



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

Αεροδυναμική Ανάλυση πτερύγων με καμπυλωμένα άκρα

Διπλωματική Εργασία

Θεολόγος Ε. Ανδρόνικος

Επιβλέπων Καθηγητής: Βασίλειος Α. Ριζιώτης, Λέκτορας ΕΜΠ

Αθήνα, 2015

Περίληψη

Στο παρόν εκπόνημα προσαρμόζεται μία μέθοδος επίλυσης ασυμπίεστων μη συνεκτικών ροών για την καλύτερη διαχείριση ενός μεγάλου εύρους πτερύγων και τον υπολογισμό αεροδυναμικών μεγεθών των πεδίων με σκοπό την εφαρμογή του σε πτέρυγες με καμπυλωμένα άκρα. Η προσθήκη κατάλληλων συσκευών στα άκρα των πτερύγων καθώς και η καμπύλωση τους εφαρμόζεται ευρέως τα τελευταία χρόνια τόσο στην αεροπορική βιομηχανία όσο και σε εφαρμογές περιστρεφόμενων πτερυγώσεων (ανεμογεννήτριες, ελικόπτερα) διότι μειώνουν δραστικά την ένταση των στροβίλων. Ωστόσο, η παραπάνω διαδικασία διαφέρει ανάλογα με πτέρυγα και την εκάστοτε χρήση της και ως εκ τούτου ο σχεδιασμός χρήζει πολυπαραμετρικής ανάλυσης. Η μέθοδος των συνοριακών στοιχείων που χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με την χρήση των φύλλων στροβιλότητας, επιλύει την ασυμπίεστη μη συνεκτική ροή γύρω από τρισδιάστατα σώματα χρησιμοποιώντας την άμεση διατύπωση του δυναμικού. Για την κατάλληλη προσομοίωση, τα μη μόνιμα φαινόμενα της ροής προσομοιόθηκαν με ένα πρότυπο δυναμικού ομόρρου που δημιουργήθηκε. Σχεδιάστηκε η συνθήκη Kutta κάνοντας χρήση της εξίσωσης Bernulli και της συνθήκης Kelvin ενώ οι ταχύτητες στον ομόρρου αλλά και πάνω στις πτέρυγες υπολογίζεται με τις αναλυτικές εξισώσεις του πεδίου. Τα παραπάνω κατέστησαν δυνατή την επίλυση της ροής γύρω από την πτέρυγα με καμπυλωμένο άκρο τύπου Winglet 2 και την πτέρυγα ελλειπτικής χορδής Baseline. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν συγκρίθηκαν με αντίστοιχα πειραματικά και με προγενέστερες προσπάθειες προσομοίωσης.



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF MECHANICAL ENGINEERING
SECTION OF FLUIDS
LABORATORY OF AERODYNAMICS

Aerodynamic analysis of wings with curved tips

Diploma Thesis

Theologos E. Andronikos

Supervisor: Vasilis A. Riziotis, Lecturer NTUA

Athens, 2015

Abstract

The current thesis evaluates the benefits of using curved tips in steady wings. For that purpose a house code has been developed to handle a big variety of wing geometries. Using the boundary element method the code sets the Laplace's equations and the Kutta conditions to solve the incompressible and inviscid flow round the wing. The unsteady phenomenon has been handled by a dynamic wake constituted by vortex filaments. In addition the code has been developed to calculate the wing loads (lift, drag) taking into account the viscosity correction from the two dimensional flow. Afterwards, two different wings have been studied and simulated. Vorticity and lift to drag ratio (L/D) have been compared to the experimental results in order to ensure the efficiency and the stability of the code.

Ευχαριστίες

Ξεκινώντας, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου Βασίλειο Ριζιώτη, ο οποίος μου έδωσε την ευκαιρία να εκπονήσω την διπλωματική μου εργασία σε ένα επιμορφωτικό και ενδιαφέρον θέμα. Η καθοδήγησή του σε όλο το διάστημα της συνεργασίας μας διαδραμάτισε καθοριστικό ρόλο, αφιερώνοντας πολύ χρόνο για τη λύση τυχόν αποριών αλλά και για την ουσιαστική εμπάθυνση στην κατανόηση του προβλήματος. Πέραν των γνώσεων του, τις οποίες ήταν πρόθυμος να προσφέρει ανά πάσα στιγμή, η εμπιστοσύνη που μου έδειξε, με παρότρυνε να εργαστώ περαιτέρω και να αυξήσω τον πήχη των προσδοκιών μου λαμβάνοντας συνεχώς νέες γνώσεις γύρω από το αντικείμενο της μηχανικής των ρευστών. Τέλος θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για το φιλικό κλίμα που καλλιέργησε, καθιστώντας την συνεργασία μας όχι μία απλή επίβλεψη αλλά μία ευχάριστη περίοδο εκμάθησης και έμπνευσης.

Συνεχίζοντας, θέλω να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον καθηγητή και επικεφαλής του εργαστηρίου κύριο Σπύρο Βουτσινά για τις πολύτιμες συμβουλές οι οποίες συνέβαλαν τα μέγιστα ώστε να ξεπεραστούν εμπόδια που προέκυψαν κατά την διάρκεια των προηγούμενων μηνών καθώς και για την προθυμία του να βοηθήσει οποιαδήποτε στιγμή. Ως καθηγητής και ως επιστήμονας, υπήρξε πηγή έμπνευσης, πρότυπο και συντέλεσε καθοριστικά στην απόφασή μου να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο αντικείμενο.

Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον διδάκτορα κύριο Πέτρο Χασαπογιάννη ο οποίος με χαρά και προθυμία μου μετέδωσε γνώσεις και εμπειρίες που ήταν πολύ σημαντικές για εμένα. Δεν θα μπορούσα να ξεχάσω να ευχαριστήσω τα παιδιά από το εργαστήριο, τον Νίκο Μπεμπεδέλη και τον Ηλία Πετρόπουλο, για το ευχάριστο κλίμα που δημιούργησαν και για την αμέριστη βοήθεια τους όποτε τους χρειαζόμουν, καθώς και τον φίλο και συμφοιτητή μου Πέτρο Βλαβάκη για τις ατελείωτες ώρες υπομονής του ακούγοντάς με να μιλώ για την εργασία μου.

Ιδιαίτερων ευχαριστιών χρήζουν η οικογένεια μου και οι φίλοι μου, οι οποίοι με βοήθησαν συναισθηματικά και ψυχικά χωρίς κανέναν ενδοιασμό, έδειξαν κατανόηση σε όλες τις δύσκολες καταστάσεις και με στήριξαν σε όλη αυτή την προσπάθεια.

Κατάλογος περιεχομένων

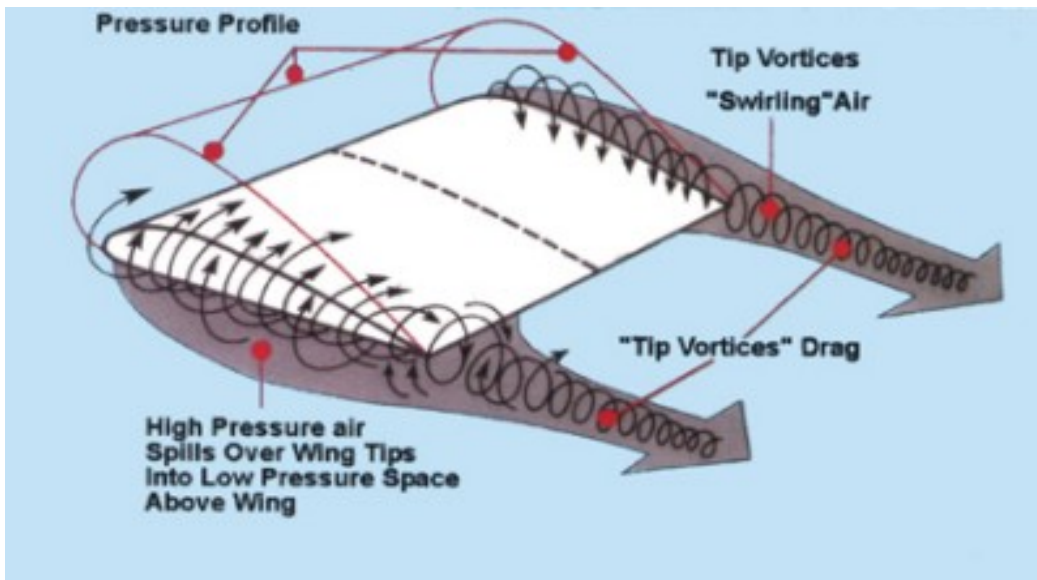
1	Εισαγωγή.....	2
1.1	Γενικά στοιχεία για τη λειτουργία των ακροπτερυγίων (wingtip devices).....	2
1.2	Οι πτέρυγες με καμπυλωμένο άκρο (winglets).....	4
1.3	Στόχος της εργασίας.....	7
2	Θεωρητική επισκόπηση της μεθόδου.....	8
2.1	Οι πλεγματικές και μη πλεγματικές μέθοδοι.....	8
2.2	Οι εξισώσεις του προβλήματος.....	8
2.3	Ολοκληρωτική αναπαράσταση αρμονικών πεδίων	10
2.3.1	Η διατύπωση πηγών.....	11
2.3.2	Η διατύπωση διπόλων.....	11
2.3.3	Η άμεση διατύπωση.....	12
2.3.4	Η μικτή διατύπωση πηγών-διπόλων.....	12
2.4	Οι βασικές αρχές της μεθόδου.....	13
2.5	Οι βασικές εξισώσεις της μεθόδου.....	13
2.6	Αναπαράσταση του προβλήματος.....	14
2.6.1	Αναπαράσταση του δυναμικού.....	14
2.6.2	Αναπαράσταση του ομόρρου.....	14
2.7	Η αριθμητική διακριτοποίηση του προβλήματος.....	18
2.7.1	Διακριτοποίηση της γεωμετρίας.....	18
2.7.2	Βαθμοί ελευθερίας.....	22
2.7.3	Διακριτή συνθήκη μη εισχώρησης.....	23
2.7.4	Συνθήκη Kutta.....	25
2.8	Κατάστρωση του συστήματος εξισώσεων.....	27
2.9	Υπολογισμός των ταχυτήτων.....	28
2.10	Υπολογισμός φορτίων.....	29
2.11	Το λογικό διάγραμμα της μεθόδου.....	30
3	Επίλυση πεδίων ροής γύρω από σώματα με απλή γεωμετρία.....	31
3.1	Εισαγωγή.....	31
3.2	Η ορθογωνική πτέρυγα.....	31
3.3	Η οπισθοκλινή πτέρυγα RAE-110.....	35
3.3.1	Η πτέρυγα RAE-110 με συμμετρικές αεροτομές NACA0015.....	36
3.3.2	Η πτέρυγα RAE-110 με συμμετρικές αεροτομές NACA0005.....	40
3.3.3	Η πτέρυγα RAE-110 με συμμετρικές αεροτομές NACA0002.....	43
3.4	Η διπλής οπισθόκλισης πτέρυγα Straked wing.....	46
3.5	Συμπεράσματα	51
4	Ανάλυση συμπεριφοράς πτερυγίων με καμπυλωμένα άκρα (Winglets).....	52
4.1	Εισαγωγή.....	52
4.2	Περιγραφή του πειράματος.....	52
4.2.1	Αποτελέσματα	55
4.3	Υπολογιστικά αποτελέσματα.....	62
4.3.1	Η αεροτομή των πτερυγίων.....	62
4.3.2	Η γεωμετρία της βασικής πτέρυγας.....	62
4.3.3	Η γεωμετρία της πτέρυγας με καμπυλωμένο άκρο.....	64
4.3.4	Επισκόπηση φορτίων και ομόρρου.....	65
4.4	Σύγκριση των διαφόρων μεθόδων.....	76
4.5	Συμπεράσματα.....	78
5	Συμπεράσματα-αποτίμηση της εργασίας.....	79
5.1	Συμπεράσματα.....	79
5.2	Προτάσεις για μελλοντική βελτίωση της μεθόδου.....	81
	Βιβλιογραφία.....	82

1 Εισαγωγή

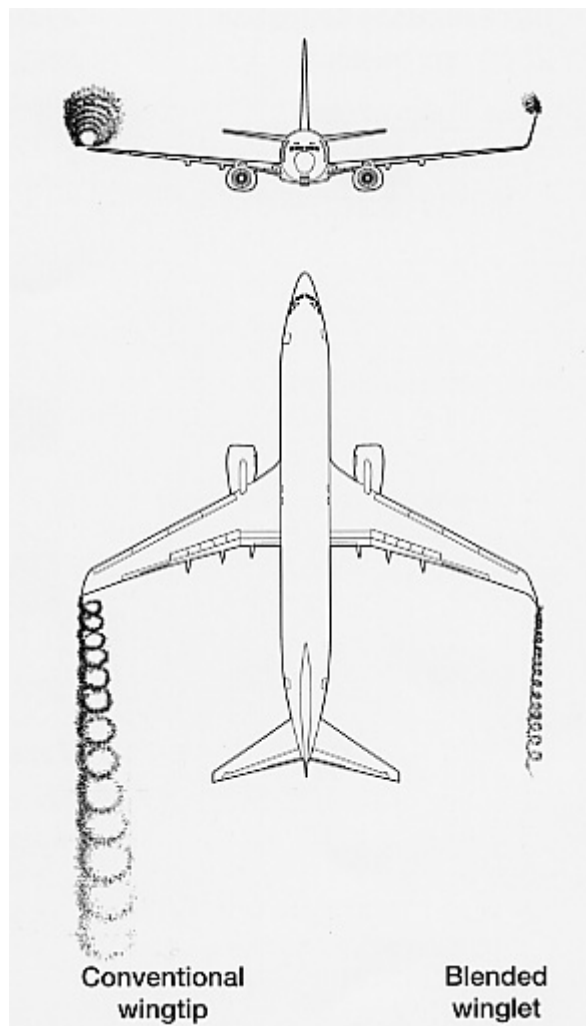
1.1 Γενικά στοιχεία για τη λειτουργία των ακροπτερυγίων (*wingtip devices*)

Η αεροδυναμική απόδοση μίας πτέρυγας εξαρτάται από την αντίσταση μορφής, την αντίσταση λόγω συνεκτικών φαινομένων, όσο και από την επαγόμενη αντίσταση λόγω τρισδιάστατων φαινομένων (εικόνα 1). Η αντίσταση μορφής σχετίζεται με τη γεωμετρία της ενώ τα συνεκτικά φαινόμενα επηρεάζονται κυρίως από την τραχύτητα της επιφάνειας. Η επαγόμενη αντίσταση εξαρτάται από την ένταση των στροβίλων των ακροπτερυγίων. Εισάγοντας επομένως διαφόρων ειδών διαμορφώσεις στην περιοχή του ακροπτερυγίου επιτυγχάνεται σημαντική βελτίωση στην αεροδυναμική απόδοση της πτέρυγας. Η γενική ιδέα για τις παραπάνω διαμορφώσεις (*wingtip devices*) είναι η μετατόπιση της θέσης των ισχυρών στροβίλων που απελευθερώνονται από τα ακροπτερύγια και έχουν σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη κατωρεύματος (εικόνα 2). Για τον σκοπό αυτό οι συγκεκριμένες διατάξεις επιδιώκουν την κατάλληλη διαμόρφωση του πεδίου ροής δημιουργώντας τέτοιες συνθήκες ώστε να απομακρυνθούν οι στρόβιλοι από την περιοχή της πτέρυγας. Ακόμη, σημαντική επίδραση στη βελτίωση της απόδοσης έχει η αύξηση του ενεργού λόγου επιμήκους (*effective aspect ratio*) μίας πτέρυγας χωρίς επιπλέον αύξηση του εκπετάσματος.

Η πρώτη προσπάθεια για τη βελτίωση της απόδοσης των πτερύγων περιελάμβανε την εισαγωγή κάθετων πλακών στα ακροπτερύγια, με σκοπό τον έλεγχο των στροβίλων και χρονολογείται το 1897 από τον Άγγλο μηχανικό Frederick W. Lanchester. Στα επόμενα χρόνια και συγκεκριμένα το 1910 ο Σκωτσέζος μηχανικός William E. Somerville, εγκατέστησε τα πρώτα λειτουργικά “*winglets*” στο μονοπλάνο και το διπλάνο (εικόνα 4) που είχε σχεδιάσει [1]. Ωστόσο, το μοντέρνο ενδιαφέρον για τις διαμορφώσεις των ακροπτερυγίων εμφανίζεται τα τελευταία 30 χρόνια και επιδιώκει την αύξηση της παραγόμενης άνωσης του ακροπτερυγίου και την εξομάλυνση της ροής κοντά σε αυτό. Με την παράλληλη μείωση της επαγόμενης αντίστασης επιτυγχάνεται βελτίωση του λόγου άνωσης προς αντίσταση (*Lift to Drag ratio*). Αποτέλεσμα είναι η βελτίωση της αεροδυναμικής συμπεριφοράς της πτέρυγας και συνεπώς η μείωση της κατανάλωσης καυσίμου αν, παραδείγματος χάριν, αυτή χρησιμοποιείται ως φτερό αεροπλάνου ή την αύξηση της ταχύτητας πτήσης αν χρησιμοποιείται σε ανεμόπτερο.



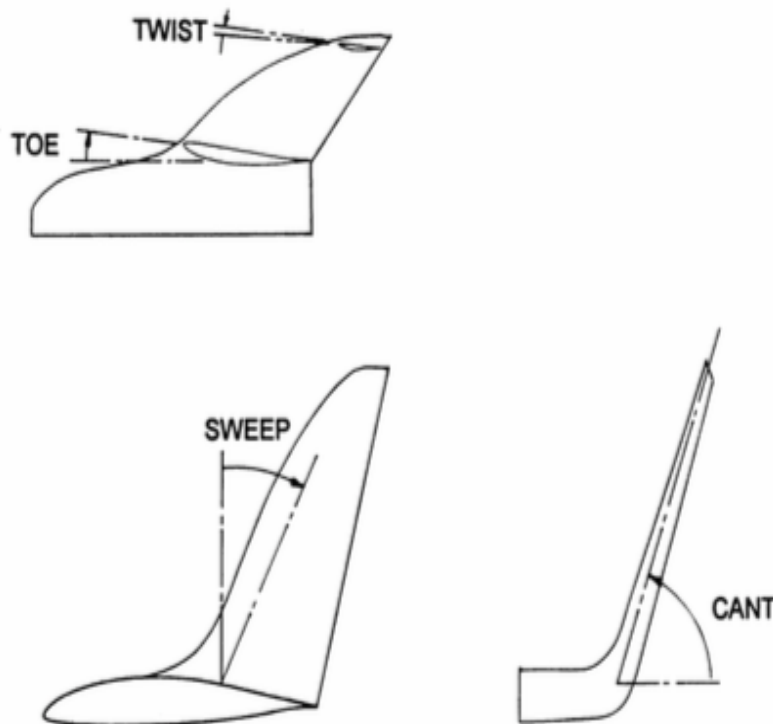
Εικόνα 1: Δημιουργία του στροβίλου ακροπτερυγίου



Εικόνα 2: Επίδραση του καμπυλομένου ακροπτερυγίου στην δημιουργία του στροβίλου

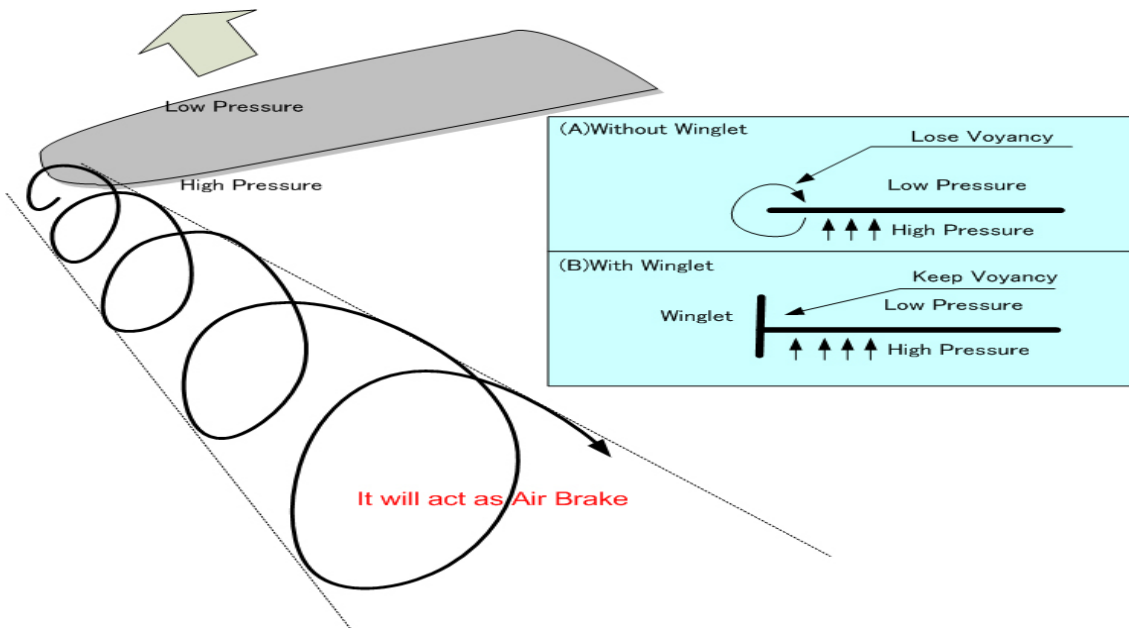
1.2 Οι πτέρυγες με καμπυλωμένο άκρο (winglets)

Ο όρος “Winglet” εισήχθη για πρώτη φορά με τη σύγχρονη έννοιά του το 1970 από τον Richard t. Whitcomb, μηχανικό στο ερευνητικό κέντρο της NASA στο Langley research center. Στη γενική μορφή τους τα “winglets” περιγράφονται από την γωνία κλίσης του άκρου “cant”, την προς τα μέσα ή προς τα έξω γωνία toe, την γωνία οπισθόκλισης sweep και την γωνία συστροφής twist (εικόνα 3) [2].



Εικόνα 3: Χαρακτηριστικές γωνίες των winglets

Με την παραπάνω διαμόρφωση επιτυγχάνεται ο στρόβιλος του ακροπτερυγίου να προσπίπτει κατά την περιστροφή του στην εσωτερική πλευρά του “winglet” εφαρμόζοντας με αυτόν τον τρόπο μία δύναμη με κατεύθυνση προς τη ρίζα και με μία συνιστώσα προς τα μπροστά. Ουσιαστικά, ένα μέρος της χαμένης ενέργειας μετατρέπεται σε φαινομενική ώση, γεγονός που από επενδυτικής σκοπιάς είναι κερδοφόρο.



Εικόνα 4: Σχηματική επίδραση του στροβίλου

Ωστόσο, η ανάπτυξη και ο σχεδιασμός ακροπτερυγίων με καμπυλωμένο άκρο είναι περίπλοκη διαδικασία και απαιτεί τον πλήρη καθορισμό των συνθηκών λειτουργίας. Μία διαμόρφωση που είναι ιδανική για χρήση σε ένα συγκεκριμένου τύπου αεροπλάνο, παραδείγματος χάριν, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για άλλη εφαρμογή διότι τα “winglet”, δεν συμπεριφέρονται όπως οι πτέρυγες. Για τον παραπάνω λόγο στον σχεδιασμό λαμβάνονται υπόψιν οι συνθήκες λειτουργίας και επιλέγεται μία συγκεκριμένη διαμόρφωση του ακροπτερυγίου η οποία αποτελεί την χρυσή τομή. Δεδομένου πως η παρουσία καμπυλωμένων άκρων ενισχύει από τη μία πλευρά την απόδοση, μειώνοντας την φαινόμενη αντίσταση, αλλά αυξάνει την αντίσταση λόγω μορφής και συνεκτικότητας στην πτέρυγα, η βιομηχανική χρήση τους πρέπει να εξασφαλίζει την αποδοτικότητα σε ένα μεγάλο εύρος συνθηκών.

Οι βιομηχανικές εφαρμογές των παραπάνω είναι τα επιβατικά αεροσκάφη κυρίως, και τα περιστρεφόμενα πτερύγια και έλικες. Για πρώτη φορά το 1985 η εταιρία “Boeing” ανακοίνωσε μία νέα έκδοση του μοντέλου “747” με μεγαλύτερη εμβέλεια και χωρητικότητα. Το συγκεκριμένο μοντέλο κατάφερε να αυξήσει την εμβέλεια του κατά 3.5% από το κλασικό μοντέλο (εικόνα 5). Από τότε η χρήση των “winglet” είναι διαρκώς αυξανόμενη αφού τα οφέλη που προσφέρουν στη συγκεκριμένη βιομηχανία είναι κερδοφόρα συγκριτικά με τα κόστη μελέτης και συντήρησης. Ακόμη, μεγάλη χρησιμότητα παρουσιάζουν τα “winglet” σε πτερύγια ελίκων, ελικοπτέρων και ανεμογεννητριών αφού μειώνουν την αντίσταση, την διάμετρο, τον παραγόμενο θόρυβο καθώς και την αύξηση της αεροδυναμικής απόδοσης (εικόνα 6, εικόνα 7).

Επίσης σε εφαρμογές ελικοφόρων αεροσκαφών μειώνουν τις ζημιές που προκαλούνται λόγω της σκόνης και των πετρών κατά την διάρκεια της πτήσης, αφού μειώνονται οι στροβίλοι που επάγονται από τα πτερύγια.



Εικόνα 5: Boeing 747 με blended winglet



Εικόνα 6: Winglet σε ελικοφόρο



Εικόνα 7: Winglet σε ανεμογεννήτρια

1.3 Στόχος της εργασίας

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η προσομοίωση της ροής γύρω από πτέρυγα με καμπυλωμένα άκρα. Επιλύεται το πεδίο ροής και καταγράφονται τα κινηματικά μεγέθη (ταχύτητα, πίεση) κατάντι της πτέρυγας με καμπυλωμένο άκρο. Πραγματοποιείται σύγκριση με τη βασική πτέρυγα (Baseline) χρησιμοποιώντας μία μεθοδολογία βασισμένη στη μέθοδο των συνοριακών στοιχείων η οποία δημιουργήθηκε πρόσφατα στο εργαστήριο αεροδυναμικής του ΕΜΠ και εισάγει την άμεση διατύπωση του δυναμικού.

Για την επίτευξη του παραπάνω στόχου ακολουθήθηκαν τα εξής βήματα. Αρχικά, εξετάστηκε η ροή γύρω από σώματα με σχετικά απλή γεωμετρία. Σκοπός ήταν η επαλήθευση της μεθοδολογίας, δεδομένου ότι η μέθοδος χρησιμοποιείται για πρώτη φορά. Στη συνέχεια, κατασκευάστηκε ένα σχήμα ελεύθερου δυναμικού ομόρρου το οποίο εφαρμόστηκε στις παραπάνω πτέρυγες. Πραγματοποιήθηκε η σύγκριση με αποτελέσματα άλλων ερευνητών και αποτελέσματα της ίδιας μεθόδου με χρήση παγωμένου ομόρρου που παρήχθησαν σε προηγούμενη εργασία του εργαστηρίου (Μπιτσακάκης 2014) και εξετάστηκε η επίδραση του ομόρρου στην μόνιμη ροή. Έχοντας εξασφαλίσει τη σωστή αναπαράσταση του προβλήματος και την ευχέρεια της μεθόδου στη διαχείριση διαφόρων ροών ελέγχθηκε η πτέρυγα με καμπυλωμένο άκρο (Winglet 2) καθώς και η βασική πτέρυγα (Baseline). Η μεθοδολογία επιλύει την ροή θεωρώντας την ασυμπίεστη και μη συνεκτική και στη συνέχεια εισάγονται οι συνεκτικές διορθώσεις όπως αυτές προκύπτουν από το FOIL2W για έναν μέσο αριθμό Reynolds της εκάστοτε πτέρυγας. Το FOIL2W είναι ένας κώδικας συνεκτικής μη συνεκτικής αλληλεπίδρασης του εργαστηρίου αεροτομής που υπολογίζει τις πολικές καμπύλες δι-διάστατων αεροτομών και βασίζεται στην αλληλεπίδραση μιας μεθοδολογίας συνοριακών στοιχείων (panel) με μια ολοκληρωματική μέθοδο οριακού στρώματος. Χρησιμοποιώντας τα πειραματικά αποτελέσματα των Barry S. Lazos και Kenneth D. Visser [2002], έγινε η σύγκριση και προέκυψαν χρήσιμα συμπεράσματα για την αποδοτικότητα της μεθόδου.

2 Θεωρητική επισκόπηση της μεθόδου

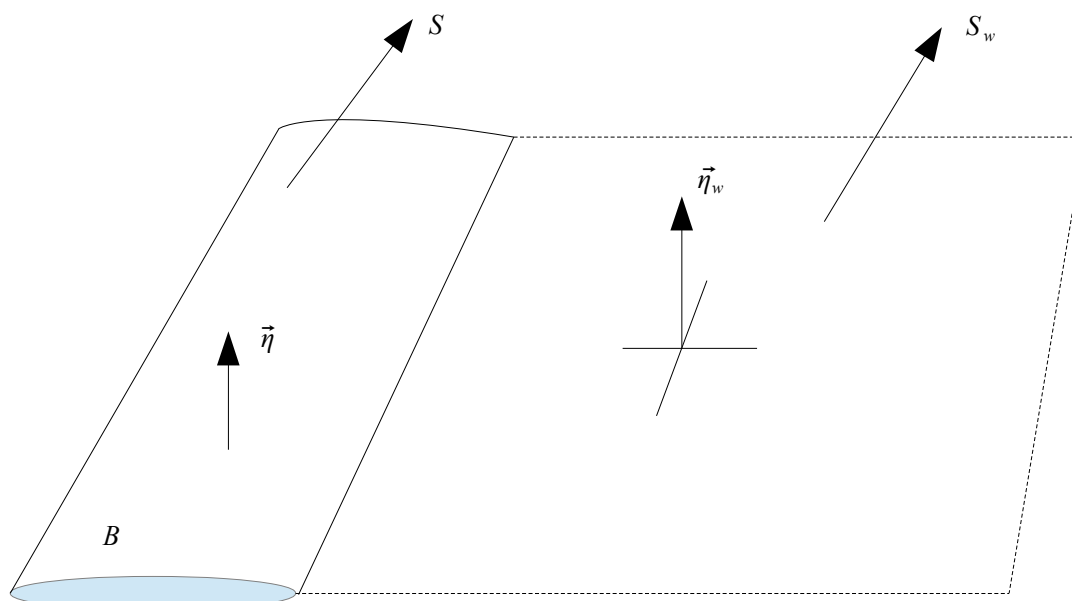
2.1 Οι πλεγματικές και μη πλεγματικές μέθοδοι

Η αντιμετώπιση των προβλημάτων της ρευστομηχανικής πραγματοποιείται βασισμένη σε μία πληθώρα μεθοδολογιών οι οποίες διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τη λεπτομέρεια με την οποία προσεγγίζουν το πρόβλημα και τη λύση του. Ωστόσο, ο βασικός διαχωρισμός γίνεται ανάμεσα σε πλεγματικές και μη πλεγματικές μεθόδους. Βασική διαφορά των δύο, είναι η διαμόρφωση του πλέγματος. Στις πρώτες, το πλέγμα καταλαμβάνει όλο το πεδίο ροής ενώ στις μη πλεγματικές αυτό τοποθετείται πάνω στη γεωμετρία του υπό εξέταση σώματος. Μία ακόμη διαφοροποίηση των δύο αυτών μεθόδων έγκειται στη λύση διαφορετικών εξισώσεων. Οι πλεγματικές επιλύουν τις εξισώσεις “Navier-Stokes”, γεγονός που τις καθιστά δυνατές να αντιμετωπίζουν προβλήματα συνεκτικότητας και συμπίεσότητας, αλλά ταυτόχρονα αυξάνουν το υπολογιστικό κόστος. Αντίθετα οι μη πλεγματικές μέθοδοι βασίζονται στην ικανοποίηση του πεδίου στην εξίσωση “Laplace”, είναι λιγότερο δαπανηρές, όμως δεν μπορούν να αντιμετωπίσουν με ακρίβεια φαινόμενα έντονα συνεκτικά (αποκόλληση της ροής) και μεγάλης συμπίεσότητας (κύματα κρούσης).

2.2 Οι εξισώσεις του προβλήματος

Η παρούσα αριθμητική μέθοδος διαχειρίζεται ασυμπίεστες μη συνεκτικές ροές γύρω από τρισδιάστατα ανωστικά σώματα B με πάχος.

Σχεδίαση 1: Αναπαράσταση του Σώματος και του Ομόρρου



Ο ομόρρους που παράγεται από τα ανωστικά σώματα αποβάλλεται σε κάθε χρονικό βήμα από τις γραμμές εκπομπής (emission lines). Θεωρείται το πεδίο D στο οποίο εξελίσσεται η ροή με όρια, S το όριο του σώματος και S_w το όριο του ομόρρου. Η μέθοδος βασίζεται στο θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz σύμφωνα με το οποίο το πεδίο ταχύτητας $\vec{u}(\vec{x};t)$ μπορεί να διαχωριστεί σε ένα στροβιλό και ένα αστρόβιλο πεδίο ροής:

$$\vec{u}(\vec{x};t) = \vec{U}_\infty(\vec{x};t) + \nabla \Phi(\vec{x};t) + \nabla \times \vec{A} \quad (2.1)$$

όπου, $\vec{U}_\infty(\vec{x};t)$ η ταχύτητα της επάπειρον αδιατάραχτης ροής, $\nabla \Phi(\vec{x};t)$ η ταχύτητα διαταραχής λόγω του σώματος και $\nabla \times \vec{A}$ η ταχύτητα λόγω της στροβιλότητας του ομόρρου.

Το εσωτερικό αλλά και το εξωτερικό πρόβλημα πρέπει να ικανοποιούν την εξίσωση Laplace.

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (2.2)$$

Η φυσική που διέπει τα προβλήματα αεροδυναμικής που εξετάζονται απαιτεί την επιβολή οριακών συνθηκών στην παραπάνω εξίσωση.

Η πρώτη συνθήκη, η συνθήκη μη εισχώρησης, αποτυπώνει την ύπαρξη του σώματος μέσα στο πεδίο ροής επιβάλλοντας τη μη εισχώρηση ρευστού στο στερεό σύνολο S, δηλαδή τον μηδενισμό της κάθετης ταχύτητας πάνω στο σώμα, και εκφράζεται ως:

$$(\vec{u}(\vec{x};t) - \vec{U}_b(\vec{x};t)) \cdot \vec{n} = 0 \quad (2.3)$$

όπου, $\vec{U}_b(\vec{x};t)$ η ταχύτητα κίνησης του σώματος και \vec{n} το κάθετο διάνυσμα στο όριο S.

Η δεύτερη συνθήκη εισάγεται για την πραγματική αποτύπωση του προβλήματος της διαταραχής, δηλαδή πώς μακριά από το σώμα αυτή μηδενίζεται:

$$\nabla \Phi \rightarrow 0 \text{ καθώς } \vec{r} \rightarrow \infty \quad (2.4)$$

ή με μορφή ορίου:

$$\lim \Phi(\vec{x};t) = c, \quad \lim |\nabla \Phi(\vec{x};t)| = 0 \quad \text{για } |\vec{x}| \rightarrow \infty \quad (2.5)$$

Τέλος, σύμφωνα με την συνθήκη του Kelvin η υλική παράγωγος της κυκλοφορίας πρέπει να είναι μηδέν:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0 \quad (2.6)$$

και σύμφωνα με την συνθήκη Kutta οι πιέσεις στην ακμή εκφυγής πρέπει να έχουν μηδενικό πήδημα:

$$\llbracket P \rrbracket = 0 \quad (2.7)$$

2.3 Ολοκληρωτική αναπαράσταση αρμονικών πεδίων ($\nabla^2 \Phi = 0$)

Σύμφωνα με τη θεωρία του δυναμικού, το πεδίο ροής που επάγεται από ένα σώμα στην επιφάνεια του οποίου έχουν διανεμηθεί κατάλληλες κατανομές πηγών και διπόλων είναι δυνατόν να περιγραφεί με το βαθμωτό δυναμικό $\Phi(\vec{x})$. Η θεωρητική βάση επίλυσης της δυναμικής ροής γύρω από το σώμα στηρίζεται στο θεώρημα Green, σύμφωνα με το οποίο γίνεται η διατύπωση ισοδύναμων αναπαραστάσεων αρμονικών πεδίων που ικανοποιούν την εξίσωση Laplace για το δυναμικό $\Phi(\vec{x})$ [3].

Σύμφωνα με το θεώρημα Green, η διατύπωση του δυναμικού για κατάλληλη κατανομή πηγών και διπόλων δίνει:

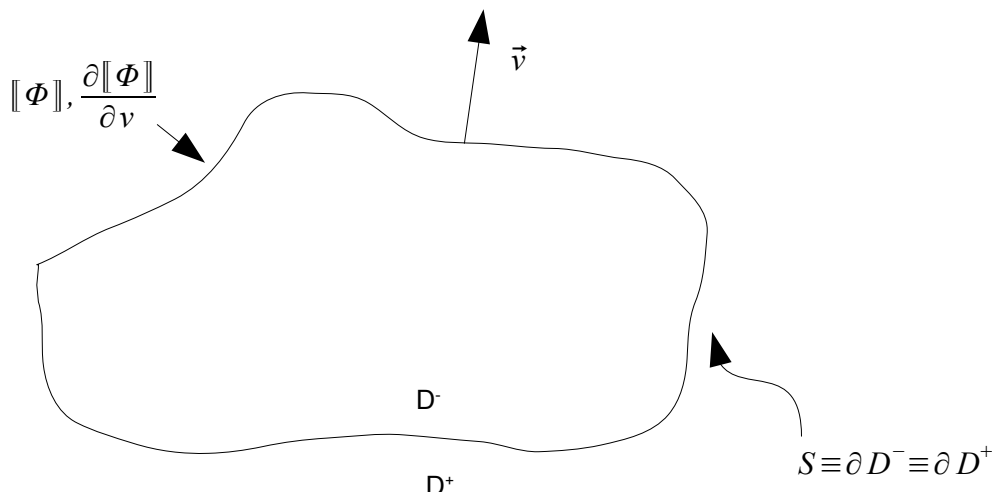
$$\begin{aligned} \Phi(\vec{x}) = & \frac{-1}{4\pi} \int_S \mu(\vec{s}) \frac{(\vec{x}-\vec{s}) \cdot \vec{n}(\vec{s})}{|\vec{x}-\vec{s}|^3} dS - \frac{1}{4\pi} \int_S \sigma(\vec{s}) \frac{1}{|\vec{x}-\vec{s}|} dS \\ & - \frac{1}{4\pi} \int_{S_w} \mu_w(\vec{s}) \frac{(\vec{x}-\vec{s}) \cdot \vec{n}(\vec{s})}{|\vec{x}-\vec{s}|^3} dS - \frac{1}{4\pi} \int_{S_w} \sigma_w(\vec{s}) \frac{1}{|\vec{x}-\vec{s}|} dS \end{aligned} \quad (2.8)$$

Παραπάνω αναφέρθηκε πώς στη διατύπωση πηγών και διπόλων χρησιμοποιούνται πηγές και δίπολα εντάσεως:

$$\sigma(\vec{s}) = \llbracket \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \rrbracket(\vec{s}) = \left(\frac{\partial \Phi^+}{\partial \eta} - \frac{\partial \Phi^-}{\partial \eta} \right) \quad \text{και}$$

$$\mu(\vec{s}) = -\llbracket \Phi \rrbracket(\vec{s}) = -(\Phi^+ - \Phi^-) \quad \text{αντίστοιχα.}$$

2.1 Εναλλακτικές αναπαραστάσεις των μη πλεγματικών μεθόδων



Σχεδίαση 2: Πεδίο Εφαρμογής του Θεωρήματος Green

Η αναπαράσταση του δυναμικού και της ταχύτητας που επάγει ένα σώμα στον χώρο καθίσταται δυνατή μέσω του θεωρήματος Green, ορίζοντας διανομές πηγών και διπόλων στην επιφάνειά του. Οι διανομές αυτές καθορίζουν τόσο το εσωτερικό όσο και το εξωτερικό πρόβλημα, Φ^+ , Φ^- . Ωστόσο ο υπολογισμός των συναρτήσεων $\partial\|\Phi\|(\vec{x})/\partial\eta$ και $\|\Phi\|(\vec{x})$ σε όλο το χωρίο D είναι απαραίτητος μόνο αν είναι επιθυμητή η λύση και των δύο προβλημάτων.

Επειδή όμως η λύση του πηδήματος του δυναμικού και της παραγώγου της κάθετης ταχύτητας δεν είναι μοναδική και ενδιαφέρον έχει η λύση μόνο του εξωτερικού προβλήματος γίνεται σαφές πως αρκεί να επιλέξουμε και να δευσμύσουμε μία κατάλληλη συνθήκη για το αδιάφορο εσωτερικό πρόβλημα υπολογισμού του Φ^- . Η συνθήκη αυτή πρέπει να ικανοποιεί την εξίσωση Laplace στον χώρο D. Γνωρίζοντας ότι η εξίσωση Laplace μπορεί να ικανοποιείται από μία Neumann ή μία Dirichlet συνθήκη είτε από ένα γραμμικό συνδυασμό των παραπάνω, είναι δυνατές οι ακόλουθες διατυπώσεις ανάλογα με τις επιλογές των οριακών συνθηκών για το δυναμικό Φ^- .

2.3.1 Η διατύπωση πηγών

Στην περίπτωση αυτή γίνεται επίλυση ενός εσωτερικού προβλήματος Dirichlet για τη συνάρτηση $\Phi^-(\vec{x})$ με οριακή συνθήκη :

$$\Phi^-(\vec{x}) = \Phi^+(\vec{x}) \rightarrow \|\Phi\|(\vec{x}) = 0, \quad \vec{x} \in S \quad (2.9)$$

που έχει ως αποτέλεσμα τον μηδενισμό της κατανομής διπόλων στο σώμα. Έτσι προκύπτει η περιγραφή του δυναμικού σύμφωνα με τη διατύπωση πηγών (Hess and Smith 1962) όπου στην επιφάνεια του σώματος διανομή πηγών εντάσεως $\sigma(\vec{x})$:

$$\sigma(\vec{x}) = \|\frac{\partial \Phi}{\partial \eta}\|(\vec{x}), \quad \vec{x} \in S \quad (2.10)$$

Με αυτή τη διατύπωση γίνεται δυνατή η αναπαράσταση μη ανωστικών σωμάτων.

2.3.2 Η διατύπωση διπόλων

Στη διατύπωση διπόλων (Johnson and Rubbert 1975) η διανομή καθορίζεται από την επαλήθευση της συνοριακής συνθήκης Neumann:

$$\frac{\partial \Phi^+}{\partial \eta}(\vec{x}) = \frac{\partial \Phi^-}{\partial \eta}(\vec{x}) \rightarrow \frac{\partial}{\partial \eta} \|\Phi\|(\vec{x}) = 0, \quad \vec{x} \in S \quad (2.11)$$

που έχει ως συνέπεια τον μηδενισμό των πηγών στο σώμα. Με αυτή τη διατύπωση στην επιφάνεια του σώματος κατανέμεται διανομή διπόλων έντασης $\mu(\vec{x})$:

$$\mu(\vec{x}) = -\|\Phi\|(\vec{x}), \quad \vec{x} \in S \quad (2.12)$$

Η επιφανειακή διανομή διπόλων $\mu(\vec{x})$ εισάγει επιφανειακή στροβιλότητα εντάσεως $\vec{\gamma}(\vec{x})$:

$$\vec{\gamma}(\vec{x}) = \nabla \mu(\vec{x}) \times \vec{\eta}(\vec{x}) \quad (2.13)$$

που με τη σειρά της οδηγεί στην εμφάνιση κυκλοφορίας στην τυχαία θέση \vec{x}_{TE} της ακμής εκφυγής ενός ανωστικού σώματος:

$$\Gamma(\vec{x}_{TE}) = -\mu(\vec{x}_{TE}) = \llbracket \Phi \rrbracket(\vec{x}_{TE}) \quad (2.14)$$

2.3.3 Η άμεση διατύπωση

Η τετριμμένη λύση $\Phi^- = 0$ για το εσωτερικό πρόβλημα οδηγεί στην άμεση διατύπωση (Morino and Kuo 1974) που μπορεί να επιλυθεί με την επαλήθευση μίας συνοριακής συνθήκης Dirichlet:

$$\llbracket \Phi \rrbracket(\vec{x}) = \Phi^- - \Phi^+ = \Phi^+, \quad \vec{x} \in S \quad (2.15)$$

που έχει ως αποτέλεσμα τη διατήρηση των διανομών πηγών και διπόλων πάνω στο σύνορο S , με εντάσεις αντίστοιχα:

$$\sigma(\vec{s}) = \llbracket \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \rrbracket(\vec{s}) = \left(\frac{\partial \Phi^+}{\partial \eta} \right) \quad \text{και} \quad (2.16)$$

$$\mu(\vec{s}) = -\llbracket \Phi \rrbracket(\vec{s}) = -(\Phi^+) \quad (2.17)$$

Στην περίπτωση αυτή είναι δυνατή η αναπαράσταση ανωστικών αλλά και μη ανωστικών σωμάτων με πάχος, καθώς από την κατασκευή της η άμεση διατύπωση περιλαμβάνει και τις δύο διανομές. Στην περίπτωση της άμεσης διατύπωσης το βαθμωτό δυναμικό αποτελεί την άγνωστη διανομή, ενώ το πεδίο ταχυτήτων προκύπτει μετά την επίλυση του προβλήματος με αριθμητική παραγωγή του βαθμωτού δυναμικού ή με την αναλυτική λύση της ταχύτητας.

2.3.4 Η μικτή διατύπωση πηγών-διπόλων

Στη διατύπωση αυτή εισάγονται διανομές πηγών και διπόλων σύμφωνα με τις εξισώσεις:

$$\sigma(\vec{s}) = \llbracket \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \rrbracket(\vec{s}) \quad \text{και} \quad (2.18)$$

$$\mu(\vec{s}) = -\llbracket \Phi \rrbracket(\vec{s}) \quad (2.19)$$

(Hess 1972; Hunt and Semple 1980). Όμως για τον καθορισμό των άγνωστων διανομών πηγών και διπόλων χρησιμοποιείται η συνθήκη Neumann (μη εισχώρησης της ταχύτητας στο όριο του σώματος):

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \llbracket \Phi \rrbracket(\vec{x}) = \frac{\partial \Phi^+}{\partial \eta} - \frac{\partial \Phi^-}{\partial \eta} = \frac{\partial \Phi^+}{\partial \eta}, \quad \vec{x} \in S \quad (2.20)$$

Με τον τρόπο αυτό η διανομή διπόλων εισάγεται μέσω της οριακής συνθήκης και η διανομή πηγών προκύπτει από την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος της άμεσης διατύπωσης.

2.4 Οι βασικές αρχές της μεθόδου

Στο κεφάλαιο αυτό διατυπώνεται το θεωρητικό πλαίσιο που επιλέγεται για την επίλυση του προβλήματος της μη μόνιμης ροής ασυμπίεστου μη συνεκτικού ρευστού γύρω από σώματα με πάχος. Η συγκεκριμένη μη πλεγματική μέθοδος εφαρμόζει το γενικευμένο θεώρημα διαχωρισμού ταχυτήτων του Helmholtz και χρησιμοποιώντας την άμεση διατύπωση όπως αναφέρθηκε παραπάνω εκφράζει το πεδίο ως άθροισμα ενός αστρόβιλου και ενός στροβιλού πεδίου ροής. Η μέθοδος των συνοριακών στοιχείων συνδυάζεται με τη μέθοδο των φύλλων στροβιλότητας για την αναπαράσταση των σωμάτων και του ομόρου που εκφεύγει από αυτά. Σύμφωνα με το θεώρημα Green, η διαταραχή που εισάγεται στη ροή, λόγω της παρουσίας των στερεών σωμάτων από το βαθμωτό δυναμικό ενός αστρόβιλου πεδίου ροής, ικανοποιεί την εξίσωση Laplace και προκύπτει με την τοποθέτηση διανομών κατάλληλων ιδιομορφιών στην πραγματική επιφάνεια του σώματος.

2.5 Οι βασικές εξισώσεις της μεθόδου

Οι εξισώσεις που εφαρμόζονται στην παρούσα μέθοδο παρουσιάστηκαν και αναλύθηκαν στην ενότητα 2.2. Ωστόσο, λόγω της άμεσης διατύπωσης η εξίσωση του Helmholtz διαφοροποιείται και η ικανοποίηση της εξίσωσης Laplace εφαρμόζεται μόνο για το εξωτερικό πρόβλημα.

Σύμφωνα με την εξίσωση 2.1 έχουμε:

$$\vec{u}(\vec{x};t) = \vec{U}_\infty(\vec{x};t) + \nabla \Phi(\vec{x};t) + \nabla \times \vec{A}$$

όπου, $\vec{U}_\infty(\vec{x};t)$ η ταχύτητα της επάπειρον αδιατάραχτης ροής, $\nabla \Phi(\vec{x};t)$ η ταχύτητα διαταραχής λόγω του σώματος και $\nabla \times \vec{A}$ η ταχύτητας λόγω της στροβιλότητας του ομόρου.

Ωστόσο, η άμεση διατύπωση που χρησιμοποιείται επιτρέπει την εισαγωγή του στροβιλού πεδίου στο δυναμικό με αποτέλεσμα το θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz να παίρνει τη μορφή:

$$\vec{u}(\vec{x};t) = \vec{U}_\infty(\vec{x};t) + \nabla \Phi(\vec{x};t) \quad (2.21)$$

Το εσωτερικό αλλά και το εξωτερικό πρόβλημα πρέπει να ικανοποιούν την εξίσωση Laplace. Η επιβολή του μηδενισμού του δυναμικού στο εσωτερικό του σώματος $\Phi^- = 0$ μας εξασφαλίζει την ικανοποίηση της εξίσωσης για το εσωτερικό πρόβλημα, επομένως αρκεί η ικανοποίηση του εξωτερικού προβλήματος:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad , \quad \text{όπου } \Phi = \Phi^+$$

2.6 Αναπαράσταση του προβλήματος

2.6.1 Αναπαράσταση του δυναμικού

Η εξίσωση 2.8 όπως προέκυψε σύμφωνα με το θεώρημα του Green αναπαριστά το πεδίο του δυναμικού. Με την κατάλληλη επιλογή οριακών συνθηκών (εξισώσεις 2.15, 2.16, 2.17) σχηματίζεται η αναπαράσταση του δυναμικού.

Με συνθήκη $\Phi=0$:

$$\sigma(\vec{s}) = \llbracket \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \rrbracket(\vec{s}) = \left(\frac{\partial \Phi^+}{\partial \eta} \right) \quad \text{και} \quad \mu(\vec{s}) = -\llbracket \Phi \rrbracket(\vec{s}) = -\Phi^+$$

Λόγω της συνθήκης μη εισχώρησης πάνω στο στερεό σύνορο:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \eta} = (\vec{U}_b - \vec{U}_\infty) \vec{\eta} \quad ,$$

ενώ στον ομόρροου :

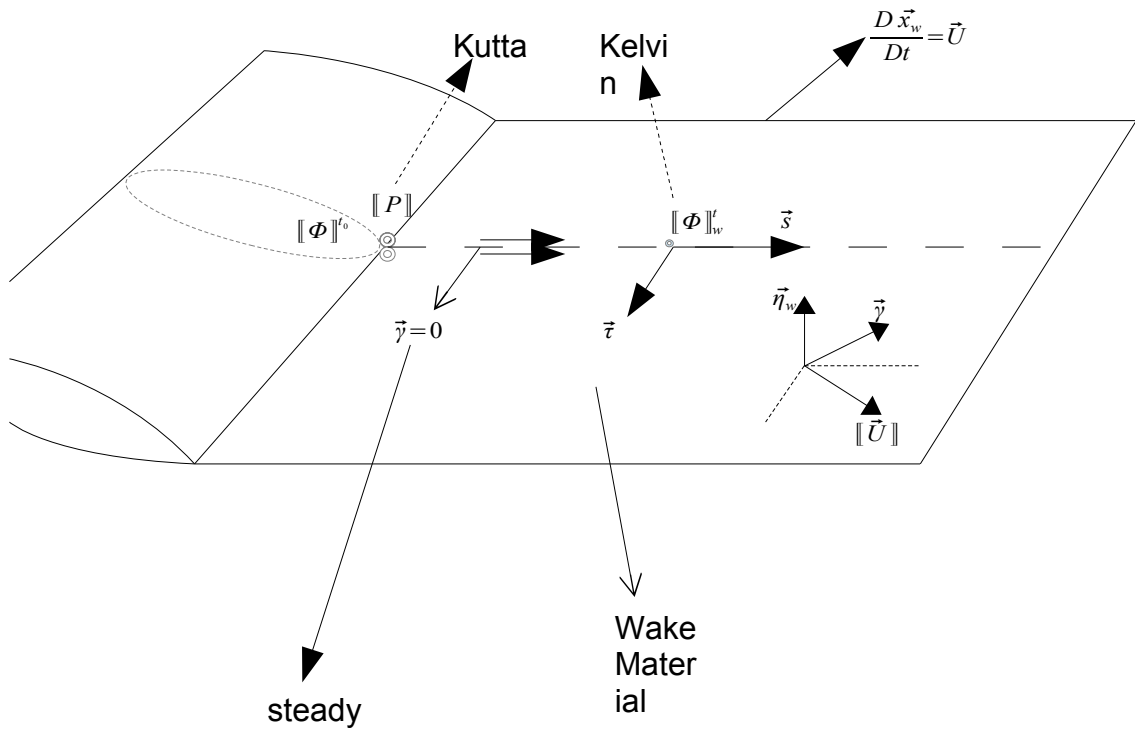
$$\frac{\partial \Phi}{\partial \eta} = 0$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (2.8) σχηματίζεται η ακόλουθη τελική μορφή:

$$\begin{aligned} \varphi(\vec{x}) = & \frac{-1}{4\pi} \int_S -\varphi(\vec{s}) \frac{(\vec{x}-\vec{s})\vec{n}(\vec{s})}{|\vec{x}-\vec{s}|^3} dS - \frac{1}{4\pi} \int_S (\vec{U}_b - \vec{U}_\infty) \vec{\eta} \frac{1}{|\vec{x}-\vec{s}|} dS \\ & - \frac{1}{4\pi} \int_{S_w} -\llbracket \varphi \rrbracket_w(\vec{s}) \frac{(\vec{x}-\vec{s})\vec{n}(\vec{s})}{|\vec{x}-\vec{s}|^3} dS \end{aligned} \quad (2.22)$$

2.6.2 Αναπαράσταση του ομόρροου

Η αναπαράσταση του ομόρροου, δηλαδή του πεδίου που έπεται του σώματος, είναι απαραίτητη και μάλιστα η διαχείρισή του επηρεάζει σημαντικά τα αποτελέσματα. Στην παρούσα μέθοδο επιλέγεται ένα πρότυπο ελεύθερου δυναμικού ομόρροου ο οποίος αποτελείται από πλέγμα δινοσωλήνων (vortex lattice, δινοπλέγματα) συνδεδεμένα μεταξύ τους. Η γεωμετρία του καθορίζεται από τις δυναμικές και κινηματικές εξισώσεις του προβλήματος. Είναι δυνατή και η επιλογή ενός προδιαγεγραμμένου ομόρροου, όμως με αυτόν τον τρόπο δεν είναι εφικτή η ακριβής αναπαραγωγή των σύνθετων δομών της τρισδιάστατης ροής.



Σχεδίαση 3: Το πρότυπο του δυναμικού ομόρρου

Το φύλλο στροβιλότητας, που παράγεται σε κάθε χρονικό βήμα, εξ' ορισμού αποτελεί μία κινούμενη επιφάνεια S_w με ασυνέχεια (πήδημα) ταχύτητας $[[\vec{U}]](\vec{x}_w)$ σε τυχαία θέση $\vec{x}_w \in S_w$. Η δυναμική θεώρηση του, δηλαδή η παραγωγή του ως επιφάνεια ασυνέχειας δυναμικού διέπεται από τις εξισώσεις:

$$[[\vec{U}]](\vec{x}_w) \cdot \vec{\eta}(\vec{x}_w) = 0, \quad \vec{x}_w \in S_w \quad (2.23)$$

$$\vec{\gamma}(\vec{x}_w) = \vec{\eta}(\vec{x}_w) \times [[\vec{U}]](\vec{x}_w), \quad \vec{x}_w \in S_w \quad (2.24)$$

όπου, $\vec{\eta}$ το κάθετο διάνυσμα στο σημείο \vec{x}_w της επιφάνειας S_w και $\vec{\gamma}$ η ένταση της επιφανειακής στροβιλότητας στην ίδια θέση.

Σε κάθε σημείο \vec{x}_w ισχύει:

$$\frac{D\vec{x}_w}{Dt} = \vec{U}(\vec{x}_w; t) \quad (2.25)$$

$$[[P]]_w = 0 \quad (2.26)$$

$$[[\Phi]]_w = c \quad (2.27)$$

όπου \vec{U} η ταχύτητα μεταφοράς του φύλλου στροβιλότητας και $[[P]]_w$ η ασυνέχεια πίεσης.

Για ένα τυχαίο σημείο έχουμε:

$$\frac{\partial \llbracket \Phi \rrbracket_w}{\partial s} = \left(\frac{\partial \Phi_w^+}{\partial s} - \frac{\partial \Phi_w^-}{\partial s} \right) = \frac{-\partial \mu_w}{\partial s}$$

$$\frac{\partial \llbracket \Phi \rrbracket_w}{\partial \tau} = \left(\frac{\partial \Phi_w^+}{\partial \tau} - \frac{\partial \Phi_w^-}{\partial \tau} \right) = \frac{-\partial \mu_w}{\partial \tau}$$

Επομένως :

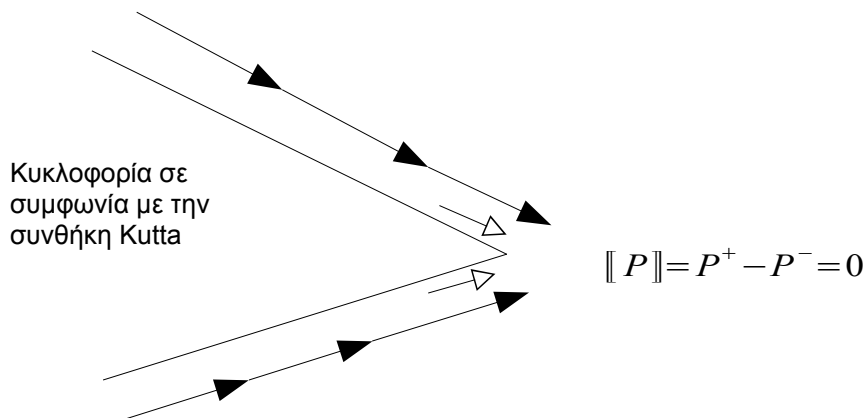
$$\nabla \llbracket \Phi \rrbracket_w = \llbracket \vec{U} \rrbracket_w = \vec{\eta} \times \vec{\gamma} \quad (2.28)$$

Η ομαλή εξέλιξη του ομόρρου απαιτεί την ικανοποίηση των εξισώσεων Kutta και Kelvin.

Η πρώτη επιβάλλει την ομαλή έξοδο της ροής από την ακμή εκφυγής υποχρεώνοντας συνέχεια πιέσεων των ροών από την πλευρά υποπίεσης και την πλευρά υπερπίεσης, καθώς το ασυμπίεστο ρευστό δεν μπορεί να παραλάβει ορθές τάσεις:

$$P^+ \equiv P^- \rightarrow \llbracket P \rrbracket = 0$$

Σχεδίαση 4: Συνθήκη Kutta



Σύμφωνα με την εξίσωση Bernoulli η οποία εφαρμόζεται μεταξύ της πάνω και της κάτω πλευράς στην περιοχή της ακμής εκφυγής:

$$\frac{\partial \Phi^+}{\partial t} + \frac{p^+}{\rho} + \frac{\vec{u}^{+2}}{2} = \frac{\partial \Phi^-}{\partial t} + \frac{p^-}{\rho} + \frac{\vec{u}^{-2}}{2} \rightarrow$$

$$\frac{\partial \llbracket \Phi \rrbracket}{\partial t} + \frac{\llbracket p \rrbracket}{\rho} + \frac{\llbracket \vec{u}^2 \rrbracket}{2} = 0 \quad \text{και λόγω της } \llbracket p \rrbracket = 0 \quad \text{προκύπτει τελικά}$$

$$\frac{\partial \llbracket \Phi \rrbracket}{\partial t} + \frac{\llbracket \vec{u}^2 \rrbracket}{2} = 0 \quad (2.29)$$

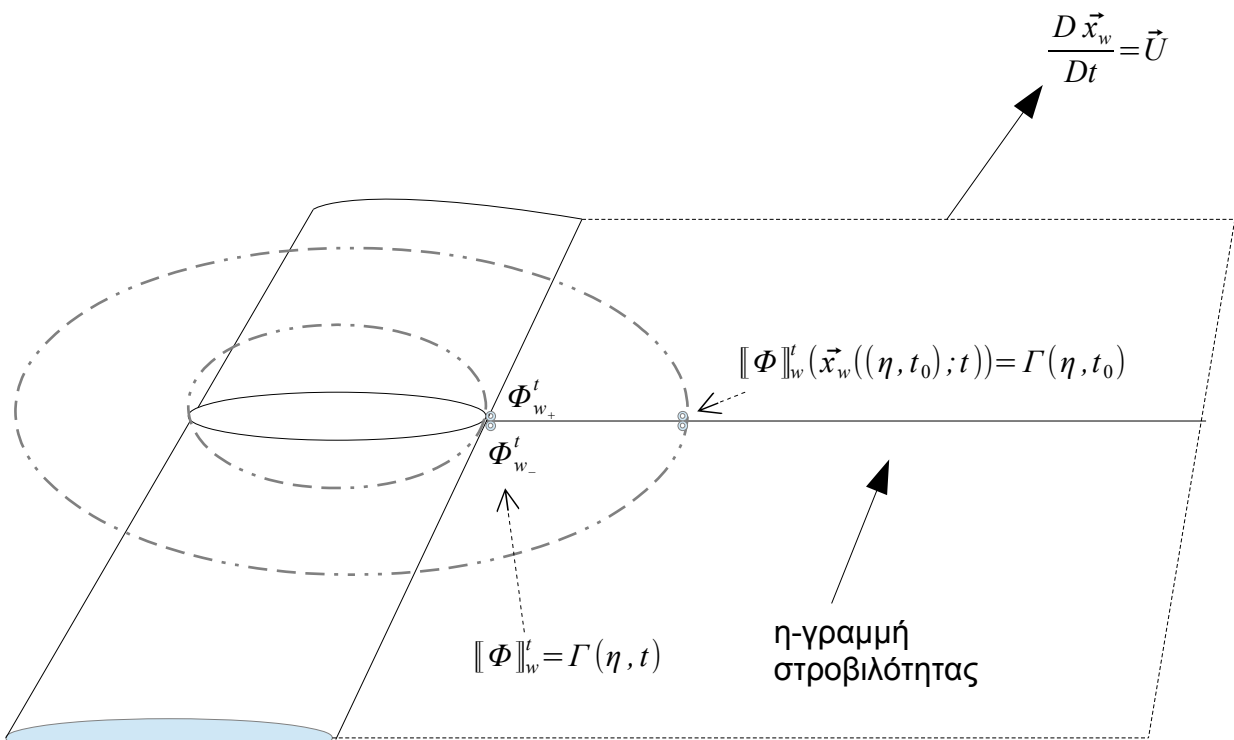
Η παραπάνω εξίσωση αποτελεί τη δυναμική συνθήκη του προβλήματος, η οποία σε συνδυασμό με την κινηματική συνθήκη μη εισχώρησης ορίζουν πλήρως ένα σύστημα τόσων εξισώσεων όσο και οι εντάσεις των άγνωστων διανομών βαθμωτού δυναμικού.

Η συνθήκη Kutta βρίσκεται σε πλήρη συμφωνία με την συνθήκη Kelvin και μάλιστα καθορίζει ποσοτικά τη στροβιλότητα που αποβάλλεται στον ομόρροτο της πτέρυγας ή ισοδύναμα την κυκλοφορία πάνω σε αυτήν:

$$\llbracket \Phi \rrbracket_{TE} = \Gamma = \llbracket \Phi \rrbracket_w \quad (2.30)$$

Προκύπτει η νέα έκφραση της συνθήκης Kelvin:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = \frac{D\llbracket \Phi \rrbracket_{TE}}{Dt} = \frac{D\llbracket \Phi \rrbracket_w}{Dt} \quad (2.31)$$



Σχεδίαση 5: Συνθήκη Kelvin

Θεωρώντας ένα τυχαίο σώμα B και μία γραμμή αποβολής η , την χρονική στιγμή t στην ακμή εκφυγής:

$$\|\Phi\|_w^t = \Gamma(\eta, t) \quad (2.32)$$

ενώ σε ένα τυχαίο σημείο πάνω στην η :

$$\|\Phi\|_w^t(\vec{x}_w((\eta, t_0); t)) = \Gamma(\eta, t_0) \quad (2.33)$$

Επομένως στη μελέτη ενός φαινομένου μη μόνιμου χαρακτήρα ο ομόρρους αποτελείται από ασυνέχειες δυναμικού που μεταβάλλονται τόσο στην αξονική όσο και στην ακτινική κατεύθυνση της ροής, εμφανίζεται δηλαδή ασυνέχεια ταχυτήτων η οποία αποτυπώνεται στο φύλλο στροβιλότητας ως επιφανειακή στροβιλότητα. Αντίθετα, από την σκοπιά της μόνιμης ροής η μεταβολή των ασυνεχειών εντοπίζεται μόνο στην ακτινική ροή μηδενίζοντας την ακτινική συνιστώσα της στροβιλότητας.

2.7 Η αριθμητική διακριτοποίηση του προβλήματος

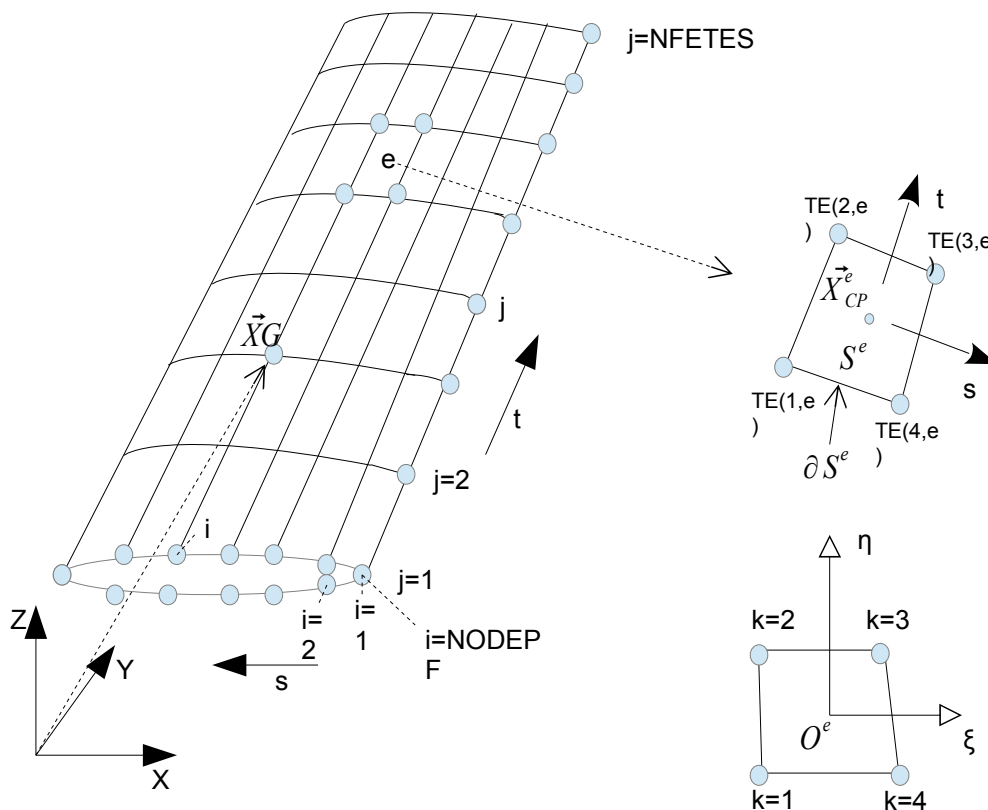
Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται ο τρόπος διακριτοποίησης των εξισώσεων που περιγράφουν το θεωρητικό πλαίσιο επίλυσης του προβλήματος της μη μόνιμης ροής ασυμπίεστου μη συνεκτικού ρευστού γύρω από σώμα με πάχος. Διαρθρώνεται το σύστημα των διακριτών εξισώσεων του προβλήματος που ικανοποιούν τη συνθήκη μη εισχώρησης στο στερεό σύνορο και επιπλέον την εξίσωση των πιέσεων στην ακμή εκφυγής του ανωστικού σώματος το οποίο αναπαρίσταται γεωμετρικά με πλέγμα αποτελούμενο από τετράπλευρα επίπεδα στοιχεία.

2.7.1 Διακριτοποίηση της γεωμετρίας

Η γεωμετρία ενός σώματος αποτελεί δεδομένο του εξεταζόμενου προβλήματος. Προσεγγίζεται από ένα επιφανειακό πλέγμα σημείων $(\vec{X}G)$ στο γενικό αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Ένα τέτοιο επιφανειακό πλέγμα μπορεί να περιγραφεί από μία διπαραμετρική επιφάνεια $S(s_i, t_j)$:

$$S(s_i, t_j), \quad i=1, NODEPF, \quad j=1, NFETES$$

όπου NODEPF, NFETES ο αριθμός των κόμβων του πλέγματος κατά την s και t διάστασή του αντίστοιχα. Οι γραμμές s_i είναι συνήθως προσανατολισμένες προς την κύρια κατεύθυνση της ροής, ιδιότητα που διευκολύνει τις αριθμητικές διαδικασίες όπως η αποβολή της στροβιλότητας. Ξεκινάει από την ακμή εκφυγής της κάτω πλευράς υπερπίεσης (pressure side), περνάει από το χείλος προσβολής και καταλήγει στην ακμή εκφυγής από την πάνω πλευρά υποπίεσης (suction side). Η παράμετρος μήκους r αντιστοιχεί σε ακτινικές θέσεις πάνω στο σώμα.



Σχεδίαση 6: Διακριτοποίηση του σώματος

Ένα επιφανειακό πλέγμα ορίζεται από NODE κόμβους, που σχηματίζουν NPAN τετράπλευρα επιφανειακά στοιχεία:

$$\begin{aligned} \text{NODE} &= \text{NODEST} * \text{NFETES} \\ \text{NPAN} &= (\text{NODEST} - 1) * (\text{NFETES} - 1) \end{aligned}$$

Η γενική αρίθμηση των κόμβων NOD και των στοιχείων TEL του πλέγματος προκύπτει από μία ακολουθία της μορφής:

$$\begin{aligned} \text{NOD}(i,j) &= (j-1) * \text{NODEPF} + i, \quad i=1, \text{NODEST} \quad j=1, \text{NFETES} \\ \text{TEL}(i,j) &= (j-1) * (\text{NODEPF} - 1) + i, \quad i=1, \text{NODEST} - 1 \quad j=1, \text{NFETES} - 1 \end{aligned}$$

Οι κόμβοι που ορίζουν το επιφανειακό πλέγμα του σώματος βρίσκονται πάνω στην πραγματική επιφάνεια του σώματος και στην γενική περίπτωση ένα στοιχείο ορίζεται από τέσσερα μη συνεπίπεδα σημεία. Η αναπαράσταση των σωμάτων με επίπεδα στοιχεία οδηγεί σε απλούστευση των αριθμητικών υπολογισμών και εξοικονόμηση χρόνου υπολογιστή. Δεν αποτελεί θεωρητική απαίτηση της μεθόδου αλλά διευκολύνει τους υπολογισμούς ταχυτήτων ιδίως στην περίπτωση που αυτές γράφονται στην αναλυτική τους μορφή.

Στις περιοχές όπου η πτέρυγα εμφανίζει έντονες κλίσεις δημιουργούνται κενά μεταξύ των στοιχείων και η προσέγγιση της γεωμετρίας μπορεί να μην είναι ακριβής. Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται με πύκνωση των στοιχείων στις περιοχές αυτές και κυρίως στην ακμή προσβολής και στην ακμή εκφυγής. Από την παραπάνω διαδικασία προκύπτουν τραπεζοειδή στοιχεία.

Έτσι στο γενικό-αδρανειακό σύστημα ορίζεται δομημένο πλέγμα από σημεία $\vec{XG}(k, n)$ $k=1:3$, $n=1:NODE$, όπου το k αντιστοιχεί σε καρτεσιανή συνιστώσα του αδρανειακού συστήματος αναφοράς και το n σε αριθμό κόμβου του πλέγματος, σύμφωνα με την αρίθμηση που περιγράφεται παρακάτω. Η θέση ενός τετράπλευρου στοιχείου καθορίζεται από τις συντεταγμένες XG των τεσσάρων κορυφών που αριθμούνται δεξιόστροφα. Οι κορυφές $k=1:4$, στο τοπικό σύστημα του στοιχείου αντιστοιχούν σε κόμβους του γενικού συστήματος που έχουν αρίθμηση i . Ένας κόμβος της τοπικής αρίθμησης του στοιχείου θα αντιστοιχεί σε ένα και μόνο κόμβο TE έτσι ώστε:

$$K = 1 \rightarrow TE(1, e) = (j-1) * (NODEPF - 1) + i$$

$$K = 2 \rightarrow TE(2, e) = j * (NODEPF - 1) + i$$

$$K = 3 \rightarrow TE(3, e) = j * (NODEPF - 1) + i + 1$$

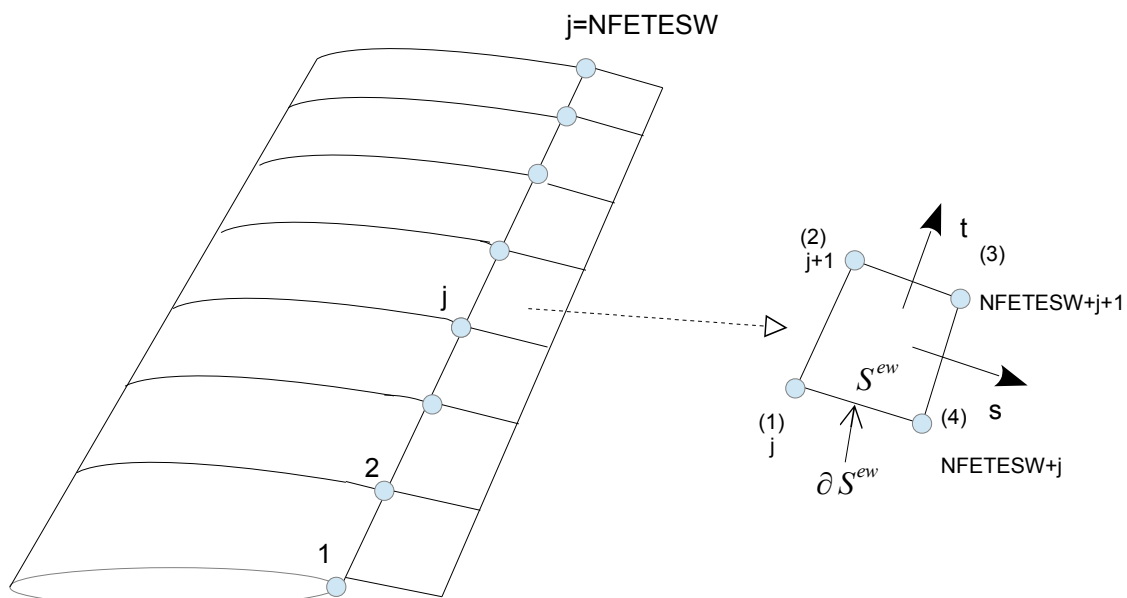
$$K = 4 \rightarrow TE(4, e) = (j-1) * (NODEPF - 1) + i + 1$$

Με δεδομένη την γεωμετρία της πτέρυγας γίνονται υπολογισμοί για κάθε στοιχείο e (πανελ) ξεχωριστά. Δημιουργούνται τα διανύσματα κάθε πλευράς καθώς και των διαγωνίων υπολογίζονται τα μήκη και το εμβαδόν του e και σχηματίζεται η βάση του τοπικού συστήματος. Επιπλέον ορίζεται διανυσματικά η θέση του σημείου ελέγχου X_{CP}^e που αποτελεί το σημείο επαλήθευσης της συνθήκης μη εισχώρησης.

Η παραγωγή του ομόρρου ενός ανωστικού σώματος γίνεται σταδιακά σύμφωνα με ένα χρονικό σχήμα παραγωγής στροβιλότητας. Το φύλλο στροβιλότητας παράγεται σε κάθε χρονικό βήμα και χωρίζεται στον κοντινό και τον μακρινό ομόρρο. Ο κοντινός ομόρρος αποτελεί το φύλλο στροβιλότητας που εκφεύγει άμεσα από την ακμή εκφυγής και αναπαρίσταται μέσω της δυναμικής θεώρησης σύμφωνα με την οποία η ταχύτητα προκύπτει από το ημίαθροισμα των ταχυτήτων της πάνω και της κάτω πλευράς. Ο μακρινός ομόρρος περιλαμβάνει τα υπόλοιπα στοιχεία του φύλλου στροβιλότητας που παρήχθησαν σε προηγούμενα χρονικά βήματα. Ο διαχωρισμός έγκειται στην επίδρασή τους στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά του σώματος και στο γεγονός ότι ο μακρινός ομόρρος ταξιδεύει στον χώρο και στον χρόνο με ταχύτητα που επιβάλλεται από τον άμεσο υπολογισμό της πάνω στους κόμβους του πλέγματος.

Η θέση αποβολής της στροβιλότητας στα πλαίσια της μη συνεκτικής θεώρησης είναι δεδομένη και ταυτίζεται με τη γραμμή της ακμής εκφυγής.

Η διακριτοποίηση του φύλλου στροβιλότητας (σύμφωνα με τη δυναμική θεώρηση) αποτελεί συνέχεια της ακτινικής διακριτοποίησης της επιφάνειας του σώματος και αναπαριστάται από τετράπλευρα στοιχεία που αποτελούν προέκταση των γραμμών $t=ctime$ του σώματος. Οι γραμμές αυτές πρέπει να είναι κοινές για το σώμα και τον ομόρρο καθώς αυτό επιβάλλεται από το θεώρημα του Kelvin που εφαρμόζεται σε αυτές τις θέσεις. Η γεωμετρία του ομόρρου αποτελείται από κόμβους του σώματος που βρίσκονται πάνω στην ακμή εκφυγής καθώς και από κόμβους που προκύπτουν από τη μεταφορά αυτών. Αυτό έχει σαν συνέπεια τη δημιουργία NFETESW-1 επιφανειακών στοιχείων που ορίζονται από $2 \cdot NFETESW$ σημεία. Η αρίθμηση και οι υπολογισμοί για κάθε στοιχείο ew του ομόρρου είναι ίδιοι με τους αντίστοιχους των στοιχείων e του σώματος.



Σχεδίαση 7: Διακριτοποίηση του ομόρρου

Για κάθε στοιχείο “ew” του κοντινού αλλά και του μακρινού ομόρρου ακολουθείται η ίδια διαδικασία διακριτοποίησης. Η διαφοροποίηση όπως αναφέρθηκε στην παραπάνω παράγραφο έγκειται στον τρόπο μεταφοράς των στοιχείων στην εξέλιξη του φαινομένου. Όταν τα στοιχεία του κοντινού ομόρρου μεταφερθούν και περάσουν στον μακρινό, ο υπολογισμός της ταχύτητας αποδεδμεύεται από μέσες ταχύτητες και από τα κέντρα των πάνελ και πλέον υπολογίζεται σε κάθε κόμβο ξεχωριστά.

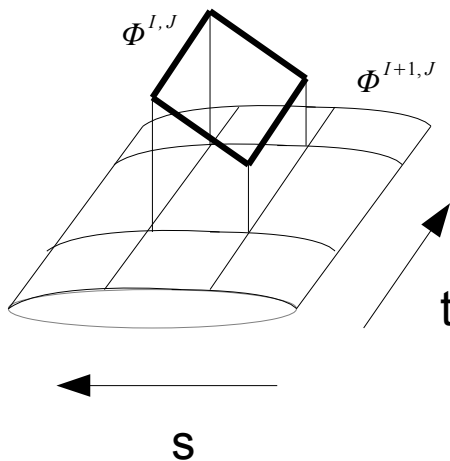
Ο παραπάνω χειρισμός είναι απαραίτητος για την καλύτερη διαχείριση των τρισδιάστατων δομών του ομόρρου. Στο κοντινό κομμάτι η γεωμετρία του φύλλου στροβιλότητας παρουσιάζει εν μέρει 2 βαθμούς ελευθερίας οι οποίοι εξαρτώνται από την ταχύτητα εκφυγής δηλαδή από τη μέση ταχύτητα των στοιχείων “e” της γεωμετρίας στην πάνω και στην κάτω πλευρά.

Ως εκ τούτου η σύγκλιση της μεθόδου εξαρτάται μόνο από τις συνιστώσες κατά τον “x” και τον “z” άξονα. Αντίθετα, ο μακρινός ομόρρους παρουσιάζει έντονες συνιστώσες κατά τον “y” άξονα με αποτέλεσμα η συστροφή των στοιχείων από το κέντρο των πάνελ να είναι περιορισμένη. Για αυτόν τον λόγο η μετακίνηση των πάνελ μέσω των κόμβων παρουσιάζει συνέχεια και αποτυπώνει με καλύτερη ακρίβεια δομές, όπως λόγω χάρη στροβίλους των ακροπτερυγίων (wingtip).

2.7.2 Βαθμοί ελευθερίας

Η θεώρηση για τη μέθοδο αναπαράστασης του πεδίου είναι η άμεση διατύπωση όπως αναφέρθηκε στην αρχή του κεφαλαίου. Επομένως, οι διανομές ιδιομορφιών (κατάλληλες κατανομές πηγές και διπόλων) μετατρέπονται σε κατανομές ενός βαθμωτού δυναμικού.

Άγνωστοι, δηλαδή, θεωρούνται τα δυναμικά επίπεδων επιφανειών τα οποία ωστόσο είναι τοποθετημένα στην πραγματική επιφάνεια του σώματος. Η επιφανειακή κατανομή που επιλέγεται είναι τμηματικά σταθερή κατά την t κατεύθυνση του πλέγματος και γραμμική για την s κατεύθυνση.



Σχεδίαση 8: Τοποθέτηση των βαθμών ελευθερίας

Λαμβάνοντας υπόψιν τα παραπάνω σε ένα σώμα με NODEPF πλέγμα στην κατεύθυνση s και NFETES πλέγμα στην t κατεύθυνση προκύπτουν οι :

$$\text{DoF} = (\text{NODEPF}) * (\text{NFETES} - 1) \text{ βαθμοί ελευθερίας.}$$

Απόρροια λοιπόν είναι η κατάστρωση DoF εξισώσεων για την επίλυση του συστήματος.

2.7.3 Διακριτή συνθήκη μη εισχώρησης

Η συνθήκη μη εισχώρησης εφαρμόζεται σε καθένα από τα στοιχεία "e" του σώματος και επιβάλλει τον μηδενισμό της κάθετης ταχύτητας σε αυτά:

$$(\vec{u}(\vec{x};t) - \vec{U}b(\vec{x};t))\vec{\eta} = 0$$

Η μεθοδολογία αυτή δεν εξετάζει σώματα τα οποία κινούνται.

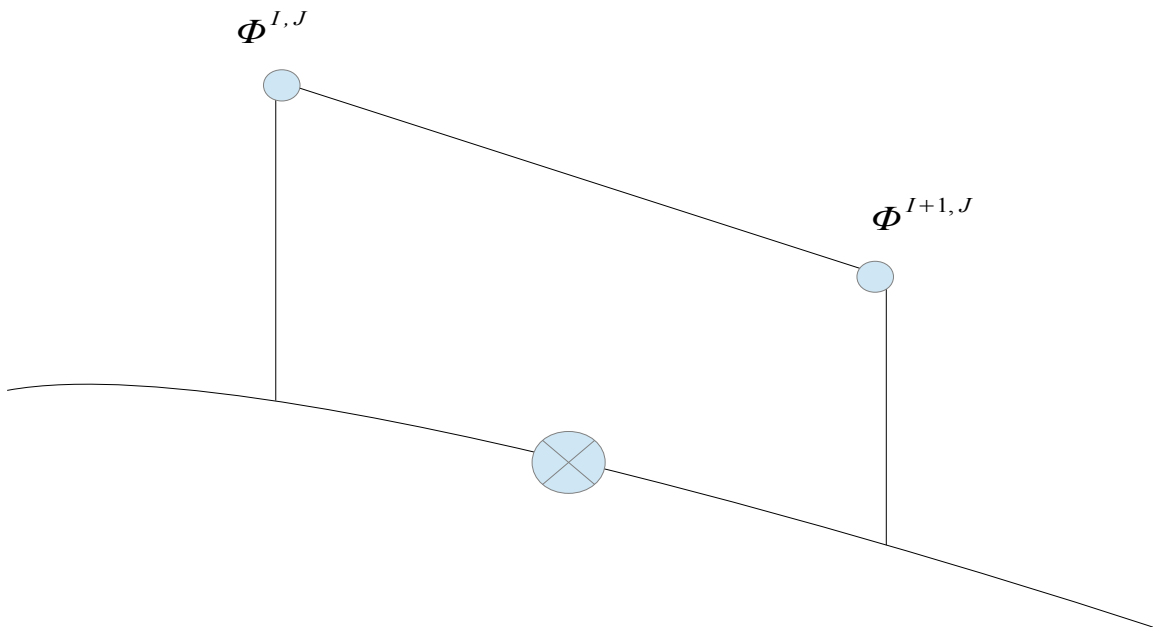
$$\vec{U}b(\vec{x};t) = 0$$

και σύμφωνα με το θεώρημα διαχωρισμού των ταχυτήτων του Helmotz:

$$(\vec{U}_\infty(\vec{x};t) + \nabla\Phi(\vec{x};t))\vec{\eta} = 0 \quad ,$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}(\vec{x}) = -\vec{U}_\infty \cdot \vec{\eta}$$

Οι βαθμοί ελευθερίας του προβλήματος αποκτούν διακριτές τιμές στους κόμβους του σώματος και επομένως η συνθήκη εφαρμόζεται στο \vec{x}_{CP} (σημείο ελέγχου) του κάθε πάνελ. Το σημείο ελέγχου κατά την κατεύθυνση s επιλέγεται να είναι στο κέντρο της απόστασης $|\Phi^{I,J} - \Phi^{I+1,J}|$, πράγμα που επιλέγεται και για την t κατεύθυνση.



Σχεδίαση 9: Αναπαράσταση του σημείου ελέγχου κατά την "s" διεύθυνση

$$\frac{1}{2}(\phi_{\vec{x}_{Cp}}^{I,J} + \phi_{\vec{x}_{Cp}}^{I+1,J}) - \frac{1}{4\pi} \sum_{e=1}^N \int_{\Delta S^e} \phi(\vec{s}) \frac{(\vec{x}_{Cp} - \vec{s}) \vec{n}(\vec{s})}{|\vec{x}_{Cp} - \vec{s}|^3} dS = \frac{1}{4\pi} \sum_{e=1}^N \int_{\Delta S^e} (-\vec{U}_\infty) \vec{n} \frac{1}{|\vec{x}_{Cp} - \vec{s}|} dS$$

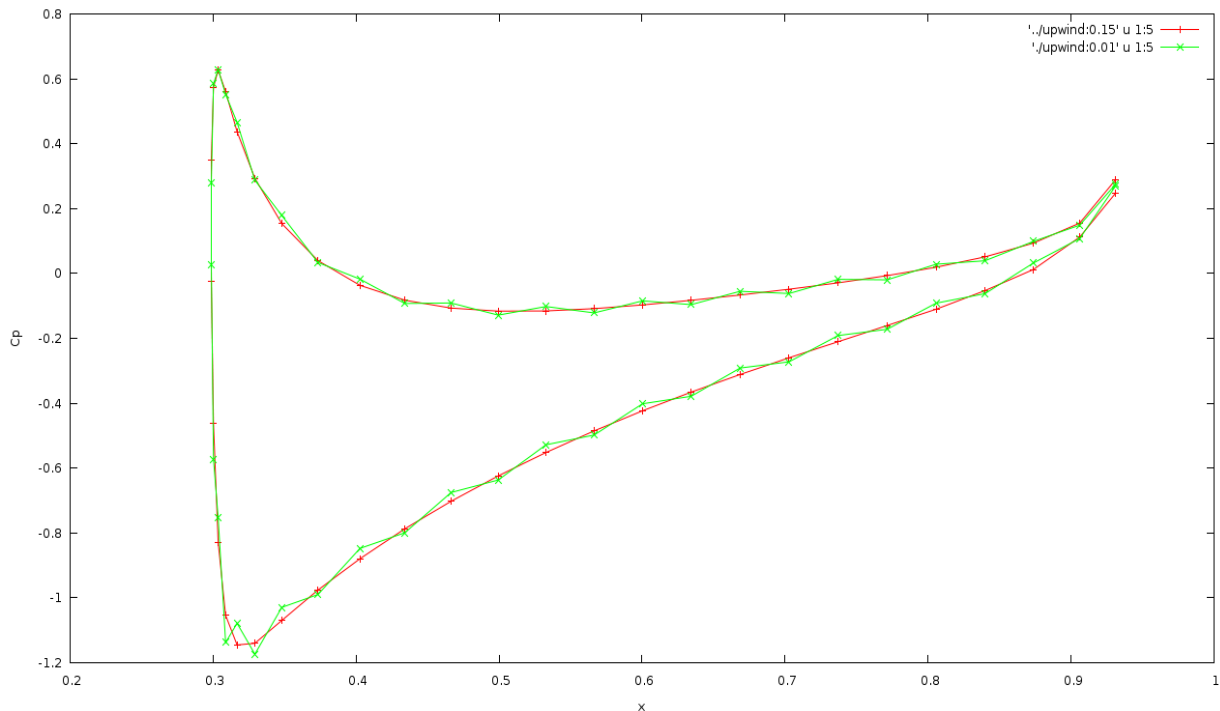
$$+ \frac{1}{4\pi} \int_{S_w} [\phi]_w(\vec{s}) \frac{(\vec{x}_{Cp} - \vec{s}) \vec{n}(\vec{s})}{|\vec{x}_{Cp} - \vec{s}|^3} dS$$
(2.34)

Η παραπάνω σχέση αποτελεί την εφαρμογή της συνθήκης σε ένα τυχαίο x_{Cp} . Αριστερά της ισότητας εντοπίζονται οι βαθμοί ελευθερίας του συστήματος από 1 έως DoF. Δεξιά της ισότητας παρατηρείται ένας σταθερός όρος. Η αρίθμηση (I,J) και (I+1,J) του δυναμικού αποκτά σταθερή τιμή για κάθε στοιχείο “e” και αναφέρεται στην αμοιβαία συνεισφορά των δύο βαθμών ελευθερίας του κάθε πάνελ.

Ωστόσο η θέση στην ακτινική κατεύθυνση δεν είναι ουσιώδης δεδομένης της σταθερής κατανομής του δυναμικού. Μεγάλη επίδραση στη σταθερότητα του συστήματος και των αποτελεσμάτων έχει η θέση στην αξονική κατεύθυνση, κι αυτό γιατί διαφοροποιείται η συνεισφορά των δύο βαθμών ελευθερίας από τους οποίους εξαρτάται κάθε στοιχείο “e” του σώματος.

Στην πράξη η επαλήθευση της συνθήκης στο κέντρο προκαλεί αστάθειες. Για αυτόν τον λόγο εισάγεται μία λογική ανάντι σχήματος “UPWIND” η οποία μετατοπίζει το σημείο ελέγχου με τον εξής τρόπο:

$$\Phi(\vec{x}_{Cp}) = \Phi^{I,J} * (0.5 + UPWIND) + \Phi^{I+1,J} * (0.5 - UPWIND) \quad (2.35)$$



Εικόνα 8: Διαφοροποίηση των συντελεστών πίεσης (Cp)

Η παραπάνω εικόνα αποδίδει παραστατικά την εξάρτηση των αποτελεσμάτων από την επιλογή της παραμέτρου “UPWIND”. Παρουσιάζεται ο συντελεστής πίεσης C_p για ένα τυχαίο “STRIP” μιας “Rae” πτέρυγας οπισθόκλισης. Φαίνεται πως όταν η παράμετρος παίρνει τιμή 0.01 τα αποτελέσματα αλλοιώνονται και παρουσιάζονται μη φυσικές διακυμάνσεις. Αντίθετα όταν επιλέγεται τιμή 0.15 τα αποτελέσματα είναι ευσταθή. Πρέπει να τονιστεί πως η τιμή της παραμέτρου “UPWIND” είναι εμπειρική και εξαρτάται από το πάχος και την χορδή της εκάστοτε πτέρυγας. Αύξηση του πάχους και της χορδής επιβάλλει αύξηση της τιμής για την εξομάλυνση των αποτελεσμάτων.

2.7.4 Συνθήκη Kutta

Η συνθήκη Kutta επιβάλλει την ισότητα των πιέσεων στην ακμή εκφυγής δηλαδή τον μηδενισμό του πηδήματος:

$$P^+ \equiv P^- \rightarrow \llbracket P \rrbracket = 0, \text{ δηλαδή}$$

$$\frac{\partial \llbracket \Phi \rrbracket}{\partial t} + \frac{\llbracket \vec{u}^2 \rrbracket}{2} = 0 \rightarrow$$

$$\frac{\partial \Phi^+}{\partial t} + \frac{\vec{u}^{+2}}{2} = \frac{\partial \Phi^-}{\partial t} + \frac{\vec{u}^{-2}}{2} \rightarrow$$

$$\frac{\Delta \Phi^+}{\Delta t} + \frac{(\vec{U}_{\infty s} + \vec{u}_s^+)^2}{2} + \frac{(\vec{U}_{\infty t} + \vec{u}_t^+)^2}{2} = \frac{\Delta \Phi^-}{\Delta t} + \frac{(\vec{U}_{\infty s} + \vec{u}_s^-)^2}{2} + \frac{(\vec{U}_{\infty t} + \vec{u}_t^-)^2}{2} \rightarrow$$

$$\frac{\Phi^+ - \Phi_{old}^+}{\Delta t} + \frac{U_{\infty s}^2 + 2\vec{U}_{\infty s}\vec{u}_s^+ + u_s^{+2}}{2} + \frac{U_{\infty t}^2 + 2\vec{U}_{\infty t}\vec{u}_t^+ + u_t^{+2}}{2} = \dot{\zeta} \quad (2.36)$$

$$\frac{\Phi^- - \Phi_{old}^-}{\Delta t} + \frac{U_{\infty s}^2 + 2\vec{U}_{\infty s}\vec{u}_s^- + u_s^{-2}}{2} + \frac{U_{\infty t}^2 + 2\vec{U}_{\infty t}\vec{u}_t^- + u_t^{-2}}{2}$$

Η παραπάνω έκφραση αποτελεί την προς επίλυση εξίσωση. Ωστόσο είναι μη γραμμική και για αυτόν τον λόγο δεν είναι δυνατό να επιλυθεί άμεσα. Επιλέγεται να γραμμικοποιηθεί εκφράζοντας το τετράγωνο των ταχυτήτων ως:

$$\vec{u}^2 = u * u_{const} \quad (2.37)$$

το u_{const} είναι μία αυθαίρετη θεώρηση της ταχύτητας που επιλέγεται σαν λύση. Με επαναλήψεις, στόχος είναι η σταθερά που επιλέγεται και η τιμή που προκύπτει από τη λύση της εξίσωσης να συγκλίνουν. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται για τη διαδικασία αυτή είναι η μέθοδος του σταθερού σημείου:

$$u^m = f(u^{m-1}) \text{ με } u^0 = 0$$

Έχοντας γραμμικοποιήσει την εξίσωση, την εφαρμόζουμε (NFETES-1) φορές, τόσες όσα και τα STRIP . Κάθε φορά εφαρμόζεται μεταξύ ενός πάνελ της πάνω πλευράς και του πάνελ της κάτω πλευράς.

Για την απλούστευση των πράξεων και για την εξοικονόμηση χρόνου ο υπολογισμός των ταχυτήτων που χρησιμοποιούνται προκύπτουν με την άμεση διαφόριση του βαθμωτού δυναμικού Φ κάνοντας χρήση του θεωρήματος Gauss.

$$\nabla \Phi = \frac{1}{\Delta D} \int_{\Delta S^e} \Phi \cdot \vec{\eta}_{ext} dS \rightarrow \quad (2.38)$$

$$\partial \Phi / \partial x = \frac{1}{\Delta D} \int_{\Delta S^e} \Phi \cdot \vec{\eta}_x dS \quad \text{και} \quad \partial \Phi / \partial y = \frac{1}{\Delta D} \int_{\Delta S^e} \Phi \cdot \vec{\eta}_y dS \rightarrow$$

$$u_s = \frac{1}{\Delta D} \int_{\Delta S^e} \Phi \cdot \vec{\eta}_x dS \quad \text{και} \quad u_t = \frac{1}{\Delta D} \int_{\Delta S^e} \Phi \cdot \vec{\eta}_y dS \quad (2.39)$$

Ο υπολογισμός των ολοκληρωμάτων καταλήγει σε μία σχέση της μορφής:

$$u = \alpha_1 \cdot \Phi(I, J) + \alpha_2 \cdot \Phi(I+1, J) \quad (2.40)$$

$$\Phi = \frac{\Phi(I, J) + \Phi(I+1, J)}{2} \quad (2.41)$$

Με τις παραπάνω διευκρινίσεις η σχέση μετατρέπεται:

$$\begin{aligned} & \frac{\Phi^+(I, J)}{2\Delta t} + \frac{\Phi^+(I+1, J)}{2\Delta t} - \frac{\Phi^-(I, J)}{2\Delta t} - \frac{\Phi^-(I+1, J)}{2\Delta t} \\ & + (U_{\infty s}^+ + u_{sconst}^+) \cdot \alpha_{s1}^+ \cdot \Phi^+(I, J)/2 + (U_{\infty s}^+ + u_{sconst}^+) \cdot \alpha_{s2}^+ \cdot \Phi^+(I+1, J)/2 \\ & + (U_{\infty t}^+ + u_{tconst}^+) \cdot \alpha_{t1}^+ \cdot \Phi^+(I, J)/2 + (U_{\infty t}^+ + u_{tconst}^+) \cdot \alpha_{t2}^+ \cdot \Phi^+(I+1, J)/2 \\ & - (U_{\infty s}^- + u_{sconst}^-) \cdot \alpha_{s1}^- \cdot \Phi^-(I, J)/2 - (U_{\infty s}^- + u_{sconst}^-) \cdot \alpha_{s2}^- \cdot \Phi^-(I+1, J)/2 \\ & - (U_{\infty t}^- + u_{tconst}^-) \cdot \alpha_{t1}^- \cdot \Phi^-(I, J)/2 - (U_{\infty t}^- + u_{tconst}^-) \cdot \alpha_{t2}^- \cdot \Phi^-(I+1, J)/2 \end{aligned} \quad (2.42\alpha)$$

αριστερά της ισότητας και

$$\frac{-\Phi_{old}^+(I, J)}{2\Delta t} - \frac{\Phi_{old}^+(I+1, J)}{2\Delta t} + \frac{\Phi_{old}^-(I, J)}{2\Delta t} + \frac{\Phi_{old}^-(I+1, J)}{2\Delta t} - \frac{U_{\infty s}^{\vec{+2}}}{2} - \frac{U_{\infty t}^{\vec{+2}}}{2} + \frac{U_{\infty s}^{\vec{-2}}}{2} + \frac{U_{\infty t}^{\vec{-2}}}{2} \quad (2.42\beta)$$

Η σχέση 2.27 αποτελεί την διακριτή έκφραση της συνθήκης Kutta. Όπως παρατηρείται, η συνθήκη περιλαμβάνει τέσσερις βαθμούς ελευθερίας (δύο για κάθε πάνελ). Κάθε φορά η μεταβλητή J λαμβάνει σταθερή τιμή, ενώ η μεταβλητή I λαμβάνει τις τιμές 1 και NODEPF-1 για την κάτω και την πάνω πλευρά αντίστοιχα.

2.8 Κατάσρωση του συστήματος εξισώσεων

Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 2.6 οι προς επίλυση εξισώσεις προκύπτουν από την εφαρμογή της συνθήκης μη εισχώρησης σε κάθε στοιχείο “e” του σώματος και της συνθήκης Kutta στην ακμή εκφυγής. Επομένως για DoF βαθμούς ελευθερίας καταστρώνονται (NODEPF-1)(NFETES-1) εξισώσεις μη εισχώρησης και (NFETES-1) εξισώσεις Kutta.

Η υπολογισμός των ολοκληρωμάτων της εξίσωσης (2.34) οδηγεί σε μία σχέση της μορφής:

$$\sum_{e=1}^{DOF-1} (\Phi^E A_k^{1,e} + \Phi^{E+1} A_k^{2,e}) = B_k \quad k=1, NPAN$$

ενώ η εξίσωση 2.42:

$$A_{kutta}^{4(k-1)+1} \Phi^{(\kappa-1)(NODEPF)+1} + A_{kutta}^{4(k-1)+2} \Phi^{(\kappa-1)(NODEPF)+2} + A_{kutta}^{4(k-1)+3} \Phi^{(\kappa-1)(NODEPF)+NODEPF-1} + A_{kutta}^{4(k-1)+4} \Phi^{(\kappa-1)(NODEPF)+NODEPF} = B_{kutta}^k, \quad k=1, NFETES-1$$

Συνεπώς σχηματίζεται το προς επίλυση σύστημα εξισώσεων της μορφής:

$$A * X = B$$

όπου X το μητρώο των άγνωστων διανομών δυναμικού, A το μητρώο των συντελεστών (συνεισφορών) και B το μητρώο των σταθερών όρων.

$$\begin{pmatrix} A_1^{1,1} & A_1^{2,1} + A_1^{1,2} & \dots & A_1^{2,e-1} + A_1^{1,e} & A_1^{2,e} + A_1^{1,e+1} & \dots & A_1^{2,N-1} + A_1^{1,N} & A_1^{2,N} \\ A_2^{1,1} & A_2^{2,1} + A_2^{1,2} & \dots & A_2^{2,e-1} + A_2^{1,e} & A_2^{2,e} + A_2^{1,e+1} & \dots & A_2^{2,N-1} + A_2^{1,N} & A_2^{2,N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_K^1 & A_K^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_K^5 & A_K^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_K^{N-3} & A_K^{N-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_K^{N-1} & A_K^N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi^1 \\ \Phi^2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \Phi^E \\ \Phi^{E+1} \\ \vdots \\ \Phi^N \\ \Phi^{N+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B^1 \\ B^2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ B_k^1 \\ B_k^2 \\ \vdots \\ B_k^{N-1} \\ B_k^N \end{pmatrix}$$

Στον πίνακα A οι πρώτες NPAN γραμμές είναι οι συνθήκες μη εισχώρησης και οι επόμενες NFETES-1 γραμμές οι συνθήκες Kutta.

2.9 Υπολογισμός των ταχυτήτων

Η άμεση διατύπωση του ζητούμενου πεδίου δίνει σαν αποτέλεσμα διακριτές τιμές του βαθμωτού δυναμικού οι οποίες κατανέμονται στον χώρο όπως διατυπώθηκε στο κεφάλαιο 2.6. Το γεγονός αυτό επιτρέπει τον υπολογισμό των ταχυτήτων είτε με απευθείας παραγωγή του πεδίου για την περιοχή του ομόρρου είτε με τη χρήση των αναλυτικών σχέσεων, όπως αυτές προκύπτουν από τη διατύπωση, αφού η απευθείας παραγωγή δεν είναι εφικτή για την περιοχή της πτέρυγας.

Γνωρίζοντας τις εκφράσεις του δυναμικού για πηγές και δίπολα:

$$\varphi_{\sigma}(\vec{r}) = \frac{-1}{4\pi} \int_S \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}(\vec{r}) \frac{1}{|\vec{r} - \vec{s}|} dS \quad \text{και} \quad \varphi_{\mu}(\vec{r}) = \frac{-1}{4\pi} \int_S \varphi(\vec{r}) \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{|\vec{r} - \vec{s}|^3} dS \quad (2.43), (2.44)$$

Ταχύτητα λόγω πηγής:

$$u_{\sigma}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}(\vec{r}) \frac{\vec{r}}{|\vec{r} - \vec{s}|^3} dS \quad (2.45)$$

Ταχύτητα διπόλου:

$$u_{\mu}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \oint \varphi(\vec{r}) \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{|\vec{r} - \vec{s}|^3} + \frac{1}{4\pi} \int_S (\nabla \varphi(\vec{r}) \times \vec{\eta}(\vec{r})) \times \frac{\vec{r}}{|\vec{r} - \vec{s}|^3} dS \quad (2.46)$$

με την ταχύτητα επιφανειακής στροβιλότητας:

$$u_{\omega}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\vec{\omega} \times \vec{r}}{|\vec{r} - \vec{s}|^3} dS \quad (2.47)$$

Επομένως η συνολική ταχύτητα σε οποιοδήποτε σημείο του πεδίου προκύπτει από την παραγωγή της εξίσωσης:

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{x}) = & \frac{-1}{4\pi} \int_S -\varphi(\vec{s}) \frac{(\vec{x} - \vec{s}) \cdot \vec{n}(\vec{s})}{|\vec{x} - \vec{s}|^3} dS - \frac{1}{4\pi} \int_S (\vec{U}_b - \vec{U}_{\infty}) \cdot \vec{\eta} \frac{1}{|\vec{x} - \vec{s}|} dS \\ & - \frac{1}{4\pi} \int_{S_w} -\llbracket \varphi \rrbracket_w(\vec{s}) \frac{(\vec{x} - \vec{s}) \cdot \vec{n}(\vec{s})}{|\vec{x} - \vec{s}|^3} dS \end{aligned}$$

$$u(\vec{r}) = \nabla \Phi(\vec{x}) = u_{\sigma, Body}(\vec{r}) + u_{\mu, Body}(\vec{r}) + u_{\mu, Wake}(\vec{r}) \quad (2.48)$$

2.10 Υπολογισμός φορτίων

Γνωρίζοντας την κατανομή του δυναμικού πάνω στην επιφάνεια του σώματος, υπολογίστηκε, με τον τρόπο που αναφέρθηκε παραπάνω, η ταχύτητα σε όλο το πεδίο. Επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός των φορτίων (άνωση, αντίσταση μορφής):

$$F_e = \int_S -(p - p_\infty) \cdot \vec{n} \cdot \vec{e} dS \rightarrow$$

$$F_e = \sum_{i=1}^{NPAN} \int_{\Delta S_i} -(p_i - p_{\infty,i}) \cdot \vec{n}_i \cdot \vec{e} dS \rightarrow$$

$$F_e = \sum_{i=1}^{NPAN} -cp_i \frac{\rho}{2} U_\infty^2 \cdot \vec{n}_i \cdot \vec{e} \Delta S_i$$

όπου cp ο συντελεστής πίεσης σε κάθε πάνελ:

$$cp = 1 - \left(\frac{|u|}{|U_{\infty}|} \right)^2,$$

ΔS το εμβαδόν κάθε πάνελ και \vec{e} το μοναδιαίο διάνυσμα στη διεύθυνση της εκάστοτε δύναμης (για την άνωση, η διεύθυνση του διανύσματος είναι κάθετη στην διεύθυνση της επάπειρον ροής, ενώ για την αντίσταση είναι παράλληλη).

Άρα προκύπτει: $L = F_{e=L}$ και $D = F_{e=D}$

και οι αντίστοιχοι συντελεστές:

$$CL = \frac{L}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2 S} \quad \text{και} \quad CD = \frac{D}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2 S}$$

Ωστόσο, όπως αναφέρεται, η μέθοδος πραγματεύεται ροές μη συνεκτικές, επομένως τα μεγέθη δεν ανταποκρίνονται πλήρως στα πραγματικά. Για αυτόν τον λόγο εισάγονται οι συνεκτικές διορθώσεις όπως αυτές προκύπτουν από το XFOIL για δισδιάστατες ροές.

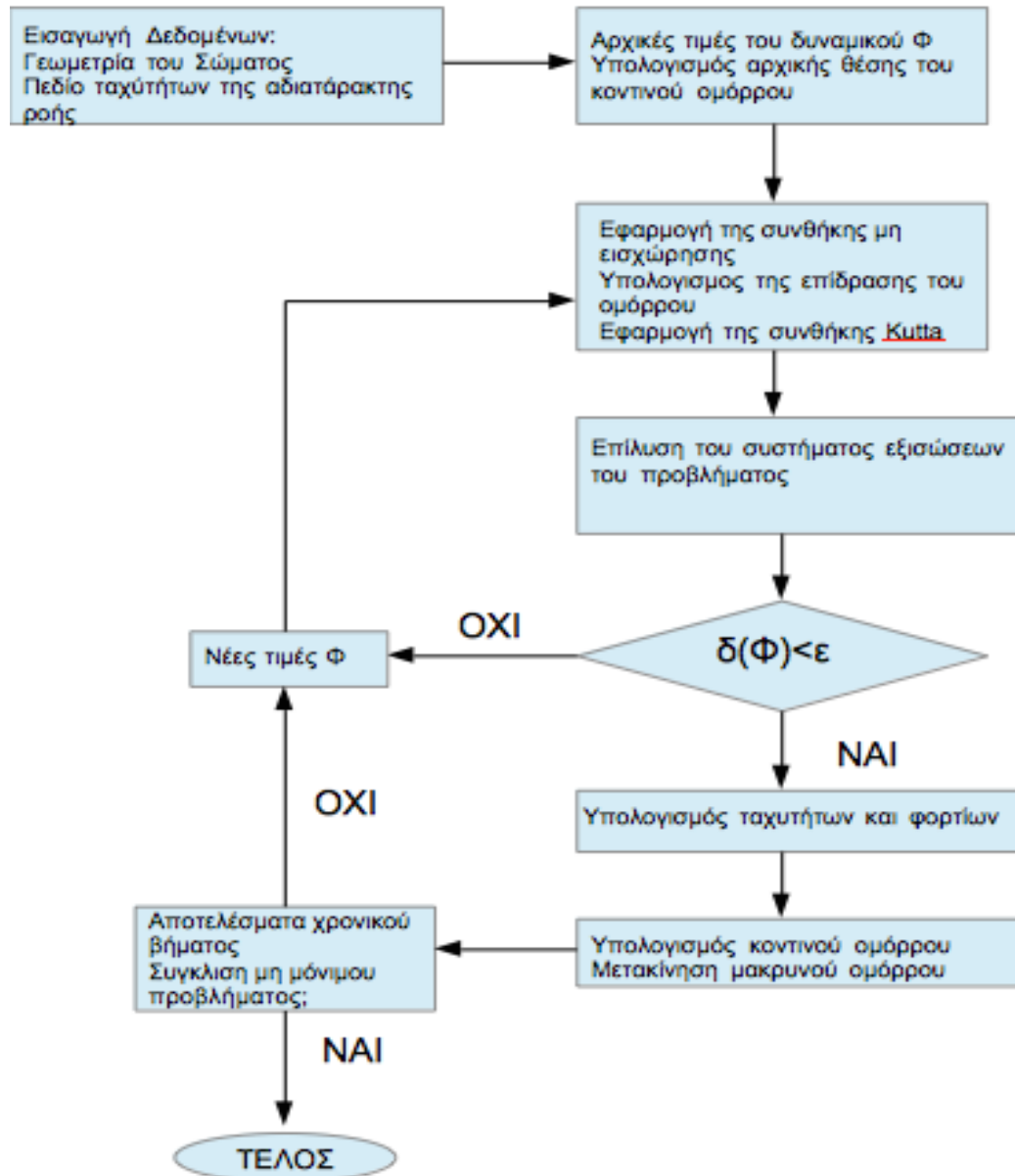
Η εύρεση της ενεργής γωνίας πρόσπτωσης, η γνώση της οποίας επιτρέπει τον υπολογισμό των διορθωμένων συντελεστών, γίνεται μέσω της επόμενης σχέσης:

$$\vec{F} \cdot \vec{U}_\infty = 0$$

όπου \vec{F} το διάνυσμα της συνολικής δύναμης και \vec{U}_∞ το διάνυσμα της επάπειρον ταχύτητας, η οποία πλέον δεν είναι γνωστή αλλά ζητείται με σκοπό τον προσδιορισμό της γωνίας.

2.11 Το λογικό διάγραμμα της μεθόδου

Παρακάτω δίνεται το λογικό διάγραμμα της μεθόδου.



Σχεδίαση 10: Το λογικό διάγραμμα

3 Επίλυση πεδίων ροής γύρω από σώματα με απλή γεωμετρία

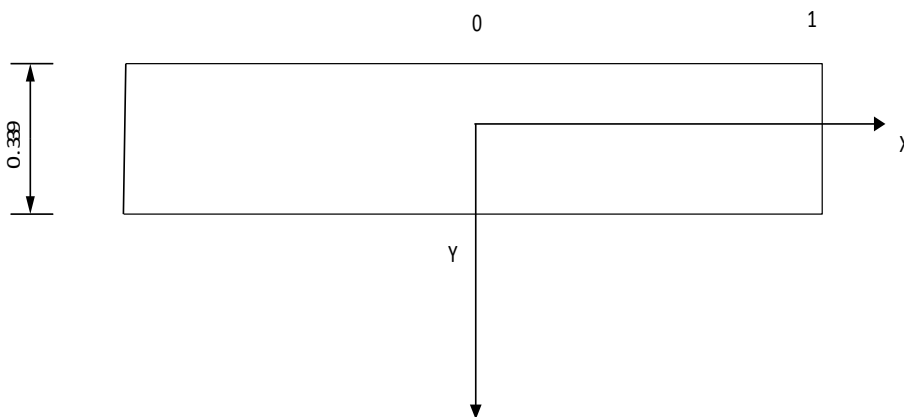
3.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται τα πρώτα αποτελέσματα που προέκυψαν από την αριθμητική εφαρμογή της άμεσης διατύπωσης σε συνδυασμό με τη θεωρία του δυναμικού φύλλου στροβιλότητας. Επιλέχθηκαν προβλήματα μόνιμης ροής γύρω από ακίνητα σώματα με σχετικά απλή γεωμετρία, με σκοπό την πρώτη προσπάθεια απόδειξης της δυνατότητας της μεθόδου να διαχειρίζεται σωστά την επίλυση των προβλημάτων αλλά και τον ομόρρου. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων έγινε με αντίστοιχα αποτελέσματα από την σχετική βιβλιογραφία. Όμως, επειδή τα σώματα αντιμετωπίζονται σαν λεπτές ανωστικές επιφάνειες, δεν είναι εφικτή η άμεση σύγκριση. Τέλος γίνεται σύγκριση με τα αντίστοιχα αποτελέσματα της μεθόδου για την περίπτωση του προδιαγεγραμμένου ομόρρου όπως αυτά παρουσιάστηκαν σε διπλωματική εργασία (Μπιτσακάκης 2014).

Η μέθοδος της άμεσης διατύπωσης με τον δυναμικό ελεύθερο ομόρρου εφαρμόστηκε σε τρεις πτέρυγες. Σε μία ορθογωνική, μία οπισθοκλινή και μία διπλής οπισθόκλισης. Στόχος ήταν η μελέτη της αξιοπιστίας της μεθόδου και κυρίως η επίδραση του ελεύθερου ομόρρου συγκριτικά με τον προδιαγεγραμμένο.

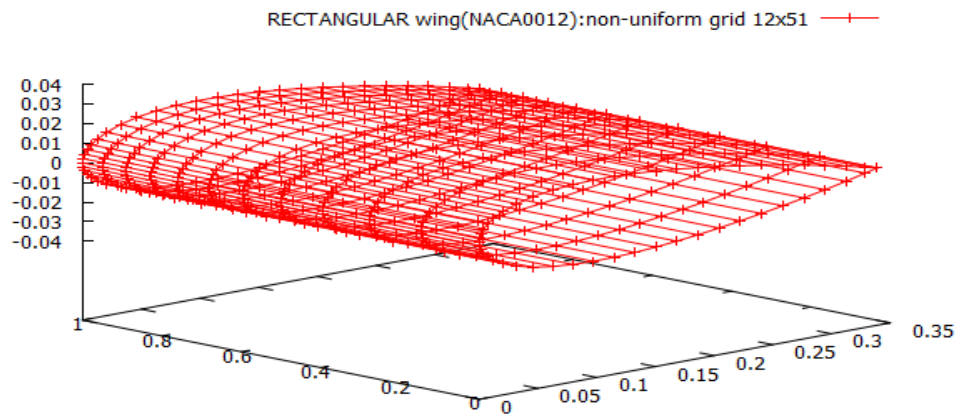
3.2 Η ορθογωνική πτέρυγα

Η ορθογωνική πτέρυγα είναι ένα σώμα που παρουσιάζει εξαιρετικά απλή γεωμετρία. Αποτελείται από συμμετρικές πτέρυγες NACA0012 οι οποίες δεν μεταβάλλονται ακτινικά. Οι βασικές διαστάσεις της παρουσιάζονται στο επόμενο σχήμα ενώ ο λόγος επιμήκους της είναι $AR=5.9$



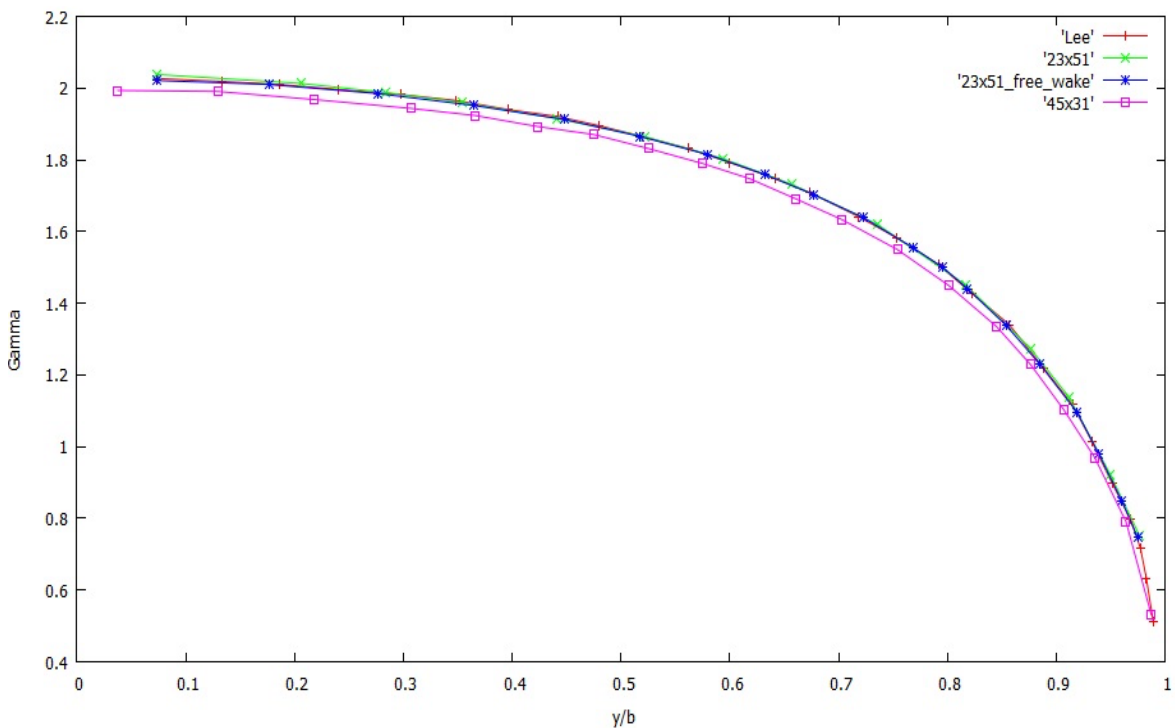
Εικόνα 9: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά ορθογωνικής πτέρυγας

Θεωρώντας ότι η επάπειρον ροή έχει μοναδιαίο μέτρο και γωνία 8° μοίρες υπολογίζονται, η κυκλοφορία και η διαφορά του πηδήματος $\Delta(-c_p)$ σε διάφορες ακτινικές θέσεις. Η διακριτοποίηση της πτέρυγας φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Εικόνα 10: Αναπαράσταση του πλέγματος

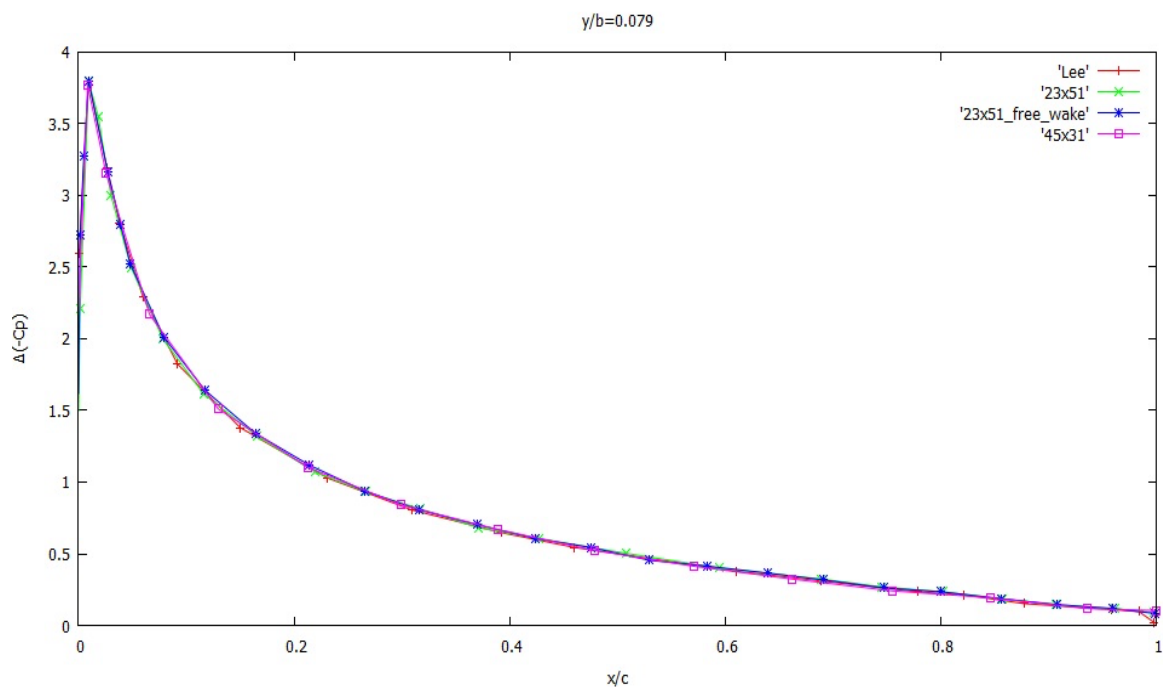
Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται περιλαμβάνουν τη μέθοδο των λεπτών ανωστικών σωμάτων του Lee, τα αποτελέσματα της άμεσης διατύπωσης με προδιαγεγραμμένο ομόρρου για δύο διαφορετικές διακριτοποιήσεις, καθώς και αυτά που προέκυψαν από την επίλυση με ελεύθερο ομόρρου. Χρησιμοποιήθηκαν δύο πλέγματα, ένα 23×51 και ένα 45×31 , για να διερευνηθεί η επίδραση της πύκνωσης τόσο στην κυκλοφορία όσο και στα φορτία.



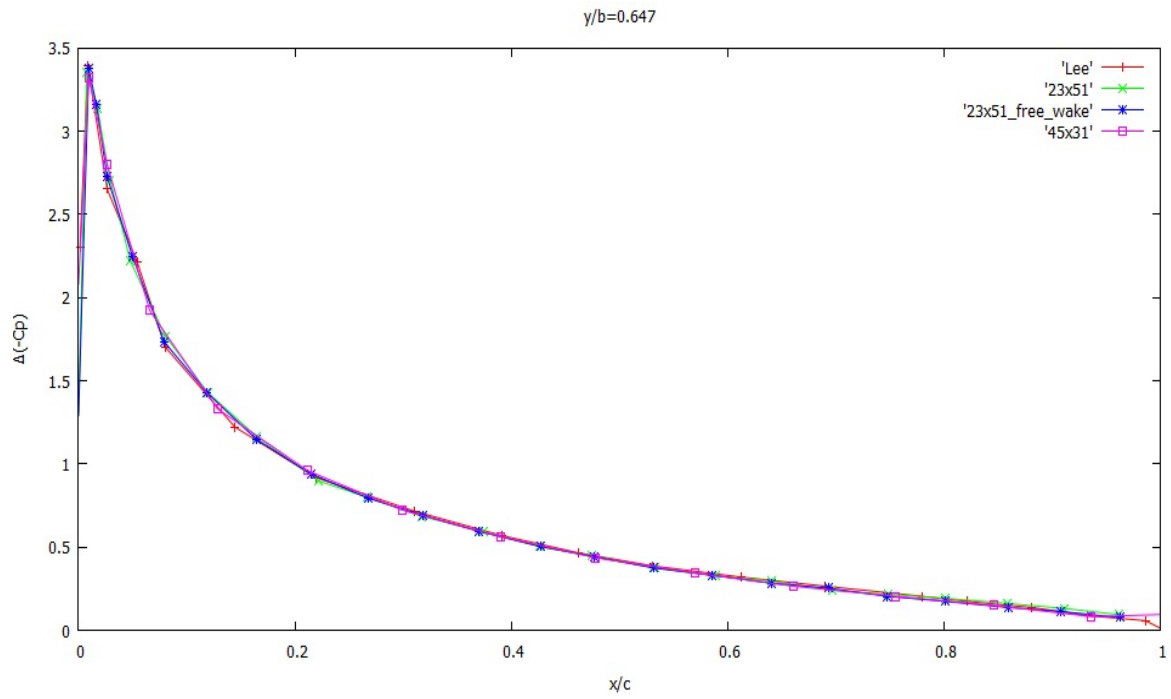
Εικόνα 11: Η κυκλοφορία για την ορθογωνική πτέρυγα μέγιστου πάχους 12%

Στην εικόνα 11 παρουσιάζεται η κυκλοφορία για την ορθογωνική πτέρυγα στη μόνιμη κατάσταση. Όπως παρατηρείται, τα αποτελέσματα είναι ικανοποιητικά καθώς η κυκλοφορία για το πλέγμα των 23x51 ταυτίζεται με του “Lee” ενώ το 45x53 παρουσιάζει μία μικρή υποεκτίμηση. Ακόμη, η ανάπτυξη του ομόρρου μέσω των δυναμικών και κινηματικών εξισώσεων δίνει τα ίδια αποτελέσματα με τον προδιαγεγραμμένο ομόρρου.

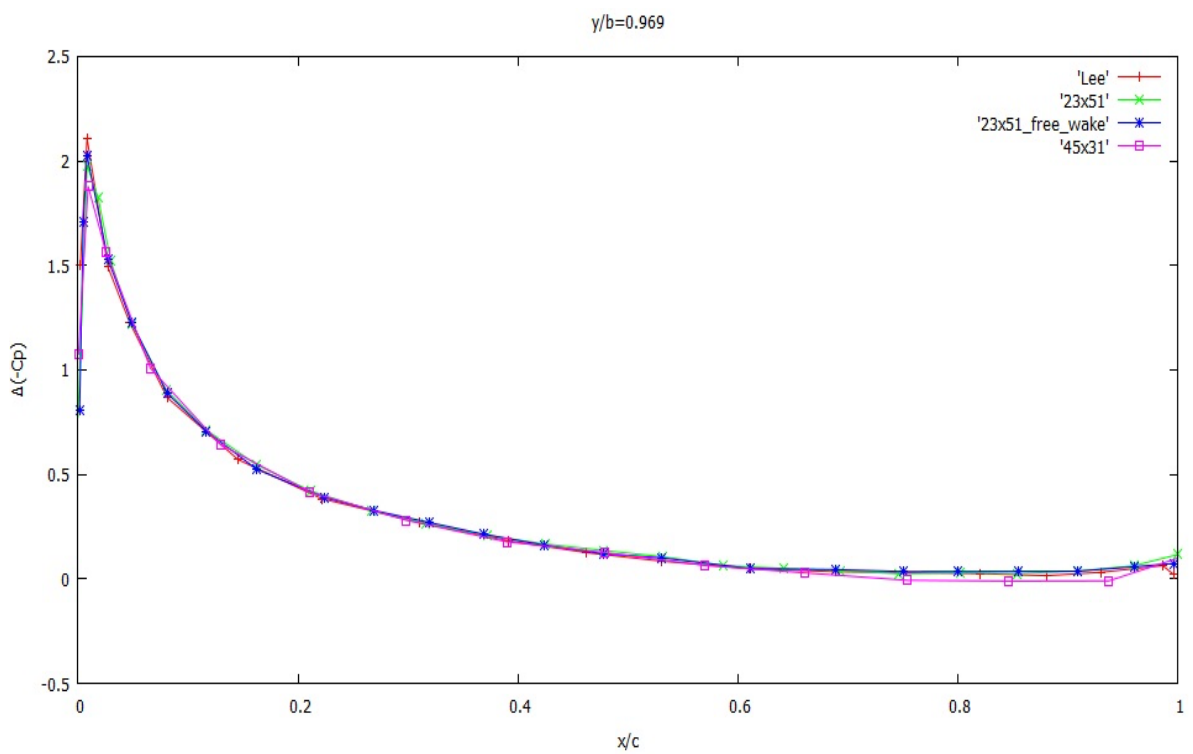
Στην συνέχεια, παρουσιάζεται σε τρεις θέσεις η διαφορά “-Cp”:



Εικόνα 12: Ο συντελεστής πίεσης στη θέση y/b=0.079



Εικόνα 13: Ο συντελεστής πίεσης στη θέση $y/b=0.647$

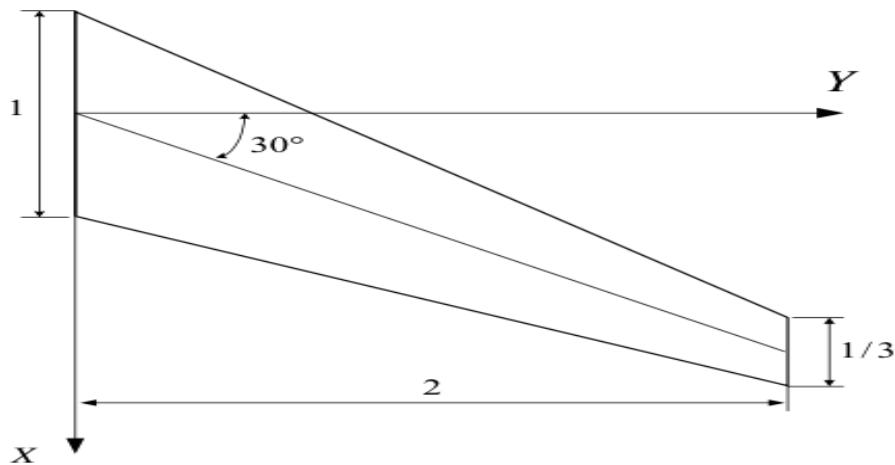


Εικόνα 14: Ο συντελεστής πίεσης στη θέση $y/b=0.969$

Από τα παραπάνω διαγράμματα είναι εμφανές πως η μέθοδος που αναπτύχθηκε δίνει αποτελέσματα ταυτόσημα με τα αντίστοιχα της μεθόδου “Lee”. Ο υπολογισμός των φορτίων στην μόνιμη κατάσταση είναι ανεξάρτητος του τρόπου σχηματισμού του ομόρρου, ωστόσο εξαρτάται άμεσα από την διακριτοποίηση κατά την αξονική διεύθυνση. Ειδικά για τη θέση του ακροπτερυγίου η επιλογή των 31 σημείων διαφοροποιεί ελάχιστα τους συντελεστές πίεσης.

3.3 Η οπισθοκλιής πτέρυγα RAE-110

Σε αυτό το κεφάλαιο εξετάζεται η οπισθοκλιής πτέρυγα RAE-110 για την οποία υπάρχει η αριθμητική λύση αναφοράς “datum” του Roberts .Η πτέρυγα σχηματίζεται από την συμμετρική NACA τεσσάρων ψηφίων με σταθερό πάχος κατά μήκος της ακτίνας. Η χορδή μεταβάλλεται γραμμικά σε συνάρτηση με την ακτίνα, ενώ στο παρακάτω σχήμα είναι η κάτοψη της πτέρυγας και οι βασικές διαστάσεις της.



Εικόνα 15: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά της RAE-110

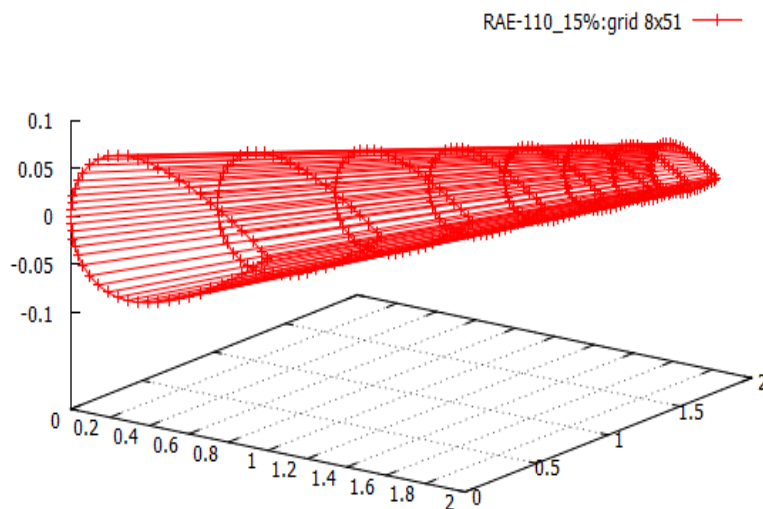
Για την περίπτωση αυτή επιλέχθηκε να εξεταστούν τρεις περιπτώσεις πάχους $t/c=15\%$, $t/c=5\%$ και $t/c=2\%$.

Για καθεμία περίπτωση χρησιμοποιήθηκαν δύο διακριτοποιήσεις 15×51 και 25×39 με προδιαγεγραμμένο ομόρρο και μία διακριτοποίηση 15×51 με ελεύθερο ομόρρο. Η επιλογή ενός αραιού πλέγματος κατά την ακτινική διεύθυνση έγκειται στον υπολογιστικό χρόνο που απαιτείται για την επίλυση με ελεύθερο ομόρρο.

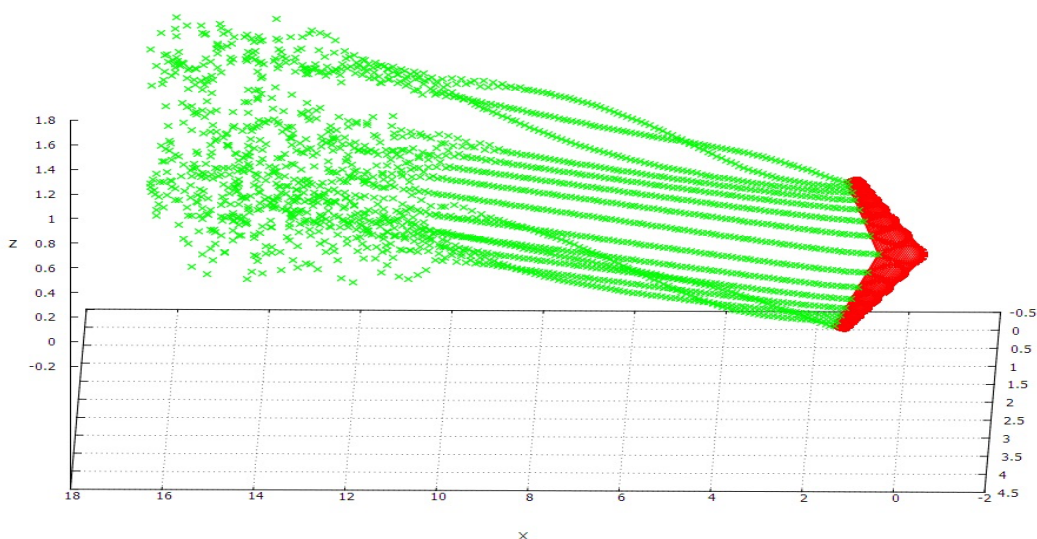
3.3.1 Η πτέρυγα RAE-110 με συμμετρικές αεροτομές NACA0015

Αρχικά εξετάζεται η πτέρυγα RAE-110 που απαρτίζεται από συμμετρικές αεροτομές naca με πάχος 15% και εισέρχεται σε πεδίο ροής με μοναδιαίο μέτρο ταχύτητας και γωνία πρόσπτωσης 5° μοίρες.

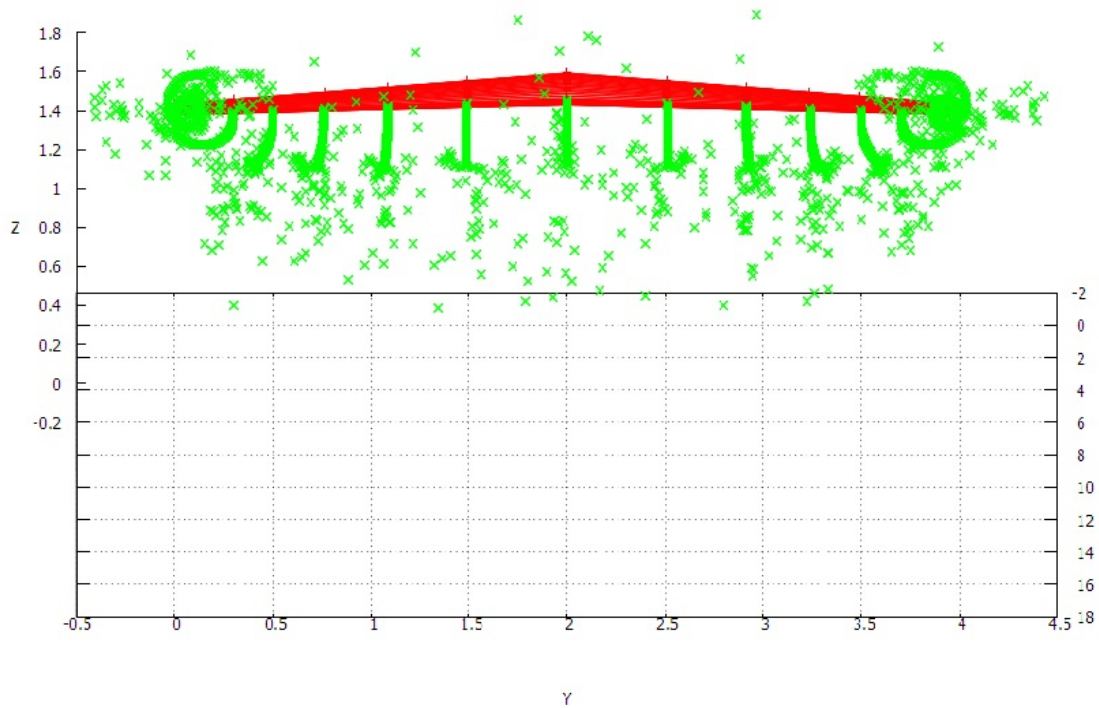
Στα επόμενα σχήματα παρουσιάζεται η πτέρυγα που χρησιμοποιήθηκε για την περίπτωση του ελεύθερου ομόρρου καθώς και ο ομόρρος, όπως αυτός εξελίχθηκε έπειτα από 150 χρονικά βήματα. Το μήκος αυτό ξεπερνάει τις δέκα χορδές. Στην εικόνα 17 παρουσιάζεται η κλίμακα αναφοράς ενώ στην εικόνα 18 η δημιουργία των στροβίλων των ακροπτερυγίων.



Εικόνα 16: Διακριτοποίηση της RAE-110

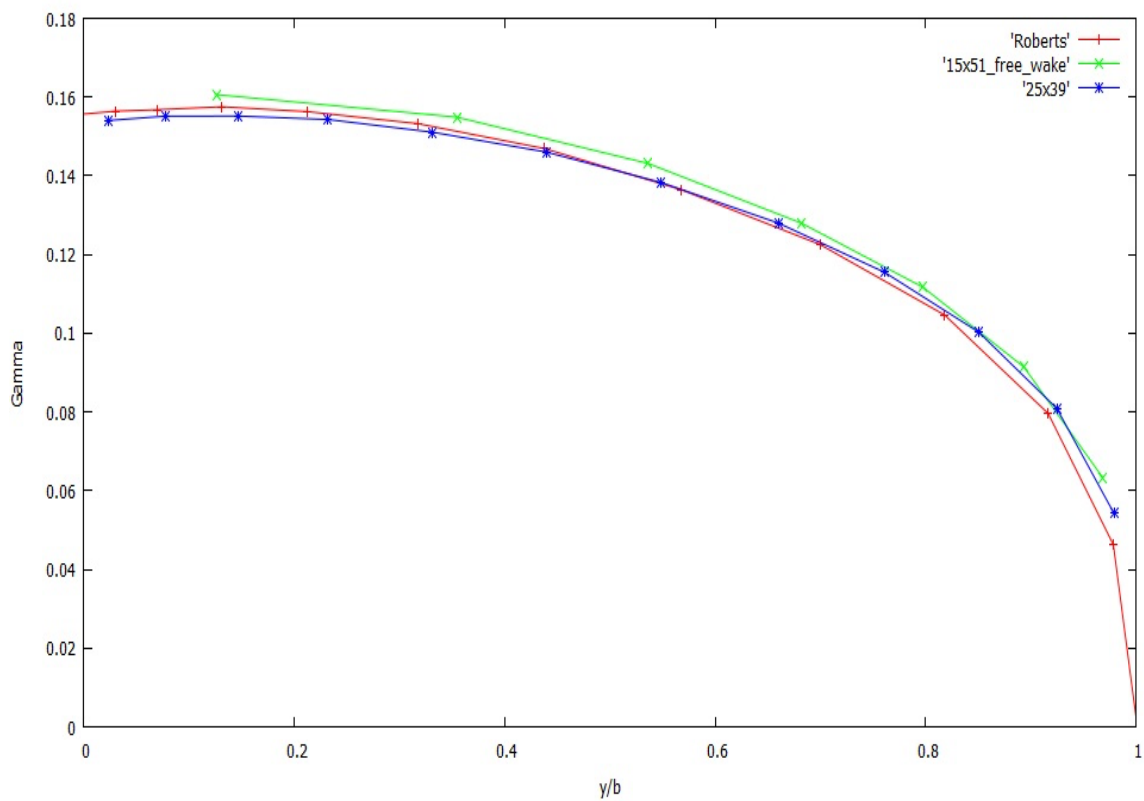


Εικόνα 17: Η RAE-110 και ο ομόρρος της



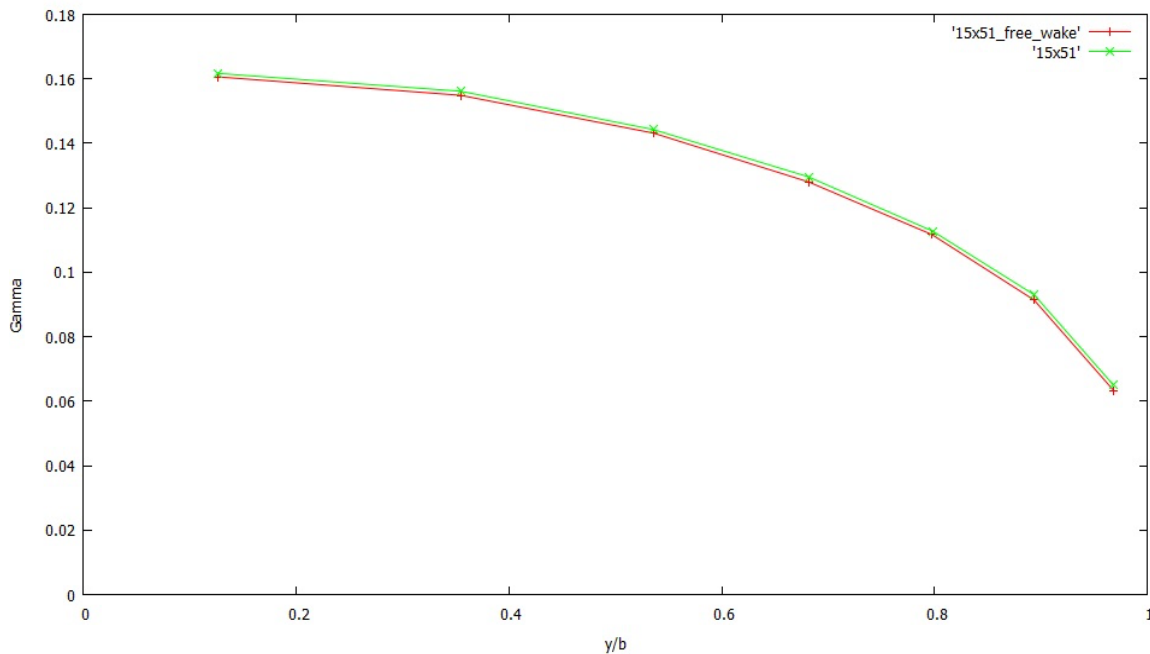
Εικόνα 18: Στρόβιλοι ακροπτερυγίων RAE-110

Στην συνέχεια παρουσιάζεται η κυκλοφορία κατά μήκος της ακτίνας, καθώς και ο συντελεστής πίεσης στη θέση $\gamma/b=0.549$



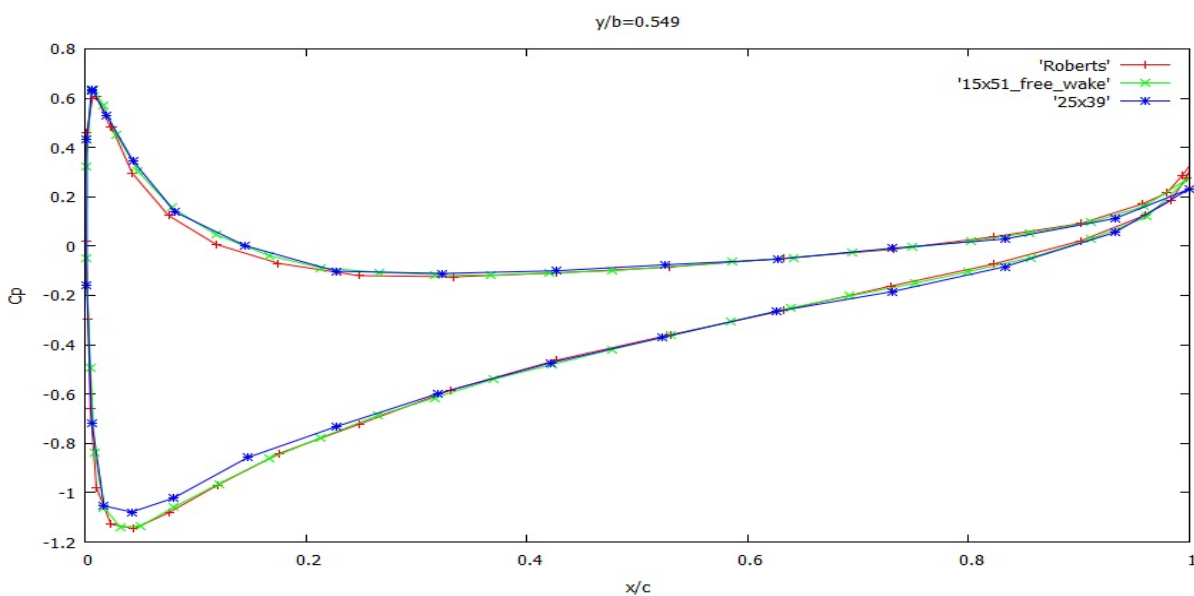
Εικόνα 19: Η κυκλοφορία της RAE-110 15%

Παραπάνω, γίνεται η σύγκριση της λύσης του “Roberts” με τις λύσεις που προέκυψαν από την επίλυση με δύο διαφορετικές διακριτοποιήσεις. Η διακριτοποίηση 25x39 πιάνει καλύτερα την κυκλοφορία εξαιτίας του πυκνότερου πλέγματος στην ακτινική διεύθυνση. Όμως και το 15x51 πλέγμα δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα αφού πέραν της υπερεκτίμησης της κυκλοφορίας, τα χαρακτηριστικά της καμπύλης είναι όμοια με τα αντίστοιχα των άλλων λύσεων.



Εικόνα 20: Σύγκριση κυκλοφορίας ελεύθερου και παγωμένου ομόρρου

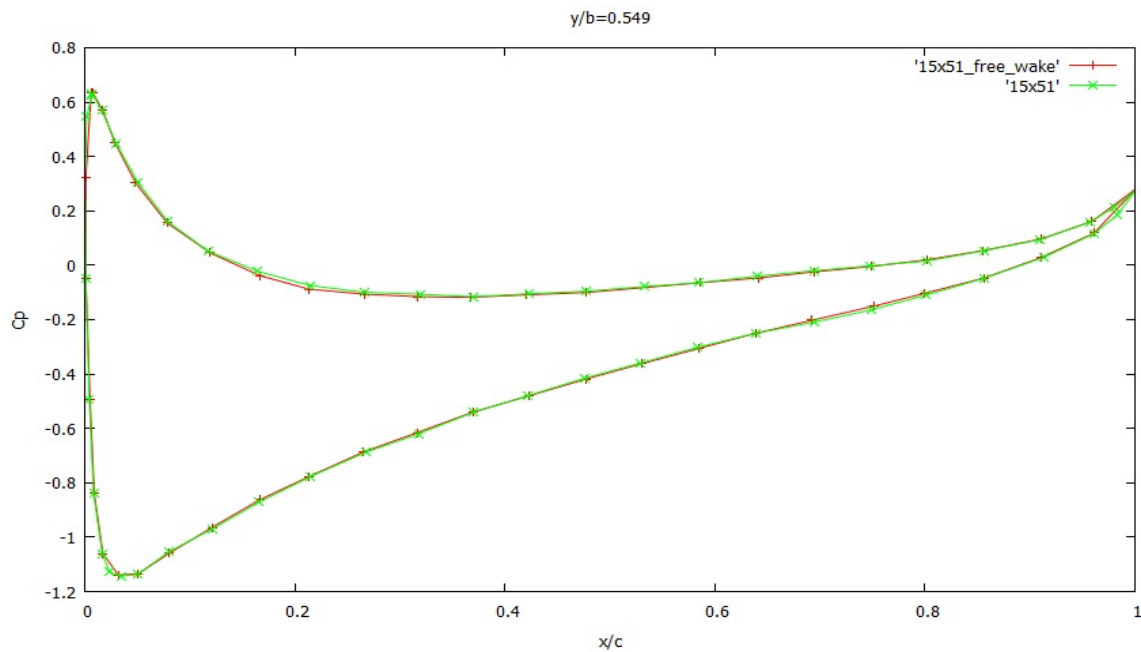
Το παραπάνω διάγραμμα παρουσιάζει την κυκλοφορία για τη λύση με τον ελεύθερο και τον προδιαγεγραμμένο ομόρρου. Όπως και στην περίπτωση της ορθογωνικής πτέρυγας, γίνεται εμφανές ότι στη μόνιμη κατάσταση η επίδραση είναι ανεπαίσθητη.



Εικόνα 21: Ο συντελεστής πίεσης στη θέση y/b=0.549

Ο συντελεστής πίεσης στη θέση $y/b=0.549$, όπως παρουσιάζεται από την επίλυση της μεθόδου “datum”, είναι ταυτόσημος με τον αντίστοιχο της μεθόδου που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία. Όπως είναι φανερό, τα αποτελέσματα είναι ικανοποιητικά, ακόμα και με την επιλογή αραιότερου πλέγματος στην αξονική διεύθυνση.

Στο παρακάτω διάγραμμα γίνεται και πάλι η σύγκριση ελεύθερου και προδιαγεγραμμένου ομόρρου, αυτή τη φορά για τον συντελεστή πίεσης.



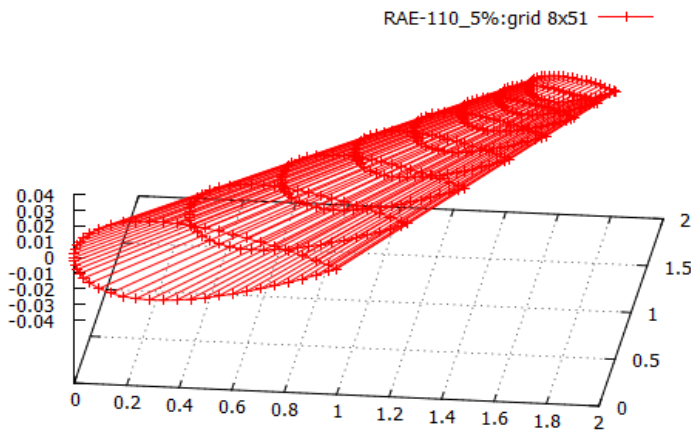
Εικόνα 22: Ο συντελεστής πίεσης στην θέση $y/b=0.549$ για τον ελεύθερο και τον παγωμένο ομόρρο

Όπως φαίνεται, η διαφορά είναι πολύ μικρή είτε γίνει χρήση του ελεύθερου ομόρρου είτε όχι.

3.3.2 Η πτέρυγα RAE-110 με συμμετρικές αεροτομές NACA0005

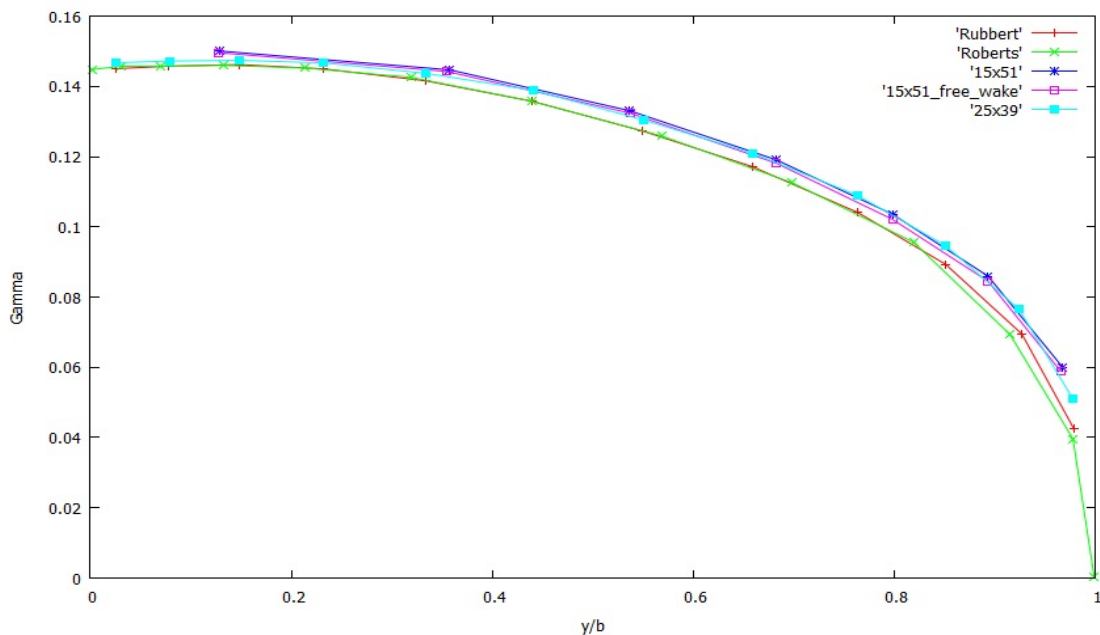
Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από την πτέρυγα RAE-110, η οποία έχει προκύψει από αεροτομές naca0005. Όπως και για τις προηγούμενες περιπτώσεις, η πτέρυγα εισέρχεται σε πεδίο ροής αέρα, με μοναδιαίο μέτρο ταχύτητας, υπό 5 μοίρες κλίση.

Στην εικόνα φαίνεται η διακριτοποίηση της πτέρυγας:



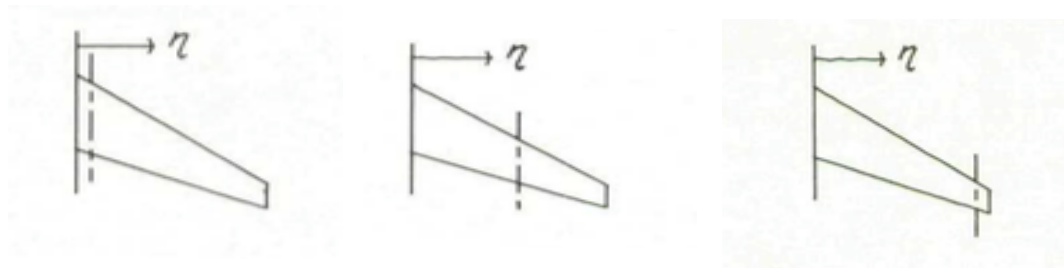
Εικόνα 23: Διακριτοποίηση της πτέρυγας RAE-110 5% πάχους

Στο παρακάτω διάγραμμα, παρατίθενται τα αποτελέσματα της κυκλοφορίας. Η πρόλεξη της κυκλοφορίας είναι ικανοποιητική και για τα δύο πλέγματα που χρησιμοποιήθηκαν τόσο στην περίπτωση του προδιαγεγραμμένου όσο και στην περίπτωση του ελεύθερου ομόρρου. Σε συμφωνία με τα προηγούμενα, καλύτερες τιμές κυκλοφορίας προκύπτουν για το πλέγμα με τον μεγαλύτερο αριθμό κόμβων στην ακτινική διεύθυνση.

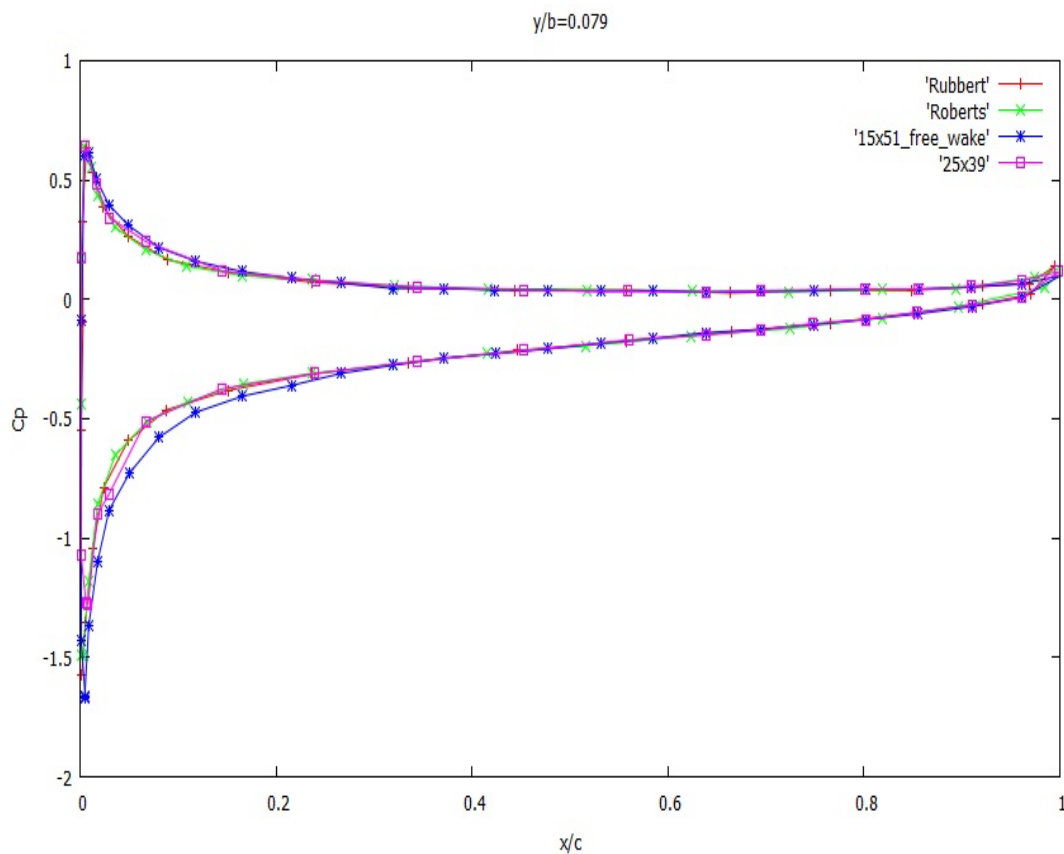


Εικόνα 24: Η κυκλοφορία της πτέρυγας RAE-110 5%

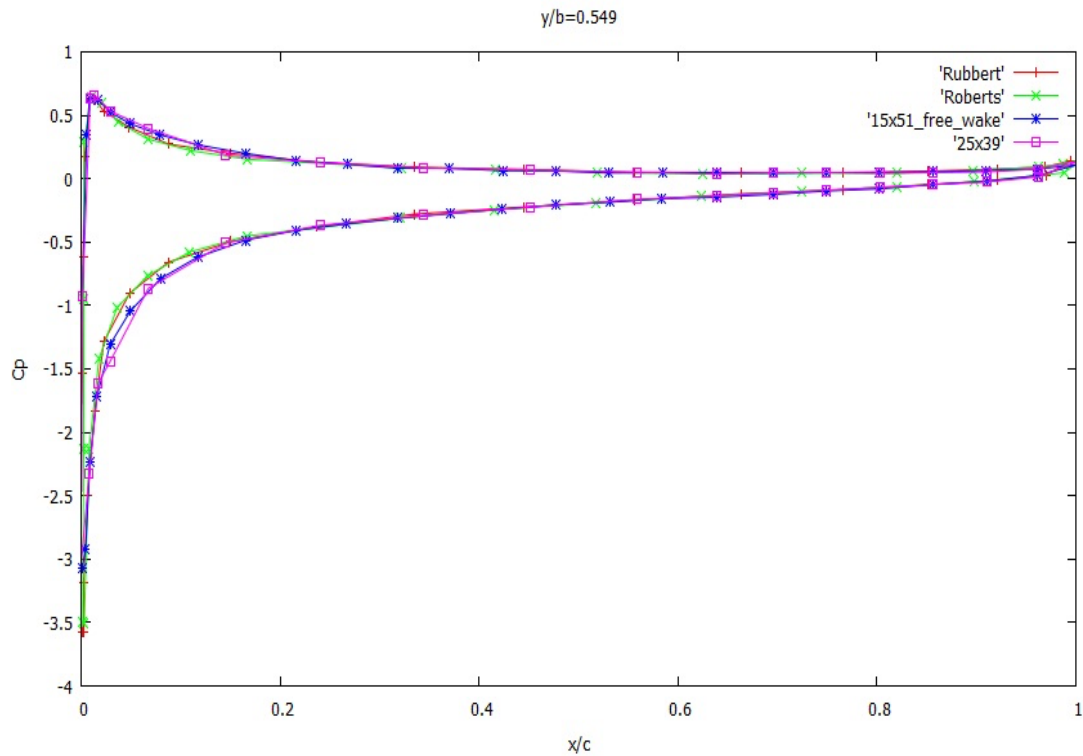
Στη συνέχεια, για τις τρεις ακτινικές θέσεις που φαίνονται παρακάτω παρουσιάζεται ο συντελεστής πίεσης.



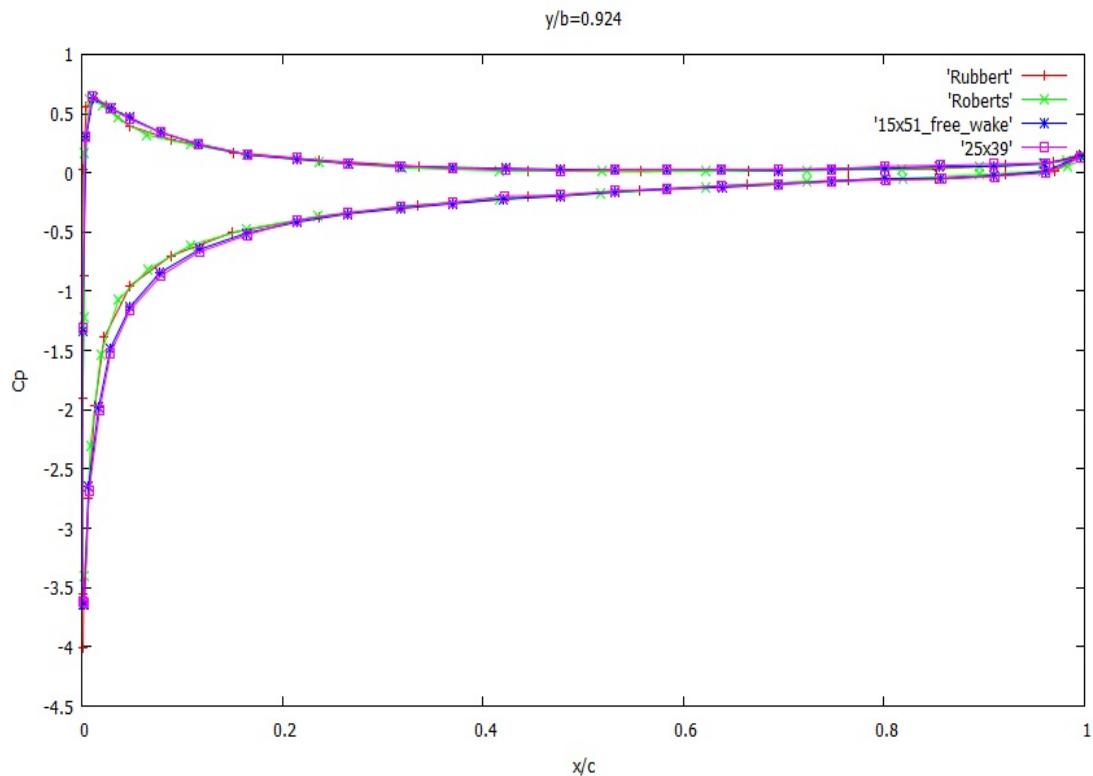
Η μία βρίσκεται κοντά στη ρίζα του πτερυγίου, η δεύτερη στο μέσον περίπου και η τρίτη κοντά στο ακροπτερύγιο. Με αυτόν τον τρόπο επιτρέπεται η γενική επισκόπηση της συμπεριφοράς της μεθοδολογίας σε σώματα όπου έχουν κλίση και το πάχος μεταβάλλεται ακτινικά.



Εικόνα 25: Ο συντελεστής πίεσης στη θέση $y/b=0.079$



Εικόνα 26: Ο συντελεστής πίεσης στη θέση $y/b=0.549$

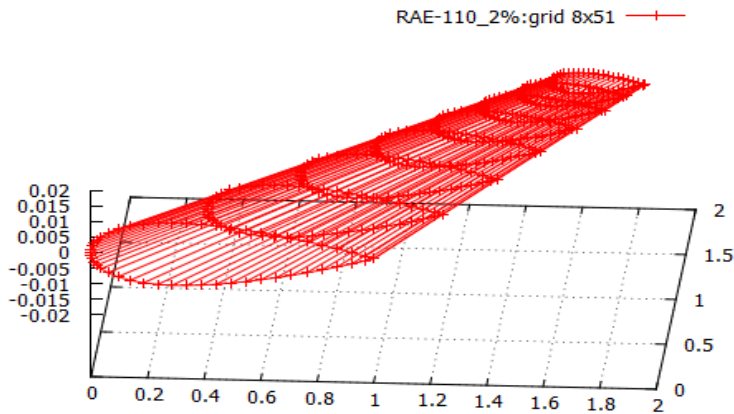


Εικόνα 27: Ο συντελεστής πίεσης στην θέση $y/b=0.924$

Παρατηρείται ικανοποιητική πρόβλεξη του συντελεστή πίεσης σε όλο το εκπέτασμα της πτέρυγας. Μόνο μία μικρή υποεκτίμηση παρατηρείται στην περιοχή του ακροπτερυγίου, η οποία μπορεί να αποτραπεί με πύκνωση του πλέγματος.

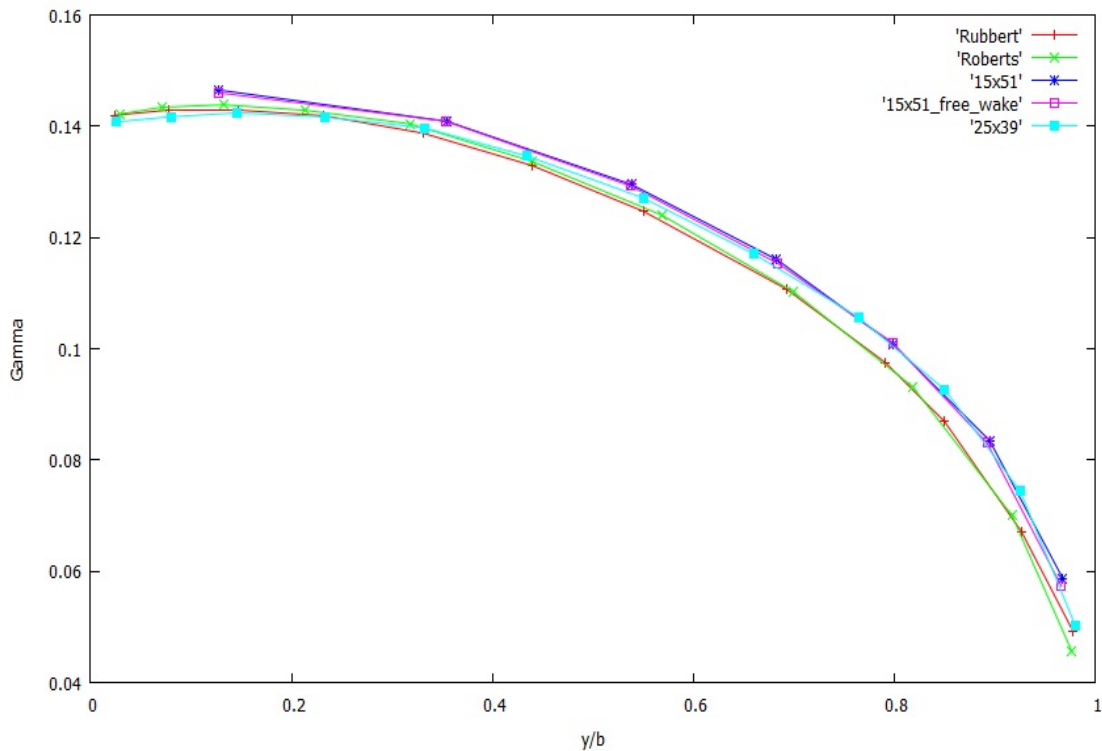
3.3.3 Η πτέρυγα RAE-110 με συμμετρικές αεροτομές NACA0002

Η πτέρυγα RAE-110 που σχηματίζεται από συμμετρικές αεροτομές naca0002 είναι και η πιο δύσκολη περίπτωση καθώς στο ακροπερύγιο το πάχος της πτέρυγας είναι $t/c=0.7\%$. Η γωνία πρόσπτωσης είναι 5 μοίρες και η ταχύτητα έχει μοναδιαίο μέτρο.



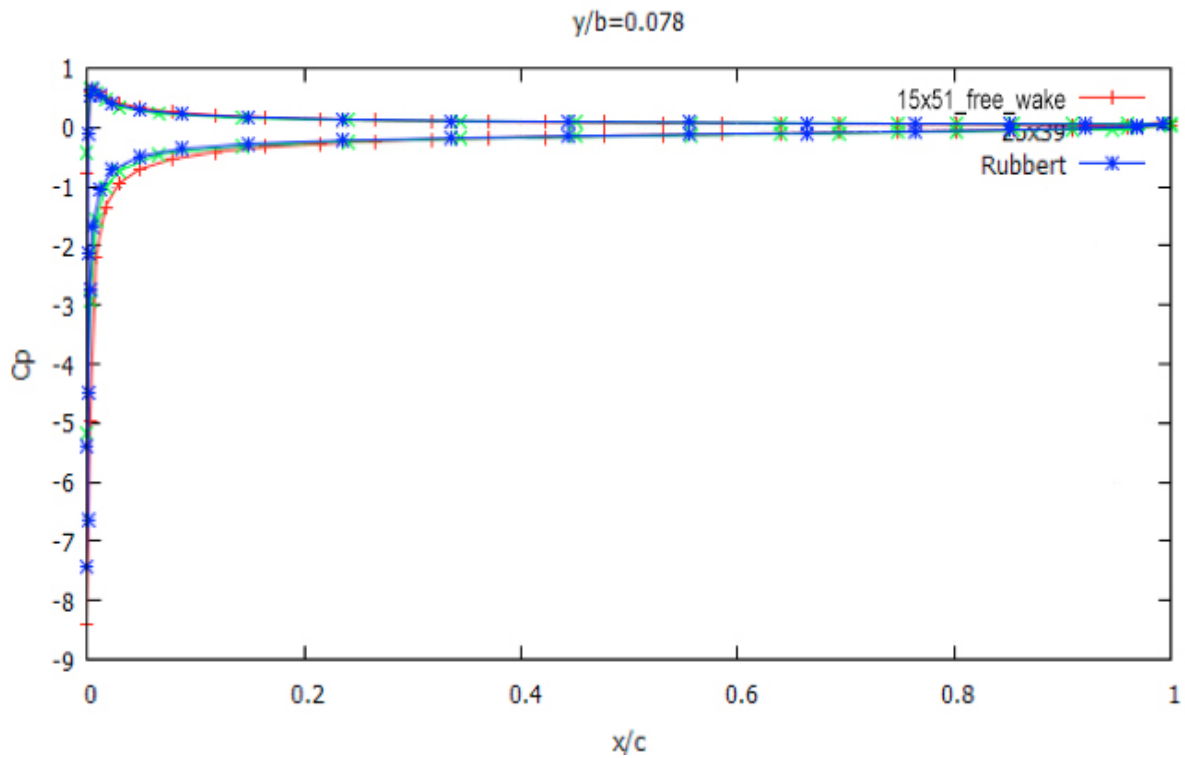
Εικόνα 28: Διακριτοποίηση της RAE-110 2%

Τα αποτελέσματα που ακολουθούν επιβεβαιώνουν τη σωστή διαχείριση από τη μέθοδο πτερυγίων ακόμα και με πολύ μικρό πάχος. Η πρόλεξη της κυκλοφορίας είναι πολύ ικανοποιητική και ανεξάρτητη τόσο του πλέγματος όσο και του ομόρου.

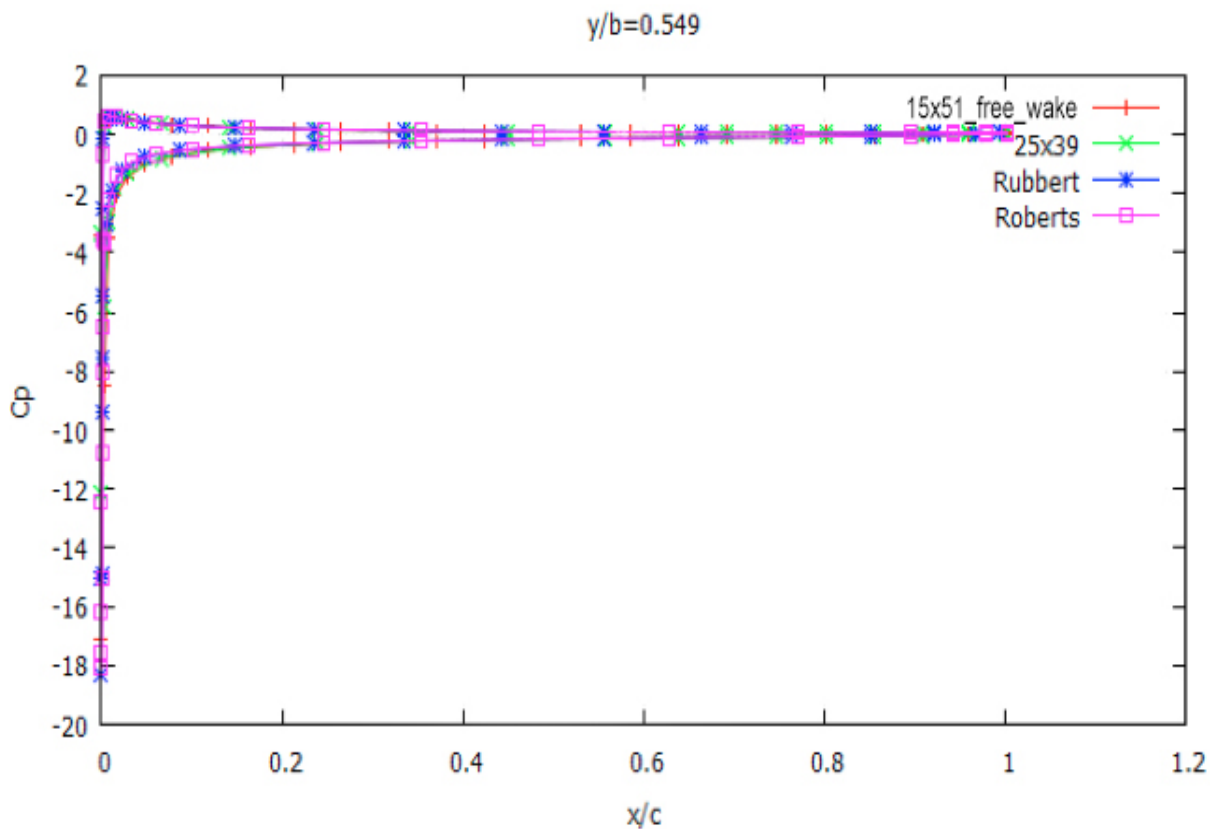


Εικόνα 29: Η κυκλοφορία της πτέρυγας RAE-110 2%

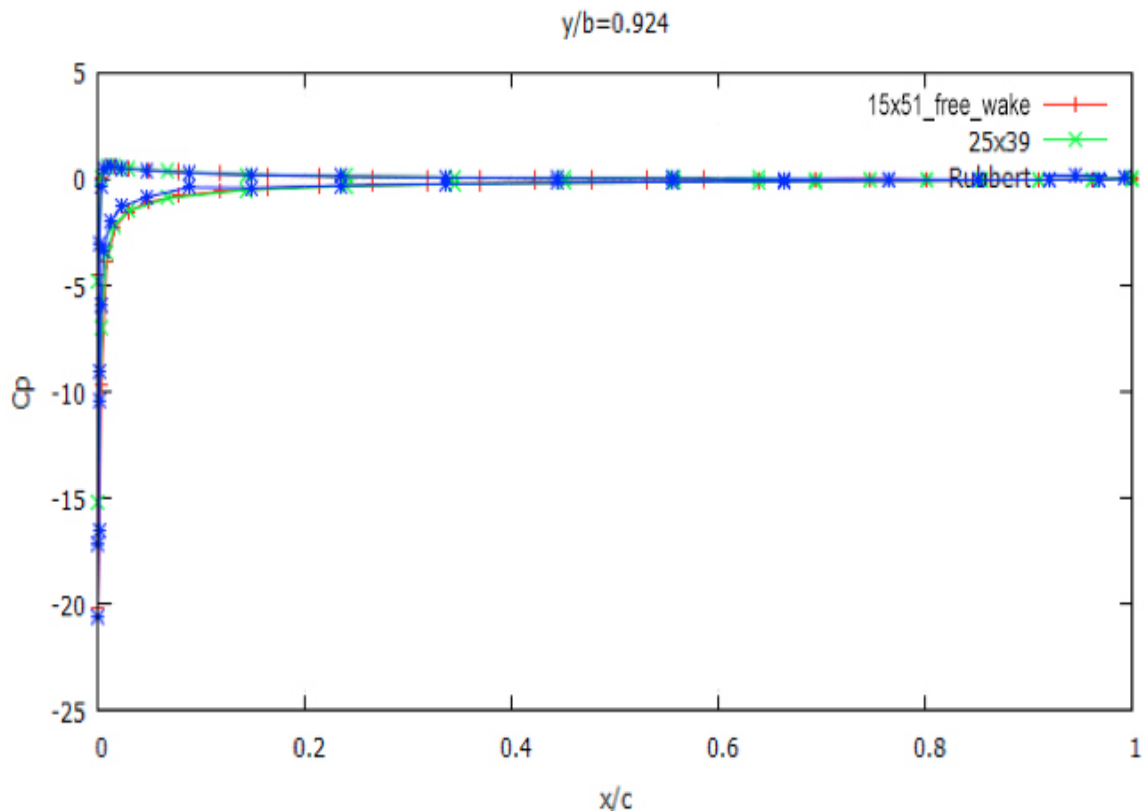
Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τον συντελεστή πίεσης σε 3 ακτινικές θέσεις.



Εικόνα 30: Ο συντελεστής πίεσης στη θέση $y/b=0.078$



Εικόνα 31: Ο συντελεστής πίεσης στη θέση $y/b=0.549$



Εικόνα 32: Ο συντελεστής πίεσης στη θέση $y/b=0.924$

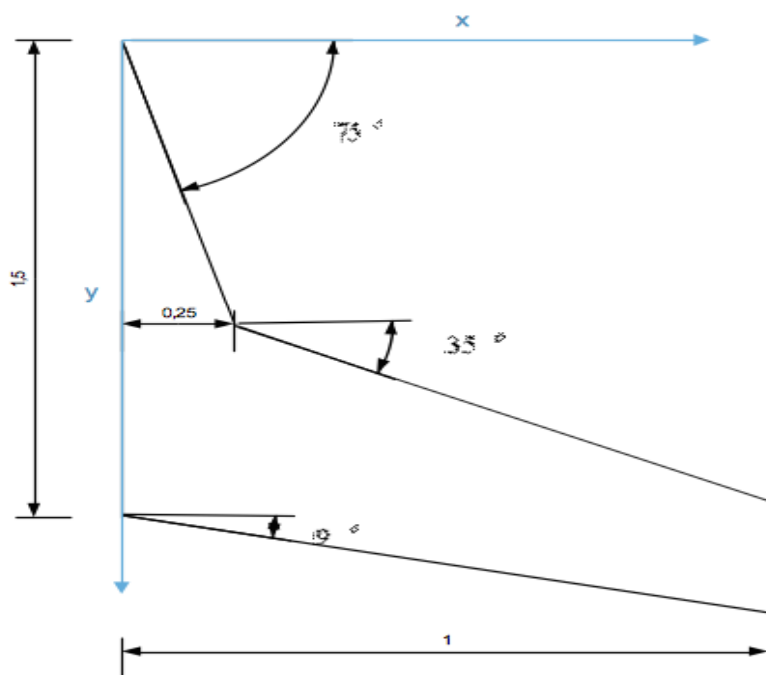
Τα παραπάνω αποτελέσματα είναι άκρως ικανοποιητικά, καθώς είναι όμοια με τα αντίστοιχα της λύσης αναφοράς “datum” και διότι διαπιστώνεται ότι η μέθοδος που ακολουθείται με τη χρήση του ελεύθερου δυναμικού ομόρρου δεν παρουσιάζει αστάθειες και διαχειρίζεται χωρίς προβλήματα ακόμα και την περιοχή του ακροπτερυγίου, που όπως αναφέρθηκε παραπάνω το πάχος του δεν ξεπερνάει το 0.7%.

Έχοντας παρουσιάσει τα αποτελέσματα για τις πτέρυγες οπισθόκλισης RAE-110, είναι σημαντικό να αναφερθεί το παρακάτω:

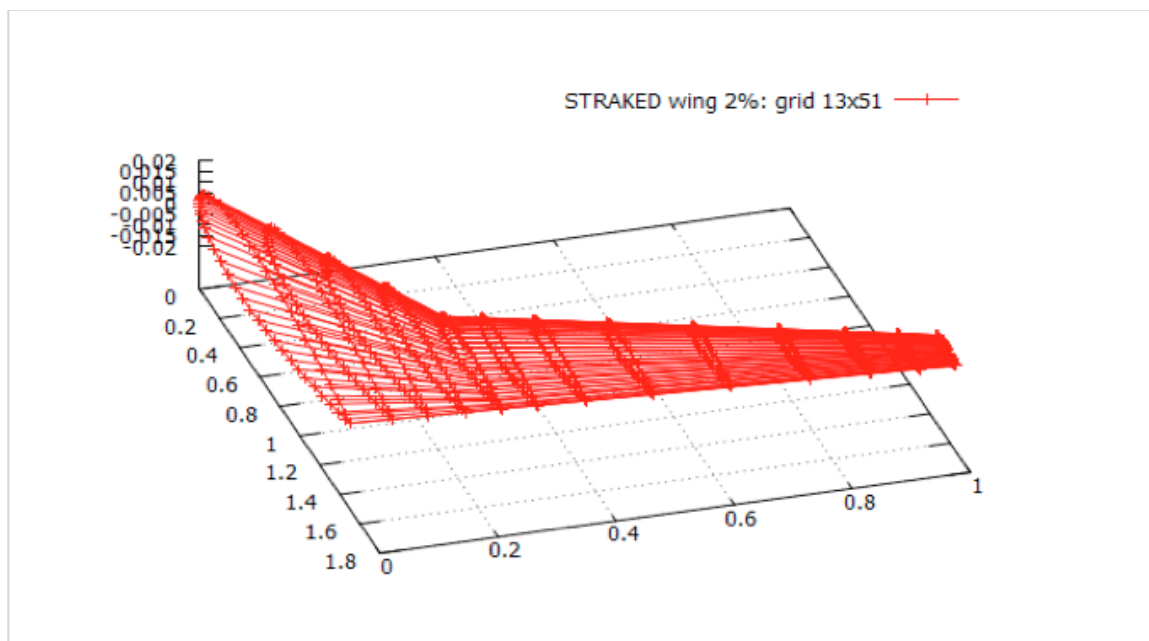
Μελετώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών πίεσης σε διάφορες ακτινικές θέσεις και για διάφορα πάχη, γίνεται αντιληπτό ότι οι διαφοροποιήσεις που παρατηρούνται κυρίως στην πλευρά της υποπίεσης (πάνω πλευρά) εξασθενούν καθώς το πάχος της πτέρυγας μειώνεται. Η αιτία εντοπίζεται στον τρόπο υπολογισμού των εμβαδών των στοιχείων και στη διακριτοποίηση, εξαιτίας της θεώρησης επίπεδων στοιχείων. Η διακριτή γεωμετρία προσεγγίζει την πραγματική και τείνει να την αποτυπώσει πλήρως καθώς το πλήθος των στοιχείων αυξάνει. Σε μία γεωμετρία με μεγάλο πάχος αυξάνουν οι κλίσεις στην αξονική διεύθυνση επομένως απαιτείται μεγαλύτερο πλήθος σημείων.

3.4 Η διπλής οπισθόκλισης πτέρυγα Straked wing

Τέλος, εξετάζεται η πτέρυγα διπλής οπισθόκλισης (straked wing) για την οποία διατίθεται η αριθμητική λύση “datum”. Η πτέρυγα σχηματίζεται από τη συμμετρική NACA τεσσάρων ψηφίων με σταθερό πάχος κατά μήκος της ακτίνας. Η χορδή μεταβάλλεται γραμμικά σε συνάρτηση με την ακτίνα, ενώ στο παρακάτω σχήμα είναι η κάτοψη της πτέρυγας και οι βασικές διαστάσεις της και η διακριτοποίησή της.



Σχεδίαση 11: Η γεωμετρία της STRAKED

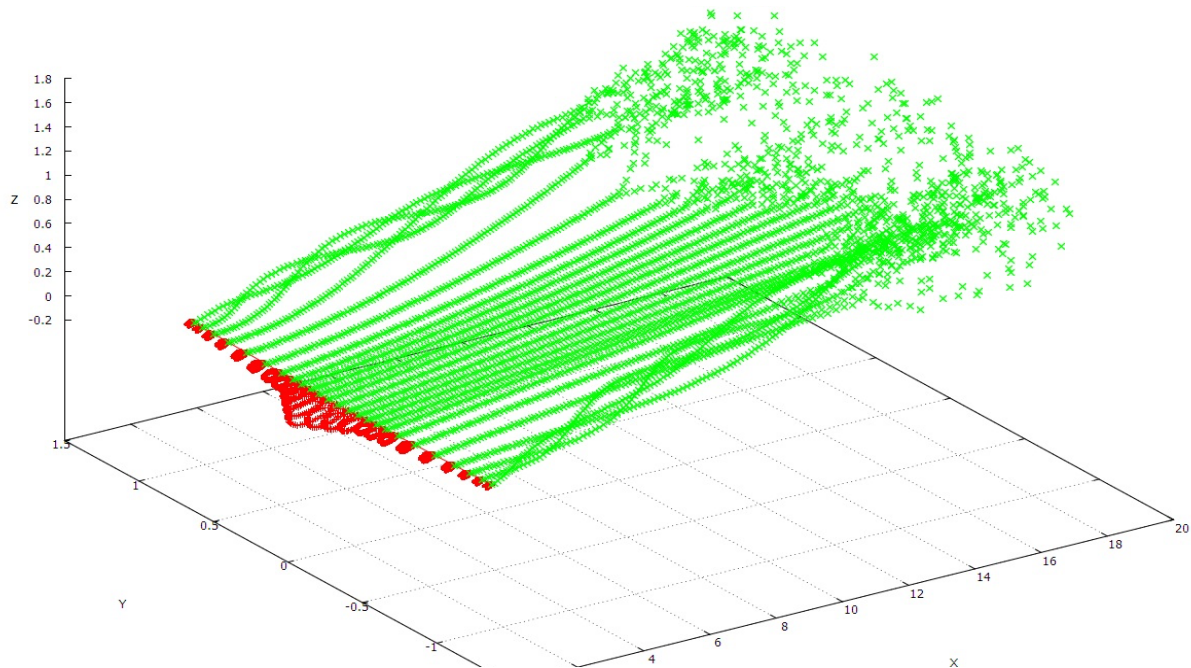


Εικόνα 33: Η διακριτοποίηση της STRAKED

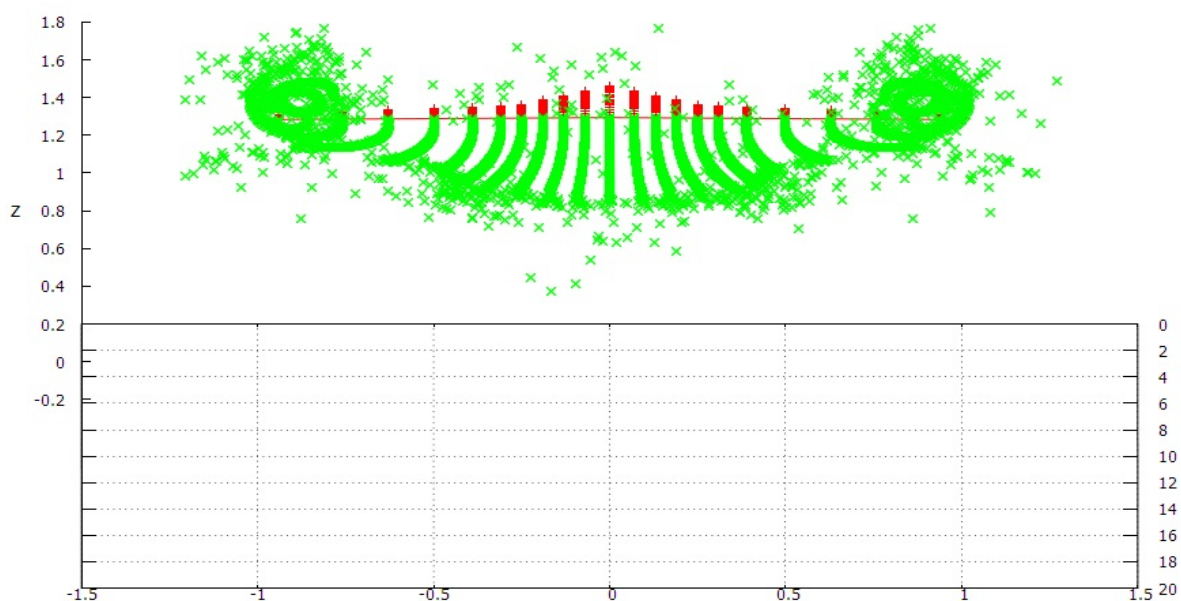
Η πτέρυγα τοποθετήθηκε σε πεδίο με μοναδιαίο μέτρο της επάπειρον ταχύτητας και γωνία πρόσπτωσης 8° .

Ιδιαίτερη σημασία στη μελέτη της συγκεκριμένης πτέρυγας παρουσιάζει η αλλαγή στη γωνία οπισθόκλιση και συγκεκριμένα η μεγάλη κλίση στην περιοχή της ρίζας. Σκοπός είναι ο έλεγχος ως προς τυχόν αστάθειες αλλά και η επαλήθευση των αεροδυναμικών χαρακτηριστικών της.

Στις παρακάτω εικόνες αποτυπώνεται ο ομόρρους μετά από 200 χρονικά βήματα και οι στρόβιλοι ακροπτερυγίων.

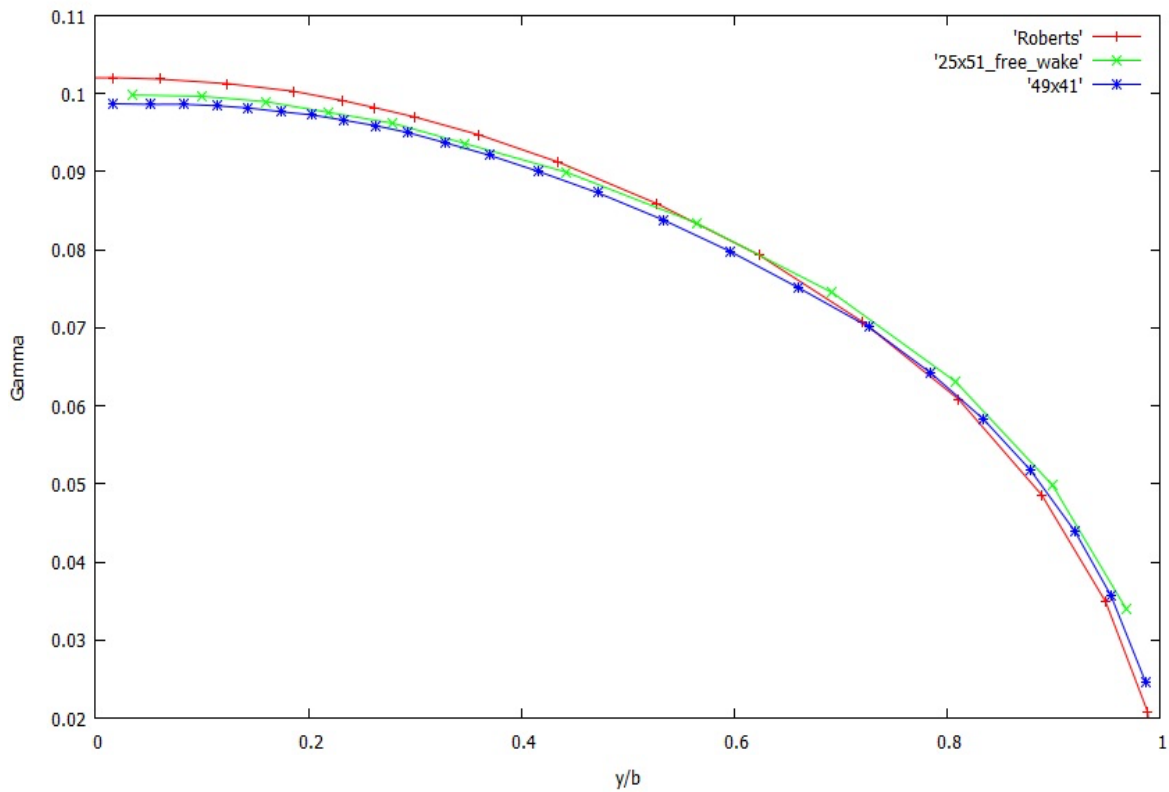


Εικόνα 34: Ο ομόρρους της STRAKED



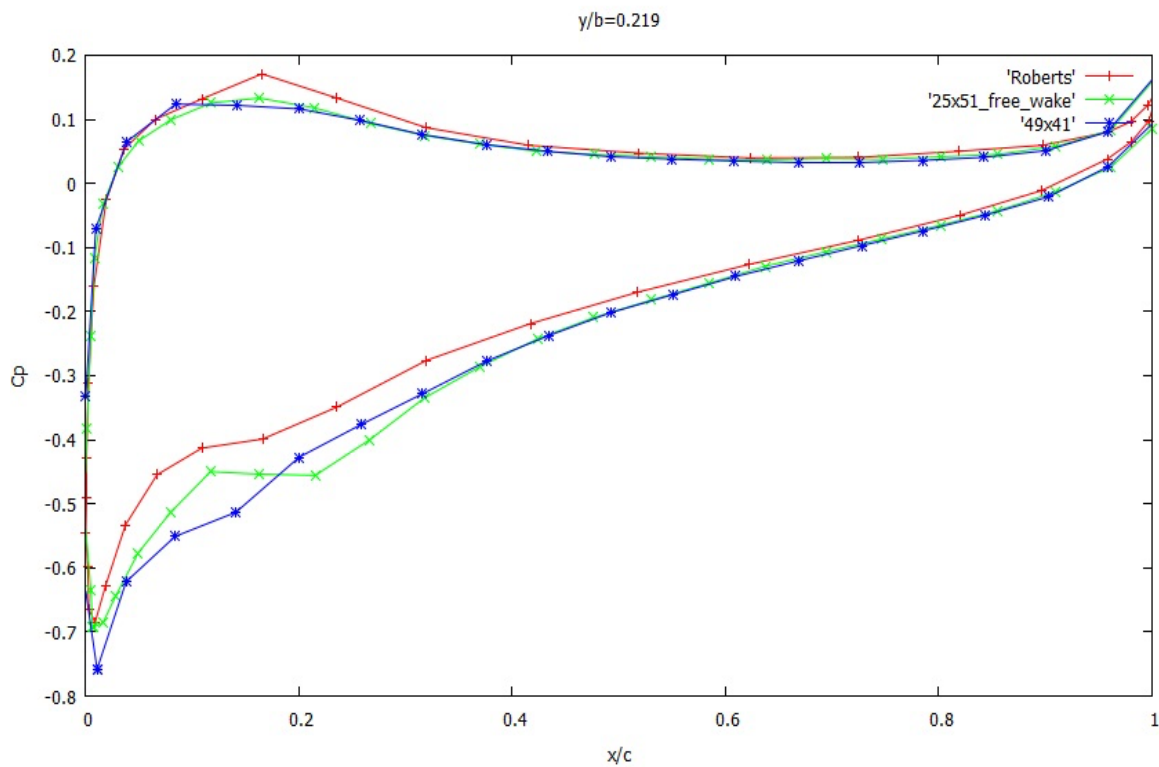
Εικόνα 35: Οι στρόβιλοι ακροπτερυγίων

Στην εικόνα 29 παρουσιάζεται η κυκλοφορία της πτέρυγας με διπλή οπισθόκλιση

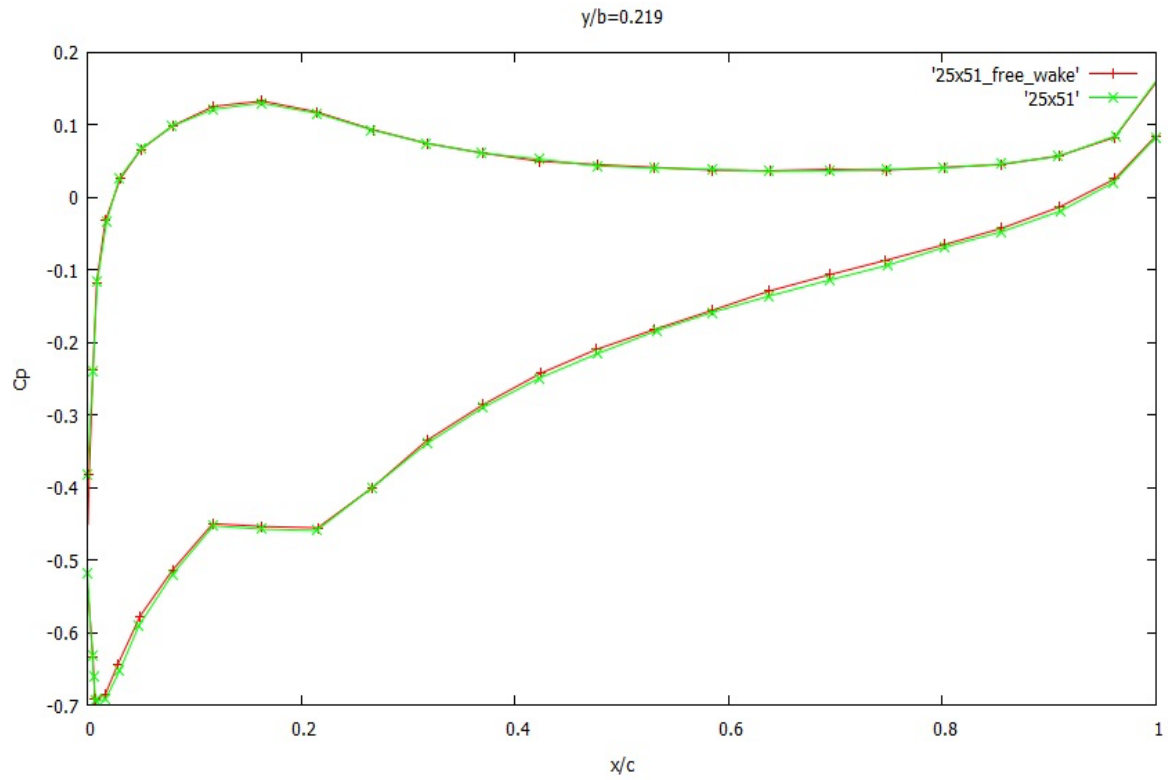


Εικόνα 36: Η κυκλοφορία της STRAKED

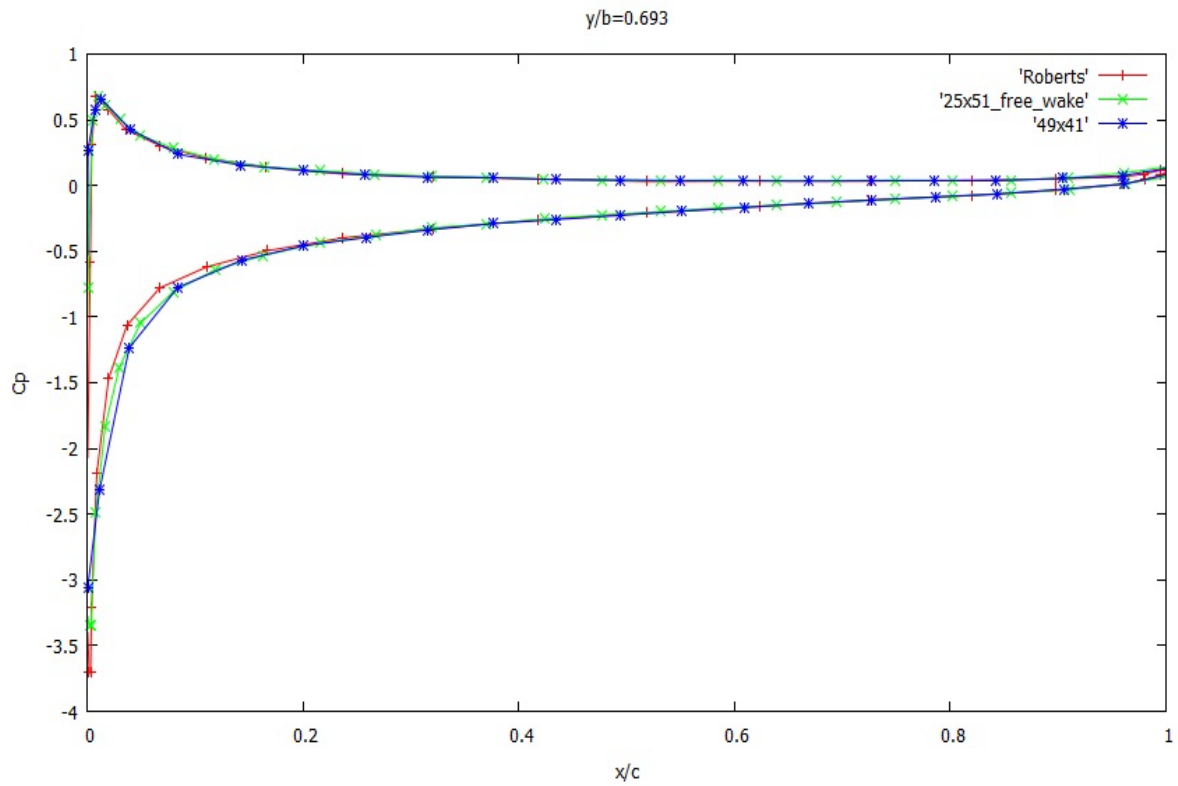
Στα επόμενα διαγράμματα παρατίθενται οι συντελεστές πίεσης σε 2 θέσεις, σε μία όπου η οπισθόκλιση είναι μεγάλη και σε μία με μικρή οπισθόκλιση.



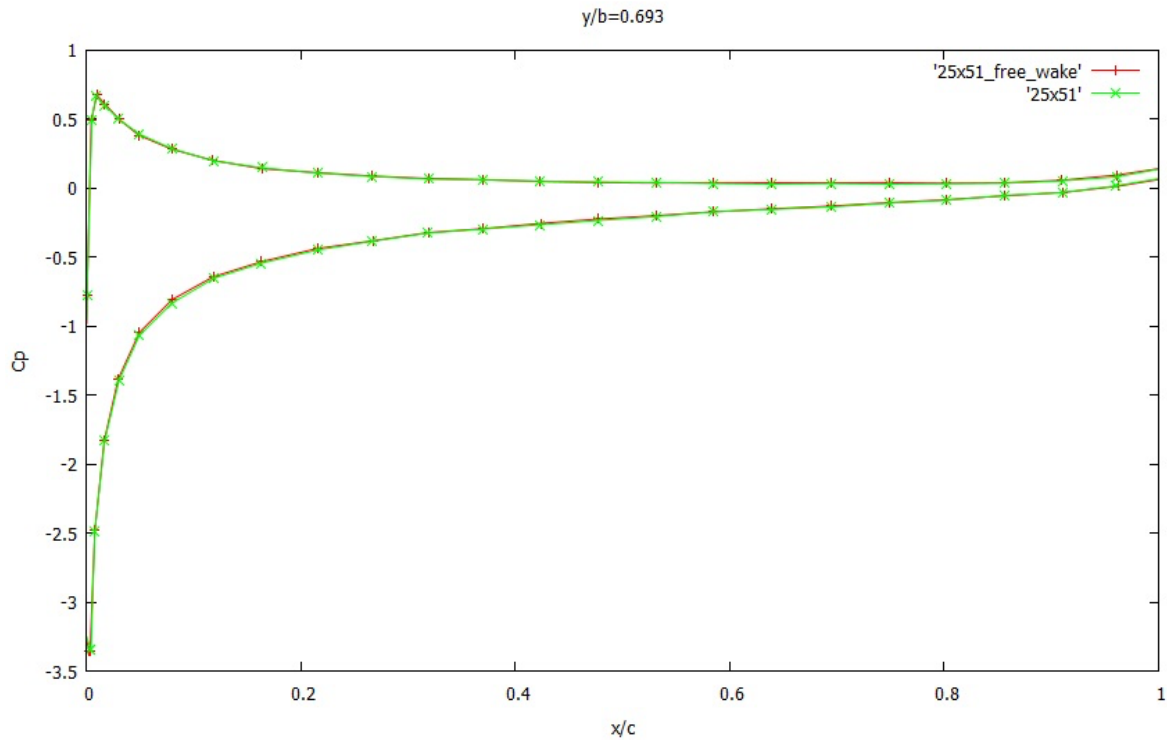
Εικόνα 37: Ο συντελεστής πίεσης στη θέση $y/b=0.219$



Εικόνα 38: Οι συντελεστές πίεσης για τον ελεύθερο και τον παγωμένο ομόρρου



Εικόνα 39: Ο συντελεστής πίεσης στη θέση $y/b=0.693$



Εικόνα 40: Οι συντελεστές πίεσης για τον ελεύθερο και τον παγωμένο ομόρρονο

Από τα παραπάνω διαγράμματα διαπιστώνεται για ακόμη μία φορά πως η επίδραση του ελεύθερου ομόρρονο συγκριτικά με τον παγωμένο είναι ανεπαίσθητη στον υπολογισμό των φορτίων. Ακόμη, για τη θέση με τη μικρή οπισθόκλιση παρατηρείται ότι η μέθοδος διαχειρίζεται σωστά το πρόβλημα και τα αποτελέσματα του συντελεστή πίεσης είναι ικανοποιητικά. Ωστόσο, στη θέση της μεγάλης οπισθόκλισης παρατηρείται μία απόκλιση στην αποτύπωση του συντελεστή η οποία έχει άμεση σχέση με την επιλογή των σημείων διακριτοποίησης αφού η πτέρυγα με τα 51 σημεία στην αξονική διεύθυνση δίνει πολύ καλύτερα αποτελέσματα από την πτέρυγα με τα 41 σημεία.

3.5 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα που προέκυψαν μετά την επίλυση για τρεις διαφορετικές πτέρυγες (ορθογωνική, οπισθοκλινής, διπλής οπισθόκλισης) και πραγματοποιήθηκε η σύγκριση με τις αντίστοιχες λύσεις αναφοράς (Lee, Datum). Στόχος ήταν η επιβεβαίωση πως η μεθοδολογία προλέγει σωστά τα αποτελέσματα και δίνει αξιόπιστες λύσεις ανεξαρτήτως του πάχους των πτερύγων, του πλέγματος που χρησιμοποιήθηκε και της διαχείρισης του ομόρρου.

Αρχικά, και για τις τρεις περιπτώσεις πτερύγων, η επίδραση του ελεύθερου ομόρρου στα αποτελέσματα, συγκριτικά με τον προδιαγεγραμμένο, είναι αμελητέα. Συγκεκριμένα, όσον αφορά τον συντελεστή πίεσης τα αποτελέσματα σε όλες τις δοκιμές ήταν όμοια. Στην κυκλοφορία παρουσιάστηκε μία μικρή διαφοροποίηση, με την χρήση του ελεύθερου ομόρρου να δίνει ελαφρώς καλύτερα αποτελέσματα. Ωστόσο, είναι σημαντικό να αναφερθεί πως αν το ενδιαφέρον έγκειται μόνο στον υπολογισμό των φορτίων, αυτό μπορεί να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας τον προδιαγεγραμμένο ομόρρο, εξοικονομώντας υπολογιστικό χρόνο και μνήμη χωρίς παράλληλα να αυξάνεται το σφάλμα των αποτελεσμάτων.

Σημαντική συνεισφορά στον υπολογισμό των φορτίων έχει η επιλογή του πλέγματος στην αξονική διεύθυνση. Αν και η μεθοδολογία εξασφαλίζει ανεξαρτησία πλέγματος, όπως αυτό φαίνεται στην ενότητα 3.2, όπου οι συντελεστές πίεσης για τρεις διαφορετικές ακτινικές θέσεις είναι ανεξάρτητοι της διακριτοποίησης, πρέπει να τονισθεί ότι για πιο σύνθετες γεωμετρίες που παρουσιάζουν μεγάλες κλίσεις των στοιχείων είναι αναγκαία η πύκνωση των κόμβων. Το γεγονός αυτό οφείλεται στον τρόπο υπολογισμού του εμβαδού των στοιχείων καθώς γίνεται η θεώρηση πως κάθε στοιχείο αποτελείται από δύο ορθογώνια τρίγωνα με πλευρές τις πλευρές των στοιχείων. Αποτέλεσμα λοιπόν είναι ο υπολογισμός εμβαδών με κάποιο σφάλμα, το οποίο είναι έντονο σε πτέρυγες με μεγάλη οπισθόκλιση όπως η “straked wing”. Επομένως, ο λόγος αυτός επιβάλλει την χρήση πυκνότερων πλεγμάτων σε προβλήματα ροών γύρω από σώματα με πιο σύνθετη γεωμετρία προκειμένου να μειωθεί η κλίση των στοιχείων.

Τέλος, η μεθοδολογία αποδείχτηκε αξιόπιστη για τη σωστή πρόλεξη της κυκλοφορίας. Ακόμα και με αραιότερη διακριτοποίηση τα αποτελέσματα ήταν άκρως ικανοποιητικά. Το παραπάνω, αποτυπώνεται και στη σωστή διαμόρφωση του ελεύθερου ομόρρου αφού αυτή εξαρτάται άμεσα, σύμφωνα με το θεώρημα του Kelvin, από την κυκλοφορία. Συνοψίζοντας, η μέθοδος που χρησιμοποιείται είναι ικανή να διαχειριστεί με αξιοπιστία ροές γύρω από σώματα με σχετικά απλή γεωμετρία.

4 Ανάλυση συμπεριφοράς πτερύγων με καμπυλωμένα άκρα (Winglets)

4.1 Εισαγωγή

Όπως αναφέρεται στο πρώτο κεφάλαιο, σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η αξιολόγηση των αεροδυναμικών χαρακτηριστικών πτερύγων με καμπυλωμένα άκρα και τα χαρακτηριστικά του πεδίου ροής όπως αυτά προκύπτουν από τη μέθοδο της άμεσης διατύπωσης με τη χρήση ενός προτύπου ελεύθερου, δυναμικού ομόρρου. Τα σημαντικότερα σημεία είναι ο υπολογισμός των φορτίων σε ένα μεγάλο εύρος γωνιών πρόσπτωσης, ο σωστός σχηματισμός-αποτύπωση του πεδίου ροής κατάντι της πτέρυγας και τέλος η επίδραση διαφόρων παραμέτρων εισαγωγής στα παραπάνω χαρακτηριστικά.

Για την επίτευξη των παραπάνω χρησιμοποιούνται τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο πείραμα [4].

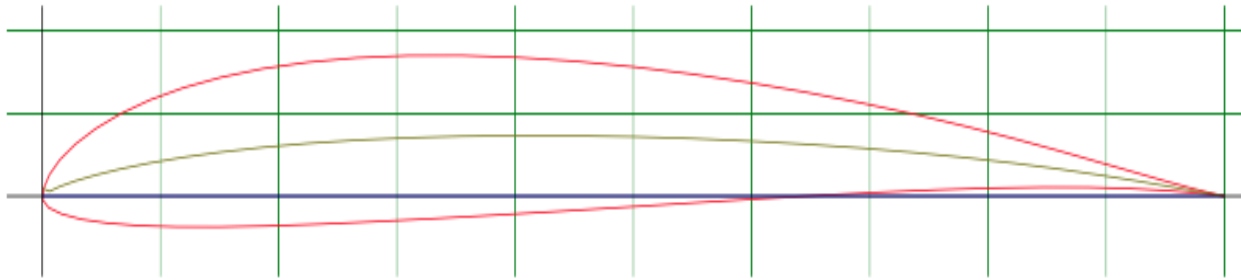
Το συγκεκριμένο πείραμα, όπως θα περιγραφεί παρακάτω, που εξετάζει τη ροή γύρω από μία ημιελλειψοειδή πτέρυγα και μία πτέρυγα με κυρτό άκρο τίθεται ως σημείο αναφοράς για τη σύγκριση με τα αποτελέσματα της παρούσας αριθμητικής μεθόδου. Επιπλέον, πραγματοποιείται και η σύγκριση με προγενέστερες προσπάθειες προσομοίωσης της ροής (Κουλουράς 2012-θεώρηση τρισδιάστατων σωμάτων χωρίς πάχος, Εζνεπίδης 2014-διατύπωση πηγών και διπόλων με τη χρήση της μεθόδου GENUVP).

4.2 Περιγραφή του πειράματος

Το πείραμα πραγματοποιήθηκε στο πειραματικό κέντρο της Nasa στο Langley [4]. Στην ουσία μία ιδέα εμπνευσμένη από το πέταγμα των πουλιών εξετάζει έξι διαφορετικές πτέρυγες ως προς τα φορτία που δέχονται και τη δημιουργία των στροβίλων των ακροπτερυγίων.

Για την παρούσα εργασία παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για δύο από τις παραπάνω πτέρυγες, τη βασική-ημιελλειψοειδή πτέρυγα (Baseline) και την πτέρυγα με ακροπτερύγιο τύπου winglet (Winglet 2).

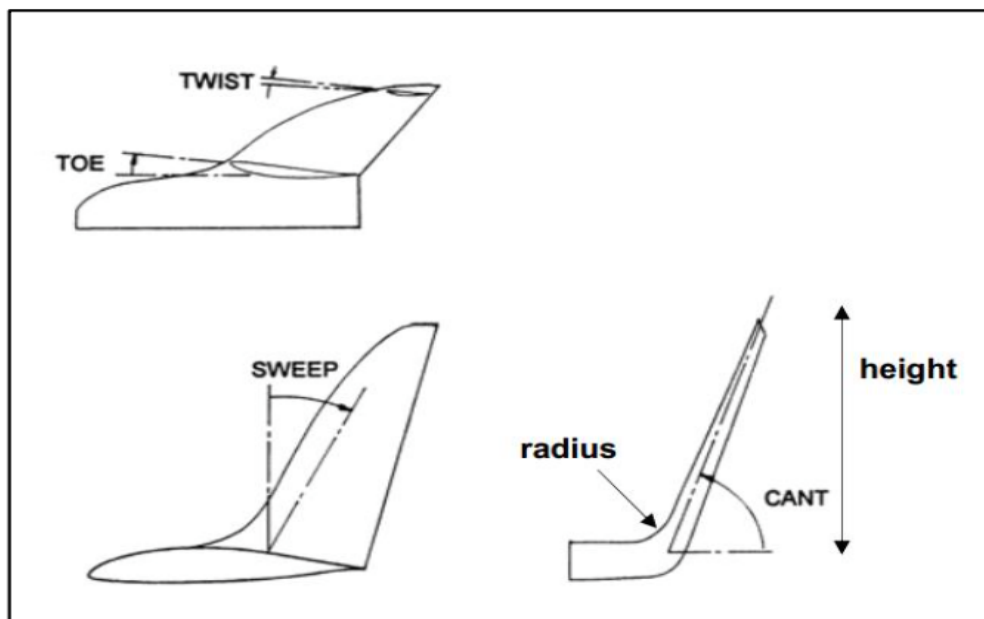
Και οι δύο παραπάνω πτέρυγες χαρακτηρίζονται από εμβαδόν κάτοψης $S=0.072258 \text{ m}^2$ και άνοιγμα πτερύγων $b=0.7112 \text{ m}$ παρουσιάζοντας επομένως αναλογία $AR=b^2/S=7$. Η αεροτομή που χρησιμοποιήθηκε στην κατασκευή των πτερύγων ήταν η SD32, η οποία είναι κατάλληλη για λειτουργία σε χαμηλούς αριθμούς Reynolds και έχει σχεδιαστεί ώστε να μετριάξει φαινόμενα αποκόλλησης της ροής.



Εικόνα 41: Η αεροτομή του πειράματος

Η βασική πτέρυγα (εικόνες 43, 45) χαρακτηρίζεται από ελλειπτική κατανομή χορδής με ευθεία γραμμή εκφυγής. Το εμβαδόν της πτέρυγας καθορίστηκε στα 0.0736837 m^2 και το μήκος της στα 0.7112 m . Η μέση χορδή της πτέρυγας (mean-aerodynamic-chord, MAC) υπολογίστηκε στα 0.11862 m .

Η πτέρυγα με ακροπτερύγιο τύπου winglet (εικόνες 42, 44) έχει άνοιγμα πτερύγων 0.7112 m , εμβαδόν 0.078245 m^2 και η μέση χορδή υπολογίστηκε στα 0.12878 m . Το μήκος της προέκτασης (winglet) φτάνει σε μήκος τα 0.107366 m και η γωνία sweep καθορίστηκε στις 30 μοίρες. Κατά μήκος του winglet δεν χρησιμοποιήθηκε συστροφή (twist). (οι όροι που χρησιμοποιήθηκαν σε αυτή την παράγραφο και αφορούν στις διάφορες γωνίες του winglet επεξηγούνται σχηματικά στην εικόνα 41).



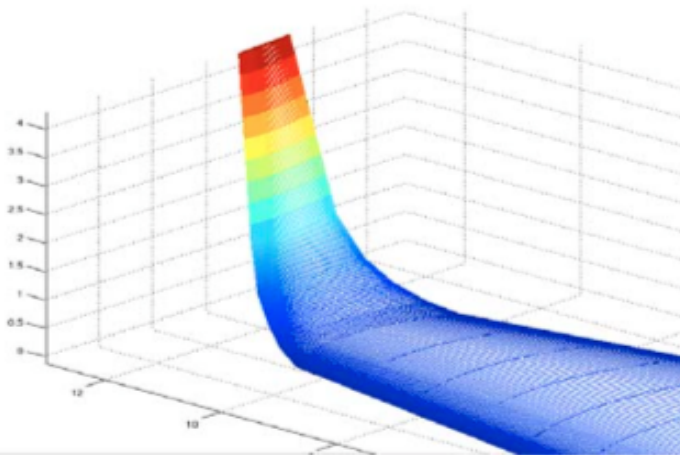
Εικόνα 42: Οι χαρακτηριστικές γωνίες των Winglets



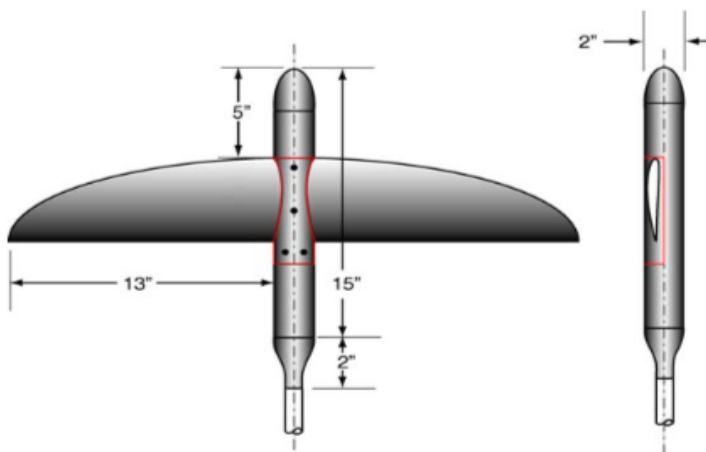
Εικόνα 44: Πειραματικό μοντέλο Winglet 2



Εικόνα 43: Πειραματικό μοντέλο Baseline



Εικόνα 45: Μοντελοποίηση της Winglet 2



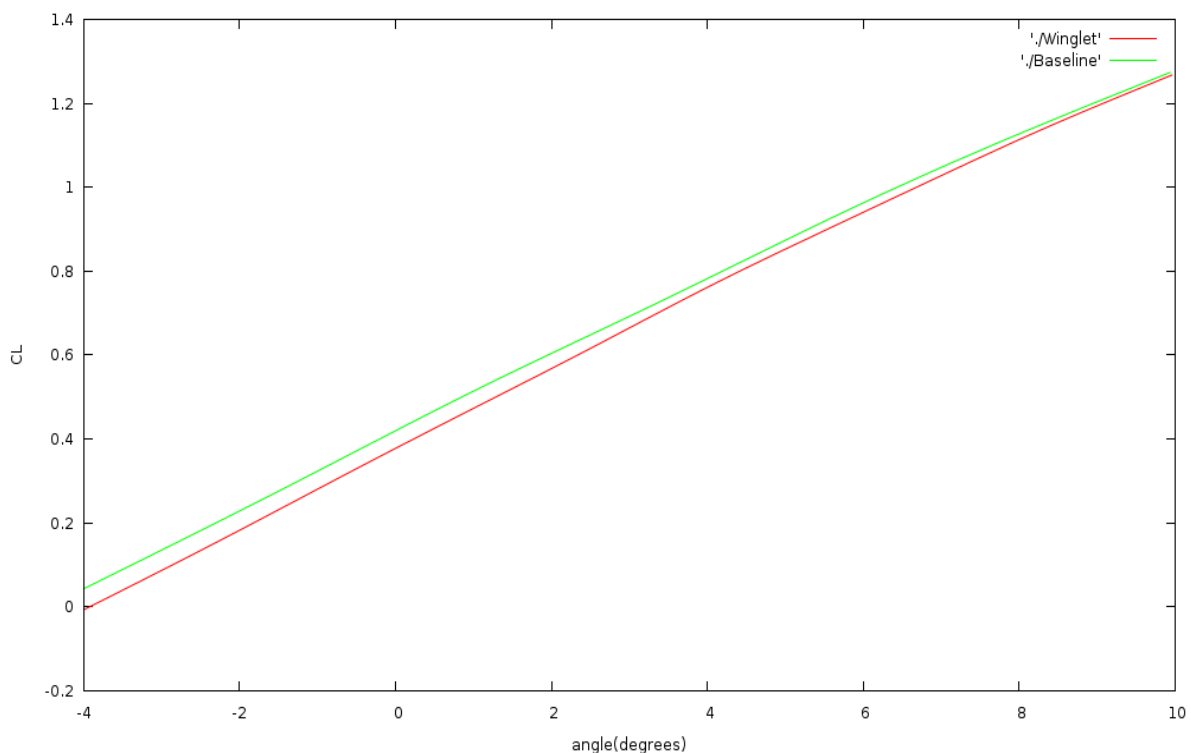
Εικόνα 46: Μοντελοποίηση της Baseline

Η σήραγγα έχει μήκος 3.084 μέτρα και περιοχή δοκιμών 71.12 εκατοστόμετρα x 101.6 εκατοστόμετρα. Κατά τη διάρκεια του πειράματος η ταχύτητα του ανέμου στο εσωτερικό της σήραγγας διατηρήθηκε σταθερή στα 50 m/s επιτυγχάνοντας αριθμό Reynolds της τάξεως των 500.000.

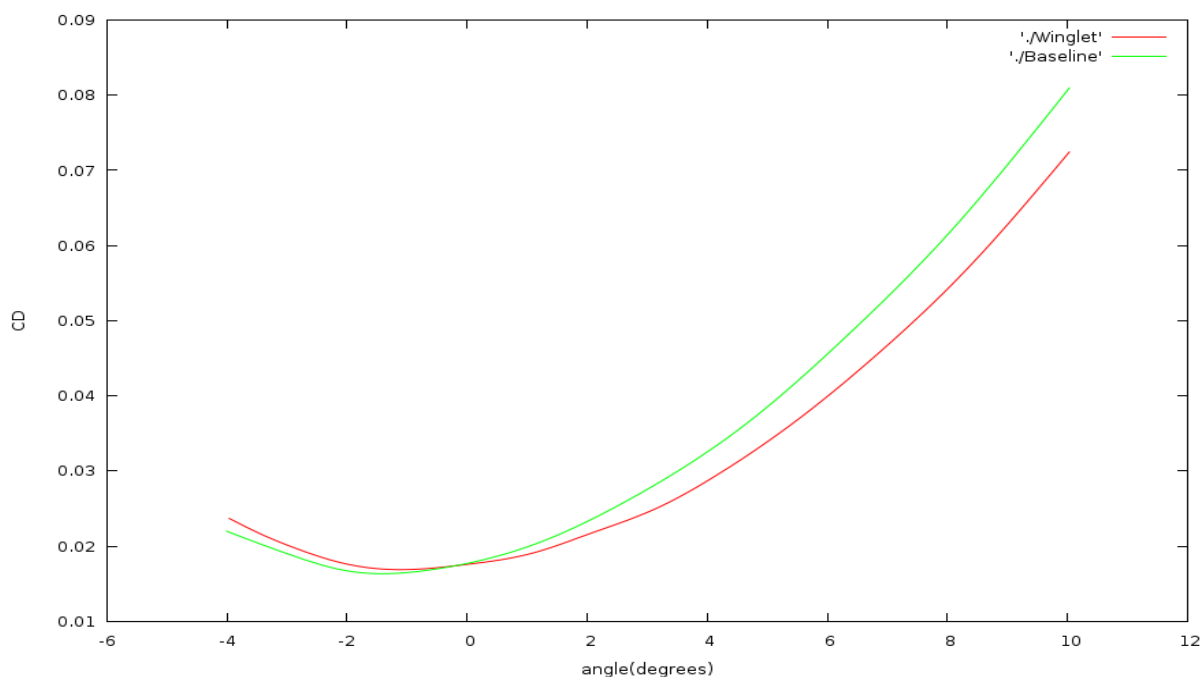
4.2.1 Αποτελέσματα

Δεδομένα σχετικά με τις δυνάμεις που αναπτύσσονται ανά διεύθυνση επάνω στην πτέρυγα, όπως και για τις αντίστοιχες ροπές, προκύπτουν από τη χρήση ζυγού (strain gauge balance) στον οποίο έχει τοποθετηθεί κατάλληλα το εκάστοτε αεροδυναμικό σώμα. Κατά τη διάρκεια του πειράματος, οι δύο πτέρυγες που εξετάζονται (baseline και winglet) τοποθετήθηκαν στον ζυγό και έγιναν δοκιμές σε ένα μεγάλο εύρος γωνιών (-4 έως 10 μοίρες).

Στα επόμενα διαγράμματα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν για τον συντελεστή άνωσης και τον συντελεστή αντίστασης συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης.



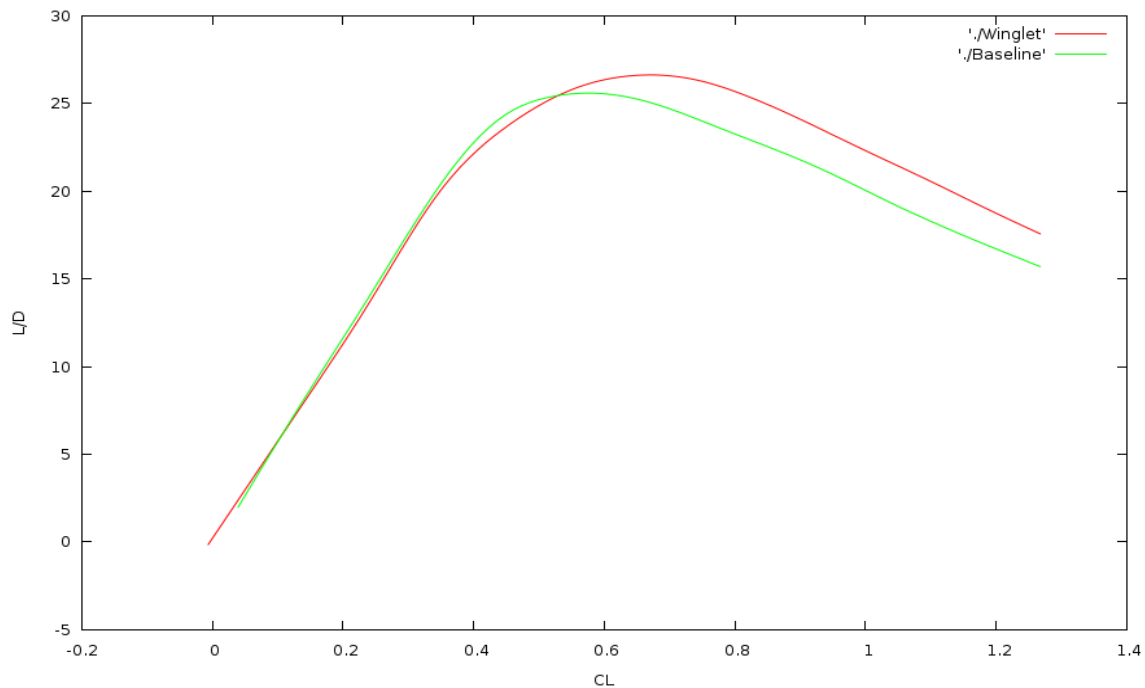
Εικόνα 47: Ο συντελεστής άνωσης της Winglet 2 και της Baseline συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης



Εικόνα 48: Ο συντελεστής αντίστασης της Winglet 2 και της Baseline συναρτήσσει της γωνίας πρόσπτωσης

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρείται πως η πτέρυγα τύπου baseline παρουσιάζει μεγαλύτερο συντελεστή άνωσης από την πτέρυγα τύπου Winglet, ωστόσο, το ίδιο ισχύει και για τον συντελεστή αντίστασης επομένως δεν είναι δυνατή η άμεση σύγκρισή τους.

Για τον παραπάνω λόγο, την καλύτερη αποτίμηση δηλαδή της αεροδυναμικής απόδοσης των πτερύγων, κατασκευάζεται το διάγραμμα που περιλαμβάνει τον λόγο L/D συναρτήσσει του συντελεστή άνωσης που εμφανίζει κάθε πτέρυγα στο εύρος γωνιών από -4 έως 10 μοίρες.



Εικόνα 50: Ο λόγος L/D της Winglet 2 και της Baseline συναρτήσει του συντελεστή άνωσης

Από το παραπάνω διαγράμματα γίνεται εμφανές πως η πτέρυγα με ακροπτερύγιο τύπου winglet παρουσιάζει καλύτερη αεροδυναμική συμπεριφορά συγκριτικά με τη βασική πτέρυγα. Στο μεγαλύτερο εύρος του συντελεστή άνωσης, ο λόγος της άνωσης ως προς την αντίσταση παρουσιάζει μεγαλύτερες τιμές.

Κλείνοντας την επισκόπηση των φορτίων, αξίζει να σημειωθεί πως στη συνέχεια η παρουσίαση των αποτελεσμάτων για τα χαρακτηριστικά του ομόρρου αφορά τις γωνίες στις οποίες εντοπίζεται η μεγαλύτερη τιμή του λόγου L/D . Επομένως, η πτέρυγα με ακροπτερύγιο τύπου winglet τοποθετήθηκε στις 2.75 μοίρες στις οποίες παρουσιάζει λόγο $L/D=26.26$ και συντελεστή άνωσης $CL=0.639$, ενώ η βασική πτέρυγα στις 1.77 μοίρες με λόγο $L/D=25.45$ και $CL=0.574$.

Για να γίνει αντιληπτή η φυσική της ροής στον ομόρρου των πτερύγων, τοποθετήθηκε πίσω από τα σώματα σε απόσταση 0.5175 m από το σημείο που η ακμή πρόσπτωσης συναντά τη ρίζα της πτέρυγας, αισθητήρας (seven-hole pressure probe, εικόνα 22) ώστε να μετράται σε εκείνο το σημείο η μέση τιμή του διανύσματος της ταχύτητας. Τα δύο σώματα τοποθετήθηκαν με γωνία πρόσπτωσης αυτή που αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή του λόγου L/D . Στην αρχή χρησιμοποιήθηκε πλέγμα διακένου 0.51 cm για την ανίχνευση του ομόρρου ενώ στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκε πλέγμα διακένου 0.254 cm για να καταγραφούν οι λεπτομέρειες του πεδίου ροής. Τα δεδομένα από τα δύο πλέγματα συνδυάστηκαν μετά από επεξεργασία σε ένα ενιαίο πλέγμα διακένου 0.254 cm.

Τα δεδομένα της ροής στον ομόρρου αδιαστατοποιήθηκαν δίνοντας τα μεγέθη C_{p_t} , u/U_{inf} και $\Omega c/U_{inf}$, όπου $C_{p_t}=(p_t-p_{inf})/q$ ο συντελεστής συνολικής πίεσης στον ομόρρου με την δυναμική πίεση q , U_{inf} η αδιατάρακτη ταχύτητα του πεδίου ροής, Ω η στροβιλότητα και c η μέση χορδή της πτέρυγας (Mean Aerodynamic Chord).

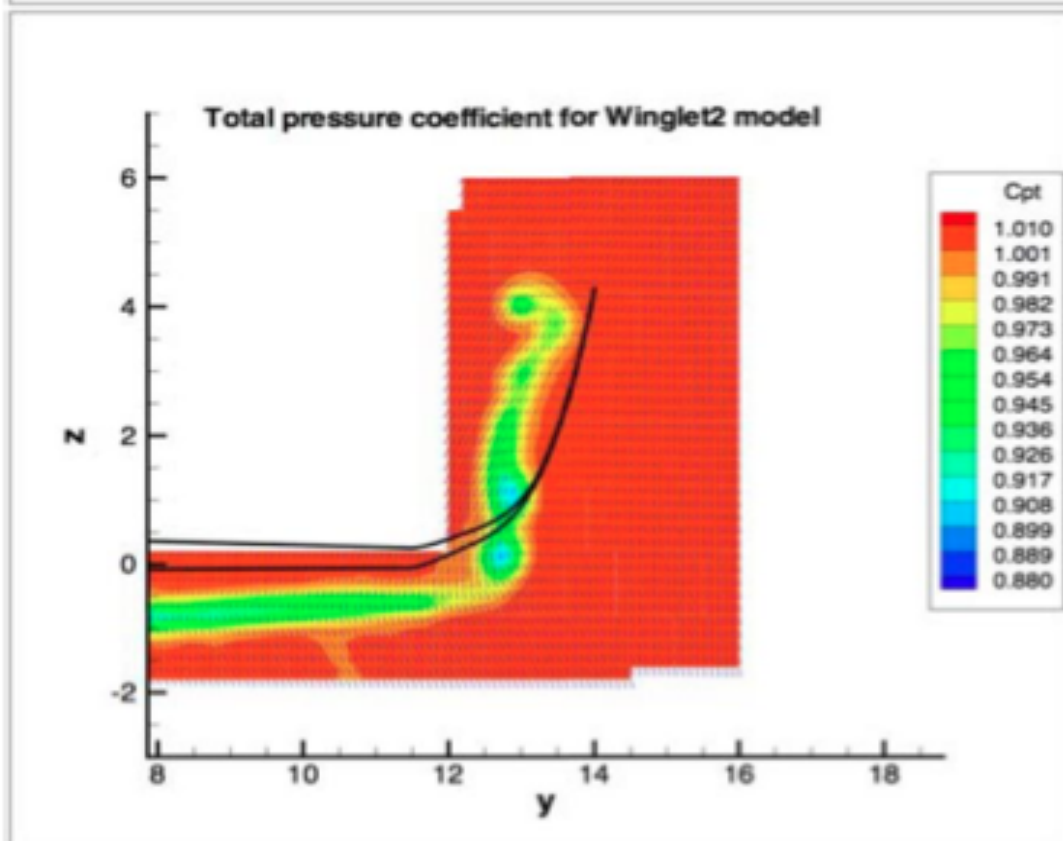
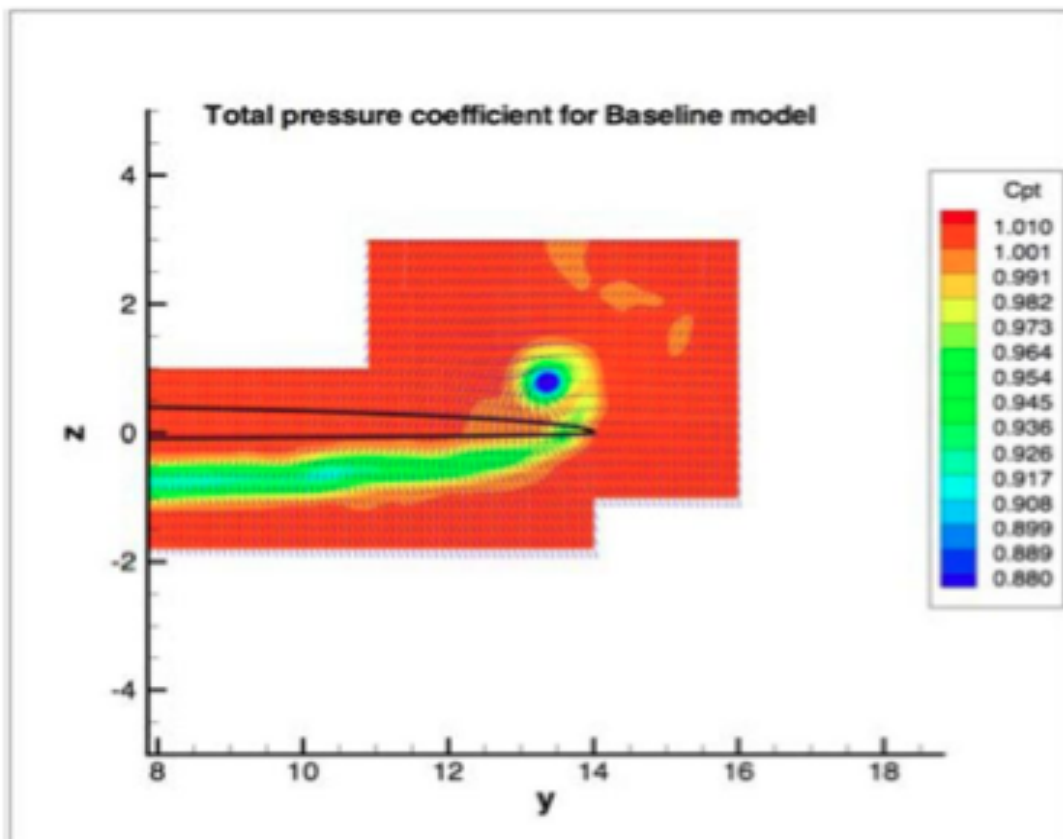
Σχολιασμός των περιματικών αποτελεσμάτων:

Στην εικόνα 49 παρουσιάζεται η κατανομή των πιέσεων στον ομόρρου για τις δύο πτέρυγες την Winglet 2 και την Baseline. Η κυριότερη διαφορά εμφανίζεται στην θέση του κύριου στροβίλου. Στην βασική πτέρυγα ο στρόβιλος εντοπίζεται συγκεντρωμένος στην περιοχή του ακροπτερυγίου ενώ στην πτέρυγα winglet 2 ο στρόβιλος φαίνεται να απλώνεται σε όλη την έκταση του ακροπτερυγίου, με σημαντικό τμήμα της έντασής του απομακρυσμένο από την κύρια πτέρυγα. Η σημαντικότερη διαφορά έγκειται στο γεγονός πως στην πτέρυγα Winglet 2 ο στρόβιλος ακροπτερυγίου παρουσιάζει 3 πυρήνες, έναν στην άκρη του ακροπτερυγίου και άλλους δύο χαμηλότερα στην περιοχή μετάβασης του κύριου τμήματος της πτέρυγας σε καμπυλωμένο άκρο.

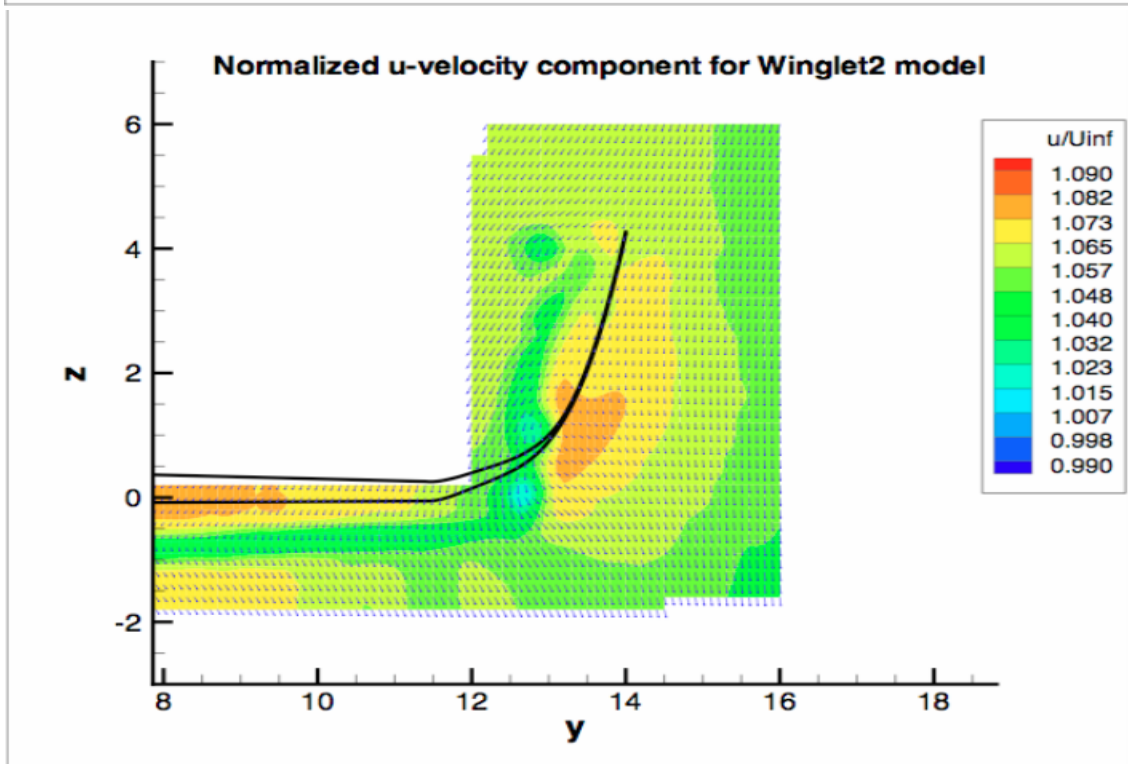
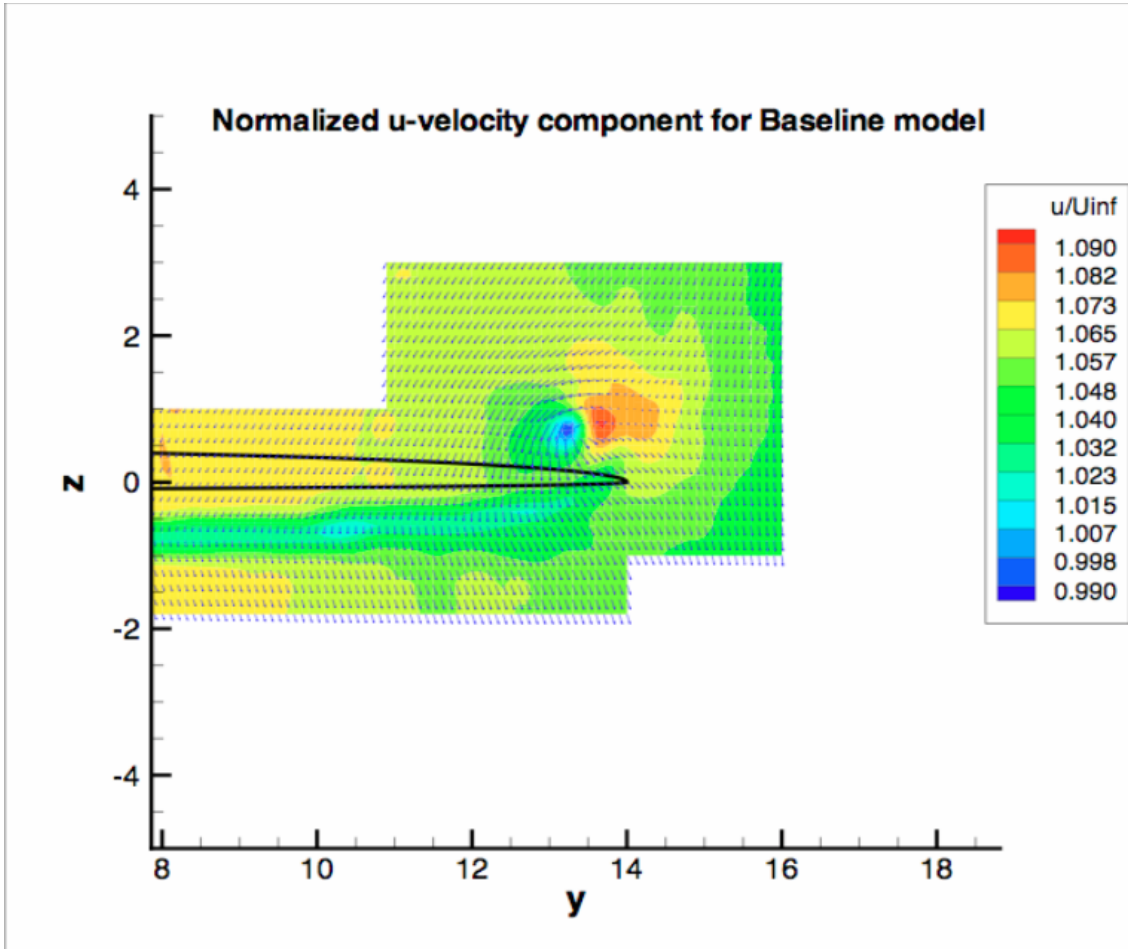
Στην εικόνα 50 παρουσιάζεται η κατανομή της αδιαστατοποιημένης αξονικής ταχύτητας της ροής στην περιοχή του ομόρρου. Και τα δύο σώματα παρουσιάζουν μειωμένες τιμές της αξονικής ταχύτητας στην περιοχή του στροβίλου, με την πτέρυγα Winglet 2 να είναι αυτή στην οποία η ταχύτητα της ροής δέχεται την μικρότερη μείωση.

Στην εικόνα 51 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη στροβιλότητα κατά την αξονική διεύθυνση, όπως αυτή προέκυψε έπειτα από κατάλληλη ολοκλήρωση του πεδίου ταχυτήτων. Ο συγκεντρωμένος σε μία περιοχή στρόβιλος που δημιουργείται στο ακροπτερύγιο της βασικής πτέρυγας είναι πολύ ισχυρός σε αντίθεση με τον κατανεμημένο στρόβιλο της πτέρυγας Winglet 2 που παρουσιάζει τιμές χαμηλότερης έντασης.

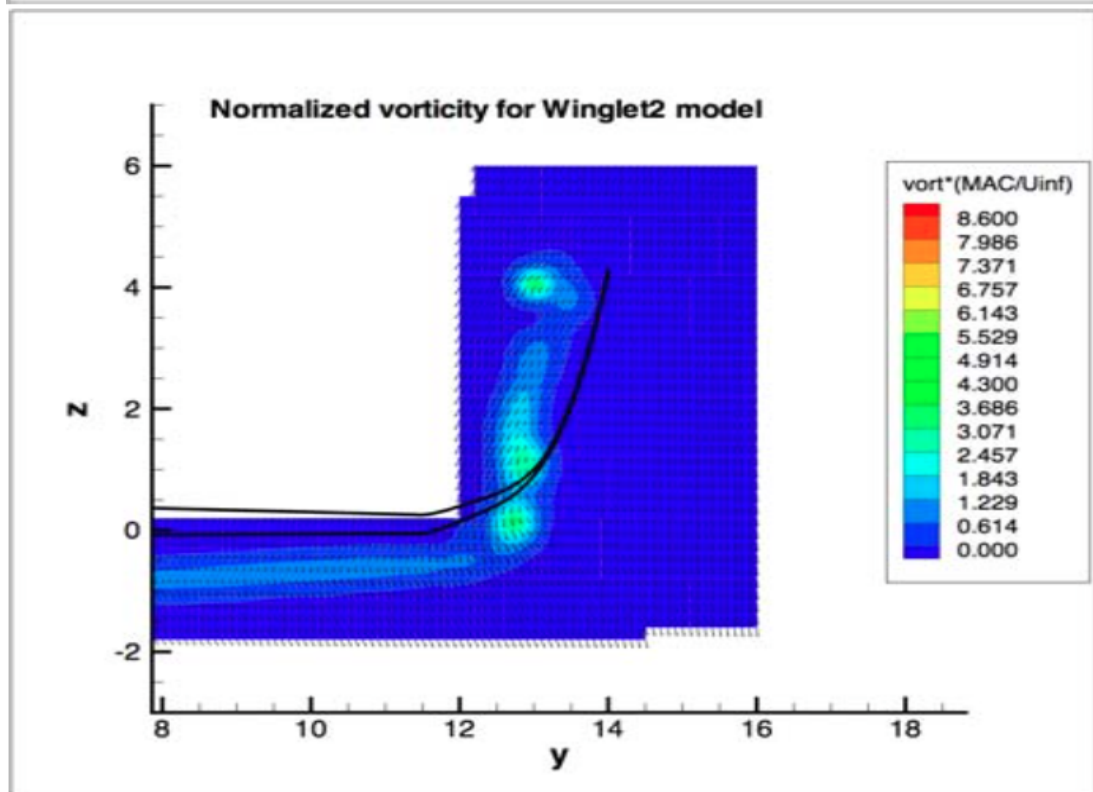
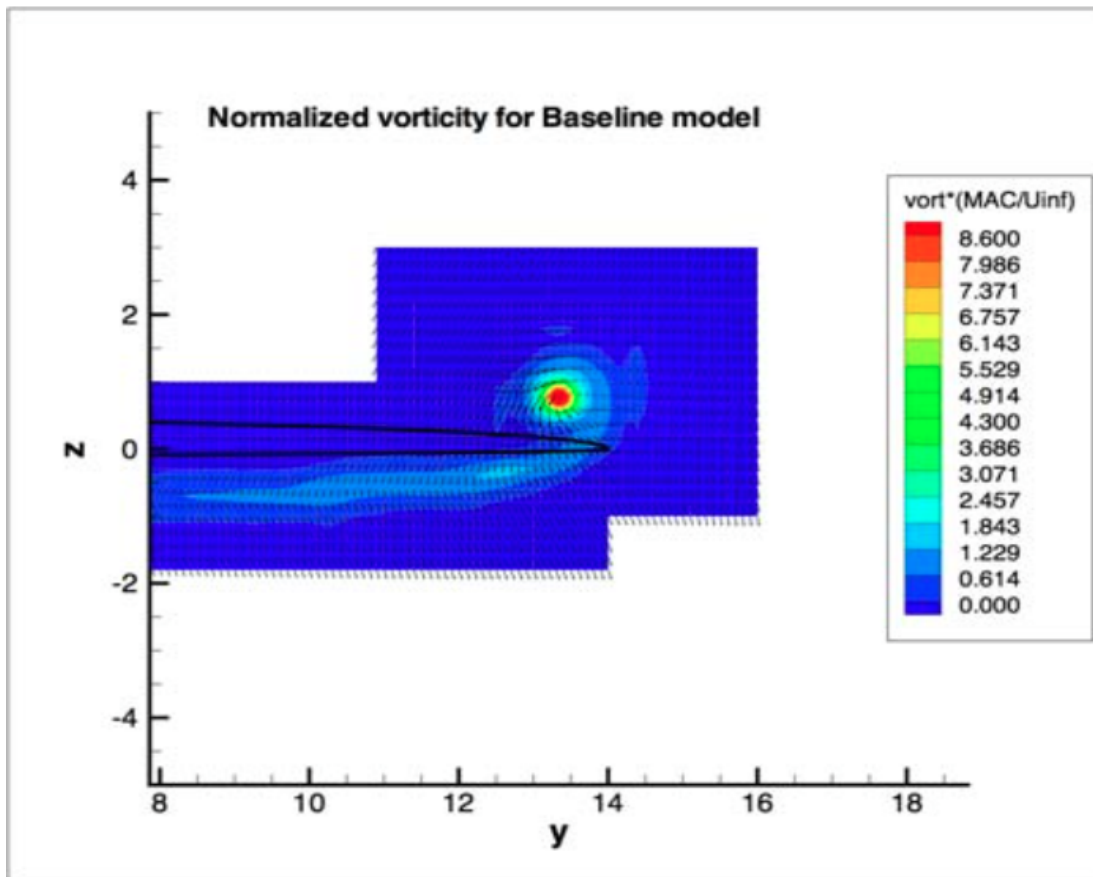
Καταλήγοντας, τα πειραματικά δεδομένα ανέδειξαν σημαντικές διαφορές για το πεδίο ροής κατάντι της των δύο πτερυγίων. Για την βασική πτέρυγα παρατηρήθηκε ένα στρόβιλος συγκεντρωμένος στο ακροπτερύγιο της με μεγάλη ένταση. Αντίθετα, η πτέρυγα Winglet 2, λόγω της παρουσίας του καμπυλωμένου άκρου, “απλώνει” τον στρόβιλο σε όλη την περιοχή του ακροπτερυγίου μειώνοντας συνεπώς την ένταση του και απομακρύνοντας τον από την περιοχή της κύριας πτέρυγας.



Εικόνα 51: Οι πιέσεις στον ομόρρου σε απόσταση 0.5175 μέτρα από την ακμή προσβολής



Εικόνα 52: Η κατανομή της αδιάστατης αξονικής ταχύτητας στον ομόρρου σε απόσταση 0.5175 μέτρα από την ακμή προσβολής

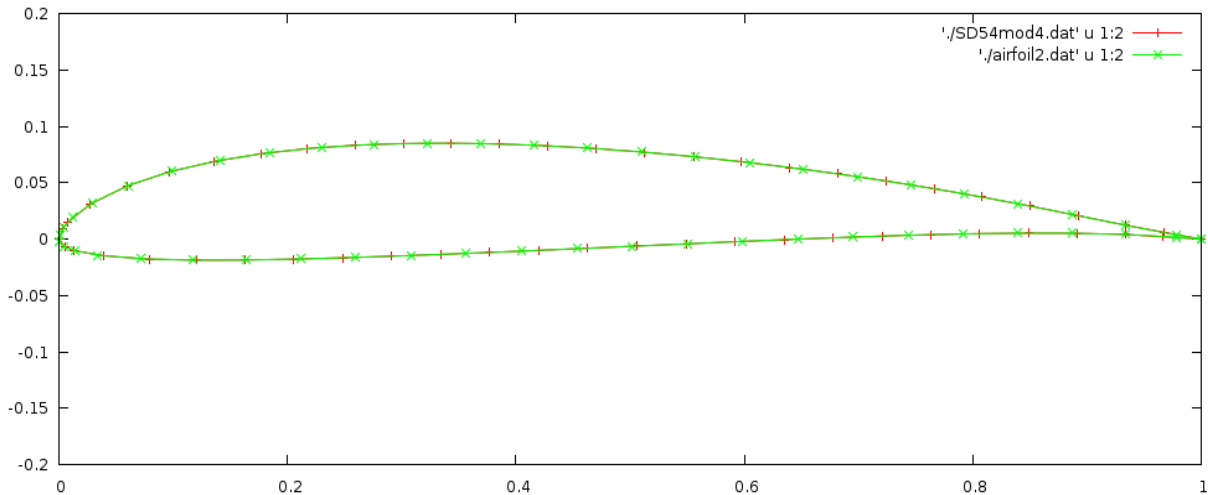


Εικόνα 53: Η κατανομή της αδιάστατης στροβιλότητας κατά τον x -άξονα σε απόσταση 0.5175 μέτρα από την ακμή προσβολής

4.3 Υπολογιστικά αποτελέσματα

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την παρούσα μέθοδο και θα συγκριθούν με τα πειραματικά αφού προηγουμένως καθοριστούν όλες αυτές οι παράμετροι που δημιουργούν τις ίδιες συνθήκες με αυτές του πειράματος.

4.3.1 Η αεροτομή των πτερύγων



Αρχικά, η κατασκευή των υπολογιστικών πτερύγων πραγματοποιήθηκε με τη χρήση της αεροτομής naca4410. Όπως φαίνεται και στην εικόνα 52 η γεωμετρία συμπίπτει σε ικανοποιητικό βαθμό με τη γεωμετρία της αεροτομής που χρησιμοποιήθηκε στο πείραμα (SD7032). Η ανάγκη για την ομαλή αποτύπωση του ομόρρου και για την αποφυγή ασταθειών που θα οφείλονταν στον μεγάλο λόγο επιμήκους δεν επέτρεψε τη μεγάλη πύκνωση στην ακμή προσβολής (LE) και στην ακμή εκφυγής(TE), αντ'αυτού, οι αποστάσεις μεταξύ των κόμβων παρουσιάζουν μια μικρή διαφοροποίηση. Το πρόγραμμα κατασκευής των πτερύγων έχει αναλυθεί και παρουσιασθεί σε προγενέστερη διπλωματική εργασία (Εζνεπίδης 2014)

4.3.2 Η γεωμετρία της βασικής πτέρυγας

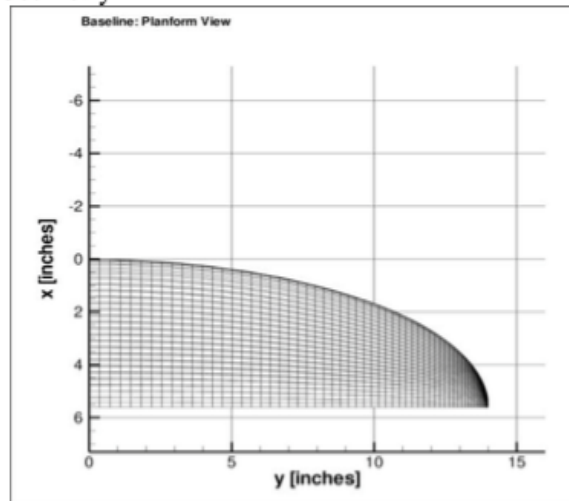
Η κατασκευή της βασικής πτέρυγας βασίστηκε στη γενική εξίσωση της έλλειψης σε συνδυασμό με τις υπάρχουσες πληροφορίες σχετικά με το εμβαδόν και το άνοιγμα των φτερών του σώματος.

Το εμβαδόν της κάτοψης λήφθηκε ίσο με 0.072258 m^2 σύμφωνα πάντα με το πείραμα ενώ το πραγματικό εμβαδόν της πτέρυγας (επιφάνεια που έρχεται σε επαφή με το ρευστό) υπολογίστηκε ίσο με 0.073807 m^2 . Η μέση αεροδυναμική χορδή της πτέρυγας είναι 0.11862 m . Το κεντρικό σώμα παραλήφθηκε για λόγους απλότητας και βάσει της υπόθεσης πως το σφάλμα της επίδρασης στα εν λόγω αεροδυναμικά χαρακτηριστικά που μελετώνται είναι πολύ μικρό.

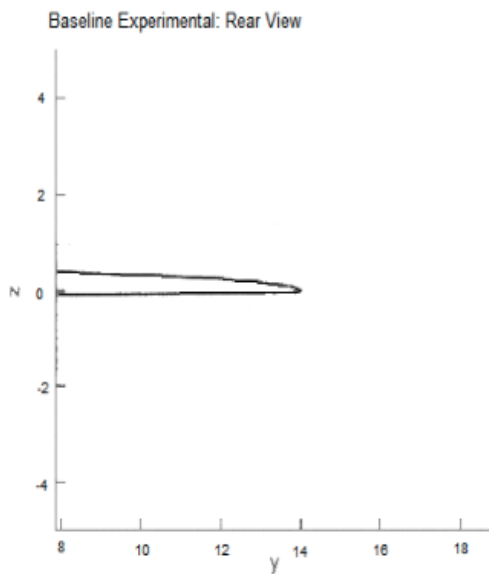
Baseline Geometry



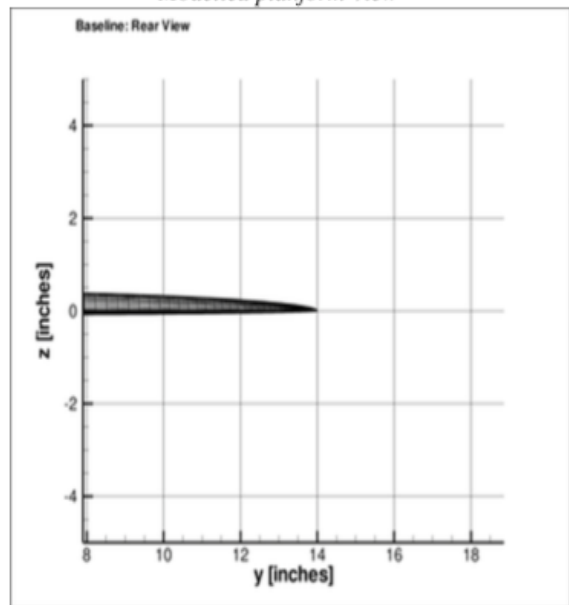
Experimental planform view



Modelled planform View



Experimental rear view



Modelled rear view

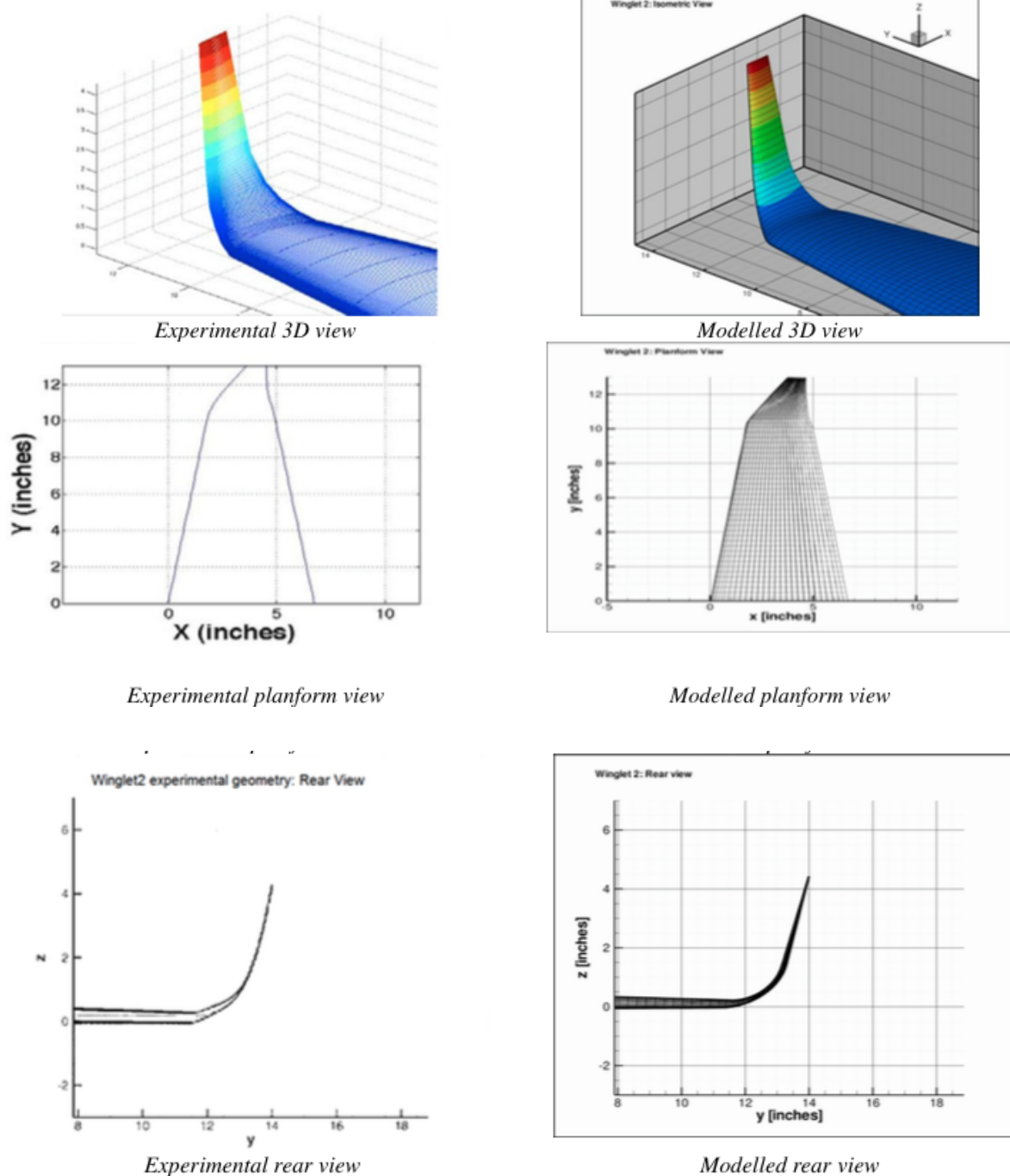
Εικόνα 54: Σύγκριση πειραματικού-υπολογιστικού μοντέλου για την βασική πτέρυγα

Για τη βασική πτέρυγα χρησιμοποιήθηκε πλέγμα 51x99 με ημιτονοειδή πύκνωση προς τα ακροπτερύγια.

4.3.3 Η γεωμετρία της πτέρυγας με καμπυλωμένο άκρο

Η πτέρυγα αυτή έχει άνοιγμα φτερών 0.7112 m όπως και η βασική πτέρυγα, έχει εμβαδόν κάτοψης 0.075613 m² ενώ το πραγματικό εμβαδόν της πτέρυγας υπολογίστηκε στα 0.0802133 m². Η μέση χορδή υπολογίστηκε στα 0.12878 m

Winglet2 Geometry



Εικόνα 55: Σύγκριση πειραματικού-υπολογιστικού μοντέλου για την πτέρυγα Winglet 2

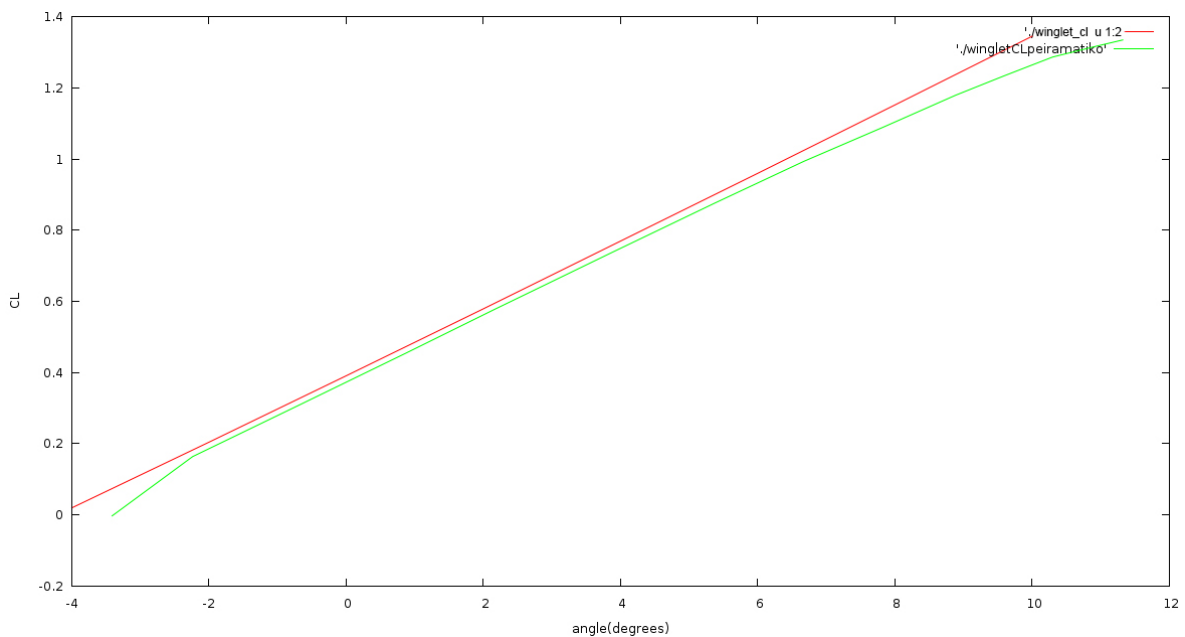
Στην περίπτωση της πτέρυγας με καμπυλωμένο άκρο τύπου winglet 2 χρησιμοποιήθηκε επίσης πλέγμα 51x91.

4.3.4 Επισκόπηση φορτίων και ομόρρου

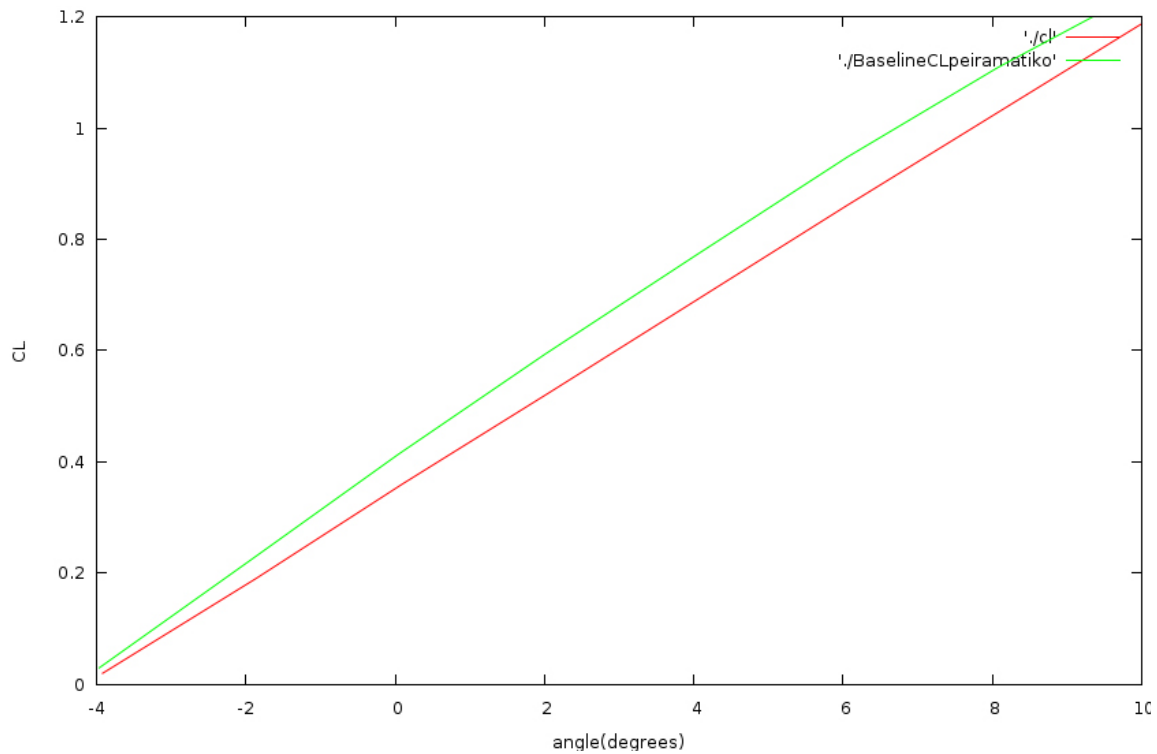
Με την επάπειρον ροή να έχει μέτρο 50 m/s και γωνία κλίσης 1.77° και 2.75° για την βασική και την πτέρυγα με ακροπτερύγιο τύπου winglet αντίστοιχα πραγματοποιήθηκαν τρεξίματα με σκοπό την επαλήθευση της μεθόδου σε ότι αφορά τον υπολογισμό των φορτίων.

Ενώ στα κεφάλαια 4.3.2 και 4.3.3 αναφέρεται ότι η διακριτοποίηση που θα χρησιμοποιηθεί είναι η 51x99, στον υπολογισμό των φορτίων θεωρείται αναγκαίος ο διπλασιασμός των βαθμών ελευθερίας για την καλύτερη διαχείριση των σημείων όπου η κλίση των ταχυτήτων είναι μεγάλη. Επομένως, με πλέγμα 101x99 σημείων και για εύρος γωνιών από -4° έως 10° πραγματοποιήθηκαν τρεξίματα με προδιαγεγραμμένο ομόρρου τόσο για την baseline όσο και για την winglet 2.

Στα παρακάτω 2 διαγράμματα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του συντελεστή άνωσης “CL” για τις δύο πτέρυγες.



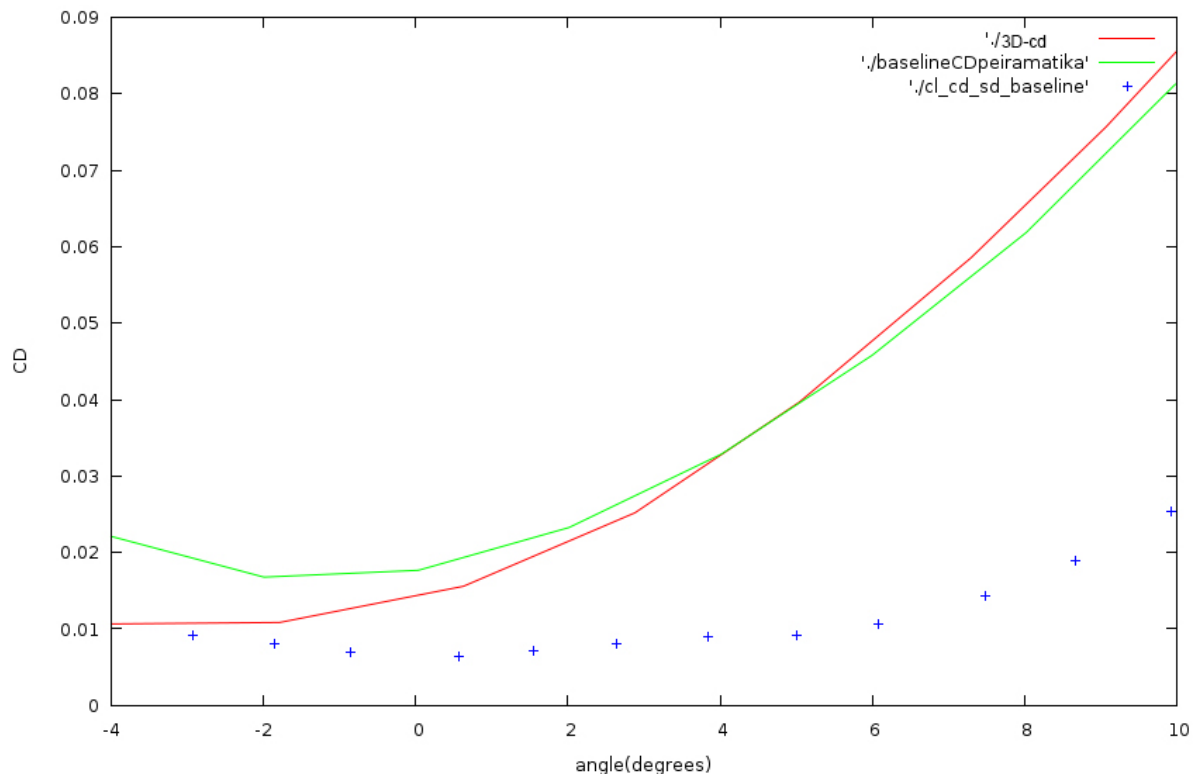
Εικόνα 56: Ο συντελεστής άνωσης της Winglet 2 συναρτήσσει της γωνίας πρόσπτωσης



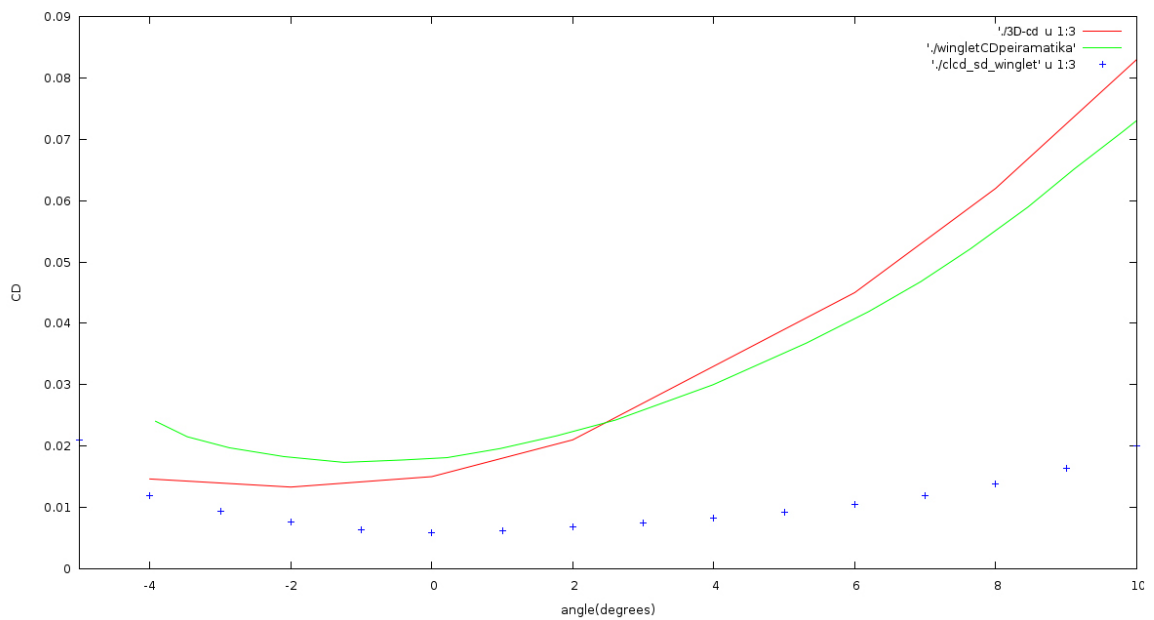
Εικόνα 57: Ο συντελεστής άνωσης της Baseline συναρτῆσει της γωνίας πρόσπτωσης

Η συμπεριφορά του συντελεστή άνωσης για το μοντέλο winglet 2 είναι πολύ ικανοποιητική προσεγγίζοντας πολύ καλά τα πειραματικά αποτελέσματα ιδίως στην γραμμική περιοχή για μικρές γωνίες προσβολής αν και παρατηρείται μία μικρή υπερεκτίμηση. Για την βασική πτέρυγα τα αποτελέσματα είναι εξίσου καλά παρά την υποεκτίμηση, αφού όπως θα αναφερθεί παρακάτω ο λόγος L/D προσεγγίζει σε ικανοποιητικό βαθμό τον πειραματικό. Επιπλέον, η δυσκολία υπολογισμού των φορτίων λόγω της μηδενικής κυκλοφορίας στο ακροπτερύγιο, καθιστά ικανοποιητικά τα παραπάνω αποτελέσματα.

Στα επόμενα 2 διαγράμματα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του συντελεστή αντίστασης “CD” για τις πτέρυγες.



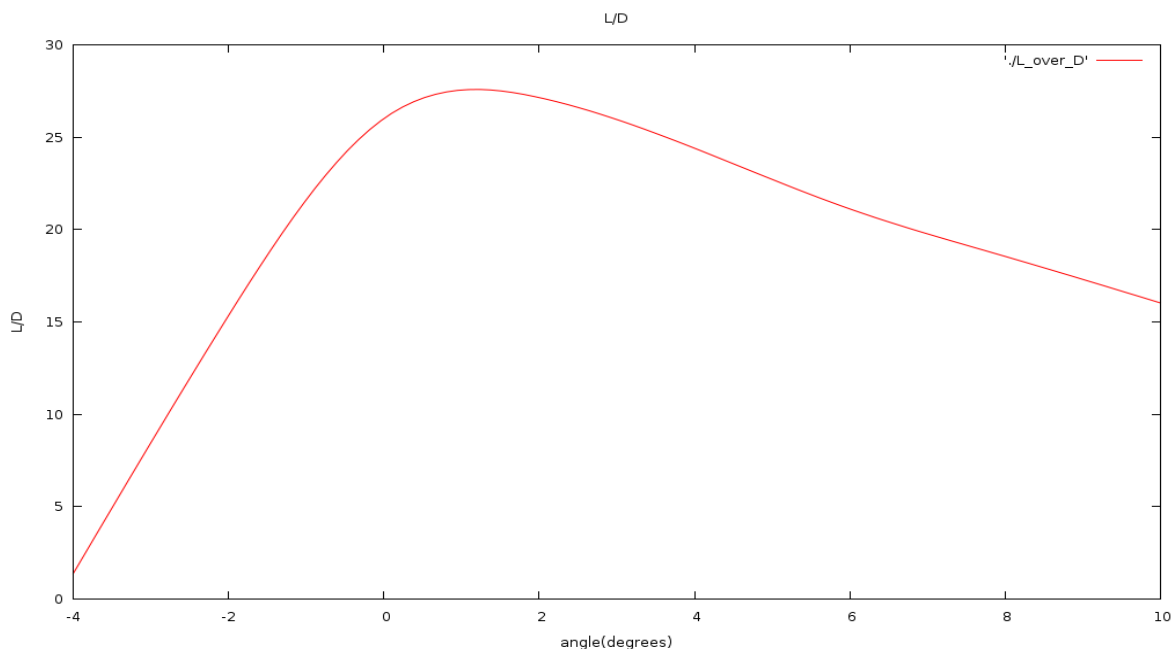
Εικόνα 58: Ο συντελεστής αντίστασης της Baseline συναρτήσσει της γωνίας πρόσπτωσης



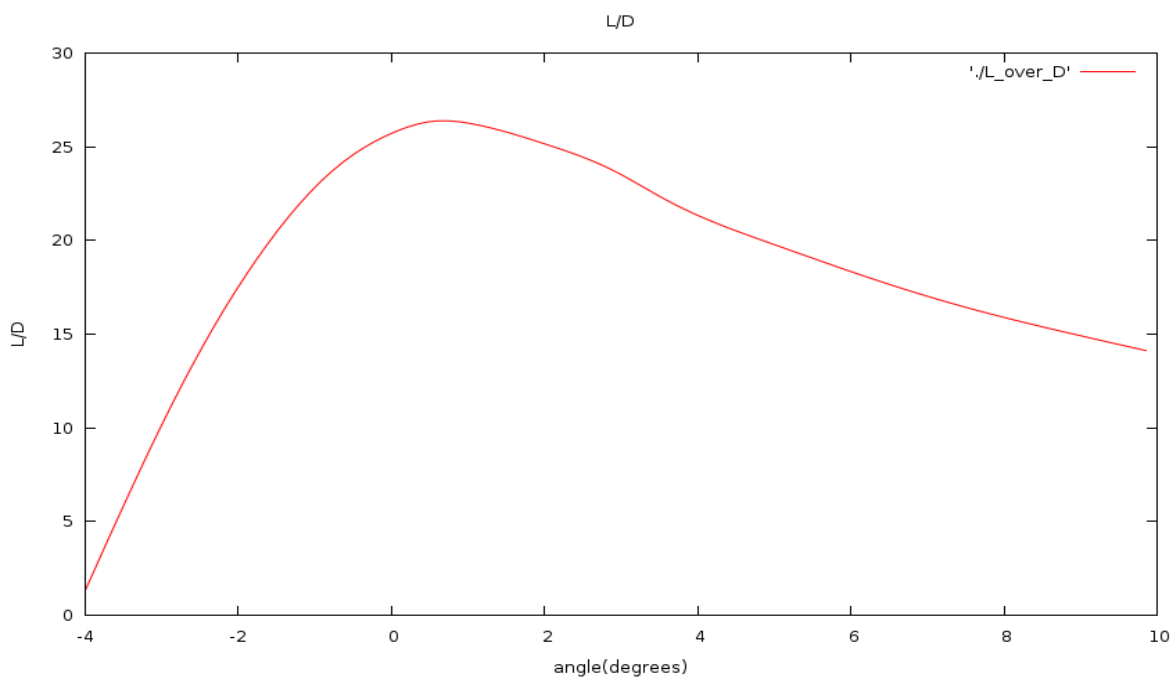
Εικόνα 59: Ο συντελεστής αντίστασης της Winglet 2 συναρτήσσει της γωνίας πρόσπτωσης

Μεγαλύτερη απόκλιση, ωστόσο αναμενόμενη, παρουσιάζει ο συντελεστής αντίστασης C_D . Όπως αναφέρθηκε στο 2^ο κεφάλαιο, η παρούσα αριθμητική μέθοδος επιλύει ασυμπίεστες ροές μη συνεκτικές, επομένως η εισαγωγή των συνεκτικών φαινομένων πραγματοποιείται εξωτερικά με τις συνεκτικές διορθώσεις που προκύπτουν από τη δισδιάστατη συνεκτική ροή που επιλύεται στο πρόγραμμα FOIL2W.

Ωστόσο, η μεθοδολογία διαχειρίζεται σωστά τα φορτία της πτέρυγας winglet 2 και baseline, καθώς όπως φαίνεται και από τα δύο παραπάνω διαγράμματα η κλίση της καμπύλης παρουσιάζει ομοιότητες με την καμπύλη των πειραματικών δεδομένων. Αξίζει να σημειωθεί πως στην περιοχή των 2.75^ο η τιμή του συντελεστή αντίστασης είναι πολύ κοντά στην πειραματική τιμή για την πτέρυγα με καμπυλωμένο άκρο ενώ αντιστοίχως ικανοποιητική είναι και η τιμή για την βασική πτέρυγα στις 1.77^ο.



Εικόνα 60: Ο λόγος L/d της Winglet 2 συναρτήσσει της γωνίας πρόσπτωσης



Εικόνα 61: Ο λόγος L/d της Baseline συναρτήσσει της γωνίας πρόσπτωσης

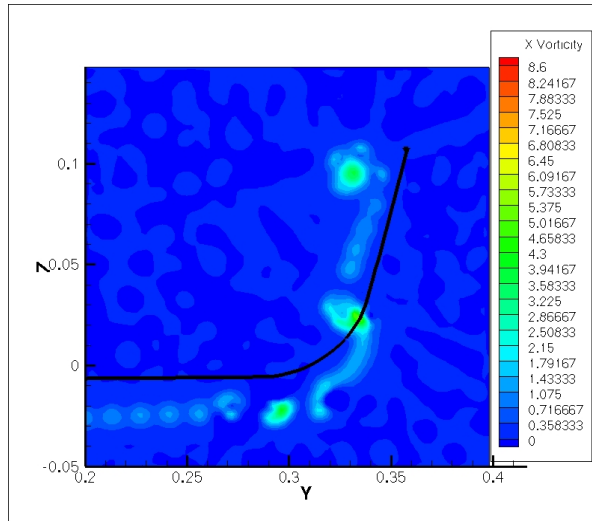
Τέλος, για την καλύτερη εποπτεία της αεροδυναμικής συμπεριφοράς των πτερύγων κατασκευάστηκε το διάγραμμα L/D συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης από το οποίο συμπεραίνεται πως τα χαρακτηριστικά του παρουσιάζουν ομοιότητες με τα πειραματικά αποτελέσματα. Η μεγαλύτερη διαφοροποίηση έγκειται στο σημείο στο οποίο εμφανίζεται ο μέγιστος λόγος L/D τόσο για την βασική πτέρυγα όσο και για την πτέρυγα με καμπυλωμένο άκρο. Όμως για τις δύο γωνίες πρόσπτωσης τα αποτελέσματα είναι πολύ καλά. Συγκριτικά με τα πειραματικά αποτελέσματα, τα αριθμητικά παρουσιάζουν στις 2.75° λόγο $L/D=26.5$ και $CL=0.65$ για την Winglet 2 πτέρυγα και για την βασική πτέρυγα στις 1.77° παρουσιάζουν λόγο $L/D=25.6$ και $CL=0.51$.

Επισκόπηση του ομόρρου

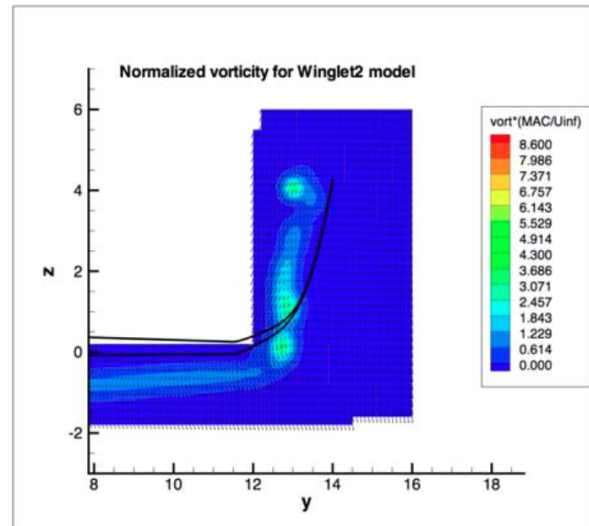
Η επισκόπηση του ομόρρου αφορά τόσο τον σχηματισμό του δηλαδή την σωστή αποτύπωση της θέσης των στροβίλων όσο και την ένταση του πεδίου δηλαδή τον ορθό υπολογισμό των ταχυτήτων και του πεδίου στροβιλότητας. Προϋπόθεση των παραπάνω είναι η κατάλληλη επιλογή πλέγματος για τις πτέρυγες (απαιτείται πυκνό πλέγμα για την αποτύπωση της γεωμετρίας των σωμάτων), η επιλογή ενός χρονικού βήματος που μειώνει τον λόγο επιμήκους στον αμόρρου και τέλος ο καθορισμός του συντελεστή αποκοπής απειρισμού των ταχυτήτων. Σημείο αναφοράς υπήρξαν τα πειραματικά αποτελέσματα όπως αυτά παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 4.2 και συγκεκριμένα η αξονική στροβιλότητα στην περιοχή του ακροπτερυγίου. Για τον σκοπό αυτό δημιουργήθηκε πλέγμα όμοιο με το πειραματικό και υπολογίστηκε η ταχύτητα αρχικά και στην συνέχεια η στροβιλότητα σε απόσταση 0.5175 μέτρα από την ακμή προσβολής.

Σε μία πρώτη προσέγγιση με μόνο κριτήριο τον υπολογιστικό χρόνο πραγματοποιήθηκαν τρεξίματα με σκοπό την διερεύνηση της κατάλληλης διακριτοποίησης. Για τον παραπάνω λόγο επιλέχθηκε πλέγμα 51 σημείων στην αξονική διεύθυνση και 99 σημείων στην ακτινική. Η παραπάνω διακριτοποίηση επιτρέπει την σωστή αναπαράσταση των σωμάτων.

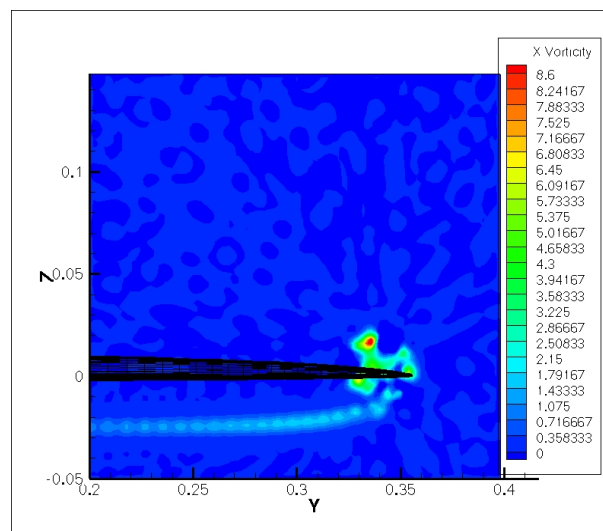
Με δεδομένη την γεωμετρία πραγματοποιήθηκαν πολλά τρεξίματα για κάθε μία από τις δύο πτέρυγες προκειμένου να εντοπιστεί η τιμή του χρονικού βήματος και της παραμέτρου ϵ_{ps} (συντελεστή αποκοπής απειρισμού των ταχυτήτων). Τα αποτελέσματα είναι διαφορετικά για κάθε πτέρυγα. Παρακάτω, πραγματοποιείται η σύγκριση των υπολογιστικών αποτελεσμάτων με τα πειραματικά. Η στροβιλότητα έχει αδιαστατοποιηθεί σύμφωνα με τη σχέση $\Omega c/U_{inf}$.



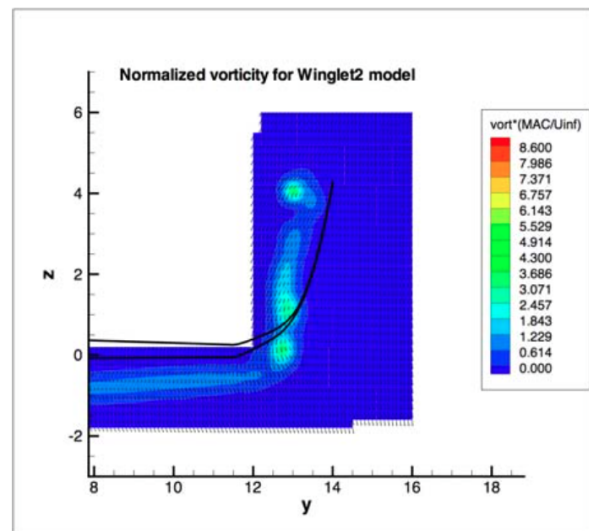
$dt=0.00035, \epsilon=0.006$



Εικόνα 62: Πεδίο στροβιλότητας από [4]



$dt=0.00025, \epsilon=0.004$



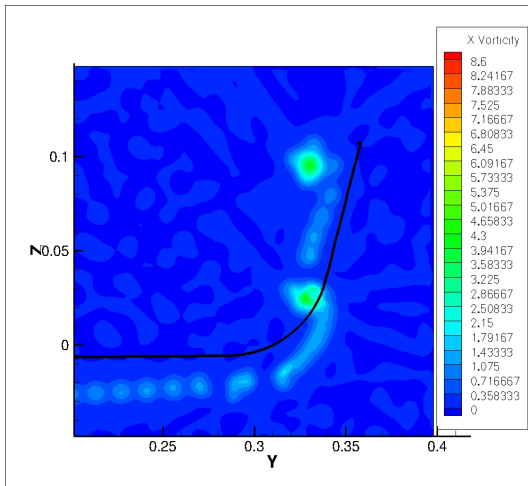
Εικόνα 63: Πεδίο στροβιλότητας από [4]

Όπως γίνεται αντιληπτό από τις παραπάνω εικόνες, η ροή προσομοιώνεται ικανοποιητικά. Για την πτέρυγα τύπου Winglet 2 παρατηρείται η δημιουργία των τριών στροβίλων στην περιοχή του ακροπτερυγίου με την μόνη διαφορά πως ο τρίτος στρόβιλος βρίσκεται σε χαμηλότερη θέση, ενώ και οι τιμές της στροβιλότητας είναι όμοιες με τις πειραματικές. Για την πτέρυγα τύπου Baseline, ο πυρήνας του στροβίλου του ακροπτερυγίου βρίσκεται στην ίδια θέση με την πειραματική διαδικασία, η τιμή της στροβιλότητας ταυτίζεται με την αντίστοιχη του πειράματος, όμως έχει παρατηρηθεί η διάχυση του στροβίλου στο σύνολο το με αποτέλεσμα την αλλοίωση της μορφής του.

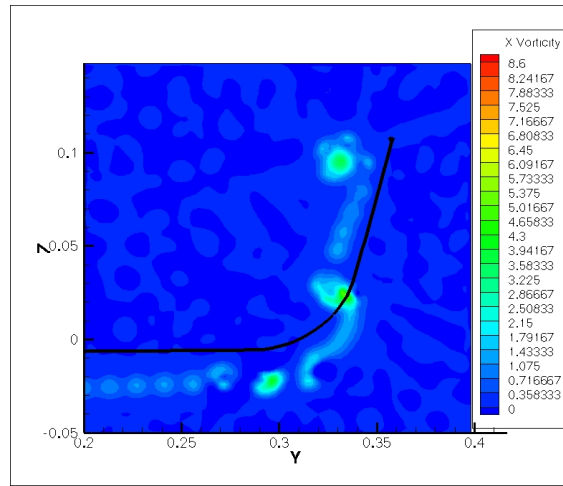
Για την καλύτερη εποπτεία της επίδρασης του χρονικού βήματος και του ϵ στα αποτελέσματα παρατίθενται αποτελέσματα για διάφορες τιμές αυτών.

Winglet 2

Η επίδραση του χρονικού βήματος είναι καταλυτική όπως φαίνεται και στις παρακάτω εικόνες. Με χρονικό βήμα $dt=0.0035$ και $eps=0.006$ η δημιουργία των στροβίλων είναι σωστή. Για μεγαλύτερο χρονικό βήμα και eps σταθερό δεν επιτεύχθηκε σύγκλιση του ομόρρου, ενώ για $dt=0.002$ παρουσιάζεται μεγαλύτερη ομαλότητα όμως δεν είναι δυνατή η δημιουργία του τρίτου στροβίλου αφού αυτός έχει ενσωματωθεί στον δεύτερο.

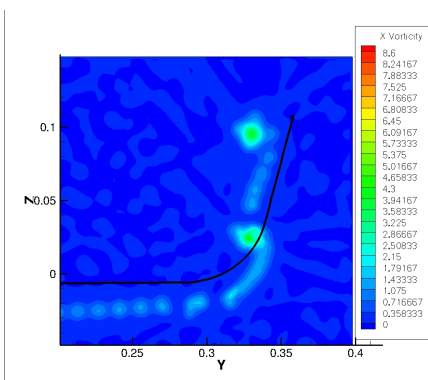


Εικόνα 64: $dt=0.0002$, $eps=0.006$

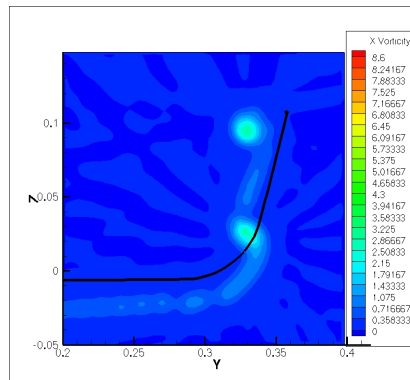


Εικόνα 65: $dt=0.00035$, $eps=0.006$

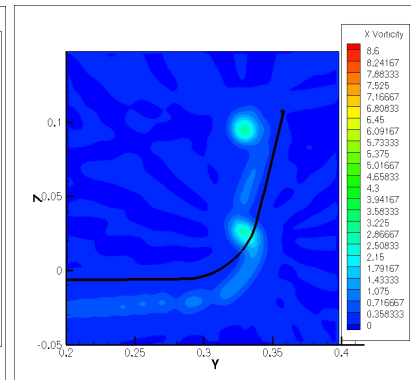
Κρατώντας το χρονικό βήμα που δίνει τα πιο ομαλά αποτελέσματα ($dt=0.0002$) και αλλάζοντας την τιμή του eps από 0.006 σε 0.007 και 0.008 γίνεται αντιληπτό πως η διάχυση του ομόρρου γίνεται μικρότερη, αντίθετα όμως μεταβάλλεται η τιμή της στροβιλότητας σε χαμηλότερα από τα πειραματικά επίπεδα.



Εικόνα 68: $dt=0.0002$,
 $eps=0.006$

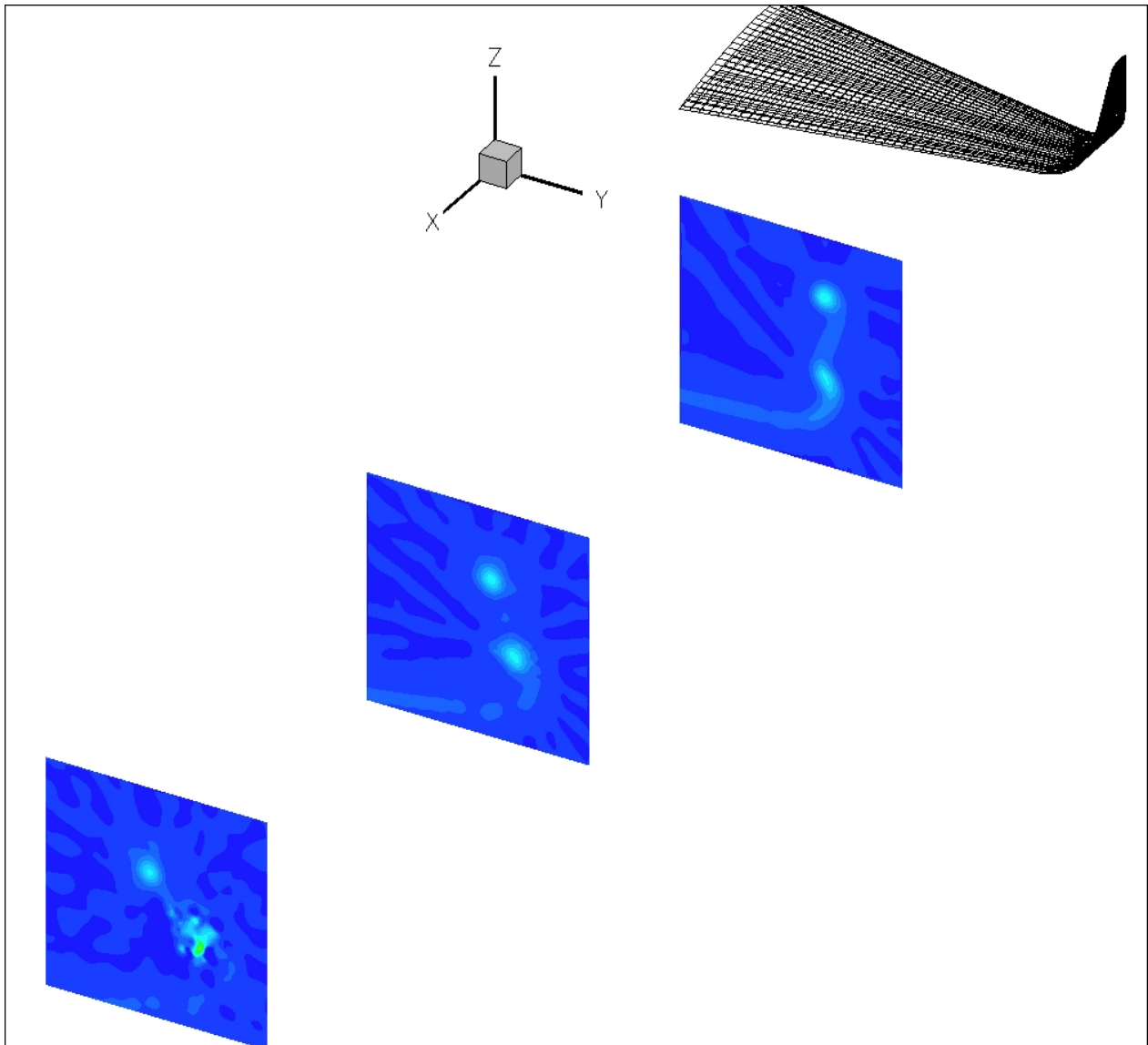


Εικόνα 67: $dt=0.0002$,
 $eps=0.007$

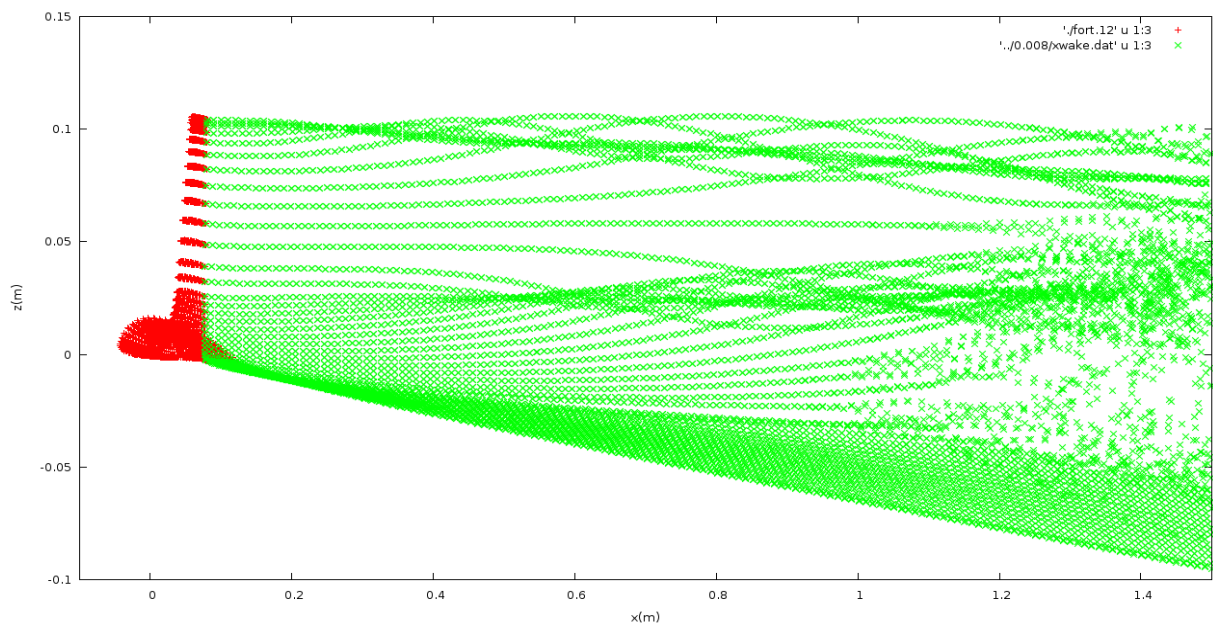


Εικόνα 66: $dt=0.0002$,
 $eps=0.008$

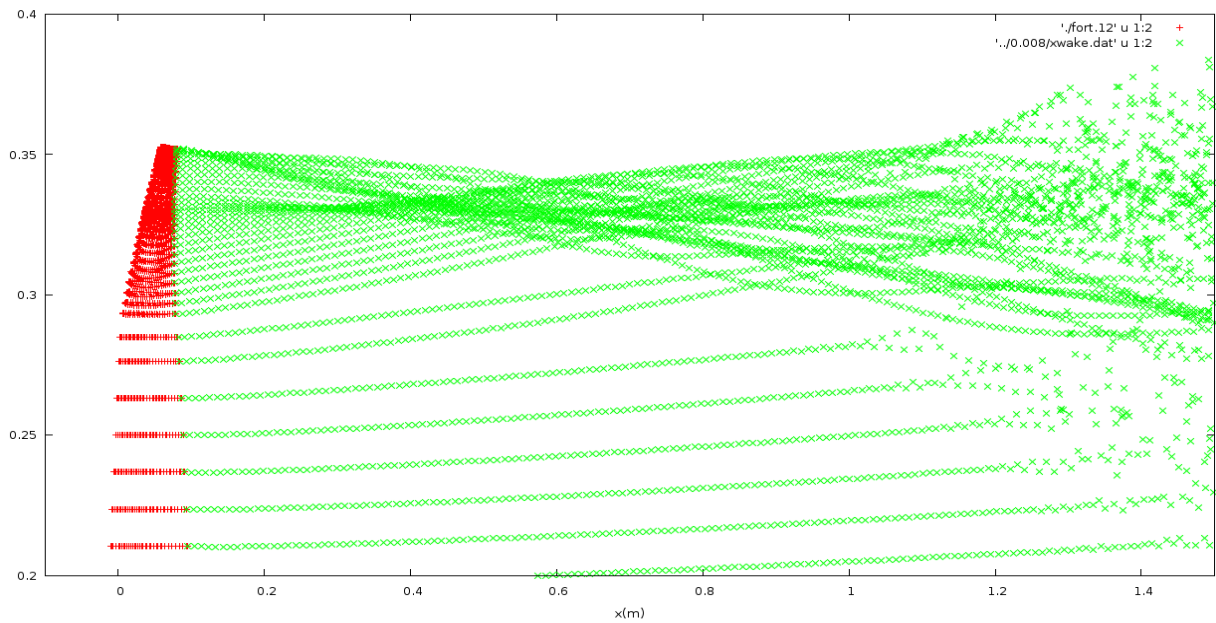
Στο επόμενο σχήμα παρατίθεται η στροβιλότητα σε 2 ακόμα θέσεις. Στην θέση όπου $x=1$ m και στην θέση όπου $x=1.5$ m. Στις εικόνες 67 και 68 παρουσιάζεται ο ομόρρος όπως αυτός διαμορφώνεται στην περιοχή του ακροπτερυγίου.



Εικόνα 69: Καταγραφή της αξονικής στροβιλότητας σε 3 θέσεις κατόντι της πτέρυγας Winglet 2



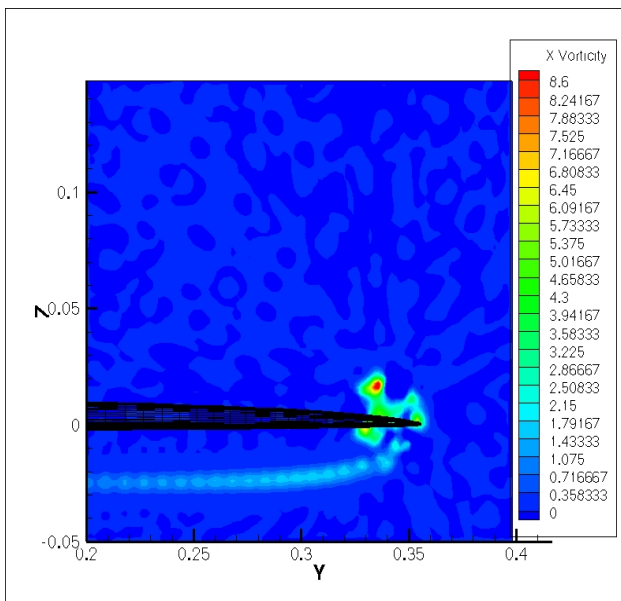
Εικόνα 70: Ο ομόρρους της Winglet 2 (1)



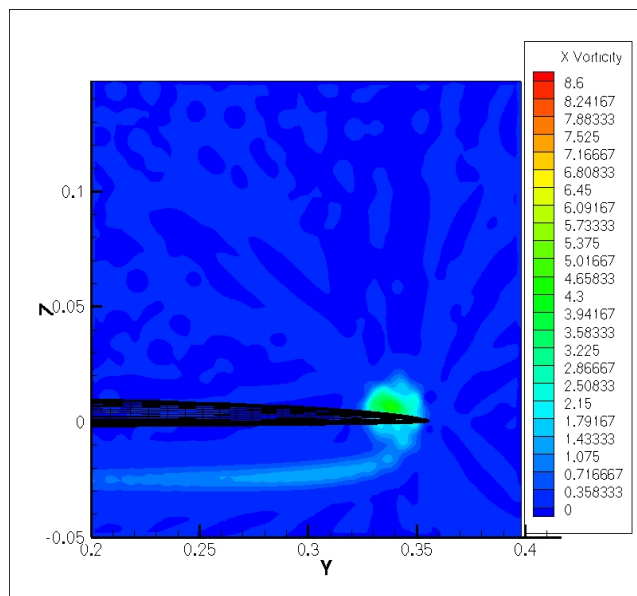
Εικόνα 71: Ο ομόρρους της Winglet 2 (2)

Baseline

Όπως και στην περίπτωση της Winglet 2 πτέρυγας η επίδραση του eps είναι καταλυτική στην δημιουργία του στροβίλου του ακροπτερυγίου της Baseline.

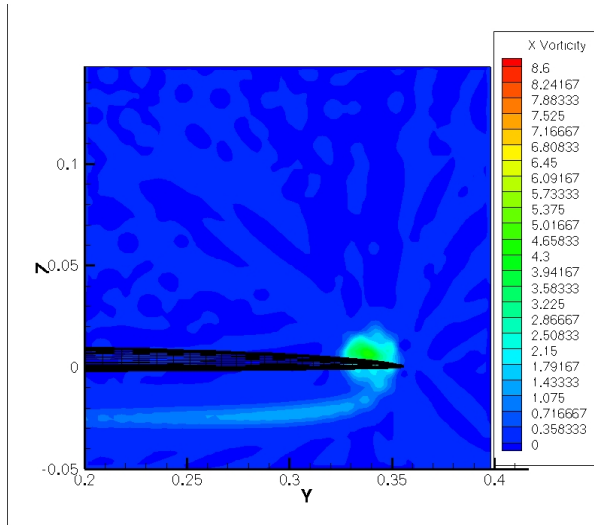


Εικόνα 72: $dt=0.00025$, $eps=0.0004$

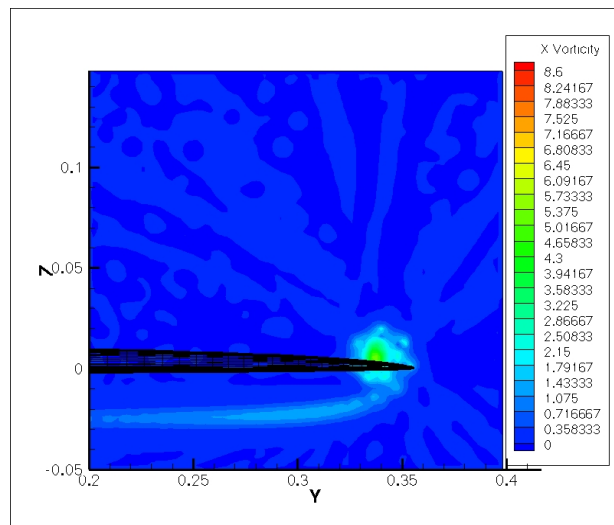


Εικόνα 73: $dt=0.00025$, $eps=0.005$

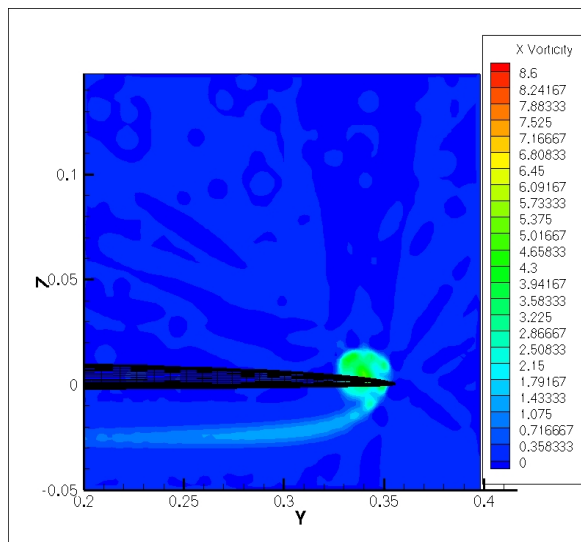
Αντίστοιχα είναι τα αποτελέσματα και στην βασική πτέρυγα αν κρατώντας σταθερό το ϵ_{ps} μεταβληθεί το χρονικό βήμα της επίλυσης.



Εικόνα 74: $dt=0.00025$, $\epsilon_{ps}=0.005$

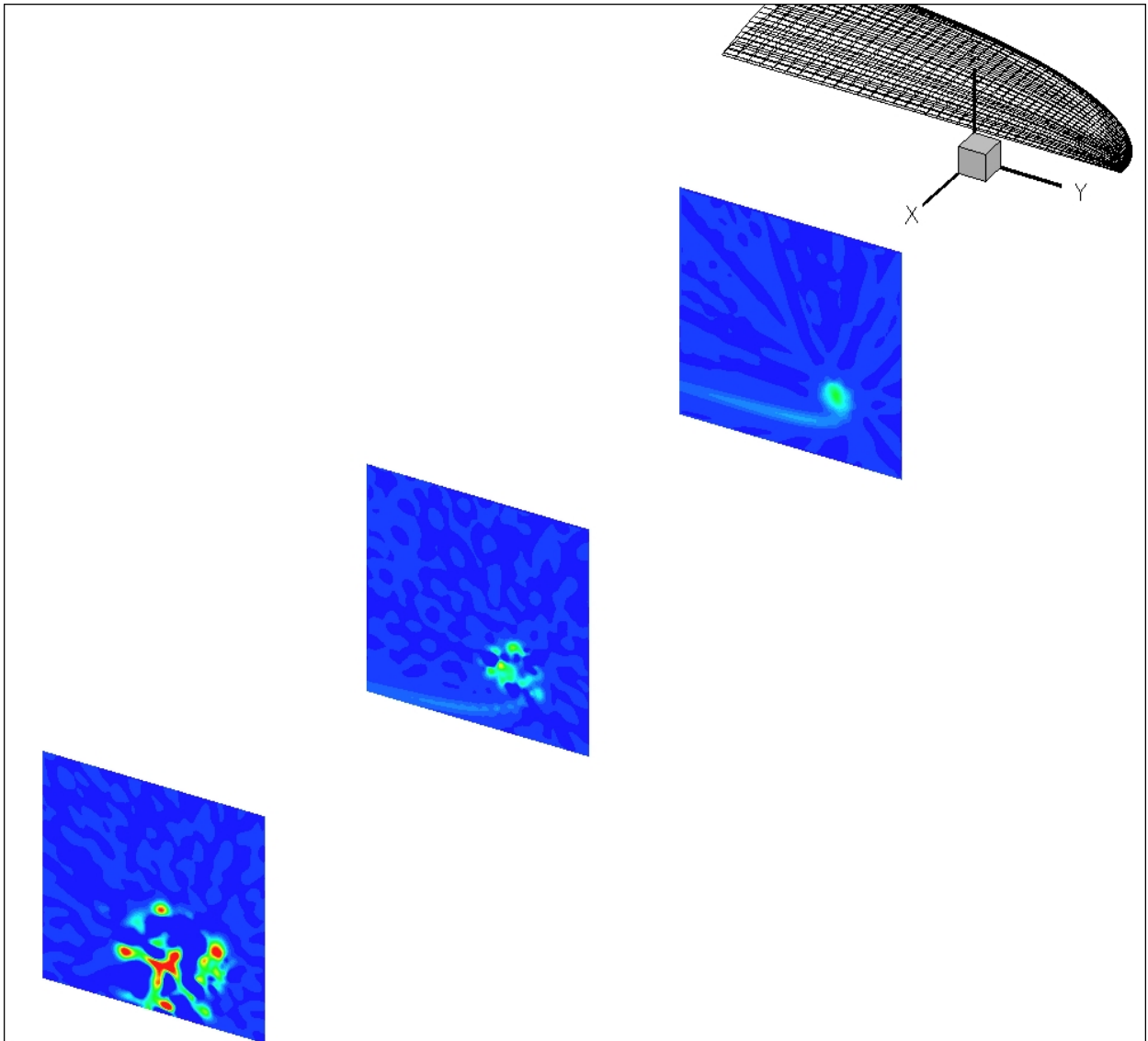


Εικόνα 75: $dt=0.0002$, $\epsilon_{ps}=0.005$

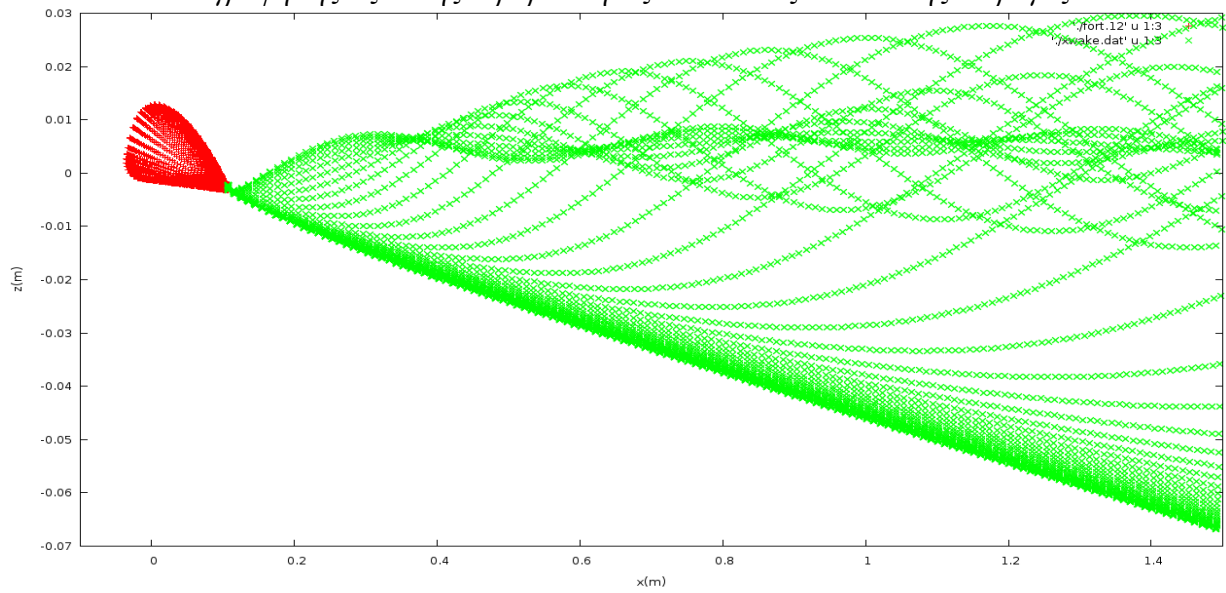


Εικόνα 76: $dt=0.00035$, $\epsilon_{ps}=0.005$

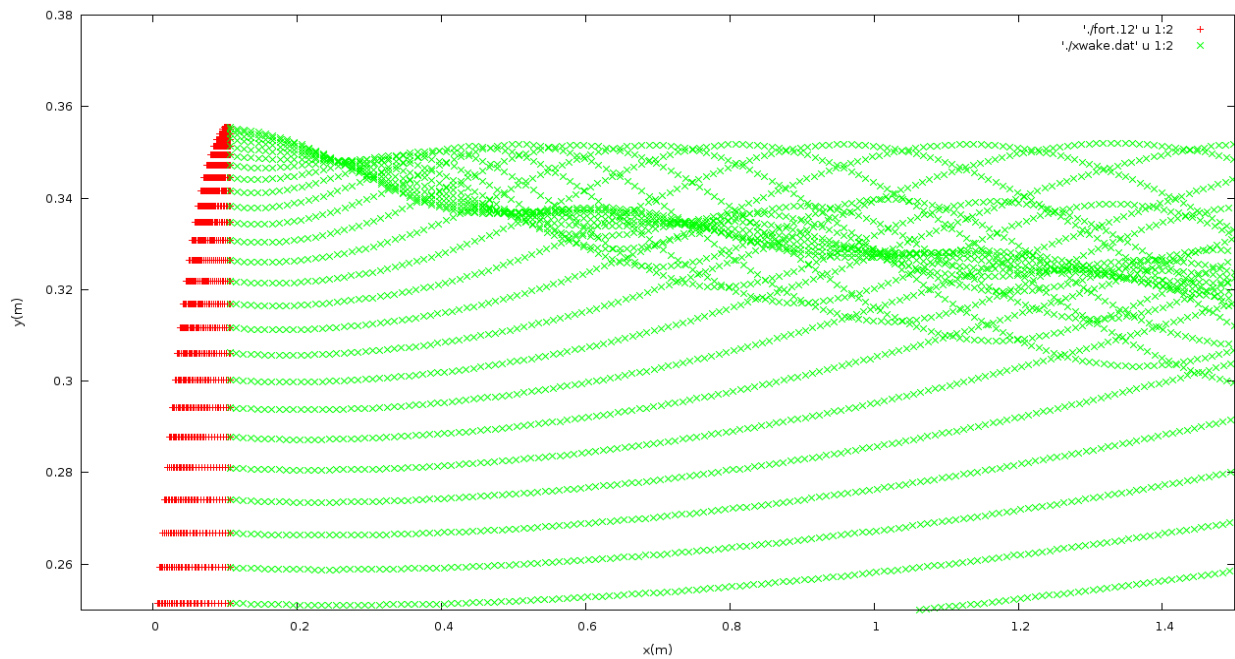
Στο επόμενο σχήμα παρατίθεται η στροβιλότητα σε 2 ακόμα θέσεις. Στην θέση όπου $x=1$ m και στην θέση όπου $x=1.5$ m. Στις εικόνες 75 και 76 παρουσιάζεται ο ομόρρους όπως αυτός διαμορφώνεται στην περιοχή του ακροπτερυγίου.



Εικόνα 77: Καταγραφή της αξονικής στροβιλότητας σε 3 θέσεις κατόντι της πτέρυγας Baseline



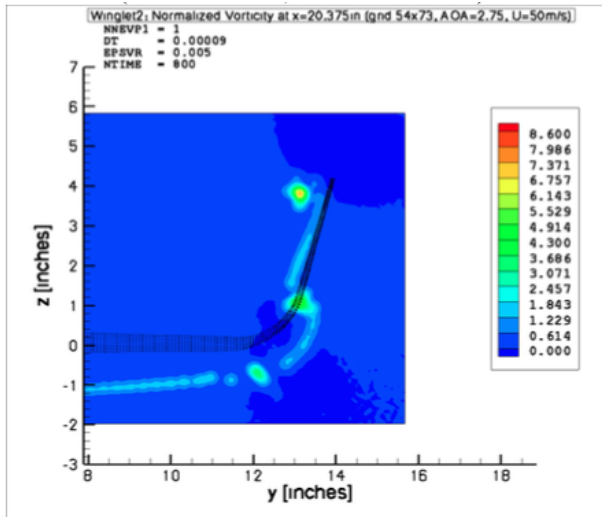
Εικόνα 78: Ο ομόρρους της Baseline (1)



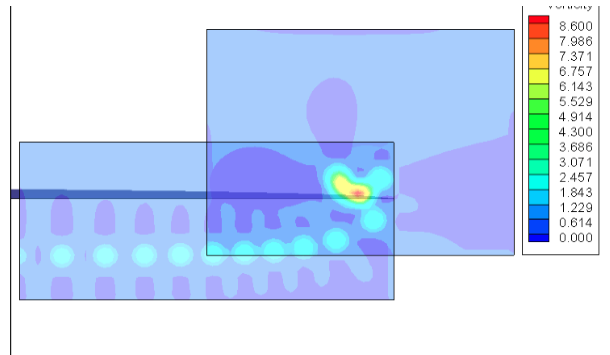
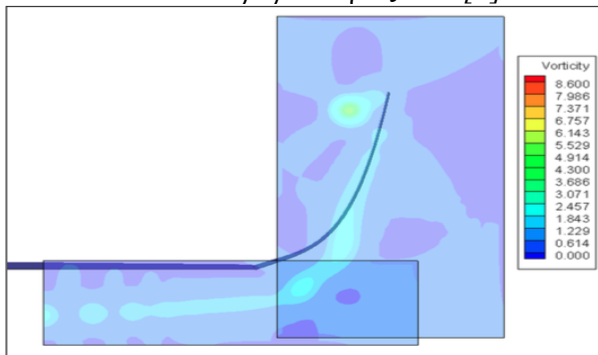
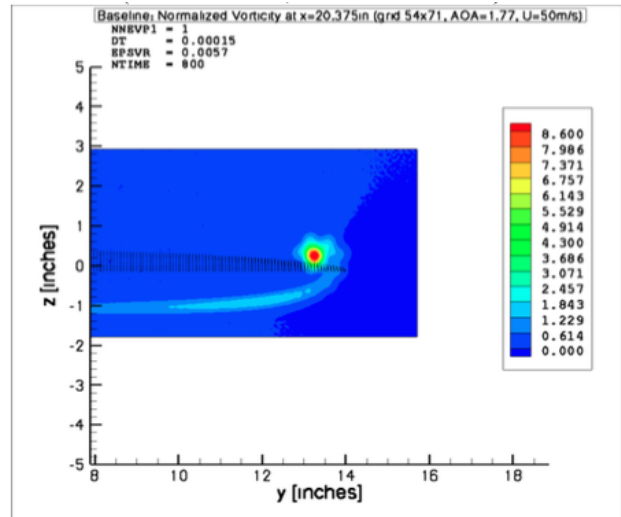
Εικόνα 79: Ο ομόρρους της Baseline (2)

4.4 Σύγκριση των διαφόρων μεθόδων

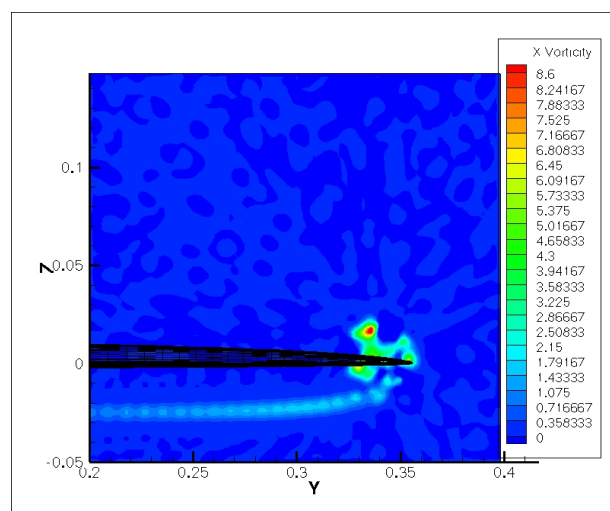
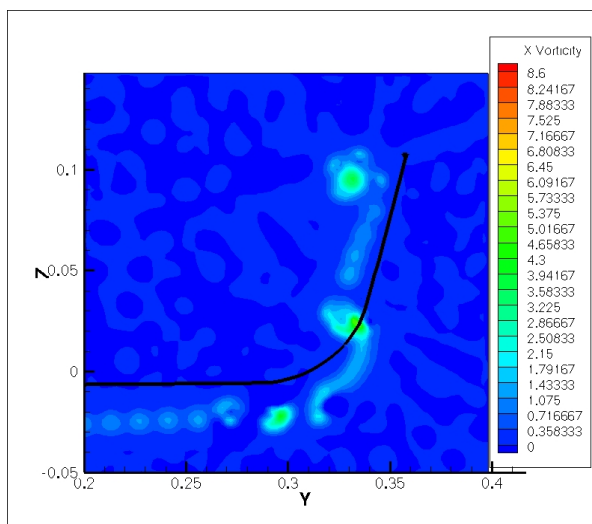
Στο παρόν κεφάλαιο πραγματοποιείται η σύγκριση των υπολογιστικών αποτελεσμάτων της παρούσας μεθοδολογίας με αποτελέσματα προγενέστερων προσπαθειών προσομοίωσης της ροής. Τα συγκριτικά αποτελέσματα καταγράφηκαν στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας του Άγγελου Εζνεπίδη και της μεταπτυχιακής εργασίας του Κωνσταντίνου Κουλουρά. Η πρώτη επιλύει τη ροή ως μη συνεκτική, ασυμπύεστη με χρήση στοιχείων στροβιλότητας και διαχειρίζεται τις πτέρυγες ως τρισδιάστατα σώματα με πάχος (GENUVP) και χρησιμοποιεί πλέγμα 53x141. Επιπλέον, η επίλυση γίνεται με παράλληλο προγραμματισμό, γεγονός που επιτρέπει την χρήση πυκνότερου πλέγματος. Η δεύτερη εργασία χρησιμοποιεί τα ίδια υπολογιστικά εργαλεία ωστόσο αντιμετωπίζει τις πτέρυγες ως τρισδιάστατα σώματα χωρίς πάχος και πλέγμα μικρότερο του 51x99.



Εικόνα 80: Πεδίο στροβιλότητας από [6]



Εικόνα 81: Πεδίο στροβιλότητας από [5]



Εικόνα 82: Πεδίο στροβιλότητας της παρούσας μεθόδου

Η σύγκριση γίνεται με μέτρο αναφοράς τα πειραματικά αποτελέσματα. Και οι τρεις προσπάθειες είναι επιτυχημένες. Στην πτέρυγα τύπου winglet 2 η thin θεώρηση υστερεί, όμως η παρούσα μέθοδος δίνει αποτελέσματα εξίσου ικανοποιητικά με τη μέθοδο του GENUVP ακόμη και με αραιότερο πλέγμα. Για τη βασική πτέρυγα οι διαφορές είναι πολύ μικρές, ωστόσο είναι εμφανές πως η χρήση πυκνότερου πλέγματος ειδικά στην περιοχή του ακροπτερυγίου θα συνέβαλε θετικά στην μορφή του στροβίλου, ο οποίος έχει χάσει την μορφή που παρουσιάζεται στα πειραματικά αποτελέσματα.

4.5 Συμπεράσματα

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν έπειτα από την επίλυση της ροής κατηγοριοποιούνται και παρουσιάζονται παρακάτω.

Πτέρυγα Winglet 2

Η πτέρυγα με καμπυλωμένο άκρο τύπου winglet 2 προσομοιώθηκε σωστά. Τόσο τα φορτία ήταν σωστά (Λόγος L/D) όσο και ο ομόρρους.

Πτέρυγα Baseline

Για την βασική πτέρυγα η προσομοίωση των φορτίων ήταν πολύ ικανοποιητική καθώς ο λόγος L/D ήταν πολύ κοντά σε τιμή με τον αντίστοιχο πειραματικό. Για την περίπτωση του ομόρρου και του στροβίλου του ακροπτερυγίου, τα αποτελέσματα είναι καλά όμως είναι αναγκαία η πύκνωση του πλέγματος.

5 Συμπεράσματα-αποτίμηση της εργασίας

5.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε η αεροδυναμική μελέτη της πτέρυγας με καμπυλωμένο άκρο και μίας ελλειπτικής πτέρυγας με σκοπό την εξακρίβωση της ικανότητας της μεθόδου να διαχειρίζεται σωστά ροές γύρω από σώματα με περίπλοκες γεωμετρίες και την σωστή αποτύπωση-αναπαράσταση του πεδίου ροής κατάντι αυτών.

Η μεθοδολογία βασίζεται στην μέθοδο των συνοριακών στοιχείων με χρήση φύλλων στροβιλότητας και διαχειρίζεται τον ομόρρο με ένα δυναμικό πρότυπο. Γίνεται η θεώρηση μη συνεκτικής ασυμπίεσης ροής και τα συνεκτικά φαινόμενα εισάγονται εκ των υστέρων με την χρήση του υπολογιστικού προγράμματος FOIL2W για συγκεκριμένους αριθμούς Reynolds. Για την πραγμάτωση των παραπάνω ήταν αναγκαίος ο διαχωρισμός της μελέτης σε δύο στάδια δεδομένου πώς η μέθοδος αυτή (χρήση της άμεσης διατύπωσης του δυναμικού) πρώτη φορά εφαρμόζεται σε σώματα με περίπλοκη σχετικά γεωμετρία.

Το πρώτο στάδιο περιλαμβάνει την επαλήθευση της αξιοπιστίας της μεθόδου στην διαχείριση ροών γύρω από διαφόρων ειδών σώματα. Ο ελεύθερος δυναμικός ομόρρους εισήχθη στην μέθοδο και πραγματοποιήθηκαν τρεξίματα για τρεις διαφορετικές πτέρυγες, την ορθογωνική πτέρυγα, την οπισθοκλινή πτέρυγα RAE-110 για τρία διαφορετικά πάχη και την πτέρυγα διπλής οπισθόκλισης STRAKED. Σημείο αναφοράς για την ορθότητα των αποτελεσμάτων ήταν προηγούμενες προσπάθειες προσομοίωσης της ροής. Το συμπέρασμα σε αυτό το σημείο της εργασίας ήταν ικανοποιητικότατο καθώς η μέθοδος έδωσε σχεδόν ταυτόσημα αποτελέσματα με τα συγκριτικά. Τόσο οι προλέξεις για την κυκλοφορία όσο και τα φορτία- ταχύτητες στις πτέρυγες ήταν σωστές και για τις τρεις γεωμετρίες για διάφορες διακριτοποιήσεις.

Μετά την απόδειξη ότι η μέθοδος είναι αξιόπιστη ξεκίνησε το δεύτερο στάδιο στο οποίο έγιναν τα τρεξίματα για την πτέρυγα με καμπυλωμένο άκρο Winglet 2 και για την Baseline πτέρυγα. Το ενδιαφέρον για τις παραπάνω πτέρυγες αφορά τόσο τα φορτία όσο και την επισκόπηση του ομόρρου. Για αυτόν τον λόγο έγινε η εισαγωγή μίας σημαντικής παραμέτρου, της παραμέτρου αποκοπής για την αποφυγή του απειρισμού των ταχυτήτων, η οποία έχει σημαντική επιρροή στον σχηματισμό και την αναπαράσταση του ομόρρου. Πέραν της παραπάνω παραμέτρου, η παράμετρος του χρονικού βήματος είναι πολύ σημαντική στα αποτελέσματα. Πραγματοποιήθηκαν πολλά τρεξίματα για την εξαγωγή συμπεράσματος για την τιμή αυτών των παραμέτρων. Κάθε πτέρυγα δίνει σωστά αποτελέσματα για συγκεκριμένη τιμή αυτών. Από τα τρεξίματα αυτά προέκυψαν τα αποτελέσματα για κάθε πτέρυγα.

Για την Winglet 2:

Τα αποτελέσματα της πτέρυγας με καμπυλωμένα άκρα είναι σωστά με τα πειραματικά τόσο στα φορτία όσο και στον ομόρρου. Η τιμή του φορτίου της πτέρυγας για την συγκεκριμένη γωνία πρόσπτωσης είναι πολύ κοντά με την πειραματική και μάλιστα αν ληφθεί υπόψιν ότι η εισαγωγή των διορθώσεων της συνεκτικότητας είναι εξωτερική. Ωστόσο, η μέθοδος υπολόγισε σωστά και τα φορτία για ένα μεγάλο εύρος γωνιών. Στην περιοχή του ομόρρου η δημιουργία των στροβίλων ήταν σωστή τόσο σε μορφή όσο και σε ένταση. Όμως, παρατηρήθηκε ότι για τη διαχείριση της Winglet 2 θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί πυκνότερο πλέγμα για την καλύτερη αποτύπωση του πεδίου ροής. Εντούτοις, αυτά τα αποτελέσματα ήταν ικανοποιητικά.

Για την Baseline:

Στην βασική πτέρυγα όπως και στην Winglet 2 η επισκόπηση των φορτίων ήταν σωστή και τα αποτελέσματα ήταν πολύ κοντά στα πειραματικά με μία μεγαλύτερη απόκλιση, ωστόσο, η οποία οφείλεται στην μηδενική χορδή στο άκρο της και στην ελλειπή ενημέρωση για τις συνθήκες του αέρα κατά την πειραματική διαδικασία. Η επισκόπηση του ομόρρου έδωσε χρήσιμα συμπεράσματα για τη διαχείριση της πτέρυγας. Η μηδενική, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, χορδή στο ακροπτερύγιο δυσχεραίνει την αναπαράσταση της γεωμετρίας και απαιτεί πολύ πυκνό πλέγμα κυρίως κοντά στην περιοχή του ακροπτερυγίου, γεγονός που λόγω του υπολογιστικού χρόνου δεν ήταν εφικτό να πραγματοποιηθεί. Όμως ακόμη και για ένα πλέγμα όχι και τόσο πυκνό παρατηρήθηκε ότι η μέθοδος μπορεί να αποτυπώσει πλήρως την μορφή του στροβίλου του ακροπτερυγίου αλλά όχι την ένταση. Αύξηση της έντασης του στροβίλου επιτυγχάνεται με την μείωση του συντελεστή αποκοπής, αλλά η κίνηση αυτή οδηγεί στην γρηγορότερη διάχυση των στοιχείων του ομόρρου με αποτέλεσμα την διάλυση της μορφής του στροβίλου.

Εν κατακλείδι, συμπεραίνεται ότι η πρώτη προσπάθεια της μεθόδου να εξετάσει δύο πτέρυγες με παράξενα χαρακτηριστικά είναι επιτυχημένη καθώς η ροή γύρω από την πτέρυγα με καμπυλωμένα άκρα προσομοιώθηκε σωστά, ενώ η ροή γύρω από την βασική πτέρυγα παρουσίασε μεν υποεκτιμήσεις στην τιμή της στροβιλότητας στην περιοχή του ακροπτερυγίου, όμως η μορφή του στροβίλου και των φορτίων ήταν σωστή. Επίσης είναι εμφανές ότι οι αποκλίσεις αυτές διορθώνονται με την εισαγωγή πυκνότερου πλέγματος και δεν οφείλονται σε λάθη της μεθόδου.

5.2 Προτάσεις για μελλοντική βελτίωση της μεθόδου

Δύο σημεία, η βελτιστοποίηση των οποίων θα βελτιώσει σημαντικά την απόδοση της μεθόδου και την ικανότητάς της να διαχειρίζεται σώματα με πολύπλοκη γεωμετρία, είναι τα εξής:

- Η εισαγωγή στην μέθοδο αντί των φύλλων στροβιλότητας, των στοιχείων στροβιλότητας. Με αυτό τον τρόπο η διαχείριση του ομόρρου θα γίνει πιο εύκολη και πιο σωστή αφού η μεταφορά και η μετακίνηση των φύλλων στροβιλότητας απαιτεί μεγάλο αριθμό πλέγματος και αυξάνει τις πιθανότητες για τον απειρισμό των ταχυτήτων σε αντίθεση με τα στοιχεία στροβιλότητας που αποτυπώνουν άμεσα τα στοιχεία του ρευστού.
- Η μείωση του προς επίλυση πίνακα του συστήματος και η παραλληλοποίηση της μεθόδου. Η κίνηση αυτή θα μειώσει δραστικά τον υπολογιστικό χρόνο που απαιτείται για την επίλυση των πεδίων ροής και θα επιτρέψει την περαιτέρω πύκνωση των πλεγμάτων με σκοπό την καλύτερη δυνατή αναπαράσταση του προβλήματος.

Βιβλιογραφία

1. "William E. "Billie" Somerville 1869-1950". Iavhalloffame.org Retrieved November 13, 2010.
2. The design of winglets for low-speed aircraft, Mark D. Maughmer, The Pennsylvania State University
3. Ανάλυση Συμπεριφοράς Αξονικού Δρομέα σε Μόνιμες και Μεταβατικές Κατατάσεις Λειτουργίας, Πέτρος Ι. Χασαπογιάννης, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Τομέας Ρευστών ΕΜΠ, Αθήνα 2005
4. Aerodynamic Comparison of Hyper-Elliptic Cambered Span (HECS) Wings with Conventional Configurations, Barry S. Lazos, Kenneth D. Visser, NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia 2002
5. Αεροδυναμική ανάλυση σταθερών πτερύγων και περιστρεφόμενων πτερυγίων με κυρτό άκρο (Winglet), Κ. Κουλουράς, Αθήνα 2012
6. Ανάλυση της αεροδυναμικής απόδοσης πτέρυγας με καμπυλομένο άκρο (winglet), Ραφαήλ-Άγγελος Α. Εζνεπίδης, Αθήνα 2014
7. Blended Winglets for improved airplane performance. R. Faye, R. Laprete, M. Winter, Boeing
8. A Comparison of Panel Methods for Subsonic Flow Computation (AGARD), H.S.Sytsma, B.L.Hewitt and R.E.Rubbert.
9. Ανάπτυξη και αξιολόγηση προτύπου αεροδυναμικής ανάλυσης ροής γύρω από πτέρυγα βασισμένου στην μέθοδο των συνορικών στοιχείων και με χρήση της άμεσης διατύπωσης ως προς το δυναμικό, Χαρίδημος Π. Μπιτσακάκης, Αθήνα 2014
10. Tip extensions, winglets and C-Wings conceptual design and optimization, Andrew S. Ning, Ilan Kroo, Stanford University, Stanford
11. Low speed design and analysis of Wing/Winglet combinations including viscous effects, Jean-Jacques Chattot.
12. Drag reduction in aircraft model using elliptical winglet, Prithvi Raj Arora, A. Hossain, Prasetyo Edi, A.A Jaafar, Thamir S. Younis, M. Saleem.