναι προφανές ότι :

$$\frac{k_f}{k_m} = 0,068 \cdot h^2 \quad (3.8)$$

3.3.2.9 Τυπικές κατανομές τάσεων

A) Κατά τη μεταφορική κίνηση

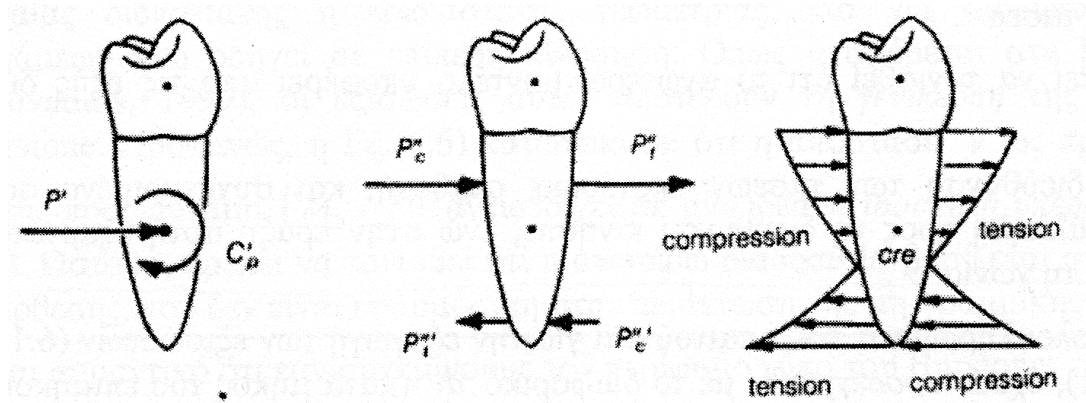
Η μεταφορική κίνηση αντιστοιχεί σε μία μόνο δύναμη που εφαρμόζεται στο κέντρο αντίστασης. Κατά μήκος της ρίζας η τάση είναι περίπου σταθερή, αλλά μεταβάλλεται με την πολική γωνία (Σχήμα 3.22). Αναλυτικές εκφράσεις τάσεων και παραμορφώσεων έχουν προταθεί από τον Provatidis (2001).



Σχήμα 3.22. Κατανομή τάσεων σε μεταφορική κίνηση.

B) Μεταφορά και Περιστροφή

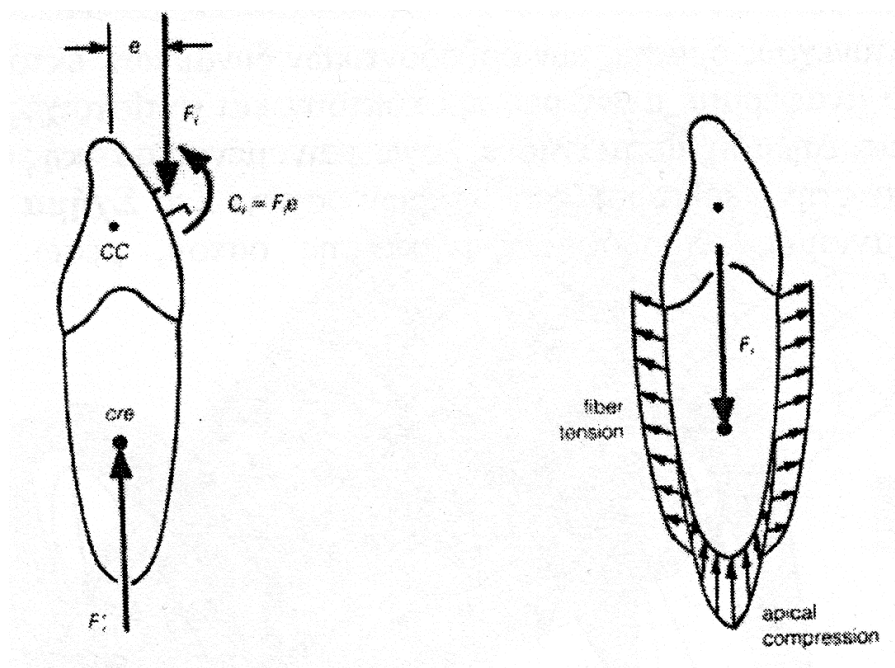
Όταν εκτός από τη δύναμη στο κέντρο αντίστασης υπάρχει και μία πρόσθετη ροπή, τότε η κατανομή των τάσεων είναι περίπου τριγωνική, εφελκυστική και θλιπτική, όπως φαίνεται στο Σχήμα (3.23).



Σχήμα 3.23. Κατανομή τάσεων σε tipping δύναμη.

Γ) Αξονική διείδυση

Σε αυτή την περίπτωση η κατανομή των τάσεων καθορίζεται από το μηχανικό μοντέλο της περιοδοντικής μεμβράνης. Στο Σχήμα (3.24) παριστάνεται η περίπτωση ινώδους μεμβράνης, αποτελούμενης από ίνες κολλαγόνου. Αναλυτικές εκφράσεις έχουν προταθεί από τον Provatidis (2002).



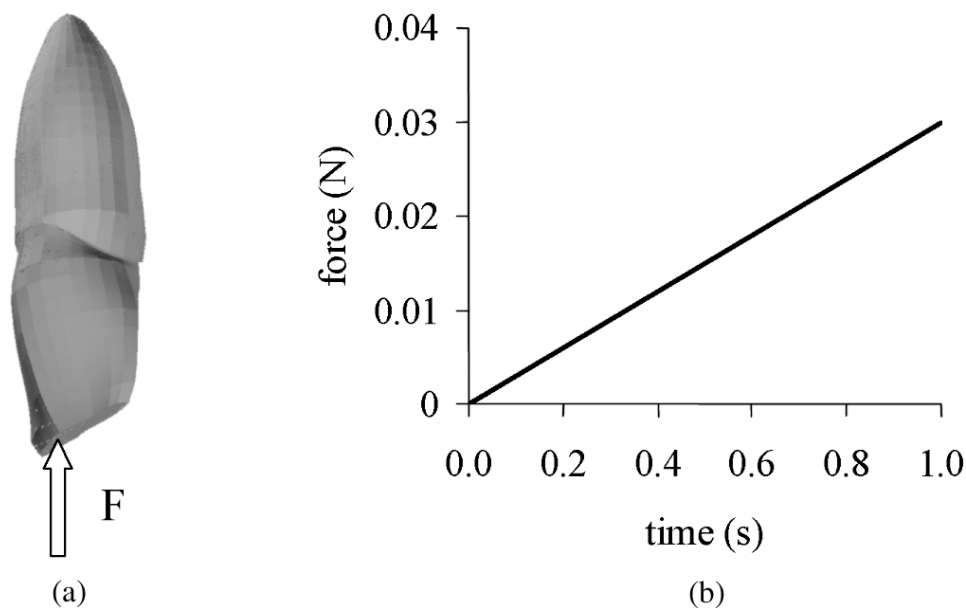
Σχήμα 3.24. Αξονική διείδυση δοντιού.

Παρατηρούμε ότι στην περιοχή του ακρορριζίου αναπτύσσονται θλιπτικές τάσεις, λόγω συμπίεσης των ινών, ενώ στο υπόλοιπο τμήμα οι ίνες αυτές θλίβονται.

3.3.3 Καταστατικά μοντέλα

3.3.3.1 Μη γραμμική ελαστική απόκριση

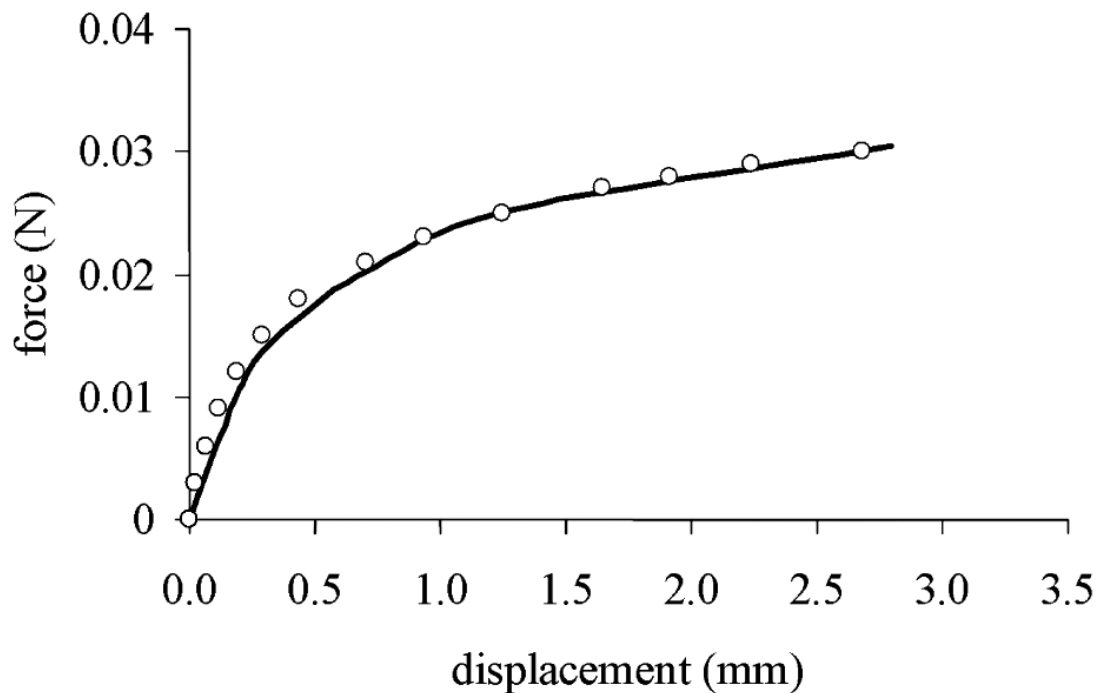
Οι δοκιμές που πραγματοποίησε ο Parfitt (Parfitt, 1960) συνίστανται από την εφαρμογή μιας κάθετης δύναμης διείδυσης, με μέγιστη τιμή τα 0.03 N, σε έναν κοπτήρα της άνω γνάθου, ενός ενήλικου ανθρώπου (Σχήμα 3.25) και στην αξιολόγηση των αντίστοιχων κάθετων μετατοπίσεων.



Σχήμα 3.25. Εφαρμογή της δύναμης διείδυσης (a) και ιστορικό φόρτισης (b) σύμφωνα με την πειραματική πρόοδο του Parfitt.

Τα πειραματικά δεδομένα του Parfitt, που παρουσιάζονται με κύκλους στο διάγραμμα του σχήματος 16, εμφανίζουν έντονα μη γραμμική συμπεριφορά, με πολύ χαμηλή αρχική ακαμψία και μια απόκριση σκλήρυνσης, καθώς αυξάνεται η δύναμη. Είναι λογικό να αποδίδουν το γεγονός αυτό σε μια μη γραμμική μηχανική απόκριση της περιοδοντικής μεμβράνης. Στο πλαίσιο αυτό, η υιοθέτηση ενός γραμμικού ελαστικού καταστατικού μοντέλου δίνει ανεπαρκή αποτελέσματα και μπορεί να περιγράψει, το πολύ, την απόκριση του συστήματος για ένα συγκεκριμένο μέγεθος του φορτίου, από την επιλογή της κατάλληλης τιμής για το μέτρο ελαστικότητας. Η αριθμητική ανάλυση έγινε εδώ με την επιλογή ενός ισοτροπικού, συμπίεστου, υπερελαστικού καταστατικού μοντέλου. Μία δύναμη διείδυσης με μέγιστη τιμή 0,03 N εφαρμόστηκε στο δόντι. Το σχήμα (3.26) δείχνει μια σύγκριση των πειραματικών δεδομένων και των αριθμητικών αποτελεσμάτων αυτής της ανάλυσης, τα οποία παρουσιάζονται με συνεχή συνεχή γραμμή. Η κατακόρυφη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής του φορτίου σε σχέση με την κάθετη δύναμη είναι πολύ

κοντά στις πειραματικές τιμές, αποδεικνύοντας την καταλληλότητα του μοντέλου που χρησιμοποιείται εδώ.



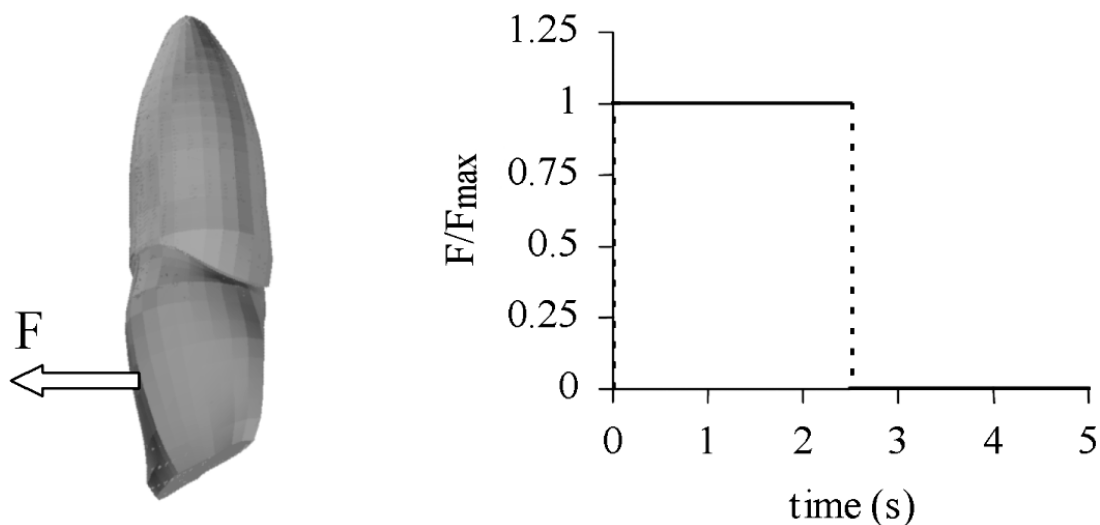
Σχήμα 3.26. Σύγκριση των πειραματικών αποτελεσμάτων από τα πειράματα του Parfitt και των αριθμητικών αποτελεσμάτων. Οι κύκλοι παρουσιάζουν τα πειραματικά δεδομένα, ενώ η συνεχόμενη γραμμή παρουσιάζει τα αριθμητικά αποτελέσματα.

Παραμετρικές αναλύσεις μπορούν να πραγματοποιηθούν προκειμένου να αξιολογηθεί η επίδραση του μέτρου διάτμησης της περιοδοντικής μεμβράνης στην απόκριση του συστήματος. Ακόμα και αν δεν μπορεί να δοθεί μια συγκεκριμένη απάντηση στο πρόβλημα, είναι σαφές ότι μία πεπερασμένη τιμή του παραπάνω μέτρου πρέπει να υιοθετηθεί.

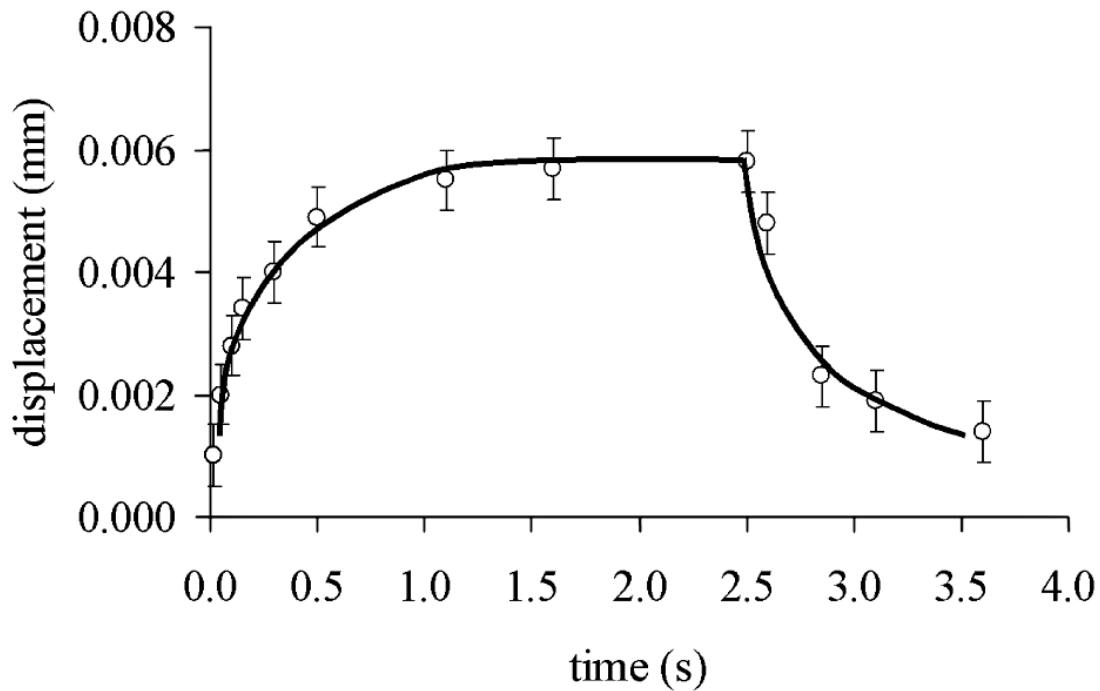
Κατά το παρελθόν, η περιοδοντική μεμβράνη θεωρείτο σε γενικές γραμμές ότι είναι ασυμπιέστη ή σχεδόν ασυμπιέστη, σύμφωνα με τα γενικά συστήματα που προτείνονται για μαλακούς βιολογικούς ιστούς, ενώ σε αυτή την ανάλυση επιλέχθηκε η συμπιεστή της μορφή. Επί του παρόντος, τόσο οι *in vitro* αναλύσεις όσο και η σύγκριση των αριθμητικών αποτελεσμάτων με τις *in vivo* δοκιμές (Pini, 1999; Natali, 2000), δείχνουν ότι η περιοδοντική μεμβράνη διαθέτει μια αξιόλογη ογκομετρική παραμόρφωση.

3.3.3.2 Χρονικά εξαρτημένη συμπεριφορά

Όταν ένα φορτίο, ακόμα και μικρού μεγέθους, εφαρμόζεται σε ένα δόντι, η μηχανική απόκριση του συστήματος εμφανίζει μια χρονικά εξαρτώμενη συμπεριφορά, με παραμόρφωση η οποία αυξάνει με την πάροδο του χρόνου, με την εφαρμογή σταθερής δύναμης. Επιπλέον, η ακαμψία της περιοδοντικής μεμβράνης εξαρτάται σαφώς από το ποσοστό της εφαρμοζόμενης δύναμης. Τα στοιχεία αυτά περιορίζουν τη δυνατότητα της εφαρμογής απλών ελαστικών συστημάτων για την προσομοίωση της περιοδοντικής μεμβράνης και δείχνουν την ανάγκη για μοντέλα ικανά να περιγράψουν τη μηχανική απόκριση του ιστού, με την πάροδο του χρόνου. Σε αυτή την ενότητα, γίνεται αναφορά στην πειραματική δραστηριότητα του Ross (Ross, 1976), ο οποίος εφάρμοσε κάθετες δυνάμεις σε άνω κοπτήρες διαφορετικών ασθενών, καταγράφοντας την κινητικότητα των δοντιών με την πάροδο του χρόνου. Ασθενείς δυνάμεις, με σχήμα τετραγωνικού κύματος, όπως φαίνεται στο σχήμα (3.27), εφαρμόστηκαν στην χειλική-γλωσσική κατεύθυνση. Η μέγιστη τιμή των δυνάμεων ήταν της τάξεως των 0,05 N έως 0,1 N. Ο χρόνος φόρτισης περιορίστηκε στα πρώτα 2,5 sec του συνολικού χρόνου φόρτισης. Μια τυπική απόκριση του συστήματος εμφανίζεται στο σχήμα (3.28), όπου η εγκάρσια μετατόπιση του σημείου εφαρμογής του φορτίου, παρίσταται ως γραμμική συνάρτηση του χρόνου.



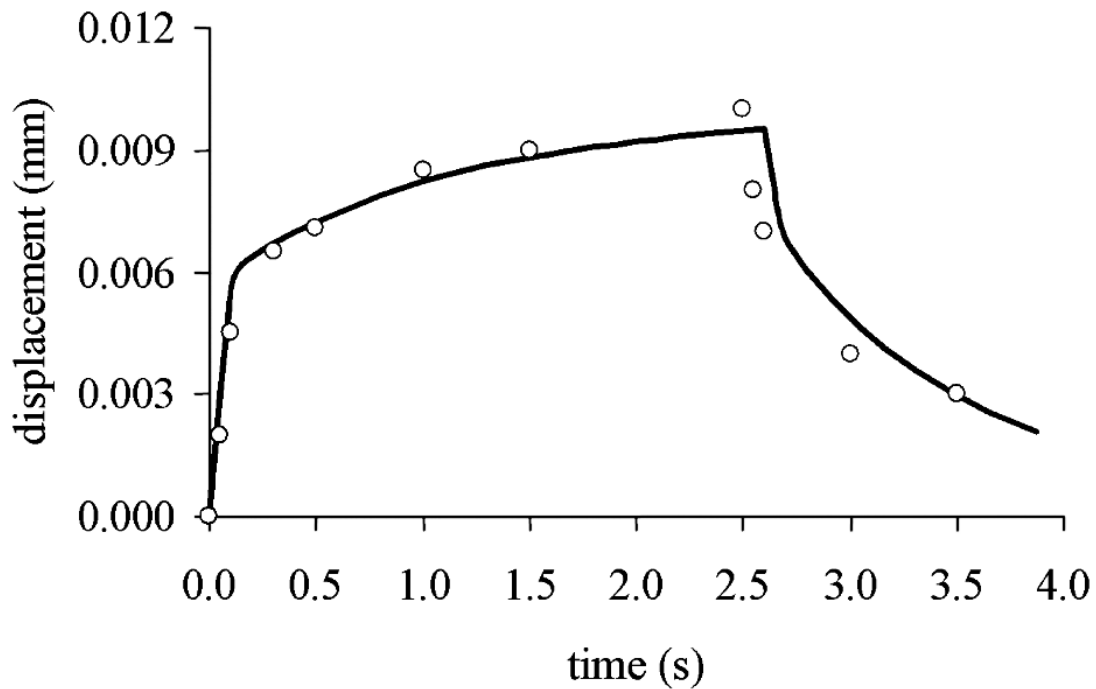
Σχήμα 3.27. Οριζόντια δύναμη στον άνω κοπήρα και ιστορικό φόρτισης σύμφωνα με τις πειραματικές δοκιμές του Ross.



Σχήμα 3.28. Τοπική χρονικά εξαρτώμενη απόκριση του δοντιού από τα πειραματικά αποτελέσματα του Ross. Σχεδιάζεται η εγκάρσια μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της δύναμης των 0,05 N προς το χρόνο.

Η ξαφνική εφαρμογή της δύναμης στη χρονική στιγμή μηδέν επάγει μια ελαστική απόκριση, που ακολουθείται από μια αύξηση της μετατόπισης με την πάροδο του χρόνου, οδηγούμενη προς μια ασυμπτωτική τιμή. Η ταχεία εκφόρτιση στα 2,5 sec προκαλεί μια αρχική ελαστική ανάκτηση της παραμόρφωσης, με μια επακόλουθη ασυμπτωτική τάση, πίσω προς την αφόρτιστη κατάσταση.

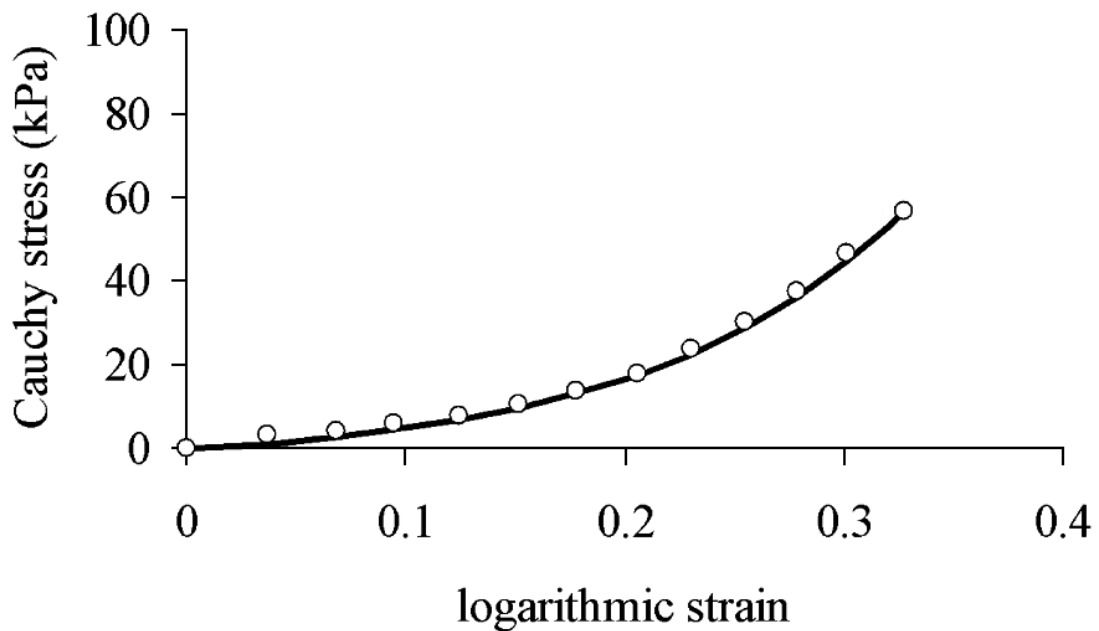
Το σχήμα (3.29) δείχνει τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την αριθμητική προσομοίωση της κίνησης του κοπτήρα, για την εφαρμογή της δύναμης του σχήματος (3.27), με μέγιστη τιμή τα 0,1 N, εάν υιοθετηθεί ένα ιξωδοελαστικό μοντέλο για την περιοδοντική μεμβράνη. Να σημειώσουμε ότι η αριθμητική καμπύλη ταιριάζει με την πειραματική καμπύλη πολύ καλά.



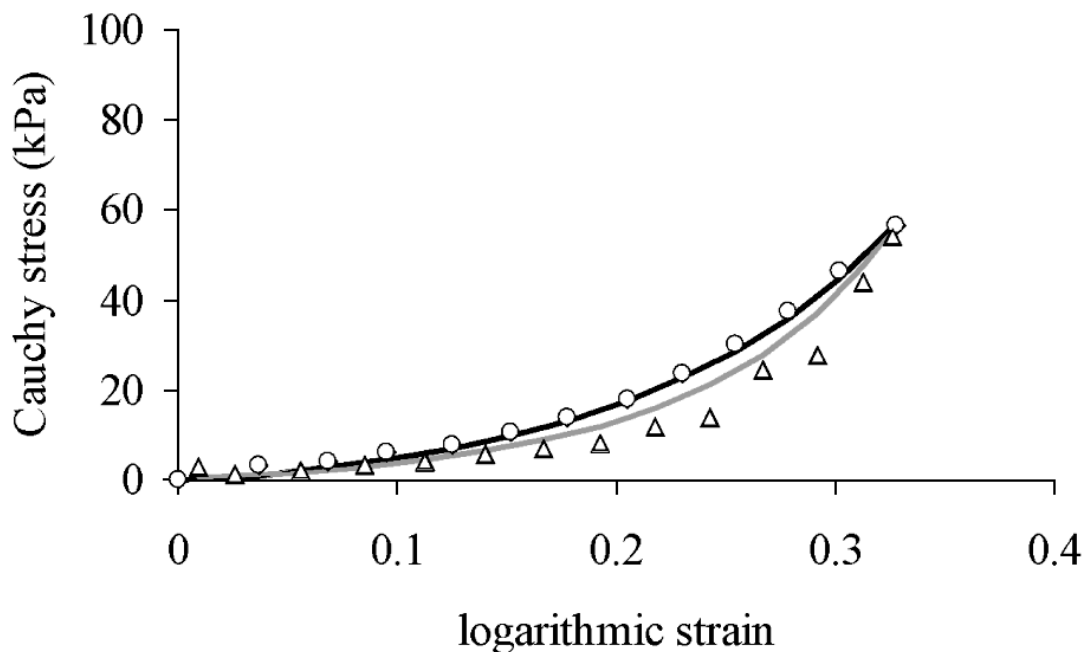
Σχήμα 3.29. Ιξωδοελαστικό μοντέλο: οριζόντια μετατόπιση προς χρόνο για την εφαρμογή 0,1 N οριζόντιας δύναμης. Οι κύκλοι παρουσιάζουν τα πειραματικά δεδομένα, ενώ η συνεχόμενη γραμμή παρουσιάζει τα αριθμητικά αποτελέσματα.

3.3.3.3 Ψευδοελαστικότητα

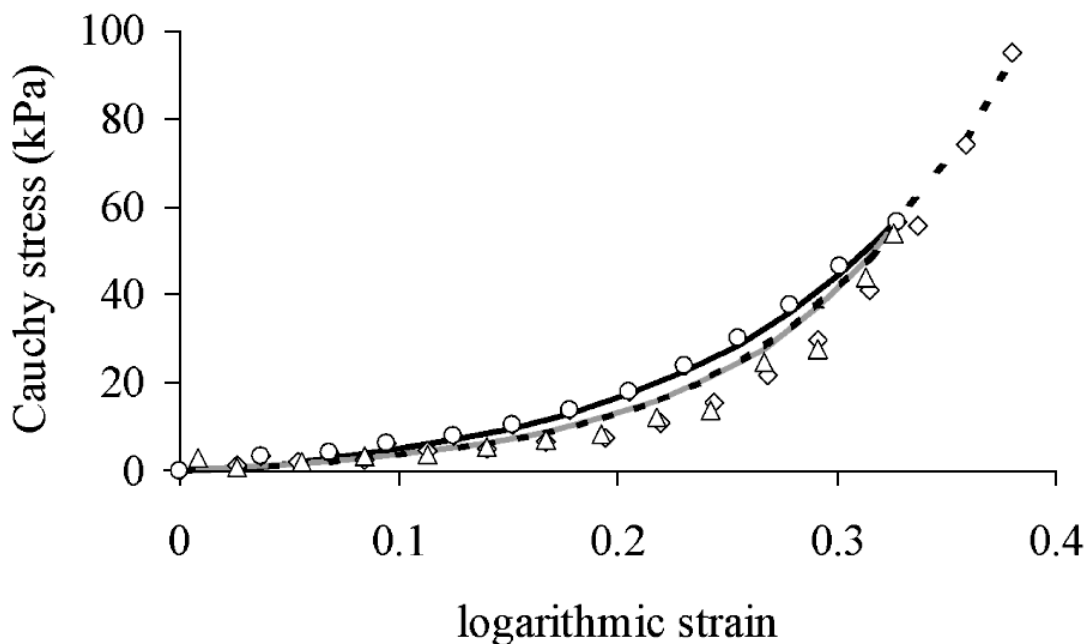
Μια άλλη χαρακτηριστική συμπεριφορά της περιοδοντικής μεμβράνης, που προκύπτει από *in vitro* πειραματικές δοκιμές, είναι αυτή που ορίζεται ως ψευδοελαστικότητα. Η απόκριση για ένα δείγμα ιστού περιοδοντικής μεμβράνης που ελήφθηκε από αγελάδα (Pini, 1999) παρουσιάζεται στο σχήμα (3.30) έως (3.32).



Σχήμα 3.30. Δοκιμές εφελκυστικής παραμόρφωσης σε δείγμα ιστού περιοδοντικής μεμβράνης. Οι κύκλοι αναπαριστούν πειραματικά δεδομένα κατά τη διάρκεια της πρώτης φάσης φόρτισης. Η μαύρη συνεχόμενη γραμμή παρουσιάζει την αριθμητική λύση.



Σχήμα 3.31. Δοκιμές εφελκυστικής παραμόρφωσης σε δείγμα ιστού περιοδοντικής μεμβράνης. Τα τρίγωνα αναπαριστούν πειραματικά δεδομένα κατά τη διάρκεια της φάσης εκφόρτισης. Η γκρι συνεχόμενη γραμμή αναπαριστά την αριθμητική λύση.



Σχήμα 3.32. Δοκιμές εφελκυστικής παραμόρφωσης σε δείγμα ιστού περιοδοντικής μεμβράνης. Τα τετράγωνα αναπαριστούν πειραματικά δεδομένα κατά τη διάρκεια της φάσης επαναφόρτισης και της νέας φάσης φόρτισης κατά τη μέγιστη παραμόρφωση που επιτεύχθηκε κατά τον προηγούμενο κύκλο. Η αριθμητική λύση αντιπροσωπεύεται από μια διακεκομμένη γραμμή.

Η επόμενη φάση φόρτισης (Σχήμα 3.31) συμπίπτει με τη φάση εκφόρτισης, μέχρι τη μέγιστη παραμόρφωση που επιτεύχθηκε κατά τη διάρκεια της πρώτης φάσης φόρτισης. Οι ακόλουθες φάσεις, για κύκλους με μεγαλύτερο πλάτος παραμόρφωσης, παρουσιάζουν παρόμοια συμπεριφορά, με υποβάθμιση στις ελαστικές ιδιότητες σε κάθε νέα διαδρομή παραμόρφωσης. Η αριθμητική προσομοίωση γίνεται με την υιοθέτηση ελαστο-καταστροφικών μοντέλων, με μια μη αύξουσα συνάρτηση καταστροφής, η οποία εξαρτάται από τη μέγιστη παραμόρφωση που επιτεύχθηκε κατά την ιστορία του υλικού. Αυτό αντιπροσωπεύει τη «μνήμη» του ιστού από την αριθμητική άποψη.

Προφανώς αυτή η αναπαράσταση αναφέρεται σε *in vitro* δοκιμές και δεν μπορεί να επεκταθεί εξ ολοκλήρου σε *in vivo* ιστό περιοδοντικής μεμβράνης. Ο πρώτος λόγος είναι εξαιτίας του γεγονότος ότι το υλικό πιθανόν δεν υφίσταται αρκετά μεγάλες παραμορφώσεις για να υποβαθμίσει τις ελαστικές του ιδιότητες. Ο δεύτερος λόγος συνδέεται με πολύπλοκα φαινόμενα της κυτταρικής δραστηριότητας, τα οποία αντιτίθενται στην υποβάθμιση των ιστών. Παρ' όλα αυτά, η χρήση ανελαστικών καταστατικών μοντέλων μπορεί να είναι χρήσιμη για να προσδιοριστεί η πραγματική απόκριση του βιολογικού ιστού και να ερμηνευτούν σωστά τα αποτελέσματα που προέρχονται από πειραματικές διεργασίες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ

4^ο

**ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ
ΤΟΥ ΕΡΠΥΣΜΟΥ**

4.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε τη θεωρία πίσω από το μοντέλο που θα αναπτύξουμε, για τον ορισμό της μηχανικής ιδιότητας της περιοδοντικής μεμβράνης να εμφανίζει φαινόμενα ερπυσμού στη συμπεριφορά της. Εν συνεχεία θα παρουσιαστούν τα διάφορα πρότυπα ρεολογικής συμπεριφοράς.

4.2 Ερπυσμός

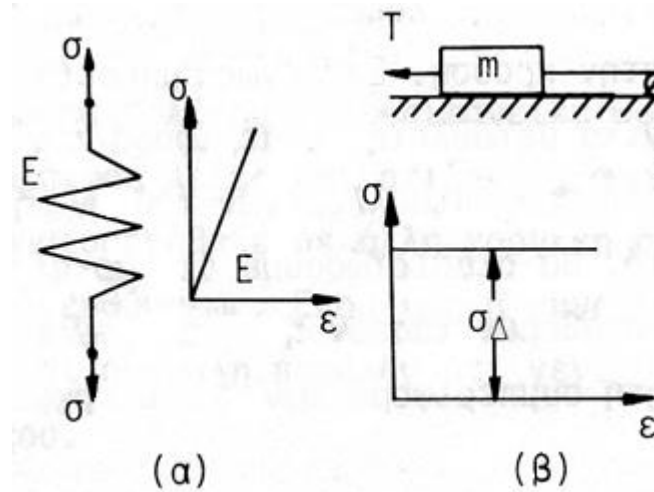
4.2.1 Γενικά

Υπάρχουν πολλά υλικά που υπό την επιβολή σταθερής τάσης παρουσιάζουν συνεχιζόμενη επιμήκυνση ή υπό την επίδραση σταθερής παραμόρφωσης εμφανίζουν μία φθίνουσα τάση. Και στις δύο περιπτώσεις καθίσταται σαφές ότι υπάρχει μία χρονική εξάρτηση της παραμόρφωσης. Πιο συγκεκριμένα εάν σε ένα πείραμα π.χ. μονοαξονικού εφελκυσμού η επιβαλλόμενη τάση ξεπεράσει μία κρίσιμη τιμή (την τάση διαρροής), τότε το υλικό αποκτά και ιδιότητες υγρού. Εάν η εξωτερική τάση κρατηθεί σταθερή το υλικό θα εξακολουθήσει να "ρέει", δηλαδή η αντίστοιχη παραμόρφωση θα αυξάνεται συνεχώς συναρτήσει του χρόνου.

Γενικά τα πραγματικά υλικά διαρρέουν τοπικά (γύρω από συγκεντρώσεις τάσεων) με εφαρμοζόμενες τάσεις πολύ μικρότερες από τη μακροσκοπική τάση διαρροής. Επομένως, εάν μια μακροσκοπικά ελαστική τάση επιβληθεί επί μακρό χρόνο σε ένα πραγματικό υλικό, θα προκαλέσει τη συνεχή τοπική ροή του υλικού με αισθητά μακροσκοπικά αποτελέσματα στην τιμή της παραμορφώσεως.

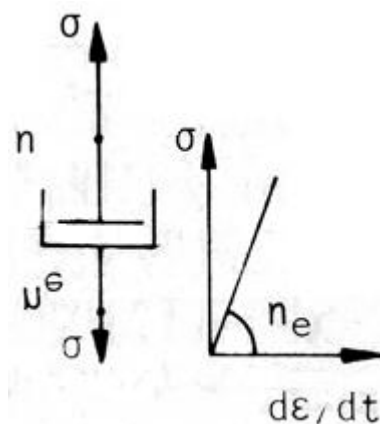
Η ρεολογική συμπεριφορά των υλικών αποτελεί μία από τις τρεις συνιστώσες του συνολικού μηχανικού χαρακτήρα τους, καθώς αυτός συμπληρώνεται από ένα ελαστικό και ένα πλαστικό μέρος, τα οποία όλα μαζί συνυπάρχουν σε κάθε πραγματική κατάσταση. Για τη διαμόρφωση καταστατικών εξισώσεων των υλικών απαιτείται η αλγεβρική περιγραφή των τριών αυτών μερών του χαρακτήρα τους :

- Η αλγεβρική διατύπωση της ελαστικής συμπεριφοράς των υλικών είναι ο νόμος του Hook και η συμπεριφορά αυτή μπορεί να συμβολισθεί από ένα ελαστικό ελατήριο (Σχήμα 4.1α), στο οποίο το εκάστοτε μήκος είναι ανάλογο του επιβαλλομένου φορτίου και η σταθερά του ελατηρίου αντιπροσωπεύει το μέτρο ελαστικότητας.



Σχήμα 4.1. Συμβολισμός της αλγεβρικής (α) και πλαστικής (β) συμπεριφοράς.

- Η απολύτως πλαστική συμπεριφορά των υλικών εξομοιώνεται με μία μάζα m (Σχήμα 4.1β), η οποία βρίσκεται σε οριζόντιο τραπέζι και παρουσιάζει τριβή με την επιφάνεια του τραπέζιου. Εάν η δύναμη F που έλκει τη μάζα είναι μικρότερη από τη δύναμη τριβής T , τότε η μάζα μένει ακίνητη. Όταν όμως η F γίνει ίση με την T , τότε η μάζα αρχίζει να κινείται χωρίς ανάγκη αύξησης της F .
- Η ρεολογική συμπεριφορά εξομοιώνεται με τη συμπεριφορά ενός ιξώδους υγρού, δηλαδή ενός υγρού που παρουσιάζει εσωτερική τριβή κατά τη ροή του και συμβολίζεται από έναν απορροφητήρα (Σχήμα 4.2), δηλαδή ένα κυλινδρικό δοχείο που περιέχει ένα ιξώδες υγρό και ένα έμβολο που μπορεί να ολισθαίνει χαλαρά στο δοχείο.



Σχήμα 4.2. Συμβολισμός της ρεολογικής συμπεριφοράς.

Από την υδροδυναμική είναι γνωστό ότι η τάση που απαιτείται για τη στρωτή ροή ενός ιζώδους υγρού είναι ανάλογη προς το συντελεστή εσωτερικής τριβής του υγρού και προς την ταχύτητα ροής, η οποία στην περίπτωση μας αντιστοιχεί προς την ταχύτητα παραμορφώσεων. Επομένως :

$$\sigma = n_e \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (4.1)$$

όπου n_e ο συντελεστής εφελκυστικού ιζώδους, σ η ορθή τάση και $\frac{d\varepsilon}{dt}$ η ταχύτητα ορθών παραμορφώσεων. Παρομοίως ισχύει :

$$\tau = n \frac{d\gamma}{dt} \quad (4.2)$$

για τα αντίστοιχα διατμητικά μεγέθη, όπου n ο συντελεστής διατμητικού ιζώδους.

4.2.2 Το φαινόμενο

Θεωρούμε πείραμα στο οποίο επιβάλλουμε ακαριαία μια εφελκυστική τάση σ_0 , σε δοκίμιο από ομογενές ισότροπο υλικό. Η εφελκυστική αυτή τάση υποθέτουμε ότι διατηρείται σταθερή συναρτήσει του χρόνου και μέχρι τη χρονική στιγμή t_0 , όπως φαίνεται στο σχήμα (4.1). Τότε αφαιρούμε πάλι ακαριαία την τάση σ_0 και αφήνουμε το δοκίμιο αφόρτιστο. Η έκφραση "ακαριαία" δε σημαίνει "κρουστικά", αλλά "ελαστικά", δηλαδή εκτός χρόνου με την έννοια της ανεξαρτησίας του φαινομένου από το χρόνο, όπως υποθέτουμε ότι συμβαίνει στην ελαστικότητα. Καταγραφή της παραμορφώσεως του δοκιμίου συναρτήσει του χρόνου από τη στιγμή της επιβολής της τάσεως σ_0 , μέχρι και μετά την αφαίρεσή της, οδηγεί στην καμπύλη του σχήματος (4.3). Παρατηρούμε ότι η τάση σ_0 δημιουργεί μια ελαστική παραμόρφωση ε_0 (σημείο A), η οποία κατά το νόμο του Hook είναι :

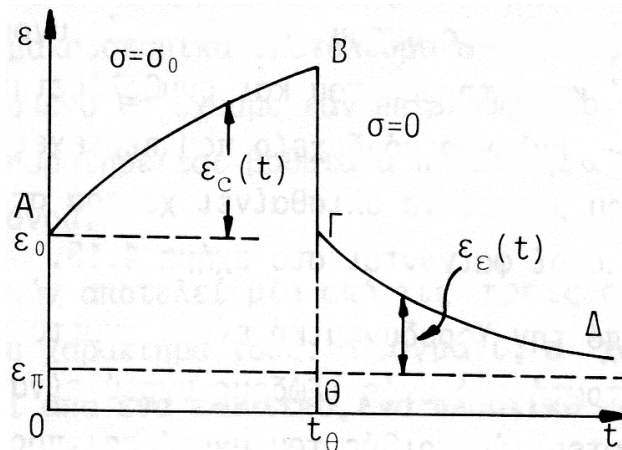
$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E} \quad (4.3)$$

Κατόπιν, η παραμόρφωση αυξάνεται συναρτήσει του χρόνου και στη χρονική στιγμή t , έχει την τιμή :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \varepsilon_c(t) \quad (4.4)$$

όπου $\varepsilon_c(t)$ είναι η λεγόμενη παραμόρφωση ερπυσμού.

Η καμπύλη $\varepsilon_c(t)$ που παριστάνεται από τον κλάδο (AB) του σχήματος (4.3), είναι μια τυπική καμπύλη ερπυσμού. Συγκεκριμένα, ερπυσμός (creep) είναι το φαινόμενο κατά το οποίο παρατηρείται συνεχής αύξηση των παραμορφώσεων συναρτήσει του χρόνου, υπό την επίδραση σταθερής τάσεως και υπό σταθερή θερμοκρασία.



Σχήμα 4.3. Παραμόρφωση συναρτήσει του χρόνου.

4.3 Πρότυπα ρεολογικής συμπεριφοράς

Εφόσον δεν υπάρχουν πλαστικές παραμορφώσεις ($\varepsilon_\pi = 0$) στον ερπυσμό, ο θεωρητικός προσδιορισμός της καταστατικής εξίσωσης ενός έρποντος υλικού απαιτεί τη χρησιμοποίηση μόνο ελαστικών και ρεολογικών στοιχείων (δηλαδή ελατηρίων και απορροφητήρων), αλλά όχι στοιχείων πλαστικότητας. Τα απλούστερα πρότυπα που σχηματίζονται από τα δύο αυτά στοιχεία προκύπτουν από σύνδεση ενός ελατηρίου και ενός απορροφητήρα εν σειρά ή εν παραλλήλω.

4.3.1 Σύνδεση εν παραλλήλω (πρότυπο Kelvin-Voigt)

Το πρότυπο Kelvin-Voigt φαίνεται στο σχήμα (4.4), όπου E είναι το μέτρο ελαστικότητας του ελαστικού στοιχείου και n_e το εφελκυστικό ιξώδες του ρεολογικού στοιχείου. Στο πρότυπο αυτό, η επιβαλλομένη τάση σ_0 , ισορροπείται από το άθροισμα των τάσεων που φέρουν τα δύο στοιχεία, ενώ σε κάθε χρονική στιγμή και τα δύο στοιχεία έχουν την ίδια παραμόρφωση. Επομένως, ισχύει :

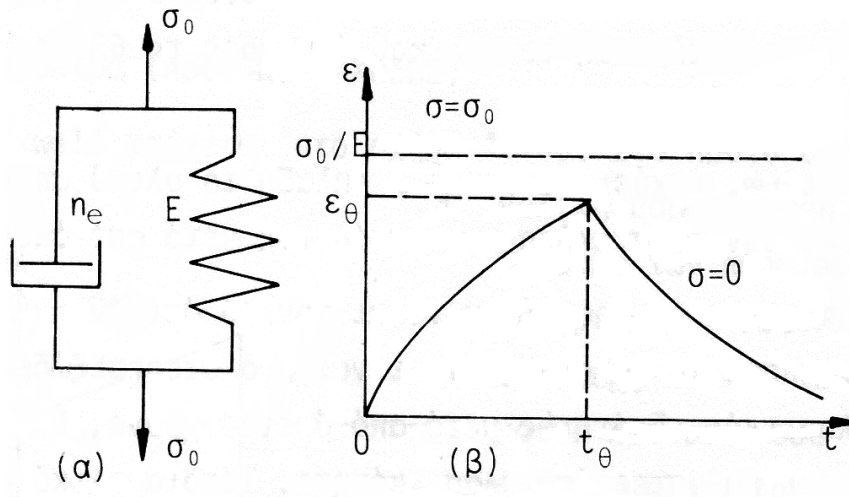
$$\sigma_\varepsilon + \sigma_\alpha = \sigma$$

$$\varepsilon_\varepsilon = \varepsilon_\alpha = \varepsilon$$

όπου οι δείκτες (ε,α) σημαίνουν "ελατήριο" και "αποσβεστήρας" αντιστοίχως. Η πρώτη από τις παραπάνω σχέσεις μέσω της εξίσωσης (4.1) και του νόμου του Hooke γίνεται :

$$E\varepsilon + n_e \frac{d\varepsilon}{dt} = \sigma \Rightarrow t_c \frac{d\varepsilon}{dt} + \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (4.5)$$

όπου το $t_c = n_e/E$ έχει μονάδες χρόνου και καλείται χρόνος καθυστέρησης (retardation time) του υλικού.



Σχήμα 4.4. Το πρότυπο Kelvin-Voigt

Ερπυσμός κατά το πρότυπο Kelvin-Voigt

Ισχύει $\sigma = \sigma_0 = \text{σταθερά}$ και η διαφορική εξίσωση (4.5) έχει λύση :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} + \left(c - \frac{\sigma_0}{E} \right) e^{-t/t_c} \quad (4.6)$$

Στην εξίσωση αυτή, c είναι μια σταθερά ολοκλήρωσης με μονάδες παραμόρφωσης και παριστάνει το μέγεθος της παραμορφώσεως προ της επιβολής της τάσεως σ_0 . Στην περίπτωση μας μπορεί να θεωρηθεί μηδενική, οπότε για τον ερπυσμό το στοιχείο Kelvin-Voigt δίνει :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} (1 - e^{-t/t_c}) \quad (4.7)$$

4.3.2 Σύνδεση εν σειρά (πρότυπο Maxwell)

Το πρότυπο Maxwell φαίνεται στο σχήμα (4.5α). Στο πρότυπο αυτό η συνολική παραμόρφωση είναι άθροισμα των παραμορφώσεων ελατηρίου ε_e και αποσβεστήρα ε_a , ενώ η τάση είναι κοινή και στα δύο στοιχεία και ίση προς την εξωτερικά επιβαλλόμενη. Επομένως, ισχύει :

$$\begin{aligned} \varepsilon_e + \varepsilon_a &= \varepsilon \\ \sigma_e &= \sigma_a = \sigma \end{aligned}$$

Παραγώγιση της πρώτης από τις εξισώσεις αυτές ως προς το χρόνο, δίνει :

$$\frac{d\varepsilon_e}{dt} + \frac{d\varepsilon_a}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (4.8)$$

ή λόγω της εξίσωσης (4.1) και του νόμου του Hooke :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{n_e} \sigma \Rightarrow \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{Et_r} \sigma \quad (4.9)$$

όπου $t_r = n_e/E$ είναι μέγεθος αντίστοιχο προς το χρόνο καθυστέρησης και καλείται χρόνος χαλαρώσεως (relaxation time) του υλικού.

Ερπυσμός κατά το πρότυπο Maxwell

Ισχύει $\sigma = \sigma_0 = \text{σταθερά}$ και η διαφορική εξίσωση (4.9) γίνεται :

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{dt} &= \frac{1}{Et_r} \sigma_0 \Rightarrow \\ \varepsilon(t) &= \frac{\sigma_0}{E} \cdot \frac{t}{t_r} + c \quad (4.10) \end{aligned}$$

Η σταθερά ολοκλήρωσης προκύπτει ίση προς $c = \frac{\sigma_0}{E}$, διότι κατά την ακαριαία επιβολή της τάσεως σ_0 , το ελατήριο παραμορφώνεται ακαριαία και ελαστικά κατά το νόμο του Hooke. Επομένως, η εξίσωση (4.10) γίνεται :

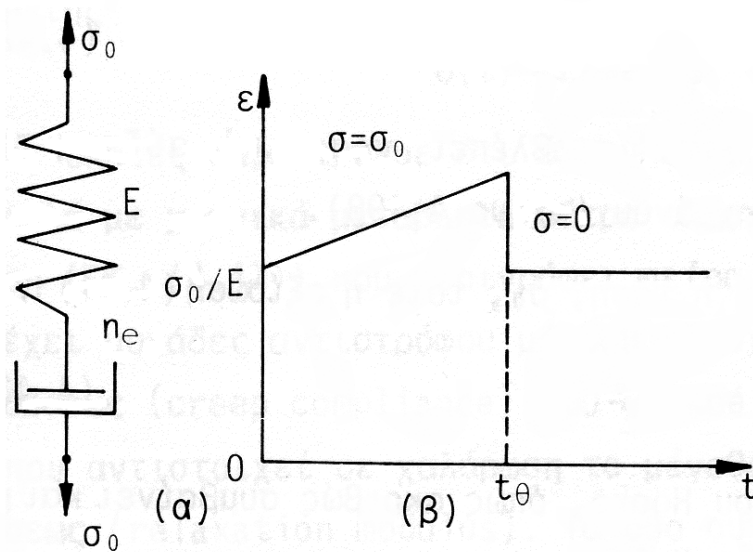
$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 + \frac{t}{t_r} \right) \quad (4.11)$$

Παρατηρούμε ότι το πρότυπο Maxwell προβλέπει γραμμική αύξηση της παραμορφώσεως συναρτήσει του χρόνου (Σχήμα 4.5β).

Εάν στο χρόνο $t=t_\theta$, αφαιρεθεί η τάση σ_0 , τότε η εξίσωση (4.10) γίνεται :

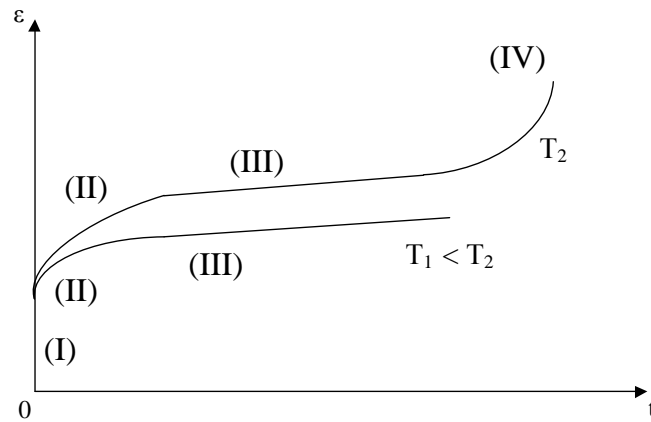
$$\varepsilon(t) = c = \frac{\sigma_0}{E} \quad (4.12)$$

μεταπίπτει δηλαδή στο νόμο του Hooke.



Σχήμα 4.5. Το πρότυπο Maxwell.

4.4 Στάδια ερπυσμού



Σχήμα 4.6. Τα στάδια του ερπυσμού.

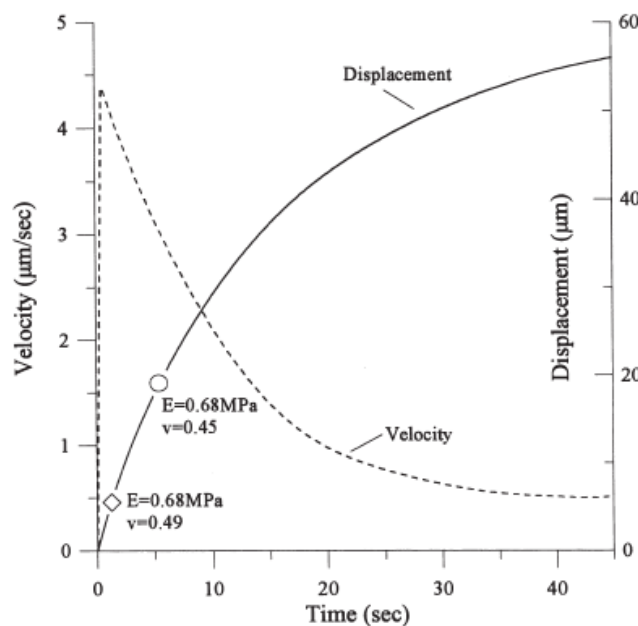
Σε ένα πείραμα ερπυσμού καταγράφεται η μεταβολή της παραμορφώσεως συναρτήσει του χρόνου για σταθερή τιμή της επιβαλλόμενης τάσεως και της θερμοκρασίας στην οποία εκτελείται το πείραμα. Το διάγραμμα που προκύπτει έχει τις μορφές που φαίνονται στο σχήμα (4.6). Μπορούμε να διακρίνουμε τις εξής περιοχές:

- Η περιοχή (I) αντιστοιχεί στην αρχική ακαριαία αύξηση της παραμορφώσεως κατά τη στιγμή της επιβολής της σταθερής τάσεως.
- Η περιοχή (II) αντιστοιχεί στο λεγόμενο πρωτογενή ή μεταβατικό ερπυσμό (transient creep). Στο στάδιο αυτό παρατηρούνται σημαντικές μεταβολές της παραμορφώσεως συναρτήσει του χρόνου, αλλά με επιβραδυνόμενη ταχύτητα. Στην περιοχή αυτή τα πρότυπα που αναπτύχθηκαν προηγουμένως έχουν γενικώς καλή εφαρμογή.
- Το επόμενο στάδιο του ερπυσμού αντιπροσωπεύεται από την περιοχή (III) και καλείται δευτερογενής ερπυσμός (secondary creep). Στο στάδιο αυτό, η ταχύτητα της παραμορφώσεως $\frac{d\varepsilon}{dt}$ είναι μικρή και περίπου σταθερή, με αποτέλεσμα η περιοχή (III) να είναι πρακτικά ευθύγραμμη.
- Τέλος, εάν η τάση ερπυσμού ή η θερμοκρασία εκτελέσεως του πειράματος είναι αρκετά μεγάλες, τότε ακολουθεί και η περιοχή (IV), στην οποία παρατηρείται απότομη αύξηση της ταχύτητας των παραμορφώσεων, που οδηγεί σε σχετικά σύντομη αστοχία του υλικού.

4.5 Επισκόπηση πειραματικών μελετών για τον ερπυσμό της περιοδοντικής μεμβράνης

Όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενο κεφάλαιο του παρόντος, η μηχανική συμπεριφορά της περιοδοντικής μεμβράνης χαρακτηρίζεται από έντονα φαινόμενα μη γραμμικότητας. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η υπόθεση ενός γραμμικού μοντέλου δε θα μπορούσε να περιγράψει με σαφήνεια και ρεαλισμό το πώς συμπεριφέρεται ο ιστός αυτός όταν ασκείται εμμέσως σε αυτόν ένα φορτίο (οι δυνάμεις μεταφέρονται μέσω της άσκησής τους στο δόντι και από εκεί στη μεμβράνη).

Για το σκοπό αυτό έγινε χρήση της μελέτης του καθηγητή κ. Προβατιδίδη (Provatidis, 2000) και συγκεκριμένα της ιξωδοελαστικής ανάλυσης που έλαβε χώρα, τα αποτελέσματα της οποίας συγκεντρώνονται στο σχήμα (4.7). Στο διάγραμμα του σχήματος (4.7) παρουσιάζεται η υπολογιζόμενη μετατόπιση στην αγκύλη, των πειραματικών δεδομένων που συλλέχτηκαν από τον Burstone και συν. (1978).



Σχήμα 4.7. Υπολογισμένη οριζόντια μετατόπιση στην αγκύλη ενός άνω κεντρικού κοπήρα κατά την εφαρμογή στο κέντρο της μύλης, μίας δύναμης $F=3\text{ N}$ υπό κλίση, συγκριτικά με τις κλινικές μετρήσεις που ελήφθησαν από τον Burstone και συν. (1978).

Κανείς μπορεί να παρατηρήσει ότι οι ιδιότητες του υλικού που αντιστοιχούν για $t=1,3\text{ sec}$, περίπου, είναι $E=0,68\text{ MPa}$ και $\nu=0,49$, ενώ παρατηρείται μικρότερος λόγος Poisson ($\nu=0,45$) για χρόνο $t=5,4\text{ sec}$. Όπως μπορεί κανείς να παρατηρήσει, είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρον ότι στην πρώτη περίπτωση ($E=0,68\text{ MPa}$, $\nu=0,49$) η

στατική λύση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, είναι απόλυτα συνδεδεμένη με τη μέγιστη ταχύτητα του δοντιού που εμφανίζεται, η οποία στη συνέχεια ακολουθείται από μια σημαντική πτώση (ερπυσμός).

Στη μελέτη αυτή βρέθηκε ότι το φαινόμενο ερπυσμού, προσεγγίζεται από τη συνάρτηση :

$$\varepsilon(t) = 0,034 + 0,461 \cdot (1 - e^{-0,074t}) \quad (4.13)$$

Από τη σύγκριση της εξίσωσης (4.13) με το κοινό ιξωδοελαστικό μοντέλο (Middleton J., 1996; Valliapan S., 1981; Pande, 1977) :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{elastic} + \varepsilon_{creep}(t) = \frac{\sigma}{E_1} + \frac{1}{E_2} \cdot \left\{ 1 - e^{-\left[\frac{E_2}{\mu}\right]t} \right\} \cdot \sigma \quad (4.14)$$

όπου E_1 είναι το μέτρο του Young για μη διαρροή, E_2 είναι το μέτρο του Young για διαρροή, μ είναι το ιξώδες και σ είναι η εφαρμοζόμενη εφελκυστική τάση, κανείς μπορεί άμεσα να κατανοήσει ότι σε αυτή την περίπτωση, η ορθοδοντική κίνηση του δοντιού είναι ένα φαινόμενο ερπυσμού, το οποίο ακολουθεί τον εκθετικό νόμο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ

5^ο

**ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ
ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ
ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

5.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο θα προχωρήσουμε στην περιγραφή του προβλήματος από το αρχικό στάδιο της δημιουργίας του γεωμετρικού μοντέλου μέχρι και τον ορισμό των ιδιοτήτων του, την επιλογή των παραμέτρων που το καθορίζουν, καθώς και την περεταίρω διακριτοποίηση που θα υποστούν οι γεωμετρικές οντότητες του μοντέλου. Στη συνέχεια θα επιλύσουμε το μοντέλο που θα έχουμε δημιουργήσει χρησιμοποιώντας τη γλώσσα προγραμματισμού του ANSYS.

Βασικός μας στόχος είναι η ανάπτυξη ενός αξιόπιστου, παραμετρικού μοντέλου για τον υπολογισμό της μετατόπισης ενός ιδανικού άνω κεντρικού κοπήρα, με τη χρήση της APDL, γλώσσας προγραμματισμού που διαθέτει το λογισμικό πακέτο ANSYS. Στην ανάπτυξη αυτού του κώδικα θα χρησιμοποιηθεί ένα πρωτότυπο μοντέλο για τον υπολογισμό της μετατόπισης του δοντιού, υπό την εφαρμογή δύναμης, για μικρά χρονικά διαστήματα.

Γενικά η ανάπτυξη του κώδικα έγινε σε παραμετρική μορφή για δύο βασικούς λόγους :

- Για να μπορεί να χρησιμοποιηθεί με ευκολία σε οποιαδήποτε περίπτωση δοντιού, του οποίου η ρίζα θα μπορεί να περιγραφεί ικανοποιητικά από τη χρήση παραβολικού σχήματος.
- Για να μπορεί να γίνει βελτιστοποίηση του μοντέλου, επιλέγοντας τις παραμέτρους με βάση τις οποίες θέλουμε να βρεθεί η βέλτιστη λύση

Με την παραμετροποίηση επιτυγχάνουμε την απλοποίηση του μοντέλου καθώς όποιες αλλαγές – πειράματα επιθυμούμε να κάνουμε στις ιδιότητες των υλικών μας, γίνεται στην αρχή του κώδικα, χωρίς την ανάγκη πλήρους κατανόησης όλου του κώδικα.

5.2 Γενική περιγραφή της μεθόδου

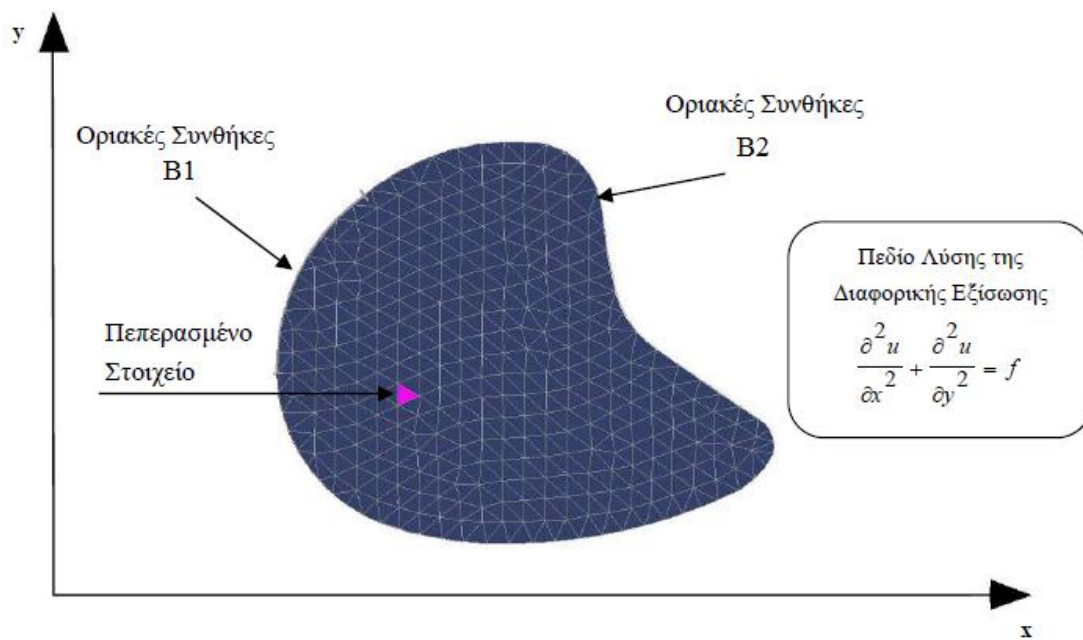
Η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων έχει θεωρητική αφετηρία στις αρχές του εικοστού αιώνα και είναι συνυφασμένη με τον Γερμανό μαθηματικό W. Ritz (1909) και τον Ρώσο επίσης μαθηματικό B.G. Galerkin (1915). Η μέθοδος αυτή όμως αναπτύχθηκε και εξαπλώθηκε από το 1950 και μετά, λόγω του υπολογιστικού κόστους, με την εμφάνιση των ηλεκτρονικών υπολογιστών.

Η μέθοδος Galerkin - Ritz είναι μία μέθοδος προσέγγισης της λύσης διαφορικών εξισώσεων, η οποία χρησιμοποιείται ευρέως στην αριθμητική ανάλυση.

Η δυναμικότητα των προσεγγιστικών μεθόδων που βασίζονται στα ενεργειακά θεωρήματα είναι πολύ μεγάλη και δίνει λύσεις σε σημεία που οι υπόλοιπες μέθοδοι δεν μπορούν να δώσουν. Κύριο χαρακτηριστικό των προσεγγιστικών μεθόδων είναι η ανάγκη προσδιορισμού ενός παραδεκτού πεδίου (π.χ. μετατοπίσεων) με την βοήθεια συναρτήσεων, που ορίζονται σε όλο το σώμα και ικανοποιούν ορισμένες συνθήκες στα σύνορα. Με τον τρόπο αυτό το αρχικό πρόβλημα του προσδιορισμού του πεδίου των μετατοπίσεων σε κάθε σημείο του σώματος (άπειρος βαθμός ελευθερίας κίνησης) μετασχηματίζεται σε ένα υποκατάστατο πρόβλημα προσδιορισμού αριθμού άγνωστων συντελεστών (πεπερασμένος βαθμός ελευθερίας). Το υποκατάστατο πρόβλημα δίνει μια προσεγγιστική λύση στο αρχικό πρόβλημα.

Η κατασκευή των συναρτήσεων, που ικανοποιούν τις συνθήκες στα σύνορα, είναι μια σχετικά εύκολη υπόθεση όταν το σύνορο του σώματος είναι απλό. Όσο πιο πολύπλοκο γίνεται όμως το σύνορο του σώματος τόσο δυσκολότερη έως αδύνατη γίνεται η ικανοποίηση των οριακών συνθηκών. Αυτό ακριβώς το πρόβλημα έρχεται να αντιμετωπίσει η Μεθοδολογία των Πεπερασμένων Στοιχείων.

Σύμφωνα με την μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων, το σώμα χωρίζεται σε έναν αριθμό περιοχών που λέγονται στοιχεία (Σχήμα 5.1). Οι συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται μέσα σε κάθε στοιχείο είναι απλές και συνήθως κάποιες πολυωνυμικές εκφράσεις.



Σχήμα 5.1. Απεικόνιση διδιάστατου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.

Χρησιμοποιώντας ένα μεγάλο αριθμό στοιχείων αποδίδεται μια καλή προσέγγιση της πραγματικής κατάστασης. Το τελικό αποτέλεσμα είναι να αναχθεί το αρχικό πρόβλημα σε ένα πρόβλημα με πεπερασμένο αριθμό βαθμών ελευθερίας κίνησης. Η μεθοδολογία αυτή μπορεί να υπαχθεί στη μεθοδολογία Galerkin-Ritz.

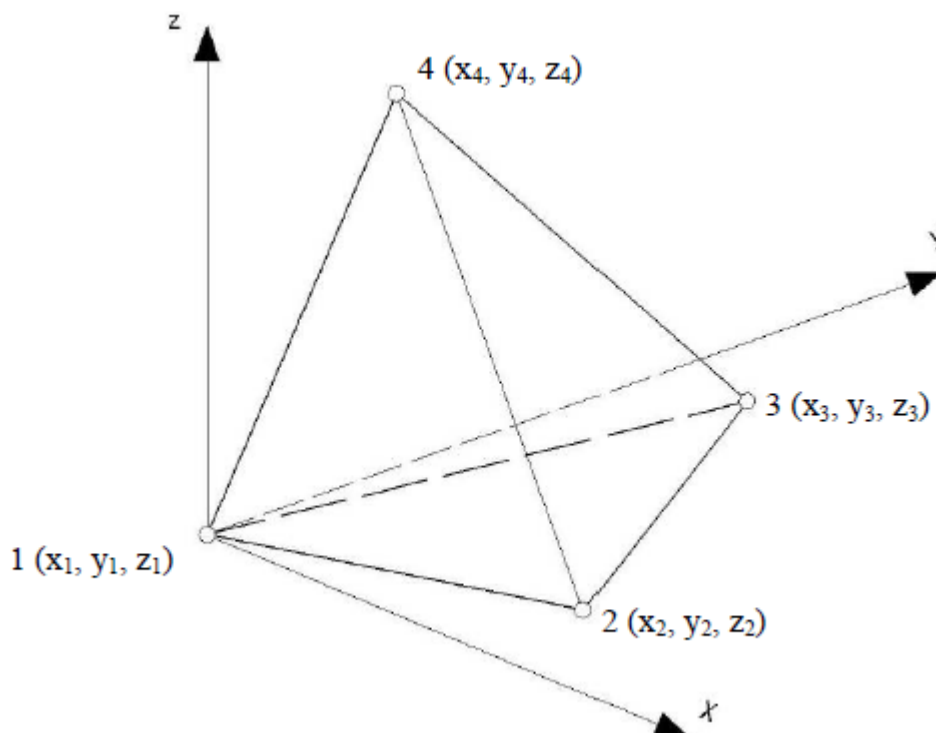
Για προβλήματα τρισδιάστατων πεδίων, το πεδίο επίλυσης υποδιαιρείται συνήθως σε στοιχεία σε σχήμα πυραμίδας (Σχήμα 5.2). Εάν $F(x,y,z)$ είναι η άγνωστη συνάρτηση τότε με το τρίγωνο Pascal δύο είναι οι πιο σκόπιμες περιπτώσεις επιλογής αντίστοιχων πολυωνύμων :

- 1) Η γραμμική παρεμβολή : αντιστοιχεί σε 4 άγνωστους βαθμούς ελευθερίας.

$$F_{(x,y,z)} = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3 \cdot z$$

- 2) Η παρεμβολή 2^{ου} βαθμού : αντιστοιχεί σε 10 άγνωστους βαθμούς ελευθερίας.

$$F_{(x,y,z)} = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3 \cdot z + a_4 \cdot x^2 + a_5 \cdot y^2 + a_6 \cdot z^2 + a_7 \cdot x \cdot y + a_8 \cdot y \cdot z + a_9 \cdot z \cdot x$$



Σχήμα 5.2. Τετραεδρικό – τετρακομβικό πεπερασμένο στοιχείο (πυραμίδα).

Ένα ακόμα στάδιο της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι η γένεση του πλέγματος στο γεωμετρικό μοντέλο. Τα σύγχρονα προγράμματα FEA (Finite Element Analysis) υποστηρίζουν την αυτόματη γένεση πλέγματος.

Η γένεση πλέγματος συνεπάγεται τη δημιουργία κομβικών συντεταγμένων και στοιχείων και περιλαμβάνει την αυτόματη αρίθμηση των κόμβων και στοιχείων βασισμένων στην ελάχιστη αλληλεπίδραση με τον χρήστη. Μερικές μέθοδοι γένεσης πλέγματος είναι :

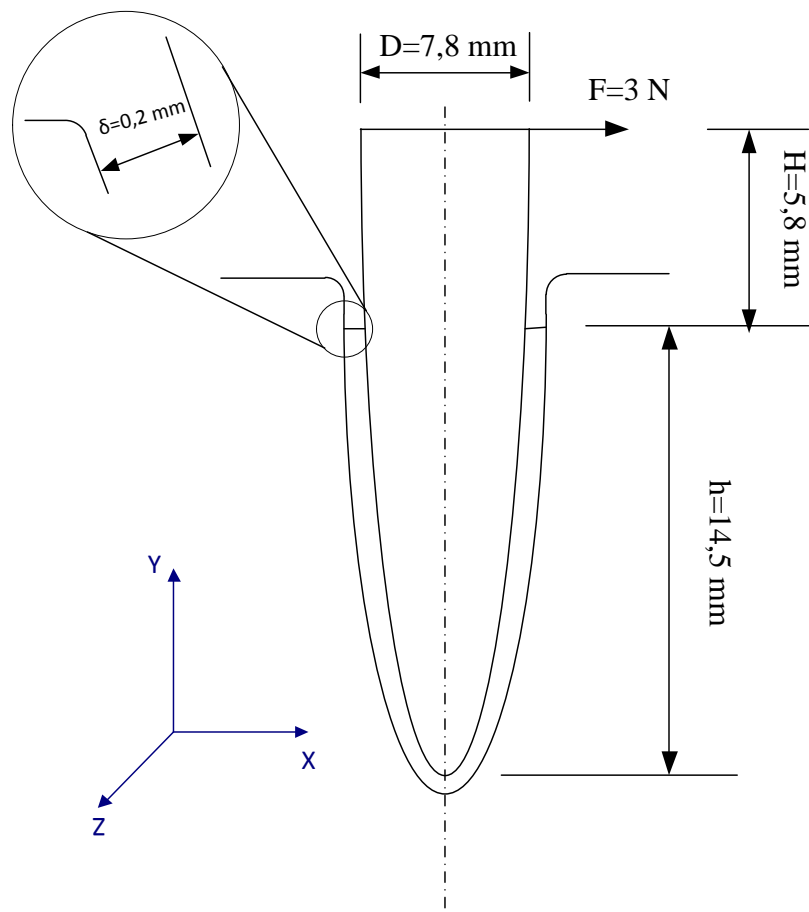
- Μέθοδος σύνδεσης κόμβων
- Μέθοδος αποσύζευξης τοπολογίας
- Μέθοδος αποσύζευξης γεωμετρίας
- Μέθοδος βάσει πλέγματος
- Μέθοδος απεικόνισης

5.3 Δημιουργία γεωμετρικού μοντέλου

Προτού προβούμε στην διακριτοποίηση, θα πρέπει να δημιουργήσουμε το γεωμετρικό μας μοντέλο. Για την ανάπτυξη του γεωμετρικού μοντέλου πρέπει να σημειώσουμε τη θεώρησή μας σχετικά με την ομοιότητα που παρουσιάζει η ρίζα του ανατομικού δοντιού, του άνω κεντρικού κοπτήρα, με μία ιδανική ρίζα παραβολικού σχήματος. Σχετική θεώρηση έχουν κάνει αρκετοί ερευνητές (Burstone και συν., 1978; Pedersen και συν., 1990), ως προσέγγιση της μορφής της ρίζας.

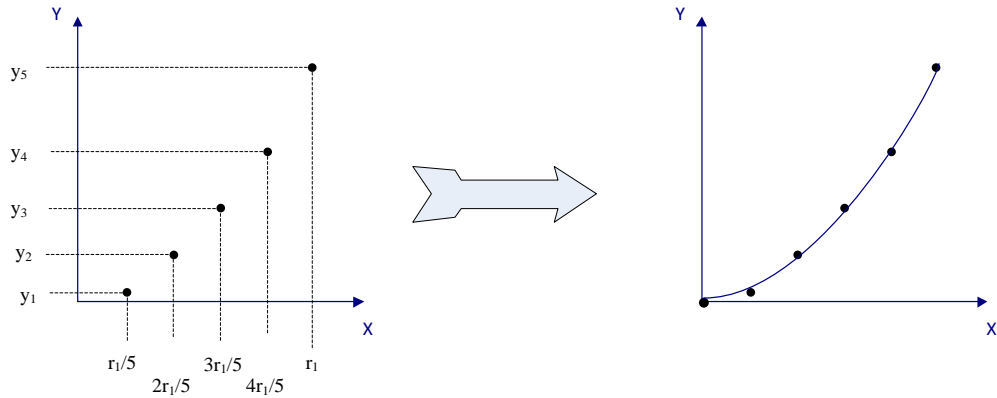
Για τη δημιουργία λοιπόν της γεωμετρίας απαιτείται η γνώση και εισαγωγή των εξής βασικών διαστάσεων (Σχήμα 5.3) :

- Το μήκος της ρίζας (h), από το ακρορρίζιο μέχρι τη φατνιακή ακρολοφία.
- Η διάμετρος (D) στο ύψος της φατνιακής ακρολοφίας.
- Το πάχος της περιοδοντικής μεμβράνης (δ)



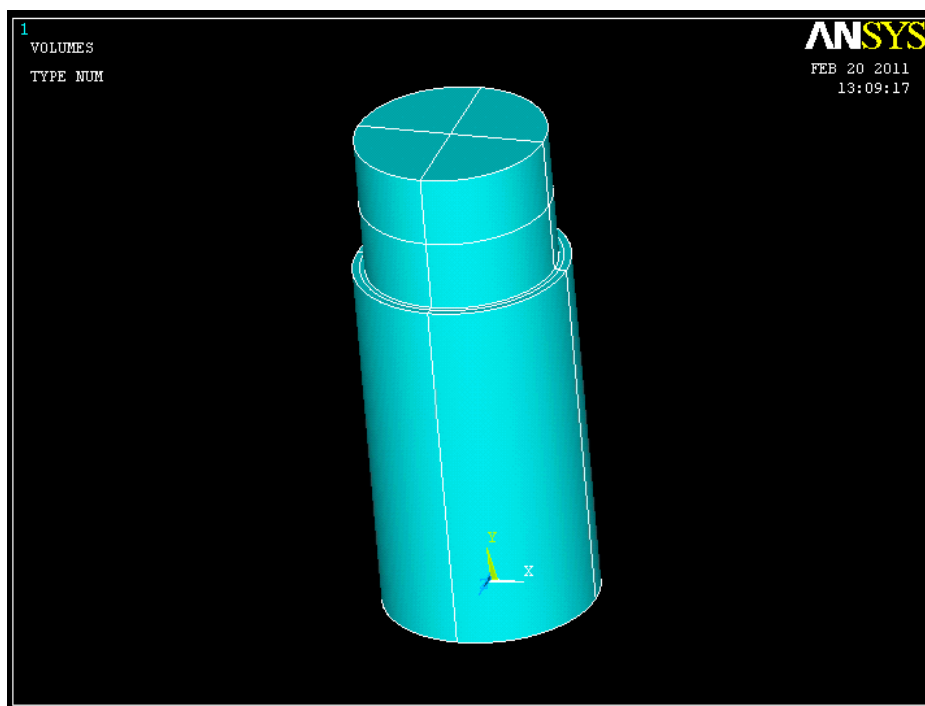
Σχήμα 5.3. Βασικές διαστάσεις του δοντιού, χρήσιμες για την ανάλυση.

Αφού ορίσουμε παραμετρικά αυτά τα μεγέθη, ο κώδικας με 2 διαδοχικά loops των 6 βημάτων δημιουργεί τα σημεία (keypoints) για να οριστούν οι splines, μέσω των οποίων θα καθοριστεί το παραβολικό σχήμα της ρίζας. Τα 6 βήματα της επανάληψης υποδιαιρούν την ακτίνα σε πέντε ίσα τμήματα, ώστε να οριστούν οι τεταγμένες των σημείων (Σχήμα 5.4). Επιπλέον σε κάθε βήμα υπολογίζεται και η τεταγμένη του, σύμφωνα με τη γνωστή σχέση που ισχύει για την παραβολή η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων ($y = \alpha \cdot x^2$). Τέλος χρησιμοποιείται ένας εσωτερικός μετρητής για να υπάρχει έλεγχος της αρίθμησης των keypoints, ώστε να διευκολυνθούμε για τη μετέπειτα τοποθέτηση της δύναμης στην κορυφή της μύλης, τον καθορισμό των οριακών συνθηκών, κλπ. Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο ορίζουμε και τη δεύτερη επανάληψη με τη μόνη διαφορά ότι τώρα η τεταγμένη θα οριστεί από την εξίσωση : $y = \alpha \cdot x^2 - \delta$.



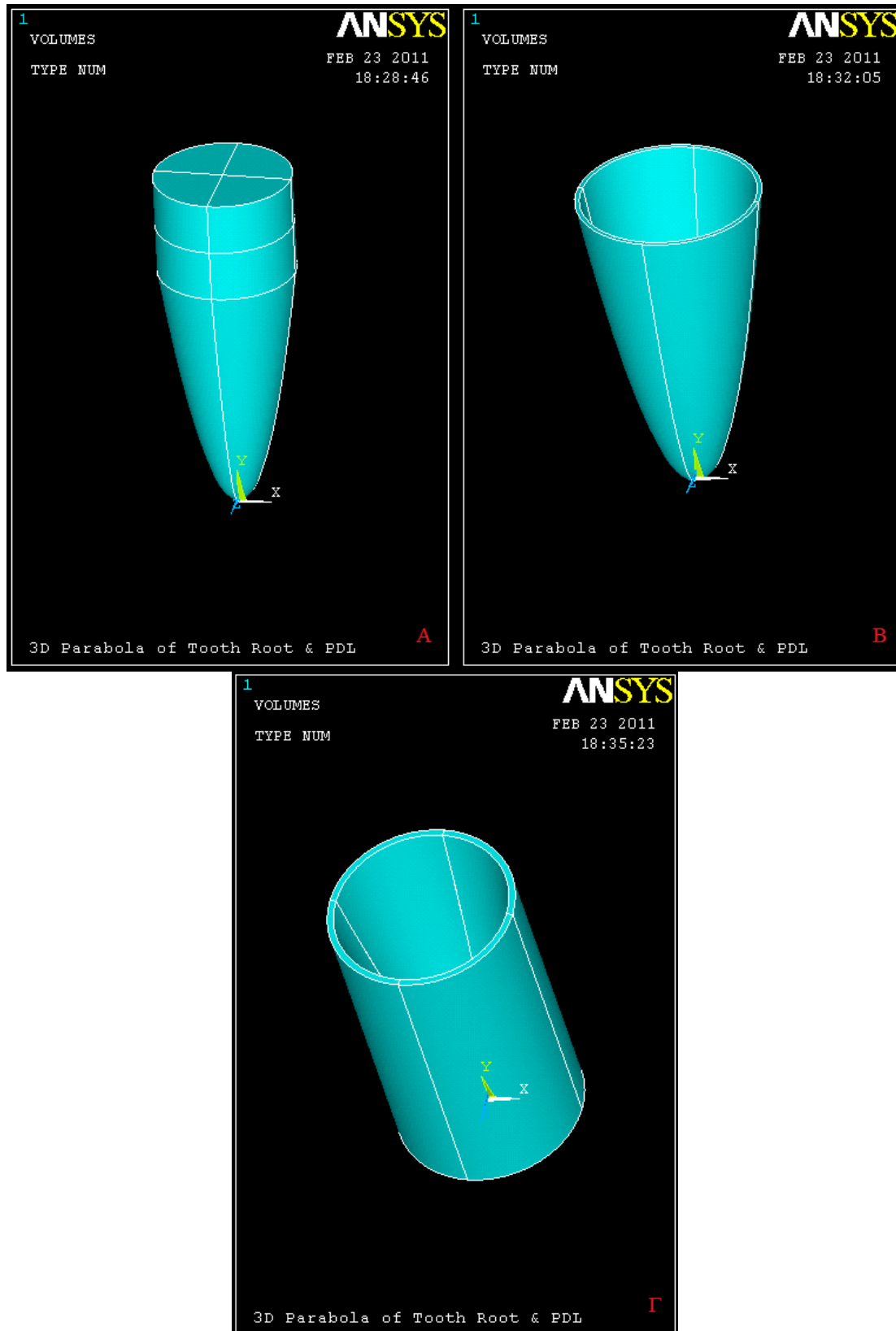
Σχήμα 5.4. Δημιουργία των σημείων της παραβολής.

Στις συνέχεια ο κώδικας δημιουργεί τις splines από τα παραπάνω σημεία, καθώς επίσης και κάποια επιπλέον σημεία για τη δημιουργία της μύλης και του άξονα γύρω από τον οποίο θα περιστραφεί το δισδιάστατο μοντέλο των επιφανειών για τη δημιουργία του τρισδιάστατου μοντέλου των όγκων. Έπειτα και αφού ενώσουμε όλα τα σημεία, θα προκύψουν κάποιες επιφάνειες (areas) οι οποίες θα οριοθετηθούν από τις παραπάνω γραμμές. Εφόσον έχουν ολοκληρωθεί τα παραπάνω βήματα θα έχει προκύψει το μισό ενός δισδιάστατου ιδανικού μοντέλου του άνω κεντρικού κοπτήρα. Για να λάβουμε την τρισδιάστατη εκδοχή που επιθυμούμε θα πρέπει να το περιστρέψουμε κατά 360° . Οπότε τελικά προκύπτει :



Σχήμα 5.5. Προκύπτουσα γεωμετρία του μοντέλου.

Για να παρουσιαστεί εμφανώς η γεωμετρία κάθε όγκου, τους παραθέτουμε παρακάτω ως αποκλειστικές οντότητες :



Σχήμα 5.6. Οι τρεις κύριες οντότητες της ανάλυσης : A → Δόντι, B → Περιοδοντική Μεμβράνη, Γ → Φατνιακό Οστό

5.4 Ορισμός μηχανικών ιδιοτήτων

Μέτρο ελαστικότητας και λόγος Poisson

Το τελευταίο βήμα πριν προχωρήσουμε στη διακριτοποίηση του μοντέλου, είναι να ορίσουμε τις μηχανικές ιδιότητες των εμπλεκόμενων όγκων (δόντι, περιοδοντική μεμβράνη, φατνιακό οστό). Όπως αναφέραμε και παραπάνω, η περιοδοντική μεμβράνη θα έχει ένα μέτρο ελαστικότητας, $E=0,68 \text{ MPa}$ και λόγο Poisson, $\nu= 0,4$, σε αντίθεση με το δόντι και το φατνιακό οστό τα οποία θα έχουν μέτρο ελαστικότητας $E=26 \text{ GPa}$ και $E=26000 \text{ GPa}$, αντίστοιχα, με λόγο Poisson και για τα δύο στερεά $\nu=0,3$.

Το μέτρο ελαστικότητας που χρησιμοποιήσαμε στην περίπτωση του φατνιακού οστού, δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Τέθηκε όμως μεγάλη τιμή για να μην επηρεάσει το μοντέλο μας σε καμία περίπτωση, καθώς εάν ήταν πολύ χαμηλή θα μπορούσε να αλληλεπιδράσει το δόντι με το οστό. Αντίθετα η τιμή που ορίστηκε για το δόντι ανταποκρίνεται στις εργαστηριακές μετρήσεις που έχουν γίνει κατά καιρούς. Εξαιτίας λοιπόν της μεγάλης διαφοράς που παρουσιάζεται ως προς την ελαστικότητα του δοντιού και του οστού, σε σύγκριση με την περιοδοντική μεμβράνη, οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι συμπεριφέρονται ως στερεά άκαμπτα σώματα, κατά την εφαρμογή βραχυπρόθεσμων δυνάμεων, συγκριτικά πάντα με τον περιοδοντικό σύνδεσμο. Αυτό είναι κάτι που επιθυμούμε, αφού εδώ μελετάμε πώς επηρεάζουν την κίνηση του δοντιού, οι μηχανικές ιδιότητες της περιοδοντικής μεμβράνης. Ολοκληρώνουμε λοιπόν με την απόδοση των αντίστοιχων χαρακτηριστικών σε κάθε όγκο που έχουμε δημιουργήσει.

Εξίσωση ερπυσμού

Στη βιβλιοθήκη του ANSYS μας δίνεται η δυνατότητα επιλογής από ένα πλήθος εξισώσεων, οι οποίες μπορούν να περιγράψουν τον ερπυσμό ενός υλικού. Η καταλληλότερη για την περίπτωση που μελετάμε, είναι η γενικευμένη εκθετική (Generalized Exponential) :

$$\dot{\varepsilon}_{cr} = c_1 \cdot \sigma^{c_2} \cdot r \cdot e^{-rt}, \quad \text{όπου} \quad r = c_5 \cdot \sigma^{c_3} \cdot e^{-c_4/T} \quad (5.1)$$

Η παραπάνω εξίσωση εκφράζει το ρυθμό παραμόρφωσης, τον οποίο εμφανίζουμε και στη δικιά μας εξίσωση, εάν υπολογίσουμε την πρώτη παράγωγο ως προς το χρόνο. Οπότε προκύπτει :

$$\varepsilon(t) = 0,034 + 0,461 \cdot (1 - e^{-0,074t}) \Rightarrow$$

$$\dot{\varepsilon}(t) = 0,034114 \cdot (e^{-0,074t}) \quad (5.2)$$

Από την εξίσωση (5.1) για $c_2 = c_3 = c_4 = 0$, προκύπτει :

$$\dot{\varepsilon}_{cr} = c_1 \cdot c_5 \cdot e^{-c_5 t} \quad (5.3)$$

Από τις εξισώσεις (5.2) και (5.3), έχουμε ότι :

$$c_1 = 0,461$$

$$c_5 = 0,074$$

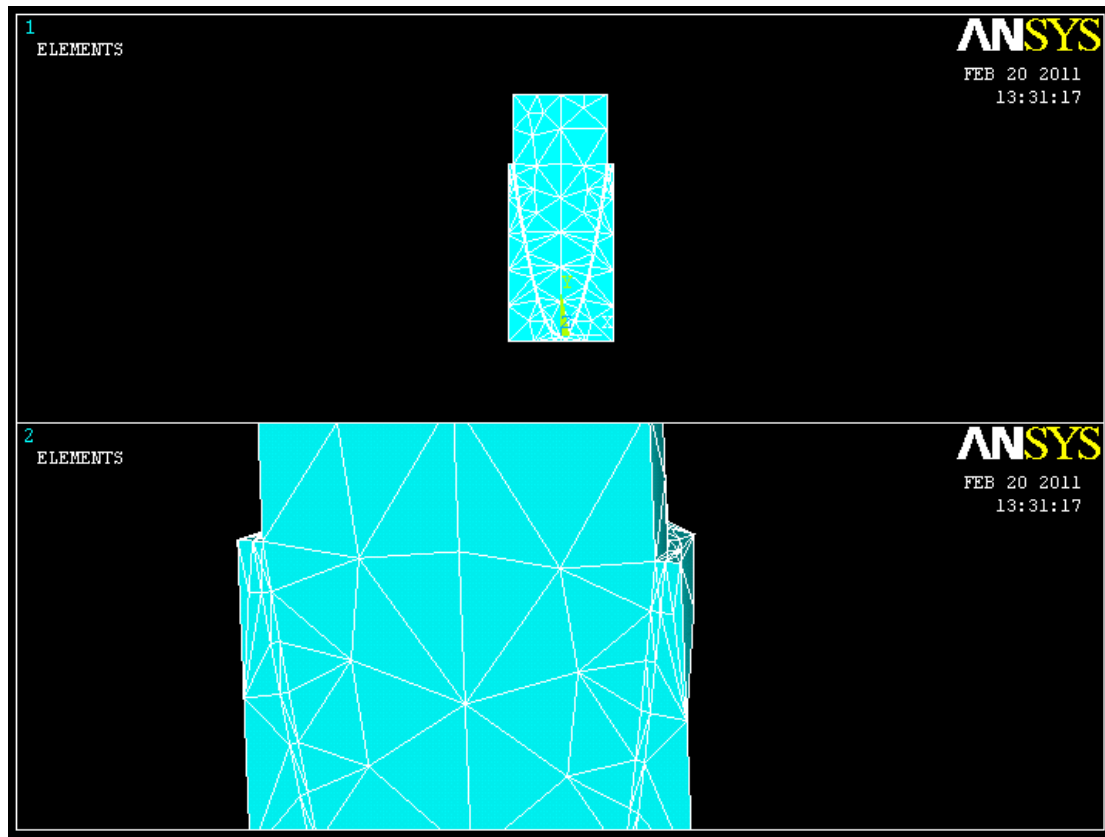
Αυτοί είναι οι συντελεστές που θα χρησιμοποιήσουμε στο πρόγραμμα για να περιγράψουμε το επιθυμητό μοντέλο ερπυσμού.

5.5 Διακριτοποίηση του μοντέλου

Τα σημερινά πακέτα πεπερασμένων στοιχείων παρέχουν στον σχεδιαστή την ευκολία της αυτόματης γένεσης πλέγματος, αλλά και την ελευθερία στο να επιλέξει αυτός το μέγεθος του πλέγματος που θα χρησιμοποιηθεί στις διάφορες επιφάνειες.

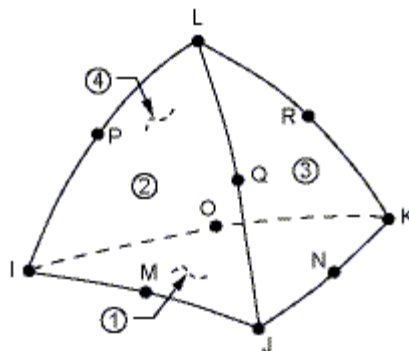
Στην παρούσα διπλωματική εργασία, επιλέχθηκε το πυκνότερο πλέγμα που μπορούσε να επεξεργαστεί ο υπολογιστής με σκοπό την εξαγωγή των περισσότερο αξιόπιστων αποτελεσμάτων. Συγκεκριμένα στο τελευταίο μέρος της προεπεξεργασίας (preprocessor) χρησιμοποιούμε ένα προσαρμοσμένο (custom) πλέγμα, για να αποφύγουμε όσο το δυνατόν τη χρήση περιττών στοιχείων, τα οποία θα επιβάρυναν υπολογιστικά την επίλυση (μεγαλύτεροι χρόνοι επίλυσης) και θα μας παρείχαν λεπτομέρειες, καθόλου χρήσιμες για τη μελέτη. Από τα στοιχεία τώρα που συνθέτουν το μοντέλο του δοντιού, η γεωμετρία που επιθυμούμε να έχει την λεπτομερέστερη διακριτοποίηση είναι η περιοδοντική μεμβράνη, όπως φαίνεται και

στο παρακάτω σχήμα (5.7), καθώς μας ενδιαφέρει το πώς επηρεάζει η μηχανική συμπεριφορά της την κίνηση του δοντιού.



Σχήμα 5.7. Λεπτομερής διακριτοποίηση της περιοδοντικής μεμβράνης.

Το στοιχείο που χρησιμοποιούμε για να κάνουμε τη διακριτοποίηση του μοντέλου μας είναι το solid187. Πρόκειται για ένα στοιχείο ανώτερης τάξης, 10-κομβικό, για τρισδιάστατα μοντέλα. Έχει τετραγωνική συμπεριφορά μετατόπισης και είναι κατάλληλο για τη μοντελοποίηση ακανόνιστων σχημάτων. Στην περίπτωσή μας είναι κατάλληλο λόγω των αυξημένων κλίσεων που παρουσιάζει η γεωμετρία μας, σε κάποια σημεία, καθώς είναι απαραίτητο πάντοτε να λαμβάνουμε υπόψη τη γεωμετρία που θα διακριτοποιήσουμε.

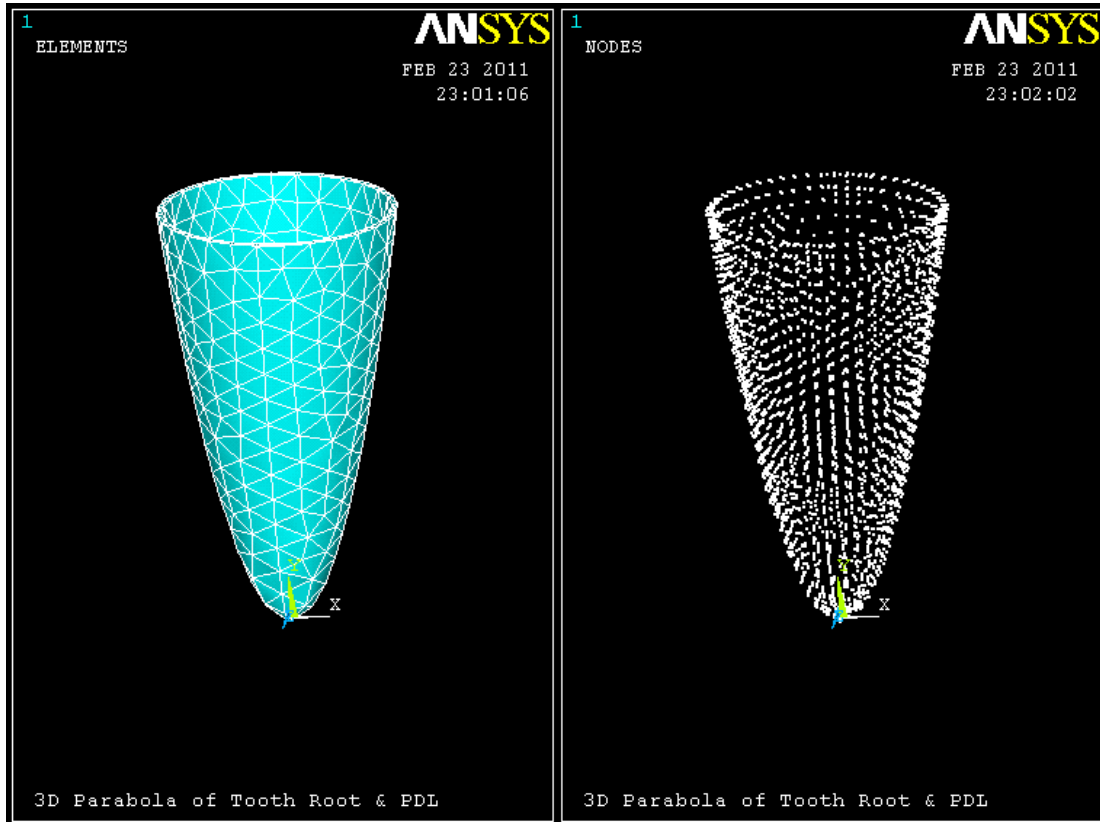


Σχήμα 5.8. Γεωμετρία και τοποθεσία κόμβων του στοιχείου Solid187.

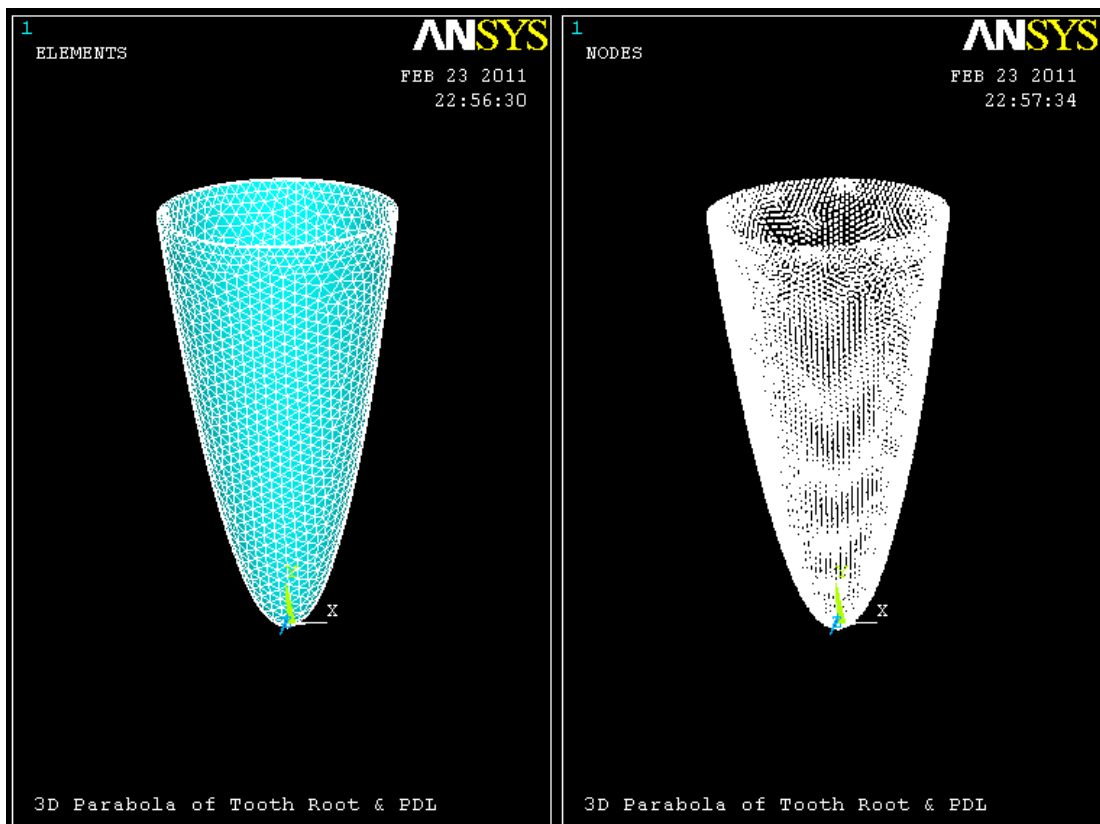
Το στοιχείο αυτό ορίζεται από δέκα κόμβους, έχοντας τρεις βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο (μεταφορά κατά x , y και z διεύθυνση). Ορισμένες από τις ιδιότητες του στοιχείου αυτού είναι η δυνατότητα υπολογισμού της πλαστικότητας, της υπερελαστικότητας, του ερπυσμού, της διατμητικής δυσκαμψίας, μεγάλων επιμηκύνσεων, καθώς και μεγάλων παραμορφώσεων. Επίσης, έχει τη δυνατότητα μικτής διαμόρφωσης για την προσομοίωση παραμορφώσεων σχεδόν ασυμπίεστων ελαστοπλαστικών υλικών και πλήρως ασυμπίεστων υπερελαστικών υλικών.

Στο σημείο αυτό του κώδικα θα χρησιμοποιήσουμε παραμέτρους για κάποια ορίσματα, ώστε να είναι εύκολη και άμεση η εναλλαγή της πυκνότητας της διακριτοποίησης. Παρακάτω παρουσιάζονται τα στοιχεία και οι κόμβοι δύο περιπτώσεων διακριτοποίησης :

- Αραιής διακριτοποίησης (Σχήμα 5.9)
- Πυκνής διακριτοποίησης (Σχήμα 5.10)



Σχήμα 5.9. Αραιή διακριτοποίηση.



Σχήμα 5.10. Πυκνή Διακριτοποίηση.

Το αραιό πλέγμα που προκύπτει τελικά διαθέτει 4.086 στοιχεία έναντι των 44.176 στοιχείων που προκύπτουν από το πυκνό πλέγμα. Η επιλογή αυτή έγινε για να διαπιστωθεί εάν υπάρχουν διαφορές στα αποτελέσματα και εάν επηρεάζεται το μοντέλο μας από το αραιό πλέγμα που επιθυμούμε να χρησιμοποιήσουμε για την εξοικονόμηση υπολογιστικού χρόνου και υπολογιστικών πόρων, μέγεθος πολύτιμο καθώς στη συνέχεια θα προχωρήσουμε και στη βελτιστοποίηση της ανάλυσης, χωρίς όμως να γίνεται έκπτωση στην αξιοπιστία των αποτελεσμάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ

6^ο

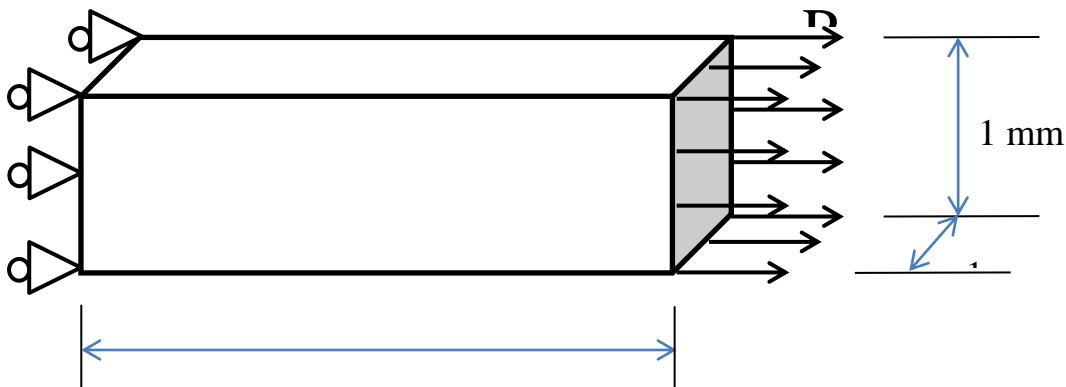
**ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΤΩΝ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΙΔΙΟΤΗΤΩΝ
ΤΗΣ ΠΕΡΙΟΔΟΝΤΙΚΗΣ
ΜΕΜΒΡΑΝΗΣ**

6.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο θα προχωρήσουμε στη μελέτη και ανάλυση του μοντέλου του άνω κεντρικού κοπτήρα, αφού πρώτα παρουσιάσουμε ένα παράδειγμα απλής δοκού σε εφελκυσμό, η οποία έχει την ίδια μηχανική συμπεριφορά με τον περιοδοντικό σύνδεσμο. Η σκοπιμότητα εκτέλεσης αυτού του παραδείγματος είναι η εξακρίβωση της ορθής χρήσης των εργαλείων του ANSYS σε ερπυσμό, καθώς δε βρέθηκε σχετικό παράδειγμα για να γίνει διασταύρωση των αποτελεσμάτων.

Εν συνεχεία ακολουθεί η ανάλυση του μοντέλου μας με δεδομένα που λαμβάνουμε από τη μελέτη των Pryputniewicz και Burstone (1979), καθώς και το μοντέλο ερπυσμού που προέκυψε από τη μελέτη του Provatidis (2000). Τελικά, καταλήγουμε να βελτιστοποιήσουμε τους συντελεστές της μαθηματικής έκφρασης του ερπυσμού, για την περιοδοντική μεμβράνη.

6.2 Βοηθητικό μοντέλο δοκού σε αξονικό εφελκυσμό



Σχήμα 6.1. Διαστασιολόγηση της βοηθητικής δοκού.

Από τη θεωρία της παραμόρφωσης και από τον προσδιορισμό της εξίσωσης ερπυσμού, γνωρίζουμε ότι :

$$\dot{\varepsilon}(t) = c_1 \cdot c_5 \cdot e^{-c_5 t} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = c_1 \cdot c_5 \cdot e^{-c_5 t} \quad \Rightarrow$$

$$\int_0^{\varepsilon} \varepsilon = c_1 \cdot c_5 \cdot \int_0^t e^{-c_5 t} dt \Rightarrow \varepsilon(t) - \varepsilon_0 = c_1 \cdot c_5 \cdot \left[\frac{e^{-c_5 t}}{-c_5} \right]_0^t \Rightarrow$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 - c_1 \cdot (e^{-c_5 t} - 1) \quad (6.1)$$

Οπότε η παραμόρφωση της δοκού θα υπολογίζεται από τη σχέση (6.1) και η επιμήκυνση : $du = \varepsilon dx$.

Άρα ολοκληρώνοντας την παραπάνω σχέση, θα έχουμε :

$$u - u_0 = \int_0^L \varepsilon(t) dx$$

και επειδή $u_0 = 0$, τελικά :

$$u = \varepsilon(t) \cdot L \quad (6.2)$$

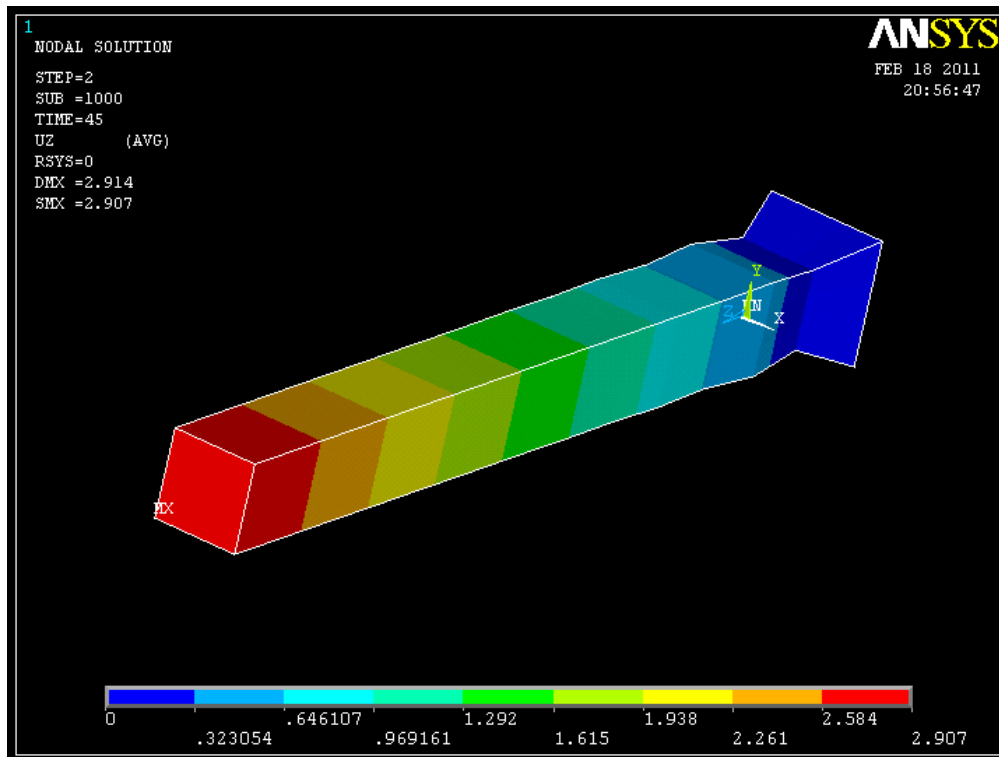
Το παραπάνω παράδειγμα αναπτύχθηκε με σκοπό να διαπιστωθεί, εάν γίνεται ορθή χρήση των εργαλείων που μας παρέχει το ANSYS σχετικά με φαινόμενα ερπυσμού και στη συνέχεια να εφαρμοσθεί η μεθοδολογία και στο σύνθετο μοντέλο του δοντιού, το οποίο είναι αδύνατο να υπολογισθεί αναλυτικά ώστε να διαπιστωθεί η ορθότητα των αποτελεσμάτων.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήσαμε είναι :

- Πίεση $P=0,1$ N
- Μέτρο ελαστικότητας $E=0,68$ MPa
- Μήκος δοκού $L=5$ mm
- Πλάτος δοκού $s=1$ mm
- Ύψος δοκού $h=1$ mm
- $C_1=0,461$
- $C_5=0,074$

Συνεπώς η αναλυτική λύση που παίρνουμε για την επιμήκυνση, για $t=45$ sec, ακολουθώντας την προαναφερθείσα μεθοδολογία, είναι : $u = 2,96$ mm .

Περνώντας τα παραπάνω δεδομένα στο ANSYS, τα αποτελέσματα που λάβαμε είναι :



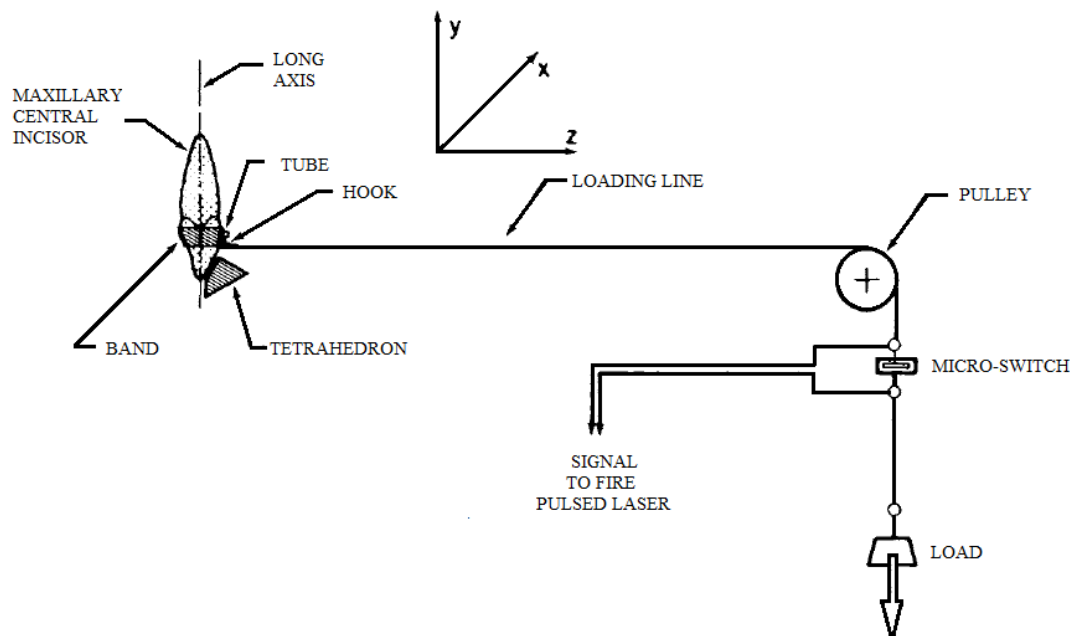
Σχήμα 6.2. Αποτελέσματα αξονικού εφελκυσμού μιας δοκού, η οποία εμφανίζει φαινόμενα ερπυσμού.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι τα αποτελέσματα προσεγγίζουν σε πολύ καλό βαθμό αυτά της αναλυτικής λύσης, αφού το πρόγραμμα υπολόγισε την παραμόρφωση ίση με 2,91 mm. Οπότε μπορούμε να προχωρήσουμε στην εφαρμογή της μεθόδου στο μοντέλο του δοντιού.

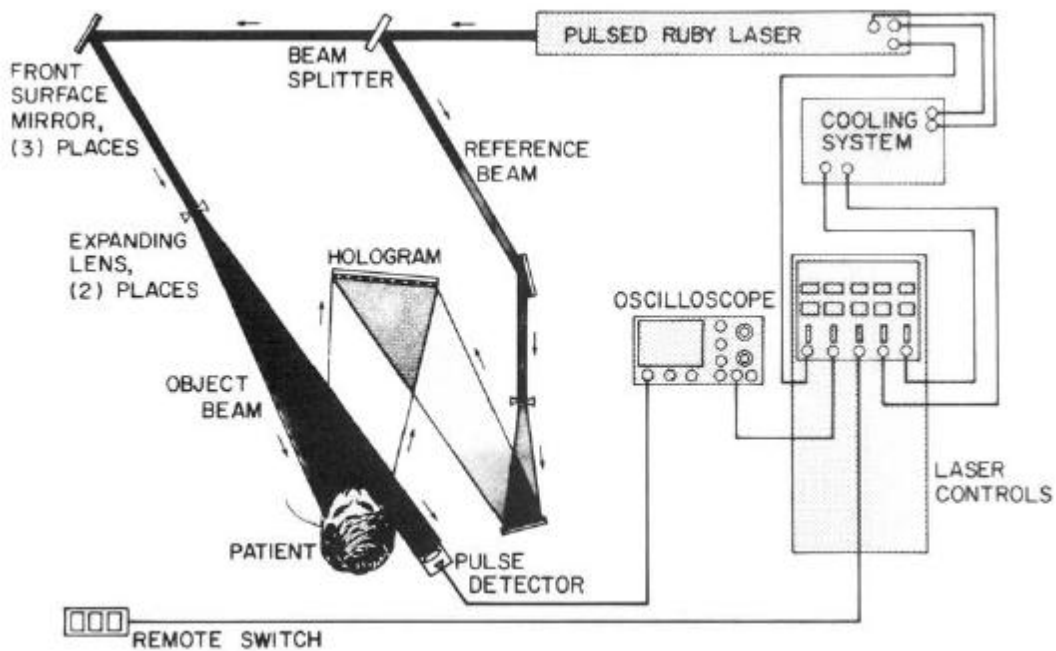
6.3 Συλλογή δεδομένων

Σε αυτό το προπαρασκευαστικό στάδιο θα χρησιμοποιήσουμε τα αποτελέσματα της μελέτης των Pryputniewicz και Burstone (1979), όπου αφού τα ψηφιοποιήσουμε, θα τα χρησιμοποιήσουμε για να συγκρίνουμε τα δεδομένα που θα λάβουμε από την ανάλυση του μοντέλου μας, καθώς επίσης θα είναι και το σημείο αναφοράς για τη βελτιστοποίηση που θα ακολουθήσει.

Σε αυτή τους τη μελέτη οι Pryputniewicz και Burstone χρησιμοποίησαν μία ιδιοκατασκευή για την άσκηση ενός σταθερού φορτίου σε ένα άνω κεντρικό κοπήρα, η οποία παρουσιάζεται στο σχήμα (6.3) και με μία οπτική διάταξη, εφάρμοσαν τη μέθοδο της διπλής έκθεσης ολογραμμικής συμβολομετρίας για τη μέτρηση της μετατόπισης του δοντιού (Σχήμα 6.4).



Σχήμα 6.3. Ιδιοκατασκευή φόρτισης του άνω κεντρικού κοπήρα.

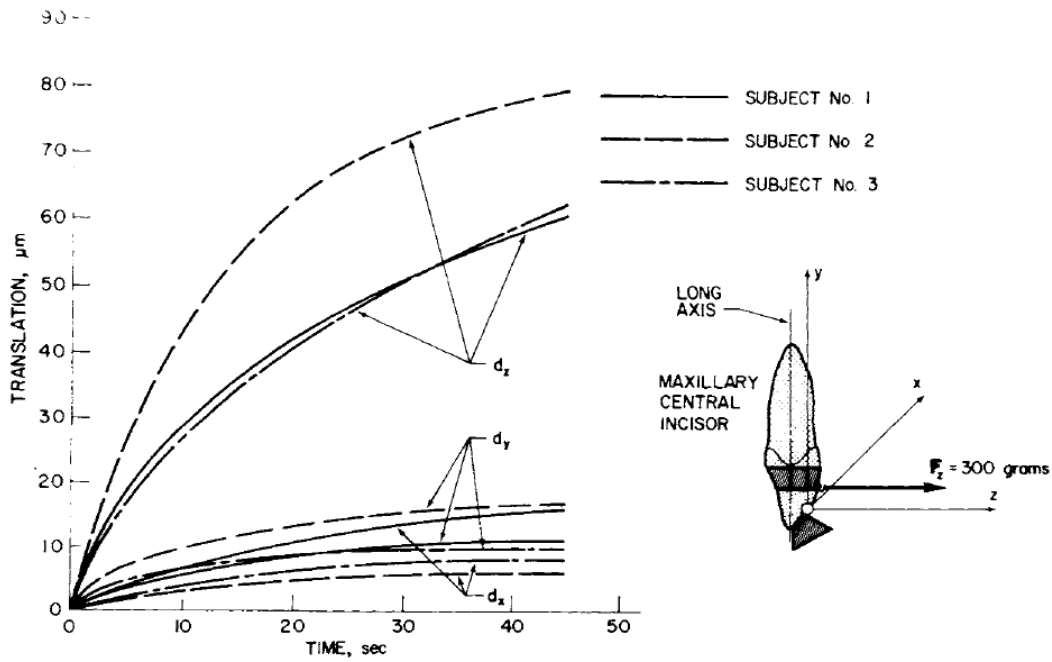


Σχήμα 6.4. Τρόπος μέτρησης της μετατόπισης του δοντιού.

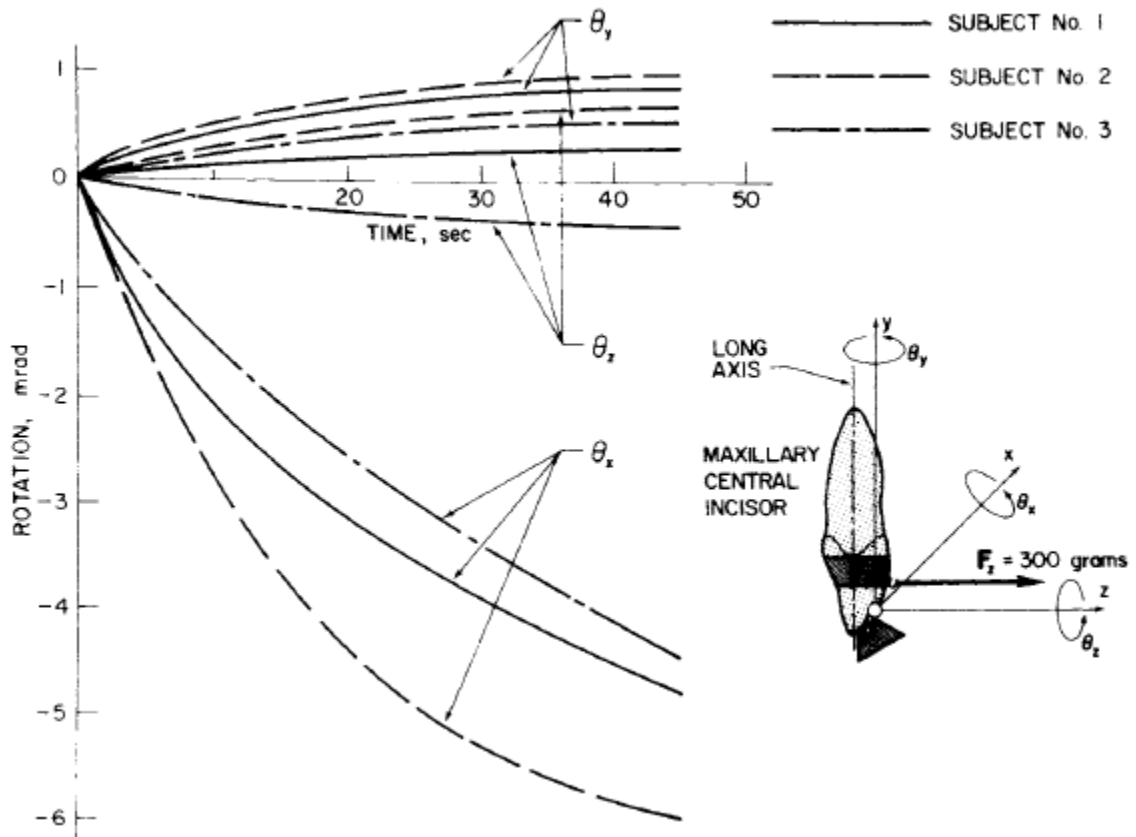
Οι καμπύλες που προέκυψαν και θα ψηφιοποιήσουμε παρουσιάζονται στο σχήμα (6.5) και απεικονίζουν τη μεταφορά του κάθε δοντιού κατά τις τρεις διευθύνσεις, και στο σχήμα (6.6), όπου στο διάγραμμα φαίνονται οι περιστροφές γύρω από τους άξονες x,y,z. Οι διαστάσεις και τα χαρακτηριστικά των δοντιών, στα οποία αντιστοιχούν τα διαγράμματα, παραθέτονται στον Πίνακα 6.1.

Πίνακας 6.1. Μήκος της ρίζας των δοκιμίων.

Αντικείμενο No.	Μήκος Ρίζας [mm]
1	14,5
2	11,3
3	15,7



Σχήμα 6.5. Διάγραμμα μετατόπισης συναρτήσει του χρόνου, από την εφαρμογή της δύναμης.



Σχήμα 6.6. Διάγραμμα περιστροφής του δοντιού συναρτήσει του χρόνου από την εφαρμογή της δύναμης.

Με το πρόγραμμα GetData Graph Digitizer ψηφιοποιήσαμε τις παραπάνω καμπύλες του αντικειμένου Νο. 1 και λάβαμε τις τιμές της μετατόπισης και της περιστροφής του, για τις χρονικές στιγμές 5 – 45 sec με $\Delta t=5$ sec. Τα δεδομένα που προέκυψαν είναι :

Πίνακας 6.2. Συντεταγμένες (x,y,z) της αγκόλης.

Χρόνος <i>t</i> (sec)	Συντεταγμένες <i>x_b</i> (mm)	Συντεταγμένες <i>y_b</i> (mm)	Συντεταγμένες <i>z_b</i> (mm)
0	0	0	0
5	0,003822706	0,003548212	0,018057542
10	0,006479005	0,005452566	0,027897354
15	0,008602644	0,007107309	0,035234056
20	0,010427684	0,008398134	0,041306377
25	0,011955678	0,009300157	0,046080869
30	0,013297046	0,010077761	0,050248832
35	0,014307932	0,010668741	0,053981338
40	0,015085537	0,010839813	0,057216175
45	0,015676517	0,010917574	0,060186628

Τις παραπάνω τιμές, τις εισάγουμε σε ένα κώδικα Fortran που φτιάξαμε (Παράρτημα Α), ο οποίος αφού δεχθεί τις ψηφιοποιημένες μετατοπίσεις, εξάγει 3 αρχεία τα οποία περιέχουν τις συντεταγμένες του ακρορριζίου, καθώς εφόσον γνωρίζουμε τους έξι βαθμούς ελευθερίας ενός σημείου, ήμαστε σε θέση να υπολογίσουμε τη μετατόπιση οποιουδήποτε άλλου σημείου του στερεού..

Το μαθηματικό μοντέλο αυτού του κώδικα είναι το εξής:

Χρησιμοποιούμε τον πίνακα μετατροπής T (Provatidis, 2000) :

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\Delta z & +\Delta y \\ 0 & 1 & 0 & +\Delta z & 0 & -\Delta x \\ 0 & 0 & 1 & -\Delta y & +\Delta x & 0 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

όπου :

$$\Delta x = x_{αγκύλης} - x_{ακρορριζίου}$$

$$\Delta y = y_{αγκύλης} - y_{ακρορριζίου}$$

$$\Delta z = z_{αγκύλης} - z_{ακρορριζίου}$$

Όλες οι μετατοπίσεις στην επιφάνεια του δοντιού σχετίζονται με τους 6 βαθμούς ελευθερίας (τρεις μεταφορικούς και τρεις περιστροφικούς) της αγκύλης του δοντιού, όπου ασκείται η δύναμη με τη σχέση :

$$\mathbf{u}_{επιφάνειας\ δοντιού} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{u}_{αγκύλης} \quad (6.4)$$

όπου :

$$\bullet \quad \mathbf{u}_{επιφάνειας\ δοντιού} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$$

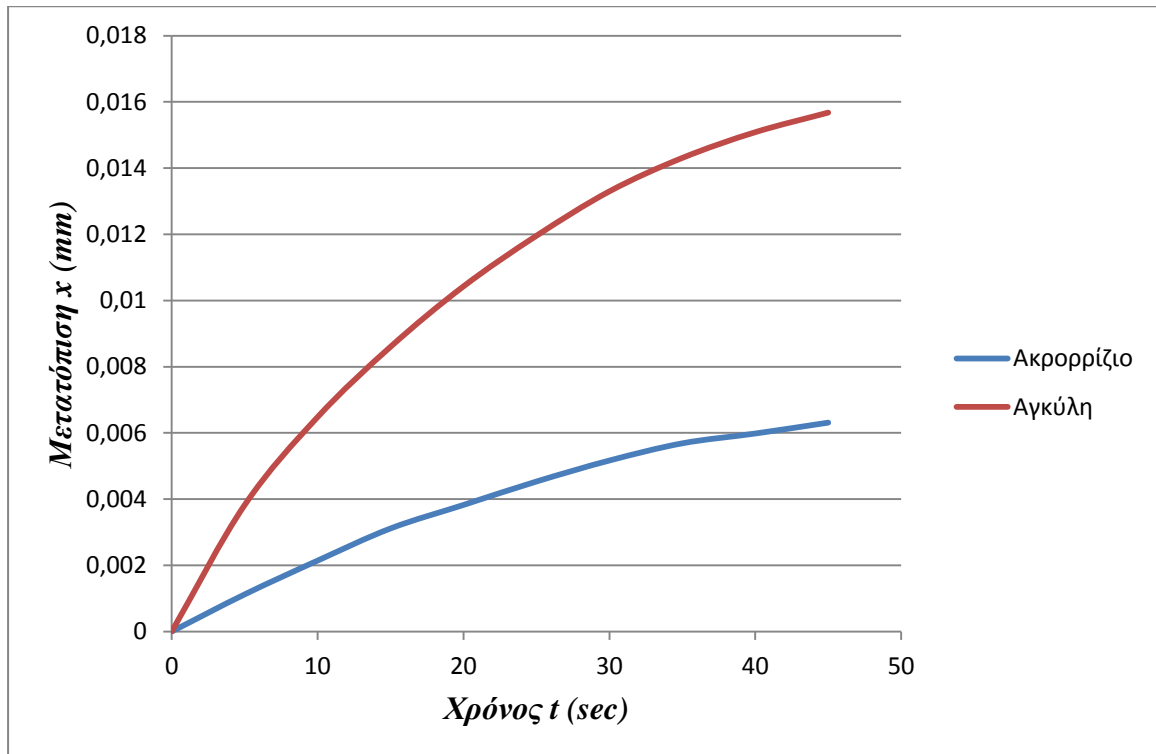
$$\bullet \quad \mathbf{u}_{αγκύλης} = \begin{Bmatrix} u_b \\ v_b \\ w_b \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{Bmatrix}$$

Τελικά υπολογίζοντας τις συντεταγμένες του ακρορριζίου από τον παραπάνω κώδικα, βρίσκουμε :

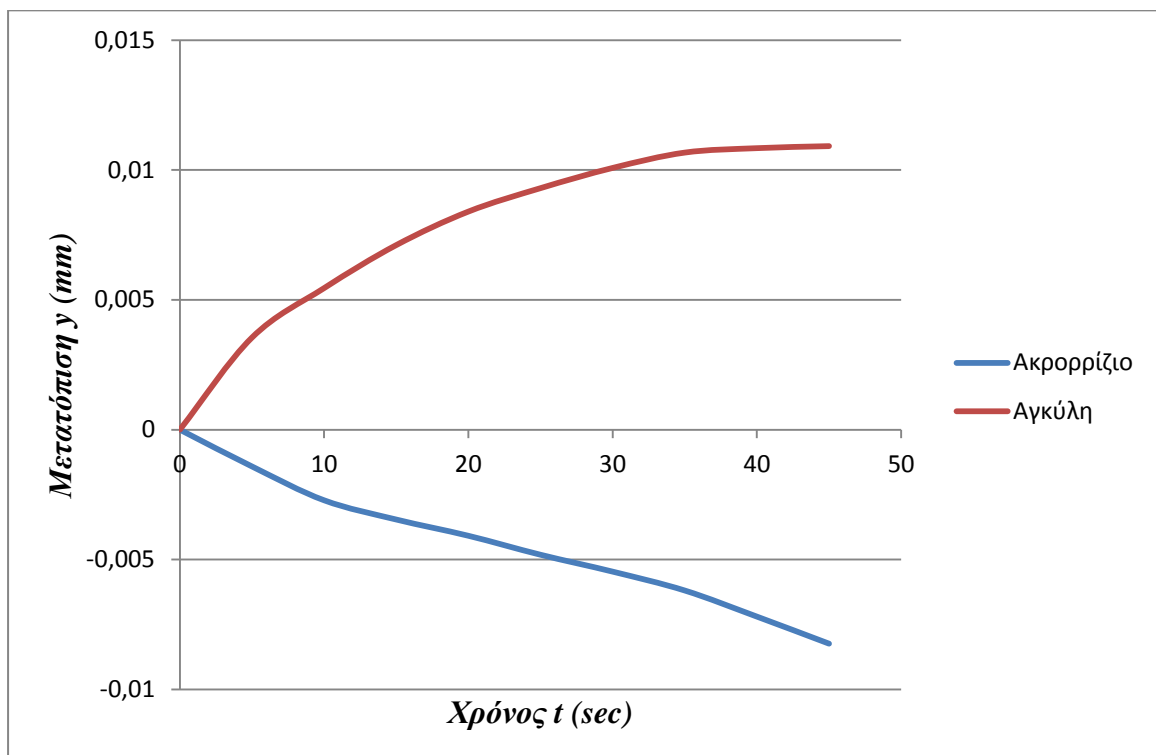
Πίνακας 6.3. Συντεταγμένες (x,y,z) του ακρορριζίου.

Χρόνος <i>t</i> (sec)	Συντεταγμένες <i>x_a</i> (mm)	Συντεταγμένες <i>y_a</i> (mm)	Συντεταγμένες <i>z_a</i> (mm)
0	0	20,3	-3,9
5	0,001121629	20,298584	-3,90779424
10	0,002141862	20,2972813	-3,9143455
15	0,003113582	20,2965412	-3,91914511
20	0,003824355	20,2959156	-3,9227345
25	0,004531194	20,2951851	-3,92614675
30	0,005165902	20,2945347	-3,92912412
35	0,005685464	20,293808	-3,93195415
40	0,005981496	20,2928028	-3,93455195
45	0,006310215	20,2917614	-3,93713307

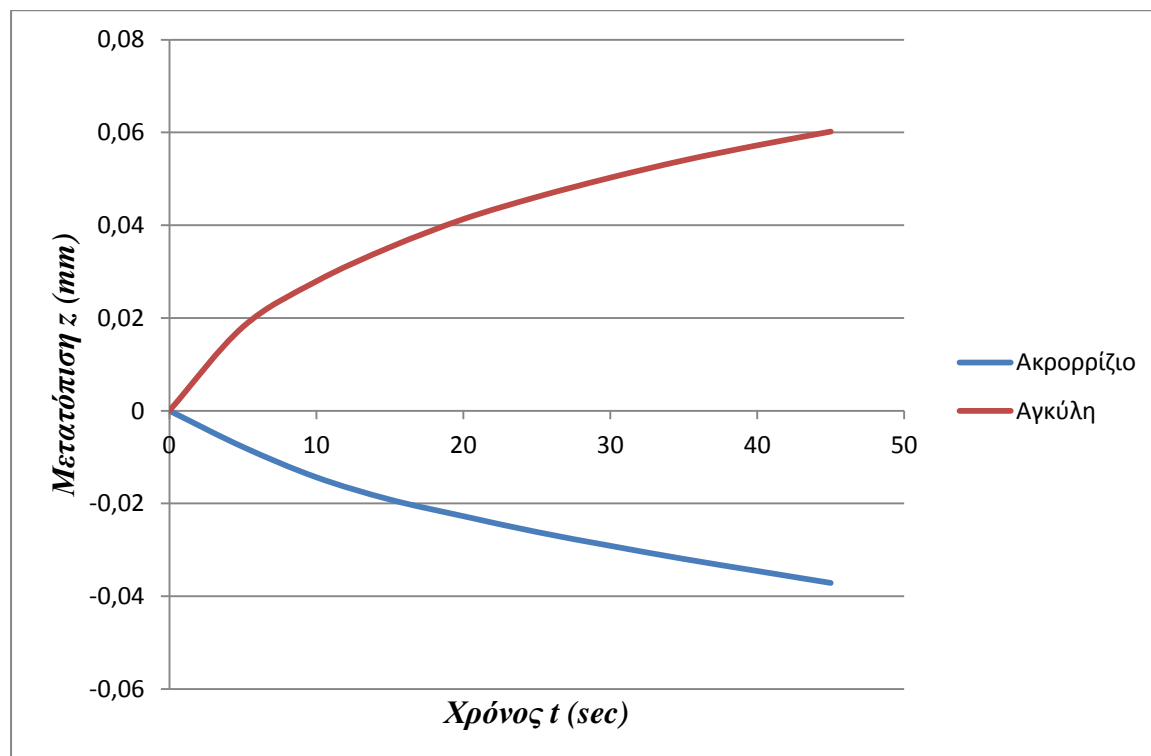
Στη συνέχεια παραθέτουμε για λόγους σύγκρισης και αξιολόγησης, σε κοινά διαγράμματα, τις μετατοπίσεις που προκύπτουν από την παραπάνω ψηφιοποίηση των συντεταγμένων της αγκύλης και τον υπολογισμό των αντίστοιχων συντεταγμένων του ακρορριζίου.



Σχήμα 6.7. Μετατόπιση της αγκύλης και του ακρορριζίου κατά τη διεύθυνση του άξονα x .



Σχήμα 6.8. Μετατόπιση της αγκύλης και του ακρορριζίου κατά τη διεύθυνση του άξονα y .



Σχήμα 6.9. Μετατόπιση της αγκύλης και του ακρορρίζιου κατά τη διεύθυνση του άξονα z.

Όπως παρατηρούμε από τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις, οι μετατοπίσεις που παρουσιάζονται είναι απολύτως λογικές, καθώς όπως αναφέρθηκε και στο θεωρητικό κομμάτι της εργασίας, το δόντι κατά την ορθοδοντική του μετακίνηση θα κάνει μία μεταφορική και μία περιστροφική κίνηση. Από τα αποτελέσματα παρατηρούμε ότι το ακρορρίζιο υποχωρεί προς τα πίσω, που σημαίνει ότι το δόντι περιστρέφεται όπως αναμέναμε.

6.4 Ανάλυση του μοντέλου του δοντιού

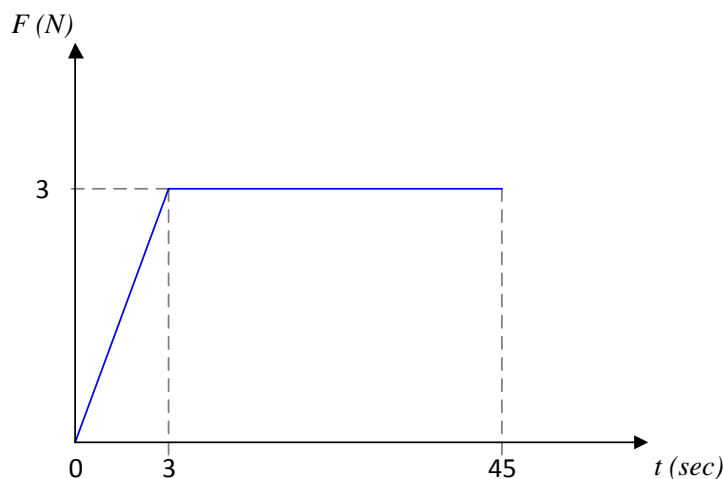
6.4.1 Λίγα λόγια για τον κώδικα

Αφού πρώτα επιλέξουμε να εφαρμόσουμε δυναμική ανάλυση, καθώς η παραμόρφωση της περιοδοντικής μεμβράνης είναι χρονικά εξαρτημένη, προχωρούμε στον καθορισμό των οριακών συνθηκών. Σε αυτό το στάδιο πακτώνουμε τις εξωτερικές επιφάνειες του φατνιακού οστού (άρα και τους αντίστοιχους κόμβους) και επιτρέπουμε σε όλο το υπόλοιπο μοντέλο να κινείται χωρίς περιορισμούς, προς κάθε κατεύθυνση.

Στη συνέχεια, ορίζουμε τρία βήματα φόρτισης :

- Στο πρώτο βήμα για να εξαναγκάσουμε τη γραφική παράσταση να ξεκινήσει από το μηδέν, καθώς το ANSYS δε δέχεται την επιλογή μηδέν, ως χρόνο μελέτης, ορίζοντας ένα πάρα πολύ μικρό χρόνο.
- Στο δεύτερο βήμα ορίζουμε τα τρία πρώτα δευτερόλεπτα ως τον απαραίτητο χρόνο φόρτισης.
- Στο τρίτο βήμα απλά διατηρούμε σταθερή τη δύναμη που ορίσαμε στο δεύτερο βήμα, για τα υπόλοιπα 42 δευτερόλεπτα.

Το ιστορικό φόρτισης παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα (6.10) :



Σχήμα 6.10. Ιστορικό φόρτισης.

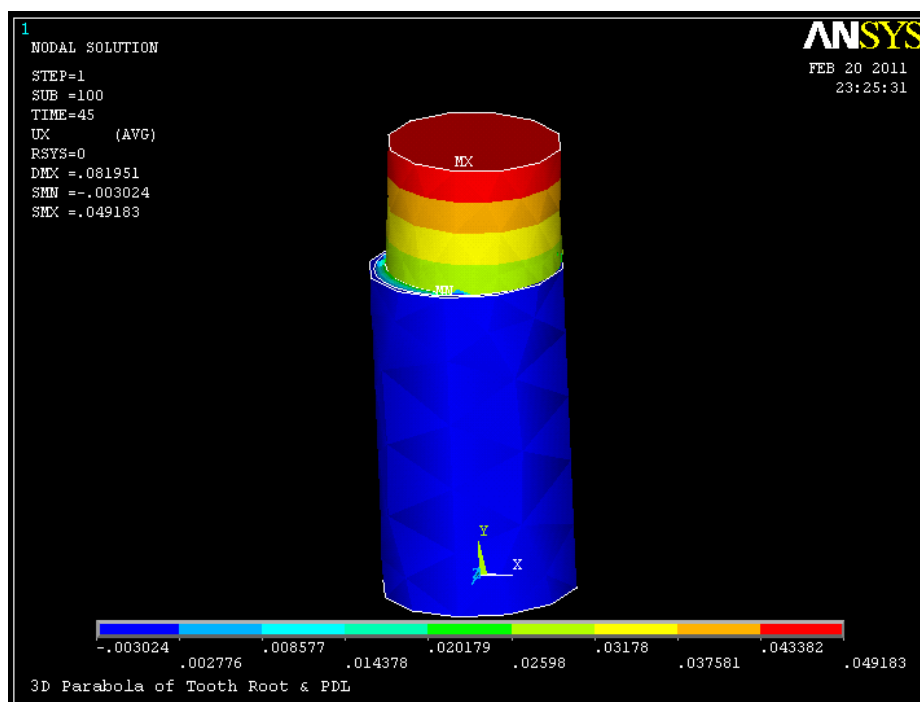
6.4.2 Ανάλυση σύμφωνα με τους Pryputniewicz και Burstone

Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενη παράγραφο, στο στάδιο αυτό θα προχωρήσουμε στην εφαρμογή της εξίσωσης ερπυσμού : $\varepsilon(t) = 0,034 + 0,461 \cdot (1 - e^{-0,074t})$, που βρέθηκε από τον Provatidis (2000). Σύμφωνα με αυτή οι συντελεστές c_1 και c_5 θα είναι 0,461 και 0,074, αντίστοιχα. Έπειτα από την ανάλυση, θα προχωρήσουμε στη βελτιστοποίηση αυτών των συντελεστών, προκειμένου να διαπιστώσουμε την απόκλιση της εξίσωσης αυτής από τα σχετικά πειράματα που έχουν διεξαχθεί, στις διάφορες μελέτες.

Θα κατηγοριοποιήσουμε αρχικά τα αποτελέσματα σε αυτά που λάβαμε με το αραιό και σε αυτά που ελήφθησαν με το πυκνό πλέγμα και αφού τα συγκρίνουμε και τα αξιολογήσουμε θα προχωρήσουμε στη βελτιστοποίηση του καταλληλότερου.

6.4.2.1 Αραιό πλέγμα

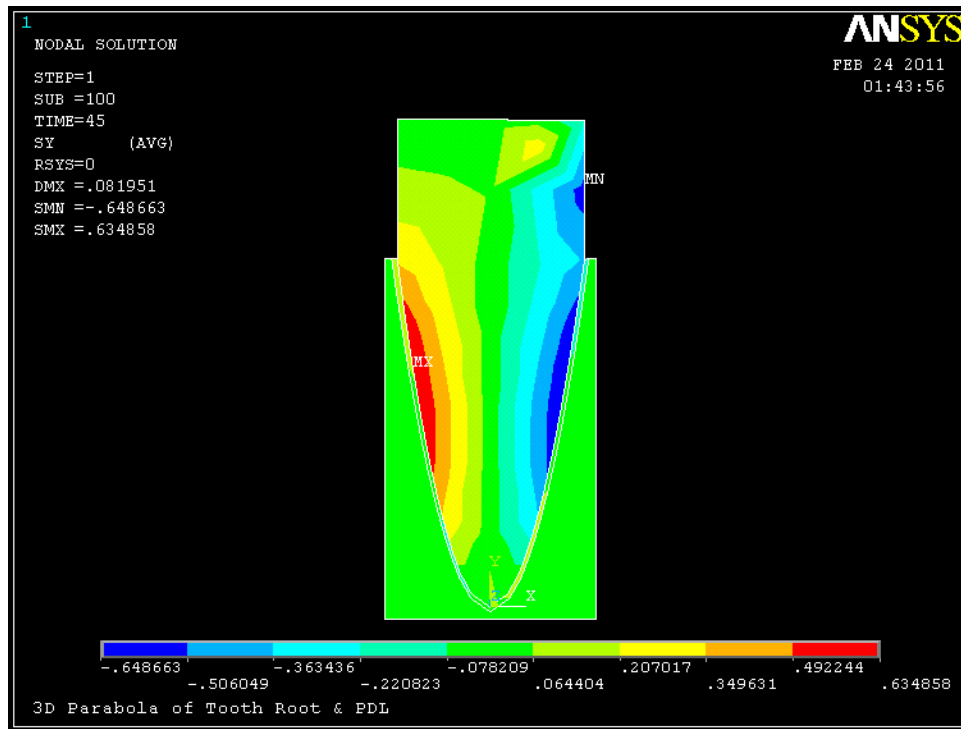
Τα πρώτα λοιπόν αποτελέσματα που συγκεντρώνουμε τοποθετώντας την παραπάνω εξίσωση στη μηχανική συμπεριφορά της περιοδοντικής μεμβράνης και εκτελώντας την ανάλυση του μοντέλου μας, είναι :



Σχήμα 6.11. Αποτελέσματα της ανάλυσης του αραιού πλέγματος

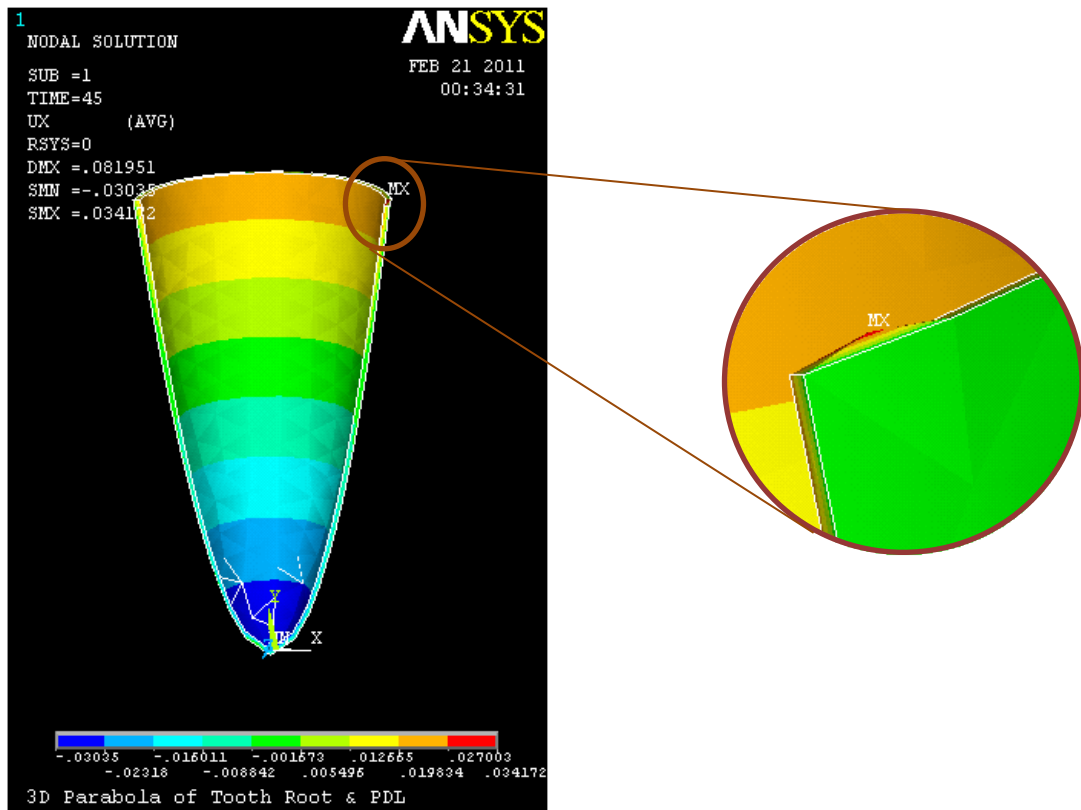
Παρατηρούμε ότι τη μέγιστη μετατόπιση υφίσταται το επίπεδο όπου ανήκει η αγκύλη, όπως αναμέναμε, καθώς είναι το σημείο το οποίο βρίσκεται στη μεγαλύτερη απόσταση από το κέντρο περιστροφής.

Στη συνέχεια παρατηρούμε τη γεωμετρία σε τομή ως προς το επίπεδο που ορίζεται από την αγκύλη και τον άξονα συμμετρίας του μοντέλου. Συγκεκριμένα παραθέτουμε την κατανομή των τάσεων κατά την διεύθυνση y, στην οποία γίνεται εμφανές ότι από την πλευρά που ασκείται η φόρτιση, η περιοδοντική μεμβράνη θλίβεται, ενώ από την αντίθετη πλευρά εφελκύεται, καθώς το δόντι βυθίζεται ελαφρά στο φατνιακό οστό.



Σχήμα 6.12. Κατανομή των τάσεων κατά τη διεύθυνση y.

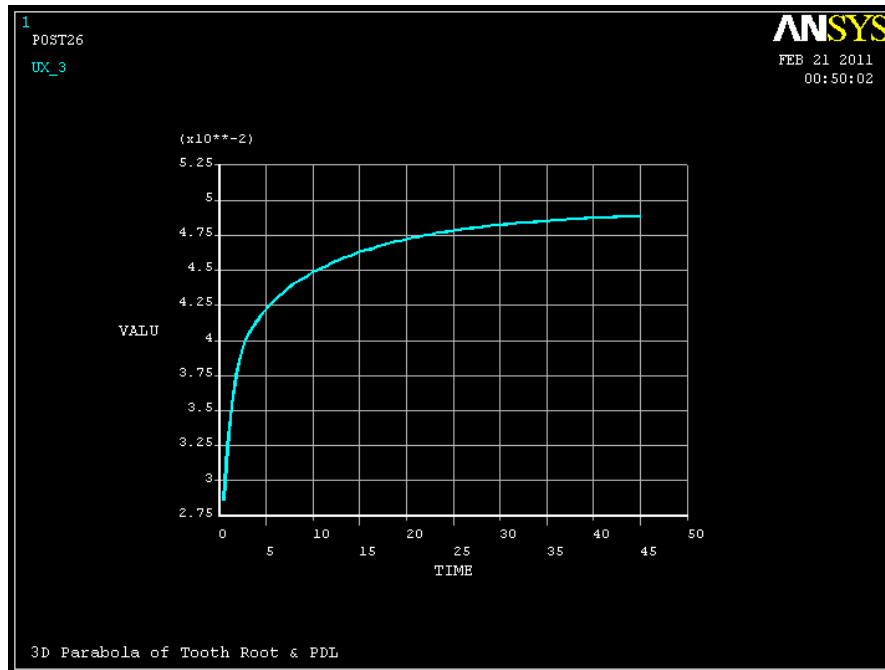
Ακολούθως παραθέτουμε και τη μετατόπιση κατά x της περιοδοντικής μεμβράνης, όπου φαίνεται η τοπική μέγιστη παραμόρφωσή της λόγω συμπίεσης.



Σχήμα 6.13. Μετατόπιση της περιοδοντικής μεμβράνης κατά τη διεύθυνση x.

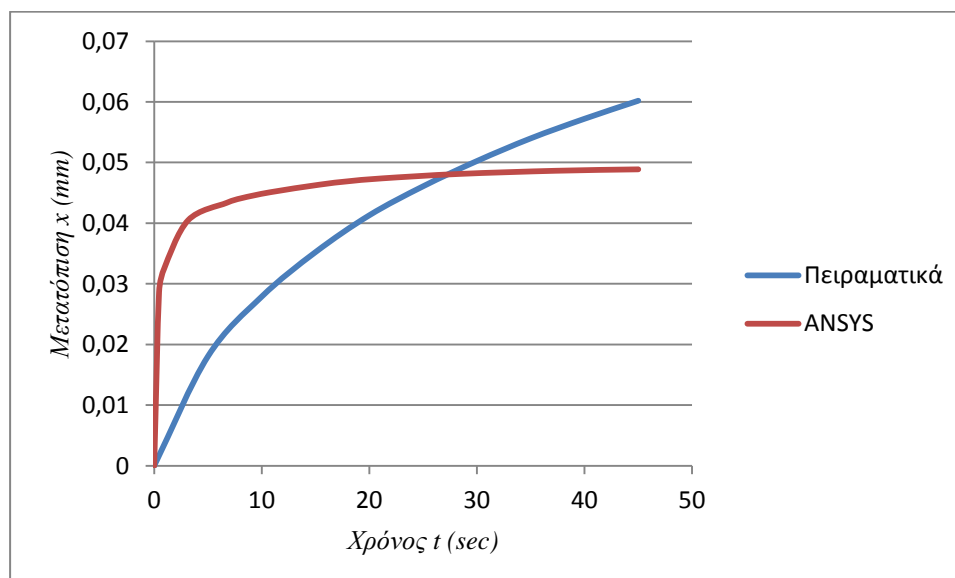
Μετατόπιση της αγκύλης (Bracket)

Τελικά το διάγραμμα της μετατόπισης που προκύπτει για το κόμβο της αγκύλης (στην πραγματικότητα παίρνουμε τον αμέσως προηγούμενο κόμβο για να μη συμπεριλάβουμε την αύξηση της μετατόπισης λόγω του κόμβου εφαρμογής της δύναμης), είναι :



Σχήμα 6.14. Διάγραμμα μετατόπισης συναρτήσει του χρόνου κατά τη διεύθυνση x.

Τοποθετώντας το παραπάνω διάγραμμα σε κοινούς άξονες με τα αποτελέσματα που λάβαμε από την ψηφιοποίηση της μελέτης των Pryputniewicz και Burstone, έχουμε :



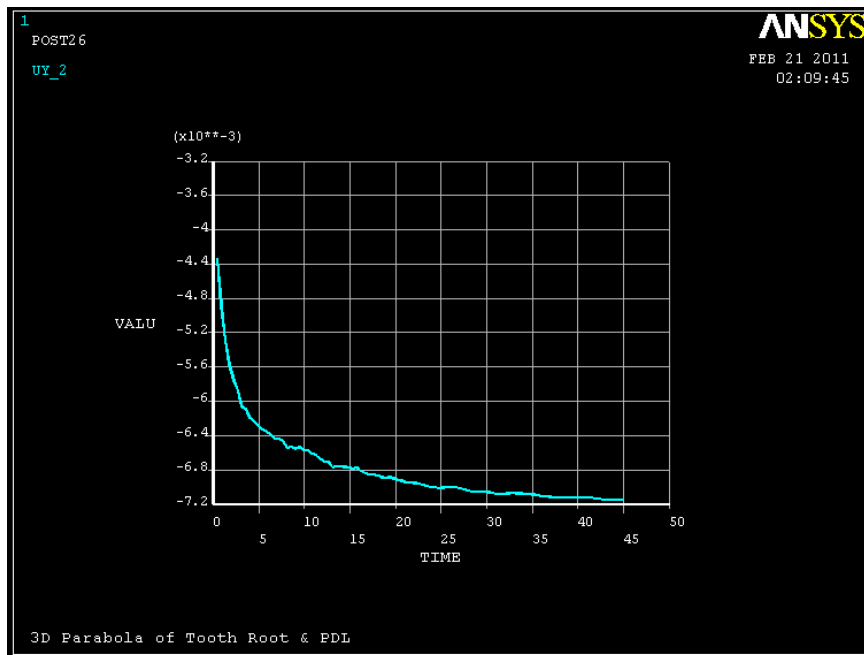
Σχήμα 6.15. Μετατόπιση (κατά x) της αγκύλης σύμφωνα με τα πειραματικά αποτελέσματα και με το ANSYS.

Πίνακας 6.4. Μετατόπιση κατά την x διεύθυνση και απόκλιση από τα πειραματικά αποτελέσματα της αγκύλης.

Χρόνος t (sec)	Πειραματικά (mm)	ANSYS (mm)	Απόλυτη απόκλιση (%)
5	0,018057542	0,0421835	57,19
10	0,027897354	0,0448542	37,8
15	0,035234056	0,0462693	27,85
20	0,041306377	0,0472165	12,52
25	0,046080869	0,0478249	3,65
30	0,050248832	0,0482395	4,17
35	0,053981338	0,0485217	11,25
40	0,057216175	0,0487443	17,38
45	0,060186628	0,0488762	23,14

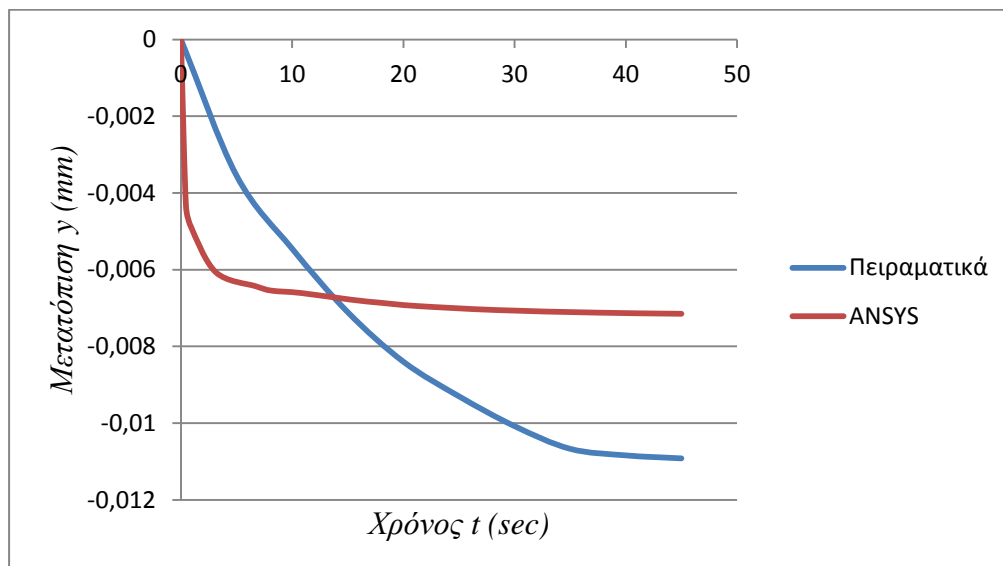
Από το παραπάνω διάγραμμα διαπιστώνουμε ότι στα πρώτα δευτερόλεπτα η αγκύλη μετατοπίζεται πολύ απότομα, το οποίο οφείλεται στην αρχική στατική παραμόρφωση (νόμος του Hooke). Στην συνέχεια παρατηρούμε την επίδραση της εξίσωσης ερπυσμού, όπου η μετατόπιση τείνει να παγιωθεί κοντά στα 0,05 mm.

Στο παρακάτω διάγραμμα του σχήματος (6.16), παραθέτουμε τη μετατόπιση της αγκύλης, κατά τη διεύθυνση y , η οποία δείχνει να βυθίζεται καθώς κινείται προς τα αρνητικά, όπως αναμέναμε :



Σχήμα 6.16. Διάγραμμα μετατόπισης συναρτήσει του χρόνου κατά τη διεύθυνση y .

Τοποθετώντας το παραπάνω διάγραμμα σε κοινούς άξονες με τα αποτελέσματα που λάβαμε από την ψηφιοποίηση της μελέτης των Pryputniewicz και Burstone, έχουμε :



Σχήμα 6.17. Μετατόπιση της αγκύλης (κατά y) σύμφωνα με τα πειραματικά αποτελέσματα και με το ANSYS.

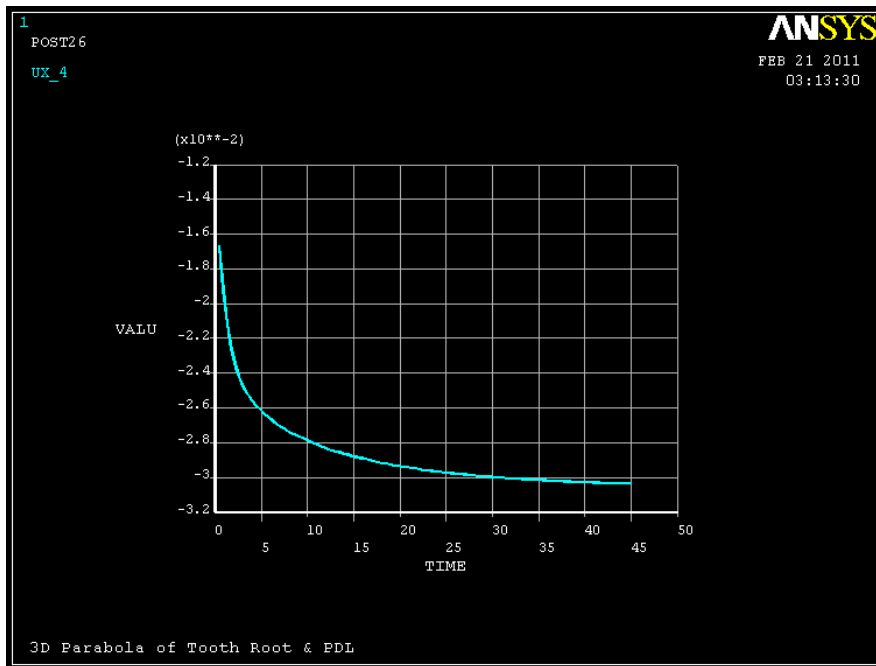
Πίνακας 6.5. Μετατόπιση κατά την y διεύθυνση και απόκλιση από τα πειραματικά αποτελέσματα της αγκύλης.

Χρόνος <i>t</i> (sec)	Πειραματικά (mm)	ANSYS (mm)	Απόλυτη απόκλιση (%)
5	-0,003548212	-0,00628824	43,57
10	-0,005452566	-0,00656732	16,97
15	-0,007107309	-0,00678072	48,16
20	-0,008398134	-0,00690753	21,58
25	-0,009300157	-0,0070019	32,82
30	-0,010077761	-0,00705478	42,85
35	-0,010668741	-0,00708847	50,51
40	-0,010839813	-0,00711942	52,26
45	-0,010917574	-0,0071494	52,71

Όπως και παραπάνω, από το διάγραμμα διαπιστώνουμε ότι στα πρώτα δευτερόλεπτα η αγκύλη μετατοπίζεται πολύ απότομα, φαινόμενο το οποίο οφείλεται στην αρχική στατική παραμόρφωση. Στην συνέχεια διαπιστώνουμε την επίδραση της εξίσωσης ερπυσμού, όπου η μετατόπιση τείνει να παγιωθεί κοντά στα -0,0075 mm.

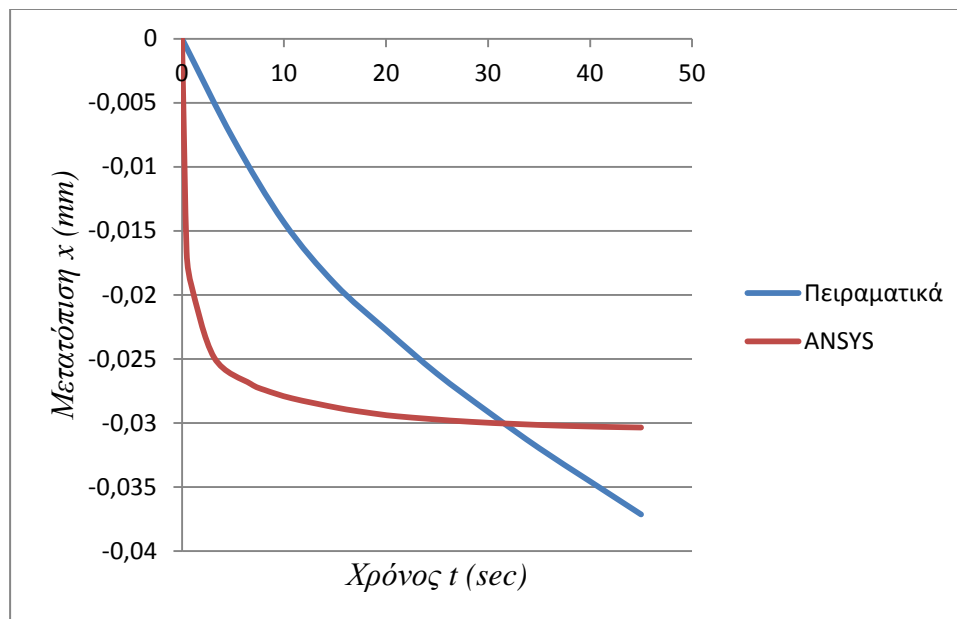
Μετατόπιση του ακρορριζίου (apex)

Το διάγραμμα της μετατόπισης που προκύπτει, κατά τη διεύθυνση x, για τον κόμβο του ακρορριζίου, είναι :



Σχήμα 6.18. Διάγραμμα μετατόπισης συναρτήσει του χρόνου κατά τη διεύθυνση x του ακρορριζίου.

Τοποθετώντας το παραπάνω διάγραμμα σε κοινούς άξονες με τα αποτελέσματα που λάβαμε από την ψηφιοποίηση της μελέτης των Pryputniewicz και Burstone και τη μετέπειτα μετατροπή τους, έχουμε:



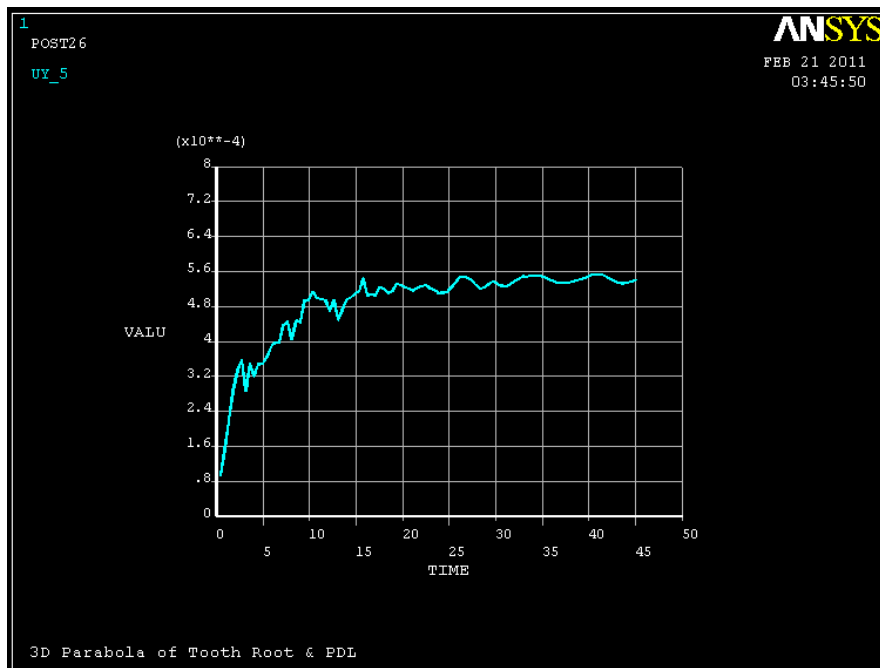
Σχήμα 6.19. Μετατόπιση (κατά x) του ακρορριζίου σύμφωνα με τα πειραματικά αποτελέσματα και με το ANSYS.

Πίνακας 6.6. Μετατόπιση κατά την x διεύθυνση και απόκλιση από τα πειραματικά αποτελέσματα του ακρορριζίου.

Χρόνος t (sec)	Πειραματικά (mm)	ANSYS (mm)	Απόλυτη απόκλιση (%)
5	-0,00779424	-0,026132	70,17
10	-0,0143455	-0,0278647	48,51
15	-0,01914511	-0,0287814	33,48
20	-0,0227345	-0,0293605	22,57
25	-0,02614675	-0,029721	12,03
30	-0,02912412	-0,0299717	2,83
35	-0,03195415	-0,0301472	5,99
40	-0,03455195	-0,0302764	14,12
45	-0,03713307	-0,0303495	22,35

Διαπιστώνουμε ξανά ότι στα πρώτα δευτερόλεπτα το ακρορριζίο μετατοπίζεται πολύ απότομα, φαινόμενο το οποίο οφείλεται στην αρχική στατική παραμόρφωση. Στην συνέχεια διαπιστώνουμε την επίδραση της εξίσωσης ερπυσμού, όπου η μετατόπιση τείνει να παγιωθεί κοντά στα -0,03 mm.

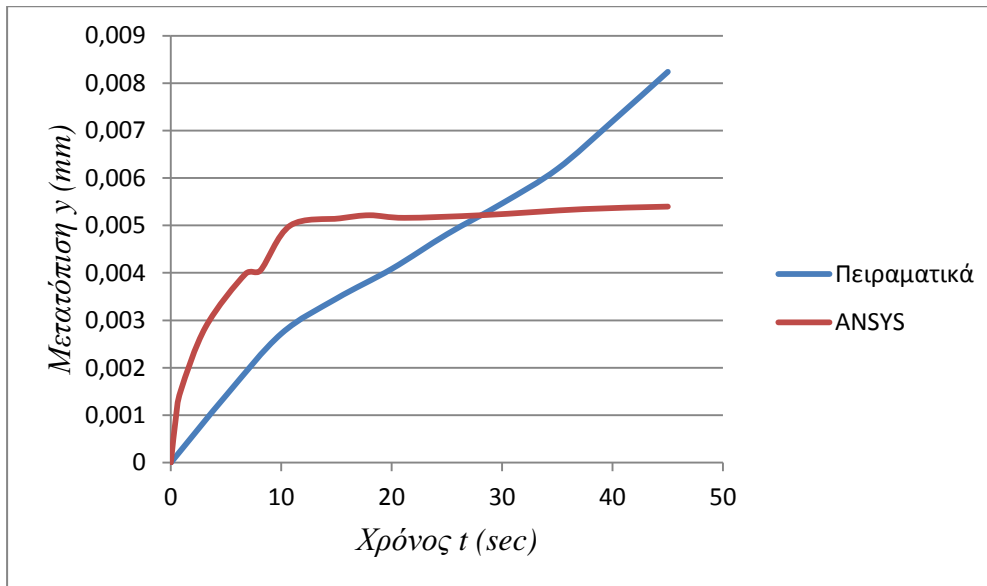
Εν συνεχεία, βλέπουμε στο παρακάτω διάγραμμα τη μετατόπιση του ακρορριζίου, κατά τη διεύθυνση y :



Σχήμα 6.20. Διάγραμμα μετατόπισης του ακρορριζίου συναρτήσει του χρόνου κατά τη διεύθυνση y.

Οι μικροταλαντεύσεις που παρατηρούνται, πιθανότατα οφείλονται στο αραιό πλέγμα στο ακρορρίζιο, όπου παρατηρείται και παραβίαση του σχήματος. Αυτό σημαίνει ότι η κλίση των ευθειών, που συνδέονται με τον κόμβο του ακρορριζίου, ξεπερνούν μία μέγιστη τιμή που έχουμε δώσει, με αποτέλεσμα να υπάρχουν μικρές αλλοιώσεις που προκαλούν αυτή την ταλάντευση. Παρακάτω θα ασχοληθούμε με αυτή ακριβώς την υπόθεση.

Τοποθετώντας το παραπάνω διάγραμμα, λαμβάνοντας δειγματοληπτικές χρονικές στιγμές, σε κοινούς άξονες με τα αποτελέσματα που συλλέξαμε από την ψηφιοποίηση της μελέτης των Pryputniewicz και Burstone και τη μετέπειτα μετατροπή τους, έχουμε:



Σχήμα 6.21. Μετατόπιση του ακρορριζίου (κατά y) σύμφωνα με τα πειραματικά αποτελέσματα και με το ANSYS.

Πίνακας 6.7. Μετατόπιση κατά την y διεύθυνση και απόκλιση από τα πειραματικά αποτελέσματα του ακρορριζίου.

Χρόνος <i>t</i> (sec)	Πειραματικά (mm)	ANSYS (mm)	Απόλυτη απόκλιση (%)
5	0,001416	0,00349947	59,54
10	0,0027187	0,00494612	45,03
15	0,0034588	0,00511247	32,35
20	0,0040844	0,00524514	22,13
25	0,0048149	0,00523025	7,94
30	0,0054653	0,00531871	2,76
35	0,006192	0,00547986	12,99
40	0,0071972	0,00549965	30,87
45	0,0082386	0,00539703	52,65

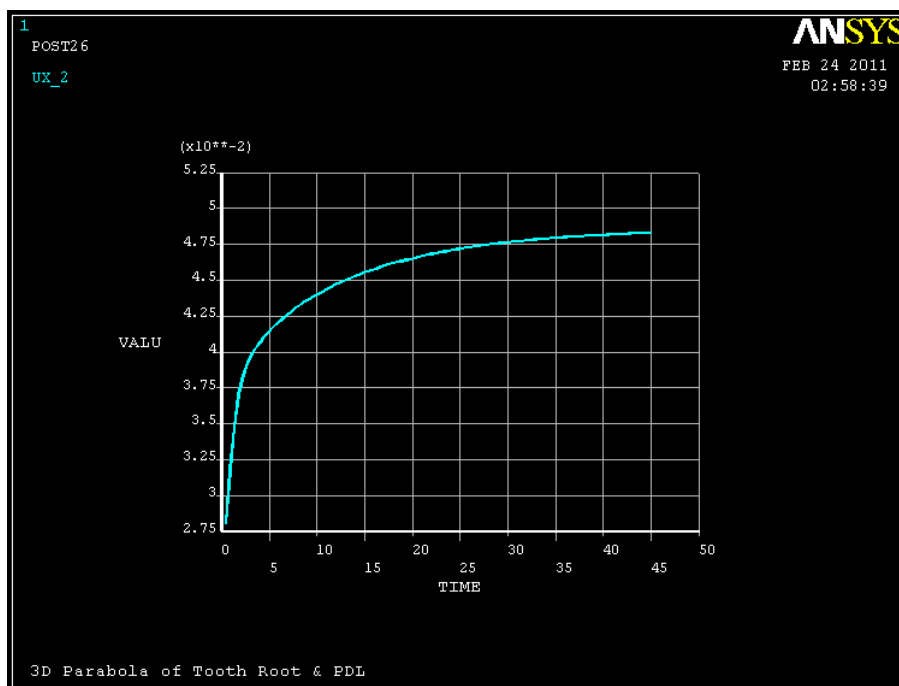
Εδώ βλέπουμε ότι το ακρορρίζιο, κατά τη διεύθυνση y, έχει μία μετατόπιση η οποία εξ αρχής επηρεάζεται από την εξίσωση του ερπυσμού, μέχρι τα 10 sec, ενώ στη συνέχεια σταθεροποιείται η παραμόρφωση.

6.4.2.2 Πυκνό πλέγμα

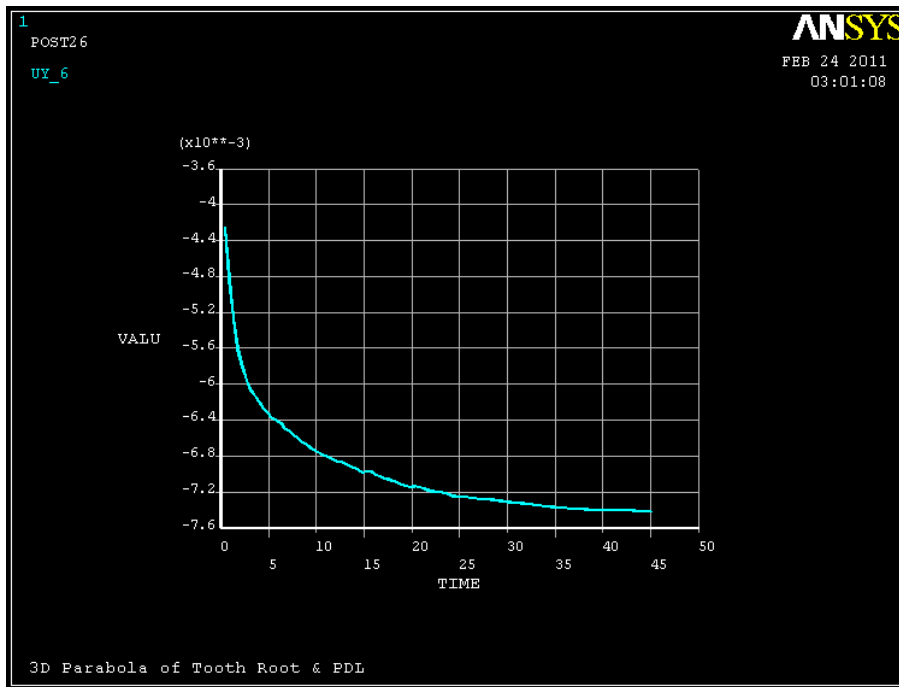
Θα πρέπει εδώ να τονίσουμε ότι είναι σημαντικό να μπορούμε να ελαχιστοποιήσουμε τον αριθμό των στοιχείων (elements) που απαιτούνται, δηλαδή να μην έχουμε κάποιο υπερβολικά πυκνό πλέγμα. Έτσι θα επιτύχουμε να μειώσουμε κατά 80% το χρόνο που απαιτεί η ανάλυση, αφού στην περίπτωση του αραιού πλέγματος χρειαστήκαμε 2,5 ώρες για να ολοκληρωθεί, σε αντίθεση με το πυκνό πλέγμα όπου χρειάστηκαν 12 ώρες για να ολοκληρωθεί η ανάλυση του μοντέλου. Εάν αναλογιστεί κανείς και το στάδιο της βελτιστοποίησης που θα ακολουθήσει, το οποίο κάνει συνεχόμενα loops της ανάλυσης, θα συμπεράνει ότι η περίπτωση του πυκνού πλέγματος θα ήταν απαγορευτική στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής.

Μετατόπιση της αγκύλης (Bracket)

Τα διαγράμματα της μετατόπισης που προκύπτουν για τον κόμβο της αγκύλης (στην πραγματικότητα παίρνουμε τον αμέσως προηγούμενο κόμβο για να μη συμπεριλάβουμε την αύξηση της μετατόπισης λόγω του κόμβου εφαρμογής της δύναμης), είναι :



Σχήμα 6.22. Διάγραμμα μετατόπισης συναρτήσει του χρόνου κατά τη διεύθυνση x.



Σχήμα 6.23. Διάγραμμα μετατόπισης συναρτήσει του χρόνου κατά τη διεύθυνση y.

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα που ελήφθησαν από το αραιό και από το πυκνό πλέγμα, διαπιστώνουμε ότι η διαφορά είναι πάρα πολύ μικρή. Για να το δείξουμε αυτό με νούμερα κατασκευάζουμε τον παρακάτω Πίνακα (6.8), όπου παίρνουμε δειγματοληπτικά για τυχαίες χρονικές στιγμές τη μετατόπιση για το αραιό και για το πυκνό πλέγμα, κατά τις διευθύνσεις x και y. Στη συνέχεια υπολογίζουμε το σφάλμα από την επιλογή του αραιού πλέγματος. Οπότε :

Χρόνος <i>t</i> (sec)	Αραιό πλέγμα		Πυκνό πλέγμα	
	x- διεύθυνση (mm)	y-διεύθυνση (mm)	x- διεύθυνση (mm)	y-διεύθυνση (mm)
2,7	0,0397958	-0,00588311	0,0392355	-0,00595384
10,8	0,0451054	-0,00660748	0,0443184	-0,00679718
22,5	0,0475606	-0,00695792	0,0469029	-0,00720153
31,5	0,0483479	-0,00707855	0,0477600	-0,00732678
45	0,0488762	-0,00714940	0,0483266	-0,00741838

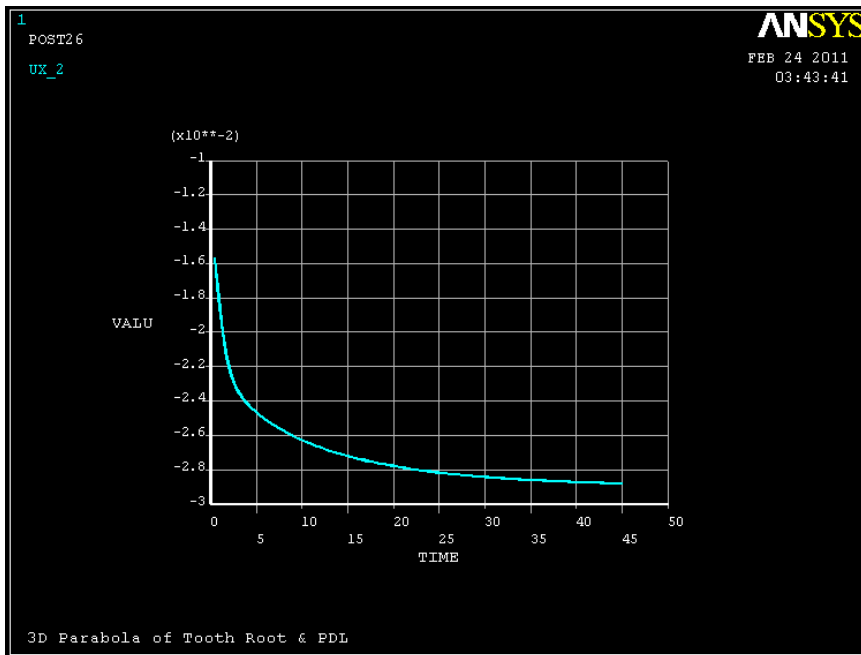
Πίνακας 6.8. Σφάλμα αραιού πλέγματος.

<i>Χρόνος</i> <i>t</i> <i>(sec)</i>	<i>Απόλυτο σφάλμα</i> <i>(%)</i> <i>[x-διεύθυνση]</i>	<i>Απόλυτο σφάλμα</i> <i>(%)</i> <i>[y-διεύθυνση]</i>
2,7	1,4	0,1
10,8	1,8	0,2
22,5	1,4	0,3
31,5	0,1	0,3
45	0,1	0,4

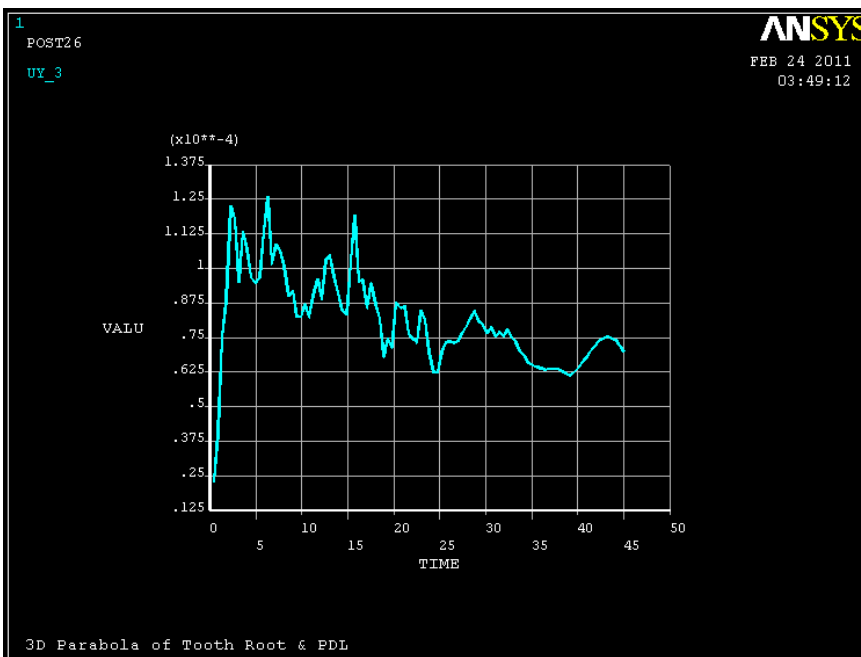
Συνεπώς διαπιστώνουμε από τη σύγκριση του αραιού με το πυκνό πλέγμα, ότι το σφάλμα που προκύπτει από την επιλογή του αραιού πλέγματος είναι πολύ μικρό, οπότε μας επιτρέπεται η χρήση του αραιού πλέγματος. Τώρα θα πρέπει να αξιολογήσουμε την επίδραση του πλέγματος και στο ακρορρίζιο.

Μετατόπιση του ακρορριζίου (apex)

Τα διάγραμμα της μετατόπισης που προκύπτουν για τον κόμβο του ακρορριζίου με πυκνό πλέγμα, είναι :



Σχήμα 6.24. Διάγραμμα μετατόπισης συναρτήσει του χρόνου κατά τη διεύθυνση x του ακρορριζίου.



Σχήμα 6.25. Διάγραμμα μετατόπισης του ακρορριζίου συναρτήσει του χρόνου κατά τη διεύθυνση y.

Όπως βλέπουμε στο διάγραμμα του σχήματος (6.24) η διαφορά με το αραιό πλέγμα είναι πάρα πολύ μικρή και θα φανεί στον παρακάτω πίνακα (6.9), όπου θα υπολογιστεί το σφάλμα του. Σχετικά με την κάθετη μετατόπιση του ακρορριζίου που λαμβάνουμε από το πυκνό πλέγμα, παρατηρούμε ότι το πλάτος ταλάντευσης μειώνεται (από 0,08 μm γίνεται περίπου 0,025 μm). Συνεπώς η αρχική μας εκδοχή για υπαιτιότητα του αραιού πλέγματος ισχύει εδώ σε πολύ μικρό βαθμό (Σχήμα

6.25), αυτή η διαφορά όμως δε μας επηρεάζει ουσιαστικά τη μελέτη καθώς η κύρια διεύθυνση κίνησης του δοντιού είναι αυτή κατά τον άξονα x. Προφανώς αριθμητική σύγκριση και υπολογισμός σφάλματος των δύο πλεγμάτων στην περίπτωση της διεύθυνσης y, δεν μπορεί να γίνει.

Πίνακας 6.9. Σφάλμα αραιού πλέγματος.

Χρόνος <i>t</i> (sec)	Αραιό πλέγμα	Πυκνό πλέγμα	Απόλυτο Σφάλμα (%)
	x-διεύθυνση (mm)	x-διεύθυνση (mm)	
2,7	-0,0243706	-0,0231621	5,2
10,8	-0,0280752	-0,0264767	6
22,5	-0,0295671	-0,0279997	5,6
31,5	-0,0300407	-0,0284842	5,4
45	-0,0303495	-0,0287982	5,4

Βλέπουμε επομένως ότι σύμφωνα και με το ακρορρίζιο, η επιλογή του αραιού πλέγματος κρίνεται ορθή, καθώς το σφάλμα σε καμία περίπτωση δεν ξεπερνά το 6%, το οποίο θεωρείται ικανοποιητικό.

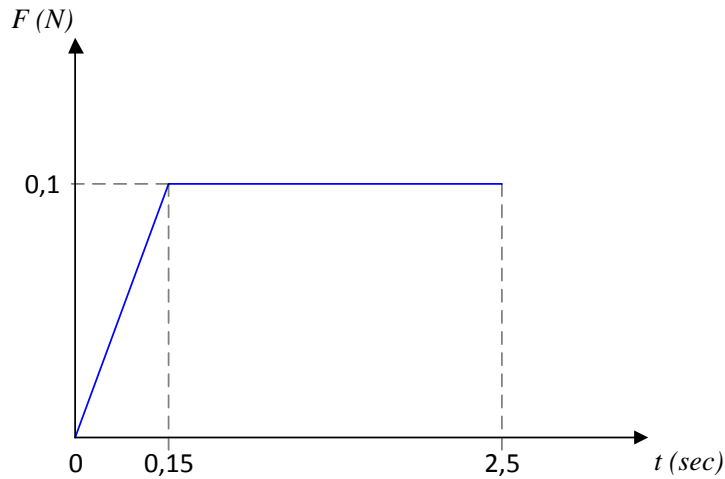
6.4.3 Ανάλυση σύμφωνα με τον Ross

Μελετώντας τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε από τη χρήση των δεδομένων που έχουμε από την μελέτη των Pryputniewicz και Burstone, διαπιστώνουμε κάποια σημαντική απόκλιση της καμπύλης που προκύπτει από το ANSYS και της καμπύλης της ανωτέρω μελέτης. Προσπαθήσαμε να ταυτίσουμε τις δύο καμπύλες με μεταβολή των σταθερών ερπυσμού, αλλά διαπιστώσαμε ότι δε λαμβάνουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα.

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα της παραπάνω ανάλυσης, διαπιστώνουμε ότι η μορφή τους (η τροχιά της καμπύλης) ομοιάζει με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα πειράματα του Ross (1976) και τα οποία θα παραθέσουμε στη συνέχεια. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιώντας την εξίσωση ερπυσμού όπως και προηγούμενα, θεωρώντας τις ίδιες σταθερές ($c_1 = 0,461$ και $c_3 = 0,074$) και όλες τις υπόλοιπες

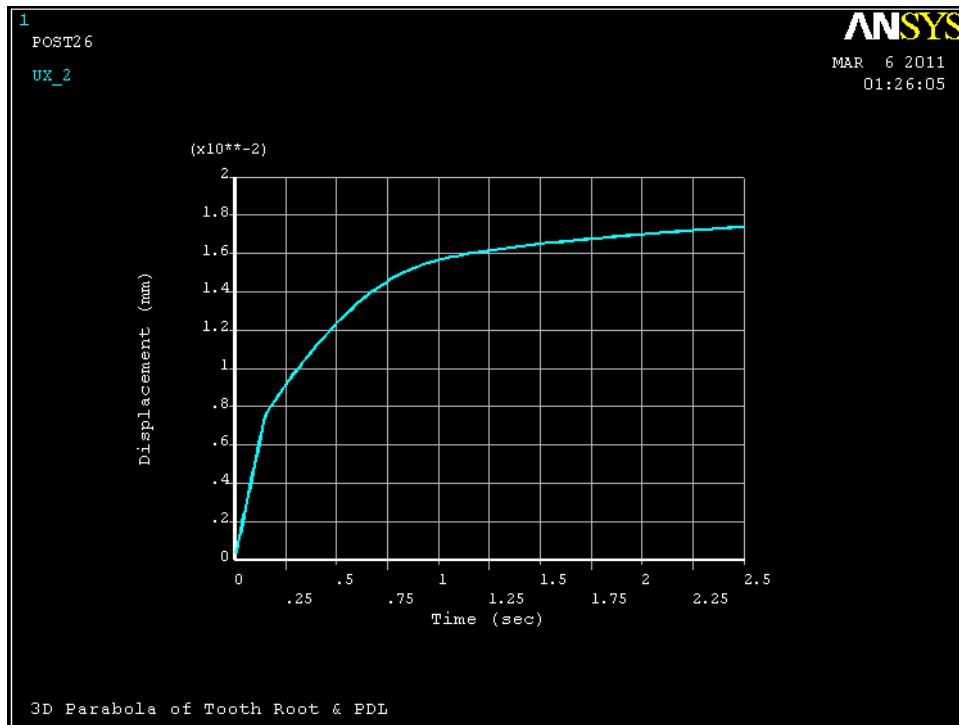
μηχανικές ιδιότητες της περιοδοντικής μεμβράνης ίδιες, προχωρούμε στην ανάλυση του μοντέλου και εν συνέχεια στη σύγκριση των αποτελεσμάτων με τα συμπεράσματα από τα πειράματα του Ross.

Η διαφορά που παρουσιάζει το παρόν μοντέλο, από αυτό της ανάλυσης που προηγήθηκε, είναι στο μέγεθος της φόρτισης, όπου τώρα το δόντι θα φορτιστεί με 0,1 N. Το ιστορικό της φόρτισης παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα (6.26).



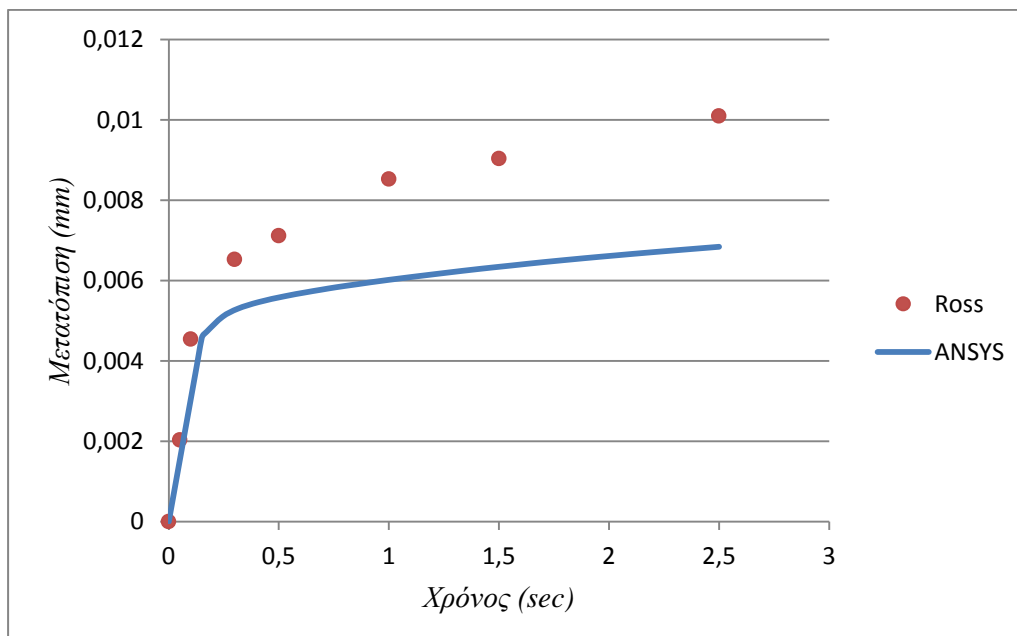
Σχήμα 6.26. Ιστορικό φόρτισης

Τρέχοντας λοιπόν το νέο μοντέλο με τα διαφορετικά δεδομένα ως προς το μέγεθος και το χρόνο της φόρτισης, λαμβάνουμε τα παρακάτω αποτελέσματα για τη μετατόπιση του δοντιού στο ύψος της αγκύλης (στην πραγματικότητα μελετάμε τον αμέσως προηγούμενο κόμβο για να αφαιρέσουμε την επίδραση της δύναμης στον κόμβο εφαρμογής) :



Σχήμα 6.27. Διάγραμμα μετατόπισης συναρτήσει του χρόνου κατά τη διεύθυνση x.

Τοποθετώντας το παραπάνω διάγραμμα σε κοινούς άξονες με τα αποτελέσματα που λάβαμε από την ψηφιοποίηση της μελέτης του Ross, έχουμε :



Σχήμα 6.28. Μετατόπιση της αγκύλης (κατά χ) σύμφωνα με τα πειραματικά αποτελέσματα του Ross και με το μοντέλο ερπυσμού.

Πινακοποιούμε την παραπάνω γραφική παράσταση, ώστε να παραθέσουμε και το σφάλμα που εμφανίζεται μεταξύ των δύο μεθόδων :

Πίνακας 6.10. Μετατόπιση κατά την χ διεύθυνση και απόκλιση από τα πειραματικά αποτελέσματα της αγκύλης.

Χρόνος t (sec)	Πειραματικά (mm)	ANSYS (mm)	Απόλυτη απόκλιση (%)
0,05	0,00203	0,00152	25,12
0,1	0,00454	0,00305	32,82
0,3	0,00653	0,00526	19,45
0,5	0,00712	0,00558	21,63
1	0,00853	0,00601	29,54
1,5	0,00904	0,00634	29,87
2,5	0,0101	0,00684	32,28

Από το παραπάνω διάγραμμα και τον πίνακα, διαπιστώνουμε ότι με την αρχική υπόθεση των συντελεστών c_1 και c_5 να είναι αντίστοιχα 0,461 και 0,074, η προκύπτουσα καμπύλη έχει ένα μέσο σφάλμα της τάξεως του 27,24% σε σύγκριση με τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε από τη μελέτη του Ross. Για να επιτύχουμε την όσο το δυνατό καλύτερη ταύτιση της καμπύλης των πειραματικών αποτελεσμάτων με αυτή των αριθμητικών, θα προχωρήσουμε στη βελτιστοποίηση του μοντέλου και συγκεκριμένα των συντελεστών c_1 και c_5 .

6.5 Βελτιστοποίηση των συντελεστών της εξίσωσης ερπυσμού

Για τη βελτιστοποίηση των συντελεστών της εξίσωσης ερπυσμού, θα γράψουμε ένα κώδικα, ο οποίος θα χρησιμοποιεί την παραπάνω ανάλυση και με ενεργοποίηση των μεθόδων που διαθέτει το ANSYS, θα προκύψουν τελικά οι τιμές των

συντελεστών c_1 και c_5 . Θα γίνει χρήση της μεθόδου πρώτης τάξεως, καθώς και της μεθόδου προσέγγισης υποπροβλήματος, οι οποίες θα εξηγηθούν αμέσως μετά και στο τέλος θα αξιολογηθούν τα αποτελέσματά τους.

6.5.1 Γενικά

Η βελτιστοποίηση μπορεί να χωριστεί σε δύο μεγάλες κατηγορίες :

- Βελτιστοποίηση τοπολογίας (Topological optimization)
- Βελτιστοποίηση σχεδίασης (Design optimization)

Εμείς εδώ θα ασχοληθούμε με τη βελτιστοποίηση σχεδίασης. Σε αυτή την κατηγορία το ANSYS παρέχει δύο μεθόδους :

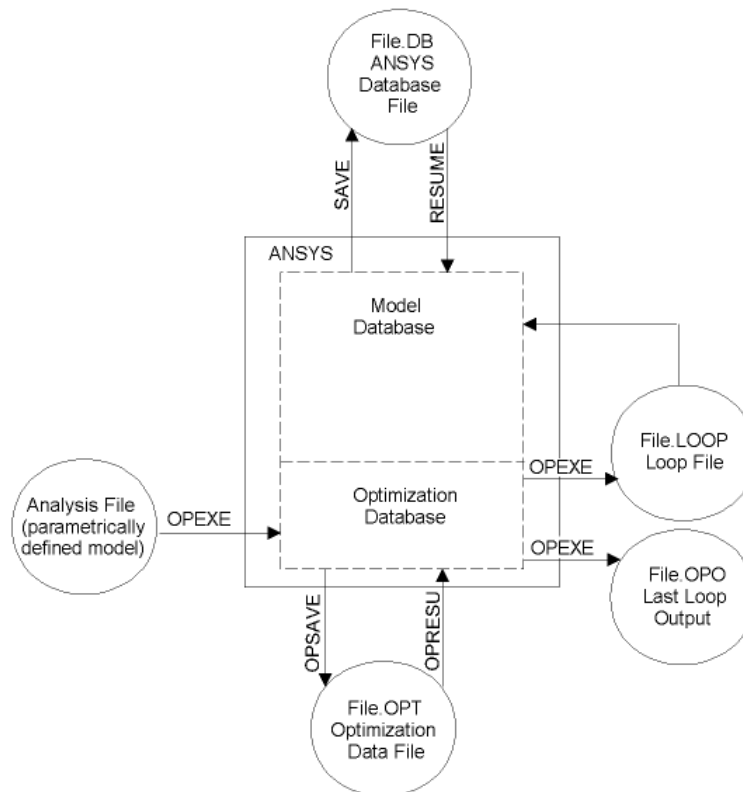
- Τη μέθοδο *προσέγγισης υποπροβλήματος* (Subproblem Approximation), που είναι μία βελτιωμένη μέθοδος μηδενικής τάξης (zero-order), που μπορεί ικανοποιητικά να εφαρμοστεί στα πιο πολλά μηχανολογικά προβλήματα.
- Τη μέθοδο *πρώτης τάξης* (First Order), που είναι μία μέθοδος βασισμένη στη σχεδιαστική ακρίβεια του μοντέλου και χρησιμοποιείται σε προβλήματα που απαιτούν υψηλή ακρίβεια.

Και για τις δύο παραπάνω μεθόδους το ANSYS εκτελεί μία σειρά από αναλυτικούς υπολογιστικούς κύκλους τροποποίησης του μοντέλου. Πρώτα, δημιουργείται ένα αρχικό μοντέλο, παραμετρικά δοσμένο (όπως το δόντι), το οποίο επιλύεται και τα αποτελέσματα συγκρίνονται με δεδομένα κριτήρια, ώστε το μοντέλο να τροποποιηθεί ανάλογα. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται έως ότου ικανοποιούνται όλοι οι περιορισμοί, εάν δεν ικανοποιούνται από το πρώτο βήμα και μειωθεί όσο το δυνατό η αντικειμενική συνάρτηση.

6.5.2 Διάγραμμα ροής βελτιστοποίησης με το ANSYS

Όπως φαίνεται στο διάγραμμα ροής (Σχήμα 6.29), το αρχείο ανάλυσης (analysis file) είναι το αρχείο εισόδου που περιέχει μία πλήρη ανάλυση, δηλαδή τον προεπεξεργαστή, την επίλυση και μεταεπεξεργαστή. Το μοντέλο πρέπει να είναι παραμετρικά δοσμένο, χρησιμοποιώντας παραμέτρους που θα εκφράζουν τα δεδομένα εισόδου και εξόδου που θα χρησιμοποιηθούν ως μεταβλητές σχεδίου (design variables), εξαρτημένες μεταβλητές (state variables) και αντικειμενική

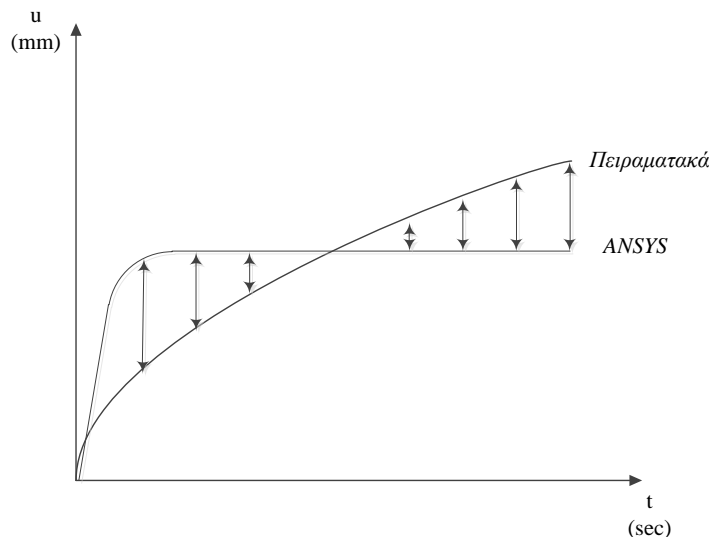
συνάρτηση (objective function). Από αυτό το αρχείο δημιουργείται αυτόματα το αρχείο βρόχων (loop file) που θα χρησιμοποιηθεί από τον βελτιστοποιητή (optimizer) για να πραγματοποιηθεί η επαναληπτική διαδικασία.



Σχήμα 6.29. Διάγραμμα ροής.

6.5.3 Προσέγγιση του προβλήματος και λίγα λόγια για τον κώδικα

Το πρόβλημα που έχει προκύψει είναι η μη ταύτιση των πειραματικών αποτελεσμάτων με αυτών που λαμβάνουμε από το ANSYS, χρησιμοποιώντας την εξίσωση ερπυσμού που έχουμε περιγράψει. Το πρόβλημα αυτό προσπαθούμε να το υπερβούμε με τη χρήση των μεθόδων βελτιστοποίησης. Το σκεπτικό που αναπτύχθηκε είναι να εισάγουμε στο πρόγραμμα τα αποτελέσματα που εξάγαμε από την ψηφιοποίηση των δεδομένων της μετατόπισης της αγκύλης και εν συνεχεία με μία αντικειμενική συνάρτηση να προσπαθήσουμε να ταυτίσουμε τις δύο καμπύλες, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα :



Σχήμα 6.30. Πορεία σύγκλισης - ταύτισης των καμπυλών.

Παρατηρούμε από το σχήμα (6.30), ότι η μετακίνηση της καμπύλης θα είναι μονόπλευρη, καθώς τα πειραματικά αποτελέσματα είναι δεδομένα και δεν μπορούν φυσικά να αλλάξουν, οπότε κάθε φορά θα αλλάζουν οι συντελεστές c_1 και c_5 , μέχρις ότου ταυτιστούν οι δύο καμπύλες ή επιτευχθούν ένα από τα κριτήρια που θα θέσουμε για τη σύγκλιση της βελτιστοποίησης.

Αφού λοιπόν έχει ολοκληρωθεί η ανάλυση που αναφέραμε σε προηγούμενες παραγράφους, δημιουργούμε έναν πίνακα διάνυσμα στον οποίο αποθηκεύουμε τη μετατόπιση του κόμβου που αντιστοιχεί στην αγκύλη. Από αυτό τον πίνακα-διάνυσμα, αφού κρατήσουμε τις τιμές των μετατοπίσεων που αντιστοιχούν στις χρονικές στιγμές 0,05 sec, 0,1 sec, 0,3 sec, 0,5 sec, 1 sec, 1,5 sec και 2,5 sec, στη συνέχεια εισάγουμε τις ψηφιοποιημένες μετατοπίσεις από τα πειραματικά αποτελέσματα.

Εφόσον τώρα έχουμε τις αριθμητικές και πειραματικές μετατοπίσεις, ορίζουμε μία αντικειμενική συνάρτηση, ώστε να προβούμε στην εκτέλεση της βελτιστοποίησης. Η αντικειμενική συνάρτηση που θα χρησιμοποιούσαμε σε περίπτωση που είχαμε πληροφορίες και για τις τρεις κατευθύνσεις μετακίνησης του δοντιού (όπως στην περίπτωση της ανάλυσης με τα αποτελέσματα του Przytupiewicz) και την οποία θα προσπαθούσαμε να ελαχιστοποιήσουμε, είναι :

$$objective = \sum_{i=1}^9 \left(\Delta u_i^2 + \Delta v_i^2 + \Delta w_i^2 \right) \quad (6.5)$$

όπου : - $\Delta u_i = u_{ANSYS} - u_{πειραματικό}$ (επιμήκυνση κατά τη x διεύθυνση)

- $\Delta v_i = v_{ANSYS} - v_{πειραματικό}$ (επιμήκυνση κατά τη y διεύθυνση)

$$- \Delta w_i = w_{ANSYS} - w_{\text{πειραματικό}} \quad (\text{επιμήκυνση κατά τη } z \text{ διεύθυνση})$$

Στην περίπτωση μας όμως, επειδή έχουμε από τα πειραματικά αποτελέσματα του Ross, πληροφορίες μόνο για τη μετακίνηση κατά την οριζόντια διεύθυνση x , τελικά η αντικειμενική συνάρτηση θα είναι η διαφορά μόνο της οριζόντιας μετατόπισης της αγκύλης, δηλαδή :

$$objective = \sum_{i=1}^9 (u_{Ross} - u_{ANSYS})^2 \quad (6.6)$$

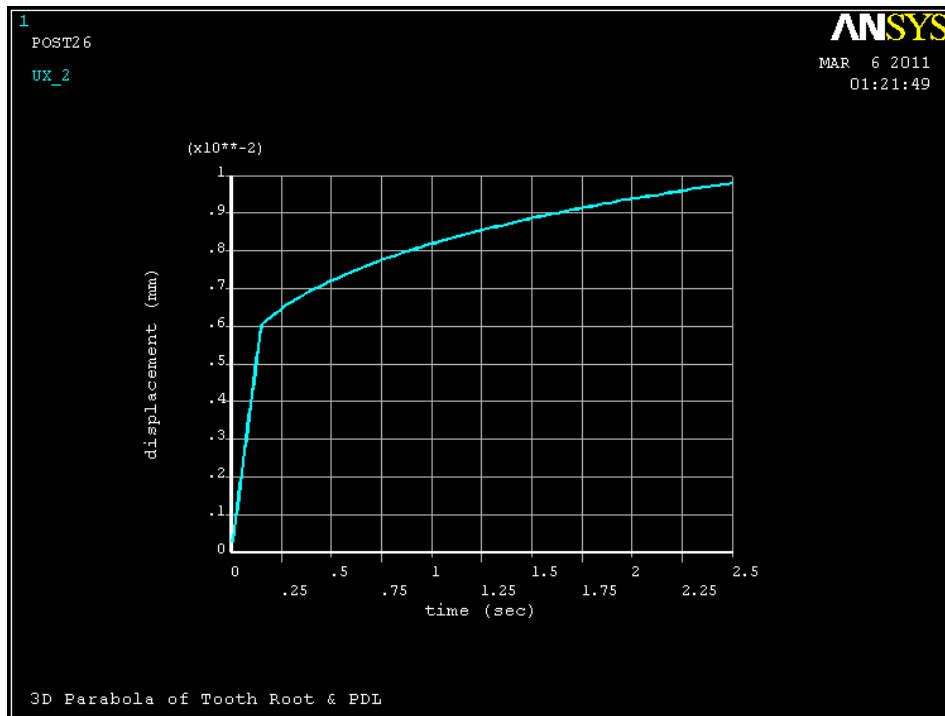
6.5.4 Αποτελέσματα βελτιστοποίησης

Αποτελέσματα βελτιστοποίησης μεθόδου προσέγγισης υποπροβλήματος (Subproblem approximation method)

Τελικά μετά από το τέλος της μεθόδου, η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποιείται για $c_1 = 1,383$, $c_5 = 0,148$ και ισούται : $objective = 0,421466 \cdot 10^{-8}$.

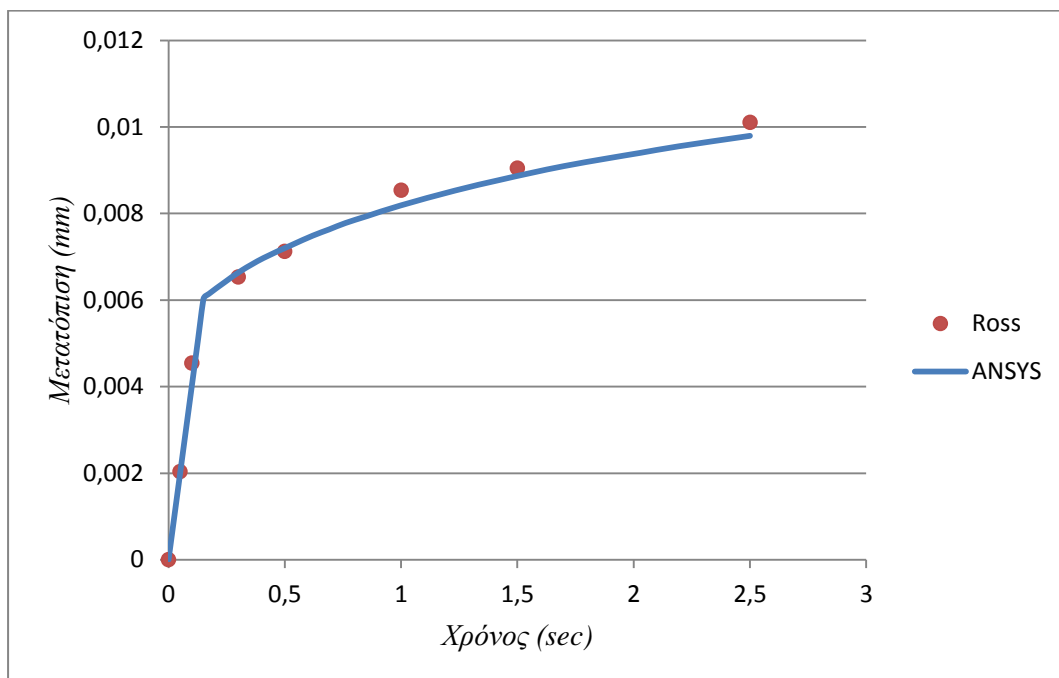
Μετατόπιση της αγκύλης (Bracket)

Το διάγραμμα της μετατόπισης που προκύπτει για το κόμβο της αγκύλης (παίρνουμε τον αμέσως προηγούμενο κόμβο για να μη συμπεριλάβουμε τη μικρή αύξηση της μετατόπισης λόγω του κόμβου εφαρμογής της δύναμης), είναι :



Σχήμα 6.31. Διάγραμμα μετατόπισης της αγκύλης συναρτήσει του χρόνου κατά τη διεύθυνση x.

Τοποθετώντας το παραπάνω διάγραμμα σε κοινούς άξονες με τα αποτελέσματα που λάβαμε από την ψηφιοποίηση της μελέτης του Ross, έχουμε :



Σχήμα 6.32. Μετατόπιση (κατά x) της αγκύλης σύμφωνα με τα πειραματικά αποτελέσματα και με τη μέθοδο προσέγγισης υποπροβλήματος.

Πίνακας 6.11. Μετατόπιση κατά την x διεύθυνση και απόκλιση από τα πειραματικά αποτελέσματα της αγκύλης.

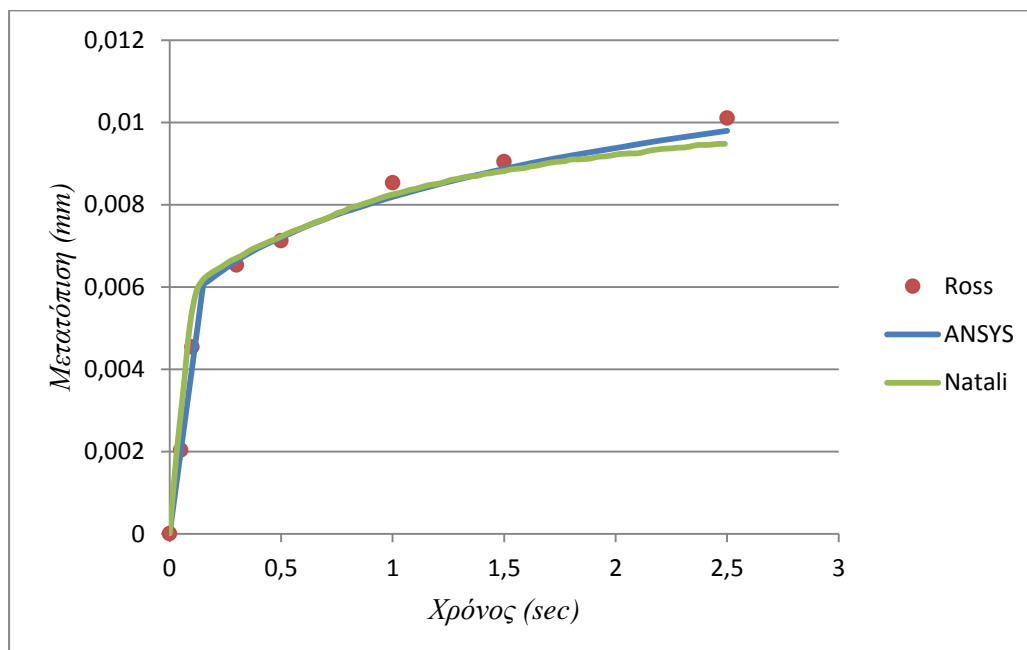
Χρόνος t (<i>sec</i>)	Πειραματικά (<i>mm</i>)	ANSYS (<i>mm</i>)	Απόλυτη απόκλιση (%)
0,05	0,00203	0,00199	1,97
0,1	0,00454	0,00401	11,67
0,3	0,00653	0,00663	1,53
0,5	0,00712	0,00721	1,26
1	0,00853	0,00819	3,99
1,5	0,00904	0,00886	1,99
2,5	0,0101	0,00979	3,07

Από το παραπάνω διάγραμμα και την πινακοποιημένη του μορφή διαπιστώνουμε ότι με τη βελτιστοποίηση των συντελεστών ερπυσμού επιτυγχάνουμε την σχεδόν ταύτιση της καμπύλης μετατόπισης που προκύπτει από την αριθμητική επίλυση με το λογισμικό ANSYS, με αυτή που προέκυψε από την πειραματική μελέτη του Ross. Για να φανεί ο βαθμός ταύτισης που επιτύχαμε, θα συγκρίνουμε την παραπάνω καμπύλη και τα πειραματικά αποτελέσματα του Ross, με την καμπύλη που προέκυψε από την αριθμητική επίλυση του Natali (2003), ο οποίος χρησιμοποίησε ένα άλλο χρονικά εξαρτώμενο μοντέλο, ιξωδοελαστικό.

Πίνακας 6.12. Μετατόπιση κατά την χ διεύθυνση (σύμφωνα με τον Natali) και απόκλιση από τα πειραματικά αποτελέσματα της αγκύλης.

Χρόνος t (sec)	Πειραματικά (mm)	Natali (mm)	Απόλυτη απόκλιση (%)
0,05	0,00203	0,00290	42,86
0,1	0,00454	0,00532	17,18
0,3	0,00653	0,00670	2,60
0,5	0,00712	0,00722	1,40
1	0,00853	0,00824	3,40
1,5	0,00904	0,00882	2,43
2,5	0,0101	0,00949	6,04

Οι διαφορές που παρουσιάζονται αριθμητικά στον παραπάνω πίνακα (6.12) καθώς και στον πίνακα (6.11), δίνονται και σε μορφή διαγράμματος στο σχήμα (6.33).



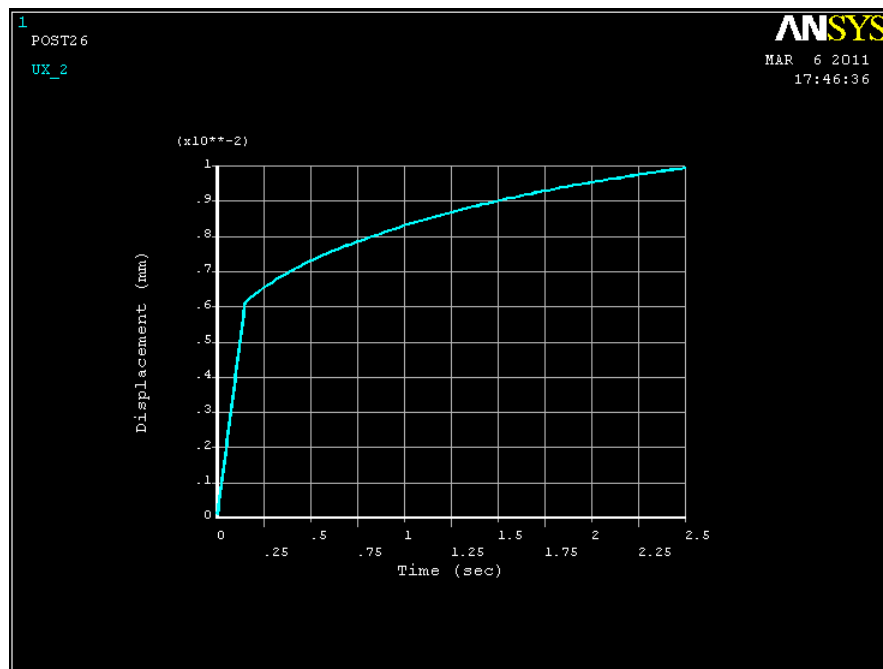
Σχήμα 6.33. Συγκριτικό διάγραμμα μεταξύ πειραματικών αποτελεσμάτων του Ross, του μοντέλου ερπυσμού (ANSYS) και του ιζωδοελαστικού μοντέλου του Natali.

Αποτελέσματα βελτιστοποίησης μεθόδου πρώτης τάξης (First Order method)

Με αυτή τη μέθοδο η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποιείται για $c_1 = 1,4477$, $c_5 = 0,1535$ και ισούται : $objective = 0,353638 \cdot 10^{-8}$.

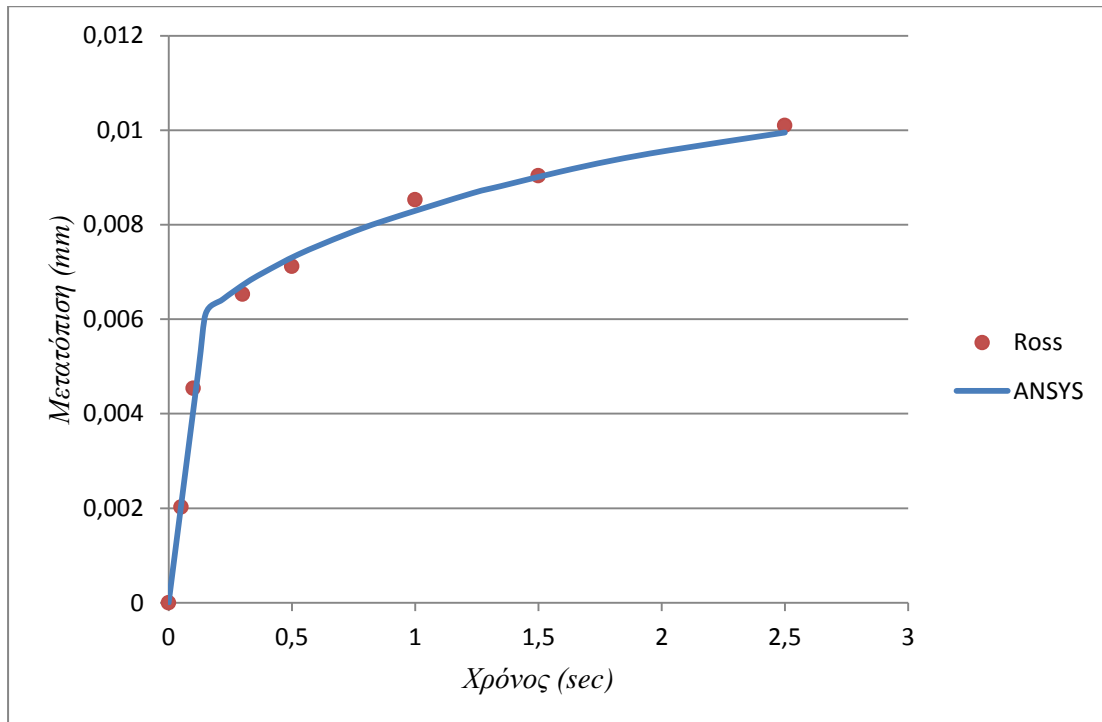
Μετατόπιση της αγκύλης (Bracket)

Το διάγραμμα της μετατόπισης που προκύπτει για το κόμβο της αγκύλης (παίρνουμε τον αμέσως προηγούμενο κόμβο για να μη συμπεριλάβουμε τη μικρή αύξηση της μετατόπισης λόγω του κόμβου εφαρμογής της δύναμης), είναι :



Σχήμα 6.34. Διάγραμμα μετατόπισης συναρτήσει του χρόνου κατά τη διεύθυνση x.

Τοποθετώντας το παραπάνω διάγραμμα σε κοινούς άξονες με τα αποτελέσματα που λάβαμε από την ψηφιοποίηση της μελέτης του Ross, έχουμε :



Σχήμα 6.35. Μετατόπιση (κατά x) της αγκύλης σύμφωνα με τα πειραματικά αποτελέσματα και με τη μέθοδο Πρώτης Τάξης.

Πίνακας 6.13. Μετατόπιση κατά την x διεύθυνση και απόκλιση από τα πειραματικά αποτελέσματα της αγκύλης.

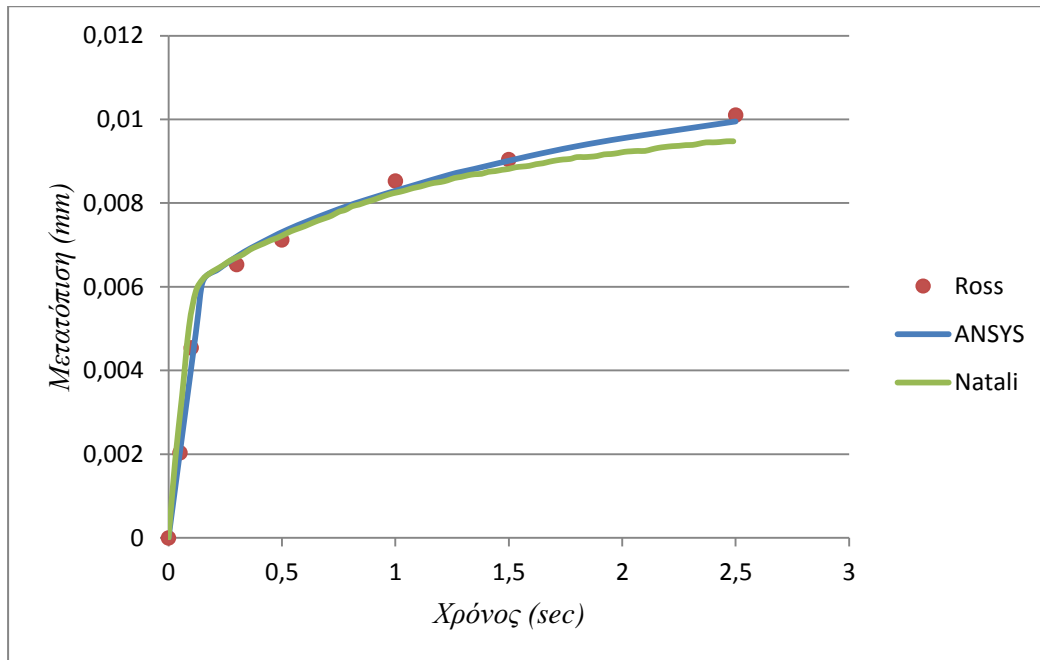
Χρόνος t (sec)	Πειραματικά (mm)	ANSYS (mm)	Απόλυτη απόκλιση (%)
0,05	0,00203	0,00203	0
0,1	0,00454	0,00407	10,35
0,3	0,00653	0,00671	2,75
0,5	0,00712	0,00730	2,52
1	0,00853	0,00830	2,69
1,5	0,00904	0,00902	0,22
2,5	0,0101	0,00995	1,48

Από το παραπάνω διάγραμμα και την πινακοποιημένη του μορφή διαπιστώνουμε ότι με τη βελτιστοποίηση των συντελεστών ερπυσμού επιτυγχάνουμε την σχεδόν ταύτιση της καμπύλης μετατόπισης που προκύπτει από την αριθμητική επίλυση με το λογισμικό ANSYS, με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την πειραματική μελέτη του Ross. Για να φανεί ο βαθμός ταύτισης που επιτύχαμε, θα συγκρίνουμε την παραπάνω καμπύλη και τα πειραματικά αποτελέσματα του Ross, με την καμπύλη που προέκυψε από την αριθμητική επίλυση του Natali (2003), ο οποίος χρησιμοποίησε ένα άλλο χρονικά εξαρτώμενο μοντέλο, ιξωδοελαστικό.

Πίνακας 6.14. Μετατόπιση κατά την χ διεύθυνση και απόκλιση από τα πειραματικά αποτελέσματα της αγκύλης.

Χρόνος t (sec)	Πειραματικά (mm)	Natali (mm)	Απόλυτη απόκλιση (%)
0,05	0,00203	0,00290	42,86
0,1	0,00454	0,00532	17,18
0,3	0,00653	0,00670	2,60
0,5	0,00712	0,00722	1,40
1	0,00853	0,00824	3,40
1,5	0,00904	0,00882	2,43
2,5	0,0101	0,00949	6,04

Οι διαφορές που παρουσιάζονται αριθμητικά στον παραπάνω πίνακα (6.14) καθώς και στον πίνακα (6.13), δίνονται και σε μορφή διαγράμματος στο σχήμα (6.36).



Σχήμα 6.36. Συγκριτικό διάγραμμα μεταξύ πειραματικών αποτελεσμάτων του Ross, του μοντέλου ερπυσμού (ANSYS) και του ιζωδοελαστικού μοντέλου του Natali.

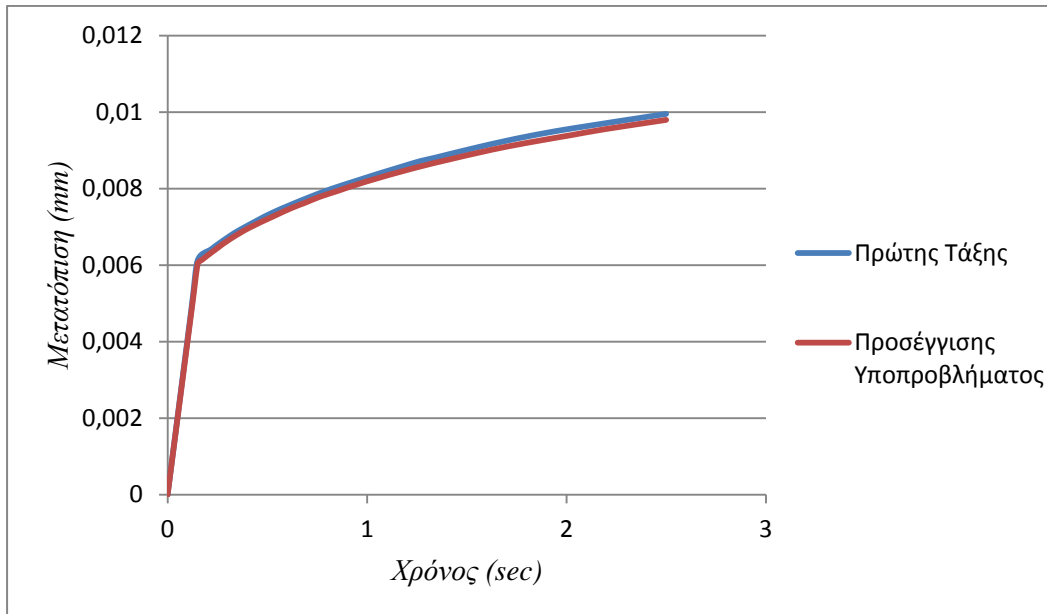
6.5.5 Σύγκριση των μεθόδων βελτιστοποίησης

Στον παρακάτω πίνακα θα δούμε για συγκεκριμένες χρονικές στιγμές τα αποτελέσματα που μας δίνει η κάθε μέθοδος και στη συνέχεια θα υπολογίσουμε τη μεταξύ του απόκλιση.

Πίνακας 6.15. Αξιολόγηση των μεθόδων βελτιστοποίησης.

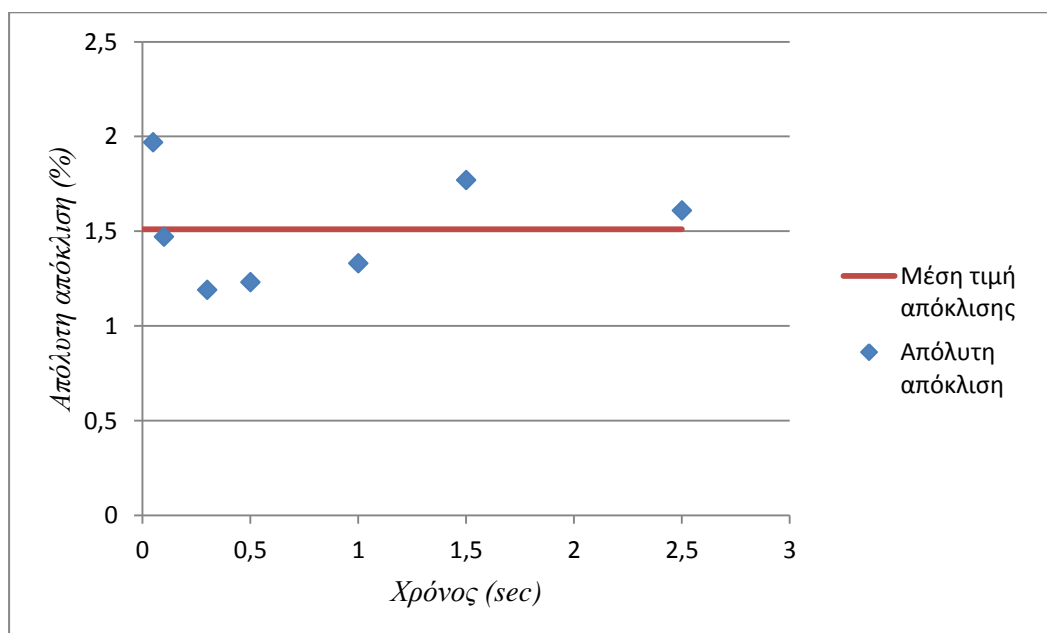
Χρόνος t (sec)	First Order method	Subproblem Approximation	Απόλυτη απόκλιση (%)
0,05	0,00203	0,00199	1,97
0,1	0,00407	0,00401	1,47
0,3	0,00671	0,00663	1,19
0,5	0,00730	0,00721	1,23
1	0,00830	0,00819	1,33
1,5	0,00902	0,00886	1,77
2,5	0,00995	0,00979	1,61

Για εποπτικούς λόγους και λόγους πληρότητας παραθέτουμε στο παρακάτω σχήμα τα αποτελέσματα της μετατόπισης της αγκύλης, σύμφωνα με τις δύο μεθόδους βελτιστοποίησης.



Σχήμα 6.37. Σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο μεθόδων βελτιστοποίησης.

Η κατανομή της απόκλισης συναρτήσει του χρόνου παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 6.38. Κατανομή της απόκλισης συναρτήσει του χρόνου.

Παρατηρούμε ότι οι δύο μέθοδοι εμφανίζουν πολύ μικρή απόκλιση και δεν μπορούμε να βγάλουμε συμπέρασμα για το εάν κάποια είναι καταλληλότερη από την άλλη, καθώς σχεδόν ταυτίζονται, με ένα πολύ μικρό σφάλμα της τάξεως του 1,51%.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ

7^ο

**ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ
ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ
ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ**

7.1 Συμπεράσματα

Παρά τη θεμελιώδη σημασία των σταθερών των υλικών της περιοδοντικής μεμβράνης στην οδοντιατρική εμβιομηχανική, υπάρχουν λίγες πληροφορίες σχετικά με τις μηχανικές ιδιότητές της, σε σύγκριση με το δόντι ή το φατνιακό οστό, κυρίως λόγω των δυσκολιών στη συγκέντρωση στοιχείων από πειραματική ανάλυση.

Η χρήση, όμως των αριθμητικών μοντέλων είναι εξαιρετικά ενδιαφέροντα, όταν απαιτούνται πρόσθετες πληροφορίες για τον προσδιορισμό των μηχανικών ιδιοτήτων ενός βιολογικού ιστού, ιδίως όταν τα πειράματα είναι πολύ δύσκολο να εκτελεστούν. Η δυνατότητα να προταθούν διαφορετικές υποθέσεις για τη συμπεριφορά του ιστού, μπορεί να βοηθήσει στην καθοδήγηση των πειραματικών δοκιμών, δείχνοντας την περισσότερο ή λιγότερο σημαντική επίδραση των διαφόρων παραμέτρων, για τη συμπεριφορά του συστήματος.

Ωστόσο, παρά το ότι έχουν γίνει σημαντικές πρόοδοι στην κατανόηση των μηχανικών ιδιοτήτων των βιολογικών ιστών, η μελέτη των μηχανικών ιδιοτήτων της περιοδοντικής μεμβράνης απαιτεί εκτενέστερη και εφευρετικότερη μεθοδολογία. Η θεωρητική προσέγγιση παίζει σημαντικό ρόλο στην κατανόηση των μηχανικών ιδιοτήτων της περιοδοντικής μεμβράνης, αλλά απαιτούνται πολλές πειραματικές εργασίες ακόμη σε αυτόν τον τομέα μελέτης.

Πρέπει να τονισθεί ότι μεγάλη σημασία στην παρούσα μοντελοποίηση είχαν : η διαστασιολόγηση του μοντέλου και ο ορισμός των μηχανικών ιδιοτήτων της περιοδοντικής μεμβράνης. Αυτές θα πρέπει να ταιριάζουν με το εκάστοτε μοντέλο που μελετάται και διαφέρουν ανά περίπτωση. Γι' αυτό χρησιμοποιήσαμε ως μέτρο σύγκρισης και ως πρότυπο επίτευξης, τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις πειραματικές μελέτες των Pryputniewicz και Burstone και του Ross.

7.2 Ο ρόλος των παραμέτρων

Όπως έγινε αντιληπτό από τα προηγούμενα αποτελέσματα, οι παράμετροι που τα καθόρισαν ήταν οι συντελεστές της εξίσωσης ερπυσμού, οι οποίοι μετακινούσαν την καμπύλη των μετατοπίσεων.

Τα αποτελέσματα της μεταβολής των συντελεστών ήταν :

- Με την αύξησή τους μεγάλωνε η μετατόπιση που επιτύγχανε η αγκύλη και το ακρορρίζιο, με ταυτόχρονη μείωση της αντικειμενικής συνάρτησης, η οποία καθόριζε πόσο κοντά βρισκόμαστε στα επιθυμητά αποτελέσματα.

- Με τη μείωσή τους αντίστοιχα, επήλθε μείωση της συνολικής μετατόπισης του ακρορριζίου και της αγκύλης, με ταυτόχρονη αύξηση της αντικειμενικής συνάρτησης.

Αυτά μας οδήγησαν στο να προχωρήσουμε στη βελτιστοποίηση του μοντέλου, με κριτήριο την ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, μέσω των παραμέτρων ερπυσμού. Οι τιμές που λάβαμε μπορούν να χαρακτηρισθούν πολύ καλές, καθώς ελαχιστοποίησαν την αντικειμενική συνάρτηση, με τιμή ίση με $0,353638 \cdot 10^{-8}$ και σχεδόν επιτεύχθηκε η ταύτιση της καμπύλης μετατοπίσεων με τα πειραματικά αποτελέσματα.

7.3 Μελλοντικές επεκτάσεις

Για την κατασκευή ενός πληρέστερου και ακριβέστερου μοντέλου, θα ήταν χρήσιμη η θεώρηση κάποιων επιπλέον παραμέτρων, οι οποίες αποτελούν και τις πιθανές μελλοντικές επεκτάσεις που μπορούν να γίνουν και έχουν ως εξής :

- Κατασκευή του παραπάνω μοντέλου ερπυσμού με την εισαγωγή και της διγραμμικής συμπεριφοράς της περιοδοντικής μεμβράνης, όπως σημειώνεται σε πολλές αναφορές στη βιβλιογραφία (Vollmer, 1999; Liu Dong-Xu, 2010).
- Θεώρηση και ενός υδροδυναμικού μοντέλου, το οποίο θα μπορεί να περιγράψει τη δημιουργία του υδροδυναμικού πεδίου που προκαλείται από την κίνηση του δοντιού.
- Λόγω της παραμετρικής του ανάπτυξης ο παρών κώδικας θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη οποιουδήποτε μονόριζου δοντιού, του οποίου η ρίζα είναι παραβολοειδούς σχήματος και θα μπορούσε να επεκταθεί και για πολύριζα δόντια.

Βιβλιογραφία

Ελληνική Βιβλιογραφία :

1. Ν. Ανδριανόπουλος, Ε. Κυριαζή, Κ. Λιακόπουλος, «Πειραματική Αντοχή των Υλικών», Εκδόσεις Συμεών, 1991.
2. Α.Ε. Κανάραχος, «Πεπερασμένα Στοιχεία και Ανάλυση Κατασκευών στην Μηχανολογία», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 1995.
3. Α.Ε. Κανάραχος, Χριστόφορος Προβατίδης, «Πεπερασμένα Στοιχεία στη Μηχανολογία», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 2000.
4. Χ. Προβατίδης, «Εμβιομηχανική – Βιοϊατρική Τεχνολογία (Πρόχειρες σημειώσεις)», Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 2004.
5. Χ. Προβατίδης, «Ανάλυση Μηχανολογικών Κατασκευών – II (Πρόχειρες σημειώσεις)», Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 2004.
6. Χ. Προβατίδης, Ι. Αντωνιάδης, «Υπολογιστικές μέθοδοι στις Κατασκευές», Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 2004.
7. Γ.Ι. Τσαμασφύρος, «Μηχανική Παραμορφώσεων Σωμάτων Ι», Εκδόσεις Συμμετρία, 1990.

Διεθνής Βιβλιογραφία :

1. K.L. Andersen, H.T. Mortensen and B. Melsen, «Material parameters and stress profiles within the periodontal ligament», Am. J. Orthod. Dentofac. Orthop., Vol. 99, pp. 427–440, 1991.
2. C. Bourauel D. Drescher, «Retraction of the upper incisors with pseudoplastic treatment elements. Their computational and biomechanical testing and clinical use», Fortschr Kieferorthop, 1994.
3. R.L. Christiansen, C.J. Burstone, «Centers of rotation within the periodontal space», Am J Orthod, 1969.
4. M. Chiba and K. Komatsu, «Mechanical responses of the periodontal ligament in the transverse section of the rat mandibular incisor at various velocities of loading *in vitro*», J. Biomech., Vol. 26, pp. 561–570, 1993.
5. M.L. Dymont and J.L. Synge, «The elasticity of the periodontal membrane», Oral Health, Vol. 25, pp. 105–109, 1935.

6. E.J. Davidian, «Use of a computer model to study the force distribution on the root of a maxillary central incisor», *Am J Orthod*, 1971.
7. L. Dong-Xu, W. Hong-Ning, W. Chun-Ling, L. Hong, S. Ping, Y. Xiao, «Modulus of elasticity of human periodontal ligament by optical measurement and numerical simulation», *Angle Orthodontist*, Vol. 81, 2010.
8. D.C. Holmes, A.M. Diaz-Arnold and J.M. Leary, «Influence of post dimension on stress distribution in dentin», *J. Prosthetic. Dent.*, Vol. 75, pp. 140–147, 1996.
9. D.J. Halazonetis, «Computer experiments using a two-dimensional model of tooth support», *Am J Orthod Dentofacial Orthop*, 1996.
10. T.R. Katona, N.H. Paydar, H.U. Akay and W.E. Roberts, «Stress analysis of bone modeling response to rat molar orthodontics», *J. Biomech.*, Vol. 28, pp. 27–38, 1995.
11. T.W. Koriath, T.W. Waldron, J.K. Schulte, «Forces and moments generated at the dental incisor during forceful biting in humans», *Journal of Biomechanics*, Vol. 6, pp. 631–633, 1997.
12. U. Mandel, P. Dalgaard, and A. Viidik, «A biomechanical study of the human periodontal ligament», *J. Biomech.*, Vol. 17, pp. 637-645, 1986.
13. R.E. Moyers, «Force systems and tissue responses to forces in orthodontics and facial orthopedics». In R.E. Moyers. *Handbook of orthodontics*, 4th edition. Chicago: Year Book Medical Publishers Inc, 1988.
14. N.J.P. McGuinness, A.N. Wilson, M.L. Jones, J. Middleton, «A stress analysis of the periodontal ligament under various orthodontic loadings», *Eur J Orthod*, 1991.
15. R.J. Nikolai, «Periodontal ligament reaction and displacements of a maxillary central incisor subjected to transverse crown loading», *J Biomech*, 1974.
16. H. Nagerl, C.J. Burstone, B. Becker, D. Kubein-Messenburg, «Centers of rotation with transverse forces: an experimental study», *Am J Orthod Dentofacial Orthop*, 1991.
17. A. Natali, P. Pavan, M. Pini, R. Ronchi, «Numerical analysis of short time response of periodontal ligament», *ESB Conference*, Dublin (Ireland), 2000.
18. A. Natali, «Dental Biomechanics», Taylor & Francis, 2003
19. G.J. Parfitt, «Measurement of the physiological mobility of individual teeth in an axial direction», *Journal of Dental Research*, Vol. 39, pp. 608–618, 1960.

20. D.C.A. Pincton, D.J. Wills, W.T.R. Davies, «The intrusion of the tooth for different loading rates», *Journal of Biomechanics*, Vol. 4, pp. 429–434, 1978.
21. R.J. Pryputniewicz, C.J. Burstone, «The effect of time and force magnitude on orthodontic tooth movement», pp. 1754-1764, 1979.
22. C.G. Provatidis, N.E. Toutountzakis, «A critical review of older and contemporary applications of biomechanical method in orthodontics», *Hell Orthod Rev*, 1998.
23. M. Pini, «Mechanical characterization and modeling of the periodontal ligament», Ph.D. Thesis, Trento (Italy), 1999.
24. Y.C. Park, K. Choy, J.S. Lee, T.K. Kim, «Lever-arm mechanics in lingual orthodontics», *J. Clin Orthod*, 2000.
25. C.G. Provatidis, «A comparative FEM-study of tooth mobility using isotropic and anisotropic models of the periodontal ligament», *Medical Engineering & Physics*, pp. 359-370, 2000.
26. C.G. Provatidis, «An analytical model for stress analysis of a tooth in translation», *International Journal of Engineering Sciences*, 2001.
27. C.G. Provatidis, «Parametric finite element analysis and closed formed solutions in orthodontics», *Computer Methods in Biomechanics & Biomedical Engineering*, 2002.
28. C.G. Provatidis, «The role of the principal strains within the periodontal ligament of a tooth during long-term intrusion», *Russian Journal of Biomechanics*, Vol. 6, 2002.
29. H. Qian, J. Chen, T.R. Katona. «The influence of PDL principal fibers in a 3-dimensional analysis of orthodontic tooth movement», *Am J. Orthod Dentofacial Orthop.*, 2001.
30. G.R. Ross, C.S. Lear, R. DeCou, «Modelling the lateral movement of teeth, *Journal of Biomechanics*», Vol. 9, pp. 723–734, 1976.
31. W.J. Ralph, «Tensile behavior of the periodontal ligament», *J. Periodont. Res.*, Vol. 17, pp. 423-426, 1982.
32. J.S. Ree and P.H. Jacobson, «Elastic modulus of the periodontal ligament», *Biomaterials*, Vol. 18, pp. 995–999, 1997.
33. J. Schneider, M. Geiger, F.G. Sander, «Numerical experiments on long-time orthodontic tooth movement», *Am J Orthod Dentofacial Orthop*, 2002.

34. M.M. Vanden Bulcke, C.J. Burstone, R.C.L. Sachdeva, L.R. Dermaut, «Location of the centers of resistance for anterior teeth during retraction using the laser reflection technique», Am J Orthod Dentofacial Orthop, 1987.
35. D. Vollmer, C. Bourauel, K. Majer and A. Jäger, «Determination of the centre of resistance in an upper human canine and idealized tooth model», Europ. J. Orthod., Vol. 21, pp. 633–648, 1999.
36. N. Yoshida, P.G. Jost-Brinkmann, Y. Koga, N. Mimaki, K. Kobayashi, «Experimental evaluation of initial tooth displacement, center of resistance, and center of rotation under the influence of an orthodontic force», Am J. Orthod Dentofacial Orthop, 2001a.
37. N. Yoshida, Y. Koga, N. Mimaki, K. Kobayashi. «In vivo determination of the centres of resistance of maxillary anterior teeth subjected to retraction forces», Eur J Orthod, 2001b.

Ηλεκτρονικές Διευθύνσεις :

1. Επιστημονική Βιβλιοθήκη «Science Direct», <http://www.sciencedirect.com>
2. Ορθοδοντική Εταιρεία της Ελλάδος, <http://www.grotho.gr>
3. Ηλεκτρονικό Περιοδικό, <http://www.dentalorg.com>
4. Οδοντιατρική Ιστοσελίδα,
<http://www.bracesguide.com/bracesbasic/bracesbasics4.html>
5. Υπολογιστική Μηχανή WolframAlpha, <http://www.wolframalpha.com/>
6. University of Pittsburgh, School of Dental Medicine,
<http://www.dental.pitt.edu/>
7. Οδοντιατρική Ιστοσελίδα, <http://www.toothiq.com>
8. Ηλεκτρονική Βιβλιοθήκη Wikipedia, <http://en.wikipedia.org>
9. Εταιρεία Οδοντιατρικών Ειδών Colgate, <http://www.colgateprofessional.gr>

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

A

ΚΩΔΙΚΑΣ FORTRAN

```
program coordinates
```

```
dimension T(3,6), Ubracket(6), c(3,6), Utooth(3)
```

```
dimension Ub(9), Vb(9), Wb(9), thX(9), thY(9), thZ(9)
```

```
dimension xA(10), yA(10), zA(10), xB(10), yB(10), zB(10)
```

```
open(7, file='Coord xA')
```

```
open(8, file='Coord yA')
```

```
open(9, file='Coord zA')
```

```
open(10, file='Coord xB')
```

```
open(11, file='Coord yB')
```

```
open(12, file='Coord zB')
```

```
do i=7,12
```

```
    rewind(i)
```

```
enddo
```

```
C      Translation του Bracket kata U, V, W, antistoixa  
Ub(i), Vb(i), Wb(i)
```

```
C      kai Rotation του Bracket [thX(i), thY(i), thZ(i)],  
opou :
```

```
C      - Gia i=1 -> time=5 sec
```

```
C      - Gia i=2 -> time=10 sec
```

```
C      - Gia i=3 -> time=15 sec
```

C - Για $i=4$ -> time=20 sec
C - Για $i=5$ -> time=25 sec
C - Για $i=6$ -> time=30 sec
C - Για $i=7$ -> time=35 sec
C - Για $i=8$ -> time=40 sec
C - Για $i=9$ -> time=45 sec

$$U_b(1) = 0.000003822706$$

$$U_b(2) = 0.000006479005$$

$$U_b(3) = 0.000008602644$$

$$U_b(4) = 0.000010427683$$

$$U_b(5) = 0.000011955677$$

$$U_b(6) = 0.000013297045$$

$$U_b(7) = 0.000014307932$$

$$U_b(8) = 0.000015085537$$

$$U_b(9) = 0.000015676516$$

$$V_b(1) = 0.000003548212$$

$$V_b(2) = 0.000005452566$$

$$V_b(3) = 0.000007107309$$

$$V_b(4) = 0.000008398134$$

$$V_b(5) = 0.000009300156$$

$$V_b(6) = 0.000010077761$$

$$V_b(7) = 0.000010668740$$

$$V_b(8) = 0.000010839813$$

$$V_b(9) = 0.000010917574$$

$$W_b(1) = 0.000018057543$$

$$W_b(2) = 0.000027897354$$

$$Wb(3) = 0.000035234058$$

$$Wb(4) = 0.000041306376$$

$$Wb(5) = 0.000046080871$$

$$Wb(6) = 0.000050248834$$

$$Wb(7) = 0.000053981337$$

$$Wb(8) = 0.000057216174$$

$$Wb(9) = 0.000060186625$$

$$thX(1) = -0.001273478$$

$$thX(2) = -0.002081495$$

$$thX(3) = -0.002679982$$

$$thX(4) = -0.003156544$$

$$thX(5) = -0.003560449$$

$$thX(6) = -0.003913009$$

$$thX(7) = -0.004236853$$

$$thX(8) = -0.004524713$$

$$thX(9) = -0.004798735$$

$$thY(1) = 0.000268699$$

$$thY(2) = 0.000422493$$

$$thY(3) = 0.000541463$$

$$thY(4) = 0.000640921$$

$$thY(5) = 0.000711382$$

$$thY(6) = 0.000773713$$

$$thY(7) = 0.000813008$$

$$thY(8) = 0.000836043$$

$$thY(9) = 0.000845528$$

$$thZ(1) = 0.000081436$$

$$\text{thZ}(2) = 0.000131978$$

$$\text{thZ}(3) = 0.000165312$$

$$\text{thZ}(4) = 0.000200542$$

$$\text{thZ}(5) = 0.000226964$$

$$\text{thZ}(6) = 0.000249325$$

$$\text{thZ}(7) = 0.000265583$$

$$\text{thZ}(8) = 0.000284553$$

$$\text{thZ}(9) = 0.000295393$$

C *Gia t=0 sec exoume arxikes syntetagmenes:*

$$xA(1) = 0$$

$$yA(1) = 0.0203$$

$$zA(1) = -0.0039$$

$$xB(1) = 0$$

$$yB(1) = 0$$

$$zB(1) = 0$$

$$T(1,1) = 1$$

$$T(1,2) = 0$$

$$T(1,3) = 0$$

$$T(1,4) = 0$$

$$T(2,1) = 0$$

$$T(2,2) = 1$$

$$T(2,3) = 0$$

$$T(2,5) = 0$$

$$T(3,1) = 0$$

$$T(3,2) = 0$$

$$T(3,3) = 1$$

$T(3, 6) = 0$

do $k=1, 9$

$T(1, 5) = z_A(k) - z_B(k)$

$T(1, 6) = y_B(k) - y_A(k)$

$T(2, 4) = z_B(k) - z_A(k)$

$T(2, 6) = x_A(k) - x_B(k)$

$T(3, 4) = y_A(k) - y_B(k)$

$T(3, 5) = x_B(k) - x_A(k)$

Ubracket(1) = $U_b(k)$

Ubracket(2) = $V_b(k)$

Ubracket(3) = $W_b(k)$

Ubracket(4) = $thX(k)$

Ubracket(5) = $thY(k)$

Ubracket(6) = $thZ(k)$

*C Loop gia ton pollaplasiamo ton pinakwn T*Ubracket
kai ypologismo*

C twv u_A, v_A, w_A

do $i=1, 3$

$f=0$

do $j=1, 6$

$c(i, j) = T(i, j) * Ubracket(j)$

$f = c(i, j) + f$

enddo

Utooth(i)=f

enddo

C *Final coordinates*

xA(k+1)=xA(1)+Utooth(1)

yA(k+1)=yA(1)+Utooth(2)

zA(k+1)=zA(1)+Utooth(3)

xB(k+1)=xB(1)+Ub(k)

yB(k+1)=yB(1)+Vb(k)

zB(k+1)=zB(1)+Wb(k)

enddo

55 **format**(f12.6)

C *To *1000 to kano gia na paro ta apotelesmata se mm*

do i=1,10

write(7,*) xA(i)*1000

write(8,*) yA(i)*1000

write(9,*) zA(i)*1000

write(10,*) xB(i)*1000

write(11,*) yB(i)*1000

write(12,*) zB(i)*1000

enddo

```
do i=7,12
    close(i)
enddo

write(*,*) 'Telos ektelesis programmatos'

stop
end
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

B

ΚΩΔΙΚΑΣ APDL

/title, 3D Parabola of Tooth Root & PDL

!Dimiourgia macro file

***create**,donti

!Anagnosi psifiopoiimenon syntetagmenon

***dim**,xa_exp,array,9

***vread**,xa_exp(1),CoordxA,, ,IJK,9

(F15.13)

***dim**,ya_exp,array,9

***vread**,ya_exp(1),CoordyA,, ,IJK,9

(F15.13)

***dim**,za_exp,array,9

***vread**,za_exp(1),CoordzA,, ,IJK,9

(F15.13)

***dim**,xb_exp,array,9

***vread**,xb_exp(1),CoordxB,, ,IJK,9

(F15.13)

***dim**,yb_exp,array,9

***vread**,yb_exp(1),CoordyB,, ,IJK,9

(F15.13)

***dim**,zb_exp,array,9

***vread**,zb_exp(1),CoordzB,,,,IJK,9

(F15.13)

xA=-3.9

yA=-20.3

zA=0

xB=0

yB=0

zB=0

w1=0.5

c1=0.461

c2=0.074

!Preprocessor

/prep7

*!*ask,r1,Dwste diametro rizas*

r1=3.9 *!Aktina rizas sto ipsos tou ostou*

h=14.5 *!Mikos rizas*

dPDL=0.2 *!Paxos periodontikis memvranis*

ElastPDL=0.68 *!Metro elastikotitas periodontikis
memvranis*

PoisosnPDL=0.4 *!Logos Poisson periodontikis memvranis*

Ftooth=3 *!Dynami pou askeitai sto donti*

mili=5.8 *!mikos milis*

!Dimiourgia keypoints gia ti sxediasi tis paravolis

a1=h/r1**2

zr=1

k1=r1/5

***do**,i,0,r1,k1

y=a1*(i**2)

k,zr,i,y,0

zr=zr+1

***enddo**

k2=(r1+dPDL)/5

a2=(h+dPDL)/((r1+dPDL)**2)

zr=7

***do**,i,0,r1+dPDL,k2

y=a2*(i**2)-0.2

k,zr,i,y,0

zr=zr+1

***enddo**

!dimiourgia splines

bsplin,1,2,3,4,5,6

bsplin,7,8,9,10,11,12

!Kataskeui milis kai aksona symmetrias

```
k,13,r1,h+mili,0
k,14,0,h+mili,0
k,33,r1,h+(mili/2),0
k,34,r1+dPDL+0.3,h,0
k,35,r1+dPDL+0.3,-dPDL-0.3,0
k,36,0,-dPDL-0.3,0

l,6,33
l,33,13
l,13,14
l,14,1
l,1,7
l,7,36
l,6,12
l,12,34
l,34,35
l,35,36
```

!Dimiourgia epifaniwn

```
al,1,3,4,5,6
al,7,9,1,2
al,2,8,10,11,12
```

!Peristrofi tou disdiastatoy montelou

vrotat,1,2,3,,,,,14,36,360,4

!Enwsi ton koinwn komvwn

vglue,all

!Orismos mixanikwn idiotiton

et,1,solid187

mp,ex,1,26e3

mp,prxy,1,0.3

mp,ex,2,ElastPDL

mp,prxy,2,PoisosnPDL

mp,ex,3,26e6

mp,prxy,3,0.3

tb,creep,2,1,5,3

tbtemp,37

tldata,,c1,0,0,0,c2

!Apodosi mixanikwn idiotitwn stous antistoixous komvous

vsel,s,volu,,1,10,3

vatt,1

vsel,s,volu,,2,11,3

vatt,2

vsel,s,volu,,3,12,3

vatt,3

vsel,all,volu

!Dimiourgia custom plegmatos

ms2=1

aesize,4,ms2

aesize,16,ms2

aesize,28,ms2

aesize,40,ms2

aesize,9,ms2

aesize,21,ms2

aesize,44,ms2

aesize,33,ms2

ms3=3

vsel,s,volu,,1,10,3

esize,ms3,0

mshape,1,3D

mshkey,0

vmesh,all

vsel,s,volu,,2,11,3

esize,ms2,0

mshape,1,3D

mshkey,0

vmesh,all

vsel,s,volu,,3,12,3

esize,ms3,0

mshape,1,3D

mshkey,0

vmesh,all

allsel

!Eplogi methodou epilysis (transient analysis)

antype,trans

trnopt,full

finish

!Solution

/solu

!Kathorismos oriakon syntikon

da,14,all

da,26,all

da,38,all

da,48,all

da,13,all

da,25,all

da,37,all

da,47,all

*!Epiloges sto menu epilisis Sol 'n' Control gia ti
!dimiourgia 3 loadsteps !kai tis epilogis na
!symperilifthei to creep*

time,0.0001

nsubst,2,0,0,on

lswrite,1

f,331,FX,3

nlgeom,off

time,45

!deltim,0.1,0,0,on

outres,all,all

timint,off,all

nsubst,100,0,0,off

```
kbc,1  
autots,off  
rescontrol,define,all,all,1  
neqit,500  
rate,1  
lswrite,2
```

```
f,331,FX,3  
nlgeom,off  
time,45  
!deltim,0.1,0,0,on  
outres,all,all  
timint,off,all  
nsubst,100,0,0,off  
kbc,1  
autots,off  
rescontrol,define,all,all,1  
neqit,500  
rate,1  
lswrite,3
```

```
lssolve,1,3,1
```

```
finish
```

!Post-processor

/post26

*!Dimiourgia pinakon gia tin apothikeusi kai epeksergasia
!twn metatopiseon*

nsol,2,357,U,Z,zB

store,merge

***dim,disp_zB,table,601**

vget,disp_zB(1,0),1

vget,disp_zB(1,1,1),2

nsol,3,357,U,Y,yB

store,merge

***dim,disp_yB,table,601**

vget,disp_yB(1,0),1

vget,disp_yB(1,1,1),3

nsol,4,357,U,X,xB

store,merge

***dim,disp_xB,table,601**

vget,disp_xB(1,0),1

vget,disp_xB(1,1,1),4

nsol,5,1,U,Z,zA

store,merge

```
*dim,disp_zA,table,601
```

```
vget,disp_zA(1,0),1
```

```
vget,disp_zA(1,1,1),5
```

```
nsol,6,1,U,Y,yA
```

```
store,merge
```

```
*dim,disp_yA,table,601
```

```
vget,disp_yA(1,0),1
```

```
vget,disp_yA(1,1,1),6
```

```
nsol,7,1,U,X,xA
```

```
store,merge
```

```
*dim,disp_xA,table,601
```

```
vget,disp_xA(1,0),1
```

```
vget,disp_xA(1,1,1),7
```

```
*dim,xa_ansys,array,9
```

```
*dim,ya_ansys,array,9
```

```
*dim,za_ansys,array,9
```

```
*dim,xb_ansys,array,9
```

```
*dim,yb_ansys,array,9
```

```
*dim,zb_ansys,array,9
```

```
!Υπολογισμος syntetagmenon twn apotelesmatwn toy ANSYS
```

```
j=1
```

```
*do,i,5,45,5
    xa_ansys(j)=xA+disp_xA(i)
    ya_ansys(j)=yA+disp_yA(i)
    za_ansys(j)=zA+disp_zA(i)
    xb_ansys(j)=xB+disp_xB(i)
    yb_ansys(j)=yB+disp_yB(i)
    zb_ansys(j)=zB+disp_zB(i)
    j=j+1
*enddo

!Υπολογισμος αντικειμενικis synartisis

*dim,disp_difference,array,9

*do,i,1,9,1
    disp_difference(i)=(za_exp(i)-
xa_ansys(i))**2+(zb_exp(i)-xb_ansys(i))**2
*enddo

antikeimeno=w1*(disp_difference(1,1)+disp_difference(9,1)
)

*do,i,2,8,1
    antikeimeno=antikeimeno+disp_difference(i,1)
*enddo

finish

*end
```


!Run tou macro file

/input,donti

!Optimization

/opt

opan1,donti

opvar,c1,dv,1.25,1.5,0.001

opvar,c2,dv,0.05,0.09,0.001

opvar,antikeimeno,obj,,,0.0000001

!opkeep,on

!optype,rand

!oprnd,20,0

!opexe

!

!opsel,-1

optype,first

opfrst,20,100,0.2

!optype,subp

!opsubp,30,7

opexe

finish