



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

*ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ &
ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ*

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ:

*«ΑΕΙΟΠΟΙΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΜΕ
ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΗΛΕΣ ΥΔΑΤΟΣ»*

*“OSCILLATING WATER COLUMN WAVE ENERGY
CONVERTERS”*

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: Ι. Αντωνιάδης , Καθηγητής ΕΜΠ
ΣΠΟΥΔΑΣΤΗΣ: Ανδρέας Παραδεισιώτης

ΑΘΗΝΑ 2014

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<u>1.ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ – ΓΕΝΙΚΑ</u>	2
<u>2.ΘΑΛΑΣΣΙΑ ΚΥΜΑΤΑ ΚΑΙ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ ΠΙΕΣΗΣ</u>	2
<u>3.ΑΝΗΓΜΕΝΗ ΙΣΧΥΣ ΘΑΛΑΣΣΙΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ</u>	3
<u>4.ΑΡΧΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ</u>	4
<u>5.ΑΡΧΙΚΟ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ</u>	5
<u>5.α.Υπολογισμός της αντίστοιχης σταθεράς ελαστικότητας του αέρα - Rott's acoustic approximation</u>	
<u>5.β.Από το μηχανικό στο ρευστομηχανικό μοντέλο</u>	
<u>5.γ.Ιδιοσυχνότητα συστήματος</u>	
<u>5.δ.Εισαγωγή γραμμικών αποσβέσεων</u>	
<u>5.ε.Αποκρίσεις συστήματος - Μέγιστη Ισχύς (συντονισμός)</u>	
<u>5.στ.Εισεργόμενη-Διαθέσιμη Ισχύς</u>	
<u>5.ζ.Ισχύς Στοιχείων Διάχυσης</u>	
<u>5.η.Προσδιορισμός του $R_{μηχ}$ για μέγιστη ισχύ</u>	
<u>6.ΔΙΑΣΤΑΣΙΟΛΟΓΗΣΗ</u>	18
<u>7.ΑΠΟΚΡΙΣΕΙΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ</u>	22
<u>8.ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΣΕ ΓΧΑΣ</u>	26
<u>9.ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ-ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ</u>	30
<u>9.α.Αποκρίσεις συστήματος - Μέγιστη Ισχύς (συντονισμός)</u>	
<u>10.ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΕ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΟΡΜΗΣ EULER ΣΕ ΓΡΑΜΜΗ ΡΟΗΣ</u>	37
<u>10.α.Αγωγός συντονισμού</u>	
<u>10.β.Αγωγός εξόδου</u>	
<u>10.γ.Σύζευξη εξισώσεων</u>	
<u>10.δ.ΑΠΩΛΕΙΕΣ</u>	
<u>10.ε. Αριθμητική επίλυση με Runge-Kutta</u>	
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ-ΚΩΔΙΚΕΣ	

1.ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ – ΓΕΝΙΚΑ

Οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας και οι μέθοδοι εκμετάλλευσης τους επανέρχονται έντονα στο επίκεντρο του ενδιαφέροντος των επιστημονικών κύκλων τα τελευταία χρόνια, με αρκετά αισιόδοξες προοπτικές για το μέλλον παράλληλα με την πιο ανοιχτή και δεκτική –έστω κατ’ ανάγκη- αντιμετώπιση τους από τον επιχειρηματικό και πολιτικό τομέα.

Ταυτόχρονα με την ηλιακή και την αιολική ενέργεια οι οποίες ήδη έχουν καθιερωθεί ως σοβαρές συνιστώσες ενεργειακών πηγών και τυχαίνουν ευρείας εφαρμογής, φιλοδοξεί να συμβαδίσει και η ενέργεια των θαλάσσιων κυμάτων.

Οι πρώτες ουσιαστικές μελέτες και εφαρμογές μεθόδων εκμετάλλευσης της θαλάσσιας ενέργειας έγιναν στην δεκαετία το 70’, από ονόματα όπως οι Yoshio Masuda, Stephen Salter, McCormick, Shaw, Charlier και άλλοι, με πιο ενεργές τις Σκανδιναβικές χώρες, το Ηνωμένο Βασίλειο και την Ιαπωνία.

Οι σημαντικότερες δυσκολίες έχουν να κάνουν με την πολυπλοκότητα της υδροδυναμικής των κυμάτων. Ανάλογα με το βάθος του νερού, την απόσταση από την ακτή, τον άνεμο, την ώρα της ημέρας, την εποχή, οι μορφές των κυμάτων ποικίλουν. Αυτό συνεπάγεται μεταβλητότητα την προσφερόμενης ισχύος, της συχνότητας και του πλάτους του κύματος ακόμα και σε κάποιες περιπτώσεις την έκθεση της διάταξης σε ακραίες καιρικές συνθήκες.

Με την πάροδο των χρόνων, συστήθηκαν διάφορες διατάξεις για αυτό το σκοπό, όπως επιπλέοντες μετατροπείς (PTO), Spar Buoy (σημαδούρες), ταλαντούμενες στήλες ύδατος (OWC) κ.α. με την συλλογή της ισχύος να γίνεται είτε με αεριοστρόβιλο, υδραυλικά συστήματα και γεννήτριες, με άντληση νερού ή απευθείας μετατροπή.

Η παρούσα εργασία βασίζεται στην ιδέα την ταλαντούμενης στήλης ύδατος. Εξετάζεται το θεωρητικό και τεχνικό υπόβαθρο μιας διάταξης της οποίας βασικός στόχος είναι ο συντονισμός ενός συστήματος δύο στηλών ύδατος και ενός θαλάμου με αέρα που λειτουργεί ως ελατήριο, με την συχνότητα του θαλάσσιου κύματος.

2.ΘΑΛΑΣΣΙΑ ΚΥΜΑΤΑ ΚΑΙ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ ΠΙΕΣΗΣ:

Από την μηχανική των ρευστών, υπάρχουν αρκετές εξισώσεις που προσεγγίζουν, προβλέπουν και περιγράφουν τα θαλάσσια κύματα υπό διάφορες συνθήκες. Τυπικά, παρουσιάζονται οι εξής, υπό την υπόθεση ότι η διαταραχή διαδίδεται σε μία κατεύθυνση x :

Εξίσωση Boussinesq για ρηχά νερά ($\lambda \gg H$ ή $H < 30 \text{ m}$):

$$\eta_{tt} - gH\eta_{xx} - \frac{1}{3}H^2\eta_{xxtt} - \frac{3}{2}g(\eta^2)_{xx} = 0$$

λ : Μήκος κύματος

H : Βάθος νερού

η : Ανύψωση επιφάνειας

Εξίσωση Kortweg de Vries:

$$\eta_t + \sqrt{gH}\eta_x + \frac{2}{3}\sqrt{\frac{g}{H}}\eta\eta_x + \frac{1}{6}H^2\sqrt{gH}\eta_{xxx} = 0$$

Σε αυτή την εργασία τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται βασίζονται κυρίως σε μετρήσεις της ερευνητικής ομάδας ατμοσφαιρικών μοντέλων και πρόγνωσης του καιρού, του τμήματος Φυσικής του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών.

Κατ' αρχήν θεωρώ τα θαλάσσια κύματα ως κανονικά-ημιτονοειδή που περιγράφονται από την εξίσωση:

$$z_a = Z \sin(kx + \omega t)$$

Όπου:

z_a : Στάθμη της επιφάνειας της θάλασσας

Z : Πλάτος κύματος

k : Αριθμός κύματος

ω : Κυκλική συχνότητα

Επιλέγεται ένα σταθερό σημείο $x=0$.

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση ενέργειας του Bernoulli:

Η θέση (b) βρίσκεται στο ίδιο βάθος με το στόμιο του αγωγού, αλλά αρκετά μακριά από αυτό ώστε να μπορώ να θεωρήσω μηδενική την ταχύτητα του ρευστού στη συγκεκριμένη θέση.

Οπότε από την εξίσωση ενέργειας μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας και της θέσης (b) προκύπτει η υδροστατική πίεση:

$$\frac{p_a}{\rho} + g \cdot z_a + \frac{u_a^2}{2} = \frac{p_b}{\rho} + g \cdot z_b + \frac{u_b^2}{2}$$

Αφού θεωρώ μηδενική ταχύτητα και στις δύο θέσεις, ενώ στην (a) έχω ατμοσφαιρική πίεση, τότε:

$$p_b = p_{atm} + \rho g \cdot (z_a - z_b)$$

Καθώς όμως η z_a είναι ημιτονοειδής συνάρτηση, αυτή η μεταβολή της υψομετρικής διαφοράς ($z_a - z_b$) προκαλεί την διαταραχή της πίεσης στο (b) η οποία είναι και η διέγερση του συστήματος:

$$p_\delta = \rho \cdot g \cdot z_a = \rho \cdot g \cdot Z \sin(\omega t) \rightarrow p_b = (p_{atm} - \rho g \cdot z_b) + p_\delta$$

Να σημειωθεί εδώ ότι με στάθμη αναφοράς την επιφάνεια της θάλασσας σε ηρεμία, το $z_b < 0$.

3.ΑΝΗΓΜΕΝΗ ΙΣΧΥΣ ΘΑΛΑΣΣΙΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Ως μια αντίστοιχη μορφή του αιολικού δυναμικού που προκύπτει από στατιστικές κατανομές του ανέμου, για τον υπολογισμό της ανηγμένης ισχύος του θαλάσσιου κύματος, θεωρώ ένα αγωγό διατομής A βυθισμένο εν μέρει στη θάλασσα. Η μέση ισχύς μια περιόδου του κύματος προκύπτει ως:

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T p_\delta \cdot \dot{V}(t)$$

Όπου:

$p_\delta = \rho \cdot g \cdot Z \sin(\omega t)$: Η διαταραχή πίεσης λόγω του κύματος

$V(t) = V_c \cos(\omega t) + V_s \sin(\omega t)$: Η μεταβολή του όγκου του νερού στον αγωγό λόγω του κύματος, από την αρχική θέση ισορροπίας.

$\dot{V}(t) = -\omega V_c \sin(\omega t) + \omega V_s \cos(\omega t)$: Η παροχή όγκου

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^T \rho \cdot g \cdot Z \sin(\omega t) \cdot \dot{V}(t) \\ &= \frac{\rho g Z \omega}{2\pi} \left[-\omega V_c \int_0^T \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t) + \omega V_s \int_0^T \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t) \right] \\ \int_0^T \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t) &= \frac{\pi}{\omega} \quad \text{και} \quad \int_0^T \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t) = 0 \\ \rightarrow \bar{P} &= -\frac{1}{2} \rho g \omega Z V_c = \frac{1}{2} \rho g \omega Z |V_c| \end{aligned}$$

Όμως: $V_c = A \cdot h$

h : Ύψος της στάθμης στον αγωγό

Θεωρώντας αμελητέες τις όποιες απώλειες του αγωγού, το ύψος της στάθμης $h \approx Z$. Τότε:

$$\rightarrow \bar{P} = \frac{1}{2} \rho g \omega A \cdot Z^2 \text{ [W]}$$

Οπότε διαιρώντας με τη διατομή, η ανηγμένη ισχύς:

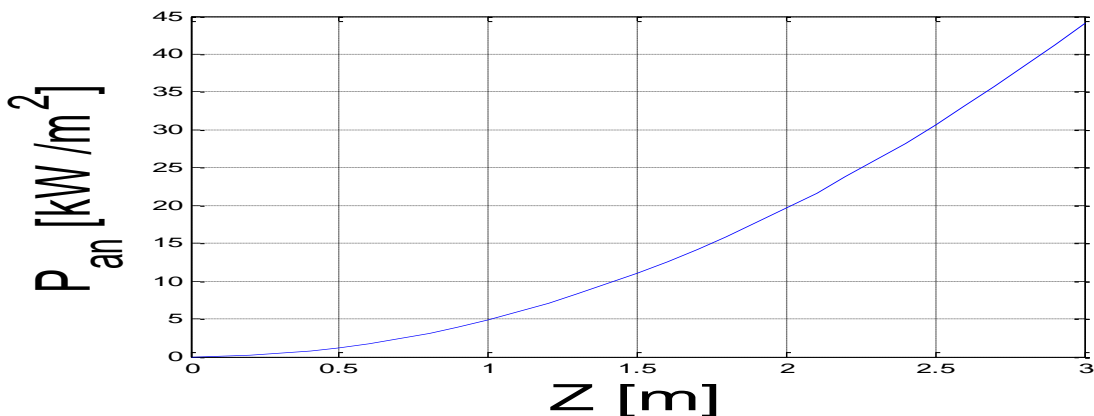
$$\rightarrow \bar{P}_{\text{ανηγ}} = \frac{1}{2} \rho g \omega \cdot Z^2 \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

Τυπική τιμή γωνιακής συχνότητας: $\omega \approx 1 \text{ rad/s}$.

Για $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$:

Ασφαλώς για μια δεδομένη τοποθεσία, μπορεί βάσει μετρήσεων να εξαχθεί μια χρονική κατανομή του πλάτους του κύματος και της συχνότητας, ώστε να υπολογιστεί μια μέση ετήσια ισχύς για παράδειγμα, απαραίτητο για την οικονομική πτυχή μιας σχετικής μελέτης.

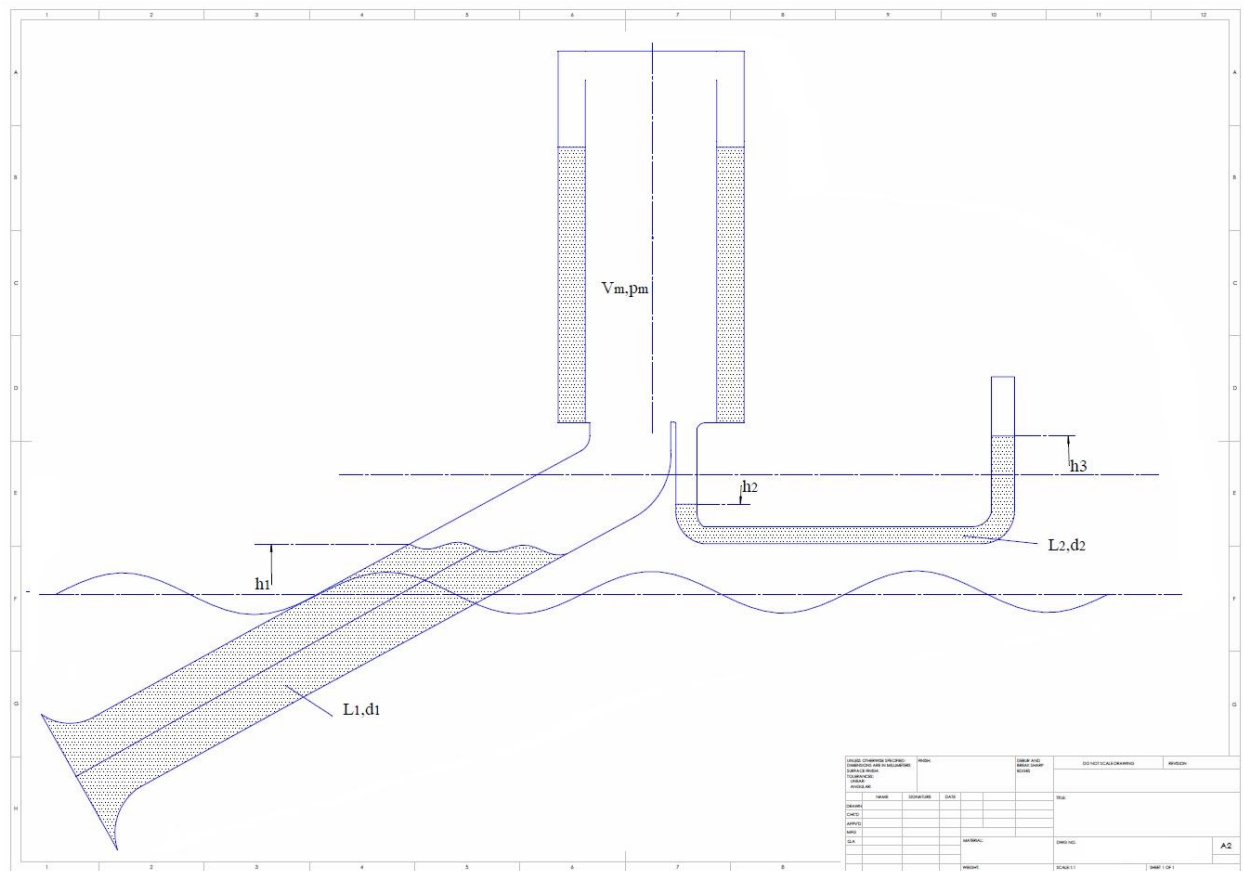
Ανηγμένη Ισχύς Συναρτήσεως Του πλάτους κύματος (kW/m²)



Το πιο πάνω διάγραμμα μας δίνει μια πρώτη ιδέα για το μέγεθος της διάταξης ανάλογα με την επιθυμητή ισχύ.

4.ΑΡΧΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Η αρχική σκέψη για την μορφή του συστήματος είναι η παρακάτω:



Δηλαδή, έχω δύο στήλες ύδατος και ένα κλειστό θάλαμο αέρα. Το κύμα προκαλεί μια διαταραχή της πίεσης, η οποία διεγείρει την 1^η στήλη ύδατος. Ο αέρας λειτουργεί ως ελατήριο μεταξύ της 1^{ης} και 2^{ης} στήλης προκαλώντας και τη 2^η στήλη να ταλαντώνεται. Το σύστημα μπορεί να είναι είτε πλωτό είτε να βρίσκεται εν μέρει στην ξηρά. Αυτό θα προκύψει από τις διαστάσεις του κυρίως και τις απαιτήσεις ισχύος.

Οπότε αρχικά προσεγγίζω τη διάταξη ως ένα σύστημα δύο μαζών και ενός ελατηρίου, που υπόκειται σε αρμονική διέγερση.

5.ΑΡΧΙΚΟ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

5.α.Υπολογισμός της αντίστοιχης σταθεράς ελαστικότητας του αέρα - Rott's acoustic approximation:

Τα ακόλουθα προκύπτουν χρησιμοποιώντας τις ακουστικές προσεγγίσεις του Rott για τα αέρια. Θεωρούμε μικρές χρονικές διαταραχές των χρονικά εξαρτημένων μεταβλητών, δηλαδή τα πλάτη

των διαταραχών των εμπλεκόμενων μεγεθών θεωρούνται πολύ μικρά συγκριτικά με τις μέσες τιμές τους. Τα εμπλεκόμενα μεγέθη εκφράζονται υπό την μορφή:

$$\begin{aligned} \text{Μέγεθος} &= \text{Μέση τιμή} + \text{Διαταραχή} \\ \rho(x, y, z, t) &= \rho_m(x) + \text{Re}[\rho_1(x, y, z)e^{i\omega t}] \\ T(x, y, z, t) &= T_m(x) + \text{Re}[T_1(x, y, z)e^{i\omega t}] \\ s(x, y, z, t) &= s_m(x) + \text{Re}[s_1(x, y, z)e^{i\omega t}] \end{aligned}$$

Και σύμφωνα με την γραμμική θεώρηση:

$$|\rho_1| \ll \rho_m, |T_1| \ll T_m, |s_1| \ll s_m$$

Περαιτέρω παραδοχές συνεπαγόμενες της θεώρησης:

- Τέλειο αέριο, αμελείται η συνεκτικότητα του όγκου
- Η ακουστική διάδοση γίνεται σε μια διεύθυνση, έστω x .
- Τα εμπλεκόμενα μήκη είναι κατά πολύ μικρότερα του ηχητικού μήκους κύματος ($\lambda = aT$).
- Οι όροι 2^{ης} τάξης των διαταραχών αμελούνται

Όσον αφορά την πίεση, θεωρείται ότι μεταβάλλεται σημαντικά μόνο κατά την x κατεύθυνση:

$$p(x, y, z, t) = p_m(x) + \text{Re}[p_1(x)e^{i\omega t}]$$

Η συνιστώσα της ταχύτητας κατά την διεύθυνση της διάδοσης u , είναι πολύ μεγαλύτερη των άλλων συνιστωσών v, w , ενώ επίσης θεωρείται αδρανές μέσο διάδοσης, δηλαδή η μέση ταχύτητα του αερίου, είναι μηδενική (ακίνητο αέριο) και παράλληλα το πλάτος της διαταραχής της $|u_1| \ll a$ της ταχύτητας του ήχου:

$$u(x, y, z, t) = \text{Re}[u_1(x, y, z)e^{i\omega t}]$$

Διαφορίζοντας την εξίσωση του τελείου αερίου $p = \rho RT$:

$$dp = \rho R dT + RT d\rho$$

Αντικαθιστώντας τα διαφορικά με τις διαταραχές:

$$p_1 = \rho_m RT_1 + RT_m \rho_1$$

Καθώς οι διαστάσεις του θαλάμου δεν είναι συγκρίσιμες με το μήκος κύματος της διαταραχής ($V_m/A' \ll \lambda$) και οι συχνότητες είναι αρκετά χαμηλές, θεωρώ χωρικά ομοιόμορφη διαταραχή της πίεσης.

$$\frac{dV}{V} = \frac{d(1/\rho)}{1/\rho} = \rho \frac{d\rho}{\rho^2} = \frac{d\rho}{\rho} \rightarrow d\rho = \rho \frac{dV}{V}$$

Χρησιμοποιώντας την προφανή ισότητα:

$$dp = \left(\frac{dp}{d\rho}\right) d\rho$$

Προκύπτει:

$$dp = \rho_m \left(\frac{dp}{d\rho}\right) \frac{dV}{V_m}$$

Λόγω των μεγάλων διαστάσεων του θαλάμου, θεωρώντας αμελητέα την μεταφορά θερμότητας από/προς το αέριο, αντιμετωπίζω το φαινόμενο ως αδιαβατικό και αντιστρεπτό. Τότε η κλίση $\left(\frac{dp}{d\rho}\right)$ προκύπτει ισεντροπικά:

$$dS = c_v \frac{dp}{p} + c_p \frac{dV}{V} = 0 \text{ ενώ } \gamma = \frac{c_p}{c_v} \text{ τότε:}$$

$$\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_s = \gamma \frac{p_m}{\rho_m} \rightarrow dp = \gamma \frac{p_m}{V_m} dV$$

Άρα τίθεται το μέτρο συμπιεστότητας του αέρα:

$$\kappa = \gamma \frac{p_m}{V_m} \rightarrow dp = \kappa dV$$

Η μετατόπιση της στάθμης μέσα στον θάλαμο, προκαλεί μεταβολή όγκου:

$$dV = A \cdot dY$$

Η δύναμη του ελατηρίου είναι:

$$F = K_F \cdot dY \rightarrow A \cdot dp = K_F \cdot dY \rightarrow dp = \frac{K_F}{A^2} dV$$

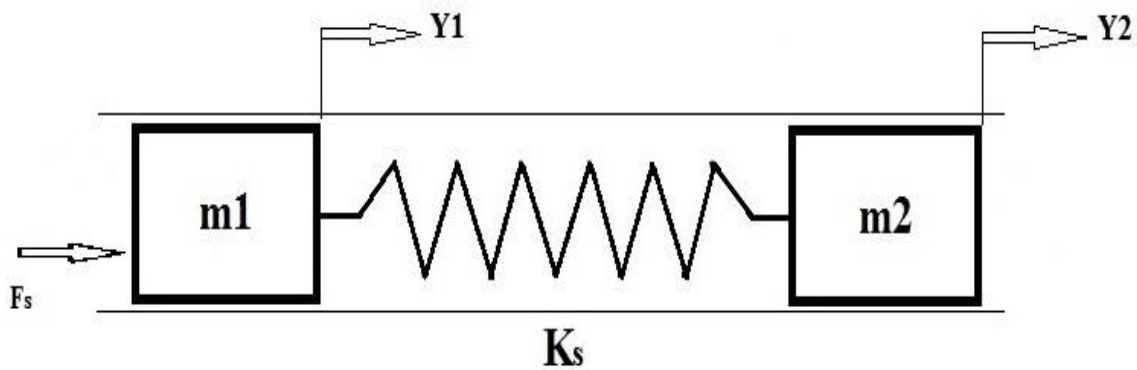
Εξισώνοντας τις παραπάνω δύο σχέσεις, προκύπτει η ισοδύναμη σταθερά ελαστικότητας για το αέριο ελατήριο:

$$K_F = kA^2 = \gamma p_m \frac{A^2}{V_m}$$

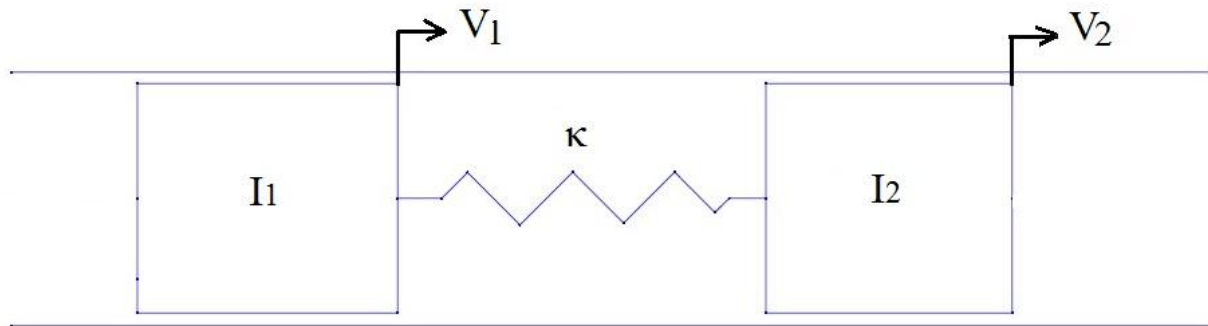
5.β. Από το μηχανικό στο ρευστομηχανικό μοντέλο

Σε πρώτη φάση, καταστρώνω ένα απλό μοντέλο, δύο βαθμών ελευθερίας με δύο μάζες (στήλες ύδατος) και ένα ελατήριο (αέριο στον θάλαμο), χωρίς να λαμβάνω υπόψη οποιεσδήποτε αποσβέσεις (απώλειες). Βασικός σκοπός είναι η διαστασιολόγηση των αγωγών και του θαλάμου, ώστε η ιδιουσυχνότητα του συστήματος να είναι στο επίπεδο της γωνιακής συχνότητας του κύματος (διέγερση). Στον θάλαμο του αέρα έχω ατμοσφαιρική πίεση στην κατάσταση ηρεμίας.

Το μηχανικό μοντέλο 2 βαθμών ελευθερίας σε αυτή την περίπτωση είναι το εξής:



Ρευστομηχανικό σύστημα:



Τα αντίστοιχα μεγέθη γενικευμένης δύναμης (F), ροής (v), ορμής (J) και μετατόπισης (u) ενός ρευστομηχανικού συστήματος, είναι η διαφορά πίεσης (p), η παροχή (Q), η ρευστορμή (J_p) και ο όγκος (V).

$$F \rightarrow p \quad \text{και} \quad v \rightarrow Q = \dot{V}$$

$$J \rightarrow J_p \quad \text{και} \quad u \rightarrow V$$

Οπότε:

$$F_s \rightarrow p_\delta \quad \text{και} \quad y_1, y_2 \rightarrow V_1, V_2$$

Ο συντελεστής γενικευμένης μάζας του στοιχείου συσσώρευσης κινητικής ενέργειας ($v \cdot J$) είναι η αδράνεια της υδάτινης στήλης:

$$F = m \cdot a \rightarrow p \cdot A = \rho \cdot V \cdot \frac{du}{dt} \rightarrow p \cdot A = \rho \cdot A \cdot L \cdot \frac{1}{A} \frac{dQ}{dt} \rightarrow p = \frac{\rho \cdot L}{A} \dot{Q} = I \cdot \ddot{V}$$

Το μέτρο συμπίεστότητας του αέρα:

$$\kappa = \gamma \frac{p_m}{V_m} \rightarrow dp = \kappa dV$$

Επιλέγω ως βαθμούς ελευθερίας $dV_1 = V_1 = A_1 h_1$ και $dV_2 = V_2 = A_2 (-h_2) = A_2 h_3$ που είναι οι μεταβολές όγκου από την θέση ισορροπίας όπως προκύπτουν από τις μεταβολές h_1, h_2 της στάθμης στους δύο αγωγούς αντίστοιχα, καθώς από την εξίσωση της συνέχειας για τον 2^ο αγωγό:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 \rightarrow A_2 \dot{h}_3 = A_2 (-\dot{h}_2) \rightarrow \dot{h}_3 = -\dot{h}_2$$

Η μεταβολή του όγκου του αέρα στον θάλαμο:

$$dV = V_1 - V_2 \quad \text{ή} \quad dV = V_1 - V_2$$

Ανάλογα σε ποιο βαθμό ελευθερίας αναφέρομαι κάθε φορά.

5.γ.Ιδιοσυγγνότητα συστήματος

Οι δύο Δ.Ε. που περιγράφουν το ρευστομηχανικό σύστημα είναι:

$$I_1 \ddot{V}_1 + \kappa V_1 - \kappa V_2 = p_\delta$$

$$I_2 \ddot{V}_2 - \kappa V_1 + \kappa V_2 = 0$$

Και σε μητρική μορφή:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{V}_1 \\ \ddot{V}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa & -\kappa \\ -\kappa & \kappa \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_\delta \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Ο υπολογισμός των ιδιοσυχνότητων του συστήματος, προκύπτει ως εξής:

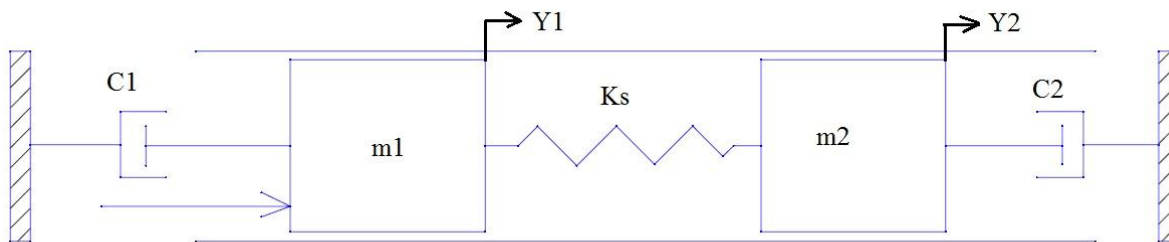
$$\det(-\omega^2[I] + [K]) = 0 \rightarrow \left| -\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa & -\kappa \\ -\kappa & \kappa \end{bmatrix} \right| = \begin{vmatrix} -\omega^2 I_1 + \kappa & -\kappa \\ -\kappa & -\omega^2 I_2 + \kappa \end{vmatrix} = 0$$

Θέτω $\lambda = \omega^2$:

$$\lambda \left[\lambda - \kappa \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \right] = 0 \rightarrow \lambda_1 = 0, \lambda_2 = \kappa \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right)$$

$$\omega = \pm \sqrt{\lambda} \rightarrow \omega_{1,2} = 0, \omega_{3,4} = \pm \sqrt{\kappa \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right)} \left[\frac{rad}{s} \right]$$

5.δ.Εισαγωγή γραμμικών αποσβέσεων



Οι γραμμικές και εντοπισμένες απώλειες των αγωγών παρίστανται ως στοιχεία διάχυσης ενέργειας (αποσβεστήρες).

Γραμμικές απώλειες

Οι γραμμικές απώλειες, εκφρασμένες ως πτώση πίεσης:

$$\delta p = \frac{1}{2} \lambda \frac{L}{D} \rho u^2$$

Για την εισαγωγή απωλειών στο σύστημα, προκειμένου να μην χαλάσω την γραμμικότητα του, θεωρώ στρωτή ροή για την οποία ορίζεται:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad \text{όπου} \quad Re = \frac{u \cdot d}{\nu} = \rho \frac{u \cdot d}{\mu}$$

Τότε η έκφραση των γραμμικών απωλειών γίνεται:

$$\delta p = \frac{32L\mu}{d^2} \bar{u} \rightarrow \delta p = \frac{32L\mu}{d^2} \dot{h} \rightarrow \delta p = \frac{128L\mu}{\pi d^4} \dot{V} \rightarrow \delta p = R \cdot \dot{V} \quad \text{όπου} \quad R = \frac{128L\mu}{\pi d^4}$$

Η παραδοχή της στρωτής ροής δεν απέχει πολύ από την πραγματικότητα λόγω των χαμηλών ταχυτήτων στους αγωγούς. Για να συμπεριληφθούν και οι εντοπισμένες απώλειες λόγω του στομίου του 1^{ου} αγωγού, των αλλαγών στην κατεύθυνση της ροής και τον διαστολικό/συστολικό

χαρακτήρα κάποιων τμημάτων προστίθεται στο L, ένα ισοδύναμο μήκος εντοπισμένων απωλειών.

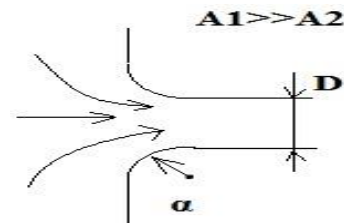
Εντοπισμένες απώλειες:

ζ: Συντελεστής εντοπισμένων απωλειών

Οι εντοπισμένες απώλειες μπορούν να χαρακτηρίζουν μεταβολή της διατομής από την οποία διέρχεται η ροή και εξαρτώνται από τον λόγο των διατομών και το πόσο απότομα γίνεται αυτή η μεταβολή.

Στην περίπτωση της εισροής από κάποια δεξαμενή (εννοώντας γενικά ακίνητο ρευστό), θεωρούμε την αρχική διατομή πολύ μεγαλύτερη από την δεύτερη, που είναι η διατομή του αγωγού. Οπότε σε αυτή την περίπτωση, ανάλογα με το πόσο ομαλά γίνεται η εισροή (ακτίνα καμπυλότητας):

a/D	0.02	0.04	0.06	0.10	0.15
k	0.28	0.24	0.15	0.09	0.04



Όταν οι απώλειες εκφράζονται σε μέτρα ΣΥ:

$$\delta h = kQ^2 \text{ τότε } k = \frac{8\zeta}{g\pi^2 D^4} \rightarrow \zeta = \frac{g\pi^2 D^4 k}{8}$$

Σε περίπτωση που έχω οξείες ακμές: $\zeta \approx 0,5$

Όταν ο σωλήνας δεν είναι κάθετος στο τοίχωμα (οξείες ακμές):

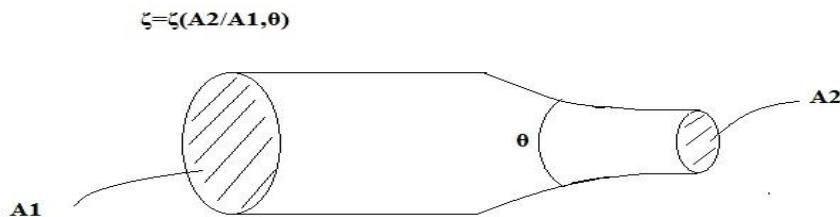
$$\zeta = 0,5 + 0,3\sin\theta + 0,226\sin^2\theta$$

Για διαμόρφωση κώδωνα στο στόμιο, όπως και στην περίπτωση μας: $\zeta_{min} = 0.05$. Δηλαδή λαμβάνοντας υπόψη και τη κλίση του αγωγού:

$$\zeta_c = 0,05 + 0,3\sin\theta + 0,226\sin^2\theta$$

Όσον αφορά τα τμήματα του 1^{ου} αγωγού διαμόρφωσης κώδωνα και κωνικής διαμόρφωσης, μπορούν να χαρακτηριστούν ως προοδευτικής συστολής ή διαστολής, ανάλογα με την κατεύθυνση της ροής.

Στοιχείο προοδευτικής συστολής:



Για στοιχείο προοδευτικής συστολής κωνικής μορφής όπως στην περίπτωσή μας, υπάρχει ο ακόλουθος πίνακας:

A_2/A_1	10°	15°-40°	50°-60°	90°	120°	150°	180°
0,5	0,05	0,05	0,06	0,12	0,18	0,24	0,26
0,25	0,05	0,04	0,07	0,17	0,27	0,35	0,41
0,1	0,05	0,05	0,08	0,19	0,29	0,37	0,43

Για στοιχείο προοδευτικής διαστολής ισχύει η πειραματική σχέση του Nikuradse:

$$\theta \approx 150/Re^{0.25}$$

Τότε οι απώλειες ενέργειας ελαχιστοποιούνται γύρω στις $\theta=8^\circ$ για κυκλικής διατομής αγωγό.

Επιλογή γωνιών:

Εκ των ανωτέρω προκύπτει η ανάγκη επιλογής της γωνίας του εκάστοτε στοιχείου ώστε να ελαχιστοποιηθούν οι αντίστοιχες απώλειες.

Το πρώτο στοιχείο διαμόρφωσης κώδωνα, όταν λειτουργεί ως στοιχείο εισροής, έχω τον λόγο $\alpha/d_{1,a}$, ενώ όταν λειτουργεί ως στοιχείο διαστολής έχω λόγο διατομών $A_2/A_1 = A_{εισ}/A_{1,a}$.

Το δεύτερο στοιχείο κωνικής μορφής, όταν λειτουργεί ως στοιχείο συστολής, έχω τον λόγο διατομών $A_2/A_1 = A_{1,a}/A_{1,b}$ ενώ όταν λειτουργεί ως στοιχείο διαστολής $A_2/A_1 = A_{1,b}/A_{1,a}$.

Για απλοποίηση του προβλήματος επιλέγω την γωνία συστολής τέτοια ώστε να έχω τις ίδιες απώλειες και στις δύο διευθύνσεις.

Γενικά για την περίπτωση προοδευτικής συστολής δεν υπάρχει ιδιαίτερη μεταβολή του συντελεστή μέχρι τις 60° , με $\zeta \approx 0,05$. Άρα επιλέγω τις γωνίες για ελαχιστοποίηση των απωλειών, όταν τα στοιχεία λειτουργούν ως διαστολικά. Οπότε $\theta=8^\circ$ άρα $\zeta \approx 0,05$.

Τα μήκη $L_{κωδ}$ και $L_{κων}$ εξαρτώνται από την γωνία θ :

$$L_{κωδ} = \frac{d_{εισ}}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx \frac{d_{εισ}}{2} \text{ και } L_{κων} = \frac{d_{1b}}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx \frac{d_{1b}}{2}$$

Αλλαγή κατεύθυνσης της ροής

Για τις εντοπισμένες απώλειες λόγω αλλαγής κατεύθυνσης της ροής υπάρχει ο ακόλουθος πίνακας:

Για «άγρια» εσωτερικά τοιχώματα:

φ°	$\alpha/D=1$	$\alpha/D=2$	$\alpha/D=4$	$\alpha/D=6$
15	0,10	0,06	0,05	0,04
30	0,23	0,14	0,11	0,08
45	0,34	0,20	0,15	0,12
60	0,41	0,24	0,19	0,15
90	0,51	0,30	0,23	0,18

α : ακτίνα καμπυλότητας γωνίωσης

Τελικά αυτές οι εντοπισμένες απώλειες μπορούν να προστεθούν στις γραμμικές με την εισαγωγή του ισοδύναμου μήκους:

$$L_{ισοδ} = \zeta D/\lambda = \zeta \frac{\rho D^2}{64\mu} \bar{u}$$

\bar{u} : Υπόθεση της μέσης ταχύτητας της ροής

Μηχανισμός απορρόφησης ισχύος

Επίσης, ο οποιοσδήποτε μηχανισμός επιλεγεί για την εκμετάλλευση της ισχύος στην έξοδο του συστήματος, είναι ένα στοιχείο απορρόφησης ενέργειας και μοντελοποιείται ως ένας επιπλέον αποσβεστήρας, έστω $C_{μηχ}$ όπου:

$$F_3 = C_{\mu\eta\chi} v_3 \rightarrow \delta p A_3 = C_{\mu\eta\chi} \dot{h}_3 \rightarrow \delta p = C_{\mu\eta\chi} \frac{\dot{V}_3}{A_2^2} \rightarrow \delta p = R_{\mu\eta\chi} \dot{V}_2$$

Η αντίσταση του μηχανισμού προστίθεται στις απώλειες του 2^{ου} αγωγού.

Τότε $R_2 = R_{2,απ} + R_{\mu\eta\chi}$ και το σύστημα γίνεται:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{V}_1 \\ \ddot{V}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa & -\kappa \\ -\kappa & \kappa \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \rho g Z \cdot \sin(\omega t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

5.ε.Αποκρίσεις συστήματος - Μέγιστη Ισχύς (συντονισμός)

Από την παρακάτω σχέση υπολογίζονται τα ιδιοδιανύσματα του συστήματος:

$$(-\omega^2[I] + [K])\vec{\Phi} = 0$$

$$\left(-\lambda_v \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa & -\kappa \\ -\kappa & \kappa \end{bmatrix}\right) \begin{Bmatrix} \Phi_{v1} \\ \Phi_{v2} \end{Bmatrix} = 0$$

Όπου οι ιδιοτιμές: $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \kappa \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right)$

Προκύπτουν τα εξής ιδιοδιανύσματα: $\begin{Bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}$

Πλέον ο υπολογισμός των γενικευμένων μεγεθών:

$$i_{ii} = \vec{\Phi}_i^T [I] \vec{\Phi}_i, \quad k_{ii} = \vec{\Phi}_i^T [K] \vec{\Phi}_i, \quad r_{ii} = \vec{\Phi}_i^T [R] \vec{\Phi}_i, \quad p_{ii} = \vec{\Phi}_i^T [P] \vec{\Phi}_i$$

$$\kappa_{11} = \{1 \ 1\} \begin{bmatrix} \kappa & -\kappa \\ -\kappa & \kappa \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = 0$$

$$\kappa_{22} = \left\{1 \ -\frac{I_1}{I_2}\right\} \begin{bmatrix} \kappa & -\kappa \\ -\kappa & \kappa \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = \kappa \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)^2$$

$$I_{11} = \{1 \ 1\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = I_1 + I_2$$

$$I_{22} = \left\{1 \ -\frac{I_1}{I_2}\right\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = I_1 \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)$$

$$R_{11} = \{1 \ 1\} \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = R_1 + R_2$$

$$R_{12} = \{1 \ 1\} \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = R_1 - \frac{I_1}{I_2} R_2 = 0$$

$$R_{21} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = R_1 - \frac{I_1}{I_2} R_2 = R_{12} = 0$$

$$R_{22} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = R_1 + R_2 \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2$$

$$p = \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \rho g Z \cdot \sin(\omega t) \\ 0 \end{Bmatrix} = \rho g Z \cdot \sin(\omega t)$$

$$[i] = \begin{bmatrix} I_1 + I_2 & 0 \\ 0 & I_1 \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) \end{bmatrix}, [k] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \kappa \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)^2 \end{bmatrix}, [r] = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 & 0 \\ 0 & R_1 + R_2 \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2 \end{bmatrix}$$

Ενώ ισχύει:

$$\frac{\kappa_{ii}}{I_{ii}} = \omega_i^2 \rightarrow \frac{\kappa_{11}}{I_{11}} = 0 = \lambda_1, \quad \frac{\kappa_{22}}{I_{22}} = \frac{\kappa \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)^2}{I_1 \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{\kappa \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1} = \kappa \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) = \lambda_2$$

Η αρχική υπόθεση λύσης είναι:

$$\begin{Bmatrix} V_1(t) \\ V_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} q_1(t) + \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} q_2(t)$$

Θεωρώντας $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ που είναι η γωνιακή συχνότητα της διέγερσης και ισούται με αυτή του συντονισμού: Οι γενικευμένοι βαθμοί ελευθερίας:

$$q_1(t) = A_1 \cos(\omega t) + B_1 \sin(\omega t)$$

$$q_2(t) = A_2 \cos(\omega t) + B_2 \sin(\omega t)$$

$$\dot{q}_1(t) = -\omega A_1 \sin(\omega t) + \omega B_1 \cos(\omega t)$$

$$\dot{q}_2(t) = -\omega A_2 \sin(\omega t) + \omega B_2 \cos(\omega t)$$

$$\ddot{q}_1(t) = -\omega^2 A_1 \cos(\omega t) - \omega^2 B_1 \sin(\omega t)$$

$$\ddot{q}_2(t) = -\omega^2 A_2 \cos(\omega t) - \omega^2 B_2 \sin(\omega t)$$

$$\begin{cases} \dot{V}_1(t) \\ \dot{V}_2(t) \end{cases} = \omega \begin{Bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \end{Bmatrix} [-A_1 \sin(\omega t) + B_1 \cos(\omega t)] + \omega \begin{Bmatrix} \mathbf{1} \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} [-A_2 \sin(\omega t) + B_2 \cos(\omega t)]$$

$$\begin{cases} \ddot{V}_1(t) \\ \ddot{V}_2(t) \end{cases} = \omega^2 \begin{Bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \end{Bmatrix} [-A_1 \cos(\omega t) - B_1 \sin(\omega t)] + \omega^2 \begin{Bmatrix} \mathbf{1} \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} [-A_2 \cos(\omega t) - B_2 \sin(\omega t)]$$

Αντικαθιστώ στις εξισώσεις του συστήματος:

$$\begin{bmatrix} I_1 + I_2 & 0 \\ 0 & I_1 \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 + R_2 & 0 \\ 0 & R_1 + R_2 \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \kappa \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \rho g Z \cdot \sin(\omega t)$$

Αντικαθιστώντας $I_T = I_1 + I_2$ και $R_T = R_1 + R_2$:

$$\begin{bmatrix} I_T & 0 \\ 0 & \frac{I_1}{I_2} I_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} R_T & 0 \\ 0 & R_1 + R_2 \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \kappa \left(\frac{I_T}{I_2}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \rho g Z \cdot \sin(\omega t)$$

Δηλαδή:

$$I_T \ddot{q}_1 + R_T \dot{q}_1 = \rho g Z \cdot \sin(\omega t)$$

$$\frac{I_1}{I_2} I_T \ddot{q}_2 + \left[R_1 + R_2 \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2 \right] \dot{q}_2 + \kappa \left(\frac{I_T}{I_2}\right)^2 q_2 = \rho g Z \cdot \sin(\omega t)$$

Ομαδοποιώντας σε ημίτονα-συνημίτονα :

Για τον 1^ο γενικευμένο β.ε.:

$$[-\omega^2 I_T A_1 + \omega R_T B_1] \cos(\omega t) + [-\omega^2 I_T B_1 - \omega R_T A_1 - \rho g Z] \sin(\omega t) = 0$$

Για να ισχύει η ισότητα πρέπει να μηδενίζονται και οι δύο συντελεστές:

$$\begin{bmatrix} -I_T \omega^2 & R_T \omega \\ -R_T \omega & -I_T \omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \rho \cdot g \cdot Z \end{Bmatrix}$$

$$A_1 = \frac{R_T}{\omega I_T} B_1 \qquad B_1 = -\frac{\rho g Z I_T}{(\omega^2 I_T^2 + R_T^2)}$$

Όμοια και για τον 2^ο γενικευμένο β.ε.:

$$\begin{bmatrix} -\frac{I_1}{I_2} I_T \omega^2 + \kappa \left(\frac{I_T}{I_2}\right)^2 & \left(R_1 + R_2 \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2\right) \omega \\ -\left(R_1 + R_2 \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2\right) \omega & -\frac{I_1}{I_2} I_T \omega^2 + \kappa \left(\frac{I_T}{I_2}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \rho \cdot g \cdot Z \end{Bmatrix}$$

Όμως:

$$-\frac{I_T}{I_2} I_1 \omega^2 + \kappa \left(\frac{I_T}{I_2}\right)^2 = \frac{I_T}{I_1 I_2} \left(-\omega^2 + \kappa \frac{I_T}{I_1 I_2}\right) = 0$$

Άρα:

$$\begin{bmatrix} 0 & \left(R_1 + R_2 \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2\right) \omega \\ -\left(R_1 + R_2 \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2\right) \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \rho \cdot g \cdot Z \end{Bmatrix}$$

$$A_2 = -\frac{\rho \cdot g \cdot Z}{\omega \left(R_1 + R_2 \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2\right)} \quad B_2 = 0$$

Αν η αρχική υπόθεση λύσης είναι:

$$V_1(t) = P_{c1} \cos(\omega t) + P_{s1} \sin(\omega t)$$

$$V_2(t) = P_{c2} \cos(\omega t) + P_{s2} \sin(\omega t)$$

Άρα

$$P_{c1} \cos(\omega t) + P_{s1} \sin(\omega t) = A_1 \cos(\omega t) + B_1 \sin(\omega t) + A_2 \cos(\omega t) + B_2 \sin(\omega t)$$

$$\rightarrow P_{c1} = A_1 + A_2 \quad \text{και} \quad P_{s1} = B_1 + B_2$$

$$P_{c2} \cos(\omega t) + P_{s2} \sin(\omega t) = A_1 \cos(\omega t) + B_1 \sin(\omega t) - \frac{I_1}{I_2} A_2 \cos(\omega t) - \frac{I_1}{I_2} B_2 \sin(\omega t)$$

$$\rightarrow P_{c2} = A_1 - \frac{I_1}{I_2} A_2 \quad \text{και} \quad P_{s2} = B_1 - \frac{I_1}{I_2} B_2$$

Από την τριγωνομετρική ταυτότητα:

$$A \cos(x) - B \sin(x) = R \cos(x + \theta), \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{B}{A}\right)$$

$$\text{ή} \quad A \cos(x) + B \sin(x) = R \cos(x - \theta), \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{B}{A}\right)$$

$$P_{c1} \cos(\omega t) + P_{s1} \sin(\omega t) = P_1 \sin(\omega t + \varphi_1), \quad P_1 = \sqrt{P_{c1}^2 + P_{s1}^2}, \quad \varphi_1 = \tan^{-1}\left(\frac{-P_{s1}}{P_{c1}}\right)$$

$$P_{c2} \cos(\omega t) + P_{s2} \sin(\omega t) = P_2 \sin(\omega t + \varphi_2), \quad P_2 = \sqrt{P_{c2}^2 + P_{s2}^2}, \quad \varphi_2 = \tan^{-1}\left(\frac{-P_{s2}}{P_{c2}}\right)$$

Άρα:

$$\mathbf{V}_1(t) = \mathbf{P}_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$\mathbf{V}_2(t) = \mathbf{P}_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Οι παροχές προκύπτουν μέσω χρονικής παραγώγισης:

$$\dot{V}_1(t) = -\omega P_{c1} \sin(\omega t) + \omega P_{s1} \cos(\omega t)$$

$$\dot{V}_2(t) = -\omega P_{c2} \sin(\omega t) + \omega P_{s2} \cos(\omega t)$$

$$\dot{V}_1(t) = -\omega P_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$\dot{V}_2(t) = -\omega P_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

Και οι επιταχύνσεις:

$$\ddot{V}_1(t) = -\omega^2 P_{c1} \cos(\omega t) - \omega^2 P_{s1} \sin(\omega t)$$

$$\ddot{V}_2(t) = -\omega^2 P_{c2} \cos(\omega t) - \omega^2 P_{s2} \sin(\omega t)$$

$$\ddot{V}_1(t) = -\omega^2 P_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$\ddot{V}_2(t) = -\omega^2 P_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Σε αυτή την φάση στόχος είναι να εξαχθούν οι σχέσεις που καθορίζουν την ισχύ του συστήματος και εφόσον είναι επιθυμητή η μέγιστη ισχύς, συνεπώς μέγιστο πλάτος ταλάντωσης, θεωρούμε ότι η γωνιακή συχνότητα της διέγερσης ισούται με την γωνιακή φυσική συχνότητα του συστήματος, δηλαδή έχω συνθήκες συντονισμού.

Άρα όπου $\omega = \sqrt{\kappa \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right)}$ και τα $P_{c1}, P_{c2}, P_{s1}, P_{s2}$ αναφέρονται σε μέγιστα πλάτη λόγω συντονισμού.

5.στ.Εισεργόμενη-Διαθέσιμη Ισχύς

Το προς εκμετάλλευση έργο που εισέρχεται στο σύστημα, το έργο που προσφέρει η διέγερση:

$$E = \int_0^T F(t) \dot{h}_1(t) dt = \int_0^T p_\delta(t) \dot{V}_1(t) dt = - \int_0^T \rho g Z \cdot \sin(\omega t) \cdot \omega P_1 \sin(\omega t + \varphi_1) dt$$

$$E = -\rho g Z \omega P_1 \int_0^T \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) dt = -\rho g Z \omega P_1 \left[\frac{2\omega t \cdot \cos(\varphi_1) - \sin[2\omega t + \varphi_1]}{4\omega} \right]_0^T$$

$$\rightarrow E = \frac{-\pi}{\omega} \cos(\varphi_1) \rho g Z \omega P_1 \rightarrow E = -\pi \cos(\varphi_1) \rho g Z P_1$$

Η μέση ισχύς προκύπτει ως:

$$P_{av} = \frac{E}{2\pi/\omega} \rightarrow P_{in} = \frac{-1}{2} \cos(\varphi_1) \rho g Z \omega P_1$$

Όμως:

$$\cos(\varphi_1) = \sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{-P_{s1}}{P_{c1}}\right)\right) = \frac{P_{c1}}{P_1}$$

Η τελική σχέση για την μέση ισχύ εισόδου:

$$P_{in} = -\frac{1}{2} \rho g Z \omega \cdot P_{c1} \quad [W]$$

$$\text{Για } \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \omega \approx 1 \text{ rad/s}, \quad Z \approx 0.5 \text{ m} : \rightarrow P_{in} \approx 2500 \cdot P_{c1} \quad [W]$$

5.ζ. Ισχύς Στοιχείων Διάχυσης

Το έργο που καταναλώνεται στις απώλειες των αγωγών υπολογίζεται ως εξής:

$$E_{\text{απωλειών}} = E_{R_1} + E_{R_{2,\alpha\pi}} = \int_0^T R_1 \dot{V}_1^2(t) dt + \int_0^T R_{2,\alpha\pi} \dot{V}_2^2(t) dt$$

$$E_{R_1} = \int_0^T R_1 \dot{V}_1^2(t) dt = \int_0^T R_1 \omega^2 P_1^2 \cos^2(\omega t + \varphi_1) dt$$

$$= R_1 \omega^2 P_1^2 \frac{1}{2} \left[t + \frac{\sin(2\omega t + 2\varphi_1)}{4\omega} \right]_0^T$$

$$\rightarrow E_{R_1} = \pi R_1 \omega P_1^2$$

$$\rightarrow E_{R_{2,\alpha\pi}} = \pi R_{2,\alpha\pi} \omega P_2^2$$

Το έργο που διαχέεται στον αποσβεστήρα, το ωφέλιμο έργο δηλαδή, σε μια περίοδο προκύπτει ως το ολοκλήρωμα του γινομένου της δύναμης του με την ταχύτητα:

$$E_{\mu\eta\chi} = \int_0^T F_3(t) \dot{h}_3(t) dt = \int_0^T C_{\mu\eta\chi} \dot{h}_3^2(t) dt = \int_0^T R_{\mu\eta\chi} \dot{V}_2^2(t) dt$$

$$\rightarrow E_{\mu\eta\chi} = \pi R_{\mu\eta\chi} \omega P_2^2$$

Άρα η συνολική ενέργεια που καταναλώνεται είναι:

$$E_{diss} = E_{R_1} + E_{R_{2,\alpha\pi}} + E_{\mu\eta\chi} = \pi \omega [R_1 P_1^2 + (R_{2,\alpha\pi} + R_{\mu\eta\chi}) P_2^2]$$

Η μέση ισχύς που καταναλώνεται προκύπτει ως:

$$P_{diss} = \frac{E_{diss}}{2\pi/\omega} = \frac{1}{2} \omega^2 [R_1 P_1^2 + (R_{2,\alpha\pi} + R_{\mu\eta\chi}) P_2^2]$$

5.η. Προσδιορισμός του $R_{\mu\eta\chi}$ για μέγιστη ισχύ

Η μέση ισχύς στον αποσβεστήρα του μηχανισμού εκμετάλλευσης της κυματικής ενέργειας προκύπτει ως:

$$P_{R_{\mu\eta\chi}} = \frac{E_{R_{\mu\eta\chi}}}{2\pi/\omega} = \frac{1}{2} \omega^2 R_{\mu\eta\chi} P_2^2 (R_{\mu\eta\chi})$$

Η ισχύς όπως αποδείχτηκε πιο πάνω εξαρτάται πλέον μόνο από το $R_{\mu\eta\chi}$ το οποίο πρέπει να προσδιοριστεί ώστε να έχω την μέγιστη δυνατή ισχύ.

Ένας τρόπος υπολογισμού του κατάλληλου $R_{\mu\eta\chi}$ είναι η εξίσωση της εισερχόμενης ισχύος με την καταναλισκόμενη ισχύ κάτι που πρέπει να ισχύει ούτως ή άλλως. Τότε:

$$P_{in} = P_{diss}$$

$$\frac{1}{2} \rho g Z \omega \cdot P_{s1} = \frac{1}{2} \omega^2 [R_1 P_1^2 + (R_{2,απ} + R_{\mu\eta\chi}) P_2^2]$$

Και επιλύοντας ως προς $R_{\mu\eta\chi}$:

$$R_{\mu\eta\chi} = \frac{\rho g Z \cdot P_{s1}}{\omega(P_{c2}^2 + P_{s2}^2)} - \frac{R_1(P_{c1}^2 + P_{s1}^2)}{(P_{c2}^2 + P_{s2}^2)} - R_{2,απ}$$

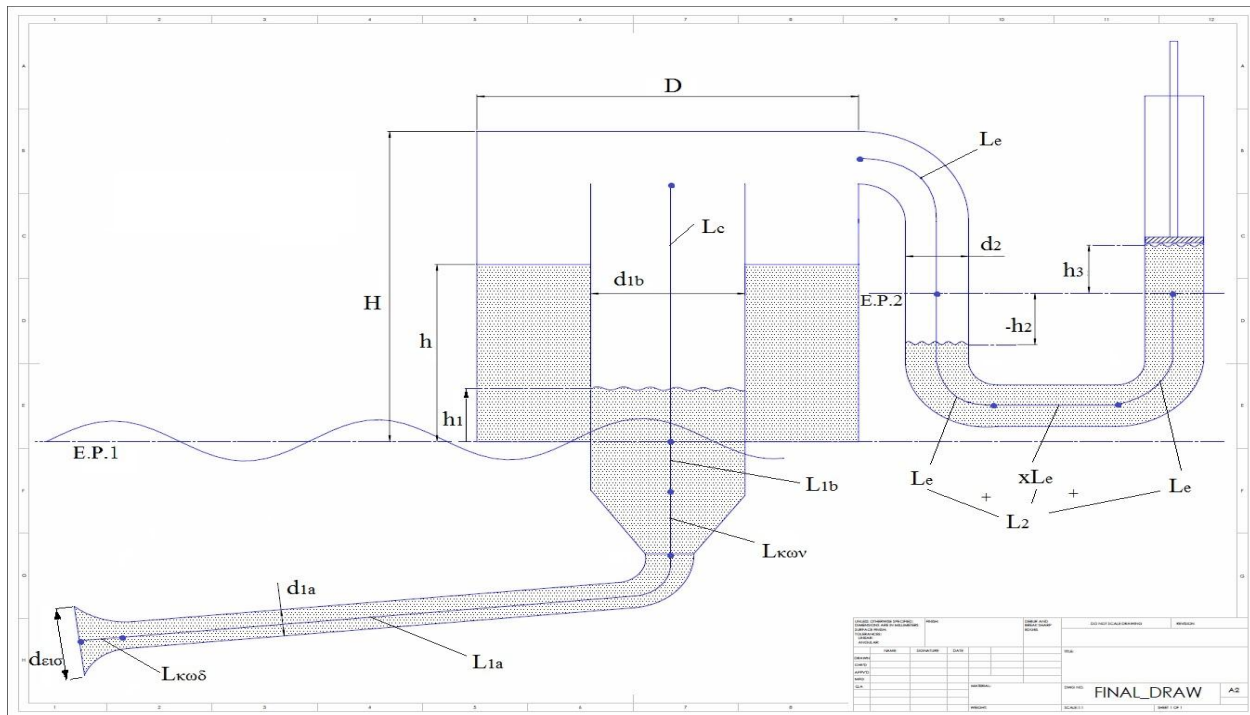
Είναι προφανής η δυσκολία να παραγωγισθεί αυτή η σχέση καθώς τα πλάτη των διαταραχών είναι συναρτήσεις που περιέχουν το $R_{\mu\eta\chi}$.

Οπότε ως τελευταίο μέτρο μένει η γραφική λύση.

6.ΔΙΑΣΤΑΣΙΟΛΟΓΗΣΗ

Έχοντας υπόψη τη μέση περίοδο των κυμάτων στα παράλια που βρέχονται από τον βόρειο Ατλαντικό (π.χ. Πορτογαλία 8sec) και στην Μεσόγειο (π.χ. νοτιοδυτικά παράλια της Κρήτης 5sec), επιδιώκω να επιτύχω ιδιοσυχνότητα του συστήματος γύρω στο $1,5 \frac{rad}{s}$.

Περίοδος κύματος T[s]	Συχνότητα κύματος f[Hz]	Γωνιακή συχνότητα ω [rad/s]
2	0.5	3.141592654
3	0.333	2.094395102
4	0.25	1.570796327
5	0.2	1.256637061
6	0.167	1.047197551
7	0.143	0.897597901
8	0.125	0.785398163
9	0.111	0.698131701
10	0.1	0.628318531
11	0.091	0.571198664



Καθώς έχω τέσσερις θαλάμους με διαφορετικές διατομές οι οποίοι περιέχουν αέρα, ο συνολικός όγκος είναι:

$$V_m = V_c + V_e$$

$$\text{Όπου: } V_e = L_e A_2, \quad V_c = A(H - h) + A_{1,b} \cdot [L_c - h]$$

V_r : Όγκος αέρα στον αγωγό συντονισμού (resonant)

V_c : Όγκος αέρα στον θάλαμο (chamber)

V_e : Όγκος αέρα στον αγωγό εξόδου (exhaust)

Τα αντίστοιχα μήκη L_r, L_e αναφέρονται φυσικά στις αποστάσεις του θαλάμου από τις στάθμες ισορροπίας.

Ο 1^{ος} αγωγός αποτελείται από τέσσερα διαφορετικά τμήματα, γι' αυτό τίθενται τέσσερα μήκη για τον υπολογισμό του I_1 . Θεωρώ τα δύο τμήματα μεταβαλλόμενης διατομής ως κώλινους. Για να είναι πρακτικός ο υπολογισμός της αδράνειας, υπολογίζω μια ισοδύναμη διατομή για το κάθε τμήμα, σαν να ήταν κυλινδρικά με το ίδιο μήκος. Εξισώνοντας τον όγκο του κώνου με του κυλίνδρου, προκύπτει η ισοδύναμη διάμετρος:

$$d_{ισοδ} = \sqrt{\frac{d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2}{3}} \rightarrow A_{ισοδ} = \frac{\pi}{4} d_{ισοδ}^2$$

Τότε η αδράνεια του 1^{ου} αγωγού υπολογίζεται ως:

$$I_1 = \frac{\rho L_{κωδ}}{A_{ισ,κωδ}} + \frac{\rho L_{1,a}}{A_{1,a}} + \frac{\rho L_{1,b}}{A_{1,b}} + \frac{\rho L_{κων}}{A_{ισ,κων}}$$

Στην αδράνεια του 2^{ου} αγωγού περιλαμβάνεται και το έμβολο του αποσβεστήρα. Έστω κατασκευασμένο από ανοξείδωτο χάλυβα ($\rho=8000 \text{ kg/m}^3$) με διάμετρο ίση με του αγωγού και πάχος $L_{st} = 0.05 \cdot d_2$.

$$I_2 = \frac{\rho L_2}{A_2} + \frac{\rho_{st} L_{st}}{A_2} \left[\frac{Ns^2}{m^5} = \frac{kg}{m^4} \right], \quad \kappa = \gamma \frac{p_m}{V_m} \left[\frac{N}{m^5} \right]$$

Κάποιες διαστάσεις λαμβάνονται προσεγγιστικά συναρτήσει των κύριων διαστάσεων ενώ υφίστανται και μερικοί πρακτικοί ή κατ' επιλογήν περιορισμοί. Δεδομένου ότι η ταλάντωση της 1^{ης} στάθμης γίνεται στον αγωγό συντονισμού και θεωρώντας ότι η ταλάντωση της 2^{ης} και 3^{ης} στάθμης γίνεται σε διατομή A_2 . Οι σχέσεις που διέπουν την διαστασιολόγηση :

- $L_\varepsilon > h_{2,max}$
- $L_{1,b} > h_{1,max}$
- $D > d_{1,b}$
- $0 < h < H - 0 < h < H - d_2$

Θέτω ως κυρίαρχες διαστάσεις την διάμετρο $d_{1,b}$ και τα μήκη του αγωγού συντονισμού $L_{1,a}$ και $L_{1,b}$. Τα υπόλοιπα μεγέθη είναι εξαρτώμενα από αυτά. Οι αναλογίες των μεγεθών εκφράζονται ως εξής:

- $d_{1,a} = A \cdot d_{1,b}$
- $d_2 = B \cdot d_{1,b}$
- $d_{\varepsilon i \sigma} = d_2$
- $L_{\kappa \omega \delta} = d_{\varepsilon i \sigma} / 2$
- $L_{\kappa \omega \nu} = d_{1,b} / 2$
- $D = \Gamma \cdot d_{1,b}$
- $L_\varepsilon = B \cdot L_{1,b}$
- $L_c = L_{1,b}$
- $L_2 = \Delta \cdot L_\varepsilon$
- $H = E \cdot L_c + d_2$
- $h = \Theta \cdot L_c$

Για τους συντελεστές ισχύουν οι ακόλουθοι περιορισμοί:

- $0 < A < 1$
- $0 < B < 1$
- $\Delta > 2$
- $E > 1$
- $0 < \Theta < 1$

Το h αποτελεί τον ρυθμιστή του συστήματος. Καθώς η συχνότητα του κύματος αλλάζει, χρειάζεται προσαρμογή του συστήματος ώστε να παραμένει σε συντονισμό. Εκφράζεται ως υποπολλαπλάσιο του ύψους του θαλάμου. Κατεβάζοντας τη στάθμη αυτή, αυξάνεται ο όγκος του αέρα στον θάλαμο με αποτέλεσμα να μειώνεται το μέτρο συμπίεστότητας και επομένως χαμηλώνει η φυσική ιδιοσυχνότητα του συστήματος.

Για την εξαγωγή των ακόλουθων αποτελεσμάτων, θέτω ως μέγιστο το $\Theta=0,9$. Επιθυμώντας να καλύψω περιόδους κύματος $T=4-6s$ που είναι μια καλή προσέγγιση για τα ελληνικά παράλια, επιλέγω τη διάμετρο $d_{1,b}$ ώστε για μέγιστο Θ να επιτυγχάνεται η ψηλότερη επιθυμητή ιδιοσυχνότητα που αντιστοιχεί σε $T=4s$. Το σκεπτικό είναι ότι αφού επιλέξω τις διαστάσεις του συστήματος, μειώνοντας στην συνέχεια το Θ μπορώ να χαμηλώσω την ιδιοσυχνότητα ώστε να συντονίζω το σύστημα για μεγαλύτερες περιόδους.

Όπως φαίνεται στο διάγραμμα της ανηγμένης ισχύος, για πλάτος κύματος έστω $Z=1\text{m}$ η ανηγμένη ισχύς $P=5\text{ kW/m}^2$. Δηλαδή για μια διάταξη η οποία θα απορροφά κοντά στα 100 kW , απαιτείται μια διατομή εισόδου γύρω στα 20 m^2 , άρα $d_{1,b} \approx 5\text{ m}$.

Με βάση τα εξής δεδομένα:

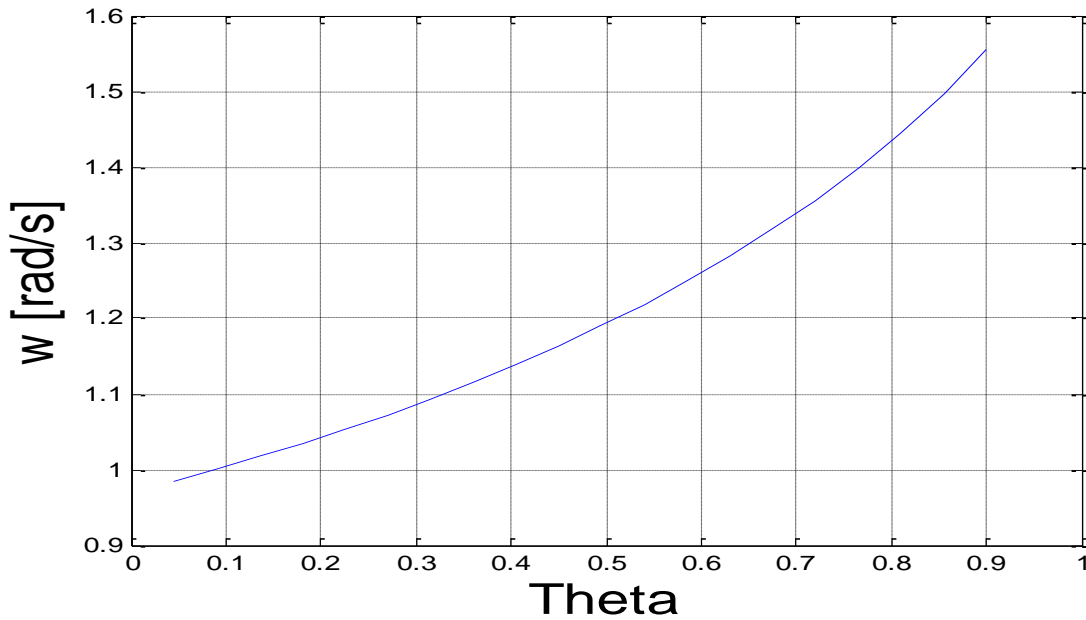
$L_{1,a}$ (m)	$L_{1,b}$ (m)	A	B	Γ	Δ	E	Θ	p_m (Pa)
1	4	0,8	0,5	1.5	2.5	1	0,9	10^5

Για αύξουσα διάμετρο $d_{1,b}$, παρακολουθώ την μεταβολή των υπόλοιπων μεγεθών:

$d_{1,b}$ (m)	$d_{1,a}$ (m)	d_2 (m)	L_e (m)	L_2 (m)	$L_{κωδ}$ (m)	$L_{κων}$ (m)	L_{st} (m)	H (m)	D (m)	$A_{1,b}$ (m)	ω (rad/s)
4.50	3.60	2.25	2	5	1.13	2.25	0.11	6.25	6.75	15.90	1.65
4.60	3.68	2.30	2	5	1.15	2.30	0.12	6.30	6.90	16.62	1.63
4.70	3.76	2.35	2	5	1.18	2.35	0.12	6.35	7.05	17.35	1.61
4.80	3.84	2.40	2	5	1.20	2.40	0.12	6.40	7.20	18.10	1.59
4.90	3.92	2.45	2	5	1.23	2.45	0.12	6.45	7.35	18.86	1.57
5.00	4.00	2.50	2	5	1.25	2.50	0.13	6.50	7.50	19.63	1.56
5.10	4.08	2.55	2	5	1.28	2.55	0.13	6.55	7.65	20.43	1.54
5.20	4.16	2.60	2	5	1.30	2.60	0.13	6.60	7.80	21.24	1.52
5.30	4.24	2.65	2	5	1.33	2.65	0.13	6.65	7.95	22.06	1.50
5.40	4.32	2.70	2	5	1.35	2.70	0.14	6.70	8.10	22.90	1.49
5.50	4.40	2.75	2	5	1.38	2.75	0.14	6.75	8.25	23.76	1.47
5.60	4.48	2.80	2	5	1.40	2.80	0.14	6.80	8.40	24.63	1.45
5.70	4.56	2.85	2	5	1.43	2.85	0.14	6.85	8.55	25.52	1.44
5.80	4.64	2.90	2	5	1.45	2.90	0.15	6.90	8.70	26.42	1.42
5.90	4.72	2.95	2	5	1.48	2.95	0.15	6.95	8.85	27.34	1.41
6.00	4.80	3.00	2	5	1.50	3.00	0.15	7.00	9.00	28.27	1.39
6.10	4.88	3.05	2	5	1.53	3.05	0.15	7.05	9.15	29.22	1.38
6.20	4.96	3.10	2	5	1.55	3.10	0.16	7.10	9.30	30.19	1.37

Χρησιμοποιώντας τα ανωτέρω επιλεγμένα δεδομένα ως σταθερά, μεταβάλλω το Θ για να φανεί το πώς επηρεάζει την ιδιοσυχνότητα.

Μεταβολή ιδιοσυχνότητας συστήματος με την μείωση του $\Theta = h/L_c$

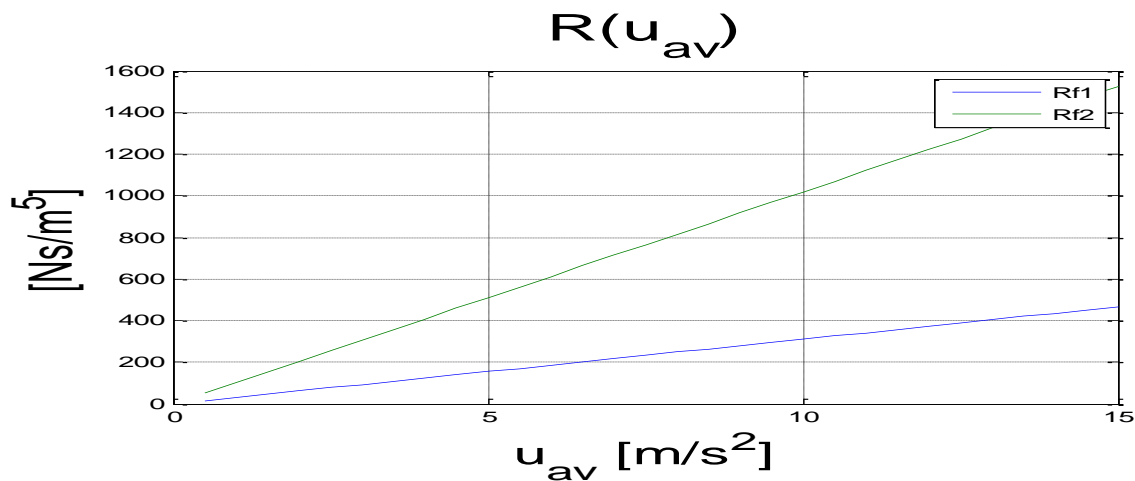


7. ΑΠΟΚΡΙΣΕΙΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Έχω τα εξής δεδομένα:

$L_{1,a}$ (m)	$L_{1,b}$ (m)	$d_{1,b}$ (m)	$d_{1,a}$ (m)	d_2 (m)	L_2 (m)	ζ_1	ζ_2	ω (rad/s)
1	4	5	4	2,5	5	0,5	1	1,56

Όπως σημειώνεται στο κεφάλαιο των απωλειών, για να διατυπωθεί η γραμμική έκφραση τους, πρέπει να υποθέσω μια μέση ταχύτητα της ροής για κάθε αγωγό. Ασφαλώς μέση ταχύτητα νοείται σε μια διεύθυνση, για μισό κύκλο δηλαδή. Η εξάρτηση των σταθερών των απωλειών από την τιμή της υποθέσης της μέσης ταχύτητας φαίνεται στο ακόλουθο διάγραμμα.



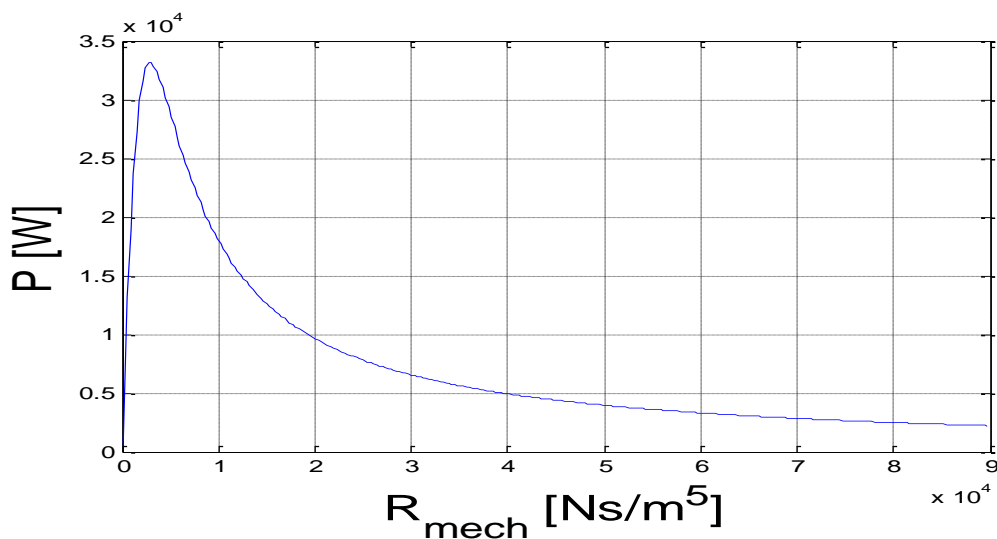
Είναι εμφανές ότι η ακρίβεια της υπόθεσης της μέσης ταχύτητας επηρεάζει κατά πολύ τις σταθερές που επιλέγω. Το κατά πόσο είναι σωστή η υπόθεση μπορεί να φανεί στις αποκρίσεις των ταχυτήτων όταν πλέον επιλυθεί το σύστημα.

Η διαδικασία έχει ως εξής: Υποθέτω μια μέση ταχύτητα ίση και για τους δύο αγωγούς, προκύπτει ένα ζεύγος για τις δύο σταθερές. Τότε μπορώ να υπολογίσω το $R_{μηχ}$ για το οποίο μεγιστοποιείται η μέση ισχύς του αποσβεστήρα ή ισοδύναμα, η διαφορά $P_{in} - P_{diss}$ τείνει στο μηδέν.

Για πλάτος κύματος $Z=1m$:

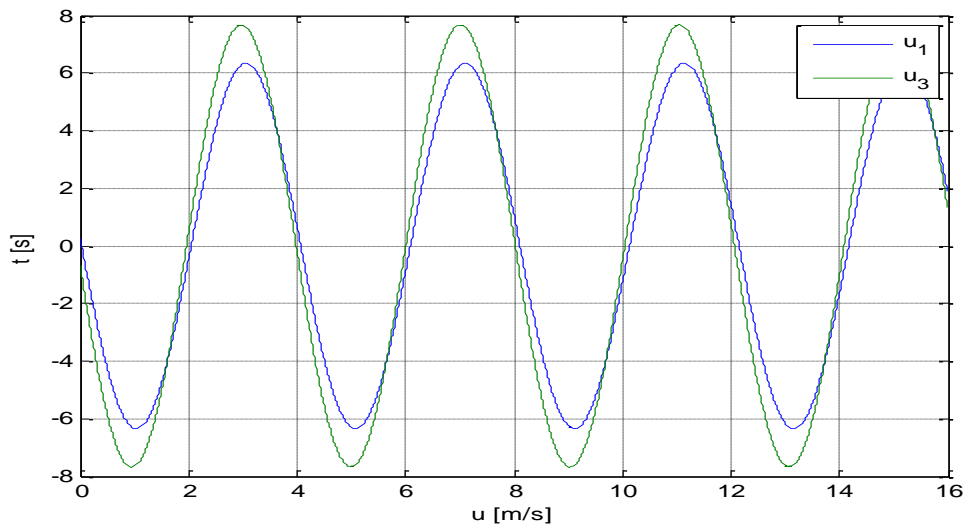
Μέση Ισχύς αποσβεστήρα συναρτήσει του $R_{μηχ}$

$$\bar{u} = 1 [m/s], R_1 = 31.09 [Ns/m^5], R_{2,απ} = 101,86 [Ns/m^5]$$



Προκύπτει ότι η μέση ισχύς μεγιστοποιείται για: $R_{μηχ} = 300 [Ns/m^5]$.

Τότε οι αποκρίσεις των ταχυτήτων:

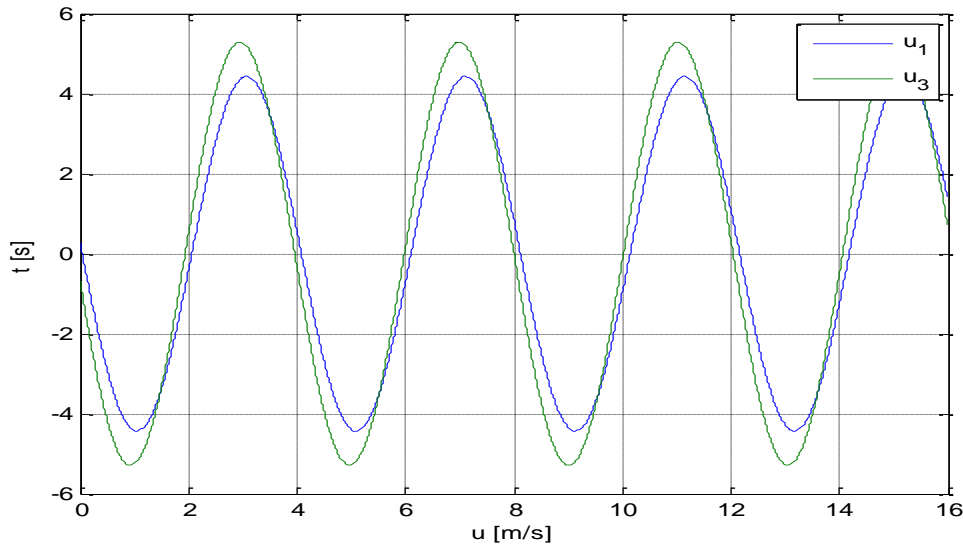


Μέση τιμή($|u_1|$) = 4,07 m/s Μέση τιμή($|u_2|$) = 4,93 m/s

Άρα η υπόθεση που έγινε αρχικά απέχει από τα αποτελέσματα. Επαναλαμβάνω τότε για μεγαλύτερη μέση ταχύτητα:

Αποκρίσεις ταχύτητων

$$\bar{u} = 2 \text{ [m/s]}, R_1 = 62.17 \text{ [Ns/m}^5\text{]}, R_{2,\alpha\pi} = 203,72 \text{ [Ns/m}^5\text{]} \rightarrow R_{\mu\eta\chi} = 300$$



Μέση τιμή($|u_1|$) = 2,84 m/s Μέση τιμή($|u_2|$) = 3,39 m/s

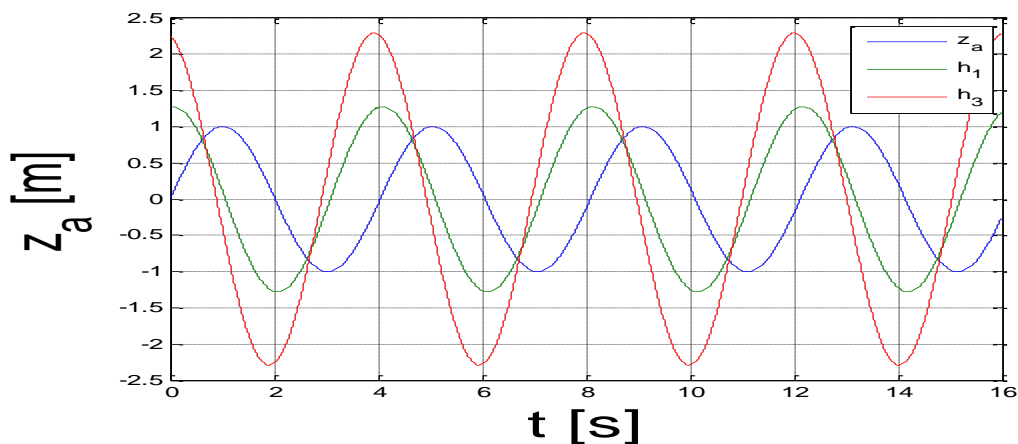
Σε αυτή την περίπτωση η αρχική υπόθεση είναι αρκετά κοντά και πάλι όμως εμπλέκεται η δεύτερη υπόθεση που έγινε αρχικά, ότι οι μέσες ταχύτητες των δύο αγωγών ισούνται.

Τελικά επιλέγω:

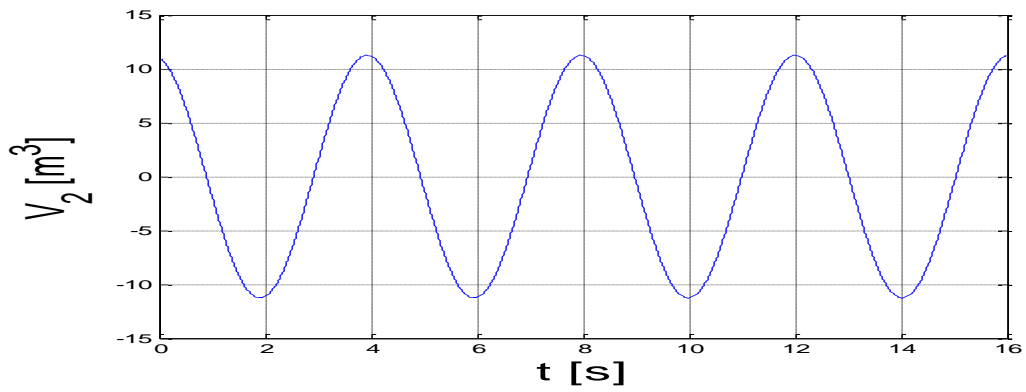
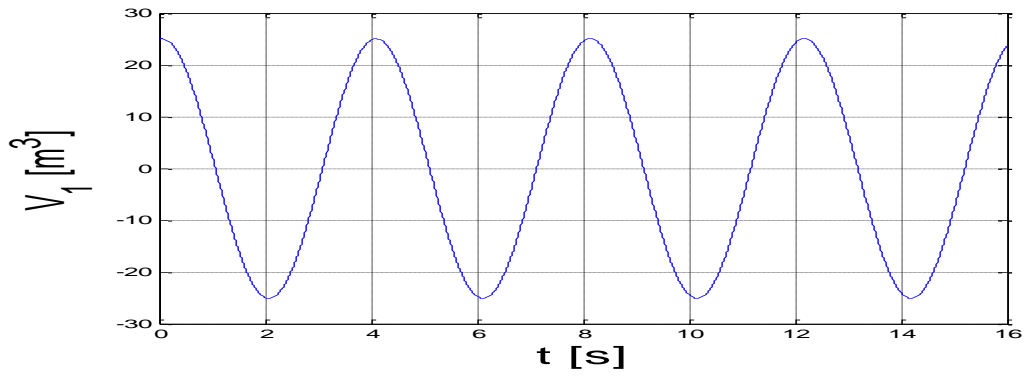
$$\bar{u} = 2 \text{ [m/s]}, R_1 = 68.38 \text{ [Ns/m}^5\text{]}, R_{2,\alpha\pi} = 224,10 \text{ [Ns/m}^5\text{]} \rightarrow R_{\mu\eta\chi} = 600$$

Προκύπτουν τα ακόλουθα αποτελέσματα:

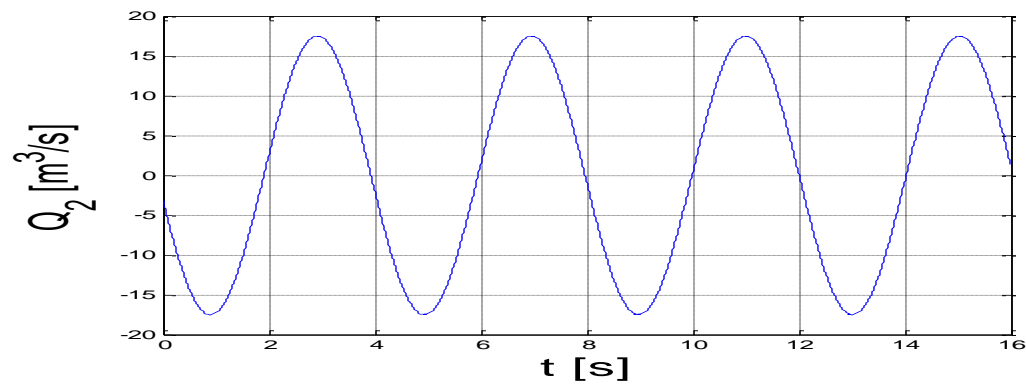
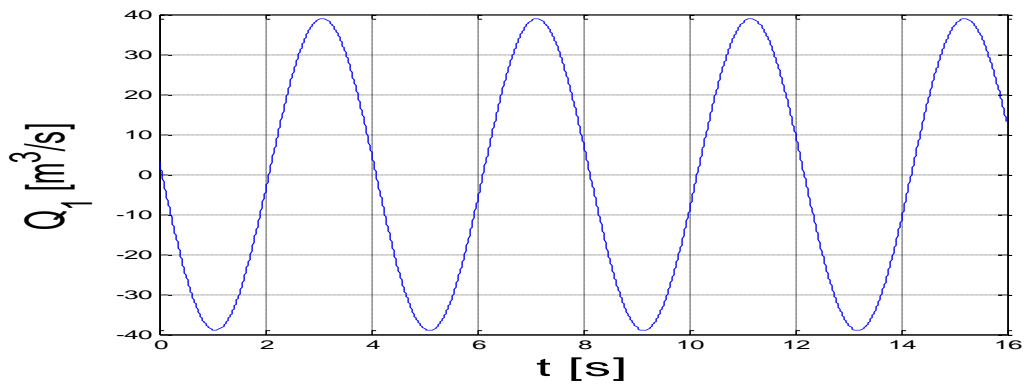
Στάθμες κύματος, αγωγών 1 και 2



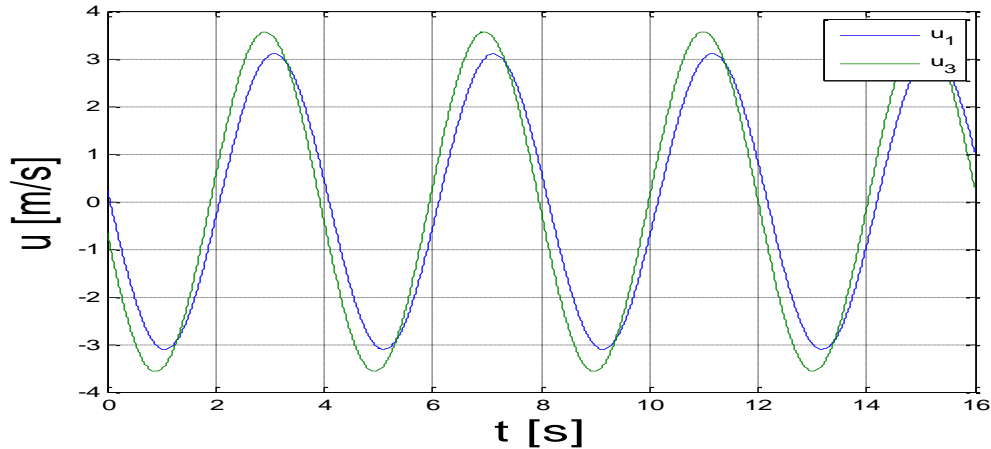
Μεταβολές όγκου 1 και 2 από την Θ.Ι.



Παροχές αγωγών 1 και 2



Ταχύτητες



Μέση διαθέσιμη ισχύς: $P_w = 149 \text{ kW}$

Μέση ισχύς εισόδου: $P_{in,av} = 190.69 \text{ kW}$

Μέση ισχύς αποσβεστήρα: $P_{μηχ,av} = 91.89 \text{ kW}$

Το γεγονός ότι η ισχύς εισόδου προκύπτει μεγαλύτερη από την διαθέσιμη ισχύ, δεν είναι λογικό, γι' αυτό εξετάζεται περαιτέρω και η μεταβατική απόκριση του συστήματος.

8.ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΣΕ ΓΧΑΣ

Για ευκολότερη επίλυση και εποπτεία του συστήματος, ειδικά στο περιβάλλον Matlab, και για να υπάρχει η δυνατότητα να παρακολουθήσω και την μεταβατική απόκριση του συστήματος, διατυπώνω το σύστημα υπό τη μορφή γραμμικού χρονικά αμετάβλητου συστήματος (ΓΧΑΣ), ως εξής (η επίλυση γίνεται με μετασχηματισμό Laplace):

$$\ddot{V}_1 = -\frac{R_1}{I_1}\dot{V}_1 - \frac{\kappa}{I_1}V_1 + \frac{\kappa}{I_1}V_2 + \frac{p_\delta}{I_1}$$

$$\ddot{V}_2 = -\frac{R_2}{I_2}\dot{V}_2 + \frac{\kappa}{I_2}V_1 - \frac{\kappa}{I_2}V_2$$

Θέτω:

$$x_1 = V_1$$

$$x_2 = \dot{V}_1 = \dot{x}_1$$

$$x_3 = V_2$$

$$x_4 = \dot{V}_2 = \dot{x}_3$$

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{\kappa}{I_1}x_1 - \frac{R_1}{I_1}x_2 + \frac{\kappa}{I_1}x_3 + \frac{1}{I_1}p_\delta$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \frac{\kappa}{I_2}x_1 - \frac{\kappa}{I_2}x_3 - \frac{R_2}{I_2}x_4$$

$$\begin{aligned}\{\dot{x}\} &= [A]\{x\} + [B]\{u\} \\ \{y\} &= [C]\{x\} + [D]\{u\}\end{aligned}$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{\kappa}{I_1} & -\frac{R_1}{I_1} & \frac{\kappa}{I_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \frac{\kappa}{I_2} & \mathbf{0} & -\frac{\kappa}{I_2} & -\frac{R_2}{I_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \{p_\delta\}$$

Για να ληφθούν οι μεταβολές των όγκων:

$$\begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \{p_\delta\}$$

Τα δεδομένα από την προηγούμενη διαστασιολόγηση:

I_1	I_2	κ	R_1	R_2	ω
587,89	1222,30	960,29	68,38	824,10	1,5553

Οι συναρτήσεις μεταφοράς που προκύπτουν:

- Είσοδος p_δ με έξοδο V_1 :

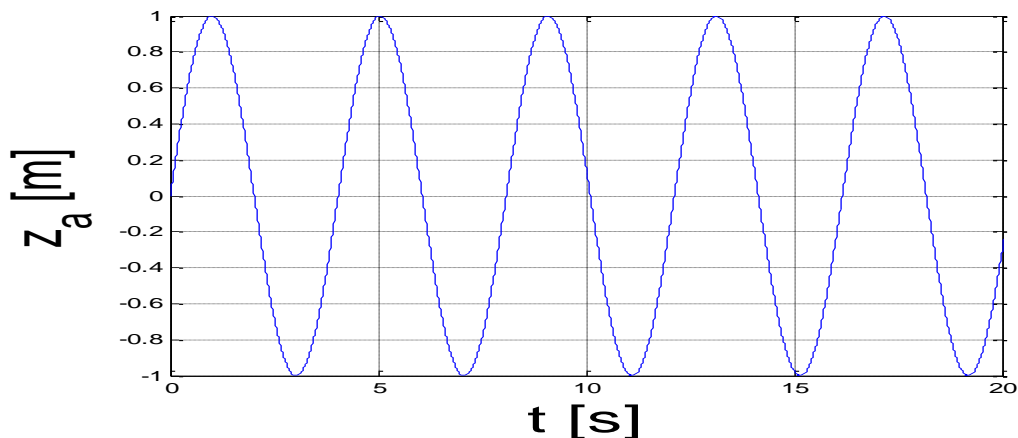
$$\frac{V_1(s)}{p_\delta(s)} = \frac{0.001701 s^2 + 0.001147 s + 0.001336}{s^4 + 0.6678 s^3 + 2.483 s^2 + 0.9922 s}$$

- Είσοδος p_δ με έξοδο V_2 :

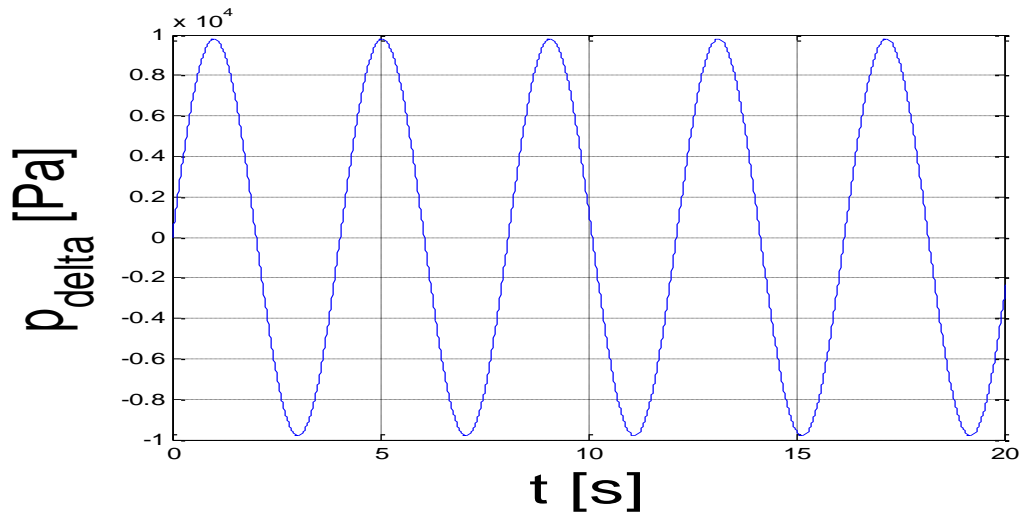
$$\frac{V_2(s)}{p_\delta(s)} = \frac{0.001336}{s^4 + 0.7905 s^3 + 2.498 s^2 + 1.193 s}$$

Επιλύοντας λαμβάνονται οι ακόλουθες αποκρίσεις:

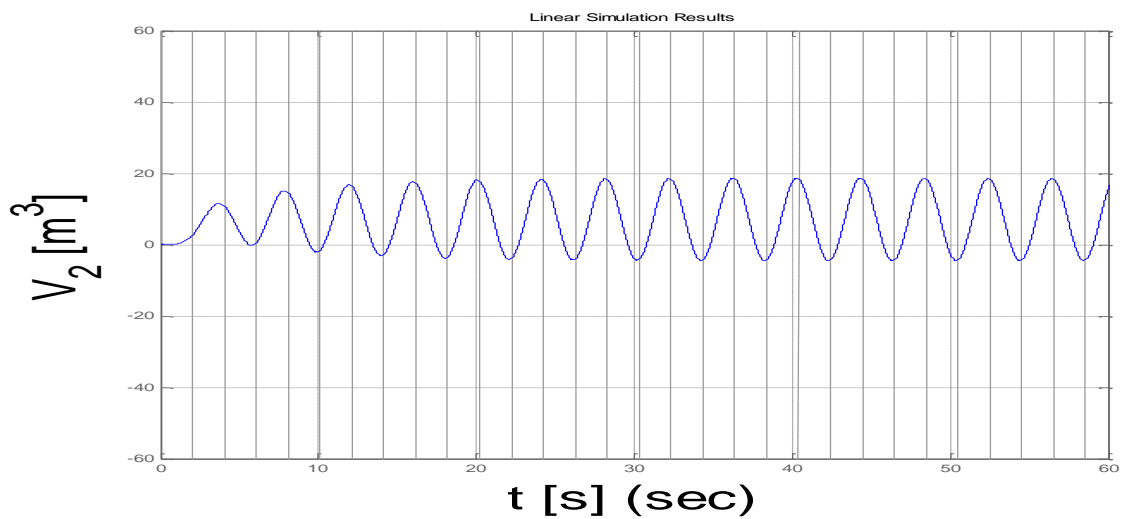
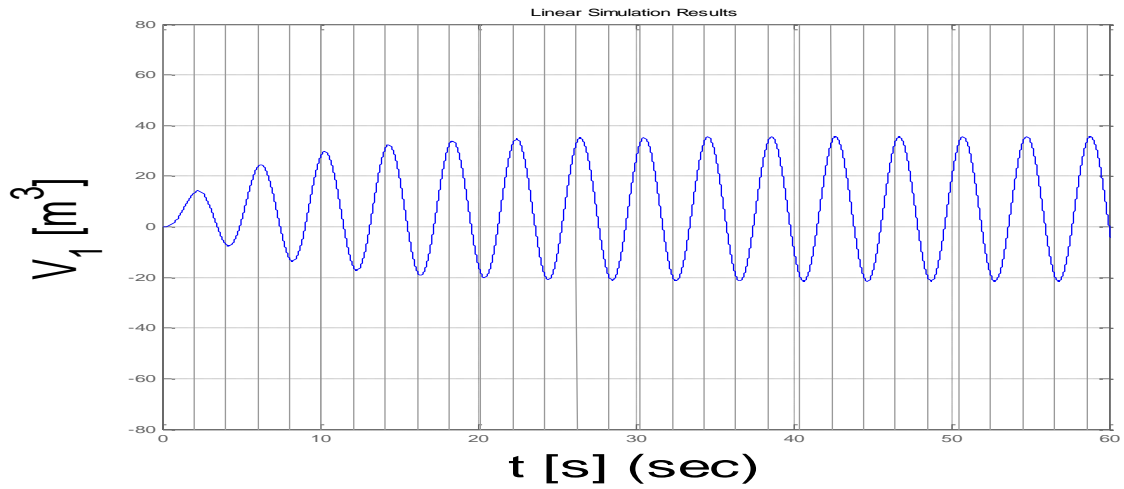
Κοματομορφή



Διαταραχή πίεσης



Μεταβολές όγκων



Ενώ για τις παροχές το μητρώο εξόδου γίνεται:

$$\begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \{p_\delta\}$$

Οι συναρτήσεις μεταφοράς που προκύπτουν:

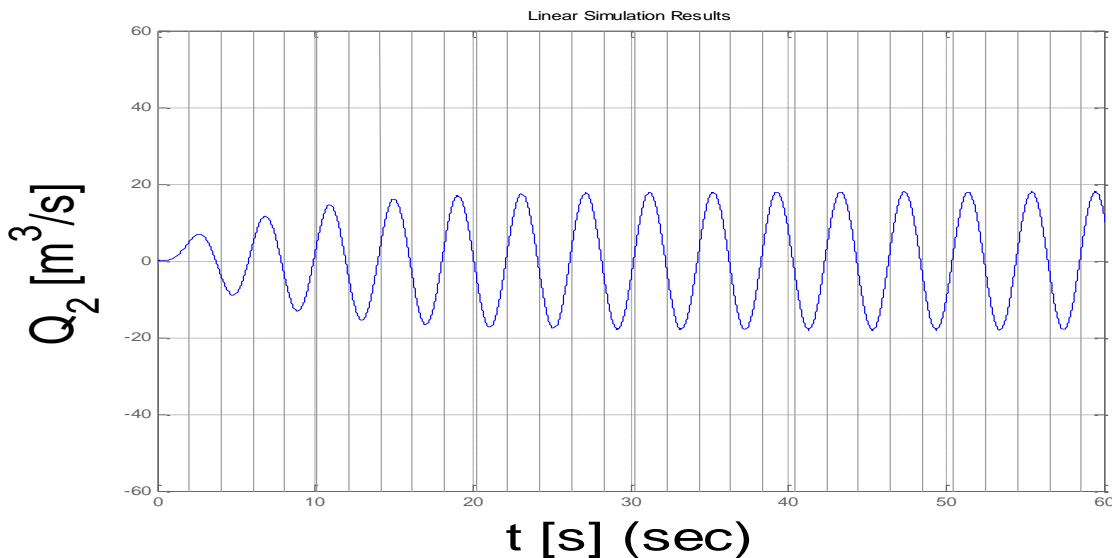
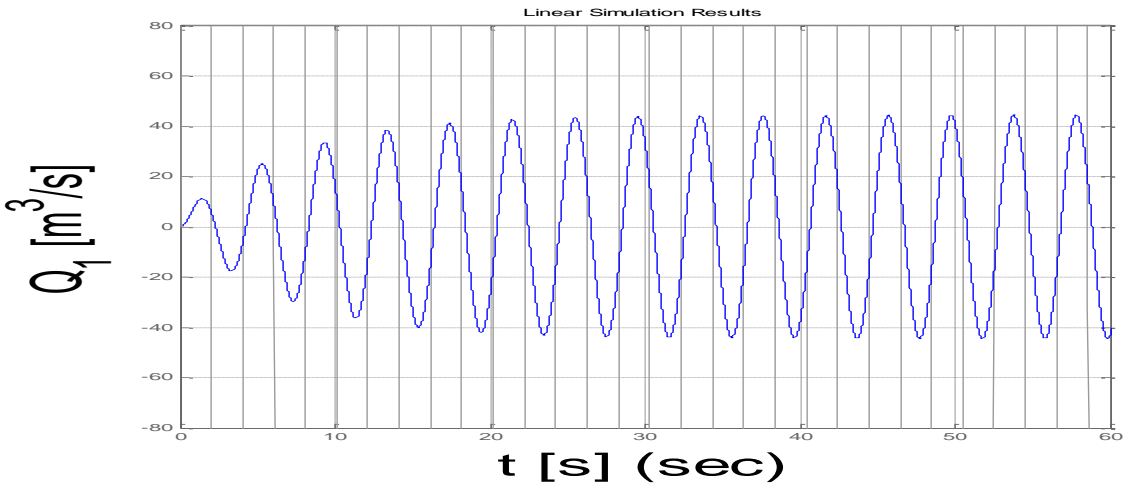
- Είσοδος p_δ με έξοδο Q_1 :

$$\frac{Q_1(s)}{p_\delta(s)} = \frac{0.001701 s^3 + 0.001147 s^2 + 0.001336 s}{s^4 + 0.7905 s^3 + 2.498 s^2 + 1.193 s}$$

- Είσοδος p_δ με έξοδο Q_2 :

$$\frac{Q_2(s)}{p_\delta(s)} = \frac{0.001336 s}{s^4 + 0.7905 s^3 + 2.498 s^2 + 1.193 s}$$

Παροχές στους αγωγούς 1 και 2



Συμπεράσματα-Παρατηρήσεις:

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την ιδιοανυσματική ανάλυση και απεικονίζουν την μόνιμη απόκριση του συστήματος, συμφωνούν με την λύση με μετασχηματισμό Laplace ως προς τα πλάτη των μόνιμων αποκρίσεων.

Παρατηρώ όμως ότι, οι ογκομεταβολές όπως προκύπτουν από τον μετασχηματισμό Laplace, οι οποίες περιλαμβάνουν και την μεταβατική απόκριση, στην μόνιμη απόκριση δεν ταλαντώνονται περί της Θ.Ι. στο $z=0$ m. Αντίθετα φαίνεται οι στάθμες να ανεβαίνουν και να ταλαντώνονται περί μιας νέας Θ.Ι. πιο ψηλά από την αρχική.

Ο λόγος που συμβαίνει αυτό έχει να κάνει με τις παραδοχές και τις προϋποθέσεις υπό τις οποίες κατασκευάστηκε το μοντέλο. Ο τρόπος που διατυπώθηκε, προϋποθέτει μικρά πλάτη κύματος και μικρές μεταβολές στις στάθμες των δύο αγωγών. Επίσης αγνοεί την αυξομείωση του υδάτινου όγκου συνεπώς και της αδράνειας στον αγωγό συντονισμού, λόγω της ταλάντωσης.

Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα, οι μεταβολές των όγκων από τις Θ.Ι. είναι αρκετά μεγάλες, ώστε η δύναμη που ασκεί η βαρύτητα σε αυτούς τους όγκους να επηρεάζει το ταλαντωτικό φαινόμενο. Δηλαδή η βαρύτητα παίζει τον ρόλο μιας επιπλέον δύναμης επαναφοράς εκτός από αυτή που ασκεί το αέριο «ελατήριο».

9.ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ-ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Για να περιληφθεί αυτή η εξάρτηση από την δύναμη της βαρύτητας, κατασκευάζεται ένα νέο μοντέλο της παρακάτω μορφής. Αν θεωρήσω δύο γραμμές ροής από την επιφάνεια της θάλασσας μέχρι τη στάθμη 1 και από τη στάθμη 2 μέχρι την 3, η δύναμη της βαρύτητας:

1^{ος} αγωγός:

$$\rho g \int_0^{h_1} \frac{\partial z}{\partial s} ds = \rho g h_1 = \frac{\rho g}{A_{1b}} \Delta V_1 = \kappa_{\beta 1} \Delta V_1$$

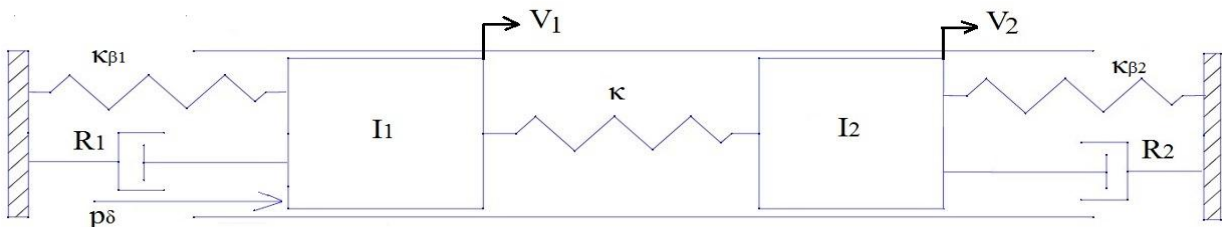
2^{ος} αγωγός:

$$\rho g \int_{h_2}^{h_3} \frac{\partial z}{\partial s} ds = \rho g (h_3 - h_2)$$

Όμως $h_3 = -h_2$, άρα:

$$\kappa_{\beta 2} = \frac{2\rho g}{A_2}$$

Δηλαδή η βαρύτητα μπορεί να παρασταθεί από ένα ελατήριο με σταθερά ελαστικότητας κ_{β} σε εξίσωση πιέσεων, εφόσον είναι συνάρτηση της μεταβολής του όγκου. Α είναι η διατομή του εκάστοτε αγωγού στην οποία γίνεται η ταλάντωση. Άρα το μοντέλο θα έχει ως εξής:



Πλέον το σύστημα περιγράφεται ως:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{V}_1 \\ \ddot{V}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa + \kappa_{\beta 1} & -\kappa \\ -\kappa & \kappa + \kappa_{\beta 2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \rho g Z \cdot \sin(\omega t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Οι ιδιοσυχνότητες του:

$$\det(-\omega^2 [I] + [K]) = 0 \rightarrow \left| -\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa + \kappa_{\beta 1} & -\kappa \\ -\kappa & \kappa + \kappa_{\beta 2} \end{bmatrix} \right|$$

$$= \begin{vmatrix} -\omega^2 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} & -\kappa \\ -\kappa & -\omega^2 I_2 + \kappa + \kappa_{\beta 2} \end{vmatrix} = 0$$

Θέτοντας $\lambda = \omega^2$, προκύπτει το πολυώνυμο:

$$\lambda^2 - \left(\frac{\kappa}{I_2} + \frac{\kappa_{\beta 2}}{I_2} + \frac{\kappa}{I_1} + \frac{\kappa_{\beta 1}}{I_1} \right) \lambda + \frac{1}{I_2 I_1} [\kappa(\kappa_{\beta 1} + \kappa_{\beta 2}) + \kappa_{\beta 1} \kappa_{\beta 2}] = 0$$

Από το οποίο προκύπτουν οι ιδιοσυχνότητες:

$$\omega_{1,2} = \pm \sqrt{\lambda_1}, \quad \omega_{3,4} = \pm \sqrt{\lambda_2}$$

Όπου λ_1, λ_2 προκύπτουν θετικές ιδιοτιμές πάντα. Φυσικά οι αρνητικές ω_2 και ω_4 δεν έχουν κάποια φυσική σημασία.

Εν συνεχεία γίνεται μια νέα διαστασιολόγηση της διάταξης ώστε να φέρω την ιδιοσυχνότητα της στο επιθυμητό επίπεδο. Έτσι με αντίστοιχο τρόπο όπως προηγουμένως για τα ακόλουθα δεδομένα:

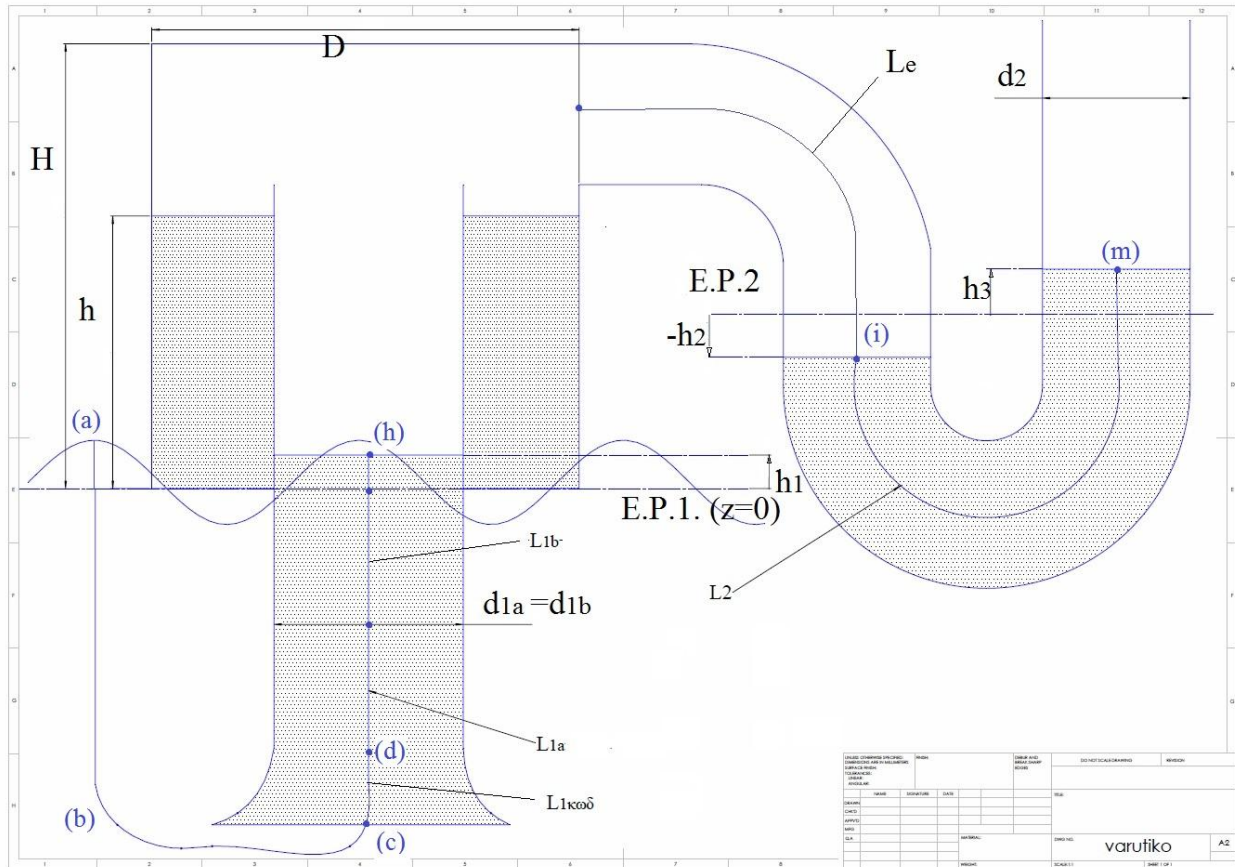
$L_{1,a}$ (m)	$L_{1,b}$ (m)	A	B	Γ	Δ	E	Θ	p_m (Pa)
1	1	1	1	1,2	2	1	0,9	10^5

Εξάγονται τα παρακάτω αποτελέσματα για $d_{1,b} = 5 \text{ m}$:

$d_{1,b}$ (m)	$d_{1,a}$ (m)	d_2 (m)	L_e (m)	L_2 (m)	$L_{\kappa\omega\delta}$ (m)	$L_{\kappa\omega\nu}$ (m)	L_{st} (m)	H (m)	D (m)	ω_1 (rad/s)	ω_3 (rad/s)
5	5	5	0.5	1	1.25	0	0.25	6	6	4,016	1,544

$$I_1 = 229,183, \quad I_2 = 152,789, \quad \kappa = 897,551, \quad \kappa_{\beta 1} = 499,619, \quad \kappa_{\beta 2} = 999,238$$

Είναι προφανής η ανάγκη να μειωθεί κατά πολύ η αδράνεια του συστήματος, αφού η επίδραση της βαρύτητας ενισχύει έντονα την «ελαστικότητα» του συστήματος. Συνεπώς οι αγωγοί έχουν πλέον πολύ μικρότερα μήκη, ο 1^{ος} αγωγός πλέον έχει ομοιόμορφη διάμετρο καθ' όλο το μήκος του, ενώ αυξάνεται η διάμετρος του 2^{ου} αγωγού. Οι διαστάσεις του θαλάμου δεν αλλάζουν σημαντικά. Η διάταξη πλέον παίρνει περίπου την παρακάτω μορφή:



9.α.Αποκρίσεις συστήματος - Μέγιστη Ισχύς (συντονισμός)

Από την παρακάτω σχέση υπολογίζονται τα ιδιοδιανύσματα του συστήματος:

$$(-\omega^2[I] + [K])\vec{\Phi} = 0$$

$$\left(-\lambda_v \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa + \kappa_{\beta 1} & -\kappa \\ -\kappa & \kappa + \kappa_{\beta 2} \end{bmatrix}\right) \begin{Bmatrix} \Phi_{v1} \\ \Phi_{v2} \end{Bmatrix} = 0$$

Οι ιδιοτιμές:

$$\lambda_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$$

$$\lambda_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha} \quad \text{ενώ} \quad \omega_3 = \sqrt{\lambda_2} = \omega$$

Όπου:

$$\alpha = 1, \quad \beta = -\left(\frac{\kappa}{I_2} + \frac{\kappa_{\beta 2}}{I_2} + \frac{\kappa}{I_1} + \frac{\kappa_{\beta 1}}{I_1}\right), \quad \gamma = \frac{1}{I_2 I_1} [\kappa(\kappa_{\beta 1} + \kappa_{\beta 2}) + \kappa_{\beta 1} \kappa_{\beta 2}]$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$$

$$\rightarrow \lambda_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2}$$

Προκύπτουν τα εξής ιδιοδιανύσματα:

$$\begin{Bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \left\{ \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_1 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\}, \quad \begin{Bmatrix} \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \end{Bmatrix} = \left\{ \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_2 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\}$$

Πλέον ο υπολογισμός των γενικευμένων μεγεθών:

$$i_{ii} = \vec{\Phi}_i^T [I] \vec{\Phi}_i, \quad k_{ii} = \vec{\Phi}_i^T [K] \vec{\Phi}_i, \quad r_{ii} = \vec{\Phi}_i^T [R] \vec{\Phi}_i, \quad p_{ii} = \vec{\Phi}_i^T [P] \vec{\Phi}_i$$

$$\kappa_{11} = \left\{ 1 \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_1 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \kappa + \kappa_{\beta 1} & -\kappa \\ -\kappa & \kappa + \kappa_{\beta 2} \end{bmatrix} \left\{ \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_1 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\}$$

$$\kappa_{12} = \left\{ 1 \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_1 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \kappa + \kappa_{\beta 1} & -\kappa \\ -\kappa & \kappa + \kappa_{\beta 2} \end{bmatrix} \left\{ \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_2 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\} = \kappa_{21}$$

$$\kappa_{22} = \left\{ 1 \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_2 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \kappa + \kappa_{\beta 1} & -\kappa \\ -\kappa & \kappa + \kappa_{\beta 2} \end{bmatrix} \left\{ \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_2 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\}$$

$$I_{11} = \left\{ 1 \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_1 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \left\{ \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_1 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\}$$

$$I_{12} = \left\{ 1 \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_1 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \left\{ \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_2 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\} = I_{21}$$

$$I_{22} = \left\{ 1 \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_2 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \left\{ \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_2 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\}$$

$$R_{11} = \left\{ 1 \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_1 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\} \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \left\{ \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_1 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\}$$

$$R_{12} = \left\{ 1 \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_1 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\} \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \left\{ \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_2 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\} = R_{21}$$

$$R_{22} = \left\{ 1 \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_2 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\} \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \left\{ \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda_2 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1} \end{pmatrix} \right\}$$

Η αρχική υπόθεση λύσης είναι:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} V_1(t) \\ V_2(t) \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \mathbf{1} \\ \frac{1}{\kappa}(-\lambda_1 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1}) \end{Bmatrix} q_1(t) + \begin{Bmatrix} \mathbf{1} \\ \frac{1}{\kappa}(-\lambda_2 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1}) \end{Bmatrix} q_2(t) \\ \begin{Bmatrix} \dot{V}_1(t) \\ \dot{V}_2(t) \end{Bmatrix} &= \omega \begin{Bmatrix} \mathbf{1} \\ \frac{1}{\kappa}(-\lambda_1 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1}) \end{Bmatrix} \dot{q}_1(t) + \omega \begin{Bmatrix} \mathbf{1} \\ \frac{1}{\kappa}(-\lambda_2 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1}) \end{Bmatrix} \dot{q}_2(t) \\ \begin{Bmatrix} \ddot{V}_1(t) \\ \ddot{V}_2(t) \end{Bmatrix} &= \omega^2 \begin{Bmatrix} \mathbf{1} \\ \frac{1}{\kappa}(-\lambda_1 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1}) \end{Bmatrix} \ddot{q}_1(t) + \omega^2 \begin{Bmatrix} \mathbf{1} \\ \frac{1}{\kappa}(-\lambda_2 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1}) \end{Bmatrix} \ddot{q}_2(t) \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{12} & I_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{12} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} \\ \kappa_{12} & \kappa_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \rho g Z \cdot \sin(\omega t)$$

Ομαδοποιώντας σε ημίτονα-συνημίτονα προκύπτει το ακόλουθο σύστημα:

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 I_{11} + \kappa_{11} & -\omega^2 I_{12} + \kappa_{12} & \omega R_{11} & \omega R_{12} \\ -\omega R_{11} & -\omega R_{12} & -\omega^2 I_{11} + \kappa_{11} & -\omega^2 I_{12} + \kappa_{12} \\ -\omega^2 I_{12} + \kappa_{12} & -\omega^2 I_{22} + \kappa_{22} & \omega R_{12} & \omega R_{22} \\ -\omega R_{12} & -\omega R_{22} & -\omega^2 I_{12} + \kappa_{12} & -\omega^2 I_{22} + \kappa_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \rho \cdot g \cdot Z \\ 0 \\ \rho \cdot g \cdot Z \end{Bmatrix}$$

Και τα πλάτη μπορούν να υπολογιστούν ως:

$$\begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega^2 I_{11} + \kappa_{11} & -\omega^2 I_{12} + \kappa_{12} & \omega R_{11} & \omega R_{12} \\ -\omega R_{11} & -\omega R_{12} & -\omega^2 I_{11} + \kappa_{11} & -\omega^2 I_{12} + \kappa_{12} \\ -\omega^2 I_{12} + \kappa_{12} & -\omega^2 I_{22} + \kappa_{22} & \omega R_{12} & \omega R_{22} \\ -\omega R_{12} & -\omega R_{22} & -\omega^2 I_{12} + \kappa_{12} & -\omega^2 I_{22} + \kappa_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} 0 \\ \rho \cdot g \cdot Z \\ 0 \\ \rho \cdot g \cdot Z \end{Bmatrix}$$

Αν η υπόθεση λύσης είναι:

$$V_1(t) = P_{c1} \cos(\omega t) + P_{s1} \sin(\omega t)$$

$$V_2(t) = P_{c2} \cos(\omega t) + P_{s2} \sin(\omega t)$$

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} P_{c1} \cos(\omega t) + P_{s1} \sin(\omega t) \\ P_{c2} \cos(\omega t) + P_{s2} \sin(\omega t) \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \mathbf{1} \\ \frac{1}{\kappa}(-\lambda_1 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1}) \end{Bmatrix} (A_1 \cos(\omega t) + B_1 \sin(\omega t)) \\ &+ \begin{Bmatrix} \mathbf{1} \\ \frac{1}{\kappa}(-\lambda_2 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1}) \end{Bmatrix} (A_2 \cos(\omega t) + B_2 \sin(\omega t)) \end{aligned}$$

$$\rightarrow P_{c1} = A_1 + A_2 \quad \text{και} \quad P_{s1} = B_1 + B_2$$

$$\rightarrow P_{c2} = \frac{1}{\kappa}(-\lambda_1 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1}) A_1 + \frac{1}{\kappa}(-\lambda_2 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1}) A_2$$

$$P_{s2} = \frac{1}{\kappa}(-\lambda_1 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1}) B_1 + \frac{1}{\kappa}(-\lambda_2 I_1 + \kappa + \kappa_{\beta 1}) B_2$$

Οι σχέσεις που διέπουν την ισχύ εισόδου και του αποσβεστήρα είναι οι ίδιες:

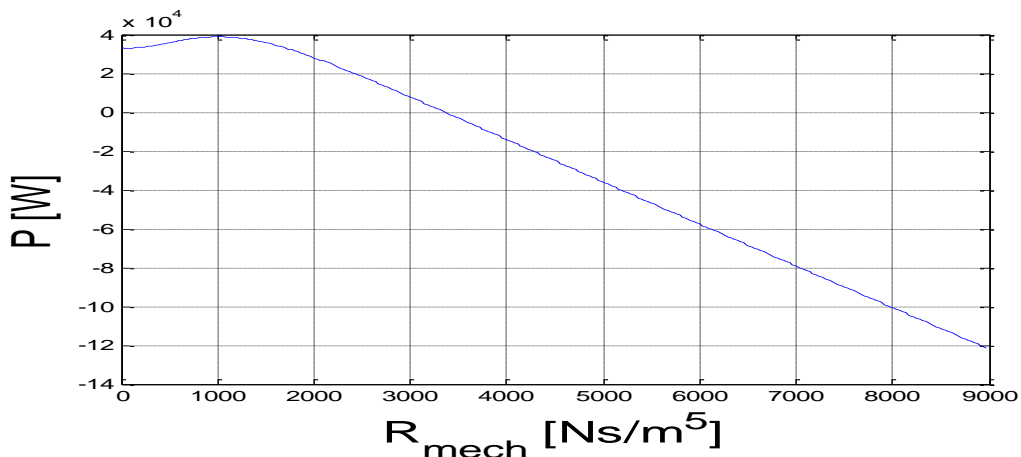
$$P_{in} = -\frac{1}{2} \rho g Z \omega \cdot P_{c1} \quad [W]$$

$$P_{diss} = \frac{1}{2} \omega^2 [R_1 P_1^2 + (R_{2, \alpha\pi} + R_{\mu\eta\chi}) P_2^2]$$

$$P_{R_{\mu\eta\chi}} = \frac{1}{2} \omega^2 R_{\mu\eta\chi} P_2^2 (R_{\mu\eta\chi})$$

Πλέον μπορεί να υπολογιστεί η επιθυμητή τιμή του $R_{\mu\eta\chi}$ από το σημείο που μηδενίζεται η γραφική παράσταση του $P_{in} - P_{diss}$.

(Ισχύς Εισόδου-Ισχύς αποσβέσεων) ($R_{\mu\eta\chi}$)

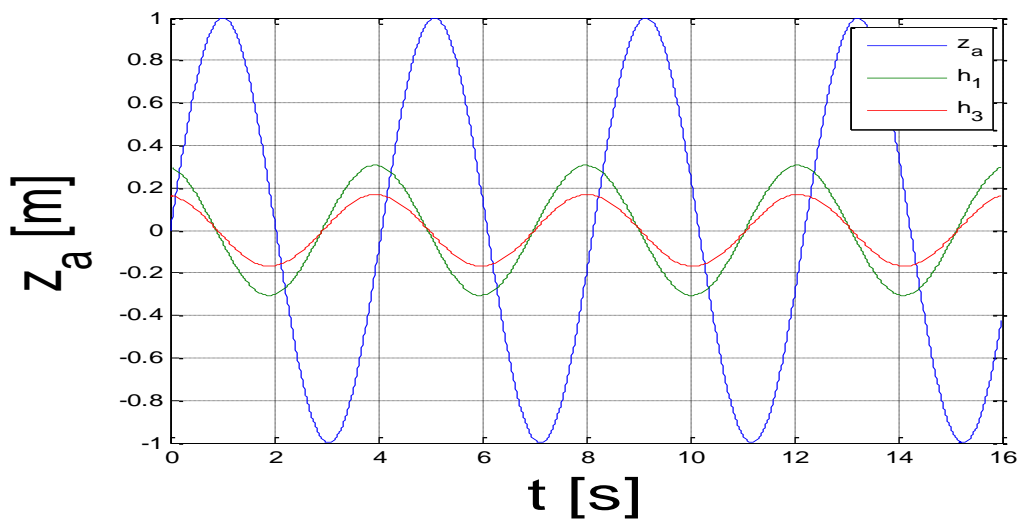


Τότε για $\bar{u} = 0,5 \left[\frac{m}{s} \right]$, $\zeta_1 = 0,05$, $\zeta_2 = 1$:

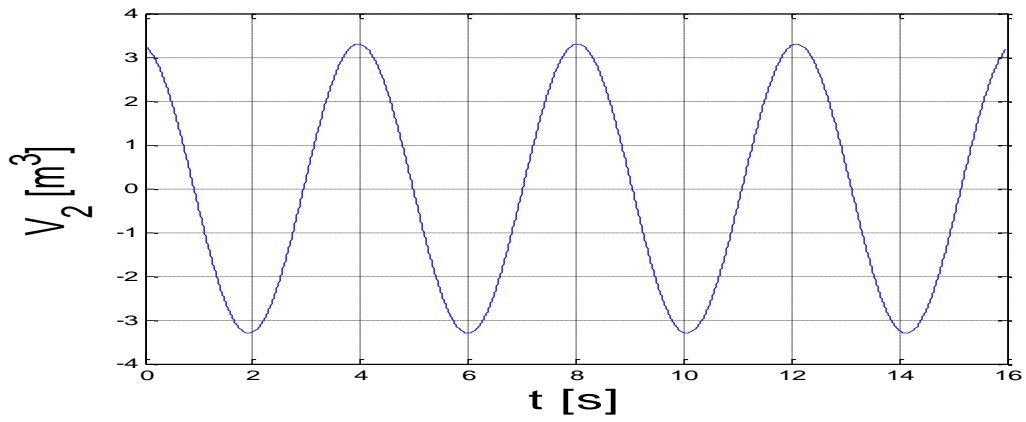
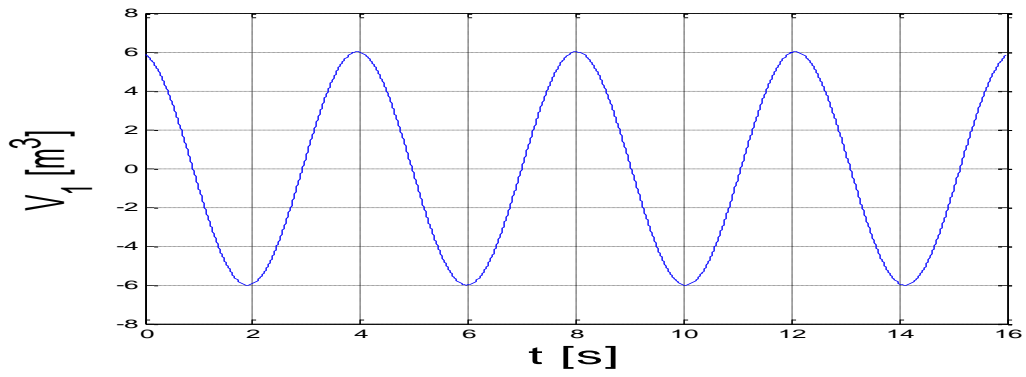
$$R_1 = 0,9948 [Ns/m^5], R_{2, \alpha\pi} = 12,7325 [Ns/m^5] \rightarrow R_{\mu\eta\chi} = 3408 [Ns/m^5]$$

Με αυτά τα δεδομένα λαμβάνονται οι εξής αποκρίσεις:

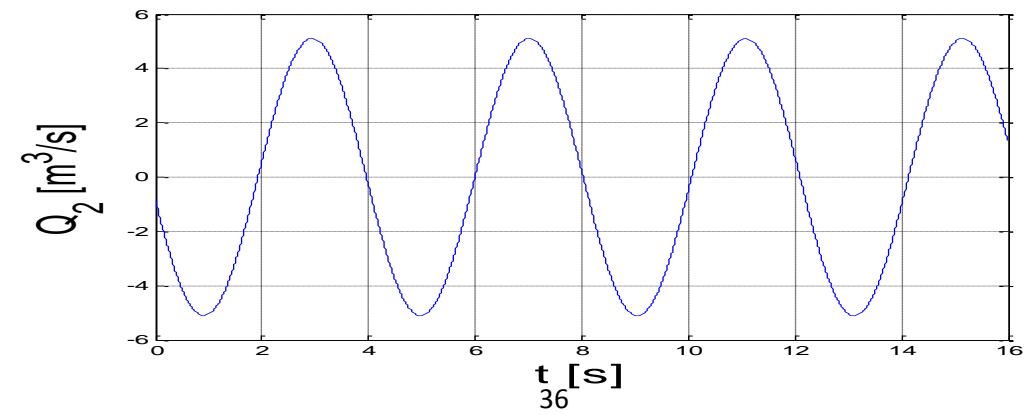
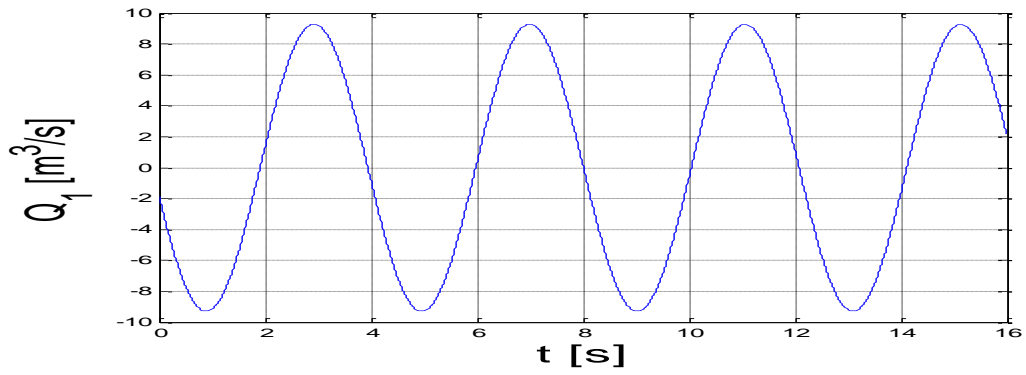
Στάθμες στους 2 αγωγούς



Μεταβολές όγκων



Παροχές στους 2 αγωγούς



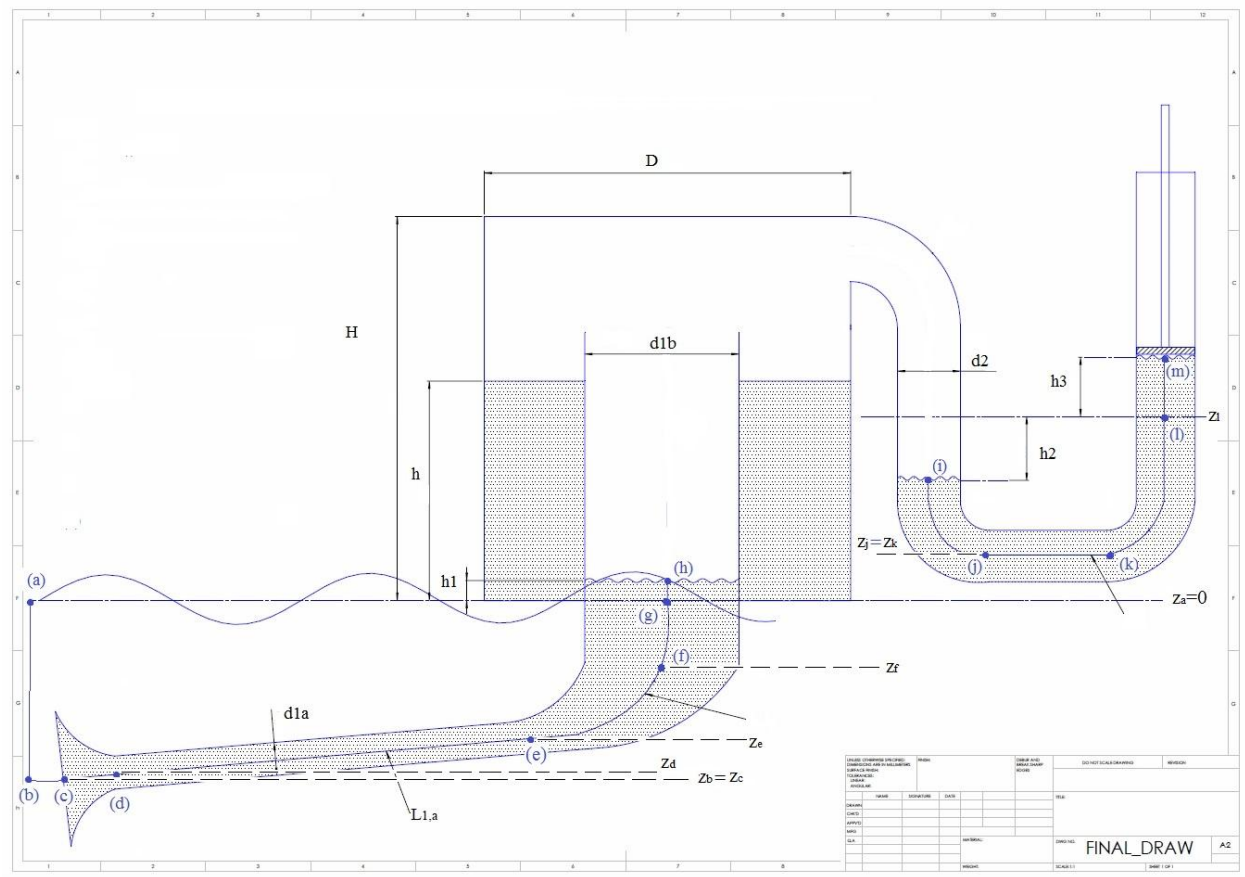
Μέση διαθέσιμη ισχύς: $P_w = 149 \text{ kW}$

Μέση ισχύς εισόδου: $P_{in,av} = 44.6 \text{ kW}$

Μέση ισχύς αποσβεστήρα: $P_{μηχ,av} = 44.4 \text{ kW}$

Αυτό συμβαίνει διότι λόγω των χαμηλών ταχυτήτων είναι ελάχιστες και οι γραμμικές απώλειες.

10. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΕ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΟΡΜΗΣ EULER ΣΕ ΓΡΑΜΜΗ ΡΟΗΣ



Για να έχουμε όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστική εικόνα για το φαινόμενο, θα διατυπωθεί πλέον η μορφή του συστήματος, ολοκληρώνοντας της εξισώσεις τις ορμές και προσθέτοντας τις μη γραμμικές εκφράσεις των απωλειών που εξαρτώνται από το τετράγωνο της ταχύτητας.

10.α. Αγωγός συντονισμού

Αρχικά λαμβάνω μη συνεκτική, χρονικά μεταβλητή ροή. Από την θέση (b) στην (e) διατυπώνω την εξίσωση Euler (Ισορροπία πιέσεων) σε μια γραμμή ροής S_1 :

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial s} + \rho g \cdot \frac{\partial z}{\partial s} + \rho u \cdot \frac{\partial u}{\partial s} = 0$$

Ολοκληρώνοντας πάνω στη γραμμή ροής:

$$\rho \int_a^h \frac{\partial u}{\partial t} ds + \int_a^h \frac{\partial p}{\partial s} ds + \rho g \cdot \int_a^h \frac{\partial z}{\partial s} ds + \rho \cdot \int_a^h u \cdot \frac{\partial u}{\partial s} ds = 0$$

Ο πρώτος όρος εκφράζει την επιτάχυνση της ροής. Ο δεύτερος την μεταβολή της πίεσης, ο τρίτος την επίδραση της βαρύτητας και ο τελευταίος την μεταβολή της ταχύτητας κατά μήκος της ροής.

Είναι προφανές ότι ο κάθε όρος χωρίζεται σε τέσσερις επιμέρους καθώς η πορεία της γραμμής ροής S1 αποτελείται από:

(a)→(b): Ακίνητο ρευστό μεταξύ της επιφάνειας της θάλασσας και του επιπέδου εισόδου του αγωγού συντονισμού.

(b)→(c): Δέσμη επιταχυνόμενου αρχικά ακίνητου ρευστού σε άπειρο όγκο μέχρι την είσοδο του αγωγού.

(c)→(d): Συγκλίνων τμήμα αγωγού άρα επιταχυνόμενο ρευστό.

(d)→(e): Ροή μέσα σε αγωγό κλίσης θ_{ce} , ομοιόμορφης διατομής.

(e)→(f): Αποκλίνων τμήμα αγωγού, επιβραδυνόμενη ροή. Θεωρώ ότι το τμήμα αυτό είναι κωνικό, με μια κλίση θ_{ef} . Η αλλαγή κατεύθυνσης της ροής και ο αποκλίνων χαρακτήρας του τμήματος θα ληφθούν ξεχωριστά ως εντοπισμένες απώλειες.

(f)→(g): Ροή μέσα σε κατακόρυφο τμήμα αγωγού μέχρι την στάθμη ισορροπίας 1.

(g)→(h): Απόκλιση από την στάθμη ισορροπίας.

1^{ος} όρος:

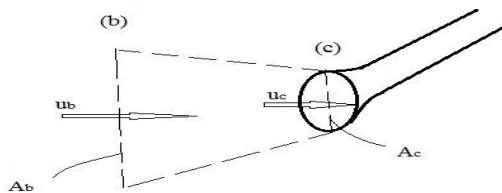
$$\rho \int_a^h \frac{\partial u}{\partial t} ds = \rho \left[\int_a^b \frac{\partial u}{\partial t} ds + \int_b^c \frac{\partial u}{\partial t} ds + \int_c^d \frac{\partial u}{\partial t} ds + \int_d^e \frac{\partial u}{\partial t} ds + \int_e^f \frac{\partial u}{\partial t} ds \right]$$

Καθώς θεωρώ ότι δεν υφίσταται κίνηση του ρευστού μεταξύ (a) και (b) άρα δεν έχω κάποια επιτάχυνση της ροής.

$$\int_a^b \frac{\partial u}{\partial t} ds = 0$$

Ισχύει ότι το $\frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{b \rightarrow c}$ στην είσοδο του αγωγού είναι διαφορετικό από το $\frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{c \rightarrow e}$ μέσα στον αγωγό.

Θεωρώ ένα όγκο ελέγχου στην περιοχή b→c ως εξής:



Δηλαδή επιδιώκω να απεικονίσω την διαταραχή του ρευστού στην είσοδο, ως ένα επιπλέον κομμάτι αγωγού μεταβλητής διατομής το οποίο προσθέτει στην αδράνεια του συστήματος.

Από την εξίσωση της συνέχειας:

$$Q_b = Q_c \rightarrow A_b u_b = A_c u_c \rightarrow A_b \frac{\partial u_b}{\partial t} = A_c \frac{\partial u_c}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial u_b}{\partial t} = \frac{A_c}{A_b} \frac{\partial u_c}{\partial t}$$

Έτσι εκφράζω την επιτάχυνση της ροής στην είσοδο συναρτήσει της επιτάχυνσης της ροής στον αγωγό.

Θεωρητικά πρέπει: $A_b \rightarrow \infty$ και $u_b \rightarrow 0$. Για να μπορέσω όμως να δώσω κάποια τιμή στον συντελεστή $\frac{A_c}{A_b}$, πρέπει να αποφασίσω πόσο μακριά από το στόμιο, σε ποία διατομή A_b δηλαδή, μπορώ να θεωρήσω ότι μηδενίζεται η ταχύτητα.

$$\text{Π.χ. } u_b = 10^{-2} u_c \approx 0 \rightarrow \frac{A_c}{A_b} \sim 10^{-2}$$

Είναι βέβαια προτιμότερο, αυτός ο συντελεστής να εκφραστεί ως ποσοστό του μήκους του αγωγού: $\frac{A_c}{A_b} = \varepsilon \cdot L$ όπου το $\varepsilon \sim 10^{-3}$. Οπότε πλέον έχω:

$$\frac{\partial u_b}{\partial t} = \varepsilon \cdot L_{1,\alpha} \frac{\partial u_c}{\partial t}$$

Όμοια για το συγκλίνων τμήμα (c) \rightarrow (d) :

$$\frac{\partial u_c}{\partial t} = \frac{A_d}{A_c} \frac{\partial u_d}{\partial t} = \frac{A_{1\alpha}}{A_c} \frac{\partial u_d}{\partial t}$$

Στο τμήμα (d) \rightarrow (e) μήκους $L_{1,\alpha}$ η διατομή όπως προαναφέρθηκε είναι σταθερή.

$$\frac{\partial u_d}{\partial t} = \frac{\partial u_e}{\partial t}$$

Στο αποκλίνων τμήμα (e) \rightarrow (f) :

$$\frac{\partial u_e}{\partial t} = \frac{A_f}{A_e} \frac{\partial u_f}{\partial t} = \frac{A_{1\beta}}{A_{1\alpha}} \frac{\partial u_f}{\partial t}$$

Τα τμήματα (f) \rightarrow (g) (μήκους $L_{1,\beta}$) και (g) \rightarrow (h) (μήκους h_1) έχουν την ίδια διατομή:

$$\frac{\partial u_f}{\partial t} = \frac{\partial u_g}{\partial t} = \frac{\partial u_h}{\partial t}$$

Για να εκφράσω τις ανωτέρω επιταχύνσεις συναρτήσει της $\frac{\partial u_h}{\partial t} = \frac{\partial u_1}{\partial t}$:

$$\frac{\partial u_b}{\partial t} = \varepsilon \cdot L_{1,\alpha} \frac{A_{1\alpha}}{A_c} \frac{A_{1\beta}}{A_{1\alpha}} \frac{\partial u_1}{\partial t} = \varepsilon \cdot L_{1,\alpha} \frac{A_{1\beta}}{A_c} \frac{\partial u_1}{\partial t}$$

$$\frac{\partial u_c}{\partial t} = \frac{A_{1\alpha}}{A_c} \frac{A_{1\beta}}{A_{1\alpha}} \frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{A_{1\beta}}{A_c} \frac{\partial u_1}{\partial t}$$

$$\frac{\partial u_e}{\partial t} = \frac{A_{1\beta}}{A_{1\alpha}} \frac{\partial u_1}{\partial t}$$

Οπότε ο όρος που εκφράζει την αδράνεια του ρευστού προκύπτει ως:

$$\int_a^e \frac{\partial u}{\partial t} ds = \frac{\partial u_1}{\partial t} \left(\int_b^c ds + \int_c^d ds + \int_d^e ds + \int_e^f ds + \int_f^g ds + \int_g^h ds \right)$$

$$= \frac{\partial u_1}{\partial t} \left(\varepsilon \cdot L_{1,\alpha} \frac{A_{1b}}{A_c} + \frac{A_{1b}}{A_c} L_{cd} + L_{1,\alpha} + \frac{A_{1b}}{A_{1a}} L_{ef} + L_{1,b} + h_1 \right)$$

Εφόσον ισχύει $u_1 = \dot{h}_1$, τότε:

$$\rho \int_a^e \frac{\partial u}{\partial t} ds = \rho \left[\left(\varepsilon \frac{A_{1b}}{A_c} + 1 \right) \cdot L_{1,\alpha} + \frac{A_{1b}}{A_c} L_{cd} + \frac{A_{1b}}{A_{1a}} L_{ef} + L_{1,b} + h_1 \right] \ddot{h}_1$$

2^{ος} όρος:

$$\int_a^h \frac{\partial p}{\partial s} ds = (p_h - p_{atm})$$

Οι όποιες απώλειες πίεσης θα προστεθούν ξεχωριστά στη συνέχεια.

3^{ος} όρος:

Καθώς $z_b = z_c$, το τμήμα (c) →(e) έχει κλίση θ_{ce} , στο τμήμα (e)→(f) θεωρώ κλίση θ_{ef} :

$$\rho g \cdot \int_a^h \frac{\partial z}{\partial s} ds = \rho g \left[\int_a^c \frac{\partial z}{\partial s} ds + \int_c^e \frac{\partial z}{\partial s} ds + \int_e^f \frac{\partial z}{\partial s} ds + \int_f^h \frac{\partial z}{\partial s} ds \right]$$

Και ισχύουν:

$$\left| \frac{\partial z}{\partial s} \right|_{ac} = -1, \left| \frac{\partial z}{\partial s} \right|_{ce} = \sin \theta_{ce} \text{ και } \left| \frac{\partial z}{\partial s} \right|_{ef} = \sin \theta_{ef}, \left| \frac{\partial z}{\partial s} \right|_{fh} = 1$$

Τότε:

$$\rho g \cdot \int_a^h \frac{\partial z}{\partial s} ds = \rho g [-(z_a - z_c) + \sin \theta_{ce} (L_{cd} + L_{1,\alpha}) + \sin \theta_{ef} L_{ef} + (L_{1,b} + h_1)]$$

$$= \rho g [(z_c - z_a) + (z_e - z_c) + (z_f - z_e) + (h_1 - z_f)]$$

$$\rightarrow \rho g \cdot \int_a^h \frac{\partial z}{\partial s} ds = \rho g (h_1 - z_a)$$

4^{ος} όρος:

Λόγω της εξίσωσης της συνέχειας ισχύουν:

$$u_a = u_b = 0, \quad u_c = \frac{A_{1a}}{A_c} u_d, \quad u_d = u_e, \quad u_e = \frac{A_{1b}}{A_{1a}} u_f \text{ και } u_f = u_g = u_h$$

Ενώ: $u_h = \dot{h}_1$

$$\begin{aligned} \rho \cdot \int_{\alpha}^h u \cdot \frac{\partial u}{\partial s} ds &= \rho \left[\int_b^c u \cdot \frac{\partial u}{\partial s} ds + \int_c^d u \cdot \frac{\partial u}{\partial s} ds + \int_e^f u \cdot \frac{\partial u}{\partial s} ds \right] \\ &= \rho \left[\frac{|u^2|_b^c}{2} + \frac{|u^2|_c^d}{2} + \frac{|u^2|_e^f}{2} \right] \\ &= \rho \left[\frac{u_c^2 - u_b^2}{2} + \frac{u_d^2 - u_c^2}{2} + \frac{u_f^2 - u_e^2}{2} \right] \\ &\rightarrow \rho \cdot \int_{\alpha}^h u \cdot \frac{\partial u}{\partial s} ds = \rho \frac{\dot{h}_1^2}{2} \end{aligned}$$

Άρα εν τέλει η εξίσωση που διέπει τον αγωγό συντονισμού χωρίς να έχουν ληφθεί υπόψη οι γραμμικές και εντοπισμένες απώλειες, είναι:

$$\rho \left(\varepsilon \cdot L_{1,\alpha} \frac{A_{1b}}{A_c} + \frac{A_{1b}}{A_c} L_{cd} + L_{1,\alpha} + \frac{A_{1b}}{A_{1\alpha}} L_{ef} + L_{1,b} + h_1 \right) \ddot{h}_1 + (p_h - p_{atm}) + \rho g h_1 + \rho \frac{\dot{h}_1^2}{2} = \rho g z_a$$

Και με την κατάλληλη ανακατάταξη των όρων:

$$\rho \left[\left(\varepsilon \frac{A_{1b}}{A_c} + 1 \right) \cdot L_{1,\alpha} + \frac{A_{1b}}{A_c} L_{cd} + \frac{A_{1b}}{A_{1\alpha}} L_{ef} + L_{1,b} + h_1 \right] \ddot{h}_1 + \frac{\rho}{2} \dot{h}_1^2 + \rho g h_1 + (p_h - p_{atm}) = \rho g z_a$$

10.β.Αγωγός εξόδου

Ο 2^{ος} αγωγός έχει την ίδια διατομή σε όλο το μήκος του. Οι αλλαγές κατεύθυνσης του ρευστού θα ληφθούν αργότερα ως εντοπισμένες απώλειες. Οι στάθμες h_2 και h_3 συνδέονται μέσω της σχέσης $h_3 = -h_2$.

Ακολουθώντας την ίδια προσέγγιση διατυπώνεται η διαφορική εξίσωση για τον 2^ο αγωγό.

$$\rho \int_i^m \frac{\partial u}{\partial t} ds + \int_i^m \frac{\partial p}{\partial s} ds + \rho g \cdot \int_i^m \frac{\partial z}{\partial s} ds + \rho \int_i^m u \cdot \frac{\partial u}{\partial s} ds = 0$$

1^{ος} όρος:

Εφόσον η ποσότητα του ρευστού στον αγωγό εξόδου δεν μεταβάλλεται, δεν απαιτείται να συμπεριλάβουμε μεταβολή της αδράνειας. Πρέπει όμως να περιληφθεί η αδράνεια του εμβόλου:

$$F_{st} = m \cdot a \rightarrow dp = \frac{\rho_{st} V_{st}}{A_2} \frac{\partial u}{\partial t} = \rho_{st} L_{st} \frac{\partial u}{\partial t}$$

Όπως επίσης και η αντίσταση του εμβόλου - αποσβεστήρα:

$$F_3 = C_{\mu\eta\chi} v_3 \rightarrow \delta p A_2 = C_{\mu\eta\chi} \dot{h}_3 \rightarrow \delta p = A_2 R_{\mu\eta\chi} \dot{h}_3$$

Το μήκος από την Θ.Ι.2 μέχρι το σημείο (j) τέθηκε στην διαστασιολόγηση ίσο με το μήκος L_{ε} , όπως και το μήκος από το (k) στο (l). Ενώ $L_2 = \Delta L_{\varepsilon} = 2L_{\varepsilon} + L_{jk}$

$$\rightarrow \rho \int_i^m \frac{\partial u}{\partial t} ds = \rho \left[(L_s - (-h_2)) + L_{jk} + (L_s + h_3) + \frac{\rho_{st}}{\rho} L_{st} \right] \frac{\partial u}{\partial t}$$

Εφόσον $\frac{\partial u}{\partial t} = \ddot{h}_3 = -\ddot{h}_2$

$$\rightarrow \rho \int_i^m \frac{\partial u}{\partial t} ds = \rho \left(L_2 + \frac{\rho_{st}}{\rho} L_{st} \right) \ddot{h}_3$$

Όπου L_2 το μήκος της στήλης ύδατος.

2^{ος} όρος:

$$\int_i^m \frac{\partial p}{\partial s} ds = (p_m - p_i) = (p_{atm} - p_i)$$

3^{ος} όρος:

$$\rho g \cdot \int_i^m \frac{\partial z}{\partial s} ds = \rho g \cdot (z_m - z_i)$$

Όμως $z_m = z_l + h_3$ και $z_i = z_l - (-h_2) = z_l - h_3$, άρα:

$$\rho g \cdot \int_i^m \frac{\partial z}{\partial s} ds = 2\rho g \cdot h_3$$

4^{ος} όρος:

$$\rho \int_i^m u \cdot \frac{\partial u}{\partial s} ds = \frac{u_m^2 - u_i^2}{2} = \frac{h_3^2 - (-h_2^2)}{2} = 0$$

Άρα εν τέλει η εξίσωση που διέπει τον αγωγό εξόδου χωρίς να έχουν ληφθεί υπόψη οι γραμμικές και εντοπισμένες απώλειες, είναι:

$$\rho \left(L_2 + \frac{\rho_{st}}{\rho} L_{st} \right) \ddot{h}_3 + 2\rho g \cdot h_3 + (p_{atm} - p_i) = 0$$

10.γ.ΣΥΖΕΥΞΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

Η σύζευξη γίνεται μέσω του αέρα που λειτουργεί ως ελατήριο.

Για να γίνει η σύζευξη πρέπει να αντικατασταθούν στις δύο Δ.Ε. οι πιέσεις p_h και p_i με την έκφραση τους ως διαταραχές που προκαλεί η συμπίεση του αερίου :

$$dp = \gamma \frac{p_m}{V_m} dV \quad \text{και} \quad p_h = p_i \quad \text{άρα:}$$

$$p_h - p_{atm} = p_i - p_{atm} = \frac{\gamma p_m}{V_m} (V_1 - V_2) = \frac{\gamma p_m}{V_m} (A_1 h_1 - A_2 h_3)$$

$$\rightarrow p_h = p_i = \frac{\gamma p_m}{V_m} (A_{1b} h_1 - A_2 h_3) + p_{atm} = \kappa (A_{1b} h_1 - A_2 h_3) + p_{atm}$$

Αντικαθιστώντας στις δύο Δ.Ε. , έχω πλέον:

Αγωγός συντονισμού:

$$\rho \left[\left(\varepsilon \frac{A_{1b}}{A_c} + 1 \right) \cdot L_{1,\alpha} + \frac{A_{1b}}{A_c} L_{cd} + \frac{A_{1b}}{A_{1a}} L_{ef} + L_{1,b} + h_1 \right] \ddot{h}_1 + \frac{\rho}{2} \dot{h}_1^2 + \kappa(A_{1b} + \rho g)h_1 - \kappa A_2 h_3 = \rho g z_a$$

Αγωγός εξόδου:

$$\rho \left(L_2 + \frac{\rho_{st}}{\rho} L_{st} \right) \ddot{h}_3 + A_2 R_{\mu\eta\chi} \dot{h}_3 - \kappa A_{1b} h_1 + \kappa(A_2 + 2\rho g) \cdot h_3 = 0$$

10.δ.ΑΠΩΛΕΙΕΣ

Γραμμικές

Οι γραμμικές απώλειες, εκφρασμένες ως πτώση πίεσης:

$$\delta p = \frac{1}{2} \lambda \frac{L}{D} \rho u^2 = \frac{1}{2} \lambda \frac{L}{D} \rho \dot{h} |\dot{h}|$$

$\lambda = \lambda(Re, \frac{\varepsilon}{D})$: Συντελεστής γραμμικών απωλειών

ε : Απόλυτη τραχύτητα. Εξαρτάται από το υλικό και την γήρανση του αγωγού.

Ενδεικτικά για χαλύβδινο συγκολλητό σωλήνα: $\varepsilon=0,05 \div 3$ ανάλογα με τη φθορά του.

Ο αριθμός Reynolds της ροής:

$$Re = \frac{u \cdot D_h}{\nu}$$

D_h : Υδραυλική (ή βρεχόμενη) διάμετρος. Σε αυτή την περίπτωση, αντίστοιχη της διαμέτρου του εκάστοτε αγωγού. Η κινηματική συνεκτικότητα του θαλασσινού νερού στους 20 °C:

$$\nu = 1.05 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

Τότε ο συντελεστής γραμμικών απωλειών μπορεί να υπολογιστεί είτε από το διάγραμμα Moody, είτε με κάποια από τις σχέσεις των Jain ή Colebrook-White:

$$Jain: \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,14 - 2 \log \left(\frac{21,25}{Re^{0,9}} + \frac{\varepsilon}{D} \right)$$

Εντοπισμένες

Οι εντοπισμένες απώλειες που οφείλονται στα στόμια εισόδου-εξόδου των αγωγών και αλλαγές κατεύθυνσης της ροής, εκφρασμένες ως πτώση πίεσης:

$$\delta p = \frac{1}{2} \zeta \rho u^2 = \frac{1}{2} \zeta \rho \dot{h} |\dot{h}|$$

Προσθέτω πλέον και τις απώλειες και αντικαθιστώ κατάλληλα για να εισάγω τις ογκομεταβολές στις εξισώσεις:

$$h_1 = V_1/A_{1b} \text{ και } h_3 = V_2/A_2$$

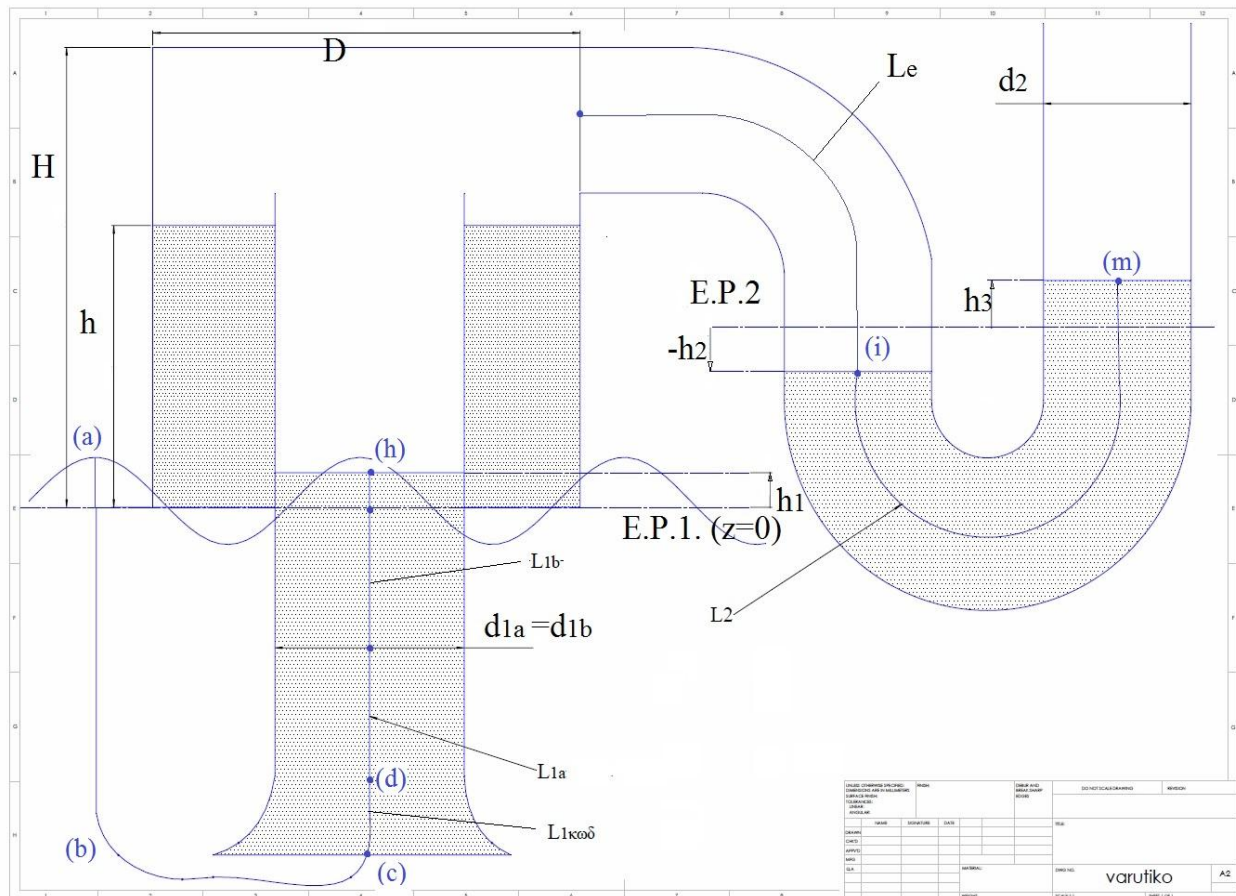
Αγωγός συντονισμού:

$$\rho \left[\left(\varepsilon \frac{A_{1b}}{A_c} + 1 \right) \cdot \frac{L_{1,a}}{A_{1b}} + \frac{L_{cd}}{A_c} + \frac{L_{sf}}{A_{1a}} + \frac{L_{1,b}}{A_{1b}} \right] \ddot{V}_1 + \frac{\rho}{A_{1b}^2} \cdot V_1 \cdot \dot{V}_1 + \frac{\rho}{2A_{1b}^2} \dot{V}_1^2 + \frac{\rho}{2} \left[\lambda_{1,a} \frac{L_{1,a}}{d_{1a}} + \lambda_{1,b} \frac{L_{1,b}}{d_{1b}} + \zeta_1 \right] \frac{\dot{V}_1}{A_{1b}} \left| \frac{\dot{V}_1}{A_{1b}} \right| + \kappa \left(1 + \frac{\rho g}{A_{1b}} \right) V_1 - \kappa V_2 = \rho g z_a$$

Αγωγός εξόδου:

$$\rho \left(L_2 + \frac{\rho_{st}}{\rho A_2} L_{st} \right) \ddot{V}_2 + \frac{\rho}{2} \left(\lambda_2 \frac{L_2}{d_2} + \zeta_2 \right) \frac{\dot{V}_2}{A_2} \left| \frac{\dot{V}_2}{A_2} \right| + R_{\mu\eta\chi} \dot{V}_2 - \kappa V_1 + \kappa \left(1 + \frac{2\rho g}{A_2} \right) \cdot V_2 = 0$$

Μετά την τελευταία διαστασιολόγηση, η διάταξη έχει την εξής μορφή:



Η μορφή των εξισώσεων δεν αλλάζει καθόλου. Αντικαθιστώντας τα εκάστοτε δεδομένα, ανταποκρίνονται πλήρως στη νέα μορφή.

10.ε.ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Για να ληφθεί η απόκριση του συγκεκριμένου συστήματος, χρησιμοποιώ τη μέθοδο Runge-Kutta 4^{ης} τάξης. Πρώτο βήμα είναι η δημιουργία συστήματος τεσσάρων Δ.Ε. 1^{ης} τάξης ισοδύναμο του συστήματος 2^{ης} τάξης που έχω.

Αρχικά, για ευκολότερο χειρίσιμο, μαζεύω τους συντελεστές των μεταβλητών ως εξής:

$$A \cdot \ddot{V}_1 + B \cdot V_1 \cdot \ddot{V}_1 + \Gamma \cdot \dot{V}_1^2 + \Delta \operatorname{sgn}(\dot{V}_1) \cdot \dot{V}_1^2 + E \cdot V_1 + Z \cdot V_2 = p_\delta \quad (1)$$

$$H \cdot \ddot{V}_2 + \Theta \cdot \operatorname{sgn}(\dot{V}_2) \cdot \dot{V}_2^2 + I \cdot \dot{V}_2 + K \cdot V_1 + \Lambda \cdot V_2 = 0 \quad (2)$$

Όπου:

$$A = \rho \left[\left(\varepsilon \frac{A_{1b}}{A_c} + 1 \right) \cdot \frac{L_{1,a}}{A_{1b}} + \frac{L_{cd}}{A_c} + \frac{L_{ef}}{A_{1a}} + \frac{L_{1,b}}{A_{1b}} \right]$$

$$B = \frac{\rho}{A_{1b}^2}$$

$$\Gamma = \frac{\rho}{2A_{1b}^2}$$

$$\Delta = \frac{\rho}{2A_{1b}^2} \left[\lambda_{1,a} \frac{L_{1,a}}{d_{1a}} + \lambda_{1,b} \frac{L_{1,b}}{d_{1b}} + \zeta_1 \right]$$

$$E = \kappa \left(1 + \frac{\rho g}{A_{1b}} \right)$$

$$Z = -\kappa$$

$$H = \rho \left(L_2 + \frac{\rho_{st}}{\rho A_2} L_{st} \right)$$

$$\Theta = \frac{\rho}{2A_2^2} \left(\lambda_2 \frac{L_2}{d_2} + \zeta_2 \right)$$

$$I = R_{\mu\eta\chi}$$

$$K = -\kappa$$

$$\Lambda = \kappa \left(1 + \frac{2\rho g}{A_2} \right)$$

Θέτω τις ακόλουθες μεταβλητές:

$$X_1 = V_1 \quad X_3 = V_3$$

$$X_2 = \dot{V}_1 = \dot{X}_1 \quad X_4 = \dot{V}_3 = \dot{X}_3$$

Οπότε προκύπτει το σύστημα 1^{ης} τάξης:

$$\dot{X}_1 = X_2 \quad (1)$$

$$A \cdot \dot{X}_2 + B \cdot X_1 \cdot \dot{X}_2 + \Gamma \cdot X_2^2 + \Delta \cdot X_2 |X_2| + E \cdot X_1 + Z \cdot X_3 = p_\delta \quad (2)$$

$$\dot{X}_3 = X_4 \quad (3)$$

$$H \cdot \dot{X}_4 + \Theta \cdot X_4 |X_4| + I \cdot X_4 + K \cdot X_1 + \Lambda \cdot X_3 = 0 \quad (4)$$

Λύνοντας ως προς τις παραγώγους:

$$\dot{X}_1 = X_2 = f(X_2) \quad (1)$$

$$\dot{X}_2 = \frac{[p_\delta - \Gamma \cdot X_2^2 - \Delta \cdot X_2 |X_2| - E \cdot X_1 - Z \cdot X_3]}{(A + BX_1)} = f(t, X_1, X_2, X_3) \quad (2)$$

$$\dot{X}_3 = X_4 = f(X_4) \quad (3)$$

$$\dot{X}_4 = \frac{(-\Theta \cdot X_4 |X_4| - I \cdot X_4 - K \cdot X_1 - \Lambda \cdot X_3)}{H} = f(X_1, X_3, X_4) \quad (4)$$

Οι (1) και (3) δεν είναι συναρτήσεις της παραγωγιζόμενης μεταβλητής οπότε μπορούν απλά να αντικατασταθούν με σχήματα προς διαφορών:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{X_{i+1} - X_i}{\Delta t}$$

Η μέθοδος Runge-Kutta 4^{ης} τάξης:

$$\frac{dX}{dt} = f(t, X)$$

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t$$

$$X_{i+1} = X_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$k_1 = \Delta t \cdot f(t_i, X_i)$$

$$k_2 = \Delta t \cdot f\left(t_i + \frac{\Delta t}{2}, X_i + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = \Delta t \cdot f\left(t_i + \frac{\Delta t}{2}, X_i + \frac{k_2}{2}\right)$$

$$k_4 = \Delta t \cdot f(t_{i+1}, X_i + k_3)$$

Πλέον επιχειρώ να επιλύσω το σύστημα με αρχικές συνθήκες:

$$X1_1 = 0 \quad X3_1 = 0$$

$$X2_1 = 0 \quad X4_1 = 0$$

Και με χρονική υποδιαίρεση: $dt=10^{-3}$

Μετά από μερικά τρεξίματα διαπιστώνω ότι η explicit μέθοδος Runge-Kutta δεν μπορεί να ανταποκριθεί ικανοποιητικά στην επίλυση του συστήματος καθώς στις περιοχές με έντονο stiffness, δηλαδή με πολύ μικρή κλίση κάποιες από τις εμπλεκόμενες μεταβλητές διαιρούνται με το 0 και λαμβάνουν μη αριθμητική τιμή. Η explicit μέθοδος Runge-Kutta απαιτεί εξαιρετικά μικρά διαστήματα dt της τάξης μέχρι και του 10^{-6} για να απότυπώσει αυτές τις περιοχές, κάτι που φυσικά απαιτεί τεράστιο υπολογιστικό χρόνο.

Για να ξεπεραστεί το εμπόδιο αυτό, στρεφόμαστε στις implicit μεθόδους, οι οποίες ανταποκρίνονται πολύ καλύτερα σε τέτοιου είδους εξισώσεις με πολύ μεγαλύτερες χρονικές υποδιαίρεσεις άρα και σε υπόπολλαπλάσιο χρόνο. Συγκεκριμένα χρησιμοποιώ το σχήμα του Lobatto IIIA 2^{ης} τάξης του οποίου ο πίνακας Butcher είναι:

Αποτελείται από τα εξής βήματα:

$$\frac{dX}{dt} = f(t, X)$$

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t$$

$$X_{i+1} = X_i + \frac{\Delta t}{2}(k_1 + k_2)$$

$$k_1 = f(t_i, X_i)$$

$$k_2 = f\left(t_i + \frac{\Delta t}{2}, X_i + \frac{\Delta t}{2}(k_1 + k_2)\right)$$

$$\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1/2 & 1/2 \\ \hline & 1/2 & 1/2 \end{array}$$

Δηλαδή για τον υπολογισμό του k_2 πρέπει να επιλυθεί ως προς k_2 η αλγεβρική εξίσωση που προκύπτει και να μπει ξανά στον υπολογισμό. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, απαιτείται επιλογή για το k_2 λόγω της δευτεροβάθμιας εξίσωσης που προκύπτει.

Ενώ οι (1) και (3) αντικαθίστανται με σχήματα μπρος διαφορών 1^{ης} τάξης:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{X_{i+1} - X_i}{\Delta t}$$

Εν τέλει οι εκφράσεις γίνονται:

$$X_{1,t+1} = X_{1,t} + \Delta t \cdot X_{2,t}$$

$$X_{2,t+1} = X_{2,t} + \frac{\Delta t}{2} \cdot (\kappa_1 + \kappa_2)$$

$$\kappa_1 = \frac{[p_\delta(t) - [\Delta \cdot \text{sgn}(X_{2,i}) - \Gamma] \cdot X_{2,i}^2 - E \cdot X_{1,i} - Z \cdot X_{3,i}]}{(A + BX_1)}$$

$$\kappa_2 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$$

Όπου:

$$\alpha = [\Gamma + \Delta \text{sgn}(X_{2,i})] \frac{\Delta t^2}{4} + B \frac{\Delta t}{2}$$

$$\beta = A + B \left(X_{1,i} + \frac{\Delta t}{2} k_1 \right) + [\Gamma + \Delta \text{sgn}(X_{2,i})] \left(X_{2,i} \Delta t + \frac{\Delta t^2}{2} k_1 \right) + (E + Z) \frac{\Delta t}{2}$$

$$\gamma = [\Gamma + \Delta \text{sgn}(X_{2,i})] \left(X_{2,i}^2 \Delta t k_1 + \frac{\Delta t^2}{4} k_1^2 + X_{2,i}^2 \right) + EX_{1,i} + ZX_{3,i} + (E + Z) \frac{\Delta t}{2} k_1 - p_\delta \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right)$$

$$X_{3,t+1} = X_{3,t} + \Delta t \cdot X_{4,t}$$

$$X_{4,i+1} = X_{4,i} + \frac{\Delta t}{2} \cdot (\kappa_1 + \kappa_2)$$

$$\kappa_1 = \frac{(-\theta \cdot \text{sgn}(X_{4,i}) \cdot X_{4,i}^2 - I \cdot X_{4,i} - K \cdot X_{1,i} - \Lambda \cdot X_{3,i})}{H}$$

$$\kappa_2 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$$

Όπου:

$$\alpha = \theta \text{sgn}(X_{4,i}) \frac{\Delta t^2}{4}$$

$$\beta = \theta \text{sgn}(X_{4,i}) \left(X_{4,i} \Delta t + \frac{\Delta t^2}{2} k_1 \right) + H + (I + K + \Lambda) \frac{\Delta t}{2}$$

$$\gamma = \theta \text{sgn}(X_{4,i}) \left(X_{4,i}^2 \Delta t k_1 + \frac{\Delta t^2}{4} k_1^2 + X_{4,i}^2 \right) + I X_{4,i} + K X_{1,i} + \Lambda X_{3,i} + (I + K + \Lambda) \frac{\Delta t}{2} k_1$$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- A. Καναράχος, I. Αντωνιάδης (1998): Δυναμική μηχανών
- Σ. Τσαγγάρης (2005): Μηχανική των ρευστών
- Δ.Σ. Μαθιουλάκης, I.Σ. Αναγνωστόπουλος, Δ.Γ. Τουζόπουλος (2006): Βιομηχανική Ρευστομηχανική
- Γ. Μπεργελές (2012): Υπολογιστική ρευστομηχανική
- Δ.Ε. Παπαντώνης (2013): Υδροδυναμικές εγκαταστάσεις
- Κ.Χ Γιαννάκογλου, I. Αναγνωστόπουλος, Γ. Μπεργελές (2003): Αριθμητική Ανάλυση
- G. F. Knott, M. R. Mackley (1979): On eddy motions near plates and ducts, induced by water waves and periodic flows
- N.G. Stephen (2005): On energy harvesting from ambient vibration
- Antonio Falcao (2009): Wave energy utilization: A review of the technologies
- S.P.R. Czitrom, R. Godoy, E. Prado, P. Perez, R. Peralta-Fabi (1999): Hydrodynamics of an oscillating water column seawater pump
- www.wolframalpha.com
- www.forecast.uoa.gr
- www.mathworks.com

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Πρώτη διαστασιολόγηση

```

clc
clear all

gamma=1.4;
pm=1*10^5
ro=10^3;
rst=8000;
g=9.81;

Alpha=0.8;
Bhta=0.5;
Gamma=1.5;
Delta=2.5;
Epsilon=1;
Thita=0.9;

d1_b(1,1)=4.5;
L1_a=1
L1_b=4

d1_a(1,1)=Alpha*d1_b(1,1);
d2(1,1)=Bhta*d1_b(1,1);
deis(1,1)=d2(1,1);
D(1,1)=Gamma*d1_b(1,1);
Lkwn(1,1)=d1_b(1,1)/2;
Lkwd(1,1)=deis(1,1)/2;
Le=Bhta*L1_b;
L2=Delta*Le
Lc=L1_b;
H(1,1)=Epsilon*Lc+d2(1,1);
h=Thita*Lc;
Lst(1,1)=0.05*d2(1,1);

for i=1:20
    A(i,1)=pi*D(i,1)^2/4;
    A1_a(i,1)=pi*d1_a(i,1)^2/4;
    A1_b(i,1)=pi*d1_b(i,1)^2/4;
    A2(i,1)=pi*d2(i,1)^2/4;
    dis_kwd(i,1)=sqrt((deis(i,1)^2+deis(i,1)*d1_a(i,1)+d1_a(i,1)^2)/3);
    dis_kwn(i,1)=sqrt((d1_a(i,1)^2+d1_a(i,1)*d1_b(i,1)+d1_b(i,1)^2)/3);
    Ais_kwd(i,1)=pi*dis_kwd(i,1)^2/4;
    Ais_kwn(i,1)=pi*dis_kwn(i,1)^2/4;

    Ve(i,1)=Le*A2(i,1);
    Vc(i,1)=(H(i,1)-h)*A(i,1)+(Lc-h)*A1_b(i,1);
    Vm(i,1)=Vc(i,1)+Ve(i,1);
    k(i,1)=gamma*pm/Vm(i,1);

I1(i,1)=ro*L1_a/A1_a(i,1)+ro*Lkwn(i,1)/Ais_kwn(i,1)+ro*Lkwd(i,1)/Ais_kwd(i,1)+ro*L1_b/A1_b(i,1);
I2(i,1)=ro*L2/A2(i,1)+rst*Lst(i,1)/A2(i,1);

    idiosuxnothtes(i,1)=sqrt(k(i,1)*(1/I1(i,1)+1/I2(i,1)));

    d1_b(i+1,1)=d1_b(i,1)+0.1;
    d1_a(i+1,1)=Alpha*d1_b(i+1,1);
    d2(i+1,1)=Bhta*d1_b(i+1,1);
    deis(i+1,1)=d2(i+1,1);
    D(i+1,1)=Gamma*d1_b(i+1,1);
    H(i+1,1)=Epsilon*Lc+d2(i+1,1);
    Lkwn(i+1,1)=d1_b(i+1,1)/2;
    Lkwd(i+1,1)=deis(i+1,1)/2;
    Lst(i+1,1)=0.05*d2(i+1,1);
end

```

Διαστασιολόγηση με την επίδραση της βαρύτητας

```

clc
clear all

gamma=1.4;
pm=1*10^5
ro=10^3;
rst=8000;
g=9.81;

Alpha=1;
Bhta=1;
Gamma=1.2;
Delta=2;
Epsilon=1;
Thita=0.9;

d1_b(1,1)=4.5;
L1_a=1
L1_b=1

d1_a(1,1)=Alpha*d1_b(1,1);
d2(1,1)=Bhta*d1_b(1,1);
deis(1,1)=1.1*d2(1,1);
D(1,1)=Gamma*d1_b(1,1);
Lkwn(1,1)=0;
Lkwd(1,1)=deis(1,1)/2;
Le=0.5*L1_b;
L2=Delta*Le
Lc=L1_b;
H(1,1)=Epsilon*Lc+d2(1,1);
h=Thita*Lc;
Lst(1,1)=0.05*d2(1,1);

for i=1:20
    A(i,1)=pi*D(i,1)^2/4;
    A1_a(i,1)=pi*d1_a(i,1)^2/4;
    A1_b(i,1)=pi*d1_b(i,1)^2/4;
    A2(i,1)=pi*d2(i,1)^2/4;
    dis_kwd(i,1)=sqrt((deis(i,1)^2+deis(i,1)*d1_a(i,1)+d1_a(i,1)^2)/3);
    dis_kwn(i,1)=sqrt((d1_a(i,1)^2+d1_a(i,1)*d1_b(i,1)+d1_b(i,1)^2)/3);
    Ais_kwd(i,1)=pi*dis_kwd(i,1)^2/4;
    Ais_kwn(i,1)=pi*dis_kwn(i,1)^2/4;

    Ve(i,1)=Le*A2(i,1);
    Vc(i,1)=(H(i,1)-h)*A(i,1)+(Lc-h)*A1_b(i,1);
    Vm(i,1)=Vc(i,1)+Ve(i,1);
    k(i,1)=gamma*pm/Vm(i,1);
    kv1(i,1)=ro*g/A1_b(i,1);
    kv2(i,1)=2*ro*g/A2(i,1);

    I1(i,1)=ro*L1_a/A1_a(i,1)+ro*Lkwn(i,1)/Ais_kwn(i,1)+ro*Lkwd(i,1)/Ais_kwd(i,1)+ro*L1_b/A1_b(i,1);
    I2(i,1)=ro*L2/A2(i,1)+rst*Lst(i,1)/A2(i,1);

    polyonmo=[1,-
    (k(i,1)/I2(i,1)+kv2(i,1)/I2(i,1)+k(i,1)/I1(i,1)+kv1(i,1)/I1(i,1)), (k(i,1)*(kv1(i,1)+kv2(i,1))+kv1
    (i,1)+kv2(i,1))/(I1(i,1)*I2(i,1))];
    roots(polyonmo)
    alpha=1;
    bhta=-(k(i,1)/I2(i,1)+kv2(i,1)/I2(i,1)+k(i,1)/I1(i,1)+kv1(i,1)/I1(i,1));
    gam=(k(i,1)*(kv1(i,1)+kv2(i,1))+kv1(i,1)+kv2(i,1))/(I1(i,1)*I2(i,1));
    diakr=bhta^2-4*alpha*gam
    riza1=(-bhta+sqrt(diakr))/(2*alpha)
    riza2=(-bhta-sqrt(diakr))/(2*alpha)
    wmeg1(i,1)=sqrt(riza1);
    wmeg3(i,1)=sqrt(riza2);

```

```

d1_b(i+1,1)=d1_b(i,1)+0.1;
d1_a(i+1,1)=Alpha*d1_b(i+1,1);
d2(i+1,1)=Bhta*d1_b(i+1,1);
deis(i+1,1)=d2(i+1,1);
D(i+1,1)=Gamma*d1_b(i+1,1);
H(i+1,1)=Epsilon*Lc+d2(i+1,1);
Lkwn(i+1,1)=0;
Lkwd(i+1,1)=deis(i+1,1)/2;
Lst(i+1,1)=0.05*d2(i+1,1);

```

Αποκρίσεις αρχικού γραμμικού μοντέλου-Μέσες Ισχύς

```

clc
clear all

ro=1000; %puknothta nerou
m=10^-3;
g=9.81;
patm=10^5;

d1a=4;
d1b=5;
d2=2.5;

L1a=1;
L1b=4;
L2=5;
Le=2;

k=960.29; %metro sumpiestothtas aeriou
I1=587.89; %adraneia lou swlhna
I2=1222.3; %adraneia 2ou swlhna

idiosuxnothta=sqrt(k*(1/I1+1/I2))

A1a=pi*d1a^2/4
A1b=pi*d1b^2/4
A2=pi*d2^2/4

Z=1; %platos kumatou
w=idiosuxnothta; %gwniakh suxnothta kumatou
f=w/(2*pi); %suxnothta kumatou
periodos=1/f; %periodos kumatou

Rf1=68.38;
Rf2=224.1;
Rmech=600;

R2=Rf2+Rmech;

Itot=I1+I2;
Rtot=Rf1+R2;
pdelta=ro*g*Z;

Bhta1=pdelta*Itot/(-w^2*Itot^2-Rtot^2);
Alpha1=Rtot*Bhta1/(w*Itot);
Alpha2=-pdelta/(w*(Rf1+R2*(I1/I2)^2));
Bhta2=0;

Pc1=Alpha1+Alpha2;
Ps1=Bhta1+Bhta2;
Pc2=Alpha1-(I1/I2)*Alpha2;
Ps2=Bhta1-(I1/I2)*Bhta2;

P1=sqrt(Pc1^2+Ps1^2);
P2=sqrt(Pc2^2+Ps2^2);

```

ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΗΛΕΣ ΥΔΑΤΟΣ

```

    fi1=atan(-Ps1/Pc1);
    fi2=atan(-Ps2/Pc2);

    Pav_eis=-0.5*ro*g*Z*w*Pc1
    Pav_ex=0.5*w^2*Rmech*P2^2
for c=1:1600
    tau(c,1)=(c-1)/100;
    za(c,1)=Z*sin(w*tau(c,1));
    pdelta(c,1)=ro*g*za(c,1);

    V1(c,1)=P1*cos(w*tau(c,1)+fi1);
    V2(c,1)=P2*cos(w*tau(c,1)+fi2);
    Q1(c,1)=-w*P1*sin(w*tau(c,1)+fi1);
    Q2(c,1)=-w*P2*sin(w*tau(c,1)+fi2);
    dQ1_dt(c,1)=-w^2*P1*cos(w*tau(c,1)+fi1);
    dQ2_dt(c,1)=-w^2*P2*cos(w*tau(c,1)+fi2);

    u1(c,1)=Q1(c,1)/A1a;
    u2(c,1)=Q2(c,1)/A2;

    Pin(c,1)=abs(pdelta(c,1)*Q1(c,1))*10^-3;
    Papwl(c,1)=(Rf1*Q1(c,1)^2+R2*Q2(c,1)^2)*10^-3;
    Isozygio(c,1)=(Pin(c,1)-Papwl(c,1))*10^-3;
    Prmech(c,1)=10^-3*Rmech*Q2(c,1)^2;

end

figure(3)
plot(tau, za, tau, V1/A1b, tau, V2/A2)
%titlos=title('Sea Wave');
%set(titlos, 'FontSize', 30)
axonasx=xlabel('t [s]');
set(axonasx, 'FontSize', 26)
axonasy=ylabel('z_a [m]');
set(axonasy, 'FontSize', 26)
leg_han=legend('z_a', 'h_1', 'h_3');
hold on
grid on

figure(4)
plot(tau, V1)
%titlos=title('Apokrish V_1');
axonasx=xlabel('t [s]');
axonasy=ylabel('V_1 [m^3]');
%set(titlos, 'FontSize', 24)
set(axonasx, 'FontSize', 20)
set(axonasy, 'FontSize', 20)
grid on
figure(5)
plot(tau, V2)
%titlos=title('Apokrish V_2');
axonasx=xlabel('t [s]');
axonasy=ylabel('V_2 [m^3]');
%set(titlos, 'FontSize', 24)
set(axonasx, 'FontSize', 20)
set(axonasy, 'FontSize', 20)
grid on

figure(6)
plot(tau, u1, tau, u2)
axonasy=ylabel('u [m/s]');
axonasx=xlabel('t [s]');
leg_han=legend('u_1', 'u_3');
set(axonasx, 'FontSize', 20)
set(axonasy, 'FontSize', 20)
grid on

figure(7)
plot(tau, Q1)

```

ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΗΛΕΣ ΥΔΑΤΟΣ

```
%titlos=title('Paroxh Q_1');
axonasx=xlabel('t [s]');
axonasy=ylabel('Q_1 [m^3/s]');
%set(titlos,'FontSize',24)
set(axonasx,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
grid on

figure(8)
plot(tau,Q2)
%titlos=title('Paroxh Q_2');
axonasx=xlabel('t [s]');
axonasy=ylabel('Q_2 [m^3/s]');
%set(titlos,'FontSize',24)
set(axonasx,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)

hold on
grid on

figure(9)
plot(tau,Pin)
titlos=title('Isxus eisodou');
axonasx=xlabel('t [s]');
axonasy=ylabel('P_i_n [kW]');
set(titlos,'FontSize',24)
set(axonasx,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
grid on

figure(10)
plot(tau,Papwl)
titlos=title('Pdiss');
axonasx=xlabel('t [s]');
axonasy=ylabel('P_a_p_w_l [kW]');
set(titlos,'FontSize',24)
set(axonasx,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
grid on
hold on

figure(11)
plot(tau,Isozygio)
titlos=title('Pin-Pdiss');
axonasx=xlabel('t [s]');
axonasy=ylabel('P_w_f_e_l [kW]');
set(titlos,'FontSize',24)
set(axonasx,'FontSize',20)
grid on

figure(12)
plot(tau,Prmech)
titlos=title('Isxus aposvesthra');
axonasx=xlabel('t [s]');
axonasy=ylabel('P(R_m_e_c_h) [kW]');
set(titlos,'FontSize',24)
set(axonasx,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
grid on
hold on
```

Υπολογισμός επιθυμητού Rμηχ:

```

clc
clear all

ro=1000; %puknothta nerou
m=10^-3;
g=9.81;
patm=10^5;

d1a=4;
d1b=5;
d2=2.5;
A1b=pi*d1b^2/4
L1a=1;
L1b=4;
L2=5;
Le=2;

k=960.29; %metro sumpiestothtas aeriou
I1=587.89; %adraneia lou swlhna
I2=1222.3; %adraneia 2ou swlhna

idiosuxnothta=sqrt(k*(1/I1+1/I2))

Z=1; %platos kumatos
w=idiosuxnothta; %gwniakh suxnothta kumatos
f=w/(2*pi); %suxnothta kumatos
periodos=1/f; %periodos kumatos

%Ydraulikes antistaseis

Uav1b=2.2;%upo8esh meshs taxuthtas talantwshs
Uav1a=(1/0.8)^2*Uav1b;
Uav2=Uav1b;
lamda_1a=64*m/(Uav1a*d1a*ro);%suntelestes apwleiw
lamda_1b=64*m/(Uav1b*d1b*ro);
lamda_2=64*m/(Uav2*d2*ro);
z1=2*0.05+0.4;%entopismenes apwleies
z2=1;
%Apwleies dp=R*Q
Rf1=128*m*(L1a/(d1a^4*pi)+L1b/(d1b^4*pi)+z1/(lamda_1a*d1a^3*pi))
Rf2=128*m*(L2/(d2^4*pi)+z2/(lamda_2*d2^3*pi))

%Ypologismos Rmech wste Pin-Pdiss=0
Rmech(1,1)=0;
for i=1:299
    Rmech(i+1,1)=Rmech(i,1)+300;
end
for i=1:300
    t(i,1)=(i-1)/10;
    R2=Rf2+Rmech(i,1);
    %Plath apokrisewn
    Itot=I1+I2;
Rtot=Rf1+R2;
pdelta=ro*g*Z;

B1=pdelta*Itot/(-w^2*Itot^2-Rtot^2);
A1=Rtot*B1/(w*Itot);
A2=-pdelta/(w*(Rf1+R2*(I1/I2)^2));
B2=0;

Pc1=A1+A2;
Ps1=B1+B2;
Pc2=A1-(I1/I2)*A2;
Ps2=B1-(I1/I2)*B2;

P1=sqrt(Pc1^2+Ps1^2);
P2(i,1)=sqrt(Pc2^2+Ps2^2);

```


ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΗΛΕΣ ΥΔΑΤΟΣ

```

Pin(i,1)=-0.5*ro*g*Z*w*Pc1;
Pdiss(i,1)=0.5*w^2*[Rf1*P1^2+R2*P2(i,1)^2];
Papw1=0.5*w^2*[Rf1*P1^2+Rf2*P2(i,1)^2];

Pwfel(i,1)=0.5*w^2*Rmech(i,1)*P2(i,1)^2;

fil=atan(-Ps1/Pc1);
fi2=atan(-Ps2/Pc2);
umeso(i,1)=2*pi*Ps1/(w*A1b);
u1(i,1)=-(w*P1*sin(w*t(i,1)+fi1))/(pi*d1a^2/4);
u3(i,1)=- (w*P2(i,1)*sin(w*t(i,1)+fi2))/(pi*d2^2/4);

%lamda_1a=abs(64*m/(u1(i,1)*d1a*ro));%suntelestes apwleiw
%lamda_2=abs(64*m/(u2(i,1)*d2*ro));
%Rf1=128*m*(L1a/(d1a^4*pi)+L1b/(d1b^4*pi)+z1/(lamda_1a*d1a^3*pi));
%Rf2=128*m*(L2/(d2^4*pi)+z2/(lamda_2*d2^3*pi));
%r1(i,1)=Rf1;
%r2(i,1)=Rf2;
end
figure(1)
plot(t,u1,t,u3)
axonasx=xlabel('u [m/s]');
axonasy=ylabel('t [s]');
leg_han=legend('u_1','u_3');
grid on

figure(2)
plot(Rmech,umeso)
grid on

figure(3)
plot(Rmech,Pwfel)

axonasx=xlabel('R_m_e_c_h [Ns/m^5]');
axonasy=ylabel('P [W]');

set(axonasx,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
grid on

figure(4)
plot(Rmech,Pin-Pdiss)

axonasx=xlabel('R_m_e_c_h [Ns/m^5]');
axonasy=ylabel('P [W]');

set(axonasx,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
grid on

Rmech_id=0;
for count=2:300
    Rmech(count,1)=Pwfel(count,1)/(0.5*w^2*P2(count,1)^2);
    if Pwfel(count,1)>Pwfel(count-1,1);
        Rmech_id=Rmech(count,1);
    end
end
Rmech_id
R2=Rf2+Rmech_id;

```

Αποκρίσεις και υπολογισμός Rμηχ μοντέλου βαρύτητας:

```

clc
clear all

gamma=1.4;
pm=1*10^5
ro=10^3;
rst=8000;
g=9.81;
m=10^-3;

Alpha=1;
Bhta=1;
Gamma=1.2;
Delta=2;
Epsilon=1;
Thita=0.9;

d1_b=5;
L1_a=1
L1_b=1

d1_a=Alpha*d1_b;
d2=Bhta*d1_b;
deis=1.1*d2;
DGamma*d1_b;

Lkwd=deis/2;
Le=0.5*L1_b;
L2=Delta*Le
Lc=L1_b;
H=Epsilon*Lc+d2;
h=Thita*Lc;
Lst=0.05*d2;

A=pi*D^2/4;
A1_a=pi*d1_a^2/4;
A1_b=pi*d1_b^2/4;
A2=pi*d2^2/4;
dis_kwd=sqrt((deis^2+deis*d1_a+d1_a^2)/3);

Ais_kwd=pi*dis_kwd^2/4;

Ve=Le*A2;
Vc=(H-h)*A+(Lc-h)*A1_b; Vm=Vc+Ve;
k=gamma*pm/Vm;
kv1=ro*g/A1_b;
kv2=2*ro*g/A2;

I1=ro*L1_a/A1_a+ro*Lkwd/Ais_kwd+ro*L1_b/A1_b;
I2=ro*L2/A2+rst*Lst/A2;

polyonimo=[1,-(k/I2+kv2/I2+k/I1+kv1/I1),(k*(kv1+kv2)+kv1+kv2)/(I1*I2)];
alpha=1;
bhta=-(k/I2+kv2/I2+k/I1+kv1/I1);
chta=(k*(kv1+kv2)+kv1+kv2)/(I1*I2);
diakr=bhta^2-4*alpha*chta;

pinI=[I1,0;0,I2];
pinK=[k+kv1,-k;-k,k+kv2];

idiot1=(-bhta+sqrt(diakr))/(2*alpha);
idiot2=(-bhta-sqrt(diakr))/(2*alpha);

idiosuxnothta=sqrt(idiot2);

Z=1; %platos kumatou

```

ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΗΛΕΣ ΥΔΑΤΟΣ

```

w=idiosuxnothta; %gwniakh suxnothta kumatos
f=w/(2*pi); %suxnothta kumatos
periodos=1/f; %periodos kumatos

%Ydraulikes antistaseis

Uav1b=0.5;%upo8esh meshs taxuthtas talantwshs
Uav1a=(1/0.8)^2*Uav1b;
Uav2=Uav1b;
lamda_1a=64*m/(Uav1a*d1_a*ro);%suntelestes apwleiwv
lamda_1b=64*m/(Uav1b*d1_b*ro);
lamda_2=64*m/(Uav2*d2*ro);
z1=0.05;%entopismenes apwleies
z2=1;
%Apwleies dp=R*Q
Rf1=128*m*(L1_a/(d1_a^4*pi)+L1_b/(d1_b^4*pi)+z1/(lamda_1a*d1_a^3*pi))
Rf2=128*m*(L2/(d2^4*pi)+z2/(lamda_2*d2^3*pi))

%Ypologismos Rmech wste Pin-Pdiss=0
Rmech(1,1)=0;
for i=1:299
    Rmech(i+1,1)=Rmech(i,1)+30;
end

for i=1:300
    t(i,1)=(i-1)/10;
    R2=Rf2+Rmech(i,1);
    pinR=[Rf1,0;0,R2];

    idiodianusma1=[1;1/k*(-idiot1*I1+k*kv1)];
    idiodianusma2=[1;1/k*(-idiot2*I1+k*kv1)];

    k11=idiodianusma1'*pinK*idiodianusma1;
    k12=idiodianusma1'*pinK*idiodianusma2;
    k21=idiodianusma2'*pinK*idiodianusma1;
    k22=idiodianusma2'*pinK*idiodianusma2;

    I11=idiodianusma1'*pinI*idiodianusma1;
    I12=idiodianusma1'*pinI*idiodianusma2;
    I21=idiodianusma2'*pinI*idiodianusma1;
    I22=idiodianusma2'*pinI*idiodianusma2;

    R11=idiodianusma1'*pinR*idiodianusma1;
    R12=idiodianusma1'*pinR*idiodianusma2;
    R21=idiodianusma2'*pinR*idiodianusma1;
    R22=idiodianusma2'*pinR*idiodianusma2;

    %Pinakes genikeumenwn
    genK=[k11,k12;k21,k22];
    genI=[I11,I12;I21,I22];
    genR=[R11,R12;R21,R22];

    pinDieg=[0;ro*g*Z;0;ro*g*Z];
    pinPlat=[-w^2*I11+k11,-w^2*I12+k12,w*R11,w*R12;
        -w*R11,-w*R12,-w^2*I11+k11,-w^2*I12+k12;
        -w^2*I12+k12,-w^2*I22+k22,w*R12,w*R22;
        -w*R12,-w*R22,-w^2*I12+k12,-w^2*I22+k22;];
    PLATH=inv(pinPlat)*pinDieg;
    Alpha1=PLATH(1,1);
    Alpha2=PLATH(2,1);
    Bhta1=PLATH(3,1);
    Bhta2=PLATH(4,1);

    Pc1=Alpha1+Alpha2;
    Ps1=Bhta1+Bhta2;
    Pc2=1/k*(-idiot1*I1+k*kv1)*Alpha1+1/k*(-idiot2*I1+k*kv1)*Alpha2;
    Ps2=1/k*(-idiot1*I1+k*kv1)*Bhta1+1/k*(-idiot2*I1+k*kv1)*Bhta2;

    P1=sqrt(Pc1^2+Ps1^2);
    P2(i,1)=sqrt(Pc2^2+Ps2^2);

```

ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΗΛΕΣ ΥΔΑΤΟΣ

```

    fi1=atan(-Ps1/Pc1);
    fi2=atan(-Ps2/Pc2);

    Pin(i,1)=-0.5*ro*g*Z*w*Pc1;
    Pdiss(i,1)=0.5*w^2*[Rf1*P1^2+R2*P2(i,1)^2];
    Papw1=0.5*w^2*[Rf1*P1^2+Rf2*P2(i,1)^2];

    Pwfel(i,1)=0.5*w^2*Rmech(i,1)*P2(i,1)^2;
    Isozugio(i,1)=Pin(i,1)-Pdiss(i,1);

    u1(i,1)=- (w*P1*sin(w*t(i,1)+fi1))/(pi*d1_a^2/4);
    u3(i,1)=- (w*P2(i,1)*sin(w*t(i,1)+fi2))/(pi*d2^2/4);
    if lt(abs(Isozugio),50);
        Rmech_id=Rmech(i,1);
    end
end

figure(1)
plot(t,u1,t,u3)
axonasx=xlabel('u [m/s]');
axonasy=ylabel('t [s]');
leg_han=legend('u_1','u_3');
grid on

figure(3)
plot(Rmech,Pwfel)

axonasx=xlabel('R_m_e_c_h [Ns/m^5]');
axonasy=ylabel('P [W]');

set(axonasx,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
grid on

figure(4)
plot(Rmech,Isozugio)

axonasx=xlabel('R_m_e_c_h [Ns/m^5]');
axonasy=ylabel('P [W]');

set(axonasx,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
grid on

Rmech=Rmech_id;
R2=Rf2+Rmech;
    pinR=[Rf1,0;0,R2];

idiodianusma1=[1;1/k*(-idiot1*I1+k*kv1)];
idiodianusma2=[1;1/k*(-idiot2*I1+k*kv1)];

k11=idiodianusma1'*pinK*idiodianusma1;
k12=idiodianusma1'*pinK*idiodianusma2;
k21=idiodianusma2'*pinK*idiodianusma1;
k22=idiodianusma2'*pinK*idiodianusma2;

I11=idiodianusma1'*pinI*idiodianusma1;
I12=idiodianusma1'*pinI*idiodianusma2;
I21=idiodianusma2'*pinI*idiodianusma1;
I22=idiodianusma2'*pinI*idiodianusma2;

R11=idiodianusma1'*pinR*idiodianusma1;
R12=idiodianusma1'*pinR*idiodianusma2;
R21=idiodianusma2'*pinR*idiodianusma1;
R22=idiodianusma2'*pinR*idiodianusma2;

%Pinakes genikeumenwn
genK=[k11,k12;k21,k22];
genI=[I11,I12;I21,I22];
genR=[R11,R12;R21,R22];

```

ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΗΛΕΣ ΥΔΑΤΟΣ

```

pinDieg=[0;ro*g*Z;0;ro*g*Z];
pinPlat=[-w^2*I11+k11,-w^2*I12+k12,w*R11,w*R12;
-w*R11,-w*R12,-w^2*I11+k11,-w^2*I12+k12;
-w^2*I12+k12,-w^2*I22+k22,w*R12,w*R22;
-w*R12,-w*R22,-w^2*I12+k12,-w^2*I22+k22;];
PLATH=inv(pinPlat)*pinDieg;
Alpha1=PLATH(1,1);
Alpha2=PLATH(2,1);
Bhta1=PLATH(3,1);
Bhta2=PLATH(4,1);

Pc1=Alpha1+Alpha2;
Ps1=Bhta1+Bhta2;
Pc2=1/k*(-idiot1*I1+k*kv1)*Alpha1+1/k*(-idiot2*I1+k*kv1)*Alpha2;
Ps2=1/k*(-idiot1*I1+k*kv1)*Bhta1+1/k*(-idiot2*I1+k*kv1)*Bhta2;

P1=sqrt(Pc1^2+Ps1^2);
P2=sqrt(Pc2^2+Ps2^2);

fi1=atan(-Ps1/Pc1);
fi2=atan(-Ps2/Pc2);

Pav_eis=-0.5*ro*g*Z*w*Pc1
Pav_ex=0.5*w^2*Rmech*P2^2
for c=1:1600
tau(c,1)=(c-1)/100;
za(c,1)=Z*sin(w*tau(c,1));
pdelta(c,1)=ro*g*za(c,1);

V1(c,1)=P1*cos(w*tau(c,1)+fi1);
V2(c,1)=P2*cos(w*tau(c,1)+fi2);
Q1(c,1)=-w*P1*sin(w*tau(c,1)+fi1);
Q2(c,1)=-w*P2*sin(w*tau(c,1)+fi2);
dQ1_dt(c,1)=-w^2*P1*cos(w*tau(c,1)+fi1);
dQ2_dt(c,1)=-w^2*P2*cos(w*tau(c,1)+fi2);

u1(c,1)=Q1(c,1)/A1_a;
u2(c,1)=Q2(c,1)/A2;

Pin(c,1)=abs(pdelta(c,1)*Q1(c,1))*10^-3;
Papwl(c,1)=(Rf1*Q1(c,1)^2+R2*Q2(c,1)^2)*10^-3;
Isozygio(c,1)=(Pin(c,1)-Papwl(c,1))*10^-3;
Prmech(c,1)=10^-3*Rmech*Q2(c,1)^2;

end

figure(3)
plot(tau,za,tau,V1/A1_b,tau,V2/A2)
%titlos=title('Sea Wave');
%set(titlos,'FontSize',30)
axonasx=xlabel('t [s]');
set(axonasx,'FontSize',26)
axonasy=ylabel('z_a [m]');
set(axonasy,'FontSize',26)
leg_han=legend('z_a','h_1','h_3');
hold on
grid on

figure(4)
plot(tau,V1)
%titlos=title('Apokrish V_1');
axonasx=xlabel('t [s]');
axonasy=ylabel('V_1 [m^3]');
%set(titlos,'FontSize',24)
set(axonasx,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
grid on
figure(5)
plot(tau,V2)

```

ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΗΛΕΣ ΥΔΑΤΟΣ

```
%titlos=title('Apokrish V_2');
axonasx=xlabel('t [s]');
axonasy=ylabel('V_2 [m^3]');
%set(titlos,'FontSize',24)
set(axonasx,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
grid on

figure(6)
plot(tau,u1,tau,u2)
axonasy=ylabel('u [m/s]');
axonasx=xlabel('t [s]');
leg_han=legend('u_1','u_3');
set(axonasx,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
grid on

figure(7)
plot(tau,Q1)
%titlos=title('Paroxh Q_1');
axonasx=xlabel('t [s]');
axonasy=ylabel('Q_1 [m^3/s]');
%set(titlos,'FontSize',24)
set(axonasx,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
grid on

figure(8)
plot(tau,Q2)
%titlos=title('Paroxh Q_2');
axonasx=xlabel('t [s]');
axonasy=ylabel('Q_2 [m^3/s]');
%set(titlos,'FontSize',24)
set(axonasx,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)

hold on
grid on

figure(9)
plot(tau,Pin)
titlos=title('Isxus eisodou');
axonasx=xlabel('t [s]');
axonasy=ylabel('P_i_n [kW]');
set(titlos,'FontSize',24)
set(axonasx,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
grid on

figure(10)
plot(tau,Papw1)
titlos=title('Pdiss');
axonasx=xlabel('t [s]');
axonasy=ylabel('P_a_p_w_1 [kW]');
set(titlos,'FontSize',24)
set(axonasx,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
grid on
hold on

figure(11)
plot(tau,Isozygio)
titlos=title('Pin-Pdiss');
axonasx=xlabel('t [s]');
axonasy=ylabel('P_w_f_e_1 [kW]');
set(titlos,'FontSize',24)
set(axonasx,'FontSize',20)
grid on

figure(12)
```

ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΗΛΕΣ ΥΔΑΤΟΣ

```
plot(tau,Prmech)
titlos=title('Isxus aposvesthra');
axonasx=xlabel('t [s]');
axonasy=ylabel('P(R_m_e_c_h) [kW]');
set(titlos,'FontSize',24)
set(axonasx,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
set(axonasy,'FontSize',20)
grid on
hold on
```

ΓΧΑΣ Επίλυση στο state space με Laplace

```
clc
clear all

ro=1000; %puknothta nerou
m=10^-3
g=9.81;

kvar1=499.62; %isodunamo metro elastikothtas varuthtas agwgou 1
kvar2=1000; %isodunamo metro elastikothtas varuthtas agwgou 2
k=820; %metro sumpiestothtas aeriou
I1=356; %adraneia lou swlhna
I2=203; %adraneia 2ou swlhna

Rf1=0.9948;
Rf2=12.7325;
Rmech=3408;
R2=Rf2+Rmech

Z=1; %platos kumatos
w=1.544; %gwniakh suxnothta kumatos
periodos=2*pi/w; %periodos kumatos
f=1/periodos; %suxnothta kumatos

patm=10^5;

for i=1:20001
    t(i,1)=(i-1)/100;
    za=Z*sin(w*t);
    pdelta=ro*g*za;
end

figure(1)
plot(t,za)
%titlos=title('Sea Wave')
%set(titlos,'FontSize',30)
axonasx=xlabel('t [s]')
set(axonasx,'FontSize',26)
axonasy=ylabel('z_a [m]')
set(axonasy,'FontSize',26)
xlim([0 20])
grid on

figure(3)
plot(t,pdelta)
%titlos=title('Trigger: Pressure alteration due to wave')
axonasx=xlabel('t [s]')
axonasy=ylabel('p_d_e_l_t_a [Pa]')
%set(titlos,'FontSize',30)
set(axonasx,'FontSize',26)
set(axonasy,'FontSize',26)
```

ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΗΛΕΣ ΥΔΑΤΟΣ

```

xlim([0 20])
grid on

A=[0,1,0,0;
   -(k+kvar1)/(I1),-Rf1/I1,(k/(I1)),0;
   0,0,0,1;
   (k/(I2)),0,-(k+kvar2)/(I2),-R2/I2];

B=[0;(1/I1);0;0];

C=[1,0,0,0;0,0,1,0];

D=[0;0];

sys=ss(A,B,C,D)

I=[I1,0;0,I2];
K=[k+kvar1,-k;-k,k+kvar2];

idiosuxnohtes=sqrt(eig(K,I))

[num1,den1]=ss2tf(A,B,C,D,1);

inlout1=tf(num1(1,:),den1) % Sunarthsh metaforas e3odou 1 pros eisodol
inlout2=tf(num1(2,:),den1) % Sunarthsh metaforas e3odou 2 pros eisodol

%inlout1=tf([0,0,I2/k,0,1],[I1*I2/k,0,I1+I2,0,0])
%inlout2=tf([0,0,0,0,1],[I1*I2/k,0,I1+I2,0,0])

%in2out1=tf([0,0,I2/k,0,varuthta1],[I1*I2/k,0,I1+I2,0,0])
%in2out2=tf([0,0,0,0,varuthta2],[I1*I2/k,0,I1+I2,0,0])

figure(4)
lsim(inlout1,pdelta,t)
%titlos=title('V_1 response to p_d_e_l_t_a')
axonasx=xlabel('t [s]')
axonasy=ylabel('Q_1 [m^3/s]')
%set(titlos,'FontSize',30)
set(axonasx,'FontSize',26)
set(axonasy,'FontSize',26)
xlim([0 60])
ylim([-80 80])
grid on

figure(5)
lsim(inlout2,pdelta,t)
%titlos=title('V_2 response to p_d_e_l_t_a')
axonasx=xlabel('t [s]')
axonasy=ylabel('Q_2 [m^3/s]')
%set(titlos,'FontSize',30)
set(axonasx,'FontSize',26)
set(axonasy,'FontSize',26)
xlim([0 60])
ylim([-60 60])
grid on

```


Επίλυση εξισώσεων ορμής με Runge-Kutta

```

clc
clear all

gamma=1.4;
R=287.1;
T=293.15;
m=10^-3;
pm=10^5
ro=10^3;%puknothta nerou
r_st=8*10^3;
kin_sun=m/ro;
g=9.81;
patm=10^5;

L1b=1
d1b=5
d1a=5;
d2=5;
deis=d2;
D=6;

L1a=1
Lcd=1.25;
Lef=0;
L2=1
Lc=L1b;
Lst=0.25
Le=0.5;

H=6
h=0.9*Lc;

dis_kwd=sqrt((deis^2+deis*d1a+d1a^2)/3);
dis_kwn=sqrt((d1a^2+d1a*d1b+d1b^2)/3);

Ais_cd=pi*dis_kwd^2/4;
Ais_ef=pi*dis_kwn^2/4;
A=pi*D^2/4;
A1a=pi*d1a^2/4;
A1b=pi*d1b^2/4;
A2=pi*d2^2/4;
Ac=pi*deis^2/4;

I1=ro*L1a/A1a+ro*L1b/A1b+ro*Lef/Ais_ef+ro*Lcd/Ais_cd
I2=ro*L2/A2+r_st*Lst/A2

Ve=Le*A2;
Vc=(H-h)*A+(Lc-h)*A1b;
Vm=Vc+Ve;
k=gamma*pm/Vm%isodunamo metro elastikothtas aeriou

Rmech=3408;
e_tr=0.5*10^-3;%apoluth traxuthta
eps1=10^-3;%suntelesths adraneias stomiou
zhta1=0.05;%suntelesths entopismenwn
zhta2=1;
%u1=1;%arxikh ektimhsh taxuthtas
%u2=1;%arxikh ektimhsh taxuthtas
Re1a=0.01;
Re1b=0.01;
Re2=0.01;
lamda1a=64/Re1a;
lamda1b=64/Re1b;
lamda2=64/Re2;

```

ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΗΛΕΣ ΥΔΑΤΟΣ

```

Z=1; %platos kumatos
w=1.544%gwniakh suxnothta kumatos
periodos=2*pi/w; %periodos kumatos
f=1/periodos %suxnothta kumatos

za(1,1)=0;
pdelta(1,1)=0;

t(1,1)=0;
N1=50*10^4;
dt=1*10^-4;
for i=1:N1
    t(i+1,1)=t(i,1)+dt;
    za(i+1,1)=Z*sin(w*t(i+1,1));
    pdelta(i+1,1)=ro*g*za(i+1,1);
end

figure(1)
plot (t,za)
titlos=title('Sea Wave');
set(titlos,'FontSize',30)
axonasx=xlabel('t [s]');
set(axonasx,'FontSize',26)
axonasy=ylabel('z_a [m]');
set(axonasy,'FontSize',26)
xlim([0 20])
grid on

figure(2)
plot (t,pdelta)
titlos=title('Trigger: Pressure alteration due to wave');
axonasx=xlabel('t [s]');
axonasy=ylabel('p_de_l_t_a [Pa]');
set(titlos,'FontSize',30)
set(axonasx,'FontSize',26)
set(axonasy,'FontSize',26)
xlim([0 20])
grid on

%Suntelests diaforikwn
ALPHA=ro*((eps1*A1b/Ac+1)*L1a/A1b+Lcd/Ac+Lef/A1a+L1b/A1b);
BHETA=0.5*ro/A1b^2;
GAMMA=ro/A1b^2;
DELTA=0.5*ro/A1b^2*(lamda1*L1a/d1a+lamda1b*L1b/d1b+zhta1);
EPSILON=k*(1+ro*g/A1b);
ZHETA=-k;
HTTA=ro*(L2+(r_st/ro)*Lst/A2);
THETA=0.5*ro/A2^2*(lamda2*L2/d2+zhta2);
IWTA=Rmech;
KAPPA=-k
LAMDA=k*(1+2*ro*g/A2);

%Runge_Kutta (pisw)
%ARXIKES SUN8HKES

X1=zeros(N1+1,1);
X2=zeros(N1+1,1);
X3=zeros(N1+1,1);
X4=zeros(N1+1,1);

RK_k1_X2=zeros(N1,2);
RK_k2_X2=zeros(N1,2);

RK_k1_X4=zeros(N1,2);
RK_k2_X4=zeros(N1,2);

%RIZES2=zeros(N1,2);
%RIZES4=zeros(N1,2);
t(1,1)=0;

```

ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΗΛΕΣ ΥΔΑΤΟΣ

```

for i=1:N1

%EPILUSH DX1/DT=F(X2)==> ME PISW DIAFORES

X1(i+1,1)=X1(i,1)+dt*X2(i,1);

%EPILUSH DX2/DT=F(t,X2,X1,X3) ME IMPLICIT RUNGE KUTTA (LOBATTO IIIA)

RK_k1_X2(i,1)=(ro*g*Z*sin(w*t(i,1))-GAMMA*X2(i,1)^2-DELTA*sign(X2(i,1))*(X2(i,1)^2)-
EPSILON*X1(i,1)-ZHTA*X3(i,1))/(ALPHA+BHTA*X1(i,1));
%Ypologismos k2-suntelestes triwnumou
coefa(i,1)=(GAMMA+DELTA*sign(X2(i,1)))*dt^2/4+BHTA*dt/2;
coefb(i,1)=(GAMMA+DELTA*sign(X2(i,1)))*(dt^2/2*RK_k1_X2(i,1)+X2(i,1)*dt)+ALPHA+BHTA*(X1(i,1)+dt/2
*RK_k1_X2(i,1))+(EPSILON+ZHTA)*dt/2;
coefc(i,1)=(GAMMA+DELTA*sign(X2(i,1)))*(X2(i,1)^2+X2(i,1)*dt*RK_k1_X2(i,1)+dt^2*RK_k1_X2(i,1)^2/4
)+EPSILON*(X1(i,1)+dt/2*RK_k1_X2(i,1))+ZHTA*(X3(i,1)+dt/2*RK_k1_X2(i,1))-
ro*g*Z*sin(w*(t(i,1)+dt/2));

POLY2=[coefa(i,1),coefb(i,1),coefc(i,1)];
if lt(coefa(i,1),10^-8)
    RK_k2_X2(i,1)=-coefc(i,1)/coefb(i,1);
else
    diakrinousa2=coefb(i,1)^2-4*coefa(i,1)*coefc(i,1);
    if lt(diakrinousa2,0)
        diakrinousa2=abs(diakrinousa2);
        RIZES2(i,1)=((-coefb(i,1)+sqrt(diakrinousa2))/(2*coefa(i,1)));
        RIZES2(i,2)=((-coefb(i,1)-sqrt(diakrinousa2))/(2*coefa(i,1)));
    else
        RIZES2(i,1)=((-coefb(i,1)+sqrt(diakrinousa2))/(2*coefa(i,1)));
        RIZES2(i,2)=((-coefb(i,1)-sqrt(diakrinousa2))/(2*coefa(i,1)));
    end
    RK_k2_X2(i,1)=RIZES2(i,1);
end

X2(i+1,1)=X2(i,1)+dt*1/2*(RK_k1_X2(i,1)+RK_k2_X2(i,1));

%EPILUSH DX3/DT=F(X4)==> ME PISW DIAFORES

X3(i+1,1)=X3(i,1)+dt*X4(i,1);

%EPILUSH DX4/DT=F(t,X4,X1,X3) ME IMPLICIT RUNGE KUTTA (LOBATTO IIIA)

RK_k1_X4(i,1)=(-THITA*sign(X4(i,1))*(X4(i,1)^2)-IWTA*X4(i,1)-KAPPA*X1(i,1)-LAMDA*X3(i,1))/HTTA;
cfa(i,1)=THITA*sign(X4(i,1))*dt^2/4;
cfb(i,1)=THITA*sign(X4(i,1))*(dt*X4(i,1)+dt^2/2*RK_k1_X4(i,1))+HTTA+(IWTA+KAPPA+LAMDA)*dt/2;
cfc(i,1)=THITA*sign(X4(i,1))*(X4(i,1)^2+X4(i,1)*dt*RK_k1_X4(i,1)+dt^2/4*RK_k1_X4(i,1)^2)+IWTA*(X4
(i,1)+dt/2*RK_k1_X4(i,1))+KAPPA*(X1(i,1)+dt/2*RK_k1_X4(i,1))+LAMDA*(X3(i,1)+dt/2*RK_k1_X4(i,1));

POLY4=[cfa(i,1),cfb(i,1),cfc(i,1)];
if lt(cfa(i,1),10^-8)
    RK_k2_X4(i,1)=-cfc(i,1)/cfb(i,1);
else
    diakrinousa4(i,1)=cfb(i,1)^2-4*cfa(i,1)*cfc(i,1);
    if lt(diakrinousa4(i,1),0)
        diakrinousa4(i,1)=abs(diakrinousa4(i,1));
        RIZES4(i,1)=((-cfb(i,1)+sqrt(diakrinousa4(i,1)))/(2*cfa(i,1)));
        RIZES4(i,2)=((-cfb(i,1)-sqrt(diakrinousa4(i,1)))/(2*cfa(i,1)));
    else
        RIZES4(i,1)=((-cfb(i,1)+sqrt(diakrinousa4(i,1)))/(2*cfa(i,1)));
        RIZES4(i,2)=((-cfb(i,1)-sqrt(diakrinousa4(i,1)))/(2*cfa(i,1)));
    end
    RK_k2_X4(i,1)=RIZES4(i,1);
end

X4(i+1,1)=X4(i,1)+dt*1/2*(RK_k1_X4(i,1)+RK_k2_X4(i,1));

```

ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΗΛΕΣ ΥΔΑΤΟΣ

```
if eq(X2(i+1,1),0)
    Re1a=10;
    Re1b=10;
else
    Re1a=abs(X2(i+1,1))*d1a/kin_sun;
    Re1b=abs(X2(i+1,1))*d1b/kin_sun;
end

if eq(X4(i+1,1),0)
    Re2=10;
else
    Re2=abs(X4(i+1,1))*d2/kin_sun;
end

if lt(Re1a,2300)
    lamda1a=64/Re1a;
else
    lamda1a=(1/(1.14-2*log10(21.25/Re1a^0.9+e_tr/d1a)))^2;
end
if lt(Re1b,2300)
    lamda1b=64/Re1b;
else
    lamda1b=(1/(1.14-2*log10(21.25/Re1b^0.9+e_tr/d1b)))^2;
end
if lt(Re2,2300)
    lamda2=64/Re2;
else
    lamda2=(1/(1.14-2*log10(21.25/Re2^0.9+e_tr/d2)))^2;
end

DELTA=0.5*ro/A1b^2*(lamda1a*L1a/d1a+lamda1b*L1b/d1b+zhta1);
THITA=0.5*ro/A2^2*(lamda2*L2/d2+zhta2);

t(i+1,1)=t(i,1)+dt;
end

figure(4)
plot(t,X1)
%titlos=title('Surface 1');
%set(titlos,'FontSize',30)
axonasx=xlabel('t [s]');
set(axonasx,'FontSize',26)
axonasy=ylabel('V_1 [m]');
set(axonasy,'FontSize',26)
%xlim([20 50])
grid on

figure(5)
plot(t,X3)
%titlos=title('Surface 3');
%set(titlos,'FontSize',30)
axonasx=xlabel('t [s]');
set(axonasx,'FontSize',26)
axonasy=ylabel('V_2 [m]');
set(axonasy,'FontSize',26)
%xlim([20 50])
grid on

figure(6)
plot(t,X2)
%titlos=title('V 1');
%set(titlos,'FontSize',30)
axonasx=xlabel('t [s]');
set(axonasx,'FontSize',26)
axonasy=ylabel('Q_1 [m/s]');
set(axonasy,'FontSize',26)
%xlim([20 50])
grid on
```

ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΗΛΕΣ ΥΔΑΤΟΣ

```
figure(7)
plot (t,X4)
%titlos=title('Velocity 2');
%set(titlos,'FontSize',30)
axonasx=xlabel('t [s]');
set(axonasx,'FontSize',26)
axonasy=ylabel('Q_2 [m/s]');
set(axonasy,'FontSize',26)
%xlim([20 50])
grid on
```