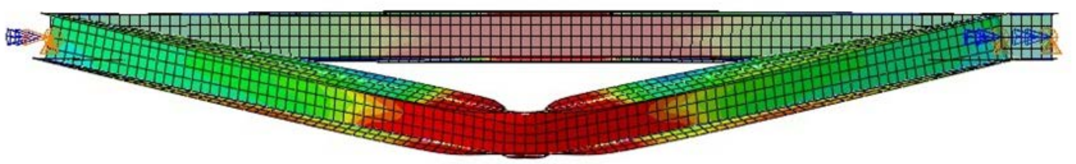
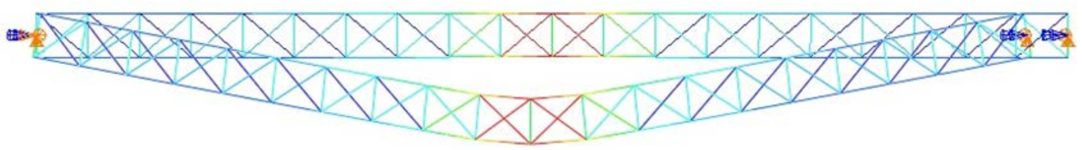
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Καμπτικός και Στρεπτοκαμπτικός Λυγισμός Ράβδων με Αναλυτικές και Αριθμητικές Μεθόδους





ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Σωτήριος Β. Σμυρναίος

Επιβλέπων: Βάγιας Ιωάννης, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Μάρτιος 2015

ΕΜΚ ΔΕ 2015/08

Σμυρναίος Σ. Β. (2015).
Καμπτικός και Στρεπτοκαμπτικός Λυγισμός Ράβδων με Αναλυτικές και Αριθμητικές Μεθόδους
Διπλωματική Εργασία ΕΜΚ ΔΕ 2015/08
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.

Smyrnaios S. B. (2015).
Flexural and Lateral Torsional Buckling of beams with Analytical and Arithmetical Methods
Diploma Thesis EMK ΔΕ 2015/08
Institute of Steel Structures, National Technical University of Athens, Greece

Ευχαριστίες...

Η παρούσα διπλωματική εργασία σηματοδοτεί το πέρας της πενταετούς φοίτησης μου στη σχολή Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνίου. Με την ευκαιρία αυτή θα ήθελα να ευχαριστήσω όσους συνέβαλαν στην προσπάθεια αυτή.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κύριο Ιωάννη Βάγια, Καθηγητή του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου στη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών,για την πολύτιμη βοήθειά του και την υποστήριξη του στην εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον Αναπληρωτή Καθηγητή Ι. Ραυτογιάννη και τον Λέκτορα Π. Θανόπουλο, για τη συμμετοχή τους στην εξεταστική επιτροπή της διπλωματικής μου εργασίας.

Τέλος, ευχαριστώ τους γονείς και τα αδέρφια μου για την αμέριστη υποστήριξη και συμπαράσταση.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Διπλωματική Εργασία
του φοιτητή Σωτηρίου Σμυρναίου

Επιβλέπων: Βάγιας Ιωάννης, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Καμπτικός και Στρεπτοκαμπτικός Λυγισμός Ράβδων με Αναλυτικές και Αριθμητικές Μεθόδους.

Περίληψη

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη φαινομένων λυγισμού σε ολόσωμες δοκούς από χάλυβα, διατομής διπλού ταυ. Για τον λόγο αυτό αναπτύσσονται διάφορες εφαρμογές στις οποίες γίνεται χρήση αναλυτικών σχέσεων και μοντέλων πεπεραμένων στοιχείων ώστε να μελετηθεί η αντοχή και ευστάθεια της φορτιζόμενης ράβδου που μελετάται. Πιο συγκεκριμένα το περιεχόμενο κάθε κεφαλαίου είναι το εξής:

Στο πρώτο κεφάλαιο εξετάζονται οι πιθανές μορφές αστοχίας μιας χαλύβδινης δοκού διατομής διπλού ταυ. Δίνονται βασικές έννοιες της ελαστικής κάμψης δοκών, περιγράφονται οι πιθανές γραμμικές και μη γραμμικές αναλύσεις που μπορούν να εφαρμοστούν για τη μελέτη των χαλύβδινων δοκών και εξετάζονται οι πιθανοί τρόποι αστοχίας τους, αφού προηγηθεί η κατάταξη των διατομών σε κατηγορίες με βάση τον Ευρωκώδικα 3. Επίσης γινεταί αναφορά σε κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 για τον υπολογισμό της αντοχής των δοκών.

Το δεύτερο κεφάλαιο περιλαμβάνει 3 εφαρμογές (καμπτικού, στρεμπτοκαμπτικού, καμπτικού – στρεμπτοκαμπτικού λυγισμού) στις οποίες πραγματοποιείται έλεγχος επάρκειας (αντοχής και ευστάθειας) αμφιέρειστης δοκού HEA200 μήκους 4m. Για τους ελέγχους αυτούς γίνεται χρήση αναλυτικών σχέσεων με βάση τον EC3 και αριθμητικών αναλύσεων χρησιμοποιώντας μοντέλα επιφανειακών και ραβδωτών πεπερασμένων στοιχείων. Με τα μοντέλα αυτά εκτελούνται αρχικά γραμμικές αναλύσεις λυγισμού και ύστερα γίνεται έλεγχος ευστάθειας με βάση τη γενική μέθοδο του EC3. Εν συνεχεία εκτελούνται μη γραμμικές αναλύσεις με βάση την $1^{η}$ ιδιομορφή καθολικού λυγισμού. Τέλος γίνεται σύγκριση των αντίστοιχων αποτελεσμάτων που λαμβάνουμε από τα διάφορα είδη αναλύσεων.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρατίθονται γενικά στοιχεία για σύμμικτες γέφυρες με κύριους φορείς δοκούς διατομής διπλού ταυ. Στο κεφαλαίο αυτό σημειώνεται ότι οι δοκοί αυτοί είναι ευάλωτοι σε φαινόμενα αστάθειας σε φάση κατασκευής όπου το θλιβόμενο πέλμα είναι μη προστατευμένο. Τέλος αναφέρονται τρόποι αντιμετώπισης τέτοιων μορφών αστοχίας μέσω τοποθέτησης ενισχύσεων έναντι πλευρικής

μετάθεσης και ο απλοποιητικός έλεγχος του EC3 με τον οποίο μπορούμε να εκτιμήσουμε τις αποστάσεις τους.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρατίθεται εφαρμογή σύμμικτης γέφυρας με 2 ανοίγματα που αποτελείται από 2 κύριους φορείς διατομής διπλού ταυ. Για τους φορείς αυτούς υπολογίζεται η ροπή αντοχής έναντι πλευρικού λυγισμού σε φάση κατασκευής για 6 διαφορετικές μορφές πλευρικής ενίσχυσης. Οι υπολογισμοί αυτοί γίνονται με βάση τα μοντέλα χωρικών προσομοιώματων επιφανειακών και ραβδωτών πεπερασμένων στοιχείων και την χρήση της απλοποιημένης μεθόδου του EC3. Τέλος γίνεται σύγκριση των αντίστοιχων αποτελεσμάτων που λαμβάνουμε από τα διάφορα είδη αναλύσεων.

Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται γενικά τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την παρούσα διπλωματική εργασία.

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING
DIVISION OF STRUCTURAL ENGINEERING
LABORATORY OF STEEL STRUCTURES

Diploma Thesis
By Sotiris Smyrnaios
Supervisor: Ioannis Vayas, Profesor NTUA
Athens, March 2015

Flexural and Lateral Torsional Buckling of beams with Analytical and Arithmetical Methods.

Abstract

The objective of this diploma thesis is the study of bucking phenomenon in steel double-tee-beam. For this reason we developed several applications in which we used analytical relations and finite element models to study the strength and the stability of a loaded beam. Specifically, the content of each chapter is the following:

The first chapter presents the modes of failure of a solid steel beam. There is a reference to the basic principles of bending, a description of the linear and non-linear analyses which can be applied for the study of steel beams and a description of the modes of failure, after the classification of cross sections in categories according to Eurocode 3. The normative recommendations of Eurocode 3 are also presented.

The second chapter contains 3 applications (in flexural buckling, in lateral torsional buckling and in flexural - lateral torsional buckling), in which we examined the strength and the stability of a simply supported beam (HEA200 length 4m). For these checks, we used analytical relations according to EC3 and numerical analyzes using shell and beam finite element models. Firstly, by these models we performed linear buckling analysis and then we examined the stability in accordance with the general method of EC3. Subsequently, we performed nonlinear analyzes based on the first lateral buckling eigenmode that we obtained from the linear buckling analysis. Finally, there are comparisons of the respective results that we obtained from the different kinds of analysis.

The third chapter gives general information about composite bridges with double-tee-beams as main body of structure. This section makes clear that the beams are vulnerable to instability phenomena in construction stage, when the compression flange is unprotected. Finally, we presented several ways of addressing such failure modes by placing rigid bracing and the simplified method of EC3 by which we can estimate their distances.

The fourth chapter contains a composite bridge application with two double-tee-beams as the main body of structure. For those beams we calculated the moment of lateral buckling resistance for a row of six different forms of supporting, in

construction stage. These calculations are based on finite element models (shell element model and truss model) and the use of the simplified method of EC3. Finally, we compared the respective results that we obtained from the different kinds of analysis.

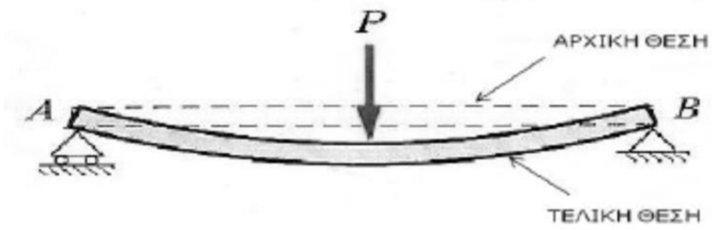
The fifth chapter presents the general conclusions resulted from the diploma thesis.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1
Μορφές Αστοχίας Ολόσωμης Δοκού.

Στο παρόν κεφάλαιο εξετάζονται οι πιθανές μορφές αστοχίας μιας χαλύβδινης δοκού διατομής διπλού ταυ. Δίνονται κάποια γενικά στοιχεία και βασικές έννοιες της ελαστικής κάμψης δοκών, περιγράφονται οι πιθανές γραμμικές και μη γραμμικές αναλύσεις που μπορούν να εφαρμοστούν για τη μελέτη των χαλύβδινων δοκών και εξετάζονται οι πιθανοί τρόποι αστοχίας τους, αφού προηγηθεί η κατάταξη των διατομών σε κατηγορίες με βάση τον Ευρωκώδικα 3. Ταυτόχρονα παρουσιάζονται και οι απαιτούμενοι έλεγχοι επάρκειας που πρέπει να ικανοποιούνται ώστε να μην επέλθει το κάθε είδος αστοχίας.

1.1 Τεχνική θεωρία κάμψης

Η εντατική κατάσταση στην οποία βρίσκεται μία δοκός που υποβάλλεται σε εγκάρσια φόρτιση ονομάζεται κάμψη. Αν για παράδειγμα, σε μία αμφιέρειστη δοκό επιβληθεί ένα εγκάρσιο φορτίο P, τότε η δοκός θα παραμορφωθεί κατά τη διεύθυνση του επιβαλλόμενου φορτίου και ο άξονας της θα καμφθεί όπως φαίνεται στο σχήμα 1.1.



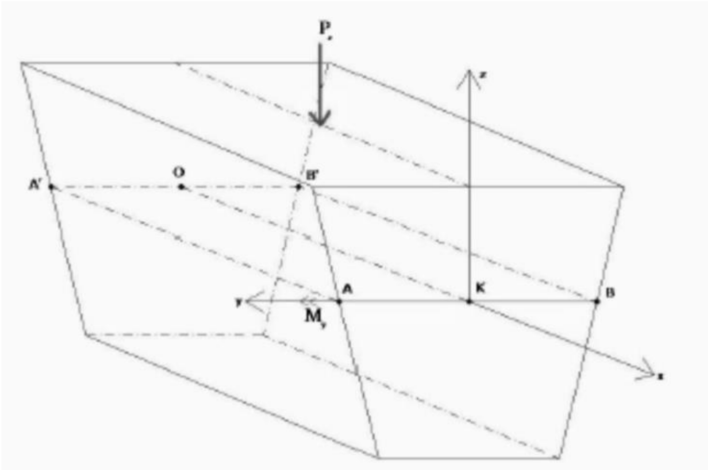
Σχήμα 1.1. Παραμορφωμένη Θέση Καπτομένης Δοκού.

Κατά την καταπόνηση σε κάμψη αναπτύσσονται καμπτικές ροπές, οι οποίες προκαλούν τόσο την καμπύλωση της δοκού, όσο και τη δημιουργία τάσεων εντός του υλικού της. Επομένως, με την έννοια κάμψη αναφερόμαστε τόσο στις αναπτυσσόμενες τάσεις, όσο και στις προκαλούμενες παραμορφώσεις που ονομάζονται βέλη κάμψης.

Βασικές παραδοχές της τεχνικής θεωρίας κάμψης είναι οι ακόλουθες:

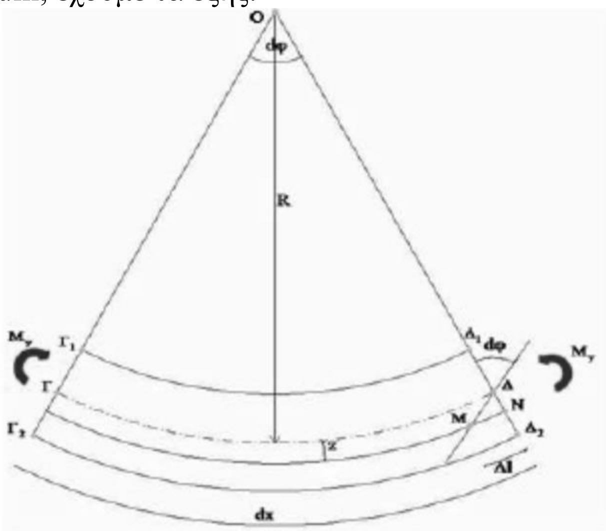
- Το υλικό της ράβδου είναι ομογενές και ισότροπο. Οι ελαστικές ιδιότητές του δεν εξαρτώνται από τη διεύθυνση.
- Ισχύει ο νόμος του Hooke, σύμφωνα με τον οποίο οι αναπτυσσόμενες τάσεις σ είναι γραμμικώς ανάλογες των ανηγμένων παραμορφώσεων ε. Ο φορέας συμπεριφέρεται ελαστικά.
- Ισχύει η παραδοχή Bernoulli, σύμφωνα με την οποία κάθε διατομή επίπεδη και κάθετη στον άξονα της δοκού πριν την κάμψη, παραμένει επίπεδη και κάθετη και μετά από αυτήν.
- Οι γραμμικές διαστάσεις της διατομής είναι μικρές σε σχέση με το μήκος της δοκού.
- Οι μετακινήσεις ενός τυχαίου σημείου κατά τον άξονα της δοκού και εγκάρσια σε αυτόν (βέλη κάμψεως) είναι μικρές σε σχέση με τις διαστάσεις της διατομής (θεωρία μικρών παραμορφώσεων).
- Η επιρροή της διατμητικής παραμόρφωσης επί του βέλους κάμψεως θεωρείται αμελητέα.

Κατά την καμπύλωση του κεντροβαρικού άξονα, επέρχεται επιμήκυνση των κατώτερων ινών και βράχυνση των ανώτερων. Ο κεντροβαρικός άξονας καλείται ουδέτερος άξονας, καθώς ούτε επιμηκύνεται ούτε θλίβεται. Στο σχήμα 2.2 φαίνεται ο ουδέτερος κεντροβαρικός άξονας ΟΚ, το ουδέτερο επίπεδο ΑΒΒ'Α', η τομή ΑΒ του ουδετέρου επιπέδου με τη διατομή που ονομάζεται ουδέτερη γραμμή και οι κύριοι άξονες y,z της διατομής.



Σχήμα 1.2 Ουδέτερος άξονας καμπτόμενης δοκού

Έστω η αμφιέρειστη δοκός του σχήματος 2.1 υπό τη δράση του φορτίου P. Η φόρτιση της δοκού πραγματοποιείται κατά τον άξονα z και η δοκός κάμπτεται ως προς τον άξονα y. Αποκόπτοντας από τη δοκό ένα στοιχειώδες τμήμα dx και με βάση την παραδοχή Bernoulli, έχουμε τα εξής:



Σχήμα 1.3 Καμπύλωση στοιχειώδους τμήματος καμπτόμενης δοκού

Ο κεντροβαρικός άξονας Ox παραμορφώνεται σε τόξο κύκλου ακτίνας R. Οι διατομές Γ1Γ2 και Δ1Δ2 έχουν στραφεί κατά γωνία dφ/2 καθεμία ως προς την κάθετη διεύθυνση.

Από την ομοιότητα των τριγώνων ΟΓΔ και ΔΜΝ ισχύει:

$$\frac{\Delta l}{dx}=\frac{z}{R} \qquad (1.1)$$

Ο λόγος $\frac{\Delta l}{dx}$ εκφράζει την ανηγμένη παραμόρφωση ε, η οποία σύμφωνα με το νόμο του Hooke δίνεται από τη σχέση: $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω εξισώσεις, προκύπτει: $\sigma = \frac{E}{R} z$ (1.2)

Ο λόγος E/R είναι σταθερός για όλα τα σημεία της κάθε ίνας και επομένως η σχέση (1.2) αποκτά τη μορφή: $\sigma = Cz$

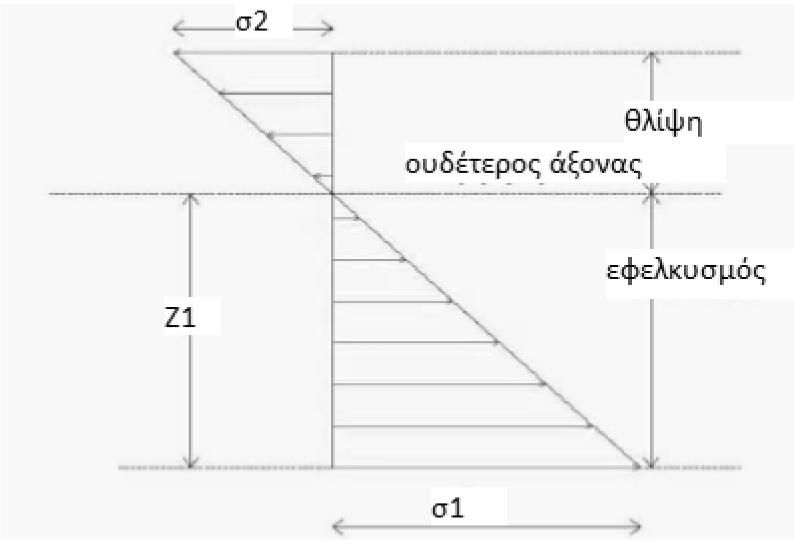
Η ουδέτερη γραμμή μιας διατομής είναι το ίχνος του ουδετέρου επιπέδου στη συγκεκριμένη διατομή και σε αυτήν οι ορθές τάσεις λόγω κάμψης είναι μηδενικές, ταυτίζεται δε με τον κεντροβαρικό άξονα της διατομής. Διαιρεί τη διατομή σε θλιβόμενη και εφελκυόμενη ζώνη.

Με βάση την ισορροπία του στοιχειώδους τμήματος, πρέπει το άθροισμα των ροπών των στοιχειωδών δυνάμεων σ·dA ως προς τον άξονα y να είναι ίσο με την καμπτική ροπή My.

$$M_y = \int z\sigma dA = \frac{E}{R}\int z^2 dA = \frac{E}{R} \cdot I_y \tag{1.3}$$

η οποία με βάση τη σχέση (1.2) δίνει

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} \cdot z \tag{1.4}$$



Σχήμα 1.4 Κατανομή ορθών τάσεων λόγω κάμψης σε τυχαία διατομή

Ως ελαστική ροπή αντίστασης διατομής ως προς τον άξονα y ορίζεται ο λόγος της ροπής αδράνειας της διατομής ως προς τον άξονα y, προς την απόσταση της πιο απομακρυσμένης ίνας από τον ίδιο άξονα. Όμοια ορίζεται και η ελαστική ροπή αντίστασης ως προς τον άξονα z. Δηλαδή:

$$W_{el,y} = \frac{I_y}{z} \quad \text{και} \quad W_{el,z} = \frac{I_z}{y}$$

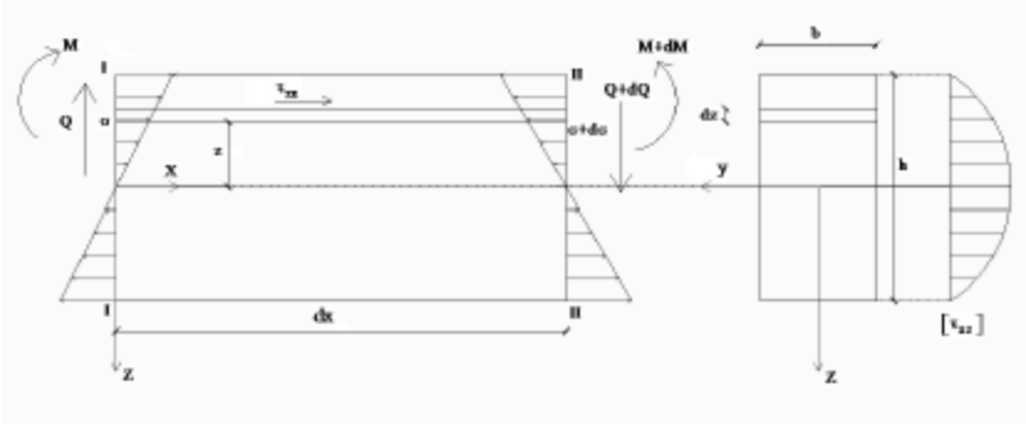
Αν η ουδέτερη γραμμή συνιστά και άξονα συμμετρίας της διατομής, τότε οι ακραίες ίνες της θλιβόμενης και η εφελκυόμενης ζώνης απέχουν την ίδια απόσταση από τον άξονα y, συνεπώς ισχύει:

$$W^o{}_{el,y} = W^u{}_{el,y}$$

Επομένως, η κατανομή των ορθών τάσεων μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\sigma_x = \frac{M_y}{W_{el}} \tag{1.5}$$

Υπό την επίδραση των εγκάρσιων φορτίων, εκτός από καμπτική ροπή, εμφανίζεται και τέμνουσα δύναμη. Επομένως, στη δοκό εκτός από ορθές τάσεις σ, αναπτύσσονται και διατμητικές τάσεις τ. Καθώς η συμπεριφορά της δοκού είναι ελαστική και επειδή ισχύει η αρχή της ανεξαρτησίας των ελαστικών παραμορφώσεων, η παρουσία των διατμητικών τάσεων δεν επηρεάζει την κατανομή των ορθών τάσεων στη διατομή.



Σχήμα 1.5 Κατανομή διατμητικών τάσεων σε δοκό ορθογωνικής διατομής λόγω κάμψης

Από την ισορροπία κατά τον άξονα x του στοιχειώδους τμήματος της δοκού μεταξύ των διατομών I και II, ισχύει:

$$\sum F_x=0 \Rightarrow \sigma \cdot b \cdot dz+\tau_{zx} \cdot b \cdot dx=(\sigma+d\sigma) \cdot b \cdot dz \Rightarrow \tau_{zx}=\frac{d\sigma \cdot dz \cdot b}{dx \cdot b}$$

$$\sigma_x=\frac{M_y}{I_y} \cdot z \Rightarrow \frac{d\sigma}{dx}=\frac{\frac{dM_y}{dx}}{I_y} \cdot z=\frac{Q \cdot z}{I_y}$$

$$\Rightarrow \tau_{zx}=\frac{Q \cdot b \cdot z \cdot dz}{b \cdot I_y}$$

Το μέγεθος b·z·dz είναι η στατική ροπή Sy της στοιχειώδους επιφάνειας b·dz ως προς τον άξονα y.

Επομένως, η διατμητική τάση δίνεται τελικά από τη σχέση:

$$\tau_{zx}=\frac{Q \cdot S_y}{b \cdot I_y} \tag{1.6}$$

Σε όλην την παράγραφο, εξετάσθηκε φόρτιση κατά τον κατακόρυφο άξονα z και συνεπώς κάμψη της δοκού περί τον άξονα y. Ανάλογες σχέσεις ισχύουν και για φόρτιση κατά y και συνεπώς κάμψη κατά z.

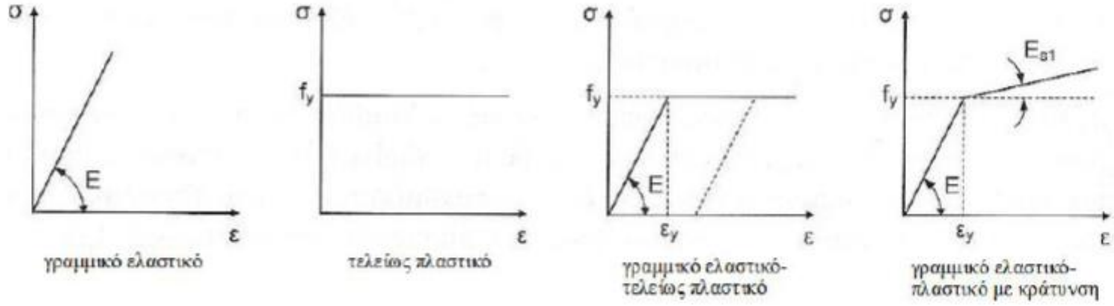
1.2 Ελαστική και πλαστική ανάλυση

Όπως έχει ήδη επισημανθεί, η τεχνική θεωρία κάμψης αναφέρεται στην ελαστική συμπεριφορά του φορέα και βασίζεται στη θεωρία μικρών μετατοπίσεων. Πρόκειται επομένως, για ελαστική ανάλυση 1ης τάξεως. Η ελαστική ανάλυση μπορεί να εφαρμόζεται σε όλες τις περιπτώσεις διατομών, ανεξαρτήτως αν η αντοχή τους προσδιορίζεται με βάση την ελαστική ή πλαστική αντοχή τους. Αντιθέτως, η πλαστική ανάλυση δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε όλες τις περιπτώσεις και για να είναι δυνατή η εφαρμογή της πρέπει να πληρούνται κάποιες προϋποθέσεις.

Στην παράγραφο αυτή γίνεται αναφορά στις 2 μεθόδους ανάλυσης και στα χαρακτηριστικά τους.

1.2.1 Ελαστική ανάλυση

Κατά την ελαστική ανάλυση, υποτίθεται ελαστική συμπεριφορά του φορέα και η σχέση τάσης-παραμόρφωσης του υλικού θεωρείται ότι είναι γραμμική για οποιαδήποτε στάθμη των τάσεων. Η παραμόρφωση είναι επομένως ανάλογη με την τάση, δηλαδή το υλικό συμπεριφέρεται ελαστικά καθ'όλη τη φόρτιση.



Σχήμα 2.6 Διαγράμματα τάσεων-ανηγμένων παραμορφώσεων

Κατά την ελαστική ανάλυση στατικώς ορισμένων φορέων, τα εντατικά μεγέθη προκύπτουν από τις εξισώσεις στατικής ισορροπίας, ενώ στους υπερστατικούς φορείς τα εντατικά μεγέθη πρέπει να ικανοποιούν τις συνθήκες ισορροπίας και να προκαλούν μετακινήσεις που είναι συμβατές με την ελαστική συνέχεια του φορέα και τις συνθήκες στήριξης. Οι εξισώσεις ισορροπίας δεν επαρκούν για να προσδιοριστούν τα άγνωστα μεγέθη και πρέπει να συμπληρωθούν με απλές γεωμετρικές σχέσεις μεταξύ των μετακινήσεων του φορέα, οι οποίες ονομάζονται εξισώσεις συμβιβαστού των παραμορφώσεων και εξασφαλίζουν τη συμβατότητα των μετακινήσεων στην παραμορφωμένη κατάσταση.

Για τον υπολογισμό των εντατικών και παραμορφωσιακών μεγεθών και των αντιδράσεων χρησιμοποιούνται κυρίως δύο γενικές μέθοδοι προσέγγισης. Η πρώτη είναι η μέθοδος των δυνάμεων, σύμφωνα με την οποία απελευθερώνονται κάποιοι κόμβοι του φορέα ώστε αυτός να μετατραπεί σε στατικά ορισμένο που ονομάζεται θεμελιώδης φορέας. Οι άγνωστες μεταβλητές είναι οι αναγκαίες δυνάμεις που θα επαναφέρουν τη συμβατότητα της γεωμετρίας. Επιλύεται ένα σύστημα εξισώσεων ίσων με τον αριθμό των άγνωστων δυνάμεων, ώστε η κατασκευή να γίνει στατικώς ορισμένη.

Η δεύτερη είναι η μέθοδος των μετακινήσεων, κατά την οποία επιβάλλονται δεσμεύσεις μετακινήσεων, ώστε να εμποδίζεται η μετακίνηση των κόμβων, και προσδιορίζονται οι απαιτούμενες δυνάμεις που προκαλούν τις δεσμεύσεις. Στη συνέχεια επιτρέπεται η μετακίνηση των κόμβων μέχρι να μηδενιστούν οι δυνάμεις. Οι άγνωστες μεταβλητές της μεθόδου είναι οι δυνατές επικόμβιες μετακινήσεις και στροφές. Ο αριθμός των δυνάμεων δεσμεύσεως που πρέπει να εφαρμοσθούν πρόσθετα στο φορέα, ισούται με τον αριθμό των δυνατών επικόμβιων μετακινήσεων, η δε ανάλυση απαιτεί και πάλι την επίλυση ενός συστήματος εξισώσεων.

Η ελαστική ανάλυση διακρίνεται σε δύο κατηγορίες:

- Ελαστική ανάλυση 1ης τάξεως, σύμφωνα με την οποία οι εξισώσεις ισορροπίας των δυνάμεων και του συμβιβαστού των παραμορφώσεων αναφέρονται στην αρχική απαραμόρφωτη γεωμετρία του φορέα. Χρησιμοποιείται όταν οι μετατοπίσεις των διατομών του φορέα και οι ανηγμένες παραμορφώσεις των ακραίων ινών κάθε διατομής είναι μικρές, ώστε η συμπεριφορά του φορέα να θεωρείται ελαστική. Ισχύει η αρχή της επαλληλίας, κατά την οποία το αποτέλεσμα μιας συνολικής δράσης είναι ίσο με το άθροισμα των αποτελεσμάτων των επιμέρους δράσεων που συνιστούν την ολική δράση. Η αρχή της επαλληλίας ισχύει μόνο όταν το υλικό είναι ελαστικό (σ=Ε·ε) και η γεωμετρία της κατασκευής δε μεταβάλλεται λόγω μη γραμμικής συμπεριφοράς.

- Ελαστική ανάλυση 2ης τάξεως, σύμφωνα με την οποία οι εξισώσεις ισορροπίας αναφέρονται στην παραμορφωμένη γεωμετρία του φορέα. Λαμβάνεται επομένως υπόψη η επίδραση των παραμορφώσεων του φορέα στα εντατικά μεγέθη του. Σε αυτήν την περίπτωση δεν ισχύει η αρχή της επαλληλίας, ενώ για την επίλυση του φορέα χρησιμοποιούνται κυρίως κατάλληλα προγράμματα ηλεκτρονικού υπολογιστή, λόγω ανάγκης υλοποίησης μεγάλου αριθμού υπολογισμών. Συγκεκριμένα, η ελαστική θεωρία 2ης τάξεως συντίθεται από τη διαδοχική επίλυση αναλύσεων 1ης τάξεως του φορέα, του οποίου η γεωμετρία μεταβάλλεται σε κάθε βήμα, με βάση την προηγούμενη ιστορία φόρτισης.

Αξίζει να υπογραμμιστεί ότι η υπόθεση της γραμμικής συμπεριφοράς φορτίου-παραμορφώσεων είναι δυνατόν να εφαρμοστεί είτε για 1ης είτε για 2ης τάξεως ελαστική ανάλυση, ακόμα και όταν η αντοχή της διατομής βασίζεται στην πλαστική αντοχή.

1.2.2 Πλαστική ανάλυση

Η πλαστική ανάλυση λαμβάνει υπόψη τις επιδράσεις της μη γραμμικότητας του υλικού κατά τον υπολογισμό των αποτελεσμάτων των δράσεων, ενώ χρησιμοποιείται μόνο εφόσον τα μέλη της κατασκευής διαθέτουν επαρκή στροφική ικανότητα στις θέσεις όπου δημιουργείται πλαστική άρθρωση.

Οι προϋποθέσεις εφαρμογής της πλαστικής ανάλυσης είναι οι ακόλουθες: -Ο χάλυβας πρέπει να διαθέτει επαρκή ολκιμότητα, ώστε να μπορεί να αναπτυχθεί η πλαστική αντοχή των διατομών.

- Μετά τη δημιουργία της πλαστικής άρθρωσης, αυτή πρέπει να έχει την ικανότητα να στραφεί υπό σχεδόν σταθερή ροπή, ίση με την πλαστική ροπή της διατομής.
- Η πλαστική άρθρωση πρέπει να έχει αρκετή στροφική ικανότητα, χωρίς να προηγηθεί τοπικός ή πλευρικός λυγισμός, έτσι ώστε να μπορεί να δημιουργηθεί μηχανισμός κατάρρευσης με ανακατανομή των ροπών.

Είναι απαραίτητη η γνώση του διαγράμματος τάσεων-ανηγμένων παραμορφώσεων του υλικού για την πραγματοποίηση γραμμικής ανάλυσης. Εάν η τάση μειωθεί σε οποιοδήποτε σημείο της πλαστικής περιοχής, η καμπύλη αποφόρτισης είναι ευθεία γραμμή παράλληλη με τον ελαστικό κλάδο του διαγράμματος σ-ε. Υποθέτοντας απόλυτη πλαστικότητα μετά την υπέρβαση του ορίου διαρροής, αμελούνται τα αποτελέσματα της κράτυνσης, γεγονός που είναι υπέρ της ασφαλείας.

Η πλαστική ανάλυση βασίζεται στη μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού ακόμα και αν αμελούνται τα φαινόμενα 2ας τάξεως. Οι πλαστικές αναλύσεις 2ης τάξεως απαιτούν γενικά τη χρήση προγραμμάτων υπολογιστή. Αξίζει να υπογραμμιστεί ότι επειδή η πλαστική ανάλυση είναι βασικά μη γραμμική, η αρχή της επαλληλίας δεν ισχύει.

Ο σχεδιασμός δοκών με τη μέθοδο πλαστικής ανάλυσης συνεπάγεται οικονομία της κατασκευής, η οποία είναι τόσο μεγαλύτερη όσο αυξάνεται η υπερστατικότητα του φορέα.

1.3 Μέθοδοι ανάλυσης και ελέγχου

Όπως επισημάνθηκε στην παράγραφο 2.2, υπάρχουν δύο είδη μη γραμμικότητας: η μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού λόγω διαρροής του χάλυβα και η γεωμετρική μη γραμμικότητα λόγω μεγάλων μετατοπίσεων. Είναι σύνηθες η πραγματική γεωμετρία (ευθυγραμμία και στρέβλωση μελών, κατακορυφότητα υποστυλωμάτων) να αποκλίνει από την ιδεατή λόγω ατελειών κατά τη διαδικασία παραγωγής και ανέγερσης. Οι αποκλίσεις αυτές ονομάζονται γεωμετρικές ατέλειες. Επίσης, λόγω διαφόρων, κυρίως θερμικών, επιρροών παρεμποδίζονται συχνά οι ελεύθερες παραμορφώσεις κατά τη διαδικασία παραγωγής και επεξεργασίας των μελών (έλαση, κοπές, συγκολλήσεις), με αποτέλεσμα να δημιουργούνται παραμένουσες τάσεις στην αφόρτιση κατάσταση. Οι αποκλίσεις αυτές ονομάζονται δομικές ατέλειες.

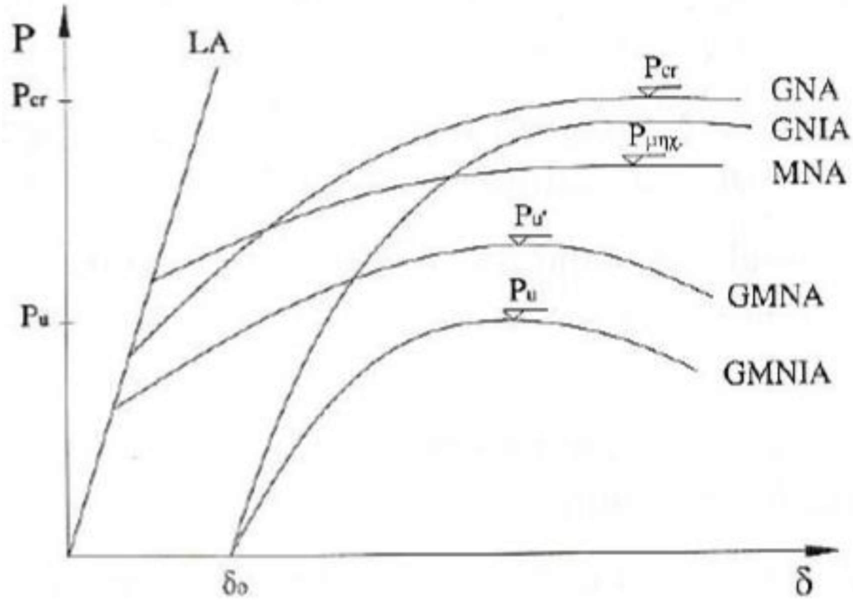
Οι μέθοδοι ανάλυσης των κατασκευών διακρίνονται αναλόγως εάν λαμβάνουν ή όχι υπόψη τις δύο μη γραμμικότητες και τις ατέλειες. Οι μέθοδοι ανάλυσης σύμφωνα με την ορολογία του Ευρωκώδικα 3 περί σχεδιασμού κελυφών, είναι οι εξής:

- **ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ (Linear Analysis-LA)**
  Οι παραμορφώσεις του φορέα και οι ανηγμένες παραμορφώσεις ε είναι μικρές, ώστε η συμπεριφορά να είναι ελαστική και η επίλυση να γίνεται με βάση την αρχική απαραμόρφωτη γεωμετρία του φορέα. Είναι η ελαστική ανάλυση 1ης τάξεως που εξετάσθηκε παραπάνω.
- **ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ (Material Non-linear Analysis-MNA)**
  Οι παραμορφώσεις του φορέα είναι μικρές, αλλά οι ανηγμένες παραμορφώσεις είναι μεγάλες. Η επίλυση γίνεται με βάση την απαραμόρφωτη γεωμετρία του φορέα, αλλά λαμβάνονται υπόψη ανελαστικές παραμορφώσεις. Ονομάζεται και πλαστική ανάλυση με βάση τη θεωρία 1ης τάξεως.
- **ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΣ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ, ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ (Geometrically Non-linear Analysis-GNA)**
  Οι ανηγμένες παραμορφώσεις είναι μικρές, αλλά οι παραμορφώσεις του φορέα είναι μεγάλες. Η ανάλυση είναι ελαστική, αλλά η επίλυση γίνεται με βάση την παραμορφωμένη γεωμετρία του φορέα. Εδώ πρέπει να γίνει διάκριση με βάση τη σημασία του όρου "παραμορφώσεις" του φορέα. Εάν οι μετατοπίσεις είναι μικρές, αλλά οι στροφές μεγάλες, τότε η σχέση ροπών-καμπυλοτήτων είναι γραμμική και η μη γραμμικότητα αφορά μόνο την ανάλυση στο παραμορφωμένο σύστημα. Η ανάλυση αυτή ονομάζεται και γραμμική θεωρία ευστάθειας ή ανάλυση με θεωρία 2ης τάξεως. Δίνει αποτελέσματα μόνο μέχρι το φορτίο λυγισμού.
  Αν οι μετατοπίσεις είναι μεγάλες, τότε η σχέση ροπών-καμπυλοτήτων είναι μη γραμμική. Η ανάλυση αυτή ονομάζεται και μη γραμμική θεωρία ευστάθειας ή ανάλυση με θεωρία 3ης (ή ανώτερης) τάξεως, ενώ δίνει λύσεις και πέραν του φορτίου λυγισμού. Σε επιφανειακούς φορείς (πλάκες, κελύφη) είναι αναγκαία η εφαρμογή της όταν αναζητείται το οριακό φορτίο, όπου παίζει σημαντικό ρόλο η μεταλυγισμική συμπεριφορά.
- **ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΣ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ, ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ (Geometrically and Materially Non-linear Analysis-GMNA)**
  Οι παραμορφώσεις και οι ανηγμένες παραμορφώσεις είναι μεγάλες.
- **ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΣ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ, ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕ ΑΡΧΙΚΕΣ ΑΤΕΛΕΙΕΣ (Geometrically Non-linear Analysis with Imperfections-GNIA)**
  Η ανάλυση αυτή είναι η ίδια με την GNA, με επιπλέον την παρουσία ατελειών. Συνήθως οι δομικές ατέλειες ενσωματώνονται στις γεωμετρικές και η ανάλυση γίνεται με βάση τις ισοδύναμες γεωμετρικές ατέλειες. Η μορφή των ατελειών

επιλέγεται συνήθως να ακολουθεί την 1η ιδιομορφή λυγισμού και το μέγεθός τους δίνεται από τους διάφορους κανονισμούς.

- **ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΣ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ, ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕ ΑΡΧΙΚΕΣ ΑΤΕΛΕΙΕΣ (Geometrically and Materially Non-linear Analysis with Imperfections-GMNIA)**
  Η ανάλυση αποτελεί συνδυασμό των προηγουμένων και δίνει τα πραγματικά οριακά φορτία της κατασκευής ή του εξεταζόμενου μέλους.

Στο σχήμα 1.7 απεικονίζεται η σχέση του γενικευμένου φορτίου και της γενικευμένης παραμόρφωσης για τους διάφορους τύπους ανάλυσης. Όπως φαίνεται, μόνο η GMNIA δίνει το πραγματικό οριακό φορτίο. Οι υπόλοιπες αναλύσεις απαιτούν πρόσθετους ελέγχους για τον προσδιορισμό του φορτίου αυτού. Είναι συνεπώς απαραίτητο να γνωρίζουμε κάθε μη-γραμμικότητα υλικού και μη-γραμμικότητα γεωμετρίας ώστε να υπολογιστεί η πραγματική συμπεριφορά της κατασκευής και η μέγιστη φέρουσα ικανότητά της.



Σχήμα 1.7 Καμπύλες απόκρισης των κατασκευών για διάφορες αναλύσεις

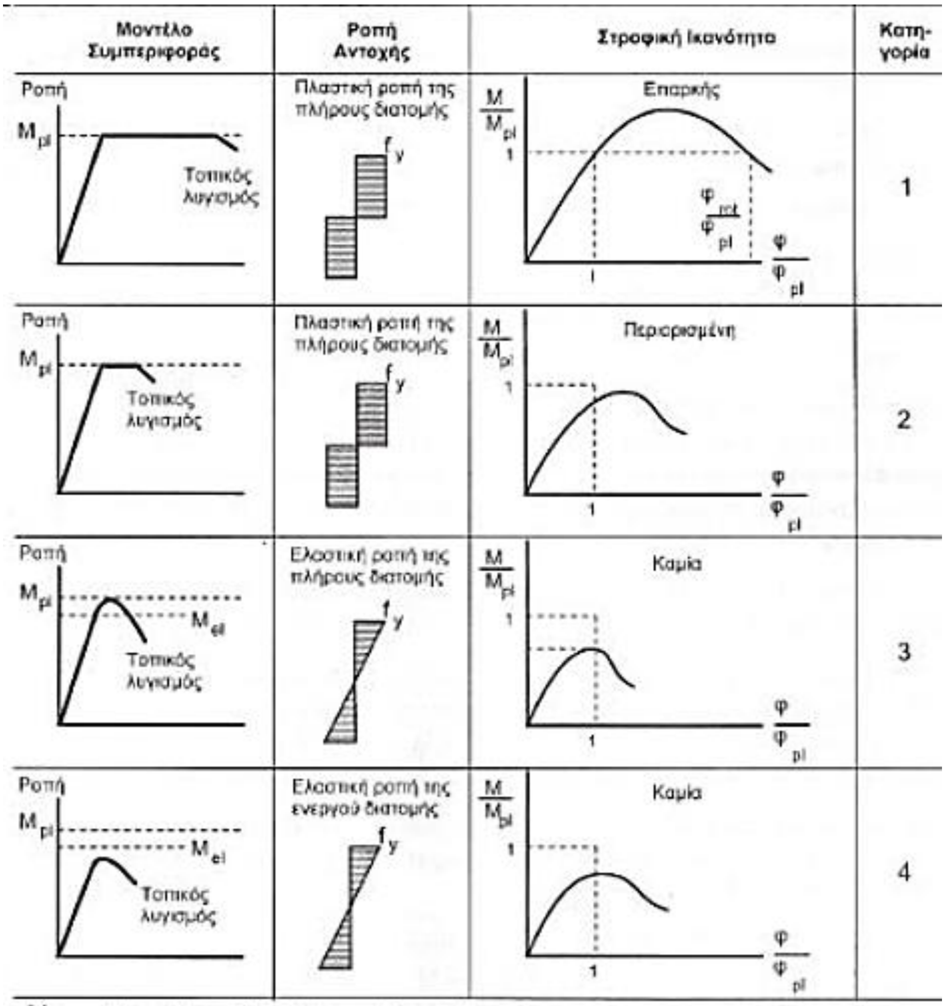
1.4 Κατάταξη διατομών

Με βάση την έκταση στην οποία η αντοχή και η στροφική ικανότητατων διατομών περιορίζεται από τον τοπικό λυγισμό, οι διατομές κατατάσσονται στις ακόλουθες τέσσερις κατηγορίες:

- Διατομές κατηγορίας 1: Είναι εκείνες που μπορούν να σχηματίσουν πλαστική άρθρωση με την απαιτούμενη από την πλαστική ανάλυση στροφική ικανότητα χωρίς μείωση της αντοχής τους.
- Διατομές κατηγορίας 2: Είναι εκείνες που μπορούν να αναπτύξουν την πλαστική ροπή αντοχής τους, αλλά έχουν περιορισμένη στροφική ικανότητα λόγω τοπικού λυγισμού.
- Διατομές κατηγορίας 3: Είναι εκείνες στις οποίες η τάση στην ακραία θλιβόμενη ίνα του χαλύβδινου μέλους, υποθέτοντας ελαστική κατανομή των τάσεων, μπορεί να φθάσει το όριο διαρροής, αλλά ο τοπικός λυγισμός εμποδίζει την ανάπτυξη της πλαστικής ροπής αντοχής.

- Διατομές κατηγορίας 4: Είναι εκείνες στις οποίες τοπικός λυγισμός θα συμβεί πριν την ανάπτυξη της τάσης διαρροής σε ένα ή περισσότερα μέρη της διατομής.

Πίνακας 1.1 Κατάταξη διατομών σε σχέση με τη ροπή αντοχής και τη στροφική ικανότητα



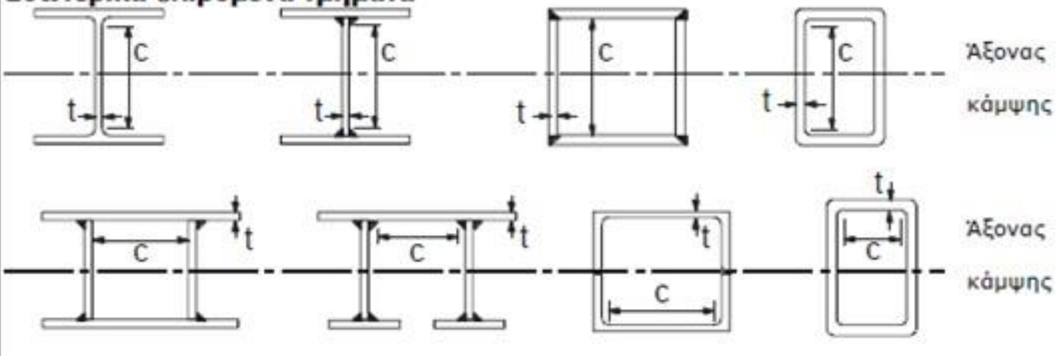
M_{el} ελαστική ροπή αντοχής της διατομής
M_{pl} πλαστική ροπή αντοχής της διατομής
M δρώσα ροπή
φ στροφή (καμπυλότητα) της διατομής

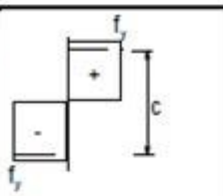
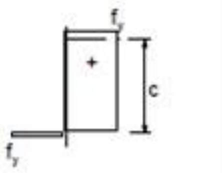
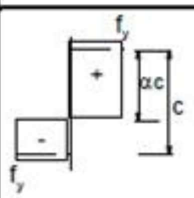
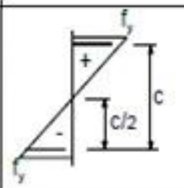
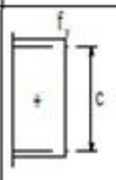
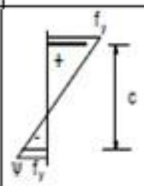
Τα όρια για τα θλιβόμενα στοιχεία κατηγορίας 1, 2 και 3 λαμβάνονται από τον πίνακα 1.2. Αν ένα στοιχείο της διατομής δεν ικανοποιεί τα όρια της κατηγορίας 3, κατατάσσεται στην κατηγορία 4.

Τα επιμέρους θλιβόμενα τμήματα μιας διατομής (π.χ. ο κορμός ή το πέλμα) ενδέχεται να ανήκουν σε διαφορετικές κατηγορίες. Η κατάταξη της διατομής σε αυτήν την περίπτωση γίνεται με βάση την υψηλότερη κατηγορία (δυσμενέστερη) των θλιβόμενων τμημάτων της.

Πίνακας 1.2α Μέγιστοι λόγοι πλάτους προς πάχος για θλιβόμενα στοιχεία

Εσωτερικά θλιβόμενα τμήματα



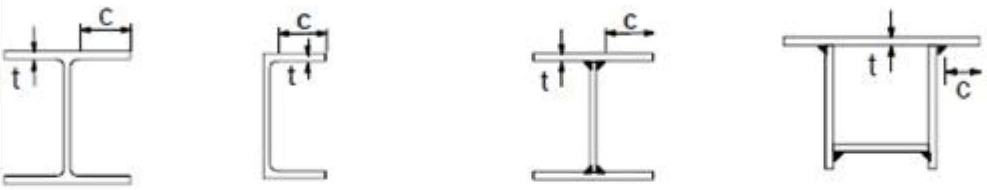
Κατηγορία	Τμήμα που υπόκειται σε κάμψη	Τμήμα που υπόκειται σε θλίψη	Τμήμα που υπόκειται σε κάμψη και θλίψη
Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική)			
1	$c/t \leq 72\varepsilon$	$c/t \leq 33\varepsilon$	όταν $\alpha > 0{,}5$: $c/t \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$ όταν $\alpha \leq 0{,}5$: $c/t \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$
2	$c/t \leq 83\varepsilon$	$c/t \leq 38\varepsilon$	όταν $\alpha > 0{,}5$: $c/t \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$ όταν $\alpha \leq 0{,}5$: $c/t \leq \frac{41{,}5\varepsilon}{\alpha}$
Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική)			
3	$c/t \leq 124\varepsilon$	$c/t \leq 42\varepsilon$	όταν $\psi > -1$: $c/t \leq \frac{42\varepsilon}{0{,}67 + 0{,}33\psi}$ όταν $\psi \leq -1^{*)}$: $c/t \leq 62\varepsilon(1-\psi)\sqrt{(-\psi)}$

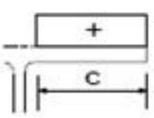
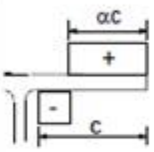
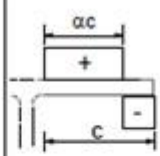
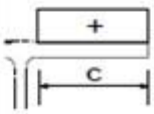
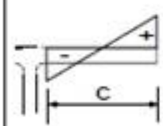
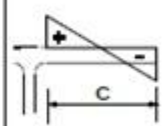
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460
	ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

*) $\psi \leq -1$ εφαρμόζεται όπου η θλιπτική τάση $\sigma < f_y$ είτε η εφελκυστική παραμόρφωση $\varepsilon_y > f_y/E$

Πίνακας 1.2β Μέγιστοι λόγοι πλάτους προς πάχος για θλιβόμενα στοιχεία

Προεξέχοντα πέλματα



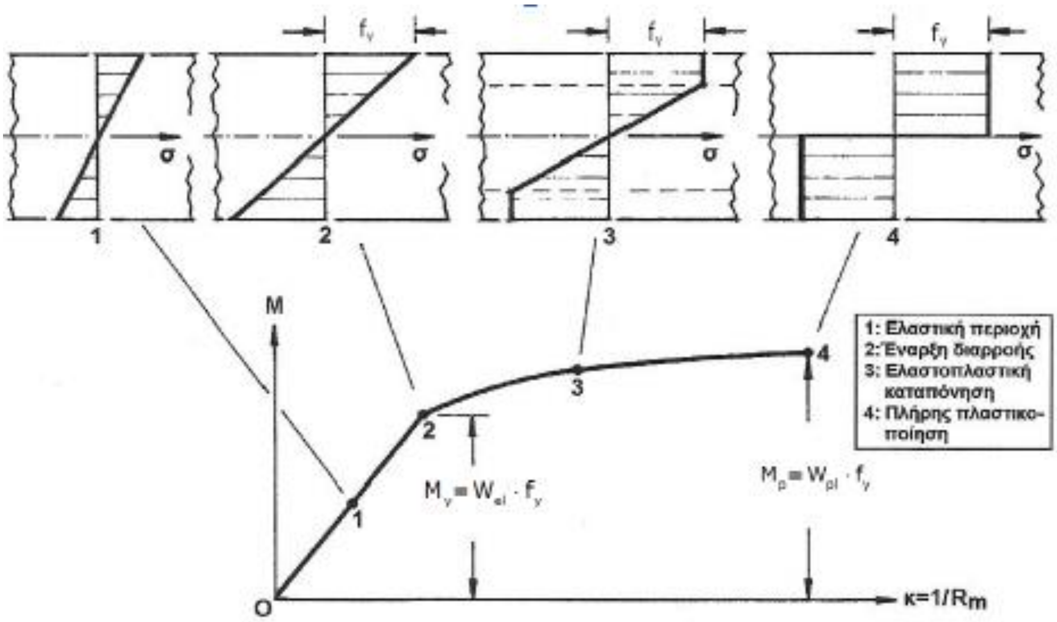
Κατηγορία	Στοιχείο υπό θλίψη	Στοιχείο υπό κάμψη και θλίψη: Άκρο σε θλίψη	Στοιχείο υπό κάμψη και θλίψη: Άκρο σε εφελκυσμό
Πλαστική κατανομή τάσεων στο στοιχείο (θλίψη θετική)			
1	$c/t \le 9\varepsilon$	$c/t \le \dfrac{9\varepsilon}{\alpha}$	$c/t \le \dfrac{9\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$
2	$c/t \le 10\varepsilon$	$c/t \le \dfrac{10\varepsilon}{\alpha}$	$c/t \le \dfrac{10\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$
Ελαστική κατανομή τάσεων στο στοιχείο (θλίψη θετική)			
3	$c/t \le 14\varepsilon$	$c/t \le 21\varepsilon\sqrt{k_\sigma}$ Για k_σ βλέπε EN 1993-1-5	

$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460
	ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

1.5 Αστοχία λόγω σχηματισμού πλαστικού μηχανισμού κατάρρευσης

Όπως εξετάσθηκε στην παράγραφο 1.1, η κάμψη σε μια διατομή προκαλεί την ανάπτυξη ορθών τάσεων οι οποίες είναι ανάλογες της απόστασης από την ουδέτερη γραμμή. Αν η διατομή είναι συμμετρική ως προς τον άξονα της κάμψης, τότε οι μέγιστες ορθές τάσεις εμφανίζονται στα άκρα της διατομής και είναι μεταξύ τους ίσες. Για κάποια τιμή επιβαλλόμενου φορτίου, οι ακραίες ίνες της διατομής αποκτούν τάση ίση με την τάση διαρροής fy, τη μέγιστη τάση που μπορεί να αναλάβει η διατομή. Με αύξηση του επιβαλλόμενου φορτίου, η διαρροή επεκτείνεται και στις εσωτερικές ίνες της διατομής. Όσο αυξάνεται η φόρτιση, η διαρροή επεκτείνεται καθ'όλο το ύψος της μεσαίας διατομής μέχρι την πλήρη πλαστικοποίηση της. Σε αυτήν τη φάση, όλες οι ίνες της διατομής έχουν τάση ίση με fy. Η διατομή συμπεριφέρεται πλέον ως πλαστική άρθρωση, καθώς δεν έχει αντίσταση έναντι στροφής και η δυσκαμψία της είναι μηδενική. Με την ανάπτυξη πλαστικής άρθρωσης, μειώνεται αυτόματα η στατική αοριστία του φορέα κατά ένα βαθμό, αφού στην θέση αυτή είναι γνωστή και σταθερή πλέον η ροπή κάμψης, ίση με τη μέγιστη τιμή της. Αυτόματα ένας ισοστατικός φορέας μετατρέπεται σε μηχανισμό και καταρρέει. Η κατάσταση αυτή συνοδεύεται από υπερβολικές παραμορφώσεις του φορέα.

Η μορφή αυτή αστοχίας μπορεί να πραγματοποιηθεί σε δοκούς διατομής κατηγορίας 1 καθώς έχουν τη δυνατότητα τόσο να αναπτύξουν την πλαστική ροπή αντοχής Mp, όσο και να αναπτύξουν στροφές χωρίς να εκδηλωθεί τοπικός λυγισμός. Το τελευταίο αυτό χαρακτηριστικό δεν έχουν οι διατομές κατηγορίας 2.



Σχήμα 1.8 Διαδικασία πλαστικοποίησης διατομής

Η ροπή διαρροής υπολογίζεται από τη σχέση: My=Wel·fy (1.6) όπου Wel: η μικρότερη από τις ελαστικές ροπές αντίστασης των ακραίων ινών.

Από το διάγραμμα κατανομής των ορθών τάσεων της τελευταίας εικόνας του σχήματος 1.8, προσδιορίζεται η θέση της ευθείας που διαχωρίζει τη διατομή σε δύο τμήματα ίσου εμβαδού (εν προκειμένω είναι ο κεντροβαρικός άξονας της διατομής, επειδή έχει υποτεθεί διπλά συμμετρική διατομή). Η ευθεία αυτή καλείται πλαστικός ουδέτερος άξονας της διατομής και εν γένει διαφέρει από τον ελαστικό ουδέτερο άξονά της (υπενθυμίζεται ότι ο ελαστικός ουδέτερος άξονας διαιρεί τη διατομή σε εφελκυόμενη και θλιβόμενη περιοχή και διέρχεται από το κέντρο βάρους της διατομής).

Η στατική ροπή S μιας επιφάνειας εμβαδού A ως προς τους κεντροβαρικούς άξονες y-y και z-z της διατομής ορίζεται ως:

$$S_y = \int_A z\,dA \quad \text{και} \quad S_z = \int_A y\,dA$$

Η πλαστική ροπή αντίστασης της διατομής ορίζεται ως εξής: Wpl=S1,y+S2,y (1.7) όπου Si,y η στατική ροπή του κάθε τμήματος ίσου εμβαδού ως προς τον πλαστικό ουδέτερο άξονα y*-y*.

Η ροπή πλήρους πλαστικοποιήσεως δίνεται από τη σχέση: $Mp=Wpl \cdot fy$ (1.8)

Σημειώνονται οι ροπές αντοχής για τις 4 κατηγορίες διατομών που ορίζονται με βάση τον Ευρωκώδικα 3: Για τις κατηγορίες 1 και 2, ως ροπή αντοχής λαμβάνεται η πλαστική ροπή Mp. Για την κατηγορία 3 λαμβάνεται η ελαστική ροπή Mel (ή My). Για την κατηγορία 4 λαμβάνεται η ροπή τοπικού λυγισμού $M0<Mel$.

1.6 Ελαστικός έλεγχος σε οριακή κατάσταση αστοχίας

Ο ελαστικός έλεγχος ορθών και διατμητικών τάσεων μπορεί να εφαρμόζεται για όλες τις κατηγορίες διατομών, συνιστά δε τον απαραίτητο έλεγχο για τις διατομές κατηγορίας 3 και 4. (Στις τελευταίες, χρησιμοποιείται η απομειωμένη διατομή η οποία ονομάζεται ενεργός διατομή).

Επειδή κύριο ενδιαφέρον παρουσιάζει η μελέτη διατομών διπλού ταυ, όπου γίνεται αναφορά σε γεωμετρικά και αδρανειακά μεγέθη, θα θεωρούνται τα αντίστοιχα των διατομών διπλού ταυ**.**

Ο ελαστικός έλεγχος ορθών τάσεων της διατομής σε μονοαξονική κάμψη απαιτεί την ικανοποίηση της ανισότητας:

$MEd \leq Mel,Rd$ (1.9)

όπου MEd: η ροπή κάμψης σχεδιασμού

και Mel,Rd: η ελαστική ροπή αντοχής που δίνεται από την επόμενη

$$M_{el,Rd}=\frac{W_{el} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \qquad (1.10)$$

Για τις διατομές κατηγορίας 4 αντί της ελαστικής ροπής αντίστασης, χρησιμοποιείται η ενεργός ροπή αντίστασης Weff. Ο ελαστικός έλεγχος για διαξονική κάμψη γίνεται:

$$\frac{M_{Ed,y}}{M_{el,Rd,y}}+\frac{M_{Ed,z}}{M_{el,Rd,z}} \leq 1 \qquad (1.11)$$

1.8 Λυγισμός
1.8.1 Είδη Λυγισμού

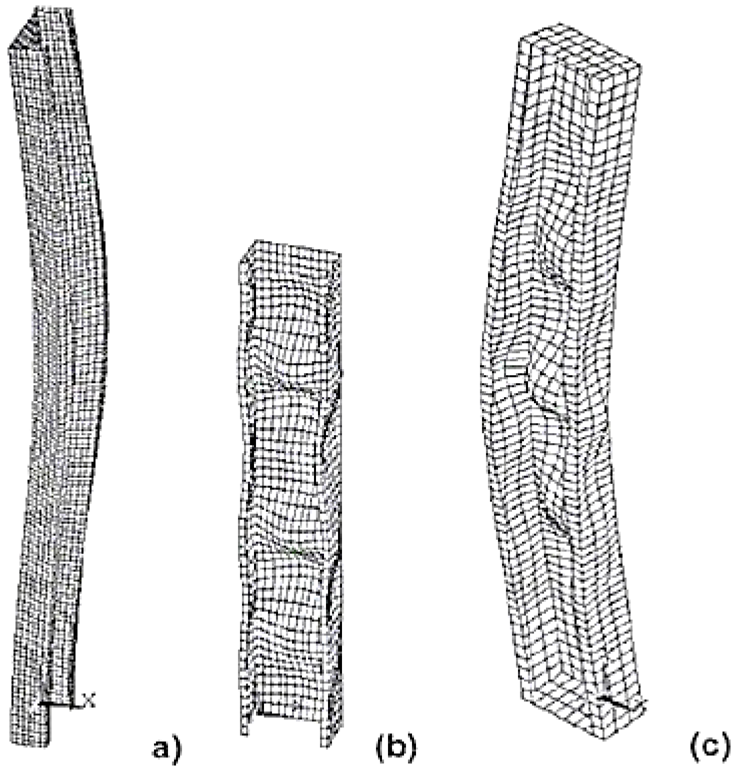
Ο λυγισμός ως φαινόμενο αναφέρεται στην ξαφνική μεγάλη αύξηση των παραμορφώσεων ενός φορέα για μικρή αύξηση των επιβαλλόμενων φορτίων. Η μέγιστη τιμή του φορτίου για την οποία ο φορέας παραμένει ευθύγραμμος πριν καμπυλωθεί, ονομάζεται κρίσιμο φορτίο λυγισμού.

Σε αυτό το σημείο, είναι χρήσιμο να γίνει μία σύντομη αναφορά στα είδη λυγισμού, όπου η κατηγοριοποίηση τους προκύπτει με κριτήριο στην έκταση του φαινομένου του λυγισμού.

- *Καθολικός λυγισμός:* Χαρακτηρίζεται από φαινόμενα καθολικής αστάθειας, τα οποία υποβιβάζουν την αντοχή των μελών. Κατά τις αστάθειες αυτές, παρατηρείται το γεγονός ότι κατά τη διάρκεια της φόρτισης, οι διατομές υπόκεινται σε παραμορφώσεις στερεού σώματος (ως διαφράγματα), οι οποίες αποτελούνται από μετατοπίσεις γύρω από τους κύριους άξονες και από στροφές. Καθολικός λυγισμός εμφανίζεται σε ράβδους μεγάλου μήκους χωρίς ενδιάμεσες στηρίξεις (Σχ 1.9a).

- *Τοπικός λυγισμός:* Τα μέλη ενός φορέα διατρέχουν γενικά τον κίνδυνο να υποστούν λυγισμό μέλους βάσει της ολικής λυγηρότητάς τους. Υπάρχει, όμως, συγχρόνως ο κίνδυνος κάποια επιμέρους στοιχεία της διατομής του φορέα να λυγίσουν τοπικά πρίν την εμφάνιση καθολικού λυγισμού για μικρότερη τιμή φορτίου. Η εμφάνιση τοπικού λυγισμού σε μείωση της αντοχής του μέλους με την εμφάνιση ανομοιόμορφων τάσεων και πολύ συχνά στην αστοχία του. Κατά τον τοπικό λυγισμό, οι διατομές παραμορφώνονται με μεταβολή του γεωμετρικού σχήματός, ενώ ο άξονας του μέλους παραμένει απαραμόρφωτος. Ο τοπικός λυγισμός εμφανίζεται συνήθως στις λεπτότοιχες διατομές κατηγορίας 4. Στις διατομές αυτές εμφανίζεται τοπικός λυγισμός πριν προλάβει να αναπτυχθεί η τάση διαρροής. Το πολύ μειωμένο πάχος τους σε σχέση με το πλάτος τους, καθιστά τους αντίστοιχους φορείς και ασταθείς με ιδιαίτερη μη γραμμική συμπεριφορά. Σε μια αμφιέρειστη δοκό διπλού ταυ, τοπικός λυγισμός εμφανίζεται στο θλιβόμενο άνω πέλμα και στο άνω θλιβόμενο τμήμα του κορμού, όταν ο λόγος πλάτος πέλματος προς πάχος πέλματος είναι μεγάλος. Στην περίπτωση αυτή, ο τοπικός λυγισμός είναι αποτέλεσμα των ορθών τάσεων λόγω της κάμψης. Ως μορφή τοπικού λυγισμού θεωρείται και η εμφάνιση διατμητικού λυγισμού σε υψίκορμες δοκούς με μειωμένο πάχος κορμού. Στις περιπτώσεις αυτές , ο τοπικός λυγισμός εντοπίζεται στον κορμό της δοκού , στις θέσεις μέγιστης τέμνουσας. (Σχ 1.9b).

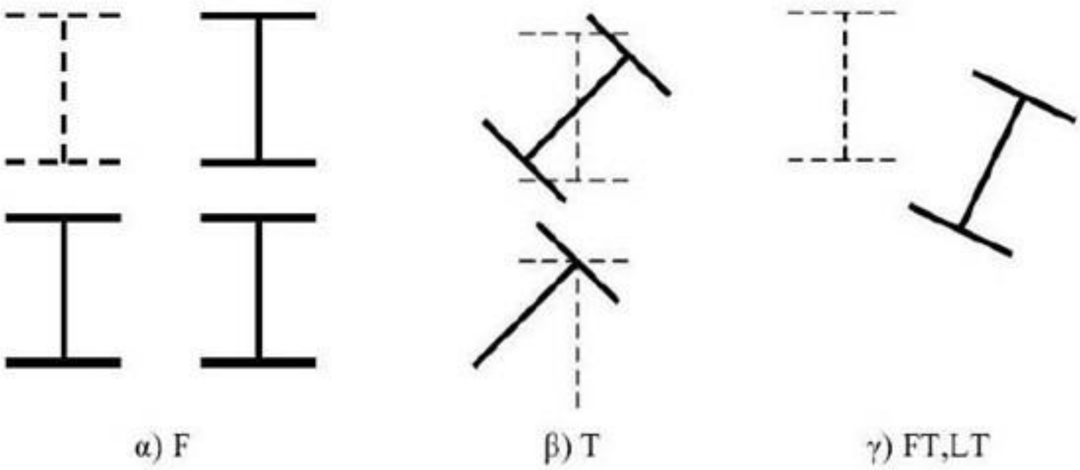
- *Καθολικός και τοπικός λυγισμός*: Αποτελεί συνδυασμό των δυο παραπάνω ειδών λυγισμού και εμφανίζεται σε ράβδους μεγάλου μήκους και λεπτότοιχες διατομές (Σχ 1.9c).



Σχήμα 1.9: Είδη λυγισμού και οι αντίστοιχες παραμορφώσεις

Ο καθολικός λυγισμός είναι αυτός, όπου ανάλογα με τη θέση της διατομής στην παραμορφωμένη κατάσταση διακρίνεται στις εξής μορφές λυγισμού:

- *Καμπτικός λυγισμός (Flexural buckling)*: Οι διατομές υπόκεινται σε μετατοπίσεις περί τους κύριους άξονες, χωρίς να εμφανίζονται στροφές (Σχ 2.10α).
- *Στρεπτικός λυγισμός (Torsional buckling)*: Οι διατομές υπόκεινται μόνο σε στροφές, χωρίς να εμφανίζονται μετατοπίσεις (Σχ 2.10β).
- *Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός (FT ή LT)*: Οι διατομές υπόκεινται τόσο σε μετατοπίσεις περί τους κύριους άξονες, όσο και σε στροφές (Σχ 2.10γ).

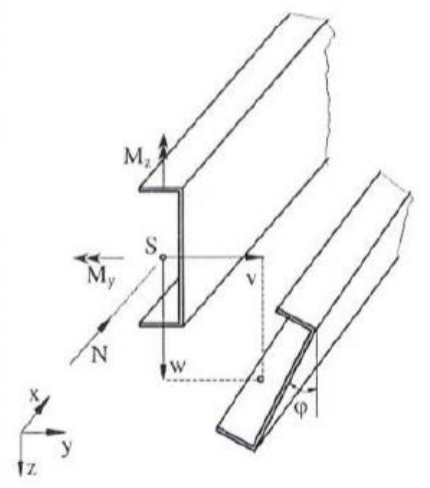


Σχήμα 1.10: Μορφές καθολικού λυγισμού και αντίστοιχες παραμορφώσεις.

Στον παρακάτω πίνακα (Πίν. 1.3) παρουσιάζονται συνοπτικά τα διάφορα είδη και οι αντίστοιχες παραμορφώσεις του καθολικού λυγισμού, ως συνάρτηση της φόρτισης και του τύπου της διατομής.

Πίνακας 1.3 Είδη και παραμορφώσεις καθολικού λυγισμού.

Είδος καθολικού λυγισμού	Φόρτιση	Είδη διατομών	Παραμορφώσεις
Καμπτικός λυγισμός	N $N + M_y$ $N + M_z$ $N + M_y + M_z$	όλες	v w v v, w
Στρεπτικός λυγισμός	N	ανοικτές	ϕ
Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός	N M_y $N + M_y$ $N + M_y + M_z$	ανοικτές	v, w, ϕ



1.8.1.1 Καμπτικός λυγισμός

Ο καμπτικός λυγισμός αποτελεί τη συνηθέστερη μορφή αστάθειας θλιβόμενων μεταλλικών μελών. Οφείλεται στην ύπαρξη αξονικής θλιπτικής δύναμης. Το μέλος αρχικά είναι ευθύγραμμο και λόγω της αξονικής ισορροπεί τελικά σε μια νέα θέση στην οποία παρουσιάζει καμπυλωμένη μορφή. Πραγματοποιείται δηλαδή κάμψη περί τον ισχυρό ή τον ασθενή άξονα της διατομής του μέλους χωρίς όμως να αναπτυχθεί και σχετική στροφή των διατομών.

Αυτή η μορφή αστοχίας συμβαίνει πριν το μέλος φτάσει στην πλαστική αντοχή της διατομής του. Για το λόγο αυτό η πλαστική αντοχή της διατομής μειώνεται με ένα μειωτικό συντελεστή χ ο οποίος θα υπολογιστεί στη συνέχεια. Συνεπώς ένα θλιβόμενο μέλος με σταθερή διατομή είναι ασφαλές έναντι καμπτικού λυγισμού όταν ικανοποιείται η εξής σχέση:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1,0 \qquad (1.12)$$

NEd η τιμή σχεδιασμού της θλιπτικής δύναμης
Nb,RD η αντοχή του θλιβόμενου μέλους σε λυγισμό.
Η αντοχή του θλιβόμενου μέλους σε λυγισμό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$N_{b,RD} = \chi N_{pl,RD} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 1, 2, 3} \qquad (1.13)$$

$$N_{b,RD} = \frac{\chi A_{eff} f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 4} \qquad (1.14)$$

όπου
χ μειωτικός συντελεστής λόγω καμπτικού λυγισμού
Aeff η ενεργός διατομή κατηγορίας 4
Ο μειωτικός συντελεστής χ εξαρτάται από την ανηγμένη λυγηρότητα και από το συντελεστή ατελειών α ο οποίος εξαρτάται από την καμπύλη λυγισμού:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1{,}0 \qquad (1.15)$$

Όπου

$$\Phi = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}^2\right] \qquad (1.16)$$

και η ανηγμένη λυγηρότητα είναι:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 1, 2, 3} \qquad (1.17)$$

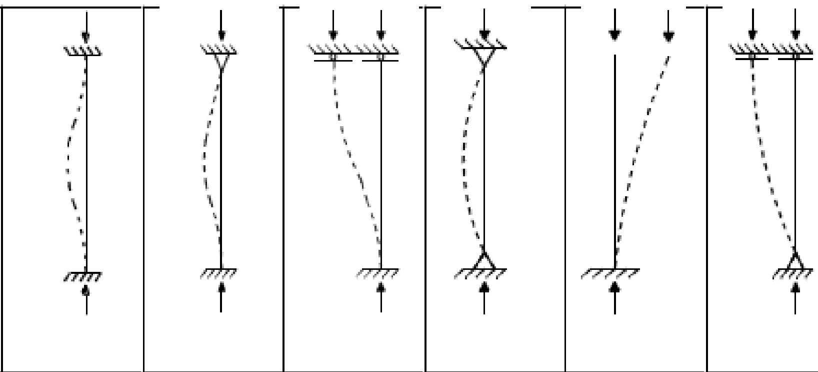
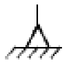
$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_y}{N_{cr}}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 4} \qquad (1.18)$$

όπου Ncr το ελαστικό κρίσιμο φορτίο και ισούται με:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2_{cr}} \qquad (1.19)$$

με *E* το μέτρο ελαστικότητας
Lcr το ισοδύναμο μήκος λυγισμού στο επίπεδο λυγισμού
I η ροπή αδράνειας περί τον αντίστοιχο άξονα λυγισμού

Πίνακας 1.4 Κρίσιμο Μήκος λυγισμού

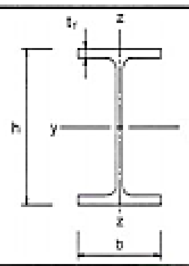
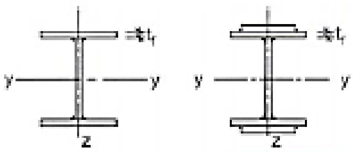
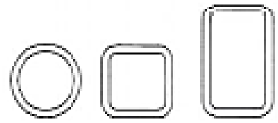
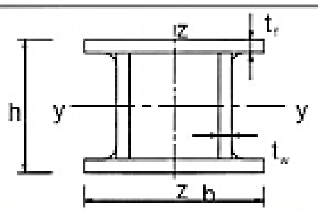
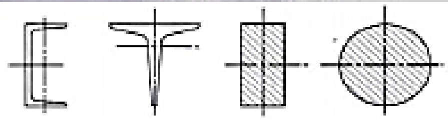
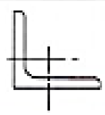
Μορφές λυγισμού χαρακτηριστικών τύπων υποστυλωμάτων						
Θεωρητικές τιμές **k** (Lcr=k*L)	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Συνθήκες στηρίξεως				άστρεπτα αμετάθετα		
				στρεπτά αμετάθετα		
				άστρεπτα μεταθετά		

Ο συντελεστής ατελειών α λαμβάνεται από τον παρακάτω πίνακα ανάλογα με την καμπύλη λυγισμού, η οποία εξαρτάται από τη μορφή και τις διαστάσεις της διατομής, από τη διαδικασία κατασκευής της (συγκολλητή, ελατή) και τον άξονα περί τον οποίο πραγματοποιείται ο λυγισμός, και δίνεται από τον πίνακα 1.5.

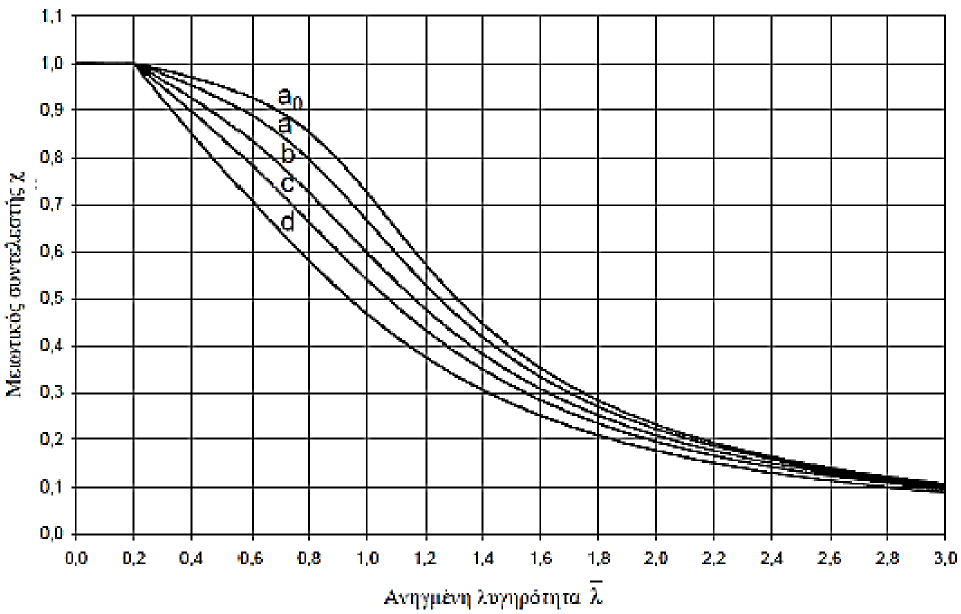
Πίνακας 1.5 Συντελεστής ατελειών- Αρχική Γεωμετρική Ατέλεια για καμπύλες Λυγισμού EC3

Καμπύλη λυγισμού	a0	a	b	c	d
Συντελεστής ατελειών α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76
Αρχική Ατέλεια e		L/300	L/250	L/200	L/150

Πίνακας 1.6 Επιλογή καμπύλης λυγισμού για δεδομένη διατομή

Διατομή		Όρια		Λυγισμός περί τον άξονα	Καμπύλη λυγισμού S 235, S 275, S 355, S 420	Καμπύλη λυγισμού S 460
Ελατές διατομές		$h/b > 1.2$	$t_f \le 40$ mm	y – y z – z	a b	a_0 a_0
		$h/b > 1.2$	$40 \text{ mm} < t_f \le 100$	y – y z – z	b c	a a
		$h/b \le 1.2$	$t_f \le 100$ mm	y – y z – z	b c	a a
		$h/b \le 1.2$	$t_f > 100$ mm	y – y z – z	d d	c c
Συγκολλητές I-διατομές		$t_f \le 40$ mm		y – y z – z	b c	b c
		$t_f > 40$ mm		y – y z – z	c d	c d
Κοίλες διατομές		Εν θερμώ έλαση		Οποιον-δήποτε	a	a_0
		Ψυχρή έλαση		Οποιον-δήποτε	c	c
Συγκολλητές κιβωτιοειδείς διατομές		Γενικά (εκτός των κατωτέρω)		Οποιον-δήποτε	b	b
		Μεγάλα πάχη ραφής: $\alpha > 0{,}5t_f$ $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$		Οποιον-δήποτε	c	c
U-, T- και συμπαγείς διατομές				Οποιον-δήποτε	c	c
L-διατομές				Οποιον-δήποτε	b	b

Τιμές του μειωτικού συντελεστή χ για την κατάλληλη ανηγμένη λυγηρότητα $\overline{\lambda}$ μπορεί να λαμβάνονται πιο άμεσα από το σχήμα:



Σχήμα 1.11 Καμπύλες Λυγισμού.

Για λυγηρότητα, $\bar{\lambda} \leq 0{,}2$ ή για NEd/Ncr ≤ 0,04 (μικρή λυγηρότητα), η αντοχή της διατομής εξαντλείται πριν εκδηλωθεί λυγισμός (ανελαστικός λυγισμός). Ο έλεγχος του μέλους επομένως ανάγεται στον έλεγχο της διατομής του.

Οι μεγαλύτερες διαφορές μεταξύ θεωρητικών και πειραματικών αντοχών παρατηρούνται στην περιοχή των μέσων λυγηροτήτων.

Τέλος, ένα μέλος μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι μεγάλης λυγηρότητας, εάν η λυγηρότητα του είναι μεγαλύτερη από αυτή που αντιστοιχεί στο σημείο καμπής της καμπύλης λυγισμού. Το οριακό φορτίο αστοχίας για μέλη με μεγάλη λυγηρότητα είναι κοντά στο κρίσιμο φορτίο Euler Ncr (ελαστική περιοχή αστοχίας).

1.8.1.2 Στρεπτικός λυγισμός

Στρεπτικός λυγισμός είναι η παραμόρφωση ενός θλιβόμενου μέλους σταθερής διατομής, όταν οι διατομές του στρέφονται κατά τον ευθύγραμμο διαμήκη άξονα του μέλους, ενώ αυτός παραμένει ευθύγραμμος. Ο κίνδυνος αστοχίας από στρεπτικό λυγισμό αφορά μόνο τις ανοικτές διατομές καθώς οι κλειστές έχουν πολύ μεγάλη δυστρεψία. Συνεπώς, στις ανοικτές διατομές δεν είναι γνωστό ποια μορφή λυγισμού θα εμφανιστεί πρώτη και γι' αυτό πρέπει να εξετάζονται κ οι δύο περιπτώσεις ώστε να βρεθεί ποια δίνει το μικρότερο κρίσιμο φορτίο.

Η οριακή αντοχή που συνδέεται με το στρεπτικό λυγισμό, σύμφωνα με τον ευρωκώδικα δεν μπορεί να υπολογιστεί με μεγάλη ακρίβεια και για το λόγο αυτό γίνεται αποδεκτό ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ίδια διαδικασία υπολογισμού της αντοχής σε καμπτικό λυγισμό. Επομένως η αντοχή σε στρεπτικό λυγισμό προκύπτει από τις παραπάνω σχέσεις:

Το ελαστικό κρίσιμο φορτίο στρεπτικού λυγισμού για μια θλιβόμενη ράβδο με απλές στρεπτικές στηρίξεις στα άκρα της είναι:

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_M^2}\left(GI_t + \frac{\pi^2 EI_W}{L^2{}_T} \right) \tag{1.20}$$

όπου

i2M =i2y+i2z+y2M η πολική ροπή αδράνειας της διατομής ως προς το κέντρο διάτμησης

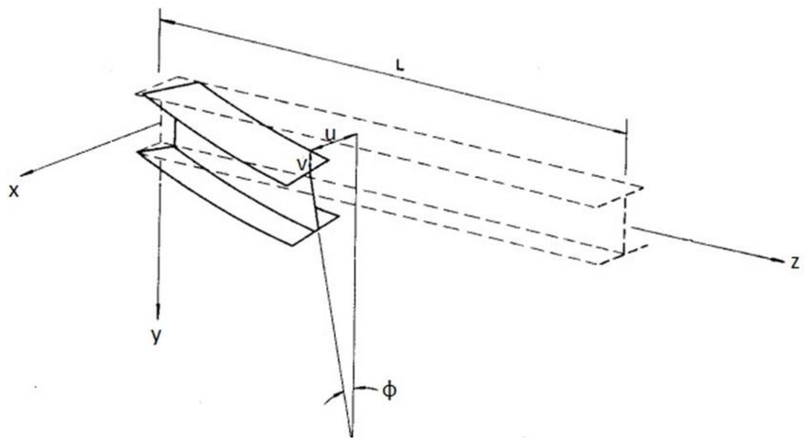
yM η απόσταση κέντρου βάρους και κέντρου διάτμησης της διατομής επί του άξονα y
It, Iw οι σταθερές στρέψης και στρέβλωσης της διατομής
LT το μήκος λυγισμού έναντι στρέψης:
LT =L για διχαλωτές στηρίξεις
LT =0,5L για πακτώσεις στα άκρα
ο μειωτικός συντελεστής είναι χT και η ανηγμένη λυγηρότητα:

$$\bar{\lambda}_T = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr,T}}}$$ για διατομές κατηγορίας 1, 2, 3 (1.21)

$$\bar{\lambda}_T = \sqrt{\frac{A_{eff} f_y}{N_{cr,T}}}$$ για διατομές κατηγορίας 4 (1.22)

1.8.1.3 Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός

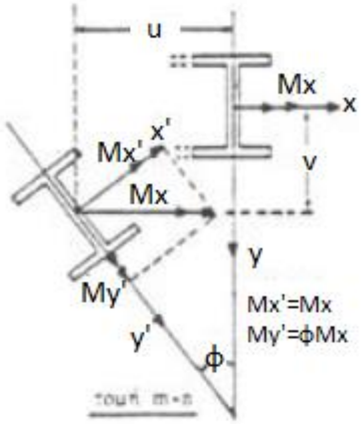
Πλευρικός λυγισμός είναι η μορφή αστάθειας ενός καμπτόμενου μέλους, κατά την οποία οι διατομές υπόκεινται, μετά το λυγισμό, σε στροφή περί το κέντρο διάτμησης και σε ταυτόχρονη πλευρική μετατόπιση. Εάν το μέλος υπόκειται όχι μόνο σε εγκάρσια φορτία, αλλά και σε αξονική θλίψη, ο κίνδυνος πλευρικού λυγισμού είναι μεγαλύτερος και τότε ονομάζεται στρεπτοκαμπτικός λυγισμός.



Σχήμα 1.12: Παραμόρφωση δοκού που υποβάλεται σε στρεπτοκαμπτικό λυγισμό.

Διατομές οι οποίες είναι ευαίσθητες σε πλευρικό λυγισμό είναι οι ανοιχτές διατομές διπλού ταυ ή U, καθώς διαθέτουν μικρή στρεπτική δυσκαμψία και είναι ευαίσθητες σε στρέβλωση. Οι κλειστές διατομές, όπως κοίλες κυκλικές και κοίλες ορθογωνικές, διαθέτουν μεγάλη στρεπτική δυσκαμψία και δεν είναι ευπαθείς σε πλευρικό λυγισμό.

Το φαινόμενο του πλευρικού λυγισμού έχει την ακόλουθη ποιοτική περιγραφή: Εάν μία δοκός μη προστατευμένη έναντι πλευρικής εκτροπής υποβάλλεται σε κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της διατομής, το ένα πέλμα της διατομής θλίβεται και αναπτύσσονται λόγω κάμψης ορθές θλιπτικές τάσεις. Το πέλμα αυτό ως θλιβόμενο έχει την τάση να λυγίσει, όμως ο κορμός παρεμποδίζει το λυγισμό του θλιβόμενου πέλματος περί τον ασθενή άξονα του πέλματος, λόγω της μεγάλης δυσκαμψίας του κορμού κατά τον άξονα αυτό. Τελικά, το θλιβόμενο πέλμα λυγίζει περί τον ισχυρό άξονα του πέλματος για αρκετά υψηλότερες τιμές φορτίου, δηλαδή εκτρέπεται πλευρικά. Το εφελκυόμενο πέλμα δεν έχει την τάση να λυγίσει, συνδέεται όμως μέσω του κορμού με το θλιβόμενο πέλμα, το οποίο εκτρέπεται πλευρικά. Αποτέλεσμα είναι και η στροφή της διατομής περί το διαμήκη άξονα.



Σχήμα 1.13 Εικόνα πλευρικού λυγισμού

1.9 Αντοχή των μελών σε πλευρικό λυγισμό

Μία πλευρικά μη προστατευμένη δοκός σταθερής διατομής που υπόκειται σε κάμψη περί τον ισχυρό άξονα πρέπει να ελέγχεται έναντι πλευρικού λυγισμού ως εξής:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1,0 \qquad (1.22)$$

όπου MEd: η ροπή κάμψης σχεδιασμού περί τον ισχυρό άξονα
Mb,Rd: η ροπή αντοχής έναντι πλευρικού λυγισμού
Η ροπή αντοχής σε πλευρικό λυγισμό μιας δοκού υπολογίζεται από τη σχέση:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \qquad (1.23)$$

όπου Wy: η ροπή αντίστασης της διατομής ως εξής:
-Wy = Wpl,y για διατομές κατηγορίας 1 ή 2
-Wy = Wel,y για διατομές κατηγορίας 3
-Wy = Weff,y για διατομές κατηγορίας 4
χLT: ο μειωτικός συντελεστής για πλευρικό λυγισμό.

1.9.1 Καμπύλες πλευρικού λυγισμού

Για καμπτόμενα μέλη σταθερής διατομής, η τιμή του μειωτικού συντελεστή a_{LT} καθορίζεται από τη σχέση:
Ο μειωτικός συντελεστής λόγω πλευρικού λυγισμού υπολογίζεται ως εξής:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^{2} - \bar{\lambda}_{LT}^{2}}} \leq 1,0 \qquad (1.24)$$

Όπου

$$\Phi_{LT} = 0,5\left[1 + \alpha_{LT}\left(\bar{\lambda}_{LT} - 0,2\right) + \bar{\lambda}_{LT}^{2}\right] \qquad (1.25)$$

Ο συντελεστής ατελειών αLT λαμβάνεται από τον πίνακα 1.7 για την αντίστοιχη καμπύλη πλευρικού λυγισμού που προκύπτει από τον πινακα 1.8.

Πίνακας 1.7: Συντελεστής ατελειών για καμπύλες πλευρικού λυγισμού

Καμπύλη λυγισμού	a	b	c	d
Συντελεστής ατελειών a_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Πίνακας 1.8: Καμπύλες πλευρικού λυγισμού

Διατομή	Όρια	Καμπύλη λυγισμού
Ελατές διατομές I	$h/b \leq 2$ $h/b > 2$	**a** **b**
Συγκολλητές διατομές I	$h/b \leq 2$ $h/b > 2$	**c** **d**
Άλλες διατομές	-	**d**

Η ανηγμένη λυγηρότητα πλευρικού λυγισμού είναι:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} \tag{1.26}$$

όπου
Wy η ροπή αντίστασης της διατομής που είναι
Wy = Wpl,y για διατομές κατηγορίας 1 και 2
Wy = Wel,y για διατομές κατηγορίας 3
Wy = Weff,y για διατομές κατηγορίας 4
και Mcr η κρίσιμη ελαστική ροπή πλευρικού λυγισμού, που υπολογίζεται με βάση τις ιδιότητες της πλήρους διατομής, τις συνθήκες φόρτισης, την κατανομή της ροπής και τις πλευρικές δεσμεύσεις. Ο γενικός τύπος για τον υπολογισμό της, που προβλέπεται από τον EC3, αφορά την περίπτωση δοκού σταθερής διατομής, με συνήθεις στρεπτικές συνθήκες στήριξης στα άκρα της, συμμετρική ως προς τον ασθενή άξονα αδρανείας και υποκείμενης σε κάμψη περί τον ισχυρό άξονα αδρανείας της είναι:

$$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{(k \cdot L)^2}\left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \cdot \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k \cdot L)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z} + \left(C_2 \cdot z_g - C_3 \cdot z_j\right)^2} - \left(C_2 \cdot z_g - C_3 \cdot z_j\right)\right] \tag{1.27}$$

όπου
C1, C2, C3: συντελεστές εξαρτώμενοι από τις συνθήκες φόρτισης και στρεπτικής στήριξης
It :η σταθερά στρέψης
Iw: η σταθερά στρέβλωσης
Iz: η ροπή αδράνειας ως προς τον ασθενή άξονα
L: το μήκος της δοκού μεταξύ σημείων πλευρικά εξασφαλισμένων
k, kw: συντελεστές εξαρτώμενοι από το είδος των στηρίξεων ως προς την ελευθερία στροφής και στρέβλωσης των άκρων του πλευρικά μη προστατευόμενου τμήματος:
k = 1 για απλές στρεπτικές στηρίξεις

k = 0,5 για πακτωμένα άκρα
k = 0,7 για ένα πακτωμένο κ ένα με απλή στρεπτική στήριξη άκρο
kw = 1 συνίσταται ως συντηρητική τιμή για όλες τις περιπτώσεις

$z_g = z_a - z_s$ η απόσταση του κέντρου διάτμησης από το σημείο εφαρμογής του φορτίου

z_a η τεταγμένη του σημείου εφαρμογής του φορτίου ως προς τον κεντροβαρικό άξονα y-y

z_s η τεταγμένη του κέντρου διάτμησης ως προς τον κεντροβαρικό άξονα y-y

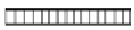
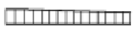
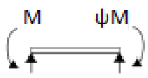
Ο συντελεστής z_j δίνεται γενικά από τη σχέση:

$$z_j = z_s - \frac{0.5\int z(y^2+z^2)dA}{I_y}$$

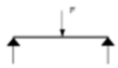
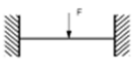
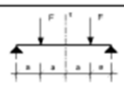
Για διατομές διπλής συμμετρίας $z_j=0$.

Οι συντελεστές C1, C2, C3 λαμβάνονται από τον παρακάτω πίνακα συναρτήσει της φόρτισης και της τιμής του k:

Πίνακας 1.9: Συντελεστές C1, C2, C3 για φόρτιση με ακραίες ροπές (k_w=1,0)

Φόρτιση και συνθήκες στήριξης	Διάγραμμα καμπτικών ροπών	Τιμές του συντελεστή k	Συντελεστές C_1	C_2	C_3
	 ψ=+1	1.0	1.000	-	1.000
		0.7	1.000	-	1.113
		0.5	1.000	-	1.114
	 ψ=+3/4	1.0	1.141	-	0.998
		0.7	1.270	-	1.565
		0.5	1.305	-	2.283
	 ψ=+1/2	1.0	1.323	-	0.992
		0.7	1.473	-	1.556
		0.5	1.514	-	2.271
	 ψ=+1/4	1.0	1.563	-	0.977
		0.7	1.739	-	1.531
		0.5	1.788	-	2.235
	 ψ=0	1.0	1.879	-	0.939
		0.7	2.092	-	1.473
		0.5	2.150	-	2.150
	 ψ=-1/4	1.0	2.281	-	0.855
		0.7	2.538	-	1.340
		0.5	2.609	-	1.975
	 ψ=-1/2	1.0	2.704	-	0.676
		0.7	3.009	-	1.059
		0.5	3.093	-	1.546
	 ψ=-3/4	1.0	2.927	-	0.366
		0.7	3.258	-	0.575
		0.5	3.348	-	0.837
	 ψ=-1	1.0	2.752	-	0.000
		0.7	3.063	-	0.000
		0.5	3.149	-	0.000

Πίνακας 1.10: Συντελεστές C1, C2, C3 για φόρτιση με εγκάρσια φορτία(kw=1,0)

Φόρτιση και συνθήκες στήριξης	Διάγραμμα καμπτικών ροπών	Τιμές του συντελεστή k	Συντελεστές C_1	C_2	C_3
		1.0	1.132	0.459	0.525
		0.5	0.972	0.304	0.980
		1.0	1.285	1.562	0.753
		0.5	0.712	0.652	1.070
		1.0	1.365	0.553	1.730
		0.5	1.070	0.432	3.050
		1.0	1.565	1.267	2.640
		0.5	0.938	0.715	4.800
		1.0	1.046	0.430	1.120
		0.5	1.010	0.410	1.890

Η ελαστική κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού έχει υπολογιστεί με βάση τις παραδοχές ότι ο φορέας αποτελείται από τελείως ελαστικό υλικό, ο άξονας του φορέα είναι τελείως ευθύγραμμος και το φορτίο ασκείται ακριβώς στη θέση που μας ενδιαφέρει. Στην πραγματικότητα, όλες οι κατασκευές παρουσιάζουν ατέλειες, οι οποίες οφείλονται είτε σε αποκλίσεις της πραγματικής γεωμετρίας από την ιδεατή, είτε σε ελαφρώς διαφορετική από την επιθυμητή θέση εφαρμογής του φορτίου, είτε σε ανομοιογένεια του υλικού. Οι ατέλειες επηρεάζουν σημαντικά τη συμπεριφορά του φορέα και μειώνουν γενικά την τιμή της κρίσιμης ροπής πλευρικού λυγισμού.

1.10 Γενική μέθοδος για πλευρικό και στρεπτοκαμπτικό λυγισμό δομικών στοιχείων

Ως μέθοδος ελέγχου της αντοχής σε πλευρικό και στρεπτοκαμπτικό λυγισμό μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την παρακάτω γενική μέθοδο. Η μέθοδος εφαρμόζεται ενδεικτικά για:

- Μεμονωμένα μέλη, σύνθετης διατομής ή μη, σταθερής διατομής ή μη, με σύνθετες συνθήκες στήριξης ή μη, ή
- Επίπεδα πλαίσια ή τμήματα πλαισίων που αποτελούνται από μέλη ως ανωτέρω.

Τα μέλη, μεμωνομένα ή ενταγμένα σε πλαίσια, υπόκεινται σε θλίψη και/ ή μονοαξονική κάμψη εντός επιπέδου, αλλά δεν περιέχουν πλαστικές αρθρώσεις

Η αντοχή σε λυγισμό εκτός επιπέδου για κάθε μέλος ή το συνολικό φορέα που είναι σύμφωνο με τα παραπάνω, μπορεί να ελεγχθεί μέσω της σχέσης:

$$\frac{\chi_{op}\alpha_{ult,k}}{\gamma_{M1}} \geq 1,0 \qquad (1.28)$$

Όπου

$\alpha_{ult,k}$ ο ελάχιστος μεγενθυντικός συντελεστής σχεδιασμού, ώστε να επιτευχθεί η χαρακτηριστική αντοχή της πλέον κρίσιμης διατομής του δομικού στοιχείου, θεωρώντας την εντός επιπέδου συμπεριφορά του, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη ο πλευρικός ή ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός, λαμβάνοντας όμως υπόψη όλες τις επιδράσεις λόγω εντός επιπέδου γεωμετρικής παραμόρφωσης και των ατελειών, όπου απαιτείται.

χ_{op} ο μειωτικός συντελεστής για την ανηγμένη λυγιρότητα $\overline{\lambda_{op}}$, που λαμβάνει υπόψη τον πλευρικό και στρεπτοκαμπτικό λυγισμό.

Η ανηγμένη λυγηρότητα $\overline{\lambda_{op}}$ για το μέλος ή το σύνολικό φορέα προσδιορίζεται από τη σχέση: $\overline{\lambda_{op}} = \sqrt{\dfrac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr,op}}}$ (1.29)

Όπου

$\alpha_{cr,op}$ ο ελάχιστος μεγενθυντικός συντελεστής των εντός επιπέδου φορτίων σχεδιασμού, που αντιστοιχεί στην επίτευξη της πρώτης εκτός επιπέδου ιδιομορφής λυγισμού, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη ο εντός επιπέδου καμπτικός λυγισμός. Για τον καθορισμό των $\alpha_{cr,op}$ και $\alpha_{ult,k}$ μπορεί να χρησιμοποιείται ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία.

Ο μεγενθυντικός συντελεστής χ_{op} μπορεί να προσδιορίζεται με μία από τις ακόλουθες μεθόδους:

Α) Η ελάχιστη τιμή μεταξύ των:

χ : για καμπτικό λυγισμό

χ_{LT} : για πλευρικό λυγισμό

Το καθένα υπολογισμένο σε ανηγμένη λυγηρότητα $\overline{\lambda_{op}}$.

Γαι παράδειγαμα, αν $\alpha_{ult,k}$ καθορίζεται από τον έλεγχο της διατομής με βάση την ελάχιστη σχέση αλληλεπίδρασης

$$\frac{1}{\alpha_{ult,k}} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y\,Rk}}, \tag{1.30}$$

Η μέθοδος οδηγεί στην ικανοποίηση της σχέσης:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rk}/\gamma_{M1}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk}/\gamma_{M1}} \leq \chi_{op} \tag{1.31}$$

Β) Μια τιμή με γραμμική παρεμβολή μεταξύ των τιμών χ και χ_{LT} όπως καθορίζεται στην α), χρησιμοποιώντας τον τύπο για το $\alpha_{ult,k}$ που αντιστοιχεί στην κρίσιμη διατομή.

Για παράδειγμα, όπου $\alpha_{ult,k}$ καθορίζεται από τον έλεγχο της διατομής

$\dfrac{1}{\alpha_{ult,k}} = \dfrac{N_{Ed}}{N_{Rk}} + \dfrac{M_{y,Ed}}{M_{y\,Rk}}$, Η μέθοδος οδηγεί στην ικανοποίηση της σχέσης:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi N_{Rk}/\gamma_{M1}} + \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk}/\gamma_{M1}} \leq \chi_{op} \tag{1.32}$$

1.11 Τοπικός λυγισμός καμπτόμενης δοκού

Τα μέλη ενός φορέα διατρέχουν γενικά τον κίνδυνο να υποστούν λυγισμό μέλους βάσει της ολικής λυγηρότητάς τους. Υπάρχει, όμως, συγχρόνως ο κίνδυνος κάποια επιμέρους θλιβόμενα στοιχεία της διατομής του φορέα να λυγίσουν τοπικά πριν την εμφάνιση καθολικού λυγισμού για μικρότερη τιμή φορτίου. Η εμφάνιση τοπικού λυγισμού οδηγεί σε μείωση της αντοχής του μέλους με την εμφάνιση ανομοιόμορφων τάσεων και πολύ συχνά στην αστοχία του. Κατά τον τοπικό λυγισμό, οι διατομές παραμορφώνονται με μεταβολή του γεωμετρικού σχήματός τους, ενώ ο άξονας του μέλους παραμένει απαραμόρφωτος.

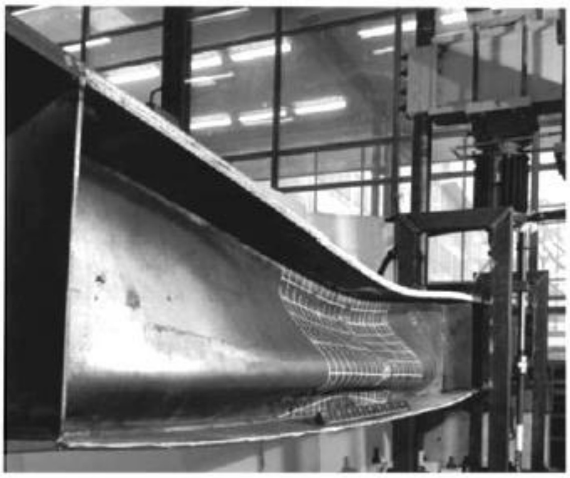
Ο τοπικός λυγισμός εμφανίζεται συνήθως στις λεπτότοιχες διατομές κατηγορίας 4. Στις διατομές αυτές εμφανίζεται τοπικός λυγισμός πριν προλάβει να αναπτυχθεί η τάση διαρροής. Το πολύ μειωμένο πάχος τους σε σχέση με το πλάτος τους, καθιστά τους αντίστοιχους φορείς πολύ εύκαμπτους και ασταθείς με ιδιαίτερη μη γραμμική συμπεριφορά.

Σε μία αμφιέρειστη δοκό διατομής διπλού ταυ, τοπικός λυγισμός εμφανίζεται στο θλιβόμενο άνω πέλμα και στο άνω θλιβόμενο τμήμα του κορμού, όταν ο λόγος πλάτος πέλματος/πάχος πέλματος είναι μεγάλος. Στην περίπτωση αυτή, ο τοπικός λυγισμός είναι αποτέλεσμα των ορθών θλιπτικών τάσεων λόγω της κάμψης.

Το φαινόμενο της κύρτωσης αποτελεί μία μορφή τοπικού λυγισμού και εκδηλώνεται με τη δημιουργία ρυτιδώσεων ή πτυχώσεων των επίπεδων ελασμάτων, αν για οποιοδήποτε λόγο υπάρξει υπέρβαση τάσεων σε κάποιο σημείο.

Ως μορφή τοπικού λυγισμού θεωρείται και η εμφάνιση διατμητικού λυγισμού σε υψίκορμες δοκούς με μειωμένο πάχος κορμού. Στις περιπτώσεις αυτές, ο τοπικός λυγισμός εντοπίζεται στον κορμό της δοκού, στις θέσεις μέγιστης τέμνουσας.

Σχήμα 1.14 Τοπικός λυγισμός στα θλιβόμενα πέλματα δοκού



Σχήμα 1.15 Τοπικός λυγισμός κορμού.

1.12 Ανακεφαλαίωση

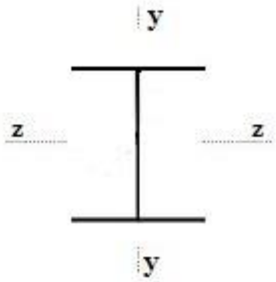
Σκοπός του συγκεκριμένου κεφαλαίου δόθηκαν γενικά στοιχεία για την κάμψη χαλύβδινων δοκών και περιγράφηκαν τα πιθανά είδη αναλύσεων που μπορούν να εφαρμοστούν για τη μελέτη της συμπεριφοράς τους με βάση την κατηγορία διατομής τους που προτείνει ο Ευρωκώδικας 3.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Εφαρμογές ελέγχου σε λυγισμό με χρήση κανονισμών EC3 και μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων.

2.1 Εφαρμογή καμπτικού λυγισμού.

Εξετάζουμε μια αμφιέρειστη δοκό διατομής HEA200 από χάλυβα S235, μήκους L=4m, που καταπονείται από τα ακόλουθα φορτία: αξονική θλιπτική δύναμη N=500kN.



Η διατομή έχει τα εξής αδρανειακά στοιχεία:

HEA200

b=200mm, h=190mm, tf = 10 mm, tw = 6,5 mm, r = 18 mm

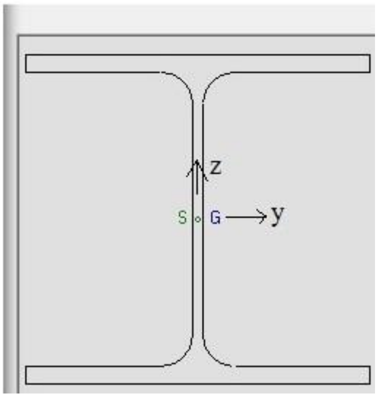
A = 53,83 cm^2 , Iy = 3692 cm^4, Iz = 1336 cm^4,Iw = 108000 cm^6, It = 20,98 cm2

Wel,y = 388,6 cm^3 ,Wpl,y = 429,5 cm^3, Wel,z = 133,6 cm^3 ,Wpl,z = 203,8 cm^3

iy = 8,28 cm ,iz = 4,98 cm

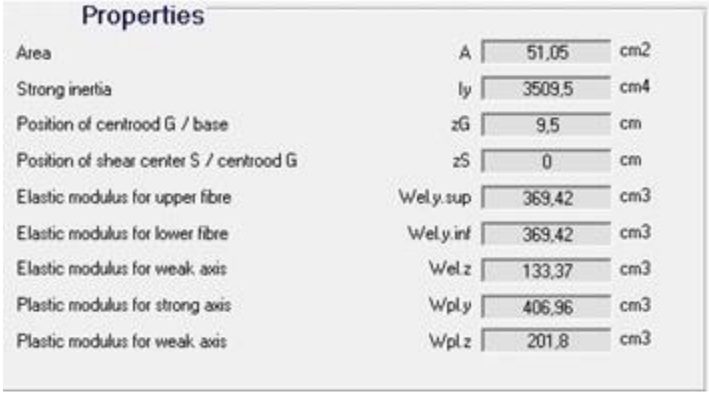
Properties

Area	A	53,831	cm2
Strong inertia	Iy	3692,2	cm4
Position of centrood G / base	zG	9,5	cm
Position of shear center S / centrood G	zS	-1,6626E-19	cm
Elastic modulus for upper fibre	Wel.y.sup	388,65	cm3
Elastic modulus for lower fibre	Wel.y.inf	388,65	cm3
Elastic modulus for weak axis	Wel.z	133,55	cm3
Plastic modulus for strong axis	Wpl.y	429,48	cm3
Plastic modulus for weak axis	Wpl.z	203,82	cm3



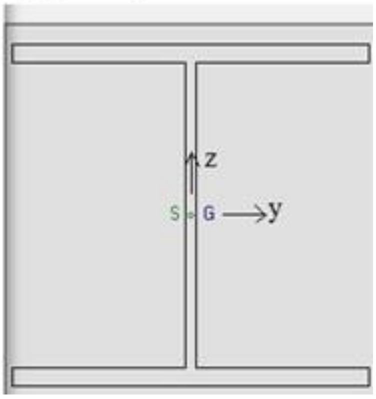
Στα πλαίσια αυτής της εργασίας επειδή θα γίνει σύγκριση αποτελεσμάτων με τις διάφορες επιλύσεις που θα ακολουθήσουν θα γίνει χρήση της HEA200 με r=0. Συγκεκριμένα αυτό γίνεται γιατί σε επίλυση με πεπερασμένα επιφανειακά στοιχεία το μοντέλο δεν μπορεί να λάβει τις γεωμετρίες των τόξων στρογγύλευσης. Άρα η διατομή που θα χρησιμοποιηθεί είναι η εξής:

HEA200 χωρίς τόξα στρογγύλευσης.
b=200mm, h=190mm, tf = 10 mm, tw = 6,5 mm, r = 0 mm
A = 51,05 cm^2, Iy = 3509,5cm^4, Iz = 1333,7 cm^4,Iw = 108032 cm^6, It = 14,61 cm2
Wel,y = 369,42cm^3 ,Wpl,y = 406,96 cm^3, Wel,z = 133,337 cm^3 ,Wpl,z = 203,8 cm^3



Properties

Area	A	51,05	cm2
Strong inertia	Iy	3509,5	cm4
Position of centrood G / base	zG	9,5	cm
Position of shear center S / centrood G	zS	0	cm
Elastic modulus for upper fibre	Wel.y.sup	369,42	cm3
Elastic modulus for lower fibre	Wel.y.inf	369,42	cm3
Elastic modulus for weak axis	Wel.z	133,37	cm3
Plastic modulus for strong axis	Wpl.y	406,96	cm3
Plastic modulus for weak axis	Wpl.z	201,8	cm3



2.1.1 Ανάλυση Λυγισμού με χρήση διαφορικής εξίσωσης (Δ.Ε. Euler):

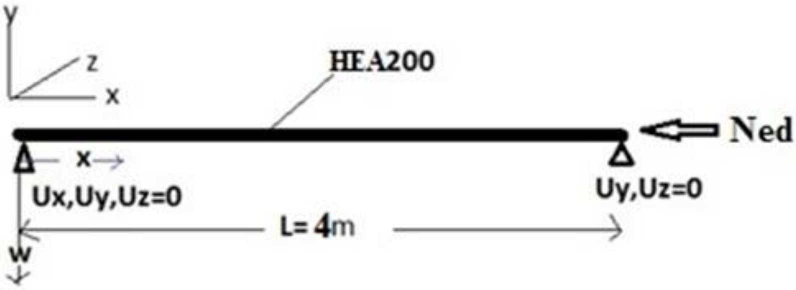
(εύρεση κρίσιμου αξονικού φορτίου)

$$w^{(4)} + k^2 w'' = 0, k^2 = \frac{P}{EI}$$

$$w(x) = A\sin kx + \mathrm{B}\cos kx + \Gamma x + \Delta$$

$$w'(x) = A\cos kx - \mathrm{B}\sin kx + \Gamma$$

$$w''(x) = -Ak^2 \sin kx - \mathrm{B}k^2 \cos kx$$



Συνοριακές Συνθήκες:
w(0)=0,w''(0)=0,w(L)=0,w''(L)=0

Σχήμα 2.1 Συνοριακές Συνθήκες

$$N_{cr} = \frac{(n\pi)^2 \mathrm{EI}}{L^2}, n = 1, 2..., m$$

$$(Iy = {}^{3509,5}cm^4 > Iz = {}^{1333,7}cm^4)$$

$$1\iota\delta\iota o\mu o\rho\varphi\acute{\eta}, n = 1(z - z\_axon)$$

$$Ncr_1 = \frac{(1*\pi)^2 * 2,1*10^8 * 1333,7*10^{-8}}{4^2} = 1727,66kN$$

$$3\iota\delta\iota o\mu o\rho\varphi\acute{\eta}, n = 2(z - z\_axon)$$

$$Ncr_3 = \frac{(2*\pi)^2 * 2,1*10^8 * 1333,7*10^{-8}}{4^2} = 6910,62kN$$

$$2\iota\delta\iota o\mu o\rho\varphi\acute{\eta}, n = 1(y - y\_axon)$$

$$Ncr_2 = \frac{(1*\pi)^2 * 2,1*10^8 * 3509,5*10^{-8}}{4^2} = 4546,16kN$$

Για την εύρεση του οριακού φορτίου θα ακολουθήσουμε την μέθοδο του EC3 (χρήση σχέσης Perry Robertson και καμπύλες λυγισμού EC3):
Αρχικά υπολογίζεται ο μειωτικός συντελεστής που δίνεται από την σχέση (1.15):

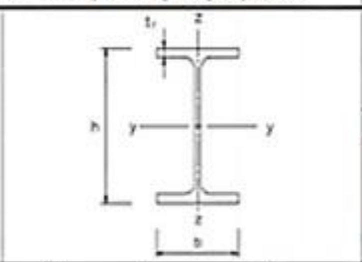
$$x = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1$$

Όπου

$$\Phi = 0,5\left[1 + 0,49(0,833 - 0,2) + 0,833^2\right] = 1,002\_(\Sigma\chi.1.16)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{51,05 \cdot 23,5}{1727,66}} = 0,833\_(\Sigma\chi.1.17)$$

Από τους πίνακες 1.5 και 1.6 η διατομή HEA200 αντιστοιχεί σε καμπύλη λυγισμού c (για λυγισμό περί τον ασθενή άξονα) και άρα λαμβάνουμε συντελεστή ατελειών α = 0,49 και αρχική ατέλεια e=L/200=2,00cm.

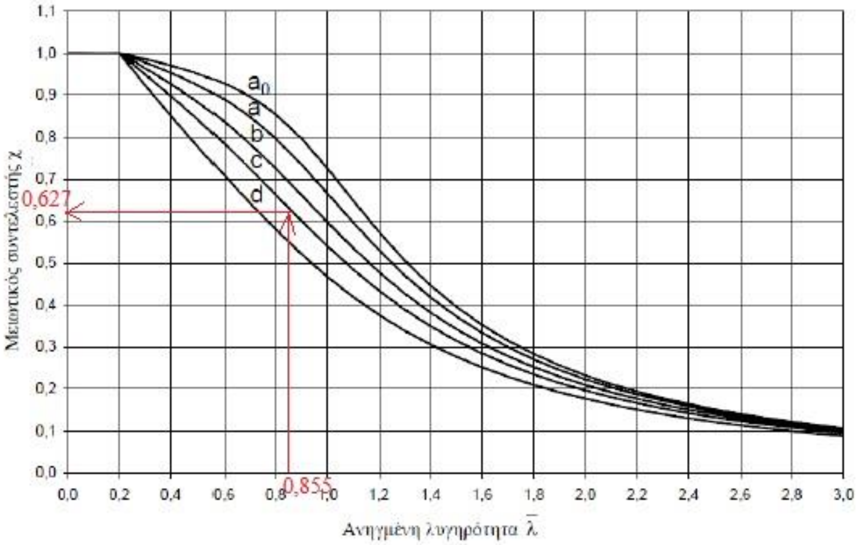
HEA200 - h/b=19/20=0,95>1,2 tf=10mm<100mm -> λυγισμός περί τον ασθενή άξονα -> καμπύλη λυγισμού c		Όρια	Λυγισμός περί τον άξονα	Καμπύλη λυγισμού S 235 S 275 S 355 S 420	Καμπύλη λυγισμού S 460
Ελατές διατομές 	h/b > 1,2	$t_f \leq 40$ mm	y − y	a	a_0
			z − z	b	a_0
		40 mm < $t_f \leq 100$	y − y	b	a
			z − z	c	a
	h/b ≤ 1,2	$t_f \leq 100$ mm	y − y	b	a
			z − z	c	a
		$t_f > 100$ mm	y − y	d	c
			z − z	d	c

Καμπύλη λυγισμού	a0	a	b	c	d
Συντελεστής ατελειών α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76
Αρχική Ατέλεια e		L/300	L/250	L/200	L/150

Και υπολογίζουμε: $x = \dfrac{1}{1,002 + \sqrt{1,002^2 - 0,833^2}}$

$x = 0,641$

Ή εναλλακτικά διαβάζουμε από τις καμπύλες λυγισμού του EC3 (Σχήμα 1.11)



Άρα το οριακό φορτίο σύμφωνα με αυτή την επίλυση ισούται:

$$\mathrm{N_{b,Rd}} = \chi * \mathrm{N_{pl,Rd}} = 0,641*(51,05*23,5) = 769,0kN \_(\Sigma\chi.1.13)$$

έλεγχος ευστάθειας:

$$\frac{N_{b,Rd}}{\gamma_{M1}} = \frac{769,0}{1,00} > N_{Ed} = 500kN \_(\Sigma\chi.1.14)$$

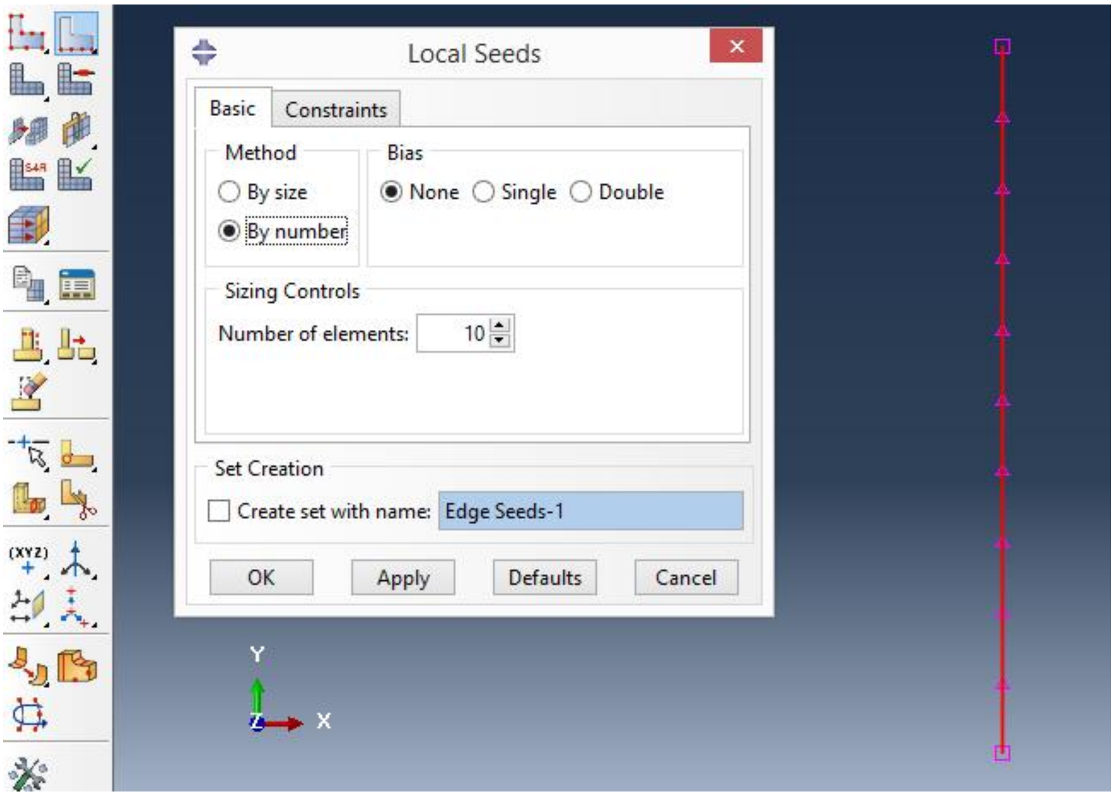
Άρα ο φορέας επαρκεί έναντι της κεντρικού θλιπτικού φορτίου Ned=500kN (και θεωρούμενη αρχική γεωμετρική ατέλεια e=2,00cm σύμφωνα με τον EC3).

2.1.2 Χρήση Αριθμητικών Μοντέλων - Γραμμική Ανάλυση Λυγισμού.

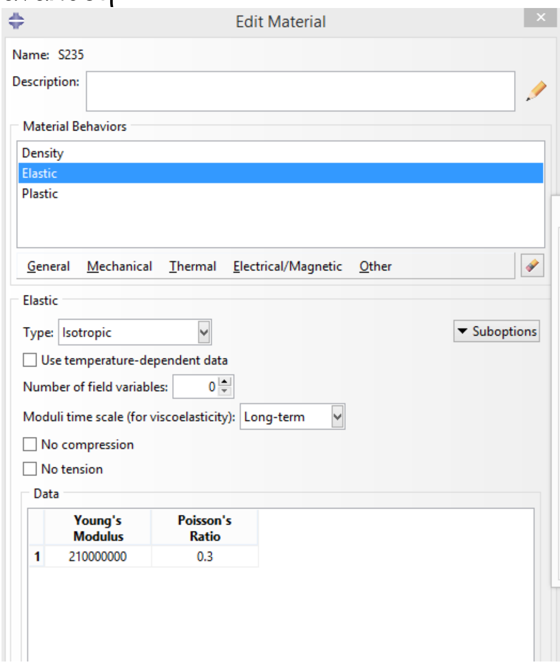
Το αποτελεσματικότερο υπολογιστικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων γι' αυτό το είδος λυγισμού είναι η χρήση στοιχείων δοκού. Όλες οι διατομές της δοκού στην περίπτωση που καταπονείται υπό κεντρικό θλιπτικό φορτίο, θλίβονται υπό ομοιόμορφη τάση. Έτσι εκτελώντας Γραμμική Ανάλυση Λυγισμού, το μοντέλο αυτό δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα κάνοντας χρήση παράλληλα προβλήματος με μικρό πλήθος βαθμών ελευθερίας. Στην συνέχεια θα γίνει κατασκευή και επίλυση προβλήματος καμπτικού λυγισμού με χρήση στοιχείων δοκού και επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων (χρήση Abaqus). Με αυτά τα μοντέλα θα εκτελέσουμε γραμμική ανάλυση λυγισμού και μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας φορέα και υλικού, με την διαδικασία που περιγράφεται παρακάτω.

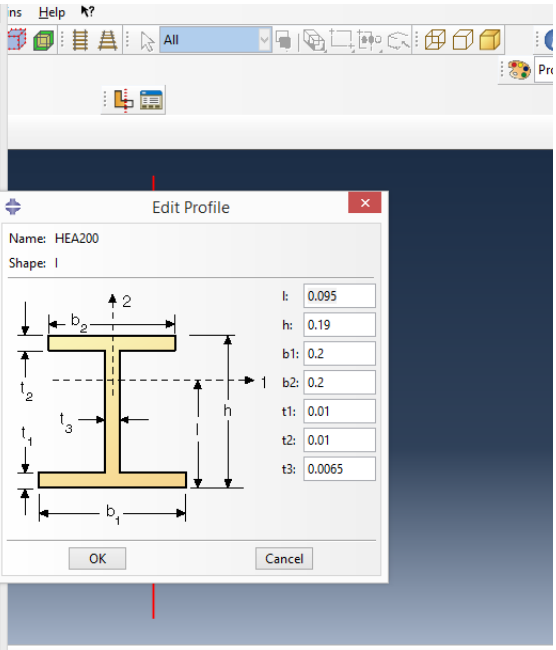
2.1.2.1 Έυρεση κρίσιμου και οριακού φορτίου λυγισμού με χρήση μοντέλου στοιχείων δοκού.

Δημιουργούμε Model-1, εντός του οποίου ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία.
Δημιουργούμε Part – Wire με μήκος 4m και ύστερα το διαιρούμε σε πεπερασένα στοιχεία όπως την εικόνα (το έχουμε χωρίσει σε 10 ίσα τμήματα):

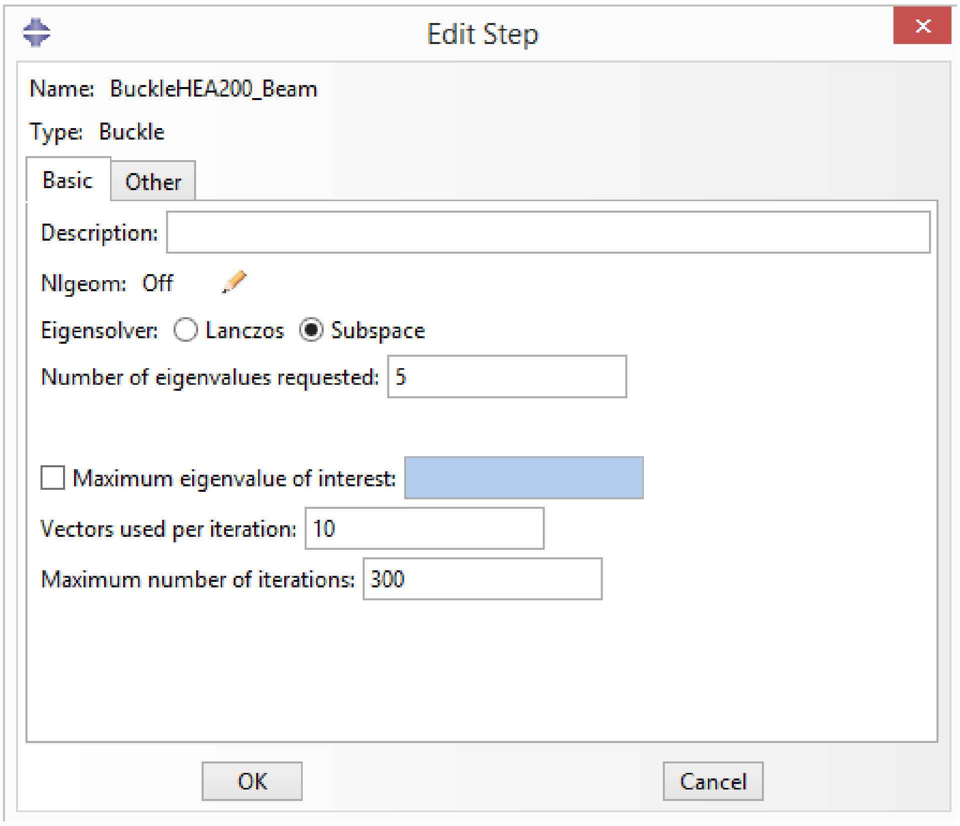


Δημιουργούμε στα Profiles την διατομή μας και ύστερα την ορίζουμε στα Sections δίνοντας παράλληλα το υλικό (εδώ S235). Σημειώνεται ότι για την γραμμική ανάλυση λυγισμού δεν χρειάζεται να ορίσουμε Plasticity παρά μονό Elasticity (E, v). Η πλαστική συμπεριφορά θα χρειαστεί να οριστεί σε μη γραμμική ανάλυση υλικού.

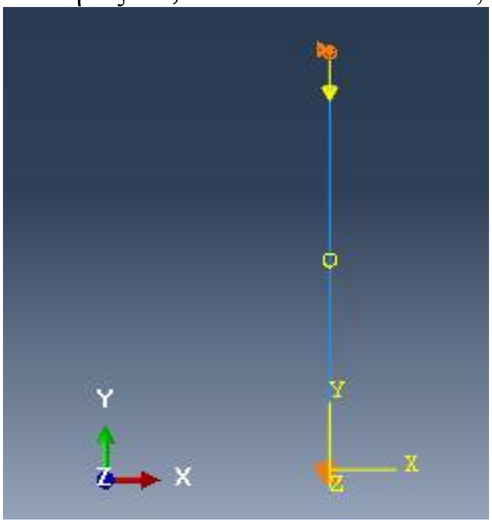




Ορίζουμε ότι ο φορέας μας θα έχει διατομή αυτή που μόλις δημιουργήσαμε (Section Assignment). Ύστερα εισάγουμε το Part που δημιουργήσαμε στο Assembly ως Dependent Part. Επίσης δημιουργούμε Steps→Linear Pertubation→Buckle

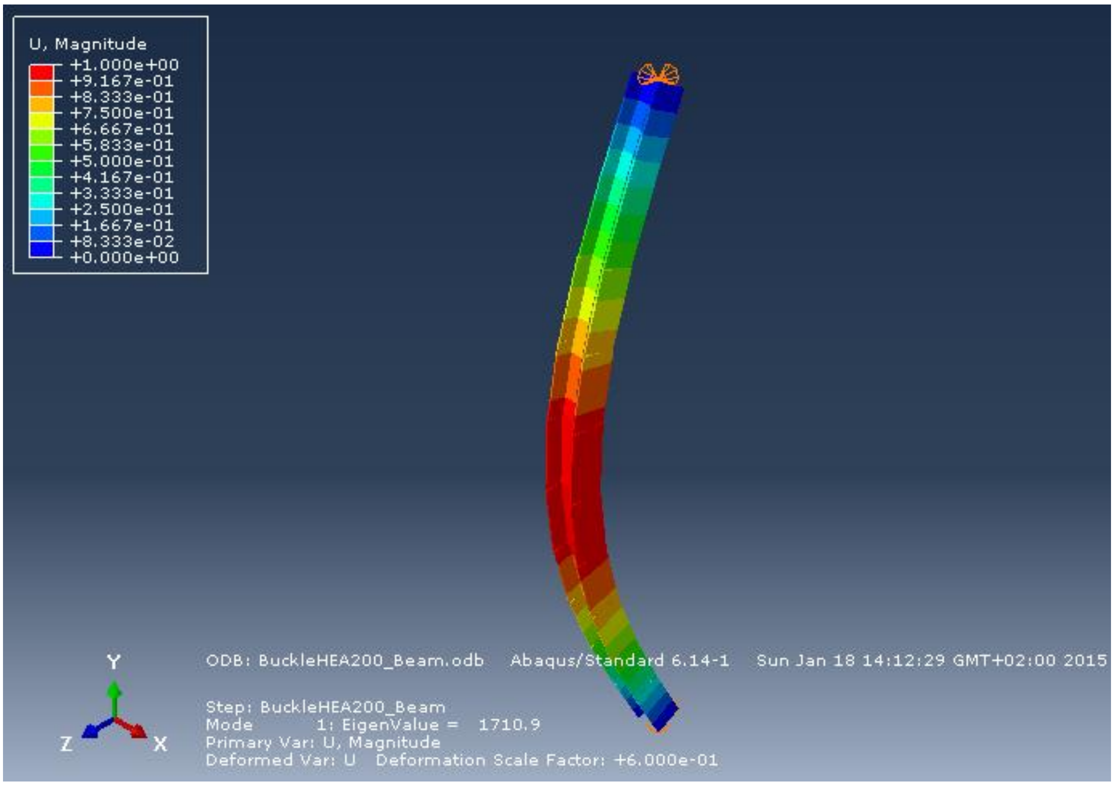


Παρατηρούμε ότι η είναι απενεργοποιημένη η ανάλυση μη γραμμικής γεωμετρίας(Nlgeom:Off).
Τέλος επιβάλουμε στο ένα άκρο συγκεντρωμένο φορτίο 1kN και συνοριακές συνθήκες U1,U3=0 και στο άλλο U1,U2,U3=0.

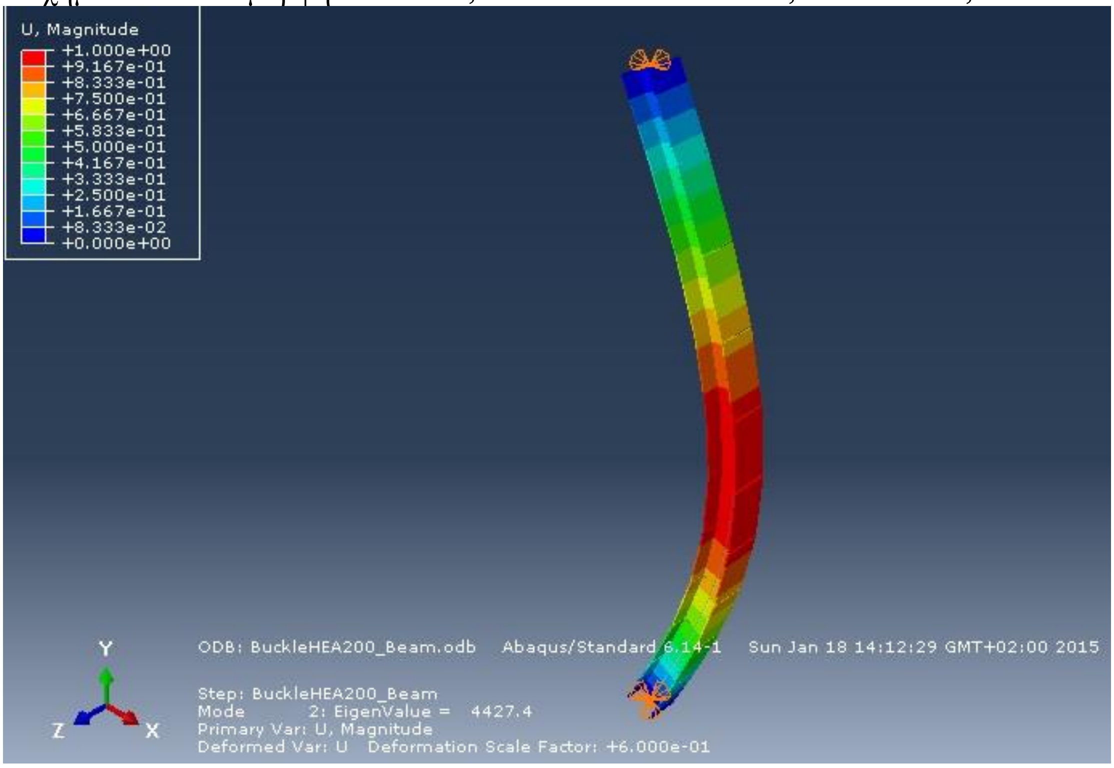


2.1.2.1.1 Εύρεση κρίσιμου φορτίου.

Δημιουργούμε Job με Model αυτό που είδη δημιουργήσαμε και λαμβάνουμε αποτελέσματα:



Σχήμα 2.2 $1^{η}$ ιδιομορφή acr= 1710,9→ Ncr=acr*Ned=1710,9*1kN=1710,9kN



Σχήμα 2.3 $2^{η}$ ιδιομορφή acr= 4427,4→ Ncr2=acr*Ned=4427,4*1kN=4427,4kN

2.1.2.1.2 Εύρεση οριακού φορτίου.

Θα κάνουμε παρακάτω έλεγχο ευστάθειας με βάση την γενική μέθοδος για πλευρικό και στρεπτοκαμπτικό λυγισμό δομικών στοιχείων, καθώς το πρόγραμμα εξάγει το acr. Εδώ βρήκαμε acr=1710,9 → acr,op=1710,9/500=3,42 (1η ιδιομορφή). Σύμφωνα με τις σχέσεις 1.30, 1.29, 1.16,1.15 έχουμε:

$$\frac{1}{a_{ult}} = \frac{_{Ed}}{N_{Rk}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}}, \_ \bar{\lambda}_{op} = \sqrt{\frac{a_{ult}}{a_{cr}}}$$

$$_z = 0,49, \_ \Phi_z = 0,5\left[1 + a_z(\bar{\lambda}_{op} - 0,2) + \bar{\lambda}_{op}^{\ 2}\right]$$

$$_z = \frac{1}{\Phi_z + \sqrt{\Phi_z^{\ 2} - \bar{\lambda}_{op}^{\ 2}}} = x_{op}$$

$a_{cr,op}$	N_{ed}/N_{Rk}	$M_{z,ed}/M_{z,Rk}$	a_{ult}	Έλεγχος Ευστάθειας	
3,4218	0,4168	0,0000	2,3994		
λ_{op}	$\Phi_z=f(\lambda_{op})$	x_z	$x_{op}=x_z$	$x_{op}*a_{ult}/\gamma_{M1}$	>1
0,8374	1,0068	0,6387	0,639	1,532	Επάρκεια

Το οριακό φορτίο είναι :

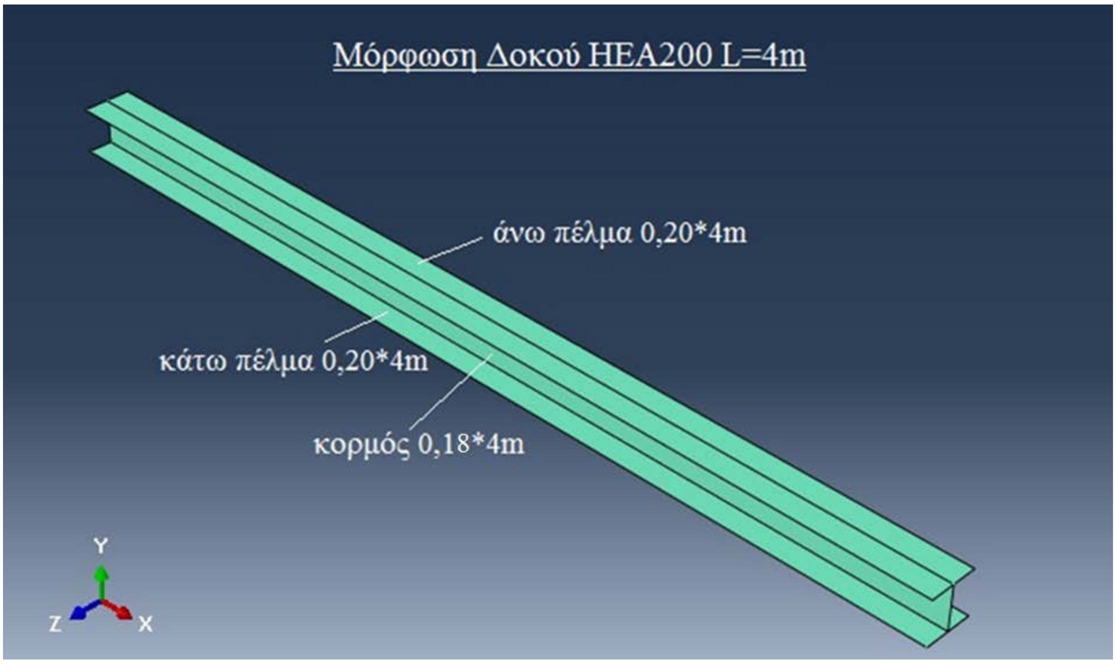
$$N_{b,Rd} = x \cdot N_{pl,Rd} = 0,639 * 1199,68 = 766,59kN$$

Άρα ο φορέας επαρκεί έναντι ευστάθειας.

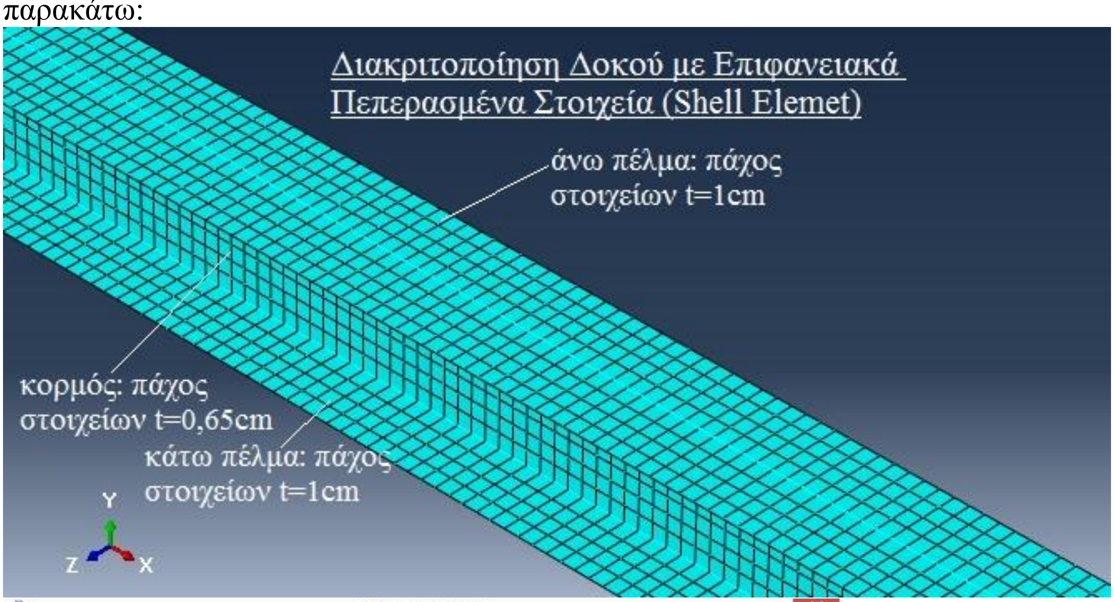
2.1.2.2 Εύρεση κρίσιμου και οριακού φορτίου λυγισμού με χρήση επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων.

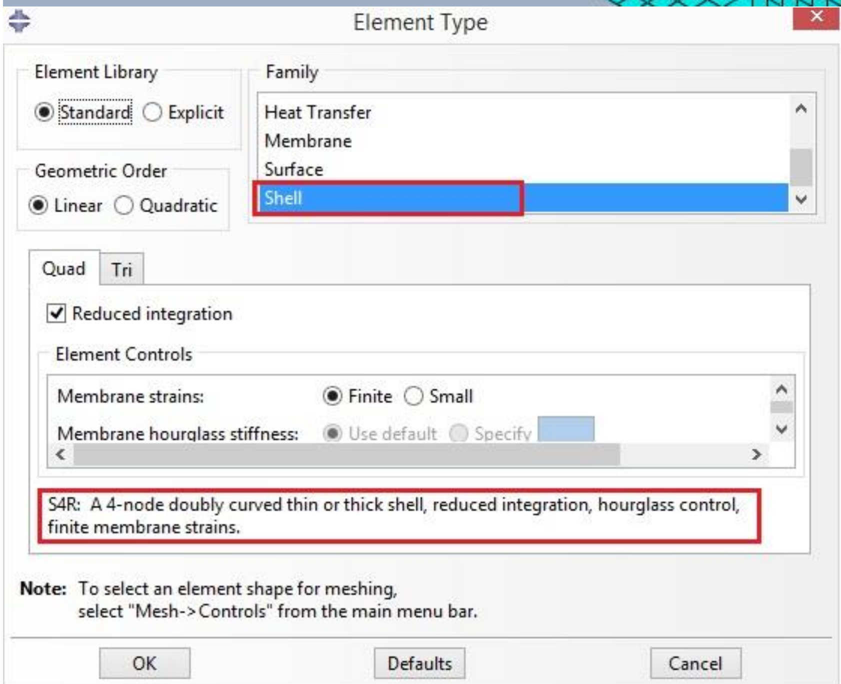
Η χρήση Shell Elements προσομοιάζει ικανοποιητικά στοιχεία που έχουν μικρό πάχος. Στο πρόβλημά μας τα πάχη του κορμού και των πελμάτων είναι πολύ μικρά σε σχέση με το πλάτος τους και γι αυτό θα κάνουμε χρήση Shell Elements. Παρότι μια τέτοια διακριτοποίηση εισάγει πολλούς περισσότερους βαθμούς ελευθερίας σε σχέση με την αντίστοιχη επίλυση με χρήση στοιχείων δοκού εδώ θα γίνει για λόγους σύγκρισης αποτελεσμάτων όσο και μεθόδων αντιμετώπισης προβλημάτων λυγισμού (π.χ. στρεπτοκαμπτικός) που θα μας απασχολήσει σε επόμενες εφαρμογές.

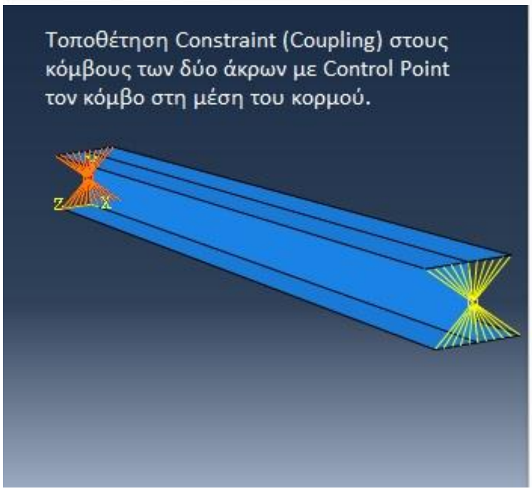
Η διακριτοποίηση του φορέα έγινε με τετρακομβικά Shell Elements που έχουν 6 βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβος (3 μετακινήσεις και 3 στροφές).

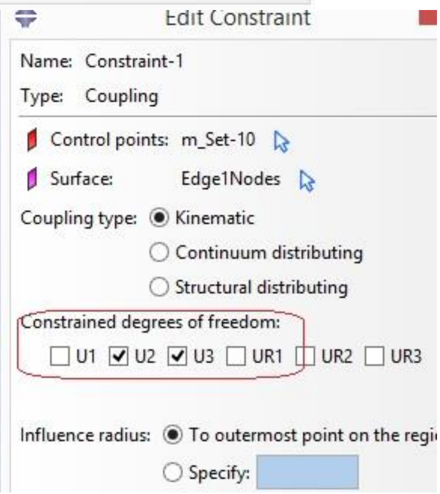


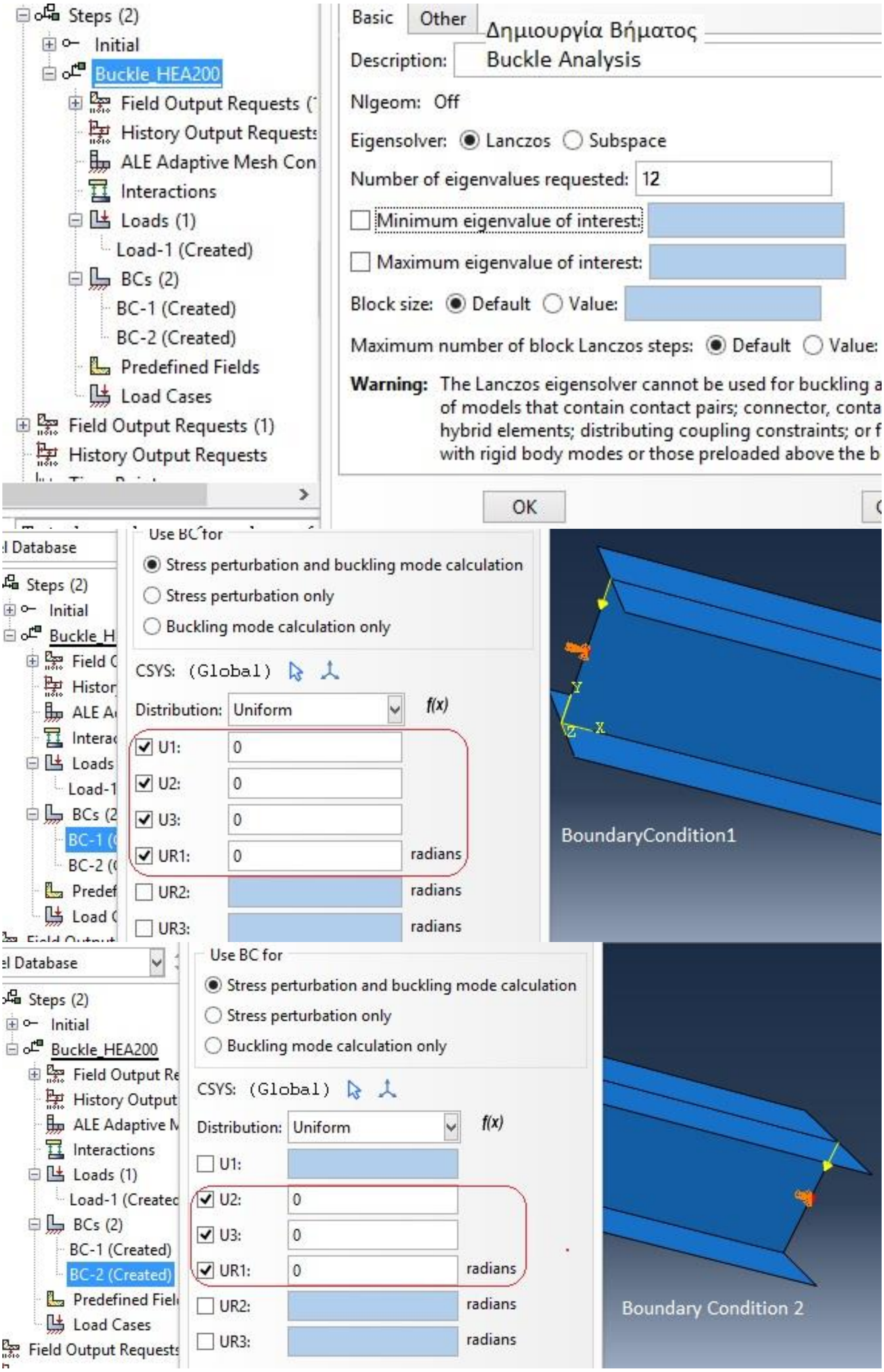
Η διακριτοποίηση επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων που ακολουθήθηκε ήταν η παρακάτω:



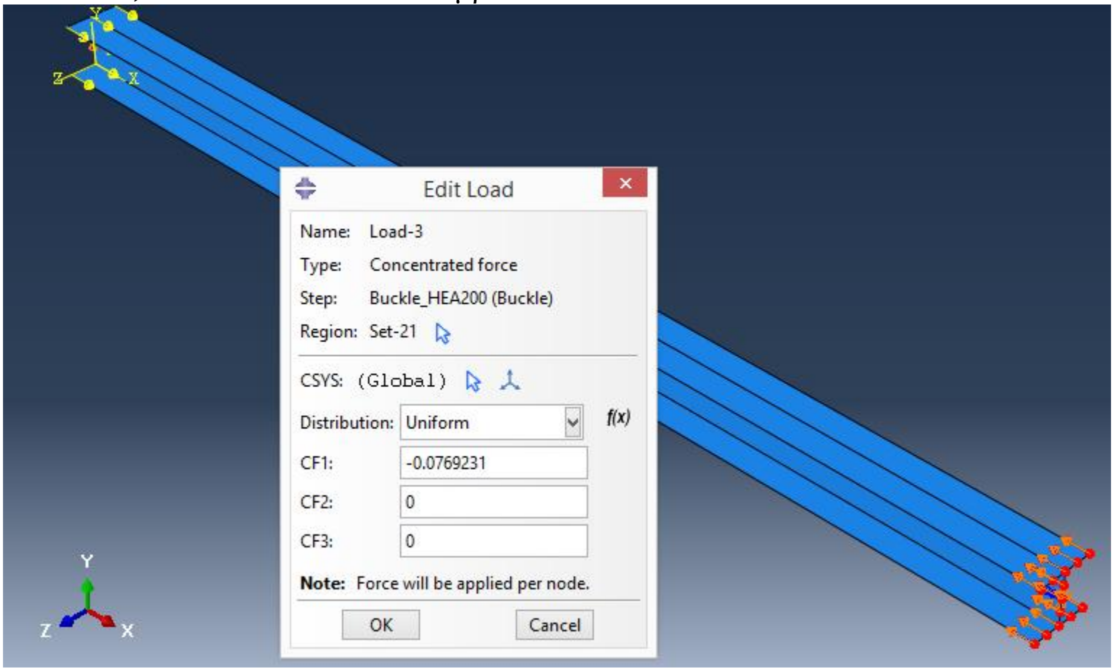






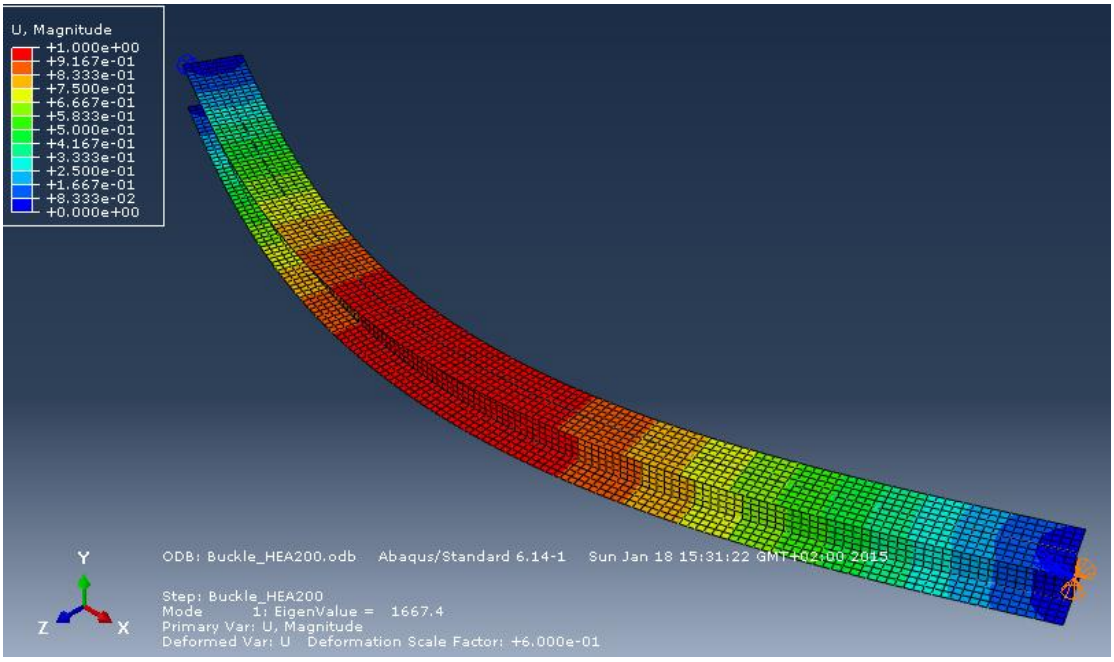


Εφαρμόζουμε συγκεντρωμένο φορτίων και στα δύο άκρα της δοκού ισοκατανεμημένο σε όσο το περισσότερο κόμβους μπορούμε έτσι ώστε να μην δημιουργούνται τοπικά φαινόμενα με αστοχία μεμονωμένων στοιχείων. Εδώ έχουμε εφαρμόσει το συγκεντρωμένο αυτό φορτίο σε 13 κόμβους → Άρα 1kN/13=0,076923kN στον κάθε κόμβο.

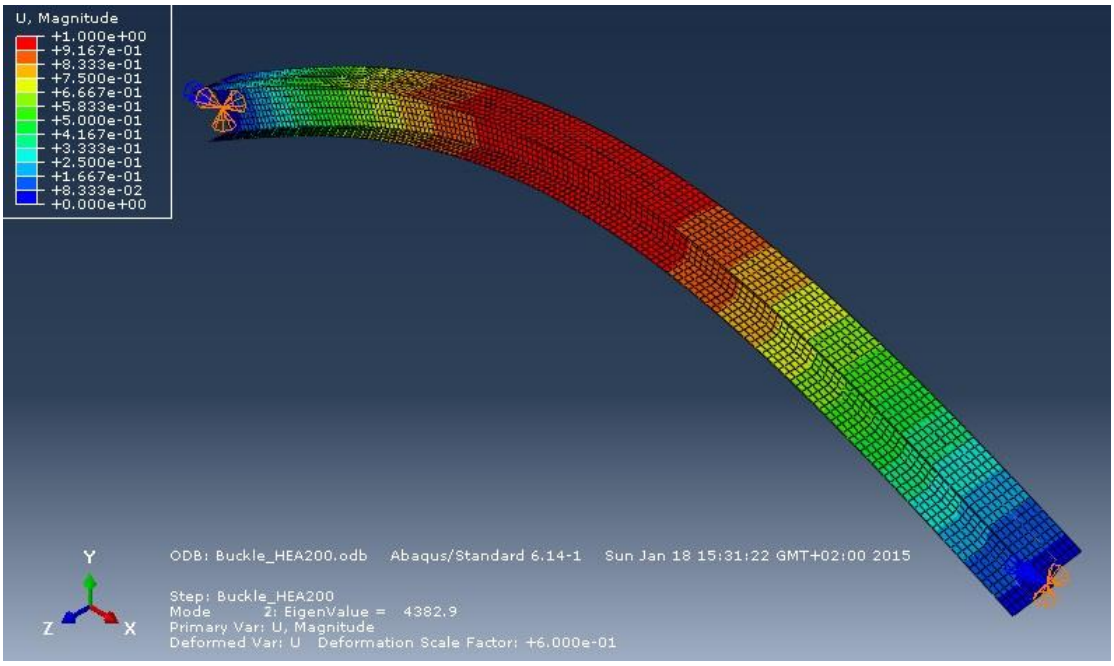


2.1.2.2.1 Εύρεση κρίσιμου φορτίου.

Δημιουργούμε Job με Model αυτό που είδη δημιουργήσαμε και λαμβάνουμε αποτελέσματα:



Σχήμα 2.4 $1^{η}$ ιδιομορφή acr= 1667,4→ Ncr=acr*Ned=1667,4*1kN=1667,4kN



Σχήμα 2.5 2η ιδιομορφή acr= 4382,9→ Ncr=acr*Ned=4382,9*1kN=4382,9kN

2.1.2.2.2 Εύρεση οριακού φορτίου.

Θα κάνουμε παρακάτω έλεγχο ευστάθειας με βάση την γενική μέθοδος για πλευρικό και στρεπτοκαμπτικό λυγισμό δομικών στοιχείων, καθώς το πρόγραμμα εξάγει το acr. Εδώ βρήκαμε acr=1667,4 → acr,op=1667,4 /500=3,3348 (1η ιδιομορφή). Σύμφωνα με τις σχέσεις 1.30, 1.29, 1.16,1.15 έχουμε:

$$\frac{1}{a_{ult}}=\frac{N_{Ed}}{N_{Rk}}+\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}},\_\bar{\lambda}_{op}=\sqrt{\frac{a_{ult}}{a_{cr}}}$$

$$\Phi_z=0,5\left[1+a_z(\bar{\lambda}_{op}-0,2)+\bar{\lambda}_{op}^{\;2}\right],\_a_z=0,49$$

$$x_z=\frac{1}{\Phi_z+\sqrt{\Phi_z^{\;2}-\bar{\lambda}_{op}^{\;2}}}=x_{op}$$

$a_{cr,op}$	N_{ed}/N_{Rk}	$M_{z,ed}/M_{z,Rk}$	a_{ult}	Έλεγχος Ευστάθειας	
3,3348	0,4168	0,0000	2,3994		
λ_{op}	Φ_z=f(λ_{op})	x_z	$x_{op}=x_z$	$x_{op}*a_{ult}/\gamma_{M1}$	>1
0,8482	1,0186	0,6319	0,632	1,516	Επάρκεια

Ή εναλλακτικά

$$\frac{N_{b,Rd}}{\gamma_{M1}}=\frac{758,20}{1,00}>N_{Ed}=500kN$$

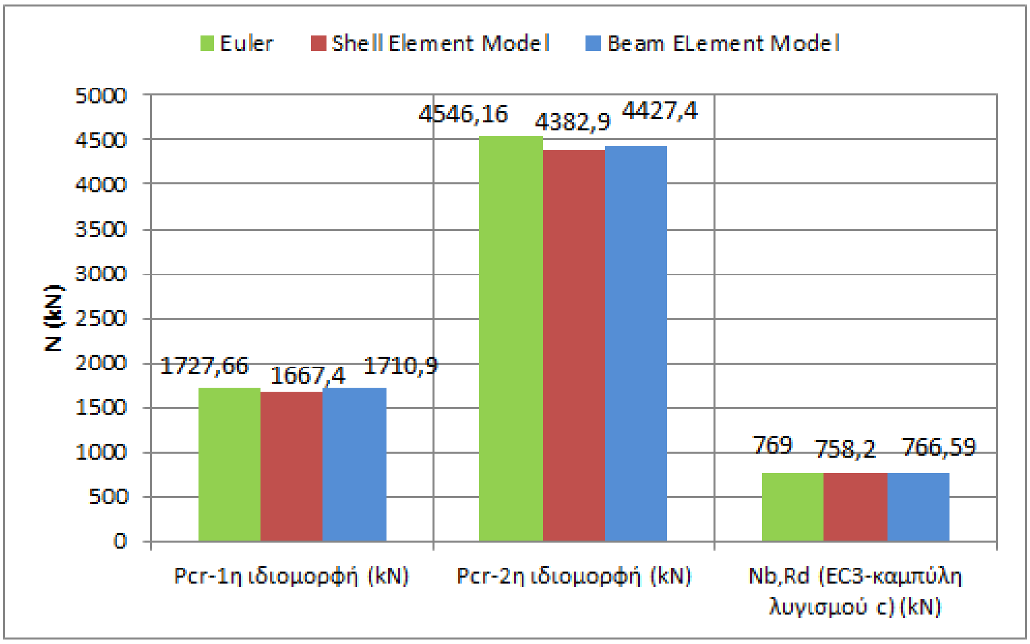
Άρα το οριακό φορτίο είναι :

$$N_{b,Rd}=x\cdot N_{Ed}=0,632\cdot 1199,68=758,20kN$$

Άρα ο φορέας επαρκεί έναντι της κεντρικού θλιπτικού φορτίου Ned=500kN (και θεωρούμενη αρχική γεωμετρική ατέλεια e=2,0 cm σύμφωνα με τον EC3).

2.1.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων κρίσιμου φορτίου και οριακού φορτίου λυγισμού:

	Pcr-1η ιδιομορφή (kN)	Pcr-2η ιδιομορφή (kN)	Nb,Rd (EC3-καμπύλη λυγισμού c) (kN)
Euler	1727,7	4546,2	769
Shell Element Model	1667,4	4382,9	758,2
Beam ELement Model	1710,9	4427,4	766,59



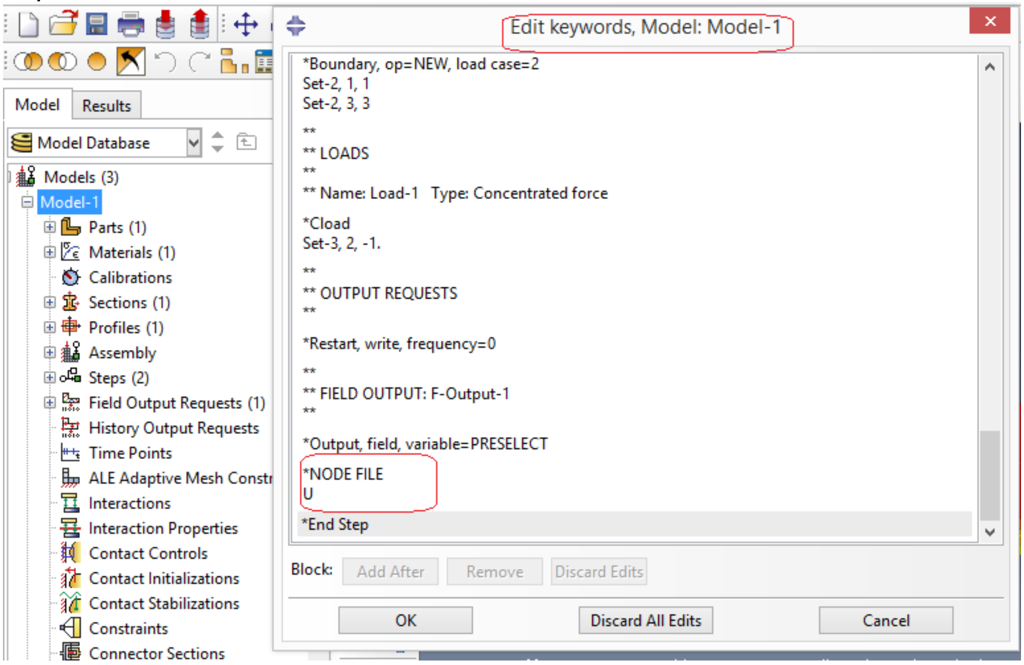
Διαφορές (%)			
Euler-ShellElmodel Pcr1	Euler-ShellElmodel Pcr2	Euler-BeamElmodel Pcr1	Euler-BeamElmodel Pcr2
3,49	3,59	0,97	2,61
Euler-ShellElmodel Nb,Rd	Euler-BeamElmodel Nb,Rd		
1,40	0,31		

Παρατηρούμε ότι και οι τρεις τρόποι επίλυσης έδωσαν παραπλήσιο αποτέλεσμα. Είναι φανερό ότι στην περίπτωση επίλυσης με Beam Element τα αποτελέσματα είναι ικανοποιητικής ακρίβειας, ενώ παράλληλα οι υπολογιστικοί χρόνοι πολύ μικροί καθώς έχουμε κατασκευάσει πρόβλημα με 126 DOF έναντι 37386 που έχει το πρόβλημα των Shell Elements.

2.1.4 Μη Γραμμική Ανάλυση γεωμετρίας φορέα και υλικού.

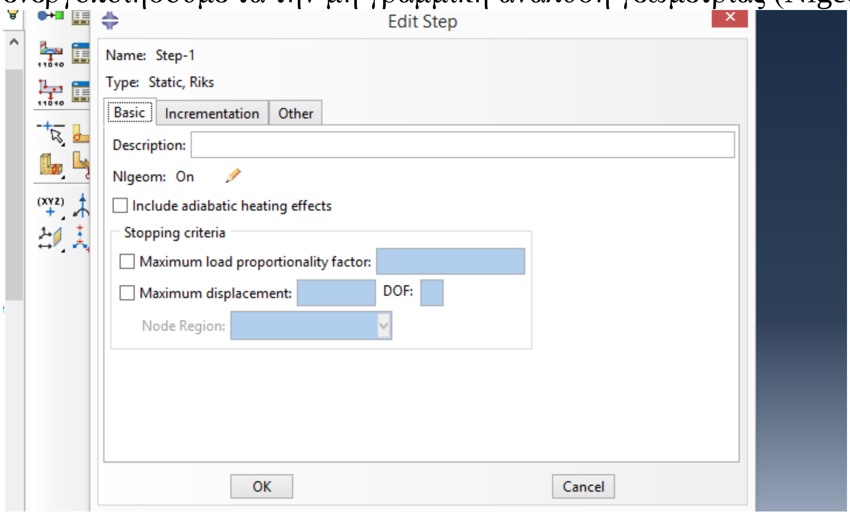
Θα γίνει χρήση του μοντέλου Στοιχείων Δοκού που είχε αρχικά κατασκευαστεί. Στη μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας δίνουμε στο φορέα ατέλεια με τη μορφή της πρώτης ιδιομορφής. Θεωρούμε αρχική ατέλεια μικρού μεγέθους προς την κατεύθυνση της εκτροπής. Εδώ έχουμε εκτελέσει 5 αναλύσεις με αρχική γεωμετρική ατέλεια e_0= 0,5cm, 1,33cm, 2,0cm (=L/200 αρχική γεωμετρική ατέλεια σύμφωνα με EC3 για καμπύλη λυγισμού α), 4,0cm, 6,0cm. Η ανάλυση γίνεται με τη μέθοδο Arc-Length.

Για να γίνει αυτή η ανάλυση χρειάζεται αρχικά να αποθηκεύσουμε τα αποτελέσματα (μετατοπίσεις) της γραμμικής ανάλυσης λυγισμού. Αυτό γίνεται με την παρακάτω διαδικασία:

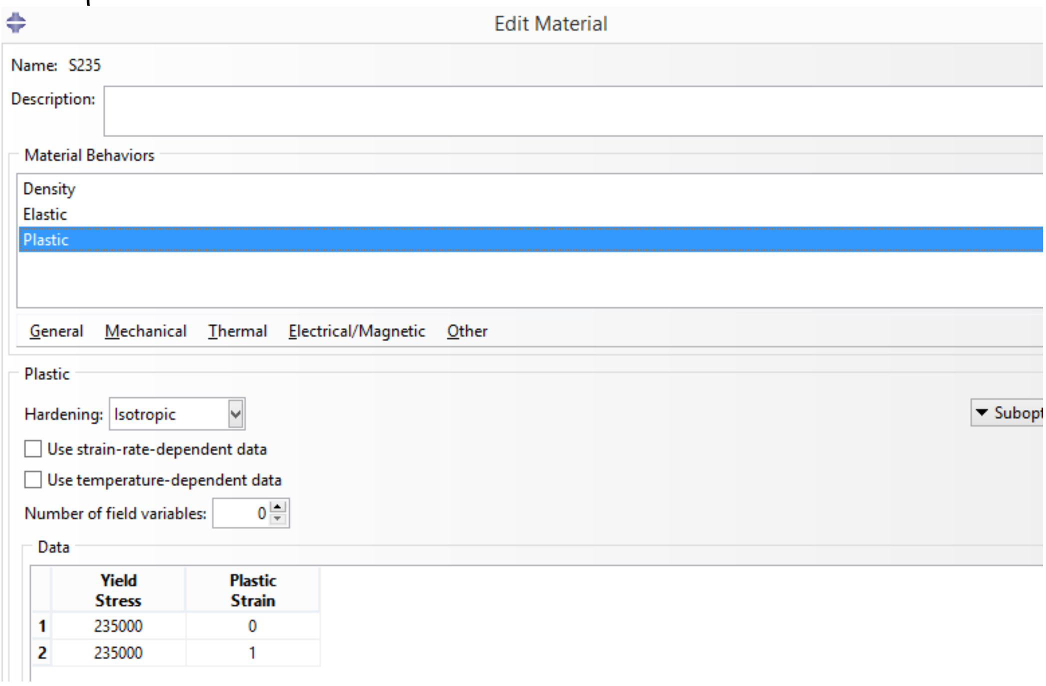


Και ξανατρέχουμε την προηγούμενη ανάλυση (Job που είχαμε δημιουργήσει για την γραμμική ανάλυση λυγισμού).

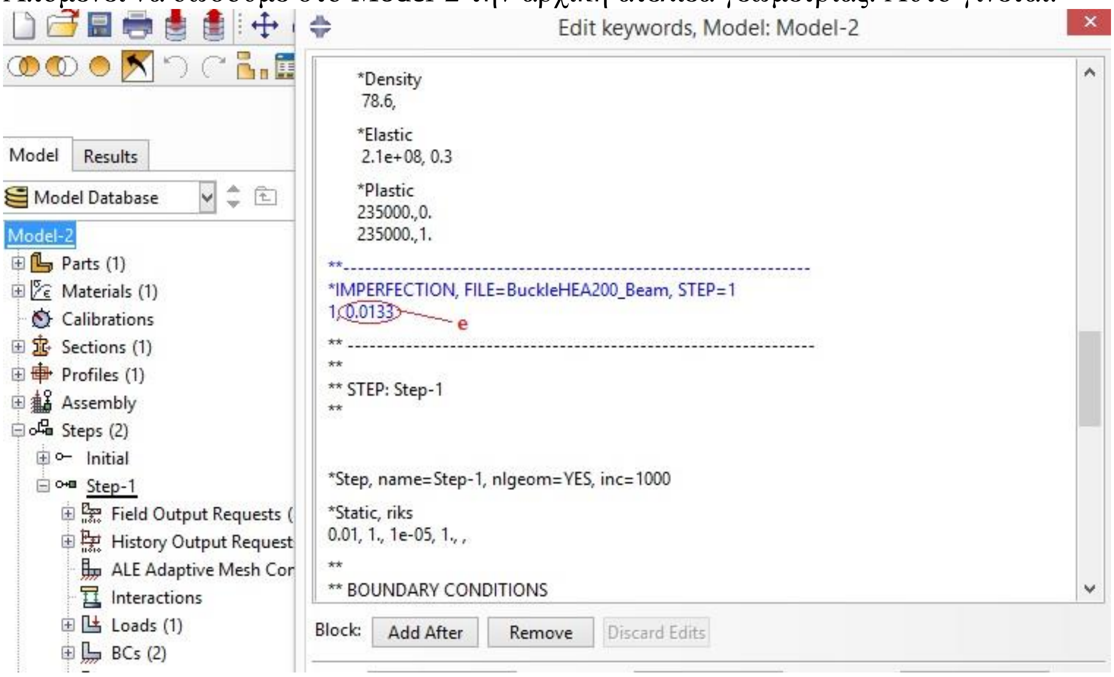
Ύστερα κάνουμε αντιγραφή το Model-1 και το ονομάζουμε το νέο μοντέλο Model-2. Στο νέο μοντέλο θα τρέξουμε μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας φορέα και για αυτό τον λόγο θα διαγράψουμε το step που είχαμε από προηγούμενη ανάλυση και θα δημιουργήσουμε νέο στο οποίο θα επιλέξουμε Type: Static,Riks και θα ενεργοποιήσουμε τα την μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας (Nlgeom: On).

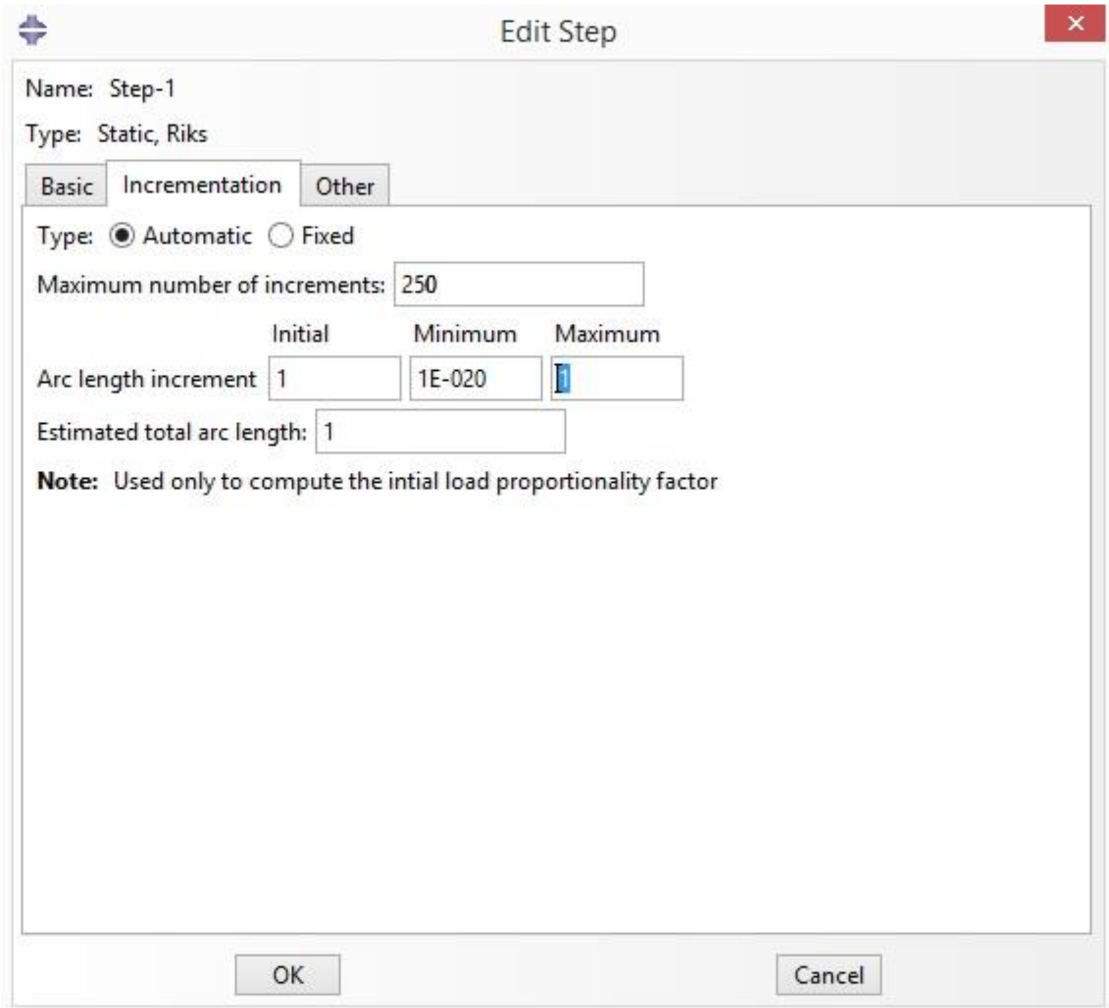


Επίσης απαραίτητο είναι να εισάγουμε plasticity στο υλικό.Το υλικό που έχει χρησιμοποιηθεί είναι χάλυβας S235 και έχουμε θεωρήσει ότι συμπεριφέρεται ως ιδεώδη πλαστικό υλικό.

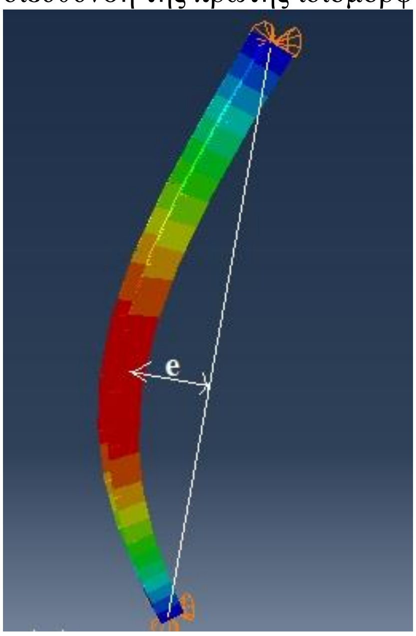


Απομένει να δώσουμε στο Model-2 την αρχική ατέλιεα γεωμετρίας. Αυτό γίνεται:



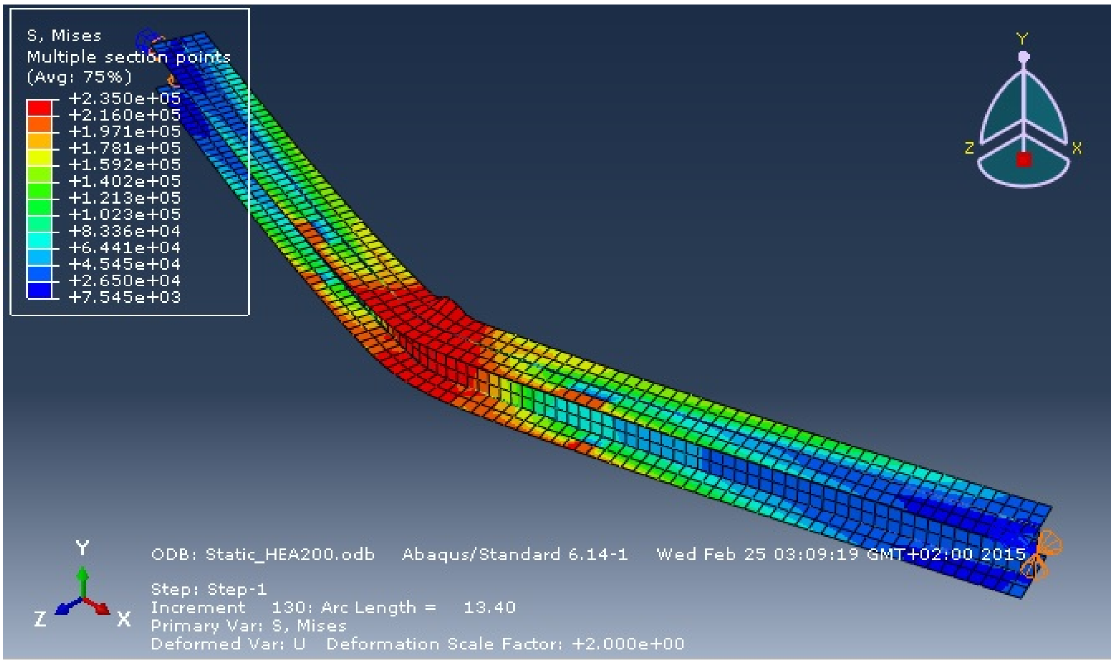


Η μέγιστη γεωμετρική ατέλεια e με αυτό τον τρόπο θα εισαχθεί κατα την διεύθυνση της πρώτης ιδιομορφής όπως παρουσιάζεται στην παρακάτω εικόνα:

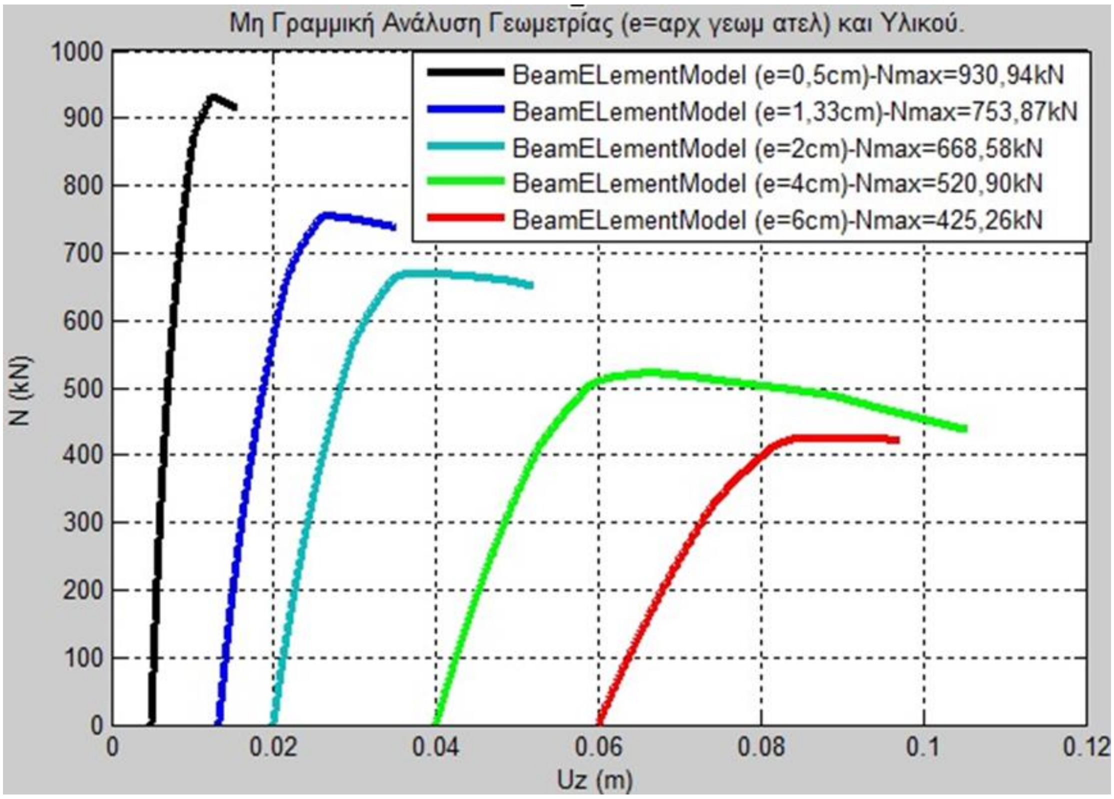


Τέλος δημιουργούμε ένα νέο Job για το Model-2 και το υποβάλουμε σε ανάλυση.

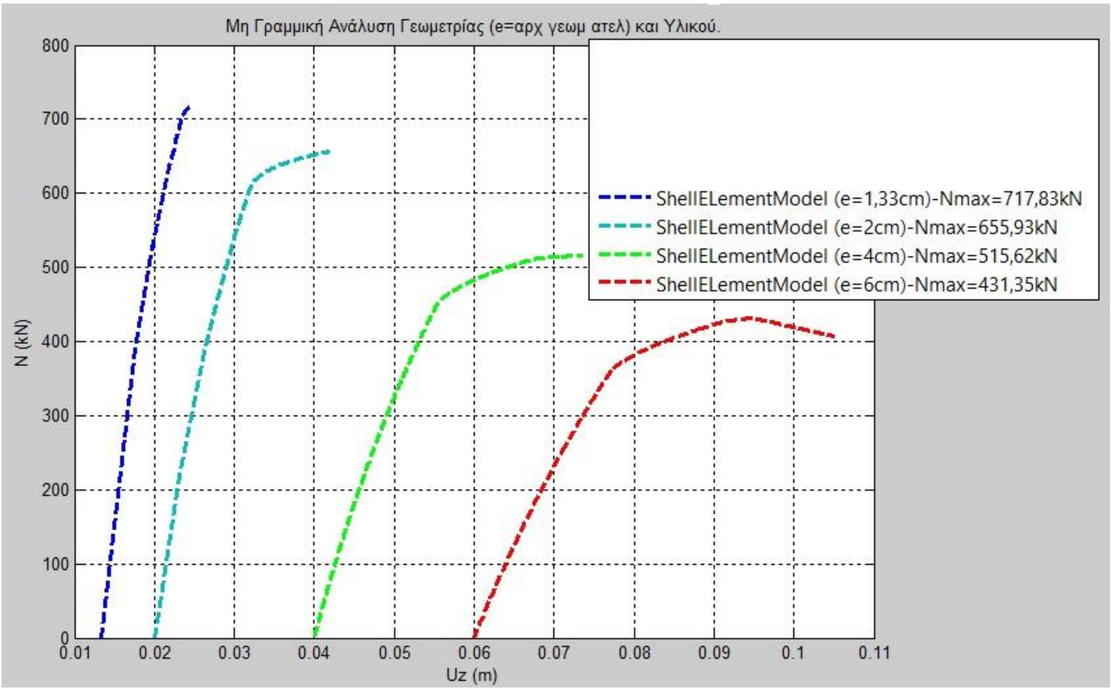
-Αποτελέσματα μη γραμμικής ανάλυσης γεωμετρίας και υλικού:



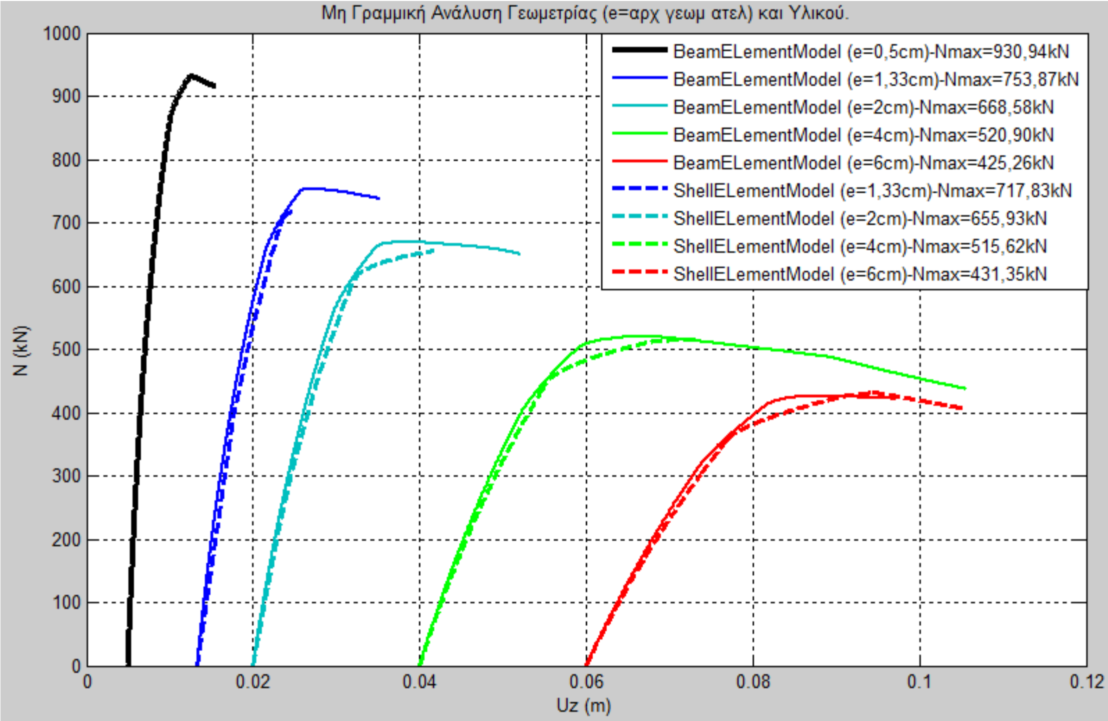
Σχήμα 2.6 Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα



Σχήμα 2.7 Μη Γραμμική Ανάλυση Γεωμετρίας και Υλικού-
Μοντέλο Δοκών



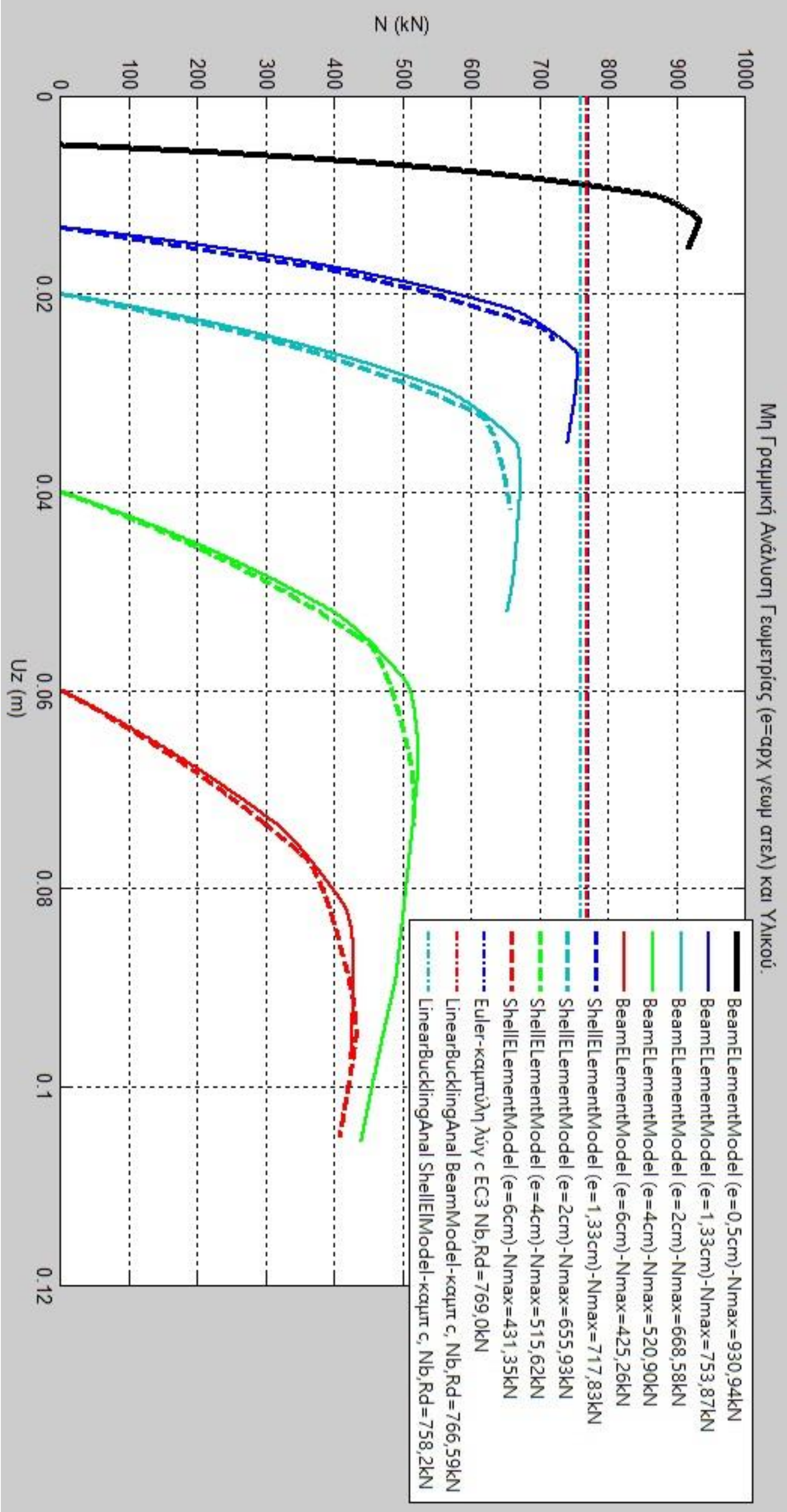
Σχήμα 2.10 Μη Γραμμική Ανάλυση Γεωμετρίας και Υλικού- Μοντέλο Επιφανειακών Πεπερασμένων στοιχείων.



Σχήμα 2.11 Μη Γραμμική Ανάλυση Γεωμετρίας και Υλικού (σύγκριση επιλύσεων)

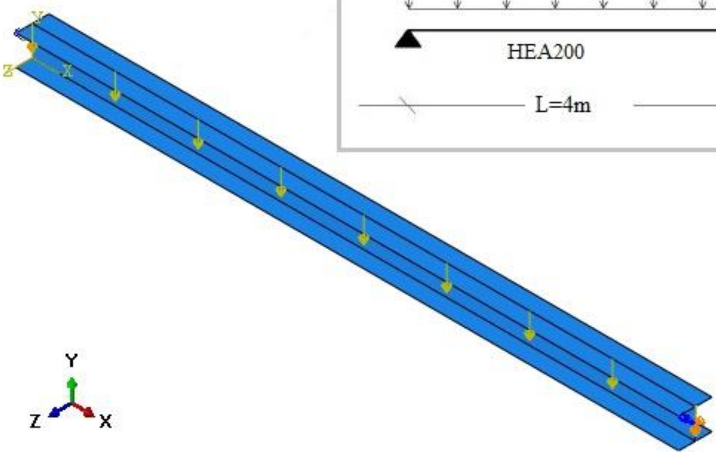
2.1.5 Σύγκριση Αποτελεσμάτων Οριακού Φορτίου για τις διάφορες αναλύσεις.

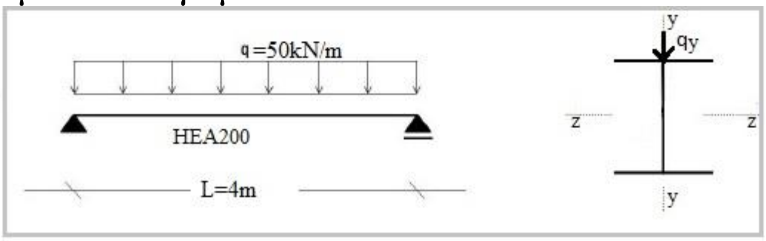
		Nb,Rd (kN)	Έλεγχος Ευστάθειας	
Euler - καμπύλες λυγισμού EC3		769	>Ned=500kN	Επάρκεια
Shell Element Model	LinearBucklingAnal- γενική μέθοδος EC3	758,2	>Ned=500kN	Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=1,33cm)	717,83	>Ned=500kN	Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=2cm)	655,93	>Ned=500kN	Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=4cm)	515,62	>Ned=500kN	Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=6cm)	431,35	<Ned=500kN	Μη Επάρκεια
Beam Element Model	LinearBucklingAnal- γενική μέθοδος EC3	766,59	>Ned=500kN	Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=0,5cm)	930,94	>Ned=500kN	Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=1,33cm)	753,87	>Ned=500kN	Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=2cm)	668,55	>Ned=500kN	Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=4cm)	520,9	>Ned=500kN	Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=6cm)	425,26	<Ned=500kN	Μη Επάρκεια



Σχήμα 2.12 Μη Γραμμική Ανάλυση Γεωμετρίας και Υλικού
(σύγκριση επιλύσεων)

2.2Εφαρμογή Στρεμπτοκαμπτικού Λυγισμού





Εξετάζουμε μια αμφιέρειστη δοκό διατομής HEA200 από χάλυβα S235, μήκους L=4m, που καταπονείται από τα ακόλουθα φορτία: κατά τον άξονα z-z qz=50kN/m, όπως φαίνεται και στο σχήμα.

Η δοκός καταπονείται από μονοαξονική κάμψη. Επομένως κινδυνεύει στρεπτοκαμπτικό λυγισμό. Θα γίνουν οι έλεγχοι ως προς την ευστάθεια της και την αντοχή της όπως αναφέρθηκαν παραπάνω στην περίπτωση η δοκός να μην είναι πλευρικά προστατευμένη έναντι στρεπτικού λυγισμού.

Η διατομή έχει τα εξής αδρανειακά στοιχεία:

HEA200

b=200mm, h=190mm, tf = 10 mm, tw = 6,5 mm, r = 18 mm

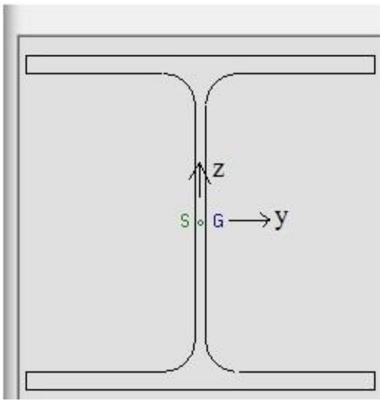
A = 53,83 cm^2 , Iy = 3692 cm^4, Iz = 1336 cm^4,Iw = 108000 cm^6, It = 20,98 cm2

Wel,y = 388,6 cm^3 ,Wpl,y = 429,5 cm^3, Wel,z = 133,6 cm^3 ,Wpl,z = 203,8 cm^3

iy = 8,28 cm ,iz = 4,98 cm

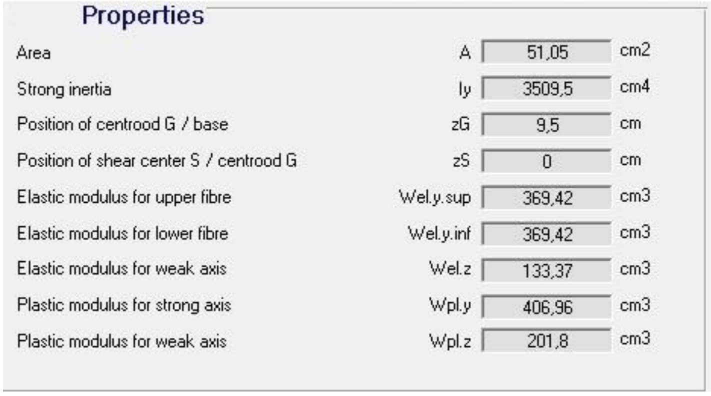
Properties

Area	A	53,831	cm2
Strong inertia	Iy	3692,2	cm4
Position of centrood G / base	zG	9,5	cm
Position of shear center S / centrood G	zS	-1,6626E-19	cm
Elastic modulus for upper fibre	Wel.y.sup	388,65	cm3
Elastic modulus for lower fibre	Wel.y.inf	388,65	cm3
Elastic modulus for weak axis	Wel.z	133,55	cm3
Plastic modulus for strong axis	Wpl.y	429,48	cm3
Plastic modulus for weak axis	Wpl.z	203,82	cm3



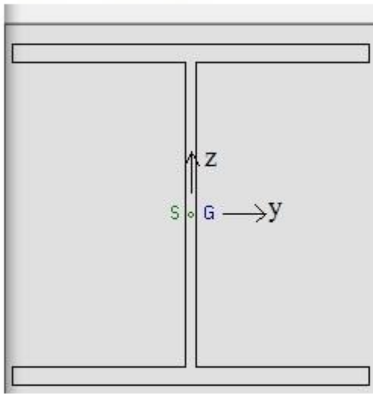
Στα πλαίσια αυτής της εργασίας επειδή θα γίνει σύγκριση αποτελεσμάτων με τις δίαφορες επιλύσεις που θα ακολουθήσουν θα γίνει χρήση της HEA200 με r=0. Συγκεκριμένα αυτό γίνεται γιατί σε επίλυση με πεπερασμένα επιφανειακά στοιχεία το μοντέλο δεν μπορεί να λάβει τις γεωμετρίες των τόξων στρογγύλευσης. Άρα η διατομή που θα χρησιμοποιηθεί είναι η εξής:

HEA200 χωρίς τόξα στρογγύλευσης.
b=200mm, h=190mm, tf = 10 mm, tw = 6,5 mm, r = 0 mm
A = 51,05 cm^2, Iy = 3692 cm^4, Iz = 1333,7 cm^4,Iw = 108032 cm^6, It = 14,61 cm2
Wel,y = 369,42cm^3 ,Wpl,y = 406,96 cm^3, Wel,z = 133,337 cm^3 ,Wpl,z = 203,8 cm^3



Properties

Area	A	51,05	cm2
Strong inertia	Iy	3509,5	cm4
Position of centrood G / base	zG	9,5	cm
Position of shear center S / centrood G	zS	0	cm
Elastic modulus for upper fibre	Wel.y.sup	369,42	cm3
Elastic modulus for lower fibre	Wel.y.inf	369,42	cm3
Elastic modulus for weak axis	Wel.z	133,37	cm3
Plastic modulus for strong axis	Wpl.y	406,96	cm3
Plastic modulus for weak axis	Wpl.z	201,8	cm3



Κατάταξη της διατομής:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 1$$

Πέλμα:

$$c = \frac{b - t_w}{2} = \frac{200 - 6,5}{2} = 96,75$$

$$\frac{c}{t_f} = \frac{96,75}{10} = 9,67 < 10\varepsilon$$

άρα κατηγορίας 2

$$c = h - 2(t_f + r) = 134$$

Κορμός: $$\frac{c}{t_w} = \frac{134}{6,5} = 20,6 < 33\varepsilon$$

άρα κατηγορίας 1
Επομένως η συνολική διατομή είναι κατηγορίας 2.

2.2.1 Έλεγχος ευστάθειας-αντοχής με χρήση διατάξεων EC3

Η κρίσιμη ελαστική ροπή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού δίδεται από τη σχέση 1.27

$$M_{cr,LT} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL^2)} \left\{ \left[\left[\frac{k}{k_w}\right]^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{0.5} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right\}$$

όπου kw = 1
k = 1 για απλές στρεπτικές στηρίξεις
zg = h/2=19cm/2=9,5cm
zj = 0 για δοκούς διπλής συμμετρίας
και από το πίνακα 2.5 λαμβάνονται οι συντελεστές C1=1,132 , C2= 0,459, C3=0,525

$$M_{cr,LT} = 1,132 \frac{\pi^2 * 21000 * 1333,7}{400^2} \left\{ \left[\left[\frac{1}{1}\right]^2 \frac{108032}{1333,7} + \frac{400^2 * 21000 * 14,61}{\pi^2 * 21000 * 2,6 * 1333,7} + (0,459 * 9,5)^2 \right]^{0,5} - 0,459 * 9,5 \right\} =$$

$$M_{cr,LT} = 17077,3 kNcm$$

Ο μειωτικός συντελεστής λόγω πλευρικού λυγισμού είναι (Σχέση 1.24):

$$x_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^{\ 2} - \overline{\lambda}_{LT}^{\ 2}}} \leq 1$$

Η διατομή αντιστοιχεί σε καμπύλη a (h/b=19/20=0,95<2 ελατή διατομή) με α_{LT} = 0,21

Συντελεστής ατελειών για καμπύλες πλευρικού λυγισμού

Καμπύλη λυγισμού	a	b	c	d
Συντελεστής ατελειών α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Καμπύλες πλευρικού λυγισμού

Διατομή HEA200 h/b=19/20<2	Όρια	Καμπύλη λυγισμού
Ελατές διατομές Ι	h/b ≤ 2 h/b > 2	**a** **b**
Συγκολλητές διατομές Ι	h/b ≤ 2 h/b > 2	**c** **d**
Άλλες διατομές	-	**d**

Όπου από σχέσεις 1.25, 1.26 υπολογίζουμε:

$$\Phi_{LT} = 0,5\left[1 + a_{LT}(\overline{\lambda}_{LT} - 0,2) + \overline{\lambda}_{LT}^{\ 2}\right] = 0,5\left[1 + 0,21(0,748 - 0,2) + 0,748^2\right] = 0,837$$

$$\overline{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M}} = \sqrt{\frac{406,96 * 23,5}{17077,3}} = 0,748$$

→ $x_{LT} = 0,825$

έλεγχος ευστάθειας:

$$M_{b,Rd} = x_{LT} W_{pl,z} f_y = 0,825 \cdot 406,96 \cdot 23,5$$

$$= 0,825 \cdot 9563,56 = 78,90 kNm$$

$$< M_{Ed} = 100 kNm$$

$$(q_{op} = \frac{8M_{b,Rd}}{L^2} = \frac{8 \cdot 78,90}{16} = 39,45 kN/m)$$

Ή εναλλακτικά:

$$\frac{M_{z,Ed}}{\chi_{LT} \dfrac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} = \frac{100}{0,825 \dfrac{95,63}{1}} = 1,267 > 1,0$$

ο έλεγχος ευστάθειας δεν ικανοποιείται.

Έλεγχος αντοχής:

Πλαστική ανάλυση βάσει της παραγράφου 1.4:

$$M_{pl,Rd} = W_{pl,z} f_y = 406,96 * 23,5 = 95,63 kNm < M_{y,Ed} = 100 kNm$$

Όμοια ο έλεγχος αντοχής δεν ικανοποιείται.

Παρατηρούμε ότι η δοκός για τη φόρτιση που της επιβάλλεται χάνει την ευστάθεια της προτού εξαντληθεί η αντοχή της καθώς:

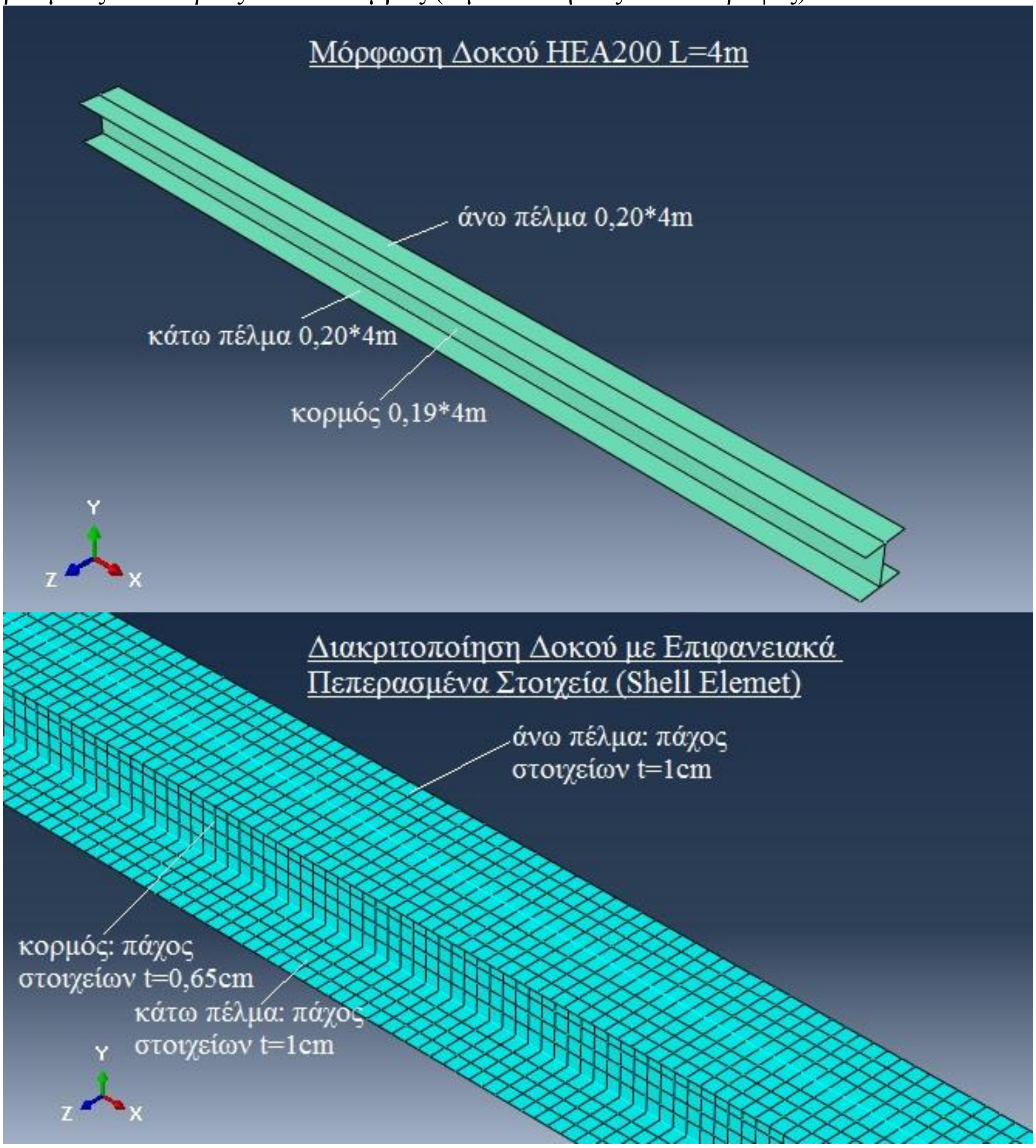
$$M_{b,Rd} = 78,90 kNm < M_{pl,Rd} = W_{pl,z} f_y = 95,63 kNm.$$

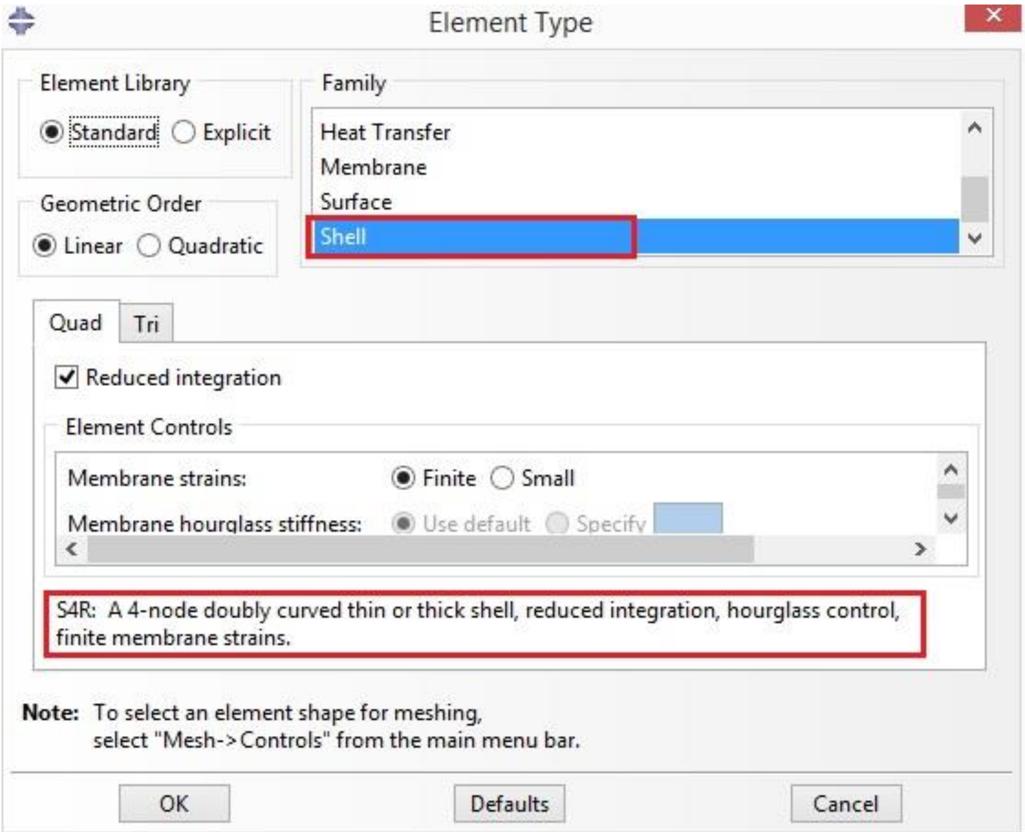
2.2.2 Γραμμική Ανάλυση Λυγισμού με Χρήση Μοντέλων Πεπερασμένων Στοιχείων.

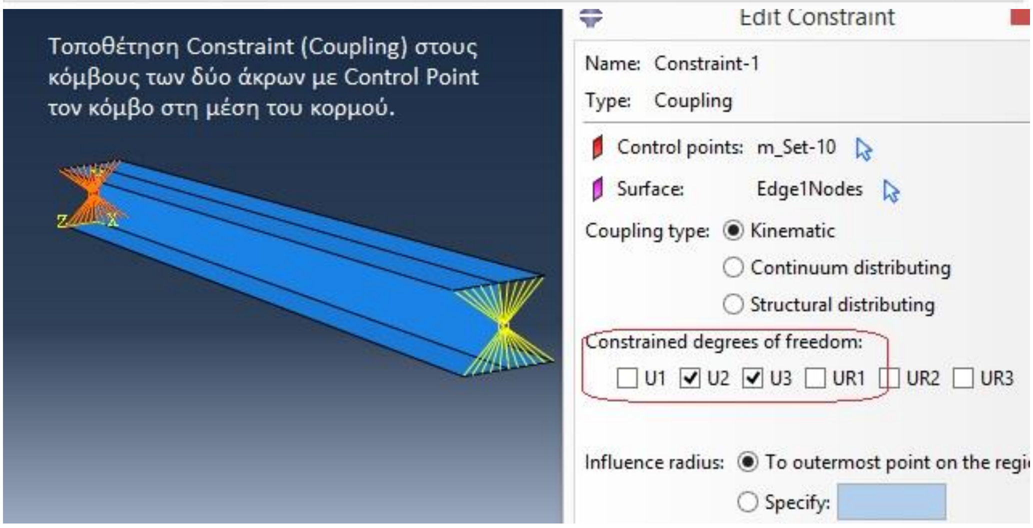
Θα γίνει χρήση μοντέλου επιφανειακών πεπερασμένων και δικτυώματος (αποτελούμενο από στοιχεία δοκού και δικτυώματος) για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού (αποτέλεσμα γραμμικής ανάλυσης λυγισμού). Εν συνεχεία θα γίνει έλεγχος ευστάθειας (εύρεση οριακού φορτίου λυγισμού) με χρήση της γενικής μεθόδου του EC3 που περιγράφεται στην παράγραφο 1.10.

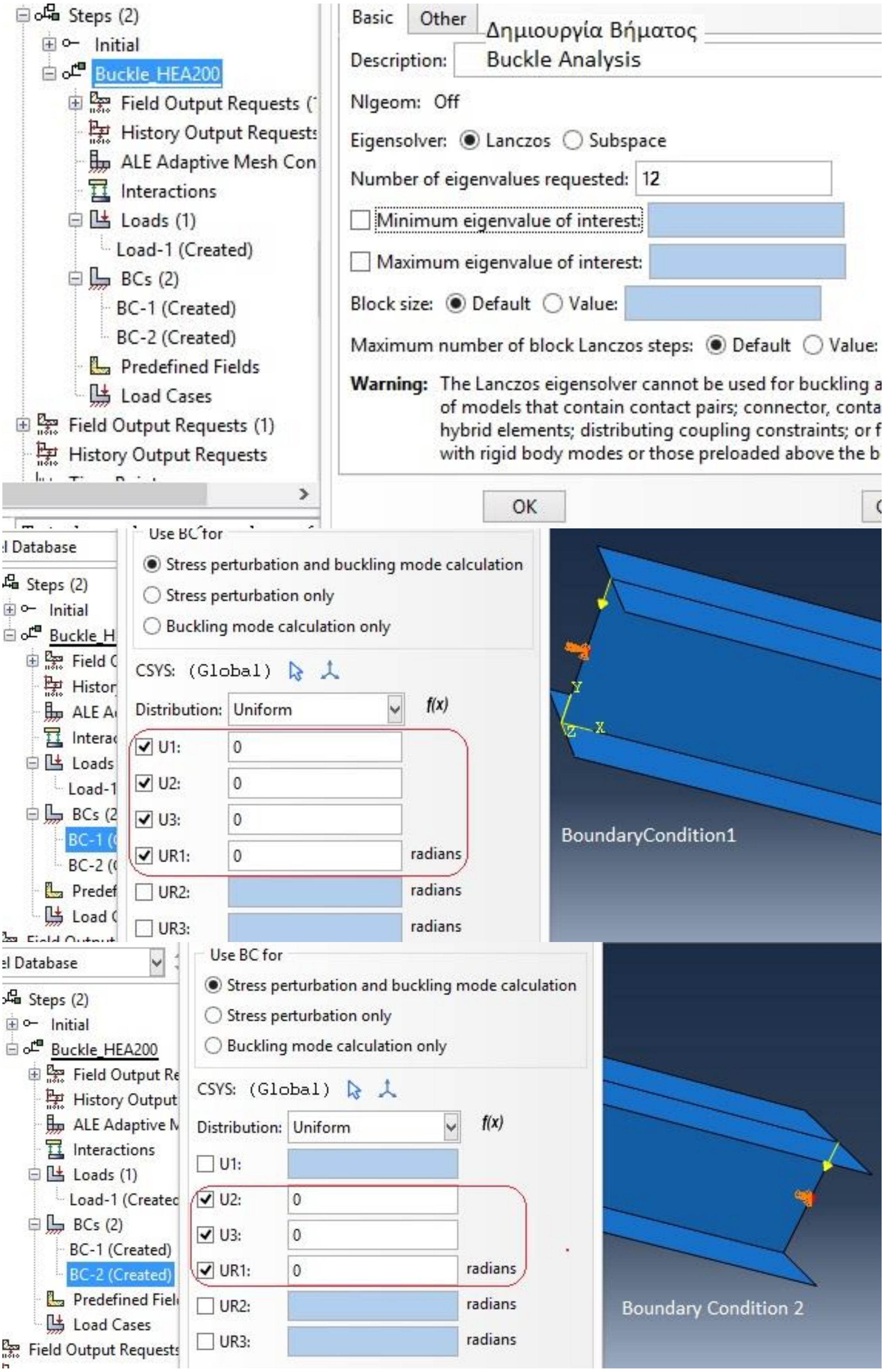
2.2.2.1 Γραμμική Ανάλυση Λυγισμού με Χρήση Επιφανειακών Πεπερασμένων Στοιχείων.

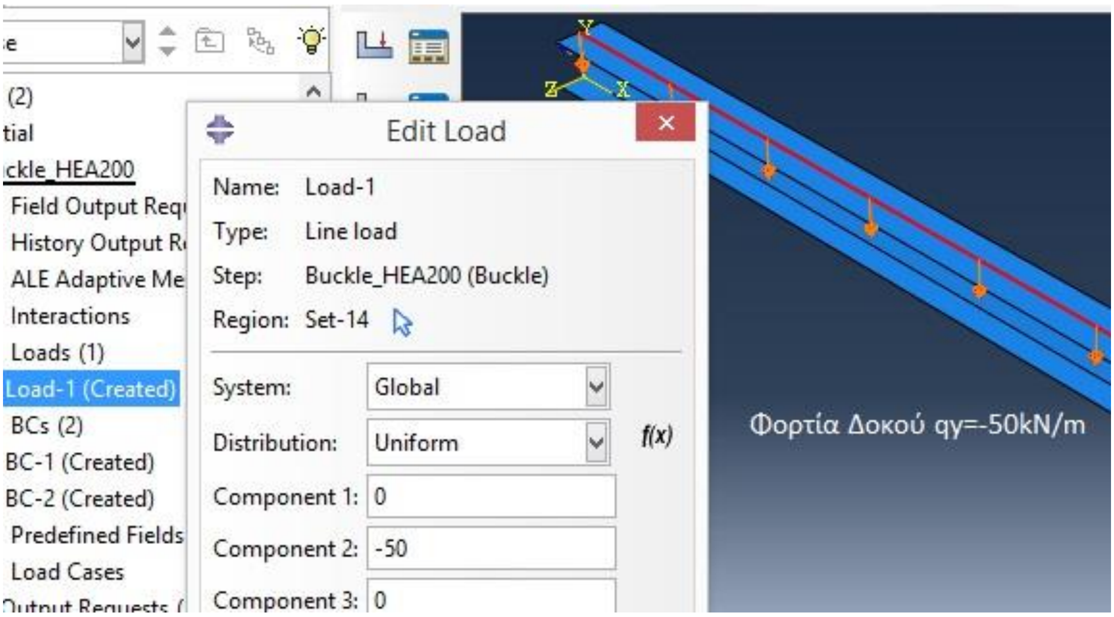
Παρακάτω γίνεται περιγραφή και επίλυση με επιφανειακά πεπερασμένα στοιχεία. Η διακριτοποίηση του φορέα έγινε με τετρακομβικά Shell Elements που εχουν 6 βαθμούς ελευθερίας ο κάθε κόμβος (3 μετακινήσεις και 3 στροφές).



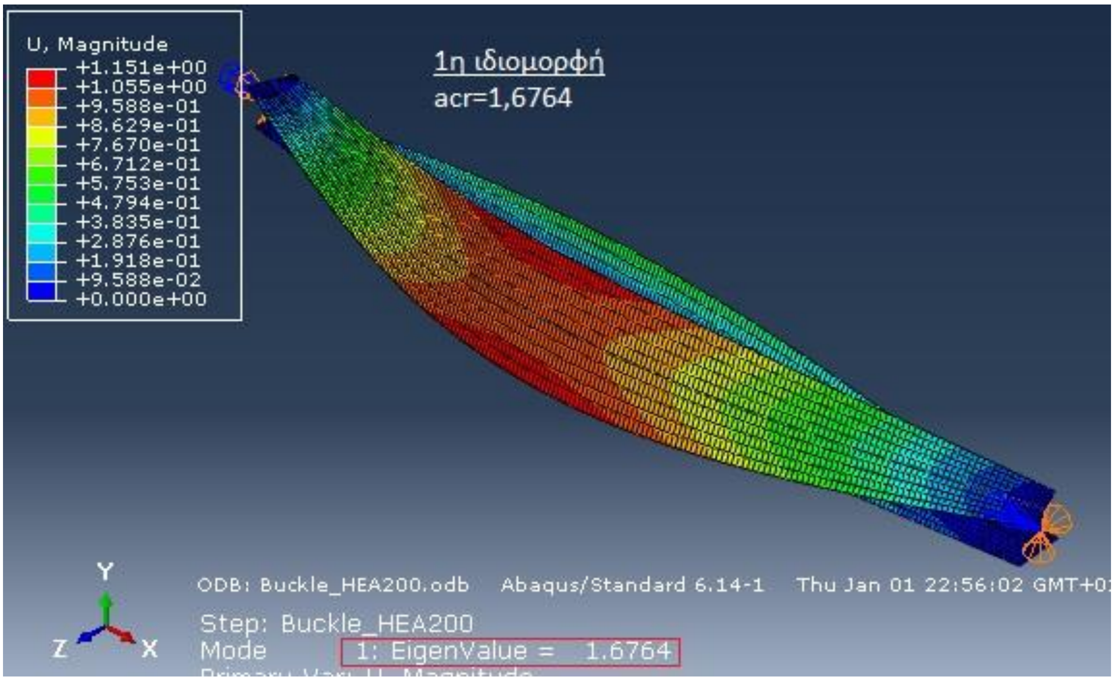

Element Type
Element Library
Standard Explicit
Geometric Order
Linear Quadratic
Family
Heat Transfer
Membrane
Surface
Shell
Quad Tri
Reduced integration
Element Controls
Membrane strains: Finite Small
Membrane hourglass stiffness: Use default Specify
S4R: A 4-node doubly curved thin or thick shell, reduced integration, hourglass control, finite membrane strains.
Note: To select an element shape for meshing, select "Mesh->Controls" from the main menu bar.
OK
Defaults
Cancel


Τοποθέτηση Constraint (Coupling) στους κόμβους των δύο άκρων με Control Point τον κόμβο στη μέση του κορμού.
Edit Constraint
Name: Constraint-1
Type: Coupling
Control points: m_Set-10
Surface: Edge1Nodes
Coupling type: Kinematic
Continuum distributing
Structural distributing
Constrained degrees of freedom:
U1 U2 U3 UR1 UR2 UR3
Influence radius: To outermost point on the regi
Specify:

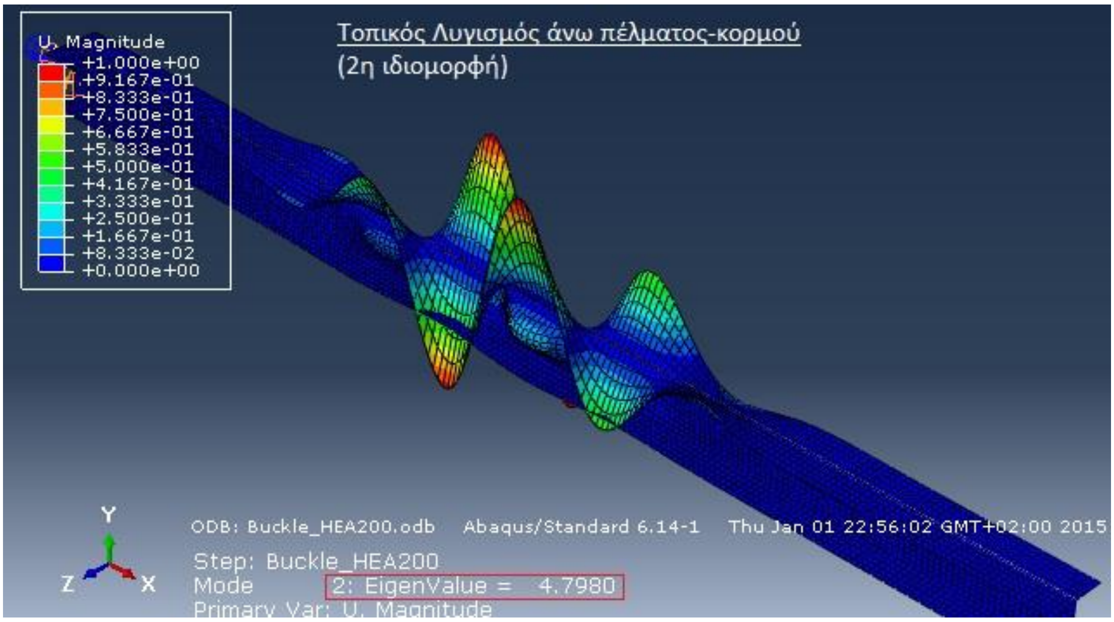

Steps (2)
Initial
Buckle_HEA200
Field Output Requests
History Output Requests
ALE Adaptive Mesh Con
Interactions
Loads (1)
Load-1 (Created)
BCs (2)
BC-1 (Created)
BC-2 (Created)
Predefined Fields
Load Cases
Field Output Requests (1)
History Output Requests
Basic
Other
Δημιουργία Βήματος
Description: Buckle Analysis
Nlgeom: Off
Eigensolver: Lanczos Subspace
Number of eigenvalues requested: 12
Minimum eigenvalue of interest:
Maximum eigenvalue of interest:
Block size: Default Value:
Maximum number of block Lanczos steps: Default Value:
Warning: The Lanczos eigensolver cannot be used for buckling a
of models that contain contact pairs; connector, conta
hybrid elements; distributing coupling constraints; or f
with rigid body modes or those preloaded above the b
OK
Use BC for
Stress perturbation and buckling mode calculation
Stress perturbation only
Buckling mode calculation only
CSYS: (Global)
Distribution: Uniform
f(x)
U1: 0
U2: 0
U3: 0
UR1: 0 radians
UR2: radians
UR3: radians
BoundaryCondition1
Use BC for
Stress perturbation and buckling mode calculation
Stress perturbation only
Buckling mode calculation only
CSYS: (Global)
Distribution: Uniform
f(x)
U1:
U2: 0
U3: 0
UR1: 0 radians
UR2: radians
UR3: radians
Boundary Condition 2



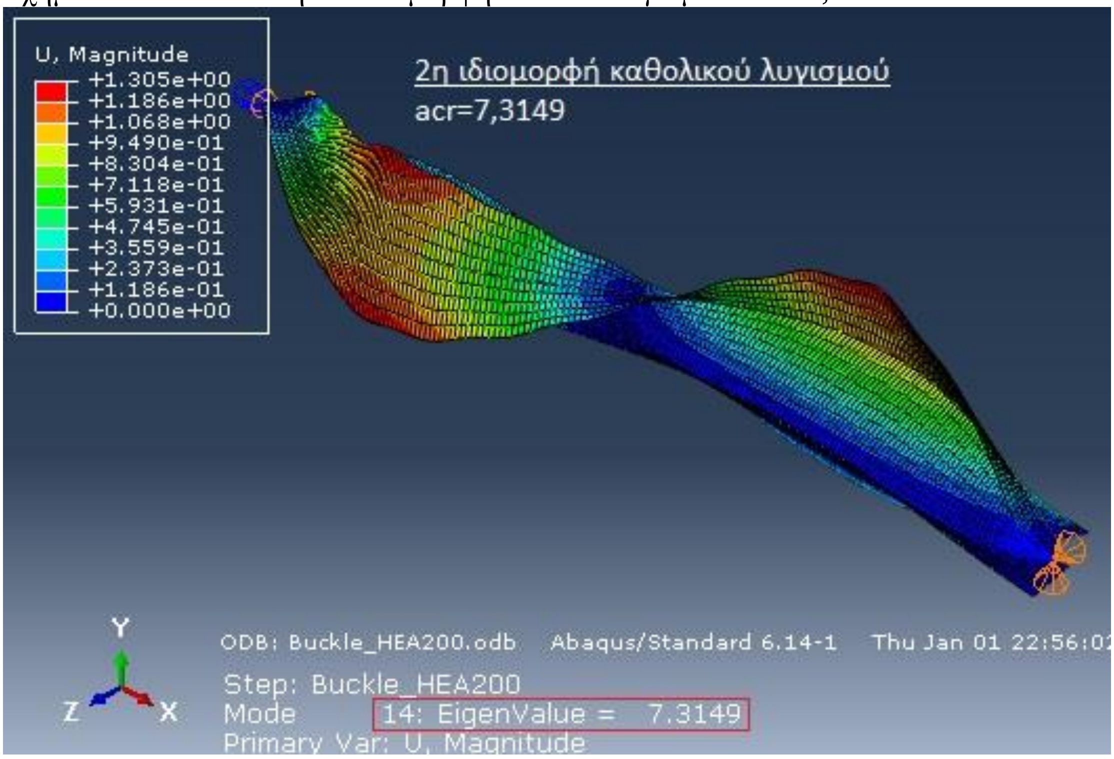
2.2.2.1.1Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης λυγισμού .



Σχήμα 2.7 4η επίλυση- 1η ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού- acr=1,6764

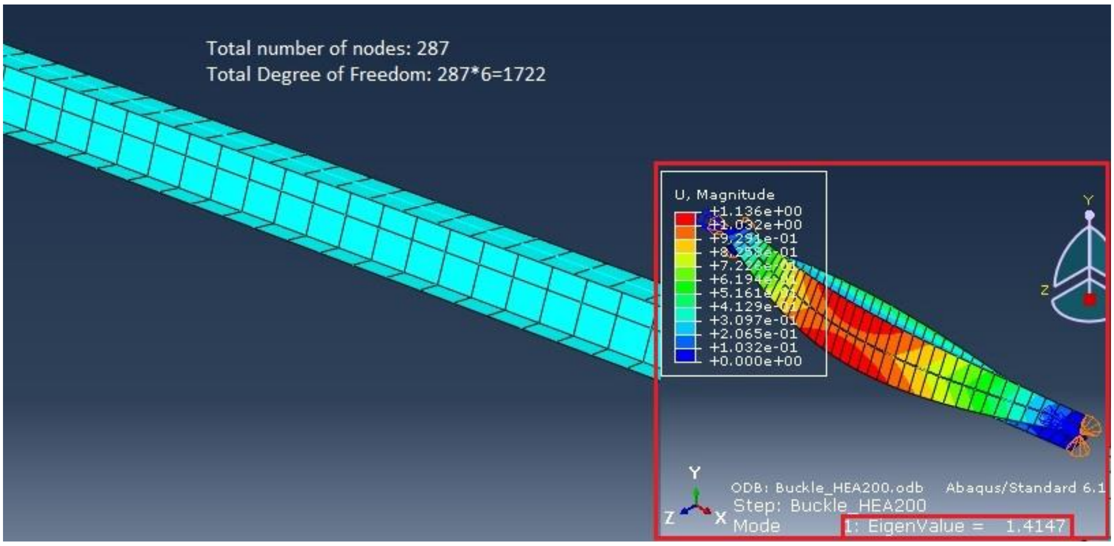


Σχήμα 2.13 4η επίλυση- 1η ιδιομορφή τοπικού λυγισμού- acr=4,7980

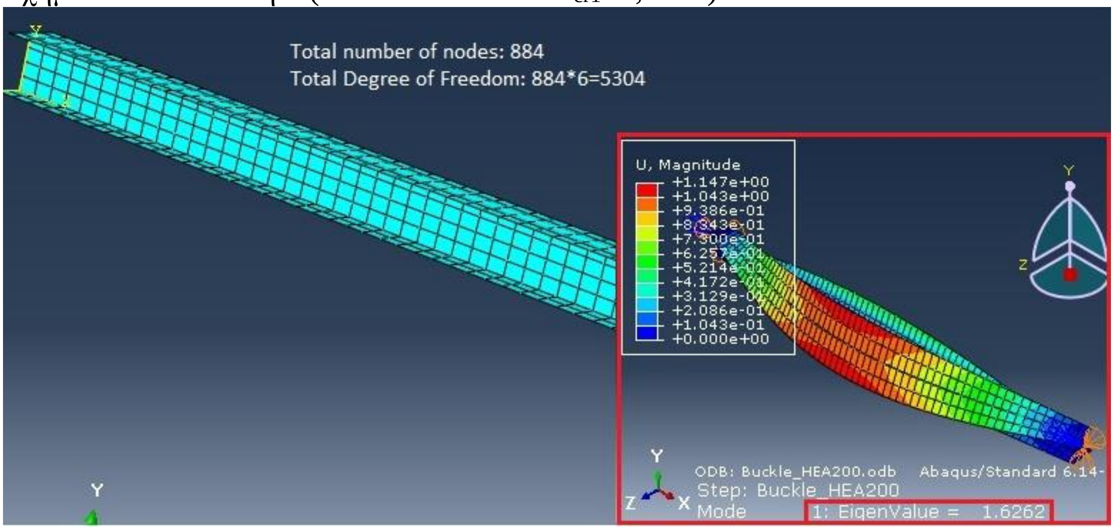


Σχήμα 2.14 4η επίλυση- 2η ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού- acr=7,3149

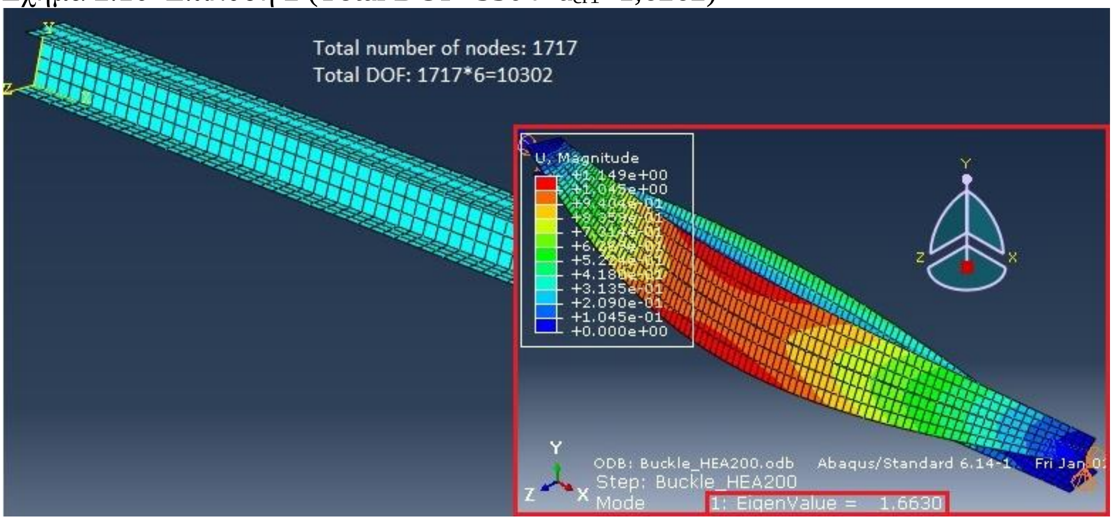
-Ακολουθούν αποτελέσματα από επιλύσεις με διαφερετική διακριτοποίηση.



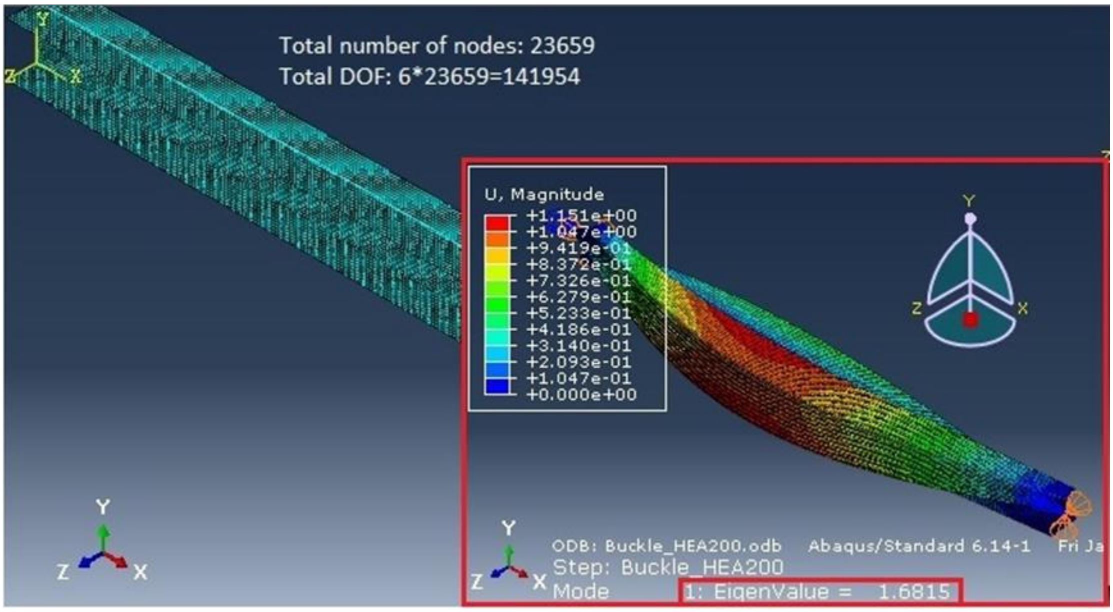
Σχήμα 2.15 Επίλυση 1 (Total DOF=1722- a_{cr1}=1,4147)



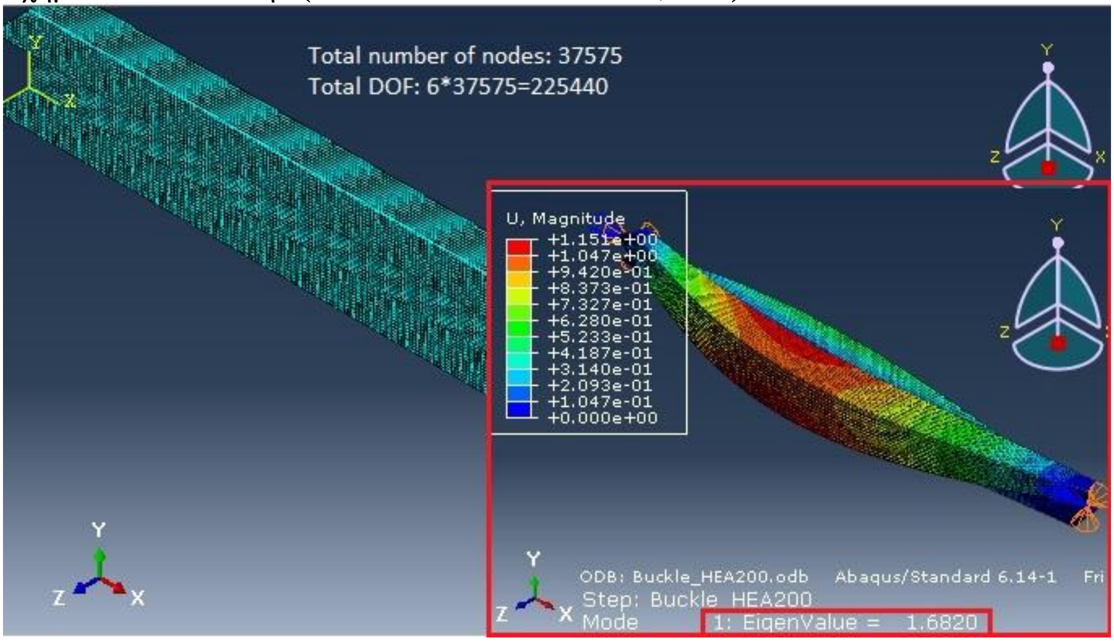
Σχήμα 2.16 Επίλυση 2 (Total DOF=5304- a_{cr1}=1,6262)



Σχήμα 2.17 Επίλυση 3 (Total DOF=10302- a_{cr1}=1,6630)



Σχήμα 2.18 Επίλυση 5(Total DOF=141954- a_{cr1}=1,6815)

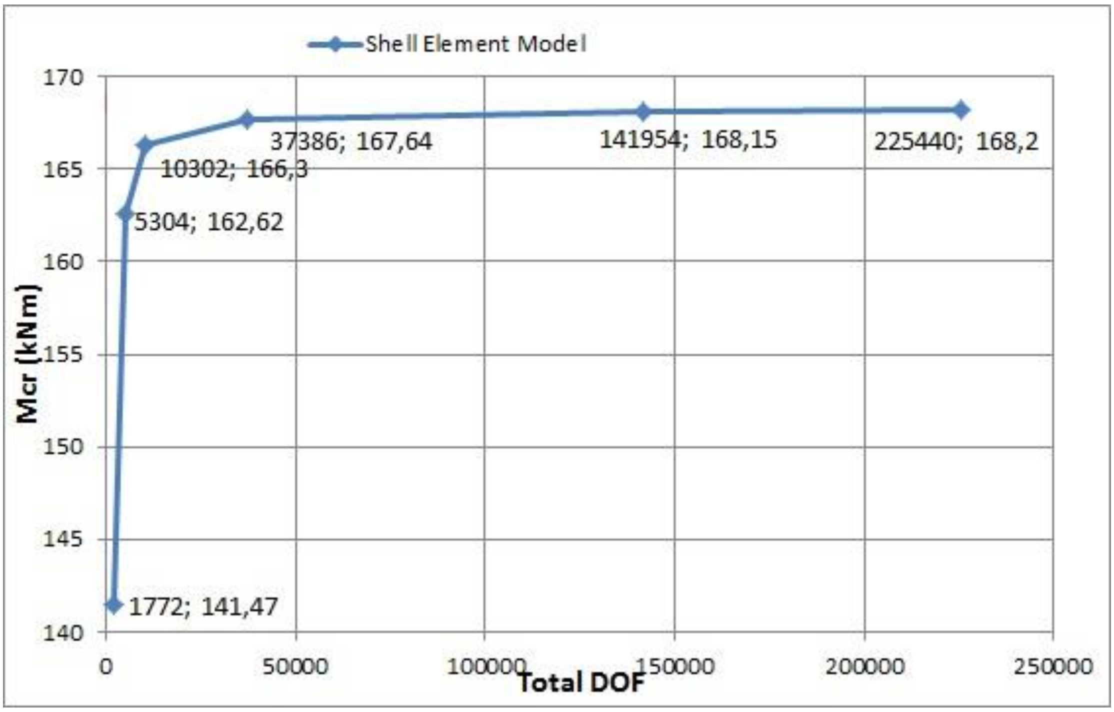


Σχήμα 2.19 Επίλυση 6(Total DOF=225440- a_{cr1}=1,6820)

-Έλεγχος σύγκλισης επίλυσης πεπερασμένων στοιχείων:

	Shell Element Model		
επιλύσεις	**Total DOF**	**acr (1η ιδιομορφή)**	**Mcr (kNm)**
1η	**1772**	**1,4147**	**141,47**
2η	**5304**	**1,6262**	**162,62**
3η	**10302**	**1,663**	**166,3**
4η	**37386**	**1,6764**	**167,64**
5η	**141954**	**1,6815**	**168,15**
6η	**225440**	**1,682**	**168,2**

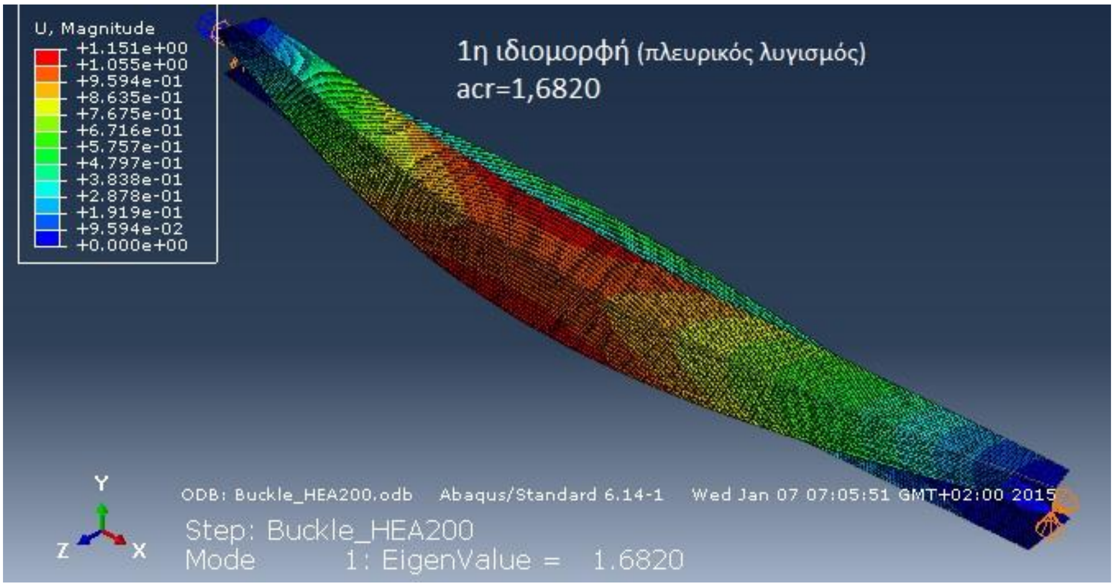
Κατασκευή διαγράμματος DOF-Mcr για να κρίνουμε κατα πόσο τα αποτελέσματα συγκλίνουν.



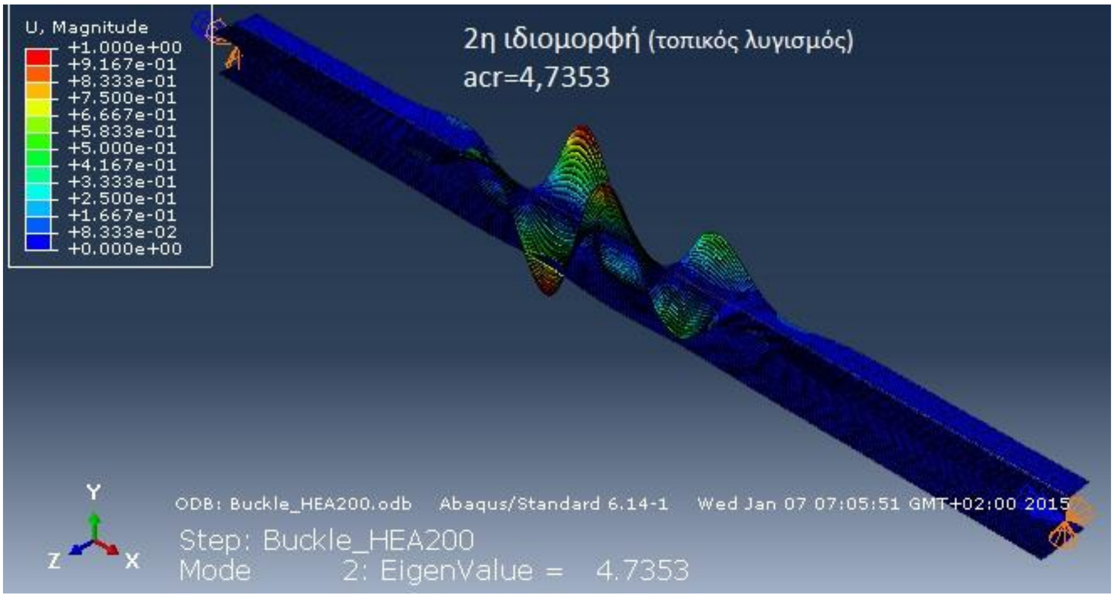
Σχήμα 2.20 Δίαγραμμα Mcr-DOF για το μοντέλο επιφανειακών πεπερασμένων

Παρατηρούμε οτι υπάρχει σύγκλιση και στην τελευταία επίλυση βρήκαμε (DOF=225440) a_{cr1}=1,682 (1η ιδιομορφή-καθολικού λυγισμού) και a_{cr2}=7,3393 (2η ιδιομορφή-καθολικού λυγισμού – εικόνα που ακολουθεί).

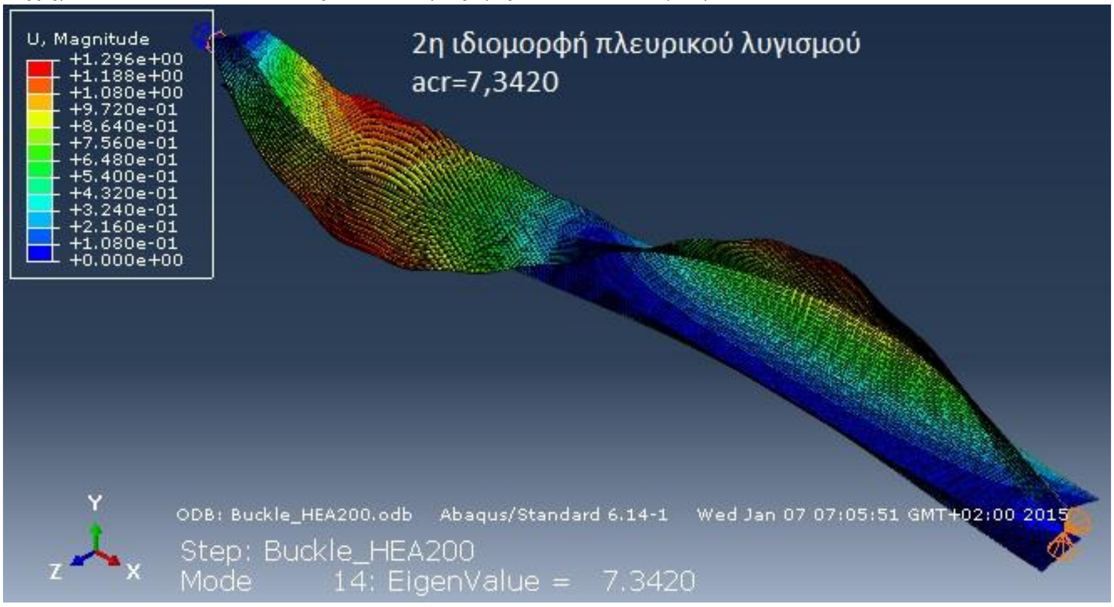
-Παραθέτουμε τα αποτελέσματα για την τελευταία (ακριβέστερη) επίλυση:



Σχήμα 2.21 6η επίλυση -1η ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού- acr=1,6820.



Σχήμα 2.22 6η επίλυση -1η ιδιομορφή τοπικού λυγισμού- acr=4,7353.



Σχήμα 2.23 6η επίλυση -2η ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού- acr=7,3420.

2.2.2.1.2Εύρεση οριακού φορτίου -Έλεγχος Ευστάθειας

Έχουμε αμφιέρειστη δοκό 4m→$M_{yEd}=q_y l^2/8$→ $M_{y,Ed}=50*4^2/8=100$kNm
$Mcr=acr*M_{y,Ed}=1,682*100=168,2$kNm

Θα κάνουμε παρακάτω έλεγχο ευστάθειας με βάση την γενική μέθοδος για πλευρικό και στρεπτοκαμπτικό λυγισμό δομικών στοιχείων (παράγραφος 1.10). Λαμβάνοντας το acr της 1ης ιδιομορφής που εξάγει το πρόγραμμα:

$$\frac{1}{a_{ult}}=\frac{N_{Ed}}{N_{Rk}}+\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}},\_\overline{\lambda_{op}}=\sqrt{\frac{a_{ult}}{a_{cr}}}$$

$$\Phi_{LT}=0,5\left[1+a_{LT}(\overline{\lambda_{op}}-0,2)+\overline{\lambda_{op}}^2\right],\_a_{LT}=0,21$$

$$x_{LT}=\frac{1}{\Phi_{LT}+\sqrt{\Phi_{LT}{}^2-\overline{\lambda_{op}}^2}}=x_{op}$$

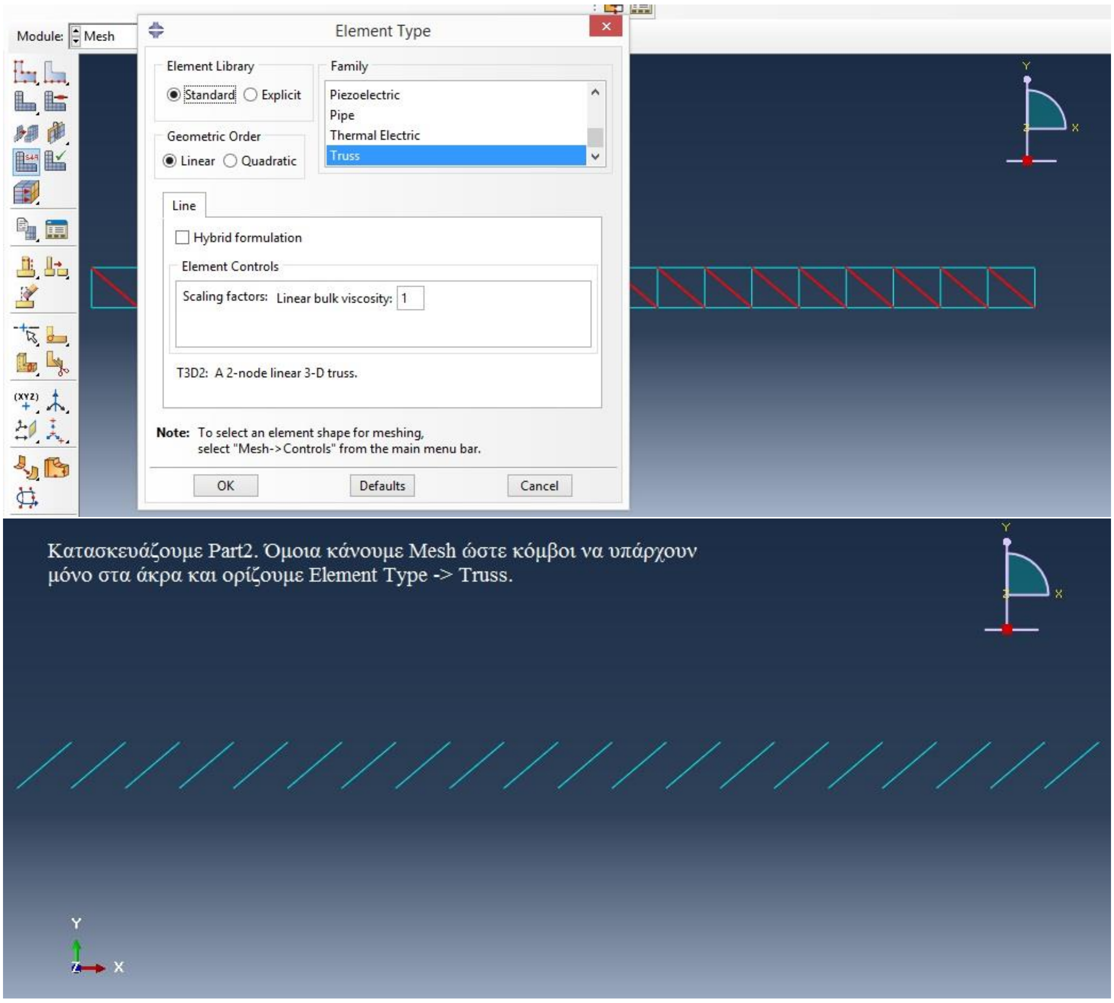
$a_{cr,op}$	N_{ed}/N_{Rk}	$M_{z,ed}/M_{z,Rk}$	a_{ult}	Έλεγχος Ευστάθειας	
1,6820	0,0000	1,0457	0,9563		
λ_{op}	$\Phi_{LT}=f(\lambda_{op})$	x_{LT}	$x_{op}=x_{LT}$	$x_{op}*a_{ult}/\gamma_{M1}$	<1
0,7540	0,8424	0,8209	0,821	0,785	Μη Επάρκεια

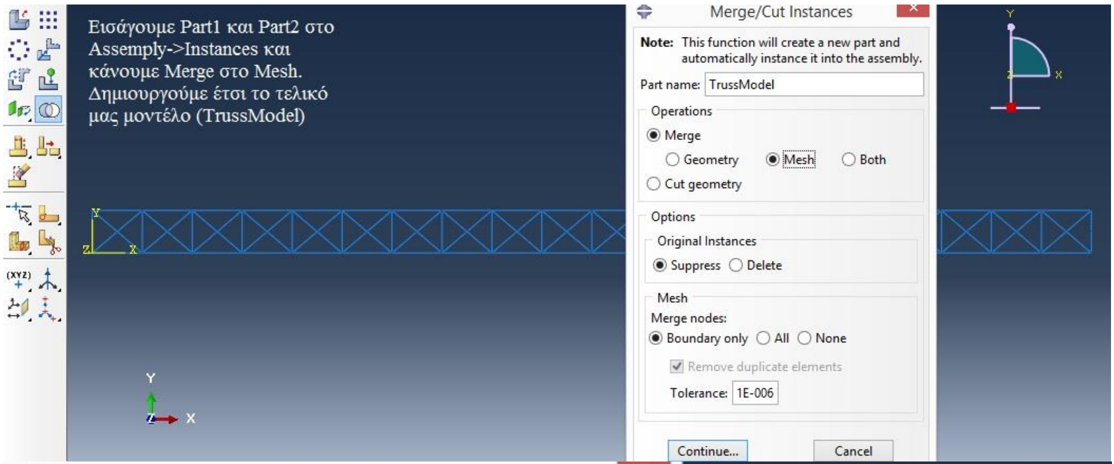
$$(M_{b,Rd} = x_{LT} M_{pl,Rd} = 0,821*95,63 = 78,50kNm$$

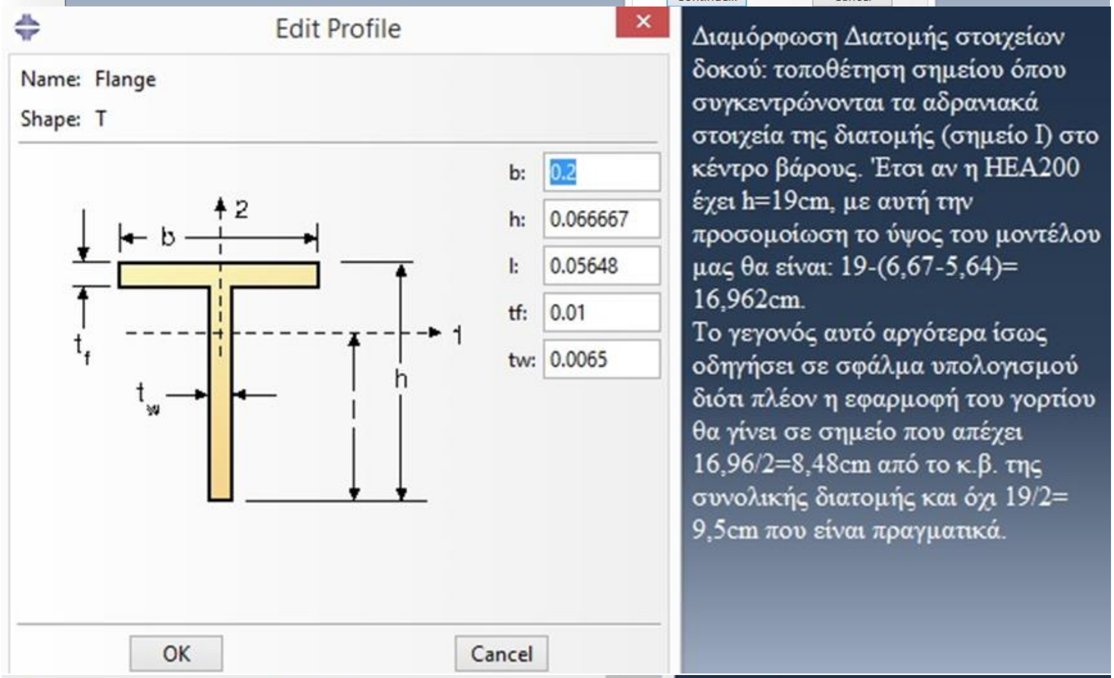
$$-> q_{op} = \frac{8M_{b,Rd}}{L^2} = 39,25kNm)$$

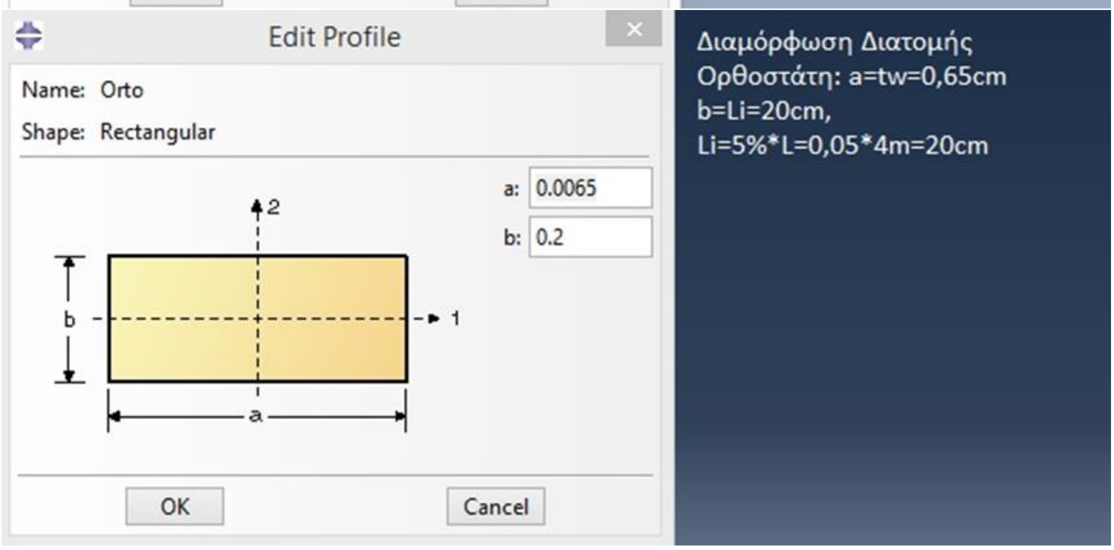
Όμοια με τον EC3 λαμβάνουμε ότι η δοκός δεν επαρκεί έναντι ευστάθειας.

2.2.2.2 Γραμμική Ανάλυση Λυγισμού με Χρήση Μοντέλου Δικτυώματος.

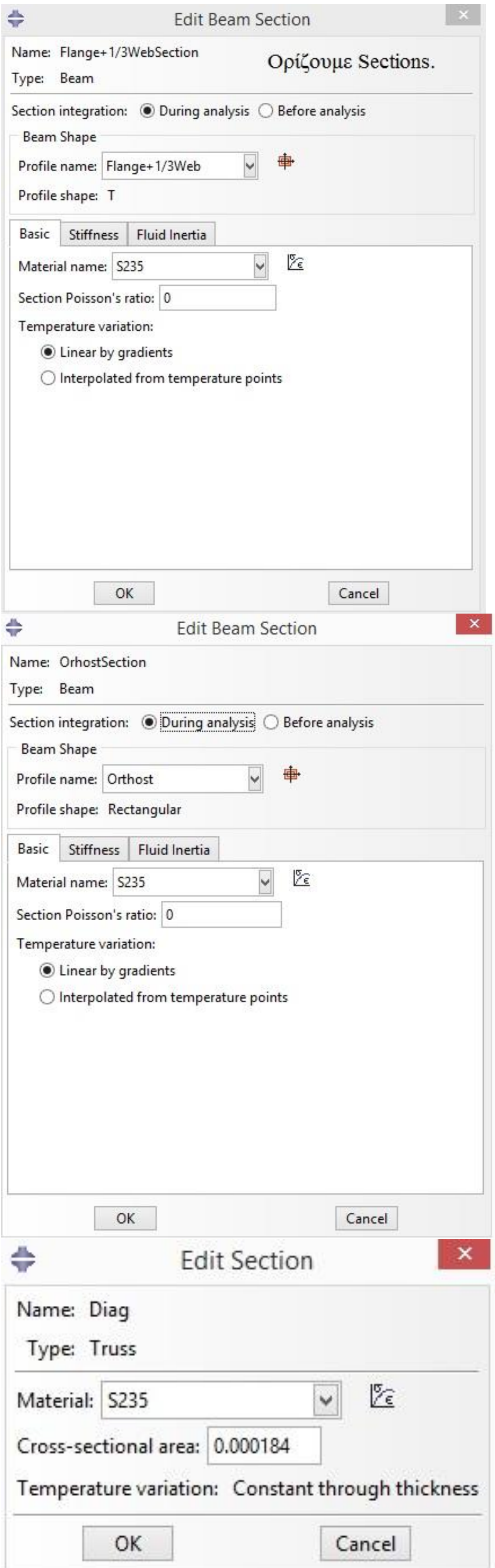



Εισάγουμε Part1 και Part2 στο
Assembly->Instances και
κάνουμε Merge στο Mesh.
Δημιουργούμε έτσι το τελικό
μας μοντέλο (TrussModel)
Merge/Cut Instances
Note: This function will create a new part and automatically instance it into the assembly.
Part name: TrussModel
Operations
Merge
Geometry
Mesh
Both
Cut geometry
Options
Original Instances
Suppress
Delete
Mesh
Merge nodes:
Boundary only
All
None
Remove duplicate elements
Tolerance: 1E-006
Continue...
Cancel


Edit Profile
Name: Flange
Shape: T
b: 0.2
h: 0.066667
l: 0.05648
tf: 0.01
tw: 0.0065
OK
Cancel
Διαμόρφωση Διατομής στοιχείων δοκού: τοποθέτηση σημείου όπου συγκεντρώνονται τα αδρανιακά στοιχεία της διατομής (σημείο l) στο κέντρο βάρους. Έτσι αν η HEA200 έχει h=19cm, με αυτή την προσομοίωση το ύψος του μοντέλου μας θα είναι: 19-(6,67-5,64)= 16,962cm.
Το γεγονός αυτό αργότερα ίσως οδηγήσει σε σφάλμα υπολογισμού διότι πλέον η εφαρμοφή του γορτίου θα γίνει σε σημείο που απέχει 16,96/2=8,48cm από το κ.β. της συνολικής διατομής και όχι 19/2= 9,5cm που είναι πραγματικά.

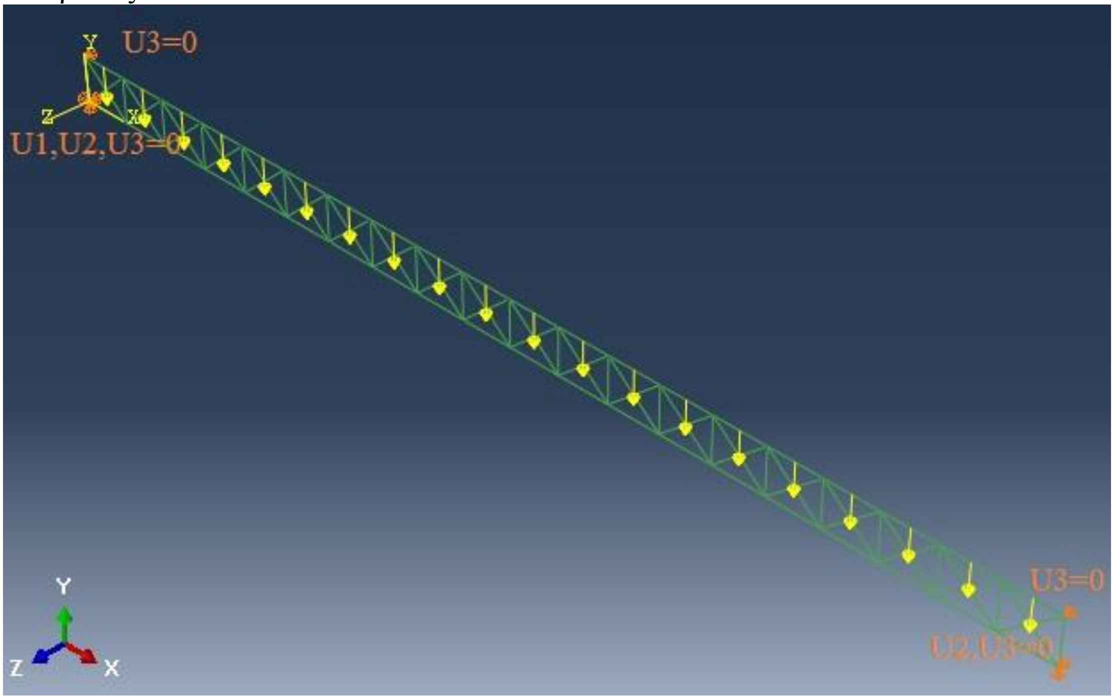

Edit Profile
Name: Orto
Shape: Rectangular
a: 0.0065
b: 0.2
OK
Cancel
Διαμόρφωση Διατομής
Ορθοστάτη: a=tw=0,65cm
b=Li=20cm,
Li=5%*L=0,05*4m=20cm

Ορίζουμε Sections.

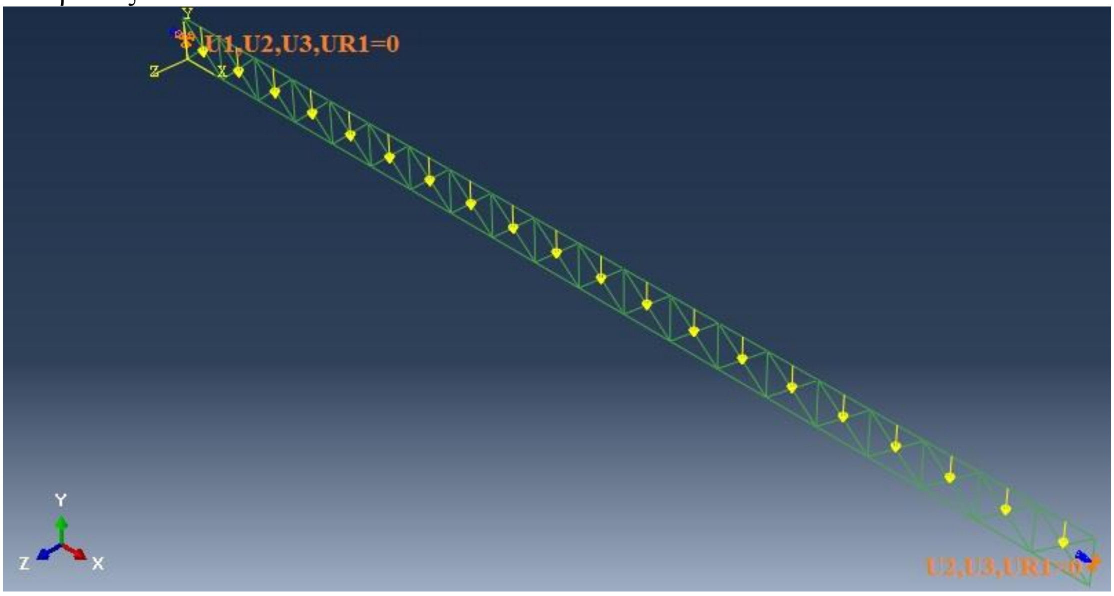


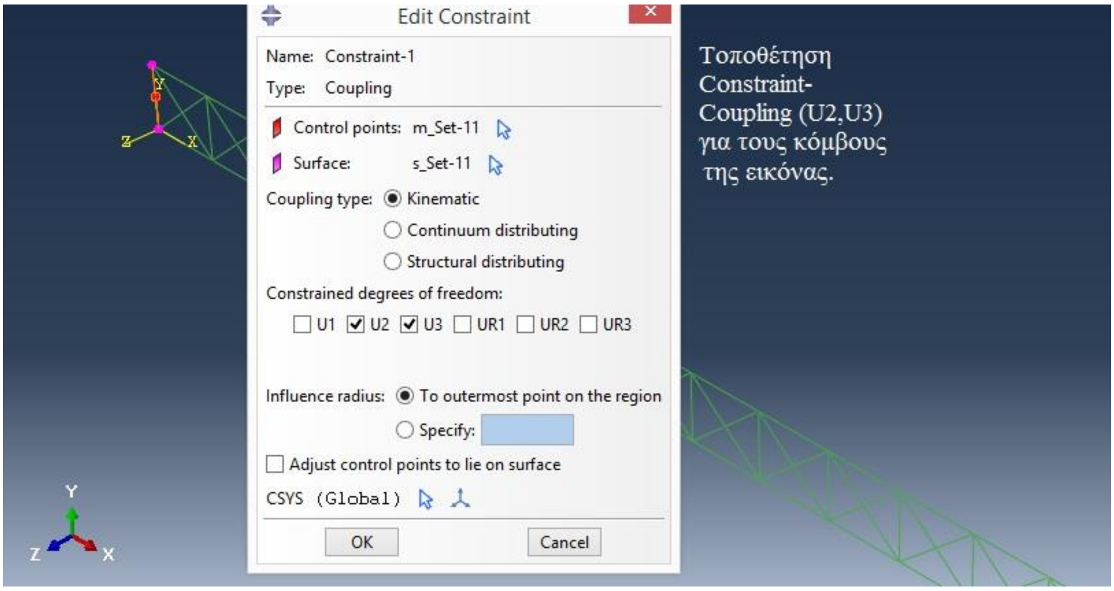
Εισαγωγή Συνοριακών Συνθηκών:

1^{ος} τρόπος:



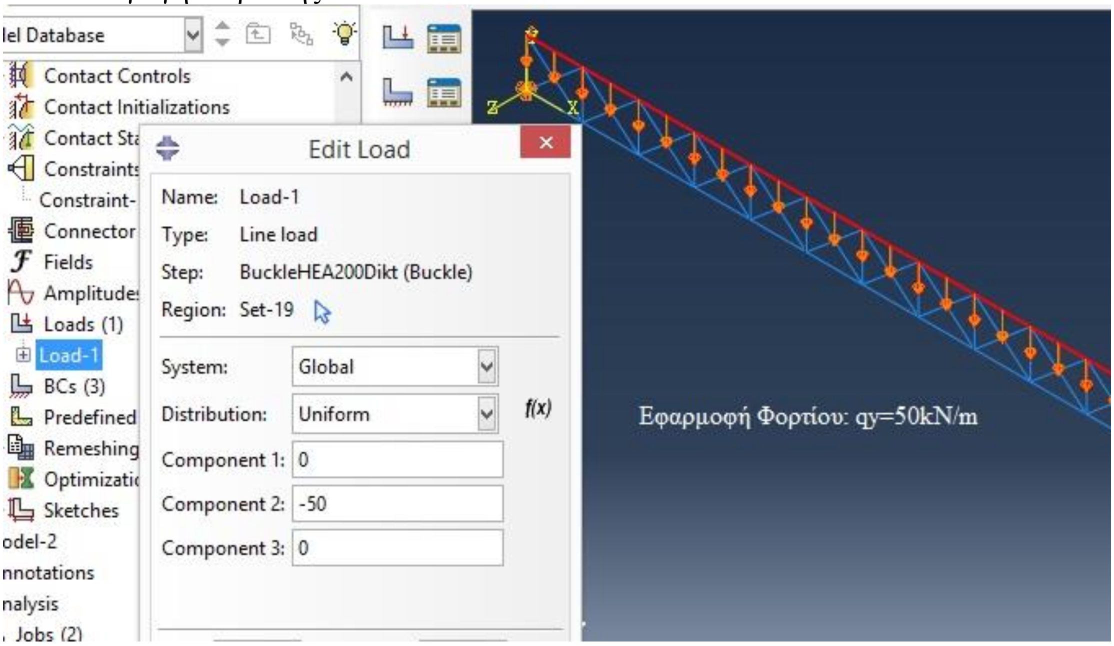
2^{ος} τρόπος:



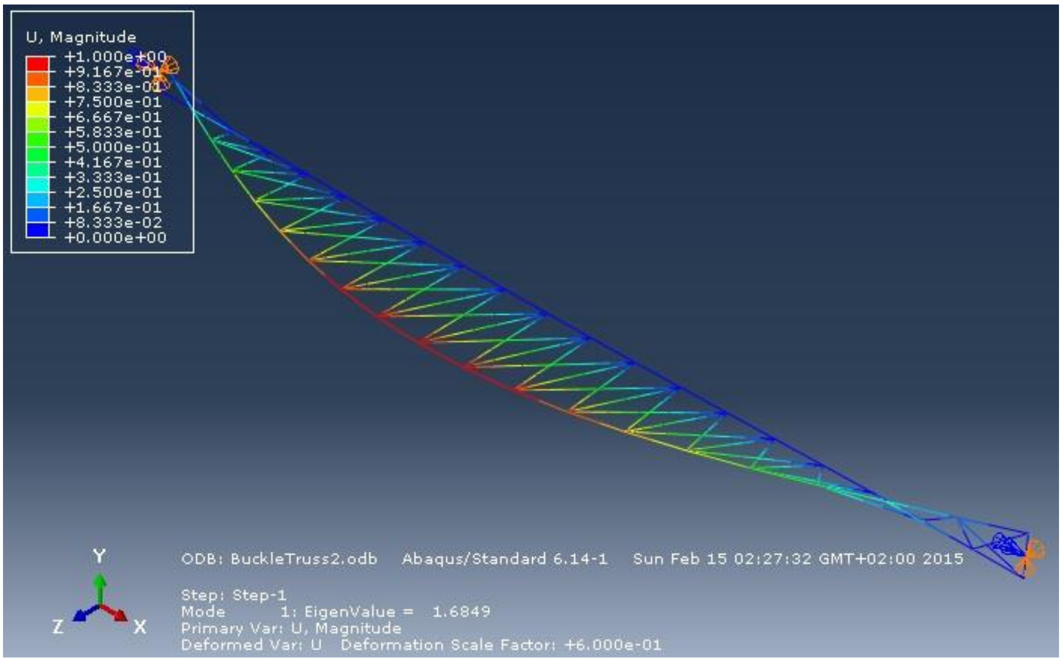


Σημείωση: Οι δύο παραπάνω τρόποι μετά από δοκιμές έδιναν παραπλήσια αποτελέσματα. Παρακάτω στους υπολογισμούς ο 2ος έχει χρησιμοποιηθεί και για τις γραμμικές αναλύσεις λυγισμού και για τις μη γραμμικές αναλύσεις.

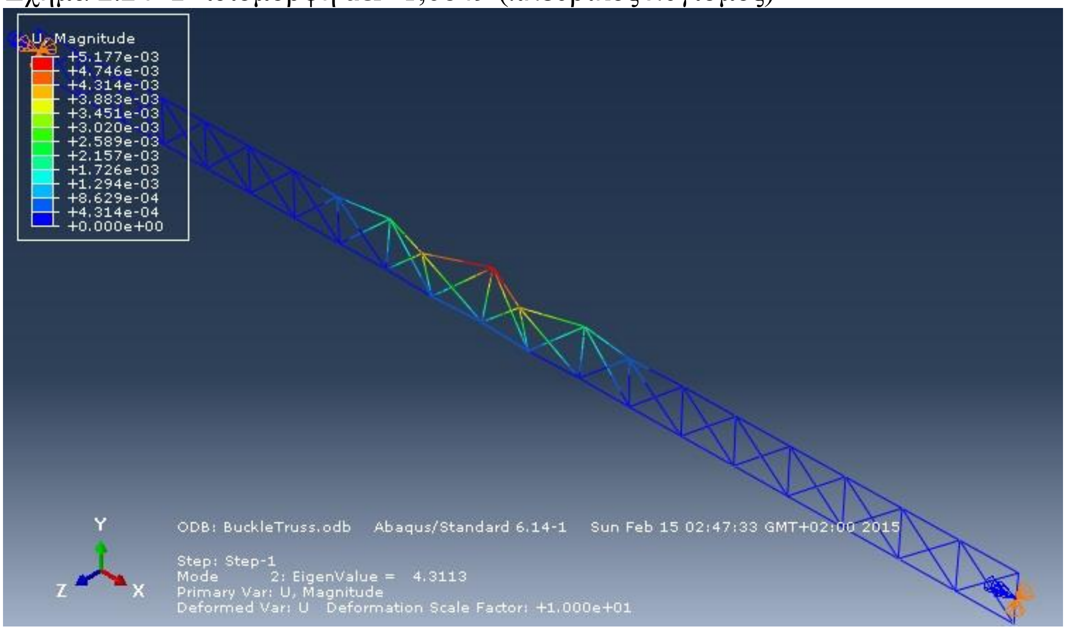
-Εισαγωγή Φόρτισης:



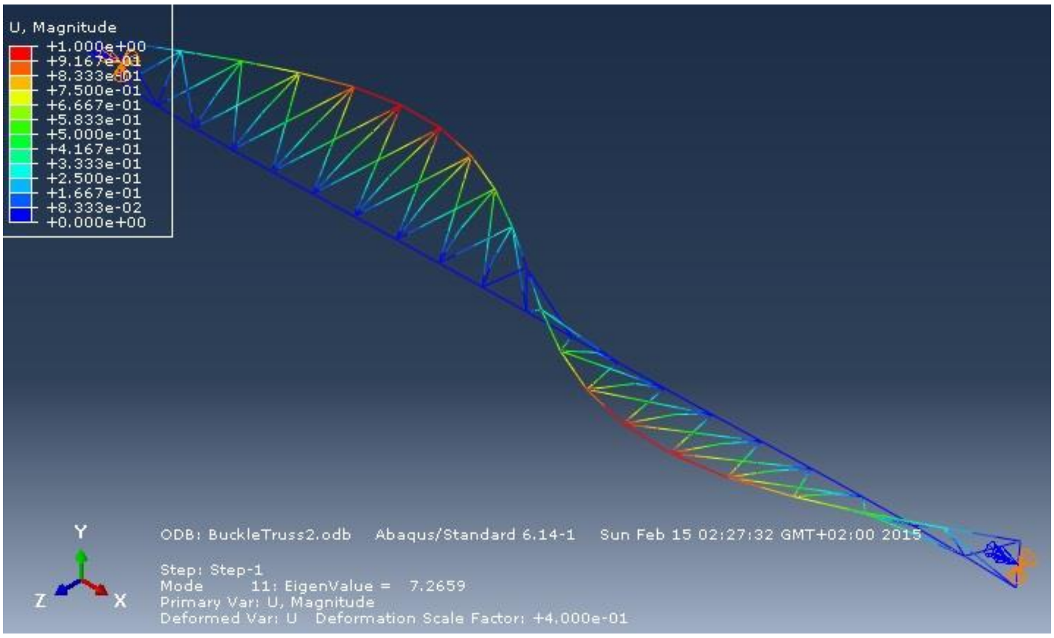
2.2.2.2.1 Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης λυγισμού.



Σχήμα 2.24 1η ιδιομορφή acr=1,6849 (πλευρικός λυγισμός)



Σχήμα 2.25 2η ιδιομορφή acr=4,3113 (τοπικός λυγισμός)



Σχήμα 2.26 11η ιδιομορφή acr=7,2659 (2η ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού)

2.2.2.2.2Εύρεση οριακού φορτίου -Έλεγχος Ευστάθειας.

Ο έλεγχος αυτός είναι όμοιος με τον αντίστοιχο στην ανάλυση με επιφ πεπερασμένα στοιχεία. Το μόνο που αλλάζει είναι το acr (acr=1,6849).
Έχουμε αμφιέρειστη δοκό 4m→M_{max}=q_y $l^2/8$→ Med=50*4^2/8=100kNm
Mcr=acr*Med=1,6849*100=168,49kNm
Θα κάνουμε παρακάτω έλεγχο ευστάθειας με βάση την γενική μέθοδος για πλευρικό και στρεπτοκαμπτικό λυγισμό δομικών στοιχείων (παράγραφος1.10), καθώς το πρόγραμμα εξάγει το acr:

$$\frac{1}{a_{ult}}=\frac{N_{Ed}}{N_{Rk}}+\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}},\_\overline{\lambda_{op}}=\sqrt{\frac{a_{ult}}{a_{cr}}}$$

$$\Phi_{LT}=0,5\left[1+a_{LT}(\overline{\lambda_{op}}-0,2)+\overline{\lambda_{op}}^2\right],\_a_{LT}=0,21$$

$$x_{LT}=\frac{1}{\Phi_{LT}+\sqrt{\Phi_{LT}^2-\overline{\lambda_{op}}^2}}=x_{op}$$

$a_{cr,op}$	N_{ed}/N_{Rk}	$M_{z,ed}/M_{z,Rk}$	a_{ult}	Έλεγχος Ευστάθειας	
1,6849	0,0000	1,0457	0,9563		
λ_{op}	$\Phi_{LT}=f(\lambda_{op})$	x_{LT}	$x_{op}=x_{LT}$	$x_{op}*a_{ult}/\gamma_{M1}$	<1
0,7534	0,8419	0,8212	0,821	0,785	Μη Επάρκεια

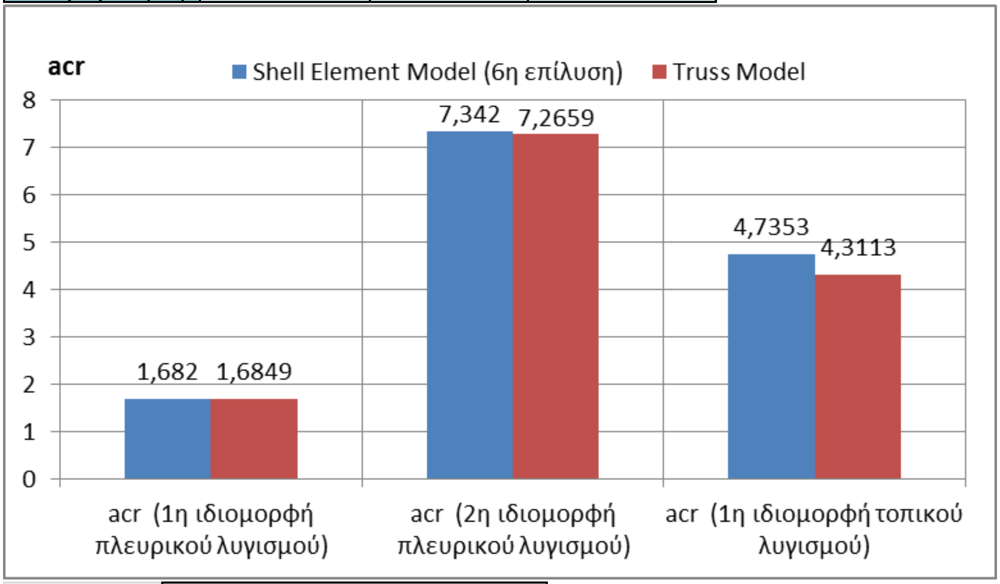
$$(M_{b,Rd}=x_{LT}M_{pl,Rd}=0,821*95,63=78,51kNm$$

$$->q_{op}=\frac{8M_{b,Rd}}{L^2}=39,26kNm)$$

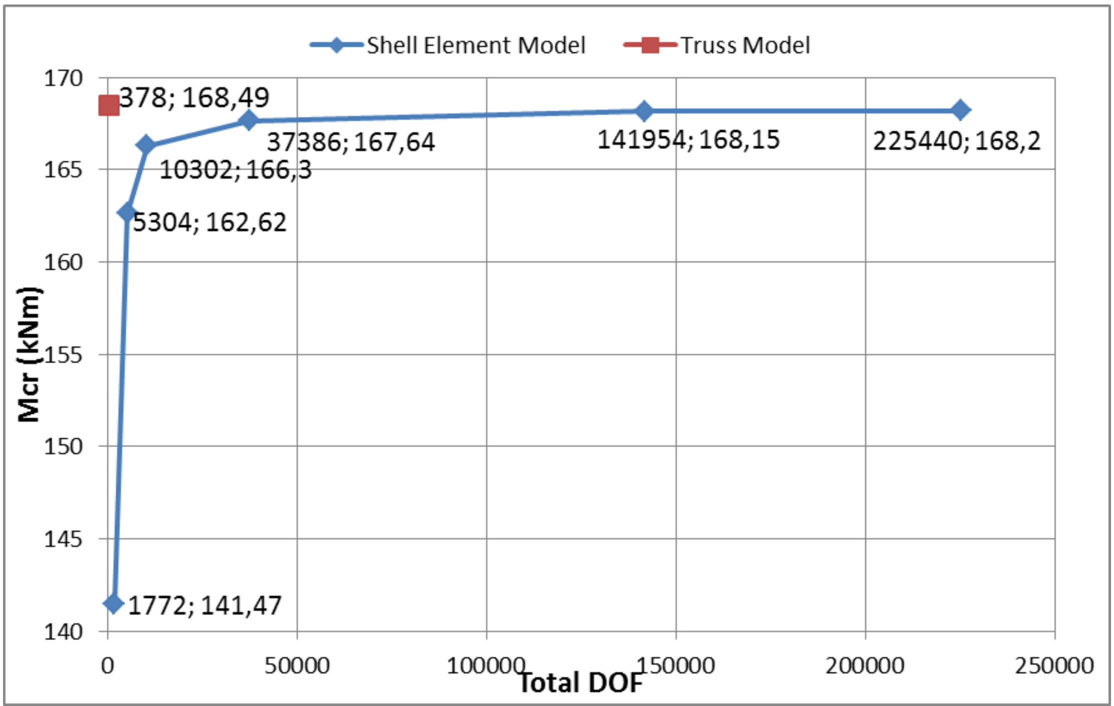
Όμοια με τον EC3 και το μοντέλο επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων λαμβάνουμε ότι η δοκός δεν επαρκεί έναντι ευστάθειας.

2.2.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων γραμμικής ανάλυσης λυγισμού.

	acr (1η ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού)	acr (2η ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού)	acr (1η ιδιομορφή τοπικού λυγισμού)
Shell Element Model (6η επίλυση)	1,682	7,342	4,7353
Truss Model	1,6849	7,2659	4,3113
Διαφορα (%)	0,17	1,04	8,95



	Shell Element Model		
επιλύσεις	Total DOF	acr (1η ιδιομορφή)	Mcr
1η	1772	1,4147	141,47
2η	5304	1,6262	162,62
3η	10302	1,663	166,3
4η	37386	1,6764	167,64
5η	141954	1,6815	168,15
6η	225440	1,682	168,2
	Truss Model		
	Total DOF	acr (1η ιδιομορφή)	Mcr
	378	1,6849	168,49



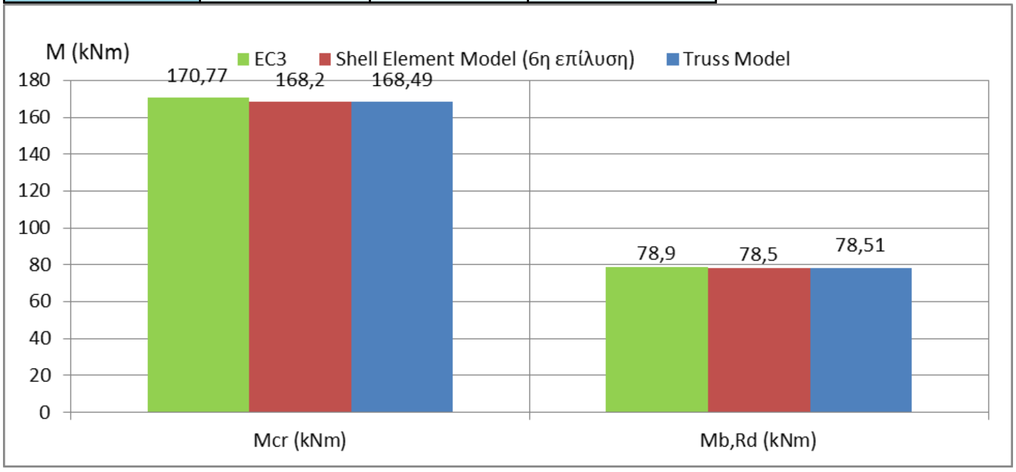
	Mcr (kNm)	Total DOF
Shell Element Model (6η επίλυση)	168,2	225440
Truss Model	168,49	378
Διαφορα (%)	0,17	

Συνολικά από τις αναλύσεις γραμμικού λυγισμού συμπεραίνουμε ότι: Η διαφορά των υπόγισμών για τα δυο μοντέλα είναι μικρή: $\frac{(1,6849-1,682)}{1,682}*100\%=0,17\%$ $1^{η}$ ιδομ πλευρ λυγ και $\frac{7,3420-7,2659}{7,3420}*100\%=1,04\%$ $2^{η}$ ιδομορφή πλευρικού λυγισμού ενώ παράλληλα ο υπολογιστικός χρόνος είναι εξαιρετικά μικρότερος καθώς το πρόγραμμα στην περίπτωση του μοντέλου δοκών έχει να χειριστεί μητρώα πολύ μικρότερων διαστάσεων. Ένα στοιχείο που πρέπει να σημειωθεί είναι ότι το μοντέλο δοκών υπολόγισε με ικανοποιητική ακρίβεια την ιδιομορφή τοπικού λυγισμού του άνω θλιβόμενου πέλματος. Η διαφορά με την επίλυση των πεπερασμένων στοιχείων ήταν : $\frac{4,7353-4,3113}{4,7353}*100\%\approx 9\%$.Εδώ ωστόσο είχαμε διατομή κατηγορίας 2 και όπως είδαμε στα αποτελέσματα του μοντέλου των πεπερασμένων προηγείται η πρώτη ιδιομορφή καθολικού λυγισμού ενώ η δεύτερη ιδιομορφή καθολικού λυγισμού είχε υπολογιστεί ως $14^{η}$ και $11^{η}$ αντίστοιχα, ενδιάμεσα υπήρχαν ιδιομορφές τοπικού λυγισμού (του άνω θλιβόμενου πέλματος και του κορμού).

Σε συγκολλητές διατομές κατηγορίας 3 (που χρησιμοποιούνται ως κύριοι δοκοί στην γεφυροποιία καθώς ένας «λεπτός κορμός» προσφέρει οικονομία) ο «λεπτός» κορμός θα κινδυνεύει έναντι τοπικού λυγισμού. Ιδιαίτερα σε περίπτωση τοποθέτησης στηρίξεων- ενισχύσεων πλευρικής μετάθεσης ιδιομορφές τοπικού λυγισμού είναι σημαντικό να μπορούν προσεγγιστούν από τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων που έχουμε αναπτύξει παραπάνω γιατί υπάρχει περίπτωση τέτοιες ιδιομορφές (τοπικού λυγισμού) να προηγούνται των ιδιομορφών πλευρικού λυγισμού. Τέτοια εφαρμογή θα εξετάσουμε σε επόμενο κεφάλαιο και εκεί θα ερευνήσουμε την ικανότητα του μοντέλου δοκών να προσεγγίζει αυτό το είδος λυγισμού.

2.2.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων κρίσιμου και οριακού φορτίου λυγισμού.

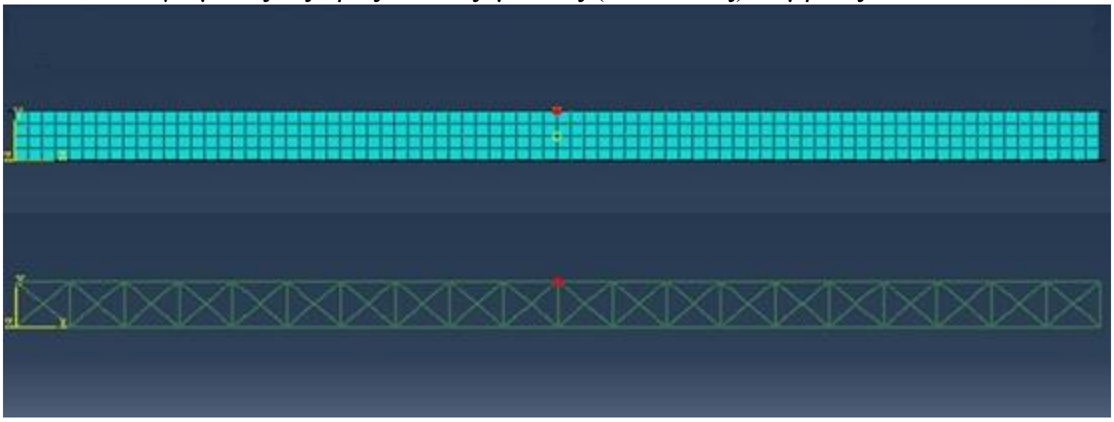
	Mcr (kNm)	Mb,Rd (kNm)	qορ (kN/m)
EC3	170,77	78,9	39,45
Shell Element Model (6η επίλυση)	168,2	78,5	39,25
Truss Model	168,49	78,51	39,255



Έλεγχο αντοχής του φορέα για τις αριθμητικές μεθόδους (υπολογισμός Mpl,Rd διατομής) θα γίνει παρακάτω όπου θα εκτελέσουμε μη γραμμική ανάλυση υλικού με μηδενική γεωμετρική ατέλεια.

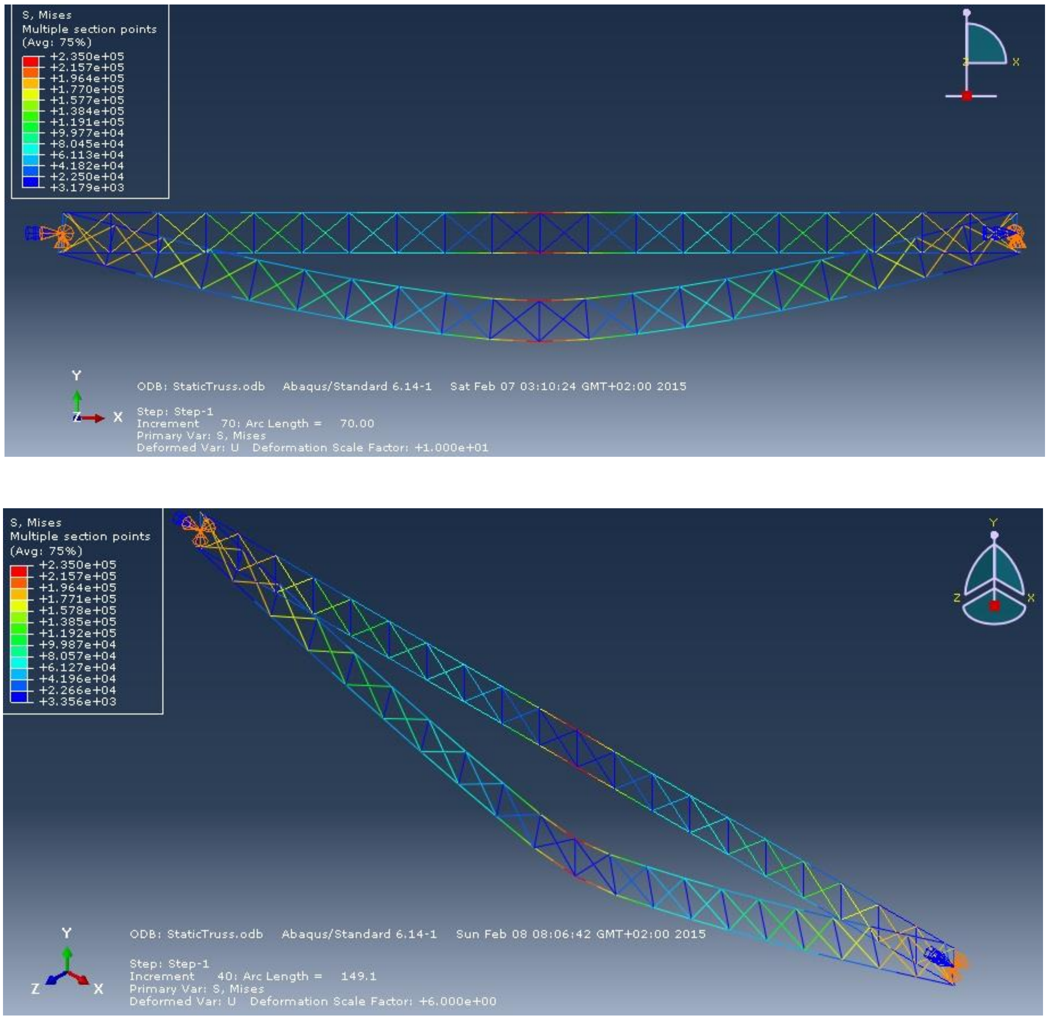
2.2.5 Μη Γραμμικές Αναλύσεις.

Οι μετατοπίσεις στα διαγράμματα P-δ (αποτελέσματα μη γραμμικών αναλύσεων) είναι υπολογισμένες ως προς εικονιζόμενους (κόκκινους) κόμβους:

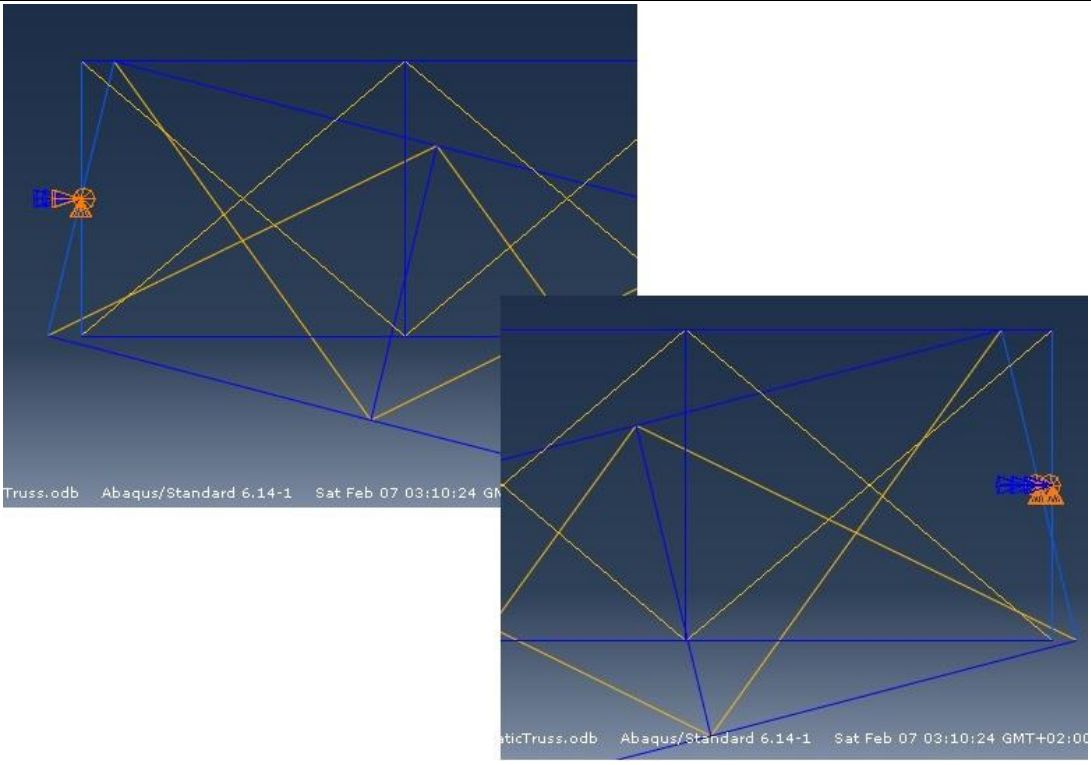


2.2.5.1 Μη Γραμμική Ανάλυση υλικού με Μηδενική Γεωμετρική Ατέλεια.

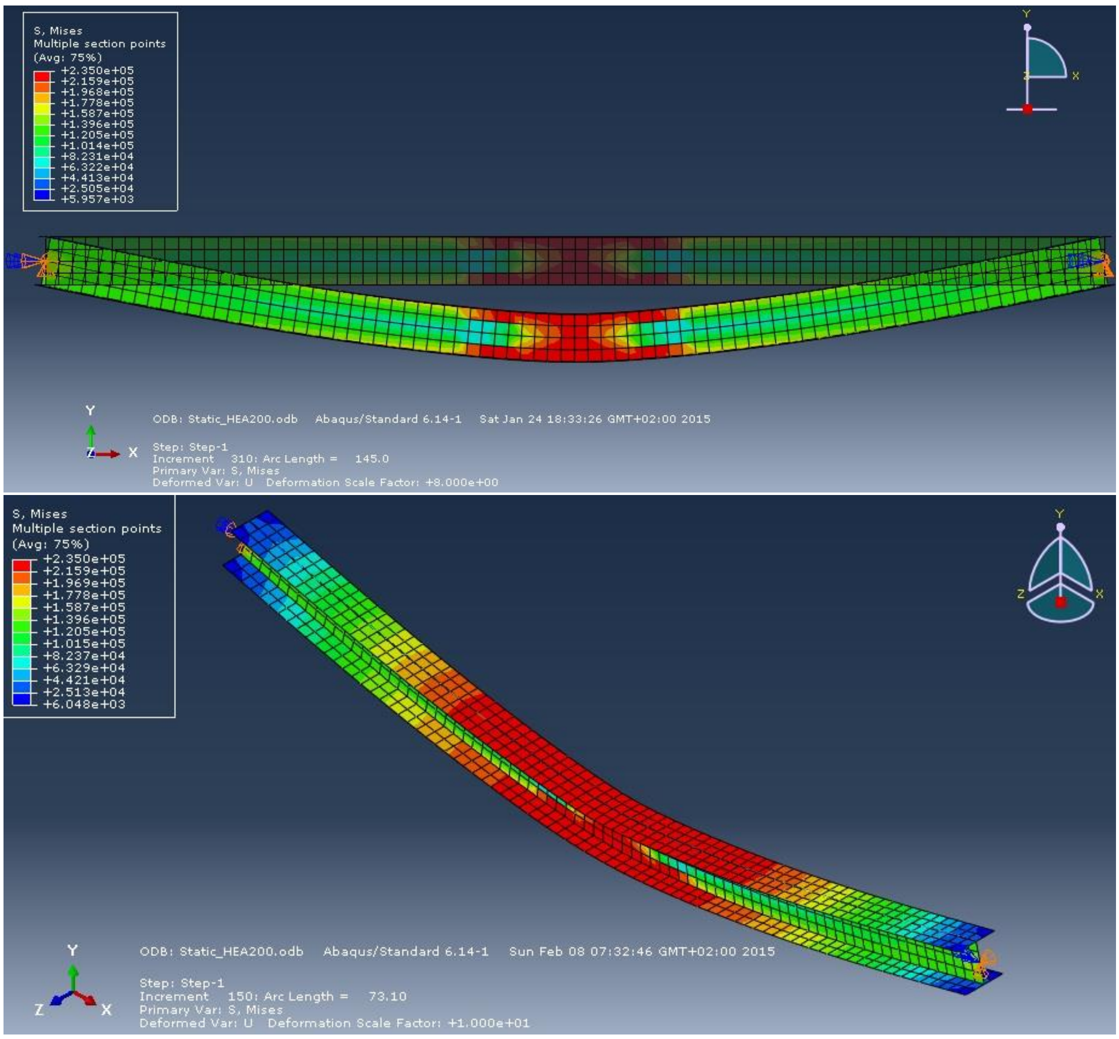
Εκτελούμε μη γραμμική ανάλυση υλικού. Δίνουμε μηδενική αρχική γεωμετρική ατέλεια e=0. Στις ιδιότητες του υλικού δίνουμε τις ελαστικές ιδιότητες και την πλαστική συμπεριφορά.



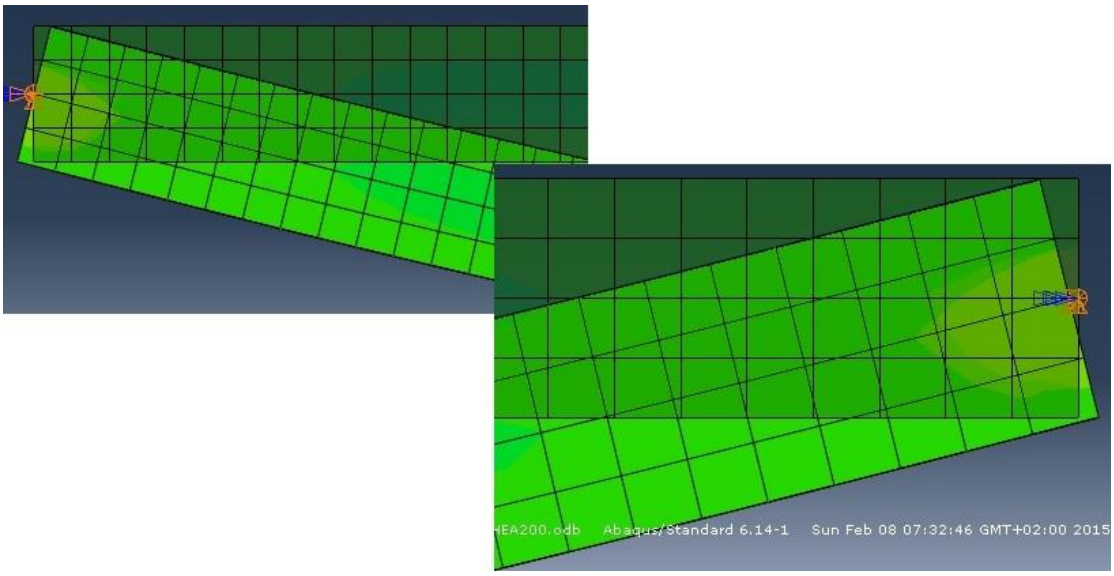
Σχήμα 2.21 Παραμορφωμένη κάτασταση μοντέλου Στοιχείων Δοκού σε φάση αστοχίας (Μη Γραμμική Ανάλυση Υλικού)-μετατοπίσεις μόνο κατα y.



Σχήμα 2.22 Λεπτομέρεια Στροφής Ακραίων Διατομων.

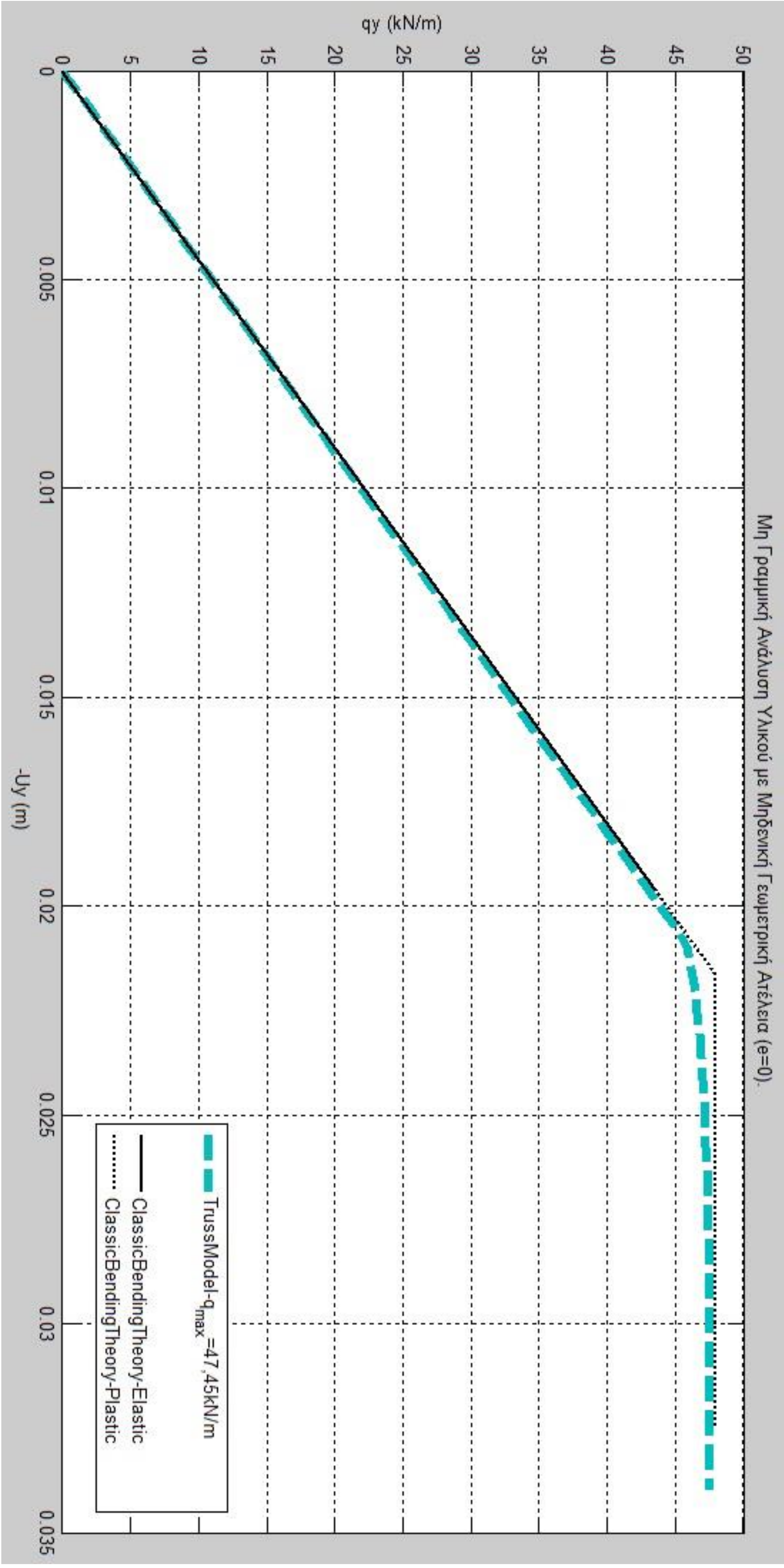


Σχήμα 2.23 Παραμορφωμένη καάσταση μοντέλου Shell Elements σε φάση αστοχίας (Μη Γραμμική Ανάλυση Υλικού)- μετατοπίσεις μόνο κατα y.

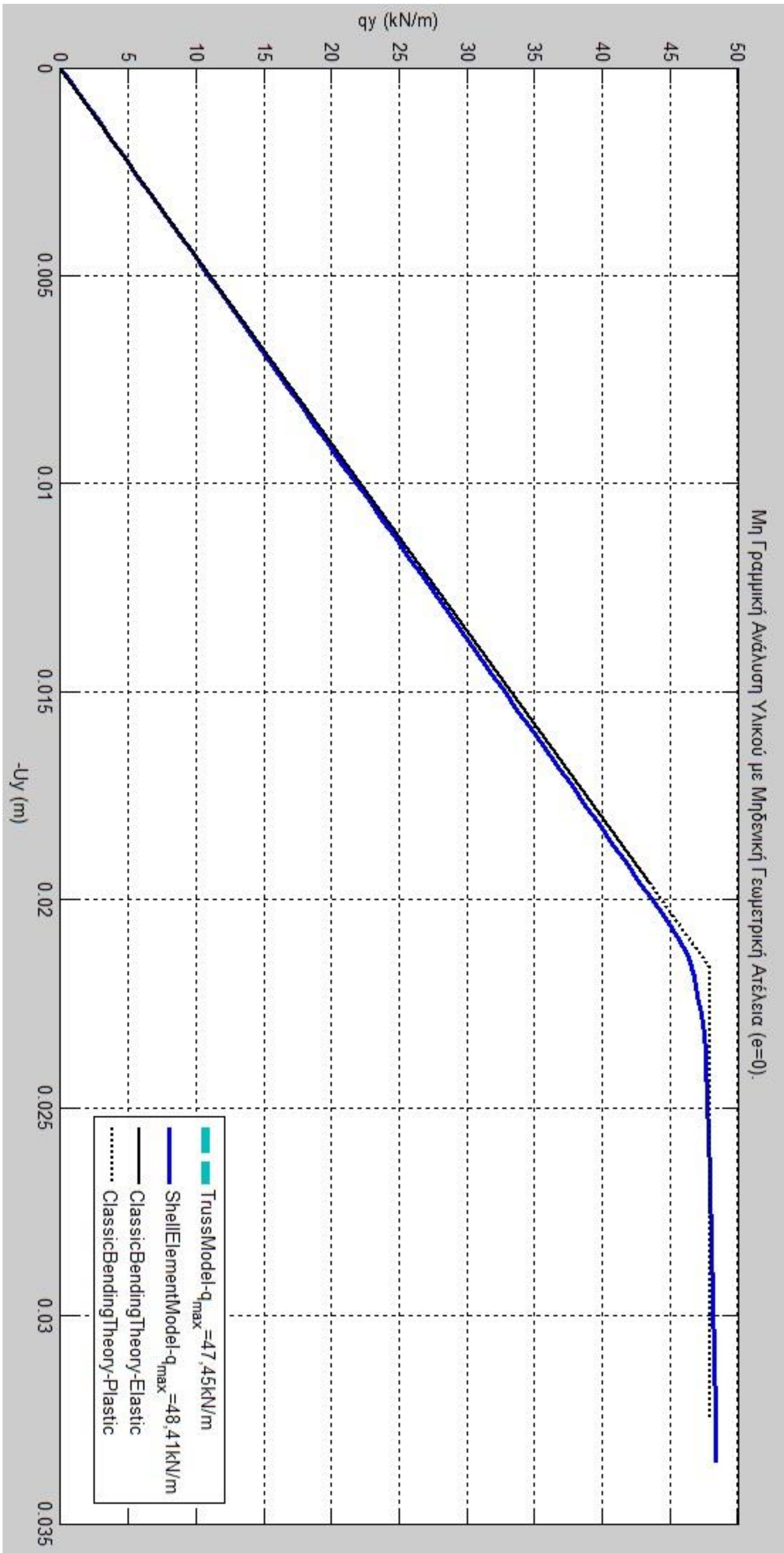


Σχήμα 2.24 Λεπτομέρεια Στροφής Ακραίων Διατομων.

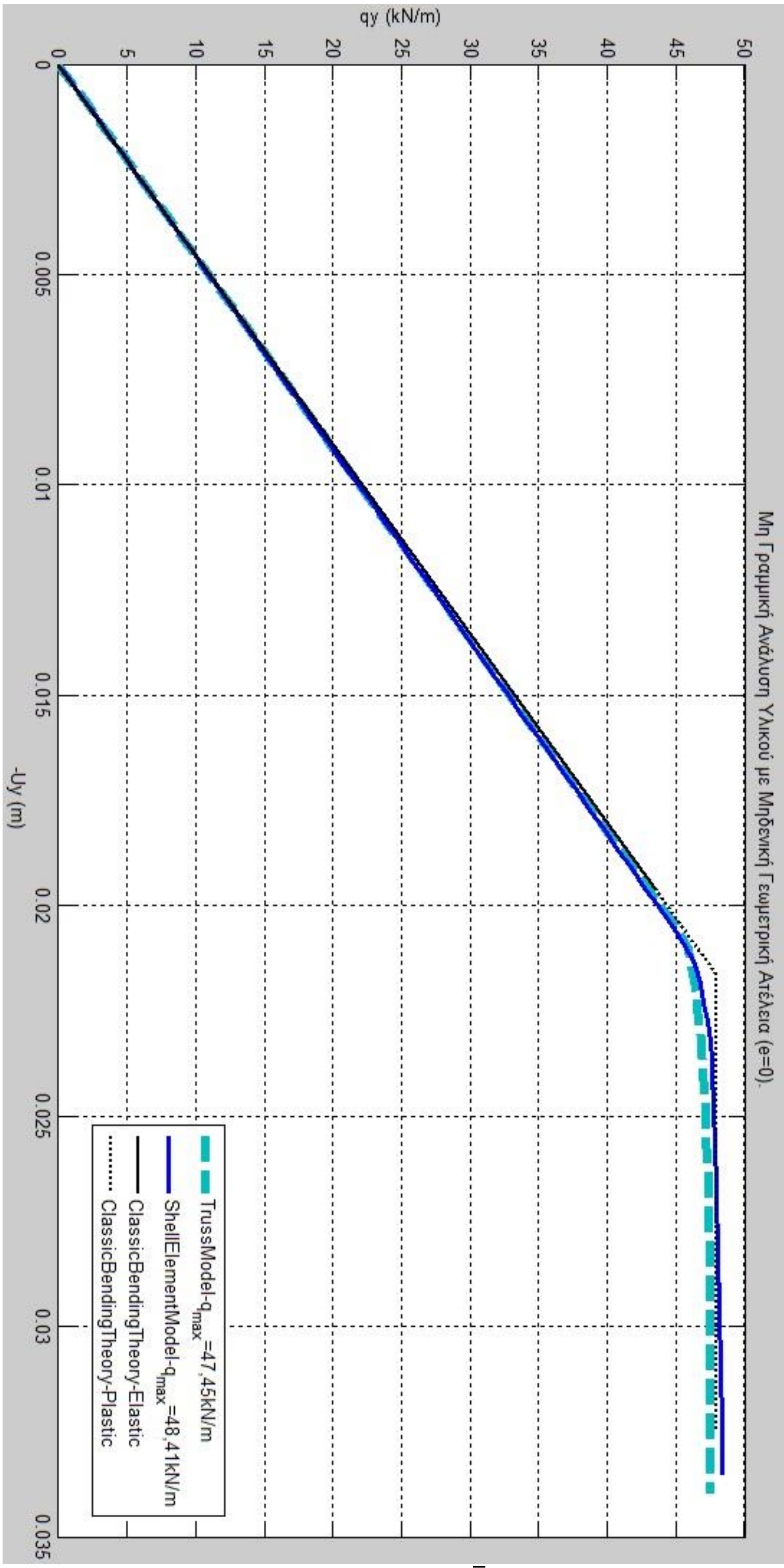
-Αποτελέσματα μη γραμμικης ανάλυσης υλικού:



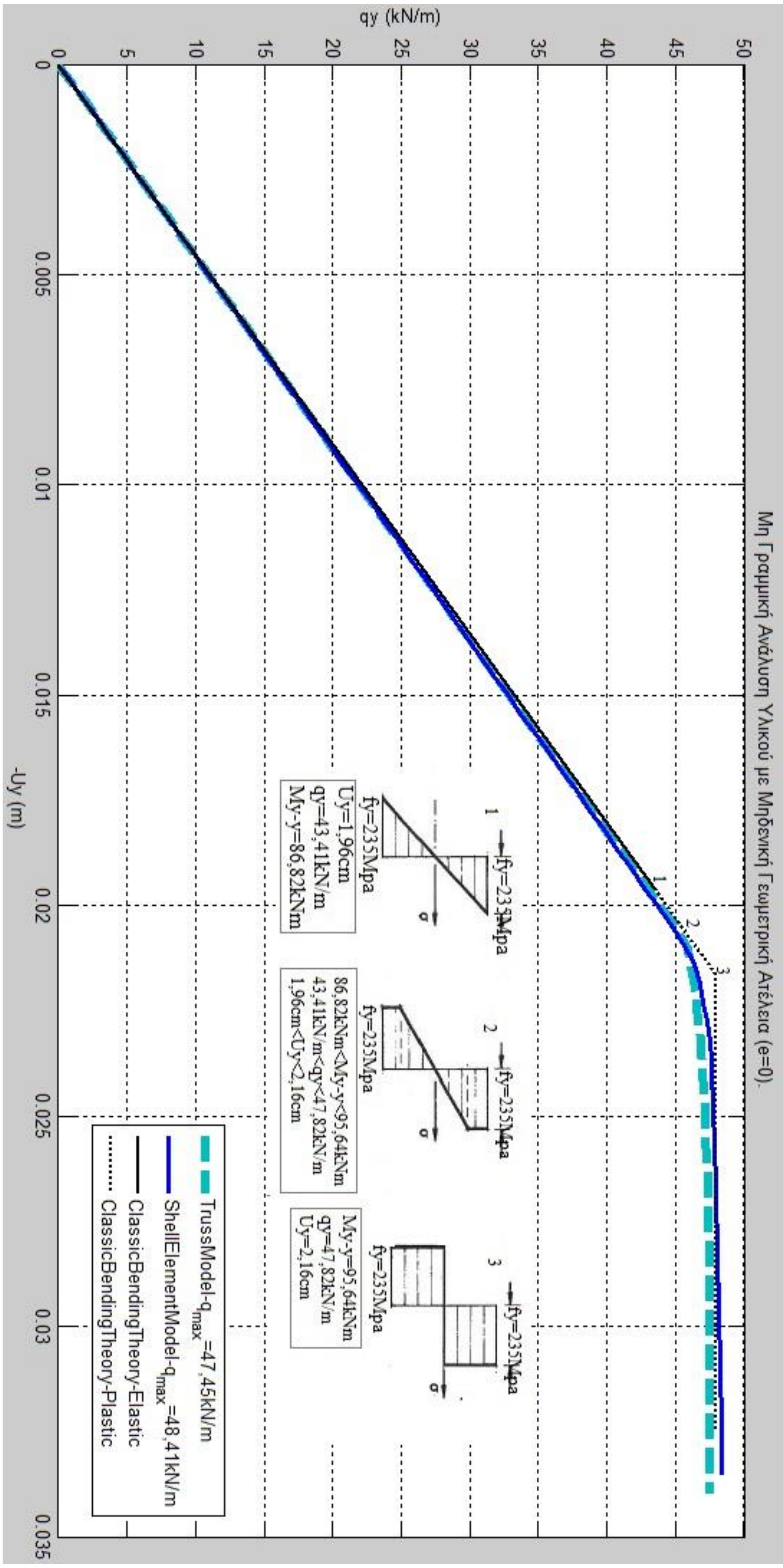
Σχήμα 2.25 Μη γραμμική ανάλυση υλικού- μοντέλο δικτυώματος.



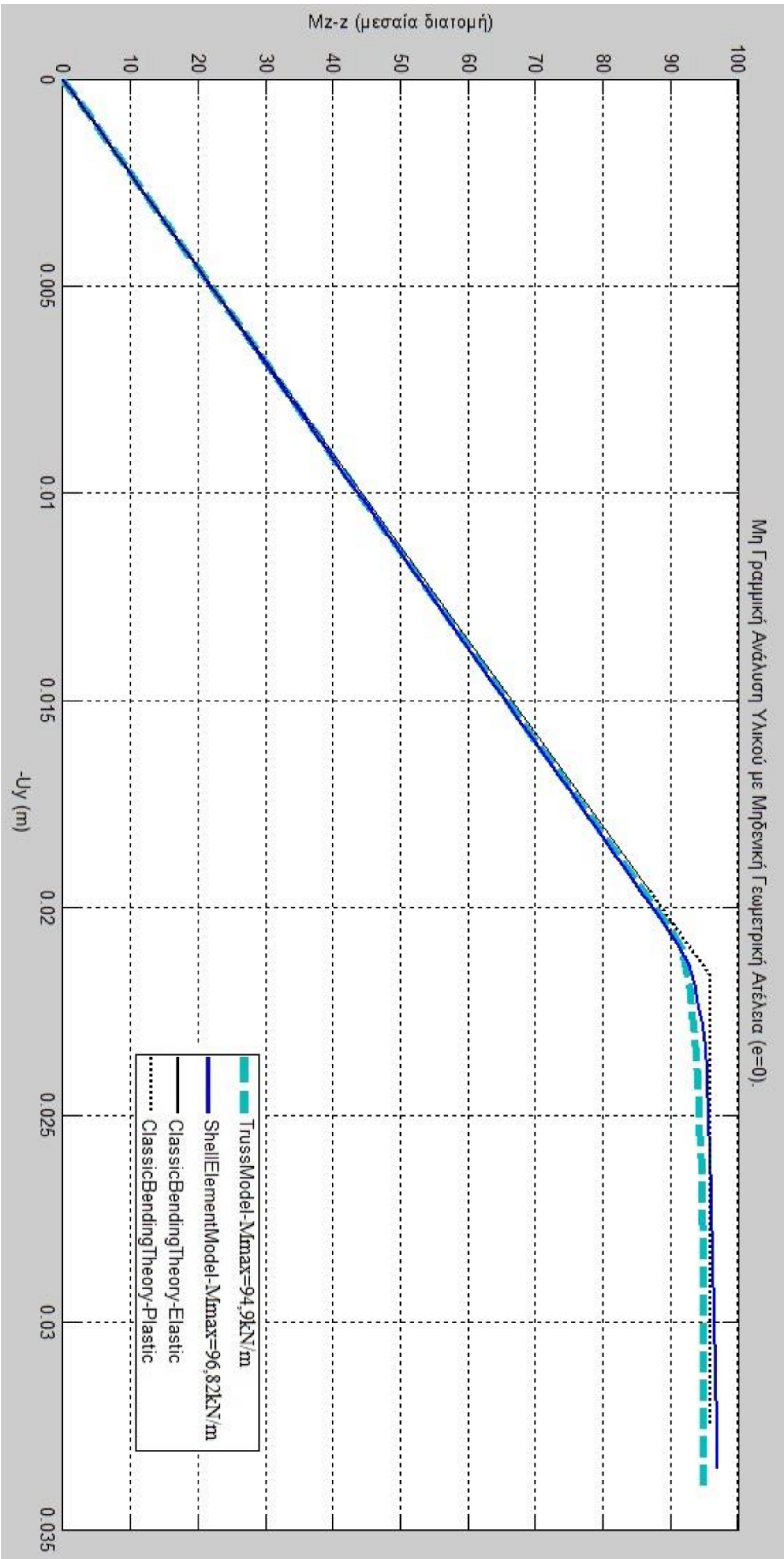
Σχήμα 2.26 Μη γραμμική ανάλυση υλικού- μοντέλο επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων.



Σχήμα 2.27 Μη γραμμική ανάλυση υλικού- Σύγκριση επιλύσεων.



Σχήμα 2.28 Μη γραμμική ανάλυση υλικού- Σύγκριση επιλύσεων

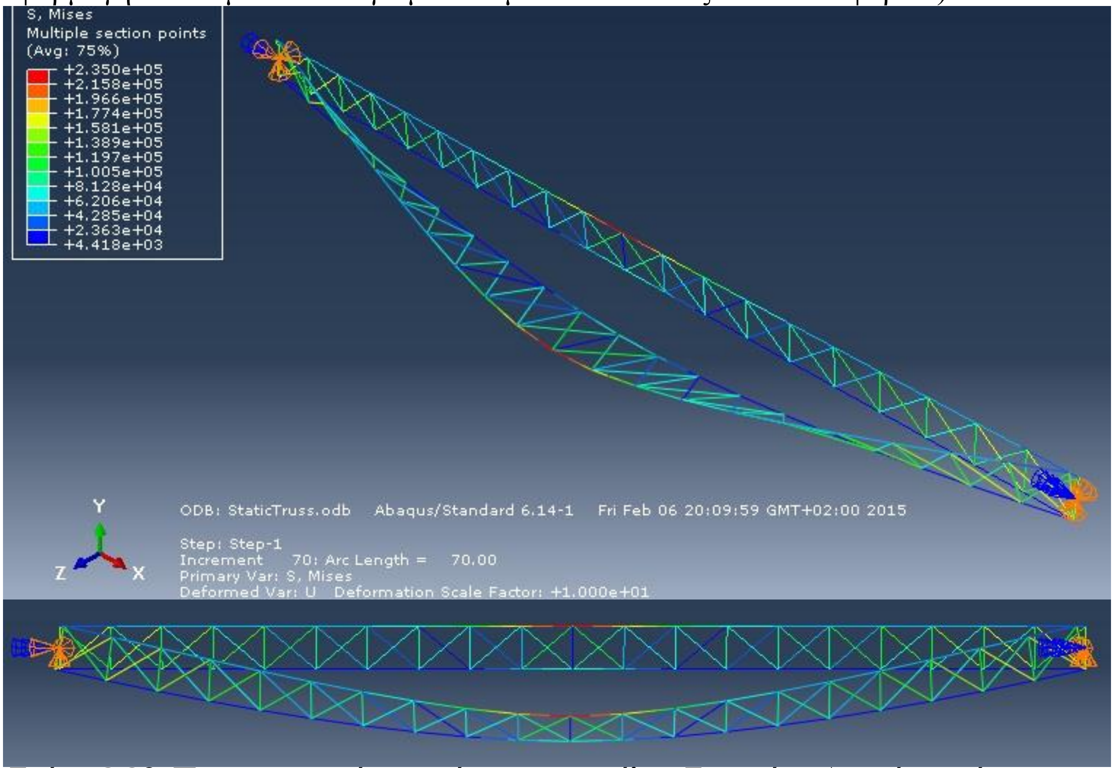


Σχήμα 2.27 Μη γραμμική ανάλυση υλικού (Mz-z-f(Uy))- Σύγκριση επιλύσεων.

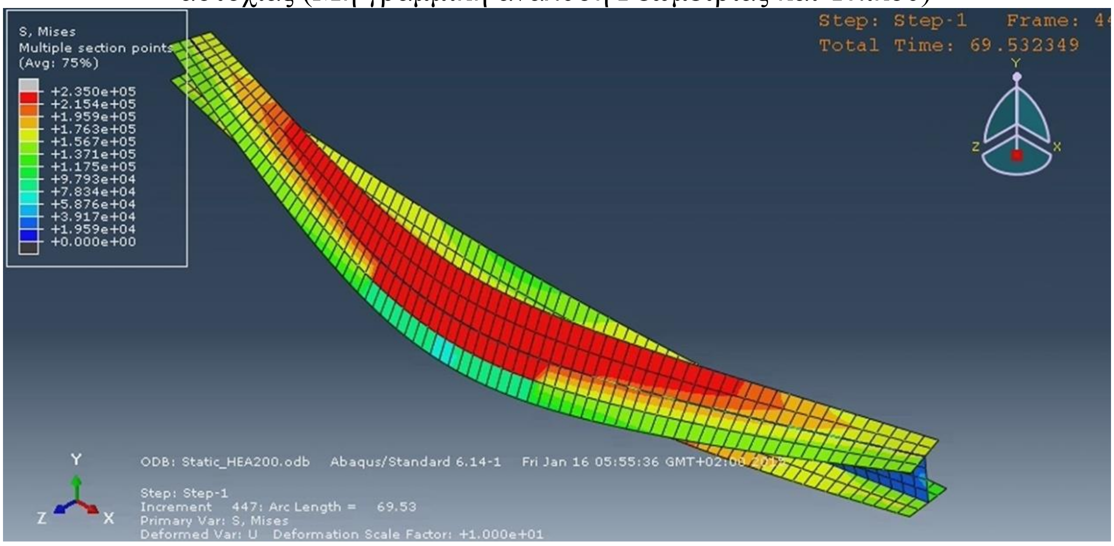
2.2.5.2 Μη Γραμμική Ανάλυση γεωμετρίας φορέα και υλικού.

Θα γίνει χρήση του μοντέλου Beam Element και Shell Element που είχε αρχικά κατασκευαστεί. Στη μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας δίνουμε στο φορέα ατέλεια με τη μορφή της πρώτης ιδιομορφής. Θεωρούμε αρχική ατέλεια μικρού μεγέθους προς την κατεύθυνση της εκτροπής. Εδώ έχουμε εκτελέσει 4 αναλύσεις με αρχική γεωμετρική ατέλεια e_0= 1,33cm, 2,0cm, 4,0cm, 6,0cm. Στις ιδιότητες του υλικού δίνουμε τις ελαστικές ιδιότητες και την πλαστική συμπεριφορά.

(Η διαδικασία εισαγωγής και εκτέλεσης της ανάλυσης είναι όμοια με την εφαρμογή του καμπτικού λυγισμού-το μόνο που αλλάξει ειναι τα φορτία).

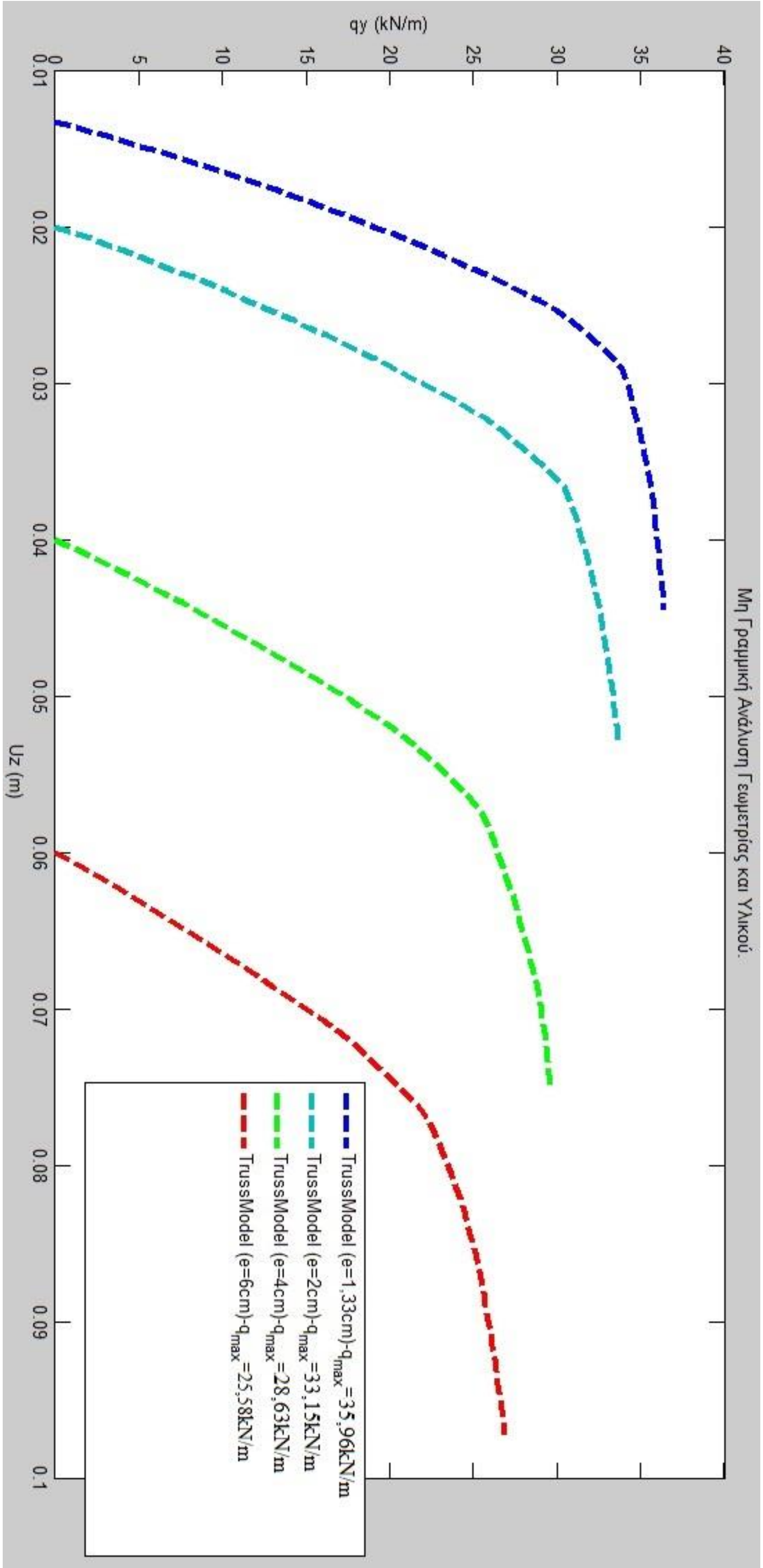


Σχήμα 2.28 Παραμορφωμένη κατάσταση μοντέλου Στοιχείων Δοκού σε φάση αστοχίας (Μη γραμμική ανάλυση Γεωμετρίας και Υλικού)

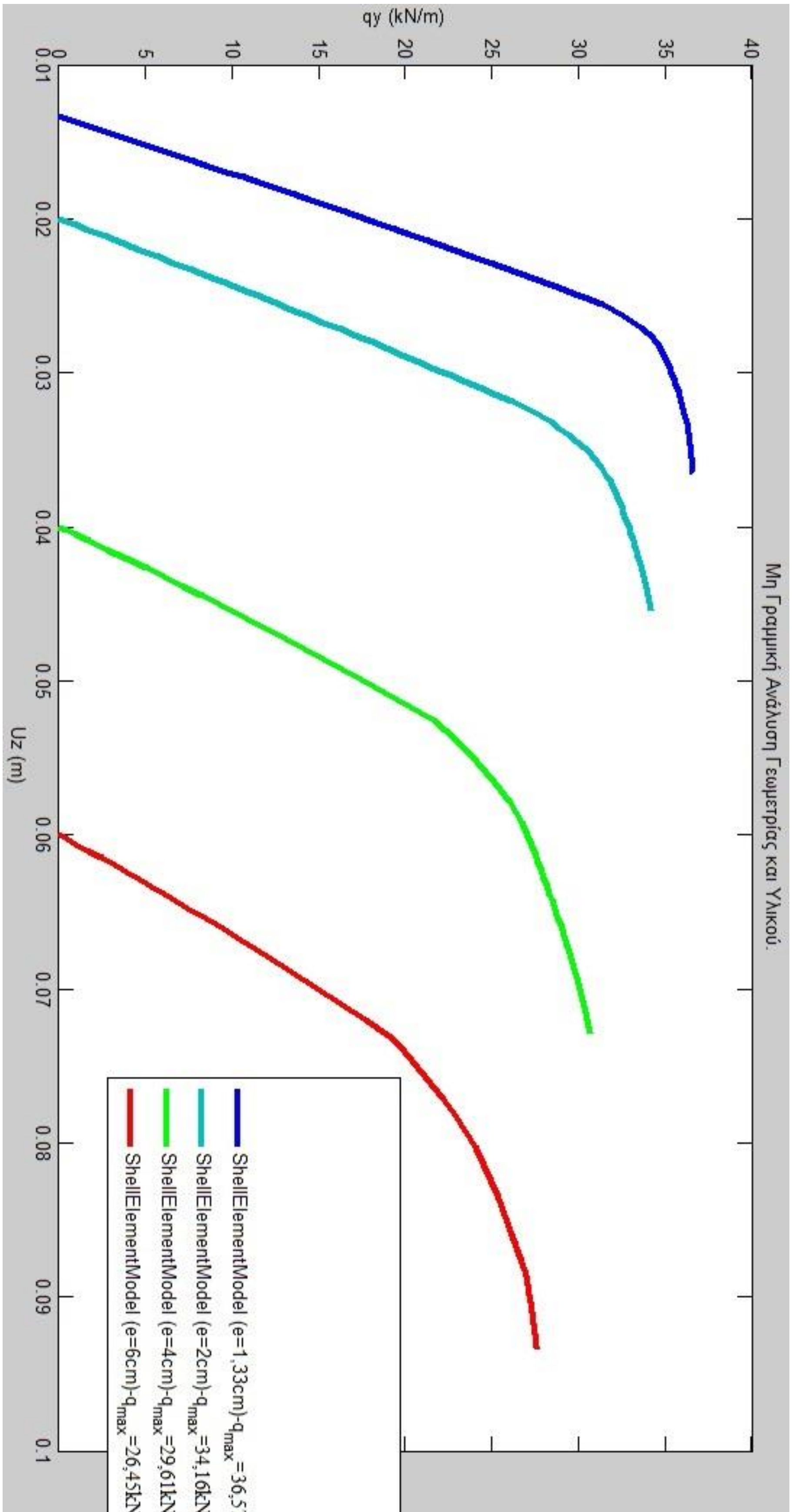


Εικόνα 2.29 Παραμορφωμένη καάσταση μοντέλου Shell Elements σε φάση αστοχίας (Μη γραμμική ανάλυση Γεωμετρίας και Υλικού)

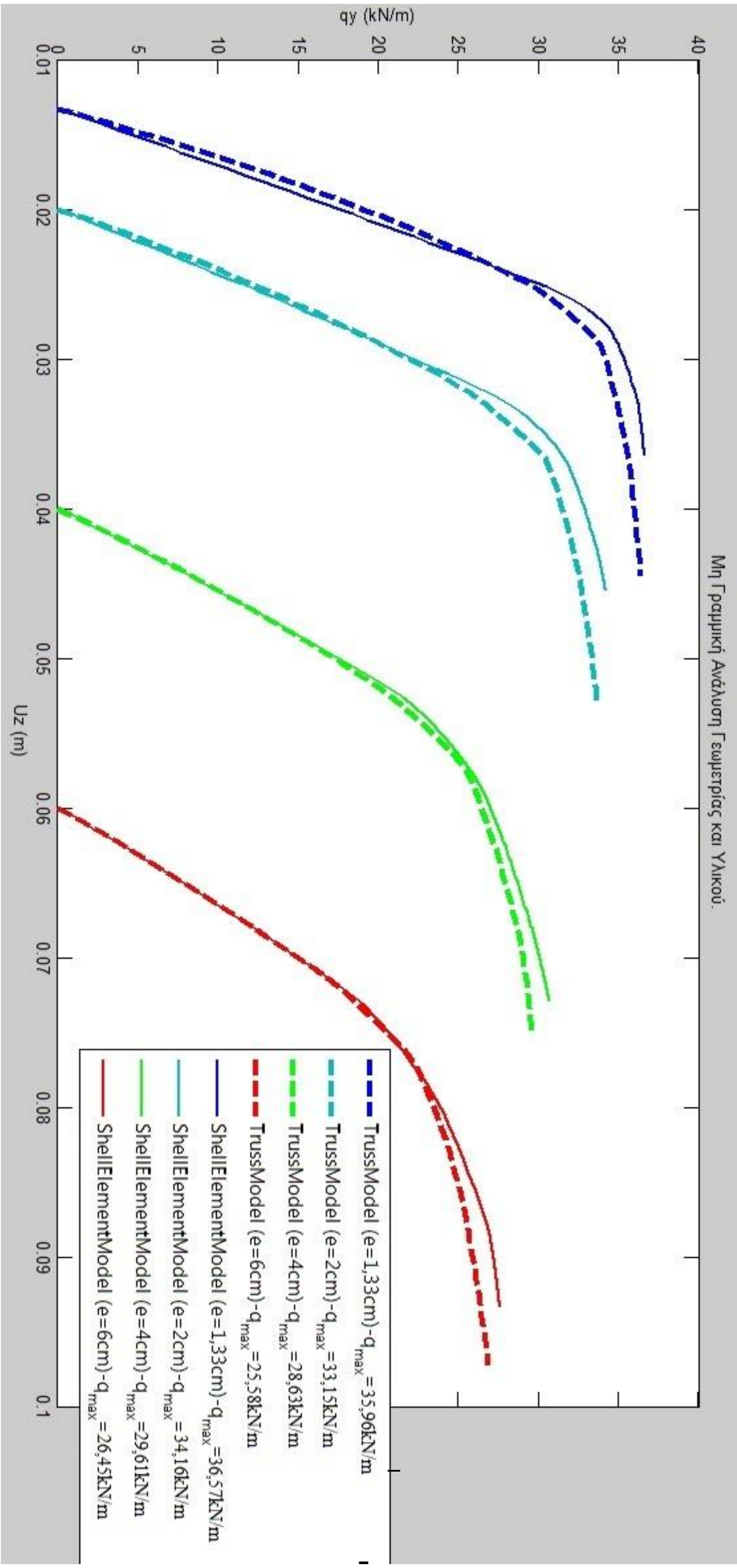
-Αποτελέσματα μη γραμμικης ανάλυσης φορέα και υλικού:



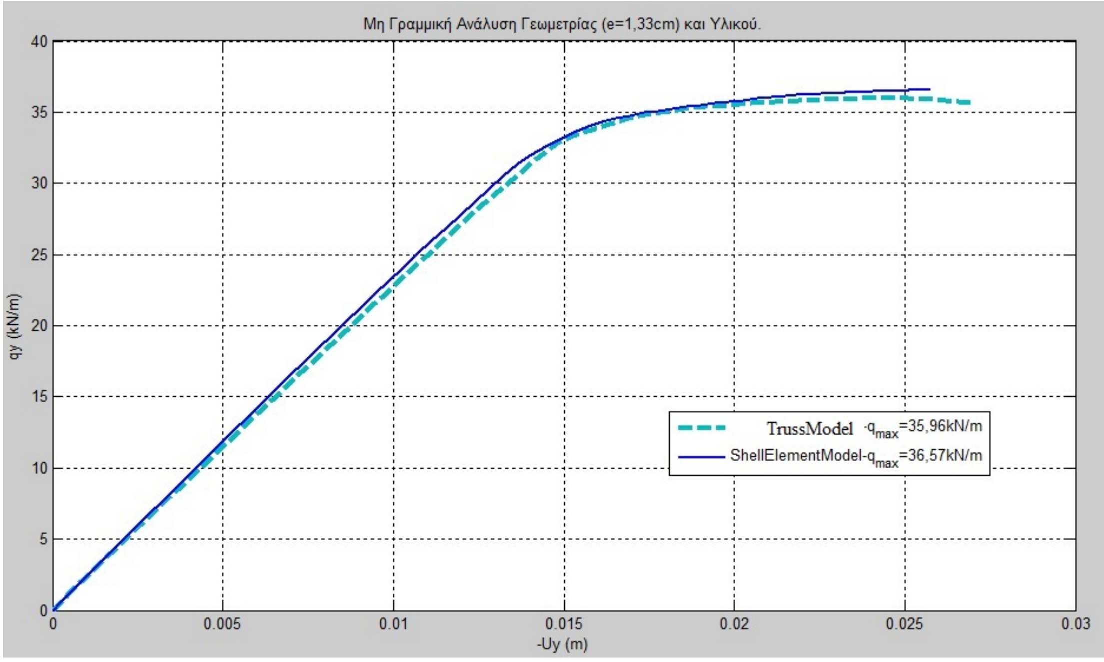
Σχήμα 2.30 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού-Μοντέλο δικτυώματος.



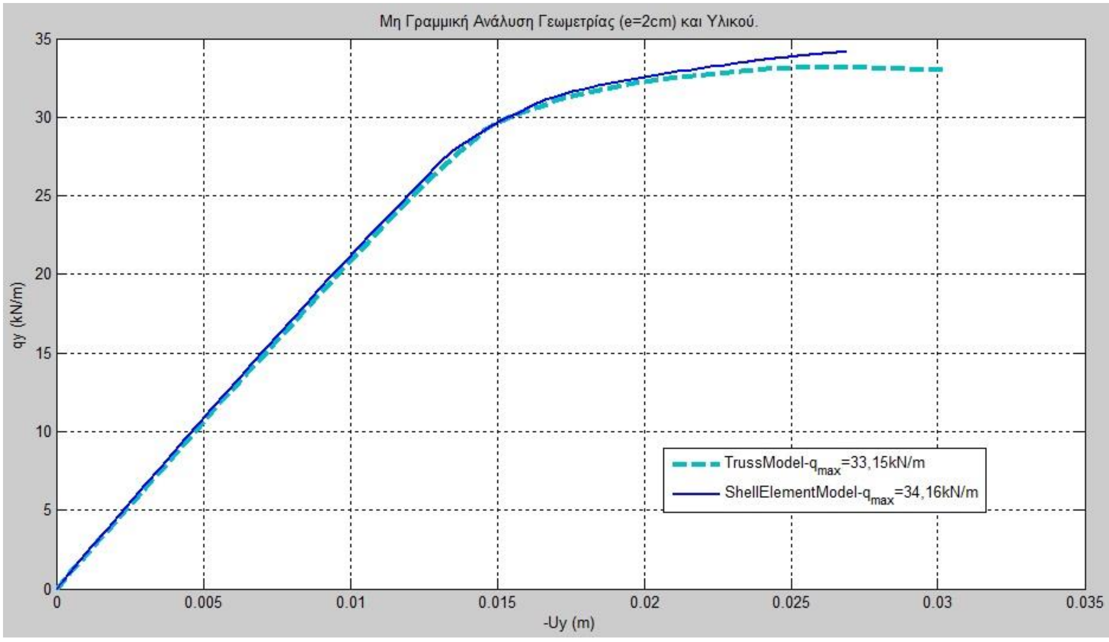
Σχήμα 2.31 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού-Μοντέλο επιφανειακών πεπεπεραμσένων.



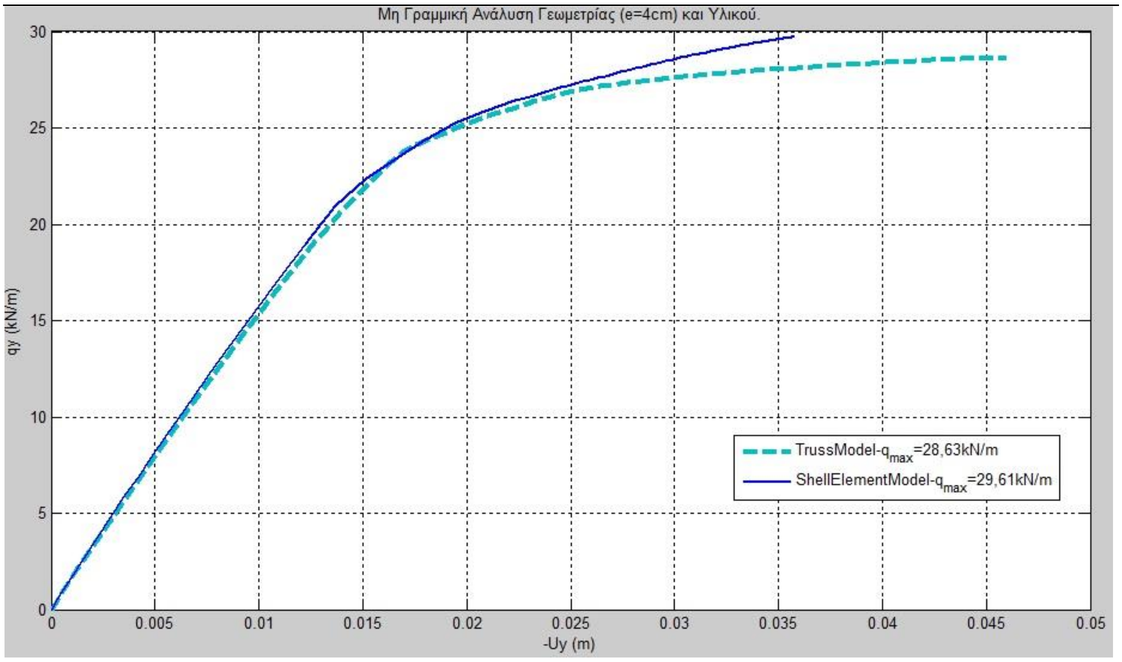
Σχήμα 2.32 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού-Σύγκριση επιλύσεων.



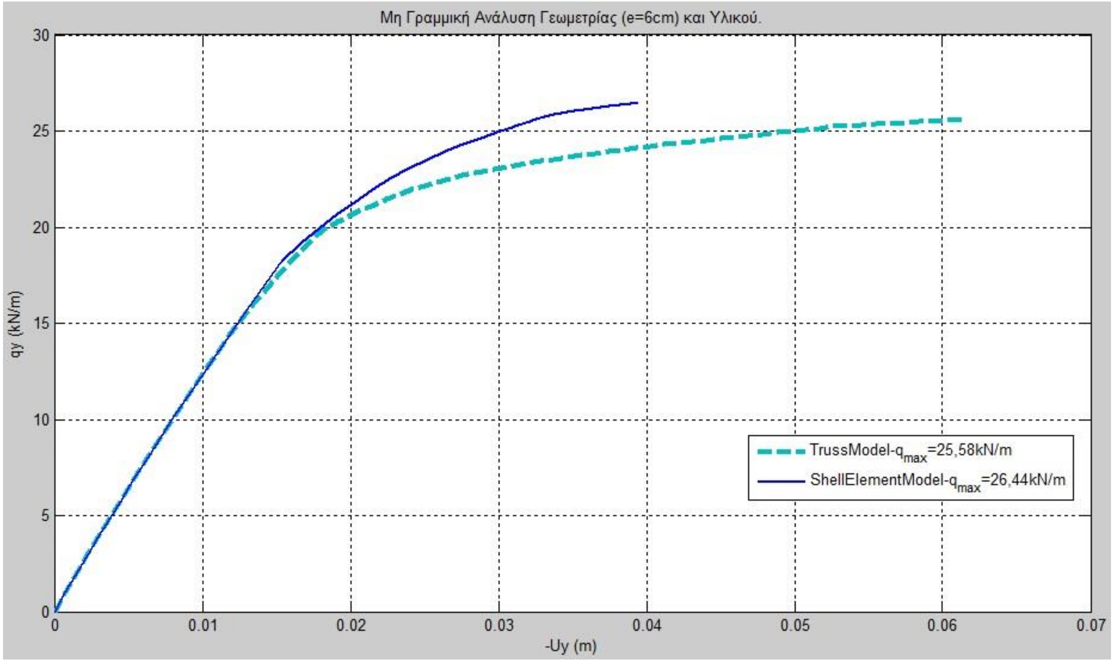
Σχήμα 2.32 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας (e=1,33cm) και υλικού. Uy-qy



Σχήμα 2.33 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας (e=2cm) και υλικού. Uy-qy



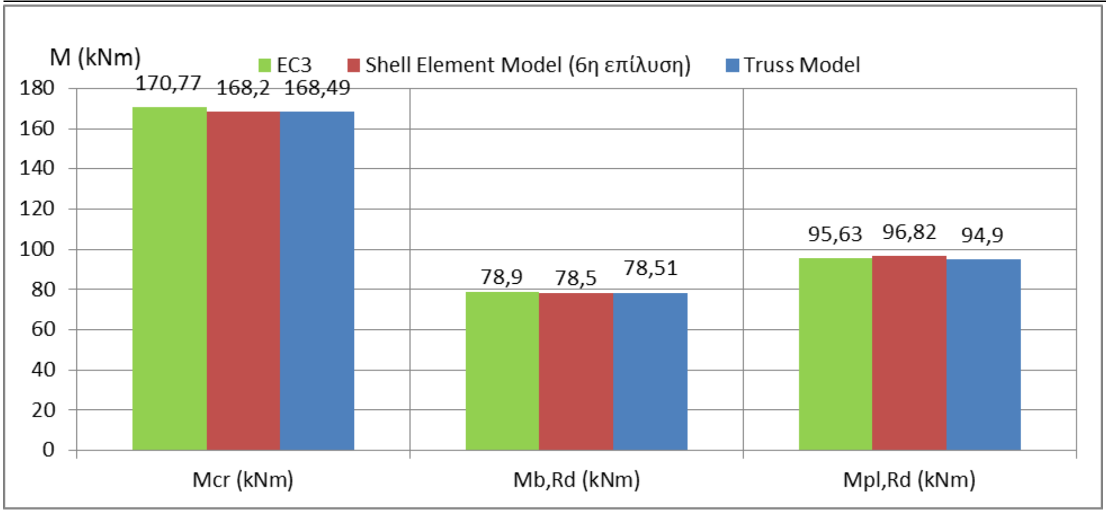
Σχήμα 2.33 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας (e=4cm) και υλικού. Uy-qy



Σχήμα 2.34 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας (e=6cm) και υλικού. Uy-qy

2.2.6 Σύγκριση Αποτελεσμάτων

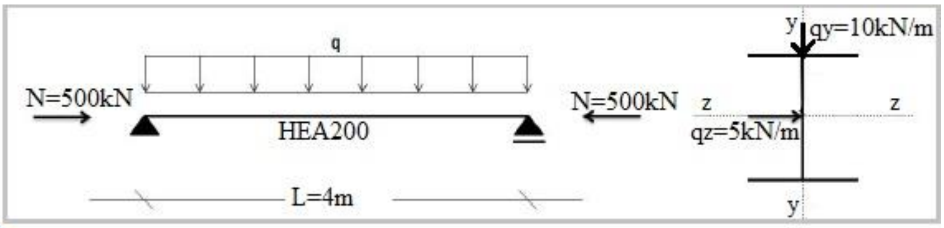
	Mcr (kNm)	Mb,Rd (kNm)	Mpl,Rd (kNm)
EC3	170,77	78,9	95,63
Shell Element Model (6η επίλυση)	168,2	78,5	96,82
Truss Model	168,49	78,51	94,9

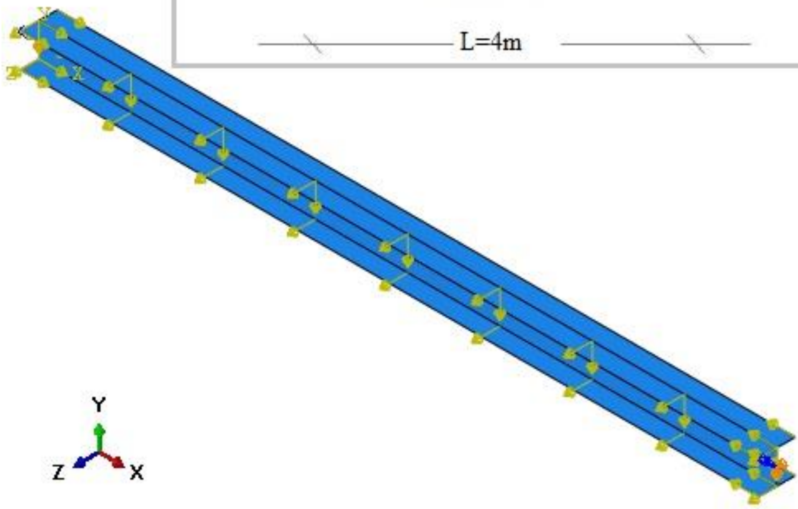


Σχήμα 2.35 Σύγκριση αποτελεσμάτων.

		Mcr (kNm)	Mb,Rd (kNm)	qop - qmax (kN/m)	Έλεγχος Ευστάθειας	
Euler - καμπύλες λυγισμού EC3		170,77	78,90	39,45	<qed=50kN	Μη Επάρκεια
Shell Element Model	LinearBucklingAnal- γενική μέθοδος EC3	168,20	78,50	39,25	<qed=50kN	Μη Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=1,33cm)	(-)	73,14	36,57	<qed=50kN	Μη Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=2cm)	(-)	68,32	34,16	<qed=50kN	Μη Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=4cm)	(-)	59,22	29,61	<qed=50kN	Μη Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=6cm)	(-)	52,90	26,45	<qed=50kN	Μη Επάρκεια
Truss Model	LinearBucklingAnal- γενική μέθοδος EC3	168,49	78,51	39,26	<qed=50kN	Μη Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=1,33cm)	(-)	71,92	35,96	<qed=50kN	Μη Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=2cm)	(-)	66,30	33,15	<qed=50kN	Μη Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=4cm)	(-)	57,26	28,63	<qed=50kN	Μη Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=6cm)	(-)	51,16	25,58	<qed=50kN	Μη Επάρκεια

2.3 Εφαρμογή Καμπτικού- Στρεμπτοκαμπτικού Λυγισμού.





Εξετάζουμε μια αμφιέρειστη δοκό διατομής HEA200 από χάλυβα S235, μήκους L=4m, που καταπονείται από τα ακόλουθα φορτία: αξονική θλιπτική δύναμη N=500 kN, ομοιόμορφο φορτίο κατά τον άξονα y-y qy=10kN/m και κατά τον άξονα z-z qz=5kN/m, όπως φαίνεται και στο σχήμα.

Η δοκός καταπονείται από αξονική θλιπτική δύναμη και διαξονική κάμψη. Επομένως κινδυνεύει από καμπτικό και στρεπτοκαμπτικό λυγισμό. Θα γίνουν οι έλεγχοι ως προς την ευστάθεια της και την αντοχή της όπως αναφέρθηκαν παραπάνω στην περίπτωση η δοκός να μην είναι πλευρικά προστατευμένη έναντι στρεπτικού λυγισμού.

2.3.1 Έλεγχοι με διατάξεις EC3.

Έλεγχος ευστάθειας:

Για να μην κινδυνεύει η διατομή από καμπτικό και στρεπτικαμπτικό λυγισμό πρέπει να ικανοποιούνται οι σχέσεις αλληλεπίδρασης

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_y N_{RK}}{\gamma_{M1}}} + K_{yy}\frac{M_{y,Ed}+\Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT}\frac{M_{y,RK}}{\gamma_{M1}}} + K_{yz}\frac{M_{z,Ed}+\Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,RK}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_z N_{RK}}{\gamma_{M1}}} + K_{zy}\frac{M_{y,Ed}+\Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT}\frac{M_{y,RK}}{\gamma_{M1}}} + K_{zz}\frac{M_{z,Ed}+\Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,RK}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

Εντατικά μεγέθη: N_{Ed} =500kN, $M_{z,Ed}=q_yL^2/8=10*4^2/8=20$kNm, $M_{y,Ed}=q_zL^2/8=5*4^2/8=10$kNm

Πλαστικές τιμές αντοχής:

$$N_{pl,Rd} = Af_{y,d} = 51,05*23,5 = 1198,5kN$$

$$M_{y,pl,Rd} = W_{pl,y} f_{y,d} = 406,96*23,5/100 = 95,63kNm$$

$$M_{z,pl,Rd} = W_{pl,z} f_{y,d} = 201,8*23,5/100 = 47,42kNm$$

Η διατομή είναι κατηγορίας 2 άρα ΔMy,ed= ΔMz,ed=0

Τα ισοδύναμα μήκη λυγισμού για απλές στρεπτικές στηρίξεις στα άκρα είναι:

$$L_{cr,y} = L_{cr,z} = 1*400cm = 400cm$$

και έναντι στρέψης: $L_{cr,T} = 1*400cm = 400cm$

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2_{cr,y}} = \frac{\pi^2 * 21000*3509,5}{400^2} = 4546,16kN$$

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2_{cr,z}} = \frac{\pi^2 * 21000*1333,7}{400^2} = 1727,66kN$$

Το ελαστικό κρίσιμο φορτίο στρεπτικού λυγισμού από τη σχέση

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_M^2}\left(GI_t + \frac{\pi^2 EI_W}{L^2_T}\right) = \frac{1}{93,34}\left(\frac{21000}{2,6}*14,61 + \frac{\pi^2 * 21000*108032}{400^2}\right)$$

$$N_{cr,T} = 2763,52kN$$

όπου η πολική ροπή αδράνειας της διατομής είναι

$i^2_M = i^2_y + i^2_z + y^2_M = 8,28^2 + 4,98^2 = 93,34cm^2$

Η κρίσιμη ελαστική ροπή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού από τη σχέση

$$M_{cr,LT} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL^2)}\left\{\left[\left[\frac{k}{k_w}\right]^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2\right]^{0.5} - (C_2 z_g - C_3 z_j)\right\}$$

όπου

kw = 1

k = 1 για απλές στρεπτικές στηρίξεις

zg = h/2=19cm/2=9,5cm

zj = 0 για δοκούς διπλής συμμετρίας

και από το πίνακα 2.5 λαμβάνονται οι συντελεστές C1=1,132 , C2= 0,459, C3=0,525

$$M_{cr,LT} = 1,132\frac{\pi^2 * 21000*1333,7}{400^2}\left\{\left[\left[\frac{1}{1}\right]^2 \frac{108032}{1333,7} + \frac{400^2 * 21000*14,61}{\pi^2 * 21000*2,6*1333,7} + (0,459*9,5)^2\right]^{0,5} - 0,459*9,5\right\} =$$

$$M_{cr,LT} = 17077kNcm$$

Μειωτικοί συντελεστές λόγω καμπτικού λυγισμού από την σχέση

$$\chi_y = \frac{1}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}} \le 1,0 \quad \text{και} \quad \chi_z = \frac{1}{\Phi_z + \sqrt{\Phi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2}} \le 1,0$$

Όπου

$$\Phi_y = 0,5\left[1 + a_y(\overline{\lambda_y} - 0,2) + \overline{\lambda_y}^2\right] = 0,5[1 + 0,34(0,514 - 0,2)] + 0,514^2] = 0,686$$

$$\Phi_z = 0,5\left[1 + a_z(\overline{\lambda_z} - 0,2) + \overline{\lambda_z}^2\right] = 0,5[1 + 0,49(0,833 - 0,2)] + 0,833^2] = 1,002$$

$$\overline{\lambda_y} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{51,05*23,5}{4546,16}} = 0,514$$

$$\overline{\lambda_z} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr,z}}} = \sqrt{\frac{51,05*23,5}{1727,66}} = 0,833$$

και h/b = 190/200 = 0.95 < 1.2, tf = 10 mm < 100mm
άρα από τον πίνακα 1.5 για τον λυγισμό περί τον άξονα y-y η καμπύλη λυγισμού είναι η b με αy = 0,34 και για τον λυγισμό περί τον άξονα z-z η καμπύλη λυγισμού είναι η c με αz = 0,49.

Επομένως προκύπτει: $x_y = 0,877$
$x_z = 0,641$

Ο μειωτικός συντελεστής λόγω πλευρικού λυγισμού είναι:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0$$

Όπου

$$\Phi_{LT} = 0,5\left[1 + a_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^{2}\right] = 0,5\left[1 + 0,21(0,748 - 0,2) + 0,748^2\right]$$

$$\Phi_{LT} = 0,837$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{406,96*23,5}{17077}} = 0,748$$

αντιστοιχεί σε καμπύλη α με α_{LT} = 0,21

→ $x_{LT} = 0,824$

Υπολογισμός των συντελεστών αλληλεπίδρασης kij:
Μέθοδος 2 EC3:
Για α_h=0 και ψ=0 : C_{my}=0.95, C_{mz}=0.95, C_{mLT} = 0.95.
-δοκός μη προστατευμένη έναντι στρεπτικού λυγισμού

$$k_{yy} = 1,0844 < 1,2922$$

$$k_{zz} = 1,6139 < 1,787$$

$$k_{yz} = 0,6k_{zz} = 0,9683$$

$$k_{zy} = 1,0027 > 0,9479$$

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{x_y N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + K_{yy}\frac{M_{y,Ed}}{x_{LT}\frac{M_{y,Rd}}{\gamma_{M1}}} + K_{yz}\frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rd}}{\gamma_{M1}}} =$$

$$\frac{500}{\frac{0,877 \cdot 1198,5}{1}} + 1,0844\frac{20}{0,841\frac{95,63}{1}} + 0,9683\frac{10}{\frac{47,42}{1}}$$

$$= 0,4757 + 0,2697 + 0,2042 = 0,95 < 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{x_z N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + K_{zy}\frac{M_{y,Ed}}{x_{LT}\frac{M_{y,Rd}}{\gamma_{M1}}} + K_{zz}\frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rd}}{\gamma_{M1}}} =$$

$$\frac{500}{\frac{0,641\cdot 1198,5}{1}}+1,0027\frac{20}{0,824\frac{95,63}{1}}+1,6139\frac{10}{\frac{47,42}{1}}$$
$$=0,6508+0,2544+0,3403=1,25>1$$

έλεγχος ευστάθειας δεν ικανοποιείται.

Έλεγχος αντοχής:
Πλαστική ανάλυση (διατομή κατηγορίας 2).

$$a_f=\frac{A_f}{A}=\frac{2bt_f}{A}=0,743$$

$$a_w=\frac{A_w}{A}=1-a_f=1-0,743=0,257$$

$$n=\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}=0,395$$

$$m_y=\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,pl,Rd}}=0,198$$

$$m_z=\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,pl,Rd}}=0,209$$

Για : n>a_w

$$\left[\frac{m_y(1+a_f)-2(a_w-n)}{2a_f}\right]^2+m_z=0,49<1$$

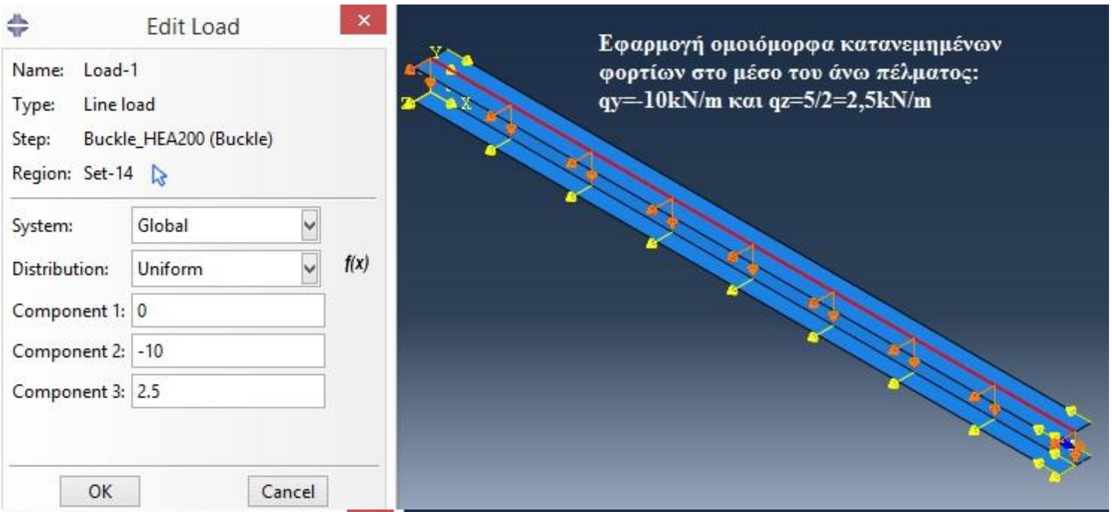
έλεγχος αντοχής ικανοποιείται.
Παρατηρούμε ότι η συγκεκριμένη δοκός για τη φόρτιση που της επιβάλλεται χάνει την ευστάθεια της προτού εξαντληθεί η αντοχή της.

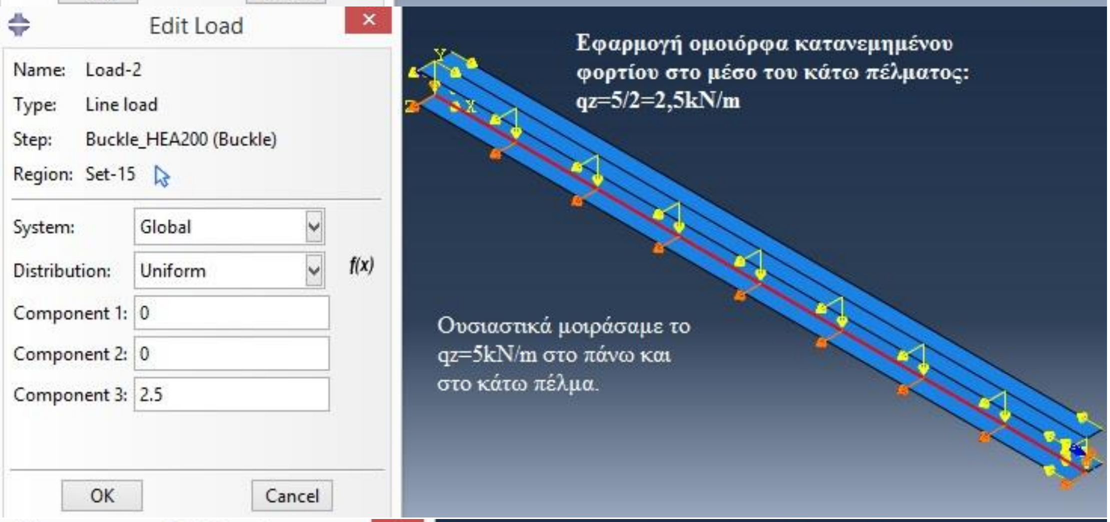
2.3.2 Γραμμική Ανάλυση Λυγισμού με Χρήση Μοντέλων Πεπερασμένων Στοιχείων.

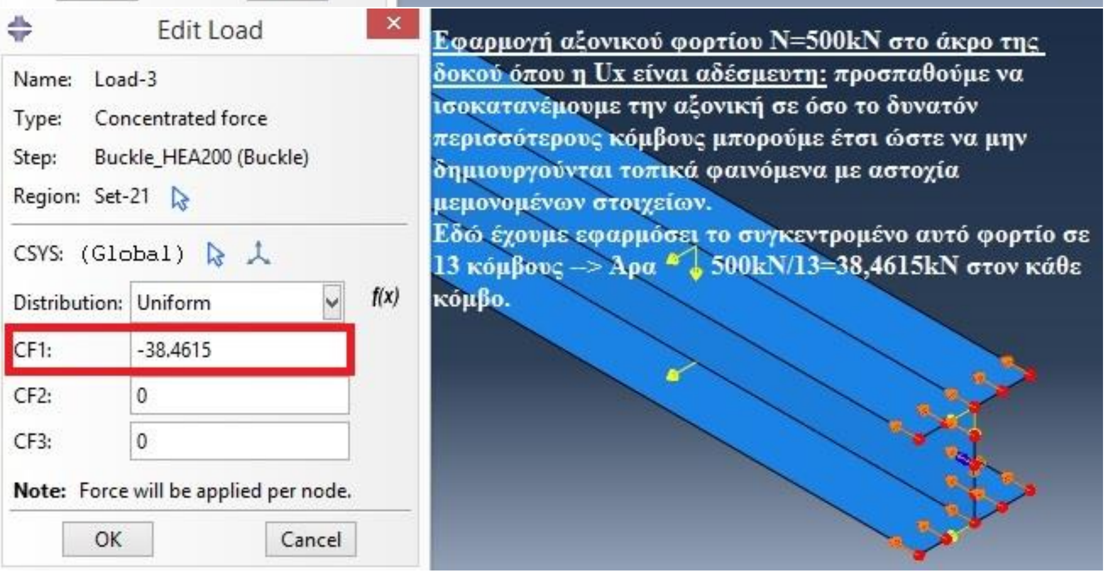
Θα γίνει χρήση μοντέλου επιφανειακών πεπερασμένων και δικτυώματος (αποτελούμενο από στοιχεία δοκού και δικτυώματος) για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού (αποτέλεσμα γραμμικής ανάλυσης λυγισμού). Εν συνεχεία θα γίνει έλεγχος ευστάθειας (εύρεση οριακού φορτίου λυγισμού) με χρήση της γενικής μεθόδου του EC3 που περιγράφεται στην παράγραφο 1.10.

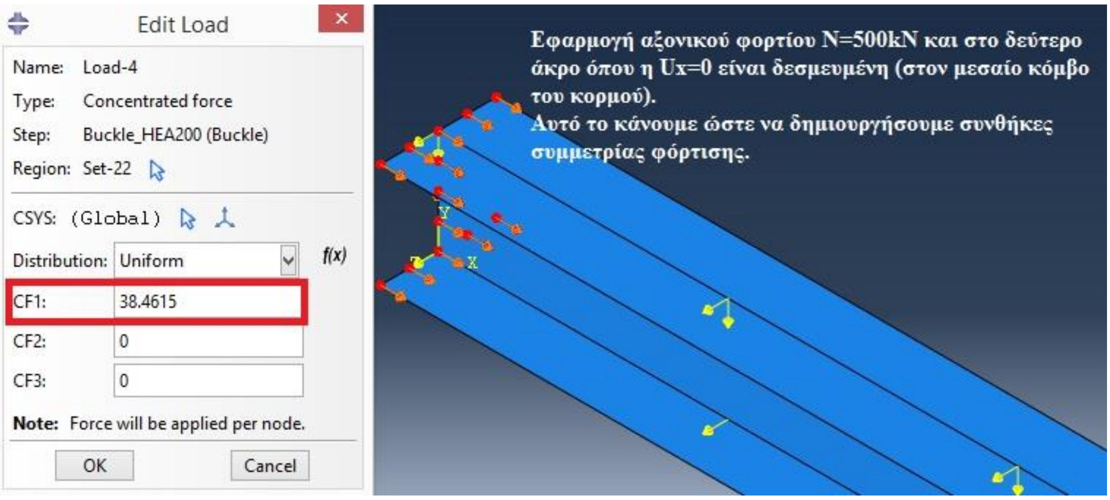
2.3.2.1 Γραμμική Ανάλυση Λυγισμού με Χρήση Επιφανειακών Πεπερασμένων Στοιχείων.

Παρακάτω γίνεται περιγραφή και επίλυση με επιφανειακά πεπερασμένα στοιχεία. Η μόρφωση του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων είναι όμοια με την εφαρμογή 2.2. Το μόνο που αλλάζει είναι η εφαρμογή των φορτίων, διαδικασία που θα δείξουμε στις εικόνες που ακολουθούν:

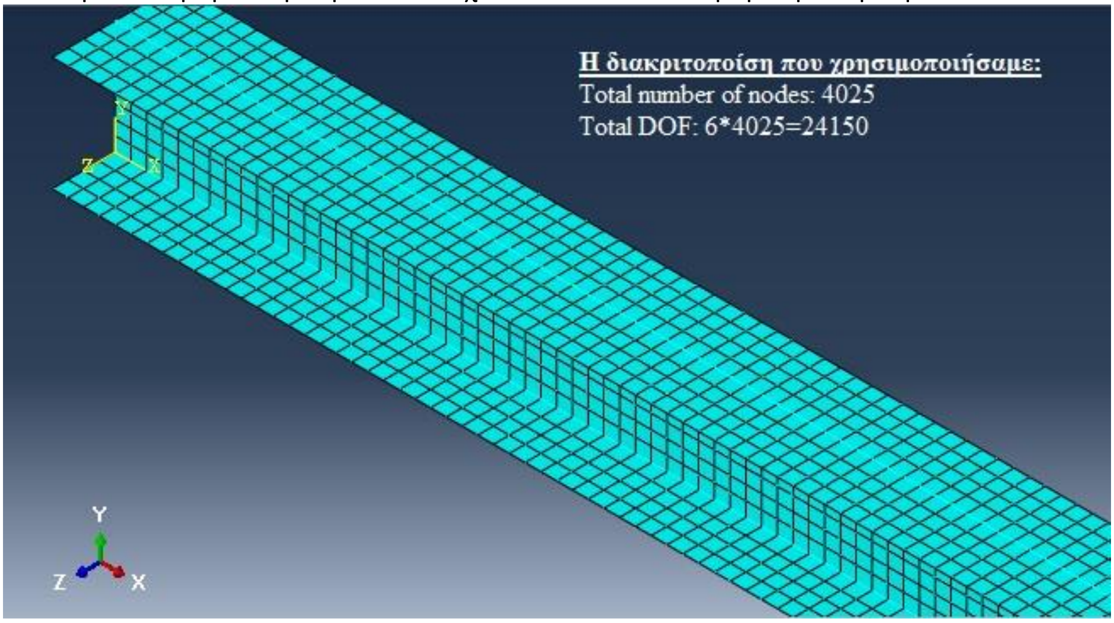

Edit Load
Name: Load-1
Type: Line load
Step: Buckle_HEA200 (Buckle)
Region: Set-14
System: Global
Distribution: Uniform
f(x)
Component 1: 0
Component 2: -10
Component 3: 2.5
OK
Cancel
Εφαρμογή ομοιόμορφα κατανεμημένων φορτίων στο μέσο του άνω πέλματος: qy=-10kN/m και qz=5/2=2,5kN/m


Edit Load
Name: Load-2
Type: Line load
Step: Buckle_HEA200 (Buckle)
Region: Set-15
System: Global
Distribution: Uniform
f(x)
Component 1: 0
Component 2: 0
Component 3: 2.5
OK
Cancel
Εφαρμογή ομοιόρφα κατανεμημένου φορτίου στο μέσο του κάτω πέλματος: qz=5/2=2,5kN/m
Ουσιαστικά μοιράσαμε το qz=5kN/m στο πάνω και στο κάτω πέλμα.

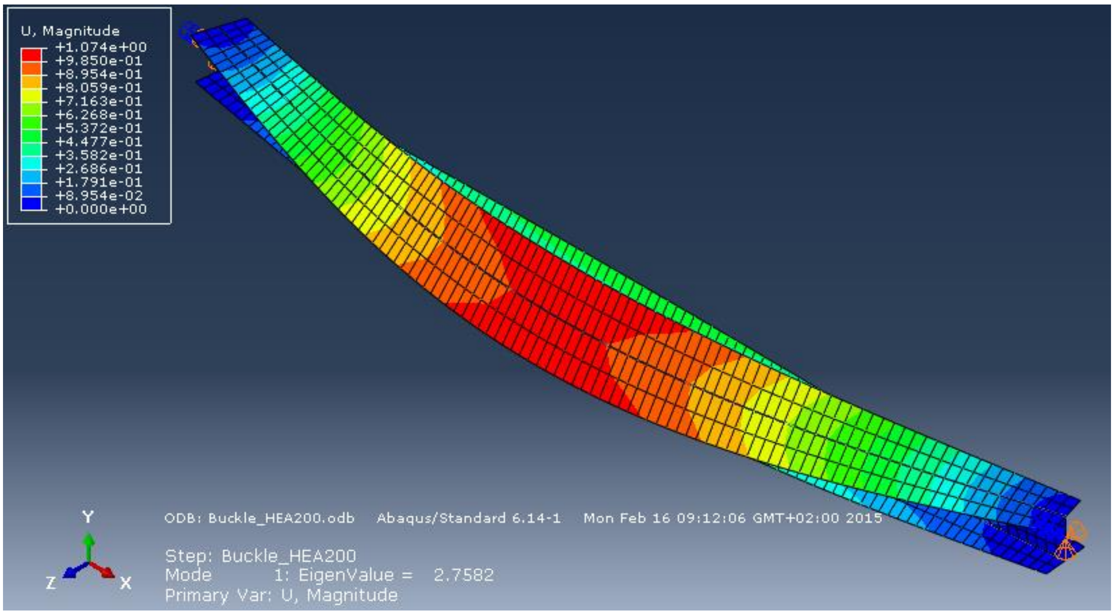

Edit Load
Name: Load-3
Type: Concentrated force
Step: Buckle_HEA200 (Buckle)
Region: Set-21
CSYS: (Global)
Distribution: Uniform
f(x)
CF1: -38.4615
CF2: 0
CF3: 0
Note: Force will be applied per node.
OK
Cancel
Εφαρμογή αξονικού φορτίου N=500kN στο άκρο της δοκού όπου η Ux είναι αδέσμευτη: προσπαθούμε να ισοκατανέμουμε την αξονική σε όσο το δυνατόν περισσότερους κόμβους μπορούμε έτσι ώστε να μην δημιουργούνται τοπικά φαινόμενα με αστοχία μεμονομένων στοιχείων.
Εδώ έχουμε εφαρμόσει το συγκεντρωμένο αυτό φορτίο σε 13 κόμβους --> Άρα 500kN/13=38,4615kN στον κάθε κόμβο.



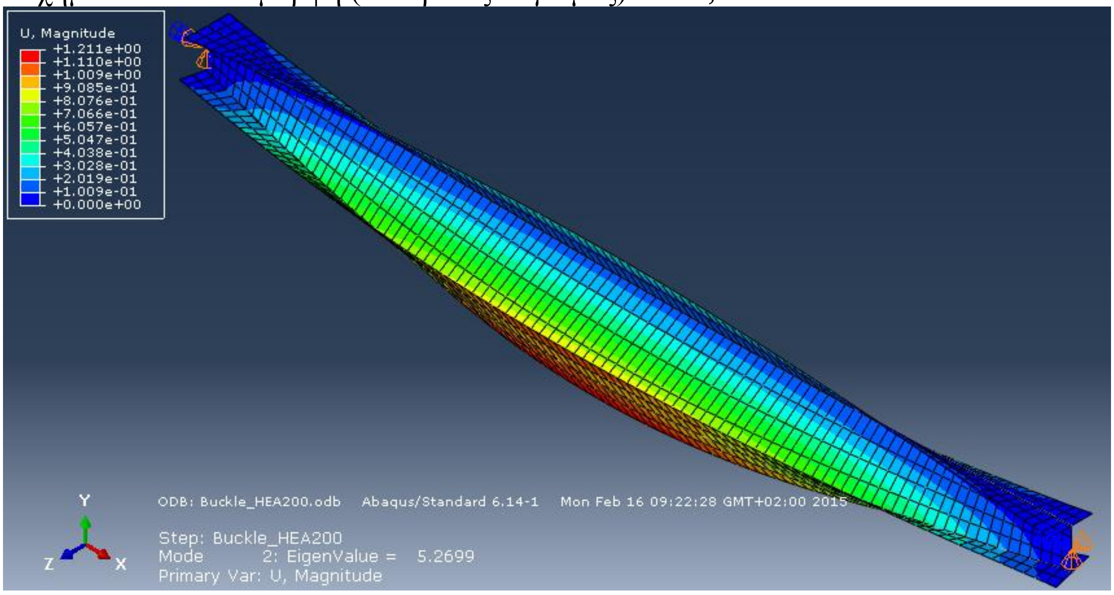
Η διακριτοποίηση πεπερασμένων στοιχείων που ακολουθήθηκε ήταν η παρακάτω:



2.3.2.1.1 Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης λυγισμού.

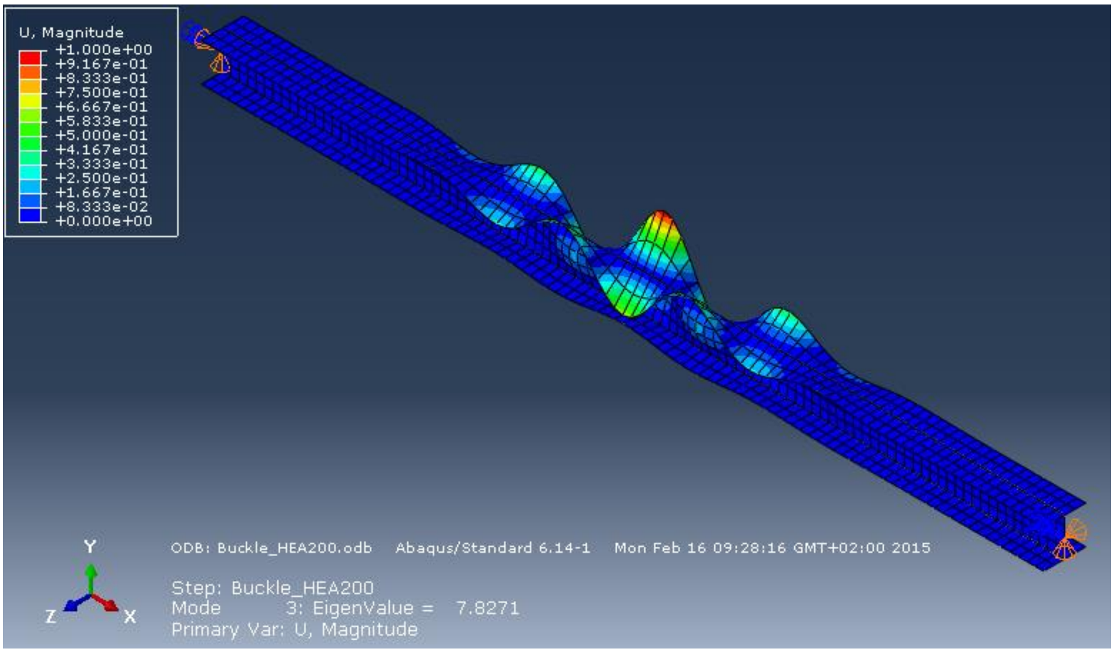


Σχήμα 2.36 1η ιδιομορφή (πλευρικός λυγισμός) acr=2,7582.

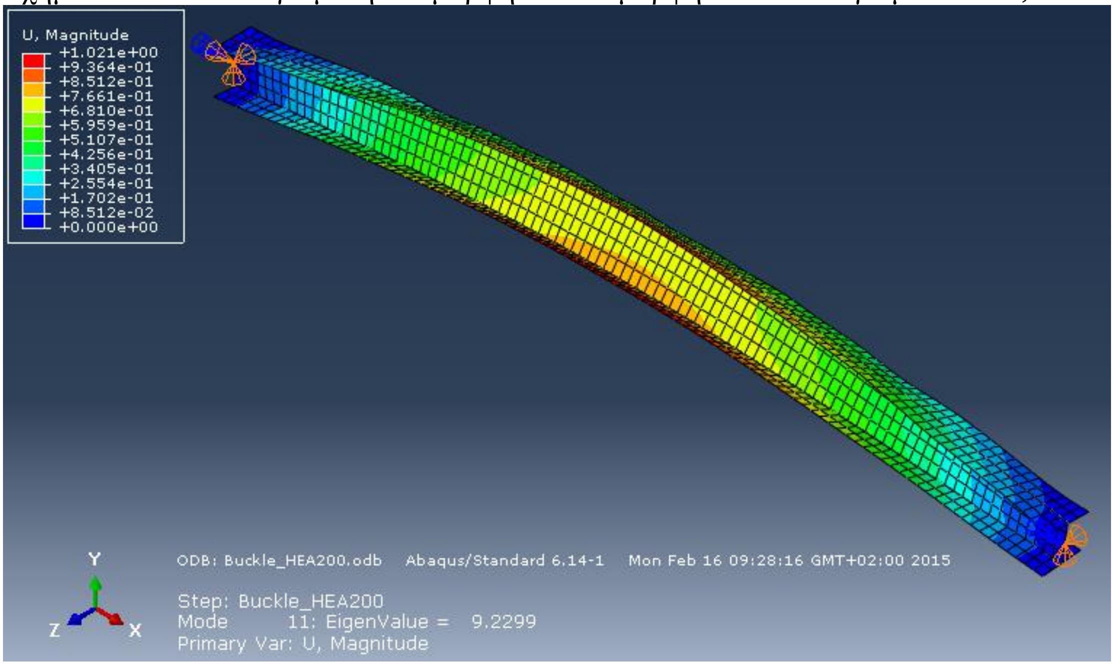


Σχήμα 2.37 2η ιδιομορφή (πλευρικός λυγισμός) acr=5,2699.

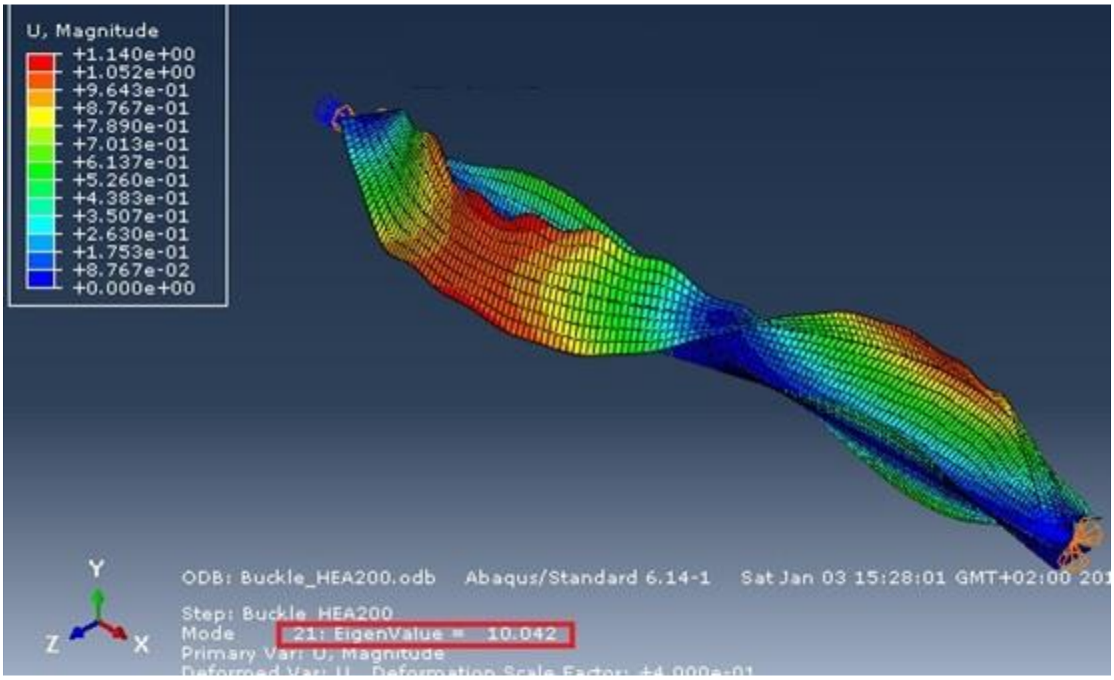
Σε αυτή την ιδιομορφή έχουμε εκτροπή του κάτω πέλματος λόγο της ύπαρξης της θλιπτικής αξονικής.



Σχήμα 2.38 3η υπολογισμένη ιδιομορφή -1η ιδιομορφή τοπικού λυγισμού acr=7,8271.



Σχήμα 2.39 3η ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού acr=9,2299.
Έχει υπολογιστεί ως 11η καθώς 3-10 υπήρξαν ιδιομορφές τοπικού λυγισμού.



Σχήμα 2.40 4^{η} ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού acr=10,042.

2.3.2.1.2 Έλεγχος Ευστάθειας

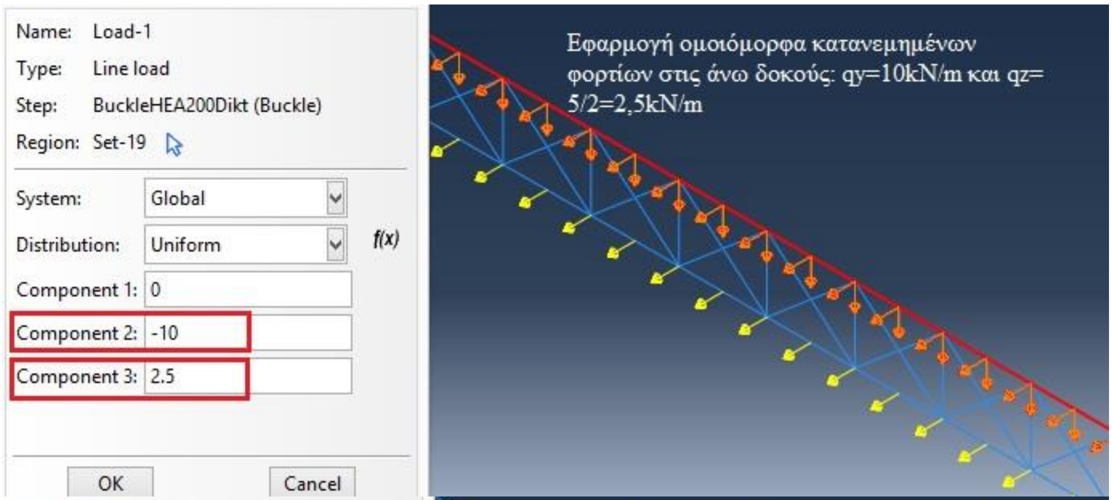
Έχουμε αμφιέρειστη δοκό 4m→$M_{y,Ed}=q_y\ l^2/8$→ $M_{y,Ed}=10*4^2/8=20$kNm και Ned=500kN τα εντός επιπέδου εντατικά μεγέθη στη δυσμενέστερη διατομή για την 1^{η} (εκτός επιπέδου) ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού.Θα κάνουμε έλεγχο ευστάθειας με βάση την γενική μέθοδος για πλευρικό και στρεπτοκαμπτικό λυγισμό δομικών στοιχείων, καθώς από την γραμμική ανάλυση λυγισμού εξάγουμε τα κρίσιμα μεγέθη (acr). Εδώ βρήκαμε acr=2,7582 (1^{η} ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού).

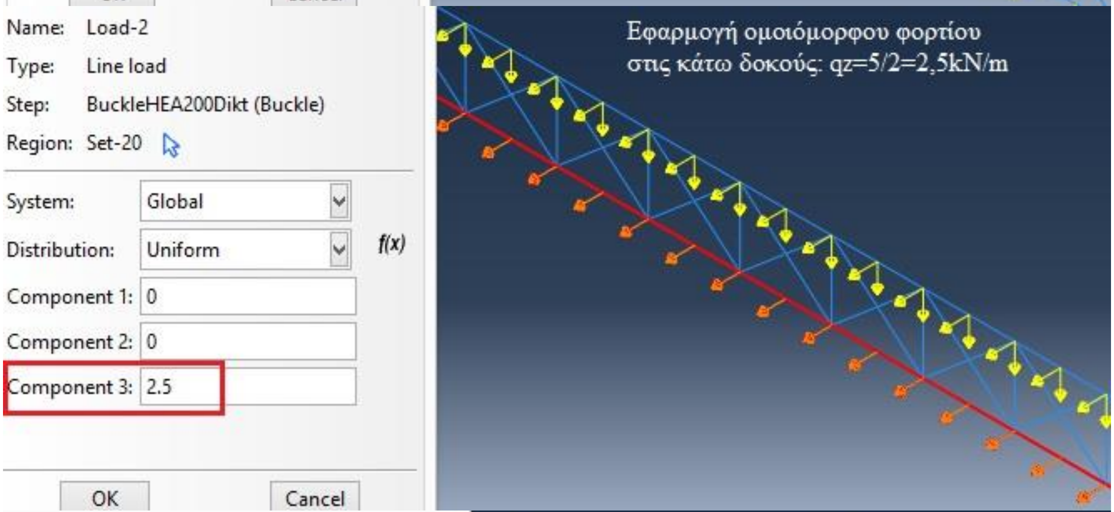
<table>
<tr><td>$a_{cr,op}$</td><td>N_{ed}/N_{Rk}</td><td>$M_{z,ed}/M_{z,Rk}$</td><td>a_{ult}</td><td colspan="2" rowspan="2">Έλεγχος Ευστάθειας</td></tr>
<tr><td>2,7582</td><td>0,4168</td><td>0,2091</td><td>1,5977</td></tr>
<tr><td>λ_{op}</td><td>$\Phi_{LT}=f(\lambda_{op})$</td><td>$\chi_{LT}$</td><td>$\chi_{op}=\min(\chi)$</td><td>$\chi_{op}*a_{ult}/\gamma_{M1}$</td><td><1</td></tr>
<tr><td>0,7611</td><td>0,8485</td><td>0,8172</td><td rowspan="5">0,580</td><td rowspan="5">0,926</td><td rowspan="5">Μη Επάρκεια</td></tr>
<tr><td>λ_{op}</td><td>$\Phi_z=f(\lambda_{op})$</td><td>$\chi_z=f(\lambda_{op})$</td></tr>
<tr><td>0,7611</td><td>0,9271</td><td>0,6866</td></tr>
<tr><td>λ_z</td><td>$\Phi_z=f(\lambda_z)$</td><td>$\chi_z=f(\lambda_z)$</td></tr>
<tr><td>0,9327</td><td>1,1145</td><td>0,5799</td></tr>
</table>

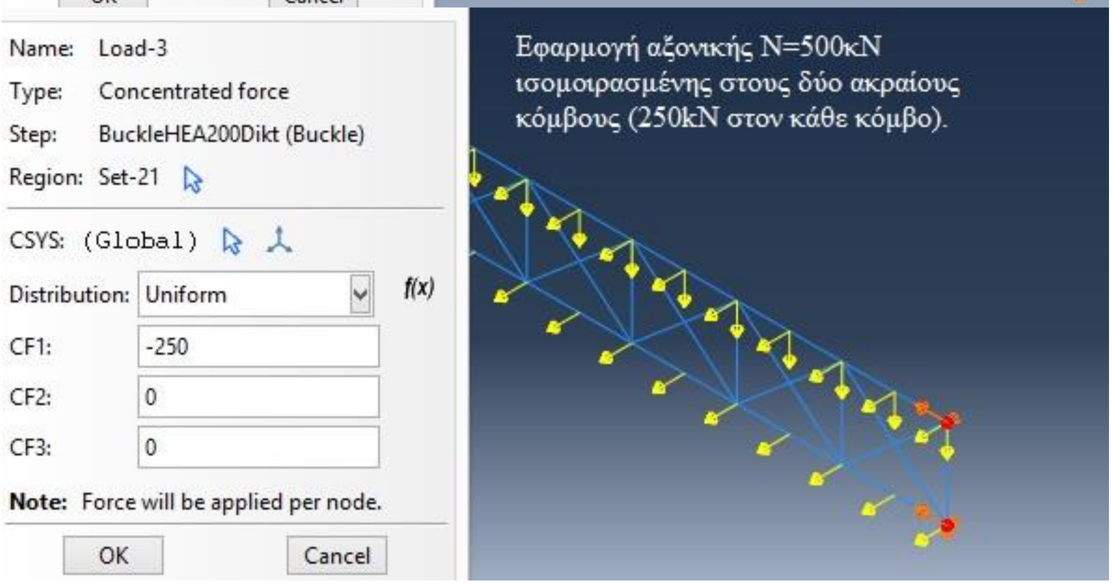
Όμοια με την μέθοδο 2 του EC3 λαμβάνουμε ότι η δοκός δεν επαρκεί έναντι ευστάθειας.

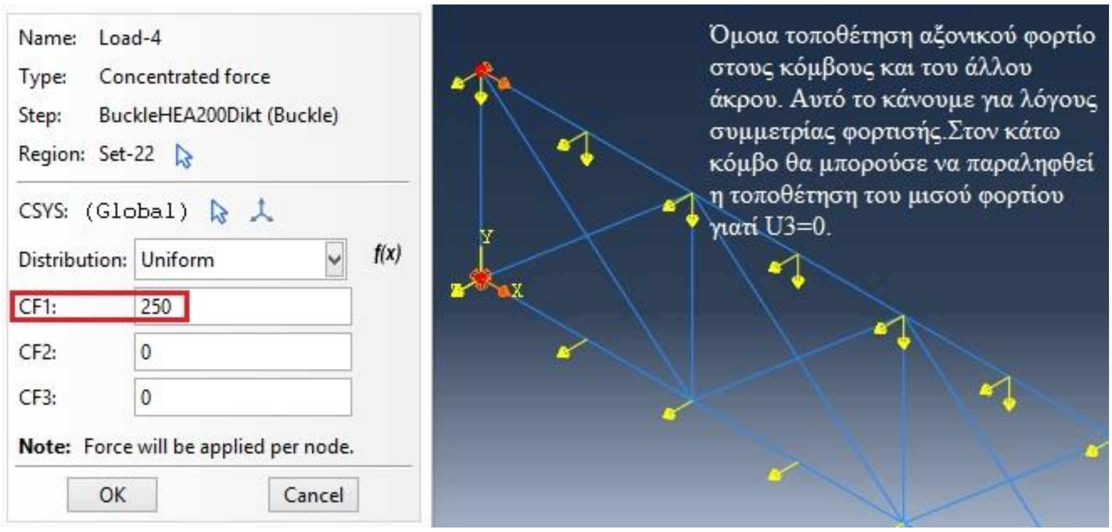
2.3.2.2 Γραμμική Ανάλυση Λυγισμού με Χρήση Μοντέλου Δικτυώματος.

Παρακάτω γίνεται περιγραφή και επίλυση με στοιχεία δοκού (μοντέλου δικτυώματος). Η μόρφωση αυτού του μοντέλου είναι όμοια με την εφαρμογή 2.2 . Το μόνο που αλλάζει είναι η εφαρμογή των φορτίων, διαδικασία που θα δείξουμε στις εικόνες που ακολουθούν:

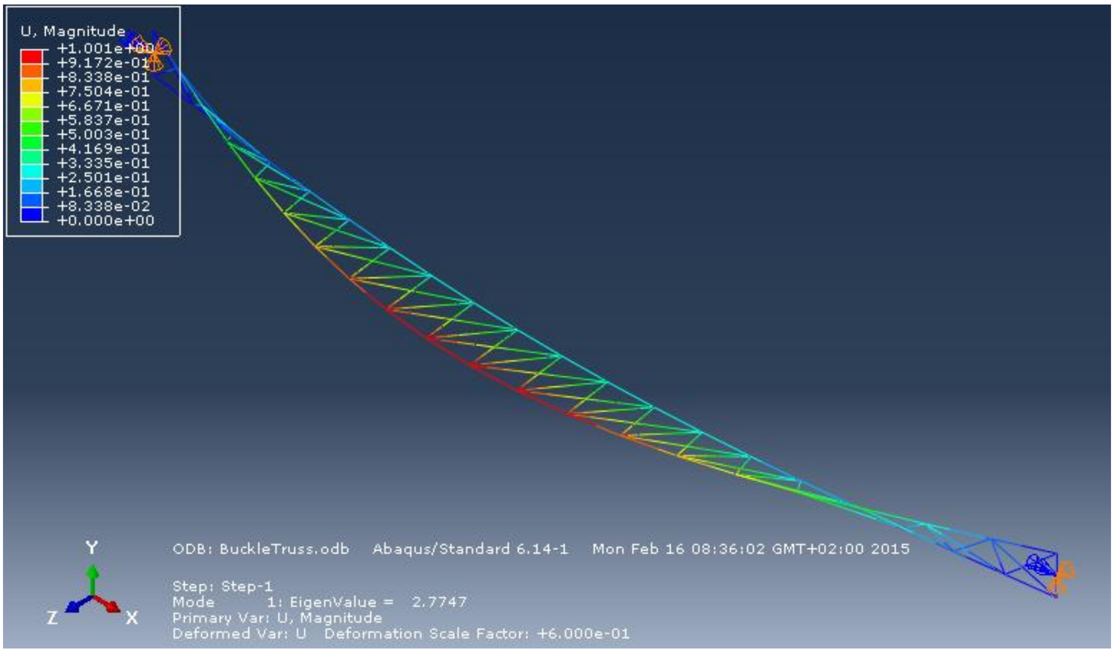

Name: Load-1
Type: Line load
Step: BuckleHEA200Dikt (Buckle)
Region: Set-19
System: Global
Distribution: Uniform
f(x)
Component 1: 0
Component 2: -10
Component 3: 2.5
OK
Cancel
Εφαρμογή ομοιόμορφα κατανεμημένων φορτίων στις άνω δοκούς: qy=10kN/m και qz= 5/2=2,5kN/m


Name: Load-2
Type: Line load
Step: BuckleHEA200Dikt (Buckle)
Region: Set-20
System: Global
Distribution: Uniform
f(x)
Component 1: 0
Component 2: 0
Component 3: 2.5
OK
Cancel
Εφαρμογή ομοιόμορφου φορτίου στις κάτω δοκούς: qz=5/2=2,5kN/m

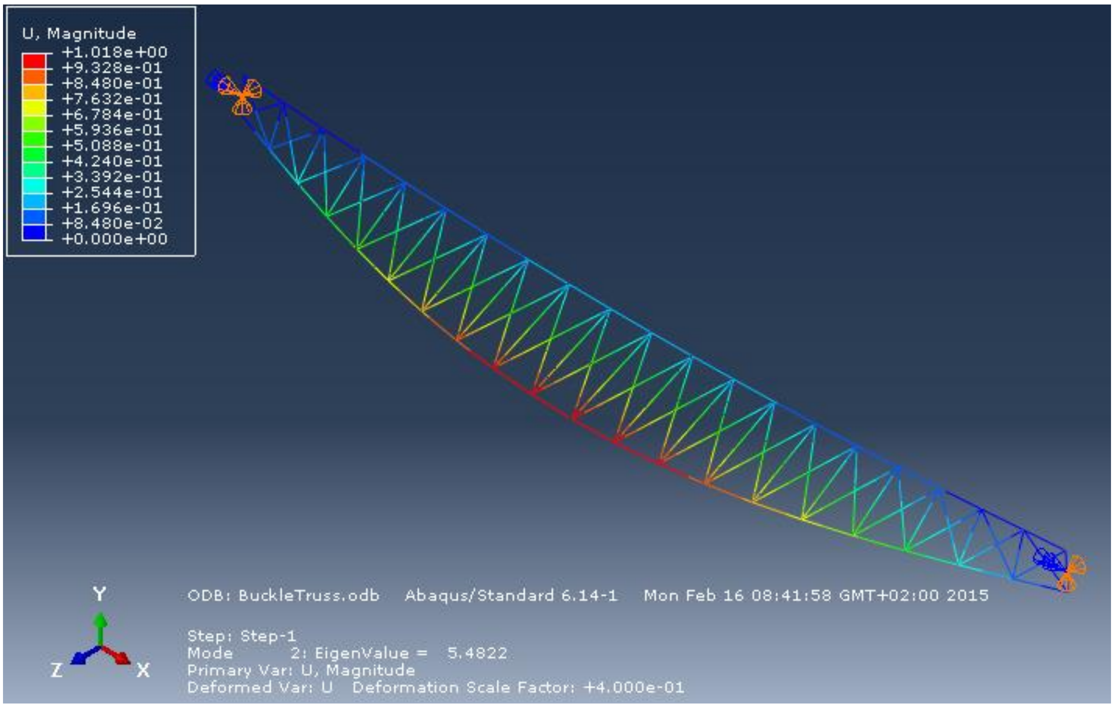

Name: Load-3
Type: Concentrated force
Step: BuckleHEA200Dikt (Buckle)
Region: Set-21
CSYS: (Global)
Distribution: Uniform
f(x)
CF1: -250
CF2: 0
CF3: 0
Note: Force will be applied per node.
OK
Cancel
Εφαρμογή αξονικής N=500κN ισομοιρασμένης στους δύο ακραίους κόμβους (250kN στον κάθε κόμβο).



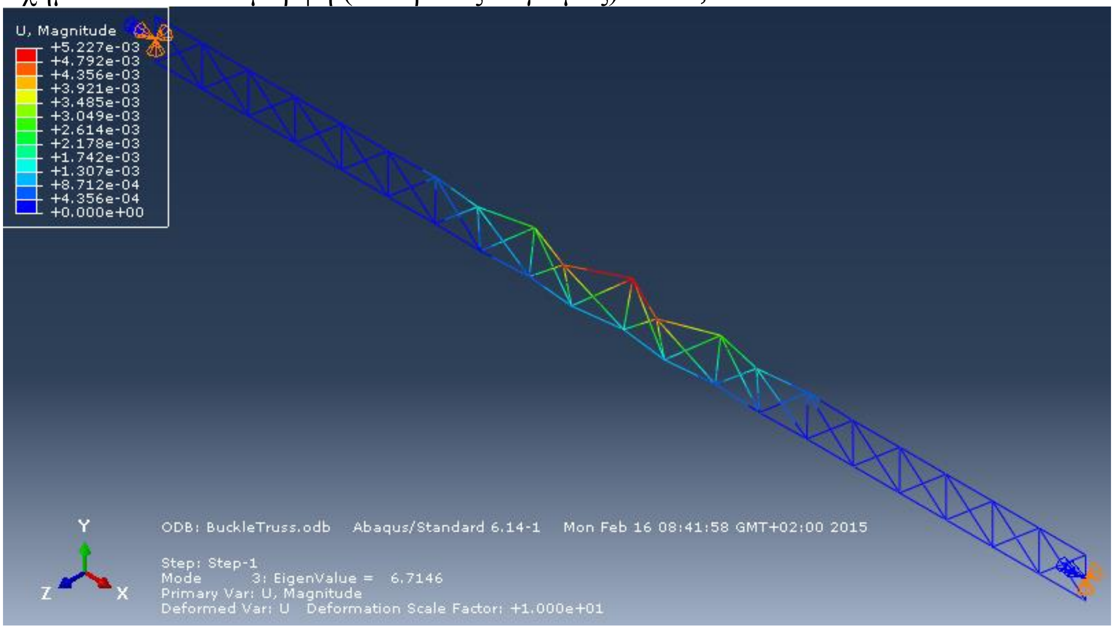
2.3.2.2.1 Αποτελέσματα γραμμικής ανάλυσης λυγισμού.



Σχήμα 2.41 1η ιδομορφή (πλευρικός λυγισμός) acr=2,7747.

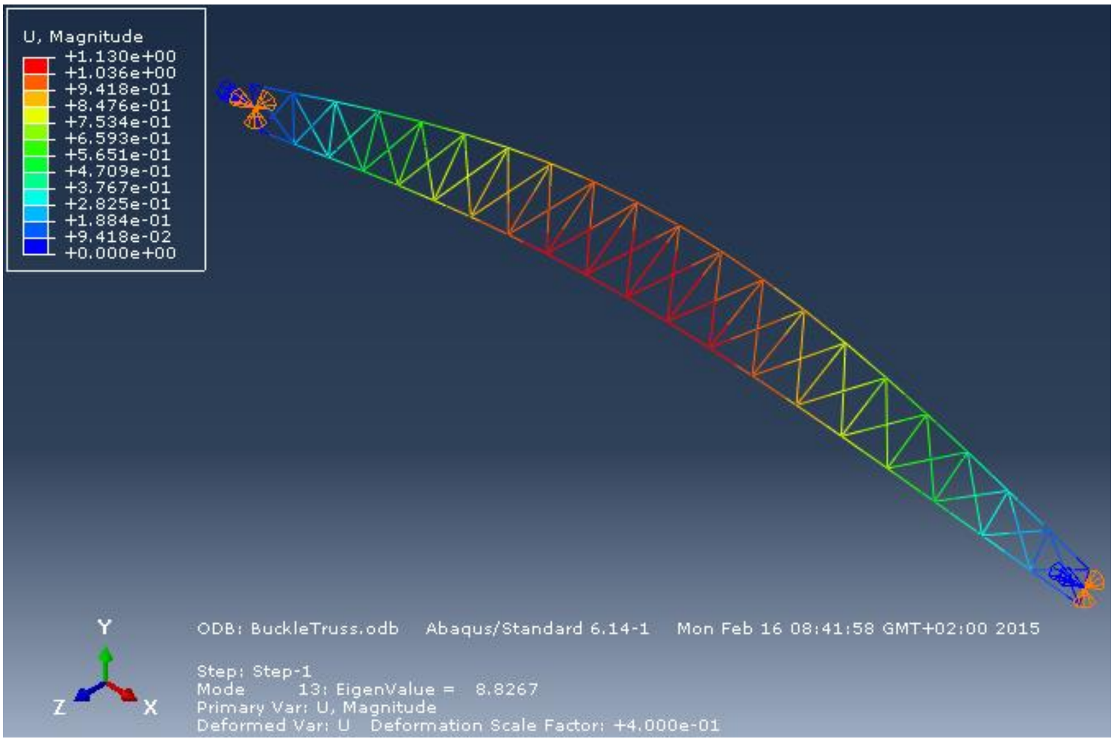


Σχήμα 2.42 2η ιδομορφή (πλευρικός λυγισμός) acr=5,4822

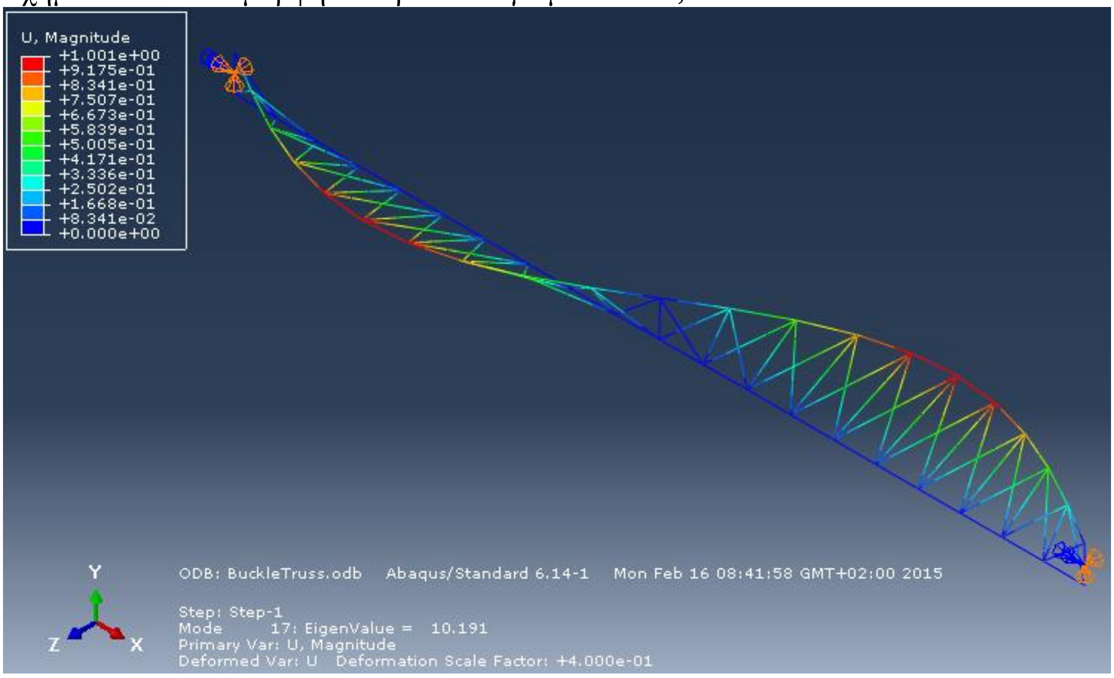


Σχήμα 2.43 1η ιδιομορφή τοπικού λυγισμού acr=6,7146.

Στην 3η υπολογισμένη ιδιομορφή (όμοια με το μοντέλο των Shell Elements) έχουμε την 1η ιδιομορφή τοπικού λυγισμού acr=6,7146 (τοπικός λυγισμός άνω θλιβόμενου στοιχείου- εκφράζεται με την εκτροπή μεμονομένων στοιχείων).



Σχήμα 2.44 $3^η$ ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού acr=8,8267.



Σχήμα 2.45 $4^η$ ιδιομορφή πλευρκού λυγισμού acr=10,191.

2.3.2.2.2 Έλεγχος Ευστάθειας.

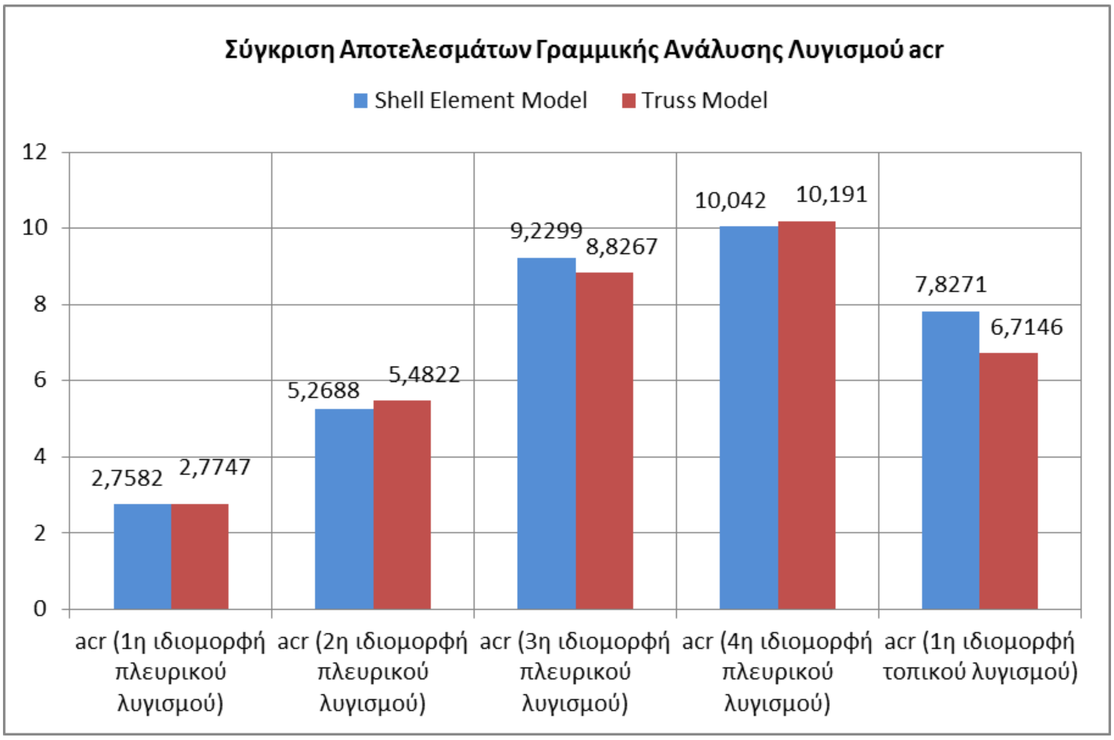
Έχουμε αμφιέρειστη δοκό 4m→$M_{y,Ed}=q_y\ l^2/8$→ $M_{y,Ed}=10*4^2/8=20$kNm και Ned=500kN τα εντός επιπέδου εντατικά μεγέθη στη δυσμενέστερη διατομή για την $1^η$ (εκτός επιπέδου) ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού.Θα κάνουμε έλεγχο ευστάθειας με βάση την γενική μέθοδος για πλευρικό και στρεπτοκαμπτικό λυγισμό δομικών στοιχείων, καθώς από την γραμμική ανάλυση λυγισμού εξάγουμε τα κρίσιμα μεγέθη (acr). Εδώ βρήκαμε acr=2,7747 ($1^η$ ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού).

$a_{cr,op}$	N_{ed}/N_{Rk}	$M_{z,ed}/M_{z,Rk}$	a_{ult}	Έλεγχος Ευστάθειας	
2,7747	0,4168	0,2091	1,5977		
λ_{op}	$\Phi_{LT}=f(\lambda_{op})$	x_{LT}	$x_{op}=\min(x)$	$x_{op}*a_{ult}/\gamma_{M1}$	<1
0,7588	0,8466	0,8184			
λ_{op}	$\Phi_z=f(\lambda_{op})$	$x_z=f(\lambda_{op})$	0,582	0,929	Μη Επάρκεια
0,7588	0,9248	0,6880			
λ_z	$\Phi_z=f(\lambda_z)$	$x_z=f(\lambda_z)$			
0,9299	1,1112	0,5816			

Η δοκός επαρκεί δεν επαρκεί έναντι ευστάθειας, αποτέλεσμα που μας είχε δώσει και η επίλυση με το μοντέλο των επιφανειακών πεπ. στοιχείων.

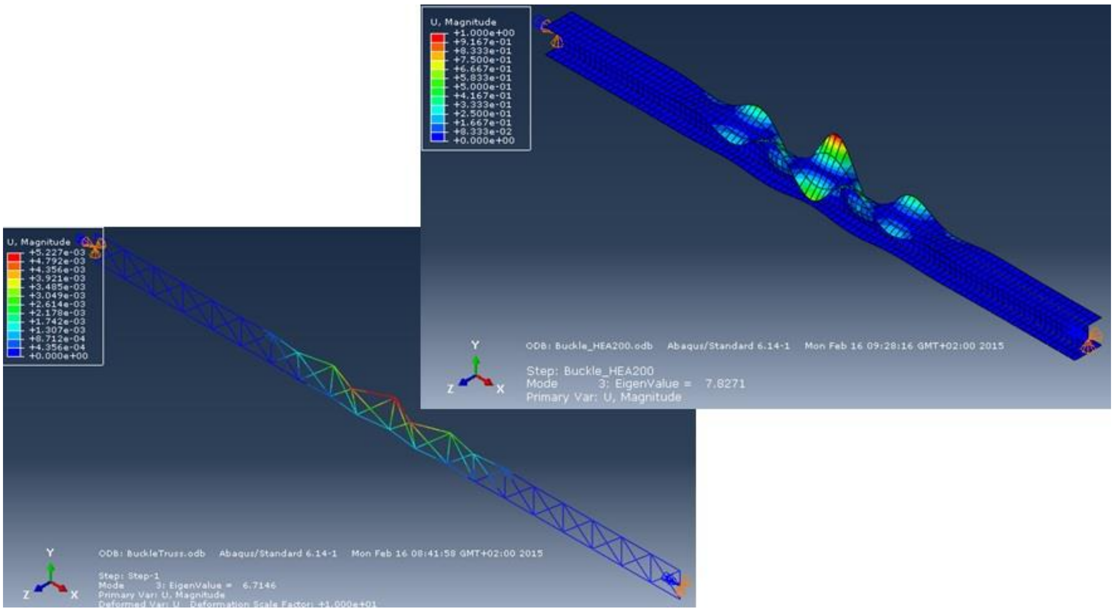
2.3.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων γραμμικών αναλύσεων λυγισμού

	acr (1η ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού)	acr (2η ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού)	acr (3η ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού)	acr (4η ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού)	acr (1η ιδιομορφή τοπικού λυγισμού)
Shell Element Model	2,7582	5,2688	9,2299	10,042	7,8271
Truss Model	2,7747	5,4822	8,8267	10,191	6,7146
Διαφορά (%)	0,60	4,05	4,37	1,48	14,21



Σχήμα 2.46 Σύγκριση αποτελεσμάτων.

Παρατηρούμε ότι τα δύο προσομοιώματα δίνουν παραπλήσια αποτελέσματα στις ιδιομορφές καθολικού λυγισμού (μέγιστη διαφορά 4,4% στην $3^{η}$ ιδιομορφή). Τα αποτελέσματα τοπικού λυγισμού διαφέρουν περισσότερο (14,21% στην $1^{η}$ ιδιομορφή τοπικού λυγισμού). Είναι προφανές ότι το προσομοίωμα δοκών «χάνει στην ακριβή εύρεση τοπικών φαινομένων καθώς το πλήθος των βαθμών ελευθερίας του προσομοιώματος δοκών είναι εξαιρετικά μικρότερο. Άλλωστε όπως είδαμε ο τοπικός λυγισμός στο προσομοιώμα δοκών εκφράζεται με την εκτροπή μεμονωμένων δοκών.



Σχήμα 2.47 Σύγκριση $1^{ης}$ ιδιομορφής τοπικού λυγισμού.

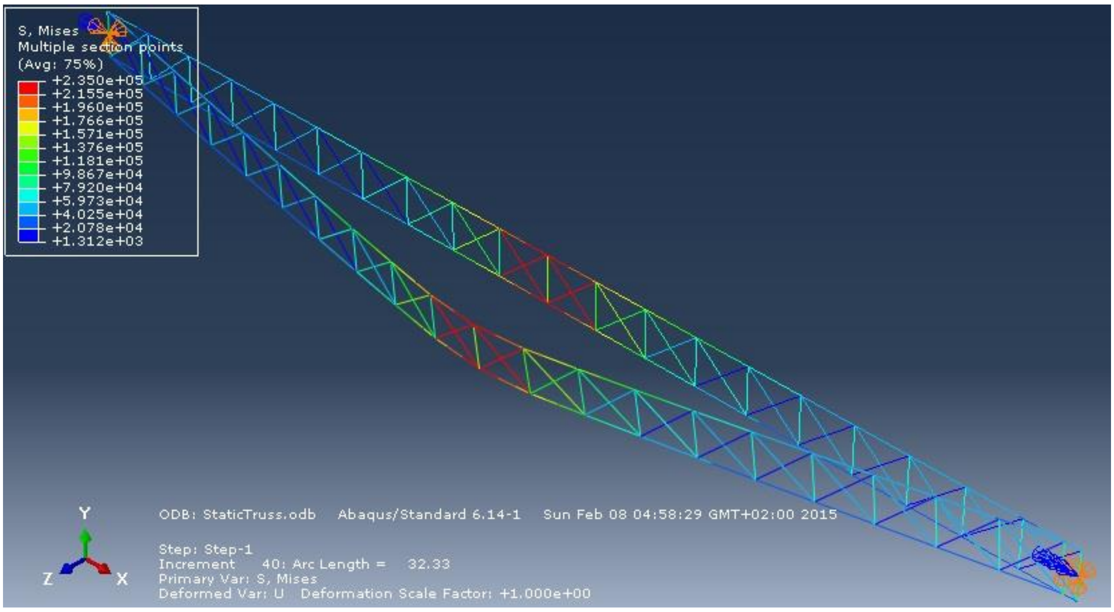
Σημειώνεται ότι τα αποτελέσματα έχουν μίκρη διαφορά και στην περίπτωση του μοντέλου δικτυώματος οι υπολογιστικοί χρονοί είναι πολύ μικρότεροι διότι το σύστημα έχει να χειριστεί μικρότερο μέγεθος μητρώων ($DOF_{δικτ}$=378 vs

$DOF_{επιφ\ πεπ}$=24150).

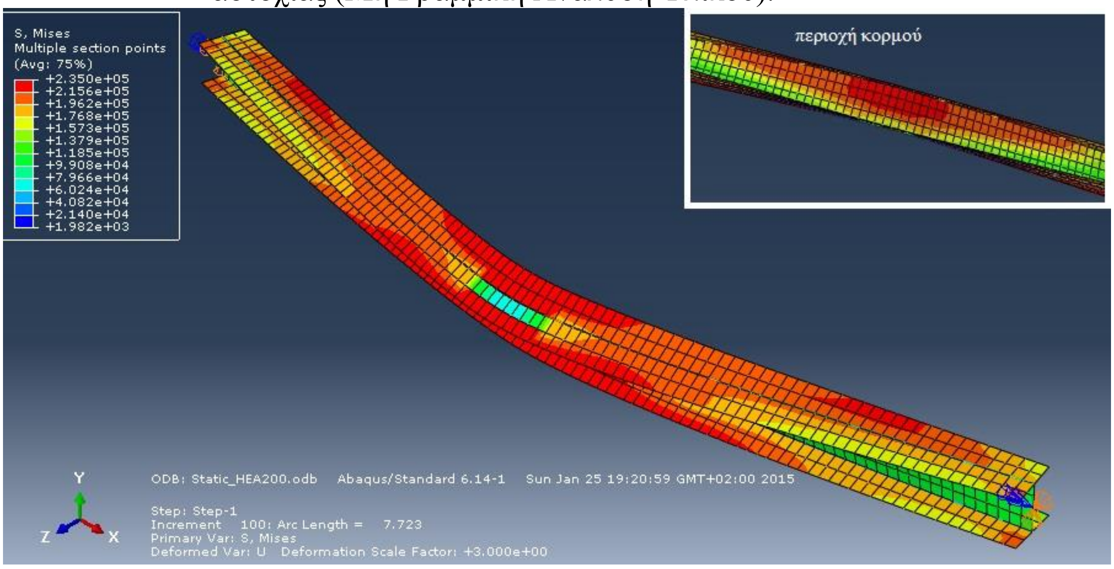
Παρακάτω ακολουθούν μη γραμμικές αναλύσεις στις οποίες θα εξετάσουμε την συμπεριφορά της δοκού συναρτήση της φόρτισης με γεωμετρική ατέλεια η χωρίς και μη γραμμικότητα υλικού ή χωρίς.

2.3.4 Μη Γραμμικές Αναλύσεις.
2.3.4.1 Μη Γραμμική Ανάλυση υλικού.

Εκτελούμε μη γραμμική ανάλυση υλικού, δίνοντας μηδενική αρχική γεωμετρική ατέλεια e=0. Στις ιδιότητες του υλικού δίνουμε τις ελαστικές ιδιότητες και την πλαστική συμπεριφορά.

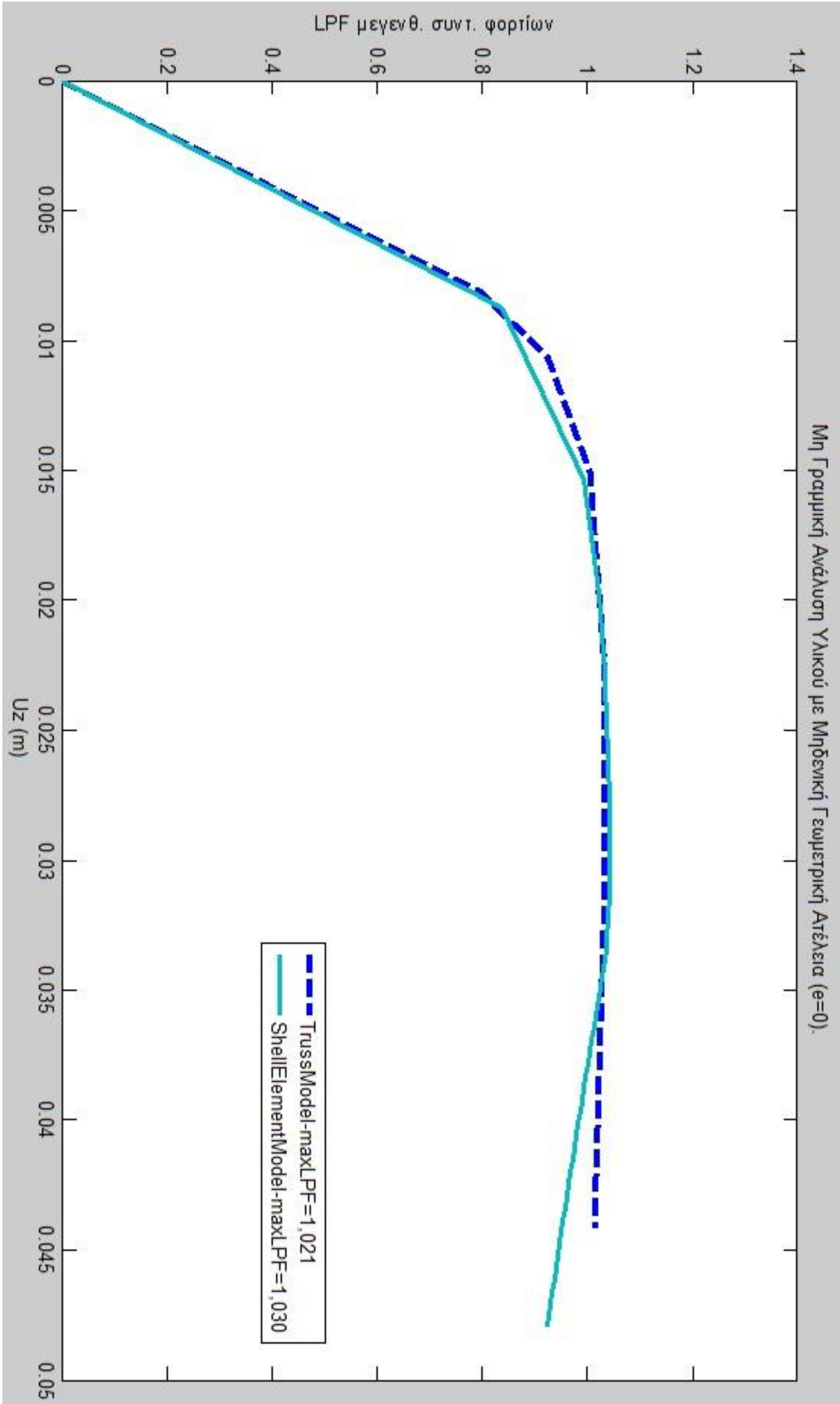


Σχήμα 2.48 Παραμορφωμένη κάτασταση μοντέλου Δικτυώματος σε φάση αστοχίας (Μη Γραμμική Ανάλυση Υλικού).

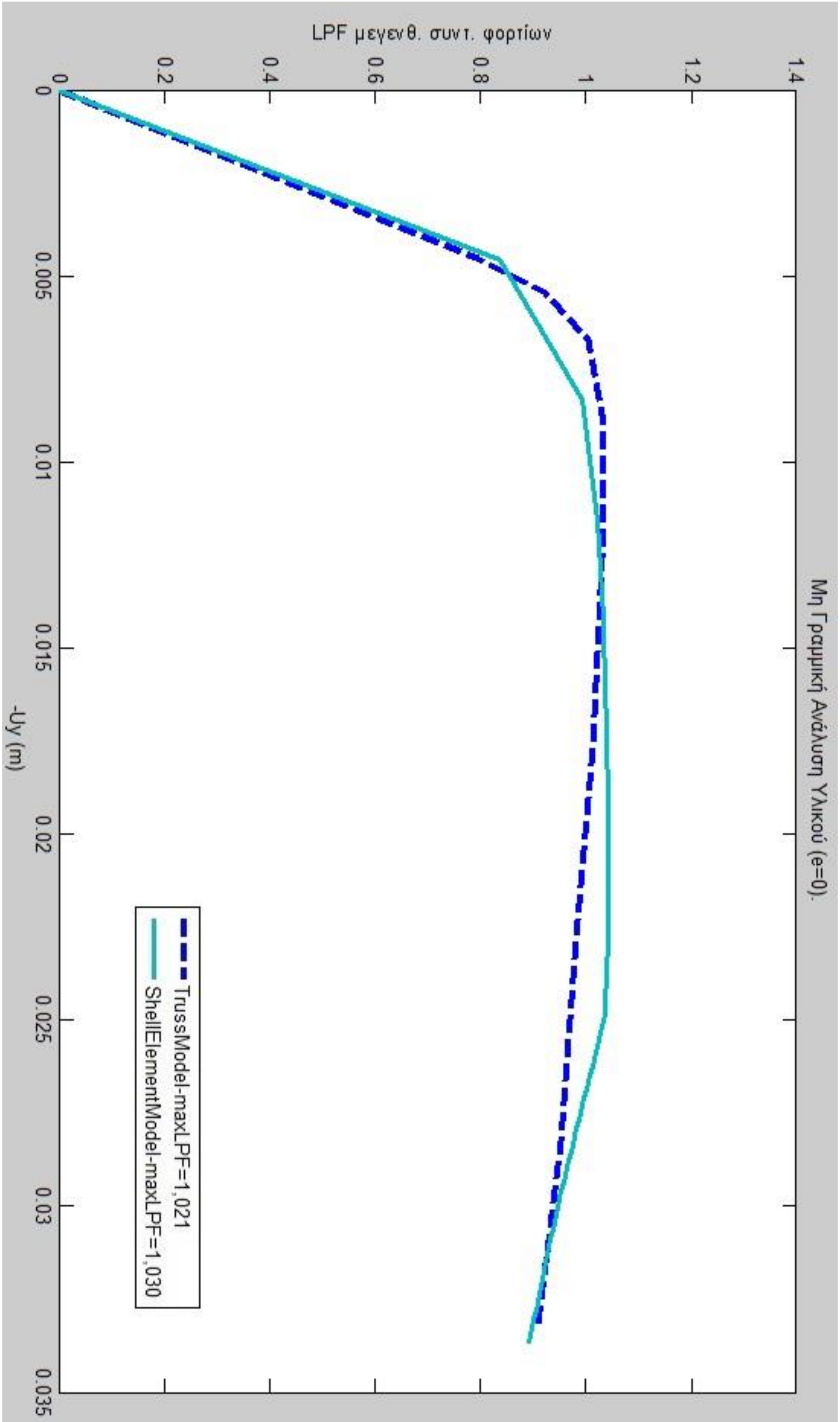


Σχήμα 2.49 Παραμορφωμένη κατάσταση μοντέλου επιφανειακών πεπερασμένων σε φάση αστοχίας (Μη Γραμμική Ανάλυση Υλικού)

-Αποτελέσματα μη γραμμικης ανάλυσης υλικού.



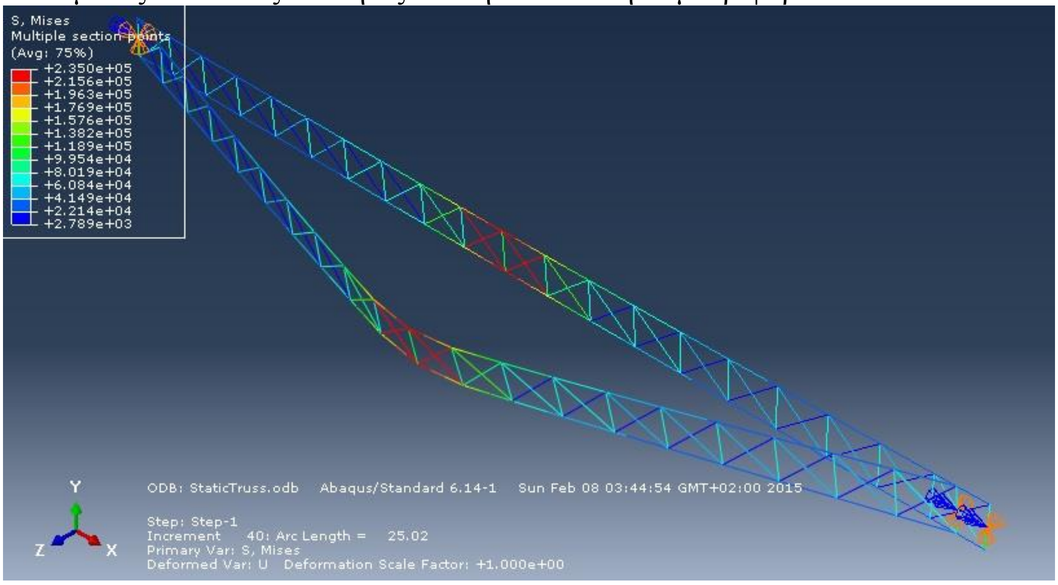
Σχήμα 2.50 Μη γραμμική ανάλυση υλικού. Uz-LPF



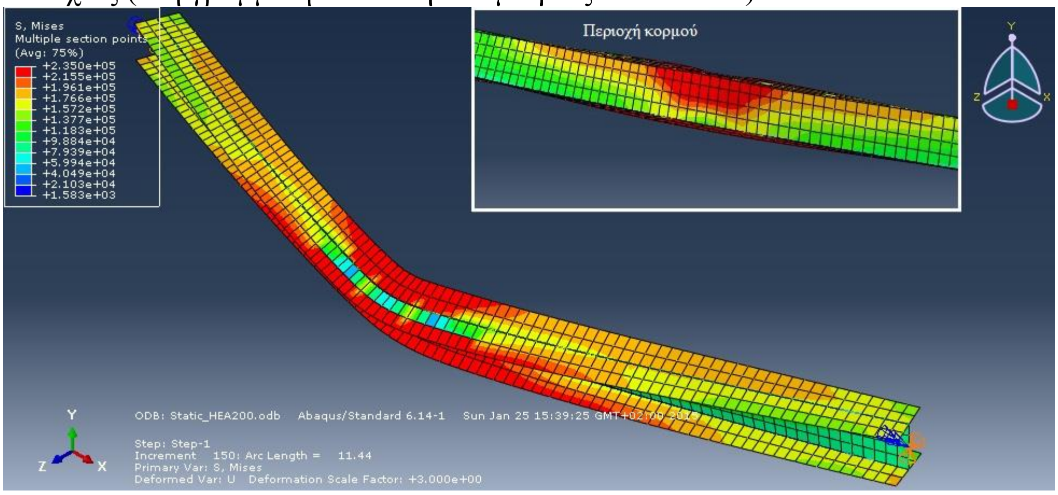
Σχήμα 2.51 Μη γραμμική ανάλυση υλικού. Uy-LPF

2.3.4.2 Μη Γραμμική Ανάλυση γεωμετρίας φορέα και υλικού.

Θα γίνει χρήση του μοντέλου Truss Element και Shell Element που είχε αρχικά κατασκευαστεί. Στη μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας δίνουμε στο φορέα ατέλεια με τη μορφή της πρώτης ιδιομορφής. Θεωρούμε αρχική ατέλεια μικρού μεγέθους προς την κατεύθυνση της εκτροπής. Εδώ έχουμε εκτελέσει 4 αναλύσεις με αρχική γεωμετρική ατέλεια e_0= 1,33cm, 2,0cm, 4,0cm, 6,0cm. Στις ιδιότητες του υλικού δίνουμε τις ελαστικές ιδιότητες και την πλαστική συμπεριφορά.

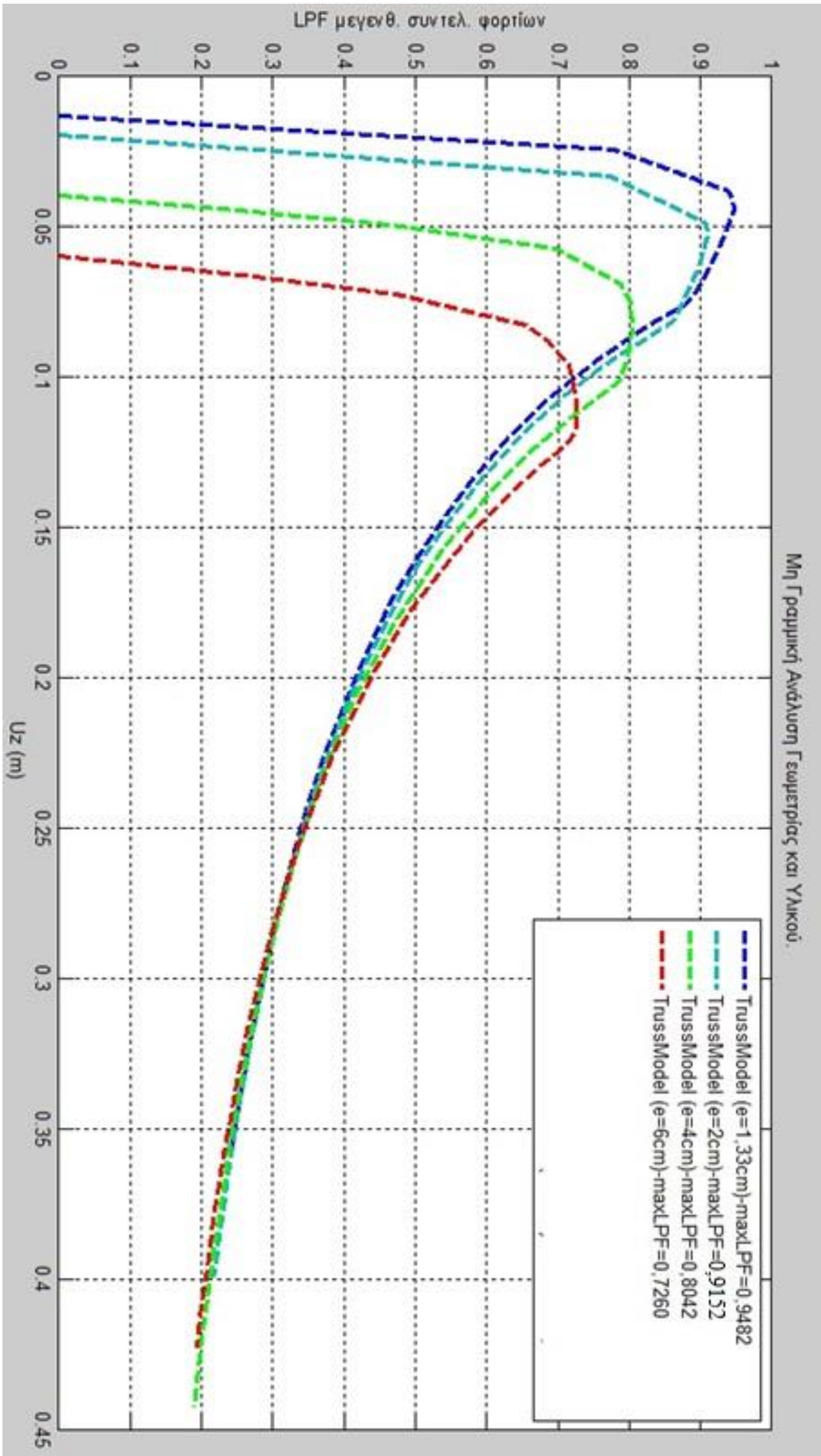


Σχήμα 2.52 Παραμορφωμένη κατάσταση μοντέλου Στοιχείων Δοκού σε φάση αστοχίας (Μη γραμμική ανάλυση Γεωμετρίας και Υλικού)

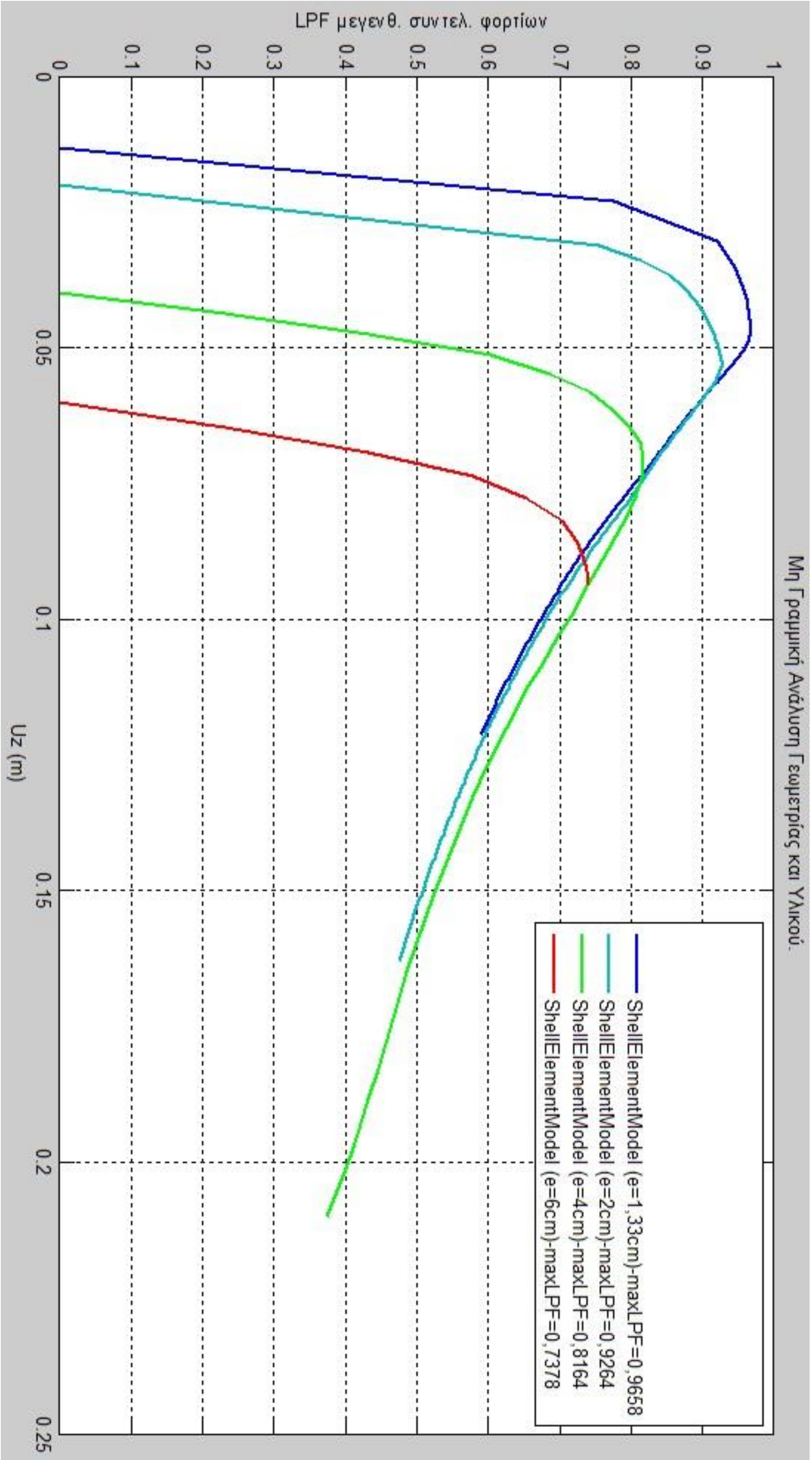


Σχήμα 2.53 Παραμορφωμένη καάσταση μοντέλου Shell Elements σε φάση αστοχίας (Μη γραμμική ανάλυση Γεωμετρίας και Υλικού)

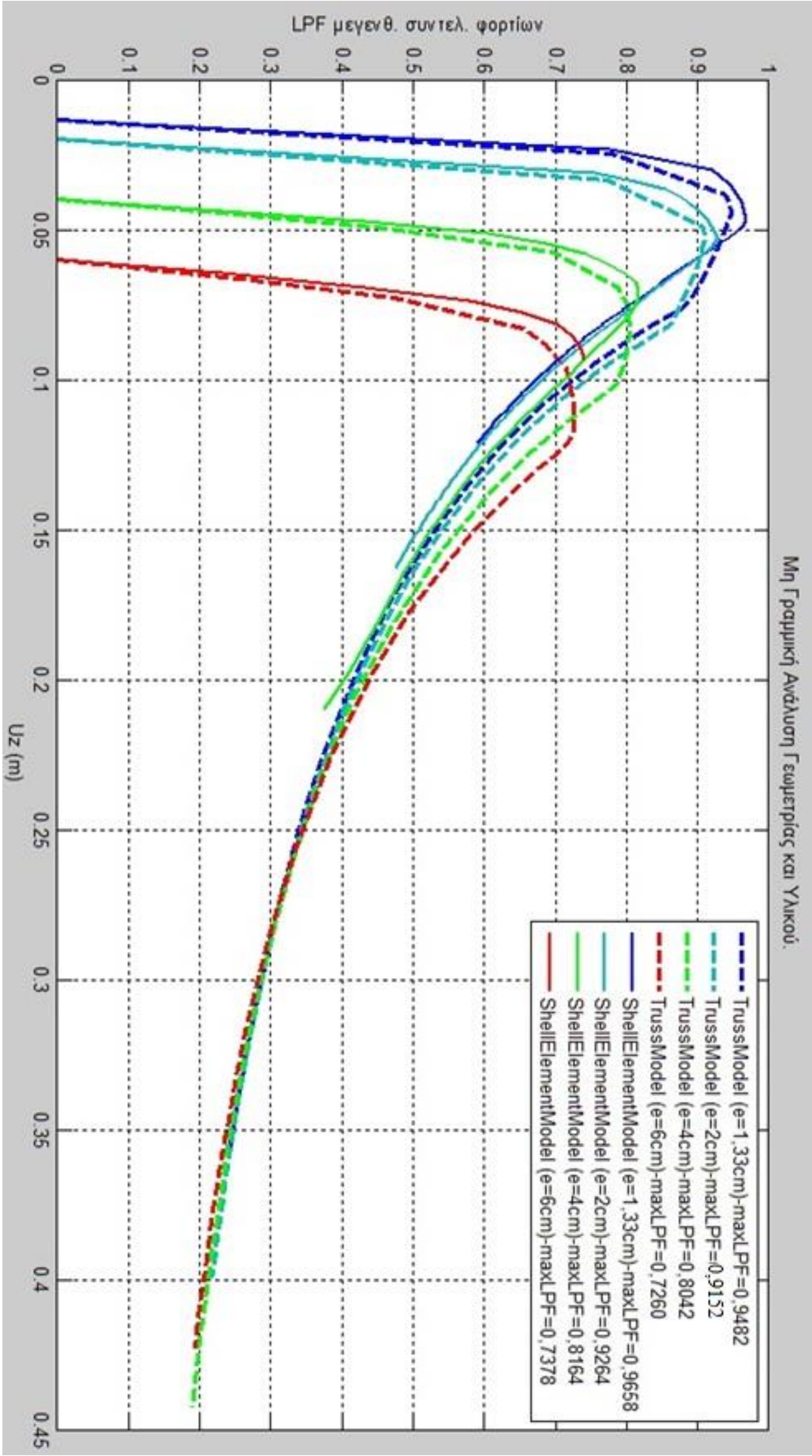
-Αποτελέσματα μη γραμμικης ανάλυσης φορέα και υλικού:



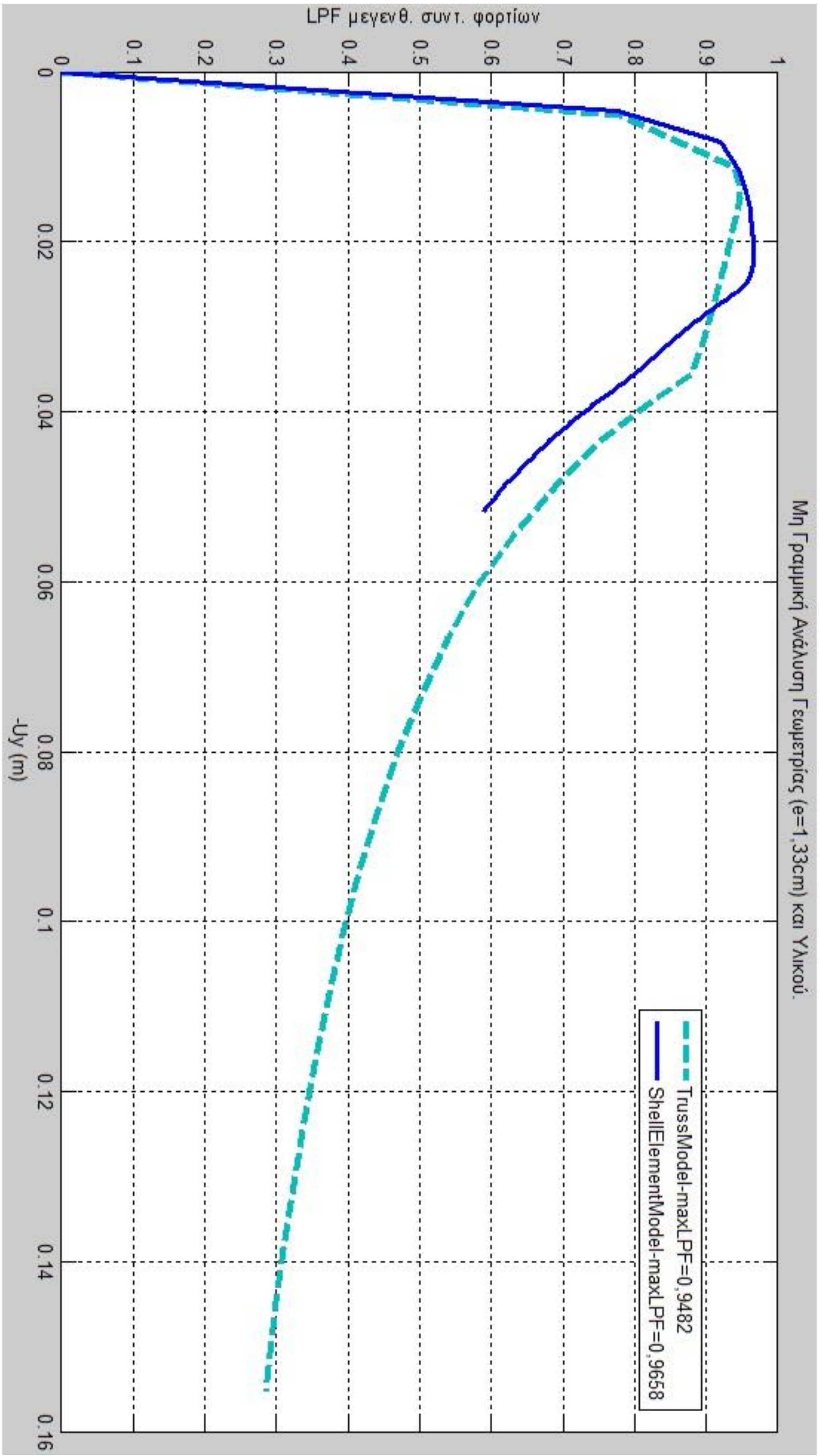
Σχήμα 2.54 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού (μοντέλο δικτ). Uz-LPF



Σχήμα 2.55 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού (μοντέλο επιφ πεπ). Uz-LPF



Σχήμα 2.56 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού. Uz-LPF (Σύγκριση επιλ.)



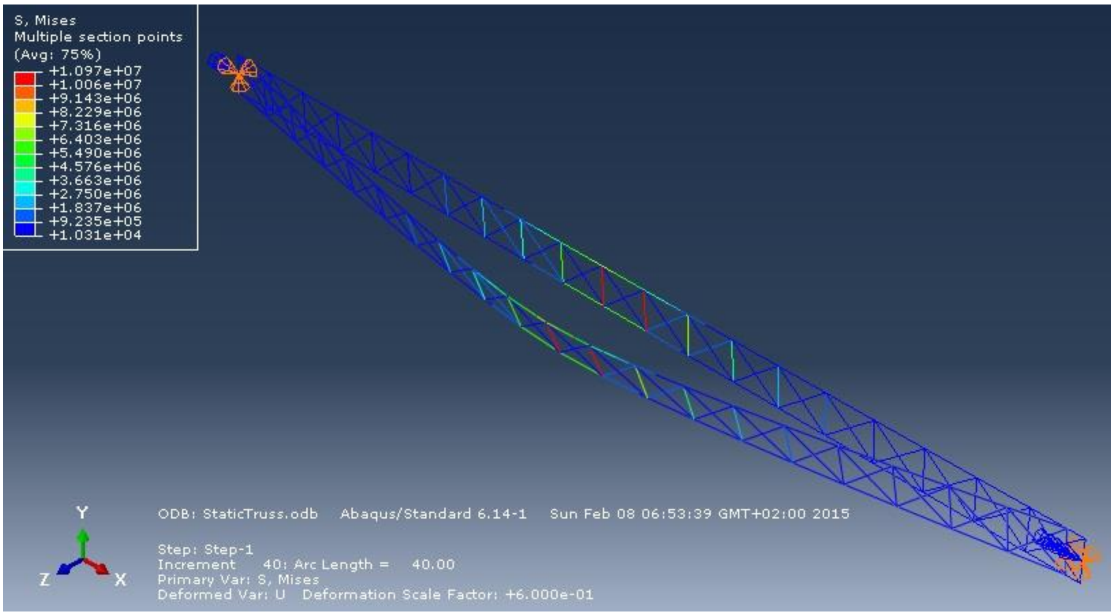
Σχήμα 2.57 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας (e=1,33cm) και υλικού. Uy-LPF

2.3.4.2.1 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα για τον έλεγχο ευστάθειας .

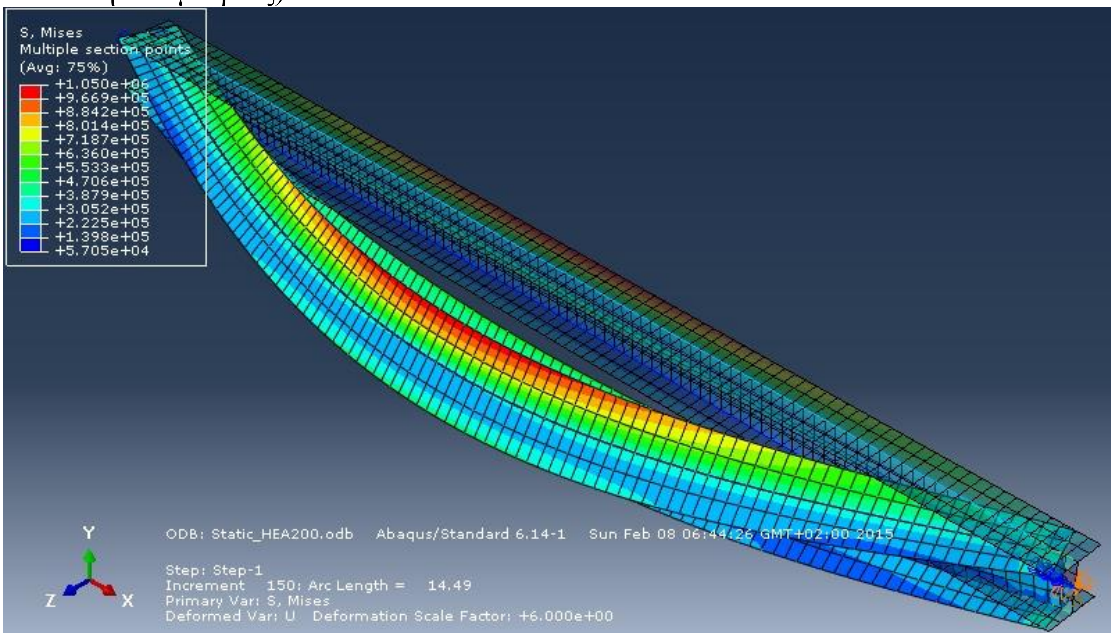
Έλεγχος Ευστάθειας					
EC3 μέθοδος 2		$\frac{N_{Ed}}{\frac{x_y N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + K_{yy}\frac{M_{y,Ed}}{x_{LT}\frac{M_{y,Rd}}{\gamma_{M1}}} + K_{yz}\frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rd}}{\gamma_{M1}}}$	0,95	<1	
		$\frac{N_{Ed}}{\frac{x_z N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + K_{zy}\frac{M_{y,Ed}}{x_{LT}\frac{M_{y,Rd}}{\gamma_{M1}}} + K_{zz}\frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rd}}{\gamma_{M1}}}$	1,25	>1	Μη επάρκεια
Shell Element Model	LinearBucklingAnal- γενική μέθοδος	$\frac{x_{op} a_{ult}}{\gamma_{M1}}$	0,926	<1	Μη Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=0)	maxLPF	1,021	>1	Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=1,33cm)	maxLPF	0,966	<1	Μη επάρκεια
	NonLinearAnal (e=2cm)	maxLPF	0,926	"	"
	NonLinearAnal (e=4cm)	maxLPF	0,816	"	"
	NonLinearAnal (e=6cm)	maxLPF	0,738	"	"
Truss Model	LinearBucklingAnal- γενική μέθοδος	$\frac{x_{op} a_{ult}}{\gamma_{M1}}$	0,929	>1	Μη Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=0)	maxLPF	1,03	>1	Επάρκεια
	NonLinearAnal (e=1,33cm)	maxLPF	0,948	<1	Μη επάρκεια
	NonLinearAnal (e=2cm)	maxLPF	0,915	"	"
	NonLinearAnal (e=4cm)	maxLPF	0,804	"	"
	NonLinearAnal (e=6cm)	maxLPF	0,726	"	"

2.3.4.3 Μη Γραμμική Ανάλυση γεωμετρίας φορέα.

Θα γίνει χρήση του μοντέλου Beam Element και Shell Element . Στη μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας δίνουμε στο φορέα ατέλεια με τη μορφή της πρώτης ιδιομορφής. Θεωρούμε αρχική ατέλεια μικρού μεγέθους προς την κατεύθυνση της εκτροπής. Εδώ έχουμε εκτελέσει ανάλυση με αρχική γεωμετρική ατέλεια e_0= 1,33cm. Στις ιδιότητες του υλικού δίνουμε μονό τις ελαστικές ιδιότητες και όχι την πλαστική συμπεριφορά.

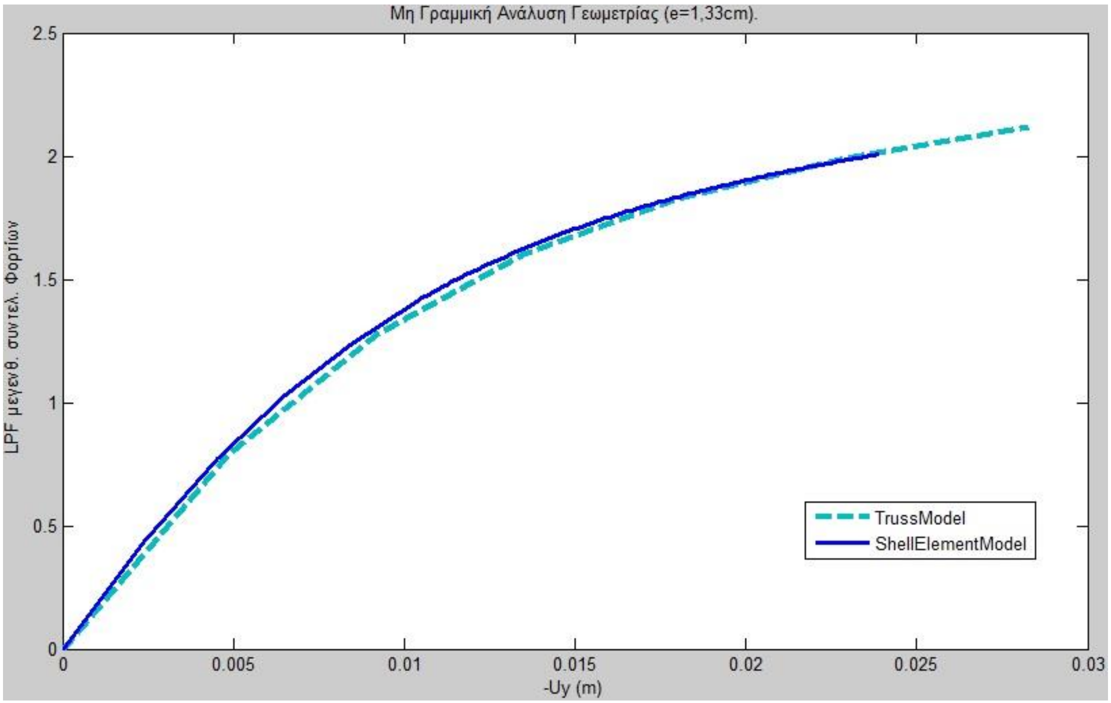


Σχήμα 2.58 Παραμορφωμένη κατάσταση μοντέλου Στοιχείων Δοκού (Μη γραμμική ανάλυση Γεωμετρίας).

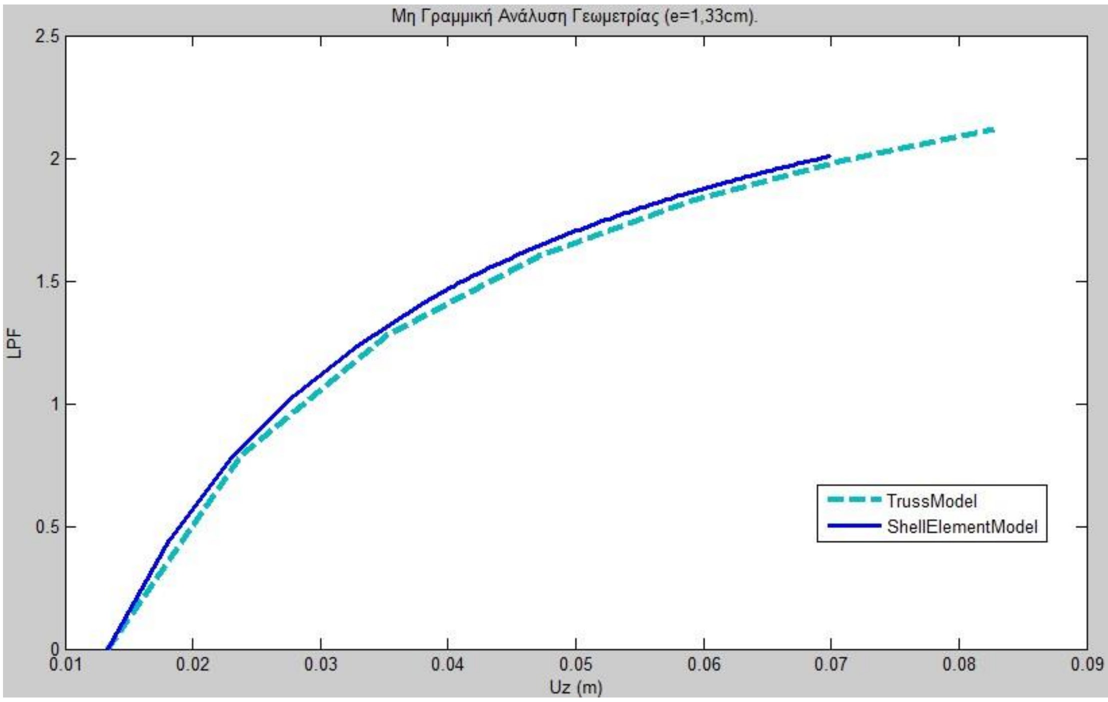


Σχήμα 2.59 Παραμορφωμένη κατάσταση μοντέλου επιφανειακών πεπερασμένων (Μη γραμμική ανάλυση Γεωμετρίας).

-Αποτελέσματα μη γραμμικης ανάλυσης γεωμετρίας:



Σχήμα 2.60 Μη Γραμμική Ανάλυση Γεωμετρίας (e=1,33cm), Δίαγραμμα LPF=f(Uy)



Σχήμα 2.61 Μη Γραμμική Ανάλυση Γεωμετρίας (e=1,33cm), Δίαγραμμα LPF=f(Uz)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3
Ευστάθεια κύριων μεταλικών δοκών μορφής Ι σύμμικτων γέφυρων.

3.1Εισαγωγή

Με τον όρο σύμμικτες γέφυρες χάλυβα – σκυροδέματος, καλούμε εκείνους τους φορείς γεφυρών που συνδυάζουν τα δύο αυτά υλικά, δηλαδή το χάλυβα και το σκυρόδεμα, συνδεόμενα μεταξύ τους με τέτοιο τρόπο ώστε να εξασφαλίζεται η συνεργασία τους. Η κύρια διαφορά τους από τις χαλύβδινες γέφυρες βρίσκεται στη μόρφωση της πλάκας καταστρώματος. Στις χαλύβδινες γέφυρες το κατάστρωμα μορφώνεται ως ορθότροπη πλάκα, ενώ στις σύμμικτες γέφυρες ως πλάκα σκυροδέματος, συνεργαζόμενη με τον χαλύβδινο φορέα μέσω διατμητικών συνδέσμων. Στις μέρες μας, η ανάπτυξη των σύμμικτων γεφυρών είναι πολύ μεγαλύτερη από ότι στο παρελθόν και αυτό οφείλεται κυρίως σε μια σειρά παραγόντων που ευνόησαν την ανάπτυξή τους τα τελευταία χρόνια. Οι κυριότεροι από τους παράγοντες αυτούς αναφέρονται σύντομα παρακάτω:

- Η αυτοματοποίηση της παραγωγής και η προκατασκευή τόσο του χαλύβδινου σκελετού όσο και των πλακών σκυροδέματος είχαν ως αποτέλεσμα την εξοικονόμηση χρόνου υλοποίησης της κατασκευής με ταυτόχρονη βελτίωση της ποιότητας.

- Στα πλαίσια της αειφόρου ανάπτυξης, ο χάλυβας, 100% ανακυκλώσιμος, αποτελεί την οικολογικότερη επιλογή υλικού δόμησης.

- Η ανάπτυξη της τεχνολογίας επιτρέπει πλέον την παραγωγή χαλύβων υψηλής αντοχής, όπως ο χάλυβας S460 και την παρασκευή ελασμάτων μεγάλου ακόμη και μεταβλητού Πάχους.

- Τα εξελιγμένα υλικά αντιδιαβρωτικής προστασίας με σωστή εφαρμογή προσφέρουν πολύ μεγαλύτερη διάρκεια ζωής στις κατασκευές από ότι στο παρελθόν.

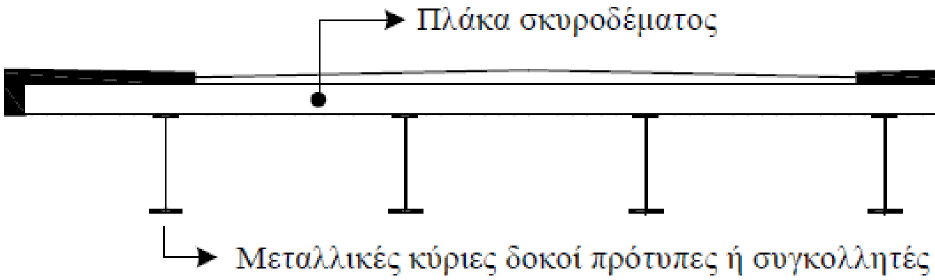
- Ο νέος ευρωπαϊκός κανονισμός, Ευρωκώδικας 4 αντιμετωπίζει με πληρότητα την ανάλυση και διαστασιολόγηση σύμμικτων φορέων.

3.2 Κατηγορίες σύμμικτων γεφυρών

Στην παρούσα διπλωματική θα εξεταστούν σύμμικτες γέφυρες που αποτελούνται από μεταλλικές κύριες δοκούς Ι και πλάκα σκυροδέματος. Η σύνδεση των κύριων δοκών και της πλάκας γίνεται μέσω διατμητικών συνδέσμων, έτσι ώστε να διασφαλίζεται η σύμμικτη συμπεριφορά του φορέα. Στη συνέχεια αναφέρονται κάποια από τα κύρια χαρακτηριστικά τους.

3.2.1 Ολόσωμοι φορείς με παράλληλα διατεταγμένες κύριες δοκούς διατομής Ι

Ο τύπος αυτός των γεφυρών αποτελείται από παράλληλα διατεταγμένες σιδηροδοκούς και κατάστρωμα από πλάκα σκυροδέματος.



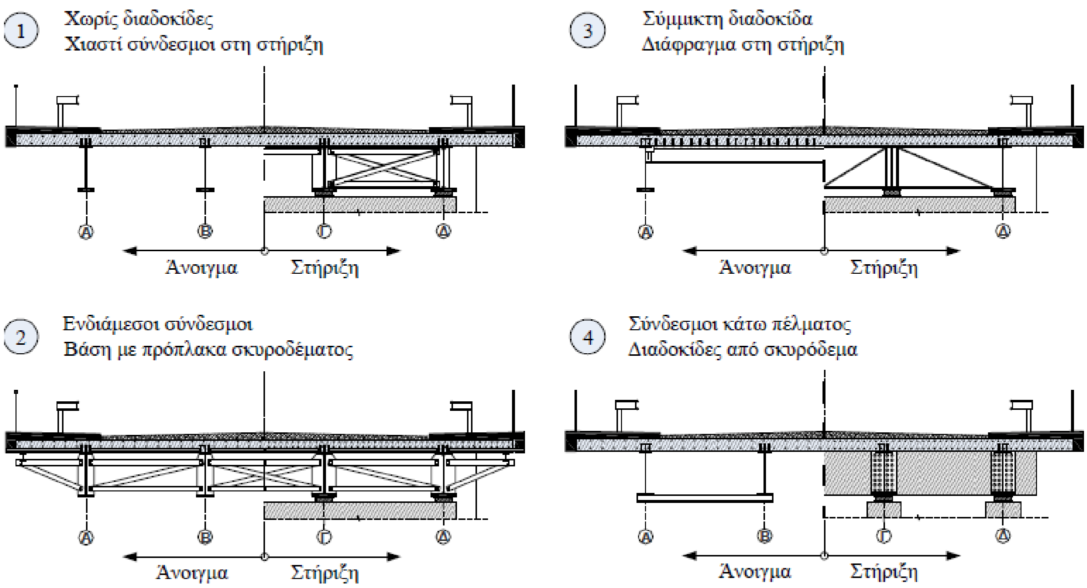
Σχήμα 3.1:Τυπική διατομή σύμμικτης γέφυρας με πυκνά διατεταγμένες σιδηροδοκούς και πλάκα σκυροδέματος

Η συνεργασία μεταξύ των δύο υλικών επιτυγχάνεται μέσω διατμητικών ήλων που συγκολλούνται στο άνω πέλμα των χαλύβδινων κύριων δοκών. Οι φορτίσεις κυκλοφορίας κατανέμονται στις δοκούς μέσω της κάμψης της οπλισμένης πλάκας σκυροδέματος. Για τις μεταλλικές κύριες δοκούς επιλέγονται πρότυπες ή συγκολλητές διατομές, ανάλογα με τα ανοίγματα και την απαιτούμενη αντοχή. Γενικότερα, η χρήση συγκολλητών διατομών δίνει τη δυνατότητα χρήσης μεγαλύτερου πάχους ελασμάτων και μεταβολής των διαστάσεών τους κατά μήκος του φορέα, πετυχαίνοντας ενισχυμένες διατομές στις περιοχές των στηρίξεων συνεχών δοκών ή στα ανοίγματα αμφιέρειστων γεφυρών.

Οι αποστάσεις των σιδηροδοκών κυμαίνονται μεταξύ 2,4 και 3,5 μέτρα ενώ η πλάκα σκυροδέματος μπορεί να είναι σταθερού πάχους μεταξύ 24 και 40 εκατοστών. Για μικρά ανοίγματα συνήθως χρησιμοποιούνται περισσότερες από δύο κύριες δοκοί, χωρίς την τοποθέτηση εγκάρσιων δοκών, με την πλάκα του σκυροδέματος να αναλαμβάνει την κατανομή των φορτίων κατά την εγκάρσια έννοια.

Οι παράλληλες κύριες δοκοί μπορούν να συνδέονται μεταξύ τους με εγκάρσια δευτερεύοντα στοιχεία διαφορετικού τύπου, όπως διαδοκίδες, διαφράγματα ή χιαστί συνδέσμους τόσο στις περιοχές των ανοιγμάτων όσο και των στηρίξεων. Στο Σχήμα, φαίνονται διαφορετικοί τρόποι εγκάρσιας σύνδεσης γεφυρών. Οι σύνδεσμοι έχουν ως σκοπό την εξασφάλιση της ευστάθειας, τόσο κατά τη φάση κατασκευής, όσο και κατά τη φάση λειτουργίας του φορέα.

Οι διατομές Ι, που συνήθως συναντώνται στη γεφυροποιία, είναι ευαίσθητες σε φαινόμενα τοπικού και καθολικού λυγισμού και κινδυνεύουν έναντι απώλειας ευστάθειας.



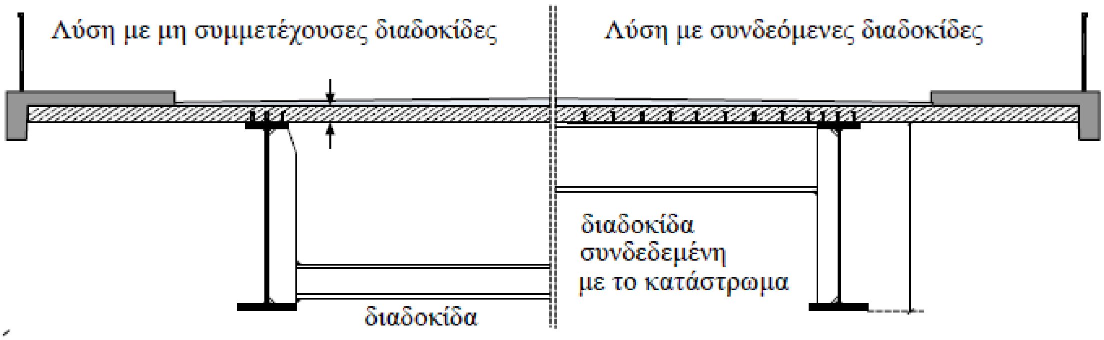
Σχήμα 3.2: Διαφορετικοί τύποι ολόσωμων γεφυρών με πυκνά διατεταγμένες σιδηροδοκούς τύπου Ι και πλάκα σκυροδέματος – χρήση εγκάρσιων δευτερευόντων στοιχείων

Εικόνα 3.3: Εγκάρσιοι χιαστί σύνδεσμοι μεταξύ των σιδηροδοκών στη φάση κατασκευής

Τα δομικά υλικά που συνήθως χρησιμοποιούνται στις σύμμικτες γέφυρες είναι :

- Σκυρόδεμα τύπου C 35/45 για την πλάκα σκυροδέματος. Χαμηλότερες ποιότητες από την C 30/37 και υψηλότερες από την C 50/60 δεν επιτρέπονται.
- Δομικός χάλυβας ποιότητας S 355 για τις κύριες δοκούς. Η ποιότητα S 460 επιτρέπεται για οδικές γέφυρες μόνο με τη σύμφωνη γνώμη του κυρίου του έργου και απαγορεύεται για σιδηροδρομικές γέφυρες.
- Χάλυβας οπλισμού του οποίου η συνήθης ποιότητα είναι η S 500s.

Ένας συνήθης τύπος γεφυρών είναι οι σύμμικτες γέφυρες που αποτελούνται από μόνο δυο κύριες δοκούς διατομής Ι. Οι δυο σιδηροδοκοί μπορεί να είναι ελατής ή συγκολλητής διατομής. Οι εγκάρσιες διαδοκίδες συνδέονται διατμητικά με την πλάκα σκυροδέματος ή εναλλακτικά τοποθετούνται σε χαμηλότερη στάθμη, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.4. Οι διαδοκίδες συνεισφέρουν στην εξασφάλιση της ευστάθειας του φορέα κατά τη φάση κατασκευής και κατά τη φάση λειτουργίας.



Σχήμα 3.4: Τυπική διατομή σύμμικτης γέφυρας δύο σιδηροδοκών

Ο συγκεκριμένος τύπος γεφυρών παρουσιάζει μεγάλα πλεονεκτήματα, όπως ευκολία στην κατασκευή, γρήγορη ανέγερση, μεγάλη διάρκεια ζωής. Έχει αποδειχτεί ότι αποτελεί τον οικονομικότερο τύπο γεφυρών στο σύνολο της περιόδου που περιλαμβάνει τα στάδια ανέγερσης - λειτουργίας – συντήρησης.

Σχήμα 3.5: Τυπικό παράδειγμα σύμμικτης γέφυρας δύο κύριων δοκών

3.3 Έλεγχοι ευστάθειας σε φορείς σύμμικτων γεφυρών

3.3.1 Εισαγωγή

Οι συγκολλητές κύριες δοκοί είναι πολύ συνηθισμένες στην γεφυροποιία για την κατασκευή κύριων δοκών. Χαρακτηριστικό των χαλύβδινων διατομών που συναντώνται στη γεφυροποιία είναι τα λεπτά πάχη ελασμάτων του κορμού, γεγονός που συμβάλλει στη μεγάλη μείωση του βάρους της κατασκευής.

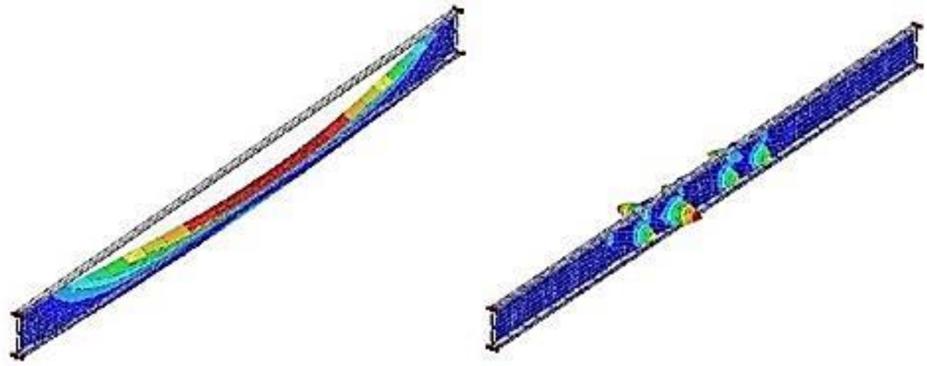
Τα μικρά πάχη ελασμάτων, σε συνδυασμό με τα μεγάλα ύψη διατομών έχουν ως αποτέλεσμα τη δημιουργία λεπτόκορμων διατομών που έχουν μεν μειωμένα ίδια βάρη,καθιστούν όμως τη διατομή ευαίσθητη σε φαινόμενα τοπικού λυγισμού. Ταυτόχρονα, ως ανοιχτές διατομές, οι διατομές τύπου Ι έχουν πολύ μικρή δυστρεψία και πολύ μεγάλο λόγο καμπτικών ροπών αδρανείας (ισχυρού άξονα προς ασθενή άξονα). Έτσι, κατά την κάμψη τους περί τον ισχυρό άξονα είναι ευάλωτες σε πλευρικό λυγισμό. Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δίνεται κατά τους ελέγχους ευστάθειας, οι οποίοι είναι απαραίτητοι τόσο κατά τη φάση κατασκευής, όσο και κατά τη φάση λειτουργίας του φορέα.

Οποιοδήποτε προσομοίωμα χρησιμοποιείται για την ανάλυση φορέων σύμμικτων γεφυρών, για να θεωρείται αξιόπιστο και ολοκληρωμένο, θα πρέπει να δίνει τη δυνατότητα ελέγχου φαινομένων ευστάθειας. Για τον έλεγχο ευστάθειας του μεταλλικού σκελετού γεφυρών, κατά τη φάση σκυροδέτησης, η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων είναι μια μέθοδος που συχνά εφαρμόζεται καθώς προβλέπει τον τύπο της αστοχίας. Οι εσχάρες στερούνται αυτής της δυνατότητας και επομένως κρίνονται συνήθως ανεπαρκείς για την πρόβλεψη των ιδιομορφών λυγισμού.

Αντίθετα, όπως θα δειχθεί περαιτέρω, τα τρισδιάστατα προσομοιώματα που, εκτός από τους ελέγχους αντοχής των εκάστοτε μελών, δίνουν τη δυνατότητα πρόβλεψης φαινομένων λυγισμού του μεταλλικού σκελετού απεικονίζοντας τον τρόπο αστοχίας τους.

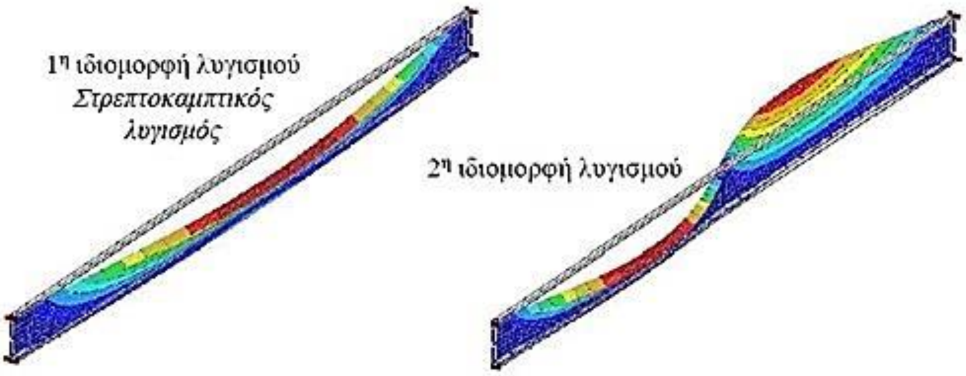
Ένα από τα σημαντικότερα φαινόμενα στις σύμμικτες γέφυρες, είναι η απώλεια ευστάθειας των θλιβόμενων περιοχών, η οποία συνήθως περιγράφεται από τον όρο «λυγισμός». Στη γεφυροποιία, ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στον τοπικό και στρεπτοκαμπτικό λυγισμό.

Κατά την ανάλυση, στόχος είναι ο υπολογισμός των κρίσιμων ιδιοτιμών και ιδιομορφών λυγισμού, οι οποίες προκύπτουν από γραμμική ανάλυση λυγισμού. Στο Σχήμα 3.6-3.7,φαίνονται οι δύο πρώτες ιδιομορφές λυγισμού μίας αμφιέρειστης δοκού διατομής Ι υπό ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο, όπως προέκυψαν κατά την επίλυση με λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων. Παρατηρείται ότι και οι δύο κανονικές μορφές λυγισμού αντιστοιχούν σε «στρεπτοκαμπτικό λυγισμό». Ο τύπος αυτός λυγισμού συναντάται, όπως θα φανεί και στα επόμενα κεφάλαια, κατά τη σκυροδέτηση μεταλλικών διατομών τύπου Ι χωρίς πλευρική εξασφάλιση.



(α) (β)

Σχήμα 3.6 (α) καθολικός λυγισμός και (β) τοπικός λυγισμός κορμού για αμφιέρειστη δοκό υπό κατακόρυφο κατανεμημένο φορτίο κατά την ανάλυση με Π.Σ.



Σχήμα 3.7 : Πρώτη και δεύτερη ιδιομορφή λυγισμού δοκού διατομής Ι ενός ανοίγματος υπό κατακόρυφο κατανεμημένο φορτίο κατά την ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία

3.3.2 Κατασκευαστική αντιμετώπιση στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Ο έλεγχος σε λυγισμό του θλιβόμενου πέλματος είναι πολλές φορές κρίσιμος στην ανάλυση του φορέα και είναι απαραίτητο να μην παραλείπεται. Για την αντιμετώπιση του φαινομένου αυτού, συνήθως τοποθετούνται άνω οριζόντιοι σύνδεσμοι, οι οποίοι

εξασφαλίζουν το πάνω πέλμα σε πλευρικό λυγισμό κατά τη σκυροδέτηση. Οι σύνδεσμοι αυτοί στο τέλος μπορούν να αφαιρεθούν ή όχι από τον τελικό φορέα. Μετά την πήξη του σκυροδέματος το σκυρόδεμα εξασφαλίζει το άνω πέλμα έναντι λυγισμού και για το λόγο αυτό δεν απαιτείται έλεγχος λυγισμού του άνω πέλματος.

Εάν τα άνω πέλματα δεν διαθέτουν σύστημα συνδέσμων, εξασφαλίζονται έναντι πλευρικής εκτροπής, μέσω εγκάρσιων συνδέσμων, όπως οι διαδοκίδες. Οι διαδοκίδες, μαζί με γωνιακά δημιουργούν ανοικτά ημιπλαίσια, τα οποία λόγω της δυσκαμψίας τους δημιουργούν πλευρική ελαστική υποστήριξη στα άνω πέλματα.

3.4 Απλοποιημένη μέθοδος ελέγχου ευστάθειας θλιβόμενων πελμάτων EC3.

3.4.1 Περίπτωσης άκαμπτων ενισχύσεων-Φάση σκυροδέτησης.

Η απλοποιημένη μέθοδος μπορεί να χρησιμοποίειται μόνο για να ελέγχουμε την αντίσταση έναντι πλευρικού λυγισμού του πέλματος που δέχεται θλίψη και όχι για την μελέτη λυγισμού ολόκληρης της δοκού. Η μέθοδος απομονώνει το θλιβόμενο πέλμα και το 1/3 του θλιβόμενου κορμού και αντιμετωπίζει αυτό σαν θλιβόμενο μέλος που υποβάλλεται σε καμπτικό λυγισμό. Οι ενισχύσεις θεωρούνται ως άκαμπτοι όταν παγιώνουν τους κόμβους της δοκού, στους οποίους εφαρμόζουν, έναντι πλευρικής εκτροπής.

Η διαδικασία ελέγχου έχει ως εξής:

$$A_{eff} = A_f + \frac{A_{wc}}{3} \tag{3.1}$$

$$\overline{\lambda_{LT}} = \sqrt{\frac{fy \cdot A_{eff}}{N_{cr}}} \tag{3.2}$$

$$Ncr = \frac{\pi^2 \mathrm{E}_a I_{eff,z}}{L^2} \tag{3.2}$$

όπου
A_f : είναι το εμβαδόν της διατομής του πέλματος που βρίσκεται υπό θλίψη ή το εμβαδόν της ενεργής διατομής του πέλματος κατηγορίας 4 που βρίσκεται υπό θλίψη
A_{wc}: είναι το εμβαδόν της διατομής του κορμού που βρίσκεται υπό θλίψη αλλά όχι εντός μη ενεργού τμήματος του.
Ncr: είναι το κρίσιμο φορτίο καμπτικού λυγισμού κατά Euler.
Ieff,z: είναι η εγκάρσια ροπή αδρανείας της υπό μελέτη διατομής.
L : είναι το μήκος μεταξύ των “rigid” ενισχύσεων.
Ακολουθεί ο υπολογισμός του μειωτικού συντελεστή πλευρικού λυγισμού:

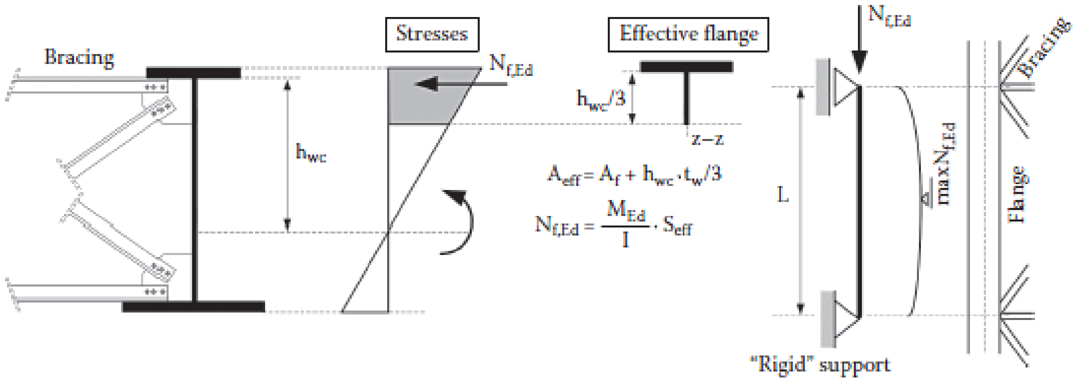
$$\Phi_{LT} = 0,5[1 + a(\overline{\lambda_{LT}} - 0,2) + \overline{\lambda_{LT}}^2] \tag{3.4}$$

$$x_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}{}^2 - \overline{\lambda_{LT}}^2}} \tag{3.5}$$

Ο έλεγχος τελικά έναντι πλευρικού λυγισμού της δοκού θα έχει ως εξής:

$$\max N_{f,Ed} \le x_{LT} \frac{A_{eff} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \tag{3.6}$$

Όπου $\max N_{f,Ed}$ είναι η μέγιστη θλιπτική δύναμη σχεδιασμού σε αυτό το μήκος και μπορεί να υπολογιστεί με $1^{ης}$ τάξης ανάλυση.



Σχήμα 3.8 Μορφή άκαμπτης ενίσχυσης και σχηματική παρουσίαση τμήματος δοκού που λαμβάνεται στους υπολογισμούς.

3.4.2Ελεγχος στις περιοχές ενδιάμεσων στηρίξεων, σε φάση λειτουργίας.

Σε φάση λειτουργίας, πλευρικός λυγισμός μπορεί να συμβεί στην περιοχή όπου έχουμε αρνητική ρόπη (θλίβει το κάτω πέλμα). Το κάτω πέλμα χρειάζεται να υποστηριχθεί από ενισχύσεις που θα δρουν ως άκαμπτες- παγιώνουν την πλευρική μετατόπιση των σημείων όπου εφαρμόζουν. Σε αυτή την περίπτωση, το φορτίο Euler για το θλιβόμενο πέλμα δεν πρέπει να υπολογίζεται σύμφωνα με την παραπάνω διαδικασία αλλά με την ακόλουθη:

$$Ncr = m\frac{\pi^2 \mathrm{E}_a I_{eff,z}}{L^2} \tag{3.7}$$

$$m = \min(m_1, m_2) \tag{3.8}$$

$$m_1 = 1 + 0.44(1+\mu)\Phi^{1.5} + \frac{(3+2\Phi)\gamma}{350 - 50\mu} \tag{3.8α}$$

$$m_2 = 1 + 0.44(1+\mu)\Phi^{1.5} + [0.195 + \Phi(0.05 + 0.01\mu)]\sqrt{\gamma} \tag{3.8b}$$

$$\mu = \frac{V_2}{V_1}, V_1 > V_2 \tag{3.9}$$

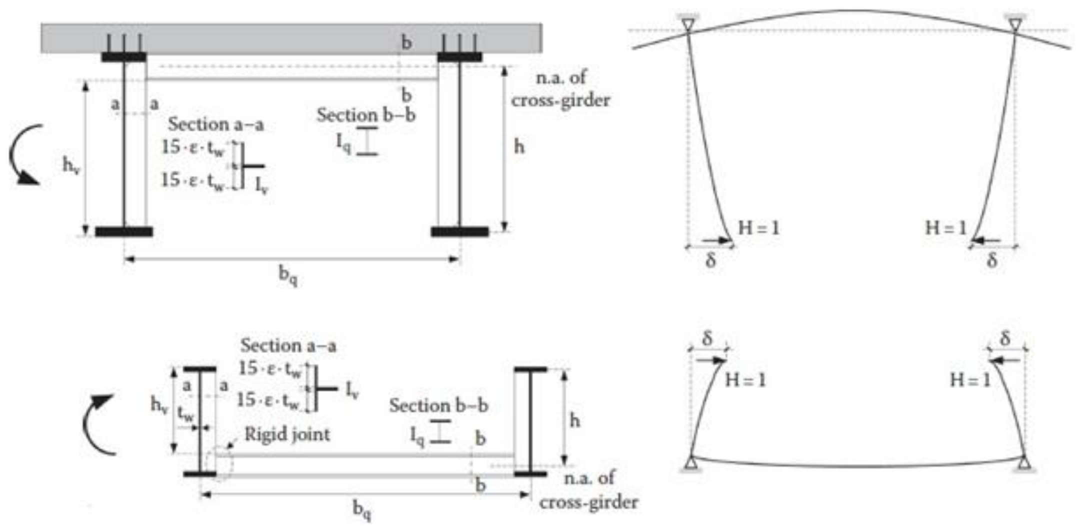
$$\Phi = \frac{2(1-\frac{M_2}{M_1})}{1+\mu}, M_1 > M_2 > 0 \tag{3.10}$$

M1 είναι η απόλυτη τιμή της μέγιστης αρνητικής ροπής.
M2 είναι η απόλυτη τιμή της αρνητικής ροπής στο σημείο που έχουμε ενίσχυση.
V2 και V1 είναι οι αντίστοιχες τέμνουσες σε αυτά τα σημεία.
Οι συντελεστές m1, m2 λαμβάνουν υπόψη την μορφή της ροπής κάμψης που θεωρήται παραβολική.
Στην περίπτωση άκαμπτης ενίσχυσης γ=0
Σε ένα U frame οι παραπάνω υπολογισμοί μπορούν να γίνουν λαβάνοντας υπόψη την ευκαμψία της ενίσχυσης χρησημοποιώντας την παρακάτω σχέση:

$$\gamma = \frac{cL^4}{\mathrm{E}_a I_{eff,z}} \tag{3.11}$$

$$c = \frac{3\mathrm{E}_a I}{h_a^3} \tag{3.12}$$

Μορφή ευκαμπτης ενίσχυσης : U frames

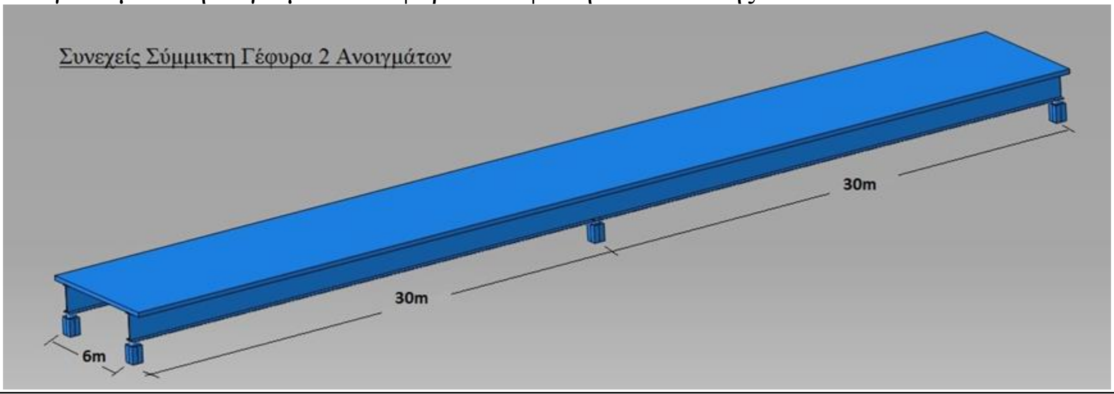


Σχήμα 3.8 Μορφή εύκαμπτης ενίσχυσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Εξασφάλιση έναντι πλευρικού λυγισμού κύριας δοκού σύμμικτης γέφυρας σε φάση κατασκευής.

Συνεχείς Γέφυρα 2 ανοιγμάτων (30m το καθένα) αποτελείται από δύο κύριους δοκούς που απέχουν 6m και κατάστρωμα πλάτους 8m από πλάκα σκυροδέματος πάχους 25cm. Σε φάση λειτουργίας οι κύριες δοκοί θα λειτουργούν ως σύμμικτες με την πλάκα σκυροδέματος. Τα υλικά που θα χρησιμοποιηθούν είναι : S355 C35/40. Θα γίνει μελέτη λυγισμού του φορέα σε φάση κατασκευής.



4.1 Προδιαστασιολόγηση Δοκού.

Υπολογίζουμε τα Φορτία:

Μόνιμα:

$$g_1 = h_c * \gamma_b = 0,25m * 25\mathrm{kN/m^2} = 6,25kN/m^2$$

$$+9\mathrm{kN/m^2}(\frac{1+0,5}{2})m + 2,5\mathrm{kN/m^2}(\frac{0,5+0}{2})m =$$

$$g_2 = t_{\alpha\sigma\varphi} * \gamma_{\alpha\sigma\varphi} = 0,05*20 = 1kN/m^2$$

$$g_s \approx 3,5kN/m$$

$$g = (g_1 + g_2) * b_{eff} + g_s = 29 + 3,5$$

$$g = 32,5kN/m$$

Κινητά:

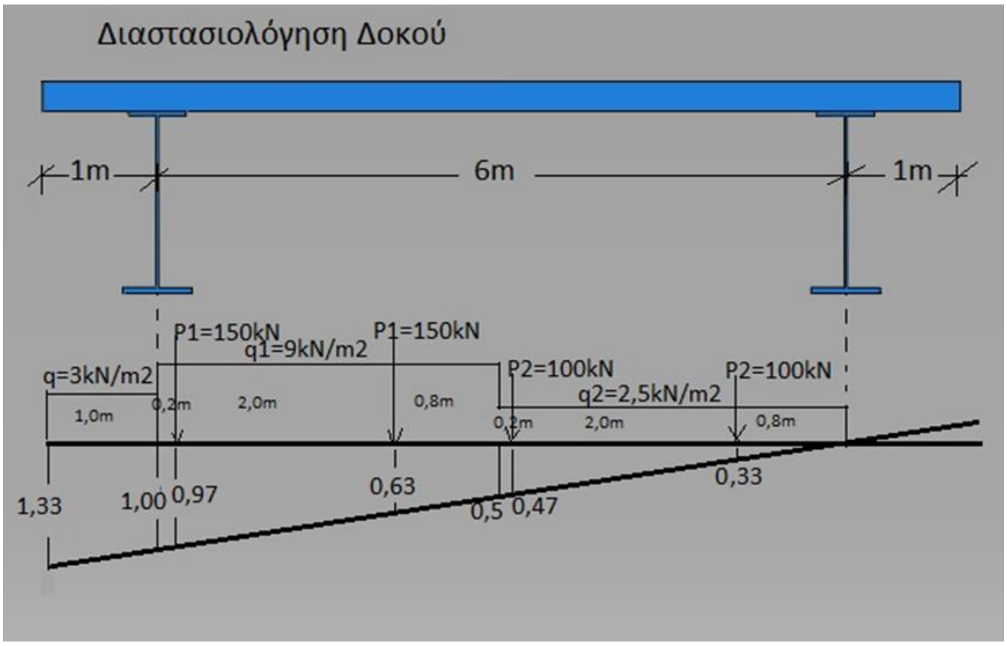
$$\mathrm{q} = 3\mathrm{kN/m^2}(\frac{1,33+1,00}{2})m$$

$$+9\mathrm{kN/m^2}(\frac{1+0,5}{2})m + 2,5\mathrm{kN/m^2}(\frac{0,5+0}{2})m =$$

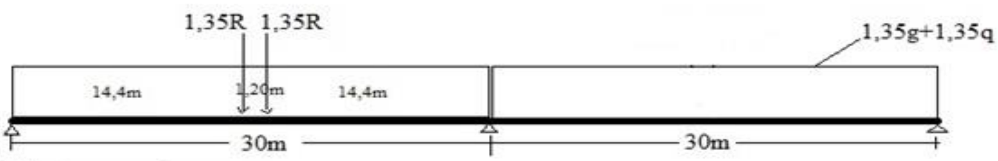
$$\mathrm{q} = 10,87kN/m$$

$$R = P_1 \cdot (0,97+0,63) + P_2 \cdot 0,47 = 287kN$$

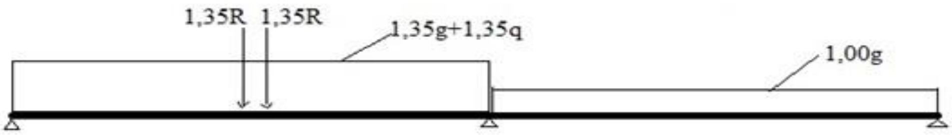
Γ.Ε. Mmax ανοίγματος και Mmax στήριξης:



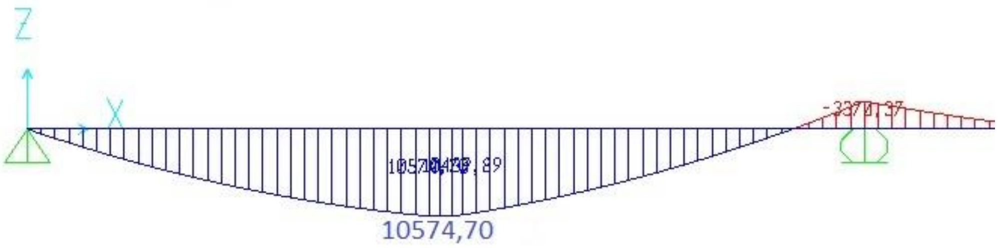
Mmax στήριξης



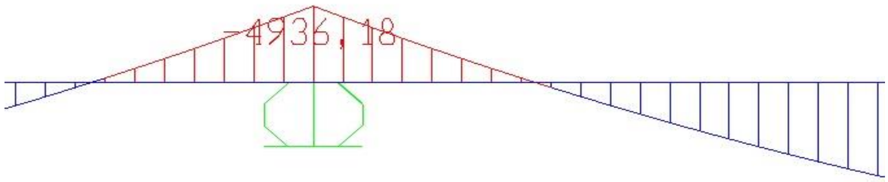
Mmax ανοίγματος



Mmax ανοίγματος

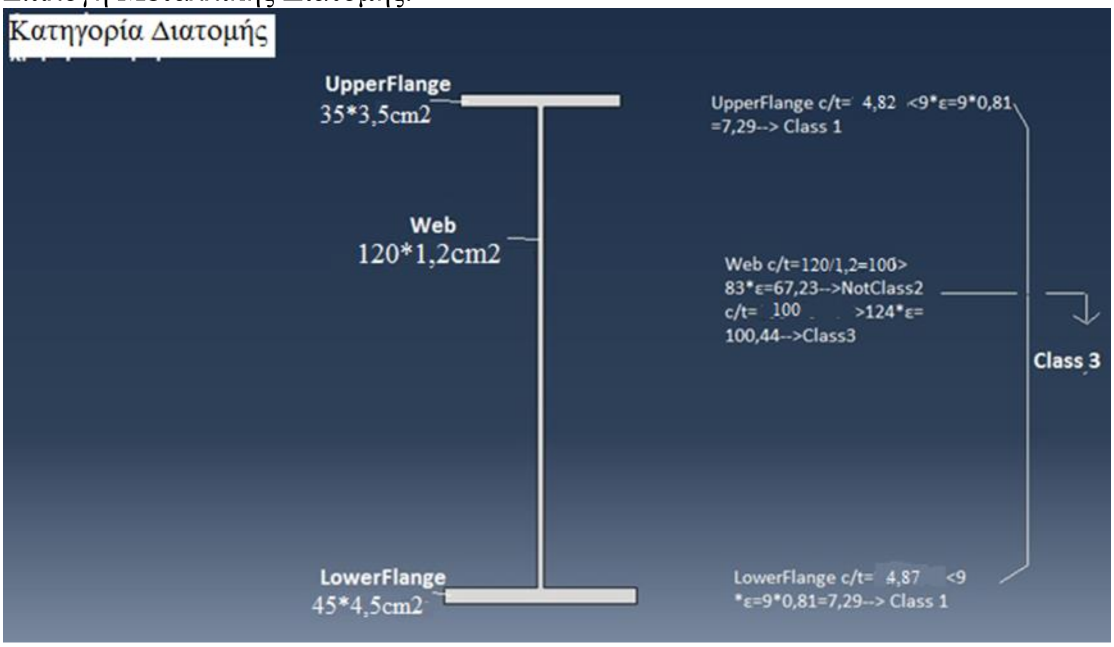


Mmax στήριξης

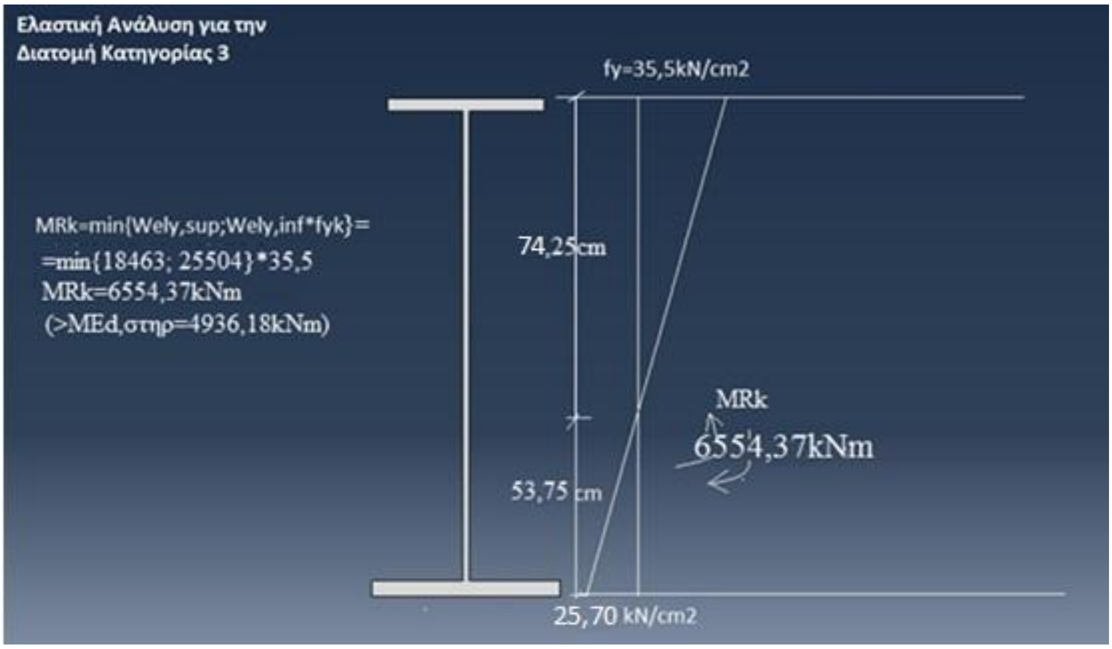


Βρίσκουμε ότι Mmaxανοιγμ=10574,70kNm και
Mmaxστηρ=-4936,18kNm

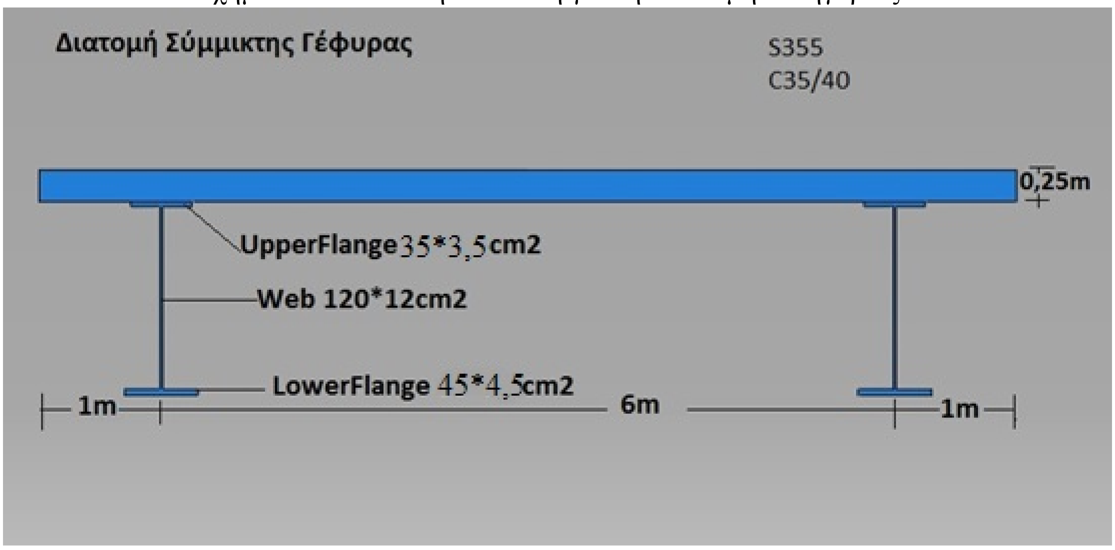
Επιλογή Μεταλλικής Διατομής:



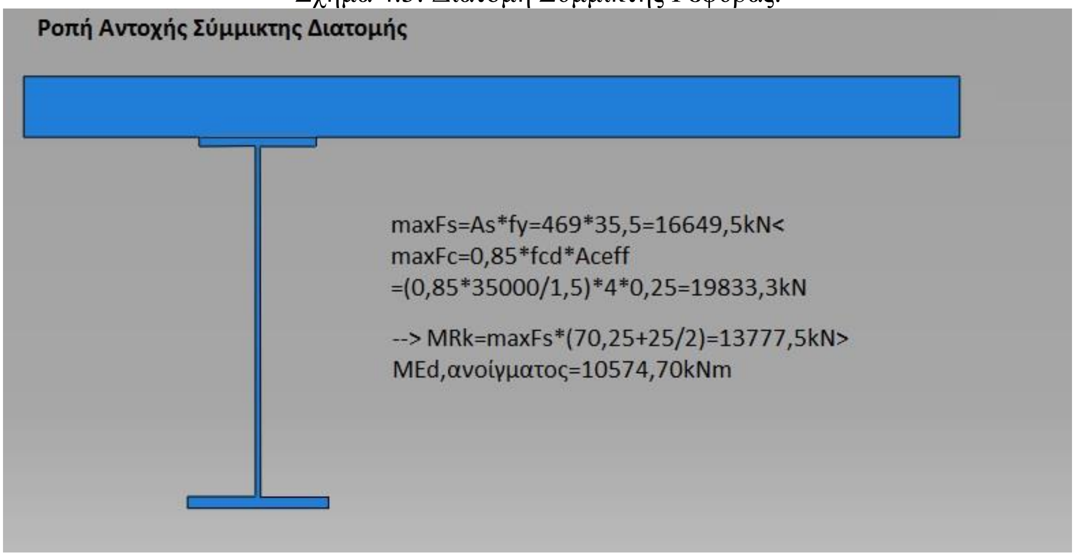
Σχήμα 4.1: Κατηγορία Διατομής



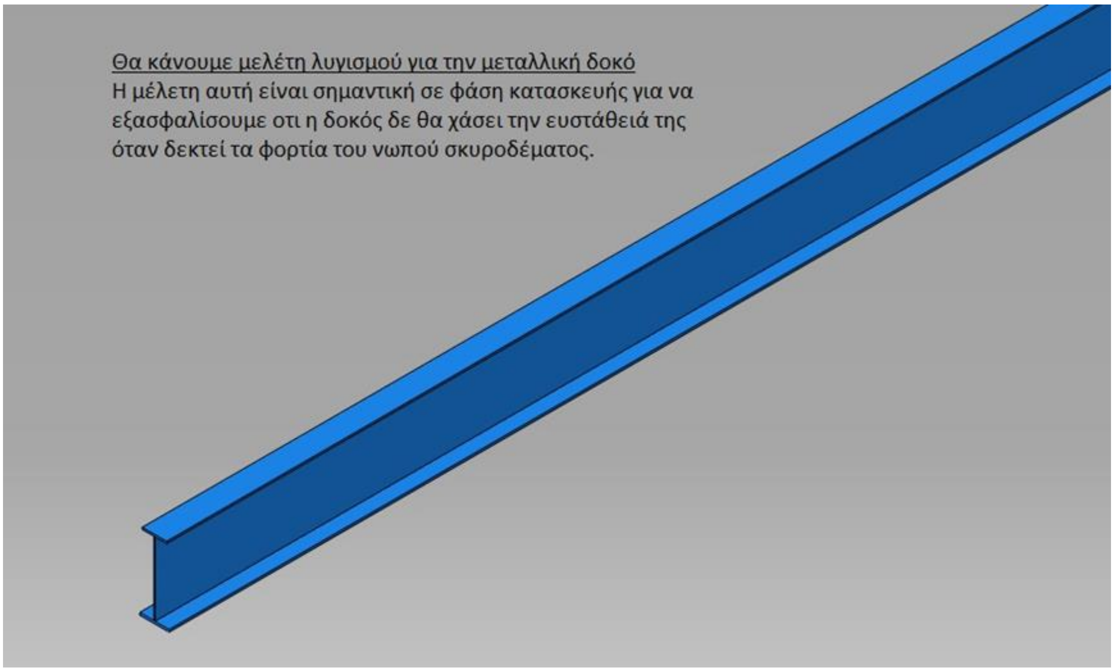
Σχήμα 4.2: Ελαστική Ανάλυση για την διατομή κατηγορίας 3



Σχήμα 4.3: Διατομή Σύμμικτης Γέφυρας.

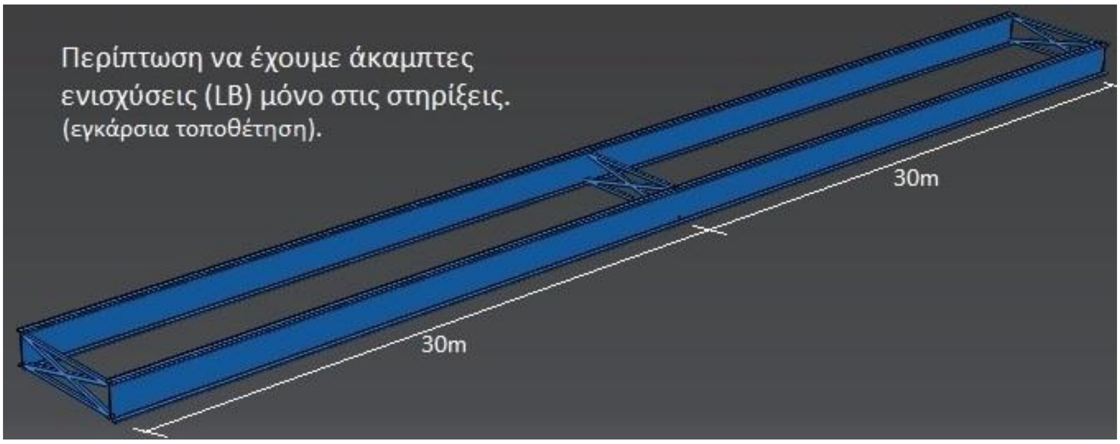


Σχήμα 4.4: Ροπή Αντοχής Σύμμικτης Διατομής.

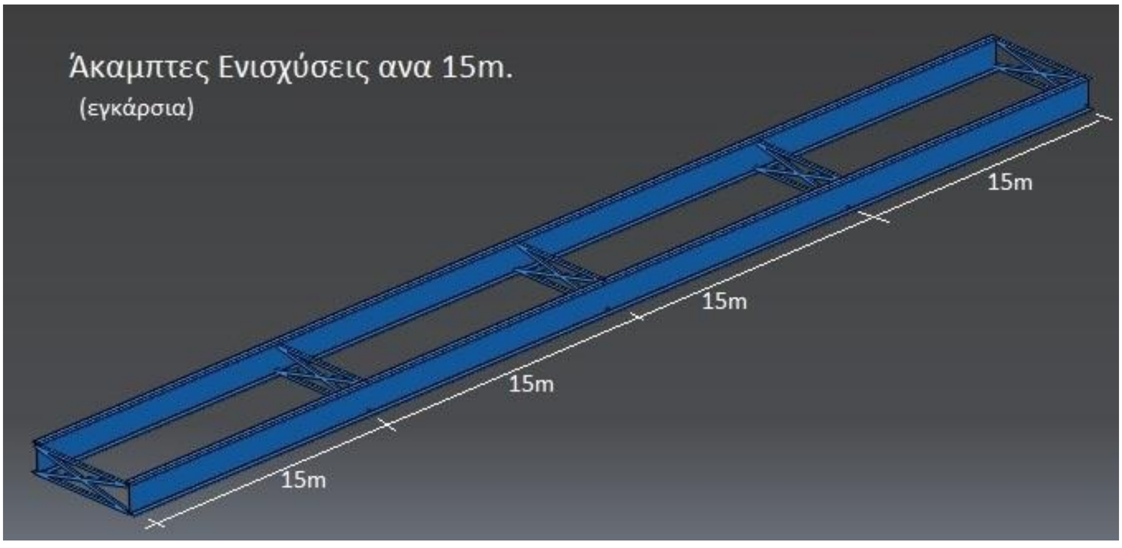


4.2 Περιπτώσεις Πλευρικής Ενίσχυσης Δοκού που θα εξεταστούν.

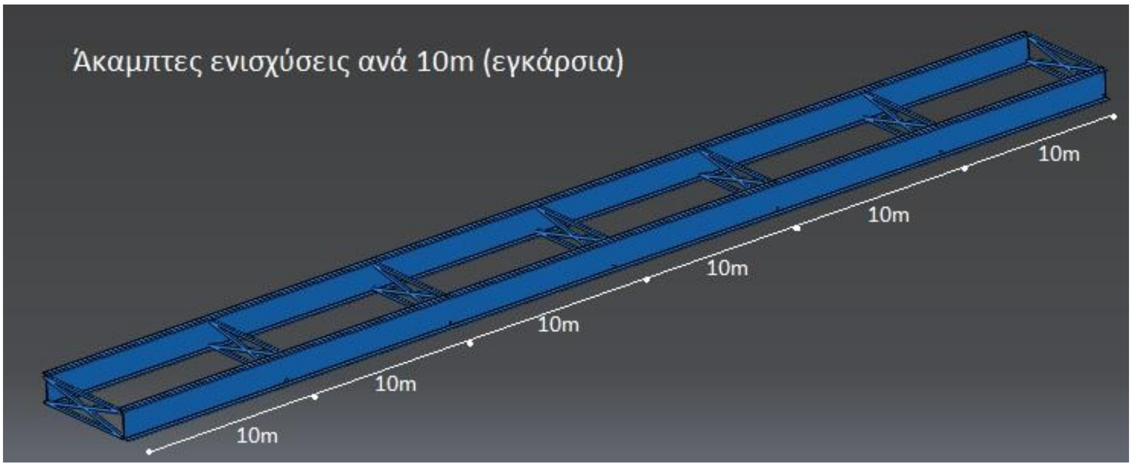
Περίπτωση ενίσχυσης (1)



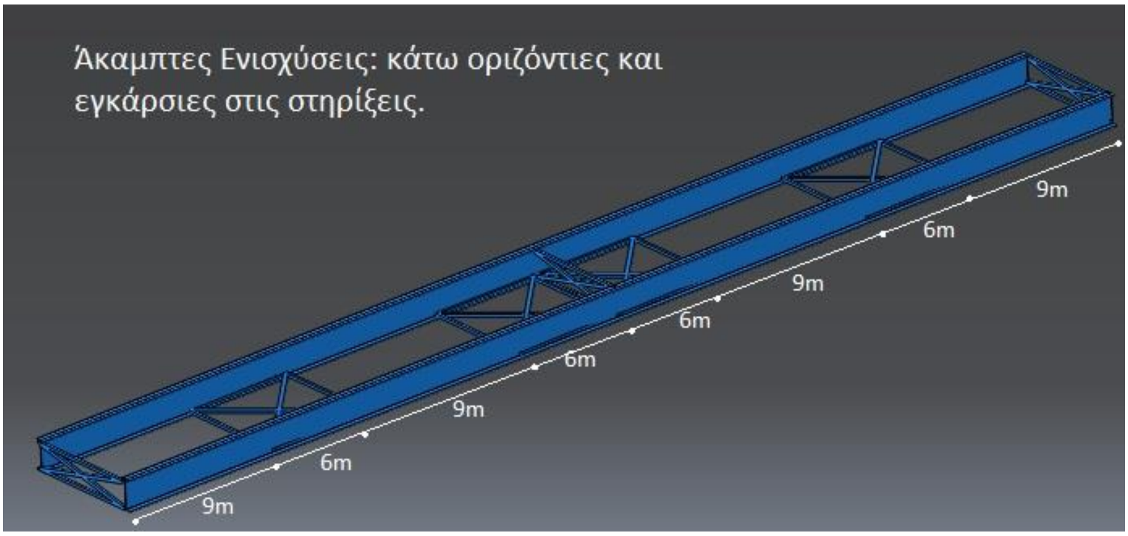
Περίπτωση ενίσχυσης (2)



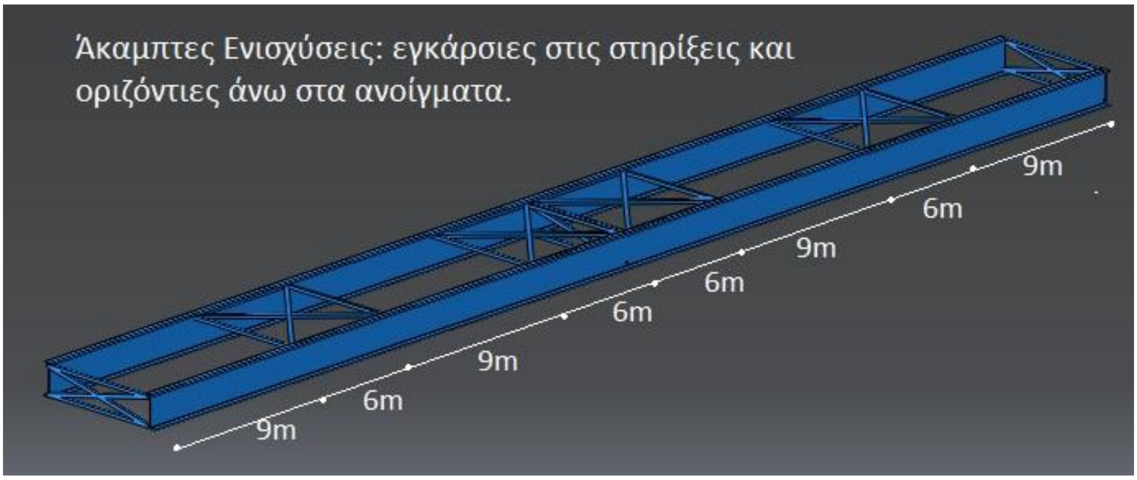
Περίπτωση ενίσχυσης (3)



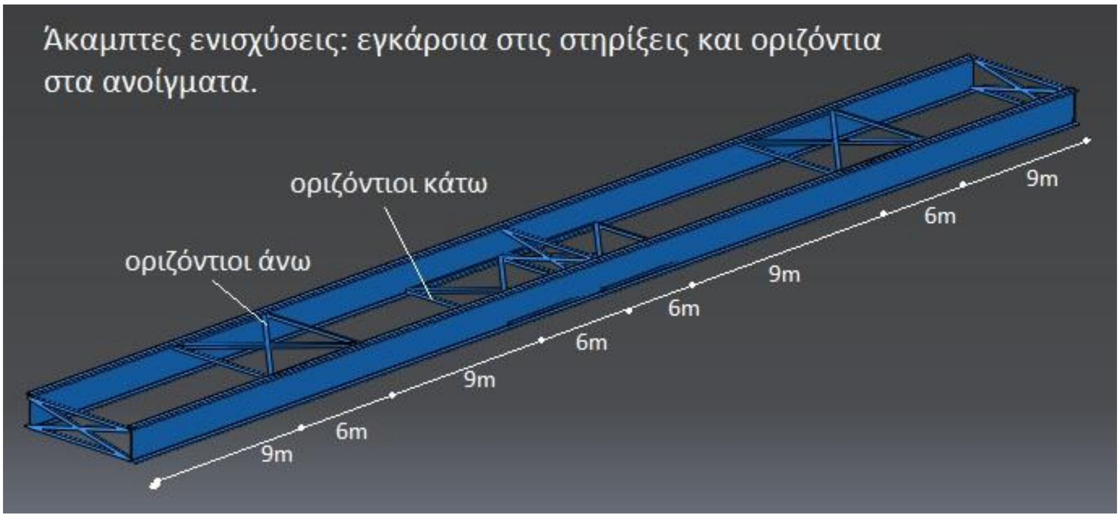
Περίπτωση ενίσχυσης (4)



Περίπτωση ενίσχυσης (5)

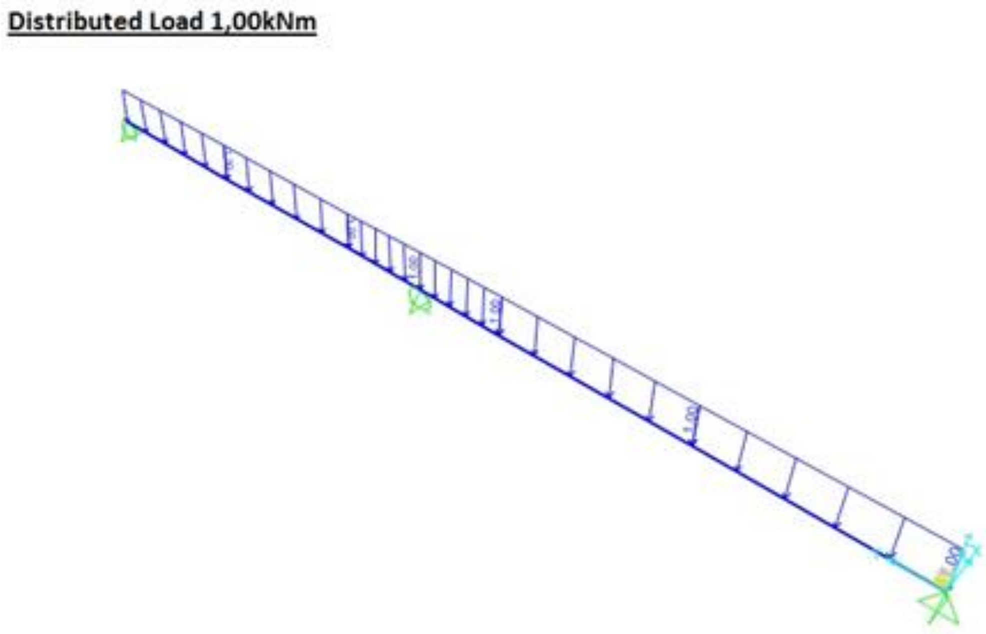


Περίπτωση ενίσχυσης (6)

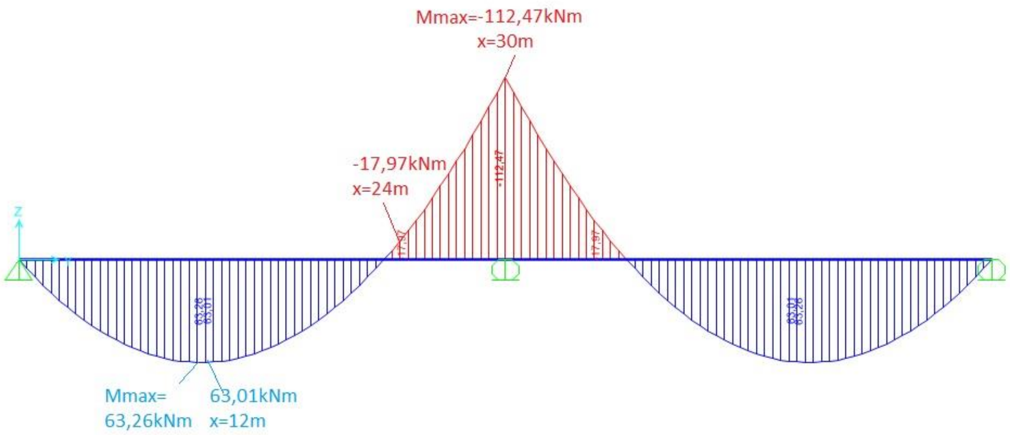


Θα γίνει η υπόθεση ότι άκαμπτες ενισχύσεις παγιώνουν την πλευρική μετατόπιση των σημείων της δοκού όπου εφαρμόζουν. Έτσι κατά την επίλυση με πεπερασμένα στοιχειά και χωρικού προσομοιώματος δοκών θα θέσουμε στους κόμβους αυτούς: boundary condition U3=0.

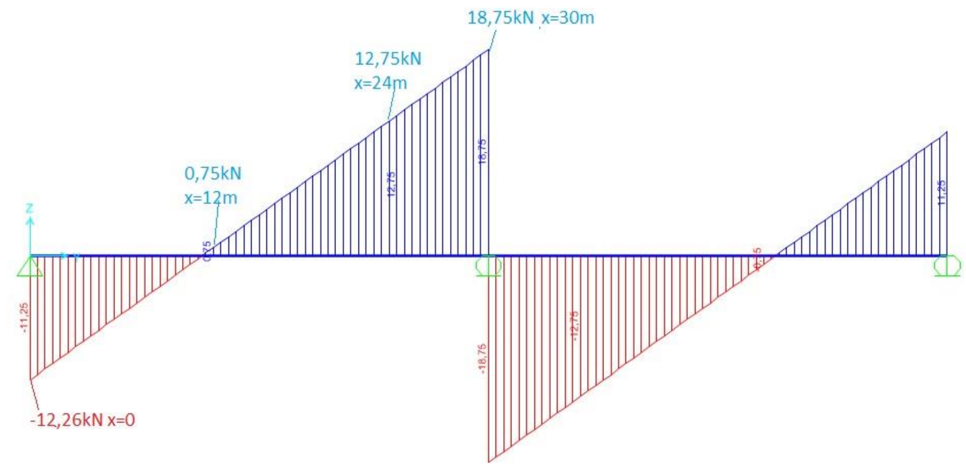
Η ανάλυση έναντι λυγισμού την μεταλλικής διατομής θα γίνει με εφαρμογή ομοιόμορφα κατανεμημένου φορτίου 1kN/m στο άνω πέλμα της δοκού.



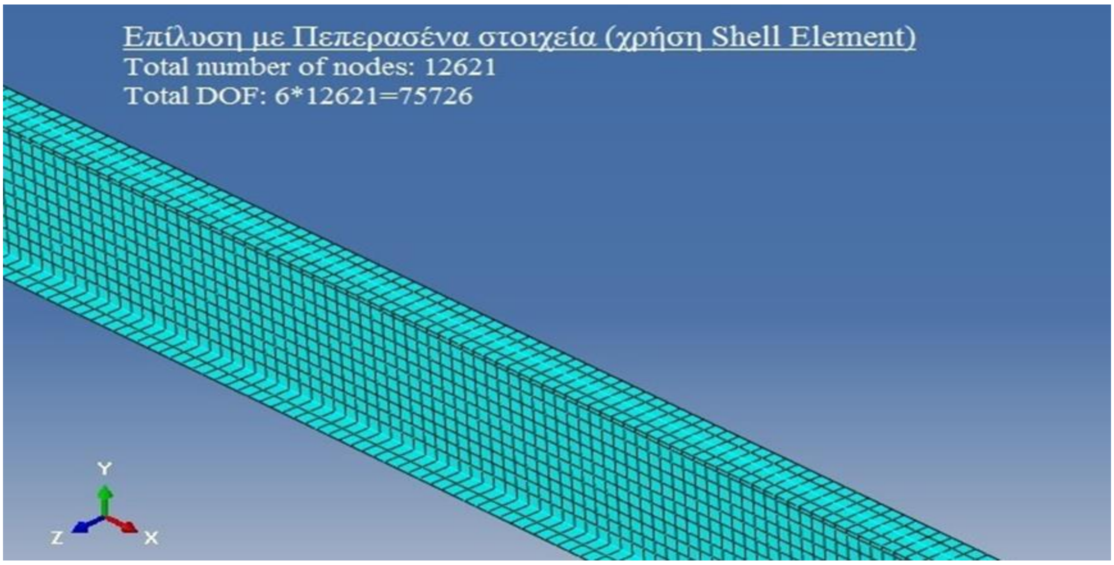
M diagram

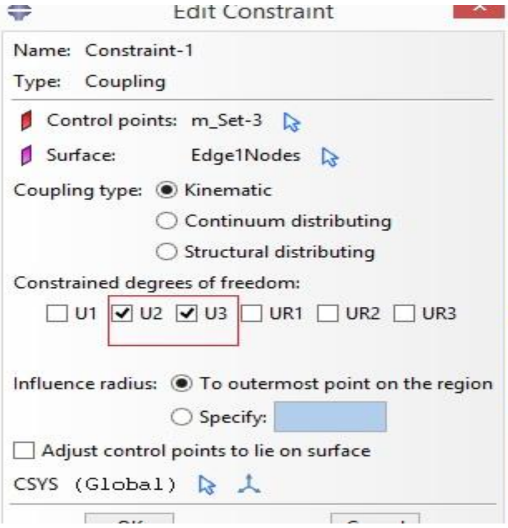


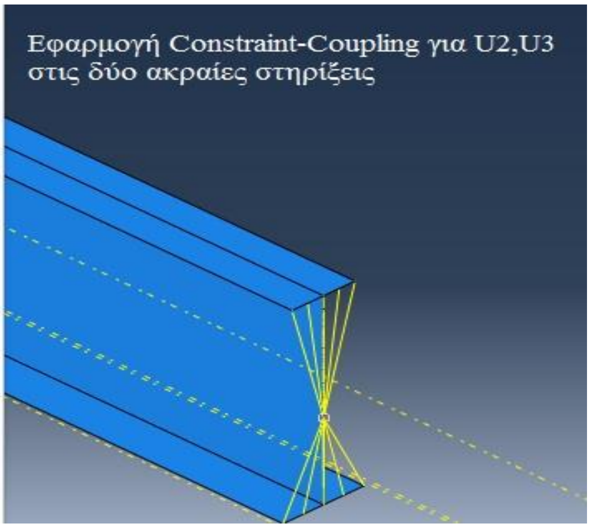
V diagram

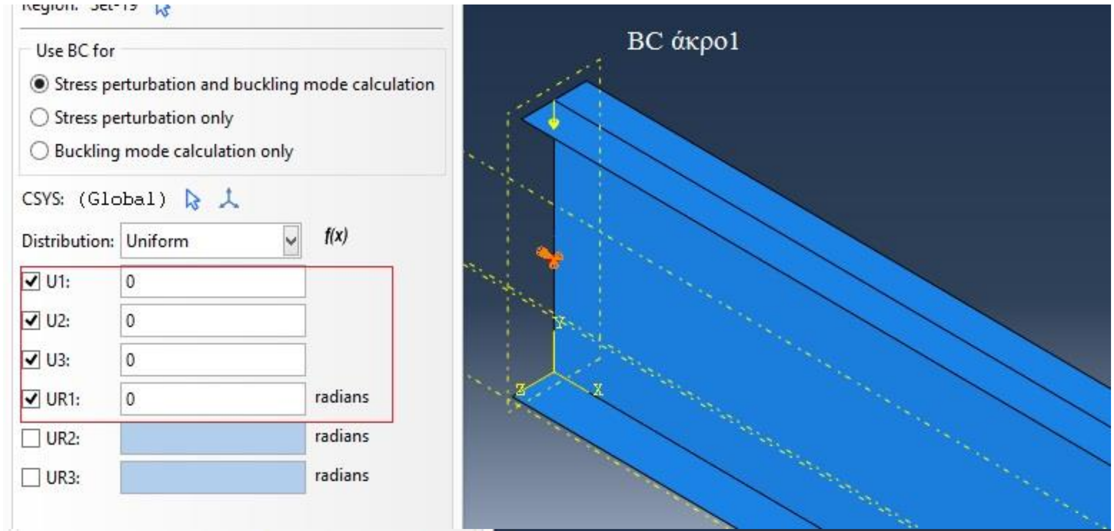


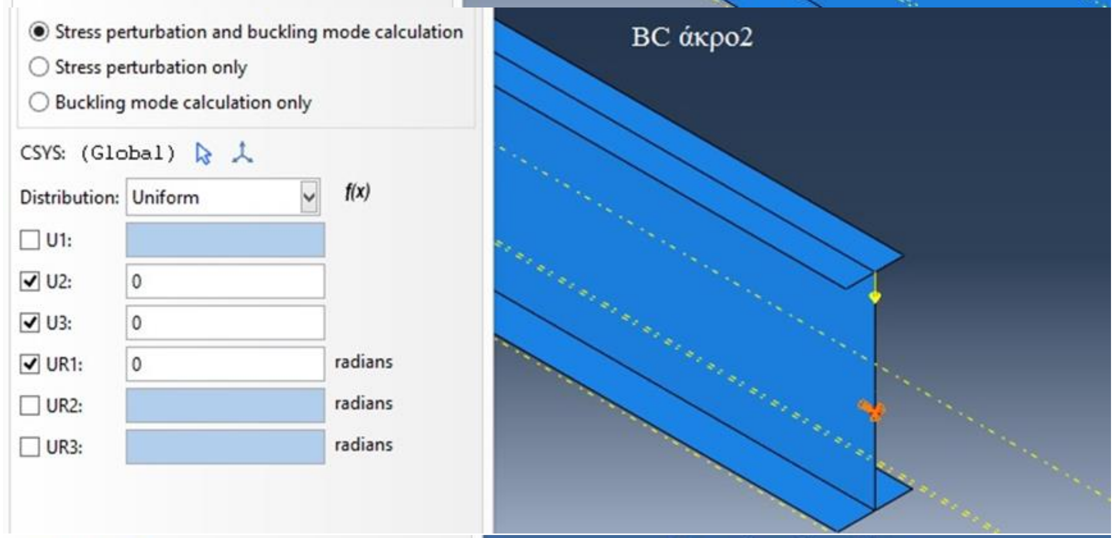
4.3 Γραμμική Ανάλυση Λυγισμού με χρήση Μοντέλου Επιφανειακών Στοιχείων.

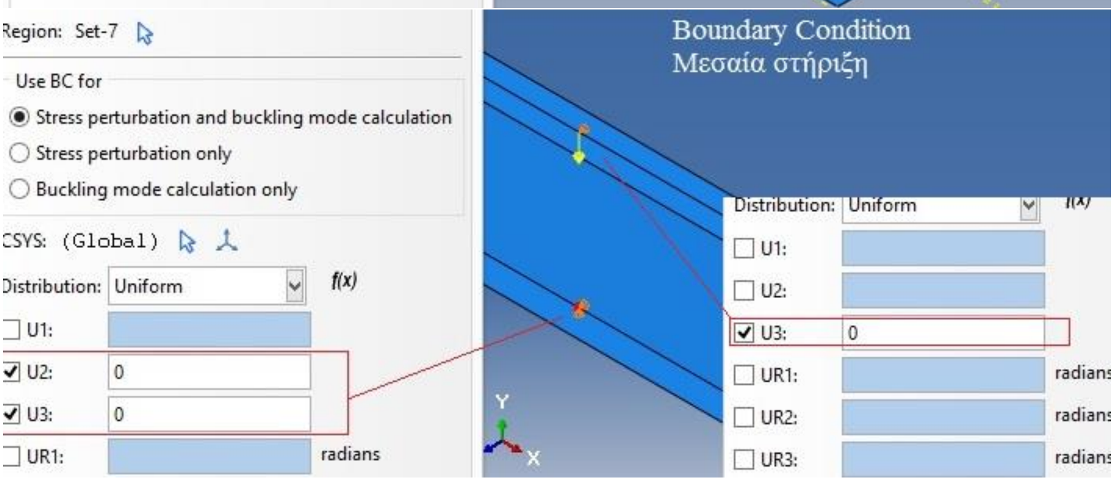


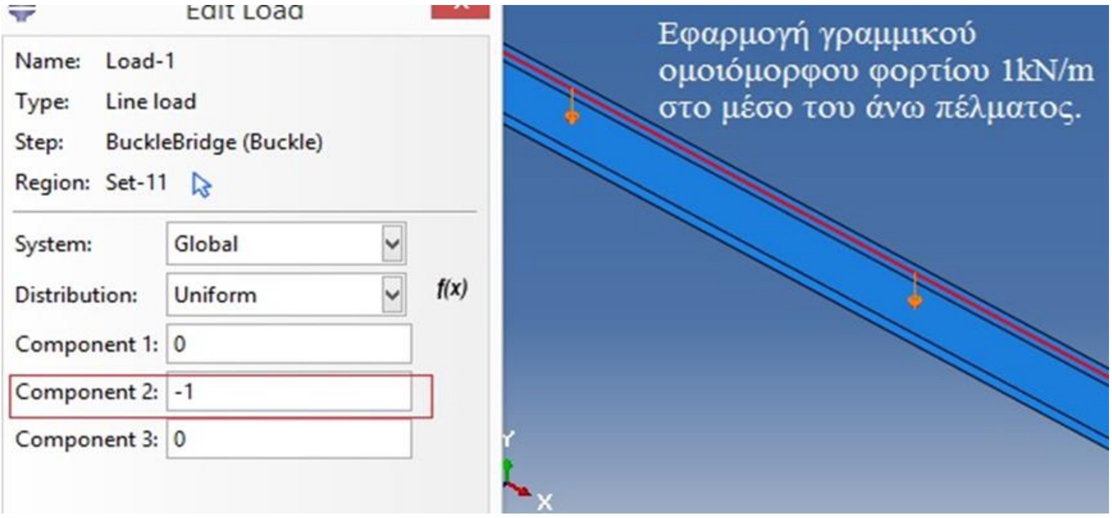





Use BC for
Stress perturbation and buckling mode calculation
Stress perturbation only
Buckling mode calculation only
CSYS: (Global)
Distribution: Uniform
f(x)
U1: 0
U2: 0
U3: 0
UR1: 0 radians
UR2: radians
UR3: radians
BC άκρο1

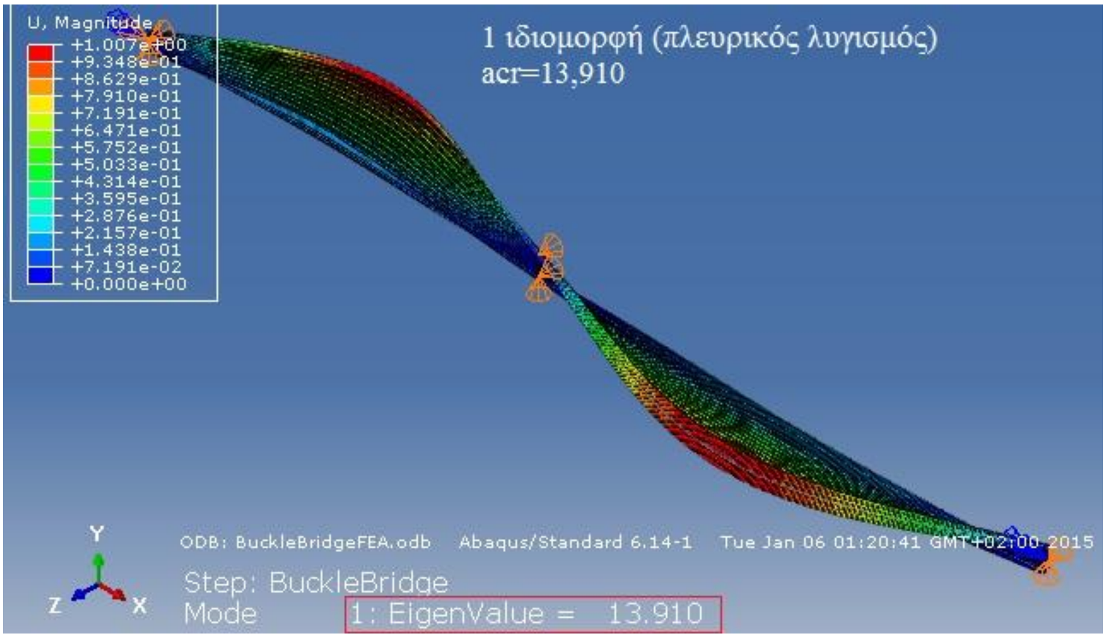

Stress perturbation and buckling mode calculation
Stress perturbation only
Buckling mode calculation only
CSYS: (Global)
Distribution: Uniform
f(x)
U1:
U2: 0
U3: 0
UR1: 0 radians
UR2: radians
UR3: radians
BC άκρο2


Region: Set-7
Use BC for
Stress perturbation and buckling mode calculation
Stress perturbation only
Buckling mode calculation only
CSYS: (Global)
Distribution: Uniform
f(x)
U1:
U2: 0
U3: 0
UR1: radians
Boundary Condition
Μεσαία στήριξη
Distribution: Uniform
U1:
U2:
U3: 0
UR1:
UR2:
UR3:
Y
X

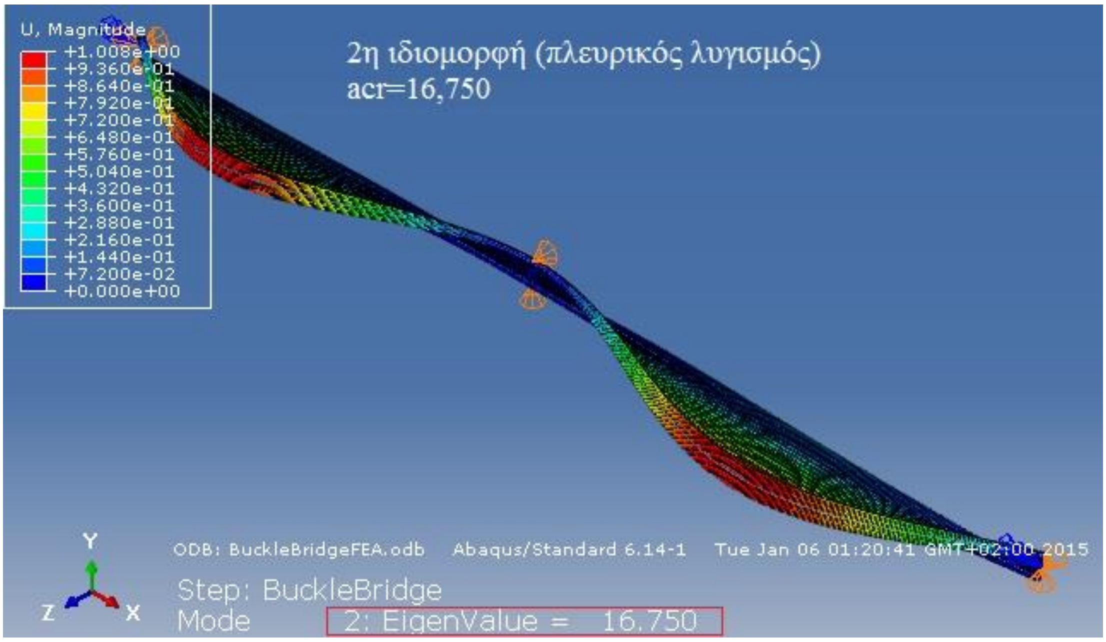


-Ακολουθούν τα αποτελέσματα από την γραμμική ανάλυση λυγισμού:

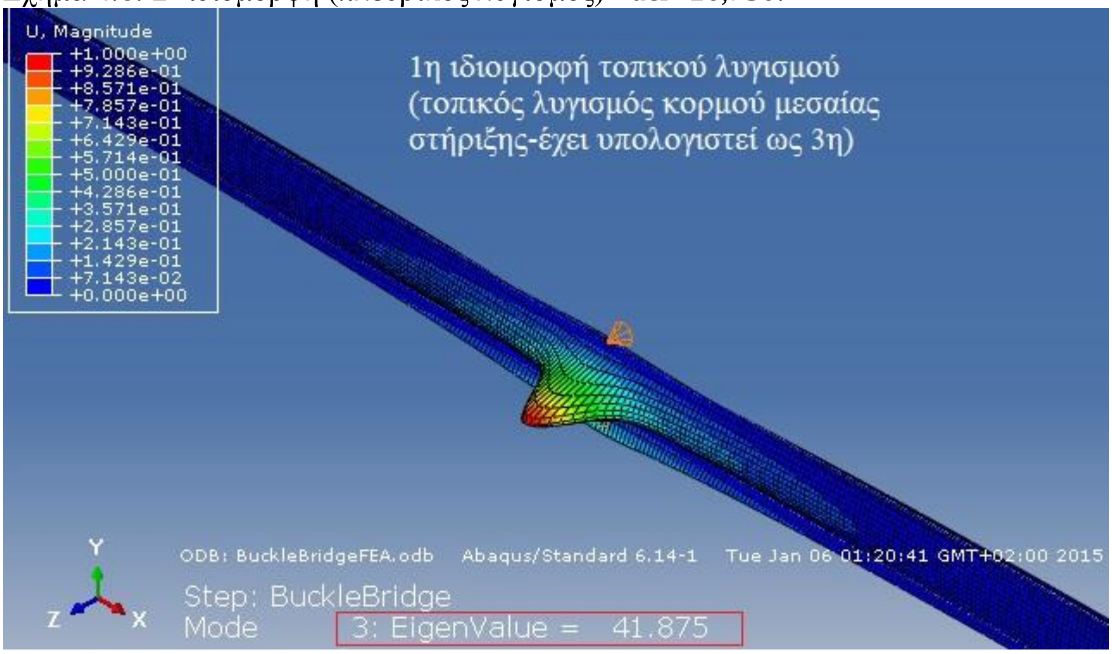
Περίπτωση ενίσχυσης (1)



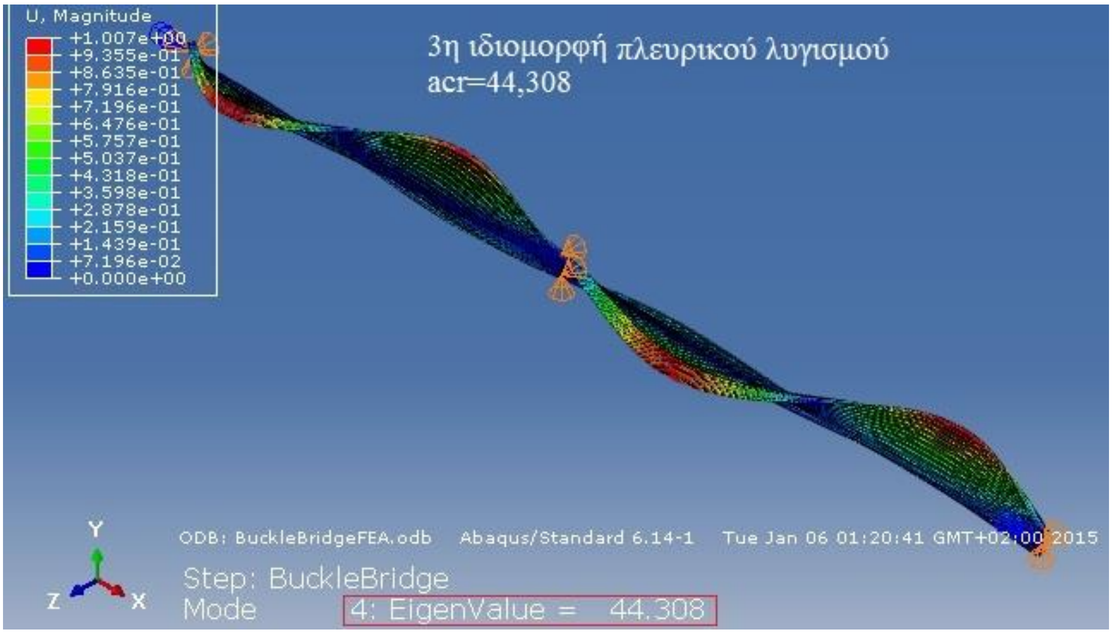
Σχήμα 4.5: 1η ιδιομορφή (πλευρικός λυγισμός) - acr=13,910.



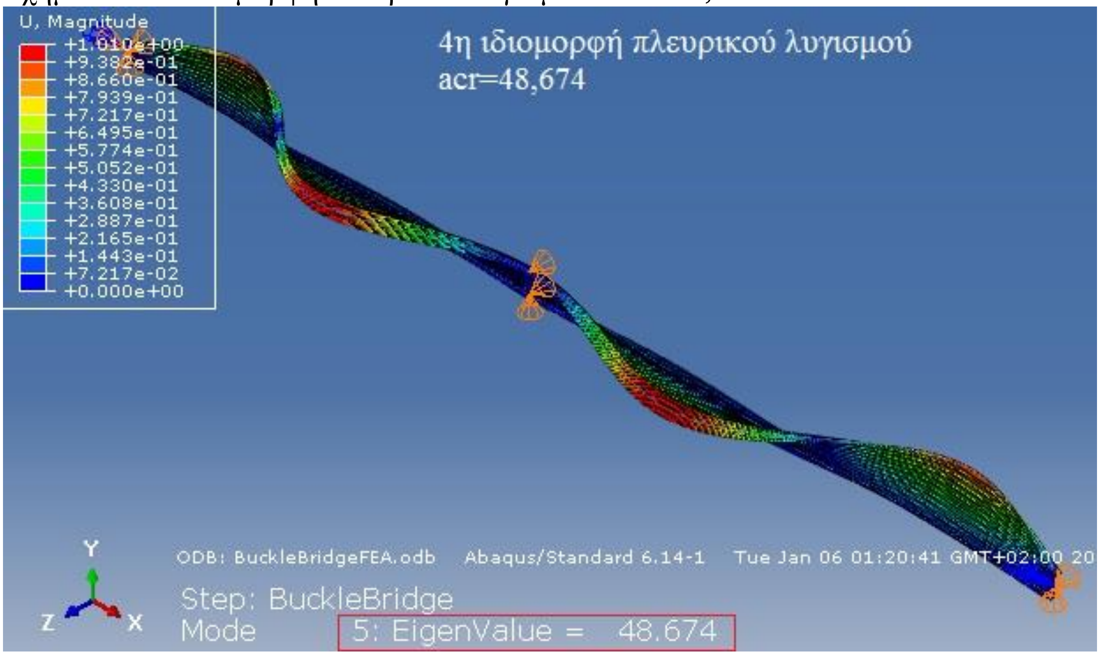
Σχήμα 4.6: $2^η$ ιδιομορφή (πλευρικός λυγισμός) - acr=16,750.



Σχήμα 4.7: $1^η$ ιδιομορφή τοπικού λυγισμού - acr=41,875.

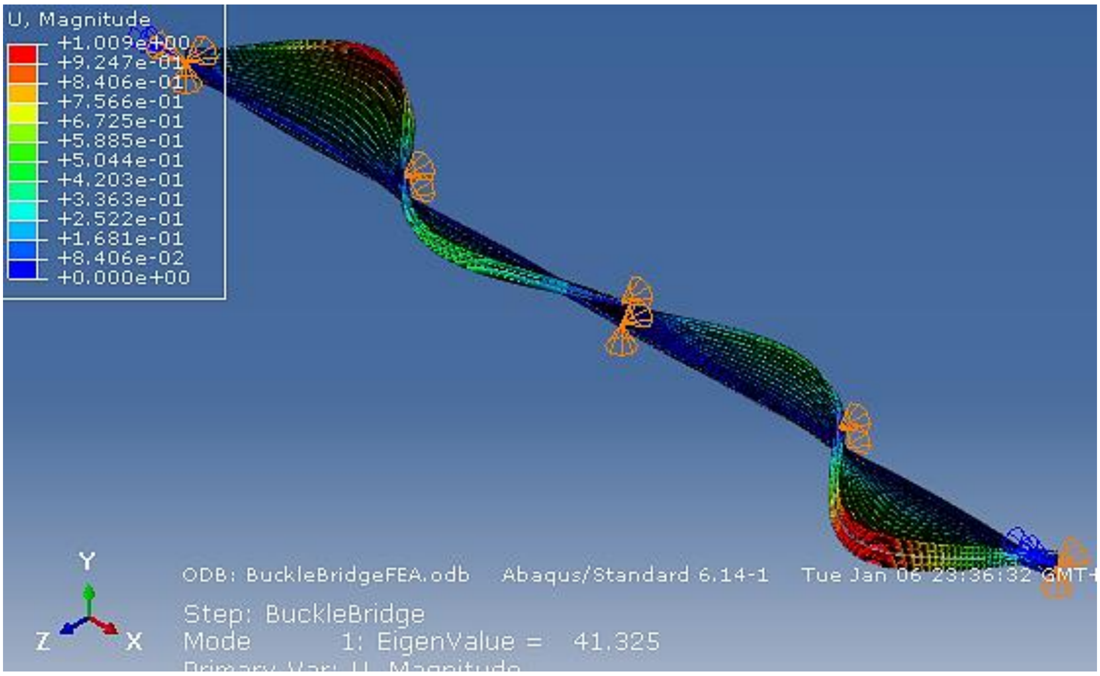


Σχήμα 4.8: 3η ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού - acr=44,308.

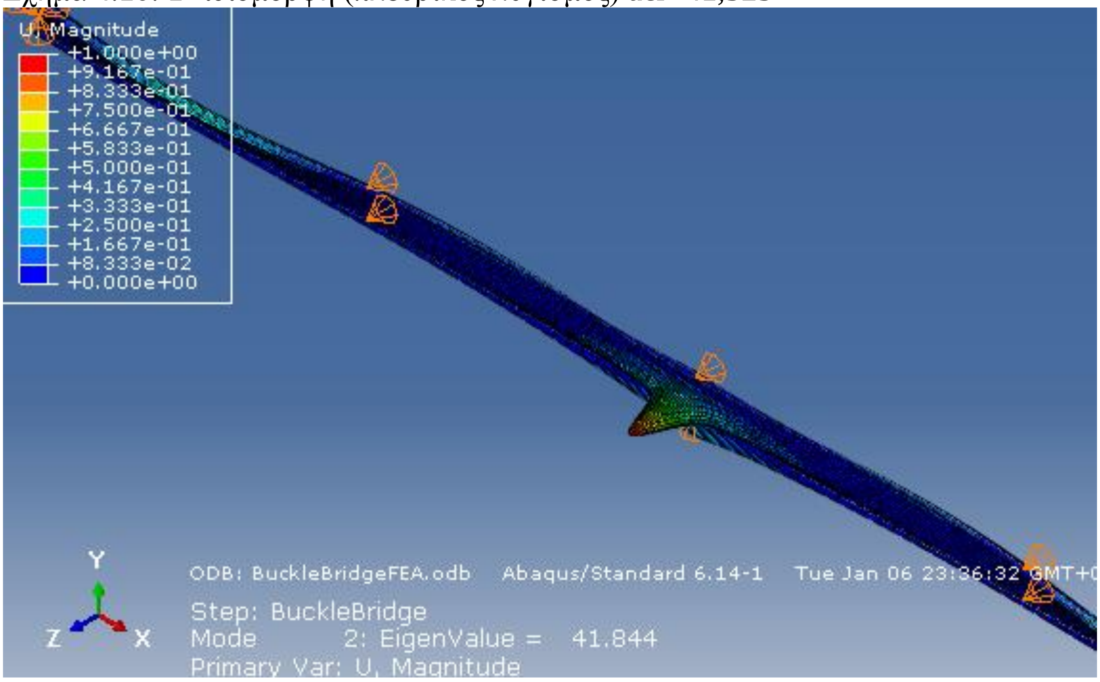


Σχήμα 4.9: 4η ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού - acr=48,674.

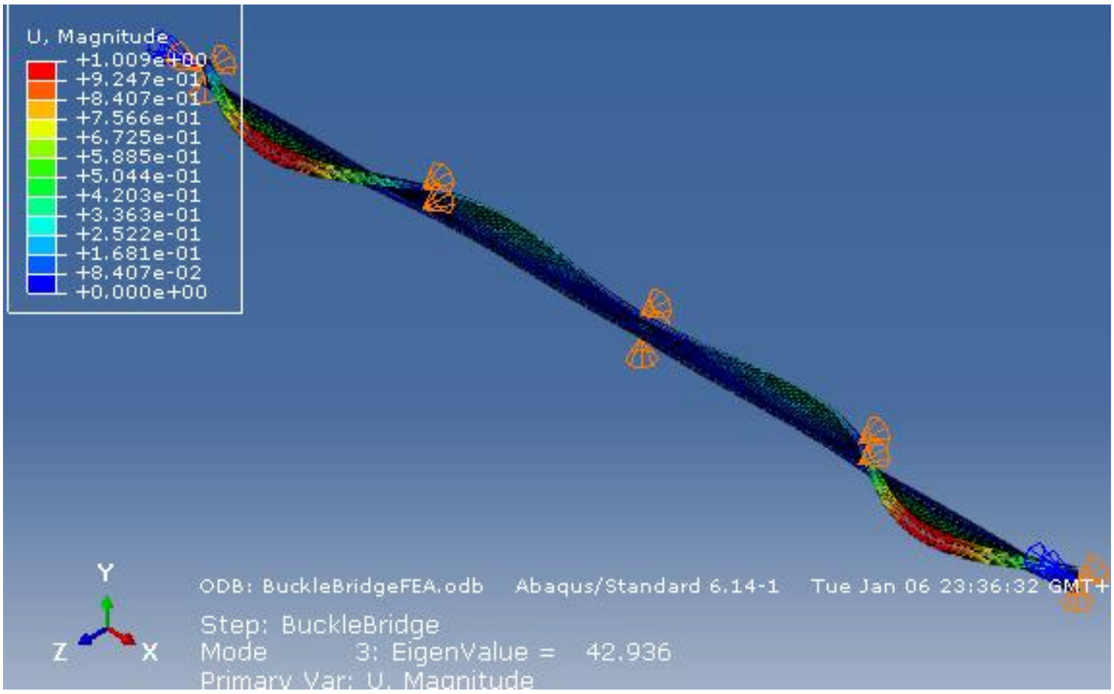
Περίπτωση ενίσχυσης (2)



Σχήμα 4.10: $1^{η}$ ιδιομορφή (πλευρικός λυγισμός) acr=41,325

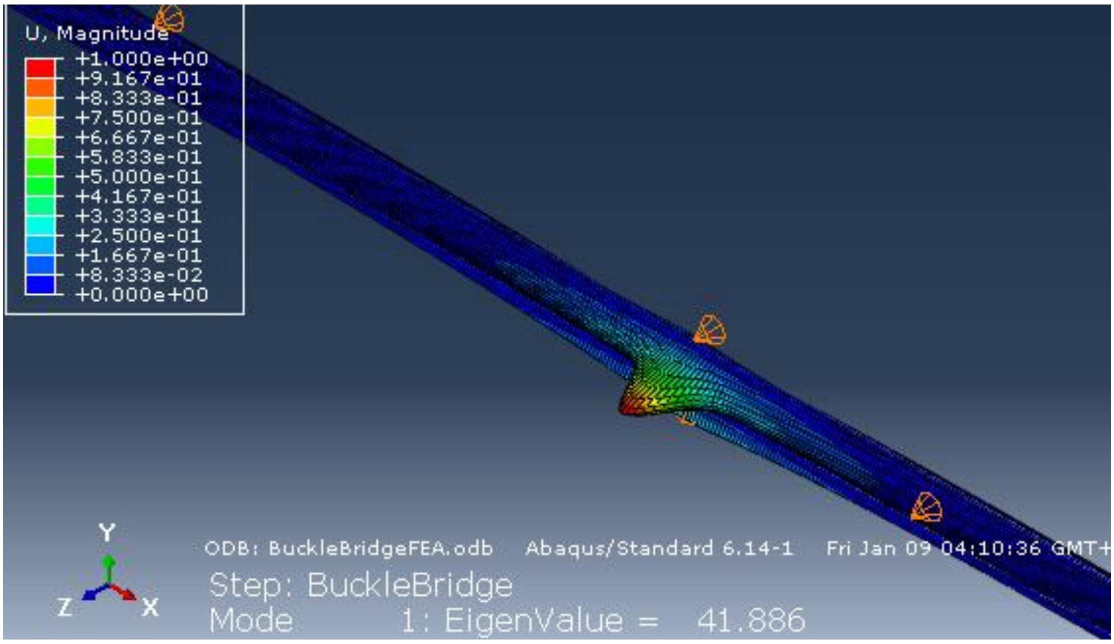


Σχήμα 4.11:$2^{η}$ ιδιομορφή (τοπικός λυγισμός κορμού) acr=41,844

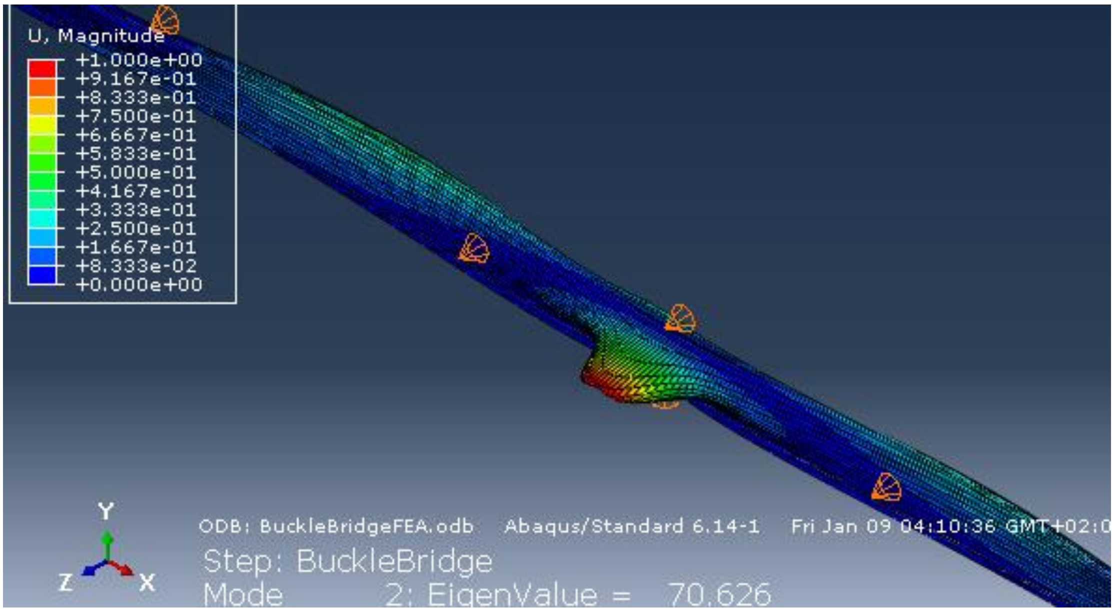


Σχήμα 4.12: 3η ιδιομορφή (πλευρικός λυγισμός) acr=42,936

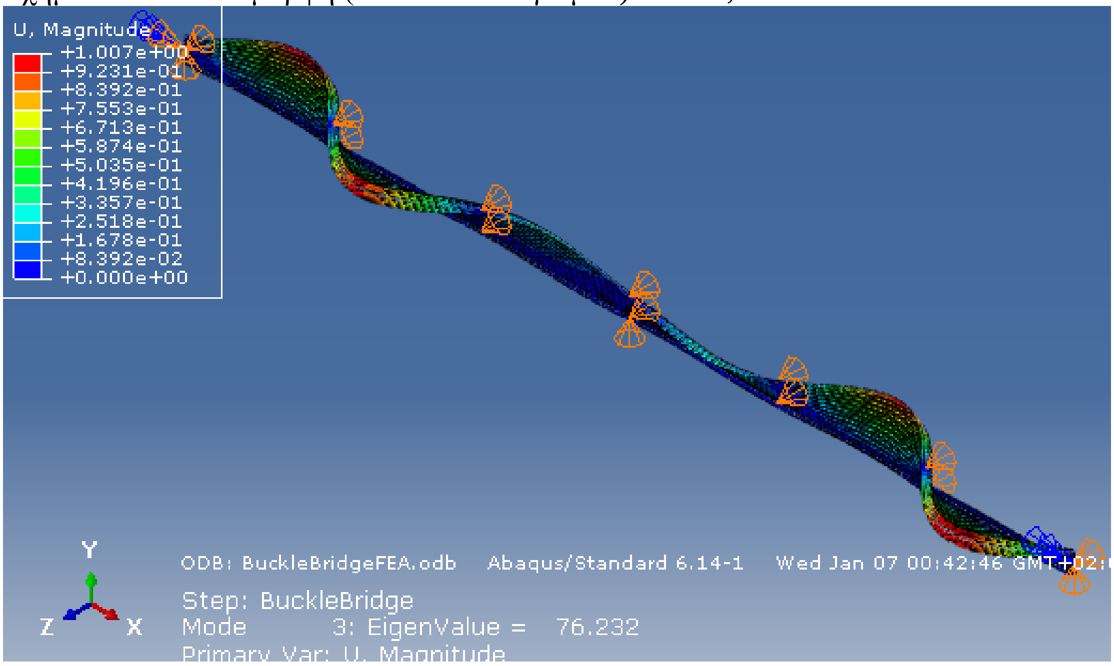
Περίπτωση ενίσχυσης (3)



Σχήμα 4.13: 1η ιδιομορφή (1η τοπικού λυγισμού) acr=41,886

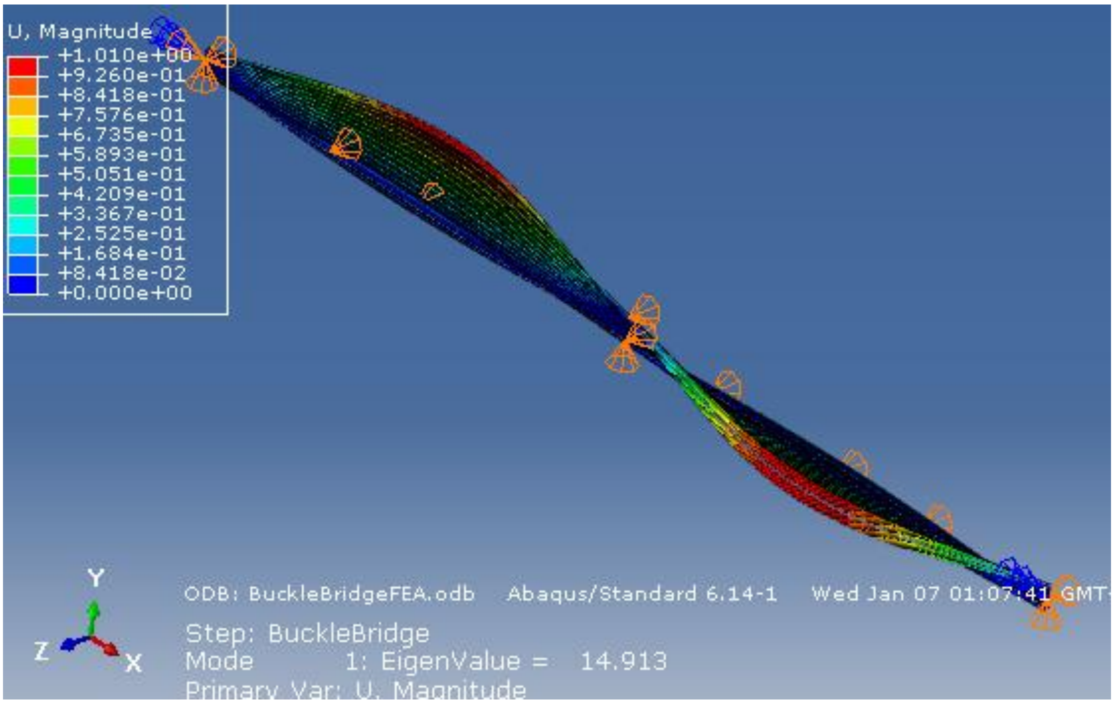


Σχήμα 4.14: 2η ιδιομορφή (2η τοπικού λυγισμού) acr=70,626.

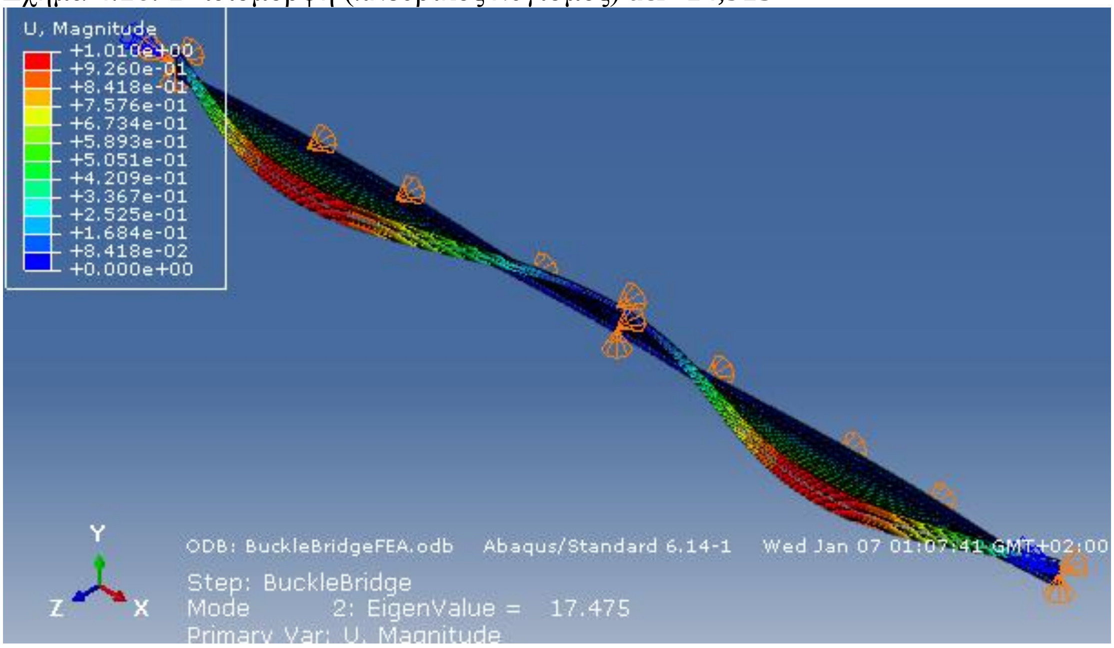


Σχήμα 4.15: 3η ιδιομορφή (1η πλευρικού λυγισμού) acr=76,232

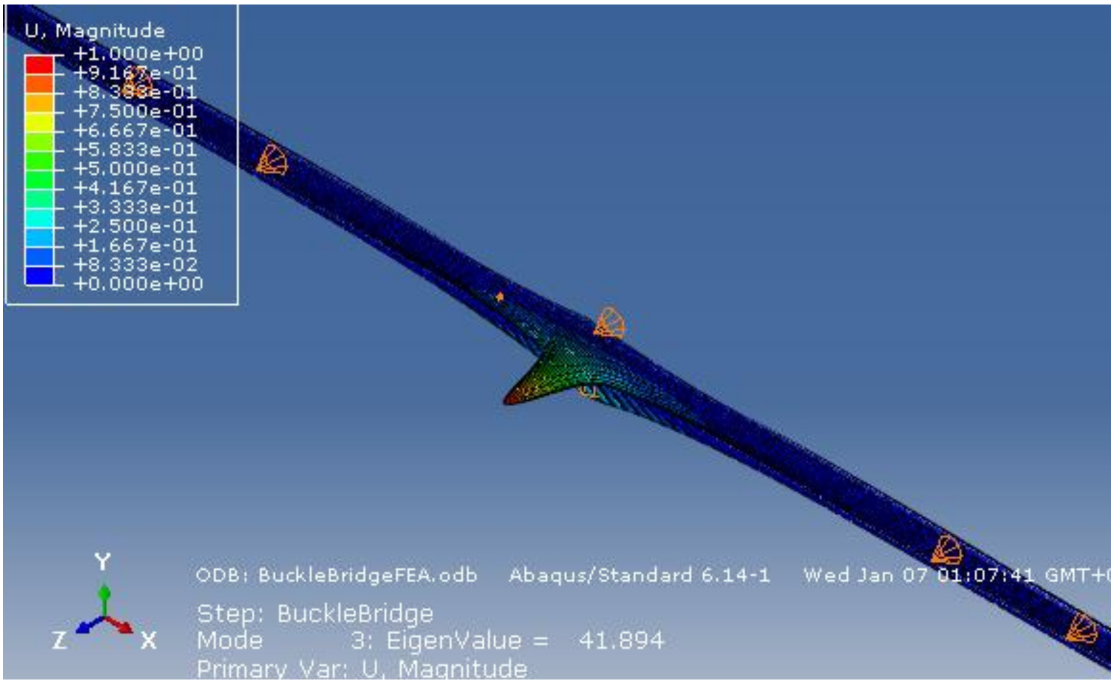
Περίπτωση ενίσχυσης (4)



Σχήμα 4.16: 1η ιδιομορφή (πλευρικός λυγισμός) acr=14,913

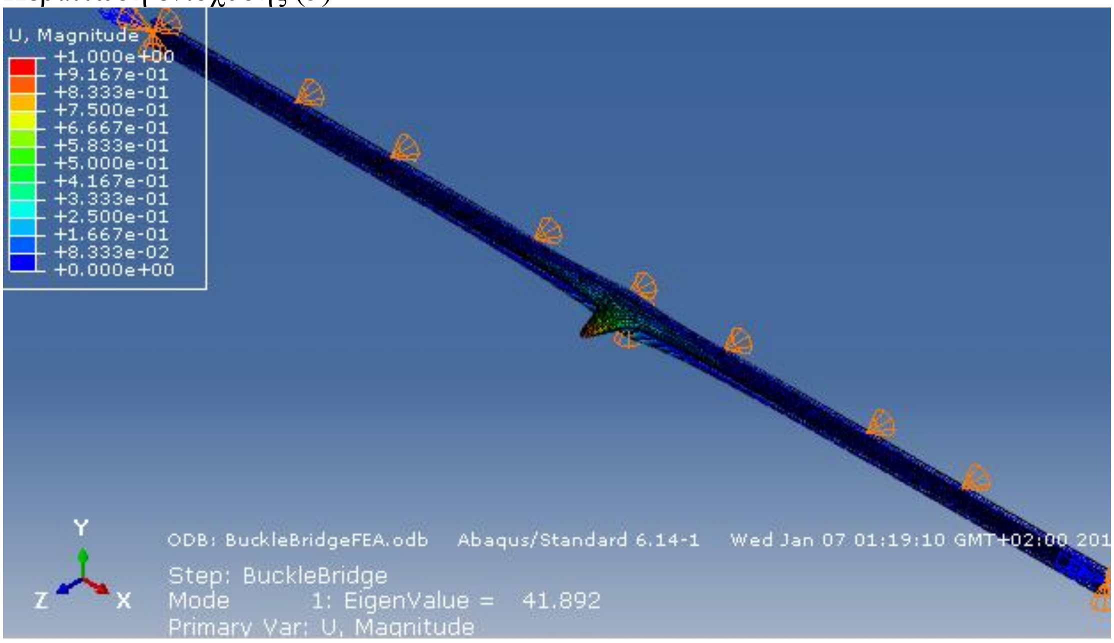


Σχήμα 4.17: 2η ιδιομορφή (πλευρικός λυγισμός) acr=17,475

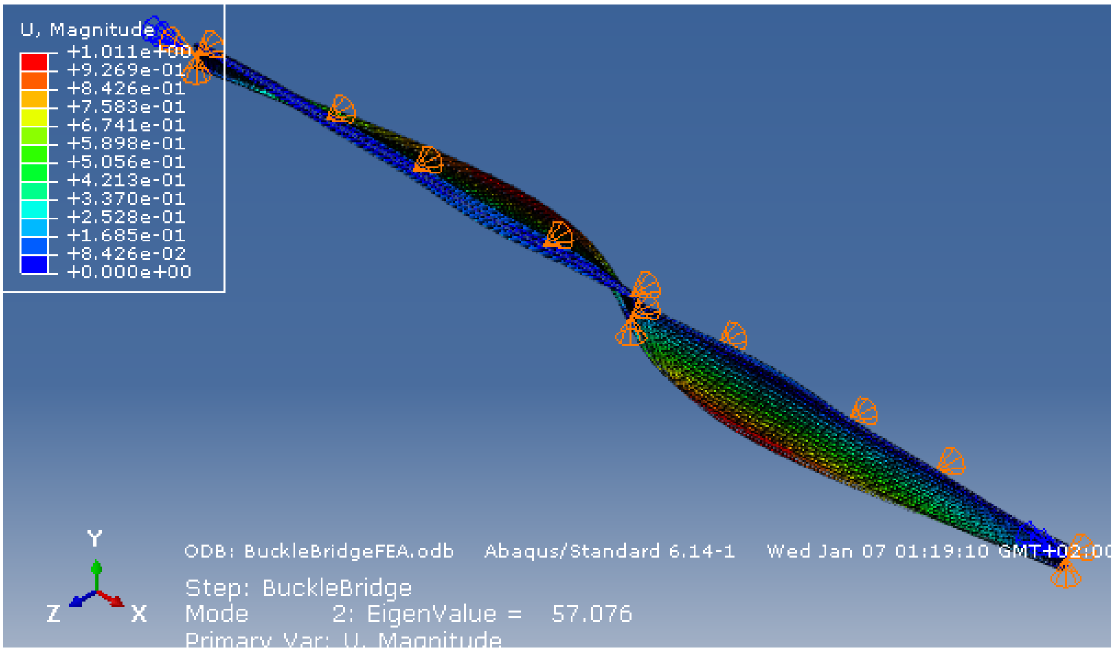


Σχήμα 4.18: 3η ιδιομορφή (τοπικός λυγισμός) acr=41,894

Περίπτωση ενίσχυσης (5)

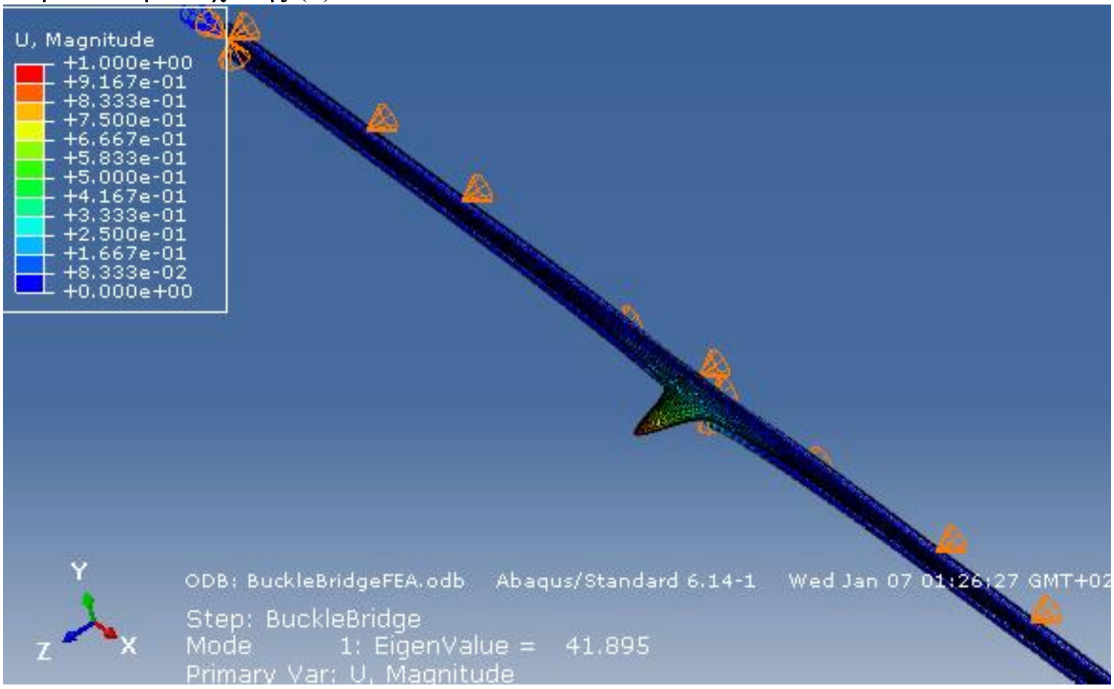


Σχήμα 4.19: 1η ιδιομορφή (τοπικός λυγισμός) acr=41,892

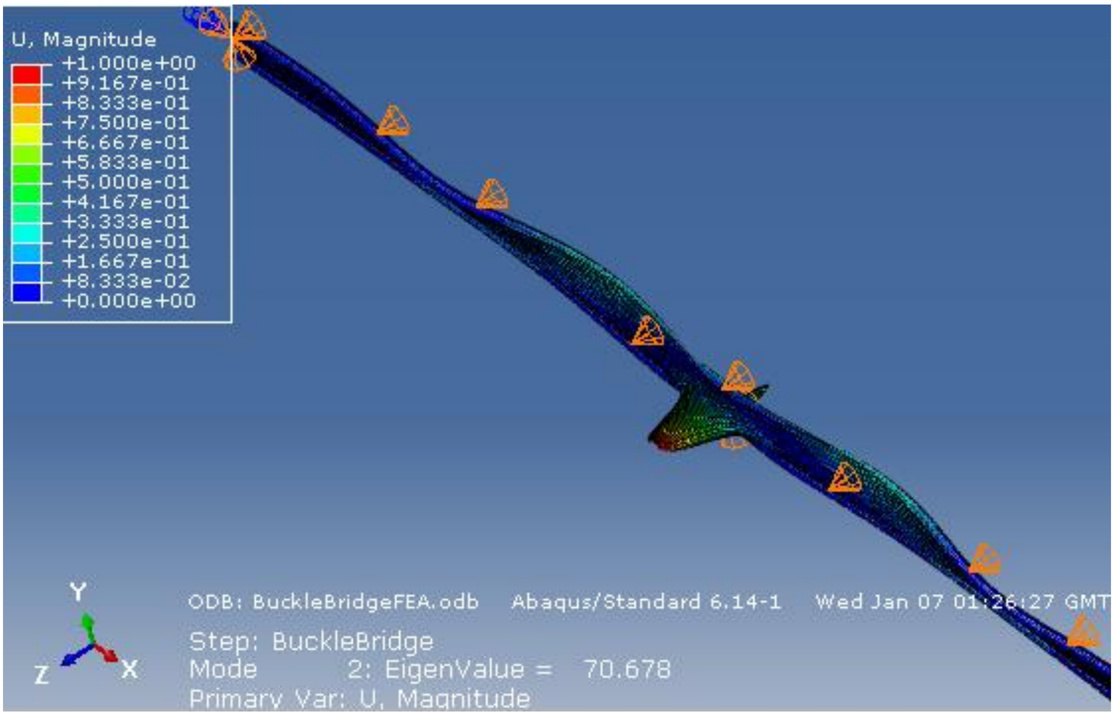


Σχήμα 4.20: 2η ιδιομορφή (πλευρικός λυγισμός) acr=57,076

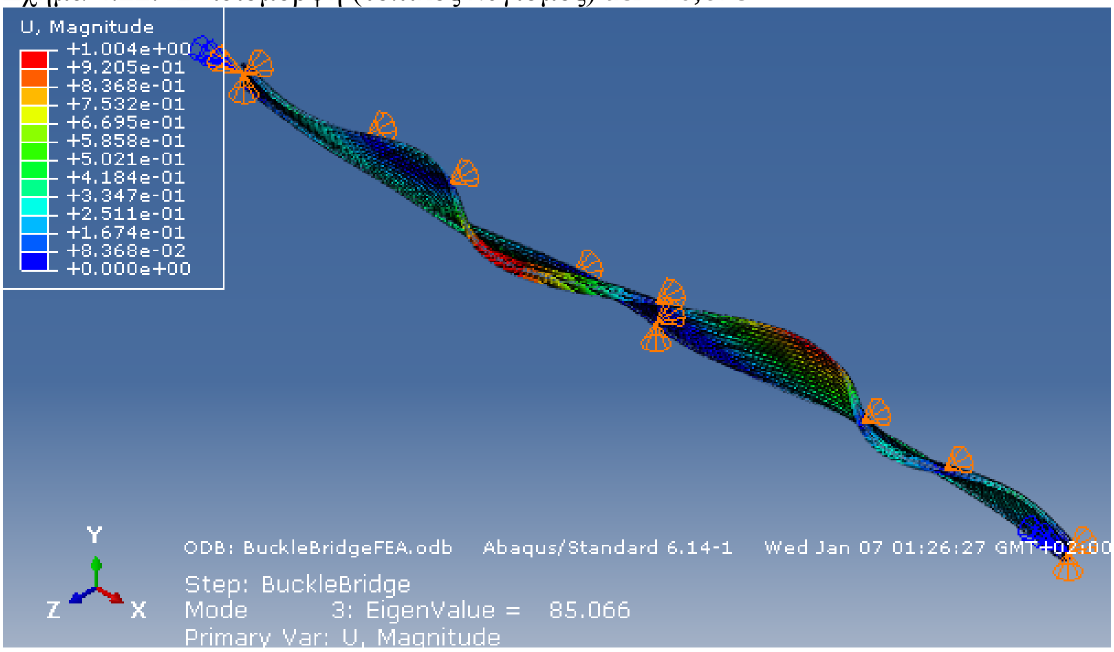
Περίπτωση ενίσχυσης (6)



Σχήμα 4.21: 1η ιδιομορφή (τοπικός λυγισμός) acr=41,895

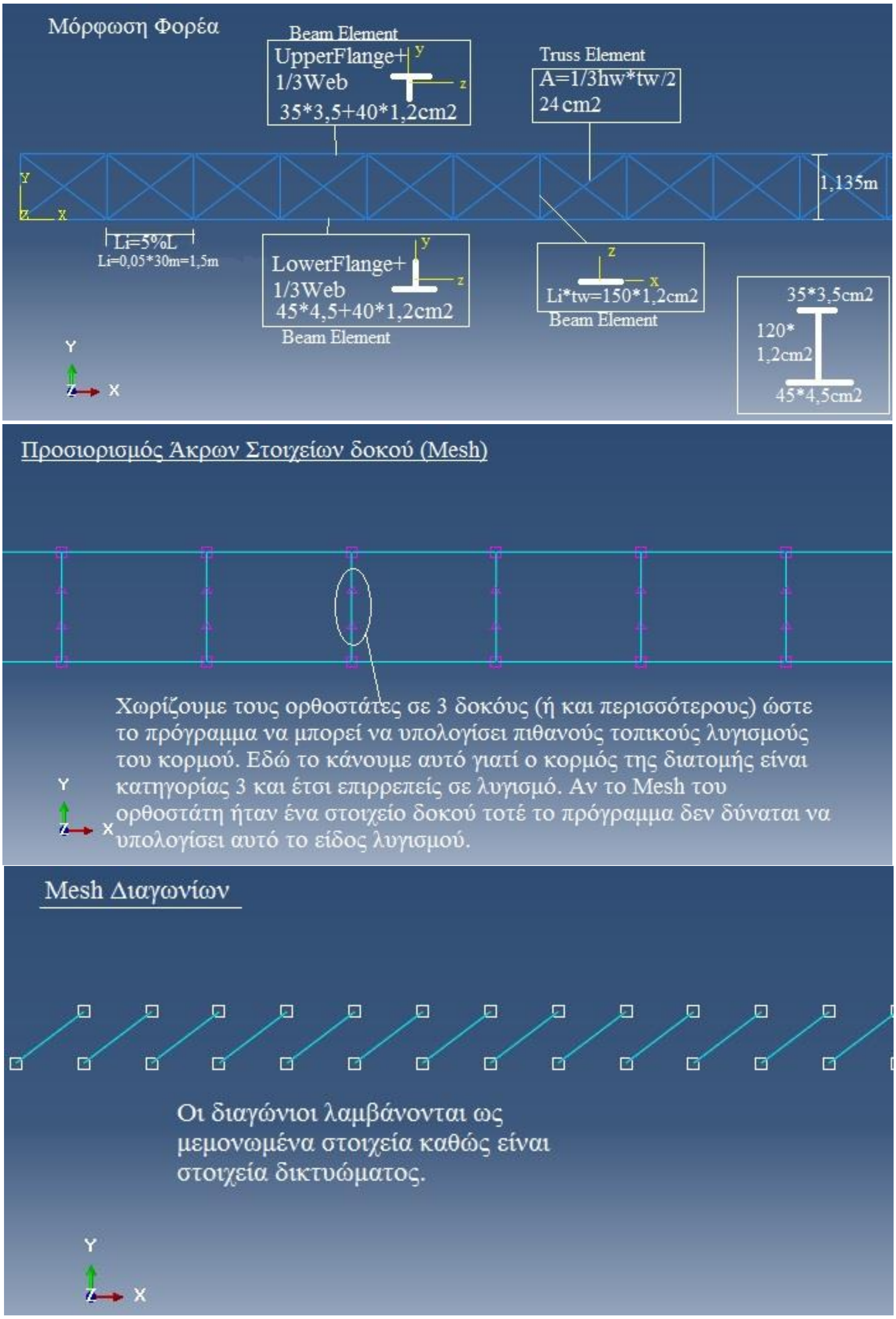


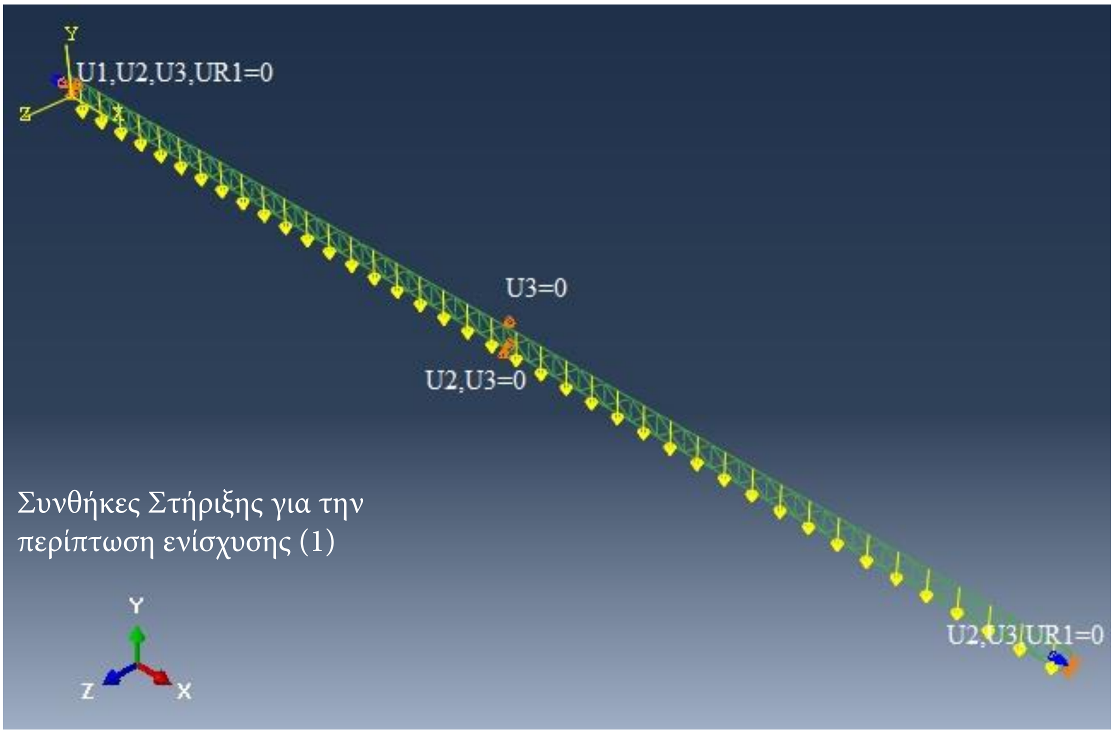
Σχήμα 4.22: 2η ιδιομορφή (τοπικός λυγισμός) acr=70,678

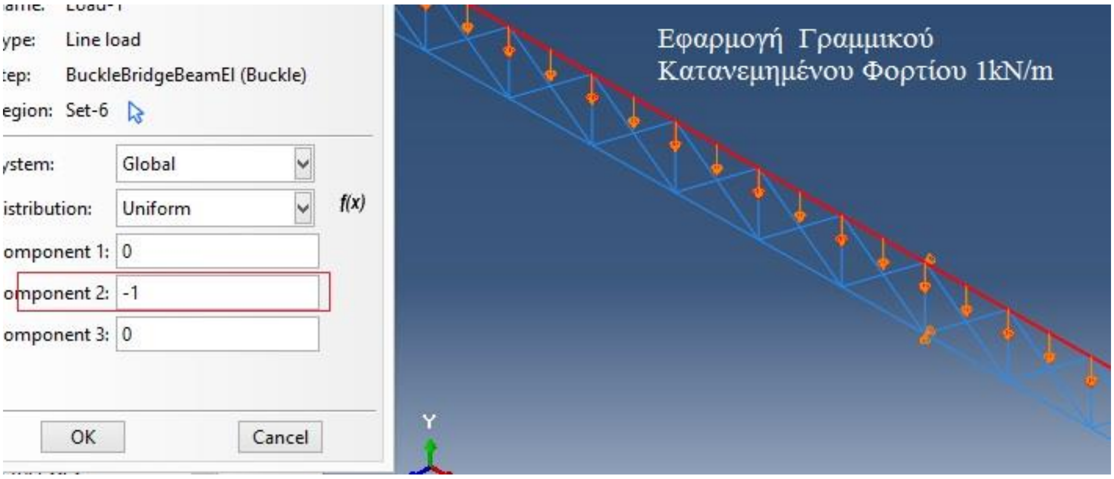


Σχήμα 4.23: 3η ιδιομορφή (πλευρικός λυγισμός) acr=85,066

4.4Γραμμική Ανάλυση Λυγισμού με το Μοντέλο Δικτυώματος.

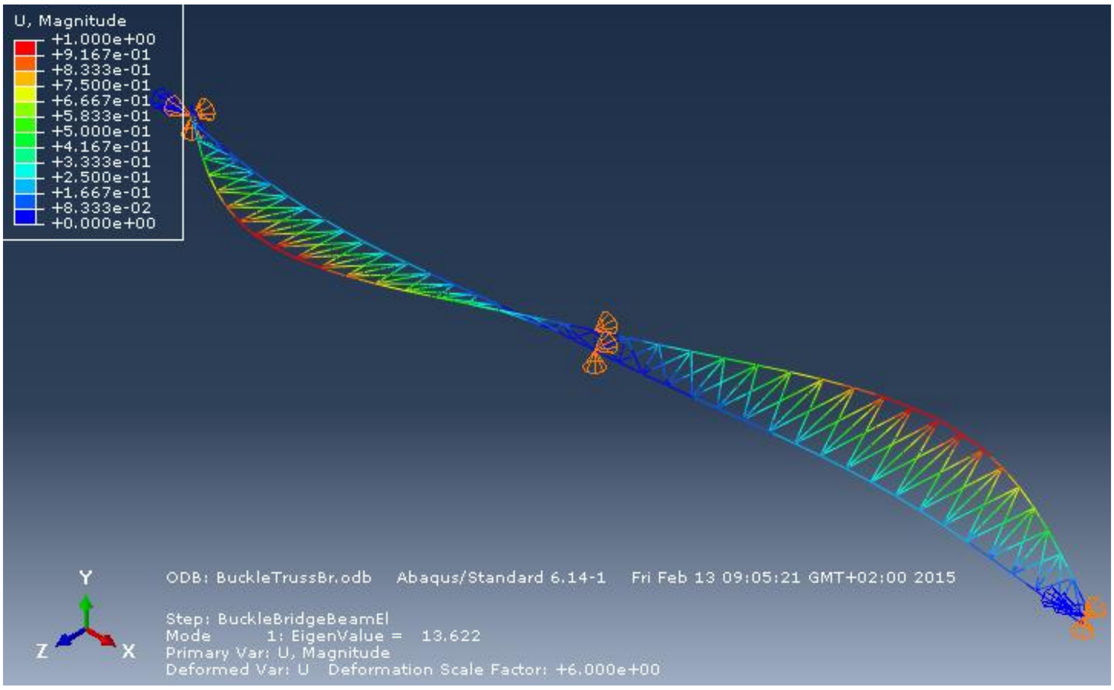




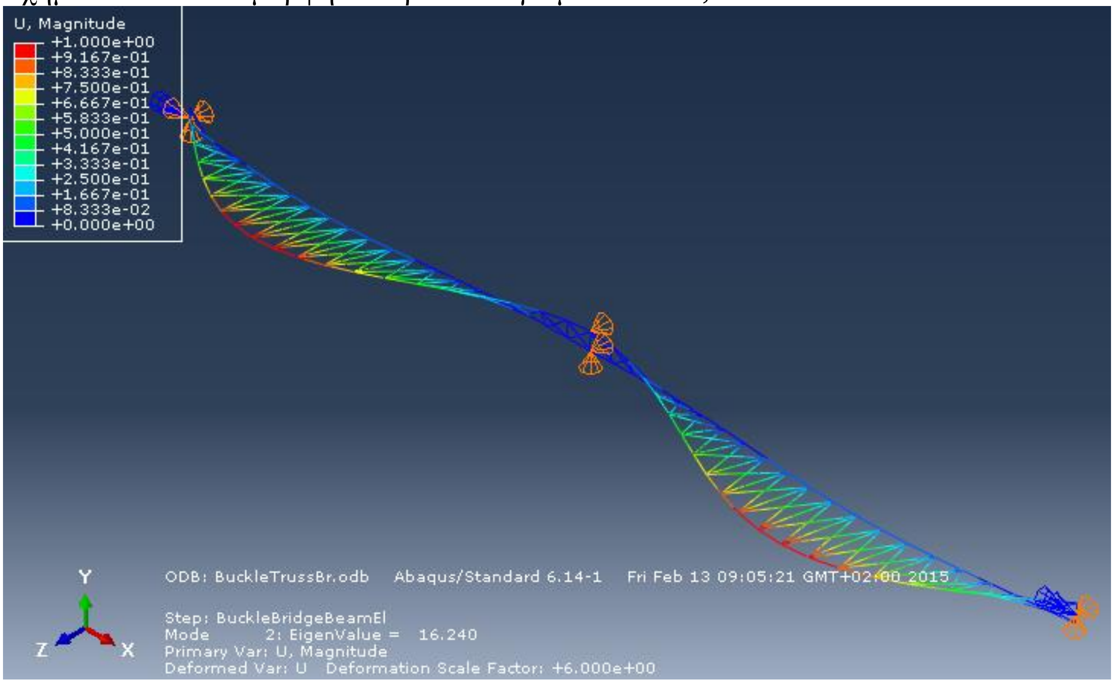


-Ακολουθούν τα αποτελέσματα από την γραμμική ανάλυση λυγισμού:

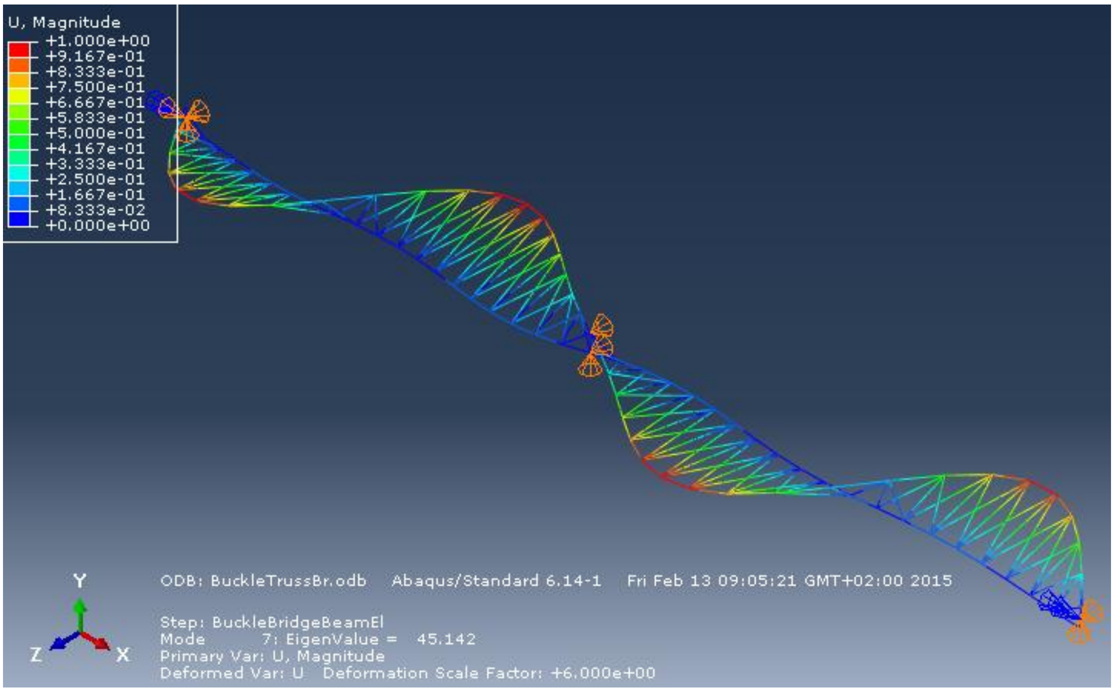
Περίπτωση ενίσχυσης (1)



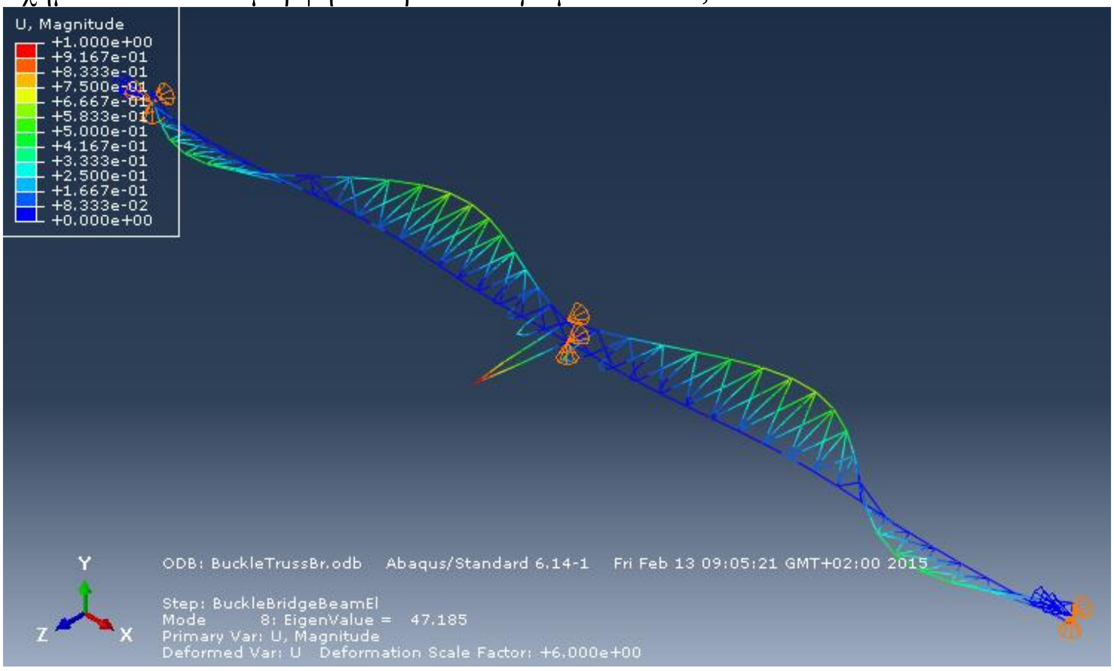
Σχήμα 4.24: 1η ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού acr=13,622



Σχήμα 4.25: 2η ιδομορφή πλευρικού λυγισμού acr=16,240

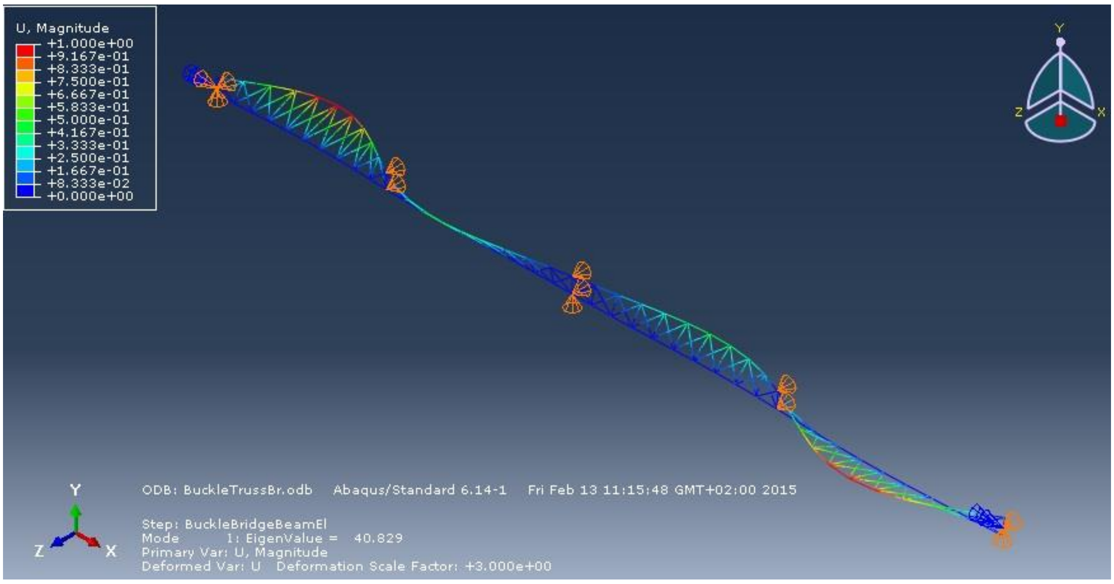


Σχήμα 4.26: 3η ιδομορφή πλευρικού λυγισμού acr=45,142

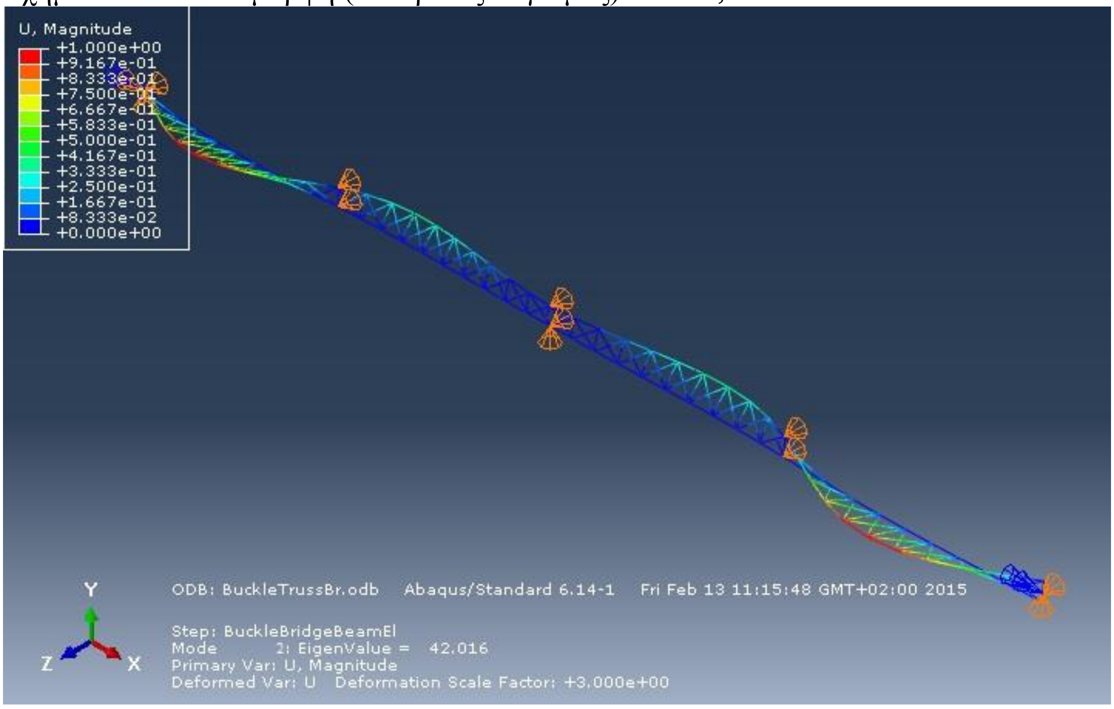


Σχήμα 4.27: 1η ιδομορφή τοπικού λυγισμού acr=47,185

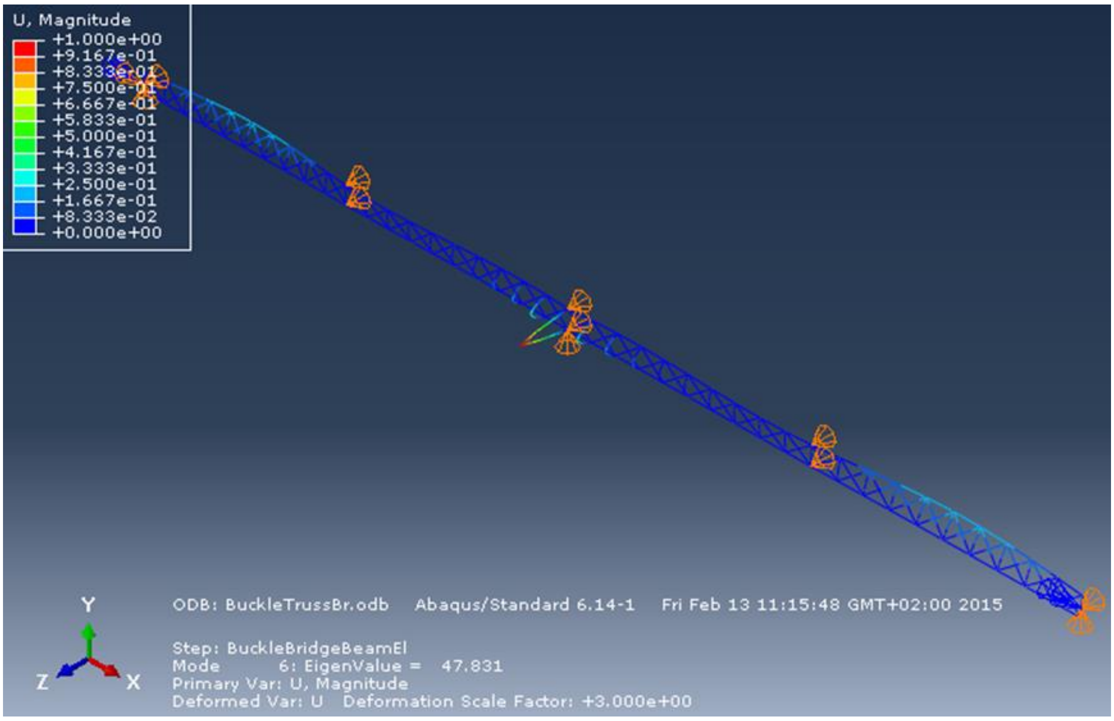
Περίπτωση ενίσχυσης (2)



Σχήμα 4.28: 1η ιδιομορφή (πλευρικός λυγισμός) acr=40,829

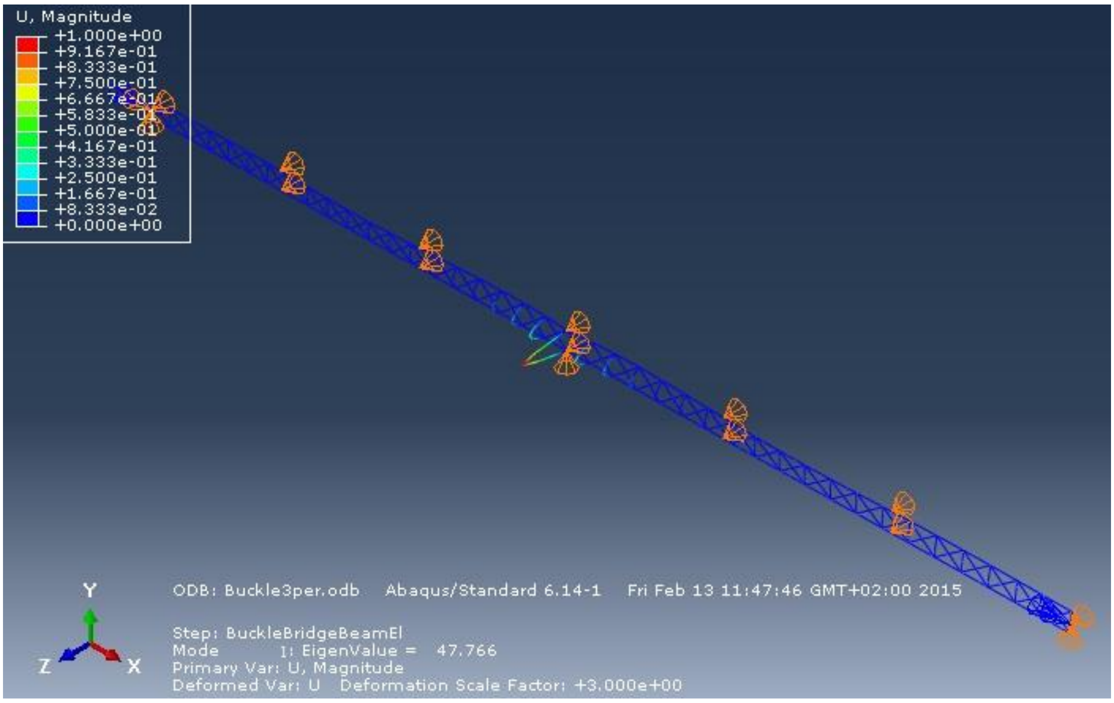


Σχήμα 4.29: 2η ιδιομορφή (πλευρικός λυγισμός) acr=42,016

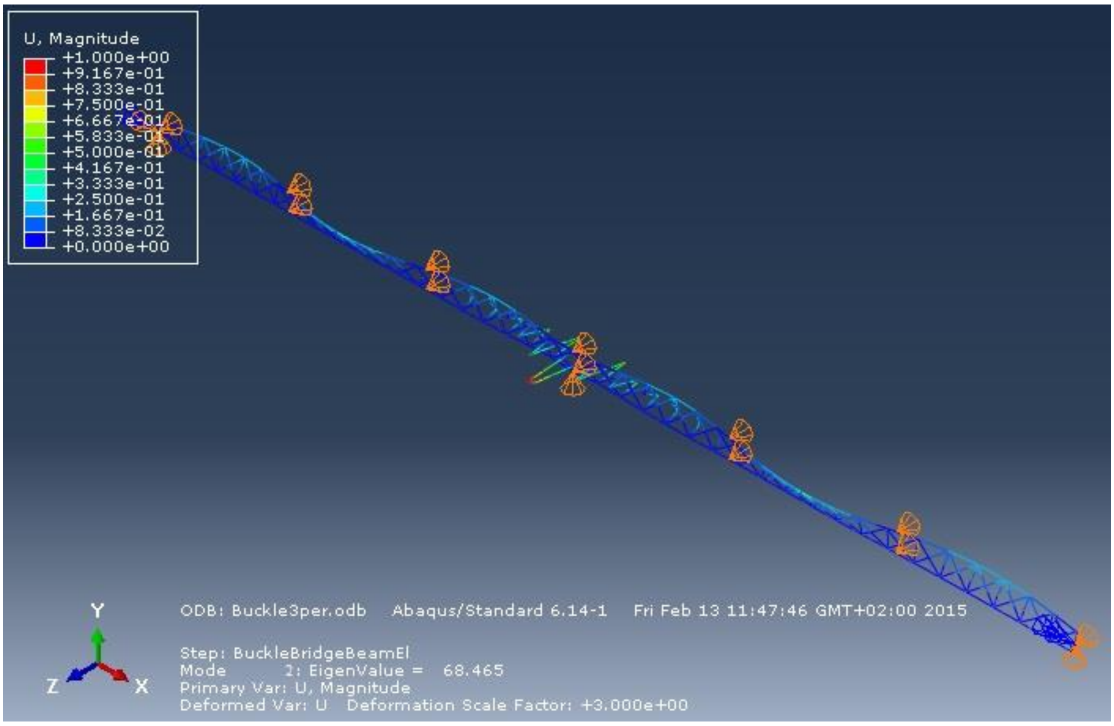


Σχήμα 4.30: 6^{η} ιδιομορφή (1^{η} τοπικού λυγισμού) acr=47,831

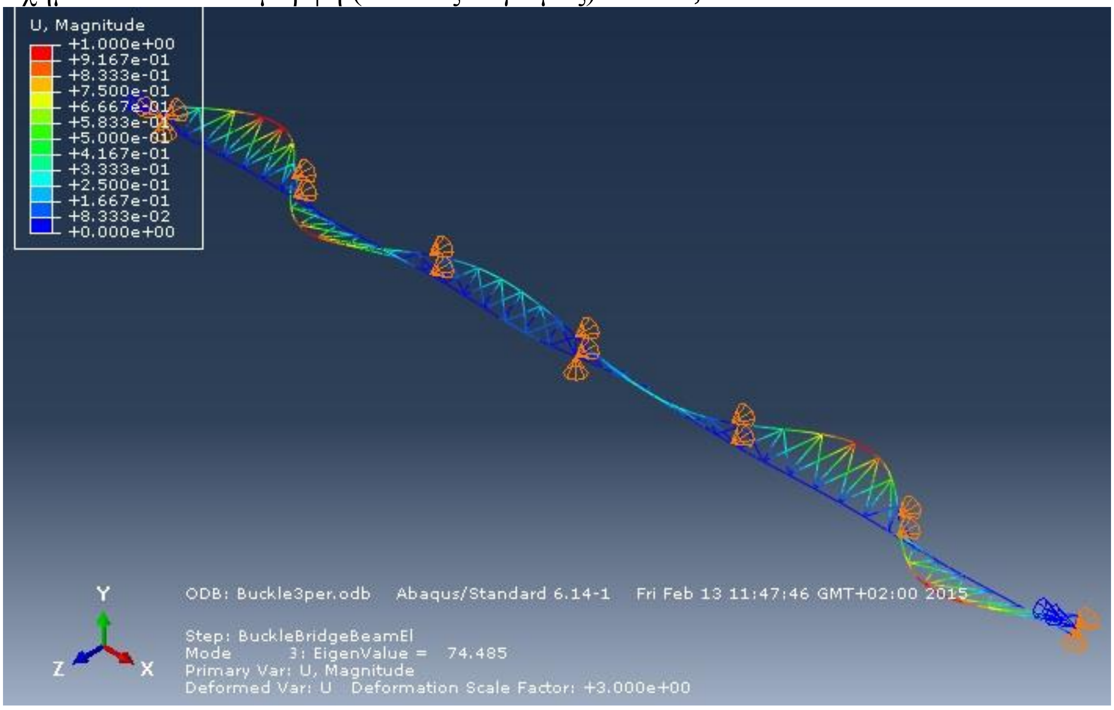
Περίπτωση ενίσχυσης (3)



Σχήμα 4.31: 1^{η} ιδιομορφή (τοπικός λυγισμός) acr=47,766

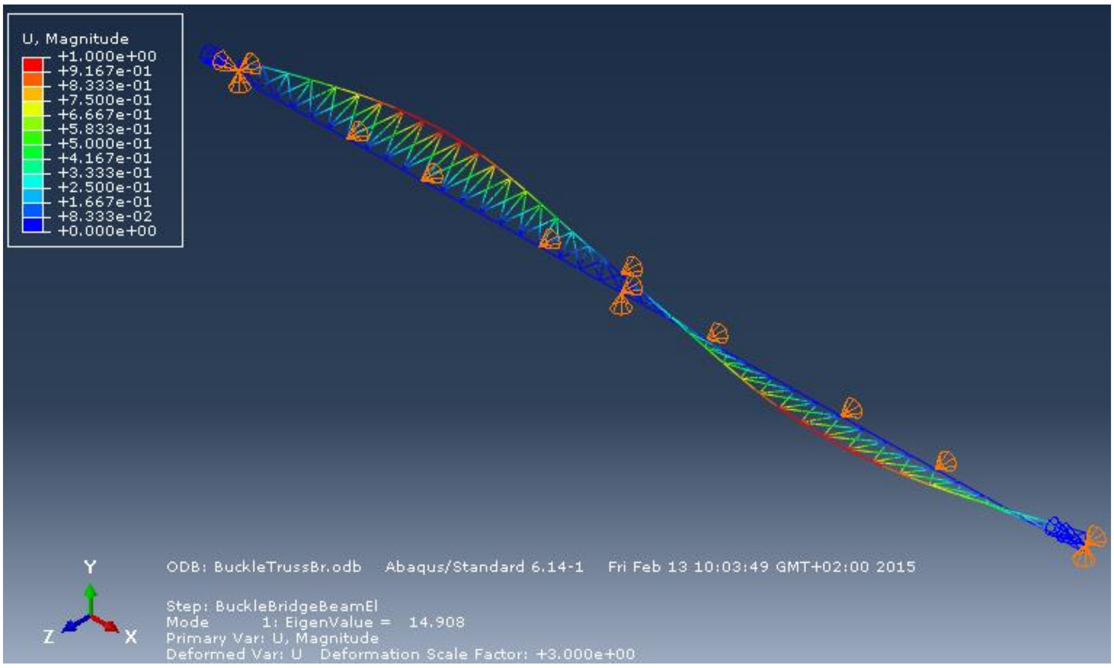


Σχήμα 4.32: 2η ιδιομορφή (τοπικός λυγισμός) acr=68,465

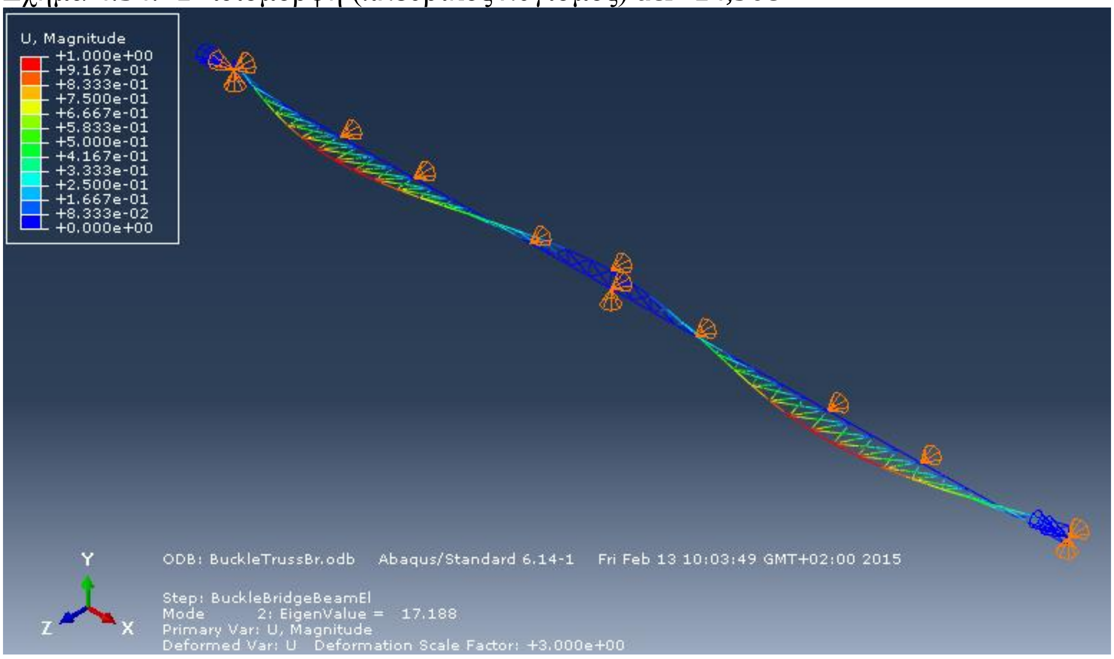


Σχήμα 4.33: 3η ιδιομορφή (πλευρικός λυγισμός) acr=74,485

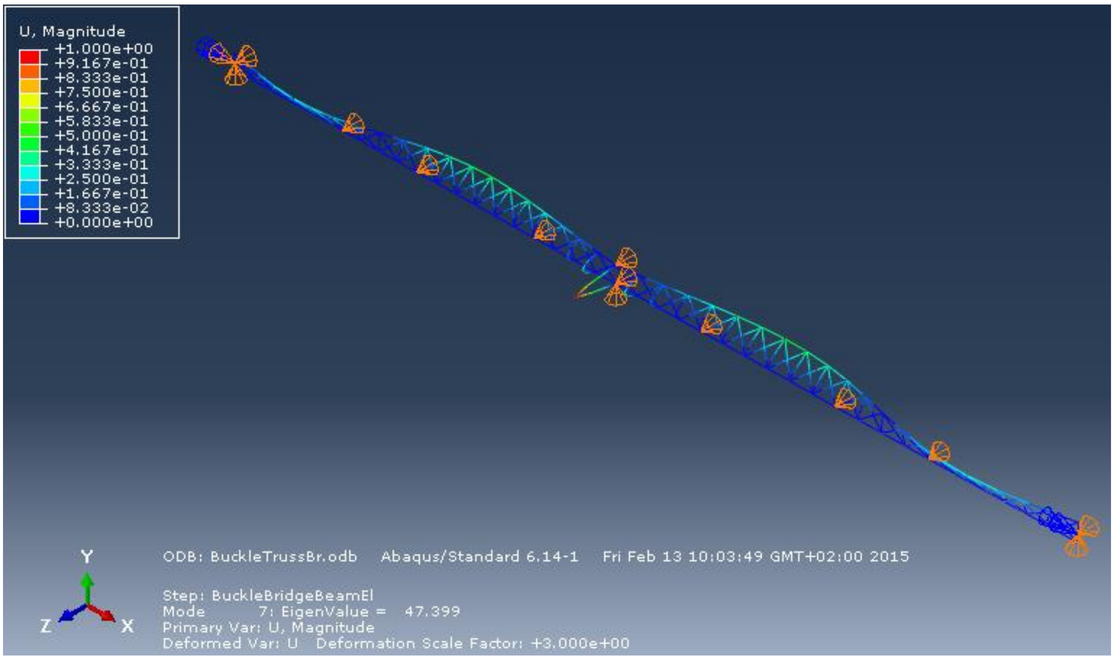
Περίπτωση ενίσχυσης (4)



Σχήμα 4.34: 1η ιδιομορφή (πλευρικός λυγισμός) acr=14,908

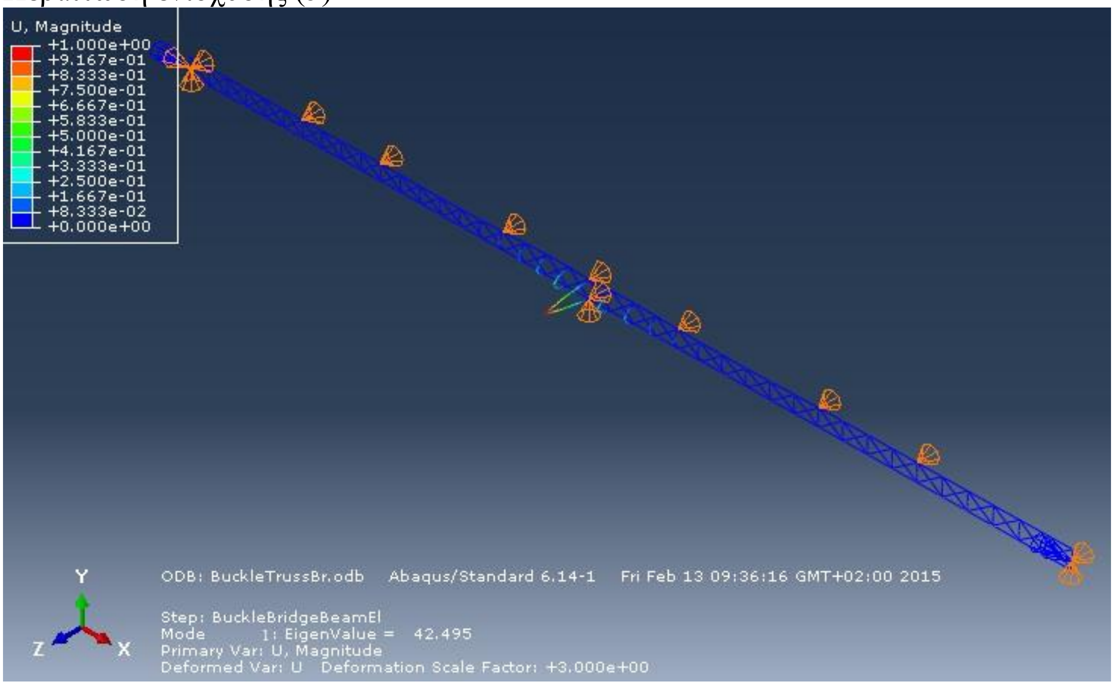


Σχήμα 4.35: 2η ιδιομορφή (πλευρικός λυγισμός) acr=17,188

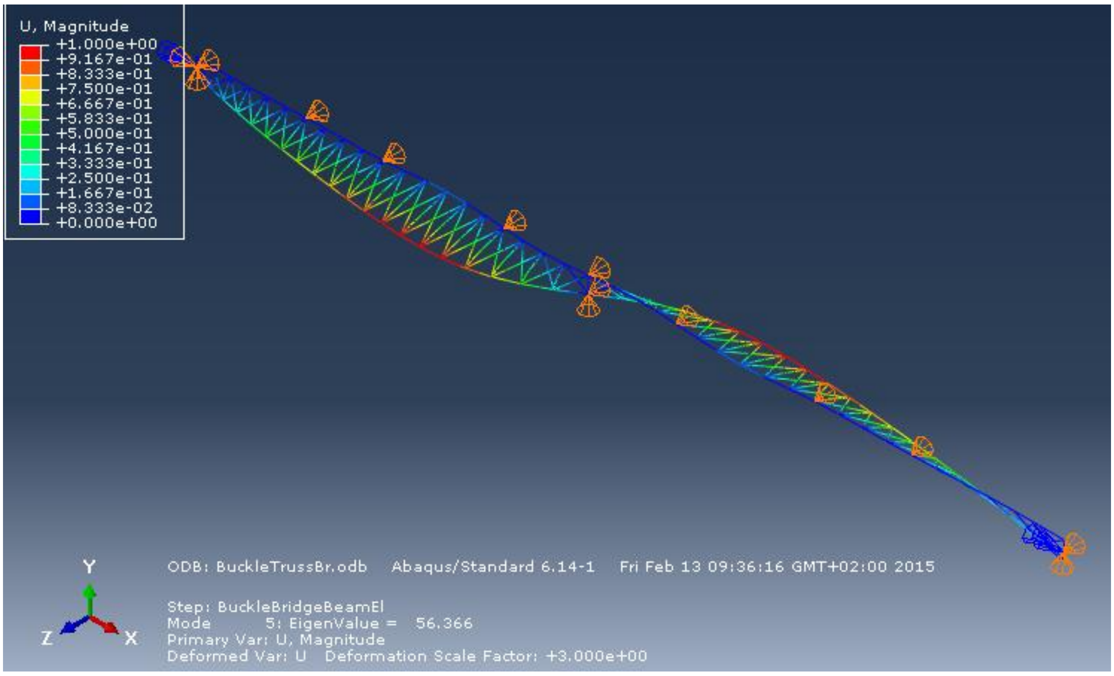


Σχήμα 4.36: 7^{η} ιδιομορφή (1^{η} ιδιομορφή τοπικού λυγισμού) acr=47,399

Περίπτωση ενίσχυσης (5)

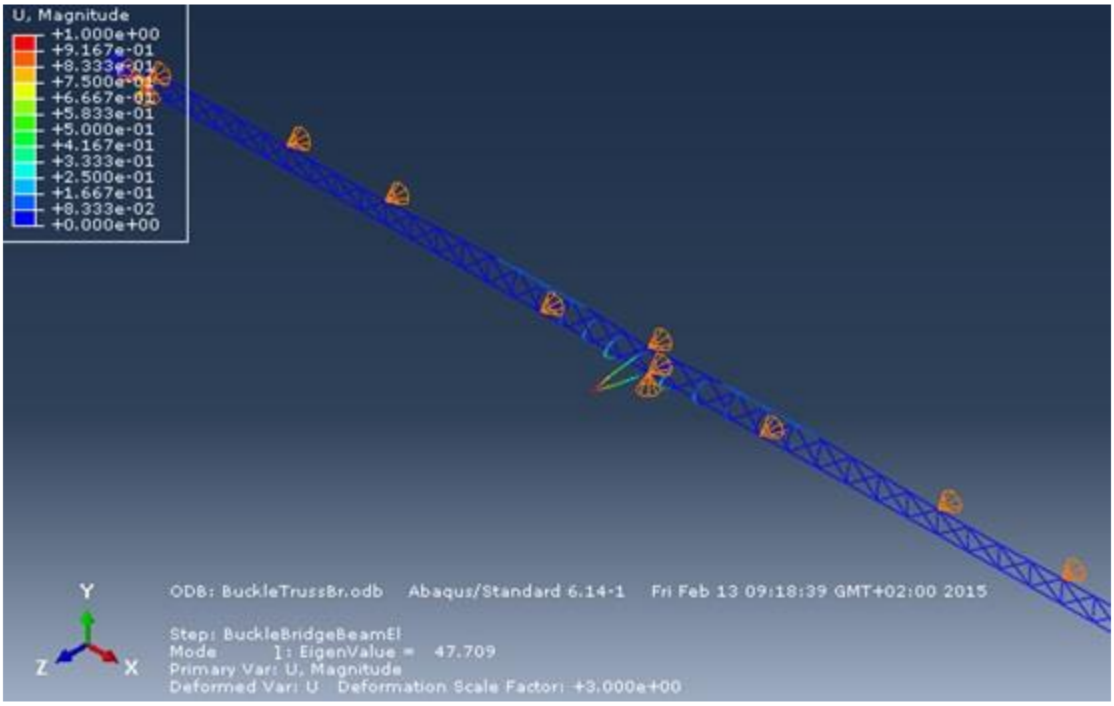


Σχήμα 4.37: 1^{η} ιδιομορφή (τοπικός λυγισμός) acr=42,495

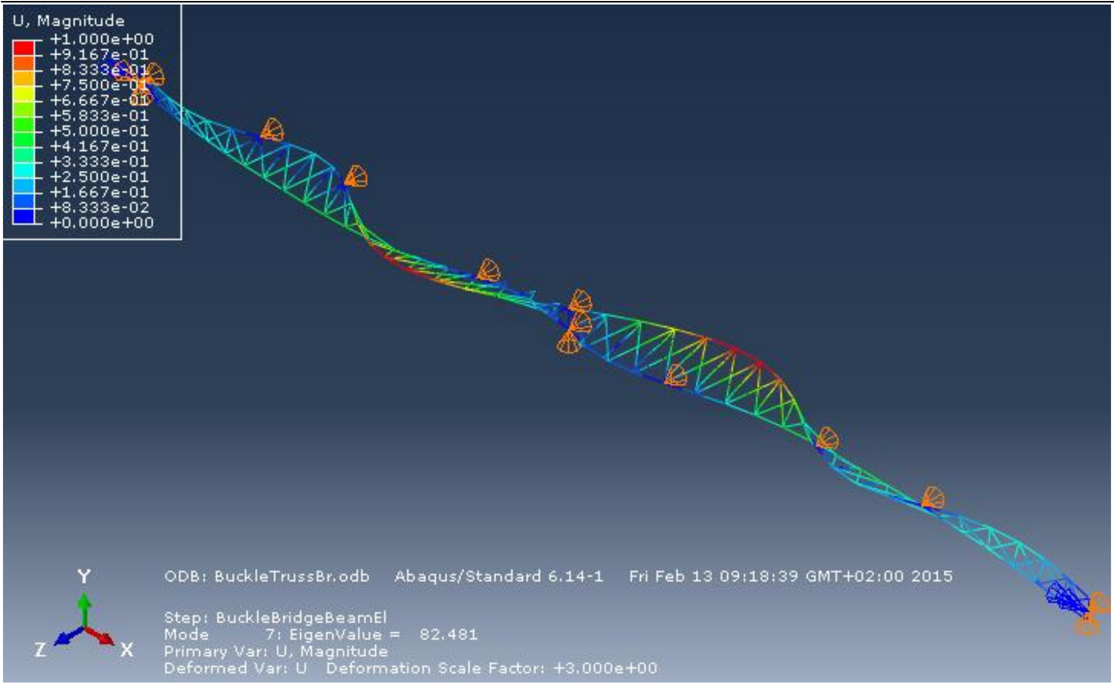


Σχήμα 4.38: 5η ιδιομορφή (1η πλευρικού λυγισμού) acr=56,366

Περίπτωση ενίσχυσης (6)



Σχήμα 4.39: 1η ιδιομορφή (τοπικός λυγισμός) acr=47,709



Σχήμα 4.40: 7η ιδιομορφή (1η ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού) acr=82,481

4.5 Σύγκριση Αποτελεσμάτων γραμμικού λυγισμού και εύρεση ρόπης αντοχής έναντι πλευρικού λυγισμού.

Χωρικό Προσομοίωμα Shell Element (Shell Element Model).

acr	Περιπτ Ενσχ 1	Περιπτ Ενσχ 2	Περιπτ Ενσχ 3	Περιπτ Ενσχ 4	Περιπτ Ενσχ 5	Περιπτ Ενσχ 6
1η ιδιομορφή πλευρικού λυγ	13,91	41,325	76,232	14,913	57,076	85,066
2η ιδιομορφή πλευρικού λυγ	16,75	42,936		17,475		
1η ιδιομορφή τοπικού λυγ	41,875	41,844	41,886	41,894	41,892	41,895
acr(1η πλευρ)	13,91	41,325	76,232	14,913	57,076	85,066
λLT	2,046722407	1,18745204	0,87428666	1,976696531	1,0104056	0,827645776
ΦLT	2,788442158	1,308703638	0,952988682	2,640217724	1,095552326	0,908401572
xLT	0,156868178	0,62059128	0,911744131	0,17532669	0,784395088	0,953654802
Mb,Rd	1028,17	4067,58	5975,91	1149,16	5141,22	6250,61

Χωρικό Προσομοίωμα Στοιχείων Δοκού (Truss Model).

acr	Περιπτ Ενσχ 1	Περιπτ Ενσχ 2	Περιπτ Ενσχ 3	Περιπτ Ενσχ 4	Περιπτ Ενσχ 5	Περιπτ Ενσχ 6
1η ιδιομορφή πλευρικού λυγ	13,622	40,829	74,485	14,908	56,366	82,481
2η ιδιομορφή πλευρικού λυγ	16,24	42,016		17,188		
1η ιδιομορφή τοπικού λυγ	47,185	47,831	47,766	47,399	42,495	47,709
acr (1η πλευρικ)	13,622	40,829	74,485	14,908	56,366	82,481
λLT	2,068245419	1,194642986	0,884480165	1,977027986	1,016749344	0,840515158
ΦLT	2,834985326	1,318023445	0,963022998	2,640907767	1,102648295	0,920486957
xLT	0,151641795	0,61423651	0,902420274	0,17523379	0,778390431	0,942225143
Mb,Rd	993,92	4025,93	5914,80	1148,55	5101,86	6175,69

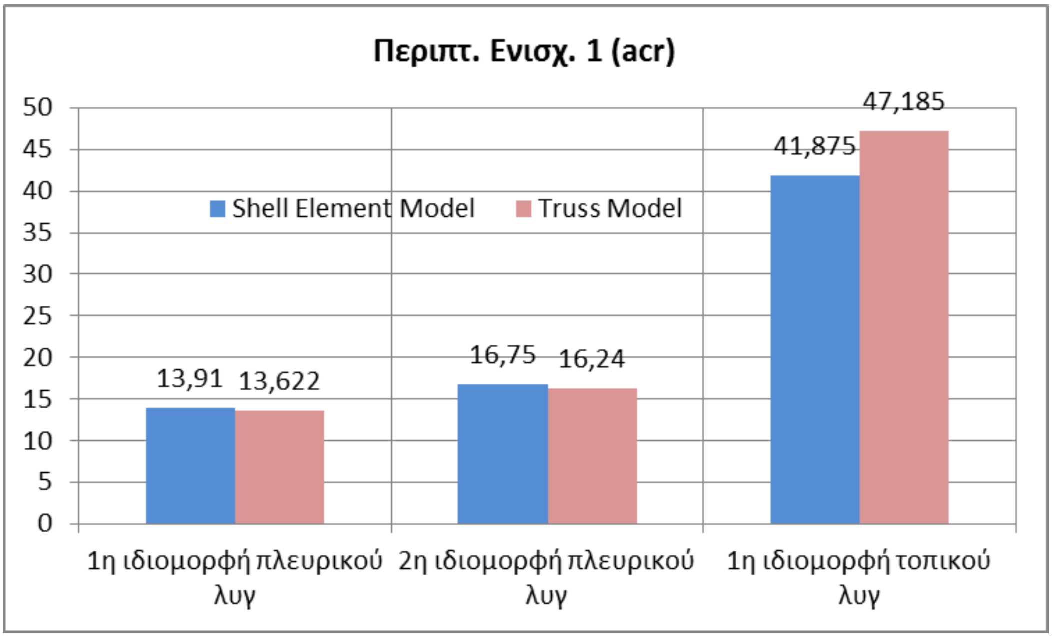
Η Εύρεση Mb,Rd για κάθε μέθοδο, σύμφωνα με την γενική μέθοδο για πλευρικό λυγισμό:

$$a_{ult,k} = \frac{M_{Rk}}{M_{Ed}} = \frac{6554,37}{112,47}, \_ a_{ult,k} = 58,27 \rightarrow \overline{\lambda_{LT}} = \sqrt{\frac{a_{ult,k}}{a_{cr}}}$$

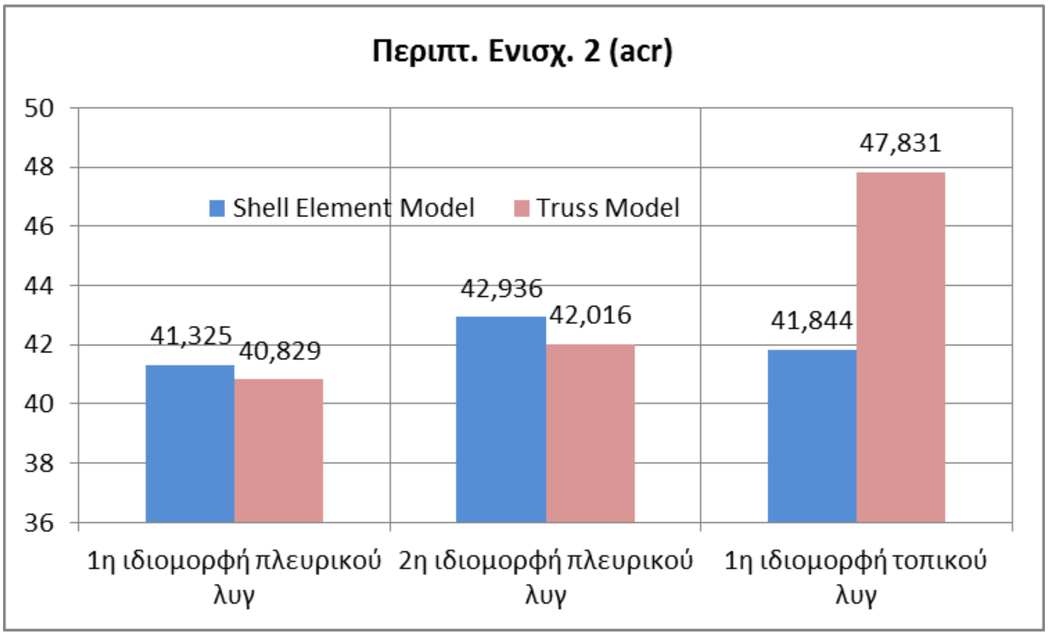
$$\overline{\lambda_{LT}} = \sqrt{\frac{58,27}{a_{cr}}}, \_ \Phi_{LT} = 0,5[1 + a_{LT}(\overline{\lambda_{LT}} - 0,2) + \overline{\lambda_{LT}}^2], \_ a_{LT} = 0,76$$

$$x_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}{}^2 - \overline{\lambda_{LT}}^2}}, \_ M_{b,Rd} = x_{LT} * M_{Rk}, \_(M_{Rk} = 13886,53kNm)$$

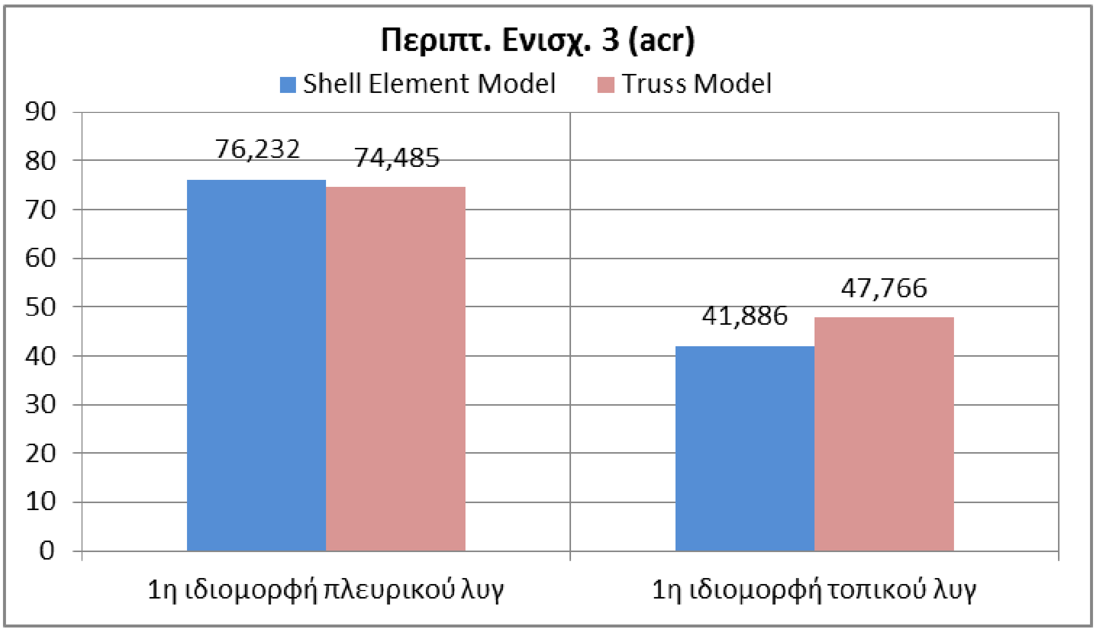
(Έχουμε συγκολλητή διατομή h/b>0,2→ καμπύλη στρεπτ/καμπτ λυγισμού d→ συντελεστής ατελειών → a_{LT}=0,76)



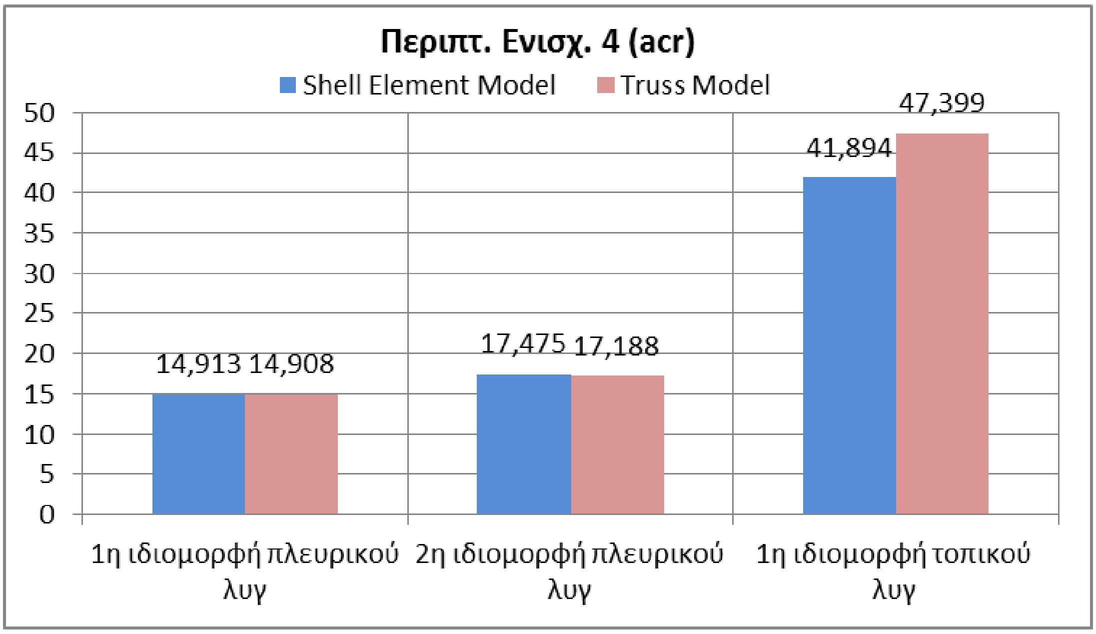
Σχήμα 4.41 Σύγκριση αποτελεσμάτων επιλύσεων- 1η περίπτωση ενίσχυσης.



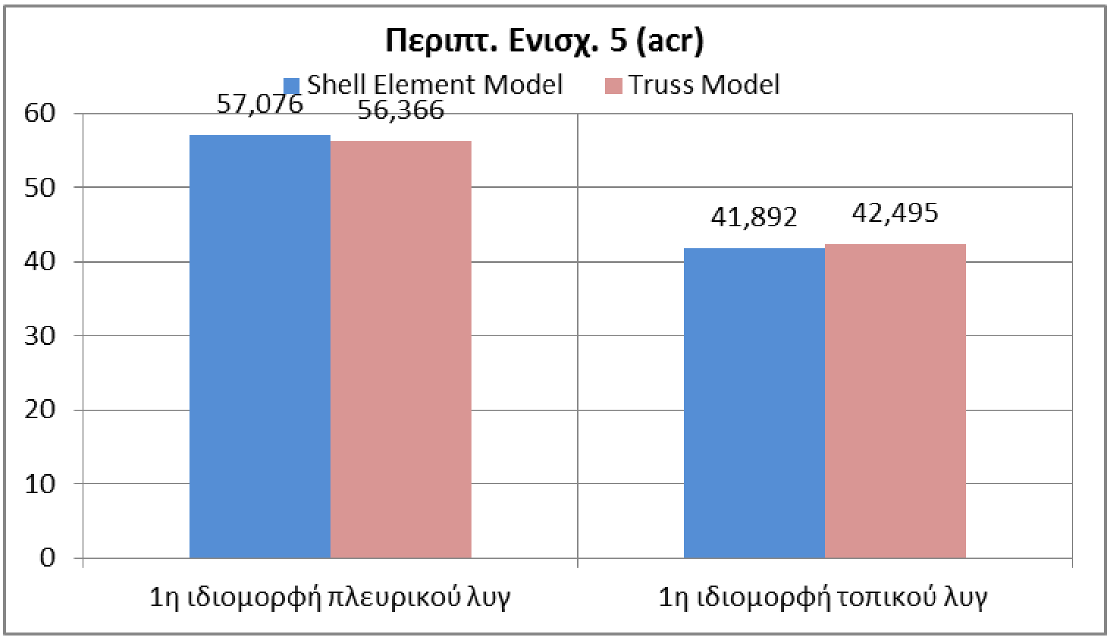
Σχήμα 4.42 Σύγκριση αποτελεσμάτων επιλύσεων- 2η περίπτωση ενίσχυσης.



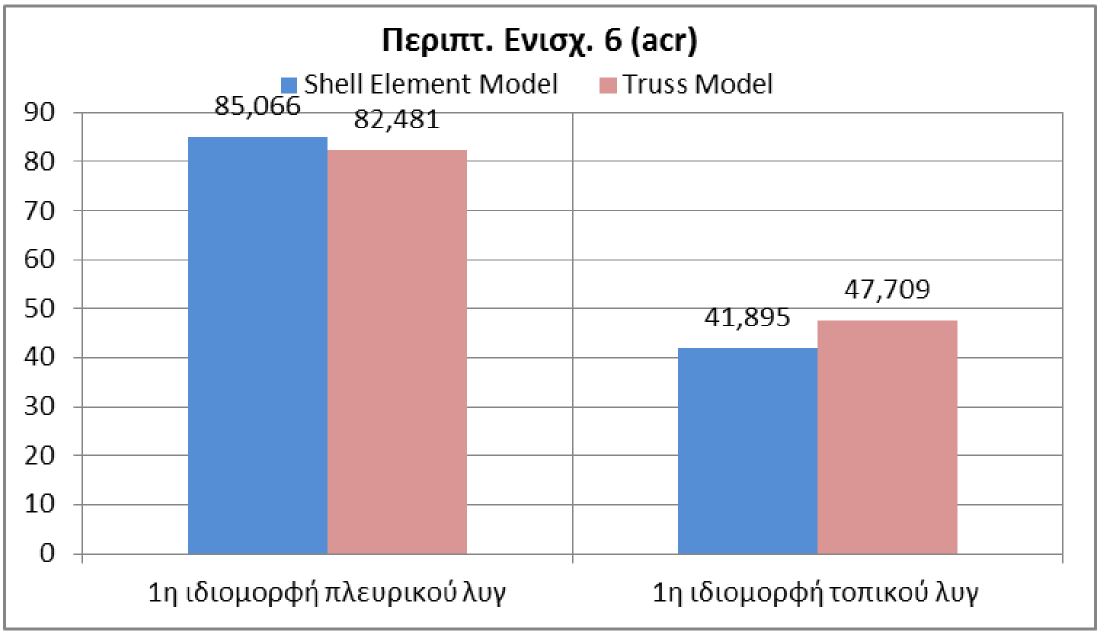
Σχήμα 4.43 Σύγκριση αποτελεσμάτων επιλύσεων- 3η περίπτωση ενίσχυσης.



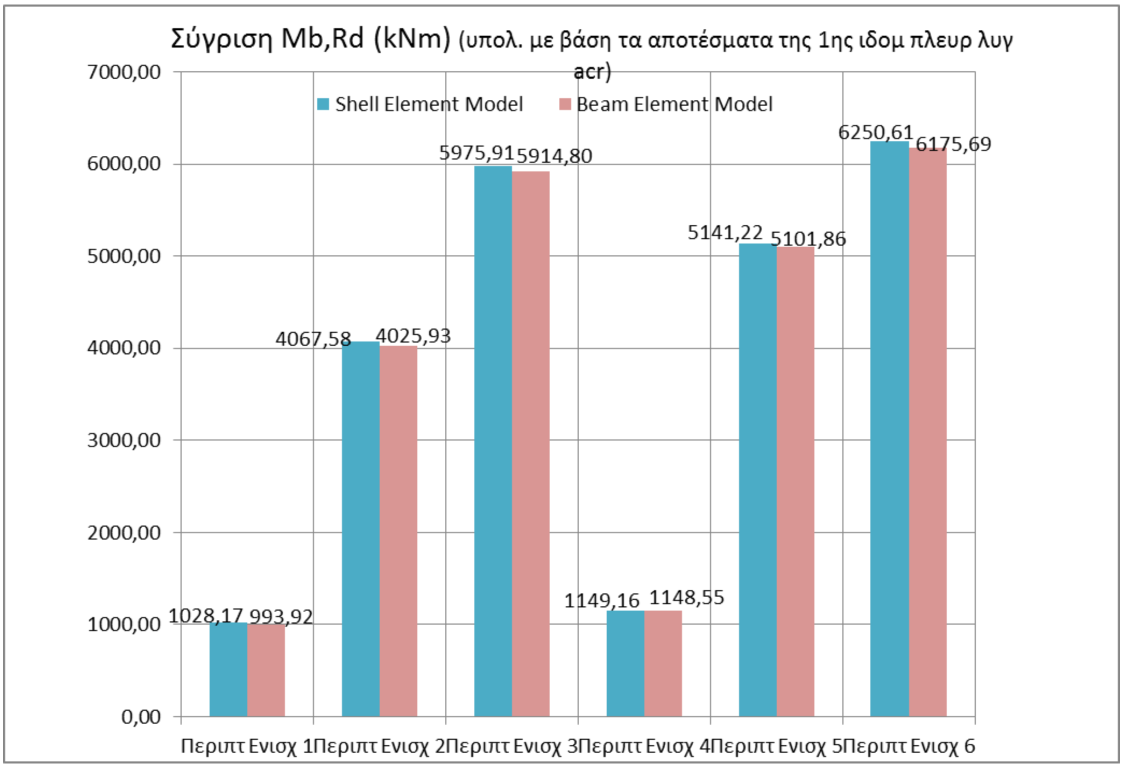
Σχήμα 4.44 Σύγκριση αποτελεσμάτων επιλύσεων- 4η περίπτωση ενίσχυσης.



Σχήμα 4.45 Σύγκριση αποτελεσμάτων επιλύσεων- 5η περίπτωση ενίσχυσης.



Σχήμα 4.46 Σύγκριση αποτελεσμάτων επιλύσεων- 6η περίπτωση ενίσχυσης.



Σχήμα 4.47 Σύγκριση ροπής αντοχής πλευρικού λυγισμού διαφόρων επιλύσεων.

Διαφορά %.						
acr	Περιπτ Ενισχ 1	Περιπτ Ενισχ 2	Περιπτ Ενισχ 3	Περιπτ Ενισχ 4	Περιπτ Ενισχ 5	Περιπτ Ενισχ 6
1η ιδιομορφή πλευρικού λυγ	2,07	1,20	2,29	0,03	1,24	3,04
2η ιδιομορφή πλευρικού λυγ	3,04	2,14		1,64		
1η ιδιομορφή τοπικού λυγ	12,68	14,31	14,04	13,14	1,44	13,88
Mb,Rd	3,33	1,02	1,02	0,05	0,77	1,20

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα που μας έδωσαν οι δύο μέθοδοι, παρατηρούμε ότι η διαφορά είναι μεγαλύτερη στα αποτελέσματα ιδιομορφών τοπικού λυγισμού με μέγιστη διαφορά 14,31% στον τοπικό λυγισμό της $2^{ης}$ περίπτωσης. Για ιδιομορφές πλευρικού λυγισμού η μέγιστη διαφορά είναι 3,04%, ενώ στον υπολογισμό του Mb,Rd για τα δύο μοντέλα είναι μέγιστη διαφορά υπολογίζεται 3,33%.

Παρατηρούμε ότι ο βέλτιστος τρόπος ενίσχυσης από τους 6 είναι ο δεύτερος (εγκάρσιες ενισχύσεις ανά 15m) με Mb,Rd=4067kNm. Στις περιπτώσεις ενίσχυσης 3, 5, 6 έχουμε Mb,Rd>4067kNm αλλά εκεί όπως είδαμε προηγούνται φαινόμενα τοπικού λυγισμού. Ωστόσο εάν τοποθετηθούν ενισχύσεις κορμού ώστε να εξασφαλίζεται οτι ο τοπικός λυγισμός δεν είναι κρίσιμος θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε την $6^{η}$ περίπτωση ως βέλτιστη καθώς Mb,Rd=6175,69kNm.

<u>Παράδειγμα εξασφάλισης έναντι στρεπτοκαμπτικού σε φάση σκυροδέτης:</u>

Όσο αφορά την $2^{η}$ ενίσχυση, σε φάση σκυροδέτησης θα μπορούσαμε να έχουμε :

$$M_{Ed} = \max M_{Ed(qy=1kN/m)} \cdot q_{Ed} = 112,5 \cdot q_{Ed} \leq M_{b,Rd} = 4067kNm$$

$$q_{Ed} \leq 36,15kN/m$$

Έαν υποθέσουμε κατά την σκυροδέτηση είχαμε στην δοκό να ασκείται ομοιόμορφα το βάρος του νωπού σκυροδέματος, τότε το μέγιστο πάχος της πλάκας που θα μπορούσε να διαστρωθεί θα ήταν:

$$q_{Ed} = b_{eff} \cdot \gamma_b \cdot h_{\pi\lambda} = 4 \cdot 26 \cdot h_{\pi\lambda} = 104 \cdot h_{\pi\lambda} \leq 36{,}15$$

$$h_{\pi\lambda} \leq 0{,}344m$$

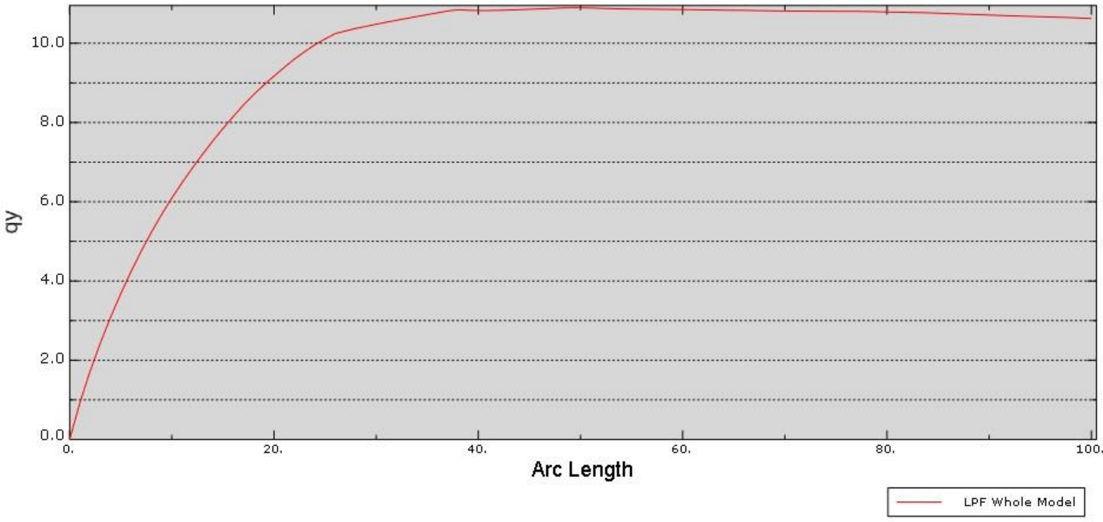
Εδώ έχουμε υπολογίσει $h_{\pi\lambda}$=25cm<max$h_{\pi\lambda}$=34,4cm. Άρα η ενίσχυση 2 επαρκεί.

4.6 Μη γραμμική Ανάλυση Γεωμετρίας και Υλικού φορεά.

Η ανάλυση αυτή έγινε με μοντέλο δικτυώματος (Truss Model) με βάση τις μετατοπίσεις των κόμβων που παίρνουμε από την γραμμική ανάλυση λυγισμού. Στην διεύθυνση αυτών των μετατοπίσεων δόθηκε αρχική γεωμετρική ατέλεια e=L/150=30m/150=20cm για περιπτώσεις 1,4,5, e=15/150=10cm για περίπτωση 2, e=10/150=6,67cm για περίπτωση 3, e=6/150=4cm για περίπτωση 6 (καμπύλη λυγισμού d και ελαστική ανάλυση).

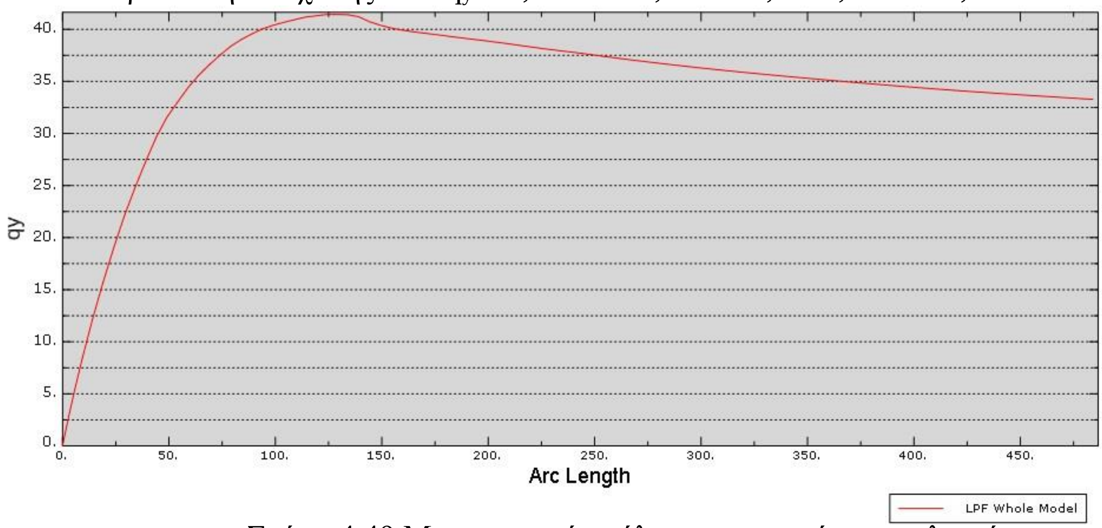
-Τα αποτελέσματα που εξάγονται είναι τα εξής:

1η περίπτωση ενίσχυσης. maxq_y=10,90 → Mb,Rd=112,5*10,90=1226,25kNm



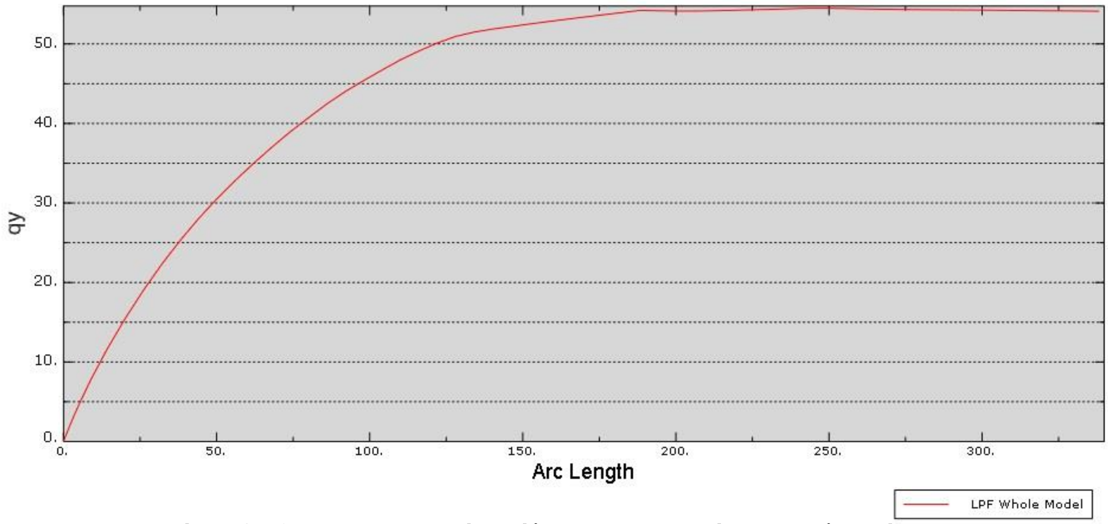
Σχήμα 4.48 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού.

2η περίπτωση ενίσχυσης. maxq_y=41,42 → Mb,Rd=112,5*41,42=4659,75kNm



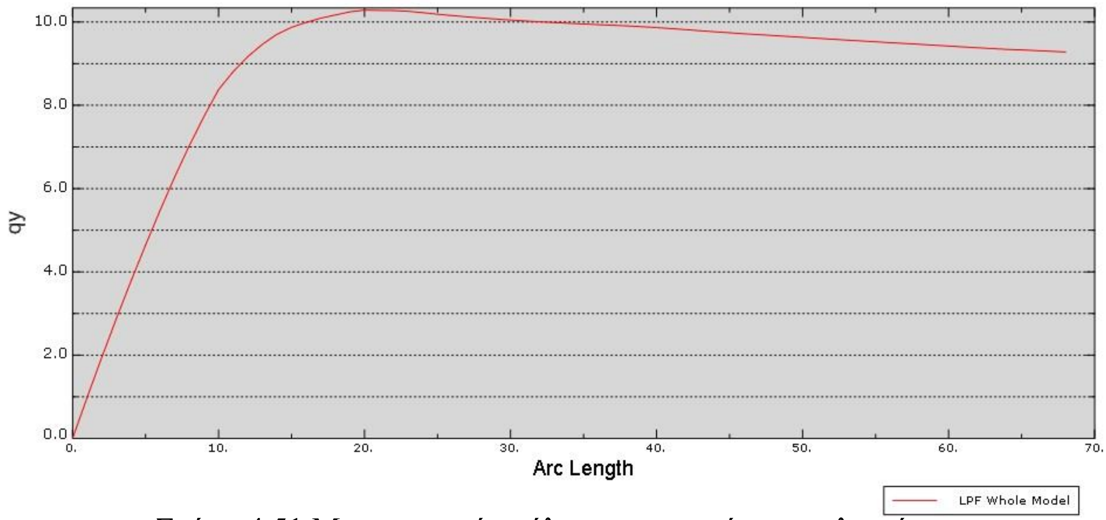
Σχήμα 4.49 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού.

3^{η} περίπτωση ενίσχυσης. $maxq_y$=54,48 → Mb,Rd=112,5*54,48=6129,0kNm



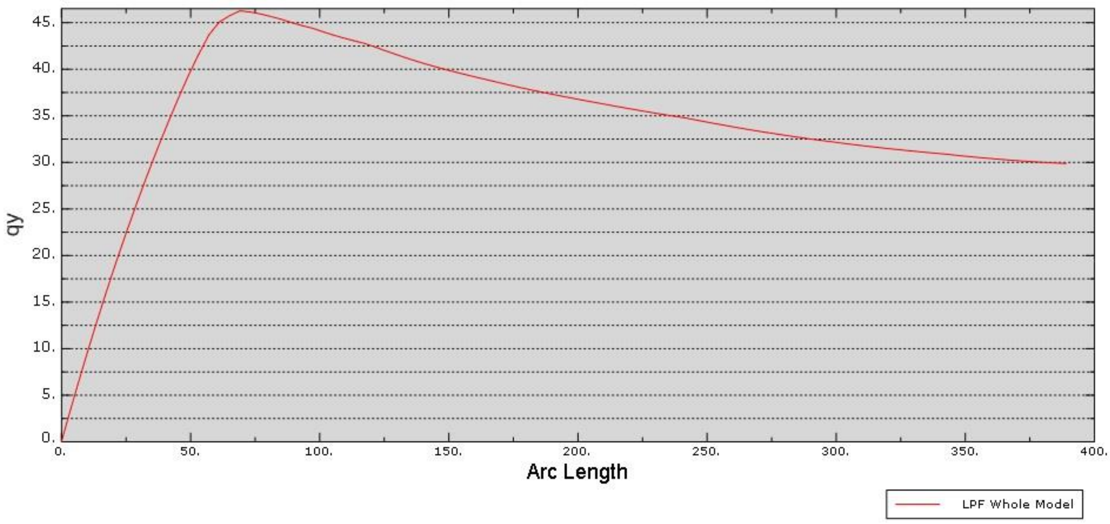
Σχήμα 4.50 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού.

4^{η} περίπτωση ενίσχυσης. $maxq_y$=10,28 → Mb,Rd=112,5*10,28=1156,5kNm



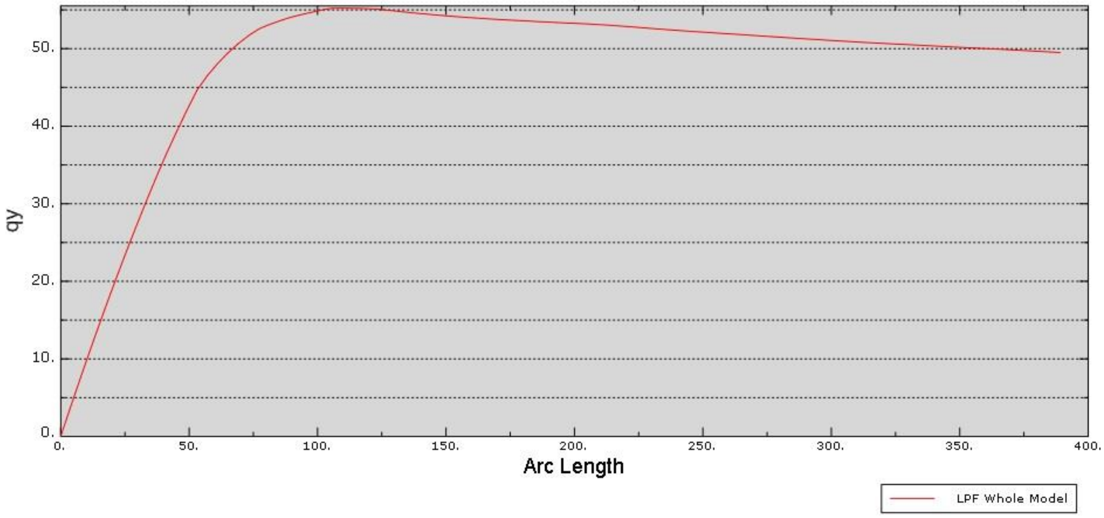
Σχήμα 4.51 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού.

5^{η} περίπτωση ενίσχυσης. $maxq_y$=46,27 → Mb,Rd=112,5*46,27=5205,38kNm



Σχήμα 4.52 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού.

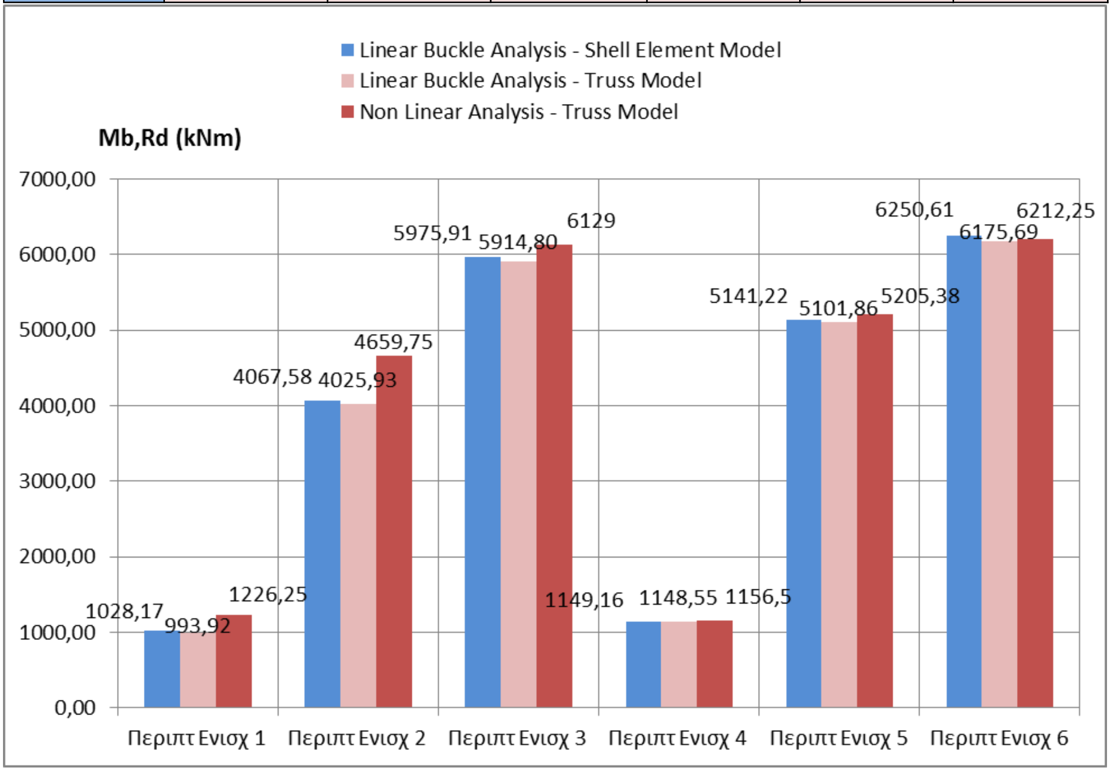
$6^{η}$ περίπτωση ενίσχυσης. $maxq_y$=55,22 →Mb,Rd=112,5*55,22=6212,25kNm



Σχήμα 4.53 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού.

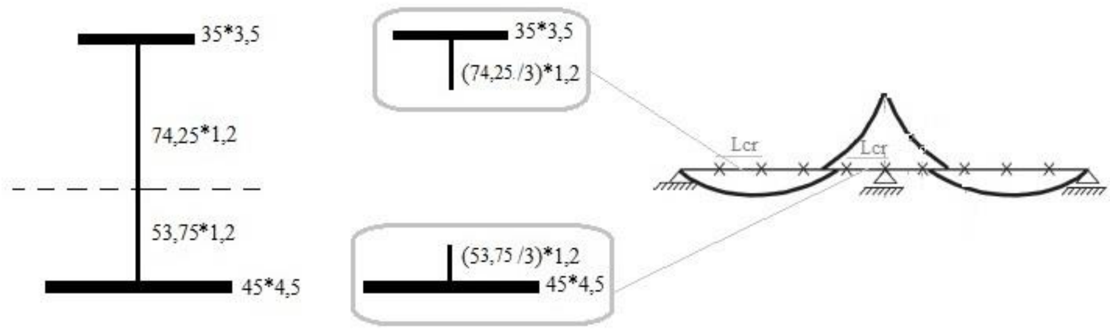
-Συγκρίνοντας:

Mb,Rd	Περιπτ Ενισχ 1	Περιπτ Ενισχ 2	Περιπτ Ενισχ 3	Περιπτ Ενισχ 4	Περιπτ Ενισχ 5	Περιπτ Ενισχ 6
Linear Buckle Analysis - Shell Element Model	1028,17	4067,58	5975,91	1149,16	5141,22	6250,61
Linear Buckle Analysis - Truss Model	993,92	4025,93	5914,80	1148,55	5101,86	6175,69
Non Linear Analysis - Truss Model	1226,25	4659,75	6129	1156,5	5205,38	6212,25

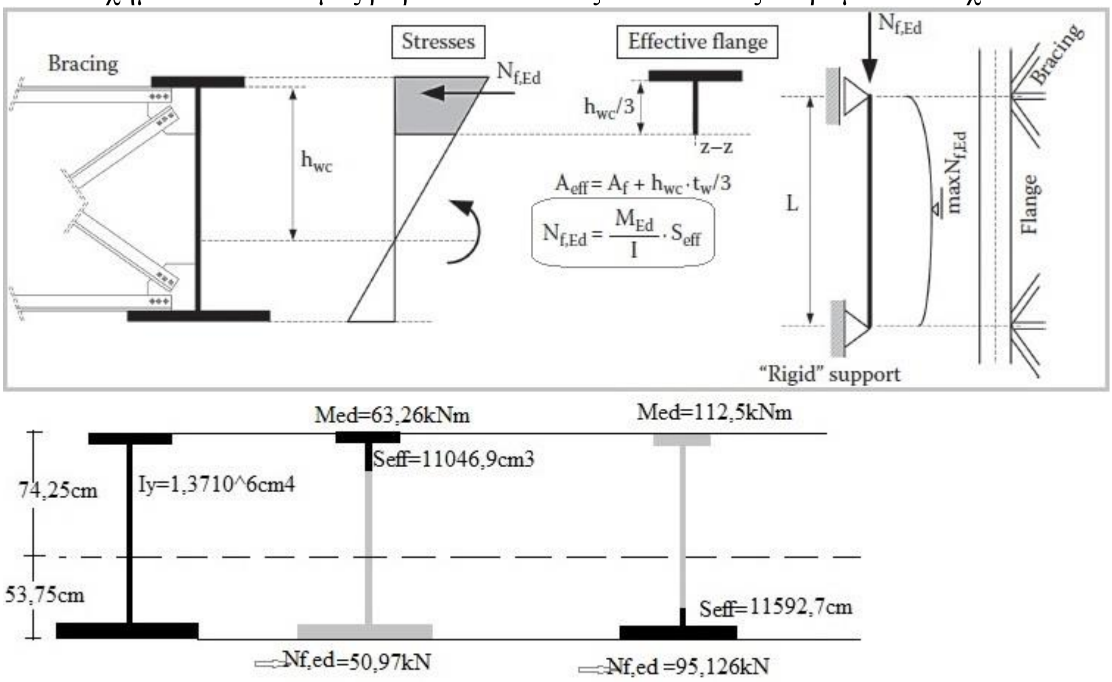


Σχήμα 4.54 Σύγκριση ροπής αντοχής πλευρικού λυγισμού διαφόρων επιλύσεων.

4.7 Εφαρμογή απλοποιημένου ελέγχου EC3.



Σχήμα 4.41:Διατομές ράβδων που θα εξεταστούν ως θλιβόμενα στοιχεία.



Σχήμα 4.42:Αναγωγή σε ισοδύναμη θλιπτική δύναμη για τις δύο διατομές

Στην περιοχή των αρνητικών ροπών θεωρούμε θλιβόμενη διατομή:

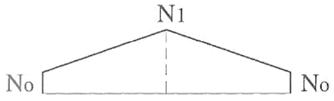
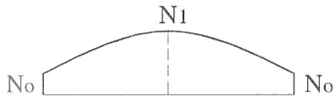
$$A_{eff} = A_{fu} + \frac{Awc}{3} = 45*4,5 + \frac{53,75*1,2}{3}$$

$$A_{eff} = 225,10cm^2$$

$$I_{eff,z} = 45^3*4,5/12 = 34171,9cm^4$$

Ως Lcr αυτής της διατομής θα θεωρήσουμε την μέγιστη απόσταση των ενισχύσεων έναντι LB που εφαρμόζουν στο κάτω πέλμα επί έναν συντελεστή β που λαμβάνει υπόψη την μεταβολή της αξονικής κατά μήκος του ελεύθερου τμήματος έναντι πλευρικού λυγισμού L. Ο συντελεστής αυτός θα υπολογιστεί σύμφωνα με τον πίνακα 4.1:

Πίνακας 4.1: Συντελεστής Μήκους λυγισμού β=Lcr/L για μεταβλητή αξονική δύναμη κατά μήκος θλιβόμενης ράβδου.

Φόρτιση	άρθρωση - άρθρωση	πάκτωση - πάκτωση
	$\sqrt{\frac{1+2{,}18\cdot n}{3{,}18}}$	$\sqrt{\frac{1+0{,}93\cdot n}{7{,}72}}$
	$\sqrt{\frac{1+1{,}09\cdot n}{2{,}09}}$	$\sqrt{\frac{1+0{,}35\cdot n}{5{,}40}}$
	$\sqrt{\frac{1+0{,}88\cdot n}{1{,}88}}$	$\sqrt{\frac{1+0{,}93\cdot n}{7{,}72}}$
	άρθρωση – πάκτωση	πάκτωση – άρθρωση
	$\sqrt{\frac{1+0{,}51\cdot n}{3{,}09}}$	$\sqrt{\frac{1+1{,}65\cdot n}{5{,}42}}$

$-0{,}2 \le n = \frac{N_0}{N_1} \le 1$ (αν N_0 εφελκυστική, λαμβάνει πρόσημο -)

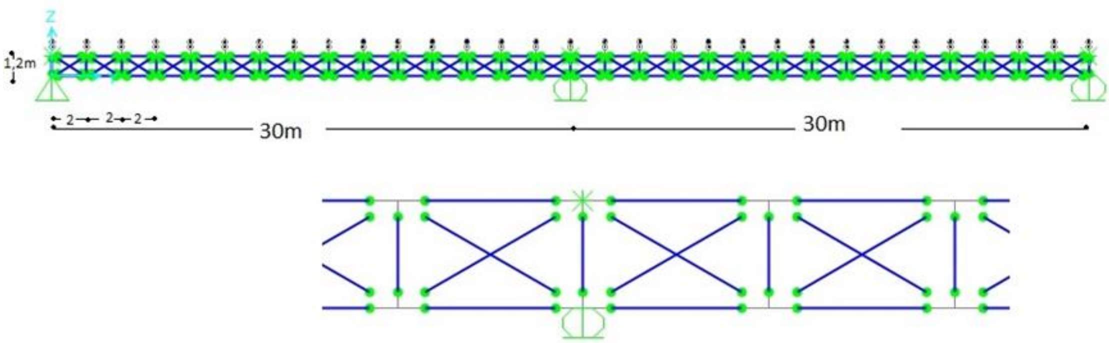
Στην περιοχή των θετικών ροπών θεωρούμε θλιβόμενη διατομή:

$$A_{eff} = A_{fu} + \frac{Awc}{3} = 35*3,5 + \frac{74,25*1,2}{3}$$

$$A_{eff} = 151{,}10cm^2$$

$$Ieff, z = 35^3 * 3,5/12 = 12505,2cm^4$$

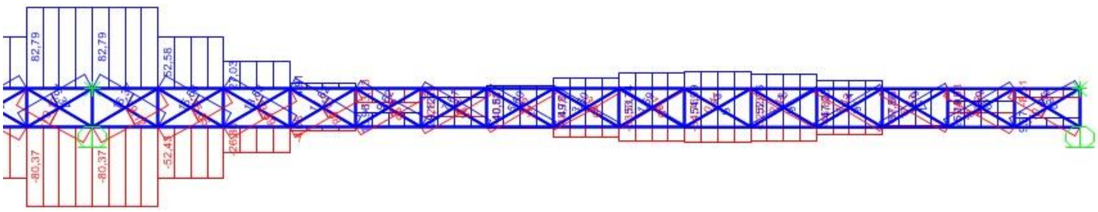
Το Lcr αυτής της διατομής θα υπολογιστεί όμοια με το προηγούμενο. Για καλύτερη εποπτεία της μεταβολής της αξονικής κατά μήκος τον 2 παραπάνω διατομών που θα κατασκευαστεί το δικτυωτό ανάλογο που ακολουθεί . Έτσι θα μπορέσουμε κατά τους υπολογισμούς τόσο να προσδιορίσουμε το συντελεστή β όσο και να εκτιμήσουμε κατά το δυνατόν ακριβέστερα την κρίσιμη περιοχή (L) έναντι καμπτικού λυγισμού. Δηλαδή θα επιλέγουμε κάθε φορά το τμήμα μεταξύ των ενισχύσεων που έχει μεγαλύτερη κατ' απόλυτη τιμή N1 (θλιπτική) και η N0 θα είναι η τιμή της αξονικής που εντός του ίδιου τμήματος που παρουσιάζει την μεγαλύτερη διαφορά από την N1. Έτσι βρίσκουμε Lcr=βL.



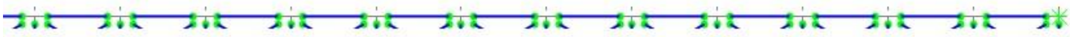
Σχήμα 4.55 Κατασκευή Δικτυωτού ανάλογου που περιγράφει το φόρεα του προβλήματος.

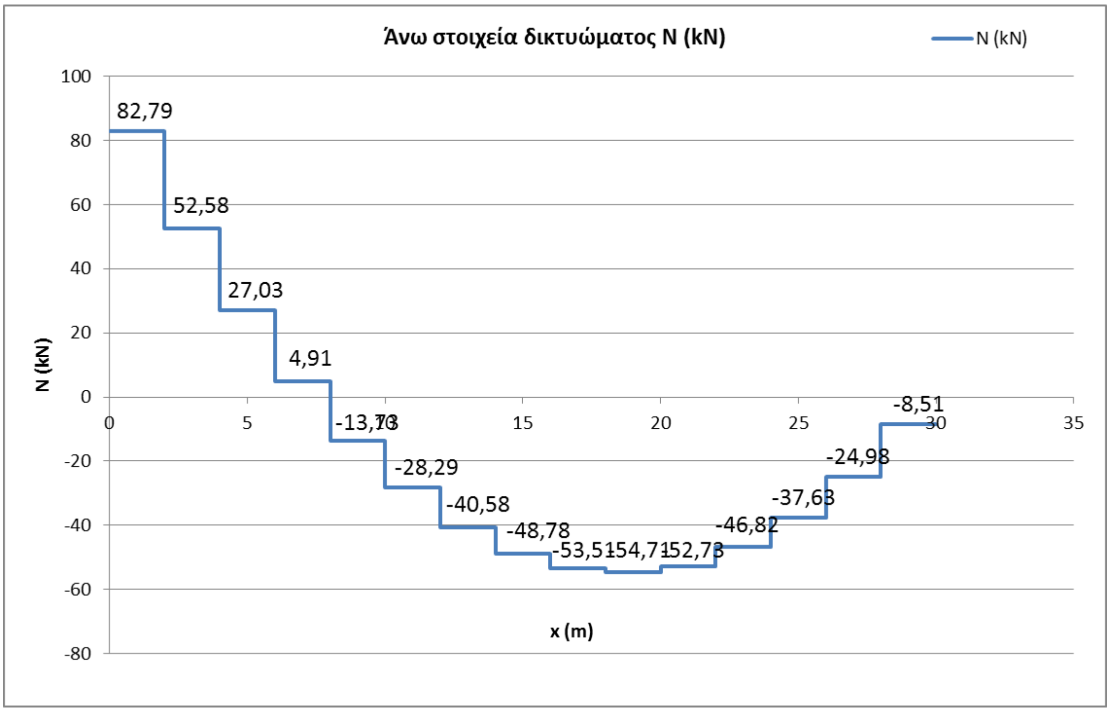
Στην συνέχεια εκτελούμε ελαστική ανάλυση με ομοιόμορφο φορτίο 1kN/m.

Εξάγουμε τις αξονικές δυνάμεις που καταπονούν τα στοιχεία δικτυώματος.

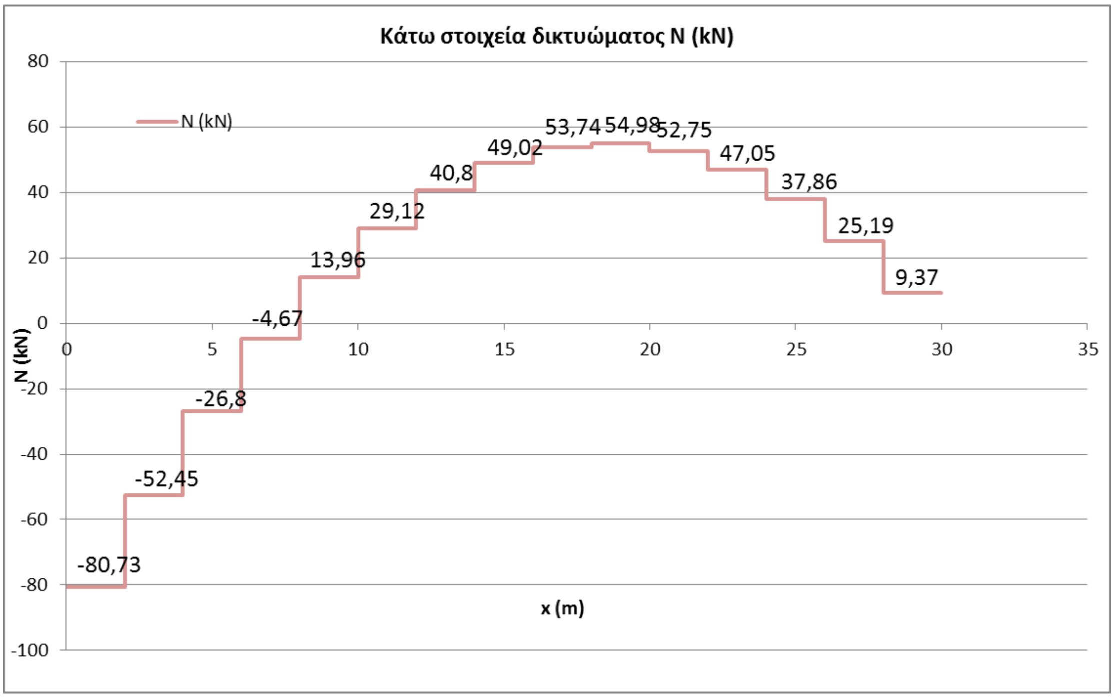


Αξονική στα άνω στοιχεία.





Αξονική στα κάτω στοιχεία.



-Ακολουθούν οι υπολογισμοί για τις διάφορες περιπτώσεις ενισχύσεων:

Έλεγχος Πλευρικού Λυγισμού (Σύμφωνα με απλοποιημένη μέθοδο EC3)						
Κάτω Στοιχεία Δικτυώματος-Περιοχή Αρνητικών Ροπών(maxMed=112,5kNm για qyed=1kN/m)						
Περίπτωση 1	Περίπτωση 2	Περίπτωση 3	Περίπτωση 4	Περίπτωση 5	Περίπτωση 6	Πε
L (m)						Aeff(cm2)
30	15	10	6	30	6	225,1
N1 (kN) (maxθλιπτική αξονική)						
-80,73	-80,73	-80,73	-80,73	-80,73	-80,73	
N0 (kN) (minθλιπτική αξονική ή εφελκυστική αξονική)						Ieff,z(cm4)
54,98	-8,51	13,96	-4,67	54,98	-4,67	34171,9
(-0,2)<n=N0/N1<1						
-0,20	0,11	-0,17	0,06	-0,20	0,06	
β=Lcr/L						
0,53	0,61	0,49	0,59	0,47	0,59	
Ncr (kN)						
2820,54	8533,71	29702,55	56765,59	3485,76	56765,59	
λLT						
1,68	0,97	0,52	0,38	1,51	0,38	
ΦLT						
2,48	1,26	0,76	0,64	2,15	0,64	
xLT						Έλεγχος Επάρκειας: Nb,Rd>Ned
0,23	0,48	0,77	0,87	0,27	0,87	
Nb,Rd (kN)						
1857,61	3866,44	6122,96	6938,54	2179,87	6938,54	>112,5*qed
a=Nb,Rd /Ned,max(*qy=1kN/m)						
23,01	47,89	75,84	85,95	27,00	85,95	>qed
Mb,Rd (kNm) (=a*112,5kNm)						
2588,64	5388,02	8532,56	9669,09	3037,73	9669,09	

Άνω Στοιχεία Δικτυώματος-Περιοχή Θετικών Ροπών (maxMed=63,26kNm για qyed=1kN/m)						
Περίπτωση 1	Περίπτωση 2	Περίπτωση 3	Περίπτωση 4	Περίπτωση 5	Περίπτωση 6	
L (m)						Aeff(cm2)
30	15	10	30	6	6	151,1
N1 (kN) (maxθλιπτική αξονική)						Ieff,z(cm4)
-54,71	-54,71	-54,71	-54,71	-54,71	-54,71	12505,2
N0 (kN) (minθλιπτική αξονική ή εφελκυστική αξονική)						
82,79	-8,51	-13,73	82,79	-48,78	-48,78	
(-0,2)<n=N0/N1<1						
-0,20	0,16	0,25	-0,20	0,89	0,89	
β=Lcr/L						
0,53	0,63	0,66	0,47	0,86	0,86	
Ncr (kN)						
1032,17	2935,94	5930,16	1275,61	9765,51	9765,51	
λLT						
2,28	1,35	0,95	2,05	0,74	0,74	
ΦLT						
3,89	1,85	1,24	3,31	0,98	0,98	Έλεγχος Επάρκειας: Nb,Rd>Ned
xLT						
0,14	0,32	0,49	0,17	0,62	0,62	
Nb,Rd (kN)						
762,04	1721,48	2642,78	909,37	3307,31	3307,31	>63,26*qed
a=Nb,Rd/Ned,max(qy=1kN/m)						
13,93	31,47	48,31	16,62	60,45	60,45	>qed
Mb,Rd (kNm) (=a*63,26kNm)						
881,13	1990,51	3055,79	1051,48	3824,17	3824,17	

Εύρεση Mb,Rd φορέα					
Mb,Rd (kNm)					
881,13	1990,51	3055,79	1051,48	3037,73	3824,17

Παράδειγμα εξασφάλισης έναντι στρεπτοκαμπτικού σε φάση σκυροδέτης:

Όσο αφορά την 2η ενίσχυση, εάν υποθέσουμε κατά την σκυροδέτηση ότι έχουμε στην δοκό να ασκείται ομοιόμορφα το βάρος του νωπού σκυροδέματος, τότε το μέγιστο πάχος της πλάκας που θα μπορούσε να διαστρωθεί θα ήταν:

$$q_{Ed} = \min\{3866,44/80,73;1862,04/54,71\}$$

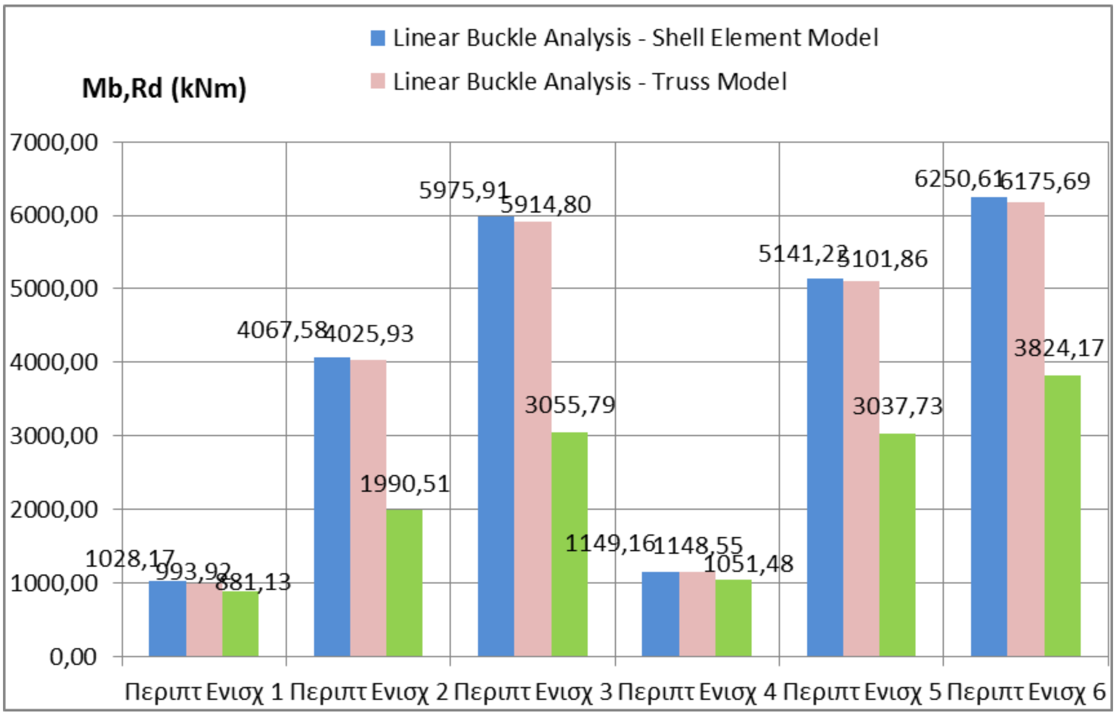
$$q_{Ed} = \min\{47,89;31,47\} = 31,47 kN/m$$

$$h_{\pi\lambda} \leq \frac{q_{Ed}}{\gamma_b \cdot b_{eff}} = \frac{31,47}{26 \cdot 4} = 0,302m$$

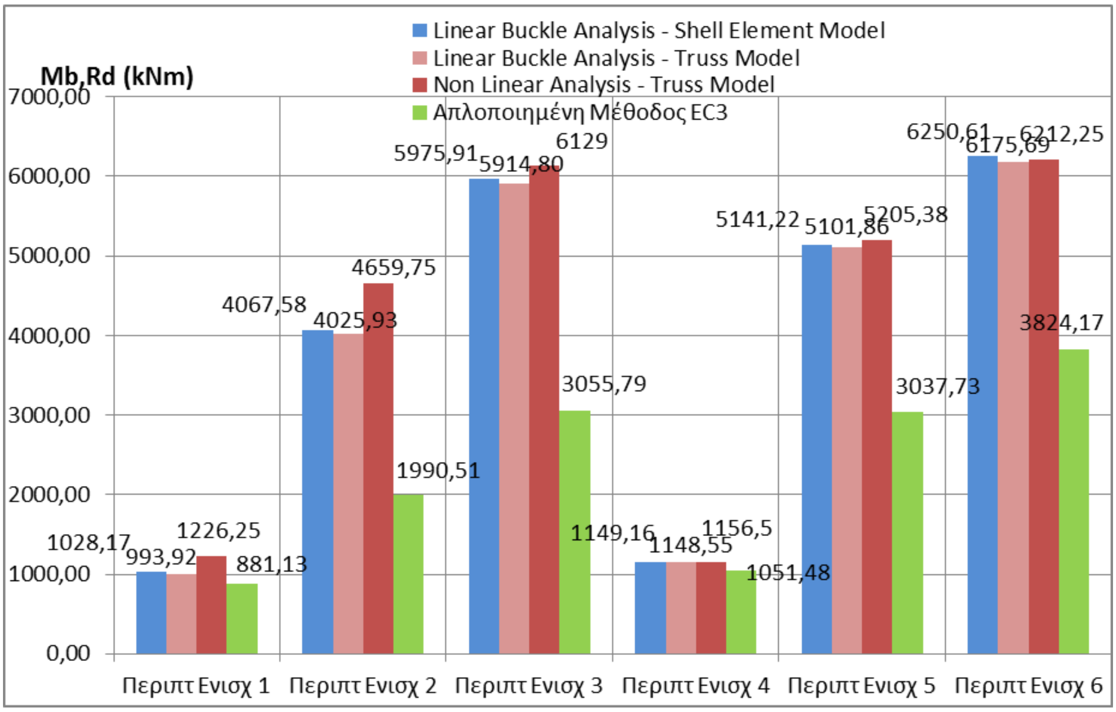
Έχουμε υπολογίσει στην προδιαστασιολόγηση $h_{\pi\lambda}$=25cm<max$h_{\pi\lambda}$=30cm. Άρα η ενίσχυση 2 επαρκεί σύμφωνα με αυτόν τον έλεγχο, όμοια με τις δύο αρχικές αναλύσεις.

4.8 Σύγκριση Αποτελεσμάτων.

Mb,Rd	Περιπτ Ενισχ 1	Περιπτ Ενισχ 2	Περιπτ Ενισχ 3	Περιπτ Ενισχ 4	Περιπτ Ενισχ 5	Περιπτ Ενισχ 6
Linear Buckle Analysis - Shell Element Model	1028,17	4067,58	5975,91	1149,16	5141,22	6250,61
Linear Buckle Analysis - Truss Model	993,92	4025,93	5914,80	1148,55	5101,86	6175,69
Non Linear Analysis - Truss Model	1226,25	4659,75	6129	1156,5	5205,38	6212,25
Απλοποιημένη Μέθοδος EC3	881,13	1990,51	3055,79	1051,48	3037,73	3824,17



Σχήμα 4.56 Σύγκριση ροπής αντοχής πλευρικού λυγισμού διαφόρων επιλύσεων.



Σχήμα 4.57 Σύγκριση ροπής αντοχής πλευρικού λυγισμού διαφόρων επιλύσεων.

Παρατηρούμε ότι η απλοποιημένη μέθοδος του EC3 δίνει συντηρητικά αποτελέσματα. Η ροπή αντοχής έναντι πλευρικού λυγισμού είναι περίπου 25-45% μικρότερη από αυτή που λαμβάνουμε από τις αναλύσεις γραμμικού λυγισμού.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5
Συμπεράσματα

Στο παρόν κεφάλαιο συνοψίζονται οι παρατηρήσεις των προηγούμενων κεφαλαίων με σκοπό την εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων για την εργασία που πραγματοποιήθηκε.

1. Σε προβλήματα καμπτικού λυγισμού σύμφωνα με την εφαρμογή 2.1, τα υπολογιστικά μοντέλα για ανάλυση γραμμικού λυγισμού έδωσαν Ncr παραπλήσιο με το φορτίο Euler. Συγκιτικά η μέγιστη διαφορά ήταν 3,5% (Ncr Euler- Ncr Shell Element Model). Το μοντέλο των στοιχείων δοκού προσέγγισε καλύτερα την αναλυτική επίλυση καθώς η διαφορά ήταν 1% (Ncr Euler- Ncr Beam Element Model). Επίσης οι μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού των υπολογιστικών μοντέλων που έγιναν, έδειξαν ότι οι δρόμοι ισορροπίας είναι παρόμοιοι (για μοντέλο δοκών και επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων για ίδια γεωμετρική ατέλεια). Τέλος παρατηρούμε ότι το οριακό φορτίο ευστάθειας που υπολογίσαμε από τις γραμμικές αναλύσεις λυγισμού Nb,Rd=758,2kN (και χρήση καμπύλης c λυγισμού), προσεγγίζεται από την μη γραμμική ανάλυση για γεωμετρική ατέλεια e=1,33cm που έδωσε Nmax=753,87kN.

2. Σε προβλήματα στρεπτοκαμπτικού λυγισμού σύμφωνα με την εφαρμογή 2.2, παρατηρούμε ότι όσο η αναλυτική σχέση του EC3 για τον υπολογισμό του Mcr μας δίνει παραπλήσιο αποτέλεσμα με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που πήραμε από τις γραμμικές αναλύσεις λυγισμού για τις οποίες κατασκευάστηκαν δύο υπολογιστικά μοντέλα. Στο πρώτο μοντέλο έγινε χρήση επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων και στο δεύτερο κατασκευάστηκε ένα μοντέλο δικτυώματος με χρήση στοιχείων δοκού. Όπως συμπεραίνουμε από αυτές τις αναλύσεις το πρώτο μοντέλο χρειάστηκε να αποδοθεί με ένα μεγάλο πλήθος βαθμών ελευθερίας ώστε το αποτέλεσμα να συγκλίνει και να περιγράφει ακριβέστερα την λύση. Σε αντίθεση το δεύτερο υπολογιστικό μοντέλο χρειάστηκε πολύ μικρότερο πλήθος βαθμών ελευθερίας για να αποδοθεί και να προσεγγίσει την ακριβή λύση. Είναι προφανές το πλεονέκτημα οικονομίας χρόνου που έχουμε με χρήση του δεύτερου μοντέλου. Τα δύο αυτά μοντέλα για την $1^{η}$ πρώτη ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού έδωσαν αποτελέσματα που είχαν διαφορά 0,17%, ενώ για την $1^{η}$ πρώτη ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού τα αντίστοιχα αποτελέσματα είχαν μεγαλύτερη διαφορά (9%). Οι ιδιομορφές τοπικού λυγισμού είναι χρήσιμες για να εντοπίζουμε κατα πόσο αυτές προηγούνται των καθολικών φαινομένων. Γι' αυτό σε ένα μοντέλο δικτυώματος θα πρέπει να κάνουμε κατάλληλη διακριτοποίηση χωρίζοντας σε περεταίρο στοιχεία ένα στοιχείο που ενδέχεται να εμφανιστεί τοπικός λυγισμός. Τον ορθοστάτη για παράδειγμα θα πρέπει να τον διακριτοποιήσουμε με τουλάχιστον 2 στοιχεία δοκού ώστε να μπορεί να υπολογίσει πιθανό τοπικό λυγισμό κορμού. Όσο αφορά τα αποτελέσματα των μη γραμμικών αναλύσεων παρατηρούμε ότι τα δύο μοντέλα έχουν παραπλήσιους δρόμους ισορροπίας. Επίσης από μη γραμμική ανάλυση Υλικού (e=0) τα δύο μοντέλα έδωσαν δρόμο ισορροπίας που ικανοποιεί την κλασική θεωρία κάμψης. Τέλος παρατηρούμε ότι το οριακό φορτίο ευστάθειας που υπολογίσαμε από τις γραμμικές αναλύσεις λυγισμού Mb,Rd=78,5kN- q_{op}=39,25kN/m (και χρήση καμπύλης a

λυγισμού), προσεγγίζεται από την μη γραμμική ανάλυση για γεωμετρική ατέλεια e=1,33cm που έδωσε q_{max}=36,57kN/m-Mmax=73,14kNm.

3. Σε περιπτώσεις σύνθετης φόρτισης σύμφωνα με τα αποτελέσματα της εφαρμογής 2.3 οι έλεγχοι ευστάθειας του EC3 με βάση την μέθοδο 2 και οι αναλύσεις γραμμικού λυγισμού - γενικής μεθόδου πλευρικού λυγισμού EC3, έδωσαν μη επάρκεια έναντι ευστάθειας. Όσο αφορά τα αποτελέσματα των μη γραμμικών αναλύσεων, υπολογίστηκε ότι για μη γραμμικότητα υλικού και μηδενική γεωμετρική ατέλεια η δοκός επαρκεί έναντι ευστάθειας οριακά (maxLPF=1,03>1) ενώ για γεωμετρική ατέλεια e=1,33cm (σύμφωνα με την πρώτη ιδιομορφή πλευρικού λυγισμού) η δοκός δεν επαρκεί έναντι ευστάθειας οριακά (maxLPF=0,96). Από την παραπάνω διερεύνηση εξάγεται ότι ο EC3 ενδέχεται να δώσει συντηρητικό έλεγχο. Οι μη γραμμικές αναλύσεις σε αντίθεση εξάγουν ικανοποιητική ακρίβεια γι' αυτό τον έλεγχο δίνοντας παράλληλα την δυνατότητα να ελέγξουμε την μέγιστη επιτρεπτή γεωμετρική ατέλεια ώστε με δεδομένα φορτία ο φορέας να ευσταθεί ή το αντίστροφο.

4. Στην εφαρμογή 4.1 παρουσιάστηκαν και συγκρίθηκαν αναλύσεις λυγισμού σε κύριους φορείς σύμμικτων γεφυρών σε φάση κατασκευής. Έγινε και πάλι χρήση των αριθμητικών μοντέλων (shell element model – truss model) για την περιγραφή του κύριου φορέα (διατομή μορφής I κατηγορίας 3). Από αναλύσεις γραμμικού λυγισμού σε ένα σύνολο από 6 διαφορετικές επιλύσεις (σε σχέση με την πλευρική ενίσχυση) παρατηρήθηκε ότι τα αντίστοιχα αποτελέσματα είχαν μικρότερη διαφορά για ιδιομορφές καθολικού λυγισμού (μέγιστη 3%), ενώ μεγαλύτερη για ιδομορφές τοπικού λυγισμού (μέγιστη 14%). Εδώ ο τοπικός λυγισμός εμφανίζεται κατά κύριο λόγο στον 'λεπτό' κορμό και γι'αυτό στο μοντέλο δικτυώματος χρειάστηκε σωστή διακριτοποίηση του ορθοστάτη με 3 στοιχεία δοκού. Επίσης για το μοντέλο δικτυώματος με βάση την πρώτη ιδιομορφή καθολικού λυγισμού και αρχική γεωμετρική ατέλεια L/150 (EC3 καμπύλη λυγισμού d και ελαστική ανάλυση διατομής) έγιναν μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού για καθεμία απο τις περιπτώσεις πλευρικής ενίσχυσης. Από σύγκριση των αποτελεσμάτων Mb,Rd (από τις γραμμικές αναλύσεις λυγισμού) και Mmax (από τις μη γραμμικές αναλύσεις) συμπεραίνουμε ότι είναι παραπλήσια. Εν συνεχεία έγινε εφαρμογή του απλοποιημένου ελέγχου του EC3 για τις 6 διαφορετικές περιπτώσεις ενίσχυσης, και συγκρίνοντας εξάγουμε το συμπέρασμα ότι δίνει συντηρητικό αποτέλεσμα (25-45% μικρότερο Mb,Rd σε σχέση με τις άλλες επιλύσεις). Τέλος σημειώνεται ότι σε φορείς συνεχών γεφυρών, όπως είχαμε σε αυτή την εφαρμογή, ο απλοποιημένος έλεγχος προκειμένου να εφαρμοστεί χρειάζεται μια σειρά από θεωρήσεις (π.χ. κατασκευή δικτυωτού ανάλογου δοκού) και υπολογισμούς που θα μας δώσουν την δυνατότητα να εκτιμήσουμε αν κινδυνεύει το άνω ή το κάτω θλιβόμενο στοιχείο έναντι πλευρικού λυγισμού.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Ι. Βάγιας, Ι. Ερμόπουλος, Γ. Ιωαννίδης: "Σχεδιασμός Δομικών ‛Εργων από Χάλυβα" , εκδ. Κλειδάριθμος, 2008
2. Ι. Βάγιας, "Σιδηρές Κατασκευές-Ανάλυση και Διαστασιολόγηση", εκδ.Κλειδάριθμος, 2009
3. Ι. Βάγιας, Ι. Ερμόπουλος, Γ. Ιωαννίδης: "Σιδηρές Κατασκευές-Παραδείγματα εφαρμογής του Ευρωκώδικα 3", εκδ. Κλειδάριθμος, 2008
4. Ioannis Vayas, Aristidis Iliopoulos,"Design of Steel-Concrete Composite Bridges to Eurocodes", CRC Press,2013
5. Ιωάννης Ερμόπουλος: "Σιδηρές και Σύμμικτες Γέφυρες", εκδ.Κλειδάριθμος, 2008
6. Χάρης Γαντές: Σημειώσεις διαλέξεων "Μη γραμμικής συμπεριφοράς μεταλλικών κατασκευών", 2007
7. Παπαδρακάκης Μανόλης,"ΑΝΑΛΥΣΗ ΦΟΡΕΩΝ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ",εκδ.Παπασωτηρίου,2001
8. ΕΥΡΩΚΩΔΙΚΑΣ 3, Κατασκευές Από Χάλυβα, (ENV 1993)
9. Abaqus Analysis User's Guide