

ΑΛΕΒΙΖΟΣ ΣΩΤΗΡΙΟΣ  
Διπλωματούχος Σ.Ε.Μ.Φ.Ε. Ε.Μ.Π.  
Μ.Δ.Ε. Εφαρμοσμένης Μηχανικής Ε.Μ.Π.

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ  
στον Τομέα Μηχανικής  
της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών  
Επιστημών  
του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου

# Θερμομηχανική ανάλυση ζωνών διάτμησης σε εδαφικά υλικά

Επιβλέποντες

Ι. ΒΑΡΔΟΥΛΑΚΗΣ† (2007-2009)  
Καθηγητής του Τομέα Μηχανικής της Σ.Ε.Μ.Φ.Ε.

Χ.Γ. ΓΕΩΡΓΙΑΔΗΣ (2009-2011)  
Καθηγητής του Τομέα Μηχανικής της Σ.Ε.Μ.Φ.Ε.

Αθήνα, Ιούνιος 2011

**Επιβλέπων:**

Χαράλαμπος Γ. Γεωργιάδης, Καθηγητής, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ.

**Μέλη Συμβουλευτικής Επιτροπής:**

Ανδρέας Μπουντουβής, Καθηγητής, Σχολή Χημικών Μηχανικών, ΕΜΠ.

Κωνσταντίνος Σιέττος, Επίκουρος Καθηγητής, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ.

**Μέλη Εξεταστικής Επιτροπής:**

Ιωάννης Δαφαλιάς, Καθηγητής, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ.

Σταύρος Κουρκουλής, Αναπληρωτής Καθηγητής, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ.

Αντώνης Ζερβός, Senior Lecturer, School of Civil Engineering and the Environment, University of Southampton.

Μαρία Σταυροπούλου, Επίκουρη Καθηγήτρια, Τμήμα Γεωλογίας και Γεωπεριβάλλοντος, Εθνικό Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών.

Η έγκριση της διατριβής από τη Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνωμών του συγγραφέα (Ν. 5343/1932, Άρθρο 202).

©2011 Σωτήριος Αλεβίζος (sotiris@mechan.ntua.gr).

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

*Στον Πατέρα μου χρωστώ το Ζήν,  
στον Διδάσκαλό μου το Ευ Ζήν.*

Αλέξανδρος ο Μέγας,  
Βασιλεύς των Μακεδόνων.



# Περιεχόμενα

<b>Πρόλογος</b>	<b>vii</b>
<b>Περίληψη</b>	<b>ix</b>
<b>Summary</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
<b>2 Μαθηματική μοντελοποίηση</b>	<b>7</b>
2.1 Χημική Κινητική . . . . .	7
2.1.1 Ο νόμος Arrhenius . . . . .	8
2.1.2 Θεωρία μιγμάτων . . . . .	8
2.1.3 Ρυθμοί παραγωγής-απομείωσης . . . . .	9
2.1.4 Υπολογισμός των μεταβολών των σχετικών όγκων λόγω αντίδρασης . . . . .	10
2.2 Κατάστροψη του προβλήματος . . . . .	12
2.2.1 Ισορροπία τάσεων . . . . .	12
2.2.2 Αρχή διατήρησης μάζας . . . . .	14
2.2.3 Αρχή διατήρησης της ενέργειας . . . . .	15
2.2.4 Σύνοψη των εξισώσεων . . . . .	18
<b>3 Νόμοι τριβής</b>	<b>19</b>
3.1 Μοντελοπλαστικότητα . . . . .	20
3.2 Νόμοι Τριβής και Αριθμητική Ανάλυση Ευστάθειας . . . . .	21
3.2.1 Οι βασικοί νόμοι . . . . .	22
3.2.2 Χαρακτηρισμός των νόμων τριβής . . . . .	25
<b>4 Το τελικό σύστημα των εξισώσεων</b>	<b>31</b>
4.1 Σύνοψη των εξισώσεων . . . . .	31
4.2 Το χρονο-ανεξάρτητο σύστημα . . . . .	32
4.2.1 Συνοριακές συνθήκες . . . . .	33

4.2.2	Προσέγγιση παραμέτρων . . . . .	34
<b>5</b>	<b>Επίλυση απλοποιημένης περίπτωσης</b>	<b>39</b>
5.1	Κλάδοι λύσεων . . . . .	39
5.2	Εφαρμογή στα προβλήματα γεωμηχανικής . . . . .	43
5.2.1	Περιοχή χαμηλής φόρτισης, $0 < Gr < Gr_s$ . . . . .	44
5.2.2	Περιοχή ενδιάμεσων φορτίσεων, $Gr_s < Gr < Gr_c$ . . . . .	44
5.2.3	Περιοχή υψηλών φορτίσεων, $Gr > Gr_c$ . . . . .	47
<b>6</b>	<b>Αριθμητικά αποτελέσματα: χρονο-ανεξάρτητο πρόβλημα</b>	<b>49</b>
6.1	Αριθμητική ανάλυση διακλαδώσεων . . . . .	49
6.1.1	Η περίπτωση ΚΤΧΘ . . . . .	52
6.1.2	Η περίπτωση ΧΤΚΘ . . . . .	54
6.2	Αριθμητικά αποτελέσματα και απλοποίηση του συστήματος . . . . .	57
6.2.1	Η επίδραση των παραμέτρων της αντίδρασης . . . . .	58
6.2.2	Η επίδραση των όρων εκ μεταφοράς . . . . .	60
<b>7</b>	<b>Ποιοτική ανάλυση της συμπεριφοράς του μοντέλου</b>	<b>63</b>
7.1	Ποιοτική ανάλυση των λύσεων ισορροπίας . . . . .	64
7.2	Ποιοτική ανάλυση της δυναμικής συμπεριφοράς . . . . .	67
<b>8</b>	<b>Συμπεράσματα</b>	<b>79</b>
<b>A</b>	<b>Εύρεση των παραμέτρων του ρυθμού αντίδρασης</b>	<b>83</b>
<b>B</b>	<b>Μαθηματικός χαρακτηρισμός των εξισώσεων διάχυσης</b>	<b>85</b>
<b>C</b>	<b>Θερμοελαστικές σταθερές</b>	<b>87</b>

# Πρόλογος

Η παρούσα διδακτορική διατριβή εκπονήθηκε στον Τομέα Μηχανικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών κατά το διάστημα Ιούλιος 2005 έως Ιούλιος 2011. Αποτέλεσε προϊόν πολύχρονης συνεργασίας με τον αείμνηστο Καθηγητή Ιωάννη Βαρδουλάκη, η οποία ξεκίνησε πολύ νωρίτερα, τον Φεβρουάριο του 2002, κατά τη διάρκεια του προπτυχιακού μαθήματος της Σ.Ε.Μ.Φ.Ε. «Μηχανική Συνεχούς Μέσου» και μέσα από ένα συναρπαστικό ταξίδι καταλήγει με αυτό το κείμενο.

Στην πορεία χρειάστηκε η αρωγή πολλών ανθρώπων, τους οποίους θέλω να ευχαριστήσω ονομαστικά. Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή Χαράλαμπο Γεωργιάδη, ο οποίος εκτιμώντας τις δύσκολες στιγμές τις οποίες μπορεί να φέρει η απώλεια ενός τόσο κοντινού προσώπου στην ζωή ενός ανθρώπου, δέχθηκε χωρίς κανένα δισταγμό να ολοκληρωθεί υπό την επίβλεψή του η συγκεκριμένη προσπάθεια μετά το θάνατο του Καθηγητή Ιωάννη Βαρδουλάκη, την 19η Σεπτεμβρίου 2009. Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της Συμβουλευτικής Επιτροπής, τον Καθηγητή Ανδρέα Μπουντουβή και τον Επίκουρο Καθηγητή Κωνσταντίνο Σιέττο για τις πολύτιμες συμβουλές και επισημάνσεις τους σε όλα τα στάδια της εργασίας.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Δρ. Μανώλη Βεβαιάκη πρώτα απ' όλα για τη φιλία του και κατά δεύτερον για την ερευνητική συνεργασία η οποία δειλά δειλά ξεκίνησε από τα προπτυχιακά μας χρόνια και κορυφώθηκε μετά την απώλεια του Καθηγητή.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες οφείλω σε όλη την υπόλοιπη ερευνητική ομάδα του εργαστηρίου γεωυλικών, το Γιάννη-Ορέστη, το Στέφανο, την Ελένη, τον Γιάννη, τον Κώστα (κατά σειρά αρχαιότητας) επειδή μέσα σε αυτά τα εννέα χρόνια αποκτήσαμε κατι παραπάνω από ερευνητική σχέση, μεγαλώσαμε και μαθητεύσαμε μαζί. Ελπίζω τώρα που κλείνει ο κύκλος να βρουν αυτό που επιθυμούν στη ζωή τους και να ξαναβρεθούμε στο μέλλον.

Ευχαριστώ όλο το προσωπικό του Τομέα Μηχανικής, τον Διευθυντή Καθηγητή Γεράσιμο Σπαθή, τα μέλη ΔΕΠ και το τεχνικό και υποστηρικτικό προσωπικό για τη στήριξη και βοήθεια που μου παρείχαν όλα αυτά τα χρόνια.

Θα ήθελα να αναγνωρίσω την οικονομική υποστήριξη της Υποτροφίας του Τομέα Μηχανικής και των ερευνητικών προγραμμάτων DIGA, Πυθαγόρα I, II και MEDIGRA.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τη συζυγό μου Ειρήνη, τους γονείς μου και τον αδερφό μου για όλα.

Αντί αποφώνησης, αφιερώνω αυτή τη δουλειά στον δάσκαλο μου, Ι. Βαρδουλάκη.

*Σωτήρης Αλεβίζος,  
Ιούνιος 2011*



# Περίληψη

## Θερμομηχανική ανάλυση ζωνών διάτμησης σε εδαφικά υλικά

Σωτήριος Αλεβίζος  
Τομέας Μηχανικής  
Σ.Ε.Μ.Φ.Ε., Ε.Μ.Π.

### Εισαγωγή

Η Διατριβή έχει τίτλο «Θερμομηχανική ανάλυση ζωνών διάτμησης σε εδαφικά υλικά» και αντικείμενό της είναι η μελέτη της εξέλιξης ρηγμάτων από καθεστώς ερπυσμού μέχρι τη σεισμική ολίσθηση λόγω θέρμανσης κατά τη διάτμηση και σε σύζευξη με χημικές αντιδράσεις διάσπασης του στερεού σκελετού του εδαφικού υλικού. Η Διατριβή βρίσκεται στα πλαίσια της Θεωρίας Μιγμάτων και της Χημικής Κινητικής καθώς και της Αριθμητικής Ανάλυσης Διακλαδώσεων. Η Διατριβή συνίσταται από μία Περίληψη στα Ελληνικά και στα Αγγλικά, την Εισαγωγή, Οκτώ Κεφάλαια, τα Παραρτήματα και τις Αναφορές στη Βιβλιογραφία. Το περιεχόμενο των Κεφαλαίων αναφέρεται περιληπτικά κατωτέρω.

### Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

Παρουσιάζονται βασικά στοιχεία της μηχανικής των ρηγμάτων, πραγματοποιείται μία βιβλιογραφική ανασκόπηση των θεωριών εξέλιξης τους καθώς και των θεωριών σεισμικού εναύσματος και γίνεται η τοποθέτηση της Διατριβής στα πλαίσια τους.

## Κεφάλαιο 2: Μαθηματική μοντελοποίηση

Παρουσιάζονται οι βασικές υποθέσεις του αναπτυχθέντος μοντέλου. Προσδιορίζονται οι όροι παραγωγής λόγω χημικής διάσπασης του σκελετού χρήσει της Θεωρίας της Χημικής Κινητικής και εξάγεται το βασικό σύστημα μερικών διαφορικών εξισώσεων βάσει των αρχών της Μηχανικής στα πλαίσια της Μηχανικής Συνεχούς Μέσου και της Θεωρίας Μιγμάτων.

## Κεφάλαιο 3: Νόμοι τριβής

Παρουσιάζονται οι καταστατικοί νόμοι των Vardoulakis, Dietrich-Ruina καθώς και ο νόμος Arrhenius για το συντελεστή εσωτερικής τριβής και, εξετάζοντας μεμονωμένα το μηχανισμό της τριβής, γίνεται χαρακτηρισμός και σύγκριση της μαθηματικής και φυσικής συμπεριφοράς τους. Συμπεραίνουν ότι, ενώ οι τρεις νόμοι έχουν παρόμοια συμπεριφορά σε καθεστώς χαμηλών θερμοκρασιών, μόνο ο νόμος Arrhenius παρουσιάζει φυσικώς αποδεκτή συμπεριφορά σε υψηλές θερμοκρασίες η οποία ωστόσο κρίνεται ότι μπορεί να οδηγεί το σύστημα σε θερμοκρασιακά επίπεδα ικανά να προκαλέσουν την ενεργοποίηση μίας ενδόθερμης χημικής αντίδρασης. Προκύπτει επίσης το φαινόμενο του εντοπισμού της συνάρτησης απωλειών του προβλήματος στον ασταθή κλάδο λύσεων.

## Κεφάλαιο 4: Το τελικό σύστημα των εξισώσεων

Στο Κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται το τελικό σύστημα των εξισώσεων. Γίνεται αδιαστατοποίησή του στη χρονο-ανεξάρτητη περίπτωση και επιλέγονται οι συνοριακές συνθήκες. Ακόμη, γίνεται ανάλυση των παραμέτρων του προβλήματος χρησιμοποιώντας ως περίπτωση αναφοράς το ρήγμα του Αιγίου. Ως χημική αντίδραση επιλέγεται η διάσπαση του ανθρακικού ασβεστίου η οποία παρατηρήθηκε στο εν λόγω ρήγμα. Από την ανάλυση αυτή επιλέγεται ο αριθμός Grunfest ως παράμετρος διακλάδωσης του συστήματος.

## Κεφάλαιο 5: Επίλυση απλοποιημένου προβλήματος

Στο Κεφάλαιο αυτό εξετάζεται αποκλειστικά η συνεισφορά του όρου απορρόφησης ενέργειας που προκύπτει από τη χημική αντίδραση. Σκοπός της μελέτης αυτής είναι η σύγκριση με τα αποτελέσματα του προβλήματος χωρίς αντίδραση που διατυπώθηκε στο Κεφάλαιο 2. Γίνεται χρήση εργαλείων της Αριθμητικής Ανάλυσης Διακλαδώσεων και εξάγονται τα όρια ευστάθειας της περίπτωσης αυτής. Από την εφαρμογή της μεθόδου συμπεραίνουμε ότι όλες οι πιθανές ενδόθερμες αντιδράσεις που θα μπορούσε

να εμφανίσει το υλικό ενεργοποιούνται σε καθεστώς υψηλών θερμοκρασιών. Επιπρόσθετα, μελετάται η επίδραση της συνοριακής θερμοκρασίας αλλά και του συντελεστή ευαισθησίας της τριβής στο πλήθος των λύσεων. Στη συνέχεια παρουσιάζεται μία ποιοτική προσέγγιση του οιονεί-στατικού προβλήματος στην περίπτωση "αργών" αντιδράσεων.

### **Κεφάλαιο 6: Αριθμητικά αποτελέσματα: χρονο-ανεξάρτητο πρόβλημα**

Στο Κεφάλαιο αυτό εξετάζεται το χρονο-ανεξάρτητο σύστημα χρησιμοποιώντας τον ίδιο κώδικα Αριθμητικής Ανάλυσης Διακλαδώσεων. Επιβεβαιώνεται ότι στο πλήρες πρόβλημα υπάρχει διαχωρισμός των περιπτώσεων κράτυνσης του συντελεστή τριβής με το ρυθμό διατμητικής παραμόρφωσης - χαλάρωσης με τη θερμοκρασία (ΚΤΧΘ) από την αντίστροφη (ΧΤΚΘ). Παρουσιάζονται αποτελέσματα για την επίδραση του αριθμού Lewis και της συνοριακής θερμοκρασίας στο πλήθος και το είδος των λύσεων. Τονίζεται η εμφάνιση μιγαδικών ιδιοτιμών στην περίπτωση ΧΤΚΘ η οποία μπορεί να συνδέεται με την ύπαρξη οριακών κύκλων. Επιπλέον, αναλύεται η επιρροή της συμπιεστότητας του ρευστού, της μεταβολής του πορώδους και του σχετικού όγκου των στερεών, καθώς και των όρων εκ μεταφοράς του συστήματος και συμπεραίνεται ότι μπορούν να παραληφθούν.

### **Κεφάλαιο 7: Ποιοτική ανάλυση της συμπεριφοράς του μοντέλου**

Στο Κεφάλαιο αυτό προσεγγίζεται η συμπεριφορά του συστήματος ανάλογα την τάξη μεγέθους της θερμοκρασίας ενώ προσδιορίζεται η χρονο-κλίμακα του μηχανισμού της τριβής και της παραγωγής πίεσης λόγω της διάσπασης του σκελετού. Επιλύεται δε το χρονο-εξαρτημένο πρόβλημα κοντά στις λύσεις ισορροπίας για την περίπτωση ΧΤΚΘ και παρουσιάζονται διαγράμματα φάσεων που αποδεικνύουν την ύπαρξη οριακών κύκλων στο σύστημα οι οποίοι στη βιβλιογραφία συνδέονται με την ταλαντωτική συμπεριφορά κατά τη διάρκεια της σεισμικής ολίσθησης.

### **Κεφάλαιο 8: Συμπεράσματα**

Γίνεται μία σύνοψη της Διατριβής και υπογραμμίζονται τα βασικά συμπεράσματά της.



# Summary

## Thermomechanical analysis of shear zones in soil materials

Sotirios Alevizos  
Mechanics Division,  
Department of Applied Sciences,  
National Technical University of Athens

### Introduction

This dissertation is entitled «Thermomechanical analysis of shear zones in soil materials». The subject of this work is the study of the evolution of faults from creep to seismic slip regimes due to shear heating and coupling with chemical decomposition of the soil material. This dissertation lies within the fields of Mixtures Theory and Reaction Kinetics, as well as Numerical Bifurcation Analysis. It consists of a Summary in Greek and in English, an Introduction, Eight Chapters, Appendices and the References. The content of each chapter is outlined in the following.

### Chapter 1: Introduction

The basic elements of the mechanics of faults along with the theories of fault evolution and seismic triggering mechanism are outlined, leading to setting the problem of this dissertation in the proper framework.

### Chapter 2: Mathematical modeling

The fundamental assumptions of the developed model are presented. The reaction rate terms are derived by applying laws from the Reaction Kinetics theory and the

general system of partial differential equations is formulated based on the fundamental principles of Mechanics in the framework of Continuum Mechanics and Mixtures Theory.

### **Chapter 3: Friction laws**

The constitutive laws of Vardoulakis, Dietrich-Ruina as well as the Arrhenius law for the friction coefficient are presented. The frictional mechanism is studied in separate manner and the characterization and comparison of the laws is performed in terms of mathematical and physical behavior. We conclude that, even though the three laws reveal a similar behavior in the low temperature regime, it is only the Arrhenius one that presents a physically acceptable behavior in higher temperature. Nevertheless, the rather elevated temperature predicted leads up to accept that this law can lead the system to high energy level where an endothermic chemical reaction could be triggered. The analysis reveals also the onset of localization of the dissipation function in the unstable branch of solutions.

### **Chapter 4: The final system of equations**

In this Chapter the final system of equations is presented. The system is normalized in the time-independent case and the boundary conditions are selected. Furthermore, an analysis of the parameters is performed using the Aigion fault case study as reference. As far as the chemical reaction is concerned, we assume the calcite decomposition which was reported for the aforementioned fault. Based on this analysis, the Gruntfest number of the system is selected as bifurcation parameter.

### **Chapter 5: Solution of a simplified problem**

In this Chapter, we study the contribution of the energy consumption term due to the chemical reaction. The scope of this study is to compare this case to the results obtained for the problem without reactions that was formulated in Chapter 2. By means of methods of Numerical Analysis of Bifurcations, stability regimes are derived for this case. From this application it can be concluded that all the possible endothermic chemical reactions that the material may exhibit, are activated in the higher temperature regime. In addition, the influence of the boundary temperature as well as of the sensitivity parameter of friction is examined. Then, a qualitative approach of the quasi-static problem is presented for the case of "slow" reactions.

### **Chapter 6: Numerical results: time-independent problem**

In this Chapter, the time-independent system is studied by means of the aforementioned Numerical Bifurcation Analysis code. It is confirmed that for the full system

of equations the response is different in case of rate hardening - thermal softening (VSTH case) of the friction coefficient than the inverse one (VSTH case). Results on the influence of the Lewis number and the boundary temperature to the multitude and the kind of solutions are presented. The existence of complex eigenvalues is observed, signifying the possibility of existence of limit circles. The effect of the fluid compressibility, of the porosity and the partial solid ratio variations, as well as the magnitude of the convective terms of the equations is analyzed and it is concluded that they could be neglected.

### **Chapter 7: Qualitative analysis of the model behavior**

In this Chapter, the behavior of the system depending on the order of magnitude of the temperature field is approximated along with the time scale of the frictional and thermal pressurization mechanisms. The time-dependent problem near the steady state is then solved for the VSTH case and phase diagrams verifying the existence of limit circles are presented. The later are connected in the pertinent literature with the oscillatory behavior of a fault during seismic slip.

### **Chapter 8: Conclusions**

A summary of the dissertation is presented and the basic results are outlined.





# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

Η αστοχία στα γεωυλικά μπορεί να έχει διάφορες εκφράσεις, όπως η δημιουργία και εξέλιξη αστοχιών σε άθικτους βράχους (αγγλ. *propagation of single fractures in otherwise intact rock*), ρωγμών υπό την παρουσία πολλαπλών αστοχιών (αγγλ. *crack growth in presence of multiple interacting fractures*), κατακερματισμένων ζωνών υπό οιονεί-στατική και δυναμική φόρτιση (αγγλ. *initiation and percolation of damage zones under quasi-static and dynamic loading*), εντοπισμός της παραμόρφωσης σε ζώνες διάτμησης και συμπίεσης (αγγλ. *strain localization into shear- or compression bands*).

Η θεωρία του εντοπισμού (αγγλ. *localization theory*) είναι μια φυσική επέκταση του κριτηρίου του Mohr. Ο μαθηματικός φορμαλισμός φαινομένων σε καθεστώς διακλάδωσης (αγγλ. *bifurcation*) και μετά τη διακλάδωση διακλάδωσης (αγγλ. *post-bifurcation*), καθώς και των σχετιζόμενων ασταθειών αποτελεί τη βάση μιας σύγχρονης θεωρίας της αστοχίας των γεωυλικών στα πλαίσια της Μηχανικής του Συνεχούς Μέσου (αγγλ. *continuum theory of failure of geomaterials*, [85]). Από θεωρητικής πλευράς, το μοντέλο στρωμάτων διάτμησης (αγγλ. *shear band*) Thomas-Hill-Mandel ([38]) παρουσιάστηκε στην αρχή της δεκαετίας του '60 και διαδόθηκε εκτενώς από την εργασία των Rudnicki and Rice [71].

Αυτή ακριβώς η εντοπισμένη αστοχία υποστηρίχθηκε πρόσφατα ότι αποτελεί την κύρια μορφή αστοχίας σε ρήγματα [68] αλλά και πρηνή [87]. Όπως αναφέρεται στην πρώτη: «[...] Οι σεισμοί και οι καταστροφικές κατολισθήσεις λαμβάνουν χώρα λόγω της μείωσης της αντίστασης του ρήγματος σε αυξανόμενες μετατοπίσεις ή ταχύτητες [...]». Βάσει παρατηρήσεων πεδίου, τα "ώριμα" ρήγματα (αγγλ. *mature faults*), δηλαδή αυτά που έχουν παρουσιάσει μεγάλες παραμορφώσεις, βρίσκονται εντός μίας ευρύτερης βραχώδους περιοχής σε κατάσταση θραύσης. Εμφανίζονται υπό μορφή κατακερματισμένου πυρήνα (αγγλ. *ultracataclastic core*) τυπικού πάχους δεκάδων έως εκατοντάδων *mm* [68]. Ωστόσο, η ολίσθηση σε

ορισμένα συμβάντα μπορεί να είναι εξαιρετικά εντοπισμένα, μέσα σε ένα διατμητικό στρώμα πάχους  $1 - 5\text{mm}$ .

Οι Chester and Chester, [11], παρατήρησαν ότι στο ρήγμα Punchbowl, στο San Andreas, California, η ασταθής σεισμική ολίσθηση είναι ένα ιδιαίτερος εντοπισμένο φαινόμενο το οποίο συμβαίνει σε μία ζώνη διάτμησης της τάξης του χιλιοστόμετρου, την οποία και ονομάζουν πρωτεύουσα επιφάνεια ολίσθησης (αγγλ. *primary slip surface*), και βρίσκεται εντός του κατακερματισμένου πυρήνα πάχους μερικών δεκάδων εκατοστών. Σημειώνουμε επίσης ότι και στο ρήγμα του Αιγίου, του οποίου ο πυρήνας εκτείνεται περίπου  $1\text{m}$  και αποτελούνταν από κατακερματισμένους ραδιολαρίτες, η πρωτεύουσα επιφάνεια ολίσθησης προσδιορίστηκε ότι είναι μεγέθους μικρότερου του χιλιοστού ([78]). Αντίστοιχες αποδείξεις για τη μορφολογία αυτή έχουν βρεθεί στο ανενεργό ρήγμα του San Gabriel [9], στο Median Tectonic Line της Ιαπωνίας [91] και στο ρήγμα του σεισμού του Chi-Chi [3]. Όπως εξηγείται διεξοδικά στο βιβλίο του Scholz ([74], pages 70-74), αυτή η δομή απαντάται μόνο στην παρουσία υγρού και σε θερμές συνθήκες [1]. Οφείλουμε να σημειώσουμε επίσης ότι σε αυτές τις θερμές-υγρές συνθήκες δεν εμφανίζεται ιδιαίτερη θραύση των κόκκων, ενώ παρατηρείται απομείωση της τριβής με τη θερμοκρασία και κράτυνση με την ταχύτητα, γεγονός το οποίο σύμφωνα με τον Chester ([10]) καθορίζεται από διαδικασίες διάχυσης, όπως αυτή της πίεσης. Το ερώτημα επομένως που τίθεται αφορά στη φύση (και τη φυσική) αυτών των διαδικασιών που καθορίζουν πώς συμβαίνει η μείωση της αντίστασης λόγω μείωσης της τριβής.

Κατά την ολίσθηση και εξαιτίας του μικρού πάχους, τα θερμικά φαινόμενα μπορούν να διαδραματίσουν καθοριστικό ρόλο [68]. Η ύπαρξη ρευστού που αλληλεπιδρά με τον περιβάλλοντα βράχο προκαλεί συζευμένα φαινόμενα που περιλαμβάνουν την άνοδο της θερμοκρασίας λόγω διάτμησης (αγγλ. *shear heating*) και την υπερπίεση του ρευστού εντός του δαιδαλώδους του υλικού (αγγλ. *pore fluid pressurization*). Το τελευταίο συμβαίνει διότι ο συντελεστής θερμικής διαστολής του στερεού είναι μικρότερος του αντίστοιχου του ρευστού. Ως αποτέλεσμα μειώνεται η αντοχή των ρηγμάτων ενώ στην περίπτωση πρσανών εκδηλώνονται καταστροφικές κατολισθήσεις [89].

Η θερμο-πορο-μηχανική σύζευξη λόγω θέρμανσης κατά τη διάτμηση ([87, 68, 79]) μπορεί να σχετίζεται και με την εμφάνιση χημικών φαινομένων όπως η αποβολή ύδατος σε ορυκτά (αγγλ. *dehydration of minerals*) ή η διάσπαση οργανικών ενώσεων όπως μελετήθηκε πρόσφατα από τους Brantut *et al.* [4, 5], Sulem and Famin [80] και Veveakis *et al.* [90]. Αποτέλεσμα αυτών των φαινομένων είναι η αύξηση της πίεσης των πόρων και η πτώση της

διατμητικής αντοχής του ρήγματος, βάσει του νόμου τριβής Coulomb:

$$\tau = \mu \sigma' \quad (1.1)$$

όπου  $\tau$  η διατμητική τάση,  $\mu$  ο συντελεστής τριβής του υλικού και  $\sigma'$  η ενεργός τάση που δίδεται μέσω του νόμου Terzaghi:

$$\sigma' = \sigma - P \quad (1.2)$$

ενώ  $\sigma$  η ορθή τάση και  $P$  η πίεση των πόρων.

Στην άλλη κατηγορία μηχανισμών βρίσκουμε την ακαριαία θέρμανση (αγγλ. *flash heating*) ή τήξη σε επίπεδο κόκκου καθώς και την αλλαγή φάσης του υλικού, οι οποίες προκαλούν απομείωση του συντελεστή τριβής  $\mu$ , με ή χωρίς μεταβολές της πίεσης. Πρόσφατα, οι Fialko and Khazan [21] συνέδεσαν τη θέρμανση κατά τη διάτμηση με τη θερμοδυναμική θεωρία αλλαγής φάσης λόγω τήξης και έδειξαν ότι η συμπεριφορά ενός ρήγματος υπό την επίδραση τους είναι παρόμοια με αυτή της περίπτωσης της υπερπίεσης ενώ παρείχαν τις απαραίτητες συνθήκες για τις οποίες η τήξη μπορεί να απομειώσει την αντοχή. Σημειώνουμε ότι όλοι οι προτεινόμενοι από τη βιβλιογραφία μηχανισμοί εναύσματος της σεισμικής ολίσθησης βασίζονται στη μεταβολή της διατμητικής τάσης λόγω αλλαγής στο συντελεστή  $\mu$  ή εξαιτίας της παραγωγής επιπλέον πίεσης πόρων.

Ως προς το τελευταίο, ο Scholz [75] σημειώνει ότι η ανάπτυξη ενός πλήρους καταστατικού νόμου για την τριβή σε βράχους είναι μείζονος σημασίας για την κατανόηση των σεισμών. Αργότερα, ο Marone [60] έδειξε ότι οι διαφορές στη συμπεριφορά των επιφανειών των βράχων σε σύγκριση με τη διάτμηση του κοκκώδους μέσου εντός του ρήγματος μπορεί να οφείλονται στο φαινόμενο της διασταλτικότητας (αγγλ. *dilatancy*). Ακολουθώντας την τελευταία, οι Garagash and Rudnicki ([27],[28]) απέδειξαν την ύπαρξη ευσταθών και ασταθών περιπτώσεων κατά τη θέρμανση λόγω διάτμησης μίας κεκορεσμένης σε ρευστό ζώνης ρήγματος με διασταλτικότητα. Επιβεβαίωσαν ότι σε αυτήν την περίπτωση η πίεση των πόρων αυξάνει ενώ μειώνονται η ενεργός θλιπτική τάση και η αντίσταση σε ολίσθηση. Επομένως, το φαινόμενο της θέρμανσης κατά την τριβή προκαλεί την αστάθεια.

Όπως υπογραμμίζεται από τα προαναφερθέντα, τα θερμικά φαινόμενα είναι κυρίαρχα στη μελέτη του εναύσματος των σεισμικών φαινομένων. Συνήθως για την προσέγγισή τους, καταφεύγει κανείς στο επίπεδο της ζώνης ολίσθησης του κατακερματισμένου πυρήνα ενός ρήγματος την οποία θεωρεί απείρως εκτεινόμενη. Η τοποθέτηση αυτή γίνεται επομένως σε μία μεσοκλίμακα όπου το χωρίο στο οποίο βρίσκεται η ζώνη λαμβάνεται ως άπειρο. Το φαινόμενο μελετάται χρησιμοποιώντας τις αρχές της μηχανικής

και κυρίως την αρχή διατήρησης της ενέργειας, καθώς και κατάλληλους καταστατικούς νόμους ανά περίπτωση.

Από την άλλη, οι θεωρίες για τη μετάβαση από τον ερπυσμό στην ταλαντωτική συμπεριφορά των σεισμών βασίζεται στο μοντέλο του τριβέα με ελατήριο. Το σημείο εστίασής τους είναι η υπερκείμενη του ρήγματος μάζα, η οποία, αν και λαμβάνεται ως απαραμόρφωτη, μπορεί να αποθηκεύει ελαστική παραμορφωσιακή ενέργεια μέσω του ελατηρίου από το οποίο δέχεται και δυνάμεις. Το ίδιο το ρήγμα προσομοιώνεται με ευθεία πάνω στην οποία μετατοπίζεται ο τριβέας. Συνήθως, η τριβή στη διεπιφάνεια έχει συντελεστή ο οποίος εξαρτάται από την ταχύτητα και μία μεταβλητή κατάσταση όπως πρωτοεισήχθη από τις εργασίες του Dieterich ([13, 14]) και του Ruina [72]. Μάλιστα, η ανάγκη για τη χρήση ενός τέτοιου νόμου ώστε να προσεγγιστεί η μετάβαση από ερπυσμό σε σεισμική ταλάντωση, φαινόμενο που ονομάζεται στην αγγλική βιβλιογραφία ως *stick-slip motion*, τονίστηκε από τους Gu *et al.* [31]. Οι καταστατικοί νόμοι αυτοί βρίσκονται σε συμφωνία με τις παρατηρήσεις του Scholz σχετικά με τη συμπεριφορά ρηγμάτων σε θερμές-υγρές συνθήκες αν και χρησιμοποιείται η αντίστροφη περίπτωση, δηλαδή χαλάρωση με την ταχύτητα και κράτυνση με τη μεταβλητή κατάσταση.

Στα πλαίσια αυτών των θεωριών, εστιάζει κανείς στην υπερκείμενη μάζα και χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις της δυναμικής των απαραμόρφωτων σωμάτων και τον κατάλληλο νόμο τριβής για τη διεπιφάνεια καταλήγει σε ένα δυναμικό σύστημα το οποίο και μελετάται. Επομένως, το πρόβλημα τίθεται σε επίπεδο μακροκλίμακας σε αντίθεση με το προηγούμενο.

Μέσα από αυτή τη συζήτηση, καθίσταται αντιληπτό ότι η προσέγγιση της μηχανικής συμπεριφοράς των ρηγμάτων αποτελεί εκ φύσεως ένα γεωμετρικά κακώς ορισμένο πρόβλημα. Πράγματι, εάν επιλέξει κανείς να περιγράψει τη συμπεριφορά του εδαφικού υλικού εντός του κατακερματισμένου πυρήνα, τότε για κάθε πρακτικό λόγο ο περιβάλλον βράχος είναι άπειρος, δεδομένου ότι το βάθος στο οποίο βρίσκονται τα ρήγματα είναι της τάξης του χιλιομέτρου. Στην αντίθετη περίπτωση, το ρήγμα εκπίπτει σε ευθεία. Επομένως, δεν είναι δυνατή η ταυτόχρονη μελέτη και των δύο.

Στην παρούσα διδακτορική διατριβή θεωρούμε ότι ο κατακερματισμένος πυρήνας αποτελείται από ένα πλήρως κεκορεσμένο σε ρευστό, ιξωδοπλαστικό και πορώδες εδαφικό υλικό. Υποθέτουμε ότι η στερεή φάση έχει μόνιμες επαφές μεταξύ των κόκκων ώστε να σχηματίζουν ένα στερεό σκελετό ο οποίος μπορεί να παραλάβει τάσεις. Το ρήγμα μοντελοποιείται μέσω μίας απείρως εκτεινόμενης ζώνης διάτμησης η οποία βρίσκεται σε άπειρο χωρίο. Επομένως, εστιάζουμε στη μεσοκλίμακα του προβλήματος. Ταυτόχρονα, θεωρούμε ότι το υλικό μπορεί να παρουσιάσει μεταβολή στο συντελεστή τριβής, ο οποίος εξαρτάται από το ρυθμό διατμητικής παραμόρφωσης

και τη θερμοκρασία, μελετώντας τόσο την περίπτωση χαλάρωσης με το ρυθμό και κράτυνση με τη θερμοκρασία (όπως στο μοντέλο τριβέα με ελατήριο), όσο και την αντίστροφη (όπως στην περίπτωση ρηγμάτων σε θερμές-υγρές συνθήκες). Επιπλέον, εισάγουμε στο πρόβλημα και ένα μηχανισμό εναύσματος, τη χημική διάσπαση του σκελετού, η οποία παράγει πλεονάζον ρευστό. Η επιλογή αυτού του μηχανισμού έγινε με κριτήριο ότι αφενός υπάρχουν στη βιβλιογραφία καταστατικοί νόμοι και εργαστηριακές μετρήσεις, και αφετέρου ότι όπως δείχθηκε πειραματικά από τους Ferri *et al.* ([20]) μπορεί ανεξάρτητα από άλλα φαινόμενα να οδηγήσει σε υπερπίεση και πτώση της αντοχής ενός ρήγματος.

Βάσει των αρχών της μηχανικής και της θεωρίας μιγμάτων αναπτύσσουμε ένα γενικό μοντέλο, χρησιμοποιώντας καταστατικούς νόμους για τη ροή του ρευστού, τη διαπερατότητα του σκελετού και τους ρυθμούς παραγωγής μάζας. Όσον αφορά τη θεωρία μιγμάτων και την εφαρμογή στα πορώδη μέσα, ο αναγνώστης θα μπορούσε να ανατρέξει στο βιβλίο του Couchy ([12]), ενώ για την ανάλυση στα εδαφικά υλικά σε συνδυασμό τις σύγχρονες θεωρίες διακλάδωσης και εντοπισμού αξίζει να αναφέρουμε το βιβλίο των Vardoulakis and Sulem ([85]).

Στη συνέχεια επαναλαμβάνουμε τους υπολογισμούς της [90], στην οποία είναι συνσυγγραφέας ο γραφών, απομονώνουμε το μηχανισμό της τριβής και συγκρίνουμε τρεις από τους πλέον χρησιμοποιούμενους νόμους, καταλήγοντας στον κατάλληλο από άποψη μοντελοποίησης. Επιπλέον, δείχνουμε πως η θέρμανση λόγω διάτμησης οδηγεί με φυσιολογικό τρόπο στην εμφάνιση θερμικών φαινομένων, τα οποία χαρακτηρίζονται ως ενδόθερμες διαδικασίες. Για την ανάλυση αυτή, αλλά και όλες τις αριθμητικές προσεγγίσεις της στάσιμης κατάστασης του συστήματος των εξισώσεων, αναπτύχθηκε κώδικας πεπερασμένων διαφορών για τη μελέτη συνοριακών προβλημάτων, στον οποίο και εφαρμόζεται ο αλγόριθμος ψευδο-βηματισμού σε καμπύλη (αγγλ. *pseudo arc-length continuation*) του Kehhler ([6]). Το συγκεκριμένο αριθμητικό εργαλείο χρησιμοποιείται με παραλλαγές στα προγράμματα αριθμητικής ανάλυσης διακλαδώσεων *MATCOND<sup>TM</sup>* και *AUTO<sup>TM</sup>* τα οποία είναι ελεύθερα προς χρήση και αφορούν στον προσδιορισμό λύσεων ισορροπίας τόσο σε δυναμικά συστήματα, όσο και σε προβλήματα συνοριακών συνθηκών.

Στην ανάλυση του προβλήματος ακολουθεί η κανονικοποίηση του συστήματος στη χρονο-ανεξάρτητη περίπτωση, η οποία αποκαλύπτει τους βασικούς αδιάστατους αριθμούς που κυβερνούν το σύστημα. Γράφονται οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος και γίνεται εξέταση των παραμέτρων χρησιμοποιώντας ως περίπτωση αναφοράς το ρήγμα του Αιγίου. Ακολουθώντας τους Famin and Sulem ([80]) που μελέτησαν το συγκεκριμένο ρήγμα, θεωρούμε ότι η χημική αντίδραση που λαμβάνει χώρα

είναι η παρατηρηθείσα στο εν λόγω ρήγμα, διάσπαση του ανθρακικού ασβεστίου σε οξείδιο του ασβεστίου και διοξείδιο του άνθρακα σε υπερκρίσιμη (υγρή) φάση.

Στη συνέχεια, απομονώνεται η εξίσωση διάχυσης της θερμότητας ώστε να εξεταστεί η συνεισφορά του όρου απορρόφησης ενέργειας λόγω της αντίδρασης. Γίνεται σύγκριση του προβλήματος με αντίδραση και του αντίστοιχου μόνο με το μηχανισμό της τριβής και προσεγγίζεται η συμπεριφορά ενός ρήγματος σε οιονεί-στατική εξέλιξη στην περίπτωση "αργών" αντιδράσεων. Τέλος, προβαίνουμε στην πλήρη μελέτη των εξισώσεων του προβλήματος τόσο στην περίπτωση κράτυνσης με το ρυθμό διαμητικής παραμόρφωσης και χαλάρωσης με τη θερμοκρασία, όσο και στην αντίστροφη. Η ανάλυση γίνεται με τρεις τρόπους, μέσω αριθμητικής ανάλυσης διακλαδώσεων, μέσω ποιοτικής προσέγγισης των λύσεων ενώ γίνεται εφαρμογή και στο χρονο-εξαρτημένο σύστημα. Από την όλη μελέτη προκύπτουν χρήσιμα συμπεράσματα, για την επίδραση των παραμέτρων στη συμπεριφορά του συστήματος, αλλά και τον ρόλο της τριβής και της αντίδρασης στο σύστημα.

## Κεφάλαιο 2

# Μαθηματική μοντελοποίηση

Σε αυτό το κεφάλαιο διατυπώνονται οι βασικές εξισώσεις του προβλήματος βάσει των θεμελιωδών αρχών της Μηχανικής και χρησιμοποιώντας κατάλληλες υποθέσεις και καταστατικούς νόμους, στα πλαίσια της θεωρίας μιγμάτων. Η κατάστρωση των εξισώσεων εκτείνεται και στο επόμενο κεφάλαιο όπου θα μελετηθεί πιο επισταμένα η εξίσωση διάχυσης της θερμότητας που προκύπτει από την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

Ο κατακερματισμένος πυρήνας (ultracataclastic core) του ρήγματος θεωρείται πως αποτελείται εξολοκλήρου από ένα πλήρως κεκορεσμένο σε ρευστό, εδαφικό υλικό. Η στερεή φάση του υλικού σχηματίζει ένα μόνιμο σκελετό, επιτρέποντας τον ορισμό μιας μέσης ενεργού τάσης. Επιπρόσθετα, γίνεται η υπόθεση ότι σε υψηλές θερμοκρασίες λαμβάνει χώρα μία χημική διάσπαση του σκελετού, η οποία παράγει επιπλέον ρευστό αυξάνοντας την πίεση των πόρων. Για λόγους απλότητας, η σύσταση του παραγόμενου ρευστού ταυτίζεται με αυτή του προϋπάρχοντος. Η συγκεκριμένη περίπτωση αποτελεί μία γενίκευση του προβλήματος που μελετήθηκε στην εργασία των Sulem and Famin [80] και αφορούσε το ρήγμα του Αιγίου όπου παρατηρήθηκε διάσπαση ανθρακικού ασβεστίου σε οξειδίο του ασβεστίου και διοξειδίο του άνθρακα σε υπερκρίσιμη κατάσταση. Αν και ο στόχος του κεφαλαίου είναι κατασκευή ενός μοντέλου για μία τυχαία αντίδραση διάσπασης, η παρούσα μελέτη στη συνέχεια αντλεί τις παραμέτρους της από την [80] για λόγους εφαρμογής του μοντέλου.

### 2.1 Χημική Κινητική

Για να μοντελοποιήσουμε το φαινόμενο, θεωρούμε ένα αρχικώς διφασικό πορώδες μέσο που αποτελείται από στερεό  $AB$  και είναι πλήρως κεκορεσμένο με ένα υγρό  $B$ . Χρησιμοποιούμε δείκτες ή υπερδείκτες  $s$  και  $f$  συμβολίζοντας

ένα πεδίο που δρα στη στερεή και την υγρή φάση αντίστοιχα. Σε υψηλές θερμοκρασίες η στερεή φάση διασπάται ακολουθώντας την αντίδραση:



Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι ενώ η συνολική μάζα του μίγματος παραμένει σταθερή, αυτό δε συμβαίνει για τα συστατικά. Η μοντελοποίηση αυτών των μεταβολών μάζας είναι πολύ σημαντική σε αυτού του είδους τα προβλήματα. Οι τελευταίες είναι συναρτήσεις των αποκαλούμενων ρυθμών της ευθείας και της αντίστροφης αντίδρασης,  $\omega_F$  και  $\omega_b$  αντίστοιχα.

### 2.1.1 Ο νόμος Arrhenius

Ο πιο απλός και συνήθης καταστατικός νόμος είναι ο νόμος Arrhenius,  $\omega \propto k_0 e^{-E/RT}$ , όπου  $E$  είναι η ενέργεια ενεργοποίησης της αντίδρασης,  $R$  η παγκόσμια σταθερά των αερίων,  $T$  η θερμοκρασία και  $k_0$  ο αποκαλούμενος παράγοντας συχνότητας (ή προ-εκθετικός). Ο τελευταίος θεωρείται συνήθως σταθερός ενώ σε κάποιες περιπτώσεις έχει εξάρτηση από τη θερμοκρασία και σπανιότερα από την πίεση. Ο προσδιορισμός του γίνεται μέσω της θεωρίας συγκρούσεων ([52], σελ. 62-64), σχετίζεται δηλαδή με την απόσταση των κέντρων των συγκρούμενων σωματιδίων και την απομείωση της μάζας τους.

Το μοντέλο Arrhenius, λόγω της απλότητας του, έχει δεχθεί αρκετή κριτική ως προς την ισχύ του, κυρίως λόγω του μεγάλου εύρους τιμών που λαμβάνουν τα  $k_0$  και  $E$  για μία δεδομένη αντίδραση [57]. Στη σχετική βιβλιογραφία υπάρχουν αρκετά μοντέλα που έχουν προταθεί για την αντικατάστασή του ([52], σελ. 67-72). Ο Lyon [57] παρέχει ένα βιβλιογραφικό οδηγό για τα σχετικά μοντέλα, καθώς και πειραματικά δεδομένα για τη διάσπαση του ανθρακικού ασβεστίου (μία αντίδραση που θα μας απασχολήσει στη συνέχεια). Για την τελευταία, αν και υπάρχουν πάρα πολλά πειραματικά δεδομένα σε κενό ή πολύ χαμηλές πιέσεις (της τάξης του  $mbar$ ), δεν υπάρχουν σχετικές μετρήσεις στο επίπεδο των πιέσεων των γεωμηχανικών προβλημάτων. Αυτό αποτελεί ένα από τα βασικά προβλήματα κατά την επιλογή κατάλληλου καταστατικού νόμου για τον προσδιορισμό του ρυθμού αντίδρασης, με δεδομένο ότι η αύξηση της πίεσης μειώνει δραματικά το  $\omega$  ([56], σελ. 79). Επομένως, θα αποδεχθούμε την ισχύ του νόμου Arrhenius και θα τον βαθμονομήσουμε με δεδομένα για χαμηλές πιέσεις.

### 2.1.2 Θεωρία μιγμάτων

Για τη διατύπωση των εξισώσεων μάζας πρέπει κανείς να εισάγει σε αυτές τις μερικές μεταβολές της μάζας των φάσεων. Σε πρώτο στάδιο όμως



απαιτείται η σύνδεση των  $\omega_F$  και  $\omega_b$  με τους μερικούς ρυθμούς  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  και  $\omega_3$  των συστατικών  $AB$ ,  $A$  και  $B$  αντίστοιχα. Επιπλέον, ορίζουμε τους μερικούς όγκους  $V_{AB}$ ,  $V_A$  και  $V_B$  που καταλαμβάνουν τα  $AB$ ,  $A$  και  $B$  αντίστοιχα μέσα σε ένα στοιχειώδη αντιπροσωπευτικό όγκο (REV: representative elementary volume) του μίγματος,  $V$  (Fig. 2.1). Ακόμη, ονομάζουμε  $V_s$  τον συνολικό όγκο της στερεής φάσης στο  $V$  ( $V_s = V_{AB} + V_A$ ), και εισάγουμε τις έννοιες του πορώδους  $\phi$  και του μερικού λόγου των στερεών  $s$  ως ακολούθως,

$$\phi = \phi_0 + \Delta\phi_{chem} = \frac{V_B}{V}, \quad s = \frac{V_A}{V_s} \quad (2.2)$$

όπου  $\phi_0$  είναι το αρχικό (μηχανικό) πορώδες και  $\Delta\phi_{chem}$  το καινούριο χημικά παραγόμενο πορώδες. Όπως θα δείξουμε στη συνέχεια και τα  $\phi$  και  $s$  μεταβάλλονται με την θερμοκρασία λόγω της αντίδρασης Εξ. (2.1).

Εάν  $\rho_{AB}$ ,  $\rho_A$  και  $\rho_B$  είναι οι πυκνότητες των  $AB$ ,  $A$  και  $B$  αντίστοιχα, οι πυκνότητες των φάσεων στον REV είναι,

$$\begin{aligned} \rho_1 &= (1 - \phi)(1 - s)\rho_{AB} \\ \rho_2 &= (1 - \phi)s\rho_A \\ \rho_s &= \rho_1 + \rho_2 \\ \bar{\rho}_s &= (1 - s)\rho_{AB} + s\rho_A \\ \rho_f &= \phi\rho_B \\ \rho_m &= \rho_s + \rho_f \end{aligned} \quad (2.3)$$

όπου  $\rho_m$  η συνολική πυκνότητα του μίγματος στον REV.

### 2.1.3 Ρυθμοί παραγωγής-απομείωσης

Ο ρυθμός της ευθείας αντίδρασης δίδεται βάσει της θεωρίας δράσης της μάζας από το ρυθμό αντίδρασης των αντιδρώντων,  $\omega_F = \frac{\rho_1}{M_{AB}}k_0e^{-E/RT_{AB}}$ , όπου  $M_{AB}$  το μοριακό βάρος του  $AB$ . Ο ρυθμός της αντίστροφης αντίδρασης στο ίδιο πλαίσιο είναι  $\omega_b = \frac{\rho_2\rho_f}{M_A M_B}k_b e^{-(E_A/RT_A + E_B/RT_B)}$ . Μπορεί να απλοποιηθεί σημαντικά υποθέτοντας ότι τα  $A$  και  $B$  αντιδρούν με την ίδια συχνότητα,  $k_A = k_B$ , ώστε  $k_b = \sqrt{k_A k_B} = k_A = k_B$ , αλλά και με την ίδια ενέργεια ενεργοποίησης  $E_A = E_B = E_b/2$ . Τέλος υποθέτουμε ότι τα συστατικά του μίγματος βρίσκονται σε θερμική ισορροπία, δηλαδή ότι  $T_A = T_B = T_{AB} = T$  [90].

Υπό την υπόθεση ότι λαμβάνουν χώρα και η ευθεία και η αντίστροφη διαδικασία, ο καθαρός ρυθμός αντίδρασης είναι

$$\omega = k_0 e^{-E/RT} [\rho_1 - \rho_2 \rho_f K_c^{-1} e^{-\Delta E/RT}] \quad (2.4)$$

όπου  $\Delta E = (E - E_b)$  και  $K_c = k_0/k_b$  η σχετική συχνότητα στην ισορροπία. Η πρώτη παράμετρος που καθορίζει το ρυθμό αντίδρασης είναι η ενέργεια ενεργοποίησης. Συνήθως ισχύει η ακόλουθη σχέση [52]:

$$E = E_b + \Delta H \Rightarrow \Delta E = \Delta H \quad (2.5)$$

όπου  $\Delta H$  η θερμοκρασία που εκλύεται ή απορροφάται ανά *mol* λόγω αντίδρασης (θετική για ενδόθερμη και αρνητική για εξώθερμη). Εάν η ευθεία αντίδραση είναι ενδόθερμη, όπως στην περίπτωση της διάσπασης του στερεού, τότε είναι και πιο αργή διαδικασία εξαιτίας του ότι η αντίστροφη αντίδραση έχει χαμηλότερη ενέργεια ενεργοποίησης  $E_a$  [52]. Επομένως, η ευθεία αντίδραση στην περίπτωσή μας είναι αργή εκτός από καθεστώς υψηλών θερμοκρασιών. Ένα μέτρο του μεγέθους της ενέργειας ενεργοποίησης είναι ο αριθμός Arrhenius  $Ar = E/RT_c$ , όπου  $T_c$  μία χαρακτηριστική θερμοκρασία αναφοράς. Για μία ενδόθερμη αντίδραση  $Ar_f > Ar_b$ .

Η δεύτερη παράμετρος που καθορίζει το ρυθμό αντίδρασης, η σταθερά  $K_c$ , εξαρτάται από την αντίστροφη διαδικασία. Εάν υποθέσουμε ότι στην αρχική κατάσταση του συστήματος (όπου το στερεό αντιδρών  $AB$  συνυπάρχει με το υγρό προϊόν  $B$ ) η ποσότητα του στερεού προϊόντος  $A$  είναι αμελητέα, τότε  $k_b \ll k_0$  και επομένως  $K_c \rightarrow \infty$ . Βάσει αυτής της υπόθεσης, ο ρυθμός αντίδρασης για την αντίστροφη διαδικασία είναι πολύ μικρότερος από τον αντίστοιχο της ευθείας,  $\omega \rightarrow \omega_F$ , επομένως έχουμε να κάνουμε για κάθε πρακτικό λόγο με μία ευθεία αντίδραση.

#### 2.1.4 Υπολογισμός των μεταβολών των σχετικών όγκων λόγω αντίδρασης

Βάσει των προηγούμενων, μπορούμε να υπολογίσουμε το πορώδες και το μερικό λόγο των στερεών από τη στοιχειομετρία της αντίδρασης. Για τη δεδομένη περίπτωση της διάσπασης, Εξ.(2.1), από την Εξ.(2.13) προκύπτει ότι:

$$-\frac{\omega_1}{\nu_{AB}} = \frac{\omega_2}{\nu_A} = \frac{\omega_3}{\nu_B} \quad (2.6)$$

όπου  $\nu_i$  οι στοιχειομετρικοί συντελεστές της αντίδρασης (εδώ ίσοι με μονάδα). Οι σχετικοί ρυθμοί παραγωγής και απομείωσης των συστατικών γράφονται ως εξής,

$$\begin{aligned} \omega_1 &= -\frac{\rho_1}{M_{AB}} k_0 \exp(-E/RT) \\ \omega_2 &= \frac{\rho_2}{M_A} k_b \exp(-E_b/RT) \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\omega_3 = \Delta\phi_{chem} \frac{\rho_B}{M_B} k_b \exp(-E_b/RT)$$

Μέσω αυτών μπορούμε να προσδιορίσουμε τα  $\phi$  και  $s$ . Σημειωτέον ότι ο όρος  $\Delta\phi_{chem}\rho_B$  στο δεξί μέλος της σχέσης για το  $\omega_3$  είναι η επιπρόσθετη μάζα του  $B$  που παράγεται από τη χημική αντίδραση. Αυτή η μορφή του  $\omega_3$  υπονοεί ότι η αρχική μάζα του  $B$  δεν επηρεάζει την αντίδραση. Στην πράξη, θα έπρεπε κανείς να γράψει δύο εξισώσεις διατήρησης της μάζας για το  $B$ , μία για το παραγόμενο (με όρο παραγωγής) και μία για το προϋπάρχον (χωρίς όρο παραγωγής). Σε αυτήν την περίπτωση, εάν υποθέσουμε ότι οι δύο αυτές μάζες μοιράζονται το ίδιο πεδίο ταχύτητας, με πρόσθεση κατά μέλη των εξισώσεων καταλήγουμε σε μία εξίσωση με όρο παραγωγής αυτόν της Εξ. (2.7).

Από τις Εξ. (2.3), (2.6) και (2.7) μπορούμε να εξάγουμε τις σχέσεις για το μερικό όγκο των στερεών  $s$  και της μεταβολής του πορώδους λόγω απομείωσης του  $AB$ ,  $\Delta\phi_{chem}$ ,

$$s = \frac{j_{rel}}{1 + j_{rel}} \quad (2.8)$$

$$\Delta\phi_{chem} = A_\phi \frac{1 - \phi_0}{1 + \frac{\rho_{CO_2} M_{CaO} k_f}{\rho_{CaO} M_{CO_2} k_2 s}} \approx \frac{1 - \phi_0}{1 + \frac{\rho_{CO_2} M_{CaO}}{\rho_{CaO} M_{CO_2} s}}$$

$$j_{rel} = \frac{\rho_{CaCO_3}}{\rho_{CaO}} \frac{M_{CaO}}{M_{CaCO_3}} K_c \exp\left(-\frac{\Delta E}{RT}\right)$$

όπου  $A_\phi$  μία σταθερά που καθορίζει το ποσοστό του διασυνδεδεμένου πορώδους που παράγεται λόγω αντίδρασης. Στη συγκεκριμένη εργασία θα υποθέσουμε ότι όλη η παραγωγή πορώδους γίνεται στο διασυνδεδεμένο χώρο των πόρων ( $A_\phi \approx 1$ ).

Αυτές οι δύο παράμετροι επηρεάζουν σημαντικά τη συμπεριφορά του συστήματος, επομένως είναι σημαντικό να καθορίσουμε ποιοτικά πότε η αντίδραση οδηγεί σε μεγάλες μεταβολές του πορώδους. Από τις Εξ.(2.8) φαίνεται ότι η εξέλιξη του πορώδους καθορίζεται από το μέγεθος της ποσότητας  $j_{rel}$ , η οποία ουσιαστικά είναι ο λόγος του ρυθμού απομείωσης του  $AB$  προς το ρυθμό παραγωγής του  $A$  ( $j_{rel} = \omega_1/\omega_2$ ). Όταν  $j_{rel} \ll 1$ , τότε  $s \ll 1$  και  $\phi \approx \phi_0$  καθ' όλη τη διαδικασία. Στο άλλο όριο, όταν  $j_{rel} \gg 1$ , παρατηρούμε ότι  $s \rightarrow 1$  και το πορώδες λαμβάνει τη μέγιστη τιμή του,  $\phi_{max} = \phi_0 + \frac{1-\phi_0}{1 + \frac{\rho_{CO_2} M_{CaO}}{\rho_{CaO} M_{CO_2}}}$ .

Η διαδικασία καθορισμού των παραμέτρων  $\Delta E$  και  $K_c$  που επηρεάζουν το  $j_{rel}$  γίνεται με τη βοήθεια πειραματικών δεδομένων, όπως περιγράφεται στο Παράρτημα Α, όπου από τα δεδομένα του [57] για τη διάσπαση του ανθρακικού ασβεστίου ( $CaCO_3 \rightleftharpoons CaO + CO_2$ ) βαθμονομήσαμε τις παραμέτρους που περιλαμβάνονται στους ρυθμούς αντίδρασης,  $k_0$ ,  $K_c$ ,  $E$

και  $\Delta E$ . Σημειώνουμε ότι τα συγκεκριμένα πειράματα έγιναν σε χαμηλές πιέσεις σε σχέση με τις αντίστοιχες γεωφυσικές. Αναφέρουμε ενδεικτικά ότι για  $E = 200 \text{ kJ/mol}$  και  $k_0 = 10^{15} \text{ s}^{-1}$ ,  $\Delta E \sim 10^5 \text{ kJ/mol}$  και  $K_c \sim 10^{10}$ , άρα από την Εξ.(2.4)  $\omega \approx \omega_F = \omega_1$ . Επιπλέον, από τις Εξ. (2.3), (2.6) και (2.7) προκύπτει,

$$\omega_1 = (1 - \phi_0 - \Delta\phi_{chem})(1 - s) \frac{\rho_{AB}}{M_{AB}} k_0 \exp(-E/RT) \quad (2.9)$$

όπου  $\Delta\phi_{chem}$  και  $s$  δίδονται από την Εξ. (2.8).

## 2.2 Κατάστρωση του προβλήματος

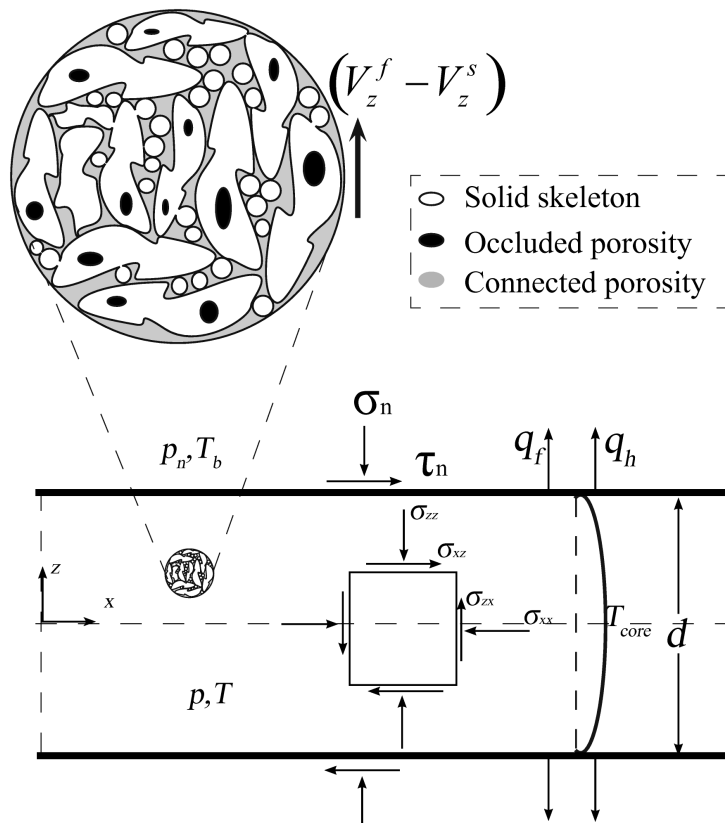
Στην παράγραφο αυτή θα διατυπώσουμε τις εξισώσεις που περιγράφουν το πρόβλημα ενός ρήγματος υπό διάτμηση. Υποθέτουμε ότι το μίγμα που περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο βρίσκεται σε κρίσιμη κατάσταση υπό τη γεωτεχνική έννοια. Μοντελοποιούμε το ρήγμα ως μία απείρου μήκους ζώνη διάτμησης με πάχος  $d$  μέσα σε μία μεγάλη μάζα βράχου (Fig.2.1). Επομένως, όλα τα πεδία μπορούν να μεταβάλλονται μόνο στο χρόνο και κατά τη διεύθυνση του άξονα  $z$  (κάθετα στη ζώνη) [90]. Θεωρούμε ότι το υλικό έχει υποστεί όλες τις ελαστικές παραμορφώσεις του σε προγενέστερη φάση της απόκρισής του και βρίσκεται σε μία αρχική κατάσταση που μπορεί να παραμορφώνεται θερμοπλαστικά [68].

### 2.2.1 Ισορροπία τάσεων

Μία τυπική υπόθεση που εμφανίζεται στη βιβλιογραφία [68, 80] είναι ότι λόγω μικρού πάχους της ζώνης διάτμησης, οι αδρανειακοί όροι μπορούν να παραλειφθούν, γεγονός που οδηγεί σε ομοιόμορφα στο χώρο και σταθερά καθ' ύψος της ζώνης πεδία τάσεων. Αυτό σημαίνει ότι η ορθή και η διατμητική τάση γράφονται ως  $\sigma_{zz} = \sigma_n(t)$  και  $\tau = \tau_n(t)$ , όπου  $\sigma_n(t)$  και  $\tau_n(t)$  οι αντίστοιχες συνοριακές τιμές. Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι η προαναφερθείσα υπόθεση για ζώνη απείρου μήκους καθιστά το πρόβλημα ανεξάρτητο από τις υπόλοιπες συνιστώσες του τανυστή των τάσεων δεδομένου ότι  $\partial\sigma_{xx}/\partial x = \partial\tau_{yx}/\partial x = 0$  και επομένως δεν επηρεάζουν τις εξισώσεις.

Η ορθή τάση ακολουθεί την αρχή του Terzaghi,  $\sigma_{zz} = \sigma'_{zz} + p$ , όπου  $p = p_n + \Delta p$  (οι τάσεις είναι αρνητικές κατά τη θλίψη), με το  $p_n$  να είναι η υδροστατική πίεση στο σύνορο και  $\Delta p$  η επιπλέον πίεση πόρων. Αφού μέσα στη ζώνη διάτμησης η ορθή τάση είναι σταθερή και ίση προς τη συνοριακή της τιμή, τότε

$$\sigma'_{zz} = \sigma'_n - \Delta p \quad (2.10)$$



Εικόνα 2.1: Κατάστρωση του προβλήματος. Απεικονίζονται οι συνθήκες φόρτισης στο διαφασικό μίγμα.

όπου  $\sigma'_n$  η ορθή ενεργός τάση στο σύνορο. Παρατηρούμε ότι στα πλαίσια της Εδαφομηχανικής, όταν  $\sigma'_{zz} \rightarrow 0$  τότε ο στερεός σκελετός παύει να υποστηρίζει το υπερκείμενο φορτίο και το μοντέλο καταρρέει. Αυτό το φαινόμενο, το οποίο συνήθως ονομάζεται ρευστοποίηση, μπορεί να συμβεί όταν η επιπλέον πίεση πόρων τείνει στη μέγιστη ορθή ενεργό τάση, στη συγκεκριμένη περίπτωση  $\sigma'_n$  (βλέπε Εξ. (2.10)).

Ο νόμος του Coulomb παρέχει έναν ορισμό για τη διατμητική τάση,  $\tau = \mu\sigma'_{zz}$ , όπου  $\mu$  ο συντελεστής τριβής. Ο τελευταίος είναι εν γένει συνάρτηση του ρυθμού διατμητικής παραμόρφωσης και ορισμένων μεταβλητών κατάστασης (όπως η θερμοκρασία και οι τάσεις), η ιστορία των οποίων μπορεί να τον καθορίζει [68, 90]. Περαιτέρω ανάλυση στο συντελεστή τριβής θα γίνει στο επόμενο κεφάλαιο.

### 2.2.2 Αρχή διατήρησης μάζας

Στην εργασία αυτή θα θεωρήσουμε ότι το υγρό  $B$  είναι συμπιεστό, ενώ τα στερεά  $AB$  και  $A$  ασυμπίεστα. Επομένως, το  $\phi$  μπορεί να μεταβάλλεται μόνο λόγω της διάσπασης του σκελετού και η ελαστική συμπίεση του όγκου των πόρων αμελείται. Ακολουθώντας την τυπική προσέγγιση για τα συμπιεστά ρευστά, θεωρούμε ότι η μεταβολή της πυκνότητάς του είναι συνάρτηση της πίεσης πόρων,  $p$  και της θερμοκρασίας  $T$ , και γράφουμε [80]:

$$\frac{d\rho_B}{\rho_B} = \beta_f dp - \lambda_f dT \quad (2.11)$$

όπου  $\rho_B$  η πυκνότητα του  $B$ .

Υποθέτουμε για λόγους απλότητας ότι το στερεό προϊόν  $A$  συμπεριλαμβάνεται στο στερεό σκελετό. Άρα, δέχεται τις ίδιες τάσεις και έχει το ίδιο πεδίο ταχύτητας με το  $AB$  (Fig. 2.1). Έστω  $v_i^\alpha$  η  $i$ -οστή συνιστώσα της ταχύτητας ( $i = x, z$ ) και  $j_\alpha$  η παραγωγή ή η κατανάλωση μάζας για τις δύο φάσεις ( $\alpha = s, f$ ), το στερεό σκελετό (που αποτελείται από  $AB$  και  $A$ ) και το ρευστό  $B$ . Βάσει της θεωρίας μιγμάτων, οι εξισώσεις διατήρησης της μάζας σε τοπική μορφή γράφονται για το καθένα ως εξής:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \frac{\partial \rho_s v_z^s}{\partial z} &= j_s \\ \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \frac{\partial \rho_f v_z^f}{\partial z} &= j_f \end{aligned} \quad (2.12)$$

Σημειώτεον ότι  $j_s = \omega_1 M_{AB} + \omega_2 M_A < 0$ , ενώ  $j_f = \omega_3 M_B$ . Επιπλέον για να διατηρείται η μάζα πρέπει,

$$j_f = -j_s \quad (2.13)$$

Οι εξισώσεις διατήρησης της μάζας μπορούν πλέον να γραφούν ως ακολούθως:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\bar{\rho}_s} \frac{D^{(s)} \bar{\rho}_s}{Dt} + \frac{1}{1-\phi} \frac{D^{(s)}(1-\phi)}{Dz} + \frac{\partial v_z^s}{\partial t} &= \frac{j_f}{\rho_s} \\ \frac{1}{\rho_B} \frac{D^{(f)} \rho_B}{Dt} + \frac{1}{\phi} \frac{D^{(f)} \phi}{Dt} + \frac{\partial v_z^f}{\partial z} &= \frac{j_f}{\rho_f} \end{aligned} \quad (2.14)$$

όπου  $D^{(\alpha)}/Dt = \partial/\partial t + v_z^\alpha \partial/\partial z$  η υλική χρονική παράγωγος της φάσης.

### Νόμοι για τη ροή ρευστών

Στη βιβλιογραφία της Εδαφομηχανικής, η ροή του ρευστού εκφράζεται μέσω της ταχύτητας φιλτραρίσματος κατά Gersevanov  $\phi(v_z^f - v_z^s)$  [85] και συνήθως συνδέεται με τη βαθμίδα της πίεσης των πόρων μέσω του νόμου του Darcy,

$$q_f = \phi(v_z^f - v_z^s) = -\frac{k_\pi}{\mu_f} \frac{\partial \Delta p}{\partial z} \quad (2.15)$$

όπου  $\mu_f$  το ιξώδες του ρευστού σε Pa·s και  $k_\pi$  η διαπερατότητα. Παρατηρούμε ότι όταν η υδροστατική πίεση είναι σταθερή (όπως στην περίπτωση μας), η επιπλέον πίεση πόρων καθορίζει τη συμπεριφορά του ρευστού [89]. Σχετικά με τη διαπερατότητα, υποθέτουμε ότι ακολουθεί το νόμο Kozeny-Carman:

$$k_\pi = k_\pi^0 \frac{(1-\phi_0)^2}{\phi_0^3} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} \quad (2.16)$$

όπου  $k_\pi^0$  η διαπερατότητα στο πορώδες αναφοράς  $\phi_0$  [80]. Σημειωτέον ότι η Εξ. (2.16) αποτελεί μία από τις μορφές του νόμου και προϋποθέτει τη γνώση της διαπερατότητας για πορώδες  $\phi_0$ . Σε άλλες πιθανές εκδοχές, [85], αντικαθίσταται η σταθερά  $k_\pi^0$  με μία έκφραση του ενός χαρακτηριστικού μεγέθους των κόκκων (π.χ. το  $D_{50\%}$ , δηλαδή η διάμετρος των κόκκων κάτω από την οποία αντιστοιχεί το 50% του βάρους ενός εδαφικού δείγματος, όπως προκύπτει από κοκκομετρική ανάλυση).

### 2.2.3 Αρχή διατήρησης της ενέργειας

Έστω ότι η ειδική εσωτερική ενέργεια  $e$ , η ισχύς των τάσεων  $P$  και η ροή θερμότητας  $q_h$  είναι συναρτήσεις της ελαστικής παραμόρφωσης, μίας εσωτερικής μεταβλητής  $\xi$ , της θερμοκρασίας  $T$  και της βαθμίδας της θερμοκρασίας, όπως προτείνεται από την ιδέα της ισο-κατανομής (αγγλ.

equipresence) [83]. Η τοπική μορφή της αρχής διατήρησης της ενέργειας, σε συνδυασμό με την ανισότητα Clausius-Duhem, όπως εφαρμόζεται για ολόκληρο το μίγμα γράφεται ως εξής [90]:

$$\rho_m T \frac{D^{(m)}s}{Dt} = D_{loc} - \frac{\partial q_h}{\partial z} + r \quad (2.17)$$

όπου  $s$  η ειδική εντροπία,  $\frac{D^{(m)}}{Dt}$  η υλική χρονική παράγωγος του μίγματος (ως προς τη βαρυκεντρική ταχύτητα  $v_i^m = (\rho_s v_i^s + \rho_f v_i^f)/\rho_m$ ),  $r = \Delta H \cdot \omega$  η ειδική παροχή θερμότητας και  $D_{loc}$  η τοπική απώλεια ενέργειας του συστήματος ([84]), η οποία δίδεται σύμφωνα προς τη θεωρία εσωτερικής μεταβλητής που παρουσιάστηκε εκτεταμένα από τον Truesdell [84] και πρόσφατα αναθεωρήθηκε από τους Rosakis et al [70] ως

$$D_{loc} = \sigma \dot{\epsilon}^p - \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \dot{\xi} \geq 0 \quad (2.18)$$

Στην παραπάνω έκφραση  $\sigma = \sigma(\epsilon^e, \xi, T) = \frac{\partial \psi}{\partial \epsilon^e}$  είναι ένας τανυστής τάσης (συνήθως ο τανυστής τάσης Piola-Kirchoff) και  $\psi$  η ελεύθερη ενέργεια κατά Helmholtz. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον ορισμό της ειδικής εντροπίας από τις σχέσεις του Maxwell,  $s = -(\frac{\partial \psi}{\partial T})_V$ , και να αναπτύξουμε τον πρώτο όρο της Εξ. (2.17) για να λάβουμε,

$$\rho_m T \frac{D^{(m)}s}{Dt} = j(\rho C)_m \frac{D^{(m)}T}{Dt} - \rho_m T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \epsilon^e} \dot{\epsilon}^e - \rho_m T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \xi} \dot{\xi} \quad (2.19)$$

όπου  $jC_m = -T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2}$  η ειδική θερμοχωρητικότητα του μίγματος και  $j = 4.2 J/cal$  το μηχανικό ανάλογο της θερμότητας. Η ειδική θερμοχωρητικότητα του μίγματος υπολογίζεται από τις μερικές πυκνότητες των συστατικών, βάσει της θεωρίας μιγμάτων ως  $(\rho C)_m = (1 - \phi)\rho_s C_s + \phi\rho_f C_f$ , όπου  $C_s$  και  $C_f$  είναι η ειδική θερμοχωρητικότητα των στερεών και του ρευστού αντίστοιχα.

Για να προσδιορίσουμε τον τρίτο όρο της Εξ. (2.17) υποθέτουμε ότι το διάνυσμα ροής θερμότητας υπακούει στο νόμο του Fourier για τα θερμικά ισότροπα μέσα:

$$q_h = -jk_m \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.20)$$

όπου  $k_m = (1 - \phi)k_s + \phi k_w$  η θερμική αγωγιμότητα του μίγματος και  $k_s, k_f$  οι θερμικές αγωγιμότητες της στερεής και της ρευστής φάσης αντίστοιχως. Το αρνητικό πρόσημο στην Εξ. (2.20) σημαίνει ότι η θερμότητα ρέει από τις θερμότερες στις πιο κρύες περιοχές του μέσου.



Οι Thomas *et al.* [82] και Ali Khan and Maqsood [45] έδειξαν πειραματικά ότι η ενεργός θερμική αγωγιμότητα και η θερμοχωρητικότητα ενός πορώδους βράχου είναι ασθενώς μεταβαλλόμενες συναρτήσεις του πορώδους και της θερμοκρασίας, κυμαινόμενες μεταξύ  $1.2 \frac{J}{msC}$  και  $5.1 \frac{J}{msC}$  για ένα μεγάλο εύρος τιμών του πορώδους και της θερμοκρασίας. Βάσει αυτών των παρατηρήσεων θα θέσουμε τις θερμοκρασιακές παραμέτρους αυτής της εργασίας σταθερές και ίσες προς τις μέσες τιμές  $jk_m \approx 2.5 \frac{J}{msC}$  και  $j(\rho C)_m \approx 2 \cdot 10^6 \frac{J}{m^3C}$ . Η αντίστοιχη τιμή του συντελεστή διάχυσης της θερμότητας θα είναι  $\kappa_m = \frac{k_m}{(\rho C)_m} \approx 1.25 \cdot 10^{-6} m^2/s$ , η οποία είναι σε συμφωνία με τα αποτελέσματα των Ali Khan and Maqsood [45].

Αμελώντας τη θερμοελαστική θέρμανση, δηλαδή  $\dot{q}^e = T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \epsilon^e} \dot{\epsilon}^e = 0$  και δεχόμενοι την Εξ. (2.18), η εξίσωση διάχυσης της θερμότητας υπό σταθερό όγκο γράφεται ως:

$$\frac{D^{(m)}T}{Dt} = \kappa_m \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\delta_{loc}}{j(\rho C)_m} + \frac{r}{j(\rho C)_m} \quad (2.21)$$

όπου  $\kappa_m = \frac{k_m}{(\rho C)_m}$  είναι ο συντελεστής διάχυσης της θερμότητας κατά Kelvin του μίγματος. Στην παραπάνω εξίσωση, ο δεύτερος όρος στο δεξί μέλος συνιστά την παραμορφωσιακή ισχύ που μετατρέπεται σε θερμότητα, δηλαδή

$$\delta_{loc} = \sigma \dot{\epsilon}^p - \rho_m \left( \frac{\partial \psi}{\partial \xi} - T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \xi} \right) \dot{\xi} = \beta_T \sigma \dot{\epsilon}^p \quad (2.22)$$

όπου ο λόγος Taylor-Quinney  $\beta_T$  εκφράζει το ποσοστό του μηχανικού έργου που μετατρέπεται σε θερμότητα και είναι κατ' αρχήν μία ποσότητα που εξαρτάται από την ιστορία του υλικού, δηλαδή  $0 \leq \beta_T \leq 1$ . Σε αυτή τη μελέτη, ο συγκεκριμένος λόγος,

$$\beta_T = \beta(\epsilon^e, \xi, T) = 1 - \frac{\rho_m}{\sigma \dot{\epsilon}^p} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \xi} - T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \xi} \right) \dot{\xi} \quad (2.23)$$

δεν είναι προκαθορισμένος, δεδομένου ότι υπάρχουν πολλές διαδικασίες σε επίπεδο κόκκου (π.χ. λείανση, θραύση, ενδοκοκκική κύλιση, τοπική θέρμανση στις επαφές κτλ.) οι οποίες θα πρέπει να μελετηθούν ξεχωριστά σχετικά με την επιρροή τους στη συνάρτηση απωλειών του προβλήματος για τον ακριβή προσδιορισμό του. Οι όροι στην παρένθεση της Εξ. (2.23) αντιστοιχούν στην αποθηκευμένη ενέργεια και την εντροπία του "ανενεργού" έργου (αγγλ. cold work) αυτών των διαδικασιών. Σε όλη την παρούσα μελέτη ο λόγος  $\beta_T$  θα θεωρείται ελεύθερη παράμετρος σε μία προσπάθεια να αποτυπωθεί η επίδρασή του στη συμπεριφορά του συστήματος.

### 2.2.4 Σύνοψη των εξισώσεων

Έως αυτό το σημείο το σύστημα αποτελείται από τις εξισώσεις μάζας, Εξ. (2.14), την εξίσωση διάχυσης της θερμότητας, Εξ. (2.21), καθώς και τους καταστατικούς νόμους, Εξ. (2.8), (2.9), (2.15) και (2.16). Βάσει όλων αυτών, γράφεται ως εξής,

$$\begin{aligned}
 \frac{D^{(s)}\rho_s}{Dt} + \rho_s \frac{\partial v_z^s}{\partial z} &= -M_B \omega_1 & (2.24) \\
 \beta_f \frac{D^{(s)}\Delta p}{Dt} - \lambda_f \frac{D^{(s)}T}{Dt} + \frac{1}{\phi} \frac{D^{(s)}\phi}{Dt} + \frac{q_f}{\phi} \left[ \beta_f \frac{\partial \Delta p}{\partial z} - \lambda_f \frac{\partial T}{\partial z} \right] \\
 + \frac{\partial v_z^s}{\partial z} &= -\frac{1}{\phi} \frac{\partial q_f}{\partial z} + \frac{M_B}{\rho_f} \omega_1 \\
 \frac{D^{(m)}T}{Dt} &= \kappa_m \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\beta_T \sigma \dot{e}^p}{j(\rho C)_m} + \frac{r}{j(\rho C)_m}
 \end{aligned}$$

όπου  $\omega_1 = (1 - \phi)(1 - s) \frac{\rho_{AB}}{M_{AB}} k_0 \exp(-E/RT)$ .

Στο επόμενο κεφάλαιο θα γίνει εκτενής αναφορά στις μηχανικές ιδιότητες του υλικού, μέσω των οποίων θα απλοποιηθεί το πρόβλημα και θα κλείσει το σύστημα.

## Κεφάλαιο 3

### Νόμοι τριβής

Η μηχανική συμπεριφορά των εδαφικών υλικών σε ένα ρήγμα αποτελεί ένα ανοικτό πρόβλημα. Οι βασικότερες αιτίες είναι η διαφορά στις συνθήκες θερμοκρασίας σε σχέση με το εργαστηριακό περιβάλλον καθώς και οι μεταβολές της διαπερατότητας τόσο εντός του κατακερματισμένου πυρήνα, όσο και στη διεπιφάνεια με τον περιβάλλοντα βράχο. Δεδομένου ότι το υλικό έχει ήδη λάβει μία σημαντική διατμητική παραμόρφωση, αναμένεται να βρίσκεται τουλάχιστον σε κρίσιμη κατάσταση (όπως υποθέσαμε στην παράγραφο 2.2.1) εάν όχι σε παραμένουσα (περαιτέρω απομείωση της διατμητικής αντοχής μετά το καθεστώς ισόχωρης παραμόρφωσης).

Στο τμήμα της βιβλιογραφίας που αφορά στη μελέτη ρηγμάτων χρήσει του μοντέλου της ζώνης διάτμησης, γίνεται συνήθως η υπόθεση ότι το υλικό ακολουθεί ένα νόμο τριβής τύπου Coulomb με σταθερό συντελεστή, π.χ. [68, 80]. Οι εργασίες αυτές εστιάζουν κυρίως στους μηχανισμούς εναύσματος των σεισμών. Αντίθετα, η πλειοψηφία των προσεγγίσεων αυτής καθεαυτής της συμπεριφοράς κατά τη διάρκεια ενός σεισμού πραγματοποιείται με τη βοήθεια του τριβέα με ελατήριο (αγγλ. stick-slip model) όπου θεωρείται ότι ο συντελεστής τριβής στη διεπιφάνεια ρήγματος και υπερκείμενης μάζας (απαραμόρφωτος τριβέας) παρουσιάζει χαλάρωση με την ταχύτητα και κράτυνση με μία άλλη μεταβλητή κατάστασης του υλικού (συνήθως η λείανση των επαφών) [14, 72]. Στο μέσο αυτών των θεωρήσεων, ο Vardoulakis [86, 87, 88] αρχικά και οι Neveakis *et al.* [89] στη συνέχεια προσέγγισαν με εξαιρετική ακρίβεια τη συμπεριφορά της καταστροφικής κατολίσθησης της Vaiont (1963) υποθέτοντας στη βάση της μία ζώνη διάτμησης η οποία παραλάμβανε όλη την παραμόρφωση και αποτελούνταν από αργιλικό υλικό που εμφάνιζε κράτυνση με το ρυθμό διατμητικής παραμόρφωσης και χαλάρωση με τη θερμοκρασία.

Στην παρούσα μελέτη, προσπαθώντας να εστιάσουμε στη μετάβαση από τον ερπυσμό στη σεισμική ολίσθηση, δεχόμαστε ότι το υλικό συμπεριφέρεται

ιξωδο-πλαστικά, εμφανίζοντας ένα νόμο τριβής που εξαρτάται από το ρυθμό διατμητικής παραμόρφωσης και τη θερμοκρασία. Στο κεφάλαιο αυτό, αρχικά γίνεται μία σύνδεση με το μοντέλο και στη συνέχεια παρουσιάζεται η μελέτη της [90] όπου έγινε σύγκριση τριών από τους πλέον διαδεδομένους νόμους της βιβλιογραφίας.

### 3.1 Μοντέλο πλαστικότητας

Χωρίς βλάβη της γενικότητας εισάγουμε εδώ ενδεικτικές ποσότητες αναφοράς για τη θερμοκρασία και το ρυθμό παραμόρφωσης,  $T_{ref}$  και  $\dot{\gamma}_{ref}$  αντιστοίχως, μαζί με τις αδιάστατες ποσότητες

$$z^* = \frac{z}{(d/2)}, t^* = \frac{\kappa_m}{(d/2)^2} t, T^* = \frac{T}{T_{ref}}, \dot{\gamma}^* = \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_{ref}}, \Delta p^* = \frac{\Delta p}{\sigma'_n} \quad (3.1)$$

Τότε, η εξίσωση διάχυσης της θερμότητας γράφεται:

$$\frac{D^{(m)}T^*}{Dt^*} = \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} + \frac{\delta_{loc}}{jk_m T_{ref}} \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \frac{r}{jk_m T_{ref}} \left(\frac{d}{2}\right)^2 \quad (3.2)$$

Δεδομένης της Εξ. (2.23), ταυτίζουμε την εσωτερική μεταβλητή  $\xi$  με τη συσσωρευμένη πλαστική παραμόρφωση, ακολουθώντας τη λογική των Rosakis *et al.* [70]. Για μονότονη φόρτιση, μπορούμε να συνδυάσουμε επιβεβαιωμένα πειραματικά κράτνυση με το ρυθμό διατμητικής παραμόρφωσης των γεωυλικών [53, 51], με ημι-εμπειρικούς νόμους ιξωδοπλαστικότητας, όπως το μοντέλο Perzyna [66] και να οδηγηθούμε στη σχέση:

$$\sigma = \sigma_Y(\epsilon^{p*}, T^*) f(\dot{\epsilon}^{p*}) \quad (3.3)$$

όπου  $\sigma_Y$  η τάση διαρροής, η οποία είναι συνάρτηση της πλαστικής παραμόρφωσης και της θερμοκρασίας, και  $f' > 0$  στην περίπτωση της κράτνυσης. Η έκφραση των τάσεων, Εξ. (3.3), αναφέρεται στη βιβλιογραφία ως τάση ροής (αγγλ. flow stress). Μπορούμε επιπρόσθετα να υποθέσουμε ότι:

$$\sigma_Y(\epsilon^p, T) = \sigma_0(\epsilon^{p*}) g(T^*) \quad (3.4)$$

Τα γεωυλικά μπορούν εξίσου να εμφανίζουν χαλάρωση και κράτνυση [88]. Σε αυτή τη μελέτη η εξάρτηση της τάσης ροής με την πλαστική παραμόρφωση θα θεωρηθεί σταθερή. Επιπλέον, υποθέτουμε ότι οι μηχανισμοί του ρυθμού διατμητικής παραμόρφωσης και της θερμοκρασίας δρουν ανταγωνιστικά μεταξύ τους, όπως στην [90],

$$\sigma = \sigma_0 g(T^*) f(\dot{\epsilon}^{p*}) \quad (3.5)$$

Όπως έδειξαν οι Venekakis *et al.*, [90], εάν εισάγουμε ένα συντελεστή τριβής που εξαρτάται από το ρυθμό διατμητικής παραμόρφωσης και μία μεταβλητή κατάσταση [14, 15, 16, 17, 72] μπορούμε να καταλήξουμε σε παρόμοια μορφή της τάσης ροής με αυτήν της Εξ. (3.5) για την περίπτωση της απλής διάτμησης. Στην ίδια μελέτη παρουσιάζεται μία ποιοτική σύγκριση των πλέον χρησιμοποιούμενων νόμων τριβής αυτού του τύπου και αναλύεται στη συνέχεια.

### 3.2 Νόμοι Τριβής και Αριθμητική Ανάλυση Ευστάθειας

Έστω ότι η στερεή φάση υπακούει σε ένα νόμο τριβής τύπου Coulomb,

$$\tau_n = \mu \sigma'_n \quad (3.6)$$

όπου  $\mu$  είναι ο συντελεστής τριβής. Υποθέτουμε ότι ο συντελεστής τριβής είναι συνάρτηση του ρυθμού διατμητικής παραμόρφωσης και κάποιας μεταβλητής κατάστασης. Μεταβλητές κατάστασης κατά τη Θερμοδυναμική είναι μακροσκοπικές ποσότητες που οφείλονται στην αλληλεπίδραση των σωματιδίων του υλικού σε μικροσκοπικό επίπεδο. Τυπικά παραδείγματα είναι η θερμοκρασία, η πίεση, η εσωτερική ενέργεια, η ενθαλπία, η εντροπία, ο όγκος, η πυκνότητα, η μάζα. Εδώ, θεωρούμε ότι ο συντελεστής τριβής είναι γινόμενο μίας συνάρτησης του ρυθμού διατμητικής παραμόρφωσης και μίας συνάρτησης της θερμοκρασίας,

$$\mu(\dot{\gamma}^*, T^*) = f(\dot{\gamma}^*)g(T^*) \quad (3.7)$$

Υποθέτουμε επίσης ότι οι συγκεκριμένες συναρτήσεις είναι γνησίως μονότονες και ανταγωνιστικές (εάν  $f$  αύξουσα τότε  $g$  φθίνουσα και αντιστρόφως). Βάσει των όσων δείξαμε στο Κεφάλαιο 2 στην παράγραφο 2.2.1,  $\tau_n(t) = \mu(t)(\sigma'_n - \Delta p(t))$ , το οποίο μπορεί να αντικατασταθεί στην Εξ. (3.3), οδηγώντας στην  $\tau_n = \mu \sigma'_n (1 - \Delta p^*)$ . Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι η ρεολογία είναι μη Νευτωνική ([88]), αφού

$$\tau_n = \left[ \sigma'_n (1 - \Delta p^*) \frac{f(\dot{\gamma}^*)}{\dot{\gamma}^*} g(T^*) \right] \dot{\gamma}^* \quad (3.8)$$

Λαμβάνοντας υπόψιν ότι οι  $f, g$  είναι γνησίως μονότονες, μπορεί κανείς να αντιστρέψει και να εκφράσει το ρυθμό διατμητικής παραμόρφωσης συναρτήσει της θερμοκρασίας,

$$f(\dot{\gamma}^*) = \frac{\tau_n}{\sigma'_n (1 - \Delta p^*) g(T^*)} \Rightarrow \dot{\gamma}^* = f^{-1} \left( \frac{\tau_n}{\sigma'_n (1 - \Delta p^*) g(T^*)} \right) \quad (3.9)$$

Μία βασική απλοποίηση που γίνεται στα πλαίσια της πορο-μηχανικής (αγγλ. poromechanics) είναι ότι το μηχανικό έργο λόγω διάτμησης του σκελετού είναι πολύ μεγαλύτερο τόσο του αντίστοιχου ογκικού, όσο και του ρευστού [12]. Επομένως, η συνάρτηση απωλειών, Εξ. (2.22), γράφεται

$$\delta_{loc} = \beta_T \sigma \dot{\epsilon}^p \approx \beta_T \tau_n \dot{\gamma} \quad (3.10)$$

ή διαφορετικά, λόγω της Εξ (3.9)

$$\delta_{loc} = \beta_T \tau_n \dot{\gamma} = \beta_T \tau_n \dot{\gamma}_{ref} f^{-1} \left( \frac{\tau_n}{\sigma'_n (1 - \Delta p^*) g(T^*)} \right) \quad (3.11)$$

Σημειώνουμε ότι με την επιλογή του κατάλληλου νόμου το σύστημα των εξισώσεων κλείνει. Η διαδικασία όμως αυτή απαιτεί να εστιάσουμε αποκλειστικά στο πρόβλημα της τριβής, δεδομένου ότι από την πλευρά της μοντελοποίησης χρειάζεται να μελετηθεί ποιοτικά η συμπεριφορά του υλικού ανεξάρτητα από τους υπόλοιπους μηχανισμούς για να εξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα για την ποιότητά του. Γι' αυτό το λόγο, χωρίς βλάβη της γενικότητας υποθέτουμε για το υπόλοιπο του κεφαλαίου ότι δεν υπάρχει διάσπαση του σκελετού. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μην παράγεται επιπλέον πίεση πόρων  $\Delta P$  και συνεπώς οι εξισώσεις μάζας ικανοποιούνται εκ ταυτότητας, οι ταχύτητες  $v_z^s$  και  $v_z^f$  μηδενίζονται και η μοναδική παραμένουσα εξίσωση είναι αυτή της διάχυσης της θερμότητας

$$\frac{D^{(m)} T^*}{Dt^*} = \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} + \frac{\delta_{loc}}{j k_m T_{ref}} \left( \frac{d}{2} \right)^2 \quad (3.12)$$

με τη συνάρτηση απωλειών να λαμβάνει τη μορφή

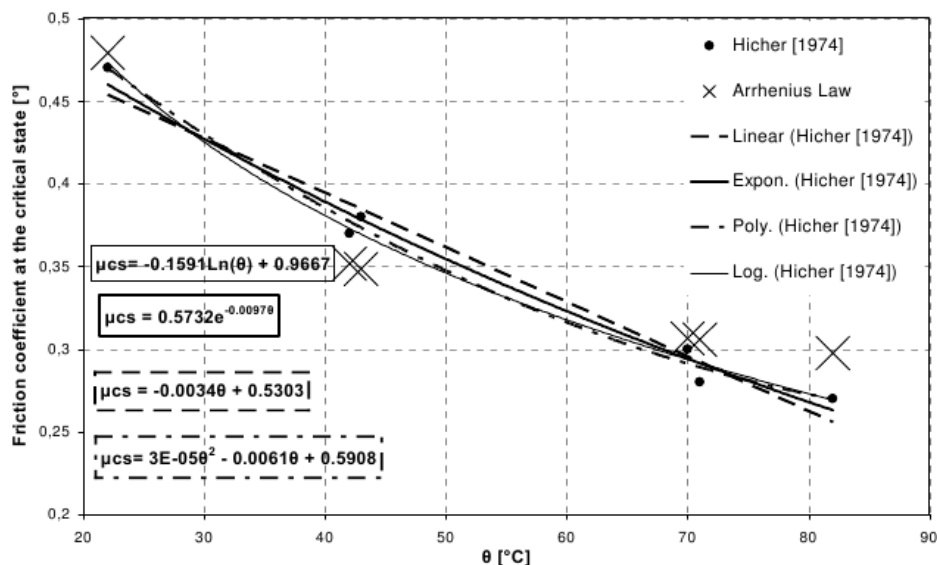
$$\delta_{loc} = \beta_T \tau_n \dot{\gamma} = \beta_T \tau_n \dot{\gamma}_{ref} F(T^*) \quad (3.13)$$

όπου

$$F(T^*) = f^{-1} \left( \frac{\tau_n}{\sigma'_n g(T^*)} \right) \quad (3.14)$$

### 3.2.1 Οι βασικοί νόμοι

Το υπό μελέτη απλοποιημένο πρόβλημα είναι μία ιξωδο-πλαστική ροή που συνιστά μία εξώθερμη διαδικασία. Προφανώς, δεδομένης της υπόθεσης ότι οι νόμοι είναι ανταγωνιστικοί, είτε έχουμε κράτυνση με το ρυθμό διατμητικής παραμόρφωσης και χαλάρωση με τη θερμοκρασία, είτε το αντίστροφο, παρέχουν την ίδια εξίσωση (Εξ (3.12)). Ακολουθώντας τη συζήτηση περί της συμπεριφοράς των ρηγμάτων σε θερμές-υγρές συνθήκες [1], περιοριζόμαστε



Εικόνα 3.1: Ο συντελεστής τριβής σε κρίσιμη κατάσταση για καολίνη. Διάφορες παρεμβολές των πειραματικών δεδομένων του Hicher. Για το νόμο Arrhenius,  $\mu = \mu_0 \exp\left(\frac{E_d}{R}\right)$ , η βέλτιστη επιτυγχάνεται για  $\mu_0 = 0.25$  και  $E_d/R = 14.3^\circ\text{C}$  ([37]).

στην πρώτη περίπτωση, η οποία αφορά περισσότερο θερμοκρασιακά εξαρτώμενες αργίλους [51].

Ο Hicher [37] κατέγραψε πειραματικά μείωση του συντελεστή τριβής στην κρίσιμη κατάσταση με τη θερμοκρασία σε καολίνη. Τα αποτελέσματά του συνοψίζονται στην Εικόνα 3.1 μαζί με διάφορες συναρτήσεις που προσεγγίζουν τα δεδομένα. Στη συνέχεια θα εστιάσουμε σε τρεις από αυτές, μία εκθετική, μία λογαριθμική και μία τύπου Arrhenius. Οι συγκεκριμένοι νόμοι επιλέχθηκαν λόγω φυσικού νοήματος, αλλά και εκ του γεγονότος ότι είναι ευρέως διαδεδομένοι στη γεωμηχανική.

### Εκθετική εξάρτηση

Ακολουθώντας τον Vardoulakis [88] και τους Veveakis *et al.* [89] θεωρούμε εκθετική εξάρτηση του συντελεστή τριβής σε κρίσιμη κατάσταση με τη θερμοκρασία, ο οποίος απεικονίζεται στην Εικόνα 3.1 ως μηχανισμό χαλάρωσης. Έχοντας ως κίνητρο τα πειράματα του Leinenkugel [53] υποθέτουμε ένα νόμο τύπου δύναμης ως προς το ρυθμό διαμητικής

παραμόρφωσης και εν τέλει προκύπτει [88]

$$\mu = \mu_{ref} \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right)^N e^{-M(T-T_1)} \quad (3.15)$$

όπου  $M$  και  $N$  η ευαισθησία με τη θερμοκρασία και με το ρυθμό παραμόρφωσης αντιστοίχως, ενώ  $\mu_{ref}$ ,  $\dot{\gamma}_0$  και  $T_1$  είναι οι τιμές αναφοράς για το συντελεστή τριβής, το ρυθμό παραμόρφωσης και τη θερμοκρασία. Συνήθως, για την τελευταία επιλέγουμε να είναι είτε η θερμοκρασία στην οποία μετρήθηκαν οι διάφορες ιδιότητες του υλικού, είτε η μέγιστη θερμοκρασία όπου μπορεί να δεχθεί το σύστημα (στο παρόν πρόβλημα λόγω τήξης), ή η συνοριακή θερμοκρασία. Εμείς επιλέγουμε την τελευταία ώστε να μελετήσουμε παράλληλα και την επίδραση των συνοριακών συνθηκών στην ευστάθεια του συστήματος.

Θέτοντας στην περίπτωση αυτή  $T^* = m(T - T_1)$ , όπου  $m = M/N$ , η αντίστοιχη αδιάστατη εξίσωση διάχυσης προκύπτει από την Εξ. (3.12), για  $F(T^*) = m\dot{\gamma}_{ref}e^{T^*}$ ,  $Gr = m\frac{\beta_T\tau_n\dot{\gamma}_{ref}}{jk_m} \left(\frac{d}{2}\right)^2$ , και  $\dot{\gamma}_{ref} = \dot{\gamma}_0 \left(\frac{\tau_n}{\sigma'_n\mu_{ref}}\right)^{\frac{1}{N}}$  [88]

$$\frac{D^{(m)}T^*}{Dt^*} = \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} + Gre^{T^*} \quad (3.16)$$

Σημειώτεον ότι σε αυτό το νόμο ο αριθμός Grunfest περιλαμβάνει και τους συντελεστές ευαισθησίας μέσω του  $m$ .

### Λογαριθμική εξάρτηση

Εάν υποθέσουμε λογαριθμική εξάρτηση του  $\mu$  με τη θερμοκρασία και το ρυθμό παραμόρφωσης, τότε κατασκευάζουμε το γνωστό νόμο *Dieterich-Ruina* ([14], [72]) για την περίπτωση όμως πεπερασμένου πάχους ζώνη διάτμησης ([90])

$$\mu = \mu_0 + A \ln \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_{ref}} \right) + B \ln \left( \frac{T}{T_{ref}} \right) \quad (3.17)$$

όπου  $A$  και  $B$  εκφράζουν αντίστοιχα την ευαισθησία του συντελεστή τριβής ως προς τα  $T$  και  $\dot{\gamma}$ . Σημειώνουμε ότι στην κανονική του μορφή, ο νόμος χρησιμοποιείται για τα υπό μελέτη υλικά, όπου αντί του  $T$  χρησιμοποιείται ένα μέτρο της αδρότητας των επαφών στη διεπιφάνεια βράχων. Επομένως, εάν θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε αυτό το νόμο θα πρέπει να προσδιοριστούν πειραματικά τα  $A$  και  $B$ . Όπως θα δούμε και στη συνέχεια, η συμπεριφορά αυτού του νόμου εξαρτάται από το μέγεθος του λόγου των τελευταίων.

Δεχόμενοι τις αδιάστατες ποσότητες της Εξ. (3.1) για  $\dot{\gamma}_{ref} = \dot{\gamma}_0$ , η αντίστοιχη εξίσωση διάχυσης της θερμότητας προκύπτει από την Εξ. (3.12),



για  $F(T^*) = \dot{\gamma}_0 T^{*m}$ , όπου  $m = -B/A$  και  $Gr = \frac{\beta_T \tau_n \dot{\gamma}_0}{T_{ref}(jkm)} \left(\frac{d}{2}\right)^2$

$$\frac{D^{(m)}T^*}{Dt^*} = \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} + Gr T^{*m} \quad (3.18)$$

### Εξάρτηση τύπου Arrhenius

Το πλέον γνωστό ρεολογικό μοντέλο είναι ο νόμος Arrhenius,

$$\mu = \mu_{ref} \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_{ref}} \right)^N e^{\frac{E_d}{RT}} \quad (3.19)$$

όπου  $E_d$  είναι η ενέργεια ενεργοποίησης του μηχανισμού αύξησης (ή απομείωσης) της θερμοότητας που παράγεται από την τριβή λόγω θερμοκρασίας και  $R$  η παγκόσμια σταθερά των αερίων ( $8.3JK^{-1}mole^{-1}$ ). Θέτοντας  $T^* = m(T - T_1)$  η αντίστοιχη κανονικοποιημένη εξίσωση διάχυσης προκύπτει από την Εξ. (3.12) για  $F(T^*) = m\dot{\gamma}_0 e^{\left(-\frac{Ar_d}{1+\delta T^*}\right)}$ ,  $Ar_d = E_d/RNT_1$ ,  $\delta = 1/(mT_1)$ ,  $Gr = m\frac{\beta_T \tau_n \dot{\gamma}_0}{jkm} \left(\frac{d}{2}\right)^2$ , και  $\dot{\gamma}_0 = \dot{\gamma}_{ref} \left(\frac{\tau_n}{\sigma'_n \mu_{ref}}\right)^{\frac{1}{N}}$

$$\frac{D^{(m)}T^*}{Dt^*} = \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} + Gre^{\left(-\frac{Ar_d}{1+\delta T^*}\right)} \quad (3.20)$$

Σημειώνουμε ότι ο λόγος της ευαισθησίας των δύο ανταγωνιστικών μηχανισμών εμφανίζεται και σε αυτό το μοντέλο και εκφράζεται από την ποσότητα  $Ar_d$ . Στα πλαίσια της Χημικής Μηχανικής, αυτός ορίζεται ως ενέργεια ενεργοποίησης των μηχανισμών της τριβής. Στο φορμαλισμό που ακολουθούμε, το  $Ar_d$  εκφράζει το ενεργειακό επίπεδο στο οποίο η τριβή παρουσιάζει εξάρτηση από τη θερμοκρασία και το ρυθμό διατμητικής παραμόρφωσης. Χρειάζεται να τονίσουμε ότι σε ένα υλικό που εμφανίζει κράτυνση με το ρυθμό παραμόρφωσης, εάν  $0 < N < 1$  τότε η απόκριση με το ρυθμό της τριβής είναι κοίλη, εάν  $N = 1$  γραμμική και εάν  $N > 1$  κυρτή. Από φυσικής άποψης αναμένεται ότι ο συντελεστής τριβής παραμένει πεπερασμένος ακόμη και για υψηλούς ρυθμούς παραμόρφωσης. Επομένως, απαιτούμε μία κοίλη συμπεριφορά,  $0 < N < 1$ .

### 3.2.2 Χαρακτηρισμός των νόμων τριβής

#### Χαρακτηρισμός ως προς τις μαθηματικές ιδιότητες

Στη βιβλιογραφία ([22], [24]) αποδεικνύεται ότι οι Εξ. (3.16),(3.18) μπορούν να παρουσιάζουν απειρισμό στη λύση τους σε πεπερασμένο χρόνο [25, 26]

φαινόμενο που ονομάζεται στη βιβλιογραφία finite-time blow up. Αντιθέτως, όπως αποδεικνύεται στην [90] η Εξ. (3.20) δεν εμφανίζει τέτοια συμπεριφορά. Οι φυσικές ιδιότητες κάθε μοντέλου δεν είναι άμεσα προφανείς και απαιτούν περαιτέρω διερεύνηση η οποία πραγματοποιήθηκε μέσω αριθμητικής ανάλυσης διακλαδώσεων.

### Χαρακτηρισμός ως προς την ευστάθεια και τις διακλαδώσεις

Μελετήθηκε η στάσιμη κατάσταση των τριών εξισώσεων, Εξ. (3.16), (3.18), (3.20) με συνοριακές συνθήκες τύπου Dirichlet και Neumann,

$$\frac{d^2 T^*}{dz^{*2}} + Gr e^{T^*} = 0, \{T^*(1) = T_{bound}, T^{*'}(0) = 0\} \quad (3.21)$$

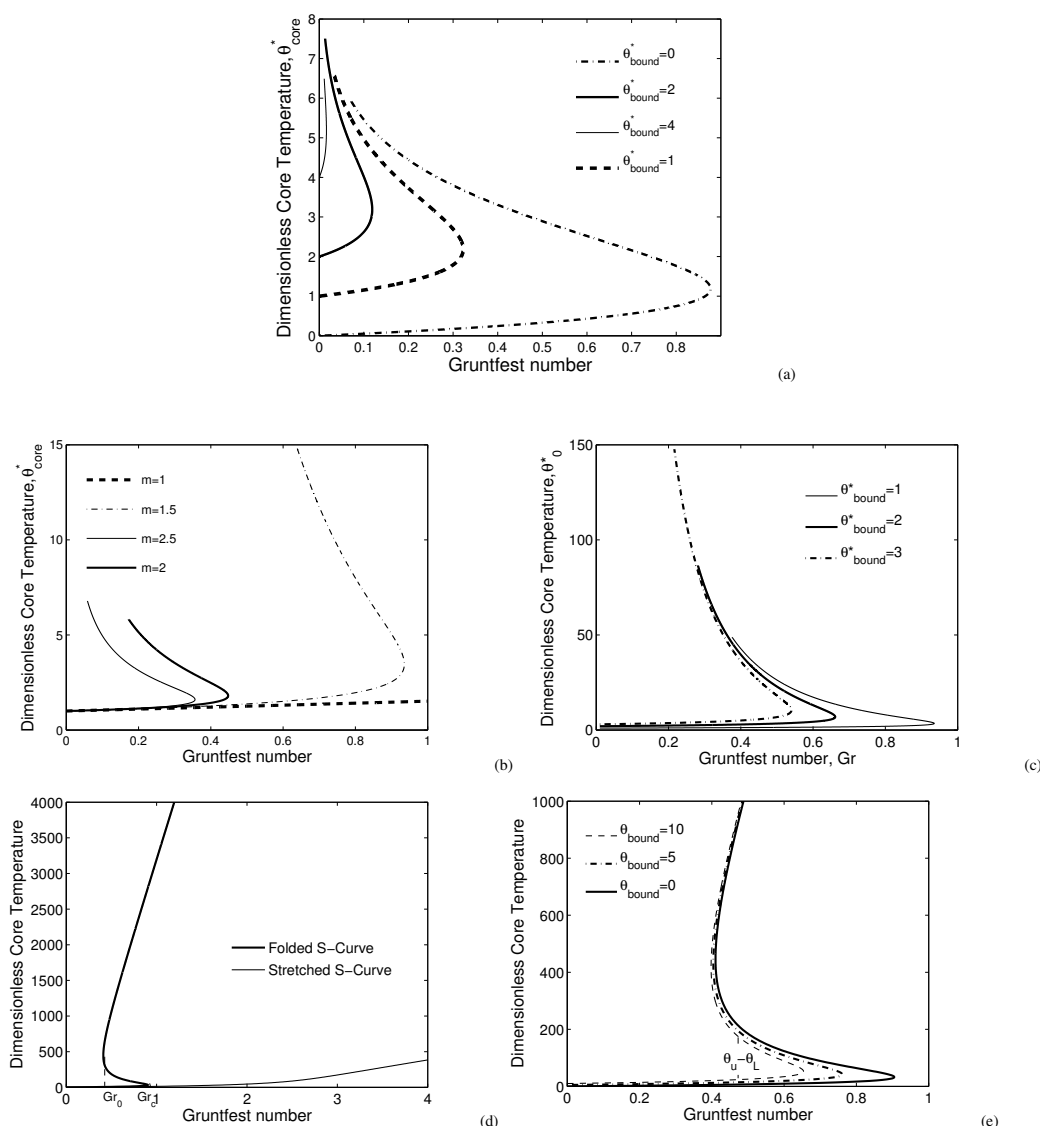
$$\frac{d^2 T^*}{dz^{*2}} + Gr T^{*m} = 0, \{T^*(1) = T_{bound}, T^{*'}(0) = 0\} \quad (3.22)$$

$$\frac{d^2 T^*}{dz^{*2}} + Gr e^{-\frac{Ar_d}{(1+\delta T^*)}} = 0, \{T^*(1) = T_{bound}, T^{*'}(0) = 0\} \quad (3.23)$$

Σημειώνουμε ότι εφόσον μελετάται η στάσιμη κατάσταση, οι όροι εκ μεταφοράς μηδενίζονται, όπως έδειξε και ο Vardoulakis [88]. Η κατανομή της θερμοκρασίας καθ' ύψος της ζώνης διάτμησης ικανοποιεί μία τυπική συνθήκη συμμετρίας [7] με μέγιστο στο κέντρο ( $z^* = 0$ ). Η τιμή της θερμοκρασίας στο σύνορο ( $z^* = 1$ ) είναι σταθερή. Αυτή η επιλογή έγινε για να μελετηθούν οι λύσεις ισορροπίας και δεν είναι απαραίτητα σωστή για χρονο-εξαρτημένα προβλήματα.

Για τον υπολογισμό των λύσεων ισορροπίας και τον καθορισμό της ευστάθειάς τους χρησιμοποιήθηκαν πεπερασμένες διαφορές σε συνδυασμό με μία μέθοδο βηματισμού σε καμπύλη ([6]). Οι ιδιοτιμές της Ιακωβιανής του αριθμητικού συστήματος υπολογίζονται ώστε να καθορισθεί η ευστάθεια. Όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 3.2 ((a) και (b)) οι δύο πρώτες εξισώσεις (3.21), (3.22) παρουσιάζουν ένα σημείο στροφής σε μια κρίσιμη τιμή του αριθμού Grunfest,  $Gr_c$ : η Εξ. (3.21) πάντα, ενώ η Εξ. (3.22) μόνο για  $m > 1$ , σε συμφωνία με τα αποτελέσματα των Fujita [24] και Galaktionov and Vazquez [25]. Αυτό το σημείο στροφής ορίζει (μέσο του προσήμου της μέγιστης ιδιοτιμής) έναν ευσταθή (χαμηλό) κλάδο λύσεων και ένα ασταθή (υψηλό). Οι Leroy and Molinari ([54]) και Chen *et al.* ([7]) παρουσιάζουν την ίδια συμπεριφορά για την εκθετική εξίσωση (3.21), γνωστή και ως Bratu [6].

Η συμπεριφορά που απεικονίζεται στην Εικόνα 3.2 ((a), (b) και (c)) αντιπροσωπεύει το φαινόμενο της θερμικής διαφυγής (αγγλ. thermal runaway) 3.2 ((a), (b) and (c)). Αναλόγως της τιμής του αριθμού Grunfest, το πρόβλημα παρουσιάζει δύο ( $Gr < Gr_c$ ), μία ( $Gr = Gr_c$ ) ή καμία ( $Gr > Gr_c$ ) λύση



Εικόνα 3.2: Διαγράμματα διακλαδώσεων για: (a) το πρόβλημα Bratu. Τα αποτελέσματα παριστάνονται για διαφορετικές τιμές της συνοριακής θερμοκρασίας. Όλες οι κατανομές παρουσιάζουν σημείο στροφής, για  $Gr = Gr_c$ . Ο χαμηλότερος κλάδος είναι ευσταθής ( $eig(J) < 0$  με  $J$  η Ιακωβιανή του συστήματος), ενώ ο ανώτερος ασταθής ( $eig(J) > 0$ ). (b) το νόμο τύπου *Dieterich-Ruina* για διάφορες τιμές του εκθέτη,  $-B/A$ . Σημειώνουμε ότι για  $-B/A > 1$  το μοντέλο παρουσιάζει σημείο στροφής, όπως στο πρόβλημα Bratu, ενώ για  $-B/A < 1$  η μοναδική λύση είναι ευσταθής. (c) ο ίδιος νόμος για  $-B/A = 1.5$  και διαφορετικές τιμές της συνοριακής θερμοκρασίας. Όλες οι κατανομές παρουσιάζουν σημείο στροφής, για  $Gr = Gr_c$ . (d) το μοντέλο Arrhenius, για  $T_{bound}^* = 0$ . Ανάλογα με τις παραμέτρους του υλικού και τη συνοριακή θερμοκρασία η καμπύλη μπορεί να είναι κανονική τύπου S ή τανυσμένη (Εξ. (3.24)). Η κανονική έχει δύο σημεία στροφής για  $Gr = Gr_c$  (χαμηλά) και  $Gr = Gr_0$  (υψηλά). Ο κατώτερος κλάδος έχει την ίδια συμπεριφορά με τα προηγούμενα μοντέλα, ενώ ο ανώτερος ευσταθής περιορίζει την άπειρη αύξηση της θερμοκρασίας. (e) ο χαμηλός κλάδος για κανονική καμπύλη τύπου S για το νόμο Arrhenius και διαφορετικές τιμές θερμοκρασίας στο σύνορο.

ισορροπίας. Παρουσιάζεται ακόμη η επίδραση των συνοριακών συνθηκών. Όπως παρατηρούμε στην Εικόνα 3.2((a)and (c)), όταν αυξάνει η συνοριακή θερμοκρασία, η κρίσιμη τιμή του αριθμού Grunfest,  $Gr_c$ , μειώνεται. Βάσει των προηγούμενων, καταλήγουμε ότι ο εκθετικός και ο λογαριθμικός νόμος, για  $m > 1$ , παρουσιάζουν παρόμοια ποιοτική συμπεριφορά.

Η περίπτωση του νόμου Arrhenius παρουσιάζει επίσης μεταβολή στο πλήθος των λύσεων ισορροπίας (Εικόνα 3.2(d)). Στο βιβλίο του Law ([52], pp. 313-317) βρίσκει κανείς ότι ο νόμος Arrhenius χάνει κλάδους λύσεων όταν ισχύει η ανισότητα,

$$Ar_d \leq 4(1 + \delta \cdot bound) \quad (3.24)$$

Όσο ισχύει αυτή, το σύστημα παρουσιάζει μία ευσταθή λύση ισορροπίας για κάθε αριθμό Grunfest, μία απόκριση που συνήθως ονομάζεται τανυσμένη καμπύλη τύπου S (αγγλ. “stretched S-curve”) [52] (Εικόνα 3.2(d)). Όπως παρατηρούμε στην Εικόνα 3.2(e), αυξάνοντας τη συνοριακή θερμοκρασία (δηλαδή επιβάλλοντας υψηλότερο ενεργειακό επίπεδο στο σύστημα), ο χαμηλός ευσταθής κλάδος συρρικνώνεται σε σχέση με τις συνθήκες φόρτισης, όπως αυτές εκφράζονται μέσω του  $Gr$ . Την ίδια στιγμή, το εύρος των θερμοκρασιών που καθορίζουν την ευσταθή περιοχή ( $u - L$ ) για ένα δεδομένο  $Gr$  μειώνεται αντίστοιχα. Η ίδια ανισότητα υπονοεί ότι, όταν το υλικό παρουσιάζει μικρό  $Ar_d$ , η παραγωγή θερμότητας λόγω τριβής γίνεται σημαντική σε χαμηλές θερμοκρασίες και η απόκριση του συστήματος τείνει σε μία τανυσμένη καμπύλη τύπου S. Αυτή η συζήτηση υπογραμμίζει την ανάγκη να πραγματοποιηθούν κατάλληλες πειραματικές δοκιμές, δεδομένου του γεγονότος ότι τα  $-B/A$  και  $Ar_d$  εξαρτώνται από την ευαισθησία του υλικού στην θερμοκρασία και το ρυθμό παραμόρφωσης.

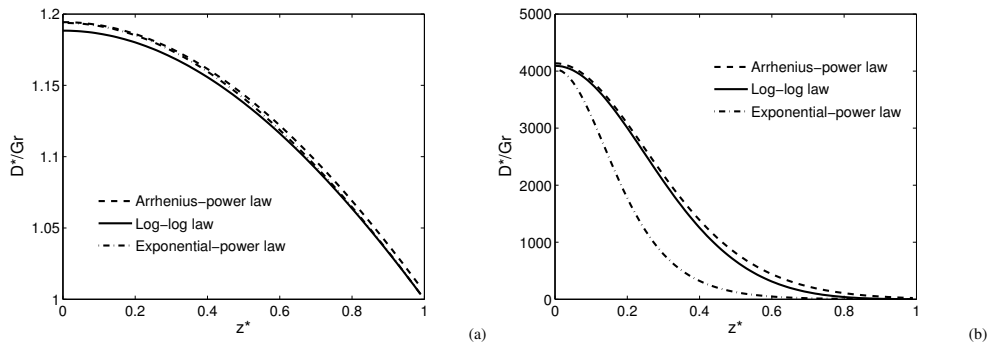
Όταν δεν ισχύει η ανισότητα (3.24), το διάγραμμα διακλαδώσεων λαμβάνει τη μορφή μίας κανονικής καμπύλης τύπου S (αγγλ. “folded S curve”) όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 3.2(d). Σε αυτήν την περίπτωση, πρέπει να σημειωθεί ότι η συμπεριφορά σε χαμηλές θερμοκρασίες είναι ταυτόσημη με αυτή του εκθετικού και του λογαριθμικού νόμου. Στο βιβλίο του Fowler ([23], pp.181-190) παρουσιάζεται μία ασυμπτωτική ανάλυση του προβλήματος Εξ. (3.20), όπου ο νόμος Arrhenius ταυτίζεται με τον εκθετικό για θερμοκρασίες  $O(1)$ . Η διαφορά όμως είναι ότι στις υψηλές θερμοκρασίες ο πρώτος παρουσιάζει ένα ευσταθή, τρίτο κλάδο [63] (Εικόνα 3.2(d)) το οποίο σημαίνει ότι το σύστημα τείνει σε υψηλές, μα πεπερασμένες θερμοκρασίες και επομένως δεν εμφανίζει θερμική διαφυγή [61]. Πράγματι, στην ίδια ασυμπτωτική ανάλυση αποδεικνύεται ότι αυτός ο κλάδος προσεγγίζεται για θερμοκρασίες μεγαλύτερες της τάξης του  $\sim O(Ar_d^2)$  θέτοντας το ερώτημα κατα πόσον είναι ρεαλιστικές στα πλαίσια της γεωμηχανικής. Τέλος, παρατηρούμε στην Εικόνα 3.2(e) ότι και εδώ ο κρίσιμος αριθμός Grunfest του

κατώτερου σημείου στροφής,  $Gr_c$ , μειώνεται με την αύξηση της συνοριακής θερμοκρασίας.

### Χαρακτηρισμός ως προς τη φυσική συμπεριφορά

Στην Εικόνα 3.2, οι ασταθείς κλάδοι αντιπροσωπεύουν μία σημαντική διαδικασία. Από τη γραφική παράσταση της κατανομής της συνάρτησης απωλειών (Εικόνα 3.3) παρατηρούμε ότι, μετά το σημείο στροφής, η κλίση της αλλάζει οδηγώντας σε εντοπισμό προς το κέντρο της ζώνης. Επομένως, ο ασταθής κλάδος μπορεί να αντιστοιχεί σε θερμικό εντοπισμό σε μία χρονο-εξαρτημένη, οιονεί-στατική εξέλιξη (βλέπε Κεφάλαιο 5). Εφόσον ο ρυθμός διατμητικής παραμόρφωσης είναι συζευμένος με τη θερμοκρασία μέσω της Εξ. (3.9), είναι εμφανές ότι, όπως και σε περιπτώσεις χαλάρωσης με το ρυθμό παραμόρφωσης, και η χαλάρωση με τη θερμοκρασία οδηγεί σε εντοπισμό της παραμόρφωσης ([89]). Το φαινόμενο αυτό καταδεικνύει τη δημιουργία ενός διατμητικού στρώματος (αγγλ. shear band) στο εσωτερικό της αρχικής ζώνης διάτμησης. Αυτή η συμπεριφορά είναι εμφανίζεται σε όλους τους νόμους (αρκεί προφανώς  $-B/A > 1$ ,  $Ar_d > 4(1 + \delta \cdot \theta_{bound})$ ) στον ασταθή κλάδο. Η διαφορά ωστόσο έγκειται στο γεγονός ότι ο εκθετικός νόμος είναι ανεξάρτητος τόσο των ιδιοτήτων του υλικού όσο και της συνοριακής θερμοκρασίας σε ποιοτικό επίπεδο, ενώ ο νόμος τύπου Dietrich-Ruina εξαρτάται από τις παραμέτρους του υλικού μέσω του λόγου  $-B/A$  και ο νόμος Arrhenius επηρεάζεται και από το υλικό (μέσω του  $Ar_d$ ) και από τη θερμοκρασία στο άκρο της ζώνης. Παραμένει βεβαίως να αποδειχθεί εάν αυτές οι περιπτώσεις συνδέονται με παρατηρήσιμες εκφάνσεις του πραγματικού γεωφυσικού προβλήματος.

Σε πραγματικές συνθήκες μίας οιονεί-στατικής περίπτωσης (βλέπε Κεφάλαιο 5), το σύστημα έχει ένα σταθερό αριθμό Grunfest. Αναλόγως της αρχικής συνθήκης, η εξέλιξη της θερμοκρασίας χαρακτηρίζεται προφανώς από τα σημεία ισοροπίας. Σε όλα τα μοντέλα, για αρχικές θερμοκρασίες μικρότερες της ασταθούς λύσης το σύστημα θα τείνει στη χαμηλή ευσταθή θερμοκρασία που αντιστοιχεί στο δεδομένο  $Gr$ . Εάν η αρχική συνθήκη είναι υψηλότερη της ασταθούς, τότε οι δύο πρώτοι νόμοι προβλέπουν άπειρη αύξηση της θερμοκρασίας. Αυτό το γεγονός μαζί με τη μαθηματική ιδιότητα του απειρισμού σε πεπερασμένο χρόνο καθιστά τα δύο πρώτα μοντέλα μη αποδεκτά από φυσικής σκοπιάς, αφού δεν επιτρέπεται απεριόριστη αύξηση της θερμοκρασίας στη φύση. Από την άλλη, ο νόμος του Arrhenius παρέχει την ίδια μαθηματική και φυσική συμπεριφορά σε χαμηλές θερμοκρασίες, προσεγγίζει τα πειραματικά δεδομένα εξίσου ικανοποιητικά (Εικόνα 3.1) και οδηγεί το σύστημα σε αρκετά υψηλές, αλλά πεπερασμένες θερμοκρασίες. Επομένως, από πλευράς μοντελοποίησης είναι προτιμητέος.



Εικόνα 3.3: Διάγραμμα κατανομής καθ' ύψος της ζώνης διάτμησης της συνάρτησης απωλειών (1)  $D^*/Gr = e^{T^*}$ , (2)  $D^*/Gr = T^{*m}$ ,  $m = 5$ , (3)  $D^*/Gr = e^{-\frac{Ar_d}{1+\delta T^*}}$ ,  $\delta = 10^{-2}$  και τυχαία τιμή του  $Ar_d$ . Αφού  $Gr > 0$ , η καμπύλη απεικονίζει ποιοτικά τη φυσιογνωμία της συνάρτησης απωλειών (a) στον κατώτερο ευσταθή κλάδο (b) στον ασταθή κλάδο των διαγραμμμάτων διακλάδωσης της Εικόνας 3.2. Παρατηρούμε τον εντοπισμό των απωλειών κατά την αστάθεια και για τους τρεις νόμους.

Όσον αφορά τη συμπεριφορά της ζώνης διάτμησης στο υψηλό καθεστώς, μπορεί κανείς άμεσα να υποθέσει ότι σε αυτό το ενεργειακό επίπεδο είναι δυνατή η ενεργοποίηση μίας χημικής αντίδρασης εντός του διατμητικού στρώματος. Αυτό το φαινόμενο δύναται να εξισορροπήσει τον εντοπισμό που παρατηρήσαμε και να παράσχει μία καινούρια στάσιμη κατάσταση του συστήματος σε διαφορετικές τάξεις μεγέθους της θερμοκρασίας. Μία τέτοια περίπτωση είναι αυτή που περιγράφεται στο Κεφάλαιο 2 με τη διάσπαση του σκελετού. Όπως, άλλωστε τονίζεται και στην [90] τα προβλήματα των γεωυλικών και ιδιαίτερα της μηχανικής των ρηγμάτων περιλαμβάνουν ενδόθερμες χημικές αντιδράσεις όπως η θερμική υπερπίεση, η διάσπαση (ή γενικότερα η αλλαγή σύστασης) ή η τήξη της στερεής φάσης.

# Κεφάλαιο 4

## Το τελικό σύστημα των εξισώσεων

### 4.1 Σύνοψη των εξισώσεων

Χρησιμοποιώντας όσα ειπώθηκαν, στο παρόν κεφάλαιο το γενικό πρόβλημα της διάσπασης μπορεί να γραφεί στην τελική του μορφή. Για το γενικό πρόβλημα θέτουμε στην Εξ. (3.5),

$$f(\epsilon^p) = f(\dot{\gamma}) = \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right)^N, \quad g(T) = \exp\left(\frac{T_d}{T}\right) \quad (4.1)$$

Ακολουθώντας την [90] απαιτούμε  $0 < N \leq 1$  ώστε ο συντελεστής τριβής να παραμένει φραγμένος και θέτουμε  $E_d = xE$ , δηλαδή ότι η ενέργεια ενεργοποίησης της μεταβολής της τριβής με τη θερμοκρασία είναι ένα ποσοστό  $x$  της ενέργειας ενεργοποίησης της χημικής αντίδρασης. Ο νόμος που περιγράφεται στην Εξ. (4.1) ουσιαστικά εισάγει την μεταβολή του συντελεστή τριβής με τη θερμοκρασία ως μία χημική αντίδραση μηδενικής τάξης, αφού δεν επιδρά στις συγκεντρώσεις των συστατικών. Ενώ το  $x$  μπορεί επί της αρχής να είναι μεγαλύτερο του  $N$ , η μελέτη περιορίζεται σε πιο ρεαλιστικές τιμές του λόγου  $x/N < 1$ , ακολούθως προς την [90]. Τότε, η συνάρτηση απωλειών, Εξ. (2.22) γράφεται,

$$\delta_{loc} = \beta_T \tau_n \dot{\gamma} = \beta_T \tau_n \dot{\gamma}_0 \left(1 - \frac{\Delta p}{\sigma'_n}\right)^{-1/N} \exp\left(-\frac{E_d}{NRT}\right) \quad (4.2)$$

για την εξαγωγή της οποίας χρησιμοποιήθηκε ότι  $\sigma_0 = \mu_0 \sigma'_n$ . Η Εξ. (4.2) αποτελεί γενίκευση της Εξ. (3.13).

Το σύστημα (Εξ. (2.24)) ξαναγράφεται βάσει των καταστατικών νόμων 3.5 και 4.1 και λαμβάνει τη μορφή,

$$\frac{D^{(s)}\rho_s}{Dt} + \rho_s \frac{\partial v_z^s}{\partial z} = -M_B \omega_1 \quad (4.3)$$

$$\beta_f \frac{D^{(s)}\Delta p}{Dt} - \lambda_f \frac{D^{(s)}T}{Dt} + \frac{1}{\phi} \frac{D^{(s)}\phi}{Dt} + \frac{q_f}{\phi} \left[ \beta_f \frac{\partial \Delta p}{\partial z} - \lambda_f \frac{\partial T}{\partial z} \right] + \frac{\partial v_z^s}{\partial z} = -\frac{1}{\phi} \frac{\partial q_f}{\partial z} + \frac{M_B}{\rho_f} \omega_1$$

$$j(\rho C)_m \frac{D^{(m)}T}{Dt} = jk_m \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \beta_T \tau_n \dot{\gamma}_0 \left( 1 - \frac{\Delta p}{\sigma'_n} \right)^{-1/N} e^{-\frac{E_d}{NR T}} - |\Delta H| \omega_1$$

και υπενθυμίζεται ότι  $\omega_1 = (1 - \phi)(1 - s) \frac{\rho_{AB}}{M_{AB}} k_0 \exp(-E/RT)$ .

Το πρώτο βήμα για να καθορίσουμε την απόκριση του συστήματος είναι να μελετήσουμε την ευστάθεια των λύσεων ισορροπίας του. Αυτό υποδεικνύεται επίσης από το γεγονός ότι, σε αυτού του είδους τα προβλήματα, όλες οι βασικές υποθέσεις και οι καταστατικού νόμοι ισχύουν κοντά στην ισορροπία [68]. Μέσα από αυτή τη μελέτη αναμένουμε να προκύψει η επίδραση των διαφόρων παραμέτρων στη συμπεριφορά του μοντέλου.

## 4.2 Το χρονο-ανεξάρτητο σύστημα

Στην κατάσταση ισορροπίας, η ολοκλήρωση της εξίσωσης της μάζας του μίγματος δίνει  $\rho_m v_z^m = C_0$ , όπου  $C_0$  είναι μία σταθερά που προκύπτει από τις συνοριακές συνθήκες. Εάν επιβάλουμε συνέχεια στα πεδία ταχυτήτων καθ' ύψος της ζώνης διάτμησης, όπως παρουσιάζεται στην παράγραφο 4.2.1, τότε  $v_z^m = 0$ . Με αυτόν τον τρόπο οι όροι εκ μεταφοράς που εμφανίζονται στην εξίσωση διάχυσης της θερμότητας εξαφανίζονται. Επιπλέον, αρκεί να χρησιμοποιήσουμε μόνο μία εξίσωση μάζας.

Κανονικοποιούμε το σύστημα εισάγοντας τις αδιάστατες ποσότητες

$$t^* = \frac{\kappa_m}{(d/2)^2} t, \quad z^* = \frac{z}{d/2}, \quad T^* = m(T - T_c), \quad \Delta p^* = \frac{\Delta p}{\sigma'_n} \quad (4.4)$$

όπου  $T_c$  μία θερμοκρασία αναφοράς. Συνήθως, για την τελευταία επιλέγουμε να είναι είτε η θερμοκρασία στην οποία μετρήθηκαν οι διάφορες ιδιότητες του υλικού, είτε η μέγιστη θερμοκρασία που μπορεί να δεχθεί το σύστημα (στο παρόν πρόβλημα λόγω τήξης), ή η συνοριακή θερμοκρασία. Εμείς επιλέγουμε την τελευταία ώστε να μελετήσουμε παράλληλα και την επίδραση των συνοριακών συνθηκών στην ευστάθεια του συστήματος. Επομένως, το σύστημα των εξισώσεων απλοποιείται στο ακόλουθο, όπου για λόγους ευκολίας παραλείπονται οι υπερκείμενοι αστερίσκοι,

$$\frac{\partial^2 \Delta p}{\partial z^2} + Sh_m \cdot \Delta p + Le \zeta \mu_r e^{\frac{Ar \delta T}{1 + \delta T}} = 0 \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \left[ Gr(1 - \Delta p)^{-1/N} e^{\frac{a Ar}{1 + \delta T}} - (1 - \phi)(1 - s) \right] e^{\frac{Ar \delta T}{1 + \delta T}} = 0$$



Οι μόνοι όροι εκ μεταφοράς που επηρεάζουν το σύστημα δίδονται υπό τη μορφή  $Sh_m \cdot \Delta p$ , όπου στην περίπτωση μας ο αριθμός Sherwood του μίγματος λαμβάνει τη μορφή  $Sh_m = q(z) \frac{1}{\Delta p} \frac{d\Delta p}{dz}$ , με

$$q(z) = \left( \frac{3 - 2\phi}{\phi(1 - \phi)} + \frac{\bar{\rho}_s - \rho_{CO_2}}{\rho_m} \right) \frac{d\phi}{dz} + \left( \beta_f \sigma'_n \frac{\rho_s}{\rho_m} \right) \frac{d\Delta p}{dz} - \left( \frac{\lambda_f \rho_s}{m \rho_m} \right) \frac{dT}{dz} + \left( \phi \rho_B \frac{\rho_A - \rho_{AB}}{\bar{\rho}_s \rho_m} \right) \frac{ds}{dz} \quad (4.6)$$

Οι αδιάστατοι αριθμοί που εμφανίζονται στο σύστημα 4.5 ορίζονται ως ακολούθως,

$$Le = \frac{\kappa_m \mu_f}{k_\pi \sigma'_n}, \mu_r = \frac{(d/2)^2 k_0}{\kappa_m \sigma'_n \beta_f} e^{-Ar}, Ar = \frac{E}{RT_c}, \quad (4.7)$$

$$a = 1 - \frac{x}{N}, x = \frac{E_d}{E}, \delta = \frac{1}{mT_c}, m = \frac{jk_m}{|\Delta H|(d/2)^2 k_0 \rho_{AB}} e^{Ar}$$

$$Gr = \frac{\beta_T \tau_n \dot{\gamma}_0}{k_0 |\Delta H| \rho_{AB}}, \zeta = \left( \frac{\rho_m}{\rho_B} \right) \left( \frac{M_B}{M_{AB}} \right) (1 - \phi)(1 - s)$$

Οι Εξ. (4.5) θα λυθούν αριθμητικά για κατάλληλες συνοριακές συνθήκες της επιπλέον πίεσης πόρων και της θερμοκρασίας.

### 4.2.1 Συνοριακές συνθήκες

Συνταιριάζοντας τις εξωτερικές θερμοκρασιακές συνθήκες του υπερκείμενου φορτίου με την εσωτερική λύση της ζώνης διάτμησης, απαιτούμε συνέχεια τόσο της θερμοκρασίας όσο και της ροής θερμότητας κατά μήκος του συνόρου. Επομένως θέτουμε  $Q_{outer} = Q_{inner}$  ή  $h(T - T^\infty) = -k_m \frac{\partial T}{\partial z}$ , με το  $h$  να είναι ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας στη διεπιφάνεια το βράχου με τη ζώνη διάτμησης και  $T^\infty$  η θερμοκρασία περιβάλλοντος.

Εάν γράψουμε τη συνθήκη της διεπιφάνειας σε αδιάστατη μορφή προκύπτει:

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=1} + Nu [T_{(z=1)} - T^\infty] = 0 \quad (4.8)$$

όπου  $Nu = \frac{h \cdot d}{k_m}$  είναι ο αριθμός Nusselt της διεπιφάνειας και εκφράζει το λόγο της μεταφοράς προς την αγωγή της θερμότητας στο σύνορο (δηλαδή διαμέσου του κατακεραματισμένου βράχου). Είναι εμφανές ότι όταν  $Nu \rightarrow 0$  οδηγούμαστε σε αδιαβατικές συνθήκες, ενώ όταν  $Nu \rightarrow \infty$  καταλήγουμε σε ισόθερμες. Τυπικά, ο αριθμός αυτός εξαρτάται από το ρυθμό διατμητικής παραμόρφωσης, ενώ κατά τη διάρκεια της διάτμησης ενός γεωυλικού μπορούν να εμφανιστούν αδιαβατικές συνθήκες όταν ο ρυθμός διάτμησης

είναι σημαντικός σε σύγκριση με το ρυθμό διάχυσης του υλικού [27, 28]. Σε διαφορετική περίπτωση, οι συνοριακές συνθήκες είναι είτε ισόθερμες είτε σε ενδιάμεση κατάσταση. Με δεδομένο ότι η παρούσα μελέτη αφορά την κατάσταση ερπυσμού του ρήγματος, δίνουμε έμφαση στις ισόθερμες συνοριακές συνθήκες.

Σε πλήρη αναλογία με τη θερμοκρασία, όταν συνταιριάζουμε την εξωτερική ροή ρευστού με την εσωτερική λύση, απαιτούμε συνέχεια στα πεδία της πίεσης και της ροής κατά μήκος της ζώνης διάτμησης. Επομένως, επιβάλλουμε  $Q_{outer} = Q_{inner}$  ή  $M(\Delta p - \Delta p^\infty) = -\frac{k_\pi}{\mu_f} \frac{\partial \Delta p}{\partial z}$ , με το  $M$  να είναι ο συντελεστής μεταφοράς μάζας στη διεπιφάνεια και  $\Delta p^\infty = 0$ .

Αδιαστατοποιώντας παράγεται η ακόλουθη σχέση,

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial z} \Big|_{z=1} + Sh \cdot \Delta p_{(z=1)} = 0 \quad (4.9)$$

όπου  $\Delta p$  η επιπλέον πίεση πόρων και  $Sh = \frac{M\mu_f d}{k_\pi} \frac{d}{2}$  ο αριθμός Sherwood της διεπιφάνειας. Είναι φανερό ότι όταν  $Sh \rightarrow 0$  έχουμε αστράγγιστες συνθήκες, ενώ όταν  $Sh \rightarrow \infty$  έχουμε στραγγισμένες. Τυπικά, τα φυσικά ρήγματα έχουν 2–3 τάξεις μεγέθους μικρότερη διαπερατότητα απ' ό,τι ο περιβάλλον βράχος, επομένως οι συνοριακές συνθήκες θα θεωρηθούν ουσιαστικά στραγγισμένες.

Στη συνέχεια της μελέτης, συνδυάζουμε τις συνοριακές συνθήκες με τις συνθήκες συμμετρίας  $\frac{dT}{dz} = \frac{d\Delta p}{dz} = 0$  στο κέντρο της ζώνης διάτμησης

## 4.2.2 Προσέγγιση παραμέτρων

Οι αδιάστατες παράμετροι, Εξ. (4.5), χρήζουν περαιτέρω ανάλυσης, ώστε να κατανοηθεί το φυσικό τους νόημα καθώς και το εύρος τιμών τους. Συγκεκριμένα, ο αριθμός Grunfest εκφράζει το λόγο της χαρακτηριστικής χρονο-κλίμακας της παραγωγής θερμότητας προς την αντίστοιχη της μεταφοράς ενέργειας, δηλαδή της ενέργειας που απορροφάται ή εκλύεται λόγω χημικών αντιδράσεων. Σε αυτή τη μελέτη λαμβάνουμε υπόψιν δύο μηχανισμούς απορρόφησης της θερμότητας που παράγεται λόγω τριβής, την ενδόθερμη χημική αντίδραση και τη διάχυση. Τα όρια του αριθμού Grunfest βοηθούν στην κατανόηση των φυσικών και χημικών διεργασιών που χαρακτηρίζουν κάθε κατάσταση. Έτσι όταν  $Gr \rightarrow 0$  ή  $\beta_T \tau_d \dot{\gamma}_0 \ll k_0 |\Delta H| \rho_{AB}$ , η παραγόμενη θερμότητα λόγω τριβής είναι πολύ μικρότερη αυτής που μπορεί να απορροφήσει το σύστημα έως ότου ενεργοποιηθεί η αντίδραση. Άρα στο χαμηλό αυτό όριο η μόνη “ενεργή” διαδικασία είναι η τριβή. Από την άλλη, όταν  $Gr \rightarrow \infty$  ή  $\beta_T \tau_d \dot{\gamma}_0 \gg k_0 |\Delta H| \rho_{AB}$ , η θερμότητα που παράγεται λόγω τριβής είναι πολύ μεγαλύτερη αυτής που μπορεί να απορροφήσει το σύστημα έως ότου ενεργοποιηθεί η αντίδραση. Αυτό σημαίνει ότι το σύστημα

έχει αρκετή ενέργεια για να θέσει σε ισχύ τη διάσπαση του σκελετού η οποία και χαρακτηρίζει αυτό το όριο των αριθμών Gruntfest. Δεδομένου ότι ο συντελεστής Taylor-Quinney  $\beta_T$  (Εξ.2.23) μπορεί να μεταβάλλεται με το ρυθμό παραμόρφωσης, τη θερμοκρασία και την πίεση, ο  $Gr$  δεν είναι εν γένει σταθερός. Γι' αυτό το λόγο επιλέγεται ως παράμετρος διακλάδωσης του συστήματος.

Η αδιάστατη παράμετρος  $Le$  ονομάζεται αριθμός Lewis και εκφράζει τη δυνατότητα του συστήματος να διαχέει ενέργεια σε σχέση με τη δυνατότητα να διαχέει μάζα. Στην [90] θεωρήθηκε ότι είναι σταθερός και υπό την υπόθεση της συμπτυκνωμένης ύλης (δηλαδή ότι όλα τα συστατικά είναι σε στερεή ή υγρά μορφή) ότι  $Le \gg 1$ . Ωστόσο, εδώ ο  $Le$  μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία και την πίεση ακλουθώντας την αλλαγή του πορώδους μέσω του νόμου Kozeny-Carman, Εξ. (2.16). Στη σχετική βιβλιογραφία, η διαπερατότητα ενός ρήγματος παρουσιάζει μεγάλο εύρος, λαμβάνοντας τιμές μεταξύ  $10^{-21} - 10^{-16}$  και υπάρχουν αναφορές ([68], [80]) ότι καθορίζει την ευστάθεια και την εξέλιξη των ρηγμάτων στη φάση της υπερπίεσης (αγγλ. *pressurization*). Ταυτόχρονα, το μοντέλο της διαπερατότητας λαμβάνει υπόψη του μόνο το διασυνδεδεμένο πορώδες και χρειάζεται πιθανώς ένας πιο ρεαλιστικός νόμος στην περίπτωση χημικών αντιδράσεων. Γι' αυτούς τους λόγους, θα δοθεί περισσότερη έμφαση στην επίδραση αυτής της παραμέτρου στην ευστάθεια του συστήματος.

Για την περίπτωση της διάσπασης του ανθρακικού ασβεστίου, η ποσότητα  $I = (1 - \phi)(1 - s)$  που εμφανίζεται στην εξίσωση θερμότητας μεταβάλλεται ασθενώς με την πίεση (λόγω συμπιεστότητας του ρευστού), αλλά παρουσιάζει ισχυρή εξάρτηση από τη θερμοκρασία, ιδιαίτερα σε καθεστώς υψηλών πιέσεων και θερμοκρασιών, όπου μπορεί να μειωθεί απότομα στο μηδέν. Την ίδια συμπεριφορά παρουσιάζει και η παράμετρος  $\zeta = \left(\frac{\rho_m}{\rho_{CO_2}}\right) \left(\frac{M_{CO_2}}{M_{CaCO_3}}\right) (1 - \phi)(1 - s)$ .

Η έκφραση  $Ar$  είναι ο αριθμός Arrhenius ο οποίος μετρά το μέγεθος της ενέργειας ενεργοποίησης της αντίδρασης και καθορίζει το εύρος των θερμοκρασιών στο οποίο αυτή λαμβάνει χώρα ([52], p. 59-62). Ως αποτέλεσμα, αυτός ο αριθμός εξαρτάται από τη συγκεκριμένη αντίδραση και θα πρέπει να υπολογίζεται από μετρήσεις στις συνθήκες του πραγματικού φαινομένου. Για τη διάσπαση του ανθρακικού ασβεστίου, όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 2.1,  $E = 200 \text{ kJ/mol}$  για θερμοκρασία  $600^\circ\text{C}$  [59, 80]. Επομένως, ο αντίστοιχος αριθμός Arrhenius είναι περίπου 40. Αξίζει ωστόσο να αναφέρουμε ότι η ενέργεια ενεργοποίησης  $E$  παρουσιάζει αρκετές διακυμάνσεις στη βιβλιογραφία.

Ακολουθώντας τον ορισμό  $Ar_a = (x/N)Ar$ , ο λόγος  $a$  θα λέγαμε ότι είναι η σχετική διαφορά των αριθμών Arrhenius των δύο αντιδράσεων

( $a = (Ar - Ar_d)/Ar$ ). Εκφράζει τη σχετική διαφορά των ενεργειακών επιπέδων όπου ενεργοποιούνται οι διαδικασίες και λαμβάνει τιμές  $0 < a < 1$ , αφού οι μεταβολές της τριβής αναμένονται να προηγούνται της αντίδρασης [90]. Στο όριο  $a \rightarrow 1$  ή  $Ar_d \rightarrow 0$ , η τριβή χρειάζεται ελάχιστη ενέργεια για να μεταβάλλει την παραγωγή της ενώ στο άλλο άκρο  $a \rightarrow 0$  ή  $Ar_d \rightarrow Ar$ , χρειάζεται ενέργεια συγκρίσιμη με τη διάσπαση του σκελετού. Οι Venekakis *et al.* [90] προσδιόρισαν από τα πειράματα του Leinenkugel [53] σε καολινίτη και απ' τις τιμές των  $E, x$  ότι το  $a$  είναι  $a \sim 0.1$ . Για να παρέχουμε καλύτερες εκτιμήσεις γι' αυτήν την παράμετρο χρειάζεται να ταυτοποιήσουμε τους διάφορους μηχανισμούς που λαμβάνουν χώρα στη μικρο-κλίμακα και να καθορίσουμε το νόμο της τριβής. Παρόλ' αυτά, όπως φαίνεται στο διάγραμμα 7 της [90], οι περιοχές ευστάθειας του συστήματος εξαρτώνται τόσο από τη συνοριακή θερμοκρασία, όσο και από το  $a$  και υπάρχει πάντα μία μέγιστη τιμή της  $T_b$  κάτω από την οποία η συμπεριφορά είναι ποιοτικά παρόμοια. Αυτό σημαίνει ότι μπορούμε να επιλέξουμε μία σταθερή τιμή του  $a$  (εδώ 0.5) και να μεταβάλλουμε τη θερμοκρασία στο σύνορο ώστε να έχουμε παρόμοια συμπεριφορά.

Ο λόγος  $\delta$  περιλαμβάνει τους δύο μηχανισμούς απωλειών θερμότητας κατ' όγκο του προβλήματος. Λαμβάνοντας υπόψιν ότι συνήθως  $\Delta E \sim E$ , δηλαδή ότι η ειδική ενθαλπία είναι συγκρίσιμη με την ενέργεια ενεργοποίησης, μπορούμε να το ξαναγράψουμε για τη διάσπαση ανθρακικού ασβεστίου ως  $\delta = R \frac{\rho_{CaCO_3}}{jk_m} \left(\frac{d}{2}\right)^2 k_0 Ar e^{-Ar}$ . Χρησιμοποιώντας ενδεικτικές τιμές από τον Πίνακα 4.1, προκύπτει η παρακάτω σχέση μεταξύ του  $\delta$  και του ρυθμού αντίδρασης  $\mu_r$

$$\delta \approx 10^{-2} Ar \cdot k_0 e^{-Ar}, \mu_r \approx k_0 e^{-Ar}. \quad (4.10)$$

Αυτές οι εκφράσεις δείχνουν ότι οι δύο αριθμοί μεταβάλλονται σημαντικά, αφού  $e^{-Ar}$  και  $k_0$  μεταβάλλονται σημαντικά. Ωστόσο, παρατηρούμε ότι  $\delta \approx \mu_r$  και ότι, για τιμές  $Ar = 40$  και  $k_0 = 10^{15}$ , μπορούμε να τους προσεγγίσουμε ως  $\delta \approx \mu_r \sim 10^{-3}$ . Στο εξής, εάν δεν αναφέρεται διαφορετικά, οι τιμές των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται είναι αυτές που συνοψίζονται στον Πίνακα 4.1.

Όπως είναι προφανές από τις εξισώσεις, το σύστημα καθορίζεται από τον αριθμό Grunfest στην εξίσωση διάχυσης της θερμότητας και το γινόμενο  $Le\zeta\mu_r$  στην εξίσωση διάχυσης της πίεσης των πόρων. Ο ρόλο που διαδραματίζουν αυτοί οι αριθμοί στη συμπεριφορά του συστήματος μπορεί να καταστεί εμφανής εάν εφαρμόσουμε κατάλληλες τεχνικές αριθμητικής ανάλυσης διακλαδώσεων, τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται σε επόμενα κεφάλαια. Πριν από αυτή την ανάλυση όμως, επιλύουμε μία απλοποιημένη μορφή του προβλήματος για αργές χημικές αντιδράσεις.

Πίνακας 4.1: Τιμές των ιδιοτήτων του υλικού, για ένα ρήγμα στα 7 km βάθος

Παράμετρος	Τιμή	Μονάδες	Παράμετρος	Τιμή	Μονάδες
$\phi_0$	0.03	--	$jk_m$	$10^{-1}$	$J/(Cms)$
$\sigma'_n$	120	$MPa$	$d$	$10^{-3}$	$m$
$M_{CaCO_3}$	0.1	$kg/mol$	$\kappa_m$	$10^{-6}$	$m^2/s$
$M_{CaO}$	0.056	$kg/mol$	$k_{\pi 0}$	$10^{-21} - 10^{-16}$	$m^2$
$M_{CO_2}$	0.044	$kg/mol$	$k_0$	$10^{15}$	$1/s$
$\rho_{CaCO_3}$	$2.71 \cdot 10^3$	$kg/m^3$	$K_c$	$10^{10}$	--
$\rho_{CaO}$	$3.35 \cdot 10^3$	$kg/m^3$	$ \Delta H $	200	$kJ/mol$
$\mu_f$	$10^{-4}$	$Pa\cdot s$	$\Delta E$	197	$kJ/mol$

Πίνακας 4.2: Ενδεικτικές τιμές των ιδιοτήτων του υλικού για ρήγμα σε βάθος 7km. Δεχόμαστε ότι  $N = 0.1$ ,  $E = |\Delta H|$  και  $\beta_f \approx 10^{-3} MPa^{-1}$ ,  $\lambda_f \approx 10^{-3} C^{-1}$  [80]. Γι' αυτές τις τιμές και για  $T_c = 600^\circ C$  οι αντίστοιχοι αδιάστατοι αριθμοί είναι  $Ar = 40$ ,  $\delta = 0.0026$ ,  $\mu_r = 0.003$ ,  $Le \approx 2 \cdot 10^{-5} \frac{(1-\phi)^2}{\phi^3}$  για  $k_{\pi 0} = 10^{-18} m^2$ . Ωστόσο, δεδομένου ότι ορισμένες παράμετροι μεταβάλλονται σημαντικά, είναι λογικό να δεχθούμε ότι ο αριθμός Lewis κυμαίνεται μεταξύ 1 και 1000, ενώ είναι περίπου 100 για  $k_{\pi 0} = 10^{-20} m^2$  και  $\phi = \phi_0$ . Οι συνοριακή θερμοκρασία ακολουθεί τη γεωθερμική βαθμίδα, δηλαδή  $T_b = 210^\circ C$  σε βάθος 7 km και υποθέτουμε ότι το στο σύνορο  $\Delta p_b = 0$ .



## Κεφάλαιο 5

### Επίλυση απλοποιημένης περίπτωσης

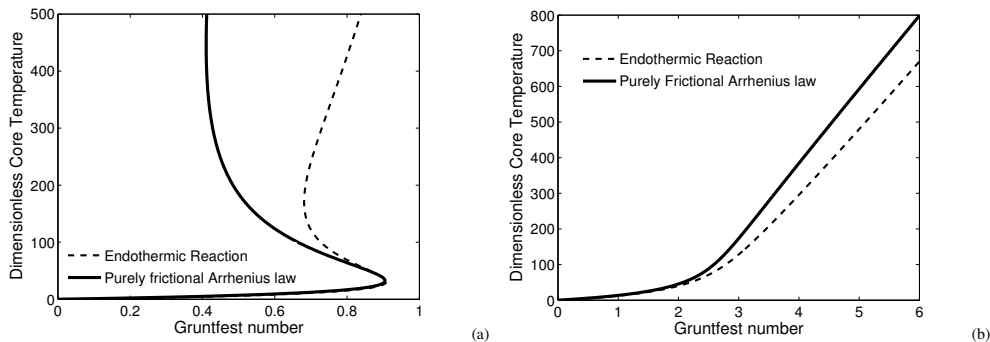
Στην προσπάθεια να κατανοήσουμε τη συνεισφορά του μηχανισμού της αντίδρασης, πριν την πλήρη επίλυση του γενικού προβλήματος, όπως αυτό περιγράφεται από τις Εξ. (4.5) επιχειρούμε μία πρώτη προσέγγιση απομονώνοντας την εξίσωση διάχυσης της θερμότητας από το σύστημα. Η ιδεατή αυτή κατάσταση ισχύει στην περίπτωση που  $\mu_r, \delta \ll 1$ . Στη περίπτωση αυτή έχουμε να κάνουμε με μία "αργή" αντίδραση, όπου οι μεταβολές των αντιδρώντων είναι αμελητέες. Τότε, όπως και στην ανάλυση του Κεφαλαίου 3 δεν παράγεται επιπλέον πίεση πόρων  $\Delta P$ , οι εξισώσεις μάζας ικανοποιούνται εκ ταυτότητας, οι ταχύτητες  $v_z^s$  και  $v_z^f$  μηδενίζονται και η μοναδική παραμένουσα εξίσωση είναι αυτή της διάχυσης της θερμότητας Εξ. (4.5) η οποία λαμβάνει τη μορφή:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \left[ Gr \exp\left(\frac{aAr}{1 + \delta T}\right) - 1 \right] \exp\left[ Ar \frac{\delta T}{1 + \delta T} \right] = 0 \quad (5.1)$$

Το συγκεκριμένο πρόβλημα θα μπορούσε να θεωρηθεί ως σύζευξη του μοντέλου (3.20) με μία γενική ενδόθερμη αντίδραση. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της αριθμητικής ανάλυσης διακλαδώσεων της Εξ. (5.1) με συνοριακές συνθήκες όπως αυτές περιγράφονται στο Κεφάλαιο 4 (Παράγραφος 4.2.1).

#### 5.1 Κλάδοι λύσεων

Εφαρμόζουμε την ίδια μέθοδο της παραγράφου 3.2.2 επιλύοντας την Εξ. (5.1) για τυχαίες τιμές των  $\delta$ ,  $a$  και  $Ar$ . Η απόκριση του συστήματος σε σύγκριση με τα αποτελέσματα του Κεφαλαίου 3 (Παράγραφος 3.2.2)



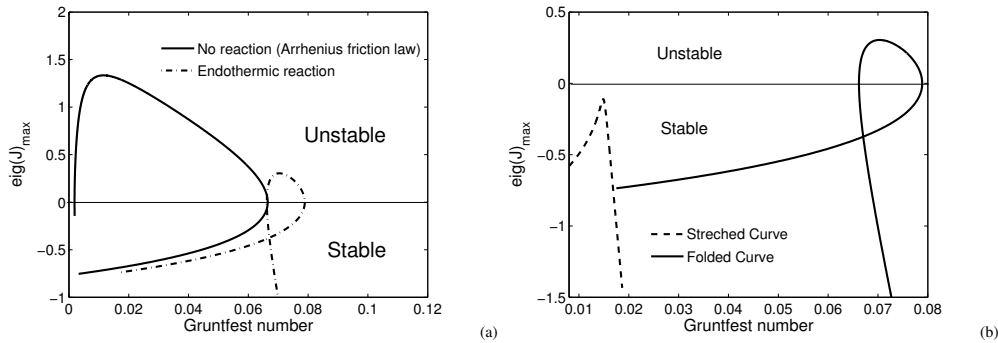
Εικόνα 5.1: Διάγραμμα απόκρισης για  $T_{bound} = 0$  και (a) κανονική καμπύλη τύπου S, (b) τανυσμένη καμπύλη, για ενδόθερμη αντίδραση. Παρατηρούμε ότι οι ενδόθερμες αντιδράσεις ενεργοποιούνται σε χαμηλότερες θερμοκρασίες από τον ανώτερο κλάδο του προβλήματος χωρίς αντίδραση αποκαλύπτοντας ότι οι θερμοκρασίες που προβλέπει ο νόμος Arrhenius της τριβής (Εξ. (3.19)) είναι μη ρεαλιστικές

απεικονίζεται στην Εικόνα 5.1. Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι αναλόγως των τιμών των παραμέτρων η παραγόμενη καμπύλη μπορεί να είναι είτε κανονική (Εικόνα 5.1(a)) είτε τανυσμένη (Εικόνα 5.1(b)) τύπου S. Και στις δύο περιπτώσεις, μπορούμε να επεκτείνουμε τα όρια του αριθμού Gruntfest που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 4 (Παράγραφος 4.2.2), σημειώνοντας ότι το πρόβλημα κυριαρχείται από την τριβή στις χαμηλές θερμοκρασίες, ενώ η αντίδραση (στην απλοποιημένη περίπτωση που μελετάμε) επηρεάζει το θερμότερο καθεστώς μειώνοντας την θερμοκρασία στο κέντρο της ζώνης διάτμησης. Τα συμπεράσματα αυτά προκύπτουν από τη σύγκριση των κλάδων των λύσεων με ή χωρίς αντίδραση. Επομένως, συμπεραίνουμε ότι οι προβλεπόμενες λύσεις σε υψηλές θερμοκρασίες του προβλήματος χωρίς αντίδραση είναι μη ρεαλιστικές αφού η αύξηση της θερμοκρασίας λόγω τριβής μπορεί να περιοριστεί σημαντικά από την ενεργοποίηση μίας ενδόθερμης διαδικασίας.

Υπολογίζοντας τις ιδιοτιμές της Ιακωβιανής του αριθμητικού συστήματος προκύπτει ότι είναι πραγματικές. Από το πρόσημό τους συμπεραίνουμε ότι η ευστάθεια των κλάδων των λύσεων είναι ταυτόσημη με αυτή της περίπτωσης του απλού προβλήματος με τριβή. Η διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι σε μία κανονική καμπύλη τύπου S η ασταθής περιοχή (Εικόνα 5.2(a)) συρρικνώνεται, μειώνοντας το εύρος των συνθηκών φόρτισης (εκφρασμένο μέσω του  $Gr$ ) για το οποίο επαληθεύεται. Ταυτόχρονα, στο διάγραμμα της Εικόνας 5.2(b) επιβεβαιώνεται ότι οι τανυσμένες καμπύλες είναι ευσταθείς.

Η συνθήκη που καθορίζει εάν η απόκριση θα έχει τη μορφή κανονικής

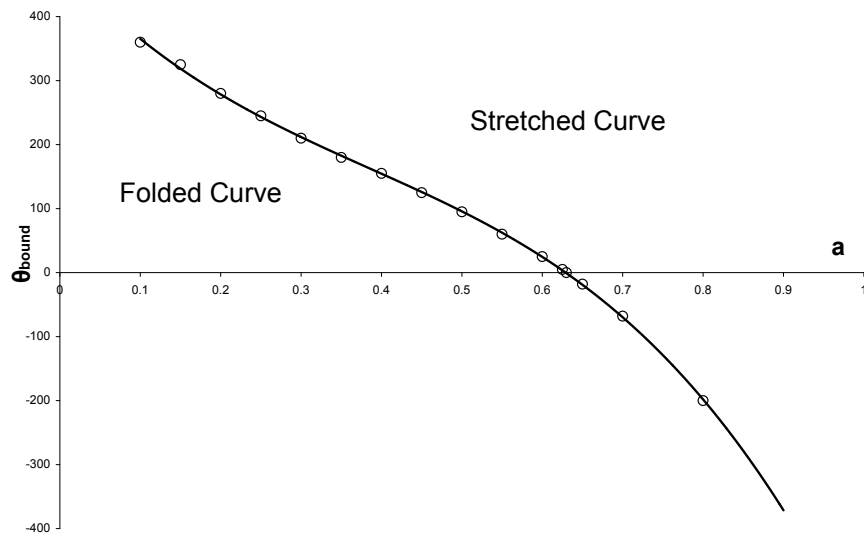




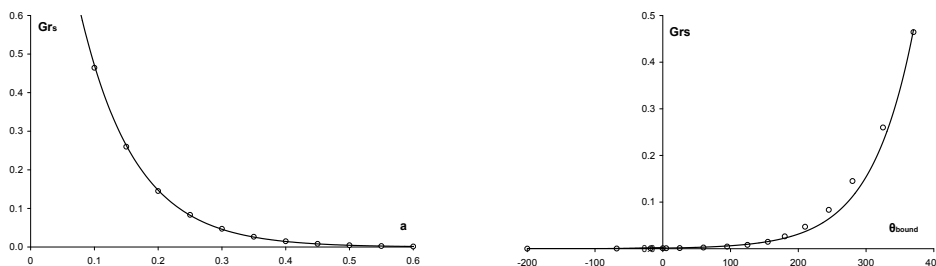
Εικόνα 5.2: Διαγράμματα μέγιστης ιδιοτιμής της Ιακωβιανής της Εξ. (5.1) (a) με ενδόθερμη αντίδραση και χωρίς, (b) για κανονική και τανυσμένη καμπύλη.

ή τανυσμένης καμπύλης περιλαμβάνει όλες τις παραμέτρους του υλικού ( $a, Ar, \delta$ ), καθώς και τη συνοριακή θερμοκρασία,  $bound$ . Ωστόσο, η πολυπλοκότητα του μαθηματικού προβλήματος δεν επιτρέπει την εύρεση κλειστής μορφής λύσης παρόμοιας προς την σχέση (3.24) του απλού προβλήματος με τριβή. Παρόλ' αυτά, η αριθμητική προσέγγιση ενός παρόμοιου περιορισμού θα μπορούσε να συμβάλει στην περαιτέρω κατανόηση του μοντέλου. Γι' αυτό το λόγο χρησιμοποιούμε την προσέγγιση της Εξ. (4.10) για το  $\delta$  ώστε να περιορίσουμε τις ελεύθερες παραμέτρους στις  $bound, Ar$  and  $a$ . Δεδομένου ότι ο αριθμός Arrhenius μπορεί να προσδιοριστεί για συγκεκριμένη αντίδραση και υλικό, τον θέτουμε σταθερό και υπολογίζουμε για διάφορες τιμές της σχετικής διαφοράς των αριθμών Arrhenius,  $a$ , την κρίσιμη συνοριακή θερμοκρασία, πάνω από την οποία μία κανονική καμπύλη τύπου S γίνεται τανυσμένη. Τα αποτελέσματα μίας τέτοιας ανάλυσης παρουσιάζονται στην Εικόνα 5.3, όπου παρατηρούμε ότι η τανυσμένη καμπύλη εμφανίζεται για μεγάλες τιμές των  $a$  ( $Ar_d \rightarrow 0$ ) και  $T_{bound}$ , ενώ οι κανονικές για μικρά  $a$  ( $Ar_d \rightarrow Ar$ ) και  $T_{bound}$ . Αυτό το αποτέλεσμα είναι παρόμοιο με το αντίστοιχο του Κεφαλαίου 3 για το πρόβλημα χωρίς αντίδραση.

Εφόσον στην παρούσα μελέτη αξιολογούμε τη συμπεριφορά του υλικού ως προς τον αριθμό Gruntfest, χρειάζεται να ερμηνεύσουμε τα όρια ευστάθειας και μέσω αυτού. Ως προς το τελευταίο, σημειώνουμε ότι κατά τη μετάβαση από μία κανονική σε μία τανυσμένη καμπύλη (π.χ. αυξάνοντας τη συνοριακή θερμοκρασία), τα δύο σημεία στροφής προσεγγίζουν το ένα το άλλο μέχρι να ταυτιστούν και να αποτελέσουν ένα σημείο καμπής της καμπύλης. Η κρίσιμη αυτή κατάσταση αντιστοιχεί στα σημεία του διαγράμματος της Εικόνας 5.3. Πάνω από αυτή, τα σημεία στροφής εξαφανίζονται (βλέπε παράγραφο 5.2). Στην Εικόνα 5.4(a) και (b) παρουσιάζουμε τον αριθμό Gruntfest του σημείου



Εικόνα 5.3: Η κρίσιμη αδιάστατη συνοριακή θερμοκρασία,  $T_{bound}$  σε σχέση με την ευαισθησία της τριβής του υλικού (λόγος  $a$ ). Τα αριθμητικά αποτελέσματα παρήχθησαν για σταθερό αριθμό Arrhenius  $Ar = 19$  και  $\delta = 10^4 Ar e^{-Ar} \approx 10^{-3}$ .



Εικόνα 5.4: Ο κρίσιμος αριθμός Gruntfest  $Gr_s$  σε σχέση με το λόγο ευαισθησίας  $a$  και την τιμή της αδιάστατης συνοριακής θερμοκρασίας,  $T_{bound}$ . Τα αριθμητικά αποτελέσματα παρήχθησαν για σταθερό αριθμό Arrhenius  $Ar = 19$  και  $\delta = 10^4 Ar e^{-Ar} \approx 10^{-3}$ .

καμπής ως προς τη συνοριακή θερμοκρασία και τη σχετική διαφορά των αριθμών Arrhenius αντίστοιχα.

Θα πρέπει εδώ να τονίσουμε ότι το απλοποιημένο μοντέλο καταρρέει στο σημείο που ενεργοποιείται η αντίδραση, δηλαδή στον ανώτερο κλάδο του διαγράμματος της Εικόνας (5.5). Πράγματι, για υψηλές θερμοκρασίες, παρά την υπόθεση  $\mu_r, \delta \ll 1$ , ο ρυθμός αντίδρασης και επομένως το γινόμενο  $Le\zeta\mu_r \exp(Ar\delta T/1 + \delta T)$  των Εξ. (4.5) γίνεται σημαντικό. Επομένως, οι υποθέσεις που αναφέρονται στην αρχή του κεφαλαίου παύουν να ισχύουν και πρέπει να επιλυθεί το συνολικό σύστημα. Παρόλ' αυτά, με δεδομένο ότι τα προβλήματα της μηχανικής των ρηγμάτων δεν περιορίζονται στη διάσπαση του σκελετού και μπορεί να εμφανίζουν διαφορετικές χημικές διεργασίες, θα επιχειρήσουμε μία πρώτη ανάγνωση των αποτελεσμάτων στα πλαίσια μίας ιονεί-στατικής κατάστασης.

## 5.2 Εφαρμογή στα προβλήματα γεωμηχανικής

Η ερμηνεία των καμπυλών απόκρισης του στάσιμου προβλήματος σε μία ιονεί-στατική εξέλιξη εξαρτάται συνήθως από τη φόρτιση και τις αρχικές και συνοριακές συνθήκες. Σε ένα πραγματικό πρόβλημα γεωμηχανικής είναι λογικό να υποθέσουμε ότι μπορούμε να καθορίσουμε εκ των προτέρων τις φυσικές, χημικές και μηχανικές ιδιότητες του υπό μελέτη υλικού από εργαστηριακές ή επί τόπου μετρήσεις. Συνεπώς, στο παρόν μοντέλο οι παράμετροι  $a$ ,  $Ar$  και  $\delta$  θα θεωρηθούν σταθερές. Ταυτόχρονα, η κατά τον ερπυσμό και οι συνθήκες φόρτισης παραμένουν αμετάβλητες. Αυτό

σημαίνει ότι ο αριθμός Grunfest μπορεί να αλλάζει μόνο εξαιτίας του λόγου Taylor-Quinney,  $\beta_T$ . Επειδή, όμως η μέτρηση του τελευταίου στην περίπτωση των γεωυλικών παραμένει ένα ανοικτό πρόβλημα, είναι λογικό επί της παρούσης να θεωρηθεί ότι  $Gr = const.$ . Όσον αφορά, τη συνοριακή θερμοκρασία, η μέτρησή της κατά την εξέλιξη των ρηγμάτων είναι εξόχως δύσκολη.

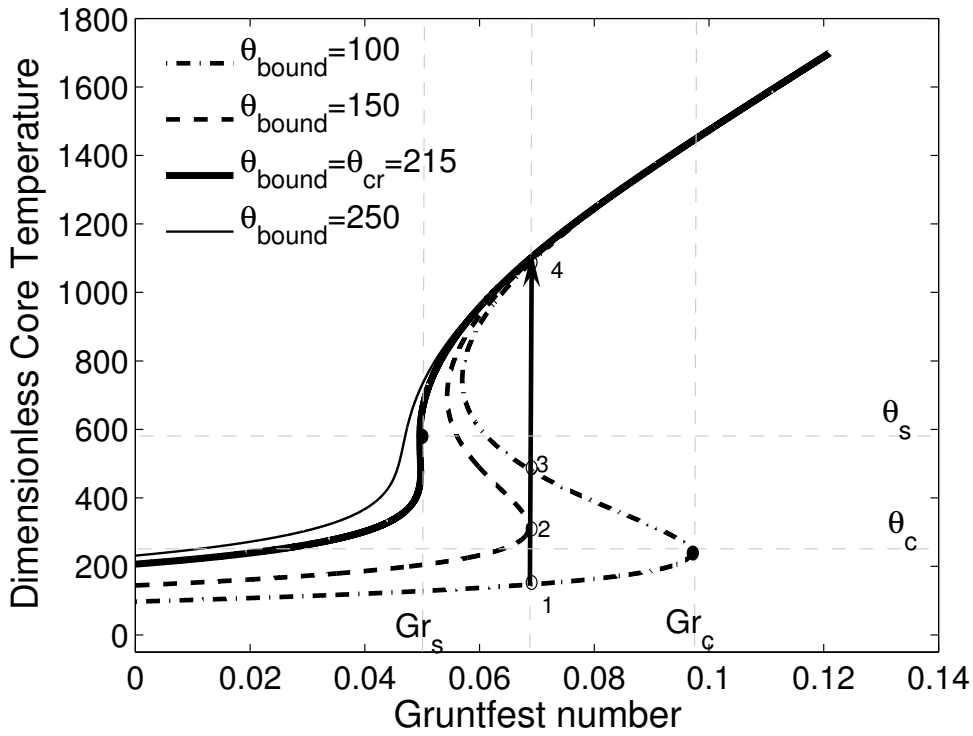
Επομένως, σε μία οιονεί-στατική εξέλιξη ενός έρποντος ρήγματος, θεωρούμε ότι ο αριθμός Grunfest παραμένει σταθερός, ενώ η συνοριακή θερμοκρασία μεταβάλλεται. Στην περίπτωση μονότονης αύξησης της θερμοκρασίας, υποθέτουμε ότι η μετάβαση είναι αργή και περνά από διαδοχικές ισόθερμες καταστάσεις. Στην Εικόνα 5.5 παρουσιάζονται τα διαγράμματα απόκρισης για διάφορες τιμές της  $T_{bound}$  και προφανώς παρατηρούμε τη μετάβαση από κανονικές σε τανυσμένες καμπύλες τύπου S. Η εξέλιξη των σημείων στροφής με τη συνοριακή θερμοκρασία παρουσιάζεται στο διάγραμμα της Εικόνας 5.6. Ο αριθμός Grunfest του χαμηλού σημείου στροφής παρουσιάζει μία σημαντική μείωση με τη αύξηση της  $T_{bound}$ , ενώ την ίδια στιγμή ο  $Gr$  του υψηλού σημείου μειώνεται λιγότερο. Σε μία συγκεκριμένη συνοριακή θερμοκρασία εκπίπτουν σε ένα σημείο καμψής για αριθμό Grunfest  $Gr_s$  και αδιάστατη θερμοκρασία στο κέντρο  $T_s$ . Εάν υποθέσουμε μία αρχική συνοριακή θερμοκρασία, μπορούμε να αναγνωρίσουμε τις ακόλουθες περιοχές ως προς το  $Gr$  (βλέπε Εικόνα 5.5):

### 5.2.1 Περιοχή χαμηλής φόρτισης, $0 < Gr < Gr_s$

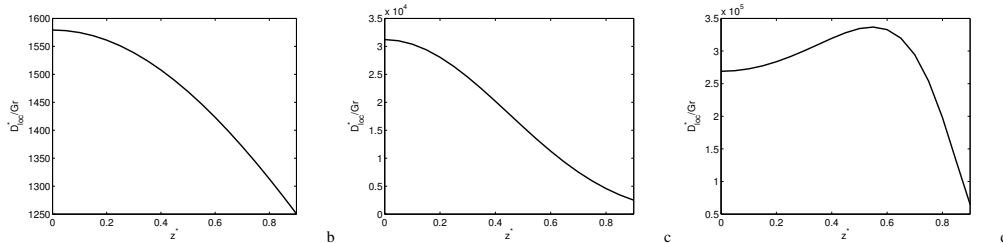
Σε αυτήν την περιοχή το σύστημα έχει μία ευσταθή λύση που αντιστοιχεί στο κατώτερο κλάδο της καμπύλης. Κείται μεταξύ της ανενεργής κατάστασης  $Gr = 0$  και του ορίου τανυσμού,  $Gr_s$ , όπως ορίζεται από τις Εικόνες 5.3, 5.4 και 5.6. Σε αυτές τις συνθήκες αναμένεται ότι το ρήγμα έρπει ευσταθώς και χωρίς εμφάνιση σεισμικής συμπεριφοράς κάτω από οποιαδήποτε αρχική θερμοκρασία.

### 5.2.2 Περιοχή ενδιάμεσων φορτίσεων, $Gr_s < Gr < Gr_c$

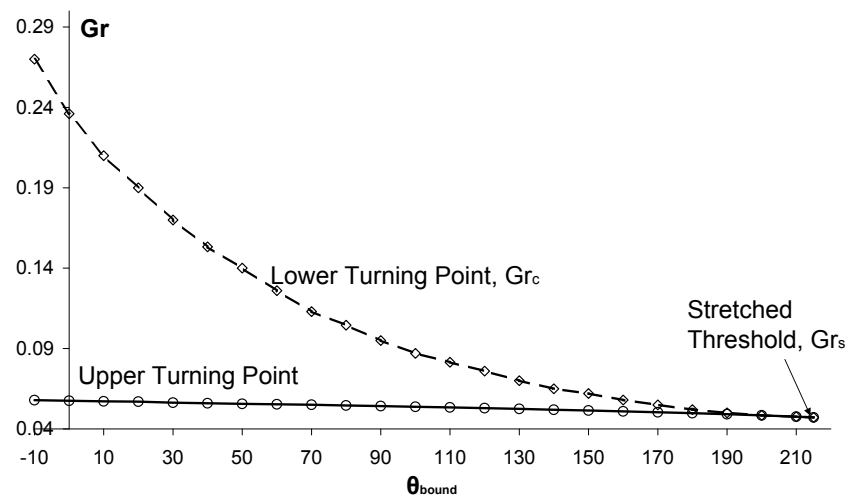
Για ενδιάμεσους αριθμούς Grunfest το σύστημα έχει τρεις λύσεις, δύο ευσταθείς και μία ασταθή. Για ένα ρήγμα που έρπει υπό μονότονη αύξηση της συνοριακής θερμοκρασίας και δέχεται και μεταβαίνει μέσω και των τριών κλάδων, είναι δυνατή η μετάβαση από το ερπυσμό στη σεισμική ολίσθηση. Αυτό συμβαίνει διότι, ξεκινώντας από μία αρχική θερμοκρασία (π.χ. το σημείο 1 της Εικόνας 5.5) υπάρχει μία κρίσιμη θερμοκρασία στην οποία η διαδικασία γίνεται ασταθής (σημείο 2 της Εικόνας 5.5). Μετά από αυτό το σημείο η παραγωγή θερμοκρασίας εντοπίζεται σε ένα



a



Εικόνα 5.5: (a) Διάγραμμα απόκρισης της Εξ.(5.1) για σταθερά  $a$ ,  $Ar$  και για διαφορετικές τιμές της συνοριακής θερμοκρασίας. Η εξέλιξη του κρίσιμου αριθμού Gruntfest,  $Gr_c$ , ως προς τη συνοριακή θερμοκρασία, μέχρι την τιμή  $Gr_s$  για  $T_{bound} = T_{cr}$  απεικονίζεται στην Εικόνα 5.6. Τα κατώτερα διαγράμματα παρουσιάζουν την κανονικοποιημένη συνάρτηση απωλειών για δεδομένο αριθμό Gruntfest, στον: (b) χαμηλότερο ευσταθή κλάδο (σημείο 1 της (a)), (c) ενδιάμεσο ασταθή (σημείο 3), και (d) ανώτερο ευσταθή κλάδο (σημείο 4).



Εικόνα 5.6: Εξέλιξη του κατώτερου σημείου στροφής (διακεκομμένη γραμμή) και του ανώτερου (συνεχής γραμμή) ως προς την αδιάστατη συνοριακή θερμοκρασία, για δεδομένες παραμέτρους υλικού (δηλαδή σταθερά  $a$  και  $Ar$ ; εδώ  $Ar = 19$  και  $a = 0.3$ ). Παρατηρούμε ότι για  $T_{bound} = 215$  τα δύο σημεία στροφής ταυτίζονται και αποτελούν σημείο καμπής της καμπύλης, ορίζοντας ένα κρίσιμο αριθμό Gruntfest για τη μετάβαση σε τανυσμένη καμπύλη,  $Gr_s \approx 0.47$ .

διατμητικό στρώμα κοντά στο κέντρο και αυξάνει απότομα εγκαθιστώντας ουσιαστικά αδιαβατικές συνθήκες (Εικόνα 5.5(c)). Με δεδομένο ότι η θερμοκρασία και ο ρυθμός διατμητικής παραμόρφωσης είναι συζευμένοι μέσω της Εξ. (3.9), η μετάβαση από αυτό το σημείο αντιστοιχεί και σε ραγδαία επιτάχυνση επίσης [89]. Αυτή η αύξηση τη "ταχύτητας" και της θερμοκρασίας, αντιπροσωπεύοντας αυτό που ονομάζεται τριτογενής ερπυσμός (αγγλ. tertiary creep), σταματά με την ενεργοποίηση εντός του διατμητικού στρώματος της χημικής αντίδρασης (σημείο 4 της Εικόνας 5.5) με τη μικρότερη ενέργεια ενεργοποίησης μεταξύ των πιθανών αντιδράσεων του υπό μελέτη υλικού. Πέρα από αυτό το σημείο το απλοποιημένο μοντέλο χάνει την ισχύ του, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω.

### 5.2.3 Περιοχή υψηλών φορτίσεων, $Gr > Gr_c$

Όταν η αρχική συνθήκη φόρτισης είναι υψηλή, το σύστημα έχει μία ευσταθή λύση στον ανώτερο κλάδο ο οποίος αντιστοιχεί στην έναρξη της χημικής αντίδρασης. Σε αυτήν την περιοχή μεγάλων  $Gr$ , μετά από μία ταχεία μετάβαση, το σύστημα εισέρχεται απευθείας σε καθεστώς αντίδρασης και επομένως η συμπεριφορά του εξαρτάται από τη φύση αυτής. Σε πραγματικά προβλήματα, το ρήγμα θα επιταχυνόταν λόγω των συνθηκών φόρτισης και θα ενεργοποιούσε την αντίδραση χωρίς να εμφανίσει ερπυσμό. Η τελευταία θα λάμβανε χώρα σε αδιαβατικές συνθήκες μέσα στο διατμητικό στρώμα το πάχος του οποίου εξαρτάται από τις αρχικές και συνοριακές συνθήκες, αλλά και τα χαρακτηριστικά της αντίδρασης [52].





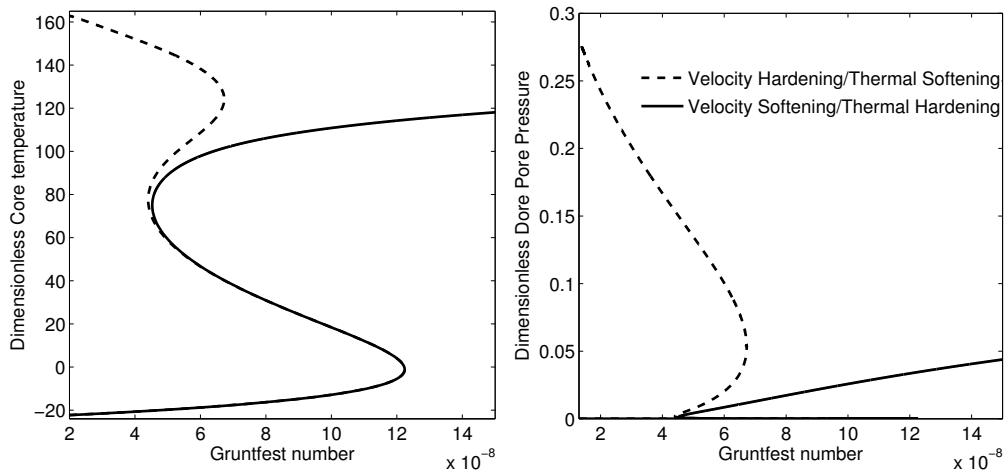
## Κεφάλαιο 6

# Αριθμητικά αποτελέσματα: χρονο-ανεξάρτητο πρόβλημα

### 6.1 Αριθμητική ανάλυση διακλαδώσεων

Η ανάλυση των διακλαδώσεων του συστήματος ως προς τον αριθμό Grunfest πραγματοποιείται μέσω της μεθόδου βηματισμού σε καμπύλη που παρουσιάζεται στην [6]. Το σύστημα των εξισώσεων διακριτοποιείται με χρήση κεντρικών πεπερασμένων διαφορών και εισάγονται στραγγισμένες και ισόθερμες συνοριακές συνθήκες για το άκρο της ζώνης και συνθήκες συμμετρίας για το κέντρο. Οι τιμές των παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν βρίσκονται στον Πίνακα 4.1. Για την επίλυση του αλγεβρικού συστήματος που προκύπτει χρησιμοποιείται ο επιλύτης `fsolve` του *MATLAB*<sup>TM</sup> επιλέγοντας αλγόριθμο Levenberg-Marquardt ([55, 58]). Υπολογίζεται το μέγιστο σχετικό σφάλμα κάθε λύσης στην καμπύλη. Στην Εικόνα 6.1 (a) και (b) παρουσιάζουμε τη μεταβολή της θερμοκρασίας και της επιπλέον πίεσης πόρων στο κέντρο της ζώνης διάτμησης ως προς το  $Gr$  συγκρίνοντας την τυπική συμπεριφορά του συστήματος για κράτυνση με την ταχύτητα και χαλάρωση με τη θερμοκρασία (ΚΤΧΘ) και αντιστρόφως (ΧΤΚΘ). Είναι εμφανές ότι το σύστημα παρουσιάζει δύο διαφορετικές συμπεριφορές ανάλογα με το νόμο τριβής. Η διαφοροποίηση ταυτίζεται με την έναρξη της παραγωγής επιπλέον πίεσης πόρων. Η περίπτωση ΧΤΚΘ μοιάζει παρόμοια με την συμπεριφορά σε αργές χημικές αντιδράσεις που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 5. Αντίθετα, η κράτυνση με το ρυθμό διατμητικής παραμόρφωσης εμφανίζει ένα ανώτερο κλάδο θερμοκρασίας που οδηγεί σε απειρισμό της θερμοκρασίας για  $Gr \rightarrow 0$ .

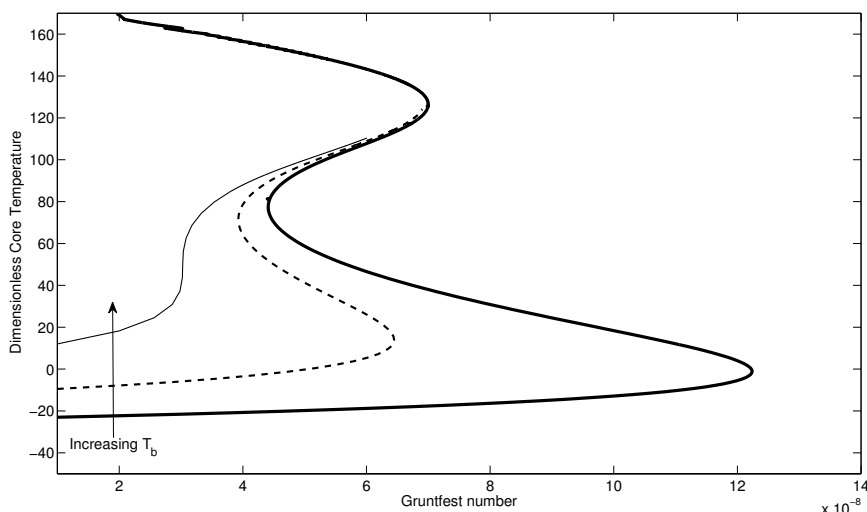
Αυτή η διαφορά των νόμων οφείλεται στην επίδραση του όρου  $(1 - \Delta p)^{-1/N}$ . Συγκριμένα, όταν υποθέτουμε κράτυνση με το ρυθμό



Εικόνα 6.1: Διάγραμμα διακλάδωσης για την περίπτωση κράτνωσης με την ταχύτητα - χαλάρωση με τη θερμοκρασία και αντιστρόφως της (α) αδιάστατης θερμοκρασίας στο κέντρο και (β) αδιάστατης επιπλέον πίεσης πόρων. Τα αποτελέσματα παρήχθησαν για  $Le_0 = 10$

διαμητικής παραμόρφωσης ( $N > 0$ ),  $(1 - \Delta p)^{-1/N} \rightarrow \infty$  εμφανίζεται ένας τέταρτος κλάδος λύσεων ισορροπίας διότι το σύστημα προσπαθεί να ισορροπήσει την αύξηση του όρου  $(1 - \Delta p)^{-1/N}$  μειώνοντας τον αριθμό Gruntfest. Αντίθετα, η χαλάρωση με το ρυθμό διαμητικής παραμόρφωσης ( $N < 0$ ) επιβάλλει  $(1 - \Delta p)^{-1/N} \rightarrow 0$  και ο αριθμός Gruntfest τείνει να αυξηθεί. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο τρίτος κλάδος να τείνει σε άπειρο  $Gr$  και δεν εμφανίζονται επιπλέον κλάδοι λύσεων.

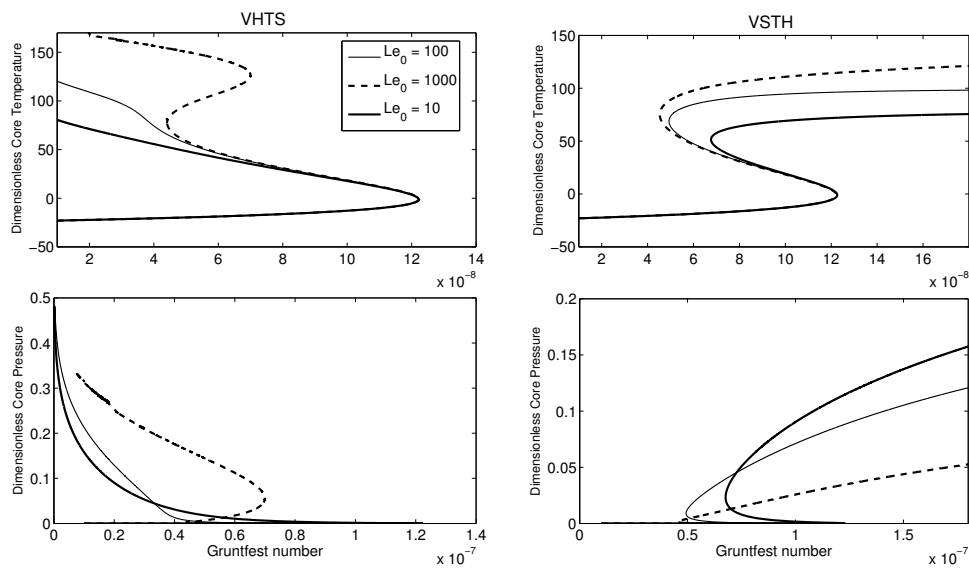
Παρά τις διαφορές στο επίπεδο υψηλών θερμοκρασιών, αξίζει να παρατηρήσουμε ότι τα δύο διαγράμματα διακλαδώσεων είναι ταυτόσημα σε χαμηλές θερμοκρασίες. Αυτό οφείλεται στη μικρή αύξηση του  $\Delta p$  μέχρι το δεύτερο σημείο στροφής, το οποίο σημαίνει ότι μέχρι εκείνο το σημείο η εξίσωση διάχυσης της πίεσης πόρων (Εξ. (4.5) (α)) είναι ανενεργή (για τις συγκεκριμένες παραμέτρους). Επομένως, το σύστημα για κάθε πρακτικό λόγο εκφυλίζεται σε μία εξίσωση Εξ. (4.5) (β)) και παρέχει τα ίδια αποτελέσματα με αυτά του Κεφαλαίου 5. Όπως αναφέρεται και στην [90] το καθεστώς των χαμηλών θερμοκρασιών χαρακτηρίζεται αποκλειστικά από την τριβή και επηρεάζεται από τη συνοριακή θερμοκρασία. Όπως αναφέρεται και στις [52, 90], η τελευταία μπορεί να μεταβάλει την καμπύλη λύσεων από κανονική καμπύλη τύπου S (αγγλ. *folded S-curve*) σε τανυσμένη καμπύλη τύπου S (αγγλ. *stretched S-curve*). Αυτό το φαινόμενο αποτυπώνεται στο Διάγραμμα 6.2. Αξίζει επιπλέον να σημειώσουμε ότι οι λύσεις σε υψηλότερες θερμοκρασίες δεν επηρεάζονται από τη συνοριακή



Εικόνα 6.2: Η επίδραση των συνοριακών συνθηκών: διαγράμματα διακλαδώσεων με μεταβαλλόμενη συνοριακή θερμοκρασία. Παρατηρούμε ότι αυξάνοντας τη συνοριακή θερμοκρασία η καμπύλη τείνει προς τανυσμένη μορφή και σταθεροποιεί το σύστημα, όπως αναλύθηκε διεξοδικά στην [90]. Επιπρόσθετα, τονίζουμε ότι οι ανώτεροι κλάδοι είναι ανεξάρτητοι αυτών των μεταβολών.

θερμοκρασία, δεδομένου ότι οι ανώτεροι κλάδοι παραμένουν ίδιοι.

Αναμένεται αυτή η συμπεριφορά να καθορίζεται και από το μέγεθος του γινομένου  $Le\zeta\mu_r$ . Πράγματι, όπως ειπώθηκε και στην παράγραφο 4.2.2 ο αριθμός Lewis μπορεί να μεταβάλλεται λόγω της διαπερατότητας. Γι' αυτό το λόγο παρουσιάζουμε στο Διάγραμμα 6.3 την απόκριση του συστήματος με ΚΤΧΘ και ΧΤΚΘ για διαφορετικές τιμές του αριθμού Lewis αναφοράς,  $Le_0 = \frac{\kappa_m \mu_f}{k_{\pi 0} \sigma'_n}$ . Παρατηρούμε ότι αυτή η παράμετρος επιδρά στη συμπεριφορά των ανώτερων κλάδων των λύσεων. Στη μία περίπτωση (ΚΤΧΘ) προκαλεί απώλεια του ενδιαμέσου τρίτου κλάδου καθώς ο υψηλός (τέταρτος) κλάδος συγχωνεύεται με το δεύτερο, ενώ στην άλλη περίπτωση (ΧΤΚΘ) υποβιβάζει τον ανώτερο (τρίτο) κλάδο στο βαθμό που οδηγεί σε τανυσμένη καμπύλη, όπως και η συνοριακή θερμοκρασία. Όπως προκύπτει από τα προαναφερθέντα τα δύο μοντέλα τριβής παρουσιάζουν διαφορές και επομένως χρειάζεται μία πιο εκτεταμένη ανάλυση για το καθένα.



Εικόνα 6.3: Καμπύλες απόκρισης για διαφορετικές τιμές του  $Le_0$  για τις περιπτώσεις ΚΤΧΘ και ΧΤΚΘ. Τα διαγράμματα απεικονίζουν την αδιάστατη θερμοκρασία και πίεση συναρτήσει του αριθμού Gruntfest

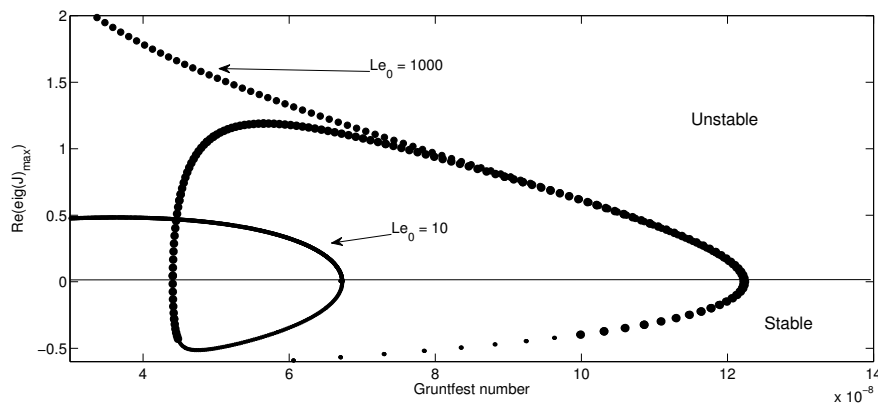
### 6.1.1 Η περίπτωση ΚΤΧΘ

Όπως αναφέρθηκε στα ανωτέρω, ανάλογα με την τιμή του αριθμού Lewis, το σύστημα ΚΤΧΘ παρουσιάζει δύο ή τέσσερις κλάδους λύσεων ισορροπίας. Η ευστάθειά τους καθορίζεται από τις ιδιοτιμές της αριθμητικής Ιακωβιανής του επιλυμένου αριθμητικό προβλήματος [6]. Η εμφάνιση θετικού πραγματικού μέρους ορίζει την έναρξη της αστάθειας. Στο Διάγραμμα 6.4, παρουσιάζονται τα πραγματικά μέρη των μέγιστων ιδιοτιμών για χαμηλό ( $Le_0 = 10$ ) και υψηλό ( $Le_0 = 1000$ ) αριθμό Lewis, αντίστοιχα. Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι στην πρώτη περίπτωση ο χαμηλός κλάδος είναι ευσταθής ακολουθούμενος από τρεις κλάδους εναλλασσόμενης ευστάθειας. Στη δεύτερη, όπως φαίνεται και στο Διάγραμμα 6.3 (a) υπάρχουν μόνο δύο λύσεις ισορροπίας και η καμπύλη είναι παρόμοια αυτής του προβλήματος Bratu [6, 90], όπου ο χαμηλός ευσταθής κλάδος ακολουθείται από ένα ασταθή. Και στις δύο περιπτώσεις ο ανώτερος κλάδος συνοδεύεται από αύξηση της επιπλέον πίεσης πόρων, όπως αποτυπώνεται και στο Διάγραμμα 6.3 (c).

Όπως είδαμε και στο Κεφάλαιο 5 οι κρίσιμοι αριθμοί Gruntfest των σημείων στροφής ορίζουν και αντίστοιχες περιοχές δυνατών λύσεων του συστήματος. Η μεταβολή όμως των σημείων λόγω παραμέτρων είναι πιο πολύπλοκη στην περίπτωση του συζευμένου προβλήματος. Συγκεκριμένα, το κατώτερο σημείο στροφής εξαρτάται από τη συνοριακή θερμοκρασία

(Διάγραμμα 6.2), ενώ το ανώτερο από τον αριθμό Lewis (Διάγραμμα 6.3). Το ενδιάμεσο εξαφανίζεται είτε για υψηλές συνοριακές θερμοκρασίες είτε για υψηλά  $Le_0$ . Πράγματι, υπάρχει μία κρίσιμη τιμή της  $T_b$  για την οποία το κατώτερο και το ενδιάμεσο σημείο στροφής ταυτίζονται. Πέραν αυτής της τιμής τα δύο σημεία εξαφανίζονται και οι τρεις κατώτεροι κλάδοι συγχωνεύονται σε έναν ευσταθή που προηγείται του ανώτερου ασταθούς. Παρόμοια συμπεριφορά παρατηρείται για υψηλούς  $Le_0$  όπως φαίνεται και στο Διάγραμμα 6.3.

Από φυσικής άποψης, το μοντέλο διαθέτει έναν ισχυρό μηχανισμό παραγωγής θερμότητας, την τριβή, τον οποίο δυνητικά εξισορροπούν αρχικά η διάχυση της παραγόμενης θερμότητας και στη συνέχεια η χημική αντίδραση. Υπό αυτό το πρίσμα, ο κατώτερος κλάδος χαρακτηρίζεται από την τριβή. Σε αυτόν, η διάχυση της παραγόμενης από την τριβή θερμότητας επιτρέπει στο ρήγμα να έρπει ευσταθώς με ελάχιστα χημικά φαινόμενα. Ακολουθείται από έναν ασταθή κλάδο, στον οποίο παρατηρείται εντοπισμός της παραμόρφωσης και της συνάρτησης απωλειών όπως και στην περίπτωση που μελετήθηκε στο Κεφάλαιο 3. Το τελευταίο υπονοείται κιόλας από το δεδομένο ότι ο τρίτος ευσταθής κλάδος δεν επηρεάζεται από της αλλαγές της συνοριακής θερμοκρασίας (Διάγραμμα 6.2). Στον τρίτο κλάδο η διάσπαση του σκελετού είναι ισχυρή και εξισορροπεί τη θερμότητα που παράγεται λόγω τριβής. Επομένως το ρήγμα μπορεί και εδώ να έρπει ευσταθώς, ωστόσο τα φαινόμενα εντοπισμού κοντά στο κέντρο της ζώνης παραμένουν και η δυνατότητα του συστήματος να παραλάβει διαταραχές περιορίζεται από τον τέταρτο κλάδο τόσο όσον αφορά τη θερμοκρασία, όσο και την πίεση των πόρων. Όσο δεν υπερβαίνεται ο τέταρτος κλάδος, το σύστημα έχει τη δυνατότητα να επιστρέφει μία στάσιμη κατάσταση με χαμηλότερη θερμοκρασία. Αυτό ισχύει και για τον πρώτο και για τον ενδιάμεσο, τρίτο κλάδο. Πρακτικά, για τις τιμές που χρησιμοποιήθηκαν ώστε να παραχθεί το Διάγραμμα 6.3, το ρήγμα προβλέπεται ότι μπορεί να αντέχει μέχρι και 50% μεταβολές της ορθής ενεργού τάσης και στη συνέχεια να επιστρέφει σε ερπυσμό. Εάν όμως υπερβεί τον τέταρτο κλάδο, τότε οδηγείται σε ρευστοποίηση του σκελετού και η αντοχή του ρήγματος μηδενίζεται (καθεστώς υπερπίεσης). Η έναρξη της ρευστοποίησης αποτελεί και το όριο του συγκεκριμένου μοντέλου. Σε αντίθεση όμως προς το αποσυσζευμένο πρόβλημα που παρουσιάστηκε στην [90], το συγκεκριμένο όριο έχει νόημα από φυσικής άποψης. Μετά από αυτό, η εξέλιξη του φαινομένου είναι καθαρά δυναμική και αναμένεται να οδηγήσει σε "επανέναρξη" του ρήγματος, ίσως από το σημείο της αρχικής ελαστο-πλαστικής συμπεριφοράς. Η μελέτη ωστόσο αυτής της διαδικασίας υπερβαίνει τους στόχους της παρούσας μελέτης. Τέλος, πρέπει να αναφέρουμε ότι οι ίδιες παρατηρήσεις ισχύουν και στην περίπτωση καμπυλών απόκρισης με δύο κλάδους, με



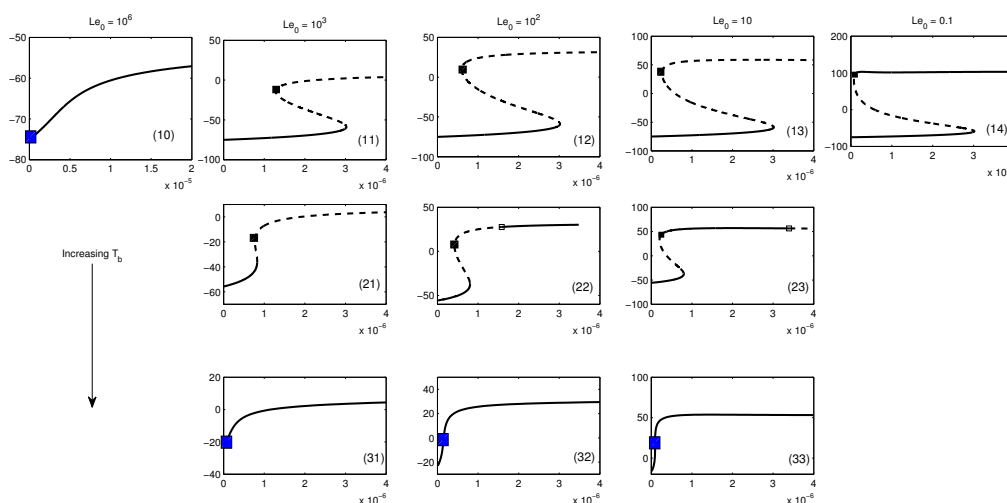
Εικόνα 6.4: Το πραγματικό μέρος της μέγιστης ιδιοτιμής για την περίπτωση KTXΘ. Σημειώνουμε ότι δεν εμφανίζονται μιγαδικές ιδιοτιμές.

τη διαφορά ότι εξαφανίζονται τα φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα στους ενδιάμεσους.

### 6.1.2 Η περίπτωση XTKΘ

Για ένα υλικό που παρουσιάζει χαλάρωση με το ρυθμό διατμητικής παραμόρφωσης και κράτυνση με τη θερμοκρασία στη συμπεριφορά της τριβής, τα αντίστοιχα διαγράμματα διακλαδώσεων (Διάγραμμα 6.3(b),(d)) αποκαλύπτουν τρεις κλάδους στάσιμων λύσεων που σχηματίζουν μία κανονική καμπύλη τύπου S. Σημειώτεον ότι η μείωση της προβλεπόμενης θερμοκρασίας στο κέντρο με αύξηση του αριθμού Lewis αναφοράς οδηγεί στο συμπέρασμα ότι, εάν ο τελευταίος υπερβεί μία κρίσιμη τιμή, τα δύο σημεία στροφής μπορούν να εξαφανιστούν και η καμπύλη να εκπέσει σε μία τανυσμένη μορφή. Αυτή η υπόθεση επιβεβαιώνεται και στη συνέχεια, αποκαλύπτοντας μία ιδιαίτερος πολύπλοκη συμπεριφορά του συστήματος με τον αριθμό Lewis. Επίσης, το Διάγραμμα 6.3(b) καταδεικνύει ότι για ένα δεδομένο αριθμό Gruntfest η επιπλέον πίεση πόρων γίνεται μεγαλύτερη αυξανόμενου του αριθμού Lewis, σε αντίθεση με τη θερμοκρασία.

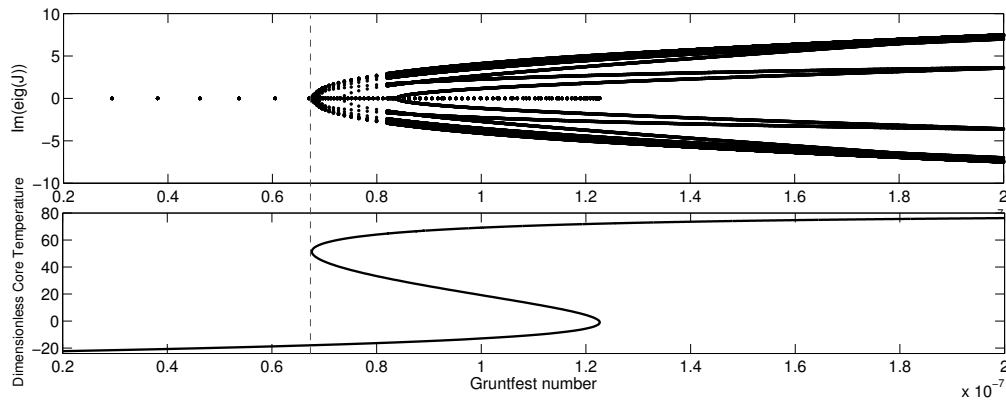
Λόγω της προαναφερθείσας πολυπλοκότητας του συστήματος ανάλογα τον αριθμό Lewis αναφοράς, αντί για διάγραμμα του πραγματικού μέρους των ιδιοτιμών κάθε περίπτωσης, παρουσιάζουμε τα διαγράμματα διακλαδώσεών τους και σημειώνουμε την ευστάθειά κάθε κλάδου λύσεων εκεί (Διάγραμμα 6.5). Όπως και για την περίπτωση KTXΘ, η συνοριακή θερμοκρασία επηρεάζει τους δύο κατώτερους κλάδους και για υψηλές τιμές έχει ως αποτέλεσμα τανυσμένες καμπύλες τύπου S, παρόμοιες με αυτές του



Εικόνα 6.5: Διαγράμματα διακλαδώσεων (αριθμού Gruntfest προς θερμοκρασία) για διαφορετικές τιμές της συνοριακής θερμοκρασίας και αριθμό Lewis αναφοράς. Οι κλάδοι ή μέρη αυτών που παριστάνονται ως συνεχείς γραμμές είναι ευσταθείς, ενώ οι διακεκομμένες γραμμές σημειώνουν την αστάθεια. Με μαύρο τετράγωνο σημειώνονται τα σημεία εμφάνισης μιγαδικών ιδιοτιμών αμέσως μετά το ανώτερο σημείο στροφής, με κενό το σημείο εναλλαγής της ευστάθειας στον τρίτο κλάδο και με μπλε το σημείο έναρξης μιγαδικών ιδιοτιμών σε τανυσμένες καμπύλες τύπου S.

Κεφαλαίου 5. Το ίδιο μπορεί να παρατηρηθεί για πολύ υψηλούς αριθμούς Lewis, Διάγραμμα 6.5<sub>(10)</sub>, δεδομένης της συνοριακής θερμοκρασίας (εδώ ίση προς τη γεωθερμική). Παρόλ' αυτά, στη συγκεκριμένη περίπτωση, εάν η  $T_b$  υποτεθεί χαμηλότερη από τη γεωθερμική της τιμή, το σύστημα παρουσιάζει εκ νέου κανονική καμπύλη τύπου S. Όπως φαίνεται στο διάγραμμα 6.5, ο χαμηλότερος κλάδος είναι ευσταθής (καθεστώς ερπυσμού), ο ενδιάμεσος ασταθής (καθεστώς εντοπισμού) και ο ανώτερος (καθεστώς χημικής αντίδρασης) μπορεί να είναι είτε ευσταθής, είτε ασταθής είτε να εναλλάσσει την ευστάθειά του ανάλογα με το μέγεθος του αριθμού Lewis. Επομένως, αν και ο  $Le$  δεν επηρεάζει μαθηματικά το πλήθος των κλάδων των λύσεων (όταν η θερμοκρασία είναι αρκετά χαμηλή), καθορίζει την ευστάθεια. Βεβαίως, και τα δύο όρια ( $Le_0$  πολύ υψηλό και  $T_b$  πολύ χαμηλή) μπορεί να είναι μη ρεαλιστικά από φυσικής άποψης.

Στον ανώτερο, τρίτο κλάδο των λύσεων λαμβάνει χώρα ακόμη ένα σημαντικό φαινόμενο. Οι ιδιοτιμές των λύσεων γίνονται μιγαδικές οδηγώντας στην υπόθεση ότι μετά το δεύτερο σημείο στροφής μπορούν



Εικόνα 6.6: Οι μιγαδικές ιδιοτιμές που εμφανίζονται μετά το δεύτερο σημείο στροφής.

να κάνουν την εμφάνισή τους οριακοί κύκλοι. Σε ορισμένες από τις περιπτώσεις (π.χ. Εικόνα 6.5<sub>(23)</sub>), εμφανίζεται ζεύγος μιγαδικών ιδιοτιμών που μεταβαίνει από το αριστερό ( $Re(\lambda) < 0$ ) στο δεξί ( $Re(\lambda) > 0$ ) μιγαδικό ημιεπίπεδο, σημειώνοντας την έναρξη μίας αστάθειας τύπου Hopf. Το τελευταίο πιστοποιήθηκε υπολογίζοντας και τη μεταβολή της ορίζουσας του τανυστικού γινομένου  $(2J \odot I) = J \otimes I + I \otimes J$ , βάσει των [8, 47], όπου  $J$  η Ιακωβιανή του συστήματος, ο μοναδιαίος πίνακας μεγέθους ίσου προς την  $J$  και εάν  $A, B$   $n \times n$  πίνακες,  $(A \otimes B)_{ijkl} = a_{ij}b_{kl}$ .

Όπως είδαμε και στο Κεφάλαιο 5 ο τρίτος κλάδος των λύσεων χαρακτηρίζεται ως ευσταθής χωρίς οριακούς κύκλους. Υπό την παρούσα μορφή των εξισώσεων, Εξ. (4.5), η περίπτωση αυτή αντιστοιχεί σε  $Le_0 \rightarrow 0$ . Σε αυτήν την περίπτωση το σύστημα απλοποιείται σε μία εξίσωση όπως και στην [90]. Στο άλλο άκρο,  $Le_0 \rightarrow \infty$ , η καμπύλη των λύσεων γίνεται τανυσμένη τύπου S και είναι ευσταθής εμφανίζοντας μιγαδικές ιδιοτιμές για κάθε αριθμό Gruntfest. Για τις ενδιάμεσες τιμές, οι οποίες μάλιστα παρουσιάζουν και το μεγαλύτερο ενδιαφέρον για το πρόβλημά μας ( $Le_0 \sim 10 - 10^3$ ), ο ανώτερος κλάδος παρουσιάζει ένα ή δύο σημεία εναλλαγής ευστάθειας ενώ εμφανίζεται σχεδόν παντού τουλάχιστον ένα ζεύγος μιγαδικών ιδιοτιμών (Διάγραμμα 6.5<sub>(11)-(33)</sub>).

Η συμπεριφορά της περίπτωσης XTKΘ είναι αρκετά κοινή στην περιοχή της φυσικής των καύσεων και ιδιαίτερα στη θεωρία διάχυσης της φλόγας (αγγλ. *theory of diffusion flames*), όπου μελετάται η ίδια κλάση εξισώσεων [46, 41]. Οι Hsuen and Sotirchos παρουσιάζουν διαγράμματα ακόμη και με τέσσερα σημεία διακλάδωσης Hopf ([41] fig 3, καμπύλη C12), αποκαλύπτοντας μία εξαιρετική ποικιλία λύσεων και ευστάθειας. Στη



βιβλιογραφία της γεωμηχανικής παρόμοιες συμπεριφορές παρουσιάζουν τα μοντέλα τύπου τριβέα με ελατήριο με νόμους τριβής παρόμοιους της περίπτωσης μας.

Στην περίπτωση ΧΤΚΘ, η ερμηνεία της φυσικής συμπεριφοράς του συστήματος μέσα από τα διαγράμματα λύσεων ισορροπίας είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη. Ταυτόχρονα, απαιτείται η εισαγωγή μεθόδων υπολογισμού περιοδικών λύσεων ώστε να πιστοποιηθεί η ύπαρξη οριακών κύκλων και να μελετηθεί κατά περίπτωση το είδος των διακλαδώσεων τύπου Hopf που εμφανίζει το σύστημα. Μία τέτοια προσπάθεια υπερβαίνει τους σκοπούς της παρούσας μελέτης δεδομένου του πλήθους των παραμέτρων που εισάγονται στο μοντέλο καθώς και της έλλειψης πειραματικών δεδομένων. Με άλλα λόγια, χωρίς επαλήθευση του νόμου τριβής, διεξοδική μελέτη των μηχανισμών απώλειας/παραγωγής ενέργειας και μέτρηση του λόγου  $\beta_T$  δεν θα ήταν δυνατή η εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων για το μηχανικό πρόβλημα. Προς αυτό το σκοπό, στη συνέχεια της διατριβής θα επιχειρηθεί μία σκιαγράφηση μεμονωμένων περιπτώσεων στην περίπτωση ΧΤΚΘ επιλύοντας ένα απλοποιημένο, χρονο-εξαρτημένο πρόβλημα σε επόμενο κεφάλαιο. Πριν όμως από αυτό, θα επιχειρήσουμε μία αξιολόγηση της συνεισφοράς των υπολοίπων μηχανισμών του προβλήματος και συγκεκριμένα της συμπίεστικότητας του ρευστού, καθώς και της αυξομείωσης του πορώδους.

## 6.2 Αριθμητικά αποτελέσματα και απλοποίηση του συστήματος

Πέρα από την καμπύλη λύσεων ισορροπίας, η αριθμητική μέθοδος παρέχει επιπλέον την κατανομή των πεδίων του προβλήματος (θερμοκρασία, επιπλέον πίεση πόρων, πορώδες και μερικός όγκος στερεών) για κάθε αριθμό Grunfest. Στα διαγράμματα των Εικόνων 6.7 και 6.8 και παρουσιάζονται τυπικές κατανομές σε ενδεικτικά σημεία κάθε κλάδου για την περίπτωση ΚΤΧΘ και ΧΤΚΘ αντίστοιχα. Για την πρώτη, θα λέγαμε ότι στον κατώτερο κλάδο όλα τα πεδία μεταβάλλονται ασθενώς ως προς τη συνοριακή τους τιμή. Η ίδια εικόνα επαναλαμβάνεται και στους επόμενους δύο για τα  $\Delta p$ ,  $\phi$  και  $s$ . Αντίθετα, στον τέταρτο ασταθή κλάδο, η επιπλέον πίεση πόρων αυξάνει συνοδευόμενη και από τα  $\phi$  και  $s$ . Ωστόσο, πρέπει να παρατηρήσουμε ότι τα τελευταία παραμένουν μικρά και συγκρίσιμα με τη συνοριακή τους τιμή ( $s_b = 0$  and  $\phi_b = \phi_0$ ).

Για την περίπτωση ΧΤΚΘ, οι κατανομές των πεδίων καθ' ύψος της ζώνης διάτμησης (Διάγραμμα 6.8), παρουσιάζουν μία παρόμοια συμπεριφορά με

την προηγούμενη περίπτωση στους δύο πρώτους κλάδους. Αντίθετα, στον τρίτο κλάδο η θερμοκρασία δε μεταβάλλεται ιδιαίτερα, ενώ η επιπλέον πίεση πόρων αυξάνεται ακολουθούμενη από μικρή αύξηση του πορώδους και του μερικού όγκου των στερεών. Και σε αυτήν την περίπτωση όμως τα  $\phi$  και  $s$  παραμένουν κοντά στις συνοριακές τους τιμές. Βάσει των παραπάνω παρατηρήσεων θα μπορούσαμε να εξάγουμε το συμπέρασμα ότι για τις δεδομένες τιμές των παραμέτρων τα  $\phi$  και  $s$  παραμένουν σχεδόν σταθερά και ότι δεν επηρεάζουν τη συμπεριφορά του μοντέλου. Ωστόσο, όπως θα δούμε στη συνέχεια, το σύστημα των εξισώσεων κυριαρχείται από τις παραμέτρους των νόμων της Χημικής Κινητικής, καθώς για κατάλληλες τιμές του αριθμού Arrhenius  $Ar_b = \frac{E_b}{RT_c}$  και της σταθεράς ισορροπίας  $K_c$  αλλάζει το  $j_{rel}$  και εμφανίζονται ακόμη και λύσεις όπου  $\phi, s \rightarrow 1$ .

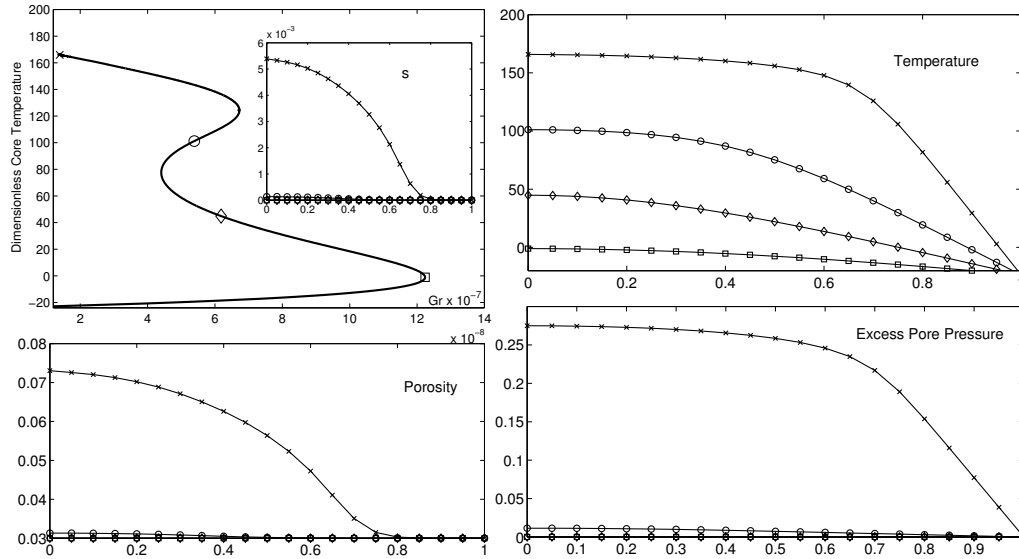
Συμπερασματικά, υπάρχει ανάγκη να ταυτοποιηθούν οι κυρίαρχοι μηχανισμοί του μοντέλου, διαδικασία που θα οδηγήσει και στην απλοποίησή του. Θα ήταν σημαντικό να παρατηρήσουμε εδώ ότι συνήθως στη βιβλιογραφία οι όροι εκ μεταφοράς των εξισώσεων (4.5) αμελούνται. Προς αυτήν την κατεύθυνση, επιλύουμε το σύστημα με επιλεγμένες μεταβολές των παραμέτρων. Όπως τονίστηκε και στις προηγούμενες παραγράφους, οι αριθμοί Gruntfest και Lewis καθώς και η συνοριακή θερμοκρασία επιδρούν σημαντικά στο πλήθος και της ευστάθειας των κλάδων των λύσεων ισορροπίας. Στην παράγραφο αυτή θα επικεντρωθούμε στις παραμέτρους της χημικής αντίδρασης και τη συμπιεστότητα του ρευστού.

### 6.2.1 Η επίδραση των παραμέτρων της αντίδρασης

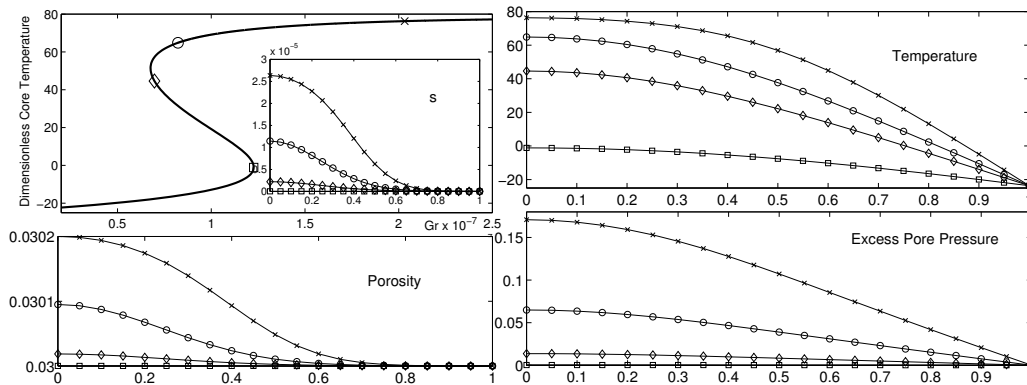
Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, όταν  $j_{rel} \ll 1$ , τα  $s$  και  $\phi$  παραμένουν σταθερά. Ωστόσο, όταν  $j_{rel} \sim O(1)$ , τότε τα  $s$  και  $\phi$  μπορούν να αυξάνουν σημαντικά (Διάγραμμα 6.9(c)), ενώ ταυτόχρονα η επιπλέον πίεση πόρων αρχίζει να μειώνεται (Διάγραμμα 6.9(b)). Τέλος η θερμοκρασία (Διάγραμμα 6.9(a)) παρέχει παρόμοια αποτελέσματα με την [90].

Αυξάνοντας το  $Ar_b$  υπάρχει ένα όριο πάνω από το οποίο αντιμετωπίζουμε μεγάλες μεταβολές του πορώδους. Τότε το γινόμενο  $Le\zeta\mu_r$  τείνει στο μηδέν, οπότε  $\partial^2 \Delta P / \partial z^2 \rightarrow 0$  και δεν εμφανίζεται αύξηση της επιπλέον πίεσης πόρων. Σε αυτήν την περίπτωση, λοιπόν, η εξίσωση διάχυσης της πίεσης πόρων είναι ανενεργή και το σύστημα εκπίπτει στην Εξ. (4.5(b)), με  $I \rightarrow 0$ . Αυτό είναι ουσιαστικά το πρόβλημα που παρουσιάζεται στην [90], χωρίς χημική αντίδραση.

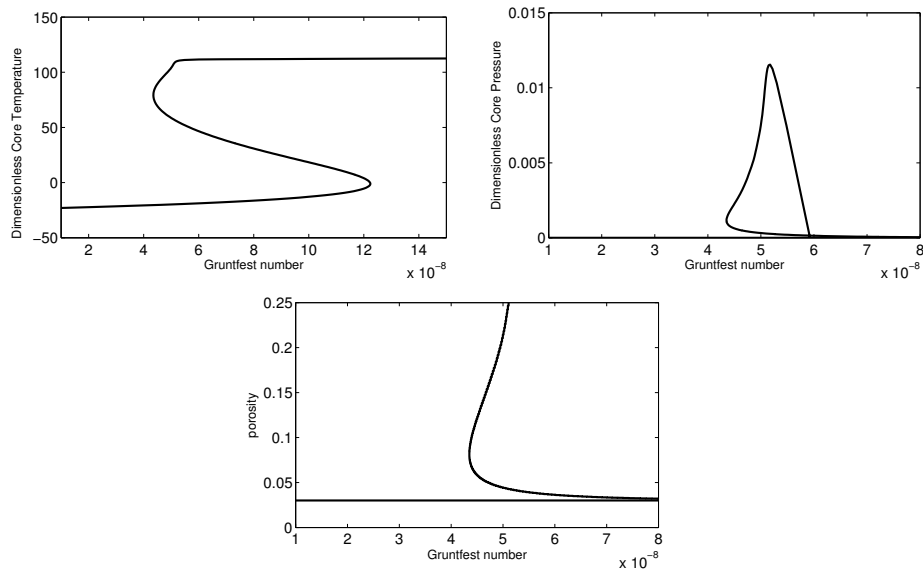
Αξίζει να επισημάνουμε ότι αυτό το καθεστώς υψηλών τιμών του πορώδους δεν είναι ιδιαίτερης σημασίας στον τομέα της Μηχανικής των ρηγμάτων, αφού η συνήθης διαστρωμάτωση είναι εξαιρετικά πυκνή. Ενδεικτικά αναφέρουμε τις [80, 68] όπου το πορώδες περιορίζεται σε  $\phi \leq 0.1$ ,



Εικόνα 6.7: Κατανομή στην περίπτωση ΚΤΧΘ. Τα διαγράμματα είναι για  $Le_0 = 10$  και κάθε κατανομή αντιστοιχεί στον σημείο του διαγράμματος διακλάδωσης με το ίδιο σύμβολο.



Εικόνα 6.8: Κατανομή στην περίπτωση ΧΤΚΘ. Τα διαγράμματα είναι για  $Le_0 = 10$  και κάθε κατανομή αντιστοιχεί στον σημείο του διαγράμματος διακλάδωσης με το ίδιο σύμβολο.



Εικόνα 6.9: Η επίδραση των παραμέτρων της αντίδρασης: Καμπύλες απόκρισης για υψηλές τιμές των παραμέτρων της αντίδρασης  $K_c$  και  $Ar_b$ : (a) της θερμοκρασίας (b) της επιπλέον πίεσης πόρων και (c) του πορώδους. Ο υπολογισμός έγινε για την περίπτωση ΚΤΧΘ και το διάγραμμα είναι παρόμοιο με αυτό της [90]

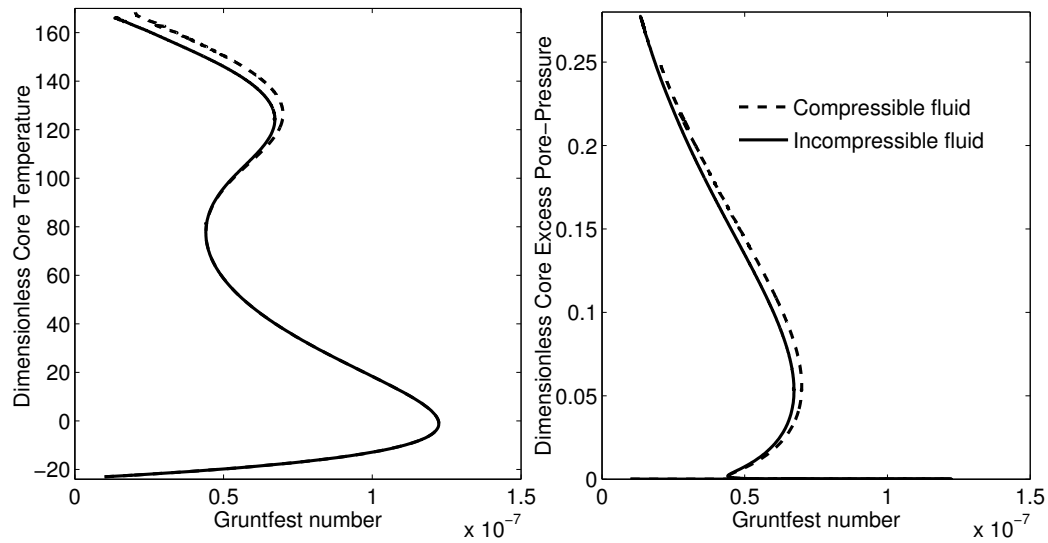
καθώς και τις μετρήσεις πεδίου από το ρήγμα Punchbowl που παρέχουν οι Chester and Chester [11]). Παρόλ' αυτά, η συγκεκριμένη περίπτωση αφορά άλλα προβλήματα Εδαφομηχανικής που σχετίζονται με χημικά φαινόμενα, για παράδειγμα το πρόβλημα αποθήκευσης και εγκλωβισμού  $CO_2$ . Στο πρόβλημα που μελετάται στην παρούσα εργασία όμως φαίνεται λογική η προσέγγιση ότι  $\phi, s \approx const.$

## 6.2.2 Η επίδραση των όρων εκ μεταφοράς

Υπό την προσέγγιση ότι  $\phi, s \approx const.$ , η έκφραση (4.6) των όρων εκ μεταφοράς γράφεται:

$$q(z) = \left( \beta_f \sigma'_n \frac{\rho_s}{\rho_m} \right) \frac{d\Delta p}{dz} - \left( \frac{\lambda_f \rho_s}{m \rho_m} \right) \frac{dT}{dz} \quad (6.1)$$

Οι μόνοι όροι που απομένουν οφείλονται στη συμπιεστότητα και τη θερμική διαστολή του ρευστού. Στο Διάγραμμα 6.10 παρουσιάζεται η καμπύλη λύσεων για συμπιεστό και ασυμπιεστό ρευστό. Παρατηρείται ότι η επίδρασή



Εικόνα 6.10: Η επίδραση της συμπιεστότητας του ρευστού: Διάγραμμα διακλαδώσεων για συμπιεστό και ασυμπίεστο ρευστό ( $\beta_f = \lambda_f = 0$ ): (a) της θερμοκρασίας (b) της επιπλέον πίεσης πόρων.

τους στην κατάσταση ισορροπίας είναι μικρή και επομένως θα μπορούσαν να αμεληθούν, όπως συμβαίνει σε πολυάριθμες μελέτες (π.χ. [80]).



## Κεφάλαιο 7

# Ποιοτική ανάλυση της συμπεριφοράς του μοντέλου

Σε αυτό το κεφάλαιο επιχειρείται μία ποιοτική προσέγγιση των αποτελεσμάτων του μοντέλου αρχικά με χρήση εργαλείων από την ασυμπτωτική ανάλυση και στη συνέχεια ολοκληρώνοντας χρονικά τις εξισώσεις. Στο σύστημα των εξισώσεων εμφανίζεται ένα πλήθος παραμέτρων οι οποίες επηρεάζουν σε κάποιο βαθμό τη συμπεριφορά, όπως είδαμε από τα αριθμητικά αποτελέσματα του Κεφαλαίου 6. Ταυτόχρονα, η πολυπλοκότητα των εξισώσεων καθιστά την πλήρη προσέγγισή τους μέσω της θεωρίας διαταραχών μία δύσκολη διαδικασία. Ως αποτέλεσμα, αξιοποιούμε τα συμπεράσματα της αριθμητικής προσέγγισης, αμελώντας την επίδραση της συμπίεστος του ρευστού και των  $\phi$  και  $s$ , επομένως όλων των όρων εκ μεταφοράς. Στη συνέχεια, επιλέγουμε τις περιπτώσεις όπου το σύστημα έχει μέγιστο πλήθος λύσεων (τέσσερις για την περίπτωση ΚΤΧΘ, τρεις για την περίπτωση ΧΤΚΘ) και ορίζουμε ενδεικτικές τάξεις θερμοκρασίας, ώστε να απλοποιήσουμε εκ νέου το πρόβλημα σε κάθε περιοχή και εν τέλει να προσεγγίσουμε τη λύση. Προφανώς, τα αποτελέσματα ελέγχονται ως προς τη μαθηματική ακρίβεια και πληρότητα, ωστόσο θεωρήθηκε σημαντικό να καταδειχθεί και από μία ημι-αναλυτική σκοπιά η συμπεριφορά του συστήματος. Όσον αφορά την περίπτωση ΧΤΚΘ, έγινε αριθμητική ολοκλήρωση των εξισώσεων σε ένα εύρος τιμών των παραμέτρων για την επαλήθευση της ύπαρξης οριακών κύκλων. Αξίζει ωστόσο να τονιστεί ότι χωρίς την διεξαγωγή πειραμάτων και την παρατήρηση και μέτρηση σε πραγματικά ρήγματα, μία τέτοια προσέγγιση δεν μπορεί να υπερβεί τα όρια της απλής επίδειξης των δυνατοτήτων του μοντέλου. Με άλλα λόγια, απαιτείται η επαλήθευση των υποθέσεων που έγιναν εδώ ώστε να εξαχθούν βάσιμα συμπεράσματα για το πραγματικό πρόβλημα.

## 7.1 Ποιοτική ανάλυση των λύσεων ισορροπίας

Στο βιβλίο του Fowler ([23], pp.185-190) παρουσιάζεται μία ασυμπτωτική προσέγγιση των κλάδων των λύσεων ισορροπίας της Εξ. (3.19) που αφορά στη διάχυση της θερμότητας με μία χημική αντίδραση. Βάσει της μεθόδου αυτής, καθώς και της αντίστοιχης των Mantalon *et al.* ([61, 62]) για μεγάλες ενέργειες ενεργοποίησης, προβαίνουμε στην ακόλουθη ποιοτική ανάλυση για το απλοποιημένο σύστημα στο οποίο αμελούνται οι όροι εκ μεταφοράς:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Delta p}{dz^2} + Le \zeta \mu_r e^{\frac{Ar \delta T}{1+\delta T}} &= 0 \\ \frac{d^2 T}{dz^2} + \left[ Gr(1 - \Delta p)^{(-1/N)} e^{\frac{a Ar}{1+\delta T}} - 1 \right] e^{\frac{Ar \delta T}{1+\delta T}} &= 0 \end{aligned} \quad (7.1)$$

Παρατηρούμε ότι, η πίεση των πόρων αρχίζει να αυξάνει όταν ο όρος παραγωγής της Εξ. (7.1) γίνεται  $O(1)$ , το οποίο και συμβαίνει σε μία κρίσιμη θερμοκρασία:

$$T_{cr} = -\frac{1}{\delta} \frac{\ln(L_0)}{Ar + \ln(L_0)} \quad (7.2)$$

όπου  $L_0 = Le_0 \zeta_0 \mu_r = \zeta_0 \frac{k_0 \mu_f}{k_{\pi 0} \sigma'_n} \left(\frac{d}{2}\right)^2$ ,  $\delta = R \frac{\rho_{CaCO_3}}{j k_m} \left(\frac{d}{2}\right)^2 k_0 A r e^{-Ar}$  και οι ποσότητες  $\zeta_0$  και  $Le_0$  είναι οι τιμές των παραμέτρων  $\zeta$  και  $Le$ , για  $\phi = \phi_0$  και  $s = s_0 = 0$ .

Είναι προφανές ότι η  $T_{cr}$  είναι συνάρτηση όλων των παραμέτρων του υλικού, άρα δεν είναι δυνατή η προσέγγισή της. Στη γενική περίπτωση, η υπερπίεση αρχίζει όταν οι όροι παραγωγής του συστήματος είναι της ίδιας τάξης και επομένως θα μπορούσε να συμβαίνει ταυτόχρονα ακόμα και σε χαμηλές θερμοκρασίες (σε αυτό που ονομάσαμε καθεστώς ερπυσμού). Στο υπό μελέτη πρόβλημα και για τις τιμές που χρησιμοποιήθηκαν είδαμε στην Παράγραφο 6.1 ότι ο κλάδος του ερπυσμού πάντα προηγείται αυτού της υπερπίεσης. Για το λόγο αυτό, θέτουμε  $T_{cr} > O(Ar)$ , ώστε να μελετηθεί η πλήρης συμπεριφορά του συστήματος και να ταυτοποιηθούν οι κυρίαρχοι μηχανισμοί σε κάθε κλάδο λύσεων ισορροπίας.

### Καθεστώς χαμηλών θερμοκρασιών, $T \sim O(1)$

Υποθέτουμε ότι  $T_{cr} \sim O(Ar^{3/2})$ . Εφόσον  $\delta \approx \mu_r \ll 1$  και  $Ar > 1$ , όταν  $T \sim O(1)$  το σύστημα μπορεί να απλοποιηθεί στο ακόλουθο,

$$\frac{d^2 \Delta p}{dz^2} + Le_0 \zeta_0 \mu_r e^{Ar \delta T} = 0 \quad (7.3)$$



$$\frac{d^2 T}{dz^2} + [Gr(1 - \Delta p)^{(-1/N)} e^{aAr} - 1] e^{Ar\delta T} = 0$$

όπου  $Le_0 \approx 10^2$ ,  $\zeta_0 \approx 10$ .

Εάν  $T_{cr} \sim O(Ar^{3/2})$ , σε αυτό το επίπεδο θερμοκρασιών  $\Delta p = 0$  και το σύστημα (7.3) εκπίπτει σε μία εξίσωση:

$$\frac{d^2 \theta}{dz^2} + \lambda e^\theta = 0 \quad (7.4)$$

όπου  $\lambda = Ar\delta [Gre^{aAr} - 1]$  και  $\theta = Ar\delta T$ . Η συγκεκριμένη εξίσωση ονομάζεται στη βιβλιογραφία ως Bratu [6] και έχει μελετηθεί εκτεταμένα αναλυτικά και αριθμητικά, π.χ. [88, 7]. Η λύση της, βασίζεται στην υπερβατική εξίσωση

$$\theta_0 = \theta_b + 2 \ln \left[ \cosh \left( \sqrt{\frac{\lambda}{2}} e^{\theta_0/2} \right) \right] \quad (7.5)$$

για τη θερμοκρασία στο κέντρο  $\theta_0$ , ως συνάρτηση της συνοριακής  $\theta_b$  και της παραμέτρου  $\lambda$ .

Είναι γνωστό ότι το πρόβλημα Bratu έχει δύο λύσεις ισορροπίας, για  $\lambda < \lambda_{cr}^{low}$ , που αντιστοιχούν στους δύο κατώτερους κλάδους των αριθμητικών αποτελεσμάτων της παρούσας εργασίας. Οι κρίσιμες τιμές των  $\lambda_{cr}^{low}$  της θερμοκρασίας στο κέντρο υπολογίζονται προσεγγιστικά ([89, 88, 7]) ως:

$$\lambda_{cr}^{low} \approx e^{-\theta_b}, \quad \theta_0^{cr} \approx \ln \left( \frac{1}{\lambda_{cr}^{low}} \right) \quad (7.6)$$

Επομένως, όταν αυξάνεται η συνοριακή θερμοκρασία, η τιμή  $\lambda_{cr}^{low}$  του σημείου στροφής μειώνεται, όπως υπολογίστηκε στην [90] και είδαμε και στις προηγούμενες παραγράφους.

### Καθεστώς ενδιάμεσων θερμοκρασιών, $T \sim O(Ar)$

Σε ενδιάμεσες θερμοκρασίες, η κατανομή της τείνει να γίνει γραμμική μακριά από το κέντρο της ζώνης διάτμησης, δηλαδή  $\partial^2 \Theta / \partial z^2 = 0$ , όπου  $\Theta = \theta / Ar = \delta T$ . Με άλλα λόγια, δημιουργείται ένα συνοριακό στρώμα κοντά στο κέντρο, στο οποίο ενεργοποιείται η αντίδραση και παράγεται επιπλέον πίεση πόρων. Επομένως μπορούμε να μεταβάλλουμε την κλίμακα του χώρου εισάγοντας  $z = \eta f(1/Ar)$  και προκύπτει ότι:

$$\frac{d^2 \Delta p}{d\eta^2} + f^2(1/Ar) Le \zeta \mu_r e^{\frac{Ar\Theta}{1+\Theta}} = 0 \quad (7.7)$$

$$\frac{d^2\Theta}{d\eta^2} + f^2(1/Ar)\delta \left[ Gr(1 - \Delta p)^{(-1/N)} e^{\frac{aAr}{1+\Theta}} - (1 - \phi)(1 - s) \right] e^{\frac{Ar\Theta}{1+\Theta}} = 0$$

Η παράμετρος  $f$  μπορεί να επιλεγεί να είναι  $f \sim Ar^{-1/2}$ , ακολουθώντας την συζήτηση για την  $T_{cr}$  στην έναρξη της παραγράφου.

Στην περίπτωση όπου ο όρος παραγωγής στην εξίσωση διάχυσης της πίεσης πόρων δεν είναι ακόμη  $O(1)$ , η λύση για τη θερμοκρασία στο κέντρο  $\Theta_0$  προκύπτει από την επίλυση της εξίσωσης:

$$Gre^{\frac{aAr}{1+\Theta_0}} - 1 = \frac{1}{f^2\delta} e^{\frac{-Ar\Theta_0}{1+\Theta_0}} \quad (7.8)$$

Η απόκριση του συστήματος σε αυτό το επίπεδο θερμοκρασιών ξεκινά με αρχική μείωση του αριθμού Gruntfest. Σε μία δεδομένη θερμοκρασία, η εμφάνιση ενός σημείου στροφής επιτρέπει στο  $Gr$  να αυξηθεί εκ νέου. Η τιμή του σημείου στροφής μπορεί να προσεγγιστεί επιλύοντας την Εξ. (7.8) ως προς τον αριθμό Gruntfest και θέτοντας  $\frac{dGr}{d\Theta_0} = 0$ . Τότε, το σημείο στροφής έχει:

$$\Theta_{cr}^{mid} = \frac{h_1}{Ar - h_1}, \quad Gr_{cr}^{mid} = \frac{1}{1 - \alpha} e^{-\alpha(Ar - h_1)} \quad (7.9)$$

όπου  $h_1 = \ln\left(\frac{1}{\delta f^2} \frac{1 - \alpha}{\alpha}\right)$ .

### Καθεστώς υπερπίεσης, $T \sim O(T_{cr})$

Όταν η θερμοκρασία αυξηθεί μέχρι την  $T_{cr}$ , ξεκινά η υπερπίεση λόγω παραγωγής  $CO_2$  από τη διάσπαση του ανθρακικού ασβεστίου. Εάν η  $T_{cr}$  είναι  $O(Ar)$ , τότε η προηγούμενη ενδιάμεση περιοχή εξαφανίζεται.

Σε επίπεδο υψηλών θερμοκρασιών, αλλάζουμε την κλίμακα της θερμοκρασίας σε  $\tilde{T} = T/T_{cr}$ , και λαμβάνουμε την ακόλουθη εξίσωση

$$f^2 Le \zeta \mu_r e^{\frac{aArT_{cr}}{T_{cr} + \delta T_0}} = 1 - \left\{ \frac{1}{Gr} \left[ (1 - \phi)(1 - s) + \frac{T_{cr}}{f^2} e^{-\frac{Ar\delta\tilde{T}_0}{T_{cr} + \delta T_0}} \right] e^{-\frac{aArT_{cr}}{T_{cr} + \delta T_0}} \right\}^{-N} \quad (7.10)$$

όπου όμως  $\Delta p \neq 0$ , ενώ τα  $\phi$  και  $s$  ακολουθούν την Εξ. (2.8). Η απόκριση του συστήματος εξαρτάται από το πρόσημο του  $N$ , όπως είδαμε και στην παράγραφο 6.1. Όταν  $N > 0$ , τότε εμφανίζεται ένας τέταρτος κλάδος στον οποίο η αύξηση της επιπλέον πίεσης πόρων εξισορροπείται από τη μείωση του αριθμού Gruntfest. Για  $N < 0$  ο αριθμός Gruntfest αυξάνει λόγω της αύξησης της  $\Delta P$ . Επομένως, ο τρίτος κλάδος εκτείνεται μέχρι το άπειρο και δεν εμφανίζονται επιπρόσθετοι κλάδοι.

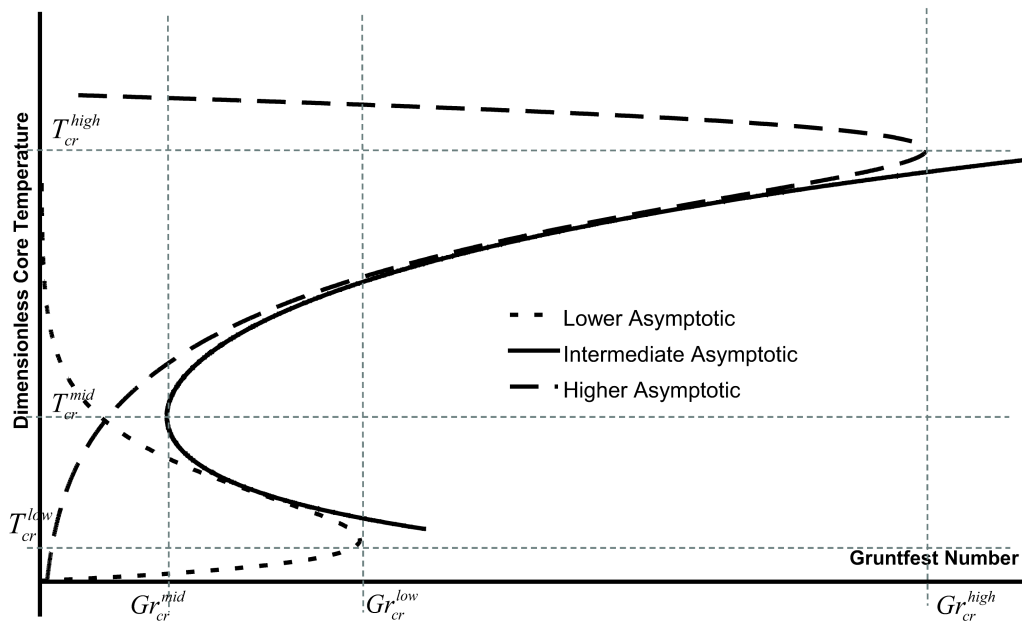
Η τελική απόκριση του συστήματος προκύπτει από την ένωση (αγγλ. *matching*) των τριών περιοχών, Εξ. (7.5),(7.8),(7.10). Στην Εικόνα 7.1 απεικονίζονται οι τρεις λύσεις για την περίπτωση ΚΤΧΘ, όπου παρατηρούμε ότι προσεγγίζουν ποιοτικά τις αντίστοιχες λύσεις του αριθμητικού προβλήματος. Σε αυτήν αναγνωρίζουμε ένα κατώτερο καθεστώς που χαρακτηρίζεται σχεδόν αποκλειστικά από την τριβή, ένα ανώτερο καθεστώς υπερπίεσης λόγω της διάσπασης του σκελετού το οποίο δεν επηρεάζεται από τη συνοριακή θερμοκρασία και ένα ενδιάμεσο το οποίο και παρέχει έναν ασταθή κλάδο στο σύστημα.

Η δυναμική συμπεριφορά της περίπτωσης ΧΤΚΘ δεν μπορεί να προβλεφθεί από την ποιοτική ανάλυση του στάσιμου προβλήματος. Για το λόγο αυτό θα προβούμε στην ολοκλήρωση του χρονο-εξαρτημένου συστήματος ώστε να δείξουμε την ύπαρξη οριακών κύκλων και να αποκτήσουμε μία πρώτη εικόνα για την επίδραση των παραμέτρων στο εξελικτικό φαινόμενο. Μία τέτοια συμπεριφορά συνδέεται στη βιβλιογραφία με τα σεισμικά φαινόμενα. Αξίζει να σημειωθεί ότι η συνήθης προσέγγιση του φαινομένου γίνεται σε μακροσκοπικό επίπεδο με χρήση νόμων τριβής που προβλέπουν χαλάρωση με τη ταχύτητα και κράτυνση με μία μεταβλητή κατάστασης του προβλήματος, σε πλήρη αντιστοιχία προς την περίπτωση ΧΤΚΘ.

## 7.2 Ποιοτική ανάλυση της δυναμικής συμπεριφοράς

Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 4 οι διάφοροι καταστατικοί νόμοι που θεωρήσαμε ισχύουν κοντά στις λύσεις ισορροπίας. Συγκεκριμένα, αυτό ισχύει για τους νόμους Darcy, Fourier και Arrhenius, αλλά και για το νόμο της τριβής ο οποίος θα μπορούσε να ισχύει μόνο όταν θεωρήσουμε ότι η παραμόρφωση είναι αρκετά μεγάλη και η ταχύτητα μεταβάλλεται αργά ώστε ο συντελεστής τριβής να εξισώνεται με την τιμή του στην κρίσιμη κατάσταση για ρυθμό  $\dot{\gamma}$  [68]. Έχοντας αυτό ως δεδομένο, επεκτείνουμε την προηγούμενη ανάλυση και περιλαμβάνουμε τους όρους χρονικών παραγώγων περιοριζόμενοι σε περιπτώσεις κοντά στις λύσεις ισορροπίας του συστήματος.

Ως αποτέλεσμα, αγνοούμε πιθανά τυρβώδη φαινόμενα, με πιο σημαντικό τις διαταραχές των κόκκων σε μεγάλα βάθη τα οποία χαρακτηρίζουν τη δυναμική μετάβαση μακριά από στάσιμες καταστάσεις. Στην [69] αποδεικνύεται ότι η επίδραση των θερμικών όρων εκ μεταφοράς θα μπορούσε να χαρακτηρίσει τη θερμική εξέλιξη ενός ρήγματος, ενώ παρέχεται μία θεωρία για την πτώση της αντοχής κατά τη διάρκεια σεισμών, αλλά και για περιπτώσεις βαθέων ρηγμάτων στα οποία τα σεισμικά φαινόμενα είναι



Εικόνα 7.1: Ποιοτική αναπαράσταση του συστήματος, για κράτνυση με το ρυθμό διατημητικής παραμόρφωσης και χαλάρωση με τη θερμοκρασία. Παρατηρούμε ότι τμηματικά αναπαρίσταται η καμπύλη των αριθμητικών αποτελεσμάτων και πιστοποιείται η ισχύς της τάξης μεγέθους των διαφόρων καθεστώτων θερμοκρασίας

πιο σπάνια ([44]).

Στην παρούσα εργασία, θεωρούμε ότι οι όροι εκ μεταφοράς παραμένουν αμελητέοι, όπως και στην κατάσταση ισορροπίας. Για να ισχύει αυτό σε ένα εξελικτικό πρόβλημα θα πρέπει:

$$k_{\pi 0} < j k_m \frac{\mu_f}{k_0 |\Delta H| \rho_{AB}} \frac{e^{Ar}}{\sigma'_n} \quad (7.11)$$

Για τις τιμές αναφοράς του Πίνακα 4.1, αυτή η συνθήκη γράφεται  $k_{\pi 0} \sigma'_n < 10^{-17}$ . Επομένως, όσο βαθύτερο είναι ένα ρήγμα, τόσο πιο σημαντικοί γίνονται οι όροι εκ μεταφοράς σε συμφωνία με την [69]. Ως προς το τελευταίο αρκεί να παρατηρήσουμε ότι η συνοριακή ορθή ενεργός τάση,  $\sigma'_n$ , αυξάνει με το βάθος.

Εάν ακόμη υποθέσουμε ότι τα  $\phi$  και  $s$  είναι σταθερά, οι προκύπτουσες αδιάστατες εξισώσεις γράφονται:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta p}{\partial t} &= \frac{1}{Le} \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial z^2} + \frac{\Lambda}{m \sigma_n} \frac{\partial T}{\partial t} + \zeta \mu_r e^{\frac{Ar \delta T}{1 + \delta T}} \\ \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \left[ Gr (1 - \Delta p)^{-1/N} e^{\frac{a Ar}{1 + \delta T}} - 1 \right] e^{\frac{Ar \delta T}{1 + \delta T}} \end{aligned} \quad (7.12)$$

όπου  $Le = Le_0$  για σταθερό πορώδες και  $\Lambda = \frac{\lambda_f - \lambda_s}{(\beta_f + \beta_s)}$ , με  $\lambda_s$  και  $\beta_s$  να δίνονται στο Παράρτημα C. Για σταθερά  $\phi$  και  $s$  και για ασυμπίεστο ρευστό ο όρος  $\frac{\Lambda}{m \sigma_n}$  μηδενίζεται, διευκολύνοντας επιπρόσθετα τη μελέτη του συστήματος.

Είναι προφανές από το σύστημα (7.12) ότι η εξίσωση της επιπλέον πίεσης των πόρων μπορεί να προκαλέσει τη δημιουργία ενός συνοριακού στρώματος κοντά στο κέντρο της ζώνης διάτμησης για  $Le \gg 1$ . Χρησιμοποιώντας την κλίμακα της προηγούμενης παραγράφου 7.1, αναπτύσσουμε σε σειρά το πεδίο θερμοκρασίας ως προς  $\epsilon = 1/Ar$ , δηλαδή  $T = T_0 + \epsilon T_1 + O(\epsilon^2)$ . Εάν ακόμη θεωρήσουμε ότι σε μηδενικό βαθμό η επιπλέον πίεση πόρων παραμένει μηδενική, προκύπτει ότι

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_0}{\partial t} &= \frac{\partial^2 \theta_0}{\partial z^2} + \lambda e^{\theta_0} \\ \lambda &= Ar \delta [Gre^{a Ar} - 1] \end{aligned} \quad (7.13)$$

$$(7.14)$$

όπου  $\theta_0 = Ar \delta T_0$ . Η Εξ. (7.13) είναι γνωστή ως Frank-Kamenetsky [89] και έχει αναλυτική λύση της μορφής [89]:

$$\theta_0 = \theta_{core} - \ln \left[ \lambda (t_I - t) + \frac{z^2}{4(c_1 - \ln(t_I - t))} \right] \quad (7.15)$$

όπου  $\theta_{core}$  η αρχική θερμοκρασία στο κέντρο (μέγιστη),  $t_I = 1/\lambda$  ο χρόνος που η θερμοκρασία απειρίζεται (blow-up time) και η σταθερά  $c_1$  καθορίζεται από τις συνοριακές συνθήκες [89]. Παρατηρούμε ότι σε αυτό το μοντέλο η αρχική συνθήκη πρέπει να είναι η θερμοκρασία την οποία έχει το υλικό όταν φτάνει σε κρίσιμη κατάσταση (υπό τη γεωτεχνική έννοια) έχοντας ήδη παραλάβει της όποιες ελαστικές παραμορφώσεις.

Όπως αναφέρεται και στην [89], μετά από μία κρίσιμη θερμοκρασία και σε χρόνο  $t \approx 0.88t_I$  η εξέλιξη γίνεται ασταθής, η αύξηση της θερμοκρασίας εντοπίζεται στο κέντρο της ζώνης διάτμησης και εν τέλει οδηγεί σε απειρισμό. Όταν το σύστημα φτάσει τη θερμοκρασία ενεργοποίησης της αντίδρασης, Εξ. (7.2), τότε το σύστημα εισέρχεται σε καθεστώς υπερπίεσης. Ο χρόνος που χρειάζεται ώστε η θερμοκρασία στο κέντρο της ζώνης διάτμησης ( $z = 0$ ) να φτάσει αυτήν της ενεργοποίησης  $\theta_{cr} = Ar\delta T_{cr}$  είναι και η χρόνο-κλίμακα που χρειάζεται για να προσεγγίσει τον ανώτερο κλάδο των λύσεων στην περίπτωση ΧΤΚΘ,

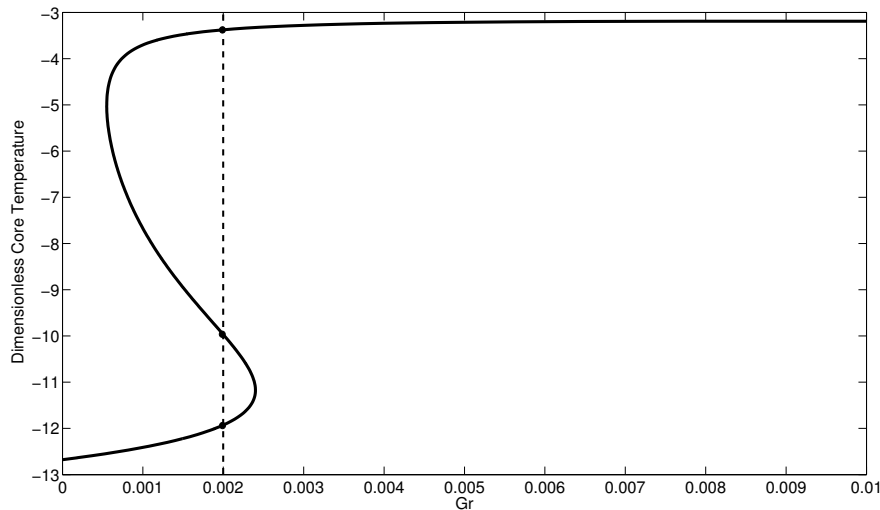
$$t_{cr} = \frac{1}{\lambda} [1 - e^{(\theta_{core} - \theta_{cr})}] \quad (7.16)$$

Επομένως, ο χρόνος στον οποίο εκκινεί η αντίδραση και προσεγγίζεται ο τρίτος κλάδος (και στην περίπτωση ΚΤΧΘ και ο τέταρτος) του συστήματος είναι συνάρτηση της αρχικής κατάστασης του συστήματος  $\theta_{core}$ , της θερμοκρασίας υπερπίεσης  $\theta_{cr}$ , όλων των μηχανικών και χημικών ιδιοτήτων του υλικού, αλλά και των συνθηκών φόρτισης. Παρατηρούμε ότι όταν  $\theta_{cr} = \theta_{core}$ ,  $t_{cr} = 0$ , το οποίο σημαίνει ότι το ρήγμα θα ξεκινήσει απευθείας από την κατάσταση παραγωγής πίεσης πόρων χωρίς ερπυσμό. Από την άλλη, όταν  $\theta_{cr} \gg \theta_{core}$ , τότε  $t_{cr} = 1/\lambda$  και το ρήγμα θα παρουσιάσει τουλάχιστον αρχικώς ερπυστικά φαινόμενα. Μετά από αυτό το σημείο, θα μπορούσε να ολοκληρώσει κανείς το σύστημα χρονικά και να λάβει τη χρονική εξέλιξη σε καθεστώς υπερπίεσης όπως στην [80].

Συνεχίζοντας την ποιοτική ανάλυση, στοχεύοντας στην περίπτωση ΧΤΚΘ ολοκληρώνουμε χρονικά το σύστημα για σταθερό πορώδες και μερικό όγκο στερεών, ασυμπύεστο ρευστό κοντά στην στάσιμη κατάσταση και με στραγγισμένες, ισόθερμες συνοριακές συνθήκες:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta p}{\partial t} &= \frac{1}{Le} \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial z^2} + \zeta \mu_r e^{\frac{Ar\delta T}{1+\delta T}} \\ \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \left[ Gr (1 - \Delta p)^{-1/N} e^{\frac{aAr}{1+\delta T}} - 1 \right] e^{\frac{Ar\delta T}{1+\delta T}} \end{aligned} \quad (7.17)$$

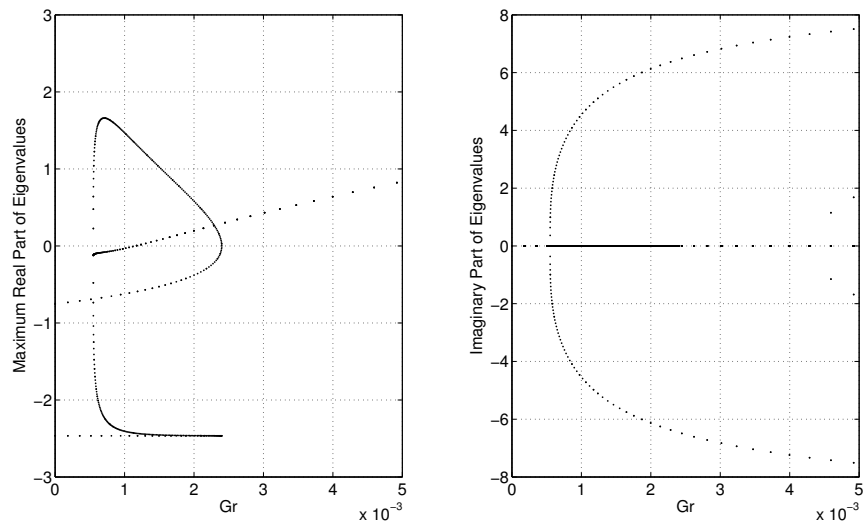
Για την επίλυση χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση `pdepe` του *MATLAB*<sup>TM</sup>. Ως γραφήματα αναφοράς παραθέτουμε το διάγραμμα λύσεων ισορροπίας (Εικόνα 7.2) και το αντίστοιχο των ιδιοτιμών (Εικόνα 7.3) για την



Εικόνα 7.2: Διάγραμμα διακλαδώσεων για  $T_b \approx -12.6$ ,  $Le_0 = 100$ ,  $\alpha = 0.5$  και  $N = 0.1$ . Απεικονίζεται η θερμοκρασία στο κέντρο της ζώνης διάτμησης σε συνάρτηση με τον αριθμό Gruntfest. Σημειώνονται επίσης οι λύσεις ισορροπίας για  $Gr = 0.002$ .

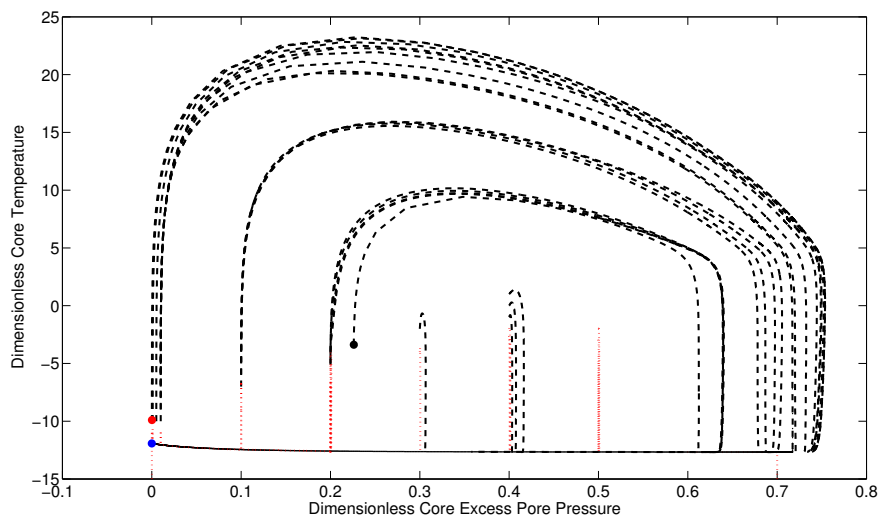
περίπτωση  $Le_0 = 100$ ,  $\alpha = 0.5$  και  $N = 0.1$ . Η Εικόνα 7.4 αποτελεί ένα διάγραμμα φάσεων της εξέλιξης του συστήματος για  $Gr = 0.002$  και τις προαναφερθείσες τιμές αναφοράς. Για το συγκεκριμένο αριθμό Gruntfest το σύστημα παρουσιάζει τρεις λύσεις ισορροπίας, οι οποίες και σημειώνονται στο διάγραμμα. Παρατηρούμε ότι όλες οι καμπύλες των λύσεων οδηγούνται στο κατώτερο σημείο ισορροπίας. Εάν το σύστημα εκκινήσει από σχετικά χαμηλή πίεση (εδώ  $T_i = -10$  και  $P_i = 0.1$ ) τότε παρουσιάζει μία αρκετά γρήγορη αύξηση θερμοκρασίας συνοδευόμενη από ραγδαία αύξηση της πίεσης, υπερβαίνοντας την ανώτερη λύση. Στη συνέχεια μειώνει τη θερμοκρασία και προσεγγίζει ασυμπτωτικά πολύ αργά το κατώτερο σημείο ισορροπίας. Αντίθετα, στην εγγύτητα του κατώτερου σημείου ( $T_i = -10.5$  και  $P_i = 0$ ) το σύστημα τείνει σχεδόν από την εκκίνησή του σε χαμηλές θερμοκρασίες (παραπλήσιες της λύσης στο κατώτερο σημείο ισορροπίας) και στη συνέχεια επέρχεται και η μείωση της πίεσης πόρων.

Η παραπάνω περίπτωση παρουσιάζει ένα επιπλέον ενδιαφέρον φαινόμενο. Από τις ιδιοτιμές του συστήματος παρατηρούμε ότι για  $0.00055 < Gr < 0.0011$  στον ανώτερο κλάδο, η Ιακωβιανή παρουσιάζει δύο μέγιστες ιδιοτιμές οι οποίες έχουν αρνητικό πραγματικό μέρος και μη μηδενικό φανταστικό. Για  $Gr > 0.0012$  το πραγματικό τους μέρος γίνεται θετικό. Επομένως, για  $Gr \approx 0.0011$  έχουμε ένα σημείο

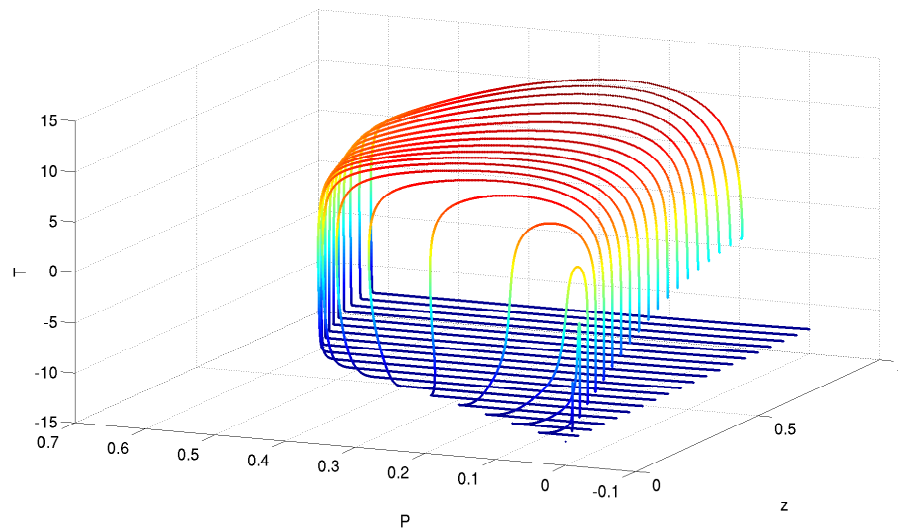


Εικόνα 7.3: Διάγραμμα ιδιοτιμών για την περίπτωση αναφοράς  $T_b \approx -12.6$ ,  $Le_0 = 100$ ,  $\alpha = 0.5$  και  $N = 0.1$ . Απεικονίζεται το μέγιστο πραγματικό και το φανταστικό μέρος των ιδιοτιμών όπου, παρατηρούμε την αλλαγή προσήμου για  $Gr \approx 0.0012$ . Η εμφάνιση μιγαδικών ιδιοτιμών γίνεται μετά το δεύτερο σημείο στροφής.





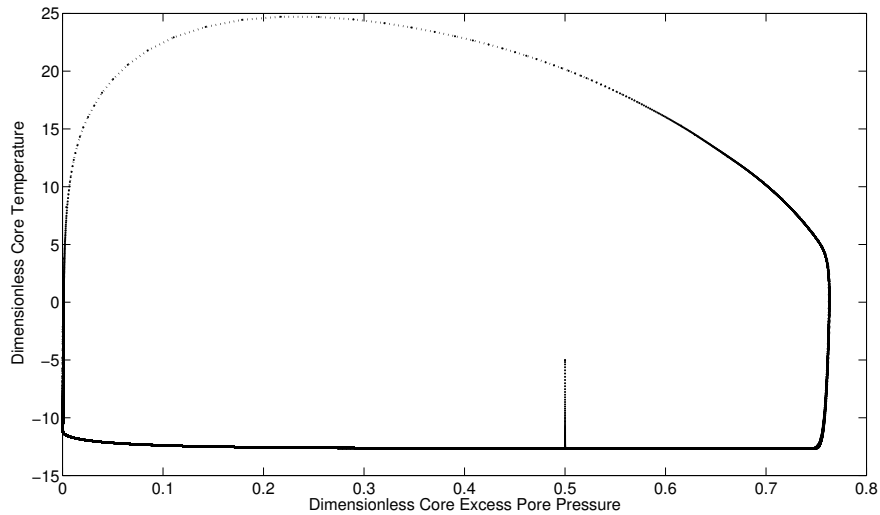
Εικόνα 7.4: Διάγραμμα φάσεων θερμοκρασίας προς επιπλέον πίεσης πόρων για  $Gr = 0.002$ . Τα σημεία απεικονίζουν τις λύσεις ισορροπίας, με μπλε σημειώνεται η χαμηλή, με κόκκινο η ενδιάμεση και με μαύρο η ανώτερη λύση. Οι καμπύλες χρώματος κόκκινου δεν εμφανίζουν αύξηση της θερμοκρασίας, σε αντίθεση προς αυτές με μαύρο.



Εικόνα 7.5: Τρισδιάστατο διάγραμμα φάσεων με αρχική συνθήκη κοντά στη λύση ισορροπίας του ανώτερου κλάδου για  $Gr \approx 0.000698$ . Παρατηρούμε τη μεταβολή της κατανομής η οποία καταλήγει στην κατώτερη λύση.

Horf στο διάγραμμα απόκρισης. Ωστόσο, για  $Gr = 0.002$  οσοδήποτε κοντά στην λύση ισορροπίας κι αν προσπαθήσαμε να εκκινήσουμε, το σύστημα ουδέποτε κατέληξε σε οριακό κύκλο και μονίμως προσέγγιζε την κατώτερη λύση ισορροπίας. Ταυτόχρονα, το ίδιο συνέβη και στην περιοχή  $0.00055 < Gr < 0.0011$ . Η Εικόνα 7.5 απεικονίζει σε τρισδιάστατη μορφή την εξέλιξη του πεδίου θερμοκρασίας σε σχέση με της πίεσης για  $Gr \approx 0.000698$ . Η χρησιμοποιηθείσα αρχική συνθήκη είναι κοντά στη λύση ισορροπίας τόσο για την πίεση, όσο και τη θερμοκρασία. Μολαταύτα, η λύση απομακρύνεται και εν τέλει καταλήγει στην κατώτερη λύση.

Τα αποτελέσματα διαφέρουν δραματικά στην ανώτερη περιοχή αριθμών Gruntfest. Η ύπαρξη μόνο μίας λύσης ισορροπίας οδηγεί το σύστημα σε οριακούς κύκλους γύρω από αυτή. Στην Εικόνα 7.6 απεικονίζεται το διάγραμμα φάσεων για  $Gr = 0.00241$  τιμή που είναι λίγο μεγαλύτερη από αυτή του κατώτερου σημείου στροφής. Αντίστοιχα, η Εικόνα 7.7 αποτελεί το αντίστοιχο διάγραμμα φάσεων για  $Gr = 0.008$ . Αξίζει να σημειωθεί ότι το εύρος του οριακού κύκλου μειώνεται με την αύξηση του αριθμού Gruntfest. Το τελευταίο, σε συνδυασμό με το μεγάλο εύρος του κύκλου κοντά στο σημείο στροφής θα μπορούσε να αποτελεί μία ένδειξη ότι και στην περιοχή τριών λύσεων ισορροπίας υπάρχει οριακός κύκλος, απλώς υπερκαλύπτει και την ευσταθή κατώτερη λύση ισορροπίας, η οποία και εν τέλει είναι η προτιμώμενη από το σύστημα. Ωστόσο, απαιτείται επιπρόσθετη ανάλυση

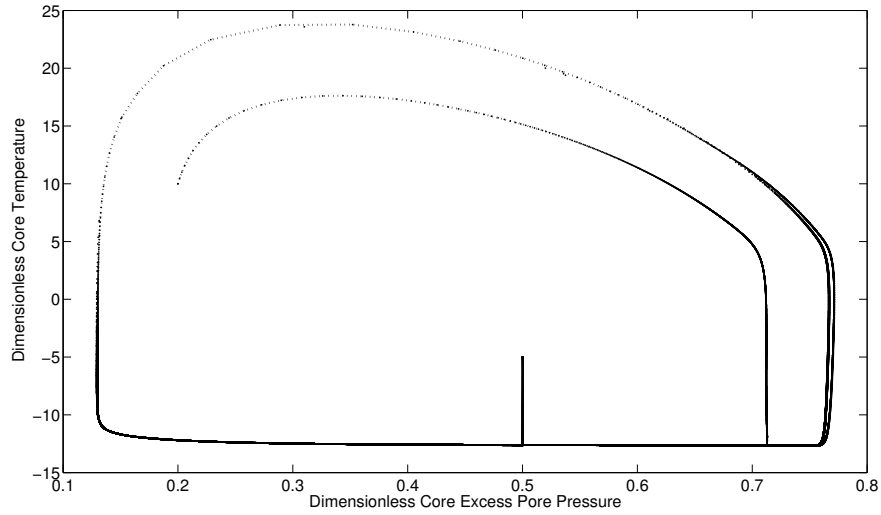


Εικόνα 7.6: Διάγραμμα φάσεων θερμοκρασίας προς επιπλέον πίεσης πόρων για  $Gr = 0.00241$  κατά τι ανώτερο από το χαμηλότερο σημείο στροφής. Παρατηρούμε ότι με την εξαφάνιση της κατώτερης λύσης το σύστημα δέχεται περιοδικές λύσεις.

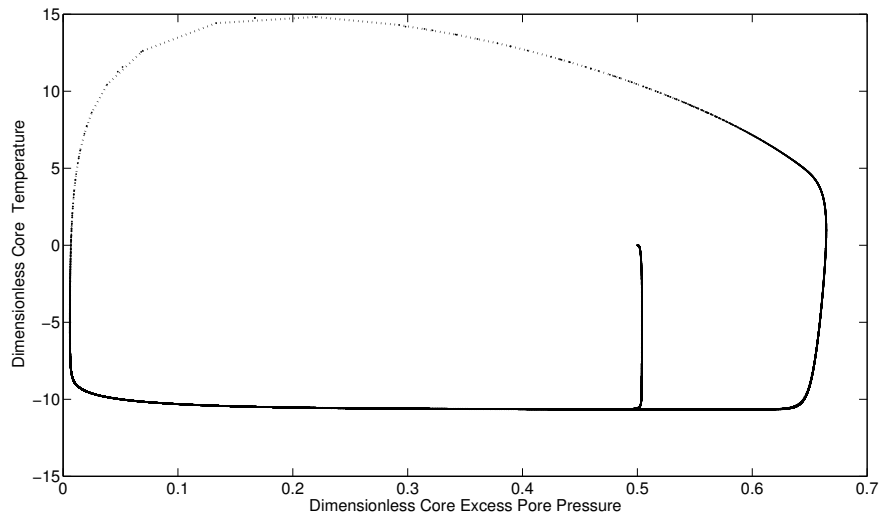
αυτών των περιπτώσεων.

Ανάλογη συμπεριφορά επιδεικνύει το σύστημα και για διαφορετικούς αριθμούς Lewis. Στην Εικόνα 7.8 βλέπουμε το διάγραμμα φάσεων για  $Le_0 = 10$  και  $Gr = 0.00065$ , όπου εκ νέου βλέπουμε ότι το σύστημα παρέχει οριακούς κύκλους. Σημειώνουμε ότι και σε αυτήν την περίπτωση το σύστημα έχει μόνο μία λύση ισορροπίας.

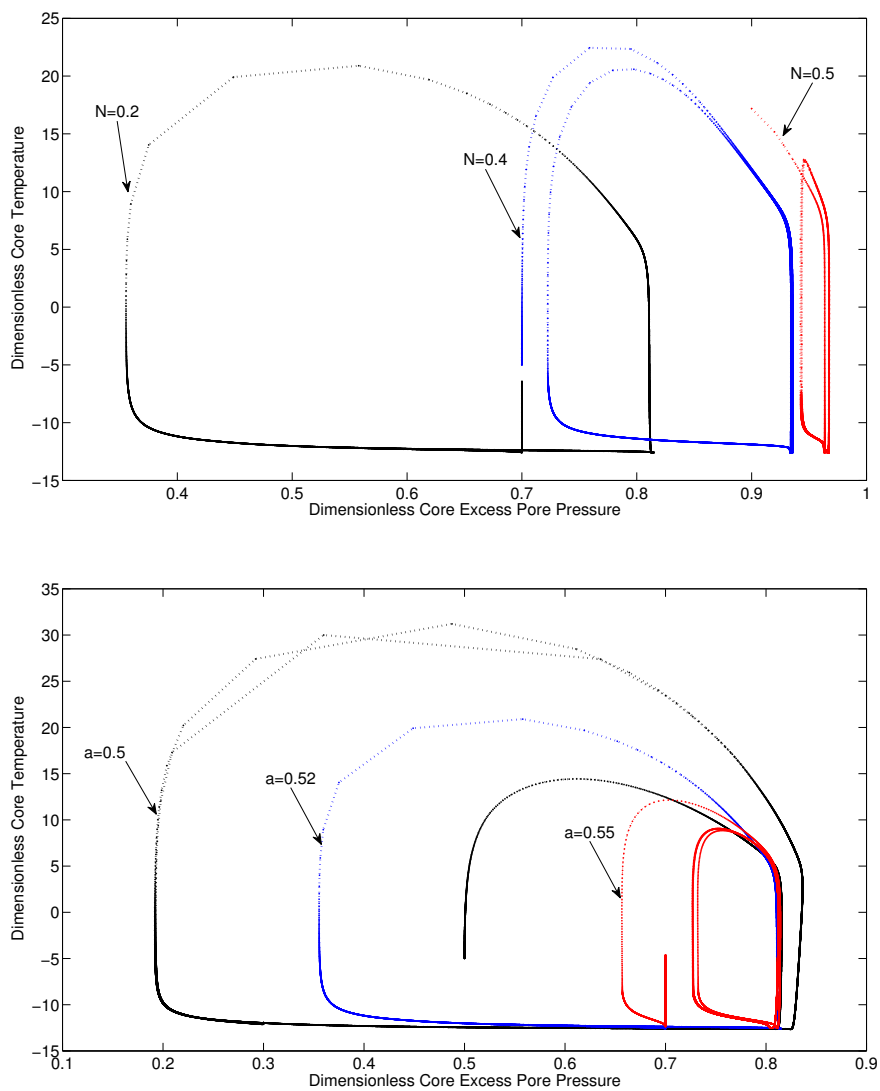
Αξίζει τέλος να δούμε ποια είναι η επίδραση στη συμπεριφορά του συστήματος σε σχέση με τις δύο τελευταίες παραμέτρους του προβλήματος που ελέγχουν την ευαισθησία της τριβής στο ρυθμό διατημητικής παραμόρφωσης και την θερμοκρασία. Τα διαγράμματα φάσεων της Εικόνας 7.9 αφορούν την περίπτωση  $Gr = 0.008$  και  $Le_0 = 10$ , όπου στην Εικόνα 7.9 (a) κρατάμε σταθερό το  $a$  και στην (b) το  $N$ . Όπως προκύπτει, τα  $N$  και  $a$  επηρεάζουν τη θέση, το σχήμα και το μέγεθος του οριακού κύκλου. Σε ότι αφορά στο  $a$ , αυτό το αποτέλεσμα ήταν αναμενόμενο δεδομένου ότι, όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 5, εάν το κρατήσουμε σταθερό και μεταβάλλουμε τη συνοριακή θερμοκρασία μπορούμε να έχουμε παρόμοια ποιοτική συμπεριφορά. Σε αυτήν την παράγραφο επιλέξαμε την αντίθετη διαδικασία ώστε να αποκαλυφθούν οι διαφορετικές συμπεριφορές.



Εικόνα 7.7: Διάγραμμα φάσεων θερμοκρασίας προς επιπλέον πίεσης πόρων για  $Gr = 0.008$  κατά τι ανώτερο από το χαμηλότερο σημείο στροφής. Παρατηρούμε ότι με την εξαφάνιση της κατώτερης λύσης το σύστημα δέχεται περιοδικές λύσεις.



Εικόνα 7.8: Διάγραμμα φάσεων θερμοκρασίας προς επιπλέον πίεσης πόρων για  $Gr = 0.00065$  και  $Le_0 = 10$ .



Εικόνα 7.9: Οριακοί κύκλοι για την περίπτωση ΧΤΚΘ: (α) για  $a = 0.52$  και μεταβαλλόμενο  $N$ . (β) για  $N = 0.2$  και μεταβαλλόμενο  $a$ . Οι υπολογισμοί έγιναν για  $Le_0 = 10$  και  $Gr = 0.008$ .



# Κεφάλαιο 8

## Συμπεράσματα

Στην παρούσα Διδακτορική Διατριβή παρουσιάστηκε μία θερμομηχανική προσέγγιση του προβλήματος ενός κεκορεσμένου σε ρευστό ρήγματος υπό διάτμηση σε καθεστώς ερπυσμού, συζευμένη με χημικές αντιδράσεις. Το γενικότερο πρόβλημα είναι γεωμετρικά κακώς ορισμένο, διότι τα ρήγματα βρίσκονται σε βάθος μερικών χιλιομέτρων, ενώ έχουν πάχος λίγα εκατοστά. Γι' αυτό το λόγο, θεωρήθηκε ότι το ρήγμα είναι μία απείρως εκτεινόμενη ζώνη διάτμησης μέσα σε ένα άπειρο χωρίο, ενώ δεν ελήφθησαν υπόψιν τα γεωμετρικά του χαρακτηριστικά. Η συγκεκριμένη υπόθεση εμφανίζεται συχνά στη βιβλιογραφία, κυρίως όμως για τη μελέτη των τελευταίων σταδίων της έναρξης των σεισμών. Αντίθετα, η πλήρης εξέλιξη του φαινομένου συνήθως μελετάται χρήσει του μοντέλου του τριβέα με ελατήριο όπου το ρήγμα προσομοιώνεται με μία ευθεία η οποία αλληλεπιδρά με την υπερκείμενη μάζα εμφανίζοντας συντελεστή τριβής που εξαρτάται από την ταχύτητα και μία μεταβλητή κατάσταση του υλικού. Το μαθηματικό μοντέλο το οποίο παρήχθη περιλαμβάνει δύο βασικούς μηχανισμούς έκλυσης και απορρόφησης ενέργειας, την τριβή και τη διάσπαση του σκελετού. Ως προς την πρώτη, θεωρήθηκε ότι μεταβάλλεται με το ρυθμό διατμητικής παραμόρφωσης και τη θερμοκρασία κατά τη μετάβαση του ρήγματος από την κατάσταση του ερπυσμού σε καθεστώς σεισμικής συμπεριφοράς. Επομένως, το συγκεκριμένο μοντέλο τοποθετείται στο επίπεδο μίας μεσο-κλίμακας (αγγλ. *mesoscale*), αλλά χρησιμοποιεί υποθέσεις από τη μακρο-κλίμακα προσπαθώντας να συνδυάσει αυτές τις δύο οπτικές γωνίες.

Δείξαμε ότι τρεις από τους βασικούς νόμους τριβής αυτό του τύπου που υπάρχουν στη βιβλιογραφία μπορούν να παρέχουν παρόμοια αποτελέσματα σε χαμηλές θερμοκρασίες, ενώ σε υψηλότερο καθεστώς προτιμήθηκε για τη συμπεριφορά του ένας νόμος τύπου Arrhenius. Επιλύθηκε ένα απλοποιημένο πρόβλημα ([90]) εστιάζοντας αποκλειστικά στο μηχανισμό αυτό και για το οποίο οι νόμοι παρέχουν τις ίδιες εξισώσεις είτε για την περίπτωση

χαλάρωσης με την ταχύτητα και κράτυνσης με τη θερμοκρασία, είτε για την αντίστροφη. Έγινε διεξοδική ανάλυση της συμπεριφοράς μαθηματικής και φυσικής συμπεριφοράς απ' όπου προέκυψε ότι κατά την εξέλιξη από καθεστώς ερπυσμού σε θερμική αστάθεια του συστήματος εμφανίζεται εντοπισμός της συνάρτησης απωλειών κοντά στον πυρήνα του ρήγματος, το οποίο και σημαίνει την δημιουργία ενός θερμικού διατμητικού στρώματος εντός της ζώνης. Ταυτόχρονα, τέθηκε το ερώτημα κατά πόσον η αύξηση της θερμοκρασίας μέχρι την επόμενη ευσταθή λύση ισορροπίας του προβλήματος είναι ρεαλιστική, τονίζοντας τη δυνατότητα του υλικού να εμφανίσει χημικές αντιδράσεις σε αυτό το επίπεδο. Σημειώνουμε ότι, όπως αναφέρθηκε πρόσφατα από τους Han *et al.*, [35] και Brantut *et al.*, [5], η υπερπίεση λόγω ρευστού που παράγεται από μία χημική αντίδραση είναι αρκετά ισχυρή ώστε να καθορίσει τη δυναμική απομείωση της αντοχής των ρηγμάτων λόγω διαφοράς των συντελεστών θερμικής διαστολής των αντιδρώντων και των προϊόντων [91, 68].

Ως προς την αντίδραση, έγινε η επιλογή να μελετηθεί η περίπτωση της διάσπασης του σκελετού. Ο λόγος ήταν ότι υπάρχει μία συγκεκριμένη περίπτωση, το ρήγμα του Αιγίου, όπου αφενός κάτι τέτοιο παρατηρήθηκε και αφετέρου θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν τιμές παραμέτρων για την περαιτέρω ανάλυση της συμπεριφοράς του μοντέλου. Εν τέλει, παρήχθη ένα πλήρως συζευμένο μοντέλο το οποίο συμπεριελάμβανε πιθανή συμπίεστικότητα του ρευστού και την εξέλιξη του πορώδους και του σχετικού όγκου των στερεών. Κατά τη διαδικασία υποθέσαμε ότι το ρευστό ακολουθεί το νόμο του Darcy, η διαπερατότητα το νόμο Kozeny-Carman ενώ έγινε πλήρης ανάλυση της εξαγωγής των όρων παραγωγής μάζας χρησιμοποιώντας το νόμο Arrhenius. Δεδομένου ότι όλες αυτές οι καταστατικές εξισώσεις ισχύουν κοντά σε στάσιμες λύσεις εστίασαμε κυρίως στο χρονο-ανεξάρτητο πρόβλημα, μέσω της ανάλυσης του οποίου θα ήταν δυνατή η μελέτη της επίδρασης των όρων της αντίδρασης όσον αφορά τις πιθανές λύσεις σε καθεστώς υψηλών θερμοκρασιών. Από την αδιαστατοποίηση του συστήματος προέκυψαν οι δύο βασικοί αδιάστατοι αριθμοί που ρυθμίζουν τη συμπεριφορά του συστήματος, ο αριθμός Grunfest και ο αριθμός Lewis.

Το επόμενο βήμα ήταν ο περιορισμός του προβλήματος σε περιπτώσεις "αργών" αντιδράσεων. Μέσω αυτού μελετήθηκε αποκλειστικά η εξίσωση διάχυσης της θερμότητας και δείξαμε ότι όντως η πρόβλεψη του νόμου Arrhenius της τριβής είναι μη ρεαλιστική σε καθεστώς υψηλών θερμοκρασιών, αφού η αύξηση της θερμοκρασίας επαρκεί για την ενεργοποίηση όλων των πιθανών ενδόθερμων αντιδράσεων στο σκελετό. Επιπλέον τονίστηκε η επίδραση της συνοριακής θερμοκρασίας στο πλήθος των λύσεων ισορροπίας του προβλήματος. Από την ανάλυση των παραμέτρων παρατηρήθηκε ότι η σχετική διαφορά των αριθμών Arrhenius της τριβής και της αντίδρασης δρα



συμπληρωματικά προς τη συνοριακή θερμοκρασία για τον καθορισμό του πλήθους των λύσεων, αφού για κάθε  $T_b$  υπάρχει μία τιμή του  $a$  για την οποία η καμπύλη απόκρισης μεταβαίνει από μία κανονική καμπύλη τύπου S σε μία τανυσμένη και αντιστρόφως. Επομένως, η διαφορά μεταξύ του επιπέδου θερμοκρασίας στο οποίο ενεργοποιείται ο μηχανισμός της μεταβολής της τριβής σε σχέση με αυτό της αντίδρασης καθορίζει τη μετάβαση από το καθεστώς ερπυσμού σε αυτό της υπερπίεσης λόγω αντίδρασης. Για το απλοποιημένο μοντέλο επιχειρήθηκε μία ανάλυση της εξέλιξης του ρήγματος σε οιονεί-στατικές συνθήκες όπου και διαχωρίστηκαν τα όρια των συνθηκών φόρτισης (σε όρους αριθμού Grunfest) που οδηγούν σε μόνιμο ευσταθή ερπυσμό, απευθείας μετάβαση στη φάση της υπερπίεσης ή εξέλιξη από ευσταθή δευτερογενή ερπυσμό σε τριτογενή με ενεργοποίηση χημικών μηχανισμών. Η προσέγγιση αυτή κατέδειξε και τη σημασία του αριθμού Grunfest, δηλαδή το λόγο επίδρασης της συνάρτησης απωλειών του συστήματος σε σχέση με τις πιθανές "καταβόθρες" ενέργειας που στην περίπτωση μας εκφράζονται μέσω της χημικής αντίδρασης.

Εν συνεχεία, έγινε πλήρης ανάλυση των λύσεων ισορροπίας του γενικού συστήματος και τονίστηκε η επιρροή των συνοριακών συνθηκών και του αριθμού Lewis στην απόκριση. Το πρόβλημα στη γενικότερη μορφή παρουσιάζει ένα εμφανή διαχωρισμό σε περιπτώσεις κράτυνσης με το ρυθμό διατημητικής παραμόρφωσης και χαλάρωσης με τη θερμοκρασία (KTXΘ) και αντιστρόφως (XTKΘ). Για την πρώτη δείξαμε ότι το όριο του μοντέλου είναι η πλήρης ρευστοποίηση του σκελετού, φαινόμενο που οδηγεί σε κατάρρευση του μοντέλου με φυσικώς αποδεκτό τρόπο και οδηγεί στη δυναμική επανεκκίνηση του ρήγματος. Όσον αφορά τη δεύτερη, σε συνδυασμό με τα αποτελέσματα της αριθμητικής ολοκλήρωσης του χρονο-εξαρτημένου προβλήματος αποδείχθηκε η ύπαρξη οριακών κύκλων στο πρόβλημα. Το συγκεκριμένο αποτέλεσμα είναι σε συμφωνία με τη βιβλιογραφία για τα μοντέλα spring-block (π.χ. [32]) όπου η εμφάνιση ταλαντωτικής συμπεριφοράς συνδέεται με το σεισμικό φαινόμενο. Η διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι αντί να οφείλεται αυτή η συμπεριφορά στην ύπαρξη αποθηκευμένης ελαστικής ενέργειας που μοντελοποιείται μέσω ελατηρίου, σε αυτήν την περίπτωση οφείλεται στην παρουσία μίας ενδόθερμης χημικής αντίδρασης η οποία έχει τη δυνατότητα να απορροφά τη θερμότητα που παράγεται λόγω της τριβής και να επαναφέρει το σύστημα σε χαμηλότερη θερμοκρασία και πίεση πόρων.

Από τη μελέτη της επίδρασης των υπολοίπων παραμέτρων, επιβεβαιώθηκε ότι η επίδραση των όρων εκ μεταφοράς στο πρόβλημα είναι αμελητέα, υπόθεση που συχνά γίνεται στη βιβλιογραφία. Επιπλέον, στη χρονο-ανεξάρτητη περίπτωση δείξαμε ότι οι μεταβολές του πορώδους και του σχετικού όγκου των στερεών μπορούν να απλοποιηθούν στην περίπτωση των

ρηγμάτων δεδομένων των μετρήσεων στη βιβλιογραφία ([11]), αλλά και του γεγονότος ότι στην παρούσα διδακτορική διατριβή οι τιμές αναφοράς που χρησιμοποιήθηκαν για την αντίδραση υπερεκτιμούν το φαινόμενο (βλέπε Κεφάλαιο 2 και Παράρτημα Α).

Ως γενικότερο σχόλιο, θα μπορούσε να ειπωθεί ότι το πλεονέκτημα αυτών των προσεγγίσεων που διατρέχουν το φάσμα της φυσικής και της μηχανικής είναι η δυνατότητά τους να παρέχουν επιπρόσθετη πληροφορία προς το σκοπό της ποιοτικής αξιολόγησης της συμπεριφοράς των ρηγμάτων. Για να συμβεί όμως αυτό απαιτείται η πειραματική μέτρηση και επαλήθευση των μηχανισμών απώλειας ενέργειας κατά τη διάτμηση ενός στρώματος από εδαφικό υλικό, σε συνδυασμό με μικρομηχανική προσομοίωση και μοντελοποίηση. Για να ξεκαθαριστεί το τελευταίο υπενθυμίζουμε την έκφραση του ποσοστού του μηχανικού έργου που μετατρέπεται σε θερμότητα, Εξ. (2.22), το οποίο εισάγεται στην εξίσωση διάχυσης της θερμότητας και του λόγου Taylor-Quinney, Εξ. (2.23). Από τη στιγμή που θα αναγνωριστούν οι βασικοί μηχανισμοί (για παράδειγμα η υπερθέρμανση στις επαφές των κόκκων, η θραύση τους και η φθορά τους λόγω σχήματος και κατανομής), χρειάζεται η επιλογή κατάλληλων εσωτερικών μεταβλητών  $\xi$  και εισαγωγή τους στις εξισώσεις του προβλήματος. Έπειτα, με κατάλληλη μετάβαση στο συνεχές μέσο, χρήσει μεθόδων μέσου όρου σε ένα REV μπορεί κανείς να παράξει πιθανώς μορφές παρόμοιες με αυτήν της Εξ. (4.2). Με άλλα λόγια, η εξάρτηση της συνάρτησης απωλειών από τη θερμοκρασία μπορεί να οφείλεται στην αλλαγή του  $\beta_T$  με αυτήν. Στην παρούσα μελέτη, ελλείπει τέτοιας πληροφορίας ταυτοποιήσαμε το  $\xi$  ως το μακροσκοπικό ρυθμό πλαστικής παραμόρφωσης και αντικαταστήσαμε την πιθανή επίδραση των μηχανισμών σε επίπεδο κόκκου με ένα νόμο τριβής που εξαρτάται από το ρυθμό και τη θερμοκρασία.

Οι προσεγγίσεις αυτού του τύπου εμφανίζουν ένα αυξανόμενο ενδιαφέρον για την εφαρμογή τους σε πολύπλοκα προβλήματα γεωμηχανικής και γεωφυσικής [40, 68, 2] και χαρακτηρίζονται από το μεγάλο εύρος χρήσης τους. Αυτό επαληθεύεται και από την παρούσα μελέτη όπου καταδείχθηκε το πλήθος των λύσεων και των πιθανών συμπεριφορών αυτών των μοντέλων. Πράγματι, από την προσέγγιση των οριακών κύκλων μπορεί κανείς να μελετήσει τη μείωση της ορθής τάσης κατά την ταλαντωτική συμπεριφορά και να εξάγει χρήσιμα συμπεράσματα ανάλογα με τις τιμές των συντελεστών ευαισθησίας του υλικού στο ρυθμό διατμητικής παραμόρφωσης και τη θερμοκρασία. Επομένως, η χρήση τέτοιων εργαλείων θα μπορούσε να παρέχει μία προσέγγιση στη μηχανική και τη φυσική των ρηγμάτων. Ωστόσο, τονίζουμε εκ νέου την ανάγκη πειραματικής επαλήθευσης του νόμου τριβής, αλλά και τη μελέτη του πραγματικού ρυθμού αντίδρασης σε συνθήκες υψηλών πιέσεων.

# Παράρτημα Α

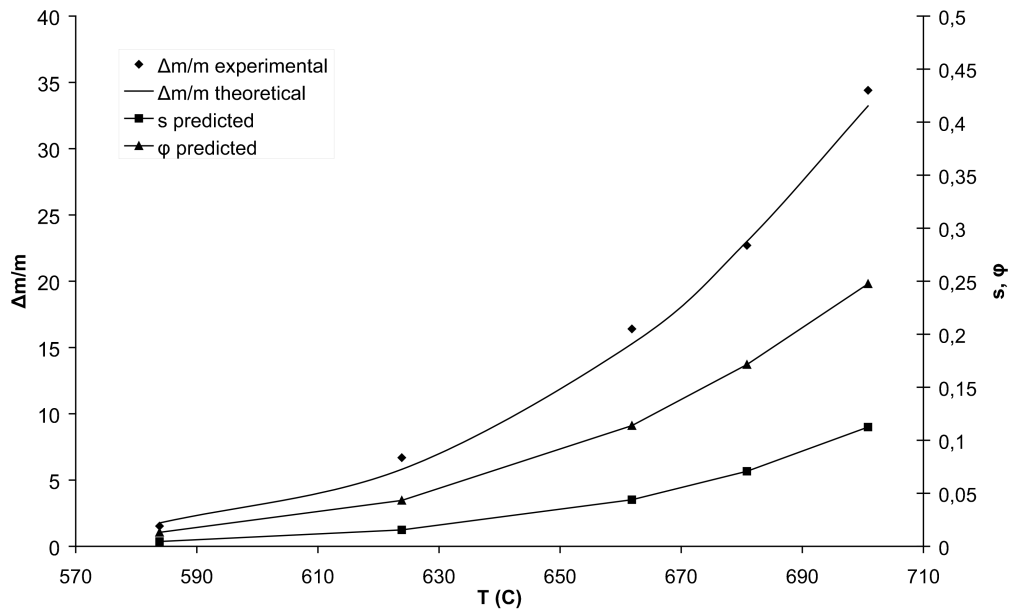
## Εύρεση των παραμέτρων του ρυθμού αντίδρασης

Παρουσιάζουμε εδώ τη μέθοδο υπολογισμού του πορώδους και του μερικού όγκου των στερεών βάσει των πειραματικών δεδομένων της [57] για την περίπτωση της διάσπασης ανθρακικού ασβεστίου. Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 2 (Παράγραφος 2.1), δεν υπάρχουν καταγεγραμμένα πειραματικά δεδομένα για καθεστώς υψηλών πιέσεων. Επομένως, δεχόμαστε  $E = 200 \text{ kJ/mol}$  και  $k_0 = 10^{15} \text{ s}^{-1}$  ως ενδεικτικές τιμές για την ευθεία αντίδραση και χρησιμοποιούμε τα αποτελέσματα της [57] για τον υπολογισμό της σχετικής μεταβολής της μάζας κατά τη διάρκεια του πειράματος ( $\Delta m/m$ ) για την εύρεση κατάλληλων τιμών των  $\phi$  και  $s$  από τη σχέση,

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{m_{init} - m_{fin}}{m_{init}} = 1 - \frac{\rho_{CaCO_3} V_{fin}}{\rho_{CaCO_3} V_{init}} = 1 - (1 - \phi)(1 - s) \quad (\text{A.1})$$

Οι ελεύθερες παράμετροι, όπως φαίνεται και από την Εξ. (2.8), είναι τα  $K_c$  και  $\Delta E$ . Υποθέσαμε ότι η πυκνότητα του  $CO_2$  είναι σταθερή και ίση προς  $\rho_{CO_2} = 900 \text{ kg/m}^3$ . Η καλύτερη παρεμβολή για τα συγκεκριμένα δεδομένα (ιδέ Table 3 [57]) προέκυψε για  $K_c \approx 1.03 \cdot 10^{10}$  και  $\Delta E \approx 197 \text{ kJ/mol}$ . Η πρόβλεψη μαζί με τα δεδομένα παρουσιάζεται στην Εικόνα Α.1, μαζί με τις αντίστοιχες προβλέψεις για τα  $\phi$  και  $s$ .

Αναμένεται ότι οι χρησιμοποιούμενες και οι προβλεφθείσες τιμές οδηγούν σε υπερεκτίμηση του ρυθμού αντίδρασης και των σχετικών πεδίων.



Εικόνα Α.1: Παρεμβολή των πειραματικών δεδομένων της [57] για την αντίδραση της διάσπασης του σκελετού σε χαμηλές πιέσεις (8 mbar)

# Παράρτημα Β

## Μαθηματικός χαρακτηρισμός των εξισώσεων διάχυσης

Η κλάση των εξισώσεων διάχυσης-παραγωγής

$$T_t = h(T)_{xx} + \lambda\phi(T) \quad (\text{B.1})$$

έχει μελετηθεί εκτενώς ([22], [24], [25],[26]) σχετικά με τα κριτήρια που πρέπει να ικανοποιούν ώστε να παρουσιάσουν ιδιομορφία σε πεπερασμένο χρόνο στη λύση τους (finite-time blow-up). Για τη συγκεκριμένη περίπτωση, Εξ. (3.12),  $h()_{xx} = {}_{xx}$ , και για επίπεδες ή καμπανόσχημες αρχικές συνθήκες η εξίσωση παρουσιάζει αυτού του τύπου την ιδιομορφία αν και μόνο αν το ολοκλήρωμα

$$I_1() = \int_1 \frac{ds}{\phi(s)} \quad (\text{B.2})$$

συγκλίνει στο άπειρο,  $I_1(\infty) < \infty$ . Αυτή είναι η συνθήκη το Osgood, εδραιωμένη το 1898, απαραίτητη και αναγκαία για αυτή την ιδιομορφία σε πεπερασμένο χρόνο, για κάθε λύση με θετικές αρχικές συνθήκες ([26]).

Εφαρμόζοντας τη συνθήκη του Osgood στις τρεις εξισώσεις μας (3.16), (3.18),(3.20) αποφασίζουμε ποιο μοντέλο παρουσιάζει αυτή την ιδιομορφία στη λύση. Πράγματι για τον εκθετικό νόμο, Εξ. (3.16) έχουμε

$$\lim_{\rightarrow\infty} I_1^{exp}() = \lim_{\rightarrow\infty} \int_1 \frac{e^{-s} ds}{Gr} = \frac{1}{eGr} < \infty \quad (\text{B.3})$$

Άρα, για  $Gr > 0$  και για θετικές αρχικές συνθήκες η(3.16) παρουσιάζει πάντα ιδιομορφία σε πεπερασμένο χρόνο.

Αντίστοιχα η (3.18)

$$\lim_{\rightarrow\infty} I_1^{log}() = \lim_{\rightarrow\infty} \int_1 \frac{s^{-m} ds}{Gr} = \lim_{\rightarrow\infty} \frac{1 - 1^{-m}}{m - 1} \quad (\text{B.4})$$

Η Εξ. (B.3) δίνει  $I_1^{log} < \infty$  όταν  $m > 1$  ([24]).

Σε αντίθεση με τα δυο προηγούμενα μοντέλα, ο νόμος του Arrhenius δεν έχει αυτή την ιδιότητα. Πράγματι η Εξ. (3.20) δίνει

$$\lim_{\rightarrow\infty} I_1^{Arr}() = \lim_{\rightarrow\infty} \int_1 \frac{e^{1/s} ds}{Gr} \rightarrow \infty \quad (\text{B.5})$$

# Παράρτημα C

## Θερμοελαστικές σταθερές

Οι συντελεστές θερμικής διαστολής για τη διάσπαση του ανθρακικού ασβεστίου είναι,

$$\lambda_s = -\frac{1}{\rho_s} \left( \frac{\partial \rho_s}{\partial T} \right)_p \quad (C.1)$$
$$\beta_s = \frac{1}{\rho_s} \left( \frac{\partial \rho_s}{\partial p} \right)_T$$

Οι στερεοί κόκκοι είναι συνήθως ασυμπίεστοι, επομένως  $c_{CaCO_3} = c_{CaO} = 0$ , όπου  $c_i$  οι συντελεστές συμπιεστότητας. Από την άλλη οι συντελεστές θερμικής διαστολής των  $CaO$  και  $CaCO_3$  είναι συγκρίσιμοι και μεταβάλλονται μεταξύ  $4 - 20 \cdot 10^{-6} C^{-1}$  σε θερμοκρασίες έως  $1000^\circ C$  [73]. Άρα, μπορούμε να θέσουμε  $\alpha_{CaCO_3} = \alpha_{CaO} = \alpha \sim 10^{-5} C^{-1}$ , οπότε και προκύπτει

$$\lambda_s = -\frac{1}{\rho_s} \left( \frac{\partial \rho_s}{\partial T} \right)_p = -\frac{1}{1-\phi} \frac{\partial \phi}{\partial T} + \frac{1}{\bar{\rho}_s} (\rho_{CaO} - \rho_{CaCO_3}) \frac{\partial s}{\partial T} + \alpha \quad (C.2)$$
$$\beta_s = \frac{1}{\rho_s} \left( \frac{\partial \rho_s}{\partial p} \right)_T = \frac{1}{1-\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} - \frac{1}{\bar{\rho}_s} (\rho_{CaO} - \rho_{CaCO_3}) \frac{\partial s}{\partial p}$$





# Βιβλιογραφία

- [1] Blanpied M.L., Lockner D.A. and Byerlee J.D. Frictional slip of granite at hydrothermal conditions. *J. Geophys. Res. - Solid Earth* 1995; **100**,13045-13064.
- [2] Blasio, F. D., Elverhøi, A. A model for frictional melt production beneath large rock avalanches. *J. Geophys. Res.*, 2008. *113*, F02014.
- [3] Boullier, A.-M., E.-C. Yeh, S. Boutareaud, S.-R. Song, and C.-H. Tsai. Microscale anatomy of the 1999 Chi-Chi earthquake fault zone. *Geochem. Geophys. Geosyst.* 2009; **10**:Q03016, doi:10.1029/2008GC002252.
- [4] Brantut, N., Schubnel, Rouzaud, J., Brunet, F., Shimamoto., T. High velocity frictional properties of a clay-bearing fault gouge and implications for earthquake mechanics. *J. Geophys Res.*, 2008. *113*, B10401.
- [5] Brantut, N., Schubnel, A., Corvisier, J., Sarout, J. Thermochemical pressurization of faults during coseismic slip. *J. Geophys Res.*, 2010. *115*, B05314.
- [6] Chan TFC and Keller HB. Arc-length Continuation and Multi-grid Techniques for Nonlinear Elliptic Eigenvalue Problems. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.* 1991; **3**(2):173-194.
- [7] Chen, H. T. Z., A. S. Douglas, and R. Malek-Madani. An asymptotic stability condition for inhomogeneous simple shear. *Q. Appl. Math.* 1989; **47**:247-262.
- [8] Chen, K. *Matrix Preconditioning Techniques and Applications* Cambridge University Press, 2005;
- [9] Chester F.M and Higgs N.G. Multimechanism friction constitutive model for ultrafine quartz gouge at hypocentral conditions. *J. Geophys. Res. - Solid Earth* 1992; **97**,1859-1870.
- [10] Chester F.M. A geologic model for wet crust applied to strike-slip faults. *J. Geophys. Res. - Solid Earth* 1995; **100**,13033-13044.

- [11] Chester F.M. and Chester J.S. Ultracataclasite structure and friction processes of the Punchbowl fault, San Andreas system, California. *Tectonophysics* 1998; **199** – 221.
- [12] Couchy O. *Poromechanics*. John Wiley and Sons Ltd, 2004.
- [13] Dieterich, J. Time-dependent friction in rocks. *J. Geophys. Res.*, 1972. *377*, 3690--3697.
- [14] Dieterich J.H. Time-dependent friction and the mechanics of stick-slip. *Pure Appl. Geophys.* 1978; **116**, 790-806.
- [15] Dieterich, J. Modelling of rock friction: 1. experimental results and constitutive equations. *J. Geophys. Res.*, 1979a. *84*, 2161-2168.
- [16] Dieterich, J. Modelling of rock friction: 2. simulation of preseismic slip. *J. Geophys. Res.*, 1979b. *84*, 2169-2175.
- [17] Dieterich, J. Earthquake nucleation on faults with rate-dependent and state dependent strength. *Tectonophysics*, 1992. *211*, 115-134.
- [18] Di Toro, G., D.L. Goldsby, and T.E. Tullis Friction falls towards zero in quartz rock as slip velocity approaches seismic rates. *Nature* 2004; **427**, 436-439.
- [19] Di Toro G., Hirose T., Nielsen S., Pennacchioni G. and Shimamoto T. Natural and Experimental Evidence of Melt Lubrication of Faults During Earthquakes. *Science* 2006; **311** (5761):647-649. doi: 10.1126/science.1121012.
- [20] Ferri, F., Toro, G. D., Hirose, T., Shimamoto, T. Evidence of thermal pressurization in high-velocity friction experiments on smectite-rich gouges. *Terra Nova*, 2010. doi:10.1111/j.1365--3121.2010.00955.x.
- [21] Fialko Y. and Y. Khazan Fusion by earthquake fault friction: Stick or slip? *J. Geophys. Res.* 2005; **110**, B12407, doi:10.1029/2005JB003869.
- [22] Friedman, A., and Y. Giga A single point blowup for solutions of semilinear parabolic systems *J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sect. 1A* 1987; **34**:65 – 79.
- [23] Fowler A.C. *Mathematical Models in the Applied Sciences*. Cambridge University Press, 1997, pages 179-199.
- [24] Fujita, C. On the non-linear equations  $Du + e^u = 0$  and  $v_t = Dv + e^v$ . *Bull. Am. Math. Soc.* 1969; **75**:132 – 135.

- [25] Galaktionov, V. A., and J. Vazquez Continuation of blowup solutions of nonlinear heat equations in several space dimensions. *Commun. Pure Appl. Math.* 1997; **L**:1-67.
- [26] Galaktionov, V. A., and J. Vazquez The problem of blow up in nonlinear parabolic equations. *Discrete Contin. Dyn. Syst.* 2002; **8**:399-433.
- [27] Garagash, D. I., and J. W. Rudnicki Shear heating of a fluid-saturated slip-weakening dilatant fault zone, 1, Limiting regimes *J. Geophys. Res.* 2003a; **108**(B2), 2121, doi:10.1029/2001JB001653.
- [28] Garagash, D. I., and J. W. Rudnicki Shear heating of a fluid-saturated slip-weakening dilatant fault zone, 2, Quasi-drained regime *J. Geophys. Res.* 2003a; **108**(B10), 2472, doi:10.1029/2002JB002218.
- [29] Goren, L., and E. Aharonov Long runout landslides: The role of frictional heating and hydraulic diffusivity. *Geophys. Res. Lett.* 2007; **34**, L07301, doi:10.1029/2006GL028895.
- [30] Grunfest, I. J.H. Thermal feedback in liquid flow: Plane shear at constant stress. *Trans. Soc. Rheol.* 1963; **7**, 195-207.
- [31] Gu J.C., Rice J.R., Ruina A.L. and Tse S.T. Slip motion and stability of a single degree of freedom elastic system with rate and state dependent friction *J. Mech. Phys. Solids* 1986; **32**(3), 167-196.
- [32] Gu, J., Rice, J. R., Ruina, A. L., Tse, S. T. Slip motion and stability of a single degree of freedom elastic system with rate and state dependent friction. *J.Mech.Phys.Solids*, 1984. 32 (3), 167-196.
- [33] Habib, P. Production of gaseous pore pressure during rock slides, *Rock Mech. Rock. Mech.* 1975; **7**,193-197.
- [34] Hahner, P., Drossinos, Y. Nonlinear dynamics of a continuous spring-block model of earthquake faults. *J. Phys. A: math. Gen.*, 1998. 31, L185-L191.
- [35] Han R., Shimamoto T, Hirose T., Ree J-H, Ando J. Ultralow friction of carbonate faults caused by thermal decomposition. *Science* 2007; **316**, 878-881.
- [36] Hendron, A. J. and F. D. Patton. The Vaiont slide, a geotechnical analysis based on new geologic observations of the failure surface. *Tech. Rep. GL-85-5, U.S. Army Corps of Eng., Washington, D. C.* 1985;

- [37] Hicher P.Y. *Etude des proprietes mecaniques des argiles a l' aide d' essays tri-axiaux, in uence de la vitesse et de la temperature*. Soil Mech. Lab., Ecole Cent. de Paris, Paris, 1974.
- [38] Hill R. Acceleration waves in solids. *J. Mech. Phys. Solids* 1962; **10**, 1-16.
- [39] Hobbs, B.E., O. A., C., T. Earthquakes in the ductile regime? *Pure Appl. Geophys.*, 1986. *24* (1/2), 309-333.
- [40] Hobbs, B., Regenauer-Lieb, K., Ord, A. Folding with thermal–mechanical feedback. *Journal of Structural Geology*, 2008. *30*, 1572-1592.
- [41] Hsuen, H., Sotirchos, S. Multiplicity and stability phenomena in diffusion flames. *Chemical Engineering Science*, 1991. *12*, 3165-3175.
- [42] Hueckel, T., and G. Baldi. Thermoplasticity of Saturated Clays - Experimental Constitutive Study. *Journal of Geotechnical Engineering-Asce* 1990; **116** 1778-1796.
- [43] Hueckel, T., and M. Borsetto. Thermoplasticity of Saturated Soils and Shales - Constitutive-Equations. *Journal of Geotechnical Engineering-Asce* 1990; **116** 1765-1777.
- [44] Kanamori, H., Brodsky, E. Physics of earthquakes. *Reports on Progress in Physics*, 2004. *67* (8), 1429-1496.
- [45] Khan, L. A., Maqsood, A. Prediction of effective thermal conductivity of porous consolidated media as a function of temperature: a test exampe of limestones. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2007. *40*, 4953-4958.
- [46] Kirkby, L., Schmitz, R. An analytical study of stability of a laminar diffusion flame. *Combust. Flame*, 1966. *10*, 205-220.
- [47] Kuznetsov Y. *Elements of Applied Bifurcation Theory*. Springer, 1995.
- [48] Lachenbruch, A.H. Frictional heating, fluid pressure and the resistance to fault motion. *J. Geophys. Res.* 1980; **85**,6097-6112.
- [49] Laloui, L. and C. Cekerevac. Thermo-plasticity of clays: An isotropic yield mechanism. *Computers and Geotechnics* 2003; **30** 649-660.
- [50] Laloui, L., C. Cekerevac, and B. Francois. Constitutive modelling of the thermo-plastic behaviour of soils. *Revue Europeenne de genie civil* 2005; **9** 635-650.

- [51] Laloui, L., Leroueil S. and Chalindar S. Modelling the combined effects of strain rate and temperature on one-dimensional compression of soils *Can. Geotech. J.* 2008; **45**:1765-1777. doi:10.1139/T08-093.
- [52] Law C.K. *Combustion Physics*. Cambridge University Press, 2006.
- [53] Leinenkugel H.J. *Deformations und Festigkeitsverhalten bindiger Erdstoffe: Experimentale Ergebnisse und ihre physikalische Deutung*. Doctoral Dissertation, Univ. Karlsruhe, Karlsruhe, Germany, 1976.
- [54] Leroy, Y. M., and A. Molinari. Stability of steady-states in shear zones. *J. Mech. Phys. Solids* 1992; **40**:181--212.
- [55] Levenberg, K. A Method for the Solution of Certain Problems in Least-Squares. *Quarterly Applied Mathematics* 1944; **2**:164-168.
- [56] L'vov, B. (Ed.) *Thermal Decomposition of Solids and Melts: New Thermochemical Approach to the Mechanism, Kinetics and Methodology*. Springer, 2007.
- [57] L'vov, B. V., Polzik, L. K., Ugolkov, V. L. Decomposition kinetics of calcite: a new approach to the old problem. *Thermochimica Acta*, 2002. **390**, 5-19.
- [58] Marquardt, D. An Algorithm for Least-squares Estimation of Nonlinear Parameters. *SIAM Journal Applied Mathematics* 1963; **11**:431-441.
- [59] Makhova, M. F., Gorbachev, G. F., Bocharova, I. N., Kovalenko, V. G., Pipko., A. K. Production of superfine fibers from molten rocks. *Glass and Ceramics*, 1984. **41** (8), 341--344.
- [60] Marone C. Laboratory-derived friction laws and their application to seismic faulting. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* 1998; **26**, 643-696.
- [61] Matalon M., Ludford G.S.S. and Buckmaster J. Diffusion flames in a chamber. *Acta Astronautica* 1979a; **6**:943-959.
- [62] Matalon, M., Ludford, G. Chambered diffusion flames for different supply temperatures. *Acta Astronautica*, 1979b. **6**, 1377--1386.
- [63] Matalon M. and Ludford G.S.S. On the near-ignition stability of diffusion flames. *Int. J. Engng. Sci.* 1980; **18**:1017-1026.
- [64] McKenzie, D., and Brune J.N. Melting on fault planes during large earthquakes. *Geophys. J. Royal Astron. Soc.* 1972; **29**, 65-78.
- [65] A. Molinari and R.F. Clifton Analytical Characterization of Shear Localization in Thermoviscoplastic Materials *Trans. ASME* 1987; **54**, 806-812.

- [66] Perzyna, P. Fundamental problems in viscoplasticity. *Adv. Appl. Mech.*, 1966. 9, 243--377.  
*Geomorphology* 2005; **66**, 133-147.
- [67] Rempel, A.W. and Rice, J.R. Thermal pressurization and onset of melting in fault zones. *J. Geophys. Res* 2006; **111**,B09314.
- [68] Rice JR. Heating and weakening of faults during earthquake slip. *J. Geophys. Res.* 2006; **111**, B05311. doi:10.1029/2005JB004006.
- [69] Rognon, P., Einav, I. Thermal transients and convective particle motion in dense granular materials. *Phys. Rev. Letters*, 2010. *105*, 218 -- 301.
- [70] Rosakis, P., Rosakis, A., Ravichandran, G., Hodowany, J. A thermodynamic internal variable model for the partition of plastic work into heat and stored energy in metals. *J. Mech. Phys. Solids*, 2000. *48*, 581--607.
- [71] Rudnicki JW, Rice JR. Conditions for the localization of deformation in pressure sensitive dilatant materials. *J. Mech. Phys. Solids* 1975; **23**, 371-394.
- [72] Ruina A.L. Slip instability and state variable friction laws *J. Geophys. Res* 1983; **88**, 10359-10370.
- [73] Ruppini, R. Grüneisen parameters and thermal expansion of cao and sro. *Solid State Communications*, 1972. *10* (11), 1053 - 1056.
- [74] Scholz C.H. *The Mechanics of Earthquake and Faulting*. Cambridge University Press, 2002 (2nd Edition).
- [75] Scholz C.H. Earthquakes and friction laws *Nature* 1998; **391**, 37-42.
- [76] Semenov N.N. *Some problems in Chemical Kinetics and reactivity, Vol I*. Princeton University Press, 1958,
- [77] Semenov N.N. *Some problems in Chemical Kinetics and reactivity, Vol II*. Princeton University Press, 1959,
- [78] Sulem J., Vardoulakis I., Ouffroukh H. and V. Perdikatsis Thermo-poro-mechanical Properties of the Aigion Fault Clayey Gouge - Application to the Analysis of Shear Heating and Fluid Pressurization. *Soils and Foundations* 2005; **45**(2),97-108.
- [79] Sulem, J., Lazar, P. and I. Vardoulakis Thermo-Poro-Mechanical Properties of Clayey Gouge and Application to Rapid Fault Shearing. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomechanics* 2007; **31**(3),523-540.

- [80] Sulam J. and Famin V. Thermal decomposition of carbonates in fault zones: slip-weakening and temperature- limiting effects. *J. Geophys. Res.* 2009; **114**, B03309 doi:10.1029/2008JB006004
- [81] Taylor GI, Quinney H. The latent energy remaining in a metal after cold working. *Proc. R. Soc., Ser. A.* 1934; **143**, 307326.
- [82] Thimas, J., Frost, R., Harvey, R. Thermal conductivity of carbonate rocks. *Engineering Geology*, 1973. 7, 3 -- 12.
- [83] Truesdell, C., Toupin, R. (Eds.) *The Classical Field Theories*. Encyclopedia of Physics, III/1. Springer-Verlag, 1960.
- [84] Truesdell C. *Rational Thermodynamics*. McGraw-Hill Series in Modern Applied Mathematics, 1969.
- [85] Vardoulakis I. and J. Sulam *Bifurcation Analysis in Geomechanics*. Blankie Acc. and Professional, 1995.
- [86] Vardoulakis I. Catastrophic landslides due to frictional heating of the failure plane. *Mech. Cohesive Frict. Mater.* 2000; **5**, 443 – 467.
- [87] Vardoulakis I. Dynamic thermo-poro-mechanical analysis of catastrophic landslides. *Geotechnique* 2002a; **52**, 157 – 171.
- [88] Vardoulakis I. Steady shear and thermal run-away in clayey gouges. *Int. J. Solids Struct.* 2002b; **39**, 3831 – 3844.
- [89] Veveakis, E., I. Vardoulakis, and G. Di Toro. Thermoporomechanics of creeping landslides: The 1963 Vaiont slide, northern Italy. *J. Geophys. Res.* 2007; **112**, F03026, doi:10.1029/2006JF000702.
- [90] Veveakis, E., Alevizos, S., Vardoulakis., I. Chemical reaction capping of thermal instabilities during shear of frictional faults. *J. Mech. Phys. Solids*, 2010. 58, 1175 -- 1194.
- [91] Wibberley C. and T. Shimamoto Earthquake slip weakening and asperities explained by thermal pressurization. *Nature* 2005; **426**(4),689-692.