



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Σχεδίαση και Ανάλυση Κινητήρα Μονίμων Μαγνητών 16kW για
Εφαρμογή Ηλεκτροκίνησης & Συγκριτική Μελέτη Δύο
Εναλλακτικών Γεωμετριών Δρομέα**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Αναστασία Ν. Σκολαρίκη

Επιβλέπων : Αντώνιος Κλαδάς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Απρίλιος 2014



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Σχεδίαση και Ανάλυση Κινητήρα Μονίμων Μαγνητών 16kW για Εφαρμογή Ηλεκτροκίνησης & Συγκριτική Μελέτη Δύο Εναλλακτικών Γεωμετριών Δρομέα

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Αναστασία Ν. Σκολαρίκη


Επιβλέπων : Αντώνιος Κλαδάς
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 10^η Απριλίου 2014.

.....
Αντώνιος Κλαδάς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Στέφανος Μανιάς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Σταύρος Παπαθανασίου
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.



Αναστασία Ν. Σκολαρίκη

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Αναστασία Ν. Σκολαρίκη, 2014.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται τη σχεδίαση σύγχρονου κινητήρα μονίμων μαγνητών για εφαρμογή ηλεκτρικής κίνησης, με αντικειμενικό σκοπό την επίτευξη της επιθυμητής επίδοσης βελτιστοποιώντας την απόδοση, την κυμάτωση της ροπής και τον συντελεστή αρμονικής παραμόρφωσης (T.H.D.) της επαγόμενης τάσης. Συγκεκριμένα, ο κινητήρας αυτός προορίζεται για το ηλεκτρικό κινητήριο σύστημα μικρού μονοθέσιου οχήματος με απαίτηση ισχύος 16 kW ώστε να επιτυγχάνει ονομαστική ταχύτητα 70 km/h και δυνατότητα παροχής κατά το δυνατόν υψηλής ροπής εκκίνησης.

Αρχικά, επιχειρείται βιβλιογραφική διερεύνηση των διαθέσιμων τοπολογιών σύγχρονων μηχανών μόνιμου μαγνήτη, δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στις μηχανές ακτινικής ροής που αποτελούν συχνά χρησιμοποιούμενη κατηγορία μηχανών μόνιμων μαγνητών. Επίσης, προσδιορίζονται οι γεωμετρικές διαμορφώσεις οι οποίες κρίνονται καταλληλότερες για την εφαρμογή αυτή και αναλύονται τα γενικά χαρακτηριστικά τους.

Στη συνέχεια, περιγράφονται οι δημοφιλέστερες μέθοδοι βελτιστοποίησης, οι οποίες εφαρμόζονται κατά τη σχεδίαση ηλεκτρικών μηχανών. Οι μέθοδοι αυτές χρησιμοποιούνται προκειμένου να προσδιορισθούν ευκολότερα οι γεωμετρικές παράμετροι που ικανοποιούν τα κριτήρια σχεδίασης με βάση τα ονομαστικά χαρακτηριστικά της μηχανής καθώς και οι ηλεκτρικές παράμετροι που ικανοποιούν τα κριτήρια βέλτιστης λειτουργίας σε περιπτώσεις εφαρμογών με πολλές λειτουργικές καταστάσεις.

Η σχεδίαση των ηλεκτρικών μηχανών στηρίζεται σε ορισμένες αρχές και τεχνικές, οι οποίες περιγράφουν και επιτρέπουν τη μελέτη των ηλεκτρομαγνητικών φαινομένων που συμβαίνουν κατά τη λειτουργία τους. Για την κατανόηση της μεθοδολογίας σχεδίασης, οι θεωρητικές αυτές αρχές περιγράφονται εκτενώς καθώς και τα φαινόμενα που επηρεάζουν την επίδοση και την απόδοση της μηχανής.

Ακολούθως, αναπτύσσεται η διαδικασία σχεδίασης της μηχανής, η οποία περιλαμβάνει ένα πρώτο στάδιο προκαταρκτικής σχεδίασης, βασισμένο σε αναλυτικές σχέσεις, και ένα δεύτερο στάδιο οριστικής σχεδίασης, που χρησιμοποιεί αριθμητικές τεχνικές επίλυσης των εξισώσεων του μαγνητικού πεδίου. Κατά το πρώτο στάδιο της προκαταρκτικής σχεδίασης, προσδιορίζονται οι διαστάσεις του διακένου και των βασικών γεωμετρικών διαμορφώσεων του στάτη και του δρομέα της μηχανής, η οποία προορίζεται για τη συγκεκριμένη εφαρμογή, θεωρώντας κατάλληλες ειδικές φορτίσεις στα τυλίγματα και τον πυρήνα.

Η οριστική σχεδίαση επιτυγχάνεται εφαρμόζοντας τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων για την επίλυση των εξισώσεων του μαγνητικού πεδίου σε συνδυασμό με κατάλληλες τεχνικές βελτιστοποίησης. Στο στάδιο αυτό διερευνώνται δύο εναλλακτικές τοπολογίες δρομέων μόνιμων μαγνητών, με επιφανειακή και εγκάρσια χωροθέτηση των μόνιμων μαγνητών αντίστοιχα, οι οποίες εμφανίζουν συμπληρωματικά πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα ως προς την ικανότητα υπερφόρτισης και τη δυνατότητα εξασθένισης του πεδίου. Οι τοπολογίες αυτές βελτιστοποιήθηκαν μέσω ανάλυσης ευαισθησίας των γεωμετρικών παραμέτρων τους και συγκρίθηκαν οι δύο βέλτιστες γεωμετρίες που

προέκυψαν ως προς την επίδοση και την απόδοσή τους. Με τον τρόπο αυτό αναδείχθηκε ότι η προτεινόμενη τοπολογία εγκαρσίων μαγνητών εμφανίζει συνολικά μικρό προβάδισμα έναντι της μελετηθείσας επιφανειακών μαγνητών για τη συγκεκριμένη εφαρμογή.

Στους αριθμητικούς κώδικες που αναπτύχθηκαν για τη συγκριτική διερεύνηση των δύο τοπολογιών ηλεκτρικών μηχανών μονίμων μαγνητών χρησιμοποιήθηκαν τα λογισμικά FEMM και MATLAB.

Λέξεις κλειδιά: Ηλεκτρικό όχημα, κινητήρας μονίμων μαγνητών, γεωμετρία επιφανειακών μαγνητών, γεωμετρία εγκάρσιων μαγνητών, επίδοση, απόδοση, αρμονική παραμόρφωση, βελτιστοποίηση γεωμετρίας.

ABSTRACT

This diploma thesis undertakes the design of a permanent magnet synchronous motor for electric vehicle drive application. The objective for the designed motor is to fulfill the desired performance, optimizing the efficiency, the torque ripple and the harmonic distortion (T.H.D.) of the induced voltage. This particular motor is designed for the electric powertrain of a small vehicle with power demand of 16 kW for a nominal speed 70 km/h and increased output torque capability during starting.

In a first step, a literature survey of the existing permanent magnet motor topologies is undertaken, emphasizing on radial flux geometries, which are commonly used in permanent magnet motors. Furthermore, the most suitable topologies for this application are identified and their general characteristics are analyzed.

Additionally, the most popular optimization methods used in electric motor design, are presented. These methods enable easier determination of the geometric parameters that satisfy the nominal operating criteria during the design process as well as the electrical parameters that optimize the overall operation in case of applications involving many operating points.

The design of electrical machines is based on certain principles and techniques, describing and analyzing the electromagnetic phenomena that take place during their operation. These theoretical principles and the related phenomena that affect the machine performance and efficiency are analyzed in detail in order to explain the adopted design methodology.

In addition, the design procedure, comprising a first preliminary design stage based on analytical formulae and a second final design stage involving numerical solution of the electromagnetic field equations, is presented. The preliminary design stage enables basic dimensioning of the airgap, the stator and rotor parts, based on the specific electric and magnetic loadings considered.

The final design stage is based on the finite element method for solving the electromagnetic field equations in conjunction with an optimization algorithm. It may be noted that two alternative permanent magnet rotor topologies, involving surface and transverse magnet mounting respectively, presenting complementary advantages and disadvantages concerning overloading and field weakening capabilities, have been investigated. Both considered topologies have been optimized by applying sensitivity analysis of the main geometrical parameters and the optimal geometries derived have been compared on the basis of performance and efficiency. Through this procedure, it was assessed that the transverse permanent magnet topology presents a slightly better overall behavior, for the considered application.

The developed code for the permanent magnet machine design is based on the finite elements software FEMM and the numerical integration software of differential equations, MATLAB.

Keywords: Electric vehicle, permanent magnet motor, surface-mounted magnet geometry, transverse-mounted magnet geometry, performance, efficiency, harmonic distortion, geometry optimization.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας, θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου σε όσους βοήθησαν κατά την εκπόνησή της.

Ευχαριστώ θερμά τον Καθηγητή κ. Αντώνη Κλαδά, για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε με την ανάθεση αυτής της εργασίας, την πολύτιμη καθοδήγηση και την άψογη συνεργασία για την ολοκλήρωσή της.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελαν να απευθύνω στον Διδάκτορα κ. Κωνσταντίνο Λάσκαρη, ο οποίος μου μετέδωσε τον ενθουσιασμό και την αγάπη του για τα ηλεκτρικά οχήματα και αποτέλεσε την κύρια πηγή έμπνευσης για την ενασχόληση μου με τη σχεδίαση ηλεκτρικών μηχανών.

Επίσης, ευχαριστώ τον Υποψήφιο Διδάκτορα κ. Μίνω Μπενιακάρ για την καρποφόρα συνεργασία, τις κατατοπιστικές επισημάνσεις και τη συνολική στήριξη του κατά την εκπόνηση αυτής της εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλα τα μέλη της ερευνητικής ομάδας «Προμηθέας» για την συνεργασία τους κατά την διάρκεια της συμμετοχής μου στην ομάδα, η οποία αποτέλεσε για μένα ένα μοναδικό ταξίδι γνώσεων και εμπειριών.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1°	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	13
1.1	Σκοπός της εργασίας	13
1.2	Δομή της εργασίας	13
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2°	ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ ΜΟΝΙΜΩΝ ΜΑΓΝΗΤΩΝ	15
2.1	Γεωμετρικές σύγχρονων μηχανών μονίμων μαγνητών ακτινικής ροής	15
2.1.1	Μηχανή επιφανειακών μαγνητών	16
2.1.2	Μηχανή με ένθετους μαγνήτες	16
2.1.3	Μηχανή με εσωτερικούς μαγνήτες	17
2.1.4	Μηχανές με πολυστρωματικούς μαγνήτες	19
2.2	Γεωμετρικές ΜΜ που αναλύονται στην παρούσα εργασία	19
2.2.1	Γεωμετρία επιφανειακών μαγνητών (προστατευμένων)	19
2.2.2	Γεωμετρία εγκάρσιων μαγνητών	21
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3°	ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ	23
3.1	Πολυαντικειμενική βελτιστοποίηση	23
3.1.1	Γενικό πρόβλημα πολυαντικειμενικής βελτιστοποίησης	25
3.1.2	Η έννοια των Pareto βέλτιστων λύσεων	25
3.1.3	Η έννοια της συνάρτησης χρησιμότητας	28
3.1.4	Κλασικές τεχνικές πολυαντικειμενικής βελτιστοποίησης	29
3.1.4.1	Μέθοδος των βαρών	29
3.1.4.2	Μέθοδος προγραμματισμού στόχων	31
3.1.4.3	Μέθοδος των ε-περιορισμών	32
3.2	Βελτιστοποίηση με χρήση των πολλαπλασιαστών Lagrange (Lagrange multipliers)	32
3.2.1	Συνάρτηση Lagrange δύο μεταβλητών	33
3.2.2	Συνάρτηση Lagrange πολλών μεταβλητών	34
3.3	Ανάλυση ευαισθησίας	36
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4°	ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΚΑΙ ΑΡΧΕΣ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ	37
4.1	Τανυστής του Maxwell – Κάθετη και Εφαπτομενική Πίεση	37
4.2	Μαγνητική ροή	38
4.3	Πεπλεγμένη ροή	39
4.4	Ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ)	40
4.5	Τύλιγμα	40
4.5.1	Συγκεντρωμένο τύλιγμα	41

4.6	Απόδοση	43
4.6.1	Απώλειες χαλκού	43
4.6.2	Απώλειες πυρήνα	43
4.6.2.1	Απώλειες υστέρησης	44
4.6.2.2	Απώλειες δινορρευσμάτων	45
4.7	Μοντέλο d-q μηχανής μονίμων μαγνητών με εσωτερικούς μαγνήτες	45
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5°	ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ	47
5.1	Προκαταρκτική σχεδίαση	47
5.1.1	Προδιαγραφές οχήματος	47
5.1.2	Εκτίμηση ονομαστικής ισχύος και ροπής	48
5.1.3	Χαρακτηριστικά κινητήρα	52
5.1.4	Διαστασιολόγηση διακένου	53
5.1.5	Υπολογισμός ειδικών φορτίσεων	55
5.1.6	Διερεύνηση μεγεθών στάτη	56
5.1.7	Διερεύνηση μεγεθών δρομέα	57
5.2	Αριθμητική επίλυση	58
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6°	ΟΡΙΣΤΙΚΗ ΣΧΕΔΙΑΣΗ	63
6.1	Λογισμικό ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων	63
6.2	Παραμετροποιημένη σχεδίαση	63
6.3	Ανάλυση ευαισθησίας	68
6.3.1	Ορισμός σταθερών παραμέτρων	69
6.3.2	Ορισμός μεταβαλλόμενων παραμέτρων	69
6.3.3	Σχεδίαση στάτη και δρομέα	70
6.3.4	Επίλυση με πεπερασμένα στοιχεία	70
6.3.5	Υπολογισμός ροπής	70
6.3.6	Υπολογισμός κυμάτωσης ροπής και αντι-HEΔ	71
6.3.7	Παρουσίαση αποτελεσμάτων	72
6.4	Κριτήρια επιλογής βέλτιστης γεωμετρίας για τις δύο μηχανές	81
6.5	Επιλογή βέλτιστης γεωμετρίας για κάθε μηχανή	82
6.6	Ανάλυση και σύγκριση των τελικών γεωμετριών των δύο μηχανών	87
6.6.1	Επίδοση	87
6.6.2	Αντι-HEΔ και αρμονική παραμόρφωση (T.H.D.) της επαγόμενης τάσης	88
6.6.3	Απόδοση	91
6.6.3.1	Απώλειες χαλκού	91
6.6.3.2	Απώλειες πυρήνα	92

6.7	Διαφορετικά επίπεδα φόρτισης	93
6.8	Επιλογή τελικής γεωμετρίας	96
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^ο	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	97
7.1	Κύρια συμπεράσματα	97
7.2	Πρωτότυπη συνεισφορά της εργασίας	98
7.3	Προτάσεις για περαιτέρω διερεύνηση	99
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ		100

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1. Σκοπός της εργασίας

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η σχεδίαση ενός ηλεκτρικού κινητήρα υψηλής απόδοσης και πυκνότητας ισχύος, με σκοπό να χρησιμοποιηθεί στο κινητήριο σύστημα ενός μικρού μονοθέσιου οχήματος με μεταβλητές ταχύτητες λειτουργίας, τύπου go-kart. Θεωρείται ότι η πηγή ενέργειας είναι μπαταρία ιόντων λιθίου και η τροφοδότηση του κινητήρα γίνεται μέσω αντιστροφέα, ο οποίος μετατρέπει την συνεχή τάση της πηγής σε μεταβλητή εναλλασσόμενη βάσει μιας μεθόδου ελέγχου. Οι απαιτήσεις του οχήματος αυτού είναι ανάλογες με τις απαιτήσεις ενός κανονικού ηλεκτρικού οχήματος, συνεπώς οι μέθοδοι και οι διαδικασίες που χρησιμοποιούνται για την σχεδίαση αυτού του κινητήρα είναι αντίστοιχες με αυτές ενός κανονικού ηλεκτρικού οχήματος. Η μόνη διαφορά είναι τα μεγέθη ισχύος καθώς και η απαίτηση για περισσότερες καταστάσεις λειτουργίας.

Κρίθηκε, επίσης, σκόπιμο να διερευνηθούν και να συγκριθούν δύο εναλλακτικές γεωμετρίες μηχανών, στις οποίες η σχεδίαση του στάτη είναι κοινή, ενώ οι δύο δρομείς είναι διαφορετικοί. Οι δύο αυτοί τύποι μηχανών έχουν χρησιμοποιηθεί σε εφαρμογές ηλεκτρικών οχημάτων, οπότε αναζητείται ποιος από τους δύο εμφανίζει καλύτερα χαρακτηριστικά ως αναφορά την επίδοση και την απόδοση.

1.2. Δομή της εργασίας

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται εισαγωγικά στοιχεία προκειμένου να κατατοπισθεί ο αναγνώστης σχετικά με το περιεχόμενο της εργασίας.

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται οι κυριότερες γεωμετρικές διαμορφώσεις μηχανών με μόνιμους μαγνήτες. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στις μηχανές μονίμων μαγνητών ακτινικής ροής με κλασική διαμόρφωση του δρομέα στο εσωτερικό της μηχανής. Οι μηχανές αυτές είναι οι πιο διαδεδομένες στον τομέα της ηλεκτροκίνησης γι' αυτό μελετώνται εκτενώς. Επιπλέον, εξετάζονται λεπτομερώς οι δύο διαμορφώσεις οι οποίες επιλέχθηκαν για την εφαρμογή αυτή και αναλύονται εκτενέστερα σε ακόλουθα κεφάλαια.

Στο Κεφάλαιο 3 αναλύονται οι βασικότερες μέθοδοι βελτιστοποίησης οι οποίες χρησιμοποιούνται κατά τη σχεδίαση ηλεκτρικών μηχανών καθώς και κατά την ανάλυση της βέλτιστης λειτουργίας τους στην περίπτωση ανάληψης μεταβαλλόμενου φορτίου σε μεταβλητές στροφές.

Το Κεφάλαιο 4 περιλαμβάνει τις βασικές έννοιες και τις αρχές πάνω στις οποίες στηρίζεται η σχεδίαση των ηλεκτρικών μηχανών. Αποτελεί την θεωρητική βάση και παρέχει το απαραίτητο γνωστικό υπόβαθρο ώστε να γίνει κατανοητή η ανάλυση που ακολουθεί στη συνέχεια.

Η σχεδιομελέτη της επίδοσης και της απόδοσης μιας μηχανής μπορεί να πραγματοποιηθεί με δύο κύριες μεθόδους. Με αναλυτική επίλυση των εξισώσεων που περιγράφουν τα ηλεκτρομαγνητικά φαινόμενα και με αριθμητικές μεθόδους επίλυσης. Στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζεται η αναλυτική μέθοδος επίλυσης στη μορφή της προκαταρκτικής σχεδίασης για την εφαρμογή ηλεκτρικής κίνησης του μικρού μονοθέσιου οχήματος που μελετάται, αλλά και μια γενικότερη παρουσίαση της αριθμητικής μεθόδου επίλυσης.

Το Κεφάλαιο 6 περιλαμβάνει την οριστική σχεδίαση της μηχανής, κατά την οποία χρησιμοποιώντας λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων για την αριθμητική επίλυση των εξισώσεων του μαγνητικού πεδίου, εξετάζονται πολλές διαφορετικές γεωμετρίες για τον κάθε τύπο μηχανής που μελετάται, με σκοπό να προσδιορισθούν οι βέλτιστες διαμορφώσεις από πλευράς επίδοσης. Η απόφαση για την τελική βέλτιστη γεωμετρία γίνεται τόσο με κριτήρια επίδοσης όσο και απόδοσης.

Στο κεφάλαιο 7 παρουσιάζονται τα κύρια συμπεράσματα που προέκυψαν από τη διεξαγωγή της εργασίας αυτής, καθώς και τα συγκεντρωτικά συγκριτικά στοιχεία των δύο διαφορετικών γεωμετριών που διερευνήθηκαν. Τέλος, προτείνονται θέματα για περαιτέρω διερεύνηση σχετικά με την ανάλυση της προταθείσας γεωμετρίας σε πολλαπλές καταστάσεις φόρτισης και ταχυτήτων και τη διερεύνηση της απόδοσής της στις συνθήκες αυτές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ ΜΟΝΙΜΩΝ ΜΑΓΝΗΤΩΝ

Η χρήση των μονίμων μαγνητών στην κατασκευή ηλεκτρικών μηχανών είναι ευρεία. Η πιο συνήθης κατηγορία μηχανών στην οποία οι μόνιμοι μαγνήτες έχουν αντικαταστήσει τα κλασικά τυλίγματα είναι οι σύγχρονες μηχανές.

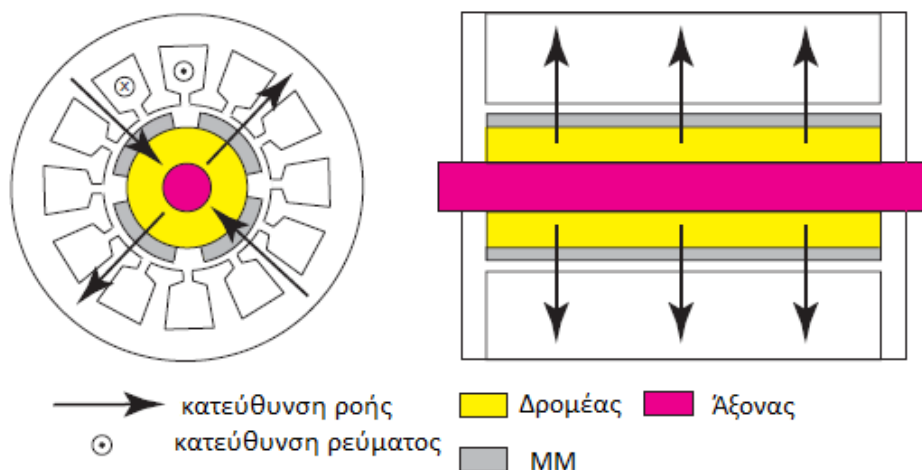
Οι σύγχρονες μηχανές με μόνιμους μαγνήτες συνδυάζουν τα πλεονεκτήματα των σύγχρονων μηχανών (ακριβής έλεγχος, υψηλή απόδοση, υψηλή πυκνότητα ισχύος) με μια εύκολη και αξιόπιστη κατασκευή του δρομέα, χωρίς δακτυλίους και ψήκτρες. Για το λόγο αυτό έχουν καθιερωθεί σε εφαρμογές όπως ανεμογεννήτριες και ηλεκτρικά ή υβριδικά οχήματα.

Υπάρχουν δύο μεγάλες κατηγορίες σύγχρονων μηχανών μονίμων μαγνητών: οι μηχανές ακτινικής ροής και οι μηχανές αξονικής ροής. Στη συνέχεια παρουσιάζεται εκτενώς η πρώτη κατηγορία σύγχρονων μηχανών μονίμων μαγνητών καθώς σε αυτή την κατηγορία ανήκουν οι μηχανές που μελετήθηκαν κατά την εργασία αυτή.

2.1. Γεωμετρίες σύγχρονων μηχανών μονίμων μαγνητών ακτινικής ροής

Η μηχανή μονίμων μαγνητών ακτινικής ροής είναι η πιο συμβατική κατηγορία μηχανών MM (μονίμων μαγνητών) και είναι ευρέως διαδεδομένη για εφαρμογές άμεσης μετάδοσης της κίνησης.

Το Σχήμα 2.1 παρουσιάζει δύο όψεις μιας μηχανής MM ακτινικής ροής δείχνοντας την κατεύθυνση της μαγνητικής ροής και τις ροές ρεύματος. Η μαγνητική ροή ρέει ακτινικά μέσα στη μηχανή, ενώ το ρεύμα ρέει κατά την αξονική διεύθυνση.



Σχήμα 2.1 : Μηχανή MM ακτινικής ροής

Οι μηχανές MM ακτινικής ροής είναι οι ευκολότερες και φθηνότερες στην κατασκευή σε σύγκριση με όλες τις άλλες κατηγορίες μηχανών MM, καθώς είναι οι πιο συχνά

χρησιμοποιούμενες και ο στάτης τους είναι πανομοιότυπος με αυτόν μιας μηχανής επαγωγής. Για τους λόγους αυτούς η συγκεκριμένη εργασία εστιάζει στην ανάλυση και μελέτη αυτού του τύπου μηχανών MM.

2.1.1. Μηχανή επιφανειακών μαγνητών

Σε αυτό το είδος μηχανών, οι μόνιμοι μαγνήτες είναι τοποθετημένοι στην επιφάνεια του δρομέα όπως υποδεικνύει το Σχήμα 2.2. Αυτή είναι η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη γεωμετρία.



Σχήμα 2.2 : Διατομή μηχανής με επιφανειακούς MM (ένα ζεύγος πόλων)

Τα κυριότερα πλεονεκτήματα των μηχανών επιφανειακών μαγνητών (Surface-Mounted PM) είναι η απλότητα στην κατασκευή τους που οδηγεί σε μείωση του κατασκευαστικού κόστους σε σύγκριση με άλλες μηχανές μόνιμων μαγνητών. Το κυριότερο μειονέκτημα είναι η έκθεση των μαγνητών σε πεδία απομαγνήτισης. Επιπλέον, οι μαγνήτες υφίστανται φυγόκεντρες δυνάμεις οι οποίες τείνουν να τους αποκολλήσουν από την επιφάνεια του δρομέα. Αυτές οι δυνάμεις γίνονται μεγαλύτερες όσο αυξάνεται η ταχύτητα περιστροφής της μηχανής.

2.1.2. Μηχανή με ένθετους μαγνήτες

Όπως η μηχανή με επιφανειακούς μόνιμους μαγνήτες, η μηχανή με ένθετους μαγνήτες έχει τοποθετημένους τους MM στην επιφάνεια του δρομέα. Παρόλα αυτά, τα κενά μεταξύ των μαγνητών είναι μερικώς καλυμμένα με σίδηρο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.3. Ο σίδηρος μεταξύ των μαγνητών δημιουργεί εκτυπότητα και προσθέτει μια συνιστώσα ροπής εκτυπότητας στην ροπή που παράγεται από την ηλεκτρομαγνητική διέγερση του διακένου.



Σχήμα 2.3 : Διατομή μηχανής με ένθετους MM (ένα ζεύγος πόλων)

2.1.3. Μηχανές με εσωτερικούς μαγνήτες

Ένας άλλος τρόπος να τοποθετηθούν οι μαγνήτες στο δρομέα είναι να θαφτούν στο εσωτερικό του. Ένα πλεονέκτημα των εσωτερικών MM σε σχέση με τους επιφανειακούς MM είναι η δυνατότητα συγκέντρωσης της ροής που παράγεται από τους μαγνήτες στο δρομέα, επιτυγχάνοντας μεγάλη πυκνότητα ροής ανοιχτού κυκλώματος στο διάκενο. Κατά συνέπεια, οι φορτίσεις του ρεύματος είναι μικρότερες για την μηχανή με εσωτερικούς μαγνήτες, πράγμα που οδηγεί σε μικρότερες αύλακες. Σαν αποτέλεσμα για το ίδιο μήκος μηχανής, η μηχανή εσωτερικού μαγνήτη μπορεί να έχει την ίδια επίδοση με μικρότερη διάμετρο σε σύγκριση με τη μηχανή επιφανειακού μαγνήτη.

Επίσης, οι μηχανές με εσωτερικούς μαγνήτες είναι έκτυπες, με αποτέλεσμα επιπρόσθετα με την ροπή που παράγεται από την αλληλεπίδραση των πεδίων στάτη και δρομέα παράγεται ροπή λόγω εκτυπότητας. Οι μηχανές αυτές μπορούν επιπλέον να λειτουργήσουν σε ένα μεγάλο εύρος ταχυτήτων με την ίδια σταθερή ισχύ. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί, διότι προσφέρουν τη δυνατότητα εξασθένισης του πεδίου του δρομέα, ενώ ταυτόχρονα οι μαγνήτες είναι προστατευμένοι από απομαγνήτιση και μηχανικές δυνάμεις.

Υπάρχουν πολλές εναλλακτικές γεωμετρικές τοποθέτησης των μονίμων μαγνητών στο εσωτερικό του δρομέα.

Μόνιμοι μαγνήτες σε σχηματισμό-V

Σε αυτή την τοπολογία, τοποθετούνται δύο μόνιμοι μαγνήτες ανά πόλο με συγκεκριμένη γωνία, σχηματίζοντας ένα «V». Μεταξύ των άκρων των μαγνητών και του διακένου μεσολαβούν δύο γέφυρες σιδήρου.



Σχήμα 2.4 : Διατομή μηχανής με εσωτερικούς MM σχήματος-V (ένα ζεύγος πόλων)

Το μεγαλύτερο μειονέκτημα των δρομέων με MM σχήματος-V είναι η παρουσία των γεφυρών σιδήρου. Το ελάχιστο πάχος της γέφυρας καθορίζεται από μηχανικούς περιορισμούς συγκράτησης των μαγνητών, με αποτέλεσμα αν αυτό είναι σχετικά μεγάλο, ένα μέρος της ροής των μαγνητών να σκεδάζεται μέσω των γεφυρών, χωρίς να διέρχεται από το διάκενο συμβάλλοντας στην παραγωγή ροπής. Επίσης, οι δρομείς με μαγνήτες σχήματος-V δεν είναι εύκολο να τοποθετηθούν σε εφαρμογές με μεγάλο αριθμό πόλων. Όταν ο αριθμός των πόλων είναι μεγάλος, ο διαθέσιμος χώρος για την τοποθέτηση των μαγνητών είναι μικρός με αποτέλεσμα να καθίσταται απαραίτητη η μείωση της γωνίας μεταξύ των μαγνητών. Ο σίδηρος μεταξύ των MM κορένεται ευκολότερα αν η γωνία είναι πολύ μικρή.

Εφαπτομενικοί μόνιμοι μαγνήτες

Σε αυτή την κατηγορία εσωτερικών MM, ο δρομέας αποτελείται από διαφορετικά κομμάτια σιδήρου και μόνιμου μαγνήτη τα οποία συγκρατούνται στην επιφάνεια του από ένα μη-φερομαγνητικό άξονα. Αν ο άξονας αποτελούνταν από φερομαγνητικό υλικό, ένα μεγάλο μέρος της ροής που παράγουν οι μαγνήτες θα σκεδαζόταν μέσω του άξονα.



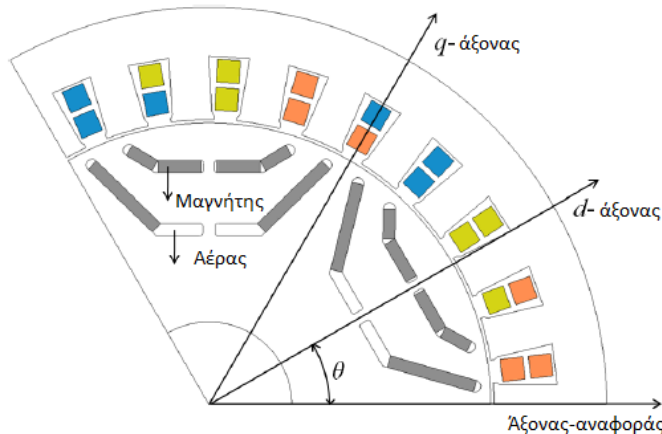
Σχήμα 2.5 : Διατομή μηχανής με εφαπτομενικούς MM (ένα ζεύγος πόλων)

Το μειονέκτημα των μηχανών εφαπτομενικών μαγνητών είναι ότι πρέπει να συγκολληθούν πολλά κομμάτια σιδήρου και MM, με αποτέλεσμα να προκύπτουν κατασκευαστικές

δυσκολίες. Παρόλα αυτά η μηχανή αυτή δεν περιέχει γέφυρες σιδήρου με αποτέλεσμα οι σκεδαζόμενη ροή του δρομέα να είναι πολύ μικρή.

2.1.4. Μηχανές με πολυστρωματικούς μαγνήτες

Σε αυτή τη γεωμετρία τοποθετούνται πολλά κομμάτια μαγνήτη στο εσωτερικό του δρομέα, σε διαφορετικά επίπεδα από την επιφάνεια του, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.6.



Σχήμα 2.6 : Διατομή μηχανής με πολυστρωματικούς MM (ένα ζεύγος πόλων)

Υπάρχουν πολύ τρόποι τοποθέτησης των μαγνητών στο εσωτερικό του δρομέα, για το λόγο αυτό η κατηγορία αυτή δεν περιλαμβάνει μόνο μια σχεδίαση αλλά ένα σύνολο εναλλακτικών γεωμετριών.

Τα κύρια μειονεκτήματα αυτής της κατηγορίας μηχανών είναι η μεγάλη πολυπλοκότητα στην κατασκευή και ο περιορισμός της χρήσης της σε εφαρμογές με λίγους πόλους, διότι στην περίπτωση που ο αριθμός των πόλων είναι μεγάλος, ο διαθέσιμος χώρος για την τοποθέτηση των μαγνητών μειώνεται σημαντικά. Το μεγαλύτερο πλεονέκτημα αυτής της σχεδίασης, είναι η μεγάλη ροπή εκτυπότητας που διαθέτει και η μεγάλη δυνατότητα εξασθένισης πεδίου, με αποτέλεσμα οι γεωμετρίες αυτές να είναι ελκυστικές σε εφαρμογές πολλαπλών ταχυτήτων λειτουργίας και μικρού αριθμού πόλων.

2.2. Γεωμετρίες MM που αναλύονται στην παρούσα εργασία

Από την μεγάλη ποικιλία μηχανών MM που υπάρχουν επιλέχθηκαν δύο γεωμετρίες από δύο διαφορετικές κατηγορίες προκειμένου να αναλυθούν και να αναδειχθούν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της κάθε μιας.

2.2.1. Γεωμετρία επιφανειακών μαγνητών (προστατευμένων)

Η γεωμετρία αυτή είναι μια παραλλαγή της γεωμετρίας επιφανειακών MM. Στην περίπτωση αυτή οι μαγνήτες βρίσκονται στο εσωτερικό του δρομέα, ενώ μεταξύ της επιφάνειας των μαγνητών και του διακένου μεσολαβεί μια γέφυρα σιδήρου. Η γέφυρα

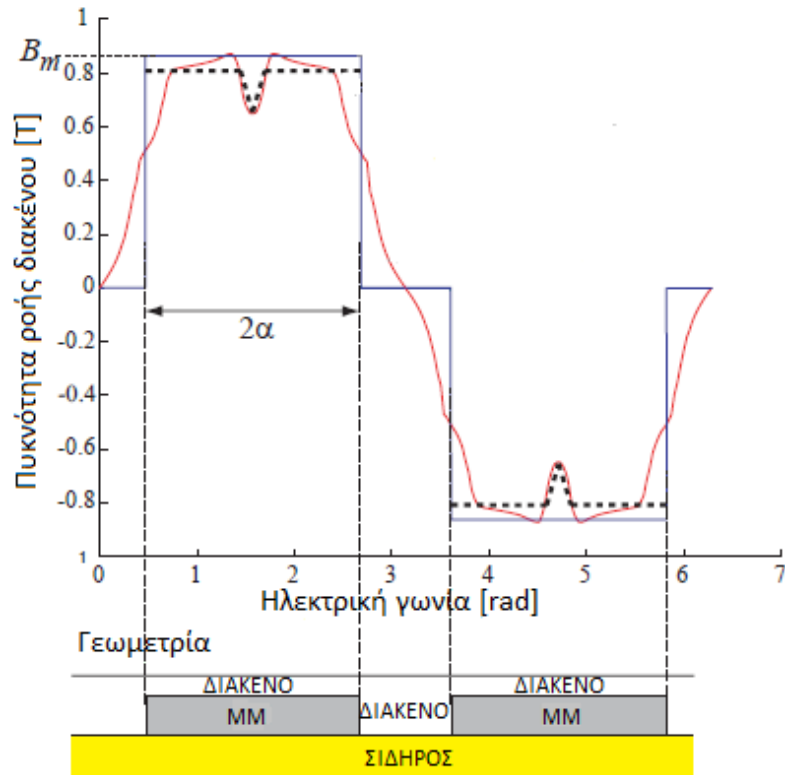
αυτή παρέχει στήριξη στους μαγνήτες ώστε να μην κινδυνεύουν με αποκόλληση ενώ ταυτόχρονα διατηρεί τους μαγνήτες προστατευμένους από πιθανή απομαγνήτιση.

Η γεωμετρία αυτή δεν ανήκει στην γεωμετρία των εσωτερικών μαγνητών διότι σε καταστάσεις φόρτισης, η λεπτή γέφυρα του σιδήρου κορένεται γρήγορα, με αποτέλεσμα να συμπεριφέρεται σαν αέρας. Ένα μειονέκτημα αυτής της γεωμετρίας είναι η δυνατότητα σκέδασης της ροής των μαγνητών μέσω της γέφυρας του σιδήρου πριν αυτή προλάβει να διέλθει από το διάκενο. Ένας τρόπος αποφυγής αυτής της δυσάρεστης επίπτωσης, είναι η τοποθέτηση μικρών «φουσαλίδων» αέρα μεταξύ των μαγνητών οι οποίες δυσχεραίνουν των αγωγίμο δρόμο μεταξύ τους. Οι «φουσαλίδες» αυτές αέρα ονομάζονται σκεδαστές. Στο Σχήμα 2.7 παρουσιάζεται η τομή μιας τέτοιας μηχανής.



Σχήμα 2.7 : Διατομή μηχανής με προστατευμένους επιφανειακούς MM (ένα ζεύγος πόλων)

Η ροή διακένου μιας μηχανής επιφανειακού μαγνήτη είναι τραπεζοειδής, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.8, με πλάτος όσο είναι το πλάτος του μόνιμου μαγνήτη. Αυτό υποδηλώνει ότι η κατανομή του μαγνήτη εισάγει παραμόρφωση στο πεδίο του διακένου η οποία πρέπει να ληφθεί σοβαρά υπόψη κατά τη σχεδίαση της μηχανής. Αν η παραμόρφωση αυτή ενισχύεται από την κατανομή του πεδίου του στάτη, τότε η μηχανή εμφανίζει μεγάλη κυμάτωση στην παραγόμενη ροπή και μεγάλη αρμονική παραμόρφωση στην επαγόμενη τάση. Μια μέθοδος βελτίωσης της κατανομής του πεδίου του μαγνήτη ώστε να γίνει πιο ημιτονική είναι η διαμόρφωση της επιφάνειας του μαγνήτη που είναι πλησιέστερα στο διάκενο με μεγαλύτερη καμπυλότητα, αυξάνοντας το πάχος του μαγνήτη στο κέντρο και μειώνοντάς το στα άκρα.



Σχήμα 2.8 : Κατανομή πυκνότητας ροής στο διάκενο μηχανής επιφανειακών MM

Η σκεδαζόμενη ροή του δρομέα στην μηχανή επιφανειακών μαγνητών εξαρτάται κυρίως από την απόσταση μεταξύ των μαγνητών. Όσο μικρότερη είναι η απόσταση μεταξύ των μαγνητών, τόσο μεγαλύτερη είναι η ροή σκέδασης ανάμεσα τους. Η ροή σκέδασης εξαρτάται επίσης από το ύψος των μαγνητών.

Ο κινητήρας αυτού του είδους λόγω της μεγάλης πυκνότητας ροπής που διαθέτει, μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε εφαρμογές όπου απαιτείται μεγάλη υπερφόρτιση, για το λόγο αυτό διερευνάται η χρήση του σε μεγάλα ηλεκτρικά οχήματα με απαιτήσεις υπερφόρτισης όπως ηλεκτρικά λεωφορεία.

2.2.2. Γεωμετρία εγκάρσιων μαγνητών

Ως μηχανή εγκάρσιων μαγνητών από εδώ και στο εξής θα αποκαλείται η μηχανή με εσωτερικούς μαγνήτες σε σχήμα-V, ώστε να είναι έντονη διαισθητικά η διαφοροποίηση αυτής της σχεδίασης από την μηχανή με επιφανειακούς μαγνήτες.

Η ροή του διακένου μιας μηχανής με εγκάρσιους μαγνήτες προσεγγίζει καλύτερη την ημιτονική κατανομή σε σύγκριση με την μηχανή επιφανειακού μαγνήτη. Αυτό θέτει μεγαλύτερη ευελιξία στη σχεδίαση του στάτη, ο οποίος δεν υποχρεούται να καταστείλει την αρμονική παραμόρφωση της ροής του διακένου.

Επιπλέον, η εκτυπότητα του δρομέα αυτής της μηχανής επιτρέπει την λειτουργία της σε πολλές διαφορετικές ταχύτητες καθώς έχει σχετικά μεγάλη δυνατότητα εξασθένισης

πεδίου σε σύγκριση με τη μηχανή επιφανειακού μαγνήτη. Η δυνατότητα αυτή καθιστά την μηχανή εγκάρσιων μαγνητών ελκυστική επιλογή για εφαρμογές ηλεκτροκίνησης. Συγκεκριμένα, η γεωμετρία αυτή έχει χρησιμοποιηθεί από πολλές αυτοκινητοβιομηχανίες στην κατασκευή υβριδικών κινητήριων συστημάτων, όπως η Lexus και η Toyota. Στο Σχήμα 2.9 παρουσιάζεται ο ηλεκτρικός κινητήρας εγκάρσιων μαγνητών του υβριδικού αυτοκινήτου Toyota Prius.



**Σχήμα 2.9 : Μηχανή Prius 2010 στάτης (πάνω αριστερά), δρομέας (πάνω δεξιά)
διαμόρφωση δρομέα (κάτω)**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

Κατά τη σχεδίαση των ηλεκτρικών μηχανών, προκειμένου να επιλεγεί η τελική γεωμετρία ανάμεσα σε μια μεγάλη ποικιλία μηχανών με πολλές διαφορετικές παραμέτρους χρησιμοποιούνται διάφορες μέθοδοι βελτιστοποίησης. Επίσης, στην περίπτωση λειτουργίας με διαφορετικά φορτία και ταχύτητες, μέθοδοι βελτιστοποίησης χρησιμοποιούνται ώστε να βελτιστοποιηθεί η κατανάλωση ισχύος της μηχανής σε κάθε κατάσταση λειτουργίας.

Για τη σχεδίαση μιας ηλεκτρικής μηχανής, ανάλογα με τον αριθμό των κριτηρίων και τις παραμέτρους προς βελτιστοποίηση, μπορεί να χρησιμοποιηθούν από πολύ απλές μέθοδοι, όπως ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρων με προκαθορισμένους περιορισμούς, έως πολύ σύνθετες, όπως νευρωνικά δίκτυα, αν η πολυπλοκότητα της βελτιστοποίησης είναι πολύ μεγάλη.

Στο κεφάλαιο αυτό, αναλύονται κάποιες από τις συνήθεις μεθόδους βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούνται κατά τη σχεδίαση των ηλεκτρικών μηχανών.

3.1 Πολυαντικειμενική βελτιστοποίησης

Τα περισσότερα σχεδιαστικά προβλήματα περιέχουν διάφορες εξισώσεις κριτηρίων που κατά κανόνα αντικρούει η μία την άλλη. Η βελτιστοποίηση με πολλαπλά κριτήρια επίσης γνωστή και ως βελτιστοποίηση με πολλαπλά αντικείμενα ή χαρακτηριστικά, είναι η διαδικασία της ταυτόχρονης βελτιστοποίησης δύο ή περισσότερων αντικρουόμενων ζητημάτων με διάφορους περιορισμούς.

Προβλήματα βελτιστοποίησης με πολλαπλά κριτήρια μπορούν να βρεθούν σε διάφορους τομείς: παραγωγή και σχεδιασμός διαδικασιών, οικονομικά, σχεδιασμό αεροσκαφών, πετρελαϊκές βιομηχανίες, σχεδιασμό αυτοκινήτων, ή οπουδήποτε χρειάζεται να παρθεί η καταλληλότερη απόφαση για την εξισορρόπηση όλων των παραγόντων μεταξύ δυο ή περισσότερων αντικρουόμενων στόχων. Μεγιστοποιώντας το κέρδος και ελαχιστοποιώντας το κόστος ενός προϊόντος, μεγιστοποιώντας την απόδοση και ελαχιστοποιώντας την κατανάλωση καυσίμου σε ένα όχημα και ελαχιστοποιώντας το βάρος καθώς μεγιστοποιείται η αντοχή κάποιου εξαρτήματος είναι παραδείγματα προβλημάτων βελτιστοποίησης με πολλαπλά κριτήρια.

Εάν ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης με πολλαπλά κριτήρια είναι καλώς ορισμένο, τότε δεν θα υπάρχει μοναδική λύση η οποία ταυτόχρονα να ελαχιστοποιεί τον κάθε στόχο στο ελάχιστο δυνατό. Σε κάθε περίπτωση ένα κριτήριο πρέπει να έχει φτάσει ένα σημείο τέτοιο ώστε κάθε προσπάθεια επιπλέον βελτιστοποίησής του να έχει ως αποτέλεσμα την υποβάθμιση των άλλων κριτηρίων. Το να βρεθεί μια τέτοια λύση και να πιστοποιηθεί το

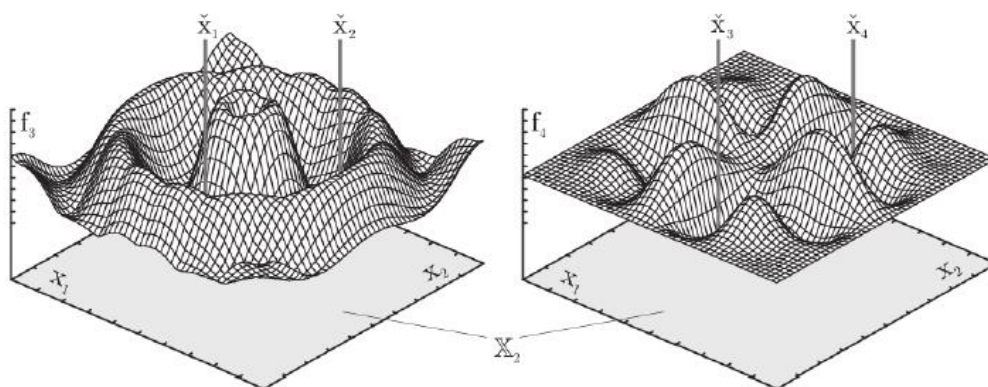
πόσο καλύτερη είναι συγκριτικά με άλλες είναι ο τελικός σκοπός όταν συντίθεται και λύνεται ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης με πολλαπλά κριτήρια.

Τα τελευταία χρόνια έχουν γίνει πάρα πολλές μελέτες που πραγματεύονται την πολυαντικειμενική βελτιστοποίηση με πρώτους τους Kuh και Tucker (1951). Την ιδέα της πολυαντικειμενικής βελτιστοποίησης στα σχεδιαστικά προβλήματα των μηχανικών την εισήγαγε ο Zadeh (1963) και η ερευνητική μελέτη του Stadler (1984) συνοψίζει τις εφαρμογές της πολυαντικειμενικής βελτιστοποίησης στη μηχανική. Στη διεθνή βιβλιογραφία επικρατεί η έννοια των Pareto βέλτιστων λύσεων.

Η πιο διαισθητική προσέγγιση για την επίλυση προβλημάτων με πολλαπλά κριτήρια είναι να συνδυαστούν όλες οι αντικειμενικές συναρτήσεις του προβλήματος σε μια μόνο συναρτησιακή μορφή, η οποία ονομάζεται AOF (aggregate objective function).

Ένας γνωστός συνδυασμός είναι το σταθμισμένο γραμμικό άθροισμα των κριτηρίων. Ορίζονται βαθμωτά σταθμά για το κάθε προς βελτιστοποίηση κριτήριο, και στη συνέχεια συνδυάζονται σε μια συνάρτηση που μπορεί να επιλυθεί από έναν βελτιστοποιητή μονού κριτηρίου. Ξεκάθαρα, η λύση που θα προκύψει θα βασίζεται στις τιμές (πιο συγκεκριμένα, τις σχετικές τιμές) των σταθμών που καθορίστηκαν. Οι τεχνικές ολικής βελτιστοποίησης δεν χρησιμοποιούνται μόνο για την εύρεση ελαχίστων ή μεγίστων μίας αντικειμενικής συνάρτησης, αλλά μπορούν να βρουν εφαρμογή και σε προβλήματα αποφάσεων και σε σύνθετα προβλήματα βελτιστοποίησης, όπου βελτιστοποιείται ένα σύνολο F από αντικειμενικές συναρτήσεις f_i , και καθεμία αντιπροσωπεύει ένα κριτήριο προς βελτιστοποίηση.

$$F = \{f_i: X \rightarrow Y_i: 0 \leq i < n, Y_i \subseteq \mathbb{R}\} \quad (3.1)$$



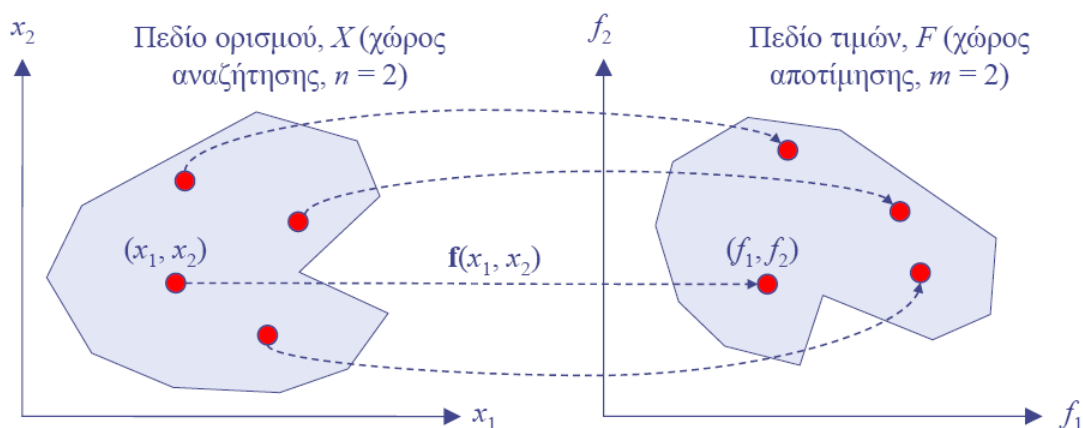
Σχήμα 3.1: Ελαχιστοποίηση δύο αντικειμενικών συναρτήσεων

Οι αλγόριθμοι που βελτιστοποιούν συγχρόνως ανταγωνιστικές μεταξύ τους αντικειμενικές συναρτήσεις ονομάζονται πολυκριτηριακοί (multi-objective). Σε αυτή τη διαδικασία δεν έχει νόημα η εύρεση κάποιου ολικού ελαχίστου (ή μεγίστου), αλλά ορίζεται ένα σύνολο $X_- \subseteq X$ ως βέλτιστο. Για παράδειγμα, στο Σχήμα 3.1, ελαχιστοποιούνται οι αντικειμενικές συναρτήσεις f_3 και f_4 σε ένα χώρο δύο διαστάσεων $X_2 \subseteq \mathbb{R}_2$ των πραγματικών αριθμών

R. Και οι δύο συναρτήσεις έχουν δύο ολικά ελάχιστα: η f_3 τα x_1 και x_2 ενώ η f_4 τα x_3 και x_4 , όπου $x_1 \neq x_2 \neq x_3 \neq x_4$.

3.1.1. Γενικό πρόβλημα πολυαντικειμενικής βελτιστοποίησης

Το γενικό πρόβλημα της πολυαντικειμενικής βελτιστοποίησης διατυπώνεται ως εξής: Ζητείται το διάνυσμα $x^* = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, ορισμένο στον εφικτό χώρο $X \subseteq R^n$, που βελτιστοποιεί το διανυσματικό μέτρο επίδοσης (αντικειμενική συνάρτηση): $f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)]^T$ όπου $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ το διάνυσμα των μεταβλητών ελέγχου και $f_i(x)$ τα κριτήρια λήψης αποφάσεων του προβλήματος.



Σχήμα 3.2: Γενικό πρόβλημα της πολυαντικειμενικής βελτιστοποίησης

3.1.2. Η έννοια των Pareto βέλτιστων λύσεων

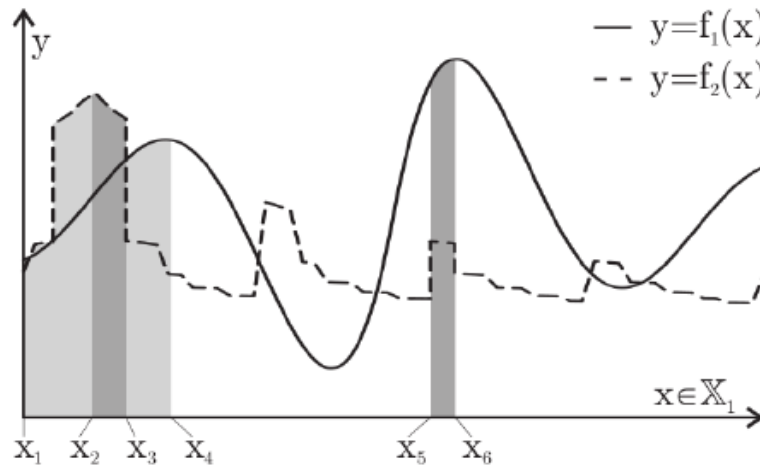
Η μαθηματική θεμελίωση της πολυαντικειμενικής βελτιστοποίησης υπό ανταγωνιστικά κριτήρια που λαμβάνονται υπόψη με έναν ίσο τρόπο έγινε από τον Vilfredo Pareto. Η αριστεία Pareto έχει εφαρμοστεί εκτενώς στην οικονομική θεωρία, στη θεωρία παιγνίων, σε τεχνικά προβλήματα, ακόμη και σε κοινωνικές επιστήμες. Ορίζεται ένα μέτωπο (frontier) λύσεων που μπορεί να προκύψει από την «ανταπόδοση» (trade-off) πόρων μεταξύ ανταγωνιστικών αντικειμενικών συναρτήσεων με έναν βέλτιστο τρόπο. Χρησιμοποιώντας το παραγόμενο «μέτωπο» ο αποφασίζων (decision-maker, είτε άνθρωπος είτε υπολογιστής) μπορεί τελικά να επιλέξει τη ρύθμιση που θα καλύπτει βέλτιστα τον αρχικό σχεδιασμό. Η λογική της βελτιστότητας στην έννοια Pareto έγκειται στον ορισμό της κυριαρχίας των λύσεων:

Ορισμός (Κυριαρχία-Domination): Ένα στοιχείο x_1 κυριαρχεί (είναι προτιμότερο από) ένα στοιχείο x_2 ($x_1 < x_2$) εάν το x_1 είναι «καλύτερο» από το x_2 σε τουλάχιστον μία αντικειμενική συνάρτηση και όχι «χειρότερο» σε όλες τις υπόλοιπες. Με βάση το σύνολο F των αντικειμενικών συναρτήσεων f , γράφεται:

$$x_1 \leq x_2 \Leftrightarrow \forall i: 0 \leq i \leq n \Rightarrow w_i f_i(x_1) \leq w_i f_i(x_2) \wedge \exists j: 0 < j < n : w_j f_j(x_1) < w_j f_j(x_2) \quad (3.2)$$

$$w_i = \begin{cases} +1, & \text{if } f_i \text{ min} \\ -1, & \text{if } f_i \text{ max} \end{cases} \quad (3.3)$$

Με διαφορετικό τρόπο από τη μέθοδο των βαρών, οι παράγοντες w_i περιέχουν μόνο την πληροφορία του προσήμου, που επιτρέπει τη μεγιστοποίηση μερικών μόνο συναρτήσεων και την ελαχιστοποίηση άλλων.



Σχήμα 3.3: Γεωμετρική απεικόνιση βελτιστοποίησης κατά Pareto

Ο ορισμός της βέλτιστης λύσης ενός πολυκριτηριακού προβλήματος βελτιστοποίησης, αντίστοιχα με τον ορισμό που δίνεται σε μονοκριτηριακά προβλήματα, διατυπώνεται ως :

- Ορισμός 1 (Pareto optimal): Ένα στοιχείο $x \in X$ είναι άριστο κατά Pareto (Pareto optimal) ή μη κυριαρχούμενο, εάν δεν κυριαρχείται από κανένα άλλο στοιχείο στο χώρο αναζήτησης X του προβλήματος. Με τους όρους της βελτιστοποίησης Pareto, το X^* καλείται σύνολο Pareto ή μέτωπο Pareto (Pareto Frontier).

$$x^* \in X^* \Leftrightarrow \text{not} \exists x \in X : x \leq x^* \quad (3.4)$$

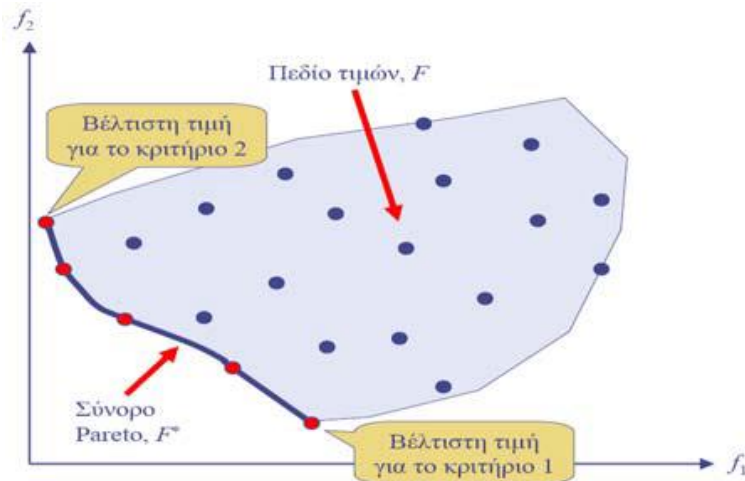
- Ορισμός 2 (Pareto optimal Set): Ένα εφικτό σημείο $x^* \in X$ είναι βέλτιστο εφόσον δεν υπάρχει εφικτό διάνυσμα x που να μπορεί να βελτιώσει κάποιο κριτήριο, χωρίς ταυτόχρονα να χειροτερέψει τουλάχιστον ένα άλλο. Βέλτιστο σύνολο Pareto για ένα δοσμένο σύνολο αντικειμενικών συναρτήσεων πολυαντικειμενικής βελτιστοποίησης ορίζεται ως:

$$X^* = \{x^* \in X - x' \in X : f(x') \leq f(x^*)\} \quad (3.5)$$

Ο παραπάνω ορισμός οδηγεί σε ένα σύνολο εφικτών λύσεων x^* που καλούνται Pareto βέλτιστες ή μη κατώτερες (non-inferior) ή μη κυριαρχούμενες (non-dominated), και συμβολίζονται με XP ($XP \subseteq X$). Το σύνολο XP καλείται σύνολο Pareto (Pareto set), ενώ η

απεικόνισή του $FP := f(XP)$ ορίζει ένα σύνολο στο R^m ($FP \subseteq F$) που καλείται σύνολο Pareto (Pareto front) ή καμπύλη αντιστάθμισης (trade-off curve).

Η γεωμετρική απεικόνιση του συνόρου Pareto παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.4.



Σχήμα 3.4: Η γεωμετρική απεικόνιση του συνόρου Pareto

Για παράδειγμα, έστω το Σχήμα 3.3, όπου οι f_1 και f_2 πρέπει να μεγιστοποιηθούν και άρα θεωρείται $w_1 = w_2 = -1$. Οι περιοχές με το σκούρο γκρι χρώμα αναπαριστούν το μέτωπο Pareto, δηλαδή το βέλτιστο σύνολο $X^* = [x_2, x_3] \cup [x_5, x_6]$. Όλα τα υπόλοιπα σημεία είναι κυριαρχούμενα, άρα μη βέλτιστα. Τα σημεία στην περιοχή ανάμεσα στα x_1 και x_2 κυριαρχούνται από άλλα σημεία στην ίδια περιοχή, ή στην περιοχή $[x_2, x_3]$ καθώς και οι δύο αντικειμενικές συναρτήσεις μπορούν να βελτιωθούν καθώς το x αυξάνεται. Ξεκινώντας από το πιο αριστερό σημείο του X , το x_1 , με μία μικρή μεταβολή Δ δεξιά προκύπτει ότι το σημείο $x_1 + \Delta$ κυριαρχεί επί του x_1 αφού $f_1(x_1 + \Delta) > f_1(x_1)$ και $f_2(x_1 + \Delta) > f_2(x_1)$, έως ότου προσεγγιστεί στο σημείο x_2 , που είναι το ολικό μέγιστο της f_2 και δεν μπορεί να κυριαρχείται από κανένα άλλο σημείο στο X . Στη συνέχεια η f_2 μειώνεται ενώ η f_1 αυξάνεται. Αν υπάρχει μετακίνηση κατά Δ δεξιά θα ισχύει $f_2(x_2 + \Delta) < f_2(x_2)$ και $f_1(x_2 + \Delta) > f_1(x_2)$. Η μία αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να μεγιστοποιείται μόνο εάν μειώνεται η τιμή της άλλης, έτσι τα σημεία αυτά είναι μη κυριαρχούμενα από το x_2 . Ωστόσο, κάποιες από τις τιμές της f_2 σε κάποια $x \in [x_1, x_2)$ ενδέχεται να είναι μεγαλύτερες από την $f_2(x_2 + \Delta)$, όπου ισχύει $f_1(x_2 + \Delta) > f_1(x)$. Αυτό σημαίνει ότι κανένα σημείο στο διάστημα $[x_1, x_2)$ δεν κυριαρχεί κάποιο σημείο στο $[x_2, x_4]$ καθώς η f_1 αυξάνεται ως το x_4 . Στο σημείο x_3 , η f_2 μειώνεται απότομα, χαμηλότερα από το σημείο $f_2(x_5)$. Καθώς οι τιμές της f_1 στα σημεία στο διάστημα $[x_5, x_6]$ είναι μεγαλύτερες από αυτές του διαστήματος $(x_3, x_4]$, όλα τα σημεία στο διάστημα $[x_5, x_6]$ κυριαρχούν αυτά του $(x_3, x_4]$. Αντίστοιχα ως συμπέρασμα προκύπτει ότι για όλα τα σημεία στη λευκή περιοχή ανάμεσα στα x_4 και x_5 και μετά το x_6 , προκύπτουν όμοιες σχέσεις. Όλα κυριαρχούνται από τις μη κυριαρχούμενες περιοχές που αναλύθηκαν παραπάνω.

Στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές, είναι αναγκαία η επιλογή μίας και μοναδικής λύσης, που θεωρείται ως ο καλύτερος συμβιβασμός (best-compromise) και επιλέγεται σύμφωνα με την υποκειμενική κρίση του αναλυτή.

Οι τρόποι προσδιορισμού της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης ενός πολυκριτηριακού προβλήματος βελτιστοποίησης είναι :

1. Επιλογή πριν την αναζήτηση: Τα επιμέρους κριτήρια σταθμίζονται σε μια ενιαία αριθμητική έκφραση, που συνιστά την αντικειμενική συνάρτηση ενός προβλήματος βαθμωτής βελτιστοποίησης. Συνεπώς, η βέλτιστη λύση του βαθμωτού προβλήματος ταυτίζεται με την καλύτερα συμβιβαστική του πολυκριτηριακού.
2. Επιλογή μετά την αναζήτηση: Διατυπώνεται μια διανυσματική αντικειμενική συνάρτηση, συνιστώσες της οποίας είναι τα επιμέρους κριτήρια, και επιλύεται το πολυκριτηριακό πρόβλημα για τον εντοπισμό του συνόλου των μη κατωτέρω λύσεων. Στη συνέχεια, επιλέγεται μία εξ αυτών, με βάση την υποκειμενική κρίση του αναλυτή.
3. Επιλογή κατά την αναζήτηση: Η βελτιστοποίηση γίνεται κατά τρόπο διαδραστικό, ώστε να ενημερώνεται ο αναλυτής για την εξέλιξη της διαδικασίας αναζήτησης και να παρεμβαίνει σε αυτή. Αξιολογώντας τα επίκαιρα αποτελέσματα, ο αναλυτής μπορεί να αναπροσαρμόσει τις προτιμήσεις του ή και να ενσωματώσει νέα κριτήρια, καθοδηγώντας τη διαδικασία αναζήτησης προς την επιθυμητή γι' αυτόν κατεύθυνση.

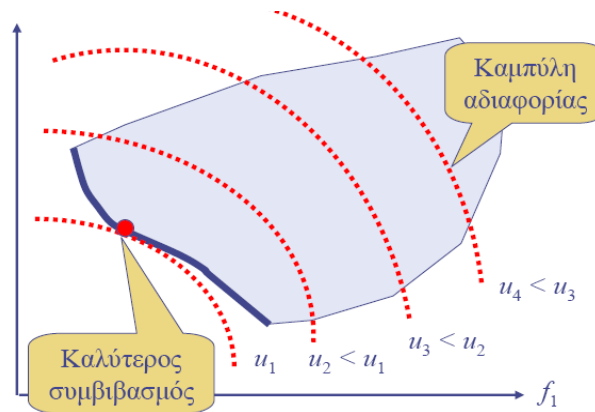
3.1.3. Η έννοια της συνάρτησης χρησιμότητας

Ως συνάρτηση χρησιμότητας (utility function) νοείται μια μαθηματική συνάρτηση που αντιστοιχεί μια συγκεκριμένη επίδοση u σε κάθε συνδυασμό κριτηρίων, ώστε να είναι δυνατή η ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων. Ως καλύτερα συμβιβαστική λύση θεωρείται αυτή που μεγιστοποιεί την συνάρτηση χρησιμότητας του προβλήματος.

Η συνάρτηση χρησιμότητας διατυπώνεται ως εξής:

$$u = U(f_1(x), \dots, f_m(x)) \quad (3.6)$$

Η συνάρτηση χρησιμότητας απεικονίζεται στο χώρο F με τη μορφή ισοσταθμικών καμπυλών, που καλούνται καμπύλες αδιαφορίας (indifference curves). Η καλύτερα συμβιβαστική λύση βρίσκεται στο σημείο στο οποίο η καμπύλη αδιαφορίας εφάπτεται του συνόρου Pareto.



Σχήμα 3.5: Καμπύλες αδιαφορίας

3.1.4. Κλασικές τεχνικές πολυαντικειμενικής βελτιστοποίησης

Με τις μεθόδους πολυαντικειμενικής βελτιστοποίησης επιδιώκεται η εύρεση της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης, βελτιστοποιώντας την αντικειμενική συνάρτηση ενός μονοκριτηριακού προβλήματος που θεωρείται ότι ταυτίζεται με τη συνάρτηση χρησιμότητας του αρχικού.

Τα χαρακτηριστικά της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης εκφράζονται υπό μορφή συντελεστών βάρους, επιθυμητών τιμών, σειράς προτεραιότητας των κριτηρίων, κλπ. Τα εν λόγω χαρακτηριστικά προσδιορίζονται εκ των προτέρων (πριν τη διαδικασία αναζήτησης), με τρόπο υποκειμενικό/εμπειρικό. Διαφοροποιώντας τη μαθηματική διατύπωση του μονοκριτηριακού προβλήματος βελτιστοποίησης και επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία αναζήτησης, είναι δυνατός ο εντοπισμός εναλλακτικών μη κατώτερων λύσεων από το σύνολο Pareto.

Τα κύρια μειονεκτήματα των κλασικών προσεγγίσεων είναι:

- ο υποκειμενικός-αυθαίρετος ορισμός της συνάρτησης χρησιμότητας,
- η δημιουργία εξαιρετικά ανώμαλων επιφανειών απόκρισης, που οφείλεται στην ενσωμάτωση κριτηρίων διαφορετικής κλίμακας σε μια ενιαία έκφραση
- η αδυναμία εύρεσης άλλων επιλογών που είναι βέλτιστες κατά Pareto, εκτός και αν πραγματοποιηθεί εξονυχιστική αναζήτηση με διαδοχικές επιλύσεις εναλλακτικών διατυπώσεων του μονοκριτηριακού προβλήματος.

Οι κλασικές τεχνικές πολυαντικειμενικής βελτιστοποίησης είναι:

- Η μέθοδος των βαρών.
- Η μέθοδος προγραμματισμού στόχων (goal programming).
- Η μέθοδος των ϵ -περιορισμών.

3.1.4.1. Μέθοδος των βαρών

Η πιο απλή μέθοδος για να οριστεί το βέλτιστο σύνολο είναι υπολογίζοντας ένα άθροισμα $g(x)$ των αντικειμενικών συναρτήσεων $f_i \in F$. Κάθε αντικειμενική συνάρτηση

πολλαπλασιάζεται με ένα βάρος w_i που αντιπροσωπεύει τη βαρύτητα του συγκεκριμένου κριτηρίου. Χρησιμοποιώντας βάρη με διαφορετικά πρόσημα μπορεί να ελαχιστοποιηθεί ένα κριτήριο μεγιστοποιώντας παράλληλα κάποιο άλλο. Έτσι με αυτή τη μέθοδο τα προβλήματα πολυαντικειμενικής βελτιστοποίησης μετατρέπονται σε μονοκριτηριακά προβλήματα.

$$g(x) = \sum_{i=1}^n w_i f_i(x) = \sum_{\forall f_i \in F} w_i f_i(x) \quad (3.7)$$

$$x^* \in X^* \Leftrightarrow g(x^*) \geq g(x) \forall x \in X \quad (3.8)$$

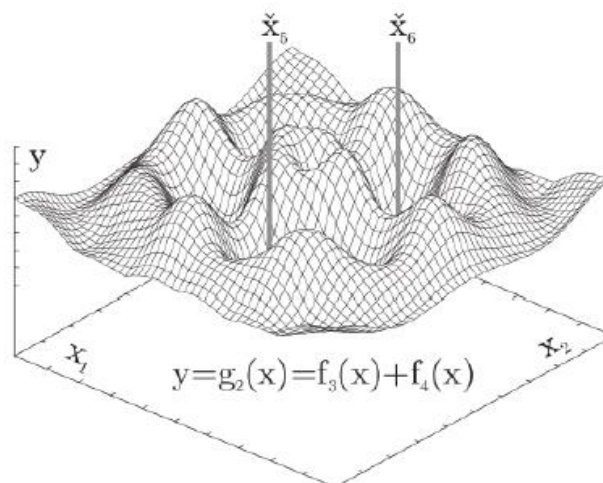
Κατά κανόνα, αποδεκτό είναι ότι:

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1 \quad (3.9)$$

για να έχουν οι συντελεστές βάρους πραγματικό νόημα και να μην προκύψουν προβλήματα κλίμακας, απαιτείται μετασχηματισμός των f_i (π.χ. αδιαστατοποίηση), ώστε το εύρος διακύμανσης των κριτηρίων να είναι της ίδιας τάξης μεγέθους.

Μεταβάλλοντας τις τιμές των βαρών w_i , προκύπτουν διαφορετικές λύσεις του μονοκριτηριακού προβλήματος, που είναι Pareto βέλτιστες. Συνεπώς, ο εντοπισμός όλων των Pareto βέλτιστων λύσεων του πολυκριτηριακού προβλήματος προϋποθέτει θεωρητικά άπειρες επιλύσεις του μετασχηματισμένου βαθμωτού προβλήματος. Μειονέκτημα είναι ο αυθαίρετος ορισμός των βαρών και η αδυναμία εντοπισμού των μη κυρτών περιοχών του συνόρου Pareto.

Για παράδειγμα, από τις αντικειμενικές συναρτήσεις του Σχήματος 3.1 f_3 και f_4 θέτοντας $w_3 = 1$ και $w_4 = 1$ προκύπτει το άθροισμα g_2 του Σχήματος 3.6 με δύο ολικά ελάχιστα, τα x_5 και x_6 .



Σχήμα 3.6: Παράδειγμα βελτιστοποίησης με τη μέθοδο των βαρών

3.1.4.2. Μέθοδος προγραμματισμού στόχων

Μία επέκταση της μεθόδου των βαρών είναι η μέθοδος προγραμματισμού στόχων (goal programming), που επιδιώκει να ελαχιστοποιήσει την απόκλιση της λύσης από προκαθορισμένους στόχους που θέτει ο λήπτης της απόφασης (decision maker). Στη μέθοδο αυτή ορίζονται τιμές-στόχοι T_i για κάθε κριτήριο i , που εισάγονται στο πρόβλημα υπό μορφή συναρτήσεων ποινής. Η βαθμωτή συνάρτηση που διαμορφώνεται συνίσταται στην ελαχιστοποίηση της απόκλισης των κριτηρίων από τους αντίστοιχους στόχους, που στη γενική περίπτωση διατυπώνεται ως:

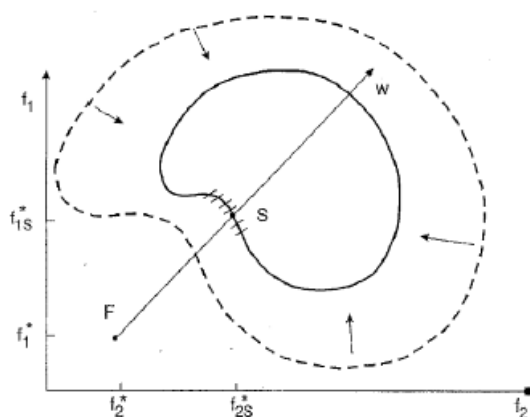
$$\min f(x) = \left(\sum_{i=1}^m w_i |f_i(x) - T_i|^p \right)^{1/p} \quad (3.10)$$

όπου p παράμετρος κλίμακας (για $p = 2$ και $w_i = 1$, η αντικειμενική συνάρτηση εκφράζει την ευκλείδεια απόσταση των κριτηρίων από τις τιμές-στόχους T_i).

Η μέθοδος χρησιμοποιεί έναν γεωμετρικό ορισμό της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης, και αποσκοπεί στην εύρεση της κοντινότερης εφικτής λύσης ως προς κάποιο επιθυμητό σημείο, με βάση ένα μέτρο απόστασης.

Ως τιμή-στόχος κάθε κριτηρίου μπορεί να θεωρηθεί η ολικά βέλτιστη τιμή f_i^* κάθε επιμέρους κριτηρίου (= ελαχιστοποίηση απόστασης από την ουτοπική λύση). Μεταβάλλοντας τις τιμές των στόχων T_i και των βαρών w_i , προκύπτουν διαφορετικές λύσεις του προβλήματος, που είναι Pareto βέλτιστες.

Όπως και στη μέθοδο των βαρών, χρειάζεται μία εκ των προτέρων πληροφορία για τα βάρη και τους στόχους που θα χρησιμοποιηθούν κατά τη βελτιστοποίηση. Η μέθοδος προγραμματισμού στόχων φαίνεται στο Σχήμα 3.7.



Σχήμα 3.7: Μέθοδος προγραμματισμού στόχων

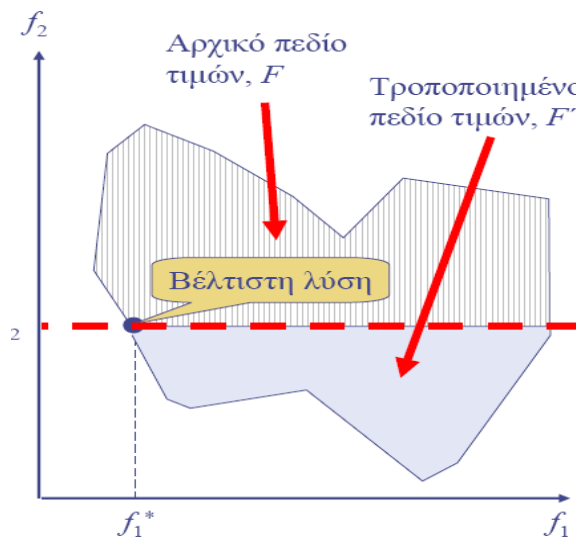
3.1.4.3. Μέθοδος των ε-περιορισμών

Στη μέθοδο αυτή βελτιστοποιείται ένα πρωτεύον κριτήριο $f_p(x)$, θεωρώντας τα υπόλοιπα ως μαθηματικούς περιορισμούς που φράσσονται από επιτρεπόμενα όρια, ε_i . Διαμορφώνεται έτσι ένα βαθμωτό πρόβλημα βελτιστοποίησης, με $m - 1$ επιπλέον περιορισμούς της μορφής:

$$f_i(x) \leq \varepsilon_i \quad (3.11)$$

Διαφοροποιώντας το πρωτεύον κριτήριο και μεταβάλλοντας τις τιμές των περιορισμών, προκύπτουν λύσεις που είναι Pareto βέλτιστες.

Η μέθοδος αυτή δεν απαιτεί την αδιαστατοποίηση των κριτηρίων. Μειονέκτημα της είναι η προσθήκη περιορισμών, εφόσον το αρχικό πρόβλημα είναι χωρίς περιορισμούς.



Σχήμα 3.8: Μέθοδος ε-περιορισμών

3.2. Βελτιστοποίηση με χρήση των πολλαπλασιαστών Lagrange (Lagrange multipliers)

Με τη χρήση των κλασικών πολλαπλασιαστών Lagrange επιλύονται προβλήματα με περιορισμούς ισότητας.

Το γενικό πρόβλημα με περιορισμούς ισότητας ορίζεται ως εξής:

$$\min_{\bar{x}} f(\bar{x}) \quad (3.12)$$

με περιορισμούς

$$g_j(\bar{x}) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3.13)$$

Η $f(x)$ είναι συνεχής και διαφορίσιμη και οι $g_j(x), j = 1, 2, \dots, m$ έχουν συνεχείς πρώτες παραγώγους. Η μαθηματική έκφραση των παραπάνω είναι:

$$f(\bar{x}) \in C^1 \quad \text{και} \quad g_j(\bar{x}) \in C^2 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3.14)$$

όπου C^1 το σύνολο των συνεχών συναρτήσεων και C^2 το σύνολο συναρτήσεων με συνεχή πρώτη παράγωγο.

Αν το σύνολο των περιορισμών είναι γραμμικό, δηλαδή τα $g_j(\bar{x}) = 0, j = 1, 2, \dots, m$ είναι γραμμικές συναρτήσεις, τότε οι συναρτήσεις αυτές μπορούν να τοποθετηθούν κατάλληλα στην αντικειμενική συνάρτηση ώστε να προκύψει πρόβλημα βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμούς.

3.2.1. Συνάρτηση Lagrange δύο μεταβλητών

Το πρόβλημα διαμορφώνεται για δύο μεταβλητές x_1, x_2 ως εξής:

$$\min_{x_1, x_2} f(x_1, x_2) \quad (3.15)$$

με περιορισμούς

$$g(x_1, x_2) = b \quad (3.16)$$

με:

$$f(x_1, x_2) \in C^1 \quad \text{και} \quad g(x_1, x_2) \in C^2 \quad (3.17)$$

Οι περιορισμοί μπορούν να γραφούν ως εξής:

$$g(x_1, x_2) - b = 0 \quad (3.18)$$

Η συνάρτηση Lagrange L (Lagrange function) ορίζεται:

$$L(x_1, x_2, \lambda) = f(x_1, x_2) + \lambda[g(x_1, x_2) - b] \quad (3.19)$$

όπου λ ο πολλαπλασιαστής Lagrange (Lagrange multiplier). Αν για τα (x_1^*, x_2^*) ισχύει $g(x_1^*, x_2^*) - b = 0$, τότε:

$$L(x_1^*, x_2^*, \lambda^*) = f(x_1^*, x_2^*) \quad (3.20)$$

όπου λ^* ο βέλτιστος (optimal) πολλαπλασιαστής Lagrange. Άρα για τις τιμές (x_1^*, x_2^*) η τιμή της Lagrange L είναι η ίδια με αυτή της αντικειμενικής.

Αναγκαίες συνθήκες για ευσταθές σημείο της L είναι:

$$\nabla \times L(x_1, x_2, \lambda) = 0 \quad (3.21a)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \quad (3.21b)$$

ή αναλυτικότερα:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial f}{\partial x_1} + \lambda \left(\frac{\partial g}{\partial x_1} \right) = 0 \quad (3.22a)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial f}{\partial x_2} + \lambda \left(\frac{\partial g}{\partial x_2} \right) = 0 \quad (3.22b)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = g - b = 0 \quad (3.22c)$$

Το πρόβλημα είναι ισοδύναμο με τρεις εξισώσεις με τρεις αγνώστους x_1, x_2, λ . Η λύση του συστήματος αυτού μας δίνει τα ευσταθή σημεία x_1^*, x_2^* και το λ^* . Αν οι ικανές συνθήκες ελαχίστου ικανοποιούνται, τότε τα $(x_1^*, x_2^*, \lambda^*)$ καθιστούν ελάχιστη τη συνάρτηση $f(x_1, x_2)$.

3.2.2. Συνάρτηση Lagrange πολλών μεταβλητών

Για το ακόλουθο μη γραμμικό πρόβλημα βελτιστοποίησης με περιορισμούς ισότητας:

$$\min_{x_1, \dots, x_n} f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.23)$$

με περιορισμούς

$$g_j(x) = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3.24)$$

όπου:

$$f(\bar{x}) \in C^1$$

$$g_j(x) \in C^2, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3.25)$$

Η συνάρτηση Lagrange γράφεται:

$$L(\bar{x}, \lambda) = f(\bar{x}) + \sum_{j=1}^m \lambda_j [g_j(\bar{x}) - b_j] \quad (3.26)$$

όπου:

$$\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.27a)$$

$$\bar{\lambda}^T = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_m) \quad (3.27b)$$

Αναγκαίες συνθήκες για ευσταθή σημεία της L

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \quad (3.28a)$$

ή

$$\frac{\partial f(\bar{x})}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \left[\frac{\partial g_j(\bar{x})}{\partial x_i} \right] = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_\kappa} = 0 \quad (3.28b)$$

ή

$$\frac{\partial f(\bar{x})}{\partial \lambda_\kappa} + \sum_{j=1}^m (g_j(\bar{x}) - b_j) \frac{\partial \lambda_j}{\partial \lambda_\kappa} = 0 \quad \kappa = 1, 2, \dots, m \quad (3.28c)$$

Παρατηρείται ότι:

$$\frac{\partial \lambda_j}{\partial \lambda_\kappa} = \delta_{\kappa j} \quad (3.29)$$

όπου:

$$\delta_{\kappa j} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad \text{για } j \neq \kappa \quad (3.30)$$

Η χρησιμότητα της συνάρτησης Lagrange έγκειται τόσο στο γεγονός ότι επιτρέπει την ταυτόχρονη βελτιστοποίηση της $f(x)$ ικανοποιώντας τους περιορισμούς $g_j(x) = b_j$, αλλά και στο ότι το παραπάνω επιτυγχάνεται εφαρμόζοντας την συμβατική μέθοδο υπολογισμού ακρότατων στην συνάρτηση Lagrange. Δηλαδή, αφού διαμορφωθεί η συνάρτηση Lagrange, ουσιαστικά δεν λαμβάνονται πλέον υπόψη οι περιορισμοί ισότητας που υπάρχουν στο πρόβλημα το οποίο μπορεί πλέον να επιλυθεί με απλές μεθόδους διαφορικού λογισμού. Η μονή διαφορά βρίσκεται στο ότι πρέπει να επιλυθούν j επιπλέον εξισώσεις, μια για κάθε πολλαπλασιαστή Lagrange, που προκύπτουν από τους j περιορισμούς του προβλήματος.

Στην ορολογία των οικονομικών επιστημών, ο πολλαπλασιαστής Lagrange είναι γνωστός και ως "σκιά της τιμής" (shadow price) του περιορισμού. Ο χαρακτηρισμός αυτός οφείλεται σε μια ιδιότητα του πολλαπλασιαστή Lagrange που δεν φαίνεται με μια πρώτη ματιά, αλλά δίνει σημαντικότερες πληροφορίες στον μελετητή του συστήματος σχετικά με την ευαισθησία των αποτελεσμάτων σε μεταβολές των δεδομένων του προβλήματος. Πιο συγκεκριμένα, στο βέλτιστο σημείο, ο πολλαπλασιαστής Lagrange λ_j ισούται με τον ρυθμό μεταβολής της βέλτιστης αντικειμενικής συνάρτησης $f^*(x)$ καθώς μεταβάλλεται ο περιορισμός $b_j = g_j(x)$. Πράγματι, αν θεωρήσουμε την μερική παράγωγο της συνάρτησης Lagrange θα έχουμε:

$$\frac{\partial L}{\partial b_j} = -\lambda_j \quad (3.31)$$

για κάθε j .

Όμως στο βέλτιστο σημείο ισχύει:

$$f^*(x) = L \quad (3.32)$$

και επομένως

$$\frac{\partial f^*}{\partial b_j} = \frac{\partial L}{\partial b_j} = -\lambda_j \quad (3.33)$$

για κάθε j .

Επομένως, «η σκιώδης τιμή» εκφράζει την μεταβολή της βέλτιστης αντικειμενικής συνάρτησης για μοναδιαία μεταβολή του περιορισμού b_j . Πρόκειται, ουσιαστικά, για έναν ποσοτικό δείκτη, που υποδεικνύει κατά ποσόν αξίζει τον κόπο να ικανοποιηθεί ένας περιορισμός κατά πως έχει. Έτσι, οι πολλαπλασιαστές Lagrange υποβοηθούν έναν μελετητή συστημάτων (π.χ. ενός δικτύου ύδρευσης) να διακρίνει κατά ποσόν οι περιορισμοί του συστήματος έχουν νόημα ή εάν η ικανοποίησή τους συνεπάγεται δυσανάλογο κόστος, οπότε είναι προτιμότερο είτε να μην ληφθούν υπόψη είτε να μετατραπούν ανάλογα.

3.3. Ανάλυση ευαισθησίας

Η ανάλυση ευαισθησίας αποτελεί την πιο εύκολη μέθοδο βελτιστοποίησης. Η φιλοσοφία της έγκειται στην αριθμητική επίλυση όλων των επιλεγμένων παραμέτρων. Η μέθοδος αυτή δίνει ως έξοδο τα αποτελέσματα όλων των λύσεων αναλυτικά, από τα οποία πρέπει στη συνέχεια να γίνει η επιλογή των βέλτιστων σύμφωνα με τους περιορισμούς που έχουν τεθεί.

Το μεγάλο μειονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι ο χρόνος που απαιτείται προκειμένου να εξαχθούν τα τελικά αποτελέσματα, διότι πρέπει να γίνει η επεξεργασία όλων των δεδομένων ακόμα και αν τα δεδομένα αυτά είναι μακριά από τις βέλτιστες επιλύσεις. Για το λόγο αυτό η ανάλυση ευαισθησίας δεν υλοποιείται σε περιπτώσεις που οι μεταβλητές παράμετροι είναι περισσότερες από δύο. Αυτό θέτει τον περιορισμό ότι ο χειριστής θα πρέπει να γνωρίζει εκ των προτέρων ποιες παράμετροι είναι οι σημαντικότερες και να επιλέξει αυτές ως μεταβαλλόμενες από όλες τις παραμέτρους του προβλήματος.

Από την άλλη μεριά, η μέθοδος αυτή είναι πολύ εύκολο να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε πρόβλημα σχεδιασμού και τα αποτελέσματα που εξάγονται είναι γενικευμένα και αξιόπιστα. Για τους λόγους αυτούς και, επιπλέον, επειδή κρίθηκε σκόπιμο η βελτιστοποίηση να αφορά μόνο δύο μεταβλητές, κατά την βελτιστοποίηση στην εργασία αυτή πραγματοποιήθηκε ανάλυση ευαισθησίας δύο παραμέτρων.

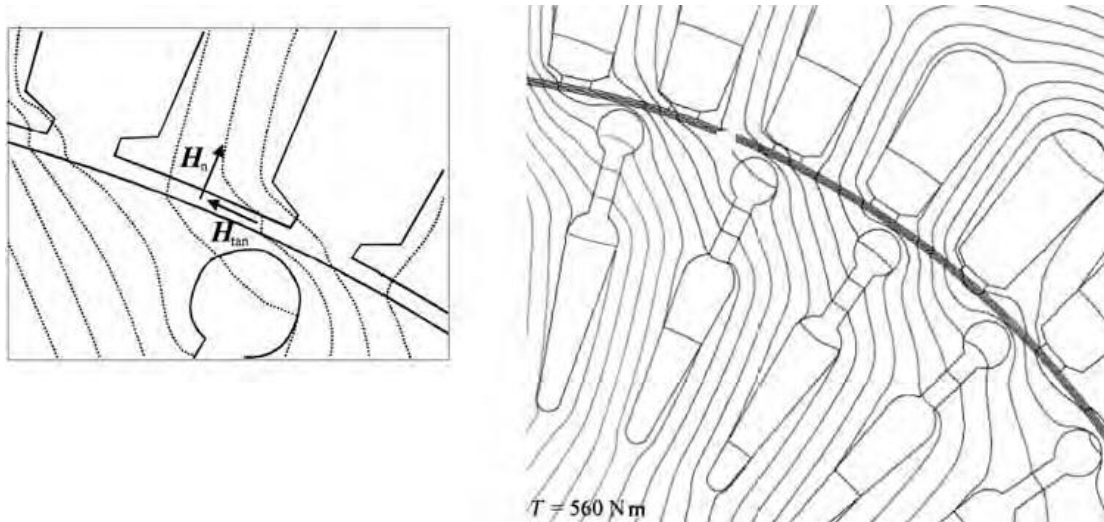
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΚΑΙ ΑΡΧΕΣ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ

Η σχεδίαση των ηλεκτρικών μηχανών ανεξάρτητα από το είδος της μηχανής και την εφαρμογή στην οποία πρόκειται να χρησιμοποιηθεί υπόκειται σε κάποιες αρχές και έννοιες οι οποίες είναι κοινές. Αυτές οι έννοιες πρόκειται να αναλυθούν στην συνέχεια.

4.1. Τανυστής του Maxwell – Κάθετη και Εφαπτομενική Πίεση

Ο τανυστής του Maxwell αποτελεί την πρωταρχική ιδέα για την παραγωγή μαγνητικών πιέσεων, δυνάμεων και ροπών. Μια γραμμική πυκνότητα ρεύματος A πάνω σε μια μεταλλική επιφάνεια, δημιουργεί εφαπτομενικές συνιστώσες έντασης πεδίου επί της μεταλλικής επιφάνειας. Αυτές οι εφαπτομενικές συνιστώσες είναι απαραίτητες τόσο για την δημιουργία εφαπτομενικής πίεσης όσο και για την δημιουργία ροπής σε ηλεκτρικές μηχανές με στρεφόμενα πεδία.



Σχήμα 4.1: Μαγνητικές γραμμές μιας 4-πολικής μηχανής επαγωγής, 30kW, 50Hz. Η μηχανή περιστρέφεται αριστερόστροφα σε λειτουργία κινητήρα. Η εικόνα παρουσιάζει την περίπτωση μεγάλης υπερφόρτισης. Η εφαπτομενική συνιστώσα του πεδίου σε αυτή την περίπτωση είναι πολύ μεγάλη και παράγει μεγάλη ροπή. Η μεγεθυμένη εικόνα δείχνει την ανάλυση του πεδίου σε κάθετη και εφαπτομενική συνιστώσα.

Ο τανυστής του Maxwell χρησιμοποιείται συχνά σε αριθμητικές μεθόδους για τον υπολογισμό δυνάμεων και ροπών. Η αρχική ιδέα βασίζεται στο νόμο του Faraday, σύμφωνα με τον οποίο οι πιέσεις αναπαρίστανται μέσω των μαγνητικών γραμμών της ροής του πεδίου. Το Σχήμα 4.1 απεικονίζει τη ροή διακένου μιας ασύγχρονης μηχανής, η οποία λειτουργεί υπό μεγάλο φορτίο. Η κατάσταση αυτή επιλέχθηκε προκειμένου να παρουσιαστούν καθαρά οι εφαπτομενικές διαδρομές των γραμμών ροής.

Στο σχήμα αυτό, οι μαγνητικές γραμμές δεν διασχίζουν το διάκενο κάθετα, αλλά εμπεριέχουν και μια εφαπτομενική συνιστώσα, η οποία προκαλεί μια αξιοσημείωτη ροπή

που περιστρέφει τον δρομέα αριστερόστροφα. Σύμφωνα με τη θεωρία του Maxwell, η ένταση του μαγνητικού πεδίου μεταξύ αντικειμένων στο κενό, δημιουργεί μια πίεση σ_F στην επιφάνεια των αντικειμένων, η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_F = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \quad (4.1)$$

Η πίεση λαμβάνει χώρα στη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών και δημιουργεί μια ισοδύναμη πίεση κάθετη στη διεύθυνση των γραμμών. Μετά η συνιστώσα της πίεσης χωρίζεται σε κάθετη και εφαπτομενική συνιστώσα. Ανάλογα με το εξεταζόμενο αντικείμενο έχουμε:

$$\sigma_{Fn} = \frac{1}{2} \mu_0 (H_n^2 - H_{tan}^2) \quad (4.2)$$

$$\sigma_{Ftan} = \mu_0 H_n H_{tan} \quad (4.3)$$

Για την παραγωγή ροπής, η εφαπτομενική συνιστώσα σ_{Ftan} έχει το μεγαλύτερο ενδιαφέρον. Η συνολική ροπή στρέψης που ασκείται στο δρομέα μπορεί να ληφθεί εφαρμόζοντας τον τανυστή, για παράδειγμα πάνω σε ένα κύλινδρο Γ με τέτοιες διαστάσεις ώστε να περικλείει επακριβώς το δρομέα. Η ροπή τότε λαμβάνεται, πολλαπλασιάζοντας το αποτέλεσμα με την ακτίνα του δρομέα. Σημειώνεται ότι ο κύλινδρος πρέπει να επιλεγεί με τέτοιο τρόπο ώστε να μην περιέχει καθόλου σίδηρο, αλλά μόνο αέρα. Στην περίπτωση αυτή, η ροπή υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$T = \frac{l}{\mu_0} \int_{\Gamma} r \times \left((B \cdot n) B dS - \frac{B^2 n}{2} \right) d\Gamma \quad (4.4)$$

όπου l είναι το μήκος, B είναι το διάνυσμα της πυκνότητας μαγνητικής ροής, n είναι το μοναδιαίο διάνυσμα των στοιχείων και r το διάνυσμα που συνδέει το κέντρο του δρομέα με το μέσο του τμήματος $d\Gamma$. Ο πρώτος όρος περιέχει την εφαπτομενική δύναμη που συμβάλει στη ροπή στρέψης. Δεδομένου ότι n και r είναι παράλληλα ο τελευταίος όρος δεν συμβάλει στη ροπή, αλλά αντιπροσωπεύει την κάθετη πίεση.

4.2. Μαγνητική ροή

Η μαγνητική ροή διαμέσου μιας επιφάνειας Φ_B είναι το επιφανειακό ολοκλήρωμα της κάθετης συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου που διέρχεται από την επιφάνεια αυτή. Σε ολοκληρωτική μορφή η μαγνητική ροή εκφράζεται ως εξής:

$$\Phi_B = \iint_S B_n \cdot dS \quad (4.5)$$

όπου B_n είναι η πυκνότητα της μαγνητικής ροής και S είναι η επιφάνεια. Από τον ορισμό του μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού A και το θεμελιώδες θεώρημα του Stoke η μαγνητική ροή μπορεί επίσης να εκφραστεί ως εξής:

$$\Phi_B = \oint_{\partial S} A \cdot dl \quad (4.6)$$

όπου το γραμμικό ολοκλήρωμα λαμβάνεται πάνω από το σύνορο της επιφάνειας S . Η μονάδα μέτρησης της μαγνητικής ροής είναι το Weber (Wb).

Στην σχεδίαση των ηλεκτρικών μηχανών, μείζονος σημασίας είναι ο υπολογισμός της μαγνητικής ροής στο διάκενο της μηχανής και μάλιστα στην επιφάνεια ενός πολικού βήματος. Έτσι, η Σχέση 4.6 μετασχηματίζεται στην ακόλουθη που δίνει ακριβώς την μαγνητική ροή διακένου ενός πολικού βήματος μιας μηχανής:

$$\Phi_B = \int_0^L \int_0^{\frac{2\pi R}{p}} B_n \cdot dr \cdot dl = B_n \cdot \frac{2\pi R}{p} \cdot L \quad (4.7)$$

όπου B_n είναι η μέση πυκνότητα μαγνητικής ροής διακένου, L είναι το μήκος της μηχανής, R είναι η ακτίνα του διακένου και p είναι ο αριθμός των πόλων της μηχανής.

Αξίζει να σημειωθεί ότι η μαγνητική ροή που διέρχεται από το διάκενο είναι λιγότερη από τη ροή που διέρχεται από το σώμα του στάτη. Αυτό συμβαίνει διότι ένα μέρος της ροής του στάτη σκεδάζεται μεταξύ των δοντιών ή των πέλδων του στάτη πριν προλάβει να φτάσει στο διάκενο και λάβει μέρος στην ηλεκτρομηχανική μετατροπή.

4.3. Πεπλεγμένη ροή

Για έναν τυπικό επαγωγέα (πηνίο), η πεπλεγμένη ροή είναι ισοδύναμη με τη μαγνητική ροή, δηλαδή το συνολικό μαγνητικό πεδίο που διέρχεται μέσω της επιφάνειας που σχηματίζεται από ένα κλειστό αγωγίμο πηνίο και καθορίζεται από τον αριθμό των σπειρών του πηνίου και το μαγνητικό πεδίο.

Στην περίπτωση της μηχανής, η πεπλεγμένη ροή εκφράζει τη ροή που διέρχεται μέσα από τα τυλίγματα του στάτη (ή του δρομέα εάν υπάρχουν). Η πεπλεγμένη ροή του στάτη δίνεται από τη σχέση:

$$\lambda_s = N \cdot \Phi_s \quad (4.8)$$

όπου N ο αριθμός των σπειρών του τυλίγματος του στάτη και Φ_s η μαγνητική ροή του στάτη.

Η πεπλεγμένη ροή του διακένου που ονομάζεται και πεπλεγμένη ροή μαγνήτισης είναι:

$$\lambda_m = N \cdot (\Phi_s - \Phi_{\sigma s}) \quad (4.9)$$

όπου $\Phi_{\sigma s}$ είναι η ροή σκέδασης του στάτη.

4.4. Ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ)

Γνωρίζοντας την πεπλεγμένη ροή, κάνοντας χρήση το νόμο του Faraday είναι δυνατή η εύρεση της ηλεκτρεγερτικής δύναμης του τυλίγματος του στάτη. Σύμφωνα με τον νόμο αυτό, το πλάτος της ΗΕΔ που παράγεται σε έναν αγωγό ο οποίος σχηματίζει κλειστό βρόχο είναι ανάλογη με το ρυθμό μεταβολής της συνολικής μαγνητικής ροής που διέρχεται από το βρόχο αυτό.

$$E = \frac{d\lambda}{dt} \quad (4.10)$$

Εάν αμεληθούν οι σκεδάσεις του στάτη και θεωρηθεί ότι η μαγνητική ροή του διακένου είναι τέλεια ημιτονική τότε η συνολική μαγνητική ροή του στάτη δίνεται από τη σχέση:

$$\Phi_s = \Phi_m = \Phi_0 \cdot \sin(\omega t) = \Phi_0 \cdot \sin(2\pi f_e t) \quad (4.11)$$

όπου Φ_0 είναι το πλάτος του ημιτόνου της μαγνητικής ροής και f_e είναι η ηλεκτρική συχνότητα των ρευμάτων του τυλίγματος. Στην περίπτωση αυτή, η ηλεκτρεγερτική δύναμη του στάτη εκφράζεται ως εξής:

$$E = N \cdot \frac{d\Phi_s}{dt} = N \cdot \Phi_0 \cdot \cos(2\pi f_e t) \cdot 2\pi f_e = N \cdot 2\pi f_e \cdot \Phi_0 \cdot \cos(\omega t) \quad (4.12)$$

Συνεπώς η ενεργός τιμή της ΗΕΔ δίνεται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$E_{rms} = \frac{N}{\sqrt{2}} \cdot 2\pi f_e \cdot \Phi_0 \quad (4.13a)$$

$$E_{rms} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f_e \cdot \lambda_s \quad (4.13b)$$

$$E_{rms} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \omega_e \cdot \lambda_s \quad (4.13c)$$

Η σχέσεις αυτές προκύπτουν έπειτα από παραδοχές, όμως σαν γενική αρχή ισχύουν για όλες τις μηχανές.

4.5. Τύλιγμα

Υπάρχουν δύο κύριες κατηγορίες τυλιγμάτων και κατανέμονται ανάλογα με τον τρόπο που διανέμονται στις αύλακες της μηχανής.

- Κλασικό συγκεντρωμένο τύλιγμα

Στην περίπτωση αυτή όλες οι σπείρες κάθε φάσης σε κάθε πόλο διέρχονται από την ίδια αύλακα, συνεπώς όλες οι σπείρες έχουν τον ίδιο μαγνητικό άξονα. Τέτοιο τύλιγμα συναντάται συνήθως σε σύγχρονες μηχανές με έκτυπους πόλους, σε μηχανές DC και στα τυλίγματα των μετασχηματιστών

- Διανεμημένο τύλιγμα

Στην περίπτωση αυτή, οι σπείρες κάθε φάσης είναι διανεμημένες σε περισσότερες από μια αύλακες. Επίσης, οι σπείρες μπορεί να κατανέμονται μέσα στην αύλακα σε περισσότερες από μία στρώσεις, αυτό επιτρέπει την επικάλυψη των πηνίων των φάσεων, με αποτέλεσμα σε κάποιες από τις αύλακες του τυλίγματος να υπάρχουν διαφορετικές φάσεις σε κάθε στρώση (κλασματικό βήμα). Το τύλιγμα αυτό συναντάται κυρίως στις μηχανές επαγωγής και σε σύγχρονες μηχανές με ολόσωμους δρομείς.

Γενικά, το διανεμημένο τύλιγμα και το κλασματικό βήμα συμβάλουν στην ημιτονικότητα του πεδίου στο διάκενο, παρόλα αυτά οι τεχνικές αυτές οδηγούν στην ελάττωση του πλάτους της συνιστάμενης ΜΕΔ του διακένου, διότι η μαγνητική ροή στην περίπτωση αυτή κάθε στιγμή διαρρέει μικρότερο αριθμό σπειρών από ότι στην περίπτωση του συγκεντρωμένου τυλίγματος.

Μια ιδιαίτερη κατηγορία κλασματικού τυλίγματος είναι το κλασματικό συγκεντρωμένο τύλιγμα. Πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή ώστε να μην υπάρχει σύγχυση μεταξύ του κλασικού συγκεντρωμένου τυλίγματος που περιγράφηκε παραπάνω και του κλασματικού συγκεντρωμένου τυλίγματος. Από το σημείο αυτό και για την υπόλοιπη εργασία, ως συγκεντρωμένο τύλιγμα θα αναφέρεται το κλασματικό συγκεντρωμένο τύλιγμα που αναλύεται εκτενέστερα στη συνέχεια.

4.5.1. Συγκεντρωμένο τύλιγμα

Ως συγκεντρωμένο ορίζεται το τύλιγμα το οποίο περιπλέκεται γύρω από κάθε δόντι, χωρίς να επικαλύπτεται με τα υπόλοιπα τυλίγματα. Το τύλιγμα αυτό προσφέρει κάποια πλεονεκτήματα τα οποία κάνουν ιδιαίτερα δελεαστική την επιλογή του, όπως:

- Τα άκρα τυλίγματος είναι πολύ πιο μικρά από ότι στο κατανεμημένο τύλιγμα, με αποτέλεσμα οι απώλειες χαλκού να είναι μικρότερες.
- Το τύλιγμα αυτό μπορεί εύκολα να τοποθετηθεί γύρω από το δόντι εφόσον τα τυλίγματα δεν επικαλύπτονται με αποτέλεσμα να απλοποιείται ιδιαίτερως η κατασκευή του και να μειώνεται το κόστος περιέλιξης.
- Το τύλιγμα αυτό απαιτεί λιγότερο χώρο από ότι το κατανεμημένο τύλιγμα, με αποτέλεσμα ο συντελεστής πληρότητας της αύλακας να είναι μεγαλύτερος.

- Κάποιες διαμορφώσεις αυτού του τυλίγματος προσφέρουν χαμηλότερη κυμάτωση ροπής.

Ωστόσο, το συγκεντρωμένο τύλιγμα ενέχει και σημαντικούς περιορισμούς. Η επιλογή του αριθμού των πόλων του δρομέα και των αυλάκων του στάτη πρέπει να γίνει πολύ προσεκτικά, διαφορετικά ο συντελεστής τυλίγματος μπορεί να είναι χαμηλός, η κυμάτωση ροπής και οι απώλειες δρομέα μεγάλες, ενώ η μηχανή μπορεί να γίνει πολύ θορυβώδης. Γενικά, ο συντελεστής τυλίγματος του συγκεντρωμένου τυλίγματος είναι μικρότερος από ότι του κατανεμημένου.

Στον Πίνακα 4.1 παρουσιάζονται οι διάφοροι συνδυασμοί αριθμού πόλων και αυλάκων για συγκεντρωμένο τύλιγμα διπλής στρώσης. Το τύλιγμα αυτό χρησιμοποιήθηκε και στην ανάλυση που πραγματοποιήθηκε, διότι έχει καλύτερες ιδιότητες σε σύγκριση με το συγκεντρωμένο τύλιγμα μίας στρώσης, όπως κοντότερα άκρα τυλίγματος και πιο ημιτονική κυματομορφή της αντι-HEΔ.

Qs/p	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
6	0.866		0.866	0.5		0.5	0.866		0.866	0.5		0.5	0.866		0.866	0.5		0.5	0.866
9	0.617	0.866	0.945	0.945	0.866	0.617	0.328		0.328	0.617	0.866	0.945	0.945	0.866	0.617	0.328		0.328	0.617
12	q=1		0.866	0.933		0.933	0.866								0.866	0.933		0.933	0.866
15			0.621	0.866		0.951	0.951		0.866	0.621								0.621	0.866
18		q=1		0.647	0.866	0.902	0.945		0.945	0.902	0.866	0.647							
21						0.866	0.89		0.953	0.953		0.89	0.866						
24			q=1			0.76	0.866		0.933	0.95		0.95	0.933		0.866	0.76			
27								0.866	0.877	0.915	0.945	0.954	0.954	0.945	0.915	0.877	0.866		
30				q=1					0.866	0.874		0.936	0.951		0.951	0.936		0.874	0.866
33									0.866		0.903	0.928		0.954	0.954		0.928	0.903	0.903
36					q=1						0.866	0.867	0.902	0.933	0.945	0.953		0.953	0.945
39												0.866	0.863		0.918	0.936		0.954	0.954
42						q=1							0.866		0.89	0.913		0.945	0.953
45														0.866	0.859	0.886		0.927	0.945
48							q=1								0.866	0.857		0.905	0.933
51															0.866			0.88	0.901
54								q=1									0.866	0.854	0.877
57																		0.866	0.852
60									q=1										0.866

q=1/2, 1/4	q=3/8, 3/10	Qs=21+6k, p=Qs±1, k=0, 1, 2, ...
q=3/7, 3/11	q=5/14, 5/16	Qs=24+6k, p=Qs±2, k=0, 1, 2, ...
q=2/5, 2/7	not appropriate	kw1 < 0.866

Πίνακας 4.1: Συνδυασμοί πόλων και αυλάκων συγκεντρωμένου τυλίγματος διπλής στρώσης

Έχουν γίνει κατά καιρούς διάφορες προσπάθειες προς τη βελτίωση της ροπής εξόδου των μηχανών μονίμων μαγνητών με συγκεντρωμένο τύλιγμα. Από πλευράς σχεδίασης έχουν προταθεί γεωμετρίες με άνισα δόντια καθώς και πίνακες με συνδυασμούς πόλων δρομέα και αυλάκων στάτη. Ωστόσο, οι έρευνες αυτές αφορούν μόνο τις μηχανές επιφανειακών μονίμων μαγνητών με συγκεντρωμένο τύλιγμα. Αντίθετα με τους επιφανειακούς μόνιμους μαγνήτες, στην μηχανές με εσωτερικούς μαγνήτες οι αυτεπαγωγές ποικίλουν ανάλογα με τη θέση του δρομέα και τη γωνία του φασικού ρεύματος, και αυτή η μεταβολή έχει σημαντικό αντίκτυπο στην επίδοση του κινητήρα.

4.6. Απόδοση

Ως βασικό κριτήριο για τον χαρακτηρισμό της απόδοσης μιας μηχανής είναι ο υπολογισμός των απωλειών της. Οι απώλειες διαχωρίζονται σε μηχανικές απώλειες (απώλειες τριβών στα ρουλεμάν, απώλειες λόγω ανεμισμού) και σε ηλεκτρικές απώλειες. Σε όλων των ειδών τις ηλεκτρικές μηχανές, οι ηλεκτρικές απώλειες που εμφανίζονται κατά τη λειτουργία τους οφείλονται στις απώλειες πυρήνα στο σίδηρο του σώματος της μηχανής και στις απώλειες χαλκού στα τυλίγματα του στάτη και του δρομέα (αν υπάρχουν).

4.6.1. Απώλειες χαλκού

Οι απώλειες χαλκού είναι ωμικές απώλειες που οφείλονται στη διέλευση ηλεκτρικού ρεύματος στα τυλίγματα. Στις μηχανές μονίμων μαγνητών οι απώλειες αυτές περιορίζονται κατ'εξοχήν στο τύλιγμα του στάτη. Σε άλλα όμως είδη μηχανών όπου υπάρχουν τυλίγματα και στο δρομέα, όπως οι κλασικές σύγχρονες μηχανές και οι μηχανές επαγωγής, οι απώλειες χαλκού προέρχονται και από τα δύο τυλίγματα. Οι απώλειες αυτές υπολογίζονται από τον νόμο του Ohm, ως εξής:

$$P_{cu} = 3 \cdot R_{ph} \cdot I_n^2 \quad (4.14)$$

όπου I_n το ρεύμα που διαρρέει το τύλιγμα και R_{ph} η αντίσταση του τυλίγματος. Οι απώλειες αυτές διαφοροποιούνται για διαφορετικές λειτουργικές καταστάσεις ανάλογα με το είδος του τυλίγματος για ίδιου τύπου μηχανές.

4.6.2. Απώλειες πυρήνα

Η ακριβής εκτίμηση των απωλειών πυρήνα είναι απαραίτητη προϋπόθεση για τον υπολογισμό της απόδοσης λειτουργίας ενός κινητήρα. Αυτό ισχύει ειδικότερα στην περίπτωση κινητήρων βελτιστοποιημένων ως προς την απόδοση γιατί σε αυτή την περίπτωση οι απώλειες πυρήνα τείνουν να έχουν συγκρίσιμο μέγεθος με τις απώλειες χαλκού, οπότε αποτελούν μια σημαντική συνιστώσα απωλειών. Οι ηλεκτρικές μηχανές μονίμων μαγνητών είναι ένα τέτοιο παράδειγμα γιατί εμφανίζουν υψηλή απόδοση και μεγάλο ποσοστό απωλειών πυρήνα σε σχέση με τις ολικές, σε αντίθεση με τους κινητήρες επαγωγής. Μια άλλη περίπτωση όπου οι απώλειες πυρήνα παίζουν σημαντικό ρόλο, είναι σε ταχύτητες περιστροφής υψηλότερες της ονομαστικής. Υπό αυτές τις συνθήκες οι απώλειες πυρήνα αποτελούν περιοριστικό παράγοντα αύξησης της ταχύτητας, θέτοντας την ανάγκη για ανάπτυξη τεχνικών εξασθένησης πεδίου ώστε να επιτευχθεί μεγάλο εύρος ταχυτήτων κίνησης.

Όταν ένα μαγνητικό υλικό βρίσκεται μέσα σε μεταβαλλόμενο χρονικά μαγνητικό πεδίο, εμφανίζει τις λεγόμενες απώλειες πυρήνα υπό τη μορφή θερμότητας. Οι μηχανισμοί μετατροπής της ενέργειας του πεδίου σε θερμότητα είναι δύο, και έτσι προκύπτουν τα αντίστοιχα είδη απωλειών πυρήνα, οι απώλειες υστέρησης και οι απώλειες

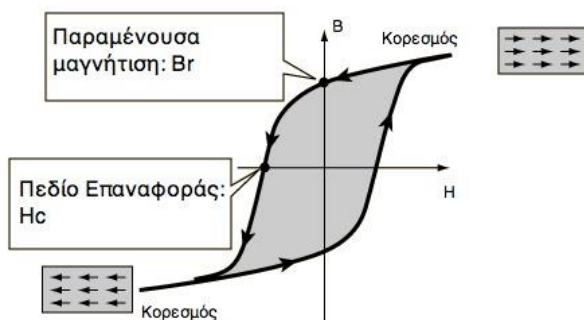
δινορρευμάτων. Στα παρακάτω περιγράφονται οι μηχανισμοί αυτοί και ορισμένοι τρόποι μοντελοποίησης τους, που αναπτύχθηκαν για την εκτίμηση των συνολικών απωλειών πυρήνα στις ηλεκτρικές μηχανές.

4.6.2.1. Απώλειες υστέρησης

Όταν η πυκνότητα μαγνητικής ροής σε ένα μέσο μεταβάλλεται τότε απορροφάται ή αποδίδεται ενέργεια από το μέσο αυτό. Η ενέργεια αυτή δίνεται από το ολοκλήρωμα:

$$w = \int_{B_2}^{B_1} H \cdot dB \text{ J/m}^3 \quad (4.15)$$

Τα σιδηρομαγνητικά υλικά τείνουν να διατηρήσουν τη μαγνητική ροή στο σώμα τους έπειτα από την επιβολή μαγνητικού πεδίου, ακόμα και μετά την αφαίρεσή του. Γι' αυτό το λόγο οι καμπύλες μαγνήτισης και απομαγνήτισης διαφέρουν, σχηματίζοντας τελικά τον βρόχο υστέρησης όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.2.



Σχήμα 4.2: Βρόχος υστέρησης

Υπολογίζοντας το παραπάνω ολοκλήρωμα για ένα πλήρη κύκλο μαγνήτισης και απομαγνήτισης προκύπτει ότι το υλικό απορροφά περισσότερη ενέργεια από όση αποδίδει. Η ενεργειακή διαφορά μετατρέπεται σε θερμότητα και ισούται με το εμβαδό του βρόχου υστέρησης. Αυτή η ενέργεια που χάνεται σε κάθε κύκλο ονομάζεται απώλεια υστέρησης και συμβαίνει σε όλο τον όγκο του υλικού, με συνέπεια την αύξηση της θερμοκρασίας και τη μείωση της απόδοσης, είτε πρόκειται για μετασχηματιστή είτε για ηλεκτρική μηχανή.

Στην ειδική περίπτωση που η μαγνητική ροή μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με συχνότητα f , χωρίς το σχηματισμό μικρότερων βρόχων, και με μέγιστη τιμή B_m , η ειδική απώλεια από υστέρηση δίνεται από την εμπειρική σχέση:

$$p_h = k_h \cdot f \cdot B_m^x \text{ W/m}^3 \quad (4.16)$$

όπου k_h σταθερά που εξαρτάται από τη δομή του υλικού και χ , η σταθερά του Steinmetz που κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 1.8 και 2.2, ενώ συνήθως λαμβάνεται ως 2.

Η παραπάνω μοντελοποίηση των απωλειών υστέρησης προϋποθέτει ότι η μαγνητική ροή μεταβάλλεται μόνο ως προς το μέτρο, ενώ η διεύθυνσή της παραμένει σταθερή. Αυτή η κατάσταση απαντάται στους μετασχηματιστές, στο μεγαλύτερο μέρος του πυρήνα τους. Όμως στις στρεφόμενες μηχανές λαμβάνει χώρα και μεταβολή της διεύθυνσης της μαγνητικής ροής. Κατά συνέπεια στις ηλεκτρικές μηχανές εμφανίζεται επιπλέον περιστροφική απώλεια υστερήσεως.

4.6.2.2. Απώλειες δινορρευμάτων

Η χρονική μεταβολή της μαγνητικής ροής επάγει ηλεκτρικό πεδίο στο σώμα του πυρήνα. Λόγω της αγωγιμότητας των σιδηρομαγνητικών υλικών, εμφανίζονται ρεύματα στο σώμα του πυρήνα, που ονομάζονται δινορρεύματα και ρέουν κυκλικά σε επίπεδο κάθετο προς τη διεύθυνση της μαγνητικής ροής. Ως συνέπεια, εμφανίζονται απώλειες Joule και μέρος της ενέργειας του πεδίου μετατρέπεται σε θερμότητα.

Η απώλεια από δινορρεύματα αποδεικνύεται ότι είναι ανάλογη προς το τετράγωνο της συχνότητας, το τετράγωνο του πάχους του ελάσματος και το τετράγωνο της πυκνότητας της ροής, ενώ είναι αντιστρόφως ανάλογη της ειδικής αντίστασης του υλικού.

Στην περίπτωση που η μαγνητική ροή μεταβάλλεται ημιτονοειδώς και μόνο ως προς το μέτρο της, μια σχέση περιγραφής της ειδικής απώλειας από δινορρεύματα είναι η ακόλουθη:

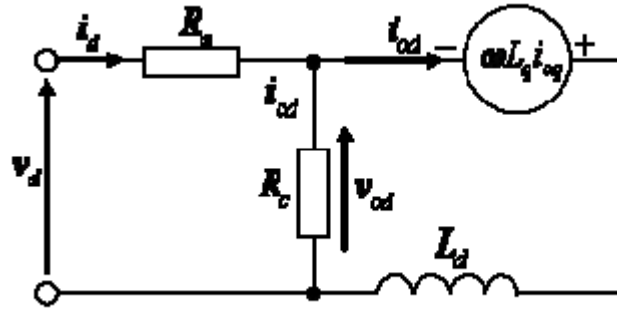
$$p_e = k_e \cdot B^2 \cdot f^2 \text{ W/m}^3 \quad (4.17)$$

όπου k_e σταθερά που εξαρτάται από τις ιδιότητες του υλικού, και f η συχνότητα μεταβολής του μαγνητικού πεδίου.

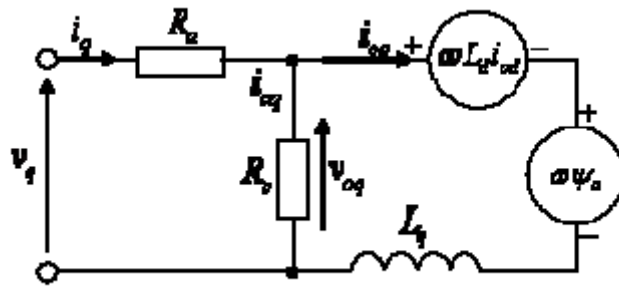
Καθώς η απώλεια λόγω δινορρευμάτων εξαρτάται από τη συχνότητα μεταβολής της μαγνητικής επαγωγής, εμφανίζεται πρόσθετη απώλεια σε περίπτωση που μεταβάλλεται και η διεύθυνση της μαγνητικής επαγωγής.

4.7. Μοντέλο d-q μηχανής μονίμων μαγνητών με εσωτερικούς μαγνήτες

Για την ανάλυση της επίδοσης μιας μηχανής μονίμων μαγνητών με εσωτερικούς μαγνήτες, συνήθως χρησιμοποιείται ένα μοντέλο d-q. Το ισοδύναμο κύκλωμα μιας τέτοιας μηχανής συμπεριλαμβανομένων και των απωλειών πυρήνα παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.3.



(α)



(β)

Σχήμα 4.3: Ισοδύναμο κύκλωμα d-q

(α) ισοδύναμο κύκλωμα d-άξονα

(β) ισοδύναμο κύκλωμα q-άξονα

Το μαθηματικό μοντέλο του ισοδύναμου κυκλώματος συμπεριλαμβανομένων των απωλειών πυρήνα δίνεται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = R_a \begin{bmatrix} i_{od} \\ i_{oq} \end{bmatrix} + \left(1 + \frac{R_a}{R_c}\right) \begin{bmatrix} v_{od} \\ v_{oq} \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{od} \\ i_{oq} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$\begin{bmatrix} v_{od} \\ v_{oq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega L_q \\ \omega L_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{od} \\ i_{oq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \Psi_\alpha \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$T = P_n \{ \Psi_\alpha i_{od} + (L_d - L_q) i_{od} i_{oq} \} \quad (4.20)$$

όπου i_d και i_q είναι τα ρεύματα του στάτη στον d- και q-άξονα, i_{cd} και i_{cq} είναι το ρεύμα απωλειών πυρήνα στον d- και q-άξονα, v_d και v_q είναι οι τάσεις στον d- και q-άξονα, R_a είναι η ανά φάση αντίσταση του τυλίγματος του στάτη, R_c είναι η αντίσταση που εκφράζει τις απώλειες πυρήνα, Ψ_α είναι η πεπλεγμένη ροή των μονίμων μαγνητών σε λειτουργία κενού φορτίου, L_d και L_q είναι οι αυτεπαγωγές του στάτη στον d- και q-άξονα και P_n τα ζεύγη πόλων.

Λύνοντας αυτές τις εξισώσεις, υπολογίζονται τα χαρακτηριστικά της μηχανής μονίμων μαγνητών με εσωτερικούς μαγνήτες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Η επίλυση του ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος για την επιλογή της τελικής σχεδίασης μιας μηχανής μπορεί να γίνει με δύο τρόπους: είτε χρησιμοποιώντας τις αναλυτικές σχέσεις που ορίζουν τα διάφορα φυσικά φαινόμενα χρησιμοποιώντας βέβαια κάποιες παραδοχές για τις τιμές των εμπειρικών σταθερών, είτε χρησιμοποιώντας κάποια αριθμητική μέθοδο επίλυσης. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η αναλυτική μέθοδος, η οποία πραγματοποιείται πάντα κατά τη σχεδίαση των ηλεκτρικών μηχανών και δίνει μια πρώτη εκτίμηση των βασικών διαστάσεων της σχεδιαζόμενης μηχανής. Η περεταίρω ανάλυση χρησιμοποιώντας αναλυτικές σχέσεις καθίσταται ιδιαίτερα περίπλοκη, για το λόγο αυτό η αναλυτική επίλυση περιορίζεται μόνο στην αρχική εκτίμηση η οποία αποτελεί την προκαταρκτική σχεδίαση της μηχανής. Οι τελικές παράμετροι σχεδίασης καθορίζονται εφαρμόζοντας αριθμητικές μεθόδους.

5.1. Προκαταρκτική σχεδίαση

Κατά την προκαταρκτική σχεδίαση ορίζονται αρχικά οι βασικές προδιαγραφές της εφαρμογής για την οποία σχεδιάζεται η μηχανή, ώστε να οριστούν οι απαιτήσεις τις οποίες θα πρέπει να ικανοποιεί η σχεδίαση. Στη συνέχεια, υπολογίζονται μέσω αναλυτικών σχέσεων τα ηλεκτρικά και τα μηχανικά μεγέθη που πρέπει να διαθέτει η μηχανή ώστε να πληρούνται αυτές οι απαιτήσεις.

Ακολούθως, παρουσιάζεται η διαδικασία της προκαταρκτικής σχεδίασης, για μια συγκεκριμένη εφαρμογή, η οποία αφορά τη σχεδίαση ενός κινητήρα με σκοπό την τοποθέτηση του σε ένα μικρό μονοθέσιο όχημα. Παρόλο που η διαδικασία αναφέρεται σε μια συγκεκριμένη εφαρμογή, μπορεί να γενικευτεί για την σχεδίαση οποιουδήποτε σύγχρονου κινητήρα μονίμων μαγνητών.

5.1.1. Προδιαγραφές οχήματος

Ο κινητήρας αυτός σχεδιάζεται με σκοπό να τοποθετηθεί σε μικρό μονοθέσιο όχημα τύπου go-kart. Ο περιορισμένος χώρος του οχήματος υπαγορεύει τη σχεδίαση ενός κινητήρα με μεγάλη πυκνότητα ισχύος και υψηλή απόδοση, με σκοπό την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης και τη βελτίωση της μέγιστης απόστασης που μπορεί να διανύσει μέχρι την επόμενη φόρτιση.

Οι προδιαγραφές του συγκεκριμένου οχήματος καθορίστηκαν να είναι οι ακόλουθες:

Ονομαστική Ταχύτητα	70 km/h
Επιτάχυνση 0-70km/h	10 sec
Διάμετρος τροχών	250 mm
Βάρος οχήματος (περιλαμβανομένου οδηγού)	200 kg

Πίνακας 5.1: Προδιαγραφές οχήματος

Βάσει των προδιαγραφών αυτών, η γωνιακή ταχύτητα με την οποία κινούνται οι τροχοί είναι:

$$\omega_{\text{τροχών}} = \frac{\bar{v}}{R_{\text{τροχών}}} = \frac{70 \text{ km/h}}{0.125 \text{ m}} = 155.56 \text{ rad/sec} \quad (5.1)$$

όπου \bar{v} είναι η μέση γραμμική ταχύτητα του οχήματος, $R_{\text{τροχών}}$ είναι η ακτίνα των τροχών ενός τυπικού μικρού μονοθέσιου οχήματος.

Κατά συνέπεια, οι ονομαστικές στροφές των τροχών είναι:

$$\omega_{\text{τροχών}} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{n_{\text{τροχών}}}{60} \Rightarrow n_{\text{τροχών}} = \frac{\omega_{\text{τροχών}} \cdot 60}{2 \cdot \pi} \Rightarrow n_{\text{τροχών}} = 1500 \text{ rpm} \quad (5.2)$$

Η ταχύτητα αυτή είναι σχετικά χαμηλή οπότε για να παραχθεί η απαιτούμενη ροπή σε περίπτωση που ο κινητήρας κινείται με την ταχύτητα των τροχών θα έπρεπε οι διαστάσεις του να είναι σημαντικά μεγάλες και κατά συνέπεια και το συνολικό βάρος του κινητήρα. Για τον λόγο αυτό επιλέχθηκε η ταχύτητα του κινητήρα να είναι 3000rpm και η προσαρμογή στην ταχύτητα των τροχών να γίνεται με χρήση μειωτήρα στροφών με σχέση μετάδοσης 2/1.

Σαν αποτέλεσμα η γωνιακή ταχύτητα του κινητήρα είναι:

$$\omega_{\text{κινητήρα}} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{n_{\text{κινητήρα}}}{60} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{3000 \text{ rpm}}{60} = 314 \text{ rad/sec} \quad (5.3)$$

3.1.2. Εκτίμηση ονομαστικής ισχύος και ροπής

Προκειμένου να εκτιμηθούν η απαιτούμενη ροπή και ισχύς πρέπει να προσδιοριστεί η συνολικής δύναμης πρόωσης βάσει των προδιαγραφών κύλισης του οχήματος. Οι δυνάμεις που ασκούνται αντίθετα στην κίνηση του οχήματος κατά την κύλιση του σε οριζόντιο επίπεδο είναι:

- η αντίσταση κύλισης (F_{rr})
- η οπισθέλκουσα δύναμη από αεροδυναμικές τριβές (F_{ad})
- η δύναμη ευθύγραμμης επιτάχυνσης (F_{la})
- η δύναμη περιστροφικής επιτάχυνσης του δρομέα ($F_{\omega\alpha}$).

Η συνολική δύναμη πρόωσης πρέπει να υπερνικήσει τις δυνάμεις αυτές προκειμένου να κινηθεί το όχημα, συνεπώς προκύπτει από το άθροισμα των παραπάνω δυνάμεων.

Η αντίσταση κύλισης αποδίδεται κυρίως στην αντίσταση των ελαστικών κατά την κύλιση του οχήματος, καθώς και στην τριβή στα έδρανα ολίσθησης και στα μέρη μετάδοσης. Η αντίσταση κύλισης είναι ανάλογη του βάρους του οχήματος και είναι πρακτικά σταθερή ως προς την ταχύτητα κίνησης. Μειώνεται δε δραστικά με την αύξηση της πίεσης των ελαστικών, ωστόσο σε αυτή την περίπτωση, μειώνεται σημαντικά η ποιότητα κύλισης του οχήματος λόγω αύξησης των κραδασμών.

Η αντίσταση κύλισης προκύπτει από τη σχέση:

$$F_{rr} = \mu_{rr} \cdot m \cdot g = 0.015 \cdot 200kg \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 = 29.43 \text{ N} \quad (5.4)$$

όπου μ_{rr} είναι ο συντελεστής τριβής κύλισης, m η μάζα του οχήματος μαζί με τον οδηγό και g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Τυπικές τιμές του μ_{rr} είναι μεταξύ 0.015 για συμβατικά ελαστικά έως και 0.005 για ελαστικά ειδικού τύπου κατασκευασμένα για ηλεκτρικά οχήματα. Για τη συγκεκριμένη εφαρμογή θεωρήθηκε ότι χρησιμοποιούνται συμβατικά ελαστικά με συντελεστή αντίστασης κύλισης 0.015.

Η αεροδυναμική αντίσταση οφείλεται στην τριβή του οχήματος με τον αέρα, καθώς κινείται με μια δεδομένη ταχύτητα. Η μετωπική επιφάνεια καθώς και προεξοχές, όπως καθρέφτες, αεραγωγοί και άλλα επηρεάζουν σημαντικά την τιμή της αεροδυναμικής αντίστασης, η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$F_{ad} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot C_d \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.225 \text{ kg/m}^3 \cdot 1\text{m}^2 \cdot 0.21 \cdot (19.444 \text{ m/s})^2 = 48.63 \text{ N} \quad (5.5)$$

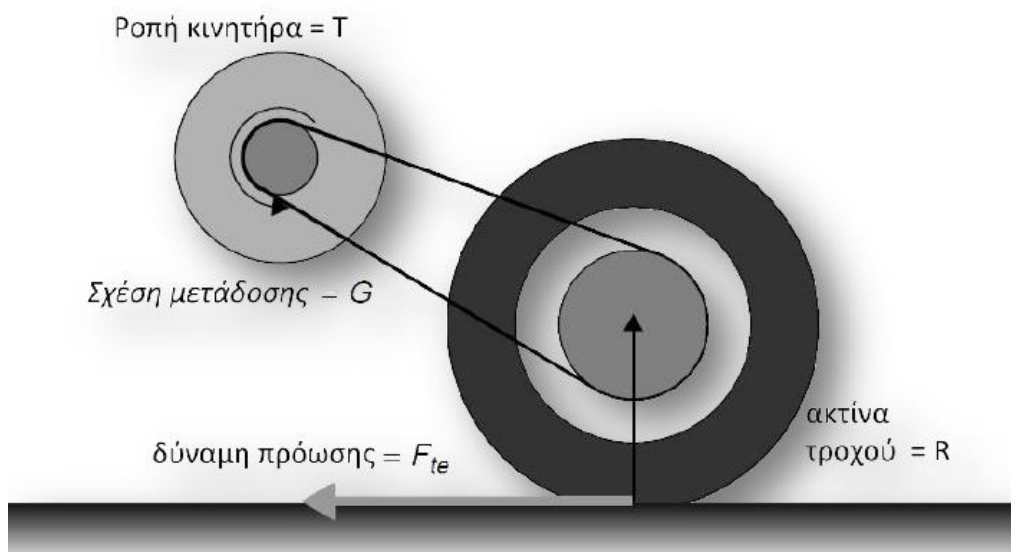
όπου ρ είναι η πυκνότητα του αέρα, A η μετωπική επιφάνεια και v η ταχύτητα του οχήματος. Η πυκνότητα του αέρα μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία, το υψόμετρο και την υγρασία, ωστόσο μια τιμή γύρω στα 1.25 kg/m^3 είναι αντιπροσωπευτική για τις περισσότερες περιπτώσεις. Ο συντελεστής C_d ονομάζεται συντελεστής οπισθέλκουσας δύναμης και εξαρτάται καθοριστικά από το σχεδιασμό του αμαξώματος. Τυπική τιμή του συντελεστή αυτού για το μέσο οικογενειακό αυτοκίνητο είναι 0.3. Η ικανότητα μείωσης του συντελεστή C_d είναι μεγάλη στα ηλεκτρικά οχήματα καθώς υπάρχει μεγάλη ευελιξία στη χωροθέτηση των διαφόρων υποσυστημάτων και μικρότερη ανάγκη για ψύξη, άρα μικρότερη ροή αέρα κάτω από το αμάξιμο σε σύγκριση με τα συμβατικά οχήματα. Ωστόσο σε οχήματα όπως οι μοτοσυκλέτες και τα λεωφορεία είναι αναπόφευκτη η μεγάλη τιμή του συντελεστή οπισθέλκουσας δύναμης (~ 0.7). Στην προκειμένη περίπτωση θεωρούμε ότι ο συντελεστής οπισθέλκουσας δύναμης είναι 0.21.

Είναι φανερό ότι απαιτείται μια επιπλέον δύναμη προκειμένου να είναι δυνατή η επιτάχυνση του οχήματος. Αυτή η δύναμη δίνεται από το γνωστό δεύτερο νόμο του Νεύτωνα.

$$F_{la} = m \cdot \alpha = 200\text{kg} \cdot 1.944 \text{ m/s}^2 = 388.89 \text{ N} \quad (5.6)$$

όπου α η επιτάχυνση του οχήματος.

Ωστόσο για την καλύτερη δυνατή έκφραση της δύναμης που απαιτείται προκειμένου να επιταχυνθεί ένα όχημα θα πρέπει να ληφθεί υπόψη η δύναμη που απαιτείται για την περιστροφή των μερών που έχουν ροπή αδράνειας. Για το λόγο αυτό πρέπει να γίνει διαχωρισμός μεταξύ ευθύγραμμης και περιστροφικής επιτάχυνσης. Κυρίαρχο ρόλο διαδραματίζει ο ηλεκτρικός κινητήρας λόγω της υψηλής ταχύτητας περιστροφής που αναπτύσσει.



Σχήμα 5.1 : Αναπαράσταση της μετάδοσης κίνησης του οχήματος

Σύμφωνα με το Σχήμα 5.1 η ροπή στον άξονα του τροχού θα ισούται με:

$$T_{\text{τροχού}} = F_{te} \cdot R \quad (5.7)$$

όπου R είναι η ακτίνα του ελαστικού και F_{te} είναι η δύναμη πρόωσης που ασκεί το κινητήριο σύστημα. Αν θεωρηθεί ο συντελεστής σχέσης μετάδοσης G υπολογιζόμενος από τον άξονα του κινητήρα έως τον άξονα του τροχού, τότε προκύπτει ότι:

$$T_{\text{τροχού}} = \frac{F_{te} \cdot R}{G} \Rightarrow F_{te} = \frac{G \cdot T_{\text{τροχού}}}{R} \quad (5.8)$$

Η σχέση αυτή θα χρησιμοποιηθεί για τον τελικό υπολογισμό της επίδοσης του οχήματος. Επίσης ισχύει όπως προαναφέρθηκε ότι:

$$\omega_{\text{τροχών}} = \frac{v}{R} \quad (5.9)$$

οπότε η ταχύτητα στον άξονα του κινητήρα είναι:

$$\omega_{\text{κινητήρα}} = G \cdot \frac{v}{R} \quad (5.10)$$

και η γωνιακή επιτάχυνση στον άξονα του κινητήρα είναι αντίστοιχα:

$$\dot{\omega}_{\text{κινητήρα}} = G \cdot \frac{\alpha}{R} \quad (5.11)$$

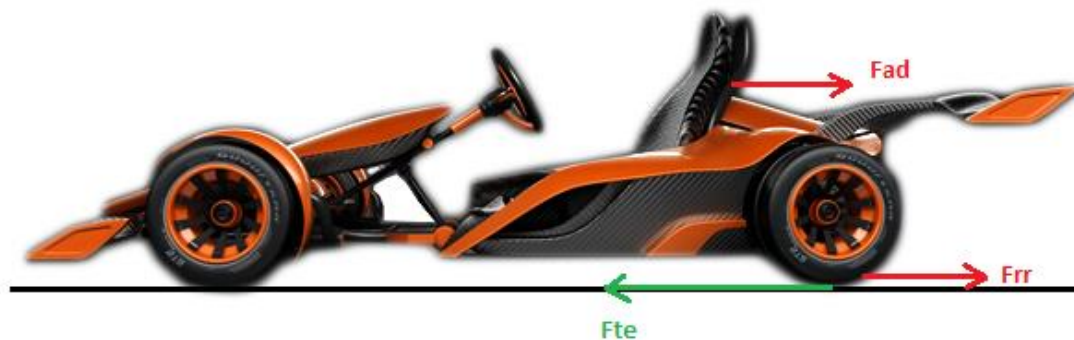
Η ροπή που απαιτείται προκειμένου να επιτευχθεί αυτή η γωνιακή επιτάχυνση είναι ίση με:

$$T_{\text{κινητήρα}} = I \cdot G \cdot \frac{\alpha}{R} \quad (5.12)$$

όπου I είναι η ροή αδράνειας του δρομέα του κινητήρα. Η δύναμη στους τροχούς που απαιτείται προκειμένου να επιτευχθεί η αντίστοιχη γωνιακή επιτάχυνση προκύπτει από το συνδυασμό των παραπάνω εξισώσεων, ως εξής:

$$F_{\omega\alpha} = I \cdot \alpha \cdot \frac{G^2}{R^2} = 0.1 \text{kgm}^2 \cdot 1.944 \text{m/s}^2 \cdot \frac{2^2}{0.125\text{m}^2} = 50.7611 \text{N} \quad (5.13)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι στη Σχέση 5.13 ο βαθμός απόδοσης του συστήματος μετάδοσης θεωρείται 100%, συνεπώς το σύστημα μετάδοσης δεν επιβαρύνει με επιπλέον απώλειες.



Σχήμα 5.2 : Αναπαράσταση των δυνάμεων που ασκούνται στο όχημα

Στο Σχήμα 5.2 παρουσιάζονται παραστατικά όλες οι δυνάμεις που ασκούνται σε ένα μικρό μονοθέσιο όχημα και οι οποίες περιγράφηκαν παραπάνω. Στη γενική περίπτωση υπάρχει μια ακόμα δύναμη που ασκείται στην διεύθυνση κίνησης του οχήματος και είναι η συνιστώσα του βάρους του οχήματος σε περίπτωση που αυτό κινείται σε κεκλιμένο επίπεδο. Το όχημα αυτής της εφαρμογής κινείται πάντα σε επίπεδο δρόμο, κατά συνέπεια η συνιστώσα της δύναμης τους βάρους στην φορά της κίνησης δεν συμπεριλαμβάνεται στην ανάλυση αυτή.

Η συνολική δύναμη πρόωσης προκύπτει από το άθροισμα όλων των δυνάμεων.

$$F_{te} = F_{rr} + F_{ad} + F_{la} + F_{\omega\alpha} = 517.71 N \quad (5.14)$$

Η δύναμη αυτή προσαυξάνεται κατά 50% ώστε να υπάρχει ένα περιθώριο ασφαλείας. Οι παράγοντες αβεβαιότητας του ονομαστικού φορτίου είναι οι μηχανικές τριβές που αναμένεται να υπάρξουν καθώς και τα τελικά χαρακτηριστικά του αμαξώματος.

Έτσι στη μόνιμη κατάσταση υπολογίζεται ότι υπάρχει απαίτηση για ροπή στο διάκενο:

$$T_{el} = 150\% \cdot F_{te} \cdot \frac{R}{G} = 150\% \cdot 517.71 N \cdot \frac{0.125m}{2} = 48.06 Nm \quad (5.15)$$

Η ισχύς μόνιμης κατάστασης (μέση ταχύτητα) προκύπτει:

$$P_{el} = T_{el} \cdot \omega_{rm} = 48.06 Nm \cdot 314.17 rad/sec = 15 kW \quad (5.16)$$

Για τη μεταβατική κατάσταση της εκκίνησης και της επιτάχυνσης του οχήματος εκτιμάται πως επαρκεί ανάπτυξη ροπής περίπου τριπλάσια της ονομαστικής:

$$T_{max} \approx 150 Nm \quad (5.17)$$

5.1.3. Χαρακτηριστικά κινητήρα

Στο σημείο αυτό επιλέχθηκαν τα βασικά χαρακτηριστικά του κινητήρα που πρόκειται να χρησιμοποιηθεί για αυτή την εφαρμογή. Ο κινητήρας μονίμων μαγνητών θεωρήθηκε ως η βέλτιστη επιλογή κινητήρα διότι προσφέρει μεγάλη πυκνότητα ισχύος, δυνατότητα προσωρινής υπερφόρτισης και ακριβή έλεγχο.

Η επιλογή ονομαστικής συχνότητας λειτουργίας και αριθμού πόλων σχετίζεται με τις ονομαστικές στροφές του κινητήρα στη μόνιμη κατάσταση:

$$n_{\text{κινητήρα}} = \frac{120 \cdot f_{el}}{P} \quad (5.18)$$

όπου P είναι ο αριθμός των πόλων του κινητήρα και f_{el} η ηλεκτρική συχνότητα λειτουργίας.

Λύνοντας ως προς το λόγο $\frac{P}{f_{el}}$, προκύπτει η σχέση των πόλων με τη συχνότητα λειτουργίας.

$$\frac{P}{f_{el}} = 0.04 \quad (5.19)$$

Οι απώλειες πυρήνα αυξάνονται όταν αυξάνεται η συχνότητα για το λόγο αυτό επιδιώκεται η επιλογή ενός συνδυασμού πόλων-συχνότητας τέτοιο ώστε η συχνότητα να παραμένει σχετικά χαμηλή. Τελικά, επιλέχθηκε 8-πολική γεωμετρία κινητήρα διότι προσφέρει μεγάλη πυκνότητα ροπής σε συνδυασμό με σχετικά χαμηλή συχνότητα λειτουργίας (200 Hz).

Για το τύλιγμα του στάτη επιλέχθηκε η χρήση συγκεντρωμένου μη επικαλυπτόμενου τυλίγματος διπλής στρώσης λόγω των πλεονεκτημάτων που αναφέρθηκαν στην Ενότητα 4.5.1. Στην περίπτωση αυτής της μηχανής επιλέχθηκε συνδυασμός πόλων-αυλάκων 8/12 διότι αυτός ο συνδυασμός προσφέρει τον βέλτιστο συντελεστή τυλίγματος για 8-πολική μηχανή (0.866) χωρίς την εμφάνιση μεγάλης κυμάτωσης ροπής και προβλημάτων λόγω ασύμμετρης μαγνητικής έλξης.

Σύμφωνα με τις προδιαγραφές του οχήματος και της εκτίμησης των δυνάμεων και ροπών που ασκούνται, καθορίστηκαν οι τελικές προδιαγραφές του σχεδιαζόμενου κινητήρα, οι οποίες παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα.

Ονομαστική Ισχύς	16kW
Ονομαστική Ροπή	50 Nm
Μέγιστη Ροπή	150 Nm
Ονομαστική Ταχύτητα Περιστροφής Κινητήρα	3000 rpm
Ονομαστική συχνότητα λειτουργίας	200 Hz
Ενεργός Τιμή Τάσης Τροφοδοσίας	35 V
Συνδεσμολογία	Αστέρα

Πίνακας 5.2: Προδιαγραφές κινητήρα

Οι τιμές της ροπής και της ισχύος της προς σχεδίαση μηχανής, είναι μεγαλύτερες από αυτές που προέκυψαν από την εκτίμησή τους κατά την ανάλυση των δυνάμεων, ώστε να υπάρχει ένα περιθώριο ασφαλείας.

5.1.4. Διαστασιολόγηση διακένου

Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας αυτής καθορίζονται οι βασικές διαστάσεις της σχεδιαζόμενης μηχανής. Ο αναλυτικός καθορισμός και η επιλογή αυτών των διαστάσεων είναι καθοριστικής σημασίας για την επίδοση και απόδοση της μηχανής. Για το λόγο αυτό, η οριστική επιλογή τους θα γίνει με την χρήση πεπερασμένων στοιχείων. Στο σημείο αυτό καθορίζονται η διάμετρος του διακένου D και το ενεργό μήκος L της μηχανής. Η διαστασιολόγηση αυτή γίνεται με βάση ορισμένες τυπικές τιμές βασικών μαγνητικών, ηλεκτρικών και θερμικών μεγεθών.

Ο προσδιορισμός της ελάχιστης επιφάνειας του διακένου γίνεται λαμβάνοντας υπόψη την μέγιστη επιθυμητή ροπή διακένου. Ισχύει ότι για την παραγωγή της μέγιστης ροπής η

ηλεκτρική γωνία των παραγόμενων πεδίων στάτη και δρομέα πρέπει να είναι 90 ηλεκτρικές μοίρες.

Αρχικά υπολογίζεται η μέση επαπτομενική πίεση διακένου ως εξής:

$$P_t = \frac{1}{\pi \cdot D \cdot \mu_0} \cdot \oint_{B_n B_t} \vec{B}_n \cdot \vec{B}_t \cdot dl \quad (5.20)$$

όπου B_n και B_t η ακτινική και επαπτομενική μαγνητική επαγωγή διακένου αντίστοιχα και το ολοκλήρωμα εκτείνεται κατά μήκος του μέσου του διακένου.

Αφού υπολογιστεί η επαπτομενική πίεση, χρησιμοποιείται η ακόλουθη σχέση για την εύρεση της ηλεκτρομαγνητικής ροπής:

$$T_{el} = \frac{\pi \cdot P_t \cdot D^2 \cdot L}{2} \quad (5.21)$$

Ως μέση επαγωγή διακένου λαμβάνεται η τιμή 0.7 T. Το άνω όριο συνήθως τίθεται από το φαινόμενο του κορεσμού του σιδηρομαγνητικού υλικού στα δόντια του στάτη. Η υψηλή μαγνητική φόρτιση σημαίνει αυξημένη δυνατότητα παραγωγής ροπής και ισχύος. Το αντίτιμο είναι αυξημένες απώλειες πυρήνα, ειδικά όταν τα δόντια του στάτη βρίσκονται σε κορεσμό. Θεωρώντας ότι:

$$B_n = B_t = \frac{0.7 \cdot \sqrt{2}}{2} = 0.495 \text{ T} \quad (5.22)$$

Η μέση επαπτομενική πίεση διακένου είναι:

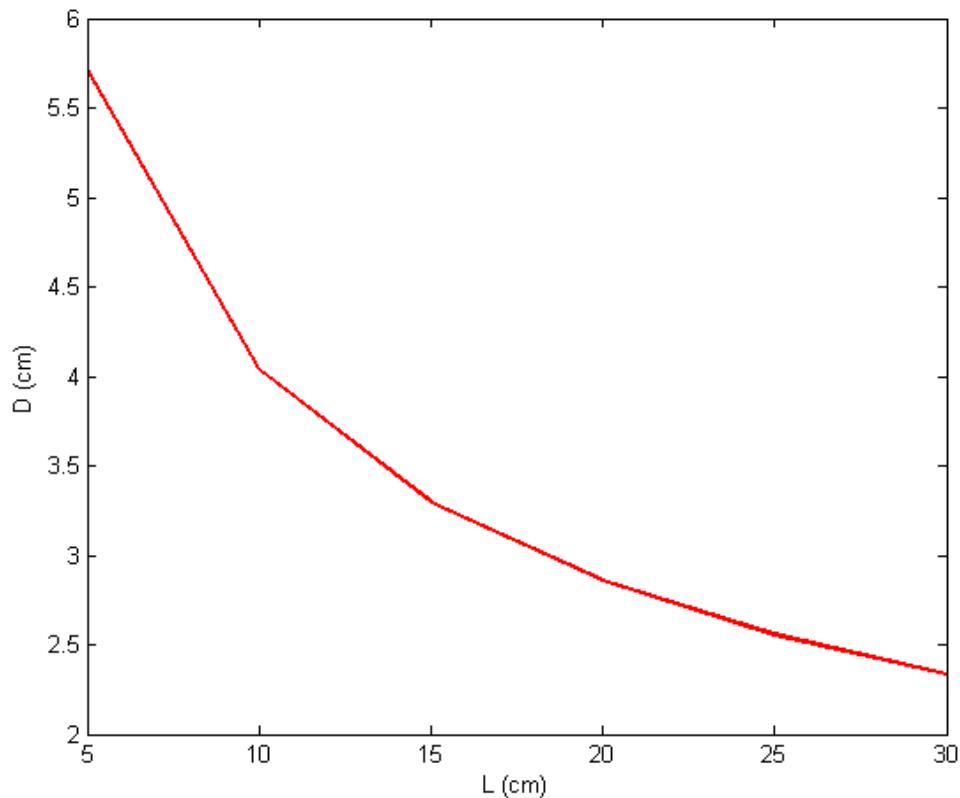
$$P_t = \frac{0.495^2}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} = 195 \text{ kN/m}^2 \quad (5.23)$$

Τέλος, αντικαθιστώντας στη Σχέση 5.21 βρίσκουμε:

$$D^2 \cdot L = 163.32 \text{ cm}^3 \quad (5.24)$$

όπου D η διάμετρος του διακένου σε cm και L το μήκος του διακένου κατά μήκος του άξονα του κινητήρα σε cm.

Από την τελευταία σχέση προκύπτουν όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί D και L ώστε ο κινητήρας να μπορεί να παράγει τη μέγιστη δυνατή ροπή. Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται μια αναπαράσταση ορισμένων από αυτών των συνδυασμών στους χ,γ-άξονες.



Σχήμα 5.3 : Συνδυασμοί διαμέτρου διακένου (D) και μήκους διακένου (L) για μεγιστοποίηση της ροπής

Η τελική διαστασιολόγηση του διακένου προκύπτει έπειτα από τη διενέργεια πεδιακής μελέτης και λαμβάνοντας υπόψη περιορισμούς που θέτει η κατασκευή του κινητήρα. Έπειτα από δοκιμές, επιλέχθηκε το ζεύγος τιμών:

$$L = 12cm, \quad D = 10cm \quad (5.25)$$

Το πάχος του διακένου είναι ιδιαίτερα σημαντικό για την επίτευξη των επιθυμητών χαρακτηριστικών λειτουργίας μιας ηλεκτρικής μηχανής. Γενική αρχή είναι ότι το διάκενο πρέπει να είναι όσο το δυνατό μικρότερο ώστε να μεγιστοποιούνται οι πεδιακές δυνάμεις, ενώ ταυτόχρονα η ελαχιστοποίηση του περιορίζεται από την κατασκευαστική ακρίβεια και τη δυνατότητα στήριξης δρομέα και στάτη. Στην περίπτωση αυτή εκτιμάται ότι το μικρότερο πλάτος διακένου που μπορεί να κατασκευαστεί είναι:

$$g = 0.7 mm \quad (5.26)$$

5.1.5. Υπολογισμός ειδικών φορτίσεων

Η ειδική μαγνητική φόρτιση \bar{B} συνδέει τον αριθμό πόλων p με τη μαγνητική ροή ανά πόλο Φ και είναι:

$$\bar{B} = \frac{p \cdot \Phi}{\pi \cdot L \cdot D} \quad (5.27)$$

Από τη σχέση αυτή υπολογίζεται η μαγνητική ροή ανά πόλο:

$$\Phi = \frac{\bar{B} \cdot \pi \cdot L \cdot D}{p} = \frac{0.7 \text{ T} \cdot \pi \cdot 12 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}}{8} = 3.297 \text{ mWb} \quad (5.28)$$

Η ενεργός τιμή της επαγόμενης τάσης E , δίνεται από τη σχέση:

$$E = 4.44 \cdot k_w \cdot f \cdot N_s \cdot \Phi \quad (5.29)$$

όπου k_w ο συντελεστής τυλίγματος, f η ηλεκτρική συχνότητα και N_s ο συνολικός αριθμός ελιγμάτων ανά φάση. Η ενεργός τιμή της φασικής τάσης του κινητήρα έχει επιλεγεί να είναι 35V και καθορίστηκε ώστε να είναι σε συμφωνία με την παρεχόμενη DC τάση της πηγής και τη δυνατότητα διαμόρφωσης του μετατροπέα.

Από τη σχέση αυτή μπορεί να βρεθεί ο ανά φάση αριθμός των σπειρών του τυλίγματος του στάτη, εάν θεωρηθεί ότι ο συντελεστής τυλίγματος k_w είναι μοναδιαίος. Συνεπώς:

$$N_s = \frac{E}{4.44 \cdot f \cdot \Phi} = \frac{35 \text{ V}}{4.44 \cdot 200 \text{ Hz} \cdot 3.297 \text{ mWb}} = 12 \text{ σπείρες} \quad (5.30)$$

Η ενεργός τιμή του ρεύματος δίνεται από τη σχέση:

$$I_N = \frac{P_{el}}{3 \cdot E \cdot \cos\varphi} = \frac{16 \text{ kW}}{3 \cdot 35 \text{ V} \cdot 0.8} = 190 \text{ A} \quad (5.31)$$

υπό την προϋπόθεση ότι ο κινητήρας λειτουργεί με συντελεστή ισχύος 0.8 επαγωγικό.

Η ειδική ηλεκτρική φόρτιση ac προσδιορίζεται από την ενεργό τιμή των αμπερελιγμάτων ανά μέτρο περιφέρειας του διακένου, σύμφωνα με τη σχέση:

$$ac = \frac{3 \cdot 2 \cdot N_s \cdot I_N}{\pi \cdot D} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 12 \cdot 190 \text{ A}}{\pi \cdot 10 \text{ cm}} = 435676 \text{ AE/m} \quad (5.32)$$

Η ειδική ηλεκτρική φόρτιση καθορίζει από κοινού με την ειδική μαγνητική φόρτιση την ικανότητα παραγωγής ροπής μιας δεδομένης μηχανής. Όσο αφορά τις απώλειες, η ηλεκτρική φόρτιση συνδέεται με τις απώλειες χαλκού της μηχανής.

5.1.6. Διερεύνηση μεγεθών στάτη

Η μαγνητεγερτική δύναμη δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$ME\Delta = I_N \cdot N_s = 190A \cdot 12 = 2280AE \quad (5.33)$$

Η επιλογή της πυκνότητας ρεύματος του τυλίγματος είναι καθοριστικής σημασίας διότι σχετίζεται με τη θερμική ισορροπία της μηχανής, καθώς προσδιορίζει το μέγεθος των ωμικών απωλειών στο τύλιγμα. Οι θερμικές απώλειες που προκαλούνται λόγω των απωλειών χαλκού, προκαλούν αύξηση της θερμοκρασίας του τυλίγματος, η οποία μπορεί να επιφέρει υποβιβασμό της μονωτικής ικανότητας των μονωτικών υλικών που χρησιμοποιούνται, μέχρι και τήξη των υλικών κατασκευής της μηχανής. Ένα εμπειρικό όριο πυκνότητας ρεύματος χωρίς εξαναγκασμένη ψύξη είναι 4 A/mm^2 . Το μέγεθος αυτό χρησιμοποιήθηκε και για τη σχεδίαση του εν λόγω κινητήρα. Σε άλλες εφαρμογές χρησιμοποιείται εξαναγκασμένη ψύξη προκειμένου να αυξηθεί η ικανότητα παροχής ισχύος είτε με τεχνητό αερισμό είτε με κλειστό σύστημα κυκλοφορίας ψυκτικού υγρού σε περίπτωση μηχανών μεγάλης ισχύος.

Κατά συνέπεια το πραγματικό εμβαδό χαλκού υπολογίζεται ως εξής:

$$A_{cu} = \frac{ME\Delta}{J} = \frac{2280AE}{4 \text{ A/mm}^2} = 570 \text{ mm}^2 \quad (5.34)$$

Θεωρώντας συντελεστή πληρότητας της αύλακας:

$$ff = 0.52 \quad (5.35)$$

το συνολικό εμβαδό αύλακας κάθε φάσης θα πρέπει να είναι:

$$A_{slot} = \frac{A_{cu}}{ff} = \frac{570 \text{ mm}^2}{0.52} = 1096 \text{ mm}^2 \quad (5.36)$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται το πλάτος μ_{slot} του δοντιού του στάτη. Το ελάχιστο πλάτος υπαγορεύεται από την απαίτηση η μέγιστη μαγνητική επαγωγή στο δόντι να μη θέτει τη λαμαρίνα σε κορεσμό, δηλαδή να περιορίζεται σε τιμές χαμηλότερες του 1.5 T. Το μαγνητικό κύκλωμα αποτελείται από τέσσερα δόντια ανά πόλο, τα οποία δέχονται όλη τη μαγνητική ροή του διακένου, επομένως:

$$\mu_{slot} \geq \frac{\Phi}{3 \cdot L \cdot B_{tooth}} = \frac{3.297 \text{ mWb}}{3 \cdot 12 \text{ cm} \cdot 1.5 \text{ T}} = 6.1 \text{ mm} \quad (5.37)$$

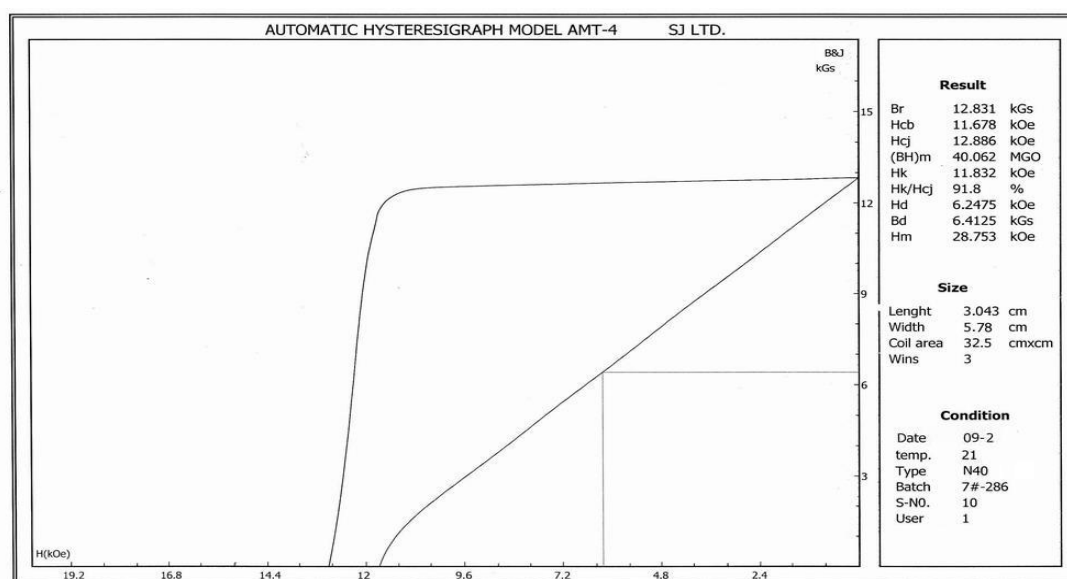
Με δεδομένο ότι η μαγνητική ροή δεν κατανέμεται εξίσου και στα τέσσερα δόντια του πόλου κατά τη λειτουργία του κινητήρα, η τιμή αυτή πρέπει να θεωρηθεί ως η ελάχιστη.

5.1.7. Διερεύνηση μεγεθών δρομέα

Η γεωμετρική διαμόρφωση του δρομέα καθορίστηκε από την ανάγκη για χαμηλές απώλειες πυρήνα και δινορρευσμάτων. Οι μαγνήτες κράματος Νεοδυμίου – Σιδήρου – Βορίου (NdFeB)

επιλέχθηκαν ως υλικό, διότι έχουν τη μεγαλύτερη πυκνότητα ενέργειας από τις υπόλοιπες εναλλακτικές του εμπορίου. Παρουσιάζουν μέτρια θερμοκρασιακή συμπεριφορά, αλλά στην συγκεκριμένη εφαρμογή δεν αναμένονται υψηλές θερμοκρασίες.

Στην εφαρμογή αυτή χρησιμοποιήθηκαν μαγνήτες Νεοδυμίου – σιδήρου – βορίου τύπου N40. Η βέλτιστη αξιοποίησή τους έγκειται στη λειτουργία τους σε περιοχή κοντά στο σημείο μέγιστης ενέργειας στην καμπύλη απομαγνήτισης. Η καμπύλη απομαγνήτισης των μαγνητών αυτών είναι σχεδόν ευθεία γραμμή, διευκολύνοντας τον υπολογισμό του σημείου που αποδίδουν τη μέγιστη ενέργεια, αρκεί να είναι γνωστά η παραμένουσα μαγνήτιση, B_r , και το μαγνητικό πεδίο επαναφοράς, H_c .



Σχήμα 5.4: Καμπύλη απομαγνήτισης μαγνητών N40

Ο μαγνήτης δίνει τη μέγιστη ενέργεια όταν $B_d = 0.64$ T και $H_d = 497$ kA/m (Σχήμα 5.4). Αυτή θα πρέπει να είναι η πυκνότητα μαγνητικής ροής στην επιφάνεια του μαγνήτη κατά την ονομαστική λειτουργία του κινητήρα.

5.2. Αριθμητική επίλυση

Η βασική σχεδίαση μιας ηλεκτρικής μηχανής έγκειται στη διαστασιολόγηση του ηλεκτρικού και του μαγνητικού κυκλώματος και συχνά πραγματοποιείται εφαρμόζοντας αναλυτικές σχέσεις, όπως συνέβη κατά την προκαταρκτική σχεδίαση. Παρόλα αυτά, η ακριβής επίδοση της μηχανής συχνά υπολογίζεται χρησιμοποιώντας διάφορες αριθμητικές μεθόδους. Με τις μεθόδους αυτές, μπορεί να υπολογιστεί αποτελεσματικά η επίδραση μιας μόνο παραμέτρου στη δυναμική συμπεριφορά της μηχανής. Επιπλέον, κάποιες δοκιμές οι οποίες δεν είναι εφικτό να πραγματοποιηθούν στο εργαστήριο, μπορούν να μελετηθούν εικονικά μέσω λογισμικών που χρησιμοποιούν αριθμητικές μεθόδους επίλυσης.

Η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη αριθμητική μέθοδος επίλυσης είναι τα πεπερασμένα στοιχεία (Finite Element Method- FEM), τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ανάλυση δυσδιάστατων και τρισδιάστατων ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων. Η επίλυση

μπορεί να εφαρμοστεί σε στατικά ή χρονομεταβλητά προβλήματα. Κατά τη εφαρμογή των πεπερασμένων στοιχείων στην ηλεκτρομαγνητική ανάλυση μιας μηχανής, πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στην συσχέτιση των δεδομένων των ηλεκτρομαγνητικών υλικών που θα χρησιμοποιηθούν για την κατασκευή της μηχανής, όπως επίσης και την κατασκευή του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων.

Επειδή, η περισσότερη μαγνητική ενέργεια αποθηκεύεται στο διάκενο αέρα της μηχανής και οι σημαντικές σχέσεις υπολογισμού της ροπής σχετίζονται με το πεδίο του διακένου, το πλέγμα πρέπει να είναι ιδιαίτερα πυκνό σε αυτή την περιοχή. Ο γενικός κανόνας είναι ότι το διάκενο πρέπει να διαιρείται σε τρία στρώματα προκειμένου να επιτευχθεί η επιθυμητή ακρίβεια. Στα χρονομεταβλητά προβλήματα, όπου η λύση είναι σε βήματα χρόνου, η επιλογή του μεγέθους του χρονικού βήματος είναι επίσης σημαντική προκειμένου να περιλαμβάνεται η επίδραση των ανώτερων αρμονικών στη λύση.

Υπάρχουν πέντε διαδεδομένες μέθοδοι υπολογισμού της ροπής από τα πεπερασμένα στοιχεία. Η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη είναι ο τανυστής του Maxwell.

Τα μαγνητικά πεδία μιας ηλεκτρικής μηχανής μπορούν συχνά να θεωρηθούν ως δυσδιάστατα προβλήματα, έτσι είναι δυνατή η χρήση του διανυσματικού δυναμικού για την αριθμητική επίλυση του πεδίου. Παρόλα αυτά, σε πολλές περιπτώσεις, τα πεδία της μηχανής είναι εμφανώς τρισδιάστατα, με αποτέλεσμα η δυσδιάστατη λύση να αποτελεί μόνο μια προσέγγιση. Στη συνέχεια, πρώτα εφαρμόζονται οι εξισώσεις των τρισδιάστατων διανυσμάτων.

Το μαγνητικό διανυσματικό δυναμικό A δίνεται από τη σχέση:

$$B = \nabla \times A \quad (5.38)$$

Η συνθήκη Coulomb, η οποία ορίζει σαφώς το διανυσματικό δυναμικό, γράφεται:

$$\nabla \cdot A = 0 \quad (5.39)$$

Αν συμπεριληφθεί ο ορισμός του διανυσματικού δυναμικού στο νόμο επαγωγής, προκύπτει:

$$\nabla \times E = -\nabla \times \frac{\partial A}{\partial t} \quad (5.40)$$

Η δύναμη του ηλεκτρικού πεδίου μπορεί να εκφραστεί με το διανυσματικό δυναμικό και το βαθμωτό ηλεκτρικό δυναμικό φ ως εξής:

$$E = -\frac{\partial A}{\partial t} - \nabla \varphi \quad (5.41)$$

όπου φ είναι το μειωμένο βαθμωτό ηλεκτρικό δυναμικό. Επειδή, $\nabla \times \nabla \varphi = 0$, προσθέτοντας το βαθμωτό δυναμικό δεν παραβιάζεται ο νόμος της επαγωγής. Η εξίσωση δείχνει ότι το διάνυσμα της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου αποτελείται από δύο μέρη, ένα

στρεφόμενο μέρος που εισάγεται λόγω της χρονικής εξάρτησης του μαγνητικού πεδίου και ένα μη-στρεφόμενο μέρος που προκύπτει από την ηλεκτρική φόρτιση και την πόλωση των διηλεκτρικών υλικών.

Η πυκνότητα ρεύματος της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου είναι:

$$J = \sigma \cdot E = -\sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \sigma \nabla \varphi \quad (5.42)$$

Από το νόμο του Ampere και τον ορισμό του διανυσματικού δυναμικού προκύπτει:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) = J \quad (5.43)$$

Από τις Σχέσεις 5.42 και 5.43 προκύπτει:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \sigma \nabla \varphi = 0 \quad (5.44)$$

Η τελευταία σχέση ισχύει στις περιοχές όπου επάγονται δινορρεύματα, ενώ η προηγούμενη ισχύει σε περιοχές με πηγές ρεύματος $J = J_s$, όπως στα ρεύματα τυλίγματος και περιοχές χωρίς καθόλου πυκνότητες ρεύματος $J = 0$.

Στις ηλεκτρικές μηχανές, μια δισδιάστατη λύση είναι συχνά η προφανής. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η αριθμητική λύση μπορεί να βασιστεί σε μια μοναδική συνιστώσα του διανυσματικού δυναμικού A . Η πεδιακή λύση (B, H) βρίσκεται σε ένα επίπεδο-xy, ενώ J, A και E έχουν μόνο z-συνιστώσα. Η παραδοχή της δισδιάστατης επίλυσης δεν ισχύει αν υπάρχουν διαφορές δυναμικού προκαλούμενες από ηλεκτρικές φορτίσεις ή πόλωση των μονωτικών. Για δισδιάστατες περιπτώσεις με δινορρεύματα το μειωμένο βαθμωτό ηλεκτρικό δυναμικό μπορεί να τεθεί ως $\varphi = 0$.

Σε δισδιάστατες περιπτώσεις, η προηγούμενη εξίσωση μετατρέπεται ως εξής:

$$-\nabla \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla A_z \right) + \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} = 0 \quad (5.45)$$

σε περιοχές που δεν υπάρχουν δινορρεύματα ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$-\nabla \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla A_z \right) = J_z \quad (5.46)$$

Ο ορισμός του διανυσματικού δυναμικού οδηγεί στην εξαγωγή των ακόλουθων συνιστωσών πυκνότητας ροής:

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y}, \quad B_y = \frac{\partial A_z}{\partial x} \quad (5.47)$$

Ως εκ τούτου, το διανυσματικό δυναμικό παραμένει σταθερό στη διεύθυνση του διανύσματος πυκνότητας ροής. Σαν αποτέλεσμα, οι ισοδυναμικές καμπύλες του διανυσματικού δυναμικού είναι οι δυναμικές γραμμές ροής. Στη δισδιάστατη περίπτωση, η παρακάτω σχέση μπορεί να ληφθεί για τη μερική διαφορική εξίσωση του διανυσματικού δυναμικού:

$$-k \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] = kJ \quad (5.48)$$

Εδώ ν είναι ο συντελεστής αντίστασης του υλικού. Αυτό είναι παρόμοιο με την εξίσωση του στατικού ηλεκτρικού πεδίου:

$$\nabla \cdot (\nu \nabla A) = -J \quad (5.49)$$

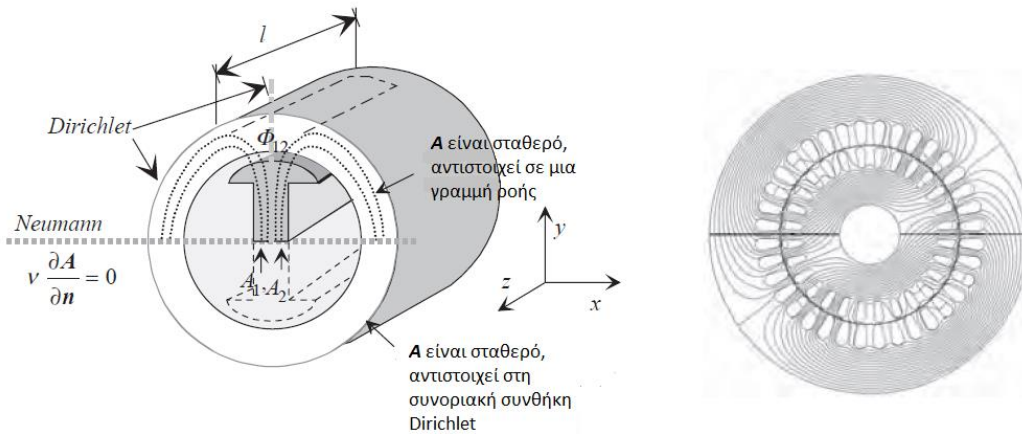
Επιπλέον, υπάρχουν δύο ειδών συνοριακές συνθήκες. Η οριακή συνθήκη Dirichlet δείχνει ότι ένα γνωστό δυναμικό, εδώ το γνωστό διανυσματικό δυναμικό

$$A = \text{constant} \quad (5.50)$$

μπορεί να επιτευχθεί για ένα διανυσματικό δυναμικό για παράδειγμα στην εξωτερική επιφάνεια μιας ηλεκτρικής μηχανής. Το πεδίο είναι παράλληλο στην περιφέρεια της επιφάνειας. Αντίστοιχα με την εξωτερική επιφάνεια μιας ηλεκτρικής μηχανής, η εσωτερική γραμμή, επίσης, των πόλων της μηχανής μπορεί να σχηματίζει συμμετρικό επίπεδο. Η ομογενής οριακή συνθήκη Neumann που καθορίζεται με το διανυσματικό δυναμικό ως εξής:

$$\nu \frac{\partial A}{\partial n} = 0 \quad (5.51)$$

μπορεί να επιτευχθεί όταν το πεδίο συναντάει μία περιφέρεια κάθετα. Εδώ n είναι το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα του επιπέδου. Μια περιφέρεια τέτοιου είδους είναι για παράδειγμα, μέρος ενός πεδίου που περιορίζεται από σίδηρο άπειρης διαπερατότητας.



Σχήμα 5.5: Δισδιάστατο πεδίο και οριακές συνθήκες για σύγχρονη μηχανή έκτυπων πόλων (αριστερά), η λύση μιας διπολικής ασύγχρονης μηχανής με βάση το διανυσματικό δυναμικό υποθέτοντας δισδιάστατο πεδίο

Η μαγνητική ροή που διαπερνάει μια επιφάνεια είναι εύκολο να υπολογιστεί με το διανυσματικό δυναμικό. Σύμφωνα με το θεώρημα του Stoke για τη ροή:

$$\Phi = \int_S B \cdot dS = \int_S (\nabla \times A) \cdot dS = \oint_l A \cdot dl \quad (5.52)$$

Αυτό είναι το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα γύρω από την περιφέρεια l της επιφάνειας S . Τα φαινόμενα αυτά απεικονίζονται στο Σχήμα 5.5. Στην δισδιάστατη περίπτωση, τα άκρα ολοκλήρωσης είναι μηδέν και το διανυσματικό δυναμικό κατά μήκος του άξονα είναι σταθερό. Κατά συνέπεια, για μια μηχανή με μήκος l προκύπτει μια ροή:

$$\Phi_{12} = l(A_1 - A_2) \quad (5.53)$$

Αυτό σημαίνει ότι η ροή Φ_{12} είναι η ροή μεταξύ των διανυσματικών ισοδυναμικών γραμμών A_1 και A_2 .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο

ΟΡΙΣΤΙΚΗ ΣΧΕΔΙΑΣΗ

Η λεπτομερής ανάλυση των φαινομένων που συμβαίνουν κατά τη λειτουργία μιας ηλεκτρικής μηχανής είναι πρωταρχικής σημασίας για την κατανόηση της λειτουργίας της και τη δυνατότητα επιλογής των κατάλληλων γεωμετρικών χαρακτηριστικών σχεδίασης ώστε να ικανοποιούνται οι απαιτήσεις της εκάστοτε εφαρμογής. Η προκαταρκτική σχεδίαση δεν μπορεί να δώσει αυτή τη λεπτομέρεια που χρειάζεται. Για το λόγο αυτό προκειμένου να αυξηθεί η ακρίβεια της σχεδίασης χρησιμοποιούνται λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων τα οποία αναλύουν την γεωμετρία και δίνουν αποτελέσματα για τα ηλεκτρικά μεγέθη που σχετίζονται με τη λειτουργία μιας ηλεκτρικής μηχανής.

6.1. Λογισμικό ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων

Γενικά, η φιλοσοφία της επίλυσης προβλημάτων με πεπερασμένα στοιχεία, έγκειται στην διάσπαση ενός δυσεπίλυτου προβλήματος σε πολλά μικρότερα εύκολα προβλήματα. Στην περίπτωση των μαγνητοστατικών προβλημάτων, αν και το πρόβλημα μπορεί να εκφραστεί υπό τη μορφή μιας διαφορικής εξίσωσης με ορισμένες οριακές συνθήκες, ωστόσο είναι πολύ δύσκολο να βρεθεί μια αναλυτική λύση, παρά μόνο στην περίπτωση πολύ απλών γεωμετριών. Αυτή τη δυσκολία έρχεται να ξεπεράσει η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, χωρίζοντας το πρόβλημα σε ένα μεγάλο αριθμό περιοχών και αντίστοιχων υποπροβλημάτων που το κάθε ένα αναφέρεται σε μια απλή γεωμετρία εύκολη ως προς την επίλυση της.

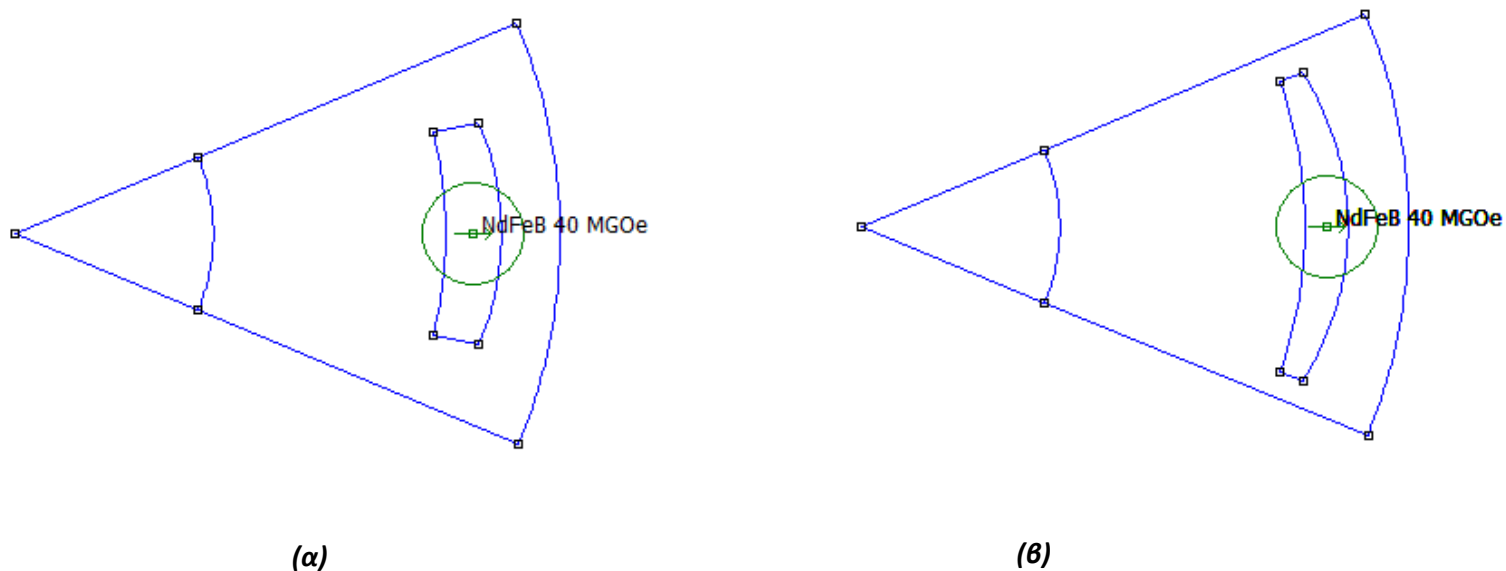
Το λογισμικό FEMM χρησιμοποιεί την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων για την επίλυση δισδιάστατων μαγνητοστατικών προβλημάτων καθώς και προβλημάτων που τα μαγνητικά μεγέθη μεταβάλλονται με μια σταθερή συχνότητα. Συγκεκριμένα, το πρόγραμμα αυτό διακρίνει την περιοχή του προβλήματος χρησιμοποιώντας τριγωνικά στοιχεία. Η λύση προσεγγίζεται με γραμμική παρεμβολή των τιμών του δυναμικού στις κορυφές του τριγώνου κάθε στοιχείου. Το πρόβλημα γραμμικής άλγεβρας επιλύεται με την ελαχιστοποίηση του σφάλματος ανάμεσα στην πραγματική διαφορική εξίσωση και την προσεγγιστική λύση.

6.2. Παραμετροποιημένη σχεδίαση

Η παραμετροποιημένη σχεδίαση αποτελεί το πρώτο στάδιο για τη βελτιστοποίηση μιας μηχανής. Σκοπός της είναι η δυνατότητα σχεδίασης ενός μεγάλου εύρους μηχανών μεταβάλλοντας μόνο κάποιες βασικές παραμέτρους σχεδίασης. Οι βασικές αρχές προκειμένου η παραμετροποιημένη σχεδίαση να είναι γενικά εφαρμόσιμη είναι οι εξής:

- διαχωρισμός και επιλογή των σημαντικότερων παραμέτρων σχεδίασης
- διατήρηση του ελάχιστου δυνατού αριθμού ανεξάρτητων παραμέτρων.

Μια πολύ χρήσιμη πρακτική σχεδίασης είναι ο ορισμός ποσοστιαίων τιμών ανεξάρτητων μεταβλητών, όπου αυτό είναι δυνατό, διότι με αυτό τον τρόπο διευκολύνεται η σχεδίαση μηχανών διαφορετικών μεγεθών με την ίδια παραμετροποιημένη γεωμετρία.



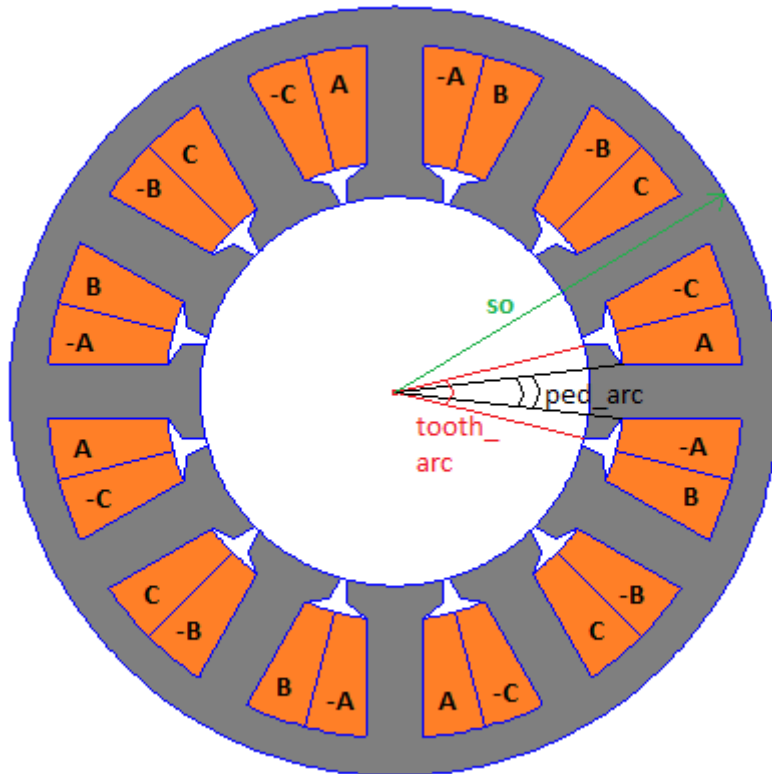
Σχήμα 6.1: Παραμετροποιημένη σχεδίαση

(α) 60% ποσοστό μαγνήτη επί του πολικού βήματος

(β) 85% ποσοστό μαγνήτη επί του πολικού βήματος

Στο Σχήμα 6.1 παρουσιάζεται ένα αντιπροσωπευτικό παράδειγμα παραμετροποιημένης σχεδίασης. Παρουσιάζεται ένα πολικό βήμα του δρομέα μιας μηχανής μόνιμων μαγνητών και πώς η σχεδίαση αλλάζει, μεταβάλλοντας μόνο τον ποσοστιαίο συντελεστή του εύρους του μαγνήτη ανά πόλο.

Για τους σκοπούς αυτής της εφαρμογής, σχεδιαστήκαν δύο εναλλακτικές γεωμετρίες μηχανών με στόχο να συγκριθούν ως προς την επίδοση και την απόδοση. Η ουσιαστική διαφορά μεταξύ των δύο τοπολογιών είναι η γεωμετρία του μόνιμου μαγνήτη του δρομέα. Συνεπώς, προκειμένου να αναδειχθεί η επιρροή της γεωμετρίας του μαγνήτη στα συνολικά χαρακτηριστικά εξόδου της μηχανής, χρησιμοποιήθηκε και στις δύο μηχανές η ίδια γεωμετρία στάτη.



Σχήμα 6.2: Γεωμετρία στάτη
(γκρι: μαγνητική λαμαρίνα σώματος στάτη, πορτοκαλί: τυλίγματα στάτη)

Στο Σχήμα 6.2 παρουσιάζεται η κοινή γεωμετρία του στάτη μαζί με τη διαδοχή των φάσεων. Όπως είναι φανερό, χρησιμοποιείται συγκεντρωμένο τύλιγμα διπλής στρώσεως.

Οι ανεξάρτητες παράμετροι της σχεδίασης του στάτη παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα.

Ανεξάρτητες μεταβλητές στάτη	
Q	Συνολικός αριθμός αυλάκων
L	Ενεργό μήκος μηχανής (mm)
so	Εξωτερική ακτίνα στάτη (mm)
J _{rms}	Πυκνότητα ρεύματος (A/mm ²)
ph	Αριθμός φάσεων
ff	Συντελεστής πληρότητας αύλακας (ρ.υ.)
N	Αριθμός σπειρών
a	Ποσοστό πυρήνα σώματος στάτη ως προς το πάχος του δοντιού (ρ.υ.)
duty_cicle	Ποσοστό δοντιού ως προς την αύλακα (ρ.υ.)
arc_log	Ποσοστό μήκους πέδιλου ως προς το μήκος του δοντιού (ρ.υ.)
h	Ποσοστό ύψους πέδιλου ως προς ύψος δοντιού (ρ.υ.)
theta	Ποσοστό κλίσης πάνω μέρους του πέδιλου (ρ.υ.)

Πίνακας 6.1: Ανεξάρτητες μεταβλητές στάτη

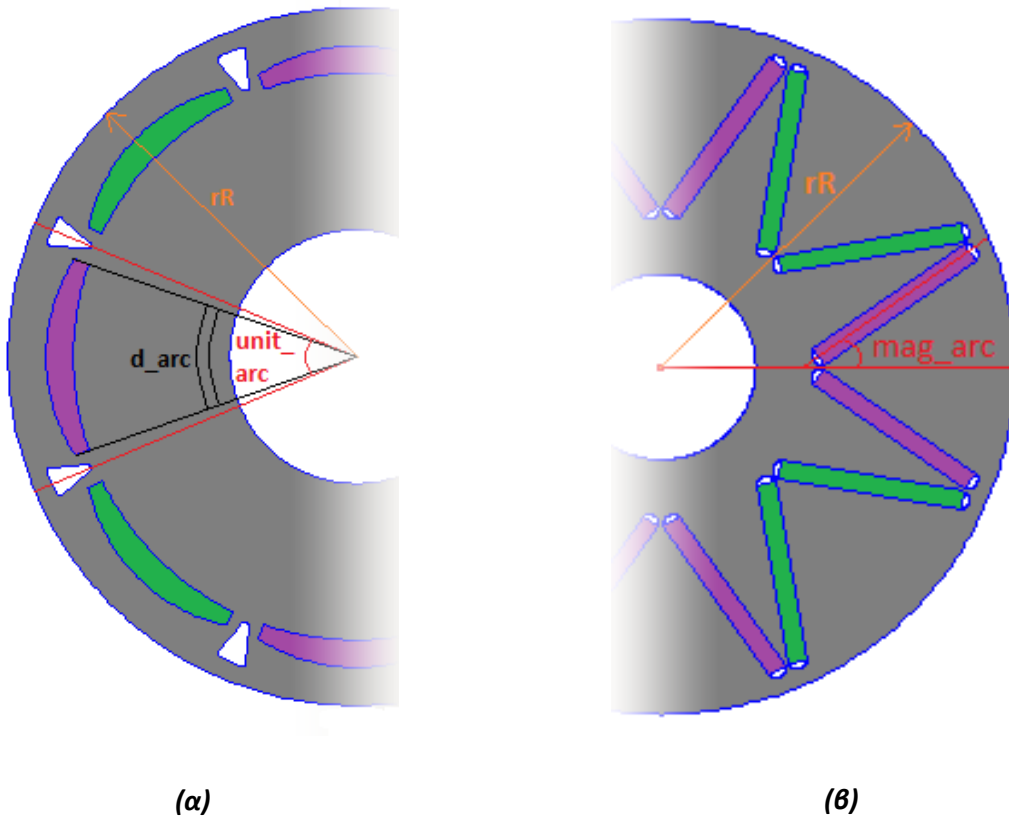
Για τις δύο γεωμετρικές δρομέα η σχεδίαση είναι τελείως διαφορετική. Για το λόγο αυτό δεν ήταν δυνατόν να σχεδιαστούν και οι δύο δρομείς με την ίδια παραμετροποιημένη σχεδίαση και ως εκ τούτου να έχουν κοινές ανεξάρτητες μεταβλητές. Παρόλα αυτά έγινε προσπάθεια ώστε οι ανεξάρτητες μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν να είναι όσο το δυνατόν άμεσα συγκρίσιμες. Οι μεταβλητές αυτές για τις δύο τοπολογίες δρομέα παρουσιάζονται ακολούθως.

Ανεξάρτητες μεταβλητές δρομέα επιφανειακών μαγνητών	
p	Αριθμός πόλων δρομέα
n	Ταχύτητα δρομέα (rpm)
rR	Εξωτερική ακτίνα δρομέα (mm)
g	Πάχος διακένου (mm)
V_mag	Συνολικός όγκος μαγνήτη (mm ³)
ryr	Εσωτερική ακτίνα δρομέα (mm)
m2pp	Ποσοστό μήκους μαγνήτη ανά πόλο (p.u.)
curv	Ποσοστό καμπυλότητας στο εξωτερικό μέρος του μαγνήτη (p.u.)
depth	Απόσταση μεταξύ της εξωτερικής πλευράς του μαγνήτη και της εξωτερικής ακτίνας του δρομέα (mm)
omega	Ποσοστό σκεδαστή ως προς την απόσταση μεταξύ δύο μαγνητών (p.u.)
lamda	Απόσταση σκεδαστή από την εξωτερική ακτίνα του δρομέα (mm)
air_length	Μήκος σκεδαστή (mm)

Πίνακας 6.2: Ανεξάρτητες μεταβλητές δρομέα επιφανειακών μαγνητών

Ανεξάρτητες μεταβλητές δρομέα εγκάρσιων μαγνητών	
p	Αριθμός πόλων δρομέα
n	Ταχύτητα δρομέα (rpm)
rR	Εξωτερική ακτίνα δρομέα (mm)
g	Πάχος διακένου (mm)
V_mag	Συνολικός όγκος μαγνήτη (mm ³)
ryr	Εσωτερική ακτίνα δρομέα (mm)
m2pp	Ποσοστό εξωτερικής ακτίνας μαγνήτη ως προς το πολικό βήμα (p.u.)
ho	Απόσταση μαγνήτη από τον άξονα-x (mm)
depth	Απόσταση μεταξύ της εξωτερικής ακτίνας του μαγνήτη και της εξωτερικής ακτίνας του δρομέα (mm)
mag_arc	Γωνία μεταξύ των εσωτερικών πλευρών των δύο μαγνητών (deg)
arc_a	Γωνία σκεδαστή (deg)

Πίνακας 6.3: Ανεξάρτητες μεταβλητές δρομέα εγκάρσιων μαγνητών



(α) Γεωμετρία δρομέα επιφανειακών μαγνητών
 (β) Γεωμετρία δρομέα εγκάρσιων μαγνητών

(γκρι: μαγνητική λαμαρίνα σώματος δρομέα, πράσινο και μοβ: μαγνήτες διαφορετικής πολικότητας)

Στο Σχήμα 6.3 παρουσιάζεται η γεωμετρική διαμόρφωση των μαγνητών στις δύο εναλλακτικές τοπολογίες δρομέα καθώς και ορισμένες βασικές σχεδιαστικές παράμετροι.

Οι πιο σημαντικές μεταβλητές, οι οποίες θα πρέπει να είναι ανεξάρτητες σε κάθε παραμετροποιημένη σχεδίαση οποιασδήποτε μηχανής είναι το μήκος της μηχανής (L), η διάμετρος του διακένου (rR) και το πάχος του διακένου (g) διότι, όπως αναφέρθηκε κατά την προκαταρκτική σχεδίαση, οι διαστάσεις αυτές καθορίζουν την ροπή και την ισχύ της μηχανής. Μια εξίσου σημαντική παράμετρος είναι η εξωτερική διάμετρος του στάτη (SO) διότι από αυτήν εξαρτάται ο συνολικός όγκος της κατασκευής και η δυνατότητα χωροθέτησης της σχεδιαζόμενης μηχανής σε εφαρμογές με περιορισμένο χώρο, όπως στις εφαρμογές ηλεκτροκίνησης.

Από το μέρος του δρομέα, για τη συγκεκριμένη ανάλυση, δόθηκε ιδιαίτερη βαρύτητα στον όγκο του συνολικού μαγνήτη (V_{mag}). Οι μαγνήτες κράματος Νεοδυμίου – Σιδήρου – Βορίου (NdFeB) κατασκευάζονται από σπάνιες γαίες (Νεοδύμιο), δηλαδή από υλικά τα οποία είναι δυσεύρετα στην αγορά, με αποτέλεσμα η τιμή τους να είναι τόσο υψηλή ώστε το κόστος ολόκληρης της κατασκευής να εξαρτάται από την ποσότητα του μαγνήτη που χρησιμοποιείται.

6.3. Ανάλυση ευαισθησίας

Σκοπός της ανάλυσης ευαισθησίας είναι η βελτιστοποίηση της σχεδίασης ως προς κάποιες γεωμετρικές παραμέτρους οι οποίες θεωρούνται οι πιο κρίσιμες για την επίδοση της μηχανής.



Σχήμα 6.4: Διάγραμμα ροής ανάλυσης ευαισθησίας

Στο Σχήμα 6.4 παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής της μεθοδολογίας που χρησιμοποιήθηκε κατά την ανάλυση ευαισθησίας προκειμένου να αναζητηθεί το τοπικό βέλτιστο της σχεδίασης ως προς τις μεταβλητές που επιλέχθηκαν. Για να βρεθεί το ολικό βέλτιστο της σχεδίασης πρέπει να γίνει βελτιστοποίηση ως προς όλες τις ανεξάρτητες μεταβλητές της παραμετροποιημένης σχεδίασης. Η ανάλυση ευαισθησίας εφαρμόζεται αποτελεσματικά σε αναζήτηση λύσεων με μεταβολή το πολύ δύο παραμέτρων. Σε περιπτώσεις με

περισσότερες μεταβαλλόμενες παραμέτρους ο προγραμματιστικός χρόνος που απαιτείται είναι εξαιρετικά μεγάλος και η βελτιστοποίηση με ανάλυση ευαισθησίας καθίσταται αδύνατη. Σε αυτές τις περιπτώσεις η βελτιστοποίηση πραγματοποιείται με χρήση αλγόριθμων και μεθόδων βελτιστοποίησης, όπως αυτές που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 3.

6.3.1. Ορισμός σταθερών παραμέτρων

Η σημαντικότερη σχεδιαστική παράμετρος η οποία θεωρήθηκε ότι πρέπει να είναι κοινή και σταθερή και στις δύο γεωμετρίες μηχανών κατά την ανάλυση ευαισθησίας είναι ο συνολικός όγκος του μαγνήτη, για τους λόγους που αναφέρθηκαν στην Ενότητα 6.2.

$$V_{mag} = 110000 \text{ mm}^3 \quad (6.1)$$

Η ανάλυση ευαισθησίας πραγματοποιήθηκε για την ίδια λειτουργική κατάσταση και στις δύο εναλλακτικές γεωμετρίες, προσομοιώνοντας σύγχρονη λειτουργία στη γωνία μέγιστης ροπής με πυκνότητα ρεύματος:

$$J = 4 \text{ A/mm}^2 \quad (6.2)$$

6.3.2. Ορισμός μεταβαλλόμενων παραμέτρων

Προκειμένου η ανάλυση ευαισθησίας να πλαισιώνεται από μια στοιχειώδη βελτιστοποίηση από κοινού του δρομέα και του στάτη, επιλέχθηκε για κάθε μια από τις δύο σχεδιαζόμενες μηχανές η μεταβολή μιας παραμέτρου του δρομέα και μιας του στάτη. Ως κρισιμότερη παράμετρος βελτιστοποίησης για το στάτη θεωρήθηκε το ποσοστό του πέδλου ανά δόντι (*arc_log*), το οποίο υπολογίζεται ως εξής:

$$arc_log = \frac{ped_arc}{tooth_arc} \quad (6.3)$$

όπου *ped_arc* είναι η γωνία μεταξύ των δύο άκρων του πέδλου του δοντιού και *tooth_arc* είναι η γωνία μεταξύ των δύο άκρων του δοντιού, όπως αυτές παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.2. Η παράμετρος αυτή είναι ιδιαιτέρως σημαντική διότι το μέγεθος της επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό τη ροή σκέδασης και τον κορεσμό των δοντιών του στάτη. Η μεταβλητή παράμετρος του στάτη είναι κοινή και για τις δύο μηχανές εφόσον η γεωμετρία του στάτη είναι κοινή.

Εφόσον ο δρομέας έχει διαφορετική γεωμετρία σε κάθε μια από τις δύο σχεδιαζόμενες μηχανές, οι μεταβαλλόμενες παράμετροι είναι στην περίπτωση του δρομέα διαφορετικές.

Δρομέας επιφανειακών μαγνητών

Ως σημαντικότερη παράμετρος βελτιστοποίησης στη σχεδίαση του δρομέα με προστατευμένους επιφανειακούς μαγνήτες λαμβάνεται το ποσοστό του μήκους του μαγνήτη ανά πόλο ($m2pp$), το οποίο δίνεται από τη σχέση:

$$m2pp = \frac{d_arc}{unit_arc} \quad (6.4)$$

όπου d_arc είναι η γωνία μεταξύ των δύο άκρων του μαγνήτη και $unit_arc$ είναι η γωνία ενός πολικού βήματος, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.3.α.

Δρομέας εγκάρσιων μαγνητών

Στην περίπτωση του δρομέα με εγκάρσιους μαγνήτες, η παράμετρος που θεωρήθηκε κρισιμότερη προς βελτιστοποίηση είναι η γωνία στο εσωτερικό μέρος των μαγνητών (mag_arc), η οποία παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.3.β.

6.3.3. Σχεδίαση στάτη και δρομέα

Σύμφωνα με τις τρέχουσες τιμές των μεταβλητών και ακολουθώντας τις αρχές της παραμετροποιημένης σχεδίασης, σχεδιάζεται σε κάθε επανάληψη μια καινούρια γεωμετρία μηχανής.

6.3.4. Επίλυση με πεπερασμένα στοιχεία

Τα πεπερασμένα στοιχεία επιλύουν την εκάστοτε γεωμετρία και δίνουν ως έξοδο για περαιτέρω ανάλυση τα κύρια ηλεκτρομαγνητικά μεγέθη της μηχανής.

6.3.5. Υπολογισμός ροπής

Η κάθε επιμέρους γεωμετρία πρέπει να αναλυθεί ως προς τα χαρακτηριστικά για τα οποία αναζητείται βέλτιστη λύση. Στην περίπτωση αυτή η ανάλυση ευαισθησίας έχει σκοπό να αναδείξει τη γεωμετρία με την βέλτιστη επίδοση.

Αρχικά, πραγματοποιείται διερεύνηση της βέλτιστης γωνίας ροπής σε κάθε σχεδίαση, διότι λόγω του παράγοντα εκτυπότητας, ο οποίος διαφέρει σε κάθε γεωμετρία, η βέλτιστη γωνία ροπής δεν αντιστοιχεί ακριβώς στις 90 ηλεκτρικές μοίρες, όπως θα ήταν αναμενόμενο για μια σύγχρονη μηχανή με ολόσωμο δρομέα.

Στη συνέχεια, προσομοιώνεται σύγχρονη λειτουργία στη βέλτιστη γωνία ροπής, περιστρέφοντας τα ρεύματα του στάτη και το δρομέα της μηχανής για 2 πολικά βήματα, με σκοπό να βρεθεί ο μέσος όρος ροπής.

6.3.6. Υπολογισμός κυμάτωσης ροπής και αντι-HEΔ

Η ποιότητα της παραγόμενης ροπής είναι ένας σημαντικός παράγοντας σωστής λειτουργίας μιας μηχανής. Για το λόγο αυτό κατά την αναζήτηση της βέλτιστης γεωμετρίας λαμβάνεται υπόψη όχι μόνο ο μέσος όρος της παραγόμενης ροπής, αλλά και η κυμάτωση γύρω από τη μέση τιμή για την περιστροφή 2 πολικών βημάτων. Αν η κυμάτωση της παραγόμενης ροπής είναι μεγάλη δημιουργούνται παρασιτικές ροπές στον άξονα της μηχανής, οι οποίες καταπονούν μηχανικά τον άξονα και τα ρουλεμάν στήριξης μειώνοντας το χρόνο ζωής της μηχανής. Σε περιπτώσεις που η κυμάτωση της ροπής είναι πολύ μεγάλη μπορεί να ξεπεράσει τα όρια μηχανικής αντοχής του άξονα προκαλώντας την καταστροφή του.

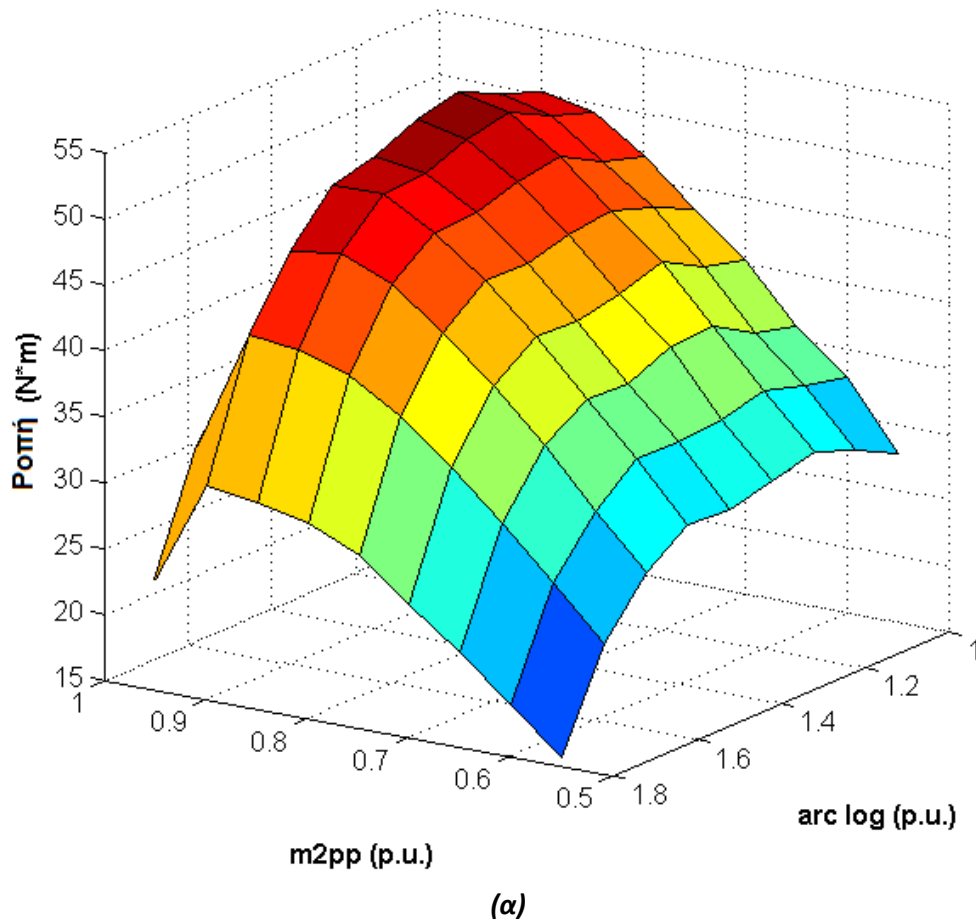
Η κυμάτωση της ροπής προκαλείται εξ αιτίας:

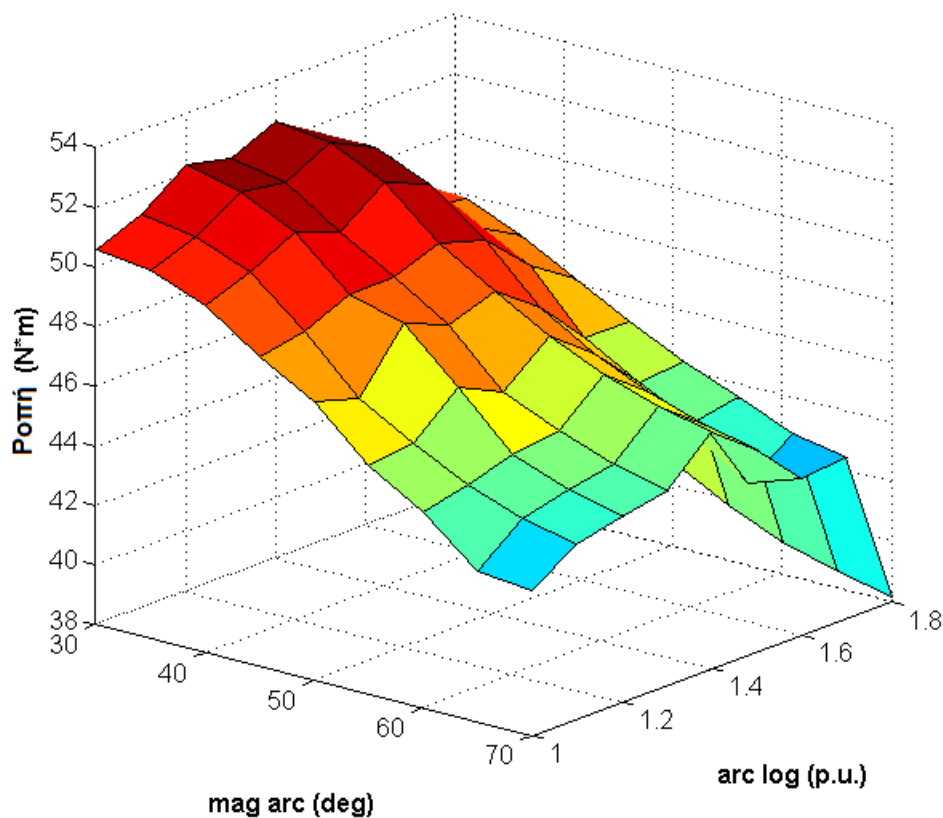
- της ροπής ευθυγράμμισης, η οποία παράγεται από τη μεταβολή της μαγνητικής διαπερατότητας που βλέπουν οι μαγνήτες λόγω των αυλάκων στην επιφάνεια του στάτη, ακόμα και αν δεν υπάρχει διέγερση από το στάτη.
- της μεταβολής της διαπερατότητας που βλέπουν οι μαγνήτες λόγω του μαγνητικού κορεσμού του πυρήνα
- των αρμονικών χώρου, δηλαδή της αλληλεπίδρασης μεταξύ των αρμονικών χώρου του πεδίου που προκαλούνται από τους μαγνήτες και τις αρμονικές στο πεδίο που παράγεται από τα τυλίγματα. Αν η μηχανή τροφοδοτείται με ημιτονοειδή ρεύματα, η κυμάτωση της ροπής χωρίς τη ροπή ευθυγράμμισης μπορεί να υπολογιστεί από τις αρμονικές της αντι-HEΔ.
- των αρμονικών χρόνου, όταν ο μετατροπέας εισάγει αρμονικές χρόνου στο πεδίο που παράγεται από το τύλιγμα του στάτη, οι οποίες παράγουν μια παλλόμενη ροπή όταν αλληλεπιδρούν με το πεδίο του δρομέα.

Η αρμονική παραμόρφωση της επαγόμενης τάσης στα τυλίγματα του στάτη είναι ένας ακόμη παράγοντας που επηρεάζει την εύρυθμη λειτουργία της μηχανής. Η κυματομορφή της αντι-HEΔ επιδιώκεται να είναι όσο το δυνατόν ημιτονοειδής, διότι αυτή είναι η τάση που πρέπει να παράγει ο μετατροπέας προκειμένου να οδηγήσει την μηχανή, όταν η μηχανή λειτουργεί σαν κινητήρας, όπως στην περίπτωση αυτή. Ο μετατροπέας συνήθως παράγει ένα ημίτονο το οποίο μπορεί να οδηγήσει μόνο τη θεμελιώδη συνιστώσα της αντι-HEΔ με αποτέλεσμα οι ανώτερης τάξης αρμονικές συνιστώσες να προκαλούν απώλειες στον κινητήρα. Σε περίπτωση που ο μετατροπέας παράγει και αυτός αρμονικές, είναι πιθανό αυτές να υπερτίθενται στις ήδη υπάρχουσες της μηχανής προκαλώντας μεγαλύτερη παραμόρφωση και περισσότερες απώλειες. Πέρα από την μείωση της απόδοσης με την εισαγωγή πρόσθετων απωλειών, η αρμονική παραμόρφωση της τάσης προκαλεί προβλήματα και στην παραγόμενη ροπή, διότι η αντι-HEΔ είναι συζευγμένη με την ροπή στο διάκενο. Για παράδειγμα, μια παραμόρφωση της τάσης του 2.5% της τάσης του διακένου, εισάγει κυμάτωση ροπής της τάξης του 5%. Για τους λόγους αυτούς επιδιώκεται η μηχανή να έχει όσο το δυνατόν πιο ημιτονική αντι-HEΔ και αντίστοιχα μικρό συντελεστή αρμονικής παραμόρφωσης της επαγόμενης τάσης.

6.3.7. Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Η ανάλυση ευαισθησίας πραγματοποιήθηκε ξεχωριστά για κάθε μια από τις δύο εναλλακτικές γεωμετρίες που διερευνώνται. Τα αποτελέσματα τους όμως παρουσιάζονται μαζί προκειμένου να είναι δυνατή η άμεση σύγκρισή τους.





(β)

Σχήμα 6.5: Μέση ηλεκτρομαγνητική ροπή στο διάκενο

(α) Μηχανή προστατευμένων επιφανειακών μαγνητών

(β) Μηχανή εγκάρσιων μαγνητών

Στο Σχήμα 6.5 παρουσιάζονται οι χάρτες της παραγόμενης ροπής για τις γεωμετρίες που αναλύθηκαν και για τις δύο μηχανές. Αυτό που είναι άμεσα παρατηρήσιμο είναι ότι και τις δύο μηχανές η ροπή είναι μεγαλύτερη για μικρά ποσοστά του λόγου του πέδιλου ως προς το δόντι του στάτη.

Στην περίπτωση που τα δόντια του στάτη είναι τελείως ίσια ή τα πέδιλα του στάτη είναι πολύ μικρά, παράγεται μια συνιστώσα ροπής λόγω της μεταβολής της μαγνητικής διαπερατότητας που βλέπουν οι μαγνήτες εξ αιτίας των μεγάλων αυλάκων στην επιφάνεια του στάτη, ακόμα και αν δεν υπάρχει διέγερση από τη μεριά του στάτη (ροπή ευθυγράμμισης). Η ροπή αυτή απομειώνει την μέση ροπή στο διάκενο και προκαλεί μεγάλη κυμάτωση στη ροπή. Από την άλλη μεριά, στην περίπτωση που τα πέδιλα του στάτη είναι μεγάλα, το διάκενο μεταξύ των πέδινων είναι μικρό, με αποτέλεσμα η ροή του στάτη να βρίσκει ελκυστικό αγωγικό δρόμο μεταξύ των πέδινων και να σκεδάζεται εκεί χωρίς να διέλθει από το διάκενο της μηχανής. Στην περίπτωση αυτή η συνιστάμενη ροή του διακένου, η οποία είναι υπεύθυνη για την ηλεκτρομηχανική μετατροπή είναι μικρότερη και κατά συνέπεια και η παραγόμενη ροπή είναι μικρότερη.

Αυτό που προκύπτει συνεπώς σαν συμπέρασμα από την ανάλυση ευαισθησίας όσον αφορά τη ροπή συναρτήσει του ποσοστού του πέλδου ως προς το δόντι, είναι ότι η σκεδαζόμενη ροή λόγω μεγάλων πέλδων στάτη προκαλεί μεγαλύτερη απομείωση ροπής από ότι η μεγάλη ροπή ευθυγράμμισης, η οποία συνδέεται με μικρά ποσοστά πέλδου ανά δόντι.

Όσον αφορά την επιρροή της μεταβλητής του δρομέα στην παραγόμενη ροπή, αυτή αναλύεται ξεχωριστά για κάθε μηχανή.

Μηχανή προστατευμένων επιφανειακών μαγνητών

Στην μηχανή με προστατευμένους επιφανειακούς μαγνήτες παρατηρείται ότι η ροπή μεγιστοποιείται για μεγάλες τιμές του πλάτους του μαγνήτη ανά πόλο. Η ερμηνεία του φαινομένου αυτού είναι αντίστοιχη με αυτή που αφορά τα πέλδια των δοντιών του στάτη.

Όταν το πλάτος του μαγνήτη είναι μικρό, το συνιστάμενο πεδίο στο διάκενο έχει μεγάλη ανομοιομορφία, λόγω της ανομοιόμορφης κατανομής της διέγερσης στο δρομέα. Αυτή η ανομοιομορφία προκαλεί μεγάλες αρμονικές χώρου, αυτή τη φορά από την πλευρά του δρομέα, οι οποίες μειώνουν την συνιστάμενη ροπή του διακένου. Αντιθέτως, όταν το πλάτος του μαγνήτη είναι μεγάλο, οι μαγνήτες των πόλων έρχονται κοντά μεταξύ τους, με αποτέλεσμα η ροή να σκεδάζεται στο σώμα του δρομέα χωρίς να διέρχεται από το διάκενο αέρα. Την σκέδαση αυτή μεταξύ των μαγνητών εμποδίζουν τα κενά αέρα που έχουν τοποθετηθεί μεταξύ τους. Όσο όμως το ποσοστό του μαγνήτη μεγαλώνει, το εμβαδό του κενού αέρα γίνεται όλο και μικρότερο λόγω έλλειψης χώρου, με αποτέλεσμα η ικανότητα του να αποτρέπει τις σκεδάσεις του δρομέα να είναι ελαττωμένη για μεγάλα ποσοστά του μήκους των μαγνητών. Συγκεκριμένα, στην περίπτωση όπου ο μαγνήτης καταλαμβάνει το 95% του πολικού βήματος δεν διατίθεται καθόλου χώρος για τον σκεδαστή, για το λόγο αυτό παρατηρείται μεγάλη πτώση της ροπής εξ αιτίας των μεγάλων σκεδάσεων στο σώμα του δρομέα.

Στην περίπτωση του δρομέα με επιφανειακούς μαγνήτες, οι παρασιτικές ροπές λόγω ανομοιόμορφης ροής στο διάκενο έχουν μεγαλύτερη επίδραση στη ροπή από ότι η σκεδαζόμενη ροή στο δρομέα λόγω μεγάλου πλάτους των μαγνητών.

Μηχανή εγκάρσιων μαγνητών

Στην περίπτωση της μηχανής με εγκάρσιους μαγνήτες, η ροπή παρουσιάζει μια αντιστρόφως ανάλογη σχέση με την γωνία στο εσωτερικό μέρος των μαγνητών.

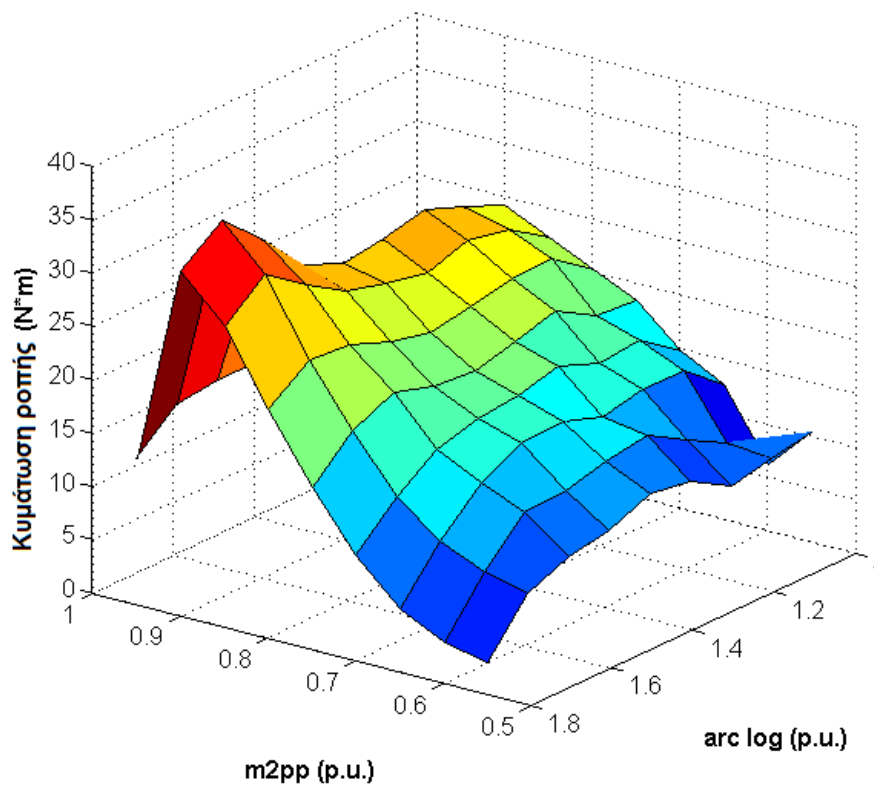
Όταν η εσωτερική γωνία μεταξύ των μαγνητών ενός πόλου είναι μικρή, η μεγαλύτερη επιφάνεια των μαγνητών βρίσκεται μακριά από το διάκενο. Η θέση των μαγνητών στην περίπτωση αυτή προσδίδει μεγάλη κατευθυντικότητα του πεδίου του δρομέα προς το διάκενο, με αποτέλεσμα παρόλο που η ροή του δρομέα διαρρέει μεγάλο μέρος του σιδήρου του πυρήνα, οι σκεδάσεις είναι σημαντικά περιορισμένες. Έτσι η ροή διακένου ενισχύεται σημαντικά από τη διέγερση και η παραγόμενη ροπή είναι μεγάλη. Επίσης, η

συνιστάμενη ροπή ενισχύεται από τη ροπή λόγω εκτυπότητας, διότι ο παράγοντας εκτυπότητας είναι μεγάλος όταν η γωνία μεταξύ των μαγνητών είναι μικρή.

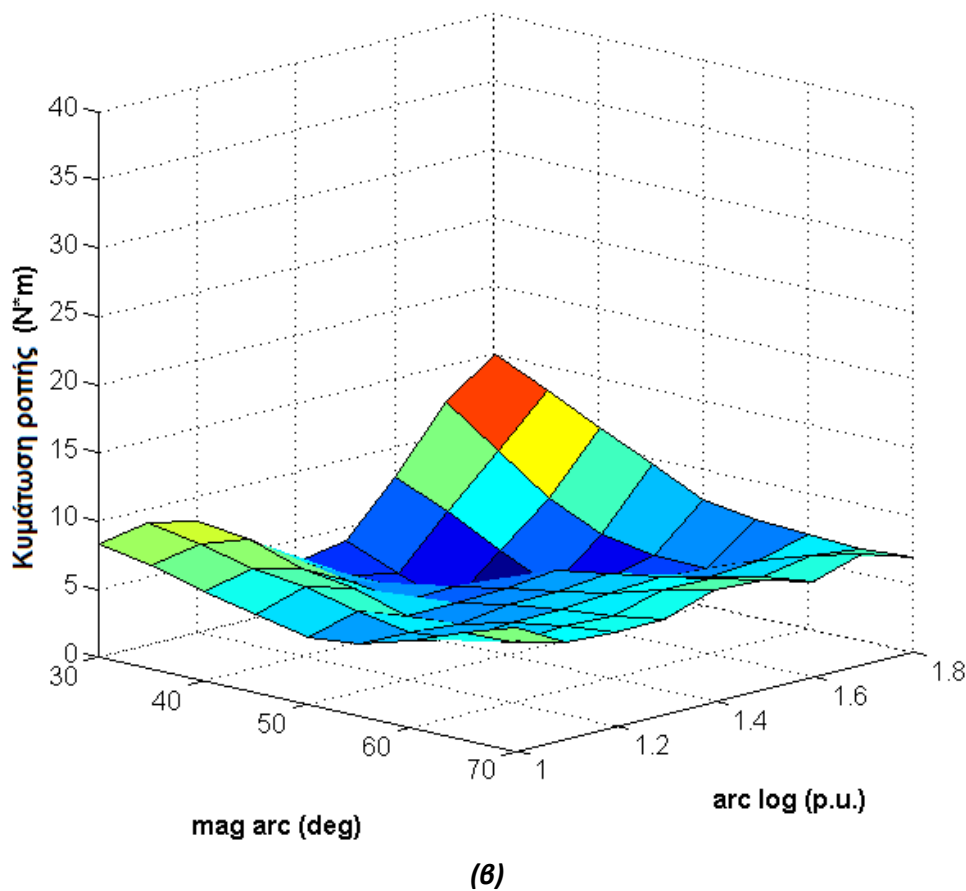
Από την άλλη, όταν η γωνία στο εσωτερικό μέρος των μαγνητών είναι μεγάλη, το πλάτος των μαγνητών στα άκρα τους είναι μεγάλο, με αποτέλεσμα να πλησιάζουν μεγάλες επιφάνειες μαγνητών γειτονικών πόλων. Αυτό διευκολύνει τις σκεδάσεις μέσα στο σώμα του δρομέα, με αποτέλεσμα η ροή διακένου να είναι μικρότερη.

Αξίζει να σημειωθεί επίσης ότι σε γεωμετρίες που η διέγερση του δρομέα δεν είναι πολύ κοντά στο διάκενο είναι ευκολότερη η εξασθένηση του πεδίου των μαγνητών (field weakening). Γενικά, η εξασθένηση του πεδίου σε κινητήρες μονίμων μαγνητών δεν είναι εύκολη διότι οι μαγνήτες παράγουν ένα σταθερό και αμετάβλητο πεδίο διέγερσης. Κατά συνέπεια σε εφαρμογές που είναι απαραίτητη η λειτουργία πάνω από τις ονομαστικές στροφές, η δυνατότητα αυτή είναι ιδιαίτερως χρήσιμη.

Ως γενική παρατήρηση σημειώνεται ότι η ροπή και στις δύο περιπτώσεις μηχανών εμφανίζει πιο έντονες μεταβολές, στις μεταβολές της παραμέτρου του δρομέα από ότι στη μεταβολή της παραμέτρου του στάτη.



(α)



Σχήμα 6.6: Κυμάτωση ροπής στο διάκενο

(α) Μηχανή προστατευμένων επιφανειακών μαγνητών

(β) Μηχανή εγκάρσιων μαγνητών

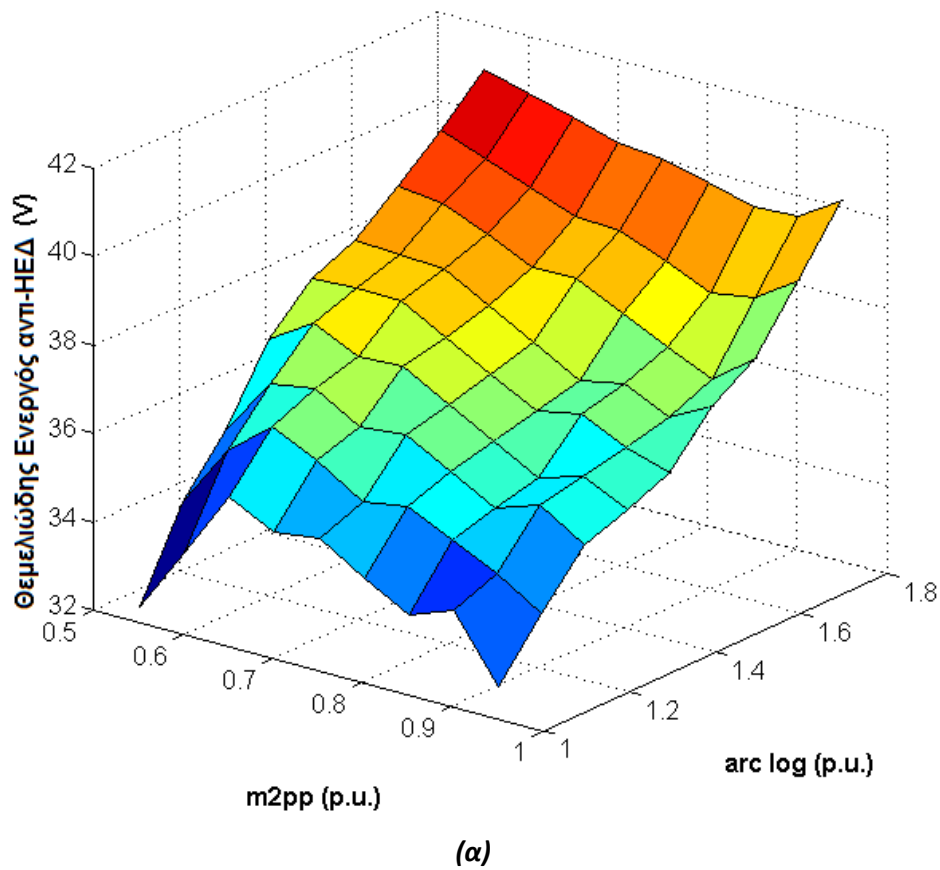
Στο Σχήμα 6.6 φαίνονται οι χάρτες της κυμάτωσης της ροπής για όλες τις γεωμετρίες που αναλύθηκαν για κάθε μηχανή. Παρατηρείται ότι ως συνάρτηση του ποσοστού του πέλδου του στάτη, η ελάχιστη κυμάτωση της ροπής εμφανίζεται στις περιπτώσεις που τα πέλδια καταλαμβάνουν την μισή περίπου αύλακα. Αυτό είναι ως ένα βαθμό αναμενόμενο εφόσον υπό αυτές τις συνθήκες υπάρχει ισορροπία μεταξύ των παραγόντων που προκαλούν κυμάτωση της ροπής και οι οποίοι αναφέρονται στην Ενότητα 6.3.6.

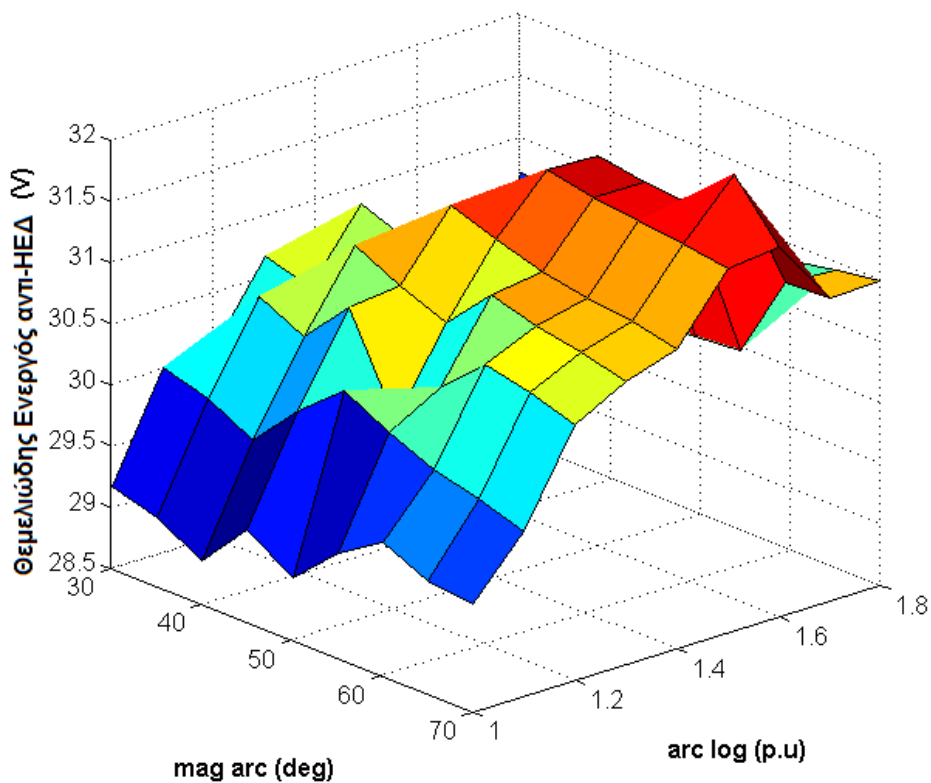
Μηχανή προστατευμένων επιφανειακών μαγνητών

Στην περίπτωση της μηχανής επιφανειακού μαγνήτη, η κυμάτωση της ροπής εμφανίζεται να αυξάνεται για μεγαλύτερα ποσοστά του πλάτους του μαγνήτη. Γενικά, παρατηρείται ότι η μεταβολή της κυμάτωσης της ροπής είναι ανάλογη προς τη μεταβολή της συνιστάμενης ροπής, πράγμα που σημαίνει ότι η μεταβολή της παραμέτρου του δρομέα δεν επηρεάζει ιδιαίτερα την ποσοστιαία μεταβολή της κυμάτωσης.

Μηχανή εγκάρσιων μαγνητών

Για την μηχανή με εγκάρσιους μαγνήτες η ελάχιστη κυμάτωση ροπής εμφανίζεται σε μικρές γωνίες μεταξύ των μαγνητών, αντίστοιχες με αυτές που παρουσιάζουν τη μέγιστη ροπή. Το γεγονός αυτό φανερώνει για μια ακόμη φορά τα πλεονεκτήματα της ομοιόμορφης διέγερσης του δρομέα της μηχανής.





(β)

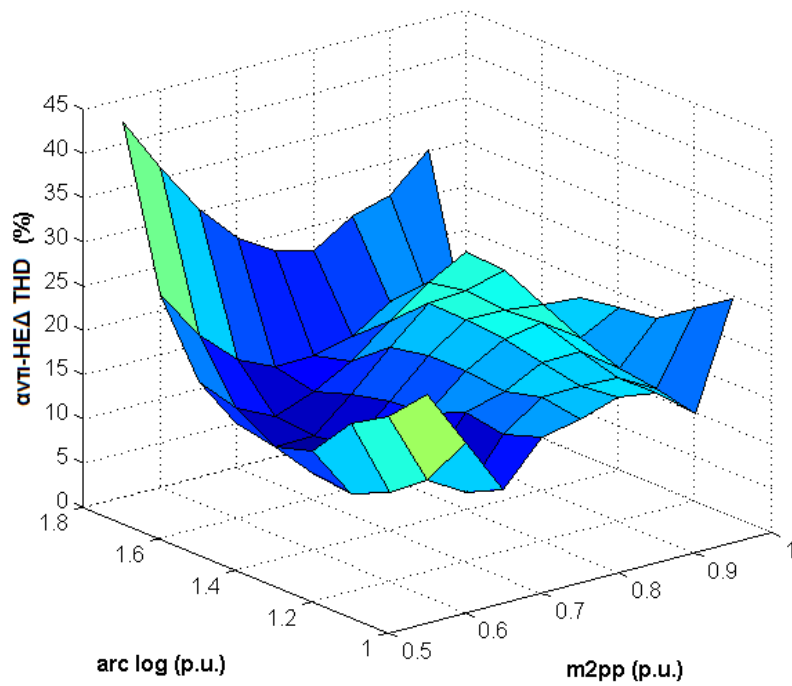
Σχήμα 6.7: Ενεργός τιμή της θεμελιώδους αντι-ΗΕΔ

(α) Μηχανή προστατευμένων επιφανειακών μαγνητών

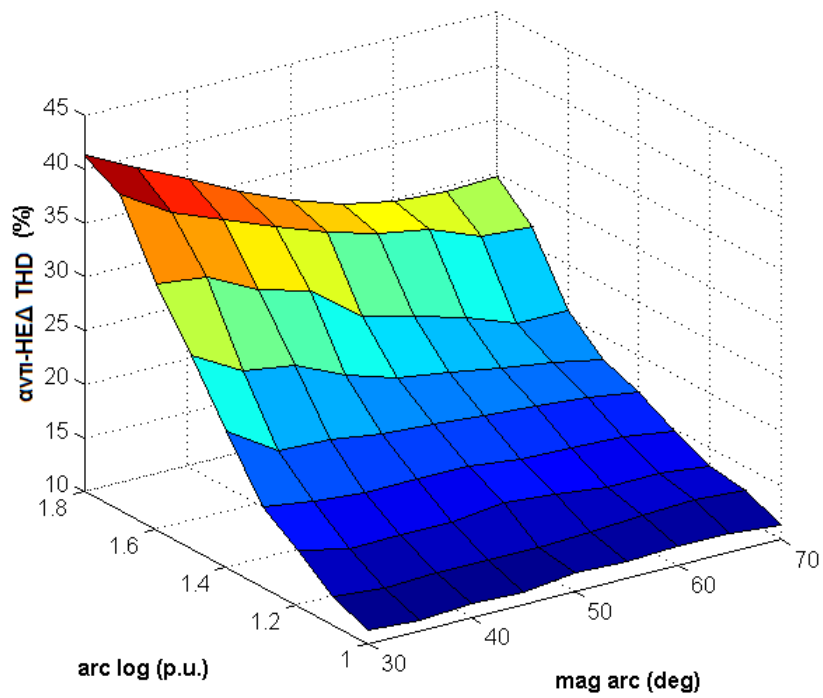
(β) Μηχανή εγκάρσιων μαγνητών

Στο Σχήμα 6.7 παρουσιάζονται οι χάρτες της επαγόμενης τάσης στα τυλίγματα του στάτη για τις δύο μηχανές. Για τον υπολογισμό της τάσης αυτής χρησιμοποιήθηκε η συνιστάμενη ροή του στάτη. Η ροή του στάτη είναι μεγαλύτερη από τη ροή του διακένου διότι περιέχει και τη ροή σκέδασης του στάτη.

Σύμφωνα με τη σχέση η οποία χρησιμοποιήθηκε κατά την προκαταρκτική σχεδίαση για τον υπολογισμό της επαγόμενης τάσης (Σχέση 5.29), φαίνεται ότι αυτή εξαρτάται από το συντελεστή τυλίγματος του στάτη της μηχανής, την ηλεκτρική συχνότητα λειτουργίας, τον αριθμό των σπειρών του τυλίγματος και την μαγνητική ροή του διακένου. Εφόσον κατά την ανάλυση ευαισθησίας το τύλιγμα του στάτη είναι παντού ίδιο καθώς και οι συνθήκες λειτουργίας, προκύπτει ότι όποια διακύμανση παρατηρείται στην θεμελιώδη αντι-ΗΕΔ των δύο μηχανών οφείλεται στη διαφορετική ροή στο στάτη της κάθε γεωμετρίας.

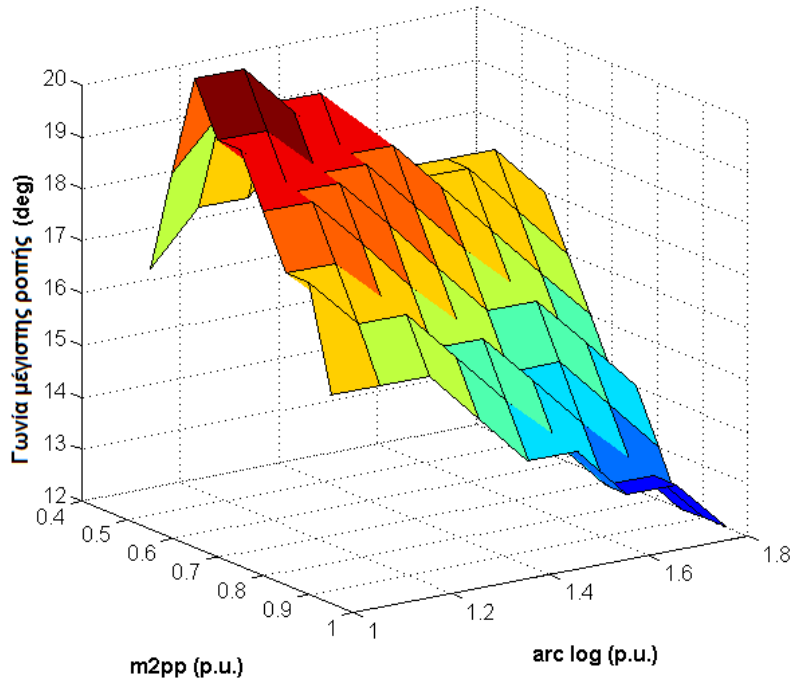


(α)

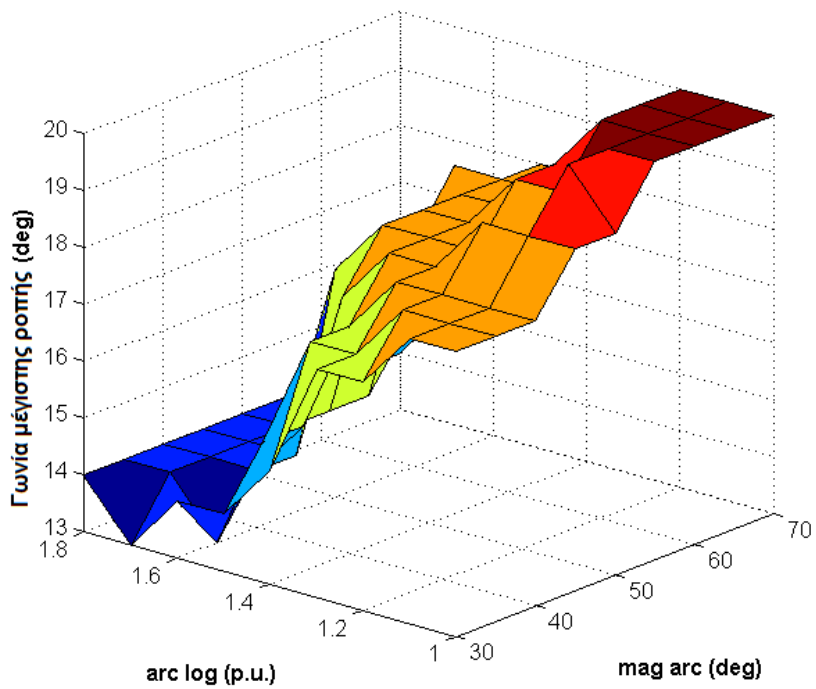


(β)

**Σχήμα 6.8: Ποσοστιαία αρμονική παραμόρφωση της αντι-HEΔ ως προς την θεμελιώδη
 (α) Μηχανή προστατευμένων επιφανειακών μαγνητών
 (β) Μηχανή εγκάρσιων μαγνητών**



(α)



(β)

Σχήμα 6.9: Μέγιστη γωνία ροπήs

(α) Μηχανή προστατευμένων επιφανειακών μαγνητών

(β) Μηχανή εγκάρσιων μαγνητών

Στο Σχήμα 6.9 παρουσιάζονται οι γωνίες μέγιστης ροπής όπως αυτές εκτιμήθηκαν κατά την ανάλυση ευαισθησίας των δύο μηχανών. Αν σημειωθεί ότι η μηχανική γωνία βέλτιστης ροπής μιας 8-πολικής μηχανής όπως αυτής που μελετάται είναι:

$$\theta_{mecmax} = \frac{\theta_{elmax}}{\frac{p}{2}} = \frac{90^0}{\frac{8}{2}} = 22.5^0 \quad (6.5)$$

τότε παρατηρείται ότι ο παράγοντας εκτυπότητας επιδρά σημαντικά σε ορισμένες γεωμετρίες που αναλύθηκαν, εκτρέποντας την βέλτιστη γωνία ροπής μέχρι και 10^0 από τη θεωρητικά προβλεπόμενη τιμή.

Αυτό που αξίζει να σημειωθεί είναι ότι γενικά οι μηχανές με επιφανειακούς μαγνήτες δεν παρουσιάζουν έντονη εκτυπότητα. Η προσθήκη της γέφυρας του σιδήρου και κυρίως η καμπυλότητα στο πάνω μέρος του μαγνήτη που διαφοροποιούν τη συγκεκριμένη γεωμετρία από άλλες γεωμετρίες επιφανειακού μαγνήτη προσδίδουν στη σχεδίαση αυτή έναν σημαντικό βαθμό εκτυπότητας. Αυτός είναι και ο λόγος που παρατηρείται εκτροπή της μέγιστης γωνίας ροπής της συγκεκριμένης μηχανής επιφανειακού μαγνήτη από τη θεωρητικά προβλεπόμενη κατά την ανάλυση ευαισθησίας.

6.4. Κριτήρια επιλογής βέλτιστης γεωμετρίας για τις δύο μηχανές

Τα κριτήρια που τέθηκαν για την επιλογή της βέλτιστης γεωμετρίας είναι κοινά και για τις δύο μηχανές και είναι τα εξής:

- επίδοση
- κυμάτωση ροπής
- αρμονική παραμόρφωση της αντι-HEΔ

Ο αντικειμενικός σκοπός της βελτιστοποίησης είναι η ικανοποίηση των απαιτήσεων της εφαρμογής και η ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του κόστους. Οι απαιτήσεις της εφαρμογής ικανοποιούνται εφόσον η σχεδιαζόμενη μηχανή παράγει την προβλεπόμενη από την προκαταρκτική σχεδίαση ροπή. Το κόστος χαρακτηρίζεται από το κατασκευαστικό κόστος, που σχετίζεται με το κόστος των πρώτων υλών και την κατασκευαστική ευκολία υλοποίησης της κάθε μηχανής και το λειτουργικό κόστος, το οποίο σχετίζεται με το κόστος λειτουργίας και το χρόνο ζωής της μηχανής.

Εφόσον, ο όγκος του μαγνήτη και στις δύο περιπτώσεις είναι ο ίδιος, μπορεί να θεωρηθεί ότι το κατασκευαστικό κόστος των δύο μηχανών είναι το ίδιο. Όμως, η κυμάτωση της παραγόμενης ροπής και η αρμονική παραμόρφωση επηρεάζουν το λειτουργικό κόστος της μηχανής. Αν η κυμάτωση της ροπής είναι μεγάλη, ο άξονας και τα έδρανα της μηχανής καταπονούνται με αποτέλεσμα να μειώνεται ο συνολικός χρόνος ζωής της μηχανής. Από την άλλη, αν η αρμονική παραμόρφωση της τάσης είναι μεγάλη, τότε οι απώλειες της μηχανής είναι μεγάλες, ενώ οι απαιτήσεις από τον μετατροπέα τροφοδότησης της ισχύος

είναι επίσης αυξημένες, καθώς πρέπει να παράγει τέτοια τάση ώστε να καταστέλλει όσο είναι δυνατό τις ανομοιομορφίες του πεδίου της μηχανής.

Επειδή είναι ιδιαίτερα δύσκολο να αξιολογηθεί, πόσο επηρεάζει το συνολικό κόστος η κάθε παράμετρος προς βελτιστοποίηση, τίθενται κάποιοι περιορισμοί οι οποίοι έχουν καθοριστεί εμπειρικά και είναι γενικά εφαρμόσιμοι στη σχεδίαση μηχανών. Σύμφωνα με τους περιορισμούς αυτούς, προκειμένου να είναι βιώσιμη η σχεδίαση μιας μηχανής, η κυμάτωση της ροπής πρέπει να μην ξεπερνά το 5% της συνιστάμενης ροπής, ενώ η αρμονική παραμόρφωση της τάσης δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερη από 3%.

$$Torque\ ripple < 5\% \quad (6.6)$$

$$BEMF\ THD < 3\% \quad (6.7)$$

6.5. Επιλογή βέλτιστης γεωμετρίας για κάθε μηχανή

Αξιοποιώντας τα αποτελέσματα της ανάλυσης ευαισθησίας, επιλέγονται οι επικρατέστερες γεωμετρίες για τις δύο μηχανές που σχεδιάστηκαν. Οι τελικές τιμές των μεταβαλλόμενων παραμέτρων που επιλέχθηκαν είναι:

- για τη μηχανή προστατευμένων επιφανειακών μαγνητών

$$m2pp = 0.9\ p.u. \quad (6.8a)$$

$$arc_log = 1.2\ p.u. \quad (6.8b)$$

- για τη μηχανή με εγκάρσιους μαγνήτες

$$mag_arc = 35^{\circ} \quad (6.9a)$$

$$arc_log = 1.2\ p.u. \quad (6.9b)$$

Στον Πίνακα 6.4 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά οι τελικές τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών για τις δύο μηχανές που αναλύθηκαν. Παρατηρείται, ότι υπάρχει μια ουσιαστική διαφοροποίηση μεταξύ των δύο γεωμετριών. Προκειμένου οι σχεδιαζόμενες μηχανές να ικανοποιούν τις απαιτήσεις ροπής της εφαρμογής, χρειάστηκε η διάμετρος του διακένου καθώς και η εξωτερική διάμετρος του στάτη στην περίπτωση της μηχανής επιφανειακού μαγνήτη να είναι κατά 22% μεγαλύτερη από ότι στη περίπτωση της μηχανής με εγκάρσιους μαγνήτες. Δεδομένου ότι ο όγκος του μαγνήτη και στις δύο σχεδιαζόμενες μηχανές είναι ίδιος, δηλαδή η διέγερση από την πλευρά του δρομέα είναι ίδια, η τελική γεωμετρία της μηχανής εγκάρσιου μαγνήτη έχει μεγαλύτερη πυκνότητα ροπής και ισχύος από ότι η μηχανή επιφανειακού μαγνήτη. Το αποτέλεσμα αυτό οφείλεται στην μεγάλη συγκέντρωση της ροής που παράγεται από τους μαγνήτες που μπορεί να επιτευχθεί με γεωμετρίες εσωτερικού μαγνήτη και επιβεβαιώνει ένα από τα πλεονεκτήματα του εσωτερικού μαγνήτη έναντι του επιφανειακού.

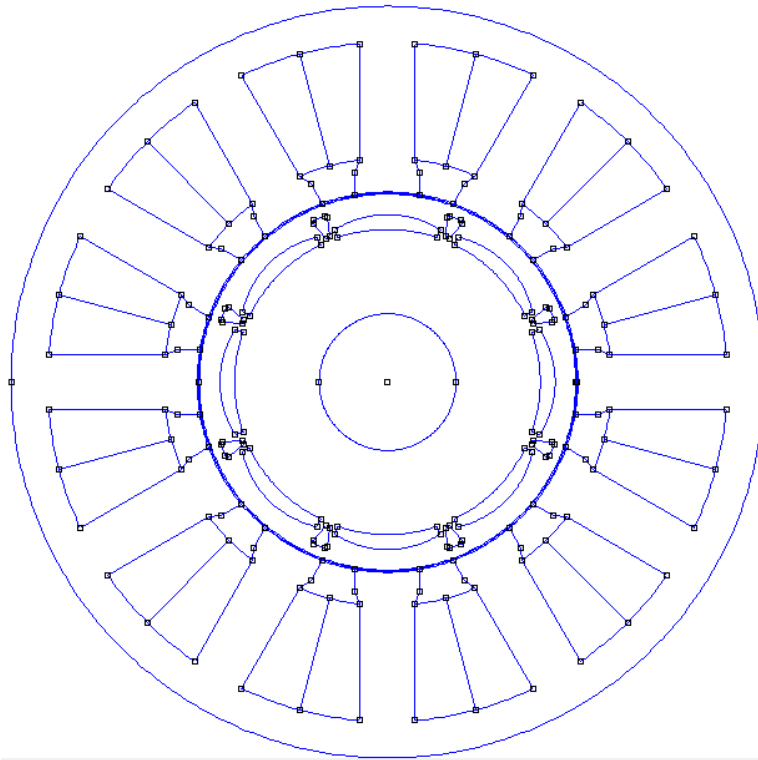
**Ανεξάρτητες Μεταβλητές
Μηχανής Επιφανειακών
Μαγνητών**

L	120 mm
J_rms	4 A/mm ²
ff	0.52 p.u.
ph	3
N	12
p	8
Q	12
n	3000 ΣΑΛ
so	110 mm
rR	55 mm
g	0.7 mm
a	1.5 p.u.
duty_cicle	0.55 p.u.
h	0.15 p.u.
arc_log	1.2 p.u.
theta	0.95 p.u.
V_mag	110000 mm ³
m2pp	0.9 p.u.
curv	1.7 p.u.
depth	6 mm
ryr	20 mm
omega	0.9 p.u.
lamda	3 mm
air_length	8 mm

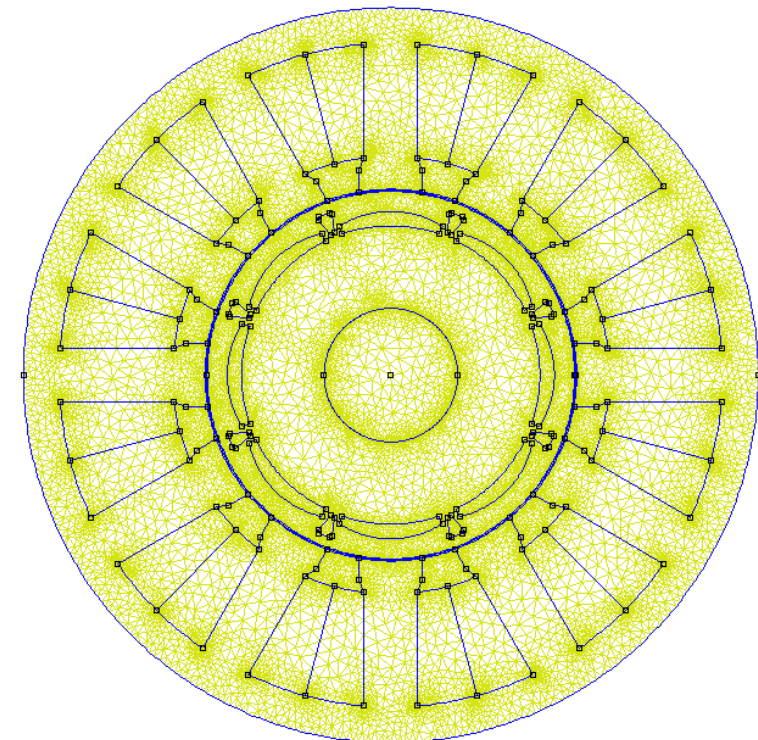
**Ανεξάρτητες Μεταβλητές
Μηχανής Εγκάρσιων
Μαγνητών**

L	120 mm
J_rms	4 A/mm ²
ff	0.52 p.u.
ph	3
N	12
p	8
Q	12
n	3000 ΣΑΛ
so	90 mm
rR	45 mm
g	0.7 mm
a	1.5 p.u.
duty_cicle	0.55 p.u.
h	0.15 p.u.
arc_log	1.2 p.u.
theta	0.95 p.u.
V_mag	110000 mm ³
m2pp	0.99 p.u.
mag_arc	35°
depth	3 mm
ryr	12 mm
ho	0.25 mm
arc_a	140°

Πίνακας 6.4: Ανεξάρτητες μεταβλητές των δύο μηχανών

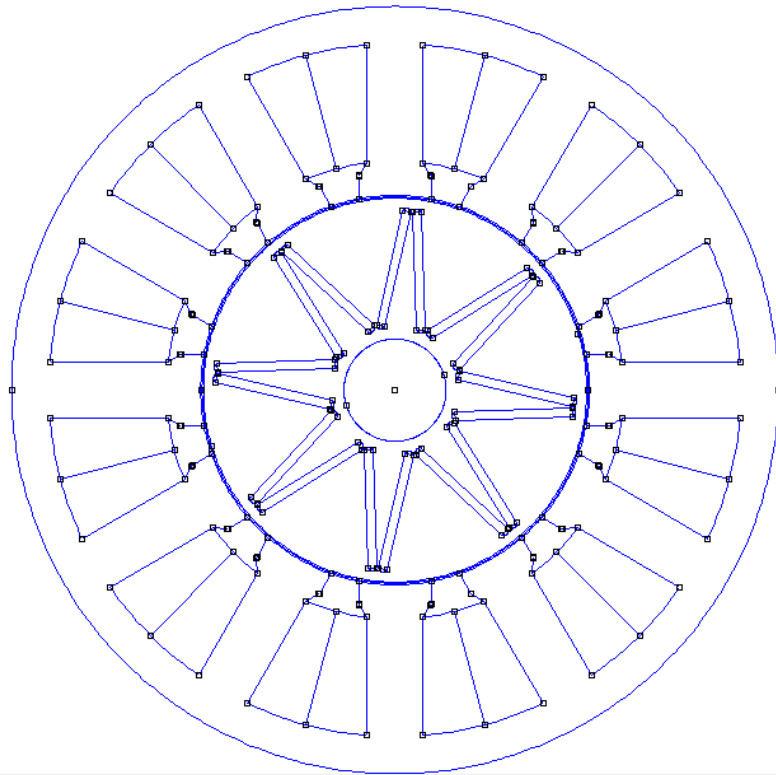


(α)

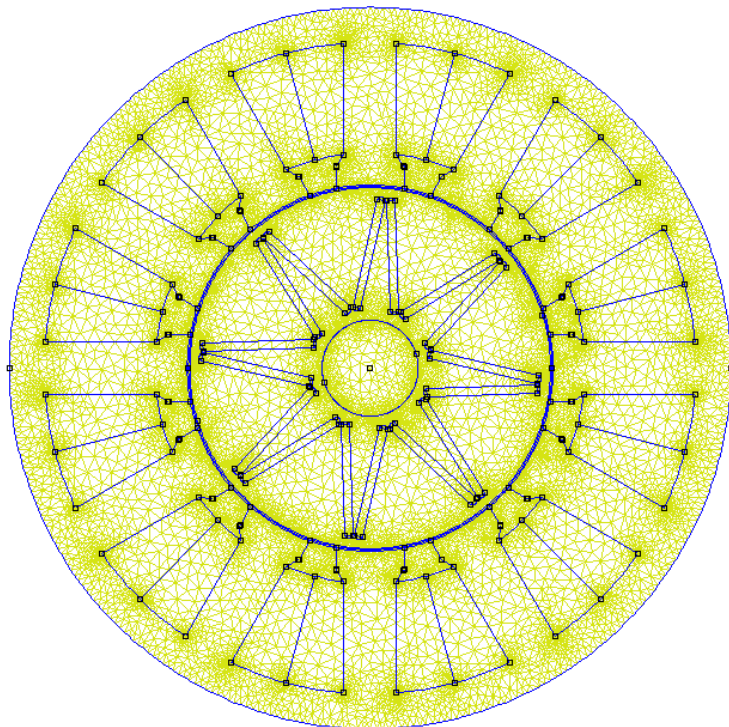


(β)

**Σχήμα 6.10: Τελική γεωμετρία μηχανής επιφανειακών μαγνητών
(α) Τύλιγμα και υλικά
(β) Πλέγμα επίλυσης αποτελούμενο από 47.687 κόμβους**



(α)



(β)

Σχήμα 6.11: Τελική γεωμετρία μηχανής εγκάρσιων μαγνητών

(α) Τύλιγμα και υλικά

(β) Πλέγμα επίλυσης αποτελούμενο από 66.391 κόμβους

Στα Σχήματα 6.10 και 6.11 παρουσιάζονται οι τελικές γεωμετρίες για τις δύο μηχανές, καθώς και το πλέγμα το οποίο δημιουργεί το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων για την επίλυση τους. Παρατηρείται ότι το πλέγμα της μηχανής εγκάρσιων μαγνητών είναι πιο πυκνό. Αυτό συμβαίνει διότι η γεωμετρία αυτή έχει περισσότερες λεπτομέρειες και το γεγονός αυτό δεν επηρεάζει καθόλου την ακρίβεια της επίλυσης στην συγκεκριμένη περίπτωση.

Στην γενική περίπτωση, η επιλογή του πλέγματος για την επίλυση μιας γεωμετρίας είναι ένας παράγοντας που χρήζει βελτιστοποίησης. Αν το πλέγμα είναι πολύ αραιό, η πληροφορία που παρέχεται είναι πολύ φτωχή με αποτέλεσμα η επίλυση να συγκλίνει σε λανθασμένες τιμές και ο παράγοντας αβεβαιότητας της λύσης να είναι πολύ μεγάλος. Αντιθέτως, αν το πλέγμα είναι πολύ πυκνό, τότε αυξάνεται πολύ ο προγραμματιστικός χρόνος χωρίς η επιπλέον πληροφορία να βελτιώνει σημαντικά την ακρίβεια της επίλυσης. Μια γενική αρχή είναι το πλέγμα να είναι πυκνότερο στο διάκενο της μηχανής στο οποίο άλλωστε λαμβάνει χώρα η ηλεκτρομηχανική μετατροπή, αραιότερο στον σίδηρο του σώματος της μηχανής και ακόμα πιο αραιό στα τυλίγματα.

Τιμές Εξεταζόμενων Μεγεθών Μηχανή Επιφανειακών Μαγνητών		Τιμές Εξεταζόμενων Μεγεθών Μηχανή Εγκάρσιων Μαγνητών	
Μέση ροπή	52.96 N*m	Μέση ροπή	52.37 N*m
Κυμάτωση ροπής	27.32 N*m	Κυμάτωση ροπής	3.31 N*m
Θεμελιώδης Ενεργός αντι-HEΔ	35.67 V	Θεμελιώδης Ενεργός αντι-HEΔ	31.11 V
THD αντι-HEΔ	19.72%	THD αντι-HEΔ	17.41%
Γωνία μέγιστης ροπής	17 ⁰	Γωνία μέγιστης ροπής	17 ⁰

Πίνακας 6.5: Τιμές εξεταζόμενων μεγεθών για τις δύο τελικές γεωμετρίες

Στον Πίνακα 6.5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης ευαισθησίας για τις δύο βέλτιστες γεωμετρίες μηχανών. Παρατηρούμε ότι οι δύο γεωμετρίες ικανοποιούν το πρώτο κριτήριο της βελτιστοποίησης που είναι η επίτευξη της επιθυμητής ροπής, μάλιστα οι βέλτιστες γεωμετρίες παρουσιάζουν πολύ κοντινές επιδόσεις.

Οι περιορισμοί όμως της κυμάτωσης ροπής και της αρμονικής παραμόρφωσης παραβιάζονται για τη μηχανή επιφανειακού μαγνήτη, για όλες τις γεωμετρίες με την επιθυμητή επίδοση. Για το λόγο αυτό επιλέχθηκε η γεωμετρία με την μικρότερη κυμάτωση και αρμονική παραμόρφωση. Παρόλα αυτά, η κυμάτωση της ροπής είναι 52% της ονομαστικής ροπής, δηλαδή 47% πάνω από το επιτρεπόμενο όριο, ενώ η αρμονική παραμόρφωση ξεπερνά το επιτρεπόμενο όριο κατά 16.7%. Γενικά, οι μηχανές με επιφανειακούς μαγνήτες παρουσιάζουν προβλήματα με υψηλά επίπεδα κυμάτωσης. Αυτό οφείλεται από την μία στην έντονη ανομοιομορφία του πεδίου στο διάκενο λόγω της

τραπεζοειδούς κατανομής του πεδίου του δρομέα και από την άλλη στην έντονη ροπή ευθυγράμμισης που έχουν οι μηχανές με επιφανειακούς μαγνήτες. Οι ίδιοι λόγοι προκαλούν επίσης μεγάλη αρμονική παραμόρφωση στην παραγόμενη τάση. Η κυμάτωση ροπής και η αρμονική παραμόρφωση μπορούν να περιοριστούν ως ένα βαθμό, τροφοδοτώντας με κατάλληλο πεδίο το τύλιγμα της μηχανής, ώστε να καταστέλλει τις ανομοιομορφίες του πεδίου στο διάκενο.

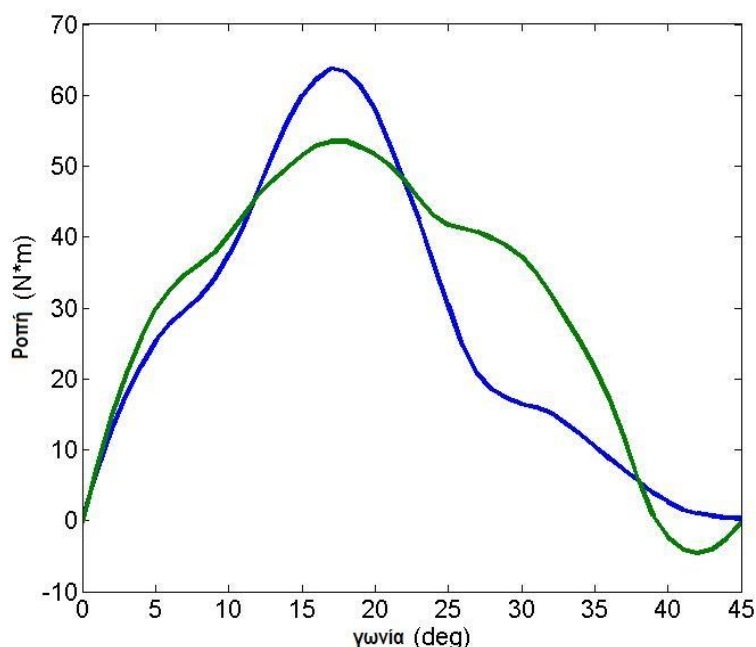
Για τη μηχανή με εγκάρσιους μαγνήτες, η κυμάτωση της ροπής βρίσκεται μέσα στα όρια που θέτουν τα κριτήρια βελτιστοποίησης, αλλά το όριο της αρμονικής παραμόρφωσης παραβιάζεται και πάλι. Ο έλεγχος μπορεί να δώσει τη λύση και σε αυτή την περίπτωση, καταστέλλοντας τις αρμονικές συνιστώσες της αντι-HEΔ.

6.6. Ανάλυση και σύγκριση των τελικών γεωμετριών των δύο μηχανών

Από τις δύο μηχανές που αναλύθηκαν, πρέπει να εκτιμηθεί πια είναι η καταλληλότερη γι' αυτή την εφαρμογή από πλευράς επίδοσης και απόδοσης. Για το σκοπό αυτό, αναλύονται οι δύο επικρατέστερες γεωμετρίες που προέκυψαν από την ανάλυση ευαισθησίας.

6.6.1. Επίδοση

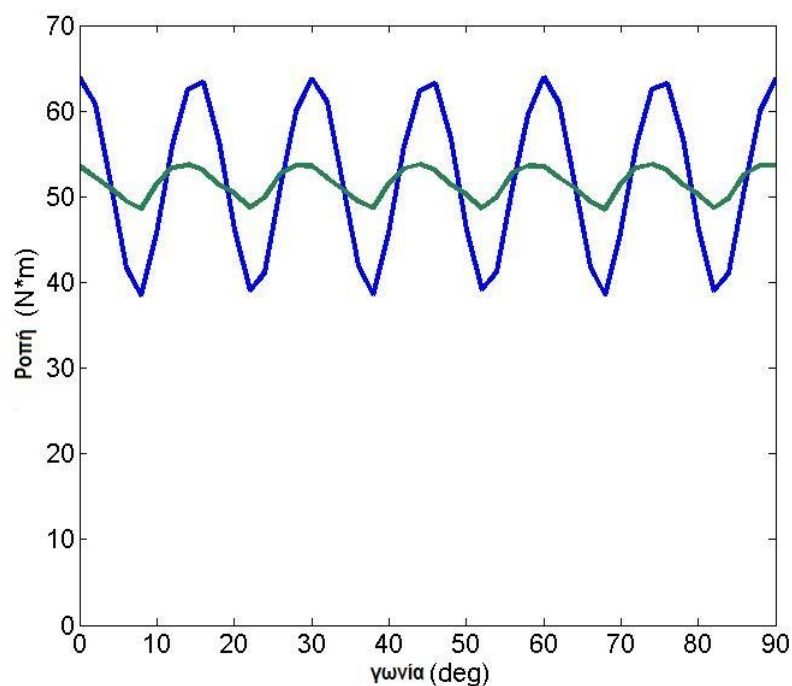
Προκειμένου να διερευνηθεί η μεταβολή της ροπής συναρτήσει της μηχανικής γωνίας περιστροφής του δρομέα, τροφοδοτήθηκε ο στάτης με σταθερά ημιτονικά ρεύματα πυκνότητας 4 A/mm^2 (καθώς η πυκνότητα ρεύματος αυτή αντιστοιχεί στην μόνιμη κατάσταση λειτουργίας) και περιστράφηκε ο δρομέας κατά ένα πολικό βήμα.



Σχήμα 6.12: Ηλεκτρομαγνητική ροπή στο διάκενο σαν συνάρτηση της γωνίας περιστροφής του δρομέα για μηχανή επιφανειακών μαγνητών (μπλε), για μηχανή εγκάρσιων μαγνητών (πράσινο)

Όπως παρατηρείται στο Σχήμα 6.12, η μέγιστη ροπή είναι μετατοπισμένη σε γωνία μικρότερη από τις 90 ηλεκτρικές μοίρες και στις δύο μηχανές, πράγμα που υποδηλώνει ότι η ροπή προκύπτει από δύο συνιστώσες, εκ των οποίων η μία είναι η συνιστώσα της θεμελιώδους ροής στο διάκενο, ενώ η δεύτερη είναι η ροπή εκτυπότητας που εξαρτάται από τη γεωμετρία του δρομέα. Παρατηρείται ότι στη μηχανή με εγκάρσιους μαγνήτες, η ροπή εκτυπότητας καταλαμβάνει μεγαλύτερο μέρος της συνισταμένης ροπής με αποτέλεσμα σε κάποιες γωνίες αυτή να είναι έως και αρνητική.

Για τον ακριβή υπολογισμό της επίδοσης και της ποιότητας της παραγόμενης ροπής, προσομοιώθηκε σύγχρονη λειτουργία, τροφοδοτώντας το τύλιγμα του στάτη με στρεφόμενο ημιτονοειδές ρεύμα πυκνότητας 4 A/mm^2 και περιστρέφοντας το δρομέα για δύο πολικά βήματα διατηρώντας μεταξύ των πεδίων του δρομέα και του στάτη τη γωνία μέγιστης ροπής.



Σχήμα 6.13: Ροπή διακένου σύγχρονης λειτουργίας για μηχανή επιφανειακών μαγνητών (μπλε), για μηχανή εγκάρσιων μαγνητών (πράσινο)

Από το Σχήμα 6.13 φαίνεται σχηματικά ότι οι δύο μηχανές ικανοποιούν τις απαιτήσεις ροπής της εφαρμογής. Επίσης, παρουσιάζεται καθαρά η έντονη κυμάτωση που παρουσιάζει η μηχανή επιφανειακού μαγνήτη.

6.6.2. Αντι-HEΔ και αρμονική παραμόρφωση (T.H.D.) της επαγόμενης τάσης

Για τον υπολογισμό της αντι-HEΔ του στάτη της μηχανής πρέπει να βρεθεί η ροή που εμπλέκεται με μία φάση του τυλίγματος του στάτη χρησιμοποιώντας τη σχέση:

$$\lambda_{\alpha} = p \cdot N \cdot L \cdot \sum_q^{q/p} \frac{1}{S_q} \cdot \int_{S_q} A_z dS \quad (6.10)$$

όπου S_q το εμβαδό της αύλακας που αντιστοιχεί σε μία φάση. Στην περίπτωση του συγκεντρωμένου τυλίγματος διπλής στρώσης, όπως αυτό που χρησιμοποιήθηκε στην σχεδίαση των εν λόγω κινητήρων, το εμβαδό αυτό αντιστοιχεί στην μισή αύλακα του στάτη και A_z το μαγνητικό διανυσματικό δυναμικού στο μέσο του τυλίγματος.

Η συνολική πεπλεγμένη ροή στο στάτη για μία φάση προκύπτει από τη σχέση:

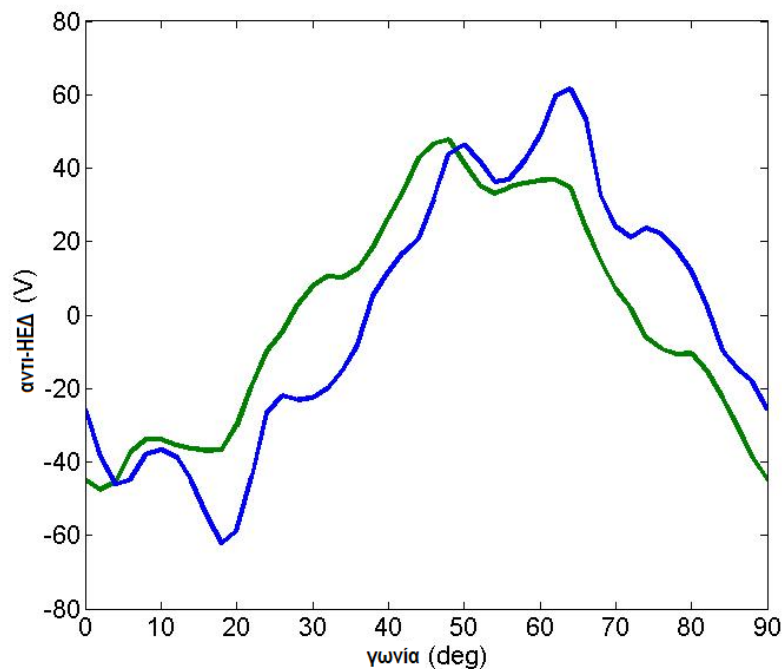
$$\lambda_{Atot} = \lambda_A - \lambda_{A-} \quad (6.11)$$

όπου λ_{A-} είναι η ροή που εμπλέκεται γύρω από τα αρνητικά τυλίγματα της ίδιας φάσης.

Η αντι-ΗΕΔ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$Back\ EMF = \frac{\lambda_{Atot}(\theta + 1) - \lambda_{Atot}(\theta)}{d\theta} * \omega_{κινητήρα} \quad (6.12)$$

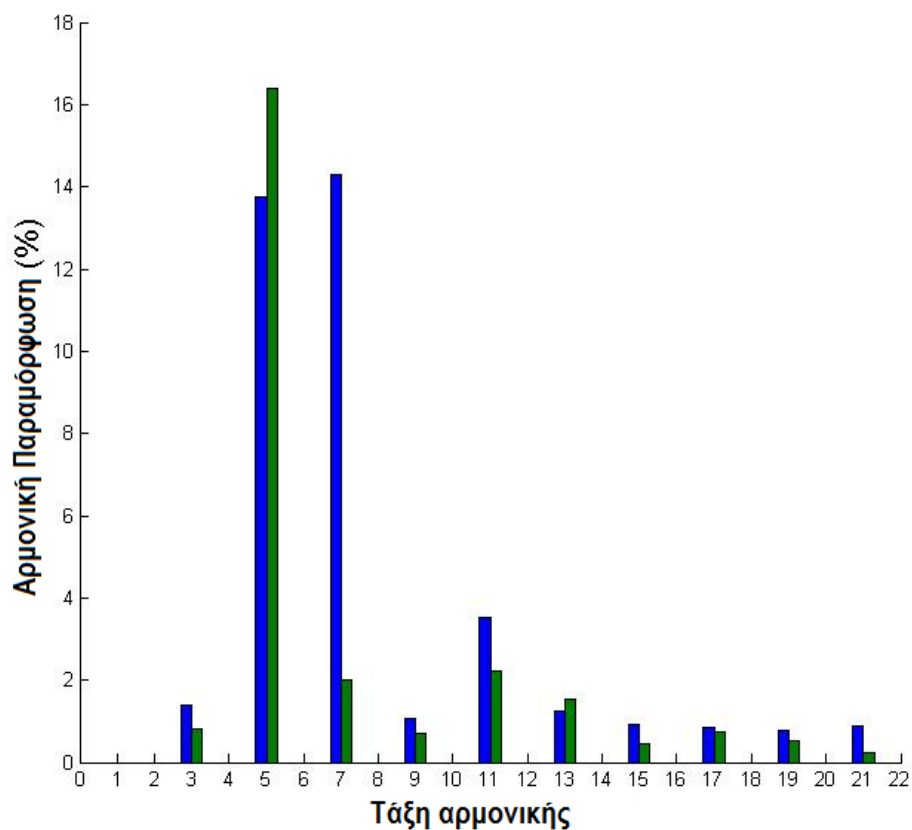
Το Σχήμα 3.17 παρουσιάζει τις αντι-ΗΕΔ των δύο μηχανών συναρτήσει της γωνίας περιστροφής του δρομέα για σύγχρονη λειτουργία 2 πολικών βημάτων.



Σχήμα 6.14: Αντι-ΗΕΔ σύγχρονης λειτουργίας για μηχανή επιφανειακών μαγνητών (μπλε), για μηχανή εγκάρσιων μαγνητών (πράσινο)

Είναι εμφανές ότι η μέγιστη τιμή της επαγόμενης τάσης της μηχανής με εγκάρσιους μαγνήτες είναι μικρότερη από αυτήν της μηχανής επιφανειακού μαγνήτη. Επίσης από τον Πίνακα 6.5 φαίνεται ότι και η μέση τιμή της θεμελιώδους αντι-HEΔ της ίδιας μηχανής είναι μικρότερη. Αυτό συμβαίνει διότι ο στάτης της μηχανής με εγκάρσιους μαγνήτες είναι μικρότερος, με αποτέλεσμα το εμβαδό αύλακας αυτής της μηχανής να είναι μικρότερο από της μηχανής επιφανειακού μαγνήτη. Επίσης, από τις παραπάνω χαρακτηριστικές παρατηρούμε ότι η κυματομορφή της αντι-HEΔ είναι μετατοπισμένη ως συνάρτηση της γωνίας περιστροφής για τις δύο μηχανές.

Παρατηρείται ότι οι κυματομορφές της επαγόμενης τάσης και των δύο μηχανών προσεγγίζουν την ημιτονική κατανομή, παρόλα αυτά εμπεριέχουν ένα πλούσιο αρμονικό περιεχόμενο. Το αρμονικό περιεχόμενο της αντι-HEΔ βρίσκεται επακριβώς πραγματοποιώντας ανάλυση Fourier. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης Fourier της επαγόμενης τάσης φαίνονται στα Σχήμα 6.15.



Σχήμα 6.15: Ανάλυση Fourier της επαγόμενης τάσης στο στάτη για μηχανή επιφανειακών μαγνητών (μπλε), για μηχανή εγκάρσιων μαγνητών (πράσινο)

Όπως φαίνεται από την ανάλυση Fourier για τις πρώτες 22 τάξης αρμονικών της αντι-HEΔ των δύο μηχανών, η μηχανή επιφανειακού μαγνήτη παρουσιάζει έντονη 5^η και 7^η αρμονική. Γενικά, το τύλιγμα του στάτη που χρησιμοποιήθηκε σε αυτή τη σχεδίαση εμφανίζει υψηλή 5^η και 7^η αρμονική συνιστώσα, παρόλα αυτά, η μηχανή με εγκάρσιους μαγνήτες δεν παρουσιάζει μεγάλη τιμή 7^η τάξης αρμονικής. Αυτό σημαίνει ότι η γεωμετρική διαμόρφωση

του δρομέα με εγκάρσιους μαγνήτες καταστέλλει ένα μεγάλο μέρος της 7^{ης} αρμονικής. Επιπλέον, λόγω της αλλαγής της διαπερατότητας μεταξύ δοντιού και αύλακας, οι δύο μηχανές παρουσιάζουν σχετικά μεγάλες τιμές 11^{ης} και 13^{ης} αρμονικής, δηλαδή τις τάξεις των αρμονικών που είναι γύρω από τον απόλυτο αριθμό των αυλάκων του στάτη. Επίσης, η αρμονική 3^{ης} τάξης αγνοείται διότι η μηχανή πρόκειται να συνδεθεί σε συνδεσμολογία αστέρα. Μέσω κατάλληλου ελέγχου μπορούν να κατασταλούν οι αρμονικές συνιστώσες που προκαλούν την μεγαλύτερη παραμόρφωση.

6.6.3. Απόδοση

Προκειμένου να υπολογιστεί η απόδοση των μηχανών, πρέπει να εκτιμηθούν οι απώλειες που λαμβάνουν χώρα κατά τη λειτουργία τους. Οι κυριότεροι παράγοντες απωλειών είναι οι απώλειες χαλκού στα τυλίγματα του στάτη και οι απώλειες πυρήνα στο σώμα του δρομέα και του στάτη των μηχανών. Κατά τη λειτουργία μιας μηχανής εμφανίζονται, επίσης, μηχανικές απώλειες, όπως οι απώλειες λόγω τριβών στα έδρανα της μηχανής και απώλειες λόγω ανεμισμού. Για τους σκοπούς αυτής της ανάλυσης οι μηχανικές απώλειες και οι απώλειες λόγω ανεμισμού θεωρούνται αμελητέες.

6.6.3.1. Απώλειες χαλκού

Σε μια μηχανή μονίμων μαγνητών οι απώλειες χαλκού περιορίζονται στις ωμικές απώλειες τους τυλίγματος του στάτη, εφόσον ο δρομέας δεν περιέχει τυλίγματα. Οι απώλειες χαλκού εξαρτώνται από την αντίσταση της κάθε σπείρας του τυλίγματος, το μήκος της, τη διατομή του χάλκινου αγωγού και τη θερμοκρασία.

Προκειμένου να υπολογιστούν οι ωμικές απώλειες του στάτη, αρχικά υπολογίζονται οι ωμικές απώλειες μιας σπείρας του τυλίγματος. Το μέσο μήκος μιας σπείρας αποτελείται από το μήκος που η σπείρα βρίσκεται μέσα στο ενεργό μέρος της μηχανής και από το μήκος του τόξου στην κεφαλή του τυλίγματος.

$$l_{σπείρας} = 2 \cdot \left(L + olf \cdot \frac{\theta_{μέσο} \cdot \pi}{180} \cdot R_{slot} \right) \quad (6.13)$$

όπου olf είναι ο συντελεστής πλέξης πηνίου, $\theta_{μέσο}$ η γωνία από το μέσο της αύλακας που εξέρχεται το πηνίο έως το μέσο της αύλακας στην οποία εισέρχεται και R_{slot} η ακτίνα του μέσου της αύλακας.

Η διατομή της κάθε σπείρας δίνεται από τη σχέση:

$$S_{σπείρας} = ff \cdot \frac{S_{ph}}{N} \quad (6.14)$$

όπου S_{ph} είναι το εμβαδό της μίας φάσης κάθε αύλακας.

Η ωμική αντίσταση κάθε σπείρας υπολογίζεται ως εξής:

$$R_{σπείρας} = 1.724 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m \cdot \frac{l_{σπείρας}}{S_{σπείρας}} \quad (6.15)$$

ενώ οι ωμικές απώλειες κάθε σπείρας είναι:

$$P_{σπείρας} = \left(\frac{I_{ph}}{N} \right)^2 \cdot R_{σπείρας} \quad (6.16)$$

Οι συνολικές απώλειες χαλκού του τυλίγματος του στάτη προκύπτουν από τον τύπο:

$$P_{cu} = P_{σπείρας} \cdot Q \cdot N \quad (6.17)$$

Η θερμοκρασιακή επίδραση στις συνολικές απώλειες χαλκού γι' αυτή την εφαρμογή θεωρείται ασήμαντη γι' αυτό και αμελείται.

6.6.3.2. Απώλειες πυρήνα

Όπως έχει ήδη αναφερθεί οι απώλειες πυρήνα οφείλονται σε δύο παράγοντες: στο βρόχο υστέρησης που είναι χαρακτηριστικό κάθε υλικού και στα δινορρέυματα που αναπτύσσονται στο σώμα του πυρήνα κατά τη λειτουργία της μηχανής.

Οι απώλειες πυρήνα υπολογίζονται κατά την ανάλυση αυτή σύμφωνα με τη μέθοδο που παρουσιάζεται στην βιβλιογραφία [9].

Εφόσον οι μηχανικές απώλειες λόγω τριβών και ανεμισμού αμελούνται και οι μηχανικές απώλειες της σχέσης μετάδοσης δεν θεωρούνται απώλειες του κινητήρα, η απόδοση δίνεται από τη σχέση:

$$\eta = \frac{P_{εξ}}{P_{εισ}} = \frac{T_{μέσο} \cdot \omega_{κινητήρα}}{T_{μέσο} \cdot \omega_{κινητήρα} + P_{cu} + P_{core}} \quad (6.18)$$

Απώλειες Μηχανής Επιφανειακών Μαγνητών	
Απώλειες Χαλκού	475.63 W
Απώλειες Δρομέα	56.6 W
Σιδήρου Στάτη	154.58 W
Σύνολο Απωλειών	686.82 W
Απόδοση	96 %

Απώλειες Μηχανής Εγκάρσιων Μαγνητών	
Απώλειες Χαλκού	304.37 W
Απώλειες Δρομέα	40.13 W
Σιδήρου Στάτη	108.06 W
Σύνολο Απωλειών	452.56 W
Απόδοση	97.3 %

Πίνακας 6.6: Απώλειες και απόδοση των δύο μηχανών

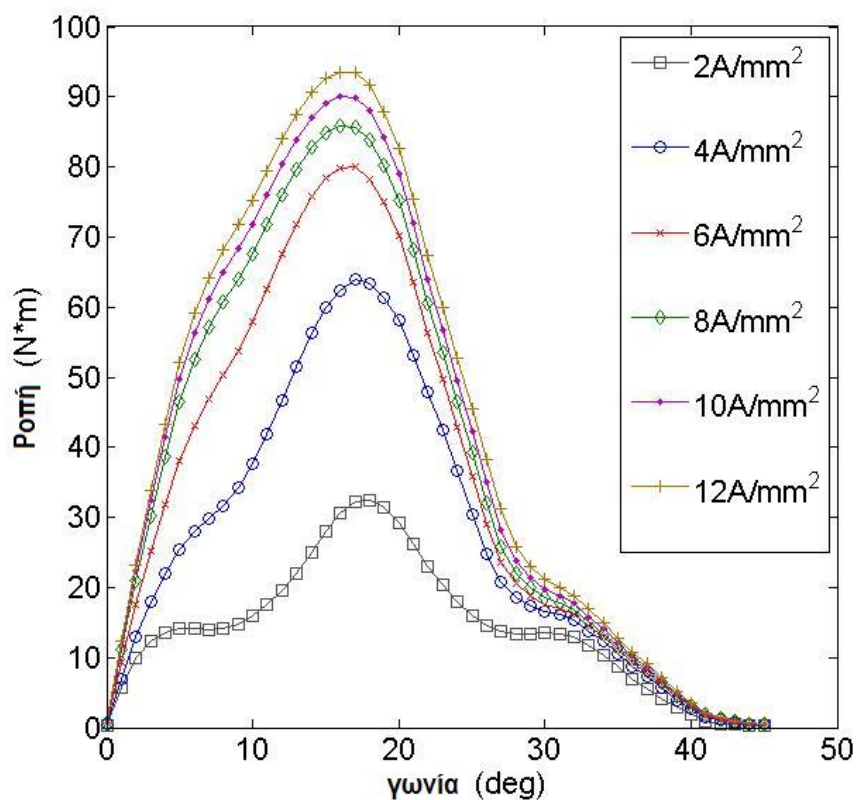
Στον Πίνακα 6.6 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά οι απώλειες πυρήνα και χαλκού για τις δύο μηχανές για συνθήκες ονομαστικής φόρτισης 4 A/mm^2 , όπως υπολογίστηκαν από το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων. Στον ίδιο πίνακα παρουσιάζονται οι συνολικές απώλειες και ο βαθμός απόδοσης της κάθε μηχανής.

Οι απώλειες χαλκού στη μηχανή με εγκάρσιους μαγνήτες είναι μικρότερες σε σύγκριση με τη μηχανή επιφανειακού μαγνήτη, διότι το συνολικό μήκος του τυλίγματος είναι μικρότερο λόγω του μικρότερου εμβαδού αύλακας, ενώ η πυκνότητα του ρεύματος είναι ίδια και για τις δύο μηχανές.

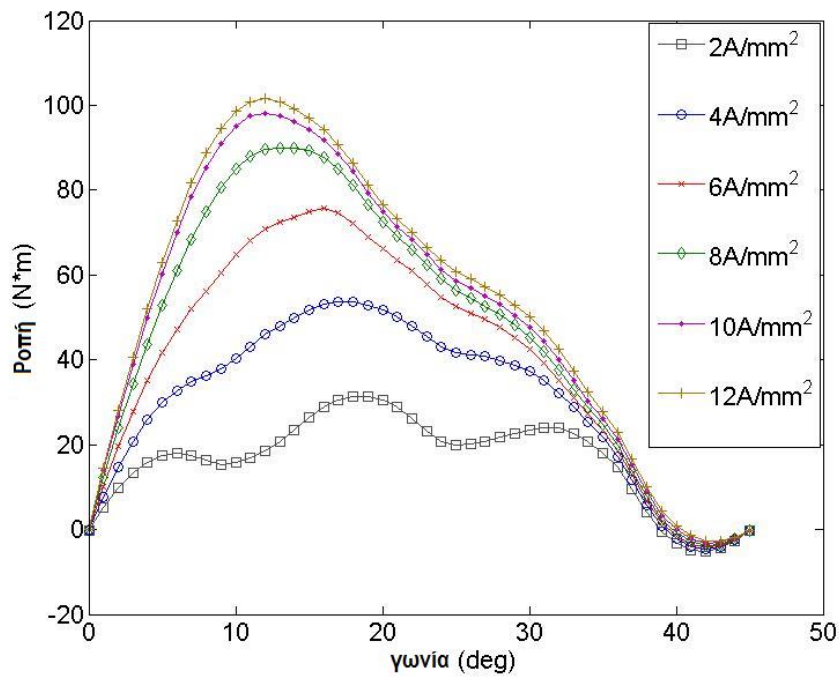
Επίσης, οι απώλειες σιδήρου στάτη και δρομέα είναι μικρότερες στην μηχανή εγκάρσιων μαγνητών παρόλο που η διάμετρος της μηχανής αυτής είναι μικρότερη από τη μηχανή επιφανειακού μαγνήτη.

6.7. Διαφορετικά επίπεδα φόρτισης

Πραγματοποιήθηκε μελέτη της συμπεριφοράς των δύο μηχανών σε διαφορετικές καταστάσεις φόρτισης. Συγκεκριμένα, διερευνήθηκε η μέγιστη ροπή που μπορούν να παράγουν σε κάθε επίπεδο φόρτισης, περιστρέφοντας το δρομέα κατά ένα πολικό βήμα και τροφοδοτώντας το στάτη με μη στρεφόμενα ημιτονικά ρεύματα.



(α)



(β)

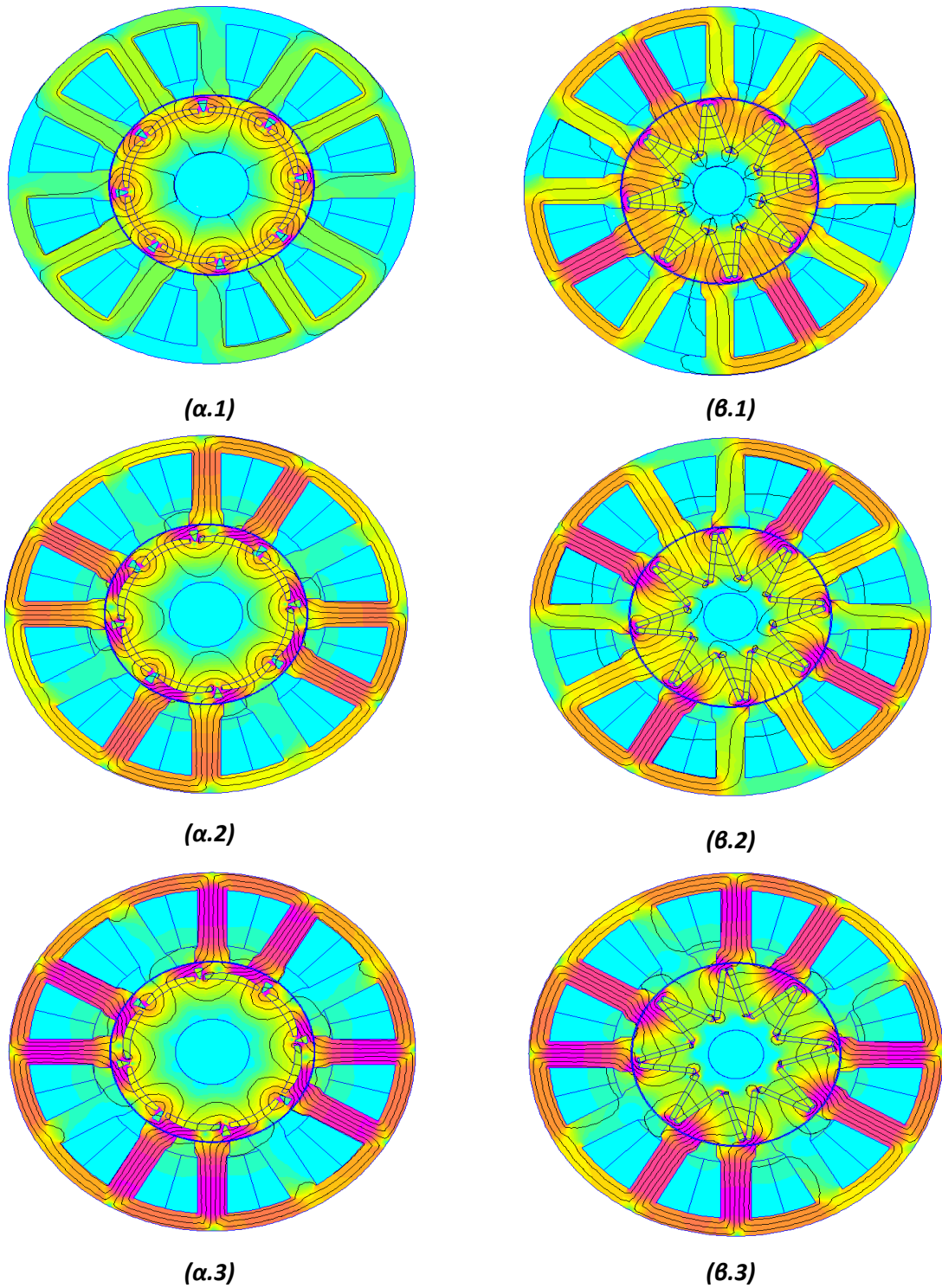
Σχήμα 6.16: Ροπή στο διάκενο με μη στρεφόμενα ρεύματα

(α) Μηχανή προστατευμένων επιφανειακών μαγνητών

(β) Μηχανή εγκάρσιων μαγνητών

Από το Σχήμα 6.16 παρατηρείται ότι οι δύο μηχανές έχουν πολύ διαφορετική συμπεριφορά στα διάφορα επίπεδα φόρτισης. Από τις καμπύλες αυτές δεν μπορούν να εξαχθούν ασφαλή συμπεράσματα για την μέση ροπή στο διάκενο διότι λόγω της κυμάτωσης αυτή μπορεί να διαφέρει σημαντικά σε σχέση με την τιμή που φαίνεται στο σχήμα. Αξίζει όμως να σημειωθεί ότι ενώ στη μηχανή επιφανειακού μαγνήτη η μέγιστη ροπή εμφανίζεται στην ίδια γωνία ροπής για όλα τα επίπεδα φόρτισης, στην μηχανή εγκάρσιου μαγνήτη η μέγιστη ροπή εμφανίζεται σε μικρότερες γωνίες όσο αυξάνεται το φορτίο. Αυτό υποδεικνύει για ακόμη μια φορά των έντονο παράγοντα εκτυπότητας της μηχανής με εγκάρσιους μαγνήτες.

Στο Σχήμα 6.17 παρουσιάζεται η ανάλυση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου των δύο μηχανών σε συνθήκες κενού φορτίου, ονομαστικού φορτίου και υπερφόρτισης, όπως προέκυψε από το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων FEMM.



Σχήμα 6.17: Ανάλυση ηλεκτρομαγνητικού πεδίου με το λογισμικό FEMM
(α) Μηχανή προστατευμένων επιφανειακών μαγνητών
(β) Μηχανή εγκάρσιων μαγνητών
1. Κενό φορτίο (0 A/mm^2)
2. Ονομαστικό φορτίο (4 A/mm^2)
3. Υπερφόρτιση (8 A/mm^2)

6.8. Επιλογή τελικής γεωμετρίας

Ο Πίνακας 6.7 παρουσιάζει συγκεντρωτικά τα συγκριτικά αποτελέσματα των δύο τοπολογιών με σκοπό να αναδειχθεί η τελική βέλτιστη γεωμετρία. Στον ίδιο πίνακα παρουσιάζονται οι επιθυμητές τιμές των εξεταζόμενων μεγεθών όπως προκύψαν από την προκαταρκτική σχεδίαση και τα όρια σωστής λειτουργίας που τέθηκαν.

	Επιθυμητές Τιμές	Μηχανή Επιφανειακών Μαγνητών	Μηχανή Εγκάρσιων Μαγνητών
Ονομαστική Ροπή (Nm)	50	✓	✓
Ενεργός Τιμή Τάσης (V)	35	35.67	31.11
Κυμάτωση Ροπής (%)	< 5	27.32	3.31
THD αντι-HEΔ (%)	<3	19.72	17.41
Απώλειες Χαλκού (W)	-	475.63	304.37
Απώλειες Πυρήνα (W)	-	211.18	148.19
Απόδοση (%)	>90	96.0	97.3

Πίνακας 6.7: Συγκεντρωτικά συγκριτικά αποτελέσματα

Τα κριτήρια βάσει των οποίων επιλέγεται η τελική βέλτιστη γεωμετρία είναι η κυμάτωση ροπής, η αρμονική παραμόρφωση της αντι-HEΔ και η απόδοση, εφόσον η παραγόμενη ροπή και των δύο μηχανών καλύπτει τις ανάγκες της εφαρμογής. Στον Πίνακα 6.7 φαίνεται ότι η κυμάτωση της ροπής στην μηχανή εγκάρσιων μαγνητών είναι κατά 88% μικρότερη από αυτήν της μηχανής επιφανειακών μαγνητών, η αρμονική παραμόρφωση της τάσης της μηχανής εγκάρσιων μαγνητών είναι κατά 11.7% μικρότερη από αυτήν της μηχανής επιφανειακών μαγνητών, ενώ η συνολική απόδοση της ίδιας μηχανής είναι βελτιωμένη κατά 1.35%. Από τα αποτελέσματα αυτά γίνεται φανερό ότι η μηχανή με εγκάρσιους μαγνήτες υπερτερεί και στα τρία κριτήρια βελτιστοποίησης σε σύγκριση με την μηχανή με επιφανειακούς μαγνήτες.

Για το λόγο αυτό η τοπολογία κινητήρα εγκάρσιων μαγνητών είναι αυτή που προτείνεται αδιαμφισβήτητα για την εφαρμογή ηλεκτροκίνησης που μελετάται.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^ο

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η εργασία αυτή αποσκοπεί στην σχεδίαση ενός κινητήρα υψηλής πυκνότητας ισχύος με σκοπό την τοποθέτηση του σε ένα μικρό μονοθέσιο όχημα, με αυξημένες απαιτήσεις επιτάχυνσης εκκίνησης και υψηλή ονομαστική ταχύτητα. Για το σκοπό αυτό διερευνήθηκαν με αναλυτικές και αριθμητικές μεθόδους η επίδοση και η απόδοση δύο γεωμετριών μηχανών μονίμων μαγνητών: μηχανή με προστατευμένους επιφανειακούς μαγνήτες και μηχανή με εγκάρσιους μαγνήτες, με σκοπό την σύγκριση τους και την επιλογή της καταλληλότερης γεωμετρίας για την εφαρμογή της ηλεκτροκίνησης.

Μετά από την βελτιστοποίηση των δύο επιλεγμένων τοπολογιών με βασικά κριτήρια την επίδοση και την απόδοση, προσδιορίσθηκε η τελική γεωμετρία, η οποία αφορά κινητήρα μονίμων μαγνητών ακτινικής ροής με εγκάρσιους εσωτερικούς μαγνήτες ονομαστικής ισχύος 16 kW και απόδοσης 97.3 %.

7.1. Κύρια συμπεράσματα

Συγκεντρωτικά, τα συμπεράσματα που προέκυψαν κατά την εκπόνηση αυτής της εργασίας είναι τα εξής:

- Η σχεδίαση ηλεκτρικών μηχανών περιλαμβάνει τον προσδιορισμό των βασικών παραμέτρων μέσω της προκαταρκτικής σχεδίασης και την οριστικοποίηση των τελικών παραμέτρων με την οριστική ανάλυση χρησιμοποιώντας συνήθως λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων σε συνδυασμό με αλγόριθμους βελτιστοποίησης.
- Οι διαστάσεις που προέκυψαν κατά την οριστική σχεδίαση είναι μεγαλύτερες από αυτές που ορίζει η προκαταρκτική σχεδίαση, προκειμένου οι ηλεκτρικές φορτίσεις να είναι περιορισμένες και η πυκνότητα της μαγνητικής ροής να μην υπερβαίνει τα 1.5 T στα πέδιλα του στάτη όπου εμφανίζεται ο εντονότερος κορεσμός.
- Κατά την ανάλυση ευαισθησίας των παραμέτρων σχεδίασης φάνηκε ότι τα τελικά χαρακτηριστικά του κινητήρα είναι πιο ευαίσθητα στην μεταβολή της γεωμετρικής κατανομής του μαγνήτη στο δρομέα από ότι στην μεταβολή των πέδλων των δοντιών του στάτη.
- Ο παράγοντας εκτυπότητας επιδρά στην μηχανή με εγκάρσιους μαγνήτες, αλλά σε μικρότερο βαθμό και στην μηχανή με επιφανειακούς προστατευμένους μαγνήτες λόγω της καμπυλότητας στο πάνω μέρος του μαγνήτη και της γέφυρας σιδήρου. Η ροπή εκτυπότητας συμβάλει σημαντικά στην συνολική παραγόμενη ροπή.
- Η εξωτερική διάμετρος και η διάμετρος διακένου της μηχανής με εγκάρσιους μαγνήτες είναι 22% μικρότερη από τη μηχανή επιφανειακών μαγνητών, για τον ίδιο όγκο μαγνήτη. Αυτό οφείλεται στην μεγάλη συγκέντρωση ροής που παράγεται από τους μαγνήτες και επιτυγχάνεται με γεωμετρίες εσωτερικών μαγνητών.

- Η βέλτιστη επιλογή του πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί αντικείμενο ιδιαίτερης διερεύνησης.
- Η μηχανή επιφανειακού μαγνήτη παρουσιάζει μεγαλύτερη κυμάτωση ροπής σε σχέση με την μηχανή εσωτερικού μαγνήτη, λόγω των αρμονικών χώρου που εισάγει η τραπεζοειδής κατανομή του μαγνήτη.
- Η συνιστάμενη αρμονική παραμόρφωση της αντι-HEΔ είναι μεγαλύτερη στην μηχανή με επιφανειακούς μαγνήτες από ότι στη μηχανή με εγκάρσιους μαγνήτες. Μάλιστα από την ανάλυση Fourier προέκυψε ότι, η γεωμετρία του μαγνήτη στην περίπτωση του δρομέα με εγκάρσιους μαγνήτες προκαλεί καταστολή της 7^{ης} αρμονικής συνιστώσας που εισάγει το τύλιγμα του στάτη.
- Η απόδοση της μηχανής με εγκάρσιους μαγνήτες είναι κατά 1.35% μεγαλύτερη από την απόδοση της μηχανής με επιφανειακούς μαγνήτες.

Συνολικά, συμπεραίνεται από την σύγκριση των αρμονικών παραμορφώσεων, της κυμάτωσης ροπής και της απόδοσης των βέλτιστων γεωμετριών που μελετήθηκαν για την ίδια παραγόμενη ροπή, ότι η μηχανή με εγκάρσιους μαγνήτες παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά από τη μηχανή με επιφανειακούς προστατευμένους μαγνήτες. Άρα τελικά αυτή η γεωμετρία προτάθηκε ως βέλτιστη για αυτή την εφαρμογή.

7.2. Πρωτότυπη συνεισφορά της εργασίας

Τα κύρια σημεία πρωτότυπης συνεισφοράς της παρούσας εργασίας είναι τα εξής:

- Ανάπτυξη αλγόριθμου παραμετροποιημένης σχεδίασης τόσο για μηχανή επιφανειακών προστατευμένων μονίμων μαγνητών, όσο και για μηχανή εσωτερικών εγκάρσιων μαγνητών.
- Σύνδεση του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων FEMM με το Matlab με σκοπό την αριθμητική επίλυση των παραμετροποιημένων γεωμετριών.
- Ανάπτυξη αλγόριθμου ανάλυσης ευαισθησίας, για την ταυτόχρονη βελτιστοποίηση του πλάτους του πέδιλου του στάτη και της γεωμετρίας του μαγνήτη στο δρομέα για τις δύο διαφορετικές μηχανές ξεχωριστά. Τα κριτήρια βάσει των οποίων έγινε η επιλογή των τελικών γεωμετριών είναι η επίδοση, η κυμάτωση της ροπής και η αρμονική παραμόρφωση (T.H.D.) της επαγόμενης τάσης.
- Συγκριτική μελέτη των δύο εναλλακτικών γεωμετριών με βάση την επίδοση, την κυμάτωση της ροπής, την αρμονική παραμόρφωση της αντι-HEΔ και την απόδοση (απώλειες χαλκού και πυρήνα).

7.3. Προτάσεις για περαιτέρω διερεύνηση

Η εργασία αυτή ανέδειξε ορισμένα σημεία που χρήζουν περαιτέρω συμπληρωματικής διερεύνησης. Τα σημεία αυτά τα οποία προτείνονται για μελλοντική εργασία είναι:

- Βελτιστοποίηση των γεωμετριών που εξετάσθηκαν χρησιμοποιώντας άλλες μεθόδους βελτιστοποίησης που αναφέρθηκαν στο Κεφάλαιο 3 και σύγκριση των αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα από την ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρων.
- Διερεύνηση της δυνατότητας λειτουργίας των δύο εξεταζόμενων γεωμετριών σε συνθήκες εξασθένησης πεδίου (field weakening) και σύγκριση της απόδοσης και επίδοσης τους στις συνθήκες αυτές.
- Δημιουργία κύκλου οδήγησης με χαρακτηριστική καμπύλη ροπής στροφών για την εφαρμογή μονοθέσιου οχήματος μεταβλητών στροφών και δημιουργία αλγόριθμου βελτιστοποίησης ώστε ο κινητήρας που επιλέχθηκε να λειτουργεί όσο το δυνατόν βέλτιστα σε όλα τα σημεία του κύκλου οδήγησης.
- Κατασκευή του τελικού κινητήρα και σύγκριση των πειραματικών αποτελεσμάτων με τα προβλεπόμενα από την πεδιακή ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] J. Pyrhonen, T. Jokinen, V. Hraboncova, "Design of Rotating Electrical Machines", 2008, Wiley
- [2] A.E. Fitzgerald, Charles Kingsley Jr., Stephen D. Umans, "Electrical Machinery", 2003, Mc Graw-Hill
- [3] Κωνσταντίνος Λάσκαρης, "Σχεδιασμός και κατασκευή κινητήρων μονίμων μαγνητών για ηλεκτρικά οχήματα, Διδακτορική διατριβή, Αθήνα, 2011, ΕΜΠ
- [4] Florence Libert, "Design, Optimization and Comparison of Permanent Magnet Motors for a Low-Speed Direct-Driven Mixer", Royal Institute of Technology, School of Electrical Engineering, Electrical Machines and Power Electronics, Stockholm, 2004
- [5] Florence Meier, "Permanent Magnet Synchronous Machines with Non-Overlapping Concentrated Windings for Low-Speed Direct-Drive Applications", Royal Institute of Technology, School of Electrical Engineering, Electrical Machines and Power Electronics, Stockholm, 2008
- [6] T. A. Burress, S. L. Campbell, C. L. Coomer, C.W. Ayers, A. A. Wereszczak, J. P. Cunningham, L. D. Marlino, L. E. Seiber, H. T. Lin, "Evaluation of the 2010 Toyota Prius Hybrid Synergy Drive System", Oak Ridge National Laboratory, 2011
- [7] Α. Κλαδάς, "Υποδειγματική Προκαταρκτική Σχεδίαση Γεννήτριας Μονίμων Μαγνητών Ισχύος 25 kW", Αθήνα, 2010, ΕΜΠ
- [8] Αναστάσιος Γ. Βήχος, "Σχεδίαση και βελτιστοποίηση κινητήρα μονίμων μαγνητών για εφαρμογή ηλεκτροκίνησης", Διπλωματική εργασία, Αθήνα, 2009, ΕΜΠ
- [9] Άγγελος Α. Χριστοφή, "Σχεδίαση και Βελτιστοποίηση Δρομέα Ηλεκτρικής Μηχανής Επαγωγής Ισχύος 2 HP", Διπλωματική εργασία, Αθήνα, 2010, ΕΜΠ
- [10] Νάντια-Κωνσταντίνα Μ. Ζάμερ, "Πολυαντικειμενική βελτιστοποίηση για βέλτιστη διαστασιολόγηση και τοποθέτηση μονάδας διεσπαρμένης παραγωγής σε δίκτυο διανομής με διαφόρους τύπους φορτίων", Διπλωματική εργασία, Αθήνα, 2011, ΕΜΠ
- [11] A. Osyczka, "Multicriteria optimization for engineering design", Academic Press, Cambridge, MA.
- [12] Μπωναζούντας, "Κλασικές Μέθοδοι Βελτιστοποίησης", Αθήνα, 2001, ΕΜΠ
- [13] K. Laskaris and A. Kladas, "High Torque Internal Permanent Magnet Motor for Electric Traction Applications", Proceeding of the XVII International Conference on Electrical Machines, Vilamoura, Portugal, 6-9 September 2008, Paper ID 1428

- [14] K. Laskaris, E. Theodorou, V. Papanikolaou and A. Kladas, "High Efficiency Permanent Magnet Wheel Motor Design for Light Electric Vehicle Applications", *Material Science Forum*, 721, 313, pp. 313-318. June, 2012
- [15] Laskaris, K.I., Kladas, A.G., "Internal Permanent Magnet Motor Design for Electric Vehicle Drive", *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 1, pp.138,145, Jan. 2010
- [16] Hang-Sheng Chen, David G. Dorrell and Mi-Ching Tsai, "Design and Operation of Interior Permanent-Magnet Motor With Two Axial Segments and High Rotor Saliency", *IEEE Transaction on Magnetics*, vol. 46, no. 9, September 2010
- [17] Ι.Α. Τεγόπουλος, "Ηλεκτρικές Μηχανές, Μέρος Β', Μόνιμη Κατάσταση", Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα, 1991
- [18] Soon-O Kwon, Sung-II Kim, Peng Zhang, Jung-Pyo Hong, "Performance comparison of IPMSM with distributed and concentrated windings", *IEEE Industry Applications Conference*, Florida USA, October 2006