



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΚΑΙ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΩΤΟΓΡΑΜΜΕΤΡΙΑΣ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ
ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΦΩΤΟΤΡΙΓΩΝΙΣΜΟΥ ΜΕ
ΑΥΤΟΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ ΣΕ ΛΩΡΙΔΕΣ
ΕΠΙΓΕΙΩΝ ΛΗΨΕΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΣΤΑΥΡΟΥΛΑ ΜΠΟΥΡΟΥ

ΑΘΗΝΑ, ΜΑΡΤΙΟΣ 2015

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου Γιώργο Καρρά για την βοήθεια, την καθοδήγηση και τον χρόνο του που απλόχερα διέθεσε καθ' όλη την διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας, κυρίως όμως για την υποστήριξη και την ενθάρρυνση που μου έδειξε όλο τον καιρό.

Ευχαριστώ επίσης τους Έλλη Πέτσα και Λάζαρο Γραμματικόπουλο, καθηγητές του Τμήματος Τοπογραφίας στο ΤΕΙ Αθήνας, τους Ηλία Καλησπεράκη και Αντώνη Πρόκο, διδάκτορες μηχανικούς της ΣΑΤΜ/ΕΜΠ, και τον Χ. Στεντούμη, υποψήφιο διδάκτορα της ΣΑΤΜ/ΕΜΠ, για τις συμβουλές και την βοήθειά τους.

Επιπλέον, ευχαριστώ, την Κ. Αδάμ, ΑΤΜ ΕΜΠ, για τον χρόνο και την πολύτιμη βοήθειά της που με μεγάλη προθυμία μου πρόσφερε, καθώς και την Έλλη Σταθοπούλου, ΑΤΜ ΕΜΠ, για την βοήθειά της.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Κ. Ραΐλη, τελειόφοιτο της ΣΥΜΜΗ ΕΜΠ, για την βοήθεια και τις οδηγίες του όσον αφορά το προγραμματιστικό μέρος της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Περίληψη

Τα τελευταία χρόνια στο πεδίο της ψηφιακής Φωτογραμμετρίας γίνεται προσπάθεια για την πλήρη αυτοματοποίηση όλο και περισσότερων φωτογραμμετρικών διαδικασιών. Σε αυτό βέβαια έχει συμβάλει καθοριστικά και η ανάπτυξη της επιστήμης της Όρασης Υπολογιστών, παρέχοντας αλγόριθμους, υπολογιστικές τεχνικές και έννοιες που βοηθούν στην ταχύτερη και ευκολότερη υλοποίηση των αυτοματισμών. Στο πλαίσιο αυτό εντάσσεται η ιδέα για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας, που αφορά τον προγραμματισμό και την αξιολόγηση μιας πλήρως αυτοματοποιημένης διαδικασίας φωτοτριγωνισμού επίγειων λήψεων με την μέθοδο της δέσμης με αυτοβαθμονόμηση (self-calibrating bundle adjustment). Πιο αναλυτικά, με μόνα δεδομένα μια λωρίδα επικαλυπτόμενων εικόνων ζητείται να υπολογιστούν οι παράμετροι του προσανατολισμού των εικόνων σε αυθαίρετο σύστημα, μαζί με τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού της (κοινής) μηχανής, καθώς και οι συντεταγμένες των σημείων σύνδεσης στο σύστημα αυτό. Για να επιτευχθεί πλήρης αυτοματοποίηση πραγματοποιείται αρχικά αυτόματος εντοπισμός ομόλογων χαρακτηριστικών σημείων ανά ζεύγος με τον αλγόριθμο SIFT (Scale Invariant Feature Transform). Οι έγκυρες ομολογίες επιλέγονται με την βοήθεια του επιπολικού πίνακα, σε συνδυασμό με τον αλγόριθμο εντοπισμού χονδροειδών σφαλαμάτων RANSAC (RANdom SAmple Consensus), από τον οποίο μπορούν επιπλέον να προκύψουν γραμμικά εκτιμήσεις για την σταθερά της μηχανής. Βάσει αυτών είναι δυνατόν να υπολογιστούν ανά ζεύγος προσεγγιστικές τιμές των άγνωστων παραμέτρων που χρειάζονται για την γενική επίλυση της συνόρθωσης δέσμης, αρχικά με γραμμικούς αλγόριθμους (δεσμευμένος επιπολικός πίνακας) και εν συνεχεία με την συνθήκη συνεπιπεδότητας και την συνόρθωση δέσμης για κάθε ζεύγος εικόνων. Τέλος, αναζητούνται και μεταφέρονται σε όλες τις εικόνες τα χαρακτηριστικά σημεία που έχουν εντοπιστεί ανά ζεύγος, και εν συνεχεία οι αρχικές προσεγγίσεις των άγνωστων παραμέτρων εκφράζονται σε ενιαίο σύστημα. Η διαδικασία ολοκληρώνεται με την τελική ενιαία συνόρθωση όλων των εικόνων. Για την υλοποίηση των παραπάνω διαδικασιών συντάχτηκαν κώδικες στο προγραμματιστικό περιβάλλον του Matlab, στους οποίους ενσωματώθηκαν ορισμένοι κώδικες που διατίθενται ελεύθερα στο Διαδίκτυο. Οι κώδικες εφαρμόστηκαν αρχικά σε προσομοιωμένα δεδομένα και εν συνεχεία σε πραγματικές εικόνες διάφορων αντικειμένων, και κατόπιν τα αποτελέσματά τους συγκρίθηκαν με εκείνα από σύγχρονα εμπορικά και μη λογισμικά, και αξιολογήθηκαν εντός της εργασίας.

School of Rural and Surveying Engineering
National Technical University of Athens, Greece

**Development and Evaluation of Automatic Self-Calibrating Bundle Adjustment
of Close-Range Image Sequences**

Stavroula Bourou

Diploma Thesis

March 2015

Abstract

In recent years there is an effort in the field of digital photogrammetry towards the full automation of photogrammetric processes. Computer Vision has definitely contributed significantly to this, by providing algorithms, computational techniques and concepts which make faster and easier implementations feasible. In this framework, subject of the Diploma Thesis is the development and evaluation of a fully automated process of self-calibrating bundle adjustment. In more detail: based on a strip of successive overlapping images, the implemented algorithm is capable of automatically estimating the orientation parameters of all images in some arbitrary system, the camera parameters (interior orientation) and the 3D coordinates of reconstructed points in this system. To realize a fully automatic process, corresponding interest points are initially detected on each image pair with the SIFT point operator. Valid correspondences are selected by means of the fundamental matrix, computed in combination with the RANSAC algorithm, from which estimates for the camera focal length may be linearly determined. As a result, the program proceeds to the calculation per image pair of approximate values for all unknown parameters, which are needed for the final multi-image bundle adjustment. This is achieved at first with linear algorithms (essential matrix), and subsequently using the coplanarity condition, followed finally by bundle adjustment for each image pair. All points which are common to pairs are then transferred to all images involved; finally, the initial approximations for all unknown parameters are expressed in the common system. The process concludes with the final bundle adjustment of all images. The described procedures have been programmed in the Matlab environment; codes available on the Internet have also been incorporated. The implemented algorithm has been applied to actual image sequences of various objects and evaluated against results from commercial software. Taking into account certain inherent limitations of the algorithm implemented in this Thesis, its performance may be regarded as quite satisfactory.

Περιεχόμενα

| | |
|---|-----------|
| Ευχαριστίες | i |
| Περίληψη | ii |
| Abstract | iii |
| Περιεχόμενα | iv |
| 1. Εισαγωγή | 1 |
| 1.1 Πλαίσιο της εργασίας | 1 |
| 1.2 Αντικείμενο και στόχος της εργασίας | 4 |
| 1.3 Δομή της εργασίας | 6 |
| 2. Βασικές φωτογραμμετρικές έννοιες | 7 |
| 2.1 Συστήματα αναφοράς | 7 |
| 2.1.1 <i>Το σύστημα εικονοσυντεταγμένων</i> | 7 |
| 2.1.2 <i>Το σύστημα της εικόνας</i> | 8 |
| 2.1.3 <i>Το σύστημα του χώρου</i> | 9 |
| 2.2 Εσωτερικός προσανατολισμός | 9 |
| 2.3 Συνθήκη συγγραμμικότητας | 10 |
| 2.4 Πίνακας στροφής και εξαγωγή γωνιών ω , ϕ , κ | 12 |
| 2.5 Σχετικός προσανατολισμός | 12 |
| 2.6 Συνθήκη συνεπιπεδότητας | 13 |
| 3. Εντοπισμός και συνταύτιση σημείων ενδιαφέροντος | 16 |
| 3.1 Συνταύτιση χαρακτηριστικών | 17 |
| 3.2 Αλγόριθμος SIFT | 18 |
| 3.2.1 <i>Ανίχνευση ακροτάτων σε διαφορετικές κλίμακες</i> | 18 |
| 3.2.2 <i>Ακριβής εντοπισμός σημείων ενδιαφέροντος</i> | 20 |
| 3.2.3 <i>Υπολογισμός προσανατολισμού και κλίμακας των σημείων</i> | 21 |
| 3.2.4 <i>Δημιουργία περιγραφικών χαρακτηριστικών</i> | 22 |
| 3.2.5 <i>Εύρεση ομολόγων</i> | 23 |
| 4. Επιπολική γεωμετρία και εκτίμηση της σταθεράς c | 24 |
| 4.1 Επιπολική γεωμετρία | 24 |
| 4.2 Υπολογισμός των πόλων και των επιπολικών γραμμών | 26 |
| 4.3 Επιπολικός πίνακας (fundamental matrix) | 27 |
| 4.3.1 <i>Ιδιότητες του επιπολικού πίνακα</i> | 29 |
| 4.4 Επίλυση του επιπολικού πίνακα | 30 |
| 4.4.1 <i>Γραμμικοί αλγόριθμοι</i> | 30 |
| 4.4.1.1 <i>Ο αλγόριθμος των 8 σημείων</i> | 30 |
| 4.4.1.2 <i>Ο αλγόριθμος των 7 σημείων</i> | 32 |
| 4.4.2 <i>Μη γραμμικοί αλγόριθμοι</i> | 32 |
| 4.4.3 <i>Αλγόριθμος εντοπισμού χονδροειδών σφαλμάτων RANSAC</i> | 32 |
| 4.5 Γραμμικοί αλγόριθμοι υπολογισμού c | 33 |
| 4.5.1 <i>Αλγόριθμος Newsam</i> | 34 |
| 4.5.2 <i>Αλγόριθμος Bougnoux</i> | 34 |
| 4.5.3 <i>Αλγόριθμος Sturm</i> | 35 |
| 5. Προσεγγιστικές τιμές προσανατολισμού στερεοζεύγους | 36 |
| 5.1 Δεσμευμένος επιπολικός πίνακας | 36 |

| | | |
|-----|--|----|
| 5.2 | Αλγόριθμος RLT (Relative Linear Transformation) | 38 |
| 5.3 | Εμπροσθοτομία | 42 |
| 5.4 | Επίλυση της συνθήκης συνεπιπεδότητας | 43 |
| 5.5 | Επίλυση με συνόρθωση δέσμης | 44 |
| 6. | Πολυεικονική επίλυση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση | 47 |
| 6.1 | Αντιστοίχιση και κωδικοποίηση ομόλογων σημείων | 48 |
| 6.2 | Μεταφορά προσανατολισμών και 3D σημείων σε κοινό σύστημα | 50 |
| 6.3 | Μαθηματικό μοντέλο συνόρθωση δέσμης για N εικόνες | 53 |
| 7 | Εφαρμογές και αξιολόγηση | 58 |
| 7.1 | Ομάδα εικόνων “Καπνικαρέα” | 59 |
| 7.2 | Ομάδα εικόνων “Ναός” | 66 |
| 7.3 | Ομάδα εικόνων “Ανάγλυφο” | 72 |
| 7.4 | Ομάδα εικόνων “Κτίριο” | 77 |
| 7.5 | Ομάδα εικόνων “Βίλια” | 82 |
| 7.6 | Σχολιασμός αποτελεσμάτων | 88 |
| 8 | Συμπεράσματα | 90 |
| 8.1 | Σχόλια και παρατηρήσεις | 90 |
| 8.2 | Δυνατότητες επέκτασης του αλγορίθμου | 92 |
| 9 | Βιβλιογραφία | 94 |

Εισαγωγή

1.1 Πλαίσιο της εργασίας

Από τις αρχές τις δεκαετίας του '80 άρχισε να παρατηρείται μια μετάβαση από την περίοδο της Αναλυτικής σε εκείνη της Ψηφιακής Φωτογραμμετρίας. Καθοριστικό ρόλο στην εξέλιξη αυτή έπαιξε η ταχύτατη ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών, η οποία είχε ως αποτέλεσμα την μείωση του χρόνου στον υπολογισμό και την επεξεργασία δεδομένων. Η εξέλιξη αυτή παρείχε την δυνατότητα για δημιουργία και εκτέλεση ολοένα και πιο σύνθετων αλγορίθμων. Παράλληλα, η διάδοση των ψηφιακών τεχνικών, παρέχοντας μεταξύ άλλων την δυνατότητα για άμεση απόκτηση ψηφιακών εικόνων, συνέβαλε αποφασιστικά στην στροφή προς την Ψηφιακή Φωτογραμμετρία αλλάζοντας ριζικά το μέχρι τότε σκηνικό, καθώς ταυτόχρονα έφερνε την Φωτογραμμετρία ολοένα και πιο κοντά σε συναφή πεδία όπως είναι η Όραση Υπολογιστών.

Επιπλέον, η ευρεία χρήση κοινών (μη μετρητικών) ψηφιακών φωτογραφικών μηχανών καθιστά σχετικά απλούστερη την ενασχόληση της Φωτογραμμετρίας με όλο και περισσότερα προβλήματα επίγειων εφαρμογών, με αποτέλεσμα να αναπτύσσονται μέθοδοι και τεχνικές αντιμετώπισης ενός ραγδαία διευρυνόμενου πεδίου τέτοιων εφαρμογών, όπως πχ. στις αποτυπώσεις μνημείων, την ιατρική, την βιομηχανία, την αυτόματη πλοήγηση και, γενικότερα, στα αντικείμενα της Όρασης Υπολογιστών και την ρομποτική. Η φύση τέτοιου είδους εφαρμογών καθιστούν αναγκαία την διαχείριση μεγάλου αριθμού εικόνων. Βασικό θέμα εδώ είναι, λοιπόν, η αλληλοσυσχέτιση στον χώρο πολλών (βαθμονομημένων ή μη) εικόνων, δηλαδή εκείνο που σήμερα περιγράφεται συνοπτικά ως συνόρθωση δέσμης (bundle adjustment).

Πράγματι, ως αποτελεσματικότερη μέθοδος αντιμετώπισης και διαχείρισης της γεωμετρίας που προκύπτει από πολλές εικόνες θεωρείται η μέθοδος της δέσμης, η οποία αποτελεί την πιο γενική μέθοδο πολυεικονικής συνόρθωσης. Η μέθοδος αυτή, που πρωτοδιατυπώθηκε την δεκαετία του '50 από τον H. Schmid και εν συνεχεία τον D. C. Brown (Καλησπεράκης & Τζάκος, 2001), επέτρεψε, σε συνδυασμό με την ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών, να αναπτυχθούν αποτελεσματικότερες μέθοδοι αναλυτικού αεροτριγωνισμού, δηλαδή ταυτόχρονου προσδιορισμού των εξωτερικών προσανατολισμών επικαλυπτόμενων εικόνων ε-

νός μπλοκ (χωρίς ή και με αυτοβαθμονόμηση) και των συντεταγμένων των σημείων σύνδεσης στον χώρο. Η μέθοδος αυτή, βασιζόμενη στις προβολικές δέσμες των εικόνων, προσφέρει μεγάλη ευελιξία δίνοντας την δυνατότητα για ταυτόχρονη χρησιμοποίηση και άλλων δεδομένων (πχ. από GPS/INS) ή την εισαγωγή γεωμετρικών δεσμεύσεων. Στην αρχική φάση της Ψηφιακής Φωτογραμμετρίας η τεχνική του αναλυτικού αεροτριγωνισμού χρησιμοποιήθηκε ως είχε. Σύντομα όμως, δηλαδή ήδη από τις αρχές της δεκαετίας του 1990, υπήρξε εντατική έρευνα στην κατεύθυνση της αυτοματοποίησής (βλ. πχ. Krzystek et al., 1996, Tang et al., 1997, Heipke, 1999, Kersten, 1999. Στοιχεία σχετικά με την εξέλιξη αυτή υπάρχουν και στο κείμενο του T. Schenk, *Analytical and Automatic Aerotriangulation* που διανέμεται στο μάθημα “Φωτογραμμετρία III” της ΣΑΤΜ/ΕΜΠ). Εδώ και αρκετά χρόνια, πλέον, όλοι οι βασικοί φωτογραμμετρικοί σταθμοί διαθέτουν λογισμικά αυτόματου αεροτριγωνισμού.

Η μέθοδος της δέσμης έχει φυσικά ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τις επίγειες εφαρμογές, αφού σήμερα χρησιμοποιούνται εκεί αποκλειστικά κοινές μηχανές, χωρίς δηλαδή να είναι a priori γνωστά τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού. Επιπλέον, και κυρίως, σε εφαρμογές μικρών αποστάσεων υπάρχει μεγάλη ελευθερία όσον αφορά την γεωμετρία των λήψεων των εικόνων (έντονες κλίσεις ή/και διαφορές κλίμακας μεταξύ εικόνων, ταυτόχρονη χρήση διαφορετικών εστιάσεων/zoom ή και φακών). Αυτό δημιουργεί προφανώς επιπλέον προβλήματα στην διαδικασία αυτοματοποίησης του “φωτοτριγωνισμού” (όπως γενικεύεται ο όρος “αεροτριγωνισμός” προκειμένου να συμπεριλάβει κάθε δυνατή γεωμετρία λήψεων):

- Το κυρίως πρόβλημα είναι ότι δυσκολεύει ο αυτόματος εντοπισμός ομόλογων σημείων, ο οποίος είναι σαφώς απλούστερος σε εναέριες λήψεις (σχεδόν ενιαία κλίμακα εικόνων, μικρές στροφές).
- Επιπλέον, δυσκολεύει ο προσδιορισμός προσεγγιστικών τιμών για τις άγνωστες παραμέτρους του προσανατολισμού, δεδομένου ότι στις εναέριες λήψεις η γεωμετρία είναι γενικά ελεγχόμενη και διατίθενται καλές a priori εκτιμήσεις (περίπου κατακόρυφες λήψεις, σταθερή μέση επικάλυψη, χονδρικά γνωστή μέση κλίμακα εικόνων, γνωστή μηχανή λήψης κ.λπ.).

Απόρροια των παραπάνω ήταν, λοιπόν, η ανάγκη να αντιμετωπιστούν πρώτα ορισμένα επιπλέον προβλήματα ώστε να αυτοματοποιηθεί πλήρως η διαδικασία του φωτοτριγωνισμού επίγειων λήψεων με την μέθοδο της δέσμης. Αρχικό βήμα για να επιτευχθεί η αυτοματοποίηση αυτή είναι ο εντοπισμός ομόλογων σημείων σε δυο ή περισσότερες εικόνες με αυτόματο τρόπο. Η εύρεση ομολογιών στο επικαλυπτόμενο τμήμα εικόνων (μια κατ’ αρχήν απλή διαδικασία για τον άνθρωπο), δεν είναι αυτονόητη στην περίπτωση των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Ακόμα και σε τυποποιημένες εναέριες λήψεις η αυτόματη συνταύτιση πρέπει να αντιμετωπίσει ζητήματα όπως εκείνα των γεωμετρικών παραμορφώσεων μεταξύ των εικόνων λόγω διαφορετικής προοπτικής, των αποκρύψεων ή και των μεταβολών στον φωτισμό. Σε επίγειες λήψεις τα ζητήματα αυτά είναι αφενός εντονότερα (πχ. μεγάλες διαφορές προοπτικής λόγω μικρών αποστάσεων λήψης) και, αφετέρου, περισσότερα (μεγάλες στροφές, μεγάλες διαφορές κλίμακας κ.λπ.). Χρειάστηκε, έτσι, να περάσει κάποιο διάστημα έως ότου αναπτυχθούν, αρκετά αργότερα, καινοτόμοι αλγόριθμοι συνταύτισης με πολλές δυνατότητες, οι οποίοι συνεχώς και βελτιώνονται. Ο στόχος της σχετικής έρευνας ήταν να διατυπωθούν αλγόριθμοι εξαγωγής, και εν συνεχεία αντιστοίχισης, σημείων ενδιαφέροντος που να είναι κατά το δυνατόν ανθεκτικοί σε στροφές (rotation invariant), μεταβολές κλίμακας

(scale invariant) ή και αφινικούς μετασχηματισμούς (affine invariant). Στην βιβλιογραφία αναφέρονται μια σειρά τέτοιοι τελεστές (Mikolajczyk & Schmid, 2004, Remondino, 2006, Rodehorst & Koschan, 2006, Gil et al., 2010, Barandiaran et al., 2012).

Στην παρούσα διπλωματική εργασία για την εύρεση ομόλογων χαρακτηριστικών σημείων εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος SIFT (Scale Invariant Feature Transform) του Lowe (2004), που είναι ένας από τους πρώτους και ο ευρύτερα χρησιμοποιούμενος. Ο SIFT εντοπίζει σημεία ενδιαφέροντος και τα αντιστοιχίζει με την βοήθεια ενός διανύσματος περιγραφικών χαρακτηριστικών (descriptors) που αποδίδει σε κάθε σημείο (βλ. αναλυτικότερα στην ενότητα 3.2). Χαρακτηριστικό πάντως για το ενδιαφέρον που υπάρχει για εύρωστους σημειακούς τελεστές είναι το ότι ο SIFT έχει ήδη επεκταθεί με την εμφάνιση αφινικής εκδοχής του (Morel & Yu, 2009) όσο και σφαιρικής (για ψηφιακά πανοράματα) αλλά ακόμα και παραβολικής εκδοχής του (Hansen et al., 2010). Όμως οι ομολογίες σε στερεοζεύγη από σημειακούς τελεστές ενδέχεται να έχουν μεγάλο αριθμό χονδροειδών σφαλμάτων (outliers), γεγονός που κατά πάσα πιθανότητα δεν θα επιτρέψει την σύγκλιση της γενικής συνόρθωσης δέσμης.

Προκειμένου να απομακρυνθούν αυτές οι ομολογίες πρέπει επομένως να εισαχθούν γεωμετρικές δεσμεύσεις. Οι δεσμεύσεις αυτές οφείλουν, γενικά, να είναι γραμμικές (εκτός και εάν υπάρχουν πολύ καλές αρχικές τιμές για τις παραμέτρους, πράγμα πρακτικά ανέφικτο). Στην περίπτωση επίπεδου αντικειμένου η σχέση της 2D προβολικότητας (ομογραφία) επαρκεί, στην γενική όμως περίπτωση 3D αντικειμένου πρέπει να χρησιμοποιηθεί άλλη γραμμική σχέση. Και γενικότερα όμως, η αυτοματοποίηση προϋποθέτει την αυτόματη εύρεση αρχικών τιμών για τις άγνωστες παραμέτρους. Αν και το ζήτημα αυτό δεν ενδιαφέρει ιδιαίτερα την συμβατική αεροφωτογραμμετρία, ο αναλυτικός φωτοτριγωνισμός έλυσε εξαρχής και πολλά προβλήματα φωτογραμμετρίας μικρών αποστάσεων. Έτσι, ήδη από σχετικά νωρίς μελετήθηκαν γραμμικές σχέσεις για τον προσδιορισμό παραμέτρων του σχετικού και του εσωτερικού προσανατολισμού των στερεοζευγών. Οι σχέσεις αυτές είχαν διατυπωθεί πριν από αρκετά χρόνια στην Φωτογραμμετρία και επικαιροποιήθηκαν κυρίως στον χώρο της Όρασης Υπολογιστών. Έτσι, το πρώτο βασικό εμπορικό λογισμικό αναλυτικού αεροτριγωνισμού, το BINGO-F (<http://www.gcs-abc.com/bingof.htm>), είχε την δυνατότητα να διαχειρίζεται και μπλοκ εικόνων απαιτητικής γεωμετρίας.

Η γεωμετρική δέσμευση που συνήθως χρησιμοποιείται είναι εκείνη του επιπολικού πίνακα (fundamental matrix). Ο επιπολικός πίνακας περιγράφει την προβολική σχέση που υπάρχει μεταξύ δύο 2D επιπολικών δεσμών χωρίς να απαιτείται να έχουν οριστεί οι 3D δέσμες ακτίνων. Συνεπώς εκφράζει την 2D επιπολική γεωμετρία του μη βαθμονομημένου ζεύγους. Εάν η μηχανή είναι βαθμονομημένη μπορεί αντί αυτού να χρησιμοποιηθεί η δεσμευμένος επιπολικός πίνακας (essential matrix). Με τον τρόπο αυτό απομακρύνονται οι χονδροειδώς εσφαλμένες ομολογίες σημείων.

Εάν η μηχανή δεν είναι βαθμονομημένη, για πλήρη κατ' αρχήν αυτοβαθμονόμηση απαιτείται να υπολογιστούν οι επιπολικοί πίνακες μεταξύ τουλάχιστον τριών επικαλυπτόμενων λήψεων. Στην περίπτωση στερεοζεύγους δεν μπορεί, συνεπώς, να πραγματοποιηθεί πλήρης αυτοβαθμονόμηση αλλά μόνο μερική. Συνήθως υπολογίζεται η σταθερά της μηχανής c (ή οι δύο σταθερές των μηχανών του ζεύγους) με κάποιες παραδοχές για την θέση του πρωτεύοντος σημείου. Για τον προσδιορισμό της σταθεράς της μηχανής έχουν αναπτυχθεί διάφοροι γραμμικοί αλγόριθμοι, όπως εκείνοι των Newsam et al. (1996), Bougnoux (1998), Sturm

(2001) και Sturm et al. (2005). Επειδή πρόκειται για γραμμικούς αλγορίθμους οι τιμές που προκύπτουν δεν θεωρούνται ακριβείς, μπορούν ωστόσο να χρησιμοποιηθούν ως αξιόπιστες προσεγγίσεις σε μη γραμμικούς αλγορίθμους, όπως αυτός της μεθόδου της δέσμης.

Η επίλυση με την μέθοδο της δέσμης (που έχει ως αποτέλεσμα τον προσδιορισμό των παραμέτρων του προσανατολισμού των εικόνων και των συντεταγμένων μοντέλου) χρησιμοποιεί τις εξισώσεις της συγγραμμικότητας, οι οποίες όμως είναι μη γραμμικές και επομένως χρειάζονται επαρκείς προσεγγιστικές τιμές. Αυτές μπορούν να προέλθουν γραμμικά από τον δεσμευμένο επιπολικό πίνακα ο οποίος, εφόσον δεν είναι γνωστή η γεωμετρία της μηχανής, προκύπτει από τον επιπολικό πίνακα και την εκτίμηση του εσωτερικού προσανατολισμού του ζεύγους με τον τρόπο που προαναφέρθηκε. Οι αλγόριθμοι αυτοί, επειδή ακριβώς είναι γραμμικοί, δεν απαιτούν αρχικές τιμές, χρησιμοποιούν απλές ομολογίες σημείων και εξάγουν τις προσεγγιστικές τιμές των 5 παραμέτρων του σχετικού προσανατολισμού από τις υπολογιζόμενες οκτώ εξαρτημένες παραμέτρους του δεσμευμένου επιπολικού πίνακα. Με άλλα λόγια, οι προαναφερθέντες γραμμικοί αλγόριθμοι αποτελούν κατάλληλα εργαλεία αρχικά για να επιτρέψουν την απομάκρυνση των εσφαλμένων ομολογιών και, εν συνεχεία, για να εξασφαλίζουν με αυτόματο τρόπο ικανοποιητικές προσεγγιστικές τιμές για τους μη γραμμικούς αλγορίθμους που έπονται. Προφανώς, απαραίτητο επόμενο βήμα για την αυτοματοποίηση είναι η αναγνώριση των σημείων σε όσες εικόνες αυτά υπάρχουν και η έκφραση των προσεγγιστικών τιμών για τον σχετικό προσανατολισμό των ζευγών σε κοινό σύστημα αναφοράς. Όπως έχει φανεί, η διαδικασία επίλυσης με την μέθοδο της δέσμης, με ή χωρίς αυτοβαθμονόμηση, μπορεί να πραγματοποιηθεί χωρίς να είναι γνωστά τα στοιχεία της μηχανής αλλά και χωρίς να υπάρχει κάποια επιπλέον γνώση για το αντικείμενο, δηλαδή μπορεί να απαλλαγεί από την ανάγκη για “προβαθμονόμηση” αλλά κατ’ αρχήν και από την απαίτηση για φωτοσταθερά. Προφανώς, η βαθμονόμηση είναι και τότε δυνατή, απλώς οι προσανατολισμοί των εικόνων και οι συντεταγμένες του αντικειμένου στον χώρο θα αναφέρονται σε αυθαίρετο σύστημα, το οποίο θα διαφέρει από το πραγματικό κατά θέση, προσανατολισμό και κλίμακα. Όταν αυτό χρειάζεται, τα φωτοσταθερά εισάγονται από τον χρήστη.

Σε γενικές γραμμές, αυτός είναι ο τρόπος με τον οποίο λειτουργούν στην αρχική φάση του αυτόματου τριγωνισμού, στην οποία επιλύεται η γεωμετρία των εικόνων, τα σύγχρονα προγράμματα 3D ανακατασκευής, όπως πχ. τα λογισμικά

acute3D (<http://www.acute3d.com/>)

pix4D (<https://pix4d.com/>)

photoscan (<http://www.agisoft.com/>)

visualSFM (<http://ccwu.me/vsfm/>).

1.2. Αντικείμενο και στόχος της εργασίας

Σε αυτό το γενικότερο πλαίσιο, στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν η ανάπτυξη, ο προγραμματισμός και η αξιολόγηση μιας πλήρως αυτοματοποιημένης διαδικασίας φωτοτριγωνισμού επίγειων λήψεων με την μέθοδο της δέσμης με ταυτόχρονη αυτοβαθμονόμηση. Αυτό επετεύχθη με την μελέτη και την υλοποίηση των προαναφερθέντων, σε θεωρητικό όσο και σε πειραματικά επίπεδο. Πιο συγκεκριμένα, δημιουργήθηκε ένας αλγόριθμος στο προγραμματιστικό περιβάλλον του Matlab, ο οποίος λαμβάνοντας ως δεδομένα εισόδου μια λωρίδα από εικόνες από την ίδια μηχανή, οι οποίες βρίσκονται σε σωστή σειρά

η μια ως προς την άλλη, πραγματοποιεί επίλυση με την μέθοδο της δέσμης χωρίς καμία παρέμβαση του χρήστη. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι οι παράμετροι του εξωτερικού προσανατολισμού των εικόνων και οι συντεταγμένες μοντέλου των ομόλογων σημείων σε αυθαίρετο σύστημα, καθώς και τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού. Συνεπώς η βασική, και ουσιαστικά η μόνη, παραδοχή είναι πως οι εικόνες βρίσκονται εν σειρά με γνωστή διαδοχή, δηλαδή η μετάθεση των εικόνων έχει γίνει χονδρικά κατά τον άξονα x . Θα μπορούσε βέβαια να αντιμετωπιστεί και το γενικότερο πρόβλημα, όπου δηλαδή ο αλγόριθμος θα αναζητούσε αρχικά και το ποιες εικόνες επικαλύπτονται με ποιες. Αυτό όμως απαιτούσε μεγαλύτερη ενασχόληση με τεχνικά-υπολογιστικά θέματα που χρονικά δεν ήταν δυνατόν να χωρέσουν στο πλαίσιο μιας διπλωματικής εργασίας. Η άλλη παραδοχή, ότι δηλαδή οι λήψεις προέρχονται από την ίδια μηχανή, στην ουσία αντιπροσωπεύει την μεγάλη πλειονότητα των σχετικών εφαρμογών. Τελικά, πολύ συνοπτικά, ο στόχος της εργασίας ήταν να προγραμματίσει τα εξής βασικά βήματα (και εν συνεχεία να αξιολογήσει τα αποτελέσματα):

1. Εντοπισμός χαρακτηριστικών σημείων σε όλα τα διαδοχικά ζεύγη εικόνων και αντιστοίχισή τους με τον τελεστή SIFT, με προϊόν αρχικές ομολογίες σημείων σε ζεύγη.
2. Υπολογισμός του επιπολικού πίνακα F με αξιοποίηση του αλγορίθμου RANSAC, με αποτέλεσμα ομολογίες σημείων ανά ζεύγη απαλλαγμένες από χονδροειδή σφάλματα.
3. Εξαγωγή από τον F εκτίμησης για την κοινή σταθερά c της μηχανής για κάθε ζεύγος (το πρωτεύον σημείο αγνοείται, θεωρούμενο στο κέντρο της εικόνας).
4. Υπολογισμός, με χρήση της μεσαίας τιμής των εκτιμήσεων για το c από όλα τα ζεύγη, του δεσμευμένου επιπολικού πίνακα E για κάθε ζεύγος.
5. Υπολογισμός από τον E προσεγγιστικών τιμών για τον σχετικό προσανατολισμό κάθε ζεύγους.
6. Επίλυση για κάθε ζεύγος, με αυτές τις προσεγγιστικές τιμές, της συνθήκης συνεπιπεδότητας (με το c που υπολογίστηκε στο Βήμα 4) για την βελτίωση των τιμών των παραμέτρων του σχετικού προσανατολισμού.
7. Συνόρθωση δέσμης για κάθε ζεύγος, με τις προσεγγιστικές τιμές από το Βήμα 6, με άγνωστο c , και με απομάκρυνση τυχόν χονδροειδών σφαλμάτων που έχουν απομείνει. Αποτέλεσμα είναι καινούριες εκτιμήσεις για το c και τις παραμέτρους του σχετικού προσανατολισμού, αλλά και εκτιμήσεις για τις 3D συντεταγμένες μοντέλου των σημείων σύνδεσης.
8. Τελική συνόρθωση δέσμης ανά ζεύγος με κοινό c την μεσαία τιμή των εκτιμήσεων από το Βήμα 7. Αποτέλεσμα των έως τώρα βημάτων είναι οι τελικές προσεγγιστικές τιμές αφενός για το c και, αφετέρου, για τον σχετικό προσανατολισμό κάθε ζεύγους και τις συντεταγμένες μοντέλου όλων των σημείων σύνδεσης κάθε ζεύγους.
9. Αναγνώριση, βάσει των εικονοσυντεταγμένων τους, όλων των σημείων που είναι κοινά σε περισσότερες από δύο εικόνες. Αποτέλεσμα είναι η γνώση όλων των ομολογιών σε όλες τις εικόνες.
10. Από τις συντεταγμένες μοντέλου όλων των σημείων που είναι κοινά σε διαδοχικά ζεύγη υπολογίζεται η διαφορά κλίμακας μεταξύ διαδοχικών μοντέλων. Αποτέλεσμα είναι η αποκατάσταση ενιαίας κλίμακας (εκείνης του πρώτου μοντέλου) σε όλα τα μοντέλα.

11. Δεδομένης της ενιαίας κλίμακας, από τους σχετικούς προσανατολισμούς των διαδοχικών μοντέλων μπορούν πλέον να εκφραστούν οι προσεγγιστικές τιμές για τους προσανατολισμούς όλων των εικόνων και για τις 3D συντεταγμένες όλων των σημείων σύνδεσης στο σύστημα της πρώτης εικόνας.
12. Τελική συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση όλων των εικόνων της λωρίδας.
13. Αξιολόγηση αποτελεσμάτων έναντι επιλύσεων από άλλα λογισμικά. Η αξιολόγηση πραγματοποιείται κυρίως μέσω 3D μετασχηματισμού ομοιότητας μεταξύ σημειοσυστόλων που προκύπτουν από τις διαφορετικές επιλύσεις.

1.3 Δομή της εργασίας

Στα κεφάλαια που ακολουθούν παρουσιάζονται αρχικά κάποια βασικά θεωρητικά στοιχεία ως υπόβαθρο για την ανάπτυξη και καλύτερη κατανόηση των επόμενων κεφαλαίων. Έτσι, στο **Κεφάλαιο 2** γίνεται πολύ συνοπτική αναφορά στα βασικά συστήματα αναφοράς, τον εσωτερικό και τον σχετικό προσανατολισμό, τον πίνακα στροφής και την συνθήκη συγγραμμικότητας. Στο **Κεφάλαιο 3** αναλύεται ο τρόπος με τον οποίο ο αλγόριθμος SIFT εντοπίζει, αντιστοιχίζει και εξάγει σημεία ενδιαφέροντος βάσει του διανύσματος περιγραφικών χαρακτηριστικών που αποδίδεται σε κάθε σημείο. Το **Κεφάλαιο 4** περιγράφει την διαδικασία ελέγχου των ομολογιών με χρήση της 2D επιπολικής γεωμετρίας, όπως επίσης και τον προσδιορισμό προσεγγιστικών τιμών για την σταθερά c της μηχανής. Αναλυτικότερα, αναπτύσσονται οι έννοιες της επιπολικής γεωμετρίας, του επιπολικού πίνακα F και οι ιδιότητές του, ενώ αναφέρεται και η επίλυση του πίνακα με διαφορετικούς αλγορίθμους, ώστε με γνωστό F να υπολογιστούν οι προσεγγιστικές τιμές του c με γραμμικούς αλγορίθμους. Το **Κεφάλαιο 5** παραθέτει τους τρόπους με τους οποίους προσδιορίζονται οι προσεγγιστικές τιμές των άγνωστων στοιχείων που τελικά θα υπολογιστούν με την μέθοδο της δέσμης για κάθε ζεύγος εικόνων. Αρχικά, εξηγείται ο δεσμευμένος επιπολικός πίνακας E και ο γραμμικός αλγόριθμος RLT (Relative Linear Transformation), με τον οποίο υπολογίζονται προσεγγιστικές τιμές των παραμέτρων του σχετικού προσανατολισμού, και ακολουθούν οι μη γραμμικοί αλγόριθμοι (συνθήκη συνεπιπεδότητας και μέθοδος της δέσμης). Εδώ λοιπόν υπολογίζονται προσεγγιστικές τιμές των παραμέτρων του σχετικού προσανατολισμού και των συντεταγμένων μοντέλου των ομόλογων σημείων για κάθε ζεύγος εικόνων (που αναφέρονται στο σύστημα της εκάστοτε αριστερής εικόνας του ζεύγους). Στο **κεφάλαιο 6** ολοκληρώνεται η γενική επίλυση με την μέθοδο της δέσμης για όλες τις εικόνες. Οι προσεγγιστικές τιμές που έχουν υπολογιστεί στο προηγούμενο κεφάλαιο μεταφέρονται στο ενιαίο σύστημα (της πρώτης εικόνας). Σειρά έχει η γενική συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση, παρατίθεται η μορφή των πινάκων και παρουσιάζεται το μαθηματικό μοντέλο που εφαρμόζεται. Το **Κεφάλαιο 7** περιλαμβάνει όλες τις πειραματικές εφαρμογές που πραγματοποιήθηκαν με πραγματικές εικόνες, παρουσιάζοντας τα αποτελέσματα από την εφαρμογή των αλγορίθμων με σχολιασμό και αξιολόγησή τους. Το **Κεφάλαιο 8** περιλαμβάνει τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την παρούσα μελέτη καθώς και προτάσεις για πιθανή περαιτέρω επέκταση και βελτίωση της προσέγγισης που αναπτύχθηκε εδώ. Στο τέλος της εργασίας παρατίθεται αναλυτικά η βιβλιογραφία που χρησιμοποιήθηκε κατά την εκπόνησή της.

Βασικές φωτογραμμετρικές έννοιες

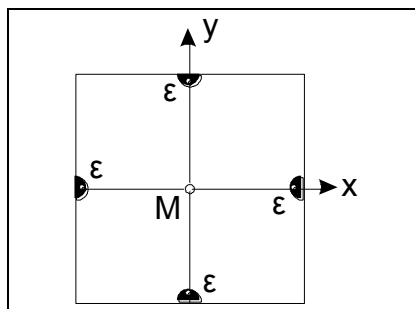
Στο κεφάλαιο αυτό αναφέρονται πολύ συνοπτικά ορισμένα βασικά στοιχεία της φωτογραμμετρικής θεωρίας, ως αναγκαίο υπόβαθρο για την καλύτερη κατανόηση των διαδικασιών που θα ακολουθήσουν.

2.1 Συστήματα αναφοράς

Τα κύρια συστήματα αναφοράς που χρησιμοποιούνται στην Φωτογραμμετρία είναι τα εξής.

2.1.1 Το σύστημα των εικονοσυντεταγμένων

Το σύστημα των εικονοσυντεταγμένων είναι ένα 2D δεξιόστροφο σύστημα xy , το οποίο ορίζεται στο επίπεδο της εικόνας με αρχή το κέντρο της M . Στις αναλογικές μετρικές μηχανές το κέντρο οριζόταν μέσω “εικονοσημάτων” (Σχ. 2.1), στην περίπτωση των κοινών φωτογραφικών μηχανών οι δύο άξονες οριζόνταν από τα μέσα των απέναντι πλευρών, ενώ στις ψηφιακές μηχανές το κέντρο M ορίζεται πλέον άμεσα από τις διαστάσεις του πίνακα της εικόνας. Οι μετρήσεις μπορούν να εκφράζονται σε mm ή $pixel$, και εφόσον πραγματοποιούνται σε διαφορετικό σύστημα (δηλαδή με διαφορετική αρχή, προσανατολισμό ή κλίμακα), τότε πρέπει να ανάγονται στο σύστημα των εικονοσυντεταγμένων.



Σχήμα 2.1. Το σύστημα εικονοσυντεταγμένων (Πέτσα, 2000).

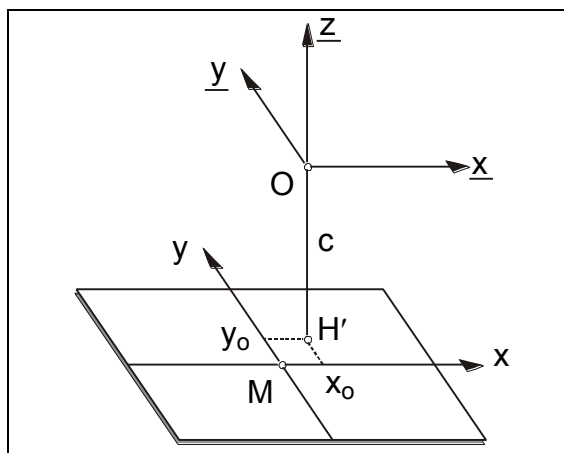
2.1.2 Το σύστημα της εικόνας

Το σύστημα των εικονοσυντεταγμένων είναι στην ουσία ο ενδιάμεσος προκειμένου να οριστεί το σύστημα της εικόνας, στο οποίο αναφέρεται τελικά η κεντρική προβολή. Πρόκειται για ένα 3D δεξιόστροφο σύστημα \underline{xyz} με αρχή το κέντρο προβολής O , δηλαδή το σημείο λήψης (Σχ. 2.2). Ο άξονας \underline{z} είναι κάθετος στο επίπεδο της εικόνας, ενώ οι άξονες \underline{x} , \underline{y} είναι παράλληλοι στους αντίστοιχους άξονες του συστήματος των εικονοσυντεταγμένων που υλοποιούνται στο επίπεδο της εικόνας. Έτσι, ως προς το σύστημα των εικονοσυντεταγμένων το σύστημα της εικόνας έχει μετάθεση στην διεύθυνση \underline{z} κατά c και στις διευθύνσεις \underline{x} , \underline{y} μεταθέσεις κατά x_o , y_o , αντίστοιχα, όπου c η σταθερά της μηχανής και x_o , y_o οι εικονοσυντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου (προβολή του O στο 2D σύστημα xy). Άρα η σχέση μεταξύ των δύο συστημάτων είναι:

$$\underline{x} = x - x_o$$

$$\underline{y} = y - y_o \quad \text{ή} \quad \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{y} \\ \underline{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ c \end{bmatrix} \quad (2.1 \text{ a-c})$$

$$\underline{z} = -c$$



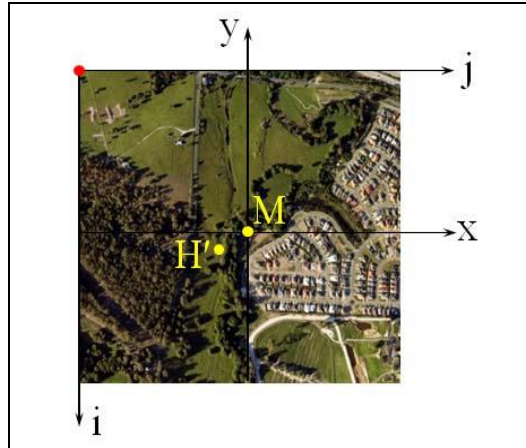
Σχήμα 2.2. Το σύστημα εικονοσυντεταγμένων και το σύστημα της εικόνας (Πέτσα, 2000).

Σήμερα οι μετρήσεις εικονοσημείων λαμβάνονται, κατά κανόνα, σε μονάδες pixel στο αριστερόστροφο σύστημα της ψηφιακής εικόνας (Σχ. 2.3). Εάν i_M, j_M είναι οι συντεταγμένες σε pixel του κέντρου της εικόνας, οι εικονοσυντεταγμένες των εικονοσημείων σε pixel είναι

$$x = j - j_M \quad y = -(i - i_M) \quad (2.2)$$

ενώ εάν i_o, j_o είναι οι συντεταγμένες σε pixel του πρωτεύοντος σημείου της εικόνας, οι συντεταγμένες εικονοσημείων σε pixel είναι

$$\underline{x} = j - j_o \quad \underline{y} = -(i - y_o) \quad (2.3)$$



Σχήμα 2.3. Το σύστημα της ψηφιακής εικόνας και το σύστημα εικονοσυντεταγμένων.

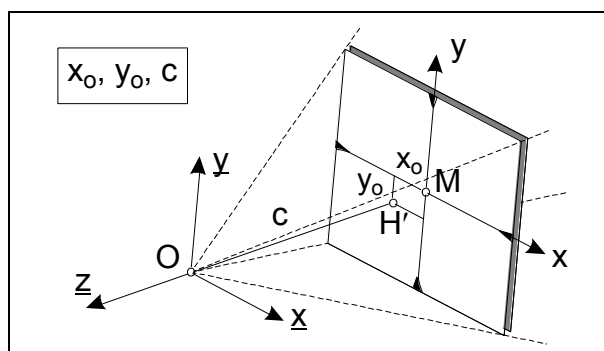
2.1.3 Το σύστημα του χώρου

Είναι ένα δεξιόστροφο τρισσορθογώνιο σύστημα XYZ , το οποίο μπορεί να σχετίζεται με το κρατικό σύστημα, να είναι τοπικό ή και να είναι αυθαίρετο. Στις περιπτώσεις των αεροφωτογραφιών ο άξονας Z είναι κατά κανόνα κατακόρυφος, ενώ στις περιπτώσεις επίγειων λήψεων είναι βολικότερο να χρησιμοποιείται στραμμένο σύστημα με άξονα Z οριζόντιο. Κατά περίπτωση μπορεί, όπως συμβαίνει στην παρούσα εργασία, ως σύστημα του χώρου να χρησιμεύει το αυθαίρετο ως προς κλίμακα, θέση και προσανατολισμό σύστημα μοντέλου που ορίζεται από τον σχετικό προσανατολισμό εικόνων.

2.2 Εσωτερικός προσανατολισμός

Ο εσωτερικός προσανατολισμός της εικόνας αποτελεί την διαδικασία μαθηματικής ανάπλασης της γεωμετρίας των φωτεινών ακτίνων, δηλαδή της προβολικής δέσμης ακτίνων όπως αυτή υπήρξε στον χώρο κατά την στιγμή της λήψης. Οι τρεις βασικές (προβολικές) παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού είναι (Σχ. 2.4):

- Οι συντεταγμένες x_0, y_0 του πρωτεύοντος σημείου (η θέση της προβολής του προβολικού κέντρου O στο σύστημα των εικονοσυντεταγμένων, δηλαδή στο επίπεδο της φωτοευαίσθητης επιφάνειας).
- Η σταθερά c της μηχανής, δηλαδή η απόσταση του προβολικού κέντρου O από το επίπεδο εστίασης.



Σχήμα 2.4. Οι βασικές παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού (Πέτσα, 2000).

Τα τρία αυτά στοιχεία, που ορίζουν την θέση του κέντρου προβολής στο σύστημα των εικονοσυντεταγμένων, καθορίζουν το μοντέλο της τυπικής κεντρικής προβολής που περιγράφει καλύτερα την συγκεκριμένη φωτογραφική μηχανή. Ωστόσο η φυσική διαδικασία της απεικόνισης αποκλίνει από την τυπική αυτή γεωμετρία (υπάρχει δηλαδή ανάγκη να μοντελοποιηθούν κατά το δυνατόν πληρέστερα αυτές οι αποκλίσεις). Η σημαντικότερη απόκλιση ανάμεσά τους είναι η συμμετρική ακτινική διαστροφή Δr του φακού, λόγω της οποίας οι προβολικές ακτίνες θλώνται εξερχόμενες από τον φακό. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι οι ευθείες του χώρου που απεικονίζονται καμπυλωμένες. Η ακτινική διαστροφή περιγράφεται με πολυώνυμο των περιττών δυνάμεων της ακτινικής απόστασης:

$$\Delta r = k_1 r^3 + k_2 r^5 \quad (2.4)$$

όπου r είναι η ακτινική απόσταση κάθε σημείου από το πρωτεύον σημείο:

$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

Αυστηρά μιλώντας, πρέπει να σημειώσει κανείς ότι η ακτινική διαστροφή είναι συμμετρική όχι ως προς το πρωτεύον σημείο αλλά ως προς το “σημείο βέλτιστης συμμετρίας” (Kraus, 2003). Στην πράξη όμως αυτή η διαφορά αγνοείται ως αμελητέα.

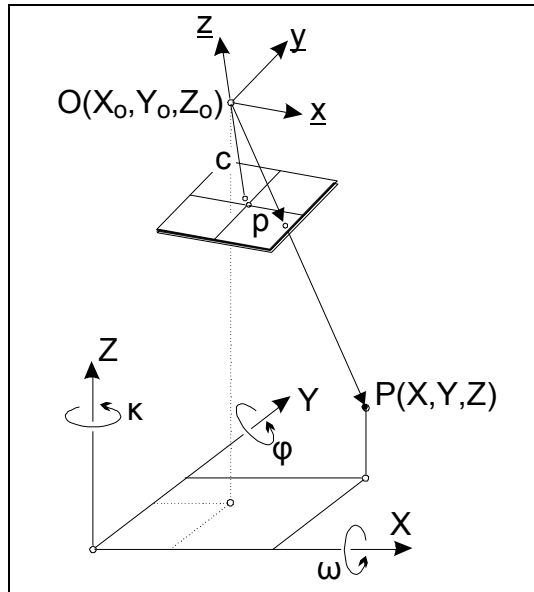
Πρέπει, τέλος, να αναφερθεί ότι είναι βέβαια δυνατόν να εισάγονται στο γεωμετρικό μοντέλο και άλλες παράμετροι που επίσης περιγράφουν αποκλίσεις των πραγματικών απεικονίσεων από την αυστηρή κεντρική προβολή. Συνηθέστερες είναι οι αφινικές παράμετροι της εικόνας, οι οποίες εκφράζουν άξονες διαφορετικής κλίμακας ή/και μη ορθογωνικούς, και η έκκεντρη διαστροφή του φακού (Ντούσκος, 2006).

2.3 Συνθήκη Συγγραμμικότητας

Η συνθήκη συγγραμμικότητας είναι ως γνωστόν η βασική εξίσωση της φωτογραμμετρίας, η οποία είναι στην πραγματικότητα μια εξίσωση ευθείας στον χώρο. Εκφράζει το γεγονός ότι ένα τυχαίο σημείο του χώρου P , το αντίστοιχο εικονοσημείο p και το σημείο λήψης κείται επ’ ευθείας, περιγράφοντας ουσιαστικά την κεντρική προβολή. Δηλαδή το διάνυσμα που ορίζεται από το κέντρο προβολής και το σημείο P στον χώρο και το διάνυσμα που ορίζεται από το κέντρο λήψης με το εικονοσημείο p πρέπει να είναι συνευθειακά (συγγραμμικά).

Όπως φαίνεται από το Σχ. 2.5, με την συνθήκη συγγραμμικότητας περιγράφονται οι στροφές και μεταθέσεις που πρέπει να υποστεί το ένα σύστημα ώστε να ταυτιστεί με το άλλο. Τα δυο 3D συστήματα συντεταγμένων (εικόνας και χώρου) συνδέονται με 6 βαθμούς ελευθερίας, οι 3 από τους οποίους αναφέρονται στις μεταθέσεις και οι 3 στις στροφές.

Στην συγκεκριμένη περίπτωση, οι 6 βαθμοί ελευθερίας του μετασχηματισμού στερεού σώματος εκφράζονται από τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού $X_0, Y_0, Z_0, \omega, \varphi, \kappa$ της εικόνας, όπου X_0, Y_0, Z_0 οι συντεταγμένες του σημείου λήψης στον χώρο και ω, φ, κ οι στροφές που έχει η εικόνα στο σύστημα του χώρου.



Σχήμα 2.5. Η συνθήκη συγγραμμικότητας (Πέτσα, 2000).

Η συνθήκη συγγραμμικότητας εκφράζεται αναλυτικά με την σχέση:

$$\begin{vmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -c \end{vmatrix} = \frac{1}{k} \mathbf{R} \begin{vmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{vmatrix} \quad (2.5)$$

όπου $\mathbf{R}(\omega\phi\kappa)$ ο πίνακας στροφής της εικόνας.

Ο παράγοντας $\frac{1}{k}$ εκφράζει την σημειακή κλίμακα, η οποία ισούται με:

$$\frac{1}{k} = \frac{-c}{r_{31}(X-X_0) + r_{32}(Y-Y_0) + r_{33}(Z-Z_0)}$$

όπου r_{31} τα στοιχεία του \mathbf{R} .

Απαλοιφή της σημειακής κλίμακας καταλήγει στις γνωστές εξισώσεις συγγραμμικότητας:

$$x - x_0 - \Delta x = -c \frac{r_{11}(X-X_0) + r_{12}(Y-Y_0) + r_{13}(Z-Z_0)}{r_{31}(X-X_0) + r_{32}(Y-Y_0) + r_{33}(Z-Z_0)} \quad (2.6 a-b)$$

$$y - y_0 - \Delta y = -c \frac{r_{21}(X-X_0) + r_{22}(Y-Y_0) + r_{23}(Z-Z_0)}{r_{31}(X-X_0) + r_{32}(Y-Y_0) + r_{33}(Z-Z_0)}$$

όπου $\Delta x, \Delta y$ οι διορθώσεις των εικονοσυντεταγμένων (πχ. από ακτινική διαστρόφη).

Η συνθήκη αυτή συνδέει λοιπόν τις εικονοσυντεταγμένες x, y κάθε σημείου της εικόνας με τις συντεταγμένες του X, Y, Z στον χώρο μέσω των 3 βασικών στοιχείων x_0, y_0, c του εσωτερικού προσανατολισμού και των 6 στοιχείων $X_0, Y_0, Z_0, \omega, \phi, \kappa$ του εξωτερικού προσανατολισμού της εικόνας.

Η συνθήκη συγγραμμικότητας χρησιμοποιείται στις βασικές διαδικασίες της εμπροσθοτομίας, της οπισθοτομίας, της βαθμονόμησης και της επίλυσης με την μέθοδο της δέσμης.

2. 4 Πίνακας στροφής και εξαγωγή γωνιών στροφής

Όπως προαναφέρθηκε, δύο τυπικά ομόστροφα τρισσορθογώνια συστήματα του χώρου συνδέονται μεταξύ τους με 3 μεταθέσεις και τις 3 γωνίες ω , φ , κ , οι οποίες αναφέρονται σε στροφές περί τους αντίστοιχους άξονες X, Y, Z. Ο πίνακας στροφής \mathbf{R} περιγράφει τις στροφές που πρέπει να υποστεί στο σύστημα του χώρου ώστε να γίνει παράλληλο στο σύστημα της εικόνας, οι οποίες θεωρούνται συμβατικά με την σειρά ω , φ , κ . Η σειρά πρέπει να τηρείται διότι οι στροφές δεν έχουν την αντιμεταθετική ιδιότητα. Η συνολική στροφή περιγράφεται από τον πίνακα $\mathbf{R}_{\omega\varphi\kappa}$, ο οποίος προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό των στοιχειωδών πινάκων \mathbf{R}_κ , \mathbf{R}_φ , \mathbf{R}_ω ως εξής:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\omega\varphi\kappa} &= \mathbf{R}_\kappa \mathbf{R}_\varphi \mathbf{R}_\omega = \\ &= \begin{vmatrix} \cos\varphi \cos\kappa & \cos\omega \sin\kappa + \sin\omega \sin\varphi \cos\kappa & \sin\omega \sin\kappa - \cos\omega \sin\varphi \cos\kappa \\ -\cos\varphi \sin\kappa & \cos\omega \cos\kappa - \sin\omega \sin\varphi \sin\kappa & \sin\omega \cos\kappa + \cos\omega \sin\varphi \sin\kappa \\ \sin\varphi & -\sin\omega \cos\varphi & \cos\omega \cos\varphi \end{vmatrix} \quad (2.7) \end{aligned}$$

Αντίστροφα, από γνωστό πίνακα στροφής μπορούν να υπολογιστούν οι στροφές ω , φ , κ . Πολλοί αλγόριθμοι απευθείας υπολογίζουν τον πίνακα στροφής \mathbf{R} και συχνά (όπως στην περίπτωση της παρούσας εργασίας) είναι αναγκαία η εξαγωγή των ίδιων των γωνιών, οι οποίες προκύπτουν με κατάλληλο συνδυασμό των στοιχείων του πίνακα. Το πρόβλημα εξαγωγής γωνιών θέλει προσοχή, αφού διαφορετικές γωνίες δίνουν ίδια τιμή ημίτονου ή συνημίτονου. Στις συνήθεις περιπτώσεις γίνεται η παραδοχή ότι $\cos \varphi > 0$ ($90^\circ > \varphi > -90^\circ$), οπότε προκύπτουν οι γωνίες ως εξής:

$$\tan \kappa = \frac{-r_{21}}{r_{11}} \Rightarrow \kappa = \text{atan} \frac{-r_{21}}{r_{11}} = \text{atan} \frac{\sin \kappa}{\cos \kappa} \quad (2.8)$$

Επειδή οι γωνίες κ και $\kappa \pm \pi$ έχουν την ίδια τιμή εφαπτομένης, το πρόσημο της γωνίας κ προκύπτει ανάλογα με το πρόσημο του $\sin \kappa$ και του $\cos \kappa$. Ακόμα,

$$\tan \varphi = \frac{r_{31}}{r_{11}} \Rightarrow \varphi = \text{atan} \frac{r_{31} \cos \kappa}{r_{11}} \quad (2.9)$$

$$\tan \omega = \frac{-r_{32}}{r_{33}} \Rightarrow \omega = \text{atan} \frac{-r_{32}}{r_{33}} \quad (2.10)$$

Αν $\cos \varphi < 0$, τότε οι γωνίες που θα προέκυπταν θα ήταν $\pi + \omega$, $\pi - \varphi$, $\pi + \kappa$, οι οποίες δίνουν ακριβώς τον ίδιο πίνακα στροφής με τις ω , φ , κ (Μπουτσικάκης, 2003)

2. 5 Σχετικός προσανατολισμός

Η διαδικασία αποκατάστασης του σχετικού προσανατολισμού δύο ομόλογων δεσμών ακτίνων προβολής αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα στην Φωτογραμμετρία, διότι έχει ως προϋπόθεση και απόρροια το γεγονός πως οι ομόλογες ακτίνες τέμνονται. Συνεπώς δημιουργείται ένα 3D μοντέλο καλής γεωμετρικής ποιότητας, δηλαδή αποκαθίσταται το σωστό σχήμα του αντικειμένου (και παράλληλα εξασφαλίζεται η δυνατότητα για στερεοσκοπική παρατήρησή του). Πρόκειται στην ουσία για το πρόβλημα προσδιορισμού της

σχετικής θέσης και των σχετικών στροφών μεταξύ δύο επικαλυπτόμενων δεσμών από απλές ομολογίες εικόνων (Καλησπεράκης, 2010).

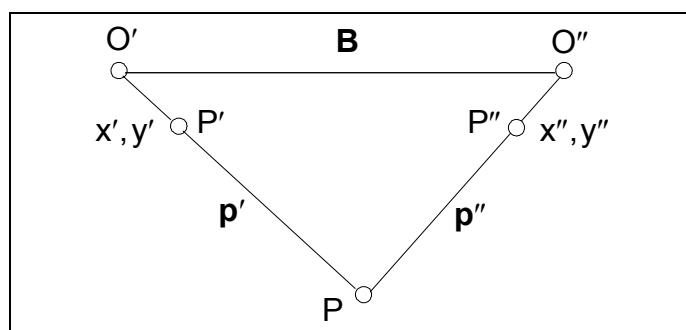
Η αποκατάσταση του σχετικού προσανατολισμού υλοποιείται με την εύρεση των 5 παραμέτρων που τον χαρακτηρίζουν πλήρως, οι οποίες συνήθως εκφράζονται από τις σχετικές συνιστώσες β_y, β_z της βάσης B του ζεύγους και τις τρεις σχετικές στροφές ω, φ, κ των δυο εικόνων. Να αναφερθεί ότι στην διατύπωση αυτή η κατά x συνιστώσα της βάσης (B_x) επηρεάζει μόνο την κλίμακα του στερεομοντέλου, και για τον λόγο αυτό δεν συμπεριλαμβάνεται στις ανεξάρτητες παραμέτρους (συνήθως θεωρείται ίση με 1).

Απαραίτητα στοιχεία για την αποκατάσταση του σχετικού προσανατολισμού δεσμών είναι οι παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού, καθώς φυσικά και οι εικονοσυντεταγμένες τουλάχιστον 5 ομόλογων σημείων σε καλά κατανεμημένες θέσεις της επικαλυπτόμενης περιοχής (συχνά αναφερόμενες και ως θέσεις von Gruber). Σε διαδικασίες αυτόματου σχετικού προσανατολισμού συμμετέχουν βέβαια πολύ περισσότερα σημεία. Είναι προφανές ότι δεν απαιτούνται σημεία με γνωστές συντεταγμένες χώρου, αφού εδώ δεν πραγματοποιείται σύνδεση με κάποιο εξωτερικό σύστημα αναφοράς.

Η αποκατάσταση του σχετικού προσανατολισμού ζεύγους επικαλυπτόμενων δεσμών ώστε να εξαλειφθεί η κατά y παράλλαξη, δηλαδή η ασυμβατότητα των ομόλογων ακτίνων, πραγματοποιείται συνήθως με την εφαρμογή της συνθήκης συνεπιπεδότητας. Η επίλυση του προβλήματος μπορεί επίσης να γίνει με συνόρθωση δέσμης εφόσον δεσμευτούν οι 7 παράμετροι του 3D μερασχηματισμού ομοιότητας (πχ. με το να θεωρηθούν τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού της αριστερής εικόνας ίσα με μηδέν και να δοθεί αυθαίρετη τιμή στην κατά x συνιστώσα της βάσης). Για λόγους που θα εξηγηθούν στα επόμενα, στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκαν και οι δύο μέθοδοι. Τέλος, μπορούν να εφαρμοστούν και γραμμικοί τρόποι προκειμένου να εκτιμηθούν προσεγγιστικές τιμές των 5 παραμέτρων ως αρχικές τιμές για τους μη γραμμικούς αλγόριθμους επίλυσης του σχετικού προσανατολισμού. Και αυτοί οι αλγόριθμοι χρησιμοποιήθηκαν στην εργασία.

2.6 Συνθήκη συνεπιπεδότητας

Η συνθήκη συνεπιπεδότητας, η οποία αποτελεί μέσον για την λύση του προβλήματος του σχετικού προσανατολισμού, ορίζει ότι το διάνυσμα B της βάσης και τα διανύσματα p' (αριστερή ακτίνα προβολής) και p'' (δεξιά ακτίνα προβολής) που συνδέουν το σημείο P του χώρου με τα κέντρα λήψης είναι συνεπίπεδα, δηλαδή ορίζουν ένα επιτολικό επίπεδο (Σχ. 2.7).



Σχήμα 2.7. Η συνθήκη συνεπιπεδότητας (Πέτσα, 2000).

Μαθηματικά η συνθήκη συνεπιπεδότητας εκφράζεται από την σχέση μικτού γινομένου:

$$\mathbf{B} \cdot (\mathbf{p}' \times \mathbf{p}'') = \mathbf{B} \cdot \mathbf{d} = 0 \quad (2.11)$$

Η παραπάνω σχέση δηλώνει ότι το εξωτερικό γινόμενο $\mathbf{p}' \times \mathbf{p}''$ ορίζει διάνυσμα \mathbf{d} κάθετο στο επιπολικό επίπεδο που δημιουργούν τα δύο ομόλογα διανύσματα \mathbf{p}' και \mathbf{p}'' . Αφού το διάνυσμα \mathbf{B} της βάσης είναι συνεπίπεδο με τα δύο ομόλογα διανύσματα, το \mathbf{d} πρέπει να είναι κάθετο και σε αυτό. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι το συνημίτονο της γωνίας που δημιουργεί το διάνυσμα \mathbf{B} της βάσης με το διάνυσμα \mathbf{d} πρέπει να είναι μηδενικό, επομένως να μηδενίζεται το εσωτερικό γινόμενο των δύο αυτών διανυσμάτων.

Με ανάλυση των διανυσμάτων \mathbf{B} , \mathbf{p}' και \mathbf{p}'' στις κατά x , y , z συνιστώσες τους η σχέση (2.11) τελικά γίνεται:

$$\begin{vmatrix} B_x & B_y & B_z \\ p_{x'} & p_{y'} & p_{z'} \\ p_{x''} & p_{y''} & p_{z''} \end{vmatrix} = 0 \quad (2.12)$$

Στον σχετικό προσανατολισμό, όπως αυτός επιλύεται εδώ, η συνιστώσα B_x της βάσης δεν μπορεί να υπολογίζεται αφού επηρεάζει μόνο την κλίμακα του μοντέλου. Συνεπώς οι συνιστώσες B_y και B_z ανάγονται στην κατά x συνιστώσα της βάσης, οπότε προκύπτει:

$$\begin{vmatrix} 1 & \beta_y & \beta_z \\ p_{x'} & p_{y'} & p_{z'} \\ p_{x''} & p_{y''} & p_{z''} \end{vmatrix} = 0 \quad (2.13)$$

$$\text{όπου } \beta_y = \frac{B_y}{B_x} \text{ και } \beta_z = \frac{B_z}{B_x}.$$

Αν ο πίνακας στροφής \mathbf{R}_z αναφέρεται στην σχετική στροφή της δεξιάς εικόνας ως προς την αριστερή, τότε τα δύο ομόλογα διανύσματα των ακτίνων προβολής εκφράζονται ως εξής (οι εικονοσυντεταγμένες θεωρείται ότι έχουν αναχθεί στο πρωτεύον σημείο):

$$\mathbf{p}' = k' \begin{vmatrix} p_{x'} \\ p_{y'} \\ p_{z'} \end{vmatrix} = k' \begin{vmatrix} x' \\ y' \\ -c \end{vmatrix} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{p}'' = k'' \begin{vmatrix} p_{x''} \\ p_{y''} \\ p_{z''} \end{vmatrix} = k'' \mathbf{R}_z^T \begin{vmatrix} x'' \\ y'' \\ -c \end{vmatrix} = k'' \begin{vmatrix} \bar{x}'' \\ \bar{y}'' \\ -\bar{c} \end{vmatrix} \quad (2.15)$$

Οπότε η σχέση (2.13) με εισαγωγή της (2.14) και (2.15) καταλήγει στην:

$$\begin{vmatrix} 1 & \beta_y & \beta_z \\ x' & y' & -c \\ \bar{x}'' & \bar{y}'' & -\bar{c} \end{vmatrix} = 0$$

Η τελική έκφραση της συνθήκης συνεπιπεδότητας που χρησιμοποιείται στην πράξη για να βρεθούν τα 5 στοιχεία του σχετικού προσανατολισμού είναι η ακόλουθη:

$$\begin{aligned}
 & c (x'' r_{12} + y'' r_{22} - c r_{32}) + y' (x'' r_{13} + y'' r_{23} - c r_{33}) - \\
 & -\beta_y [x'(x'' r_{13} + y'' r_{23} - c r_{33}) + c (x'' r_{11} + y'' r_{21} - c r_{31})] + \\
 & + \beta_z [x'(x'' r_{12} + y'' r_{22} - c r_{32}) - y' (x'' r_{11} + y'' r_{21} - c r_{31})] = 0 \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

Εντοπισμός και συνταύτιση σημείων ενδιαφέροντος

Ψηφιακή συνταύτιση εικόνας (Digital Image Matching) ονομάζεται η διαδικασία αυτόματης απόκτησης ομολογιών μεταξύ δύο ή περισσότερων επικαλυπτόμενων εικόνων. Ουσιαστικά πρόκειται για την αντιστοίχιση σημείων ενδιαφέροντος, γραμμών ή περιοχών με συγκεκριμένους τόνους μεταξύ εικόνων ή προτύπων με εικόνες. Ενώ γενικά πρόκειται για μια πολύ εύκολη και απλή διαδικασία για τον ανθρώπινο εγκέφαλο (πλην χρονοβόρα όσον αφορά την καταγραφή των αποτελεσμάτων), για τον υπολογιστή είναι ιδιαίτερα δύσκολη και περίπλοκη, διότι αυτός αντιλαμβάνεται τις εικόνες απλώς σαν πίνακες με τιμές χρώματος. Δεδομένης της δυσκολίας αυτής, η αυτοματοποίηση της ψηφιακής συνταύτισης αποτέλεσε ένα μείζον αντικείμενο έρευνας πέρα από τον κλάδο της Φωτογραμμετρίας, ιδίως δε στο πεδίο της Όρασης Υπολογιστών.

Στην γενικότητά του, το πρόβλημα της συνταύτισης εικόνας θεωρείται “ελλιπώς ορισμένο” επειδή παρουσιάζει τα εξής χαρακτηριστικά:

- Είναι πιθανόν να μην παρουσιάζει λύση (αδυναμία λύσης), δηλαδή η οντότητα της οποίας αναζητείται η αντίστοιχη να μην εμφανίζεται και στις δύο εικόνες, πχ. λόγω αποκρύψεων στην εικόνα.
- Είναι πιθανόν να μην έχει μοναδική λύση (πολλαπλές λύσεις), πράγμα που συμβαίνει όταν πχ. στις εικόνες υπάρχουν επαναλαμβανόμενα μοτίβα, δηλαδή μια οντότητα σε μια εικόνα μπορεί να αντιστοιχεί σε περισσότερες από μια οντότητες στην άλλη εικόνα.
- Είναι πιθανόν να μην έχει ισχυρή ή αξιόπιστη λύση (εξάρτηση από τα δεδομένα), για το οποίο μπορεί να ευθύνεται πχ. η ύπαρξη θορύβου ή η φτωχή υφή.

Με βάση τα παραπάνω, είναι προφανές ότι η αντιμετώπιση του προβλήματος της συνταύτισης εξαρτάται αποκλειστικά από τα υπάρχοντα δεδομένα, δηλαδή κυρίως από το περιεχόμενο των συγκεκριμένων εικόνων. Συνεπώς, ανάλογα με τα δεδομένα της λήψης υπάρχουν πολλοί παράγοντες που επηρεάζουν τα αποτελέσματα της συνταύτισης. Τέτοιοι είναι οι συνθήκες φωτισμού κατά την στιγμή της λήψης, η ποιότητα καταγραφής του ψηφιακού σήματος και η γεωμετρία λήψης. Οι παράγοντες αυτοί επηρεάζονται παράλληλα από το έντο-

νο ανάγλυφο του αντικειμένου, την έντονη διαφορά μεταξύ των αποστάσεων λήψης των ει-
κόνων και τις έντονες στροφές, κατά κύριο λόγο στις επίγειες λήψεις.

Λαμβάνοντας υπόψη όλους τους παραπάνω παράγοντες, συμπεραίνει κανείς ότι η αντιμε-
τώπιση του προβλήματος της ψηφιακής συνταύτισης δεν είναι απλό ζήτημα. Αντίθετα, πρό-
κειται για περίπλοκο πρόβλημα, για την επίλυση του οποίου απαιτείται η ανάπτυξη σύνθε-
των μεθόδων και αλγορίθμων ώστε να καταλήγουν σε κατά το δυνατόν αξιόπιστα αποτελέ-
σματα. Οι πιο αποτελεσματικοί αλγόριθμοι είναι αναγκαίο να λαμβάνουν υπόψη και να ε-
λέγχουν τους περισσότερους από τους παράγοντες που αναφέρθηκαν.

Κατά το πέρασμα των πρόσφατων δεκαετιών έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι που στο-
χεύουν στην επίλυση του προβλήματος της ψηφιακής συνταύτισης, οι οποίες διαφέρουν α-
ναλογα με το είδος της οντότητας που συνταυτίζεται, το μαθηματικό μοντέλο που χρησιμο-
ποιείται κατά την συνταύτιση κ.λπ. Οι βασικές μέθοδοι συνταύτισης είναι η επιφανειακή
συνταύτιση, η συνταύτιση χαρακτηριστικών και η σχεσιακή συνταύτιση. Στην πρώτη οι ον-
τότητες που συνταυτίζονται είναι οι τιμές χρώματος σε παράθυρα στις δύο εικόνες. Στην
συνταύτιση χαρακτηριστικών πραγματοποιείται αντιστοίχιση σημείων, ακμών, περιοχών
και γραμμών που έχουν εξαχθεί σε εικόνες. Τέλος, η σχεσιακή συνταύτιση στηρίζεται σε
συνδυασμό τοπολογικών, γεωμετρικών και ραδιομετρικών σχέσεων μεταξύ οντοτήτων.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία ενδιαφέρει η αυτόματη εξαγωγή και συνταύτιση ση-
μείων ενδιαφέροντος (interest points), η οποία επιτυγχάνεται στην λογική της συνταύτισης
χαρακτηριστικών, και συγκεκριμένα εν προκειμένω μέσω του αλγορίθμου SIFT.

3.1 Συνταύτιση χαρακτηριστικών

Η ιδέα της συνταύτισης χαρακτηριστικών δημιουργήθηκε στις αρχές της δεκαετίας του '80,
όταν έγινε αντιληπτό ότι ο ανθρώπινος εγκέφαλος αντιστοιχίζει (δηλαδή συνταυτίζει) τις
οντότητες συνολικά βάσει των χαρακτηριστικών τους και όχι απλώς από τους τόνους της α-
πόχρωσης. Με τον τρόπο αυτό η συνταύτιση γίνεται λιγότερο ευαίσθητη στις ραδιομετρικές
και γεωμετρικές παραμορφώσεις των εικόνων. Μια άλλη ιδιότητα της συνταύτισης χαρα-
κτηριστικών είναι ότι μπορεί να λαμβάνει υπόψη την πληροφορία της δομής του χώρου, με
αποτέλεσμα να μπορεί να εξασφαλίσει πιο ισχυρές και αξιόπιστες λύσεις.

Η συνταύτιση χαρακτηριστικών γίνεται σε δύο στάδια. Το πρώτο στάδιο περιλαμβάνει την
εξαγωγή σε κάθε εικόνα ξεχωριστά οντοτήτων (σημείων, γραμμών, ακμών, επιφανειών), οι
οποίες συνδέονται με ορισμένες περιγραφικές ιδιότητες (attributes) σε μορφή περιγραφι-
κών διανυσμάτων (descriptors). Τέτοιες ιδιότητες μπορεί να είναι για τα σημεία η κλίση της
συνάρτησης έντασης του τόνου γύρω από αυτά, για τα γραμμικά στοιχεία ο προσανατολι-
σμός ή το μήκος και η καμπυλότητα, και για τα επιφανειακά η μέση φωτεινότητα ή το μέγε-
θός τους. Το δεύτερο στάδιο αφορά την συνταύτιση των χαρακτηριστικών, αφού υπολογι-
στεί ένα μέτρο ομοιότητας μεταξύ των ιδιοτήτων τους. Η αναζήτηση ομολογιών περιορίζε-
ται σε καταλόγους περιγραφικών χαρακτηριστικών και όχι σε ολόκληρη την εικόνα, πράγμα
που έχει σαν αποτέλεσμα την μείωση της διαχειριζόμενης πληροφορίας και συνεπώς του α-
παιτούμενου χρόνου.

Κατά καιρούς έχουν αναπτυχθεί διάφοροι αλγόριθμοι εξαγωγής σημείων ενδιαφέροντος,
γραμμών και ακμών. Οι παλαιότεροι ανάμεσά τους είναι εκείνοι των Moravec, Harris και

Förstner της δεκαετίας του '80 αλλά, όπως έχει ήδη αναφερθεί στην Εισαγωγή, στην συνέχεια αναπτύχθηκαν και πολλοί άλλοι τελεστές. Από τους σχετικά πιο πρόσφατους αλγόριθμους σημειακών τελεστών που είναι ανθεκτικοί σε ραδιομετρικές και γεωμετρικές παραμορφώσεις ξεχωρίζουν ο SIFT (Lowe, 2004) και ο SURF (Bay et al., 2006).

3.2 Ο αλγόριθμος SIFT

Ο αλγόριθμος SIFT, που αναπτύχθηκε από τον Lowe (2004), χρησιμοποιείται αρχικά για τον εντοπισμό σημείων ενδιαφέροντος σε εικόνες, τα οποία διατηρούνται κατά βάση αναλλοίωτα σε μεταβολές κλίμακας (scale invariance), σε στροφές της εικόνας (rotation invariance), και μερικώς αμετάβλητα στις αλλαγές του φωτισμού καθώς και του σημείου λήψης ή την ύπαρξη θορύβου. Ο αλγόριθμος τελικά καταλήγει στην εύρεση ομόλογων σημείων σε δύο εικόνες, συνδυάζοντας την εξαγωγή σημείων ενδιαφέροντος με την δημιουργία και σύγκριση αντίστοιχων πινάκων περιγραφικών χαρακτηριστικών (descriptors). Στην συνέχεια αναλύονται συνοπτικά τα κυριότερα βήματα που ακολουθεί ο αλγόριθμος SIFT.

3.2.1 Ανίχνευση ακροτάτων σε διαφορετικές κλίμακες

Ο εντοπισμός των χαρακτηριστικών σημείων στις εικόνες πραγματοποιείται ακολουθώντας μια ιεραρχική προσέγγιση από το αδρό στο λεπτομερές. Συνεπώς το πρώτο στάδιο του SIFT είναι ο εντοπισμός σημείων που διατηρούνται αναλλοίωτα στις μεταβολές της κλίμακας. Για να πραγματοποιηθεί αυτό με την αναζήτηση στο λεγόμενο χώρο κλιμάκων (scale space), ο αλγόριθμος αναζητεί τα σημεία ενδιαφέροντος σε πυραμίδες εικόνων. Για την δημιουργία τους πραγματοποιείται συνέλιξη με φίλτρο εξομάλυνσης Gauss με διαφορετικές τυπικές αποκλίσεις, με αποτέλεσμα να παράγονται εικόνες με διαφορετική κλίμακα. Η πράξη αυτή της συνέλιξης περιγράφεται μαθηματικά ως εξής:

$$L(x, y, \sigma) = G(x, y, \sigma) * I(x, y) \quad (3.1)$$

$$\text{όπου } G(x, y, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-(x^2+y^2)/2\sigma^2}$$

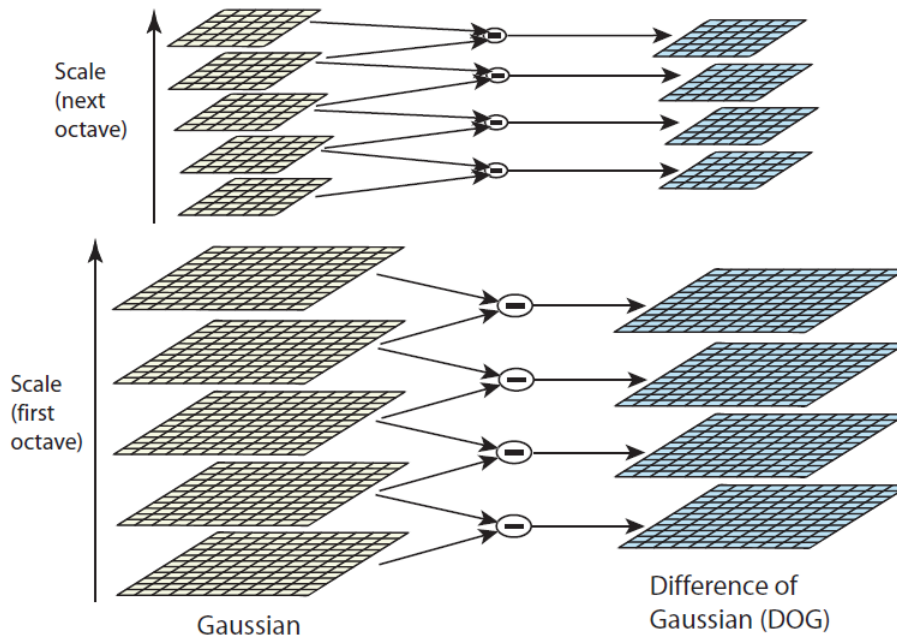
$I(x, y)$ η αρχική εικόνα

$L(x, y, \sigma)$ η εικόνα που δημιουργείται μετά από την συνέλιξη

Σύμφωνα με πειραματικά δεδομένα, αρκεί η συνέλιξη της αρχικής εικόνας τέσσερις φορές με φίλτρα Gauss διαφορετικών τυπικών αποκλίσεων (Αδάμ 2011). Ακολουθεί η επανασύσταση της εικόνας, με επιλογή κάθε δεύτερης εικονοψηφίδας κατά την οριζόντια και κατακόρυφη διεύθυνση, με υποδιπλασιασμό δηλαδή της ανάλυσής της. Αποτέλεσμα τελικώς είναι μια πυραμίδα εικόνων διαφορετικής ανάλυσης. Έπεται η συνέλιξη κάθε νέας εικόνας με φίλτρα εξομάλυνσης Gauss διαφορετικών τυπικών αποκλίσεων (άρα δημιουργία ενδιάμεσων κλιμάκων), διαδικασία που αρκεί να επαναληφθεί τρεις φορές, όπως έχει διαπιστωθεί πειραματικά.

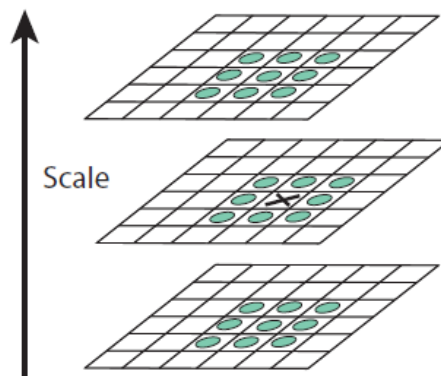
Κατόπιν οι διαδοχικές εικόνες διαφορετικής κλίμακας κάθε επιπέδου αφαιρούνται μεταξύ τους (Σχ. 3.1), με αποτέλεσμα να δημιουργείται η πυραμίδα DoG (Difference of Gaussians), η οποία προσεγγίζει το φίλτρο LoG (Laplacian of Gaussian) και πρακτικά μπορεί να υπολογιστεί από την διαφορά δύο διαδοχικών κλιμάκων που διαφέρουν κατά την σταθερά k :

$$D(x, y, \sigma) = [G(x, y, k\sigma) - G(x, y, \sigma)] * I(x, y) = L(x, y, k\sigma) - L(x, y, \sigma) \quad (3.2)$$



Σχήμα 3.1. Πυραμίδες Gaussian και DoG (Lowe, 2004)

Η ανίχνευση σημείων ενδιαφέροντος πραγματοποιείται στην πυραμίδα DoG με σύγκριση της τιμής κάθε εικονοψηφίδας με τις 8 γειτονικές τιμές, καθώς και με τις 9 τιμές που αντιστοιχούν στην αμέσως ανώτερη και κατώτερη εικόνα (Σχ. 3.2). Τελικά, εάν στο σημείο εμφανίζεται μέγιστο ή ελάχιστο, και ταυτόχρονα η τιμή του είναι μεγαλύτερη από κάποιο καθορισμένο κατώφλι, επιλέγεται ως σημείο ενδιαφέροντος.



Σχήμα 3.2. Σύγκριση εικονοψηφίδων με γειτονικά για εξαγωγή σημείου ενδιαφέροντος (Lowe, 2004).

Ο λόγος που χρησιμοποιείται η πυραμίδα DoG για την εύρεση σημείων είναι διότι σε αυτήν την πυραμίδα η ανίχνευσή τους είναι ανεξάρτητη της κλίμακας της εικόνας, το οποίο φαίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$G(x, y, k\sigma) - G(x, y, \sigma) \approx (k - 1)\sigma^2 \nabla^2 G^2 \quad (3.3)$$

Η σχέση αυτή δείχνει ότι η διαφορά των δυο εικόνων περιέχει το σ^2 , παράγωγο που απαιτείται για να κανονικοποιηθεί η κλίμακα σε όλα τα επίπεδα της εικόνας.

3.2.2 Ακριβής εντοπισμός σημείων ενδιαφέροντος

Αφού τα σημεία ενδιαφέροντος έχουν εντοπιστεί ύστερα από σύγκριση με τις τιμές των γειτονικών εικονοψηφίδων, επόμενο βήμα είναι η ακριβέστερη προσαρμογή στα κοντινότερα δεδομένα για τον ακριβή εντοπισμό της θέσης, της κλίμακας και της του λόγου των κύριων καμπυλοτήτων. Με βάση αυτή την πληροφορία κάποια σημεία ενδιαφέροντος μπορούν έτσι να απορριφθούν εάν έχουν χαμηλή αντίθεση, και επομένως είναι ευαίσθητα στον θόρυβο, ή εάν βρίσκονται κατά μήκος ακμών.

Τα σημεία ενδιαφέροντος που έχουν εντοπιστεί συνήθως βρίσκονται μεταξύ ακέραιων τιμών εικονοψηφίδων, επομένως κρίνεται απαραίτητος ο υπολογισμός της θέσης τους με ακρίβεια καλύτερη του pixel. Για να επιτευχθεί ο ακριβής εντοπισμός της θέσης του σημείου χρησιμοποιείται το πολυώνυμο Taylor. Στην συγκεκριμένη κλίμακα όπου εντοπίστηκε το σημείο ενδιαφέροντος χρησιμοποιείται το πολυώνυμο:

$$D(x) = D + \frac{\partial D^T}{\partial x} x + \frac{1}{2} x^T \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} x \quad (3.4)$$

Η απόσταση του σημείου από το εγγύτερο ακέραιο pixel προσδιορίζεται από την παράγωγο της παραπάνω σχέσης όταν αυτή τεθεί ίση με μηδέν:

$$\hat{x} = - \frac{\partial^2 D^{-1}}{\partial x^2} \frac{\partial D}{\partial x} \quad (3.5)$$

Εάν το \hat{x} προκύψει μεγαλύτερο από 0.5, αυτό σημαίνει ότι το σημείο ενδιαφέροντος βρίσκεται πιο κοντά σε κάποιο άλλο pixel. Σε αυτήν την περίπτωση επαναλαμβάνεται η διαδικασία ως προς το νέο pixel.

Επιπλέον η τιμή της συνάρτησης $D(\hat{x})$ είναι χρήσιμη για την απόρριψη ασταθών σημείων που βρίσκονται σε περιοχές με χαμηλή αντίθεση, τα οποία άρα δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως σημεία ενδιαφέροντος. Από πειράματα έχει προκύψει ότι απορρίπτονται τα σημεία ενδιαφέροντος για τα οποία ισχύει:

$$|D(\hat{x})| < 0.3,$$

$$\text{όπου } |D(\hat{x})| = D + \frac{1}{2} \frac{\partial D^T}{\partial x} \hat{x}$$

Κατόπιν είναι αναγκαίο να απομακρυνθούν και τα σημεία που βρίσκονται κατά μήκος ακμών, τα οποία συνήθως περνούν τον παραπάνω έλεγχο με αποτέλεσμα να επιλέγονται ως σημεία ενδιαφέροντος. Αυτό πραγματοποιείται με χρήση του Εσσιανού πίνακα (Hessian), ο οποίος υπολογίζεται στην θέση και την κλίμακα του σημείου ενδιαφέροντος:

$$H = \begin{vmatrix} D_{xx} & D_{xy} \\ D_{xy} & D_{yy} \end{vmatrix}$$

Οι ιδιοτιμές του πίνακα \mathbf{H} εκφράζουν τις κύριες καμπυλότητες του σημείου. Στα σημεία κατά μήκος ακμών παρατηρείται μια μεγάλη και μια μικρή καμπυλότητα. Με την υπόθεση ότι a η μεγάλη ιδιοτιμή του πίνακα \mathbf{H} και b η μικρή ισχύει $a = rb$ με $r \geq 1$. Τότε το άθροισμα των ιδιοτιμών υπολογίζεται από το ίχνος του \mathbf{H} , ενώ το γινόμενο από την ορίζουσα:

$$\text{Tr}(\mathbf{H}) = D_{xx} + D_{yy} = a + b \quad (3.6)$$

$$\text{Det}(\mathbf{H}) = D_{xx} D_{yy} - (D_{xy})^2 = a b \quad (3.7)$$

Διαιρώντας το ίχνος του πίνακα με την ορίζουσά του προκύπτει:

$$\frac{\text{Tr}(\mathbf{H})^2}{\text{Det}(\mathbf{H})} = \frac{(a+b)^2}{a b} = \frac{(rb+b)^2}{r b^2} = \frac{(r+1)^2}{r} \quad (3.8)$$

Όπως φαίνεται, ο λόγος αυτός εξαρτάται μόνο από το r , δηλαδή την αναλογία των ιδιοτιμών και όχι από τις ίδιες τις τιμές τους. Συνεπώς για να ελεγχθεί ότι ο λόγος των κύριων καμπυλοτήτων βρίσκεται κάτω από ένα όριο r , αρκεί να ελεγχθεί ότι :

$$\frac{\text{Tr}(\mathbf{H})^2}{\text{Det}(\mathbf{H})} < \frac{(r+1)^2}{r}$$

Με δοκιμές σε πειραματικά δεδομένα έχει εκτιμηθεί κατάλληλο όριο $r = 10$, οπότε απορρίπτονται σημεία που έχουν λόγο μεταξύ των κύριων καμπυλοτήτων μεγαλύτερο του 10.

3.2.3 Υπολογισμός προσανατολισμού και κλίμακας των σημείων

Με τον υπολογισμό ενός σταθερού προσανατολισμού για κάθε σημείο βασισμένου στα τοπικά χαρακτηριστικά της εικόνας, ο πίνακας περιγραφικών χαρακτηριστικών του σημείου μπορεί να εκπροσωπείται σχετικά με αυτόν τον προσανατολισμό, συνεπώς καθίσταται η περιγραφή αναλλοίωτη στις στροφές της εικόνας.

Ύστερα από την εξαγωγή των σημείων ενδιαφέροντος και τον αποκλεισμό όσων δεν πληρούν τις απαραίτητες προϋποθέσεις, σειρά έχει ο υπολογισμός της μεταβολής της έντασης m και της γωνίας προσανατολισμού θ για κάθε σημείο στην κλίμακα που αυτό εντοπίστηκε ώστε να μη υπάρχει εξάρτηση από την κλίμακα. Η κλίμακα του σημείου χρησιμοποιείται για να επιλεγεί η αντίστοιχη κλίμακας Γκαουσιανή εικόνα L ώστε όλοι οι υπολογισμοί να γίνουν με τρόπο αμετάβλητο λόγω κλίμακας. Για κάθε δείγμα εικόνας $L(x,y)$, στην κλίμακα αυτή το μέτρο της κλίσης $m(x, y)$ και ο προσανατολισμός υπολογίζεται μέσω των διαφορών των εικονοψηφίδων ως:

$$m(x, y) = \sqrt{[L(x+1, y) - L(x-1, y)]^2 + [L(x, y+1) - L(x, y-1)]^2} \quad (3.9)$$

$$\theta(x, y) = \tan^{-1} \{ [L(x, y+1) - L(x, y-1)] / [L(x+1, y) - L(x-1, y)] \} \quad (3.10)$$

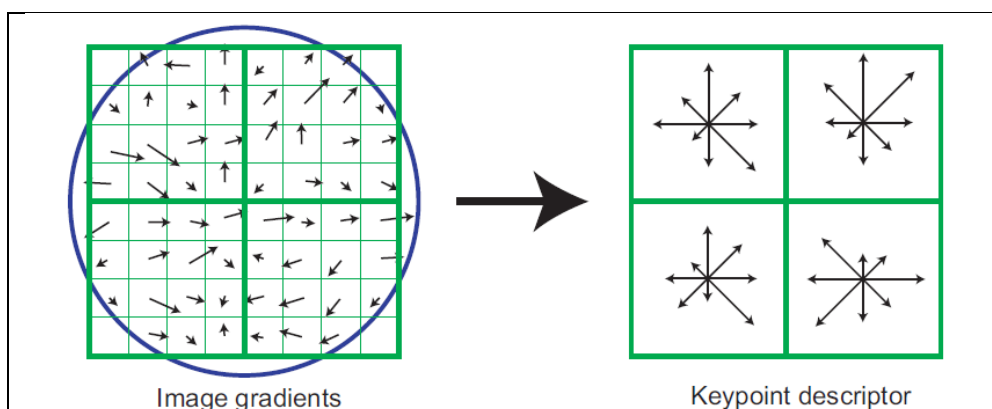
Από τους προσανατολισμούς των κλίσεων της εικόνας σε μια περιοχή περί το σημείο δημιουργείται ένα ιστόγραμμα προσανατολισμών ανά 10° . Το ιστόγραμμα αυτό αναπαριστά το μέγεθος m της μεταβολής της έντασης και αποτελείται έτσι από 36 τμήματα, τα οποία καλύπτουν τις 360° του προσανατολισμού. Το μέγιστο του ιστογράμματος αποτελεί τον προσανατολισμό του σημείου.

Εάν υπάρχουν περισσότερες της μιας κορυφές μεγαλύτερες του 80% του μέγιστου του ιστογράμματος, τότε δημιουργούνται περισσότερα του ενός σημεία ενδιαφέροντος με κοινή θέση, τα οποία διαφέρουν μόνο κατά προσανατολισμό. Τέλος, πραγματοποιείται παρεμβολή μεταξύ των τριών εγγύτερων τιμών της κορυφής για μεγαλύτερη ακρίβεια στον προσανατολισμό του σημείου.

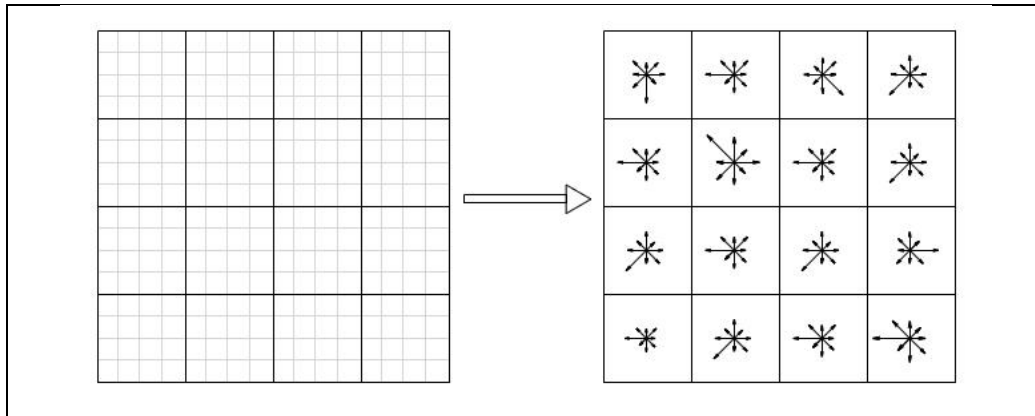
3.2.4 Δημιουργία περιγραφικών χαρακτηριστικών

Οι προηγούμενες διαδικασίες έχουν αποτέλεσμα τον προσδιορισμό της θέσης, της κλίμακας και του προσανατολισμού για κάθε σημείο ενδιαφέροντος, τα οποία είναι ανεξάρτητα των μεταβολών της κλίμακας. Το επόμενο στάδιο περιλαμβάνει την δημιουργία ενός διάνυσματος περιγραφικών χαρακτηριστικών (descriptor) με τρόπο ώστε να εξασφαλίζεται ο αναλλοίωτος χαρακτήρας των σημείων ενδιαφέροντος σε μεταβολές ραδιομετρίας και προσανατολισμού της εικόνας. Για να επιτευχθεί ανεξαρτησία της συνταύτισης από πιθανές στροφές μεταξύ των εικόνων, το διάνυσμα περιγραφικών χαρακτηριστικών στρέφεται κατά την γωνία του προσανατολισμού που έχει υπολογιστεί στο προηγούμενο βήμα.

Για να υπολογιστεί το διάνυσμα αυτό επιλέγεται περιοχή διαστάσεων 4×4 περί το σημείο ενδιαφέροντος, στην οποία υπολογίζονται οι μεταβολές της έντασης m σε 8 διευθύνσεις, με αποτέλεσμα διάνυσμα διαστάσεων $4 \times 4 \times 8 = 128$ για κάθε σημείο ενδιαφέροντος (Σχ. 3.3 και 3.4). Επειδή τα σημεία ενδιαφέροντος βρίσκονται μεταξύ ρικελ, ο υπολογισμός των τιμών πραγματοποιείται με παρεμβολή. Είναι σημαντικό να αποφευχθούν οι έντονες αλλαγές στο διάνυσμα των περιγραφικών χαρακτηριστικών λόγω μικρών αλλαγών στην θέση του παραθύρου, οπότε οι τιμές της έντασης συσχετίζονται με βάρη, τα οποία εξαρτώνται από την απόσταση από το σημείο ενδιαφέροντος.



Σχήμα 3.3. Υπολογισμός περιγραφικών χαρακτηριστικών. Εδώ φαίνεται ενδεικτικά περιγραφέας 2×2 υπολογισμένος από 8×8 δείγματα, ενώ στην πραγματικότητα χρησιμοποιούνται περιγραφείς 4×4 υπολογισμένοι από 16×16 δείγματα (Lowe, 2004).



Σχήμα 3.4. Τα τελικά περιγραφικά χαρακτηριστικά (Καλησπεράκης, 2010).

Τέλος, τα διανύσματα αυτά πρέπει να μην είναι ευαίσθητα στις αλλαγές φωτεινότητας. Για αυτό τον λόγο οι τιμές του διανύσματος κανονικοποιούνται στο διάστημα $[0, 1]$. Έτσι, οποιαδήποτε γραμμική αλλαγή, όπως ο πολλαπλασιασμός κάθε ρικελ με σταθερό αριθμό, δεν επηρεάζει την συνταύτιση. Για να γίνει ο αλγόριθμος ανθεκτικός και στις αλλαγές της φωτεινότητας που προκύπτουν με μη γραμμικό τρόπο, στο νέο διάνυσμα που έχει υπολογιστεί εφαρμόζεται ένα μέγιστο κατώφλι 0.2 και κανονικοποιείται εκ νέου στο διάστημα $[0, 1]$.

3.2.5 Εύρεση ομολογιών

Τελικό στάδιο αποτελεί, πλέον, η αντιστοίχιση των διανυσμάτων των περιγραφικών χαρακτηριστικών με την εύρεση του πλησιέστερου γείτονα στην άλλη εικόνα, δηλαδή υπολογίζεται η ευκλείδεια απόσταση μεταξύ των διανυσμάτων και επιλέγεται εκείνο το σημείο με την μικρότερη τιμή. Σημειώνεται ότι απαιτείται βέβαια να οριστεί μια τιμή κατωφλίου με την οποία θα ελέγχεται η υπολογισμένη απόσταση. Ένας επιπλέον έλεγχος είναι ο υπολογισμός του λόγου της μικρότερης απόστασης προς την αμέσως μεγαλύτερη. Αν η διαφορά αυτή είναι μεγαλύτερη από ένα κατώφλι η ομολογία θεωρείται σωστή. Όπως αναφέρει η Αδάμ (2011), η διαδικασία αυτή είναι υπολογιστικά χρονοβόρα. Χρησιμοποιείται ως εκ τούτου ο αλγόριθμος “Best-Bin-First”, ο οποίος επιστρέφει τον κοντινότερο γείτονα με μεγάλη πιθανότητα και σταματά την αναζήτηση ύστερα από έλεγχο στους πρώτους 200 υποψηφίους κάθε σημείου.

Τελικό αποτέλεσμα του αλγορίθμου SIFT είναι η αυτόματη αποκατάσταση ομολογιών σημείων. Αυτές, δεδομένου ότι αναπόφευκτα περιλαμβάνουν και χονδροειδείς αστοχίες, πρέπει να ελεγχθούν περαιτέρω με βάση γεωμετρικές δεσμεύσεις μεταξύ των εικόνων (πχ. επιπολικός πίνακας ή σχετικός προσανατολισμός).

Επιπολική γεωμετρία και εκτίμηση της σταθεράς c

Τα τελευταία χρόνια πραγματοποιήθηκε εντατική έρευνα στον κλάδο της Όρασης Υπολογιστών, με αποτέλεσμα την επανεξέταση ορισμένων κλασικών φωτογραμμετρικών διαδικασιών. Κατά κύριο λόγο στην περιοχή αυτή χρησιμοποιούνται κοινές (μη μετρητικές) φωτογραφικές μηχανές στις οποίες, σε αντίθεση με ορισμένες φωτογραμμετρικές εφαρμογές, τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού δεν είναι γνωστά. Συνέπεια αυτού είναι η ανεξαρτησία των μετρητικών διαδικασιών και εφαρμογών από ακριβές μετρητικές μηχανές καθώς και από διαδικασίες προβαθμονόμησης. Γενικά, ωστόσο, εξακολουθεί να υπάρχει βέβαια η ανάγκη για την γνώση των στοιχείων του εσωτερικού προσανατολισμού, τα οποία πρέπει κατά το δυνατόν να προσδιορίζονται αυτόματα.

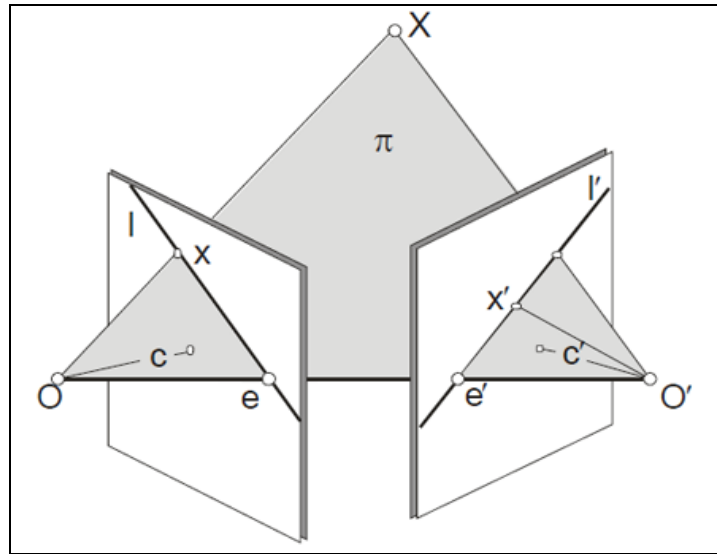
Η γεωμετρία του στερεοζεύγους από μη βαθμονομημένες μηχανές έχει προσεγγιστεί από πλήθος μελετητές και ως πρόβλημα 2D επιπολικής γεωμετρίας, καθώς οι δέσμες των ομόλογων 2D επιπολικών ευθειών είναι δυνατόν να οριστούν χωρίς να πρέπει κατ' ανάγκη να οριστούν οι αντίστοιχες οπτικές ακτίνες στον χώρο (Καλησπεράκης, 2010). Έχει αποδειχθεί ότι, ακόμα και όταν δεν πρόκειται για βαθμονομημένη μηχανή λήψης, είναι δυνατόν να υπολογιστούν οι πόλοι του ζεύγους και οι επιπολικές γραμμές, με αποτέλεσμα να μπορεί επιπλέον να εκτιμάται μια τιμή για την σταθερά c της μηχανής. Για να επιτευχθούν όμως τα προαναφερθέντα απαιτείται υπολογισμός του επιπολικού πίνακα \mathbf{F} (fundamental matrix).

Στις επόμενες ενότητες αναλύεται αρχικά η επιπολική γεωμετρία. Στην συνέχεια εξηγείται ο υπολογισμός του επιπολικού πίνακα \mathbf{F} , των πόλων και των επιπολικών γραμμών. Ακολουθεί η πρακτική επίλυση του πίνακα \mathbf{F} , ο οποίος μπορεί επιπλέον να χρησιμεύσει και στην μερική αυτοβαθμονόμηση της μηχανής. Γίνεται κατανοητό ότι για να υπολογιστεί σωστά μέρος του εσωτερικού προσανατολισμού της μηχανής απαιτείται ακριβής επιπολικός πίνακας, συνεπώς πρέπει οι εξαχθείσες ομολογίες σημείων να είναι σωστές, πράγμα που εξασφαλίζεται με χρήση του αλγορίθμου RANSAC (Fischler & Bolles, 1981).

4.1 Επιπολική γεωμετρία

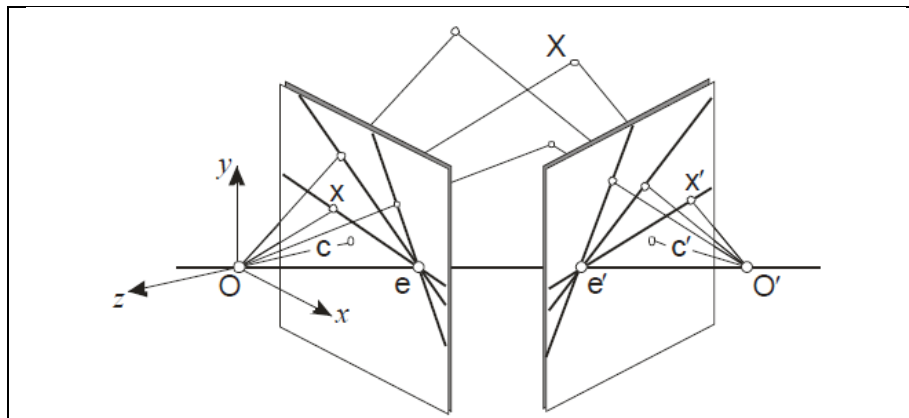
Συνήθως η επιπολική γεωμετρία περιγράφει την σχέση μεταξύ δύο ομόλογων προβολικών δεσμών. Έστω σημείο X στον τρισδιάστατο χώρο, το οποίο απεικονίζεται στην αριστερή εικόνα ως x και στην δεξιά ως x' . Όπως φαίνεται και στο Σχ. 4.1, τα σημεία x και x' , το σημείο

X του χώρου και τα κέντρα λήψης O και O' ανήκουν στο ίδιο επίπεδο π . Προφανώς τα διανύσματα που συνδέουν το σημείο του χώρου με τα κέντρα λήψης και η βάση του στερεοζεύγους $B = OO'$ βρίσκονται πάνω σε αυτό το επίπεδο π , το οποίο ονομάζεται επιπολικό.



Σχήμα 4.1. Επιπολικό επίπεδο (Αδάμ, 2011).

Τα ίχνη του επιπολικού επιπέδου στις εικόνες δημιουργούν τις επιπολικές γραμμές (ή επιπολικές ευθείες) l, l' , ενώ οι τομές της βάσης του στερεοζεύγους με τις εικόνες δημιουργούν τους πόλους e, e' από τους οποίους διέρχονται όλες οι επιπολικές ευθείες. Αυτή η δέσμευση ισχύει για όλα τα σημεία που απεικονίζονται στο ζεύγος εικόνων (Σχ. 4.2).



Σχήμα 4. 2. Τα επιπολικά επίπεδα, οι επιπολικές δέσμες και οι πόλοι (Αδάμ 2011).

Βάσει αυτών, τα ομόλογα σημεία ανήκουν λοιπόν εξ ορισμού σε ζεύγος ομόλογων επιπολικών γραμμών, αφού κάθε σημείο x της αριστερής εικόνας ανήκει σε μια επιπολική γραμμή l και σε ένα επιπολικό επίπεδο, του οποίου το ίχνος με την αριστερή εικόνα δημιουργεί την επιπολική γραμμή l' επί της οποίας κείται το ομόλογο σημείο x' . Χάρη σε αυτή την δέσμευση η αυτόματη αναζήτηση ομόλογων σημείων περιορίζεται κατά μήκος των επιπολικών γραμμών και όχι σε ολόκληρη την εικόνα. Έτσι, όταν πραγματοποιείται επιφανειακή συνταύτιση σε σχετικά προσανατολισμένο ζεύγος το παράθυρο αναζήτησης αποτελείται γενικά από ο-

ρισμένες στήλες στην κατά x διεύθυνση και, θεωρητικά, θα μπορούσε να αποτελείται από μόνο μια γραμμή κατά την y διεύθυνση. Αλλά επειδή κατά την αποκατάσταση του σχετικού προσανατολισμού αναπόφευκτα απομένουν κάποια σφάλματα, χρησιμοποιούνται πχ. 2 ή 3 γραμμές προκειμένου να ληφθεί υπόψη η εναπομένουσα παράλλαξη y .

4.2 Υπολογισμός των πόλων και των επιπολικών γραμμών

Για να υπολογιστούν οι πόλοι και οι επιπολικές γραμμές θεωρούνται εδώ γνωστά τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού της μηχανής, συνεπώς γνωστός είναι και ο πίνακας της μηχανής \mathbf{K} (πίνακας εσωτερικού προσανατολισμού) που γενικά έχει την εξής μορφή:

$$\mathbf{K} = \begin{vmatrix} -c \alpha_x & s & x_0 \\ 0 & -c \alpha_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (4.1)$$

όπου α_x, α_y συντελεστές κλίμακας κατά x και y , και s η απόκλιση των αξόνων από την ορθογωνικότητα.

Εάν η μηχανή είναι σημειακής οπής, τότε ο \mathbf{K} απλοποιείται στην μορφή:

$$\mathbf{K} = \begin{vmatrix} -c & 0 & x_0 \\ 0 & -c & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (4.2)$$

αφού για τετραγωνικό σχήμα εικονοψηφίδας ισχύει $s = 0$ και $\alpha_x = \alpha_y = 1$.

Εάν ο σχετικός προσανατολισμός μεταξύ των δυο εικόνων είναι γνωστός, υπολογίζονται εύκολα οι προβολικοί πίνακες της μηχανής \mathbf{P} , \mathbf{P}' , διαστάσεων 3×4 , από τον πίνακα \mathbf{K} . Με την υπόθεση ότι το σύστημα συντεταγμένων ταυτίζεται με εκείνο της αριστερής εικόνας ισχύει:

$$\mathbf{P} = \mathbf{K} [\mathbf{I} (3 \times 3) | \mathbf{0}] \text{ και } \mathbf{P}' = \mathbf{K} [\mathbf{R} | \mathbf{T}] \quad (4.3)$$

όπου \mathbf{R} ο πίνακας στροφής και \mathbf{T} το διάνυσμα μετάθεσης μεταξύ των δυο εικόνων.

Οι συντεταγμένες x στο σύστημα της εικόνας προκύπτουν ως:

$$x = \mathbf{P}\mathbf{X} \quad (4.4)$$

όπου \mathbf{X} οι ομογενείς συντεταγμένες σημείου στο σύστημα του χώρου και \mathbf{P} ο προβολικός πίνακας.

Για γνωστούς προβολικούς πίνακες μηχανής, μια μονοπαραμετρική λύση για τον υπολογισμό της θέσης των πόλων και των επιπολικών ευθειών είναι η εξής:

$$\mathbf{X}(\lambda) = \mathbf{P}^+ \mathbf{x} + \lambda \mathbf{C} \quad (4.5)$$

όπου \mathbf{P}^+ είναι ο ψευδοαντίστροφος του προβολικού πίνακα μηχανής, έτσι ώστε να ισχύει $\mathbf{P}\mathbf{P}^+ = \mathbf{I}$, ενώ το \mathbf{C} αναπαριστά το προβολικό κέντρο, υπολογιζόμενο ως το μηδενικό διάνυσμα του \mathbf{P} από την σχέση $\mathbf{P}\mathbf{C} = \mathbf{0}$.

Πρακτικά δύο σημεία που ικανοποιούν την παραπάνω σχέση είναι τα P^+x και το προβολικό κέντρο C . Αυτά τα δύο σημεία προβάλλονται στην δεξιά εικόνα μέσω του προβολικού πίνακα μηχανής P' στα σημεία $P'C$ και $P'P^+x$. Η επιπολική γραμμή ενώνει αυτά τα δύο προβολικά σημεία, με εξίσωση:

$$l' = (P'C) \times (P'P^+x) \quad (4.6)$$

Το σημείο $P'C$ είναι ο πόλος e' της δεξιάς εικόνας, δηλαδή η προβολή του C της αριστερής εικόνας. Οι συντεταγμένες των δύο πόλων ορίζονται ως εξής:

$$e = PC' \text{ και } e' = P'C$$

όπου e ο πόλος της αριστερής εικόνας και e' ο πόλος της δεξιάς.

Με βάση τα παραπάνω η (4.6) γίνεται:

$$l' = e' \times (P'P^+x) = [e']_x(P'P^+x) \quad (4.7)$$

Με αντιστροφή των εικόνων η εξίσωση της επιπολικής γραμμής είναι τώρα:

$$l = (PC') \times (PP'^+x') = e \times (PP'^+x') = [e]_x(PP'^+x') \quad (4.8)$$

Με τις παραπάνω εξισώσεις υπολογίζονται οι επιπολικές γραμμές σημείων βάσει των ομογενών συντεταγμένων. Ταυτόχρονα, όπως αναφέρθηκε, επιβάλλονται δεσμεύσεις που σχετίζονται με την εύρεση της θέσης σημείου ομόλογου του x , το οποίο οφείλει να κείται επί της επιπολικής ευθείας. Μαθηματικά αυτό εκφράζεται με την σχέση:

$$x^T l' = 0 \Rightarrow x^T [e']_x(P'P^+x) = 0 \quad (4.9)$$

Καταλήγοντας, κάνει κανείς την παρατήρηση ότι η θέση των πόλων ζεύγους εικόνων καθώς και οι επιπολικές ευθείες μπορούν να υπολογιστούν βάσει των γνωστών στοιχείων του εσωτερικού και σχετικού προσανατολισμού.

4.3 Επιπολικός πίνακας (fundamental matrix)

Ο επιπολικός πίνακας εκφράζει την 2D επιπολική γεωμετρία. Όπως τεκμηριώνεται από τον Καλησπεράκη (2010), την ανάλογη έρευνα στο πεδίο της Φωτογραμμετρίας επικαιροποίησε ο Bender το 1971 αναφερόμενος για πρώτη φορά στην έννοια του “γενικευμένου σχετικού προσανατολισμού”, αφού είχαν προηγηθεί ορισμένες σημαντικές θεωρητικές διατυπώσεις από τον φωτογραμμέτη Sebastian Finsterwalder ήδη στα τέλη του 19^{ου} αιώνα. Η έρευνα ολοκληρώθηκε πολύ αργότερα με την διατύπωση, θεωρητική θεμελίωση και διερεύνηση του επιπολικού πίνακα, που πλέον όμως προήλθε από το πεδίο της Όρασης Υπολογιστών.

Σημείο X στον τρισδιάστατο χώρο απεικονίζεται στην αριστερή εικόνα ως x και στην δεξιά σαν x' . Για κάθε σημείο x στην αριστερή εικόνα υπάρχει μια αντίστοιχη επιπολική γραμμή

l' στην άλλη εικόνα, η οποία θα περιλαμβάνει το ομόλογο σημείο x' . Αντίστοιχα, εάν οι επιπολικές γραμμές l και l' είναι ομόλογες, κάθε σημείο x' στην δεξιά εικόνα, το οποίο αντιστοιχεί με το x στην αριστερή, πρέπει να βρίσκεται πάνω στην επιπολική γραμμή l' .

Η επιπολική γραμμή είναι η προβολή στην δεξιά εικόνα της ακτίνας από το σημείο x , μέσω του κέντρου λήψης. Συνεπώς, υπάρχει ο μετασχηματισμός από το σημείο της μιας εικόνας στην επιπολική γραμμή της άλλης:

$$x \rightarrow l' \quad (4.10)$$

Η ετερογραφία αυτή δεν είναι αντιστρέψιμη, καθώς συνδέει τα σημεία της μίας εικόνας με γραμμές της άλλης, και περιγράφεται από τον επιπολικό πίνακα F .

Όπως έχει δειχθεί, οι επιπολικές ευθείες προκύπτουν από την (4.7):

$$l' = [e']_x (P' P^+ x)$$

Με βάση αυτήν ο επιπολικός πίνακας F ορίζεται ως:

$$F = [e']_x (P P^+) \quad (4.11)$$

Ο επιπολικός είναι ένας πίνακας διαστάσεων 3×3 , ο οποίος επειδή αναλύεται σε γινόμενο αντισυμμετρικού πίνακα έχει μηδενική ορίζουσα: $\det(F) = 0$, συνεπώς ο βαθμός του είναι ίσος με 2.

Συνεπώς από τις σχέσεις (4.7) και (4.11) η επιπολική ευθεία της δεξιάς εικόνας υπολογίζεται από την σχέση:

$$l' = Fx$$

Εάν σημεία x και x' είναι ομόλογα, τότε το x' οφείλει λοιπόν να κείται επί της επιπολικής ευθείας $l' = Fx$, δηλαδή ο επιπολικός πίνακας πρέπει να ικανοποιεί την δέσμευση της 2D επιπολικότητας, η οποία μαθηματικά εκφράζεται με την σχέση:

$$x'^T l' = 0 \Rightarrow x'^T Fx = 0 \quad (4.12)$$

Η σημασία της σχέσης (4.12) είναι μεγάλη, γιατί δείχνει ότι ο επιπολικός πίνακας F της 2D επιπολικότητας μπορεί να υπολογιστεί αποκλειστικά από ομόλογα σημεία της εικόνας, χωρίς δηλαδή να είναι γνωστή η γεωμετρία της μηχανής λήψης. Αυτή είναι και η σημαντικότερη διαφορά του επιπολικού πίνακα σε σχέση με τον τυπικό σχετικό προσανατολισμό των προβολικών δεσμών, αφού για την επίλυση του τελευταίου πρέπει να ικανοποιείται η συνθήκη της συνεπιπεδότητας μεταξύ των 3D ομόλογων ακτίνων, ενώ για τον επιπολικό πίνακα αρκεί να ικανοποιείται η δέσμευση της 2D επιπολικότητας.

Επομένως πρόκειται για δύο εντελώς διαφορετικές προσεγγίσεις. Αυτό φαίνεται επίσης και από το γεγονός ότι στην συνθήκη συνεπιπεδότητας χρησιμοποιούνται κανονικοποιημένες

συντεταγμένες, ενώ στην εξίσωση (4.12) ομογενείς συντεταγμένες των εικονοσημείων. Ο επιπολικός πίνακας F μπορεί να υπολογιστεί από τουλάχιστον 7 απλές ομολογίες σημείων, αφού χαρακτηρίζεται από 7 βαθμούς ελευθερίας.

4.3.1 Ιδιότητες του επιπολικού πίνακα

Έστω ότι υπάρχουν δυο εικόνες από διαφορετικά σημεία λήψης. Ο επιπολικός πίνακας F , όπως αναφέρθηκε, έχει διαστάσεις 3×3 και βαθμό ίσο με 2, ο οποίος ικανοποιεί την σχέση (4.12) για όλες τις ομολογίες σημείων:

$$x'^T F x = 0$$

Οι πιο σημαντικές ιδιότητες του επιπολικού πίνακα είναι οι εξής:

i. Αντιμετάθεση

Εάν ο F είναι ο επιπολικός πίνακας στερεοζεύγους με προβολικούς πίνακες P, P' , τότε ο ανάστροφος F^T είναι ο επιπολικός πίνακας στερεοζεύγους με προβολικούς πίνακες (P', P) . Ο F^T περιγράφει την δέσμευση επιπολικότητας όταν οι εικόνες αναστραφούν.

ii. Επιπολικές γραμμές

Για κάθε σημείο x στην αριστερή εικόνα, η ομόλογη επιπολική γραμμή είναι $l' = Fx$. Παρομοίως, για σημείο x' στην δεξιά εικόνα η επιπολική γραμμή υπολογίζεται με χρήση του ανάστροφου πίνακα F^T από την σχέση $l = F^T x'$.

iii. Πόλοι

Όλες οι επιπολικές ευθείες της αριστερής εικόνας περιλαμβάνουν τον πόλο e , άρα αυτός υπολογίζεται από την σχέση $Fe = 0$, και αντίστοιχα ο άλλος πόλος από την $F^T e' = 0$.

iv. Ο F είναι ένας πίνακας 3×3 και συνεπώς περιέχει 9 στοιχεία. Αλλά χρειάζονται 8 παράμετροι διότι υπάρχει αδυναμία στον προσδιορισμό της κλίμακας, συνεπώς μια παράμετρος μπορεί να ορίζεται αυθαίρετα. Όμως ο F πρέπει παράλληλα να ικανοποιεί τον περιορισμό της μηδενικής ορίζουσας, γεγονός που αφαιρεί έναν βαθμό ελευθερίας, με συνέπεια οι συνολικοί βαθμοί ελευθερίας του F να ισούνται με 7.

Οι επιπολικές ευθείες στις δύο εικόνες σχηματίζουν από μία δέσμη γραμμών οι οποίες διέρχονται από τον αντίστοιχο πόλο. Είναι προφανές ότι οι ομόλογες επιπολικές γραμμές είναι προβολικά συνδεδεμένες, οπότε υπάρχει μια ομογραφία μεταξύ της δέσμης των επιπολικών ευθειών που έχουν κέντρο τον πόλο e της αριστερής εικόνας και της δέσμης με κέντρο το e' της δεξιάς. Η ομογραφία μεταξύ δύο μονοδιάστατων προβολικών χώρων έχει 3 βαθμούς ελευθερίας (Καλησπεράκης, 2010). Έτσι, οι βαθμοί ελευθερίας του F μπορούν να μετρηθούν ως εξής: 2 για τον πόλο e , άλλοι 2 για τον πόλο e' και 3 βαθμοί ελευθερίας για την ομογραφία.

v. Ο πίνακας F ορίζει μια ετερογραφία. Στην περίπτωση αυτή, σημείο στην αριστερή εικόνα ορίζει γραμμή στην δεύτερη ως $l' = Fx$, η οποία είναι η επιπολική γραμμή του σημείου x . Εάν η επιπολικές γραμμές l' και l είναι ομόλογες, τότε κάθε σημείο

x της l προβάλλεται στην ίδια γραμμή l' . Αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει αντίστροφος μετασχηματισμός, δηλαδή ο F δεν έχει πλήρη βαθμό και επομένως δεν περιγράφει αντιστρέψιμη ετερογραφία.

Έστω ευθεία μη διερχόμενη δια του e και τέμνουσα την επιπολική γραμμή l στο εικονοσημείο x . Το σημείο τομής αναπαριστάται από το εξωτερικό γινόμενο των δυο αυτών ευθειών και ανήκει στην επιπολική γραμμή l . Μέσω του σημείου τομής ορίζεται η ομόλογη επιπολική γραμμή l' στην άλλη εικόνα. Συνεπώς οι ομόλογες επιπολικές ευθείες συνδέονται μεταξύ τους με τις σχέσεις:

$$l' = Fe \times l = F[e]_x l \text{ και } l = F^T [e']_x l' \quad (4.13)$$

Ο επιπολικός πίνακας F αποτελείται από ένα συμμετρικό F_s και ένα αντισυμμετρικό μέρος F_a , τα οποία συνδέονται ως εξής:

$$F_s = \frac{(F+F^T)}{2} \text{ και } F_a = \frac{(F-F^T)}{2} \quad (4.14)$$

Ο επιπολικός πίνακας F ισούται με το άθροισμα των δύο αυτών τμημάτων:

$$F = F_s + F_a \quad (4.15)$$

4.4 Επίλυση του επιπολικού πίνακα

Η επίλυση του επιπολικού πίνακα μπορεί να πραγματοποιηθεί από ομολογίες και έχουν αναπτυχθεί διάφοροι αλγόριθμοι (Καλησπεράκης, 2010). Αυτοί διαφέρουν κατά τον αριθμό των ομόλογων σημείων που χρησιμοποιούν αλλά και ως προς την συνάρτηση κόστους που ελαχιστοποιείται. Οι εικονοσυντεταγμένες των ομολογιών πρέπει να είναι ομογενείς, ενώ μπορούν να αναφέρονται σε οποιοδήποτε σύστημα μέτρησης συντεταγμένων (pixel ή mm).

4.4.1 Γραμμικοί αλγόριθμοι

Υπάρχουν δύο γραμμικοί αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται στην επίλυση του επιπολικού πίνακα. Ο πρώτος είναι ο αλγόριθμος των 8 σημείων και ο άλλος των 7 σημείων, δηλαδή ο ένας χρησιμοποιεί τουλάχιστον 8 ομόλογα σημεία και, αντίστοιχα, ο άλλος 7.

4.4.1.1 Ο αλγόριθμος των 8 σημείων

Ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιείται λοιπόν όταν είναι γνωστές 8 ή περισσότερες ομολογίες σημείων για να υπολογιστεί ο επιπολικός πίνακας F (8-point algorithm). Πρόκειται για έναν γραμμικό αλγόριθμο, γρήγορο και εύκολο στην εφαρμογή.

Συγκεκριμένα, ο επιπολικός πίνακας πρέπει να ικανοποιεί την δέσμευση:

$$x'^T F x = 0 \quad (4.15)$$

για κάθε ζεύγος ομόλογων σημείων $x \leftrightarrow x'$ στις δυο εικόνες, όπου τα σημεία x και x' είναι

σημεία σε ομογενείς συντεταγμένες της μορφής:

$$\mathbf{x} = |x \ y \ 1|^T \text{ και } \mathbf{x}' = |x' \ y' \ 1|^T \quad (4.16 \text{ a - b})$$

Ορίζεται διάνυσμα \mathbf{f} το οποίο περιλαμβάνει τα στοιχεία του γραμμικού πίνακα \mathbf{F} :

$$\mathbf{f} = |f_{11} \ f_{12} \ f_{13} \ f_{21} \ f_{22} \ f_{23} \ f_{31} \ f_{32} \ f_{33}|^T \quad (4.17)$$

Αναλύοντας την (4.15) προκύπτει η γραμμική σχέση για κάθε σημείο:

$$x'x f_{11} + x'y f_{12} + x' f_{13} + y'x f_{21} + y'y f_{22} + y' f_{23} + x f_{31} + y f_{32} + f_{33} = 0 \quad (4.18)$$

Για N ομόλογα σημεία προκύπτει ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων της μορφής:

$$\mathbf{A}\mathbf{f} = 0 \quad (4.19)$$

Ο πίνακας \mathbf{A} έχει διαστάσεις $N \times 9$ και έχει την μορφή:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} x_1'x_1 & x_1'y_1 & x_1' & y_1'x_1 & y_1'y_1 & y_1' & x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n'x_n & x_n'y_n & x_n' & y_n'x_n & y_n'y_n & y_n' & x_n & y_n & 1 \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Επειδή το σύστημα των εξισώσεων είναι ομογενές έχει άπειρες λύσεις της μορφής $\lambda\mathbf{f}$. Συνεπώς, για να επιλυθεί πρέπει ένα από τα στοιχεία του \mathbf{f} να οριστεί αυθαίρετα (πχ. $F_{33} = 1$) ώστε να γίνει εφικτή η γραμμική επίλυση του συστήματος.

Για να έχει το παραπάνω σύστημα μοναδική λύση απαιτείται ο \mathbf{A} να έχει βαθμό ελευθερίας 8, πράγμα που γενικά δεν συμβαίνει λόγω του θορύβου οπότε χρησιμοποιείται η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων.

Συγκεκριμένα, αρκεί να υπολογιστεί διάνυσμα \mathbf{f} που να ελαχιστοποιεί το γινόμενο $\mathbf{A}\mathbf{f}$, ταυτόχρονα όμως να υπακούει στον περιορισμό $\|\mathbf{f}\| = 1$ που εξασφαλίζει την μοναδική λύση του συστήματος. Η λύση αυτού του προβλήματος δίνεται από την τελευταία στήλη του πίνακα \mathbf{V} που προκύπτει από την ανάλυση ιδιαζουσών τιμών (Singular Value Decomposition):

$$SVD(\mathbf{A}) = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^T \quad (4.21)$$

Η παραπάνω μέθοδος λειτουργεί καλύτερα από τον αυθαίρετο ορισμό ενός στοιχείου του επιπολικού πίνακα, αφού το στοιχείο αυτό μπορεί να είναι και μηδενικό.

Μια σημαντική δέσμευση του επιπολικού πίνακα είναι ότι έχει βαθμό 2, δηλαδή μηδενική ορίζουσα. Αυτό μπορεί να εξασφαλιστεί με αντικατάστασή του με τον \mathbf{F}' , ο οποίος ελαχιστοποιεί την νόρμα $\|\mathbf{F} - \mathbf{F}'\|$ και επιπλέον επιβάλλει την συνθήκη $\det(\mathbf{F}) = 0$. Μια αποτελεσματική μέθοδος για να υπολογιστεί νέος επιπολικός πίνακας στηρίζεται στον μηδενισμό της τρίτης τιμής λ_3 του πίνακα \mathbf{D} που προκύπτει από την ανάλυση ιδιαζουσών τιμών:

$$\mathbf{F}' = \mathbf{U}\mathbf{D}(\lambda_1, \lambda_2, 0)\mathbf{V}^T \quad (4.22)$$

Οι συντεταγμένες της εικόνας δίνονται μερικές φορές με αρχή την πάνω αριστερή γωνία και άλλες με αρχή το κέντρο της εικόνας. Συνεπώς γεννάται το ερώτημα εάν αυτό επιφέρει αλ-

λαγές στα αποτελέσματα του υπολογισμού του F με τον αλγόριθμο των 8 σημείων. Έτσι, ένας εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού είναι με κανονικοποίηση των συντεταγμένων, ώστε να ενισχυθεί η ακρίβεια και τα αποτελέσματα να μην εξαρτώνται από το σύστημα των συντεταγμένων της εικόνας. Η κανονικοποίηση πραγματοποιείται με μεταφορά των συντεταγμένων ώστε το κέντρο βάρους τους να βρίσκεται στην αρχή του συστήματος μέτρησης και η μέση απόστασή τους να είναι ίση με $\sqrt{2}$ (“κανονικοποιημένος αλγόριθμος 8 σημείων”).

Οι συντεταγμένες μετασχηματίζονται ως εξής:

$$x_t = T x \text{ και } x_t' = T' x' \quad (4.23 \text{ a - b})$$

Κατόπιν υπολογίζεται ο επιπολικός πίνακας F_t από τις κανονικοποιημένες συντεταγμένες x_t και x_t' . Τελικά ο ζητούμενος επιπολικός πίνακας προκύπτει από την σχέση:

$$F = T' F_t T \quad (4.24)$$

4. 4. 1. 2 Ο αλγόριθμος των 7 σημείων

Ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιείται όταν υπάρχουν διαθέσιμες 7 ομολογίες σημείων, συνεπώς ο πίνακας σχεδιασμού A έχει διαστάσεις 7×9 και βαθμό 7. Στην περίπτωση αυτή η λύση του συστήματος $Af = 0$ αποτελεί μονοπαραμετρική οικογένεια λύσεων της μορφής:

$$F = \alpha F_1 + (1 - \alpha) F_2 \quad (4.25)$$

όπου F_1, F_2 πίνακες διαστάσεων 3×3 , οι οποίοι ορίστηκαν από τις δυο τελευταίες στήλες του πίνακα V της ανάλυσης ιδιαζουσών τιμών.

Επιπλέον ισχύει η δέσμευση της μηδενικής οριζουσας $\det(F) = 0$, η οποία οδηγεί στην εξίσωση 3^{ου} βαθμού ως προς την παράμετρο α . Από την λύση της εξίσωσης προκύπτουν μια ή τρεις πραγματικές τιμές για την παράμετρο α . Συνεπώς μπορεί να προκύψουν το πολύ τρεις επιπολικοί πίνακες.

4. 4. 2 Μη γραμμικοί αλγόριθμοι

Με βάση τα προηγούμενα υπολογίζεται ο επιπολικός πίνακας F με χρήση γραμμικών αλγορίθμων από ομολογίες σημείων. Βέβαια οι λύσεις που εξασφαλίζουν δεν είναι αξιόπιστες και ισχυρές αφού είναι ευαίσθητες στον θόρυβο και τις αλλαγές του συστήματος των οικονομικών συντεταγμένων. Για τον λόγο αυτό έχουν αναπτυχθεί μη γραμμικοί αλγόριθμοι του επιπολικού πίνακα, οι οποίοι είναι πιο αυστηροί (Καλησπεράκης, 2010). Στην παρούσα διπλωματική εργασία δεν γίνεται χρήση μη γραμμικών αλγορίθμων.

4. 4. 3 Αλγόριθμος εντοπισμού χονδροειδών σφαλμάτων RANSAC

Ο επιπολικός πίνακας F μπορεί να υπολογιστεί κατά πλήρως αυτοματοποιημένο τρόπο, με αυτόματη εξαγωγή ομόλογων σημείων και χρήση των αλγορίθμων που αναλύθηκαν. Άρα ο σωστός υπολογισμός του πίνακα F εξαρτάται από την ακρίβεια με την οποία έχουν προσδιοριστεί τα ομόλογα σημεία. Χονδροειδή σφάλματα στα ομόλογα σημεία (τα οποία αναμέ-

νεται να είναι αρκετά σε περιπτώσεις αυτόματης συνταύτισης σημείων, όπως πχ. με τον SIFT) είναι δυνατόν να οδηγήσουν σε λανθασμένες λύσεις, ακόμα και σε αδυναμία σύγκλισης. Συνεπώς πριν από τον τελικό υπολογισμό του επιπολικού πίνακα πρέπει να εντοπιστούν και να απομακρυνθούν οι λανθασμένες ομολογίες.

Ο αλγόριθμος εντοπισμού χονδροειδών σφαλμάτων είναι ο RANSAC (RANdom SAmple Consensus) των Fisher & Bolles (1981), ο οποίος χρησιμοποιεί αρχικά τον ελάχιστο αριθμό δεδομένων που απαιτούνται για την λύση του εκάστοτε προβλήματος. Έρευνες μεταξύ διαφόρων αλγορίθμων εντοπισμού χονδροειδών σφαλμάτων διαπίστωσαν ότι αυτός συγκαταλέγεται ανάμεσα στους αποτελεσματικότερους, ακόμα και σε περιπτώσεις όπου οι εσφαλμένες ομολογίες είναι περισσότερες από τις ορθές (Καλησπεράκης, 2010). Τα βασικά βήματα του αλγορίθμου είναι τα εξής:

- Αρχικά επιλέγονται τυχαία, από το σύνολο των ομολογιών που έχουν εντοπιστεί, ο ελάχιστος απαιτούμενος αριθμός ομολογιών σημείων που είναι αναγκαία για τον υπολογισμό του επιπολικού πίνακα, δηλαδή 7.
- Από αυτά τα σημεία υπολογίζεται ο επιπολικός πίνακας από τον αλγόριθμο των 7 σημείων. Λόγω του αλγορίθμου αυτού προκύπτουν 1 ή 3 πραγματικές λύσεις.
- Κατόπιν υπολογίζεται η μέση απόσταση για όλες τις ομολογίες σημείων, εκτός βέβαια των 7 που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό του F , από τις δύο αντίστοιχες επιπολικές γραμμές. Αν η τιμή της απόστασης αυτής είναι μικρότερη από ένα προκαθορισμένο κατώφλι, τότε η ομολογία θεωρείται έγκυρη (inlier), αλλιώς άκυρη (outlier).

Τα παραπάνω βήματα επαναλαμβάνονται N φορές, δηλαδή για N τυχαία δείγματα με τον ελάχιστο απαιτούμενο αριθμό σημείων. Ο αριθμός N των επαναλήψεων επιλέγεται με τρόπο ώστε να διασφαλιστεί ότι τουλάχιστον μια από τις υποομάδες που επιλέγονται να μην περιλαμβάνει καθόλου άκυρες ομολογίες με πιθανότητα p , με αποτέλεσμα να οδηγήσει στον σωστό εντοπισμό των χονδροειδών σφαλμάτων:

$$N = \frac{\log(1-p)}{\log(1-(1-\varepsilon)^s)} \quad (4.26)$$

όπου s ο ελάχιστος αριθμός σημείων που απαιτούνται για την επίλυση του επιπολικού πίνακα και ε η εκτίμηση του ποσοστού των χονδροειδών σφαλμάτων. Τελικά επιλέγεται εκείνος ο επιπολικός πίνακας που οδηγεί στον μικρότερο αριθμό άκυρων σημείων (outliers). Τέλος, αφαιρούνται οι ομολογίες με σφάλμα και υπολογίζεται ο επιπολικός πίνακας από όλα τα σημεία που έχουν απομείνει.

4. 5 Γραμμικοί αλγόριθμοι υπολογισμού του c

Έχουν αναπτυχθεί διάφοροι γραμμικοί αλγόριθμοι με σκοπό τον υπολογισμό των στοιχείων του εσωτερικού προσανατολισμού από τον επιπολικό πίνακα. Κύριο πλεονέκτημά τους είναι, έτσι, το γεγονός ότι δεν απαιτούν προσεγγιστικές τιμές, ωστόσο εμφανίζουν ευαισθησία στον θόρυβο και την μεταβολή της θέσης του πρωτεύοντος σημείου. Οι Newsam et al. (1996), ο Bougnoux (1998) και ο Sturm (2001) διατύπωσαν τέτοιους γραμμικούς αλγορί-

θμους για μερική βαθμονόμηση της μηχανής λήψης, δηλαδή για τον υπολογισμό της σταθεράς της c από ζεύγος μη βαθμονομημένων εικόνων για γνωστή θέση του πρωτεύοντος σημείου. Οι αλγόριθμοι αυτοί χρησιμοποιούν τον επιπολικό πίνακα F , ο οποίος όπως προαναφέρθηκε μπορεί να υπολογιστεί από ομολογίες σημείων, δηλαδή έχει την δυνατότητα να προκύψει αυτόματα.

Στην περίπτωση δυο εικόνων η διαδικασία της πλήρους αυτοβαθμονόμησης δεν είναι δυνατή, διότι ο επιπολικός πίνακας του ζεύγους έχει συνολικά 7 βαθμούς ελευθερίας, εκ των οποίων οι 5 δεσμεύονται για τον προσδιορισμό των 5 παραμέτρων του σχετικού προσανατολισμού. Από τους εναπομένοντες 2 βαθμούς ελευθερίας μπορούν να προσδιοριστούν μόνο 2 στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού έναντι των 3 αγνώστων x_0, y_0, c (ή των 4 αγνώστων x_0, y_0, c_1, c_2 , όταν οι δύο λήψεις χαρακτηρίζονται από διαφορετικές τιμές του c). Συνεπώς είναι αναγκαία η γνώση κάποιων στοιχείων του εσωτερικού προσανατολισμού. Συνήθως τα άγνωστα στοιχεία είναι η σταθερά της μηχανής (ή οι σταθερές των μηχανών των δύο εικόνων) και θεωρείται γνωστή η θέση του πρωτεύοντος σημείου, πχ. με το να θεωρείται ότι αυτό ταυτίζεται με το κέντρο της εικόνας. Στην συνέχεια αναφέρονται συνοπτικά οι αλγόριθμοι αυτοί (αναλυτικότερα βλ. Καλησπεράκης, 2010).

4. 5. 1 Ο αλγόριθμος Newsam

Αυτός ο αλγόριθμος υπολογισμού της κοινής σταθεράς c ζεύγους εικόνων βασίζεται στις αλγεβρικές ιδιότητες του δεσμευμένου επιπολικού πίνακα. Θεωρώντας το πρωτεύον σημείο στο κέντρο των εικόνων, μέσω της ανάλυσης ιδιαζουσών τιμών του επιπολικού πίνακα προκύπτει η 2^{ου} βαθμού εξίσωση ως προς την ποσότητα $m = c^2 - 1$:

$$[(u_1^T i_3)(v_1^T i_3) \lambda_1 - (u_2^T i_3)(v_2^T i_3) \lambda_2] F_{33} m^2 + \{[(u_1^T i_3)^2 + (v_1^T i_3)] \lambda_1^2 - [(u_2^T i_3)^2 + (v_2^T i_3)] \lambda_2^2\} m + \lambda_1^2 - \lambda_2^2 = 0 \quad (4.27)$$

όπου i_i η i -οστή στήλη του μοναδιαίου πίνακα $I_{3 \times 3}$.

4. 5. 2 Ο αλγόριθμος Bougnoux

Ο Bougnoux (1998) διατύπωσε τον απλούστερο αλγόριθμο, ο οποίος είναι κατάλληλος όταν οι δύο εικόνες θεωρείται ότι έχουν διαφορετικές σταθερές c . Για την αριστερή εικόνα το c προκύπτει από την σχέση:

$$c = \sqrt{-\frac{\mathbf{p}'^T [e']_{\times} \tilde{I} \mathbf{p} \mathbf{p}'^T \mathbf{F}^T \mathbf{p}'}{\mathbf{p}'^T [e']_{\times} \tilde{I} \mathbf{F} \tilde{I} \mathbf{F}^T \mathbf{p}'}} \quad (4.28)$$

όπου \mathbf{p}, \mathbf{p}' η θέση του πρωτεύοντος σημείου στις δύο εικόνες, e' η θέση του πόλου στην δεξιά εικόνα και

$$\tilde{I} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Για την δεύτερη εικόνα η σταθερά c προκύπτει αν αντιστραφούν οι δύο εικόνες, πρακτικά

αν αντί του F χρησιμοποιηθεί ο ανάστροφός του.

4. 5. 3 Ο αλγόριθμος Sturm

Ο Sturm (2001) και οι Sturm et al. (2005) ασχολήθηκαν με την περίπτωση εικόνων με κοινή σταθερά c καταλήγοντας σε τρεις εξισώσεις, από τις οποίες δύο είναι γραμμικές και μια $2^{ου}$ βαθμού ως προς το c^2 :

$$c^2 \{ \lambda_1 u_{31} u_{32} (1 - v_{31}^2) + \lambda_2 v_{32} v_{31} (1 - u_{32}^2) \} + u_{32} v_{31} (\lambda_1 u_{31} v_{31} + \lambda_2 u_{32} v_{32}) = 0 \quad (4.29)$$

$$c^2 \{ \lambda_1 v_{31} v_{32} (1 - u_{31}^2) + \lambda_2 u_{32} u_{31} (1 - v_{32}^2) \} + v_{32} u_{31} (\lambda_1 u_{31} v_{31} + \lambda_2 u_{32} v_{32}) = 0 \quad (4.30)$$

$$c^4 \{ \lambda_1^2 (1 - u_{31}^2)(1 - v_{31}^2) - \lambda_2^2 (1 - u_{32}^2)(1 - v_{32}^2) \} + c^2 \{ \lambda_1^2 (u_{31}^2 + v_{31}^2 - 2 v_{31}^2 u_{31}^2) - \lambda_2^2 (u_{32}^2 + v_{32}^2 - 2 v_{32}^2 u_{32}^2) \} + \{ \lambda_1^2 u_{31}^2 v_{31}^2 - \lambda_2^2 u_{32}^2 v_{32}^2 \} = 0 \quad (4.31)$$

Προσεγγιστικές τιμές προσανατολισμού στερεοζεύγους

Ο σχετικός προσανατολισμός ζεύγους μπορεί να επιλυθεί με την συνθήκη συνεπιτεδότητας και την συνθήκη συγγραμμικότητας (μέθοδος της δέσμης). Όμως και οι δύο είναι μη γραμμικές ως προς τις άγνωστες παραμέτρους, οπότε απαιτείται γραμμικοποίηση των εξισώσεων και προσεγγιστικές τιμές για τους αγνώστους. Στην τυπική περίπτωση αεροφωτογραφιών η επιλογή των προσεγγιστικών τιμών είναι απλή υπόθεση, αφού επιλέγονται μηδενικές αρχικές τιμές σχετικού προσανατολισμού. Στις επίγειες λήψεις όμως, όπου ενδέχεται να υπάρχουν μεγάλες στροφές ή/και συνιστώσες της βάσης, δεν συμβαίνει το ίδιο. Σε αυτές τις περιπτώσεις η επιλογή δυσχεραίνεται και άρα αποτελεί εμπόδιο για την αυτοματοποιημένη διαδικασία επίλυσης του σχετικού προσανατολισμού.

Η σημασία του προσδιορισμού αξιόπιστων προσεγγιστικών τιμών είναι πράγματι μεγάλη. Για τις κλασικές σχεδόν κατακόρυφες αεροφωτογραφίες αρκεί λοιπόν να θεωρηθούν μηδενικές αρχικές τιμές των άγνωστων στοιχείων του σχετικού προσανατολισμού και οι αληθείς τιμές εκτιμώνται γενικά μετά από λίγες επαναλήψεις. Αντίθετα, στις επίγειες λήψεις η γεωμετρία των εικόνων είναι αρκετά απαιτητική, οπότε αν οι τιμές αυτές δεν απέχουν μέσα σε κάποια “λογικά” όρια από τις αληθείς η επίλυση αδυνατεί να συγκλίνει (ή και ενδεχομένως συγκλίνει σε εσφαλμένες λύσεις).

Στο κεφάλαιο αυτό αναλύεται αρχικά ο δεσμευμένος επιπολικός πίνακας, στον οποίο βασίζεται ο αλγόριθμος RLT (Relative Linear Transformation). Ο γραμμικός αλγόριθμος RLT δεν χρειάζεται αρχικές τιμές, ωστόσο δίνει αποτελέσματα περιορισμένης ακρίβειας που απλώς επαρκούν για να εισαχθούν ως προσεγγιστικές τιμές σε μη γραμμικούς αλγόριθμους. Τέλος, εξετάζονται τέτοιοι μη γραμμικοί αλγόριθμοι, πιο συγκεκριμένα οι επιλύσεις με την συνθήκη συνεπιτεδότητας και με την μέθοδο της δέσμης.

5.1 Δεσμευμένος επιπολικός πίνακας

Ο δεσμευμένος επιπολικός πίνακας E μελετήθηκε από τον Longuet–Higgins (1981) και αποτελεί ειδική περίπτωση του επιπολικού πίνακα F όταν είναι γνωστός ο εσωτερικός προσα-

νατολισμός της μηχανής. Ο E έχει προφανώς λιγότερους βαθμούς ελευθερίας και περισσότερες δεσμεύσεις σε σχέση με τον επιπολικό πίνακα.

Εάν είναι γνωστός ο εσωτερικός προσανατολισμός εικόνας από μηχανή σημειακής οπής, άρα και ο πίνακας K αυτής της μηχανής, τότε η σχέση των συντεταγμένων των ομόλογων σημείων με τις αντίστοιχες “κανονικοποιημένες” είναι:

$$\tilde{x} = K^{-1} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -c \end{bmatrix} \text{ και } \tilde{x}' = K'^{-1} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} x' - x_0 \\ y' - y_0 \\ -c \end{bmatrix} \quad (5.1 a - b)$$

όπου το σύμβολο “ \sim ” υποδηλώνει ισότητα η οποία συμπεριλαμβάνει πολλαπλασιασμό με σταθερά $\lambda \neq 0$ (Καλησπεράκης, 2010).

Χρησιμοποιώντας τις κανονικοποιημένες συντεταγμένες των ομόλογων σημείων

$$\tilde{x} = |\tilde{x}_1 \quad \tilde{x}_2 \quad 1|^T \text{ και } \tilde{x}' = |\tilde{x}'_1 \quad \tilde{x}'_1 \quad 1|^T \quad (5.2 a - b)$$

η συνθήκη συνεπιπεδότητας μπορεί εκφραστεί ως εξής:

$$\tilde{x} (B \times R \tilde{x}') = 0 \quad (5.3)$$

όπου B είναι ένα διάνυσμα μετάθεσης και R ο πίνακας σχετικής στροφής.

Γνωρίζοντας όμως κανείς ότι το εξωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει του αντισυμμετρικού πίνακα εξωτερικού γινομένου, μπορεί να γράψει την παραπάνω εξίσωση ως:

$$\tilde{x}^T [B]_x R \tilde{x}' = 0 \Leftrightarrow \tilde{x}^T E \tilde{x}' = 0 \quad (5.4)$$

όπου $E = [B]_x R$.

Ο E αποτελεί τον δεσμευμένο επιπολικό πίνακα του στερεοζεύγους. Μπορεί να αναλυθεί σε ένα διάνυσμα μετάθεσης B και έναν πίνακα στροφής R , και έχει διαστάσεις 3×3 . Για τον ορισμό του αρκεί να προσδιοριστούν 8 παράμετροι, αφού μπορεί πχ. να οριστεί αυθαίρετα η τιμή ενός στοιχείου ή να δεσμευτεί η τιμή του αθροίσματος των τετραγώνων όλων των στοιχείων. Όμως ο E έχει 5 πραγματικούς βαθμούς ελευθερίας, δηλαδή τους βαθμούς τους σχετικού προσανατολισμού (ο πίνακας στροφής R και το διάνυσμα μετάθεσης έχουν από 3 βαθμούς ελευθερίας, δηλαδή συνολικά 6, αλλά εκπίπτει ένας βαθμός ελευθερίας γιατί η κλίμακα του μοντέλου δεν μπορεί να υπολογιστεί). Επομένως οι 8 παράμετροι του E είναι εξαρτημένες (λόγω των γνωστών τριών παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού).

Η εξίσωση (5.4) είναι μη γραμμική ως προς τα στοιχεία του διανύσματος B και του πίνακα στροφής R , αλλά είναι γραμμική ως προς τα στοιχεία του πίνακα E , οπότε μέσω των κανονικοποιημένων συντεταγμένων γίνεται:

$$\tilde{x}_1 \tilde{x}_1' E_{11} + \tilde{x}_2 \tilde{x}_1' E_{12} + \tilde{x}_1' E_{13} + \tilde{x}_1 \tilde{x}_2' E_{21} + \tilde{x}_2 \tilde{x}_2' E_{22} + \tilde{x}_2' E_{23} + \tilde{x}_1 E_{31} + \tilde{x}_2 E_{32} + E_{33} = 0 \quad (5.5)$$

Συνεπώς ο δεσμευμένος επιπολικός πίνακας μπορεί να υπολογιστεί από ομολογίες σημείων με βάση την παραπάνω εξίσωση. Ο ελάχιστος αριθμός ομολογών σημείων που χρειάζονται είναι 8, εάν υπάρχουν περισσότερες ομολογίες γίνεται επίλυση με ΜΕΤ.

Βέβαια, ο δεσμευμένος επιπολικός E πίνακας μπορεί να υπολογιστεί αν είναι γνωστός ο επιπολικός πίνακας F από την σχέση:

$$E = K^T F K \quad (5.6)$$

5.2 Αλγόριθμος RLT (Relative Linear Transformation)

Το πρόβλημα του σχετικού προσανατολισμού αντιμετωπίζεται γενικά με την μη γραμμική συνθήκη συνεπιπεδότητας η οποία, αν και δίνει ακριβείς τιμές για τις 5 παραμέτρους του σχετικού προσανατολισμού, χρειάζεται προσωρινές τιμές. Επομένως, στην γενική περίπτωση γεωμετρίας του στερεοζεύγους είναι απαραίτητοι γραμμικοί αλγόριθμοι για την επίλυσή της. Στην συνέχεια θα αναλυθεί ένας τέτοιου είδους αλγόριθμος, ο Relative Linear Transformation (RLT), ο οποίος είχε διατυπωθεί ανεξάρτητα στην Φωτογραμμετρία ως έκφραση του δεσμευμένου επιπολικού πίνακα. Τον RLT ανέπτυξε ολοκληρωμένα ο Shih (1994), βασιζόμενος σε προηγούμενες έρευνες των Thompson (1959) και Stefanovic (1973).

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι, λόγω της αλληλεξάρτησης των 8 παραμέτρων, τα αποτελέσματα του αλγορίθμου RLT μπορεί να απέχουν αρκετά από τις πραγματικές τιμές των παραμέτρων του σχετικού προσανατολισμού. Ωστόσο είναι, γενικά, απολύτως ικανοποιητικές ως αρχικές προσεγγιστικές τιμές των 5 άγνωστων παραμέτρων.

Ουσιαστικά, ο αλγόριθμος RLT συνδέεται περισσότερο με την συνθήκη συνεπιπεδότητας και όχι με την συνθήκη συγγραμμικότητας. Συνεπώς, εάν αναπτυχθεί η συνθήκη συνεπιπεδότητας (Εξ. 2.13) προκύπτει η γραμμική σχέση:

$$L_1 y x' + L_2 y y' - L_3 y c + L_4 c x' + L_5 c y' - L_6 c c + L_7 x x' + L_8 x y' - L_9 x c = 0 \quad (5.7)$$

$$\begin{array}{lll} \text{όπου: } L_1 = B_x r_{31} - B_z r_{11} & L_2 = B_x r_{32} - B_z r_{12} & L_3 = B_x r_{33} - B_z r_{13} \\ L_4 = B_x r_{21} - B_y r_{21} & L_5 = B_x r_{22} - B_y r_{12} & L_6 = B_x r_{23} - B_y r_{13} \\ L_7 = B_z r_{21} - B_y r_{31} & L_8 = B_z r_{22} - B_y r_{32} & L_9 = B_z r_{23} - B_y r_{33} \end{array}$$

Από την (5.7) πρέπει προφανώς να αφαιρεθεί μια παράμετρος. Για τις περισσότερες περιπτώσεις, όπου η κατά x συνιστώσα της βάσης είναι μεγαλύτερη από τις άλλες δύο, επιλέγεται να απαλειφθεί ο συντελεστής L_5 , (αναλυτικότερα βλ. Μπουτσικάκης, 2003). Αυτό οδηγεί στην εξίσωση:

$$L_1' y x' + L_2' y y' - L_3' y c + L_4' c x' - L_6' c c + L_7' x x' + L_8' x y' - L_9' x c + c y' = 0 \quad (5.8)$$

$$\text{όπου } L_i' = L_i / L_5.$$

Οι 5 παράμετροι του σχετικού προσανατολισμού μπορούν να υπολογιστούν από αυτές τις 8 παραμέτρους. Επιπλέον, ο πίνακας στροφής \mathbf{R} που πρόκειται να υπολογιστεί οφείλει να είναι ορθογωνικός, οπότε προκύπτουν οι παρακάτω 6 δεσμεύσεις:

$$L_1'^2 + L_2'^2 + L_3'^2 = (B_x^2 + B_z^2)/L_5^2 \quad (a) \quad (5.9 a - f)$$

$$L_4'^2 + L_5'^2 + L_6'^2 = (B_y^2 + B_x^2)/L_5^2 \quad (b)$$

$$L_7'^2 + L_8'^2 + L_9'^2 = (B_z^2 + B_y^2)/L_5^2 \quad (c)$$

$$L_1 L_4 + L_2 L_5 + L_3 L_6 = B_y B_z \quad (d)$$

$$L_1 L_7 + L_2 L_8 + L_3 L_9 = - B_x B_y \quad (e)$$

$$L_4 L_7 + L_5 L_8 + L_6 L_9 = B_x B_z \quad (f)$$

Από τις τρεις πρώτες εξισώσεις με $B_x = 1$, προκύπτουν:

$$L_5^2 = 2 B_x^2 / (a+b-c) \quad (a) \quad (5.10 a - c)$$

$$B_y^2 = L_5^2 (b+c-a)/2 \quad (b)$$

$$B_z^2 = L_5^2 (a+b-c)/2 \quad (c)$$

$$\text{όπου } a = L_1'^2 + L_2'^2 + L_3'^2$$

$$b = L_4'^2 + L_5'^2 + L_6'^2$$

$$c = L_7'^2 + L_8'^2 + L_9'^2$$

Σημειώνεται ότι $L_5' = L_5 / L_5 = 1$.

Όμως από τις εξισώσεις (5.10 b) και (5.10 c) προκύπτουν δύο τιμές για της συνιστώσες της βάσης, μια θετική και μια αρνητική. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει την πολλαπλότητα των λύσεων του σχετικού προσανατολισμού. Το πρόβλημα αντιμετωπίζεται με τον εξής τρόπο.

Από τις εξισώσεις (5.9 a - f) τα B_y και B_z μπορούν να υπολογιστούν ως:

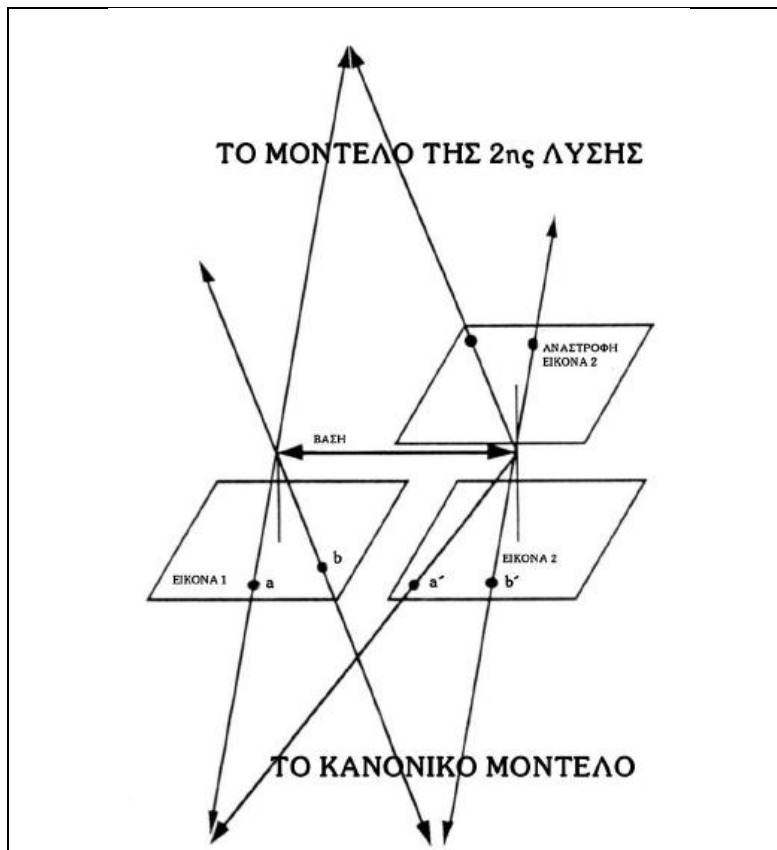
$$B_y = - \frac{L_1 L_7 + L_2 L_8 + L_3 L_9}{B_x} \quad (5.11 a-b)$$

$$B_z = \frac{L_4 L_7 + L_5 L_8 + L_6 L_9}{B_x}$$

Το πλεονέκτημα των εξισώσεων (5.11 a-b) είναι η απλότητα στον προσδιορισμό του προσήμου, καθώς και η ανεξαρτησία τους από το πρόσημο του L_5 . Όμως δεν υπάρχει επαρκής πληροφορία για το πρόσημο του L_5 . Πράγματι, για το ίδιο στερεοζεύγος και η θετική και η αρνητική τιμή του L_5 ικανοποιούν την συνθήκη συνεπιπεδότητας. Αυτό οφείλεται στην ύπαρξη διπλής λύσης για την συνθήκη συνεπιπεδότητας. Παρ' όλα αυτά δεν είναι και οι δύο λύσεις αποδεκτές, καθώς με την επιλογή του λανθασμένου προσήμου για την τιμή του L_5 το στερεομοντέλο δεν αποκαθίσταται ορθά.

Συνεπώς πρέπει να επιλεγεί το σωστό πρόσημο της τιμής L_5 , το οποίο γίνεται με την βοήθεια της θέσης των σημείων κατά το βάθος. Αρχικά η λύση υλοποιείται και με τις δυο τιμές, επομένως υπολογίζεται ο πίνακας στροφής και οι γωνίες ω , φ , κ . Κατόπιν υπολογίζονται με

εμπροσθοτομία οι συντεταγμένες των σημείων στο σύστημα αναφοράς του μοντέλου. Για το λανθασμένο πρόσημο παρατηρείται ότι τα βάθη Z των σημείων θα έχουν και θετικές τιμές, κάτι τέτοιο όμως δεν μπορεί να ισχύει αφού όλα τα σημεία οφείλουν να βρίσκονται μπροστά από το ζεύγος των εικόνων (αρνητικές τιμές στην τρίτη διάσταση). Τελικά επιλέγεται η λύση που εξασφαλίζει αρνητικό πρόσημο για όλα τα βάθη Z των σημείων, αφού η αρχή του συστήματος αναφοράς είναι το σημείο λήψης της αριστερής εικόνας, οπότε πράγματι το μοντέλο πρέπει να βρίσκεται στον χώρο των αρνητικών Z (Σχ. 5.1).



Σχήμα 5.1 : Το μοντέλο της διπλής λύσης (Μπουτσιακάκης, 2003)

Τα στοιχεία του πίνακα στροφής μπορούν να υπολογιστούν από την σχέση:

$$\begin{pmatrix} -Bz & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Bx & 0 & 0 \\ 0 & -Bz & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Bx & 0 \\ 0 & 0 & -Bz & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Bx \\ -By & 0 & 0 & Bx & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -By & 0 & 0 & Bx & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -By & 0 & 0 & Bx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Bz & 0 & 0 & -By & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Bz & 0 & 0 & -By & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Bz & 0 & 0 & -By \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{11} \\ r_{12} \\ r_{13} \\ r_{21} \\ r_{22} \\ r_{23} \\ r_{31} \\ r_{32} \\ r_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \\ L_5 \\ L_6 \\ L_7 \\ L_8 \\ L_9 \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

Ο βαθμός ελευθερίας του πίνακα είναι 6, άρα μόνο 6 από τις 9 εξισώσεις είναι γραμμικά ανεξάρτητες, συνεπώς απαιτούνται άλλες 3 εξισώσεις ώστε να υπολογιστούν οι 9 παράμε-

τροι του πίνακα στροφής. Από την δέσμευση πως ο πίνακας στροφής είναι ορθογωνικός ισχύει ότι:

$$r_{11} = \begin{vmatrix} r_{22} & r_{23} \\ r_{32} & r_{33} \end{vmatrix} \quad r_{12} = \begin{vmatrix} r_{21} & r_{23} \\ r_{31} & r_{33} \end{vmatrix} \quad r_{13} = \begin{vmatrix} r_{21} & r_{22} \\ r_{31} & r_{32} \end{vmatrix}$$

Ο συνολικός αριθμός των 9 εξισώσεων είναι:

$$L_3 L_5 - L_2 L_6 = B_x^2 r_{11} + B_x B_z r_{31} + B_x B_y r_{21} \quad (a) \text{ (5.12 a - i)}$$

$$L_1 L_6 - L_3 L_4 = B_x^2 r_{12} + B_x B_z r_{32} + B_x B_y r_{22} \quad (b)$$

$$L_2 L_4 - L_1 L_5 = B_x^2 r_{11} + B_x B_z r_{33} + B_x B_y r_{23} \quad (c)$$

$$L_2 L_7 - L_1 L_8 = B_z^2 r_{33} + B_x B_z r_{13} + B_y B_z r_{23} \quad (d)$$

$$L_3 L_8 - L_2 L_9 = B_z^2 r_{31} + B_x B_z r_{11} + B_y B_z r_{21} \quad (e)$$

$$L_1 L_9 - L_3 L_7 = B_z^2 r_{32} + B_x B_z r_{12} + B_y B_z r_{22} \quad (f)$$

$$L_4 L_9 - L_6 L_7 = B_y^2 r_{22} + B_x B_y r_{12} + B_y B_z r_{32} \quad (g)$$

$$L_6 L_8 - L_5 L_9 = B_y^2 r_{21} + B_x B_y r_{11} + B_y B_z r_{31} \quad (h)$$

$$L_5 L_7 - L_4 L_8 = B_y^2 r_{23} + B_x B_y r_{13} + B_y B_z r_{33} \quad (i)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις μόνο οι τρεις είναι γραμμικά ανεξάρτητες και πρέπει να γίνει κατάλληλη επιλογή εκείνων που θα χρησιμοποιηθούν. Τελικά, οι 9 παράμετροι του πίνακα στροφής υπολογίζονται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\begin{vmatrix} -Bz & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Bx & 0 & 0 \\ 0 & -Bz & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Bx & 0 \\ 0 & 0 & -Bz & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Bx \\ -By & 0 & 0 & Bx & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -By & 0 & 0 & Bx & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -By & 0 & 0 & Bx & 0 & 0 & 0 \\ Bx^2 & 0 & 0 & Bx By & 0 & 0 & Bx Bz & 0 & 0 \\ 0 & Bx^2 & 0 & 0 & Bx By & 0 & 0 & Bx Bz & 0 \\ 0 & 0 & Bx^2 & 0 & 0 & Bx By & 0 & 0 & Bx Bz \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_{11} \\ r_{12} \\ r_{13} \\ r_{21} \\ r_{22} \\ r_{23} \\ r_{31} \\ r_{32} \\ r_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \\ L_5 \\ L_6 \\ L_3 L_5 - L_2 L_6 \\ L_1 L_6 - L_3 L_4 \\ L_2 L_4 - L_1 L_5 \end{vmatrix} \quad (5.13)$$

Οι παράμετροι του πίνακα στροφής μπορούν να υπολογιστούν από την εξίσωση (5.13) με αντιστροφή ενός πίνακα 9×9. Προκειμένου να αποφευχθούν οι πράξεις που προκύπτουν από την παραπάνω ισότητα, εξάγονται οι εξής απλές σχέσεις για τον υπολογισμό των παραμέτρων του πίνακα στροφής:

$$r_{31} = \frac{B_z r_{11} + L_1}{B_x} \quad (a) \text{ (5.14 a - f)}$$

$$r_{32} = \frac{B_z r_{12} + L_2}{B_x} \quad (b)$$

$$r_{33} = \frac{B_z r_{13} + L_3}{B_x} \quad (c)$$

$$r_{21} = \frac{B_y r_{11} + L_4}{B_x} \quad (d)$$

$$r_{22} = \frac{B_y r_{12} + L_5}{B_x} \quad (e)$$

$$r_{23} = \frac{B_y r_{13} + L_6}{B_x} \quad (f)$$

Τέλος, από τις εξισώσεις (5.12 a - i) και (5.14 a - f) μπορούν να υπολογιστούν τα r_{11} , r_{12} , r_{13} :

$$r_{11} = \frac{L_3 L_5 - L_2 L_6 - B_z L_1 - B_y L_4}{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \quad (g) \text{ (5.14 g - i)}$$

$$r_{12} = \frac{L_1 L_6 - L_3 L_4 - B_z L_2 - B_y L_5}{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \quad (h)$$

$$r_{13} = \frac{L_2 L_4 - L_1 L_6 - B_z L_3 - B_y L_6}{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \quad (i)$$

Με τις εξισώσεις αυτές έχουν υπολογιστεί όλες οι παράμετροι του πίνακα στροφής \mathbf{R} . Για την εξαγωγή των γωνιών ω , φ , κ πραγματοποιείται η διαδικασία που έχει αναφερθεί στην ενότητα 2. 4.

5.3 Εμπροσθοτομία

Όπως αναφέρθηκε, λόγω της διπλής λύσης της συνθήκης συνεπιπεδότητας η ποσότητα L_5 μπορεί να πάρει είτε αρνητικές είτε θετικές τιμές. Αυτό όμως δεν μπορεί να προσδιοριστεί με την υπάρχουσα πληροφορία από τον αλγόριθμο RLT. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιείται, όπως προαναφέρθηκε, η διαδικασία της εμπροσθοτομίας. Συνεπώς για να βρεθεί το σωστό πρόσημο, προσδιορίζονται με εμπροσθοτομία οι συντεταγμένες των σημείων στο σύστημα του μοντέλου, και στην συνέχεια ελέγχονται τα βάρη Z ώστε να επιλεγεί η λύση που δίνει μόνο αρνητικές τιμές.

Ως φωτογραμμετρική εμπροσθοτομία ορίζεται, ως γνωστόν, η διαδικασία κατά την οποία προσδιορίζονται οι τρισδιάστατες συντεταγμένες X , Y , Z σημείων στο χώρο από μετρήσεις σε δύο ή περισσότερες εικόνες, εφόσον είναι γνωστά τα στοιχεία του εσωτερικού και εξωτερικού προσανατολισμού των εικόνων καθώς και οι μετρημένες εικονοσυντεταγμένες x_α , y_α , x_δ , y_δ των ομόλογων σημείων.

Στην συγκεκριμένη περίπτωση, από τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού της μηχανής είναι γνωστή η σταθερά c , με την υπόθεση πως $x_o = y_o = 0$ (βλ. ενότητα 4.5), και οι προσεγγιστικές τιμές του προσανατολισμού των εικόνων από την επίλυση του RLT.

Η σχέση που χρησιμοποιείται για την επίλυση της φωτογραμμετρικής εμπροσθοτομίας είναι η συνθήκη συγγραμμικότητας, λυμένη ως προς τις συντεταγμένες χώρου:

$$X - X_o = (Z - Z_o) \frac{r_{11}x + r_{21}y - r_{31}c}{r_{13}x + r_{23}y - r_{33}c} \quad (a) \text{ (5.15 a - b)}$$

$$Y - Y_o = (Z - Z_o) \frac{r_{12}x + r_{22}y - r_{32}c}{r_{13}x + r_{23}y - r_{33}c} \quad (b)$$

Οι εξισώσεις συγγραμμικότητας προσφέρουν δυο εξισώσεις για κάθε σημείο που έχει μετρηθεί σε κάθε εικόνα, συνεπώς υπάρχουν τέσσερις εξισώσεις για κάθε σημείο, από τις οποίες βρίσκονται οι τρεις άγνωστες γεωδαιτικές συντεταγμένες. Άρα υπάρχει ένας βαθμός

ελευθερίας (εάν το σημείο απεικονίζεται σε περισσότερες από δύο εικόνες, κάθε επιπλέον εικόνα εισάγει δύο νέες εξισώσεις). Επομένως το πρόβλημα της φωτογραμμετρικής εμπροσθοτομίας επιλύεται με την Μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων. Η συνθήκη συγγραμμικότητας δεν είναι γραμμική ως προς τους αγνώστους, συνεπώς απαιτούνται προσωρινές τιμές. Αυτές υπολογίζονται απευθείας από τις τρεις εκ των τεσσάρων εξισώσεων κάθε σημείου του ζεύγους, τις δύο κατά Χ και μία κατά Υ, οπότε οι αρχικές τιμές προκύπτουν από την επίλυση αυτού του συστήματος 3×3.

5.4 Επίλυση της συνθήκη συνεπιπεδότητας

Όπως έχει αναφερθεί, με την συνθήκη συνεπιπεδότητας υπολογίζονται οι παράμετροι του σχετικού προσανατολισμού, δηλαδή οι σχετικές συνιστώσες β_y, β_z της βάσης και οι τρεις σχετικές στροφές ω, φ, κ των δυο εικόνων. Για να υπολογιστούν οι παράμετροι αυτές χρειάζονται $N \geq 5$ ομόλογα σημεία x', y' και x'', y'' στις δύο εικόνες (εάν $N > 5$ η επίλυση γίνεται με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων). Η ανεπτυγμένη μαθηματική έκφραση της συνθήκης συνεπιπεδότητας είναι:

$$c(x''r_{12} + y''r_{22} - cr_{32}) + y'(x''r_{13} + y''r_{23} - cr_{33}) - \beta_y [x'(x''r_{13} + y''r_{23} - cr_{33}) + c(x''r_{11} + y''r_{21} - cr_{31})] + \beta_z [x'(x''r_{12} + y''r_{22} - cr_{32}) - y'(x''r_{11} + y''r_{21} - cr_{31})] = 0 \quad (5.18)$$

Η συνθήκη συνεπιπεδότητας είναι μη γραμμική ως προς τις άγνωστες παραμέτρους, άρα είναι απαραίτητες αρχικές τιμές για τις 5 παραμέτρους. Συνηθέστερος τρόπος επίλυσης είναι με την γενική μέθοδο ελαχιστοτετραγωνικής συνόρθωσης, όπου ως παρατηρήσεις θεωρούνται τα άμεσα μετρημένα μεγέθη, δηλαδή τέσσερις εικονοσυντεταγμένες (δυο στην αριστερή και δυο στην δεξιά εικόνα) ανά σημείο. Το μαθηματικό μοντέλο της γενικής μεθόδου είναι:

$$\mathbf{w} + \mathbf{Bv} + \mathbf{A}\Delta = 0$$

όπου \mathbf{w} : το διάνυσμα με τα σφάλματα κλεισίματος της συνθήκης
 \mathbf{B} : ο πίνακας των συντελεστών των παρατηρήσεων
 \mathbf{v} : το διάνυσμα των εναπομενόντων σφαλμάτων
 \mathbf{A} : ο πίνακας των συντελεστών των αγνώστων
 Δ : το διάνυσμα των άγνωστων τιμών.

Πιο αναλυτικά, κάθε εξίσωση παρατήρησης περιλαμβάνει τις 4 εικονοσυντεταγμένες του σημείου. Εάν m ο αριθμός των μετρημένων ομόλογων σημείων, τότε ο πίνακας \mathbf{A} θα έχει διαστάσεις $m \times 5$ και θα περιλαμβάνει τις μερικές παραγώγους της εξίσωσης παρατήρησης (5.18) ως προς τις 5 άγνωστες παραμέτρους, ο \mathbf{B} με διαστάσεις $m \times 4m$ τις μερικές παραγώγους της εξίσωσης παρατήρησης (5.18) ως προς τις τέσσερις παρατηρήσεις και το διάνυσμα \mathbf{w} διαστάσεων $m \times 1$ το σφάλμα κλεισίματος κάθε εξίσωσης. Η επίλυση για εικονοσυντεταγμένες ίσης ακρίβειας δίνει:

$$\Delta = -(\mathbf{A}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{w} \quad (5.19)$$

όπου $\mathbf{M}=\mathbf{B}\mathbf{B}^T$.

Το διάνυσμα των εναπομενόντων σφαλμάτων είναι:

$$\mathbf{v} = \mathbf{B}^T \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{w} + \mathbf{A}\Delta) \quad (5.20)$$

οι δε βαθμοί ελευθερίας της επίλυσης $r = m - 5$.

Στην συνέχεια φαίνεται πώς δομούνται τα Δ , \mathbf{A} , \mathbf{B} και \mathbf{w} όταν είναι γνωστές 4 ομολογίες σημείων. Προφανώς αυτός ο αριθμός ομολογιών δεν επαρκεί για την επίλυση του σχετικού προσανατολισμού, απλώς εδώ χρησιμοποιείται ως ενδεικτικό παράδειγμα.

$$\Delta = \begin{bmatrix} b_y \\ b_z \\ \omega \\ \varphi \\ \kappa \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial b_y} & \frac{\partial F_1}{\partial b_z} & \frac{\partial F_1}{\partial \omega} & \frac{\partial F_1}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_1}{\partial \kappa} \\ \frac{\partial F_2}{\partial b_y} & \frac{\partial F_2}{\partial b_z} & \frac{\partial F_2}{\partial \omega} & \frac{\partial F_2}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_2}{\partial \kappa} \\ \frac{\partial F_3}{\partial b_y} & \frac{\partial F_3}{\partial b_z} & \frac{\partial F_3}{\partial \omega} & \frac{\partial F_3}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_3}{\partial \kappa} \\ \frac{\partial F_4}{\partial b_y} & \frac{\partial F_4}{\partial b_z} & \frac{\partial F_4}{\partial \omega} & \frac{\partial F_4}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_4}{\partial \kappa} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial y_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_1'} & \frac{\partial F_1}{\partial y_1'} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \frac{\partial F_2}{\partial y_2} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2'} & \frac{\partial F_2}{\partial y_2'} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial F_3}{\partial x_3} & \frac{\partial F_3}{\partial y_3} & \frac{\partial F_3}{\partial x_3'} & \frac{\partial F_3}{\partial y_3'} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial F_4}{\partial x_4} & \frac{\partial F_4}{\partial y_4} & \frac{\partial F_4}{\partial x_4'} & \frac{\partial F_4}{\partial y_4'} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 0 - F_1 \\ 0 - F_2 \\ 0 - F_3 \\ 0 - F_4 \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

Εάν τα παρατηρούμενα μεγέθη (εικονοσυντεταγμένες) έχουν μετρηθεί με διαφορετικό τρόπο, τότε μπορούν να θεωρηθούν ως ανισοβαρείς παρατηρήσεις, και σε καθεμία από αυτές να αποδοθεί διαφορετικό βάρος.

5.5 Επίλυση με συνόρθωση δέσμης

Βασικό στοιχείο της μεθόδου αποτελεί η δέσμη ακτίνων της εικόνας, και επιδιώκεται να ενταχθούν κατευθείαν οι δύο δέσμες στο σύστημα του χώρου με βάση και τα κοινά εικονοσημεία. Οι εικόνες προσανατολίζονται ταυτόχρονα και μεταξύ τους αλλά και ως προς το σύ-

στημα του χώρου, το οποίο εξασφαλίζεται με το να συνορθωθούν όλες οι εικονοσυντεταγμένες ομόλογων σημείων (Πέτσα, 2000).

Η συνόρθωση με την μέθοδο της δέσμης πραγματοποιείται με την μέθοδο των έμμεσων παρατηρήσεων με μαθηματικό μοντέλο την συνθήκη συγγραμμικότητας:

$$x = x_o - c \frac{U}{W} = x_o - c \frac{r_{11}(X-X_o)+r_{12}(Y-Y_o)+r_{13}(Z-Z_o)}{r_{31}(X-X_o)+r_{32}(Y-Y_o)+r_{33}(Z-Z_o)} \quad (a) \text{ (5.25 a-b)}$$

$$y = y_o - c \frac{V}{W} = y_o - c \frac{r_{21}(X-X_o)+r_{22}(Y-Y_o)+r_{23}(Z-Z_o)}{r_{31}(X-X_o)+r_{32}(Y-Y_o)+r_{33}(Z-Z_o)} \quad (b)$$

Άγνωστες παράμετροι είναι οι συντεταγμένες χώρου των ομόλογων σημείων και οι 6 παράμετροι του εξωτερικού προσανατολισμού για κάθε εικόνα. Στην περίπτωση συνόρθωσης δεσμής με αυτοβαθμονόμηση > 2 εικόνων, άγνωστοι είναι και οι παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού της μηχανής (c, x_o, y_o, k₁, k₂), ενώ στην περίπτωση του ζεύγους μπορεί να προσδιοριστεί μόνο μερικώς (πχ. το c) ο εσωτερικός προσανατολισμός.

Παρατηρούμενα μεγέθη είναι οι μετρημένες εικονοσυντεταγμένες των ομόλογων σημείων και των φωτοσταθερών σε όλες τις εικόνες. Οι βαθμοί ελευθερίας του μπλοκ εικόνων είναι οι 7 του 3D μετασχηματισμού ομοιότητας (3 μεταθέσεις, 3 στροφές και κλίμακα). Συνεπώς τα ελάχιστα φωτοσταθερά που απαιτούνται για την επίλυση με την μέθοδο της δέσμης είναι 3. Εάν στην επίλυση δεν χρησιμοποιούνται φωτοσταθερά, τότε οι 7 βαθμοί ελευθερίας δεσμεύονται με άλλον τρόπο, πχ. με ορισμό αυθαίρετου συστήματος αναφοράς.

Αρχικά η επίλυση με την μέθοδο της δέσμης πραγματοποιείται εδώ σε ζεύγος εικόνων. Επειδή ζητούμενο είναι η αποκατάσταση του σχετικού προσανατολισμού των εικόνων χωρίς την χρήση φωτοσταθερών, ως σύστημα ορίζεται εκείνο της αριστερής εικόνας και δίδεται τιμή 1 στην συντεταγμένη X_{o2} του σημείου λήψης της δεξιάς εικόνας, δηλαδή στην κατά x συνιστώσα της βάσης που επιδρά μόνο στο μέγεθος του μπλοκ. Έτσι επιβάλλεται η δέσμευση των 7 βαθμών ελευθερίας, και υπολογίζονται οι άγνωστοι στο σύστημα της αριστερής εικόνας. Στην περίπτωση αυτή άγνωστοι είναι οι 5 παράμετροι του σχετικού προσανατολισμού της δεξιάς εικόνας στο σύστημα της αριστερής και οι 3×m συντεταγμένες μοντέλου για τα m ομόλογα σημεία.

Για κάθε σημείο προκύπτουν δυο εξισώσεις παρατήρησης, και επειδή κάθε σημείο εμφανίζεται σε 2 εικόνες ο συνολικός αριθμός των εξισώσεων παρατήρησης είναι 4×m. Ο ελάχιστος αριθμός ομόλογων σημείων για την επίλυση είναι προφανώς και πάλι 5 (4×5 = 20 εξισώσεις και 5 + 3×5 = 20 άγνωστοι). Με περισσότερα ομόλογα σημεία υπάρχει περίσσεια παρατηρήσεων και πραγματοποιείται συνόρθωση με την MET.

Η συνθήκη συγγραμμικότητας δεν είναι γραμμική ως προς τους αγνώστους, συνεπώς απαιτείται να γραμμικοποιηθεί:

$$bx = x' - x^o = \frac{\partial x}{\partial Y_o} \delta Y_o + \frac{\partial x}{\partial Z_o} \delta Z_o + \frac{\partial x}{\partial \omega} \delta \omega + \frac{\partial x}{\partial \phi} \delta \phi + \frac{\partial x}{\partial \kappa} \delta \kappa + \frac{\partial x}{\partial X} \delta X + \frac{\partial x}{\partial Y} \delta Y + \frac{\partial x}{\partial Z} \delta Z + vx \quad (5.26a)$$

$$by = y' - y^o = \frac{\partial y}{\partial Y_o} \delta Y_o + \frac{\partial y}{\partial Z_o} \delta Z_o + \frac{\partial y}{\partial \omega} \delta \omega + \frac{\partial y}{\partial \phi} \delta \phi + \frac{\partial y}{\partial \kappa} \delta \kappa + \frac{\partial y}{\partial X} \delta X + \frac{\partial y}{\partial Y} \delta Y + \frac{\partial y}{\partial Z} \delta Z + vy \quad (5.26b)$$

όπου x^o, y^o οι προσεγγιστικές τιμές των παρατηρήσεων.

Για κάθε ομόλογο εικονοσημείο οι εξισώσεις παίρνουν λοιπόν την μορφή:

$$\begin{pmatrix} x' - x^o \\ y' - y^o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial Y_o} & \frac{\partial x}{\partial Z_o} & \frac{\partial x}{\partial \omega} & \frac{\partial x}{\partial \varphi} & \frac{\partial x}{\partial \kappa} & \frac{\partial x}{\partial X} & \frac{\partial x}{\partial Y} & \frac{\partial x}{\partial Z} \\ \frac{\partial y}{\partial Y_o} & \frac{\partial y}{\partial Z_o} & \frac{\partial y}{\partial \omega} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} & \frac{\partial y}{\partial \kappa} & \frac{\partial y}{\partial X} & \frac{\partial y}{\partial Y} & \frac{\partial y}{\partial Z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_o \\ Z_o \\ \omega \\ \varphi \\ \kappa \\ X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (5.27)$$

Οι προσεγγιστικές τιμές για τις 5 παραμέτρους του σχετικού προσανατολισμού της δεύτερης εικόνας μπορούν να προκύψουν αυτόματα από γραμμικούς αλγόριθμους, όπως ο RLT, ενώ εκείνες για τις συντεταγμένες μοντέλου από εμπροσθοτομία με τις προσεγγιστικές τιμές του προσανατολισμού.

Αν \mathbf{A} ο πίνακας σχεδιασμού έχει διαστάσεις $(4 \times m) \times (5 + 3 \times m)$ για m ομόλογα σημεία, $\delta \mathbf{x}$ το διάνυσμα των διορθώσεων των τιμών των αγνώστων και \mathbf{b} το διάνυσμα των ανηγμένων παρατηρήσεων, η εξίσωση (5.27) τελικά καταλήγει στην:

$$\mathbf{b} = \mathbf{A} \delta \mathbf{x}$$

και το σύστημα επιλύεται κατά τα γνωστά. Οι βαθμοί ελευθερίας με βάση το μαθηματικό μοντέλο των εμμέσων παρατηρήσεων είναι $r = (4 \times m) - (5 + 3 \times m)$.

Πολυεικονική επίλυση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση

Έως εδώ η αναφορά σε τεχνικές για τον προσδιορισμό ομολογιών και προσεγγιστικών τιμών για τον προσανατολισμό αφορά αποκλειστικά ζεύγη εικόνων. Η αυτόματη πολυεικονική συνόρθωση μπλοκ εικόνων με την μέθοδο της δέσμης θέτει επιπλέον ζητήματα.

- Ένα πρώτο ερώτημα είναι να βρεθεί, σε ένα μπλοκ εικόνων τυχαίας γεωμετρίας, ποιες εικόνες έχουν επικάλυψη με ποιες αλλά και σε ποια διεύθυνση της εικόνας (δηλαδή κυρίως κατά x ή κυρίως κατά y) είναι η επικάλυψη. Αυτό μπορεί να γίνει με την αναζήτηση ομολογιών SIFT σε όλες τις εικόνες ανά δύο. Κάτι τέτοιο, παρ' ότι πρόβλημα κατ' αρχήν βατό, προγραμματιστικά θα επιβάρυνε υπερβολικά την όλη διαδικασία στο πλαίσιο μιας διπλωματικής εργασίας. Έτσι, χωρίς ουσιαστική απώλεια σε γενικότητα, θεωρήθηκε εδώ πως μελετώνται λωρίδες εικόνων δεδομένης διαδοχής και με μετάθεση των σημείων λήψης κυρίως στην διεύθυνση x . Ακόμα, θεωρήθηκε ότι η λωρίδα έχει ληφθεί με την ίδια μηχανή (κοινός εσωτερικός προσανατολισμός).
- Είναι σαφές ότι πολλά σημεία φαίνονται σε περισσότερες από δύο εικόνες. Κρίσιμο θέμα είναι επομένως η αναγνώρισή τους (η μεταφορά τους) σε όσες εικόνες υπάρχουν. Είναι αναγκαίο προς τούτο η απόδοση ενός μοναδικού κωδικού σε κάθε σημείο του μοντέλου, ώστε η διαχείρισή τους να είναι πιο απλή. Με την χρήση αυτών των κωδικών πραγματοποιείται, έτσι, η σύνδεση των εικονοσυντεταγμένων με τις συντεταγμένες μοντέλου των σημείων που προκύπτουν από την συνόρθωση.
- Για την γενική επίλυση δέσμης όλων των εικόνων απαιτούνται προσεγγιστικές τιμές για τις παραμέτρους του προσανατολισμού και των συντεταγμένων μοντέλου των σημείων σε κοινό σύστημα. Ο αλγόριθμος RLT, η επίλυση της συνθήκης συνεπιπεδότητας και η συνόρθωση δέσμης στο ζεύγος δίνουν προσεγγιστικές τιμές για αυτά τα στοιχεία, αλλά σε διαφορετικά συστήματα αναφοράς (στο σύστημα της αριστερής εικόνας του εκάστοτε ζεύγους). Συνεπώς είναι αναγκαίος ο μετασχηματισμός αυτών των σχετικών στροφών και μεταθέσεων σε κοινό σύστημα με ενιαία κλίμακα. Ως τέτοιο σύστημα θεωρήθηκε εκείνο της αριστερής εικόνας, με κλίμακα που ορίζεται από την υπόθεση $B_x = 1$ για το πρώτο ζεύγος.

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται αρχικά η διαδικασία της αντιστοίχισης των σημείων σε όλα τα ζεύγη και της κωδικοποίησης των σημείων, στην συνέχεια αναλύεται ο τρόπος μεταφοράς των απαραίτητων στοιχείων στο κοινό σύστημα και, τέλος, περιγράφεται η γενική επίλυση με την μέθοδο της δέσμης για όλες τις εικόνες.

6.1 Αντιστοίχιση και κωδικοποίηση σημείων

Με χρήση των αλγορίθμων SIFT, F/RANSAC και, τελικά, την συνόρθωση δέσμης έχουν οριστικοποιηθεί οι τελικές ομολογίες σημείων για κάθε ζεύγος εικόνων. Έτσι, για κάθε ζεύγος εξάγεται ένας πίνακας με τις εικονοσυντεταγμένες κάθε σημείου στην αριστερή και δεξιά εικόνα. Ενδεικτικά παρατίθενται οι πίνακες για δύο συνεχόμενα ζεύγη, τα οποία δημιουργούνται από τις τρεις συνεχόμενες εικόνες 1, 2, 3:

| Πίνακας 6.1. Εικονοσυντεταγμένες 1 ^{ου} ζεύγους (εικόνες 1,2) | | | |
|---|---------|---------|---------|
| x_1 | y_1 | x_2 | y_2 |
| -743.85 | -414.85 | -763.45 | -384.40 |
| -727.00 | -460.85 | -747.55 | -428.40 |
| -616.85 | -179.35 | -645.35 | -162.55 |
| -656.85 | -580.20 | -681.05 | -546.30 |
| -321.30 | 175.40 | -442.30 | 188.80 |
| -304.80 | 298.15 | -424.40 | 310.20 |
| -288.40 | 565.15 | -410.60 | 576.70 |
| -246.35 | 106.35 | -362.50 | 121.30 |

| Πίνακας 6.2. Εικονοσυντεταγμένες 2 ^{ου} ζεύγους (εικόνες 2,3) | | | |
|---|---------|---------|---------|
| x_2 | y_2 | x_3 | y_3 |
| -747.55 | -428.40 | -819.70 | -350.95 |
| -740.05 | -442.25 | -812.70 | -364.75 |
| -681.05 | -546.30 | -765.35 | -462.35 |
| -424.40 | 310.20 | -660.25 | 325.25 |
| -424.40 | 310.20 | -660.25 | 325.25 |
| -422.30 | -25.80 | -657.65 | 9.90 |
| -385.40 | 184.05 | -629.80 | 206.65 |
| -362.50 | 121.30 | -608.35 | 148.75 |

Όλα αυτά τα σημεία θα χρησιμοποιηθούν ως παρατηρήσεις στην συνθήκη συγγραμμικότητας κατά την γενική επίλυση με την μέθοδο της δέσμης. Επιπλέον, με βάση τους κωδικούς που θα τους αποδοθούν, κάθε σημείο τοποθετείται εν συνεχεία στην σωστή θέση για την δημιουργία του πίνακα σχεδιασμού **A**. Είναι σαφές ότι σημεία που εμφανίζονται σε περισσότερες από δύο εικόνες οφείλουν να έχουν τον ίδιο κωδικό σε όλες τις εικόνες. Ταυτόχρονα, κάθε κωδικός θα αντιστοιχεί σε ένα και μοναδικό σημείο του χώρου.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, στα σημεία του πρώτου πίνακα, ο οποίος περιλαμβάνει τις ομολογίες μεταξύ 1^{ης} και 2^{ης} εικόνας, αποδίδεται αρχικά αύξων αριθμός με αφετηρία το 1 και κατάληξη τον αριθμό των γραμμών του πίνακα των ομολογιών, δηλαδή τον συνολικό αριθμό των ομολογων σημείων του 1^{ου} μοντέλου (εν προκειμένω 8). Έτσι, ο Πίνακας 6.1 του 1^{ου} ζεύγους του παραδείγματος γίνεται:

| Πίνακας 6.3. Εικονοσυντεταγμένες 1 ^{ου} ζεύγους με κωδικό | | | | |
|--|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Κωδικός | x ₁ | y ₁ | x ₂ | y ₂ |
| 1 | -743.85 | -414.85 | -763.45 | -384.40 |
| 2 | -727.00 | -460.85 | -747.55 | -428.40 |
| 3 | -616.85 | -179.35 | -645.35 | -162.55 |
| 4 | -656.85 | -580.20 | -681.05 | -546.30 |
| 5 | -321.30 | 175.40 | -442.30 | 188.80 |
| 6 | -304.80 | 298.15 | -424.40 | 310.20 |
| 7 | -288.40 | 565.15 | -410.60 | 576.70 |
| 8 | -246.35 | 106.35 | -362.50 | 121.30 |

Στην συνέχεια πρέπει να αποδοθούν κωδικοί στα σημεία του επόμενου ζεύγους. Συγκρίνονται, έτσι, οι εικονοσυντεταγμένες της δεξιάς εικόνας του 1^{ου} ζεύγους (στο οποίο έχουν ήδη αποδοθεί κωδικοί) με τις εικονοσυντεταγμένες της αμέσως επόμενης αριστερής. Στην ουσία δηλαδή ελέγχεται η ίδια εικόνα (η οποία είναι ταυτόχρονα δεξιά εικόνα του 1^{ου} ζεύγους και αριστερή εικόνα του 2^{ου} ζεύγους) προκειμένου να διαπιστωθεί ποια σημεία εμφανίζονται και στα δύο ζεύγη στα οποία συμμετέχει αυτή η εικόνα και ποια όχι. Εκείνα που εμφανίζονται, λοιπόν, και στο επόμενο ζεύγος παίρνουν τον κωδικό που έχει ήδη αποδοθεί στο προηγούμενο ζεύγος, ενώ σε εκείνα που δεν εμφανίζονται αποδίδεται ο πρώτος μη χρησιμοποιημένος έως τώρα αύξων κωδικός.

Βάσει αυτών, οι εικονοσυντεταγμένες του 2^{ου} ζεύγους παίρνουν τελικά τους εξής κωδικούς:

| Πίνακας 6.4. Εικονοσυντεταγμένες 2 ^{ου} ζεύγους με κωδικό | | | | |
|--|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Κωδικός | x ₂ | y ₂ | x ₃ | y ₃ |
| 2 | -747.55 | -428.40 | -819.70 | -350.95 |
| 9 | -740.05 | -442.25 | -812.70 | -364.75 |
| 4 | -681.05 | -546.30 | -765.35 | -462.35 |
| 10 | -424.40 | 310.20 | -660.25 | 325.25 |
| 6 | -424.40 | 310.20 | -660.25 | 325.25 |
| 11 | -422.30 | -25.80 | -657.65 | 9.90 |
| 12 | -385.40 | 184.05 | -629.80 | 206.65 |
| 8 | -362.50 | 121.30 | -608.35 | 148.75 |

Στο παράδειγμα αυτό φαίνεται λοιπόν ότι, τελικά, αποκλειστικά στο 1^ο μοντέλο εμφανίζονται τα σημεία 1, 3, 5, 7, το 2^ο μοντέλο εισάγει τα νέα σημεία 9, 10, 11, 12, ενώ τα σημεία 2, 4, 6, 8 υπάρχουν και στα δυο μοντέλα.

Με τον τρόπο αυτό αντιστοιχίζονται τελικά όλα τα κοινά σημεία των διαδοχικών μοντέλων και παίρνουν μοναδικό κοινό κωδικό, ενώ κοινό μοναδικό κωδικό παίρνουν βέβαια και όσα σημεία υπάρχουν μόνο σε ένα μοντέλο. Είναι σαφές λοιπόν ότι, στην ουσία, οι κωδικοί περιγράφουν μοναδικά τα αντίστοιχα σημεία του χώρου. Αποτέλεσμα της επεξεργασίας των πινάκων από όλα τα μοντέλα είναι ένας τελικός πίνακας του ακόλουθου τύπου, ο οποίος εισάγεται στην πολυεικονική συνόρθωση δέσμης.

| | | | |
|---------|--------|---|---|
| Κωδικός | Εικόνα | x | y |
|---------|--------|---|---|

Σημειώνεται πάντως ένας περιορισμός του αλγορίθμου αντιστοίχισης σημείων, όπως αυτός έχει υλοποιηθεί εδώ. Σημεία που φαίνονται σε μοντέλα μη διαδοχικά (πχ. επειδή έχουν αποκρυβεί σε κάποια ενδιάμεση εικόνα) δεν είναι δυνατόν να εντοπιστούν ως ομόλογα. Η λύση αυτού του προβλήματος θα σήμαινε ότι οι διαδικασίες διεικονικής επεξεργασίας διαδοχικών εικόνων που έχουν γίνει εδώ θα έπρεπε, θεωρητικά τουλάχιστον, να γίνουν για όλες τις εικόνες ανά δύο.

6.2 Μεταφορά προσανατολισμών και 3D σημείων σε κοινό σύστημα

Από την επίλυση με την μέθοδο της δέσμης για κάθε στερεοζεύγος έχουν προσδιοριστεί οι σχετικοί προσανατολισμοί και οι συντεταγμένες μοντέλου των ομόλογων σημείων στο σύστημα της αριστερής εικόνας. Συγκεκριμένα, σε κάθε στερεοζεύγος τα στοιχεία του προσανατολισμού της αριστερής εικόνας έχουν μηδενικές τιμές, ενώ έχει δοθεί αυθαίρετα τιμή ίση με 1 στην συντεταγμένη X_{02} του σημείου λήψης της δεξιάς εικόνας. Όμως το ζητούμενο είναι να εκφραστούν οι παράμετροι του σχετικού προσανατολισμού όλων των ζευγών, και μέσω αυτών οι προσανατολισμοί όλων των εικόνων, καθώς και οι συντεταγμένες μοντέλου σε ένα κοινό σύστημα, το οποίο στην παρούσα διπλωματική εργασία θεωρείται το σύστημα της πρώτης εικόνας της λωρίδας. Αυτά θα είναι στοιχεία εισόδου στην πολυεικονική μέθοδο της δέσμης, όπου θα παίρνουν μέρος όλες οι εικόνες και θα συνορθώνονται όλες οι παρατηρήσεις. Επομένως τα στοιχεία αυτά πρέπει να εκφραστούν στο ενιαίο σύστημα (σύστημα της πρώτης εικόνας) με τους κατάλληλους μετασχηματισμούς στις γωνίες στροφής, τις βάσεις των ζευγών και τις 3D συντεταγμένες των σημείων που έχουν υπολογιστεί στα διαφορετικά συστήματα μοντέλου. Προφανώς τα στοιχεία του σχετικού προσανατολισμού και οι συντεταγμένες μοντέλου της δεύτερης εικόνας δεν χρειάζονται περαιτέρω διορθώσεις, αφού ήδη αναφέρονται στο σύστημα της πρώτης εικόνας.

Έστω μπλοκ που αποτελείται από k εικόνες και n στερεοζεύγη ($n = k-1$). Για την επίλυση των σχετικών προσανατολισμών έχει γίνει η παραδοχή $B_x = 1$, συνεπώς κάθε ζεύγος έχει δική του διαφορετική κλίμακα.

- Έκφραση γωνιών στροφής σε κοινό σύστημα

Σε μπλοκ με n στερεομοντέλα χωρίς φωτοσταθερά, οι στροφές κάθε μιας από τις k εικόνες πρέπει να μετασχηματιστούν κατάλληλα ώστε να εκφραστούν στο σύστημα της εικόνας αναφοράς (σύστημα της πρώτης εικόνας).

Σε λωρίδες διαδοχικών μοντέλων, όπως στην προκειμένη περίπτωση, οι στροφές της δεύτερης εικόνας είναι ήδη σωστά εκφρασμένες ως προς την πρώτη. Κάθε άλλη εικόνα, εκτός της

λοιπόν δεύτερης, πρέπει να στραφεί με βάση τον εξής πίνακα, όπου \mathbf{R}_i οι πίνακες σχετικών στροφών κάθε δεξιάς εικόνας των μοντέλων:

$$\mathbf{R}_{i \rightarrow 1} = \mathbf{R}_2^T \cdot \dots \cdot \mathbf{R}_i^T \quad (6.1)$$

όπου το i μπορεί να πάρει τιμές από 3 έως k και αναφέρεται στις εικόνες. Έτσι, $\mathbf{R}_{i \rightarrow 1}$ είναι ο πίνακας με τον οποίο πρέπει να στραφεί η εκάστοτε εικόνα i προκειμένου να εκφραστεί στο κοινό σύστημα. Τελικά, οι γωνίες στροφής κάθε εικόνας προκύπτουν από τον ανάστροφο του πίνακα (6.1):

$$\mathbf{R}_i^T = (\mathbf{R}_{i \rightarrow 1})^T = (\mathbf{R}_2^T \cdot \dots \cdot \mathbf{R}_i^T)^T \quad (6.2)$$

- Αποκατάσταση ενιαίας κλίμακας

Κάθε στερεοζεύγος έχει διαφορετική κλίμακα, συνεπώς πρέπει να γίνει μια διόρθωση ώστε οι συντεταγμένες λήψης και μοντέλου να αναφέρονται πλέον σε ενιαία κλίμακα. Αρχικά υπολογίζονται οι σχετικές κλίμακες των μοντέλων ανά δυο, εκτός του πρώτου μοντέλου βάσης. Για να επιτευχθεί αυτό είναι αναγκαία η εύρεση m κοινών σημείων μεταξύ των δύο μοντέλων. Στην συνέχεια, χρησιμοποιώντας τα κοινά σημεία, υπολογίζει κανείς το κεντροβαρικό σημείο K για κάθε μοντέλο:

$$X_K = \frac{\sum_1^m X_i}{m} \quad (a)$$

$$Y_K = \frac{\sum_1^m Y_i}{m} \quad (b) \quad (6.3)$$

$$Z_K = \frac{\sum_1^m Z_i}{m} \quad (c)$$

Απαραίτητη προϋπόθεση είναι να υπάρχουν τουλάχιστον δύο κοινά σημεία μεταξύ διαδοχικών μοντέλων. Από κάθε κεντροβαρικό σημείο υπολογίζονται οι αποστάσεις προς όλα τα m κοινά σημεία του αντίστοιχου μοντέλου, οπότε η κλίμακα λ_N του μοντέλου N ως προς το προηγούμενο μοντέλο M προκύπτει από την σχέση:

$$\lambda_N = \sum_{i=1}^m \frac{\sqrt{(X_{κN} - X_{Ni})^2 + (Y_{κN} - Y_{Ni})^2 + (Z_{κN} - Z_{Ni})^2}}{\sqrt{(X_{κM} - X_{Mi})^2 + (Y_{κM} - Y_{Mi})^2 + (Z_{κM} - Z_{Mi})^2}} \quad (6.4)$$

όπου με τους δείκτες (κN), (κM) συμβολίζονται τα κέντρα βάρους των δύο σημειοσυνόλων και με (N_i), (M_i) το σημείο i στα δύο μοντέλα. Με την παραπάνω διαδικασία έχουν πλέον υπολογιστεί οι κλίμακες μεταξύ όλων των μοντέλων.

- Έκφραση όλων των σημείων λήψης σε κοινό σύστημα

Τα στοιχεία $X_o (= B_x)$, $Y_o (= B_y)$, $Z_o (= B_z)$ της δεύτερης εικόνας αναφέρονται στο σύστημα της πρώτης εικόνας, δηλαδή στο σωστό σύστημα και δεν χρειάζονται περαιτέρω διόρθωση. Όμως τα στοιχεία B_x, B_y, B_z κάθε άλλης εικόνας αναφέρονται στο σύστημα της αμέσως προηγούμενης (που είναι η αριστερή εικόνα του μοντέλου στο οποίο αυτή η εικόνα συμμετέχει ως δεξιά). Συνεπώς πρέπει να μεταφερθούν στο κοινό σύστημα. Η μεταφορά αυτή για την εικόνα i , που έστω ότι είναι η δεξιά εικόνα του μοντέλου L , γίνεται μέσω της σχέσης:

$$\begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix}_{i \rightarrow 1} = \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix}_{i-1 \rightarrow 1} + \lambda_L R_i^T \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix}_L \quad (6.6)$$

όπου $\begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix}_{i \rightarrow 1}$: οι συντεταγμένες του σημείου λήψης της εικόνας i στο κοινό σύστημα

$\begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix}_{i-1 \rightarrow 1}$: οι συντεταγμένες του σημείου λήψης της εικόνας $i-1$ στο κοινό σύστημα

λ_L : η σχετική κλίμακα του μοντέλου L (αποτελούμενου από τις εικόνες $i-1$ και i) ως προς το προηγούμενο μοντέλο $L-1$ (αποτελούμενο από τις εικόνες και $i-2$ και $i-1$)

R_i^T : ο πίνακας με τον οποίο πρέπει να στραφεί η εικόνα i

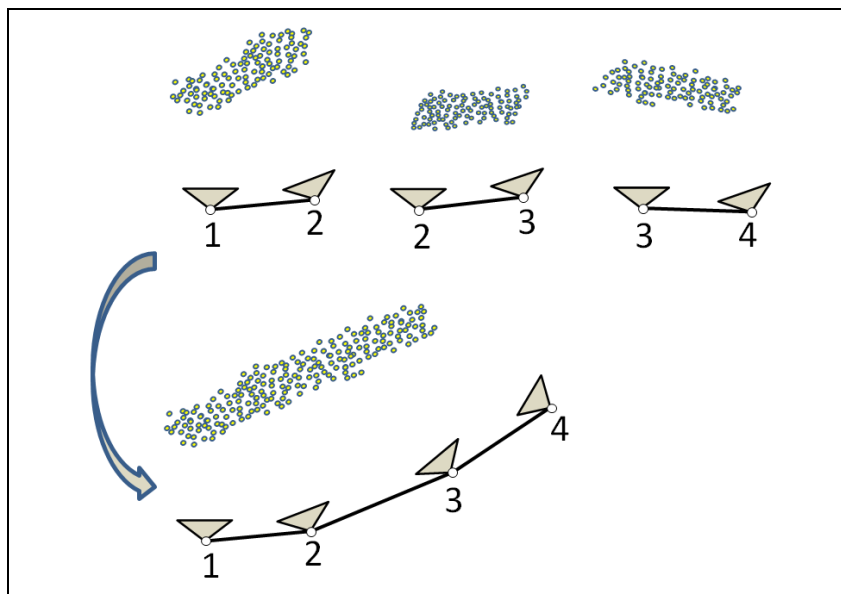
$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix}_L$: η βάση του μοντέλου L .

- Έκφραση συντεταγμένων μοντέλου σε κοινό σύστημα

Παρόμοια με την παραπάνω διαδικασία πραγματοποιείται και η μεταφορά των συντεταγμένων μοντέλου στο σύστημα της πρώτης εικόνας. Τα σημεία του μοντέλου L , το οποίο έστω ότι αποτελείται από τις εικόνες i και $i + 1$, θα γίνουν:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{L \rightarrow 1} = \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix}_{i \rightarrow 1} + \lambda_L R_i^T \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_L \quad (6.7)$$

Με τις παραπάνω διαδικασίες, όλα τα απαραίτητα στοιχεία έχουν αναχθεί σε κοινό σύστημα, εκείνο της πρώτης εικόνας της λωρίδας, και μπορούν πλέον να εισαχθούν ως προσεγγιστικές τιμές στην γενική επίλυση με την μέθοδο της δέσμης (Σχ.6.1).



Σχήμα 6.1. Μεταφορά σχετικά προσανατολισμένων εικόνων σε ενιαίο σύστημα.

6.3 Μαθηματικό μοντέλο συνόρθωσης δέσμης για N εικόνες

Η συνθήκη συγγραμμικότητας μπορεί να εφαρμοστεί, όπως είναι γνωστό, σε μπλοκ N εικόπων ακόμα και όταν δεν είναι γνωστά τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού. Σε αυτή την περίπτωση γίνεται λόγος για επίλυση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση. Αυστηρά μιλώντας πάντως, πρέπει να σημειώσει κανείς πως ο όρος “αυτοβαθμονόμηση” αναφέρεται στην περίπτωση όπου δεν υπάρχει καμία εξωτερική πληροφορία.

Πράγματι, στην παρούσα διπλωματική εργασία δεν υπάρχουν σημεία γνωστών συντεταγμένων χώρου, οπότε υπολογίζονται οι σχετικές θέσεις και στροφές των εικόνων ως προς ένα κοινό σύστημα, εκείνο μιας εικόνας αναφοράς (εδώ της πρώτης εικόνας της λωρίδας). Για να δεσμευτούν λοιπόν οι 7 παράμετροι του 3D μετασχηματισμού ομοιότητας, όπως έχει ήδη αναφερθεί, τα στοιχεία εξωτερικού προσανατολισμού της αριστερής εικόνας θεωρούνται μηδενικά, και δίδεται αυθαίρετα τιμή ίση με 1 στην συντεταγμένη X_{o2} του σημείου λήψης της δεύτερης εικόνας (δηλαδή στην κατά x συνιστώσα της βάσης του πρώτου μοντέλου), ενώ οι υπόλοιπες 5 παράμετροί της ($Y_{o2}, Z_{o2}, \omega_2, \varphi_2, \kappa_2$) θεωρούνται άγνωστες. Σημειώνεται πάντως ότι εδώ τηρήθηκε εξαρχής αυτή η τυπική σύμβαση, ενώ θα ήταν ίσως προτιμότερο να ορίσει κανείς την κλίμακα όχι σε σχέση την δεύτερη αλλά με την τελευταία εικόνα (N) της λωρίδας, δηλαδή να θέσει $X_{oN} = 1$. Άγνωστοι επίσης θεωρούνται τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού κάθε επόμενης εικόνας, οι συντεταγμένες μοντέλου των ομόλογων σημείων και οι 5 παράμετροι c, x_o, y_o, k_1, k_2 του εσωτερικού προσανατολισμού της μηχανής (δεν έχουν ληφθεί υπόψη εδώ άλλες πρόσθετες παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού). Έτσι, για λωρίδα N εικόνων όπου υπάρχουν m ομόλογα σημεία, οι άγνωστες παράμετροι θα είναι $5 + 5 + 6 \times (N - 2) + 3 \times m$.

Παρατηρούμενα μεγέθη είναι οι μετρημένες εικονοσυντεταγμένες x, y των ομόλογων σημείων σε όλες τις εικόνες. Για κάθε εικονοσημείο προκύπτουν δυο εξισώσεις παρατήρησης. Ανάλογα με το σε πόσες εικόνες εμφανίζεται κάθε σημείο διαμορφώνεται ο συνολικός αριθμός των εξισώσεων παρατήρησης, πχ. αν κάποιο σημείο εμφανίζεται σε 3 εικόνες τότε θα συνεισφέρει $2 \times 3 = 6$ εξισώσεις παρατήρησης.

Η συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση για N εικόνες πραγματοποιείται με την μέθοδο των έμμεσων παρατηρήσεων. Μαθηματικό μοντέλο είναι η συνθήκη συγγραμμικότητας με εισαγωγή των κατά x και y συνιστωσών Δx_r και Δy_r της ακτινικής διαστροφής Δr :

$$x = x_o - c \frac{r_{11}(X-X_o)+r_{12}(Y-Y_o)+r_{13}(Z-Z_o)}{r_{31}(X-X_o)+r_{32}(Y-Y_o)+r_{33}(Z-Z_o)} + \Delta x_r \quad (6.8a)$$

$$y = y_o - c \frac{r_{21}(X-X_o)+r_{22}(Y-Y_o)+r_{23}(Z-Z_o)}{r_{31}(X-X_o)+r_{32}(Y-Y_o)+r_{33}(Z-Z_o)} + \Delta y_r \quad (6.8b)$$

$$\text{όπου } \Delta x_r = (\tilde{x} - x_o) (k_1 r^2 + k_2 r^4) \quad (6.9a)$$

$$\Delta y_r = (\tilde{y} - y_o) (k_1 r^2 + k_2 r^4) \quad (6.9b)$$

Οι συντελεστές του πολυωνύμου της ακτινικής διαστροφής μπορούν να υπολογιστούν με δυο τρόπους (Σχ. 6.2):

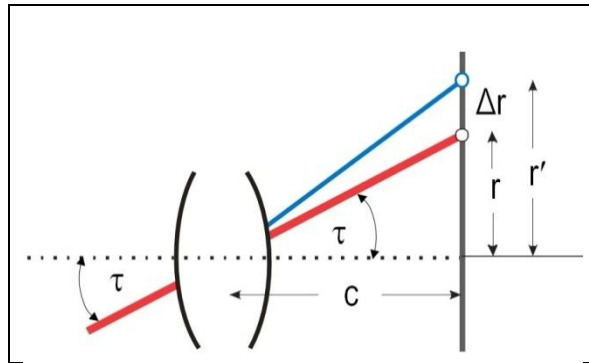
1. Με την θεώρηση πως η ακτινική διαστροφή Δr αναφέρεται στην προβολή των σημείων του χώρου μέσω αυστηρής κεντρικής προβολής στο επίπεδο της εικόνας, δηλαδή

με αναφορά στην δέσμη του χώρου (ground-based):

$$\Delta r = k_1 r^3 + k_2 r^5$$

2. Με την θεώρηση πως η ακτινική διαστροφή $\Delta r'$ αναφέρεται στις μετρημένες εικονο-
συντεταγμένες, δηλαδή με αναφορά στην δέσμη της εικόνας (image-based):

$$\Delta r' = k_1' r'^3 + k_2' r'^5$$



Σχήμα 6.2. Ακτινική διαστροφή του φακού.

Αυστηρή έκφραση της ακτινικής διαστροφής είναι η πρώτη. Πράγματι, η ακτινική διαστροφή ορίζεται από την “συνάρτηση της εικόνας”:

$$r' = c \times \tan \tau + \Delta r = r + \Delta r$$

Η σχέση αυτή δηλώνει ότι μια πραγματική ακτινική απόσταση r' στην εικόνα αποτελείται από ένα προβολικό μέρος οφειλόμενο στην καθαρή κεντρική προβολή ($r = c \times \tan \tau$) και το μη προβολικό σφάλμα Δr της ακτινικής διαστροφής. Το Δr υπολογίζεται με το γνωστό πολυώνυμο της ακτινικής διαστροφής που είναι συνάρτηση της (συμβατής με την καθαρή κεντρική προβολή) ακτινικής απόστασης r . Ωστόσο η αληθής ακτινική απόσταση r δεν είναι κατ' αρχήν γνωστή. Για τον λόγο αυτό επιλέγεται συχνά ο δεύτερος τρόπος, δηλαδή ως ακτινική απόσταση χρησιμοποιείται η επηρεασμένη από την ακτινική διαστροφή ακτινική απόσταση r' . Αυτό εισάγει σφάλματα, τα οποία δεν είναι πάντοτε αμελητέα.

Στις περισσότερες όμως περιπτώσεις συνόρθωσης είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσει κανείς την αυστηρή προσέγγιση, με το να προβάλλει σε κάθε επανάληψη τα σημεία του χώρου στην εικόνα με βάση τα δεδομένα κάθε επανάληψης. Έτσι, στην παρούσα εργασία έχει επιλεγεί η αυστηρή προσέγγιση (ground-based) της ακτινικής διαστροφής, δηλαδή οι ποσότητες \tilde{x} , \tilde{y} που εμφανίζονται στις Εξ. (6.8) και (6.8) υπολογίζονται από τις εξής σχέσεις:

$$\tilde{x} = x_o - c \frac{r_{11}(X-X_o) + r_{12}(Y-Y_o) + r_{13}(Z-Z_o)}{r_{31}(X-X_o) + r_{32}(Y-Y_o) + r_{33}(Z-Z_o)} \quad (6.10a)$$

$$\tilde{y} = y_o - c \frac{r_{21}(X-X_o) + r_{22}(Y-Y_o) + r_{23}(Z-Z_o)}{r_{31}(X-X_o) + r_{32}(Y-Y_o) + r_{33}(Z-Z_o)} \quad (6.10b)$$

Τα σημεία αυτά υπολογίζονται εκ νέου σε κάθε επανάληψη ως προβολή στην εικόνα, μέσω των τιμών του εσωτερικού και εξωτερικού προσανατολισμού της προηγούμενης επανάληψης, των ανανεωμένων συντεταγμένων των σημείων του μοντέλου.

Η συνθήκη συγγραμμικότητας δεν είναι γραμμική ως προς τους αγνώστους και για τον λόγο αυτό είναι αναγκαία η γραμμικοποίησή της κατά τα γνωστά:

$$b_x = x - x^o = \frac{\partial x}{\partial X_0} \delta X_0 + \frac{\partial x}{\partial Y_0} \delta Y_0 + \frac{\partial x}{\partial Z_0} \delta Z_0 + \frac{\partial x}{\partial \omega} \delta \omega + \frac{\partial x}{\partial \varphi} \delta \varphi + \frac{\partial x}{\partial \kappa} \delta \kappa + \frac{\partial x}{\partial X} \delta X + \frac{\partial x}{\partial Y} \delta Y + \frac{\partial x}{\partial Z} \delta Z + \frac{\partial x}{\partial c} \delta c + \frac{\partial x}{\partial x_0} \delta x_0 + \frac{\partial x}{\partial y_0} \delta y_0 + \frac{\partial x}{\partial k_1} \delta k_1 + \frac{\partial x}{\partial k_2} \delta k_2 + vx$$

$$b_y = y - y^o = \frac{\partial y}{\partial X_0} \delta X_0 + \frac{\partial y}{\partial Y_0} \delta Y_0 + \frac{\partial y}{\partial Z_0} \delta Z_0 + \frac{\partial y}{\partial \omega} \delta \omega + \frac{\partial y}{\partial \varphi} \delta \varphi + \frac{\partial y}{\partial \kappa} \delta \kappa + \frac{\partial y}{\partial X} \delta X + \frac{\partial y}{\partial Y} \delta Y + \frac{\partial y}{\partial Z} \delta Z + \frac{\partial y}{\partial c} \delta c + \frac{\partial y}{\partial x_0} \delta x_0 + \frac{\partial y}{\partial y_0} \delta y_0 + \frac{\partial y}{\partial k_1} \delta k_1 + \frac{\partial y}{\partial k_2} \delta k_2 + vy$$

όπου x^o, y^o οι προσεγγιστικές τιμές των παρατηρήσεων.

Επίσης, λόγω της μη γραμμικής μορφής της εξίσωσης παρατήρησης απαιτούνται προσεγγιστικές τιμές για τα άγνωστα στοιχεία. Αυτές για τις παραμέτρους του σχετικού προσανατολισμού των εικόνων και τις συντεταγμένες μοντέλου των σημείων σύνδεσης εξασφαλίζονται όπως έχει ήδη αναλυθεί. Ως προσεγγιστική τιμή της σταθεράς c χρησιμοποιείται η μεσαία τιμή των εκτιμήσεων που επίσης προκύπτουν από τις επιλύσεις δέσμης για τα ζεύγη. Τέλος, οι προσεγγιστικές τιμές για τις συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου και τις παραμέτρους της ακτινικής διαστροφής θεωρούνται μηδενικές.

Αν \mathbf{A} ο πίνακας σχεδιασμού, \mathbf{b} το διάνυσμα των ανηγμένων παρατηρήσεων και $\Delta \mathbf{x}$ το διάνυσμα των διορθώσεων των αγνώστων οι εξισώσεις παρατήρησης γράφονται ως:

$$\mathbf{b} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x}$$

και το διάνυσμα των διορθώσεων των προσεγγιστικών τιμών προκύπτει ως:

$$\Delta \mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}$$

Η επαναληπτική διαδικασία συνόρθωσης πραγματοποιείται μέχρι όλες οι τιμές των γραμμικών και γωνιακών στοιχείων του διανύσματος των διορθώσεων $\Delta \mathbf{x}$ να είναι μικρότερες από κάποια συγκεκριμένα όρια. Οι βαθμοί ελευθερίας που χαρακτηρίζουν την διαδικασία της συνόρθωσης ισούνται με την διαφορά του αριθμού των παρατηρήσεων (δηλαδή του συνόλου των μετρημένων εικονοσημείων $\times 2$) από τον αριθμό των αγνώστων. Επιπλέον, το τυπικό σφάλμα των μετρήσεων υπολογίζεται ως:

$$\sigma_o = \pm \sqrt{\frac{[\mathbf{v}^T \mathbf{v}]}{r}}$$

όπου \mathbf{v} το διάνυσμα των εναπομενόντων σφαλμάτων των μετρήσεων που προκύπτει από την σχέση $\mathbf{v} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} - \mathbf{b}$ και r οι βαθμοί ελευθερίας του συστήματος. Ακόμα, αποτέλεσμα της συνόρθωσης είναι και ο πίνακας μεταβλητότητας-συμμεταβλητότητας

$$\mathbf{V} = \mathbf{N}^{-1} \sigma_o^2$$

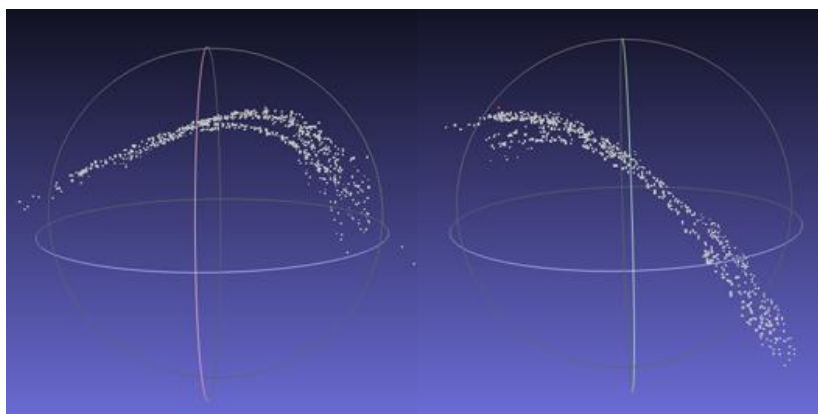
από τον οποίο προκύπτουν τα τυπικά σφάλματα και οι συσχετίσεις των εκτιμηθεισών τιμών των παραμέτρων.

Για να βελτιωθεί η ακρίβεια της επίλυσης εφαρμόστηκε ο απλός έλεγχος απόρριψης χονδροειδών σφαλμάτων. Σε κάθε επανάληψη το εικονοσημείο με την μεγαλύτερη τιμή υπολοίπου v , και εφόσον $|v| > 2.67 \times \sigma_0$, αφαιρείται από το σύνολο των μετρήσεων και επαναλαμβάνεται η συνόρθωση. Εάν φυσικά το αντίστοιχο σημείο του μοντέλου εμφανίζεται μόνο σε δύο εικόνες, αφαιρείται το ομόλογο εικονοσημείο και από την άλλη εικόνα.

6.4 Αξιολόγηση συνορθώσεων δέσμης με αυτοβαθμονόμηση

Το πώς μπορούν να αξιολογηθούν τα αποτελέσματα μιας συνόρθωσης δέσμης, ιδίως μάλιστα όταν δεν διατίθενται φωτοσταθερά σημεία (ή και σημεία ελέγχου), δεν είναι πάντοτε απλή υπόθεση. Κατ' αρχάς βέβαια πρέπει το τυπικό σφάλμα σ_0 της συνόρθωσης να είναι αποδεκτό. Ο τελεστής SIFT είναι πολύ χρήσιμος γιατί καταλήγει απευθείας σε ομολογίες σημείων, αλλά έχει φανεί ότι η ακρίβεια που γενικά προσφέρει δεν είναι ιδιαίτερα υψηλή, κυμαινόμενη περί τα 0.3–0.5 ρixel (βλ. πχ. τα αποτελέσματα των Adam et al., 2013). Επομένως, τέτοιες τιμές είναι εδώ αποδεκτές.

Ένα άλλο κριτήριο θα ήταν τα τυπικά σφάλματα των 3D συντεταγμένων μοντέλου (ακόμα και εάν δεν είναι γνωστή η κλίμακα, αυτά μπορούν να αναχθούν στο επίπεδο της εικόνας και να εκτιμηθούν εκεί). Στην περίπτωση όμως που δεν υπάρχουν φωτοσταθερά, τα τυπικά σφάλματα των σημείων σύνδεσης είναι έντονα συσχετισμένα μεταξύ τους, αφού στην ουσία μόνο αυτά καθορίζουν τους προσανατολισμούς των εικόνων. Σημειώνεται ότι οι υπολογισμένες τιμές συντεταγμένων μοντέλου που εξετάστηκαν ενδεικτικά σε κάποια σημεία για όλες τις εφαρμογές εμφάνιζαν θετικούς συντελεστές συσχέτισης ($\rho[XX]$, $\rho[YY]$, $\rho[ZZ]$) > 0.7 με περίπου το $\frac{1}{3}$ του συνόλου άλλων σημείων. Ενδεικτικά, στο Σχ. 6.3 φαίνονται οι κατανομές των συντελεστών συσχέτισης $\rho[X_A X_i]$, $\rho[Y_A Y_i]$ των συντεταγμένων X και Y σημείου A του μοντέλου με τις αντίστοιχες συντεταγμένες όλων των σημείων i . Αυτό σημαίνει πως η αβεβαιότητα της θέσης των σημείων μπορεί να εμφανίζεται υψηλή, χωρίς το σχήμα του προσδιοριζόμενου μοντέλου να είναι εξίσου αβέβαιο.



Σχήμα 6.3. Κατανομή των συντελεστών συσχέτισης των συντεταγμένων X (αριστερά) και Y (δεξιά) σημείου του μοντέλου (που φαίνεται με κόκκινο) με τις αντίστοιχες όλων των σημείων.

Από την άλλη μεριά, τα ίδια τα τυπικά σφάλματα των εκτιμώμενων παραμέτρων του εσωτε-

ρικού και εξωτερικού προσανατολισμού δεν αποτελούν πάντοτε ασφαλές κριτήριο, και του-
το γιατί είναι συσχετισμένα μεταξύ τους, συχνά μάλιστα πολύ έντονα. Επομένως, μία τυπι-
κή συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση δίνει, στην ουσία, έναν ενιαίο συνδυασμό πα-
ραμέτρων μηχανής και εξωτερικών προσανατολισμών που είναι βέλτιστα προσαρμοσμένος
στην συγκεκριμένη γεωμετρία των εικόνων και του απεικονιζόμενου χώρου. Η λύση λοιπόν
αυτή μπορεί να δίνει πολύ καλά αποτελέσματα για την περαιτέρω αξιοποίηση των συγκε-
κριμένων εικόνων, πχ. για παραγωγή επιτολικών εικόνων ή 3D ανακατασκευή, όπως άλλω-
στε επισημαίνεται και στην βιβλιογραφία (Luhmann et al., 2014). Αυτό όμως δεν σημαίνει
ότι μπορεί κανείς να επιλέξει, χωρίς σκέψη, κάποιες από αυτές τις τιμές παραμέτρων και να
τις χρησιμοποιήσει για άλλες εικόνες. Μερική εξαίρεση αποτελεί ίσως η ακτινική διαστρο-
φή, η οποία δεν είναι προβολικό σφάλμα. Οι τιμές των συντελεστών της είναι ισχυρά συ-
σχετισμένες μεταξύ τους, αλλά φαίνεται ότι συνήθως δεν είναι εξίσου έντονα συσχετισμέ-
νες με τις υπόλοιπες παραμέτρους. Συνεπώς, οι εκτιμήσεις της ακτινικής διαστροφής από
διαφορετικές συνορθώσεις αναμένεται να είναι αρκετά κοντά.

Με την έννοια λοιπόν αυτή, “συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση” δεν σημαίνει αυ-
τομάτως και αυστηρή βαθμονόμηση της μηχανής. Σημαίνει κατ’ αρχήν απλώς αυτοβαθμο-
νόμηση του συγκεκριμένου μπλοκ εικόνων, όχι της μηχανής. Για μια αξιόπιστη βαθμονόμη-
ση της μηχανής θα έπρεπε να υλοποιήσει κανείς μια προσεκτικά σχεδιασμένη διάταξη εικό-
νων με στόχο την κατά δυνατόν αποδυνάμωση των συσχετίσεων. Σε αυτές τις περιπτώσεις
θα πρέπει πχ. να εξασφαλίζονται πολλές ευνοϊκές αλληλοτομίες ακτίνων αλλά και η συμμε-
τοχή εικόνων με στροφές 90° περί τον άξονα της μηχανής για πιο αξιόπιστο προσδιορισμό
της θέσης του πρωτεύοντος σημείου (Kenefick et al., 1972, Remondino & Fraser, 2006, Luh-
mann et al., 2014), το οποίο άλλωστε είναι γενικά και το στοιχείο της μηχανής με την μεγα-
λύτερη ευαισθησία (Ruiz et al., 2002).

Με την έννοια λοιπόν αυτή, εάν θέλει κανείς να συγκρίνει αποτελέσματα από διαφορετικές
μεθόδους για τα ίδια δεδομένα εικόνων δεν αρκεί να συγκρίνει τιμές παραμέτρων. Πρέπει
κυρίως να μεταφερθεί στον χώρο του μοντέλου και να συγκρίνει εκεί αποτελέσματα. Μπο-
ρεί πχ. να συγκρίνει (με αλγορίθμους συνταύτισης επιφανειών όπως ο ICP) τα 3D σημειοσύ-
νολα που προκύπτουν από διαφορετικές συνορθώσεις δέσμης. Το πλήθος όμως των ση-
μείων που χρησιμοποιεί το λογισμικό *PhotoScan*, το οποίο χρησίμευσε εδώ για την κυρίως
σύγκριση, είναι πολύ μεγαλύτερο εκείνων του αλγορίθμου της εργασίας, οπότε η εφαρμο-
γή του ICP θα ήταν προβληματική. Ακόμα, προκειμένου να εξασφαλιστούν τα ίδια σημεία
σύγκρισης θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν τα εικονοσημεία του παρόντος αλγορίθμου
και να υπολογιστούν σημεία μοντέλου με τους εσωτερικούς και εξωτερικούς προσανατολι-
σμούς από τα άλλα λογισμικά.

Αποφασίστηκε εδώ να δοθεί το βάρος στην εξέταση του κατά πόσον αξιόπιστος μπορεί να
θεωρηθεί ο εσωτερικός προσανατολισμός που προκύπτει από την προσέγγιση της διπλω-
ματικής εργασίας. Έτσι, οι εσωτερικοί προσανατολισμοί από άλλες μεθόδους χρησιμοποιή-
θηκαν, με τα ίδια εικονοσημεία του παρόντος αλγορίθμου, ως αμετάβλητοι σε συνορθώ-
σεις δέσμης (δηλαδή χωρίς αυτοβαθμονόμηση). Τα προκύψαντα σημεία μοντέλου συγκρί-
θηκαν με τα αντίστοιχα της παρούσας εργασίας με 3D μετασχηματισμό ομοιότητας. Οι
διαφορές που θα διαπιστωθούν θα οφείλονται, άρα, αποκλειστικά στις διαφορές στους ε-
σωτερικούς προσανατολισμούς (οι οποίοι μάλιστα, όπως θα αναφερθεί στην συνέχεια, έ-
χουν προκύψει με διαφορετικά μοντέλα ακτινικής διαστροφής).

Εφαρμογές και αξιολόγηση

Στο πλαίσιο αυτής της διπλωματικής εργασίας προγραμματίστηκαν αλγόριθμοι, οι οποίοι εκτελούν τα προαναφερθέντα. Συγκεκριμένα, αναπτύχθηκαν κώδικες στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab, οι βασικότεροι από τους οποίους υλοποιούν τις εξής διαδικασίες:

- Υπολογισμός προσεγγιστικών τιμών για τον σχετικό προσανατολισμό ζεύγους από τον δεσμευμένο επιτολικό πίνακα (αλγόριθμος RLT)
- Επίλυση της συνθήκης συνεπιπεδότητας
- Συνόρθωση δέσμης σε ζεύγος χωρίς και με μερική αυτοβαθμονόμηση (εύρεση c)
- Αναγνώριση όσων σημείων είναι κοινά σε περισσότερες από δύο εικόνες, με αποτέλεσμα την αποκατάσταση όλων των ομολογιών σε όλες τις εικόνες και απόδοση κωδικού σε κάθε σημείο.
- Μεταφορά των προσανατολισμών και των σημείων μοντέλου σε κοινό σύστημα
- Επίλυση με την μέθοδο της δέσμης για N εικόνες χωρίς και με αυτοβαθμονόμηση
- 3D μετασχηματισμός ομοιότητας για σύγκριση σημειοσυνόλων.

Οι υλοποιηθέντες αυτοί αλγόριθμοι συνδυάστηκαν και με ορισμένους αλγορίθμους ελεύθερα διαθέσιμους στο Διαδίκτυο για:

- Εξαγωγή σημείων ενδιαφέροντος και ψηφιακή συνταύτισή τους με τον τελεστή SIFT (<http://www.cs.ubc.ca/~lowe/keypoints/>) (κώδικες όπως τους έχουν τελικά διαμορφώσει ο Αντώνης Πρόκος και η Κατερίνα Αδάμ)
- Επίλυση του επιτολικού πίνακα με αφαίρεση χονδροειδών σφαλμάτων με τον αλγόριθμο RANSAC (<http://www.csse.uwa.edu.au/~pk/research/matlabfns/>)
- Μερική αυτοβαθμονόμηση στερεοζεύγους σύμφωνα με τους Newsam et al. (1996) (<http://www.csse.uwa.edu.au/~du/Software/Welcome.html>) και τους Sturm (2001) και Bougnoux (1998) (κώδικες που έχει συντάξει ο Ηλίας Καλησπεράκης).

Οι υλοποιημένοι αλγόριθμοι ελέχθηκαν αρχικά σε προσομοιωμένα δεδομένα και κατόπιν εφαρμόστηκαν σε πραγματικές λήψεις με σκοπό τον έλεγχο και την αξιολόγησή τους. Για τις προσομοιώσεις υποτέθηκε πολυεικονική λήψη (με ακτινική διαστροφή) αντικειμένου κυβικού σχήματος και εικονοσυντεταγμένες χωρίς αλλά και με θόρυβο. Τα αποτελέσματα επιβεβαίωσαν την σωστή λειτουργία των προγραμμάτων.

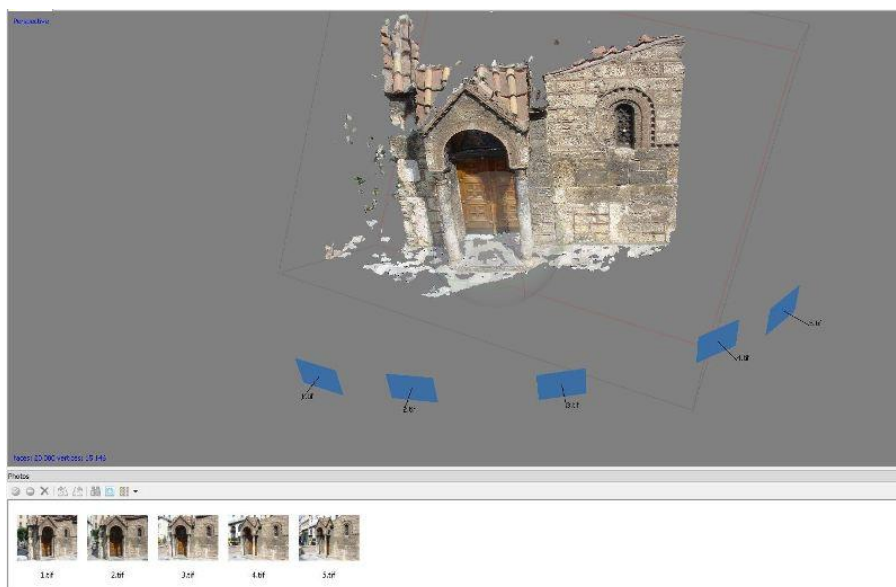
Τα πραγματικά δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν αποτελούνται από τέσσερις λωρίδες επίγειων λήψεων αλλά και μια λωρίδα εναέριων λήψεων, οι οποίες έχουν γίνει με ποικιλία ψηφιακών μηχανών και διαφορετικές γεωμετρικές λήψεις. Το πρώτο σετ εικόνων (Καπνικαρέα) απεικονίζει τον Ναό της Καπνικαρέας στο Μοναστηράκι, το δεύτερο (Ναός) την είσοδο του καθεδρικού Ναού Saint-Maurice της πόλης Angers στην Γαλλία, το τρίτο (Ανάγλυφο) λεπτομέρεια εξωτερικού τοίχου στην Ζυρίχη, το τέταρτο (Κτίριο) ένα κτίριο επίσης στην Angers. Το πέμπτο σετ εικόνων (Βίλια) το αποτελούν, τέλος, εναέριες λήψεις με UAV στα Βίλια

Αττικής. Το πρώτο σετ δόθηκε από το Εργαστήριο Φωτογραμμετρίας, τα επόμενα τρία τα παραχώρησε ο Η. Καλησπεράκης και το πέμπτο ο Λ. Γραμματικόπουλος.

Για όλα τα σετ εικόνων έγινε συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση ώστε να προσδιοριστούν οι παράμετροι του σχετικού προσανατολισμού των εικόνων σε ενιαίο σύστημα, οι συντεταγμένες των σημείων σύνδεσης (συντεταγμένες μοντέλου) και τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού. Οι επιλύσεις και τα αποτελέσματα από εφαρμογές των αλγορίθμων που συντάχθηκαν στο πλαίσιο της διπλωματικής ερασίας αναφέρονται ως “ΣΜ”. Ο έλεγχος και η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων αυτών πραγματοποιήθηκε βάσει επιλύσεων από άλλα λογισμικά. Έτσι, για όλες τις εφαρμογές προσδιορίστηκαν αυτόματα οι παράμετροι του σχετικού και εσωτερικού προσανατολισμού με το λογισμικό PhotoScan της Agisoft. Οι επιλύσεις αυτές αναφέρονται με τον συμβολισμό “PS”.

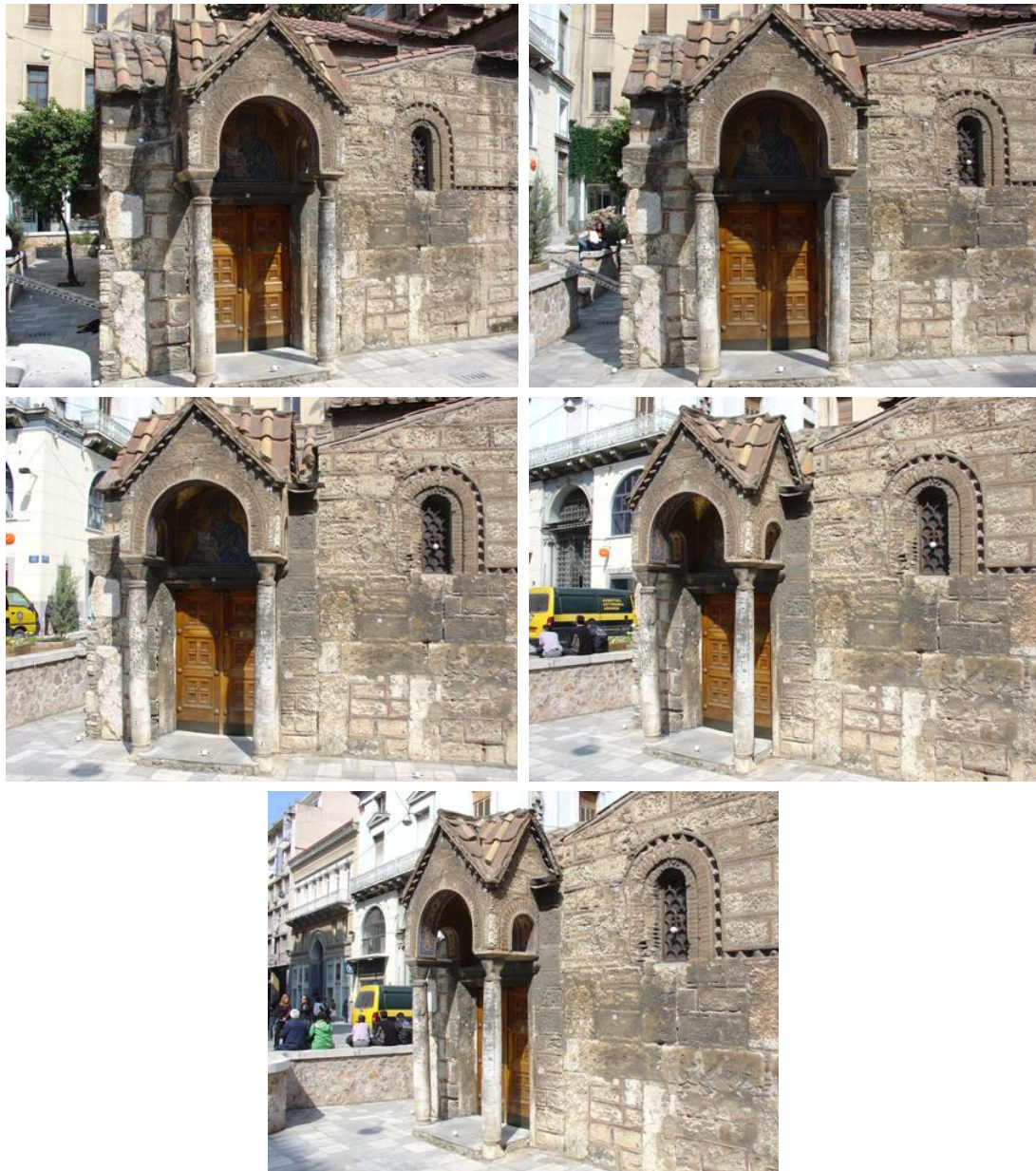
Ακόμα, για ορισμένα σετ υπήρχαν διαθέσιμες επιλύσεις και με άλλες μεθόδους, οι οποίες μάλιστα είχαν πραγματοποιηθεί με περισσότερες εικόνες από όσες χρησιμοποιήθηκαν εδώ. Έτσι, για την λωρίδα των 5 εικόνων *Καπνικαρέα* είχε επιλυθεί παλαιότερα συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση 7 εικόνων με το πρόγραμμα φωτοτριγωνισμού BASTA των Καλησπεράκη & Τζάκου (2001). Για την συγκεκριμένη εφαρμογή είχαν μετρηθεί χειροκίνητα 18 φωτοσταθερά (φ/σ) και 8 σημεία σύνδεσης (σ/σ) στις εικόνες. Στα επόμενα αναφορά στην μέθοδο αυτή γίνεται με τον συμβολισμό “BA”. Ακόμα, για τις εφαρμογές “Ναός” και “Βίλια” υπήρχε επίλυση (με 13 εικόνες έναντι 7 εδώ, και 7 εικόνες έναντι 5 εδώ, αντίστοιχα) από συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση με το επίσης πλήρως αυτόματο λογισμικό των Λ. Γραμματικόπουλου & Η. Καλησπεράκη, επιλύσεις οι οποίες θα αναφέρονται ως “ΓΚ”.

7.1 Ομάδα εικόνων “Καπνικαρέα”



Σχήμα 7.1. Γεωμετρία λήψης των εικόνων “Καπνικαρέα”.

Το πρώτο σετ αποτελείται από 5 εικόνες (Εικ. 7.2), των οποίων η γεωμετρία λήψης φαίνεται στην Εικ. 7.1, η οποία έχει προέλθει από αυτόματη 3D ανακατασκευή με το PhotoScan.



Εικόνα 7.2. Οι εικόνες της λωρίδας "Καπνικαρέα"(2592×1944).

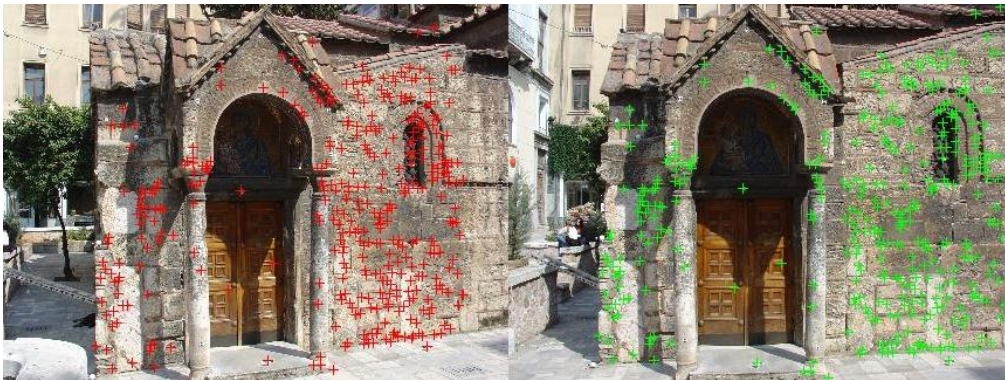
Αρχικό στάδιο είναι η εξαγωγή των σημείων ενδιαφέροντος. Έτσι, για όλες τις εικόνες εξάγονται κατ' αρχάς τα σημεία ενδιαφέροντος με τον SIFT. Επειδή πρόκειται για μεγάλες εικόνες, επιλέγεται στον αλγόριθμο κλίμακα 5, βάσει της οποίας μειώνεται το μέγεθος της αρχικής εικόνας, οπότε ο εντοπισμός των σημείων είναι ταχύτερος. Το πλήθος των σημείων ενδιαφέροντος που εντοπίστηκαν σε κάθε εικόνα φαίνονται στον Πίνακα 7.1. Ενδεικτικά, στην Εικ. 7.3 φαίνονται τα εξαχθέντα σημεία της 1^{ης} και 2^{ης} εικόνας.

| Πίνακας 7.1. Σημεία ενδιαφέροντος στις εικόνες | |
|--|-------------------------------|
| Εικόνα | Αριθμός σημείων ενδιαφέροντος |
| 1 | 2374 |
| 2 | 2418 |
| 3 | 2381 |
| 4 | 2529 |
| 5 | 2588 |



Εικόνα 7.3. Σημεία ενδιαφέροντος 1^{ης} και 2^{ης} εικόνας

Σε κάθε σημείο ενδιαφέροντος έχει αποδοθεί διάνυσμα περιγραφικών χαρακτηριστικών, μέσω του οποίου γίνεται μια πρώτη αντιστοίχιση ομόλογων σημείων. Στην συνέχεια υπολογίζεται ο επιπολικός πίνακας F , ενώ οι ομολογίες ελέγχονται ως προς την συμβατότητά τους με το μοντέλο του F μέσω του αλγορίθμου ανίχνευσης χονδροειδών σφαλμάτων RANSAC. Για να γίνει αποδεκτή μια ομολογία θα πρέπει η απόσταση του σημείου από την ομολογη επιπολική γραμμή να μην ξεπερνά ένα κατώφλι, εδώ το 1 pixel. Αυτό απαλλάσσει τις ομολογίες σημείων από χονδροειδή σφάλματα. Στην Εικ. 7.4 φαίνονται οι ομολογίες των σημείων για το 1^ο στερεοζεύγος ύστερα από την εφαρμογή του αλγορίθμου RANSAC. Στον Πίνακα 7.2 εμφανίζεται ο αριθμός των ομόλογων σημείων σε κάθε στερεοζεύγος.



Εικόνα 7.4. Ομολογίες ύστερα από την εφαρμογή του RANSAC για το 1^ο στερεοζεύγος

| Πίνακας 7.2. Ομολογίες σημείων σε στερεοζεύγη | |
|---|---------------------------|
| Στερεοζεύγος | Ομολογίες με χρήση RANSAC |
| 1 | 373 |
| 2 | 358 |
| 3 | 458 |
| 4 | 550 |

Σειρά έχει η εκτίμηση της σταθεράς μηχανής c από τους γραμμικούς αλγορίθμους Newsam, Bougnoux και Sturm. Για να εφαρμοστούν αυτοί οι αλγόριθμοι μερικής αυτοβαθμονόμησης είναι αναγκαία η γνώση του επιπολικού πίνακα όπως και η θέση του πρωτεύοντος σημείου, το οποίο εδώ υποτέθηκε ότι βρίσκεται στο κέντρο της εικόνας. Για ακριβέστερα αποτελέ-

σματα η διαδικασία προσδιορισμού της σταθεράς c επαναλήφθηκε 10 φορές για κάθε ζεύγος ώστε να χρησιμοποιηθεί η μεσαία εκτίμηση από πολλούς υπολογισμούς (Αδάμ, 2011). Έτσι, από τον αλγόριθμο RANSAC προέκυψαν 10 σύνολα ομόλογων σημείων και αντίστοιχα 10 επιπολικό πίνακες για κάθε ζεύγος. Από αυτές τις 10 τιμές υπολογίστηκε η μεσαία τιμή της σταθεράς για κάθε ζεύγος, η οποία φαίνεται στον Πίνακα 7.3.

| Πίνακας 7.3. Αποτελέσματα γραμμικών αλγορίθμων ανά ζεύγος | | | |
|---|--------------|----------------|-------------|
| Στερεοζεύγος | C_{Newsam} | $C_{Bougnoux}$ | C_{Sturm} |
| 1 | 2711.10 | 2727.17 | 2707.13 |
| 2 | 3005.29 | 2981.30 | 3004.63 |
| 3 | 3535.33 | 3602.08 | 3533.65 |
| 4 | 2300.50 | 1715.91 | 2299.23 |

Στην συνέχεια υπολογίστηκε η μεσαία τιμή από όλα τα ζεύγη. Στον Πίνακα 7.4 παρατίθενται οι τιμές για την σταθερά c από τους γραμμικούς αλγορίθμους καθώς και, ενδεικτικά, οι τιμές που είχαν υπολογιστεί από το πρόγραμμα BASTA (BA) και το λογισμικό PhotoScan (PS).

| Πίνακας 7.4. Αποτελέσματα γραμμικών αλγορίθμων, BASTA και PhotoScan | | | | |
|---|----------------|-------------|----------|----------|
| C_{Newsam} | $C_{Bougnoux}$ | C_{Sturm} | C_{BA} | C_{PS} |
| 2858.20 | 2854.23 | 2855.88 | 2574.87 | 2573.31 |

Από τα αποτελέσματα αυτά συμπεραίνει κανείς πως οι γραμμικοί αλγόριθμοι δεν οδηγούν σε ισχυρές λύσεις, ενώ είναι γνωστό ότι είναι αρκετά ευαίσθητοι τόσο στην ύπαρξη θορύβου όσο και στον ορισμό του πρωτεύοντος σημείου. Ωστόσο, ελλείψει άλλης εκτίμησης, η τιμή που προκύπτει μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως αρχική τιμή σε μη γραμμικούς αλγορίθμους, όπως γίνεται στην συνέχεια για την επίλυση με την μέθοδο της δέσμης με μερική αυτοβαθμονόμηση. Επιλέχθηκε να χρησιμοποιείται ως αρχική τιμή το αποτέλεσμα από τον αλγόριθμο του Newsam.

Για κάθε ζεύγος ακολουθεί ο υπολογισμός του δεσμευμένου επιπολικού πίνακα E , ο υπολογισμός από αυτόν των προσεγγιστικών τιμών για τον σχετικό προσανατολισμό (αλγόριθμος RLT) και η επίλυση της συνθήκης συνεπιτεδότητας με την τιμή c που προέκυψε από τον αλγόριθμο Newsam ώστε να βελτιωθούν οι τιμές των παραμέτρων του σχετικού προσανατολισμού. Και, τέλος, ακολουθεί η συνόρθωση δέσμης των ζευγών με τις προσεγγιστικές τιμές που προέκυψαν από την επίλυση της συνεπιτεδότητας με άγνωστο c . Αποτέλεσμα είναι νέες εκτιμήσεις για το c και τις παραμέτρους του σχετικού προσανατολισμού, αλλά και εκτιμήσεις για τις 3D συντεταγμένες μοντέλου των σημείων σύνδεσης. Η νέα εκτίμηση c_{new} για το c (ως μεσαία τιμή των αποτελεσμάτων από όλα τα ζεύγη) φαίνεται στον Πίνακα 7.5.

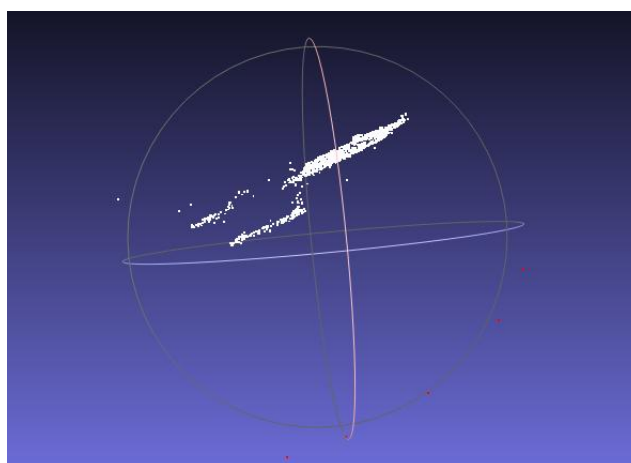
| Πίνακας 7.5. Τιμή c του από BA, PS, Newsam και συνόρθωση δέσμης σε ζεύγη | | | |
|--|-----------|--------------|-----------|
| C_{BA} | C_{Pho} | C_{Newsam} | C_{new} |
| 2574.87 | 2573.31 | 2858.20 | 2581.20 |

Η νέα εκτίμηση για την τιμή του c δείχνει ότι η αυστηρή μη γραμμική επίλυση της δέσμης

βελτίωσε αισθητά την ποιότητα των αποτελεσμάτων των γραμμικών αλγορίθμων, προσφέροντας λύση ισχυρότερη και λιγότερο ευαίσθητη στον θόρυβο των παρατηρήσεων.

Ακολουθεί η τελική συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση όλων των εικόνων της λωρίδας. Στον Πίνακα 7.6 φαίνονται τα αποτελέσματα του εσωτερικού προσανατολισμού που προκύπτουν μετά από την συνόρθωση των 5 εικόνων, καθώς επίσης τα αποτελέσματα που εξάγει το πρόγραμμα BASTA και εκείνα που προκύπτουν από το λογισμικό PhotoScan. Με N συμβολίζεται ο αριθμός των σημείων μοντέλου (σε παρένθεση ο αριθμός των σημείων που απορρίφθηκαν κατά την πολυεικονική συνόρθωση), με m ο αριθμός των εικόνων και με r ο μέσος αριθμός προβολικών ακτίνων (δηλαδή εικονοσημείων) ανά σημείο μοντέλου. Η Εικ. 7.5 παρουσιάζει το σημειοσύνολο του μοντέλου και, με κόκκινο χρώμα, τις συντεταγμένες των σημείων λήψης των εικόνων (από το λογισμικό Meshlab).

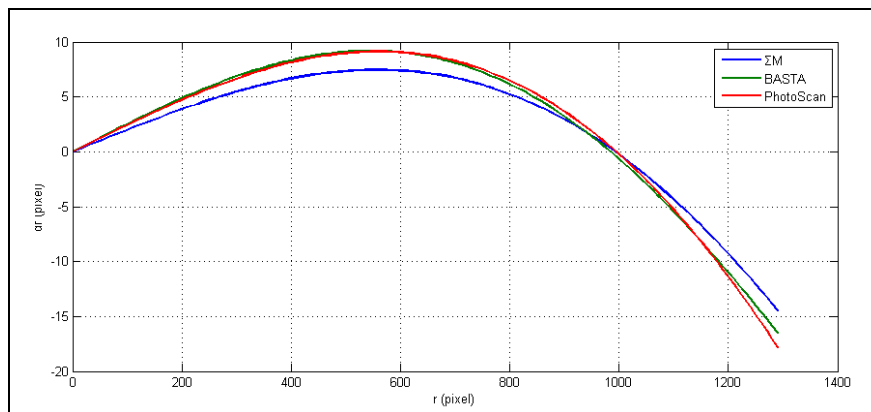
| Πίνακας 7.6. Συνόρθωση δέσμης ("Καπνικαρέα") | | | |
|--|--------------------|---------|------------------------------------|
| | ΣΜ | PS | BA |
| N | 1176 (3) | 11430 | 18 $\phi/\sigma + 8 \sigma/\sigma$ |
| m | 5 | 5 | 7 |
| r | 2.5 | | |
| c (pixel) | 2549.06 ± 2.53 | 2573.31 | 2574.87 |
| x_0 (pixel) | 2.14 ± 5.56 | -0.97 | 10.04 |
| y_0 (pixel) | -12.06 ± 5.86 | 15.68 | 6.74 |
| $k_1(10^{-8})$ | -2.23 ± 0.06 | -2.84 | -3.21 |
| $k_2(10^{-15})$ | 1.05 ± 0.18 | 2.83 | 5.03 |
| $k_3(10^{-22})$ | - | 8.10 | - |
| σ_0 (pixel) | 0.39 | - | 0.28 |



Εικόνα 7.5. Σύνολο σημείων μοντέλου και σημεία λήψης.

Η τιμή του σ_0 και τα τυπικά σφάλματα των τιμών των παραμέτρων είναι ικανοποιητικά (η σχετική αβεβαιότητα του c είναι $\sigma_c:c = 1\%$). Σημαντικές διαφορές εμφανίζονται στην θέση του πρωτεύοντος σημείου (αλλά και μεταξύ των άλλων δύο μεθόδων). Από τον πίνακα μεταβλητότητας-συμμεταβλητότητας V της επίλυσης υπολογίστηκαν οι συντελεστές συσχέτισης των παραμέτρων του εσωτερικού και του εξωτερικού προσανατολισμού. Ορισμένες τιμές είναι σημαντικά υψηλές (πχ. εμφανίζονται μέσες τιμές $\rho[x_0, z_0]$ και $\rho[y_0, k]$ κάτω του -0.9, γεγονός που παρατηρείται γενικά και σε όλες τις επόμενες εφαρμογές).

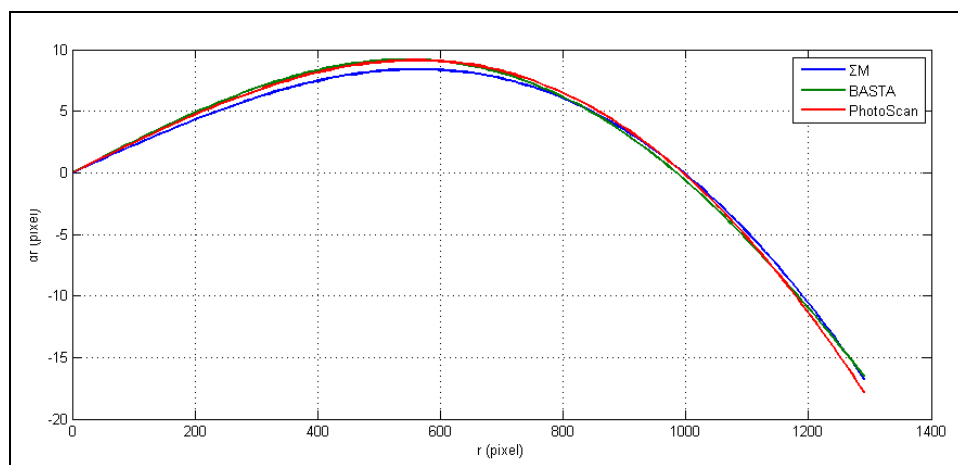
Στην Εικ. 7.6 φαίνονται οι βαθμονομημένες καμπύλες της ακτινικής διαστρόφης (σχετικά με την βαθμονόμηση της καμπύλης βλ. αναλυτικότερα Ντούσκοκ, 2006). Με μπλε χρώμα απεικονίζεται η καμπύλη της ακτινικής διαστρόφης που προέκυψε σε αυτή την εργασία (ΣΜ), με πράσινο εκείνη από το πρόγραμμα BASTA και, τέλος, με κόκκινο η καμπύλη από το λογισμικό PhotoScan.



Εικόνα 7.6. Βαθμονομημένες καμπύλες ακτινικής διαστρόφης.

Στο διάγραμμα της Εικ 7.6 παρατηρείται ότι οι καμπύλες από τα BASTA και PhotoScan πρακτικά ταυτίζονται, ενώ η μπλε καμπύλη εμφανίζει κάποια απόκλιση. Αυτό οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι το μοντέλο της συνόρθωσης της παρούσας εργασίας θεωρεί πως η ακτινική διαστρόφη αναφέρεται στην δέσμη του χώρου (ground-based), ενώ αντιθέτως το BASTA και (κατά πάσα πιθανότητα) και PhotoScan θεωρούν αναφορά της ακτινικής διαστρόφης στην δέσμη της εικόνας (image-based).

Το παραπάνω αποδεικνύεται με εκ νέου συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση, με τροποποίηση του αλγορίθμου της εργασίας ώστε να χρησιμοποιηθούν οι ίδιες εικονοσυντεταγμένες με προηγουμένως αλλά με ακτινική διαστρόφη αναφερόμενη πλέον στην δέσμη της εικόνας (image-based). Το διάγραμμα με την νέα καμπύλη απεικονίζεται στο Σχ. 7.7, στο οποίο φαίνεται ότι όντως και οι τρεις καμπύλες δεν εμφανίζουν πλέον μεγάλες αποκλίσεις.



Σχήμα 7.7. Καμπύλες ακτινικής διαστρόφης αναφερόμενες στην δέσμη της εικόνας.

Ακόμα, στον Πίνακα 7.7 φαίνονται τα πλήρη αποτελέσματα αυτής της συνόρθωσης. Προκύπτει ότι οι τιμές τόσο της σταθεράς c όσο και του πρωτεύοντος σημείου είναι αισθητά πιο

κοντά στις τιμές από τις άλλες μεθόδους (βλ. Πίνακα 7.6).

| Πίνακας 7.7. Συνόρθωση δέσμης (“Καπνικαρέα”) με διαφορετικό μοντέλο ακτινικής διαστροφής | | | |
|--|----------------|---------|----------------|
| | ΣΜ | PS | BA |
| N | 1176 (3) | 11430 | 18 φ/σ + 8 σ/σ |
| m | 5 | 5 | 7 |
| r | 2.5 | | |
| c (pixel) | 2568.29 ± 2.16 | 2573.31 | 2574.87 |
| x ₀ (pixel) | 5.85 ± 4.89 | -0.97 | 10.04 |
| y ₀ (pixel) | 2.43 ± 5.06 | 15.68 | 6.74 |
| k ₁ (10 ⁻⁸) | -2.38 ± 0.05 | -2.84 | -3.21 |
| k ₂ (10 ⁻¹⁵) | 1.30 ± 0.16 | 2.83 | 5.03 |
| k ₃ (10 ⁻²²) | - | 8.10 | - |
| σ ₀ (pixel) | 0.38 | - | 0.28 |

Σειρά έχει η σύγκριση των σημειοσυνόλων από τις διαφορετικές επιλύσεις. Συγκεκριμένα, έγινε σύγκριση μεταξύ των συντεταγμένων μοντέλου που προκύπτουν από την συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας με εκείνες που προκύπτουν, με ίδια εικονοσημεία, από επιλύσεις δέσμης χωρίς αυτοβαθμονόμηση με χρήση των στοιχείων του εσωτερικού προσανατολισμού που δίνουν τα BASTA και PhotoScan ως σταθερών. Με τον τρόπο αυτό συγκρίνονται σημειοσύνολα αποτελούμενα από ίδια ομόλογα σημεία. Η σύγκριση έγινε με 3D μετασχηματισμό ομοιότητας. Αν X, Y, Z και X', Y', Z' οι συντεταγμένες ομόλογων σημείων των δύο μοντέλων, αυτές συνδέονται μέσω ενιαίας κλίμακας μ , μεταθέσεων $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ και πίνακα τριών στροφών \mathbf{R} :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mu \mathbf{R} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

Ο μετασχηματισμός αυτός δίνει ένα τυπικό σφάλμα σ_0 , το οποίο περιγράφει την ομοιότητα των σημειοσυνόλων στην κλίμακα του πρώτου μοντέλου. Αν θεωρηθεί ότι οι διαφορές των συντεταγμένων μεταξύ των σημειοσυνόλων οφείλονται εξίσου και στα δύο, το σφάλμα του ενός μοντέλου μπορεί να εκτιμηθεί ως:

$$\sigma_{0M} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{2}}$$

Εάν συμβαίνει να είναι γνωστός ο συντελεστής κλίμακας λ του μοντέλου (όπως σε δύο από τις πέντε εφαρμογές), το σφάλμα μεταφέρεται σε πραγματικές διαστάσεις ως $\sigma_s = \lambda \times \sigma_{0M}$. Τελικά, το σφάλμα ανάγεται στο επίπεδο της εικόνας ως

$$\sigma_p = \sigma_{0M} \times \frac{c}{H_M}$$

όπου H_M η μέση απόσταση λήψης στην κλίμακα μοντέλου. Για συγκλίνουσες λήψεις, όπως εδώ, η τιμή H_M προκύπτει από τον μέσο όρο των αποστάσεων των σημείων λήψης από το κεντροβαρικό σημείο του σημειοσυνόλου του μοντέλου, ενώ για λήψεις χωρίς σημαντικές στροφές η τιμή H_M προκύπτει ως μέση απόσταση λήψης από το μέσο επίπεδο του σημειο-

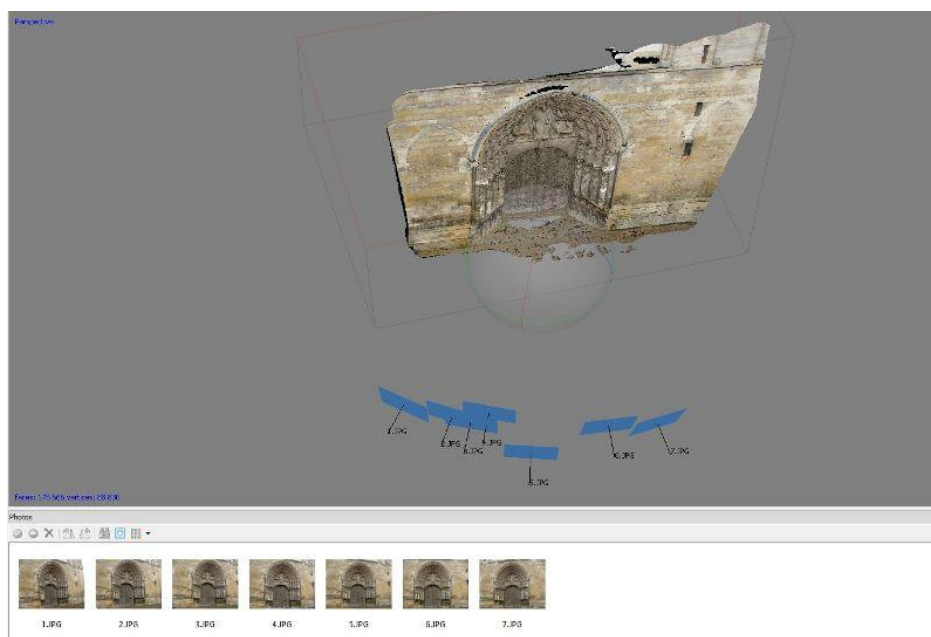
συνόλου. Για το σετ “Καπνικαρέα” ήταν γνωστή η πραγματική κλίμακα. Η μέση απόσταση λήψης ήταν $H_M = 4.25$ m στην κλίμακα του μοντέλου και $H = 7.5$ m σε πραγματικές διαστάσεις. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 7.8.

| Πίνακας 7.8. Αποτελέσματα μετασχηματισμού ομοιότητας | | |
|--|---------|---------|
| | ΣΜ - ΒΑ | ΣΜ - ΡS |
| σ_{OM} (mm) | 1.5 | 1.4 |
| σ_s (mm) | 2.6 | 2.5 |
| σ_p (pixel) | 0.90 | 0.84 |

Συνολικά, οι τιμές αυτές θεωρούνται ικανοποιητικές, αφού κινούνται στα όρια του pixel στο επίπεδο της εικόνας, ενώ και στον χώρο ισοδυναμούν με εκτιμώμενη ακρίβεια 2.5 mm για μέση απόσταση λήψης 7.5 m.

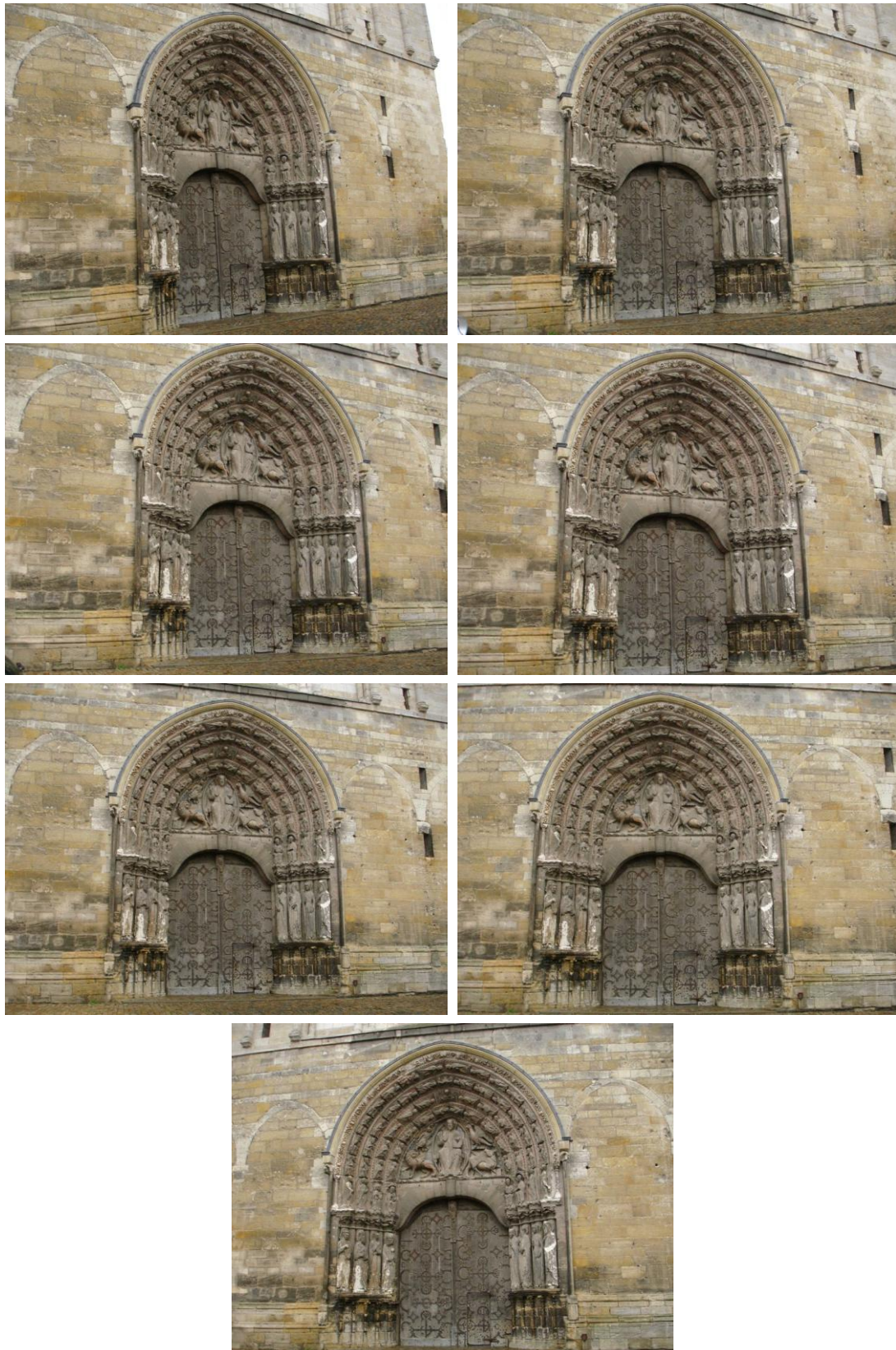
7.2 Ομάδα εικόνων “Ναός”

Το σετ αυτό αποτελείται από 7 εικόνες που απεικονίζουν την είσοδο του καθεδρικού Ναού Saint-Maurice της πόλης Angers (Γαλλία). Η γεωμετρία της λήψης φαίνεται στην Εικ. 7.8 και οι εικόνες στην Εικ. 7.9.



Εικόνα 7.8. Γεωμετρία λήψης εικόνων “Ναός”

Και εδώ εξάγονται αρχικά για όλες τις εικόνες της λωρίδας τα σημεία ενδιαφέροντος με τον αλγόριθμο SIFT. Για την καλύτερη λειτουργία του αλγορίθμου θεωρήθηκε κλίμακα 9, βάσει της οποίας μειώνεται το μέγεθος της αρχικής εικόνας. Στην Εικ. 7.10 φαίνονται τα σημεία της 1^{ης} και της 2^{ης} εικόνας (επισημαίνονται με κόκκινο σταυρό). Το πλήθος των σημείων ενδιαφέροντος που εντοπίστηκαν σε κάθε εικόνα φαίνονται στον Πίνακα 7.9.



Εικόνα 7.9. Εικόνες της λωρίδας “Ναός” (3072×2304).

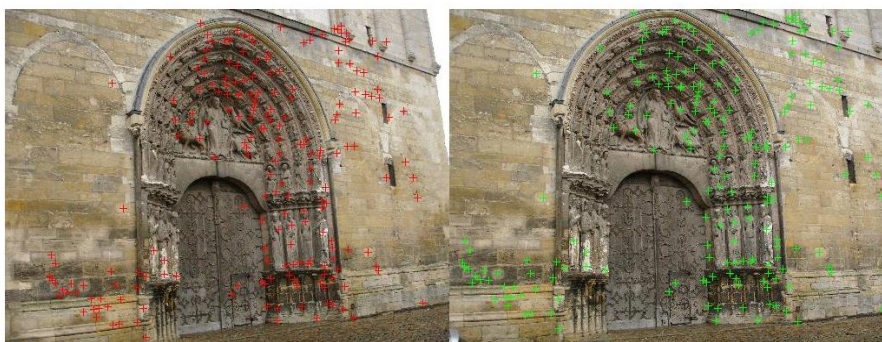
Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης με αυτοβαθμονόμηση υπήρχαν εδώ από τον αυτόματο αλγόριθμο των Γραμματικόπουλου-Καλησπεράκη (ΓΚ) και από το PhotoScan (PS).



Εικόνα 7.10. Σημεία ενδιαφέροντος 1^{ης} και 2^{ης} εικόνας

| Πίνακας 7.9. Σημεία ενδιαφέροντος στις εικόνες | |
|--|-------------------------------|
| Εικόνα | Αριθμός σημείων ενδιαφέροντος |
| 1 | 1015 |
| 2 | 1116 |
| 3 | 1116 |
| 4 | 1153 |
| 5 | 1074 |
| 6 | 1182 |
| 7 | 1101 |

Ακολουθεί η αντιστοίχιση των σημείων. Κατόπιν με χρήση του αλγορίθμου RANSAC οι ομολογίες σημείων απαλλάσσονται από χονδροειδή σφάλματα. Η Εικ. 7.11 εμφανίζει τις ομολογίες των σημείων για το 1^ο ζεύγος μετά από την εφαρμογή του αλγορίθμου F/RANSAC. Στον Πίνακα 7.10 παρουσιάζεται ο αριθμός των ομόλογων σημείων σε κάθε στερεοζεύγος.



Σχήμα 7.11. Ομολογίες ύστερα από την εφαρμογή του RANSAC για το 1^ο στερεοζεύγος.

| Πίνακας 7.10. Ομολογίες σημείων στα ζεύγη | |
|---|---------------------------|
| Στερεοζεύγος | Ομολογίες με χρήση RANSAC |
| 1 | 204 |
| 2 | 380 |
| 3 | 413 |
| 4 | 305 |
| 5 | 257 |
| 6 | 351 |

Η μεσαία τιμή της σταθεράς c από κάθε γραμμικό αλγόριθμο φαίνεται για κάθε ζεύγος στον Πίνακα 7.11.

| Πίνακας 7.11. Αποτελέσματα γραμμικών αλγορίθμων ανά ζεύγος | | | |
|--|--------------|----------------|-------------|
| Στερεοζεύγος | C_{Newsam} | $C_{Bougnoux}$ | C_{Sturm} |
| 1 | 4309.35 | 2149.77 | 4308.50 |
| 2 | 4829.07 | 4788.04 | 4828.27 |
| 3 | 4191.78 | 4181.10 | 4191.76 |
| 4 | 4167.69 | 4102.82 | 4165.93 |
| 5 | 2437.66 | 2452.60 | 2433.37 |
| 6 | 4158.66 | 4717.17 | 4157.63 |

Στην συνέχεια υπολογίστηκε η μεσαία τιμή από όλα τα ζεύγη. Στον Πίνακα 7.12 φαίνονται οι τιμές για την σταθερά μηχανής c που προέκυψε από τους γραμμικούς αλγορίθμους, η τιμή από επίλυση με την μέθοδο της δέσμης με αυτοβαθμονόμηση των Γραμματικόπουλου-Καλησπεράκη (ΓΚ) και εκείνη που προέκυψε από το λογισμικό PhotoScan (PS).

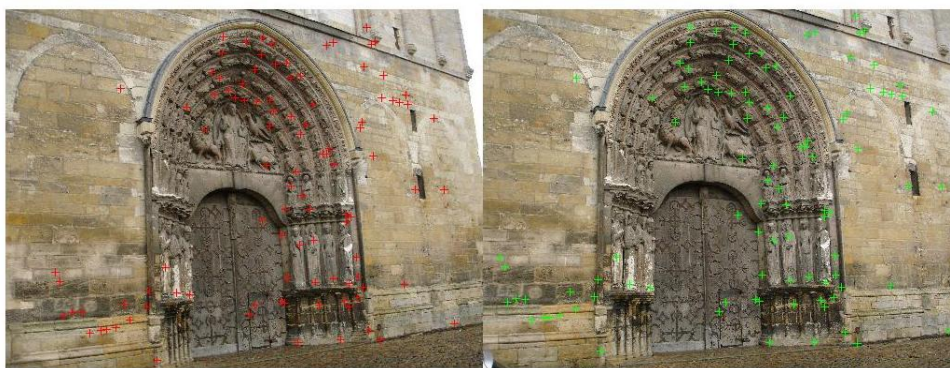
| Πίνακας 7.12. Αποτελέσματα γραμμικών αλγορίθμων, Γραμματικόπουλου-Καλησπεράκη και PhotoScan | | | | |
|---|----------------|-------------|----------|----------|
| C_{Newsam} | $C_{Bougnoux}$ | C_{Sturm} | $C_{ΓΚ}$ | C_{PS} |
| 4179.73 | 4137.26 | 4178.85 | 3440.08 | 3435.13 |

Λόγω περιορισμένης διαθέσιμης υπολογιστικής ισχύος δεν ήταν δυνατόν να επιτευχθεί η τελική συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση για ολόκληρο το πλήθος των ομόλογων σημείων που είχαν εντοπιστεί. Συγκεκριμένα, το πρόβλημα αντιμετωπιζόταν κατά την διαδικασία αντιστροφής του πίνακα σχεδιασμού, ο οποίος είναι μεγάλων διαστάσεων. Για τον λόγο αυτό αποφασίστηκε να μειωθούν τα σημεία ώστε να προκύψει λύση με τους διαθέσιμους υπολογιστικούς πόρους.

Για την παρούσα διπλωματική εργασία αποφασίστηκε να μειωθούν τα σημεία περίπου στα μισά. Για τον λόγο αυτό η επιλογή έγινε σημείο παρά σημείο (σημειώνεται πάντως ότι αυτή δεν είναι η πιο ορθολογική επιλογή γιατί δεν λαμβάνεται υπόψη η κατανομή των σημείων που θα απομείνουν). Το πλήθος των τελικών σημείων κάθε στερεοζεύγους που χρησιμοποιήθηκαν ως παρατηρήσεις στην συνόρθωση φαίνονται στον Πίνακα 7.13.

| Πίνακας 7.13. Μειωμένος αριθμός ομολογιών σημείων ανά στερεοζεύγος | |
|--|---------------------|
| Στερεοζεύγος | Μειωμένες ομολογίες |
| 1 | 102 |
| 2 | 190 |
| 3 | 206 |
| 4 | 152 |
| 5 | 128 |
| 6 | 175 |

Στην Εικ. 7.12 φαίνονται για το 1^ο στερεοζεύγος οι ομολογίες σημείων που χρησιμοποιήθηκαν στην διαδικασία των συνορθώσεων.

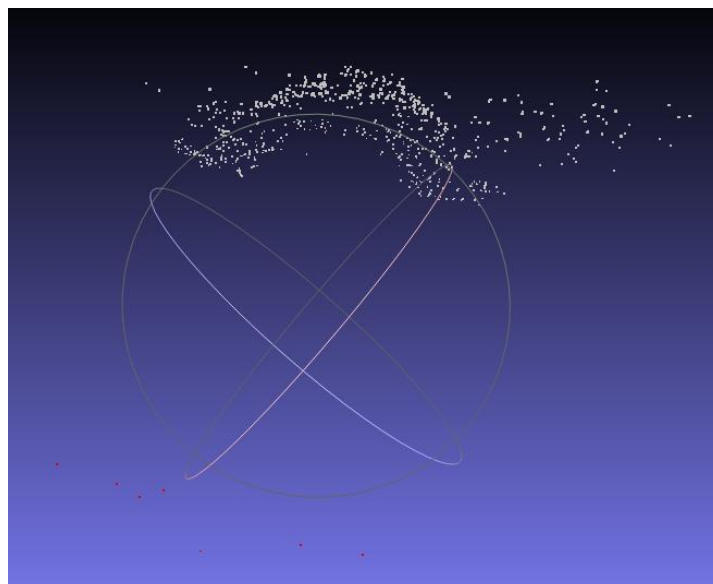


Σχήμα 7.12. Ομολογίες ύστερα από την αφαίρεση σημείων για το 1^ο στερεοζεύγος

Για κάθε ζεύγος υπολογίζονται από τον E οι προσεγγιστικές τιμές για τον σχετικό προσανατολισμό, έπεται η επίλυση της συνθήκης συνεπιπεδότητας και, τέλος, πραγματοποιείται η συνόρθωση δέσμης. Αποτέλεσμα είναι νέες εκτιμήσεις για το c και τις παραμέτρους του σχετικού προσανατολισμού, αλλά και εκτιμήσεις για τις 3D συντεταγμένες μοντέλου των σημείων σύνδεσης. Η νέα εκτίμηση για το c φαίνεται στον Πίνακα 7.14.

| Πίνακας 7.14. Τιμή c του από ΓΚ, PS, Newsam και συνόρθωση δέσμης σε ζεύγη | | | |
|---|-----------|--------------|-----------|
| C_{HK} | C_{Pho} | C_{Newsam} | C_{new} |
| 3440.08 | 3435.13 | 4179.73 | 3665.91 |

Ακολουθεί η τελική συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση όλων των εικόνων της λωρίδας, η οποία τελικά απέδωσε τα σημεία μοντέλου που φαίνονται, μαζί με τα σημεία λήψης (με κόκκινο χρώμα), στην Εικ. 7.13.



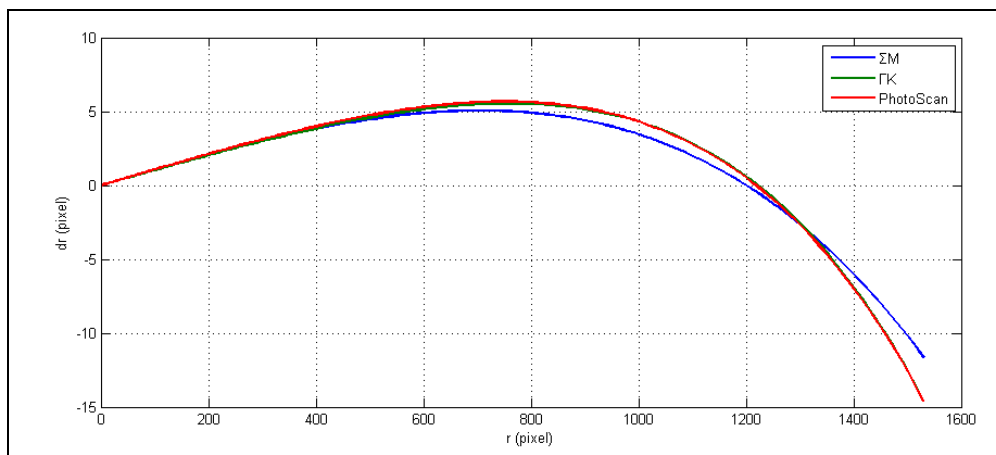
Εικόνα 7.13. Σύνολο ομολογιών και σημεία λήψης

Στον Πίνακα 7.15 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τον εσωτερικό προσανατολισμό που προκύπτουν μετά από την συνόρθωση των 7 εικόνων, καθώς επίσης και τα αποτελέσματα από τα άλλα δύο λογισμικά.

| Πίνακας 7.15. Συνόρθωση δέσμης ("Ναός") | | | |
|---|--------------------|---------|---------|
| | ΣΜ | PS | ΓΚ |
| N | 756 (3) | 39939 | |
| m | 7 | 7 | 13 |
| r | 2.3 | | |
| c (pixel) | 3447.35 ± 9.34 | 3435.13 | 3440.08 |
| x_0 (pixel) | -11.37 ± 8.56 | 4.37 | -6.92 |
| y_0 (pixel) | -1.49 ± 8.40 | -20.99 | -40.52 |
| $k_1(10^{-9})$ | -6.80 ± 0.44 | -4.92 | -4.26 |
| $k_2(10^{-15})$ | -0.46 ± 0.10 | -1.65 | -1.84 |
| $K_3(10^{-22})$ | - | 1.47 | 1.61 |
| σ_0 (pixel) | 0.47 | - | 0.53 |

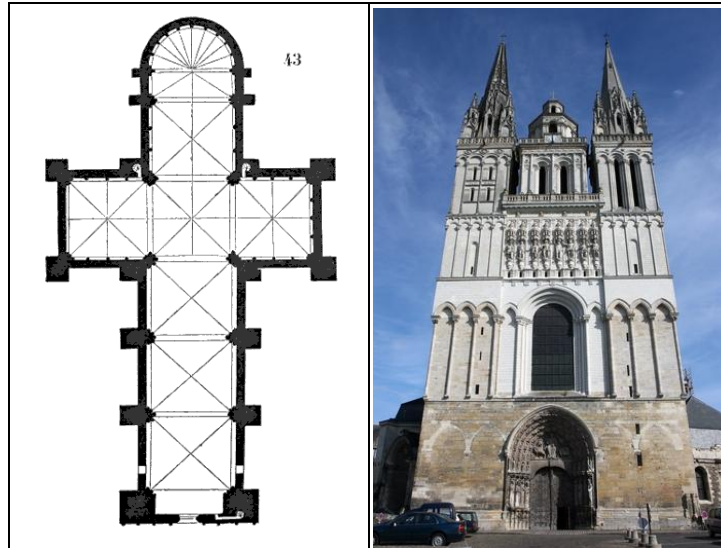
Τα αποτελέσματα εμφανίζονται γενικά ως ικανοποιητικά. Οι τιμές της σταθεράς c είναι αρκετά κοντά, ωστόσο υπάρχουν αποκλίσεις μεταξύ όλων των αλγορίθμων στην θέση του πρωτεύοντος σημείου, του οποίου οι συσχετίσεις με στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού είναι πολύ ισχυρές, όπως στο προηγούμενο παράδειγμα.

Στο Σχ. 7.14 φαίνονται, όπως προηγουμένως, οι βαθμονομημένες καμπύλες της ακτινικής διαστροφής. Εδώ δεν εφαρμόστηκε και ο αλγόριθμος της εργασίας με το άλλο μοντέλο της ακτινικής διαστροφής, θεωρείται όμως (όπως και στα επόμενα) ότι οι μικρές αυτές διαφορές δικαιολογούνται λόγω των διαφορετικών προσεγγίσεων των αλγορίθμων.

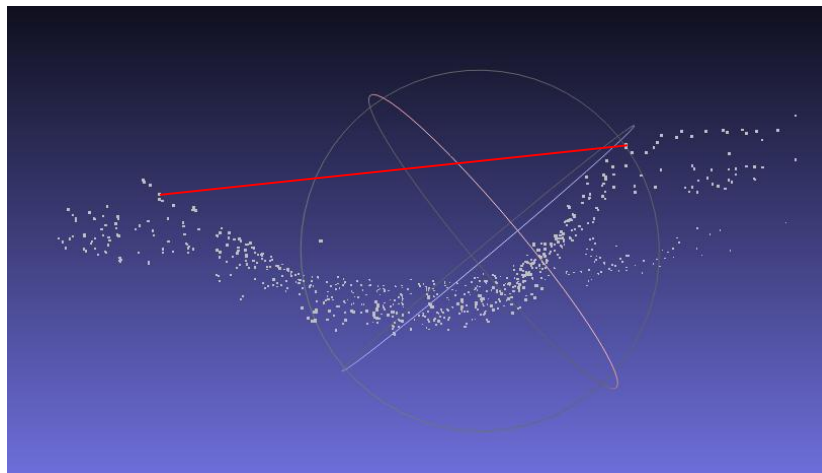


Σχήμα 7.14. Καμπύλες ακτινικής διαστροφής

Σειρά έχει η σύγκριση, με τον τρόπο που προαναφέρθηκε, των σημειοσυνόλων μοντέλου που προκύπτουν από τις διαφορετικές επιλύσεις. Η κλίμακα μοντέλου ήταν εδώ άγνωστη, ωστόσο επιχειρήθηκε να υπολογιστεί προσεγγιστικά από πληροφορίες που αντλήθηκαν από το Διαδίκτυο προκειμένου να υπάρξει μια αίσθηση πραγματικών διαστάσεων. Οι πληροφορίες προέκυψαν από τα στοιχεία της Εικ. 7.15. Βάσει του γνωστού συνολικού πλάτους της πρόσοψης του καθεδρικού ναού εκτιμήθηκε από την εικόνα το πλάτος της εισόδου ως 4.8 m, το οποίο επίσης μετρήθηκε στο περιβάλλον του Meshlab ως ίσο με 3 m (Εικ. 7.16). Η μέση απόσταση λήψης στην κλίμακα του μοντέλου είναι $H = 7.13$ m, οπότε η μέση απόσταση λήψης εκτιμάται ως $H = 11.4$ m.



Εικόνα 7.15. Στοιχεία της γεωμετρίας του ναού
 (<http://www.abelard.org/france/cathedrals4-angers.php>)



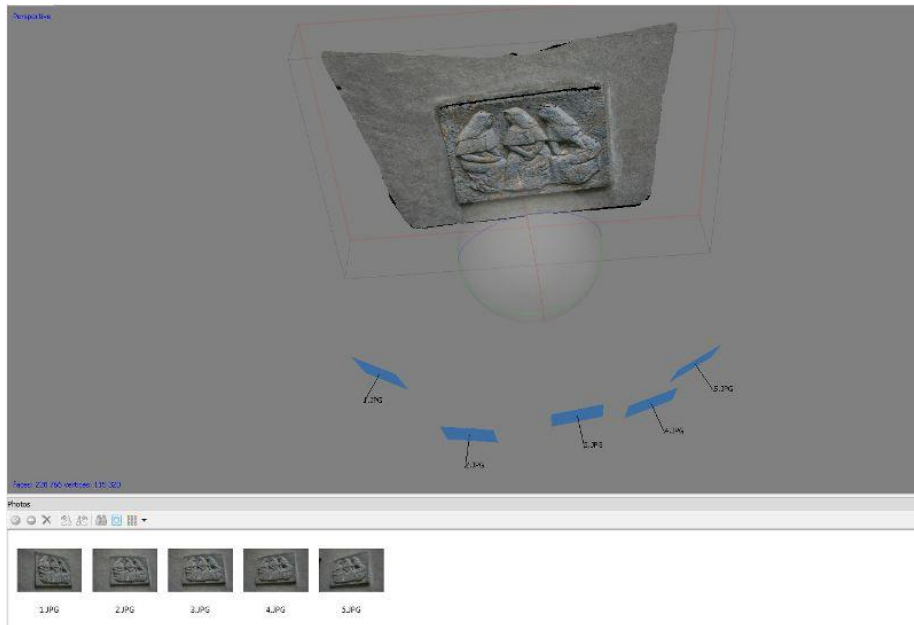
Εικόνα 7.16. Μέτρηση πλάτους εισόδου στο σημειοσύνολο μοντέλου.

Κατά τα άλλα η διαδικασία είναι η ίδια με εκείνη της προηγούμενης εφαρμογής. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 7.16.

| Πίνακας 7.16. Αποτελέσματα μετασχηματισμού ομοιότητας | | |
|---|---------|---------|
| | ΣΜ - ΓΚ | ΣΜ - PS |
| σ_{oM} (mm) | 2.4 | 1.4 |
| σ_s (mm) | 3.8 | 2.2 |
| σ_p (pixel) | 1.13 | 0.66 |

7.3 Ομάδα εικόνων “Ανάγλυφο”

Η τρίτη ομάδα εικόνων αποτελείται από 5 λήψεις που απεικονίζουν λεπτομέρεια τοίχου στην Ζυρίχη. Η γεωμετρία της λήψης τους φαίνεται στην Εικ. 7.17, ενώ το σύνολο των εικόπων παρουσιάζεται στην Εικ. 7.18.

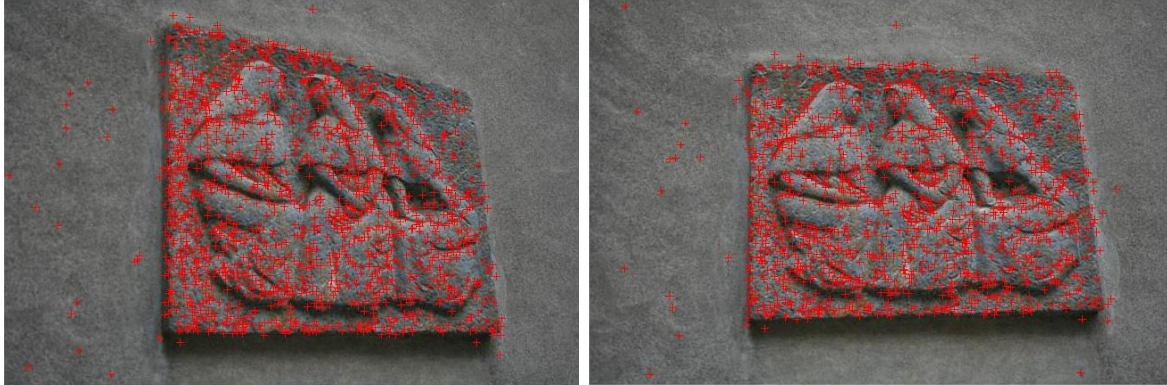


Σχήμα 7.17. Γεωμετρία λήψης της λωρίδας “Ανάλυφο”.



Εικόνα 7.18. Εικόνες της λωρίδας “Ανάλυφο” (3888×2592).

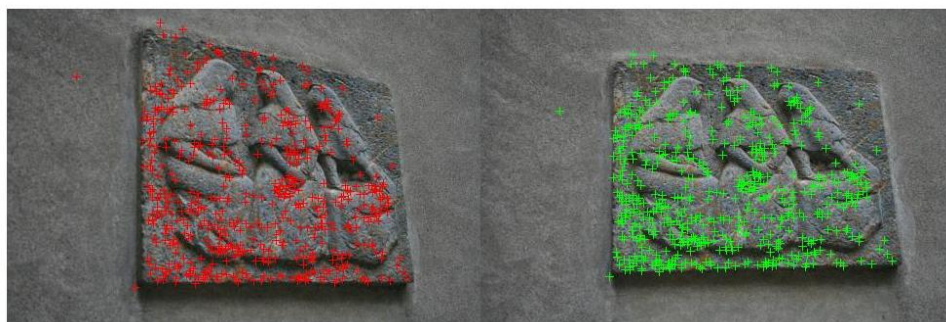
Ακολουθήθηκε και εδώ η ίδια διαδικασία. Στον αλγόριθμο SIFT χρησιμοποιήθηκε κλίμακα 9, βάσει της οποίας μειώνεται το μέγεθος της αρχικής εικόνας. Στην Εικ. 7.19 φαίνονται τα σημεία της 1^{ης} και 2^{ης} εικόνας. Ο αριθμός των σημείων ενδιαφέροντος που εντοπίστηκαν σε κάθε εικόνα φαίνονται στον πίνακα 7.17.



Σχήμα 7.19. Σημεία ενδιαφέροντος 1^{ης}- 2^{ης} εικόνας

| Εικόνες | Αριθμός σημείων ενδιαφέροντος |
|---------|-------------------------------|
| 1 | 1738 |
| 2 | 1542 |
| 3 | 1744 |
| 4 | 1567 |
| 5 | 1631 |

Στην Εικ. 7.20 φαίνονται οι ομολογίες των σημείων για το 1^ο ζεύγος ύστερα από την εφαρμογή του αλγορίθμου F/RANSAC. Στον Πίνακα 7.18 εμφανίζεται ο αριθμός των ομόλογων σημείων σε κάθε στερεοζεύγος.



Σχήμα 7.20. Ομολογίες ύστερα από την εφαρμογή του RANSAC για το 1^ο στερεοζεύγος

| Στερεοζεύγος | Ομολογίες με χρήση RANSAC |
|--------------|---------------------------|
| 1 | 519 |
| 2 | 624 |
| 3 | 748 |
| 4 | 674 |

Οι μεσαίες τιμές του c από τους γραμμικούς αλγορίθμους για κάθε ζεύγος φαίνονται στον Πίνακα 7.19. Στον Πίνακα 7.20 φαίνεται η μεσαία τιμή του c από όλα τα ζεύγη και εκείνη από το λογισμικό PhotoScan.

| Πίνακας 7.19. Αποτελέσματα γραμμικών αλγορίθμων ανά ζεύγος | | | |
|--|--------------|----------------|-------------|
| Στερεοζεύγος | C_{Newsam} | $C_{Bougnoux}$ | C_{Sturm} |
| 1 | 2182.38 | 1827.27 | 1770.53 |
| 2 | 2918.13 | 3166.40 | 3142.66 |
| 3 | 4402.76 | 4095.46 | 4402.25 |
| 4 | 3567.22 | 3488.10 | 3567.19 |

| Πίνακας 7.20. Αποτελέσματα γραμμικών αλγορίθμων και PhotoScan | | | |
|---|----------------|-------------|-----------------|
| C_{Newsam} | $C_{Bougnoux}$ | C_{Sturm} | $C_{PhotoScan}$ |
| 3355.17 | 3327.25 | 3354.93 | 4715.28 |

Και εδώ η περιορισμένη διαθέσιμη υπολογιστική ισχύς δεν επέτρεψε να επιτευχθεί η τελική συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση για όλο το πλήθος των εντοπισμένων ομόλογων σημείων. Αποφασίστηκε να μειωθούν τα σημεία περίπου στο μισό (ένα παρά ένα). Το πλήθος των τελικών σημείων ανά ζεύγος που χρησιμοποιήθηκαν ως παρατηρήσεις στην συνόρθωση φαίνονται στον Πίνακα 7.21.

| Πίνακας 7.21. Μειωμένες ομολογίες σημείων ανά ζεύγος | |
|--|---------------------|
| Στερεοζεύγος | Μειωμένες ομολογίες |
| 1 | 260 |
| 2 | 312 |
| 3 | 374 |
| 4 | 337 |

Στην Εικ. 7.21 φαίνονται για το 1^ο στερεοζεύγος τα ομόλογα σημεία που συμμετείχαν στην τελική διαδικασία της επίλυσης.



Εικόνα 7.21. Ομολογίες στο 1^ο ζεύγος ύστερα από την αφαίρεση σημείων

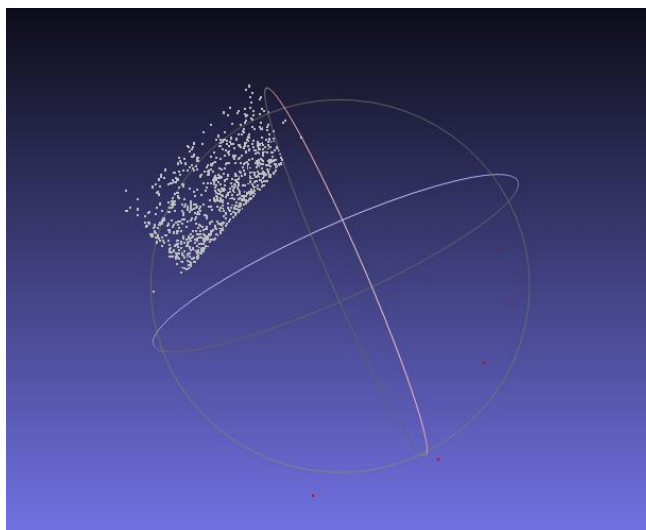
Για κάθε ζεύγος υπολογίζονται από τον E οι προσεγγιστικές τιμές για τον σχετικό προσανατολισμό, και έπονται η επίλυση της συνθήκης συνεπιπεδότητας και η συνόρθωση δέσμης.

Αποτέλεσμα είναι νέες εκτιμήσεις για το c και τις παραμέτρους του σχετικού προσανατολισμού, όσο και εκτιμήσεις για τις 3D συντεταγμένες μοντέλου των σημείων σύνδεσης. Η νέα εκτίμηση για το c φαίνεται στον Πίνακα 7.22.

| Πίνακας 7.22. Τιμή c από PhotoScan, Newsam και από συνόρθωση δέσμης | | |
|---|--------------|-----------|
| c_{PS} | c_{Newsam} | c_{new} |
| 4715.28 | 3355.17 | 4286.81 |

Ακολουθεί η τελική πολυεικονική συνόρθωση. Στον Πίνακα 7.23 συγκεντρώνονται τα αποτελέσματα για τον εσωτερικό προσανατολισμό που προκύπτουν από τον αλγόριθμο της εργασίας (ΣΜ) και εκείνα που δίνει το λογισμικό PhotoScan, ενώ στην Εικ. 7.22 εμφανίζονται τα σημεία του μοντέλου και τα σημεία λήψης.

| Πίνακας 7.23. Συνόρθωση δέσμης (“Ανάγλυφο”) | | |
|---|--------------------|---------|
| | ΣΜ | PS |
| N | 961 (3) | 30217 |
| m | 5 | 5 |
| r | 2.3 | |
| c (pixel) | 4682.50 ± 9.67 | 4715.28 |
| x_0 (pixel) | -53.02 ± 33.52 | 25.4 |
| y_0 (pixel) | 131.33 ± 20.51 | 11.51 |
| $k_1(10^{-9})$ | -4.44 ± 0.31 | -4.33 |
| $k_2(10^{-16})$ | 3.23 ± 0.76 | 3.48 |
| $k_3(10^{-22})$ | - | -1.11 |
| σ_0 (pixel) | 0.38 | - |



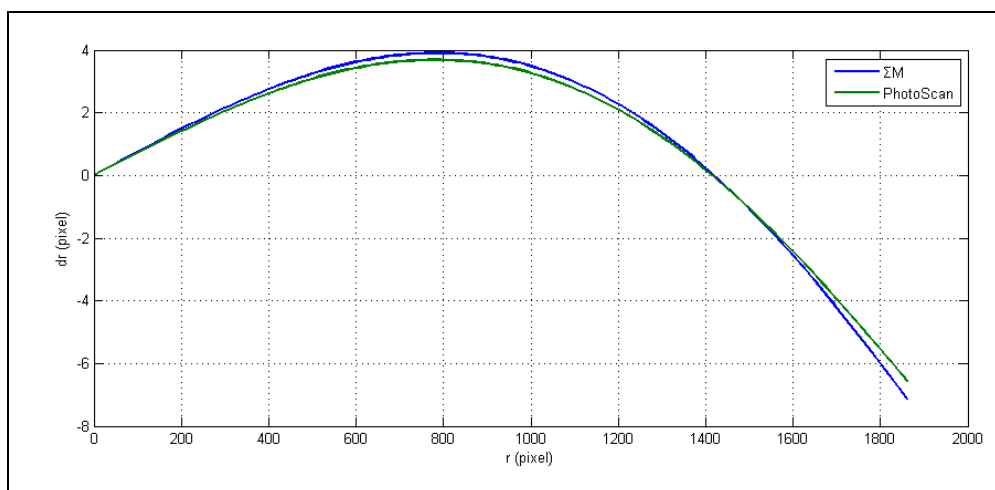
Σχήμα 7.22. Σημειοσύνολο μοντέλου και σημεία λήψης

Εκείνο βέβαια που προξενεί εντύπωση στα αποτελέσματα αυτά είναι η εξαιρετικά μεγάλη απόκλιση της θέσης x_0 , y_0 του πρωτεύοντος σημείου (όσο και οι πολύ υψηλές αβεβαιότητες της) από το κέντρο της εικόνας και από το αποτέλεσμα από το PhotoScan, το οποίο εμφανίζεται ως πιο ρεαλιστικό. Οι αβεβαιότητες όμως αυτές συνοδεύονται από υψηλότερες συσχετίσεις (κυρίως: $\rho_{\text{μέσο}}[y_0k] \rightarrow -1$, $\rho_{\text{μέσο}}[x_0z_0] = -0.98$). Αυτό θα μπορούσε να αποδοθεί στην

σχετικά περιορισμένη κατανομή των εικονοσημείων (βλ. Εικ. 7.21) συγκριτικά με εκείνα του PhotoScan, αλλά και στην σχεδόν επιτεδότητα του αντικειμένου, η οποία πάντως αντισταθμίζεται εν μέρει από την σύγκλιση των λήψεων (Εικ. 7.17). Όπως όμως έχει ήδη αναφερθεί, όταν τα ίδια τα στοιχεία της αυτοβαθμονόμησης χρησιμοποιούνται και για την 3D ανακατασκευή, οι συσχετίσεις μπορούν στην ουσία να αγνοηθούν. Έτσι, ο 3D μετασχηματισμός ομοιότητας μεταξύ του σημειοσυνόλου μοντέλου της εργασίας και εκείνου από απλή συνόρθωση δέσμης με εσωτερικό προσανατολισμό από το PhotoScan έδωσε τα ικανοποιητικά αποτελέσματα του Πίνακα 7.24. Για το συγκεκριμένο σετ εικόνων η μέση απόσταση λήψης στην κλίμακα του μοντέλου ήταν $H_M = 2.74$ m.

| Πίνακας 7.24. Αποτέλεσμα μετασχηματισμού ομοιότητας | |
|---|------|
| ΣΜ - PS | |
| σ_{oM} (mm) | 0.6 |
| σ_p (pixel) | 1.03 |

Τέλος, στην Εικόνα 7.23 απεικονίζεται η καμπύλη της ακτινικής διαστρόφης που προκύπτει από την επίλυση με την μέθοδο της δέσμης με μπλε χρώμα (ΣΜ) και εκείνη που προκύπτει από το PhotoScan με πράσινο.



Εικόνα 7.23. Καμπύλες ακτινικής διαστρόφης

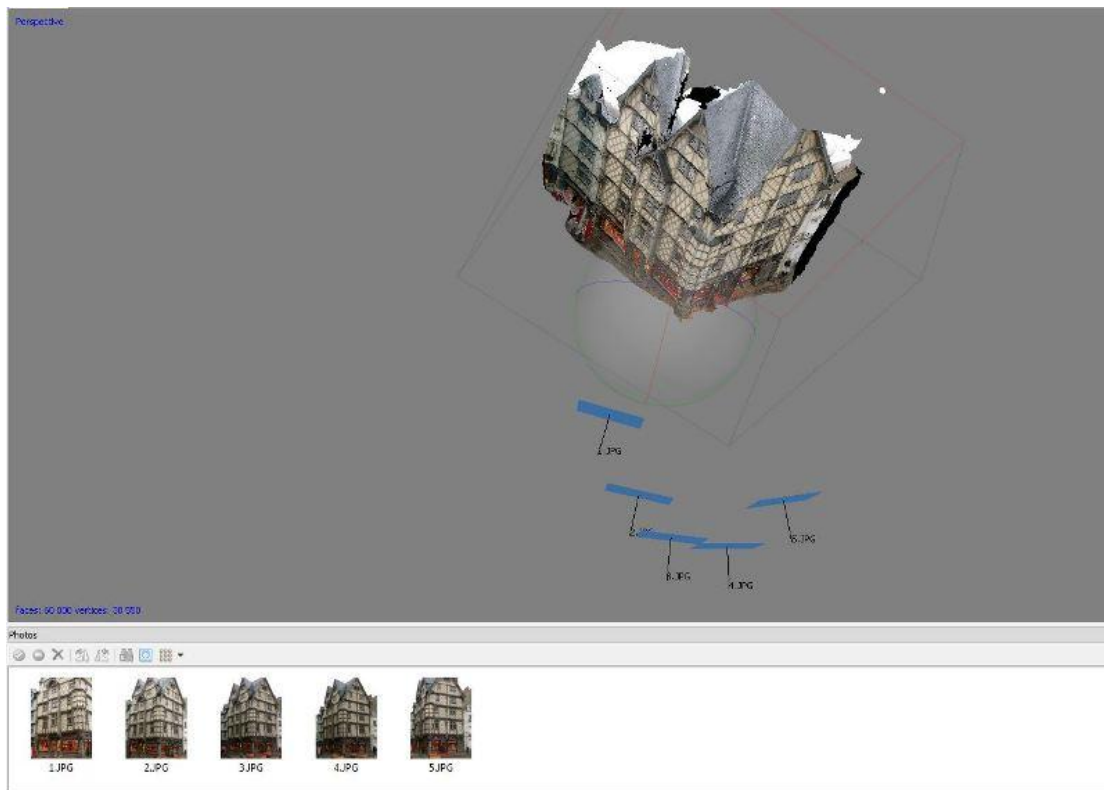
7.4 Ομάδα εικόνων “Κτίριο”

Το τέταρτο σετ αποτελείται από 5 εικόνες οι οποίες απεικονίζουν ένα κτίριο της πόλης Angers στην Γαλλία. Οι εικόνες της λωρίδας φαίνονται στην Εικ. 7.24, ενώ η γεωμετρία της λήψης τους παρουσιάζεται στην Εικ. 7.25.

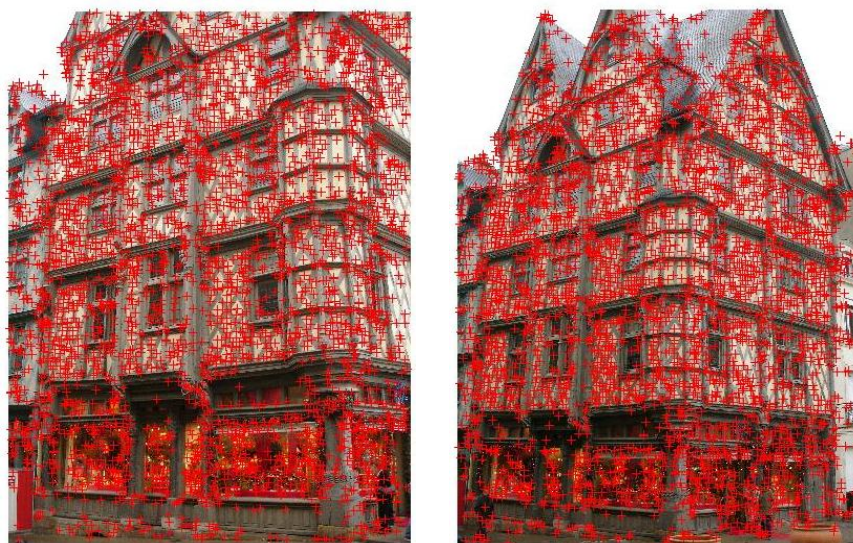
Για όλες τις εικόνες του μπλοκ εξάγονται κατ’ αρχάς τα σημεία ενδιαφέροντος με τον αλγόριθμο SIFT. Επειδή οι εικόνες είναι μεγάλες, για καλύτερη λειτουργία του αλγορίθμου θεωρείται στον αλγόριθμο κλίμακα 5. Στην Εικ. 7.26 φαίνονται τα σημεία αυτά της 1^{ης} και 2^{ης} εικόνας. Τα σημεία ενδιαφέροντος που εντοπίστηκαν ανά εικόνα φαίνονται στον Πίνακα 7.25 (ο Η/Υ μεγαλύτερης μνήμης που χρησιμοποιήθηκε εδώ επέτρεψε την επεξεργασία περισσότερων σημείων).



Εικόνα 7.24. Εικόνες της λωρίδας “Κτίριο” (3072×2304).



Εικόνα 7.25. Γεωμετρία λήψης λωρίδας “Κτίριο”.



Εικόνα 7.26. Σημεία ενδιαφέροντος 1^{ης}- 2^{ης} εικόνας

| Πίνακας 7.25. Σημεία ενδιαφέροντος ανά εικόνα | |
|---|-------------------------------|
| Εικόνα | Αριθμός σημείων ενδιαφέροντος |
| 1 | 4176 |
| 2 | 4495 |
| 3 | 4028 |
| 4 | 3886 |
| 5 | 3634 |

Μετά από τον εντοπισμό ομόλογων σημείων με αρχική αντιστοίχιση με τον αλγόριθμο SIFT, απομακρύνθηκαν οι χονδροειδώς εσφαλμένες ομολογίες με τον αλγόριθμο F/RANSAC. Η Εικ. 7.27 παρουσιάζει τις ομολογίες των σημείων που απέμειναν στο 1^ο ζεύγος. Στον Πίνακα 7.26 εμφανίζεται ο αριθμός των ομόλογων σημείων ανά στερεοζεύγος.



Εικόνα 7.27. Ομολογίες ύστερα από την εφαρμογή του RANSAC για το 1^ο στερεοζεύγος.

| Στερεοζεύγος | Ομολογίες μετά από RANSAC |
|--------------|---------------------------|
| 1 | 456 |
| 2 | 852 |
| 3 | 731 |
| 4 | 521 |

Η μεσαία τιμή για την σταθερά c που προκύπτει από 10 υπολογισμούς για κάθε ζεύγος φαίνεται στον Πίνακα 7.27. Από αυτά τα δεδομένα υπολογίστηκε η μεσαία τιμή από όλα τα ζεύγη. Στον Πίνακα 7.28 παρουσιάζονται οι τιμές για την σταθερά c που προέκυψε από τους γραμμικούς αλγορίθμους και εκείνη που προέκυψε από το λογισμικό PhotoScan.

| Στερεοζεύγος | c_{Newsam} | c_{Bougnoux} | c_{Sturm} |
|--------------|---------------------|-----------------------|--------------------|
| 1 | 3064.36 | 2885.25 | 3064.37 |
| 2 | 3700.34 | 3645.44 | 3699.25 |
| 3 | 4349.83 | 4313.76 | 4348.34 |
| 4 | 4281.49 | 4529.32 | 4280.77 |

| c_{Newsam} | c_{Bougnoux} | c_{Sturm} | $c_{\text{PhotoScan}}$ |
|---------------------|-----------------------|--------------------|------------------------|
| 3990.92 | 3979.60 | 3990.01 | 3429.04 |

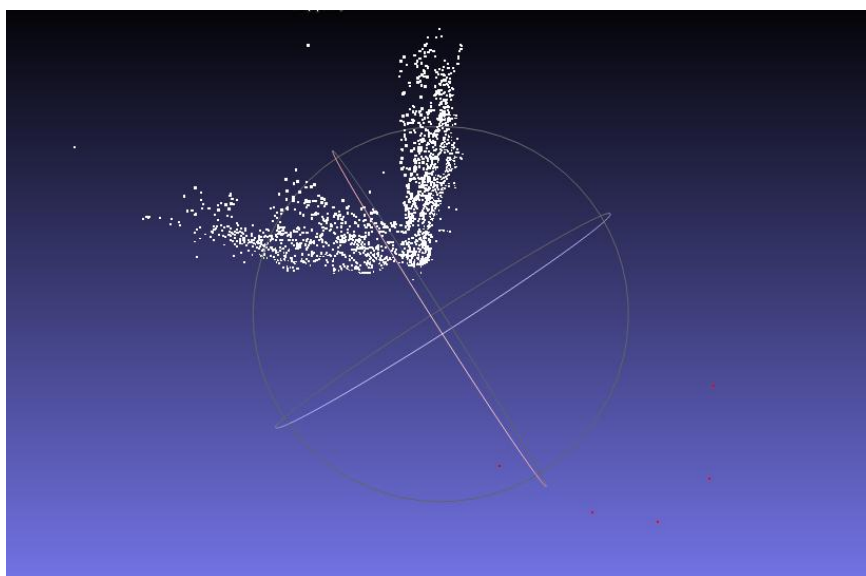
Για κάθε ζεύγος υπολογίζονται από τον **E** οι προσεγγιστικές τιμές για τον σχετικό προσανατολισμό. Έπονται επίλυση της συνθήκης συνεπιπεδότητας και η συνόρθωση δέσμης. Προϊόν είναι νέες εκτιμήσεις για το c και τις παραμέτρους του προσανατολισμού, όσο και εκτιμήσεις για τις 3D συντεταγμένες μοντέλου. Η νέα εκτίμηση για το c φαίνεται στον Πίνακα 7.29.

| Πίνακας 7.29 Τιμή του c από PS, Newsam και από συνόρθωση δέσμης | | |
|---|--------------|-----------|
| c_{PS} | c_{Newsam} | c_{new} |
| 3429.04 | 3990.92 | 3505.17 |

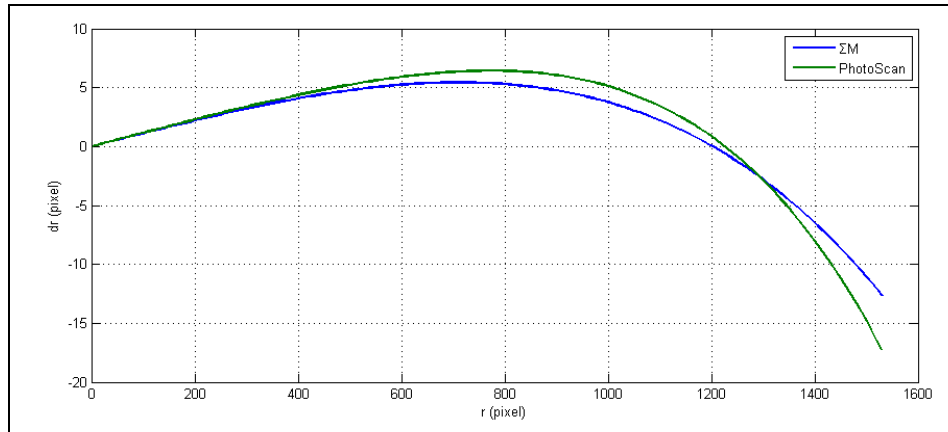
Ο Πίνακας 7.30 συγκεντρώνει τα αποτελέσματα του εσωτερικού προσανατολισμού από την τελική συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση όλων των εικόνων της λωρίδας, που προκύπτουν από τον αλγόριθμο της εργασίας (ΣΜ) και το λογισμικό PhotoScan (PS).

| Πίνακας 7.30. Συνόρθωση δέσμης ("Κτίριο") | | |
|---|--------------------|---------|
| | ΣΜ | PS |
| N | 1883 (5) | 8265 |
| m | 6 | 6 |
| r | 2.4 | |
| c (pixel) | 3396.87 ± 5.81 | 3429.04 |
| x_0 (pixel) | 10.81 ± 5.28 | -12.49 |
| y_0 (pixel) | 39.17 ± 5.79 | -17.09 |
| $k_1(10^{-9})$ | -6.77 ± 0.26 | -4.34 |
| $k_2(10^{-15})$ | -0.42 ± 0.07 | -1.78 |
| $k_3(10^{-22})$ | - | 2.68 |
| σ_0 (pixel) | 0.50 | - |

Στις Εικ. 7.28 και Εικ. 7.29, αντίστοιχα, φαίνονται το ανακατασκευασμένο σημειοσύνολο με τα σημεία λήψης και οι καμπύλες της ακτινικής διαστρόφης από την επίλυση με τον αλγόριθμο της εργασίας (ΣΜ) και από το PhotoScan.



Εικόνα 7.28. Σημεία μοντέλου και σημεία λήψης



Εικόνα 7.29. Καμπύλες ακτινικής διαστροφής

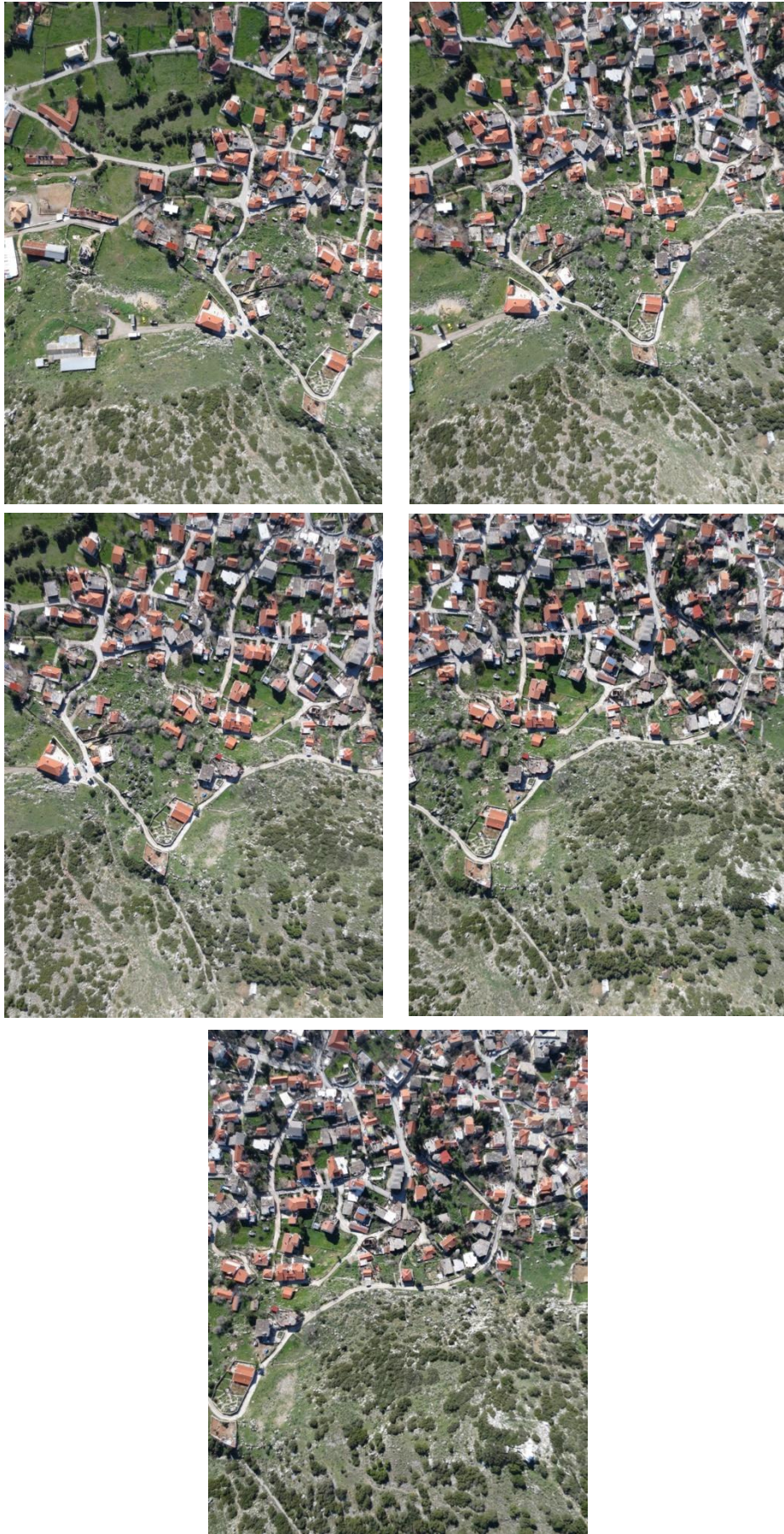
Τέλος, συγκρίθηκαν τα σημειοσύνολα από τις δύο επιλύσεις (συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση της παρούσας εργασίας και απλή συνόρθωση δέσμης, για τα ίδια σημεία, με δεδομένο τον εσωτερικό προσανατολισμό που εξάγει το λογισμικό PhotoScan). Το αποτέλεσμα της σύγκρισης φαίνεται στον Πίνακα 7. 31 (για το συγκεκριμένο σετ εικόνων η μέση απόσταση λήψης στην κλίμακα του μοντέλου ήταν $H_M = 6.8$ m).

| Πίνακας 7.31. Αποτέλεσμα μετασχηματισμού ομοιότητας | |
|---|---------|
| | ΣΜ - PS |
| σ_{oM} (mm) | 3.0 |
| σ_p (pixel) | 1.50 |

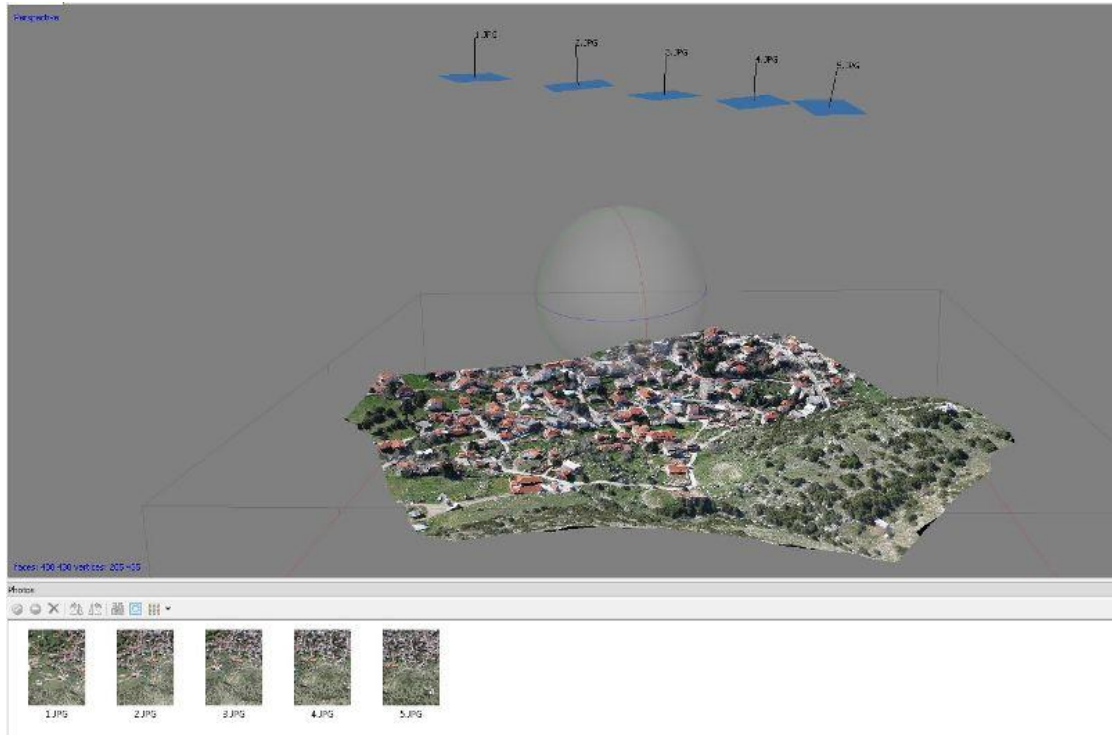
Η ομοιότητα των σημειοσυνόλων είναι στην περίπτωση αυτή κάπως μικρότερη από ό,τι στις προηγούμενες εφαρμογές. Λόγω και του έντονου αναγλύφου του αντικειμένου, οι συσχετίσεις μεταξύ των στοιχείων του εσωτερικού και του εξωτερικού προσανατολισμού είναι εδώ αισθητά περιορισμένη σε σχέση με προηγουμένως (οι απόλυτα μεγαλύτερες μέσες τιμές του συντελεστή συσχέτισης είναι οι $\rho_{μέσο[\gamma_0\kappa]} \approx \rho_{μέσο[\chi_0 Z_0]} \approx -0.85$). Αυτό σημαίνει ότι οι διαφορές στις τιμές των παραμέτρων του Πίνακα 7.30 μεταφράζονται σε σημαντικότερες επιπτώσεις στην 3D ανακατασκευή. Η βασική αδυναμία αυτής της λωρίδας εικόνων φαίνεται ότι είναι οι σχετικά μικρές αποστάσεις μεταξύ των σημείων λήψης (Εικ. 7.25), πράγμα που οφείλεται κυρίως στο ότι η μηχανή ήταν στραμμένη κατά 90° , δηλαδή η διεύθυνση της βάσης ήταν κατά την μικρή πλευρά του φορμάτ. Σε αυτό, λοιπόν θα πρέπει να αποδοθεί η σχετικά μεγαλύτερη διαφορά ανάμεσα στα δύο 3D μοντέλα.

7.5 Ομάσα εικόνων “Βίλια”

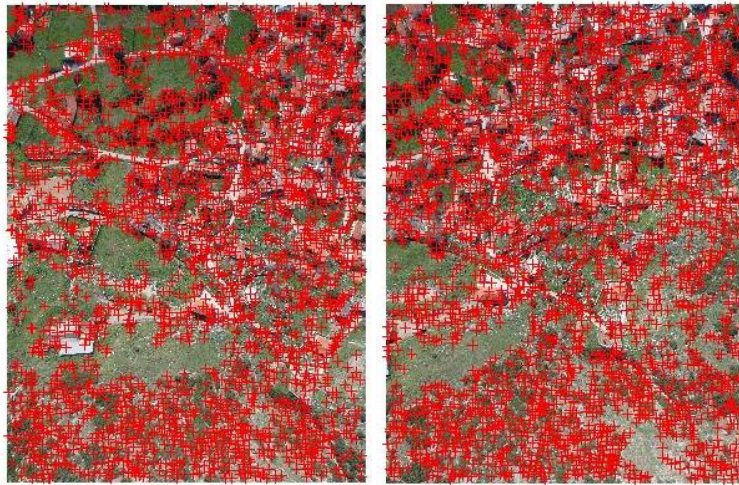
Το τελευταίο σετ αποτελείται από 5 εικόνες που προήλθαν από εναέριες λήψεις με UAV οι οποίες απεικονίζουν περιοχή στα Βίλια Αττικής. Οι εικόνες της λωρίδας εμφανίζονται στην Εικ. 7.30, ενώ η γεωμετρία της λήψης τους φαίνεται στην Εικ. 7.31. Η Εικ. 7.32 παρουσιάζει τα σημεία της 1^{ης} και 2^{ης} εικόνας. Τέλος, ο αριθμός των ανά εικόνα εντοπισμένων σημείων ενδιαφέροντος αναφέρονται στον Πίνακα 7.32.



Σχήμα 7.30. Εικόνες της λωρίδας “Βίλια” (4608×3456).



Εικόνα 7.31. Γεωμετρία λήψης της λωρίδας “Βίλια”.



Εικόνα 7.32. Σημεία ενδιαφέροντος 1^{ης} και 2^{ης} εικόνας

| Εικόνα | Πλήθος σημείων ενδιαφέροντος |
|--------|------------------------------|
| 1 | 3091 |
| 2 | 3477 |
| 3 | 3456 |
| 4 | 3605 |
| 5 | 3691 |

Στην Εικ. 7.33 εμφανίζονται οι ομολογίες των σημείων για το 1^ο ζεύγος μετά από εφαρμογή του αλγορίθμου **F/RANSAC** για απομάκρυνση των χονδροειδών σφαλμάτων. Στον Πίνακα 7.33 παρουσιάζεται το πλήθος των ομόλογων σημείων σε κάθε στερεοζεύγος.



Σχήμα 7.33. Ομολογίες μετά από εφαρμογή του RANSAC για το 1^ο στερεοζεύγος

| Πίνακας 7.33. Ομολογίες σημείων ανά ζεύγος | |
|--|---------------------------|
| Στερεοζεύγος | Ομολογίες μετά από RANSAC |
| 1 | 384 |
| 2 | 747 |
| 3 | 518 |
| 4 | 611 |

Οι μεσαίες τιμές της σταθεράς c από τους γραμμικούς αλγορίθμους για κάθε ζεύγος φαίνονται στον Πίνακα 7.34.

| Πίνακας 7.34. Αποτελέσματα γραμμικών αλγορίθμων ανά ζεύγος | | | |
|--|--------------|----------------|-------------|
| Στερεοζεύγος | c_{Newsam} | $c_{Bougnoux}$ | c_{Sturm} |
| 1 | 5074.59 | 5313.54 | 5074.60 |
| 2 | 4842.57 | 4933.06 | 4842.00 |
| 3 | 3390.17 | 3386.47 | 3390.17 |
| 4 | 3386.90 | 3361.46 | 3387.34 |

Στον Πίνακα 7.35 φαίνονται οι αντίστοιχες μεσαίες τιμές από τους γραμμικούς αλγορίθμους για την σταθερά c από όλα τα ζεύγη, η τιμή από την επίλυση με την μέθοδο των Γραμματικούπουλου-Καλησπεράκη (ΓΚ) και εκείνη από το λογισμικό PhotoScan (PS).

| Πίνακας 7.35 Αποτελέσματα γραμμικών αλγορίθμων, ΓΚ και PS | | | | |
|---|----------------|-------------|----------|----------|
| c_{Newsam} | $c_{Bougnoux}$ | c_{Sturm} | $c_{ΓΚ}$ | c_{PS} |
| 4116.37 | 4159.76 | 4116.09 | 3295.28 | 3316.66 |

Λόγω της περιορισμένης διαθέσιμης υπολογιστικής ισχύος δεν ήταν δυνατόν να ολοκληρωθεί η τελική συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση για όλα τα ομόλογα σημεία που είχαν εντοπιστεί, οπότε και αφαιρέθηκαν τα μισά (ένα παρά ένα). Το πλήθος των σημείων ανά ζεύγος που τελικά εισήχθησαν ως παρατηρήσεις στην συνόρθωση εμφανίζονται στον Πί-

νακα 7.35. Στην Εικ. 7.34 παρουσιάζονται για το 1^ο στερεοζεύγος τα ομόλογα σημεία που χρησιμοποιήθηκαν στις συνορθώσεις.

| Πίνακας 7.35. Ομολογίες σημείων ανά ζεύγος | |
|--|----------------------------|
| Στερεοζεύγος | Πλήθος μειωμένων ομολογιών |
| 1 | 192 |
| 2 | 374 |
| 3 | 259 |
| 4 | 306 |

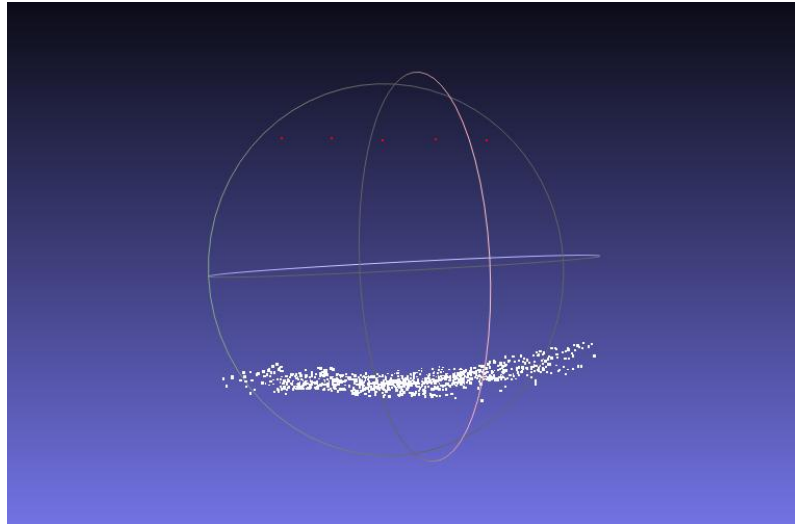


Σχήμα 7.34. Ομολογίες σημείων στο 1^ο στερεοζεύγος ύστερα από την αφαίρεση σημείων

Όπως σε κάθε εφαρμογή, για κάθε ζεύγος υπολογίζονται από τον E οι προσεγγιστικές τιμές για τον σχετικό προσανατολισμό, επιλύεται η συνθήκη συνεπιπεδότητας και πραγματοποιείται η συνόρθωση δέσμης. Προκύπτουν έτσι νέες εκτιμήσεις για το c και τις παραμέτρους του σχετικού προσανατολισμού, και εκτιμήσεις για τις 3D συντεταγμένες μοντέλου των σημείων σύνδεσης. Η νέα εκτίμηση για το c φαίνεται στον πίνακα 7.36.

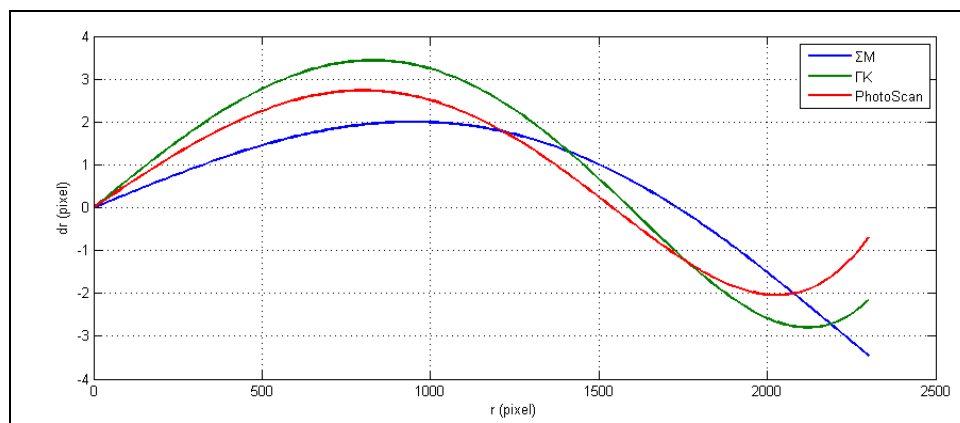
| Πίνακας 7.36. Τιμή c του από ΓΚ, PS, Newsam και συνόρθωση δέσμης σε ζεύγη | | | |
|---|-----------|--------------|-----------|
| C_{HK} | C_{Pho} | C_{Newsam} | C_{new} |
| 3295.28 | 3316.66 | 4116.37 | 3129.45 |

Ακολουθεί η τελική πολυεικονική συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση. Στην Εικ. 7.35 παρουσιάζονται τα σημεία του μοντέλου και τα σημεία λήψης. Ο Πίνακας 7.37 συγκεντρώνει τα αποτελέσματα για τον εσωτερικό προσανατολισμό που προέκυψαν από την συνόρθωση των 7 εικόνων, όπως επίσης τα αποτελέσματα που έδωσε ο αυτόματος αλγόριθμος των Γραμματικόπουλου-Καλησπεράκη (ΓΚ) και εκείνα από το λογισμικό PhotoScan (PS). Η Εικ. 7.36 παρουσιάζει τις αντίστοιχες βαθμονομημένες καμπύλες της ακτινικής διατροφής.



Σχήμα 7.35. Σημεία μοντέλου και σημεία λήψης

| Πίνακας 7.37. Συνόρθωση δέσμης ("Βίλια") | | | |
|--|--------------------|---------|---------|
| | ΣΜ | PS | ΓΚ |
| N | 1020 (1) | 28717 | |
| m | 5 | 5 | 7 |
| r | 2.1 | | |
| c (pixel) | 3375.10 ± 9.82 | 3316.66 | 3295.28 |
| x_0 (pixel) | 6.52 ± 2.72 | 5.80 | 3.85 |
| y_0 (pixel) | -2.22 ± 3.06 | 0.27 | 0.30 |
| $k_1(10^{-9})$ | -1.32 ± 0.12 | -3.20 | -3.61 |
| $k_2(10^{-16})$ | 0.80 ± 0.07 | 4.04 | 4.18 |
| $k_3(10^{-23})$ | - | -2.26 | -2.38 |
| σ_0 (pixel) | 0.52 | - | 0.34 |



Εικόνα 7.36. Καμπύλες ακτινικής διαστρόφης

Τέλος, έγινε η σύγκριση των σημειοσυνόλων που προκύπτουν από τις διαφορετικές επιλύσεις, δηλαδή το μοντέλο από την επίλυση με τον αλγόριθμο της εργασίας συγκρίθηκε με τα μοντέλα από συνορθώσεις δέσμης χωρίς αυτοβαθμονόμηση που χρησιμοποίησαν ως σταθερά τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού από τις άλλες δύο λύσεις (Γραμματικόπουλου-Καλησπεράκη και PhotoScan). Τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 7.38, όπου

έχει χρησιμοποιηθεί η μέση απόσταση λήψης $H = 5.06$ m στην κλίμακα του μοντέλου.

| Πίνακας 7.38. Αποτελέσματα μετασχηματισμού ομοιότητας | | |
|---|---------|---------|
| | ΣΜ - ΓΚ | ΣΜ - PS |
| σ_{OM} (mm) | 3.0 | 2.6 |
| σ_p (pixel) | 1.95 | 1.69 |

Αυτά τα αποτελέσματα είναι τα λιγότερο ακριβή από όλα τα προηγούμενα. Οι συσχετίσεις είναι εδώ αρκετά μικρότερες από τις προηγούμενες εφαρμογές. Επιπλέον, σε αντίθεση με όλες τις άλλες εφαρμογές, ως ισχυρότερα συσχετισμένη εμφανίζεται εδώ η σταθερά c , και μάλιστα όχι μόνο με στοιχεία του εξωτερικού αλλά και με εκείνα του εσωτερικού προσανατολισμού ($\rho[ck_1] = 0.63$ και $\rho[cy_0] = 0.42$). Θεωρείται ότι το πρόβλημα πρέπει να αποδοθεί στην γεωμετρία της λωρίδας. Όπως άλλωστε φαίνεται και από τις Εικ. 7.31 και 7.35, η περίπτωση προσομοιάζει με την τυπική εναέρια λήψη, καθώς οι εικόνες είναι σχεδόν κατακόρυφες (οι επικαλύψεις είναι μικρότερες σε σχέση με τις προηγούμενες εφαρμογές) και μάλιστα με αντικείμενο περιορισμένου αναγλύφου. Επιπλέον, οι εικόνες έχουν ληφθεί με μικρή βάση επειδή η κίνηση της μηχανής ήταν στην διεύθυνση της μικρής πλευράς του φορμάτ, γεγονός που συνεπάγεται μη ευνοϊκές αλληλοτομίες ομόλογων ακτίνων. Σε αυτή την περίπτωση η μεγάλη πλειονότητα των σημείων μοντέλου εμφανίζονταν κατά μέσο όρο σε μόλις 2.1 εικόνες (βλ. Πίνακα 7.37). Θεωρείται ότι αυτά εξηγούν την μειωμένη ακρίβεια που παρατηρήθηκε.

7.6 Σχολιασμός αποτελεσμάτων

Η απόδοση του υλοποιημένου αυτόματου αλγορίθμου, με τους δεδομένους σημαντικούς περιορισμούς του (που θα σχολιαστούν στο επόμενο κεφάλαιο των Συμπερασμάτων) και τους περιορισμούς σε διαθέσιμη υπολογιστική ισχύ, κρίνεται ικανοποιητικός. Οι έλεγχοι έγιναν με λωρίδες εικόνων διαφορετικής γεωμετρίας. Ο αλγόριθμος SIFT οδήγησε σε γενικά επαρκή αριθμό ομόλογων σημείων με αποδεκτή κατανομή, επιτρέποντας την επιτυχή λειτουργία των γραμμικών αλγορίθμων. Οι γραμμικοί αυτοί αλγόριθμοι απέδωσαν ικανοποιητικά σε όλες τις περιπτώσεις τόσο για τον σχετικό προσανατολισμό όσο και για την σταθερά c της μηχανής. Ειδικότερα όσον αφορά το c , αυτό εκτιμήθηκε γραμμικά με αποκλίσεις μεταξύ -28% και 25% από τις τελικές τιμές και βελτιώθηκε με την συνόρθωση δέσμης ανά ζευγος εικόνων σε αποκλίσεις από -5% έως 10%, επιτρέποντας σε όλες τις περιπτώσεις την σύγκλιση της πολυεικονικής συνόρθωσης. Το τυπικό σφάλμα των συνορθώσεων κυμάνθηκε στο εύρος 0.3 – 0.5 pixel, δηλαδή στα αναμενόμενα βάσει της εμπειρίας επίπεδα.

Τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν, κυρίως ως προς τα αποτελέσματα για τον εσωτερικό προσανατολισμό, με άλλα αυτόματα προγράμματα: ένα από τα γνωστότερα εμπορικά λογισμικά (PhotoScan) και τον αυτόματο αλγόριθμο των Λ.Γραμματικόπουλου και Η. Καλησπεράκη, ο οποίος επίσης έχει την δυνατότητα να χειρίζεται εικόνες οποιασδήποτε διάταξης και να επιλέγει ορθολογικά την κατανομή των ομόλογων σημείων. Μάλιστα τα αποτελέσματα προέρχονταν από μεγάλο αριθμό σημείων (για το PhotoScan 10πλάσιο έως 50πλάσιο εκείνων της παρούσας εργασίας), ενώ επιπλέον ο δεύτερος αλγόριθμος χρησιμοποίησε και περισσότερες εικόνες. Ως κριτήριο αξιολόγησης χρησίμευσε εδώ η διαφορά των σημειοσυνόλων

που δημιουργεί ο αλγόριθμος της εργασίας από εκείνα που δημιουργούν (με τα ίδια εικονοσημεία) συννορθώσεις δέσμης με εισαγωγή των στοιχείων εσωτερικού προσανατολισμού που προέκυψαν από τις άλλες μεθόδους. Με τον τρόπο αυτό αξιολογείται κυρίως η εκτίμηση της γεωμετρίας της μηχανής από τις διαφορετικές μεθόδους.

Τα αποτελέσματα ήταν ικανοποιητικά για τις τρεις πρώτες εφαρμογές (“Καπνικαρέα”, “Ναός”, “Ανάγλυφο”), στις οποίες το μέτρο της διαφοράς των 3D σημειοσυνόλων ουσιαστικά δεν υπερέβαινε το ένα pixel στο επίπεδο της εικόνας. Το χαρακτηριστικό των περιπτώσεων αυτών είναι η καλή γεωμετρία, αφού υπήρχε σημαντική σύγκλιση των εικόνων με σχετικά μεγάλες βάσεις λήψης, δηλαδή καλές αλληλοτομίες ομόλογων ακτίνων. Πράγματι η σύγκλιση των εικόνων θεωρήθηκε εξαρχής ως πολύ σημαντική για την αυτοβαθμονόμηση (Kerpfick et al., 1972). Σημειώνεται πάντως ότι στις περιπτώσεις αυτές διαπιστώθηκαν πολύ ισχυρές συσχετίσεις των συντεταγμένων του πρωτεύοντος σημείου με τις παραμέτρους του εξωτερικού προσανατολισμού, οι οποίες θεωρούνται γενικά αναπόφευκτες αν δεν περιλαμβάνονται στο μπλοκ και εικόνες με πολύ έντονες διαφορές στροφών περί τον άξονα λήψης (Luhmann et al., 2014). Στις δύο άλλες περιπτώσεις το μέτρο διαφοράς μεταξύ των προκύπτων 3D σημειοσυνόλων ήταν μεγαλύτερο (1.5 – 2 pixel στο επίπεδο της εικόνας). Χαρακτηριστικό των δύο αυτών περιπτώσεων είναι ότι η βάση των ζευγών είναι στην διεύθυνση της μικρής διάστασης του φορμάτ. Στην λωρίδα “Κτίριο” το πρόβλημα μπορεί, έτσι, να αποδοθεί κυρίως στις μικρές βάσεις των ζευγών, ενώ στην άλλη περίπτωση (“Βίλια”) υπάρχει επιπλέον η απουσία στροφών, οι μικρές επικαλύψεις, και το μικρό ανάγλυφο του αντικείμενου.

Για να ελεγχθεί εάν όντως οι γεωμετρίες των λωρίδων καθορίζουν ουσιαστικά το αποτέλεσμα, συγκρίθηκαν μεταξύ τους (όπου υπήρχαν) και τα 3D σημειοσύνολα που δημιουργούνται με βάση τους εσωτερικούς προσανατολισμούς από τις άλλες δύο μεθόδους. Έτσι, με αναφορά και στους Πίνακες 7.8, 7.16 και 7.38, προέκυψε ο Πίνακας 7.39. Διαπιστώνεται ότι και μεταξύ τους τα άλλα δύο σημειοσύνολα διαφέρουν πρακτικά το ίδιο.

| Πίνακας 7.39. Αποτελέσματα μετασχηματισμού ομοιότητας: σ_p (pixel) | | | | | |
|---|---------|---------|---------|---------|---------|
| | ΣΜ - ΒΑ | ΣΜ - ΡΣ | ΣΜ - ΓΚ | ΒΑ - ΡΣ | ΓΚ - ΡΣ |
| “Καπνικαρέα” | 0.90 | 0.84 | | 0.78 | |
| “Ναός” | | 0.66 | 1.13 | | 0.92 |
| “Βίλια” | | 1.69 | 1.95 | | 1.60 |

Τα παραπάνω επιχειρήσαν να δώσουν κάποιες εξηγήσεις για τα αποτελέσματα των εφαρμογών. Ωστόσο πρέπει, παράλληλα, να επισημανθεί και η παρατήρηση του Maas (1999) ότι η συνόρθωση δέσμης επίγειων λήψεων με αυτοβαθμονόμηση συχνά αποφέρει σύνθετους συνδυασμούς συσχετίσεων, οι οποίοι δεν μπορούν εύκολα να αξιολογηθούν και να αποκαλυφθούν.

Συμπεράσματα

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν η μελέτη μιας πλήρως αυτοματοποιημένης διαδικασίας φωτοτριγωνισμού επίγειων λήψεων με την μέθοδο της δέσμης με ταυτόχρονη αυτοβαθμονόμηση της μηχανής χωρίς καμία εξωτερική πληροφορία. Εδώ συνοψίζονται και σχολιάζονται οι μέθοδοι και τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας, ενώ ακόμα κατατίθενται ορισμένες ιδέες και προτάσεις για περαιτέρω μελλοντική έρευνα.

8.1 Σχόλια και παρατηρήσεις

Η ταχύτατη ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών, η εμφάνιση εξελιγμένων ψηφιακών τεχνικών και η διάδοση κοινών ψηφιακών φωτογραφικών μηχανών καθιστούν ευκολότερη και συνηθέστερη την ενασχόληση της Φωτογραμμετρίας με επίγειες εφαρμογές, με συνέπεια την ανάγκη για διαχείριση εικόνων μεγάλης ποικιλίας. Η αποτελεσματικότερη μέθοδος διαχείρισης και αντιμετώπισης της γεωμετρίας που προκύπτει από μπλοκ εικόνων θεωρείται η μέθοδος της δέσμης, η οποία αποτελεί την πιο γενική μέθοδο πολυεικονικής συνόρθωσης. Τα βήματα του συγκεκριμένου αλγορίθμου που αναπτύχθηκε εδώ ήταν τα εξής.

Αρχικά, λοιπόν, πραγματοποιείται διαδικασία ψηφιακής συνταύτισης, που επικεντρώθηκε στον εντοπισμό χαρακτηριστικών σημείων σε όλα τα διαδοχικά ζεύγη εικόνων και αντιστοίχισή τους μέσω του τελεστή SIFT, με προϊόν αρχικές ομολογίες σημείων σε ζεύγη εικόνων, ακόμα και μεταξύ λήψεων με έντονες στροφές, προοπτικές παραμορφώσεις, διαφορές κλίμακας και φωτεινότητας. Στην συνέχεια υπολογίζεται ο επιπολικός πίνακας \mathbf{F} των ζευγών με αξιοποίηση του αλγορίθμου RANSAC, με αποτέλεσμα ομολογίες σημείων ανά ζεύγη απαλλαγμένες από χονδροειδή σφάλματα. Παρατηρήθηκε ότι στην περίπτωση εικόνων σχεδόν επίπεδων αντικειμένων οι ομολογίες που προκύπτουν από τον αλγόριθμο RANSAC με χρήση του πίνακα \mathbf{F} είναι προβληματικές. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η γεωμετρία εικόνων επίπεδων αντικειμένων περιγράφεται από τον πίνακα \mathbf{H} μιας ομογραφίας (homography) και όχι από τον \mathbf{F} . Όταν επομένως το αντικείμενο είναι επίπεδο πρέπει να χρησιμοποιείται ο συνδυασμός της ομογραφίας με τον RANSAC (όπως πχ. έκαναν οι Adam et al., 2013).

Επίσης, για κάθε ζεύγος με άγνωστο εσωτερικό προσανατολισμό είναι δυνατός ο προσεγγι-

στικός υπολογισμός της κοινής σταθεράς c της μηχανής από τους γραμμικούς αλγορίθμους των Newsam et al. (1996), Bougnoux (1998) ή Sturm (2001), με την υπόθεση ότι το πρωτεύον σημείο βρίσκεται στο κέντρο της εικόνας. Παράλληλα, το πολυώνυμο της ακτινικής διαστροφής του φακού παραμένει άγνωστο (εάν αυτό χρειάζεται, η ακτινική διαστροφή θα μπορούσε να έχει εκτιμηθεί εκ των προτέρων, πχ. από λήψεις ευθειογενών αντικειμένων). Εν συνεχεία, με χρήση γραμμικών αλγορίθμων βάσει του δεσμευμένου επιπολικού πίνακα E (αλγόριθμος RLT) μπορούν να εκτιμηθούν οι 5 παράμετροι του σχετικού προσανατολισμού. Εισαγωγή των αποτελεσμάτων από τους προαναφερθέντες αλγορίθμους ως αρχικών τιμών σε αυστηρούς μη γραμμικούς αλγορίθμους (συνθήκη συνεπιπεδότητας, συνόρθωση δέσμης σε ζεύγος) προφανώς βελτιώνει την ορθότητα και ακρίβεια τους. Συνεπώς, είναι εφικτό να προσεγγίζει κανείς αυτόματα την σταθερά c της μηχανής και τις παραμέτρους του σχετικού προσανατολισμού στερεοζεύγους με ικανοποιητική ακρίβεια, θεωρώντας κατ' αρχάς άγνωστα τα υπόλοιπα στοιχεία που περιγράφουν την γεωμετρία της μηχανής, παρακάμπτοντας έτσι την ενδιάμεση διαδικασία της βαθμονόμησης.

Η εν συνεχεία δυνατότητα συνόρθωσης πολλών εικόνων με την μέθοδο της δέσμης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την γεωμετρία τους. Το αντικείμενο πρέπει να καλύπτεται από πολλές κατά το δυνατόν εικόνες, οι οποίες να συνδέονται πολλαπλά μεταξύ τους, με ισχυρές αλληλοτομίες υπό κατάλληλες γωνίες. Αυτό ενισχύεται σε μεγάλο βαθμό και από την κατανομή των ομόλογων σημείων στην εικόνα. Σημεία ομοιόμορφα κατανεμημένα, που καλύπτουν το μεγαλύτερο τμήμα κάθε εικόνας και εμφανίζονται σε όσο το δυνατόν περισσότερες εικόνες, ισχυροποιούν την εσωτερική γεωμετρία του μοντέλου, άρα και της επίλυσης.

Ειδικά στις επίγειες εφαρμογές, όπου υπάρχουν έντονες μεταβολές κλίμακας και μεγάλες στροφές, η γεωμετρία των εικόνων παίζει αποφασιστικό ρόλο στο να συγκλίνει γρήγορα και αποτελεσματικά η συνόρθωση. Όπως προαναφέρθηκε, καθοριστικό στοιχείο για την συνόρθωση πολλών εικόνων με την μέθοδο της δέσμης είναι οι αλληλοτομίες των ομόλογων ακτίνων. Συγκεκριμένα, σε όσο περισσότερες εικόνες φαίνεται ένα σημείο τόσο ισχυρότερες αλληλοτομίες δίνει. Στην παρούσα διπλωματική εργασία η αναζήτηση και αντιστοίχιση σημείων περιορίστηκε μεταξύ διαδοχικών ζευγών. Η συνέπεια είναι ότι σημεία ενδιαφέροντος που εντοπίζονται σε εικόνες μη διαδοχικές (πχ. λόγω απόκρυψης σε κάποια ενδιάμεση εικόνα ή απλώς επειδή δεν εντοπίστηκαν από τον SIFT στο ενδιάμεσο μοντέλο) να μην είναι δυνατόν να εντοπιστούν ως ομόλογα. Για παράδειγμα, για να υπάρξει ομολογία μεταξύ σημείων των εικόνων 1 και 3 θα πρέπει αυτά να έχουν εντοπιστεί τόσο στο μοντέλο 1-2 όσο και στο μοντέλο 2-3. Χάνονται με αυτόν τον τρόπο σωστές ομολογίες σημείων που θα ήταν δυνατόν να χρησιμοποιηθούν για την βελτίωση της λύσης. Έτσι, παρά το γεγονός ότι στις περισσότερες εφαρμογές οι εικόνες είχαν σημαντικές επικαλύψεις, το μέσο πλήθος ακτίνων ανά σημείο μοντέλου ήταν μικρό (2.1 – 2.5).

Για να επιλυθεί η συνόρθωση δέσμης σε μπλοκ N εικόνων χωρίς φωτοσταθερά, τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού της αριστερής εικόνας θεωρήθηκαν μηδενικά και αποδόθηκε συμβατικά τιμή ίση με 1 στην συντεταγμένη X_{o2} του σημείου λήψης της δεύτερης εικόνας (δεξιάς εικόνας του πρώτου μοντέλου), δηλαδή στην κατά x συνιστώσα της βάσης που επιδρά μόνο στο μέγεθος του μπλοκ, ενώ οι υπόλοιπες 5 παράμετροι ($Y_{o2}, Z_{o2}, \omega_2, \varphi_2, \kappa_2$) θεωρούνται άγνωστες. Θα ήταν ίσως προτιμότερο να ορίσει κανείς την κλίμακα όχι σε σχέση με την δεύτερη αλλά με την τελευταία, πιο απομακρυσμένη εικόνα (N) της λωρίδας,

δηλαδή να θέσει $X_{ON} = 1$. Με τον τρόπο αυτό αναμένεται πως θα δεσμεύεται καλύτερα ο προσδιορισμός των υπόλοιπων σημείων λήψης.

Τέλος, έχει παρατηρηθεί ότι κατά την συνόρθωση δέσμης με ταυτόχρονη αυτοβαθμονόμηση χωρίς την χρήση φωτοσταθερών εμφανίζονται γενικά ισχυρές συσχετίσεις μεταξύ των τιμών των παραμέτρων που, όπως προαναφέρθηκε, είναι κατά περίπτωση αρκετά σύνθετες και δύσκολες να αναλυθούν (Maas, 1999). Η εμπειρία της εργασίας δείχνει ότι, λόγω αυτού, ακόμα και λύσεις με εκ πρώτης όψεως αρκετά διαφορετικά αποτελέσματα βαθμονόμησης μπορούν στην ουσία να δημιουργούν πρακτικά ταυτόσημες 3D ανακατασκευές του χώρου. Μάλιστα οι Luhmann et al. (2014) αναφέρουν ότι εάν στόχος της συνόρθωσης με αυτοβαθμονόμηση είναι η 3D ανακατασκευή, οι συσχετίσεις μπορούν να αγνοούνται. Προφανώς, όμως, αυτό δεν σημαίνει ότι μπορεί κανείς να μεταφέρει αποτελέσματα από μία γεωμετρία εικόνων σε άλλη εντελώς διαφορετική. Για να είναι μια αυτοβαθμονόμηση πλήρης βαθμονόμηση γενικής χρήσεως χρειάζεται ειδικός σχεδιασμός των λήψεων.

Συμπερασματικά, λαμβάνοντας υπόψη και τις προηγηθείσες παρατηρήσεις, θα έλεγε κανείς ότι ο αλγόριθμος που υλοποιήθηκε στην παρούσα διπλωματική εργασία λειτούργησε πολύ ικανοποιητικά. Υπάρχουν όμως και σημαντικές αλλαγές, προσαρμογές και επεκτάσεις του που μπορούν να γίνουν και αναμένεται ότι θα βελτίωναν αποφασιστικά την απόδοση και της ακρίβειά του.

8.2 Δυνατότητες επέκτασης του αλγορίθμου

Ολοκληρώνοντας λοιπόν την διπλωματική αυτή εργασία, μπορεί να αναφερθεί κανείς εδώ σε ορισμένες ιδέες και ανοιχτά ζητήματα για περαιτέρω ενασχόληση, πχ. σε μελλοντικές διπλωματικές εργασίες.

Αρχικά, στην αντιμετώπιση της συνόρθωσης δέσμης με ταυτόχρονη αυτοβαθμονόμηση έγινε εξαρχής, για λόγους απλότητας του αλγορίθμου, η βασική παραδοχή ότι οι εικόνες βρίσκονται εν σειρά με γνωστή διαδοχή, δηλαδή η μετάθεση των εικόνων έχει γίνει χονδρικά κατά τον άξονα x . Στην γενική περίπτωση ενός μπλοκ εικόνων τυχαίας γεωμετρίας θα έπρεπε βέβαια να βρίσκεται αυτόματα ποιες εικόνες έχουν επικάλυψη με ποιες όσο και σε ποια διεύθυνση της εικόνας είναι κυρίως η επικάλυψη (πράγμα που έχει σημασία για την επίλυση του RLT). Αυτό μπορεί να γίνει με την αναζήτηση ομοιοτήτων SIFT και προσδιορισμό όλων των δυνατών επιπολικών πινάκων F για όλες τις εικόνες ανά δύο (όπως πχ. γίνεται στον αλγόριθμο των Γραμματικόπουλου-Καλησπεράκη). Αλλά ακόμα και στην περίπτωση της λωρίδας εικόνων κάτι τέτοιο θα αύξανε, όπως προαναφέρθηκε, την περίσσεια ακτίνων στις αλληλοτομίες.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει, επίσης, η εισαγωγή κριτηρίων για την κατανομή των σημείων ενδιαφέροντος (όπως επίσης συμβαίνει στον αλγόριθμο των Γραμματικόπουλου-Καλησπεράκη). Αναλόγως με το αντικείμενο και τα χαρακτηριστικά των εικόνων, ο σημειακός τελεστής ανίχνευσης SIFT ενδέχεται να εντοπίζει σημεία που είναι συγκεντρωμένα σε υποπεριοχές της εικόνας και όχι διάσπαρτα σε ολόκληρη την έκτασή της. Απόρροια αυτού είναι αλληλοτομίες ομόλογων ακτίνων που είναι “ομαδοποιημένες”, άρα προβληματική συνόρθωση δέσμης. Για να αποφευχθεί αυτό μπορούν να εφαρμοστούν κάποια κριτήρια, πχ. η εικόνα να

“αποδεκατίζεται” σε υποπεριοχές στις οποίες εντοπίζονται συσώρευση σημείων. Αυτό θα μπορούσε να γίνει πχ. με χωρισμό των εικόνων σε πυκνό κανάβο και επιλογή συγκεκριμένου αριθμού σημείων σε κάθε κελί του.

Τα ομόλογα σημεία που χρησιμοποιήθηκαν στις συνορθώσεις προήλθαν από τους αλγόριθμους SIFT και F/RANSAC. Τα όρια της ακρίβειας που επιτρέπει ο SIFT φαίνεται ότι είναι, γενικά, δεδομένα. Μια ενδιαφέρουσα προοπτική για περαιτέρω ερευνητική ενασχόληση είναι η επίλυση συνορθώσεων με ομολογίες που θα είχαν προκύψει από εφαρμογή σημειακών τελεστών (πχ. Moravec, Förstner και κυρίως Harris) που θεωρούνται ακριβέστεροι. Ωστόσο οι τελεστές αυτοί αποδίδουν σημεία και όχι απευθείας ομολογίες σημείων. Η αυτόματη αποκατάσταση ομολογιών να μπορούσε να γίνει μετά από μια πρώτη επίλυση με SIFT και εκμετάλλευσή της στην εν συνεχεία αντιστοίχιση σημείων από άλλους τελεστές.

Μια άλλη παραδοχή που έγινε κατά την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής είναι ότι όλες οι λήψεις προέρχονται από την ίδια μηχανή (δηλαδή κυρίως με το ίδιο c), κάτι που στην ουσία αντιπροσωπεύει την μεγάλη πλειονότητα των εφαρμογών. Αντί για αυτό, για να αντιμετωπιστούν και λήψεις όπου ο φακός αλλάζει εστίαση (πχ. zoom) θα μπορούσε να θεωρηθεί διαφορετικό c για κάθε λήψη και να επιλυθεί η ενιαία συνόρθωση δέσμης για όλες τις εικόνες, κάτι που είναι εφικτό (Pollefeys et al., 1999). Κατόπιν θα μπορούσε να γίνει σύγκριση μεταξύ των τιμών του c και να αναγνωριστεί αν τελικά πρόκειται για κοινή μηχανή ή όχι είτε και να ομαδοποιηθούν οι εικόνες με κοινά c .

Επιπλέον, το μαθηματικό μοντέλο της συγγραμμικότητας που χρησιμοποιείται ως εξίσωση παρατήρησης για την συνόρθωση δέσμης μπορεί βέβαια να συμπληρωθεί με περισσότερες παραμέτρους, πχ. c_x , c_y , μη ορθογωνικότητα αξόνων sk , έκκεντρα διαστροφή p_1 , p_2 , ώστε να περιγράφει πιο ρεαλιστικά την πραγματικότητα της λήψης.

Τέλος, μια ενδιαφέρουσα προοπτική είναι η εισαγωγή στατιστικών ελέγχων ώστε να βελτιώνεται η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων. Παράδειγμα τέτοιου ελέγχου είναι οι τεχνικές εντοπισμού χονδροειδών σφαλμάτων με “σάρωση δεδομένων” (data snooping) κατά Baarda. Ενώ εδώ απορρίπτεται απευθείας η παρατήρηση με το μεγαλύτερο εναπομένον σφάλμα n από όσα είναι $n > 2.67 \times \sigma_0$, η χρήση του αριθμού πλεονασμού r (redundancy number), που υποδηλώνει την συνεισφορά της συγκεκριμένης παρατήρησης στον βαθμό ελευθερίας του δικτύου, επιτρέπει να εισάγεται το κριτήριο του κατά πόσον μια παρατήρηση δεν πλεονάζει, δηλαδή συνεισφέρει σημαντικά στην επίλυση, ή αντίθετα δεν συνεισφέρει στην βελτίωση της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων και μπορεί να αφαιρεθεί. Κάτι τέτοιο θα είχε όμως περισσότερο νόημα μάλλον για μπλοκ εικόνων πολύ μεγαλύτερα από εκείνα της παρούσας εργασίας.

Τέλος, είναι ο προφανές ότι ο υλοποιημένος αλγόριθμος επιδέχεται πολλές βελτιώσεις όσον αφορά τον καθαυτό κώδικα, την διαχείριση της μνήμης κ.λπ.

Βιβλιογραφικές αναφορές

Αδάμ Α., 2011. *Γεωμετρία του Στερεοζεύγους από Βαθμονομημένες και από Μη Βαθμονομημένες Μηχανές*. Διπλωματική Εργασία, ΤΑΤΜ ΕΜΠ.

Adam K., Kalisperakis I., Grammatikopoulos L., Karras G., Petsa E., 2013. Automatic camera calibration for cultural heritage applications using unstructured planar objects. *Proc. XXIV International CIPA Symposium*, 2-6 September, Strasbourg, pp. 1-6.

Barandiaran I., Goenetxea J., Congote J., Graña M., Ruiz O., 2012. Evaluation of interest point detectors for image information extraction. In: *Advances in Knowledge-Based and Intelligent Information and Engineering Systems*, Frontiers in Artificial Intelligence and Applications, vol. 243, pp. 2170-2179, IOS Press.

Bay H., Tuytelaars T., van Goo, L., 2006. SURF: Speeded up robust features. *European Conference on Computer Vision*, pp. 404-417.

Bougnoux S., 1998. From projective to Euclidean space under any practical situation, a criticism of self-calibration. *International Conference of Computer Vision*, pp. 790-796.

Fischler M., Bolles R., 1981. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the Association for Computing Machinery*, 24(6), pp. 381-395.

Gil A., Mozos O.M., Ballesta M., Reinoso O., 2010. A comparative evaluation of interest point detectors and local descriptors for visual SLAM. *Machine Vision and Applications*, 21, pp. 905-920.

Hansen P., Corke P., Boles W., 2010. Wide-angle visual feature matching for outdoor localization. *International Journal of Robotics Research*, 29(2-3), pp. 267-297.

Heipke C., 1999. Automatic aerial triangulation: results of the OEEPE-ISPRS test and current developments. *Photogrammetric Week '99*, Wichmann Verlag, Heidelberg, pp. 177-191.

Καλησπεράκης Η., Τζάκος Α., 2001. *Πολυεικονική Συνόρθωση με Αυτοβαθμονόμηση: Σύνταξη Προγράμματος, Έλεγχοι, Εφαρμογές*. Διπλωματική Εργασία, ΤΑΤΜ ΕΜΠ.

Καλησπεράκης Η., 2010. *Η Επιπολική Γεωμετρία στον Προβολικό και τον Ευκλείδειο Χώρο*. Διδακτορική Διατριβή, ΣΑΤΜ ΕΜΠ.

Kenefick J., Gyer M., Harp B., 1972. Analytical self-calibration. *Photogrammetric Engineering*, 38(11), pp. 1117-1126.

Kersten T., 1999. Results of digital aerial triangulation using different software packages. *OEEPE Workshop on Automation in Digital Photogrammetric Production*, Paris, June 21-24.

Kraus, K., 2003. *Φωτογραμμετρία*. Τόμος 1, Εκδόσεις ΤΕΕ.

Krzystek P., Heuchel T., Hirt U., Petran F., 1996. An integral approach to automatic aerial triangulation and automatic DEM generation. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, vol. XXXI(B3), pp. 405-414.

Longuet-Higgins, H.C., 1981. A computer algorithm for reconstructing a scene from two projections. *Nature*, 293, pp. 133-135.

Lowe D., 2004. Distinctive image features from scale invariant keypoints. *International Journal of Computer Vision*, 2(60), pp. 91-110.

Luhmann T., Robson S., Kyle S., Boehm J., 2014. *Close-Range Photogrammetry and 3D Imaging*. Walter de Gruyter, Berlin.

Maas H.-G., 1999. Image sequence based automatic multi-camera system calibration techniques. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 54, pp. 352-359.

Mikolajczyk K., Schmid C., 2004. Scale and affine invariant interest point detectors. *International Journal of Computer Vision*, 60(1), pp. 63-86.

Morel J.-M., Yu G., 2009. ASIFT: a new framework for fully affine invariant image comparison, *SIAM Journal of Imaging Sciences*, 2(2), pp. 438-469.

Μπουτσικάκης Δ., 2003. *Προγραμματισμός και Έλεγχος Γραμμικού Αλγορίθμου Σχετικού Προσανατολισμού με Εφαρμογή του στην Αυτόματη Εύρεση Προσεγγιστικών Τιμών σε Πολυεικονικές Συνορθώσεις*. Διπλωματική Εργασία, ΣΑΤΜ ΕΜΠ

Newsam G.N., Huynh D.Q., Brooks M.J. Pan H.P., 1996. Recovering unknown focal lengths in self-calibration: an essentially linear algorithm and degenerate configurations. *International Archives of Photogrammetry & Remote Sensing*, 31(3), pp. 575-580

Ντούσκος Β., 2006. *Αυτόματη Βαθμονόμηση Ψηφιακών Μηχανών από Εικόνες Επίπεδου Καννάβου: Σύνταξη Προγράμματος και Εφαρμογές*. Διπλωματική Εργασία, ΣΑΤΜ ΕΜΠ.

Πέτσα Ε., 2000. *Θεμελιώδεις Έννοιες και Θεμελιώδη Προβλήματα της Φωτογραμμετρίας*. Σπουδαστικές σημειώσεις, Τμήμα Τοπογραφίας ΤΕΙ Αθήνας.

Pollefeys M., Koch R., van Gool L., 1999. Self-calibration and metric reconstruction in spite of varying and unknown internal camera parameters. *International Journal of Computer Vision*, 32(1), pp. 7-25.

Remondino F., 2006. Detectors and descriptors for photogrammetric applications. *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and the Spatial Sciences*, vol. XXXVI(B3).

Remondino F., Fraser C., 2006. Digital camera calibration methods: considerations and comparisons. *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and the Spatial Sciences*, 36(5), pp. 266-272.

Rodehorst V., Koschan A., 2006. Comparison and evaluation of feature point detectors. *Proc. 5th International Symposium Turkish-German Joint Geodetic Days*, Berlin.

Ruiz A., López-de-Teruel P.E., García-Mateos G., 2002. A note on principal point estimability. *Proc. 16th International Conference Pattern Recognition (ICPR '02)*, 11-15 August, Quebec, vol. 2, pp. 304- 307.

Stefanovic P., 1973. Relative orientation – a new approach. *ITC Journal*, 3/1973, pp. 417-448.

Sturm P., 2001. On focal length calibration from two views. *International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 145-150.

Sturm P., Cheng Z.L., Chen P.C.Y., Poo A.N., 2005. Focal length calibration from two views: method and analysis of singular cases. *Computer Vision and Image Understanding*, 99(1), pp. 58-95.

Tang, L., Braun, J., Debitsch, R., 1997. Automatic aerotriangulation - concept, realization and results. *ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, 52, pp. 122-131.

Thompson E.H., 1959. A rational algebraic formulation of the problem of relative orientation. *The Photogrammetric Record*, 3(14), pp. 152-159.

<http://www.gcs-abc.com/bingof.htm>

<http://www.agisoft.com/>

<http://ccwu.me/vsfm/>

<https://pix4d.com/>

<http://www.acute3d.com/>