



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΓΕΝΙΚΗΣ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑΣ**

**ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ ΜΕ ΣΥΣΤΗΜΑ GNSS  
ΣΕ ΤΡΙΔΙΑΣΤΑΤΟ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ ΔΙΚΤΥΟ ΣΤΟΝ  
ΑΡΧΑΙΟΛΟΓΙΚΟ ΧΩΡΟ ΤΟΥ ΜΥΣΤΡΑ**



**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΙΟΥΛΙΑ ΤΑΣΙΓΙΩΡΓΟΥ**

**ΕΠΙΒΛΕΠΟΥΣΑ  
ΛΑΜΠΡΟΥ ΕΥΑΓΓΕΛΙΑ  
Επίκουρος καθηγήτρια ΕΜΠ**

**ΑΘΗΝΑ ΑΠΡΙΛΙΟΣ 2014**



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΓΕΝΙΚΗΣ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑΣ

**ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ ΜΕ ΣΥΣΤΗΜΑ GNSS  
ΣΕ ΤΡΙΔΙΑΣΤΑΤΟ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ ΔΙΚΤΥΟ ΣΤΟΝ  
ΑΡΧΑΙΟΛΟΓΙΚΟ ΧΩΡΟ ΤΟΥ ΜΥΣΤΡΑ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**της**

**ΙΟΥΛΙΑΣ ΤΑΣΙΓΙΩΡΓΟΥ**

**Επιβλέπουσα : Ευαγγελία Λάμπρου**  
Επικ. Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή:

*(Υπογραφή)*

.....  
Γεώργιος Πανταζής  
Αναπλ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

*(Υπογραφή)*

.....  
Ευαγγελία Λάμπρου  
Επικ. Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

*(Υπογραφή)*

.....  
Μαρία Τσακίρη  
Επικ. Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Απρίλιος 2014

(Υπογραφή)

.....

**ΙΟΥΛΙΑ ΤΑΣΙΓΙΩΡΓΟΥ**

Διπλωματούχος Αγρονόμος και Τοπογράφος Μηχανικός Ε.Μ.Π.

Copyright © Ιουλία Τασιγιώργου, 2014

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας διπλωματικής εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν στη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τη συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τη συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.



## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές ευχαριστίες μου στην Επίκουρο καθηγήτρια της Σ.Α.Τ.Μ. του Ε.Μ.Π. κ. Ευαγγελία Λάμπρου για την ανάθεση της παρούσας διπλωματικής εργασίας και τον Αναπληρωτή καθηγητή της Σ.Α.Τ.Μ. του Ε.Μ.Π. κ. Γιώργο Πανταζή για την άψογη συνεργασία, τη συνέπεια και τη βοήθειά του καθ' όλη τη διάρκεια αυτού του εγχειρήματος. Τους ευχαριστώ επίσης για την ιδιαίτερα ευγενική τους μεταχείριση και την υπομονή τους.

Την προϊσταμένη της Ε' Εφορείας Βυζαντινών Αρχαιοτήτων κ. Ε. Πάντου για την άδεια πρόσβασης στο χώρο της καστροπολιτείας του Μυστρά, για την πραγματοποίηση των απαραίτητων μετρήσεων.

Την ξαδέλφη μου Ο. Αλεβιζοπούλου και τον φίλο Π. Σταυρόπουλο για την πολύτιμη συμβολή τους στη μετρητική διαδικασία.

Το προσωπικό φύλαξης, Ι. Κούρου και Ν. Σπυριδάκο, στον αρχαιολογικό χώρο του Μυστρά για την βοήθειά τους κατά την αναγνώριση της περιοχής και κατά τη διάρκεια των μετρήσεων. Επίσης, την αδελφή Ακακία από τη μονή Παντάνασσας για το ενδιαφέρον και την ευγενική της μεταχείριση κατά τη διάρκεια των εργασιών πεδίου.

Τον κύριο Ι. Μπαντέκα, Dr. Γεωλόγο του Ε.Κ.Π.Α, για την παροχή του απαραίτητου υλικού που χρειάστηκε να συμπεριλάβω στην εργασία μου σε σχέση με το γεωλογικό υπόβαθρο της υπό μελέτη περιοχής.

Τις φίλες μου Ο. Θεοδωροπούλου, Μ. Θεοδωροπούλου και Δ. Φράγκου για την πολύτιμη ηθική συμπαράσταση που μου παρείχαν τόσο κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της παρούσας εργασίας, όσο και στο σύνολο των σπουδών μου.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, τόσο για τη συμμετοχή τους στην εργασία ως συνεργείο ενός τμήματος των εργασιών πεδίου, όσο και για την ανεκτίμητη στήριξη, υλική και ψυχολογική, που μου παρείχαν σε όλη τη διάρκεια της φοιτητικής μου πορείας. Δε θα μπορούσα παρά να τους αφιερώσω το τεύχος αυτό.

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η Ελλάδα είναι μία χώρα με ανεκτίμητης αξίας πολιτιστική κληρονομιά. Διαθέτει πληθώρα αρχαιολογικών μνημείων και μνημειακών συνόλων από διάφορες ιστορικές περιόδους, που αποτελούν πόλο έλξης χιλιάδων επισκεπτών σε ετήσια βάση, αλλά και αντικείμενο μελέτης σε ποικίλλα επιστημονικά πεδία. Η προστασία και διατήρησή τους αποτελεί επιτακτική ανάγκη και προτεραιότητα κρατικών και διεθνών φορέων (π.χ. UNESCO). Στο πλαίσιο των διαδικασιών αυτών, είναι απαραίτητη η μελέτη των παραμορφώσεων του εδάφους σε περιοχές όπως αυτές, καθώς δύνανται να αποτελέσουν φθοροποιό παράγοντα των υπερκείμενων μνημείων. Η γνώση αυτή αποσκοπεί στην ερμηνεία των υφιστάμενων φθορών, καθώς και πρόληψη των μελλοντικών, μέσω λήψης μέτρων για την έγκαιρη αποκατάστασή τους.

Ο προσδιορισμός παραμορφώσεων εδάφους και τεχνικών έργων μπορεί να επιτευχθεί μέσω ίδρυσης οριζόντιων, κατακόρυφων ή τριδιάστατων δικτύων, η μέτρηση των οποίων διεξάγεται με επίγειες ή δορυφορικές μεθόδους.

Η ανάπτυξη της τεχνολογίας που αφορά σε δορυφορικές μεθόδους μέτρησης είναι αλματώδης και έχει καταστήσει τα GNSS ιδιαίτερα εύχρηστο εργαλείο για ένα ευρύ φάσμα γεωδαιτικών εφαρμογών την τελευταία εικοσαετία. Οι επιδόσεις των εν λόγω συστημάτων σε ακρίβεια, διαρκώς βελτιώνονται, γεγονός που αυξάνει την ανταγωνιστικότητά τους.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ.....	III
ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	IV
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.....	V
ΦΩΤΟΓΡΑΦΙΕΣ.....	VII
ΧΑΡΤΕΣ.....	VII
ΣΧΗΜΑΤΑ.....	VII
ΠΙΝΑΚΕΣ.....	VIII
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	X
ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.....	2
Ο ΑΡΧΑΙΟΛΟΓΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ ΤΟΥ ΜΥΣΤΡΑ.....	2
1.1 Γενικά.....	2
1.2 Ιστορικά στοιχεία.....	2
1.3 Γεωλογικά – Τεκτονικά στοιχεία.....	8
1.3.1 Τεχνικογεωλογικά χαρακτηριστικά και σεισμική δραστηριότητα.....	9
1.3.2 Υδρογεωλογία – Διακίνηση υπόγειου νερού.....	11
1.3.3 Γεωλογικές επισημάνσεις.....	12
1.4 Αντικείμενο της εργασίας.....	13
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....	16
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ GNSS.....	16
2.1 Γενικά.....	16
2.2 Το σύστημα GLONASS.....	17
2.3 Το σύστημα GALILEO.....	18
2.4 Το σύστημα GPS.....	18
2.2.1 Εντοπισμός θέσης με σύστημα GPS.....	20
2.2.2 Σφάλματα στο σύστημα GPS.....	22
2.3 Χρήση συστημάτων GNSS για παρακολούθηση μετακινήσεων.....	23
2.3.1 Η γέφυρα Tianjin Yonge στην Κίνα.....	24
2.3.2 Το οροπέδιο Hyblean στη νοτιοανατολική Σικελία.....	26
2.3.3 Παρακολούθηση μετακινήσεων στην περιοχή Νέο Φάληρο-Μοσχάτο-Καλλιθέα.....	28
2.3.4 Το γεωδαιτικό δίκτυο και η κατολίσθηση του αριστερού αντερείσματος φράγματος Ευήνου.....	30
2.4 Μεθοδολογία παρακολούθησης μετακινήσεων με σύστημα GNSS.....	32

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....	38
ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ .....	38
3.1 Το Γεωδαιτικό δίκτυο τρισδιάστατου ελέγχου.....	38
3.2 Όργανα μέτρησης.....	41
3.3 Μετρήσεις φάσης I.....	42
3.5 Μετρήσεις φάσης II.....	44
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.....	44
ΕΛΕΓΧΟΣ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ.....	44
4.1 Επεξεργασία μετρήσεων.....	45
4.1.1 Επίλυση βάσεων.....	45
4.1.2 Κλείσιμο βρόχων.....	45
4.1.2 Επίλυση δικτύου.....	49
4.2 Απόλυτες μετακινήσεις.....	51
4.3 Σχετικές μετακινήσεις.....	60
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5.....	63
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ .....	63
5.1 Συμπεράσματα.....	65
5.2 Προτάσεις.....	66
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	68
ABSTRACT.....	71
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	73
ΕΠΙΛΥΣΗ ΦΑΣΗΣ I.....	74
ΕΠΙΛΥΣΗ ΦΑΣΗΣ II.....	84
ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ.....	92

## **ΦΩΤΟΓΡΑΦΙΕΣ**

Φωτ. 1.1 : Άποψη της βόρειας πλευράς του Παλατιού.....	10
Φωτ. 1.2 : Επιφάνεια ρήγματος με διεύθυνση B30°A και κλίση 75° προς ΒΔ, κοντά στην πύλη Ναυπλίου.....	11
Φωτ. 1.3 : Το μονοπάτι που οδηγεί στην Παντάνασσα κοντά στην Πύλη Μονεμβασιάς.....	12
Φωτ. 1.4 : Θεμελίωση οικοδομήματος πάνω σε ογκόλιθους.....	13
Φωτ. 2.1: Η γέφυρα Tianjin Yonghe.....	24



Φωτ. 2.2: Το οροπέδιο Hyblean.....	25
Φωτ. 3.1: Το βάθρο του τριγωνομετρικού 348039 (Αρχαία Σπάρτη).....	39
Φωτ. 3.2(α), (β): Το σημείο T1 (Άγιοι Θεόδωροι).....	40
Φωτ. 3.3 (α), (β): Το σημείο T2 (Λάσκαρης).....	40
Φωτ. 3.4 (α), (β) :Το σημείο T3 (Άγιος Γεώργιος).....	40
Φωτ. 3.5 (α), (β) :Το σημείο T4 (Παντάνασσα).....	41
Φωτ. 3.6 (α), (β) : Το σημείο T5 (Αγία Σοφία).....	41
Φωτ. 3.7: Ο δέκτης Trimble 5800.....	42

## ΧΑΡΤΕΣ

Χάρτης 1.1: Η γεωγραφική θέση του Μυστρά .....	2
--	---

## ΣΧΗΜΑΤΑ

Σχήμα 2.1: Το δίκτυο παρακολούθησης μετακινήσεων στη γέφυρα Tianjin Yonghe.....	26
Σχήμα 2.2: Το δίκτυο GPS που χρησιμοποιήθηκε για την παρακολούθηση μετακινήσεων στο οροπέδιο Hyblean.....	27
Σχήμα 2.3 : Το γεωδαιτικό δίκτυο που χρησιμοποιήθηκε για την παρακολούθηση μετακινήσεων στην περιοχή Φάληρο Μοσχάτο - Καλλιθέα.....	29
Σχήμα 2.4: Πρωτεύων και δευτερέων τριγωνομετρικό δίκτυο φράγματος Ευήνου.....	31
Σχήμα 3.1: Σχήμα του δικτύου.....	39
Σχήμα 4.1: Απόλυτες οριζοντιογραφικές ελλείψεις σημείων τρισδιάστατου ελέγχου για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.....	57
Σχήμα 4.2: Απόλυτες κατακόρυφες μετακινήσεις σημείων τρισδιάστατου ελέγχου για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.....	58
Σχήμα 4.3: Σχετικές οριζοντιογραφικές ελλείψεις σημείων τρισδιάστατου ελέγχου για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.....	62
Σχήμα 4.4: Σχετικές κατακόρυφες μετακινήσεις σημείων τρισδιάστατου ελέγχου για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.....	63

## ΠΙΝΑΚΕΣ

Πίνακας 2.1: Οριζοντιογραφικές ταχύτητες μετακίνησης των σημείων ελέγχου “S44”, “S47”, “S48” από το DIFF.....	31
Πίνακας 3.1: Οι συντεταγμένες του τριγωνομετρικού 348039 της ΓΥΣ.....	39

Πίνακας 3.2: Οι μετρημένες βάσεις – φάση I.....	42
Πίνακας 4.1: Αποτελέσματα επεξεργασίας δεδομένων GPS - φάση I- ...	46
Πίνακας 4.2: Αποτελέσματα επεξεργασίας δεδομένων GPS – φάση II.....	47
Πίνακας 4.3: Κλεισίματα βρόχων στις δύο φάσεις.....	48
Πίνακας 4.4: Κλεισίματα βρόχων εξαιρώντας τη βάση T1-T2 στις δύο φάσεις.....	48
Πίνακας 4.5: Οι Συνορθωμένες τιμές των συντεταγμένων του τρισδιάστατου δικτύου – Φάση I.....	50
Πίνακας 4.6: Οι Συνορθωμένες τιμές των συντεταγμένων του τρισδιάστατου δικτύου – Φάση II.....	50
Πίνακας 4.7: Μεταβολή των συντεταγμένων μεταξύ των δύο φάσεων μέτρησης.....	51
Πίνακας 4.8: Γεωδαιτικές ελλειψοειδείς συντεταγμένες των σημείων του δικτύου.....	52
Πίνακας 4.9: Μεταβολές των συντεταγμένων των κορυφών μεταξύ των δύο φάσεων μετά τη στροφή.....	53
Πίνακας 4.10: Σύγκριση σε απόλυτες οριζοντιογραφικές θέσεις σημείων τρισδιάστατου ελέγχου -μονοδιάστατος έλεγχος- για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.....	55
Πίνακας 4.11: Στοιχεία διανυσμάτων μετακίνησης και ελλείψεων σφάλματος απόλυτων μεταβολών θέσης για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.....	56
Πίνακας 4.12: Σύγκριση σε απόλυτες κατακόρυφες θέσεις σημείων τρισδιάστατου ελέγχου, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.....	56
Πίνακας 4.13: Σύγκριση σε σχετικές οριζοντιογραφικές θέσεις σημείων τρισδιάστατου ελέγχου για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.....	60
Πίνακας 4.14: Σύγκριση σε απόλυτες κατακόρυφες θέσεις σημείων τρισδιάστατου ελέγχου, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.....	61

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο αρχαιολογικός χώρος του Μυστρά αποτελεί ένα από τα σπουδαιότερα μνημειακά σύνολα στην Ελλάδα, τόσο λόγω της μεγάλης του έκτασης, όσο και της αισθητικής αξίας των κτισμάτων που περιλαμβάνει. Έχει ενταχθεί στον κατάλογο με τα μνημεία Παγκόσμιας Πολιτιστικής Κληρονομιάς της UNESCO.

Εδώ και αρκετά χρόνια πραγματοποιούνται κατά καιρούς εργασίες αναστύλωσης σε πολλά από τα σωζόμενα κτίσματά του, λόγω των διαρκών φθορών που παρατηρούνται σε τμήματα αυτών. Σε ανάλογες περιπτώσεις μνημείων ή μνημειακών συνόλων υπάρχει η ανάγκη εκπόνησης μελετών σχετικά με την ύπαρξη μετακινήσεων, καθώς και στη συνέχεια ερμηνεία αυτών. Ανάλογες μελέτες απαιτούνται και σε άλλου τύπου κατασκευές, όπως φράγματα, γέφυρες, τμήματα εδάφους με έντονη σεισμικότητα κ.α.

Σκοπός της διαδικασίας παρακολούθησης μετακινήσεων είναι η λήψη μέριμνας για την πρόληψη δυσμενών καταστάσεων, με λήψη μέτρων είτε για την ασφάλεια του κοινωνικού συνόλου, είτε για την έγκαιρη πρόληψη του κόστους των επισκευών στις κατασκευές.

Η διαδικασία αυτή που έχει αναπτυχθεί ιδιαίτερα τα τελευταία χρόνια σε εθνικό και διεθνές επίπεδο πραγματοποιείται μέσω πληθώρας μέσων και τεχνικών. Με την εξέλιξη των συστημάτων GNSS, αποκτά νέες δυνατότητες.

Στο πλαίσιο διερεύνησης των δυνατοτήτων αυτών, τον Οκτώβριο του 2012 ανατέθηκε από το Εργαστήριο Γενικής Γεωδαισίας του Τομέα Τοπογραφίας της Σχολής Αγρονόμων και Τοπογράφων μηχανικών η παρούσα διπλωματική εργασία.

Αντικείμενο της εργασίας αποτελεί η επαναμέτρηση του τριδιάστατου δικτύου του Μυστρά που ιδρύθηκε το Φεβρουάριο του 2010, με χρήση του συστήματος GNSS, η επεξεργασία των μετρήσεων, η επίλυση του δικτύου και στατιστική επεξεργασία των αποτελεσμάτων με σκοπό τον έλεγχο ύπαρξης μετακινήσεων.

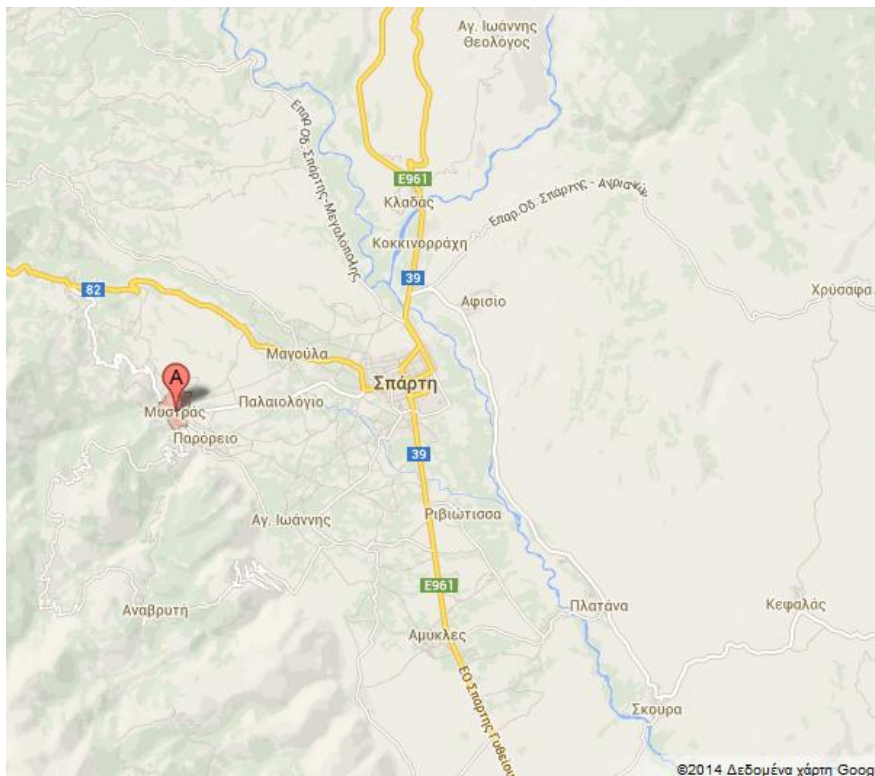
Οι μετρήσεις του τριδιάστατου δικτύου πραγματοποιήθηκαν το Δεκέμβριο του 2012, ενώ η εργασία παραδόθηκε το Απρίλιο του 2014.

# Κεφάλαιο 1

## Ο αρχαιολογικός χώρος του Μυστρά-Γεωλογικά στοιχεία

### 1.1 Γενικά

Η καστροπολιτεία του Μυστρά βρίσκεται στο νομό Λακωνίας, 5 km δυτικά της Σπάρτης, στους ανατολικούς πρόποδες του όρους Ταΰγétου. Αποτελεί έναν από τους σημαντικότερους αρχαιολογικούς χώρους της Ελλάδας, καθώς είναι ένα από τα λίγα καλοδιατηρημένα βυζαντινά οικιστικά σύνολα, παρέχοντας τη δυνατότητα μελέτης της βυζαντινής αρχιτεκτονικής και εκκλησιαστικής τέχνης. [<http://odysseus.culture.gr>]



Χάρτης 1.1: Η γεωγραφική θέση του Μυστρά [<https://maps.google.gr/>]

### 1.2. Ιστορικά στοιχεία

Ο Μυστράς αποτέλεσε Βυζαντινή πολιτεία της Πελοποννήσου. Η ιστορία του ξεκίνησε με την πρώτη άλωση της Κωνσταντινούπολης από τους Σταυροφόρους της Δ΄ Σταυροφορίας το 1204, οπότε η Βυζαντινή Αυτοκρατορία κατακερματίστηκε με αποτέλεσμα η Πελοπόννησος να παραχωρηθεί στη φράγκικη οικογένεια των Βιλλεαρδουίνων, που ίδρυσε το Πριγκηπάτο της Αχαΐας. [<http://odysseus.culture.gr>] Το 1246 περιήλθε

στον ηγεμόνα Γουλιέλμο Β' Βιλλεαρδουίνο, ο οποίος διαδέχθηκε τον αδερφό του Γοδεφρείδο και το 1249 επέλεξε να χτίσει το κάστρο του στη συγκεκριμένη τοποθεσία. Η θέση του κάστρου επέτρεπε τον πλήρη έλεγχο των περασμάτων προς το εσωτερικό της οροσειράς του Ταϋγέτου, καθώς και της κοιλάδας της Σπάρτης. Οι γκρεμοί που σχηματίζονται στη νότια και δυτική πλευρά του λόφου, καθώς και οι απότομες πλαγιές στα βόρεια και ανατολικά, κατέστησαν το κάστρο απόρθητο. [Runciman St., 1980]

Μετά την ήττα των Φράγκων στη μάχη της Πελαγονίας το 1259, το κάστρο του Μυστρά παραχωρήθηκε στο Βυζαντινό αυτοκράτορα Μιχαήλ Η' Παλαιολόγο, ενώ το 1262 ήρθε στην κατοχή των Βυζαντινών, γεγονός που σηματοδότησε την περίοδο της μεγαλύτερης ακμής του, που διήρκεσε δύο αιώνες. [Στάππα Κ., 1993] Κατά την περίοδο αυτή, στο λόφο παρατηρήθηκε σημαντική ανέγερση κατοικιών, αρχοντικών, παλατιών, εκκλησιών και μοναστηριών. Χαρακτηριστικά, το 1289 έγινε η κεφαλή της Βυζαντινής Πελοποννήσου. Οι κάτοικοι της γειτονικής Λακεδαίμονος εγκαταστάθηκαν γύρω από το κάστρο για μεγαλύτερη ασφάλεια, γι' αυτό και η κατοικημένη περιοχή (χώρα) οχυρώθηκε με τείχος, ενώ μεταγενέστερα δημιουργήθηκε και νέα συνοικία, εκτός του τείχους, που ονομάστηκε κάτω χώρα και προστατεύθηκε επίσης με τείχος. [Runciman St., 1980]

Στα μέσα του 14ου αιώνα ο Μυστράς έγινε πρωτεύουσα της Βυζαντινής Πελοποννήσου παράλληλα με τη δημιουργία του Δεσποτάτου του Μωρέως. Σημαντικότεροι από τους διατελέσαντες δεσπότες, οι οποίοι συνετέλεσαν ώστε ο Μυστράς να επεκτείνει την εξουσία του σε όλη την Πελοπόννησο και να γίνει εστία της πολιτικής, πνευματικής και πολιτιστικής δραστηριότητας της αυτοκρατορίας, θεωρούνται ο Μανουήλ Καντακουζηνός, ο Θεόδωρος Β' Παλαιολόγος και ο Κωνσταντίνος ο Β' Παλαιολόγος. Επίσης, το 1400 ο Γεώργιος Γεμιστός ή Πλήθων, ένας υπέρμαχος του πλατωνισμού και οραματιστής του νέου ελληνισμού, ίδρυσε στην περιοχή φιλοσοφική σχολή.

Το 1460 ο Μυστράς περιήλθε στους Τούρκους και έκτοτε ξεκίνησε η παρακμή του, ενώ έως το 1540 αποτελώντας πρωτεύουσα πλέον του οθωμανικού σαντζακίου της Πελοποννήσου, εξελίχθηκε σε σημαντικότατο κέντρο παραγωγής και εμπορίας μεταξιού της ανατολικής Μεσογείου. [<http://odysseus.culture.gr>] Κατά την περίοδο 1687-1715 τελούσε υπό Βενετική κυριαρχία. Στη συνέχεια, το 1770 κατά την επανάσταση του Ορλώφ, ένα μικρό στράτευμα Ελλήνων και Ρώσων έκλεισε την τούρκικη φρουρά μέσα στο κάστρο, γεγονός που είχε ως επακόλουθο την εξολόθρευση των τουρκικών οικογενειών από Μανιάτες. Στην επανάσταση του 1821 η συμμετοχή του Μυστρά υπήρξε σημαντική. Το 1825 λεηλατήθηκε από τους Αιγυπτίους του Ιμπραήμ και σταδιακά

εγκαταλείφθηκε για να ιδρυθεί ο νέος Μυστράς, το σημερινό ομώνυμο χωριό στους πρόποδες του λόφου. [Στάππα Κ., 1993]

Με την ίδρυση του ελεύθερου ελληνικού κράτους, οι Αρχές της επαρχίας Λακωνίας εγκαταστάθηκαν στον ερειπωμένο Μυστρά, λίγο όμως αργότερα, το 1834 ο Βασιλιάς Όθων θεμελίωσε τη νέα πόλη, τη Σπάρτη, γεγονός που σήμανε την οριστική εγκατάλειψή του. [<http://odysseus.culture.gr>] Οι τελευταίοι κάτοικοι θα εγκαταλείψουν την καστροπολιτεία το 1953, μετά την απαλλοτρίωση του χώρου από το ελληνικό κράτος. Εν τω μεταξύ, το 1921, είχε κηρυχθεί μέσω βασιλικού διατάγματος ως προέχον βυζαντινό μνημείο.

Το 1989, με απόφαση της αρμόδιας επιτροπής της Unesco, ο Μυστράς εγγράφηκε ως πολιτιστικό αγαθό στον κατάλογο της Παγκόσμιας Πολιτιστικής Κληρονομιάς. [<http://odysseus.culture.gr>]

Τα σημαντικότερα μνημεία και εκκλησίες του Μυστρά αποτελούν:

- Η ακρόπολη της καστροπολιτείας και το σύστημα οχύρωσης  
Η ύπαρξη ενός συστήματος οχύρωσης αποτελεί βασικό στοιχείο της βυζαντινής πόλης. Στην κορυφή του λόφου βρίσκεται η φράγκικη ακρόπολη, ενώ ο οικισμός προστατεύεται από δύο οχυρωματικούς περιβόλους, ενισχυμένους με τετράγωνους ή κυλινδρικούς πύργους. Η ακρόπολη διαθέτει διπλή γραμμή άμυνας με δύο οχυρωματικούς περιβόλους ενισχυμένους με τετράγωνους ή κυλινδρικούς πύργους. Στον εξωτερικό περίβολο οδηγεί καμαροσκέπαστη πύλη προστατευμένη από ισχυρό τετράγωνο πύργο, που υψώνεται επάνω από αυτή, τα ερείπια του οποίου διακρίνονται στο εσωτερικό του περιβόλου. Στη νοτιοανατολική πλευρά του υψώνεται κυκλική βίγλα, μέσω της οποίας γινόταν δυνατή η εποπτεία της κοιλάδα του Ευρώτα. Ο εσωτερικός περίβολος είναι μικρότερος, με μόνο δύο κτίσματα σε ερειπιώδη κατάσταση. Στη βορειοδυτική πλευρά, όπου εντοπίζεται το υψηλότερο σημείο του λόφου του Μυστρά, υψώνεται δεύτερη βίγλα για την επίβλεψη των δυτικών πλαγιών του Ταυγέτου λόγω κινδύνου επίθεσης του σλαβικού φύλου των Μηλιγγών, που ήταν εγκατεστημένο στην ευρύτερη περιοχή. Ο πρώτος οχυρωματικός περίβολος αρχίζει δυτικά της ακρόπολης, κατέρχεται την πλαγιά του λόφου και προστατεύοντας το πλάτωμα των Παλατιών συνεχίζει πάνω από την Παντάνασσα και καταλήγει στον γκρεμό νότια. Ο δεύτερος ξεκινάει από τα βορειοδυτικά όρια της πόλης, αγκαλιάζοντας το συγκρότημα της Μονής του Βροντοχίου, και, ακολουθώντας τη γραμμή των υπωρειών του λόφου, καταλήγει στην Περίβλεπτο.

Η παρουσία πύργων είναι εντονότερη στη δυτική πλευρά της πόλης, τη πλέον ευάλωτη σε επιθέσεις λόγω της εύκολης προσβασιμότητας. Η ακρόπολη του Μυστρά, καθώς και το υπόλοιπο σύστημα οχύρωσης, διατηρείται και κατά τη διάρκεια της Τουρκοκρατίας με τις

απαραίτητες βέβαια βελτιώσεις, ώστε να ανταποκρίνεται στις νέες απαιτήσεις. [<http://odysseus.culture.gr>]

- Ο Άγιος Δημήτριος (Μητρόπολη)

Πρόκειται για τον παλαιότερο ναό της βυζαντινής πολιτείας. Είναι δομημένος στο βορειοανατολικό τμήμα του λόφου, σε μικρή απόσταση από το εξωτερικό τείχος. Ο ναός του Αγίου Δημητρίου ιδρύθηκε πιθανότατα από τον Μητροπολίτη Ευγένιο γύρω στο 1270, ανακαινίστηκε λίγο αργότερα, το 1291/2, από τον Μητροπολίτη Νικηφόρο Μοσχόπουλο και τον αδελφό του Ααρών και πήρε την τελική, σημερινή μορφή του κατά το β' μισό του 15ου αιώνα από τον Μητροπολίτη Ματθαίο, ο οποίος προσέθεσε το υπερώο. Από την ανοικοδόμησή του έως και τα πρώτα χρόνια μετά την απελευθέρωση της Ελλάδας από τους Τούρκους αποτέλεσε τον Μητροπολιτικό ναό της πόλης και έδρα του Μητροπολίτη Λακεδαιμονίας. Η εκκλησία στη σημερινή της μορφή ανήκει στο λεγόμενο "μικτό τύπο του Μυστρά", που συνδυάζει την τρίκλιτη βασιλική στο ισόγειο και τον πεντάτρουλο σταυροειδή εγγεγραμμένο ναό στο υπερώο, με τρεις τρίπλευρες αψίδες ανατολικά. Η δυτική στοά αποτελεί, όπως αναφέρθηκε, προσθήκη του 15ου αιώνα, ενώ η στοά, η αυλή με τις τοξοστοιχίες και τα μεγάλα διώροφα κτίρια στη βόρεια πλευρά χρονολογούνται στην Τουρκοκρατία. [<http://odysseus.culture.gr>]

- Ο ναός των Αγίων Θεοδώρων

Βρίσκεται στη βόρεια πλευρά του λόφου, στην επονομαζόμενη Μεσοχώρα ή Κάτω Χώρα, κοντά στο εξωτερικό τείχος. Είναι ο δεύτερος σε παλαιότητα ναός μετά τη μητρόπολη και μαζί με το ναό της Οδηγήτριας ανήκει στη μονή Βροντοχίου. Η κατασκευή του χρονολογείται μεταξύ 1290-1295, ενώ ως κτήτορες του φέρονται ο Δανιήλ και Παχώμιος, όπως προκύπτει από επιγραφή τμήματός του. Ανήκει στον αρχιτεκτονικό τύπο του δίστυλου σταυροειδούς εγγεγραμμένου ναού με τρεις πενταγωνικές εξωτερικά αψίδες στο Ιερό και είσοδο στη βόρεια πλευρά. Ο σημερινός πλάγιος νάρθηκας αποτελεί μετασκευή της στοάς που προϋπήρχε στη θέση αυτή. Ο πλάγιος νάρθηκας στη νότια πλευρά του ναού, το σπηλαιώδες παρεκκλήσι της αγίας Αικατερίνης στη δυτική και τα δύο συνεχόμενα παρεκκλήσια στην ανατολική αποτελούν μεταγενέστερες προσθήκες. [Βούλτος Γ., 2005]

- Ο ναός της Οδηγήτριας ή Αφεντικό

Η θέση του είναι στη βόρεια πλευρά του λόφου, σε απόσταση λίγων μέτρων από το ναό των Αγίων Θεοδώρων. Δομήθηκε στις αρχές του 14<sup>ου</sup> αιώνα από τον ηγούμενο Παχώμιο και ολοκληρώθηκε περί το 1310. Μετά την αποπεράτωσή του, λειτούργησε ως καθολικό της μονής Βροντοχίου. Διατηρήθηκε σε καλή κατάσταση μέχρι το 19<sup>ο</sup> αιώνα, μετά τα μέσα του οποίου, αφαιρέθηκαν κίονες για χρήση στην

οικοδόμηση της νέας Σπάρτης, γεγονός που οδήγησε στη μερική κατάρρευσή του. Στη δεκαετία του 1930 αναστηλώθηκε και ανακατασκευάστηκαν ορισμένα τμήματά του. Ανήκει στον "μικτό τύπο του Μυστρά", που συνδυάζει τη βασιλική στο ισόγειο και τον τετράστυλο σταυροειδή εγγεγραμμένο με πέντε τρούλους ναό στο υπερώο, με στοές στη δυτική, βόρεια και νότια πλευρά. [Βούλτος Γ., 2005] Δύο διώροφα παρεκκλήσια διαμορφώνονται στα άκρα του νάρθηκα και δύο ισόγεια στη βόρεια στοά, ενώ νότια της δυτικής στοάς υψώνεται τριώροφο κωδωνοστάσιο.

[<http://odysseus.culture.gr>]

- Ο ναός της Ευαγγελίστριας

Βρίσκεται στα βόρεια της πολιτείας του Μυστρά, στη Μεσοχώρα, στο καλντερίμι που οδηγεί από τη Μητρόπολη στο Βροντόχι, νοτιοανατολικά της Μητρόπολης και βορειοδυτικά των Αγίων Θεοδώρων. Πρόκειται για δίστυλο σταυροειδή εγγεγραμμένο με τρούλο ναό, μικρότερων διαστάσεων από τους άλλους του ίδιου τύπου ναούς στο Μυστρά, την Περίβλεπτο, δηλαδή και την Αγία Σοφία. Ανατολικά απολήγει σε τρεις ασίδες, πεντάπλευρη τη μεσαία και τρίπλευρες τις πλάγιες, που διακρίνονται για το πλινθοπερίκλειστο σύστημα τοιχοδομίας τους. [<http://odysseus.culture.gr>] Ο περίβολος της Ευαγγελίστριας χρησίμευε ως νεκροταφείο, καθώς ο ναός περιβάλλεται από τάφους και οστεοφυλάκια. [Βούλτος Γ., 2005]

- Η Μονή Παντάνασσας με την ομώνυμη εκκλησία

Δεσπόζει στην ανατολική πλευρά του λόφου, σε κεντρικό σημείο της πολιτείας. Η κατασκευή της ολοκληρώθηκε το 1428 και ως κτήτορας αναφέρεται σε επιγραφή ο Ιωάννης Φραγγόπουλος, που διέτελεσε αξίωμα του πρωτοστράτορα και καθολικού μεσάζοντα του Δεσποτάτου του Μορέως. Το μνημείο ανήκει στο λεγόμενο "μικτό τύπο του Μυστρά", που συνδυάζει τους ρυθμούς της τρίκλιτης βασιλικής με νάρθηκα στο ισόγειο και του πεντάτρουλου σταυροειδούς εγγεγραμμένου ναού στον όροφο. [<http://odysseus.culture.gr>] Εμφανή είναι τα γοτθικά στοιχεία κυρίως στη δυτική όψη και στο κωδωνοστάσιο, στο πλαίσιο των στενών σχέσεων με τη Δύση. Στοές διαμορφώνονταν στη βόρεια και δυτική πλευρά, από τις οποίες σώζεται μόνο η πρώτη. [Βούλτος Γ., 2005] Είναι το μοναδικό κτίσμα στο Μυστρά που κατοικείται σήμερα και λειτουργεί ως γυναικείο μοναστήρι.

- Ο ναός της Περιβλέπτου

Εντοπίζεται στη νοτιοανατολική πλευρά του λόφου και σε μικρή απόσταση δυτικά του εξωτερικού τείχους. Ανήκει στον αρχιτεκτονικό τύπο του δίστυλου σταυροειδούς εγγεγραμμένου ναού, με τρεις πενταγωνικές εξωτερικά ασίδες στο Ιερό και είσοδο στη βόρεια



πλευρά. Το καθολικό είναι δομημένο ώστε να εφάπτεται με τον απότομο βράχο στη βόρεια και δυτική πλευρά του. [Βούλτος Γ., 2005]

- Ο ναός της Αγίας Σοφίας

Βρίσκεται στη δυτική πλευρά της πολιτείας, στη συνοικία των ανακτόρων, νοτιοδυτικά της πλατείας τους. Πρόκειται για ανακτορικό ναό που λειτούργησε και ως καθολικό μικρής μονής. Ιδρύθηκε από το Μανουήλ Καντακουζηνό, πρώτο δεσπότη του Μορέα στα μέσα του 14<sup>ου</sup> αιώνα. Επί Τουρκοκρατίας μετατράπηκε σε τζαμί. Το μνημείο ανήκει στον αρχιτεκτονικό τύπο του δίστυλου σταυροειδούς εγγεγραμμένου με τρούλο ναού, με τρεις τρίπλευρες εξωτερικά απίδες ανατολικά, νάρθηκα δυτικά και δύο στοές βόρεια και δυτικά, από τις οποίες διατηρείται η πρώτη και το βόρειο τμήμα της δεύτερης. [Βούλτος Γ., 2005]

- Ο ναός του Αγίου Νικολάου

Δομημένος 17ο αιώνα στη συνοικία των Παλατιών, ανήκει στον αρχιτεκτονικό τύπο του σύνθετου σταυροειδούς εγγεγραμμένου με τρούλο ναού, με νάρθηκα δυτικά, του οποίου η οροφή έχει καταπέσει και περίβολο νότια και δυτικά. Είναι ο μοναδικός ναός μεγάλων διαστάσεων, που οικοδομήθηκε στο Μυστρά μετά την παράδοση της Καστροπολιτείας στους Τούρκους το 1460. Πλήθος τοιχογραφιών θρησκευτικής θεματολογίας κοσμούσε το εσωτερικό του, εκ των οποίων σώζονται λιγιστές. [<http://odysseus.culture.gr>]

- Τα παλάτια

Ιδρύθηκαν στο μοναδικό πλάτωμα του λόφου. Οι χρήσεις τους, καθώς και οι χρονικές περίοδοι κατασκευής τους ποικίλλουν (13<sup>ος</sup>-15<sup>ος</sup> αιώνας). Αρχικά έδρα και κατοικία του Δεσπότη και της οικογένειάς του, πλαισιώθηκε σταδιακά από έναν πλήθος κτιρίων με σκοπό την κάλυψη των αυξανόμενων αναγκών της διοικητικής αρχής που στέγαζε. Με τον τρόπο αυτό, σχηματίστηκε το εν λόγω συγκρότημα. Τα σημαντικότερα από αυτά είναι η πτέρυγα των Καντακουζηνών, που κτίστηκε από το Δεσπότη Μανουήλ Καντακουζηνό στις αρχές του β' μισού του 14ου αιώνα και η πτέρυγα των Παλαιολόγων, των αρχών του 15ου αιώνα. Η τελευταία αποτελείται από έναν ισόγειο χώρο, που εξυπηρετούσε αποθηκευτικές ανάγκες, τον πρώτο όροφο, που διαιρείται σε οκτώ διαμερίσματα και το δεύτερο όροφο, ο οποίος στέγαζε την αίθουσα του θρόνου. [<http://odysseus.culture.gr>]

- Η οικία Φραγκοπούλου και η οικία Λάσκαρη

Αποτελούν χαρακτηριστικά δείγματα πολυτελών κατοικιών στην Κάτω Χώρα του οικισμού. Διαθέτουν ισόγειο και δύο ορόφους. Οι χώροι κατοίκησης βρίσκονται στον όροφο, ενώ οι βοηθητικοί στο ισόγειο. Στις βυζαντινές αυτές οικίες, το ισόγειο προοριζόταν για βοηθητικές υπηρεσίες (σταβλισμό ζώων, αποθήκευση, μαγείρεμα). Οι

τοίχοι τους είναι παχείς και στέρεοι ώστε να εξυπηρετούν αμυντικές ανάγκες. [<http://odysseus.culture.gr>]

- Τέλος, το νεότερο κτίσμα είναι το μουσείο με σημαντικά βυζαντινά εκθέματα που έχει δομηθεί εντός της καστροπολιτείας και λειτουργεί βόρεια του Μητροπολιτικού ναού του Αγίου Δημητρίου. Η συλλογή του απαρτίζεται κυρίως από γλυπτά, χειρόγραφα, κοσμήματα, εξαρτήματα καλλωπισμού, ένδυσης και υπόδυσης. [<http://odysseus.culture.gr>]

### 1.3 Γεωλογικά – Τεκτονικά στοιχεία

Η Βυζαντινή πολιτεία του Μυστρά είναι ως επί το πλείστον χτισμένη στις παρυφές του ομώνυμου λόφου, ο οποίος βρίσκεται 5 km δυτικά της Σπάρτης, στους ανατολικούς πρόποδες του Ταυγέτου και οριοθετείται από δύο βαθιές χαράδρες που καταλήγουν στον ποταμό Ευρώτα. Ο λόφος παρουσιάζει επίμηκες σχήμα με διεύθυνση ορειογραφικού άξονα περίπου B-N.

Στην περιοχή μελέτης εντοπίζονται αλπικοί και μεταλλικοί σχηματισμοί. Όσον αφορά στους πρώτους, κατατάσσονται σε δύο ενότητες:

- Ενότητα της Άρνας: Αποτελείται από μεταμορφωμένα πετρώματα και συγκεκριμένα από μεταβασάλτες, μετατόφους, μετακροκαλοπαγή, χαλαζίτες και σε μεγαλύτερο βαθμό μεταπηλίτες. Η μεταμόρφωση που έχουν υποστεί είναι κυανοσχιστολιθικού τύπου. Η συγκεκριμένη ενότητα έχει υποστεί 3 φάσεις παραμόρφωσης, συνεπώς είναι πολυπτυχωμένη και κατακερματισμένη.

- Ενότητα της Τρίπολης: Αποτελείται από αμεταμόρφωτα ανθρακικά ιζήματα, κυρίως γκρίζους έως μαύρους ασβεστόλιθους και δολομίτες, νηρητικής φάσης, παχυστρωματώδεις έως άστρωτους και κατακερματισμένους από πλήθος διακλάσεων και ρηγμάτων. Οι κλίσεις των ασβεστόλιθων είναι προς τα ανατολικά. Τα πετρώματα της ενότητας αυτής βορειοδυτικά, είναι επωθημένα σε αυτά της ενότητας της Άρνας, ενώ στα νότια έρχονται σε επαφή με αυτή μέσω δύο μεγάλων ρηξιγενών επιφανειών με διεύθυνση BBD-NNA.

Στους δε μεταλλικούς σχηματισμούς ανήκουν τα πλευρικά κορήματα που εντοπίζονται στα μέτωπα των ρηγμάτων και ειδικότερα στα ανατολικά πρηνή του λόφου. Είναι συνδεδεμένα με ανθρακικό συνδετικό υλικό και ερυθρές αργίλους, ενώ χαρακτηρίζονται ως συνεκτικά. Οι λατύπες τους προέρχονται από ασβεστόλιθους της ενότητας της Τρίπολης και το μέγεθός τους εν γένει ποικίλλει από 1 έως μερικά cm. Είναι διαρρηγμένα και καρστικοποιημένα, ενώ συχνά φέρουν ασβεστική κρούστα στην επιφάνεια.

Οι υπάρχοντες γεωλογικοί σχηματισμοί έχουν υποστεί δύο ειδών τεκτονικές παραμορφώσεις:

- Αλπική: Πρόκειται για παλαιότερη τεκτονική παραμόρφωση, η οποία σχετίζεται με τον αλπικό κύκλο ορογένεσης. Περιλαμβάνει την επώθηση των σχηματισμών της ενότητας της Τρίπολης, πάνω στα μεταμορφωμένα πετρώματα της ενότητας της Άρνας.
- Νεοτεκτονική: Έχει ως αποτέλεσμα το σχηματισμό του τεκτονικού κέρατος του Ταυγέτου και του τεκτονικού βυθίσματος στη Σπάρτη. Το όριο αυτών των δύο μεγάλων νεοτεκτονικών δομών αποτελεί μία μεγάλη ρηξιγενής ζώνη με διεύθυνση BBN-NNA, η οποία περιλαμβάνει ρήγματα διαφόρων διευθύνσεων.

Η θέση του λόφου του Μυστρά συμπίπτει ακριβώς με το προαναφερθέν όριο, γεγονός που υποδηλώνει την έντονη τεκτονική καταπόνηση της εν λόγω περιοχής, η οποία γίνεται αντιληπτή από την παρουσία ρηγμάτων και διακλάσεων.

Αξιοσημείωτος είναι ο αριθμός των ρηγμάτων που απαντούν επί του λόφου, οι διευθύνσεις των οποίων είναι κυρίως βόρειες-βορειοδυτικές με φορά μέγιστης κλίσης προς ανατολικά. Σπανιότερη είναι η παρουσία ρηγμάτων γενικής διεύθυνσης ΒΑ-ΝΔ και φοράς μέγιστης κλίσης προς ΒΔ. Οι επιφάνειες των ρηγμάτων φέρουν ασβεστιτικές κρούστες και στη συνέχεια συνεκτικά τεκτονικά λατυποπαγή.

Η τομή των ρηξιγενών αυτών επιφανειών με άλλα μικρότερα ρήγματα ή διακλάσεις, σε συνδυασμό με τη στρώση των ασβεστολίθων και τις μορφολογικές κλίσεις δυσχεραίνουν την ευστάθεια των επιμέρους τεμαχών των πετρωμάτων. [Μαριολάκος Η. , Λέκκας Σ. , κ.α., 1991]

Σχετική μελέτη εκπονήθηκε στον αρχαιολογικό χώρο από το τμήμα Γεωλογίας του Πανεπιστημίου Αθηνών το 1989, με τίτλο «Γεωλογικές, νεοτεκτονικές και γεωτεχνικές συνθήκες στον αρχαιολογικό χώρο του Μυστρά» και παρουσιάστηκε στην Πάτρα το 1991 στο συνέδριο «Γεωλογία και περιβάλλον». Στο πλαίσιο της εργασίας αυτής πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις διευθύνσεων των διακλάσεων, από τις οποίες προέκυψε ότι εμφανίζονται δύο κύρια συστήματα με διευθύνσεις  $B120^{\circ}$  και  $B160^{\circ}$  και δύο δευτερεύοντα με διευθύνσεις BN και  $B40^{\circ}$ . [Μαριολάκος Η. , Λέκκας Σ. , κ.α., 1991]

### **1.3.1 Τεχνικογεωλογικά χαρακτηριστικά και σεισμική δραστηριότητα**

Η σεισμική δραστηριότητα της περιοχής είναι ιδιαίτερα έντονη, γεγονός που προκύπτει από σεισμολογικά δεδομένα του παρόντος, καθώς και περασμένων αιώνων.

Για την ακρίβεια συγκαταλέγεται μεταξύ άλλων σε περιοχές με αυξημένη πιθανότητα σεισμικής διέγερσης ( $0.80 < \rho < 1.00$  για  $M_s > 6.5$  και  $0.93 < \rho < 1.00$  για  $M_s > 7$ ). Η πλειοψηφία των σεισμών που έχουν καταγραφεί στο παρελθόν έχουν ως επίκεντρο τη Σπάρτη και ενίοτε το Μυστρά.

Τα τεχνικογεωλογικά στοιχεία που συνήθως αυξάνουν τη σεισμική επικινδυνότητα είναι τα ακόλουθα:

- Τεκτονική: Σχετίζεται με την ύπαρξη ρηγμάτων και αποτελεί καθοριστικό παράγοντα επίδρασης στην ταχύτητα διάδοσης των σεισμικών κυμάτων. Πολλά, δε από αυτά δύνανται να αποτελέσουν δευτερεύουσες σεισμικές εστίες.

- Λιθολογία: Επηρεάζει σημαντικά τη διάδοση της σεισμικής ενέργειας και τις σεισμικές εντάσεις. Το πλάτος της ταλάντωσης, συνεπώς και η σεισμική επιτάχυνση σχετίζονται άμεσα με τις ελαστικές σταθερές των λιθολογικών σχηματισμών. Συγκεκριμένα, οι ομογενείς και συνεκτικοί σχηματισμοί χαρακτηρίζονται από υψηλή στατική και δυναμική σταθερότητα, εν αντιθέσει με τους χαλαρούς ανομοιογενείς.

- Άλλοι επιβαρυντικοί παράγοντες είναι τα αλλουβιακά επικαλύμματα μικρού πάχους, τα ασύνδετα κορήματα, οι πηλοί και τα ψαθυρά πετρώματα, καθώς επίσης η στάθμη των υπόγειων νερών. Όσον αφορά τους σχηματισμούς της περιοχής, οι μεν ασβεστόλιθοι της Τρίπολης λόγω του κατακερματισμού που παρουσιάζουν μπορούν να χαρακτηριστούν ως χαλαρή βραχώμαζα, ενώ τα πλευρικά κορήματα εντάσσονται στην κατηγορία  $X_5$ . [Μαριολάκος Η. , Λέκκας Σ. , κ.α., 1991]



Φωτ. 1.1: Άποψη της βόρειας πλευράς του Παλατιού. Διακρίνεται η ρηξιγενής ζώνη που διέρχεται ανατολικά του και δημιουργεί το μορφολογικό «δόντι» [Μαριολάκος Η. , Λέκκας Σ. , κ.α., 1991]



*Φωτ. 1.2: Επιφάνεια ρήγματος με διεύθυνση  $B30^{\circ}A$  και κλίση  $75^{\circ}$  προς ΒΔ, κοντά στην πόλη Ναυπλίου [Μαριολάκος Η. , Λέκκας Σ. , κ.α., 1991]*

### **1.3.2 Υδρογεωλογία - Διακίνηση του υπόγειου νερού**

Τα τοπικά ατμοσφαιρικά κατακρημνίσματα είτε ρέουν επιφανειακά προς χαμηλότερα σημεία, είτε κινούνται υπόγεια, δια μέσου των υφιστάμενων γεωλογικών σχηματισμών. Η κίνηση του υπογείου νερού, ελέγχεται κυρίως από πρωτογενείς παράγοντες, δηλαδή τη φύση, τη σύσταση και την εσωτερική διάταξη των πετρωμάτων, όπως και από δευτερογενείς παράγοντες, δηλαδή τις ασυνέχειες που φέρουν οι σχηματισμοί.

Οι ιδιότητες των σχηματισμών που απαντούν στην υπό μελέτη περιοχή και επηρεάζουν την κίνηση των υδάτων έχουν ως εξής:

Τα πλευρικά κορήματα εμφανίζουν μεγάλη περατότητα, ιδιότητα που οφείλεται στη φύση, στη μορφή, στον τρόπο σύνδεσής τους, καθώς και στην καρστικοποίηση που παρουσιάζουν. Στις περιοχές όπου επικρατούν, το αποτέλεσμα είναι τα ατμοσφαιρικά κατακρημνίσματα ως επί το πλείστον να κατεισδύουν εντός τους, εμπλουτίζοντας τον υδροφόρο ορίζοντα, ενώ μόνο μικρό ποσοστό να απορρέει προς κατάντη λόγω της έντονης μορφολογικής κλίσης.

Όσον αφορά τους ασβεστόλιθους και τους δολομίτες, η περατότητά τους χαρακτηρίζεται σχετικά μεγάλη και ως εκ τούτου τα ατμοσφαιρικά κατακρημνίσματα που φτάνουν στην επιφάνειά τους, κατεισδύουν εντός, κινούμενα προς βαθύτερα σημεία, έως ότου συναντήσουν τους μεταπηλίτες, ενώ μικρότερο ποσοστό τους απορρέει κατάντη.

Τέλος, τα κατακρημνίσματα που προσπίπτουν στους μεταπηλίτες, οι οποίοι είναι σχετικά αδιαπέρατοι ως επί το πλείστον, απορρέουν κατάντη. [Μαριολάκος Η., Λέκκας Σ., κ.α., 1991]



*Φωτ. 1.3: Πάνω στο μονοπάτι που οδηγεί στην Παντάνασσα κοντά στην πόλη Μονεμβασιάς παρατηρούνται χαλαρωμένα πλευρικά κορήματα εξαιτίας των ασυνεχειών. [Μαριολάκος Η., Λέκκας Σ., κ.α., 1991]*

### 1.3.3 Γεωλογικές επισημάνσεις

Κατά τη διάρκεια της προαναφερθείσας μελέτης στον αρχαιολογικό χώρο, έγινε εντοπισμός και καταγραφή των βασικών φυσικών αιτιών που οδηγούν στη φθορά των σωζόμενων κτισμάτων του. Περιληπτικά, αναφέρονται ως εξής:

- Ο κατακερματισμός της βραχώμαζας από το πλήθος των παρατηρηθέντων ασυνεχειών στην περιοχή: Ως εκ τούτου, προκύπτουν διαρρήξεις διαφόρων μεγεθών στα κτήρια που έχουν θεμελιωθεί σε δύο τουλάχιστον τεκτονικά τεμάχια, που επηρεάζουν τους δομικούς λίθους και συχνά προκαλούν αποκόλληση των τοίχων μεταξύ τους.
- Η καρστικοποίηση και το πλήθος των ασυνεχειών που διασχίζουν τα παλαιά πλευρικά κορήματα: Το γεγονός αυτό δημιουργεί εύκολη και συνεχή κατάπτωση των λατυπών και μικροογκολίθων που περιέχονται με αποτέλεσμα τα κτίσματα που είναι θεμελιωμένα επί αυτών να υφίστανται διαφορική καθίζηση, λόγω απώλειας στήριξης επιμέρους τμημάτων τους.
- Η κατείδυση των ατμοσφαιρικών κατακρημνισμάτων στα πλευρικά κορήματα και ανύψωση του υδροφόρου ορίζοντα που βρίσκεται σε μικρό βάθος: Αυτό δύναται να οδηγήσει σε εκδήλωση επιμέρους φαινομένων ερπυσμού, με πιθανότητα

εξέλιξης σε μικρής κλίμακας κατολισθήσεις, δημιουργώντας διαρρήξεις τοιχοποιίας.

- Οι έντονες καταπτώσεις τεμαχών ποικίλου μεγέθους που οφείλονται στον κατακερματισμό ανθρακικών πετρωμάτων κοντά στις ρηξιγενείς περιοχές: Η πρόσπτωση των ογκολίθων στην τοιχοποιία χτισμάτων προκαλεί την καταστροφή τους.
- Η αστάθεια των πρανών, γεγονός που εντοπίζεται στο δρόμο που οδηγεί στην Παντάνασσα και στην πύλη της Μονεμβασιάς.
- Η σεισμική δραστηριότητα σε συνδυασμό με τους παραπάνω παράγοντες. [Μαριολάκος Η. , Λέκκας Σ. , κ.α., 1991]



*Φωτ. 1.4:Θεμελίωση οικοδομήματος πάνω σε ογκόλιθους. Σε περίπτωση απομάκρυνσης των ογκολίθων, η ανωδομή απειλείται με κατάρρευση [Μαριολάκος Η. , Λέκκας Σ. , κ.α., 1991]*

#### **1.4 Αντικείμενο της εργασίας**

Αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι η επαναμέτρηση και επίλυση ενός τριδιάστατου δικτύου, το οποίο ιδρύθηκε και μετρήθηκε για πρώτη φορά στο πλαίσιο του ερευνητικού προγράμματος «Ερευνα του προσανατολισμού των μνημείων της Ελλάδας» το Φεβρουάριο του 2010, [Πανταζής Γ., 2012] με σκοπό την ανίχνευση μετακινήσεων στην υπό

μελέτη περιοχή. Ο λόγος που καθιστά την περιοχή αυτή άξια μελέτης είναι το γεγονός ότι πρόκειται για έναν αρχαιολογικό χώρο τεράστιας ιστορικής, αισθητικής και αρχαιολογικής αξίας σε διεθνές επίπεδο. Επομένως, κρίνεται απαραίτητη η γνώση σχετικά με την ύπαρξη μετακινήσεων σε αυτή, με σκοπό την ερμηνεία των φθορών που τυχόν δύνανται να προκαλέσουν στα μνημεία, την πρόληψη και την αποκατάστασή τους.

Οι μετρήσεις έγιναν με δορυφορική μέθοδο (GNSS), η οποία επελέγη τόσο λόγω των αποστάσεων μεταξύ των σημείων ελέγχου, όσο και λόγω του έντονου τοπογραφικού αναγλύφου της περιοχής που δεν επιτρέπει την αμοιβαία ορατότητά τους. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα δεδομένα των μετρήσεων από τις δύο φάσεις, μετά από κατάλληλη επεξεργασία, συγκρίθηκαν ώστε να γίνει η αξιολόγησή τους και μέσω των κατάλληλων ελέγχων να εξαχθεί το συμπέρασμα περί ύπαρξης μετακινήσεων.





## Κεφάλαιο 2

### Συστήματα GNSS

#### 2.1 Γενικά

Συστήματα GNSS (Global Navigation Satellite Systems) ή Γεωδαιτικά δορυφορικά συστήματα εντοπισμού θεωρούνται τα συστήματα που επιτρέπουν τον προσδιορισμό θέσης σημείων πάνω ή κοντά στην επιφάνεια της γης, με τη βοήθεια οργάνων που χρησιμοποιούν την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που εκπέμπεται ή αντανακλάται από κάποια σώματα σε τροχιά γύρω από τη γη (π.χ. δορυφόροι) ή από κάποια ουράνια σώματα που βρίσκονται σε μακρινές αποστάσεις.

Οι σύγχρονες μη επίγειες μέθοδοι προσδιορισμού θέσης βασίζονται κυρίως σε δορυφορικές και διαστημικές τεχνολογίες, οι οποίες έχουν αναπτυχθεί μετά το 1957. Σήμερα, τα κυριότερα γεωδαιτικά δορυφορικά συστήματα περιλαμβάνουν το Παγκόσμιο Σύστημα Εντοπισμού (GPS) και τα συστήματα GLONASS, GALILEO, DORIS, ARGOS, κ.α., τα οποία βασίζονται στη χρήση μικροκυμάτων που εκπέμπονται από δορυφόρους. Μια άλλη κατηγορία γεωδαιτικών συστημάτων εντοπισμού περιλαμβάνει τα δορυφορικά και σεληνιακά τηλέμετρα laser (satellite and lunar laser – ranging) που χρησιμοποιούν αντίστοιχα οπτικούς παλμούς laser, εξαιρετικά μικρής διάρκειας (μερικά nsec), οι οποίοι αντανακλώνται από κατάφωτα σε δορυφόρους ή από ειδικά κατάφωτα που έχουν τοποθετηθεί στην επιφάνεια της Σελήνης. Στην κατηγορία των διαστημικών τεχνολογιών κατατάσσεται η τεχνική της Συμβολομετρίας ραδιοκυμάτων ή αλλιώς Συμβολομετρίας πολύ μεγάλων βάσεων (very long baseline Interferometry, VLBI) που βασίζεται στη χρήση ραδιοσημάτων από μακρινούς ημιαστέρες (quasars).

Στο παρελθόν χρησιμοποιήθηκαν άλλα δορυφορικά συστήματα και αντίστοιχες τεχνικές. Μεταξύ αυτών, τα οπτικά συστήματα, που βασίζονταν στη φωτογράφιση των δορυφόρων με φόντο τα αστέρια, τα συστήματα ραντάρ με C- και S- band και ειδικά συστήματα μικροκυμάτων, όπως το σύστημα GRARR (Goddard Range And Range Rate system) της NASA, το SECOR (Sequential Collocation of Range) και το Minitrak. Τα συστήματα Doppler TRANSIT και TSICADA που αποτέλεσαν τα πρόδρομα συστήματα των GPS και GLONASS αντίστοιχα, είχαν ευρεία χρήση μέχρι και πριν από μερικά χρόνια και καθιέρωσαν πολλές από τις τεχνικές και μεθόδους που χρησιμοποιούνται ακόμη και σήμερα από άλλα πιο σύγχρονα συστήματα εντοπισμού θέσης. [Δελληκαράογλου Δ., 2005]

Η Διεθνής Υπηρεσία GNSS (IGS) είναι μια εθελοντική ομοσπονδία αποτελούμενη από περισσότερες των 200 υπηρεσιών σε όλο τον κόσμο,

που συγκεντρώνουν τους πόρους και τα δεδομένα των μόνιμων σταθμών GPS και GLONASS, προκειμένου να παράγονται ακριβή προϊόντα. Επί του παρόντος, το IGS περιλαμβάνει δύο Παγκόσμια Συστήματα Δορυφορικού Εντοπισμού, το GPS και το ρωσικό GLONASS, ενώ προτίθεται να ενσωματώσει και άλλα μελλοντικά συστήματα. [<http://igsceb.jpl.nasa.gov/>]

## 2.2 Το σύστημα GLONASS

Το σύστημα GLONASS (Global Navigation Satellite System) είναι το ρωσικό αντίστοιχο του GPS, το οποίο διαχειρίζεται ο Ρωσικός Στρατός. Η ανάπτυξη του GLONASS ξεκίνησε στη Σοβιετική Ένωση το 1976 και ολοκληρώθηκε το 1995. [Oleynik E., Revnivkykh S., 2011]

Η διαφορά του από το GPS έγκειται στο τμήμα ελέγχου, στο τμήμα διαστήματος και στη διαμόρφωση του σήματος. [Bernhard Hofmann-Wellenhof et al, 2008] Οι δορυφόροι βρίσκονται σε μεσαία κυκλική τροχιά σε ύψος 19100 km με κλίση  $64.8^\circ$  και μία περίοδο 11 ωρών και 15 λεπτών. Η τροχιά του το καθιστά ιδιαίτερα κατάλληλο για χρήση σε υψηλά γεωγραφικά πλάτη (βόρεια ή νότια), όπου η λήψη σήματος GPS μπορεί να είναι προβληματική. Παρέχει παγκόσμια κάλυψη και αποτελείται από 24 δορυφόρους, εκ των οποίων οι 18 είναι απαραίτητοι για την κάλυψη του εδάφους της Ρωσίας. [Mirgorodskaya T., 2013]

Ανάμεσα στα πλεονεκτήματα του συστήματος σε σχέση με το GPS είναι η απουσία της επιλεκτικής διαθεσιμότητας (SA). Χωρίς τη σκόπιμη υποβάθμιση του σήματος, έπαιξε σημαντικό ρόλο σε μη στρατιωτικές εφαρμογές. Στην παρούσα φάση, δίνεται έμφαση σε αλλαγές υπέρ της λειτουργίας RTK, για την οποία, οι επιπλέον GLONASS δορυφόροι παρέχουν πιο αξιόπιστα αποτελέσματα, για παράδειγμα, σε χρονικές περιόδους που ο συνολικός αριθμός των δορυφόρων GPS μπορεί να μην είναι αρκετός για τον εντοπισμό θέσης.

Το σύστημα GLONASS πέτυχε την πλήρη επιχειρησιακή ικανότητά του (FOC) τον Ιανουάριο του 1996, όταν 24 δορυφόροι GLONASS ήταν διαθέσιμοι για τον εντοπισμό. Δυστυχώς, από την εποχή εκείνη, λόγω των περικοπών του προϋπολογισμού GLONASS και άλλα προβλήματα που σχετίζονται με τη ρωσική οικονομία γενικότερα, οι δορυφόροι του μειώθηκαν σε επτά (Νοέμβριος 2001).

Σημαντικό γεγονός αποτέλεσε η εκτόξευση του πρώτου GLONASS-M δορυφόρου που ανήκει στη νέα γενιά δορυφόρων. Μετά την ολοκλήρωση των δοκιμών σε τροχιά, πλέον εκπέμπει νέο πολιτικό σήμα συχνότητας L2. Η εκτόξευση των δορυφόρων GLONASS-M ανοίγει νέες προοπτικές για τη δορυφορική πλοήγηση. [Zinoviev A. E., 2005]

## 2.3 Το σύστημα GALILEO

Το ευρωπαϊκό σύστημα Galileo ξεκίνησε το 1999 από την Ευρωπαϊκή Επιτροπή. Πρόκειται για ένα πολύ απαιτητικό και διαρκώς εξελισσόμενο παγκόσμιο σύστημα δορυφορικής πλοήγησης, σύμφωνα με τις απαιτήσεις απόδοσης για την ακεραιότητα, τη συνέχεια και τη διαθεσιμότητά του.

Φιλοδοξεί να άρει τις στρατιωτικές δεσμεύσεις των άλλων δύο συστημάτων και προορίζεται για αμιγώς πολιτική χρήση, καλύπτοντας το 99% της γήινης επιφάνειας. Προβλέπεται να είναι ανά πάσα στιγμή ορατοί τουλάχιστον 6-8 δορυφόροι. Θα αποτελείται από 30 δορυφόρους σε 3 τροχιακά επίπεδα με γωνία κλίσης  $56^\circ$  ως προς το ισημερινό επίπεδο και περίοδο περιστροφής περίπου 14 ώρες. Το ύψος της τροχιάς θα είναι περίπου 23600 km. [Γ. Πανταζής, Ε. Λάμπρου, 2010]

Το επίγειο τμήμα θα αποτελείται από δύο κέντρα ελέγχου και 20 σταθμούς παρακολούθησης. Τον Δεκέμβριο του 2010, ορίστηκε η Πράγα στην Τσεχική Δημοκρατία ως το αρχηγείο του έργου Galileo.

Στις 21 Οκτωβρίου 2011, οι δύο πρώτοι από τους τέσσερις δορυφόρους εκτοξεύθηκαν. Οι επόμενοι δύο ακολούθησαν στις 12 Οκτωβρίου 2012. Αναμένεται να εκτοξευθούν επιπλέον δορυφόροι, ενώ ο πρώτος εντοπισμός θέσης που βασίζεται σε σήματα που εκπέμπονται αποκλειστικά από δορυφόρους Galileo επιτεύχθηκε στις 12 Μαρτίου 2013. Η πλήρης ολοκλήρωση του συστήματος Galileo, αποτελούμενου από 30 δορυφόρους αναμένεται το 2019.

Η χρήση των βασικών (χαμηλή ακρίβεια) υπηρεσιών Galileo θα είναι ελεύθερη και ανοικτή για όλους. Οι δυνατότητες υψηλής ακρίβειας θα είναι διαθέσιμες επί πληρωμή για εμπορική και στρατιωτική χρήση. [<http://www.gsa.europa.eu/>], [<http://www.esa.int/>]

## 2.4 Το σύστημα GPS

Το σύστημα δορυφορικού εντοπισμού θέσης GPS (Global Positioning System) σχεδιάστηκε και αναπτύχθηκε αρχικά στις ΗΠΑ για στρατιωτικές εφαρμογές ναυσιπλοΐας. Στην πορεία, η δυνατότητα εντοπισμού που παρέχει σε οποιονδήποτε τόπο και υπό οποιεσδήποτε συνθήκες το κατέστησε εξίσου χρήσιμο εργαλείο για ένα ευρύ φάσμα γεωδαιτικών εφαρμογών. Κύριο πλεονέκτημά του αποτέλεσε ο ενιαίος εντοπισμός και επίλυση των γεωδαιτικών δικτύων σε ένα ενιαίο παγκόσμιο σύστημα αναφοράς.

Τα λειτουργικά τμήματα από τα οποία απαρτίζεται είναι τα εξής:

- Τμήμα διαστήματος:

Περιλαμβάνει 34 δορυφόρους NAVSTAR κατανεμημένους σε 6 τροχιακά επίπεδα, ανά  $60^\circ$  στο ισημερινό επίπεδο και γωνία κλίσης  $55^\circ$  ως προς αυτό. Το σήμα και η κωδικοποιημένη πληροφορία που εκπέμπουν είναι στην περιοχή των μικροκυμάτων. Σε κάθε τροχιακό επίπεδο λειτουργούν τουλάχιστον 4 δορυφόροι, ενώ το μέσο ύψος των δορυφόρων από την επιφάνεια της γης είναι 20189km.

Βασικός εξοπλισμός κάθε δορυφόρου είναι 2 ατομικά χρονόμετρα ρουβιδίου με σχετική ακρίβεια της τάξης του  $10^{-12}$  και 2 ατομικά χρονόμετρα καισίου με σχετική σταθερότητα  $10^{-13}$  για τη μέτρηση του χρόνου και για την παραγωγή σήματος με συχνότητα υψηλής σταθερότητας.

- Επίγειο τμήμα ελέγχου

Αποτελείται από μία ομάδα 5 απομακρυσμένων μεταξύ τους σταθμών παρακολούθησης, 3 σταθμούς επικοινωνίας με τους δορυφόρους και έναν κεντρικό σταθμό ελέγχου που ελέγχει τη λειτουργία του συστήματος και έχει τη δυνατότητα επέμβασης στο δορυφορικό σχηματισμό, τροποποιώντας τη θέση του στην τροχιά και τη λειτουργία των δορυφόρων.

- Τμήμα χρηστών

Αποτελείται από όλους τους χρήστες, σε γη, αέρα και θάλασσα, οι οποίοι κάθε στιγμή με τον κατάλληλο εξοπλισμό μπορούν να εντοπίσουν τη θέση τους, την ταχύτητα και την κατάσταση του χρονομέτρου τους, εκμεταλλευόμενοι τις δυνατότητες του συστήματος.

Κάθε δορυφόρος του συστήματος GPS εκπέμπει ένα μοναδικό σήμα ναυσιπλοΐας σε δύο συχνότητες της L ζώνης του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου:

- Την L1 στα 1575.42 MHz και
- Την L2 στα 1227.62 MHz

Επίσης, είναι δυνατό να εκπέμπει δύο μετρητικούς κώδικες:

- C/A ο οποίος είναι σε ελεύθερη χρήση και μεταφέρεται πάνω στη συχνότητα L1
- P ο οποίος είναι διαθέσιμος μόνο σε εξουσιοδοτημένους χρήστες και στις δύο συχνότητες L1 και L2.

Υπάρχει δυνατότητα να γίνονται μετρήσεις μόνο κώδικα ή μόνο συχνότητας L1 ή L1 και L2.

Τέλος, οι λόγοι που καθιστούν τη χρήση του συστήματος διαδεδομένη και πλεονεκτική για ποικίλλες γεωδαιτικές εφαρμογές είναι μεταξύ άλλων οι εξής:

- Είναι διαθέσιμο στους χρήστες όπου και αν βρίσκονται, στη θάλασσα, στη ΦΓΕ, στον αέρα, όλο το 24ωρο και υπό οποιεσδήποτε συνθήκες.

- Η αβεβαιότητα προσδιορισμού της θέσης κυμαίνεται από μερικές δεκάδες m έως μερικά mm.
- Ελαχιστοποιείται το απαιτούμενο συνεργείο χρήσης του συστήματος.
- Δεν απαιτείται αμοιβαία ορατότητα μεταξύ των σημείων της ΦΓΕ που συνδέονται χρησιμοποιώντας το σύστημα. Οι μετρήσεις από κάθε σημείο είναι ανεξάρτητες.
- Οι μετρήσεις γίνονται χωρίς την παρέμβαση του ανθρώπινου παράγοντα [Πανταζής, Λάμπρου, 2010]

Ιδιαίτερη έμφαση έχει δοθεί τα τελευταία χρόνια στο συνδυασμό χρήσης των συστημάτων GPS και GLONASS σε αρκετές περιπτώσεις για εντοπισμό υψηλής ακρίβειας. [Alexei E. Zinoviev, 2005]

### 2.2.1 Εντοπισμός θέσης

Ο προσδιορισμός της θέσης ενός σημείου βασίζεται στη λειτουργία δορυφορικών παθητικών συστημάτων (δορυφόροι). Οι δορυφόροι λειτουργούν ως σημεία αναφοράς στο χώρο. Η θέση ενός σημείου προσδιορίζεται με μετρήσεις των μηκών από την κεραία του δέκτη προς τουλάχιστον 4 δορυφόρους. Για να επιτευχθεί αυτό, θα πρέπει:

- Ο επίγειος δέκτης του συστήματος να μετρήσει το χρόνο που χρειάζεται για να ταξιδέψει ένα σήμα από το δορυφόρο μέχρι την κεραία του. Στη μέτρηση αυτή απαιτείται μικρή αβεβαιότητα.
- Να είναι γνωστή η ακριβής θέση των δορυφόρων στην τροχιά τους, δηλαδή οι συντεταγμένες X, Y, Z στο παγκόσμιο γεωκεντρικό σύστημα αναφοράς κάθε χρονική στιγμή t.
- Να γίνουν οι απαραίτητες διορθώσεις για καθυστερήσεις στο σήμα, αφού αυτό ταξιδεύει μέσα από διάφορα στρώματα της ατμόσφαιρας (ιονόσφαιρα, τροπόσφαιρα κλπ), καθώς και για τις τυχαίες πολλαπλές διαδρομές και ανακλάσεις του.
- Να γίνουν διορθώσεις για τα σφάλματα μεταξύ των χρονομέτρων μεταξύ δορυφόρου και δέκτη.

Με τη μέτρηση μηκών (ψευδοαποστάσεων) προς τους δορυφόρους υπολογίζεται η θέση του παρατηρητή, ως το σημείο τομής των σφαιρών, που έχουν κέντρο τους δορυφόρους και ακτίνες τα αντίστοιχα μήκη που μετρήθηκαν προς τον κάθε έναν (οι σφαίρες είναι τόσες, όσες και οι δορυφόροι που παρατηρούνται). Έτσι, αν παρατηρούνται 3 δορυφόροι προσδιορίζεται η θέση στη ΦΓΕ ως τομή 3 σφαιρών που αντιστοιχεί σε 2 σημεία. Για να αποφασιστεί ποιο από τα 2 σημεία αντιστοιχεί στην πραγματική θέση του δέκτη, χρειάζεται και μία τέταρτη μέτρηση. Συνήθως, εύκολα αποκλείεται ένα από τα δύο σημεία (είτε γιατί αυτό βρίσκεται στο άλλο ημισφαίριο, είτε γιατί βρίσκεται πολύ μακριά από τη

γη) Έτσι, το σημείο αυτό μπορεί να απορριφθεί χωρίς επιπλέον μέτρηση. Εντούτοις, μία τέταρτη μέτρηση απαιτείται για το συγχρονισμό του ρολογιού του δέκτη με τον παγκόσμιο χρόνο. Το μήκος μεταξύ δορυφόρου και δέκτη υπολογίζεται από τη βασική σχέση:

$$(X - X_{\delta\sigma\rho})^2 + (Y - Y_{\delta\sigma\rho})^2 + (Z - Z_{\delta\sigma\rho})^2 = (c \cdot \Delta t - c \cdot \Delta T)^2 \quad (2.1)$$

Όπου  $X, Y, Z$ : οι συντεταγμένες του αγνώστου σημείου στο γεωκεντρικό καρτεσιανό σύστημα αναφοράς

$X_{\delta\sigma\rho}, Y_{\delta\sigma\rho}, Z_{\delta\sigma\rho}$ : οι συντεταγμένες του δορυφόρου στο γεωκεντρικό καρτεσιανό σύστημα αναφοράς

$c$ : η ταχύτητα του φωτός

$\Delta t$ : η χρονική διαφορά μεταξύ εκπομπής και λήψης του σήματος

$\Delta T$ : το σφάλμα συγχρονισμού του δέκτη και του δορυφόρου. Πρόκειται για τον τέταρτο άγνωστο στην παραπάνω σχέση.

Έτσι, πάντοτε για τον προσδιορισμό θέσης, επιλύεται ένα σύστημα τουλάχιστον τεσσάρων εξισώσεων με τέσσερις αγνώστους. Συνεπώς, ο ελάχιστος αριθμός δορυφόρων που πρέπει να παρατηρηθούν για έναν πλήρη δορυφορικό εντοπισμό είναι τέσσερις. Όσο περισσότεροι δορυφόροι παρατηρούνται, τόσο περισσότερες εξισώσεις και επομένως περισσότερες τεμνόμενες σφαίρες, τόσο μικρότερη η αβεβαιότητα προσδιορισμού της θέσης του σημείου στη ΦΓΕ (όπου τοποθετείται η κεραία του δέκτη). [Πανταζής, Λάμπρου, 2010]

Με τη μέτρηση φάσης φέροντος κύματος είναι δυνατός ο υπολογισμός του μήκους μεταξύ του δορυφόρου και της κεραίας του δέκτη ως συνάρτηση των μετρούμενων κύκλων φάσης του μήκους κύματος  $\lambda$  του χρησιμοποιούμενου δορυφορικού σήματος.

Ο δέκτης μπορεί να μετρήσει με ακρίβεια τη στιγμιαία κλασματική φάση του φέροντος κύματος τη στιγμή λήψης του σήματος. Δεν μπορεί να μετρήσει όμως τον ακέραιο αριθμό κύκλων που μεσολαβούν από το δορυφόρο μέχρι το δέκτη. Έτσι, στο μέγεθος που μετράται, θα πρέπει να προστεθεί ο ακέραιος αριθμός  $n$  των μηκών κύματος. Ο αγνώστος αυτός ονομάζεται ασάφεια φάσης.

Συνεπώς, σε αυτή την περίπτωση, η μέτρηση της απόστασης δορυφόρου-δέκτη μεταφράζεται στη μέτρηση ασαφειών φάσης κατά την αρχική στιγμή εγκλωβισμού του σήματος και της ακριβούς μέτρησης των κύκλων φάσης του κύματος για κάθε περαιτέρω χρονική στιγμή αδιάλειπτων μετρήσεων. [Παραδείσης Δ., 2000]

Έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι εντοπισμού θέσης, μεταξύ των οποίων ο απόλυτος, ο σχετικός, ο στατικός, ο κινηματικός, ο σχετικός στατικός, ο σχετικός γρήγορος στατικός και σχετικός κινηματικός. Σε περιπτώσεις δικτύων που απαιτείται αβεβαιότητα της τάξης λίγων mm χρησιμοποιείται ο σχετικός στατικός. [Πανταζής, Λάμπρου, 2010]

## 2.2.2. Σφάλματα στο σύστημα GNSS

Τα σφάλματα στον εντοπισμό θέσης με το σύστημα GPS είναι διαφόρων ειδών και οφείλονται σε μία σειρά παραγόντων που σχετίζονται με το είδος του δέκτη, με τον παρατηρητή και την ακολουθούμενη μεθοδολογία. Συγκεκριμένα, ως πηγές σφαλμάτων εντοπισμού θέσης θεωρούνται:

- Το σφάλμα προσδιορισμού συντεταγμένων θέσης των παρατηρούμενων δορυφόρων. Η εκπεμπόμενη εφημερίδα (τροχιά δορυφόρου) προκαλεί σφάλμα μικρότερο των 3 m. [Παραδείσης Δ., 2000]
- Τα σφάλματα κατά τις παρατηρήσεις. Διακρίνονται σε τυχαία, συστηματικά και χονδροειδή.
  - Συστηματικά: Σε αυτά συγκαταλέγονται οι ατμοσφαιρικές επιδράσεις, η λανθασμένη χρήση παραμέτρων, όπως η σταθερά της ταχύτητας του φωτός, της τροχιάς και του χρονομέτρου των δορυφόρων κ.α.
  - Τυχαία: Προκαλούνται από τυχαίες εσωτερικές επιδράσεις των δεκτών ή από εξωτερικές αλλά πολύ τοπικές επιδράσεις, όπως για παράδειγμα, οι μετεωρολογικές συνθήκες, οι τοπικές παρεμβολές σημάτων, οι πολλαπλές διαδρομές σημάτων, οι πολυανακλάσεις κ.α.
  - Χονδροειδή: Είναι τα σφάλματα που εξαρτώνται κυρίως από το χρήστη όπως λανθασμένη τοποθέτηση της κεραίας του δέκτη στο επιθυμητό σημείο (κέντρωση ή κατακορύφωση), ή λάθος μέτρηση του ύψους κεραίας.
- Τα χαρακτηριστικά ή οι δυνατότητες του εκάστοτε χρησιμοποιούμενου δέκτη, όπως μονή ή διπλή συχνότητα, αριθμός καναλιών, δέκτης κώδικα κ.α.
- Ο αριθμός των παρατηρούμενων δορυφόρων
- Η γεωμετρία των παρατηρούμενων δορυφόρων. Η γεωμετρία των δορυφόρων και η σχετική τους θέση ως προς το σημείο της ΦΓΕ όπου είναι τοποθετημένη η κεραία του δέκτη επηρεάζει άμεσα το σφάλμα προσδιορισμού συντεταγμένων. Ο χρήστης μπορεί να αποκλείσει τη λήψη σήματος από δορυφόρους που βρίσκονται σε μικρή γωνία ύψους ως προς το δέκτη. Έτσι, ελαχιστοποιείται η επίδραση της ατμόσφαιρας στην επίλυση, επειδή το σήμα που προέρχεται από τέτοια θέση δέχεται πολλές παρεμβολές κατά τη διαδρομή του από το δορυφόρο έως την κεραία του δέκτη.
- Η χρησιμοποιούμενη μέθοδος μέτρησης
- Ο τρόπος επεξεργασίας των μετρήσεων (σε πραγματικό χρόνο ή μετεπεξεργασία, εκπεμπόμενες ή ακριβείς εφημερίδες της τροχιάς)



- Η επιλεκτική διαθεσιμότητα και το anti-spoofing. Με τον όρο επιλεκτική διαθεσιμότητα αναφέρεται η τεχνική σκόπιμης υποβάθμισης της ακρίβειας του σήματος στους μη εξουσιοδοτημένους χρήστες, η οποία επιτυγχάνεται μέσω: μείωσης της ακρίβειας των προβλεπόμενων στοιχείων που στέλνονται στο μήνυμα, μη ακριβούς συγχρονισμού στην εκπομπή του μηνύματος ναυσιπλοΐας όπως εκπέμπεται στις δύο συχνότητες και εισαγωγής θορύβου στο σήμα. [Πανταζής, Λάμπρου,2010]
- Τέλος, η καθυστέρηση διάδοσης του σήματος λόγω της επίδρασης της ιονόσφαιρας, η οποία κυμαίνεται από 20-30m κατά τη διάρκεια της ημέρας και 3-6m κατά τη διάρκεια της νύχτας. Επιπλέον υπεισέρχονται σφάλματα λόγω της τροποσφαιρικής διάθλασης, η οποία εξαρτάται κυρίως από την κατανομή της υγρασίας κατά μήκος της διαδρομής του σήματος μέσα στην τροπόσφαιρα και τα καιρικά φαινόμενα που επικρατούν. Τα σφάλματα αυτά είναι αρκετά σταθερά και μπορούν να προσεγγισθούν μέσω τροποσφαιρικών μοντέλων. Η ιονοσφαιρική διάθλαση, η οποία εξαρτάται από τη συχνότητα, αντιμετωπίζεται με μετρήσεις σε δύο συχνότητες ή με τα ιονοσφαιρικά μοντέλα που περιέχονται στο μήνυμα ναυσιπλοΐας. [Παραδείσης Δ., 2000]

Η διαδικασία των υπολογισμών με το δορυφορικό σύστημα εντοπισμού είναι πολυσύνθετη και οι μέθοδοι που μπορούν να χρησιμοποιηθούν είναι ποικίλλες. Οι παράμετροι από τις οποίες εξαρτάται η αβεβαιότητα του τελικού αποτελέσματος είναι πολλές και διαφορετικές και μεταβάλλονται κάθε χρονική στιγμή. Επιπλέον, κάθε μέτρηση είναι μοναδική και γίνεται σε συνθήκες που δεν μπορούν να επαναληφθούν. Συνεπώς, η αβεβαιότητα εντοπισμού κυμαίνεται σε ένα μεγάλο εύρος τιμών μεταξύ ελάχιστου και μέγιστου, από λίγα mm έως μερικές δεκάδες μέτρα. [Γ. Πανταζής, Ε. Λάμπρου,2010]

### **2.3 Η χρήση του συστήματος GNSS για παρακολούθηση μετακινήσεων**

Τα συστήματα GNSS -και ειδικότερα το σύστημα GPS- έχουν χρησιμοποιηθεί στην παρακολούθηση δομικών παραμορφώσεων και μετακινήσεων τα τελευταία είκοσι χρόνια περίπου, γεγονός που οφείλεται στα προφανή πλεονεκτήματα που παρουσιάζουν σε σχέση με άλλα πιο παραδοσιακά συστήματα παρακολούθησης. Συγκεκριμένα, έχουν χρησιμοποιηθεί σε ένα ευρύ φάσμα μελετών παρακολούθησης μετακινήσεων, όπως σε περιπτώσεις φραγμάτων, γεφυρών, ψηλών κτιρίων και άλλων τεχνικών έργων. Ενδεικτικά, αναλύονται ορισμένες περιπτώσεις τέτοιων εφαρμογών στην Ελλάδα και σε διεθνές επίπεδο.

### 2.3.1 Η γέφυρα Tianjin Yonghe στην Κίνα

Η γέφυρα Tianjin Yonghe αποτελεί ένα από τα κυριότερα έργα υποδομής στην Κίνα, που επιτελεί ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο όσον αφορά τις συνδέσεις στο δίκτυο μεταφορών. Είναι μια καλωδιωτή γέφυρα σύνδεσης μεταξύ των πόλεων Tianjin και Han Gu και διασχίζει τον ποταμό Yong. Κατασκευάστηκε από προεντεταμένο σκυρόδεμα το Δεκέμβριο του 1987, έκλεισε τον Οκτώβριο του 2006, λόγω ρωγμών και άνοιξε τον Αύγουστο 2007 μετά την αποκατάσταση. Στο σύνολό της, έχει τέσσερις λωρίδες με το συνολικό μήκος 510 m, και το κεντρικό άνοιγμα της γέφυρας είναι 260 m. Η παρακολούθηση και συντήρηση της εν λόγω γέφυρας είναι ζωτικής σημασίας για την παράταση της ζωής της. Για το σκοπό αυτό, ένα εξελιγμένο σύστημα παρακολούθησης έχει σχεδιαστεί και υλοποιηθεί από το Κέντρο Ερευνών Παρακολούθησης Δομικής Υγείας και Ελέγχου του Harbin Institute of Technology ώστε να παρακολουθούνται τα φορτία και η απόκριση της γέφυρας. Το σύστημα παρακολούθησης περιλαμβάνει σύστημα απόκτησης και επεξεργασίας δεδομένων με συνολικά 179 αισθητήρες κατά προσέγγιση, περιλαμβάνοντας επιταχυνσιόμετρα, αισθητήρες παραμόρφωσης, αισθητήρες μετατόπισης, ανεμόμετρα, αισθητήρες θερμοκρασίας, αισθητήρες κίνησης και τρεις δέκτες GPS. [Kaloop et al, 2008]

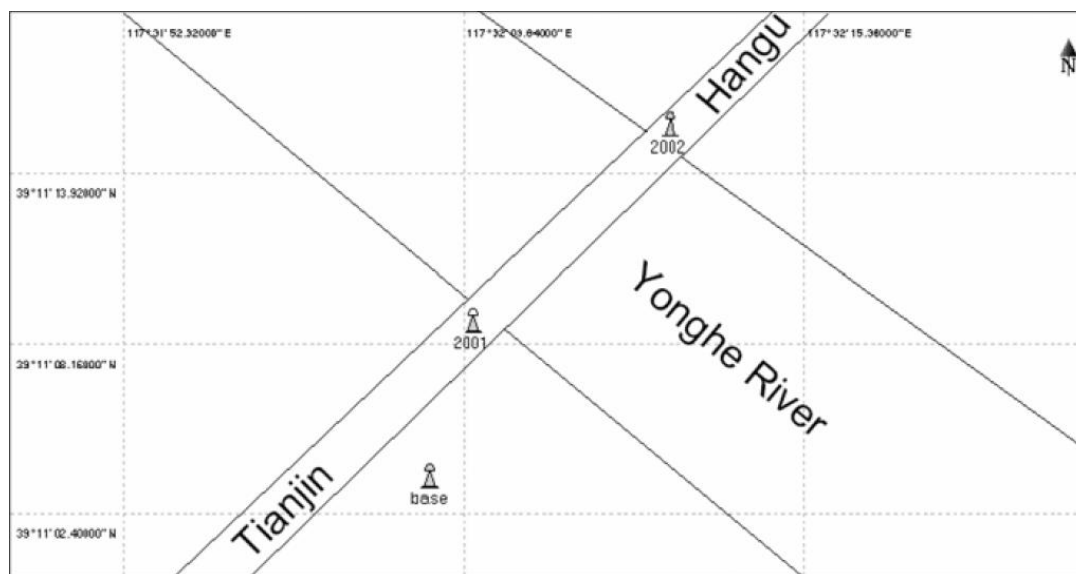


*Φωτ. 2.1: Η γέφυρα Tianjin Yonghe*

Δύο σταθμοί rover παρατήρησης εγκαταστάθηκαν στην κορυφή των δύο πύργων κατά μήκος της γέφυρας και ένας ως σταθμός αναφοράς σε σταθερό έδαφος κοντά στη γέφυρα. Στο σχήμα 2.1, οι σταθμοί 2002 και 2001 βρίσκονται στο βόρειο πύργο και το νότιο πύργο αντίστοιχα. Κάθε σταθμός rover λειτούργησε για 24 ώρες. Οι συντεταγμένες που προέκυψαν είναι στο παγκόσμιο σύστημα WGS84, οι οποίες στη συνέχεια μετατράπηκαν σε τοπικές καρτεσιανές.

Πραγματοποιήθηκαν 11 φάσεις μετρήσεων από τον Ιούνιο του 2007 έως τον Ιούνιο του 2008. Ο χρόνος καταγραφής ήταν από τις 11.00 π.μ. έως 14:00 μμ (τοπική ώρα), όταν ο κυκλοφοριακός φόρτος, η θερμοκρασία και ο άνεμος έχουν περισσότερες επιπτώσεις στην γέφυρα. [Kaloop et al, 2008]

Χρησιμοποιήθηκε το στατιστικό λογισμικό SPSS για να προσδιοριστούν οι μετακινήσεις και μέσω του F- test τα αποτελέσματα αναλύθηκαν στατιστικά για επίπεδο σημαντικότητας 5%.



Σχήμα 2.1: Το δίκτυο παρακολούθησης μετακινήσεων στη γέφυρα Tianjin Yonghe

Τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την εργασία αυτή είναι τα ακόλουθα:

- Οι προτεινόμενες τεχνικές αποτύπωσης με τη χρήση DGPS και RTK μπορούν να παρέχουν πολύτιμα δεδομένα παραμόρφωσης των δομικών μελών.
- Διαπιστώθηκε ότι οι συντεταγμένες που υπολογίζονται από την PLS μέθοδο και την ανάλυση KF είναι πολύ κοντά.
- Διαπιστώθηκε ότι ο κυκλοφοριακός φόρτος είναι ο κύριος παράγοντας που επηρεάζει τις ρωγμές στη γέφυρα.
- Έξι μήνες μετά την έναρξη της λειτουργίας της γέφυρας, η μέγιστη παραμόρφωση προσδιορίστηκε στα 48.2 m από την αρχή συναρμογής.
- Παρατηρήθηκε ότι ο S-πύργος είχε επιστρέψει στην αρχική του κατάσταση δέκα μήνες μετά το άνοιγμα της κυκλοφορίας. [Kaloop et al, 2008]

### 2.3.2 Το οροπέδιο Hyblean στη νοτιοανατολική Σικελία

Το οροπέδιο Hyblean στη νοτιοανατολική Σικελία, ανήκει στο βορειότερο μέρος της Πελαγονικού μπλοκ, το οποίο εκτείνεται από το νότιο τμήμα της Σικελίας, περιλαμβάνει τα νησιά της Μάλτας και καταλήγει στην ανατολική Τυνησία.

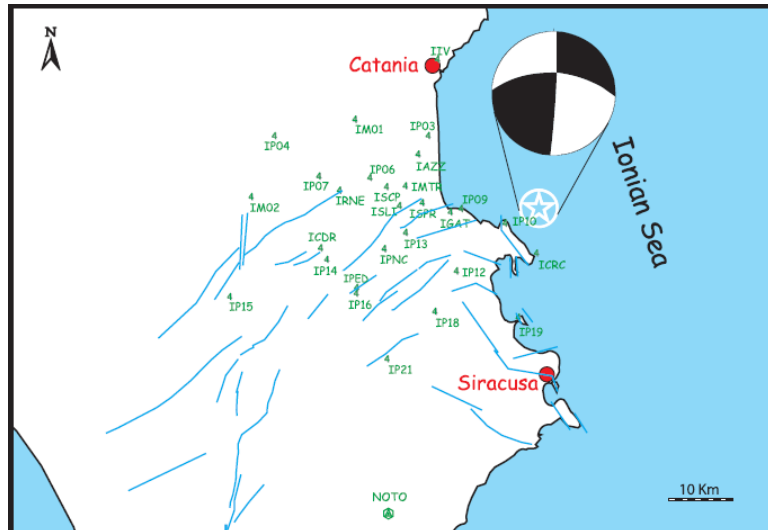
Αυτό το μορφολογικό πλαίσιο διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην πρόσφατη σεισμική δραστηριότητα της περιοχής, η οποία χαρακτηρίζεται από ισχυρές και συχνές σεισμικές δονήσεις κατά μήκος των δυτικών, βορείων και ανατολικών ορίων του οροπεδίου Hyblean.



*Φωτ.2.2: Το οροπέδιο Hyblean*

Στο πλαίσιο ερευνητικής εργασίας, συλλέχθηκαν δεδομένα GPS σε ένα πυκνό δίκτυο που βρίσκεται στην βόρεια περιοχή του οροπεδίου Hyblean, κατά τη διάρκεια του 1998 και 2000, μεταξύ των πόλεων της Κατάνια και των Συρακουσών. Δεδομένα από τους IGS σταθμούς Noto, Matera και Κάλιαρι, συμπεριλήφθηκαν στην επεξεργασία για να συνδεθεί το δίκτυο με το Διεθνές Πλαίσιο αναφοράς (ITRF2000). [Bonforte et al, 2002]

Το δίκτυο GPS που χρησιμοποιήθηκε για την παρακολούθηση μετακινήσεων στη συγκεκριμένη εργασία, αποτελούσε τμήμα του ήδη υπάρχοντος τοπικού δικτύου τριπλευρισμού που είχε εγκατασταθεί από το Διεθνές Ινστιτούτο Ηφαιστειολογίας της Κατάνια πριν το 1991, για παρόμοιους σκοπούς. Μετά το 1991 το δίκτυο επεκτάθηκε, φτάνοντας τους 50 σταθμούς. (Σχήμα 2.2)



Σχήμα 2.2: Το δίκτυο GPS που χρησιμοποιήθηκε για την παρακολούθηση μετακινήσεων στο οροπέδιο Hyblean [Bonforte et al, 2002]

Η υλοποίηση των σημείων έγινε με σίδηρο σε τσιμεντένια βάθρα, στην κορυφή των οποίων, ένας κοχλίας επιτρέπει στην κεραία του δέκτη GPS να εγκατασταθεί άμεσα. Διεξήχθησαν 2 φάσεις μετρήσεων, μία το 1998 και μία το 2000 σε 26 σταθμούς του βόρειου τμήματος του δικτύου.

Κατά τη διάρκεια της πρώτης φάσης μετρήσεων, τον Απρίλιο του 1998, χρησιμοποιήθηκαν 16 δέκτες Trimble διπλής συχνότητας. Ένας επιπλέον δέκτης διπλής συχνότητας Novatel Propak II είχε εγκατασταθεί στο βορειότερο σταθμό του δικτύου (σταθμός IV). Λόγω του μικρού μήκους βάσεων, η διάρκεια καταγραφής ήταν από 6 έως 8 ώρες για τους δέκτες rover. [Bonforte et al, 2002]

Κατά τη διάρκεια της δεύτερης φάσης, το Μάιο 2000, προκειμένου να αποφευχθούν συστηματικά σφάλματα, χρησιμοποιήθηκε ο ίδιος εξοπλισμός με την προηγούμενη φάση.

Η σύγκριση συντεταγμένων μεταξύ των δύο φάσεων δείχνει οριζόντιες μετατοπίσεις μέχρι  $54\text{mm} \pm 3\text{ mm}$ , με μια τάση βορειοανατολικά σε όλους τους σταθμούς. Μία παρόμοια μετατόπιση εμφανίζουν οι σταθμοί NOTO, MATE και CAGL. Η κατακόρυφη συνιστώσα, αν και λιγότερο ακριβής από ό,τι οι οριζόντιες, εμφανίζει αδύναμη κίνηση. [Bonforte et al, 2002]

Τα συμπεράσματα που εξήχθησαν μέσω της εργασίας αυτής είναι τα εξής:

- Η προς βορρά κίνηση του νότιου τμήματος του δικτύου συνεπάγεται μία ζώνη επέκτασης μεταξύ της περιοχής μελέτης και του σταθμού NOTO, ο οποίος θεωρήθηκε σταθερός.
- Αν και τα δεδομένα αναφέρονται σε χρονικό διάστημα δύο ετών (σχετικά σύντομο), μια κατακόρυφη καθίζηση επηρεάζει τη βόρεια πλευρά του δικτύου, ενώ μία ασθενής ανύψωση συμβαίνει στο νότιο

τμήμα του. Αυτό αποδεικνύεται από την καθίζηση που παρουσιάζουν οι τρεις σταθμοί IP04, IRNE και IMTR, που βρίσκονται στο βόρειο τμήμα του δικτύου. Ο σταθμός IP04, ο οποίος εμφανίζει μια κάθετη ταχύτητα  $-15 \pm 2$  mm / έτος και μιας οριζόντιας νοτιοανατολική μετατόπιση, βρίσκεται στο βορειοδυτικό άκρο του δικτύου, κατά μήκος της λεκάνης Γέλα – Κατάνια. Δεδομένου ότι ο πυλώνας αυτός βρίσκεται στην προσχωσιγενή πεδιάδα της Κατάνια, δεν κατέστη σαφές αν αυτή η κίνηση οφείλεται στις περιφερειακές καθιζήσεις, ή συμπυκνώσεις εδάφους. Οι σταθμοί IMTR και IRNE υποχωρούν κατά  $-13\text{mm} \pm 2\text{mm}$  και  $-10\text{mm} \pm 3$  mm / yr, αντίστοιχα. Παρά το γεγονός ότι η συμπεριφορά τους μπορεί να οφείλεται σε μια γενική καθίζηση αυτής της τεκτονικής δομής, οι άλλοι σταθμοί του δικτύου GPS που βρίσκεται στην ίδια τεκτονική δομή δεν δείχνουν συγκρίσιμη καθίζηση.

- Επιπλέον, ο σταθμός IRNE δεν παρουσιάζει οριζόντια κίνηση, ενώ ο IMTR εμφανίζει μια σαφή μετακίνηση προς τα δυτικά, που είναι αρκετά διαφορετική από τους γειτονικούς σταθμούς. [Bonforte et al, 2002]

### **2.3.3 Παρακολούθηση μετακινήσεων στην περιοχή Νέο Φάληρο - Μοσχάτο - Καλλιθέα**

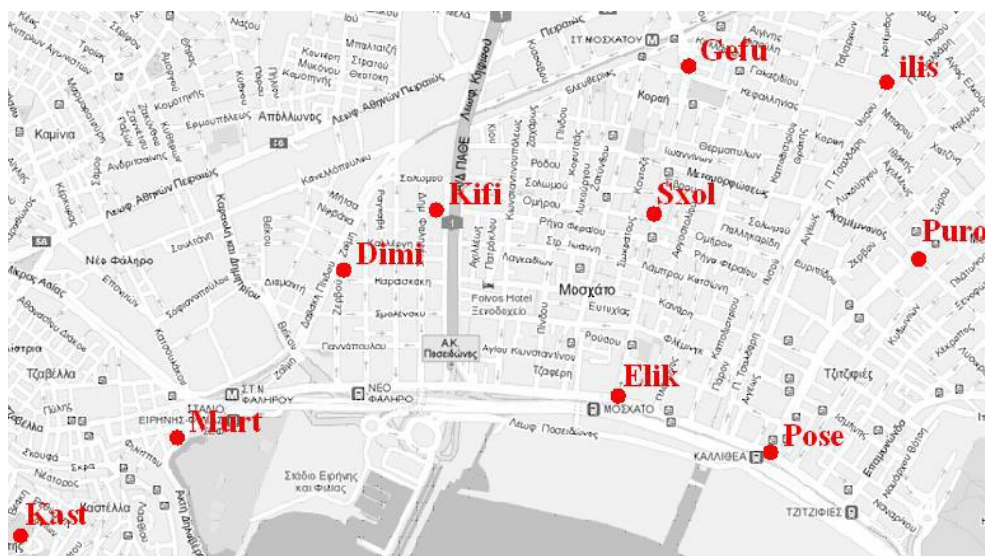
Η περιοχή μελέτης ανήκει διοικητικά στους Καλλικρατικούς δήμους του Πειραιά και του Μοσχάτου-Ταύρου και περιλαμβάνει το Νέο Φάληρο, το Μοσχάτο, το νότιο παράκτιο τμήμα της Καλλιθέας και την Καστέλα. Οι περιοχές του Νέου Φαλήρου και του Μοσχάτου αποτελούν μια γεωλογική ενότητα ιδιαίτερου ενδιαφέροντος αναφορικά με την παρουσία προβληματικών (ασταθών) γεωλογικών σχηματισμών που την καθιστούν επιρρεπή σε καθιζήσεις.

Στην περιοχή μελέτης ιδρύθηκε για πρώτη φορά δορυφορικό δίκτυο ελέγχου το 2002, με σκοπό την παρακολούθηση του φαινομένου των μετακινήσεων, οριζόντιων και κατακόρυφων, με χρήση των συστημάτων GNSS. Το δίκτυο αυτό αποτελούνταν κατά την ίδρυσή του από 7 κορυφές που κάλυπταν την περιοχή Μοσχάτο-Καλλιθέα-Νέο Φάληρο. Ως σταθερή κορυφή επιλέχθηκε «Καστέλα» στο λόφο του Προφήτη Ηλία.

Το 2008 έγινε επαναμέτρηση του δικτύου για την ανίχνευση τυχόν κατακόρυφων μετακινήσεων. [Παπαμικίδη Σ., 2013] Από τα 7 σημεία ελέγχου που είχε το αρχικό δίκτυο οι δύο κορυφές είχαν καταστραφεί, επομένως θεωρήθηκε απαραίτητο να ιδρυθούν 5 νέες κορυφές. (Σχήμα 2.3)

Οι βάσεις μεταξύ των κορυφών του δικτύου μετρήθηκαν και πάλι με τη μέθοδο του σχετικού στατικού εντοπισμού θέσης ενώ η βάση Λαμπαδάριο–Καστέλα μετρήθηκε τρεις φορές για μεγαλύτερη ακρίβεια. Συνολικά μετρήθηκαν 52 βάσεις με διάρκεια μέτρησης 45 λεπτά.

Για τις εργασίες μέτρησης του δικτύου, χρησιμοποιήθηκαν δύο γεωδαιτικοί δέκτες ακριβείας, διπλής συχνότητας, τύπου Legacy της Javad. Οι μετρήσεις άρχισαν τον Ιούνιο του 2012 και ολοκληρώθηκαν το Νοέμβριο του ίδιου έτους. Μετρήθηκαν συνολικά 74 βάσεις.



Σχήμα 2.3 : Το γεωδαιτικό δίκτυο που χρησιμοποιήθηκε για την παρακολούθηση μετακινήσεων στην περιοχή Φάληρο-Μοσχάτο-Καλλιθέα.

Υπολογίστηκε το διάνυσμα μεταβολής της θέσης των κορυφών του δικτύου ελέγχου.

Με στατιστική επεξεργασία ελέγχθηκε αν η μεταβολή που προκύπτει είναι στατιστικά σημαντική, ή αν οφείλεται στο θόρυβο των μετρήσεων. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν όσον αφορά τις μετακινήσεις των κορυφών του δικτύου μεταξύ των τριών χρονικών φάσεων (2002, 2008 και 2012) ακολουθούν:

- Από τη σύγκριση των ορθομετρικών υψομέτρων των κορυφών του δικτύου για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% για την περίοδο 2008-2012 διαπιστώνεται ότι αυτές δεν είναι στατιστικά σημαντικές, άρα οι κορυφές δεν έχουν υποστεί κατακόρυφη μετακίνηση για το διάστημα 2008-2012.
- Από τη σύγκριση των ορθομετρικών υψομέτρων των τεσσάρων κοινών κορυφών του δικτύου για την περίοδο 2002-2012 και για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% διαπιστώνεται ότι οι κορυφές αυτές δεν έχουν υποστεί κατακόρυφη μετακίνηση για το διάστημα 2002-2012.
- Συγκρίνοντας τις συντεταγμένες των κορυφών του δικτύου για τη χρονική περίοδο 2008-2012 και για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

προκύπτει οριζόντια μετακίνηση μόνο για την κορυφή Γέφυρα (21mm).

- Συγκρίνοντας τις συντεταγμένες του 2012 για την κορυφή Καστέλα, όπως προέκυψαν από την επίλυση της βάσης Λαμπαδάριο-Καστέλα, με τις αντίστοιχες συντεταγμένες του 2008, προκύπτει οριζόντια μετακίνηση (1.9cm), η οποία είναι στατιστικά σημαντική για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%. Πραγματοποιώντας τον ίδιο έλεγχο υψομετρικά προκύπτει ότι η διαφορά των 0.1mm είναι μέσα στα όρια του θορύβου. [Παπαμικίδη Σ., 2013]

#### **2.3.4 Το γεωδαιτικό δίκτυο και η κατολίσθηση του αριστερού αντερείσματος φράγματος Ευήνου**

Το εν λόγω φράγμα κατασκευάστηκε την περίοδο 1992-1997 και πρόκειται για χωμάτινο φράγμα με αργιλικό πυρήνα, συνολικού ύψους 126 m και μήκος στέψης περίπου 600 m. Κατά την κατασκευή του έργου ενεργοποιήθηκαν δύο κατολισθήσεις στα αριστερά πρηνή του ταμιευτήρα. Η κατολίσθηση μελέτης βρίσκεται ανάντη της περιοχής εισόδου του υπερχειλιστή και ενεργοποιήθηκε τον Αύγουστο του 1993. Τα έργα σταθεροποίησης ολοκληρώθηκαν στις αρχές του 2001 και έκτοτε μελετάται η συμπεριφορά της.

Η μεθοδολογία επαναμέτρησης ήταν ο σχετικός στατικός εντοπισμός θέσης, με τη διεξαγωγή μετρήσεων GPS σε σημεία του τριγωνομετρικού δικτύου του φράγματος και σε επιλεγμένα σημεία στην κατολίσθηση. Οι μετρήσεις διεξήχθησαν τη χρονική περίοδο 27/3/2011-30/3/2011.

Χρησιμοποιήθηκαν συνολικά 4 δέκτες GPS που τοποθετήθηκαν σε βάθρα του πρωτεύοντος και δευτερεύοντος δικτύου T1, T3, T4 και A, B, Δ, E αντίστοιχα του φράγματος (Σχήμα 2.4) και στο τριγωνομετρικό T73 της ΓΥΣ (Σταυρούδι), τα οποία βρίσκονται σε σταθερό γεωλογικό υπόβαθρο. Επίσης, κατά τη διάρκεια των μετρήσεων τοποθετήθηκαν δέκτες σε 3 βάθρα στη στέψη (S64, S68, S73) και σε 3 στον πόδα της κατολίσθησης του 1993 (S44, S47, S48), στο αριστερό αντερείσμα του φράγματος, ανάντη της περιοχής εισόδου του υπερχειλιστή, που αποτελούν περιοχές ελέγχου μετακινήσεων στην περιοχή του φράγματος.

Η ανάλυση μικρομετακινήσεων του δορυφορικού δικτύου του φράγματος και της κατολίσθησης έγινε βάσει των μετρήσεων GPS και των επίγειων μετρήσεων που εκτελεί διαχρονικά η ΕΥΔΑΠ για το γεωδαιτικό έλεγχο της κατολίσθησης, καθώς η εξέλιξή της επηρεάζει άμεσα την ασφάλεια του φράγματος. Για τη σύνδεση των μετρήσεων GPS με τις επίγειες χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα DIFF, το οποίο υπολογίζει τη σχετική θέση δύο συστημάτων αναφοράς. Η συγκεκριμένη μεθοδολογία ανάλυσης χρησιμοποιήθηκε στα βάθρα του



τριγωνομετρικού δικτύου και στα τρία σημεία ελέγχου της κατολίσθησης που κατ' επιλογήν μετρήθηκαν με GPS. Η ανάλυση μικρομετακινήσεων των υπολοίπων βάθρων της κατολίσθησης βασίστηκε στις διαφορές που προέκυψαν από τις χρονοσειρές των επίγειων μετρήσεων. [Μουλουδάκης Μ., 2011]



Σχήμα 2.4: Πρωτεύων και δευτερεύων τριγωνομετρικό δίκτυο φράγματος Ευήνου [Μουλουδάκης Μ., 2011]

ΠΕΡΙΟΔΟΣ 2001→2011		
ΟΝΟΜΑ ΣΗΜΕΙΟΥ	$V_n$ (mm/yr)	$V_e$ (mm/yr)
S44	0,8	0,2
S47	-3,3	-0,9
S48	2,5	0,7

Πίνακας 2.1 : Οριζοντιογραφικές ταχύτητες μετακίνησης των σημείων ελέγχου “S44”, “S47”, “S48” από το DIFP [Μουλουδάκης Μ., 2011]

Τα συμπεράσματα συνοψίζονται παρακάτω:

- Το δίκτυο δεν παρουσιάζει ενδείξεις μετακίνησης και ο λόγος είναι ότι ανά έτος προκύπτει διαφορά στη θέση των βάθρων της τάξης του 1mm και στις δύο οριζόντιες συνιστώσες κίνησης.
- Κατά τη διεύθυνση Βορράς-Νότος το δίκτυο παρουσιάζει μια ακόμη πιο ήπια κινηματική συμπεριφορά της τάξης 0.1-0.6 mm/yr.

- Η μελέτη των καθιζήσεων έδειξε ότι τα βάρη εμφανίζουν τις μέγιστες τιμές καθίζησης 1cm/yr και 8 mm/yr, ενώ τα υπόλοιπα βάρη έως 5 mm/yr.
- Το βάρη S44 εμφανίζει την περίοδο 2005-2006 τις μεγαλύτερες διαφορές κατά τη διεύθυνση Ανατολή-Δύση, ενώ αργότερα παρατηρείται μία σταθεροποίηση των διαφορών σε χαμηλές τιμές.(Πίνακας 2.1)
- Η κατεύθυνση των φορέων μετατόπισης για τα βάρη που βρίσκονται στην πλαγιά είναι σύμφωνη με την κίνηση της βαρύτητας, με μικρότερο μέτρο σε σχέση με τα διανύσματα κατά μήκος του δρόμου πλησίον του υπερχειλιστή του φράγματος. [Μουλουδάκης Μ., 2011]

## 2.4 Μεθοδολογία παρακολούθησης μετακινήσεων

Αρχικά, ιδρύονται πάνω στο τμήμα του εδάφους που μελετάται τα σημεία ελέγχου. Επίσης, ιδρύονται εκτός του συγκεκριμένου τμήματος εδάφους ένα ή περισσότερα σημεία αναφοράς. Τα σημεία ελέγχου και τα σημεία αναφοράς αποτελούν τις κορυφές του Γεωδαιτικού Δικτύου Ελέγχου. Αυτά τα δίκτυα μπορεί να είναι οριζοντίου ελέγχου, κατακορύφου ελέγχου ή τρισδιάστατα.

Συνήθως, ο έλεγχος κατά την οριζόντια και κατά την κατακόρυφη έννοια γίνεται ξεχωριστά. [Γεωργόπουλος Γ., 2005]

Στο γεωδαιτικό δίκτυο τρισδιάστατου ελέγχου μετρούνται τα στοιχεία του (μήκος βάσεων  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ ) κατά τη χρονική στιγμή  $t_I$  (φάση I). Το δίκτυο επιλύεται θεωρώντας μία κορυφή σταθερή ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  σταθερά). Η σταθερή κορυφή αποτελεί την ελάχιστη εξωτερική δέσμευση του δικτύου, ενώ οι συντεταγμένες του σταθερού  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  αποτελούν τις αρχικές συνθήκες. Από την επίλυση του δικτύου εκτιμώνται οι συνορθωμένες τιμές των συντεταγμένων των κορυφών του κατά τη χρονική στιγμή  $t_I$ .

Μετά από επαναμέτρηση των στοιχείων του δικτύου κατά τη χρονική στιγμή  $t_{II}$  (φάση II), διατηρώντας τις ίδιες ελάχιστες εξωτερικές δεσμεύσεις και ίδιες αρχικές συνθήκες, εκτιμώνται οι συντεταγμένες των κορυφών του στη νέα φάση.

Μετά την επίλυση κάθε φάσης είναι απαραίτητη η διενέργεια του ελέγχου αξιοπιστίας της λύσης μέσω κάποιου στατιστικού τεστ (test  $\chi^2$ , test F) για επιλεγμένο επίπεδο εμπιστοσύνης προκειμένου να διαπιστωθεί αν ισχύει η αρχική υπόθεση.

Η επίλυση του δικτύου στην παρούσα περίπτωση δεν γίνεται άμεσα μέσω κάποιου εμπορικού πακέτου επεξεργασίας, αλλά στο λογισμικό Microsoft Office Excel. Η διαδικασία αυτή διαφοροποιείται ουσιαστικά από αυτή που παρέχει το λογισμικό σε δύο βασικά σημεία:

- Πρώτον, όσον αφορά τη δυνατότητα του χρήστη να αξιολογήσει τα αποτελέσματα και να επέμβει στη διαδικασία της επίλυσης, όταν αυτό χρειάζεται. Συγκεκριμένα, μέσω της διαδικασίας αυτής, υπάρχει δυνατότητα πλήρους εποπτείας της επίλυσης σε κάθε βήμα της, υπάρχει γνώση των παρατηρήσεων που λαμβάνονται υπόψη στην επίλυση μέσω των εξισώσεων παρατήρησης και των βαρών που δίνονται σε αυτές, ενώ παρέχεται η δυνατότητα παρέμβασης στη διαδικασία μέσω αφαίρεσης κάποιας παρατήρησης που θεωρείται ότι μειώνει την ποιότητα του τελικού αποτελέσματος.
- Δεύτερον, η άμεση επίλυση μέσω της λειτουργίας που περιλαμβάνουν τα διάφορα λογισμικά δε δίνει τον a posteriori πίνακα μεταβλητότητας-συμμεταβλητότητας των αγνώστων, που είναι απαραίτητο στοιχείο της επεξεργασίας για την ανίχνευση μετακινήσεων. Συνεπώς, εκ των προτέρων επιβάλλεται η κλασική επίλυση σε εφαρμογές αυτού του τύπου.

Ακολουθεί ο προσδιορισμός του διανύσματος μετακίνησης μεταξύ των δύο φάσεων για κάθε σημείο (απόλυτη μετακίνηση) και για κάθε ζεύγος σημείων (σχετική μετακίνηση).

$$\text{Το διάνυσμα μετακίνησης ενός σημείου είναι: } \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_i^{\text{II}} - X_i^{\text{I}} \\ Y_i^{\text{II}} - Y_i^{\text{I}} \\ Z_i^{\text{II}} - Z_i^{\text{I}} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Για την καλύτερη κατανόηση-ανάγνωση των μετακινήσεων γίνεται η αναγωγή τους σε τοποκεντρικό γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς North – East – Up. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω της στροφής τους χρησιμοποιώντας τον πίνακα A.

$$A = \begin{pmatrix} -\sin\varphi_i \cdot \cos\lambda_i & -\sin\varphi_i \cdot \sin\lambda_i & \cos\varphi_i \\ -\sin\lambda_i & \cos\lambda_i & 0 \\ \cos\varphi_i \cdot \cos\lambda_i & \cos\varphi_i \cdot \sin\lambda_i & \sin\varphi_i \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Έτσι, προκύπτει το διάνυσμα μετακίνησης στο τοποκεντρικό σύστημα:

$$\begin{pmatrix} \Delta N_i \\ \Delta E_i \\ \Delta U_{p_i} \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} \Delta X_i \\ \Delta Y_i \\ \Delta Z_i \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Τα στοιχεία  $\varphi_i$ ,  $\lambda_i$  που περιέχονται στον παραπάνω τύπους είναι οι ελλειψοειδείς γεωδαιτικές συντεταγμένες του κάθε σημείου, οι οποίες

προκύπτουν από τις καρτεσιανές  $X_i$ ,  $Y_i$ ,  $Z_i$ , μέσω της ακόλουθης μετατροπής.

$$\lambda_i = \arctan\left(\frac{Y_i}{X_i}\right) \quad (2.5)$$

$$\varphi_i = \arctan\left(\frac{Z_i + e^2 \cdot N \cdot \sin\varphi}{\sqrt{X_i^2 + Y_i^2}}\right) \quad (2.6)$$

- όπου  $N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2\varphi_i}}$  (2.7)

- $e$  η κύρια εκκεντρότητα του ελλειψοειδούς αναφοράς, το οποίο είναι το WGS'84 και η τιμή του είναι  $e^2 = 0.006694380$
- $a$  ο μεγάλος ημιάξονας με τιμή  $a = 6378137$

Για να γίνει προσδιορισμός των σφαλμάτων  $\sigma\Delta X_i$ ,  $\sigma\Delta Y_i$ ,  $\sigma\Delta Z_i$  των μετακινήσεων  $\Delta X_i$ ,  $\Delta Y_i$ ,  $\Delta Z_i$ , υπολογίζεται ο πίνακας μεταβλητότητας - συμμεταβλητότητας της μεταβολής, αθροίζοντας τους αντίστοιχους πίνακες που έχουν προκύψει από τις επιλύσεις των δύο φάσεων, δηλαδή:

$$V_{\delta x} = V_x^I V_x^{II} \quad (2.8)$$

Για να αναφέρονται τα σφάλματα αυτά στο τοποκεντρικό σύστημα, γίνεται στροφή τους χρησιμοποιώντας μέσω του πίνακα  $A$  και της σχέσης:

$$\begin{pmatrix} \sigma\Delta N_i^2 & \sigma\Delta N_i\Delta E_i & \sigma\Delta N_i\Delta U_{p_i} \\ \sigma\Delta N_i\Delta E_i & \sigma\Delta E_i^2 & \sigma\Delta E_i\Delta U_{p_i} \\ \sigma\Delta N_i\Delta U_{p_i} & \sigma\Delta E_i\Delta U_{p_i} & \sigma\Delta U_{p_i}^2 \end{pmatrix} = J \cdot \begin{pmatrix} \sigma^2\Delta X_i & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2\Delta Y_i & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2\Delta Z_i \end{pmatrix} \cdot J^T \quad (2.9)$$

Όπου οι τιμές  $\sigma^2\Delta X_i$ ,  $\sigma^2\Delta Y_i$ ,  $\sigma^2\Delta Z_i$  έχουν ληφθεί από τον πίνακα  $V_{\delta x}$  (αποτελούν ουσιαστικά υποπίνακα του  $V_{\delta x}$ ) και ο Ιακωβιανός  $J=A$ , όπου  $A$  ο πίνακας στροφής κάθε σημείου.

### **Κατά την οριζόντια έννοια**

Το μήκος του διανύσματος μεταβολής  $\delta r$  δίνεται από τη σχέση:

$$\delta r = \sqrt{\Delta E_i^2 + \Delta N_i^2} \quad (2.10)$$

Για κάθε διάνυσμα, υπολογίζεται η γωνία του και ακολουθεί διερεύνηση.

Τα στοιχεία της έλλειψης σφάλματος της απόλυτης μεταβολής θέσης είναι τα παρακάτω:

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{\sigma_{\Delta E_i}^2 + \sigma_{\Delta N_i}^2 + \sqrt{(\sigma_{\Delta E_i}^2 - \sigma_{\Delta N_i}^2)^2 + 4 \cdot \sigma_{\Delta E_i N_i}^2}}{2}} \quad (2.11)$$

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{\sigma_{\Delta E_i}^2 + \sigma_{\Delta N_i}^2 - \sqrt{(\sigma_{\Delta E_i}^2 - \sigma_{\Delta N_i}^2)^2 + 4 \cdot \sigma_{\Delta E_i N_i}^2}}{2}} \quad (2.12)$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2\sigma_{\Delta E_i N_i}}{\sigma_{\Delta E_i}^2 - \sigma_{\Delta N_i}^2} \quad (2.13)$$

Όπου η γωνία  $\theta$  μετράται αριστερόστροφα από τον άξονα x και η τιμή της προκύπτει κατόπιν σχετικής διερεύνησης.

### **Κατά την κατακόρυφη έννοια**

Προκειμένου να διερευνηθεί η ύπαρξη μετακίνησης ενός σημείου κατά την κατακόρυφη έννοια γίνεται σύγκριση της μεταβολής  $\Delta U_{p_i}$  με το αντίστοιχο τυπικό σφάλμα πολλαπλασιασμένο με τον συντελεστή z που αντιστοιχεί στο επιλεγμένο επίπεδο εμπιστοσύνης ( $z=1,96$ ).

### **Σχετικές μετακινήσεις**

Κατά την οριζόντια έννοια, το διάνυσμα μεταβολής της σχετικής θέσης δύο σημείων ελέγχου του τριδιάστατου δικτύου και το μέτρο του δίνονται αντίστοιχα από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\delta \Delta r_{ij} = \begin{pmatrix} \delta \Delta E \\ \delta \Delta N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (E_j - E_i)_{II} - (E_j - E_i)_I \\ (N_j - N_i)_{II} - (N_j - N_i)_I \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

$$\delta \Delta r = \sqrt{((E_j - E_i)_{II} - (E_j - E_i)_I)^2 + ((N_j - N_i)_{II} - (N_j - N_i)_I)^2} \quad (2.15)$$

Για κάθε διάνυσμα, υπολογίζεται η γωνία του και ακολουθεί διερεύνηση.

Ο πίνακας μεταβλητότητας συμμεταβλητότητας του  $\delta \Delta r$  δίνεται από τη σχέση:

$$V_{\delta\Delta x} = \begin{pmatrix} \sigma_{\delta\Delta N}^2 & \sigma_{\delta\Delta N\delta\Delta E} \\ \sigma_{\delta\Delta N\delta\Delta E} & \sigma_{\delta\Delta E}^2 \end{pmatrix} = J \cdot V_{\delta x} \cdot J^T \quad (2.16)$$

Όπου ο Ιακωβιανός  $J = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  (2.17)

Τα στοιχεία της σχετικής έλλειψης σφάλματος υπολογίζονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\sigma_u^2 = \sqrt{\frac{\sigma_{\delta\Delta N}^2 + \sigma_{\delta\Delta E}^2 + \sqrt{(\sigma_{\delta\Delta N}^2 + \sigma_{\delta\Delta E}^2)^2 + 4 \cdot \sigma_{\delta\Delta E\delta\Delta N}^2}}{2}} \quad (2.18)$$

$$\sigma_v^2 = \sqrt{\frac{\sigma_{\delta\Delta N}^2 + \sigma_{\delta\Delta E}^2 - \sqrt{(\sigma_{\delta\Delta N}^2 + \sigma_{\delta\Delta E}^2)^2 + 4 \cdot \sigma_{\delta\Delta E\delta\Delta N}^2}}{2}} \quad (2.19)$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2 \cdot \sigma_{\delta\Delta E\delta\Delta N}}{\sigma_{\delta\Delta N}^2 - \sigma_{\delta\Delta E}^2} \quad (2.20)$$

Μετά από κατάλληλη διερεύνηση, προκύπτει η τιμή της αριστερόστροφης γωνίας που σχηματίζει ο μεγάλος ημιάξονας της έλλειψης με τον άξονα x. Ο έλεγχος που πραγματοποιείται είναι ο αντίστοιχος με αυτό των απόλυτων μετακινήσεων.

### **Κατά την κατακόρυφη έννοια**

Για κάθε ζεύγος κορυφών, συγκρίνεται η μεταβολή  $\delta\Delta U_{p_{ij}}$  με το αντίστοιχο τυπικό σφάλμα  $\sigma_{\delta\Delta U_p}$  πολλαπλασιασμένο με τον κατάλληλο συντελεστή z για το επιλεγμένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Το εν λόγω τυπικό σφάλμα προκύπτει από την ακόλουθη σχέση:

$$\sigma_{\delta\Delta U_p} = \sqrt{\sigma_{\delta U_{p_i}}^2 + \sigma_{\delta U_{p_j}}^2 - 2 \cdot \sigma_{\delta U_{p_i}\delta U_{p_j}}} \quad (2.21)$$

Με βάση την κατάλληλη στατιστική επεξεργασία ελέγχεται η σημαντικότητα του διανύσματος και διαπιστώνεται αν πρόκειται για μετακίνηση με συγκεκριμένη πιθανότητα (π.χ. 95%) ή αν η διαφορά οφείλεται στο θόρυβο των μετρήσεων. [Γεωργόπουλος Γ., 2005] Στο

πλαίσιο της διαδικασίας αυτής, πραγματοποιείται μονοδιάστατος και στη συνέχεια δισδιάστατος έλεγχος.

Κατά τη διενέργεια του μονοδιάστατου ελέγχου συγκρίνεται η τιμή του διάνυσματος μετακίνησης που έχει υπολογιστεί προηγούμενα με το αντίστοιχο τυπικό σφάλμα πολλαπλασιασμένο με το συντελεστή  $z$  που αντιστοιχεί στο επιλεγμένο επίπεδο εμπιστοσύνης.

Στο δισδιάστατο έλεγχο, σχεδιάζονται το διάνυσμα μετακίνησης και η έλλειψη σφάλματος μεταβολής θέσης για το δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης σε κοινό σύστημα αξόνων και ελέγχεται αν το διάνυσμα βρίσκεται εντός της έλλειψης.

Ακολουθεί ο σχετικός έλεγχος κατά την κατακόρυφη έννοια.

## Κεφάλαιο 3

### Μετρήσεις

#### 3.1 Γεωδαιτικό δίκτυο τρισδιάστατου ελέγχου

Για την παρακολούθηση των μετακινήσεων στον αρχαιολογικό χώρο του Μυστρά, ιδρύθηκε ένα δίκτυο τρισδιάστατου ελέγχου που αποτελείται από 5 σημεία.

Το δίκτυο αυτό ιδρύθηκε και μετρήθηκε για πρώτη φορά το Φεβρουάριο του 2010, στο πλαίσιο ερευνητικού προγράμματος «Προσανατολισμός των μνημείων της Ελλάδας». [Πανταζής Γ., 2012]

Οι κορυφές του δικτύου τοποθετήθηκαν διακριτικά εντός της καστροπολιτείας, ενώ η σήμανσή τους έγινε μέσω ειδικών μπρούντζινων κατασκευών. Η αρίθμησή τους είναι από 1 έως 5 και φέρουν τις εξής ονομασίες:

- T1-Άγιοι Θεόδωροι: Είναι τοποθετημένο στη δεξιά οριογραμμή του κεντρικού δρόμου που περνά βόρεια του ναού των Αγίων Θεοδώρων (Φωτ. 3.2)
- T2-Λάσκαρης: Βρίσκεται ανατολικά της οικίας Λάσκαρη πάνω στο μεγάλο πλάτωμα, σε σκαλοπάτι. (Φωτ. 3.3)
- T3-Άγιος Γεώργιος: Η θέση του είναι σε χώρο ανατολικά του ναού του Αγίου Γεωργίου, έξω από την αριστερή οριογραμμή του κεντρικού δρόμου που οδηγεί στο ναό της Περιβλέπτου, στο εσωτερικό ερειπίου, πάνω σε τσιμεντένιο κυκλικό δίσκο. (Φωτ.3.4)
- T4-Παντάνασσα: Είναι τοποθετημένο στο πλακόστρωτο επί του προαυλίου χώρου της μονής. (Φωτ. 3.5)
- T5-Αγία Σοφία: σε πλάτωμα, βόρεια του ναού της Αγίας Σοφίας (Φωτ. 3.6)

Οι μεταξύ τους αποστάσεις κυμαίνονται από μερικές δεκάδες έως εκατοντάδες μέτρα.

Οι σχετικές θέσεις των σημείων του δικτύου φαίνονται στο σχήμα 3.1.

Ως σταθερό σημείο επιλέχθηκε το τριγωνομετρικό 348039 (Αρχαία Σπάρτη) της ΓΥΣ με συντεταγμένες που φαίνονται στον πίνακα 3.1.

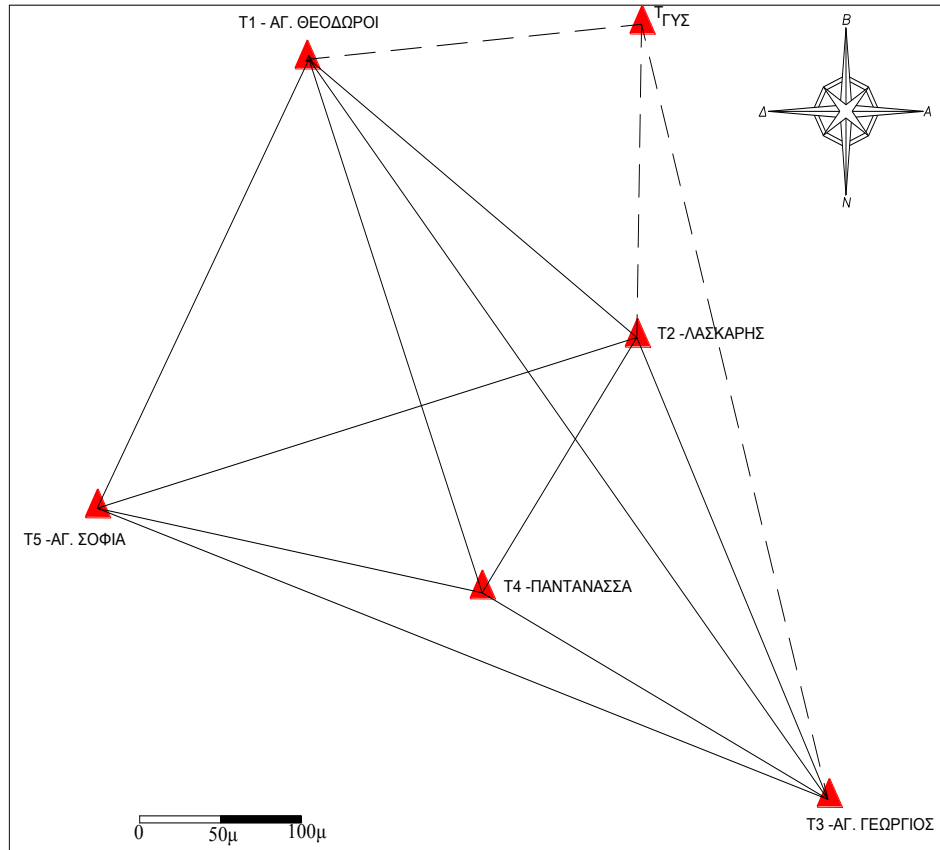
Το σημείο αυτό βρίσκεται σε απόσταση 5.5 km από την καστροπολιτεία και θεωρείται αλώβητο από τις όποιες μετακινήσεις είναι πιθανό να λάβουν χώρα εντός του αρχαιολογικού χώρου (Φωτ. 3.1).

Οι γεωκεντρικές συντεταγμένες X, Y, Z της σταθερής κορυφής προέκυψαν με μετασχηματισμό από τις παραπάνω και χρησιμοποιήθηκαν στην επίλυση, από την οποία, προσδιορίστηκαν οι συντεταγμένες των κορυφών του δικτύου στο WGS 84.



ΕΓΣΑ 87		ΓΕΩΚΕΝΤΡΙΚΕΣ		
X (m)	Y(m)	X(m)	Y(m)	Z(m)
360381.890	4104834.500	4709234.521	1943976.413	3824798.997

Πίνακας 3.1: Οι συντεταγμένες του τριγωνομετρικού 348039 της ΓΥΣ



Σχήμα 3.1: Σχήμα του δικτύου [Πανταζής Γ.,2012]



Φωτ. 3.1: Το βάθρο του τριγωνομετρικού 348039 (Αρχαία Σπάρτη)



*Φωτ. 3.2(α), (β): Το σημείο T1 (Άγιοι Θεόδωροι)*



*Φωτ. 3.3 (α), (β): Το σημείο T2 (Λάσκαρης)*



*Φωτ. 3.4 (α), (β) :Το σημείο T3 (Άγιος Γεώργιος)*



Φωτ. 3.5 (α), (β) : Το σημείο T4 (Παντάνασσα)



Φωτ. 3.6 (α), (β) : Το σημείο T5 (Αγία Σοφία)

### 3.2. Όργανα μέτρησης

Ο δέκτης του συστήματος δορυφορικού εντοπισμού που επιλέχθηκε για την πραγματοποίηση των μετρήσεων είναι ο Trimble 5800. Πρόκειται για ένα γεωδαιτικό δέκτη διπλής συχνότητας (L1/L2), με καταγραφική ικανότητα 2Mb, διαστάσεων 19cm x 10cm, και βάρους 1.31 kg μαζί με την εσωτερική μπαταρία και πολύ μικρή κατανάλωση ενέργειας (< 2.5 Watt). Η ακρίβεια που παρέχεται από την κατασκευάστρια εταιρεία για τον εν λόγω δέκτη, για τη μέθοδο του στατικού εντοπισμού, είναι οριζοντιογραφικά  $\pm 5\text{mm} + 0.5\text{ppm}$  και υψομετρικά  $\pm 5\text{mm} + 1\text{ppm}$  για βάσεις μήκους έως 30km. [<http://ww2.trimble.com/5800.shtml>]



*Φωτογραφία 3.7: Ο δέκτης Trimble 5800*

Ο μετρητικός εξοπλισμός που πλαισιώνει τους δέκτες αποτελούνταν από τα εξής:

- 2 τρίποδες
- 2 τρικόχλια, για την κέντρωση και οριζοντίωση των δεκτών πάνω στο εκάστοτε σημείο
- μια μετροταινία για τη μέτρηση ύψους κεραίας
- μία βάση εξαναγκασμένης κέντρωσης για την τοποθέτηση του δέκτη στο βάθρο του σταθερού σημείου

### **3.3 Μετρήσεις φάσης I**

Η πρώτη φάση μετρήσεων υλοποιήθηκε το Φεβρουάριο του 2010. Η μέθοδος που ακολουθήθηκε ήταν αυτή του σχετικού στατικού εντοπισμού, που απαιτεί τη χρήση δύο δεκτών, οι οποίοι καταγράφουν ταυτόχρονα. Κατά τη διάρκεια της εν λόγω μετρητικής διαδικασίας, ο δεύτερος δέκτης παραμένει σε κάθε άγνωστο σημείο για ορισμένο χρονικό διάστημα, που κυμαίνεται μεταξύ των 20 λεπτών έως μερικών ωρών ή και ημερών. Μετρήθηκαν 12 βάσεις, που ήταν οι εξής :

ΓΥΣ-T1	T1-T3	T5-T4
ΓΥΣ-T2	T2-T3	T5-T3
ΓΥΣ-T3	T1-T4	T3-T4
T1-T2	T1-T5	T4-T2

*Πίνακας 3.2: Οι μετρημένες βάσεις – φάση I*

Η εγκατάσταση των δεκτών στα σημεία του μετρούμενου δικτύου περιλάμβανε τα εξής στάδια: κέντρωση και οριζοντίωση, τοποθέτηση

δέκτη, μέτρηση ύψους κεραίας, ενεργοποίηση δέκτη, καταγραφή μετρήσεων. Για κάθε σημείο, σημειώνονταν σε ειδικό έντυπο οι ακόλουθες πληροφορίες:

- η ημερομηνία
- ο κωδικός του σημείου
- ο κωδικός του δέκτη ( Base ή Rover)
- η ακριβής ώρα ενεργοποίησης του δέκτη
- η ώρα έναρξης και λήξης καταγραφής
- το ύψος κεραίας συνοδευόμενο από τον τρόπο μέτρησής του.

Στο τριγωνομετρικό σημείο, ο τρόπος μέτρησης του ύψους κεραίας ήταν «bottom of antenna mount», ενώ σε όλα τα υπόλοιπα «center of bumper».

Ο χρόνος μέτρησης μίας βάσης, ώστε να γίνει η συλλογή των απαραίτητων στοιχείων για να είναι δυνατή η επίλυσή της, εξαρτάται από:

- την αβεβαιότητα που προδιαγράφεται
- τον αριθμό των δορυφόρων που παρατηρούνται
- τη μέθοδο μέτρησης που χρησιμοποιείται
- το μέγεθος της βάσης
- τις συχνότητες λήψης από το δέκτη (L1 ή L1 και L2)
- τον τύπο του δέκτη [Πανταζής, Λάμπρου,2010]

Ο χρόνος μέτρησης όλων των βάσεων ήταν περίπου 20 λεπτά.

### 3.4 Μετρήσεις φάσης II

Η δεύτερη φάση μετρήσεων υλοποιήθηκε στο πλαίσιο της εργασίας αυτής κατά την 14<sup>η</sup> και 15<sup>η</sup> Δεκεμβρίου 2012. Η μέθοδος που ακολουθήθηκε ήταν αυτή του σχετικού στατικού εντοπισμού, όπως και στη φάση I, ενώ μετρήθηκαν ακριβώς οι ίδιες βάσεις, όπως απαιτείται σε κάθε περίπτωση παρακολούθησης μετακινήσεων.

Η διαδικασία των μετρήσεων πραγματοποιήθηκε όμοια με την πρώτη φάση και με τον ίδιο μετρητικό εξοπλισμό.

Ο χρόνος που μετρήθηκαν οι βάσεις εντός του αρχαιολογικού χώρου ήταν 20 λεπτά, ενώ οι 3 μεγαλύτερου μήκους ( ΓΥΣ-T1, ΓΥΣ-T2, ΓΥΣ-T3) μετρήθηκαν επί 45 λεπτά.

Κατά την πρώτη ημέρα, οι μετρήσεις διήρκεσαν περίπου 5 ώρες (συμπεριλαμβανομένων των καθυστερήσεων για μεταφορά και εγκατάσταση) και πραγματοποιήθηκαν από 2 άτομα.

Κατά τη δεύτερη ημέρα, η διάρκεια ανήλθε στις 6 ώρες, ενώ το συνεργείο πλαισιώθηκε από 1 επιπλέον άτομο, το οποίο ανέλαβε τις απαραίτητες μεταφορές του μετρητικού εξοπλισμού εντός αρχαιολογικού

χώρου, οι οποίες ήταν ιδιαίτερα δυσχερείς τόσο λόγω του βάρους του, όσο και της μεγάλης κλίσης του εδάφους.

## Κεφάλαιο 4

### Έλεγχος μετακινήσεων

#### 4.1 Επεξεργασία παρατηρήσεων

##### 4.1.1 Επίλυση βάσεων

Η επεξεργασία των μετρημένων βάσεων πραγματοποιήθηκε με το λογισμικό Trimble Business Center. Αρχικά, δημιουργήθηκε ένα νέο φύλλο εργασίας (new project), ενώ ως σύστημα αναφοράς επελέγη το WGS84 (μέσω της επιλογής blank template). Στο εν λόγω αρχείο εισήχθησαν τα δεδομένα από τους δύο δέκτες, καθώς και ο κωδικός κάθε σημείου, το ύψος κεραίας και ο τρόπος που αυτό μετρήθηκε. Ακολούθησε η επίλυση των βάσεων (process baselines), από την οποία προέκυψαν: το μήκος του διανύσματος κάθε βάσης, οι συνιστώσες του  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ , ο τύπος της λύσης (fixed ή float), η οριζόντια και κατακόρυφη ακρίβεια (horizontal precision, vertical precision).

Στην προκειμένη περίπτωση, όλες οι λύσεις προέκυψαν fixed.

Ακολούθησε η επεξεργασία των βάσεων μέσω αφαίρεσης παρατηρήσεων ορισμένων δορυφόρων, όπου αυτό κρίθηκε απαραίτητο, με σκοπό τη βελτίωση των αποτελεσμάτων. Ως κριτήριο της ποιότητάς τους χρησιμοποιήθηκαν οι εξής παράμετροι: μέσο τετραγωνικό σφάλμα (rms), οριζόντια ακρίβεια (horizontal precision) και κατακόρυφη ακρίβεια (vertical precision). Η παραπάνω επεξεργασία έδωσε τις τιμές των συνιστωσών κάθε βάσης  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  που παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.1 για τη φάση I και στον πίνακα 4.2 για τη φάση II.

##### 4.1.2 Κλείσιμο βρόχων

Ακολούθησε η ανάλυση κλεισίματος των βρόχων η οποία παρέχει ένα αντικειμενικότερο σφάλμα, προκειμένου να υπολογιστούν οι ακρίβειες των  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ . Αυτό γίνεται λόγω του γεγονότος ότι ο χρήστης του προγράμματος δεν δύναται να γνωρίζει αν τα αποτελέσματα που εξάγονται είναι ρεαλιστικά. Κλείνοντας τους βρόχους και συγκρίνοντάς τα, έχει τη δυνατότητα να κρίνει αν θα τα θεωρήσει αξιόπιστα για χρήση ή όχι. Επειδή πρόκειται για τρισδιάστατο δίκτυο, τα κλεισίματα προσδιορίζονται κατά X ( $\Sigma\delta X$ ), κατά Y ( $\Sigma\delta Y$ ) και κατά Z ( $\Sigma\delta Z$ ).

Συγκεκριμένα, σε κάθε κλειστό βρόχο, πρέπει να ισχύει:  $w_X = \Sigma\delta X = 0$ ,  $w_Y = \Sigma\delta Y = 0$ ,  $w_Z = \Sigma\delta Z = 0$ . Σε πραγματικές συνθήκες μετρήσεων, κάτι τέτοιο δεν ισχύει. Η τιμή του κλεισίματος για κάθε τρίγωνο  $ijk$  προκύπτει μέσω της σχέσης 4.1.

$$\Sigma\delta X = \delta X_{ij} + \delta X_{jk} + \delta X_{ki} \quad (4.1)$$

Το ίδιο ισχύει για τα κλεισίματα κατά Y και Z. Η διαδικασία πραγματοποιήθηκε με την εντολή GNSS Loop Closure που περιλαμβάνει το μενού επιλογών Survey του λογισμικού Trimble Business Center. Με βάση τις υπολογισμένες τιμές των κλεισιμάτων, ακολούθησε η εκτίμηση του μέσου κλεισίματος κατά X, κατά Y και κατά Z, προσθέτοντας τα επιμέρους κλεισίματα κατά απόλυτη τιμή και διαιρώντας το άθροισμα αυτό με το πλήθος τους.

Ακολούθησε ο προσδιορισμός των  $\sigma_{\Delta X}$  από τη σχέση:

$$\sigma_{\Delta X} = \bar{\sigma}_X \cdot \sqrt{3} \quad (4.2)$$

Όπου  $\bar{\sigma}_X$  : το μέσο κλείσιμο κατά X

Ομοίως υπολογίστηκαν τα  $\sigma_{\Delta Y}$  και  $\sigma_{\Delta Z}$ . Οι τιμές που προέκυψαν είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με αυτές που έδωσε το πρόγραμμα.

Οι τιμές των κλεισιμάτων που προέκυψαν δίνονται στον Πίνακα 4.3.

Επιπλέον, πραγματοποιήθηκε ανάλυση κλεισίματος των βρόχων (όχι μόνο τριγώνων, αλλά και πολυγώνων) που προέκυψαν αφαιρώντας τη βάση T1-T2 από τις παρατηρήσεις, για λόγους που σχετίζονται με προβλήματα που δημιούργησε η συγκεκριμένη βάση κατά την επίλυση του δικτύου και αναλύονται παρακάτω. Τα νέα κλεισίματα παρουσιάζονται στον πίνακα 4.4.

<b>ΒΑΣΗ</b>	<b><math>\Delta X</math> (m)</b>	<b><math>\Delta Y</math> (m)</b>	<b><math>\Delta Z</math> (m)</b>	<b><math>\sigma_{\Delta X}</math> (m)</b>	<b><math>\sigma_{\Delta Y}</math> (m)</b>	<b><math>\sigma_{\Delta Z}</math> (m)</b>
<b>T5-T4</b>	-128.971	205.093	-86.532	± 3	± 2	± 3
<b>T3-T5</b>	202.788	-407.999	223.039	± 3	± 2	± 2
<b>T1-T5</b>	277.418	-22.611	-136.904	± 2	± 1	± 2
<b>T2-T1</b>	13.466	-216.529	-141.975	± 2	± 1	± 2
<b>ΓΥΣ-T1</b>	2640.367	-5020.280	-408.932	± 4	± 3	± 3
<b>ΓΥΣ-T2</b>	2627.011	-4803.704	-550.804	± 6	± 3	± 4
<b>ΓΥΣ-T3</b>	2714.979	-4634.920	-768.860	± 8	± 3	± 4
<b>T3-T4</b>	73.801	-202.932	136.486	± 7	± 7	± 7
<b>T2-T4</b>	161.747	-34.128	-81.619	± 2	± 2	± 2
<b>T1-T4</b>	148.418	182.469	-223.470	± 2	± 2	± 2
<b>T1-T3</b>	74.624	385.389	-359.949	± 3	± 2	± 2
<b>T2-T3</b>	87.954	168.796	-218.085	± 2	± 1	± 2

*Πίνακας 4.1: Αποτελέσματα επεξεργασίας δεδομένων GPS - φάση I*



<b>ΒΑΣΗ</b>	<b><math>\Delta X</math> (m)</b>	<b><math>\Delta Y</math> (m)</b>	<b><math>\Delta Z</math> (m)</b>	<b><math>\sigma_{\Delta X}</math> (mm)</b>	<b><math>\sigma_{\Delta Y}</math> (mm)</b>	<b><math>\sigma_{\Delta Z}</math> (mm)</b>
<b>T5-T4</b>	-128.980	205.089	-86.555	$\pm 2$	$\pm 1$	$\pm 3$
<b>T3-T5</b>	202.799	-408.005	223.048	$\pm 2$	$\pm 2$	$\pm 3$
<b>T1-T5</b>	277.423	-22.613	-136.896	$\pm 2$	$\pm 1$	$\pm 2$
<b>T2-T1</b>	13.327	-216.598	141.853	$\pm 2$	$\pm 1$	$\pm 2$
<b>ΓΥΣ-T1</b>	2640.367	-5020.326	-408.925	$\pm 5$	$\pm 5$	$\pm 5$
<b>ΓΥΣ-T2</b>	2627.034	-4803.728	-550.775	$\pm 4$	$\pm 4$	$\pm 5$
<b>ΓΥΣ-T3</b>	2714.995	-4634.923	-768.866	$\pm 5$	$\pm 3$	$\pm 5$
<b>T3-T4</b>	73.828	-202.909	136.541	$\pm 3$	$\pm 3$	$\pm 3$
<b>T2-T4</b>	161.755	-34.120	-81.608	$\pm 2$	$\pm 2$	$\pm 2$
<b>T1-T4</b>	148.423	182.474	-223.464	$\pm 3$	$\pm 2$	$\pm 3$
<b>T1-T3</b>	74.626	385.402	-359.946	$\pm 3$	$\pm 2$	$\pm 3$
<b>T2-T3</b>	87.944	168.801	-218.100	$\pm 2$	$\pm 2$	$\pm 2$

*Πίνακας 4.2: Αποτελέσματα επεξεργασίας δεδομένων GPS – φάση II*

Όπως έγινε αντιληπτό παρατηρώντας τα κλεισίματα των βρόχων, η βάση T1-T2 έδινε πολύ μεγάλες τιμές κλεισίματος όπου υπεισερχόταν. Έτσι, επαναλαμβάνοντας την ανάλυση κλεισίματος των βρόχων εξαιρώντας τη βάση αυτή, προέκυψαν οι νέες τιμές  $\sigma_{\Delta X}$ ,  $\sigma_{\Delta Y}$ ,  $\sigma_{\Delta Z}$  που χρησιμοποιήθηκαν στην τελική επίλυση.

Επειδή από τη φάση I αφαιρέθηκε η βάση T1-T2, αναγκαστικά αφαιρέθηκε και από τη φάση II, προκειμένου να διατηρηθεί το ίδιο μαθηματικό μοντέλο, ώστε να είναι δυνατός μετέπειτα ο έλεγχος των μετακινήσεων.

Χρησιμοποιήθηκε ενιαίο  $\sigma_{\Delta X}$ ,  $\sigma_{\Delta Y}$ ,  $\sigma_{\Delta Z}$  για όλες τις βάσεις για την απόδοση των βαρών στην επίλυση, εφόσον τα παραπάνω είναι της ίδιας τάξης μεγέθους για τους επιμέρους βρόχους.

Παρατηρώντας τον πίνακα 4.3 προκύπτει αξιοσημείωτη η διαφορά μεταξύ κλεισμάτων των ίδιων βρόχων στη φάση I και φάση II, γεγονός που μπορεί να αποδοθεί στην σημαντική αλλαγή του χρόνου μέτρησης των μεγάλων βάσεων. Ωστόσο, κατά τη μέτρηση των μικρών βάσεων, υπήρξε αμελητέα αλλαγή του χρόνου καταγραφής, (της τάξης των 3 λεπτών) γεγονός που δε δικαιολογεί τις παραπάνω αποκλίσεις. Συνεπώς, εκτός των άλλων, οι μεγάλες διαφορές κλεισμάτων μεταξύ των 2 φάσεων μπορεί να οφείλονται στην κακή γεωμετρία των δορυφόρων στην πρώτη φάση μέτρησης.

Τρίγωνο	Φάση I			Φάση II		
	ΣδX (mm)	ΣδY (mm)	ΣδZ (mm)	ΣδX (mm)	ΣδY (mm)	ΣδZ (mm)
T1-T2-T3	-136	-64	-111	-9	-3	-7
T1-T2- ΓΥΣ	-110	-47	-102	6	0	-3
T1-ΓΥΣ- T3	13	29	-21	2	1	5
T2-ΓΥΣ- T3	-14	12	-29	17	4	9
T1-T3-T5	-5	1	-6	2	10	-2
T1-T5-T4	-28	-13	-33	20	2	13
T1-T2-T4	-137	-68	-124	5	4	3
T1-T4-T3	7	-13	6	-31	-19	-59
T2-T3-T4	8	-9	19	17	12	49
T3-T4-T5	-16	-27	-21	9	7	48
	<b>Μέσο κλείσιμο κατά X</b>	<b>Μέσο κλείσιμο κατά Y</b>	<b>Μέσο κλείσιμο κατά Z</b>	<b>Μέσο κλείσιμο κατά X</b>	<b>Μέσο κλείσιμο κατά Y</b>	<b>Μέσο κλείσιμο κατά Z</b>
	47	28	47	12	6	20
	<b>σΔX</b>	<b>σΔY</b>	<b>σΔZ</b>	<b>σΔX</b>	<b>σΔY</b>	<b>σΔZ</b>
	27	16	27	7	4	11

Πίνακας 4.3: Κλεισίματα βρόχων στις δύο φάσεις (με όλες τις βάσεις)

Βρόχος	Φάση I			Φάση II		
	ΣδX (mm)	ΣδY (mm)	ΣδZ (mm)	ΣδX (mm)	ΣδY (mm)	ΣδZ (mm)
T1-ΓΥΣ-T2- T3	-26	-17	-8	-15	-3	-4
T1-ΓΥΣ-T2- T4	-27	-21	-21	-1	4	6
T1-ΓΥΣ-T3	13	29	-21	2	1	5
T2-ΓΥΣ-T3	-14	12	-29	17	4	9
T1-T3-T5	-5	1	-6	2	10	-2
T1-T5-T4	-28	-13	-33	20	2	13
T1-T4-T3	7	-13	6	-31	-19	-59
T2-T3-T4	8	-9	19	17	12	49
T3-T4-T5	-16	-27	-21	9	7	48
	<b>Μέσο κλείσιμο κατά X</b>	<b>Μέσο κλείσιμο κατά Y</b>	<b>Μέσο κλείσιμο κατά Z</b>	<b>Μέσο κλείσιμο κατά X</b>	<b>Μέσο κλείσιμο κατά Y</b>	<b>Μέσο κλείσιμο κατά Z</b>

	16	15	18	13	7	22
	$\sigma\Delta X$	$\sigma\Delta Y$	$\sigma\Delta Z$	$\sigma\Delta X$	$\sigma\Delta Y$	$\sigma\Delta Z$
	9	9	10	7	4	13

Πίνακας 4.4: Κλεισίματα βρόχων εξαιρώντας τη βάση T1-T2

#### 4.1.3 Επίλυση δικτύου

Η συνόρθωση του δικτύου έγινε με χρήση της Μεθόδου Ελαχίστων Τετραγώνων (Μ.Ε.Τ.) στο λογισμικό Excel.

Οι εξισώσεις παρατήρησης είναι γραμμικές και έχουν τη μορφή:

$$\Delta X_{ij} = X_j - X_i, \Delta Y_{ij} = Y_j - Y_i \text{ και } \Delta Z_{ij} = Z_j - Z_i.$$

Οι παρατηρήσεις θεωρήθηκαν ανισοβαρείς. Ως μονάδα βάρους θεωρήθηκε  $\sigma_0 = 1\text{mm}$ , ενώ το βάρος κάθε παρατήρησης υπολογίστηκε από τη σχέση:

$$P_i = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_i^2} \quad (4.3)$$

Αναλυτικά, τα βήματα της επίλυσης έχουν ως εξής:

- Σχηματίζεται το κανονικό σύστημα εξισώσεων:

$$(A^T P A) \hat{x} = A^T P \delta l \quad (4.4)$$

Όπου A: ο πίνακας σχεδιασμού, διαστάσεων  $n \times m$ , P: ο πίνακας βαρών, διαστάσεων  $n \times n$ ,  $\delta l$ : ο πίνακας στήλη των σταθερών όρων, διαστάσεων  $n \times 1$  και ο x: πίνακας στήλη των αγνώστων, διαστάσεων  $n \times 1$ .

- Υπολογίζονται οι διορθωμένες τιμές των συντεταγμένων των αγνώστων κορυφών:

$$\hat{x} = (A^T P A)^{-1} A^T P \delta l = N^{-1} u \quad (4.5)$$

- Το a posteriori τυπικό σφάλμα της μονάδας βάρους δίνεται από τη σχέση:

$$\hat{\sigma}_0 = \pm \sqrt{\frac{[vu]}{n-1}} \quad (4.6)$$

- Τέλος, ο πίνακας μεταβλητότητας – συμμεταβλητότητας των αγνώστων, διαστάσεων  $m \times m$  προκύπτει από τη σχέση:

$$\hat{V}_x = \hat{\sigma}_0^2 \cdot N^{-1} \quad (4.7)$$

Αρχικά, έγινε επίλυση του δικτύου χρησιμοποιώντας όλες τις παρατηρήσεις. Το σύστημα αποτελείται από  $n=36$  εξισώσεις με  $m=15$  αγνώστους (5 κορυφές x 3 άγνωστοι), επομένως ο βαθμός ελευθερίας είναι  $r = n - m = 21$ . Το a posteriori τυπικό σφάλμα της μονάδας βάρους που προέκυψε ήταν ίσο με 1.4 mm, το οποίο είναι αποδεκτό, λαμβάνοντας υπόψη ότι οι μετακινήσεις που εξετάζονται στην παρούσα εργασία είναι τάξης μεγέθους του εκατοστού.

Με όλα τα παραπάνω στοιχεία, το αποτέλεσμα που προέκυψε δεν περνούσε τον στατιστικό έλεγχο  $\chi^2$ , όπως ήταν αναμενόμενο. Για το λόγο αυτό, η λύση απορρίφθηκε.

Αφαιρώντας τη βάση T1-T2, το νέο σύστημα εξισώσεων που σχηματίστηκε περιλάμβανε 33 εξισώσεις με 15 αγνώστους, επομένως ο βαθμός ελευθερίας ήταν  $r = n - m = 18$ .

Από την επίλυση προέκυψαν:

- Οι συνορθωμένες τιμές των κορυφών του δικτύου στις φάσεις I και II (Πίνακας 4.5 και 4.6 αντιστοίχως)
- Ο πίνακας μεταβλητότητας – συμμεταβλητότητας των συντεταγμένων των αγνώστων κορυφών για κάθε φάση.(Παράρτημα)
- Το a posteriori τυπικό σφάλμα της μονάδας βάρους  $\hat{\sigma}_0 = 1.3$  mm και για τις δύο φάσεις.

Σημείο	X (m)	$\sigma_X$ (mm)	Y (m)	$\sigma_Y$ (mm)	Z (m)	$\sigma_Z$ (mm)
T1	4711874.878	$\pm 8$	1938956.120	$\pm 8$	3824390.066	$\pm 9$
T2	4711861.543	$\pm 8$	1939172.710	$\pm 8$	3824248.207	$\pm 9$
T3	4711949.499	$\pm 8$	1939341.505	$\pm 8$	3824030.121	$\pm 8$
T4	4712023.300	$\pm 9$	1939138.585	$\pm 9$	3824166.603	$\pm 10$
T5	4712152.285	$\pm 10$	1938933.502	$\pm 10$	3824253.153	$\pm 11$

Πίνακας 4.5: Οι Συνορθωμένες τιμές των συντεταγμένων του τρισδιάστατου δικτύου-Φάση I

Σημείο	X (m)	$\sigma_X$ (mm)	Y (m)	$\sigma_Y$ (mm)	Z (m)	$\sigma_Z$ (mm)
T1	4711874.889	$\pm 7$	1938956.090	$\pm 4$	3824390.077	$\pm 12$
T2	4711861.562	$\pm 7$	1939172.686	$\pm 4$	3824248.227	$\pm 13$
T3	4711949.508	$\pm 6$	1939341.486	$\pm 4$	3824030.121	$\pm 12$
T4	4712023.323	$\pm 7$	1939138.569	$\pm 4$	3824166.629	$\pm 14$
T5	4712152.307	$\pm 8$	1938933.479	$\pm 5$	3824253.178	$\pm 15$

Πίνακας 4.6: Οι Συνορθωμένες τιμές των συντεταγμένων του τρισδιάστατου δικτύου-Φάση II

Τέλος, πραγματοποιήθηκε ο έλεγχος αξιοπιστίας της λύσης για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και στις δύο φάσεις. Ελέγχθηκε, δηλαδή η ισχύς της σχέσης:

$$\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \leq \frac{\chi_{r(1-\alpha)}^2}{r} \Rightarrow 1.6 \leq 1.6 \quad (4.8)$$

Για επίπεδο εμπιστοσύνης  $1-\alpha=0.95$  και  $r = 18$  βαθμούς ελευθερίας, χρησιμοποιώντας τον πίνακα της κατανομής  $\chi^2$ , αποδείχθηκε ότι η ισότητα 4.8 ισχύει και στις δύο φάσεις, επομένως η λύση θεωρείται αποδεκτή.

## 4.2 Απόλυτες μετακινήσεις

Πρώτο βήμα προκειμένου να προσδιοριστεί η ύπαρξη μετακινήσεων (απόλυτων και σχετικών) είναι ο υπολογισμός των μεταβολών των συντεταγμένων μεταξύ των δύο φάσεων μέτρησης  $\Delta X_{i}^{II-I} = X_{i}^{II} - X_{i}^{I}$ ,  $\Delta Y_{i}^{II-I} = Y_{i}^{II} - Y_{i}^{I}$ ,  $\Delta Z_{i}^{II-I} = Z_{i}^{II} - Z_{i}^{I}$ , όπου  $X_{i}^{II}, Y_{i}^{II}, Z_{i}^{II}$  οι συντεταγμένες κάθε σημείου κατά τη δεύτερη φάση μετρήσεων (Δεκέμβριος 2012) και  $X_{i}^{I}, Y_{i}^{I}, Z_{i}^{I}$ , οι αντίστοιχες συντεταγμένες κατά την πρώτη φάση (Φεβρουάριος 2010). Οι μεταβολές που υπολογίστηκαν εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Σημείο	Μεταβολή (mm)	
<b>T1</b>	$\Delta X$	11
	$\Delta Y$	-30
	$\Delta Z$	10
<b>T2</b>	$\Delta X$	19
	$\Delta Y$	-24
	$\Delta Z$	20
<b>T3</b>	$\Delta X$	9
	$\Delta Y$	-19
	$\Delta Z$	0
<b>T4</b>	$\Delta X$	23
	$\Delta Y$	-16
	$\Delta Z$	26
<b>T5</b>	$\Delta X$	23
	$\Delta Y$	-23
	$\Delta Z$	25

Πίνακας 4.7: Μεταβολή των συντεταγμένων μεταξύ των δύο φάσεων μέτρησης

Τα διανύσματα των μεταβολών των συντεταγμένων μετατρέπονται σε ένα τοποκεντρικό σύστημα συντεταγμένων, προκειμένου να γίνει ευκολότερα αντιληπτή η κατεύθυνση των μετακινήσεων. Για τη μετατροπή αυτή απαιτείται η χρήση ενός πίνακα στροφής A.

$$A = \begin{pmatrix} -\sin\varphi_i \cdot \cos\lambda_i & -\sin\varphi_i \cdot \sin\lambda_i & \cos\varphi_i \\ -\sin\lambda_i & \cos\lambda_i & 0 \\ \cos\varphi_i \cdot \cos\lambda_i & \cos\varphi_i \cdot \sin\lambda_i & \sin\varphi_i \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Τα στοιχεία  $\varphi_i$ ,  $\lambda_i$  που περιέχονται στον παραπάνω πίνακα είναι οι ελλειψοειδείς γεωδαιτικές συντεταγμένες του κάθε σημείου, οι οποίες προκύπτουν από τις καρτεσιανές  $X_i$ ,  $Y_i$ ,  $Z_i$ , μέσω της ακόλουθης μετατροπής.

$$\lambda_i = \arctan\left(\frac{Y_i}{X_i}\right) \quad (4.10)$$

$$\varphi_i = \arctan\left(\frac{Z_i + e^2 \cdot N \cdot \sin\varphi}{\sqrt{X_i^2 + Y_i^2}}\right) \quad (4.11)$$

- όπου  $N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2\varphi_i}}$  (4.12)
- e η κύρια εκκεντρότητα του ελλειψοειδούς αναφοράς, το οποίο είναι το WGS'84 και η τιμή του είναι  $e^2 = 0.006694380$
- a ο μεγάλος ημιάξονας με τιμή  $a = 6378137$

Οι ελλειψοειδείς γεωδαιτικές συντεταγμένες που εξήχθησαν από τους παραπάνω υπολογισμούς παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

<b>Συντεταγμένες WGS'84</b>		
Σημείο	$\varphi$	$\lambda$
T1	37° 04' 34'' .355	22° 22' 02'' .534
T2	37° 04' 29'' .313	22° 22' 10'' .847
T3	37° 04' 20'' .822	22° 22' 15'' .811
T4	37° 04' 24'' .530	22° 22' 07'' .078
T5	37° 04' 25'' .963	22° 21' 57'' .414

Πίνακας 4.8: Γεωδαιτικές συντεταγμένες των σημείων του δικτύου στο WGS'84

Τα διανύσματα μετακινήσεων των 5 σημείων ελέγχου στο τοποκεντρικό σύστημα προσδιορίζονται μέσω της σχέσης:

$$\begin{pmatrix} \Delta N_i \\ \Delta E_i \\ \Delta U_{p_i} \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} \Delta X_i \\ \Delta Y_i \\ \Delta Z_i \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

- όπου A ο πίνακας στροφής
- $\Delta X_i$ ,  $\Delta Y_i$ ,  $\Delta Z_i$  οι συνιστώσες των διανυσμάτων μετακίνησης

Οι τιμές των μεταβολών για κάθε σημείο που προέκυψαν μετά τη στροφή παρουσιάζονται στον πίνακα 5.3

Κορυφή	$\Delta N$ (mm)	$\Delta E$ (mm)	$\Delta U_p$ (mm)
T1	9	-32	5
T2	11	-29	19
T3	-1	-21	1
T4	12	-24	28
T5	13	-30	25

Πίνακας 4.9: Μεταβολές των συντεταγμένων των κορυφών μεταξύ των δύο φάσεων μετά τη στροφή

Ακολούθησε ο προσδιορισμός των σφαλμάτων  $\sigma\Delta X_i$ ,  $\sigma\Delta Y_i$ ,  $\sigma\Delta Z_i$  των μετακινήσεων  $\Delta X_i$ ,  $\Delta Y_i$ ,  $\Delta Z_i$ .

Αρχικά, υπολογίστηκε ο πίνακας μεταβλητότητας - συμμεταβλητότητας της μεταβολής, αθροίζοντας τους αντίστοιχους πίνακες που είχαν προκύψει από τις επιλύσεις των δύο φάσεων, δηλαδή:

$$V_{\delta x} = V_x^I + V_x^{II} \quad (4.14)$$

Τα σφάλματα αυτά όμως πρέπει να αναφέρονται στο τοποκεντρικό σύστημα, επομένως έγινε στροφή τους χρησιμοποιώντας και σε αυτή την περίπτωση τον πίνακα A μέσω της σχέσης:

$$\begin{pmatrix} \sigma \Delta N_i^2 & \sigma \Delta N_i \Delta E_i & \sigma \Delta N_i \Delta U_{p_i} \\ \sigma \Delta N_i \Delta E_i & \sigma \Delta E_i^2 & \sigma \Delta E_i \Delta U_{p_i} \\ \sigma \Delta N_i \Delta U_{p_i} & \sigma \Delta E_i \Delta U_{p_i} & \sigma \Delta U_{p_i}^2 \end{pmatrix} = J \cdot \begin{pmatrix} \sigma^2 \Delta X_i & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2 \Delta Y_i & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 \Delta Z_i \end{pmatrix} \cdot J^T \quad (4.15)$$

Όπου οι τιμές  $\sigma^2 \Delta X_i$ ,  $\sigma^2 \Delta Y_i$ ,  $\sigma^2 \Delta Z_i$  έχουν ληφθεί από τον πίνακα  $V_{\delta x}$  (αποτελούν ουσιαστικά υποπίνακες του  $V_{\delta x}$  για κάθε σημείο) και ο Ιακωβιανός  $J=A$ , όπου  $A$  ο πίνακας στροφής κάθε σημείου.

### Κατά την οριζόντια έννοια

Το μήκος του διανύσματος μεταβολής  $\delta r$  δίνεται από τη σχέση:

$$\delta r = \sqrt{\Delta E_i^2 + \Delta N_i^2} \quad (4.16)$$

Για κάθε διάνυσμα, υπολογίζεται η γωνία του και ακολουθεί διερεύνηση.

Τα στοιχεία της έλλειψης σφάλματος της απόλυτης μεταβολής θέσης είναι τα παρακάτω:

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{\sigma_{\Delta E_i}^2 + \sigma_{\Delta N_i}^2 + \sqrt{(\sigma_{\Delta E_i}^2 - \sigma_{\Delta N_i}^2)^2 + 4 \cdot \sigma_{\Delta E_i N_i}^2}}{2}} \quad (4.17)$$

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{\sigma_{\Delta E_i}^2 + \sigma_{\Delta N_i}^2 - \sqrt{(\sigma_{\Delta E_i}^2 - \sigma_{\Delta N_i}^2)^2 + 4 \cdot \sigma_{\Delta E_i N_i}^2}}{2}} \quad (4.18)$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2\sigma_{\Delta E_i N_i}}{\sigma_{\Delta E_i}^2 - \sigma_{\Delta N_i}^2} \quad (4.19)$$

Όπου η γωνία  $\theta$  μετράται αριστερόστροφα από τον άξονα  $x$  και η τιμή της προκύπτει κατόπιν σχετικής διερεύνησης.

### Μονοδιάστατος έλεγχος

Προκειμένου να ανιχνευθεί η ύπαρξη απόλυτης μετακίνησης ενός σημείου, συγκρίνεται η τιμή του διανύσματος μεταβολής  $\delta r$  με το μεγάλο ημιάξονα της έλλειψης σφάλματος της μεταβολής θέσης της εκάστοτε κορυφής  $\sigma_u$ , πολλαπλασιασμένο επί το συντελεστή  $z$  που συνδέεται με επιλεγμένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Στην παρούσα περίπτωση, επειδή ο



έλεγχος γίνεται για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% ο συντελεστής z ισούται με 1.96.

Ο πίνακας 4.10 δίνει τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη σύγκριση αυτή.

Κορυφή	$\Delta r = \sqrt{\Delta N^2 + \Delta E^2}$ (mm)	$\sigma_u$ (mm)	$\sigma_u * Z_{95}$ (mm)	ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΗ
T1	33.2	± 13.7	± 26.8	ΝΑΙ
T2	31.0	± 14.0	± 27.4	ΝΑΙ
T3	21.0	± 12.9	± 25.3	ΟΧΙ
T4	26.8	± 16.6	± 32.5	ΟΧΙ
T5	32.7	± 16.4	± 32.1	ΝΑΙ

*Πίνακας 4.10: Σύγκριση σε απόλυτες οριζοντιογραφικές θέσεις σημείων τριδιάστατου ελέγχου -μονοδιάστατος έλεγχος- για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%*

Τα αποτελέσματα των συγκρίσεων από τα στοιχεία του πίνακα 4.10 δείχνουν ότι για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, τα σημεία T3 και T4 δεν εμφανίζουν οριζόντια μετακίνηση, ενώ τα σημεία T1, T2 και T5 παρουσιάζουν μετακίνηση 33.2 mm, 31 mm και 32.7 mm αντίστοιχα με διεύθυνση βορειοδυτική.

#### Δισδιάστατος έλεγχος

Προκειμένου να διαπιστωθεί ύπαρξη απόλυτης μετακίνησης, σχεδιάζεται έλλειψη σφάλματος της μεταβολής θέσης της κορυφής με άξονες πολλαπλασιασμένους με τον κατάλληλο συντελεστή λ που συνδέεται με το επιλεγμένο επίπεδο εμπιστοσύνης, καθώς και το διάνυσμα δr της μεταβολής στην ίδια κλίμακα.

Επειδή χρησιμοποιείται επίπεδο εμπιστοσύνης 95% ο συντελεστής είναι λ=2.447. Κατόπιν εξετάζεται αν το πέρας του διανύσματος είναι εντός της έλλειψης, οπότε η μεταβολή θέσης οφείλεται στο θόρυβο των μετρήσεων, ή εκτός αυτής, οπότε πρόκειται για μετακίνηση. Τα στοιχεία των διανυσμάτων μετακίνησης και των ελλείψεων σφάλματος που προέκυψαν από τους σχετικούς υπολογισμούς περιλαμβάνονται στον πίνακα 4.11. Βάσει των στοιχείων του πίνακα αυτού, σχεδιάστηκαν οι απόλυτες ελλείψεις σφάλματος και τα διανύσματα μετακίνησης για κάθε σημείο και εμφανίζονται στο Σχήμα 4.1. Παρατηρείται ότι το μόνο σημείο που παρουσιάζει απόλυτη οριζοντιογραφική μετακίνηση για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% είναι το T1, κατά 33.2 mm, με διεύθυνση βορειοδυτική. Αντίθετα τα T2, T4 και T5, δεν παρουσιάζουν μετακίνηση.

Ομοίως, το T3 που οριακά δεν παρουσιάζει μετακίνηση για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.

Κορυφή	Διάνυσμα μετακίνησης		Έλλειψη σφάλματος					ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΗ
	$\delta\Delta r$ (mm)	$\theta(^{\circ})$	$\sigma_u$	$\sigma_u * \lambda$	$\sigma_v$	$\sigma_v * \lambda$	$\theta(^{\circ})$	
T1	33.2	117.8592	13.7	33.4	9.1	22.3	96.0947	ΝΑΙ
T2	31.0	121.9090	14.0	34.2	9.3	22.8	96.0945	ΟΧΙ
T3	21.0	202.3919	12.9	31.6	8.6	21.1	96.0947	ΟΧΙ
T4	26.8	129.0519	16.6	40.6	10	24.5	96.0949	ΟΧΙ
T5	32.7	126.0269	16.4	40.1	10.9	26.7	96.0953	ΟΧΙ

*Πίνακας 4.11: Στοιχεία διανυσμάτων μετακίνησης και ελλείψεων σφάλματος απόλυτων μεταβολών θέσης για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%*

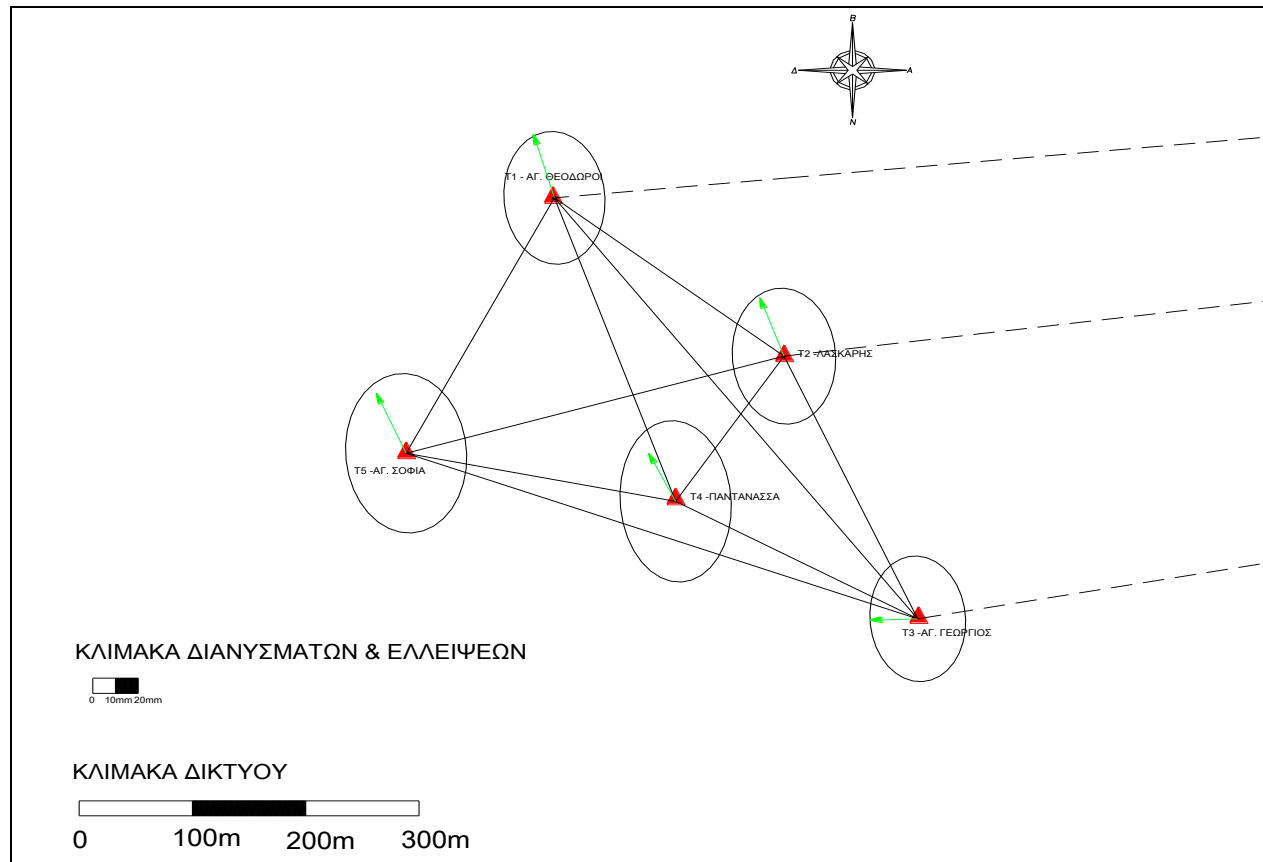
### **Κατά την κατακόρυφη έννοια**

Προκειμένου να διερευνηθεί η ύπαρξη μετακίνησης ενός σημείου κατά την κατακόρυφη έννοια γίνεται σύγκριση της μεταβολής  $\Delta U_p$  με το αντίστοιχο τυπικό σφάλμα πολλαπλασιασμένο με τον συντελεστή  $z$  που αντιστοιχεί στο επιλεγμένο επίπεδο εμπιστοσύνης ( $z=1.96$ ).

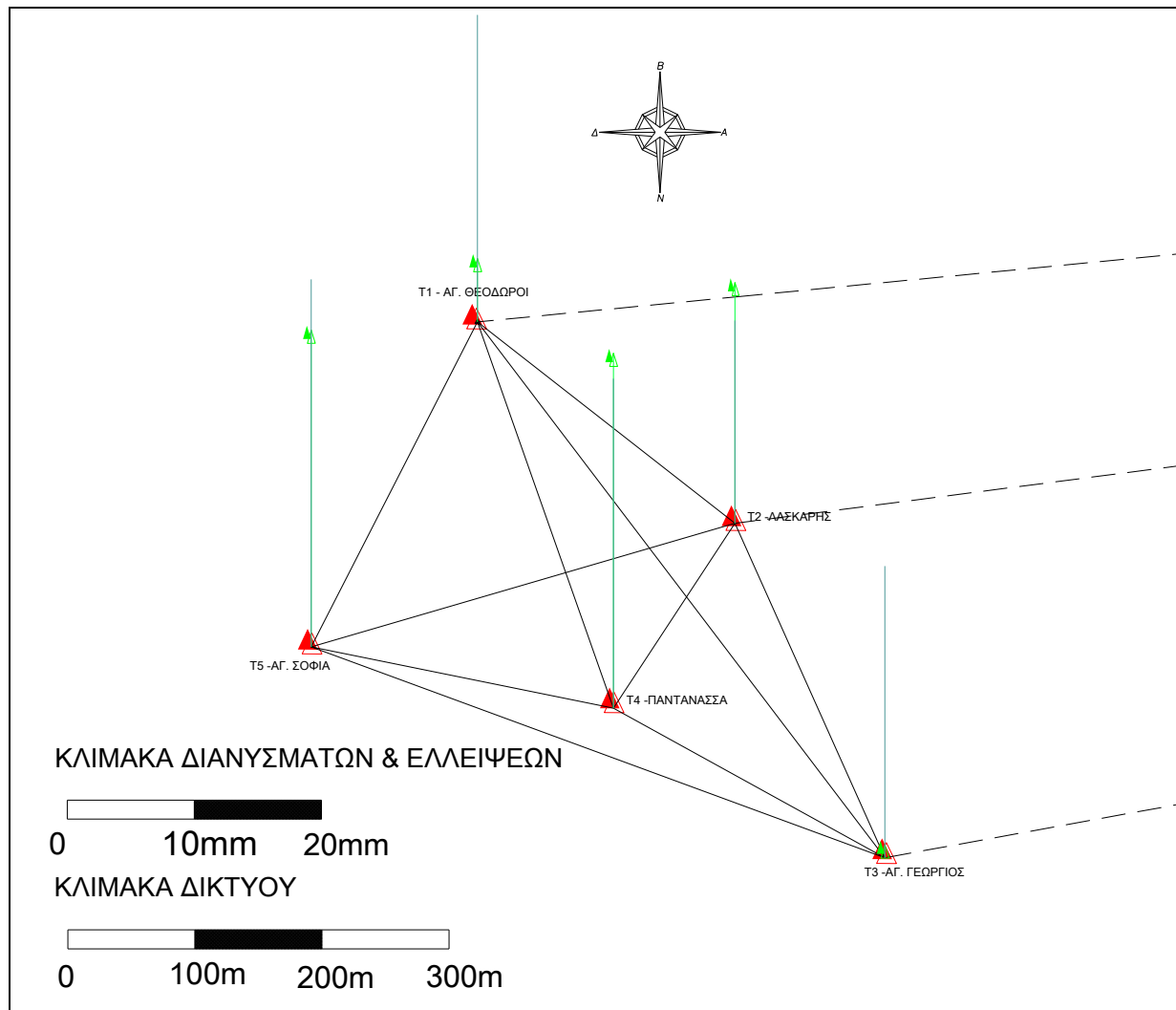
Κορυφή	$\Delta U_p$ (mm)	$\sigma \Delta U_p * Z_{95}$ (mm)	ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΗ
T1	5	$\pm 24$	ΟΧΙ
T2	19	$\pm 16$	ΝΑΙ
T3	1	$\pm 23$	ΟΧΙ
T4	28	$\pm 26$	ΝΑΙ
T5	25	$\pm 29$	ΟΧΙ

*Πίνακας 4.12: Σύγκριση σε απόλυτες κατακόρυφες θέσεις σημείων τριδιάστατου ελέγχου, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%*

Από τα δεδομένα του πίνακα 4.12, προκύπτει ότι τα σημεία T1, T3 και T5 δεν παρουσιάζουν κατακόρυφη μετακίνηση, ενώ τα σημεία T2, T4 εμφανίζουν ανύψωση κατά 19 mm και 28 mm αντίστοιχα, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%. Οι μετακινήσεις απεικονίζονται στο σχήμα 4.2



Σχήμα 4.1: Απόλυτες οριζοντιογραφικές ελλείψεις σημείων τριδιάστατου ελέγχου για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%



Σχήμα 4.2: Απόλυτες κατακόρυφες μετακινήσεις σημείων τριδιάστατου ελέγχου για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

### 4.3 Σχετικές μετακινήσεις

Κατά την οριζόντια έννοια, το διάνυσμα μεταβολής της σχετικής θέσης δύο σημείων ελέγχου του τρισδιάστατου δικτύου και το μέτρο του δίνονται αντίστοιχα από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\delta\Delta r_{ij} = \begin{pmatrix} \delta\Delta E \\ \delta\Delta N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (E_j - E_i)_{II} - (E_j - E_i)_I \\ (N_j - N_i)_{II} - (N_j - N_i)_I \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

$$\delta\Delta r = \sqrt{((E_j - E_i)_{II} - (E_j - E_i)_I)^2 + ((N_j - N_i)_{II} - (N_j - N_i)_I)^2} \quad (4.21)$$

Για κάθε διάνυσμα, υπολογίζεται η γωνία του και ακολουθεί διερεύνηση.

Ο πίνακας μεταβλητότητας συμμεταβλητότητας του  $\delta\Delta r$  δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{V}_{\delta\Delta x} = \begin{pmatrix} \sigma_{\delta\Delta N}^2 & \sigma_{\delta\Delta N\delta\Delta E} \\ \sigma_{\delta\Delta N\delta\Delta E} & \sigma_{\delta\Delta E}^2 \end{pmatrix} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{V}_{\delta x} \cdot \mathbf{J}^T \quad (4.22)$$

$$\text{Όπου ο Ιακωβιανός } \mathbf{J} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

Τα στοιχεία της σχετικής έλλειψης σφάλματος υπολογίζονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\sigma_u^2 = \sqrt{\frac{\sigma_{\delta\Delta N}^2 + \sigma_{\delta\Delta E}^2 + \sqrt{(\sigma_{\delta\Delta N}^2 + \sigma_{\delta\Delta E}^2)^2 + 4 \cdot \sigma_{\delta\Delta E\delta\Delta N}^2}}{2}} \quad (4.24)$$

$$\sigma_v^2 = \sqrt{\frac{\sigma_{\delta\Delta N}^2 + \sigma_{\delta\Delta E}^2 - \sqrt{(\sigma_{\delta\Delta N}^2 + \sigma_{\delta\Delta E}^2)^2 + 4 \cdot \sigma_{\delta\Delta E\delta\Delta N}^2}}{2}} \quad (4.25)$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2 \cdot \sigma_{\delta\Delta E\delta\Delta N}}{\sigma_{\delta\Delta N}^2 - \sigma_{\delta\Delta E}^2} \quad (4.26)$$

Μέσω διερεύνησης προκύπτει η τιμή της αριστερόστροφης γωνίας που σχηματίζει ο μεγάλος ημιάξονας της έλλειψης με τον άξονα x. Ο

έλεγχος που πραγματοποιείται είναι ο αντίστοιχος με αυτό των απόλυτων μετακινήσεων.

### Μονοδιάστατος έλεγχος

Για κάθε σχετική μεταβολή που έχει προσδιοριστεί συγκρίνεται η τιμή του αντίστοιχου διανύσματος  $\delta\Delta r$  με το μεγάλο ημιάξονα της σχετικής έλλειψης σφάλματος πολλαπλασιασμένο με τον κατάλληλο συντελεστή  $z$  για το επιλεγμένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% τα αποτελέσματα των συγκρίσεων παρουσιάζονται στον πίνακα 4.13:

ΚΟΡΥΦΕΣ	$\delta\Delta r$ (mm)	$\sigma_u$ (mm)	$\sigma_u * Z_{95}$ (mm)	ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΗ
T1-T2	8.0	$\pm 19.7$	$\pm 38.6$	OXI
T1-T3	14.3	$\pm 15.5$	$\pm 30.5$	OXI
T1-T4	17.0	$\pm 16.4$	$\pm 32.2$	OXI
T1-T5	11.7	$\pm 17.3$	$\pm 33.9$	OXI
T2-T3	15.3	$\pm 17.0$	$\pm 33.2$	OXI
T2-T4	9.1	$\pm 17.9$	$\pm 35.1$	OXI
T2-T5	4.1	$\pm 21.5$	$\pm 42.1$	OXI
T3-T4	19.1	$\pm 15.5$	$\pm 30.5$	OXI
T3-T5	18.9	$\pm 17.0$	$\pm 33.4$	OXI
T4-T5	7.0	$\pm 17.3$	$\pm 33.9$	OXI

*Πίνακας 4.13: Σύγκριση σε σχετικές οριζοντιογραφικές θέσεις σημείων τριδιάστατου ελέγχου για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%*

Από τα δεδομένα του πίνακα 4.13, εξάγεται το συμπέρασμα ότι δεν υπάρχουν σχετικές μετακινήσεις κατά την οριζόντια έννοια για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.

### Δισδιάστατος έλεγχος

Στο σημείο αυτό, δεν έχει νόημα ο δισδιάστατος έλεγχος, εφόσον προκύπτει εκ των προτέρων ότι δεν υπάρχει καμία σχετική μετακίνηση κατά την οριζόντια έννοια για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, επομένως οι όποιες μεταβολές οφείλονται στο θόρυβο των μετρήσεων.

### Κατά την κατακόρυφη έννοια

Για κάθε ζεύγος κορυφών, συγκρίνεται η μεταβολή  $\delta\Delta U_{p_{ij}}$  με το αντίστοιχο τυπικό σφάλμα  $\sigma_{\delta\Delta U_p}$  πολλαπλασιασμένο με τον κατάλληλο

συντελεστή  $z$  για το επιλεγμένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Το εν λόγω τυπικό σφάλμα προκύπτει από την ακόλουθη σχέση:

$$\sigma_{\delta\Delta U_p} = \sqrt{\sigma_{\delta U_{p_i}}^2 + \sigma_{\delta U_{p_j}}^2 - 2 \cdot \sigma_{\delta U_{p_i} \delta U_{p_j}}} \quad (4.27)$$

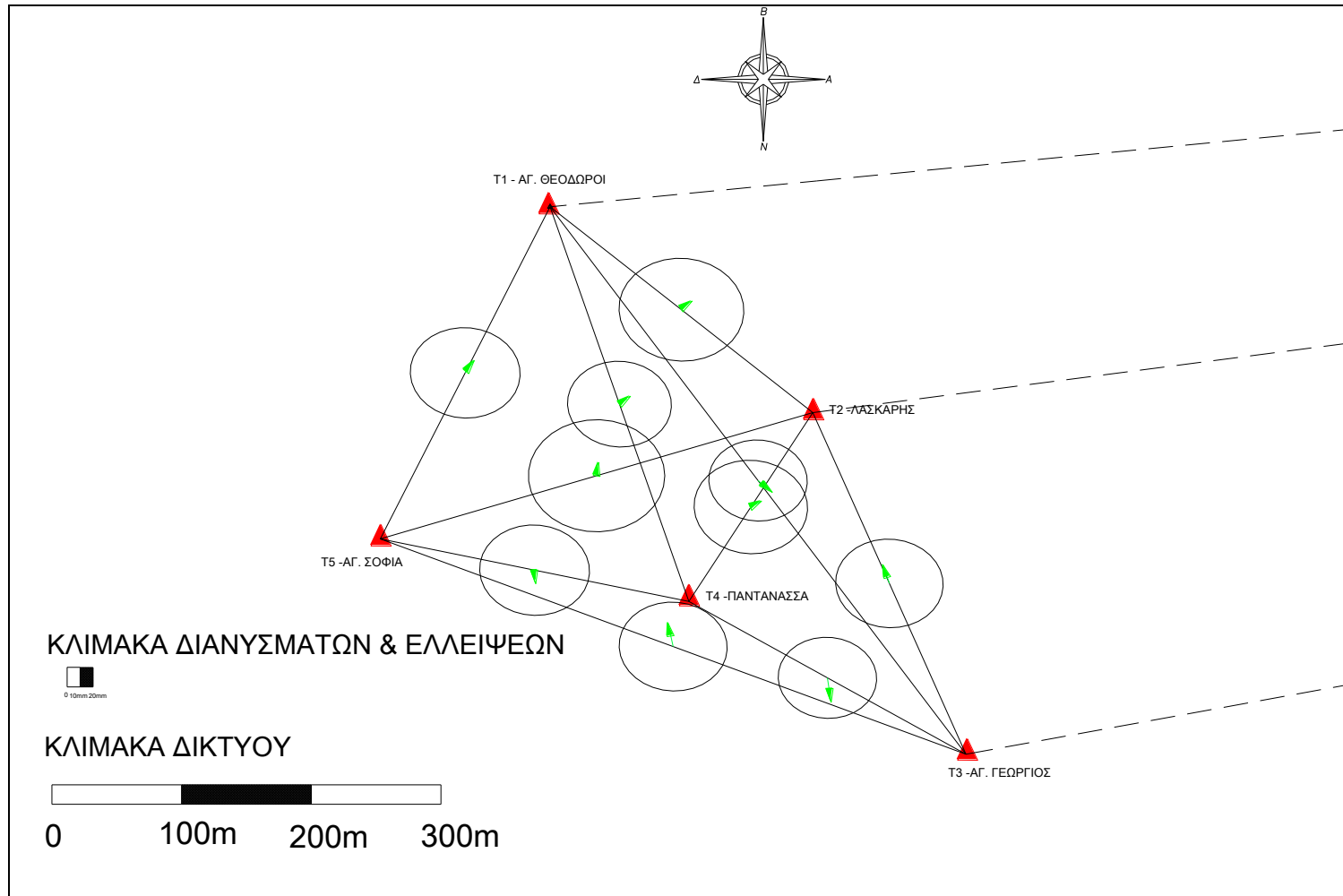
Ο Πίνακας 4.14 περιλαμβάνει τη μεταβολή της κατακόρυφης συνιστώσας και τον αντίστοιχο έλεγχο μετακίνησης για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.

ΚΟΡΥΦΕΣ	$\delta\Delta U_p$ (mm)	$\sigma\delta\Delta U_p$ (mm)	$\sigma\delta\Delta U_p * Z_{95}$ (mm)	ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΗ
T1-T2	11.3	± 17.6	± 34.5	OXI
T1-T3	-5.4	± 16.9	± 33.2	OXI
T1-T4	17.6	± 18.3	± 35.8	OXI
T1-T5	16.8	± 19.2	± 37.6	OXI
T2-T3	-16.7	± 17.1	± 33.6	OXI
T2-T4	6.3	± 18.5	± 36.2	OXI
T2-T5	5.5	± 19.4	± 38.0	OXI
T3-T4	23.0	± 17.8	± 34.9	OXI
T3-T5	22.2	± 18.8	± 36.8	OXI
T4-T5	-0.7	± 20.0	± 39.2	OXI

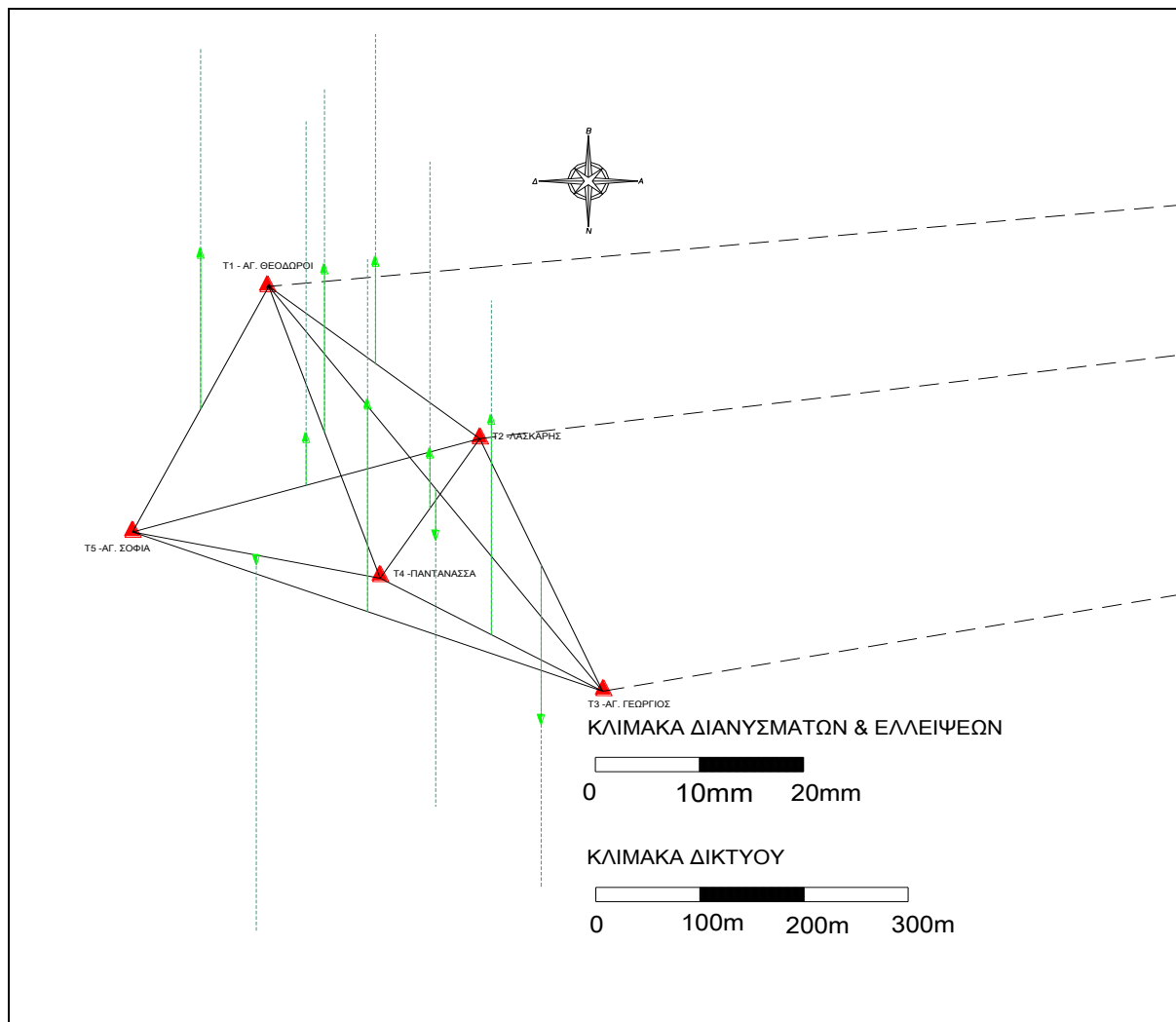
*Πίνακας 4.14: Σύγκριση σε απόλυτες κατακόρυφες θέσεις σημείων τριδιάστατου ελέγχου, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%*

Από τα παραπάνω δεδομένα, διαπιστώνεται ότι δεν υπάρχουν σχετικές μετακινήσεις κατά την κατακόρυφη έννοια, για κανένα από τα ζεύγη των σημείων για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%





Σχήμα 4.3: Σχετικές οριζοντιογραφικές ελλείψεις σημείων τριδιάστατου ελέγχου για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%



Σχήμα 4.4: Σχετικές κατακόρυφες μετακινήσεις σημείων τριδιάστατου ελέγχου για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%



## Κεφάλαιο 5

### Συμπεράσματα - Προτάσεις

#### 5.1 Συμπεράσματα

Αντικείμενο της παρούσας εργασίας αποτέλεσε η παρακολούθηση μετακινήσεων στον αρχαιολογικό χώρο του Μυστρά με χρήση δορυφορικού συστήματος εντοπισμού. Η μέτρηση και επίλυση του δικτύου πραγματοποιήθηκε σε δύο φάσεις.

Από το σύνολο της διαδικασίας εξήχθησαν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Η ποιότητα των αποτελεσμάτων βελτιώθηκε σημαντικά στη δεύτερη φάση μετρήσεων λόγω του αυξημένου χρόνου μέτρησης (45 min) των μεγάλων βάσεων σε σχέση με την πρώτη φάση.
- Η βάση T1-T2 δημιουργούσε πολύ μεγάλες τιμές κλεισιμάτων στους βρόχους που την περιλάμβαναν, γεγονός που οδήγησε στην αφαίρεσή της και επίλυση των δύο φάσεων χωρίς αυτή.
- Η χρήση των συστημάτων GNSS είναι ευρέως διαδεδομένη σε περιπτώσεις παρακολούθησης μετακινήσεων και παρέχει σημαντικά πλεονεκτήματα, όσον αφορά την ακρίβεια, το χρόνο λήψης δεδομένων, την αυτοματοποίηση της καταγραφής, μείωση ατόμων του συνεργείου και πολλά άλλα. Σημαντικό πλεονέκτημα όμως, αποτελεί η δυνατότητα λήψης δεδομένων που παρέχει υπό οποιεσδήποτε συνθήκες ορατότητας ή απόστασης μεταξύ των δεκτών. Αυτός είναι και ο κυριότερος λόγος που επιλέχθηκε η συγκεκριμένη μεθοδολογία στην παρούσα εφαρμογή.
- Η μέθοδος του σχετικού στατικού εντοπισμού παρέχει ικανοποιητική αβεβαιότητα σε περιπτώσεις παρακολούθησης μετακινήσεων που φτάνει έως και λίγα mm.
- Η επίλυση του δικτύου που επιβάλλεται στην παρούσα εφαρμογή δεν είναι μέσω κάποιου εμπορικού λογισμικού επεξεργασίας, αλλά με τον κλασικό τρόπο. Η διαδικασία αυτή παρέχει δύο βασικά πλεονεκτήματα:
  - Πρώτον, όσον αφορά τη δυνατότητα του χρήστη να αξιολογήσει τα αποτελέσματα και να επέμβει στη διαδικασία της επίλυσης, όταν αυτό χρειάζεται. Συγκεκριμένα, μέσω της διαδικασίας αυτής, υπάρχει δυνατότητα πλήρους εποπτείας της επίλυσης σε κάθε βήμα της, υπάρχει γνώση των παρατηρήσεων που λαμβάνονται υπόψη στην επίλυση μέσω των εξισώσεων παρατήρησης και των βαρών που δίνονται σε αυτές, ενώ

παρέχεται η δυνατότητα παρέμβασης στη διαδικασία μέσω αφαίρεσης κάποιας παρατήρησης που θεωρείται ότι μειώνει την ποιότητα του τελικού αποτελέσματος.

- Δεύτερον, υπολογίζεται ο *a posteriori* πίνακα μεταβλητότητας-συμμεταβλητότητας των αγνώστων, που είναι απαραίτητο στοιχείο της επεξεργασίας για την ανίχνευση μετακινήσεων, ενώ παρέχεται από την άμεση επίλυση μέσω της λειτουργίας που περιλαμβάνουν τα διάφορα λογισμικά.
- Το σημείο T1 εμφανίζει μετακίνηση με διεύθυνση βορειοδυτική για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%. Τα σημεία T2, T4 και T5 παρουσιάζουν μία βορειοδυτική κίνηση, χωρίς όμως αυτή να είναι στατιστικά σημαντική. Το διάνυσμα απόλυτης μετακίνησης για το σημείο T3 έχει διεύθυνση νοτιοδυτική και είναι οριακά μικρότερο από το υπολογισμένο στατιστικό όριο. Με βάση τα παραπάνω, πιθανολογείται μία «τάση» βορειοδυτικής κίνησης στην περιοχή μελέτης κατά την οριζόντια έννοια, γεγονός που θα μπορούσε να εξακριβωθεί με επανάληψη των μετρήσεων μετά από αντίστοιχο χρονικό διάστημα.
- Τα σημεία T2 και T4 εμφανίζουν ανύψωση, η οποία φαίνεται να εντοπίζεται στο συγκεκριμένο τμήμα του αρχαιολογικού χώρου, καθώς τα δύο σημεία βρίσκονται σε πολύ κοντινή μεταξύ τους απόσταση.
- Δεν παρατηρείται καμία σχετική μετακίνηση τόσο κατά την οριζόντια, όσο και κατά την κατακόρυφη έννοια.

## 5.2 Προτάσεις

Από το σύνολο της εργασίας και των συμπερασμάτων που προέκυψαν μέσω αυτής, διατυπώνονται ορισμένες προτάσεις.

Συγκεκριμένα, συνιστάται η επέκταση του υπάρχοντος τρισδιάστατου δικτύου εντός του αρχαιολογικού χώρου και συγκεκριμένα σε περιοχές με προβληματικό γεωλογικό υπόβαθρο, αλλά και εκτός αυτού, προκειμένου να διαπιστωθεί αν οι μετακινήσεις είναι τοπικό φαινόμενο ή αν εκτείνονται και στην ευρύτερη περιοχή.

Επίσης, προτείνεται η τακτική επανάληψη των μετρήσεων του δικτύου με σκοπό να διερευνηθεί ο ρυθμός με τον οποίο συντελείται η μετακίνηση, γεγονός που θα μπορούσε να είναι χρήσιμο στοιχείο για την ερμηνεία της προέλευσής της.

Τέλος, κρίνεται σημαντική η ίδρυση παρόμοιων γεωδαιτικών δικτύων με σκοπό τη διαχρονική παρακολούθηση της κινηματικής συμπεριφοράς του εδάφους και σε άλλους αρχαιολογικούς χώρους.



## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Αγατζά – Μπαλοδήμου Α.Μ., *Θεωρία Σφαλμάτων & Συνορθώσεις I*, ΣΑΤΜ, ΕΜΠ, Αθήνα 2004
2. Αγατζά – Μπαλοδήμου Α.Μ., *Θεωρία Σφαλμάτων & Συνορθώσεις II*, ΣΑΤΜ, ΕΜΠ, Αθήνα 2009
3. Βούλτος Γ., *Μυστράς: Η αρχιτεκτονική των σημαντικότερων υστεροβυζαντινών ναών του*, Ιδιομορφή, Σπάρτη 2005
4. Δελληκαράογλου Δ., *Ειδικά θέματα Δορυφορικής Γεωδαισίας*, ΣΑΤΜ, ΕΜΠ, Αθήνα 2005
5. Μαριολάκος Η., Λέκκας Σ., Δαναμός Γ., Λόγος Ε., Φουντούλης Ι., *Γεωλογικές, Νεοτεκτονικές και Γεωτεχνικές συνθήκες στον αρχαιολογικό χώρο του Μυστρά (Ν. Πελοπόννησος)*, Τμήμα Γεωλογίας, ΕΚΠΑ, Αθήνα 1989
6. Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Wasle E., *GNSS – Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo, and more*, SpringerWienNewYork, Graz 2008
7. Λάμπρου Ε., Πανταζής Γ., *Εφαρμοσμένη Γεωδαισία*, Ζήτη, Αθήνα 2010
8. Kaloop R. M., Li H., *Tower bridge movement analysis with gps accelerometer techniques: Case study Yonghe tower bridge*, Harbin Institute of technology, Harbin 2009
9. Μουλουδάκης Μ., *Μελέτη κινηματικής συμπεριφοράς Γεωδαιτικού δικτύου και κατολίσθησης αριστερού αντερείσματος Φράγματος Εύηνου*, ΣΑΤΜ, ΕΜΠ, Αθήνα 2011 Διπλωματική εργασία
10. Μπαλοδήμος Δ.- Δ. – Λάμπρου Ε.- Πανταζής Γ. – Γεωργόπουλος Γ. – Δογγούρης Σ., *Σημειώσεις Τεχνικής Γεωδαισίας*, ΣΑΤΜ, ΕΜΠ, Αθήνα 2005
11. Πανταζής Γ., *Ο προσδιορισμός και η ερμηνεία του προσανατολισμού των Βυζαντινών ναών και παρεκκλησίων της καστροπολιτείας του Μυστρά*, Τεχνική έκθεση, Ερευνητικό Πρόγραμμα Προσανατολισμός των μνημείων της Ελλάδας, ΣΑΤΜ, ΕΜΠ, Αθήνα 2012

12. Παπαμικίδου Σ., *Ανιχνεύσεις μετακινήσεων με μετρήσεις GNSS στις περιοχές Νέο Φάληρο-Μοσχάτο-Καλλιθέα*, ΣΑΤΜ, ΕΜΠ, Αθήνα 2013 Διπλωματική εργασία
13. Παραδείσης Δ., *Σημειώσεις δορυφορικής Γεωδαισίας, Κέντρο Δορυφόρων Διονύσου*, ΣΑΤΜ, ΕΜΠ, Αθήνα 2000
14. Στάππα Κ., *Η Λακωνία κατά την Τουρκοκρατία και Ενετοκρατία 1460-1821*, Αθήνα 1993
15. Bonforte A., Anzidei M., Puglisi G., Mattia M., Campisi O., Casula G., Galvani A., Pesci A., Puglisi B., Gresta S., Baldi P. *GPS surveys in the foreland-foredeep tectonic system of Southeastern Sicily: first results*, Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, Roma 2002
16. Steven Runciman, *Mistra: Byzantine Capital of the Peloponnese*, London 1980
17. Zinoviev A., *Using GLONASS in Combined GNSS Receivers: Current Status*, Long Beach ,CA 2005
18. Oleynik E., Revnivkykh S., *GLONASS Status and Modernization*, 51st CGSIG Meeting, Portland 2011
19. Mirgorodskaya T., *GLONASS Government Policy, Status and Modernization Plans*, IGNS-2013, Gold Coast 2013

## ΙΣΤΟΓΡΑΦΙΑ

1. <http://ww2.trimble.com/5800.shtml>
2. <http://en.wikipedia.org/>
3. <https://maps.google.gr/>
4. [http://odysseus.culture.gr/h/3/gh3530.jsp?obj\\_id=2397](http://odysseus.culture.gr/h/3/gh3530.jsp?obj_id=2397)
5. <http://scholar.google.gr/>
6. <http://igscb.jpl.nasa.gov/>



7. <http://www.gsa.europa.eu/>

8. <http://www.esa.int/>

## ABSTRACT

### **Monitoring of crustal displacements in a three-dimensional geodetic network by using GNSS receivers at the archeological site of Mystras**

The subject of this thesis is the remeasurement of three-dimensional network of the archaeological site of Mystras, established and measured for the first time in February 2010. The aim is to solve the network in two phases metering and control the movement of soil.

This thesis is structured as follows:

**Chapter 1** refers to the geographical position of the Byzantine castle and its current use. Following, there is a brief overview on the most important historical events that took place in the region and a recording of its major monuments; ending with the analysis of the geological background.

**Chapter 2** is an extensive development of the operation, use and potential of GNSS, as well as their role in monitoring movements through specific applications. Moreover, the monitoring methodology movements followed in this issue is briefly mentioned.

**Chapter 3** describes the installation, the form of the three-dimensional network and the measuring process in phases I and II; it also refers to the measuring equipment and the positioning method used.

**Chapter 4** describes extensively all stages of the measuring process and solution of the network for both phases. It also includes the determination of the coordinates variation between the two phases of measurement. Then, it describes the processes of transformation of the geocentric coordinates X, Y, Z into a North-East-Up coordinate system and the calculation of the necessary data in order to check the absolute and relative displacements for 95% confidence level.

Finally, the conclusions are presented in **Chapter 5**. There are also, some commentary and recommendations that emerged throughout the course of preparation of this work .

## Conclusions

The purpose of this study was to monitor movements in the archaeological site of Mystras using GNSS receivers. The measurement and solution of the network took place in two phases.

The following conclusions emerged during the whole process:

- The quality of the results improved significantly in the second phase of

measurements, because of the increased measurement time (45 min) of the large baselines in comparison to the first phase.

- The T1 - T2 baseline caused very large loop closure values, which led to its removal and resolution of the network in two phases without it.
- GNSS are widely used in cases of monitoring movements and provide significant advantages in terms of accuracy, time data acquisition, automation of recording, reducing people 's workshop and much more. However, the ability of obtaining data provided under all visibility conditions or distance between the receivers is a main advantage. This is the main reason for selecting this methodology in the present application.
- The method of static relative positioning provides satisfactory results in cases of monitoring deformations with an uncertainty which reaches up to a few millimeters.
- The Point T1 has a northwest displacement for 95% confidence level. The points T2 , T4 and T5 show a northwestern movement, but this is not statistically significant. The absolute displacement vector for the point T3 is at the southwest and is marginally less than the calculated statistical threshold. Based on the above, the possibility of a northwestern "trend" of horizontal movement is indicated in the study area, which could be ascertained by repeating the measurements at the same time.
- The points T2 and T4 have an upward movement for 95% level of confidence, which seems to be localized to a specific part of the site, because the two points are very close to each other.
- No relative movement in both the horizontal and vertical direction was observed.

## **Suggestions**

An extension of the existing three-dimensional geodetic network within the site is recommended, especially in regions with problematic geological background, in order to determine whether the movement is a local phenomenon or an extended one.

The resumption of regular measurements of the network is also suggested, in order to investigate the rate at which the movement occurs, which could be useful information for the interpretation of its origin.

Finally, it is important to establish similar geodetic networks for longitudinal monitoring of the kinematic behavior of the soil to other archaeological sites as well.

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

## ΕΠΙΛΥΣΗ ΦΑΣΗΣ Ι

$\sigma_0=1\text{mm}$
$\sigma_{\Delta x}=27\text{mm}$
$\sigma_{\Delta y}=16\text{mm}$
$\sigma_{\Delta z}=27\text{mm}$

Ο πίνακας  $\delta\mathbf{I}$ :

	-128,971
	205,093
	-86,532
	202,788
	-407,999
	223,039
	277,418
	-22,611
	-136,904
	4711874,888
	1938956,133
	3824390,065
	4711861,532
	1939172,709
$\delta\mathbf{I} =$	3824248,193
	4711949,500
	1939341,493
	3824030,137
	73,801
	-202,932
	136,486
	161,747
	-34,128
	-81,619
	148,418
	182,469
	-223,470
	74,624
	385,389
	-359,949
	87,954
	168,796
	-218,085

Ο πίνακας A:

	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1
	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1
	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A=	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0
	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Ο Πίνακας βαρών P:







Ο πίνακας N:

	0,049383	0	0	0	0	0	-0,01235	0	0	-0,01235	0	0	-0,01235	0	0
	0	0,049383	0	0	0	0	0	-0,01235	0	0	-0,01235	0	0	-0,01235	0
	0	0	0,04	0	0	0	0	0	-0,01	0	0	-0,01	0	0	-0,01
	0	0	0	0,037037	0	0	-0,01235	0	0	-0,01235	0	0	0	0	0
<b>N=A'PA=</b>	0	0	0	0	0,037037	0	0	-0,01235	0	0	-0,01235	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0,03	0	0	-0,01	0	0	-0,01	0	0	0
	-0,01235	0	0	-0,01235	0	0	0,061728	0	0	-0,01235	0	0	-0,01235	0	0
	0	-0,01235	0	0	-0,01235	0	0	0,061728	0	0	-0,01235	0	0	-0,01235	0
	0	0	-0,01	0	0	-0,01	0	0	0,05	0	0	-0,01	0	0	-0,01
	-0,01235	0	0	-0,01235	0	0	-0,01235	0	0	0,049383	0	0	-0,01235	0	0
	0	-0,01235	0	0	-0,01235	0	0	-0,01235	0	0	0,049383	0	0	-0,01235	0
	0	0	-0,01	0	0	-0,01	0	0	-0,01	0	0	0,04	0	0	-0,01
	-0,01235	0	0	0	0	0	-0,01235	0	0	-0,01235	0	0	0,037037	0	0
	0	-0,01235	0	0	0	0	0	-0,01235	0	0	-0,01235	0	0	0,037037	0
	0	0	-0,01	0	0	0	0	0	-0,01	0	0	-0,01	0	0	0,03

Ο αντίστροφος  $N^{-1}$ :

	40,69378	0	0	17,05263	0	0	23,25359	0	0	27,90431	0	0	30,61722	0	0
	0	40,69378	0	0	17,05263	0	0	23,25359	0	0	27,90431	0	0	30,61722	0
	0	0	50,23923	0	0	21,05263	0	0	28,70813	0	0	34,44976	0	0	37,79904
	17,05263	0	0	42,63158	0	0	21,31579	0	0	25,57895	0	0	21,31579	0	0
	0	17,05263	0	0	42,63158	0	0	21,31579	0	0	25,57895	0	0	21,31579	0
$N^{-1} =$	0	0	21,05263	0	0	52,63158	0	0	26,31579	0	0	31,57895	0	0	26,31579
	23,25359	0	0	21,31579	0	0	36,43062	0	0	27,51675	0	0	29,06699	0	0
	0	23,25359	0	0	21,31579	0	0	36,43062	0	0	27,51675	0	0	29,06699	0
	0	0	28,70813	0	0	26,31579	0	0	44,97608	0	0	33,97129	0	0	35,88517
	27,90431	0	0	25,57895	0	0	27,51675	0	0	49,2201	0	0	34,88038	0	0
	0	27,90431	0	0	25,57895	0	0	27,51675	0	0	49,2201	0	0	34,88038	0
	0	0	34,44976	0	0	31,57895	0	0	33,97129	0	0	60,76555	0	0	43,0622
	30,61722	0	0	21,31579	0	0	29,06699	0	0	34,88038	0	0	58,52153	0	0
	0	30,61722	0	0	21,31579	0	0	29,06699	0	0	34,88038	0	0	58,52153	0
	0	0	37,79904	0	0	26,31579	0	0	35,88517	0	0	43,0622	0	0	72,2488

Ο πίνακας  $u$ :

	58165,116
	23930,999
	38251,104
	58168,047
	23938,741
$u = A'P\delta I =$	38245,479
	58170,809
	23956,872
	38230,926
	3,148
	1,858
	-2,551
	7,521
	-7,848
	1,727

Ο πίνακας με τις συνορθωμένες τιμές των αγνώστων:

	4711874,878
	1938956,120
	3824390,066
	4711861,543
	1939172,710
$x^{\wedge} = N^{\wedge} - 1 u =$	3824248,207
	4711949,499
	1939341,505
	3824030,121
	4712023,300
	1939138,585
	3824166,603
	4712152,285
	1938933,502
	3824253,153

Ο πίνακας I:

	-128,985
	205,083
	-86,549
	202,786
	-408,003
$I^{\wedge} = Ax^{\wedge} =$	223,031
	277,407
	-22,617
	-136,914
	4711874,878
	1938956,120
	3824390,066
	4711861,543
	1939172,710
	3824248,207
	4711949,499
	1939341,505
	3824030,121
	73,801
	-202,920
	136,482
	161,757
	-34,126
	-81,604
	148,422
	182,465
	-223,463
	74,621
	385,386
	-359,945
	87,956
	168,795
	-218,086

Ο πίνακας υπολοίπων:

	-0,014
	-0,010
	-0,017
	-0,002
	-0,004
$v=Ax^{\wedge} -\delta I=$	-0,008
	-0,011
	-0,006
	-0,010
	-0,010
	-0,013
	0,001
	0,011
	0,001
	0,014
	-0,001
	0,012
	-0,016
	0,000
	0,012
	-0,004
	0,010
	0,002
	0,015
	0,004
	-0,004
	0,007
	-0,003
	-0,003
	0,004
	0,002
	-0,001
	-0,001

$$\begin{aligned} \mathbf{v}' \mathbf{P} \mathbf{v} &= 2,85956\text{E-}05 \\ \hat{\sigma}_0 &= 0,001260414 \\ (\hat{\sigma}_0)^2 &= 1,58864\text{E-}06 \end{aligned}$$

Ο πίνακας μεταβλητότητας – συµµεταβλητότητας:

$\mathbf{V}^{\mathbf{x}} =$	0,000065	0,000000	0,000000	0,000027	0,000000	0,000000	0,000037	0,000000	0,000000	0,000044	0,000000	0,000000	0,000049	0,000000	0,000000
	0,000000	0,000065	0,000000	0,000000	0,000027	0,000000	0,000000	0,000037	0,000000	0,000000	0,000044	0,000000	0,000000	0,000049	0,000000
	0,000000	0,000000	0,000080	0,000000	0,000000	0,000033	0,000000	0,000000	0,000046	0,000000	0,000000	0,000055	0,000000	0,000000	0,000060
	0,000027	0,000000	0,000000	0,000068	0,000000	0,000000	0,000034	0,000000	0,000000	0,000041	0,000000	0,000000	0,000034	0,000000	0,000000
	0,000000	0,000027	0,000000	0,000000	0,000068	0,000000	0,000034	0,000000	0,000000	0,000041	0,000000	0,000000	0,000034	0,000000	0,000000
	0,000000	0,000000	0,000033	0,000000	0,000000	0,000084	0,000000	0,000000	0,000042	0,000000	0,000000	0,000050	0,000000	0,000000	0,000042
	0,000037	0,000000	0,000000	0,000034	0,000000	0,000000	0,000058	0,000000	0,000000	0,000044	0,000000	0,000000	0,000046	0,000000	0,000000
	0,000000	0,000037	0,000000	0,000000	0,000034	0,000000	0,000058	0,000000	0,000000	0,000044	0,000000	0,000000	0,000046	0,000000	0,000000
	0,000000	0,000000	0,000046	0,000000	0,000000	0,000042	0,000000	0,000000	0,000071	0,000000	0,000000	0,000054	0,000000	0,000000	0,000057
	0,000044	0,000000	0,000000	0,000041	0,000000	0,000000	0,000044	0,000000	0,000000	0,000078	0,000000	0,000000	0,000055	0,000000	0,000000
	0,000000	0,000044	0,000000	0,000000	0,000041	0,000000	0,000000	0,000044	0,000000	0,000078	0,000000	0,000000	0,000055	0,000000	0,000000
	0,000000	0,000000	0,000055	0,000000	0,000000	0,000050	0,000000	0,000000	0,000054	0,000000	0,000000	0,000097	0,000000	0,000000	0,000068
	0,000049	0,000000	0,000000	0,000034	0,000000	0,000000	0,000046	0,000000	0,000000	0,000055	0,000000	0,000000	0,000093	0,000000	0,000000
	0,000000	0,000049	0,000000	0,000000	0,000034	0,000000	0,000000	0,000046	0,000000	0,000055	0,000000	0,000000	0,000093	0,000000	0,000000
	0,000000	0,000000	0,000060	0,000000	0,000000	0,000042	0,000000	0,000000	0,000057	0,000000	0,000000	0,000068	0,000000	0,000000	0,000115

## ΕΠΙΛΥΣΗ ΦΑΣΗΣ ΙΙ

$\sigma_0=1\text{mm}$
$\sigma_{\Delta x}=7\text{mm}$
$\sigma_{\Delta y}=4\text{mm}$
$\sigma_{\Delta z}=11\text{mm}$

Ο πίνακας A είναι ίδιος με αυτόν της φάσης I.

Ο πίνακας δI:

	-128,980
	205,089
	-86,555
	202,799
	-408,005
	223,048
	277,423
	-22,613
	-136,896
	4711874,888
	1938956,087
	3824390,072
	4711861,555
<b>δI=</b>	1939172,685
	3824248,222
	4711949,516
	1939341,490
	3824030,131
	73,828
	-202,909
	136,541
	161,755
	-34,120
	-81,608
	148,423
	182,474
	-223,464
	74,626
	385,402
	-359,946
	87,944
	168,801
	-218,100







Ο πίνακας Ν:

	0,081633	0	0	0	0	0	-0,02041	0	0	-0,02041	0	0	-0,02041	0	0
	0	0,25	0	0	0	0	0	-0,0625	0	0	-0,0625	0	0	-0,0625	0
	0	0	0,023669	0	0	0	0	0	-0,00592	0	0	-0,00592	0	0	-0,00592
	0	0	0	0,061224	0	0	-0,02041	0	0	-0,02041	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0,1875	0	0	-0,0625	0	0	-0,0625	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0,017751	0	0	0	-0,00592	0	0	-0,00592	0	0
<b>N=A'PA=</b>	-0,02041	0	0	-0,02041	0	0	0,102041	0	0	-0,02041	0	0	-0,02041	0	0
	0	-0,0625	0	0	-0,0625	0	0	0,3125	0	0	-0,0625	0	0	-0,0625	0
	0	0	-0,00592	0	0	-0,00592	0	0	0,029586	0	0	-0,00592	0	0	-0,00592
	-0,02041	0	0	-0,02041	0	0	-0,02041	0	0	0,081633	0	0	-0,02041	0	0
	0	-0,0625	0	0	-0,0625	0	0	-0,0625	0	0	0,25	0	0	-0,0625	0
	0	0	-0,00592	0	0	-0,00592	0	0	-0,00592	0	0	0,023669	0	0	-0,00592
	-0,02041	0	0	0	0	0	-0,02041	0	0	-0,02041	0	0	0,061224	0	0
	0	-0,0625	0	0	0	0	0	-0,0625	0	0	-0,0625	0	0	0,1875	0
	0	0	-0,00592	0	0	0	0	0	-0,00592	0	0	-0,00592	0	0	0,017751

Ο πίνακας  $u$ :

	96150,498
	121150,677
	22633,789
	96155,344
	121189,875
	22630,461
$u=A'P\delta I=$	96159,907
	121281,663
	22621,849
	5,205
	9,408
	-1,509
	12,433
	-39,732
	1,022

Ο πίνακας με τις συνορθωμένες τιμές των αγνώστων:

	4711874,889
	1938956,090
	3824390,077
	4711861,562
	1939172,686
	3824248,227
$x^{\wedge} =N^{\wedge}-1 u=$	4711949,508
	1939341,486
	3824030,121
	4712023,323
	1939138,569
	3824166,629
	4712152,307
	1938933,479
	3824253,178

Ο πίνακας Ι:

	-128,984
	205,090
	-86,549
	202,799
	-408,007
	223,057
$I=A \hat{x} =$	277,419
	-22,610
	-136,899
	4711874,889
	1938956,090
	3824390,077
	4711861,562
	1939172,686
	3824248,227
	4711949,508
	1939341,486
	3824030,121
	73,815
	-202,917
	136,508
	161,761
	-34,118
	-81,598
	148,434
	182,479
	-223,447
	74,619
	385,397
	-359,955
	87,946
	168,800
	-218,105

Ο πίνακας των υπολοίπων:

	-0,004
	0,001
	0,006
	0,000
	-0,002
	0,009
$v=A \wedge x-\delta I=$	-0,004
	0,003
	-0,003
	0,001
	0,003
	0,005
	0,007
	0,001
	0,005
	-0,008
	-0,004
	-0,010
	-0,013
	-0,008
	-0,033
	0,006
	0,002
	0,010
	0,011
	0,005
	0,017
	-0,007
	-0,005
	-0,009
	0,002
	-0,001
	-0,005

$$\begin{aligned} \mathbf{v}'\mathbf{P}\mathbf{v} &= 3,23595\text{E-}05 \\ \hat{\sigma}^2 &= 0,001340803 \\ (\hat{\sigma}^2)^2 &= 1,79775\text{E-}06 \end{aligned}$$

Ο πίνακας μεταβλητότητας συμμεταβλητότητας:

	4,42557E-05	0	0 1,85E-05	0	0 2,53E-05	0	0 3,03E-05	0	0 3,33E-05	0	0
	0 1,45E-05	0	0 6,06E-06	0	0 8,26E-06	0	0 9,91E-06	0	0 1,09E-05	0	0
	0	0 0,000153	0	0 6,4E-05	0	0 8,72E-05	0	0 0,000105	0	0 0,000115	0
	1,85452E-05	0	0 4,64E-05	0	0 2,32E-05	0	0 2,78E-05	0	0 2,32E-05	0	0
	0 6,06E-06	0	0 1,51E-05	0	0 7,57E-06	0	0 9,08E-06	0	0 7,57E-06	0	0
	0	0 6,4E-05	0	0 0,00016	0	0 8E-05	0	0 9,59E-05	0	0 8E-05	0
$\mathbf{V}^{\mathbf{x}} =$	2,52889E-05	0	0 2,32E-05	0	0 3,96E-05	0	0 2,99E-05	0	0 3,16E-05	0	0
	0 8,26E-06	0	0 7,57E-06	0	0 1,29E-05	0	0 9,77E-06	0	0 1,03E-05	0	0
	0	0 8,72E-05	0	0 8E-05	0	0 0,000137	0	0 0,000103	0	0 0,000109	0
	3,03467E-05	0	0 2,78E-05	0	0 2,99E-05	0	0 5,35E-05	0	0 3,79E-05	0	0
	0 9,91E-06	0	0 9,08E-06	0	0 9,77E-06	0	0 1,75E-05	0	0 1,24E-05	0	0
	0	0 0,000105	0	0 9,59E-05	0	0 0,000103	0	0 0,000185	0	0 0,000131	0
	3,32971E-05	0	0 2,32E-05	0	0 3,16E-05	0	0 3,79E-05	0	0 6,36E-05	0	0
	0 1,09E-05	0	0 7,57E-06	0	0 1,03E-05	0	0 1,24E-05	0	0 2,08E-05	0	0
	0	0 0,000115	0	0 8E-05	0	0 0,000109	0	0 0,000131	0	0 0,00022	0

## ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ

### Απόλυτες μετακινήσεις

Συντεταγμένες	Φάση II	Φάση I	Μεταβολή		
<b>T1</b>	<b>X</b>	4711874,889	4711874,878	$\Delta X$	0,011
	<b>Y</b>	1938956,090	1938956,120	$\Delta Y$	-0,030
	<b>Z</b>	3824390,077	3824390,066	$\Delta Z$	0,010
<b>T2</b>	<b>X</b>	4711861,562	4711861,543	$\Delta X$	0,019
	<b>Y</b>	1939172,686	1939172,710	$\Delta Y$	-0,024
	<b>Z</b>	3824248,227	3824248,207	$\Delta Z$	0,020
<b>T3</b>	<b>X</b>	4711949,508	4711949,499	$\Delta X$	0,009
	<b>Y</b>	1939341,486	1939341,505	$\Delta Y$	-0,019
	<b>Z</b>	3824030,121	3824030,121	$\Delta Z$	0,000
<b>T4</b>	<b>X</b>	4712023,323	4712023,300	$\Delta X$	0,023
	<b>Y</b>	1939138,569	1939138,585	$\Delta Y$	-0,016
	<b>Z</b>	3824166,629	3824166,603	$\Delta Z$	0,026
<b>T5</b>	<b>X</b>	4712152,307	4712152,285	$\Delta X$	0,023
	<b>Y</b>	1938933,479	1938933,502	$\Delta Y$	-0,023
	<b>Z</b>	3824253,178	3824253,153	$\Delta Z$	0,025

Πίνακες στροφής:

$$A1 = \begin{pmatrix} -0,557518 & -0,229421 & 0,797834 \\ -0,380544 & 0,924763 & 0 \\ 0,737808 & 0,303611 & 0,602877 \end{pmatrix}$$

$$A2 = \begin{pmatrix} -0,557491 & -0,229436 & 0,797849 \\ -0,380581 & 0,924748 & 0 \\ 0,737809 & 0,303646 & 0,602857 \end{pmatrix}$$

$$A3 = \begin{pmatrix} -0,557455 & -0,229437 & 0,797874 \\ -0,380603 & 0,924738 & 0 \\ 0,737825 & 0,303673 & 0,602824 \end{pmatrix}$$

$$A4 = \begin{pmatrix} -0,557478 & -0,229419 & 0,797863 \\ -0,380564 & 0,924755 & 0 \\ 0,737827 & 0,303638 & 0,602839 \end{pmatrix}$$

$$A5 = \begin{pmatrix} -0,557494 & -0,229395 & 0,797859 \\ -0,380521 & 0,924772 & 0 \\ 0,737838 & 0,303602 & 0,602844 \end{pmatrix}$$

Συνιστώσες διανυσμάτων μετακίνησης στο τοποκεντρικό σύστημα (mm):

Κορυφή	$\Delta N$ (mm)	$\Delta E$ (mm)	$\Delta U_p$ (mm)
T1	9	-32	5
T2	11	-29	19
T3	-1	-21	1
T4	12	-24	28
T5	13	-30	25

$$\tan a_1 = -3,470657$$

$$\tan a_2 = -2,790121$$

$$\tan a_3 = 0,037589$$

$$\tan a_4 = -2,037047$$

$$\tan a_5 = -2,308192$$

Γωνίες διανυσμάτων (g):

$$a_1 = 117,8591915$$

$$a_2 = 121,9089485$$

$$a_3 = 202,3918674$$

$$a_4 = 129,0519218$$

$$a_5 = 126,0268504$$

Διανύσματα μετακίνησης (mm):

$$\Delta r_1 = 33,24154$$

$$\Delta r_2 = 31,01612$$

$$\Delta r_3 = 21,0238$$

$$\Delta r_4 = 26,83282$$

$$\Delta r_5 = 32,69557$$



Πίνακας μεταβλητότητας συμμεταβλητότητας της μεταβολής:

0,000109	0	0 4,56E-05	0	0 6,22E-05	0	0 7,47E-05	0	0 8,19E-05	0	0
0 7,91E-05	0	0 3,31461E-05	0	0 4,52E-05	0	0 5,42E-05	0	0 5,95E-05	0	0
0	0 0,000232	0	0 9,74E-05	0	0 0,000133	0	0 0,000159	0	0 0,00017489	0
4,56E-05	0	0 0,000114	0	0 5,7E-05	0	0 6,85E-05	0	0 5,7E-05	0	0
<b>Vδx=</b>	0 3,31E-05	0	0 8,28654E-05	0	0 4,14E-05	0	0 4,97E-05	0	0 4,14E-05	0
0	0 9,74E-05	0	0 0,000244	0	0 0,000122	0	0 0,000146	0	0 0,000121759	0
6,22E-05	0	0 5,7E-05	0	0 9,75E-05	0	0 7,36E-05	0	0 7,78E-05	0	0
0 4,52E-05	0	0 4,14327E-05	0	0 7,08E-05	0	0 5,35E-05	0	0 5,65E-05	0	0
0	0 0,000133	0	0 0,000122	0	0 0,000208	0	0 0,000157	0	0 0,000166035	0
7,47E-05	0	0 6,85E-05	0	0 7,36E-05	0	0 0,000132	0	0 9,33E-05	0	0
0 5,42E-05	0	0 4,97192E-05	0	0 5,35E-05	0	0 9,57E-05	0	0 6,78E-05	0	0
0	0 0,000159	0	0 0,000146	0	0 0,000157	0	0 0,000281	0	0 0,000199242	0
8,19E-05	0	0 5,7E-05	0	0 7,78E-05	0	0 9,33E-05	0	0 0,000157	0	0
0 5,95E-05	0	0 4,14327E-05	0	0 5,65E-05	0	0 6,78E-05	0	0 0,000114	0	0
0	0 0,000175	0	0 0,000122	0	0 0,000166	0	0 0,000199	0	0 0,000334284	0

Ιακωβιανοί πίνακες:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{J1} &= \begin{pmatrix} -0,557518 & -0,229421 & 0,797834 \\ -0,380544 & 0,924763 & 0 \\ 0,737808 & 0,303611 & 0,602877 \end{pmatrix} & \mathbf{J1}' &= \begin{pmatrix} -0,557518 & -0,380544 & 0,737808 \\ -0,229421 & 0,924763 & 0,303611 \\ 0,797834 & 0 & 0,602877 \end{pmatrix} \\
 \mathbf{J2} &= \begin{pmatrix} -0,557491 & -0,229436 & 0,797849 \\ -0,380581 & 0,924748 & 0 \\ 0,737809 & 0,303646 & 0,602857 \end{pmatrix} & \mathbf{J2}' &= \begin{pmatrix} -0,557491 & -0,380581 & 0,737809 \\ -0,229436 & 0,924748 & 0,303646 \\ 0,797849 & 0 & 0,602857 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{J3} = \begin{matrix} -0,557455 & -0,229437 & 0,797874 \\ -0,380603 & 0,924738 & 0 \\ 0,737825 & 0,303673 & 0,602824 \end{matrix} \quad \mathbf{J3}' = \begin{matrix} -0,557455 & -0,380603 & 0,737825 \\ -0,229437 & 0,924738 & 0,303673 \\ 0,797874 & 0 & 0,602824 \end{matrix} \\
 \\
 \mathbf{J4} = \begin{matrix} -0,557478 & -0,229419 & 0,797863 \\ -0,380564 & 0,924755 & 0 \\ 0,737827 & 0,303638 & 0,602839 \end{matrix} \quad \mathbf{J4}' = \begin{matrix} -0,557478 & -0,380564 & 0,737827 \\ -0,229419 & 0,924755 & 0,303638 \\ 0,797863 & 0 & 0,602839 \end{matrix} \\
 \\
 \mathbf{J5} = \begin{matrix} -0,557494 & -0,229395 & 0,797859 \\ -0,380521 & 0,924772 & 0 \\ 0,737838 & 0,303602 & 0,602844 \end{matrix} \quad \mathbf{J5}' = \begin{matrix} -0,557494 & -0,380521 & 0,737838 \\ -0,229395 & 0,924772 & 0,303602 \\ 0,797859 & 0 & 0,602844 \end{matrix}
 \end{array}$$

Υποπίνακες μεταβλητότητας – συμμεταβλητότητας:

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{Vx1} = \begin{matrix} 0,000108904 & 0 & 0 \\ 0 & 7,90988E-05 & 0 \\ 0 & 0 & 0,000232 \end{matrix} \\
 \\
 \mathbf{Vx2} = \begin{matrix} 0,000114089 & 0 & 0 \\ 0 & 8,28654E-05 & 0 \\ 0 & 0 & 0,000244 \end{matrix} \\
 \\
 \mathbf{Vx3} = \begin{matrix} 9,74946E-05 & 0 & 0 \\ 0 & 7,08122E-05 & 0 \\ 0 & 0 & 0,000208 \end{matrix}
 \end{array}$$

	0,000131721	0	0
<b>Vx4=</b>	0 9,56718E-05	0	0
	0	0 0,000281	

	0,000156614	0	0
<b>Vx5=</b>	0 0,000113752	0	0
	0	0 0,000334	

Πίνακες μεταβλητότητας συμμεταβλητότητας μεταβολών στο τοποκεντρικό σύστημα για κάθε σημείο:

0,000186	6,32339E-06	6,15009E-05
6,323E-06	8,34149E-05	-8,36824E-06
6,15E-05	-8,36824E-06	0,00015106

0,0001948	6,62483E-06	6,44291E-05
6,625E-06	8,73879E-05	-8,76761E-06
6,443E-05	-8,76761E-06	0,00015825

0,0001665	5,66119E-06	5,50565E-05
5,661E-06	7,46774E-05	-7,49292E-06
5,506E-05	-7,49292E-06	0,000135227

0,0002249	7,64815E-06	7,43851E-05
7,648E-06	0,000100893	-1,01224E-05
7,439E-05	-1,01224E-05	0,000182703

0,0002675	9,0927E-06	8,84418E-05
9,093E-06	0,000119958	-1,20341E-05
8,844E-05	-1,20341E-05	0,000217232

Άξονες ελλείψεων σφάλματος (m):

$\sigma_{u1} =$	13,7	$\sigma_{v1} =$	9,1
$\sigma_{u2} =$	14,0	$\sigma_{v2} =$	9,3
$\sigma_{u3} =$	12,9	$\sigma_{v3} =$	8,6
$\sigma_{u4} =$	16,6	$\sigma_{v4} =$	10
$\sigma_{u5} =$	16,4	$\sigma_{v5} =$	10,9

Μέγεθος μεγάλου ημιάξονα της έλλειψης για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% (mm):

$\sigma_{u1} * z =$	26,8
$\sigma_{u2} * z =$	27,4
$\sigma_{u3} * z =$	25,3
$\sigma_{u4} * z =$	32,5
$\sigma_{u5} * z =$	32,1

Τιμές κατακόρυφης συνιστώσας για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% (mm):

$\sigma_{\Delta U_p1} * z =$	24,1
$\sigma_{\Delta U_p2} * z =$	15,7
$\sigma_{\Delta U_p3} * z =$	22,8
$\sigma_{\Delta U_p4} * z =$	26,5
$\sigma_{\Delta U_p5} * z =$	28,9

Στοιχεία έλλειψης σφάλματος για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%:

(mm)

$\sigma_{u1} * \lambda =$	33,4	$\sigma_{v1} * \lambda =$	22,3
$\sigma_{u2} * \lambda =$	34,2	$\sigma_{v2} * \lambda =$	22,8
$\sigma_{u3} * \lambda =$	31,6	$\sigma_{v3} * \lambda =$	21,1
$\sigma_{u4} * \lambda =$	40,6	$\sigma_{v4} * \lambda =$	24,5
$\sigma_{u5} * \lambda =$	40,1	$\sigma_{v5} * \lambda =$	26,7

(g)

$\theta_1 =$	96,09465929
$\theta_2 =$	96,09453973
$\theta_3 =$	96,09472751
$\theta_4 =$	96,09492819
$\theta_5 =$	96,09527656

### ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΙΣ

Διανύσματα σχετικών μετακινήσεων:

		μέτρο διανύσματος	(mm)
	5,9		
$\delta\Delta r_{12}$	5,4	$\delta\Delta r_{12} =$	8,0
	11,0		
$\delta\Delta r_{13}$	-9,1	$\delta\Delta r_{13} =$	14,3
	13,9		
$\delta\Delta r_{14}$	9,8	$\delta\Delta r_{14} =$	17,0
	6,9		
$\delta\Delta r_{15}$	9,4	$\delta\Delta r_{15} =$	11,7
	5,1		
$\delta\Delta r_{23}$	-14,5	$\delta\Delta r_{23} =$	15,3
	8,0		
$\delta\Delta r_{24}$	4,4	$\delta\Delta r_{24} =$	9,1
	1,0		
$\delta\Delta r_{25}$	4,0	$\delta\Delta r_{25} =$	4,1
	2,9		
$\delta\Delta r_{34}$	18,9	$\delta\Delta r_{34} =$	19,1
	-4,1		
$\delta\Delta r_{35}$	18,5	$\delta\Delta r_{35} =$	18,9
	-0,4		
$\delta\Delta r_{45} =$	-7,0	$\delta\Delta r_{45} =$	7,0

Γωνίες διανυσμάτων (g) :

tana12=	0,909661	a12=	46.9906
tana13=	-0,82473	a13=	356.0962
tana14=	0,703499	a14=	39.0293
tana15=	1,358644	a15=	59.6066
tana23=	-2,85864	a23=	121.423
tana24=	0,549813	a24=	32.0028
tana25=	4,093701	a25=	84.7475
tana34=	6,497172	a34=	309.7222
tana35=	-4,51608	a35=	113.8729
tana45=	17,96635	a45=	303.5398

Ο πίνακας μεταβλητότητας συμμεταβλητότητας μετά τη στροφή:

0,00018 6	6,32339E- 06	6,15009E- 05	7,79E- 05	2,65087E- 06	2,577E-05	0,00010 6	3,61569E- 06	3,51366E- 05	0,00012752 9	4,33699E- 06	4,21661E- 05	0,00014 06	4,75642E- 06	4,62663E- 05
6,32E- 06	8,34149E- 05	-8,36824E- 06	2,65E- 06	3,4955E-05	-3,50563E- 06	3,61E- 06	4,7666E-05	-4,77964E- 06	4,33501E- 06	5,71989E- 05	-5,73743E- 06	4,76E- 06	6,27596E- 05	-6,29754E- 06
6,15E- 05	-8,36824E- 06	0,00015106	2,58E- 05	-3,5081E- 06	6,33006E- 05	3,51E- 05	-4,78492E- 06	8,63175E- 05	4,21771E- 05	-5,73949E- 06	0,00010358 2	4,63E- 05	-6,29455E- 06	0,00011365 3
7,79E- 05	2,64887E- 06	2,57734E- 05	0,00019 5	6,62483E- 06	6,44291E- 05	9,74E- 05	3,31321E- 06	3,22106E- 05	0,00011690 2	3,97417E- 06	3,86547E- 05	9,74E- 05	3,31027E- 06	3,22128E- 05
2,65E- 06	3,4955E-05	-3,5081E- 06	6,62E- 06	8,73879E- 05	-8,76761E- 06	3,31E- 06	4,36941E- 05	-4,3831E- 06	3,97535E- 06	5,24326E- 05	-5,26142E- 06	3,31E- 06	4,36936E- 05	-4,38613E- 06
2,58E- 05	-3,50563E- 06	6,33006E- 05	6,44E- 05	-8,76761E- 06	0,00015825	3,22E- 05	-4,38486E- 06	7,91234E- 05	3,86596E- 05	-5,25961E- 06	9,4949E-05	3,22E- 05	-4,38096E- 06	7,91246E- 05
0,00010 6	3,6112E-06	3,51492E- 05	9,74E- 05	3,3116E-06	3,22179E- 05	0,00016 6	5,66119E- 06	5,50565E- 05	0,00012576 05	4,2742E-06	4,15873E- 05	0,00013 3	4,51289E- 06	4,3931E-05
3,62E- 06	4,7666E-05	-4,78492E- 06	3,31E- 06	4,36941E- 05	-4,38486E- 06	5,66E- 06	7,46774E- 05	-7,49292E- 06	4,27754E- 06	5,6405E-05	-5,66137E- 06	4,52E- 06	5,95824E- 05	-5,98252E- 06
3,51E- 05	-4,77964E- 06	8,63175E- 05	3,22E- 05	-4,3831E- 06	7,91234E- 05	5,51E- 05	-7,49292E- 06	0,00013522 7	4,15832E- 05	-5,65715E- 06	0,00010214	4,39E- 05	-5,97307E- 06	0,00010789 5
0,00012 8	4,33501E- 06	4,21771E- 05	0,00011 7	3,97535E- 06	3,86596E- 05	0,00012 6	4,27754E- 06	4,15832E- 05	7,64815E- 06	7,43851E- 05	0,00015 9	5,41742E- 06	5,27147E- 05	
4,34E- 06	5,71989E- 05	-5,73949E- 06	3,97E- 06	5,24326E- 05	-5,25961E- 06	4,27E- 06	5,6405E-05	-5,65715E- 06	7,64815E- 06	0,00010089 3	-1,01224E- 05	5,42E- 06	7,14985E- 05	-7,17599E- 06
4,22E- 05	-5,73743E- 06	0,00010358 2	3,87E- 05	-5,26142E- 06	9,4949E-05	4,16E- 05	-5,66137E- 06	0,00010214	7,43851E- 05	-1,01224E- 05	0,00018270 3	5,27E- 05	-7,17001E- 06	0,00012947 5
0,00014 4	4,75828E- 06	4,62766E- 05	9,74E- 05	3,31406E- 06	3,22156E- 05	0,00013 3	4,52026E- 06	0,00015941 06	5,42202E- 05	5,27127E- 05	0,00026 7	9,0927E-06	8,84418E- 05	
4,76E- 06	6,27596E- 05	-6,29455E- 06	3,31E- 06	4,36936E- 05	-4,38096E- 06	4,51E- 06	5,95824E- 05	-5,97307E- 06	5,41742E- 06	7,14985E- 05	-7,17001E- 06	9,09E- 06	0,00011995 8	-1,20341E- 05
4,63E- 05	-6,29754E- 06	0,00011365 3	3,22E- 05	-4,38613E- 06	7,91246E- 05	4,39E- 05	-5,98252E- 06	0,00010789 5	5,27147E- 05	-7,17599E- 06	0,00012947 5	8,84E- 05	-1,20341E- 05	0,00021723 2

Από αυτόν απομονώθηκαν οι υποπίνακες:

V<sub>x</sub> 12 =

0,000185976	6,32339E-06	6,15E-05	7,79336E-05	2,65087E-06	2,58E-05
6,32339E-06	8,34149E-05	-8,37E-06	2,64887E-06	3,4955E-05	-3,51E-06
6,15009E-05	-8,36824E-06	0,000151	2,57734E-05	-3,5081E-06	6,33E-05
7,79336E-05	2,65087E-06	2,58E-05	0,000194835	6,62483E-06	6,44E-05
2,64887E-06	3,4955E-05	-3,51E-06	6,62483E-06	8,73879E-05	-8,77E-06
2,57734E-05	-3,5081E-06	6,33E-05	6,44291E-05	-8,76761E-06	0,000158

V<sub>x</sub> 13 =

0,000185976	6,32339E-06	6,15E-05	0,000106274	3,61569E-06	3,51E-05
6,32339E-06	8,34149E-05	-8,37E-06	3,6112E-06	4,7666E-05	-4,78E-06
6,15009E-05	-8,36824E-06	0,000151	3,51492E-05	-4,78492E-06	8,63E-05
0,000106274	3,61569E-06	3,51E-05	0,0001665	5,66119E-06	5,51E-05
3,6112E-06	4,7666E-05	-4,78E-06	5,66119E-06	7,46774E-05	-7,49E-06
3,51492E-05	-4,78492E-06	8,63E-05	5,50565E-05	-7,49292E-06	0,000135

V<sub>x</sub> 14 =

0,000185976	6,32339E-06	6,15E-05	0,000127529	4,33699E-06	4,22E-05
6,32339E-06	8,34149E-05	-8,37E-06	4,33501E-06	5,71989E-05	-5,74E-06
6,15009E-05	-8,36824E-06	0,000151	4,21771E-05	-5,73949E-06	0,000104
0,000127529	4,33699E-06	4,22E-05	0,00022495	7,64815E-06	7,44E-05
4,33501E-06	5,71989E-05	-5,74E-06	7,64815E-06	0,000100893	-1,01E-05
4,21771E-05	-5,73949E-06	0,000104	7,43851E-05	-1,01224E-05	0,000183

0,000185976	6,32339E-06	6,15E-05	0,000139927	4,75642E-06	4,63E-05
6,32339E-06	8,34149E-05	-8,37E-06	4,75828E-06	6,27596E-05	-6,3E-06



Vx 15 = 6,15009E-05 -8,36824E-06 0,000151 4,62766E-05 -6,29455E-06 0,000114  
0,000139927 4,75642E-06 4,63E-05 0,000267459 9,0927E-06 8,84E-05  
4,75828E-06 6,27596E-05 -6,3E-06 9,0927E-06 0,000119958 -1,2E-05  
4,62766E-05 -6,29455E-06 0,000114 8,84418E-05 -1,20341E-05 0,000217

Vx 23 = 0,000194835 6,62483E-06 6,44E-05 9,74189E-05 3,31321E-06 3,22E-05  
6,62483E-06 8,73879E-05 -8,77E-06 3,3116E-06 4,36941E-05 -4,38E-06  
6,44291E-05 -8,76761E-06 0,000158 3,22179E-05 -4,38486E-06 7,91E-05  
9,74189E-05 3,31321E-06 3,22E-05 0,0001665 5,66119E-06 5,51E-05  
3,3116E-06 4,36941E-05 -4,38E-06 5,66119E-06 7,46774E-05 -7,49E-06  
3,22179E-05 -4,38486E-06 7,91E-05 5,50565E-05 -7,49292E-06 0,000135

Vx 24 = 0,000194835 6,62483E-06 6,44E-05 0,000116902 3,97417E-06 3,87E-05  
6,62483E-06 8,73879E-05 -8,77E-06 3,97535E-06 5,24326E-05 -5,26E-06  
6,44291E-05 -8,76761E-06 0,000158 3,86596E-05 -5,25961E-06 9,49E-05  
0,000116902 3,97417E-06 3,87E-05 0,00022495 7,64815E-06 7,44E-05  
3,97535E-06 5,24326E-05 -5,26E-06 7,64815E-06 0,000100893 -1,01E-05  
3,86596E-05 -5,25961E-06 9,49E-05 7,43851E-05 -1,01224E-05 0,000183

Vx 25 = 0,000194835 6,62483E-06 6,44E-05 9,74183E-05 3,31027E-06 3,22E-05  
6,62483E-06 8,73879E-05 -8,77E-06 3,31406E-06 4,36936E-05 -4,39E-06  
6,44291E-05 -8,76761E-06 0,000158 3,22156E-05 -4,38096E-06 7,91E-05  
9,74183E-05 3,31027E-06 3,22E-05 0,000267459 9,0927E-06 8,84E-05  
3,31406E-06 4,36936E-05 -4,39E-06 9,0927E-06 0,000119958 -1,2E-05  
3,22156E-05 -4,38096E-06 7,91E-05 8,84418E-05 -1,20341E-05 0,000217

0,0001665 5,66119E-06 5,51E-05 0,00012576 4,2742E-06 4,16E-05

Vx 34 =

5,66119E-06	7,46774E-05	-7,49E-06	4,27754E-06	5,6405E-05	-5,66E-06
5,50565E-05	-7,49292E-06	0,000135	4,15832E-05	-5,65715E-06	0,000102
0,00012576	4,2742E-06	4,16E-05	0,00022495	7,64815E-06	7,44E-05
4,27754E-06	5,6405E-05	-5,66E-06	7,64815E-06	0,000100893	-1,01E-05
4,15832E-05	-5,65715E-06	0,000102	7,43851E-05	-1,01224E-05	0,000183

Vx 35 =

0,0001665	5,66119E-06	5,51E-05	0,000132845	4,51289E-06	4,39E-05
5,66119E-06	7,46774E-05	-7,49E-06	4,52026E-06	5,95824E-05	-5,98E-06
5,50565E-05	-7,49292E-06	0,000135	4,3925E-05	-5,97307E-06	0,000108
0,000132845	4,51289E-06	4,39E-05	0,000267459	9,0927E-06	8,84E-05
4,52026E-06	5,95824E-05	-5,98E-06	9,0927E-06	0,000119958	-1,2E-05
4,3925E-05	-5,97307E-06	0,000108	8,84418E-05	-1,20341E-05	0,000217

Vx 45 =

0,00022495	7,64815E-06	7,44E-05	0,000159413	5,41742E-06	5,27E-05
7,64815E-06	0,000100893	-1,01E-05	5,42202E-06	7,14985E-05	-7,18E-06
7,43851E-05	-1,01224E-05	0,000183	5,27127E-05	-7,17001E-06	0,000129
0,000159413	5,41742E-06	5,27E-05	0,000267459	9,0927E-06	8,84E-05
5,42202E-06	7,14985E-05	-7,18E-06	9,0927E-06	0,000119958	-1,2E-05
5,27127E-05	-7,17001E-06	0,000129	8,84418E-05	-1,20341E-05	0,000217

Ο Ιακωβιανός:

$$J = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$V\delta\Delta x_{12} = \begin{pmatrix} 0,000224945 & 7,64649E-06 \\ 7,65049E-06 & 0,000100893 \end{pmatrix}$$

$$V\delta\Delta x_{13} = \begin{pmatrix} 0,000139928 & 4,75321E-06 \\ 4,76217E-06 & 6,27602E-05 \end{pmatrix}$$

$$V\delta\Delta x_{14} = \begin{pmatrix} 0,000155869 & 5,29756E-06 \\ 5,30153E-06 & 6,99099E-05 \end{pmatrix}$$

$$V\delta\Delta x_{15} = \begin{pmatrix} 0,000173582 & 5,90324E-06 \\ 5,89952E-06 & 7,78535E-05 \end{pmatrix}$$

$$V\delta\Delta x_{23} = \begin{pmatrix} 0,000166497 & 5,6596E-06 \\ 5,66282E-06 & 7,46771E-05 \end{pmatrix}$$

$$V\delta\Delta x_{24} = \begin{pmatrix} 0,000185981 & 6,32463E-06 \\ 6,32228E-06 & 8,34155E-05 \end{pmatrix}$$

$$V\delta\Delta x_{25} = \begin{pmatrix} 0,000267458 & 9,097E-06 \\ 9,08941E-06 & 0,000119959 \end{pmatrix}$$

$$V\delta\Delta x_{34} = \begin{matrix} 0,00013993 & 4,76094E-06 \\ 4,75425E-06 & 6,27603E-05 \end{matrix}$$

$$V\delta\Delta x_{35} = \begin{matrix} 0,00016827 & 5,72811E-06 \\ 5,71337E-06 & 7,54705E-05 \end{matrix}$$

$$V\delta\Delta x_{45} = \begin{matrix} 0,000173583 & 5,90601E-06 \\ 5,89681E-06 & 7,78538E-05 \end{matrix}$$

Στοιχεία σχετικών ελλείψεων για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% :

(g)

$\theta_{12} = 3,904392$

$\theta_{13} = 3,901668$

$\theta_{14} = 3,903724$

$\theta_{15} = 3,906106$

$\theta_{23} = 3,904283$

$\theta_{24} = 3,905956$

$\theta_{25} = 3,906605$

$\theta_{34} = 3,907849$

$\theta_{35} = 3,909813$

$\theta_{45} = 3,907869$

(mm)

$\sigma_{u12} = 48,2$

$\sigma_{v12} = 39,7$

$\sigma_{u13} = 38,0$

$\sigma_{v13} = 31,3$

$\sigma_{u14} = 40,1$

$\sigma_{v14} = 33,1$

$\sigma_{u15} = 42,4$

$\sigma_{v15} = 34,9$

$\sigma_{u23} = 41,5$

$\sigma_{v23} = 34,2$

$\sigma_{u24} = 43,8$

$\sigma_{v24} = 36,1$

$\sigma_{u25} = 52,6$

$\sigma_{v25} = 43,3$

$\sigma_{u34} = 38,0$

$\sigma_{v34} = 31,3$

$\sigma_{u35} = 41,7$

$\sigma_{v35} = 34,3$

$\sigma_{u45} = 42,4$

$\sigma_{v45} = 34,9$

Κατακόρυφη συνιστώσα σχετικής μεταβολής:

$\delta\Delta U_p12=$	11,3
$\delta\Delta U_p13=$	-5,4
$\delta\Delta U_p14=$	17,6
$\delta\Delta U_p15=$	16,8
$\delta\Delta U_p23=$	-16,7
$\delta\Delta U_p24=$	6,3
$\delta\Delta U_p25=$	5,5
$\delta\Delta U_p34=$	23,0
$\delta\Delta U_p35=$	22,2
$\delta\Delta U_p45=$	-0,7

Τυπικό σφάλμα κατακόρυφης συνιστώσας

$\sigma\delta\Delta U_p12=$	17,6
$\sigma\delta\Delta U_p13=$	16,9
$\sigma\delta\Delta U_p14=$	18,3
$\sigma\delta\Delta U_p15=$	19,2
$\sigma\delta\Delta U_p23=$	17,1
$\sigma\delta\Delta U_p24=$	18,5
$\sigma\delta\Delta U_p25=$	19,4
$\sigma\delta\Delta U_p34=$	17,8
$\sigma\delta\Delta U_p35=$	18,8
$\sigma\delta\Delta U_p45=$	20,0

Τυπικό σφάλμα κατακόρυφης συνιστώσας για 95%:

$\delta\Delta U_p12=$	34,5
$\delta\Delta U_p13=$	33,2
$\delta\Delta U_p14=$	35,8
$\delta\Delta U_p15=$	37,6
$\delta\Delta U_p23=$	33,6
$\delta\Delta U_p24=$	36,2
$\delta\Delta U_p25=$	38,0
$\delta\Delta U_p34=$	34,9
$\delta\Delta U_p35=$	36,8
$\delta\Delta U_p45=$	39,2