



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΩΝ ΕΡΕΥΝΩΝ

ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΣΜΗΝΟΥΣ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ

Διπλωματική Εργασία

Κυριάκου Μπούτση

Επιβλέπων:

Μανόλης Παπαδρακάκης, Καθηγητής
Οκτώβριος 2014

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Τομέας Δομοστατικής
Εργαστήριο Στατικής και Αντισεισμικών Ερευνών



Βέλτιστος Σχεδιασμός Μεταλλικών Κατασκευών με τη Μέθοδο Σμήνους Σωματιδίων

Κυριάκου Μπούτση

Επιβλέπων:
Μανόλης Παπαδρακάκης, Καθηγητής

Αθήνα,
Οκτώβριος 2014

National Technical University of Athens
School of Civil Engineering
Institute of Structural Analysis and Seismic Research



Optimal Design of Steel Structures using a Particle Swarm Method

Kyriakos Boutsis

**Advisor:
Professor Manolis Papadrakakis**

Athens,
October 2014

Περίληψη

Αντικείμενο της διπλωματικής αυτής εργασίας αποτελεί ο βέλτιστος σχεδιασμός κατασκευών σε επίπεδο διατομής. Βασικό κριτήριο του οποίου ζητείται η ελαχιστοποίηση στην περίπτωση βέλτιστου σχεδιασμού κατασκευών αποτελεί το βάρος του φορέα και, κατ'επέκταση, το οικονομικό κόστος για την ανόρθωσή του. Για την πραγματοποίηση της διαδικασίας, επιλέγεται η μέθοδος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων, μια μέθοδο εμπνευσμένη από τη συμπεριφορά των μελών μιας ομάδας από έμβιους οργανισμούς, η οποία συνδυάζει την απλή εφαρμογή με τα αξιόπιστα αποτελέσματα που απαιτούνται σε κατασκευαστικά προβλήματα.

Για τη μαθηματική βελτιστοποίηση, αναπτύχθηκε λογισμικό σε γλώσσα προγραμματισμού Java («PSOUnconstrained» και «PSOConstrained»), στο οποίο έγινε έλεγχος με μια σειρά από μαθηματικά προβλήματα αξιολόγησης από τη βιβλιογραφία. Για την ενσωμάτωση της βελτιστοποίησης σε προβλήματα κατασκευών, αναπτύχθηκε το λογισμικό «PSOStructural» σε γλώσσα C#, το οποίο ενσωματώνει το εμπορικό λογισμικό SAP2000 για το σχεδιασμό και την ανάλυση των φορέων. Το εν λόγω λογισμικό χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση κατασκευών που αποτελούνται από τυποποιημένες διατομές χάλυβα, στα οποία κάθε πιθανός σχεδιασμός ελέγχθηκε έναντι αξονικής, καμπτικής, διατμητικής καταπόνησης και λυγισμού με βάση τους περιορισμούς που ορίζονται από τον Ευρωκώδικα 3 για την Οριακή Κατάσταση Αστοχίας και την Οριακή Κατάσταση Λειτουργικότητας.

Στο πρώτο κεφάλαιο, αναφέρονται κάποια βασικά στοιχεία για τη βελτιστοποίηση σαν μέθοδο, τον τρόπο με τον οποίο εκφράζεται μαθηματικά και τα είδη βελτιστοποίησης που συναντώνται σε κατασκευές. Στη συνέχεια, αναλύεται η μέθοδος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (ΒΣΣ) και ο τρόπος εφαρμογής της στα προβλήματα κατασκευών.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, αναπτύσσεται συνοπτικά η δομή του λογισμικού βελτιστοποίησης που αναπτύχθηκε, δίνεται η μορφή ορισμένων χαρακτηριστικών μητρώων αποτελεσμάτων, όπως αυτά χρησιμοποιούνται στο λογισμικό, και αναφέρονται οι παραδοχές που έγιναν κατά την ανάλυση και το σχεδιασμό με το SAP2000.

Στο τρίτο κεφάλαιο, αναφέρονται οι βασικές αρχές σχεδιασμού και ανάλυσης των Ευρωκωδίκων για κατασκευές από χάλυβα. Στη συνέχεια, αναλύονται οι περιορισμοί που ορίζονται για ΟΚΑ και ΟΚΛ σε επίπεδο διατομής και μέλους.

Το τέταρτο και πέμπτο κεφάλαιο αποτελούνται από μαθηματικά και κατασκευαστικά, αντίστοιχα, προβλήματα αξιολόγησης (benchmark) από τη βιβλιογραφία για τον έλεγχο της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων. Τέλος, στο δεύτερο μέρος του πέμπτου κεφαλαίου περιέχονται τέσσερις εφαρμογές-παραδείγματα της μεθόδου σε κατασκευές με μέλη τυποποιημένων διατομών χάλυβα (κατηγορίες IPE, HEA, HEB).

Abstract

The object of the present thesis is the optimal design of structures at the level of its members' sections. A basic criterion when it comes to the optimization of structures is the minimalization of the structure's weight and, consecutively, of the cost required for its construction. For the realization of this goal, a particle swarm optimization method was chosen. The method was inspired by the actual movements of members of a group of living organisms and is a very good candidate for structural optimization because of the combination of simplicity and efficiency it offers.

For the mathematical optimization, a couple of applications were developed in Java programming language so that they integrate the Particle Swarm method («PSOUnconstrained» και «PSOConstrained»), and the results were checked by using benchmark problems found in the references. For the integration of structural optimization a third application was developed in C# («PSOStructural»), which utilizes the application programming interface (API) of commercial software SAP2000 for the analysis and design of the structure. The application was then used for the optimization of structures composed of typical steel sections, where a number of EC3 restrictions in terms of strength and deflection in Ultimate Limit State and Serviceability Limit State were imposed.

The first chapter runs through the theoretical fundamentals of optimization, its mathematical formulation and the types of optimization applied on structures. In addition, an analysis of Particle Swarm Optimization (PSO) and its integration in structural problems is given.

In the second chapter, the generic structure of the optimization applications is presented in brief, including a visualization of a number of results arrays that are utilized. Furthermore, the main assumptions made, as well as a couple of notes of importance regarding analysis and design with SAP2000, are included.

The third chapter includes the main principles of analysis and design for steel structures, as well as the strength and deflection limitations that are imposed on structures in accordance with Eurocode.

The fourth and fifth chapter contain mathematical and structural benchmark problems, respectively, so that reliability on output results is achieved. Finally, the second part of the fifth chapter includes four problems-examples where the developed application was used on structures composed of typical steel sections (IPE, HEA, HEB categories).

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κ. Μανόλη Παπαδρακάκη, επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας μου, για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε, την πολύ καλή συνεργασία που είχαμε και τις πολύτιμες γνώσεις που αποκόμισα από αυτόν κατά τη διάρκεια των σπουδών μου στη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον κ. Βαγγέλη Πλεύρη για την καθοδήγηση και τις συμβουλές που μου προσέφερε σε κρίσιμα σημεία της εργασίας αυτής. Τέλος, οφείλω ένα πολύ μεγάλο ευχαριστώ στην οικογένεια και στους φίλους μου, που με στήριξαν και εξακολουθούν να με στηρίζουν σε κάθε βήμα της προσωπικής και ακαδημαϊκής σταδιοδρομίας μου.

Αθήνα, Οκτώβριος 2014

Κυριάκος Μπούτσας

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	ix
Abstract	xi
Ευχαριστίες.....	xiii
Περιεχόμενα.....	xv
Ευρετήριο Σχημάτων	xvii
Ευρετήριο Πινάκων.....	xix
1 Βελτιστοποίηση	1
1.1 Εισαγωγή.....	1
1.2 Μαθηματικό μοντέλο βελτιστοποίησης	2
1.3 Κατηγορίες βελτιστοποίησης κατασκευών.....	6
1.4 Η μέθοδος βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (ΒΣΣ).....	9
2 Προγραμματισμός βελτιστοποίησης	23
2.1 Εφαρμογή βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμούς.....	23
2.2 Εφαρμογή βελτιστοποίησης με περιορισμούς.....	25
2.3 Εφαρμογή βελτιστοποίησης κατασκευών	26
2.4 Μόρφωση μητρώων	29
2.5 Παραδοχές ανάλυσης με το SAP2000	33
2.6 Παραδοχές σχεδιασμού με το SAP2000.....	35
3 Σχεδιασμός μεταλλικών κατασκευών.....	39
3.1 Βασικές αρχές σχεδιασμού.....	40
3.2 Δράσεις	41
3.3 Ανάλυση φορέα	53
3.4 Έλεγχος διατομών στην οριακή κατάσταση αστοχίας.....	54
3.5 Έλεγχος μέλους στην οριακή κατάσταση αστοχίας.....	60
3.6 Έλεγχος μέλους στην οριακή κατάσταση λειτουργικότητας.....	66

4	Μαθηματικές εφαρμογές.....	69
4.1	Προβλήματα αξιολόγησης χωρίς περιορισμούς.....	69
4.2	Προβλήματα αξιολόγησης με περιορισμούς	86
4.3	Συμπεράσματα.....	95
5	Βελτιστοποίηση κατασκευών.....	97
5.1	Κατασκευαστικά προβλήματα αξιολόγησης	98
5.2	Εφαρμογές τυποποιημένων διατομών χάλυβα.....	110
	• Εφαρμογή 1 – Πλαίσιο 10 μελών στο επίπεδο	113
	• Εφαρμογή 2 – Πλαίσιο 35 μελών στο επίπεδο	119
	• Εφαρμογή 3 – Πλαίσιο 21 μελών στο χώρο	125
	• Εφαρμογή 4– Πλαίσιο 95 μελών στο χώρο	131
6	Συμπεράσματα	139
6.1	Σύνοψη.....	139
6.2	Συμπεράσματα για τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης	140
6.3	Συμπεράσματα για το πρόγραμμα ανάλυσης	140
	Βιβλιογραφία.....	143
	Αγγλική	143
	Ελληνική	143
	Παράρτημα Α. Συντελεστές αλληλεπίδρασης (Μέθοδος 2)	145

Ευρετήριο Σχημάτων

Σχήμα 1.1 – Βελτιστοποίηση διαστασιολόγησης διατομής	6
Σχήμα 1.2 – Βελτιστοποίηση σχήματος κατασκευής	7
Σχήμα 1.3 – Βελτιστοποίηση τοπολογίας κατασκευής	8
Σχήμα 1.4 – Η κίνηση ενός σωματιδίου σε δισδιάστατο χώρο σχεδιασμού	12
Σχήμα 1.5 – Τα βήματα της ΒΣΣ για προβλήματα χωρίς περιορισμούς.....	15
Σχήμα 1.6 – Μία συνάρτηση ποινής πολλαπλών γραμμικών τμημάτων σε προβλήματα με περιορισμούς	17
Σχήμα 1.7 – Μια συνάρτηση ποινής πολλαπλών γραμμικών τμημάτων σε προβλήματα κατασκευών	19
Σχήμα 1.8 – Τα βήματα της ΒΣΣ για προβλήματα κατασκευών	21
Σχήμα 2.1 – Προβλήματα αξιολόγησης. Μητρώο μετακινήσεων κόμβων	29
Σχήμα 2.2 – Προβλήματα αξιολόγησης. Μητρώο αξονικών τάσεων κόμβων.....	30
Σχήμα 2.3 – Προβλήματα τυποποιημένων διατομών. Μητρώο περιορισμών αντοχής σε αξονική δύναμη	31
Σχήμα 2.4 – Προβλήματα τυποποιημένων διατομών. Μητρώο περιορισμών επιτρεπτού βέλους κάμψης	32
Σχήμα 2.5 – Προβλήματα τυποποιημένων διατομών. Μητρώο ποινής.	33
Σχήμα 3.1 – Γενική μορφή ελαστικού φάσματος σχεδιασμού.....	47
Σχήμα 4.1 – Η συνάρτηση σφαίρας δύο μεταβλητών	70
Σχήμα 4.2 – Συνάρτηση σφαίρας. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης.....	71
Σχήμα 4.3 – Η συνάρτηση Beale δύο μεταβλητών	72
Σχήμα 4.4 – Συνάρτηση Beale. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης	73
Σχήμα 4.5 – Η συνάρτηση Ackley δύο μεταβλητών	74
Σχήμα 4.6 – Συνάρτηση Ackley. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης.....	75
Σχήμα 4.7 – Η συνάρτηση Griewank δύο μεταβλητών	76
Σχήμα 4.8 – Συνάρτηση Griewank. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης	77
Σχήμα 4.9 – Η συνάρτηση Levy δύο μεταβλητών	78
Σχήμα 4.10 – Συνάρτηση Levy. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης.....	79
Σχήμα 4.11 – Η συνάρτηση Schwefel δύο μεταβλητών	80
Σχήμα 4.12 – Συνάρτηση Schwefel. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης.....	81

Σχήμα 4.13 – Η συνάρτηση Rastrigin δύο μεταβλητών.....	82
Σχήμα 4.14 – Συνάρτηση Rastrigin. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης	83
Σχήμα 4.15 – Η συνάρτηση Rosenbrock δύο μεταβλητών	84
Σχήμα 4.16 – Συνάρτηση Rosenbrock. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης.....	85
Σχήμα 4.17 – Πρόβλημα G1. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης.....	87
Σχήμα 4.18 – Πρόβλημα G2. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης	89
Σχήμα 4.19 – Πρόβλημα G3. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης	90
Σχήμα 4.20 – Πρόβλημα G4. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης	92
Σχήμα 4.21 – Πρόβλημα G5. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης.....	93
Σχήμα 4.22 – Πρόβλημα G6. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης	95
Σχήμα 5.1 – Πρόβλημα αξιολόγησης 1. Το επίπεδο δικτύωμα 10 μελών.....	98
Σχήμα 5.2 – Πρόβλημα αξιολόγησης 1. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης	103
Σχήμα 5.3 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Το δικτύωμα 25 μελών στο χώρο	104
Σχήμα 5.4 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης	110
Σχήμα 5.5 – Εφαρμογή 1. Γεωμετρία του φορέα.....	114
Σχήμα 5.6 – Εφαρμογή 1. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης	118
Σχήμα 5.7 – Εφαρμογή 2. Γεωμετρία του φορέα.....	119
Σχήμα 5.8 – Εφαρμογή 2. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης.....	124
Σχήμα 5.9 – Εφαρμογή 3. Γεωμετρία του φορέα.....	125
Σχήμα 5.10 – Εφαρμογή 3. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης.....	130
Σχήμα 5.11 – Εφαρμογή 4. Γεωμετρία του φορέα.....	131
Σχήμα 5.12 – Εφαρμογή 4. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης	137

Ευρετήριο Πινάκων

Πίνακας 1.1 – Βασικές παράμετροι ΒΣΣ	13
Πίνακας 3.1 – Ενδεικτική διάρκεια ζωής σχεδιασμού κατασκευών	41
Πίνακας 3.2 – Κατηγορίες χρήσης κτιρίων	43
Πίνακας 3.3 – Επιβαλλόμενα φορτία ανά κατηγορία κτιρίου	44
Πίνακας 3.4 – Τιμές a_g/R_g	45
Πίνακας 3.5 – Κατηγορίες σπουδαιότητας για κτίρια.....	46
Πίνακας 3.6 – Τιμές χαρακτηριστικών περιόδων και συντελεστή εδάφους για την οριζόντια συνιστώσα της σεισμικής διέγερσης	48
Πίνακας 3.7 – Τιμές των συντελεστών συνδυασμού ψ_i για κτίρια.....	50
Πίνακας 3.8 – Όριο διαρροής f_y και εφελκυστικής αντοχής f_u για διάφορες ποιότητες χάλυβα	53
Πίνακας 3.9 – Επιλογή καμπύλης λυγισμού για ελατές διατομές	61
Πίνακας 3.10 – Συντελεστής ατελειών α για καμπύλες λυγισμού	61
Πίνακας 3.11 – Επιλογή καμπύλης πλευρικού λυγισμού	63
Πίνακας 3.12 – Συντελεστής ατελειών a_{LT} για καμπύλες λυγισμού	64
Πίνακας 3.13 – Οριακές τιμές κατακόρυφων βελών.....	66
Πίνακας 4.1 – Συνάρτηση σφαίρας. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ.....	70
Πίνακας 4.2 – Συνάρτηση σφαίρας. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ	71
Πίνακας 4.3 – Συνάρτηση Beale. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ	72
Πίνακας 4.4 – Συνάρτηση Beale. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ	73
Πίνακας 4.5 – Συνάρτηση Ackley. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ.....	75
Πίνακας 4.6 – Συνάρτηση Ackley. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ	75
Πίνακας 4.7 – Συνάρτηση Griewank. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ	76
Πίνακας 4.8 – Συνάρτηση Griewank. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ.....	77
Πίνακας 4.9 – Συνάρτηση Levy. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ.....	78
Πίνακας 4.10 – Συνάρτηση Levy. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ	79

Πίνακας 4.11 – Συνάρτηση Schwefel. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ	80
Πίνακας 4.12 – Συνάρτηση Schwefel. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ	81
Πίνακας 4.13 – Συνάρτηση Rastrigin. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ	82
Πίνακας 4.14 – Συνάρτηση Rastrigin. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ	83
Πίνακας 4.15 – Συνάρτηση Rosenbrock. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ	84
Πίνακας 4.16 – Συνάρτηση Rosenbrock. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ	85
Πίνακας 4.17 – Πρόβλημα G1. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ	86
Πίνακας 4.18 – Πρόβλημα G1. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ ..	87
Πίνακας 4.19 – Πρόβλημα G2. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ	88
Πίνακας 4.20 – Πρόβλημα G2. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ ..	88
Πίνακας 4.21 – Πρόβλημα G3. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ	90
Πίνακας 4.22 – Πρόβλημα G3. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ ..	90
Πίνακας 4.23 – Πρόβλημα G4. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ	91
Πίνακας 4.24 – Πρόβλημα G4. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ ..	91
Πίνακας 4.25 – Πρόβλημα G5. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ	93
Πίνακας 4.26 – Πρόβλημα G5. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ ..	93
Πίνακας 4.27 – Πρόβλημα G6. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ	94
Πίνακας 4.28 – Πρόβλημα G6. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ ..	94
Πίνακας 5.1 – Πρόβλημα αξιολόγησης 1. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ	99
Πίνακας 5.2 – Πρόβλημα αξιολόγησης 1. Χαρακτηριστικά κόμβων του φορέα	100
Πίνακας 5.3 – Πρόβλημα αξιολόγησης 1. Χαρακτηριστικά στοιχείων του φορέα ..	101
Πίνακας 5.4 – Πρόβλημα αξιολόγησης 1. Συγκεντρωμένες επικόμβιες φορτίσεις του φορέα	101
Πίνακας 5.5 – Πρόβλημα αξιολόγησης 1. Αποτελέσματα στοιχείων του φορέα	102
Πίνακας 5.6 – Πρόβλημα αξιολόγησης 1. Αποτελέσματα κόμβων του φορέα	102
Πίνακας 5.7 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Ομάδες μεταβλητών σχεδιασμού και επιτρεπτές τάσεις	105
Πίνακας 5.8 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ	105
Πίνακας 5.9 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Χαρακτηριστικά κόμβων του φορέα	106

Πίνακας 5.10 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Χαρακτηριστικά στοιχείων του φορέα	106
Πίνακας 5.11 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Επικόμβια φορτία πρώτης φόρτισης (“LIVE1”)	107
Πίνακας 5.12 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Επικόμβια φορτία δεύτερης φόρτισης (“LIVE2”)	108
Πίνακας 5.13 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Αποτελέσματα στοιχείων του φορέα	108
Πίνακας 5.14 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Αποτελέσματα κόμβων του φορέα	109
Πίνακας 5.15 – Εφαρμογές πρότυπων διατομών 1. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ	113
Πίνακας 5.16 – Εφαρμογή 1. Χαρακτηριστικά κόμβων του φορέα	114
Πίνακας 5.17 – Εφαρμογή 1. Φορτίσεις στοιχείων	115
Πίνακας 5.18 – Εφαρμογή 1. Διαφράγματα και σεισμικές δράσεις στοιχείων	115
Πίνακας 5.19 – Εφαρμογή 1. Ομάδες μεταβλητών σχεδιασμού και τύποι διατομών	116
Πίνακας 5.20 – Εφαρμογή 1. Βέλτιστες διατομές και βέλτιστο βάρος κατασκευής	116
Πίνακας 5.21 – Εφαρμογή 1. Τιμές περιορισμών για τον βέλτιστο σχεδιασμό	117
Πίνακας 5.22 – Εφαρμογή 2. Χαρακτηριστικά κόμβων του φορέα	120
Πίνακας 5.23 – Εφαρμογή 2. Φορτίσεις στοιχείων	120
Πίνακας 5.24 – Εφαρμογή 2. Διαφράγματα και σεισμικές δράσεις στοιχείων	121
Πίνακας 5.25 – Εφαρμογή 2. Ομάδες μεταβλητών σχεδιασμού και τύποι διατομών	121
Πίνακας 5.26 – Εφαρμογή 2. Ομάδες μεταβλητών σχεδιασμού και τύποι διατομών	122
Πίνακας 5.27 – Εφαρμογή 2. Τιμές περιορισμών για τον βέλτιστο σχεδιασμό	123
Πίνακας 5.28 – Εφαρμογή 3. Χαρακτηριστικά κόμβων του φορέα	126
Πίνακας 5.29 – Εφαρμογή 3. Φορτίσεις στοιχείων	126
Πίνακας 5.30 – Εφαρμογή 3. Διαφράγματα και σεισμικές δράσεις στοιχείων	127
Πίνακας 5.31 – Εφαρμογή 3. Ομάδες μεταβλητών σχεδιασμού και τύποι διατομών	127
Πίνακας 5.32 – Εφαρμογή 3. Ομάδες μεταβλητών σχεδιασμού και τύποι διατομών	128
Πίνακας 5.33 – Εφαρμογή 3. Τιμές περιορισμών για τον βέλτιστο σχεδιασμό	129
Πίνακας 5.34 – Εφαρμογή 4. Χαρακτηριστικά κόμβων του φορέα	132

Πίνακας 5.35 – Εφαρμογή 4. Εσωτερικές ελευθερώσεις στοιχείων	133
Πίνακας 5.36 – Εφαρμογή 4. Φορτίσεις στοιχείων	134
Πίνακας 5.37 – Εφαρμογή 4. Διαφράγματα και σεισμικές δράσεις στοιχείων.....	134
Πίνακας 5.38 – Εφαρμογή 4. Ομάδες μεταβλητών σχεδιασμού και τύποι διατομών	135
Πίνακας 5.39 – Εφαρμογή 4. Ομάδες μεταβλητών σχεδιασμού και τύποι διατομών	135
Πίνακας 5.40 – Εφαρμογή 4. Τιμές περιορισμών για τον βέλτιστο σχεδιασμό.....	136

Κεφάλαιο 1



1 Βελτιστοποίηση

1.1 Εισαγωγή

Ο όρος «βελτιστοποίηση» αναφέρεται στην εύρεση της καλύτερης λύσης ενός προβλήματος, βάσει ορισμένων απαιτήσεων. Συνηθέστερα, το πρόβλημα περιλαμβάνει μία συνάρτηση μίας ή περισσότερων μεταβλητών που λαμβάνουν πραγματικές τιμές μέσα σε ένα συγκεκριμένο εύρος, και το ζητούμενο είναι η ελάχιστη ή μέγιστη τιμή της. Σε περίπτωση που το πρόβλημα περιλαμβάνει περιορισμούς, με τη μορφή ανισοτήτων και ισοτήτων, η βέλτιστη τιμή πρέπει να είναι τέτοια, ώστε να μην παραβαίνει κάποιον από τους επιβεβλημένους περιορισμούς.

Στην περίπτωση μιας κατασκευής, βασικό ζητούμενο είναι η ικανότητά της να αναλαμβάνει μηχανικά φορτία σε όλη τη διάρκεια της ζωής της, ωστόσο τις περισσότερες φορές εισάγεται σαν βασικός στόχος και η ελαχιστοποίηση του κόστους της. Έτσι, ο κάθε μελετητής-μηχανικός καλείται να πραγματοποιήσει ένα «βέλτιστο σχεδιασμό», δηλαδή ένα σχεδιασμό ο οποίος θα ικανοποιεί τα προηγούμενα κριτήρια και θα εξασφαλίζει την αντοχή και τη λειτουργικότητα. Η βελτιστοποίηση μιας κατασκευής, επομένως, αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι του σχεδιασμού μιας κατασκευής που εξυπηρετεί κάποιες λειτουργικές ανάγκες.

Σε μία κατασκευή, λοιπόν, βασικό αντικείμενο βελτιστοποίησης αποτελεί το βάρος της, και κατ' επέκταση το κόστος της, ενώ προκύπτουν αυστηροί περιορισμοί που αφορούν την ευστάθεια, την ισορροπία και την ασφάλεια. Η βελτιστοποίησή της, σαν διαδικασία, περιλαμβάνει την εύρεση των διαθέσιμων λύσεων, τη σύγκριση των χαρακτηριστικών τους με βάση τα επιβαλλόμενα κριτήρια και την επιλογή του τελικού σχεδιασμού. Η βέλτιστη λύση θα είναι εκείνη, η οποία υπερτερεί όλων των υπολοίπων διαθέσιμων λύσεων, ενώ παράλληλα δεν παραβαίνει τους υπάρχοντες περιορισμούς, είτε αυτοί είναι σε ασφάλεια είτε σε οικονομία είτε άλλου είδους.

Παλαιότερα, το οικονομικό και χρονικό κόστος, αλλά και η μεγάλη πιθανότητα σφαλμάτων, που εμπεριείχε η βελτιστοποίηση καθιστούσε τη διαδικασία απαγορευτική για το σχεδιασμό μιας νέας κατασκευής, ενώ καθοριστικό ρόλο στο εγχείρημα είχε η προσωπική ε-

μπειρία του μελετητή-μηχανικού. Τα τελευταία χρόνια, ωστόσο, η ραγδαία εξέλιξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών έχει καταστήσει δυνατές αυτοματοποιημένες μεθόδους, που υλοποιούν γενικούς αλγορίθμους βελτιστοποίησης και εξαλείφουν ένα μεγάλο ποσοστό των δυσκολιών που υπήρχαν παλιότερα. Το αποτέλεσμα είναι η βελτιστοποίηση μιας κατασκευής να αποτελεί, πλέον, ένα αντικείμενο αρκετά πιο προσβάσιμο και συνεχώς εξελισσόμενο με την συνεχή άνοδο της τεχνολογίας.

Στη γενική περίπτωση της βελτιστοποίησης, βασικός στόχος είναι η ελαχιστοποίηση ή μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης (objective function), η οποία τροποποιείται ανάλογα με την τιμή κάποιων ανεξάρτητων μεταβλητών, που μπορούν να λαμβάνουν πραγματικές ή ακέραιες τιμές και ονομάζονται μεταβλητές σχεδιασμού (design variables). Σε προβλήματα βελτιστοποίησης στα έργα μηχανικού, εμπεριέχονται και πρόσθετοι περιορισμοί, ανάλογα με το εύρος στο οποίο μπορούν να κινηθούν οι μεταβλητές σχεδιασμού, τις μέγιστες παραμορφώσεις και τάσεις που μπορούν να αναπτυχθούν σε συγκεκριμένες θέσεις της κατασκευής κλπ.

1.2 Μαθηματικό μοντέλο βελτιστοποίησης

Το πρώτο βήμα για την επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης είναι η σωστή διατύπωση του μαθηματικού μοντέλου του προβλήματος. Μια ενιαία διατύπωση ενός προβλήματος ελαχιστοποίησης μπορεί να γίνει με τη μορφή ενός προβλήματος μη γραμμικού προγραμματισμού (Non Linear Programming), στο οποίο οι συναρτήσεις (αντικειμενικές και περιορισμών) δεν είναι γραμμικές:

$$\begin{aligned}
 F(\vec{s}) &\rightarrow \min, & \vec{s} &= \{s_1, s_2, \dots, s_n\}^T \\
 l_i &\leq s_i \leq u_i, & i &= 1, 2, \dots, n \\
 g_j(\vec{s}) &\leq 0, & j &= 1, 2, \dots, m \\
 h_k(\vec{s}) &= 0, & k &= 1, 2, \dots, t,
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

όπου \vec{s} είναι το διάνυσμα των n μεταβλητών σχεδιασμού (design variables), $F(\vec{s})$ είναι η αντικειμενική συνάρτηση (objective function), l_i και u_i είναι το κάτω (lower) και το άνω (upper) όριο της μεταβλητής σχεδιασμού i , αντίστοιχα, και $g_j(\vec{s})$, $h_k(\vec{s})$ είναι οι συναρτήσεις περιορισμών ανισοτήτων (inequality constraints) πλήθους m , και ισοτήτων (equality constraints) πλήθους t , αντίστοιχα. Ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης μπορεί να διατυπωθεί με παρόμοιο τρόπο, ως πρόβλημα ελαχιστοποίησης της συνάρτησης $-F(\vec{s})$.

Ο παραπάνω ορισμός αναφέρεται σε μεταβλητές σχεδιασμού που λαμβάνουν συνεχείς τιμές. Σε περίπτωση μεταβλητών σχεδιασμού με διακριτές τιμές, εισάγεται ο επιπλέον περιορισμός:

$$s_i \in R_i^d, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

όπου R_i^d το διακριτό πεδίο τιμών της μεταβλητής σχεδιασμού s_i .

Στα συνηθέστερα προβλήματα, η αντικειμενική συνάρτηση και οι συναρτήσεις περιορισμών είναι ασυνεχείς και μη κυρτές (non convex), επομένως παρουσιάζουν αρκετά τοπικά ακρότατα (local optima). Επομένως, μια λανθασμένη ή όχι αρκετά σαφής μαθηματική διατύπωση μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένες λύσεις ή, χειρότερα, σε φαινομενικά σωστά αποτελέσματα, τα οποία όμως δεν τηρούν τους δεδομένους περιορισμούς. Για ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης με αντικειμενική συνάρτηση F , τα ακρότατα ορίζονται ως εξής:

Τοπικό ελάχιστο

Εάν, για ένα σημείο στο χώρο σχεδιασμού \vec{s}^* , πληρούνται οι συναρτήσεις περιορισμών και ισχύει $F(\vec{s}^*) \leq F(\vec{s})$, όπου F η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος, για κάθε σημείο \vec{s} εφικτού σχεδιασμού σε οποδήποτε μικρή ακτίνα γύρω από το \vec{s}^* , το σημείο αυτό ονομάζεται τοπικό ελάχιστο (local minimum). Εάν ισχύει $F(\vec{s}^*) < F(\vec{s})$ (αυστηρή ανισότητα), το σημείο καλείται αυστηρό τοπικό ελάχιστο (strict local minimum).

Ολικό ελάχιστο

Εάν, για ένα σημείο στο χώρο σχεδιασμού \vec{s}^* , πληρούνται οι συναρτήσεις περιορισμών και ισχύει $F(\vec{s}^*) \leq F(\vec{s})$ για κάθε σημείο \vec{s} εφικτού σχεδιασμού, το σημείο αυτό ονομάζεται ολικό ελάχιστο (global minimum). Εάν ισχύει $F(\vec{s}^*) < F(\vec{s})$ (αυστηρή ανισότητα), το σημείο καλείται αυστηρό ολικό ελάχιστο (strict global minimum).

Οι ίδιοι ορισμοί εφαρμόζονται και στην περίπτωση που δεν υπάρχουν επιβαλλόμενοι περιορισμοί, αλλά σε αυτή την περίπτωση ο ορισμός επεκτείνεται σε όλη την περιοχή σχεδιασμού και όχι μόνο στο χώρο εφικτών σχεδιασμών. Αντίστοιχα διαμορφώνονται οι ορισμοί του τοπικού και ολικού μεγίστου ενός προβλήματος βελτιστοποίησης.

1.2.1 Μεταβλητές σχεδιασμού

Μεταβλητή σχεδιασμού ονομάζεται η παράμετρος που, λαμβάνοντας μια συνεχή ή διακριτή τιμή, καθορίζει πλήρως ένα σχεδιασμό. Η πολυπλοκότητα και το είδος του προβλήματος είναι παράγοντες που λαμβάνει υπόψη ο μελετητής-μηχανικός, προκειμένου να επιλέξει κατάλληλα το πλήθος και το είδος των μεταβλητών (συνεχείς ή διακριτές). Παράλληλα, ιδιαίτερη μέριμνα πρέπει να λαμβάνεται για να εξασφαλίζεται η ανεξαρτησία της κάθε μεταβλητής σε σχέση με τις υπόλοιπες, ώστε να αποφεύγονται πολύπλοκα μαθηματικά μοντέλα.

Συνηθέστερα, χρησιμοποιούνται ευέλικτες τεχνικές για το χειρισμό των μεταβλητών, ανάλογα με τις ανάγκες του προβλήματος. Κάποιες από αυτές είναι η ομαδοποίηση των παρα-

μέτρων, ο διαχωρισμός των μεταβλητών σε κύριες και δευτερεύουσες, η προσθήκη πρόσθετων μεταβλητών σαν επιπρόσθετοι βαθμοί ελευθερίας για μεγαλύτερη ευελιξία κ.λ.π. Από αυτές, σημειώνεται ιδιαίτερα η ομαδοποίηση των μεταβλητών σχεδιασμού, που βοηθά στην αντιμετώπιση κατασκευαστικών απαιτήσεων των μελών κάθε ομάδας και μειώνει το υπολογιστικό κόστος του προβλήματος, κάτι ιδιαίτερα σημαντικό σε φορείς με μεγάλο πλήθος μεταβλητών σχεδιασμού.

1.2.2 Περιορισμοί

Όπως προαναφέρθηκε, το ζητούμενο ενός βέλτιστου σχεδιασμού σε μια κατασκευή είναι η ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης του βάρους της. Ωστόσο, η ελαχιστοποίηση αυτή περιορίζεται από περιορισμούς που εισάγει ο μελετητής-μηχανικός και οι οποίοι σχετίζονται με την αντοχή και την ασφάλεια της κατασκευής, συνήθως με τη μορφή μέγιστων επιτρεπτών μετακινήσεων (d_{\max}) και τάσεων (σ_{\max}). Οι περιορισμοί αυτοί εισάγονται στο μαθηματικό μοντέλο της βελτιστοποίησης με τη μορφή συναρτήσεων περιορισμών και διακρίνονται σε περιορισμούς ισότητας (equality constraints) και ανισοτικούς περιορισμούς (inequality constraints).

Κάθε συνάρτηση περιορισμού που επιλέγεται πρέπει να είναι απαραίτητη για το βέλτιστο σχεδιασμό, ώστε να μην αυξάνει άσκοπα το υπολογιστικό κόστος του προβλήματος. Παράλληλα, η ύπαρξη πολλών περιορισμών χωρίς εποπτεία του χώρου σχεδιασμού μπορεί να οδηγήσει σε κενό χώρο λύσεων, δηλαδή σε μη ύπαρξη βέλτιστης λύσης στο πρόβλημα που εξετάζεται. Στην περίπτωση αυτή, πρέπει οι επιβαλλόμενοι περιορισμοί να μειωθούν σε αριθμό ή να γίνουν πιο ελαστικοί.

Για ένα συγκεκριμένο σχεδιασμό, ένας ανισοτικός περιορισμός (inequality constraint) $g_j(\vec{s}) \leq 0$ διακρίνεται σε ενεργό (active), όταν ικανοποιείται σαν ισότητα ($g_j(\vec{s}) = 0$), και ανενεργό (inactive), όταν ικανοποιείται αυστηρώς σαν ανισότητα ($g_j(\vec{s}) < 0$), ενώ θεωρείται ότι παραβιάζεται, όταν λαμβάνει θετική τιμή ($g_j(\vec{s}) > 0$). Αντίστοιχα, ένας περιορισμός ισότητας $h_k(\vec{s}) = 0$ θεωρείται ότι παραβιάζεται, όταν δεν τηρείται η ισότητα ($h_k(\vec{s}) \neq 0$).

Ένας σχεδιασμός που ικανοποιεί όλες τις συναρτήσεις περιορισμών ονομάζεται εφικτός (feasible), σε αντίθεση με τον ανέφικτο (infeasible) σχεδιασμό, στον οποίο παραβαίνεται τουλάχιστον ένας περιορισμός. Επομένως, σύμφωνα με τα παραπάνω, ένας εφικτός σχεδιασμός περιλαμβάνει ενεργές και ανενεργές ανισοτικές συναρτήσεις περιορισμών, καθώς και ενεργές ισοτικές συναρτήσεις περιορισμών.

Όπως προαναφέρθηκε, οι ανισοτικοί περιορισμοί λαμβάνουν συχνά τη μορφή περιορισμών σε μετακινήσεις και τάσεις. Όμως, οι περιορισμοί αυτοί εμπλέκουν μεγέθη με διαφορετικές

μονάδες μέτρησης και, επομένως, άλλη τάξη μεγέθους. Για να αποφευχθούν σφάλματα στρογγυλοποίησης και να μειωθεί το υπολογιστικό κόστος του προβλήματος, πραγματοποιείται κανονικοποίηση των περιορισμών, δηλαδή διαιρείται ο περιορισμός με την αντίστοιχη επιτρεπτή τιμή.

Έστω, για παράδειγμα, ένας περιορισμός τάσεων μορφής άνω ορίου:

$$\sigma - \sigma_{max} \leq 0$$

Διαιρώντας με την επιτρεπτή τιμή σ_{max} , έχουμε:

$$\frac{\sigma}{\sigma_{max}} - \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{max}} \leq 0 \Rightarrow \frac{\sigma}{\sigma_{max}} - 1 \leq 0 \Rightarrow P - 1 \leq 0$$

Πλέον, ο λόγος P εκφράζει τη σχέση της τάσης με το άνω όριο τάσεων και μπορεί να συγκριθεί με το αδιάστατο μέγεθος της μονάδας, διευκολύνοντας τη σύγκριση με άλλους περιορισμούς π.χ. μετακινήσεων. Αξίζει να αναφερθεί ότι συνήθως γίνεται δεκτή μια ανοχή στο βαθμό τήρησης των περιορισμών (της τάξεως του 10^{-3}) λόγω των αβεβαιοτήτων που εμπεριέχονται σε πολλά σημεία μιας διαδικασίας βελτιστοποίησης.

1.2.3 Αντικειμενική συνάρτηση

Ο χώρος σχεδιασμού περιέχει ένα πλήθος από εφικτές (feasible) λύσεις που ικανοποιούν τους περιορισμούς του προβλήματος. Το κριτήριο που εκφράζει, όμως, το βαθμό στον οποίο η εκάστοτε λύση είναι η βέλτιστη είναι η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος (Σχ. 1.1).

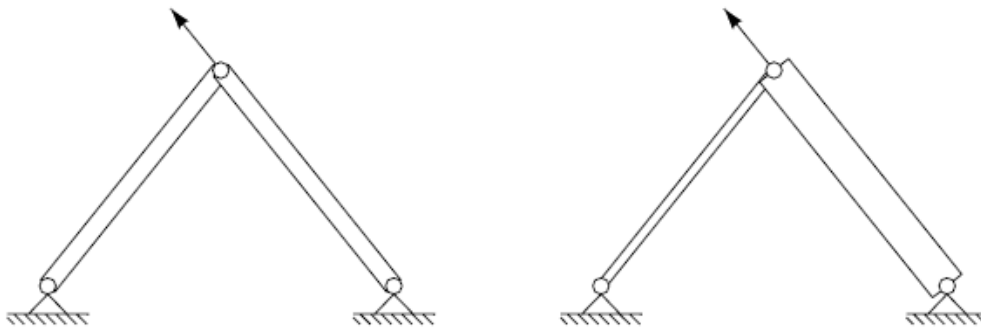
Η αντικειμενική συνάρτηση εξαρτάται από τις μεταβλητές σχεδιασμού και εκφράζει το βασικό αντικείμενο του οποίου ζητείται η μέγιστη ή η ελάχιστη τιμή. Εάν υπάρχει μόνο μία αντικειμενική συνάρτηση, ή περισσότερες από μία, οι οποίες, όμως, μπορούν να βελτιστοποιούνται ταυτόχρονα, αναφερόμαστε σε βελτιστοποίηση μίας αντικειμενικής συνάρτησης (Single-Objective Optimization). Αντίθετα, εάν το πρόβλημα διαθέτει δύο ή περισσότερες αντικειμενικές συναρτήσεις και η βελτιστοποίηση της μίας αντιτίθεται στη βελτιστοποίηση της άλλης, αναφερόμαστε σε βελτιστοποίηση πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων (Multi-Objective Optimization).

Σε προβλήματα μίας αντικειμενικής συνάρτησης, τα οποία πραγματεύεται η παρούσα εργασία, κάθε σχεδιασμός που θεωρείται εφικτός ελέγχεται κατά πόσο προσεγγίζει τη βέλτιστη τιμή της μοναδικής αντικειμενικής συνάρτησης και ιεραρχείται σε σχέση με άλλους εφικτούς σχεδιασμούς. Σε προβλήματα κατασκευών, για παράδειγμα, αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος αποτελεί συνήθως το βάρος της κατασκευής και υπάρχουν, όπως αναφέρθηκε, περιορισμοί σε τάσεις, μετακινήσεις κ.λ.π. Κατά τη βελτιστοποίηση, παρουσιάζονται σχεδιασμοί της κατασκευής που δεν παραβιάζουν κάποιον από τους περιορισμούς. Οι σχεδιασμοί αυτοί, όμως, πρέπει να οδηγούν και σε ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, δηλαδή του βάρους της κατασκευής. Σε διαφορετική περίπτωση, η λύση που βρίσκεται δεν είναι η βέλτιστη δυνατή.

1.3 Κατηγορίες βελτιστοποίησης κατασκευών

Στην ενότητα αυτή γίνεται μία σύντομη αναφορά στις τρεις μεγάλες κατηγορίες βελτιστοποιήσεων που εφαρμόζονται συνηθέστερα σε μια κατασκευή: τη βελτιστοποίηση μεγεθών των διατομών, σχήματος κατασκευών και τοπολογίας κατασκευών.

1.3.1 Βελτιστοποίηση διαστασιολόγησης διατομής (sizing optimization)



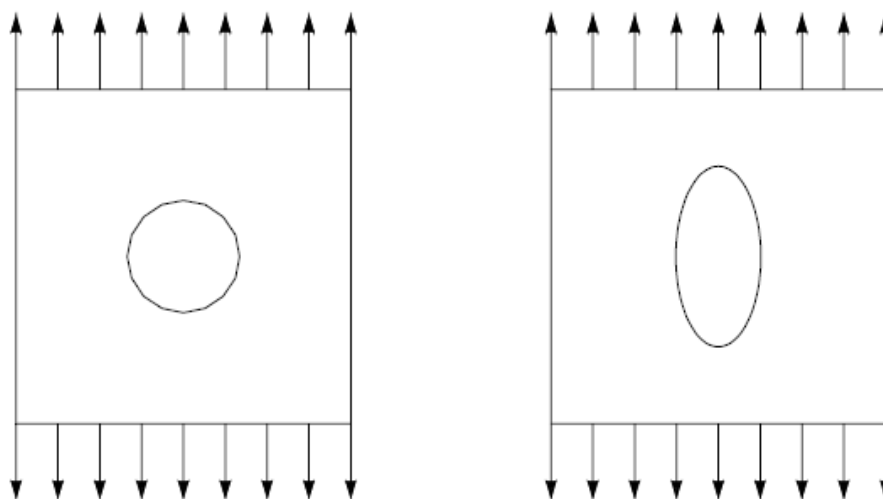
Σχήμα 1.1 – Βελτιστοποίηση διαστασιολόγησης διατομής

Στο πρόβλημα αυτό, που αποτελεί και το κατεξοχήν αντικείμενο της εργασίας αυτής, οι διαστάσεις κάθε διατομής τίθενται ως μεταβλητές σχεδιασμού, σαν αντικειμενική συνάρτηση θεωρείται το βάρος της κατασκευής, ενώ επιβάλλονται περιορισμοί σε μετατοπίσεις κόμβων και τάσεις μελών.

Αρχικά, ο φορέας μορφώνεται, ορίζονται οι φορτίσεις που θα πραγματοποιηθούν για το συγκεκριμένο πρόβλημα και επιβάλλονται τα φορτία. Ανάλογα με τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης που επιλέγεται, καθορίζεται η τιμή μιας σειράς από παραμέτρους σχεδιασμού και εφαρμόζονται οι περιορισμοί του προβλήματος. Εκλέγεται, στη συνέχεια, κάποιος βέλτιστος σχεδιασμός, ανάλογα με τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης που χρησιμοποιείται, πραγματοποιείται η ανάλυση του φορέα με τη χρήση κάποιου λογισμικού και υπολογίζονται τα αποτελέσματα, με τα οποία ελέγχεται η παραβίαση ή μη καθενός από τους περιορισμούς. Εφόσον οι περιορισμοί τηρούνται επαρκώς, έχει βρεθεί η βέλτιστη λύση του προβλήματος.

Σε διαφορετική περίπτωση, ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης επιλέγει ένα νέο βέλτιστο σχεδιασμό και επαναλαμβάνεται η διαδικασία, μέχρις ότου βρεθεί η βέλτιστη λύση.

1.3.2 Βελτιστοποίηση σχήματος κατασκευών (shape optimization)



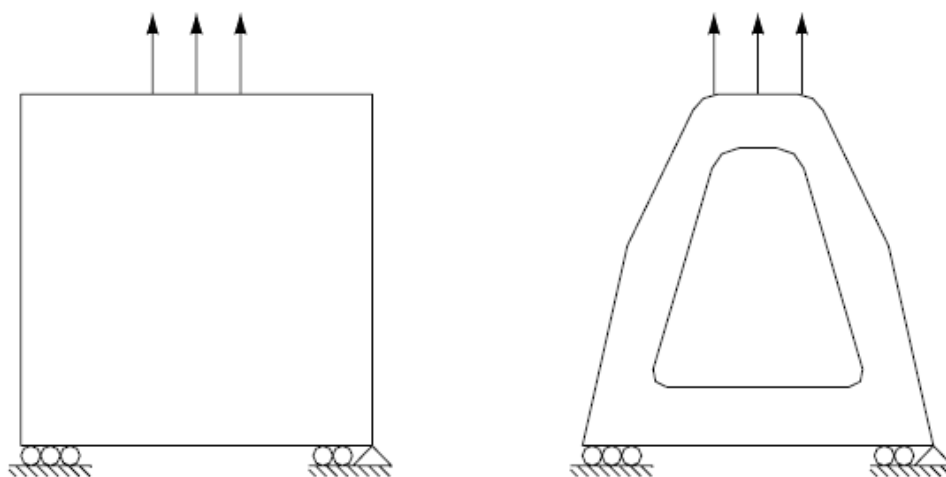
Σχήμα 1.2 – Βελτιστοποίηση σχήματος κατασκευής

Το ζητούμενο στη βελτιστοποίηση σχήματος μιας κατασκευής είναι η βελτίωση του σχήματος της, έτσι ώστε οι τάσεις να κατανέμονται καλύτερα στο εσωτερικό της. Για το σκοπό αυτό, σε κάθε βήμα μεταβάλλεται το σχήμα της κατάλληλα (τόσο στο εσωτερικό όσο και στο εξωτερικό), ελέγχοντας για την τήρηση της γεωμετρίας σε κάθε περίπτωση, αναλύεται η απόκριση της κατασκευής και χρησιμοποιείται κάποιος αλγόριθμος βελτιστοποίησης για την επίλυση του μαθηματικού προβλήματος. Εάν το σχήμα που επιλέχθηκε δεν τηρεί κάποια από τις απαιτήσεις, επαναλαμβάνεται η διαδικασία μέχρι να βρεθεί ο βέλτιστος σχεδιασμός.

Η βελτιστοποίηση σχήματος αποτελεί μια αρκετά σύνθετη διαδικασία μεγαλύτερου υπολογιστικού κόστους από τις άλλες δύο μεθόδους, και αυτό οφείλεται κατά κύριο λόγο στη συνεχή μεταβολή της γεωμετρίας του φορέα και του μοντέλου ανάλυσης. Ωστόσο, τα αποτελέσματα που προσφέρει είναι συνήθως μεγαλύτερης ακρίβειας από αυτά των μεθόδων διαστασιολόγησης και τοπολογίας, ιδιαίτερα εάν έχει ευρεθεί εκ των προτέρων η ακριβής δομή της κατασκευής. Συνηθέστερα, πραγματοποιείται αρχικά βελτιστοποίηση στην τοπολογία της κατασκευής (βλ. 1.3.3) και στη συνέχεια να βελτιστοποιείται το σχήμα της, ενώ σε μερικές περιπτώσεις οι δύο μέθοδοι μπορούν και να συνδυαστούν.

1.3.3 Βελτιστοποίηση τοπολογίας κατασκευών (topology optimization)

Ο όρος «τοπολογία» μιας κατασκευής αναφέρεται στη διάταξη των δομικών της στοιχείων στο επίπεδο και καθ' ύψος. Η σωστά ορισμένη τοπολογία και η διατήρηση αυτής σε όσο το δυνατόν μεγαλύτερη έκταση του φορέα βοηθά στην οικονομία υλικού, κόστους και χρόνου κατασκευής. Κυριότερα, ο φορέας έχει τη δυνατότητα να αναλάβει τα στατικά και δυναμικά φορτία που του επιβάλλονται πιο αποτελεσματικά και να τα κατανείμει καλύτερα στα φέροντα στοιχεία της κατασκευής. Η συμβολή της τοπολογίας στην ανάληψή των σεισμικών φορτίων φαίνεται και μέσα από τις κανονιστικές διατάξεις, όπου για απότομες μεταβολές της δομής προκύπτουν πιο αυστηροί αντισεισμικοί περιορισμοί.



Σχήμα 1.3 – Βελτιστοποίηση τοπολογίας κατασκευής

Οι παραπάνω λόγοι αποτέλεσαν το έναυσμα για την ανάπτυξη μεθόδων που βελτιστοποιούν την τοπολογία της κατασκευής τις τρεις τελευταίες δεκαετίες. Η βασική διαδικασία έγκειται στον ορισμό των ορίων μέσα στα οποία μπορεί να μεταβληθεί η τοπολογία, όπως το υλικό, ο αριθμός και το είδος των συνθηκών στήριξης και οι φορτίσεις, η κατάλληλη αποτύπωση του φορέα και, όπως και στις προηγούμενες μεθόδους, η χρήση κάποιου επαναλαμβανόμενου αλγορίθμου που θα δώσει τη βέλτιστη κατανομή των υπάρχοντων υλικών στο φορέα.

Συνηθέστερα, η βελτιστοποίηση τοπολογίας αποτελεί το πρώτο βήμα για το βέλτιστο σχεδιασμό μιας κατασκευής, και ακολουθούν βελτιστοποιήσεις στο σχήμα και το μέγεθος των διατομών. Πρέπει να σημειωθεί σε αυτό το σημείο ότι, εφόσον αναφερόμαστε σε μία συγκεκριμένη κατασκευή με δεδομένους κάποιους σχεδιαστικούς και κατασκευαστικούς περιορισμούς, γίνεται εμφανές ότι το εύρος των διαθέσιμων εφικτών τοπολογιών περιορίζεται αρκετά και επηρεάζεται, ως ένα βαθμό, από την εμπειρία του μελετητή-μηχανικού.

1.4 Η μέθοδος βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (ΒΣΣ)

1.4.1 Εισαγωγή

Για την επίλυση των προβλημάτων βελτιστοποίησης, χρησιμοποιείται ένα μεγάλο εύρος αλγορίθμων που έχουν αναπτυχθεί για το σκοπό αυτό. Οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης, ανάλογα με τον τρόπο που διαχειρίζονται τα δεδομένα και επιτελούν την επαναληπτική διαδικασία, μπορούν να χωριστούν γενικά σε μαθηματικούς και εξελικτικούς. Οι πρώτοι διαχειρίζονται ένα πρόβλημα που μπορεί να πάρει μια καθαρά μαθηματική μορφή, ενώ οι εξελικτικοί μιμούνται φαινόμενα που εκτυλίσσονται στη φύση.

Οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (Evolutionary Algorithms) βασίζονται σε φαινόμενα εξέλιξης των ειδών, όπως η αναπαραγωγή (reproduction), ο ανασυνδυασμός (recombination) και η μετάλλαξη (mutation), και για αυτό το λόγο συνηθίζονται να αναφέρονται και ως «Δαρβίνειες» μέθοδοι. Σε ένα τέτοιο αλγόριθμο, το πλήθος των πιθανών λύσεων ενός προβλήματος λαμβάνει τη μορφή «πληθυσμού», που επιλέγεται αρχικά και μπορεί να τροποποιείται στη συνέχεια. Τα – ανεξάρτητα μεταξύ τους – μέλη του πληθυσμού αναλαμβάνουν την εξερεύνηση του χώρου σχεδιασμού του προβλήματος, ώστε να βρουν συνεχώς καλύτερες περιοχές όπου πιθανόν να βρίσκεται η βέλτιστη λύση. Η εξερεύνηση του χώρου σχεδιασμού γίνεται με τυχαίο τρόπο και όχι μέσω καθορισμένων μαθηματικών σχέσεων, και αυτό έχει σαν αποτέλεσμα οι εξελικτικοί αλγόριθμοι να έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να βρουν τον απόλυτα βέλτιστο σχεδιασμό.

Το 1995, οι Dr. Eberhart και Dr. Kennedy, προσπαθώντας να προσομοιώσουν ένα από αυτά τα φαινόμενα, την κίνηση μιας ομάδας από έμβιους οργανισμούς, παρατήρησαν πως ο αλγόριθμος που είχε διαμορφωθεί παρουσίαζε σύγκλιση σε κάποιο βέλτιστο. Η ανακάλυψη αυτή οδήγησε στη δημιουργία της μεθόδου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization), που βασίζεται ακριβώς στη συμπεριφορά κοπαδιών από πουλιά, μέλισσες και ψάρια, και στον τρόπο με τον οποίο αυτά προσαρμόζουν τις φυσικές κινήσεις τους για να αποφύγουν τους κυνηγούς τους και να ψάξουν για φαγητό.

Έχει παρατηρηθεί ότι ο τρόπος με τον οποίο ένα σμήνος από πουλιά ή ένα κοπάδι από ψάρια αναζητούν φαγητό, πόρους ή προστασία παρουσιάζει κάποια συγκεκριμένα κοινά σημεία. Όταν ένα μέλος του σμήνους ανακαλύπτει κάποιο καλό δρόμο για να πορευτεί, το υπόλοιπο σμήνος ακολουθεί. Κάθε μέλος αναζητά τον καλύτερο δρόμο στο άμεσο περιβάλλον γύρω του, ενώ αποκτά εμπειρία και μαθαίνει από τα υπόλοιπα μέλη του σμήνους. Μάλιστα, το μέλος που ασκεί τη μεγαλύτερη επιρροή είναι συνήθως εκείνο που αποδίδει καλύτερα. Η συμπεριφορά αυτή επεκτείνεται και στους ανθρώπινους οργανισμούς, οι οποίοι μαθαίνουν από προσωπική εμπειρία, τους άμεσους γείτονες και αυτούς που αποδίδουν ιδανικά. Η λογική αυτή, ότι δηλαδή το κοινωνικό μοίρασμα πληροφοριών μεταξύ ατόμων μπορεί να προσφέρει ένα εξελικτικό πλεονέκτημα, βρίσκεται στη βάση της Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (ΒΣΣ).

Βασικός λόγος που, όπως και στην παρούσα εργασία, η ΒΣΣ εφαρμόζεται σε προβλήματα κατασκευών είναι τα σημαντικά πλεονεκτήματα που εμφανίζει σε σχέση με άλλες μεθόδους. Μπορεί να χειριστεί μη-γραμμικούς, μη-κυρτούς χώρους σχεδιασμού με ασυνέχειες,

ενώ, σε σχέση με παρόμοιες μεθόδους βελτιστοποίησης, απαιτεί λιγότερους υπολογισμούς της αντικειμενικής συνάρτησης επιφέροντας ίδιας ή καλύτερης ποιότητας αποτελέσματα. Επίσης, είναι εύκολη στην εφαρμογή της, καθώς οι κανόνες για την ανανέωση της θέσης και της ταχύτητας των σωματιδίων είναι αρκετά απλοί και εύκολοι στο χειρισμό. Ένα εξίσου σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου, το οποίο αναφέρθηκε και ευρύτερα στους Εξελικτικούς Αλγορίθμους, είναι ότι οι πιθανές λύσεις λαμβάνουν τη μορφή μελών ενός πληθυσμού. Αυτό διευκολύνει την εφαρμογή της σε προγράμματα παράλληλου προγραμματισμού (multithreaded programs) και την δραματική μείωση του υπολογιστικού κόστους και του χρόνου που απαιτεί η κάθε επανάληψη της μεθόδου. Συγκρινόμενη με τους Εξελικτικούς Αλγορίθμους, η ΒΣΣ είναι ευκολότερη να εφαρμοστεί και διαθέτει λίγες παραμέτρους που χρειάζονται να ρυθμιστούν. Από τα παραπάνω διαφαίνεται ότι η ΒΣΣ δεν περιορίζεται μόνο σε προβλήματα κατασκευών, αλλά έχει εφαρμοστεί επιτυχώς σε πολλά πεδία της επιστήμης, της τεχνολογίας, της βιολογίας και αλλού.

1.4.2 Ο αλγόριθμος ΒΣΣ για βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς

Τα μέλη του σμήνους σε μια διατύπωση ΒΣΣ αποτελούν υποψήφιες λύσεις που συνεργάζονται για την εύρεση του βέλτιστου. Κάθε λύση αποκαλείται «σωματίδιο» (particle), το οποίο έχει μία θέση και μία ταχύτητα στο πολυδιάστατο χώρο σχεδιασμού. Σε κάθε χρονικό βήμα, το σωματίδιο «κινείται» μέσα στο χώρο αναζήτησης του προβλήματος ψάχνοντας για την ιδανική θέση. Σε αυτή τη φάση παρακολουθεί και απομνημονεύει την καλύτερη θέση στην οποία έχει βρεθεί μέχρι αυτή τη στιγμή. Αξιοποιεί, όμως, και την εμπειρία των γειτονικών του σωματιδίων, δηλαδή τις υπόλοιπες βέλτιστες θέσεις. Έτσι αποκτά τη γνώση της καλύτερης θέσης που έχει βρεθεί από όλο το σμήνος και, σε συνδυασμό με την προσωπική εμπειρία του, ρυθμίζει τη θέση και την ταχύτητά του στο επόμενο βήμα. Καθώς το κάθε σωματίδιο θυμάται την καλύτερη θέση που έχει επισκεφτεί, η PSO αποκτά μνήμη. Στα συστήματα ΒΣΣ, γίνεται πάντα η προσπάθεια να εξισορροπείται η τοπική με την καθολική έρευνα, καθώς και το ποσοστό εξερεύνησης και εκμετάλλευσης, ώστε να προκύψει το βέλτιστο αποτέλεσμα.

Μαθηματικό μοντέλο της ΒΣΣ

Η θέση και η ταχύτητα του σωματιδίου αποτελούν τα δύο βασικά χαρακτηριστικά του. Η αναπροσαρμογή τους γίνεται σε κάθε επανάληψη ως εξής:

$$v^j(t+1) = wv^j(t) + c_1r_1^o(x^{Pb,j} - x^j(t)) + c_2r_2^o(x^{Gb} - x^j(t)) \quad (1.2)$$

$$x^j(t+1) = x^j(t) + v^j(t+1) \quad (1.3)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις, τα σύμβολα που χρησιμοποιούνται και ο ορισμός τους είναι:

w – αδρανειακό βάρος του σωματιδίου

$v^j(t)$ – το διάνυσμα ταχύτητας του σωματιδίου j τη χρονική στιγμή t ,

c_1 – γνωστική παράμετρος (δηλώνει σε τι βαθμό το κάθε σωματίδιο εμπιστεύεται την προ-σωπική του καλύτερη λύση),

r_1, r_2 – διανύσματα που περιέχουν τυχαίους πραγματικούς αριθμούς με ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[0,1]$,

$x^j(t)$ – το διάνυσμα θέσης σωματιδίου j τη χρονική στιγμή t ,

$x^{pb,j}$ – η καλύτερη θέση που έχει βρει το σωματίδιο j μέχρι την τρέχουσα επανάληψη ,

c_2 – κοινωνική παράμετρος (δηλώνει σε τι βαθμό το κάθε σωματίδιο εμπιστεύεται την καλύτερη λύση που έχει βρεθεί από όλο το σμήνος),

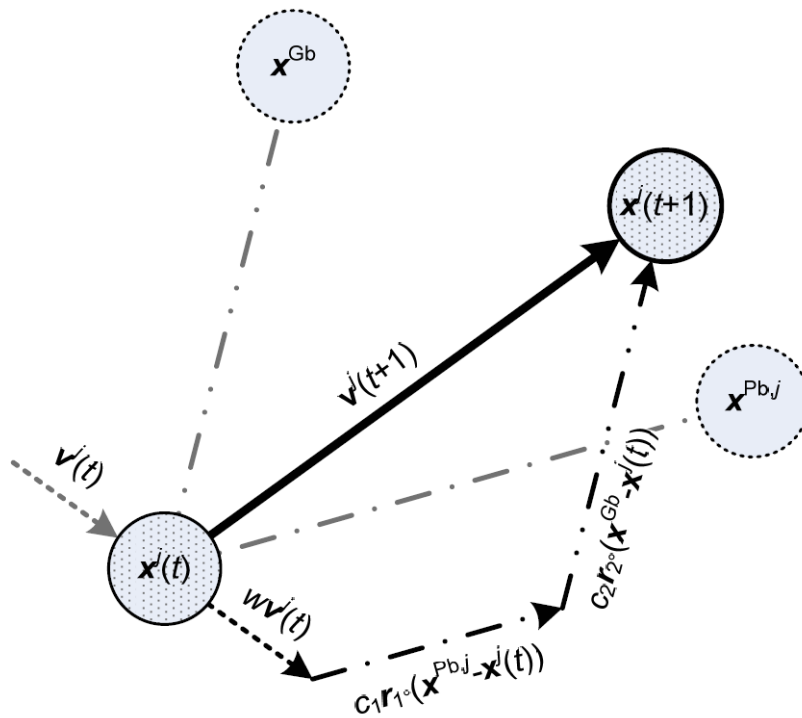
x^{gb} – καλύτερη θέση που έχει βρεί όλο το σμήνος μέχρι την τρέχουσα επανάληψη.

Στη σχέση 1.2, το σύμβολο \circ δηλώνει ότι χρησιμοποιείται το πηλίκο Hadamard για να εξασφαλιστούν διαφορετικοί αριθμοί σε κάθε επανάληψη και σε κάθε διάσταση του σωματιδίου.

Εάν A και B είναι δύο μητρώα διαστάσεων $(n \times n)$, το γινόμενο Hadamard είναι:

$$A \circ B = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

Στο Σχήμα 1.4 απεικονίζεται η κίνηση ενός σωματιδίου σε δισδιάστατο χώρο σχεδιασμού.



Σχήμα 1.4 – Η κίνηση ενός σωματιδίου σε διδιάστατο χώρο σχεδιασμού

Το σωματίδιο j έχει τη χρονική στιγμή t αρχική θέση $x^j(t)$ και αρχική ταχύτητα $v^j(t)$. Κατά τη μετάβαση στη χρονική στιγμή $t+1$, αναπροσαρμόζονται τα διανύσματα θέσης και ταχύτητας με βάση τις εξισώσεις 1.2 και 1.3. Η νέα θέση $x^j(t+1)$ διαμορφώνεται από το άθροισμα κάθε σκέλους-διανύσματος του δεξιού μέλους της εξίσωσης 1.2:

1. Το διάνυσμα $wv^j(t)$ επηρεάζεται από την αρχική ταχύτητα του σωματιδίου και από την τιμή του αδρανειακού βάρους (που μπορεί να μεταβάλλεται σε κάθε επανάληψη, όπως θα αναφερθεί στη συνέχεια)
2. Το διάνυσμα $c_1 r_1^\circ (x^{Pb,j} - x^j(t))$ επηρεάζεται από την προσωπική καλύτερη θέση που έχει εντοπίσει το σωματίδιο μέχρι στιγμής και από τη γνωστική παραμέτρο
3. Το διάνυσμα $c_2 r_2^\circ (x^{Gb} - x^j(t))$ επηρεάζεται από την ολική καλύτερη θέση και από την κοινωνική παραμέτρο

Παράμετροι ΒΣΣ

Στον Πίνακα 1.1 παρουσιάζονται οι βασικές παράμετροι της ΒΣΣ και συνήθεις τιμές τους.

Πίνακας 1.1 – Βασικές παράμετροι ΒΣΣ

Σύμβολο	Περιγραφή	Λεπτομέρειες
NP	Αριθμός σωματιδίων	Ένα τυπικό εύρος είναι 10 – 40. Για τα περισσότερα προβλήματα, 10 σωματίδια είναι αρκετά για να φέρουν αποδεκτά αποτελέσματα. Για ορισμένα δύσκολα ή εξειδικευμένα προβλήματα, ο αριθμός μπορεί να αυξηθεί σε 50 – 100.
n	Διαστάσεις σωματιδίων	Καθορίζεται από το πρόβλημα που πρέπει να βελτιστοποιηθεί.
w	Αδρανειακό βάρος	Συνήθως τίθεται σε μια τιμή μικρότερη από 1, π.χ. 0,95. Μπορεί, επίσης, να αλλάζει τιμή σε κάθε επανάληψη
x^L, x^U	Διανύσματα που περιέχουν τα κάτω και άνω όρια των n μεταβλητών σχεδιασμού, αντίστοιχα.	Καθορίζονται από το πρόβλημα που βελτιστοποιείται. Γενικά, μπορούν να εφαρμοστούν διαφορετικά εύρη για κάθε διάσταση των σωματιδίων.
v^{max}	Διάνυσμα που περιέχει τη μέγιστη επιτρεπτή ταχύτητα για κάθε διάσταση κατά τη διάρκεια μίας επανάληψης.	Συνήθως, τίθεται στο μισό του επιτρεπτού διαστήματος για την εκάστοτε διάσταση: $v^{max}_i = (x^U_i - x^L_i)/2$. Γενικά, μπορούν να εφαρμοστούν διαφορετικά εύρη για διαφορετικές διαστάσεις των σωματιδίων.
c_1, c_2	Γνωστική και κοινωνική παράμετρος.	Συνήθως $c_1=c_2=2$. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν και άλλες τιμές, εφόσον, όμως, τηρείται ο περιορισμός $0 < c_1+c_2 < 4$ (Perez και Behdinan 2007a).

Το αδρανειακό βάρος είναι ένας παράγοντας πολλαπλασιάζεται με την τιμή του διανύσματος τρέχουσας ταχύτητας και, κατά συνέπεια, ελέγχει το εύρος της εξερεύνησης του σμήνους σε κάθε επανάληψη. Όσο πιο μεγάλη είναι η τιμή του βάρους αδράνειας, τόσο πιο πολύ ωθείται το σωματίδιο προς τα όρια του χώρου σχεδιασμού. Αντιθέτως, για μικρές ταχύτητες του βάρους, το σωματίδιο επικεντρώνεται σε κοντινότερες περιοχές.

Χειρισμός περιορισμού των μεταβλητών σχεδιασμού

Ο όρος v_{max}^i δηλώνει την μέγιστη ταχύτητα (κατ'απόλυτη τιμή) που επιτρέπεται να έχει το σωματίδιο στη διάσταση i . Στον αλγόριθμο που αναπτύχθηκε, χρησιμοποιείται το αντίστοιχο διάνυσμα v_{max} , όπως παρουσιάζεται στον παραπάνω πίνακα, καθώς σε πολλές περιπτώσεις χρειάστηκε να εφαρμοστούν διαφορετικοί περιορισμοί ταχύτητας σε κάθε διάσταση του σωματιδίου. Εάν σε κάποια επανάληψη το σωματίδιο αποκτήσει στη διάσταση i ταχύτητα v^i μεγαλύτερη (κατ'απόλυτη τιμή) από τη μέγιστη επιτρεπτή σε αυτή τη διάσταση

($|v^i| \geq v_{max}^i$), τότε αυτή η συνιστώσα του διανύσματος ταχύτητας τίθεται ίση με την κοντινότερη μέγιστη τιμή ($v^i = \pm v_{max}^i$).

Αντίστοιχα για τη θέση, το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού x περιορίζεται στο χώρο σχεδιασμού από τα διανύσματα των άνω και κάτω ορίων, x^U και x^L αντίστοιχα. Τα διανύσματα χρησιμοποιούνται, όπως και στην ταχύτητα, για να μπορούν να εφαρμόζονται διαφορετικοί περιορισμοί άνω (x_i^U) και κάτω (x_i^L) ορίου θέσης σε κάθε μεταβλητή σχεδιασμού x_i . Κάθε φορά που αναπροσαρμόζεται η ταχύτητα (Σχ. 1.2) ελέγχεται εάν η νέα θέση του σωματιδίου ξεπερνάει το χώρο σχεδιασμού ($x_i \leq x_i^L$ ή $x_i \geq x_i^U$). Στην περίπτωση που παραβιάζεται ο περιορισμός, η μεταβλητή σχεδιασμού επαναφέρεται στο κοντινότερο όριο ($x_i = x_i^L$ ή $x_i = x_i^U$) και η αντίστοιχη συνιστώσα του διανύσματος ταχύτητας τίθεται ίση με το μηδέν ($v^i = 0$) για να επαναφέρει το σωματίδιο στο χώρο σχεδιασμού.

Κριτήριο σύγκλισης

Η διαδικασία της ΒΣΣ είναι επαναλαμβανόμενη. Σε κάθε επανάληψη, γίνεται έλεγχος κάποια συνθήκης που, αν ικανοποιείται, υποδηλώνει τον τερματισμό της διαδικασίας. Στον αλγόριθμο ΒΣΣ που αναπτύχθηκε στην εργασία αυτή, χρησιμοποιείται το βασικό κριτήριο του μέγιστου αριθμού επαναλήψεων (t_{max}) του αλγορίθμου. Η επιλογή του μέγιστου αριθμού επαναλήψεων εξαρτάται, γενικά, από την πολυπλοκότητα του προβλήματος βελτιστοποίησης που μελετάται, σε συνδυασμό με τις άλλες παραμέτρους της ΒΣΣ (αριθμό διαστάσεων n , αριθμό σωματιδίων NP). Σε μαθηματικά προβλήματα (Κεφ. 4) όπου η βέλτιστη λύση είναι εκ των προτέρων γνωστή, μπορεί να γίνει ένας έλεγχος σύγκλισης. Εάν η ολικά καλύτερη τιμή (G_{best}) μεταβάλλεται ακόμα και στις τελευταίες επαναλήψεις της διαδικασίας, αυτό σημαίνει ότι ο αλγόριθμος δεν προλαβαίνει να φτάσει στη βέλτιστη τιμή και, επομένως, ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων μεγαλώνει. Βέβαια, κάτι τέτοιο πρέπει να γίνεται με σύνεση και έπειτα από έλεγχο και των υπολοίπων παραμέτρων της ΒΣΣ, ώστε να μην αυξάνεται άσκοπα το υπολογιστικό κόστος του προβλήματος. Στη βιβλιογραφία, αναφέρονται και άλλα κριτήρια σύγκλισης που απαιτούν εξαρχής γνώση της βέλτιστης τιμής και δε μπορούν να εφαρμοστούν σε προβλήματα βελτιστοποίησης κατασκευών.

1.4.3 Βήματα αλγορίθμου

Στο Σχήμα 1.5 παρουσιάζεται σε βήματα ο αλγόριθμος της μεθόδου ΒΣΣ για προβλήματα χωρίς περιορισμούς.

Σχήμα 1.5 – Τα βήματα της ΒΣΣ για προβλήματα χωρίς περιορισμούς

Αρχικοποίηση σωματιδίων

- Κάθε σωματίδιο j λαμβάνει τυχαία τιμή θέσης $\mathbf{x}^i = (x_1, x_1, \dots, x_n)$ με περιορισμό τα όρια του χώρου σχεδιασμού \mathbf{x}^U και \mathbf{x}^L .
- Σε κάθε σωματίδιο j αρχικοποιείται το διάνυσμα ταχύτητας $\mathbf{v}^i = (v_1, v_1, \dots, v_n)$ σύμφωνα με τη Σχ. 1.2 και με περιορισμό το όριο v_{max} .

Έναρξη επαναληπτικής διαδικασίας

Σε κάθε χρονικό βήμα t :

- Για κάθε σωματίδιο i , υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης $f_j(\mathbf{x})$. Εάν η τιμή αυτή είναι καλύτερη από την προσωπική βέλτιστη θέση ($Pbest_i$), τίθεται $Pbest_i = f_i(\mathbf{x})$ και $\mathbf{x}^{Pb,i} = \mathbf{x}^i$.
- Συγκρίνεται η ολικά βέλτιστη θέση ($Gbest$) με τις προσωπικές βέλτιστες θέσεις ($Pbest_i$) κάθε σωματιδίου i . Εάν κάποια θέση είναι καλύτερη, τίθεται $Gbest = Pbest_i$ και $\mathbf{x}^{Gb} = \mathbf{x}^{Pb,i}$.
- Για κάθε σωματίδιο i , αναπροσαρμόζεται η ταχύτητα με βάση τη Σχ. 1.2 και η θέση με βάση τη Σχ. 1.3. Εάν σε κάποια διάσταση $x_i \leq x_i^L$ ή $x_i \geq x_i^U$, τότε $x_i = x_i^L$ ή $x_i = x_i^U$ και $v^i = 0$.

Τέλος επαναληπτικής διαδικασίας

- Ελέγχεται εάν έχει ξεπεραστεί ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων ($t \geq t_{max}$), οπότε η διαδικασία τερματίζει. Εάν όχι, προσαυξάνεται το χρονικό βήμα και επαναλαμβάνεται η διαδικασία μέχρις ότου $t \geq t_{max}$.

Εκτύπωση αποτελεσμάτων

- Επιστρέφεται η ολικά βέλτιστη τιμή $Gbest$ και το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού \mathbf{x}^{Gb} .

1.4.4 Ο αλγόριθμος ΒΣΣ για βελτιστοποίηση με περιορισμούς

Η ΒΣΣ αποτελεί μια αποτελεσματική μέθοδο βελτιστοποίησης, ωστόσο οι τεχνικές χειρισμού περιορισμών ειδικά σχεδιασμένες για ενσωμάτωση με αυτήν είναι περιορισμένες. Στη συγκεκριμένη εργασία, χρησιμοποιείται η μέθοδος χειρισμού περιορισμών των V. Plevnis και M. Papadtrakakis, η οποία αναλύεται στις επόμενες παραγράφους.

Συνάρτηση ποινής

Για το χειρισμό προβλημάτων βελτιστοποίησης σε κατασκευές, απαιτείται η εύρεση ενός μηχανισμού για το χειρισμό των περιορισμών, ο οποίος θα συνδυάζει μικρό υπολογιστικό κόστος με αξιόπιστα αποτελέσματα. Στην παρούσα εργασία, χρησιμοποιείται η στρατηγική της συνάρτησης ποινής (penalty function), όπως αυτή εφαρμόζεται από τους V. Plevnis και M. Papadtrakakis. Η προσέγγιση αυτή χρησιμοποιείται σαν μία απλή αλλά αποτελεσματική μέθοδος που μετασχηματίζει ένα πρόβλημα περιορισμών σε πρόβλημα χωρίς επιβαλλόμενους περιορισμούς.

Στη συγκεκριμένη προσέγγιση, η συνάρτηση ποινής αποτελείται από πολλαπλά γραμμικά τμήματα. Έστω ότι ο k -οστός, γραμμικός ή μη, περιορισμός είναι της μορφής:

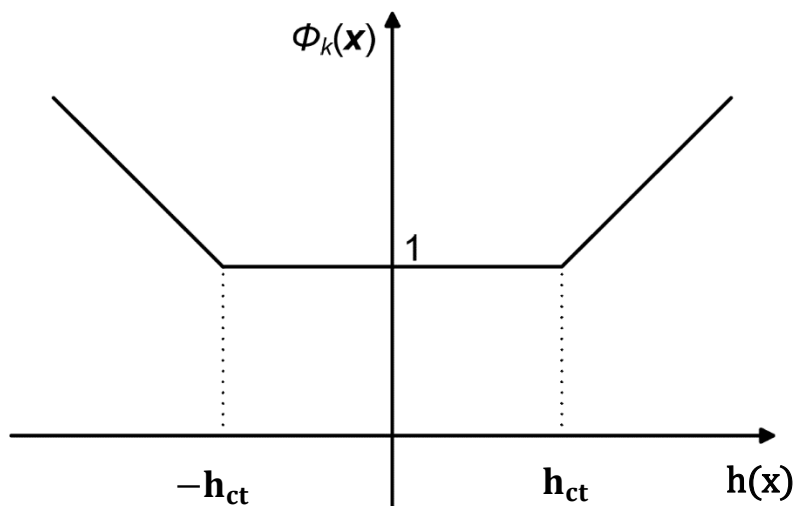
$$h_k(x) = h(x) - h_{ct} \leq 0 \quad (1.4)$$

όπου $h(x)$ δηλώνει το αριστερά μέλος της ανίσωσης περιορισμού για το διάνυσμα σχεδιασμού x και h_{ct} το δεξιά μέλος. Η μορφή αυτή δίνεται στους περιορισμούς για να υπάρχει ομοιότητα με τη μορφή των περιορισμών σε προβλήματα κατασκευών (βλ. 1.4.5).

Σε κάθε πιθανό βέλτιστο σχεδιασμό, υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης $f(x)$ και της κάθε συνάρτησης περιορισμού. Εάν κάποιος περιορισμός παραβιάζεται, η αντικειμενική συνάρτηση ποινολογείται σε βαθμό ανάλογο του βαθμού υπέρβασης του περιορισμού. Εάν παραβιάζονται περισσότεροι του ενός περιορισμοί, λαμβάνεται σαν τελική τιμή ποινής η μέγιστη τιμή από όλους τους περιορισμούς.

Η συνάρτηση ποινής για τον k -οστό περιορισμό ($h_{ct} > 0$) διατυπώνεται ως εξής:

$$\Phi_k(x) = \begin{cases} 1 & \text{εάν } \frac{h(x)}{h_{ct}} \leq 1 \\ \frac{h(x)}{h_{ct}} & \text{εάν } \frac{h(x)}{h_{ct}} > 1 \end{cases} \quad (1.5)$$



Σχήμα 1.6 – Μία συνάρτηση ποινής πολλαπλών γραμμικών τμημάτων σε προβλήματα με περιορισμούς

Για θετικές τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης ($f(x) \geq 0$), η ποινολογημένη τιμή $f_p(x)$ προκύπτει πολλαπλασιάζοντας την αρχική τιμή της συνάρτησης επί τη μέγιστη από όλες τις τιμές της συνάρτησης ποινής

$$f_p(x) = f(x) \cdot \max\{\Phi_k(x)\}, k = 1, 2, \dots, n \quad (1.6)$$

όπου n το πλήθος των περιορισμών. Εναλλακτικά, εάν η αντικειμενική συνάρτηση έχει αρνητική τιμή ($f(x) < 0$), τότε διαιρείται με τη μέγιστη τιμή της συνάρτησης ποινής:

$$f_p(x) = f(x) \cdot \frac{1}{\max\{\Phi_k(x)\}}, k = 1, 2, \dots, n \quad (1.7)$$

Επομένως, για κάθε τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, έχουμε:

$$f_p(x) = f(x) \cdot m \quad (1.8)$$

$$\text{όπου} \quad m = \begin{cases} \max\{\Phi_k(x)\}, k = 1, 2, \dots, n & \text{εάν } (f(x) \geq 0) \\ \frac{1}{\max\{\Phi_k(x)\}}, k = 1, 2, \dots, n & \text{εάν } (f(x) < 0) \end{cases} \quad (1.9)$$

Η ποινολογημένη τιμή εκφράζει το βαθμό παραβίασης των περιορισμών και είναι ένα μέτρο σύγκρισης της αποτελεσματικότητας κάθε πιθανού σχεδιασμού.

Στην περίπτωση που η συνάρτηση, μετά την επιβολή της ποινής, λάβει καλύτερη τιμή συγκριτικά με το καθολικά βέλτιστο $Gbest_t$, το $Gbest_t$ επαναφέρεται σε κάποιο ανέφικτο σχεδιασμό. Έτσι, για την περίπτωση που η αντικειμενική συνάρτηση έχει καλύτερη τιμή από το ολικό βέλτιστο του σμήνους ($\frac{Gbest_t}{f(x)} > 1$) και ο σχεδιασμός είναι ανέφικτος ($m > 1$), η ποινή επιβάλλεται στο ολικό βέλτιστο και όχι στην αντικειμενική συνάρτηση:

$$f_p(x) = Gbest_t \cdot m \quad (1.10)$$

1.4.5 Βελτιστοποίηση κατασκευών με συνεχείς τιμές μεταβλητών σχεδιασμού

Σε κατασκευαστικά προβλήματα εφαρμόζονται ειδικοί κανόνες για το χειρισμό της συνάρτησης ποινής και του αδρανειακού βάρους. Θεωρούνται προβλήματα κατασκευών με μεταβλητές σχεδιασμού που λαμβάνουν συνεχείς τιμές, δηλαδή μέσα σε ένα κλειστό ή ανοιχτό συνεχές διάστημα πραγματικών αριθμών.

Συνάρτηση ποινής

Έπειτα από τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης, πραγματοποιείται μία ανάλυση του φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιώντας κάποιο λογισμικό που έχει αναπτυχθεί ή είναι εμπορικά διαθέσιμο. Από την ανάλυση προκύπτουν, σαν αποτελέσματα, μετακινήσεις σε κάθε κόμβο του φορέα και τάσεις για κάθε στοιχείο του φορέα, οι οποίες ελέγχεται αν παραβιάζουν κάποιον από τους ισχύοντες περιορισμούς σε αντοχή, λειτουργικότητα κ.λ.π.. Αν οποιοσδήποτε από τους περιορισμούς παραβιαστεί, η αντικειμενική συνάρτηση ποινολογείται, όπως προηγουμένως, ανάλογα με το πόσο υπερβαίνεται ο εν λόγω περιορισμός.

Σε μια κατασκευή, αναφέρεται σαν $q_k(x)$ η τάση ή μετατόπιση για το διάνυσμα σχεδιασμού x , και $q_{allow,k}$ η μέγιστη επιτρεπτή τιμή της τάσης ή μετατόπισης, κατ' απόλυτη τιμή. Ένας περιορισμός σε κατασκευές συνήθως είναι της μορφής:

$$g_k(x) = |q_k(x)| - q_{allow,k} \leq 0 \quad (1.11)$$

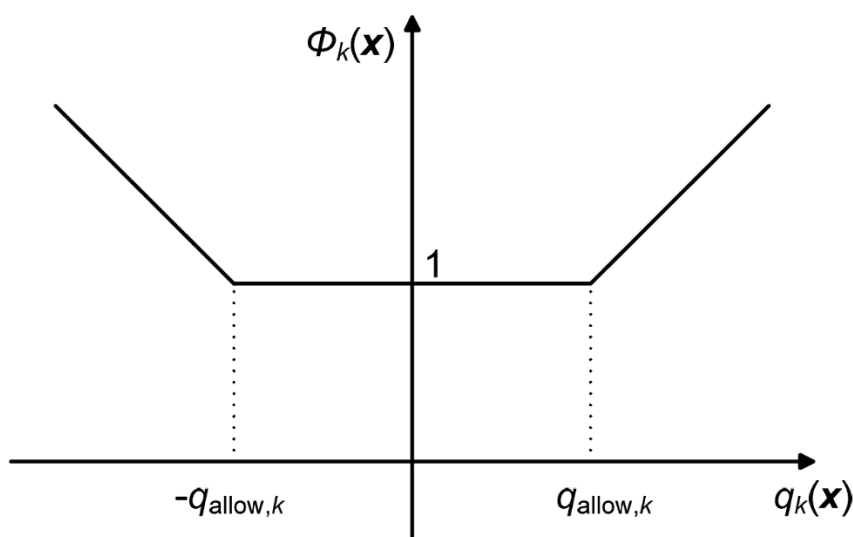
Η συνάρτηση ποινής για τον περιορισμό αυτό ορίζεται ως:

$$\Phi_k(x) = \begin{cases} 1 & \text{εάν } \frac{|q_k(x)|}{q_{allow,k}} \leq 1 \\ \frac{|q_k(x)|}{q_{allow,k}} & \text{εάν } \frac{|q_k(x)|}{q_{allow,k}} > 1 \end{cases} \quad (1.12)$$

Αν ο περιορισμός $g_k(x)$ εφαρμόζεται σε n στοιχεία, τότε σαν $q_k(x)$ λαμβάνεται το μέγιστο μέτρο αντίδρασης από όλα τα n στοιχεία:

$$q_k(x) = \max\{|q_{k,i}(x)|\}, i = 1, 2, \dots, n \quad (1.13)$$

Στο Σχήμα 1.7 απεικονίζεται η συνάρτηση ποινής πολλαπλών γραμμικών τμημάτων σε προβλήματα κατασκευών για τον περιορισμό k , $\Phi_k(x)$



Σχήμα 1.7 – Μια συνάρτηση ποινής πολλαπλών γραμμικών τμημάτων σε προβλήματα κατασκευών

Η ποινολόγηση της αντικειμενικής συνάρτησης γίνεται ακριβώς όπως προηγουμένως για την περίπτωση $f(x) \geq 0$, καθώς στα προβλήματα κατασκευών δεν ορίζεται αρνητική αντικειμενική συνάρτηση.

Ανανέωση αδραειακού βάρους

Σε προβλήματα βελτιστοποίησης ΒΣΣ, έχει προκύψει ότι σταθερές τιμές του αδραειακού βάρους οδηγούν σε σημαντική μείωση του βαθμού σύγκλισης της μεθόδου. Αυτό οφείλεται στην ορμή των σωματιδίων, που τα κάνει να προσπερνούν πιθανές περιοχές βέλτιστου σχε-

διασμού. Όπως αναφέρθηκε, πρέπει να έχει γίνει εκτενής εξερεύνηση του χώρου σχεδιασμού, προτού τα σωματίδια αρχίσουν να επικεντρώνονται σε περιοχές καλύτερου σχεδιασμού.

Στην παρούσα εργασία, εφαρμόζεται ο κανόνας της γραμμικής μείωσης του αδρανειακού βάρους, μέχρι ένα κάτω όριο. Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό:

$$w_{t+1} = w_{max} - \frac{w_{max} - w_{min}}{t_{max}} \cdot t \quad (1.14)$$

όπου t είναι ο αριθμός της επανάληψης, w_{max} και w_{min} είναι η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή αδρανειακού βάρους, αντίστοιχα, και t_{max} ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων.

Βήματα αλγορίθμου

Στο Σχήμα 1.8 παρουσιάζεται σε βήματα ο αλγόριθμος της μεθόδου ΒΣΣ για προβλήματα κατασκευών.

Σχήμα 1.8 – Τα βήματα της ΒΣΣ για προβλήματα κατασκευών

Αρχικοποίηση σωματιδίων

- Κάθε σωματίδιο j λαμβάνει τυχαία τιμή θέσης $x^i = (x_1, x_1, \dots, x_n)$ με περιορισμό τα όρια του χώρου σχεδιασμού x^U και x^L .
- Σε κάθε σωματίδιο j αρχικοποιείται το διάνυσμα ταχύτητας $v^i = (v_1, v_1, \dots, v_n)$ σύμφωνα με τη Σχ. 1.2 και με περιορισμό το όριο v_{max} .

Έναρξη επαναληπτικής διαδικασίας

Σε κάθε χρονικό βήμα t :

- Για κάθε σωματίδιο i , υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης $f_j(x)$.
- Για κάθε σωματίδιο i , υπολογίζονται όλα τα μέτρα αντίδρασης $q_k(x)$ πραγματοποιώντας μια ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία και στη συνέχεια οι αντίστοιχες $\Phi_k(x)$ από την Σχ. 1.12 για κάθε περιορισμό k .
- Υπολογίζεται η ποινολογημένη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης f_p από την Σχ. 1.
- Εάν η τιμή αυτή είναι καλύτερη από την προσωπική βέλτιστη θέση ($Pbest_i$), τίθεται $Pbest_i = f_i(x)$ και $x^{Pb,i} = x^i$.
- Συγκρίνεται η ολικά βέλτιστη θέση ($Gbest$) με τις προσωπικές βέλτιστες θέσεις ($Pbest_i$) κάθε σωματιδίου i . Εάν κάποια θέση είναι καλύτερη, τίθεται $Gbest = Pbest_i$ και $x^{Gb} = x^{Pb,i}$.
- Για κάθε σωματίδιο i , αναπροσαρμόζεται η ταχύτητα με βάση τη Σχ. 1.2 και η θέση με βάση τη Σχ. 1.3. Εάν σε κάποια διάσταση $x_i \leq x_i^L$ ή $x_i \geq x_i^U$, τότε $x_i = x_i^L$ ή $x_i = x_i^U$ και $v^i = 0$.

Τέλος επαναληπτικής διαδικασίας

- Ελέγχεται εάν έχει ξεπεραστεί ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων ($t \geq t_{max}$), οπότε η διαδικασία τερματίζει. Εάν όχι, προσαυξάνεται το χρονικό βήμα και επαναλαμβάνεται η διαδικασία μέχρις ότου $t \geq t_{max}$.

Εκτύπωση αποτελεσμάτων

- Επιστρέφεται η ολικά βέλτιστη τιμή $Gbest$ και το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού x^{Gb} .

1.4.6 Βελτιστοποίηση κατασκευών με διακριτές τιμές μεταβλητών σχεδιασμού

Η ενότητα αυτή αναφέρεται σε προβλήματα όπου επιλέγονται τυποποιημένες διατομές διαθέσιμες στο εμπόριο (π.χ. ΙΡΕ, ΗΕΑ, ΗΕΒ) οι οποίες έχουν διακριτού τύπου χαρακτηριστικά. Σε αυτά τα προβλήματα, οι μεταβλητές σχεδιασμού δε λαμβάνουν συνεχείς αλλά διακριτές τιμές. Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η ίδια με προηγουμένως, με τη μόνη διαφορά ότι οι τιμές των μεταβλητών στρογγυλοποιούνται έτσι ώστε να υπάρχει αντιστοιχία με κάποια από τις διαθέσιμες διατομές.

Διακριτοποίηση μεταβλητών σχεδιασμού

Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση, κατά την αναπροσαρμογή της θέσης κάθε σωματιδίου, οι νέες τιμές διακριτοποιούνται στην πλησιέστερη διακριτή ή ακέραια τιμή. Η ανανέωση της ταχύτητας και θέσης γίνεται με τις παρακάτω σχέσεις:

$$v^j(t+1) = wv^j(t) + c_1r_1^\circ(x^{pb,j} - x^j(t)) + c_2r_2^\circ(x^{gb} - x^j(t)) \quad (1.15)$$

$$x^j(t+1) = \text{round}\{x^j(t) + v^j(t+1)\} \quad (1.16)$$

όπου $\text{round}\{\dots\}$ δηλώνει τη διακριτοποίηση της τιμής μέσα στις αγκύλες στην πλησιέστερη ακέραια ή διακριτή τιμή. Η Σχ. 1.15 της ανανέωσης της ταχύτητας του σωματιδίου είναι ίδια με αυτήν που αναφέρθηκε στα προηγούμενα.

Η διακριτοποίηση της θέσης έχει ως αποτέλεσμα αποκλίσεις από τις βέλτιστες τιμές και καθιστούν δυσκολότερη την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Για να εξασφαλιστούν καλύτερα αποτελέσματα με ικανοποιητική προσέγγιση του βέλτιστου σχεδιασμού, η εξερεύνηση των σωματιδίων περιορίζεται σε πιο κοντινές περιοχές μειώνοντας το διάνυσμα μέγιστων ταχυτήτων v_{max} που μπορούν να αναπτύξουν κατά δύο ή τρεις φορές σε σχέση με τα μαθηματικά προβλήματα περιορισμών.

Κεφάλαιο 2



2 Προγραμματισμός βελτιστοποίησης

Για τον προγραμματισμό της μεθόδου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων που αναπτύχθηκε στην παρούσα εργασία, χρησιμοποιήθηκε η γλώσσα προγραμματισμού Java. Η γλώσσα αυτή είναι αντικειμενοστραφής, δηλαδή μπορεί να χειρίζεται αντικείμενα με τις ιδιότητες της κλάσης τους. Το γεγονός αυτό τις καθιστά μια καλή επιλογή για το χειρισμό των σωματιδίων της μεθόδου, το καθένα από τα οποία διαθέτει διαφορετικές τιμές ταχύτητας και θέσης. Παράλληλα, η μέθοδος προγραμματίστηκε σε γλώσσα C#, μια νεότερη γλώσσα προγραμματισμού που επιτρέπει την εύκολη διασύνδεση με λογισμικό εμπορικά διαθέσιμο, προκειμένου να γίνει η σύνδεση της ΒΣΣ με το πρόγραμμα ανάλυσης που χρησιμοποιήθηκε (SAP2000).

2.1 Εφαρμογή βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμούς

Για την υλοποίηση της μεθόδου ΒΣΣ χωρίς επιβαλλόμενους περιορισμούς, αναπτύχθηκε η εφαρμογή “PSOUnconstrained”. Οι κλάσεις που περιέχει είναι οι εξής:

Particle

Περιέχει τις μεθόδους:

- *Particle()* [*Constructor*]: Δημιουργεί αντικείμενο τύπου Particle, δίνοντας τυχαίες αρχικές τιμές στη θέση (Position[]) και στην ταχύτητα (Velocity[]) κάθε αντικειμένου, ελέγχοντας ότι οι τιμές είναι εντός των επιβεβλημένων ορίων. Κάθε αντικείμενο αναπαριστά ένα σωματίδιο της μεθόδου ΒΣΣ.
- *getPosition()*: Επιστρέφει το διάνυσμα θέσης του σωματιδίου, *x*.
- *getVelocity()*: Επιστρέφει το διάνυσμα ταχύτητας του σωματιδίου, *v*.
- *calculateFitnessValue()*, *getFitnessValue()*: Υπολογίζει και επιστρέφει, αντίστοιχα, την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, με βάση το διάνυσμα θέσης του σωματιδίου.

- *getPbest()*, *getPbestPosition()*: Επιστρέφει τις τιμές της προσωπικής βέλτιστης θέσης, *Pbest*, και το διάνυσμα σχεδιασμού που αντιστοιχεί σε αυτήν, x^{Pb} , αντίστοιχα.
- *updatePosition()*, *updateVelocity()*: Ανανεώνει το διάνυσμα θέσης και ταχύτητας, αντίστοιχα, ελέγχοντας ότι το αποτέλεσμα βρίσκεται στο χώρο σχεδιασμού με βάση τις σχέσεις 1.2 και 1.3.
- *calculatePbest()*: Ελέγχει για την ανανέωση ή μη της προσωπικής βέλτιστης θέσης.
- *initializer()*: Αρχικοποιεί τα μητρώα των διανυσμάτων θέσης και ταχύτητας και την τιμή *Pbest*.

PSOFunctions

Περιέχει τη μέθοδο:

- *PSOFunction(double... x)*: Υπολογίζει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, λαμβάνοντας σαν παράμετρο τον πίνακα του διανύσματος σχεδιασμού x .

Constants (Interface)

Περιέχει δηλώσεις των μεταβλητών που χρησιμοποιούνται σαν σταθερές από το πρόγραμμα. Αυτές περιλαμβάνουν τον αριθμό σωματιδίων NP, το μέγιστο αριθμό επαναλήψεων t_{max} , την τιμή του αδρανειακού βάρους w , τις τιμές της γνωστικής και κοινωνικής παραμέτρου c_1 και c_2 , καθώς και τιμές για την αρχικοποίηση των πινάκων που χρησιμοποιούνται στο πρόγραμμα.

PSOUnconstrained

Περιέχει τις μεθόδους:

- *Initializer()*: Αρχικοποιεί τα μητρώα των διανυσμάτων άνω και κάτω ορίων των διανυσμάτων σχεδιασμού, x^U και x^L αντίστοιχα, και τον πίνακα συντεταγμένων του ολικά βέλτιστου σχεδιασμού, x^{Gb} .
- *Main(...)*: Η βασική ρουτίνα της μεθόδου.

2.2 Εφαρμογή βελτιστοποίησης με περιορισμούς

Για την υλοποίηση της μεθόδου ΒΣΣ με επιβαλλόμενους περιορισμούς, αναπτύχθηκε η εφαρμογή “PSOConstrained”. Οι κλάσεις που περιέχει είναι οι εξής:

Particle

Περιέχει τις μεθόδους:

- *Particle()* [*Constructor*], *getPosition()*, *getVelocity()*, *getPbest()*, *getPbest-Position()*, *updatePosition()*, *updateVelocity()*, *calculatePbest()*: Οι μέθοδοι είναι ίδιες με αυτές στο πρόγραμμα “PSOUnconstrained” (βλ. 2.1).
- *calculateFitnessValueUnconstrained()*, *getFitnessValueUnconstrained()*: Όπως οι *calculateFitnessValue()*, *getFitnessValue()* στο πρόγραμμα “PSOUnconstrained” (βλ. 2.1).

Functions

Περιέχει τις μεθόδους:

- *objectiveFunction()*: Περιέχει μια λίστα αντικειμενικών συναρτήσεων που αντιστοιχούν στα προβλήματα που επιλύθηκαν. Υπολογίζει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, λαμβάνοντας σαν παράμετρο τον πίνακα του διανύσματος σχεδιασμού x και τον αριθμό που αντιστοιχεί στην αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος.
- *nonLinearConstraintFunction()*: Περιέχει μια λίστα μη γραμμικών συναρτήσεων περιορισμών που αντιστοιχούν στα προβλήματα που επιλύθηκαν. Εάν το πρόβλημα διαθέτει κάποιο μη γραμμικό περιορισμό, υπολογίζει την τιμή του περιορισμού ανάλογα με τον αριθμό της συνάρτησης περιορισμού.
- *penaltyFunction()*: Υπολογίζει την τιμή της συνάρτησης περιορισμού, λαμβάνοντας σαν παραμέτρους το αριστερά και δεξιά μέλος της ανίσωσης περιορισμού και το σύμβολο της ανίσωσης του περιορισμού (“<=” ή “>=” για «μικρότερο ή ίσο» και «μεγαλύτερο ή ίσο», αντίστοιχα).

Initializers

Περιέχει τις μεθόδους:

- *problemSelector()*: Το βασικό μενού χρήστη που εμφανίζεται όταν εκτελείται το πρόγραμμα. Εκτυπώνει τη λίστα των προβλημάτων που επιλύθηκαν και τον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόβλημα. Ανάλογα με τον αριθμό που εισάγει ο χρήστης, επιλύεται το αντίστοιχο πρόβλημα.

- `arrayInitializer()`: Δηλώνει τα μητρώα που χρησιμοποιούνται από το πρόγραμμα.
- `constantsInitializer()`: Ανάλογα με τον αριθμό του προβλήματος που επιλέχθηκε από το χρήστη, δίνει τις αντίστοιχες τιμές στις παραμέτρους της ΒΣΣ.
- `constraintsInitializer()`: Ανάλογα με τον αριθμό του προβλήματος που επιλέχθηκε από το χρήστη, Διαμορφώνει τις γραμμικές και μη γραμμικές συναρτήσεις περιορισμών του προβλήματος, αν υπάρχουν.

PSOConstrained

Περιέχει τις μεθόδους:

- `Main(...)`: Η βασική ρουτίνα της μεθόδου.
- `linearConstraintsPenaltyCalculation(...)`, `nonLinearConstraintsPenaltyCalculation(...)`, `maximumPenaltyCalculation(...)`: Υπορουτίνες για υπολογισμό των γραμμικών και μη γραμμικών περιορισμών. Εξυπηρετούν την απλοποίηση του βασικού προγράμματος.
- `objectiveFunctionPenalization(...)`: Ποινολογεί την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος με βάση τη μέγιστη τιμή της συνάρτησης ποινής που έχει βρεθεί.

2.3 Εφαρμογή βελτιστοποίησης κατασκευών

Για την υλοποίηση της μεθόδου ΒΣΣ σε προβλήματα κατασκευών, αναπτύχθηκε η εφαρμογή “PSOStructural”, στην οποία πραγματοποιήθηκε διασύνδεση με το εμπορικό λογισμικό SAP2000 (v.17). Οι κλάσεις που περιέχονται στο πρόγραμμα είναι οι ακόλουθες:

Particle

Υλοποιείται η ίδια κλάση με αυτήν του προγράμματος “PSOConstrained”, με κατάλληλες τροποποιήσεις.

Functions

Χρησιμοποιούνται οι μέθοδοι `penaltyFunction(...)` και `objectiveFunction(...)` του προγράμματος “PSOConstrained”, με κατάλληλες τροποποιήσεις.

Initializers

Χρησιμοποιούνται οι κλάσεις `problemSelector()`, `arrayInitializer()` από την αντίστοιχη κλάση του προγράμματος “PSOConstrained”, με τις παρακάτω προσθήκες:

- `crossSectionInitializer(...)`: Αρχικοποιεί το κωδικό όνομα και τις τιμές εμβαδού για κάθε είδος διατομής που χρησιμοποιείται (π.χ. IPE, HEA, HEB κ.λ.π.).
- `lengthInitializer()`, `materialInitializer()`: Λαμβάνονται απευθείας από το πρόγραμμα ανάλυσης τα δεδομένα του προβλήματος (μήκος στοιχείων, ιδιότητες υλικού κ.λ.π.).

SAP2000

Η κλάση αυτή αναλαμβάνει τη διασύνδεση του προγράμματος ΒΣΣ με το πρόγραμμα SAP2000. Περιέχει τις μεθόδους:

- `programSetup(...)`: Ρυθμίζει βασικά στοιχεία για την εκκίνηση του προγράμματος.
- `programStart()`: Εκκινεί το πρόγραμμα SAP2000.
- `modelInitializer()`: Εκκινεί ένα νέο μοντέλο σχεδιασμού του προγράμματος.
- `openFile()`: Φορτώνει το αρχείο του φορέα που αντιστοιχεί στο πρόβλημα που επιλύεται.
- `unlockModel()`: «Ξεκλειδώνει» το φορέα μετά από κάποια ανάλυση, ώστε να μπορούν να γίνουν τροποποιήσεις στα στοιχεία του.
- `getArea`, `getShearArea2/3`, `getWidth`, `getHeight`, `getFlangeThickness`, `getWebThickness`, `getBendingPlasticModulus22/33`: Επιστρέφει ορισμένα γεωμετρικά χαρακτηριστικά μιας διατομής του φορέα που εξετάζεται.
- `getCrossSection`, `setCrossSection`: Για μια δεδομένη διατομή, λαμβάνει το όνομα της τυπικής διατομής χάλυβα ή θέτει κάποια τυπική διατομή χάλυβα, αντίστοιχα.
- `runAnalysis(...)`: Εκκινεί το module ανάλυσης του προγράμματος.
- `getAxialForce`, `getShearForce22/33`, `getMomentAbout22/33`, `getJointDisplacements`: Επιστρέφει αποτελέσματα που προκύπτουν από την ανάλυση του φορέα
- `runDesign(...)`: Εκκινεί το module σχεδιασμού του προγράμματος με βάση τον Κανονισμό που έχει επιλεγθεί (στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται ο Ευρωκώδικας 3)
- `getPMMDesignResults`, `getShearDesignResults`: Επιστρέφει τα μεγέθη σχεδιασμού που προκύπτουν από το σχεδιασμό του φορέα σύμφωνα με τον Κανονισμό που επιλέχθηκε.

- *programSave()*: Αποθηκεύει τις αλλαγές στο μοντέλο σχεδιασμού.
- *programEnd()*: Τερματίζει την επικοινωνία με το SAP2000, ώστε να μην καταναλώνονται άσκοπα πόροι του συστήματος.

PSOStructural

Πέραν της βασικής ρουτίνας *Main(...)*, περιλαμβάνονται μέθοδοι που αντιστοιχούν στις εφαρμογές που επιλύονται.

Κάποιες λειτουργίες των μεθόδων εφαρμόζονται μόνο στα προβλήματα *benchmark*, όπου τα μεγέθη που εξετάζονται είναι το εμβαδό των στοιχείων, οι αναπτυσσόμενες τάσεις των στοιχείων και οι μετακινήσεις των κόμβων. Σε προβλήματα που χρησιμοποιούνται τυπικές διατομές χάλυβα (βλ. Κεφάλαιο 5, ενότητα 5.2) τα μεγέθη που εξετάζονται πολλαπλασιάζονται σε αριθμό. Για το λόγο αυτό, χρησιμοποιούνται άλλες λειτουργίες των ίδιων μεθόδων, οι οποίες διαχειρίζονται τα μεγέθη που προκύπτουν μέσα από το *module* σχεδιασμού του SAP2000. Παρακάτω, αναφέρονται οι βασικές μέθοδοι της κλάσης και οι λειτουργίες που επιτελούν, ανάλογα με το είδος του προβλήματος που επιλύεται.

- *areaSet(...)*: Για προβλήματα *benchmark*, αναλαμβάνει την ανανέωση των εμβαδών των στοιχείων, ανάλογα με την ομάδα της μεταβλητής σχεδιασμού στην οποία ανήκουν. Για προβλήματα τυποποιημένων διατομών χάλυβα, αναλαμβάνει την ανανέωση των τυπικών διατομών των στοιχείων.
- *displayAreaValues()*: Για όλα τα προβλήματα, εκτυπώνει το εμβαδό κάθε στοιχείου του φορέα. Για προβλήματα τυποποιημένων διατομών χάλυβα, εκτυπώνεται παράλληλα το όνομα της τυπικής διατομής του στοιχείου.
- *displayResults*: Για προβλήματα *benchmark*, με χρήση των μεθόδων *displacementsArrayFormation* και *stressesArrayFormation*, μορφώνονται τα μητρώα μετακινήσεων και τάσεων του φορέα.
- *structuralPenaltyCalculation*: Για προβλήματα *benchmark*, χρησιμοποιούνται οι μέθοδοι *displacementPenaltyCalculation*, *stressPenaltyCalculation*, *calculateMaximumDisplacement/AxialStress/StructuralPenalty* για τον υπολογισμό των περιορισμών σε μετακινήσεις και τάσεις και τον υπολογισμό των τιμών ποινής κάθε περιορισμού. Για προβλήματα τυποποιημένων διατομών χάλυβα, χρησιμοποιούνται οι μέθοδοι *PMMConstraintsCalculation*, *ShearConstraintsCalculation*, *DeflectionConstraintsCalculation*, *PenaltyArrayFormation* για τον υπολογισμό των περιορισμών σε κάμψη και διάτμηση και τη μόρφωση του μητρώου ποινής (βλ. παρακάτω). Και στους δύο τύπους προβλημάτων, χρησιμοποιείται η μέθοδος *MaximumPenalty* για τον υπολογισμό της μέγιστης ποινής.
- *objectiveFunctionPenalization(...)*: Ποινολογεί την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος (συνάρτηση βάρους).

2.4 Μόρφωση μητρώων

Στην ενότητα αυτή, περιγράφεται η διαδικασία μόρφωσης των μητρώων από το πρόγραμμα βελτιστοποίησης για τα προβλήματα που εξετάζονται στις αριθμητικές εφαρμογές (βλ. Κεφάλαιο 5).

2.4.1 Προβλήματα αξιολόγησης

Στα προβλήματα που εξετάζονται, οι φορείς αποτελούν επίπεδα ή χωρικά δικτυώματα. Σε αυτά, κάθε κόμβος διαθέτει 3 βαθμούς ελευθερίας (U_1, U_2, U_3 για μετακίνηση κατά x, y, z , αντίστοιχα, καθώς το τοπικό και το καθολικό σύστημα συντεταγμένων συμπίπτουν στους κόμβους) και σε κάθε στοιχείο δικτυώματος αναπτύσσονται μόνο αξονικές τάσεις (θλιπτικές ή εφελκυστικές). Μετά από κάθε ανάλυση του φορέα, μορφώνεται το μητρώο μετακινήσεων των κόμβων και το μητρώο αξονικών τάσεων κάθε μέλους. Επίσης, μορφώνεται το μητρώο ποιής, το οποίο περιέχει τις τιμές της συνάρτησης ποιής για κάθε περιορισμό που επιβάλλεται.

Μητρώο μετακινήσεων κόμβων

Έστω ότι ο φορέας διαθέτει n κόμβους χωρίς δεσμεύσεις και στο φορέα πραγματοποιούνται m φορτίσεις. Σε κάθε κόμβο υπάρχουν τρεις βαθμοί ελευθερίας, επομένως τρεις μετακινήσεις της μορφής d_{ij}^k , όπου i ο αριθμός του κόμβου, j η διεύθυνση της μετακίνησης και k ο αριθμός της φόρτισης. Οι μετακινήσεις καταχωρούνται σε μονάδες m .

Διαστάσεις μητρώου: $(m) \times (3 \cdot n)$

		Αριθμός κόμβων											
		(1)			(2)			(...)			(n)		
		U_1	U_2	U_3	U_1	U_2	U_3	U_1	U_2	U_3	U_1	U_2	U_3
(Φόρτιση 1)	d_{11}^1	d_{12}^1	d_{13}^1	d_{21}^1	d_{22}^1	d_{23}^1	\dots	\dots	\dots	d_{n1}^1	d_{n2}^1	d_{n3}^1	
(...)	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	
(Φόρτιση m)	d_{11}^m	d_{12}^m	d_{13}^m	d_{21}^m	d_{22}^m	d_{23}^m	\dots	\dots	\dots	d_{n1}^m	d_{n2}^m	d_{n3}^m	

Σχήμα 2.1 – Προβλήματα αξιολόγησης. Μητρώο μετακινήσεων κόμβων

Σημείωση: Σε περίπτωση δικτυώματος στο επίπεδο, η μετακίνηση στη διεύθυνση του βαθμού ελευθερίας που είναι κάθετος στο επίπεδο του δικτυώματος είναι μηδέν.

Μητρώο τάσεων στοιχείων

Έστω ότι ο φορέας διαθέτει n στοιχεία δικτύματος και στο φορέα πραγματοποιούνται m φορτίσεις. Σε κάθε στοιχείο αναπτύσσεται τάση της μορφής σ_i^k , όπου i ο αριθμός του στοιχείου και k ο αριθμός της φόρτισης. Θετικό πρόσημο υποδηλώνει εφελκυσμό του στοιχείου και αρνητικό πρόσημο θλίψη. Οι τάσεις καταχωρούνται σε μονάδες ΜΡα.

Διαστάσεις: $(m) \times (n)$

		Αριθμός στοιχείων			
		(1)	(2)	(...)	(n)
(Φόρτιση 1)		σ_1^1	σ_2^1	...	σ_n^1
(...)	
(Φόρτιση m)		σ_1^m	σ_2^m	...	σ_n^m

Σχήμα 2.2 – Προβλήματα αξιολόγησης. Μητρώο αξονικών τάσεων κόμβων

2.4.2 Προβλήματα τυποποιημένων διατομών χάλυβα

Στα προβλήματα που εξετάζονται, λαμβάνονται από το πρόγραμμα ανάλυσης τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εκτέλεση του module σχεδιασμού, τα οποία αντιστοιχούν σε έλεγχο διατομών και μελών σε Οριακή Κατάσταση Αστοχίας και Οριακή Κατάσταση Λειτουργικότητας.

Όσον αφορά τον έλεγχο σε επίπεδο διατομής, το SAP2000 υπολογίζει τα μεγέθη ανάλυσης για κάθε περιορισμό (κάμψη, διάτμηση κ.λ.π.) σε συγκεκριμένο αριθμό θέσεων («output stations»), για κάθε συνδυασμό φορτίσεων («load combination») και σε κάθε μέλος («frame object»). Το SAP2000 επιλέγει, στη συνέχεια, τη θέση και τη φόρτιση για τις οποίες τα αποτελέσματα είναι τα δυσμενέστερα και επιτρέπει την πρόσβαση σε αυτά μέσω του API (Application Programming Interface) για χρήση στο πρόγραμμα βελτιστοποίησης «PSOStructural». Για τους ελέγχους σε επίπεδο μέλους, ακολουθείται η ίδια διαδικασία για κάθε έλεγχο και συνδυασμό φορτίσεων και προκύπτουν οι δυσμενέστερες τιμές.

Στον έλεγχο αντοχής στην Οριακή Κατάσταση Αστοχίας σε επίπεδο διατομής, ο αριθμός των εντατικών μεγεθών και των συνδυασμών φόρτισης είναι μεγάλος. Για να αποφευχθεί η άσκοπη χρήση πόρων του συστήματος κατά τη μόρφωση μητρώων των εντατικών μεγεθών για κάθε συνδυασμό φόρτισης, ακολουθείται η εξής διαδικασία: Για κάθε συνδυασμό φόρτισης, λαμβάνονται μόνο οι μέγιστες τιμές του εκάστοτε εντατικού μεγέθους για κάθε μέλος. Στη συνέχεια, λαμβάνονται οι τιμές σχεδιασμού του αντίστοιχου μεγέθους και μορφώνεται απευθείας το μητρώο με τις τιμές των αντίστοιχων περιορισμών.

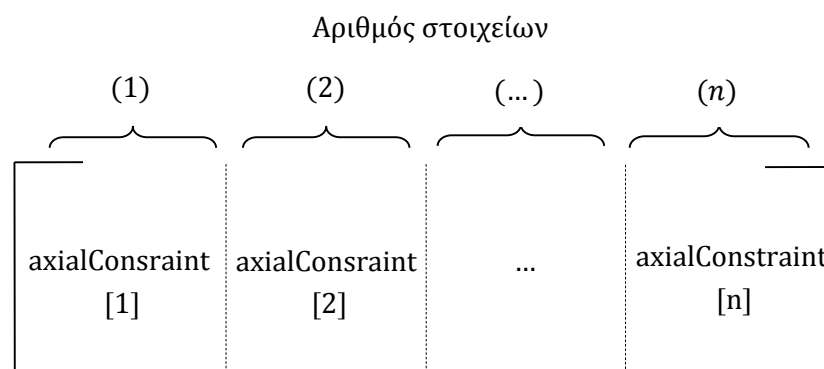
Για παράδειγμα, για τον έλεγχο της αντοχής των διατομών σε αξονική δύναμη σε ένα φορέα n αριθμού μελών, για κάθε στοιχείο λαμβάνονται από το SAP2000 (έπειτα από εκτέλεση του module σχεδιασμού) οι τιμές των N_{Ed} , $N_{t,Rd}$, $N_{b,Rd}$, που αντιστοιχούν στη δρώσα αξονική δύναμη, την αντοχή της διατομής σε εφελκυσμό και την αντοχή της διατομής σε θλίψη (απομειωμένη λόγω καμπτικού λυγισμού), αντίστοιχα. Για τον περιορισμό αντοχής σε αξονική δύναμη κάθε στοιχείου προσδιορίζεται η τιμή $axialConstraint[j]$, όπου j ο αριθμός του στοιχείου, ως εξής:

$$axialConstraint[j] = \frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \text{ (εφελκυσμός)} \quad (2.1)$$

ή

$$axialConstraint[j] = \frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \text{ (θλίψη)}$$

Στη συνέχεια, μορφώνεται το μητρώο $axialConstraint[]$, το οποίο λαμβάνει την παρακάτω μορφή:



Σχήμα 2.3 – Προβλήματα τυποποιημένων διατομών. Μητρώο περιορισμών αντοχής σε αξονική δύναμη

Η ίδια διαδικασία ακολουθείται για όλους τους περιορισμούς της Οριακής Κατάστασης Αστοχίας. Από κάθε μητρώο, προκύπτει τελικά μία μέγιστη τιμή για κάθε περιορισμό. Οι τιμές αυτές καταχωρούνται τελικά στο μητρώο ποινής, με τον τρόπο που αναφέρεται στην επόμενη υποενότητα.

Στον έλεγχο κατακόρυφων βελών της Οριακής Κατάστασης Λειτουργικότητας, δεν είναι δυνατό να γίνει η παραπάνω διαδικασία, καθώς το module σχεδιασμού του SAP2000 δεν παρέχει απευθείας πρόσβαση στις τιμές των περιορισμών βελών μέσω του API (το οποίο χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία). Για το λόγο αυτό, στην Οριακή Κατάσταση Λειτουργικότητας ακολουθείται η ίδια διαδικασία με αυτή των προβλημάτων benchmark. Συγκεκριμένα, για κάθε συνδυασμό φορτίσεων της ΟΚΛ υπολογίζεται η τιμή της κατακόρυφης μετακίνησης που παρουσιάζει ο κόμβος στο μέσο του κάθε μέλους. Στο Σχήμα 2.4 φαίνεται η μορφή του μητρώου κατακόρυφων μετακινήσεων ενός φορέα n στοιχείων, ο

οποίος υποβάλλεται σε m συνδυασμούς φορτίσεων της Οριακής Κατάστασης Λειτουργικότητας. Σαν d_i^j συμβολίζεται η κατακόρυφη μετακίνηση του μέλους i για το συνδυασμό φόρτισης j .

		Αριθμός στοιχείων			
		(1)	(2)	(...)	(n)
		Uz	Uz	Uz	Uz
(Συνδ. 1)	d_1^1	d_2^1	\dots	d_n^1	
(...)	\dots	\dots	\dots	\dots	
(Συνδ. m)	d_1^m	d_2^m	\dots	d_n^m	

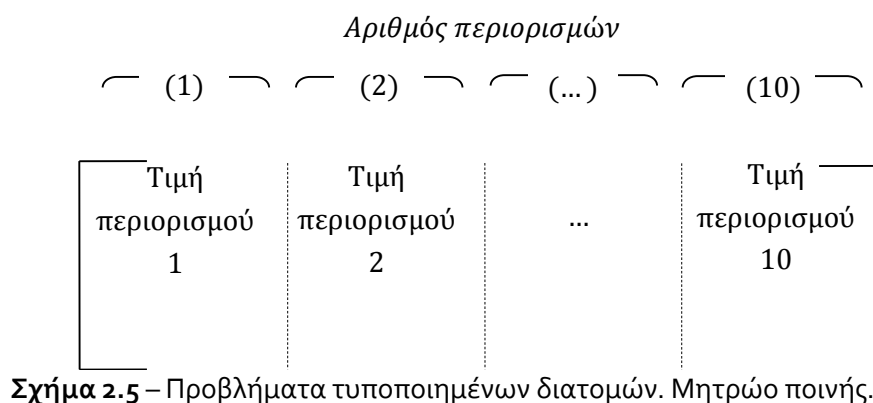
Σχήμα 2.4 – Προβλήματα τυποποιημένων διατομών. Μητρώο περιορισμών επιτρεπτού βέλους κάμψης

Μητρώο ποινής

Σαν μητρώο ποινής αναφέρεται το μητρώο που περιέχει τις μέγιστες τιμές της συνάρτησης ποινής για κάθε επιβαλλόμενο περιορισμό. Οι επιβαλλόμενοι περιορισμοί, όπως περιγράφονται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 3, είναι οι εξής:

- Αντοχή διατομής σε αξονική δύναμη: *axialConstraint* (Περιορισμός 1)
- Αντοχή διατομής σε μονοαξονική κάμψη: *uniaxialFlexureConstraint* (Περιορισμός 2)
- Αντοχή διατομής σε διαξονική κάμψη: *biaxialMinorConstraint* (Περιορισμός 3)
- Αντοχή μέλους σε αλληλεπίδραση αξονικής δύναμης και διαξονικής κάμψης: *interactionMomentAxialConstraint* (Περιορισμός 4)
- Αντοχή διατομής σε τέμνουσα κατά τον άξονα z-z: *shearMajorConstraint* (Περιορισμός 5)
- Αντοχή διατομής σε τέμνουσα κατά τον άξονα y-y: *shearMinorConstraint* (Περιορισμός 6)
- Έλεγχος βελών λόγω συνολικών φορτίων: *deflectionConstraint1* (Περιορισμός 7)
- Έλεγχος βελών λόγω μεταβλητών φορτίων : *deflectionConstraint21* (Περιορισμός 8)

Τελικά, για το σχεδιασμό που εξετάζεται προκύπτει ένα μητρώο 8 στοιχείων. Από το μητρώο αυτό προκύπτει η μέγιστη τιμή ποινολόγησης της αντικειμενικής συνάρτησης. Η μορφή του μητρώου δίνεται στο Σχήμα 2.5:



2.5 Παραδοχές ανάλυσης με το SAP2000

Οι παραδοχές που λαμβάνονται υπόψη κατά το σχεδιασμό των φορέων στην παρούσα εργασία είναι οι εξής:

- Όλα τα μέλη των φορέων που εξετάζονται στο SAP2000 σχεδιάζονται με χρήση στοιχείων πλαισίου («frame element»). Τα στοιχεία αυτά αποτελούν μια γενική, τρισδιάστατη μορφοποίηση δοκού-υποστυλώματος και περιλαμβάνουν τη δυνατότητα ανάληψης διαξονικής κάμψης, στρέψης, αξονικής παραμόρφωσης και διαξονικής διατμητικής παραμόρφωσης.
- Στα μέλη δικτύωματος επιβάλλονται ελευθερώσεις («releases») στις στροφές κατά τον ισχυρό και τον ασθενή άξονα στους κόμβους αρχής και τέλους, καθώς και ελευθέρωση στο στρεπτικό βαθμό ελευθερίας στον κόμβο αρχής ή στον κόμβο τέλους.
- Όλα τα μέλη είναι πρισματικού τύπου («prismatic»), δηλαδή οι ιδιότητες της διατομής παραμένουν σταθερές κατά μήκος του στοιχείου.
- Οι διατομές των φορέων σχεδιάζονται με ένα αναφοράς το κέντρο διάτμησης του φορέα. Τα φορτία θεωρείται ότι ασκούνται στο κέντρο διάτμησης.
- Για την επιβολή σεισμικών δυνάμεων στο φορέα, χρησιμοποιείται η παράμετρος «automatic lateral loads» που παρέχει το πρόγραμμα SAP2000, η οποία αντιστοιχεί στη μέθοδο ανάλυσης οριζόντιας φόρτισης που ορίζεται από τον Ευρωκώδικα 8 και παρουσιάζεται συνοπτικά παρακάτω:

Η θεμελιώδης ιδιοπερίοδος T_1 (σε sec) υπολογίζεται από τη σχέση:

$$T_1 = C_t H^{3/4} \quad (2.2)$$

όπου $C_t = 0.085$ για χαλύβδινα πλαίσια και H το ύψος του ορόφου από το έδαφος ($H \leq 40m$).

Η τέμνουσα δύναμη βάσης F_b (σε kN) υπολογίζεται από τη σχέση:

$$F_b = S_d(T_1) \cdot m \cdot \lambda \quad (2.3)$$

όπου T_1 η θεμελιώδης ιδιοπερίοδος, $S_d(T_1)$ η φασματική επιτάχυνση σχεδιασμού για περίοδο T_1 υπολογιζόμενη όπως αναφέρεται στο Κεφάλαιο 3, m η συνολική μάζα του κτιρίου και λ διορθωτικός συντελεστής.

Η κατανομή των σεισμικών δυνάμεων σε κάθε όροφο γίνεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$F_{story} = F_b \frac{w_{story} \cdot h_{story}}{\sum_{story=1}^n (w_{story} \cdot h_{story})} \quad (2.4)$$

όπου F_{story} η οριζόντια δύναμη που ασκείται σε κάθε όροφο, w_{story} το βάρος του κάθε ορόφου (με βάση τη μάζα του ορόφου), h_{story} το ύψος του ορόφου από το έδαφος και n ο αριθμός των ορόφων.

- Για τους κόμβους ενός ορόφου που υποβάλλονται σε σεισμική οριζόντια φόρτιση, ακολουθείται η διαδικασία που περιγράφεται παρακάτω:

Σε όλους τους κόμβους του ορόφου, δημιουργείται δεσμός («constraint») μεταξύ τους, ο οποίος είναι τύπου άκαμπτου διαφράγματος («rigid diaphragm») κατά τον καθολικό άξονα z-z. Κάθε δεσμός διαφράγματος συνδέει δύο ή περισσότερους κόμβους μεταξύ τους, οι οποίοι βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο με αυτό του δεσμού, και δημιουργεί ένα ενιαίο κόμβο («master joint»). Το αποτέλεσμα είναι η ταυτόχρονη κίνηση και στροφή όλων των κόμβων σαν άκαμπτο σώμα.

Για δύο κόμβους i και j , οι εξισώσεις δεσμού εκφράζονται ως προς τις μετακινήσεις εντός του επιπέδου (u_1 και u_2), τη στροφή περί τον άξονα κάθετο στο επίπεδο (r_3) και τις συντεταγμένες των κόμβων εντός του επιπέδου, εκφρασμένες ως προς τον τοπικό άξονα του δεσμού (x_1 και x_2). Οι εξισώσεις είναι:

$$\begin{aligned} u_{1j} &= u_{1i} - r_{3i} \Delta x_2 \\ u_{2j} &= u_{2i} - r_{3i} \Delta x_1 \\ r_{3i} &= r_{3j} \end{aligned} \quad (2.5)$$

όπου $\Delta x_1 = x_{1j} - x_{1i}$ και $\Delta x_2 = x_{2j} - x_{2i}$.

Η χρήση σύνδεσης διαφράγματος είναι χρήσιμη στις περιπτώσεις ανάλυσης οριζόντιας φόρτισης (όπως πραγματοποιούνται και στην εργασία αυτή), καθώς μειώνει σημαντικά το μέγεθος του προβλήματος ιδιοτιμών που πρέπει να επιλυθεί.

- Σε επίπεδους φορείς (δικτυώματα και πλαίσια) η ανάλυση πραγματοποιείται για τους δύο μετακινησιακούς βαθμούς ελευθερίας εντός του επιπέδου του πλαισίου και για το στροφικό βαθμό ελευθερίας περί τον άξονα κάθετο στο επίπεδο του πλαισίου. Αυτό γίνεται για να αποφευχθεί η άσκοπη αύξηση του υπολογιστικού κόστους της ανάλυσης.

2.6 Παραδοχές σχεδιασμού με το SAP2000

Το πρόγραμμα ανάλυσης SAP2000 παρέχει στους χρήστες ένα module σχεδιασμού («design module»), με το οποίο το πρόγραμμα ελέγχει το φορέα σε επίπεδο διατομών και μελών ως προς την αντοχή («Strength checks») και τη λειτουργικότητα («Deflection checks»). Αφού γίνει η επιλογή κάποιου κανονισμού (π.χ. AISC, EC, κ.λ.π.), το πρόγραμμα καθορίζει αυτόματα το συνδυασμό φορτίσεων για τον εν λόγω κανονισμό ή μπορεί να λάβει τους συνδυασμούς που επιλέγει ο χρήστης.

Έπειτα από την εκτέλεση του module μέσω του γραφικού περιβάλλοντος («Start design check of structure») ή μέσω του προγράμματος «PSOStructural» με την μέθοδο Run-Design(), ελέγχεται κάθε μέλος σε συγκεκριμένες θέσεις («output stations»), συνήθως ανά 1 m, για κάθε συνδυασμό φορτίσεων, και για κάθε περιορισμό επιλέγονται εκείνες οι θέσεις που δίνουν τα δυσμενέστερα αποτελέσματα.

Οι παραδοχές που έγιναν στην παρούσα εργασία κατά το σχεδιασμό είναι οι εξής:

- Αγνοούνται ο τρόπος σύνδεσης των μελών (κόμβοι, αποκατάσταση συνέχειας), οι απαιτούμενες κοχλιώσεις και συγκολλήσεις.
- Αγνοήθηκε ο αντισεισμικός σχεδιασμός των μελών (παράμετρος «Ignore Seismic Code?»)
- Ο συντελεστής συμπεριφοράς τέθηκε $q = 4.00$.
- Για τον υπολογισμό της ελαστικής κρίσιμης ροπής ισχύουν τα ακόλουθα:

Όπως προβλέπεται στο Παράρτημα F του EC3-Μέρος 1.1 (έκδοση 1992), η κρίσιμη ελαστική ροπή πλευρικού λυγισμού, για δοκό σταθερής διατομής (όπως αυτές που εξετάζονται στην παρούσα εργασία), με συνήθεις στρεπτικές συνθήκες στήριξης στα άκρα της, συμμετρικής ως προς τον ασθενή άξονα αδράνειας, υποκείμενης σε κάμψη περί τον ισχυρό άξονα αδράνειας, δίνεται από το γενικό τύπο:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL)^2} \left\{ \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{0.5} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right\} \quad (2.6)$$

C_1 : συντελεστής που σχετίζεται με την κατανομή της ροπής κατά μήκος του μέλους,

C_2 : συντελεστής που σχετίζεται με το σημείο εφαρμογής του φορτίου καθ' ύψος της διατομής,

C_3 : συντελεστής που σχετίζεται με την ασυμμετρία της διατομής,

I_t : η σταθερά στρέψης,

I_w : η σταθερά στρέβλωσης της διατομής,

I_z : η ροπή αδράνειας ως προς τον ασθενή άξονα,

L : το μήκος του μέλους μεταξύ σημείων πλευρικής εξασφάλισης,

k και k_w : συντελεστές εξαρτώμενοι από το είδος των στηρίξεων ως προς την ελευθερία στροφής και στρέβλωσης των άκρων του εξεταζόμενου πλευρικά μη προστατευμένου τμήματος,

$z_g = z_a - z_s$: η απόσταση του κέντρου διάτμησης από το σημείο εφαρμογής του φορτίου,

z_a : η τεταγμένη του σημείου εφαρμογής του φορτίου ως προς τον κεντροβαρικό άξονα $y-y$,

z_s : η τεταγμένη του κέντρου διάτμησης ως προς τον κεντροβαρικό άξονα $y-y$,

$$z_j = z_s - \left[0.5 \int_A z(y^2 + z^2) dA \right] / I_y$$

Οι τεταγμένες z_a και z_s μετρώνται με αφετηρία το κέντρο βάρους της διατομής και είναι προσημασμένες με θετική φορά προς το θλιβόμενο πέλμα της διατομής.

Οι τιμές των C_1 , C_2 , C_3 δίνονται από σχετικούς πίνακες για διάφορες περιπτώσεις φόρτισης και διάφορες τιμές του k , ανάλογα με τη μορφή του διαγράμματος καμπτικών ροπών στο μήκος L μεταξύ πλευρικών στηρίξεων.

Στο SAP2000 η κρίσιμη ροπή υπολογίζεται με τον εξής τύπο:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{L_{cr}^2} \left(\frac{I_w}{I_z} + \frac{L_{cr}^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} \right)^{0.5} \quad (2.7)$$

Όπως γίνεται αντιληπτό, η σχέση που εφαρμόζεται είναι η ίδια με τη Σχ. 2.6 θέτοντας:

$$L_{cr} = kL$$

$C_2 z_g = 0$ (το φορτίο εφαρμόζεται στο κέντρο διάτμησης)

$C_3 z_j = 0$ (η διατομή είναι διπλά συμμετρική)

$k = k_z = k_w$ (οι συντελεστές που εξαρτώνται από το είδος στήριξης για πλευρική κάμψη και στρέβλωση πρέπει να έχουν την ίδια τιμή)

Ο συντελεστής C_1 υπολογίζεται σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$C_1 = 1.88 - 1.40\psi + 0.52\psi^2 \leq 2.7 \quad (2.8)$$

όπου ψ ο λόγος της μικρότερης προς τη μεγαλύτερη ροπή κάμψης στα άκρα του εξεταζόμενου μέλους.

Στην εργασία εξετάζονται διπλά συμμετρικές διατομές, επομένως η συνθήκη $C_3 z_j = 0$ πληρείται. Η συνθήκη $C_2 z_g = 0$, σύμφωνα με την οποία τα φορτία πρέπει να ασκούνται στο κέντρο διάτμησης, αποτελεί μια απλοποίηση που δεν είναι υπέρ της ασφάλειας. Ειδικότερα, στην περίπτωση που το φορτίο εφαρμόζεται στο άνω πέλμα της διατομής, το μέλος εκτρέπεται πλευρικά και στη συνέχεια προστίθεται μια πρόσθετη ροπή εκτροπής, που επιτείνει τη στροφή της διατομής. Ωστόσο, στα πλαίσια της παρούσας εργασίας θεωρείται ότι οι αποκλίσεις είναι μικρές σε σχέση με την πραγματική συμπεριφορά.

- Το κρίσιμο μήκος λυγισμού ενός μέλους υπολογίζεται με τον εξής τύπο:

$$L_{cr} = KL \quad (2.9)$$

όπου K ο συντελεστής ισοδύναμου μήκους για το συγκεκριμένο είδος λυγισμού (καμπτικό, πλευρικό ή στρεπτοκαμπτικό) και L το μήκος του μέλους που δε διαθέτει στήριξη.

Για τον υπολογισμό του μήκους L , το πρόγραμμα λαμβάνει υπόψη του διάφορα χαρακτηριστικά της κατασκευής που επηρεάζουν το εν λόγω μήκος, όπως η συνδεσιμότητα των μελών, οι δεσμοί διαφράγματος και οι θέσεις στήριξης. Στη συνέχεια, εντοπίζονται αυτόματα οι θέσεις στήριξης των μελών και υπολογίζεται το αντίστοιχο κρίσιμο μήκος λυγισμού.

Για τον υπολογισμό του συντελεστή K , το πρόγραμμα χρησιμοποιεί μια παραλλαγή της μεθόδου που αναπτύχθηκε από τους Julian και Lawrence και την οποία χρησιμοποιούν οι κανονισμοί των Ηνωμένων Πολιτειών. Η μέθοδος αυτή αναπτύσσεται εκτενέστερα στη βιβλιογραφία (βλ. Ελληνική, [4], σελ. 124 και στο SAP2000 Steel Frame Design Manual – Eurocode 3-2005 with 8:2004, σελ. 5-8 έως 5-10) και εδώ παραλείπεται.

Κεφάλαιο 3



3 Σχεδιασμός μεταλλικών κατασκευών

Στα προηγούμενα κεφάλαια, αναλύθηκαν οι αρχές του οικονομικού και βέλτιστου σχεδιασμού των κατασκευών. Ωστόσο, βασικός στόχος του μελετητή-μηχανικού κατά το σχεδιασμό ενός έργου είναι η τελική κατασκευή να πληρεί και τις προϋποθέσεις ασφάλειας, λειτουργικότητας και ανθεκτικότητας. Το πιο βασικό εργαλείο για την μόρφωση, ανάλυση και διαστασιολόγηση μιας κατασκευής αποτελούν οι Ευρωκώδικες, καθένας από τους οποίους καλύπτει τα περισσότερα από τα θέματα που προκύπτουν κατά το σχεδιασμό του φορέα. Κάποια από τα πρότυπα αυτά, που αφορούν το σχεδιασμό κατασκευών από χάλυβα, είναι τα εξής:

EN 1990	-	Ευρωκώδικας 0: Βασικές Αρχές Σχεδιασμού
EN 1991	-	Ευρωκώδικας 1: Δράσεις
EN 1993	-	Ευρωκώδικας 3: Σχεδιασμός Κατασκευών από Χάλυβα
EN 1998	-	Ευρωκώδικας 8: Αντισεισμικός Σχεδιασμός

Στα παρακάτω κεφάλαια, γίνεται μια περιγραφή των παραπάνω προτύπων λαμβάνοντας υπόψη και τα Εθνικά Προσαρτήματα, τα οποία αναφέρονται στην εφαρμογή τιμών και συστάσεων σε εθνικό επίπεδο.

3.1 Βασικές αρχές σχεδιασμού

Οι βασικές αρχές για την χρήση καθενός από τα πρότυπα που προαναφέρθηκαν είναι οι ακόλουθες:

- Η επιλογή του δομικού συστήματος και ο σχεδιασμός του φορέα να γίνεται από κατάλληλως καταρτισμένο και έμπειρο προσωπικό.
- Η εκτέλεση να πραγματοποιείται από προσωπικό που διαθέτει τις κατάλληλες δεξιότητες και εμπειρία.
- Να ασκείται επαρκής επίβλεψη και ποιοτικός έλεγχος κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης του έργου και σε όλες τις φάσεις του (στα γραφεία μελετών, στα εργοστάσια, στους χώρους ειδικών επεξεργασιών και στα εργοτάξια).
- Τα κατασκευαστικά υλικά και προϊόντα να χρησιμοποιούνται όπως ορίζεται στους εφαρμοζόμενους κανονισμούς ή στις σχετικές προδιαγραφές εκτέλεσης του έργου, ή στις προδιαγραφές αναφοράς των υλικών και των προϊόντων.
- Να πραγματοποιείται επαρκής συντήρηση του φορέα.
- Ο φορέας να χρησιμοποιηθεί σύμφωνα με τις παραδοχές που έγιναν στη φάση του σχεδιασμού του.

Παράλληλα, εφόσον τηρούνται οι παραπάνω παραδοχές, υπάρχουν κάποιες βασικές απαιτήσεις που πρέπει να καλύπτονται από το μελετητή-μηχανικό:

- Ο σχεδιασμός του φορέα και η κατασκευή του να γίνεται έτσι, ώστε, με κατάλληλο βαθμό αξιοπιστίας και κατά τρόπο οικονομικό, να αντιμετωπίζονται όλα τα φορτία και οι επιδράσεις από το περιβάλλον, οι οποίες πιθανόν να εμφανιστούν κατά την εκτέλεση των εργασιών και τη διάρκεια ζωής του.
- Ο φορέας να παραμένει κατάλληλος για τη χρήση για την οποία προορίζεται σε όλη τη διάρκεια ζωής του.
- Ο φορέας να σχεδιάζεται με τέτοιο τρόπο, ώστε να επαρκεί ως προς την αντοχή, τη λειτουργικότητα και την ανθεκτικότητα.
- Σε περίπτωση πυρκαγιάς, η αντοχή του φορέα να επαρκεί για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα.

Η διάρκεια ζωής του έργου στον EN 1990 (Ευρωκώδικας ο) ορίζεται σύμφωνα με τον Πίνακα 3.1:

Πίνακας 3.1 – Ενδεικτική διάρκεια ζωής σχεδιασμού κατασκευών

Κατηγορία Διάρκειας Ζωής Σχεδιασμού	Ενδεικτική διάρκεια ζωής σχεδιασμού (χρόνια)	Παραδείγματα
1	10	Προσωρινές κατασκευές (1)
2	25	Δομικά στοιχεία τα οποία μπορούν να αντικατασταθούν (π.χ. εφέδρανα)
3	25	Αγροτικές και παρεμφερείς κατασκευές
4	50	Κτίρια και παρεμφερή
5	100	Μνημειακά κτίρια, γέφυρες και άλλα τεχνικά έργα

(1) Οι φορείς και τα δομικά στοιχεία τα οποία μπορούν να αποσυναρμολογηθούν εν όψει επαναχρησιμοποίησής τους δε θα πρέπει να θεωρούνται προσωρινά.

3.2 Δράσεις

Ανάλογα με τη χρήση του έργου, την τοποθεσία στην οποία θα κατασκευαστεί και την τελική μορφή που θα λάβει, προσδιορίζονται οι δράσεις που αναμένονται να αναπτυχθούν στο φορέα και με βάση τις οποίες ο μελετητής-μηχανικός θα πραγματοποιήσει την ανάλυση του φορέα, ώστε να προκύψουν τα δυσμενέστερα εντατικά και παραμορφωσιακά μεγέθη.

Με βάση τη διακύμανση τους στο χρόνο, οι δράσεις διαχωρίζονται κυρίως σε μόνιμες, μεταβλητές και τυχηματικές. Παράλληλα, ανάλογα με τη φύση τους και την απόκριση της κατασκευής, διακρίνονται σε στατικές και δυναμικές δράσεις. Οι βασικοί τύποι δράσεων περιγράφονται στις υποενότητες που ακολουθούν.

3.2.1 Μόνιμες δράσεις

Σαν μόνιμες δράσεις θεωρούνται εκείνες οι δράσεις που αναμένεται να επενεργήσουν στο φορέα για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα, στο οποίο δεν υπάρχει ουσιαστική μεταβολή του μεγέθους τους. Στις μόνιμες δράσεις περιλαμβάνονται όλα τα κατακόρυφα φορτία που δρουν καθ'όλη τη διάρκεια ζωής του έργου, όπως τα ίδια βάρη (φέροντα στοιχεία, επικαλύψεις, επενδύσεις, επιστρώσεις, μονώσεις δαπέδων, ηλεκτρικά δίκτυα, υδραυλικά δίκτυα κ.λπ.). Οι περισσότερες μόνιμες δράσεις μπορούν να προσδιορισθούν με ικανοποι-

ητική ακρίβεια εξ αρχής. Οι μόνιμες δράσεις προσδιορίζονται από την πυκνότητα του εκάστοτε υλικού που χρησιμοποιείται, καθώς και από το βάρος των διαφόρων προϊόντων ή στοιχείων που χρησιμοποιούνται στο έργο (π.χ. προσόψεις, ανελκυστήρες, πατώματα κ.λπ.). Πίνακες με τα στοιχεία αυτά παρέχονται από τον Ευρωκώδικα και από τους κατασκευαστές του κάθε στοιχείου.

3.2.2 Μεταβλητές δράσεις

Στις μεταβλητές δράσεις εντάσσονται όλα τα κατακόρυφα φορτία που επενεργούν στο φορέα και προκύπτουν από τη χρήση της κατασκευής (παρουσία ανθρώπων, επίπλων, κινητού εξοπλισμού, οχημάτων κ.λπ.). Ο υπολογισμός τους γίνεται με στατιστικό τρόπο, καθώς δε μπορούν να προσδιοριστούν με ακρίβεια το μέγεθος και η θέση τους, και οι τιμές εφαρμογής τους (χαρακτηριστικές τιμές) δίνονται από τον κανονισμό.

Για την εύρεση της δυσμενέστερης επιρροής των μεταβλητών δράσεων σε μία κατασκευή, οι δράσεις εφαρμόζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε να λαμβάνουν τη δυσμενέστερη τιμή τους και να καλύπτουν κάθε ενδεχόμενη φορτική κατάσταση (δυσμενείς φορτίσεις). Οι τιμές των μεταβλητών δράσεων, σε κάποιες περιπτώσεις, απομειώνονται με βάση τον κανονισμό, λόγω της σχετικά μικρής πιθανότητας ταυτόχρονης φόρτισης όλου του φορέα με τις επιβαλλόμενες δράσεις.

Στις καταστάσεις σχεδιασμού, τα επιβαλλόμενα φορτία δρουν ταυτόχρονα με άλλες μεταβλητές δράσεις, όπως ο άνεμος και το χιόνι. Στις περιπτώσεις αυτές, όπου σύνολο των επιβαλλόμενων φορτίων που λαμβάνονται υπόψη για μια δεδομένη φόρτιση θεωρείται σαν ενιαία δράση. Σε στέγες, τα επιβαλλόμενα φορτία δεν εφαρμόζονται ταυτόχρονα με τα φορτία χιονιού ή ανέμου.

Ανάλογα με τη χρήση τους, οι κατηγορίες στις οποίες χωρίζονται οι κατοικίες και τα δημόσια, εμπορικά και διοικητικά κτίρια παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.2. Ανάλογα με την κατηγορία χρήσης στην οποία ανήκει το εκάστοτε κτίριο, ορίζονται από τον Ευρωκώδικα κάποιες βασικές τιμές επιβαλλόμενων φορτίων (μεταβλητές δράσεις, κατανεμημένες και συγκεντρωμένες), που παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.3.

Πίνακας 3.2 – Κατηγορίες χρήσης κτιρίων

Κατηγορία	Συγκεκριμένη χρήση	Παράδειγμα
A	Χώροι για οικιακές δραστηριότητες	Δωμάτια σε κτίρια κατοικιών και σπίτια. Θάλαμοι και πτέρυγες σε νοσοκομεία. Υπνοδωμάτια σε ξενοδοχεία και ξενώνες, κουζίνες και τουαλέτες.
B	Χώροι γραφείων	
C	Χώροι στους οποίους οι άνθρωποι μπορεί να συναθροιστούν (με εξαίρεση τους χώρους που κατατάσσονται στις κατηγορίες A, B και D)	C1: Χώροι με τραπέζια κ.λπ., π.χ. σχολικοί χώροι, καφενεία, εστιατόρια, αίθουσες φαγητού, αναγνωστήρια, χώροι υποδοχής.
		C2: Χώροι με σταθερά καθίσματα, π.χ. χώροι σε εκκλησίες, θέατρα ή κινηματογράφους, αίθουσες συνεδριάσεων, αίθουσες ομιλίας, αίθουσες συγκεντρώσεων, χώροι αναμονής, χώροι αναμονής σε σιδηροδρομικούς σταθμούς.
		C3: Χώροι χωρίς εμπόδια στη διακίνηση του κοινού, π.χ. χώροι σε μουσεία, εκθεσιακοί χώροι κ.λπ., και χώροι πρόσβασης σε δημόσια και διοικητικά κτίρια, ξενοδοχεία και νοσοκομεία. Προαύλια σιδηροδρομικών σταθμών.
		C4: Χώροι για πιθανές κινητικές δραστηριότητες, π.χ. αίθουσες χορού, αίθουσες γυμναστικής και θεατρικές σκηνές.
		C5: Χώροι προοριζόμενοι για μεγάλα πλήθη, π.χ. για δημόσιες εκδηλώσεις όπως αίθουσες συναυλιών, κλειστά γήπεδα, εξέδρες γηπέδων, εξώστες και χώροι πρόσβασης, πλατφόρμες σιδηροδρόμων.
D	Χώροι με εμπορικά καταστήματα	D1: Χώροι σε καταστήματα λιανικής πώλησης, γενικά.
		D2: Χώροι σε πολυκαταστήματα.

Πίνακας 3.3 – Επιβαλλόμενα φορτία ανά κατηγορία κτιρίου

Κατηγορίες φορτιζόμενων επιφανειών	$q_k \left(\frac{kN}{m^2} \right)$	$Q_k (kN)$
<u>Κατηγορία Α και Κατηγορία Β</u>		
Δάπεδα Σκάλες Εξώστες	2.0	2.0
<u>Κατηγορία C</u>		
C1	3.0	3.0
C2	5.0	4.0
C3	5.0	4.0
C4	5.0	4.0
C5	7.5	4.5
<u>Κατηγορία D</u>		
D1	5.0	4.0
D2	5.0	4.0

Το συγκεντρωμένο φορτίο Q_k πρέπει να λαμβάνεται υπόψη θεωρούμενο ότι δρα μόνο του σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου (δάπεδο, μπαλκόνι, σκάλες κ.λπ.), για τοπικούς ελέγχους.

3.2.3 Δράσεις ανέμου

Στις δράσεις αυτές περιλαμβάνονται τα φορτία που επιβάλλονται στην κατασκευή και οφείλονται στον άνεμο, και τα οποία πολλές φορές αποτελούν τη βασική φόρτιση σε χαλύβδινες κατασκευές. Το μέγεθος της ταχύτητας και της ασκούμενης πίεσης του ανέμου εξαρτάται από τη φυσική και γεωγραφική θέση της κατασκευής, την τοπογραφία, τις διαστάσεις και το σχήμα του κτιρίου, τη διεύθυνση και την ταχύτητα του ανέμου.

3.2.4 Σεισμικές δράσεις

Σαν σεισμικές δράσεις θεωρούνται οι ταλαντώσεις του κτιρίου (σεισμικές διεγέρσεις), οι οποίες προκύπτουν από τις αδρανειακές δυνάμεις που δρουν στην κατασκευή λόγω των επιταχύνσεων του εδάφους κατά τη διάρκεια του σεισμού. Οι δράσεις αυτές θεωρούνται τυχηματικές και δε συνδυάζονται με άλλες τυχηματικές δράσεις ή με δράσεις λόγω ανέμου. Στην παρούσα εργασία μελετάται κυρίως η οριζόντια συνιστώσα της επιτάχυνσης λόγω σεισμού, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι η κατακόρυφη συνιστώσα δε μπορεί να προκαλέσει εξίσου επικίνδυνες ζημιές στην κατασκευή.

Κατηγορία εδάφους

Ο Ευρωκώδικας 8 ορίζει πέντε κατηγορίες εδάφους, A, B, C, D και E, ανάλογα με τη στρωματογραφία και την ταχύτητα διάδοσης των διατμητικών κυμάτων στα ανώτερα 30 m εδάφους. Η κατηγορία εδάφους καθορίζει, μεταξύ άλλων, τις τιμές των χαρακτηριστικών περιόδων και του συντελεστή εδάφους (βλ. παρακάτω). Παράλληλα, υπάρχουν δύο ειδικές κατηγορίες εδαφών, S1 και S2, για τις οποίες απαιτούνται ειδικές μελέτες για τον καθορισμό των σεισμικών δράσεων.

Γενικά απαιτείται έλεγχος του εδάφους για τον καθορισμό της κατηγορίας στην οποία ανήκει, και η έκταση της εδαφοτεχνικής έρευνας καθορίζεται από τα σεισμικά χαρακτηριστικά του κτιρίου και την κατηγορία του εδάφους. Σε ορισμένες περιπτώσεις, επιτρέπεται η κατηγοριοποίηση του εδάφους από τον μελετητή-μηχανικό με βάση εμπειρία από παρακείμενες κατασκευές που έχουν θεμελιωθεί σε όμοιους εδαφικούς σχηματισμούς.

Σεισμικές ζώνες

Η ένταση των εδαφικών σεισμικών διεγέρσεων εκφράζεται με μία τιμή μέγιστης εδαφικής επιτάχυνσης a_{gR} για έδαφος κατηγορίας A. ανάλογα με τη Σεισμική Ζώνη στην οποία βρίσκεται το έργο. Η Ελλάδα χωρίζεται σε τρεις Σεισμικές Ζώνες (I, II και III), τα όρια των οποίων καθορίζονται από το Χάρτη Σεισμικής Επικινδυνότητας. Οι τιμές επιτάχυνσης του εδάφους σε κάθε σεισμική ζώνη παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Πίνακας 3.4 – Τιμές a_{gR}/g	
Ζώνη	a_{gR}/g
Z1	0.16
Z2	0.24
Z3	0.36

Η τιμή της a_{gR} αντιστοιχεί σε περίοδο επαναφοράς $T_{NCR} = 475$ έτη, δηλαδή έχει πιθανότητα υπέρβασης 10% στα 50 χρόνια. Για διαφορετικές περιόδους επανάληψης, ορίζεται ο συντελεστής σπουδαιότητας γ_I και η επιτάχυνση σχεδιασμού σε έδαφος Α προκύπτει από την σχέση:

$$a_g = \gamma_I \cdot a_{gR} \quad (3.1)$$

Ο συντελεστής σπουδαιότητας γ_I ορίζει τέσσερις κατηγορίες σπουδαιότητας, I, II, III και IV. Η τιμή του συντελεστή σπουδαιότητας για κάθε κατηγορία σπουδαιότητας κτιρίων παρουσιάζεται στον ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 3.5 – Κατηγορίες σπουδαιότητας για κτίρια

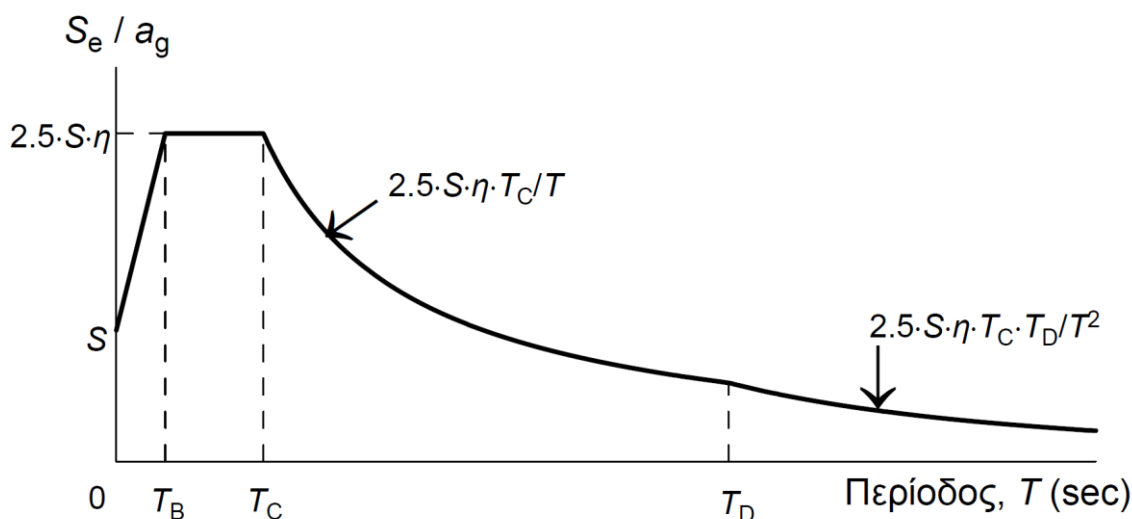
Κατηγορία σπουδαιότητας	γ_I	Περιγραφή
I	0.80	Κτίρια δευτερεύουσας σημασίας για τη δημόσια ασφάλεια, π.χ. γεωργικά κτίρια κλπ.
II	1.00	Συνήθη κτίρια, που δεν ανήκουν στις άλλες κατηγορίες.
III	1.20	Κτίρια, των οποίων η σεισμική ασφάλεια είναι σημαντική, λαμβάνοντας υπόψη τις συνέπειες κατάρρευσης, π.χ. σχολεία, αίθουσες συνάθροισης, πολιτιστικά ιδρύματα, κλπ.
IV	1.40	Κτίρια, των οποίων η ακεραιότητα κατά τη διάρκεια σεισμών είναι ζωτικής σημασίας για την προστασία των πολιτών, π.χ. νοσοκομεία, πυροσβεστικοί σταθμοί, σταθμοί παραγωγής ενέργειας, κλπ.

Φάσματα απόκρισης

Οι σεισμικές δράσεις καθορίζονται χρησιμοποιώντας φάσματα απόκρισης ενός μονοβάθμιου ταλαντωτή σε όρους επιταχύνσεων. Ανάλογα με το εάν η κατασκευή αναμένεται να

συμπεριφερθεί ελαστικά ή ανελαστικά στο σεισμό, με βάση τον οποίο σχεδιάζεται, χρησιμοποιείται το ελαστικό ή το ανελαστικό φάσμα απόκρισης, αντίστοιχα.

Το ελαστικό φάσμα απόκρισης δίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 3.1 – Γενική μορφή ελαστικού φάσματος σχεδιασμού

Στο παραπάνω σχήμα, S_e είναι η ελαστική επιτάχυνση της κατασκευής.

Στο παραπάνω φάσμα διακρίνονται οι περιοχές:

$T_B \leq T \leq T_C$: Περιοχή σταθερής φασματικής επιτάχυνσης

$T_C \leq T \leq T_D$: Περιοχή σταθερής φασματικής ταχύτητας

$T_D \leq T \leq 4.0$: Περιοχή σταθερής φασματικής μετακίνησης

Για την οριζόντια συνιστώσα της σεισμικής φόρτισης, η ελαστική επιτάχυνση σχεδιασμού σε κάθε περιοχή υπολογίζεται από τις σχέσεις:

$$S_e(T) = \alpha_g \cdot S \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} (\eta \cdot 2.5 - 1) \right] \quad \text{για } 0 \leq T \leq T_B \quad (3.2)$$

$$S_e(T) = \alpha_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2.5 \quad \text{για } T_B \leq T \leq T_C \quad (3.3)$$

$$S_e(T) = \alpha_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2.5 \cdot \frac{T_C}{T} \quad \text{για } T_C \leq T \leq T_D \quad (3.4)$$

$$S_e(T) = \alpha_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2.5 \cdot \frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \quad \text{για } T_D \leq T \leq 4 \text{ sec} \quad (3.5)$$

όπου $\alpha_g = \gamma_I \cdot a_{gR}$, η ο συντελεστής που εκφράζει την αυξομείωση της επιρροής της ιξώδους απόσβεσης στην ελαστική περιοχή της συμπεριφοράς και S ο συντελεστής εδάφους.

Ο συντελεστής απόσβεσης υπολογίζεται ως εξής:

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5+\xi}} \geq 0.55 \quad (3.6)$$

όπου ξ η κρίσιμη απόσβεση (%). Για συγκολλητή μεταλλική κατασκευή $\xi=2\%$, για κοχλιωτή $\xi=4\%$, για κατασκευή από οπλισμένο σκυρόδεμα $\xi=5\%$.

Ο συντελεστής θεμελίωσης και οι χαρακτηριστικές περιόδου T_B, T_C, T_D του φάσματος σχεδιασμού καθορίζονται στην Ελλάδα σύμφωνα με το φάσμα τύπου 1 σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 3.6 – Τιμές χαρακτηριστικών περιόδων και συντελεστή εδάφους για την οριζόντια συνιστώσα της σεισμικής διέγερσης

Κατηγορία εδάφους	S	T_B (sec)	T_C (sec)	T_D (sec)
A	1.00	0.15	0.40	2.50
B	1.20	0.15	0.50	2.50
C	1.15	0.20	0.60	2.50
D	1.35	0.20	0.80	2.50
E	1.40	0.15	0.50	2.50

Το ανελαστικό φάσμα χρησιμοποιείται για την περίπτωση που η κατασκευή μπορεί να απορροφήσει ένα ποσοστό της σεισμικής ενέργειας μέσω της πλαστικής συμπεριφοράς ορισμένων από τα φέροντα στοιχεία της. Η ανάλυση σε αυτή την περίπτωση δε γίνεται ανελαστικά, αλλά χρησιμοποιείται και πάλι το ελαστικό φάσμα σχεδιασμού, το οποίο απομειώνεται μέσω του συντελεστή συμπεριφοράς q .

Για την οριζόντια συνιστώσα της σεισμικής φόρτισης, η ανελαστική επιτάχυνση σχεδιασμού σε κάθε περιοχή υπολογίζεται από τις σχέσεις 3.7-3.10.

$$S_d(T) = \alpha_g \cdot S \cdot \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \left(\frac{2.5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] \quad \text{για } 0 \leq T \leq T_B \quad (3.7)$$

$$S_d(T) = \alpha_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \quad \text{για } T_B \leq T \leq T_C \quad (3.8)$$

$$S_d(T) = \alpha_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \cdot \frac{T_C}{T} \geq \beta \cdot \alpha_g \quad \text{για } T_C \leq T \leq T_D \quad (3.9)$$

$$S_d(T) = \alpha_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \cdot \frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \geq \beta \cdot \alpha_g \quad \text{για } T_D \leq T \leq 4 \text{ sec} \quad (3.10)$$

όπου $\beta = 0.2$.

Ο συντελεστής συμπεριφοράς q μειώνει τις σεισμικές επιταχύνσεις λόγω μετελαστικής συμπεριφοράς και εκφράζει την ικανότητα της κατασκευής να απορροφά ενέργεια μέσω πλάστιμης συμπεριφοράς χωρίς να μειώνεται η αντοχή του. Ο συντελεστής συμπεριφοράς εξαρτάται από τη διαθέσιμη πλαστιμότητα, την υπερστατικότητα, την υστερητική απόσβεση, καθώς και την κανονικότητα του κτιρίου σε όψη και σε κάτοψη.

Υπολογισμός μαζών

Για τον υπολογισμό των αδρανειακών φορτίων (σεισμική δράση σχεδιασμού) λαμβάνονται υπόψη οι μάζες που συνδέονται με όλα τα φορτία βαρύτητας που περιλαμβάνονται στον ακόλουθο συνδυασμό δράσεων:

$$\sum G_{k,j} + \sum \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \quad (3.11)$$

όπου:

$$\psi_{E,i} = \varphi \cdot \psi_{2i}$$

φ : μειωτικός συντελεστής

ψ_{2i} : συντελεστής συνδυασμού για τη μεταβλητή δράση i

3.2.5 Συνδυασμοί δράσεων

Ο συνδυασμός των δράσεων δηλώνει την ταυτόχρονη επενέργεια πολλαπλών δράσεων στην κατασκευή. Ανάλογα με τη θέση, τη μορφή και το είδος της κατασκευής, καθορίζονται οι διάφορες χαρακτηριστικές τιμές των δράσεων που επενεργούν σε αυτήν. Η κατασκευή εξετάζεται σε καταστάσεις που ονομάζονται οριακές, καθώς, πέρα από αυτές, ο φορέας η τμήμα αυτού δεν ικανοποιεί κάποια από τα κριτήρια με βάση τα οποία σχεδιάστηκε. Για την προσέγγιση των καταστάσεων αυτών, τα φορτία λειτουργίας του φορέα προσαυξάνονται μέσω των επιμέρους συντελεστών ασφαλείας (partial safety factors, γ_i).

Οι επιμέρους συντελεστές ασφαλείας για έλεγχο σε οριακή κατάσταση αστοχίας και λειτουργικότητας είναι οι εξής:

$$\gamma_{Gj,\text{sup}} = 1.35 \text{ (οριακή κατάσταση αστοχίας)}$$

$$\gamma_{Gj,\text{inf}} = 1.00 \text{ (οριακή κατάσταση λειτουργικότητας)}$$

$$\gamma_{Q,1} = 1.50 \text{ (δυσμενής)} / 0 \text{ (ευνοϊκή)}$$

$$\gamma_{Q,i} = 1.50 \text{ (δυσμενής)} / 0 \text{ (ευνοϊκή)}$$

Για να αποδοθεί η ταυτόχρονη δράση όλων των φορτίων σχεδιασμού στους συνδυασμούς δράσεων, χρησιμοποιούνται οι συντελεστές συνδυασμού ψ . Οι τιμές των συντελεστών των δράσεων για κτίρια, για τις οριακές καταστάσεις αστοχίας και λειτουργικότητας, παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.7:

Πίνακας 3.7 – Τιμές των συντελεστών συνδυασμού ψ_i για κτίρια

Δράσεις	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Επιβαλλόμενα κινητά φορτία σε κτίρια ανά κατηγορία			
Κατηγορία A: κατοικίες, συνήθη κτίρια κατοικιών	0.7	0.5	0.3
Κατηγορία B: χώροι γραφείων	0.7	0.5	0.3
Κατηγορία C: χώροι συνάθροισης	0.7	0.7	0.6
Κατηγορία D: χώροι καταστημάτων	0.7	0.7	0.6
Κατηγορία E: χώροι αποθήκευσης	1.0	0.9	0.8
Κατηγορία F: χώροι κυκλοφορίας οχημάτων με βάρος μικρότερο των 30kN	0.7	0.7	0.6
Κατηγορία G: χώροι κυκλοφορίας οχημάτων με βάρος μεγαλύτερο των 30kN και μικρότερο των 160 kN	0.7	0.5	0.3
Κατηγορία H: στέγες	0	0	0
Επιβαλλόμενα φορτία χιονιού σε κτίρια			
Φινλανδία, Ισλανδία, Νορβηγία, Σουηδία	0.7	0.5	0.2
Υπόλοιπα Κράτη Μέλη του CEN για τοποθεσίες που βρίσκονται σε υψόμετρο $H > 1000\text{m}$	0.7	0.5	0.2
Υπόλοιπα Κράτη Μέλη του CEN για τοποθεσίες που βρίσκονται σε υψόμετρο $H \leq 1000\text{m}$	0.5	0.2	0
Φορτία ανέμου σε κτίρια	0.6	0.2	0
Θερμοκρασία (εκτός πυρκαγιάς) σε κτίρια	0.6	0.5	0

Στη μόρφωση των συνδυασμών για κάθε οριακή κατάσταση, χρησιμοποιούνται τα εξής σύμβολα:

“+”	: «προς συνδυασμό με ...»
Σ	: «το συνδυασμένο αποτέλεσμα του»
G_k	: χαρακτηριστική τιμή μόνιμης δράσης
P	: αντιπροσωπευτική δράση δύναμης προέντασης
Q_k	: χαρακτηριστική τιμή μεμονωμένης μεταβλητής δράσης
A_{Ed}	: τιμή σχεδιασμού σεισμικής δράσης
γ_G	: επιμέρους συντελεστής για μόνιμη δράση
γ_P	: επιμέρους συντελεστής για δράση προέντασης
γ_Q	: επιμέρους συντελεστής για μεταβλητή δράση
ψ_0	: συντελεστής για τιμή συνδυασμού μεταβλητής δράσης
ψ_1	: συντελεστής για συχνή τιμή μεταβλητής δράσης
ψ_2	: συντελεστής για για οιονεί μόνιμη τιμή μεταβλητής δράσης
ξ	: μειωτικός συντελεστής για δυσμενείς μόνιμες δράσεις

Οριακή κατάσταση αστοχίας (Ultimate Limit State)

Στην οριακή κατάσταση αστοχίας, ζητούμενο είναι η εξασφάλιση ότι δεν υπάρχει κίνδυνος κατάρρευσης του φορέα ή οποιουδήποτε μέρους του, καθώς και ότι δεν παρουσιάζεται εσωτερική αστοχία ή υπερβολικές παραμορφώσεις στην κατασκευή ή σε κάποια δομικά στοιχεία της.

Κατά την εξέταση μιας οριακής κατάστασης αστοχίας ή υπερβολικής παραμόρφωσης μιας διατομής ή ενός στοιχείου, ελέγχεται ότι:

$$E_d \leq R_d \quad (3.11)$$

όπου E_d η τιμή σχεδιασμού του εντατικού μεγέθους και R_d η τιμή σχεδιασμού της αντίστοιχης αντοχής.

Οι συνδυασμοί δράσεων για τον έλεγχο στην οριακή κατάσταση αστοχίας που εξετάζονται στην παρούσα εργασία είναι οι εξής:

α) Για καταστάσεις σχεδιασμού με διάρκεια (αναφέρονται σε συνθήκες κανονικής χρήσης) :

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (3.12)$$

γ) Για καταστάσεις σχεδιασμού έναντι σεισμού (αναφέρονται σε συνθήκες έκθεσης του φορέα σε σεισμικά γεγονότα):

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_{Ed} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (3.13)$$

Οριακή κατάσταση λειτουργικότητας (Serviceability Limit State)

Στην οριακή κατάσταση λειτουργικότητας, ζητούμενο είναι να τηρούνται όλες οι λειτουργικές απαιτήσεις του φορέα ή κάποιου μέλους υπό συνθήκες συνήθους χρήσης, να εξασφαλιστεί η άνεση του χρήστη και να πληρούνται οι απαιτήσεις εξωτερικής εμφάνισης του φορέα και των δομικών στοιχείων, ώστε να μην προκαλείται ανησυχία στο χρήστη.

Κατά την εξέταση μιας οριακής κατάστασης λειτουργικότητας, ελέγχεται ότι:

$$E_d \leq C_d \quad (3.14)$$

όπου E_d η τιμή σχεδιασμού του κριτηρίου λειτουργικότητας (π.χ. βέλους κάμψης) και C_d η τιμή σχεδιασμού του αποτελέσματος της δράσης.

Οι συνδυασμοί δράσεων για τον έλεγχο στην οριακή κατάσταση λειτουργικότητας που εξετάζονται στην παρούσα εργασία είναι οι εξής:

α) Χαρακτηριστικός συνδυασμός :

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (3.15)$$

3.2.6 Υλικά

Το βασικό υλικό που χρησιμοποιείται στις εφαρμογές της παρούσας εργασίας είναι ο δομικός χάλυβας. Οι ονομαστικές τιμές του ορίου διαρροής και της εφελκυστικής αντοχής για τις πιο συνήθεις ποιότητες χάλυβα παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.8.

Πίνακας 3.8 – Όριο διαρροής f_y και εφελκυστικής αντοχής f_u για διάφορες ποιότητες χάλυβα

Ποιότητα χάλυβα	Ονομαστικό πάχος του στοιχείου t (mm)			
	$t \leq 40 \text{ mm}$		$40 \text{ mm} < t \leq 80 \text{ mm}$	
	f_y (MPa)	f_u (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)
S235	235	360	215	360
S275	275	430	255	410
S355	355	510	335	470
S450	450	550	410	550

Οι τιμές σχεδιασμού για τους κύριους συντελεστές υλικού δομικών χαλύβων είναι οι ακόλουθες:

- Μέτρο ελαστικότητας $E = 210000 \text{ MPa}$
- Μέτρο διάτμησης $G = E/2(1 + \nu) \approx 81000 \text{ MPa}$
- Λόγος Poisson στην ελαστική περιοχή $\nu = 0.3$
- Συντελεστής γραμμικής θερμικής διαστολής $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ ανά } ^\circ\text{C}$
- Πυκνότητα υλικού $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$

3.3 Ανάλυση φορέα

3.3.1 Κατάταξη διατομών

Οι διατομές χάλυβα κατατάσσονται σε κατηγορίες, ανάλογα με την ικανότητά τους να πλαστικοποιηθούν πλήρως, δηλαδή η κατανομή των τάσεων σε αυτές να είναι ορθογωνικής μορφής, ώστε να μπορούν να σχηματιστούν πλαστικές αρθρώσεις με σημαντική ικανότητα στροφής μετά από τη διαρροή. Η κατάταξη της διατομής εξαρτάται από τη γεωμετρία της και από τον τύπο φόρτισης που επιβάλλεται σε αυτήν.

Οι διατομές που ανήκουν στην κατηγορία 1 μπορούν να σχηματίσουν πλαστικές αρθρώσεις με την στροφική ικανότητα που απαιτείται στην πλαστική ανάλυση χωρίς να μειωθεί

η αντοχή τους. Στις διατομές αυτές, ο σχεδιασμός γίνεται με βάση τα πλαστικά μεγέθη αντοχής (ροπή, αξονική δύναμη, τέμνουσα κ.λ.π.). Στην παρούσα εργασία, οι τυπικές διατομές που χρησιμοποιούνται ανήκουν στην Κατηγορία 1, πλην ορισμένων περιπτώσεων (βλ.)

3.4 Έλεγχος διατομών στην οριακή κατάσταση αστοχίας

3.4.1 Αντοχή διατομής σε αξονική δύναμη

Αντοχή σε εφελκυσμό

Για ένα μέλος που υποβάλλεται σε εφελκυστικό φορτίο, η τιμή σχεδιασμού της εφελκυστικής δύναμης N_{Ed} σε κάθε διατομή πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1.0 \quad (3.16)$$

όπου $N_{t,Rd}$ η αντοχή σχεδιασμού σε εφελκυσμό.

Για διατομές χωρίς οπές, οι τάσεις κατανέμονται ομοιόμορφα μέχρι το όριο διαρροής f_y και η πλαστική αντοχή της πλήρους διατομής δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.17)$$

όπου A το εμβαδόν της πλήρους διατομής, f_y το όριο διαρροής του χάλυβα και γ_{M0} ο επιμέρους συντελεστής ασφαλείας του χάλυβα.

Αντοχή σε θλίψη

Για ένα μέλος που υποβάλλεται σε θλιπτικό φορτίο, υπάρχει κάποια στάθμη του φορτίου, υπό την οποία το μέλος χάνει την ευστάθειά του και λυγίζει πριν η διατομή εξαντλήσει την αντοχή της. Στην περίπτωση αυτή, εξετάζεται το μέλος στο σύνολό του (βλ. 4.5.1). Για μέλη με συνεχή ή πολύ πυκνή πλευρική στήριξη, η τιμή σχεδιασμού της θλιπτικής δύναμης N_{Ed} σε κάθε διατομή πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1.0 \quad (3.18)$$

όπου $N_{c,Rd}$ η αντοχή σχεδιασμού της διατομής σε ομοιόμορφα επιβεβλημένη θλίψη.

Η αντοχή σχεδιασμού $N_{c,Rd}$ για διατομές κατηγορίας 1, 2 ή 3 δίνεται από τη σχέση:

$$N_{c,Rd} = \frac{Af_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.19)$$

όπου A το εμβαδόν της πλήρους διατομής, f_y το όριο διαρροής του χάλυβα και γ_{M0} ο επιμέρους συντελεστής ασφαλείας του χάλυβα.

3.4.2 Αντοχή διατομής σε τέμνουσα δύναμη

Για τον έλεγχο επάρκειας μιας δοκού έναντι τέμνουσας, θα πρέπει η τιμή σχεδιασμού της τέμνουσας δύναμης V_{Ed} ως προς κάθε άξονα διάτμησης σε κάθε διατομή να ικανοποιεί τη συνθήκη:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} \leq 1.0 \quad (3.20)$$

όπου $V_{c,Rd}$ είναι η αντοχή σχεδιασμού σε τέμνουσα.

Για πλαστικό σχεδιασμό (που εξετάζεται στην παρούσα εργασία), η $V_{c,Rd}$ είναι ίση με την πλαστική διατμητική αντοχή $V_{pl,Rd}$ (χωρίς παρουσία στρεπτικής καταπόνησης), όπως δίνεται από τη σχέση:

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \quad (3.21)$$

όπου A_v είναι η επιφάνεια διάτμησης ως προς κάποιον από τους άξονες διάτμησης και $f_y/\sqrt{3}$ το όριο διαρροής του χάλυβα σε διάτμηση, σύμφωνα με το κριτήριο ισοδυναμίας του von Mises.

Η επιφάνεια διάτμησης A_v για ελατές διατομές I, με φορτίο παράλληλο προς τον κορμό (διάτμηση ως προς άξονα z-z), δίνεται από τη σχέση:

$$A_{vz} = A - 2bt_f + (t_w + 2r)t_f \quad (3.22)$$

Η επιφάνεια διάτμησης A_v για διατομές I, με φορτίο παράλληλο προς τα πέλματα (διάτμηση ως προς άξονα y-y), δίνεται από τη σχέση:

$$A_{vy} = A - \sum (h_w t_w) \quad (3.23)$$

Επιπλέον, πρέπει να γίνεται έλεγχος αντοχής έναντι διατμητικής κύρτωσης για κορμούς χωρίς ενδιάμεσες ενισχύσεις, εάν ισχύει:

$$\frac{h_w}{t_w} > 72 \frac{\varepsilon}{\eta} \quad (3.24)$$

Ο έλεγχος εντάσσεται στους ελέγχους μέλους και αναλύεται στην επόμενη υποενότητα.

3.4.3 Αντοχή διατομής σε κάμψη

Η τιμή σχεδιασμού της ροπής κάμψης M_{Ed} σε κάθε διατομή πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1.0 \quad (3.25)$$

όπου $M_{c,Rd}$ η αντοχή σχεδιασμού της διατομής σε κάμψη.

Η καμπτική αντοχή σχεδιασμού για κάμψη περί ένα κύριο άξονα μιας διατομής κατηγορίας 1, 2 ή 3 καθορίζεται από τη σχέση:

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.26)$$

όπου W_{pl} η πλαστική ροπή αντίστασης ως προς έναν από τους κύριους άξονες της διατομής, f_y το όριο διαρροής του χάλυβα και γ_{M0} ο επιμέρους συντελεστής ασφαλείας του χάλυβα.

Η ταυτόχρονη κάμψη και ως προς τους δύο άξονες της διατομής εξετάζεται στην επόμενη υποενότητα.

Κάμψη και αξονική

Η απομειωμένη αντοχή σε κάμψη, λαμβάνοντας υπόψη την επιρροή της αξονικής δύναμης, υπολογίζεται σύμφωνα με σχέσεις αλληλεπίδρασης, ανάλογα με την κατηγορία της διατομής. Για διατομές κατηγορίας 1 και 2, η επίδραση της αξονικής δύναμης λαμβάνεται υπόψη με απομείωση της πλαστικής ροπής αντοχής. Το κριτήριο αντοχής της διατομής στην περίπτωση μονοαξονικής κάμψης είναι:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{N,Rd}} \leq 1.0 \quad (3.27)$$

όπου $M_{N,Rd}$ η πλαστική ροπή αντοχής, μειωμένη λόγω της αξονικής δύναμης N_{Ed} . Για διατομές διπλής συμμετρίας I, όπως αυτές που εξετάζονται στις αριθμητικές εφαρμογές:

- Δεν απαιτείται να γίνεται μείωση της πλαστικής ροπής αντοχής περί τον άξονα y-y όταν ικανοποιούνται συγχρόνως τα εξής δύο κριτήρια:

$$N_{Ed} \leq 0.25N_{pl,Rd} \quad (3.28)$$

και

$$N_{Ed} \leq \frac{0.5h_w t_w f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.29)$$

όπου h_w η εσωτερική απόσταση μεταξύ των πελμάτων, t_w το πάχος του κορμού, f_y το όριο διαρροής του χάλυβα και γ_{M0} ο επιμέρους συντελεστής ασφάλειας του χάλυβα.

- Δεν απαιτείται να γίνεται μείωση της πλαστικής ροπής αντοχής περί τον άξονα z-z όταν ικανοποιείται το εξής κριτήριο:

$$N_{Ed} \leq \frac{h_w t_w f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.30)$$

όπου h_w η εσωτερική απόσταση μεταξύ των πελμάτων, t_w το πάχος του κορμού, f_y το όριο διαρροής του χάλυβα και γ_{M0} ο επιμέρους συντελεστής ασφάλειας του χάλυβα.

Στην περίπτωση που απαιτείται απομείωση, χρησιμοποιούνται οι παρακάτω προσεγγιστικές σχέσεις:

- Για τη ροπή αντοχής περί τον άξονα y-y:

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd}(1 - n)/(1 - 0.5a) \quad (3.31)$$

αλλά $M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$

- Για τη ροπή αντοχής περί τον άξονα z-z:

$$\begin{aligned} \text{Για } n \leq a: \quad M_{N,z,Rd} &= M_{pl,z,Rd} \\ \text{Για } n > a: \quad M_{N,z,Rd} &= M_{pl,z,Rd} \left[1 - \left(\frac{n-a}{1-a} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (3.32)$$

όπου $n = N_{Ed} / N_{pl,Rd}$ και $a = (A - 2bt_f) / A$ με $a \leq 0.5$.

Στην περίπτωση που εξετάζεται διατομή υπό διαξονική κάμψη, χρησιμοποιείται για τον έλεγχο επάρκειας της διατομής το εξής κριτήριο αλληλεπίδρασης:

$$\left[\frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right]^a + \left[\frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right]^\beta \leq 1.0 \quad (3.33)$$

στο οποίο οι εκθέτες α και β είναι σταθερές, που μπορεί να λαμβάνονται, για διατομές I (που εξετάζονται στην παρούσα εργασία), $\alpha = 2$ και $\beta = 5n$ αλλά $\beta \geq 1$, όπου $n = N_{Ed} / N_{pl,Rd}$.

Κάμψη και τέμνουσα

Όταν η δρώσα τέμνουσα δύναμη V_{Ed} είναι μεγαλύτερη από το 50% της πλαστικής διατμητικής αντοχής, πρέπει να λαμβάνεται ως αντοχή σχεδιασμού της διατομής η απομειωμένη ροπή αντοχής. Για διατομές I κατηγορίας 1 ή 2 με ίσα πέλματα, η μειωμένη πλαστική ροπή αντοχής που λαμβάνει υπόψη τη διάτμηση υπολογίζεται ως εξής:

- Για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα αδράνειας y-y:

$$M_{y,V,Rd} = \frac{\left[W_{pl,y} - \frac{\rho A_w^2}{4t_w} \right] f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.34)$$

$$\text{αλλά } M_{y,V,Rd} \leq M_{y,c,Rd}$$

όπου $M_{y,c,Rd}$ λαμβάνεται από τη Σχέση 3.26 και ο συντελεστής ρ καθορίζεται από τη σχέση:

$$\rho = \left(\frac{2V_{Ed,z}}{V_{pl,z,Rd}} - 1 \right)^2 \quad (3.35)$$

- Για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα αδράνειας z-z:

$$M_{z,V,Rd} = \frac{\left[W_{pl,z} - \frac{\rho A_w^2}{4t_w} \right] f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.36)$$

$$\text{αλλά } M_{y,V,Rd} \leq M_{y,c,Rd}$$

όπου $M_{y,c,Rd}$ λαμβάνεται από τη Σχέση 3.26 και ο συντελεστής ρ καθορίζεται από τη σχέση:

$$\rho = \left(\frac{2V_{Ed,y}}{V_{pl,y,Rd}} - 1 \right)^2 \quad (3.37)$$

και $V_{pl,Rd}$ δίνεται από τη σχέση 3.21.

Κάμψη, τέμνουσα και αξονική δύναμη

Στην περίπτωση αυτή, η ροπή αντοχής μειώνεται λόγω της επίδρασης της τέμνουσας και της αξονικής δύναμης. Η μείωση γίνεται αρχικά για την τέμνουσα, και στη συνέχεια για την αξονική, εφόσον απαιτείται.

3.5 Έλεγχος μέλους στην οριακή κατάσταση αστοχίας

3.5.1 Αντοχή σε καμπτικό λυγισμό λόγω θλιπτικής αξονικής δύναμης (torsional flexural buckling)

Σε ένα μέλος που υποβάλλεται σε θλιπτική αξονική φόρτιση, πριν την ανάπτυξη της πλαστικής αντοχής της διατομής, μπορεί να παρουσιαστεί αστάθεια του μέλους και καμπύλωσή του, με κάμψη περί τον ισχυρό ή τον ασθενή άξονα της διατομής του μέλους, χωρίς την εμφάνιση σχετικής στροφής των διατομών.

Ο έλεγχος έναντι καμπτικού λυγισμού λόγω θλιπτικής αξονικής δύναμης δε χρειάζεται να γίνει εάν ισχύει:

$$\bar{\lambda} \leq 0.2$$

$$\text{ή}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \leq 0.04 \quad (3.38)$$

όπου $\bar{\lambda}$ η ανηγμένη λυγηρότητα του μέλους και N_{cr} το ελαστικό κρίσιμο φορτίο (βλ. παρακάτω). Στις περιπτώσεις αυτές, η αντοχή του μέλους εξαντλείται πριν εκδηλωθούν φαινόμενα καμπτικού λυγισμού.

Εφόσον απαιτείται ο έλεγχος, στην περίπτωση μελών με σταθερή διατομή (που εξετάζονται στην παρούσα εργασία), το θλιβόμενο μέλος ελέγχεται εάν επαρκεί έναντι καμπτικού λυγισμού με βάση την εξής συνθήκη:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1.0 \quad (3.39)$$

όπου N_{Ed} η τιμή σχεδιασμού της θλιπτικής δύναμης και $N_{b,Rd}$ η αντοχή του θλιβόμενου μέλους σε λυγισμό.

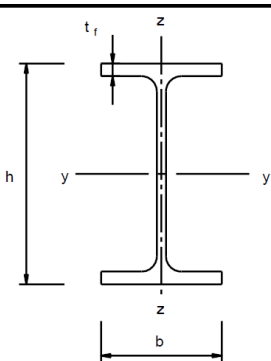
Η αντοχή του μέλους σε λυγισμό $N_{b,Rd}$, για διατομές κατηγορίας 1 ή 2 δίνεται από τη σχέση:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad (3.40)$$

όπου χ μειωτικός συντελεστής.

Η αντοχή των μελών σε λυγισμό εξαρτάται από τις αρχικές ατέλειες και τον τρόπο κατασκευής των μελών και προσδιορίζεται μέσω πέντε διαφορετικών καμπυλών. Η καμπύλη λυγισμού που αντιστοιχεί σε ελατές διατομές τύπου I καθορίζεται με χρήση του Πίνακα 3.9.

Πίνακας 3.9 – Επιλογή καμπύλης λυγισμού για ελατές διατομές

Διατομή	Όρια	Λυγισμός περί των άξονα	Καμπύλη λυγισμού	
			S 235 S 275 S 355 S 420	S 460
	$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	a a ₀
		$40 \text{ mm} < t_f \leq 100$	y-y z-z	b c
	$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b c
		$t_f > 100 \text{ mm}$	y-y z-z	d c

Σε μέλη υπό αξονική θλίψη, ο μειωτικός συντελεστής χ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \text{ αλλά } \chi \leq 1.0 \quad (3.41)$$

όπου:

$$\Phi = 0.5[1 + a(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2] \quad (3.42)$$

a : ο συντελεστής ατελειών που αντιστοιχεί σε κάθε καμπύλη λυγισμού. Τιμές του συντελεστή για κάθε καμπύλη λυγισμού παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.10:

Πίνακας 3.10 – Συντελεστής ατελειών a για καμπύλες λυγισμού

Καμπύλη λυγισμού	a ₀	a	b	c	d
Συντελεστής ατελειών a	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i} \frac{1}{\lambda_1} \quad (3.43)$$

$\bar{\lambda}$: η ανηγμένη λυγηρότητα του μέλους.

i : η ακτίνα αδρανείας περί τον αντίστοιχο άξονα.

λ_1 : η ανηγμένη λυγηρότητα του μέλους.

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93.9\varepsilon \quad (3.44)$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \left(f_y \sigma \varepsilon \frac{N}{\text{mm}^2} \right) \quad (3.45)$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_{cr}^2} \quad (3.46)$$

N_{cr} : το ελαστικό κρίσιμο φορτίο για την αντίστοιχη μορφή λυγισμού, βασισμένο στις ιδιότητες της πλήρους διατομής.

L_{cr} : το κρίσιμο μήκος λυγισμού στο επίπεδο λυγισμού που εξετάζεται.

Προσεγγιστικά, το κρίσιμο μήκος λυγισμού λαμβάνεται ίσο με το μήκος του κάθε μέλους, θεωρώντας ότι τα άκρα είναι αρθρωτά (βλ. και 2.6).

3.5.2 Αντοχή σε πλευρικό λυγισμό λόγω κάμψης (lateral torsional buckling)

Κατά την κάμψη μιας διατομής περί τον ισχυρό της άξονα, το θλιβόμενο πέλμα της κινδυνεύει από φαινόμενα λυγισμού, τα οποία εκδηλώνονται εκτός του επιπέδου του κορμού με στροφή των κύριων αξόνων της διατομής σε σχέση με την αρχική τους θέση. Επομένως, ένα μέλος που δεν εξασφαλίζεται πλευρικά (όπως τα μέλη που εξετάζονται στις αριθμητικές εφαρμογές της παρούσας εργασίας) κινδυνεύει από τέτοια φαινόμενα και πρέπει να ελέγχεται η αντοχή του έναντι πλευρικού λυγισμού.

Ο έλεγχος έναντι πλευρικού λυγισμού δε χρειάζεται να γίνει εάν ισχύει:

$$\bar{\lambda}_{LT} \leq 0.2 \quad (3.47)$$

ή

$$\frac{M_{Ed}}{M_{cr}} \leq 0.04$$

όπου $\bar{\lambda}$ η ανηγμένη λυγηρότητα πλευρικού λυγισμού και M_{cr} η ελαστική κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού (βλ. παρακάτω). Στις περιπτώσεις αυτές, η αντοχή του μέλους εξαντλείται πριν εκδηλωθούν φαινόμενα πλευρικού λυγισμού.

Ένα μη προστατευμένο πλευρικά μέλος που υπόκειται σε κάμψη περί τον ισχυρό άξονα ελέγχεται έναντι πλευρικού λυγισμού μέσω της Σχέσης 3.48:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1.0 \quad (3.48)$$

όπου M_{Ed} η τιμή σχεδιασμού της ροπής κάμψης περί τον ισχυρό άξονα και $M_{b,Rd}$ η ροπή αντοχής σε πλευρικό λυγισμό.

Η αντοχή του μέλους σε λυγισμό $M_{b,Rd}$, για διατομές κατηγορίας 1 ή 2 καθορίζεται από τη σχέση:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_{pl,y} \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (3.49)$$

όπου χ_{LT} ο μειωτικός συντελεστής πλευρικού λυγισμού και $W_{pl,y}$ η πλαστική ροπή αντίστασης της διατομής.

Η καμπύλη πλευρικού λυγισμού που αντιστοιχεί σε κάθε είδος διατομής παρουσιάζεται στον Πίνακα 3.11:

Πίνακας 3.11 – Επιλογή καμπύλης πλευρικού λυγισμού

Διατομή	Όρια	Καμπύλη λυγισμού
Ελατές διατομές I	$h/b \leq 2$	a
	$h/b > 2$	b
Συγκολλητές διατομές I	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d
Άλλες διατομές	-	d

Σε καμπτόμενα μέλη σταθερής διατομής (όπως αυτά που εξετάζονται στην παρούσα εργασία), ο μειωτικός συντελεστής χ_{LT} υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{αλλά } \chi_{LT} \leq 1.0 \quad (3.50)$$

όπου:

$$\Phi = 0.5[1 + a_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (3.51)$$

a_{LT} : ο συντελεστής ατελειών που αντιστοιχεί σε κάθε καμπύλη λυγισμού. Τιμές του συντελεστή για κάθε καμπύλη λυγισμού παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.12:

Πίνακας 3.12 – Συντελεστής ατελειών a_{LT} για καμπύλες λυγισμού

Καμπύλη λυγισμού	a	b	c	d
Συντελεστής ατελειών α	0.21	0.34	0.49	0.76

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}} \quad (3.52)$$

$\bar{\lambda}_{LT}$: η ανηγμένη λυγηρότητα του μέλους σε πλευρικό λυγισμό.

M_{cr} : η ελαστική κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού, βασισμένη στις ιδιότητες της πλήρους διατομής και λαμβάνοντας υπόψη τις συνθήκες φόρτισης, την πραγματική κατανομή της ροπής και τις πλευρικές δεσμεύσεις. Ο υπολογισμός της ελαστικής κρίσιμης ροπής πλευρικού λυγισμού γίνεται με βάση όσα αναφέρονται στη σχετική παραδοχή σχεδιασμού του προγράμματος SAP2000 (βλ. ενότητα 2.6)

L_{cr} : το κρίσιμο μήκος λυγισμού στο επίπεδο λυγισμού που εξετάζεται, το οποίο υπολογίζεται με βάση τις παραδοχές σχεδιασμού του SAP2000 (βλ. ενότητα 2.6).

Για κάμψη περί τον ασθενή άξονα δεν υφίσταται κίνδυνος πλευρικού λυγισμού.

3.5.3 Αντοχή σε στρεπτοκαμπτικό λυγισμό λόγω κάμψης και θλιπτικής αξονικής δύναμης (torsional flexural buckling)

Όταν σε ένα μέλος σταθερής διατομής (όπως αυτά που εξετάζονται στην παρούσα εργασία) επιβάλλεται μονοαξονική (περί τον ισχυρό άξονα) ή διαξονική (περί τον ισχυρό και τον ασθενή άξονα) κάμψη και θλιπτική αξονική δύναμη, είναι πιθανό να παρουσιαστεί μετατόπιση της διατομής ως προς τον κεντροβαρικό άξονα (καμπτικός λυγισμός) με παράλληλη στροφή περί το διαμήκη άξονα του μέλους (πλευρικός λυγισμός). Το μέλος ελέγχεται, σε αυτή την περίπτωση, με τη χρήση των εξής σχέσεων αλληλεπίδρασης:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1.0$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1.0 \quad (3.53)$$

όπου:

$N_{Ed}, M_{y,Ed}, M_{z,Ed}$: οι τιμές σχεδιασμού της θλιπτικής αξονικής δύναμης και των ροπών κάμψης περί τους άξονες y-y και z-z κατά μήκος του μέλους, αντίστοιχα,

$N_{Rk}, M_{y,Rk}, M_{z,Rk}$: οι τιμές αντοχής της θλιπτικής αξονικής δύναμης και των ροπών κάμψης περί τους άξονες y-y και z-z κατά μήκος του μέλους, αντίστοιχα. Για διατομές κατηγορίας 1, τα μεγέθη αυτά αντιστοιχούν στις πλαστικές αντοχές και καθορίζονται όπως αναπτύχθηκε στην ενότητα 4.4.

χ_y και χ_z : οι μειωτικοί συντελεστές λόγω καμπτικού λυγισμού περί τον άξονα y-y και z-z, αντίστοιχα,

χ_{LT} : ο μειωτικός συντελεστής λόγω πλευρικού λυγισμού (βλ. 3.50).

$k_{yy}, k_{yy}, k_{yy}, k_{yy}$: οι συντελεστές αλληλεπίδρασης, ανάλογα με τη μέθοδο που επιλέγεται.

Οι συντελεστές υπολογίζονται με βάση την Μέθοδο 1 του Ευρωκώδικα σύμφωνα με τους πίνακες που παρατίθενται στο Παράρτημα Α.

3.5.4 Αντοχή σε λυγισμό λόγω διατμητικής κύρτωσης (shear buckling)

Για κορμούς διατομών Ι χωρίς ενδιάμεσες ενισχύσεις, πρέπει να ελέγχεται εάν ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$\frac{h_w}{t_w} > 72 \frac{\varepsilon}{\eta} \quad (3.54)$$

όπου $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$ (f_y σε $\frac{N}{mm^2}$) και $\eta = 1.20$ για $f_y \leq 460 N/mm^2$.

Στην περίπτωση αυτή, η αντοχή σχεδιασμού σε τέμνουσα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$V_{c,Rd} = V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{\eta f_{yw} h_w t}{\sqrt{3} \gamma_{M1}} \quad (3.55)$$

όπου $V_{bw,Rd}$ δηλώνει τη συμβολή του κορμού και $V_{bf,Rd}$ τη συμβολή των πελμάτων.

Η συμβολή του κορμού υπολογίζεται σύμφωνα με την εξής σχέση:

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w f_{yw} h_w t}{\sqrt{3} \gamma_{M1}} \quad (3.56)$$

Για εγκάρσιες ενισχύσεις μόνο στην περιοχή των στηρίξεων, η ανηγμένη λυγηρότητα για διατμητική κύρτωση λαμβάνεται από τη Σχέση 3.57:

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{86.4te} \quad (3.57)$$

Οι εγκάρσιες ενισχύσεις στην περιοχή των στηρίξεων θεωρούνται μη δύσκαμπτες, επομένως ο μειωτικός συντελεστής διατμητικής κύρτωσης λαμβάνεται ως:

$$\chi_w = \eta \text{ αν } \bar{\lambda}_w < \frac{0.83}{\eta}$$

και

$$\chi_w = \frac{0.83}{\bar{\lambda}_w} \text{ αν } \bar{\lambda}_w \geq \frac{0.83}{\eta} \quad (3.58)$$

Σαν συντηρητική θεώρηση, η συμβολή των πελμάτων αγνοείται, επομένως:

$$V_{bf,Rd} = 0 \quad (3.59)$$

3.6 Έλεγχος μέλους στην οριακή κατάσταση λειτουργικότητας

3.6.1 Έλεγχος κατακόρυφων μετακινήσεων

Το συνολικό βέλος κάμψης για ένα μέλος που εξετάζεται είναι:

$$\delta_{max} = \delta_1 + \delta_2 - \delta_0 \quad (3.60)$$

όπου δ_1 το βέλος λόγω μόνιμων δράσεων, δ_2 το βέλος λόγω μεταβλητών δράσεων, δ_0 το αρχικό αντιβέλος του μέλους στην αφόρτιστη κατάσταση (αν υπάρχει) και δ_{max} το συνολικό βέλος κάμψης.

Οι οριακές τιμές των κατακόρυφων βελών που καθορίζονται από τον EN1993-1-1 (Εθνικό Προσάρτημα) παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.13. Ο έλεγχος πραγματοποιείται στο μέσο κάθε μέλους που εξετάζεται στην οριακή κατάσταση λειτουργικότητας.

Πίνακας 3.13 – Οριακές τιμές κατακόρυφων βελών		
Φορέας	δ_{max}	δ_2
Μη βατές στέγες	L/200	L/250
Πατώματα και βατές στέγες	L/250	L/300

Στις αριθμητικές εφαρμογές που εξετάζονται, πραγματοποιείται ο έλεγχος των κατακόρυφων βελών κάμψης που αντιστοιχεί σε πατώματα και βατές στέγες για τις συνολικές και τις μεταβλητές δράσεις.

Κεφάλαιο 4



4 Μαθηματικές εφαρμογές

Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζονται μαθηματικά προβλήματα βελτιστοποίησης, τα οποία στη βιβλιογραφία χρησιμοποιούνται σαν δέικτες αξιολόγησης (benchmark) για τον έλεγχο ενός αλγορίθμου βελτιστοποίησης, καθώς εμπεριέχουν ιδιαιτερότητες στην εύρεση του ολικού ελαχίστου τους. Αρχικά, περιγράφονται προβλήματα χωρίς περιορισμούς, στα οποία ζητείται η ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, και στη συνέχεια περιγράφονται προβλήματα με περιορισμούς, στα οποία προστίθεται στα ζητούμενα ο παράλληλος έλεγχος ενός ή περισσότερων, γραμμικών και μη, περιορισμών.

4.1 Προβλήματα αξιολόγησης χωρίς περιορισμούς

Για κάθε πρόβλημα αξιολόγησης που επιλύθηκε, ακολουθεί η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος, ο αριθμός των μεταβλητών που χρησιμοποιήθηκαν και μία σύντομη περιγραφή. Παράλληλα, παρατίθεται η γνωστή λύση του προβλήματος και ο χώρος σχεδιασμού στον οποίο περιορίζεται συνήθως η επίλυσή του. Στη συνέχεια, απεικονίζεται σε σχήμα η αντικειμενική συνάρτηση (για δύο μεταβλητές), και ακολουθούν σε πίνακα οι τιμές ορισμένων παραμέτρων, οι οποίες αντιστοιχούν στο βαθμό πολυπλοκότητας του και σε ιδιαιτερότητες που παρουσιάζει αυτό. Για την αξιολόγηση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης, κάθε πρόβλημα επιλύθηκε δέκα φορές και λήφθηκε η καλύτερη, η χειρότερη και η μέση τιμή, οι οποίες παρατίθενται στον πίνακα στατιστικών στοιχείων. Τέλος, απεικονίζεται σε σχήμα το ιστορικό σύγκλισης του κάθε προβλήματος.

4.1.1 Συνάρτηση σφαίρας

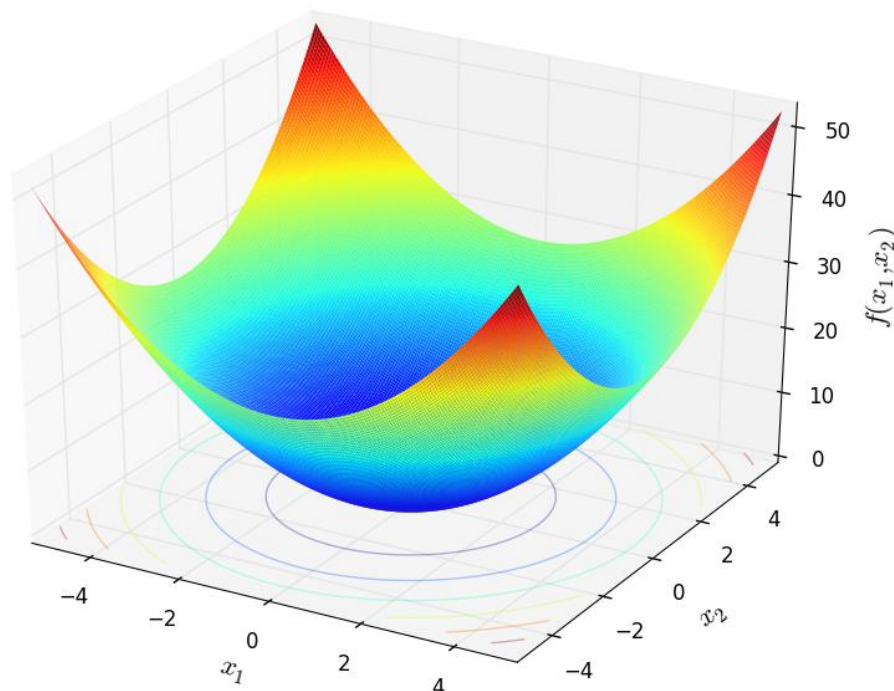
$$f(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$$

Η συνάρτηση σφαίρας παρουσιάζει τόσα τοπικά ελάχιστα όσες οι διαστάσεις στις οποίες εξετάζεται και ένα ολικό ελάχιστο. Είναι συνεχής, κυρτή και μονοτροπική (δηλαδή έχει μόνο ένα ολικό μέγιστο).

Αριθμός μεταβλητών: 10

Η συνάρτηση παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f(x^*) = 0$, στο $x^* = (0, \dots, 0)$.

Η βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε για $-20 \leq x_i \leq 20$.



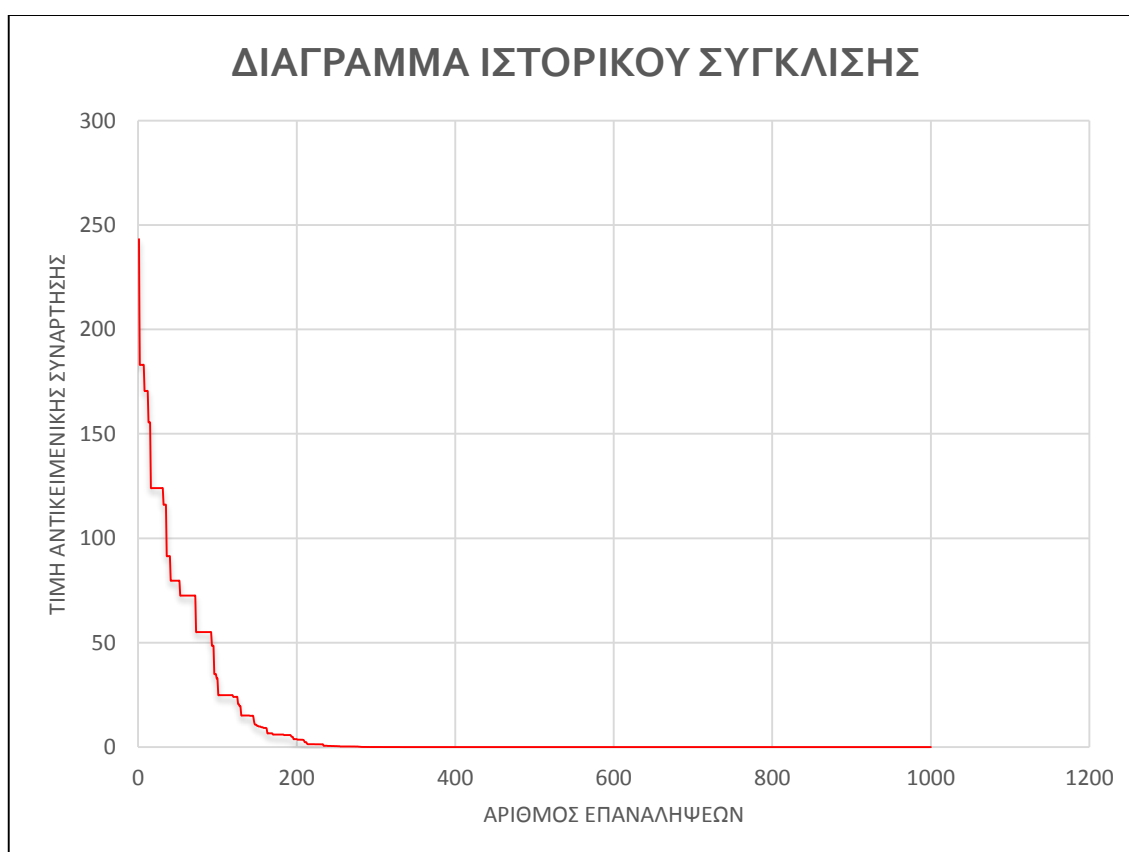
Σχήμα 4.1 – Η συνάρτηση σφαίρας δύο μεταβλητών

Πίνακας 4.1 – Συνάρτηση σφαίρας. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Αριθμός σωματιδίων (NP)	Αριθμός επαναλήψεων	V_{\max}	W_{\max}	W_{\min}	C_1	C_2
10	200	20	0.95	0.60	2	2

Πίνακας 4.2 – Συνάρτηση σφαίρας. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
<i>Καλύτερο αποτέλεσμα</i>	$9.04 \cdot 10^{-20}$
<i>Χειρότερο αποτέλεσμα</i>	$1.15 \cdot 10^{-16}$
<i>Μέσος όρος αποτελεσμάτων</i>	$1.56 \cdot 10^{-17}$

**Σχήμα 4.2** – Συνάρτηση σφαίρας. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

4.1.2 Συνάρτηση Beale

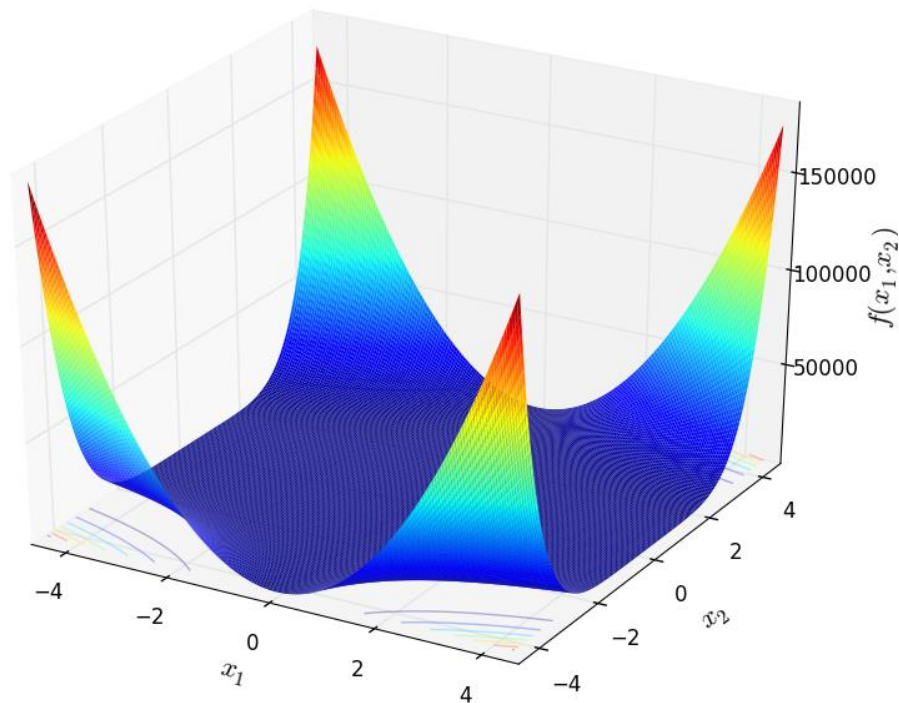
$$f(x) = (1.5 - x_1 + x_1x_2)^2 + (2.25 - x_1 + x_1x_2^2)^2 + (2.625 - x_1 + x_1x_2^3)^2$$

Η συνάρτηση Beale είναι πολυτροπική, δηλαδή παρουσιάζει πολλά τοπικά μέγιστα, και χαρακτηρίζεται από απότομες αιχμές στις γωνίες του χώρου σχεδιασμού.

Αριθμός μεταβλητών: 2

Η συνάρτηση παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f(x^*) = 0$, στο $x^* = (3, 0.5)$.

Η βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε για $-4,5 \leq x_i \leq 4,5$.



Σχήμα 4.3 – Η συνάρτηση Beale δύο μεταβλητών

Πίνακας 4.3 – Συνάρτηση Beale. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Αριθμός σωματιδίων (NP)	Αριθμός επαναλήψεων	V_{\max}	W_{\max}	W_{\min}	C_1	C_2
10	200	4.5	0.85	0.60	2	2

Πίνακας 4.4 – Συνάρτηση Beale. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
<i>Καλύτερο αποτέλεσμα</i>	$6.90 \cdot 10^{-9}$
<i>Χειρότερο αποτέλεσμα</i>	$5.40 \cdot 10^{-2}$
<i>Μέσος όρος αποτελεσμάτων</i>	$6.75 \cdot 10^{-3}$

**Σχήμα 4.4** – Συνάρτηση Beale. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

4.1.3 Συνάρτηση Ackley

$$f(x, y) = -a \exp\left(-b \sqrt{\frac{1}{d} \sum_{i=1}^d x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{d} \sum_{i=1}^d \cos(cx_i)\right) + a + \exp(1)$$

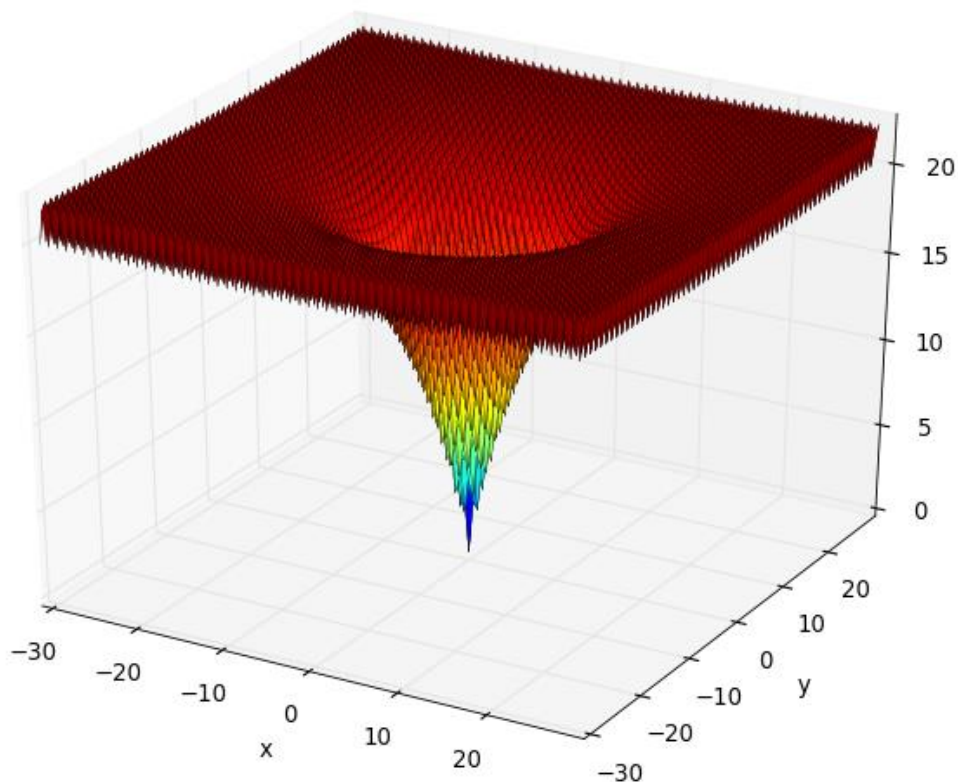
Η συνάρτηση Ackley χρησιμοποιείται ευρέως για τον έλεγχο αλγορίθμων βελτιστοποίησης. Στη δισδιάστατη μορφή της, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, χαρακτηρίζεται από μία σχεδόν επίπεδη εξωτερική περιοχή και μια μεγάλη οπή στο κέντρο. Η συνάρτηση αποτελεί πρόκληση για αλγορίθμους βελτιστοποίησης, οι οποίοι είναι πιθανό να «παγιδευτούν» σε ένα από τα πολλά της τοπικά ελάχιστα.

Αριθμός μεταβλητών: $d = 10$

Τιμές παραμέτρων: $b = 0.2$, $a = 20$, $c = 2\pi$

Η συνάρτηση παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f(x^*) = 0$, στο $x^* = (0, \dots, 0)$.

Η βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε για $-32.768 \leq x_i \leq 32.768$.



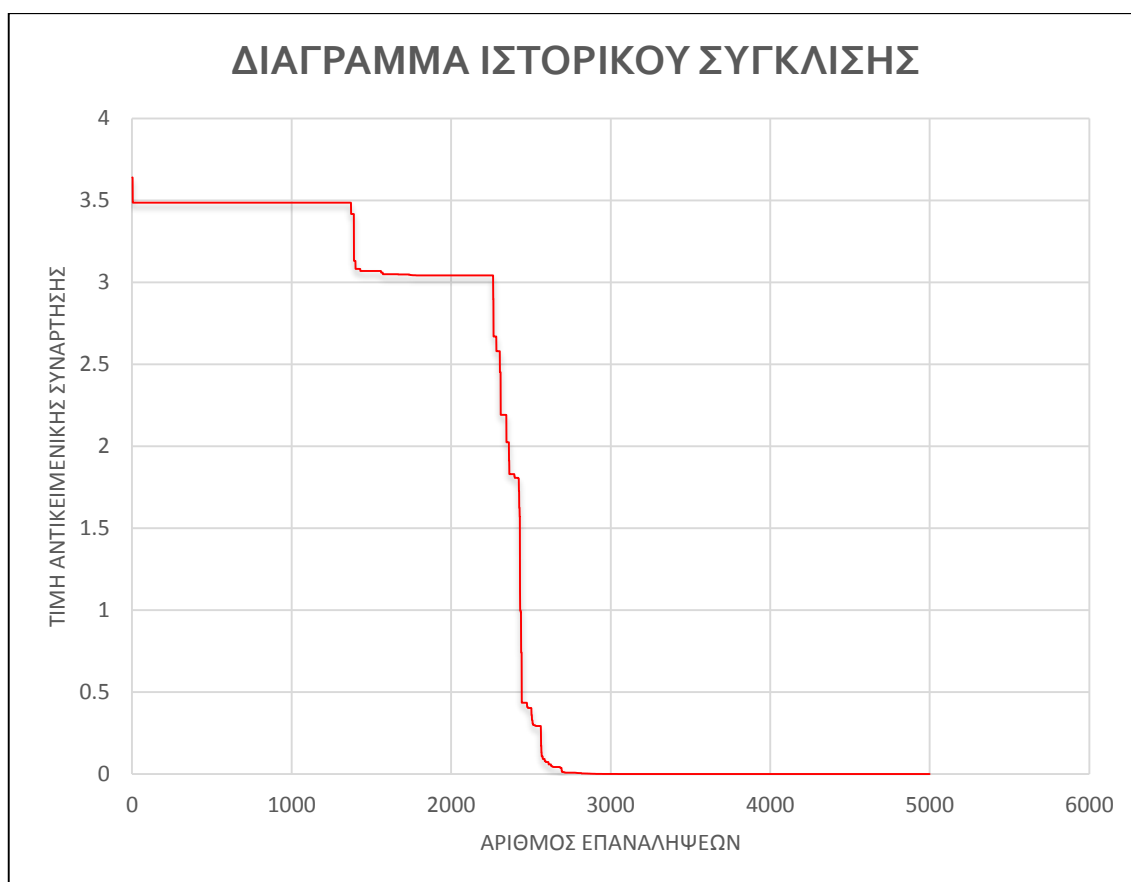
Σχήμα 4.5 – Η συνάρτηση Ackley δύο μεταβλητών

Πίνακας 4.5 – Συνάρτηση Ackley. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Αριθμός σωματιδίων (NP)	Αριθμός επαναλήψεων	V_{\max}	W_{\max}	W_{\min}	C_1	C_2
10	5000	32.768	0.95	0.60	2	2

Πίνακας 4.6 – Συνάρτηση Ackley. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
<i>Καλύτερο αποτέλεσμα</i>	$7.75 \cdot 10^{-15}$
<i>Χειρότερο αποτέλεσμα</i>	$1.47 \cdot 10^{-14}$
<i>Μέσος όρος αποτελεσμάτων</i>	$1.11 \cdot 10^{-14}$



Σχήμα 4.6 – Συνάρτηση Ackley. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

4.1.4 Συνάρτηση Griewank

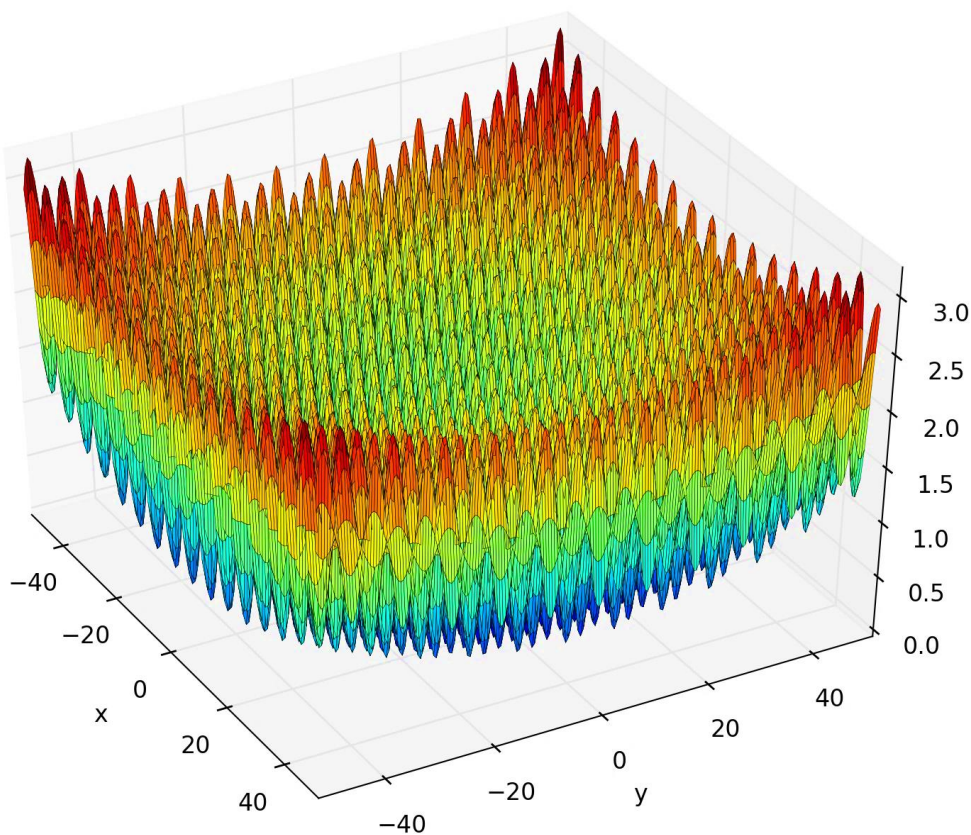
$$f(x) = \sum_{i=1}^d \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^d \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$$

Η συνάρτηση Griewank παρουσιάζει πολλά διάσπαρτα τοπικά ελάχιστα, που είναι τακτικά τοποθετημένα.

Αριθμός μεταβλητών: 5

Η συνάρτηση παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f(x^*) = 0$, στο $x^* = (0, \dots, 0)$.

Η βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε για $-500 \leq x_i \leq 500$.



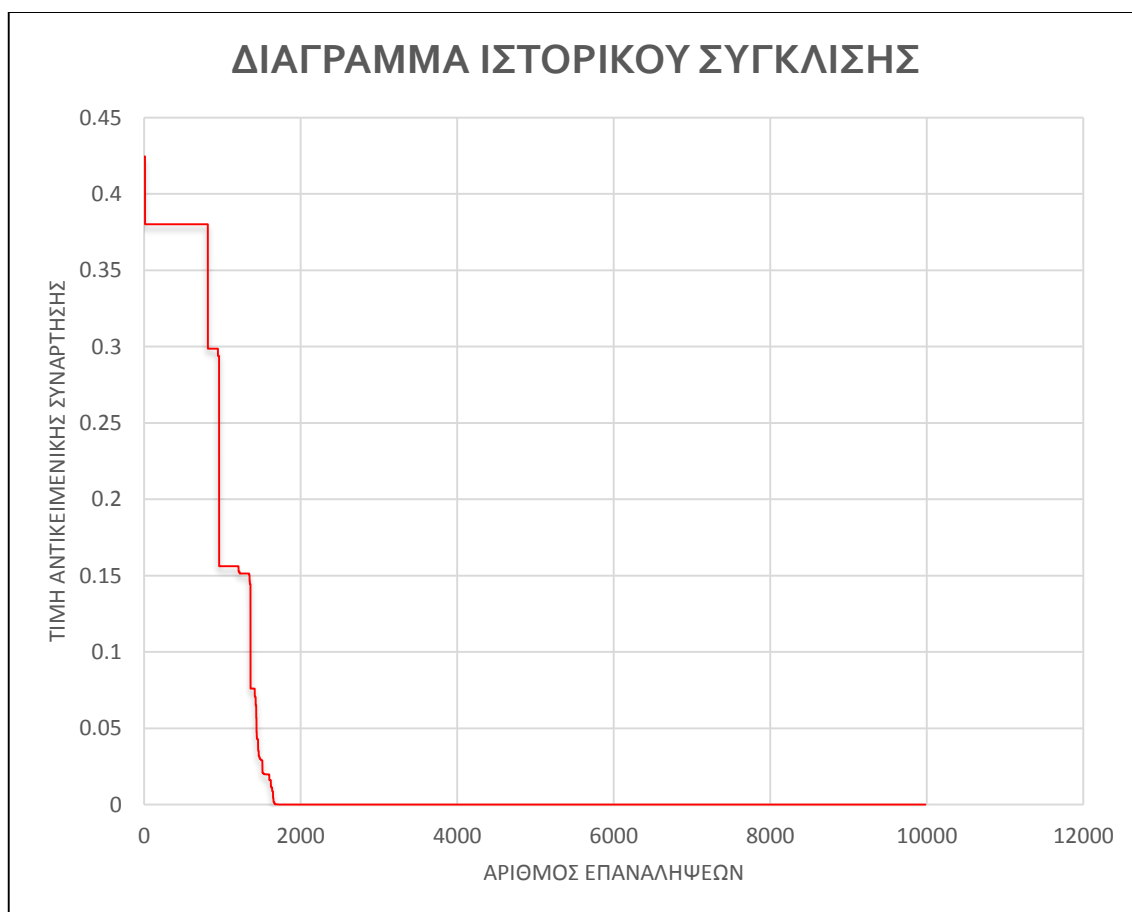
Σχήμα 4.7 – Η συνάρτηση Griewank δύο μεταβλητών

Πίνακας 4.7 – Συνάρτηση Griewank. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Αριθμός σωματιδίων (NP)	Αριθμός επαναλήψεων	V_{\max}	W_{\max}	W_{\min}	C_1	C_2
50	10000	500	0.95	0.40	2	0.8

Πίνακας 4.8 – Συνάρτηση Griewank. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
<i>Καλύτερο αποτέλεσμα</i>	0.00
<i>Χειρότερο αποτέλεσμα</i>	$9.85 \cdot 10^{-3}$
<i>Μέσος όρος αποτελεσμάτων</i>	$2.71 \cdot 10^{-3}$



Σχήμα 4.8 – Συνάρτηση Griewank. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

4.1.5 Συνάρτηση Levy

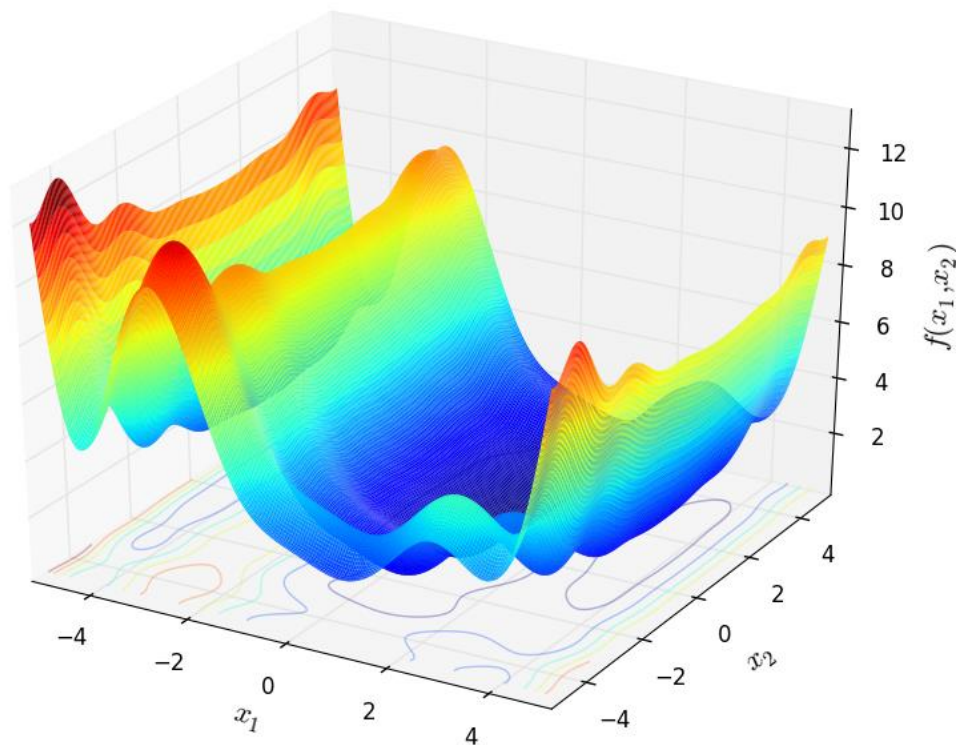
$$f(x) = \sin^2(\pi\omega_1) + \sum_{i=1}^{d-1} (\omega_i - 1)^2 [1 + 10\sin^2(\pi\omega_i + 1)] + (\omega_d - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi\omega_d)],$$

όπου $\omega_i = 1 + \frac{x_i - 1}{4}$ για κάθε $i = 1, \dots, d$

Αριθμός μεταβλητών: 10

Η συνάρτηση παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f(x^*) = 0$, στο $x^* = (1, \dots, 1)$.

Η βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε για $-10 \leq x_i \leq 10$.



Σχήμα 4.9 – Η συνάρτηση Levy δύο μεταβλητών

Πίνακας 4.9 – Συνάρτηση Levy. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Αριθμός σωματιδίων (NP)	Αριθμός επαναλήψεων	V_{\max}	W_{\max}	W_{\min}	C_1	C_2
10	500	10	0.85	0.60	2	2

Πίνακας 4.10 – Συνάρτηση Levy. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
<i>Καλύτερο αποτέλεσμα</i>	$1.50 \cdot 10^{-32}$
<i>Χειρότερο αποτέλεσμα</i>	$1.50 \cdot 10^{-32}$
<i>Μέσος όρος αποτελεσμάτων</i>	$1.50 \cdot 10^{-32}$



Σχήμα 4.10 – Συνάρτηση Levy. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

4.1.6 Συνάρτηση Schwefel

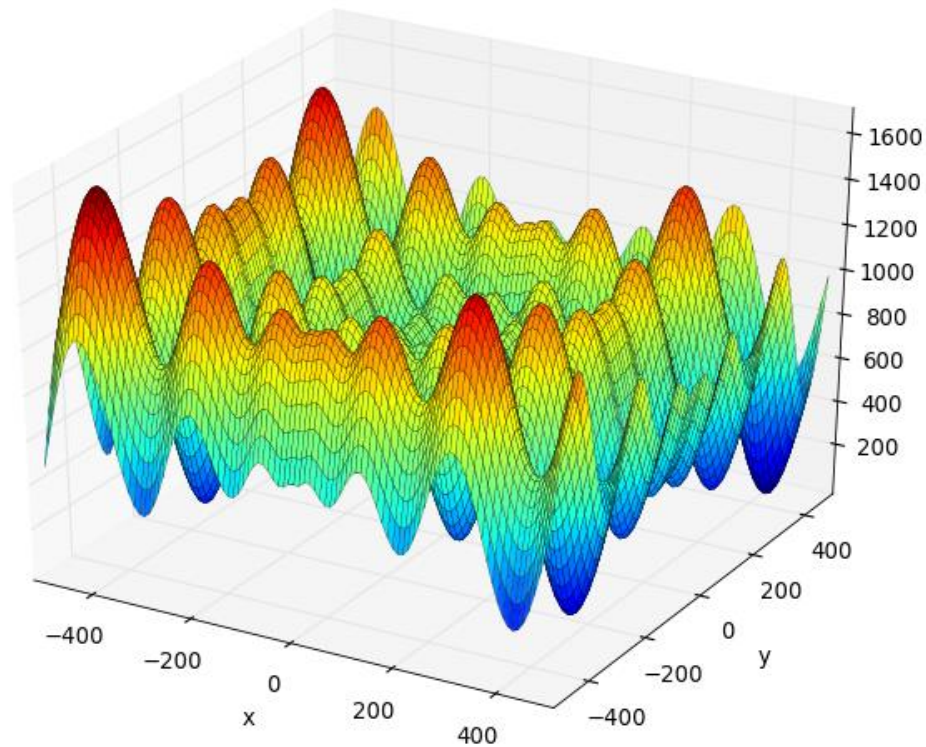
$$f(x) = 418.9829d - \sum_{i=1}^d x_i \sin(\sqrt{|x_i|})$$

Η συνάρτηση Schwefel είναι σύνθετη, με πολλά τοπικά ελάχιστα.

Αριθμός μεταβλητών: 5

Η συνάρτηση παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f(x^*) = 0$, στο $x^* = (1, \dots, 1)$.

Η βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε για $-500 \leq x_i \leq 500$.



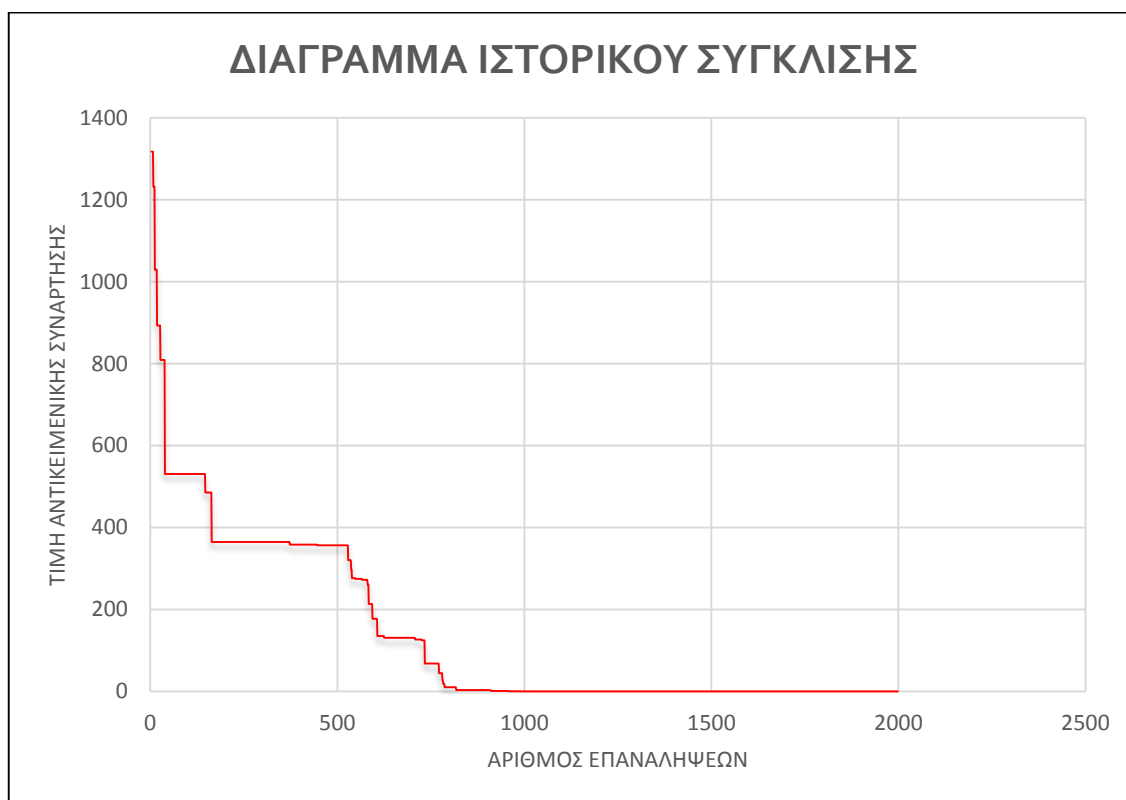
Σχήμα 4.11 – Η συνάρτηση Schwefel δύο μεταβλητών

Πίνακας 4.11 – Συνάρτηση Schwefel. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Αριθμός σωματιδίων (NP)	Αριθμός επαναλήψεων	V_{max}	W_{max}	W_{min}	C_1	C_2
50	2000	500	0.95	0.40	2	1

Πίνακας 4.12 – Συνάρτηση Schwefel. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
<i>Καλύτερο αποτέλεσμα</i>	$6.36 \cdot 10^{-5}$
<i>Χειρότερο αποτέλεσμα</i>	$6.36 \cdot 10^{-5}$
<i>Μέσος όρος αποτελεσμάτων</i>	$6.36 \cdot 10^{-5}$

**Σχήμα 4.12** – Συνάρτηση Schwefel. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

4.1.7 Συνάρτηση Rastrigin

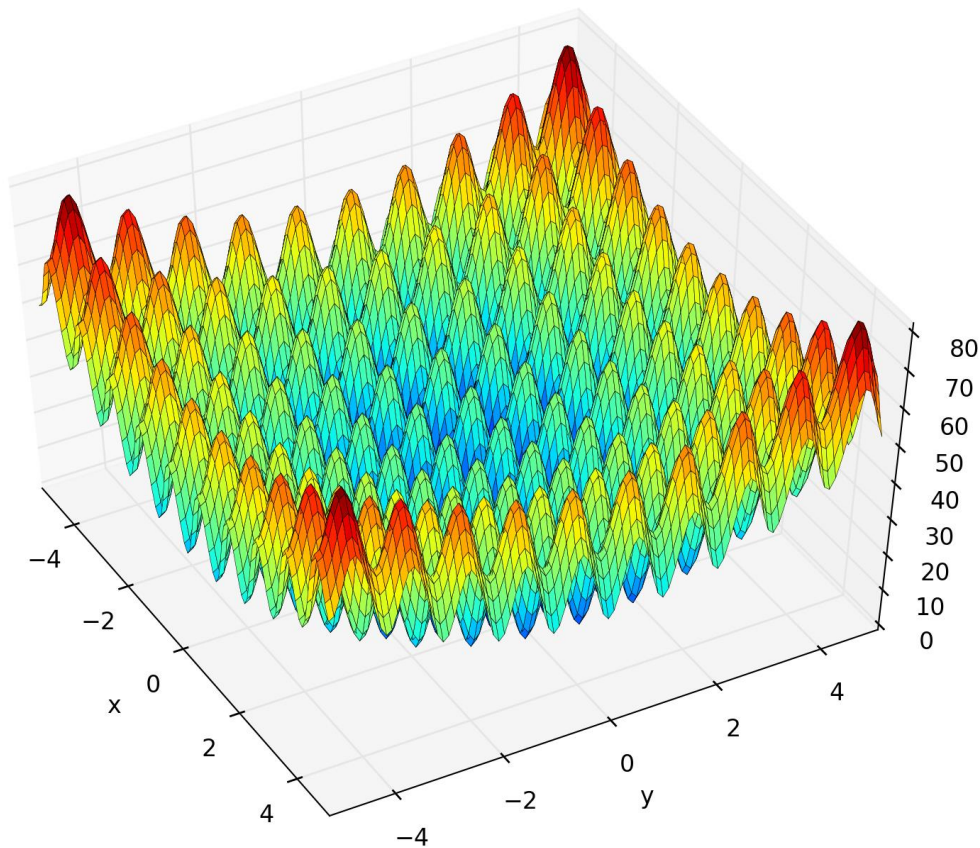
$$f(x) = 10d + \sum_{i=1}^d [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)]$$

Η συνάρτηση Rastrigin παρουσιάζει πολλά τοπικά ελάχιστα. Αποτελεί μια αρκετά πολυτροπική συνάρτηση, δηλαδή παρουσιάζει πολλά τοπικά μέγιστα, αλλά οι περιοχές των ελαχίστων είναι κανονικά μοιρασμένες στο χώρο σχεδιασμού.

Αριθμός μεταβλητών: 8

Η συνάρτηση παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f(x^*) = 0$, στο $x^* = (0, \dots, 0)$.

Η βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε για $-5,12 \leq x_i \leq 5,12$.



Σχήμα 4.13 – Η συνάρτηση Rastrigin δύο μεταβλητών

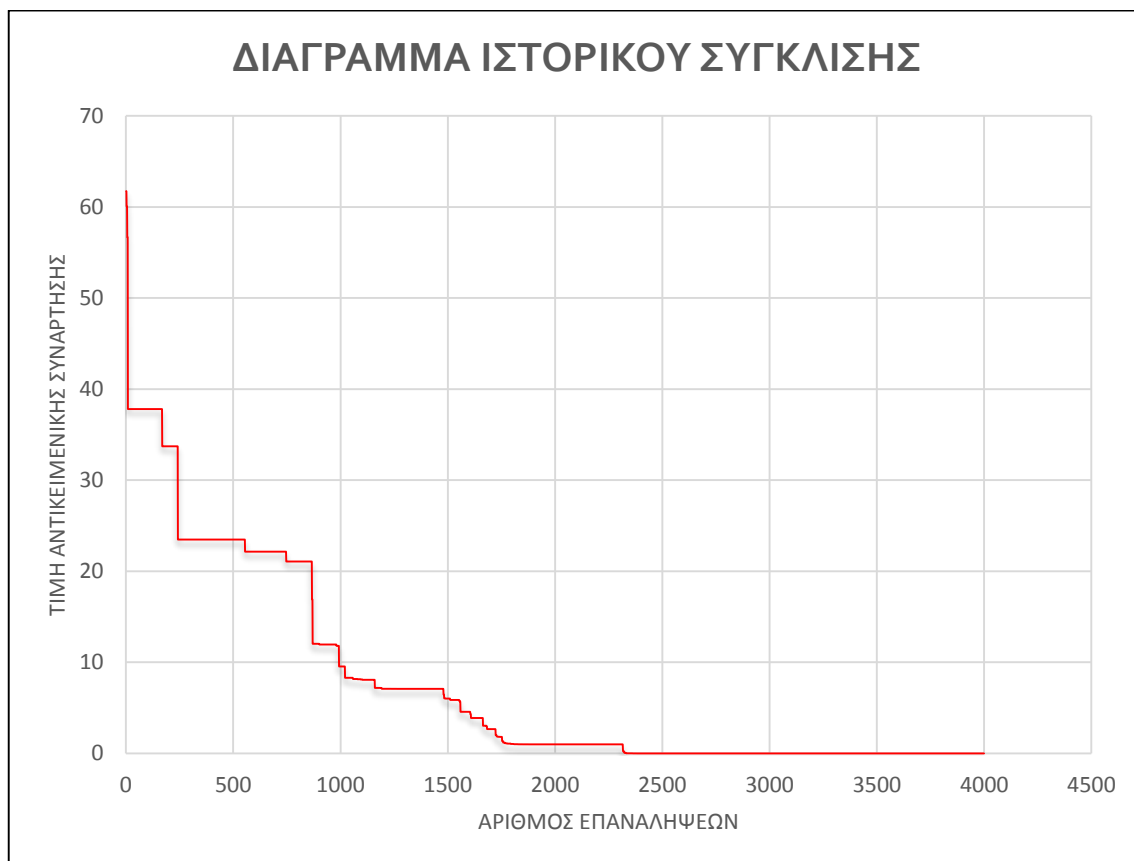
Πίνακας 4.13 – Συνάρτηση Rastrigin. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Αριθμός σωματιδίων (NP)	Αριθμός επαναλήψεων	V_{\max}	W_{\max}	W_{\min}	C_1	C_2
50	4000	5.12	0.95	0.40	2	1.5

Πίνακας 4.14 – Συνάρτηση Rastrigin. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

<i>Καλύτερο αποτέλεσμα</i>	0.00
<i>Χειρότερο αποτέλεσμα</i>	$9.95 \cdot 10^{-1}$
<i>Μέσος όρος αποτελεσμάτων</i>	$1.99 \cdot 10^{-1}$



Σχήμα 4.14 – Συνάρτηση Rastrigin. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

4.1.8 Συνάρτηση Rosenbrock

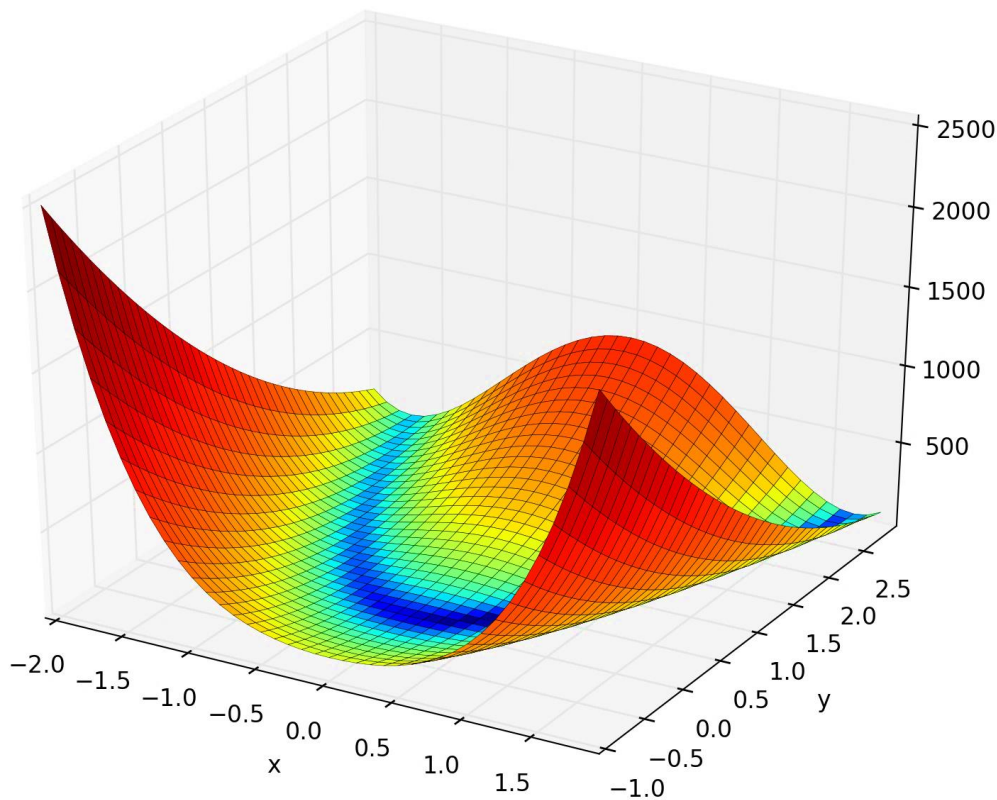
$$f(x) = \sum_{i=1}^{d-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$$

Η συνάρτηση Rosenbrock, επίσης γνωστή σαν συνάρτηση «κοιλιάδας», είναι ένα δημοφιλές πρόβλημα αλγορίθμων βελτιστοποίησης. Αποτελεί μια μονοτροπική συνάρτηση και το ολικό ελάχιστο βρίσκεται σε μια στενή παραβολική κοιλιάδα. Ωστόσο, αν και η κοιλιάδα είναι εύκολο να εντοπιστεί, η σύγκλιση στο ελάχιστο είναι δύσκολη.

Αριθμός μεταβλητών: 6

Η συνάρτηση παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f(x^*) = 0$, στο $x^* = (0, \dots, 0)$.

Η βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε για $-5.12 \leq x_i \leq 5.12$.



Σχήμα 4.15 – Η συνάρτηση Rosenbrock δύο μεταβλητών

Πίνακας 4.15 – Συνάρτηση Rosenbrock. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Αριθμός σωματιδίων (NP)	Αριθμός επαναλήψεων	V_{\max}	W_{\max}	W_{\min}	C_1	C_2
60	6000	5.12	0.90	0.40	2	1

Πίνακας 4.16 – Συνάρτηση Rosenbrock. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
<i>Καλύτερο αποτέλεσμα</i>	$5.44 \cdot 10^{-5}$
<i>Χειρότερο αποτέλεσμα</i>	$4.87 \cdot 10^{-2}$
<i>Μέσος όρος αποτελεσμάτων</i>	$1.44 \cdot 10^{-2}$

**Σχήμα 4.16** – Συνάρτηση Rosenbrock. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

4.2 Προβλήματα αξιολόγησης με περιορισμούς

Για κάθε πρόβλημα που επιλύθηκε, ακολουθεί η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος και οι εκάστοτε περιορισμοί που επιβάλλονται. Παράλληλα, παρατίθεται ο αριθμός των μεταβλητών που χρησιμοποιήθηκαν και η γνωστή λύση του προβλήματος. Στη συνέχεια, ακολουθούν σε πίνακα οι τιμές των παραμέτρων της μεθόδου ΒΣΣ, οι οποίες αντιστοιχούν στο βαθμό πολυπλοκότητας του και σε ιδιαιτερότητες που παρουσιάζει αυτό. Για την αξιολόγηση του αλγορίθμου, κάθε πρόβλημα επιλύθηκε δέκα φορές και λήφθηκε η καλύτερη, η χειρότερη και η μέση τιμή, οι οποίες παρατίθενται στον πίνακα στατιστικών στοιχείων. Τέλος, απεικονίζεται σε σχήμα το ιστορικό σύγκλισης του κάθε προβλήματος.

4.2.1 Πρόβλημα G1

$$f(x) = (x_1 - 10)^3 + (x_2 - 20)^3$$

Περιορισμοί:

- $100 - (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 5)^2 \leq 0$
- $(x_1 - 6)^2 + (x_2 - 5)^2 - 82.81 \leq 0$
- $13 \leq x_1 \leq 100$
- $0 \leq x_2 \leq 100$

Αριθμός μεταβλητών: 2

Η συνάρτηση παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f(x^*) = -6961.81381$, στο $x^* = (0, \dots, 0)$.

Πίνακας 4.17 – Πρόβλημα G1. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Αριθμός σωματιδίων (NP)	Αριθμός επαναλήψεων	V_{max}^i	W_{max}	W_{min}	C_1	C_2
10	1000	$(x_U^i + x_L^i)/2$	0.85	0.60	2	2

Πίνακας 4.18 – Πρόβλημα G1. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
<i>Καλύτερο αποτέλεσμα</i>	-6961.8139
<i>Χειρότερο αποτέλεσμα</i>	-6961.8000
<i>Μέσος όρος αποτελεσμάτων</i>	-6961.8125



Σχήμα 4.17 – Πρόβλημα G1. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

4.2.2 Πρόβλημα G2

$$f(x) = -10.5x_1 - 7.5x_2 - 3.5x_3 - 2.5x_4 - 1.5x_5 - 10y - 0.5 \sum_{i=1}^5 x_i^2$$

Περιορισμοί:

- $6x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 - 6.5 \leq 0$
- $10x_1 + 10x_3 + y \leq 20$
- $0 \leq x_i \leq 1, i = 1, \dots, 5$
- $0 \leq y$

Αριθμός μεταβλητών: 6

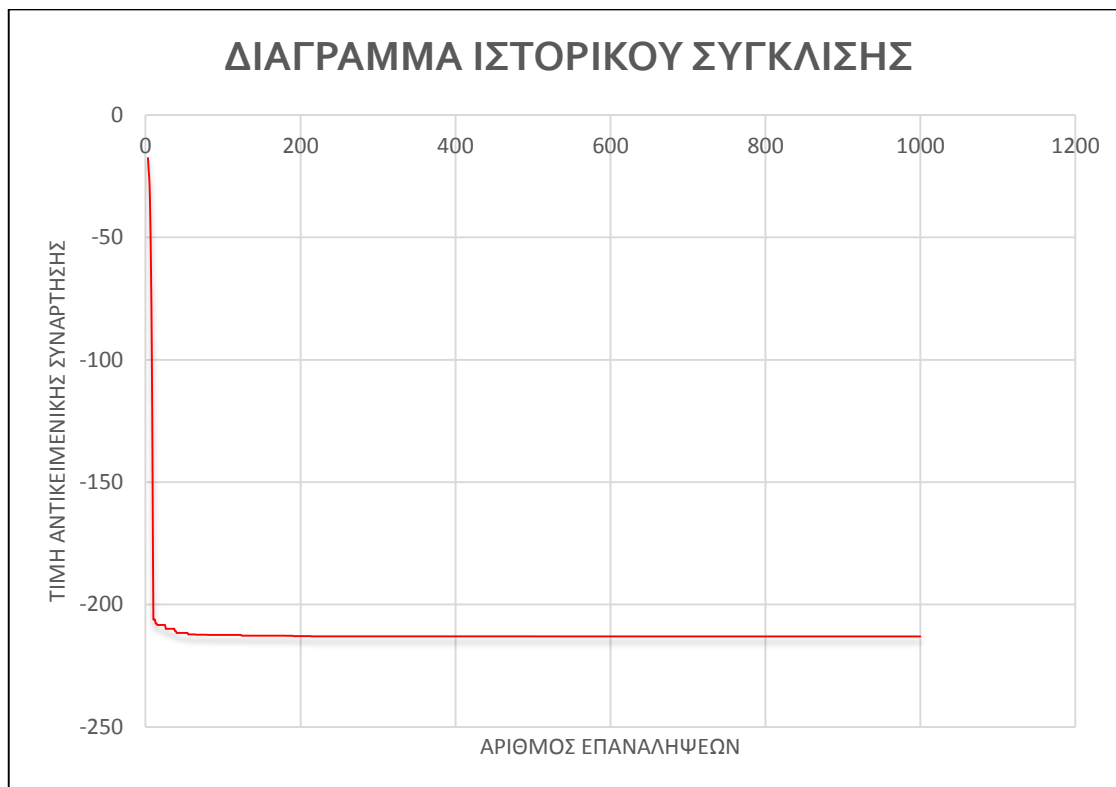
Η συνάρτηση παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f(x^*) = -213,0$ στο $x^* = (0, \dots, 0)$.

Πίνακας 4.19 – Πρόβλημα G2. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Αριθμός σωματιδίων (NP)	Αριθμός επαναλήψεων	V_{max}^i	W_{max}	W_{min}	C_1	C_2
70	1000	$(x_U^i + x_L^i)/2$	0.95	0.60	2	1,5

Πίνακας 4.20 – Πρόβλημα G2. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
Καλύτερο αποτέλεσμα	-213.00
Χειρότερο αποτέλεσμα	-210.00
Μέσος όρος αποτελεσμάτων	-212.24



Σχήμα 4.18 – Πρόβλημα G2. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

4.2.3 Πρόβλημα G3

$$f(x) = 5 \sum_{i=1}^4 x_i - 5 \sum_{i=1}^4 x_i^2 - \sum_{i=5}^{13} x_i$$

Περιορισμοί:

- $g_1(x) = 2x_1 + 2x_2 + x_{10} + x_{11} - 10 \leq 0$
- $g_2(x) = 2x_1 + 2x_3 + x_{10} + x_{12} - 10 \leq 0$
- $g_3(x) = 2x_2 + 2x_3 + x_{11} + x_{12} - 10 \leq 0$
- $g_4(x) = -8x_1 + x_{10} \leq 0$
- $g_5(x) = -8x_2 + x_{11} \leq 0$
- $g_6(x) = -8x_3 + x_{12} \leq 0$
- $g_7(x) = -2x_4 - x_5 + x_{10} \leq 0$
- $g_8(x) = -2x_6 - x_7 + x_{11} \leq 0$
- $g_9(x) = -2x_8 - x_9 + x_{12} \leq 0$
- $x_i \geq 0, i = 1, \dots, 13$
- $x_i \leq 1, i = 1, \dots, 9, 13$
- $x_i \leq 100, i = 10, 11, 12$

Αριθμός μεταβλητών: 13

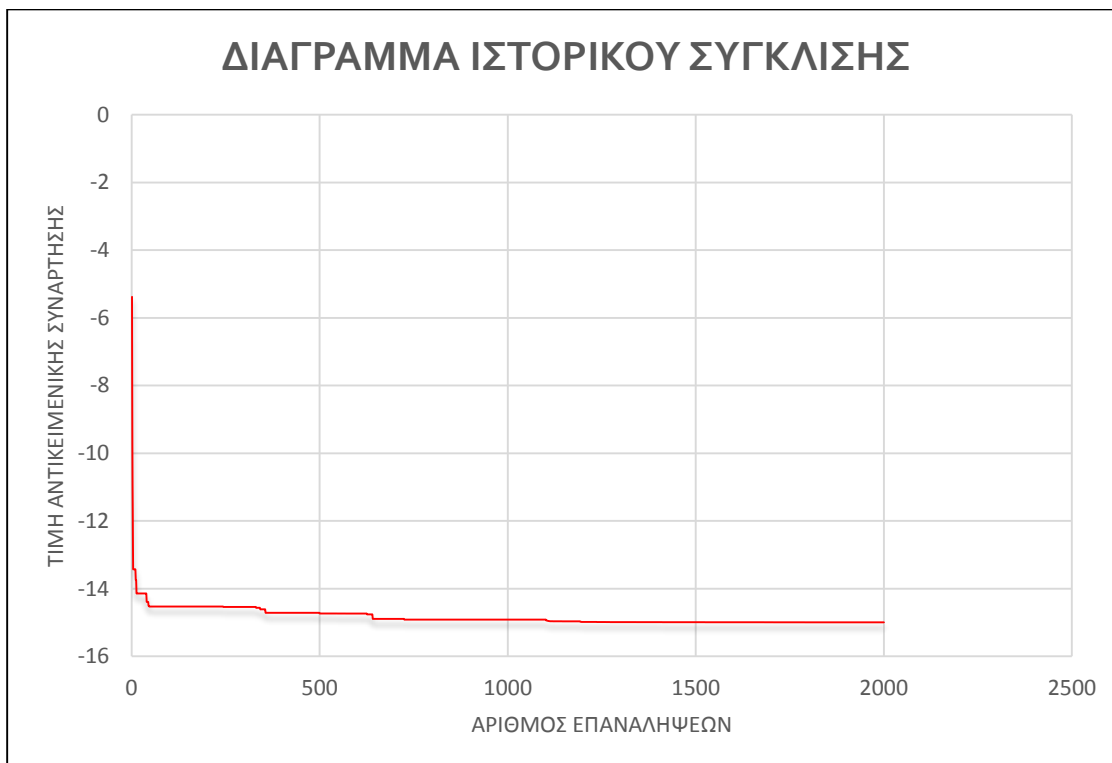
Η συνάρτηση παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f(x^*) = -15.0$ στο $x^* = (1,1,1,\dots,1,3,3,3,1)$.

Πίνακας 4.21 – Πρόβλημα G3. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Αριθμός σωματιδίων (NP)	Αριθμός επαναλήψεων	V_{max}^i	W_{max}	W_{min}	C_1	C_2
10	1000	$(x_U^i + x_L^i)/2$	0.85	0.60	2	2

Πίνακας 4.22 – Πρόβλημα G3. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
Καλύτερο αποτέλεσμα	-15.00
Χειρότερο αποτέλεσμα	-17.00
Μέσος όρος αποτελεσμάτων	-16.00



Σχήμα 4.19 – Πρόβλημα G3. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

4.2.4 Πρόβλημα G4

$$f(x) = (x_1 - 10)^2 + 5(x_2 - 12)^2 + x_3^4 + 3(x_4 - 11)^2 + 10x_5^6 + 7x_6^2 + x_7^4 - 4x_6 - 8x_7$$

Περιορισμοί:

- $g_1(x) = -127 + 2x_1^2 + 3x_2^4 + x_3 + 4x_4^2 + 5x_5 \leq 0$
- $g_2(x) = -282 + 7x_1 + 3x_2 + 10x_3^2 + x_4 - x_5 \leq 0$
- $g_3(x) = -196 + 23x_1 + x_2^2 + 6x_6^2 - 8x_7 \leq 0$
- $g_4(x) = 4x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 + 2x_3^2 + 5x_6 - 11x_7 \leq 0$
- $-10 \leq x_i \leq 10, i = 1, \dots, 7$

Αριθμός μεταβλητών: 7

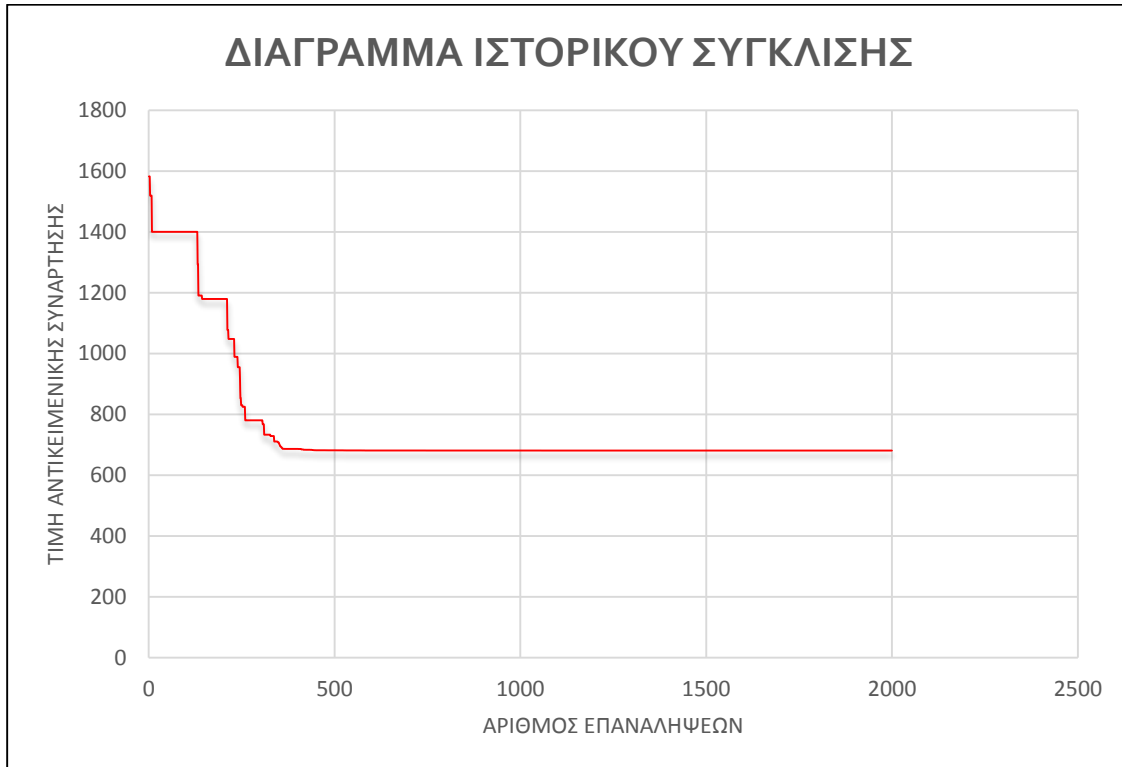
Η συνάρτηση παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f(x^*) = 680.630057$ στο $x^* = (1, 1, 1, \dots, 1, 3, 3, 3, 1)$.

Πίνακας 4.23 – Πρόβλημα G4. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Αριθμός σωματιδίων (NP)	Αριθμός επαναλήψεων	V_{max}^i	W_{max}	W_{min}	C_1	C_2
50	10000	$(x_U^i + x_L^i)/2$	0.95	0.50	3.5	0.5

Πίνακας 4.24 – Πρόβλημα G4. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
<i>Καλύτερο αποτέλεσμα</i>	680.6300
<i>Χειρότερο αποτέλεσμα</i>	680.6580
<i>Μέσος όρος αποτελεσμάτων</i>	680.6389



Σχήμα 4.20 – Πρόβλημα G4. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

4.2.5 Πρόβλημα G5

$$f(x) = 5.3578547 x_3^2 + 0.8356891x_1x_5 + 37.293239x_1 - 40792.141$$

Περιορισμοί:

- $0 \leq 85.334407 + 0.0056858T_1 + T_2x_1x_4 - 0.0022053x_3x_5 \leq 92$
- $90 \leq 80.51249 + 0.0071317x_2x_5 + 0.0029955x_1x_2 + 0.0021813x_3^2 \leq 110$
- $20 \leq 9.300961 + 0.0047026x_3x_5 + 0.0012547x_1x_3 + 0.0019085x_3x_4 \leq 25$
- $78 \leq x_1 \leq 102$
- $33 \leq x_2 \leq 45$
- $27 \leq x_i \leq 45, i = 3, 4, 5,$

όπου $T_1 = x_2x_5$ και $T_2 = 0.0006262$.

Αριθμός μεταβλητών: 5

Η συνάρτηση παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f(x^*) = -30665.538$ στο $x^* = (1, 1, 1, \dots, 1, 3, 3, 3, 1)$.

Πίνακας 4.25 – Πρόβλημα G5. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Αριθμός σωματιδίων (NP)	Αριθμός επαναλήψεων	V_{max}^i	W_{max}	W_{min}	C_1	C_2
50	2000	$(x_U^i + x_L^i)/2$	0.90	0.60	2	2

Πίνακας 4.26 – Πρόβλημα G5. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

<i>Καλύτερο αποτέλεσμα</i>	-30665.5386
<i>Χειρότερο αποτέλεσμα</i>	-30665.5386
<i>Μέσος όρος αποτελεσμάτων</i>	-30665.5386



Σχήμα 4.21 – Πρόβλημα G5. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

4.2.6 Πρόβλημα G6

$$f(x) = - \left| \frac{\sum_{i=1}^n (\cos(x_i))^4 - 2 \prod_{i=1}^n (\cos(x_i))^2}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (ix_i^2)}} \right|$$

Περιορισμοί:

- $g_1(x) = 0.75 - \prod_{i=1}^n x_i \leq 0$
- $g_2(x) = \sum_{i=1}^n x_i - 7.5n \leq 0$
- $20 \leq 9.300961 + 0.0047026x_3x_5 + 0.0012547x_1x_3 + 0.0019085x_3x_4 \leq 25$
- $0 \leq x_i \leq 10, i = 1, \dots, n$

όπου $n = 20$.

Αριθμός μεταβλητών: 20

Η συνάρτηση δεν έχει γνωστό ολικό ελάχιστο. Η καλύτερη λύση που αναφέρεται στη βιβλιογραφία είναι η $f(x^*) = 0.803619$ στο $x^* = (1, 1, 1, \dots, 1, 3, 3, 3, 1)$.

Πίνακας 4.27 – Πρόβλημα G6. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Αριθμός σωματιδίων (NP)	Αριθμός επαναλήψεων	V_{max}^i	W_{max}	W_{min}	C_1	C_2
10	10000	$(x_U^i + x_L^i)/2$	0.95	0.50	2	2

Πίνακας 4.28 – Πρόβλημα G6. Στατιστικά αποτελέσματα για 10 εκτελέσεις ΒΣΣ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
Καλύτερο αποτέλεσμα	-0.803619
Χειρότερο αποτέλεσμα	-0.723744
Μέσος όρος αποτελεσμάτων	-0.794576



Σχήμα 4.22 – Πρόβλημα G6. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

4.3 Συμπεράσματα

Όπως προκύπτει από τα παραπάνω αποτελέσματα, ο αλγόριθμος ΒΣΣ αποδεικνύεται αρκετά αποτελεσματικός στην εύρεση της βέλτιστης λύσης. Σε ορισμένα από τα προβλήματα, όπως η συνάρτηση Rastrigin και τα προβλήματα G_2 και G_3 , ο αλγόριθμος σε κάποιες εκτελέσεις εγκλωβίζεται στα πολλά τοπικά ελάχιστα που διαθέτουν, χωρίς να επιτυγχάνεται η εύρεση της ολικά βέλτιστης λύσης. Αυτό οφείλεται πιθανότατα στο ότι ο αλγόριθμος δε διαθέτει την απαιτούμενη ευελιξία για την αποφυγή αυτών των περιοχών, και είναι κάτι που μπορεί να βελτιωθεί με κατάλληλη τροποποίηση του αλγορίθμου ΒΣΣ.

Κεφάλαιο 5



5 Βελτιστοποίηση κατασκευών

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται παραδείγματα εφαρμογών του προγράμματος βελτιστοποίησης που αναπτύχθηκε σε κατασκευές. Τα προβλήματα χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

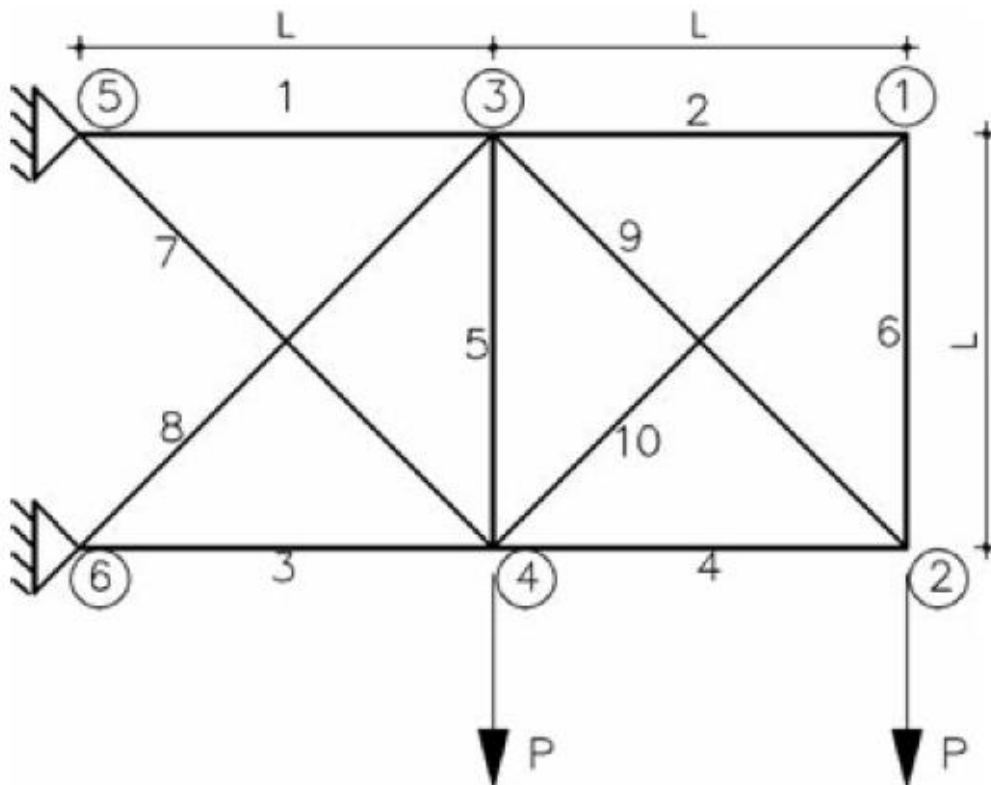
- Η πρώτη κατηγορία αποτελείται από κατασκευαστικά προβλήματα αξιολόγησης (benchmark problems), δηλαδή τα προβλήματα αυτά έχουν γνωστά δεδομένα και βέλτιστες λύσεις, και χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο της αξιοπιστίας του προγράμματος βελτιστοποίησης που αναπτύχθηκε. Λόγω του μεγαλύτερου υπολογιστικού κόστους, για αυτά τα προβλήματα αξιολόγησης πραγματοποιήθηκε μία εκτέλεση έναντι των δέκα εκτελέσεων στα μαθηματικά προβλήματα.
- Η δεύτερη κατηγορία αποτελείται από προβλήματα κατασκευών στα οποία χρησιμοποιούνται τυποποιημένες διατομές από χάλυβα (κατηγορίες IPE, HEA και HEB) και εφαρμόζονται οι περιορισμοί σε αξονική, καμπτική και διατμητική καταπόνηση που ορίζονται από τον Ευρωκώδικα 3.

5.1 Κατασκευαστικά προβλήματα αξιολόγησης

5.1.1 Πρόβλημα αξιολόγησης δικτύματος 10 μελών στο επίπεδο

Γεωμετρία φορέα

Στο φορέα του σχήματος πραγματοποιήθηκε ανάλυση με χρήση του προγράμματος SAP2000 και του λογισμικού βελτιστοποίησης που αναπτύχθηκε στις γλώσσες προγραμματισμού Java και C#.



Σχήμα 5.1 – Πρόβλημα αξιολόγησης 1. Το επίπεδο δίκτυμα 10 μελών

Στον παραπάνω φορέα, το ζητούμενο είναι η ελαχιστοποίηση του βάρους της κατασκευής, με παράλληλη τήρηση περιορισμών στις μέγιστες επικόμβιες μετακινήσεις και στις μέγιστες αξονικές τάσεις των στοιχείων.

Αντικειμενική συνάρτηση

Το βάρος της κατασκευής εκφράζεται μέσω της συνάρτησης:

$$f(x) = \rho \sum_{i=1}^{10} (A_i L_i)$$

όπου ρ το ειδικό βάρος του υλικού, A_i το εμβαδόν του μέλους i και L_i το μήκος του μέλους i .

Περιορισμοί

- Η επιφάνεια του κάθε στοιχείου περιορίζεται ως εξής:
 $6.45 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \leq A_i \leq 79.00 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2, \quad i = 1, \dots, 10$
- Οι μέγιστες μετακινήσεις του κάθε κόμβου περιορίζονται κατά τις διευθύνσεις x και z ως εξής:
 $0 \leq |d_i^{xz}| \leq 5.08 \cdot 10^{-2} \text{ m}, \quad i = 1, \dots, 6$
- Οι μέγιστες αξονικές τάσεις του κάθε στοιχείου περιορίζονται σε θλίψη και εφελκυσμό ως εξής:
 $0 \leq |\sigma_i| \leq 172.37 \text{ MPa}, \quad i = 1, \dots, 10$

Παράμετροι ΒΣΣ

Στον Πίνακα 5.1 περιγράφονται οι τιμές των παραμέτρων της μεθόδου ΒΣΣ που χρησιμοποιήθηκαν για το συγκεκριμένο παράδειγμα:

Πίνακας 5.1 – Πρόβλημα αξιολόγησης 1. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Αριθμός σωματιδίων (NP)	Αριθμός επαναλήψεων	V_{max}^i	W_{max}	W_{min}	C_1	C_2
15	200	$(x_U^i + x_L^i)/2$	0.95	0.75	2	2

Ιδιότητες υλικού στοιχείων

Μέτρο ελαστικότητας $E = 68.95 \cdot 10^6 \frac{kN}{m^2}$

Λόγος Poisson $\nu = 0.3$

Πυκνότητα υλικού $\rho = 2768.00 \text{ kg/m}^3$

Ιδιότητες διατομής στοιχείων

Ακολουθούν οι τιμές που δόθηκαν στα χαρακτηριστικά κάθε διατομής:

$$L = 9.144 \text{ m ή } 12.93 \text{ m (βλ. Πίνακα 5.3)}$$

$A =$ μεταβλητό

$$I_{33} = 4.16 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4 (= 1 \text{ in}^4)$$

$$I_{22} = 4.16 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4 (= 1 \text{ in}^4)$$

$$I_{23} = 0 \text{ m}^4$$

$$K = 0 \text{ m}^4 \text{ (στρεπτική σταθερά)}$$

Δεδομένα κόμβων – στηρίξεις

Στον παρακάτω πίνακα περιγράφεται η τοπολογία κάθε κόμβου και το είδος της στήριξης, εάν υπάρχει.

Πίνακας 5.2 – Πρόβλημα αξιολόγησης 1. Χαρακτηριστικά κόμβων του φορέα

Αριθμός κόμβου	Τύπος δέσμευσης	Συντεταγμένη X (m)	Συντεταγμένη Y (m)	Συντεταγμένη Z (m)
1	-	+18.29	0.00	+9.14
2	-	+18.29	0.00	0.00
3	-	+9.14	0.00	+9.14
4	-	+9.14	0.00	0.00
5	Άρθρωση	0.00	0.00	+9.14
6	Άρθρωση	0.00	0.00	0.00

Δεδομένα στοιχείων

Η συνδεσμολογία των στοιχείων απεικονίζεται στο Σχήμα 5.1 και περιγράφεται στον Πίνακα 5.3.

Πίνακας 5.3 – Πρόβλημα αξιολόγησης 1. Χαρακτηριστικά στοιχείων του φορέα

Αριθμός στοιχείου	Κόμβος αρχής	Κόμβος τέλους	Μήκος στοιχείου (m)	Συντεταγμένη Χ κέντρου (m)	Συντεταγμένη Υ κέντρου (m)	Συντεταγμένη Ζ κέντρου (m)
1	5	3	9.14	+4.57	0.00	+9.144
2	3	1	9.14	+13.72	0.00	+9.144
3	6	4	9.14	+4.57	0.00	0.00
4	4	2	9.14	+13.72	0.00	0.00
5	3	4	9.14	+9.14	0.00	+4.57
6	1	2	9.14	+18.29	0.00	+4.57
7	5	4	12.93	+4.57	0.00	+4.57
8	6	3	12.93	+4.57	0.00	+4.57
9	3	2	12.93	+13.72	0.00	+4.57
10	4	1	12.93	+13.72	0.00	+4.57

Για τη σωστή συμπεριφορά των μελών σαν στοιχεία δικτυώματος, έχουν τοποθετηθεί στα άκρα αρχής και τέλους ελευθερώσεις των στρωφικών βαθμών ελευθερίας και στο άκρο αρχής ή τέλους ελευθέρωση του στρεπτικού βαθμού ελευθερίας.

Δεδομένα φόρτισης

Για το παράδειγμα αυτό πραγματοποιήθηκε μία φόρτιση (“LIVE”), τα επικόμβια φορτία της οποίας παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 5.4 – Πρόβλημα αξιολόγησης 1. Συγκεντρωμένες επικόμβιες φορτίσεις του φορέα

Αριθμός κόμβου	P (kN)
1	0.00
2	-444.82
3	0.00
4	-444.82
5	0.00
6	0.00

Αποτελέσματα βελτιστοποίησης

Στους παρακάτω πίνακες παρατίθενται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης. Οι τελικές τιμές των μεταβλητών σχεδιασμού, το βάρος και η αξονική τάση κάθε στοιχείου δίνονται στον Πίνακα 5.5, μαζί με το συνολικό βάρος του σχεδιασμού και την αντίστοιχη τιμή από τη βιβλιογραφία για κανόνα γραμμικής ανανέωσης του βάρους. Οι μετακινήσεις που αναπτύχθηκαν σε κάθε κόμβο δίνονται στον Πίνακα 5.6. Οι τιμές με έντονη (bold) γραμματοσειρά υποδηλώνουν ότι ο αντίστοιχος περιορισμός είναι ενεργός.

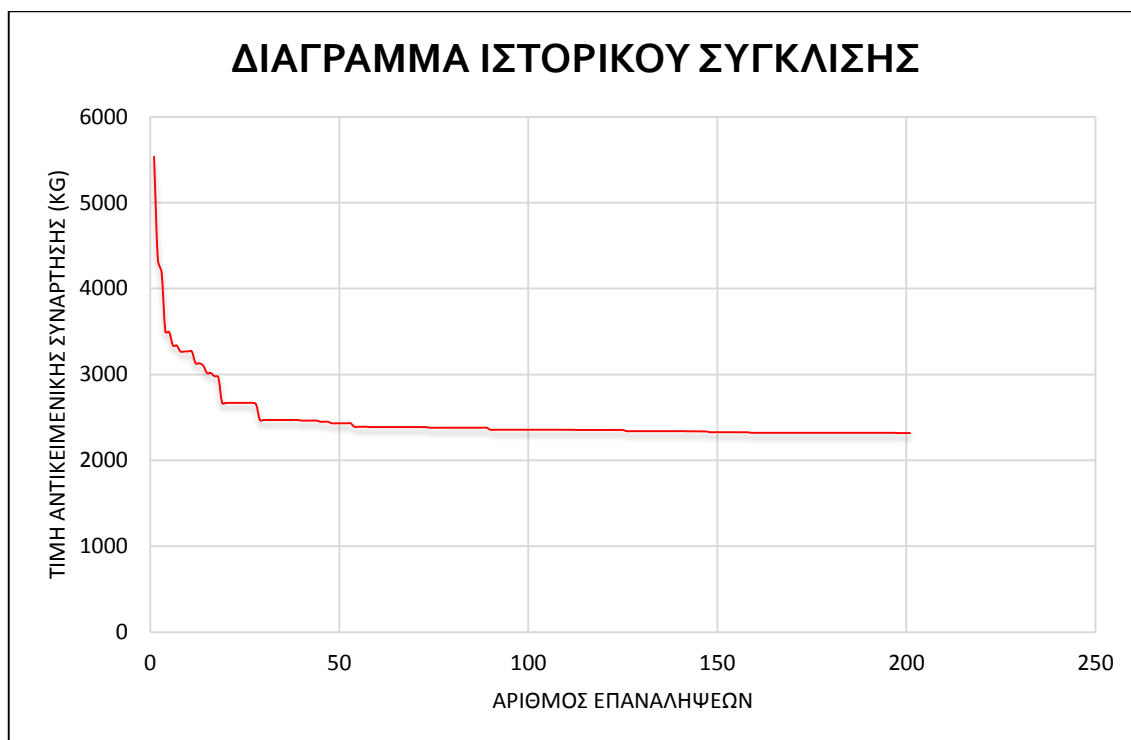
Πίνακας 5.5 – Πρόβλημα αξιολόγησης 1. Αποτελέσματα στοιχείων του φορέα

Αριθμός στοιχείου	Εμβαδόν A_i (m ²)	Βάρος στοιχείου (kg)	Μήκος στοιχείου (m)	Αξονική τάση (MPa)
1	$2.26 \cdot 10^{-2}$	571.53	+9.144	39.84
2	$6.45 \cdot 10^{-5}$	1.63	+9.144	-0.19
3	$1.58 \cdot 10^{-2}$	400.47	+9.144	-55.60
4	$0.86 \cdot 10^{-2}$	217.72	+9.144	-51.71
5	$6.45 \cdot 10^{-5}$	1.63	+9.144	153.87
6	$6.45 \cdot 10^{-5}$	1.63	+9.144	-0.19
7	$0.53 \cdot 10^{-2}$	189.22	+12.932	116.34
8	$1.36 \cdot 10^{-2}$	486.81	+12.932	-47.29
9	$1.24 \cdot 10^{-2}$	444.87	+12.932	50.62
10	$6.45 \cdot 10^{-5}$	2,31	+12.932	0.27
Συνολικά		2317.8		
Βιβλιογραφία		2314.5		

Πίνακας 5.6 – Πρόβλημα αξιολόγησης 1. Αποτελέσματα κόμβων του φορέα

Αριθμός κόμβου	Μετακίνηση U_1 (m)	Μετακίνηση U_2 (m)	Μετακίνηση U_3 (m)
1	$+0.53 \cdot 10^{-2}$	0.00	$-5.08 \cdot 10^{-2}$
2	$-1.42 \cdot 10^{-2}$	0.00	$-5.08 \cdot 10^{-2}$
3	$+0.53 \cdot 10^{-2}$	0.00	$-1.78 \cdot 10^{-2}$
4	$-0.74 \cdot 10^{-2}$	0.00	$-3.82 \cdot 10^{-2}$

5	0.00	0.00	0.00
6	0.00	0.00	0.00



Σχήμα 5.2 – Πρόβλημα αξιολόγησης 1. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

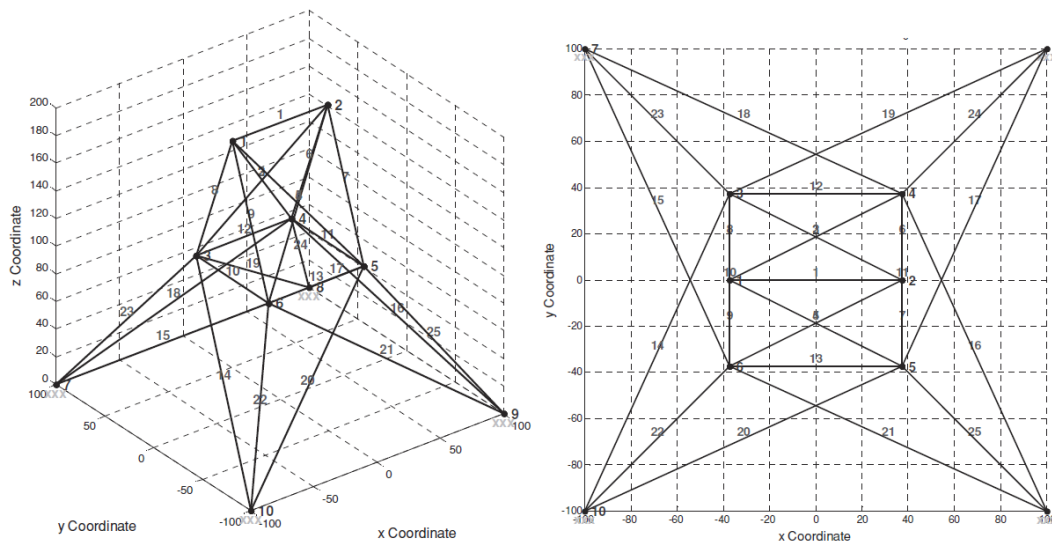
Συμπεράσματα

Όπως προκύπτει, το τελικό βάρος της κατασκευής (περίπου 2318 kg) σχεδόν ταυτίζεται με την τιμή που αναφέρεται στη βιβλιογραφία (2315 kg) για γραμμική ανανέωση της παραμέτρου αδρανειακού βάρους της ΒΣΣ. Η μικρή απόκλιση οφείλεται πιθανότατα σε στρογγυλοποιήσεις κατά τη μετάβαση από το λογισμικό βελτιστοποίησης στο πρόγραμμα ανάλυσης του φορέα. Θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι οι συγκρίσεις γίνονται με την καλύτερη τιμή που προέκυψε έπειτα από μία εκτέλεση (έναντι 10 εκτελέσεων στη βιβλιογραφία).

5.1.2 Εφαρμογή βελτιστοποίησης δικτύματος 25 μελών στο χώρο

Γεωμετρία φορέα

Στο φορέα του Σχήματος 5.3 πραγματοποιήθηκε ανάλυση με χρήση του προγράμματος SAP2000 και του λογισμικού βελτιστοποίησης που αναπτύχθηκε στις γλώσσες προγραμματισμού Java και C#.



Σχήμα 5.3 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Το δικτύωμα 25 μελών στο χώρο

Στον παραπάνω φορέα, πραγματοποιούνται δύο ξεχωριστές φορτίσεις. Το ζητούμενο είναι η ελαχιστοποίηση του βάρους της κατασκευής και για τις δύο φορτίσεις ταυτόχρονα, με παράλληλη τήρηση των περιορισμών στις μέγιστες επικόμβιες μετακινήσεις και στις μέγιστες αξονικές εφελκυστικές και θλιπτικές τάσεις των στοιχείων.

Αντικειμενική συνάρτηση

Όπως και στο προηγούμενο παράδειγμα, το βάρος της κατασκευής εκφράζεται μέσω της συνάρτησης:

$$f(x) = \rho \sum_{i=1}^{25} (A_i L_i)$$

όπου ρ το ειδικό βάρος του υλικού, A_i το εμβαδόν του μέλους i και L_i το μήκος του μέλους i .

Περιορισμοί

- Η επιφάνεια του κάθε στοιχείου περιορίζεται ως εξής:
 $6.45 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \leq A_i \leq 0.32 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2, \quad i = 1, \dots, 25$
- Οι μέγιστες μετακινήσεις του κάθε κόμβου περιορίζονται κατά τις διευθύνσεις x , y και z ως εξής:
 $0 \leq |d_i^{x,y,z}| \leq 0.89 \cdot 10^{-2} \text{ m}, \quad i = 1, \dots, 10$

- Για τον περιορισμό των τάσεων, τα μέλη αντιστοιχίζονται σε μεταβλητές σχεδιασμού και σε κάθε ομάδα επιβάλλονται περιορισμοί σε εφελκυστικές και θλιπτικές τάσεις, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 5.7 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2.
Ομάδες μεταβλητών σχεδιασμού και επιτρεπτές τάσεις

Μεταβλητή σχεδιασμού	Μέλη	Μέγιστη εφελκυστική τάση (MPa)	Μέγιστη θλιπτική τάση (MPa)
1	1	275.80	-241.95
2	2-5	275.80	-79.91
3	6-9	275.80	-119.31
4	10,11	275.80	-241.95
5	12,13	275.80	-241.95
6	14-17	275.80	-46.60
7	18-21	275.80	-46.60
8	22-25	275.80	-76.41

Παράμετροι ΒΣΣ

Στον Πίνακα 5.8 περιγράφονται οι τιμές των παραμέτρων της μεθόδου σμήνους σωματιδίων (Particle Swarm) που χρησιμοποιήθηκαν για το συγκεκριμένο παράδειγμα:

Πίνακας 5.8 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Αριθμός σωματιδίων (NP)	Αριθμός επαναλήψεων	V_{max}^i	W_{max}	W_{min}	C_1	C_2
15	200	$(x_{ij}^i + x_{ij}^j)/2$	0.95	0.75	2	2

Ιδιότητες υλικού στοιχείων

Μέτρο ελαστικότητας $E = 68.95 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2 \text{ kN/m}^2$

Λόγος Poisson $\nu = 0.3$

Πυκνότητα υλικού $\rho = 2768.00 \text{ kg/m}^3$

Ιδιότητες διατομής στοιχείων

Ακολουθούν οι τιμές που δόθηκαν στα χαρακτηριστικά κάθε διατομής:

$A = \text{μεταβλητό}$

$$I_{33} = 4.16 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4 (= 1 \text{ in}^4)$$

$$I_{22} = 4.16 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4 (= 1 \text{ in}^4)$$

$$I_{23} = 0 \text{ m}^4$$

$$K = 0 \text{ m}^4 (= 0 \text{ in}^4) \text{ (στρεπτική σταθερά)}$$

Δεδομένα κόμβων – στηρίξεις

Στον Πίνακα 5.9 περιγράφεται η τοπολογία κάθε κόμβου και το είδος της στήριξης, εάν υπάρχει.

Πίνακας 5.9 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Χαρακτηριστικά κόμβων του φορέα

Αριθμός κόμβου	Τύπος δέσμησης	Συντεταγμένη X (m)	Συντεταγμένη Y (m)	Συντεταγμένη Z (m)
1	-	-0.95	0.00	+5.08
2	-	+0.95	0.00	+5.08
3	-	-0.95	+0.95	+2.54
4	-	+0.95	+0.95	+2.54
5	-	+0.95	-0.95	+2.54
6	-	-0.95	-0.95	+2.54
7	Πλήρης πάκτωση	-2.54	+2.54	0.00
8	Πλήρης πάκτωση	+2.54	+2.54	0.00
9	Πλήρης πάκτωση	+2.54	-2.54	0.00
10	Πλήρης πάκτωση	-2.54	-2.54	0.00

Δεδομένα στοιχείων

Η συνδεσμολογία των στοιχείων απεικονίζεται στο Σχήμα 5.3 και περιγράφεται στον Πίνακα 5.10

Πίνακας 5.10 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Χαρακτηριστικά στοιχείων του φορέα

Αριθμός στοιχείου	Κόμβος αρχής	Κόμβος τέλους	Μήκος στοιχείου (m)	Συντεταγμένη X κέντρου (m)	Συντεταγμένη Y κέντρου (m)	Συντεταγμένη Z κέντρου (m)
1	1	2	1.91	+2.54	+2.54	+5.08
2	2	3	3.31	+2.54	+3.02	+3.81
3	1	4	3.31	+2.54	+3.02	+3.81

4	1	5	3.31	+2.54	+2.06	+3.81
5	2	6	3.31	+2.54	+2.06	+3.81
6	4	2	2.71	+3.49	+3.02	+3.81
7	5	2	2.71	+3.49	+2.06	+3.81
8	3	1	2.71	+1.59	+3.02	+3.81
9	6	1	2.71	+1.59	+2.06	+3.81
10	6	3	1.91	+1.59	+2.54	+2.54
11	4	5	1.91	+3.49	+2.54	+2.54
12	3	4	1.91	+2.54	+3.49	+2.54
13	5	6	1.91	+2.54	+1.59	+2.54
14	3	10	4.60	+0.79	+1.75	+1.27
15	7	6	4.60	+0.79	+3.33	+1.27
16	9	4	4.60	+4.29	+1.75	+1.27
17	8	5	4.60	+4.29	+3.33	+1.27
18	7	4	4.60	+1.75	+4.29	+1.27
19	8	3	4.60	+3.33	+4.29	+1.27
20	10	5	4.60	+1.75	+0.79	+1.27
21	9	6	4.60	+3.33	+0.79	+1.27
22	10	6	3.39	+0.79	+0.79	+1.27
23	7	3	3.39	+0.79	+4.29	+1.27
24	8	4	3.39	+4.29	+4.29	+1.27
25	5	9	3.39	+4.29	+0.79	+1.27

Για τη σωστή συμπεριφορά των μελών σαν στοιχεία δικτυώματος, έχουν τοποθετηθεί στα άκρα αρχής και τέλους ελευθερώσεις των στροφικών βαθμών ελευθερίας και στο άκρο αρχής ή τέλους ελευθέρωση του στρεπτικού βαθμού ελευθερίας.

Δεδομένα φόρτισης

Για το παράδειγμα αυτό πραγματοποιήθηκαν δύο φορτίσεις (“LIVE1” και “LIVE2”), τα επικόμβια φορτία των οποίων παρουσιάζονται στους ακόλουθους πίνακες:

Πίνακας 5.11 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Επικόμβια φορτία πρώτης φόρτισης

Αριθμός κόμβου	F_x (kN)	F_y (kN)	F_z (kN)
1	4.45	44.48	-22.24
2	0	44.48	-22.24
3	2.22	0	0
6	2.22	0	0

Πίνακας 5.12 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Επικόμβια φορτία δεύτερης φόρτισης

Αριθμός κόμβου	F_x (kN)	F_y (kN)	F_z (kN)
1	0	88,96	-22,24
2	0	-88,96	-22,24

Αποτελέσματα βελτιστοποίησης

Στους παρακάτω πίνακες παρατίθενται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης. Οι τελικές τιμές των μεταβλητών σχεδιασμού, το βάρος και η αξονική τάση κάθε στοιχείου (θλιπτική ή εφελκυστική) δίνονται στον Πίνακα 5.13, μαζί με το συνολικό βάρος του σχεδιασμού και την αντίστοιχη τιμή από τη βιβλιογραφία για κανόνα γραμμικής ανανέωσης του βάρους. Οι μετακινήσεις που αναπτύχθηκαν σε κάθε κόμβο δίνονται στον Πίνακα 5.14.

Πίνακας 5.13 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Αποτελέσματα στοιχείων του φορέα

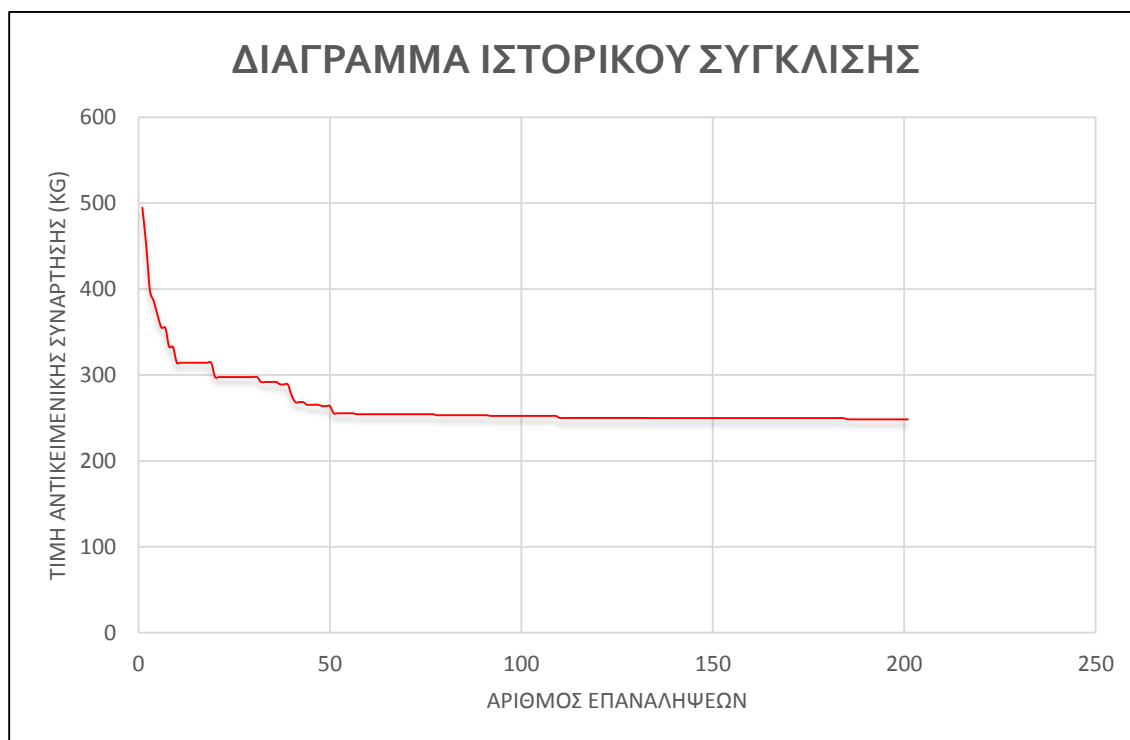
Αριθμός στοιχείου	Εμβαδόν A_i (m ²)	Βάρος στοιχείου (kg)	Μήκος στοιχείου (m)	Αξονική τάση (MPa) (Φόρτιση 1/Φόρτιση 2)
1	6.45E-06	0.03	9.14	19.24 32.00
2	$1.16 \cdot 10^{-3}$	10.60	9.14	-17.54 51.00
3	$1.16 \cdot 10^{-3}$	10.60	9.14	-20.89 -51.31
4	$1.16 \cdot 10^{-3}$	10.60	9.14	14.01 51.00
5	$1.16 \cdot 10^{-3}$	10.60	9.14	17.36 -51.31
6	$1.97 \cdot 10^{-3}$	14.78	9.14	-29.79 33.84
7	$1.97 \cdot 10^{-3}$	14.78	12.93	17.81 -45.76
8	$1.97 \cdot 10^{-3}$	14.78	12.93	-28.18 -45.76
9	$1.97 \cdot 10^{-3}$	14.78	12.93	19.42 33.84
10	$6.45 \cdot 10^{-6}$	0.03	12.93	-11.75 -13.53
11	$6.45 \cdot 10^{-6}$	0.03	9.14	-15.37 -13.53
12	$5.30 \cdot 10^{-5}$	0.28	9.14	-18.05 -8.77
13	$5.30 \cdot 10^{-5}$	0.28	9.14	0.22 -8.77
14	$4.15 \cdot 10^{-4}$	5.28	9.14	-36.65 -21.18

15	$4.15 \cdot 10^{-4}$	5.28	9.14	28.08 9.42
16	$4.15 \cdot 10^{-4}$	5.28	9.14	-39.84 9.42
17	$4.15 \cdot 10^{-4}$	5.28	12.93	24.90 -21.18
18	$1.21 \cdot 10^{-3}$	15.37	12.93	-23.30 33.85
19	$1.21 \cdot 10^{-3}$	15.37	12.93	-23.85 -43.43
20	$1.21 \cdot 10^{-3}$	15.37	12.93	14.22 -43.43
21	$1.21 \cdot 10^{-3}$	15.37	9.14	13.67 33.85
22	$1.71 \cdot 10^{-3}$	16.06	9.14	27.77 -6.08
23	$1.71 \cdot 10^{-3}$	16.06	9.14	-33.66 -4.19
24	$1.71 \cdot 10^{-3}$	16.06	9.14	-38.00 -6.08
25	$1.71 \cdot 10^{-3}$	16.06	9.14	23.42 -4.19
Συνολικά		249.05		
Σύγκριση με βιβλιογραφία		261.63		

Πίνακας 5.14 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Αποτελέσματα κόμβων του φορέα

Αριθμός κόμβου	Μετακίνηση U_1 (m)	Μετακίνηση U_2 (m)	Μετακίνηση U_3 (m)
	(Φόρτιση 1/Φόρτιση 2)	(Φόρτιση 1/Φόρτιση 2)	(Φόρτιση 1/Φόρτιση 2)
1	$2.57 \cdot 10^{-4}$	$8.88 \cdot 10^{-3}$	$-5.50 \cdot 10^{-4}$
	$-4.42 \cdot 10^{-4}$	$8.88 \cdot 10^{-3}$	$-7.10 \cdot 10^{-4}$
2	$7.89 \cdot 10^{-4}$	$8.88 \cdot 10^{-3}$	$-8.05 \cdot 10^{-4}$
	$4.42 \cdot 10^{-4}$	$-8.88 \cdot 10^{-3}$	$-7.10 \cdot 10^{-4}$
3	$3.37 \cdot 10^{-4}$	$-1.11 \cdot 10^{-3}$	$-3.11 \cdot 10^{-3}$
	$2.49 \cdot 10^{-3}$	$-1.14 \cdot 10^{-3}$	$-2.54 \cdot 10^{-3}$
4	$-1.61 \cdot 10^{-4}$	$-1.16 \cdot 10^{-3}$	$-3.32 \cdot 10^{-3}$
	$2.25 \cdot 10^{-3}$	$7.69 \cdot 10^{-4}$	$1.49 \cdot 10^{-3}$
5	$9.10 \cdot 10^{-5}$	$-7.36 \cdot 10^{-4}$	$2.05 \cdot 10^{-3}$
	$-2.49 \cdot 10^{-3}$	$1.14 \cdot 10^{-3}$	$-2.54 \cdot 10^{-3}$
6	$8.50 \cdot 10^{-5}$	$-7.86 \cdot 10^{-4}$	$2.26 \cdot 10^{-3}$
	$-2.25 \cdot 10^{-3}$	$-7.69 \cdot 10^{-4}$	$1.49 \cdot 10^{-3}$
7	0.00	0.00	0.00
	0.00	0.00	0.00

8	0.00	0.00	0.00
	0.00	0.00	0.00
9	0.00	0.00	0.00
	0.00	0.00	0.00
10	0.00	0.00	0.00
	0.00	0.00	0.00



Σχήμα 5.4 – Πρόβλημα αξιολόγησης 2. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

Συμπεράσματα

Όπως προκύπτει, το τελικό βάρος της κατασκευής (περίπου 249 kg) είναι μικρότερο από την τιμή που αναφέρεται στη βιβλιογραφία (261.63 kN) για κανόνα γραμμικής ανανέωσης της παραμέτρου αδρανειακού βάρους της ΒΣΣ. Μάλιστα, σχεδόν ταυτίζεται με την τιμή της βιβλιογραφίας για μη γραμμικό κανόνα ανανέωσης (247.72 kg). Θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι οι συγκρίσεις γίνονται με την καλύτερη τιμή που προέκυψε έπειτα από μία εκτέλεση (έναντι 10 εκτελέσεων στη βιβλιογραφία).

5.2 Εφαρμογές τυποποιημένων διατομών χάλυβα

Στις παρακάτω εφαρμογές, το ζητούμενο είναι η ελαχιστοποίηση του βάρους τους με κατάλληλη επιλογή των βέλτιστων διατομών από χάλυβα (κατηγορίες ΙΡΕ, ΗΕΑ και ΗΕΒ) και ταυτόχρονη τήρηση των περιορισμών που ορίζονται από τον Ευρωκώδικα 3 σε Οριακή Κα-

τάσταση Αστοχίας (Ο.Κ.Α.) και Οριακή Κατάσταση Λειτουργικότητας (Ο.Κ.Λ.). Οι περιορισμοί, οι τιμές των παραμέτρων και η αντικειμενική συνάρτηση είναι κοινά σε όλες τις εφαρμογές και παρουσιάζονται παρακάτω.

5.2.1 Περιορισμοί

Οι περιορισμοί του Ευρωκώδικα αναλύονται στο Κεφάλαιο 3 και παρουσιάζονται συνοπτικά παρακάτω. Όσον αφορά τους ελέγχους διατομής, για τα δρώντα εντατικά μεγέθη λήφθηκαν οι τιμές που προέκυψαν από το δυσμενέστερο συνδυασμό δράσεων στη δυσμενέστερη θέση του εκάστοτε στοιχείου.

Οριακή Κατάσταση Αστοχίας

Οι συνδυασμοί φορτίσεων είναι οι εξής:

- 1) $1.35 \cdot G + 1.5 \cdot Q + 1.5 \cdot 0.6 \cdot W$ («COMB1»)
- 2) $1.35 \cdot G + 1.5 \cdot W + 1.5 \cdot 0.7 \cdot Q$ («COMB2»)
- 3) $G + 0.3 \cdot Q + E$ («COMB3»)

Οι περιορισμοί που επιβάλλονται είναι οι εξής:

- a) Έλεγχος αντοχής διατομής σε αξονική δύναμη με απομείωση λόγω καμπτικού λυγισμού:

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd}$$

- b) Έλεγχος αντοχής διατομής σε μονοαξονική κάμψη με απομείωση λόγω τέμνουσας δύναμης, αξονικής δύναμης και πλευρικού λυγισμού (στην περίπτωση που $M_{Ed,z} = 0$):

$$M_{Ed,y} \leq M_{b,Rd,y}$$

- c) Έλεγχος αντοχής διατομής σε διαξονική κάμψη με απομείωση λόγω τέμνουσας δύναμης και αξονικής δύναμης (στην περίπτωση που $M_{Ed,z} \neq 0$):

$$\left[\frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right]^a + \left[\frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right]^\beta \leq 1.0$$

- d) Έλεγχος αντοχής μέλους σε ταυτόχρονη καταπόνηση από αξονική δύναμη και ροπή κατά y και z, με απομείωση λόγω καμπτικού και στρεπτοκαμπτικού λυγισμού (δυσμενέστερη από τις δύο τιμές:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{\gamma_{M1}} \leq 1.0$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{\gamma_{M1}} \leq 1.0$$

- e) Έλεγχος αντοχής διατομής σε τέμνουσα δύναμη κατά y με απομείωση λόγω στρέψης και κύρτωσης:

$$V_{Ed,y} \leq V_{c,Rd,y}$$

- f) Έλεγχος διατομής σε τέμνουσα δύναμη κατά z με απομείωση λόγω στρέψης και κύρτωσης:

$$V_{Ed,z} \leq V_{c,Rd,z}$$

Οριακή Κατάσταση Λειτουργικότητας

Οι συνδυασμοί φορτίσεων είναι οι εξής:

- 4) $G + Q + 0.6 \cdot W$ («COMB4», συνολικές δράσεις)
- 5) $G + W + 0.7 \cdot Q$ («COMB5», συνολικές δράσεις)
- 6) $Q + 0.6 \cdot W$ («COMB6», μεταβλητές δράσεις)
- 7) $W + 0.7 \cdot Q$ («COMB7», μεταβλητές δράσεις)

Οι περιορισμοί που επιβάλλονται είναι οι εξής:

- a) Έλεγχος βέλους κάμψης στο μέσο κάθε στοιχείου λόγω των συνολικών δράσεων (συνδυασμοί «COMB4» και «COMB5») :

$$\frac{250|\delta_z|}{L} \leq 1$$

- b) Έλεγχος βέλους κάμψης στο μέσο κάθε στοιχείου λόγω των μεταβλητών δράσεων (συνδυασμοί «COMB6» και «COMB7») :

$$\frac{300|\delta_z|}{L} \leq 1$$

5.2.2 Σεισμικές δράσεις

Κατηγορία εδάφους B

Επιτάχυνση εδάφους $a_g = 0.36g$

Συντελεστής συμπεριφοράς $q = 4.00$

5.2.3 Ιδιότητες υλικού στοιχείων

Χάλυβας S355

Μέτρο ελαστικότητας $E = 200 \text{ GPa}$

Λόγος Poisson $\nu = 0.3$

Ειδικό βάρος υλικού $\gamma = 78.5 \text{ kN/m}^3$

Όριο διαρροής $f_{yd} = 355 \text{ MPa}$

5.2.4 Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Οι παράμετροι της μεθόδου Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων που χρησιμοποιήθηκαν στις εφαρμογές πρότυπων διατομών παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.15.

Πίνακας 5.15 – Εφαρμογές πρότυπων διατομών 1. Τιμές παραμέτρων ΒΣΣ

Αριθμός σωματιδίων (NP)	Αριθμός επαναλήψεων	V_{max}^i	W_{max}	W_{min}	C_1	C_2
15	200	$(x_U^i + x_L^i)/4$	0.95	0.75	2	2

5.2.5 Αντικειμενική συνάρτηση

Στις επόμενες εφαρμογές, ζητούμενο είναι η ελαχιστοποίηση του βάρους της κατασκευής, το οποίο εκφράζεται μέσω της συνάρτησης:

$$f(x) = \rho \sum_{i=1}^N (A_i L_i)$$

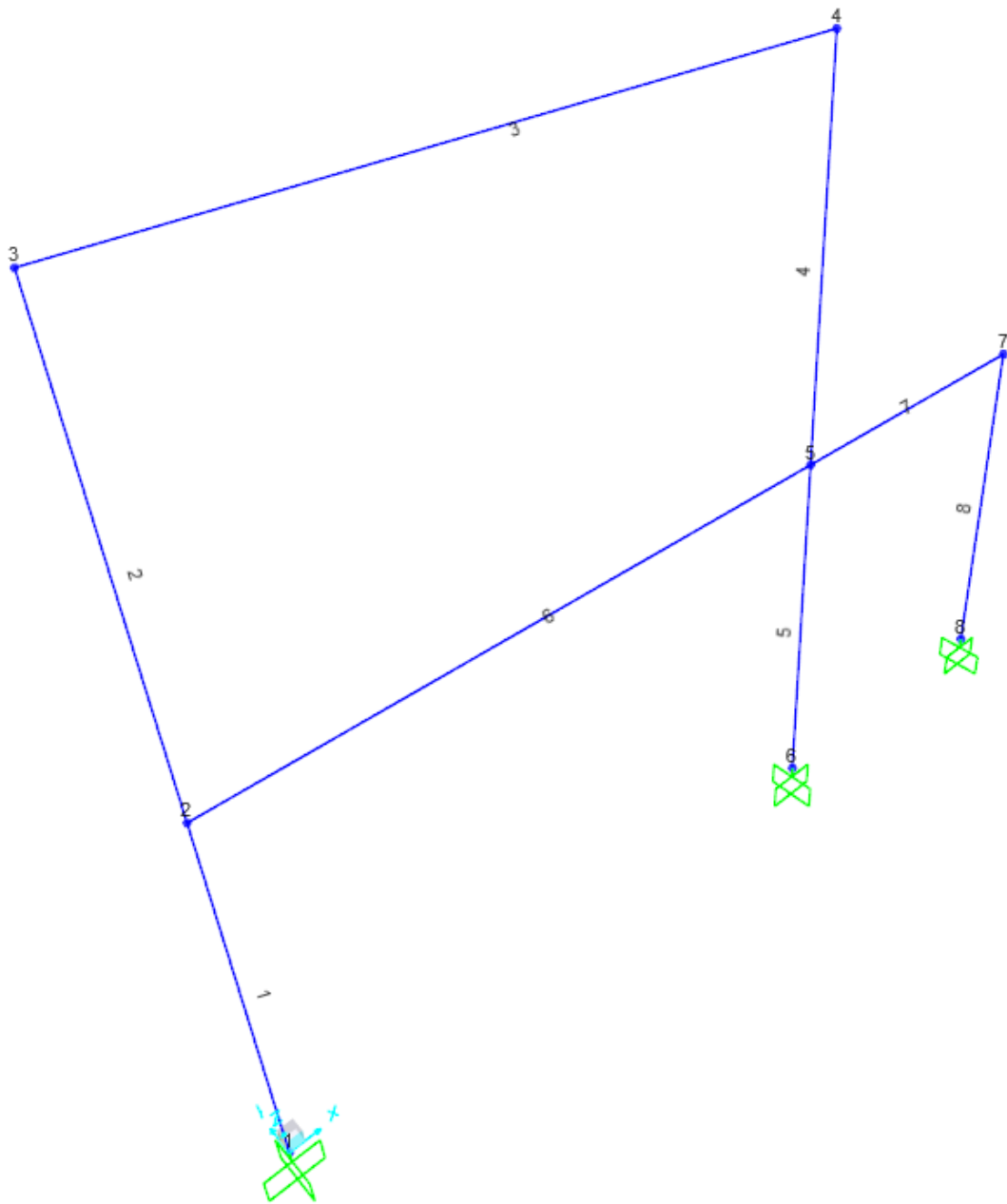
όπου N ο αριθμός των στοιχείων, ρ το ειδικό βάρος του υλικού, A_i το εμβαδόν του μέλους i και L_i το μήκος του μέλους i .

5.2.6 Προγράμματα βελτιστοποίησης και ανάλυσης

Σε όλες τις εφαρμογές έγινε χρήση του προγράμματος διακριτής Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων «PSOStructural» που αναπτύχθηκε (βλ. Κεφάλαιο 2) και του εμπορικά διαθέσιμου προγράμματος ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία SAP2000 (έκδοση 17.0.0).

- **Εφαρμογή 1 – Πλαίσιο 10 μελών στο επίπεδο**

Η κατασκευή της πρώτης εφαρμογής έχει τη γεωμετρία του παρακάτω σχήματος:



Σχήμα 5.5 – Εφαρμογή 1. Γεωμετρία του φορέα

Δεδομένα κόμβων – στηρίξεις

Στον Πίνακα 5.16 περιγράφεται η τοπολογία κάθε κόμβου και το είδος της στηρίξης, εάν υπάρχει.

Πίνακας 5.16 – Εφαρμογή 1. Χαρακτηριστικά κόμβων του φορέα

Αριθμός κόμβου	Τύπος δέσμησης	Συντεταγμένη X (m)	Συντεταγμένη Y (m)	Συντεταγμένη Z (m)
1	Πλήρης πάκτωση	0,00	0,00	0,00

2	-	0,00	0.00	+5.00
3	-	0,00	0.00	+10.00
4	-	+8.00	0.00	+10.00
5	-	+8.00	0.00	+5.00
6	Πλήρης πάκτωση	+8.00	0.00	0.00
7	-	+12.00	0.00	+5.00
8	Πλήρης πάκτωση	+12.00	0.00	0.00

Φόρτιση φορέα

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι φορτίσεις του φορέα της πρώτης εφαρμογής.

Πίνακας 5.17 – Εφαρμογή 1. Φορτίσεις στοιχείων

Αριθμός κόμβου	Μόνιμα κατανεμημένα φορτία	Μεταβλητά κατανεμημένα φορτία	Κατανεμημένα φορτία α- νέμου
	g_z (kN/m)	q_z (kN/m)	w_x (kN/m)
1, 2	-	-	9
3	-5	-5	-
6, 7	-5	-5	-

Για την επιβολή των σεισμικών δράσεων, δημιουργείται διαφραγματική σύνδεση κατά τον καθολικό άξονα z μεταξύ των κόμβων του ίδιου ορόφου, ώστε να υπάρχει κοινή μετακίνηση κατά τη διεύθυνση x και y. Οι συνολικές δυνάμεις σε κάθε διάφραγμα παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα.

Πίνακας 5.18 – Εφαρμογή 1. Διαφράγματα και σεισμικές δράσεις στοιχείων

Διάφραγμα	Κόμβοι	Σεισμική δύναμη
		F_x (kN)
1 ^{ου} ορόφου	2, 5, 7	7.52
2 ^{ου} ορόφου	3, 4	10.03

Ομάδες μεταβλητών

Στην εφαρμογή αυτή χρησιμοποιούνται τρεις μεταβλητές σχεδιασμού, κάθε μία από τις οποίες περιλαμβάνει ένα ή περισσότερα στοιχεία. Στον παρακάτω πίνακα περιγράφεται ο

τρόπος ομαδοποίησης των μεταβλητών σχεδιασμού και ο τύπος διατομής που ορίζεται για κάθε μεταβλητή. Η ομαδοποίηση έγινε για λόγους απλούστευσης του προβλήματος και μικρότερου υπολογιστικού κόστους. Όσο πιο μεγάλος είναι ο αριθμός των μεταβλητών σχεδιασμού, τόσο πιο βέλτιστος είναι ο προτεινόμενος σχεδιασμός.

Πίνακας 5.19 – Εφαρμογή 1. Ομάδες μεταβλητών σχεδιασμού και τύποι διατομών

Μεταβλητή σχεδιασμού	Μέλη	Τύπος διατομής
1	Δοκός 3	IPE
2	Δοκοί 6, 7	IPE
3	Υποστυλώματα 1, 2, 4, 5, 8	HEA

Αποτελέσματα βελτιστοποίησης

Στους παρακάτω πίνακες παρατίθενται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης της πρώτης εφαρμογής. Στον Πίνακα 5.20 παρατίθενται οι προτεινόμενες βέλτιστες διατομές για κάθε μεταβλητή σχεδιασμού και το συνολικό βάρος της κατασκευής για τον προτεινόμενο σχεδιασμό.

Πίνακας 5.20 – Εφαρμογή 1. Βέλτιστες διατομές και βέλτιστο βάρος κατασκευής

Μεταβλητή σχεδιασμού	Μέλη	Τύπος διατομής	Βάρος κατασκευής (kg)
1	Δοκός 3	IPE300	
2	Δοκοί 6, 7	IPE360	2077.56
3	Υποστυλώματα 1, 2, 4, 5, 8	HE200A	

Στον Πίνακα 5.21 παρουσιάζονται οι τιμές κάθε επιβαλλόμενου περιορισμού για τον προτεινόμενο σχεδιασμό και ο αντίστοιχος συνδυασμός δράσεων (βλ. και Συνδυασμοί Δράσεων παραπάνω). Με έντονη (bold) γραμματοσειρά παρουσιάζονται οι περιορισμοί που είναι κρίσιμοι (λαμβάνοντας υπόψη τη διακριτή μορφή του αλγορίθμου).

Πίνακας 5.21 – Εφαρμογή 1. Τιμές περιορισμών για τον βέλτιστο σχεδιασμό

Περιορισμός	Τιμή περιορισμού
Έλεγχος αντοχής διατομής σε αξονική	0.2401
Έλεγχος αντοχής διατομής σε μονοαξονική κάμψη	0.7697
Έλεγχος αντοχής διατομής σε διαξονική κάμψη	0.0000
Έλεγχος αντοχής μέλους σε αξονική δύναμη, ροπή κατά y και z	0.9798
Έλεγχος αντοχής διατομής σε τέμνουσα κατά z	0.1622
Έλεγχος αντοχής διατομής σε τέμνουσα κατά y	0.0000
Έλεγχος βέλους κάμψης για συνολικές δράσεις	0.4956
Έλεγχος βέλους κάμψης για μεταβλητές δράσεις	0.2549

Στο Σχήμα 5.6 απεικονίζεται το διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης της πρώτης εφαρμογής.



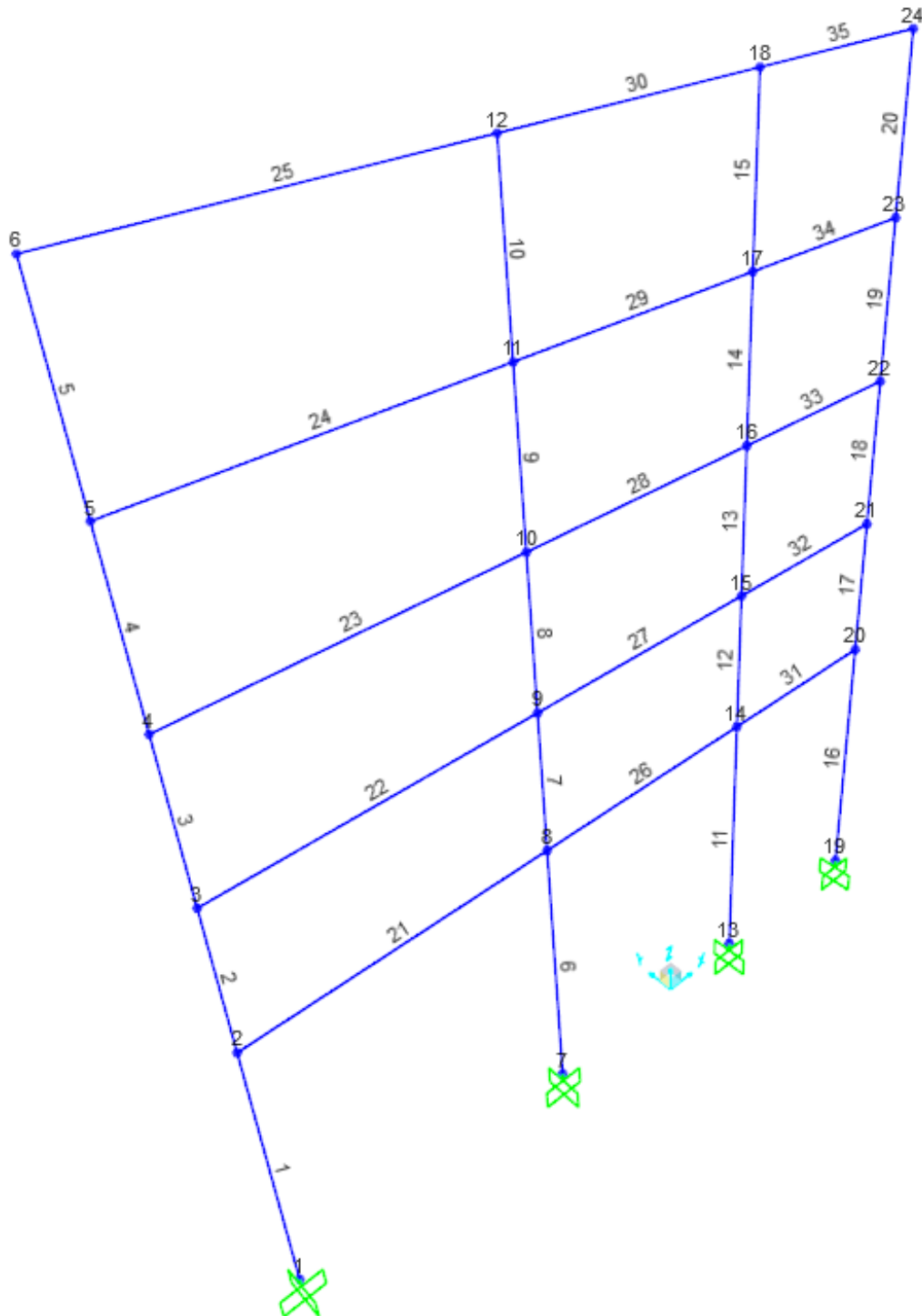
Σχήμα 5.6 – Εφαρμογή 1. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

Συμπεράσματα

Στο επίπεδο πλαίσιο της πρώτης κατασκευής, κρίσιμος περιορισμός είναι η αντοχή των μελών σε αξονική παραμόρφωση, καμπτική παραμόρφωση και λυγισμό. Από το Σχήμα 5.6 φαίνεται ότι η σύγκλιση στη βέλτιστη λύση επιτυγχάνεται πρακτικά μετά από τις πρώτες 50 επαναλήψεις.

- **Εφαρμογή 2 – Πλαίσιο 35 μελών στο επίπεδο**

Η κατασκευή της δεύτερης εφαρμογής έχει τη γεωμετρία του παρακάτω σχήματος:



Σχήμα 5.7 – Εφαρμογή 2. Γεωμετρία του φορέα

Δεδομένα κόμβων – στηρίξεις

Στον Πίνακα 5.22 περιγράφεται η τοπολογία κάθε κόμβου και το είδος της στηρίξης, εάν υπάρχει:

Πίνακας 5.22 – Εφαρμογή 2. Χαρακτηριστικά κόμβων του φορέα

Αριθμός κόμβου	Τύπος δέσμησης	Συντεταγμένη X (m)	Συντεταγμένη Y (m)	Συντεταγμένη Z (m)
1	Πλήρης πάκτωση	0.00	0.00	0.00
2	-	0.00	0.00	+10.00
3	-	0.00	0.00	+15.00
4	-	0.00	0.00	+20.00
5	-	0.00	0.00	+25.00
6	-	0.00	0.00	+30.00
7	Πλήρης πάκτωση	+10.00	0.00	0.00
8	-	+10.00	0.00	+10.00
9	-	+10.00	0.00	+15.00
10	-	+10.00	0.00	+20.00
11	-	+10.00	0.00	+25.00
12	-	+10.00	0.00	+30.00
13	Πλήρης πάκτωση	+18.00	0.00	0.00
14	-	+18.00	0.00	+10.00
15	-	+18.00	0.00	+15.00
16	-	+18.00	0.00	+20.00
17	-	+18.00	0.00	+25.00
18	-	+18.00	0.00	+30.00
19	Πλήρης πάκτωση	+24.00	0.00	0.00
20	-	+24.00	0.00	+10.00
21	-	+24.00	0.00	+15.00
22	-	+24.00	0.00	+20.00
23	-	+24.00	0.00	+25.00
24	-	+24.00	0.00	+30.00

Φόρτιση φορέα

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι φορτίσεις του φορέα της δεύτερης εφαρμογής.

Πίνακας 5.23 – Εφαρμογή 2. Φορτίσεις στοιχείων

Αριθμός κόμβου	Μόνιμα κατανεμημένα φορτία	Μεταβλητά κατανεμημένα φορτία	Κατανεμημένα φορτία α-νέμου
	g_z (kN/m)	q_z (kN/m)	w_x (kN/m)
1-5	-	-	3
6-20	-	-	-
21-35	-2	-0.5	-

Για την επιβολή των σεισμικών δράσεων, δημιουργείται διαφραγματική σύνδεση κατά τον καθολικό άξονα z μεταξύ των κόμβων του ίδιου ορόφου, ώστε να υπάρχει κοινή μετακίνηση κατά τη διεύθυνση x και y. Οι συνολικές δυνάμεις σε κάθε διάφραγμα παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα.

Πίνακας 5.24 – Εφαρμογή 2. Διαφράγματα και σεισμικές δράσεις στοιχείων

Διάφραγμα	Κόμβοι	Σεισμική δύναμη
		F_x (kN)
1 ^{ου} ορόφου	2, 8, 14, 20	3.48
2 ^{ου} ορόφου	3, 9, 15, 21	5.23
3 ^{ου} ορόφου	4, 10, 16, 22	6.97
4 ^{ου} ορόφου	5, 11, 17, 23	8.71
5 ^{ου} ορόφου	6, 12, 18, 24	10.45

Ομάδες μεταβλητών

Στην εφαρμογή αυτή χρησιμοποιούνται τέσσερις μεταβλητές σχεδιασμού, κάθε μία από τις οποίες περιλαμβάνει ένα ή περισσότερα στοιχεία. Στον παρακάτω πίνακα περιγράφεται ο τρόπος ομαδοποίησης των μεταβλητών σχεδιασμού και ο τύπος διατομής που ορίζεται για κάθε μεταβλητή. Η ομαδοποίηση έγινε για λόγους απλούστευσης του προβλήματος και μικρότερου υπολογιστικού κόστους. Όσο πιο μεγάλος είναι ο αριθμός των μεταβλητών σχεδιασμού, τόσο πιο βέλτιστος είναι ο προτεινόμενος σχεδιασμός.

Πίνακας 5.25 – Εφαρμογή 2. Ομάδες μεταβλητών σχεδιασμού και τύποι διατομών

Μεταβλητή σχεδιασμού	Μέλη	Τύπος διατομής
1	Δοκοί 21-22, 26-27, 31-32	IPE
2	Δοκοί 23-25, 28-30, 33-35	IPE
3	Υποστυλώματα 1-2, 6-7, 11-12, 16-17	HEA
4	Υποστυλώματα 3-5, 8-10, 13-15, 18-20	HEB

Αποτελέσματα βελτιστοποίησης

Στους παρακάτω πίνακες παρατίθενται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης της δεύτερης εφαρμογής. Στον Πίνακα 5.26 παρατίθενται οι προτεινόμενες βέλτιστες διατομές για κάθε μεταβλητή σχεδιασμού και το συνολικό βάρος της κατασκευής για τον προτεινόμενο σχεδιασμό.

Πίνακας 5.26 – Εφαρμογή 2. Ομάδες μεταβλητών σχεδιασμού και τύποι διατομών

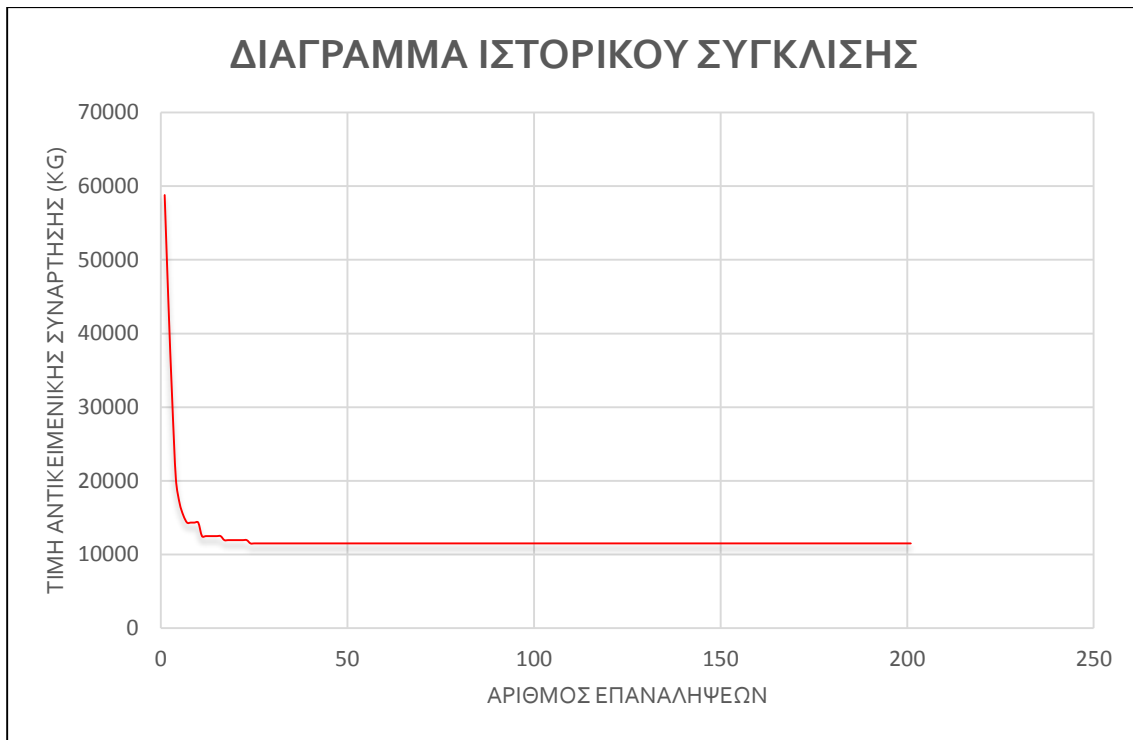
Μεταβλητή σχεδιασμού	Μέλη	Τύπος διατομής	Βέλτιστο βάρος κατασκευής (kN)
1	Δοκοί 21-22, 26-27, 31-32	IPE360	11503.09
2	Δοκοί 23-25, 28-30, 33-35	IPE270	
3	Υποστυλώματα 1-2, 6-7, 11-12, 16-17	HE240A	
4	Υποστυλώματα 3-5, 8-10, 13-15, 18-20	HE160B	

Στον Πίνακα 5.27 παρουσιάζονται οι τιμές κάθε επιβαλλόμενου περιορισμού για τον προτεινόμενο σχεδιασμό και ο αντίστοιχος συνδυασμός δράσεων (βλ. και Συνδυασμοί Δράσεων παραπάνω). Με έντονη (bold) γραμματοσειρά παρουσιάζονται οι περιορισμοί που είναι κρίσιμοι (λαμβάνοντας υπόψη τη διακριτή μορφή του αλγορίθμου).

Πίνακας 5.27 – Εφαρμογή 2. Τιμές περιορισμών για τον βέλτιστο σχεδιασμό

Περιορισμός	Τιμή περιορισμού
Έλεγχος αντοχής διατομής σε αξονική	0.6712
Έλεγχος αντοχής διατομής σε μονοαξονική κάμψη	0.8581
Έλεγχος αντοχής διατομής σε διαξονική κάμψη	0.0000
Έλεγχος αντοχής μέλους σε αξονική δύναμη, ροπή κατά y και z	0.9916
Έλεγχος αντοχής διατομής σε τέμνουσα κατά z	0.0937
Έλεγχος αντοχής διατομής σε τέμνουσα κατά y	0.0000
Έλεγχος βέλους κάμψης για συνολικές δράσεις	0.2992
Έλεγχος βέλους κάμψης για μεταβλητές δράσεις	0.0908

Στο Σχήμα 5.8 απεικονίζεται το διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης της δεύτερης εφαρμογής.



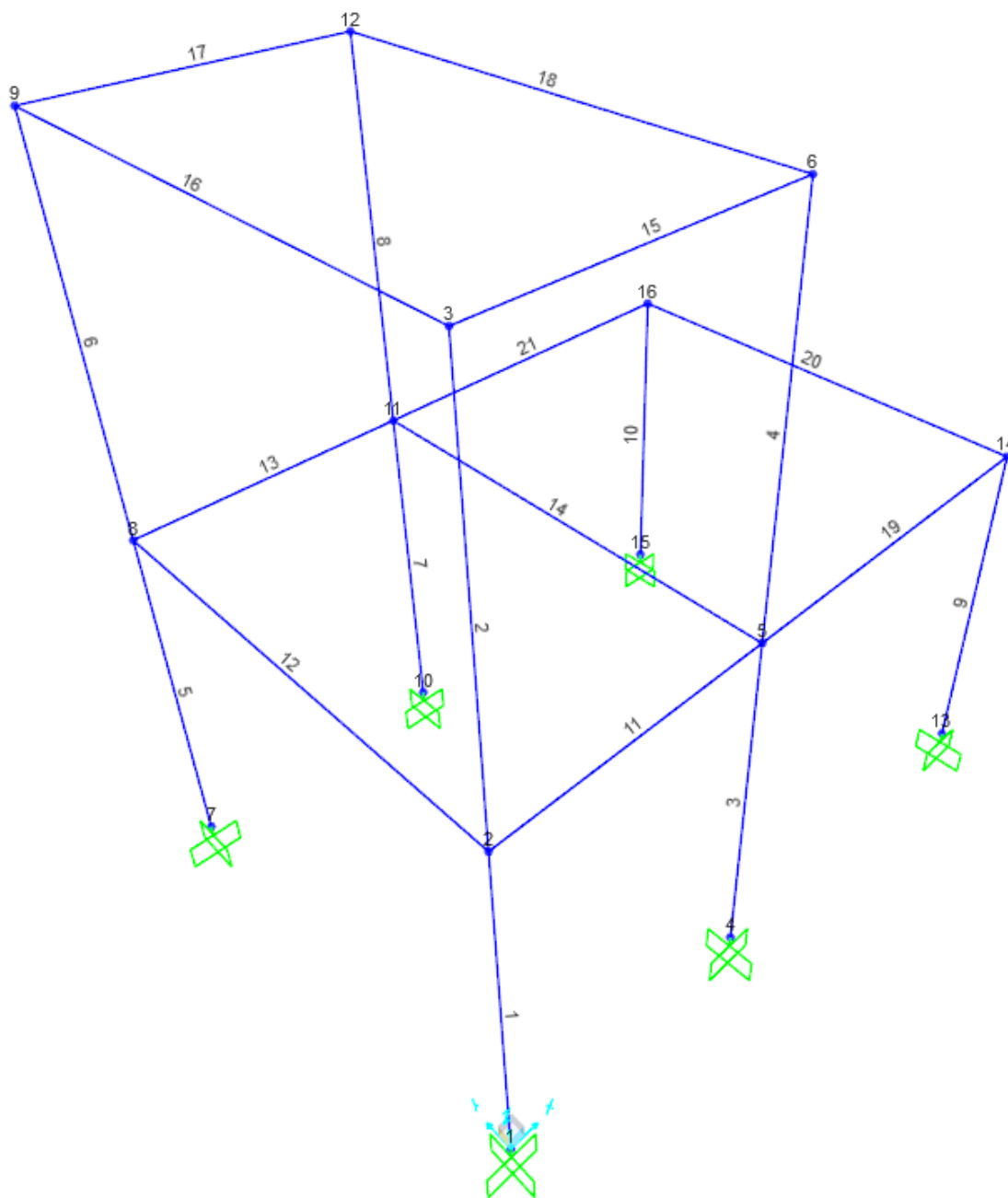
Σχήμα 5.8 – Εφαρμογή 2. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

Συμπεράσματα

Στο επίπεδο πλαίσιο της δεύτερης κατασκευής, κρίσιμος περιορισμός είναι η αντοχή των μελών σε αξονική παραμόρφωση, καμπτική παραμόρφωση και λυγισμό. Ο περιορισμός αυτός προσεγγίζει αρκετά τη μονάδα (βλ. Πίνακα 5.27) και, επομένως, λαμβάνοντας υπόψη και τη διακριτή μορφή του αλγορίθμου βελτιστοποίησης, μπορεί να θεωρηθεί ενεργός. Παράλληλα, κρίσιμη είναι και η αντοχή των διατομών σε κάμψη. Από το Σχήμα 5.8 παρατηρείται ότι η σύγκλιση στη βέλτιστη λύση επιτυγχάνεται, πρακτικά, μετά από τις πρώτες 50 επαναλήψεις.

- Εφαρμογή 3 – Πλαίσιο 21 μελών στο χώρο

Η κατασκευή της τρίτης εφαρμογής έχει τη γεωμετρία του παρακάτω σχήματος:



Σχήμα 5.9 – Εφαρμογή 3. Γεωμετρία του φορέα

Δεδομένα κόμβων – στηρίξεις

Στον παρακάτω πίνακα περιγράφεται η τοπολογία κάθε κόμβου και το είδος της στήριξης, εάν υπάρχει.

Πίνακας 5.28 – Εφαρμογή 3. Χαρακτηριστικά κόμβων του φορέα

Αριθμός κόμβου	Τύπος δέσμευσης	Συντεταγμένη X (m)	Συντεταγμένη Y (m)	Συντεταγμένη Z (m)
1	Πλήρης πάκτωση	0.00	0.00	0.00
2	-	0.00	0.00	+8.00
3	-	0.00	0.00	+16.00
4	Πλήρης πάκτωση	6.00	0.00	0.00
5	-	6.00	0.00	+8.00
6	-	6.00	0.00	+16.00
7	Πλήρης πάκτωση	0.00	+10.00	0.00
8	-	0.00	+10.00	+8.00
9	-	0.00	+10.00	+16.00
10	Πλήρης πάκτωση	+6.00	+10.00	0.00
11	-	+6.00	+10.00	+8.00
12	-	+6.00	+10.00	+16.00
13	Πλήρης πάκτωση	+14.00	0.00	0.00
14	-	+14.00	0.00	+8.00
15	Πλήρης πάκτωση	+14.00	+10.00	0.00
16	-	+14.00	+10.00	+8.00

Φόρτιση φορέα

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι φορτίσεις του φορέα της τρίτης εφαρμογής.

Πίνακας 5.29 – Εφαρμογή 3. Φορτίσεις στοιχείων

Αριθμός κόμβου	Μόνιμα κατανεμημένα φορτία g_z (kN/m)	Μεταβλητά κατανεμημένα φορτία q_z (kN/m)	Κατανεμημένα φορτία α-νέμου w_x (kN/m)
1-2	-	-	7
5-6	-	-	7
11-21	-5	-3	-

Για την επιβολή των σεισμικών δράσεων, δημιουργείται διαφραγματική σύνδεση κατά τον καθολικό άξονα z μεταξύ των κόμβων του ίδιου ορόφου, ώστε να υπάρχει κοινή μετακίνηση κατά τη διεύθυνση x και y. Οι συνολικές δυνάμεις σε κάθε διάφραγμα παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.30.

Πίνακας 5.30 – Εφαρμογή 3. Διαφράγματα και σεισμικές δράσεις στοιχείων

Διάφραγμα	Κόμβοι	Σεισμική δύναμη	Σεισμική ροπή
		F_x (kN)	M_z (kNm)
1 ^{ου} ορόφου	2, 8, 14, 20	17.04	-8.52
2 ^{ου} ορόφου	3, 9, 15, 21	18.80	-9.40

Ομάδες μεταβλητών

Στην εφαρμογή αυτή χρησιμοποιούνται τέσσερις μεταβλητές σχεδιασμού, κάθε μία από τις οποίες περιλαμβάνει ένα ή περισσότερα στοιχεία. Στον παρακάτω πίνακα περιγράφεται ο τρόπος ομαδοποίησης των μεταβλητών σχεδιασμού και ο τύπος διατομής που ορίζεται για κάθε μεταβλητή. Η ομαδοποίηση έγινε για λόγους απλούστευσης του προβλήματος και μικρότερου υπολογιστικού κόστους. Όσο πιο μεγάλος είναι ο αριθμός των μεταβλητών σχεδιασμού, τόσο πιο βέλτιστος είναι ο προτεινόμενος σχεδιασμός.

Πίνακας 5.31 – Εφαρμογή 3. Ομάδες μεταβλητών σχεδιασμού και τύποι διατομών

Μεταβλητή σχεδιασμού	Μέλη	Τύπος διατομής
1	Δοκοί 11-14, 19-21	IPE
2	Δοκοί 15-18	IPE
3	Υποστρώματα 1, 3, 5, 7, 9, 10	HEA
4	Υποστρώματα 2, 4, 6, 8	HEB

Αποτελέσματα βελτιστοποίησης

Στους παρακάτω πίνακες παρατίθενται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης της δεύτερης εφαρμογής. Στον Πίνακα 5.32 παρατίθενται οι προτεινόμενες βέλτιστες διατομές για κάθε μεταβλητή σχεδιασμού και το συνολικό βάρος της κατασκευής για τον προτεινόμενο σχεδιασμό.

Πίνακας 5.32 – Εφαρμογή 3. Ομάδες μεταβλητών σχεδιασμού και τύποι διατομών

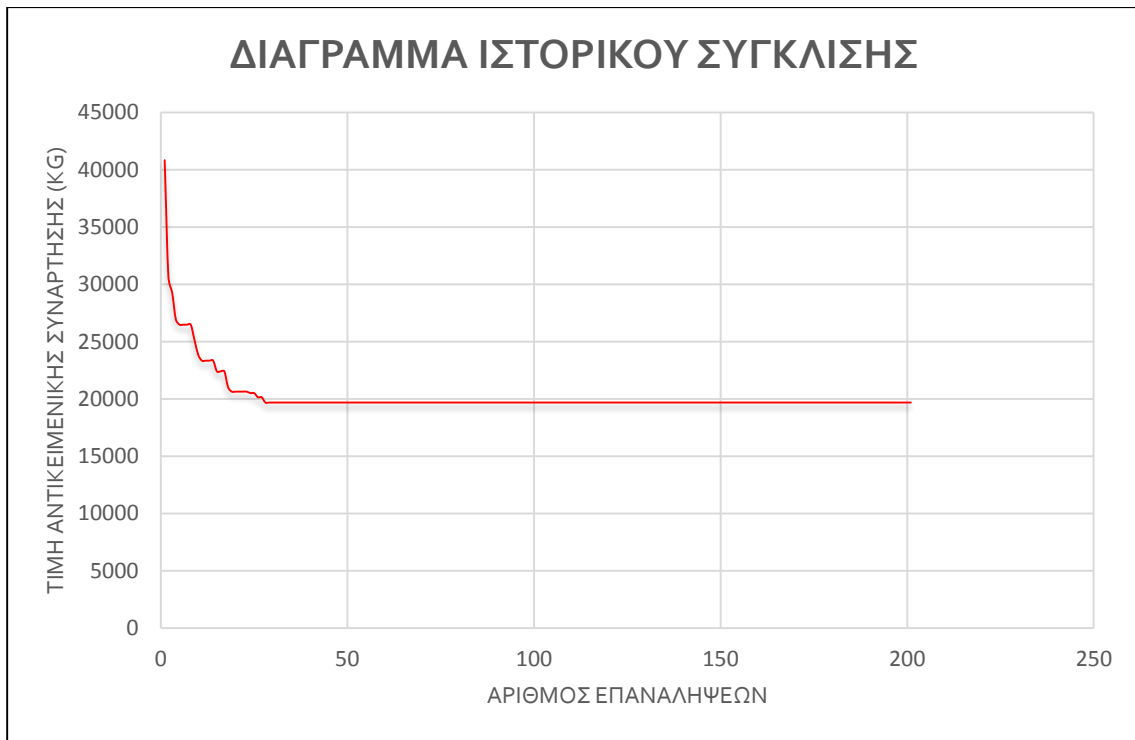
Μεταβλητή σχεδιασμού	Μέλη	Τύπος διατομής	Βέλτιστο βάρος κατασκευής (kg)
1	Δοκοί 11-14, 19-21	IPE550	19694.38
2	Δοκοί 15-18	IPE400	
3	Υποστυλώματα 1, 3, 5, 7, 9, 10	HE600A	
4	Υποστυλώματα 2, 4, 6, 8	HE260B	

Στον Πίνακα 5.32 παρουσιάζονται οι τιμές κάθε επιβαλλόμενου περιορισμού για τον προτεινόμενο σχεδιασμό και ο αντίστοιχος συνδυασμός δράσεων (βλ. και Συνδυασμοί Δράσεων παραπάνω). Με έντονη (bold) γραμματοσειρά παρουσιάζονται οι περιορισμοί που είναι κρίσιμοι (λαμβάνοντας υπόψη τη διακριτή μορφή του αλγορίθμου).

Πίνακας 5.33 – Εφαρμογή 3. Τιμές περιορισμών για τον βέλτιστο σχεδιασμό

Περιορισμός	Τιμή περιορισμού
Έλεγχος αντοχής διατομής σε αξονική	0.4676
Έλεγχος αντοχής διατομής σε μονοαξονική κάμψη	-
Έλεγχος αντοχής διατομής σε διαξονική κάμψη	0.3885
Έλεγχος αντοχής μέλους σε αξονική δύναμη, ροπή κατά y και z	0.9937
Έλεγχος αντοχής διατομής σε τέμνουσα κατά z	0.1158
Έλεγχος αντοχής διατομής σε τέμνουσα κατά y	0.0043
Έλεγχος βέλους κάμψης για συνολικές δράσεις	0.4256
Έλεγχος βέλους κάμψης για μεταβλητές δράσεις	0.1792

Στο Σχήμα 5.10 απεικονίζεται το διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης της τρίτης εφαρμογής.



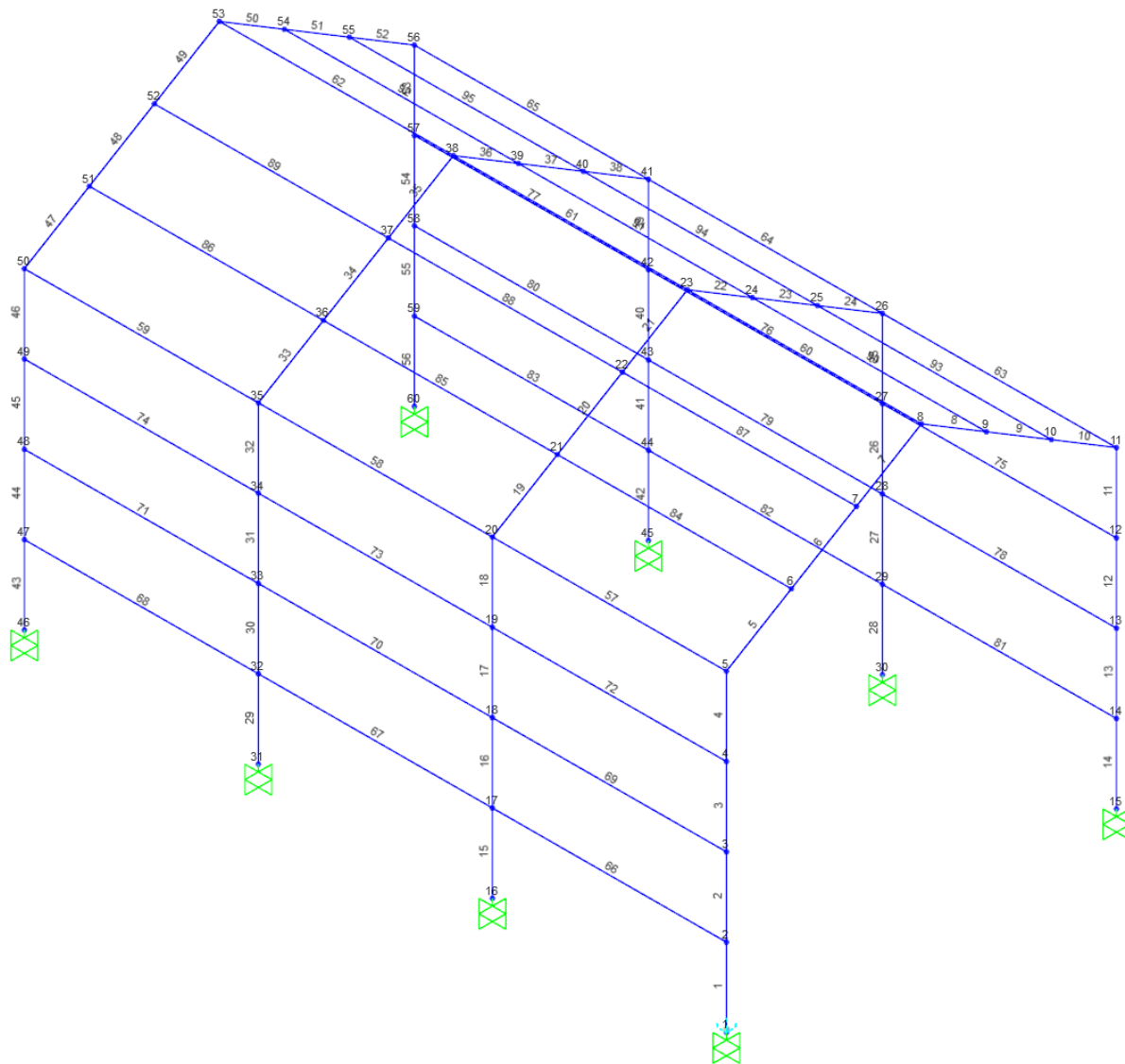
Σχήμα 5.10 – Εφαρμογή 3. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

Συμπεράσματα

Στο χωρικό πλαίσιο της τρίτης κατασκευής, κρίσιμος περιορισμός είναι η αντοχή των μελών σε αξονική παραμόρφωση, καμπτική παραμόρφωση και λυγισμό. Ο περιορισμός αυτός προσεγγίζει αρκετά τη μονάδα (βλ. Πίνακα 5.33) και, επομένως, λαμβάνοντας υπόψη και τη διακριτή μορφή του αλγορίθμου βελτιστοποίησης, μπορεί να θεωρηθεί ενεργός. Από το Σχήμα 5.10 παρατηρείται ότι η σύγκλιση στη βέλτιστη λύση επιτυγχάνεται, πρακτικά, μετά από τις πρώτες 50 επαναλήψεις.

- **Εφαρμογή 4– Πλαίσιο 95 μελών στο χώρο**

Η κατασκευή της τέταρτης εφαρμογής έχει τη γεωμετρία του παρακάτω σχήματος:



Σχήμα 5.11 – Εφαρμογή 4. Γεωμετρία του φορέα

Δεδομένα κόμβων – στηρίξεις

Στον Πίνακα 5.34 περιγράφεται η τοπολογία κάθε κόμβου και το είδος της στήριξης, εάν υπάρχει.

Πίνακας 5.34 – Εφαρμογή 4. Χαρακτηριστικά κόμβων του φορέα

Αριθμός κόμβου	Τύπος δέσμησης	Συντεταγμένη Χ (m)	Συντεταγμένη Υ (m)	Συντεταγμένη Ζ (m)
1	Πλήρης πάκτωση	0.00	0.00	0.00
2	-	0.00	0.00	+2.00
3	-	0.00	0.00	+4.00
4	-	0.00	0.00	+6.00
5	-	0.00	0.00	+8.00
6	-	+1.67	0.00	+9.00
7	-	+3.34	0.00	+10.00
8	-	+5.00	0.00	+11.00
9	-	+6.67	0.00	+10.00
10	-	+8.34	0.00	+9.00
11	-	+10.00	0.00	+8.00
12	-	+10.00	0.00	+6.00
13	-	+10.00	0.00	+4.00
14	-	+10.00	0.00	+2.00
15	Πλήρης πάκτωση	+10.00	0.00	0.00
16	Πλήρης πάκτωση	0.00	+6.00	0.00
17	-	0.00	+6.00	+2.00
18	-	0.00	+6.00	+4.00
19	-	0.00	+6.00	+6.00
20	-	0.00	+6.00	+8.00
21	-	+1.67	+6.00	+9.00
22	-	+3.34	+6.00	+10.00
23	-	+5.00	+6.00	+11.00
24	-	+6.67	+6.00	+10.00
25	-	+8.34	+6.00	+9.00
26	-	+10.00	+6.00	+8.00
27	-	+10.00	+6.00	+6.00
28	-	+10.00	+6.00	+4.00
29	-	+10.00	+6.00	+2.00
30	Πλήρης πάκτωση	+10.00	+6.00	0.00
31	Πλήρης πάκτωση	0.00	+12.00	0.00
32	-	0.00	+12.00	+2.00
33	-	0.00	+12.00	+4.00
34	-	0.00	+12.00	+6.00
35	-	0.00	+12.00	+8.00
36	-	+1.67	+12.00	+9.00
37	-	+3.34	+12.00	+10.00
38	-	+5.00	+12.00	+11.00
39	-	+6.67	+12.00	+10.00
40	-	+8.34	+12.00	+9.00
41	-	+10.00	+12.00	+8.00

42	-	+10.00	+12.00	+6.00
43	-	+10.00	+12.00	+4.00
44	-	+10.00	+12.00	+2.00
45	Πλήρης πάκτωση	+10.00	+12.00	0.00
46	Πλήρης πάκτωση	0.00	+18.00	0.00
47	-	0.00	+18.00	+2.00
48	-	0.00	+18.00	+4.00
49	-	0.00	+18.00	+6.00
50	-	0.00	+18.00	+8.00
51	-	+1.67	+18.00	+9.00
52	-	+3.34	+18.00	+10.00
53	-	+5.00	+18.00	+11.00
54	-	+6.67	+18.00	+10.00
55	-	+8.34	+18.00	+9.00
56	-	+10.00	+18.00	+8.00
57	-	+10.00	+18.00	+6.00
58	-	+10.00	+18.00	+4.00
59	-	+10.00	+18.00	+2.00
60	Πλήρης πάκτωση	+10.00	+18.00	0.00

Εσωτερικές ελευθερώσεις

Στον Πίνακα 5.35 παρουσιάζονται οι εσωτερικές ελευθερώσεις των μηκίδων και τεγίδων του φορέα. Με «X» υποδηλώνεται η ελευθέρωση κατά τον αντίστοιχο βαθμό ελευθερίας.

Πίνακας 5.35 – Εφαρμογή 4. Εσωτερικές ελευθερώσεις στοιχείων

Αριθμός κόμβου	Κόμβος αρχής						Κόμβος τέλους					
	Μετακινήσεις			Στροφές			Μετακινήσεις			Στροφές		
	x	y	z	Περί x	Περί y	Περί z	x	y	z	Περί x	Περί y	Περί z
66-95	0	0	0	0	X	X	0	0	0	X	X	X

Οι μηκίδες και τεγίδες είναι αμφιέριστα στοιχεία, επομένως ελευθερώνονται οι βαθμοί ελευθερίας που αντιστοιχούν σε καμπτική ροπή περί τους άξονες y και z στην αρχή και στο τέλος κάθε στοιχείου και ο στρωφικός βαθμό ελευθερίας στην αρχή ή στο τέλος κάθε στοιχείου (εδώ στο τέλος)

Φόρτιση φορέα

Στον Πίνακα 5.36 παρουσιάζονται οι φορτίσεις του φορέα της τέταρτης εφαρμογής.

Πίνακας 5.36 – Εφαρμογή 4. Φορτίσεις στοιχείων

Αριθμός κόμβου	Μόνιμα κατανεμημένα φορτία	Μεταβλητά κατανεμημένα φορτία	Κατανεμημένα φορτία ανέμου
	g_z (kN/m)	q_z (kN/m)	w_x (kN/m)
1-4	-	-	3
5-10	-3	-0,5	3
15-18	-	-	3
19-24	-3	-0,5	3
29-38	-	-	3
43-52	-	-	3
57-95	-3	-0,5	-

Για την επιβολή των σεισμικών δράσεων, δημιουργείται διαφραγματική σύνδεση κατά τον καθολικό άξονα z μεταξύ των κόμβων του ίδιου ορόφου, ώστε να υπάρχει κοινή μετακίνηση κατά τη διεύθυνση x και y. Οι συνολικές δυνάμεις σε κάθε διάφραγμα παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα.

Πίνακας 5.37 – Εφαρμογή 4. Διαφράγματα και σεισμικές δράσεις στοιχείων

Διάφραγμα	Κόμβοι	Σεισμική δύναμη	Σεισμική ροπή
		F_x (kN)	M_z (kNm)
1 ^ο ορόφου	5, 11, 20, 26, 35, 41, 50, 56	17.90	-16,10
Οροφής	8, 23, 38, 53	12.30	-11.07

Ομάδες μεταβλητών

Στην εφαρμογή αυτή χρησιμοποιούνται τέσσερις μεταβλητές σχεδιασμού, κάθε μία από τις οποίες περιλαμβάνει ένα ή περισσότερα στοιχεία. Στον παρακάτω πίνακα περιγράφεται ο τρόπος ομαδοποίησης των μεταβλητών σχεδιασμού και ο τύπος διατομής που ορίζεται για κάθε μεταβλητή. Η ομαδοποίηση έγινε για λόγους απλούστευσης του προβλήματος και μικρότερου υπολογιστικού κόστους. Όσο πιο μεγάλος είναι ο αριθμός των μεταβλητών σχεδιασμού, τόσο πιο βέλτιστος είναι ο προτεινόμενος σχεδιασμός.

Πίνακας 5.38 – Εφαρμογή 4. Ομάδες μεταβλητών σχεδιασμού και τύποι διατομών

Μεταβλητή σχεδιασμού	Μέλη	Τύπος διατομής
1	Δοκοί 5-10, 19-24, 33-38, 47-52, 57-65	IPE
2	Υποστυλώματα 1-4, 11-18, 25-32, 39-46, 53-56	HEA
3	Μηκίδες 66-83	IPE
4	Τεγίδες 84-95	IPE

Αποτελέσματα βελτιστοποίησης

Στους παρακάτω πίνακες παρατίθενται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης της δεύτερης εφαρμογής. Στον Πίνακα 5.39 παρατίθενται οι προτεινόμενες βέλτιστες διατομές για κάθε μεταβλητή σχεδιασμού και το συνολικό βάρος της κατασκευής για τον προτεινόμενο σχεδιασμό.

Πίνακας 5.39 – Εφαρμογή 4. Ομάδες μεταβλητών σχεδιασμού και τύποι διατομών

Μεταβλητή σχεδιασμού	Μέλη	Τύπος διατομής	Βέλτιστο βάρος κατασκευής (kg)
1	Δοκοί 5-10, 19-24, 33-38, 47-52, 57-65	IPE360	13687.42
2	Υποστυλώματα 1-4, 11-18, 25-32, 39-46, 53-56	HE220A	
3	Μηκίδες 66-83	IPE220	
4	Τεγίδες 84-95	IPE220	

Στον Πίνακα 5.40 παρουσιάζονται οι τιμές κάθε επιβαλλόμενου περιορισμού για τον προτεινόμενο σχεδιασμό και ο αντίστοιχος συνδυασμός δράσεων (βλ. και Συνδυασμοί Δράσεων παραπάνω). Με έντονη (bold) γραμματοσειρά παρουσιάζονται οι περιορισμοί που είναι κρίσιμοι (λαμβάνοντας υπόψη τη διακριτή μορφή του αλγορίθμου).

Πίνακας 5.4ο – Εφαρμογή 4. Τιμές περιορισμών για τον βέλτιστο σχεδιασμό

Περιορισμός	Τιμή περιορισμού
Έλεγχος αντοχής διατομής σε αξονική	0.1229
Έλεγχος αντοχής διατομής σε μονοαξονική κάμψη	-
Έλεγχος αντοχής διατομής σε διαξονική κάμψη	0.7510
Έλεγχος αντοχής μέλους σε αξονική δύναμη, ροπή κατά y και z	0.9768
Έλεγχος αντοχής διατομής σε τέμνουσα κατά z	0.1252
Έλεγχος αντοχής διατομής σε τέμνουσα κατά y	0.0027
Έλεγχος βέλους κάμψης για συνολικές δράσεις	0.9103
Έλεγχος βέλους κάμψης για μεταβλητές δράσεις	0.7453

Στο Σχήμα 5.12 απεικονίζεται το διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης της τέταρτης εφαρμογής.



Σχήμα 5.12 – Εφαρμογή 4. Διάγραμμα ιστορικού σύγκλισης

Συμπεράσματα

Η τελευταία κατασκευή αποτελείται από αρκετά μεγαλύτερο αριθμό μελών και καταπονείται από σημαντικά φορτία ανέμου λόγω μεγάλης έκτασης. Σε αυτή την περίπτωση, όπως γίνεται αντιληπτό από τον Πίνακα 5.40, κρίσιμος περιορισμός δεν είναι πλέον μόνο η αντοχή των μελών σε αξονική, καμπτική παραμόρφωση και λυγισμό, αλλά και ο έλεγχος βελών κάμψης για τις συνολικές δράσεις. Από το Σχήμα 5.12 παρατηρείται ότι η σύγκλιση στη βέλτιστη λύση επιτυγχάνεται, πρακτικά, μετά από τις πρώτες 100 επαναλήψεις. Συγκριτικά με τις άλλες εφαρμογές, η σύγκλιση σε αυτό το πρόβλημα απαιτεί σχεδόν διπλάσιες επαναλήψεις, κάτι που δικαιολογείται από τη σημαντική αύξηση του μεγέθους (τετραπλάσιος αριθμός μελών σε σχέση με την Εφαρμογή 3) και, συνεπώς, της πολυπλοκότητας του προβλήματος.

Κεφάλαιο 6



6 Συμπεράσματα

6.1 Σύνοψη

Η διπλωματική αυτή εργασία είχε ως αντικείμενο τη βελτιστοποίηση στα πλαίσια του σχεδιασμού κατασκευών. Η βελτιστοποίηση, ή αλλιώς ο βέλτιστος σχεδιασμός, σε μια κατασκευή μπορεί να προσφέρει σημαντικά πλεονεκτήματα στο μελετητή-μηχανικό. Με χρήση αλγορίθμων βελτιστοποίησης και την αξιοποίηση της προσωπικής του εμπειρίας, μπορεί να εξάγει συμπεράσματα που θα οδηγήσουν στη μείωση του οικονομικού κόστους μιας κατασκευής. Παράλληλα, ο βέλτιστος σχεδιασμός υποβοηθάται από την ραγδαία εξέλιξη της τεχνολογίας και γίνεται συνεχώς πιο προσβάσιμος, καθώς συνεχώς μειώνεται το υπολογιστικό κόστος που απαιτείται για τη βελτιστοποίηση μιας κατασκευής.

Το πρώτο βήμα αποτέλεσε η ανάπτυξη ενός αλγορίθμου βασισμένου στη μέθοδο Σμήνους Σωματιδίων έτσι, ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί για το βέλτιστο σχεδιασμό κατασκευών από χάλυβα. Βασικοί στόχοι υπήρξαν, καταρχήν, η ανάπτυξη λογισμικού που θα υλοποιεί τη μέθοδο Σμήνους Σωματιδίων, έπειτα η χρήση κάποιου λογισμικού για την ανάλυση των φορέων και, τέλος, η διαμόρφωση της σύνδεσης των δύο προαναφερθέντων λογισμικών.

Για να επιτευχθεί αυτό, αναπτύχθηκαν στις γλώσσες προγραμματισμού Java και C# τα προγράμματα «PSOUnconstrained», «PSOConstrained» και «PSOStructural». Τα πρώτα δύο προγράμματα χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων χωρίς και με περιορισμούς, αντίστοιχα, ενώ το τελευταίο χρησιμοποιήθηκε για το βέλτιστο σχεδιασμό κατασκευών.

Σε όλες τις περιπτώσεις, τα αποτελέσματα του λογισμικού συγκρίθηκαν και ελέγχθηκαν με προβλήματα αξιολόγησης από τη βιβλιογραφία και έγιναν οι απαραίτητες τροποποιήσεις όπου αυτό κρίθηκε αναγκαίο. Τα προβλήματα που επιλύθηκαν επιλέχθηκαν από ένα εύρος προβλημάτων με διαβαθμίσεις ως προς την πολυπλοκότητα.

Όσον αφορά τα προβλήματα κατασκευών, η συνεχής μορφή του αλγορίθμου PSO τροποποιήθηκε για να χειρίζεται διακριτές τιμές μεταβλητών, προκειμένου να μπορεί να χρησι-

μοποιηθεί σε προβλήματα κατασκευών που αποτελούνται από τυποποιημένες διατομές χάλυβα. Για την ανάλυση των φορέων χρησιμοποιήθηκε το εμπορικό λογισμικό SAP2000 και οι εντολές που ήταν διαθέσιμες μέσω της προσφερόμενης διεπαφής (OAPI – Open Application Programming Interface) στην τελευταία έκδοση του προγράμματος (v. 17.1.0). Για το σχεδιασμό των φορέων με βάση τον Ευρωκώδικα 3, χρησιμοποιήθηκε η ενότητα σχεδιασμού που προσφέρεται από το πρόγραμμα (EC3 Steel Design module).

6.2 Συμπεράσματα για τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης

Ως επί το πλείστον, ο αλγόριθμος Σμήνους Σωματιδίων αποδείχθηκε αποτελεσματικός ως προς την εύρεση της βέλτιστης λύσης, τόσο σε μαθηματικά προβλήματα όσο και στις κατασκευές που μελετήθηκαν. Το υπολογιστικό κόστος της μεθόδου ήταν σχετικά μικρό, καθώς η μέθοδος χαρακτηρίζεται από απλές σχέσεις ανανέωσης της θέσης και της ταχύτητας των σωματιδίων, και η σύγκλιση ιδιαίτερα ικανοποιητική.

Σε ένα μικρό αριθμό περιπτώσεων, σε μαθηματικά προβλήματα που χαρακτηρίζονται από μεγάλο πλήθος τοπικών ακροτάτων, παρατηρήθηκε ότι ο αλγόριθμος εγκλωβιζόταν σε τοπικά βέλτιστες περιοχές, χωρίς να επιτυγχάνεται η εύρεση της ολικά βέλτιστης λύσης. Αυτό οφείλεται πιθανότατα στη μορφή του αλγορίθμου που χρησιμοποιείται, η οποία δεν προσφέρει την απαιτούμενη ευελιξία για την αποφυγή αυτών των περιοχών, και θα μπορούσε να τροποποιηθεί κατάλληλα στο μέλλον.

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι, σε προβλήματα κατασκευών με πολλά μέλη, το υπολογιστικό κόστος ήταν σημαντικό. Αυτό δεν οφείλεται τόσο στον αλγόριθμο βελτιστοποίησης όσο στο πρόγραμμα ανάλυσης, το οποίο απαιτεί αρκετό χρόνο για τη διεκπεραίωση κάθε ανάλυσης. Ωστόσο, θα μπορούσε να μειωθεί με την τροποποίηση του λογισμικού που αναπτύχθηκε, ώστε να χρησιμοποιεί πολλαπλά νήματα υπολογισμού (multi-threading). Μάλιστα, η μέθοδος ΒΣΣ προτείνεται για αυτό το σκοπό, καθώς οι υπολογισμοί που πραγματοποιούνται για κάθε σωματίδιο είναι ανεξάρτητοι από αυτούς των υπολοίπων σωματιδίων. Επομένως, μια ομαδοποίηση των σωματιδίων σε ξεχωριστά νήματα είναι ίσως απαραίτητη για να υπάρξει σημαντική μείωση του χρόνου υπολογισμού.

6.3 Συμπεράσματα για το πρόγραμμα ανάλυσης

Το SAP2000 αποτελεί ένα δοκιμασμένο εμπορικό λογισμικό για την ανάλυση φορέων και κάλυψε πλήρως τις ανάγκες της παρούσας εργασίας. Όσον αφορά το σχεδιασμό, χρησιμοποιήθηκε το module σχεδιασμού που βασίζεται στον Ευρωκώδικα 3 και το οποίο περιέχει αρκετές απλοποιητικές παραδοχές, κυριότερα στη θέση επιβολής των φορτίων και στον υπολογισμό της ελαστικής κρίσιμης ροπής των μελών κατά τον έλεγχο λυγισμού. Κάτι τέτοιο θα μπορούσε να αποφευχθεί με χρήση κάποιου διαφορετικού module ή, σε ορισμένες

περιπτώσεις, με χειροκίνητη επέμβαση στις τιμές του προγράμματος, κάτι που δεν είναι πάντοτε εφικτό.

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι, λόγω χρήσης της προσφερόμενης διεπαφής του προγράμματος (OAPI), υπήρχαν ορισμένοι περιορισμοί κατά την ανταλλαγή πληροφοριών με το πρόγραμμα βελτιστοποίησης. Για το λόγο αυτό, κάποια από τα αποτελέσματα (πχ βέλη κάμψης, αξονικές τάσεις) δεν ήταν δυνατό να ληφθούν, με αποτέλεσμα να υπολογίζονται εμμέσως και να παρουσιάζουν μικρές αποκλίσεις σε σχέση με τα πραγματικά.



Βιβλιογραφία

Αγγλική

1. Vagelis Plevris, “Innovative Computational Techniques for the Optimum Structural Design Considering Uncertainties”, Athens, Greece, 2009.
2. Konstantinos E. Parsopoulos, Michael N. Vrahatis, “Particle Swarm Optimization Method for Constrained Optimization Problems”, Patras, Greece.
3. Slawomir Koziel, Xin-She Yang, “Computational Optimization, Methods and Algorithms”, Berlin, Germany 2011.
4. Klaus Schittkowski, “Test Examples for Nonlinear Programming Codes – All Problems from the Hock-Schittkowski-Collection”, Bayreuth, Germany, 2009.
5. Vagelis Plevris, Manolis Papadrakakis, “A Hybrid Particle Swarm – Gradient Algorithm for Global Structural Optimization”, Athens, Greece, 2010.
6. James Kennedy, “Encyclopedia of Machine Learning – Particle Swarm Optimization”, Washington, DC, USA, 2011.

Ελληνική

1. Μ. Παπαδρακάκης, «Ανάλυση Φορέων με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων», Αθήνα, 2001.
2. Ευάγγελος Ε. Πλεύρης, «Βέλτιστος Σχεδιασμός Κατασκευών υπό Δυναμικές Φορτίσεις με Στρατηγικές Εξέλιξης», Αθήνα, 1999.
3. Ι. Βάγιας, Ι. Ερμόπουλος, Γ. Ιωαννίδης, «Σχεδιασμός Δομικών Έργων από Χάλυβα», Αθήνα, 2005.
4. Ιωάννης Κ. Βάγιας, «Σιδηρές Κατασκευές, Ανάλυση και διαστασιολόγηση», Αθήνα, 2003.
5. Γιάννης Ν. Ψυχάρης, «Βασικές διατάξεις Ευρωκώδικα 8», Αθήνα, 2012.
6. Β. Κουμούσης, «Βέλτιστος Σχεδιασμός των Κατασκευών», Αθήνα, 1998.
7. Μ.Γ. Καρλαύτης, Ν.Δ. Λαγαρός, «Επιχειρησιακή έρευνα και βελτιστοποίηση για μηχανικούς», Αθήνα, 2010.

Παράρτημα Α.

Συντελεστές αλληλεπίδρασης (Μέθοδος 2)

Πίνακας Α1 – Συντελεστές αλληλεπίδρασης για μέλη που δεν υπόκεινται σε στρεπτικές παραμορφώσεις


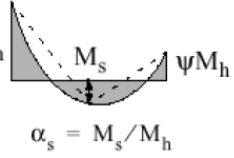
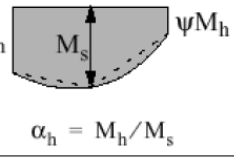
Συντελεστές αλληλεπίδρασης	Τύπος διατομών	Παραδοχή σχεδιασμού	
		ελαστικές ιδιότητες διατομών κατηγορία 3, κατηγορία 4	πλαστικές ιδιότητες διατομών κατηγορία 1, κατηγορία 2
k_{yy}	διατομές I διατομές RHS	$C_{my} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
k_{yz}	διατομές I διατομές RHS	k_{zz}	$0,6 k_{zz}$
k_{zy}	διατομές I διατομές RHS	$0,8 k_{yy}$	$0,6 k_{yy}$
k_{zz}	διατομές I	$C_{mz} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left(1 + (2\bar{\lambda}_z - 0,6) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
	διατομές RHS	$\leq C_{mz} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left(1 + (\bar{\lambda}_z - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$

Για διατομές I και H και ορθογωνικές κοίλες διατομές με αξονική θλίψη και μονοαξονική κάμψη $M_{y,Ed}$ ο συντελεστής k_{zy} μπορεί να είναι $k_{zy} = 0$.

Πίνακας Α2 – Συντελεστές αλληλεπίδρασης για μέλη που υπόκεινται σε στρεπτικές παραμορφώσεις

Συντελεστές αλληλεπίδρασης	Παραδοχές σχεδιασμού	
	ελαστικές ιδιότητες διατομών κατηγορία 3, κατηγορία 4	πλαστικές ιδιότητες διατομών κατηγορία 1, κατηγορία 2
k_{yy}	k_{yy} από τον Πίνακα Β.1	k_{yy} από τον Πίνακα Β.1
k_{yz}	k_{yz} από τον Πίνακα Β.1	k_{yz} από τον Πίνακα Β.1
k_{zy}	$\left[1 - \frac{0,05 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}}{(C_{mLT} - 0,25) \chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[1 - \frac{0,05 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}}{(C_{mLT} - 0,25) \chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$	$\left[1 - \frac{0,1 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}}{(C_{mLT} - 0,25) \chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[1 - \frac{0,1 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}}{(C_{mLT} - 0,25) \chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ <p>για $\bar{\lambda}_z < 0,4$:</p> $k_{zy} = 0,6 + \bar{\lambda}_z \leq 1 - \frac{0,1 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}}{(C_{mLT} - 0,25) \chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}$
	k_{zz}	k_{zz} από τον Πίνακα Β.1

Πίνακας Α3 – Συντελεστές ισοδύναμης ομοιόμορφης ροπής στους πίνακες Α1 και Α2.

Διάγραμμα ροπής	Περιοχή		C_{my} και C_{mz} και C_{mLT}	
			Ομοιόμορφο φορτίο	Συγκεντρωμένο φορτίο
 M ψM	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$	
 M_h M_s ψM_h $\alpha_s = M_s/M_h$	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,1 - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$-0,8\alpha_s \geq 0,4$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,1(1-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2(-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$
 M_h M_s ψM_h $\alpha_h = M_h/M_s$	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,95 + 0,05\alpha_h(1+2\psi)$	$0,90 - 0,10\alpha_h(1+2\psi)$
Για μέλη με λυγισμό από μετάθεση ο συντελεστής ισοδύναμης ομοιόμορφης ροπής πρέπει να λαμβάνεται $C_{my} = 0,9$ ή $C_{Mz} = 0,9$ αντίστοιχα.				
Γα C_{my} , C_{mz} και C_{mLT} πρέπει να λαμβάνονται σύμφωνα με το διάγραμμα ροπών μεταξύ των αντίστοιχων πλευρικά στηριζόμενων σημείων ως εξής:				
συντελεστής ροπής	άξονας κάμψης	σημεία εξασφαλιζόμενα κατά τη διεύθυνση		
C_{my}	y-y	z-z		
C_{mz}	z-z	y-y		
C_{mLT}	y-y	y-y		