

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΔΠΜΣ

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

«ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΔΙΕΙΣΔΥΣΗΣ ΚΑΥΣΙΜΟΥ ΣΕ  
ΘΑΛΑΜΟ ΚΑΥΣΗΣ ΜΕ ΜΕΘΟΔΟΥΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ  
ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ»

ΣΑΛΩΝΙΔΟΥ ΣΥΛΒΙΑ

Επιβλέπων: Α.Γ. ΜΠΟΥΝΤΟΥΒΗΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ

Υπ' όψιν: Ν.Χ. ΜΑΡΚΑΤΟΥ, ΟΜΟΤΙΜΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΗ ΕΜΠ

ΑΘΗΝΑ 2014

## ***Ευχαριστίες***

*Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερος τον Ομότιμο Καθηγητή ΕΜΠ κ. Ν.Χ. Μαρκάτο για τη δυνατότητα που μου έδωσε να ασχοληθώ με το παρόν θέμα καθώς και για την πολύτιμη καθοδήγηση του. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω πολύ τον Καθηγητή ΕΜΠ κ. Α.Γ. Μπουντουβή που ανέλαβε ως επιβλέπων της εργασίας.*

*Επιπροσθέτως θα ήθελα να ευχαριστήσω την Υποψήφια Διδάκτορα Καραδήμου Δέσποινα για τη βοήθεια της στις δυσκολίες που προέκυψαν κατά τη διάρκεια της εργασίας.*

## **ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ**

ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	4
ABSTRACT.....	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	7
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΦΥΣΙΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ .....	10
2.1 Περιγραφή του Φυσικού Προβλήματος .....	10
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ .....	12
3.1 Μεταβλητές.....	12
3.2 Εξισώσεις .....	12
3.3 Μοντέλα τύρβης .....	14
3.3.1 Μοντέλα τύρβης δύο εξισώσεων .....	15
3.3.1.1 Η υπόθεση του τυρβώδους ιζώδους .....	15
3.3.1.2 Το μοντέλο k-ε.....	17
3.4 Αρχικές και Οριακές Συνθήκες.....	19
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ .....	21
4.1 Γενικά .....	21
4.2 Μέθοδος Πεπερασμένων Όγκων Ελέγχου .....	21
4.2.1 Δημιουργία Πλέγματος-Όγκος Ελέγχου.....	22
4.2.2 Διακριτοποίηση .....	23
4.2.3 Επίλυση αλγεβρικών εξισώσεων .....	29
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΕΛΕΤΗΣ ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑΣ.....	32
5.1 Γενικά .....	32
5.2 Ανεξαρτησία λύσης από το χρονικό βήμα .....	32
5.3 Ανεξαρτησία λύσης ως προς τη χωρική διακριτοποίηση .....	39
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ.....	42
6.1 Γενικά .....	42
6.2 Αποτελέσματα πρώτης περίπτωσης .....	42
6.3 Αποτελέσματα δεύτερης περίπτωσης .....	45
6.4 Αποτελέσματα τρίτης περίπτωσης .....	48
6.5 Αποτελέσματα τέταρτης περίπτωσης .....	51
6.6 Σύγκριση των διαφορετικών περιπτώσεων .....	53
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ .....	56
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: Βιβλιογραφία.....	58

## **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Αντικείμενο της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας είναι η αριθμητική πρόβλεψη της διεύθυνσης αερίου καυσίμου σε θάλαμο καύσης συναρτήσει του χρόνου. Οι συνθήκες που επικρατούν στο χωρίο επίλυσης προσομοιάζουν με αυτές σε έναν κινητήρα diesel λίγο πριν την ανάφλεξη. Αρχικά στο θάλαμο καύσης υπάρχει μόνο αέρας υπό πίεση που είναι αρκετά θερμός ώστε να μπορεί να προκληθεί ανάφλεξη με την είσοδο του καυσίμου. Το αέριο καύσιμο εισέρχεται στο θάλαμο δια μέσου ενός ακροφυσίου.

Η ανάμιξη του καυσίμου με τον αέρα αποτελεί τον πιο σημαντικό παράγοντα σχετιζόμενο με την καύση και τις εκπομπές καυσαερίων σε έναν κινητήρα τύπου diesel. Για το λόγο αυτό βασικός σκοπός της παρούσας μελέτης είναι η εύρεση της κατανομής της συγκέντρωσης στο πεδίο ροής για διάφορες χρονικές στιγμές και για συνολικό χρόνο 10ms, ούτως ώστε να υπάρξει μία εκτίμηση της ανάμειξης του καυσίμου με τον αέρα. Ο χρόνος αυτός επιλέγεται να είναι μικρότερος του χρόνου που απαιτείται για την ανάφλεξη του καυσίμου.

Το υπολογιστικό χωρίο είναι δισδιάστατο και γίνεται χρήση κυλινδρικών συντεταγμένων. Το συνολικό μήκος του κατά την αξονική διεύθυνση είναι 200mm και κατά την ακτινική 50mm.

Η αριθμητική προσομοίωση είναι ένας πιο αποτελεσματικός τρόπος περιγραφής του φαινομένου αυτού σε σχέση με τον πειραματικό. Μεγάλος αριθμός παραμέτρων μπορεί με ιδιαίτερη ευκολία να μεταβληθεί και να βρεθεί η επίδραση τους. Για τον παραπάνω λόγο μελετάται επιπλέον η επίδραση παραμέτρων, όπως η πυκνότητα και το μήκος της διαμέτρου του στομίου στο ακροφύσιο, στην εισχώρηση στο θάλαμο καύσης.

Οι υπολογισμοί διεξάγονται για τέσσερα διαφορετικά σενάρια. Χρησιμοποιούνται δύο διαφορετικά αέρια καύσιμα, το μεθάνιο και το προπάνιο, καθώς και δύο διαφορετικές διαμέτροι οπής του ακροφυσίου.

Το προτεινόμενο μαθηματικό μοντέλο προσομοίωσης βασίζεται στις μερικές διαφορικές εξισώσεις που διέπουν τη μη μόνιμη, τυρβώδη, αξονοσυμμετρική ροή. Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση της τύρβης στο πεδίο ροής είναι το standard  $k\sim\epsilon$ .

Η αριθμητική μέθοδος που χρησιμοποιείται είναι η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων ελέγχου. Για την προσομοίωση χρησιμοποιείται το εμπορικό πακέτο PHOENICS, έκδοση 3.6.1, της εταιρείας CHAM Ltd. Για τη μοντελοποίηση της ροής εφαρμόζεται δομημένο αλλά ανομοιόμορφο πλέγμα, το οποίο είναι πυκνότερο στις υποπεριοχές πλησίον της αρχής των αξόνων όπου έχει τοποθετηθεί και η είσοδος του καυσίμου. Επειδή το προς επίλυση πρόβλημα είναι χρονικά μεταβαλλόμενο, με σκοπό την επιβεβαίωση της ακρίβειας της λύσης, διεξήχθησαν μελέτες ανεξαρτησίας της λύσης από τη χρονική και από τη χωρική διακριτοποίηση.

Τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι ο βαθμός εισχώρησης του αερίου καυσίμου στο θάλαμο εξαρτάται από την πυκνότητα του αερίου, τη διάμετρο της οπής του ακροφυσίου και φυσικά το χρόνο, εάν η ταχύτητα εξόδου από το ακροφύσιο παραμείνει σταθερή.

## ***ABSTRACT***

The aim of this postgraduate thesis is the numerical prediction of gaseous fuel penetration in a combustion chamber as function of time. The conditions in the domain are similar to those in a diesel engine cylinder before combustion. Initially the chamber is full of air under pressure. The air is hot enough to cause ignition if fuel enters the domain. The gas is sprayed into the chamber through an injector nozzle.

The gaseous fuel spray mixing with air is the most important aspect relating to combustion and exhaust emissions in diesel engine cylinder. This is why the main objective of the present study is the calculation of the concentration distribution in the flow field at various times, until 10ms, in order to evaluate the mixing between air and fuel. This time length is chosen to be less than the delay time for ignition.

The computational domain is two-dimensional and the cylindrical coordinate system was employed. The total length in the axial direction is 200mm and 50mm in the radial direction.

The numerical simulation is a more convenient way than the experimental one of describing this particular problem. Large number of parameters can be varied effortlessly and their effect is easy to evaluate. For the above reason this study investigates also the effect of parameters, such as density and the length of the nozzle diameter, in the penetration in the combustion chamber.

The calculations have been carried out for four different scenarios. Two different fuels, methane and propane, have been used as well as two different orifice diameters.

The proposed mathematical model is based on partial differential equations governing the unsteady, turbulent, axisymmetric flow. The turbulence model that is used in the flow simulation is the standard  $k\sim\epsilon$ .

The numerical method that is used is the finite volume method. For this purpose, a commercial CFD code PHOENICS, version 3.6.1, has been adopted. The flow is modeled using a structured but not uniform spatial grid. An expanding grid system is used in both radial and axial directions so that the mesh is finer closer to the origin of the axes, where the inlet is located. In order to confirm the accuracy of the solution, temporal and spatial discretization independence studies were conducted.

The results show that the spray penetration depends on the density of gaseous jet, nozzle orifice diameter and naturally time, if initial jet velocity is kept constant.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι πετρελαιοκινητήρες χρησιμοποιούνται ευρύτατα στη γεωργία, στις μεταφορές και στη βιομηχανία εξαιτίας της υψηλής απόδοσης, της αξιοπιστίας τους, της ικανότητας προσαρμογής τους και του χαμηλότερου κόστους. Όμως τα οχήματα κινούμενα με diesel αποτελούν έναν από τους παράγοντες ανησυχίας που υπάρχει σήμερα ως προς την μελλοντική ανεπάρκεια ενέργειας καθώς και της περιβαλλοντικής ρύπανσης. Με στόχο τη μείωση της πίεσης που υπάρχει ως προς την αυριανή διαθεσιμότητα των ενεργειακών πόρων και την ικανοποίηση αυστηρότερων κανονισμών σε σχέση με τις εκπομπές καυσαερίων γίνονται προσπάθειες χρήσης εναλλακτικών καυσίμων. [1]

Η διαθεσιμότητα του μεθανίου ή/και του φυσικού αερίου οδήγησε σε παγκόσμια εξάπλωση μηχανών εσωτερικής καύσης που λειτουργούν στη βάση χρήσης μίξης καυσίμου. Επιπλέον τα αέρια καύσιμα είναι πιο κατάλληλα για μηχανές που λειτουργούν σε υψηλότερους βαθμούς συμπίεσης από τα ρευστά και παράγουν μικρότερες ποσότητες ρυπογόνων ενώσεων στα καυσαέρια τους. [2]

Οι κινητήρες diesel είναι αποδοτικότεροι σε σχέση με τους αντίστοιχους βενζινοκινητήρες σε ποσοστό της τάξης του 30%-40%. Ανεξάρτητα δηλαδή από τον τύπο καυσίμου που χρησιμοποιείται, ο πετρελαιοκινητήρας έχει πάντοτε μεγαλύτερη απόδοση. Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα της χρήσης του μεθανίου ως καύσιμο σε έναν βενζινοκινητήρα (με τις κατάλληλες τροποποιήσεις) και σε έναν πετρελαιοκινητήρα. Με τον πρώτο είναι δυνατόν να επιτευχθεί μια αυτονομία της τάξης των 150-200km ανά δεξαμενή καυσίμου ενώ στη δεύτερη περίπτωση η αυτονομία του οχήματος είναι διπλάσια. Σήμερα γίνονται προσπάθειες χρήσης μίξης μεθανίου με diesel. Στηρίζεται στη μετατροπή ενός συμβατικού πετρελαιοκινητήρα ούτως ώστε να επιτρέπεται η λειτουργία του με φυσικό αέριο. Ποσότητα diesel εισάγεται κατευθείαν στο θάλαμο καύσης με σκοπό να αναφλέξει το μείγμα του φυσικού αερίου με τον αέρα. [3]

Το προπάνιο έχει μακρά ιστορία στη χρήση του ως οικιακό, βιομηχανικό και εμπορικό καύσιμο. Επιπλέον ολοένα και αυξάνεται η χρήση του σε οχήματα. Είναι το τρίτο πιο διαδεδομένο καύσιμο σε οχήματα μετά τη βενζίνη και το diesel. Πλεονέκτημα του προπανίου είναι ότι είναι ένα καύσιμο αξιοσημείωτα «καθαρότερο», τόσο στο χειρισμό του όσο και στην καύση του, και έχει ως αποτέλεσμα τη μικρότερη φθορά του κινητήρα, επεκτείνοντας έτσι τα διαστήματα αλλαγής λιπαντικού. Το προπάνιο είναι το πιο κοινό εναλλακτικό καύσιμο που χρησιμοποιείται στις μέρες μας. [4]

Η παρούσα μελέτη εστιάζει στην πρόβλεψη του μήκους διείσδυσης του καυσίμου σε θάλαμο καύσης. Το μέγεθος αυτό ορίζεται ως η μέγιστη απόσταση από την έξοδο

του ακροφυσίου στην οποία φτάνει το καύσιμο. Ο βέλτιστος σχεδιασμός για την επίτευξη του κατάλληλου μήκους διεύδυσης είναι πολύ σημαντικός. Εάν αυτό το μήκος είναι μεγαλύτερο μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα την πρόσκρουση του καυσίμου στα τοιχώματα του θαλάμου καύσης, ενώ, εάν είναι ανεπαρκές, μπορεί να οδηγήσει σε μη ικανοποιητική ανάμειξη του καυσίμου με τον αέρα που με τη σειρά του έχει ως αποτέλεσμα τη μειωμένη απόδοση της καύσης. [5] Οι περισσότερες μελέτες που έχουν γίνει γύρω από αυτό σε μηχανές εσωτερικής καύσης αφορούν υγρά καύσιμα. Ειδικά για πετρελαιοκινητήρες η πλειοψηφία τους, όπως είναι φυσικό, έχει ως αντικείμενο τη διεύδυση υγρού καυσίμου και κυρίως diesel.

Οι Hiroyasu et al. [6] και οι Desantes et al. [7] έδειξαν ότι το σχετικό μέγεθος δύο αντίθετων δυνάμεων, της κινητικής ενέργειας του υγρού που ψεκάζεται αρχικά και της αεροδυναμικής αντίστασης του αερίου που το περιβάλλει, επηρεάζει το μήκος διεύδυσης.

Οι Aghaie et al. [8] μελέτησαν την επίδραση των θερμοδυναμικών ιδιοτήτων στην διεύδυση του καυσίμου. Χρησιμοποίησαν κανονικό δεκαεξάνιο και αρχικά δοκίμασαν διαφορετικά μοντέλα για τη διάσπαση των σταγονιδίων και για την τύρβη με στόχο να βρουν το πιο αποδεκτό μοντέλο για την προσομοίωση. Στη συνέχεια το χρησιμοποίησαν για να διερευνήσουν την επίδραση διαφορετικών πιέσεων και θερμοκρασιών στο χώρο αλλά και στην έγχυση. Έδειξαν ότι για μεγαλύτερες πιέσεις έγχυσης έχουμε μεγαλύτερο μήκος διεύδυσης εξαιτίας της αύξησης της αρχικής ορμής ενώ αντίθετο αποτέλεσμα προκαλείται όταν η πίεση στον περιβάλλοντα χώρο αυξηθεί. Η θερμοκρασία του χώρου έχει διπλό αποτέλεσμα. Αρχικά αύξηση της θερμοκρασίας, λόγω της μείωσης της πυκνότητας των σταγονιδίων, προκαλεί αύξηση της κινητικής ενέργειας και κατά συνέπεια και του μήκους διεύδυσης. Όμως για περαιτέρω αύξηση της θερμοκρασίας κυριαρχεί η εξάτμιση των σταγονιδίων κάτι που οδηγεί στη μείωση του μήκους διεύδυσης. Οι συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας που χρησιμοποίησαν, όπως επίσης και το καύσιμο, είναι διαφορετικά από αυτά της παρούσας μελέτης, οπότε τα αποτελέσματα δεν είναι συγκρίσιμα. Οι καμπύλες πάντως που προέκυψαν είναι παρόμοιας μορφής. Επιπλέον χρησιμοποιώντας χαμηλότερες συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας και για πραγματικό χρόνο ίσο με 2.5ms το μήκος διεύδυσης είναι, ανάλογα την περίπτωση, από 10mm έως 50mm μικρότερο από αυτό που προέκυψε στην παρούσα εργασία.

Οι Yadollahi B. et al. [9] μελέτησαν τη διεύδυση φυσικού αερίου σε μηχανή εσωτερικής καύσης με σπινθήρα ανάφλεξης σε περιβάλλον πίεσης 5MPa και θερμοκρασίας 850K, με διάμετρο ακροφυσίου 0.5mm. Για πραγματικό χρόνο 1ms βρήκαν μήκος διεύδυσης ίσο με 45mm. Παρόμοια αποτελέσματα με αυτούς είχαν και οι Quелlette et al. [10]. Η μορφή της καμπύλης προσομοιάζει με αυτήν της παρούσας εργασίας. Οι Yadollahi B. et al. [9] μελέτησαν επιπλέον τις διαφορές στην ανάμειξη του φυσικού αερίου με τον αέρα σε σχέση με τη χρήση εγχυτήρα μονής οπής ή πολλαπλών οπών. Βρήκαν ότι όταν χρησιμοποιείται εγχυτήρας πολλαπλών οπών μπορεί να παραχθεί μικρότερο ποσοστό πλούσιου κλάσματος μάζας και ελαφρώς μεγαλύτερο ποσοστό εύφλεκτου κλάσματος μάζας.



Οι Nsunge F. C. et al. [11] ασχολήθηκαν με την πρόβλεψη της ακτινικής κατανομής της ταχύτητας, της θερμοκρασίας και της συγκέντρωσης καθώς και της διείσδυσης κατά την αξονική διεύθυνση στην περίπτωση εισαγωγής μεθανίου από διάμετρο ακροφυσίου ίση με 1mm χρησιμοποιώντας το μοντέλο k-ε για την τύρβη και τον αλγόριθμο SIMPLE. Ο αέρας στο θάλαμο καύσης βρισκόταν σε ατμοσφαιρικές συνθήκες. Οι διαστάσεις του θαλάμου ήταν 448x128(mm). Το μέγεθος του ανεξάρτητου πλέγματος που χρησιμοποίησαν ήταν 51x41 και το χρονικό βήμα 0.1ms. Σύγκριναν τα αποτελέσματα τους με αυτά των Komoda T. et al. [12] οι οποίοι μέτρησαν πειραματικά τη συγκέντρωση του μεθανίου τις διάφορες χρονικές στιγμές χρησιμοποιώντας χρωματογραφική (δειγματοληψία αερίου) μέθοδο. Μολονότι στη μελέτη τους ο αέρας βρισκόταν σε διαφορετικές συνθήκες, οι καμπύλες που προέκυψαν είναι παρόμοιες με αυτές της παρούσας μελέτης. Οι καμπύλες συγκέντρωσης του μεθανίου έχουν παρόμοια κλίση, απότομη μέχρι τα 50mm περίπου για όλες τις χρονικές στιγμές και συγκέντρωση περί τα 0.2 στο σημείο που αυτή μειώνεται. Το τελικό μήκος διείσδυσης για το χρόνο μελέτης τους ίσο με 6ms είναι γύρω στα 170mm πολύ κοντά στα 160mm που προέκυψαν από την παρούσα μελέτη για τον ίδιο χρόνο.

Ο Taskinen P. [13] μελέτησε τη διείσδυση προπανίου σε κινητήρα diesel σε παρόμοιες συνθήκες με τις παρούσες και διάμετρο ίση με 0.68mm. Τα αποτελέσματα που βρήκε παρουσιάζουν ελάχιστη απόκλιση από τα παρόντα. Το μήκος διείσδυσης που υπολόγισε για χρόνο ίσο με 7ms ήταν λίγο παραπάνω από 150mm ενώ για τον αντίστοιχο χρόνο τα αποτελέσματα που έχουμε είναι 140mm. Η καμπύλη που παριστάνει το μήκος διείσδυσης για τις διάφορες χρονικές στιγμές μέχρι τα 7ms είναι σε πλήρη αντιστοιχία με αυτήν την εργασία.

Στην παρούσα μελέτη τα σενάρια που εξετάστηκαν ήταν για δύο διαφορετικές διαμέτρους ακροφυσίου, 0.68mm και 1mm, και δύο διαφορετικά αέρια που εισάγονται σε κινητήρα τύπου diesel, μεθάνιο και προπάνιο. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν βρίσκονται σε πλήρη αντιστοιχία με αυτά του Taskinen P. [13], ο οποίος χρησιμοποίησε επίσης παρόμοιες συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας σε πετρελαιοκινητήρα, διαμέτρους 0.68mm και 1,3mm, καθώς και τα ίδια αέρια καύσιμα στη μελέτη του.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

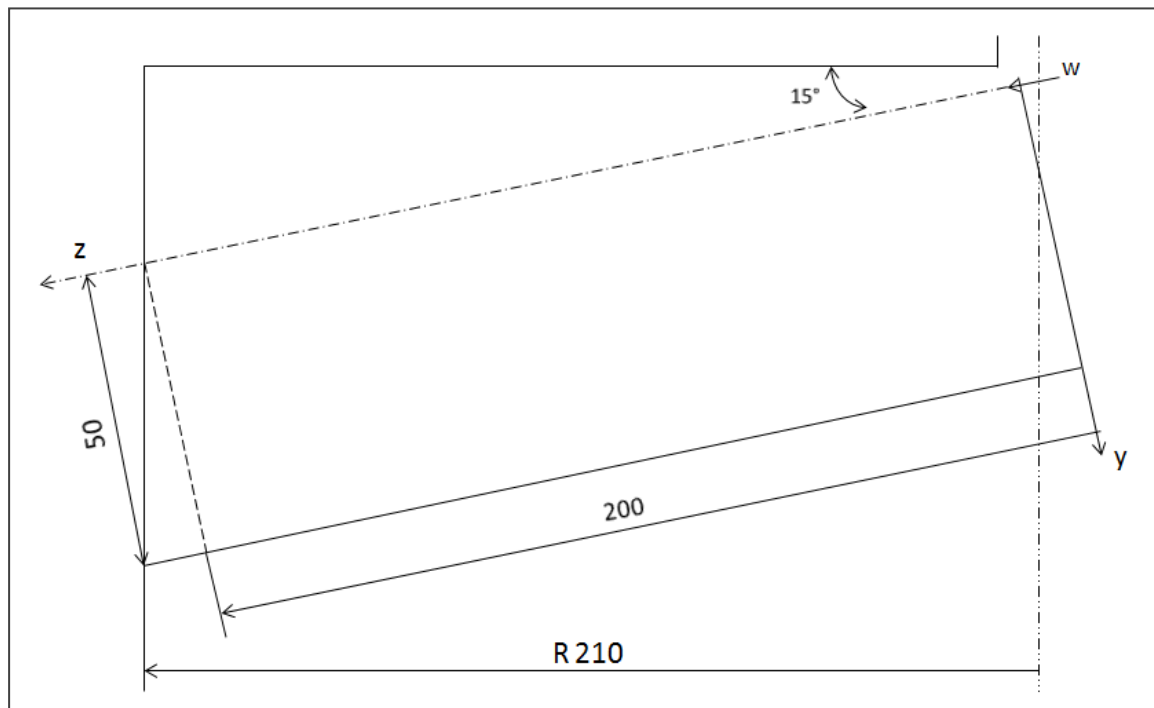
### ΦΥΣΙΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

#### 2.1 Περιγραφή του Φυσικού Προβλήματος

Το φυσικό πρόβλημα που επιλύεται αποτελείται από έναν θάλαμο καύσης στον οποίο ξεκινά να εισέρχεται αέριο καύσιμο. Αρχικά στο θάλαμο υπάρχει μόνο αέρας. Επικρατούν συνθήκες παρόμοιες με αυτές σε έναν πετρελαιοκινητήρα λίγο πριν την ανάφλεξη. Η πίεση είναι ίση με 140bar και η θερμοκρασία 1000K.

Το καύσιμο εκτοξεύεται από το στόμιο ενός ακροφυσίου υπό γωνία 15 μοιρών. Η γεωμετρία του υπολογιστικού χωρίου καθώς και η θέση του ως προς τον κύλινδρο του κινητήρα diesel παριστάνεται στο Σχήμα 2.1. Όπως φαίνεται και στο σχήμα, η είσοδος του καυσίμου έχει τοποθετηθεί στην αρχή των αξόνων. Η διάμετρος του στομίου είναι ίση με 0.68mm ή με 1mm ανάλογα με την περίπτωση που εξετάζεται ενώ το αέριο καύσιμο είναι είτε το μεθάνιο είτε το προπάνιο.

Στην παρούσα μελέτη το προφίλ της ταχύτητας στην έξοδο του ακροφυσίου θεωρήθηκε ομοιόμορφο και η ταχύτητα ίση με 315m/s. Η θερμοκρασία του εισερχόμενου αερίου είναι 330K.



Σχήμα 2.1 Σχηματική αναπαράσταση του υπολογιστικού χωρίου

Η ροή είναι τυρβώδης και αξονοσυμμετρική. Το συνολικό μήκος του υπολογιστικού χωρίου κατά την αξονική διεύθυνση είναι 200mm και κατά την ακτινική 50mm. Κατά την αξονική διεύθυνση επιλέγεται αυτό το μήκος ούτως ώστε η εισχώρηση του αερίου στη χρονική διάρκεια του φαινομένου να μη ξεπερνά τα όρια του πεδίου.

Το φαινόμενο είναι χρονικά μεταβαλλόμενο. Η συνολική του διάρκεια είναι 10ms. Ο χρόνος αυτός επιλέγεται ούτως ώστε να είναι μικρότερος του χρόνου που απαιτείται για την ανάφλεξη του καυσίμου. Η ανάφλεξη και η καύση δεν αποτελούν μέρος της παρούσας εργασίας.

Η πυκνότητα του αερίου μείγματος είναι μεταβαλλόμενη. Εξαρτάται από τη συγκέντρωση του καυσίμου και τη θερμοκρασία σε δεδομένο σημείο του χώρου. Ο αέρας προσεγγίζεται ως ιδανικό αέριο.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

#### 3.1 Μεταβλητές

Οι ανεξάρτητες μεταβλητές του προβλήματος είναι οι δύο συνιστώσες  $r$  και  $z$  του κυλινδρικού συστήματος συντεταγμένων και ο χρόνος  $t$ . Οι εξαρτημένες μεταβλητές που επιλύονται μέσω των μερικών διαφορικών εξισώσεων είναι οι δύο συνιστώσες της ταχύτητας  $v$  και  $w$  (συνιστώσες κατά τη διεύθυνση  $r$  και  $z$  αντίστοιχα), η πίεση  $P$ , η θερμοκρασία  $T$ , η συγκέντρωση  $C$  του καυσίμου, η κινητική ενέργεια της τύρβης  $k$  και ο ρυθμός απορρόφησης της τύρβης  $\epsilon$ . Η πυκνότητα  $\rho$  λαμβάνεται ως συνάρτηση της θερμοκρασίας  $T$  και της συγκέντρωσης  $C$  και επιλύεται μέσω αλγεβρικής εξίσωσης.

#### 3.2 Εξισώσεις

Οι εξισώσεις που διέπουν τη μη μόνιμη, τυρβώδη, αξονοσυμμετρική ροή, όπως αυτή του προβλήματος, είναι [14, 15]:

- **Εξίσωση συνέχειας**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) = 0 \quad (3.1)$$

- **Εξίσωση διατήρησης της ορμής για τη  $r$ -συνιστώσα της ταχύτητας,  $v$**

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w v) \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial z} \right) + S_v \end{aligned} \quad (3.2)$$

όπου ο όρος πηγής  $S_v$  στην παραπάνω εξίσωση ισούται με:

$$S_v = - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_{eff} \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{2 \mu_{eff} v}{r^2} \quad (3.3)$$

- Εξίσωση διατήρησης της ορμής για τη z-συνιστώσα της ταχύτητας, w

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho w}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v w) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w w) \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_{eff} \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_{eff} \frac{\partial w}{\partial z} \right) + S_w \end{aligned} \quad (3.4)$$

όπου ο όρος πηγής  $S_w$  ισούται με:

$$S_w = - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_{eff} \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (3.5)$$

- Εξίσωση διατήρησης της ενέργειας

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho h}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v h) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w h) \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \Gamma_{eff,h} \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma_{eff,h} \frac{\partial h}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

όπου:

$$\Gamma_{eff,h} = \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_h} \right) \quad (3.7)$$

- Εξίσωση διατήρησης χημικού συστατικού

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho C}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v C) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w C) \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \Gamma_{eff,c} \frac{\partial C}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma_{eff,c} \frac{\partial C}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3.8)$$

όπου:

$$\Gamma_{eff,c} = \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_c} \right) \quad (3.9)$$

Για την τυρβώδη ροή του προβλήματος γίνεται χρήση του μοντέλου k-ε. Οπότε, πέραν των ανωτέρω εξισώσεων, επιλύονται δύο ακόμη εξισώσεις: για την κινητική ενέργεια της τύρβης k και για το ρυθμό απορρόφησης ή αλλιώς κατανάλωσης της ε. Οι αντίστοιχες εξισώσεις παρατίθενται στην παράγραφο 3.4.2 όπου γίνεται και η περιγραφή του μοντέλου.

#### Υπολογισμός Πυκνότητας $\rho$

Για την επίλυση του προβλήματος η πυκνότητα του ρευστού θεωρήθηκε συνάρτηση της συγκέντρωσης του καυσίμου στο θάλαμο καύσης καθώς και της θερμοκρασίας. Η αλγεβρική σχέση από την οποία υπολογίστηκε είναι:

$$\rho = \frac{P}{RT} \left[ \frac{M_g}{z(T)} C + M_a (1 - C) \right] \quad (3.10)$$

όπου  $P$  η ολική πίεση στο θάλαμο,  $R$  η παγκόσμια σταθερά των αερίων,  $T$  η θερμοκρασία,  $M_g$  το Μοριακό Βάρος του καυσίμου,  $M_a$  το Μοριακό Βάρος του αέρα,  $z(T)$  ο συντελεστής συμπίεστικότητας και  $C$  η συγκέντρωση του καυσίμου.

Η παραπάνω εξίσωση εκφράζει ακριβώς την πυκνότητα του ρευστού στην είσοδο του θαλάμου καύσης, όπου η συγκέντρωση  $C$  είναι ίση με 1.0, και στα όρια του πεδίου όπου η συγκέντρωση  $C$  είναι ίση με 0.0 (ύπαρξη μόνο αέρα στο αέριο μίγμα).

Ο συντελεστής συμπίεστικότητας θεωρήθηκε ως συνάρτηση της θερμοκρασίας βάση της σχέσης [13]:

$$z = 0.0979 \frac{T}{190.7} + 0.587 \quad (3.11)$$

### **3.3 Μοντέλα Τύρβης**

Τα κλασσικά μοντέλα προσομοίωσης της τύρβης βασίζονται στις μέσες χρονικά εξισώσεις Reynolds [14]. Τα μοντέλα τύρβης κατατάσσονται στις εξής κατηγορίες:

- I. Πρότυπα μηδενικής εξίσωσης που βασίζονται στην υπόθεση του μήκους ανάμιξης του Prandtl.
- II. Πρότυπα μίας διαφορικής εξίσωσης με πρωτοπόρο τον Von Karman (Von Karman, 1945) που έδωσε το πρώτο μοντέλο της κατηγορίας αυτής εισάγοντας μία επιπλέον εξίσωση για την κινητική ενέργεια της τύρβης k.

- III. Πρότυπα δύο διαφορικών εξισώσεων που περιλαμβάνουν το μοντέλο k- $\omega$  (Kolmogorov, 1942), το μοντέλο k- $\epsilon$  (Launder and Spalding, 1972), το two scale k- $\epsilon$  (Hanjalic et al., 1978) και το RNG k- $\epsilon$  (Yahkot et al., 1986).
- IV. Πρότυπα εξισώσεων που βασίζονται στην εξίσωση μεταφοράς των τάσεων Reynolds. Τα μοντέλα αυτά καλούνται και RSM (Reynolds Stress Models) και οι πιο πρόσφατες συνεισφορές έγιναν από τους Launder Reece και Rodi (Launder et al., 1975), Speziale (Speziale, 1987) και τον Reynolds (Reynolds, 1987).
- V. Πρότυπα αλγεβρικών εξισώσεων των τάσεων Reynolds. Το αλγεβρικό μοντέλο τάσεων καλείται ASM (Algebraic Stress Model) και οφείλεται σε ιδέα που πρότεινε ο Rodi.

Στα παραπάνω πρέπει να προστεθεί το πιο σύγχρονο μοντέλο προσομοίωσης της τύρβης LES (Large Eddy Simulation) που προτάθηκε αρχικά το 1963 από τον Smagorinsky για την προσομοίωση ατμοσφαιρικών ρευμάτων [16] και σήμερα χρησιμοποιείται σε πλήθος εφαρμογών. Η ιδέα έγκειται στο να εφαρμοστεί φιλτράρισμα στις δίνες ανάλογα με τη διάστασή τους. Εδώ θεωρείται ότι είναι οι δίνες της μέγιστης κλίμακας μήκους που αλληλεπιδρούν ισχυρότατα με τη μέση ροή και είναι κυρίως υπεύθυνες για τη μεταφορά ορμής και ενέργειας δια συναγωγής. [17] Στο μοντέλο LES επιλύονται οι δίνες μεγάλης κλίμακας και μοντελοποιούνται οι μικρότερες. Αυτό αυξάνει το υπολογιστικό κόστος αλλά η χρήση του μοντέλου με δεδομένη την σημερινή υπολογιστική δυνατότητα δεν είναι πλέον απαγορευτική για πλήθος περιπτώσεων. Σε αντίθεση με τα παραπάνω η προσομοίωση DNS (Direct Numerical Simulation), η οποία επιλύει για όλες τις κλίμακες χωρίς χρήση μοντέλου, είναι ακόμη απαγορευτική για σχεδόν όλες τις βιομηχανικές εφαρμογές λόγω υπολογιστικού κόστους. [18]

### 3.3.1 Μοντέλα τύρβης δύο εξισώσεων

#### 3.3.1.1 Η υπόθεση του τυρβώδους ιξώδους

Σύμφωνα με την υπόθεση του Boussinesq που διατυπώθηκε το 1877, οι τυρβώδεις τάσεις μπορούν να εκφραστούν μαθηματικά όπως και οι αντίστοιχες ιξώδεις τάσεις [19]. Έτσι κατά αναλογία προς το νόμο ιξώδους του Newton, η τυρβώδης τάση  $\bar{\tau}_{yx}^{(t)}$  μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση της τοπικής κλίσης της καμπύλης  $\bar{u}_x(y)$  της μέσης χρονικής ταχύτητας του ρευστού και ενός συντελεστή  $\mu^{(t)}$  ο οποίος έχει διαστάσεις ιξώδους, δηλαδή:

$$\bar{\tau}_{yx}^{(t)} = \mu^{(t)} \frac{d\bar{u}_x}{dy} \quad (3.12)$$

Ο συντελεστής αναλογίας ονομάζεται τυρβώδες ιξώδες (ή ιξώδες δίνης ή φαινομενικό ιξώδες). Ο λόγος του φαινομενικού ιξώδους προς την πυκνότητα του ρευστού ορίζεται ως κινηματικό ιξώδες τύρβης και είναι:

$$\nu^{(t)} = \frac{\mu^{(t)}}{\rho} \quad (3.13)$$

Ο Boussinesq υπέθεσε ότι, για μια δεδομένη κατάσταση ροής, το τυρβώδες ιξώδες μεταβάλλεται σημαντικά, όχι μόνο με τις συνθήκες της ροής, αλλά και από σημείο σε σημείο για δεδομένη ροή. Έτσι, ενώ το δυναμικό ιξώδες είναι ιδιότητα του ρευστού, ανεξάρτητη της κίνησης, το ιξώδες τύρβης είναι ιδιότητα της ροής, η οποία εκτός από τη θέση, εξαρτάται και από τη συχνότητα και την ένταση των διακυμάνσεων της τύρβης. Το ιξώδες  $\mu^{(t)}$  είναι πολύ μεγαλύτερο από το δυναμικό ιξώδες σε όλο το πεδίο της ροής εκτός από την περιοχή του ρευστού που βρίσκεται κοντά σε στερεά σώματα, όπου η τιμή του θεωρείται αμελητέα.

Το ιξώδες δίνης είναι ένα μέγεθος το οποίο δε χρησιμεύει στην ανάλυση της τυρβώδους ροής, βοηθάει όμως στην ανάπτυξη μιας ποιοτικής εικόνας για τη φύση της. Έτσι, για να είναι χρήσιμο το ιξώδες δίνης στην αναλυτική μελέτη των προβλημάτων τυρβώδους ροής απαιτείται η συσχέτιση του με τα χαρακτηριστικά μεγέθη της μέσης ροής.

Τα απλά μοντέλα τύρβης έχουν ως βάση την υπόθεση του τυρβώδους ιξώδους ή αλλιώς 'ιξώδους δίνης' του Boussinesq που βασίζεται σε αναλογία μεταξύ μοριακών και τυρβωδών κινήσεων [14]. Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή οι δίνες θεωρούνται «σβώλου» ρευστού οι οποίοι, όπως τα μόρια, συγκρούονται και ανταλλάσσουν ορμή υπακούοντας στην κινητική θεωρία των αερίων. Έτσι, σε αναλογία με τις μοριακές ιξώδεις τάσεις, οι τάσεις Reynolds, δίνονται από τη σχέση:

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.14)$$

όπου  $\mu_t$  είναι ο συντελεστής τυρβώδους συνεκτικότητας ή ιξώδους δίνης ( $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$ ) που δίνεται από την εξίσωση:

$$\mu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.15)$$

Στα μοντέλα τύρβης δύο εξισώσεων η υπόθεση Boussinesq γενικεύεται ως εξής:

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = -\frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} + \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.16)$$

όπου  $k$  η κινητική ενέργεια της τύρβης.



Τα μοντέλα τύρβης δύο εξισώσεων αποσκοπούν στη διαμόρφωση και προσθήκη μιας δεύτερης διαφορικής εξίσωσης, της οποίας η λύση να δίνει την κατανομή της κλίμακας μήκους της τύρβης. Στη διαμόρφωση των τυρβωδών χαρακτηριστικών του πεδίου ροής σε κάποια θέση λαμβάνεται υπόψη η επίδραση της μεταφοράς από τη μέση ροή και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας και της κλίμακας μήκους.

Στην περίπτωση του μοντέλου k-ε λαμβάνεται υπόψη η παρακάτω σχέση ανάμεσα στην κινητική ενέργεια της τύρβης k και την κλίμακα μήκους  $L_k$  :

$$\varepsilon = C_D \frac{k^{3/2}}{L_k} \quad (3.17)$$

όπου  $\varepsilon$  ο ρυθμός μετατροπής της κινητικής ενέργειας της τύρβης k σε θερμότητα.

Άλλες παραδοχές που γίνονται για την εφαρμογή του μοντέλου k-ε είναι:

- I. Σχεδόν ομογενής τύρβη
- II. Υψηλοί αριθμοί Reynolds
- III. Ομοιότητα της φασματικής κατανομής των ιδιοτήτων της τύρβης
- IV. Η διάχυση προκαλείται από τις κλίσεις των μεταβλητών, ενώ θεωρούνται αμελητέοι οι όροι ιξώδους διάχυσης.

### 3.3.1.2 Το μοντέλο k-ε

Το μοντέλο k-ε επιτρέπει να λαμβάνονται υπόψη στη μεταφορά των ιδιοτήτων της τύρβης οι επιδράσεις της μέσης ροής και της διάχυσης καθώς και η παραγωγή και καταστροφή της τύρβης. Σε αυτό το μοντέλο επιλύονται δύο εξισώσεις μεταφοράς, μία για την κινητική ενέργεια της τύρβης k και μία για το ρυθμό καταστροφής της  $\varepsilon$  [14,20]

Στη συνέχεια παρατίθενται οι δύο προαναφερθείσες εξισώσεις με χρήση κυλινδρικών συντεταγμένων και με την παραδοχή της αξονοσυμμετρίας, όπως αυτές χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση του προβλήματος.

- **Εξίσωση Κινητικής Ενέργειας Τύρβης**

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v k) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w k) \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \Gamma_{\varphi, k} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma_{\varphi, k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + S_k \end{aligned} \quad (3.18)$$

όπου:

$$\Gamma_{\varphi,k} = \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_k} \right) \quad (3.19)$$

$$S_k = \rho P_k - \rho \varepsilon \quad (3.20)$$

$$\mu \varepsilon \quad P_k = \nu_t \left( \left( \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + 2 \left( \frac{v}{r} \right)^2 \right) \quad (3.21)$$

$$\text{και} \quad \mu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.22)$$

- **Εξίσωση Κατανάλωσης Κινητικής Ενέργειας Τύρβης**

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho \nu \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \varepsilon) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \Gamma_{\varphi,\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma_{\varphi,\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + S_\varepsilon \quad (3.23)$$

όπου:

$$\Gamma_{\varphi,\varepsilon} = \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_\varepsilon} \right) \quad (3.24)$$

$$\text{και} \quad S_\varepsilon = C_1 \frac{\rho \varepsilon}{k} P_k - C_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k} \quad (3.25)$$

όπου  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_\mu$ ,  $\sigma_k$  και  $\sigma_\varepsilon$  εμπειρικές σταθερές του μοντέλου των οποίων οι τιμές αναγράφονται στον Πίνακα 3.1 που ακολουθεί.

$C_\mu$	$C_1$	$C_2$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
0.09	1.44	1.92	1.0	1.314

Πίνακας 3.1 Τιμές των σταθερών του μοντέλου k-ε

Το μαθηματικό μοντέλο k-ε παρουσιάζει πλεονεκτήματα που εξυπηρετούν ικανοποιητικά τις ανάγκες του μηχανικού. Ανάμεσα σε αυτά συγκαταλέγονται η απλότητα του, η ευστάθεια, η ευκολία στη σύγκλιση και ο μικρός υπολογιστικός χρόνος που απαιτεί. Όλα τα παραπάνω δικαιολογούν την ευρύτατη χρήση του μοντέλου παρόλο που οι σύγχρονες δυνατότητες των υπολογιστών επιτρέπουν τη χρήση πιο εξελιγμένων μοντέλων τύρβης.

Το μοντέλο τύρβης  $k$ - $\epsilon$  παρουσιάζει τρία βασικά μειονεκτήματα:

- I. Δεν μπορεί να διακρίνει την περιστροφική παραμόρφωση και τη διάτμηση. Το  $k$  και το  $\epsilon$  που υπολογίζει το μοντέλο είναι ανεξάρτητα από την περιστροφή του ρευστού, γεγονός που αντιτίθεται σε πειραματικά δεδομένα και σε αποτελέσματα που προκύπτουν από ανώτερης τάξης μοντέλα τύρβης.
- II. Δεν λαμβάνει υπόψη την ανισοτροπία της τύρβης.
- III. Δεν λαμβάνει υπόψη την ενίσχυση ή την υποχαλάρωση των στοιχείων του διανύσματος Reynolds.

### 3.4 Αρχικές και Οριακές συνθήκες

Στις αρχικές συνθήκες στο θάλαμο καύσης η θερμοκρασία του αέρα είναι 1000K και η συγκέντρωση του καυσίμου μηδενική. Στην Είσοδο (έξοδος ακροφυσίου) η συγκέντρωση του καυσίμου είναι ίση με 1 (κλάσμα μάζας), η θερμοκρασία είναι ίση με 330 K, η συνιστώσα της ταχύτητας  $w=315\text{m/s}$ , η κινητική ενέργεια της τύρβης  $k=3350\text{m}^2/\text{s}^2$  και ο ρυθμός απορρόφησης της  $\epsilon=3.24\text{E}+8 \text{ m}^2/\text{s}^3$ . Σημειώνεται ότι το προφίλ της ταχύτητας στην έξοδο του ακροφυσίου θεωρήθηκε ομοιόμορφο και η κινητική ενέργεια της τύρβης στην Είσοδο λήφθηκε περίπου ίση με το 3% της μέσης ροής.

Οι οριακές συνθήκες του προβλήματος είναι οι ακόλουθες:

Στην Είσοδο – κάτω όριο πεδίου (Low,  $z=0$ )

Στην είσοδο του υπολογιστικού χωρίου η ταχύτητα, η θερμοκρασία, η συγκέντρωση, η κινητική ενέργεια της τύρβης και ο ρυθμός απορρόφησης της τίθενται ίσοι με τις αντίστοιχες τιμές στο ακροφύσιο. Επίσης εφαρμόζεται η συνθήκη καθορισμένου ρυθμού ροής μάζας ανά μονάδα επιφάνειας (fixed mass flux) που είναι ίσος με  $\rho w$ , όπου  $\rho$  η πυκνότητα του ρευστού στην είσοδο (ίση με την πυκνότητα του καυσίμου) και  $w$  η αξονική ταχύτητα (κάθετη στην επιφάνεια εισόδου).

Στο βόρειο πλευρικό όριο του υπολογιστικού χωρίου (North,  $r=50\text{mm}$ )

Το υπολογιστικό χωρίο θεωρείται επαρκώς μεγάλο ούτως ώστε στα όρια του η κατάσταση του αέρα να διατηρείται όπως ήταν στις αρχικές συνθήκες του προβλήματος. Επομένως η συγκέντρωση του καυσίμου στο άνω πλευρικό όριο είναι μηδενική και η θερμοκρασία ίση με την αρχική του αέρα πριν την είσοδο του καυσίμου.

Στο νότιο πλευρικό όριο του υπολογιστικού χωρίου (South,  $r=0$ )

Στο νότιο πλευρικό όριο του πεδίου έχουμε αξονοσυμμετρία.

Στο άνω όριο του υπολογιστικού χωρίου (High,  $z=200\text{mm}$ )

Στο άνω όριο του χωρίου έχουμε μηδενική κλίση πίεσης P και θερμοκρασία T ίση με αυτή του αέρα.

Όλες οι τιμές των μεγεθών και η σύνοψη των παραπάνω παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.2.

Μεταβλητή	Είσοδος	Βόρειο Όριο	Νότιο Όριο	Άνω Όριο
<b>w</b>	315m/s	-	$\frac{\partial}{\partial r} = 0$	-
<b>v</b>	0	-	$\frac{\partial}{\partial r} = 0$	-
<b>T</b>	330 K	1000 K	$\frac{\partial}{\partial r} = 0$	1000 K
<b>C</b>	1.0	0.0	$\frac{\partial}{\partial r} = 0$	-
<b>k</b>	$3350 \text{ m}^2/\text{s}^2$	-	$\frac{\partial}{\partial r} = 0$	-
<b><math>\epsilon</math></b>	$3.24\text{E}+8 \text{ m}^2/\text{s}^3$	-	$\frac{\partial}{\partial r} = 0$	-
<b>P</b>	-	-	$\frac{\partial}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial}{\partial z} = 0$
<b>Mass flux</b>	$\rho w$	-	-	-

Πίνακας 3.2: Οριακές Συνθήκες

Οι οριακές συνθήκες παριστάνονται στο λογισμικό Phoenics ως γραμμικοποιημένες πηγές στα γειτονικά κελιά των ορίων.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

#### 4.1 Γενικά

Οι αριθμητικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται συνίστανται στη μετατροπή των διαφορικών εξισώσεων, με κατάλληλα σχήματα διακριτοποίησης, σε σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων που μπορεί να επιλυθεί. Πιο συγκεκριμένα, αν  $\varphi$  είναι η μεταβλητή που μας ενδιαφέρει, η αριθμητική επίλυση συνίσταται στην εύρεση ενός συνόλου αριθμητικών τιμών σε συγκεκριμένα σημεία, από τις οποίες μπορεί να προκύψει η κατανομή της  $\varphi$  στο πεδίο ροής.

Η διαδικασία επίλυσης περιλαμβάνει υποδιαίρεση του υπολογιστικού πεδίου σε μικρότερα χωρία. Η συστηματική διακριτοποίηση του χωρίου και των εξαρτημένων μεταβλητών καθιστούν εφικτή την αντικατάσταση των διαφορικών εξισώσεων από απλούστερες αλγεβρικές εξισώσεις. Η εξίσωση διακριτοποίησης είναι μια αλγεβρική εξίσωση που προέρχεται από μια διαφορική εξίσωση και μεταφέρει όσο το δυνατόν επαρκέστερα το φυσικό νόημα που εκφράζει αυτή. Όσο ο αριθμός των διακριτών σημείων αυξάνεται η λύση που δίδουν οι εξισώσεις διακριτοποίησης πλησιάζει την ακριβή λύση που θα έδιναν οι διαφορικές εξισώσεις.

#### 4.2 Μέθοδος Πεπερασμένων Όγκων Ελέγχου

Το σύνολο των διαφορικών εξισώσεων που διέπουν το πρόβλημα διακριτοποιείται στο χωρίο επίλυσης μέσω της τεχνικής των πεπερασμένων όγκων ελέγχου (Finite Volume Method – FVM)

Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων ελέγχου ανήκει στις ολοκληρωτικές μεθόδους αριθμητικής επίλυσης των μερικών διαφορικών εξισώσεων. Η μέθοδος αυτή είναι γενική και μπορεί να αντιμετωπίσει με επιτυχία προβλήματα μεταφοράς θερμότητας, μάζας, ορμής και ενέργειας. [21]

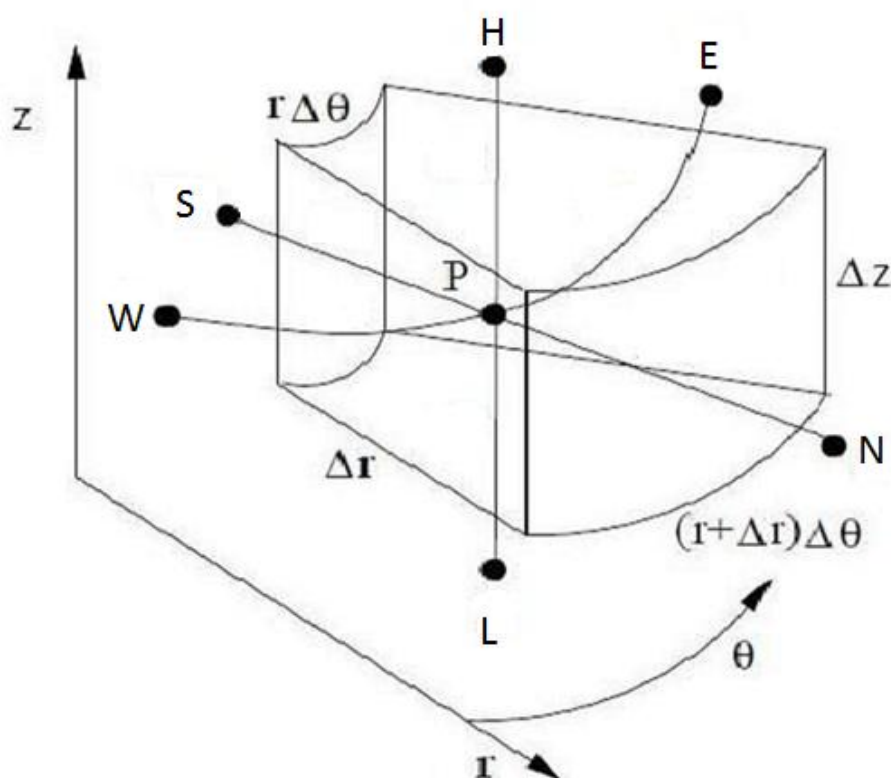
Βασίζεται στην διακριτοποίηση του πεδίου ροής σε μικρότερους όγκους ελέγχου που δεν αλληλοεπικαλύπτονται και περιβάλλουν ο καθένας ένα ξεχωριστό πλεγματοειδές σημείο. Περιλαμβάνει τρία στάδια: τη δημιουργία πλέγματος, τη διακριτοποίηση και τέλος την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων.

Το πιο μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων ελέγχου είναι ότι η προκύπτουσα λύση τηρεί την ολοκληρωτική διατήρηση μάζας, ορμής και

θερμότητας για όλους τους όγκους ελέγχου και συνεπώς για ολόκληρο το πεδίο ροής. Η ιδιότητα αυτή τηρείται για οποιοδήποτε αριθμό πλεγματικών σημείων και δεν έχει την έννοια της οριακής ισχύος όταν ο αριθμός των πλεγματικών σημείων αυξάνει πολύ. Αν όντως αυξηθεί ο αριθμός των πλεγματικών σημείων, η υπολογιζόμενη λύση θα προσεγγίζει περισσότερο την πραγματική. Ως εκ τούτου η συγκεκριμένη μέθοδος είναι ίσως η πιο διαδεδομένη για τους κώδικες υπολογιστικής ρευστοδυναμικής (CFD). Παραδείγματα εμπορικού λογισμικού που χρησιμοποιούν αυτή τη μέθοδο είναι: Phoenix (Cham Ltd.), Fluent (Ansys) και CFX (Ansys).

#### 4.2.1 Δημιουργία Πλέγματος - Όγκος Ελέγχου

Το πρώτο βήμα στην εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων ελέγχου είναι η διαίρεση του πεδίου σε επιμέρους όγκους ελέγχου (δημιουργία πλέγματος). Αρχικά ορίζεται η θέση των κόμβων του πλέγματος. Κάθε κόμβος περιέχεται σε έναν όγκο ελέγχου. Ο κεντρικός κόμβος ο οποίος περιέχεται στο εσωτερικό του όγκου ελέγχου συμβολίζεται με  $P$ . Οι γειτονικοί κόμβοι συμβολίζονται ανάλογα με τη θέση τους ως E (East), W (West), S (South), N (North), H (High) και L (Low). Οι αντίστοιχες επιφάνειες των όγκων ελέγχου συμβολίζονται με  $\Delta e$ ,  $\Delta w$ ,  $\Delta s$ ,  $\Delta n$ ,  $\Delta h$ ,  $\Delta l$ .



Σχήμα 4.1: Στοιχειώδης Όγκος Ελέγχου σε κυλινδρικές συντεταγμένες

Στο σχήμα 4.1 παρουσιάζεται ο στοιχειώδης όγκος ελέγχου σε κυλινδρικές συντεταγμένες και σε τρεις διαστάσεις. Όπως διακρίνεται και στο σχήμα τα E (East) και W (West) αντιστοιχούν στη διεύθυνση  $\theta$  του κυλινδρικού συστήματος συντεταγμένων, τα S (South) και N (North) στην ακτινική διεύθυνση  $r$  και τα H (High) και L (Low) στον αξονική  $z$ . Το σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιείται στην επίλυση του προβλήματος είναι κυλινδρικό στις δύο όμως διαστάσεις ( $r, z$ ) λόγω αξονοσυμμετρίας. Επομένως από τα παραπάνω υπάρχουν οι γειτονικοί κόμβοι S,N, H, L και οι αντίστοιχες επιφάνειες.

Στους κεντρικούς κόμβους (P) των όγκων ελέγχου (κόμβοι του πλέγματος) αποθηκεύονται τα βαθμωτά μεγέθη  $\rho, C, P, T$ . Στα μέτωπα των όγκων ελέγχου αποθηκεύονται τα διανυσματικά μεγέθη των ταχυτήτων  $v, w$  (staggered grid).

#### 4.2.2 Διακριτοποίηση

Η διαφορική μορφή της γενικευμένης εξίσωσης μεταφοράς περιγράφεται ως εξής [22]:

$$\frac{\partial \rho \Phi}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u} \Phi) = \text{div}(\Gamma \text{grad} \Phi) + S_{\Phi} \quad (4.1)$$

όπου:

t: ο χρόνος

$\rho$ : η πυκνότητα του ρευστού

$\Phi$ : η εκάστοτε μεταβλητή ανά μονάδα μάζας

$\mathbf{u}$ : το διάνυσμα της ταχύτητας

$\Gamma$ : ο συντελεστής διάχυσης της ποσότητας  $\Phi$

$S_{\Phi}$ : ο ρυθμός παραγωγής ή κατανάλωσης της  $\Phi$

Η παραπάνω μορφή της γενικευμένης εξίσωσης μεταφοράς εκφράζεται με λόγια ως εξής:

$$\begin{aligned} & \text{Ρυθμός αύξησης της μεταβλητής } \Phi \text{ του στοιχείου ρευστού} \\ & + \\ & \text{Καθαρός ρυθμός εκροής } \Phi \text{ από το στοιχείο ρευστού.} \\ & = \\ & \text{Ρυθμός αύξησης της μεταβλητής } \Phi \text{ λόγω διάχυσης} \\ & + \\ & \text{Ρυθμός αύξησης της μεταβλητής } \Phi \text{ λόγω πηγών} \end{aligned}$$

Οι τέσσερις παραπάνω όροι από τους οποίους αποτελείται η εξίσωση μεταφοράς ονομάζονται κατά σειρά: μεταβατικός, όρος συναγωγής, όρος διάχυσης και όρος πηγής.

Ξεκινώντας από την παραπάνω διαφορική μορφή της εξίσωσης μεταφοράς μπορούμε να ολοκληρώσουμε πάνω σε ένα τρισδιάστατο πεπερασμένο όγκο ελέγχου (Control Volume - CV), οπότε έχουμε:

$$\int_{CV} \frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} dV + \int_{CV} \text{div}(\rho \varphi \mathbf{u}) dV = \int_{CV} \text{div}(\Gamma \text{grad} \varphi) dV + \int_{CV} S_{\varphi} dV \quad (4.2)$$

Για μη μόνιμες συνθήκες ολοκληρώνοντας την εξίσωση (4.2) ως προς το χρόνο έχουμε:

$$\begin{aligned} \int_{CV} \left[ \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \varphi) dt \right] dV + \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_{CV} \text{div}(\rho \varphi \mathbf{u}) dV \right] dt \\ = \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_{CV} \text{div}(\Gamma \text{grad} \varphi) dV \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_{CV} S_{\varphi} dV \right] dt \end{aligned} \quad (4.3)$$

Με την εφαρμογή του θεωρήματος απόκλισης του Gauss μετασχηματίζεται ο όρος της συναγωγής και της διάχυσης σε επιφανειακό ολοκλήρωμα πάνω στην επιφάνεια του όγκου ελέγχου, που για διάνυσμα  $\mathbf{a}$  είναι:

$$\int_{CV} \text{div} \mathbf{a} dV = \int_A \mathbf{n} \cdot \mathbf{a} dA \quad (4.4)$$

όπου  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{a}$  η συνιστώσα του  $\mathbf{a}$  στη διεύθυνση του  $\mathbf{n}$  και  $\mathbf{n}$  το κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα στην επιφάνεια A.

Επομένως από την (4.3) χρησιμοποιώντας και την (4.4) προκύπτει:

$$\begin{aligned} \int_{CV} \left[ \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \varphi) dt \right] dV + \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho \varphi \mathbf{u}) dA \right] dt \\ = \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad} \varphi) dA \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_{CV} S_{\varphi} dV \right] dt \end{aligned} \quad (4.5)$$

Από την πράξη της ολοκλήρωσης στον όγκο ελέγχου προκύπτουν τα ακόλουθα για καθέναν από τους παραπάνω τέσσερις όρους:



## Όρος διάχυσης

r - διεύθυνση

$$\begin{aligned}
 \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_{CV} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) r d\theta dr dz \right] dt &= \Delta\theta\Delta z \left[ \left( r \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)_n - \left( r \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)_s \right] \Delta t \\
 &= \Delta\theta\Delta z r_n \Gamma_n \left( \frac{\varphi_N - \varphi_P}{\delta r_{PN}} \right) \Delta t - \Delta\theta\Delta z r_s \Gamma_s \left( \frac{\varphi_S - \varphi_P}{\delta r_{PS}} \right) \Delta t \\
 &= A_n \Gamma_n \left( \frac{\varphi_N - \varphi_P}{\delta r_{PN}} \right) \Delta t - A_s \Gamma_s \left( \frac{\varphi_P - \varphi_S}{\delta r_{SP}} \right) \Delta t \\
 &= D_n (\varphi_N - \varphi_P) \Delta t - D_s (\varphi_P - \varphi_S) \Delta t \tag{4.6}
 \end{aligned}$$

όπου:  $A_n = r_n \Delta\theta\Delta z$  και  $A_s = r_s \Delta\theta\Delta z$

$$D_n = \frac{A_n \Gamma_n}{\delta r_{PN}} \quad \text{και} \quad D_s = \frac{A_s \Gamma_s}{\delta r_{PS}}$$

z - διεύθυνση

$$\begin{aligned}
 \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_{CV} \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) r d\theta dr dz \right] dt &= r \Delta\theta \Delta r \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)_h - \left( \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)_l \right] \Delta t \\
 &= A_h \left( \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)_h \Delta t - A_l \left( \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)_l \Delta t \\
 &= A_h \Gamma_h \left( \frac{\varphi_H - \varphi_P}{\delta z_{PH}} \right) \Delta t - A_l \Gamma_l \left( \frac{\varphi_P - \varphi_L}{\delta z_{LP}} \right) \Delta t \\
 &= D_h (\varphi_H - \varphi_P) \Delta t - D_l (\varphi_P - \varphi_L) \Delta t \tag{4.7}
 \end{aligned}$$

όπου:  $A_h = r \Delta\theta \Delta r$  και  $A_l = r \Delta\theta \Delta r$

$$D_h = \frac{A_h \Gamma_h}{\delta z_{PH}} \quad \text{και} \quad D_l = \frac{A_l \Gamma_l}{\delta z_{LP}}$$

Οπότε συνολικά για το διδιάστατο πεδίο έχουμε:

$$\begin{aligned}
 \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_{CV} \text{div}(\Gamma \text{grad} \varphi) dV \right] dt &= D_n (\varphi_N - \varphi_P) \Delta t - D_s (\varphi_P - \varphi_S) \Delta t \\
 &\quad + D_h (\varphi_H - \varphi_P) \Delta t - D_l (\varphi_P - \varphi_L) \Delta t \tag{4.8}
 \end{aligned}$$

## Όρος συναγωγής

r - διεύθυνση

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_{CV} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho v r) r d\theta dr dz \right] dt &= \Delta\theta \Delta z [(\rho v \varphi)_n - (\rho v \varphi)_s] \Delta t \\ &= A_n (\rho v \varphi)_n \Delta t - A_s (\rho v \varphi)_s \Delta t \\ &= (\rho v A \varphi)_n \Delta t - (\rho v A \varphi)_s \Delta t \\ &= F_n \varphi_n \Delta t - F_s \varphi_s \Delta t \end{aligned} \quad (4.9)$$

όπου:  $A_n = r_n \Delta\theta \Delta z$  και  $A_s = r_s \Delta\theta \Delta z$

$F_n = (\rho v A)_n$  και  $F_s = (\rho v A)_s$

z - διεύθυνση

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_{CV} \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \varphi) r d\theta dr dz \right] dt &= r \Delta\theta \Delta r [(\rho w \varphi)_h - (\rho w \varphi)_l] \Delta t \\ &= A_h (\rho w \varphi)_h \Delta t - A_l (\rho w \varphi)_l \Delta t \\ &= F_h \varphi_h \Delta t - F_l \varphi_l \Delta t \end{aligned} \quad (4.10)$$

όπου:  $A_h = r \Delta r \Delta\theta$  και  $A_l = r \Delta r \Delta\theta$

$F_h = (\rho w A)_h$  και  $F_l = (\rho w A)_l$

Οπότε συνολικά για τον όρο συναγωγής έχουμε:

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_{CV} \operatorname{div}(\rho \varphi \mathbf{u}) dV \right] dt = F_n \varphi_n \Delta t - F_s \varphi_s \Delta t + F_h \varphi_h \Delta t - F_l \varphi_l \Delta t \quad (4.11)$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι απαιτείται ο υπολογισμός των τιμών της μεταβλητής  $\varphi$  στα μέτωπα των όγκων ελέγχου n, s, h και l αντίστοιχα. Οι τιμές της αυτές μπορούν να υπολογιστούν με τους εξής τρόπους:

### I. Σχήμα Ανάντη Διαφορών

Το σχήμα των ανάντη διαφορών λαμβάνει υπόψη τη φορά της ροής. Αν η φορά της ροής κατά την r-διεύθυνση είναι θετική δηλαδή  $v_n > 0$  και  $v_s > 0$  ή αλλιώς  $F_n > 0$  και  $F_s > 0$ , τότε οι τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής  $\varphi$  στα μέτωπα των όγκων ελέγχου είναι:

$$\varphi_n = \varphi_P \text{ και } \varphi_s = \varphi_S$$

Αν η φορά της ροής είναι προς την αρνητική κατεύθυνση δηλαδή  $v_n < 0$  και  $v_s < 0$  ή αλλιώς  $F_n < 0$  και  $F_s < 0$ , τότε οι τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής  $\varphi$  στα μέτωπα των όγκων ελέγχου είναι:

$$\varphi_s = \varphi_P \text{ και } \varphi_n = \varphi_N$$

Αντίστοιχα εάν η φορά της ροής κατά την z-διεύθυνση είναι θετική δηλαδή  $w_h > 0$  και  $w_l > 0$  ή αλλιώς  $F_h > 0$  και  $F_l > 0$ , τότε

$$\varphi_h = \varphi_P \text{ και } \varphi_l = \varphi_L$$

ενώ αν είναι αρνητική  $w_h < 0$  και  $w_l < 0$  ( $F_h < 0$  και  $F_l < 0$ ) έχουμε

$$\varphi_h = \varphi_H \text{ και } \varphi_l = \varphi_P$$

## II. Σχήμα Κεντρικών Διαφορών

Στο σχήμα κεντρικών διαφορών γίνεται η υπόθεση της γραμμικής κατανομής της ποσότητας  $\varphi$  γύρω από τα μέτωπα των όγκων ελέγχου. Έτσι, η τιμή της  $\varphi$  στα μέτωπα του όγκου ελέγχου δίνεται από τις σχέσεις :

$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{\varphi_P + \varphi_E}{2} \quad , \quad \varphi_w = \frac{\varphi_W + \varphi_P}{2} \quad , \quad \varphi_n = \frac{\varphi_P + \varphi_N}{2} \\ \varphi_s &= \frac{\varphi_S + \varphi_P}{2} \quad , \quad \varphi_h = \frac{\varphi_P + \varphi_N}{2} \quad , \quad \varphi_l = \frac{\varphi_L + \varphi_P}{2} \end{aligned} \quad (4.12)$$

## III. Υβριδικό σχήμα

Στο υβριδικό σχήμα η προσέγγιση των τιμών της  $\varphi$  στα μέτωπα του όγκου ελέγχου είναι συνάρτηση της απόλυτης τιμής του αριθμού Peclet, όπου:

$$Pe_c = \frac{\rho u \Delta x}{\Gamma}$$

Όταν  $|Pe_c| \leq 2$  χρησιμοποιείται το σχήμα των κεντρικών διαφορών.

Όταν  $|Pe_c| > 2$  χρησιμοποιείται το σχήμα των ανάντη διαφορών και αμελείται ο όρος της διάχυσης.

Για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος χρησιμοποιήθηκε το ανάντη σχήμα διαφορών.

### Μεταβατικός όρος

Στον όρο της χρονικής παραγωγού εφαρμόζεται πρώτης τάξης έμμεσο σχήμα διακριτοποίησης. Με το δείκτη “ο” συμβολίζεται η τιμή της μεταβλητής  $\varphi$  στο προηγούμενο χρονικό βήμα.

$$\int_{CV} \left[ \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\varphi) dt \right] dV = [(\rho\varphi)_P - (\rho\varphi)_P^o] \Delta V \quad (4.13)$$

Χρειάζεται να γίνει μία παραδοχή για την κατανομή των  $\varphi_P, \varphi_N, \varphi_S, \varphi_H, \varphi_L$  με τον χρόνο για τον υπολογισμό των χρονικών ολοκληρωμάτων των υπόλοιπων όρων (διάχυσης, συναγωγής, πηγής). Η ολοκλήρωση πραγματοποιείται με την ακόλουθη παραδοχή:

$$\int_t^{t+\Delta t} \varphi_P \cdot dt = [\theta \cdot \varphi_P + (1 - \theta) \cdot \varphi_P^o] \Delta t \quad (4.14)$$

Ανάλογα με την τιμή του  $\theta$  προκύπτουν τα διάφορα σχήματα διακριτοποίησης ως προς το χρόνο. Στην παρούσα εργασία εφαρμόστηκε πρώτης τάξης έμμεσο σχήμα, που αντιστοιχεί σε  $\theta=1$ , όπου για τον προσδιορισμό της τιμής της μεταβλητής  $\varphi_P$  χρησιμοποιούνται οι τιμές των γειτονικών συντελεστών στο επόμενο χρονικό βήμα. Επειδή το σχήμα είναι έμμεσο (fully implicit) δε χρειάζονται να ικανοποιούνται επιπλέον κριτήρια ως προς το χρονικό βήμα που θα επιλεγεί για να έχουμε ευστάθεια.

### Όρος πηγής

Στις περισσότερες περιπτώσεις ο όρος πηγής είναι συνάρτηση της εξαρτημένης μεταβλητής  $\varphi$ . Η εξάρτηση αυτή λαμβάνεται ως γραμμική και ο όρος της πηγής παίρνει την παρακάτω μορφή:

$$\int_{CV} S_\varphi dV = \bar{S} \Delta V = S_u + S_P \varphi_P \quad (4.15)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι οι οριακές συνθήκες που επιβάλλονται στα όρια του πεδίου, και όχι μόνο, υπεισέρχονται στις εξισώσεις σαν όροι πηγής και γραμμικοποιούνται με τον παραπάνω τρόπο.

Λαμβάνοντας υπόψη όλα τα προηγούμενα η εξίσωση μεταφοράς γράφεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V}{\Delta t} (\rho\varphi)_P \Delta t - \frac{\Delta V}{\Delta t} (\rho\varphi)_P^o \Delta t + F_n \varphi_N \Delta t - F_s \varphi_S \Delta t + F_h \varphi_H \Delta t - F_l \varphi_L \Delta t \\ = D_n (\varphi_N - \varphi_P) \Delta t - D_s (\varphi_P - \varphi_S) \Delta t + D_h (\varphi_H - \varphi_P) \Delta t \\ - D_l (\varphi_P - \varphi_L) \Delta t + S \Delta V \Delta t \end{aligned}$$

Διαιρώντας όλους τους όρους της παραπάνω εξίσωσης με  $\Delta t$  προκύπτει:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V}{\Delta t} [(\rho\varphi)_P - (\rho\varphi)_P^o] + F_n \varphi_N - F_s \varphi_S + F_h \varphi_H - F_l \varphi_L = \\ = D_n (\varphi_N - \varphi_P) - D_s (\varphi_P - \varphi_S) + D_h (\varphi_H - \varphi_P) \\ - D_l (\varphi_P - \varphi_L) + S \Delta V \end{aligned}$$

Εκτελώντας τις πράξεις οδηγούμαστε στην τελική διακριτοποιημένη εξίσωση για μη μόνιμες συνθήκες ροής:

$$\alpha_P \cdot \varphi_P = \alpha_N \cdot \varphi_N + \alpha_S \cdot \varphi_S + \alpha_H \cdot \varphi_H + \alpha_L \cdot \varphi_L + \alpha_P^o \cdot \varphi_P^o + S_U \quad (4.16)$$

$$\text{όπου } \alpha_P = \alpha_P^o + \alpha_N + \alpha_S + \alpha_H + \alpha_L - S_P \quad (4.17)$$

### 4.2.3 Επίλυση αλγεβρικών εξισώσεων

Οι αλγεβρικές εξισώσεις που προκύπτουν ισχύουν για κάθε κόμβο του υπολογιστικού πεδίου. Στα όρια του υπολογιστικού πεδίου τροποποιούνται για να συμπεριλάβουν τις οριακές συνθήκες. Το σύστημα των αλγεβρικών εξισώσεων επιλύεται με ποικίλες μεθόδους. Μερικές από αυτές είναι η μέθοδος Gauss-Siedel, η μέθοδος της διαδοχικής υπερχαλάρωσης, η μέθοδος Jacobi, η μέθοδος επίλυσης γραμμής προς γραμμή, η μέθοδος SIP κ.α.[21] Η επίλυση του συστήματος, αποτελεί το σημαντικότερο, σε υπολογιστικό χρόνο, βήμα στην πορεία επίτευξης της προσεγγιστικής λύσης του προβλήματος.

Οι επαναληπτικές μέθοδοι διακρίνονται για την καλύτερη αποτελεσματικότητά τους σε σχέση με τις άμεσες μεθόδους, διότι εκμεταλλεύονται την αραιή μορφή του πίνακα των συντελεστών. Επίσης μεγάλο πλεονέκτημά τους είναι ότι δεν κουράζουν το υπολογιστικό δυναμικό αφού δεν πραγματοποιούν πράξεις με το μηδέν. Το κύριο πρόβλημα που εισάγουν είναι η ανάγκη σύγκλισης της επαναληπτικής διαδικασίας, δηλαδή οι συνθήκες κάτω από τις οποίες είναι δυνατή η σύγκλιση.

Στις τεχνικές επίλυσης που χρησιμοποιούνται στο παρόν πρόβλημα είναι η μέθοδος πλήρους πεδίου (whole-filed method) για την πίεση P ενώ για τις ταχύτητες,

την ενθαλπία καθώς και τη συγκέντρωση η μέθοδος που χρησιμοποιείται είναι η γραμμή προς γραμμή (slab by slab).

Στη μέθοδο πλήρους πεδίου γίνεται ταυτόχρονη επίλυση των εξισώσεων σε όλα τα σημεία του πεδίου επίλυσης, με αποτέλεσμα να μεταφέρονται ταχύτατα οι οριακές συνθήκες στο εσωτερικό του πεδίου.

Στη μέθοδο επίλυσης γραμμή προς γραμμή πραγματοποιείται μία αναδιάταξη των γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να είναι δυνατή η ταυτόχρονη επίλυσή τους κατά μήκος μιας κατακόρυφης ή οριζόντιας γραμμής υπολογιστικών σημείων. Για να γίνει αυτό, οι όροι που περιέχουν τις τιμές της  $\varphi$  στα σημεία έξω από τη γραμμή επίλυσης μεταφέρονται στο δεξί σκέλος των εξισώσεων. Με την αναδιάταξη αυτή, το αρχικό σύστημα μετατρέπεται σε ένα σύνολο τριδιαγώνιων συστημάτων, το οποίο μπορεί να λυθεί με τον αλγόριθμο Thomas.

Η πυκνότητα υπολογίστηκε από την αλγεβρική σχέση 3.10 χρησιμοποιώντας την γλώσσα In-Form του λογισμικού Phoenix.

### Συντελεστές υποχαλάρωσης

Για την εξασφάλιση της σύγκλισης χρησιμοποιούνται συντελεστές γραμμικής υποχαλάρωσης και ψευδούς χρονικού βήματος τόσο για τις βαθμωτές όσο και για τις διανυσματικές ποσότητες αντίστοιχα.

Η γραμμική υποχαλάρωση δίνεται από την σχέση:

$$\varphi^{\text{new}} = a_L \varphi^{\text{new}} + (1 - a_L) \varphi^{\text{old}}$$

Η υποχαλάρωση ψευδούς χρονικού βήματος δίνεται από την σχέση:

$$S_\varphi = (\rho V)_p \frac{\varphi^{\text{old}} - \varphi^{\text{new}}}{dt_f}$$

Οι συντελεστές χαλάρωσης οι οποίοι χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος είναι:

### Πίεση

Χρησιμοποιείται γραμμικός συντελεστής χαλάρωσης σύμφωνα με τη σχέση :

$$P^{\text{new}} = P^{\text{old}} + a(P^{\text{new}} - P^{\text{old}}) = aP^{\text{new}} + (1 - a)P^{\text{old}}$$

όπου  $a = 0.3$  , η τιμή του συντελεστή χαλάρωσης για την πίεση.

### Όροι ταχύτητας

Χρησιμοποιείται συντελεστής ψευδούς χρονικού βήματος σύμφωνα με τις σχέση :

$$S_\Phi = (\rho V)_p \frac{V^{\text{old}} - V^{\text{new}}}{dt_f}$$

όπου  $dt_f = 0.0001$ , η τιμή του συντελεστή ψευδούς χρονικού βήματος για τις ταχύτητες.

### Συγκέντρωση καυσίμου

Χρησιμοποιείται γραμμικός συντελεστής υποχαλάρωσης με  $\alpha = 0.3$ :

$$C^{new} = C^{old} + a(C^{new} - C^{old}) = aC^{new} + (1-a)C^{old}$$

### Ενθαλπία

Χρησιμοποιείται γραμμικός συντελεστής υποχαλάρωσης με  $\alpha = 0.3$ :

$$h^{new} = h^{old} + a(h^{new} - h^{old}) = ah^{new} + (1-a)h^{old}$$

### Κινητική ενέργεια τύρβης και απορρόφησης της

Χρησιμοποιείται και για τις δύο παραπάνω μεταβλητές γραμμικός συντελεστής υποχαλάρωσης σύμφωνα με τις παρακάτω σχέσεις και με  $\alpha = 0.3$ :

$$k^{new} = k^{old} + a(k^{new} - k^{old}) = ak^{new} + (1-a)k^{old}$$

$$\varepsilon^{new} = \varepsilon^{old} + a(\varepsilon^{new} - \varepsilon^{old}) = a\varepsilon^{new} + (1-a)\varepsilon^{old}$$

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΕΛΕΤΗΣ ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑΣ

#### 5.1 Γενικά

Για την μελέτη ανεξαρτησίας της λύσης από το πλέγμα επιλέχθηκε η περιοχή στην οποία αναμένεται να υπάρξουν οι μεγαλύτερες μεταβολές. Για το λόγο αυτό το σημείο στο οποίο πραγματοποιήθηκε η μελέτη βρίσκεται στο τέλος της 4<sup>ης</sup> περιοχής κατά y, σε απόσταση 2.75mm από την αρχή των αξόνων, και κοντά στη μέση της δεύτερης περιοχής κατά z, σε απόσταση 25mm. Επισημαίνεται ότι η είσοδος του καυσίμου στο θάλαμο καύσης μέσω του ακροφυσίου έχει τοποθετηθεί στην αρχή των αξόνων. Επειδή το πρόβλημα είναι χρονικά μεταβαλλόμενο έγινε μελέτη ανεξαρτησίας της λύσης ως προς τη χωρική διακριτοποίηση χρησιμοποιώντας τρία διαφορετικά πλέγματα (αραιό, μεσαίο και πυκνό) αλλά και ως προς το χρονικό βήμα για καθένα από αυτά. Συνολικά οι περιπτώσεις που εξετάστηκαν παρατίθενται στον Πίνακα 5.1

ΠΛΕΓΜΑ	NY	NZ	ΧΡΟΝΙΚΟ ΒΗΜΑ (msec)
1	22	80	0.2 , 0.1 & 0.05
2	38	160	0.2 , 0.1 & 0.05
3	68	320	0.2 , 0.1 & 0.05

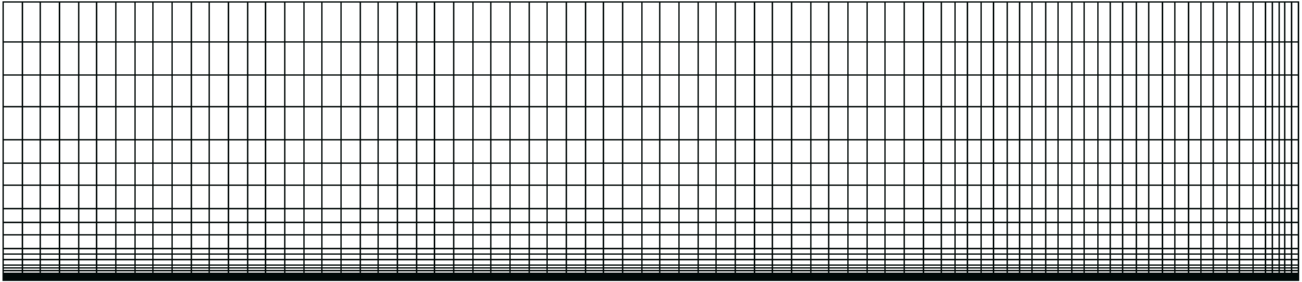
Πίνακα 5.1

Όπου NY και NZ είναι ο συνολικός αριθμός των κελιών κατά y και z αντίστοιχα.

#### 5.2 Ανεξαρτησία λύσης από το χρονικό βήμα

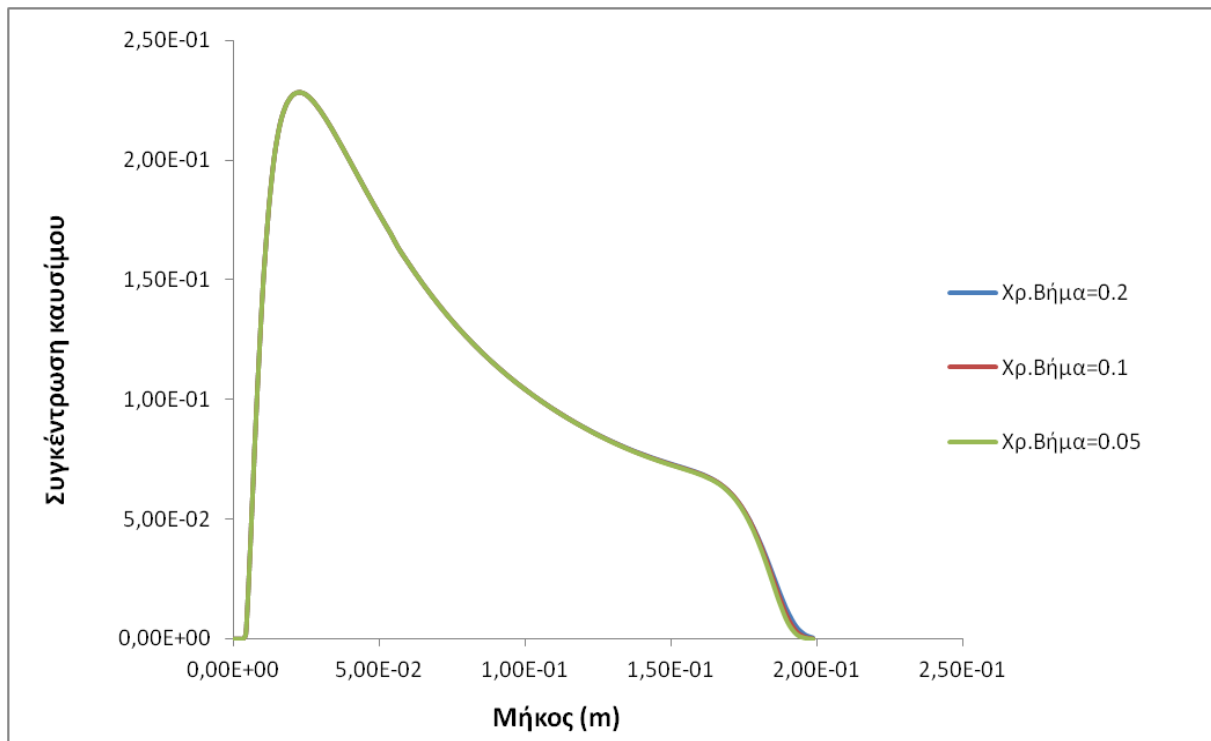
Το πρώτο πλέγμα που κατασκευάστηκε αποτελούταν συνολικά από 1760 κελιά, 22 κατά τον άξονα y και 80 κατά τον άξονα z. Στο πλέγμα αυτό εξετάστηκαν τρία διαφορετικά χρονικά βήματα: 0.2, 0.1 και 0.05ms για συνολικό πραγματικό χρόνο 10ms. Το πλέγμα αυτό παρατίθεται στην Εικόνα 5.1



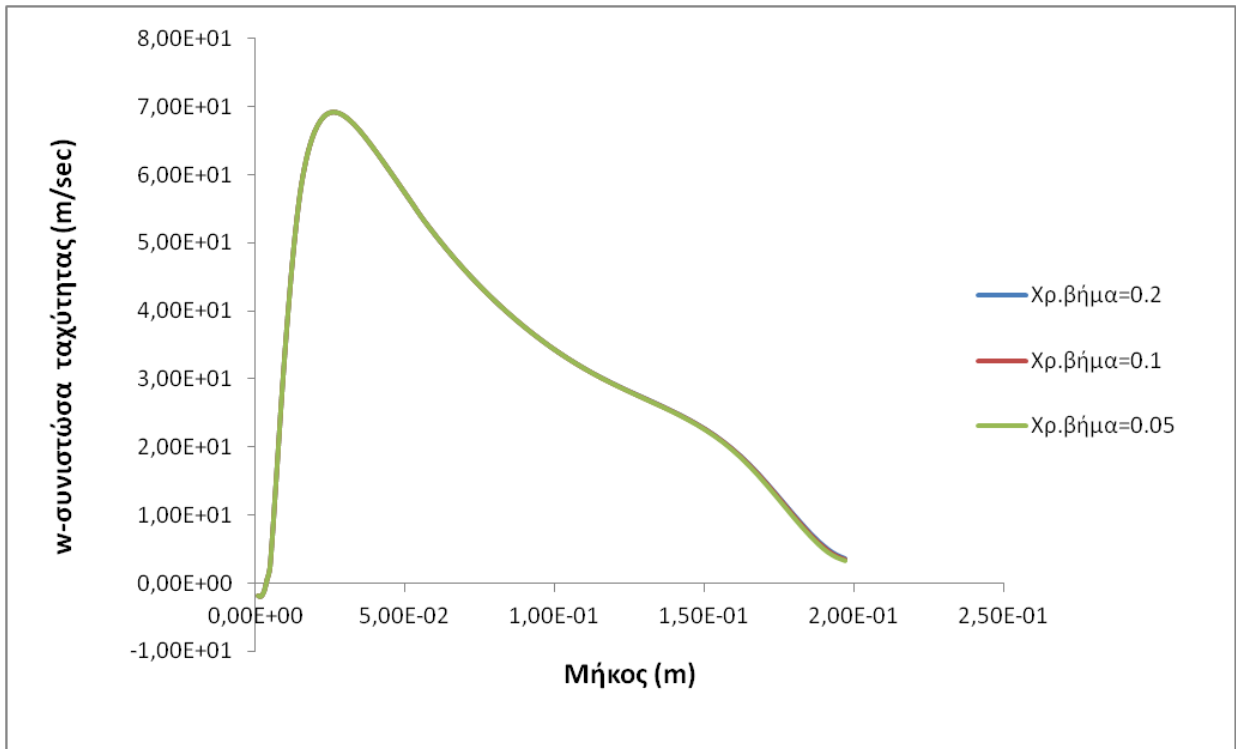


Εικόνα 5.1: Πλέγμα 22x80

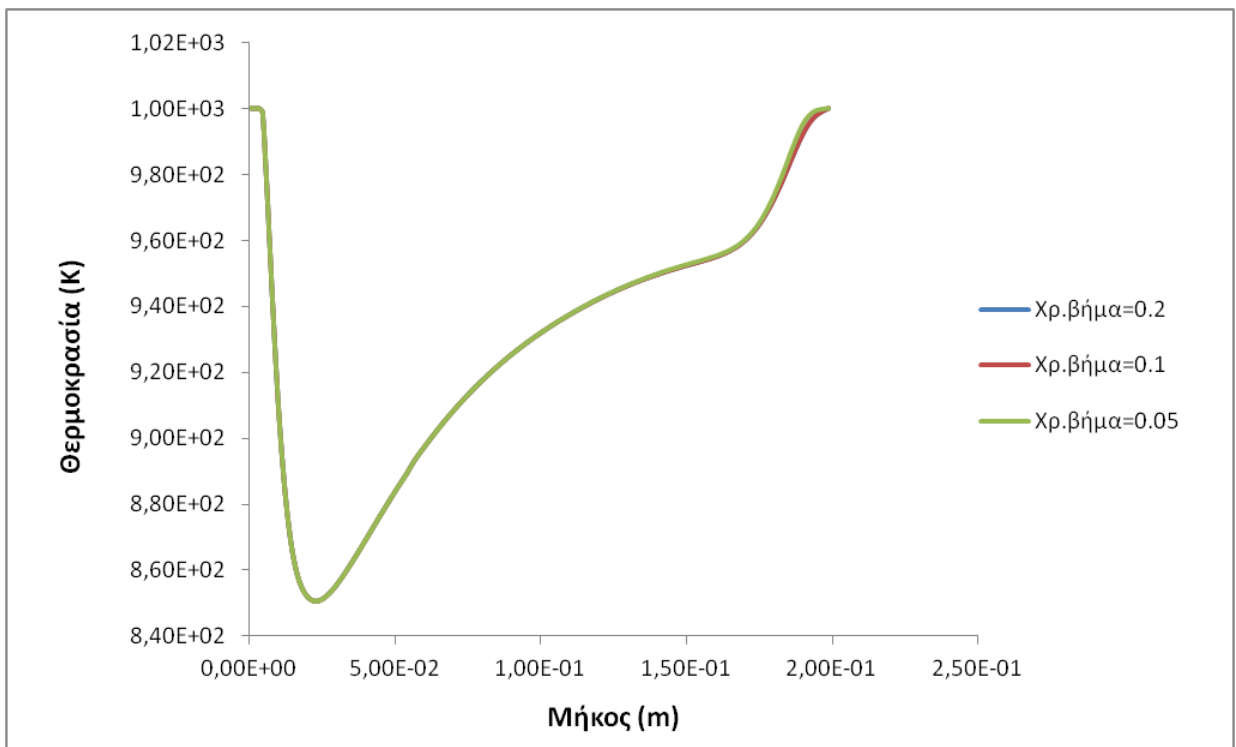
Η μελέτη ανεξαρτησίας πραγματοποιήθηκε για τρεις μεταβλητές του προβλήματος: τη συγκέντρωση του καυσίμου, τη συνιστώσα  $w$  της ταχύτητας (συνιστώσα κατά τον άξονα  $z$ ) και τη θερμοκρασία. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα κάτωθι διαγράμματα. Επισημαίνεται ότι επειδή η μεταβολή της συνιστώσας  $v$  της ταχύτητας (συνιστώσα κατά τον άξονα  $y$ ) καθώς και οι μεταβολές όλων των παραπάνω κατά μήκος του άξονα  $y$  είναι αμελητέες δεν παρατίθενται τα αντίστοιχα διαγράμματα.



Διάγραμμα 5.1: Κατανομή συγκέντρωσης καυσίμου κατά μήκος του άξονα  $z$  (πλέγμα 22x80)



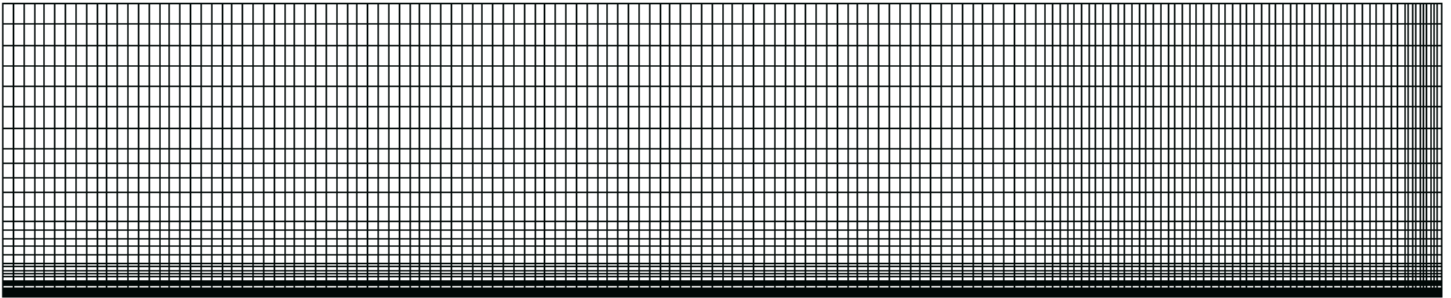
Διάγραμμα 5.2: Κατανομή w-συνιστώσας ταχύτητας κατά μήκος του άξονα z (πλέγμα 22x80)



Διάγραμμα 5.3: Κατανομή θερμοκρασίας κατά μήκος του άξονα z (πλέγμα 22x80)

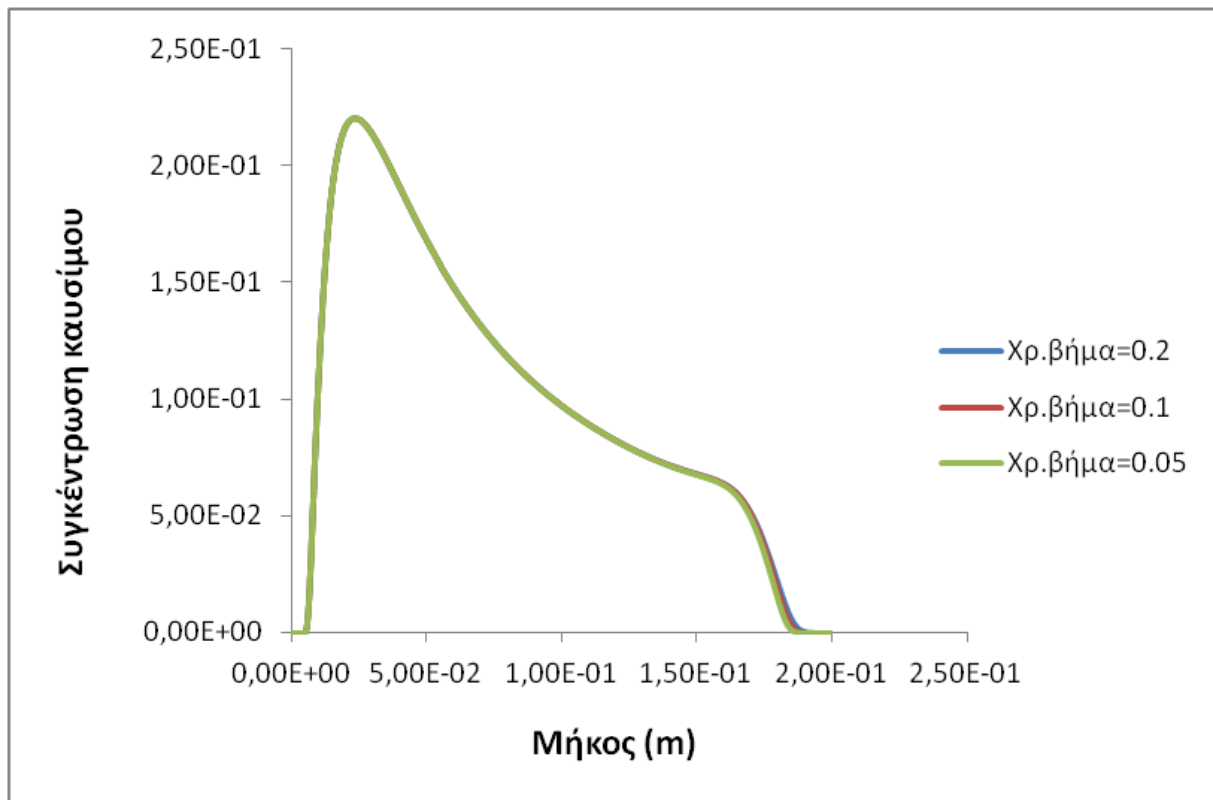
Όπως φαίνεται και από τα παραπάνω διαγράμματα, η λύση είναι ανεξάρτητη του χρονικού βήματος για το πρώτο πλέγμα. Επομένως για λόγους μείωσης του υπολογιστικού κόστους επιλέχθηκε το μεγαλύτερο χρονικό βήμα, δηλαδή τα 0.2ms.

Το δεύτερο πλέγμα που κατασκευάστηκε αποτελούταν από 6080 κελιά, 38 κατά τον άξονα y και 160 κατά τον άξονα z. Εξετάστηκαν και πάλι τα τρία χρονικά βήματα: 0.2, 0.1 και 0.05ms. Το πλέγμα παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.2.

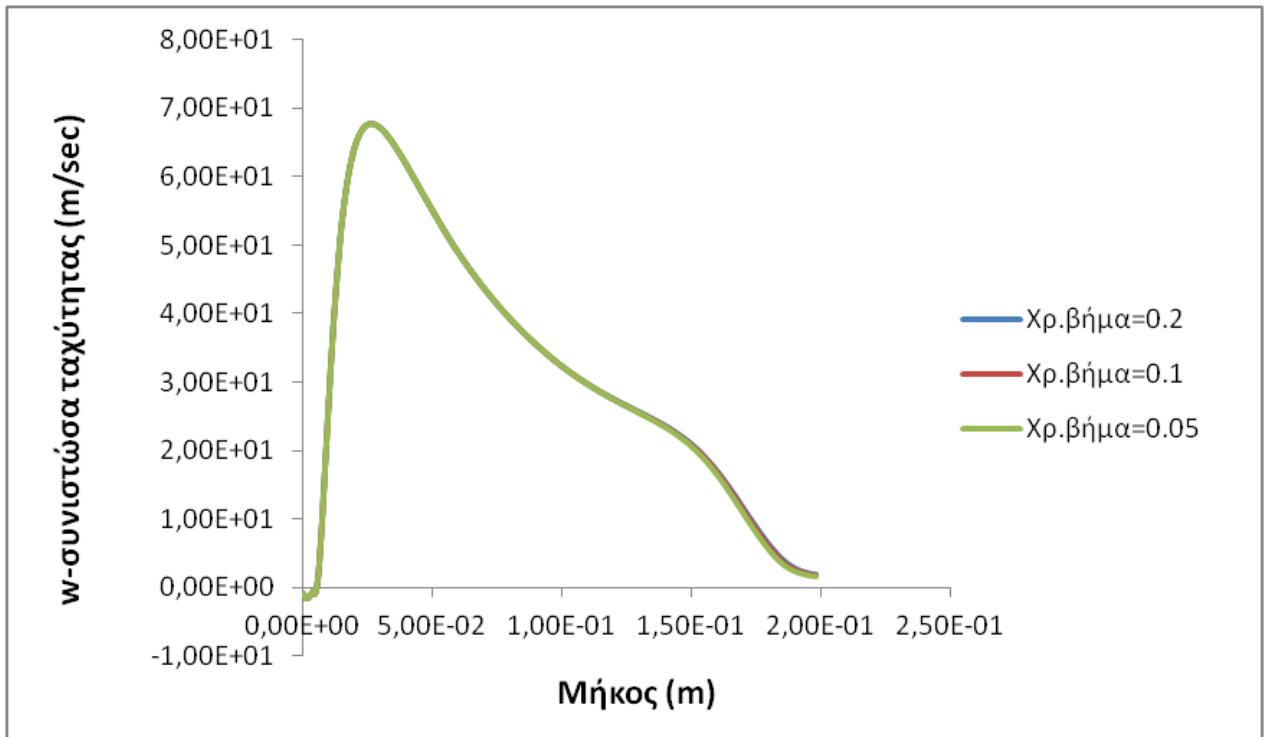


Εικόνα 5.2: Πλέγμα 38x160

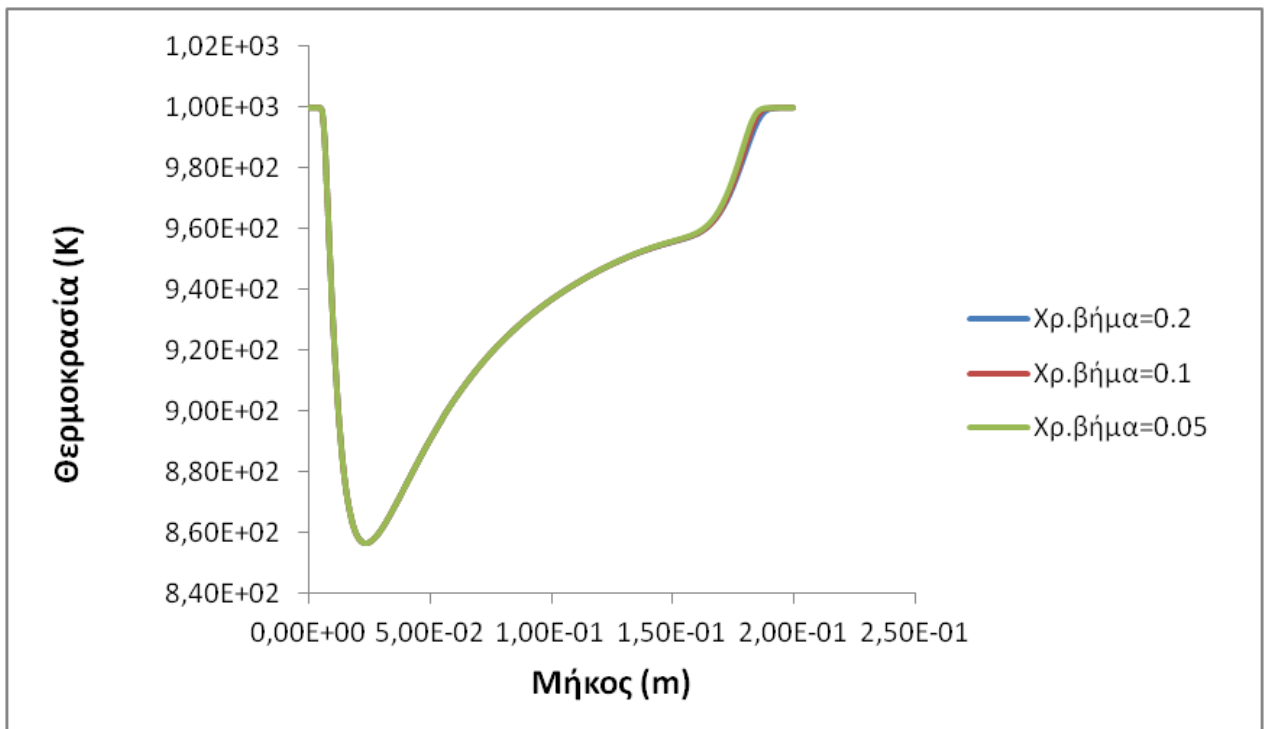
Στα παρακάτω διαγράμματα απεικονίζεται η διακύμανση των προαναφερθέντων μεταβλητών κατά μήκος του άξονα z για σταθερή τιμή του y (τέλος 4ης περιοχής).



Διάγραμμα 5.4: Κατανομή συγκέντρωσης καυσίμου κατά μήκος του άξονα z (πλέγμα 38x160)



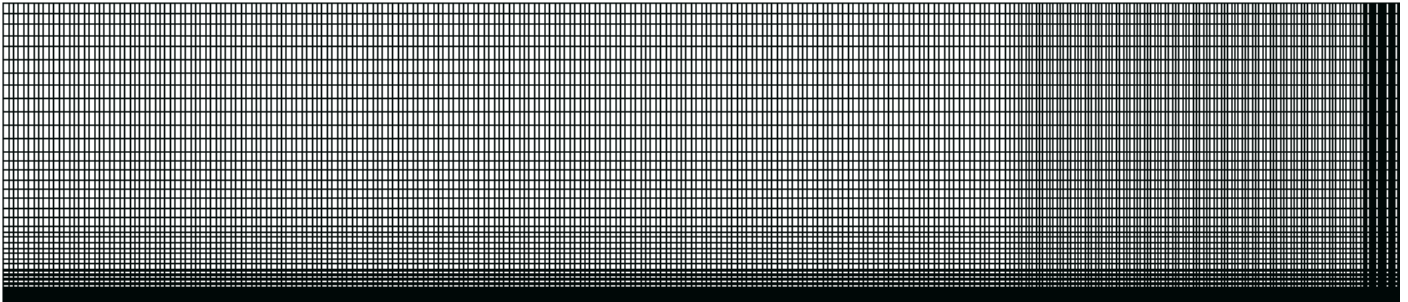
Διάγραμμα 5.5: Κατανομή w-συνιστώσας ταχύτητας κατά μήκος του άξονα z (πλέγμα 38x160)



Διάγραμμα 5.6: Κατανομή θερμοκρασίας κατά μήκος του άξονα z (πλέγμα 38x160)

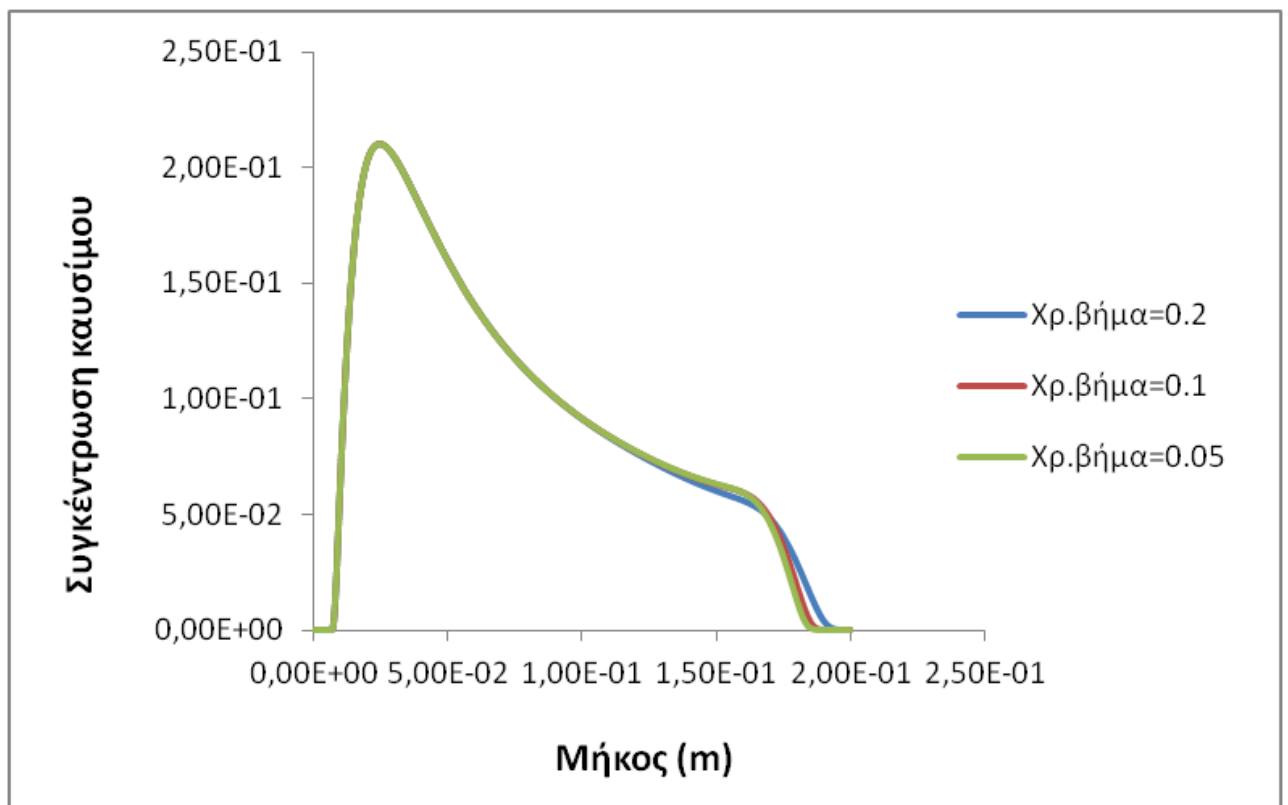
Από τα τρία αυτά διαγράμματα προκύπτει ότι και για το δεύτερο πλέγμα η λύση δεν επηρεάζεται από το μέγεθος του χρονικού βήματος. Επομένως επιλέγεται και πάλι το μέγιστο, δηλαδή τα 0.2ms.

Στο τρίτο πλέγμα ο συνολικός αριθμός των κελιών ανήλθε στα 21760, 68 στον άξονα y και 320 στον άξονα z. Το πλέγμα παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.3.

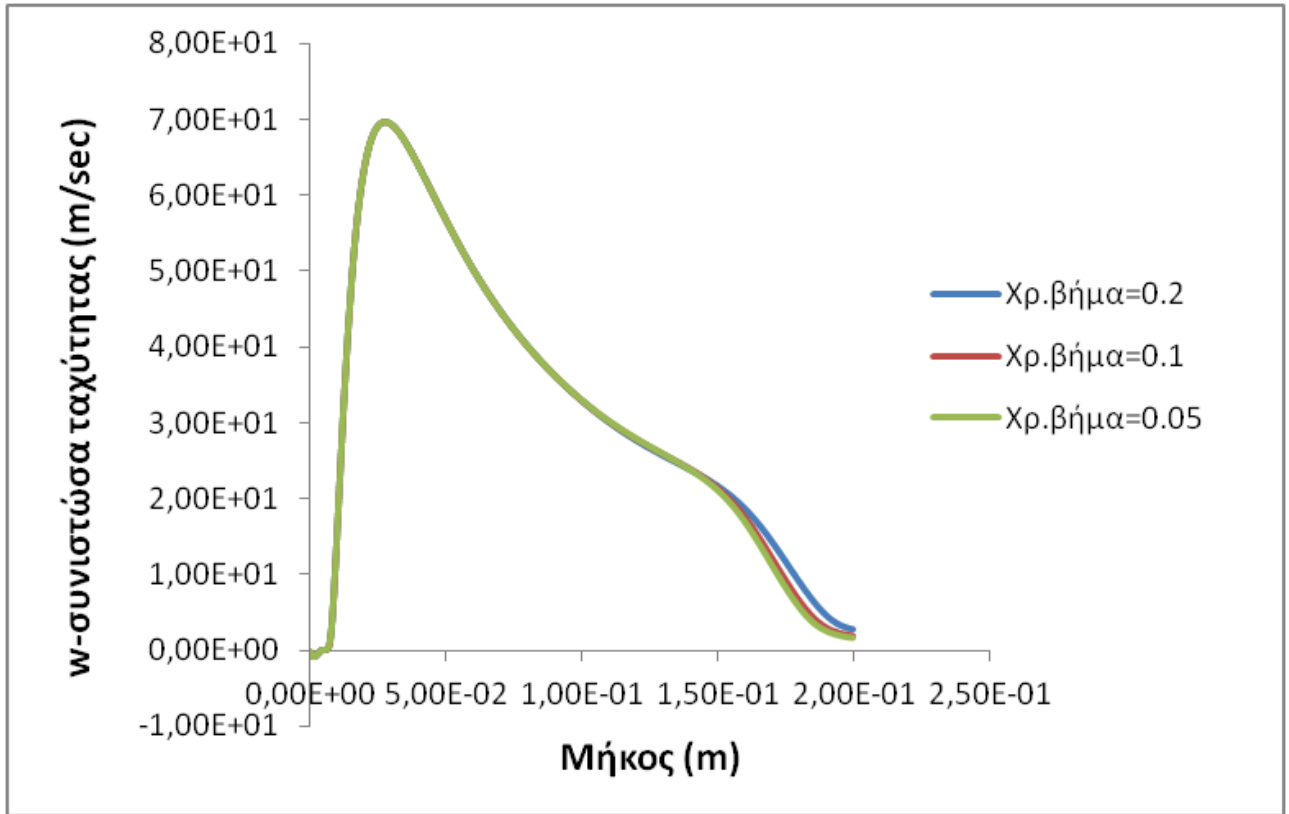


Εικόνα 5.3: Πλέγμα 68x320

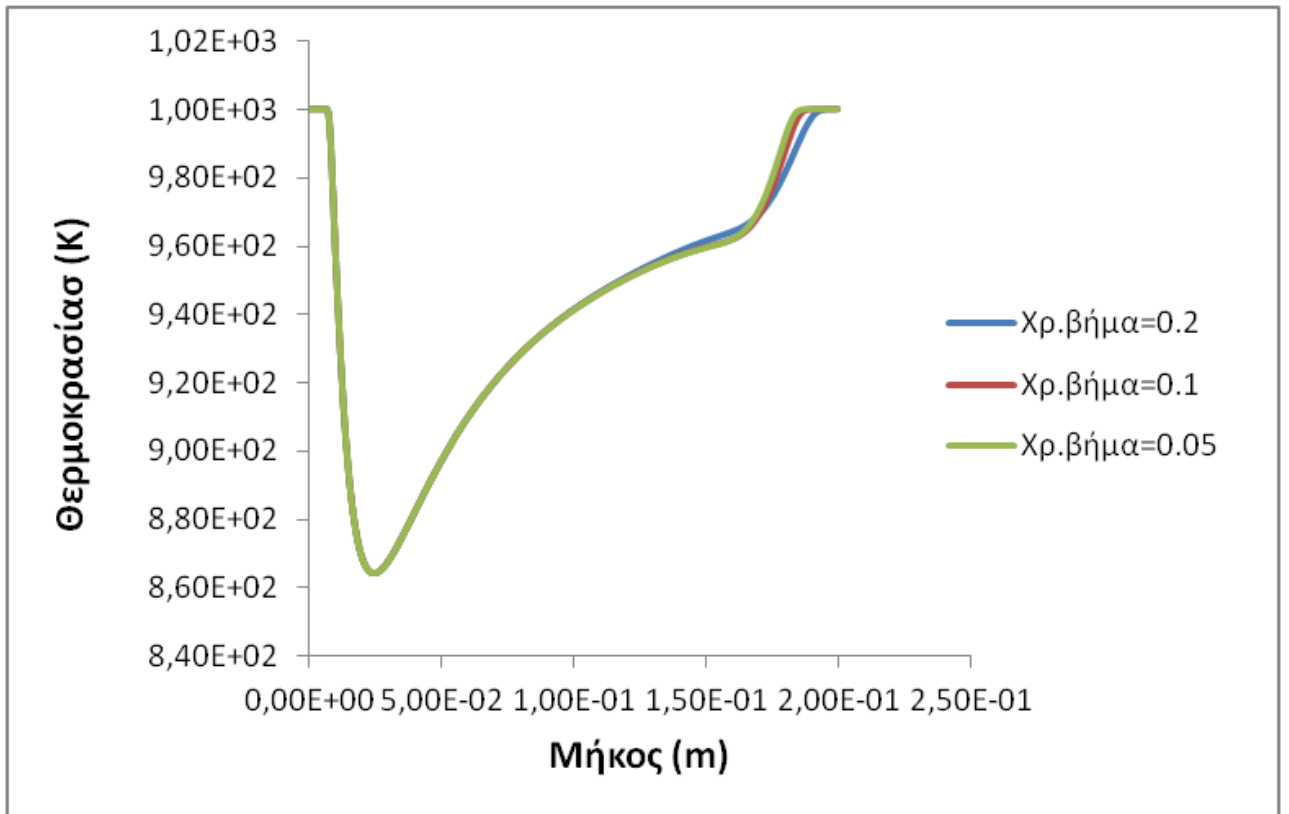
Στα διαγράμματα που ακολουθούν παριστάνονται οι αντίστοιχες κατανομές που προέκυψαν για τα χρονικά βήματα των 0.2, 0.1 και 0.05ms.



Διάγραμμα 5.7: Κατανομή συγκέντρωσης καυσίμου κατά μήκος του άξονα z (πλέγμα 68x320)



Διάγραμμα 5.8: Κατανομή w-συνιστώσας ταχύτητας κατά μήκος του άξονα z (πλέγμα 68x320)

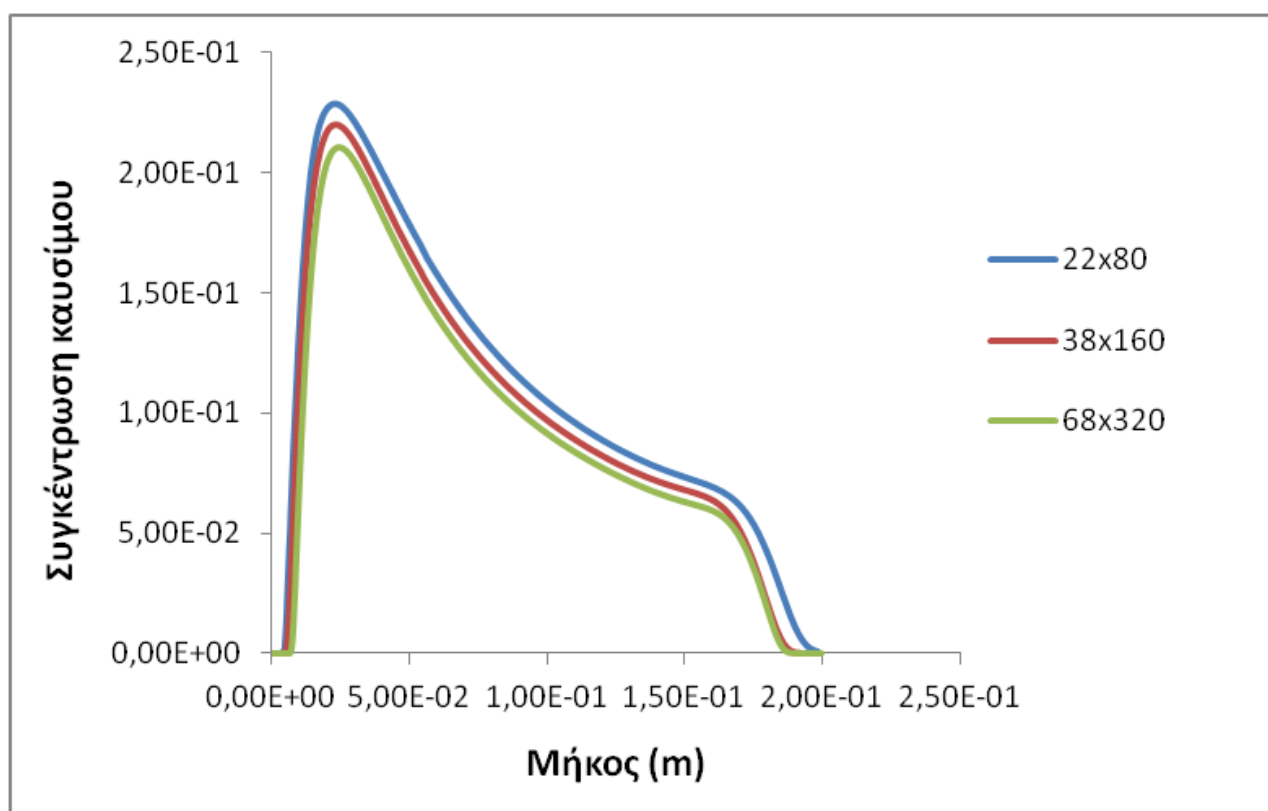


Διάγραμμα 5.9: Κατανομή θερμοκρασίας κατά μήκος του άξονα z (πλέγμα 68x320)

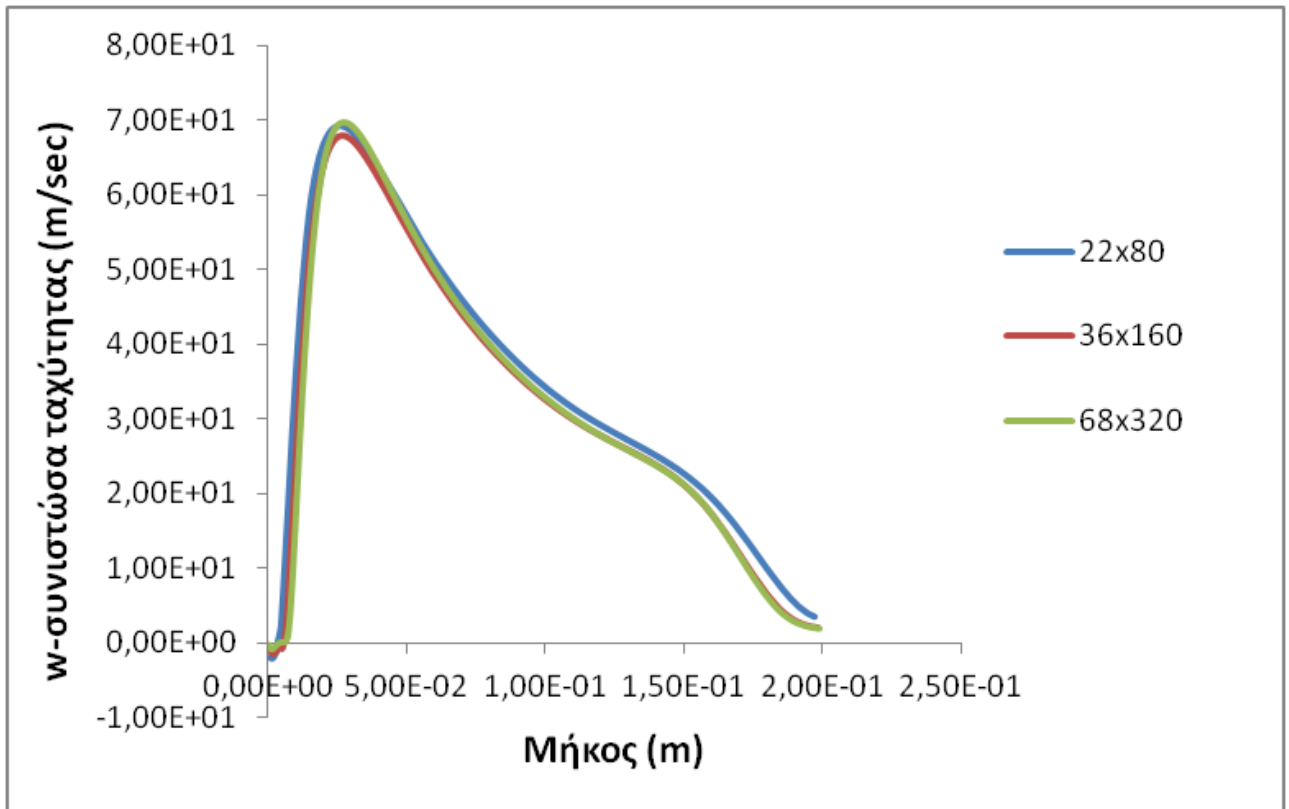
Όπως φαίνεται από τα παραπάνω υπάρχει και στα τρία διαγράμματα μία απόκλιση για τις τιμές των μεταβλητών σε μήκος πέραν των 150mm κατά τον άξονα z στην περίπτωση που το χρονικό βήμα είναι 0.2ms. Για τα άλλα δύο χρονικά βήματα υπάρχει ταύτιση μεταξύ των καμπυλών που προκύπτουν. Για το λόγο αυτό επιλέγεται αυτή τη φορά το αμέσως επόμενο χρονικό βήμα του 0.1ms.

### 5.3 Ανεξαρτησία λύσης ως προς τη χωρική διακριτοποίηση

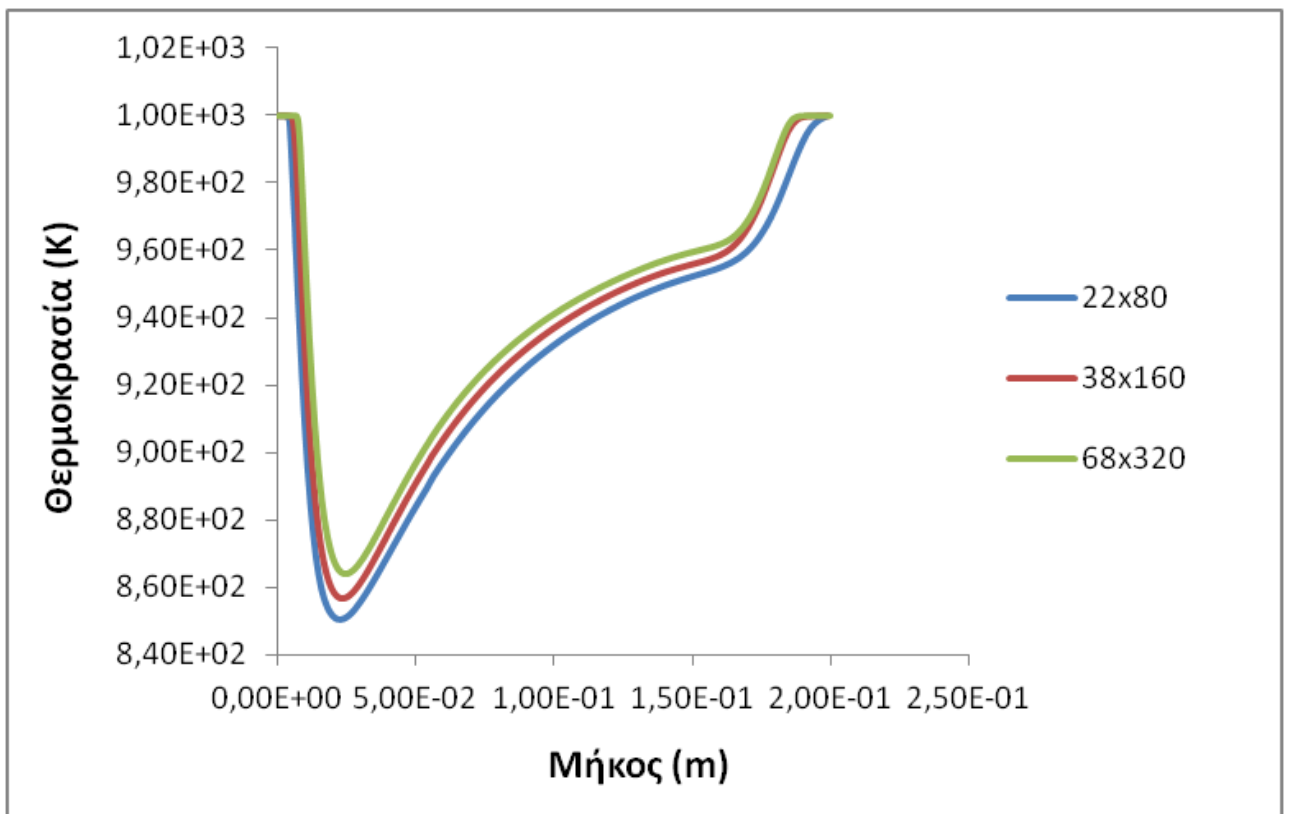
Για να μελετηθεί η ανεξαρτησία της λύσης από τη χωρική διακριτοποίηση κατασκευάστηκαν, όπως προαναφέρθηκε, τρία διαφορετικής πυκνότητας πλέγματα. Στον Πίνακα 5.1 καταγράφεται ο αριθμός των κελιών για καθένα από αυτά και στις Εικόνες 5.1, 5.2 και 5.3 παρουσιάζονται τα αντίστοιχα πλέγματα. Τα προκύπτοντα αποτελέσματα για τις μεταβλητές: συγκέντρωση, συνιστώσα ταχύτητας  $w$  και θερμοκρασία παρατίθενται στα ακόλουθα διαγράμματα. Σημειώνεται ότι, όπως έχει προκύψει από τη μελέτη ανεξαρτησίας της παραγράφου 5.2 για τα δύο πρώτα πλέγματα έχει επιλεγεί χρονικό βήμα ίσο με 0.2ms και για το τρίτο 0.1ms.



Διάγραμμα 5.10: Κατανομή συγκέντρωσης καυσίμου κατά μήκος του άξονα z



Διάγραμμα 5.11: Κατανομή w-συνιστώσας ταχύτητας κατά μήκος του άξονα z



Διάγραμμα 5.12: Κατανομή θερμοκρασίας κατά μήκος του άξονα z



Στο διάγραμμα της συγκέντρωσης οι μεγαλύτερες διαφορές που παρατηρούνται βρίσκονται στην περιοχή κοντά στα 25mm κατά τη διεύθυνση z. Οι διαφορές είναι της τάξης του 4% τόσο ανάμεσα στο πρώτο και δεύτερο πλέγμα όσο και ανάμεσα στο δεύτερο με το τρίτο. Στην ίδια περιοχή εμφανίζονται οι μεγαλύτερες διαφοροποιήσεις και για τη θερμοκρασία. Σε όλα τα υπόλοιπα σημεία η καμπύλη που προκύπτει με τη χρήση του δεύτερου πλέγματος είναι εγγύτερα σε αυτήν του τρίτου ενώ στην περίπτωση της ταχύτητας παρατηρείται ακόμη μεγαλύτερη ταύτιση των αποτελεσμάτων μεταξύ του δεύτερου και τρίτου πλέγματος. Παρόλο που και η διαφορά μεταξύ του πρώτου και του δεύτερου πλέγματος δεν είναι απαγορευτική για την επιλογή του πρώτου ως ανεξάρτητου, δεδομένης της υπολογιστικής δυνατότητας που πλέον υπάρχει, κρίθηκε σκόπιμο για μεγαλύτερη ακρίβεια να επιλεγεί το δεύτερο πλέγμα και να χρησιμοποιηθεί αυτό για την επίλυση του προβλήματος.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

### ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

#### 6.1 Γενικά

Η εξαγωγή των αποτελεσμάτων πραγματοποιήθηκε με τη χρήση του βέλτιστου πλέγματος και του βέλτιστου χρονικού βήματος όπως αυτό προέκυψε από τη μελέτη που περιγράφηκε αναλυτικά στο Κεφάλαιο 5. Ο συνολικός αριθμός των κελιών είναι 6080 και το χρονικό βήμα ισούται με 0.2ms. Το πλέγμα παριστάνεται στην Εικόνα 5.2

Επιλύθηκαν τέσσερα διαφορετικά σενάρια η σύνοψη των οποίων φαίνεται στον Πίνακα 6.1.

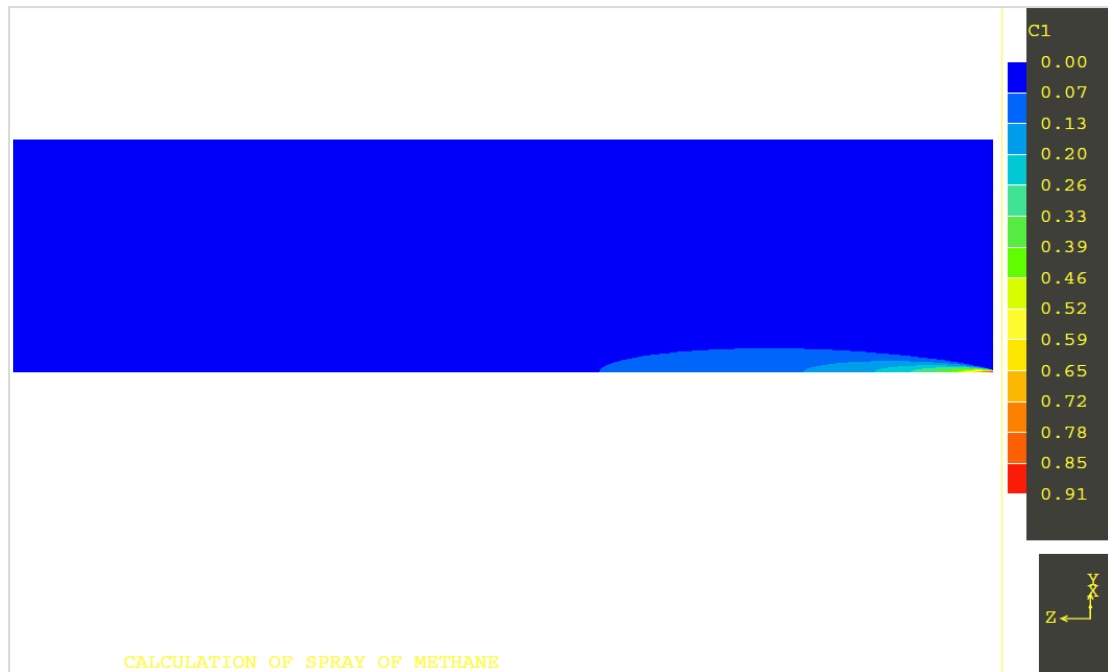
Σενάριο	Καύσιμο	Διάμετρος ακροφυσίου (mm)
1	Μεθάνιο	0.68
2	Μεθάνιο	1.00
3	Προπάνιο	0.68
4	Προπάνιο	1.00

Πίνακας 6.1

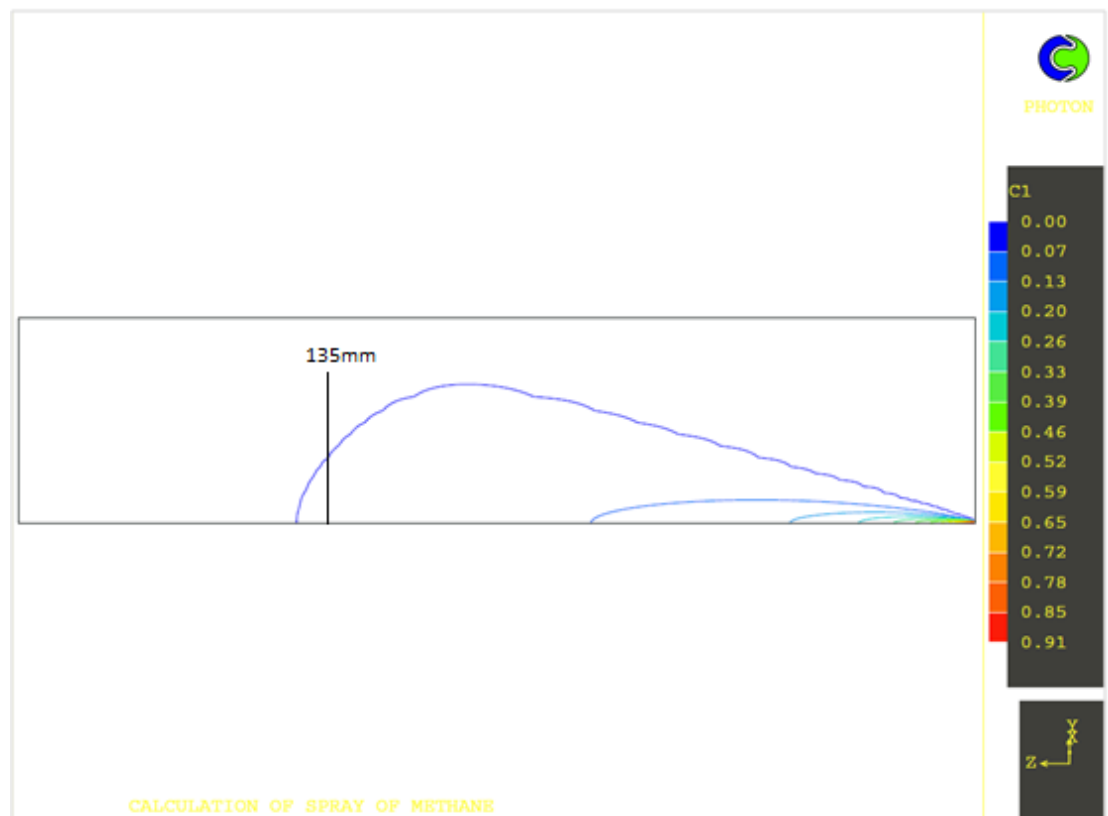
Στις ενότητες που ακολουθούν παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα που προέκυψαν για καθεμία από τις παραπάνω περιπτώσεις.

#### 6.2 Αποτελέσματα πρώτης περίπτωσης

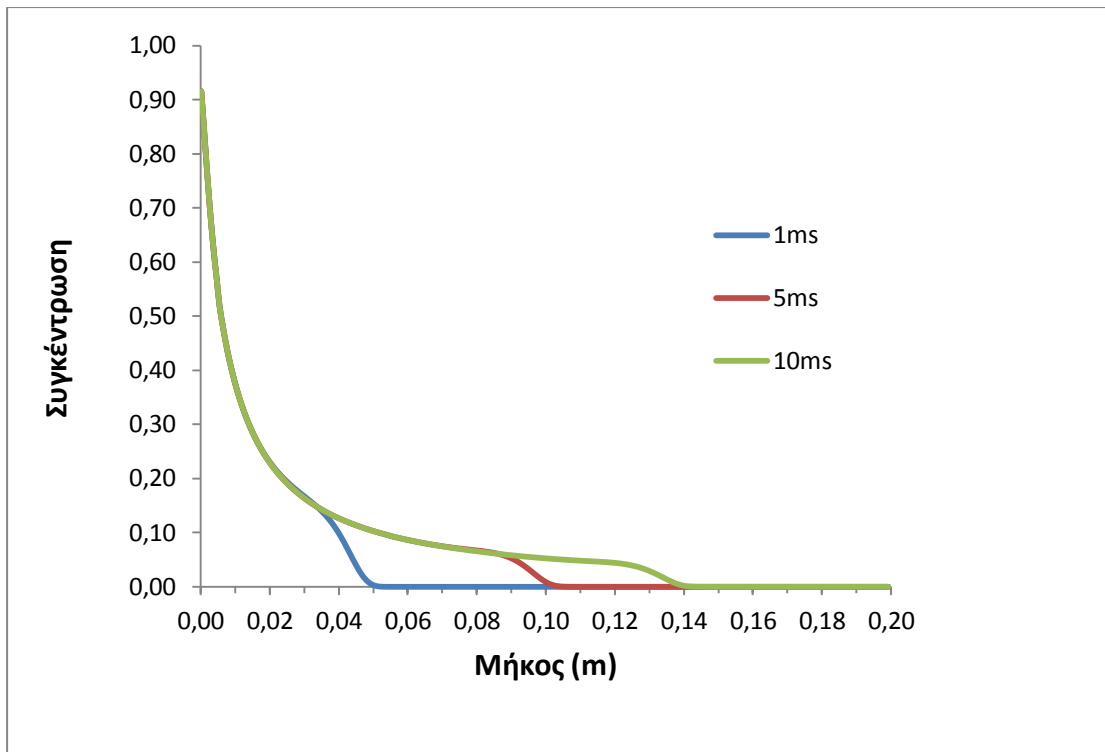
Η πρώτη περίπτωση, όπως προκύπτει και από τον Πίνακα 6.1, αναφέρεται στο μεθάνιο και σε διάμετρο εισόδου ίση με 0.68mm. Στις Εικόνες 6.1 και 6.2 παρουσιάζονται οι κατανομές της συγκέντρωσης του μεθανίου σε πραγματικό χρόνο 10ms. Στην Εικόνα 6.2 διακρίνεται επιπλέον και το απώτερο σημείο κατά την αξονική διεύθυνση στο οποίο έχει καταφέρει να διεισδύσει το καύσιμο. Στη συγκεκριμένη περίπτωση το σημείο αυτό βρίσκεται στα 135mm. Αξιόλογες συγκεντρώσεις καυσίμου διαπιστώνεται ότι υπάρχουν σε περιοχές πλησίον της εισόδου και μέχρι το 1/3 του συνολικού αξονικού μήκους του πεδίου. Στο Διάγραμμα 6.1 παρατίθεται η κατανομή τιμών της συγκέντρωσης κατά μήκος του άξονα z στη θέση  $y=0.085\text{mm}$  (όπου βρίσκονται τα νοτιότερα κελιά του πλέγματος) για τις χρονικές στιγμές των 1, 5 και 10ms. Όπως εύκολα διακρίνεται για μήκος μέχρι 40mm



Εικόνα 6.1: Κατανομή της συγκέντρωσης μεθανίου για διάμετρο ακροφυσίου 0.68mm σε πραγματικό χρόνο 10ms.



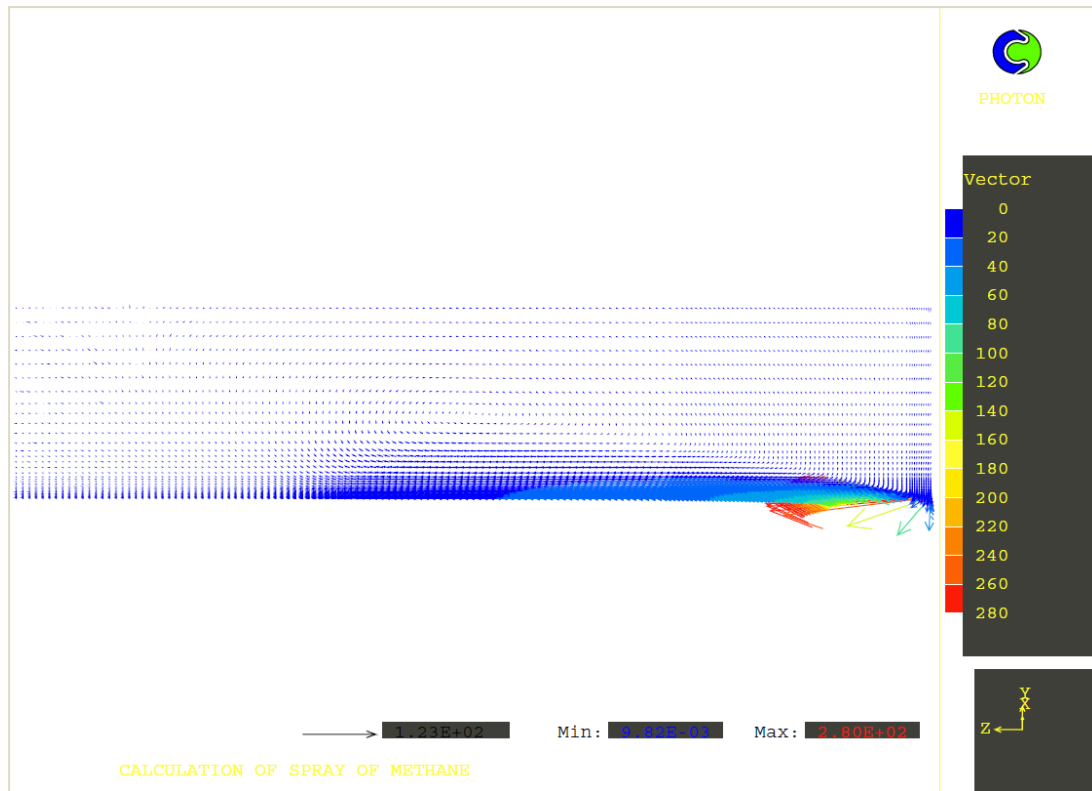
Εικόνα 6.2: Καμπύλες ίσης συγκέντρωσης μεθανίου για διάμετρο ακροφυσίου 0.68mm σε πραγματικό χρόνο 10ms.



Διάγραμμα 6.1: Κατανομές τιμών συγκέντρωσης μεθανίου κατά μήκος του άξονα z, στη θέση  $y=0.085\text{mm}$ , στα 1, 5 και 10ms (διάμετρος 0.68mm)



Εικόνα 6.3: Κατανομή της θερμοκρασίας για διάμετρο ακροφυσίου 0.68mm και καύσιμο μεθάνιο σε πραγματικό χρόνο 10ms.



Εικόνα 6.4: Διανύσματα ταχύτητας για διάμετρο ακροφυσίου 0.68mm και καύσιμο μεθάνιο σε πραγματικό χρόνο 10ms.

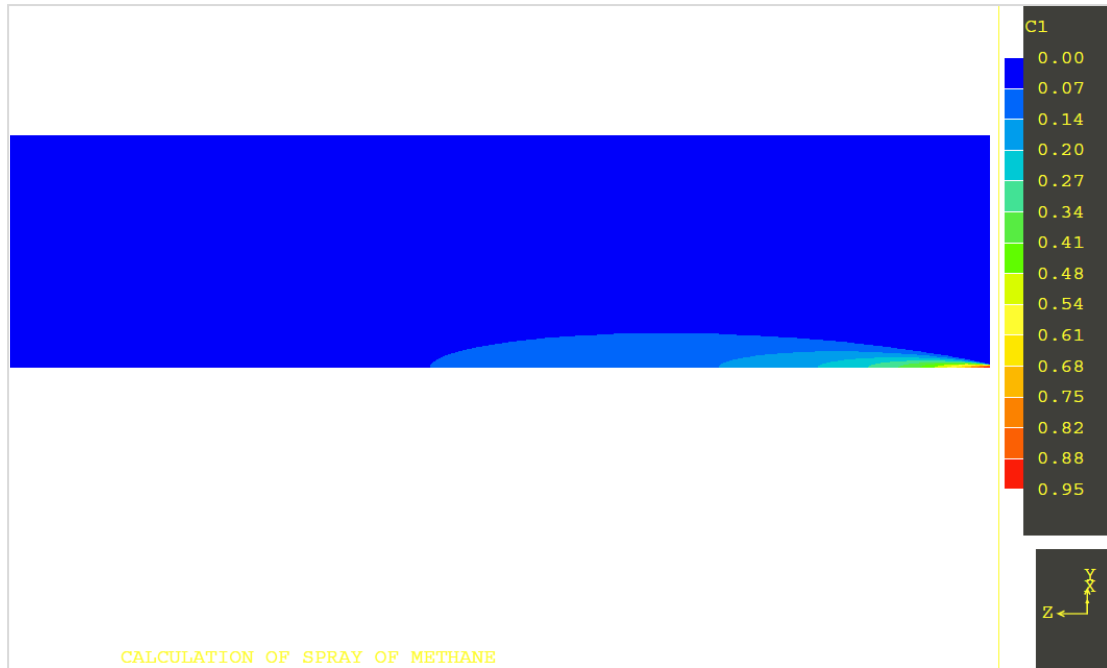
οι συγκεντρώσεις δε διαφοροποιούνται καθόλου συναρτήσει του χρόνου. Επιπλέον παρατηρείται μία απότομη πτώση των τιμών για μήκος έως 15mm ενώ για μεγαλύτερα μήκη η πτώση είναι πιο ομαλή.

Στην Εικόνα 6.3 παρουσιάζεται η κατανομή της θερμοκρασίας στο χωρίο επίλυσης για τον τελικό χρόνο των 10ms. Όπως διαπιστώνεται οι θερμοκρασίες που επικρατούν είναι παρόμοιες με αυτές του καθαρού αέρα (1000K) σχεδόν σε όλο το πεδίο. Οι θέσεις όπου επηρεάζονται από την είσοδο του «ψυχρότερου» αερίου (330K) είναι μόνο κοντά στο ακροφύσιο. Στα 2/3 του χωρίου κατά την αξονική διεύθυνση η θερμοκρασία είναι πάνω από 900K κάτι που είναι απολύτως σύμφωνο με τις κατανομές της συγκέντρωσης.

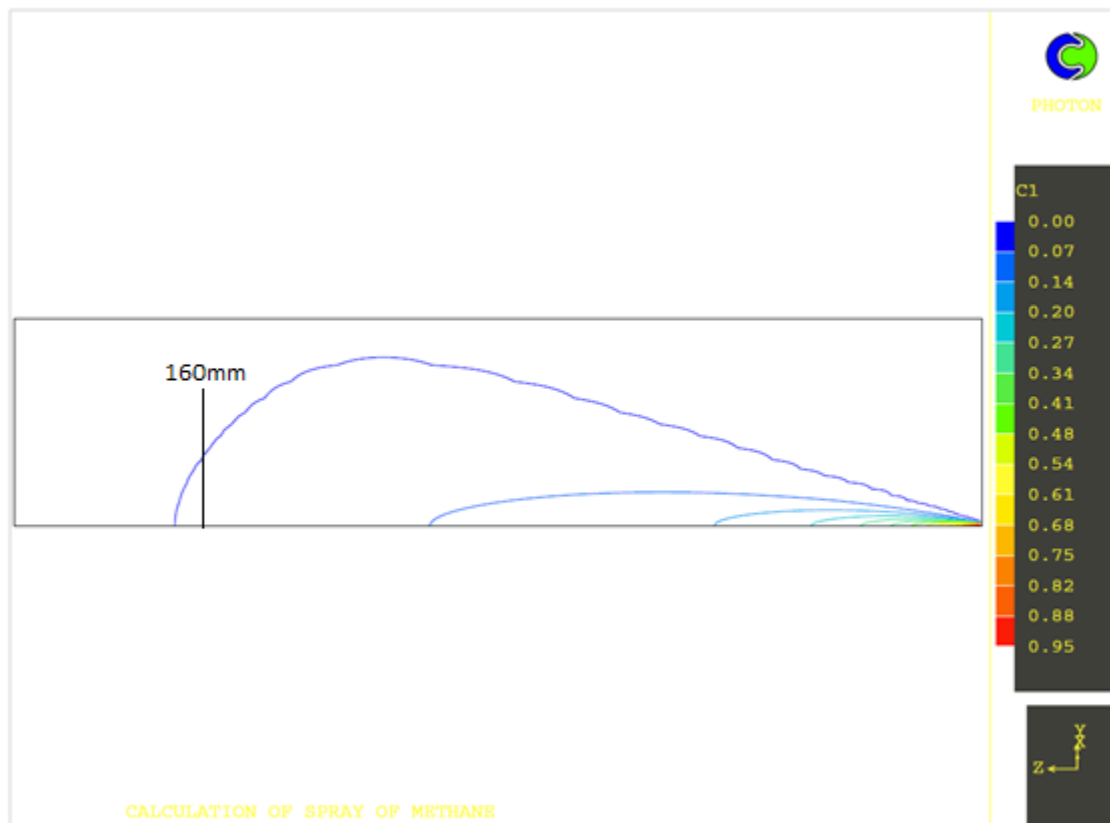
Στην Εικόνα 6.4 απεικονίζονται τα ανύσματα της ταχύτητας. Όπως αναμενόταν στην είσοδο παρατηρούνται οι μεγαλύτερες ταχύτητες ενώ σε μεγάλο μέρος του πεδίου είναι σχεδόν μηδενικές. Παρά το φαινόμενο της τύρβης υπάρχει μία σαφής τάση προς την αξονική κατεύθυνση.

### 6.3 Αποτελέσματα δεύτερης περίπτωσης

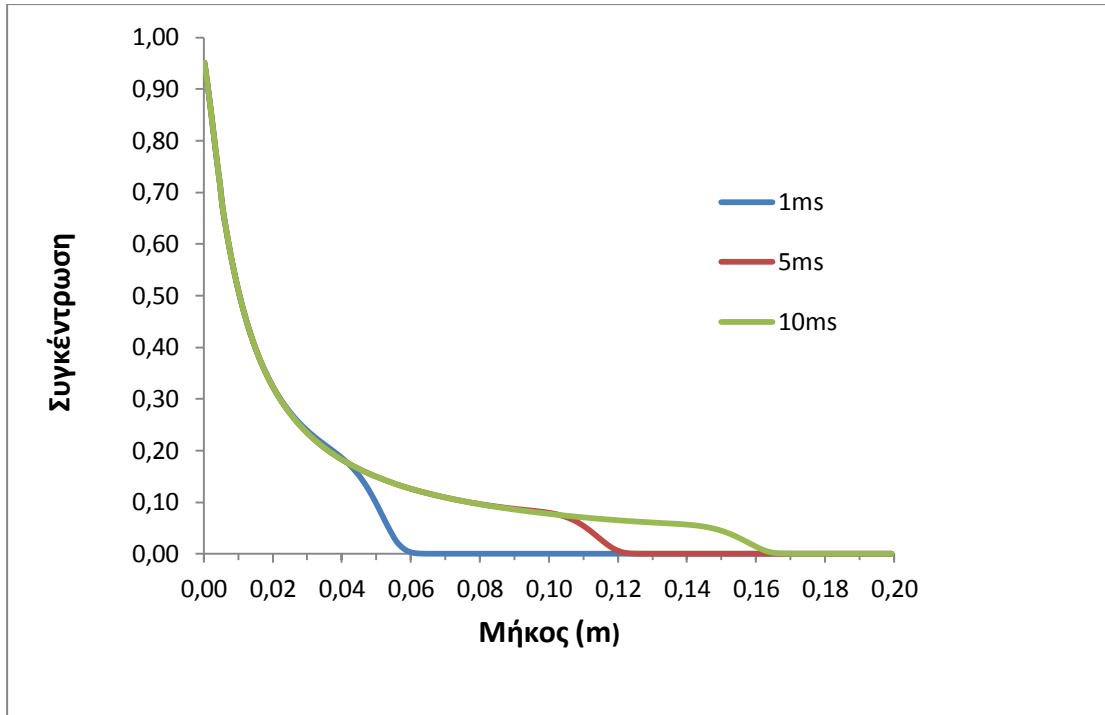
Η δεύτερη περίπτωση αναφέρεται και πάλι στο μεθάνιο αλλά σε διάμετρο εισόδου ίση με 1.00mm. Στις Εικόνες 6.5 και 6.6 παριστάνονται οι κατανομές της συγκέντρωσης για τη χρονική στιγμή των 10ms, όπου στην Εικόνα 6.6 καταγράφεται και το μήκος εισχώρησης κατά την αξονική κατεύθυνση.



Εικόνα 6.5: Κατανομή της συγκέντρωσης μεθανίου για διάμετρο ακροφυσίου 1mm σε πραγματικό χρόνο 10ms.



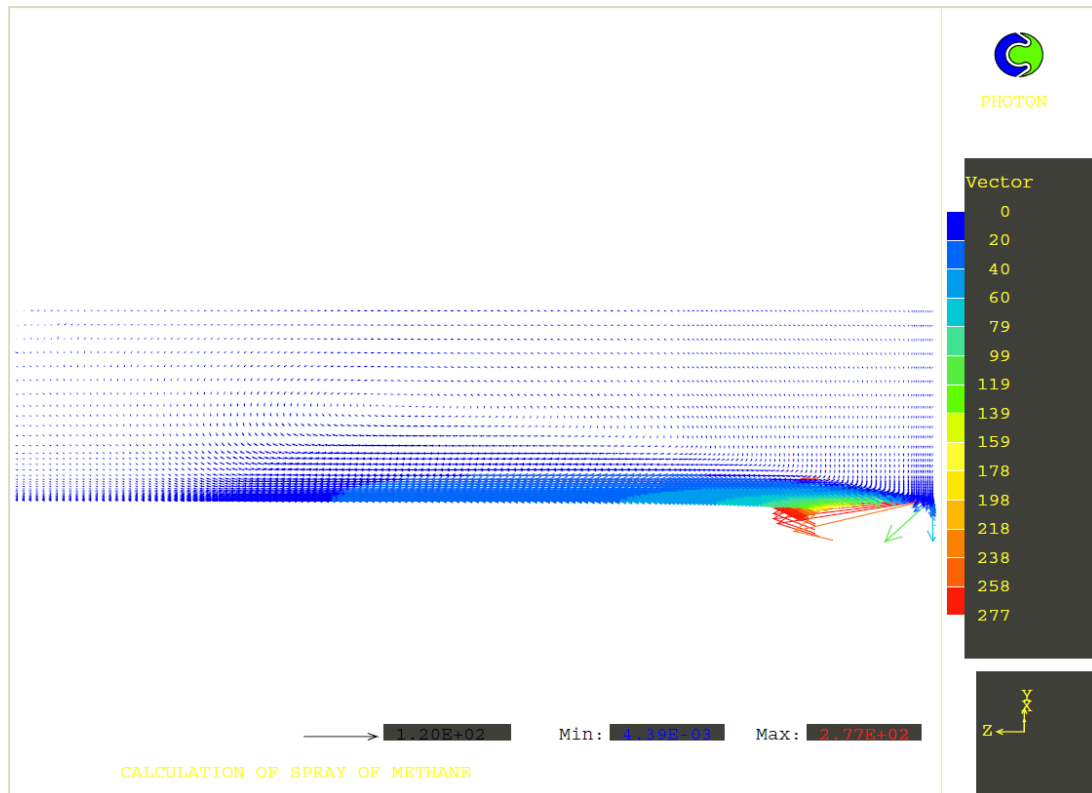
Εικόνα 6.6: Καμπύλες ίσης συγκέντρωσης μεθανίου για διάμετρο ακροφυσίου 1mm σε πραγματικό χρόνο 10ms.



Διάγραμμα 6.2: Κατανομές τιμών συγκέντρωσης μεθανίου κατά μήκος του άξονα z, στη θέση  $y=0.085mm$ , στα 1, 5 και 10ms (διάμετρος 1.00mm)



Εικόνα 6.7: Κατανομή της θερμοκρασίας για διάμετρο ακροφυσίου 1mm και καύσιμο μεθάνιο σε πραγματικό χρόνο 10ms.



Εικόνα 6.8: Διανύσματα ταχύτητας για διάμετρο ακροφυσίου 1mm και καύσιμο μεθάνιο σε πραγματικό χρόνο 10ms.

Όπως διακρίνεται από την κατανομή της συγκέντρωσης το αέριο έχει εισχωρήσει στο θάλαμο εμφανώς περισσότερο από πριν και έχει φτάσει στα 160mm με συγκεντρώσεις μεγαλύτερες του 0.1 να υπάρχουν πέρα από τα μισά του χωρίου. Από το Διάγραμμα 6.2 διαπιστώνεται ότι για μήκος μέχρι 50mm παρατηρούνται οι ίδιες συγκεντρώσεις ανεξαρτήτως χρόνου ενώ από τα 5 έως τα 10ms το καύσιμο διεισδύει κατά 40mm επιπλέον. Η καμπύλη έχει και πάλι μεγάλη κλίση για μήκος έως 15mm. Σε απόσταση μεγαλύτερη των 40mm από την είσοδο οι συγκεντρώσεις του καυσίμου κυμαίνονται από 0.2 έως 0.1.

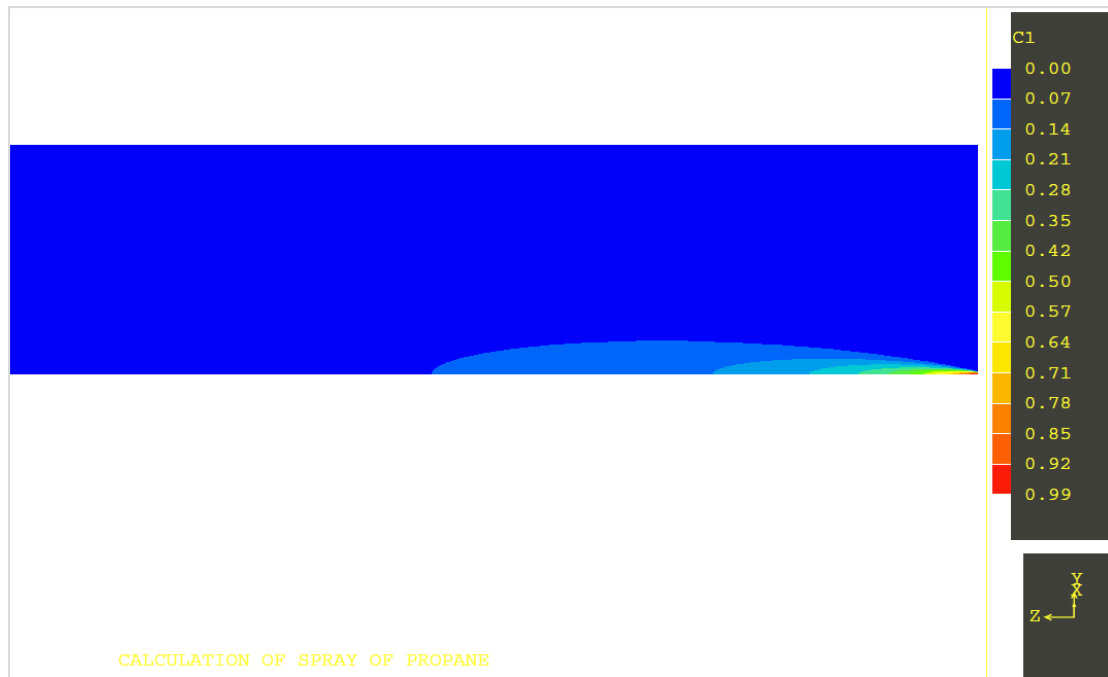
Στην Εικόνα 6.7 παρουσιάζεται η κατανομή της θερμοκρασίας σε χρόνο 10ms. Η θερμοκρασία έχει μειωθεί σε αρκετά σημεία του χωρίου σε σχέση με πριν με την περιοχή τιμών μεγαλύτερων των 900K να έχει περιοριστεί στα μισά του πεδίου.

Στην Εικόνα 6.8 φαίνονται τα ανύσματα της ταχύτητας. Οι ταχύτητες είναι διακριτά μεγαλύτερες από πριν, όπως και αναμενόταν λόγω της αύξησης της διαμέτρου, με υπολογίσιμες τιμές σε απόσταση ακόμη και μέχρι τα 2/3 του πεδίου ενώ είναι και πάλι κυρίως αξονικής διεύθυνσης.

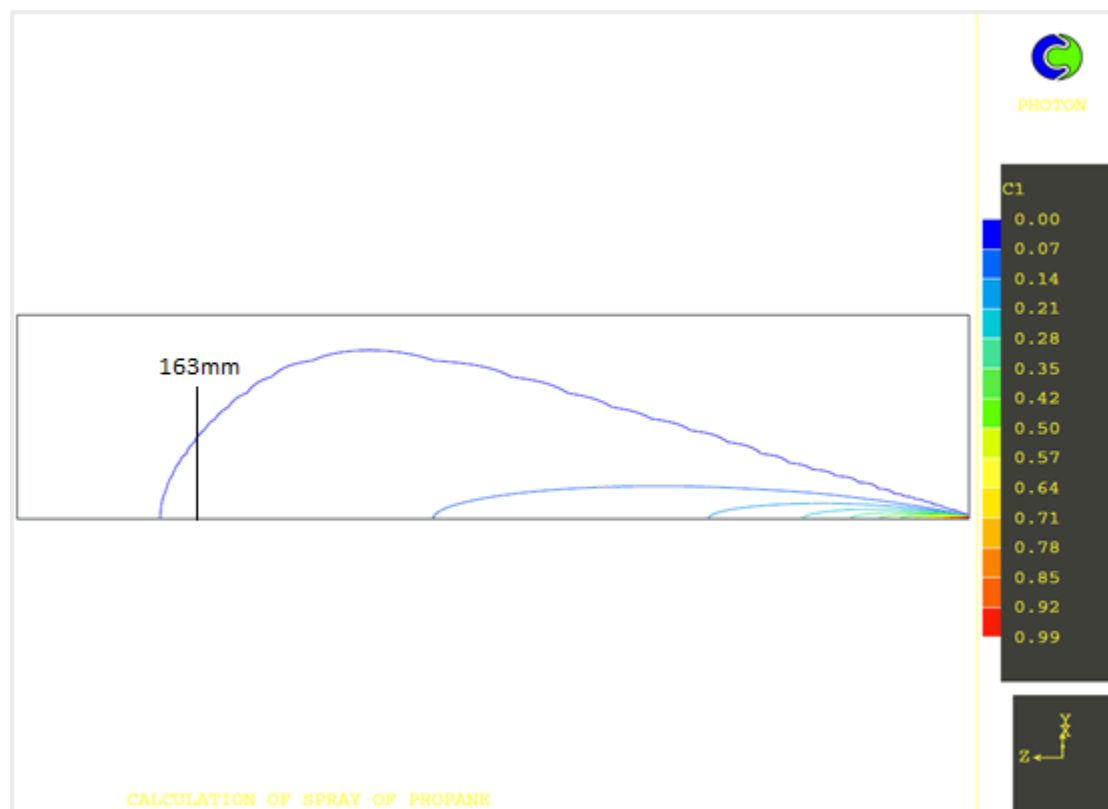
#### 6.4 Αποτελέσματα τρίτης περίπτωσης

Στην τρίτη περίπτωση έχουμε προπάνιο και διάμετρο ακροφυσίου 0.68mm (Πίνακας 6.1). Στις Εικόνες 6.9 και 6.10 παρουσιάζονται οι κατανομές της συγκέντρωσης του προπανίου σε πραγματικό χρόνο 10ms.

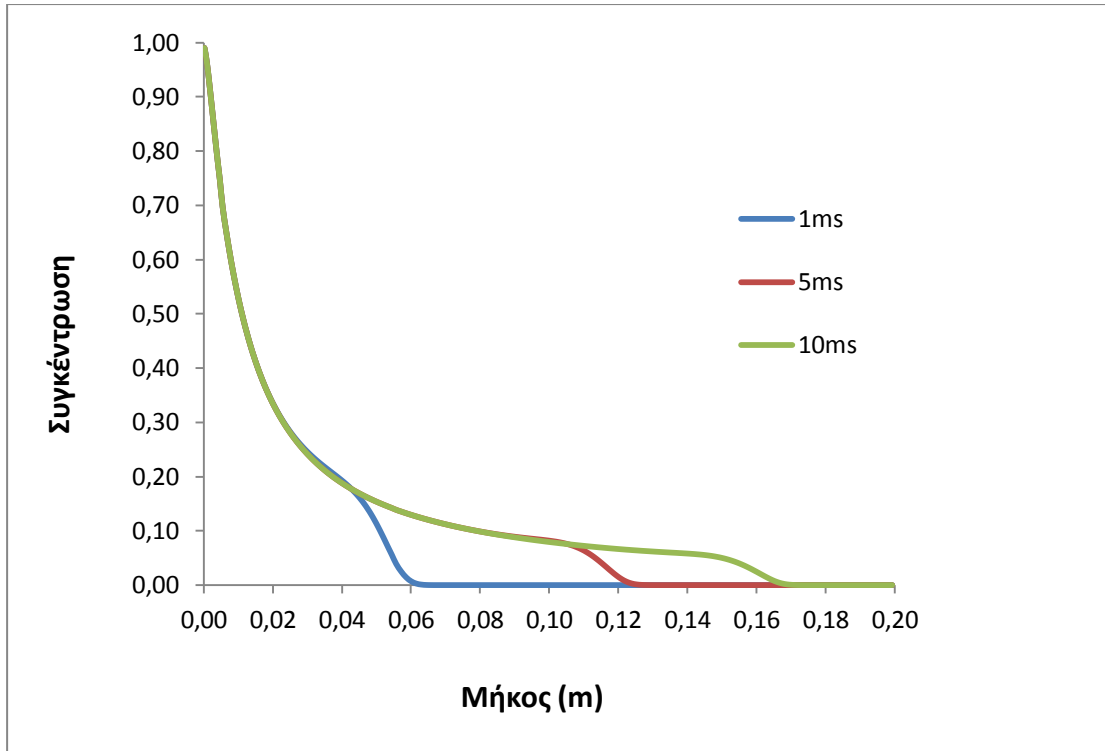




Εικόνα 6.9: Κατανομή της συγκέντρωσης προπανίου για διάμετρο ακροφυσίου 0.68mm σε πραγματικό χρόνο 10ms.



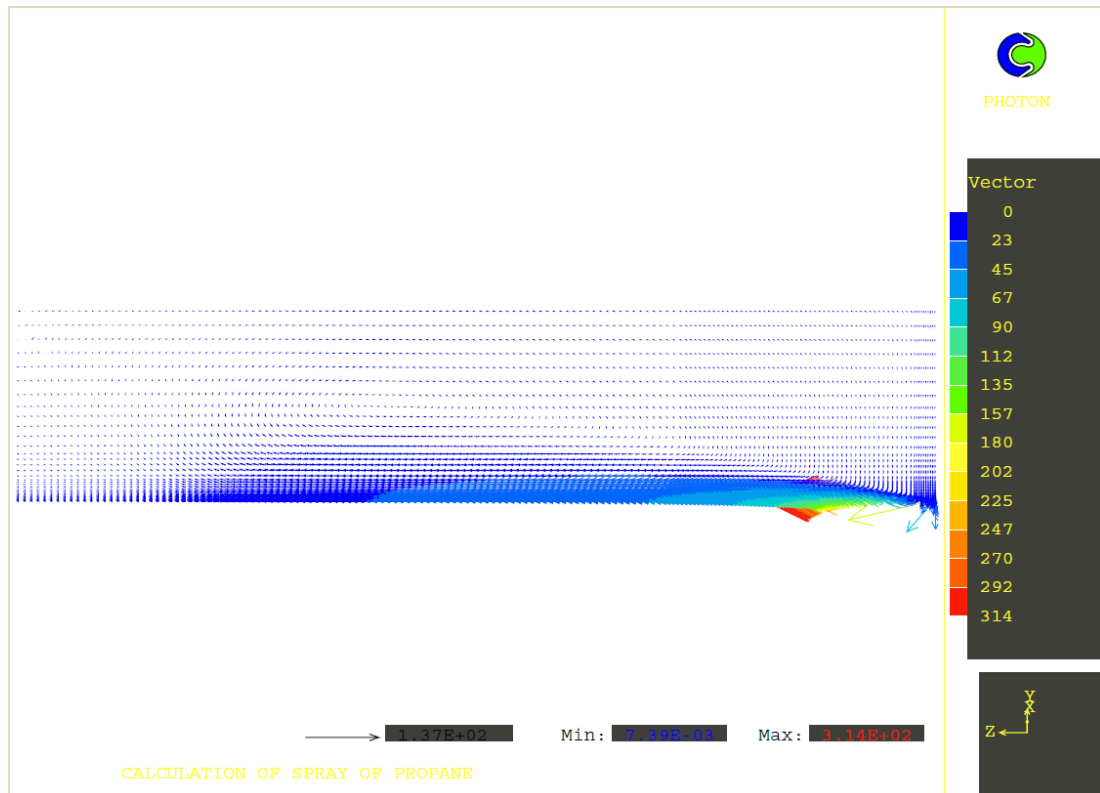
Εικόνα 6.10: Καμπύλες ίσης συγκέντρωσης προπανίου για διάμετρο ακροφυσίου 0.68mm σε πραγματικό χρόνο 10ms.



Διάγραμμα 6.3: Κατανομές τιμών συγκέντρωσης προπανίου στα 1, 5 και 10ms (διάμετρος 0.68mm)



Εικόνα 6.11: Κατανομή της θερμοκρασίας για διάμετρο ακροφυσίου 0.68mm και καύσιμο προπάνιο σε πραγματικό χρόνο 10ms.



Εικόνα 6.12: Διανύσματα ταχύτητας για διάμετρο ακροφυσίου 0.68mm και καύσιμο προπάνιο σε πραγματικό χρόνο 10ms.

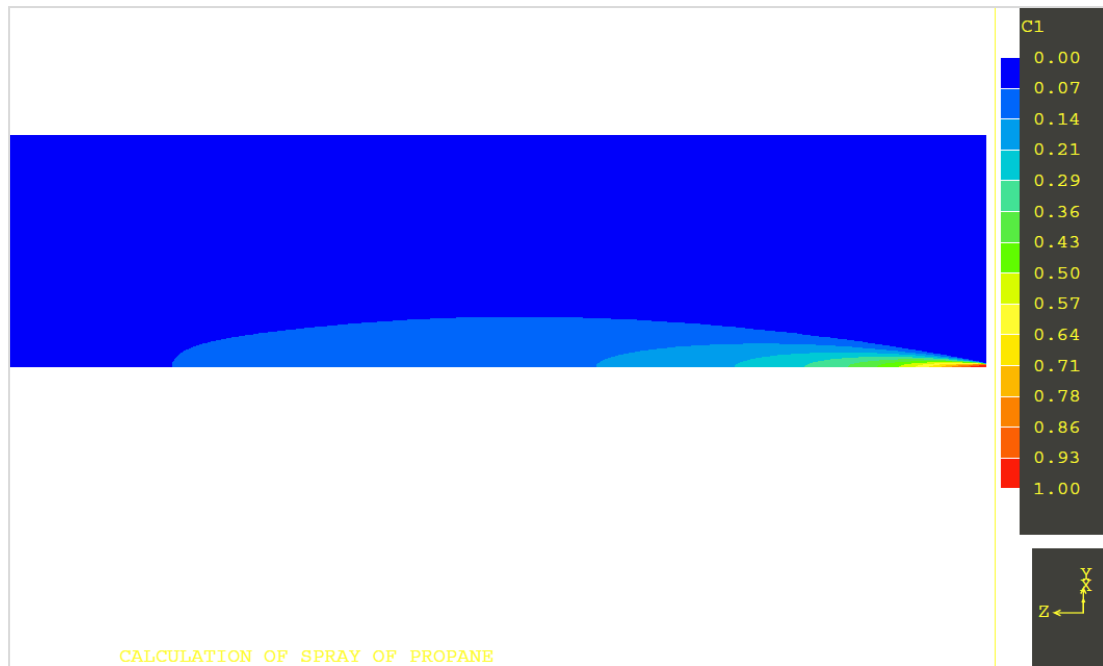
Από την Εικόνα 6.9 φαίνεται ότι η κατανομή είναι παρόμοια με αυτήν της 2<sup>ης</sup> περίπτωσης. Το ίδιο προκύπτει και από την Εικόνα 6.10 όπου το μήκος εισχώρησης διαφέρει μόλις 3mm από πριν. Επιπλέον από το Διάγραμμα 6.3 προκύπτει ότι η 3<sup>η</sup> περίπτωση δίνει παρόμοια αποτελέσματα με τη 2<sup>η</sup> στις διάφορες χρονικές στιγμές.

Οι ομοιότητες μεταξύ των δύο περιπτώσεων ισχύουν και για το θερμοκρασιακό πεδίο και για τις ταχύτητες όπως φαίνεται χαρακτηριστικά στις Εικόνες 6.11 και 6.12.

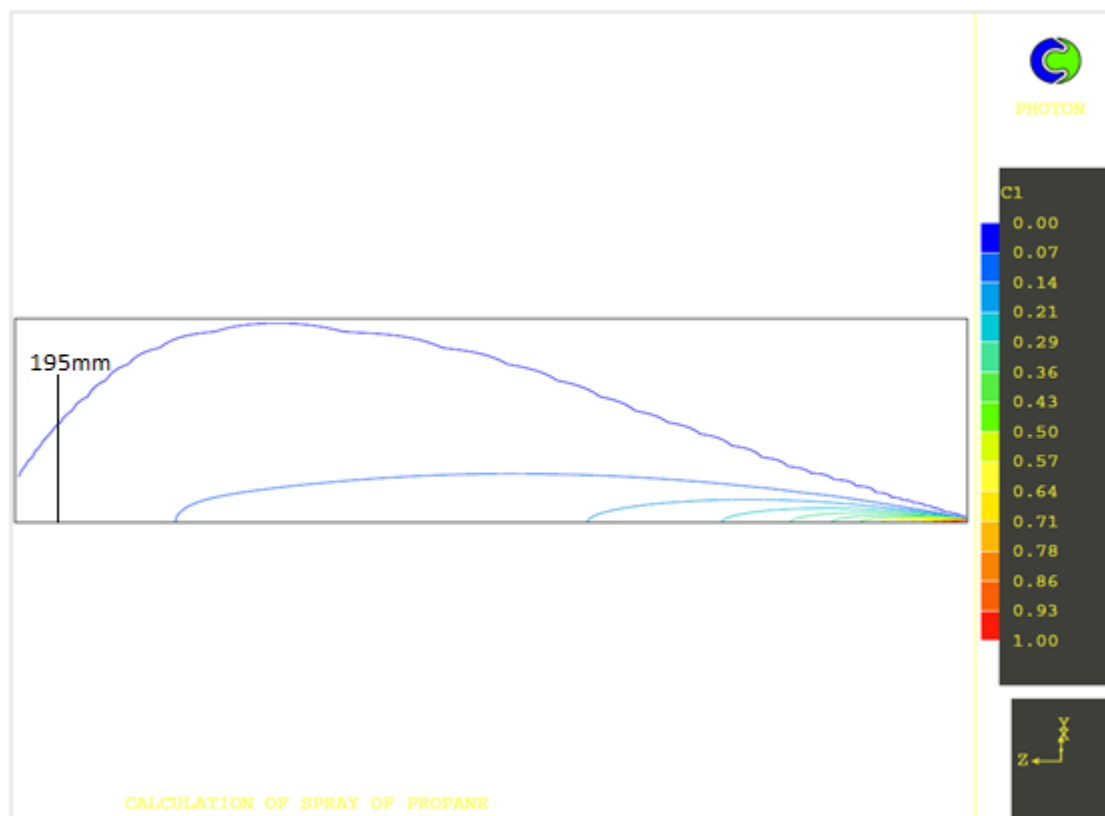
Τα παραπάνω ήταν αναμενόμενα αφού έχουμε μείωση της διαμέτρου αλλά αύξηση της πυκνότητας. Επομένως η μαζική παροχή στην είσοδο από τη μία μειώνεται λόγω του πρώτου παράγοντα και από την άλλη αυξάνεται λόγω του δεύτερου με αποτέλεσμα να παραμένει σε παρόμοια επίπεδα με πριν.

## 6.5 Αποτελέσματα τέταρτης περίπτωσης

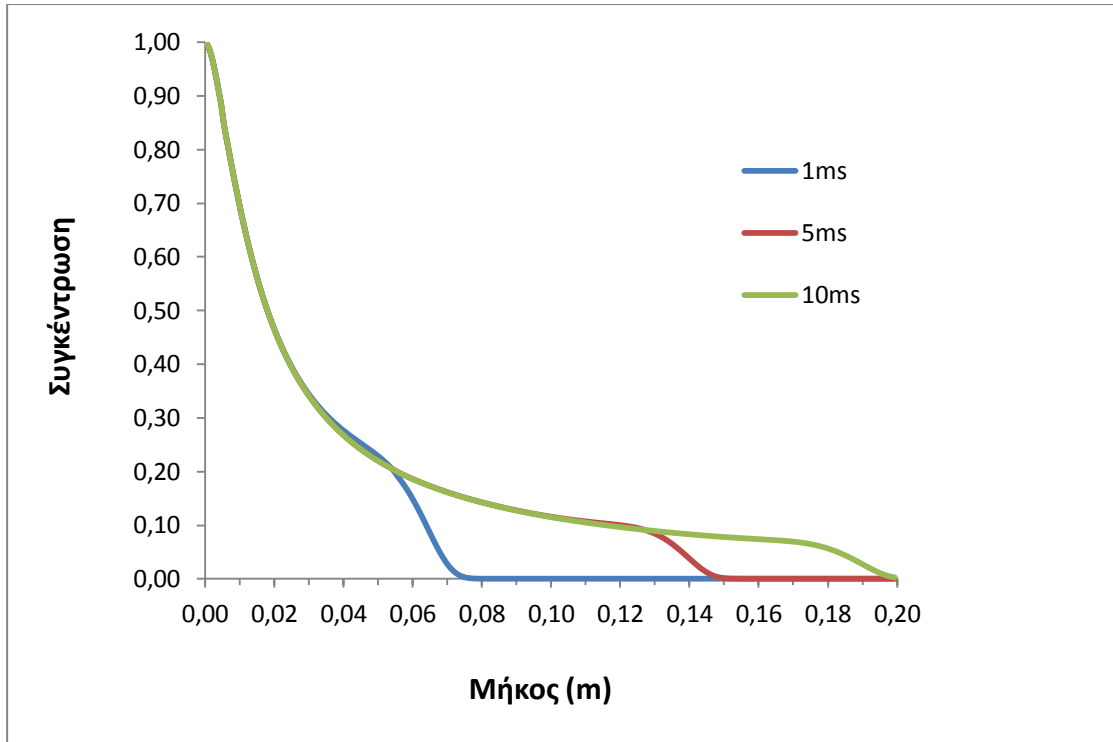
Η τέταρτη περίπτωση, όπως παρουσιάζεται και στον Πίνακα 6.1, αναφέρεται και πάλι στο προπάνιο αλλά σε διάμετρο εισόδου ίση με 1.00mm. Στις Εικόνες 6.13 και 6.14 παρουσιάζονται οι κατανομές της συγκέντρωσης του προπανίου σε πραγματικό χρόνο 10ms όπου στην Εικόνα 6.14 διακρίνεται και ότι το μήκος διεξόδου του καύσιμου είναι 195mm.



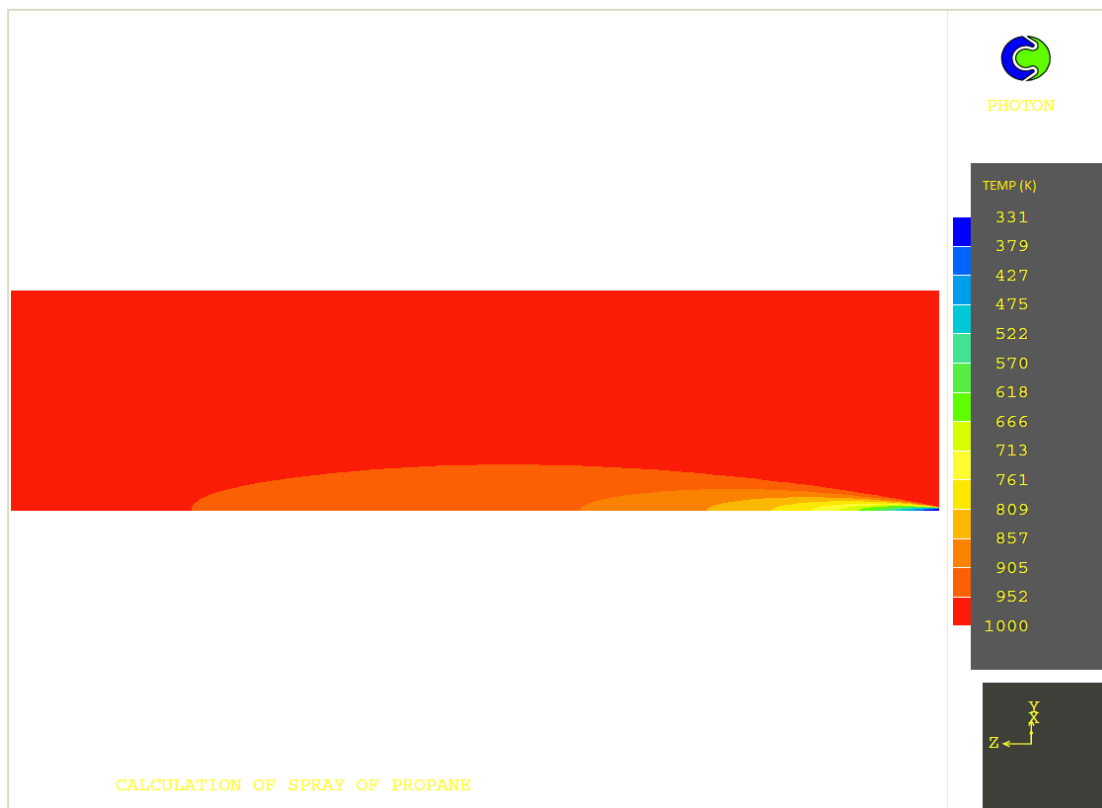
Εικόνα 6.13: Κατανομή της συγκέντρωσης προπανίου για διάμετρο ακροφυσίου 1mm σε πραγματικό χρόνο 10ms.



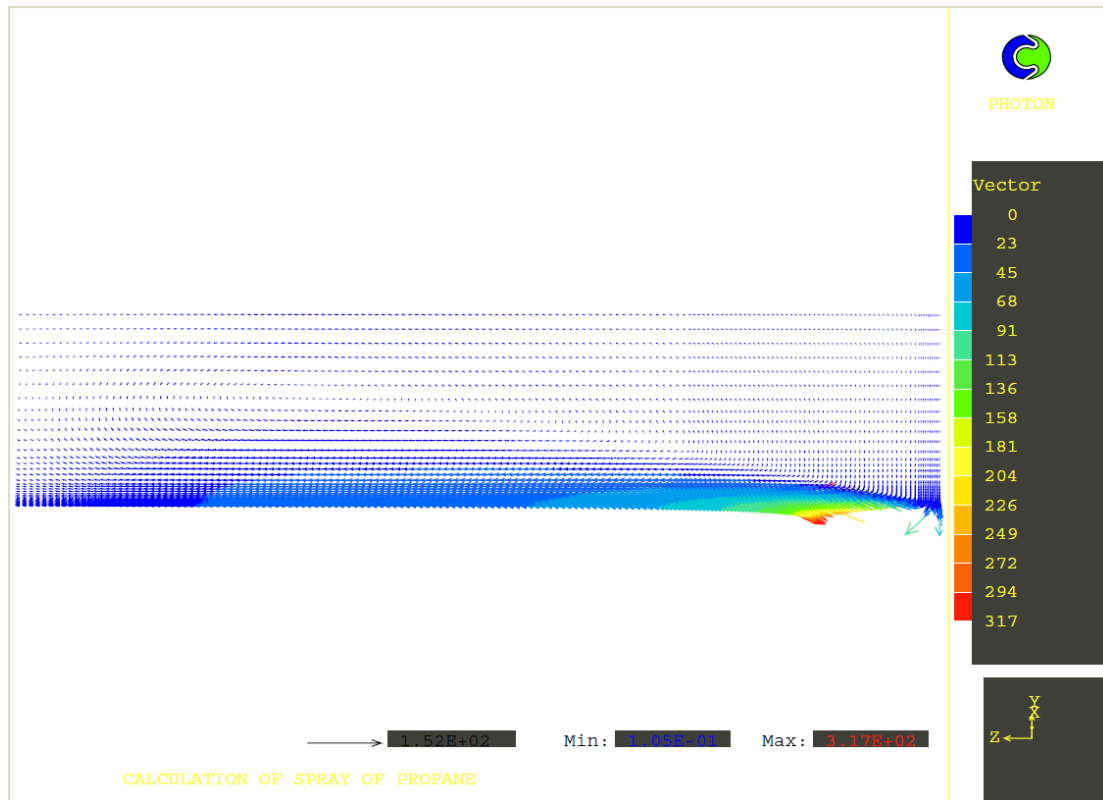
Εικόνα 6.14: Καμπύλες ίσης συγκέντρωσης προπανίου για διάμετρο ακροφυσίου 1mm σε πραγματικό χρόνο 10ms.



Διάγραμμα 6.4: Κατανομές τιμών συγκέντρωσης προπανίου στα 1, 5 και 10ms (διάμετρος 1.00mm)



Εικόνα 6.15: Κατανομή της θερμοκρασίας για διάμετρο ακροφυσίου 1mm και καύσιμο προπάνιο σε πραγματικό χρόνο 10ms.



Εικόνα 6.16: Διανύσματα ταχύτητας για διάμετρο ακροφυσίου 1mm και καύσιμο προπάνιο σε πραγματικό χρόνο 10ms.

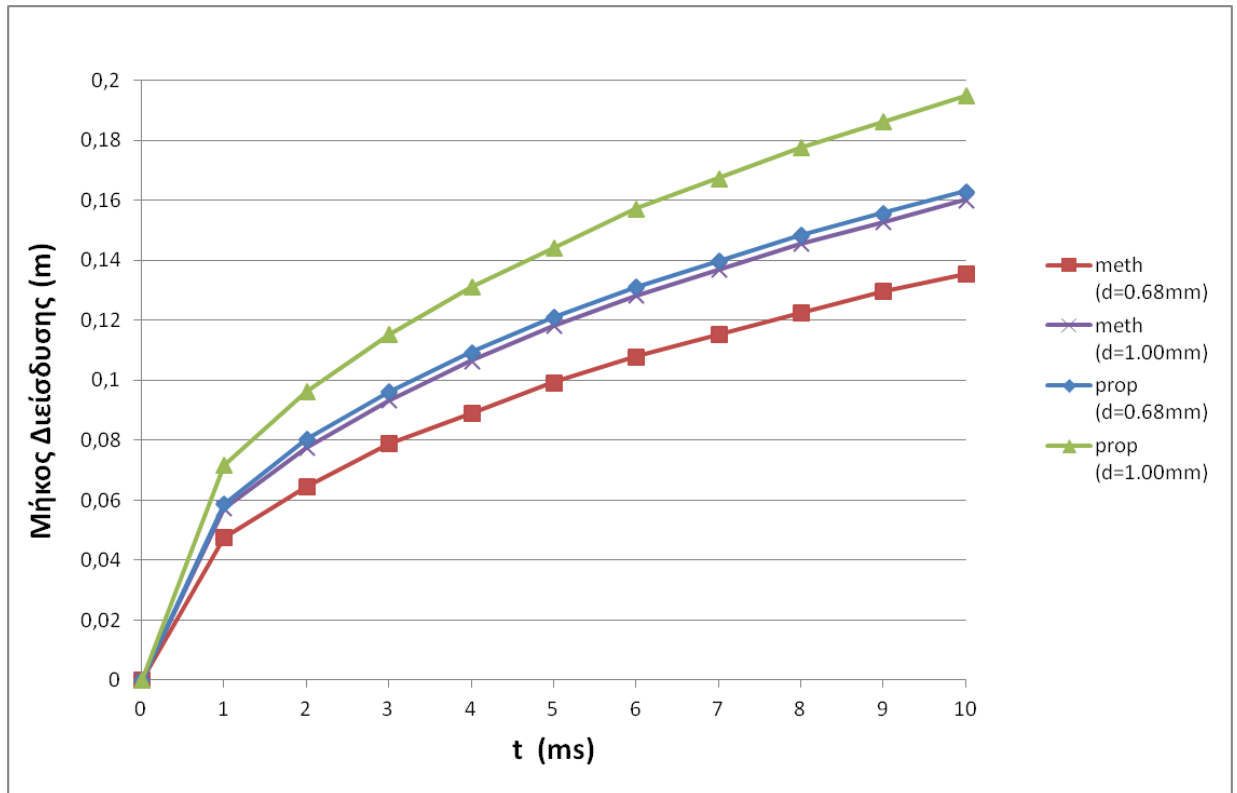
Στο Διάγραμμα 6.4 παρατίθεται η κατανομή τιμών της συγκέντρωσης κατά μήκος του άξονα z στη θέση  $y=0.085\text{mm}$  για τις χρονικές στιγμές των 1, 5 και 10ms, όπου φαίνεται ότι σε αυτήν την περίπτωση η κατανομή για μήκος μέχρι 60mm είναι ίδια για κάθε χρονική στιγμή. Συγκεντρώσεις μεγαλύτερες του 0.1 παρατηρούνται και πέρα από το μισό μήκος του πεδίου.

Στην Εικόνα 6.15 διακρίνεται ότι η κατανομή της θερμοκρασίας στο χώρο είναι απολύτως σύμφωνη με αυτήν της συγκέντρωσης. Έχει μειωθεί στα περισσότερα σημεία του πεδίου λόγω της ανάμειξης του θερμότερου αέρα με το καύσιμο.

Στην Εικόνα 6.16 παρουσιάζονται τα ανύσματα της ταχύτητας. Αξιόλογες ταχύτητες διακρίνονται μέχρι και τα 3/4 του πεδίου κατά μήκος της αξονικής διεύθυνσης ενώ και πάλι εμφανώς η διείσδυση υπερτερεί της ανάμειξης κατά την ακτινική κατεύθυνση.

## 6.6 Σύγκριση των διαφορετικών περιπτώσεων

Όπως διακρίνεται στο διάγραμμα το μήκος εισχώρησης στο θάλαμο σε χρόνο 5ms είναι περίπου στα 100mm για την πρώτη περίπτωση, 120mm για τη δεύτερη και την τρίτη και λίγο πάνω από τα 140mm για την τέταρτη.



Διάγραμμα 6.5: Διείδυση καυσίμου στο θάλαμο καύσης κατά τη διεύθυνση z συναρτήσει του χρόνου.

Επιβεβαιώνεται και από αυτό το διάγραμμα η ταύτιση των αποτελεσμάτων μεταξύ της δεύτερης και της τρίτης περίπτωσης με την καμπύλη του μεθανίου (διάμετρος 1.00mm) να βρίσκεται ελάχιστα πιο κάτω από την καμπύλη του προπανίου (διάμετρος 0.68mm) ενώ ακολουθούν και την ίδια συμπεριφορά ως προς το χρόνο. Επιπλέον διακρίνεται ότι το μήκος διείδυσης στην τέταρτη περίπτωση φτάνει σχεδόν μέχρι το τέλος του πεδίου, ενώ διαπιστώνεται ότι πιο κοντά στο επιθυμητό μήκος εισχώρησης έχουμε στη δεύτερη και στη τρίτη περίπτωση. Επιπροσθέτως από την πρώτη προς την τέταρτη καμπύλη (καμπύλη 4<sup>ης</sup> περίπτωσης) η κλίση αυξάνεται προοδευτικά.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

### ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Τα συμπεράσματα που μπορούν να εξαχθούν από τη συγκεκριμένη μελέτη με βάση και τα όσα αναλυτικά αναφέρθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια είναι:

1. Για το συγκεκριμένο πρόβλημα που επιλύθηκε η προσέγγιση με αριθμητική προσομοίωση είναι ενδεδειγμένη. Μπορεί με αριθμητικές μεθόδους να μελετηθεί η επίδραση διαφορετικών παραμέτρων, που μπορεί να μεταβάλλονται ακόμη και ταυτόχρονα, με ιδιαίτερη ευκολία σε σχέση με την πειραματική προσέγγιση.
2. Η πυκνότητα του πλέγματος επίλυσης που επιλέχθηκε κρίνεται ικανοποιητική ούτως ώστε να συνδυάζεται η ακρίβεια στη λύση με το μικρό υπολογιστικό χρόνο. Όπως φάνηκε και από τη μελέτη ανεξαρτησίας η λύση που προέκυψε με βάση το ακόμη πυκνότερο πλέγμα δε διέφερε από αυτήν του επιλεχθέντος. Επομένως τα αποτελέσματα που εξήχθησαν κρίνονται αξιόπιστα μολονότι χρησιμοποιήθηκε στην επίλυση ανάντη σχήμα διαφορών που μπορεί να οδηγήσει σε σφάλματα λόγω αριθμητικής διάχυσης. Πρέπει βέβαια να ειπωθεί ότι η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων είναι δύσκολο να επιβεβαιωθεί με πλήρη απουσία πειραματικών δεδομένων.
3. Επειδή το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε για την περιγραφή της τύρβης είναι το standard  $k-\epsilon$  που μπορεί να υπερεκτιμήσει σε έναν μικρό βαθμό την εξάπλωση του καυσίμου, αυτό με τη σειρά του μπορεί να οδηγήσει σε μία μικρή μείωση της υπολογιζόμενης διείσδυσης.
4. Στην 1<sup>η</sup> περίπτωση, όπου το αέριο καύσιμο είναι το μεθάνιο και η διάμετρος της εισόδου είναι 0.68mm, η διείσδυση του καυσίμου κατά την αξονική κατεύθυνση δεν είναι ικανοποιητική ενώ σε πολλά σημεία του πεδίου συναντώνται πολύ χαμηλές συγκεντρώσεις.
5. Στη 2<sup>η</sup> περίπτωση (μεθάνιο ως καύσιμο και διάμετρος 1mm) έχουμε σημαντική αύξηση της διείσδυσης σε σχέση με πριν η οποία οφείλεται στην αύξηση της διαμέτρου της οπής του ακροφυσίου. Σε αντίθεση με την 1<sup>η</sup> περίπτωση όπου η διάμετρος ήταν 0.68mm, υπάρχει ανάμειξη καυσίμου με αέρα σε μεγάλο μέρος του θαλάμου καύσης.
6. Στην 3<sup>η</sup> περίπτωση όπου το καύσιμο είναι το προπάνιο και η διάμετρος του στομίου είναι όπως και στην 1<sup>η</sup> ίση με 0.68mm τα αποτελέσματα που προκύπτουν προσομοιάζουν κατά πολύ με εκείνα της 2<sup>ης</sup> περίπτωσης. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι υπάρχει από τη μία αύξηση της πυκνότητας



του εισερχόμενου αερίου, λόγω της διαφοράς πυκνότητας μεταξύ προπανίου και μεθανίου, και από την άλλη μείωση της διαμέτρου της οπής. Η σύζευξη των προαναφερθέντων οδηγεί τελικά στο ίδιο αποτέλεσμα.

7. Στην 4<sup>η</sup> περίπτωση όπου έχουμε συνδυασμό της πιο υψηλής πυκνότητας με την πιο μεγάλη διάμετρο οπής παρατηρείται και ο μεγαλύτερος βαθμός εισχώρησης του καυσίμου στο θάλαμο. Φτάνει σχεδόν στο όριο του πεδίου (195mm από συνολικό μήκος 200mm)
8. Το μήκος του υπολογιστικού χωρίου που επιλέχθηκε ήταν επαρκές ούτως ώστε το αέριο να μην υπερβεί τα όρια του χωρίου. Στην 4<sup>η</sup> περίπτωση που μελετήθηκε αυτό δε συνέβη οριακά. Επομένως σε περίπτωση περαιτέρω αύξησης κάποιας από τις παραμέτρους θα πρέπει να επαναπροσδιοριστούν οι διαστάσεις του χωρίου επίλυσης.

Οι προτάσεις για περαιτέρω έρευνα και βελτίωση του μοντέλου περιλαμβάνονται στα κάτωθι:

1. Επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων με χρήση πειραματικών δεδομένων, η σύγκριση με τα οποία θα οδηγήσει σε συμπεράσματα για πιθανά λάθη του μοντέλου, από όπου θα προκύψουν βελτιώσεις που θα το καταστήσουν πιο αξιόπιστο.
2. Χρήση διαφορετικών μοντέλων τύρβης. Το μοντέλο  $k-\epsilon$  επιλέχθηκε λόγω της απλότητας του, της μεγάλης εμπειρίας που υπάρχει από την ευρύτατη χρήση του όλα τα προηγούμενα χρόνια καθώς και του μικρού υπολογιστικού χρόνου που απαιτεί. Όμως λόγω της πολυπλοκότητας του φαινομένου της τύρβης πιθανά λάθη στα αποτελέσματα της επίλυσης μπορεί να οφείλονται στον τρόπο μοντελοποίησης της. Για τον παραπάνω λόγο κρίνεται σκόπιμο να εξεταστεί η επίπτωση που θα έχει η χρήση διαφορετικών μοντέλων στη λύση.
3. Η σχέση που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό της πυκνότητας στο πεδίο (σχέση 3.10) ικανοποιείται πλήρως στα όρια του πεδίου αλλά στα υπόλοιπα σημεία του ενδέχεται να υπάρχει κάποια απόκλιση. Για τον παραπάνω λόγο προτείνεται να προσεγγιστεί η μεταβολή της πυκνότητας στο χωρίο και με διαφορετικούς τρόπους.
4. Η ροή θεωρήθηκε ως αξονοσυμμετρική οπότε προτείνεται η επέκταση του χωρίου επίλυσης και στην τρίτη διάσταση για τυχόν λάθη που μπορεί να προέκυψαν από τη συγκεκριμένη απλοποιημένη θεώρηση.

## 8. Βιβλιογραφία

- [1] L. Wei, C. Yao, Q. Wang, W. Pan, G. Han, Combustion and emission characteristics of a turbocharged diesel engine using high premixed ratio of methanol and diesel fuel, *Fuel* 140 (2015), 156-163.
- [2] M. E. Selim, Pressure-time characteristics in diesel engine fueled with natural gas, *Renewable Energy* 22 (2001), 473-489.
- [3] [www.dieselnet.com](http://www.dieselnet.com)
- [4] Q. Liu, Y. Zhang, F. Niu, L. Li, Study on the flame propagation and gas explosion in propane/air mixtures, *Fuel* 140 (2015), 677-684.
- [5] S. H. Park, H. J. Kim, H. K. Suh and C. S. Lee, Experimental and numerical analysis of spray-atomization characteristics of biodiesel fuel in various fuel and ambient temperature conditions, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30 (2009), 960-970.
- [6] H. Hiroyasu and M. Arai, Structure of fuel sprays in diesel engine, SAE Technical Paper, 900475 (1990).
- [7] J. M. Desantes, R. Payri, F. J. Salvador and A. Gil, Development and validation of a theoretical model for diesel spray penetration, *Fuel*, 85 (2006), 910-917.
- [8] A. Z. Aghaie, M. H. Kayhani and M. R. Razavi, Investigation of Thermodynamics Properties Effects on Spray Tip Penetration, *International Journal of Multidisciplinary Sciences and engineering*, 3 (10),(2012)
- [9] B. Yadollahi, M. Boroomand, Numerical Investigation of Natural Gas Direct Injection Properties and mixture Formation in a SI Engine, Department of Aerospace Engineering, Amirkabir University of Technology.
- [10] P. Quелlette, P. G. Hill, Turbulent Transient Gas Injections, *ASME Transactions, Journal of Fluids Engineering*, 122 (2000), 743-753.
- [11] F. C. Nsunge, E. Tomita and Y. Hamamoto, Numerical Calculation of a Transient Methane Gas Jet Discharging into Quiescent Atmosphere at Mach One, *Memoirs of the Faculty of Engineering, Okayama University*, 25(2)(1991), 25-38.
- [12] T. Komoda et al., A study on Highly Efficient Gas Burning Diesel Engines (in Japanese), *Mitsui Zosen Technical Review*, 121 (1984), 46.
- [13] P. Taskinen, Penetration of Methane and Propane Spray as Function of Time in the Axisymmetric Chamber, *Thermal Engineering*, Tampere University of Technology, Finland 1994.
- [14] Ν. Χ. Μαρκάτος, Τυρβώδη Φαινόμενα Μεταφοράς και Μαθηματικά Πρότυπα προσομοίωσης τους, ΕΜΠ, Αθήνα 1998.
- [15] R. S. Amano, & H. Brandt, 1984, Numerical Study of Turbulent Axisymmetric Jets Impinging on a Flat Plate and Flowing Into an Axisymmetric Cavity, *Transaction of the ASME*, 106 (1984), 410-417.
- [16] J. Smagorinsky, General Circulation Experiments with the Primitive Equations, *Monthly Weather Review* 91 (1963), 99-164.

- [17] Ν. Χ. Μαρκάτος, Υπολογιστικές Μέθοδοι σε Τυρβώδεις Ροές –Σημειώσεις Μαθήματος, Αθήνα 2013.
- [18] <https://www.wikipedia.org>
- [19] Α. Θ Παπαϊωάννου, Μηχανική των Ρευστών, Τόμος ΙΙ, Παπασωτηρίου, Αθήνα, 1998.
- [20] Ν. C Markatos, The mathematical modeling of turbulent flows, Applied Mathematical Modeling, 10 (1986), June.
- [21] Ν. Μαρκάτος – Δ. Ασημακόπουλος, Υπολογιστική Ρευστοδυναμική, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 1995.
- [22] Η. Κ. Versteeg and W. Malalasekera, An introduction to Computational Fluid Dynamics-The Finite Volume Method, Longman Scientific & Technical, 1995.
- [23] CHAM Ltd, PHOENICS Code ([www.cham.co.uk](http://www.cham.co.uk))
- [24] PHOENICS, VR Reference Guide: Documentation for Phoenix, Technical Report (TR 326), Version 2010, CHAM 2010, London, UK.
- [25] D. B. Spalding, Documentation for PHOENICS, Technical Report (TR 003), In-Form Version 2006, CHAM 2006, London, U.K.
- [26] B. E. Launder and D. B. Spalding, "The numerical computation of turbulent flows", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 3(2), (1974), 269-289.