



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ & ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
Δ.Π.Μ.Σ. "ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ"

Μελέτη κεντρικής δρομολόγησης σε κατάσταση εκκένωσης  
κλειστής περιοχής με χρήση της θεωρίας παιγνίων

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

ΠΑΠΑΝΙΚΟΛΑΟΥ ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ

Επιβλέπων : Αντωνίου Κωνσταντίνος  
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Νοέμβριος 2014





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ & ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
Δ.Π.Μ.Σ. "ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ"

Μελέτη κεντρικής δρομολόγησης σε κατάσταση εκκένωσης κλειστής  
περιοχής με χρήση της θεωρίας παιγνίων

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

ΠΑΠΑΝΙΚΟΛΑΟΥ ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ

Επιβλέπων : Αντωνίου Κωνσταντίνος  
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 3<sup>η</sup> Νοεμβρίου 2014.

(Υπογραφή)

.....  
Αντωνίου Κωνσταντίνος  
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....  
Σπυροπούλου Ιωάννα  
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....  
Παναγόπουλος Αθανάσιος  
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Νοέμβριος 2014

*(Υπογραφή)*

.....

**ΠΑΠΑΝΙΚΟΛΑΟΥ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ**

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π., MBA

© 2014 – All rights reserved

## Περίληψη

Ο σκοπός της διπλωματικής εργασίας ήταν η μελέτη του προβλήματος της κεντρικής δρομολόγησης της κυκλοφοριακής κίνησης με τη βοήθεια των αρχών της θεωρίας παιγνίων. Συγκεκριμένα αναφέρθηκε το πρόβλημα της δρομολόγησης σε περίπτωση που μια περιοχή εκκενώνεται λόγω κάποιας κατάστασης εκτάκτου ανάγκης, το οποίο μοντελοποιήθηκε ως ένα παίγνιο συμφόρησης.

Συγκεκριμένα, μελετήθηκε το πρόβλημα της εκκένωσης της περιοχής της Πολυτεχνειούπολης Ζωγράφου. Η Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου είναι μια κλειστή περιοχή ελεγχόμενης εισόδου-εξόδου με 3 δυνατές εξόδους. Μελετήθηκαν σενάρια κατά τα οποία είναι διαθέσιμη 1 ή 2 ή και οι 3 εξοδοί σε διάφορες αρχικές κυκλοφοριακές ροές του δικτύου. Για κάθε μια από τις μελετώμενες καταστάσεις υπολογίστηκε ο χρόνος που χρειάζεται κάποιος για να μεταβεί από έναν από τους κύριους χώρους στάθμευσης σε μια διαθέσιμη έξοδο.

Η μεθοδολογία αυτή μπορεί να γίνει οδηγός για την πραγματοποίηση περαιτέρω μελέτης σεναρίων εκκένωσης τόσο στην Πολυτεχνειούπολη όσο και σε ευρύτερες ή μεγαλύτερης σημασίας περιοχές.

**Λέξεις Κλειδιά:** θεωρία παιγνίων, παίγνιο συμφόρησης, κυκλοφοριακό δίκτυο, κεντρική δρομολόγηση, εκκένωση περιοχής



## **Abstract**

The scope of this thesis was the study of the problem of centralized routing of traffic flows into a network using the principles of game theory. In specific, there was mentioned the case of the centralized routing when an area needs to be evacuated due to emergency reasons. This problem was presented as a congestion game.

The area where the case is studied is the Zografou NTUA Campus, which is a closed area with controlled entrance and exit. Multiple evacuation scenarios were studied in which one or two or all of the area exits are available for the routing process and different traffic flows are present in the initial state. The calculated metric is the time delay for paths between multiple main parking areas and the available exits.

This methodology can be used as a guide for further study of evacuation scenarios in campus area or in other larger and more important areas.

**Keywords:** game theory, congestion game, traffic network, centralized routing





## Πίνακας περιεχομένων

<b>1</b>	<b>Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
1.1	Αντικείμενο διπλωματικής	1
1.2	Επιμέρους τομείς εργασίας	1
1.3	Οργάνωση κειμένου	2
<b>2</b>	<b>Σχετικές εργασίες</b>	<b>5</b>
2.1	Παίγνια Εναντίον Δαίμονα	6
2.2	Παίγνια μεταξύ ταξιδιωτών	8
2.3	Παίγνια μεταξύ των αρχών	11
2.4	Παίγνια μεταξύ ταξιδιωτών και αρχών	12
<b>3</b>	<b>Θεωρητικό υπόβαθρο</b>	<b>19</b>
3.1	Βασικές έννοιες	19
3.1.1	Θεωρία παιγνίων	19
3.1.2	Παίγνιο - Ορισμός	19
3.1.3	Στοιχεία παιγνίου	19
3.1.4	Κλασικό παράδειγμα παιγνίου - Το Δίλημμα του φυλακισμένου	20
3.1.5	Κατάσταση ισορροπίας παιγνίων	22
3.1.5.1	Λύση κυρίαρχης στρατηγικής (dominant strategy equilibrium)	22
3.1.5.2	Ισορροπία Nash αμιγούς στρατηγικής	22
3.1.5.3	Ισορροπία Nash μικτής στρατηγικής	23
3.1.5.4	Άλλα είδη ισορροπίας	23
3.2	Παίγνια συμφοράς	24
3.2.1	Ορισμός	24
3.2.2	Υπολογισμού σημείου ισορροπίας	25
3.2.3	Παίγνια δυναμικού (Potential games)	26
3.3	Μη ατομικά παίγνια συμφοράς (Non atomic congestion games)	27
3.3.1	Εγωιστική επιλογή δρομολόγησης και το τίμημα της αναρχίας	29

3.4	Μοντελοποίηση προβλήματος δρομολόγησης σε περίπτωση εκκένωσης κλειστής περιοχής ως παίγνιο συμφόρησης .....	33
<b>4</b>	<b>Λογισμικό επίλυσης παιγνίου .....</b>	<b>35</b>
4.1	Λογισμικό προετοιμασίας δεδομένων .....	35
4.1.1	Ορισμός κόμβων δικτύου .....	35
4.1.2	Ορισμός συνδέσμων δικτύου .....	36
4.1.3	Υπολογισμός πίνακα γειτνίασης .....	36
4.1.4	Υπολογισμός βοηθητικών πινάκων .....	37
4.1.5	Εξαγόμενα αρχεία .....	37
4.2	Λογισμικό επίλυσης παιγνίου συμφόρησης .....	38
4.2.1	Λίγα λόγια για το Matlab .....	38
4.2.2	Στάδια εκτέλεσης λογισμικού .....	38
4.2.2.1	Αρχικοποίηση εκτέλεσης .....	38
4.2.2.2	Εκτέλεση βήματος εύρεσης διαδρομής βέλτιστης απόκρισης .....	41
4.2.2.3	Απεικόνιση αποτελεσμάτων .....	43
<b>5</b>	<b>Υλοποίηση και μελέτη σεναρίων εκκένωσης .....</b>	<b>45</b>
5.1	Ορισμός οδικού δικτύου .....	45
5.2	Σενάρια μελέτης .....	48
5.2.1	Υποθέσεις υλοποίησης .....	48
5.2.1.1	Μέγιστη ροή από κύρια σημεία στάθμευσης .....	49
5.2.1.2	Περιγραφή αρχικής συμφόρησης δικτύου .....	49
5.2.1.3	Μέση ταχύτητα κίνησης .....	50
5.2.2	Παράμετροι μελέτης .....	50
5.2.3	Σενάριο 1 - Επίδραση της ώρας εκκένωσης της περιοχής με βάση της συνθήεις πραγματικές συνθήκες .....	51
5.2.3.1	Συνοπτικοί πίνακες – διαγράμματα .....	52
5.2.4	Σενάριο 2 – Επίδραση της μέσης ταχύτητας κίνησης .....	57
5.2.4.1	Συνοπτικοί πίνακες – διαγράμματα .....	58
5.2.5	Σενάριο 3 – Μη διαθεσιμότητα τμημάτων του οδικού τμήματος κατά τη διάρκεια της εκκένωσης .....	67

5.2.5.1 Συνοπτικοί πίνακες – διαγράμματα.....	68
<b>6 Συμπεράσματα.....</b>	<b>75</b>
<b>Παράρτημα .....</b>	<b>77</b>
<b>Βιβλιογραφία .....</b>	<b>85</b>



# 1

## *Εισαγωγή*

### *1.1 Αντικείμενο διπλωματικής*

Η παρούσα διπλωματική ασχολείται με τη μελέτη και την προσομοίωση διαφόρων σεναρίων δρομολόγησης σε καταστάσεις εκκένωσης κλειστής περιοχής με τη βοήθεια της θεωρίας παιγνίων. Πιο συγκεκριμένα, και χωρίς να παρατίθενται προς το παρόν περισσότερες λεπτομέρειες, το πρόβλημα αυτό μοντελοποιείται ως ένα παίγνιο συμφόρησης (congestion game) το οποίο επιλύεται για διάφορες υποθέσεις με τη βοήθεια λογισμικού που υλοποιήθηκε γι' αυτόν τον σκοπό. Στόχος είναι η μελέτη της επίδρασης των υποθέσεων αυτών στο μέσο χρόνο εκκένωσης της κλειστής περιοχής, ο οποίος αποτελεί και τον κρίσιμο παράγοντα σε τέτοιες περιπτώσεις.

### *1.2 Επιμέρους τομείς εργασίας*

Η επίλυση του παιγνίου του προβλήματος που μελετάται απαιτεί την εργασία πάνω σε επιμέρους θέματα, θεωρητικά και πρακτικά, τα οποία πραγματοποιήθηκαν και παρουσιάζονται στα πλαίσια της παρούσας εργασίας. Πιο συγκεκριμένα:

1. Παρουσιάζονται υπάρχουσες μεθοδολογίες και θεωρητικά μοντέλα που βασίζονται γενικότερα στην χρήση της θεωρίας παιγνίων για την επίλυση κυκλοφοριακών προβλημάτων.

2. Γίνεται αναφορά στη θεωρία των μη συνεργατικών παιγνίων, και πιο συγκεκριμένα στα παίγνια συμφόρησης και στα παίγνια δυναμικού, τα οποία προτείνουμε για την προσέγγιση των κυκλοφοριακών δικτύων.
3. Ορίζεται πλήρως ένα πρόβλημα εκκένωσης κλειστής περιοχής ως ένα παίγνιο συμφόρησης.
4. Αναπτύχθηκε και παρουσιάζεται κατάλληλο λογισμικό στη γλώσσα προγραμματισμού Matlab για την υλοποίηση και αξιολόγηση της προτεινόμενης θεωρητικής μεθοδολογίας που βασίζεται στην επίλυση παιγνίων συμφόρησης.
5. Παρουσιάζεται ρεαλιστικό σενάριο υλοποίησης της μεθοδολογίας προσομοιώνοντας πραγματική περιοχή και αξιολογείται η επίδοση της προτεινόμενης μεθοδολογίας με χρήση του λογισμικού που αναπτύχθηκε και με βάση πραγματικά δεδομένα. Πιο συγκεκριμένα η αξιολόγηση της επίδοσης του προτεινόμενου μοντέλου πραγματοποιήθηκε για την περιοχή της Πολυτεχνειούπολης Ζωγράφου, καθώς αποτελεί ένα εξαιρετικό παράδειγμα μέσης έκτασης για το πρόβλημα που μελετάται.
6. Τέλος, παρουσιάζονται διάφορες εκδοχές του αρχικού προβλήματος ώστε να μελετηθούν οριακές συνθήκες ως προς την επίλυση του παιγνίου.

### ***1.3 Οργάνωση κειμένου***

Η οργάνωση της παρούσας εργασίας γίνεται στα εξής μέρη:

Στο Κεφάλαιο 1 γίνεται μια σύντομη εισαγωγή. Αναφέρονται επιγραμματικά όσα υλοποιήθηκαν στα πλαίσια της εργασίας και παρουσιάζεται η διάρθρωση των επιμέρους κεφαλαίων της.

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται κάποιες προσεγγίσεις που έχουν πραγματοποιηθεί στο πεδίο των μεταφορών με τη χρήση της θεωρίας παιγνίων. Γίνεται μια σύντομη αναφορά στην τρέχουσα βιβλιογραφία και παρουσιάζεται ο τρόπος επίλυσης τους ως παίγνια.

Στο Κεφάλαιο 3 γίνεται μια σύντομη αναφορά στις βασικές αρχές της θεωρίας παιγνίων. Ορίζονται βασικά μεγέθη, παρουσιάζονται κλασικά παραδείγματα από τη βιβλιογραφία και τέλος αναπτύσσεται εκτενώς η προτεινόμενη μεθοδολογία για την επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης με χρήση μη συνεργατικών παιγνίων. Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται το λογισμικό που αναπτύχθηκε και χρησιμοποιήθηκε, στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, για την επίλυση του παιγνίου.

Στο Κεφάλαιο 5 ορίζεται το παίγνιο που μελετάται καθώς και η μεθοδολογία που χρησιμοποιείται για την επίλυσή του. Περιγράφονται όλα τα σενάρια που μελετούνται στα πλαίσια της εργασίας και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για το καθένα.

Στο κεφάλαιο 6 αναφέρονται τα συμπεράσματα από την παρούσα εργασία και γίνονται προτάσεις για μελλοντική εργασία.





# 2

## *Σχετικές εργασίες*

Η θεωρία μη συνεργατικών παιγνίων είναι μια σημαντική πηγή των προτύπων για την πολιτική λήψης αποφάσεων και τη μελέτη συμπεριφοράς. Ανάμεσα στις εφαρμογές της θεωρίας των μη συνεργατικών παιγνίων σε ένα ευρύ φάσμα πεδίων, διάφορα μοντέλα έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία των μεταφορών. Η θεωρία μη συνεργατικών παιγνίων παρέχει ισχυρά εργαλεία για την ανάλυση των συστημάτων μεταφορών, επειδή ασχολείται με καταστάσεις που εμπλέκουν πολλαπλούς φορείς λήψης αποφάσεων, των οποίων οι στόχοι συγκρούονται πλήρως ή εν μέρει.

Καταστάσεις που έχουν μοντελοποιηθεί ως παίγνια συνήθως περιλαμβάνουν διάφορα μέρη (παίκτες) που έχουν διαφορετικά ενδιαφέροντα και πρέπει να αποφασίσουν πώς να συμπεριφέρονται. Το επίπεδο κέρδους ή απολαβής του κάθε συμβαλλόμενου δεν εξαρτάται μόνο από τις δικές του ενέργειες, αλλά από τις επιλογές των άλλων μερών. Η μαθηματική διατύπωση όλων των παιγνίων είναι παρόμοια, είτε ρητά είτε σιωπηρά, σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης που περιλαμβάνει περισσότερους από έναν στόχους, και οι μεταβλητές απόφασης (πόροι) μοιράζονται από κοινού με τους διαφορετικούς στόχους (στρατηγικές). Ο καθορισμός ενός παιγνίου απαιτεί ταυτοποίηση των παικτών, τις εναλλακτικές στρατηγικές τους και τους στόχους τους. Η διατύπωση ενός προβλήματος ως ένα παίγνιο έχει αξία αν η λύση, όπως η ισορροπία Nash ή η ισορροπία Stackelberg, οδηγεί σε νέες ιδέες σχετικά με την ανάλυση του προβλήματος.

Τα παίγνια, στη βιβλιογραφία [1], κατατάσσονται γενικά σε ομάδες με δύο τρόπους. Ένας τρόπος κατηγοριοποίησης διαχωρίζει τα παίγνια σε παίγνια έννοιας και παίγνια οργάνου.

- Τα παίγνια έννοιας εστιάζουν σε περιπτώσεις μικρής κλίμακας που είναι τμήματα μεγαλύτερων προβλημάτων, και στοχεύουν να δημιουργήσουν θεωρητικές αρχές. Καίρια συμβολή τους είναι στην ποιοτική εισαγωγή των νέων ιδεών, και εάν περιλαμβάνουν ένα υπολογιστικό στοιχείο, είναι συχνά διακριτού χαρακτήρα.

- Τα παίγνια οργάνου ασχολούνται με πλήρους μεγέθους, ρεαλιστικά σενάρια και είναι application-oriented. Στοχεύουν κυρίως στον καθορισμό των τιμών των μεταβλητών. Η δεύτερη μέθοδος ομαδοποίησης που χρησιμοποιείται έχει να κάνει με το ποιοι είναι οι παίκτες. Με βάση αυτό το κριτήριο, καθορίζονται τέσσερις ομάδες παιγνίων: παίγνια εναντίον ενός δαίμονα (αυτόματου ρυθμιστή που είναι προγραμματισμένος με κάποιο τρόπο ώστε γενικά να δυσχεραίνει τους παίκτες και τις συνθήκες του παίγνιου), παίγνια μεταξύ ταξιδιωτών, παίγνια μεταξύ αρχών, και παίγνια μεταξύ των ταξιδιωτών και αρχών.

## 2.1 *Παίγνια Εναντίον Δαίμονα*

Στην ενότητα αυτή θα ομαδοποιήσουμε προβλήματα που διαμορφώνονται ως παίγνια μηδενικού αθροίσματος, τα οποία είναι η πιο βασική δομή στη θεωρία μη συνεργατικών παιγνίων. Παίγνια μηδενικού αθροίσματος είναι παίγνια στα οποία όσο κερδίσει ο ένας παίκτης, χάνει ο άλλος. Παίγνια τόσο απλής μορφής σημαίνουν αυστηρό ανταγωνισμό μεταξύ των παικτών: υπάρχει μόνο μία αντικειμενική συνάρτηση, ότι ένας παίκτης θέλει να μεγιστοποιήσει και ο άλλος θέλει να ελαχιστοποιήσει. Αυτή η απλή δομή οδηγεί σε ένα μάλλον αφηρημένο ορισμό των παικτών, ο οποίος όμως παραδόξως δεν είναι ιδιαίτερα απλή υπόθεση.

Ο Colony (1970) διατυπώνει ένα πρόβλημα επιλογής διαδρομής ως ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος. Ένας από τους παίκτες είναι ένας οδηγός που επιλέγει αν θα χρησιμοποιήσει μια οδική αρτηρία, όπου ο όγκος της κίνησης δεν επηρεάζει τις συνθήκες οδήγησης, ή έναν αυτοκινητόδρομο, όπου η κίνηση οδηγεί σε πιο διαταραγμένη οδήγηση. Ο άλλος παίκτης είναι μια φανταστική οντότητα, η οποία επιλέγει το επίπεδο εξυπηρέτησης στο δρόμο, και προσπαθεί να διαταράξει το ταξίδι του οδηγού, όσο το δυνατόν περισσότερο. Ο οδηγός δεν γνωρίζει το αναμενόμενο επίπεδο υπηρεσιών και κάνει διάφορες υποθέσεις σχετικά με την κατάσταση της αβεβαιότητας. Παρά την επιλογή ταυτοχρονισμού, χρησιμοποιούνται άλλοι όροι εκτός της ισορροπίας Nash και προκύπτει η ευκαιρία για ένα λογικό επίπεδο υπηρεσίας που κάνει τον οδηγό να αλλάξει γνώμη.

Ο Bell (2000) περιγράφει ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος μεταξύ ενός οδηγού, που επιλέγει μια διαδρομή μέσα από ένα οδικό δίκτυο, και μία κακιά οντότητα (daemon), που επιλέγει τα κόστη της χρήσης των συνδέσμων του δικτύου. Ο οδηγός στοχεύει στην ελαχιστοποίηση του κόστους ταξιδιού, ενώ η κακιά οντότητα επιθυμεί να αυξηθεί, αναλυτικά:

$$\max_q(\min_p(\sum_{ij} p_i c_{ij} q_j)) \quad 2.1$$

όπου  $i$  είναι ένας δείκτης για τους οδικούς συνδέσμους,  $j$  είναι ένας δείκτης για κάθε εφικτό σύνολο από κόστη συνδέσμων,  $p_i$  είναι η πιθανότητα ένας οδηγός να επιλέξει ένα μονοπάτι που περνά από το σύνδεσμο  $i$ ,  $q_j$  είναι η πιθανότητα η κακή οντότητα να επιλέξει το σύνολο  $j$  και  $c_{ij}$  είναι το κόστος της οδήγησης μέσω του συνδέσμου  $i$  όταν το επιλεγμένο σύνολο του συνολικού κόστους είναι  $j$ . Δεδομένου ότι ο οδηγός δεν μπορεί να προβλέψει την απόφαση του δαίμονα, το κόστος ισορροπίας είναι το κόστος που αυτός θα είναι πρόθυμος να συμβιβαστεί δεδομένης της απαισιόδοξης υπόθεσης του μέγιστου αριθμού εμποδίων. Σε ένα αναξίοπисто σύστημα ο οδηγός θα συμβιβαστεί σε υψηλότερο κόστος, ως εκ τούτου η ισορροπία Nash του παιγνίου προτείνεται ως μέτρο για την αξιολογία του δικτύου.

Οι Bell και Cassir (2002) επεκτείνουν αυτή τη μεθοδολογία σε μία περίπτωση που περιλαμβάνει πολλούς οδηγούς καθώς και ισορροπία χρήστη στο οδικό δίκτυο. Η κακή οντότητα αντικαθίσταται από δαίμονες οι οποίοι ενοχλούν κάθε ζεύγος προέλευσης-προορισμού. Ο σχηματισμός περιέχει μια σειρά από ζεύγη προγραμματιστικών προβλημάτων, που επιλύονται για κάθε ζεύγος προέλευσης-προορισμού.

Μια παρόμοια έννοια χρησιμοποιείται και πάλι από τον Bell (2004) για ένα πρόβλημα δρομολόγησης φορτηγών οχημάτων. Ένα παίγνιο δύο παικτών, μηδενικού αθροίσματος ορίζεται μεταξύ ενός αποστολέα που ψάχνει τη διαδρομή χαμηλότερου κόστους και ενός δαίμονα που έχει τη δύναμη να προκαλέσει μια σύνδεση στην αποτυχία.

Συνεπώς, παρατηρήθηκε ότι σε όλα τα παίγνια μεταφοράς μηδενικού αθροίσματος, οι ταξιδιώτες παίζουν ενάντια κάποιου δαίμονα. Ένας φανταστικός παίκτης δεν είναι ασυνήθιστο φαινόμενο στη θεωρία μη συνεργατικών παιγνίων και μπορεί να αποτελέσει μια ισχυρή προσθήκη εάν η τάση προς κάποια συμπεριφορά περιγράφεται ως η βούληση του παίκτη. Θα πρέπει να σημειωθεί, ωστόσο, ότι μια φυσική τάση να ματαιώσει το ταξίδι του οδηγού είναι μια πολύ αυστηρή υπόθεση. Τα παίγνια του Bell (Bell 2000, Bell και Cassir 2002, Bell 2004) περιγράφουν τα κίνητρα του δαίμονα πειστικά σημειώνοντας ότι η λύση δίνει μια απαισιόδοξη προοπτική, η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως δείκτης αξιολογίας. Το παίγνιο του Colony (1970) στερείται τέτοιας περιγραφής. Όλα τα παίγνια εναντίον του δαίμονα είναι παίγνια έννοιας, αν και τα παίγνια του Bell μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως παίγνια-εργαλεία σε ειδικές περιπτώσεις όπου υπάρχει ενδιαφέρον για τις συνέπειες της χειρότερης περίπτωσης. Σε όλα τα παίγνια της τρέχουσας ομάδας, αυτός που αποφασίζει είναι ένας εξωτερικός παρατηρητής που δεν είναι ένας από τους παίκτες και ο οποίος εμπλέκεται έμμεσα, καθώς μπορεί να μεταβάλλει τα χαρακτηριστικά του δικτύου εισόδου.

## 2.2 Παίγνια μεταξύ ταξιδιωτών

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται εργασίες με παίγνια, όπου όλοι οι παίκτες είναι οι χρήστες του συστήματος μεταφοράς. Ο ορισμός των παικτών εδώ, σε αντίθεση με τον ορισμό τους στην προηγούμενη ομάδα, είναι πολύ απλός.

Ο Fisk (1984) αναφέρει ότι η αρχή ισορροπίας χρήστη του Wardrop (1952), είναι στην πραγματικότητα ένα παίγνιο από τη στιγμή που ταιριάζει με τις συνθήκες της ισορροπίας Nash: κανένας οδηγός δεν μπορεί να μειώσει τον χρόνο του ταξιδιού αλλάζοντας επιλογή μονοπατιού.

Ο Rosenthal (1973) διατυπώνει ένα γενικό παίγνιο μεταξύ των ατόμων που επιλέγουν στοιχεία από ένα δεδομένο σύνολο, όπου το κόστος του κάθε στοιχείου αυξάνεται αν το επιλέξουν περισσότερα άτομα. Ο Rosenthal απεικονίζει μια συγκεκριμένη περίπτωση αυτού του παιγνίου. Το μοντέλο του Rosenthal δεν χρησιμοποιείται συχνά για εφαρμογή στις μεταφορές, αλλά συχνά αναφέρεται ως ένα ιστορικό βήμα προς τις πρόσφατες εξελίξεις στη θεωρία μη συνεργατικών παιγνίων.

Ο Van Vugt et al. (1995) παρουσιάζει ένα παίγνιο στρατηγικής δύο παικτών, όπου κάθε παίκτης επιλέγει είτε το αυτοκίνητο ή τη δημόσια συγκοινωνία. Ο μηχανισμός επιλογής απεικονίζεται στον Πίνακα 1 (όπου δεν έχουν σημασία οι ακριβείς τιμές αλλά οι σχέσεις τους). Οι αριθμοί σε κάθε κελί είναι οι τιμές χρησιμότητας για τον παίκτη 1 και 2 αντιστοίχως. Ο πίνακας δείχνει ότι η χρήση του αυτοκινήτου είναι η καλύτερη επιλογή για κάθε παίκτη μόνο αν ο άλλος παίκτης χρησιμοποιεί τις δημόσιες συγκοινωνίες, δηλαδή, όταν δεν υπάρχει συμφόρηση. Αν και οι δύο επιλέξουν τα μέσα μαζικής μεταφοράς, οι τιμές χρησιμότητας είναι μεγάλες, επειδή αυξημένη επιβατική κίνηση επιτρέπει τη βελτίωση των υπηρεσιών. Παρόλα αυτά, η μόνη ισορροπία Nash είναι όταν και οι δύο ταξιδιώτες επιλέγουν το αυτοκίνητο. Το συμπέρασμα είναι ότι ο εγωιστικός τρόπος που οι ταξιδιώτες επιλέγουν να μετακινηθούν είναι κακό για όλους.

		Παίκτης 2	
		Δημόσια Συγκοινωνία	Αυτοκίνητο
Παίκτης 1	Δημόσια Συγκοινωνία	(4, 4)	(-4, 8)
	Αυτοκίνητο	(8, -4)	(0, 0)

Ο James (1998) διαμορφώνει ένα παίγνιο με  $N$  παίκτες. Κάθε παίκτης είναι ένας ταξιδιώτης που αποφασίζει αν θα χρησιμοποιήσει ή όχι ένα δεδομένο οδικό τμήμα. Η χρησιμότητα στον χρήστη από τη χρήση του δρόμου μειώνεται αν υπάρχουν πολλοί χρήστες. Αυτό αποδεικνύεται σε ένα παράδειγμα δύο παικτών που διαθέτει δύο σημεία ισορροπίας, τα οποία συμβαίνουν όταν ένας από τους παίκτες αποφασίζει να ταξιδέψει και ο άλλος αποφασίζει να μην ταξιδέψει. Το παίγνιο δεν προβλέπει ποιος παίκτης θα παραιτηθεί, και δεν εξηγεί πώς οι παίκτες σε ένα συμμετρικό παίγνιο μπορούν να φτάσουν την ασύμμετρη ισορροπία. Το παίγνιο έχει επίσης μια πιο αποδεκτή, συμμετρική ισορροπία μεικτών στρατηγικών, όπου οι παίκτες έχουν ίσες πιθανότητες να επιλέξουν να ταξιδέψουν. Η αδυναμία να εξηγήσει τις καταστάσεις με αρκετά σημεία ισορροπίας είναι μια γνωστή ανεπάρκεια της θεωρίας μη συνεργατικών παιγνίων.

Ο Levinson (2005) παρουσιάζει παίγνια με δύο ή τρεις οδηγούς που επιλέγουν ώρες αναχώρησης. Τα παίγνια ανακαλύπτουν τα θεμέλια της κυκλοφοριακής συμφόρησης: όταν περισσότεροι από ένας οδηγοί επιλέγουν να αναχωρήσουν την ίδια περίοδο, παρατηρείται συμφόρηση και ένας από τους οδηγούς φθάνει στον προορισμό αργότερα από το επιθυμητό. Αλλαγές στην ισορροπία αμιγούς στρατηγικής, μετά την εισαγωγή της τιμολόγησης της κυκλοφοριακής συμφόρησης, αναλύονται κάτω από διαφορετικές τιμές του κόστους για τους χρήστες του να φτάσουν νωρίς, να φτάσουν αργά ή να φτάσουν στην ώρα τους.

Ο Pedersen (2003) διερευνά την υπόθεση ότι η βελτίωση της ασφάλειας αυξάνει τον αριθμό των οδηγών που συμπεριφέρονται επιθετικά. Ένα παίγνιο ανάμεσα σε δύο οδηγούς παρουσιάζεται, όπου ο καθένας από αυτούς επιλέγει το επίπεδο της φροντίδας τους κατά την οδήγηση. Υπάρχουν δύο τύποι οδηγών: περιστέρια και γεράκια. Το αν οι παίκτες είναι περιστέρια ή γεράκια αποτελεί είσοδο στο παίγνιο. Σε μια κατάσταση όπου συναντώνται δύο περιστέρια, το παίγνιο επιλύεται ως ένα παίγνιο Cournot με την ισορροπία Nash, υποθέτοντας ότι οι οδηγοί δρουν ταυτόχρονα. Μια συνάντηση ανάμεσα σε ένα γεράκι και ένα περιστέρι επιλύεται ως ένα παίγνιο Stackelberg, όπου το γεράκι είναι ο ηγέτης. Όταν συναντιούνται δύο γεράκια, ο συγγραφέας προτείνει ότι αυτοί οι δύο προσπαθούν λανθασμένα να συμπεριφερθούν ως ηγέτες, πράγμα που οδηγεί σε μια κατάσταση μη ισορροπίας. Το παίγνιο του Pedersen χρησιμοποιεί συμβάσεις της θεωρίας μη συνεργατικών παιγνίων για να μοντελοποιήσει την οδική ασφάλεια με ένα πρωτότυπο τρόπο, αν και θα πρέπει να σημειωθεί ότι ορισμένα από τα συμπεράσματα από την ανάλυση προκύπτουν άμεσα από τις υποθέσεις του.

Ο Tay (2002) παρουσιάζει ένα άλλο θέμα ασφάλειας, μεταξύ δύο παικτών, ως παίγνιο στρατηγικής. Και οι δύο παίκτες σκοπεύουν να αγοράσουν ένα αυτοκίνητο, και μπορούν να

επιλέξουν ένα μεγάλο ή ένα μικρό αυτοκίνητο με σκοπό να ελαχιστοποιήσουν το σχετικό κίνδυνο να τραυματιστεί ο οδηγός σε περίπτωση σύγκρουσης μεταξύ τους. Τα δεδομένα του προβλήματος παρουσιάζονται και προκύπτει το συμπέρασμα ότι το συνολικό κόστος είναι ελάχιστο όταν και οι δυο αγοράσουν μικρό αυτοκίνητο. Ωστόσο αν οι παίκτες αγοράσουν ένα μεγάλο αυτοκίνητο μπορούν να μειώσουν το δικό τους ρίσκο. Η ισορροπία επιτυγχάνεται μόνο όταν και οι δύο παίκτες αγοράζουν μεγάλα αυτοκίνητα, το οποίο είναι ένα χειρότερο αποτέλεσμα από το σενάριο όπου και οι δύο επιλέγουν μικρά αυτοκίνητα.

Όλα τα παίγνια μεταξύ των ταξιδιωτών είναι παίγνια έννοιας που απεικονίζουν διάφορες πτυχές της ισορροπίας χρήστη. Οι περισσότεροι από αυτούς (Wardrop 1952, Rosenthal 1973, Van Vugt et al. 1995, James 1998, Levinson 2005) παρουσιάζουν την έννοια του ανταγωνισμού μεταξύ των ταξιδιωτών σε περιορισμένο χώρο κυκλοφορίας: κάθε παίκτης προτιμά να έχει πολύ χώρο για δική του χρήση, και η είσοδος ενός νέου χρήστη έχει ως αποτέλεσμα μειωμένη χρησιμότητα για όλους. Για την υλοποίηση αυτής της ιδέας πέρα από τις υπολογιστικές δυσκολίες που επιβάλλει η θεωρία μη συνεργατικών παιγνίων, τα περισσότερα παίγνια μεταξύ των ταξιδιωτών επικεντρώνονται σε ένα μικρό δίκτυο με ένα μικρό αριθμό παικτών, των οποίων η συμπεριφορά είναι απόλυτα συμμετρική, καθώς όλοι έχουν ίσους στόχους και ίσες στρατηγικές. Το μοντέλο του Wardrop (Wardrop 1952), αν και η εισαγωγή του ως παίγνιο προτάθηκε από τον Fisk μετά από χρόνια εφαρμογής (Fisk 1984), αποτελεί ένα ισχυρό παίγνιο οργάνου. Αν οι πληροφορίες σχετικά με την κατανομή του επιπέδου της επιθετικότητας μεταξύ των οδηγών είναι διαθέσιμο, το παίγνιο Pedersen (Pedersen 2003) επίσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ένα παίγνιο οργάνου. Πολλά από τα παίγνια (Van Vugt et al 1995., James 1998, Levinson 2005, Tay 2002) συζητούν τις περιπτώσεις του διάσημου Διλήμματος του Φυλακισμένου του οποίου η βασική αρχή είναι ότι: όλοι οι παίκτες θα είναι σε καλύτερη κατάσταση, αν δεν ενεργούσαν εγωιστικά.

Όπως και στα παίγνια εναντίον ενός δαίμονα, ο ρόλος που μπορούν να πάρουν τα παίγνια μεταξύ ταξιδιωτών στην υποστήριξη της απόφασης είναι έμμεσος, καθώς κανένας από τους παίκτες δεν είναι ρυθμιστής της πολιτικής μεταφορών. Ακόμη και όταν ο δημιουργός πολιτικής είναι ουσιαστικά παρών στο παίγνιο, όπως στο σενάριο Levinson, η πολιτική απόφαση δεν παρουσιάζεται ως ένα σύνολο στρατηγικών, και δεν υπάρχει καμία προδιαγραφή των στόχων της πολιτικής. Άρα, καμία πολιτική δεν αποτελεί επομένως ρητή έξοδο του παιχνιδιού. Αυτός που παίρνει τις αποφάσεις σε όλα αυτά τα παίγνια μπορεί να εξετάσει τη ισορροπία προκύπτει για διάφορες παραμέτρους εισόδου, για παράδειγμα σε ένα πλαίσιο αξιολόγησης, αλλά δεν πρέπει να ξεχνάει ότι τα παίγνια δεν αποσκοπούν στην παροχή

συμβουλών για τη βέλτιστη λύση. Θα μπορούσε να πει κανείς ότι τα παίγνια δίνουν την πιο λογική λύση και σχεδόν ποτέ τη βέλτιστη.

### ***2.3 Παίγνια μεταξύ των αρχών***

Στις δύο τελευταίες κατηγορίες γίνεται αναφορά σε παίγνια όπου τουλάχιστον ένας από τους παίκτες είναι μια αρχή ή μια εταιρεία. Για λόγους ευκολίας, δεν είναι απαραίτητο να γίνει διάκριση μεταξύ των επίσημων αρχών (κυβερνητικών, δημοτικών, περιφερειακών) και εταιρειών (όπως φορείς εκμετάλλευσης των δημόσιων υπηρεσιών μεταφορών ή δρόμους με διόδια), επειδή ο στόχος των εταιρειών και των αρχών βασίζεται στην άθροιση κάποιας αξίας σε όλο το σύστημα μεταφορών. Επίσης πρέπει να τονιστεί ότι τα παίγνια που περιλαμβάνουν και αρχές και ταξιδιώτες έχουν ορισμένα ειδικά χαρακτηριστικά και συνεπώς εξετάζονται χωριστά στην επόμενη ενότητα. Η ομάδα των παιχνιδιών που αναφέρονται σε αυτήν την ενότητα περιλαμβάνει μόνο δύο παίγνια, στα οποία οι αρχές αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, χωρίς τη συμμετοχή ταξιδιωτών.

Ο Castelli et al. (2004) διατυπώνει ένα παίγνιο ανάμεσα σε δύο αρχές, οι οποίες έχουν διαφορετικές ευθύνες σε ένα δίκτυο εμπορευματικών μεταφορών. Η πρώτη αρχή καθορίζει τις ροές στους δρόμους του δικτύου, με στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους μεταφοράς. Η άλλη αρχή καθορίζει τις ικανότητες των δρόμων του δικτύου, μεγιστοποιώντας το κέρδος, το οποίο είναι ανάλογο προς τη ροή της εμπορευματικής κίνησης μέσα στο δίκτυο. Με βάση τα παραπάνω ορίζονται δύο παίγνια Stackelberg. Σε καθένα από αυτά, ένας από τους παίκτες είναι ο ηγέτης ο άλλος είναι ο ακόλουθος.

Οι Martin και Roma (2003) περιγράφουν ένα παίγνιο μεταξύ πολλών αερογραμμών που αποφασίζει πού να βρίσκεται το κέντρο τους και ποιες άμεσες υπηρεσίες να λειτουργούν. Το παίγνιο παίζεται σε δύο στάδια, τα οποία είναι στην πραγματικότητα δύο ξεχωριστά παίγνια. Πρώτον, οι αεροπορικές εταιρείες διαδοχικά επιλέγουν τις θέσεις τους στον κόμβο. Όταν κάθε αεροπορική εταιρεία μπαίνει στο παίγνιο, μπορεί να επιλέξει οποιαδήποτε τοποθεσία που δεν έχει επιλεγεί ακόμη από άλλες αεροπορικές εταιρείες. Στο δεύτερο στάδιο όλες οι αεροπορικές εταιρείες πρέπει να καθορίσουν ποιες άμεσες υπηρεσίες θα δοθούν με υψηλές συχνότητες. Κάθε αεροπορική εταιρεία στοχεύει στη μεγιστοποίηση του μεριδίου της στην αγορά των πτήσεων μεταξύ κάθε ζεύγους πόλεων. Η επιλογή στο στάδιο αυτό γίνεται ταυτόχρονα με όλες τις αεροπορικές εταιρείες, και η λύση είναι μια ισορροπία Nash. Όλοι οι παίκτες έχουν τον ίδιο στόχο, αλλά δεδομένου ότι η επιλογή των κόμβων στο πρώτο στάδιο θέτει κάθε αεροπορική εταιρεία σε διαφορετικό σημείο εκκίνησης, το παίγνιο δεν είναι εντελώς

συμμετρικό. Παρόλο που το παίγνιο έχει μια κάπως ακανόνιστη δομή, φαίνεται ένα καλό παράδειγμα ενός ρεαλιστικού μοντέλου για τον εμπορικό ανταγωνισμό.

## ***2.4 Παίγνια μεταξύ ταξιδιωτών και αρχών***

Φαίνεται ότι σε παίγνια ενάντια ενός δαίμονα, οι αντικειμενικές λειτουργίες των παικτών είναι απολύτως αντίθετες, και σε παίγνια μεταξύ των ταξιδιωτών, οι στόχοι των παικτών είναι όλοι ίσοι. Στην παρούσα ενότητα θα συζητήσουμε τα παίγνια μεταξύ ταξιδιωτών και αρχών (κυβερνητική ή άλλη). Σε τέτοια παίγνια, οι στόχοι των εμπλεκομένων είναι διαφορετικοί, αλλά όχι αυστηρά αντιφατικοί.

Οι Bjørnshau και Elvik (1992) περιγράφουν ένα στρατηγικό παίγνιο ανάμεσα σε έναν οδηγό και μια αρχή που επιβάλλει τους κανόνες κυκλοφορίας. Ο οδηγός επιλέγει αν θα παραβιάζουν το νόμιμο όριο ταχύτητας και η αρχή επιλέγει εάν θα αναπτύξουν την μονάδες επιβολής. Οι συγγραφείς παρουσιάζουν υποθέσεις σχετικά με τις τιμές χρησιμότητας, όπως: οι οδηγοί έχουν την τάση να παραβιάζουν το όριο ταχύτητας μόνο όταν δεν υπάρχει επιβολή. Υπολογίζουν την πιθανότητα παραβίασης ορίου ταχύτητας στην ισορροπία μικτών στρατηγιών. Ο κύριος ισχυρισμός τους σχετίζεται με το γεγονός ότι αυτή η πιθανότητα δεν εξαρτάται από την ποινή για την υπέρβαση του ορίου ταχύτητας. Οι συγγραφείς καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι το επίπεδο της εκτέλεσης, παρά τις κυρώσεις, θα πρέπει να αυξηθεί για να βελτιώσει την υπακοή.

Ο Albert (2001) παρουσιάζει ένα παίγνιο μεταξύ του φορέα εκμετάλλευσης του δρόμου με διόδους και ενός ταξιδιώτη. Ο φορέας εκμετάλλευσης αποφασίζει για το ύψος των διοδίων που χρεώνει, και ο ταξιδιώτης καθορίζει το μέγιστο ποσό διοδίων που είναι διατεθειμένος να πληρώσει. Εάν η καταβολή αντιτίμου στα διόδια είναι μικρότερη από το ανώτατο όριο, ο ταξιδιώτης χρησιμοποιεί το οδικό δίκτυο, αλλιώς, χρησιμοποιεί τις δημόσιες συγκοινωνίες. Αν ο ταξιδιώτης χρησιμοποιεί το οδικό δίκτυο με διόδια, το επίπεδο χρησιμότητάς του εξαρτάται από τον συνολικό αριθμό των χρηστών του οδικού δικτύου. Μία απαιτούμενη είσοδος στο παίγνιο είναι μια καμπύλη ζήτησης, η οποία καθορίζει τον αριθμό των οδικών χρηστών ως συνάρτηση των διοδίων. Ο διαχειριστής του δρόμου επιθυμεί να μεγιστοποιήσει τα έσοδά του, το οποίο εξαρτάται από τα διόδια και τον αριθμό των χρηστών. Ο διαχειριστής και ο ταξιδιώτης κάνουν ταυτόχρονες επιλογές, και η λύση είναι μια ισορροπία Nash. Στο παίγνιο του Albert, δε συμμετέχουν κυβερνητικές αρχές αλλά η ικανότητά τους να επηρεάζουν έμμεσα τις επιλογές των παικτών, αλλάζοντας τα δημόσια μέσα μεταφοράς εξετάζεται.



Ο ταξιδιώτης στο παίγνιο του Albert ορίζεται ως έναν περιθωριακό ταξιδιώτη, δηλαδή, ένα δυνητικό χρήστη στην κορυφή όλων των υφιστάμενων ταξιδιωτών, οι οποίοι έχουν ήδη κάνει τις επιλογές τους. Παρόλα αυτά, η ισορροπία μεταξύ του οριακού ταξιδιώτη και του φορέα εκμετάλλευσης προσδιορίζει τα διόδια, και αυτά καθορίζουν τον αριθμό των χρηστών του οδικού δικτύου, με βάση την καμπύλη ζήτησης. Αυτό σημαίνει ότι παρόλο που μόνο ένας ταξιδιώτης παίρνει ενεργό μέρος στο παίγνιο, η προκύπτουσα ισορροπία καθορίζει επίσης τις επιλογές των υπόλοιπων ταξιδιωτών.

Τα παίγνια που παρουσίασαν οι Bjørnskau και Elvik (1992) και ο Albert (2001) είναι παρόμοια υπό την έννοια ότι ο ταξιδιώτης και η αρχή κάνουν ταυτόχρονες αποφάσεις. Στο μοντέλο που άσκησε η Bjørnskau και Elvik είναι λογικό, διότι ο επιβολέας μπορεί να αποφασίσει ανά πάσα στιγμή αν πρέπει ή όχι να στείλει αρχές επιβολής του νόμου, έτσι ώστε οι ταξιδιώτες δεν μπορούν να γνωρίζουν εκ των προτέρων αν πραγματοποιείται η εκτέλεση. Στο παίγνιο του Albert, μια εξήγηση του γιατί η αρχή του δρόμου και ο οδηγός δρουν ταυτόχρονα απουσιάζει. Η κυβέρνηση στο παίγνιο του Albert είναι στην πραγματικότητα ένας ηγέτης Stackelberg που δρα πριν από την ταυτόχρονη επιλογή των άλλων παικτών, αλλά το θέμα αυτό δεν έχει αντιμετωπιστεί και δεν υπάρχει ορισμός του στόχου της κυβέρνησης.

Αυτά τα δύο παίγνια μοιάζουν μεταξύ τους και επειδή και τα δύο αντιμετωπίζουν την αρχή με ένα μόνο άτομο. Παρ' όλα αυτά, υπάρχει μια βασική διαφορά μεταξύ τους όσον αφορά τον ορισμό του ταξιδιώτη. Οι Bjørnskau και Elvik υποθέτουν ότι η επιλογή γίνεται από όλους τους οδηγούς εξίσου και ανεξάρτητα. Δεδομένου ότι η λύση είναι σε μικτές στρατηγικές, οι πιθανότητες ισορροπίας του οδηγού καθορίζουν την κατανομή των επιλογών για όλους τους οδηγούς. Ο Albert κάνει την αντίθετη παραδοχή: ο αριθμός των ταξιδιωτών που έχουν ήδη επιλέξει τον δρόμο με διόδια άμεσα επηρεάζει τις επιχειρήσεις κοινής ωφελείας όλων των μερών, και ο οριακός χρήστης που συμμετέχει στο παίγνιο δεν αντιπροσωπεύει κανέναν άλλο. Η καμπύλη ζήτησης εισόδου καθορίζει τις σχέσεις μεταξύ των διοδίων και του αριθμού των χρηστών στο οδικό δίκτυο. Ως εκ τούτου, μέσω της επίδρασης του οριακού χρήστη στα διόδια ισορροπίας, αυτός / αυτή επηρεάζει τον αριθμό των χρηστών του οδικού δικτύου με διόδια.

Τα περισσότερα από τα παίγνια μεταξύ των ταξιδιωτών και των αρχών είναι διαφορετικά από αυτά τα δύο παίγνια με δύο τρόπους. Πρώτον, αυτά είναι Stackelberg παίγνια, όπου η επιλογή δεν είναι ταυτόχρονη. Οι αρχές, οι οποίες είναι πρώτες που επιλέγουν, στηρίζουν την απόφασή τους σχετικά με την προβλεπόμενη αντίδραση των ταξιδιωτών. Δεύτερον, ο παίκτης εναντίον των αρχών είναι σύνθετο όργανο που αποτελείται από όλους τους ταξιδιώτες.

Το πρώτο εξέχον παίγνιο Stackelberg μεταξύ της συλλογικής των ταξιδιωτών και μιας εξουσίας το έφερε ο Fisk (1984). Ο Fisk παρουσιάζει μια βελτιστοποίηση του μοντέλου ελέγχου σήματος, στο οποίο η αρχή επιθυμεί να ελαχιστοποιηθεί ο συνολικός χρόνος ταξιδιού από πλευράς δικτύου με τον καθορισμό των προγραμμάτων ελέγχου σε όλες τις διασταυρώσεις, καθώς και κάθε ταξιδιώτης θέλει την ελαχιστοποίηση του χρόνου ταξιδιού, επιλέγοντας ένα μονοπάτι μέσω του οδικού δικτύου. Το πρόβλημα μορφοποιείται ως ένα πρόγραμμα δι-επίπεδο:

$$\min_{s,f} P(s, f) = \sum_l f_l c_l(f, s) \quad 2.2$$

s.t.

$$z(f, s) = \sum_l \int_0^{f_l} c_l(x, s) dx \quad 2.3$$

όπου το  $s$  είναι ένα διάνυσμα των μεταβλητών ελέγχου.  $f$  είναι ένα διάνυσμα του όγκου της κυκλοφορίας.  $l$  είναι ένας δείκτης για τις συνδέσεις δικτύου και  $c$  είναι ο χρόνος σύνδεσης ταξιδιού ή το κόστος. Σημειώστε ότι η αντικειμενική συνάρτηση της αρχής είναι το ανώτερο επίπεδο και το πρόβλημα των ταξιδιωτών, το οποίο είναι στην πραγματικότητα ένα πρόβλημα ανάθεσης, είναι το χαμηλότερο επίπεδο. Η αρχή προβλέπει αντίδραση ταξιδιωτών σε κάθε εφικτό σύνολο των μεταβλητών ελέγχου, και επιλέγει το σενάριο που θα κάνει τους ταξιδιώτες να επιλέξουν ένα μοτίβο των μονοπατιών που είναι η βέλτιστη από την πλευρά της αρχής. Η σημασία του παιχνιδιού Fisk είναι ότι συνδυάζει, σε ένα πλαίσιο NCGT, ένα πρόβλημα βέλτιστου συστήματος και ένα πρόβλημα ισορροπίας χρήστη. Επιτρέπει στην αρχή να επιδιώξει το καλύτερο δυνατό πρότυπο συμπεριφοράς ταξιδιώτη από όλα τα σχέδια που πληρούν τις συνθήκες ισορροπίας χρήστη.

Οι Chen και Ben-Akiva (1998) αναπτύσσουν ένα άλλο μοντέλο που συνδυάζει ένα πρόβλημα ελέγχου και ανάθεσης. Αντί για το στατικό μοντέλο που χρησιμοποιούσε ο Fisk, παρουσιάζουν ένα δυναμικό μοντέλο. Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης δυναμικού ελέγχου και ένα βέλτιστο πρόβλημα δυναμικού χρήστη διαμορφώνονται ξεχωριστά, και στη συνέχεια συνδυάζονται σε ένα παίγνιο με τρεις διαφορετικούς τρόπους: την ταυτόχρονη λύση, δηλαδή, ισορροπία Cournot, λύση όπου το πρόβλημα των χρηστών είναι ένας περιορισμός στο πρόγραμμα ελέγχου, δηλαδή, ισορροπία Stackelberg και μια λύση με την οποία η αρμόδια αρχή καθορίζει όλες τις μεταβλητές, δηλαδή, το παίγνιο μονοπώλιο. Οι συγγραφείς δεν εξηγούν ρητά σε ποιες περιπτώσεις αναμένεται ταυτόχρονη ισορροπία. Μπορεί να ερμηνευθεί ως το αποτέλεσμα, όταν οι οδηγοί δεν γνωρίζουν τις ρυθμίσεις του σήματος εξ' αρχής. Η

ισορροπία Stackelberg είναι η πιο ρεαλιστική διατύπωση, διότι αυτό σημαίνει ότι η αρχή χρησιμοποιεί μια προσδοκία των διαδρομών των ταξιδιωτών για να εξετάσει τη στρατηγική ελέγχου. Το παίγνιο μονοπώλιο μπορεί να χρησιμοποιηθεί κυρίως για σύγκριση με άλλες λύσεις.

Ένα άλλο παίγνιο μεταξύ των αρχών των ταξιδιωτών περιγράφεται από τον Reyniers (1992). Οι παίκτες είναι μια σιδηροδρομική επιχείρηση παροχής υπηρεσιών και οι επιβάτες. Ο χειριστής πρέπει να αποφασίσει πώς να χωρίσει το χώρο στα τρένα μεταξύ δύο τάξεων υπηρεσιών, καθώς και τον προσδιορισμό του ναύλου σε κάθε τάξη. Οι επιβάτες αποφασίζουν ποια τάξη θα χρησιμοποιήσουν. Το μοντέλο υποθέτει ότι υπάρχει ισορροπία Nash σε όλους τους επιβάτες και ισορροπία Stackelberg μεταξύ του χειριστή και των επιβατών. Το παίγνιο δεν έχει την κλασική μορφή NCGT, αλλά εξακολουθεί να είναι ένα παράδειγμα για μια κατάσταση όπου ο παίκτης ανώτερου επιπέδου (ο χειριστής) βασίζει την απόφασή του σε μία πρόβλεψη της συμπεριφοράς του παίκτη χαμηλότερου επιπέδου (όλοι οι επιβάτες).

Οι Γιανγκ και Woo (2002) διαμορφώνουν ένα παίγνιο που περιλαμβάνει, εκτός από όλους τους περιηγητές, περισσότερες από μία αρχή. Αναπτύσσουν ένα πρόγραμμα δύο επιπέδων με δύο φορείς εκμετάλλευσης των οδικών διοδίων και ταξιδιώτες. Κάθε φορέας επιθυμεί να μεγιστοποιήσει τα κέρδη του, με τον προσδιορισμό της χωρητικότητας του οδικού δικτύου και των διοδίων. Ο ανταγωνισμός μεταξύ των φορέων αποτελεί από μόνος του ένα παίγνιο με την ισορροπία Nash, που περιγράφεται στο ανώτερο επίπεδο. Οι ροές κυκλοφορίας πρέπει να πληρούν τους όρους ισορροπίας χρήστη, που καθορίζονται σε χαμηλότερο επίπεδο.

Οι Γιανγκ και Zhang (2002) παρουσιάζουν ένα άλλο παίγνιο που περιλαμβάνει όλους τους ταξιδιώτες και δύο αρχές. Το μοντέλο επιχειρεί να εκτιμήσει το επίπεδο διεύθυνσης μιας συσκευής η οποία παρέχει πληροφορίες στους οδηγούς αυτοκινήτων. Οι ταξιδιώτες επιλέγουν μεταξύ τριών τρόπων ταξιδιού: ένα αυτοκίνητο εξοπλισμένο με τη συσκευή, ένα αυτοκίνητο χωρίς εξοπλισμό, και τα μέσα μαζικής μεταφοράς. Η ισορροπία Nash υποτίθεται θα προσδιορίσει την κατανομή των επιλογών. Ένας δημόσιος μεταφορέας, και μια επιχείρηση που παρέχει τις πληροφορίες για τους χρήστες των εξοπλισμένων αυτοκινήτων, συμμετέχουν στο παίγνιο και επιθυμούν να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη τους. Ο χειριστής επιλέγει τη συχνότητα των δρομολογίων και ναύλων, και ο πάροχος των πληροφοριών καθορίζει την ακρίβεια των δεδομένων και τη χρέωση υπηρεσιών. Η ισορροπία Nash θεωρείται επίσης μεταξύ αυτών των επιχειρήσεων. Αυτό είναι το μόνο παίγνιο, ανάμεσα σε παίγνια όπου οι αρχές παίζουν εναντίον όλων των ταξιδιωτών, όπου η επιλογή των αρχών και των ταξιδιωτών υποτίθεται ότι είναι ταυτόχρονη. Αυτό είναι εύλογο, δεδομένου ότι το παίγνιο εισάγεται ως ένα εργαλείο για την εκτίμηση του επιπέδου της επιτυχίας μιας νέας τεχνολογίας: ο πάροχος

της τεχνολογίας αυτής πρέπει να λάβει ανατροφοδότηση από τους ταξιδιώτες, προκειμένου να μεγιστοποιήσει τα κέρδη του. Προτιμά να παίζει το παίγνιο ταυτόχρονα με τους ταξιδιώτες, γιατί αν ήταν ένα παίγνιο Stackelberg, ο πάροχος δεν θα είναι ο μόνος ηγέτης.

Οι Van Zuylen και Taale (2004) παρουσιάζουν ένα παίγνιο μεταξύ μιας αρχής υπεύθυνης των αστικών δρόμων, μια άλλη αρχή που είναι υπεύθυνη μιας περιφερειακής οδού, καθώς και όλους τους ταξιδιώτες. Και οι δύο αρχές πρέπει να καθορίσουν τις ρυθμίσεις ελέγχου της σήμανσης. Η αστική οδική αρχή επιθυμεί να ελαχιστοποιηθεί ο συνολικός χρόνος που δαπανάται στο υποδίκτυο της. Η αρχή του δρόμου δακτυλίου θέλει να μεγιστοποιήσει τη μέση ταχύτητα στον περιφερειακό δρόμο και οι ταξιδιώτες προσπαθούν να ελαχιστοποιήσουν τους επιμέρους χρόνους του ταξιδιού τους. Οι αντικειμενικές συναρτήσεις των τριών παικτών συνδυάζονται με διάφορους εναλλακτικούς τρόπους. Μια πιθανή σύνθεση είναι όταν και οι δύο αρχές οδηγούν και οι ταξιδιώτες ακολουθούν. Δύο εναλλακτικές δομές είναι, όταν μια από τις αρχές, έχει τη δύναμη να επιλέξει πρώτη, και στη συνέχεια, οι ταξιδιώτες και η άλλη αρχή να ακολουθήσουν. Σε μια άλλη διατύπωση, οι δύο αρχές ενώνουν τους στόχους τους σε ένα ενιαίο βέλτιστο σύστημα, μειώνοντας έτσι το παίγνιο σε ένα παίγνιο δύο παικτών Stackelberg. Η επιλογή της ταυτόχρονης επιλογής με ισορροπία Nash εξετάζεται επίσης, αν και δεν θεωρείται ρεαλιστική.

Ο Lim et al. (2005) διαμορφώνει ένα πρόβλημα σχεδιασμού του δικτύου ως ένα παίγνιο Stackelberg, όπου ο παίκτης το ανώτερου επιπέδου είναι ο σχεδιαστής του δικτύου και ο χαμηλότερου επιπέδου παίκτης είναι όλοι οι ταξιδιώτες. Η διατύπωση είναι πολύ γενική και οι μεταβλητές σχεδιασμού μπορεί να είναι οι ρυθμίσεις ελέγχου, η παροχή πληροφοριών, τα διόδια και άλλα. Ένα μοναδικό χαρακτηριστικό αυτού του σκευάσματος είναι ότι ένα στοχαστικό πρόβλημα ισορροπίας του χρήστη χρησιμοποιείται για να καθορίσει τις επιλογές των ταξιδιωτών.

Ο Hollander et al. (2006) παρουσιάζει ένα παίγνιο Stackelberg, ως ένα πρόγραμμα σε δύο επίπεδα, το οποίο στοχεύει στον καθορισμό του ποσού της στάθμευσης σε μια αστική περιοχή. Ο ηγέτης Stackelberg είναι η αρχή που καθορίζει το ποσό της στάθμευσης, ο οπαδός είναι η συλλογική όλων των ταξιδιωτών προς το αστικό κέντρο. Η αρχή επιθυμεί να ενθαρρύνει τη δημόσια επιβατική συγκοινωνία με την εισαγωγή περιορισμών στάθμευσης, αλλά φοβάται ότι αν οι περιορισμοί αυτοί είναι πάρα πολύ αυστηροί, ένα υπερβολικό ποσό των ταξιδιωτών θα επιλέξει να ταξιδέψει σε άλλες περιοχές, αντί της αλλαγής του τρόπου μεταφοράς τους. Το παίγνιο έχει ως στόχο την εξεύρεση του βέλτιστου συμβιβασμού μεταξύ των δύο αυτών τάσεων. Ο στόχος της συλλογικής των ταξιδιωτών είναι να επιτευχθεί μία κατανομή των επιλογών που είναι παρόμοια με την κατανομή που καθορίζεται από μια δεδομένη επιλογή

μοντέλο. Ο σκοπός της αρχής είναι να μεγιστοποιήσει το μερίδιο των ταξιδιωτών που επιλέγουν ένα προκαθορισμένο σύνολο των προσορισμών και των τρόπων μεταφοράς.

Η εξέταση όλων των παιχνιδιών μεταξύ των αρχών και της συλλογικής ταξιδιωτών δείχνει ότι οι περισσότεροι από αυτούς περιγράφουν καταστάσεις όπου οι αρχές αναζητούν κάποια βέλτιστη σε επίπεδο συστήματος, ενώ δημόσια νοητά προσδοκιά την ισορροπία του χρήστη. Τα περισσότερα από αυτά τα παίγνια έχουν διατυπωθεί ως προγράμματα διεπίπεδα, καθώς η κοινή παραδοχή (τουλάχιστον στις ρεαλιστικές συνθέσεις) είναι ότι οι αρχές κάνουν την επιλογή τους πρώτα και οι ταξιδιώτες ακολουθούν. Κάθε πιθανή πολιτική των αρχών οδηγεί σε μια διαφορετική ισορροπία χρήστη. Από το εύρος των λύσεων ισορροπίας, οι αρχές επιλέγουν αυτό που ανταποκρίνεται καλύτερα τους στόχους τους. Το αποτέλεσμα είναι ένας συμβιβασμός, που αποτελεί ένα ισχυρό παίγνιο οργάνου. Το γεγονός ότι μια προτεινόμενη πολιτική είναι μια άμεση έξοδος από το παίγνιο (σε αντίθεση με τα παίγνια όπου η αρχή δεν είναι ένας από τους παίκτες) είναι ένα βασικό χαρακτηριστικό.



# 3

## *Θεωρητικό υπόβαθρο*

### *3.1 Βασικές έννοιες*

#### *3.1.1 Θεωρία παιγνίων*

Η θεωρία παιγνίων είναι ένα σύνολο από αναλυτικά εργαλεία τα οποία μας βοηθούν να κατανοήσουμε τα φαινόμενα στα οποία αλληλοεπιδρούν πολλοί φορείς λήψης αποφάσεων, οι αποφάσεις των οποίων επηρεάζουν τους ίδιους και το σύνολο των εμπλεκομένων. Βρίσκει εφαρμογή, μεταξύ άλλων, στους κλάδους των οικονομικών, της βιολογίας, της μηχανικής και της επιστήμης των υπολογιστών.

Η θεωρία παιγνίων βασίζεται στην παραδοχή ότι όλοι οι φορείς λήψης αποφάσεων έχουν σαφώς ορισμένους στόχους και επιπλέον είναι λογικοί ή αλλιώς εγωιστές, δηλαδή λειτουργούν με μοναδικό και αυστηρό σκοπό τη μεγιστοποίηση του προσωπικού τους οφέλους, δεδομένων των επιλογών που κάνουν και οι υπόλοιποι. Σκοπός της είναι η μελέτη καταστάσεων ισορροπίας που δημιουργούνται λόγω αυτής της εγωιστικής συμπεριφοράς.

#### *3.1.2 Παίγνιο - Ορισμός*

Παίγνιο ονομάζεται η κατάσταση εκείνη κατά την οποία δύο ή περισσότεροι ορθολογικοί παίχτες με αντικρουόμενους στόχους επιλέγουν τρόπους ενέργειας, δημιουργώντας συνθήκες ανταγωνιστικής αλληλεξάρτησης.

#### *3.1.3 Στοιχεία παιγνίου*

Για να ορίσουμε πλήρως ένα παίγνιο θα πρέπει να ορίσουμε τα στοιχεία που αποτελούν το παίγνιο. Τα στοιχεία ενός παιγνίου είναι γενικά τα εξής:

- **Παίκτης:** Ο παίκτης αποτελεί μια αυτόνομη μονάδα λήψης απόφασης. Ένας παίκτης μπορεί να είναι ένα άτομο, μια ομάδα, μια επιχείρηση, μια αρχή, ένα κράτος και άλλα πολλά. Κάθε παίκτης προσπαθεί να μεγιστοποιήσει το δικό του όφελος στο δυναμικό περιβάλλον που δημιουργεί μαζί με τους αντιπάλους του, βασιζόμενος στους κανόνες που ισχύουν, την πληροφόρηση που έχει και τη λογική. Σε κάθε παίγνιο πρέπει να υπάρχουν δυο τουλάχιστον παίκτες.
- **Στρατηγική:** Στρατηγική είναι κάθε δυνατή κίνηση που μπορεί να κάνει ένας παίκτης και η οποία ακολουθεί τους κανόνες που διέπουν το παίγνιο. Κάθε παίκτης επιλέγει μια από τις δυνατές στρατηγικές και την υιοθετεί μέχρι το τέλος του παιγνίου με στόχο το καλύτερο δυνατό όφελος του. Υπάρχουν δυο είδη στρατηγικής:
  - ο **Αμιγής στρατηγική:** Κάθε παίκτης επιλέγει μόνο μια από τις δυνατές στρατηγικές με πιθανότητα ίση με 1.
  - ο **Μικτή στρατηγική:** Η μικτή στρατηγική περιλαμβάνει ένα σύνολο στρατηγικών οι οποίες επιλέγονται τυχαία από τον παίκτη με πιθανότητα μικρότερη από 1.
- **Πίνακας αποτελεσμάτων ή πληρωμών ή απολαβών:** Περιλαμβάνει όλους τους δυνατούς συνδυασμούς επιλεγμένων στρατηγικών από όλους τους παίκτες μαζί με την απολαβή του καθενός σε κάθε περίπτωση.
- **Λύση:** Η λύση ενός παιγνίου αποτελεί το συνδυασμό με τις επιλεγμένες στρατηγικές των παικτών η οποία αποτελεί βέλτιστη επιλογή για όλους.

### **3.1.4 Κλασικό παράδειγμα παιγνίου - Το Δίλημμα του φυλακισμένου**

Το δίλημμα του φυλακισμένου αποτελεί ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα παιγνίου που αναφέρεται συχνά στη θεωρία παιγνίων.

Το σενάριο του παιγνίου έχει ως εξής: Δυο ύποπτοι συλλαμβάνονται από την αστυνομία και κρατούνται από την αστυνομία σε χωριστά κελιά χωρίς να έχουν δυνατότητα να επικοινωνήσουν μεταξύ τους. Είναι ύποπτοι για την τέλεση του ίδιου αδικήματος, το οποίο έχουν όντως διαπράξει και καλούνται ο καθένας χωριστά, αλλά και οι δυο ταυτόχρονα, να ομολογήσει ή να αρνηθεί την ενοχή του για το αδίκημα αυτό. Δεδομένου ότι η αστυνομία δεν έχει επαρκή στοιχεία ώστε να στηρίξει την ενοχή τους, καλούνται με την απόφασή τους να ορίσουν την ποινή τους. Σε περίπτωση που δεν ομολογήσει κανείς από τους δυο θα φυλακιστούν για ένα χρόνο ο καθένας για κάποια άλλα μικρής σημασίας αδικήματα. Αν ο ένας από τους δυο ομολογήσει και καταθέσει στο δικαστήριο εναντίον του άλλου, τότε θα



αφεθεί ελεύθερος ενώ ο δεύτερος θα φυλακιστεί για 10 χρόνια. Αν ομολογήσουν και οι δυο, θα φυλακιστούν για 5 χρόνια και οι δυο.

Οι παίκτες αυτού του παιχνιδιού είναι οι δυο ύποπτοι, έστω  $Y_1$  και  $Y_2$ . Κάθε ένας από τους δυο υπόπτους έχει 2 δυνατές στρατηγικές, να ομολογήσει (O) ή να μην ομολογήσει ( $\Delta O$ ). Ο πίνακας κόστους για το παιχνίδι φαίνεται στο σχήμα 3.1, είναι διαστάσεων  $2 \times 2$  και μας δείχνει όλους τους δυνατούς συνδυασμούς στρατηγικών καθώς και τα χρόνια φυλάκισης για κάθε έναν από τους υπόπτους σε κάθε έναν από τους συνδυασμούς αυτούς.

		Υπόπτος 2	
		O	$\Delta O$
Υπόπτος 1	O	5,5	0,10
	$\Delta O$	10,0	1,1

Σχήμα 3.1: Πίνακας κόστους για το δίλημμα του φυλακισμένου

Η λογική που οδηγεί στη λύση του παιχνιδιού ακολουθεί την ακόλουθη συλλογιστική διαδικασία. Θεωρούμε ότι και οι δυο ύποπτοι σκέφτονται εγωιστικά προκειμένου να φυλακιστούν όσο το δυνατόν λιγότερο ή και καθόλου. Η λύση του παιχνιδιού ή αλλιώς η κατάσταση ισορροπίας είναι η περίπτωση που ομολογούν και οι δυο οπότε και φυλακίζονται για 5 χρόνια ο καθένας. Η ιδανική περίπτωση είναι να μην ομολογήσει κανείς αλλά επειδή κανένας δεν μπορεί να είναι σίγουρος για την ενέργεια του άλλου και επειδή μια αλλαγή στρατηγικής από τον έναν σ' αυτήν την περίπτωση θα έφερνε σε πολύ δύσκολη θέση τον άλλο, η λογική απόφαση είναι να ομολογήσουν και οι δυο.

Ο τυπικός ορισμός του παραπάνω παιχνιδιού γίνεται με την τριάδα συνόλων  $(N, A, c)$  όπου:

- $N = \{Y_1, Y_2\}$  το σύνολο των παικτών
- $S = \{O, \Delta O\}$  είναι όλες οι δυνατές στρατηγικές για τον κάθε παίκτη
- $C_1(S_{Y_1}, S_{Y_2})$  και  $C_2(S_{Y_1}, S_{Y_2})$  είναι οι συναρτήσεις κόστους για τους δυο παίκτες αντίστοιχα για κάθε δυνατό συνδυασμό στρατηγικών όπου

$S_{Y_1}$	$S_{Y_2}$	$C_1$	$C_2$
O	O	5	5
O	$\Delta O$	0	10
$\Delta O$	O	10	0
$\Delta O$	$\Delta O$	1	1

### 3.1.5 Κατάσταση ισορροπίας παιγνίων

Οι τρεις βασικές καταστάσεις ισορροπίας ενός παιγνίου είναι οι ακόλουθες [2]:

- Λύση κυρίαρχης στρατηγικής
- Ισορροπία Nash αμιγούς στρατηγικής
- Ισορροπία Nash μικτής στρατηγικής

Πριν αναφερθούμε σε κάθε μια ξεχωριστά, πρέπει να τονίσουμε ότι στη συνέχεια της ενότητας θα συμβολίζουμε με  $s_i \in S_i$  τη στρατηγική που επιλέγει ο παίκτης  $i$  από το σύνολο των δυνατών στρατηγικών του και με  $s_{-i} \in S_{-i}$  το διάνυσμα με τις στρατηγικές των υπολοίπων παικτών εκτός του παίκτη  $i$ . Επίσης με το συμβολισμό  $u_i(s_i, s_{-i})$  ή ισοδύναμα  $u_i(s)$  αναφερόμαστε στην απολαβή του παίκτη  $i$ .

#### 3.1.5.1 Λύση κυρίαρχης στρατηγικής (dominant strategy equilibrium)

Υπάρχουν δυο είδη κυρίαρχης στρατηγικής, η αυστηρά κυρίαρχη στρατηγική και η ασθενώς κυρίαρχη στρατηγική.

- Μια στρατηγική  $s_i \in S_i$  λέγεται αυστηρά κυρίαρχη αν για κάθε παίκτη  $i$ , για κάθε άλλη στρατηγική  $s'_i \in S_i$  ισχύει ότι  $u_i(s_i, s_{-i}) > u_i(s'_i, s_{-i})$
- Μια στρατηγική  $s_i \in S_i$  λέγεται ασθενώς κυρίαρχη αν για κάθε παίκτη  $i$ , για κάθε άλλη στρατηγική  $s'_i \in S_i$  ισχύει ότι  $u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i})$

Λύση κυρίαρχης στρατηγικής υφίσταται όταν κάθε παίκτης έχει μοναδική βέλτιστη στρατηγική με την οποία μπορεί να μεγιστοποιήσει την απολαβή του ανεξάρτητα από τις στρατηγικές των αντιπάλων του. Αντίστοιχα ορίζονται οι αυστηρά και ασθενώς κυριαρχούμενες στρατηγικές.

#### 3.1.5.2 Ισορροπία Nash αμιγούς στρατηγικής

Η κατάσταση ισορροπίας Nash αμιγούς στρατηγικής (Pure Nash Equilibrium) είναι η πιο γνωστή μεθοδολογία εύρεσης λύσης στη θεωρία παιγνίων κατά την οποία κανείς από τους παίκτες δεν μπορεί να βελτιώσει την απολαβή του αν μονομερώς αλλάξει τη στρατηγική του. Αυτό σημαίνει ότι κάθε παίκτης  $i$ , δεδομένων των στρατηγικών των άλλων παιχτών  $s_{-i}$ , αν από τη στρατηγική του  $s_i$  μεταβεί στην  $s_i^*$ , η απολαβή του θα παραμείνει ίδια ή θα χειροτερέψει. Με άλλα λόγια η στρατηγική του κάθε παίκτη στην κατάσταση ισορροπίας Nash αποτελεί την βέλτιστη απόκριση (best response) στο σύνολο των στρατηγικών των

άλλων παικτών. Ο τυπικός μαθηματικός ορισμός της κατάστασης ισορροπίας Nash είναι ο εξής:

Έστω παίγνιο  $(N, S, u)$  όπου  $N$  είναι το σύνολο των  $n$  παικτών,  $S$  το σύνολο των δυνατών στρατηγικών και  $u_i(s_i, s_{-i})$  η συνάρτηση απολαβής του παίκτη  $i$  για επιλεγμένη στρατηγική την  $s_i \in S$ , δεδομένων των στρατηγικών των άλλων παικτών  $s_{-i} \in S_{-i}$ . Ορίζουμε ως ισορροπία Nash το συνδυασμό των στρατηγικών  $s_i \in S$  των  $n$  παικτών, όταν για κάθε παίκτη  $i$ , για κάθε άλλη στρατηγική  $s_i^* \in S$  ισχύει ότι  $u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s_i^*, s_{-i})$ . Η λύση κυρίαρχης στρατηγικής, αυστηρής και ασθενούς, που ορίσαμε παραπάνω αποτελεί και ισορροπία Nash αμιγούς στρατηγικής.

### 3.1.5.3 Ισορροπία Nash μικτής στρατηγικής

Η κατάσταση ισορροπίας Nash μικτής στρατηγικής (Mixed Nash Equilibrium) είναι η γενική μορφή ισορροπίας κατά την οποία ο κάθε παίκτης επιλέγει τη στρατηγική του μέσω κάποιας διαδικασίας τυχαίας επιλογής με βάση κάποια πιθανότητα επιλογής για την κάθε στρατηγική. Με άλλα λόγια η στρατηγική ενός παίκτη είναι τώρα μια κατανομή πιθανότητας στο σύνολο των δυνατών στρατηγικών του, δηλαδή ένα διάνυσμα  $s_i \in D(S_i)$  με  $s_i = (p_i^1, p_i^2, \dots, p_i^m)$ ,  $p_i^k$  πιθανότητα ο παίκτης  $i$  να επιλέξει τη στρατηγική  $k$ ,  $m$  το πλήθος των δυνατών στρατηγικών για τον παίκτη  $i$  δηλαδή  $m = |S_i|$  και  $D(S_i)$  το σύνολο των κατανομών πιθανότητας πάνω στις στρατηγικές  $S_i$ . Η ισορροπία Nash αμιγούς στρατηγικής αποτελεί μια ισορροπία Nash μικτής στρατηγικής όπου η μια στρατηγική έχει πιθανότητα ίση με 1 και οι υπόλοιπες 0.

Το 1951 ο Nash απέδειξε ότι κάθε παίγνιο με πεπερασμένο αριθμό παικτών και πεπερασμένο πλήθος δυνατών στρατηγικών διαθέτει ισορροπία Nash μικτής στρατηγικής. Η εύρεση αυτής της ισορροπίας είναι ένα αρκετά δύσκολο πρόβλημα από υπολογιστικής απόψεως και πιο συγκεκριμένα είναι πρόβλημα PPAD complete.

### 3.1.5.4 Άλλα είδη ισορροπίας

Υπάρχουν και άλλα είδη ισορροπίας Nash. Ενδεικτικά αναφέρουμε τα εξής:

- Συσχετιστική Ισορροπία Nash (Correlated Nash Equilibrium), η οποία αποτελεί γενίκευση της μικτής ισορροπίας Nash, όπου οι μικτές στρατηγικές είναι συσχετισμένες μεταξύ τους και όχι ανεξάρτητες.

- ε-προσεγγιστική ισορροπία Nash, κατά την οποία κανένας παίκτης δεν μπορεί να μεταβάλλει μονομερώς τη στρατηγική του και να έχει μεγαλύτερη απολαβή από έναν παράγοντα ε.

### 3.2 Παίγνια συμφόρησης

Τα παίγνια συμφόρησης (congestion games) είναι μια ειδική κατηγορία παιγνίων τα οποία μπορούν να μοντελοποιήσουν πολλές διεργασίες από την καθημερινή ζωή. Τα παίγνια αυτά στηρίζονται στη βασική αρχή ότι η στρατηγική που επιλέγει ένας παίκτης επηρεάζει τις απολαβές των υπολοίπων παικτών και όλες μαζί οι στρατηγικές των υπολοίπων παικτών επηρεάζουν την απολαβή του πρώτου[3]. Είναι δηλαδή ένα δυναμικό παίγνιο μιας κατάστασης όπου πολλοί αλληλοεπιδρούν με πολλούς, φαινόμενο το οποίο είναι σύνηθες στον πραγματικό κόσμο.

#### 3.2.1 Ορισμός

Σε ένα παίγνιο συμφόρησης ο κάθε παίκτης επιλέγει ένα υποσύνολο του συνόλου των διαθέσιμων πόρων και το κόστος ή η απολαβή αυτής της επιλογής εξαρτάται από το ποιους πόρους έχουν επιλέξει οι υπόλοιποι παίκτες[5]. Τυπικά ένα παίγνιο συμφόρησης είναι ένα παίγνιο n παικτών ο ορισμός του οποίου ακολουθεί παρακάτω

Ένα παίγνιο συμφόρησης ορίζεται από τα εξής στοιχεία (N, R, A, c) όπου

- N είναι το σύνολο των n παικτών
- R είναι το σύνολο των r πόρων
- $A = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$  όπου  $A_i \subseteq 2^R \setminus \{\emptyset\}$  είναι η στρατηγική του παίκτη i
- $c = (c_1, \dots, c_r)$  όπου  $c_k : \mathbb{N} \mapsto \mathbb{R}$  είναι η συνάρτηση κόστους για τον πόρο  $k \in R$

Η συνάρτηση απολαβής του κάθε παίκτη ορίζεται με βάση τις συναρτήσεις  $c_k$ . Ορίζουμε τη συνάρτηση  $\# : R \times A \mapsto \mathbb{N}$  ως τη συνάρτηση που υπολογίζει το σύνολο των παικτών που διάλεξαν μια στρατηγική και εν τέλει χρησιμοποιούν τον πόρο r. Για κάθε πόρο k, η συνάρτηση κόστους  $c_k$  ορίζεται ως εξής:

$$u_i = - \sum_{r \in R} c_r(\#(r)) \quad 3.1$$

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να τονίσουμε ότι οι παίκτες μπορεί να έχουν πολλές διαθέσιμες διαφορετικές στρατηγικές, ωστόσο όλοι έχουν την ίδια συνάρτηση απολαβής. Επίσης πρέπει να τονίσουμε ότι τα παίγνια συμφόρησης έχουν έναν ανώνυμο χαρακτήρα καθώς κάθε παίκτης ενδιαφέρεται για το πλήθος των παικτών που θα χρησιμοποιήσουν ένα διαθέσιμο πόρο και όχι ποιος θα χρησιμοποιήσει τι.

Ένα κλασικό παράδειγμα παιγνίου συμφοράς είναι ένα δίκτυο κυκλοφορίας μιας περιοχής στο οποίο υπάρχουν πολλοί χρήστες που θέλουν να κάνουν ταυτόχρονα μια διαδρομή μέσα σε αυτό χρησιμοποιώντας ένα σύνολο από τους πόρους του (δρόμους). Σε μια τέτοια περίπτωση το παίγνιο μπορεί να διαχειριστεί τις αλληλοεπιδράσεις και να καταλήξει σε μια λύση που θα αφήσει ικανοποιημένους όλους τους χρήστες δεδομένων των συνθηκών και τηρουμένων των αναλογιών.

### 3.2.2 Υπολογισμού σημείου ισορροπίας

Τα παίγνια συμφοράς παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον πέρα από το ότι, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, μπορούν να αναπαραστήσουν πραγματικά παίγνια  $n$  παικτών. Ένα παράδειγμα που ενισχύει τη σημαντικότητά τους είναι το ακόλουθο θεώρημα [4].

**Θεώρημα:** Κάθε παίγνιο συμφοράς έχει τουλάχιστον ένα σημείο ισορροπίας Nash αμιγούς στρατηγικής (pure-strategy Nash equilibrium)

Το θεώρημα αυτό έχει ιδιαίτερη σημασία αν αναλογιστεί κάποιος ότι στην πράξη συνήθως εμφανίζονται σημεία ισορροπίας αμιγούς και όχι μικτής στρατηγικής, το οποίο σημαίνει ότι για να υπολογίσουμε το σημείο ισορροπίας Nash θα πρέπει να αναζητήσουμε ένα σημείο ισορροπίας αμιγούς στρατηγικής. Για περαιτέρω αναφορά στη διαδικασία αναζήτησης του σημείου ισορροπίας παραθέτουμε τη διαδικασία Myopic Best Response (Μυωπική Βέλτιστη Απόκριση) η οποία θα καταλήξει στο σημείο ισορροπίας Nash αμιγούς στρατηγικής όταν και αν τερματιστεί. Όπως μπορεί κάποιος να αντιληφθεί η διαδικασία αυτή είναι πολύ απλή και αυτό την κάνει ιδιαίτερα ελκυστική. Αν και σε γενικά παίγνια η παραπάνω διαδικασία μπορεί να βρεθεί σε κατάσταση ατέρμονος βρόγχου και να μην καταλήξει σε ισορροπία, κατά έναν ενδιαφέροντα τρόπο στα παίγνια συμφοράς είναι ιδιαίτερα χρήσιμη και καταλήγει σημείο ισορροπίας.

Ο χαρακτηρισμός Myopic (Μυωπική) αναφέρεται στο ότι κάθε παίκτης επιλέγει τη στιγμιαία στρατηγική του χωρίς να νοιάζεται για τη μελλοντική εξέλιξη του παιγνίου παρά μόνο για τη στιγμιαία μεγιστοποίηση της απολαβής του σε σχέση με τις επίσης στιγμιαίες στρατηγικές των άλλων παικτών.

*function Myopic Best Response (game  $G$ , action profile  $a$ ) returns  $a$*   
*while there exists an agent  $i$  for whom  $a_i$  is not a best response to  $a_{-i}$*   
      *$a'_i \leftarrow$  some best response by  $i$  to  $a_{-i}$*   
      *$a \leftarrow (a'_i, a_{-i})$*   
*return  $a$*

Η διαδικασία Myopic Best Response εγγυημένα καταλήγει σε ένα σημείο ισορροπίας Nash αμιγούς στρατηγικής για ένα παίγνιο συμφόρησης. Αυτό ισχύει διότι σε κάθε βήμα εκτέλεσης θα επιλέγεται από κάθε παίκτη η στρατηγική που αυξάνει τη συνάρτηση απολαβής του. Οπότε με δεδομένο ότι το σύνολο των δυνατών στρατηγικών είναι πεπερασμένο κάποια στιγμή μετά από ένα αριθμό επαναλήψεων η διαδικασία θα τερματίζεται και θα προκύπτει κάποιο σημείο ισορροπίας. Αυτό αποδεικνύεται και με τη βοήθεια των θεωρημάτων που αναφέρονται παρακάτω. Με τη βοήθεια των ίδιων θεωρημάτων, μπορούμε να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι ένα παίγνιο συμφόρησης με τη βοήθεια της διαδικασίας Myopic Best Response θα συγκλίνει πάντοτε σε σημείο ισορροπίας αμιγούς στρατηγικής ανεξάρτητα από τις συναρτήσεις κόστους των διαθέσιμων πόρων. Αυτό σημαίνει ότι δεν απαιτείται να εξασφαλίζεται η μονοτονικότητα της συνάρτησης κόστους ώστε να εξασφαλίζεται η σύγκλιση του παιγνίου σε σημείο ισορροπίας.

### 3.2.3 Παίγνια δυναμικού (Potential games)

Για να δούμε σε μεγαλύτερο βάθος τα παίγνια συμφόρησης θα εισάγουμε το πλαίσιο των παιγνίων δυναμικού και θα αποδείξουμε το θεώρημα που παρουσιάσαμε στην προηγούμενη ενότητα.

Ένα παίγνιο  $G=(N, A, u)$  είναι παίγνιο δυναμικού [6] όταν υπάρχει συνάρτηση  $P : A \mapsto \mathbb{R}$  ώστε για κάθε παίκτη  $i \in N$ , για όλες τις στρατηγικές των αντιπάλων παικτών  $a_{-i} \in A_{-i}$  και για όλες τις στρατηγικές του παίκτη  $i$   $a_i \in A_i$ , ισχύει ότι

$$u_i(a_i, a_{-i}) - u_i(a'_i, a_{-i}) = P_i(a_i, a_{-i}) - P(a'_i, a_{-i}) \quad 3.2$$

Με βάση τον παραπάνω ορισμό θα διατυπώσουμε δυο θεωρήματα για τα παίγνια δυναμικού και θα συνδέσουμε αυτά και τις ιδιότητές τους με τα παίγνια συμφόρησης.

**Θεώρημα:** Κάθε πεπερασμένο παίγνιο δυναμικού έχει σημείο ισορροπίας Nash αμιγούς στρατηγικής.

**Απόδειξη:** Έστω για ένα παίγνιο δυναμικού ότι έχουμε τη στρατηγική  $\alpha^*$  τέτοιο ώστε  $\alpha^* = \operatorname{argmax}_{a \in A} P(a)$ , δηλαδή είναι η στρατηγική που μεγιστοποιεί τη συνάρτηση  $P$ . Για οποιαδήποτε άλλη στρατηγική  $\alpha'$  ισχύει ότι  $P(\alpha^*) \geq P(\alpha')$ . Έτσι αν οποιοσδήποτε παίκτη  $i$  αλλάξει τη στρατηγική του από  $\alpha^*$  σε  $\alpha'$ , σύμφωνα με τη σχέση 3.2 θα έχει μικρότερη απολαβή καθώς  $u_i(\alpha^*) \geq u_i(\alpha')$  και άρα θα είναι «λιγότερο κερδισμένος» από αυτήν την αλλαγή.

**Θεώρημα:** Κάθε παίγνιο συμφόρησης είναι ένα παίγνιο δυναμικού.

**Απόδειξη:** Θεωρούμε τη συνάρτηση  $\mathbb{I}_{r \in a_i}$  η οποία έχει τιμή 1 αν ο πόρος  $i$  συμπεριλαμβάνεται στη στρατηγική  $a_i$  και 0 όταν δεν συμπεριλαμβάνεται. Επίσης θεωρούμε τη συνάρτηση  $\#(r, a_{-i})$  η οποία έχει οριστεί σε προηγούμενη ενότητα και επιστρέφει τον αριθμό των παικτών που στη στρατηγική τους χρησιμοποιούν τον πόρο  $r$ . Η συνάρτηση δυναμικού ενός παιγνίου συμφόρησης είναι  $P(a) = \sum_{r \in R} \sum_{j=1}^{\#(r, a)} c_r(j)$ . Έτσι για κάθε πράκτορα  $i$  και για κάθε προφίλ στρατηγικών  $(a, a_{-i})$  και  $(a', a_{-i})$ , η διαφορά των τιμών της συνάρτησης δυναμικού για αυτά τα προφίλ στρατηγικών ισούται με τη διαφορά των αντίστοιχων τιμών της συνάρτησης απολαβής (Σχέση 3.2).

Με βάση τα δυο παραπάνω θεωρήματα μπορούμε να καταλάβουμε ότι:

- Κάθε παίγνιο συμφόρησης έχει τουλάχιστον ένα σημείο ισορροπίας Nash αμιγούς στρατηγικής
- Κάθε παίγνιο δυναμικού μπορεί να περιγραφεί ως ένα παίγνιο συμφόρησης και το αντίστροφο.

Συνδυάζοντας την παρούσα ενότητα με την προηγούμενη διαπιστώνουμε ότι ένα παίγνιο συμφόρησης θα συγκλίνει πάντα σε ένα τουλάχιστον σημείο ισορροπίας ανεξάρτητα από την αρχικοποίηση των στρατηγικών, τις συναρτήσεις κόστους καθώς και τη σειρά με την οποία εξετάζουμε τους πράκτορες. Επίσης αξίζει να τονίσουμε ότι κάθε παίκτης σε κάθε βήμα εκτέλεσης του βρόγχου της διαδικασίας Myopic Best Response θα επιλέγει μια στρατηγική καλύτερης απόκρισης σε σχέση με τους άλλους παίκτες μέχρι να καταλήξει στη βέλτιστη στο σημείο ισορροπίας. Με την επιλογή καλύτερων στρατηγικών ο αλγόριθμος θα συγκλίνει προς το σημείο ισορροπίας. Παρόλα αυτά έχει δείχθει ότι το πρόβλημα εξεύρεσης καθαρού σημείου ισορροπίας Nash σε παίγνιο συμφόρησης είναι PLS-complete (Polynomial Local Search) πρόβλημα. Αυτό σημαίνει ότι στα δυσχερέστερα σενάρια ο αλγόριθμος Myopic Best Respond δε θα είναι αποδοτικός, χωρίς αυτό να ακυρώνει τη σπουδαιότητα και τη χρησιμότητά του)

### ***3.3 Μη ατομικά παίγνια συμφόρησης (Non atomic congestion games)***

Τα μη ατομικά παίγνια συμφόρησης είναι παίγνια όπου οι παίκτες είναι ατομικά μη σημαντικοί. Στα παίγνια αυτής της μορφής συμμετέχει μεγάλος αριθμός παικτών αλλά η συνεισφορά του κάθε πράκτορα στο επίπεδο της συμφόρησης είναι πολύ μικρό.

## Ορισμός

Ένα μη ατομικό παίγνιο συμφοράς περιγράφεται από τα εξής στοιχεία  $(N, \mu, R, A, \rho, c)$ :

- $N = \{1, \dots, n\}$  είναι τα σύνολα των παικτών
- $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)$  είναι ο αριθμός των παικτών που περιλαμβάνονται στο σύνολο  $i$
- $R$  είναι το σύνολο των  $r$  πόρων
- $A = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$  όπου  $A_i \subseteq 2^R \setminus \{\emptyset\}$  είναι το σύνολο των στρατηγικών των παικτών του συνόλου  $i$
- $\rho = (\rho_1, \dots, \rho_n)$  όπου για κάθε σύνολο παικτών  $i \in N, \rho_i: A_i \times R \mapsto \mathbb{R}_+$  είναι η συμφοράση που προκαλείται σε έναν πόρο  $r \in R$
- $c = (c_1, \dots, c_n)$  όπου  $c_k: \mathbb{N} \mapsto \mathbb{R}$  είναι η συνάρτηση κόστους για τον πόρο  $k \in R$

Θεωρούμε τη συνάρτηση  $s(a_i)$  η οποία μας δίνει τον αριθμό των παικτών του συνόλου  $k$  οι οποίοι έχουν διαλέξει τη στρατηγική  $a_i \in A_i$ . Ισχύει ότι  $\sum_{a_i \in A_i} s_k(a_i) = \mu_i$  και  $\rho_i(a_i, r)$  όταν  $r \notin a_i$ . Τελικά τη συμφοράση σε έναν πόρο  $r \in R$  μπορούμε να τη γράψουμε ως:

$$s_r = \sum_{i \in N} \sum_{a_i \in A_i} \rho_i(a_i, r) s(a_i) \quad 3.3$$

Στα παίγνια συμφοράς όλοι οι παίκτες έχουν την ίδια συνάρτηση απολαβής, η οποία εξαρτάται από το πλήθος των παικτών έχουν επιλέξει μια στρατηγική και όχι από την ταυτότητα των παικτών. Για τους παίκτες του συνόλου  $i$  που έχουν επιλέξει τη στρατηγική  $a_i \in A_i$  η συνολική συμφοράση που εισάγουν είναι:

$$c_{a_i}(s) = \sum_{r \in a_i} \rho_i(a_i, r) c_r(a_i) \quad 3.4$$

και ισχύει  $u_i(a_i, s) = -c_{a_i}(s)$ . Τελικά το «κοινωνικό κόστος» (social cost) ενός συνδυασμού στρατηγικών από όλους τους παίκτες είναι:

$$C(s) = \sum_{i \in N} \sum_{a_i \in A_i} c_{a_i}(s) s(a_i) \quad 3.5$$

Παρά το γεγονός ότι θεωρήσαμε μεγάλο πλήθος παίκτες, η διαδικασία αναζήτησης του σημείου ισορροπίας Nash υπολογίζεται με τη διαδικασία Myopic Best Response που αναφέραμε παραπάνω.

Στα μη ατομικά παίγνια συμφοράς ισχύουν τα ίδια θεωρήματα που αναφέραμε στα παίγνια συμφοράς, δηλαδή έχουν τουλάχιστον ένα σημείο ισορροπίας Nash αμιγούς στρατηγικής. Επιπλέον όλα τα σημεία ισορροπίας έχουν ίδιο «κοινωνικό κόστος».



### 3.3.1 Εγωιστική επιλογή δρομολόγησης και το τίμημα της αναρχίας

Το πρόβλημα της εγωιστικής επιλογής δρομολόγησης (selfish routing) είναι ένα πρόβλημα στο οποίο εγωιστές παίχτες δρομολογούν κίνηση πακέτων μέσα από ένα συμφορημένο δίκτυο. Το πρόβλημα αυτό διατυπώθηκε το 1920, πολλά χρόνια πριν εδραιωθεί η θεωρία παιγνίων ως επιστημονικό πεδίο. Σήμερα το πρόβλημα αυτό μοντελοποιείται ως ένα μη ατομικό παίγνιο συμφόρησης (non atomic congestion game).

#### Ορισμός προβλήματος εγωιστικής δρομολόγησης

Αρχικά πρέπει να γίνει κάποια θεώρηση για το δίκτυο το οποίο μοντελοποιούμε με τον κατευθυνόμενο γράφο  $G = (V, E)$ . Επίσης θεωρούμε τα  $n$  ζεύγη αφετηρίας-προορισμού  $(s_1, t_1), \dots, (s_n, t_n)$ . Για κάθε ένα από αυτά τα ζεύγη πρέπει να δρομολογηθεί κίνηση από την αφετηρία στον αντίστοιχο προορισμό. Για ένα ζεύγος αφετηρίας-προορισμού  $(s_i, t_i)$  θεωρούμε  $P_i$  το σύνολο των απλών μονοπατιών μέσα από το δίκτυο που οδηγούν από την αφετηρία στον προορισμό και  $P_i \neq \emptyset$ . Δεχόμαστε ότι ανάμεσα σε δυο κόμβους του δικτύου μπορεί να υπάρχουν πολλαπλές παράλληλες ακμές που τους συνδέουν και ότι δυο μονοπάτια  $P_i$  και  $P_j$  με  $i \neq j$  μπορούν να μοιράζονται ακμές/ζεύξεις του δικτύου. Θεωρούμε  $\mu \in \mathbb{R}_+^n$  το σύνολο που περιλαμβάνει τους ρυθμούς μετάδοσης  $\mu_i$ , δηλαδή την κίνηση που δρομολογείται από την αφετηρία  $s_i$  προς τον προορισμό  $t_i$ . Τέλος κάθε ακμή-τμήμα του δικτύου  $e \in E$  έχει μια συνάρτηση κόστους (καθυστερήση)  $c_e: \mathbb{R}_+ \mapsto \mathbb{R}$  η οποία εξαρτάται από την κίνηση που δρομολογείται από αυτήν. Το πρόβλημα της εγωιστικής δρομολόγησης αναφέρεται στον τρόπο με τον οποίο οι δοθείσες ροές κίνησης θα δρομολογηθούν ώστε να φτάσουν στον προορισμό τους, δεδομένο ότι οι παίχτες είναι εγωιστές και ενδιαφέρονται μόνο για την ελαχιστοποίηση του δικού τους κόστους.

Το πρόβλημα της εγωιστικής δρομολόγησης μπορεί να παρουσιαστεί ως ένα μη ατομικό παίγνιο συμφόρησης (non atomic congestion game) ως εξής:

- $N$  είναι τα ζευγάρια αφετηρίας-προορισμού
- $\mu$  είναι η ροή κίνησης για τα ζευγάρια αφετηρίας-προορισμού
- $R$  είναι οι ακμές του γράφου, που αναπαριστούν τα τμήματα του δικτύου και οι οποίες στο συγκεκριμένο πρόβλημα αποτελούν τους πόρους τους οποίους διεκδικούν οι πράκτορες
- $A_i$  είναι το σύνολο των πιθανών μονοπατιών  $P_i$  για το ζεύγος αφετηρίας-προορισμού  $(s_i, t_i)$
- $\rho_i$  είναι ίσο με 1
- $c_r$  είναι η συνάρτηση κόστους  $c_e$

#### Το τίμημα της αναρχίας

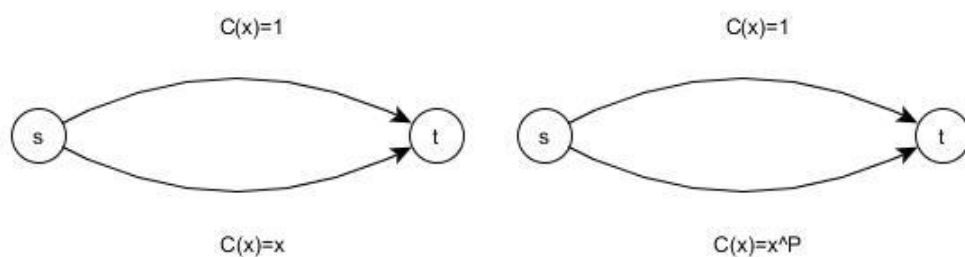
Με βάση την ανάλυση που προηγήθηκε συμπεραίνουμε ότι κάθε πρόβλημα εγωιστικής δρομολόγησης καταλήγει σε ένα τουλάχιστον σημείο ισορροπίας Nash αμιγούς στρατηγικής και ότι όλα τα σημεία ισορροπίας έχουν ίσο «κοινωνικό κόστος» (social cost). Στη συνέχεια θα αναλύσουμε πόσο απέχει το βέλτιστο «κοινωνικό κόστος» από το «κοινωνικό κόστος» στο σημείο ισορροπίας.

Το μέγεθος που εισάγουμε για να αξιολογήσουμε την ομοιότητα αυτών ονομάζεται τμήμα της αναρχίας και ορίζεται ως εξής:

**Το τμήμα της αναρχίας ενός μη ατομικού παιγνίου συμφοράς ( $N, \mu, R, A, \rho, c$ ) που έχει σημείο ισορροπίας  $s$  και ελάχιστο βέλτιστο κοινωνικό κόστος για το συνδυασμό στρατηγικών  $s^*$  ορίζεται ως ο λόγος  $\frac{C(s)}{C(s^*)}$ , εκτός από την περίπτωση στην οποία  $C(s^*) = 0$  οπότε και ορίζεται ίσος με 1.**

Πρακτικά το τμήμα της αναρχίας είναι το ποσοστό του επιπλέον κοινωνικού κόστους που εισάγεται εξαιτίας της εγωιστικής συμπεριφοράς των παικτών. Όταν ο λόγος αυτός έχει τιμή που πλησιάζει το 1, θεωρούμε ότι οι παίκτες δρομολογούν την κίνησή τους όσο το δυνατόν καλύτερα, δεδομένων των ρυθμών μετάδοσης και της δομής του δικτύου. Όταν ο λόγος έχει μεγάλες τιμές, η εγωιστική συμπεριφορά των πρακτόρων οδηγεί σε μη βέλτιστη απόδοση του δικτύου.

Στη βιβλιογραφία κλασικό παράδειγμα που δίνεται για τη μελέτη του τμήματος της αναρχίας αποτελεί το πρόβλημα του Ρίγου το οποίο αναπαρίσταται και στο ακόλουθο σχήμα.



Σε αυτό το παίγνιο υπάρχει μια ομάδα παικτών οι οποίοι θέλουν να δρομολογήσουν κίνηση  $\mu_1 = 1$  από το  $s$  στο  $t$ . Το πρόβλημα του Ρίγου είναι ένα πρόβλημα εγωιστικής δρομολόγησης το οποίο έχει ενδιαφέρον ως προς το τμήμα της αναρχίας.

Βλέποντας τη γραμμική παραλλαγή του προβλήματος του Ρίγου, μπορούμε εύκολα να κατανοήσουμε ότι για όλους τους παίκτες το σημείο ισορροπίας Nash θα είναι η επιλογή της δρομολόγησης μέσω του κάτω τμήματος και μάλιστα το σημείο ισορροπίας περιλαμβάνεται στις κυρίαρχες στρατηγικές των παιχτών. Το κοινωνικό κόστος του σημείου ισορροπίας Nash σε αυτήν την περίπτωση είναι ίσο με 1. Αν οι μισοί πράκτορες δρομολογήσουν την κίνησή

τους από το πάνω τμήμα, το κοινωνικό κόστος θα είναι  $3/4$  καθώς οι μισοί παίκτες θα πληρώνουν σταθερό κόστος ίσο με  $1$ , τη στιγμή που οι άλλοι μισοί παίκτες θα πληρώνουν κόστος  $1/2$ . Αυτό είναι και το μικρότερο κοινωνικό κόστος που μπορεί να επιτευχθεί, το οποίο έχει ως αποτέλεσμα το τμήμα της αναρχίας να είναι  $4/3$ .

Όσον αφορά τη μη γραμμική παραλλαγή του προβλήματος του Pigou, θεωρούμε αρχικά ότι το  $p$  έχει μεγάλη τιμή. Ομοίως με το γραμμικό πρόβλημα, στο σημείο ισορροπίας Nash όλοι οι παίκτες επιλέγουν τη δρομολόγηση από την κάτω ακμή και αυτό έχει ως συνέπεια το κοινωνικό κόστος να έχει τιμή  $1$ . Το κοινωνικό κόστος ελαχιστοποιείται όταν τα οριακά κόστη των δυο διαδρομών είναι ίσα, ο οποίο συμβαίνει όταν μια μερίδα παικτών ίση με  $(p + 1)^{-1/p}$  επιλέξουν το κάτω τμήμα για τη δρομολόγησή τους. Σε αυτήν την περίπτωση το κοινωνικό κόστος είναι  $1 - p \cdot (p + 1)^{-(p+1)/p}$  το οποίο τείνει στο  $0$  όταν  $p \rightarrow \infty$ . Παρατηρούμε ότι το κοινωνικό κόστος τείνει στο άπειρο όσο αυξάνεται η τιμή του  $p$ .

### Όρια του τμήματος της αναρχίας

Το τμήμα της αναρχίας δεν έχει φραγμένο πεδίο τιμών για μη περιορισμένες συναρτήσεις κόστους. Αντίθετα αν  $C$  οι συναρτήσεις κόστους είναι περιορισμένες σε ένα συγκεκριμένο σύνολο  $C$ , το τμήμα της αναρχίας μπορεί να έχει όρια. Σε αυτό το σημείο θα ορίσουμε το λεγόμενο όριο του Pigou ως εξής:

$$a(C) = \sup_{c \in C} \sup_{x, \mu \geq 0} \frac{r \cdot c(r)}{x \cdot c(x) + (r - x) \cdot c(r)} \quad 3.6$$

Όταν το  $a(C)$  καταλήγει σε απροσδιοριστία  $\frac{0}{0}$ , θεωρούμε ότι είναι  $1$ .

**Θεώρημα:** Το τμήμα της αναρχίας ενός προβλήματος εγωιστικής δρομολόγησης του οποίου οι συναρτήσεις κόστους ανήκουν σε ένα σύνολο  $C$  είναι πάντοτε μικρότερο ή ίσο από  $a(C)$ .

Το θεώρημα αυτό είναι εκπληκτικό, καθώς ορίζεται το φράγμα του τμήματος της αναρχίας για ένα πρόβλημα εγωιστικής δρομολόγησης, χωρίς να λαμβάνει υπόψιν τη δομή του δικτύου και το σύνολο των συναρτήσεων κόστους. Παρά το γεγονός ότι το  $a$  υπολογίζεται αρκετά δύσκολα σε γενικές περιπτώσεις συναρτήσεων κόστους, σε ειδικές περιπτώσεις, όπως για παράδειγμα γραμμικές συναρτήσεις κόστους, υπολογίζεται σχετικά εύκολα. Για γραμμική συνάρτηση κόστους  $ax + b, a, b \geq 0$ , στην οποία περιλαμβάνεται και το παράδειγμα του Pigou που αναφέρθηκε παραπάνω το  $a$  έχει τιμή  $4/3$ . Η γραμμική παραλλαγή του προβλήματος του Pigou αποτελεί τη χειρότερη περίπτωση όσον αφορά το τμήμα της αναρχίας μεταξύ όλων των προβλημάτων εγωιστικής δρομολόγησης με κυρτές συναρτήσεις κόστους. Επειδή το τμήμα της αναρχίας ασυμπτωτικά τείνει στο  $1$  για δίκτυα με κυρτές

συναρτήσεις κόστους, διαπιστώνουμε ότι ο κεντρικός έλεγχος της δρομολόγησης της κίνησης σε αυτές τις περιπτώσεις προσφέρει περιορισμένα οφέλη. Όσον αφορά τη μη γραμμική παραλλαγή του παραδείγματος του Ρίγου, εμφανίζει το χειρότερο δυνατό τμήμα της αναρχίας στην περίπτωση που η συνάρτηση κόστους είναι πολυωνυμική βαθμού  $p$ . Το όριο του τιμήματος της αναρχίας σε αυτήν την περίπτωση είναι

$$a(C) = [1 - p \cdot (p + 1)^{-(p+1)/p}]^{-1} \quad 3.7$$

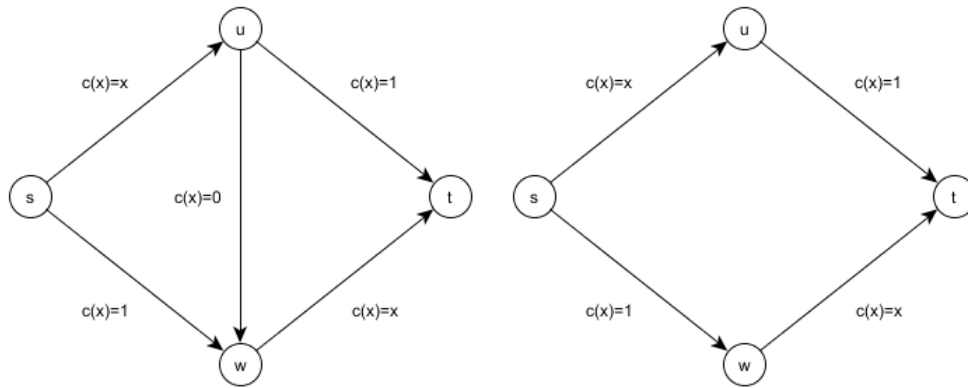
Για βαθμό πολωνύμου  $p=2$  το όριο του τιμήματος της αναρχίας είναι  $a(C) = 1.6$ , για  $p=4$  είναι  $a(C) = 2.2$ , για  $p=100$  είναι  $a(C) = 18$  και μη φραγμένο όσο  $p \rightarrow \infty$ .

### Μειώνοντας το κοινωνικό κόστος της εγωιστικής δρομολόγησης

Όταν το κοινωνικό κόστος είναι ανεπιθύμητα μεγάλο στο σημείο ισορροπίας του παιγνίου, ο διαχειριστής του δικτύου ενδεχομένως να επιθυμούσε να το μειώσει με κάποιο τρόπο. Τέτοιες επεμβάσεις είναι δυνατές και ένα κλασικό παράδειγμα είναι το παράδοξο του Braess. Σε αυτό δείχνεται ότι για την τοπολογία που φαίνεται στο σχήμα 3.1 ότι αν αφαιρεθεί μια ακμή μηδενικού κόστους (δηλαδή αν απλά εξαιρεθεί από το σύνολο των διαθέσιμων πόρων) το κοινωνικό κόστος θα βελτιωθεί.

Εξετάζοντας το δίκτυο με την ακμή μηδενικού κόστους, θεωρούμε όπως και στο παράδειγμα του Ρίγου, μια ομάδα πρακτόρων ( $n=1$ ) και κίνηση ρυθμού  $\mu_1 = 1$  που πρέπει να διοχετευτεί από την αφετηρία  $s$  στον προορισμό  $t$ . Σε αυτήν την περίπτωση οι πράκτορες έχουν ως ασθενώς ισχυρή στρατηγική την επιλογή της διαδρομής  $s \rightarrow u \rightarrow w \rightarrow t$  και στο σημείο ισορροπίας θα διοχετευτεί η κίνηση μέσω αυτής. Το κοινωνικό κόστος σε αυτήν την περίπτωση είναι 1. Το ελάχιστο κοινωνικό κόστος είναι όταν οι μισή κίνηση διοχετευτεί από τη διαδρομή από τη διαδρομή  $s \rightarrow u \rightarrow t$  και η άλλη μισή από τη διαδρομή  $s \rightarrow w \rightarrow t$  και είναι ίσο με  $3/4$ . Όπως και στο γραμμικό παράδειγμα του Ρίγου το τμήμα της αναρχίας σε αυτήν την περίπτωση είναι  $4/3$ . Το ενδιαφέρον στοιχείο στο παράδειγμα του Braess το οποίο το καθιστά «παράδοξο» είναι ότι ενώ θα πίστευε κανείς ότι οι ακμές μηδενικού κόστους μπορούν μόνο να βοηθήσουν στα προβλήματα δρομολόγησης προσφέροντας στους πράκτορες λύσεις δρομολόγησης χωρίς κόστος, εν τέλει δε συμβαίνει πάντα αυτό. Εξετάζουμε πάλι το δίκτυο χωρίς την ακμή μηδενικού κόστους. Στην περίπτωση αυτή οι πράκτορες δεν έχουν πια ισχυρή στρατηγική και το σημείο ισορροπίας είναι όταν η μισή κίνηση διοχετεύεται από τη διαδρομή  $s \rightarrow u \rightarrow t$  και η άλλη μισή από τη διαδρομή  $s \rightarrow w \rightarrow t$ . Σε αυτήν την περίπτωση το τμήμα της αναρχίας είναι 1. Το παράδοξο είναι ότι αφαιρώντας μια ακμή μηδενικού κόστους, ένα πρόβλημα εγωιστικής δρομολόγησης από εκεί που είχε την χειριστη συμπεριφορά φτάνει στη βέλτιστη συμπεριφορά. Οι χαρακτηρισμοί βέλτιστη και χειριστη αναφέρονται στην τιμή του

τιμήματος της αναρχίας. Συνοψίζοντας, ο διαχειριστής ενός δικτύου που αντιμετωπίζει κατάσταση υψηλού τιμήματος της αναρχίας, θα μπορούσε να επέμβει και να βελτιώσει το κοινωνικό κόστος στην κατάσταση ισορροπίας, εξαιρώντας μια ή περισσότερες ακμές από το σύνολο των διαθέσιμων πόρων. Η επιλογή, ωστόσο, του εντοπισμού των ακμών που πρέπει να εξαιρεθούν είναι επεξεργαστικά πολύ απαιτητικό, και συγκεκριμένα NP-complete.



Σχήμα 3.1. Παράδοξο του Braess

### 3.4 Μοντελοποίηση προβλήματος δρομολόγησης σε περίπτωση εκκένωσης κλειστής περιοχής ως παίγνιο συμφόρησης

Με βάση τα θεωρητικά στοιχεία περί παιγνίων που αναφέρθηκαν στις προηγούμενες ενότητες του παρόντος κεφαλαίου, μπορεί κανείς εύκολα να αντιληφθεί ότι το πρόβλημα της δρομολόγησης μέσα σε ένα οδικό δίκτυο μοντελοποιείται επαρκώς με τη βοήθεια ενός παιγνίου συμφόρησης.

Το παίγνιο συμφόρησης, στην περίπτωση αυτή, ορίζεται ως εξής:

- $D$  το σύνολο των κόμβων του δικτύου
- $n_i$  είναι η ροή κίνησης  $i$  όπου  $(s_i, t_i)$  με  $s_i, t_i \in D$  είναι το ζεύγος αφετηρίας-προορισμού της.
- $r_i$  ακμή του οδικού δικτύου και  $R$  το σύνολο των διαθέσιμων πόρων του δικτύου, δηλαδή των ακμών ή οδικών τμημάτων του δικτύου όπου  $r_i \in R$
- $S$  το σύνολο όλων των διαθέσιμων διαδρομών στο δίκτυο και  $S_i$  το σύνολο των διαθέσιμων διαδρομών για την ροή  $n_i$ , όπου  $S_i \in S$
- $d_{r_i}(x): \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  η συνάρτηση της καθυστέρησης σε κάθε τμήμα του δικτύου, όπου σύμφωνα με τον τύπο 4.1:  $d_i(x) = t_0 \left( 1 + a \left( \frac{x_i}{c_i} \right)^b \right)$ , όπου  $t_0$  η καθυστέρηση

ελεύθερης ροής,  $x_i$  η ροή που εξυπηρετείται από το τμήμα  $i$  και  $C_i$  η χωρητικότητα του τμήματος  $i$ . Η συνάρτηση της καθυστέρησης είναι γνησίως αύξουσα και μάλιστα για  $x$  πολύ μεγαλύτερα από την χωρητικότητα  $C$  οδηγεί σε πολύ μεγάλες τιμές (επιθετική). Η φυσική σημασία αυτού έγκειται στο ότι όταν η ροή κίνησης που καλείται να εξυπηρετηθεί από ένα οδικό τμήμα πλησιάζει ή ξεπεράσει τη χωρητικότητα του οδικού τμήματος, προκαλείται καθυστέρηση η οποία αυξάνεται με επιθετικό ρυθμό.

Το κριτήριο σύγκλισης για το συγκεκριμένο παίγνιο είναι η συνολική καθυστέρηση για μια διαδρομή που υπολογίζεται από το άθροισμα των καθυστερήσεων των επιμέρους τμημάτων που τη συνθέτουν.

# 4

## *Λογισμικό επίλυσης παιχνίδιου*

Στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής αναπτύχθηκε ένα λογισμικό επίλυσης του παιχνίδιου της κεντρικής δρομολόγησης στα πλαίσια της εκκένωσης κλειστής περιοχής. Το παιχνίδι αυτό μοντελοποιήθηκε ως ένα παιχνίδι συμφόρησης. Το κομμάτι της υλοποίησης αποτελείται από δυο επιμέρους προγράμματα. Το πρώτο προετοιμάζει τα αρχεία που απαιτούνται για την αρχικοποίηση του παιχνίδιου και το δεύτερο επιλύει το παιχνίδι. Στο παρόν κεφάλαιο περιγράφονται τα δυο αυτά επίπεδα υλοποίησης, αναλύεται η λειτουργία τους και αιτιολογούνται οι στρατηγικές αποφάσεις κατά την υλοποίησή του.

### *4.1 Λογισμικό προετοιμασίας δεδομένων*

Το λογισμικό προετοιμασίας των δεδομένων εισόδου για το λογισμικό επίλυσης του παιχνίδιου υλοποιήθηκε σε VBA (Visual Basic for Applications) και η εκτέλεσή του γίνεται πάνω σε υπολογιστικά φύλλα Excel. Τα δεδομένα εισόδου για το λογισμικό επίλυσης του παιχνίδιου είναι το οδικό δίκτυο που θα χρησιμοποιηθεί για την επίλυση. Όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας, το οδικό δίκτυο αναπαρίσταται από έναν κατευθυνόμενο γράφο.

Η συγκεκριμένη υλοποίηση έγινε με βασικό γνώμονα την ευχρηστία του λογισμικού ώστε να μην απαιτούνται εξειδικευμένες γνώσεις προγραμματισμού για να αλλάξει το κυκλοφοριακό δίκτυο επίλυσης. Ο χρήστης απλώς κάνει κάποιες αλλαγές στα υπολογιστικά φύλλα και αυτές οι αλλαγές περνούν αυτόματα στο λογισμικό επίλυσης που περιγράφεται σε επόμενη ενότητα.

#### *4.1.1 Ορισμός κόμβων δικτύου*

Οι κόμβοι του κυκλοφοριακού δικτύου της περιοχής στην οποία επιλύεται το παιχνίδι εκκένωσης ορίζεται στο αντίστοιχο υπολογιστικό φύλλο «Κόμβοι». Για τον ορισμό του κάθε κόμβου απαιτούνται ένας αύξων αριθμός μοναδικός για κάθε κόμβο, μια σύντομη περιγραφή

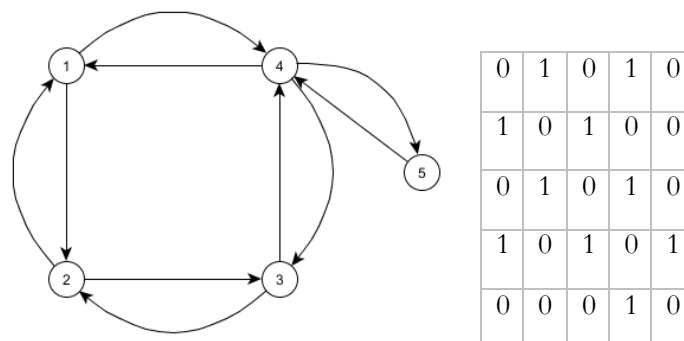
του σημείου στο οποίο βρίσκεται ο κόμβος για λόγους πληρότητας του σημείου με λεκτικούς όρους και οι συντεταγμένες του σημείου για την αναπαράσταση του σε χάρτη.

#### 4.1.2 Ορισμός συνδέσμων δικτύου

Για τον ορισμό των συνδέσμων του οδικού δικτύου απαιτείται η επεξεργασία του υπολογιστικού φύλλου «Σύνδεσμοι». Ως σύνδεσμος καλείται η σύνδεση μεταξύ δυο κόμβων του δικτύου που εξασφαλίζει κατευθυνόμενη κίνηση από την αρχή του προς το τέλος του. Τα στοιχεία που καθορίζουν την κίνηση έχουν σχέση με κατασκευαστικά στοιχεία του συνδέσμου και κάποια από αυτά δίνονται, ενώ κάποια άλλα υπολογίζονται. Για να οριστεί ένας σύνδεσμος του δικτύου πρέπει να οριστεί η αρχή του, ο κόμβος από τον οποίο ξεκινάει και το τέλος του, ο κόμβος στον οποίο καταλήγει.

#### 4.1.3 Υπολογισμός πίνακα γειτνίασης

Με βάση τον ορισμό των κόμβων και των συνδέσμων του οδικού δικτύου, υπολογίζεται ο πίνακας γειτνίασης (Adjacency matrix) του γράφου που αναπαριστά το οδικό δίκτυο. Ο πίνακας γειτνίασης χρησιμοποιείται για να αναπαραστήσει ποιες από τις κορυφές ενός γράφου συνδέονται με άλλες κορυφές. Αν ο γράφος έχει  $n$  κόμβους, ο πίνακας γειτνίασης είναι ένας πίνακας  $n \times n$ , τα στοιχεία του οποίου είναι 0 ή 1 ανάλογα με το αν μια κορυφή συνδέεται απευθείας με μια άλλη. Έτσι το στοιχείο  $a_{ij}$  του πίνακα είναι ίσο με 1 αν ο κόμβος  $i$  συνδέεται απευθείας με τον κόμβο  $j$  και 0 αν δεν υπάρχει απευθείας σύνδεση μεταξύ των κόμβων  $i$  και  $j$ . Τα στοιχεία της κύριας διαγώνιου του πίνακα  $a_{ii}$  είναι 0. Στο σχήμα 4.1 φαίνεται ένας απλός γράφος και ο αντίστοιχος πίνακας γειτνιάσής του.



Σχήμα 4.1 Παράδειγμα κατευθυνόμενου γράφου και ο πίνακας γειτνιάσής του



#### **4.1.4 Υπολογισμός βοηθητικών πινάκων**

Με βάση τον πίνακα γειτνίασης δημιουργούνται κάποιοι βοηθητικοί πίνακες οι οποίοι χρησιμοποιούνται στην επίλυση του παιγνίου. Οι πίνακες αυτοί, οι οποίοι έχουν ίδιες διαστάσεις με τον πίνακα γειτνίασης είναι οι εξής:

- Πίνακας με τις χωρητικότητες  $C$  των συνδέσμων δεδομένων των χαρακτηριστικών του κάθε συνδέσμου. Για τον υπολογισμό του συγκεκριμένου πίνακα, εισάγονται ο αριθμός των λωρίδων κυκλοφορίας που διαθέτει και το μήκος του σε μέτρα. Επίσης ορίζεται αν ο κάθε σύνδεσμος διαθέτει σαμαράκια, αν καταλήγει σε σημείο απώλειας προτεραιότητας για τους οδηγούς (σήμανση «ΣΤΟΠ») ή αν καταλήγει σε σημείο ρύθμισης της διέλευσης από φωτεινό σηματοδότη. Κάθε ένας από τους παραπάνω παράγοντες επηρεάζουν την χωρητικότητα του συνδέσμου (road capacity) εισάγοντας έναν παράγοντα μείωσης στη χωρητικότητα που θα είχε ο σύνδεσμος αν δεν συνέτρεχε κανένας τους. Στα πλαίσια αυτής της θεώρησης ορίστηκε ότι τα σαμαράκια εισάγουν έναν παράγοντα μείωσης 10% επί της χωρητικότητας, η σήμανση «ΣΤΟΠ» έναν παράγοντα μείωσης 20% επί της χωρητικότητας και ο φωτεινό σηματοδότης έναν παράγοντα μείωσης 30% επί της χωρητικότητας. Οι παραπάνω τιμές τέθηκαν αυθαίρετα και στόχος ήταν να γίνει πιο ρεαλιστική η θεώρηση του δικτύου. Η χωρητικότητα της κάθε λωρίδας του κάθε δρόμου απουσία αυτών των παραγόντων ορίστηκε ίση με 20, που στην πραγματικότητα αντιστοιχεί σε εξυπηρέτηση 2000 οχημάτων/ώρα. Ο πίνακας με τις χωρητικότητες των συνδέσμων περιέχει τις χωρητικότητες των συνδέσμων μετά την εφαρμογή των παραγόντων μείωσης και για τον αριθμό των λωρίδων του καθενός.
- Πίνακας με τις καθυστερήσεις ελεύθερης ροής (free flow delay). Ο πίνακας αυτός για κάθε σύνδεσμο περιέχει την καθυστέρηση ελεύθερης ροής που εισάγει αυτός σε μια διαδρομή η οποία τον περιέχει. Η καθυστέρηση ελεύθερης ροής αναφέρεται στην καθυστέρηση που εισάγει ένας σύνδεσμος σε ένα όχημα χωρίς συμφόρηση αν εμπεριέχεται στη διαδρομή του. Ο χρόνος αυτός υπολογίζεται από το μήκος του συνδέσμου και τη μέση ταχύτητα του οχήματος.

#### **4.1.5 Εξαγόμενα αρχεία**

Με την εκτέλεση του λογισμικού του πρώτου σταδίου, γίνεται εξαγωγή των ορισμένων και υπολογισμένων μεγεθών από τα υπολογιστικά. Στην προκειμένη περίπτωση η εξαγωγή των δεδομένων έγινε σε χωριστά αρχεία .m που είναι αρχεία συμβατά με το περιβάλλον Matlab στο οποίο υλοποιήθηκε το λογισμικό δευτέρου επιπέδου που θα επιλύσει το παίγνιο.

## 4.2 Λογισμικό επίλυσης παιγνίου συμφόρησης

Το λογισμικό επίλυσης του παιγνίου υλοποιήθηκε σε γλώσσα προγραμματισμού Matlab.

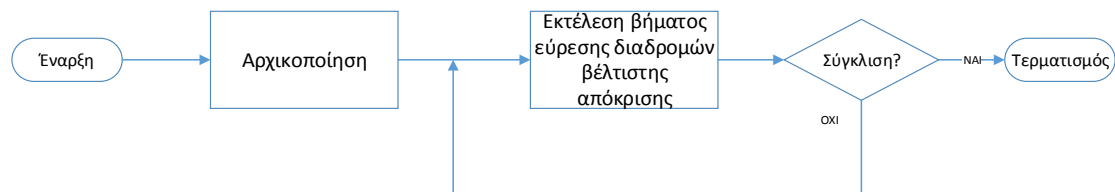
### 4.2.1 Δίγα λόγια για το Matlab

Το MATLAB είναι μια υψηλού επιπέδου γλώσσα προγραμματισμού στην οποία η κύρια δομή δεδομένων είναι ο πίνακας και όπου υπάρχουν εντολές για έλεγχο ροής δεδομένων, συναρτήσεις και στοιχεία αντικειμενοστραφή προγραμματισμού. Η φιλοσοφία ανάπτυξης του είναι να προσφέρει στους χρήστες μια γλώσσα έκφρασης των προβλημάτων και των λύσεων τους με απλό μαθηματικό τρόπο.

Τα βασικά στοιχεία που κάνουν το Matlab ξεχωριστό είναι η μεγάλη βιβλιοθήκη υλοποιημένων συναρτήσεων, μεθόδων και ρουτινών καθώς και η δυνατότητα εύκολης αναπαράστασης των δεδομένων/αποτελεσμάτων με τη βοήθεια πολλών διαστάσεων (2D) και τρισδιάστατων (3D) γραφικών.

### 4.2.2 Στάδια εκτέλεσης λογισμικού

Τα κύρια στάδια εκτέλεσης του λογισμικού που υλοποιήθηκε φαίνονται στο σχήμα 4.2



Σχήμα 4.2 Στάδια εκτέλεσης λογισμικού επίλυσης παιγνίου

#### 4.2.2.1 Αρχικοποίηση εκτέλεσης

Κατά την αρχικοποίηση ορίζονται όλες οι παράμετροι ώστε να αρχίσει η διαδικασία της σύγκλισης. Εισάγονται όλοι οι πίνακες που δημιουργήθηκαν στο λογισμικό πρώτου επιπέδου, δηλαδή ορίζεται το δίκτυο που θα χρησιμοποιηθεί. Η κύρια διαδικασία όμως είναι η αρχικοποίηση των ροών κίνησης μέσα στο δίκτυο.

Το πρόβλημα που μελετάται είναι ένα πρόβλημα δρομολόγησης κυκλοφοριακής κίνησης μέσα σε ένα οδικό δίκτυο μιας περιοχής σε περίπτωση εκκένωσης αυτής. Ουσιαστικά θεωρούμε ότι δημιουργείται κυκλοφοριακή ροή η οποία ξεκινάει από κάποιον κόμβο του δικτύου και καταλήγει σε κάποια από τις εξόδους της περιοχής. Ο διαχειριστής του δικτύου πρέπει να βρει μια λύση δίκαιη προς όλους και να δρομολογήσει την κίνηση από όλους τους κόμβους προς τις εξόδους.

Από έναν κόμβο ενδέχεται να δρομολογηθούν με διαφορετικό τρόπο όσοι θα κατευθύνονται προς την έξοδο. Στο λογισμικό για να διαχειριστούμε αυτή την διαφορετική αντιμετώπιση κάναμε το εξής τέχνασμα: Αν από τον κόμβο Α δημιουργείται ροή 1000 οχημάτων/ώρα προς την έξοδο, δηλαδή ροή 10 για τις θεωρήσεις που κάναμε σχετικά με τη χωρητικότητα και έχουν αναφερθεί παραπάνω, επιλέγουμε αντί να την αντιμετωπίσουμε ως ένα, να δημιουργήσουμε 10 διαφορετικές ροές με τιμή 1. Οι ροές αυτές αν και έχουν ίδια αφετηρία και ίδιο προορισμό αντιμετωπίζονται χωριστά ως προς τη δρομολόγηση τους προς την έξοδο. Για κάθε ροή κίνησης από κάθε κόμβο δημιουργείται το στιγμιότυπο μια δομής (struct) το οποίο και την αναπαριστά. Η δομή της κάθε ροής φαίνεται στο σχήμα 4.3.

Κατά τη διάρκεια της αρχικοποίησης για την κάθε ροή κίνησης ορίζεται η αφετηρία της και ο προορισμός της, βρίσκονται όλες οι πιθανές διαδρομές από την αφετηρία στον προορισμό, υπολογίζονται οι καθυστερήσεις για όλες αυτές τις διαδρομές και τέλος επιλέγεται μια από αυτές τυχαία.

<b>Δομή Ροής Κίνησης</b>
Κύριο αναγνωριστικό
Αφετηρία
Προορισμός
Διαθέσιμες εναλλακτικές διαδρομές
Καθυστέρηση σε κάθε μια από τις διαθέσιμες εναλλακτικές διαδρομές
Επιλεγμένη διαδρομή
Καθυστέρηση επιλεγμένης διαδρομής
Αναγνωριστικό επιλεγμένης διαδρομής

Σχήμα 4.3 Δομή ροής κίνησης

#### 4.2.2.1.1 Ορισμός Αφετηρίας-Προορισμού για ροές κίνησης

Σε περίπτωση εκκένωσης μιας περιοχής, θα ξεκινήσει ροή κίνησης από όσους κόμβους υπάρχει συγκέντρωση ατόμων προς την έξοδο ή τις εξόδους της. Η επιλογή της ροής κίνησης από κάθε κόμβο γίνεται στοχευμένα ή τυχαία, ανάλογα με τις επιλογές που γίνονται από το σχεδιαστή του παιχνιδιού.

Η επιλογή του προορισμού είναι πιο ελεγχόμενη διαδικασία. Μια κλειστή περιοχή έχει λίγες δυνατές εξόδους και η επιλογή του προορισμού (δηλαδή της εξόδου από την περιοχή) για

κάθε ροή μπορεί να γίνει είτε τυχαία ή με κριτήρια όπως η απόσταση της αφετηρίας από την πλησιέστερη έξοδο.

#### 4.2.2.1.2 Καταγραφή διαθέσιμων πιθανών διαδρομών

Γνωρίζοντας την αφετηρία και τον προορισμό μιας ροής κίνησης μέσα στο οδικό δίκτυο βρίσκουμε όλες τις δυνατές διαδρομές οι οποίες μπορούν να την εξυπηρετήσουν. Για το παίγνιο που μελετάται, η κάθε ροή αποτελεί έναν παίκτη ο οποίος ανταγωνίζεται με τους υπόλοιπους παίκτες για τη χρησιμοποίηση των πόρων του δικτύου. Το σύνολο των διαδρομών αποτελεί το σύνολο όλων των δυνατών στρατηγικών του παίκτη. Η εύρεση των διαθέσιμων δυνατών διαδρομών γίνεται με έναν εξαντλητικό αλγόριθμο και χωρίς καμιά υπόθεση. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται, σαρώνει το γράφο του δικτύου ανά πλήθος βημάτων, ξεκινώντας από την αφετηρία και καταγράφει μόνο τις διαδρομές που οδηγούν στον προορισμό. Η διαδικασία αυτή είναι ιδιαίτερα κοστοφόρα από σκοπιά υπολογιστικής πολυπλοκότητας και πραγματοποιείται στο στάδιο της αρχικοποίησης για κάθε ροή κίνησης.

#### 4.2.2.1.3 Αρχική επιλογή διαδρομής

Κατά την αρχικοποίηση του παιγνίου από το σύνολο των διαθέσιμων διαδρομών για κάθε ροή κίνησης επιλέγεται τυχαία και χωρίς κανένα κριτήριο μια η οποία δεν είναι απαραίτητα η βέλτιστη. Για την ακρίβεια η πιθανότητα να είναι η βέλτιστη είναι η ίδια με το να είναι η χειρόστη, αν και δεν έχει καμία σημασία επί της ουσίας.

#### 4.2.2.1.4 Υπολογισμός καθυστέρησης όλων των διαθέσιμων διαδρομών

Αφού για κάθε ροή κίνησης έχει επιλεγεί τυχαία μια διαδρομή υπολογίζεται η καθυστέρηση που εισάγει κάθε τμήμα του δικτύου που στο παίγνιο είναι το σύνολο με τους πόρους για τους οποίους ανταγωνίζονται οι παίκτες. Αρχικά υπολογίζονται οι ροές που δρομολογούνται από κάθε τμήμα του δικτύου και στη συνέχεια η καθυστέρηση που εισάγει καθένα από αυτά στην κάθε διαδρομή. Ο υπολογισμός της συνολικής καθυστέρησης ανά τμήμα δικτύου δίνεται από τη σχέση:

$$t = t_0 \left( 1 + a \left( \frac{x}{C} \right)^b \right) \quad 4.1$$

όπου:

- $t$  είναι η συνολική καθυστέρηση που εισάγει ένα τμήμα του οδικού δικτύου
- $t_0$  είναι η καθυστέρηση ελεύθερης ροής
- $x$  είναι η ροή που έχει δρομολογηθεί από διαδρομή που περιέχει το τμήμα δικτύου

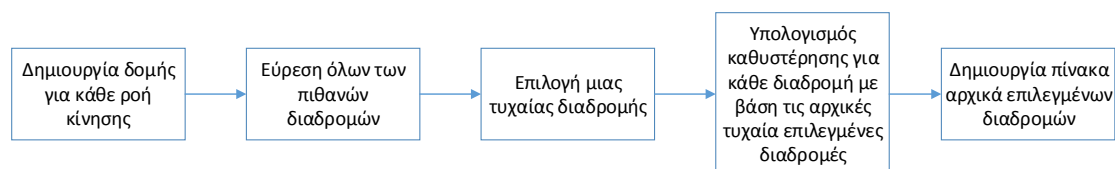
- $C$  είναι η χωρητικότητα του οδικού τμήματος
- $\alpha$  και  $b$  σταθερές που οι συνήθεις τιμές που λαμβάνουν είναι μεγαλύτερες από 0.15 και 4 αντίστοιχα

Η συνολική καθυστέρηση σε μια διαδρομή υπολογίζεται αθροίζοντας τις καθυστερήσεις των επιμέρους οδικών τμημάτων. Οι τιμές που υπολογίζονται αποθηκεύονται στο στιγμιότυπο της δομής που περιγράφηκε παραπάνω για την κάθε ροή κίνησης για όλες τις διαθέσιμες διαδρομές αλλά και για την τυχαία επιλεγμένη αρχική διαδρομή.

#### 4.2.2.1.5 Αποθήκευση αναγνωριστικού αρχικής επιλογής διαδρομής

Ως τελευταίο βήμα της αρχικοποίησης είναι η αποθήκευση του αναγνωριστικού της τυχαίας επιλεγμένης αρχικής διαδρομής για όλες τις ροές κίνησης που δρομολογούνται. Ο λόγος που πραγματοποιείται αυτό είναι γιατί στη συνέχεια της εκτέλεσης σε κάθε βήμα της θα πρέπει να έχουμε τον πίνακα των επιλεγμένων διαδρομών δρομολόγησης για όλες τις ροές κίνησης. Ο πίνακας αυτός είναι ιδιαίτερης σημασίας καθώς όπως εξηγείται παρακάτω αποτελεί το κριτήριο για τον τερματισμό της εκτέλεσης.

Συνολικά οι διαδικασίες που πραγματοποιούνται κατά της αρχικοποίηση φαίνονται στο σχήμα 4.3

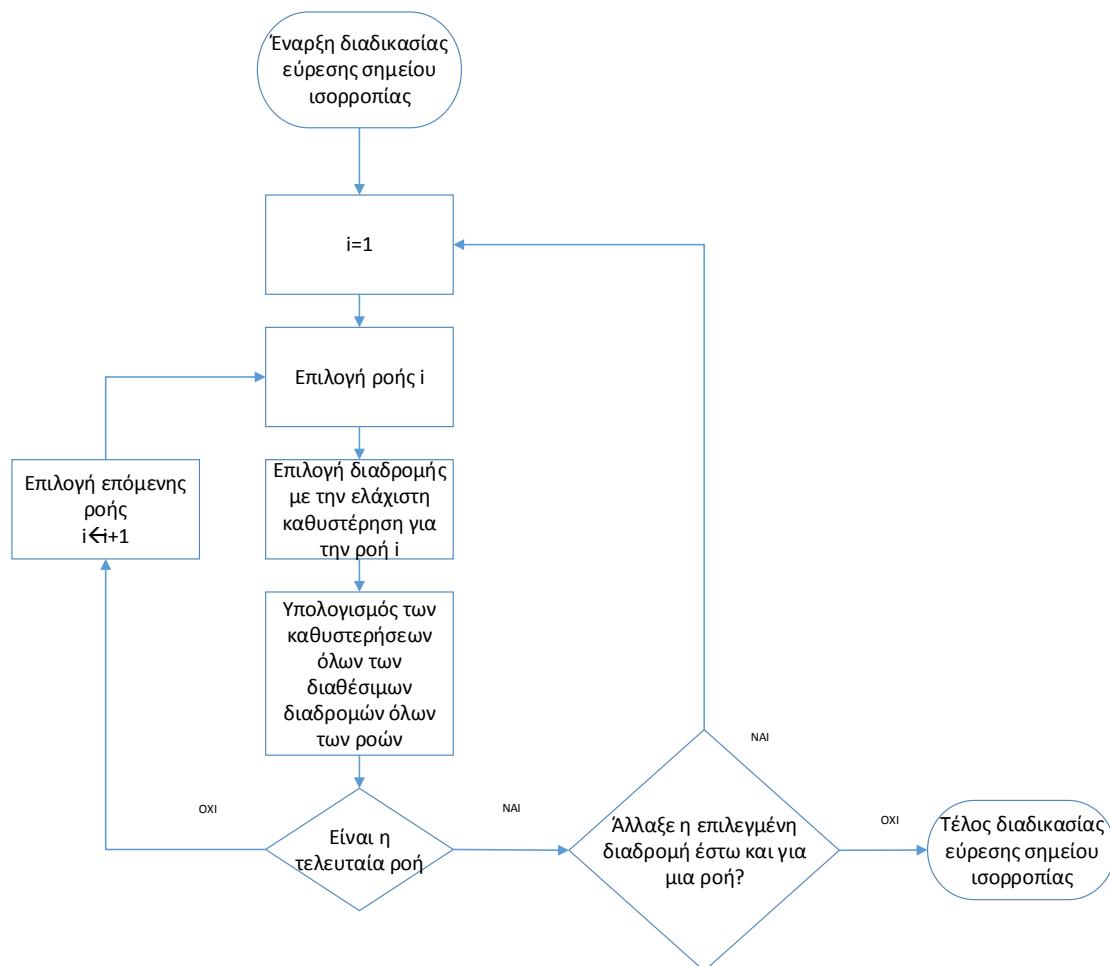


Σχήμα 4.3 Επιμέρους στάδια αρχικοποίησης εκτέλεσης

#### 4.2.2.2 Εκτέλεση βήματος εύρεσης διαδρομής βέλτιστης απόκρισης

Σύμφωνα με το κεφάλαιο 3, για την επίλυση ενός παίγνιου συμφόρησης χρησιμοποιείται η διαδικασία Myopic Best Response. Σύμφωνα με τη διαδικασία αυτή εκτελείται ένα πλήθος από βήματα μέχρι να βρεθεί η κατάσταση ισορροπίας. Σε κάθε βήμα, σε κάθε ροή κίνησης ανατίθεται η διαδρομή προς την έξοδο, που σε εκείνο το βήμα και δεδομένων των επιλογών διαδρομών για όλες τις άλλες ροές κίνησης, έχει τη μικρότερη καθυστέρηση. Δηλαδή με άλλα λόγια, για κάθε ροή βρίσκεται η διαδρομή η οποία αποτελεί βέλτιστη απόκριση στις επιλογές για τις άλλες ροές. Μετά από την ανάθεση μιας διαδρομής σε μια ροή, υπολογίζονται όλες οι καθυστερήσεις για όλα τα τμήματα του οδικού δικτύου και ταυτόχρονα, οι συνολικές καθυστερήσεις για όλες τις διαθέσιμες διαδρομές όλων των ροών που πρέπει να δρομολογηθούν στο δίκτυο. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να μην αλλάξει η

ανατεθειμένη διαδρομή για καμιά από τις δρομολογούμενες ροές. Η κατάσταση αυτή αποτελεί σημείο ισορροπίας για το παίγνιο (και άρα η λύση του), καθώς καμιά από τις ροές δεν μπορεί να έχει μικρότερη καθυστέρηση αν αλλάξει η διαδρομή της. Σύμφωνα με τη θεωρία, για όλα τα παίγνια συμφόρησης υπάρχει σημείο ισορροπίας και απαιτείται πεπερασμένος αριθμός επανάληψης της διαδικασίας αυτής για να υπολογιστεί. Η διαδικασία που περιγράφηκε λεκτικά απεικονίζεται στο σχήμα 4.4.



Σχήμα 4.4 Διαδικασία εύρεσης σημείου ισορροπίας παιγνίου

Στο σημείο αυτό χρειάζεται να τονισθεί ότι η λύση στο σημείο ισορροπίας είναι ο συνδυασμός των διαδρομών, για τις ροές κίνησης που πρέπει να δρομολογηθούν, για τον οποίο αν αλλάξει η διαδρομή για μια ροή δεν θα επιτευχθεί μικρότερη καθυστέρηση. Η λύση αυτή είναι δίκαιη, είναι βέλτιστη ως προς το χρήστη (user optimal) τηρουμένων των αναλογιών και γενικά απέχει από τη λύση του αντίστοιχου προβλήματος βελτιστοποίησης που αποτελεί τη βέλτιστη λύση για το σύστημα. Η λύση αυτή, όπως περιγράφηκε, προϋποθέτει πλήρη γνώση της κατάστασης στο οδικό δίκτυο, το οποίο είναι εξαιρετικά δύσκολο. Επίσης αποτελεί ισορροπία Nash αμιγούς στρατηγικής, στοιχείο το οποίο κάνει πιο αργή τη σύγκλιση προς την ισορροπία.

#### 4.2.2.3 Απεικόνιση αποτελεσμάτων

Το τελευταίο στάδιο εκτέλεσης του λογισμικού υλοποιεί την απεικόνιση της λύσης που έχει προκύψει ώστε να είναι εύκολη η εξαγωγή των αντίστοιχων συμπερασμάτων. Η λύση του παιγνίου είναι ένα σύνολο επιλογών διαδρομών για διάφορες ροές κίνησης που η απλή απεικόνισή τους δε θα μπορούσε να οδηγήσει στην εύκολη και αξιόπιστη εξαγωγή συμπερασμάτων. Γι' αυτόν το λόγο γίνεται πρώτα στατιστική επεξεργασία των αποτελεσμάτων και υπολογίζονται κάποια μετρικά που μπορούν να απεικονιστούν σε διαγράμματα και να μας δώσουν ποσοτικά και ποιοτικά αποτελέσματα. Δεδομένου ότι σε καταστάσεις εικένωσης περιοχών εκείνο που ενδιαφέρει είναι ό,τι έχει σχέση με το χρόνο, τα μετρικά αυτά θα είναι μέσοι και μέγιστοι χρόνοι καθυστέρησης για τις επιλεγμένες διαδρομές.

Για την καλύτερη απεικόνιση των ροών κίνησης στο σημείο ισορροπίας, δημιουργήθηκαν τροποποιημένα διαγράμματα τα οποία απεικονίζουν τους κόμβους και τους συνδέσμους του δικτύου και μάλιστα το πάχος των συνδέσμων είναι ανάλογο με τη ροή που δρομολογείται από αυτούς, ενώ το φόντο των διαγραμμάτων αυτών είναι ο χάρτης από την υπηρεσία Google Maps.





# 5

## *Υλοποίηση και μελέτη σεναρίων εκκένωσης*

### *5.1 Ορισμός οδικού δικτύου*

Πριν αναφερθούν να σεναρία που υλοποιήθηκαν και μελετήθηκαν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, θα περιγραφεί το οδικό δίκτυο που δημιουργήθηκε.

Ως δίκτυο για την επίλυση του παιγνίου επιλέχτηκε η Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου. Τα χαρακτηριστικά που την καθιστούν κατάλληλη περιοχή για το παίγνιο που μελετάται είναι τα εξής:

- Έχει ικανοποιητική έκταση
- Παρέχει πολλές εναλλακτικές διαδρομές στους παίκτες
- Έχει τρεις εισόδους/εξόδους οι οποίες μόνο για συγκεκριμένες ώρες είναι ταυτόχρονα ανοιχτές ανά δυο και ανά τρεις (αυτό θα αποτελέσει παράμετρο στην αρχικοποίηση των σεναρίων που θα μελετηθούν)
- Έχει σημεία υψηλής συγκέντρωσης ατόμων στα διάφορα τμήματα που στεγάζονται σε αυτήν
- Η εκκένωση της αποτελεί εν δυνάμει ένα υπαρκτό σενάριο σε περίπτωση ειδικών συνθηκών

Όπως αναμενόταν από όλα τα οδικά τμήματα και τα σημεία τροφοδότησης κυκλοφοριακής κίνησης για το δίκτυο επιλέχθηκαν αυτά τα οποία έχουν περισσότερο ενδιαφέρον ως προς το αντικείμενο της παρούσας μελέτης.

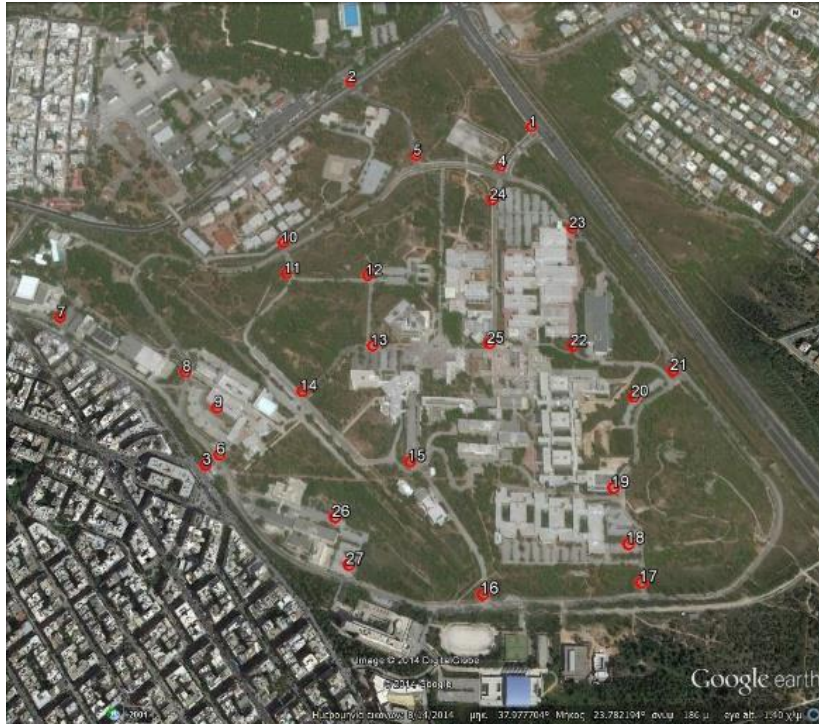
Οι κόμβοι και τα οδικά τμήματα που επιλέχθηκαν να υπάρχουν στο δίκτυο που υλοποιήθηκε παρατίθενται στους πίνακες 5.1 και 5.2, ενώ στο σχήμα 5.1α και 5.1β φαίνονται οι κόμβοι με υπόβαθρο δορυφορική εικόνα.

Κόμβος	Περιγραφή	Γεωγραφικό Πλάτος	Γεωγραφικό Μήκος
1	Είσοδος-Έξοδος ΕΜΠ - Πύλη Κατεχάκη	37.98156	23.784565
2	Είσοδος-Έξοδος ΕΜΠ - Πύλη Κοκκινοπούλου	37.982425	23.780691
3	Είσοδος-Έξοδος ΕΜΠ - Πύλη Ζωγράφου	37.975889	23.778277
4	Περιφερειακή ΕΜΠ - Σημείο εισόδου από Κατεχάκη	37.980847	23.783921
5	Περιφερειακή ΕΜΠ - Σημείο εισόδου από Κοκκινοπούλου	37.981049	23.782143
6	Περιφερειακή ΕΜΠ - Σημείο εισόδου από Ζωγράφου	37.976047	23.778526
7	Κτίριο Αντοχής υλικών	37.978182	23.775015
8	Περιφερειακή ΕΜΠ - Πολιτικοί Μηχανικοί Α Έξοδος	37.977321	23.777687
9	Περιφερειακή ΕΜΠ - Πολιτικοί Μηχανικοί Β Έξοδος	37.976763	23.778381
10	Περιφερειακή ΕΜΠ - Στροφή προς Θωμαΐδιο Εκτυπωτικό Κέντρο	37.979504	23.779437
11	Εσωτερική διασταύρωση που οδηγεί στο Θωμαΐδιο Εκτυπωτικό Κέντρο και στην Πρωτανεία	37.978985	23.779539
12	Είσοδος χώρου στάθμευσης νέου κτιρίου Ηλεκτρολόγων Μηχανικών - Θωμαΐδιο Εκτυπωτικό Κέντρο	37.97895	23.781216
13	Είσοδος χώρου στάθμευσης – Οικονομικές υπηρεσίες Πρωτανείας	37.977795	23.781368
14	Πλάτωμα ανάμεσα σε Πρωτανεία και Πολιτικούς Μηχανικούς	37.977054	23.780015
15	Χώρος στάθμευσης πρωτανείας - Κτίριο ΣΕΜΦΕ	37.976004	23.782162
16	Περιφερειακή ΕΜΠ - Στίβος	37.974128	23.783538
17	Περιφερειακή ΕΜΠ - Παλιό κτίριο Ηλεκτρολόγων	37.974338	23.786418
18	Χώρος στάθμευσης παλαιού κτιρίου Ηλεκτρολόγων Μηχανικών	37.974876	23.786195
19	Χημικοί Μηχανικοί - Διασταύρωση προς γενικές έδρες	37.975665	23.785949
20	Χώρος στάθμευσης Χημικών Μηχανικών	37.97703	23.786428
21	Περιφερειακή ΕΜΠ - Πρώτη Έξοδος Β Χώρου στάθμευσης Μηχανολόγων Μηχανικών	37.977444	23.787199
22	Μηχανολόγοι Μηχανικοί	37.977821	23.785313
23	Περιφερειακή ΕΜΠ - Δεύτερη Έξοδος Β Χώρου στάθμευσης Μηχανολόγων Μηχανικών	37.979751	23.785345
24	Χώρος στάθμευσης Α Μηχανολόγων Μηχανικών	37.980248	23.783742
25	Υπόγειος χώρος στάθμευσης - Κεντρικός Υπολογιστής	37.977848	23.78368
26	Χώρος στάθμευσης Αγρονόμων Τοπογράφων Μηχανικών	37.975165	23.780782
27	Παλαιά Φοιτητική εστία - Γυμναστήριο	37.9745	23.781081

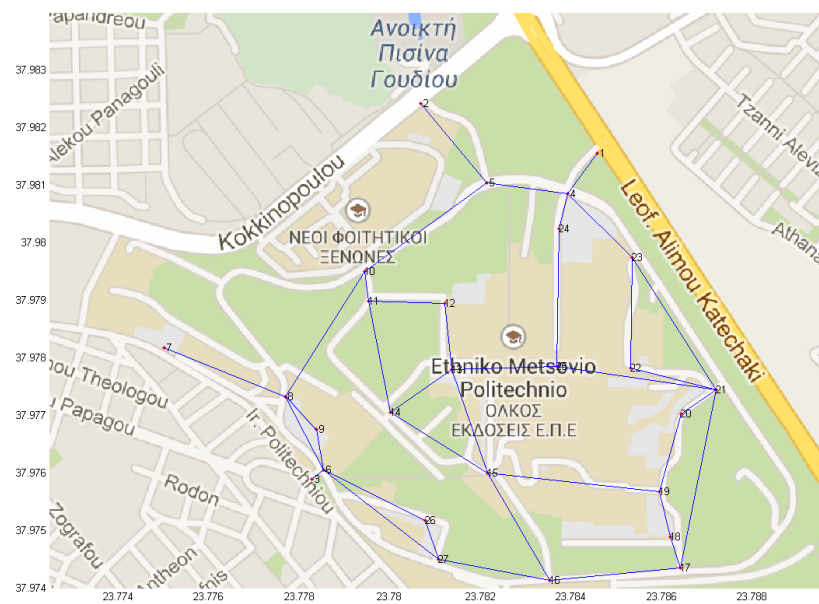
Πίνακας 4.1 Κόμβοι του δικτύου

Από (κόμβο)	Εως (κόμβο)	Λωρίδες	Μήκος (m)	Από (κόμβο)	Εως (κόμβο)	Λωρίδες	Μήκος (m)
4	1	1	100	18	19	1	100
5	2	1	230	19	18	1	100
6	3	1	30	19	15	1	450
7	8	1	250	19	20	1	160
8	7	2	260	20	19	1	160
9	8	1	90	20	21	1	80
9	6	1	80	21	20	1	80
8	10	1	550	17	21	1	580
10	8	1	550	21	17	1	580
5	10	1	290	21	22	1	160
10	5	1	290	22	21	1	160
10	11	1	50	23	22	1	230
11	10	1	50	22	23	1	230
11	12	1	140	23	21	1	320
12	11	1	140	21	23	1	320
12	13	1	120	23	4	1	200
13	12	1	120	4	23	1	200
13	14	1	140	4	24	1	80
14	13	1	140	24	4	1	80
11	14	1	300	24	25	1	300
14	11	1	300	25	24	1	300
14	15	1	220	25	13	1	230
15	14	1	220	25	21	1	440
15	13	1	290	4	5	1	190
6	27	1	300	5	4	1	190
27	6	1	300	6	8	1	160
15	16	1	250	8	6	1	160
16	15	1	250	27	16	1	200
16	17	1	260	16	27	1	200
17	16	1	260	26	6	1	190
17	18	1	60	26	27	1	190
18	17	1	60				

Πίνακας 4.2 Οδικά τμήματα του δικτύου



Σχήμα 4.1α Κόμβοι οδικού δικτύου Πολυτεχνειούπολης Ζωγράφου



Σχήμα 4.1β Κόμβοι και τμήματα οδικού δικτύου Πολυτεχνειούπολης Ζωγράφου

## 5.2 Σενάρια μελέτης

### 5.2.1 Υποθέσεις υλοποίησης

Όλα τα σενάρια που υλοποιούνται αφορούν τον κεντρικό σχεδιασμό της δρομολόγησης ροής κίνησης μέσα στο οδικό δίκτυο μιας περιοχής σε κατάσταση εικένωσης της. Δεν αποτελεί μια

αμιγώς προσομοίωση της κίνησης, απλά μια δίκαιη ανάθεση πόρων σε «αντίπαλες» ροές κίνησης αν υποθεθεί ότι αυτή υλοποιείται από το διαχειριστή του δικτύου. Θα μπορούσε να είναι μια μακροσκοπική προσέγγιση του προβλήματος με στόχο τον υπολογισμό του βέλτιστου ανά χρήστη (user optimal).

#### 5.2.1.1 Μέγιστη ροή από κύρια σημεία στάθμευσης

Για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας θεωρούμε ότι οι κύριοι χώροι στάθμευσης στην Πολυτεχνειούπολη και η μέγιστη ροή κίνησης που μπορούν να δώσουν στο οδικό δίκτυο της Πολυτεχνειούπολης, με βάση τις θέσεις στάθμευσης που έχουν, είναι οι ακόλουθοι:

Κόμβος	Περιγραφή	Μέγιστη ροή κίνησης εξόδου από κόμβο (οχήματα ανά ώρα)
7	Χώρος στάθμευσης - Κτίριο Αντοχής Υλικών	300
9	Χώρος στάθμευσης - Κτίριο Πολιτικών Μηχανικών	900
12	Χώρος στάθμευσης - Νέο Κτίριο Ηλεκτρολόγων Μηχανικών – Θωμαΐδιο Εκτυπωτικό Κέντρο	300
13	Χώρος στάθμευσης – Κτίριο Πρυτανείας – Οικονομικές Υπηρεσίες	300
15	Χώρος στάθμευσης – Κτίριο Πρυτανείας – Κύρια Είσοδος	300
18	Χώρος στάθμευσης – Παλιό Κτίριο Ηλεκτρολόγων Μηχανικών – Κτίριο Μεταλλειολόγων Μηχανικών	1200
20	Χώρος στάθμευσης –Κτίριο Χημικών Μηχανικών	300
24	Μεγάλος Χώρος στάθμευσης –Κτίριο Μηχανολόγων Μηχανικών	800
25	Στεγασμένος Χώρος Στάθμευσης – Κτίριο Κεντρικού Υπολογιστή	2200
27	Χώρος Στάθμευσης Παλαιάς φοιτητικής εστίας - Γυμναστήριο	300

#### 5.2.1.2 Περιγραφή αρχικής συμφόρησης δικτύου

Η κατάσταση του δικτύου τη στιγμή που επιλύεται το παίγνιο συμφόρησης αποτελεί την αρχική κατάσταση του και εισάγεται ως παράμετρος στο παίγνιο. Η περιγραφή των

καταστάσεων γίνεται με ασαφή τρόπο και η αντιστοίχιση τους σε υπάρχουσες ροές κίνησης ανά σύνδεσμο γίνεται εμπειρικά. Ο υπολογισμός γίνεται με τη μέση απόσταση μεταξύ δυο οχημάτων σε κάθε κατάσταση. Οι καταστάσεις αρχικής συμφόρησης είναι οι εξής:

- Χαμηλή κίνηση: Ήδη υπάρχουσα ροή 500 οχήματα ανά ώρα
- Μέτρια κίνηση: Ήδη υπάρχουσα ροή 1000 οχήματα ανά ώρα
- Υψηλή κίνηση: Ήδη υπάρχουσα ροή 1500 οχήματα ανά ώρα

#### *5.2.1.3 Μέση ταχύτητα κίνησης*

- Εκτός του σεναρίου που γίνεται μελέτη ως προς τη μέση ταχύτητα, για την κίνηση εντός του δικτύου, θεωρείται μέση ταχύτητα 30 χιλιόμετρα ανά ώρα.

#### *5.2.1.4 Χωρητικότητα συνδέσμου*

Για όλους τους συνδέσμους του οδικού δικτύου θεωρούμε χωρητικότητα 2000 οχήματα/λωρίδα κυκλοφορίας/ώρα.

### **5.2.2 Παράμετροι μελέτης**

Τα βασικά στοιχεία ενός σχεδίου εκκένωσης μιας περιοχής σε κατάσταση εκτάκτου ανάγκης είναι τα εξής:

- Η έξοδος ή οι εξοδοί της περιοχής
- Το πλήθος της ροής κίνησης που κατευθύνεται προς τις εξόδους της περιοχής καθώς και τα σημεία στα οποία δημιουργείται
- Η μέση ταχύτητα των οχημάτων
- Η μη διαθεσιμότητα καίριων τμημάτων του οδικού δικτύου της περιοχής

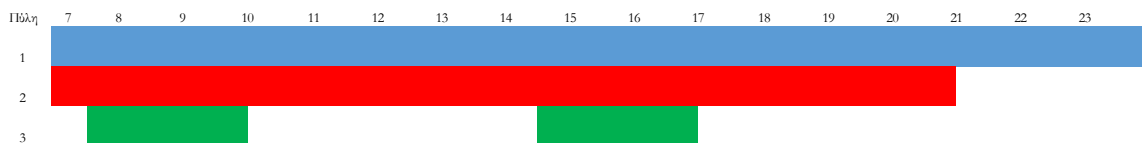
Στα σενάρια ειδικών καταστάσεων εκκένωσης της περιοχής της Πολυτεχνειούπολης Ζωγράφου που αναφέρονται στη συνέχεια του κεφαλαίου, γίνεται μια προσπάθεια ενσωμάτωσης κάποιων από τους παραπάνω παράγοντες ενδιαφέροντος και γίνεται μια προσπάθεια μελέτης του βαθμού που αυτοί τα επηρεάζουν. Με ορολογία θεωρίας παιγνίων, γίνεται μια προσπάθεια να μελετηθεί πώς και αν αυτοί οι παράγοντες επηρεάζουν την κατάσταση του παιγνίου στο σημείο ισορροπίας.

### 5.2.3 Σενάριο 1 - Επίδραση της ώρας εκκένωσης της περιοχής με βάση της συνθήκες πραγματικές συνθήκες

Η Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου είναι μια κλειστή περιφραγμένη περιοχή με τρία σημεία ελεγχόμενης εισόδου και εξόδου. Οι τρεις εξόδοι είναι στους κόμβους 1, 2 και 3 στα σχήματα 4.1α και 4.1β. Για αυτές τις τρεις εξόδους ισχύουν τα εξής:

- Η έξοδος 1 είναι ανοιχτή καθ' όλη τη διάρκεια της μέρας, στο διάστημα 7:00-23:00. Για να εξέλθει κάποιος από αυτήν διανύει ένα δρόμο μήκους 100m προς τη Λεωφόρο Κατεχάκη όπου υπάρχει φωτεινός σηματοδότης.
- Η έξοδος 2 είναι ανοιχτή καθ' όλη τη διάρκεια της μέρας, στο διάστημα 7:00-20:00. Για να εξέλθει κάποιος από αυτήν διανύει ένα δρόμο μήκους 230m προς την οδό Κοκκινοπούλου όπου υπάρχει φωτεινός σηματοδότης.
- Η έξοδος 3 είναι ανοιχτή στη διάρκεια της μέρας, στα διαστήματα 8:30-9:30 και 14:30-16:00. Για να εξέλθει κάποιος από αυτήν διανύει ένα δρόμο μήκους 30m προς την οδό Ηρώων Πολυτεχνείου, όπου υπάρχει σήμανση παραχώρησης προτεραιότητας «ΣΤΟΠ».

Η επικάλυψη των χρονικών διαστημάτων που οι πύλες είναι ανοιχτές ανά δύο ή ανά τρεις φαίνονται στο σχήμα 4.2.



Σχήμα 4.2 Χρονικά διαστήματα λειτουργίας εισόδων

Με βάση το παραπάνω στο παρόν σενάριο μελετάμε τις εξής περιπτώσεις εκκένωσης της Πολυτεχνειούπολης:

1. Πολύ πρωινή ώρα (7-8) με ανοιχτές τις πύλες 1 και 2, 10% της μέγιστης εξερχόμενης ροής που υποθέτουμε από τους χώρους στάθμευσης και με χαμηλή κίνηση στο εσωτερικό δίκτυο.
2. Πρωινή ώρα (8-10) με ανοιχτές όλες τις πύλες, 60% της μέγιστης εξερχόμενης ροής που υποθέτουμε από τους χώρους στάθμευσης και με μέση κίνηση στο εσωτερικό δίκτυο.

3. Πρωινή προς Μεσημεριανή ώρα (10-2) με ανοιχτές τις πύλες 1 και 2, 80% της μέγιστης εξερχόμενης ροής που υποθέτουμε από τους χώρους στάθμευσης και με υψηλή κίνηση στο εσωτερικό δίκτυο.
4. Μεσημεριανή ώρα (2-5) με ανοιχτές όλες τις πύλες, 80% της μέγιστης εξερχόμενης ροής που υποθέτουμε από τους χώρους στάθμευσης και με υψηλή κίνηση στο εσωτερικό δίκτυο.
5. Απογευματινή ώρα (5-8) με ανοιχτές τις πύλες 1 και 2, 50% της μέγιστης εξερχόμενης ροής που υποθέτουμε από τους χώρους στάθμευσης και με μέση κίνηση στο εσωτερικό δίκτυο.
6. Βραδινή ώρα (8-23) με ανοιχτή την πύλη 1, 20% της μέγιστης εξερχόμενης ροής που υποθέτουμε από τους χώρους στάθμευσης και με χαμηλή κίνηση στο εσωτερικό δίκτυο.

Ως έξοδο για κάθε ροή επιλέγεται η κοντινότερη έξοδος της Πολυτεχνειούπολης προς την αφετηρία της κάθε ροής.

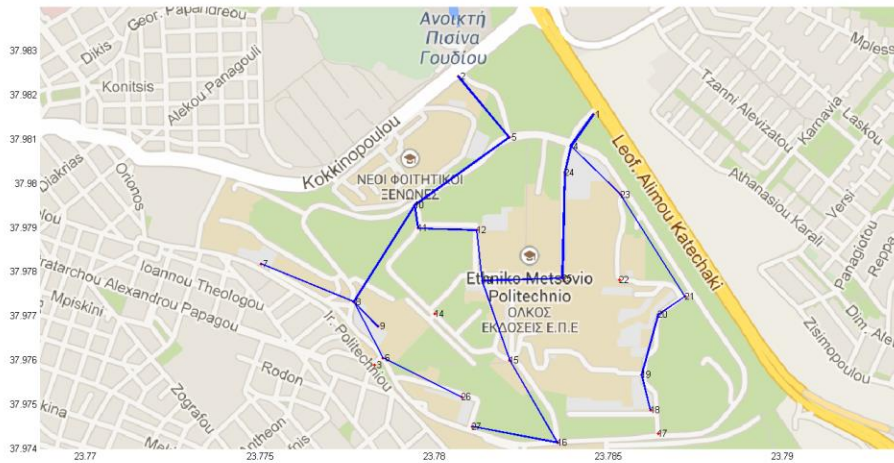
Για κάθε μια από τις παραπάνω περιπτώσεις θα υπολογιστεί η μέση και η μέγιστη καθυστέρηση που συναντούν οι ροές κίνησης προς τον προορισμό τους.

#### 5.2.3.1 Συνοπτικοί πίνακες – διαγράμματα

##### Περίπτωση 1

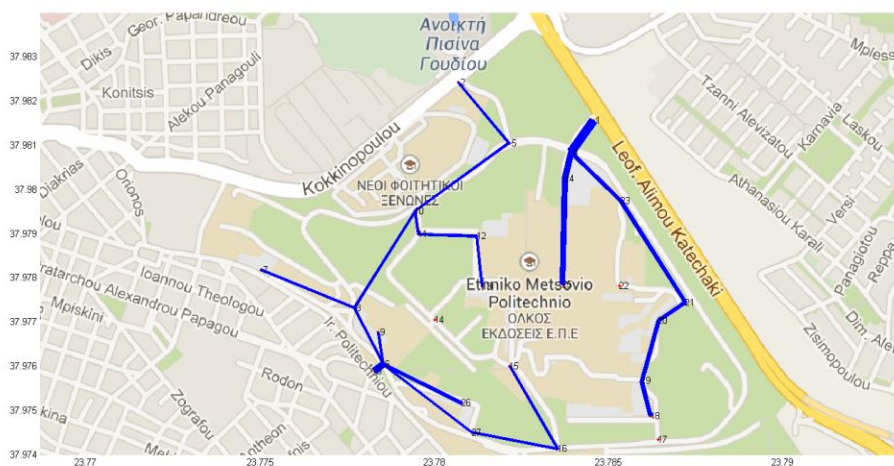
Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	2	0.045141596	2.708495787
9	2	0.039779821	2.386789252
12	2	0.024619716	1.477182967
13	2	0.028624576	1.717474567
15	1	0.034349508	2.060970478
18	1	0.032931294	1.975877669
20	1	0.024235563	1.454133798
24	1	0.006851375	0.411082529
25	1	0.016945125	1.016707529
26	2	0.048476945	2.908616728
27	1	0.049377286	2.962637145
		Μέσος χρόνος	1.916360768





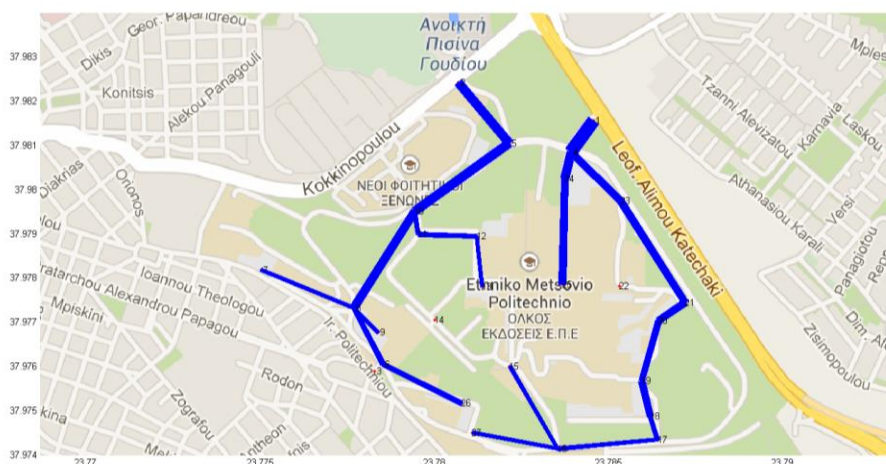
## Περίπτωση 2

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	3	0.017961534	1.077692052
9	3	0.00646705	0.388023
12	2	0.025302716	1.51816297
13	3	0.038628359	2.317701521
15	3	0.029749258	1.784955507
18	1	0.084639874	5.078392466
20	1	0.074673974	4.480438466
24	1	0.05620583	3.372349813
25	1	0.06931623	4.158973813
26	3	0.01068295	0.640977
27	3	0.013948925	0.836935528
		<b>Μέσος χρόνος</b>	<b>2.332236558</b>



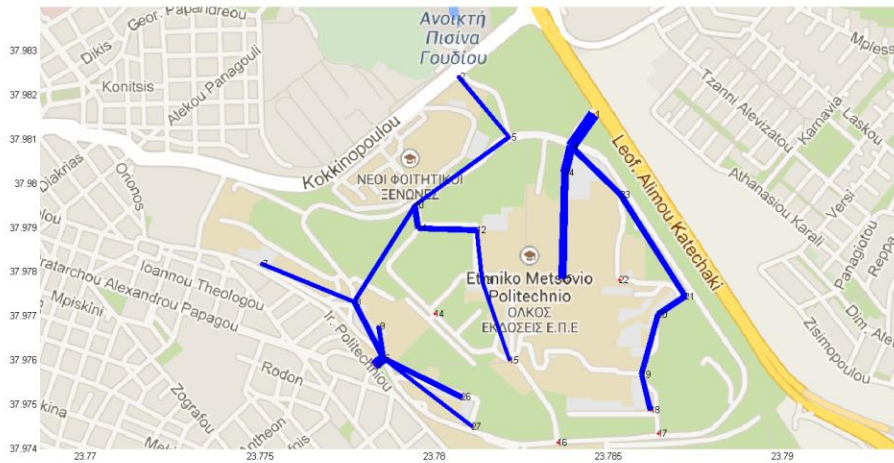
Περίπτωση 3

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	2	0.289142255	17.34853528
9	2	0.282679135	16.96074807
12	2	0.223352369	13.40114211
13	2	0.227746029	13.66476171
15	1	0.354338509	21.26031052
18	1	0.329322583	19.75935497
20	1	0.309220779	18.55324674
24	1	0.261981553	15.71889321
25	1	0.283099563	16.98597377
26	2	0.295935152	17.75610911
27	1	0.350620923	21.03725538
		<b>Μέσος χρόνος</b>	<b>17.49512099</b>



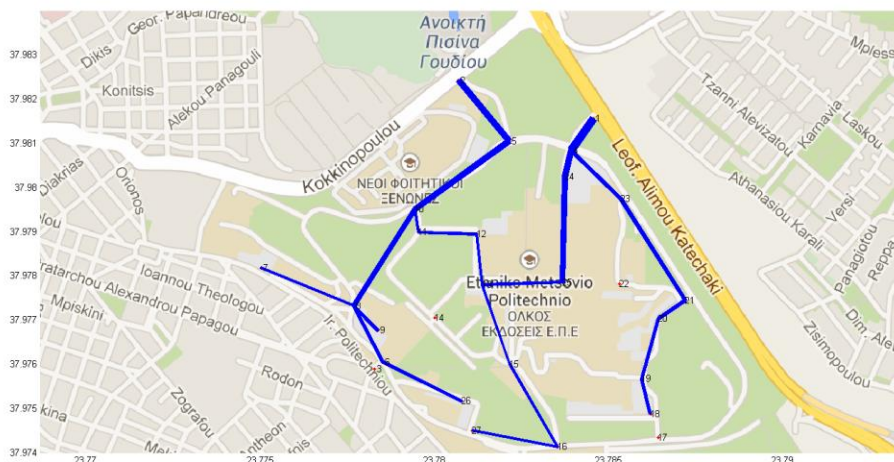
Περίπτωση 4

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	3	0.029631459	1.777887514
9	3	0.014760813	0.885648792
12	2	0.033068303	1.984098162
13	3	0.05545525	3.327315015
15	3	0.06744495	4.046696998
18	1	0.214291933	12.85751596
20	1	0.20078889	12.04733338
24	1	0.178139036	10.68834215
25	1	0.199257045	11.95542271
26	3	0.020253434	1.215206036
27	3	0.021885586	1.313135147
		<b>Μέσος χρόνος</b>	<b>5.645327442</b>



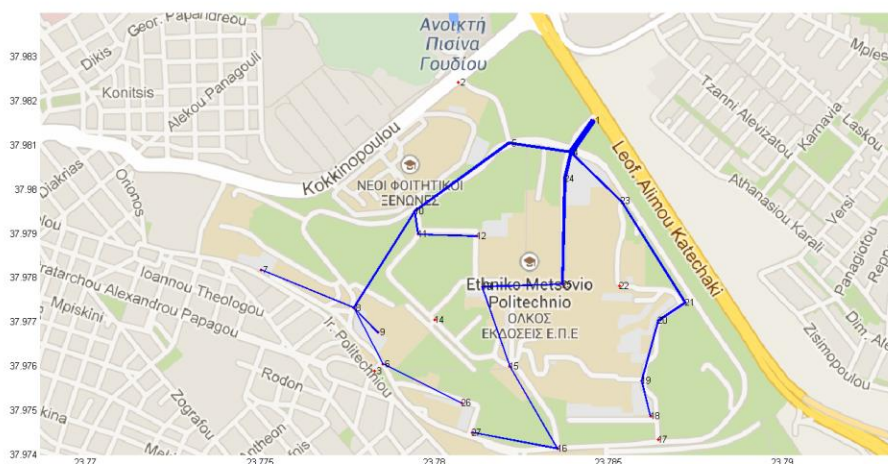
Περίπτωση 5

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	2	0.085765183	5.145910987
9	2	0.080177005	4.81062031
12	2	0.057814336	3.468860173
13	2	0.061892096	3.713525773
15	1	0.079614696	4.776881758
18	1	0.073563332	4.413799943
20	1	0.064085811	3.845148673
24	1	0.047492467	2.849548014
25	1	0.061154576	3.669274576
26	2	0.089587845	5.37527069
27	1	0.09505914	5.703548425
		<b>Μέσος χρόνος</b>	<b>4.342944484</b>



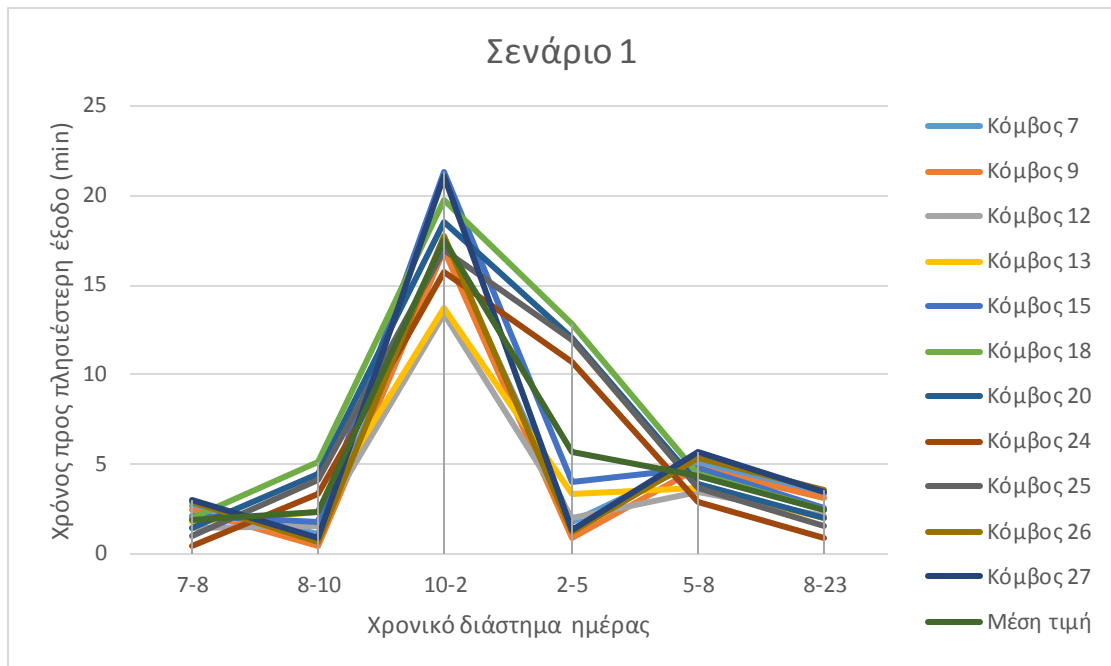
Περίπτωση 6

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	1	0.056371519	3.38229113
9	1	0.051017331	3.06103984
12	1	0.035628924	2.137735446
13	1	0.033337603	2.000256185
15	1	0.043057728	2.583463658
18	1	0.041338642	2.480318546
20	1	0.032621922	1.957315342
24	1	0.015373402	0.922404146
25	1	0.025641162	1.538469708
26	1	0.059735123	3.584107361
27	1	0.058085505	3.485130324
		<b>Μέσος χρόνος</b>	<b>2.46659379</b>



Συγκεντρωτικά προκύπτει το ακόλουθο διάγραμμα:





#### 5.2.4 Σενάριο 2 – Επίδραση της μέσης ταχύτητας κίνησης

Η Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου είναι μια περιοχή με όριο ταχύτητας, εκείνο των κατοικημένων περιοχών, δηλαδή 50km/h. Στην πραγματικότητα όμως τα οχήματα κινούνται με αισθητά χαμηλότερες ταχύτητες.

Με βάση το παραπάνω στο παρόν σενάριο μελετάμε τις εξής περιπτώσεις εικένωσης της Πολυτεχνειούπολης:

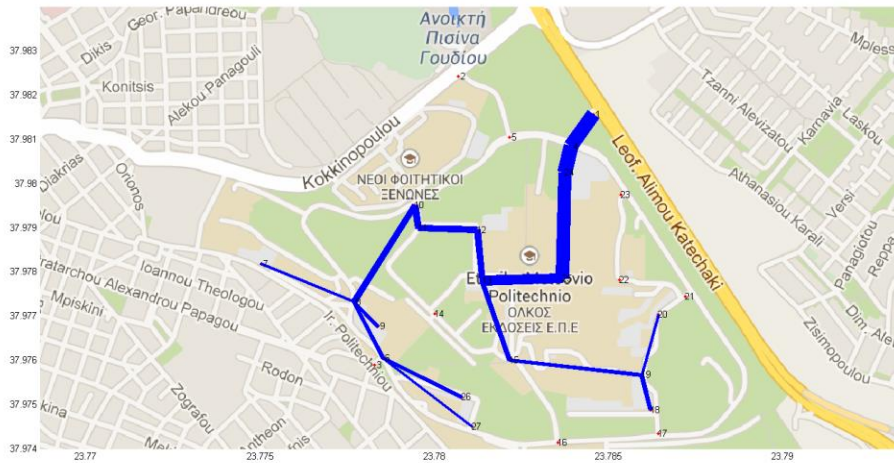
- Περίπτωση 1: Μέση ταχύτητα οχημάτων 20km/h, Μέση κίνηση δικτύου, ανοιχτή έξοδος η 1, 60% της μέγιστης εξερχόμενης ροής που υποθέτουμε από τους χώρους στάθμευσης
- Περίπτωση 2: Μέση ταχύτητα οχημάτων 20km/h, Μέση κίνηση δικτύου, ανοιχτές έξοδοι οι 1 και 2, 60% της μέγιστης εξερχόμενης ροής που υποθέτουμε από τους χώρους στάθμευσης
- Περίπτωση 3: Μέση ταχύτητα οχημάτων 20km/h, Μέση κίνηση δικτύου, ανοιχτές έξοδοι οι 1, 2 και 3, 60% της μέγιστης εξερχόμενης ροής που υποθέτουμε από τους χώρους στάθμευσης
- Περίπτωση 4: Μέση ταχύτητα οχημάτων 30km/h, Μέση κίνηση δικτύου, ανοιχτή έξοδος η 1, 60% της μέγιστης εξερχόμενης ροής που υποθέτουμε από τους χώρους στάθμευσης

- Περίπτωση 5: Μέση ταχύτητα οχημάτων 30km/h, Μέση κίνηση δικτύου, ανοιχτές έξοδοι οι 1 και 2, 60% της μέγιστης εξερχόμενης ροής που υποθέτουμε από τους χώρους στάθμευσης
- Περίπτωση 6: Μέση ταχύτητα οχημάτων 30km/h, Μέση κίνηση δικτύου, ανοιχτές έξοδοι οι 1, 2 και 3, 60% της μέγιστης εξερχόμενης ροής που υποθέτουμε από τους χώρους στάθμευσης
- Περίπτωση 7: Μέση ταχύτητα οχημάτων 40km/h, Μέση κίνηση δικτύου, ανοιχτή έξοδος η 1, 60% της μέγιστης εξερχόμενης ροής που υποθέτουμε από τους χώρους στάθμευσης
- Περίπτωση 8: Μέση ταχύτητα οχημάτων 40km/h, Μέση κίνηση δικτύου, ανοιχτές έξοδοι οι 1 και 2, 60% της μέγιστης εξερχόμενης ροής που υποθέτουμε από τους χώρους στάθμευσης
- Περίπτωση 9: Μέση ταχύτητα οχημάτων 40km/h, Μέση κίνηση δικτύου, ανοιχτές έξοδοι οι 1, 2 και 3, 60% της μέγιστης εξερχόμενης ροής που υποθέτουμε από τους χώρους στάθμευσης

#### 5.2.4.1 Συνοπτικοί πίνακες – διαγράμματα

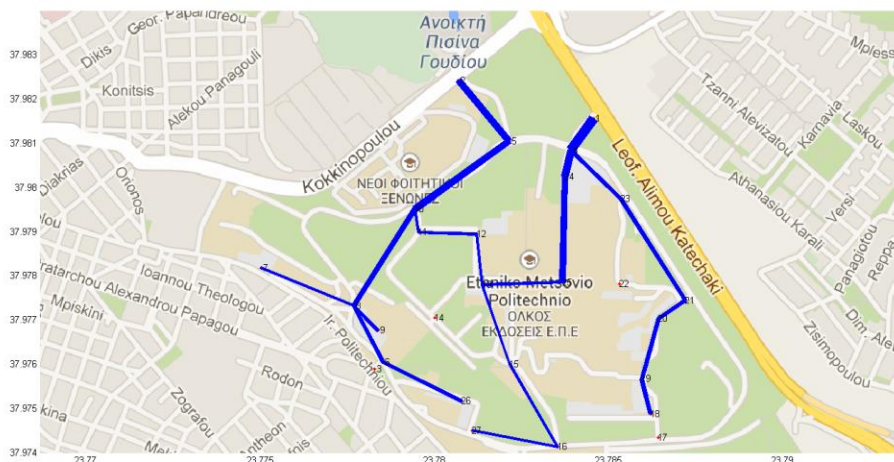
##### Περίπτωση 1

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	1	0.750463518	45.02781107
9	1	0.744977726	44.69866353
12	1	0.6971093	41.82655802
13	1	0.6900718	41.40430802
15	1	0.70492195	42.29531702
18	1	0.727184256	43.63105534
20	1	0.731588343	43.89530056
24	1	0.464024415	27.84146492
25	1	0.63816264	38.28975842
26	1	0.762281715	45.7369029
27	1	0.761653011	45.69918068
		Μέσος χρόνος	41.8496655



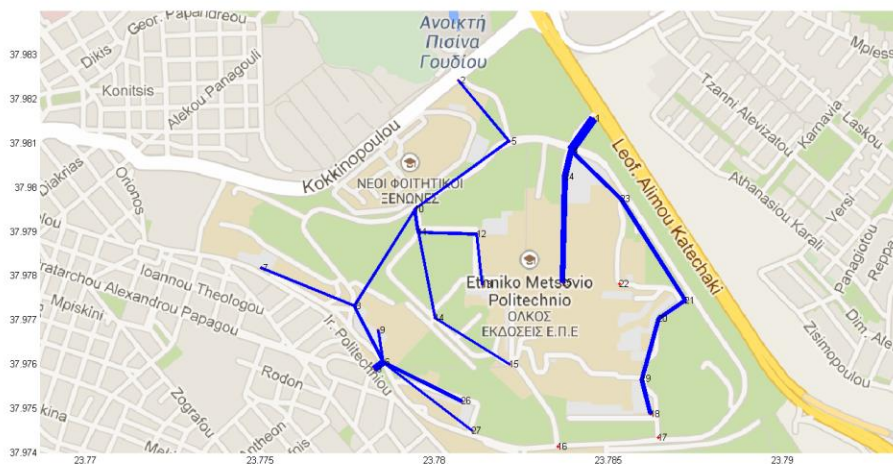
Περίπτωση 2

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	2	0.108138552	6.488313094
9	2	0.102652759	6.159165559
12	2	0.075547478	4.532848703
13	2	0.079625238	4.777514303
15	1	0.132079017	7.924741024
18	1	0.12235664	7.34139839
20	1	0.10932369	6.55942139
24	1	0.086004252	5.160255112
25	1	0.109647852	6.578871112
26	2	0.119327759	7.159665559
27	1	0.150955217	9.057313024
		<b>Μέσος χρόνος</b>	<b>6.521773388</b>



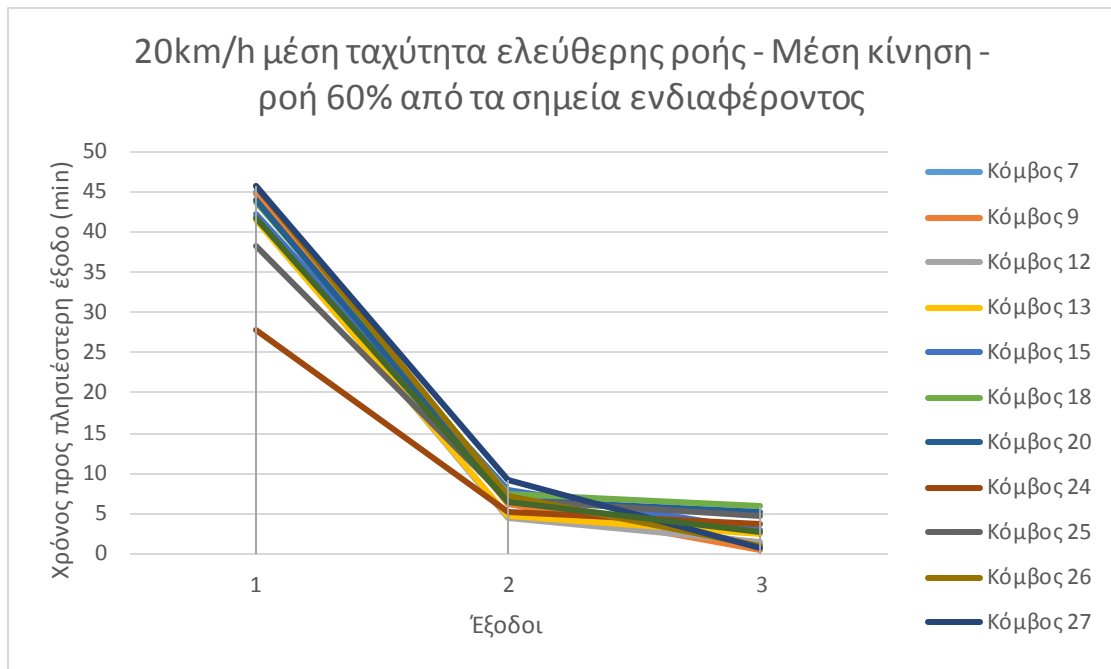
Περίπτωση 3

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	3	0.021084946	1.26509678
9	3	0.00646705	0.388023
12	2	0.025406191	1.524371486
13	3	0.042318391	2.53910347
15	3	0.051075503	3.06453016
18	1	0.100431209	6.025872538
20	1	0.087398259	5.243895538
24	1	0.059696741	3.581804455
25	1	0.079362341	4.761740455
26	3	0.014325	0.8595
27	3	0.013696296	0.821777778
		<b>Μέσος χρόνος</b>	<b>2.734155969</b>



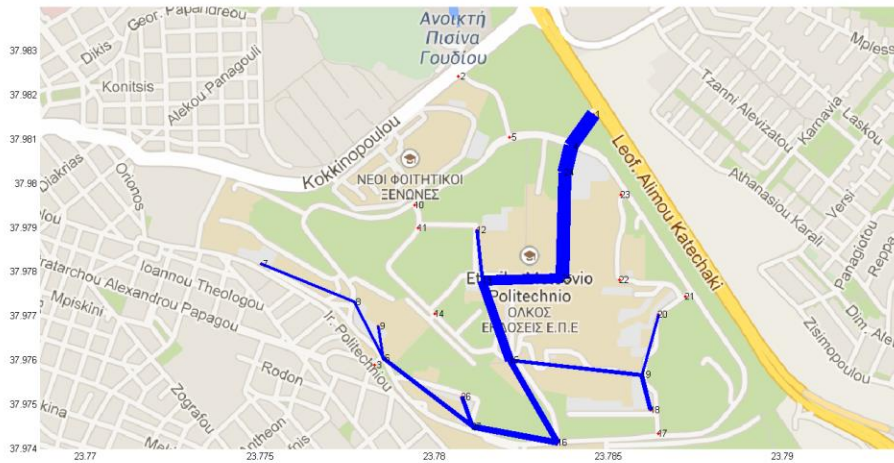
Συγκεντρωτικά οι περιπτώσεις 1,2 και 3 παρουσιάζονται στο ακόλουθο διάγραμμα:





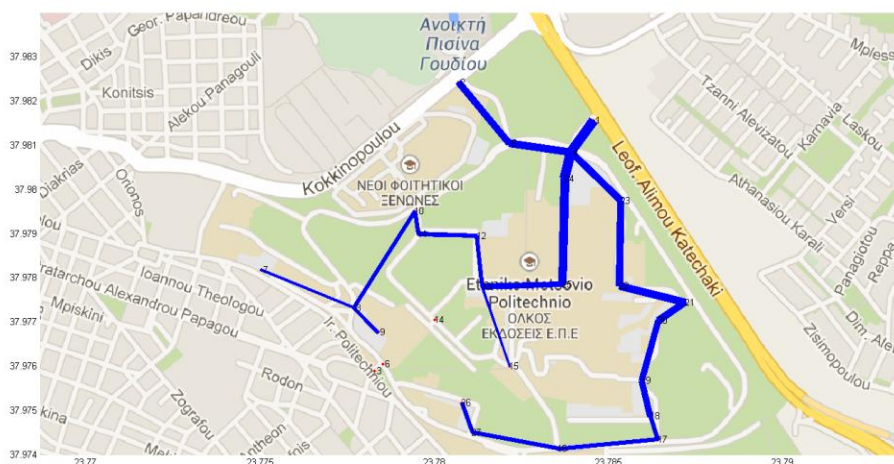
Περίπτωση 4

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	1	0.68573957	41.14437419
9	1	0.674379813	40.46278877
12	1	0.569406733	34.16440401
13	1	0.565328973	33.91973841
15	1	0.631638552	37.89831309
18	1	0.653900857	39.23405141
20	1	0.655558922	39.3335353
24	1	0.414629212	24.87775273
25	1	0.530721362	31.84328173
26	1	0.667095713	40.02574277
27	1	0.659812763	39.58876577
		Μέσος χρόνος	36.59024983



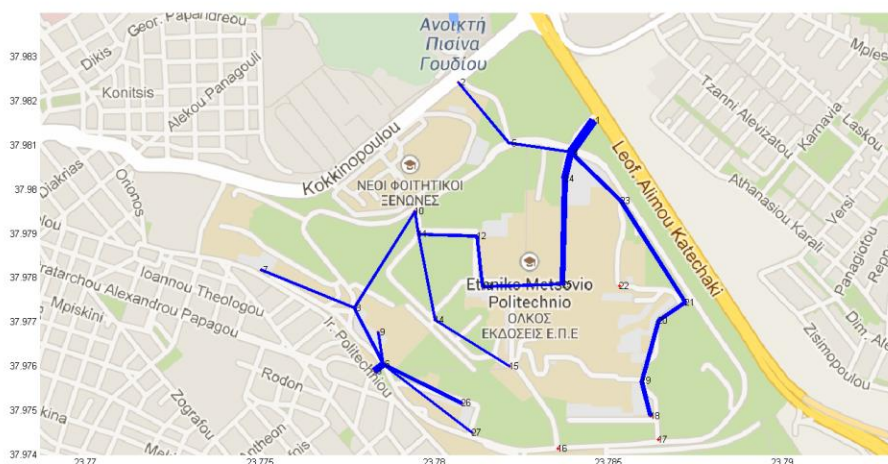
Περίπτωση 5

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	2	0.160856242	9.651374548
9	2	0.15537045	9.322227013
12	2	0.12388014	7.432808376
13	2	0.11928014	7.156808376
15	1	0.144408833	8.664529984
18	1	0.14327451	8.596470615
20	1	0.126997329	7.619839756
24	1	0.094683135	5.68098807
25	1	0.124231285	7.45387707
26	2	0.156851535	9.411092078
27	1	0.164571473	9.874288393
		<b>Μέσος χρόνος</b>	<b>8.260391298</b>

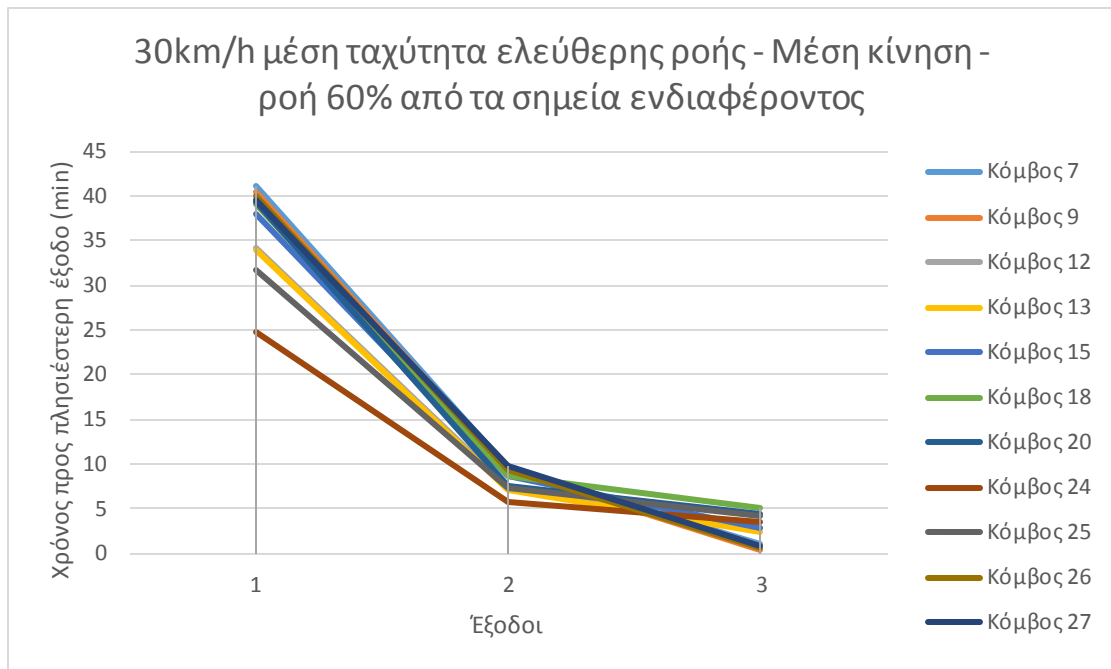


Περίπτωση 6

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	3	0.018168197	1.090091826
9	3	0.00646705	0.388023
12	2	0.049561271	2.973676235
13	3	0.039220811	2.353248666
15	3	0.048055278	2.883316689
18	1	0.084639874	5.078392466
20	1	0.074673974	4.480438466
24	1	0.057525819	3.451549165
25	1	0.071809969	4.308598165
26	3	0.01068295	0.640977
27	3	0.013696296	0.821777778
		<b>Μέσος χρόνος</b>	<b>2.58818995</b>

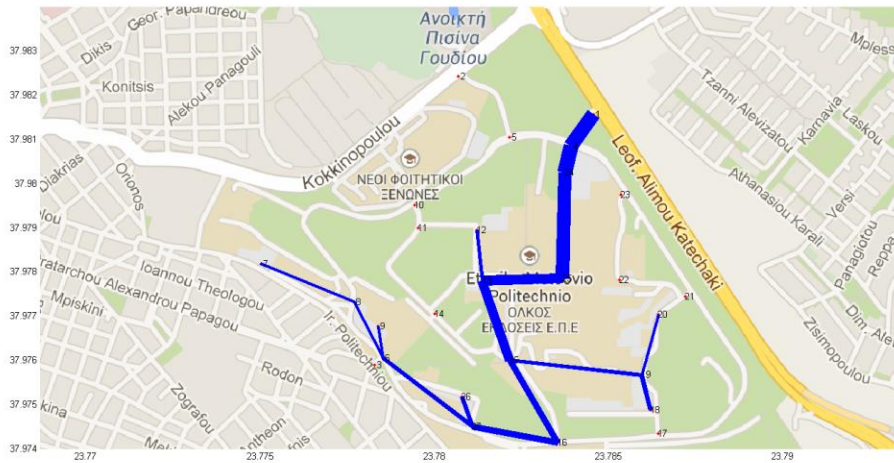


Συγκεντρωτικά οι περιπτώσεις 4,5 και 6 παρουσιάζονται στο ακόλουθο διάγραμμα:



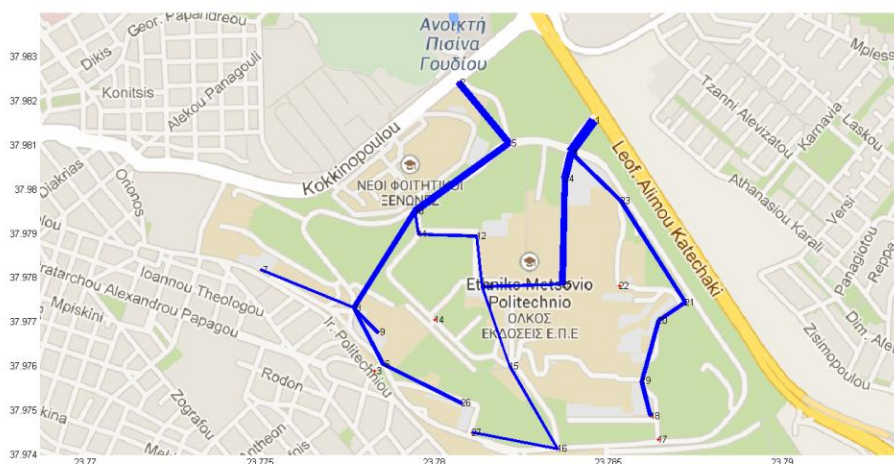
Περίπτωση 7

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	1	0.618843781	37.13062688
9	1	0.608856521	36.53139123
12	1	0.507014535	30.42087211
13	1	0.502936775	30.17620651
15	1	0.569246353	34.1547812
18	1	0.591508659	35.49051952
20	1	0.591794227	35.50765363
24	1	0.389913083	23.39478496
25	1	0.476982195	28.61893171
26	1	0.599751971	35.98511823
27	1	0.594289471	35.65736823
		Μέσος χρόνος	33.00620493



Περίπτωση 8

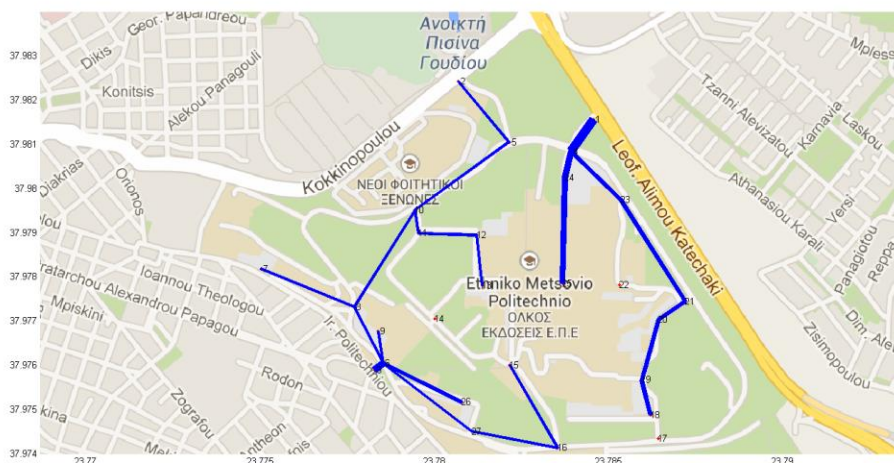
Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	2	0.108138552	6.488313094
9	2	0.102652759	6.159165559
12	2	0.075547478	4.532848703
13	2	0.079625238	4.777514303
15	1	0.106871415	6.412284918
18	1	0.098668205	5.92009232
20	1	0.090235255	5.41411532
24	1	0.078575536	4.714532181
25	1	0.090397336	5.423840181
26	2	0.109265259	6.555915559
27	1	0.120599467	7.235968029
		<b>Μέσος χρόνος</b>	<b>5.784962742</b>



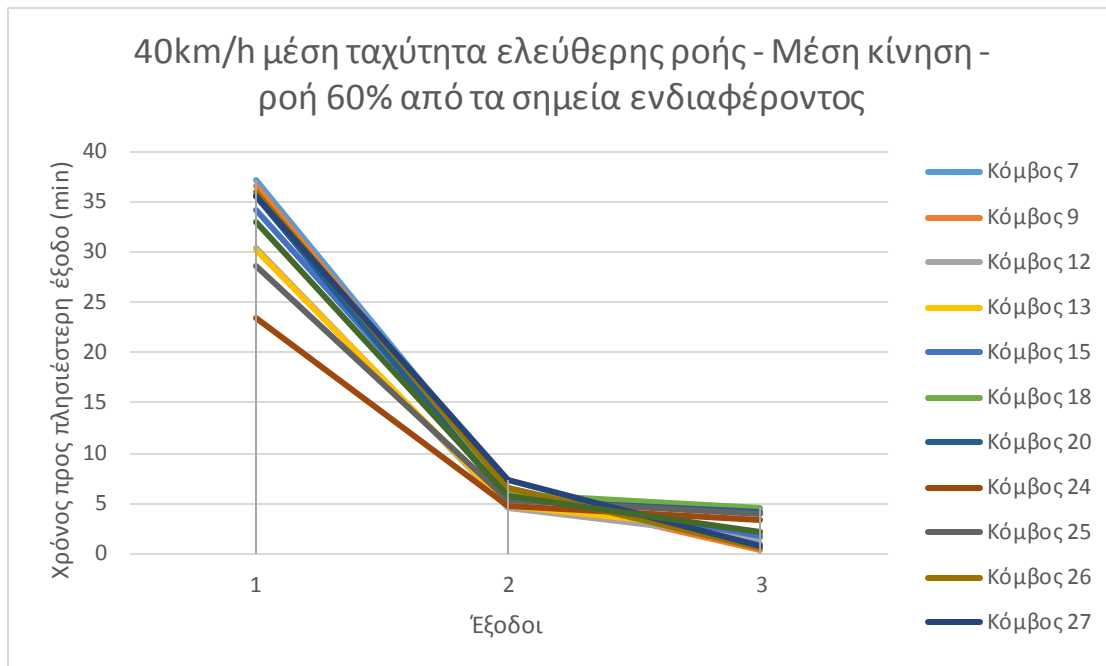


Περίπτωση 9

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	3	0.016555362	0.993321746
9	3	0.00646705	0.388023
12	2	0.025302716	1.51816297
13	3	0.037222187	2.233331215
15	3	0.028032866	1.681971952
18	1	0.076742774	4.604566468
20	1	0.068309824	4.098589468
24	1	0.054459065	3.267543926
25	1	0.064291865	3.857511926
26	3	0.0088625	0.53175
27	3	0.013948925	0.836935528
		<b>Μέσος χρόνος</b>	<b>2.182882564</b>



Συγκεντρωτικά οι περιπτώσεις 7,8 και 9 παρουσιάζονται στο ακόλουθο διάγραμμα:



### 5.2.5 Σενάριο 3 – Μη διαθεσιμότητα τμημάτων του οδικού τμήματος κατά τη διάρκεια της εκκένωσης

Τη στιγμή που πραγματοποιείται η εκκένωση της περιοχής υπάρχει το ενδεχόμενο να μην είναι διαθέσιμα όλα τα οδικά τμήματα προς δρομολόγηση για οποιονδήποτε λόγο.

Στο παρόν σενάριο θα μελετηθεί ο τρόπος με τον οποίο επηρεάζει η μη διαθεσιμότητα συγκεκριμένων συνδέσμων του οδικού δικτύου τη διαδικασία της εκκένωσης.

Για όλα τις περιπτώσεις που θα μελετηθούν θεωρούμε ότι η μέση ταχύτητα των οχημάτων είναι 30km/h, η κίνηση στο δίκτυο είναι μέσης έντασης και η ροή κίνησης από τους κύριους χώρους στάθμευσης είναι σε ποσοστό 50% της μέγιστης εξερχόμενης ροής που υποθέτουμε.

Οι περιπτώσεις που θα μελετηθούν είναι οι εξής:

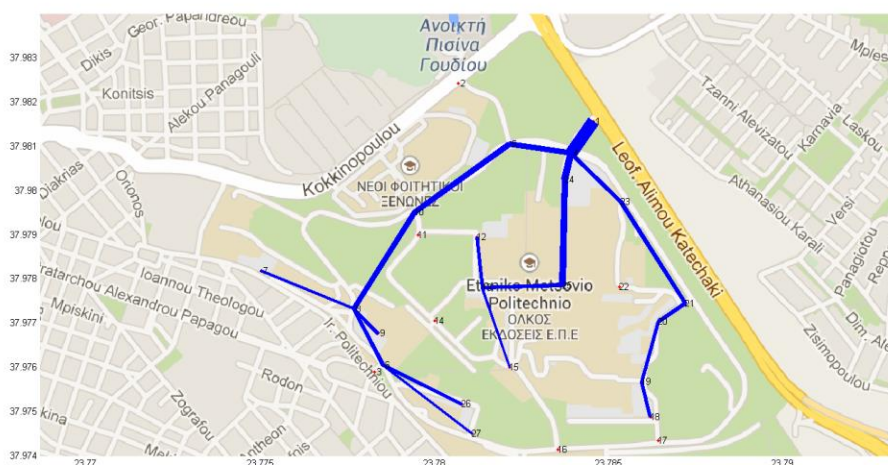
1. Διαθέσιμη η έξοδος 1 και όλα τα τμήματα στο δίκτυο.
2. Διαθέσιμη η έξοδος 1 και μη διαθέσιμος ο σύνδεσμος από τον κόμβο 25 προς τον κόμβο 24, δηλαδή το τμήμα που οδηγεί από τον υπόγειο στεγασμένο χώρο στάθμευσης προς την πύλη Κατεχάκη.
3. Διαθέσιμες οι εξοδοι 1 και 2 και όλα τα τμήματα στο δίκτυο.
4. Διαθέσιμες οι εξοδοι 1 και 2 και μη διαθέσιμος ο σύνδεσμος από τον κόμβο 25 προς τον κόμβο 24, δηλαδή το τμήμα που οδηγεί από τον υπόγειο στεγασμένο χώρο στάθμευσης προς την πύλη Κατεχάκη.

5. Διαθέσιμη η έξοδος 1 και όλα τα τμήματα στο δίκτυο.
  6. Διαθέσιμη η έξοδος 1 και μη διαθέσιμος ο σύνδεσμος από τον κόμβο 10 προς τον κόμβο 5, δηλαδή το τμήμα που οδηγεί από τη στροφή της περιφερειακής προς Θωμαΐδιο προς τη στροφή για την πύλη προς Κοκκινοπούλου.
  7. Διαθέσιμες οι εξόδους 1 και 2 και όλα τα τμήματα στο δίκτυο.
  8. Διαθέσιμες οι εξόδους 1 και 2 και μη διαθέσιμος ο σύνδεσμος από τον κόμβο 10 προς τον κόμβο 5, δηλαδή το τμήμα που οδηγεί από τη στροφή της περιφερειακής προς Θωμαΐδιο προς τη στροφή για την πύλη προς Κοκκινοπούλου.
- Οι περιπτώσεις 1,3,5 και 7 παρατίθενται για λόγους σύγκρισης των αποτελεσμάτων.

#### 5.2.5.1 Συνοπτικοί πίνακες – διαγράμματα

##### Περίπτωση 1

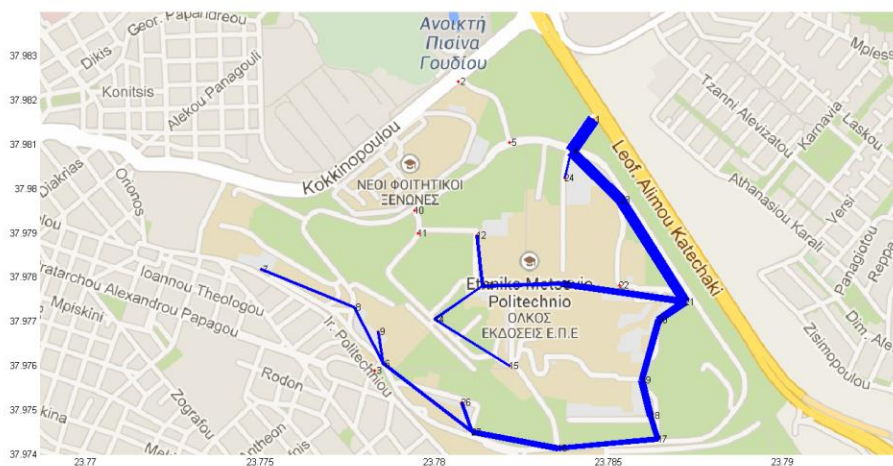
Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	1	0.24220555	14.53233301
9	1	0.236617372	14.19704234
12	1	0.207498358	12.44990149
13	1	0.203420598	12.20523589
15	1	0.213546403	12.81278418
18	1	0.205051155	12.30306927
20	1	0.195573633	11.734418
24	1	0.180300278	10.8180167
25	1	0.195282538	11.71695226
26	1	0.246328757	14.77972542
27	1	0.249699004	14.98194026
		Μέσος χρόνος	12.95740171





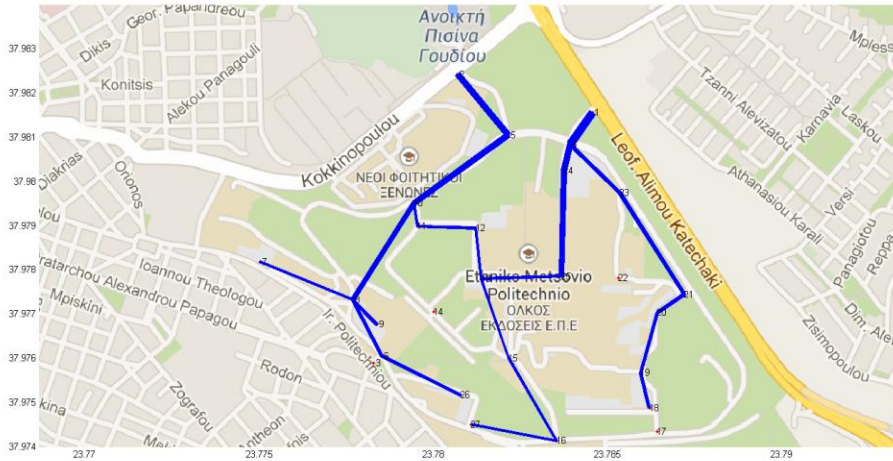
Περίπτωση 2

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	1	0.430565005	25.83390029
9	1	0.419114227	25.14685361
12	1	0.388856437	23.33138622
13	1	0.384778677	23.08672062
15	1	0.397258832	23.8355299
18	1	0.377935565	22.67613392
20	1	0.357833761	21.47002569
24	1	0.174897351	10.49384105
25	1	0.376640616	22.59843699
26	1	0.411870817	24.71224902
27	1	0.404944768	24.29668607
		<b>Μέσος χρόνος</b>	<b>22.49834213</b>



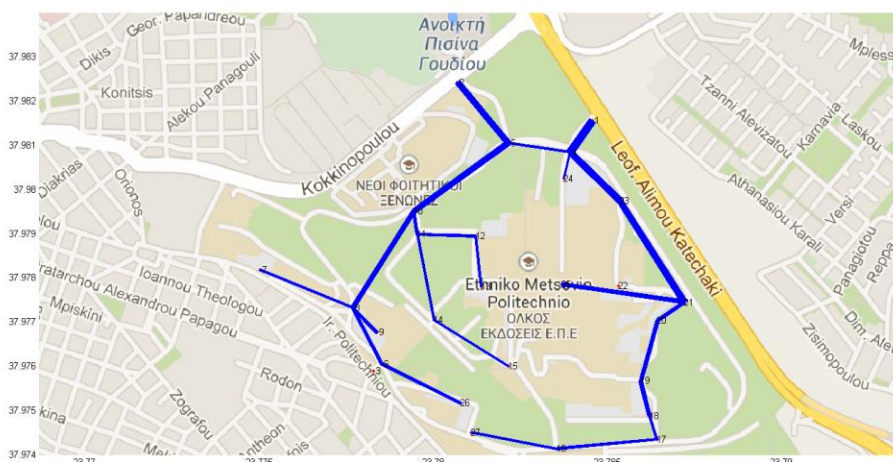
Περίπτωση 3

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	2	0.085765183	5.145910987
9	2	0.080177005	4.81062031
12	2	0.057814336	3.468860173
13	2	0.061892096	3.713525773
15	1	0.079614696	4.776881758
18	1	0.073563332	4.413799943
20	1	0.064085811	3.845148673
24	1	0.047492467	2.849548014
25	1	0.061154576	3.669274576
26	2	0.089587845	5.37527069
27	1	0.09505914	5.703548425
		<b>Μέσος χρόνος</b>	<b>4.342944484</b>



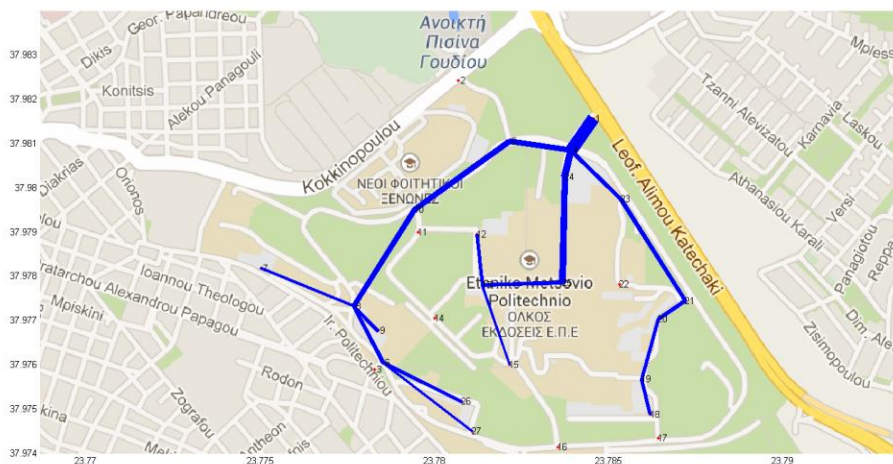
Περίπτωση 4

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	2	0.091695128	5.501707703
9	2	0.08610695	5.166417025
12	2	0.063847757	3.830865405
13	2	0.067925517	4.075531005
15	1	0.100134686	6.008081136
18	1	0.094837795	5.690267709
20	1	0.084871895	5.092313709
24	1	0.043409529	2.604571717
25	1	0.10191202	6.114721202
26	2	0.09551779	5.731067405
27	1	0.112685395	6.761123709
		<b>Μέσος χρόνος</b>	<b>5.14333343</b>



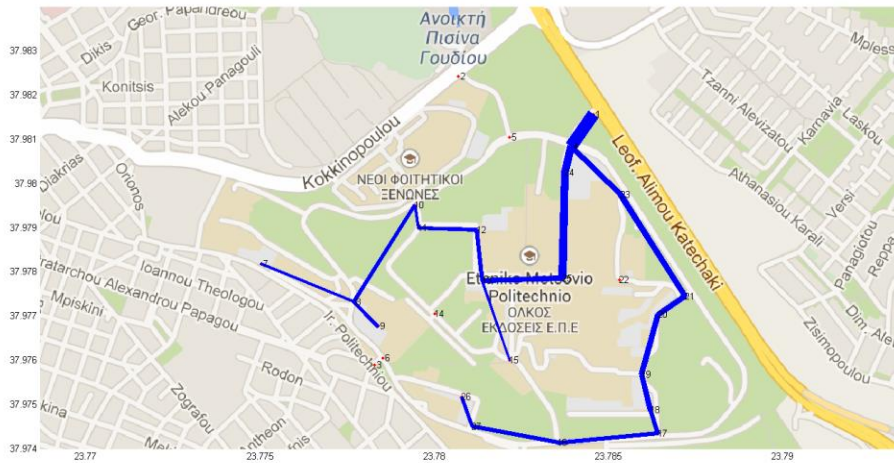
Περίπτωση 5

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	1	0.24220555	14.53233301
9	1	0.236617372	14.19704234
12	1	0.207498358	12.44990149
13	1	0.203420598	12.20523589
15	1	0.213546403	12.81278418
18	1	0.205051155	12.30306927
20	1	0.195573633	11.734418
24	1	0.180300278	10.8180167
25	1	0.195282538	11.71695226
26	1	0.246328757	14.77972542
27	1	0.249699004	14.98194026
		Μέσος χρόνος	12.95740171



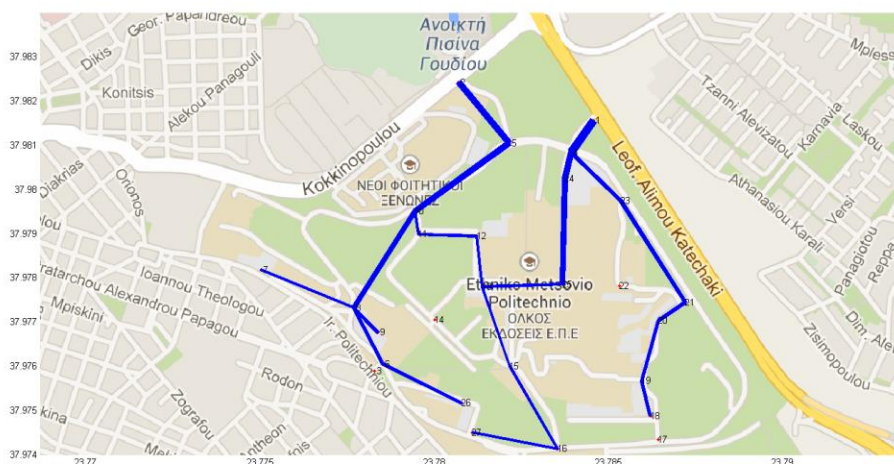
Περίπτωση 6

Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	1	0.260373064	15.62238382
9	1	0.254784886	15.28709314
12	1	0.224086398	13.44518389
13	1	0.219597694	13.17586167
15	1	0.229723499	13.78340996
18	1	0.220341445	13.22048671
20	1	0.207567119	12.45402715
24	1	0.1873911	11.24346599
25	1	0.20991925	12.59515499
26	1	0.247201594	14.83209566
27	1	0.240275545	14.41653271
		Μέσος χρόνος	13.64324506



Περίπτωση 7

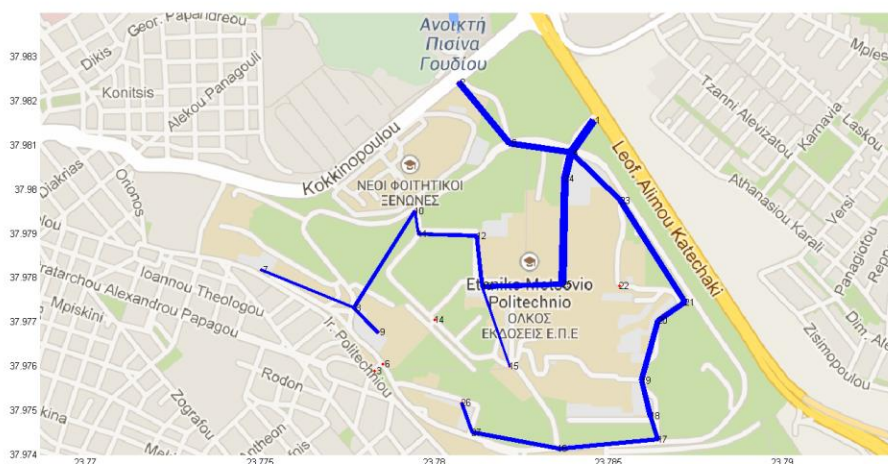
Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	2	0.085765183	5.145910987
9	2	0.080177005	4.81062031
12	2	0.057814336	3.468860173
13	2	0.061892096	3.713525773
15	1	0.079614696	4.776881758
18	1	0.073563332	4.413799943
20	1	0.064085811	3.845148673
24	1	0.047492467	2.849548014
25	1	0.061154576	3.669274576
26	2	0.089587845	5.37527069
27	1	0.09505914	5.703548425
		<b>Μέσος χρόνος</b>	<b>4.342944484</b>





Περίπτωση 8

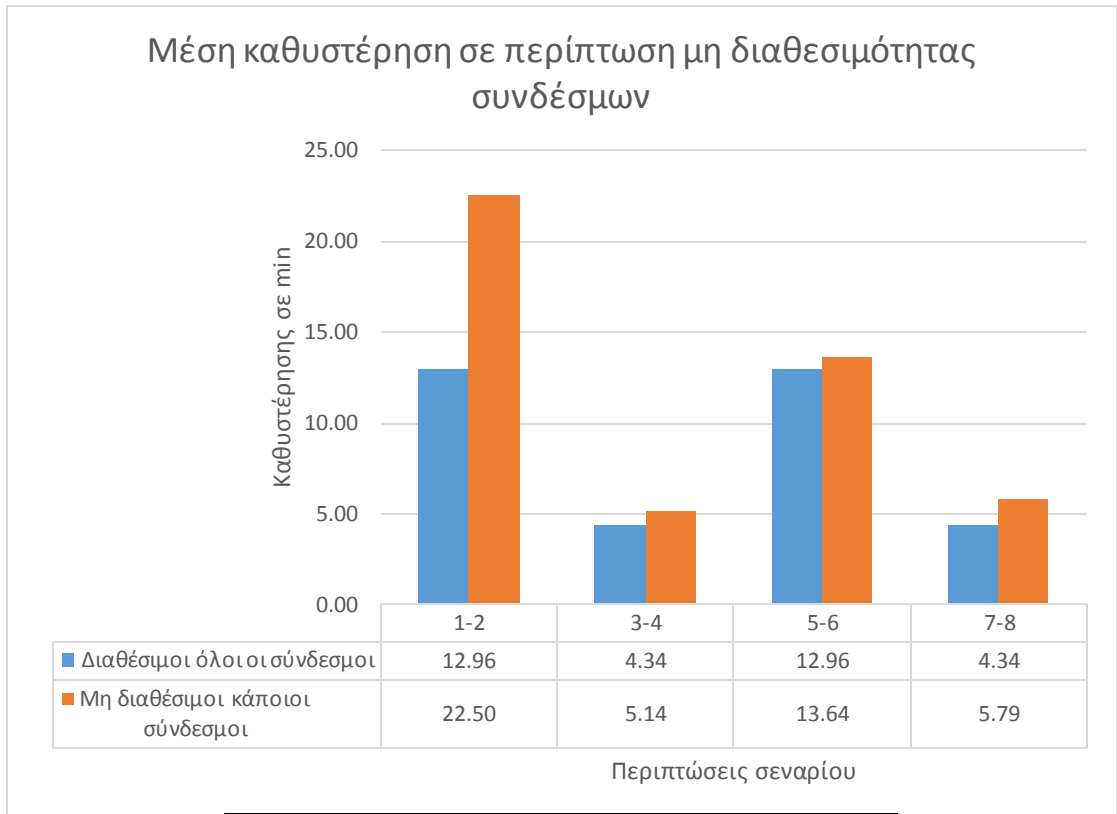
Από κόμβο	Εως κόμβο	Χρόνος (h)	Χρόνος (min)
7	2	0.130027849	7.801670928
9	2	0.124439671	7.466380251
12	2	0.093741183	5.624471
13	2	0.08925248	5.355148775
15	1	0.098235677	5.894140629
18	1	0.088853623	5.331217379
20	1	0.076079297	4.564757823
24	1	0.055903278	3.354196658
25	1	0.078431428	4.705885658
26	2	0.116856379	7.011382764
27	1	0.108787723	6.527263379
		<b>Μέσος χρόνος</b>	<b>5.785137749</b>



Συγκεντρωτικά οι περιπτώσεις 1-8 παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα και στο διάγραμμα που ακολουθεί:

Περιπτώσεις	1	2	3	4	5	6	7	8
Κόμβος 7	14.53	25.83	5.15	5.50	14.53	15.62	5.15	7.80
Κόμβος 9	14.20	25.15	4.81	5.17	14.20	15.29	4.81	7.47
Κόμβος 12	12.45	23.33	3.47	3.83	12.45	13.45	3.47	5.62
Κόμβος 13	12.21	23.09	3.71	4.08	12.21	13.18	3.71	5.36
Κόμβος 15	12.81	23.84	4.78	6.01	12.81	13.78	4.78	5.89
Κόμβος 18	12.30	22.68	4.41	5.69	12.30	13.22	4.41	5.33
Κόμβος 20	11.73	21.47	3.85	5.09	11.73	12.45	3.85	4.56
Κόμβος 24	10.82	10.49	2.85	2.60	10.82	11.24	2.85	3.35
Κόμβος 25	11.72	22.60	3.67	6.11	11.72	12.60	3.67	4.71
Κόμβος 26	14.78	24.71	5.38	5.73	14.78	14.83	5.38	7.01
Κόμβος 27	14.98	24.30	5.70	6.76	14.98	14.42	5.70	6.53

Μέση τιμή	12.96	22.50	4.34	5.14	12.96	13.64	4.34	5.79
-----------	-------	-------	------	------	-------	-------	------	------



Περιπτώσεις 2,4 Μη διαθέσιμος ο σύνδεσμος 24→25, 25→24  
 Περιπτώσεις 6,8 Μη διαθέσιμος ο σύνδεσμος 5→10, 10→5

# 6

## *Συμπεράσματα*

Η θεωρία παιγνίων αποτελεί ένα πολύ σημαντικό εργαλείο στη θεωρία αποφάσεων και μοντελοποιεί με ιδιαίτερη επιτυχία παντός είδους προβλήματα στα οποία οι εμπλεκόμενοι καλούνται να πάρουν οποιαδήποτε είδους απόφαση η οποία θα επηρεάσει όλο το μελετούμενο σύστημα.

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε η εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στο πρόβλημα της δρομολόγησης κυκλοφοριακής ροής μέσα σε ένα δυναμικό δίκτυο μιας περιοχής κατά τη διάρκεια εκκένωσής της σε περίπτωση εκτάκτου ανάγκης. Το πεδίο αυτό αποτελεί αντικείμενο έρευνας πολλών ερευνητικών ομάδων παγκοσμίως για πάνω από μια δεκαετία και συνεχώς παρουσιάζονται νέες προσεγγίσεις και βελτιώσεις.

Το πρόβλημα μοντελοποιήθηκε ως ένα παίγνιο συμφόρησης και μελετήθηκε ως προς τα σημεία ισορροπίας του.

Πιο συγκεκριμένα μελετήθηκαν (ενδεικτικά) και παρουσιάστηκαν παράγοντες οι οποίοι μπορεί να επηρεάσουν πολύ τη διαδικασία της εκκένωσης μιας περιοχής, όπως οι έξοδοι από την περιοχή, η μη διαθεσιμότητα καιρίων συνδέσμων του οδικού δικτύου και η μέση ταχύτητα των κινούμενων οχημάτων. Οι παράμετροι αυτές είναι ενδεικτικές και επιλέχθηκαν τυχαία μεταξύ των πολλών παραμέτρων που μπορεί να μελετηθούν.

Στα πλαίσια της εργασίας αναπτύχθηκε επίσης ένα δυο επιπέδων λογισμικό για την επίλυση του παιγνίου συμφόρησης, ο κώδικας του οποίου παρατίθεται στο παράρτημα Α.

Σε μελλοντικές προεκτάσεις της παρούσας διπλωματικής θα μπορούσε να μελετηθεί κάποια πιο πολύπλοκη και κρίσιμη περιοχή, θα μπορούσαν να εισαχθούν περισσότερες παράμετροι για τον υπολογισμό των ροών κίνησης στο δίκτυο και ίσως κάποια μορφή κοστολόγησης υπηρεσίας. Τα σενάρια που μπορούν να μελετηθούν είναι αμέτρητα και μπορούν να μελετηθούν κατά περίπτωση ανάλογα με τους σκοπούς της εκάστοτε μελέτης.





# Παράρτημα

Κύριο αρχείο Matlab

```
clc
clear all
close all force
%-----DECLARE START-----%
disp('Declarations Start')
flows = flows();
disp(' Flows OK')
network=adj();
disp(' Network OK')
freeflow = free();
disp(' Free flows OK')
capacities = capa();
disp(' Capacities OK')
flows_at_edges = vehi();
disp(' Init flows at edges OK')
delays = costs();
disp(' Init delays at edges OK')
nodes = size(delays,1);
add_at_edges = add();
a=0.15;
b=4;
disp(' Init a,b OK')
disp('Declarations End')
disp('-----')
%-----DECLARE END-----%
disp('Flows init start')
num_of_flows=size(flows,1);
fprintf(' %g flows found\n',num_of_flows)
for iv=1:num_of_flows
    fprintf(' Flow %g init start\n',iv)
    node_start=flows(iv,1);
    node_end=flows(iv,2);
    fprintf(' Flow %g is from node %g to node %g\n',iv,node_start,node_end)
    allpossiblepaths = allpaths(network,node_start,node_end);
    stratigikes_ana_vimata = size(allpossiblepaths,1);
    deiktis = 1;
    if stratigikes_ana_vimata>0
        for j = 1:stratigikes_ana_vimata
            stratigikes_tou_idiou_vimatos = size(allpossiblepaths{j},1);
            subarray = allpossiblepaths{j};
            if stratigikes_tou_idiou_vimatos>0
                for i = 1:stratigikes_tou_idiou_vimatos
                    possiblep(deiktis,1) = {subarray(i,:)};
                    deiktis = deiktis+1;
                end
            end
        end
    end
    if deiktis>0
        value2 = {possiblep};
    end
    no_of_possible_paths = size(possiblep,1);
    fprintf(' Possible paths found: %g\n',no_of_possible_paths)
    random_selected_path = randi([1 no_of_possible_paths],1);
    fprintf(' Random selected path: %g\n',random_selected_path);
    flow_structs(iv) =
    struct('id',iv,'from',node_start,'to',node_end,'delay_for_selected_path',[],'possible_paths',{possiblep},'delays',[],'selected_path',possible
    p{random_selected_path});
    fprintf(' Flow %g init end\n',iv)
    disp('-----')
end
disp('-----')
disp('Clear variables start')
clearvars subarray
clearvars no_of_possible_paths
clearvars node_start
```

```

clearvars node_end
clearvars allpossiblepaths
clearvars deiktis
clearvars i
clearvars iv
clearvars possiblep
clearvars stratigikes_ana_vimata
clearvars stratigikes_tou_idiou_vimatos
clearvars j
clearvars value2
clearvars random_selected_path
disp('Clear variables end')
disp('-----')
disp('Flows init end')
disp('-----')
disp('Delays for init state calculation start')
for iv=1:num_of_flows
    selected_path=flow_structs(iv).selected_path;
    selected_path_length = size(selected_path,2);
    for i=2:selected_path_length
        flows_at_edges(selected_path(i-1),selected_path(i))=flows_at_edges(selected_path(i-1),selected_path(i))+1;
    end
end
flows_at_edges=flows_at_edges+add_at_edges;
for iv=1:num_of_flows
    selected_path=flow_structs(iv).selected_path;
    selected_path_length = size(selected_path,2);
    for i=2:selected_path_length
        delays(selected_path(i-1),selected_path(i))=calccost(freeflow(selected_path(i-1),selected_path(i)),a,b,flows_at_edges(selected_path(i-1),selected_path(i)),capacities(selected_path(i-1),selected_path(i)));
    end
end
clearvars iv
clearvars i
clearvars selected_path
clearvars selected_path_length
disp('Delays for init state calculation end')
disp('-----')
disp('Delays for selected and possible paths calculation start')
for iv=1:num_of_flows
    selected_path=flow_structs(iv).selected_path;
    selected_path_length = size(selected_path,2);
    delay_for_selected_path = 0;
    for i=2:selected_path_length
        delay_for_selected_path = delay_for_selected_path + delays(selected_path(i-1),selected_path(i));
    end
    flow_structs(iv).delay_for_selected_path = delay_for_selected_path;
    possible_paths = flow_structs(iv).possible_paths;
    number_of_possible_paths = size(possible_paths,1);
    for j = 1:number_of_possible_paths
        temp_possible_path = possible_paths{j};
        no_of_nodes_for_temp_possible_path = size(temp_possible_path,2);
        delay_for_temp_possible_path = 0;
        for i=2:no_of_nodes_for_temp_possible_path
            delay_for_temp_possible_path = delay_for_temp_possible_path + delays(temp_possible_path(i-1),temp_possible_path(i));
        end
        flow_structs(iv).delays(j,1) = delay_for_temp_possible_path;
    end
end
clearvars iv
clearvars i
clearvars j
clearvars selected_path_length
clearvars selected_path
clearvars delay_for_selected_path
clearvars possible_paths
clearvars temp_possible_path
clearvars delay_for_temp_possible_path
clearvars no_of_nodes_for_temp_possible_path
clearvars number_of_possible_paths
disp('Delays for selected and possible paths calculation start')
disp('-----')
disp('Converge procedure start')
runs=0;
while true
    for iv=1:num_of_flows
        previous_selected_path(iv) = {flow_structs(iv).selected_path};

```

```

end
for iv=1:num_of_flows
    [v g]=min(flow_structs(iv).delays);
    aa=rand()*0.4+0.8;
    if aa*v<flow_structs(iv).delay_for_selected_path
        fprintf('Change for flow %g from %g to %g, runs=%g\n',iv,flow_structs(iv).delay_for_selected_path,v,runs)
        flow_structs(iv).selected_path = flow_structs(iv).possible_paths{g};
        flow_structs(iv).delay_for_selected_path = v;
    end
end
for iv=1:num_of_flows
    current_selected_path(iv) = {flow_structs(iv).selected_path};
end
flows_at_edges = add_at_edges;
for iv=1:num_of_flows
    selected_path=flow_structs(iv).selected_path;
    selected_path_length = size(selected_path,2);
    for i=2:selected_path_length
        flows_at_edges(selected_path(i-1),selected_path(i))=flows_at_edges(selected_path(i-1),selected_path(i))+1;
        delays(selected_path(i-1),selected_path(i))=calccost(freeflow(selected_path(i-1),selected_path(i)),a,b,flows_at_edges(selected_path(i-1),selected_path(i)),capacities(selected_path(i-1),selected_path(i)));
    end
end
for iv=1:num_of_flows
    selected_path=flow_structs(iv).selected_path;
    selected_path_length = size(selected_path,2);
    delay_for_selected_path = 0;
    for i=2:selected_path_length
        delay_for_selected_path = delay_for_selected_path + delays(selected_path(i-1),selected_path(i));
    end
    flow_structs(iv).delay_for_selected_path = delay_for_selected_path;
    possible_paths = flow_structs(iv).possible_paths;
    number_of_possible_paths = size(possible_paths,1);
    for j = 1:number_of_possible_paths
        temp_possible_path = possible_paths{j};
        no_of_nodes_for_temp_possible_path = size(temp_possible_path,2);
        delay_for_temp_possible_path = 0;
        for i=2:no_of_nodes_for_temp_possible_path
            delay_for_temp_possible_path = delay_for_temp_possible_path + delays(temp_possible_path(i-1),temp_possible_path(i));
        end
        flow_structs(iv).delays(i,1) = delay_for_temp_possible_path;
    end
end
runs = runs + 1;
if isequal(previous_selected_path,current_selected_path)
    break
end
for iv=1:num_of_flows
    delays_array(iv,runs) = flow_structs(iv).delay_for_selected_path;
end
average_delay(runs,1) = mean(delays_array(:,runs));
average_delay(runs,2) = max(delays_array(:,runs));

end
beep
clearvars runs
clearvars a
clearvars b
clearvars current_selected_path
clearvars delay_for_temp_possible_path
clearvars delay_for_selected_path
clearvars g
clearvars i
clearvars iv
clearvars j
clearvars no_of_nodes_for_temp_possible_path
clearvars number_of_possible_paths
clearvars v
clearvars i
clearvars selected_path_length
clearvars selected_path
clearvars nodes
clearvars possible_paths
clearvars temp_possible_path
clearvars previous_selected_path
clearvars add_at_edges

```

```

disp('Converge procedure end')
disp('-----')
disp('Calculating time start')

disp('Calculating time start')

    coords = coords();
    edges = edges();
    wnetwork = network .* flows_at_edges;
    %figure
    %plot(coords(:,2),coords(:,1),'r','MarkerSize',10)
    %hold on
    kk=1;
    for i=1:size(wnetwork,1)
        for j=1:size(wnetwork,2)
            if wnetwork(i,j)>0
                %h=line([coords(i,2) coords(j,2)], [coords(i,1), coords(j,1)]);
                %set(h,'LineWidth',wnetwork(i,j)/100)
                %hold on
                if coords(i,1)>coords(j,1)
                    x2(kk,1)=(coords(i,2)+coords(j,2))/2;
                    y2(kk,1)=(coords(i,1)+coords(j,1))/2;
                    val2(kk,1)=wnetwork(i,j);
                else
                    x3(kk,1)=(coords(i,2)+coords(j,2))/2;
                    y3(kk,1)=(coords(i,1)+coords(j,1))/2;
                    val3(kk,1)=wnetwork(i,j);
                end
                kk=kk+1;
            end
        end
    end
    for i=1:size(coords,1)
        name(i,1)=i;
    end

    %plot(edges(:,2),edges(:,1),'b-',edges(:,4),edges(:,3),'ro')
    %text(coords(:,2),coords(:,1),int2str(name(:)))
    %text(x2(:,1), y2(:,1), int2str(val2(:,1)), 'BackgroundColor',[3.9.4]);
    %text(x3(:,1), y3(:,1), int2str(val3(:,1)), 'BackgroundColor',[3.5.4]);
    %gplot(network,coords)
    %plot_google_map

clearvars h
clearvars i
clearvars j
clearvars kk
clearvars val2
clearvars val3
clearvars wnetwork
clearvars x2
clearvars x3
clearvars y2
clearvars y3

```

Αρχείο με υπολογιστικά φύλλα

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
1	Κόμβος Περιγραφή	Γεωγραφικό	Γεωγραφικό Μήκος	Ροή	Εξόδος	Μέγιστη Ροή	1	2	3	Min 1,2,3	Nearest exit from 1,2,3	Min 1,2
2	1 Εισόδος-Εξόδος ΕΜΠ - Πύλη Καταχώρηση	37.98156	23.784565	0	1	0	0	0.003969	0	0.008468	0	1
3	2 Εισόδος-Εξόδος ΕΜΠ - Πύλη Κοινωνικού	37.982425	23.780991	0	1	0	0.003969	0	0.006968	0	0	2
4	3 Εισόδος-Εξόδος ΕΜΠ - Σημείο εισόδου από Καταχώρηση	37.979889	23.78277	0	1	0	0.008468	0.006968	0	0	0	3
5	4 Περιφερειακή ΕΜΠ - Σημείο εισόδου από Καταχώρηση	37.980847	23.783921	0	1	0	0.000961	0.003595	0.007512	0.000961	0	1
6	5 Περιφερειακή ΕΜΠ - Σημείο εισόδου από Κοινωνικό	37.981049	23.782143	0	1	0	0.002475	0.002	0.006448	0.002	0	2
7	6 Περιφερειακή ΕΜΠ - Σημείο εισόδου από Συναγρούφω	37.976047	23.78526	0	1	0	0.008177	0.006735	0.000295	0.000295	0	3
8	7 Κτίριο Ανταγή υλικών	37.978182	23.75015	2	1	3	0.01013	0.007087	0.003987	0.003987	0	3
9	8 Περιφερειακή ΕΜΠ - Πολιτικοί Μηχανικοί Α Εξόδος	37.977321	23.77687	0	1	0	0.008079	0.005922	0.001549	0.001549	0	3
10	9 Περιφερειακή ΕΜΠ - Πολιτικοί Μηχανικοί Β Εξόδος	37.976763	23.78381	6	1	9	0.007826	0.006115	0.00088	0.00088	0	3
11	10 Περιφερειακή ΕΜΠ - Στροφή προς Θωρακείο	37.979504	23.779437	0	1	0	0.005525	0.00179	0.003797	0.00179	0	2
12	11 Εσωτερική διασταύρωση μετά τη στροφή προς Θωρακείο	37.97985	23.77939	0	1	0	0.005647	0.000328	0.003343	0.003343	0	3
13	12 Εισόδος Πάρκινγκ νέου κτιρίου Ηλεκτρολόγων Μηχανικών - Θωρακείο Εκτυπωτικό Κέντρο	37.97895	23.781216	2	1	3	0.004246	0.003114	0.004244	0.003114	0	2
14	13 Εισόδος κάτω πάρκινγκ Πρωτανίας	37.97795	23.781368	2	1	3	0.004939	0.004679	0.003631	0.003631	0	3
15	14 Πλάτωμα ανάμεσα σε Πρωτανία και Πολιτικούς Μηχανικούς	37.977054	23.780015	0	1	0	0.006404	0.005413	0.002092	0.002092	0	3
16	15 Πάνω πάρκινγκ πρωτανίας - κτίριο ΣΕΜΦΕ	37.976004	23.782162	2	1	3	0.006053	0.006587	0.003887	0.003887	0	3
17	16 Περιφερειακή ΕΜΠ - Σίβος	37.974128	23.78338	0	1	0	0.007503	0.008772	0.005548	0.005548	0	3
18	17 Περιφερειακή ΕΜΠ - Παλιό κτίριο Ηλεκτρολόγων	37.974338	23.786418	0	1	0	0.007456	0.009909	0.008287	0.007456	0	1
19	18 Πάρκινγκ παλιού κτιρίου Ηλεκτρολόγων Μηχανικών	37.974876	23.786155	8	1	12	0.00688	0.005942	0.007983	0.00688	0	1
20	19 Διασταύρωση προς γενικές είσοδο - Ηλεκτρολόγων Μηχανικοί	37.975665	23.785949	0	1	0	0.006055	0.008564	0.007675	0.006055	0	1
21	20 Πάρκινγκ Χημικών Μηχανικών	37.97703	23.786428	2	1	3	0.004898	0.007875	0.00823	0.004898	0	1
22	21 Περιφερειακή ΕΜΠ - Πρώτη Εξόδος Πάρκινγκ Β Μηχανολόγων Μηχανικών	37.977444	23.787199	0	1	0	0.004887	0.008195	0.009056	0.004887	0	1
23	22 Μηχανολογική Μηχανικοί	37.977821	23.785313	0	1	0	0.003813	0.006524	0.007296	0.003813	0	1
24	23 Περιφερειακή ΕΜΠ - Δεύτερη Εξόδος Πάρκινγκ Β Μηχανολόγων Μηχανικών	37.979751	23.785345	0	1	0	0.00197	0.005367	0.008054	0.00197	0	1
25	24 Πάρκινγκ Α Μηχανολόγων Μηχανικών	37.980248	23.783742	5	1	8	0.001549	0.003748	0.006991	0.001549	0	1
26	25 Υπόγειο Πάρκινγκ - Κεντρικός Υπολογιστής	37.97948	23.78598	14	1	22	0.003616	0.005467	0.005747	0.003616	0	1
27	26 Πάρκινγκ Ανοώνων Ταχυγράφων Μηχανικών	37.975185	23.780782	0	1	0	0.00743	0.007261	0.002608	0.002608	0	3
28	27 Παλαιά Φαστηρία επί	37.9745	23.781081	2	1	3	0.007873	0.007935	0.003129	0.003129	0	3

### Υπολογιστικό φύλλο εισαγωγής κόμβων δικτύου

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1	Από (κόμβος)	Μήκος (μ)	Σταθ	Φανόρι	Free flow (h)	Free flow (min)	Χωρητικότητα	Μετά από μείωση	Free flow (sec)	Ώμα	Μέση	Υψή/μ						
2	4	1	100	0.9	1	0.7	0.003333333	0.2	20	12.6	12	2.25	5.625	11.25				
3	5	2	230	1	1	0.7	0.007666667	0.46	20	27.6	5.175	12.9375	25.875					
4	6	3	30	1	0.8	1	0.001	0.05	20	16	3.6	0.675	1.6875	3.375				
5	7	8	250	0.9	0.8	1	0.008333333	0.6	20	14.4	30	5.625	14.0625	28.125				
6	8	7	260	0.9	1	1	0.008666667	0.52	20	36	31.2	5.85	14.625	29.25				
7	9	8	90	1	0.8	1	0.003	0.18	20	16	10.8	2.025	5.0625	10.125				
8	9	6	80	1	0.8	1	0.002666667	0.16	20	16	9.6	1.8	4.5	9				
9	8	10	550	0.9	1	1	0.018333333	1.1	20	18	66	12.375	30.9375	61.875				
10	10	8	550	0.9	1	1	0.018333333	1.1	20	18	66	12.375	30.9375	61.875				
11	5	10	290	0.9	1	1	0.009666667	0.58	20	18	34.8	6.525	16.3125	32.625				
12	10	5	290	0.9	0.8	1	0.009666667	0.58	20	14.4	34.8	6.525	16.3125	32.625				
13	10	11	50	1	1	1	0.001666667	0.1	20	20	6	1.125	2.8125	5.625				
14	11	10	50	1	0.8	1	0.001666667	0.1	20	16	6	1.125	2.8125	5.625				
15	11	12	140	1	1	1	0.004666667	0.28	20	20	16.8	3.15	7.875	15.75				
16	12	11	140	1	1	1	0.004666667	0.28	20	20	16.8	3.15	7.875	15.75				
17	12	13	120	1	1	1	0.004	0.24	20	20	14.4	2.7	6.75	13.5				
18	13	12	120	1	1	1	0.004	0.24	20	20	14.4	2.7	6.75	13.5				
19	13	14	140	0.9	0.8	1	0.004666667	0.28	20	14.4	16.8	3.15	7.875	15.75				
20	14	13	140	0.9	0.8	1	0.004666667	0.28	20	14.4	16.8	3.15	7.875	15.75				
21	11	14	300	1	1	1	0.01	0.6	20	20	36	6.75	16.875	33.75				
22	14	11	300	1	1	1	0.01	0.6	20	20	36	6.75	16.875	33.75				
23	14	15	220	1	1	1	0.007333333	0.44	20	20	26.4	4.95	12.375	24.75				
24	15	14	220	1	1	1	0.007333333	0.44	20	20	26.4	4.95	12.375	24.75				
25	15	13	290	1	0.8	1	0.009666667	0.58	20	16	34.8	6.525	16.3125	32.625				
26	6	27	300	0.9	1	1	0.01	0.6	20	18	36	6.75	16.875	33.75				
27	6	27	300	0.9	1	1	0.01	0.6	20	18	36	6.75	16.875	33.75				
28	15	16	250	0.9	0.8	1	0.008333333	0.5	20	14.4	30	5.625	14.0625	28.125				
29	16	15	250	0.9	1	1	0.008333333	0.5	20	18	30	5.625	14.0625	28.125				
30	16	17	260	0.9	1	1	0.008666667	0.52	20	18	31.2	5.85	14.625	29.25				

### Υπολογιστικό φύλλο εισαγωγής συνδέσμων δικτύου

Κώδικας δημιουργίας περιεχομένου υπολοίπων υπολογιστικών φύλλων και εξαγωγής αρχείων για χρησιμοποίηση από το Matlab

```

Sub adj_matrix()
  Sheets(3).Activate
  Range("A1:BA500").Clear
  Sheets(4).Activate
  Range("A1:BA500").Clear
  Sheets(5).Activate
  Range("A1:BA500").Clear
  Sheets(6).Activate
  Range("A1:BA500").Clear
  Sheets(7).Activate
  Range("A1:BA500").Clear
  Sheets(8).Activate
  Range("A1:BA500").Clear
  Sheets(9).Activate
  Range("A1:BA500").Clear

  Sheets(1).Activate
  irow = 1
  Do Until IsEmpty(Cells(irow, 1))
    irow = irow + 1
    nodeaa = Cells(irow, 1).Text
  Loop
  irow = irow - 1
  irow = Cells(irow, 1).Text
  'Cells(irow, 1).Select
  Sheets(3).Activate
  Range("A1:BA500").Clear
  For i = 1 To irow
    For j = 1 To irow
      Cells(i, j).Value = "0"
    
```

```

    Next j
Next i
Sheets(4).Activate
Range("A1:BA500").Clear
For i = 1 To irow
    For j = 1 To irow
        Cells(i, j).Value = "0"
    Next j
Next i
Sheets(5).Activate
Range("A1:BA500").Clear
For i = 1 To irow
    For j = 1 To irow
        Cells(i, j).Value = "0"
    Next j
Next i
Sheets(6).Activate
Range("A1:BA500").Clear
For i = 1 To irow
    For j = 1 To irow
        Cells(i, j).Value = "0"
    Next j
Next i
Sheets(7).Activate
Range("A1:BA500").Clear
For i = 1 To irow
    For j = 1 To irow
        Cells(i, j).Value = "0"
    Next j
Next i
Sheets(10).Activate
Range("A1:BA500").Clear
For i = 1 To irow
    For j = 1 To irow
        Cells(i, j).Value = "0"
    Next j
Next i
Sheets(2).Activate
irow2 = 2
traffic = 13 + Sheets(1).Cells(32, 3).Value
Do Until IsEmpty(Cells(irow2, 1))
    'Sheets(3).Cells(Sheets(2).Cells(irow, 1).Value, Sheets(2).Cells(irow, 1).Value).Text = "1"
    Cells(irow2, 1).Select
    Sheets(3).Cells(Cells(irow2, 1).Value, Cells(irow2, 2).Value).Value = "1"
    Sheets(4).Cells(Cells(irow2, 1).Value, Cells(irow2, 2).Value).Value = Cells(irow2, 8).Value
    Sheets(5).Cells(Cells(irow2, 1).Value, Cells(irow2, 2).Value).Value = Cells(irow2, 11).Value
    Sheets(10).Cells(Cells(irow2, 1).Value, Cells(irow2, 2).Value).Value = Cells(irow2, traffic).Value
    irow2 = irow2 + 1
Loop
Sheets(3).Activate
irow2 = 1
irow = irow + 1
Do Until IsEmpty(Cells(irow2, 1))
    Cells(irow2, irow).Value = ";"
    irow2 = irow2 + 1
Loop
Sheets(3).Activate
Dim fs As Object, a As Object, s As String
Set fs = CreateObject("Scripting.FileSystemObject")
Set a = fs.CreateTextFile("C:\Users\Dimitris\Documents\MATLAB\thesis\adj.m", True)
s = "function network=adj() " & vbCrLf & " network = [ "
For i = 1 To irow
    For j = 1 To irow + 1
        s = s & " " & Cells(i, j).Text
    Next j
    s = s & vbCrLf
Next i
s = s & "]"
a.WriteLine s
a.Close

Sheets(4).Activate
Set fs = CreateObject("Scripting.FileSystemObject")
Set a = fs.CreateTextFile("C:\Users\Dimitris\Documents\MATLAB\thesis\free.m", True)
s = "function freeflow=free() " & vbCrLf & " freeflow = [ "
For i = 1 To irow

```

```

    For j = 1 To irow + 1
        s = s & " " & Cells(i, j).Text
    Next j
    s = s & vbCrLf
Next i
s = s & ";"
a.WriteLine s
a.Close

Sheets(5).Activate
Set fs = CreateObject("Scripting.FileSystemObject")
Set a = fs.CreateTextFile("C:\Users\Dimitris\Documents\MATLAB\thesis\capa.m", True)
s = "function capa=capa() " & vbCrLf & " cap = [ "
For i = 1 To irow
    For j = 1 To irow + 1
        s = s & " " & Cells(i, j).Text
    Next j
    s = s & vbCrLf
Next i
s = s & ";"
a.WriteLine s
a.Close

Sheets(6).Activate
Set fs = CreateObject("Scripting.FileSystemObject")
Set a = fs.CreateTextFile("C:\Users\Dimitris\Documents\MATLAB\thesis\vehi.m", True)
s = "function veh=vehi() " & vbCrLf & " veh = [ "
For i = 1 To irow
    For j = 1 To irow + 1
        s = s & " " & Cells(i, j).Text
    Next j
    s = s & vbCrLf
Next i
s = s & ";"
a.WriteLine s
a.Close

Sheets(7).Activate
Set fs = CreateObject("Scripting.FileSystemObject")
Set a = fs.CreateTextFile("C:\Users\Dimitris\Documents\MATLAB\thesis\costs.m", True)
s = "function cost=costs() " & vbCrLf & " cost = [ "
For i = 1 To irow
    For j = 1 To irow + 1
        s = s & " " & Cells(i, j).Text
    Next j
    s = s & vbCrLf
Next i
s = s & ";"
a.WriteLine s
a.Close

Sheets(1).Activate
Set fs = CreateObject("Scripting.FileSystemObject")
Set a = fs.CreateTextFile("C:\Users\Dimitris\Documents\MATLAB\thesis\coords.m", True)
s = "function coor=coords() " & vbCrLf & " coor = [ "
For i = 2 To irow + 1
    s = s & Cells(i, 3).Text & " " & Cells(i, 4).Text & ";" & vbCrLf
Next i
s = s & ";"
a.WriteLine s
a.Close

Sheets(8).Activate

Range("A1:BA500").Clear

Sheets(2).Activate
Set fs = CreateObject("Scripting.FileSystemObject")
Set a = fs.CreateTextFile("C:\Users\Dimitris\Documents\MATLAB\thesis\edges.m", True)
s = "function edg=edges() " & vbCrLf & " edg = [ "
irow2 = 2
Do Until IsEmpty(Cells(irow2, 1))
    simeio1 = Cells(irow2, 1).Value
    simeio2 = Cells(irow2, 2).Value

```

```

    strr = simeio1 & " " & simeio2
    Cells(irow2, 1).Select
    MsgBox strr
    ind1 = 1 + simeio1
    xcoor1 = Sheets(1).Cells(ind1, 3)
    ycoor1 = Sheets(1).Cells(ind1, 4)
    Sheets(8).Cells(irow2 - 1, 1).Value = simeio1
    Sheets(8).Cells(irow2 - 1, 2).Value = xcoor1
    Sheets(8).Cells(irow2 - 1, 3).Value = ycoor1
    ind2 = 1 + simeio2
    xcoor2 = Sheets(1).Cells(ind2, 3)
    ycoor2 = Sheets(1).Cells(ind2, 4)
    Sheets(8).Cells(irow2 - 1, 4).Value = simeio2
    Sheets(8).Cells(irow2 - 1, 5).Value = xcoor2
    Sheets(8).Cells(irow2 - 1, 6).Value = ycoor2
    irow2 = irow2 + 1
    s = s & xcoor1 & " " & ycoor1 & " " & xcoor2 & " " & ycoor2 & ";" & vbCrLf
Loop
s = s & ";";
a.WriteLine s
a.Close

Sheets(1).Activate
Set fs = CreateObject("Scripting.FileSystemObject")
Set a = fs.CreateTextFile("C:\Users\Dimitris\Documents\MATLAB\thesis\flows.m", True)
s = "function fl=flows() " & vbCrLf & " fl = [ "
irow2 = 2
frow = 1
Do Until IsEmpty(Cells(irow2, 1))
    If Cells(irow2, 5) <> "" Then
        flowsnum = Cells(irow2, 5).Value
        fromnum = Cells(irow2, 1).Value
        exitnum = Cells(irow2, 6).Value
        For j = 1 To flowsnum
            Sheets(9).Cells(frow, 1).Value = fromnum
            Sheets(9).Cells(frow, 2).Value = exitnum
            frow = frow + 1
            s = s & fromnum & " " & exitnum & ";" & vbCrLf
        Next j
    End If

    irow2 = irow2 + 1
Loop
s = s & ";";
a.WriteLine s
a.Close

Sheets(10).Activate
Set fs = CreateObject("Scripting.FileSystemObject")
Set a = fs.CreateTextFile("C:\Users\Dimitris\Documents\MATLAB\thesis\add.m", True)
s = "function add=add() " & vbCrLf & " add = [ "
For i = 1 To irow
    For j = 1 To irow + 1
        s = s & " " & Cells(i, j).Text
    Next j
    s = s & vbCrLf
Next i
s = s & ";";
a.WriteLine s
a.Close

Sheets(1).Activate
End Sub

```



## *Βιβλιογραφία*

- [1] Yaron Hollander, Joseph N. Prashker, The applicability of non-cooperative game theory in transport analysis, *Transportation*, Springer, September 2006, Volume 33, Issue 5, pp 481-496
- [2] M. J. Osborne and A. Rubinstein. *A Course in Game Theory*. The MIT Press, 1994.
- [3] Nisan, N., Roughgarden, T., Tardos, E., & Vazirani, V. V. (2007). *Algorithmic game theory*. Cambridge University Press.
- [4] Shoham, Y., & LeytonBrown, K. (2009). *Multiagent systems: Algorithmic, gametheoretic, and logical foundations*. Cambridge University Press.
- [5] R. W. Rosenthal. A class of games possessing pure-strategy Nash equilibria. *International Journal of Game Theory*, 2:65-67, 1973.
- [6] D. Shah and J. Shin, Dynamics in Congestion Games, *Proceedings of ACM SIGMETRICS*, 2010.
- [7] Gregor Lämmel, *Escaping the Tsunami: Evacuation Strategies for Large Urban Areas Concepts and Implementation of a Multi-Agent Based Approach*, 2011