



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ

ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Μοντέλα υποστήριξης αποφάσεων από το χώρο της βιομηχανίας

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Παναγιώτης Κ. Μπέτσιος

Επιβλέπων: Ιωάννης Ψαρράς

Καθηγητής ΕΜΠ

Υπεύθυνη: Στυλιανή Ανδρουλάκη

Υποψήφια Διδάκτωρ ΕΜΠ

Αθήνα, Μάρτιος 2015



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Μοντέλα υποστήριξης αποφάσεων από το χώρο της βιομηχανίας

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Παναγιώτης Κ. Μπέτσιος

Επιβλέπων: Ιωάννης Ψαρράς

Καθηγητής ΕΜΠ

Υπεύθυνη: Στυλιανή Ανδρουλάκη

Υποψήφια Διδάκτωρ ΕΜΠ

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή:

.....
Ιωάννης Ψαρράς

Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Βασίλειος Ασημακόπουλος

Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Δημήτριος Ασκούνης

Αν. Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Μάρτιος 2015

.....
Παναγιώτης Κ. Μπέτσιος

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών ΕΜΠ

Copyright © Παναγιώτης Μπέτσιος 2015.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Η λήψη κρίσιμων αποφάσεων και η πρόβλεψη των συνεπειών τους αποτελεί μία από τις βασικές δραστηριότητες στο χώρο των επιχειρήσεων και της βιομηχανίας. Κάθε απόφαση βασίζεται τόσο στην υποκειμενική κρίση του αποφασίζοντα όσο και σε αντικειμενικά κριτήρια τα οποία μπορούν να καταγραφούν, να μοντελοποιηθούν και να εξεταστούν με τις μεθόδους της Επιχειρησιακής Έρευνας. Τέτοια προβλήματα λήψης αποφάσεων μπορεί να έχουν να κάνουν με τη βέλτιστη κατανομή πόρων και πρώτων υλών, την επιλογή του αποδοτικότερου (ανάλογα με τις απαιτήσεις του αποφασίζοντα) επενδυτικού προγράμματος, την οργάνωση της παραγωγής ώστε να μεγιστοποιείται η παραγωγικότητα και το κέρδος και να ελαχιστοποιείται το κόστος κτλ..

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η περιγραφή των κυριότερων μεθόδων Επιχειρησιακής Έρευνας καθώς και η καταγραφή των γνωστότερων εργαλείων λογισμικού και των δυνατοτήτων τους. Ύστερα από την θεωρητική προσέγγιση της Επιχειρησιακής Έρευνας γενικά και ειδικότερα του Γραμμικού Προγραμματισμού, του Δυναμικού Προγραμματισμού, των Δέντρων Αποφάσεων και της Προσομοίωσης γίνεται εκτενής αναφορά στο λογισμικό που κυκλοφορεί στην αγορά κατάλληλο για τη μοντελοποίηση και την επίλυση προβλημάτων λήψης αποφάσεων σύμφωνα με τις παραπάνω μεθόδους. Στη συνέχεια παρατίθενται παραδείγματα από το χώρο της βιομηχανίας στα οποία εφαρμόζονται στην πράξη οι μέθοδοι της Επιχειρησιακής Έρευνας.

Λέξεις κλειδιά:

Επιχειρησιακή Έρευνα, Γραμμικός Προγραμματισμός, Δυναμικός Προγραμματισμός, Δέντρα Αποφάσεων, Προσομοίωση, Μαθηματικός Προγραμματισμός, Τετραγωνικός Προγραμματισμός, Κωνικός Προγραμματισμός δεύτερης τάξης, λογισμικό υποστήριξης αποφάσεων, μοντέλα υποστήριξης αποφάσεων

Abstract

One of the most valuable operations in the field of business and industry is making critical decisions and foreseeing their consequences. Every decision relies on the subjective judgment of the decision maker as well as on objective criteria which can be written down, modeled and considered by using the methods of Operations Research. Such decision problems are source allocation, investment selection, production planning in order to maximize the productivity and the profit and to minimize the cost etc.

The aim of this thesis is to describe the most common methods of Operations Research and to write down the most common software tools and their features. After the theoretical approach of the Operations Research in general and especially the Linear Programming, the Dynamic Programming, the Decision Trees and the Simulation there is an extensive reference to the software which is available in the market and suitable for modeling and solving decision problems by using the methods referred above. Then there are cited examples from the field of industry in which the methods of Operations Research are actually used.

Key words:

Operations Research, Linear Programming, Dynamic Programming, Decision Trees, Simulation, Mathematical Programming, Quadratic Programming, Second Order Cone Programming, decision support software, decision support models

Πρόλογος

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στον τομέα Ηλεκτρικών Βιομηχανικών Διατάξεων και Συστημάτων Αποφάσεων της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Αντικείμενο της εργασίας είναι η μελέτη διαφόρων μοντέλων υποστήριξης επιχειρηματικών αποφάσεων στο χώρο της βιομηχανίας καθώς και του λογισμικού που χρησιμοποιείται για επίλυσή τους.

Υπεύθυνος κατά την εκπόνηση της διπλωματικής ήταν ο Καθηγητής κ. Ι. Ψαρράς, στον οποίο οφείλω ιδιαίτερες ευχαριστίες για την ανάθεση αυτής και τη δυνατότητα που μου δόθηκε να ασχοληθώ με ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την επιβλέπουσα της διπλωματικής εργασίας και υποψήφια διδάκτορα κ. Στυλιανή Ανδρουλάκη για την πολύτιμη υποστήριξη και καθοδήγηση που μου παρείχε κατά την εκπόνηση της εργασίας.

Τέλος ευχαριστώ τους γονείς μου για την αμέριστη συμπαράσταση καθώς και την ηθική και υλική υποστήριξη που μου παρείχαν όλα τα χρόνια των σπουδών μου.

Παναγιώτης Κ. Μπέτσιος

Μάρτιος 2015

Περιεχόμενα

Περίληψη	5
Abstract.....	7
Πρόλογος	9
Περιεχόμενα	11
Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή	15
1.1 Αντικείμενο Συστημάτων Αποφάσεων	15
1.2 Φάσεις εκπόνησης διπλωματικής εργασίας	17
1.3 Δομή τεύχους διπλωματικής εργασίας	18
Κεφάλαιο 2: Επιχειρησιακή Έρευνα (θεωρία και μεθοδολογίες)	19
2.1 Επιχειρησιακή Έρευνα	19
2.1.1 Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα	19
2.1.2 Σκοπός και εφαρμογές της Επιχειρησιακής Έρευνας.....	19
2.1.3 Η έννοια του μοντέλου και η θέση του στην Επιχειρησιακή Έρευνα	20
2.1.4 Η διαδικασία της μοντελοποίησης και επίλυσης.....	21
2.2 Γραμμικός Προγραμματισμός	22
2.2.1 Εισαγωγή στο Γραμμικό Προγραμματισμό	22
2.2.2 Προϋποθέσεις για τη χρήση του Γραμμικού Προγραμματισμού	23
2.2.3 Ιδιότητες του Γραμμικού Μοντέλου	23
2.2.4 Εφαρμογές του Γραμμικού Προγραμματισμού	25
2.2.5 Τομείς εφαρμογής του Γραμμικού Προγραμματισμού	25
2.2.6 Μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων Γραμμικού Προγραμματισμού	28
2.2.7 Μορφές γραμμικού προγραμματισμού	29
2.3 Δυναμικός Προγραμματισμός.....	31
2.3.1 Εισαγωγή στο Δυναμικό Προγραμματισμό	31
2.3.2 Διακριτικά χαρακτηριστικά Δυναμικού Προγραμματισμού	32
2.3.3 Προσέγγιση του Δυναμικού Προγραμματισμού	33
2.3.4 Διαδικασία επίλυσης προβλημάτων με τη μέθοδο του Δυναμικού Προγραμματισμού.....	34
2.4 Δέντρα Αποφάσεων.....	34
2.4.1 Εισαγωγή στα Δέντρα Αποφάσεων	34
2.4.2 Βήματα εκτέλεσης της μεθόδου των Δέντρων Αποφάσεων	35
2.4.3 Πλεονεκτήματα της μεθόδου των Δέντρων Αποφάσεων	36

2.4.4 Περιορισμοί της μεθόδου των Δέντρων Αποφάσεων.....	36
2.5 Προσομοίωση.....	36
2.5.1 Εισαγωγή στην Προσομοίωση.....	36
2.5.2 Πότε χρησιμοποιείται η Προσομοίωση	37
2.5.3 Τι είναι η Προσομοίωση.....	38
2.5.4 Πλεονεκτήματα της τεχνικής της Προσομοίωσης	39
2.5.5 Περιορισμοί της τεχνικής της Προσομοίωσης	40
2.5.6 Εφαρμογές της Προσομοίωσης.....	40
2.5.7 Προσομοίωση Monte Carlo.....	41
Κεφάλαιο 3: Εργαλεία μοντελοποίησης και επίλυσης	43
3.1 Frontline Systems Inc.....	43
3.1.1 XLMiner Pro, XLMiner Platform	43
3.1.2 Premium Solver Pro, Premium Solver Platform	43
3.1.3 Risk Solver Pro, Risk Solver Platform	44
3.1.4 Analytic Solver Pro, Analytic Solver Platform	45
3.1.5 Solver SDK Pro, Solver SDK Platform.....	45
3.1.6 Μέθοδοι μοντελοποίησης και επίλυσης	46
3.1.7 Προσομοίωση	49
3.2 Palisade Corporation	53
3.2.1 The DecisionTools Suite	53
3.2.2 @RISK	54
3.2.3 PrecisionTree	54
3.2.4 TopRank.....	55
3.2.5 StatTools	55
3.2.6 NeuralTools.....	55
3.2.7 Evolver	56
3.2.8 RISKOptimizer	56
3.2.9 Συνδυασμοί εργαλείων λογισμικών για την επίτευξη καλύτερων αποτελεσμάτων.....	56
3.3 IBM ILOG CPLEX Optimizer.....	58
3.4 LINDO SYSTEMS INC.....	59
3.4.1 What'sBest! 12.0.....	59
3.4.2 LINGO	59

3.4.3 LINDO API	60
3.5 AMPL (A Mathematical Programming Language)	61
3.6 GAMS	61
3.7 COIN-OR	62
3.8 NEOS server	63
3.9 SolverStudio	63
3.10 Συγκεντρωτικός Πίνακας εργαλείων μοντελοποίησης και επίλυσης	64
Κεφάλαιο 4: Παραδείγματα εφαρμογής της Επιχειρησιακής Έρευνας	67
4.1 Πρώτο επιχειρησιακό μοντέλο: Σχεδιασμός παραγωγής, διαφήμισης και επενδύσεων σε βιομηχανία γαλακτοκομικών	67
4.2 Δεύτερο Επιχειρησιακό Μοντέλο: Πρόβλημα απόφασης σχετικά με τη συμμετοχή σε διαγωνισμό για ανάληψη έργου και βέλτιστη εκμετάλλευση ακινήτου σε εταιρεία κατασκευής ηλεκτρονικών υπολογιστών	82
4.3 Τρίτο Επιχειρησιακό Μοντέλο: Σχεδιασμός παραγωγής και βελτίωση παραγωγικών δυνατοτήτων σε βιομηχανία επεξεργασίας ξύλου	90
4.4 Τέταρτο Επιχειρησιακό Μοντέλο: Βελτιστοποίηση χρήσης πόρων σε νοσοκομείο και διαχείριση επικίνδυνου προϊόντος σε φαρμακοβιομηχανία	98
Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα.....	109
Βιβλιογραφία	111
Παράρτημα	115

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1 Αντικείμενο Συστημάτων Αποφάσεων

Τα Συστήματα Αποφάσεων (ή Επιχειρησιακή Έρευνα) είναι ένας επιστημονικός κλάδος που έχει ως κύριο αντικείμενο την ανάπτυξη και τη μελέτη επιστημονικών εργαλείων, τα οποία βασίζονται σε αντικειμενικά κριτήρια, για να διευκολύνουν τη διαδικασία λήψης αποφάσεων σε μια επιχείρηση ή έναν οργανισμό. Οι αποφάσεις αυτές πολλές φορές έχουν να κάνουν με την αξιολόγηση επενδύσεων ή επενδυτικών σχεδίων και την επιλογή του βέλτιστου σχεδίου για την επίτευξη κέρδους. Στη συγκεκριμένη περίπτωση ο εκάστοτε αποφασίζων βρίσκεται μπροστά σε ένα δίλημμα που πρέπει να λύσει και απευθύνεται στον αναλυτή. Η συμβολή των Συστημάτων Αποφάσεων σε αυτό το σημείο είναι καθοριστική, διότι θέτουν κάποια αντικειμενικά κριτήρια (όπως το αναμενόμενο κέρδος και το προβλεπόμενο ρίσκο), με την βοήθεια των οποίων και σε συνδυασμό με τις διάφορες ανάγκες και τους περιορισμούς, ο αναλυτής μπορεί να προτείνει στον αποφασίζοντα τη βέλτιστη επιλογή.

Έτσι στην γενική περίπτωση ο αποφασίζων εάν θέλει μπορεί να χρησιμοποιήσει μια ανάλυση αποφάσεων. Αυτή η ανάλυση είναι ένας οργανωμένος τρόπος σκέψης ο οποίος αποτελείται από τρία διαφορετικά στάδια. Το πρώτο είναι η απόφαση που πρέπει να παρθεί, το δεύτερο είναι η εκτίμηση της πιθανότητας διαφόρων γεγονότων που μπορούν να επηρεάσουν το αποτέλεσμα της απόφασης και το τελευταίο στάδιο είναι ο προσδιορισμός των διαφόρων αποτελεσμάτων που μπορεί να έχει μια απόφαση.

Στη συνέχεια με βάση την παραπάνω μεθοδολογία, ο αναλυτής κατασκευάζει ένα μοντέλο το οποίο συνδέει όλα τα παραπάνω στάδια με κάποιες λογικές σχέσεις και στην καλύτερη περίπτωση ακόμα και με καθαρά μαθηματικές σχέσεις. Με την βοήθεια του μοντέλου πλέον μπορεί να εκτιμήσει τις πιθανές επιπλοκές που μπορεί να έχει η κάθε δράση χωριστά και την συσχέτιση μεταξύ των αποφάσεων.

Πιο συγκεκριμένα σε κάθε στάδιο απόφασης υπάρχουν τουλάχιστον δύο πιθανές επιλογές δράσης, εκ των οποίων προφανώς μόνο μία μπορεί να επιλεγεί. Όταν επιλεγεί κάποια με βάση τα κριτήρια του αποφασίζοντα, τότε πλέον η απόφαση έχει ληφθεί και μπαίνει ο παράγοντας της αβεβαιότητας στο προσκήνιο. Αυτή η αβεβαιότητα (που πολλές φορές αποκαλείται «τύχη») μοντελοποιείται μαθηματικά με την μορφή πιθανοτήτων. Οι διαφορετικές δράσεις που μπορεί να επιλέξει ο αποφασίζων μπορεί να τον υποβάλουν σε διαφορετικές αβεβαιότητες η καθεμία. Σε κάθε περίπτωση πάντως το τελικό αποτέλεσμα είναι ένας συνδυασμός των διαφορετικών δράσεων και των διαφόρων παραγόντων αβεβαιότητας. Με βάση τα παραπάνω η τελική έκβαση είναι ένα τυχαίο γεγονός που επηρεάζεται από αβεβαιότητες και δεν είναι μονοσήμαντα ορισμένη από την απόφαση. Το κατά πόσον η τελική έκβαση θεωρείται επιτυχής ή όχι εξαρτάται από τους στόχους που είχε θέσει ο αποφασίζων. Δεν είναι απίθανο μια φαινομενικά πολύ καλή απόφαση να οδηγήσει σε ένα ατυχές αποτέλεσμα και το αντίθετο.

Στην πράξη σχεδόν ποτέ ένας αποφασίζων δεν έχει να πάρει μια απόφαση μόνο. Αντίθετα πρέπει να καταστρωθεί μια αλληλουχία αποφάσεων και να διαμορφωθεί ένα στρατηγικό πλάνο. Όπως είναι φανερό και από τα παραπάνω κατά την κατάστρωση ενός τέτοιου πλάνου ο αναλυτής πρέπει να συνδυάσει αποτελεσματικά τις εμπειρικές του γνώσεις με τα εργαλεία που είναι διαθέσιμα και να καταστρώσει ένα ρεαλιστικό μοντέλο το οποίο θα αναλύσει και θα προτείνει στον αποφασίζοντα.

Το πιο σημαντικό και κρίσιμο σημείο είναι η εκτίμηση των παραγόντων αβεβαιότητας. Στην περίπτωση που δεν υπήρχαν αυτοί οι παράγοντες τότε το να σχεδιαστεί μια βέλτιστη πολιτική θα ήταν εύκολο, διότι θα ήταν μια απλή μαθηματική ανάλυση του μοντέλου. Για να αντιμετωπιστεί η αβεβαιότητα ο αναλυτής καταφεύγει σε μοντέλα πρόβλεψης τα οποία στηρίζονται σε ιστορικά στοιχεία. Χρησιμοποιώντας τέτοια μοντέλα μπορεί να παράγει τις συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας για τα μεγέθη που χρειάζεται. Από εκεί και πέρα όλα τα στοιχεία της αβεβαιότητας κρύβονται μέσα στο γεγονός ότι τα μεγέθη που εξετάζονται έχουν γίνει στοχαστικά.

Η πρώτη προσέγγιση σε ένα τέτοιο πρόβλημα είναι ο αναλυτής χρησιμοποιώντας τα μέσα μεγέθη που προκύπτουν να κάνει μια πρώτη ανάλυση του μοντέλου. Στη συνέχεια, το σύνηθες είναι να κάνει μια ανάλυση ευαισθησίας χρησιμοποιώντας ως στοιχεία αυτά που προκύπτουν από τα διαστήματα εμπιστοσύνης 10%, 50% και 90%. Με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την ανάλυση ευαισθησίας επαναθεωρεί την στρατηγική του και καταλήγει σε μια βέλτιστη πολιτική αποφάσεων η οποία λαμβάνει υπόψη της όσο καλύτερα γίνεται τους παράγοντες αβεβαιότητας.

Από τα παραπάνω είναι πλέον φανερό ότι αυτό που ονομάζεται «κίνδυνος» δεν είναι τίποτα άλλο από την πιθανότητα να προκύψει ένα μη επιθυμητό αποτέλεσμα. Στον κίνδυνο υπάρχουν αρκετές διαφορετικές αντιμετωπίσεις.

Η πρώτη είναι η risk-neutral (αδιάφορη προς τον κίνδυνο), που σημαίνει ότι ο αποφασίζων είναι έτοιμος να παίξει το παιχνίδι των πιθανοτήτων και να κάνει το σχεδιασμό του με βάση τις αναμενόμενες τιμές από τις προβλέψεις. Σε αυτή την περίπτωση για τον αποφασίζοντα είναι αδιάφορο το να κερδίσει 1 εκατομμύριο σίγουρα από μια εναλλακτική που θα του έδινε 0 ή 2 εκατομμύρια με την ίδια πιθανότητα. Αξίζει να σημειωθεί ότι το αναμενόμενο κέρδος και των δύο εναλλακτικών επιλογών είναι 1 εκατομμύριο.

Η μακράν πιο συνηθισμένη αντιμετώπιση είναι η risk-adverse η οποία έχει σκοπό την αποφυγή του κινδύνου. Πιο συγκεκριμένα ένας risk-adverse αποφασίζων πρέπει να ορίσει ποιο είναι το σημείο αδιαφορίας του. Δηλαδή ποιο είναι εκείνο το σημείο όπου είναι αδιάφορος από την έκβαση ενός βέβαιου ενδεχόμενου και ενός αβέβαιου. Παραδείγματος χάριν εάν θεωρήσει ότι είναι αδιάφορος μεταξύ ενός βέβαιου γεγονότος που θα του αποφέρει 1 εκατομμύριο από μια εναλλακτική που θα του έδινε 0 ή 2 εκατομμύρια με την ίδια πιθανότητα, τότε από αυτό το σημείο και πέρα προτιμάει τα πιο «σίγουρα» γεγονότα. Δηλαδή εάν είχε να επιλέξει πλέον μεταξύ ενός βέβαιου γεγονότος που θα του αποφέρει 1 εκατομμύριο από ένα εναλλακτικό με αναμενόμενο κέρδος 1.5 εκατομμύρια, με την προηγούμενη παραδοχή θα επέλεγε το πρώτο ενδεχόμενο.

Έτσι για να γίνει μια ανάλυση όπου υπάρχει και η έννοια του κινδύνου πλέον, πρέπει ο αποφασίζων να φτιάξει μια συνάρτηση χρησιμότητας (utility function), στην οποία έχει πλέον συμπεριληφθεί η έννοια του κινδύνου όπως ορίσθηκε παραπάνω. Όσο πιο αδιάφορος είναι ο αποφασίζων στον κίνδυνο τόσο περισσότερο θα ρέπει προς τις αναμενόμενες τιμές των μεγεθών που εξετάζει.

1.2 Φάσεις εκπόνησης διπλωματικής εργασίας

Φάση 1: Προσδιορισμός της χρησιμότητας της Επιχειρησιακής Έρευνας στο χώρο της βιομηχανίας

Αρχικά έγινε μια εισαγωγή στο γνωστικό αντικείμενο της Επιχειρησιακής Έρευνας (ή Συστημάτων Αποφάσεων) και προσδιορίστηκε η χρησιμότητά της καθώς και ο λόγος για τον οποίο είναι απαραίτητη η εφαρμογή της στη βιομηχανία και σε κάθε επιχειρηματική δραστηριότητα.

Φάση 2: Βιβλιογραφική έρευνα σχετικά με τη θεωρία και τις μεθόδους εφαρμογής της Επιχειρησιακής Έρευνας

Συγκεκριμένα από την έρευνα, η οποία πραγματοποιήθηκε τόσο στο διαδίκτυο όσο και στη βιβλιοθήκη της Σχολής ΗΜΜΥ, εντοπίστηκαν συγγράμματα κατάλληλα για την κατανόηση του θεωρητικού υπόβαθρου της Επιχειρησιακής Έρευνας καθώς και της θεωρητικής ανάλυσης των διάφορων μοντέλων επίλυσης προβλημάτων.

Φάση 3: Έρευνα για εργαλεία λογισμικού κατάλληλα για την επίλυση προβλημάτων Επιχειρησιακής Έρευνας

Στη φάση αυτή πραγματοποιήθηκε έρευνα στο διαδίκτυο για την εύρεση εργαλείων λογισμικού κατάλληλων για την μοντελοποίηση πολύπλοκων προβλημάτων λήψης αποφάσεων και την επίλυσή τους.

Φάση 4: Αναλυτική μελέτη του συγκεντρωμένου υλικού

Το υλικό που συγκεντρώθηκε στις φάσεις 2 και 3 μελετήθηκε αναλυτικά ώστε γίνει πλήρως κατανοητή τόσο η θεωρία της Επιχειρησιακής Έρευνας όσο και η πρακτική εφαρμογή της σε διάφορα προβλήματα με τη βοήθεια του κατάλληλου λογισμικού.

Φάση 5: Καταγραφή και περιγραφή των εργαλείων

Καταγραφή των εργαλείων λογισμικού που εντοπίστηκαν στη φάση 3 και περιγραφή τόσο των χαρακτηριστικών και των δυνατοτήτων τους όσο και των επιμέρους μεθόδων που ακολουθούνται από το καθένα για τη μοντελοποίηση και την επίλυση των διαφόρων προβλημάτων.

Φάση 6: Αναζήτηση παραδειγμάτων εφαρμογής των μεθόδων της Επιχειρησιακής Έρευνας στο χώρο της βιομηχανίας

Η αναζήτηση πραγματοποιήθηκε μέσω του διαδικτύου σε μεγάλο αριθμό επιστημονικών άρθρων και δημοσιεύσεων, σχετικών με τις διάφορες πτυχές της

Επιχειρησιακής Έρευνας, με σκοπό την εύρεση παραδειγμάτων εφαρμογής των μεθόδων της Επιχειρησιακής Έρευνας για τη μοντελοποίηση και την επίλυση προβλημάτων από το χώρο των επιχειρήσεων και της βιομηχανίας.

Φάση 7: Συμπεράσματα

Τέλος από την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας εξήχθησαν συμπεράσματα σχετικά το γνωστικό αντικείμενο της Επιχειρησιακής Έρευνας καθώς και τη θέση που αυτή έχει στην καθημερινότητα των επιχειρήσεων και της βιομηχανίας.

1.3 Δομή τεύχους διπλωματικής εργασίας

Κεφάλαιο 1

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στο γνωστικό αντικείμενο των Συστημάτων Αποφάσεων, περιγράφονται οι φάσεις εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας και αναφέρεται περιληπτικά το περιεχόμενο του κάθε κεφαλαίου της.

Κεφάλαιο 2

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται μια εκτενής ανάλυση της θεωρίας της Επιχειρησιακής Έρευνας, των διάφορων μεθόδων επίλυσης προβλημάτων λήψης αποφάσεων και των χαρακτηριστικών στοιχείων της καθεμιάς. Οι μέθοδοι που αναλύονται είναι ο Γραμμικός Προγραμματισμός, ο Δυναμικός Προγραμματισμός, τα Δέντρα Αποφάσεων και η Προσομοίωση.

Κεφάλαιο 3

Στο τρίτο κεφάλαιο καταγράφονται τα εργαλεία λογισμικού που εντοπίστηκαν κατά την έρευνα και περιγράφονται τα χαρακτηριστικά και οι δυνατότητές τους. Επίσης γίνεται αναφορά στις επιμέρους μεθόδους που χρησιμοποιούν για αντιμετώπιση των διαφόρων προβλημάτων.

Κεφάλαιο 4

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρατίθενται παραδείγματα μοντελοποίησης προβλημάτων από το χώρο της βιομηχανίας και επίλυσής τους με τη εφαρμογή μεθόδων της Επιχειρησιακής Έρευνας.

Κεφάλαιο 5

Στο πέμπτο και τελευταίο κεφάλαιο περιλαμβάνονται τα συμπεράσματα που εξήχθησαν κατά την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας.

Κεφάλαιο 2: Επιχειρησιακή Έρευνα (Θεωρία και μεθοδολογίες)

2.1 Επιχειρησιακή Έρευνα

2.1.1 Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα

Επιχειρησιακή έρευνα ονομάζεται μια επιστημονική προσέγγιση στην επίλυση προβλημάτων με σκοπό τη λήψη αποφάσεων που απαιτεί τη διαμόρφωση μαθηματικών, οικονομικών και στατιστικών μοντέλων για την αντιμετώπιση των προβλημάτων απόφασης που προκύπτουν εξαιτίας του ρίσκου και της αβεβαιότητας. Τα προβλήματα ελέγχου και απόφασης σε έναν οργανισμό είναι ιδιαίτερα συχνά σε καθημερινές δραστηριότητες όπως ο έλεγχος αποθεμάτων, ο προγραμματισμός παραγωγής, η οργάνωση ανθρωπίνου δυναμικού, η διανομή και η συντήρηση. [1]

2.1.2 Σκοπός και εφαρμογές της Επιχειρησιακής Έρευνας

Η Επιχειρησιακή Έρευνα ασχολείται με τη λήψη αποφάσεων. Η λήψη αποφάσεων είναι μια ανθρώπινη διαδικασία η οποία συχνά επηρεάζεται τόσο από τη διαίσθηση όσο και από τα δεδομένα. Η διαίσθηση μπορεί να είναι αποτελεσματική σε προσωπικές αποφάσεις, σε ό,τι αφορά όμως αποφάσεις πολιτικές, κυβερνητικές, οικονομικές και επιχειρησιακές οι οποίες επηρεάζουν μεγάλο αριθμό ανθρώπων, απαιτείται κάτι παραπάνω από την απλή διαίσθηση. Απαιτείται μια συστηματική μεθοδολογία. Τα μαθηματικά μοντέλα που μπορούν να αναλυθούν με ευνόητες μεθόδους και αλγορίθμους εμπνέουν περισσότερη εμπιστοσύνη και γίνονται ευκολότερα αποδεκτά από τους ανθρώπους που επηρεάζονται άμεσα.

Η εμπειρία δείχνει ωστόσο ότι παρόλο που τα ποσοτικά μοντέλα βασίζονται στα μαθηματικά και τη λογική και μάλιστα κερδίζουν το σεβασμό και την εμπιστοσύνη του Management, τελικά οι αποφάσεις καθορίζονται από μια σειρά διάφορων επιρροών. Το Management γενικά επηρεάζεται από πολλούς πολιτικούς, νομικούς και ηθικούς παράγοντες καθώς και παράγοντες ανθρώπινους, κοινής λογικής και προσωπικούς. Τα προβλήματα και τα συστήματα αναπαρίστανται από μαθηματικά μοντέλα και επιλύονται με διάφορα μέσα, οι τελικές αποφάσεις ωστόσο και οι ενέργειες που γίνονται εξαρτώνται από ανθρώπους οι οποίοι είναι υποχρεωμένοι να στοχεύουν στην σωστή λειτουργία ενός οργανισμού αλλά και στην καλή κατάσταση των μελών του. Ιδανικά αν όλοι αυτοί οι παράγοντες πρόκειται να επηρεάσουν τις αποφάσεις που θα ληφθούν τότε πρέπει να συμπεριληφθούν στη διαδικασία της μοντελοποίησης και της επίλυσης. Με αυτόν τον τρόπο οι μαθηματικές μέθοδοι επίλυσης παρέχουν το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα. [2]

Οι τεχνικές της Επιχειρησιακής Έρευνας μπορούν να εφαρμοστούν σε αρκετά πραγματικά προβλήματα. Μια σειρά τέτοιων προβλημάτων παρουσιάζεται παρακάτω:

- *Αμυντικές εφαρμογές:* Πολλές αμυντικές δραστηριότητες απαιτούν λήψη αποφάσεων σε επιστημονικό επίπεδο. Χρήσιμες στις αμυντικές εγκαταστάσεις μπορούν να φανούν οι μέθοδοι εύρεσης της συντομότερης διαδρομής, οι αλγόριθμοι δρομολόγησης των οχημάτων, οι τεχνικές κατανομής τροφίμων και πυρομαχικών κ.ά.
- *Βιομηχανικές εφαρμογές:* Η βιομηχανική διαχείριση περιλαμβάνει τέσσερις τομείς: την παραγωγή, το μάρκετινγκ, τη διαχείριση ανθρωπίνου δυναμικού και την οικονομική διαχείριση. Επιπλέον υπάρχουν κι άλλες υπηρεσίες που συμβάλλουν στη σωστή λειτουργία μιας επιχείρησης.
- *Κρατικές εφαρμογές:* Κάποιες από τις εφαρμογές της επιχειρησιακής έρευνας μπορούν να εφαρμοστούν για το σχεδιασμό και την οργάνωση διάφορων κρατικών συστημάτων όπως κυβερνητικά ιδρύματα, ταχυδρομικά συστήματα, τράπεζες, αυτοκινητόδρομοι, σιδηρόδρομοι, αεροπορικές εταιρείες και εκπαιδευτικά ιδρύματα. [1]

2.1.3 Η έννοια του μοντέλου και η θέση του στην Επιχειρησιακή Έρευνα

Μοντέλο ονομάζεται μια αναπαράσταση της πραγματικότητας. Μερικά παραδείγματα μοντέλων είναι ο χάρτης των δρόμων μιας πόλης για την εύρεση της συντομότερης διαδρομής από μία αφετηρία σε έναν προορισμό, η τρισδιάστατη απεικόνιση ενός εργοστασίου με σκοπό το σχεδιασμό της μεταφοράς των πρώτων υλών και της παραγωγικής διαδικασίας, το σχέδιο ενός ηλεκτρικού κυκλώματος με σκοπό τον υπολογισμό της έντασης του ρεύματος σε έναν κλάδο του και η γραμμική εξίσωση που προβλέπει τη ζήτηση ενός προϊόντος.

Ως μοντέλο Επιχειρησιακής Έρευνας ορίζεται μια εξιδανικευμένη αναπαράσταση ενός πραγματικού συστήματος. Η Επιχειρησιακή Έρευνα χρησιμοποιεί ένα σύνολο μοντέλων για να δώσει λύσεις σε πραγματικά προβλήματα. [1]

Η διαδικασία της δημιουργίας μαθηματικών μοντέλων είναι ιδιαίτερα σημαντική στην πρακτική της Επιχειρησιακής Έρευνας. Ονομάζονται «μαθηματικά μοντέλα» διότι ορίζονται από μαθηματικές σχέσεις όπως ισότητες, ανισότητες, μήτρες, συναρτήσεις και τελεστές. Κατά την μοντελοποίηση οι μαθηματικές αυτές σχέσεις χρησιμοποιούνται για την κατανόηση και την λεπτομερή περιγραφή της πραγματικότητας που μοντελοποιείται. Για παράδειγμα, ένας ισολογισμός αποτελεί τη μοντελοποίηση της οικονομικής κατάστασης μια εταιρείας. Οι μαθηματικές σχέσεις μπορούν να αποτελούν μοντελοποίηση της συμπεριφοράς και των τάσεων της αγοράς. Μια κατανομή πιθανοτήτων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή της συχνότητας εμφάνισης απρόβλεπτων γεγονότων. Τα μαθηματικά μοντέλα μπορεί να εμφανίζουν μεγάλες διαφορές μεταξύ τους, ανάλογα με τη μορφή του συστήματος ή του προβλήματος που μοντελοποιείται καθώς και το πεδίο εφαρμογής τους. [2]

2.1.4 Η διαδικασία της μοντελοποίησης και επίλυσης

Το πρώτο βήμα για τη δημιουργία ενός μοντέλου είναι η ανακάλυψη μιας κατάστασης για την οποία απαιτείται μελέτη και βελτίωση. Έχοντας ορίσει το πεδίο έρευνας ο αναλυτής πρέπει να προσδιορίσει ποιες πτυχές του συστήματος είναι ελέγξιμες και ποιες όχι, να καθορίσει το σκοπό και τους στόχους του συστήματος καθώς και τους περιορισμούς που επηρεάζουν τη λειτουργία του. Αυτοί οι περιορισμοί μπορεί να προκαλούνται από παράγοντες φυσικούς, οικονομικούς, πολιτικούς, ανθρώπινους κτλ.. Το επόμενο βήμα είναι ο σχεδιασμός του μοντέλου το οποίο άμεσα ή έμμεσα περιλαμβάνει εναλλακτικές δράσεις και η συλλογή των δεδομένων τα οποία περιγράφουν το σύστημα που μοντελοποιείται.

Η διαδικασία της επίλυσης εξαρτάται αποκλειστικά από τον τύπο του προβλήματος. Μπορεί να είναι μια μαθηματική σχέση η οποία οδηγεί στη βέλτιστη λύση για το πρόβλημα ή μπορεί να απαιτεί τη χρήση ποσοτικών μεθόδων για τον καθορισμό, την πρόβλεψη ή το σχεδιασμό της συμπεριφοράς του συστήματος που μοντελοποιείται. Γνωρίζοντας ότι τα δεδομένα είναι προσεγγιστικά και ότι το μοντέλο είναι μία ατελής αναπαράσταση του πραγματικού συστήματος, ο αναλυτής τελικά έχει την υποχρέωση να αξιολογήσει την εφαρμοσιμότητα και την ευελιξία της λύσης που προτείνεται από την ανάλυση που προηγήθηκε. Η εύρεση της «βέλτιστης» λύσης ενός μοντέλου είναι μόνο η αρχή της εργασίας του αναλυτή. Ένας καλός αναλυτής πρέπει συνεχώς να επανεξετάζει τις πρακτικές που ακολουθούνται, να αναζητά καλύτερους τρόπους λειτουργίας ενός συστήματος ή ενός οργανισμού, να διαπιστώνει τάσεις στα δεδομένα του προβλήματος οι οποίες μπορεί να μην εμφανίζονται ξεκάθαρα στην μαθηματική επίλυση του μοντέλου, όπως πλεονάζουσα παραγωγική ικανότητα, μειωμένη παραγωγικότητα ή μείωση της ζήτησης ενός προϊόντος με την πάροδο του χρόνου. Ολόκληρη η διαδικασία της μοντελοποίησης απαιτεί τη γνώση και την εμπειρία πολλών αναλυτών οι οποίοι πρέπει να εργάζονται ομαδικά, να είναι σε επικοινωνία και να προωθούν τις προτάσεις τους στη διαχείριση.

Ιδιαίτερη επιδεξιότητα χρειάζεται στο να προσδιοριστεί πόσο λεπτομερές θα είναι το μαθηματικό μοντέλο. Μία πολύ ακριβής αναπαράσταση του συστήματος μπορεί να επιτευχθεί με τη χρήση ενός μεγάλου και πολύπλοκου μαθηματικού μοντέλου. Αν όμως είναι υπερβολικά πολλές οι λεπτομέρειες που περιλαμβάνονται, το μοντέλο μπορεί να είναι τόσο πολύπλοκο και δυσμεταχειρίσιμο ώστε να είναι αδύνατο να αναλυθεί ή να επιλυθεί. Γι' αυτό η δημιουργία μοντέλων όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστικών πρέπει να αποφεύγεται. Απ' την άλλη, ένα πολύ απλοϊκό μοντέλο μπορεί να μην περιλαμβάνει αρκετές βασικές πληροφορίες για την αναπαράσταση του πραγματικού συστήματος και κατά συνέπεια οι αναλύσεις που πραγματοποιούνται σε αυτό να μην ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα.

Υπάρχει συχνά η εντύπωση ότι όσο πιο λεπτομερές ή πολύπλοκο είναι ένα μοντέλο τόσο περισσότερο ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Όμως όλες οι λεπτομέρειες που μπορούν να συμπεριληφθούν σε ένα μοντέλο δεν είναι ούτε σχετικές, ούτε σωστές. Η πρόσβαση σε ισχυρούς υπολογιστές και εύχρηστα εργαλεία λογισμικού για τη μοντελοποίηση και την επίλυση προβλημάτων σε υπολογιστικό περιβάλλον ενθαρρύνει τη δημιουργία μοντέλων μεγάλης πολυπλοκότητας, καθώς δίνεται η εντύπωση ότι δεν υπάρχει περιορισμός στις λεπτομέρειες που μπορούν να

περιληφθούν επιτυχώς σε ένα μοντέλο. Ωστόσο είναι δυνατόν να σχεδιαστούν μοντέλα τα οποία είναι και ρεαλιστικά αλλά και σχετικά απλά και βοηθούν τον αναλυτή να μην ξεχνάει τον αρχικό σκοπό δημιουργίας του μοντέλου που είναι η απλή και κατανοητή απεικόνιση ενός συστήματος και η σχετικά εύκολη επίλυσή του από την οποία η λύση που θα προκύψει μπορεί να μην είναι απόλυτα ακριβής, θα οδηγήσει ωστόσο σε χρήσιμα συμπεράσματα τόσο τον αναλυτή όσο και τον αποφασίζοντα.

Το βέλτιστο μοντέλο είναι αυτό το οποίο αναπαριστά το πραγματικό σύστημα όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστικά, παραμένοντας όμως κατανοητό και εύκολα επιλύσιμο. Η δημιουργία λοιπόν ενός μαθηματικού μοντέλου είναι μια επαναληπτική διαδικασία, καθώς το μοντέλο μπορεί να πάρει πολλές μορφές μέχρι φτάσει στη βέλτιστη. Ο αναλυτής μπορεί μάλιστα να χρειαστεί κάποια αριθμητικά αποτελέσματα από την επίλυση του προβλήματος ώστε να συμπεράνει αν το μοντέλο που έχει μπροστά του είναι ατελές ή ανακριβές.

Ο σκοπός της μοντελοποίησης συστημάτων είναι η κατανόηση του πραγματικού συστήματος, η πρόβλεψη της συμπεριφοράς του, η καταγραφή των δυνατοτήτων του, και τελικά η λήψη αποφάσεων σχετικά με το σχεδιασμό, την ανάπτυξη, την κατασκευή, την τροποποίηση ή τη λειτουργία του. Με τη μελέτη ενός μοντέλου του συστήματος αποφεύγεται ο πειραματισμός με το πραγματικό σύστημα κάτι που θα μπορούσε να έχει επικίνδυνες συνέπειες. [2]

2.2 Γραμμικός Προγραμματισμός

2.2.1 Εισαγωγή στο Γραμμικό Προγραμματισμό

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός και γενικότερα ο μαθηματικός προγραμματισμός μπορεί να θεωρηθεί ως μέρος μιας μεγάλης επαναστατικής εφαρμογής η οποία έδωσε στην ανθρωπότητα τη δυνατότητα να θέτει γενικούς στόχους και να ορίζει μια σειρά συγκεκριμένων αποφάσεων που πρέπει να ληφθούν ώστε να επιτευχθούν οι στόχοι αυτοί με τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Τα εργαλεία που το πετυχαίνουν αυτό είναι τα μοντέλα που εκφράζουν τα πραγματικά προβλήματα με μαθηματικούς όρους, οι αλγόριθμοι που επιλύουν τα μοντέλα αυτά, καθώς και το λογισμικό που εκτελεί του αλγορίθμους.

Γραμμικός Προγραμματισμός είναι μια μαθηματική τεχνική που χρησιμοποιείται για την βέλτιστη κατανομή συγκεκριμένων πόρων σε συγκεκριμένο αριθμό απαιτήσεων [3]. Ο Γραμμικός Προγραμματισμός αντιμετωπίζει το πρόβλημα της βελτιστοποίησης (μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση) μιας συνάρτησης μεταβλητών (αντικειμενική συνάρτηση) που υπόκειται σε περιορισμούς με τη χρήση γραμμικών εξισώσεων ή ανισώσεων. Η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να εκφράζει κέρδος, κόστος, ποσότητα παραγωγής ή οποιοδήποτε άλλο μέτρο αποτελεσματικότητας το οποίο πρέπει να ληφθεί κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Οι περιορισμοί επιβάλλονται από διάφορους παράγοντες όπως η ζήτηση, η διαδικασία παραγωγής, ο εξοπλισμός, η χωρητικότητα των αποθηκευτικών χώρων, η διαθεσιμότητα πρώτων υλών κτλ. Οι μεταβλητές έχουν την ιδιότητα της αναλογικότητας (π.χ. αν η παραγωγή

μια μονάδας προϊόντος απαιτεί 3 ώρες λειτουργίας των μηχανών, η παραγωγή 5 μονάδων του ίδιου προϊόντος απαιτεί 15 ώρες λειτουργίας) και της προσθετικότητας (π.χ. η ποσότητα πρώτης ύλης που απαιτείται για την παραγωγή ενός αριθμού προϊόντων ισούται με το άθροισμα της απαιτούμενης ποσότητας πρώτης ύλης για κάθε προϊόν).

Κάθε οργανισμός μεγάλος ή μικρός έχει στη διάθεσή του προσωπικό, μηχανές, χρήματα και πρώτες ύλες, η ποσότητα των οποίων είναι περιορισμένη. Αν ήταν απεριόριστη τότε η ύπαρξη εργαλείων διαχείρισης όπως ο Γραμμικός Προγραμματισμός δε θα χρειαζόταν καθόλου. Επειδή όμως η ποσότητα αυτή είναι περιορισμένη πρέπει να γίνεται η καλύτερη δυνατή κατανομή της ώστε να μεγιστοποιείται το κέρδος ή να ελαχιστοποιείται το κόστος ή να επιτυγχάνεται παραγωγή στο βέλτιστο επίπεδο. Αυτή η διαδικασία ωστόσο περιλαμβάνει έναν αριθμό προβλημάτων που αντιμετωπίζονται με ποσοτικές μεθόδους και ιδίως με το Γραμμικό Προγραμματισμό. [4]

2.2.2 Προϋποθέσεις για τη χρήση του Γραμμικού Προγραμματισμού

Γενικότερα ο Γραμμικός Προγραμματισμός μπορεί να χρησιμοποιηθεί για προβλήματα βελτιστοποίησης αν ικανοποιούνται οι ακόλουθες συνθήκες:

- Πρέπει να υπάρχει μια ορισμένη συνάρτηση (κέρδους, κόστους ή παραγωγής) η οποία πρέπει να βελτιστοποιηθεί (δηλαδή να μεγιστοποιηθεί ή να ελαχιστοποιηθεί) και η οποία εκφράζεται ως γραμμική συνάρτηση των μεταβλητών απόφασης.
- Πρέπει να υπάρχουν περιορισμοί στην επίτευξη αντικειμενικών στόχων και οι περιορισμοί αυτοί να μπορούν να εκφραστούν ως γραμμικές εξισώσεις ή ανισώσεις σε όρους μεταβλητών.
- Πρέπει να υπάρχουν εναλλακτικές πορείες δράσης. Για παράδειγμα ένα προϊόν να μπορεί να παράγεται από δύο διαφορετικές μηχανές και το πρόβλημα να είναι πώς θα κατανεμηθεί η παραγωγή στις δύο μηχανές.
- Άλλη απαραίτητη προϋπόθεση είναι ότι οι μεταβλητές απόφασης πρέπει να είναι αλληλένδετες και μη αρνητικές. Η μη αρνητικότητα δείχνει ότι ο Γραμμικός Προγραμματισμός αντιμετωπίζει πραγματικές καταστάσεις στις οποίες η εμφάνιση αρνητικών ποσοτήτων είναι μη λογική.
- Όπως προαναφέρθηκε, οι πηγές πρέπει να είναι περιορισμένες. Για παράδειγμα αν μια εταιρεία αυξήσει την παραγωγή ενός προϊόντος θα πρέπει να μειώσει την παραγωγή των άλλων προϊόντων καθώς η συνολική παραγωγή είναι περιορισμένη. [4]

2.2.3 Ιδιότητες του Γραμμικού Μοντέλου

Ένα γραμμικό μοντέλο είναι βασισμένο στις ακόλουθες υποθέσεις:

- Αναλογικότητα:** Μια βασική υπόθεση του γραμμικού προγραμματισμού είναι η αναλογικότητα στην αντικειμενική συνάρτηση και στους περιορισμούς. Η υπόθεση αυτή συνεπάγεται ότι αν ένα προϊόν αποδίδει κέρδος 10, τότε η πώληση 12 μονάδων προϊόντος αποδίδει 120. Αυτή μπορεί να μην ισχύει πάντα λόγω ποσοτικών εκπτώσεων. Επιπλέον ακόμα κι αν η τιμή πώλησης είναι σταθερή, το κόστος κατασκευής μπορεί να μεταβάλλεται ανάλογα με τον αριθμό των παραγόμενων προϊόντων κι έτσι να μεταβάλλεται το κέρδος ανά μονάδα προϊόντος. Αν για παράδειγμα υποτεθεί ότι απαιτούνται 5 ώρες για την παραγωγή ενός προϊόντος, τότε για την παραγωγή 10 μονάδων του προϊόντος απαιτούνται 50 ώρες. Αυτό επίσης μπορεί να μην είναι απόλυτα ακριβές καθώς ο χρόνος παραγωγής ανά μονάδα προϊόντος συχνά μειώνεται με την αύξηση του αριθμού των παραγόμενων προϊόντων. Αυτό σημαίνει ότι σε πραγματικές συνθήκες μπορεί να μην ισχύει η αυστηρή γραμμικότητα. Ωστόσο η υποτιθέμενη γραμμικότητα αντιπροσωπεύει αρκετά καλές προσεγγίσεις και δίνει χρήσιμες απαντήσεις.
- Προσθετικότητα:** Αυτό σημαίνει ότι αν απαιτούνται t_1 ώρες λειτουργίας της μηχανής A για το προϊόν 1 και t_2 ώρες λειτουργίας της μηχανής A για το προϊόν 2, τότε ο συνολικός χρόνος λειτουργίας της μηχανής A για την παραγωγή των προϊόντων 1 και 2 θα είναι t_1+t_2 . Αυτό ωστόσο ισχύει μόνο όταν ο χρόνος αλλαγής απ' το προϊόν 1 στο προϊόν 2 είναι μηδενικός. Κάποιες διαδικασίες δε λειτουργούν με τέτοιο τρόπο. Για παράδειγμα όταν διάφορες χημικές ενώσεις αναμειγνύονται, ο όγκος του αποτελέσματος μπορεί να μην είναι ίσος με το άθροισμα των αρχικών όγκων.
- Συνέχεια:** Μια άλλη βασική υπόθεση του γραμμικού προγραμματισμού είναι ότι οι μεταβλητές απόφασης είναι συνεχείς, δηλαδή μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε μη αρνητική τιμή ικανοποιεί τους περιορισμούς. Υπάρχουν ωστόσο προβλήματα στα οποία οι μεταβλητές μπορούν να παίρνουν ακέραιες τιμές μόνο. Αν και τέτοια προβλήματα δεν είναι ακριβώς προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού, συχνά λύνονται με τεχνικές Γραμμικού Προγραμματισμού και τότε οι τιμές στρογγυλοποιούνται στους κοντινότερους ακέραιους που ικανοποιούν τους περιορισμούς. Αυτή η προσέγγιση ωστόσο ισχύει μόνο αν οι μεταβλητές έχουν μεγάλες βέλτιστες τιμές. Επιπλέον πρέπει να διαπιστώνεται αν η λύση των στρογγυλοποιημένων τιμών είναι ρεαλιστική και εφικτή και κατά πόσον είναι η βέλτιστη ακέραια λύση.
- Βεβαιότητα:** Άλλη βασική υπόθεση του Γραμμικού Προγραμματισμού είναι ότι οι διάφορες παράμετροι, ονομαστικά, οι συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης, οι συντελεστές των περιορισμών και οι τιμές των πηγών στους περιορισμούς είναι γνωστές επακριβώς και οι τιμές τους δε μεταβάλλονται με το χρόνο. Επιπλέον το κέρδος ή το κόστος ανά μονάδα, η εργασία και οι πρώτες ύλες που απαιτούνται ανά μονάδα προϊόντος, η διαθεσιμότητα εργασίας και πρώτων υλών, η ζήτηση του προϊόντος κτλ. υποτίθεται ότι είναι

γνωστά με ακρίβεια. Έτσι ο Γραμμικός Προγραμματισμός υποτίθεται ότι είναι προσδιοριστικός.

- *Πεπερασμένος αριθμός επιλογών*: Στον Γραμμικό Προγραμματισμό θεωρείται ότι υπάρχει πεπερασμένος αριθμός επιλογών και ότι οι μεταβλητές απόφασης είναι αλληλένδετες και μη αρνητικές. Η μη αρνητικότητα δείχνει ότι ο Γραμμικός Προγραμματισμός αντιμετωπίζει πραγματικά προβλήματα στα οποία είναι αδύνατο να υπάρξουν αρνητικές ποσότητες.

Μαθηματικά οι μη αρνητικές συνθήκες δε διαφέρουν απ' τους άλλους περιορισμούς. Ωστόσο, εφ' όσων κατά τη λύση των προβλημάτων αντιμετωπίζονται διαφορετικά απ' τους άλλους περιορισμούς, αναφέρονται ως «περιορισμοί μη αρνητικότητας» και ο όρος «περιορισμοί» χρησιμοποιείται για να εκφράσει τους υπόλοιπους περιορισμούς. [4]

2.2.4 Εφαρμογές του Γραμμικού Προγραμματισμού

Στον πραγματικό κόσμο τα περισσότερα γεγονότα είναι μη γραμμικά, υπάρχουν ωστόσο πολλά παραδείγματα γραμμικών γεγονότων που εμφανίζονται στην καθημερινή ζωή. Η κατανόηση λοιπόν του Γραμμικού Προγραμματισμού και της εφαρμογής του στη λύση προβλημάτων είναι αναγκαία για τους σημερινούς μάνατζερ.

Οι τεχνικές του Γραμμικού Προγραμματισμού χρησιμοποιούνται ευρέως για τη λύση προβλημάτων στο χώρο των επιχειρήσεων, της βιομηχανίας, του στρατού, της οικονομίας, του μάρκετινγκ, της διανομής και της διαφήμισης. Τρεις κύριες αιτίες της ευρείας χρήσης του είναι οι εξής:

- Ένας μεγάλος αριθμός προβλημάτων μπορεί να εκφραστεί ή να προσεγγιστεί με τη μέθοδο του Γραμμικού Προγραμματισμού.
- Τα προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού λύνονται με αποτελεσματικές τεχνικές
- Μέσω του Γραμμικού Προγραμματισμού μπορεί εύκολα να αντιμετωπιστεί η μεταβολή των δεδομένων.

Ωστόσο οι διαδικασίες της λύσης είναι συνήθως επαναληπτικές και ακόμα και τα προβλήματα μεσαίου μεγέθους απαιτούν χειρισμό μεγάλης ποσότητας δεδομένων. Με την ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών το μειονέκτημα αυτό έχει αντιμετωπιστεί πλήρως καθώς οι υπολογιστές μπορούν να επιλύσουν ακόμα και μεγάλα προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού σε μικρό χρονικό διάστημα και με μικρό κόστος. [4]

2.2.5 Τομείς εφαρμογής του Γραμμικού Προγραμματισμού

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός είναι η πιο διαδεδομένη τεχνική Επιχειρησιακής Έρευνας στις επιχειρήσεις, τη βιομηχανία και πολλούς άλλους τομείς. Μερικά πεδία εφαρμογής του είναι τα εξής:

- Βιομηχανικές εφαρμογές
 - ◇ *Προβλήματα παραγωγής διαφορετικών προϊόντων:* Μια βιομηχανική μονάδα έχει τη δυνατότητα να παράγει συγκεκριμένη ποσότητα διάφορων προϊόντων λόγω περιορισμών (π.χ. ανθρώπινο δυναμικό, χρήματα, πρώτες ύλες, αγορά κτλ.). Διαφορετικά προϊόντα έχουν διαφορετικές τιμές πώλησης, απαιτούν διαφορετικές ποσότητες παραγωγικών πόρων και άρα αποδίδουν διαφορετικό κέρδος ανά μονάδα. Το πρόβλημα είναι να προσδιοριστεί η ποσότητα παραγωγής κάθε προϊόντος ώστε συνολικά να μεγιστοποιείται το κέρδος.
 - ◇ *Προβλήματα συγχώνευσης:* Αυτά τα προβλήματα είναι πιθανό να εμφανιστούν όταν ένα προϊόν μπορεί να κατασκευαστεί από διάφορες διαθέσιμες πρώτες ύλες, διαφόρων συνθέσεων και τιμών. Η κατασκευαστική διαδικασία περιλαμβάνει συνδυασμό μερικών από αυτές τις πρώτες ύλες σε διάφορες ποσότητες για την παραγωγή ενός προϊόντος των επιθυμητών προδιαγραφών. Για παράδειγμα διάφορα είδη κηροζίνης απαιτούνται για αεροπορικούς σκοπούς. Τιμές και λεπτομέρειες των συστατικών που χρησιμοποιούνται, είναι γνωστές και το πρόβλημα είναι να αποφασιστούν οι αναλογίες τους στην παραγωγή των διαφόρων ειδών κηροζίνης ώστε να εξαχεται το μέγιστο δυνατό αποτέλεσμα και να ικανοποιούνται οι περιορισμοί της αποθήκευσης. Πολλές παρόμοιες καταστάσεις όπως παραγωγή διαφορετικών ειδών ουίσκι, χημικών, λιπασμάτων, κραμάτων κτλ. έχουν αντιμετωπιστεί με την τεχνική του Γραμμικού Προγραμματισμού.
 - ◇ *Προβλήματα προγραμματισμού της παραγωγής:* Περιλαμβάνουν τον προσδιορισμό του βέλτιστου προγράμματος παραγωγής που να ικανοποιεί την διακυμενόμενη ζήτηση. Ο σκοπός είναι η ικανοποίηση της ζήτησης, η διατήρηση της καταγραφής εμπορευμάτων και της απασχόλησης σε χαμηλά επίπεδα, παράλληλα με την ελαχιστοποίηση του κόστους παραγωγής.
 - ◇ *Προβλήματα απωλειών από επεξεργασία:* Εμφανίζονται σε εταιρείες χαρτιού, μετάλλων, γυαλιού κτλ. όπου αντικείμενα συγκεκριμένου μεγέθους κόβονται σε μικρότερα σύμφωνα με τις προτιμήσεις των πελατών. Σκοπός σε αυτές τις περιπτώσεις είναι η ελαχιστοποίηση των αποβλήτων.
 - ◇ *Εξισορρόπηση της σειράς-συνδεσμολογίας:* Αναφέρεται στην κατηγορία προβλημάτων, στα οποία το τελικό προϊόν αποτελείται από έναν αριθμό μερών συνδεδεμένων μεταξύ τους. Τα μέρη αυτά συνδέονται μεταξύ τους με συγκεκριμένη σειρά. Ο χειριστής αυτής της διαδικασίας καλείται να περιορίσει τη χρονική διάρκεια της διαδικασίας αυτής σε χαμηλά επίπεδα.
 - ◇ *Προβλήματα παραγωγής ή αγοράς:* Εμφανίζονται σε μια εταιρεία που καλείται να αντιμετωπίσει περιορισμούς στην παραγόμενη ποσότητα και απότομη έξαρση της ζήτησης των προϊόντων της. Ο κατασκευαστής που δεν είναι σίγουρος για την εξέλιξη της ζήτησης, συνήθως είναι απρόθυμος

στο να αυξήσει τις δυνατότητες παραγωγής της εταιρείας και πρέπει να πάρει μια απόφαση υπολογίζοντας τα προϊόντα που μπορεί να παράξει και αυτά που θα πάρει με υπερβολαβία ώστε να ελαχιστοποιηθεί το κόστος.

- Εφαρμογές στη διαχείριση
 - ◇ *Προβλήματα επιλογής Μέσων Μαζικής Ενημέρωσης (ΜΜΕ):* Περιλαμβάνουν την επιλογή του συνδυασμού διαφημίσεων σε διάφορα ΜΜΕ όπως τηλεόραση, ραδιόφωνο, περιοδικά, εφημερίδες που θα μεγιστοποιήσει την έκθεση του προϊόντος της εταιρείας στο κοινό. Οι περιορισμοί μπορεί να είναι στα συνολικά έξοδα για τις διαφημίσεις, να αφορούν τη μέγιστη δαπάνη για κάθε μέσο, το μέγιστο αριθμό διαφημίσεων σε κάθε μέσο κτλ.
 - ◇ *Προβλήματα επιλογής χαρτοφυλακίου:* Συχνά αντιμετωπίζονται από τράπεζες, οικονομικές εταιρείες, υπηρεσίες επενδύσεων κτλ. Ένα ποσό πρέπει να κατανεμηθεί σε διάφορες επενδύσεις όπως ομόλογα, καταθέσεις, μετοχές, αμοιβαία κεφάλαια, ακίνητα κτλ. για τη μεγιστοποίηση του αναμενόμενου αποτελέσματος και την ελαχιστοποίηση του αναμενόμενου ρίσκου.
 - ◇ *Προβλήματα σχεδιασμού κέρδους:* Περιλαμβάνουν το σχεδιασμό των κερδών σε οικονομική ετήσια βάση για την μεγιστοποίηση των περιθωρίων κέρδους των επενδύσεων σε εγκαταστάσεις, εξοπλισμό, εμπορεύματα κτλ..
 - ◇ *Προβλήματα μεταφορών:* Περιλαμβάνουν τη μεταφορά προϊόντων από, έστω, η πηγές που βρίσκονται σε διάφορες τοποθεσίες σε, έστω, η διαφορετικούς προορισμούς. Η προσφορά στις πηγές, η ζήτηση στους προορισμούς, οι δαπάνες για τη μεταφορά των φορτίων, τα κόστη αποθήκευσης κτλ. είναι γνωστά και στόχος του προβλήματος είναι ο σχεδιασμός του βέλτιστου μεταφορικού πλάνου που ελαχιστοποιεί το συνολικό μεταφορικό κόστος (ή απόσταση ή διάρκεια).
 - ◇ *Προβλήματα ανάθεσης έργου:* Έχουν να κάνουν με την κατανομή εγκαταστάσεων και ανθρωπίνου δυναμικού στις διάφορες εργασίες. Οι απαιτούμενες εργατοώρες για κάθε εγκατάσταση και κάθε εργασία και το πρόβλημα είναι να βρεθεί η βέλτιστη κατανομή για την ελαχιστοποίηση της διάρκειας των εργασιών.
 - ◇ *Προβλήματα ανθρωπίνου δυναμικού:* Αντιμετωπίζονται από μεγάλα νοσοκομεία, εστιατόρια και εταιρείες που λειτουργούν με βάρδιες. Το πρόβλημα είναι να κατανεμηθεί το ανθρώπινο δυναμικό με τέτοιο τρόπο σε κάθε βάρδια ώστε να ελαχιστοποιηθούν τα έξοδα από τις υπερωρίες.
- Διάφορες εφαρμογές
 - ◇ *Προβλήματα διατροφής:* Διαμορφώνουν μια άλλη σημαντική κατηγορία στην οποία εφαρμόζεται ο Γραμμικός Προγραμματισμός. Θρεπτικά συστατικά όπως βιταμίνες, πρωτεΐνες, υδατάνθρακες, άμυλο κτλ. είναι γνωστά σε έναν αριθμό τροφών. Επίσης η ελάχιστη ημερήσια απαίτηση

κάθε στοιχείου σε μια δίαιτα όπως επίσης και το κόστος κάθε τροφής είναι γνωστά και το πρόβλημα είναι ο προσδιορισμός του ελάχιστου κόστους δίαιτας που ικανοποιεί τις ελάχιστες ημερήσιες απαιτήσεις σε θρεπτικά συστατικά.

- ◇ *Αγροτικά προβλήματα:* Αυτά τα προβλήματα αφορούν την κατανομή των απαιτούμενων πόρων όπως εκτάσεις γης, νερό, εργασία, λιπάσματα κτλ για τη μεγιστοποίηση των εσόδων.
- ◇ *Προβλήματα οργάνωσης πτήσεων:* Τα προβλήματα αυτά έχουν σκοπό τον προσδιορισμό της πιο οικονομικής οργάνωσης του συγχρονισμού των πτήσεων για την πιο αποτελεσματική χρήση των αεροπλάνων και των πληρωμάτων.
- ◇ *Προστασία του περιβάλλοντος:* Περιλαμβάνουν την ανάλυση διάφορων εναλλακτικών για την αποτελεσματική εξοικονόμηση νερού, ανακύκλωση χαρτιού, ενεργειακή πολιτική κτλ.
- ◇ *Τοποθεσία εγκαταστάσεων:* Τα προβλήματα αυτά φροντίζουν για τον προσδιορισμό της καλύτερης τοποθεσίας δημοσίων πάρκων, βιβλιοθηκών, κέντρων αναψυχής, σταθμών ασθενοφόρων, πυρηνικών εγκαταστάσεων κτλ. Τα διυλιστήρια πετρελαίου έχουν χρησιμοποιήσει τον Γραμμικό Προγραμματισμό με σημαντική επιτυχία. Παρόμοιες τάσεις εμφανίζονται στις βιομηχανίες χημικών, σιδήρου, χάλυβα, αλουμινίου, μεταποίησης τροφίμων, επεξεργασίας ξύλου κτλ. Άλλοι τομείς στους οποίους έχει εφαρμοστεί ο Γραμμικός Προγραμματισμός αφορούν τον έλεγχο ποιότητας, την αναζήτηση υποβρυχίων, το σχεδιασμό όπλων, τον οικοδομικό σχεδιασμό κ.α..
- ◇ Γενικά ο Γραμμικός Προγραμματισμός μπορεί να χρησιμοποιηθεί για κάθε κατάσταση στην οποία μια γραμμική αντικειμενική συνάρτηση πρέπει να βελτιστοποιηθεί σύμφωνα με περιορισμούς εκφρασμένους με γραμμικές εξισώσεις/ανισώσεις. [4]

2.2.6 Μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων Γραμμικού Προγραμματισμού

Μέθοδος-Simplex

Η μέθοδος-simplex είναι μια απ' τις πιο επιτυχημένες εφαρμογές του Γραμμικού Προγραμματισμού για τον προσδιορισμό του βέλτιστου συνδυασμού περιορισμένων πόρων για την επίτευξη του επιθυμητού αποτελέσματος. Πρόκειται για μια αλγεβρική διαδικασία η οποία με μια σειρά επαναλαμβανόμενων πράξεων, φτάνει σταδιακά στη βέλτιστη λύση. Θεωρητικά η μέθοδος αυτή είναι αρκετά αποτελεσματική και είναι ικανή να λύσει με τη βοήθεια υπολογιστή μεγάλα

προβλήματα με εκατοντάδες ή και χιλιάδες μεταβλητές. Στην μέθοδο simplex το πρόβλημα που δίνεται συνήθως εξετάζεται πρώτα και μετατρέπεται σε κανονικής μορφής. Συγκεκριμένα οι ανισότητες σε κάθε περιορισμό γίνονται ισότητες. Το δεύτερο μέλος κάθε περιορισμού πρέπει να είναι μη αρνητικό. Αν είναι αρνητικό τότε και τα δυο μέλη πολλαπλασιάζονται με -1 . [5]

Γραφική μέθοδος

Η γραφική μέθοδος ουσιαστικά περιλαμβάνει τη σημείωση των περιορισμών σε γράφημα και τον προσδιορισμό της «εφικτής περιοχής». Η εφικτή περιοχή περιλαμβάνει όλες τις πιθανές λύσεις στο πρόβλημα δηλαδή αυτές που ικανοποιούν τους περιορισμούς. Ωστόσο αποδεικνύεται ότι η βέλτιστη τιμή, αν υπάρχει, βρίσκεται στα γωνιακά σημεία αυτής της περιοχής. Έτσι, είναι δυνατό, να υπολογιστούν οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης στα γωνιακά σημεία και να επιλεγεί το σημείο που δίνει τη βέλτιστη λύση. Σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης το γωνιακό σημείο που μεγιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση, δίνει τη βέλτιστη λύση. Ομοίως σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης η βέλτιστη λύση δίνεται από το γωνιακό σημείο που ελαχιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση. Πρέπει να σημειωθεί ότι η γραφική μέθοδος είναι καταλληλότερη για προβλήματα δύο μεταβλητών καθώς είναι δύσκολο να σχεδιαστεί γράφημα για περισσότερες από δύο μεταβλητές. [6]

2.2.7 Μορφές γραμμικού προγραμματισμού

Ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός

Στα περισσότερα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού οι μεταβλητές μπορούν να παίρνουν οποιαδήποτε τιμή. Ωστόσο σε αρκετά προβλήματα απόφασης η χρήση δεκαδικών αριθμών και κλασμάτων είναι μη ρεαλιστική. Για παράδειγμα στο πρόβλημα ενός κατασκευαστή επίπλων μία λύση που δίνει 4,5 καρέκλες ή 6,25 τραπέζια δεν έχει νόημα. Το ίδιο ισχύει και σε προβλήματα διαχείρισης εργατικού δυναμικού και άλλα. Τέτοια προβλήματα απαιτούν ακέραιες τιμές για τις μεταβλητές απόφασης. Φυσικά ένας τρόπος να βρεθεί η λύση ενός τέτοιου προβλήματος είναι η στρογγυλοποίηση της βέλτιστης τιμής. Αυτό μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα μία σχεδόν βέλτιστη λύση ή μπορεί να καταστήσει αναγκαία τη μεταβολή των διαθέσιμων πόρων. Επιπλέον η στρογγυλοποίηση όλων των τιμών των μεταβλητών απόφασης με την προϋπόθεση αυτές να ικανοποιούν τους περιορισμούς του προβλήματος δεν είναι εύκολη υπόθεση. Η μέθοδος που έχει αναπτυχθεί με σκοπό την επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων ονομάζεται Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός. [6]

Μεικτός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός και Δυαδικός Γραμμικός Προγραμματισμός

Όταν όλες οι μεταβλητές απόφασης μπορούν να παίρνουν μόνο ακέραιες τιμές τότε το πρόβλημα ονομάζεται Πρόβλημα Γραμμικού Ακεραίου Προγραμματισμού ενώ αν κάποιες από τις μεταβλητές μπορούν να πάρουν και μη ακέραιες τιμές τότε το πρόβλημα ονομάζεται Πρόβλημα Μεικτού Ακεραίου Γραμμικού Προγραμματισμού. Όταν, τέλος, όλες οι μεταβλητές μπορούν να πάρουν μόνο τις τιμές 0 και 1 τότε το πρόβλημα ονομάζεται Πρόβλημα Δυαδικού Γραμμικού Προγραμματισμού. [6].

Τετραγωνικός Προγραμματισμός

Διάφορα προβλήματα βελτιστοποίησης μπορούν να αντιμετωπιστούν ως προβλήματα Τετραγωνικού Προγραμματισμού. Ένα τετραγωνικό πρόβλημα έχει ως στόχο την μεγιστοποίηση (ή ελαχιστοποίηση) μιας τετραγωνικής αντικειμενικής συνάρτησης που εξαρτάται από ένα σύνολο μεταβλητών, οι οποίες υπόκεινται σε γραμμικούς περιορισμούς. Στη γενική του μορφή το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\min c^T + x^T D x \text{ (ή max)}$$

$$Ax \leq b \text{ (ή " } \geq \text{ ")}$$

$$l \leq x \leq u,$$

όπου A είναι ένας πίνακας $m \times n$, D ένας πίνακας $n \times n$, b ένα m -διάνυσμα, c ένα n -διάνυσμα και l, u n -διανύσματα στα οποία είναι δυνατόν να εμφανιστούν οι τιμές $-\infty$ και $+\infty$. Ο πίνακας A ονομάζεται πίνακας περιορισμών. Το n -διάνυσμα x είναι η λύση του προβλήματος και αποτελείται από τις μεταβλητές για τις οποίες πρέπει να βρεθούν οι βέλτιστες τιμές.

Η λύση έχει τη μορφή $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)^T$ και ικανοποιεί όλα τα όρια και τους περιορισμούς. Υπάρχει περίπτωση το πρόβλημα να μην έχει αποδεκτή λύση.

Ένα πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού μπορεί επίσης να έχει μία από τις ακόλουθες μορφές:

$$\min c^T + x^T D x \text{ (ή max)}$$

$$Ax \leq b \text{ (ή " } \geq \text{ ")}$$

$$x \geq 0,$$

ή

$$\min c^T + x^T D x \text{ (ή max)}$$

$$Ax \leq b \text{ (ή " } \geq \text{ ")}$$

Υπό φυσιολογικές συνθήκες και οι τρεις μορφές μπορούν να θεωρηθούν ισοδύναμες ενώ υπάρχει η δυνατότητα μετατροπής του προβλήματος από τη μια μορφή στην άλλη (πιθανόν με κάποια μεταβολή στον αριθμό των μεταβλητών και των περιορισμών). Είναι εμφανές ότι η τελευταία μορφή είναι σημαντικά ευκολότερη

στην επίλυσή της. Επίσης αξίζει να σημειωθεί ότι από ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης μπορεί εύκολα να πραγματοποιηθεί η μετάβαση στο αντίστοιχο πρόβλημα μεγιστοποίησης πολλαπλασιάζοντας την αντικειμενική συνάρτηση με -1. [7]

Κωνικός Προγραμματισμός δεύτερης τάξης

Ο Κωνικός Προγραμματισμός δεύτερης τάξης εμφανίζει αρκετές ομοιότητες με τον Τετραγωνικό Προγραμματισμό. Η γενική μορφή ενός προβλήματος Κωνικού Προγραμματισμού δεύτερης τάξης είναι η εξής:

$$\begin{aligned} \min f^T x \\ \|A_i x + b_i\|_2 \leq c_i^T x + d_i, i = 1, \dots, m \\ Fx = g, \end{aligned}$$

όπου $x \in R^n, A_i \in R^{n_i \times n}, F \in R^{p \times n}$. Ο περιορισμός μπορεί να έχει και τη μορφή

$$\|Ax + b\|_2 \leq c^T x + d,$$

όπου $A \in R^{k \times n}$. Όταν $c_i = 0, i = 1, \dots, m$ τότε το πρόβλημα είναι ισοδύναμο με ένα πρόβλημα Τετραγωνικού Προγραμματισμού. Ομοίως αν $A_i = 0, i = 1, \dots, m$ τότε έχουμε να κάνουμε με ένα γενικό πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού. [8]

2.3 Δυναμικός Προγραμματισμός

2.3.1 Εισαγωγή στο Δυναμικό Προγραμματισμό

Αντιμετωπίζοντας τα προβλήματα κατανομής, μεταφοράς, οργάνωσης και σχεδιασμού, οι τιμές των μεταβλητών απόφασης θεωρούνταν σταθερές. Τα προβλήματα αυτά λοιπόν ήταν στατικής φύσης και λύνονταν ως συγκεκριμένες καταστάσεις εμφανιζόμενες σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Ωστόσο εμφανίζεται ένας αριθμός προβλημάτων στα οποία οι τιμές των μεταβλητών μεταβάλλονται με το χρόνο. Τα προβλήματα αυτά θεωρούνται ότι είναι δυναμικής φύσης. Η τεχνική που αντιμετωπίζει τέτοια προβλήματα ονομάζεται Δυναμικός Προγραμματισμός.

Σε προβλήματα βελτιστοποίησης που περιλαμβάνουν μεγάλο αριθμό μεταβλητών ή ανισωτικών περιορισμών, μπορεί να μην είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν οι λογιστικές μέθοδοι για την εξεύρεση λύσης. Τα κλασσικά μαθηματικά αντιμετωπίζουν τα προβλήματα με τέτοιο τρόπο ώστε να βρίσκονται οι βέλτιστες τιμές για όλες τις μεταβλητές απόφασης συγχρόνως κάτι το οποίο σε μεγάλα προβλήματα αυξάνει τους υπολογισμούς κάνοντάς τους μη οικονομικούς ή δύσκολους για τους διαθέσιμους υπολογιστές. Η προφανής λύση είναι να διαχωριστεί το μεγάλο πρόβλημα σε μικρά υπο-προβλήματα και αυτό ακριβώς κάνει ο Δυναμικός Προγραμματισμός.

Ο Δυναμικός Προγραμματισμός είναι η μαθηματική τεχνική που χρησιμοποιείται για τη βελτιστοποίηση πολυσταδιακών προβλημάτων απόφασης. Η τεχνική αυτή αρχικά αναφερόταν ως Στοχαστικός Γραμμικός Προγραμματισμός. Σήμερα ο

Δυναμικός Προγραμματισμός έχει αναπτυχθεί ως μαθηματική τεχνική για τη λύση μεγάλου αριθμού προβλημάτων απόφασης και αποτελεί ένα σημαντικό εργαλείο για κάθε αναλυτή που ασχολείται με την Επιχειρησιακή Έρευνα.

Αν και αρχικά ο όρος Δυναμικός Προγραμματισμός επινοήθηκε για να τονιστεί ότι σε αρκετά προβλήματα ο χρόνος παίζει σημαντικό ρόλο, σε πολλά προβλήματα Δυναμικού Προγραμματισμού ο χρόνος δεν είναι σχετική μεταβλητή. Για παράδειγμα η απόφαση για την κατανομή μια συγκεκριμένης ποσότητας πόρων σε έναν αριθμό εναλλακτικών χρήσεων αποτελεί μία απόφαση σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή, ωστόσο το πρόβλημα αυτό μπορεί να αντιμετωπιστεί ως πρόβλημα Δυναμικού Προγραμματισμού. Άλλο παράδειγμα, υποθέτοντας ότι μια εταιρεία έχει αποφασίσει το κεφάλαιο K να δαπανηθεί σε διαφήμιση των προϊόντων της σε τρία διαφορετικά μέσα (εφημερίδες, ραδιόφωνο, τηλεόραση): Σε κάθε μέσο η διαφήμιση μπορεί να εμφανιστεί κάποιες φορές κάθε βδομάδα. Κάθε εμφάνιση έχει συγκεκριμένο κόστος και έσοδα. Το πρόβλημα είναι πόσες φορές τη βδομάδα πρέπει να διαφημίζεται το προϊόν σε κάθε μέσο ώστε να μεγιστοποιηθούν τα έσοδα και το συνολικό κόστος να είναι σε επιτρεπτά πλαίσια. Σε αυτή την περίπτωση ο χρόνος δεν είναι μεταβλητή, αλλά το πρόβλημα μπορεί να χωριστεί σε στάδια και να λυθεί με Δυναμικό Προγραμματισμό. [4]

2.3.2 Διακριτικά χαρακτηριστικά Δυναμικού Προγραμματισμού

Τα σημαντικά χαρακτηριστικά του Δυναμικού Προγραμματισμού που τον ξεχωρίζουν από άλλες τεχνικές λήψης αποφάσεων μπορούν να συνοψιστούν ως εξής:

- Περιλαμβάνει μια πολυσταδιακή διαδικασία λήψης αποφάσεων. Τα στάδια μπορεί να είναι ορισμένα χρονικά διαστήματα ή ορισμένα τμήματα του προβλήματος για τα οποία μπορούν να ληφθούν ανεξάρτητες αποφάσεις.
- Στο Δυναμικό Προγραμματισμό, «κατάσταση» είναι η περιγραφή του συστήματος (προβλήματος) που πληροφορεί σχετικά με τις απαραίτητες παραμέτρους του συστήματος που απαιτούνται για τη λήψη αποφάσεων. Δεν χρειάζεται να είναι γνωστές οι προηγούμενες αποφάσεις ούτε πώς οι καταστάσεις προκύπτουν. Αυτό δίνει τη δυνατότητα να μελετάται μία απόφαση κάθε φορά.
- Στο Δυναμικό Προγραμματισμό οι αποφάσεις που λαμβάνονται εξαρτώνται από ένα μικρό αριθμό μεταβλητών. Δηλαδή σε κάθε στάδιο μερικές μόνο μεταβλητές ορίζουν το πρόβλημα. Για παράδειγμα στο πρόβλημα ομαλοποίησης της παραγωγής, ό,τι χρειάζεται να γνωρίζεται σε οποιοδήποτε στάδιο είναι η μέγιστη δυνατότητα παραγωγής, το κόστος παραγωγής κανονικά και με υπερωρίες, το κόστος αποθήκευσης και ο χρόνος που απομένει για την τελική απόφαση.
- Η απόφαση σε ένα στάδιο δε μεταβάλλει τον αριθμό μεταβλητών από τις οποίες εξαρτάται το αποτέλεσμα, αλλά μόνο τις αριθμητικές τιμές τους. Για το πρόβλημα ομαλοποίησης της παραγωγής, ο αριθμός μεταβλητών που περιγράφουν το πρόβλημα, (μέγιστη δυνατή παραγωγή, κόστος παραγωγής,

κόστος αποθήκευσης και χρόνος μέχρι την τελική απόφαση) παραμένει ο ίδιος σε όλα τα στάδια. Καμία μεταβλητή δεν προστίθεται ούτε αφαιρείται. Η απόφαση σε κάθε στάδιο θα βασίζεται στη μεταβολή της μέγιστης δυνατής παραγωγής, του κόστους παραγωγής, του κόστους αποθήκευσης και του χρόνου μέχρι την επόμενη απόφαση.

- Αρχή της βελτιστοποίησης: Ο Δυναμικός Προγραμματισμός είναι βασισμένος στην αρχή της βελτιστοποίησης σύμφωνα με την οποία: «η βέλτιστη πολιτική (σειρά αποφάσεων) έχει την ιδιότητα, ότι οποιαδήποτε κι αν είναι η αρχική κατάσταση και η αρχική απόφαση, οι υπόλοιπες αποφάσεις πρέπει να αποτελέσουν μια βέλτιστη πολιτική στην κατάσταση που προέκυψε από την πρώτη απόφαση». Η αρχή αυτή σημαίνει ότι μια λανθασμένη απόφαση σε κάποιο στάδιο δεν εμποδίζει τη λήψη βέλτιστων αποφάσεων. Για παράδειγμα σε ένα πρόβλημα οργάνωσης της παραγωγής, λανθασμένες αποφάσεις στους πρώτους μήνες δεν εμποδίζουν τη λήψη σωστών αποφάσεων τους επόμενους μήνες.
- Η αρχή της βελτιστοποίησης του Bellman διαμορφώνει τη βάση της τεχνικής του Δυναμικού Προγραμματισμού. Με αυτή την αρχή, αναπτύσσονται αναδρομικές εξισώσεις για τη λήψη της βέλτιστης απόφασης σε κάθε στάδιο. Μια αναδρομική εξίσωση εκφράζει μεταγενέστερες καταστάσεις και βασίζεται στο γεγονός ότι η πολιτική είναι βέλτιστη αν η απόφαση σε κάθε στάδιο συμβάλει στη συνολική βελτιστοποίηση όλων των σταδίων.
- Ο Δυναμικός Προγραμματισμός παρέχει μια συστηματική διαδικασία όπου ξεκινώντας κανείς απ' το τελευταίο στάδιο και προχωρώντας προς τα πίσω λαμβάνει τη βέλτιστη απόφαση για κάθε στάδιο του προβλήματος. Οι πληροφορίες για το τελικό στάδιο προέρχονται από τα προηγούμενα στάδια. Τα προβλήματα Δυναμικού Προγραμματισμού μπορούν να λυθούν και ξεκινώντας απ' το πρώτο στάδιο και καταλήγοντας στο τελευταίο. [4]

2.3.3 Προσέγγιση του Δυναμικού Προγραμματισμού

Στο σημείο αυτό αξίζει να μελετηθούν λίγο αναλυτικότερα οι βασικές έννοιες του Δυναμικού Προγραμματισμού.

- Η πρώτη έννοια είναι το *στάδιο*. Όπως έχει αναφερθεί κάθε πρόβλημα χωρίζεται σε υποπροβλήματα και κάθε υποπρόβλημα αναφέρεται ως στάδιο. Ένα στάδιο σημαίνει ένα τμήμα του προβλήματος για το οποίο μπορεί να ληφθεί ξεχωριστή απόφαση. Σε κάθε στάδιο υπάρχουν ένας αριθμός εναλλακτικών και η διαδικασία λήψης αποφάσεων περιλαμβάνει την επιλογή μιας εφικτής εναλλακτικής που μπορεί να αναφέρεται ως σταδιακή απόφαση. Η απόφαση αυτή μπορεί να μην είναι βέλτιστη αλλά συμβάλλει στο να ληφθεί μία βέλτιστη απόφαση για το υπόλοιπο πρόβλημα.
- Η άλλη σημαντική έννοια είναι η *κατάσταση*. Οι μεταβλητές που εκφράζουν τις συνθήκες της διαδικασίας λήψης αποφάσεων ονομάζονται μεταβλητές

κατάστασης. Για παράδειγμα στο πρόβλημα προϋπολογισμού κεφαλαίου, το κεφάλαιο είναι η μεταβλητή κατάσταση. Το κεφάλαιο που κατανέμεται στο παρόν στάδιο καθώς και στα προηγούμενα στάδια ορίζει τα δεδομένα του προβλήματος. Ο αριθμός των μεταβλητών κατάσταση πρέπει να είναι ο μικρότερος δυνατός. Με την αύξηση του αριθμού των μεταβλητών κατάσταση, αυξάνεται και η δυσκολία επίλυσης του προβλήματος. [4]

2.3.4 Διαδικασία επίλυσης προβλημάτων με τη μέθοδο του Δυναμικού Προγραμματισμού

Η διαδικασία που ακολουθείται στην ανάλυση των προβλημάτων Δυναμικού Προγραμματισμού μπορεί να συνοψιστεί ως εξής:

- Ορισμός των μεταβλητών του προβλήματος, προσδιορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης και καθορισμός των περιορισμών.
- Ορισμός των σταδίων του προβλήματος. Προσδιορισμός των μεταβλητών κατάσταση οι τιμές των οποίων αποτελούν την κατάσταση σε κάθε στάδιο και την απόφαση που απαιτείται σε κάθε κατάσταση. Καθορισμός της σχέσης μέσω της οποίας η κατάσταση σε ένα στάδιο μπορεί να εκφραστεί ως μια συνάρτηση της κατάστασης και των αποφάσεων του επόμενου σταδίου.
- Ανάπτυξη της αναδρομικής σχέσης για την συνάρτηση με το βέλτιστο αποτέλεσμα κάτι που επιτρέπει τον υπολογισμό της βέλτιστης τακτικής σε κάθε στάδιο. Καθορισμός της βέλτιστης συνάρτησης στο πρώτο στάδιο, εφόσον γενικά είναι λίγο διαφορετική από τη γενική βέλτιστη συνάρτηση για τα άλλα στάδια.
- Αναπαράσταση σε πίνακα που δείχνει τις απαιτούμενες τιμές και τους απαραίτητους υπολογισμούς για κάθε στάδιο. [4]

2.4 Δέντρα Αποφάσεων

2.4.1 Εισαγωγή στα Δέντρα Αποφάσεων

Αρκετά προβλήματα αποφάσεων αναφέρονται σε συνθήκες οι οποίες είναι σταθερές. Ωστόσο υπάρχουν καταστάσεις στις οποίες δεν είναι γνωστές οι μελλοντικές συνθήκες όπως η κατάσταση της αγοράς, οι τιμές ανταγωνιστικών προϊόντων, οι καιρικές συνθήκες κτλ.. Σε τέτοιες περιπτώσεις ο αναλυτής είναι υποχρεωμένος να λαμβάνει υπ' όψιν του όλες αυτές τις συνθήκες καθώς και την πιθανότητα εμφάνισής τους. Σε τέτοια προβλήματα συνήθως γίνεται λόγος για περισσότερες από μία αποφάσεις, οι οποίες αναφέρονται σε δράσεις και επιλογές που εφαρμόζονται όχι συγχρόνως αλλά διαδοχικά και οι οποίες είναι αλληλεξαρτώμενες. Για παράδειγμα, στη διαδικασία του μάρκετινγκ, η πρώτη απόφαση συνήθως αφορά την έρευνα της αγοράς και οι εναλλακτικές δράσεις μπορεί να είναι η εντατική και λεπτομερής έρευνα και η γενική έρευνα. Δεδομένων

διάφορων πιθανών αποτελεσμάτων θετικών ή αρνητικών, ο αποφασίζων μπορεί να κληθεί να επιλέξει ανάμεσα σε προώθηση του προϊόντος, τροποποίησή του, δυναμική διαφήμιση ή ολοκληρωτική απόσυρσή του από την αγορά. Δεδομένης της απόφασης αυτής προκύπτει ένα αποτέλεσμα το οποίο με τη σειρά του οδηγεί στην επόμενη απόφαση.

Δέντρο Αποφάσεων είναι μια γραφική αναπαράσταση των διάφορων εναλλακτικών επιλογών καθώς και των πιθανών γεγονότων που έπονται κάθε επιλογής, με τη μορφή κλάδων ενός δέντρου. Τα επιμέρους στοιχεία ενός Δέντρου Αποφάσεων είναι τα εξής:

- *Κόμβος απόφασης*: Ένας κόμβος απόφασης συνήθως συμβολίζεται με ένα τετράγωνο και υποδεικνύει τα σημεία στα οποία ο αποφασίζων πρέπει να λάβει μία απόφαση.
- *Κλάδος*: Κάθε κλάδος, που αναχωρεί από έναν κόμβο απόφασης, συμβολίζει μία από τις πιθανές εναλλακτικές επιλογές του αποφασίζοντα.
- *Κόμβος πιθανότητας*: Ένας κόμβος πιθανότητας συμβολίζεται με έναν κύκλο και υποδεικνύει το σημείο στο οποίο ο αποφασίζων θα διαπιστώσει το αποτέλεσμα της απόφασής του, που περιλαμβάνει διαφορετικά πιθανά σενάρια που μπορούν να προκύψουν από τη συγκεκριμένη επιλογή.
- Τα πιθανά σενάρια και οι αντίστοιχες πιθανότητες εμφάνισής τους δηλώνονται από τους κλάδους που αναχωρούν από τον κόμβο πιθανότητας. Στο τέλος του κάθε κλάδου αναφέρεται το αναμενόμενο αποτέλεσμα για κάθε σενάριο.

Η γενική προσέγγιση που χρησιμοποιείται στη μέθοδο των Δέντρων Αποφάσεων είναι η μελέτη του δέντρου προχωρώντας από τα δεξιά προς τα αριστερά υπολογίζοντας την αναμενόμενη τιμή σε κάθε κόμβο πιθανότητας. Στη συνέχεια επιλέγεται ο κλάδος που αναχωρεί από τον κόμβο απόφασης και οδηγεί στην βέλτιστη αναμενόμενη τιμή. [9]

2.4.2 Βήματα εκτέλεσης της μεθόδου των Δέντρων Αποφάσεων

Η μέθοδος των Δέντρων Αποφάσεων εφαρμόζεται με τα εξής βήματα:

- Καθορισμός των σημείων στα οποία πρέπει να ληφθούν αποφάσεις, καθώς και των διαθέσιμων εναλλακτικών επιλογών σε καθένα απ' αυτά.
- Σε κάθε σημείο απόφασης, προσδιορισμός της πιθανότητας και τη τιμής του αποτελέσματος που μπορεί να προκύψει από κάθε εναλλακτική δράση.
- Ξεκινώντας απ' τα δεξιά, υπολογισμός του τελικού αποτελέσματος για κάθε δυνατή απόφαση.
- Επιλογή της δράσης η οποία αποφέρει το βέλτιστο αποτέλεσμα για κάθε απόφαση.
- Συνέχεια προς τα αριστερά στο επόμενο επίπεδο αποφάσεων.
- Επανάληψη των παραπάνω βημάτων μέχρι τον πρώτο κόμβο απόφασης.

- Εντοπισμός του συνολικού σχεδίου δράσης που ακολουθείται από την αρχή μέχρι το τέλος ανάλογα με τα διάφορα πιθανά ενδεχόμενα που μπορεί να παρουσιαστούν. [9]

2.4.3 Πλεονεκτήματα της μεθόδου των Δέντρων Αποφάσεων

Η μέθοδος των Δέντρων Αποφάσεων έχει τα παρακάτω πλεονεκτήματα:

- Δομεί τη διαδικασία λήψης αποφάσεων και βοηθάει τον αποφασίζοντα με μεθοδικό και συστηματικό τρόπο.
- Απαιτεί από τον αποφασίζοντα να μελετήσει όλα τα πιθανά ενδεχόμενα είτε αυτά είναι επιθυμητά είτε όχι.
- Παρουσιάζει τη διαδικασία λήψης αποφάσεων σε τρίτους με εύκολο και ξεκάθαρο τρόπο αποτυπώνοντας κάθε πιθανό μελλοντικό ενδεχόμενο.
- Δείχνει τη λογική αλληλεξάρτηση των επιμέρους τμημάτων μιας απόφασης και φανερώνει τα χρονικά σημεία στα οποία πρέπει να πραγματοποιηθούν διάφορες ενέργειες.
- Είναι ιδιαίτερα χρήσιμη σε περιπτώσεις που η αρχική απόφαση και τα αποτελέσματά της επηρεάζουν και τις επόμενες αποφάσεις. Μπορεί να εφαρμοστεί σε διάφορους τομείς όπως εισαγωγή ενός νέου προϊόντος στην αγορά, διαχείριση πωλήσεων, αποφάσεις σχετικές με την παραγωγή ή με την αγορά προϊόντων, επενδυτικές αποφάσεις κτλ.. [9]

2.4.4 Περιορισμοί της μεθόδου των Δέντρων Αποφάσεων

Στη μέθοδο των Δέντρων Αποφάσεων εμφανίζονται περιορισμοί όπως:

- Τα διαγράμματα των Δέντρων Αποφάσεων γίνονται όλο και πιο πολύπλοκα όσο αυξάνεται ο αριθμός των πιθανών αποφάσεων και των μεταβλητών που εισάγονται.
- Η πολυπλοκότητα αυξάνεται κατακόρυφα όταν υπάρχουν στο πρόβλημα αλληλεξαρτώμενες εναλλακτικές επιλογές και εξαρτώμενες μεταβλητές.
- Θεωρεί ότι η αξία του χρήματος είναι γραμμικά ανάλογη με την ποσότητά του.
- Αναλύει το πρόβλημα λαμβάνοντας υπ' όψιν τις αναμενόμενες τιμές ωστόσο η λύση που δίνει είναι μία μέση τιμή.
- Υπάρχει πολλές φορές ασυνέπεια στον προσδιορισμό των πιθανοτήτων για διάφορα γεγονότα. [9]

2.5 Προσομοίωση

2.5.1 Εισαγωγή στην Προσομοίωση

Η τεχνική της Προσομοίωσης έχει χρησιμοποιηθεί πολύ από τους σχεδιαστές και αναλυτές στις φυσικές επιστήμες και υπόσχεται να γίνει ένα σημαντικό εργαλείο για

την αντιμετώπιση περίπλοκων προβλημάτων σχετικών με τη λήψη αποφάσεων. Κλιμακωτά μοντέλα μηχανών έχουν χρησιμοποιηθεί για να προσομοιώσουν σχέδια εργοστασίων και μοντέλα αεροσκαφών έχουν ελεγχθεί σε τούνελ αέρος για να προσδιοριστούν τα αεροδυναμικά τους χαρακτηριστικά. Η Προσομοίωση, που μπορεί να ονομαστεί και εργαστήριο management, προσδιορίζει την επίδραση ενός αριθμού εναλλακτικών τακτικών χωρίς να επηρεάζεται το πραγματικό σύστημα. Βοηθάει στην επιλογή της βέλτιστης τακτικής με τη βεβαιότητα ότι η εφαρμογή της θα είναι αποτελεσματική.

Πιθανόν η πρώτη εφαρμογή της Προσομοίωσης πραγματοποιήθηκε από τον John Von Neumann και τον Stanislaw Ulam για τη μελέτη της συμπεριφοράς των νετρονίων σε ένα πρόβλημα πυρηνικής θωράκισης που ήταν υπερβολικά πολύπλοκο για μαθηματική ανάλυση. Μετά την αξιοσημείωτη επιτυχία της τεχνικής αυτής στο πρόβλημα των νετρονίων, έγινε ιδιαίτερα δημοφιλής και βρήκε πολλές εφαρμογές στο χώρο των επιχειρήσεων και της βιομηχανίας. Η ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών στις αρχές της δεκαετίας του 1950 είναι υπεύθυνη για τη ραγδαία πρόοδο που παρουσίασαν οι τεχνικές προσομοίωσης. Το εύρος εφαρμογής της Προσομοίωσης περιλαμβάνει από απλά μοντέλα ουράς μέχρι μοντέλα μεγάλων συστημάτων παραγωγής. [4]

2.5.2 Πότε χρησιμοποιείται η Προσομοίωση

Παραπάνω έχουν παρουσιαστεί εργαλεία για την Επιχειρησιακή Έρευνα και τεχνικές λήψης αποφάσεων. Τεχνικές όπως ο Γραμμικός και ο Δυναμικός Προγραμματισμός δεν είναι αποτελεσματικές στην αντιμετώπιση όλων των σημαντικών διευθυντικών προβλημάτων που απαιτούν ανάλυση δεδομένων. Κάθε τεχνική έχει τους περιορισμούς της.

Τα μοντέλα του Γραμμικού Προγραμματισμού θεωρούν ότι οι τιμές των δεδομένων δεν αλλάζουν με το χρόνο. Η διαδικασία λήψης αποφάσεων δε λαμβάνει υπ' όψιν της χρονικές μεταβολές και θεωρεί τις μέσες τιμές των μεταβλητών απόφασης. Αν ο σχεδιασμός γίνεται για μεγάλο χρονικό διάστημα π.χ. 10 χρόνια, τότε το μοντέλο Γραμμικού Προγραμματισμού μπορεί να λαμβάνει υπ' όψιν του τις μέσες ετήσιες τιμές, δε θα λογαριάζει όπως τις μηνιαίες και εβδομαδιαίες μεταβολές των μεγεθών. Άλλος σημαντικός περιορισμός είναι ότι ο Γραμμικός Προγραμματισμός θεωρεί πως τα δεδομένα είναι γνωστά με ακρίβεια. Σε πολλές πραγματικές περιπτώσεις οι αβεβαιότητες σχετικά με τα δεδομένα είναι τόσο σημαντικές που δεν μπορούν να αγνοηθούν. Σε περίπτωση που η αβεβαιότητα σχετίζεται με λίγες μόνο μεταβλητές, η ανάλυση ευαισθησίας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προσδιορίσει την επίδρασή της στην απόφαση. Σε περιπτώσεις, όμως, που η αβεβαιότητα αφορά ολόκληρο το μοντέλο, η ανάλυση ευαισθησίας μπορεί να γίνει ιδιαίτερα δύσκολη στο να προσδιορίσει την επίπτωση της αβεβαιότητας στο προτεινόμενο σχέδιο.

Τα μοντέλα Δυναμικού Προγραμματισμού, ωστόσο, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον προσδιορισμό της βέλτιστης στρατηγικής, λαμβάνοντας υπ' όψιν τις αβεβαιότητες και επίσης μπορούν να αναλύσουν προβλήματα σχεδιασμού για μεγάλο χρονικό διάστημα. Ωστόσο ο Δυναμικός Προγραμματισμός έχει κι αυτός

τις αδυναμίες του. Τα μοντέλα του Δυναμικού Προγραμματισμού μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να αντιμετωπίσουν πολύ απλές περιπτώσεις που περιλαμβάνουν λίγες μόνο μεταβλητές. Αν ο αριθμός των μεταβλητών κατάστασης είναι λίγο μεγαλύτερος ο υπολογισμός γίνεται ιδιαίτερα περίπλοκος.

Το συμπέρασμα είναι ότι όταν χαρακτηριστικά όπως αβεβαιότητα, πολυπλοκότητα κτλ. συνδυάζονται σε κάποιο πρόβλημα, τότε είναι ιδιαίτερα δύσκολο αυτό να επιλυθεί με κάποιο από τα μοντέλα του Γραμμικού ή Δυναμικού Προγραμματισμού. Πρέπει να αναλυθεί με άλλου είδους ποσοτική τεχνική η οποία να δίνει πιο ακριβή και αξιόπιστα αποτελέσματα. Από αυτές τις τεχνικές η καλύτερη διαθέσιμη είναι η Προσομοίωση.

Γενικά, η τεχνική της Προσομοίωσης είναι ένα αξιόπιστο εργαλείο σε περιπτώσεις που η μαθηματική ανάλυση είναι είτε πολύ περίπλοκη είτε πολύ ακριβή. [4]

2.5.3 Τι είναι η Προσομοίωση

Προσομοίωση είναι μια απομίμηση της πραγματικότητας. Ένα παιδικό πάρκο ποδηλασίας, με διάφορες διασταυρώσεις και σήματα, είναι ένα προσομοιωμένο μοντέλο του κυκλοφοριακού συστήματος μια πόλης. Στα εργαστήρια αρκετά πειράματα πραγματοποιούνται σε προσομοιωμένα μοντέλα για τον προσδιορισμό της συμπεριφοράς του πραγματικού συστήματος σε πραγματικό περιβάλλον. Ένα απλό παράδειγμα είναι η δοκιμή ενός μοντέλου αεροσκάφους σε τούνελ αέρος από το οποίο προσδιορίζεται η επίδοση του αεροσκάφους υπό πραγματικές συνθήκες. Το πλανητάριο παρουσιάζει μία όμορφη προσομοίωση του πλανητικού συστήματος. Άλλα παραδείγματα Προσομοίωσης αποτελούν τα περιβάλλοντα σε ένα γεωλογικό κήπο ή σε ένα μουσείο φυσικής ιστορίας.

Σε όλα αυτά τα παραδείγματα, έγινε η προσπάθεια να προσομοιωθεί η πραγματικότητα για να διαπιστωθεί τι μπορεί να συμβεί σε πραγματικές συνθήκες.

Τα απλά παραδείγματα που αναφέρθηκαν παραπάνω αφορούν την προσομοίωση της πραγματικότητας σε φυσική και αναφέρονται ως αναλογική προσομοίωση. Για τα περίπλοκα προβλήματα λήψης αποφάσεων, η αναλογική προσομοίωση μπορεί να μην είναι πρακτική ενώ ο πειραματισμός με το πραγματικό σύστημα να είναι αντιοικονομικός. Σε τέτοια περίπτωση, το πολύπλοκο σύστημα μορφοποιείται ως μαθηματικό μοντέλο για το οποίο αναπτύσσεται ένα πρόγραμμα σε υπολογιστή, και έτσι το πρόβλημα λύνεται με τη χρήση υπολογιστή κάτι που ονομάζεται ψηφιακή προσομοίωση.

Με αυτό το υπόβαθρο μπορεί να οριστεί η Προσομοίωση. Σύμφωνα με έναν ορισμό «Προσομοίωση είναι η αναπαράσταση της πραγματικότητας με τη χρήση ενός μοντέλου που αντιδρά κατά τον ίδιο τρόπο όπως το πραγματικό σύστημα κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες». Η Προσομοίωση έχει επίσης οριστεί ως «η χρήση ενός μοντέλου που έχει σχεδιασμένα τα πραγματικά χαρακτηριστικά ώστε να δίνει την αίσθηση της πραγματικής λειτουργίας». [4]

2.5.4 Πλεονεκτήματα της τεχνικής της Προσομοίωσης

Η τεχνική της Προσομοίωσης, όταν συγκρίνεται με τον μαθηματικό προγραμματισμό και την ανάλυση πιθανότητας, προσφέρει πλεονεκτήματα σε σχέση με αυτές τις τεχνικές, μερικά από τα οποία μπορούν να συνοψιστούν ως ακολούθως:

- Πολλά σημαντικά προβλήματα λήψης αποφάσεων είναι υπερβολικά πολύπλοκα για να λυθούν με μαθηματικό προγραμματισμό και πειραματισμό στο ίδιο το σύστημα, καθώς, ακόμα κι αν είναι αυτό εφικτό, είναι πολύ δαπανηρό και επισφαλές. Η Προσομοίωση προσφέρει τη λύση επιτρέποντας τον πειραματισμό σε μοντέλο του συστήματος χωρίς παρέμβαση στο πραγματικό σύστημα. Η Προσομοίωση μ' αυτό τον τρόπο παρακάμπτει την πολύπλοκη μαθηματική ανάλυση.
- Μέσω της Προσομοίωσης, στο χώρο του management μπορούν να προβλεφθούν δυσκολίες και κολλήματα που ίσως εμφανιστούν εξαιτίας της εισαγωγής νέων μηχανών, εξοπλισμού ή διαδικασίας. Επιπλέον η Προσομοίωση περιορίζει την ανάγκη δαπανηρών δοκιμών σε πραγματικό περιβάλλον των νέων μεθόδων και του εξοπλισμού.
- Η Προσομοίωση έχει το πλεονέκτημα ότι δεν έχει άμεση σχέση με τα μαθηματικά και έτσι μπορεί εύκολα να γίνει κατανοητή από το προσωπικό. Αυτό βοηθάει στην αποδοχή και την εφαρμογή των προτεινόμενων πλάνων.
- Τα μοντέλα Προσομοίωσης είναι συγκριτικά ευέλικτα και μπορούν να τροποποιηθούν για να φιλοξενήσουν τα μεταβαλλόμενα περιβάλλοντα της κάθε περίπτωσης.
- Η ψηφιακή προσομοίωση μπορεί να συμπυκνώσει την εκτέλεση ενός συστήματος για αρκετά χρόνια και περιλαμβάνοντας ευρείς υπολογισμούς σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα.
- Η τεχνική της Προσομοίωσης είναι ευκολότερη να χρησιμοποιηθεί από τα μαθηματικά μοντέλα και θεωρείται ανώτερη απ' τη μαθηματική ανάλυση.
- Η Προσομοίωση έχει χρησιμοποιηθεί πλεονεκτικά για την εξάσκηση του λειτουργικού και διευθυντικού προσωπικού στην εκτέλεση πολύπλοκων σχεδίων. Είναι πάντα πλεονεκτικό να εξασκείται το προσωπικό σε προσομοιωμένα μοντέλα πριν την ενασχόληση με το πραγματικό σύστημα. Προσομοιωμένες ασκήσεις έχουν αναπτυχθεί για να μεταδώσουν στον εξασκούμενο επαρκή εξάσκηση και εμπειρία. Μια προσομοιωμένη άσκηση εξοικειώνει τον ασκούμενο με τα απαιτούμενα δεδομένα και τον βοηθάει να κρίνει ποιες πληροφορίες είναι πραγματικά σημαντικές. Λόγω της προσωπικής του ενασχόλησης με την άσκηση, ο εξασκούμενος αποκτά αυτοπεποίθηση και επιπλέον εξοικειώνεται με την επεξεργασία δεδομένων στον ηλεκτρονικό υπολογιστή. [4]

2.5.5 Περιορισμοί της τεχνικής της Προσομοίωσης

Παρ' όλα τα πλεονεκτήματα της τεχνικής της Προσομοίωσης, πολλοί αναλυτές της Επιχειρησιακής Έρευνας τη θεωρούν μέθοδο τελευταίας επιλογής και τη χρησιμοποιούν μόνο όταν όλες οι άλλες μέθοδοι αποτυγχάνουν. Αν ένας συγκεκριμένος τύπος προβλήματος μπορεί να παρασταθεί ικανοποιητικά από ένα μαθηματικό μοντέλο, η αναλυτική προσέγγιση θεωρείται πιο οικονομική, ακριβής και αξιόπιστη. Αντίθετα, σε πολύ μεγάλα και πολύπλοκα προβλήματα η Προσομοίωση μπορεί να έχει τις ίδιες ατέλειες με τα υπόλοιπα μαθηματικά μοντέλα. Συνοπτικά, η τεχνική της Προσομοίωσης αντιμετωπίζει τους ακόλουθους περιορισμούς:

- Η Προσομοίωση δεν παράγει βέλτιστα αποτελέσματα. Όταν το μοντέλο αντιμετωπίζει αβεβαιότητες, τα αποτελέσματα της προσομοίωσης είναι μόνο αξιόπιστες προσεγγίσεις υποκειμένες σε στατιστικά λάθη.
- Η ποσοτικοποίηση των μεταβλητών είναι μια άλλη δυσκολία. Σε έναν αριθμό περιπτώσεων δεν είναι δυνατό να ποσοτικοποιηθούν όλες οι μεταβλητές που επηρεάζουν τη λειτουργία του συστήματος.
- Σε πολύ μεγάλα και πολύπλοκα προβλήματα, ο μεγάλος αριθμός μεταβλητών και οι σχέσεις μεταξύ τους κάνουν το πρόγραμμα πολύ δυσμεταχειρίστο και δύσκολο στο να προγραμματιστεί. Ο αριθμός των μεταβλητών μπορεί να είναι πολύ μεγάλος και να ξεπερνά τις δυνατότητες του διαθέσιμου υπολογιστή.
- Η Προσομοίωση σε καμία περίπτωση δεν είναι μια φτηνή μέθοδος ανάλυσης. Σε αρκετές περιπτώσεις, είναι συγκριτικά πιο δαπανηρή και απαιτεί περισσότερο χρόνο.
- Άλλοι σημαντικοί περιορισμοί προκύπτουν από την τάση να βασίζεται κανείς στα μοντέλα Προσομοίωσης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την εφαρμογή της τεχνικής σε μερικά απλά προβλήματα τα οποία μπορούν να επιλυθούν πιο κατάλληλα από άλλες τεχνικές μαθηματικού προγραμματισμού. [4]

2.5.6 Εφαρμογές της Προσομοίωσης

Η Προσομοίωση είναι μια αρκετά πολύπλευρη και ευρέως εφαρμοσμένη τεχνική για την επίλυση προβλημάτων αποφάσεων. Έχει εφαρμοστεί επιτυχώς σε ευρύ φάσμα προβλημάτων της επιστήμης και της τεχνολογίας όπως φαίνεται παρακάτω:

- Στο πεδίο των βασικών επιστημών, έχει χρησιμοποιηθεί για να υπολογίσει την περιοχή κάτω από μια καμπύλη, για να υπολογίσει την τιμή π , στην αντιστροφή πινάκων και στη μελέτη της διάχυσης σωματιδίων.
- Σε βιομηχανικά προβλήματα, συμπεριλαμβανομένου του σχεδιασμού συστημάτων ουράς, ελέγχου αποθεμάτων, δικτύων τηλεπικοινωνιών, χημικών διεργασιών, πυρηνικών αντιδραστήρων και προγραμματισμού της παραγωγικής διαδικασίας.
- Σε επιχειρηματικά και οικονομικά προβλήματα όπως η συμπεριφορά των πελατών, ο καθορισμός της τιμής, η οικονομική πρόβλεψη, η επιλογή χαρτοφυλακίου και ο υπολογισμός κεφαλαίου.

- Σε κοινωνικά προβλήματα όπως η πληθυσμιακή αύξηση, η επίδραση του περιβάλλοντος στην υγεία και την κοινωνική συμπεριφορά.
- Σε συστήματα βιοϊατρικής όπως ισορροπία της κυκλοφορίας του αίματος, διανομή των ηλεκτρολυτών στο ανθρώπινο σώμα και η λειτουργία της καρδιάς.
- Στο σχεδιασμό οπλικών συστημάτων, τακτικές και στρατηγικές πολέμου. [4]

2.5.7 Προσομοίωση Monte Carlo

Η μέθοδος Προσομοίωσης Monte Carlo αναπτύχθηκε από δυο μαθηματικούς τους John Von Neumann και Stanislaw Ulam, κατά τη διάρκεια του Β' Παγκοσμίου Πολέμου με σκοπό να μελετηθεί η κίνηση των νετρονίων μέσα σε διάφορα υλικά. Η τεχνική αυτή παρείχε μια προσεγγιστική αλλά αρκετά εφαρμόσιμη λύση στο πρόβλημα. Με την αξιοσημείωτη επιτυχία της τεχνικής αυτής στο πρόβλημα των νετρονίων, σύντομα έγινε δημοφιλής και βρήκε εφαρμογές στις επιχειρήσεις και τη βιομηχανία και σήμερα αποτελεί ένα πολύ σημαντικό εργαλείο για τον επιχειρησιακό ερευνητή.

Η τεχνική αυτή χρησιμοποιεί τυχαίους αριθμούς και χρησιμοποιείται για να λύσει προβλήματα που περιλαμβάνουν πιθανότητα και όπου ο φυσικός πειραματισμός είναι μη πρακτικός και η δημιουργία μαθηματικού μοντέλου είναι αδύνατη. Είναι μέθοδος προσομοίωσης με την τεχνική της δειγματοληψίας. Τα βήματα που περιλαμβάνονται στην εκτέλεση της Προσομοίωσης Monte Carlo είναι τα εξής:

- Επιλογή του μέτρου αποτελεσματικότητας (αντικειμενική συνάρτηση) του προβλήματος. Πρέπει είτε να μεγιστοποιηθεί είτε να ελαχιστοποιηθεί. Για παράδειγμα, μπορεί να είναι ο χρόνος αδράνειας της παροχής υπηρεσιών σε ένα πρόβλημα ουράς ή ο αριθμός των ελλείψεων σε ένα πρόβλημα καταγραφής αποθεμάτων.
- Αναγνώριση των μεταβλητών που επηρεάζουν σημαντικά το μέτρο της αποτελεσματικότητας. Για παράδειγμα ο αριθμός των παρεχόμενων υπηρεσιών σε ένα πρόβλημα ουράς ή ο αριθμός των μονάδων σε ένα πρόβλημα καταγραφής αποθεμάτων.
- Προσδιορισμός της αθροιστικής κατανομής πιθανότητας για κάθε μεταβλητή. Οι κατανομές παίρνουν τιμές στον άξονα των x ενώ οι αθροιστικές τιμές των μεταβλητών παίρνουν τιμές στον άξονα των y .
- Ορίζεται ένα σύνολο τυχαίων αριθμών.
- Κάθε τυχαίος αριθμός θεωρείται δεκαδική τιμή της αθροιστικής κατανομής πιθανότητας. [4]

Κεφάλαιο 3: Εργαλεία μοντελοποίησης και επίλυσης

3.1 Frontline Systems Inc.

Παρακάτω, γίνεται μια περιγραφή όλων των εργαλείων λογισμικού που διατίθενται από τους *Frontline Solvers*.

3.1.1 XLMiner Pro, XLMiner Platform

Το XLMiner Pro και το XLMiner Platform είναι πρόσθετα του Excel κατάλληλα για οπτικοποίηση δεδομένων, πρόβλεψη και εξόρυξη δεδομένων. Πρόκειται για εργαλεία που χρησιμοποιούν νευρωνικά δίκτυα, δέντρα ταξινόμησης και παλινδρόμησης, λογιστική παλινδρόμηση, γραμμική παλινδρόμηση, ταξινομητή Bayes, αλγόριθμο κ-κοντινότερων γειτόνων, ανάλυση διακρίνουσας, κανόνες συσχέτισης, ομαδοποίηση, ανάλυση κυρίων συνιστωσών και άλλα. Εφαρμόζουν τόσο την κλασσική στατιστική όσο και σύγχρονες μεθόδους μηχανικής μάθησης και πρόβλεψης. Παρέχουν στο χρήστη ό,τι χρειάζεται για τη μελέτη δεδομένων από πολλές πηγές (όπως PowerPivot, Oracle database ή απλά spreadsheets), την αναζήτηση και οπτικοποίηση των δεδομένων με πολλαπλά συνδεδεμένα διαγράμματα, την προετοιμασία και επεξεργασία τους, την προσαρμογή των μοντέλων εξόρυξης δεδομένων καθώς και την αξιολόγηση της προγνωστικής τους ισχύος. Εκτός από το XLMiner Pro και το XLMiner Platform υπάρχει και η έκδοση XLMiner for Education. [10], [11]

3.1.2 Premium Solver Pro, Premium Solver Platform

Οι Frontline Solvers διαθέτουν για την επίλυση μοντέλων βελτιστοποίησης τα εργαλεία Premium Solver Pro και Premium Solver Platform, όπως επίσης και το πρόσθετο Solver του Excel που περιλαμβάνεται δωρεάν στις εκδόσεις Excel 2010 και Excel 2013 για τα Windows και στην έκδοση Excel 2011 για Mac αλλά και την εφαρμογή Solver App κατάλληλη για το Office 365 και το SharePoint 2013.

Οι εφαρμογές Solver και Solver App προσδιορίζουν τη βέλτιστη (μέγιστη ή ελάχιστη) τιμή μια συνάρτησης (αντικειμενική συνάρτηση) σε ένα κελί του φύλλου εργασίας, υποκείμενη σε περιορισμούς που ορίζουν άλλα κελιά του φύλλου εργασίας. Ο Solver χρησιμοποιεί μια ομάδα κελιών που ονομάζονται κελιά μεταβλητών απόφασης τα οποία συμμετέχουν στον υπολογισμό των κελιών της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών. Ρυθμίζει τις τιμές στα κελιά των μεταβλητών απόφασης ώστε να ικανοποιούνται οι περιορισμοί και να δίνεται το επιθυμητό αποτέλεσμα στην αντικειμενική συνάρτηση. Το κελί της αντικειμενικής συνάρτησης, τα κελιά των μεταβλητών απόφασης καθώς και τα κελιά με τις τιμές που ορίζουν τους περιορισμούς αποτελούν ένα μοντέλο του Solver. Οι τελικές τιμές που υπολογίζει ο Solver είναι η λύση του μοντέλου. Ο Solver όπως και τα άλλα παρόμοια

εργαλεία για την επίλυση των μοντέλων χρησιμοποιούν διάφορες μεθόδους από γραμμικό και μη γραμμικό προγραμματισμό έως γενετικούς και εξελικτικούς αλγορίθμους.

Η εφαρμογή Premium Solver Pro είναι απόλυτα συμβατή με τον Solver, μπορεί όμως να αντιμετωπίζει γραμμικά προβλήματα που έχουν μέχρι 2.000 μεταβλητές, 10 φορές δηλαδή μεγαλύτερα και μη γραμμικά προβλήματα που έχουν μέχρι 500 μεταβλητές, είναι δηλαδή 2,5 φορές μεγαλύτερα από αυτά που μπορεί να επιλύσει ο Solver. Διαθέτει οδηγίες για τον χρήστη οι οποίες τον βοηθούν να καταρτίσει και να κατανοήσει ευκολότερα το μοντέλο, να καταλήξει σε σωστότερες λύσεις και να εντοπίσει και να διορθώσει τυχόν σφάλματα. Επιλύει τα μοντέλα 2 έως 50 φορές ταχύτερα από τον Solver (ανάλογα τον τύπο του προβλήματος) χρησιμοποιώντας πιο εξελιγμένους λύτες και αλγορίθμους βελτιστοποίησης και είναι εξοπλισμένη με 60 μοντέλα-παραδείγματα χρήσιμα για αρχάριους χρήστες τα οποία δείχνουν βήμα-βήμα πώς μπορεί κανείς να καταρτίσει απλά και πολύπλοκα μοντέλα καθώς και πώς να χρησιμοποιήσει τα προηγμένα χαρακτηριστικά της εφαρμογής. Μετά τον καταρτισμό του μοντέλου το Premium Solver Pro προσδιορίζει αυτόματα τον τύπο του προβλήματος και επιλέγει τον καλύτερο διαθέσιμο λύτη για την επίλυσή του.

Παρόμοια χαρακτηριστικά με αρκετά μεγαλύτερες δυνατότητες ωστόσο διαθέτει η εφαρμογή Premium Solver Platform. Επιλύει προβλήματα σχεδόν απεριόριστου μεγέθους (μέχρι 8000 μεταβλητές) και με μεγαλύτερη ταχύτητα. Επίσης με τη λειτουργία "Constraint Wizard" κάνει ακόμα πιο εύκολη τη δημιουργία του μοντέλου. Τέλος όταν ένα μοντέλο λόγω της μορφής του και των συναρτήσεων που χρησιμοποιεί χρειάζεται αρκετό χρόνο για να επιλυθεί, το Premium Solver Platform το τροποποιεί αυτόματα ώστε να μπορεί να λυθεί συντομότερα και με μεγαλύτερη ακρίβεια. [12], [13]

3.1.3 Risk Solver Pro, Risk Solver Platform

Τα εργαλεία λογισμικού Risk Solver Pro και Risk Solver Platform που διατίθενται από τους Frontline Solvers είναι πρόσθετα του Excel και προσφέρουν τη δυνατότητα εφαρμογής της προσομοίωσης Monte Carlo καθώς και της μεθόδου των δέντρων αποφάσεων. Συγκεκριμένα με τη χρήση των δύο αυτών προγραμμάτων μπορεί κανείς εύκολα και γρήγορα σε φύλλα εργασίας του Excel να προσδιορίσει το εύρος πιθανών εξόδων σε ένα πρόβλημα, τους παράγοντες που τις επηρεάζουν καθώς και το ρίσκο που παρουσιάζεται, να αναζητήσει τρόπους μείωσης του ρίσκου, να πάρει αποφάσεις σε πολύπλοκα προβλήματα με τη χρήση δέντρων αποφάσεων.

Είναι διαθέσιμα για τις εκδόσεις Excel 2010, Excel 2011 και Excel 2013. Διακρίνονται για τη μεγάλη ταχύτητά τους, ενώ η χρήση τους είναι ιδιαίτερα εύκολη καθώς απαιτεί μόνο βασικές γνώσεις πάνω στο Excel και εκτός από οδηγούς οι οποίοι βοηθούν το χρήστη κατά τη διάρκεια της εκτέλεσής τους, διαθέτουν και πάνω από 30 λυμένα παραδείγματα μοντέλων βελτιστοποίησης, προσομοίωσης Monte Carlo και δέντρων αποφάσεων.

Σε ό,τι αφορά τα προβλήματα λήψης πολύπλοκων αποφάσεων, με τις εφαρμογές Risk Solver Pro και Risk Solver Platform γίνεται εύκολη η δημιουργία ενός δέντρου

αποφάσεων, στο οποίο μπορούν να προστεθούν κατανομές πιθανότητας και να «τρέξουν» προσομοιώσεις με αποτέλεσμα να υπολογίζεται όλο το εύρος πιθανών αποτελεσμάτων για κάθε εναλλακτική απόφαση. Επίσης μπορεί να παρατηρηθεί πώς επηρεάζονται οι βέλτιστες αποφάσεις με τη μεταβολή των δεδομένων και των πιθανοτήτων.

Το Risk Solver Platform προσφέρει επιπλέον τη δυνατότητα επίλυσης προβλημάτων βελτιστοποίησης, προσομοίωσης και στοχαστικής βελτιστοποίησης για προβλήματα έως και 8.000 μεταβλητών. Η λειτουργία “Constraint Wizard” διευκολύνει τον καθορισμό των περιορισμών του μοντέλου και βοηθάει στην καλύτερη κατανόησή του καθώς και στον εντοπισμό λαθών. Διαθέτει επιπλέον λυμένα παραδείγματα προβλημάτων βελτιστοποίησης με τη χρήση προσομοίωσης και μοντέλων στοχαστικής βελτιστοποίησης με περιορισμούς πιθανοτήτων τα οποία στοχεύουν σε αποφάσεις για την αντιμετώπιση μελλοντικών προβλημάτων.

Με το συνδυασμό του Risk Solver Pro και του Premium Solver Pro, μετά την ανάλυση ρίσκου, δίνεται η δυνατότητα λήψης αποφάσεων κάτω από τις συνθήκες ρίσκου. Από κοινού οι δύο εφαρμογές θα αναζητήσουν ανάμεσα σε χιλιάδες πιθανές αποφάσεις τη βέλτιστη. Πιο συγκεκριμένα με τον παραπάνω συνδυασμό μπορεί εύκολα να πραγματοποιηθεί βελτιστοποίηση σε ένα μοντέλο προσομοίωσης.

Ομοίως μπορούν να συνδυαστούν οι εφαρμογές Risk Solver Platform και Premium Solver Platform. [14], [15]

3.1.4 Analytic Solver Pro, Analytic Solver Platform

Οι εφαρμογές των Frontline Solvers που χρησιμοποιούν όλες τις παραπάνω μεθόδους μοντελοποίησης και επίλυσης είναι το Analytic Solver Pro και το Analytic Solver Platform. Πρόκειται για δυο εργαλεία που διαθέτουν τις δυνατότητες όλων των εφαρμογών που προαναφέρθηκαν. Όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, το Analytic Solver Platform είναι ταχύτερο και επιλύει προβλήματα μεγαλύτερης πολυπλοκότητας (έως και 8.000 μεταβλητών) σε σχέση με το Analytic Solver Pro (επιλύει γραμμικά προβλήματα που έχουν μέχρι 2.000 μεταβλητές και μη γραμμικά που έχουν έως 500 μεταβλητές). Επίσης το Analytic Solver Platform προσφέρει τη δυνατότητα επίλυσης μοντέλων με τη χρήση στοχαστικού προγραμματισμού (όπως και το Risk Solver Platform). [16], [17]

3.1.5 Solver SDK Pro, Solver SDK Platform

Οι εφαρμογές Solver SDK Pro και SDK Solver Platform αποτελούν δυο ιδιαίτερα χρήσιμα εργαλεία για την ανάπτυξη εφαρμογών, με σκοπό την εκτέλεση βελτιστοποίησης και προσομοίωσης Monte Carlo σε υπολογιστές, server ή σε cloud χωρίς το Excel, σε πλατφόρμες και γλώσσες προγραμματισμού όπως Microsoft COM και .NET, Java, Matlab, C, C++, Visual Basic και άλλες. Είναι διαθέσιμες για Windows και Linux, 32-bit και 64-bit. Σε σχέση με το SDK Solver Platform το Solver SDK Pro δεν έχει τη δυνατότητα να φορτώνει αρχεία του Excel και για συγκεκριμένους τύπους προβλημάτων έχει χαμηλότερο όριο μεγέθους. [18], [19]

3.1.6 Μέθοδοι μοντελοποίησης και επίλυσης

Ακολουθεί η περιγραφή όλων των μεθόδων μοντελοποίησης και επίλυσης που εμφανίζονται στα παραπάνω εργαλεία. Οι περισσότερες από αυτές χρησιμοποιούνται και από τα υπόλοιπα εργαλεία λογισμικού που παρατίθενται στη συνέχεια.

Εξόρυξη δεδομένων και πρόβλεψη

Με την εξόρυξη δεδομένων μπορεί κανείς να πραγματοποιήσει προβλέψεις με αποτελεσματικό τρόπο βασιζόμενος στα δεδομένα. Η οπτικοποίηση δεδομένων συνοψίζει χιλιάδες δεδομένα και βοηθάει στον εντοπισμό ακολουθιών που επαναλαμβάνονται (patterns) και την εξαγωγή συμπερασμάτων. Εργαλεία στατιστικών προβλέψεων και εξόρυξης δεδομένων έχουν τη δυνατότητα μελετώντας τις τιμές των μεταβλητών για μια χρονική περίοδο να καταλήγουν σε προβλέψεις σχετικά με μελλοντικές τιμές μίας ή περισσότερων μεταβλητών ή σχετικά με μελλοντικές συνθήκες (π.χ. πιστωτικός κίνδυνος).

Το λογισμικό χρησιμοποιεί στατιστικές μεθόδους και μεθόδους μηχανικής μάθησης για να προσαρμόσει τις παραμέτρους ενός μοντέλου πρόβλεψης. Ο χρήστης ωστόσο έχει τη δυνατότητα χρησιμοποιώντας αυτοματοποιημένα βοηθήματα να επιλέξει ή και να τροποποιήσει τα δεδομένα που πρόκειται να μελετηθούν, να προσαρμόσει το μοντέλο σε συγκεκριμένα δεδομένα και να αξιολογήσει τις επιδόσεις του σε άλλα δεδομένα, και συγκρίνοντας τα αποτελέσματα διαφορετικών μεθόδων να καταλήξει σε ένα βέλτιστο μοντέλο που θα χρησιμοποιήσει στην πράξη. [20]

Βελτιστοποίηση με τη συμβατική μέθοδο (καλύτερες αποφάσεις για τη διαχείριση πόρων)

Η συμβατική μέθοδος βελτιστοποίησης δίνει τη δυνατότητα για τη βέλτιστη κατανομή περιορισμένων πόρων όπως πρώτες ύλες, μηχανές, ανθρώπινο δυναμικό, κεφάλαιο κτλ.. Ένα εργαλείο βελτιστοποίησης μπορεί να αναζητήσει από εκατομμύρια δυνατούς συνδυασμούς ποιος είναι ο βέλτιστος για την κατανομή πόρων με βάση το τι θεωρείται ως «βέλτιστο» απ' το χρήστη. Δεν απαιτείται η δημιουργία προγράμματος αναζήτησης παρά μόνο ο σχεδιασμός ενός μοντέλου στο οποίο θα δίνεται μία αντικειμενική συνάρτηση, η τιμή της οποίας πρέπει να μεγιστοποιηθεί (π.χ. κέρδος) ή να ελαχιστοποιηθεί (π.χ. κόστος), οι αποφάσεις που πρέπει να ληφθούν (μεταβλητές που εκφράζουν την ποσότητα του κάθε πόρου που διατίθεται για κάποιο σκοπό) καθώς και τους περιορισμούς που πρέπει να ικανοποιεί η λύση (όπως περιορισμός στους πόρους). Η λύση σε αυτή την περίπτωση δίνει τη βέλτιστη τιμή για όλες τις μεταβλητές. Η συμβατική μέθοδος βελτιστοποίησης είναι η πιο κατάλληλη σε περιπτώσεις με μικρή αβεβαιότητα στις οποίες ο χρήστης γνωρίζει με αρκετά μεγάλη βεβαιότητα τα κόστη, τους περιορισμούς, τις αξίες και γενικά όλες τις παραμέτρους του μοντέλου και μπορεί με την επίλυσή του να καταλήξει άμεσα σε μια απόφαση. [20]

Εφαρμογές της βελτιστοποίησης

Τα εργαλεία βελτιστοποίησης ουσιαστικά βοηθούν το χρήστη να βρει τον καλύτερο τρόπο για να κάνει κάτι και αυτό μπορεί να έχει σχέση με κατανομή κεφαλαίου σε επενδύσεις, επιλογή τοποθεσίας για κατασκευή εγκαταστάσεων, οργάνωση της λειτουργίας των υπηρεσιών ενός νοσοκομείου κτλ.. Σε κάθε περίπτωση πρέπει να λαμβάνονται αποφάσεις με το βέλτιστο δυνατό τρόπο δεδομένων των συνθηκών (περιορισμοί). Η βέλτιστη λύση μπορεί να αφορά μεγιστοποίηση κέρδους, ελαχιστοποίηση κόστους, επίτευξη βέλτιστης ποιότητας κτλ.. Μερικά παραδείγματα προβλημάτων βελτιστοποίησης είναι τα εξής: η διαχείριση και κατανομή κεφαλαίου για διάφορους σκοπούς έτσι ώστε να μεγιστοποιούνται τα κέρδη, ο προϋπολογισμός κεφαλαίου επενδύσεων σε έρευνες που αρχικά ξοδεύουν κεφάλαια στη συνέχεια όμως προσφέρουν έσοδα με σκοπό την επίτευξη μέγιστου κέρδους, η διαχείριση επενδύσεων σε μετοχές και ομόλογα με σκοπό τη μεγιστοποίηση του κέρδους ή την ελαχιστοποίηση του ρίσκου, η παραγωγή, ο προγραμματισμός λειτουργίας μιας επιχείρησης με σκοπό την ελαχιστοποίηση του απαιτούμενου χρόνου για την εκτέλεση των εργασιών ή τη μεγιστοποίηση της αξιοποίησης του εξοπλισμού, η μείξη (πετρελαϊκών προϊόντων, μεταλλευμάτων κτλ.) με τις κατάλληλες αναλογίες ώστε να επιτυγχάνεται η κάλυψη της ζήτησης και η ελαχιστοποίηση του κόστους, ο κατάλληλος τεμαχισμός προϊόντων (ξύλου, χαρτιού κτλ.) που επιτυγχάνει κάλυψη της ζήτησης και ελαχιστοποίηση των απωλειών, τα δίκτυα διανομής προϊόντων, ο σχεδιασμός μεταφοράς αγαθών (φυσικό αέριο, ρεύμα, ψηφιακά δεδομένα) ώστε να ελαχιστοποιείται το κόστος, η τοποθέτηση αντικειμένων (σε φορτηγά, βαγόνια κτλ.) ώστε να γίνεται η καλύτερη δυνατή εκμετάλλευση του διαθέσιμου χώρου και ο προγραμματισμός του ωραρίου (υπαλλήλων, οχημάτων, χώρων συνάντησης κτλ.) ώστε να μεγιστοποιείται η αποδοτικότητα. [21]

Ανάλυση ρίσκου με τη χρήση προσομοίωσης Monte Carlo:

Η αβεβαιότητα η οποία παρουσιάζεται συνεχώς στην καθημερινότητα των ανθρώπων, επηρεάζει συχνά τις αποφάσεις και τις δράσεις τους. Όταν γίνεται λόγος για ρίσκο, εννοείται η πιθανότητα εμφάνισης καταστάσεων με ανεπιθύμητες συνέπειες. Γι' αυτό το λόγο σε όλες τις δραστηριότητες των ανθρώπων γίνεται προσπάθεια να αποφεύγεται ή τουλάχιστον να ελαχιστοποιείται το ρίσκο. Για παράδειγμα όταν υπάρχει η πιθανότητα βροχής, κάποιος που δε θέλει να βραχεί παραμένει σε εσωτερικό χώρο, αποφεύγοντας τελείως το ρίσκο, ή παίρνει μαζί του μια ομπρέλα, ελαχιστοποιώντας κατά το δυνατόν τις συνέπειες που θα υποστεί από μια πιθανή βροχή.

Η αβεβαιότητα μπορεί να επηρεάσει τις ανθρώπινες δραστηριότητες τόσο με επιθυμητό όσο και με ανεπιθύμητο τρόπο. Π.χ. για κάποιον που έχει αγοράσει μετοχές υπάρχει η πιθανότητα η τιμή των μετοχών να αυξηθεί (επιθυμητή κατάσταση) ή να μειωθεί (ανεπιθύμητη κατάσταση). Όταν υπάρχει η πιθανότητα μεγάλων πληρωμών ή επιβολής υψηλών προστίμων οι περισσότεροι άνθρωποι προσπαθούν να αποφύγουν τελείως το ρίσκο. Για παράδειγμα αν υπήρχε η επιλογή να ρίξει κάποιος ένα νόμισμα με πιθανότητα να κερδίσει 50€ ή τίποτα ή με

πιθανότητα να κερδίσει 150€ ή να χάσει 100€, οι περισσότεροι άνθρωποι θα επέλεξαν την πρώτη περίπτωση παρόλο που ο μέσος όρος του αναμενόμενου αποτελέσματος δίνει και στις δυο περιπτώσεις κέρδος 25€. Αυτό σημαίνει ότι η ανάλυση ρίσκου συνήθως εστιάζει σε «τι μπορεί να πάει στραβά», δηλαδή στα αποτελέσματα που δηλώνουν απώλεια ή ζημιά. Ωστόσο μια καλή ανάλυση λαμβάνει υπ' όψιν και τα πιθανά θετικά αποτελέσματα.

Η αβεβαιότητα μπορεί να εμφανιστεί με πολλούς τρόπους. Αν για παράδειγμα η ποσότητα που μελετάται από μια εταιρεία είναι η μελλοντική τιμή των προϊόντων μιας ανταγωνίστριας εταιρείας τότε η αβεβαιότητα εμφανίζεται από την έλλειψη γνώσης των ανθρώπων της αρχικής εταιρείας, ενώ οι εργαζόμενοι της ανταγωνίστριας εταιρείας την γνωρίζουν. Άλλη περίπτωση είναι η εταιρεία να μελετάει την ζήτηση της αγοράς για τα προϊόντα της. Η αβεβαιότητα τότε προκύπτει από την πολυπλοκότητα της διαδικασίας καθώς η ζήτηση εξαρτάται από οικονομικούς παράγοντες, τάσεις της μόδας και προτιμήσεις, ενέργειες της ίδιας της εταιρείας αλλά και ανταγωνιστριών εταιρειών και ακόμα και η γνώση όλων αυτών των στοιχείων δε μπορεί να οδηγήσει σε ακριβές συμπέρασμα της επίπτωσής τους στην τελική ζήτηση. Υπάρχουν βέβαια και περιπτώσεις στις οποίες η αβεβαιότητα προκύπτει από περιορισμένες δυνατότητες για παράδειγμα αν οι διαστάσεις, ενός αντικειμένου που πρέπει να μετρηθεί, είναι σε νανόμετρα από ένα σημείο και μετά προκύπτει αβεβαιότητα καθώς είναι περιορισμένες οι δυνατότητες που υπάρχουν για τον έλεγχο της κατασκευής ενός αντικειμένου τέτοιου μεγέθους αλλά και για τη μέτρησή του. Στις περισσότερες διαδικασίες για τις οποίες επιχειρείται μοντελοποίηση, από το ποσοστό παρουσίασης δυσλειτουργιών σε μια ηλεκτρική συσκευή μέχρι τη συμπεριφορά ενός μακρομορίου, παρουσιάζεται εξ ορισμού κάποιας μορφής τυχαιότητα.

Τις περισσότερες φορές υπάρχει η δυνατότητα να μειωθεί η επίδραση των τυχαιών αποκλίσεων σε ένα μοντέλο ή η ευαισθησία του μοντέλου σε αποκλίσεις, ωστόσο η αβεβαιότητα πάντα θα υπάρχει. [20], [22]

Διαφορές αβεβαιότητας και ρίσκου

Η αβεβαιότητα συνήθως αφορά κάποιο φυσικό χαρακτηριστικό και είναι ίδια για όλους τους παρατηρητές. Το ρίσκο αντίθετα διαφέρει ανάμεσα στους παρατηρητές και μπορεί να αφορά μόνο έναν από αυτούς (π.χ. ένα πρόσωπο ή μια εταιρεία). Η πιθανότητα βροχής είναι ίδια για όλους, ενώ το ενδεχόμενο να βραχεί κάποιος αφορά μόνο τον ίδιο χωρίς να επηρεάζει τους άλλους παρατηρητές. Η πιθανότητα να μειωθεί η τιμή του αποθέματος αποτελεί αβεβαιότητα για όλους τους παρατηρητές, ενώ αν ένας από αυτούς είναι ο κάτοχος του αποθέματος αυτού τότε το ρίσκο αφορά μόνο τον ίδιο και όχι τους υπολοίπους. Μάλιστα, ενώ αυτό αποτελεί για τον συγκεκριμένο παρατηρητή αρνητικό ενδεχόμενο, μπορεί να αποτελεί επιθυμητή εξέλιξη για κάποιον άλλο που θα ωφεληθεί απ' αυτό.

Πολλές περιπτώσεις ρίσκου (όχι όλες) αποτελούν σε ένα σημαντικό βαθμό επιλογή. Υπάρχουν ενέργειες με τις οποίες ένα πρόσωπο εσκεμμένα εκτίθεται σε ρίσκο αναμένοντας φυσικά πιθανή θετική εξέλιξη η οποία όχι μόνο θα αντισταθμίσει

το ρίσκο αλλά θα αποφέρει και κέρδος. Οι περισσότερες επιχειρηματικές και επενδυτικές αποφάσεις βασίζονται στη λογική «παίρνω ένα ρίσκο το οποίο είναι υπολογισμένο» και σε αυτόν τον υπολογισμό του ρίσκου βοηθάει η ανάλυση ρίσκου.

Όταν το διακύβευμα είναι μεγάλο τότε συνίσταται η ανάλυση ρίσκου με τη βοήθεια ενός ποσοτικού μοντέλου, καθώς η ανθρώπινη διαίσθηση δεν αποτελεί αξιόπιστη επιλογή σε επιχειρηματικές δραστηριότητες. [22]

3.1.7 Προσομοίωση

Η προσομοίωση αποτελεί μια τεχνική που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση της συμπεριφοράς μια τρέχουσας ή μιας προτεινόμενης επιχειρηματικής δραστηριότητας (όπως η εισαγωγή στην αγορά ενός νέου προϊόντος, η γραμμή παραγωγής, η επέκταση του εργοστασίου κτλ.) η οποία αποτελεί το υπό μελέτη «σύστημα». Πραγματοποιώντας προσομοιώσεις και αναλύοντας τα αποτελέσματα, εξάγονται συμπεράσματα σχετικά με το πώς ακριβώς λειτουργεί ένα σύστημα, και τι μπορεί να συμβεί έπειτα από τροποποίησή του, ή πώς προβλέπεται να λειτουργήσει ένα προτεινόμενο νέο σύστημα. Συνήθως η προσομοίωση ασχολείται με την αβεβαιότητα που εμφανίζεται στο ίδιο το σύστημα ή στο περιβάλλον του. [23]

Εφαρμογές προσομοίωσης

Η προσομοίωση αποτελεί μια απ' τις πιο διαδεδομένες ποσοτικές μεθόδους λόγω του ότι είναι ευέλικτη και μπορεί να αποδώσει πολλά χρήσιμα αποτελέσματα. Κάποιες απ' τις εφαρμογές στις οποίες χρησιμοποιείται η τεχνική της προσομοίωσης είναι οι ακόλουθες: γεωτρήσεις για πετρέλαιο και φυσικό αέριο, αποτίμηση των περιβαλλοντικών επιπτώσεων της κατασκευής ενός νέου αυτοκινητοδρόμου ή μιας μεγάλης παραγωγικής μονάδας, καθορισμός του επιπέδου αποθέματος ώστε να καλύπτεται η διακυμαινόμενη ζήτηση στα καταστήματα λιανικής πώλησης, πρόβλεψη της αγοραστικής ζήτησης και των παραγωγικών απαιτήσεων ενός νέου προϊόντος, σχεδιασμός πτήσεων πολεμικών αεροσκαφών και κινήσεις ενός στόλου, σχεδιασμός για συνταξιοδότηση, έξοδα και απόδοση επενδύσεων, απόφαση μιας αεροπορικής εταιρείας σχετικά με την πολιτική που θα ακολουθήσει σε ότι αφορά τις κρατήσεις θέσεων και την πώληση υπεράριθμων εισιτηρίων, επιλογή πλάνου με αβέβαια αποτελέσματα στη διαχείριση κεφαλαίου κτλ.. [23]

Μοντέλα προσομοίωσης

Κατά τη προσομοίωση πραγματοποιούνται πειράματα σε ένα μοντέλο του πραγματικού συστήματος που μελετάται κι όχι στο ίδιο το σύστημα. Αυτό συμβαίνει διότι η τακτική αυτή είναι ταχύτερη, οικονομικότερη και δεν ενέχει κινδύνους. Προσομοιώσεις πραγματοποιούνται τόσο σε φυσικά μοντέλα (π.χ. μοντέλα αεροσκαφών) όσο και σε ηλεκτρονικούς υπολογιστές (αυτή είναι η περίπτωση που θα αναλυθεί περαιτέρω).

Οι προσομοιώσεις που πραγματοποιούνται σε ηλεκτρονικό υπολογιστή χρησιμοποιούν ένα μαθηματικό μοντέλο του πραγματικού συστήματος. Σε ένα τέτοιο μοντέλο χρησιμοποιούνται μεταβλητές που εκφράζουν τα σημαντικά ποσοτικά μεγέθη, εισόδου και εξόδου, του συστήματος και εξισώσεις, προγραμματιστικές εντολές ή άλλα μέσα για την έκφραση των μαθηματικών σχέσεων ανάμεσα στις μεταβλητές. Όταν η προσομοίωση αντιμετωπίζει προβλήματα με αβεβαιότητα, το μαθηματικό μοντέλο θα περιλαμβάνει αβέβαιες μεταβλητές, οι τιμές των οποίων είναι μη ελεγχόμενες, αλλά και μεταβλητές απόφασης ή παραμέτρους οι οποίες είναι ελεγχόμενες. Οι αβέβαιες μεταβλητές εμφανίζονται ως συναρτήσεις παραγωγής τυχαίων αριθμών που επιστρέφουν ενδεικτικές τιμές από μία ενδεικτική κατανομή πιθανών τιμών για κάθε αβέβαιο παράγοντα σε κάθε πειραματική δοκιμή που πραγματοποιείται στο μοντέλο. Η πραγματοποίηση της προσομοίωσης περιλαμβάνει εκατοντάδες ή χιλιάδες δοκιμές.

Το μοντέλο προσομοίωσης (ή μοντέλο ρίσκου) υπολογίζει την επίπτωση που έχει η αλλαγή της τιμής των αβέβαιων μεταβλητών στα τελικά αποτελέσματα (όπως είναι τα κέρδη, οι ζημίες, οι περιβαλλοντικές επιπτώσεις κτλ.) και τις αποφάσεις που πρέπει να ληφθούν σχετικά με αυτά. Επίσης κατά το σχεδιασμό του μοντέλου μπορεί να επιλεγθεί ο τρόπος με τον οποίο θα πραγματοποιηθεί η δειγματοληψία για κάθε δοκιμή. [23]

Μέθοδοι προσομοίωσης

Η πολύπλοκη διαδικασία παραγωγής καθώς και τα λογιστικά συστήματα συχνά απαιτούν προσομοίωση διακριτών γεγονότων, όπου υπάρχει ροή υλικού, αντικειμένων, προσώπων κτλ. στο σύστημα και πολλά βήματα ή στάδια με πολύπλοκες αλληλεξαρτήσεις. Πολλές φορές σε τέτοιες εφαρμογές χρησιμοποιούνται ειδικές γλώσσες προσομοίωσης.

Ωστόσο και αυτά όπως και τα περισσότερα προβλήματα μπορούν να επιλυθούν αποτελεσματικότερα με τη χρήση μοντέλων προσομοίωσης σε φύλλα εργασίας του Excel. Η μεταβολή των μεγεθών από στάδιο σε στάδιο είναι εύκολο να παρασταθεί στις στήλες ενός φύλλου εργασίας. Ένα μεγάλο μέρος των προβλημάτων μπορεί να επιλυθεί με την μέθοδο της προσομοίωσης Monte Carlo σε μοντέλα που έχουν κατασκευαστεί στο Excel ή με τη χρήση κώδικα σε κάποια γλώσσα προγραμματισμού όπως η Visual Basic ή η C++.

Η εκτέλεση μιας προσομοίωσης παράγει πλήθος στατιστικών δεδομένων, τα οποία πρέπει να αναλυθούν με τα κατάλληλα εργαλεία. Υπάρχουν εργαλεία λογισμικού τα οποία επιτρέπουν στον χρήστη τους να εκφράζει με ευκολία τα διάφορα μεγέθη σε διαγράμματα και γραφήματα, να πραγματοποιεί ανάλυση ευαισθησίας και παραμετροποιημένες προσομοιώσεις και να χρησιμοποιεί προχωρημένες μεθόδους βελτιστοποίησης. [23]

Προσομοίωση Monte Carlo

Η προσομοίωση Monte Carlo δίνει στο χρήστη τη δυνατότητα να κατανοήσει και να προσδιορίσει το εύρος των ενδεχόμενων αποτελεσμάτων σε περιπτώσεις με σημαντική αβεβαιότητα (π.χ. ο καιρός, οι τιμές των μετοχών, η συμπεριφορά των πελατών και των ανταγωνιστών καθώς και άλλοι αστάθμητοι παράγοντες μπορούν να επηρεάσουν το αποτέλεσμα) κρατώντας σταθερές τις αποφάσεις που εξαρτώνται αποκλειστικά απ' αυτόν. Το μόνο που χρειάζεται να κάνει για μια τέτοια περίπτωση είναι να δημιουργήσει ένα μοντέλο στο οποίο προσδιορίζονται οι μεταβλητές που θα δέχεται ως είσοδο οι οποίες επηρεάζουν το αποτέλεσμα, για κάθε μεταβλητή ορίζεται ένα εύρος πιθανών τιμών και προσδιορίζονται οι αβέβαιες συναρτήσεις. Μια μηχανή προσομοίωσης «τρέχει» χιλιάδες σενάρια δοκιμάζοντας κάθε φορά πιθανές τιμές για τις αβέβαιες μεταβλητές, υπολογίζει τα αντίστοιχα αποτελέσματα και συγκεντρώνει τα αποτελέσματα σε γραφικές παραστάσεις. Μπορεί έτσι ο χρήστης να δει όλο το εύρος πιθανών αποτελεσμάτων καθώς και την πιθανότητα εμφάνισής τους.

Η μέθοδος Monte Carlo (όπως προαναφέρθηκε) ανακαλύφθηκε τη δεκαετία του 1940 από επιστήμονες οι οποίοι πραγματοποιούσαν έρευνες για την κατασκευή της ατομικής βόμβας και πήρε το όνομά της από την ομώνυμη πόλη του Μονακό γνωστή για τα καζίνο της και τα τυχερά παιχνίδια που λαμβάνουν χώρα σε αυτά. Η κεντρική της ιδέα έχει να κάνει με τη χρήση τυχαίων δειγμάτων παραμέτρων ή εισόδων με σκοπό τη μελέτη της συμπεριφοράς ενός συστήματος ή μιας διαδικασίας μεγάλης πολυπλοκότητας. Οι συγκεκριμένοι επιστήμονες αντιμετώπισαν προβλήματα φυσικής, όπως τα μοντέλα διάδοσης νετρονίων, τα οποία ήταν ιδιαίτερα πολύπλοκα ώστε η αναλυτική επίλυσή τους να είναι εξαιρετικά δύσκολη. Είχαν πρόσβαση σε έναν από τους πρώτους υπολογιστές της εποχής, τον MANIAC, ωστόσο η πολυπλοκότητα και ο μεγάλος αριθμός παραμέτρων των μοντέλων, καθιστούσαν την αριθμητική επίλυσή τους από τον υπολογιστή ιδιαίτερα αργή. Η προσομοίωση Monte Carlo αποδείχθηκε εκπληκτικά αποτελεσματική στην λύση τέτοιων προβλημάτων. Από τότε, η μέθοδος Monte Carlo, έχει εφαρμοστεί σε μεγάλο εύρος προβλημάτων στη φυσική, τη μηχανική, την οικονομία καθώς και σε επιχειρηματικές δραστηριότητες από τις περισσότερες βιομηχανίες.

Η χρήση της προσομοίωσης Monte Carlo συνίσταται λοιπόν σε περιπτώσεις που χρειάζονται υπολογισμοί, προβλέψεις και λήψεις αποφάσεων κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας. Η μη χρήση της μεθόδου αυτής και η εφαρμογή κάποιας άλλης εναλλακτικής επιλογής (π.χ. η αντικατάσταση των αβέβαιων παραμέτρων με το μέσο όρο των πιθανών τιμών τους) μπορεί να οδηγήσει σε εντελώς λανθασμένα αποτελέσματα.

Τα περισσότερα επιχειρηματικά προβλήματα είναι ιδιαίτερα πολύπλοκα για να επιλυθούν αναλυτικά, όπως ακριβώς και τα προβλήματα φυσικής που αντιμετωπίστηκαν τη δεκαετία του 1940. Υπάρχει βέβαια η δυνατότητα δημιουργίας ενός μοντέλου σε φύλλο εργασίας όπου μπορούν να γίνουν διάφορες δοκιμές στις παραμέτρους και να εξαχθούν συμπεράσματα από τη μελέτη των αποτελεσμάτων. Ωστόσο αυτή η τακτική θα ήταν εφαρμόσιμη σε προβλήματα με μία ή δύο αβέβαιες παραμέτρους. Στα επιχειρηματικά παρουσιάζεται αβεβαιότητα σε πολλές παραμέτρους (π.χ. ζήτηση αγοράς, συμπεριφορά ανταγωνιστών, μεταβολές στα

κόστη και άλλα) όπως ακριβώς και στα προβλήματα φυσικής που προαναφέρθηκαν. Σε τέτοιες περιπτώσεις λοιπόν η αποτελεσματικότερη επιλογή είναι η εφαρμογή της μεθόδου Monte Carlo.

Για την εφαρμογή της προσομοίωσης Monte Carlo χρειάζεται η συγγραφή κώδικα σε κάποια γλώσσα προγραμματισμού όπως η Visual Basic, η C++ ή η Java ή εναλλακτικά η δημιουργία ενός μοντέλου του προβλήματος σε φύλλο εργασίας του Excel και η αντικατάσταση των αβέβαιων τιμών με συναρτήσεις παραγωγής τυχαίων αριθμών. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν αναλύονται με μεθόδους στατιστικής όπως με χρήση της μέσης και της σταθερής απόκλισης, με διαγράμματα και γραφήματα. Ωστόσο υπάρχουν εργαλεία λογισμικού τα οποία διευκολύνουν ιδιαίτερα τη διαδικασία αυτή. Τα εργαλεία λογισμικού που διατίθενται από τους Frontline Solvers και υποστηρίζουν την προσομοίωση Monte Carlo είναι τα πρόσθετα του Excel Risk Solver Pro και Risk Solver Platform. [23], [24]

Βελτιστοποίηση με τη χρήση Προσομοίωσης

Η βελτιστοποίηση οδηγεί στη λήψη των σωστών αποφάσεων όταν είναι γνωστά όλα τα απαραίτητα δεδομένα, ενώ όταν δεν είναι γνωστά η προσομοίωση βοηθάει στον προσδιορισμό των πιθανών αποτελεσμάτων. Στους Frontline Solvers δίνεται η δυνατότητα συνδυασμού των δύο αυτών αναλυτικών μεθόδων, για τη λήψη των σωστών αποφάσεων σχετικά με τους παράγοντες που ο χρήστης γνωρίζει και μπορεί να ελέγξει και τον προσδιορισμό του εύρους πιθανών αποτελεσμάτων εξαιτίας των παραγόντων που δεν μπορεί να ελέγξει. Η συνδυαστική αυτή μέθοδος οδηγεί σε σωστότερες και άμεσες αποφάσεις κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας. Ο χρήστης δημιουργεί ένα μοντέλο το οποίο περιλαμβάνει μεταβλητές αποφάσεις για τους πόρους που μπορεί να ελέγξει, αβέβαιες μεταβλητές για τους παράγοντες που δεν μπορεί να ελέγξει, μία αντικειμενική συνάρτηση που πρέπει να μεγιστοποιηθεί ή να ελαχιστοποιηθεί και περιορισμούς που πρέπει να ικανοποιούνται. Ένα εργαλείο επίλυσης τέτοιων μοντέλων μπορεί να αναζητήσει μέσα σε χιλιάδες τρόπους κατανομής των διαθέσιμων πόρων και για καθέναν απ' αυτούς να υπολογίσει τα αποτελέσματα και να καταλήξει στις βέλτιστες επιλογές. Η επίλυση του μοντέλου δίνει μια καλή εικόνα των αποφάσεων που πρέπει να λάβει ο χρήστης, δεδομένων των παραγόντων που γνωρίζει με βεβαιότητα και ενός εύρους πιθανών αποτελεσμάτων για κάθε αβέβαιο παράγοντα. Τα εργαλεία Risk Solver Pro και Risk Solver Platform δίνουν τη δυνατότητα σχεδιασμού τέτοιων μοντέλων και επίλυσής τους. [20]

Στοχαστική βελτιστοποίηση

Η μέθοδος της βελτιστοποίησης με προσομοίωση έχει περιορισμένες δυνατότητες όταν πρόκειται για προγραμματισμό μελλοντικών δράσεων. Επιτρέπει μόνο τη λήψη αποφάσεων στο άμεσο μέλλον, οδηγώντας σε ένα τελικό αποτέλεσμα το οποίο θα πρέπει να γίνει αποδεκτό. Σε πολλές περιπτώσεις, όταν προκύψει ένα αποτέλεσμα, μπορούν να γίνουν διορθωτικές κινήσεις. Όταν υπάρχει αυτή η δυνατότητα συνήθως εμφανίζεται διαφοροποίηση στη βέλτιστη επιλογή σχετικά με

την άμεση αρχική απόφαση. Η στοχαστική βελτιστοποίηση περιλαμβάνει σε ένα μοντέλο τόσο τις άμεσες αποφάσεις όσο και τις μελλοντικές. Συνεπώς επιτρέπει στο χρήστη να καταρτίζει το βέλτιστο πλάνο για το μέλλον σε συνθήκες ρίσκου και συχνά μπορεί να οδηγήσει σε διαφορετικές και καλύτερες αποφάσεις από ότι με τη μέθοδο της βελτιστοποίησης με προσομοίωση. Ένα μοντέλο στοχαστικής προσομοίωσης δεν είναι δύσκολο να δημιουργηθεί. Περιλαμβάνει αβέβαιες μεταβλητές για τους μη ελεγχόμενους παράγοντες όπως σε ένα μοντέλο προσομοίωσης Monte Carlo, μεταβλητές απόφασης για τις άμεσες επιλογές που πρέπει να γίνουν πριν γίνουν γνωστά τα αβέβαια ακόμα αποτελέσματα, μεταβλητές απόφασης για μελλοντικές επιλογές που μπορούν να πραγματοποιηθούν αργότερα όταν πλέον θα είναι γνωστά τα αβέβαια αποτελέσματα, μια αντικειμενική συνάρτηση, εξαρτώμενη από τις μεταβλητές, που πρέπει να μεγιστοποιηθεί ή να ελαχιστοποιηθεί και περιορισμούς που αφορούν όλες τις μεταβλητές και πρέπει να ικανοποιούνται. Η επίλυση ενός τέτοιου μοντέλου οδηγεί τόσο στις βέλτιστες άμεσες αποφάσεις όσο και σε ένα σύνολο πιθανών μελλοντικών αποφάσεων παρέχοντας στο χρήστη ένα ολοκληρωμένο πλάνο για διαφορετικά μελλοντικά σενάρια. [20]

Ισχυρή βελτιστοποίηση, στοχαστικός προγραμματισμός, βελτιστοποίηση με τη χρήση προσομοίωσης και εργαλεία λογισμικού

Η προσομοίωση που χρησιμοποιείται στην ανάλυση ρίσκου καθώς και η βελτιστοποίηση που πραγματοποιεί κατανομή πόρων είναι δύο πολύ ισχυρές και συχνά χρησιμοποιούμενες μέθοδοι για τη λήψη αποφάσεων στο χώρο της διοίκησης επιχειρήσεων. Αρχικά επρόκειτο για δυο ξεχωριστούς τεχνολογικούς κλάδους, με διαφορετικά εργαλεία λογισμικού για τον καθένα. Το κοινό χαρακτηριστικό ωστόσο των περισσότερων σημαντικών επιχειρηματικών αποφάσεων είναι η ανάγκη σωστής κατανομής πόρων κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας και ρίσκου. Η ανάγκη αυτή καλύπτεται απ' τη σύγχρονη τεχνολογία λογισμικού. Και σε αυτή την περίπτωση ιδιαίτερα αποτελεσματικές και χρήσιμες είναι οι εφαρμογές Risk Solver Pro και Risk Solver Platform οι οποίες προσφέρουν πολλές δυνατότητες και μεγάλη ταχύτητα στην επίλυση προβλημάτων τεράστιου μεγέθους και πολυπλοκότητας. Μπορούν να αναλύουν και να τροποποιούν τους τύπους ενός μοντέλου σε Excel με τη χρήση της τεχνολογίας Polymorphic Spreadsheet Interpreter. Σε περιπτώσεις βέβαια που η δομή και τα δεδομένα του μοντέλου το επιτρέπουν τότε τα εργαλεία αυτά μπορούν να πραγματοποιήσουν και ισχυρή βελτιστοποίηση και στοχαστικό προγραμματισμό για την επίλυσή του. [25]

3.2 Palisade Corporation

3.2.1 The DecisionTools Suite

Το DecisionTools Suite της εταιρίας Palisade είναι ένα ενοποιημένο σύνολο προγραμμάτων για ανάλυση ρίσκου και λήψη αποφάσεων σε συνθήκες αβεβαιότητας το οποίο τρέχει σε Microsoft Excel. Περιλαμβάνει τα προγράμματα @Risk για προσομοίωση Monte Carlo, PrecisionTree για δέντρα αποφάσεων,

TopRank για ανάλυση ευαισθησίας “what if”, StatTools για στατιστική ανάλυση και πρόβλεψη, NeuralTools για προγνωστικά νευρωνικά δίκτυα, Evolver και RISKOptimizer για βελτιστοποίηση. Όλα τα προγράμματα ενσωματώνονται πλήρως στο Microsoft Excel για ευκολία στη χρήση και επίτευξη της μέγιστης δυνατής ευελιξίας. [26]

3.2.2 @RISK

Το @RISK πραγματοποιεί ανάλυση ρίσκου χρησιμοποιώντας την τεχνική της προσομοίωσης Monte Carlo και δίνει ως έξοδο στο φύλλο εργασίας του Excel πολλά πιθανά αποτελέσματα καθώς και την πιθανότητα εμφάνισής τους. Υπολογίζει και καταγράφει μαθηματικά και αντικειμενικά πολλά πιθανά μελλοντικά σενάρια και στη συνέχεια εμφανίζει τις πιθανότητες και τα ρίσκα που συνδέονται με το καθένα απ' αυτά. Αυτό σημαίνει ότι μπορεί ο χρήστης να κρίνει ποια ρίσκα θα πάρει και ποια θα αποφύγει κάτι που οδηγεί στη βέλτιστη απόφαση σε συνθήκες αβεβαιότητας.

Το @RISK επίσης βοηθάει το χρήστη στο σχεδιασμό της βέλτιστης στρατηγικής διαχείρισης κινδύνου με την ενσωμάτωση του RISKOptimizer το οποίο συνδυάζει την προσομοίωση Monte Carlo με την τελευταία τεχνολογία επίλυσης ώστε να βελτιστοποιεί κάθε φύλλο εργασίας με αβέβαιες τιμές. Χρησιμοποιώντας γενετικούς αλγορίθμους ή το OptQuest, παράλληλα με τις συναρτήσεις του @RISK, το RISKOptimizer μπορεί για παράδειγμα να προσδιορίσει τη βέλτιστη κατανομή πόρων, τη βέλτιστη κατανομή περιουσιακών στοιχείων, το πιο αποτελεσματικό χρονοδιάγραμμα και πολλά άλλα. [27]

3.2.3 PrecisionTree

Το PrecisionTree βοηθάει το χρήστη να αντιμετωπίσει σύνθετα προβλήματα, να σχεδιάσει, να οργανώσει και να αναλύσει πιθανές αποφάσεις σε Microsoft Excel χρησιμοποιώντας την τεχνική των δέντρων αποφάσεων.

Η νέα έκδοση 6 του PrecisionTree πραγματοποιεί αναθεώρηση Bayes στα δέντρα αποφάσεων. Υπάρχει η δυνατότητα ο χρήστης να αντιστρέψει έναν ή περισσότερους κόμβους εμφανίζοντας με αυτό τον τρόπο τις πιθανότητες που υπολογίζονται από τον κανόνα του Bayes. Αυτή η δυνατότητα είναι χρήσιμη σε περιπτώσεις μοντέλων που οι πιθανότητες δεν είναι διαθέσιμες απευθείας σε εύχρηστη μορφή. Για παράδειγμα μπορεί να απαιτείται η πιθανότητα ενός αποτελέσματος που εμφανίζεται δοθέντων των αποτελεσμάτων μιας δοκιμής. Η ακρίβεια της δοκιμής πρέπει να είναι γνωστή, αλλά ο μόνος τρόπος προσδιορισμού της πιθανότητας είναι η «αντιστροφή» του δέντρου με τη χρήση της αναθεώρησης Bayes. Στην έκδοση 6 του PrecisionTree η διαδικασία αυτή είναι αρκετά εύκολη.

Επίσης το PrecisionTree 6 παρέχει ένα εύρος βελτιώσεων που κάνουν ευκολότερη και ταχύτερη την κατασκευή και τροποποίηση του δέντρου αποφάσεων. Ο χρήστης μπορεί να επισυνάψει συμμετρικά υποδέντρα, να εισάγει νέους κόμβους ανάμεσα σε αυτούς που ήδη υπάρχουν και να αντιγράψει υποδέντρα σε Word, PowerPoint ή αλλού. [28]

3.2.4 TopRank

Το TopRank πραγματοποιεί αυτοματοποιημένη ανάλυση ευαισθησίας “what if” σε φύλλα εργασίας του Microsoft Excel. Μπορεί έτσι να απαντήσει σε ερωτήματα όπως ο προσδιορισμός των πιο σημαντικών παραγόντων σε ένα μεγάλο και πολύπλοκο φύλλο εργασίας, ο υπολογισμός της ευαισθησίας του αποτελέσματος (π.χ. κέρδος) σε συγκεκριμένους παράγοντες (π.χ. κόστος πρώτων υλών, μερίδιο αγοράς) καθώς και να δώσει λύση σε προβλήματα στα οποία απαιτείται ανάλυση ρίσκου σε @RISK χωρίς όμως να είναι γνωστό ποιες μεταβλητές είναι αρκετά σημαντικές ώστε να αντικατασταθούν με κατανομές πιθανοτήτων. Αρκεί ο καθορισμός του κελιού του τελικού αποτελέσματος ώστε το TopRank να βρει αυτόματα όλα τα κελιά εισόδου που επηρεάζουν το αποτέλεσμα. Μπορεί έτσι ο χρήστης να ελέγξει πλήρως τα κελιά που πρέπει να αναλύσει. Το τελικό αποτέλεσμα αποτελείται από ευνόητα διαγράμματα tornado, αραχνοειδή γραφήματα καθώς και άλλες παρουσιάσεις που απεικονίζουν και ταξινομούν πλήρως τους παράγοντες που επηρεάζουν το αποτέλεσμα. [29]

3.2.5 StatTools

Το StatTools πραγματοποιεί προχωρημένη στατιστική ανάλυση σε φύλλα εργασίας του Excel. Πρόκειται για ένα πρόγραμμα το οποίο παρέχει στο χρήστη ένα ισχυρό toolset στατιστικής για το Excel και αντιμετωπίζει προβλήματα στα οποία χρειάζεται πρόβλεψη, παλινδρόμηση, διαγράμματα ελέγχου ποιότητας και άλλες στατιστικές αναλύσεις πέρα από αυτές που προσφέρει το Excel. Επιπλέον είναι χρήσιμο για περιπτώσεις που υπάρχει αμφιβολία για την ακρίβεια των στατιστικών αποτελεσμάτων του Excel. Περιλαμβάνει τις πιο συχνά χρησιμοποιούμενες στατιστικές διαδικασίες και έχει τη δυνατότητα πρόσθεσης νέων custom αναλύσεων. Το StatTools χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη πωλήσεων, την ανάλυση πραγματικών επιλογών, τη μέθοδο Six Sigma και άλλα. [30]

3.2.6 NeuralTools

Το NeuralTools πραγματοποιεί προβλέψεις σε Microsoft Excel χρησιμοποιώντας εξελιγμένα νευρωνικά δίκτυα. Μιμείται τη λειτουργία του εγκεφάλου για τη «μάθηση» ακολουθιών από τα γνωστά δεδομένα και τις χρησιμοποιεί για προβλέψεις σε νέα, μη ολοκληρωμένα δεδομένα. Επιπλέον το NeuralTools μπορεί αυτόματα να ενημερώνει τις προβλέψεις σε πραγματικό χρόνο όταν αλλάζουν τα δεδομένα εισόδου γλιτώνοντας έτσι χρόνο και δίνοντας τη δυνατότητα περισσότερων ισχυρών αναλύσεων. Χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις αναδοχής χρέους, αξιολόγησης πιστοληπτικής ικανότητας, σχεδιασμού τηλεφωνικού κέντρου, ανίχνευσης απάτης και άλλα.

Το NeuralTools μπορεί να λύσει προβλήματα για τα οποία δεν υπάρχουν όλα τα απαιτούμενα δεδομένα, υπάρχουν ωστόσο παρελθοντικά δεδομένα. Το NeuralTools είναι μια εφαρμογή (πρόσθετο του Microsoft Excel) που αντλεί δεδομένα και δίνει τη δυνατότητα προβλέψεων με βάση τις ακολουθίες (patterns) που εμφανίζονται σ’

αυτά. Με λίγα λόγια οδηγεί σε αποφάσεις προβλέποντας ποια είναι η πιθανότητα του κάθε ενδεχομένου. [31]

3.2.7 Evolver

Το Evolver επιλύει μοντέλα βελτιστοποίησης σε φύλλα εργασίας του Microsoft Excel. Χρησιμοποιεί καινοτόμους γενετικούς αλγορίθμους, OptQuest και τεχνολογία γραμμικού προγραμματισμού για τη γρήγορη επίλυση προβλημάτων χρηματοδότησης, προγραμματισμού διανομής, κατανομής πόρων, παραγωγής, προϋπολογισμού, μηχανικής και άλλα. Πρακτικά κάθε πρόβλημα που μπορεί να μοντελοποιηθεί σε Excel μπορεί να επιλυθεί με Evolver, συμπεριλαμβανομένων και δύσκολα επιλύσιμων πολύπλοκων μη γραμμικών προβλημάτων. Το Evolver έχει την ιδιαίτερη ικανότητα να καταλήγει στην βέλτιστη γενική λύση ενός προβλήματος κάτι που δε θα γινόταν με τους παραδοσιακούς λύτες. [32]

3.2.8 RISKOptimizer

Το RISKOptimizer πραγματοποιεί βελτιστοποίηση με τη χρήση προσομοίωσης. Σε πολλά προβλήματα συχνά εμφανίζεται αβεβαιότητα. Για παράδειγμα σε περιπτώσεις κατανομής περιορισμένων πόρων με σκοπό την μεγιστοποίηση του κέρδους ή προγραμματισμού της παραγωγής με στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους μπορεί να υπάρξει αβεβαιότητα που έχει να κάνει με έσοδα από πωλήσεις ή το κόστος παραγωγής. Οι παραδοσιακές μέθοδοι βελτιστοποίησης αγνοούν αυτή την αβεβαιότητα και αποτελούν γι' αυτό το λόγο, επικίνδυνη προσέγγιση σε τέτοια προβλήματα. Το RISKOptimizer υποδεικνύει όχι μόνο τον καλύτερο συνδυασμό χρήσης των δεδομένων εισόδου αλλά και το ρίσκο που εμπεριέχει κάθε πιθανή στρατηγική. Αυτό το πετυχαίνει συνδυάζοντας αλγορίθμους βελτιστοποίησης και προσομοίωση Monte Carlo. Με το RISKOptimizer μπορεί κανείς να αναζητήσει στρατηγικές με τις οποίες πετυχαίνει το στόχο του ελαχιστοποιώντας παράλληλα το ρίσκο. [33]

3.2.9 Συνδυασμοί εργαλείων λογισμικών για την επίτευξη καλύτερων αποτελεσμάτων

Τα εργαλεία λογισμικού που προαναφέρθηκαν μπορούν να χρησιμοποιηθούν συνδυαστικά για εκτενέστερη ανάλυση και επίτευξη ακριβέστερων αποτελεσμάτων. [26]

TopRank & @RISK

Μετά από μία ανάλυση “what if” με το TopRank που προσδιορίζει τους πιο σημαντικούς παράγοντες που επηρεάζουν το μοντέλο, με χρήση των συναρτήσεων κατανομής πιθανότητας του @RISK μπορούν να οριστούν οι τιμές αυτών που είναι

αβέβαιοι. Στη συνέχεια με εφαρμογή της προσομοίωσης Monte Carlo δίνονται όλα τα πιθανά αποτελέσματα καθώς και η πιθανότητα εμφάνισής τους.

Επίσης με τη χρήση του TopRank μπορεί να γίνει πιο στοχευμένη η ανάλυση του @RISK. Ειδικά σε μεγάλα μοντέλα αυτό πολλές φορές μειώνει τον απαιτούμενο χρόνο και βελτιώνει την ακρίβεια της ανάλυσης. Οι συναρτήσεις του @RISK μπορούν να χρησιμοποιηθούν και απ' το TopRank για εμφάνιση μεγαλύτερου εύρους τιμών απ' ότι με τις αρχικές συναρτήσεις του.

@RISK & PrecisionTree

Το @RISK μπορεί να συνδυαστεί με το PrecisionTree για την παράσταση αβέβαιων πιθανοτήτων και αποτελεσμάτων σε μοντέλα δέντρων αποφάσεων. Ενισχύεται έτσι η ακρίβεια των μοντέλων δέντρων αποφάσεων λαμβάνοντας υπ' όψιν μεγαλύτερο εύρος τιμών για αβέβαια γεγονότα και όχι μόνο μερικές διακριτές επιλογές.

@RISK & StatTools

Στα αποτελέσματα που προκύπτουν από το @RISK μπορεί να πραγματοποιηθεί στατιστική ανάλυση από το StatTools ώστε να αξιολογηθούν τα διαστήματα εμπιστοσύνης. Επίσης το @RISK μπορεί να εκτελεστεί στα αποτελέσματα από τη πρόβλεψη του StatTools ώστε να προσομοιωθούν τα πιθανά τελικά αποτελέσματα με περισσότερη ακρίβεια.

PrecisionTree & TopRank

Τα μοντέλα του PrecisionTree μπορούν να εκτελεστούν και με το TopRank για τον προσδιορισμό των πιο σημαντικών παραγόντων σε μεγάλα και πολύπλοκα μοντέλα δέντρων αποφάσεων.

NeuralTools & Evolver

Ο συνδυασμός του NeuralTools και του Evolver διευκολύνει την βελτιστοποίηση πολύπλοκων προβλημάτων. Ο από κοινού ορισμός σε ένα φύλλο εργασίας του Excel των κελιών εισόδου και εξόδου και για τα δυο προγράμματα αρκεί ώστε να εκτελεστούν παράλληλα και να καταλήξουν στη βέλτιστη λύση.

NeuralTools & RISKOptimizer

Με την ταυτόχρονη χρήση του NeuralTools και του RISKOptimizer μπορεί ο χρήστης να εφαρμόζει προσομοίωση Monte Carlo σε κάθε πιθανή λύση και να πραγματοποιεί προβλέψεις για το τελικό αποτέλεσμα.

@RISK & RISKOptimizer

Μετά την προσομοίωση, «τρέχοντας» το RISKOptimizer σε ένα ήδη υπάρχον μοντέλο του @RISK μπορεί κανείς για παράδειγμα να μεγιστοποιήσει τα κέρδη, να ελαχιστοποιήσει τα κόστη ή γενικά να πετύχει έναν συγκεκριμένο σκοπό. Σημειώνεται ότι το RISKOptimizer χρησιμοποιεί τις ίδιες συναρτήσεις με το @RISK.

RISKOptimizer & NeuralTools

Το RISKOptimizer σε συνδυασμό με το NeuralTools μπορούν να κάνουν προβλέψεις σε πραγματικό χρόνο για κάθε δοκιμαστική λύση.

StatTools, @RISK & RISKOptimizer

Ο συνδυασμός του StatTools και του @RISK εκτιμά τα διαστήματα εμπιστοσύνης στα αποτελέσματα της προσομοίωσης. Επίσης μπορούν να εφαρμοστούν οι συναρτήσεις του @RISK σε αποτελέσματα πρόβλεψης του StatTools για τον υπολογισμό πιθανών αποτελεσμάτων με περισσότερη ακρίβεια απ' ότι με την ντετερμινιστική ανάλυση μόνο. Τέλος ο χρήστης μπορεί να «τρέξει» το RISKOptimizer στο μοντέλο χρησιμοποιώντας τις ίδιες συναρτήσεις του @RISK ώστε να εντοπίσει τον καλύτερο συνδυασμό παραγόντων για την μεγιστοποίηση του προβλεπόμενου κέρδους.

3.3 IBM ILOG CPLEX Optimizer

Η τεχνολογία μαθηματικού προγραμματισμού που διαθέτει ο IBM ILOG CPLEX Optimizer δίνει τη δυνατότητα βελτιστοποίησης μιας απόφασης με σκοπό τη αύξηση της αποδοτικότητας, τη μείωση κόστους και την αύξηση του κέρδους. Ο IBM ILOG CPLEX Optimizer έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

- Με τους θεμελιώδεις αλγορίθμους που διαθέτει μπορεί να επιλύει αποτελεσματικά, δύσκολα προβλήματα μαθηματικού προγραμματισμού όπως προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού, μεικτού ακεραίου προγραμματισμού, τετραγωνικού προγραμματισμού κτλ. Έχει μάλιστα τη δυνατότητα να αξιοποιεί περισσότερους από έναν υπολογιστές για την επίλυση δύσκολων προβλημάτων.
- Έχει τη δυνατότητα επίλυσης προβλημάτων μεγάλης πολυπλοκότητας με εκατομμύρια περιορισμούς και μεταβλητές απόφασης.
- Είναι ιδιαίτερα αποδοτικός καθώς επιλύει τα προβλήματα με αρκετά μεγάλη ταχύτητα.
- Βελτιώνεται συνεχώς από την IBM.
- Δίνει στο χρήστη τη δυνατότητα να επιλέξει ανάμεσα σε πολλούς τρόπους προσέγγισης ενός προβλήματος.
- Μπορεί να προσδιορίζει αυτόματα τις τιμές των παραμέτρων οδηγώντας έτσι στη βέλτιστη λύση μαθηματικού προγραμματισμού. Ωστόσο υπάρχει και η

επιλογή του χειροκίνητου προσδιορισμού των τιμών των παραμέτρων. Επίσης έχει τη δυνατότητα να αξιολογεί διαφορετικές τιμές και να προτείνει την καλύτερη δυνατή. Με τη μέθοδο της ανάκλησης είναι δυνατός ακόμα περισσότερος έλεγχος της διαδικασίας.

- Τα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού μπορούν να τροποποιηθούν και να λυθούν σε λιγότερο χρόνο από τον αρχικό.
- Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να τροποποιεί τα προβλήματα και συγκεκριμένα μπορεί να προσθέτει ή να αφαιρεί μεταβλητές, να προσθέτει ή να αφαιρεί περιορισμούς, να τροποποιεί την αντικειμενική συνάρτηση και να αλλάζει τους τύπους των περιορισμών. [34]

3.4 LINDO SYSTEMS INC.

3.4.1 What'sBest! 12.0

Το What'sBest! είναι πρόσθετο του Excel το οποίο επιτρέπει την δημιουργία μοντέλων μεγάλης πολυπλοκότητας σε ελεύθερη δομή μέσα σε spreadsheet. Δίνει τη δυνατότητα επίλυσης σε Microsoft Excel προβλημάτων γραμμικού, μη γραμμικού, τετραγωνικού, στοχαστικού και ακεραίου προγραμματισμού. Τα βασικά πλεονεκτήματά του είναι τα εξής:

- Δίνει τη δυνατότητα επίλυσης των μεγαλύτερων και δυσκολότερων προγραμμάτων γραμμικού, ακεραίου και μη γραμμικού προγραμματισμού με μεγάλη ταχύτητα. Είναι σχεδιασμένο για επίλυση πραγματικών προβλημάτων και χρησιμοποιείται από εταιρείες σε όλο τον κόσμο.
- Η μοντελοποίηση είναι ιδιαίτερα εύκολη.
- Είναι ιδανικό για την δημιουργία κατανοητών λογιστικών φύλλων καθώς και για την ανάπτυξη εφαρμογών για χρήση από τρίτους. [35]

3.4.2 LINGO

Το LINGO είναι ένα αναλυτικό εργαλείο σχεδιασμένο για την εύκολη και αποτελεσματική μοντελοποίηση προβλημάτων γραμμικού, μη γραμμικού, τετραγωνικού, στοχαστικού και ακεραίου προγραμματισμού. Τα κύρια χαρακτηριστικά του είναι τα εξής:

- Μείωση του χρόνου μοντελοποίησης. Επιτρέπει την κατάστρωση γραμμικών, μη γραμμικών και ακεραίων προγραμμάτων γρήγορα και σε ευανάγνωστη μορφή. Η γλώσσα μοντελοποίησης του LINGO επιτρέπει την έκφραση των προβλημάτων με ξεκάθαρη και εύληπτη μορφή με τη χρήση μεταβλητών και τύπων όπως θα γινόταν με μολύβι και χαρτί. Έτσι τα μοντέλα είναι ευκολότερο να δημιουργηθούν και να γίνουν κατανοητά.

- Το LINGO κάνει ευκολότερη τη διαχείριση των δεδομένων καθώς δίνει τη δυνατότητα άντλησης πληροφοριών κατ' ευθείαν από βάσεις δεδομένων ή λογιστικά φύλλα. Το ίδιο ισχύει και για τα αποτελέσματα που δίνει ως έξοδο.
- Διαβάζοντας τα δεδομένα αναγνωρίζει τον τύπο του προβλήματος (γραμμικό, μη γραμμικό, τετραγωνικό, στοχαστικό, ακέραιο) χωρίς να χρειάζεται να τον καθορίσει ο χρήστης. [36]

3.4.3 LINDO API

Με το LINDO API μπορεί κανείς εύκολα να αναπτύξει τις δικές του εφαρμογές βελτιστοποίησης. Το LINDO API επιτρέπει στο χρήστη να χρησιμοποιεί τους λύτες του LINDO κατ' ευθείαν σε προσαρμοσμένες εφαρμογές και μαθηματικά προγράμματα που έχει φτιάξει μόνος του. Τα βασικά χαρακτηριστικά του είναι τα εξής:

- Γρήγορη και εύκολη ανάπτυξη. Με το LINDO API είναι εύκολο να εντάξει κανείς ενιαία τη βελτιστοποίηση σε μια εφαρμογή.
- Το LINDO API παρέχει ένα πλήθος από ισχυρούς λύτες για στοχαστικό, γραμμικό, μη γραμμικό, τετραγωνικό και ακέραιο προγραμματισμό.
- Ανεξάρτητα από την πολυπλοκότητα της εφαρμογής το LINDO API παρέχει την απαραίτητη ευελιξία και λειτουργικότητα. Περιλαμβάνει τις απαραίτητες ρουτίνες για τη διαμόρφωση, την επίλυση και την τροποποίηση των προβλημάτων.
- Οι εκδόσεις του LINDO API κατάλληλες για Windows 32 και 64 bit μπορούν να τρέξουν ως συνάρτηση του MATLAB. Με τη χρήση του MATLAB υπάρχει η δυνατότητα μοντελοποίησης και επίλυσης προβλημάτων και δημιουργίας αλγορίθμων βασισμένων στις ρουτίνες και τους λύτες του LINDO API.
- Το LINDO API περιλαμβάνει εργαλεία που έχουν τη δυνατότητα να εντοπίζουν τις αιτίες που κάνουν ένα πρόβλημα μη επιλύσιμο ή απεριοριστο. Τα εργαλεία αυτά απομονώνουν ένα τμήμα του αρχικού μοντέλου ως πηγή του προβλήματος. Αυτό επιτρέπει στο χρήστη να επικεντρώσει την προσοχή του σε μια σχετικά μικρή υποενότητα του μοντέλου ώστε να ελέγξει για λάθη στη διαμόρφωση ή στην είσοδο δεδομένων. Σε μη επιλύσιμα γραμμικά, μη γραμμικά, τετραγωνικά και ακέραια μοντέλα τα εργαλεία μπορούν να βρουν ανακόλουθο σύνολο από περιορισμούς ενώ σε απεριορίιστα μοντέλα έναν απεριοριστο αριθμό από μεταβλητές.
- Το LINDO API δίνει τη δυνατότητα ανάπτυξης εφαρμογών σε δίκτυο ή στο διαδίκτυο.
- Είναι διαθέσιμο σε εκδόσεις με διάφορες χωρητικότητες κι έτσι ο κάθε χρήστης μπορεί να προμηθευτεί το προϊόν με τη χωρητικότητα μεταβλητών που χρειάζεται για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα. [37]

3.5 AMPL (A Mathematical Programming Language)

Το AMPL είναι ένα εργαλείο μοντελοποίησης κατάλληλο για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης.

Παρέχει μία γλώσσα μοντελοποίησης για την περιγραφή των δεδομένων, των μεταβλητών, την αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών, μία γλώσσα εντολών για την μελέτη των μοντέλων και την ανάλυση των αποτελεσμάτων και μία γλώσσα με εντολές για την συλλογή και το χειρισμό δεδομένων καθώς και για την πραγματοποίηση της βελτιστοποίησης. Όλες χρησιμοποιούν την ίδια σύνταξη και ακολουθούν την ίδια λογική για την ορθολογική ανάπτυξη εφαρμογών.

Το AMPL υποστηρίζει την επίλυση ενός μεγάλου εύρους προβλημάτων όπως:

- Γραμμικού προγραμματισμού
- Τετραγωνικού προγραμματισμού
- Μη γραμμικού προγραμματισμού
- Μεικτού – ακεραίου προγραμματισμού
- Μεικτού – ακεραίου τετραγωνικού προγραμματισμού με ή χωρίς τετραγωνικούς περιορισμούς
- Μεικτού – ακεραίου μη γραμμικού προγραμματισμού
- Κωνικού προγραμματισμού δεύτερης τάξης
- Με διγραμμικές μητρικές ανισότητες
- Προγραμματισμού με περιορισμούς

Η κλήση του κάθε λύτη πραγματοποιείται με ξεχωριστή διεργασία κάτι που δίνει τη δυνατότητα:

- Ο χρήστης να μπορεί να διακόψει τη διαδικασία της επίλυσης όποτε το επιθυμεί
- Τα σφάλματα (errors) που εμφανίζονται στους λύτες να μην επηρεάζουν τον διερμηνέα (interpreter)
- Μία έκδοση 32-bit του AMPL να μπορεί να χρησιμοποιηθεί με έναν 64-bit λύτη και αντίστροφα.

Το AMPL είναι διαθέσιμο για εκδόσεις 32-bit και 64-bit πολλών γνωστών λειτουργικών συστημάτων όπως Windows, Linux, Mac.

Επίσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί άμεσα από το Microsoft Excel μέσω της εφαρμογής SolverStudio (πρόσθετο του Excel). [38]

3.6 GAMS

Το GAMS (General Algebraic Modeling System) είναι ειδικά σχεδιασμένο για την μοντελοποίηση γραμμικών, μη γραμμικών και μεικτών – ακεραίων προβλημάτων βελτιστοποίησης. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για μεγάλα, πολύπλοκα και μοναδικά στο είδος τους προβλήματα. Είναι διαθέσιμο σε εκδόσεις 32-bit και 64-bit για διάφορα λειτουργικά συστήματα όπως Windows, Mac, Linux κ.ά..

Πρόκειται ουσιαστικά για μια γλώσσα μοντελοποίησης η οποία επιτρέπει στο χρήστη να συγκεντρώνεται στη διαδικασία της μοντελοποίησης χωρίς να χρειάζεται να ανησυχεί για τεχνικά προβλήματα όπως ο υπολογισμός διευθύνσεων, η ανάθεση χώρου, η σύνδεση υπορουτίνων, ο έλεγχος της ροής δεδομένων, η είσοδος, η έξοδος κτλ.. Προσφέρει έτσι περισσότερο χρόνο διαθέσιμο για την κατανόηση και την εκτέλεση του μοντέλου καθώς και για την ανάλυση των αποτελεσμάτων. Έχει αρκετές ομοιότητες με γνωστές γλώσσες προγραμματισμού και έτσι είναι σχετικά εύκολη στη χρήση της για κάθε χρήστη με εμπειρία στον προγραμματισμό.

Με τη χρήση του GAMS τα δεδομένα εισάγονται μόνο μια φορά με τη μορφή λίστας ή πίνακα. Τα μοντέλα περιγράφονται με συνοπτικές αλγεβρικές σχέσεις οι οποίες είναι εύκολες στην ανάγνωσή τους τόσο για τον άνθρωπο όσο και για τον υπολογιστή. Ολόκληρα σύνολα από περιορισμούς οι οποίοι σχετίζονται μεταξύ τους μπορούν να εισαχθούν με τη χρήση μίας μόνο σχέσης. Το GAMS παράγει αυτόματα κάθε εξίσωση των περιορισμών και επιτρέπει στο χρήστη να εισάγει εξαιρέσεις σε περιπτώσεις που δεν ακολουθούν τους γενικούς κανόνες. Οι αλγεβρικές σχέσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν περισσότερες από μία φορές σε περιπτώσεις ξεχωριστών προβλημάτων τα οποία είναι όμοια ή σχεδόν όμοια μεταξύ τους. Όταν υπάρχουν σφάλματα, η τοποθεσία και ο τύπος τους εντοπίζονται πριν από την επίλυση του μοντέλου. Το GAMS αντιμετωπίζει δυναμικά μοντέλα τα οποία περιλαμβάνουν χρονικές ακολουθίες, χρονική υστέρηση και προσωρινά καταληκτικά σημεία.

Το GAMS είναι ευέλικτο και ισχυρό. Τα μοντέλα μπορούν να μεταφερθούν πλήρως από έναν υπολογιστή σε άλλο αρκεί το GAMS να είναι εγκατεστημένο και στους δύο. Διευκολύνει επίσης την πραγματοποίηση ανάλυσης ευαισθησίας. Ο χρήστης μπορεί εύκολα να δημιουργήσει ένα μοντέλο επιλύσιμο με διαφορετικές τιμές και στη συνέχεια να προχωρήσει σε μία μελέτη των αποτελεσμάτων καταγράφοντας κάθε φορά τα χαρακτηριστικά της λύσης. [39]

3.7 COIN-OR

Το COIN-OR (Computational Infrastructure for Operations Research) είναι μια πρωτοβουλία με σκοπό την προώθηση της ανάπτυξης λογισμικού ανοιχτού κώδικα (open source) κατάλληλου για την αντιμετώπιση προβλημάτων επιχειρησιακής έρευνας.

Το λογισμικό ανοιχτού κώδικα έχει το πλεονέκτημα ότι κάθε χρήστης μπορεί να διαβάσει, να αναδιανείμει και να τροποποιήσει τον αρχικό κώδικα του λογισμικού. Έτσι με τη βοήθεια των χρηστών το λογισμικό βελτιώνεται, προσαρμόζεται και δέχεται διορθώσεις. [40]

3.8 NEOS server

Ο NEOS server είναι μία online υπηρεσία για την επίλυση αριθμητικών προβλημάτων βελτιστοποίησης. Παρέχει πρόσβαση σε περισσότερους από 60 λύτες για αρκετές κατηγορίες προβλημάτων βελτιστοποίησης. [41]

3.9 SolverStudio

Το SolverStudio είναι ένα πρόσθετο του Excel το οποίο χρησιμεύει στη δημιουργία και επίλυση μοντέλων βελτιστοποίησης στο Excel με τη χρήση των ακόλουθων γλωσσών βελτιστοποίησης:

- PuLP: Πρόκειται για μια γλώσσα βελτιστοποίησης βασισμένη στην Python. Είναι γλώσσα ανοιχτού κώδικα ανεπτυγμένη στο COIN-OR. Συμπεριλαμβάνεται στο SolverStudio.
- COOPR/Pyomo: Είναι επίσης γλώσσα ανοιχτού κώδικα ανεπτυγμένη στο COIN-OR και βασισμένη στην Python η οποία σε σχέση με την PuLP δίνει επιπλέον τη δυνατότητα εφαρμογής στοχαστικού προγραμματισμού καθώς και χρήσης μεγαλύτερου εύρους λυτών.
- AMPL. Το SolverStudio απαιτεί την αγορά και εγκατάσταση του AMPL από το χρήστη. Εναλλακτικά παρέχει τη δυνατότητα εγκατάστασης μια δοκιμαστικής έκδοσης του AMPL η οποία επιτρέπει τη χρήση μέχρι 300 μεταβλητών και 300 περιορισμών. Επίσης υποστηρίζεται η εκτέλεση μοντέλων με το AMPL στον NEOS server.
- GMPL (GNU MathProg Language): Πρόκειται για μια γλώσσα παρόμοια με την AMPL ανεπτυγμένη ως τμήμα του GLPK (GNU Linear Programming Kit). Συμπεριλαμβάνεται στο SolverStudio.
- GAMS: Απαιτείται η αγορά και εγκατάστασή της από το χρήστη. Επίσης παρέχεται μία δωρεάν δοκιμαστική έκδοσή της. Η επίλυση μοντέλων με την GAMS στον NEOS server υποστηρίζεται από την “beta” έκδοση του SolverStudio.
- Gurobi: Η πρόσβαση στον λύτη Gurobi από το SolverStudio γίνεται με τη χρήση του Gurobi Python modelling interface. Απαιτείται η αγορά και εγκατάσταση του Gurobi από τον χρήστη.
- SimPy: Είναι μια γλώσσα ανοιχτού κώδικα, κατάλληλη για προσομοίωση και βασισμένη στην Python. Περιλαμβάνεται στο SolverStudio.
- Μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί και κάθε άλλο λογισμικό βασισμένο στην Python. Η εκτέλεσή του μπορεί να γίνει είναι με το IronPython είτε με το standard Python. Και τα δυο συμπεριλαμβάνονται στο SolverStudio.

Το SolverStudio επιτρέπει τη δημιουργία και τροποποίηση ενός μοντέλου βελτιστοποίησης στο Excel και την αποθήκευσή του στο φύλλο εργασίας. Επίσης είναι εύκολη η σύνδεση των δεδομένων στο φύλλο εργασίας με τις παραμέτρους, τις σταθερές και τις μεταβλητές που χρησιμοποιούνται στο μοντέλο. Το SolverStudio

μπορεί να «τρέξει» το μοντέλο και να επιστρέψει τη λύση του στο φύλλο εργασίας του Excel.

Το SolverStudio είναι γραμμένο σε VBA και C# με τη βοήθεια του Visual Studio 2010 Professional. Χρησιμοποιεί το Microsoft VSTO (Visual Studio Tools for Office) το οποίο «τρέχει» .Net 4 για τη διαχείριση της ενσωμάτωσης με το Excel. [42]

3.10 Συγκεντρωτικός Πίνακας εργαλείων μοντελοποίησης και επίλυσης

	Γραμμικός Προγραμματισμός	Δέντρα αποφάσεων	Προσομοίωση	Πρόσθετο του Excel	Λειτουργικό σύστημα
XLMiner Pro				✓	Windows
XLMiner Platform				✓	Windows
XLMiner for Education				✓	Windows
Premium Solver Pro	✓			✓	Windows
Premium Solver Platform	✓			✓	Windows & Mac
Solver/ Solver App	✓			✓	Windows & Mac
Risk Solver Pro	✓	✓	✓	✓	Windows
Risk Solver Platform	✓	✓	✓	✓	Windows
Analytic Solver Pro	✓	✓	✓	✓	Windows & Mac
Analytic Solver Platform	✓			✓	Windows & Mac
Solver SDK Pro					Windows, Linux

SDK Solver Platform					Windows, Linux
@RISK			✓	✓	Windows
PrecisionTree		✓		✓	Windows
TopRank				✓	Windows
StatTools				✓	Windows
NeuralTools				✓	Windows
Evolver	✓			✓	Windows
RISKOptimizer	✓		✓	✓	Windows
CPLEX Optimizer	✓				Windows
What'sBest!	✓			✓	Windows
LINGO	✓				Windows
LINDO API					Windows
AMPL	✓				Windows
GAMS	✓				Windows, Linux, Mac

Κεφάλαιο 4: Παραδείγματα εφαρμογής της Επιχειρησιακής Έρευνας

4.1 Πρώτο επιχειρησιακό μοντέλο: Σχεδιασμός παραγωγής, διαφήμισης και επενδύσεων σε βιομηχανία γαλακτοκομικών

α) Σε μία γαλακτοβιομηχανία μελετάται η παραγωγή 18 διαφορετικών ειδών γιαουρτιού. Στους παρακάτω πίνακες δίνονται όλα τα στοιχεία που αφορούν την παραγωγική διαδικασία. Δίνεται ότι το αρχικό απόθεμα για κάθε προϊόν είναι μηδενικό. Ζητείται να βρεθεί για κάθε ημέρα η ποσότητα κάθε είδους προϊόντος που παράγεται, ο χρόνος παραγωγής καθώς και το απόθεμα κάθε προϊόντος στο τέλος της ημέρας. [43]

Προϊόντα (είδη) και ταχύτητα παραγωγής τους (σε 1.000 κύπελα/ώρα):		
Προτεραιότητα	Προϊόν	Ταχύτητα παραγωγής
1	P1	12
2	P2	12
3	P3	12
4	P4	12
5	P5	12
6	P6	12
7	P7	12
8	P8	12
9	P9	12
10	P10	12
11	P11	12
12	P12	12
13	P13	12
14	P14	12
15	P15	12
16	P16	10
17	P17	10
18	P18	10

Κόστος μετάβασης απ' το ένα προϊόν στο άλλο σε (€):																	
	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18
P1	132,23	119,69	117,3	101,08	126,43	127,15	101,37	93,266	95,149	94,792	93,235	135,37	128,23	137,58	128,64	94,697	105,31
P2		97,835	132,4	126,25	137,75	122,54	106,39	108,76	97,916	121,85	117,24	123,51	108,86	103,01	104,86	122,5	108,53
P3			130,1	93,412	122,82	136,99	134,97	108,68	110,68	112,15	131,82	138,09	135,02	115,73	98,893	137,61	125,34
P4				138,21	127,12	131,64	105,69	114,2	118,02	93,319	97,266	98,149	99,172	121,82	124,54	112,89	98,418
P5					107,25	113,5	102,58	138,47	103,43	108,71	98,576	127,43	108,42	110,05	103,2	116,84	130,69
P6						121,49	111,65	107,1	129,21	102,46	93,402	108,7	135,87	114,33	112,89	93,324	113,31
P7							132,12	102,63	109,39	136,24	131,2	112,71	115,8	127,52	132,18	114,69	126,11
P8								119,24	91,549	121,47	96,699	91,928	94,515	96,31	134,07	110,88	139,74
P9									119,28	133,92	134,24	118,12	126,77	92,153	125	104,61	108,13
P10										122,08	115,74	108,62	90,236	108,55	127,78	104,48	126,54
P11											138,18	129,64	120,16	124,67	138,73	127,69	122,48
P12												129,76	137,84	136,79	110,11	94,84	124,07
P13													109,87	113,88	96,564	93,846	90,381
P14														96,455	126,24	126,05	122,71
P15															134,98	128,25	137,26
P16																122,9	120,66
P17																	129,15

Χρόνος μετάβασης απ' το ένα προϊόν στο άλλο σε (h):																	
	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18
P1	0,185	0,239	0,192	0,221	0,182	0,177	0,211	0,244	0,196	0,22	0,195	0,185	0,205	0,221	0,195	0,217	0,174
P2		0,22	0,199	0,224	0,201	0,236	0,218	0,215	0,21	0,233	0,188	0,234	0,226	0,19	0,228	0,24	0,218
P3			0,171	0,232	0,195	0,185	0,247	0,222	0,215	0,206	0,203	0,244	0,219	0,182	0,246	0,23	0,201
P4				0,2	0,183	0,206	0,236	0,232	0,231	0,212	0,194	0,171	0,194	0,222	0,18	0,2	0,187
P5					0,242	0,171	0,195	0,178	0,232	0,184	0,224	0,231	0,238	0,246	0,175	0,228	0,185
P6						0,195	0,217	0,17	0,209	0,18	0,245	0,246	0,179	0,235	0,18	0,183	0,176
P7							0,18	0,213	0,234	0,188	0,197	0,235	0,193	0,244	0,183	0,247	0,171
P8								0,171	0,208	0,178	0,215	0,244	0,178	0,195	0,243	0,186	0,233
P9									0,186	0,181	0,18	0,186	0,202	0,192	0,181	0,232	0,171
P10										0,207	0,184	0,224	0,197	0,213	0,219	0,219	0,24
P11											0,192	0,244	0,246	0,183	0,192	0,183	0,198
P12												0,198	0,237	0,187	0,188	0,172	0,288
P13													0,191	0,187	0,227	0,193	0,247
P14														0,222	0,214	0,248	0,182
P15															0,245	0,246	0,183
P16																0,188	0,195
P17																	0,172

Η καθημερινή λειτουργία του εργοστασίου αποτελείται από τρεις βάρδιες. Την πρωινή, την απογευματινή και τη βραδινή. Στον επόμενο πίνακα περιλαμβάνονται τα εργατικά κόστη για την πρωινή (cost8), την απογευματινή (cost16) και τη νυχτερινή (cost24) βάρδια καθώς και το κόστος αποθήκευσης (cstorage).

Εργατικά κόστη και κόστος αποθήκευσης:		
cost8	50	€/h
cost16	70	€/h
cost24	120	€/h
cstorage	10	(€/1.000 κύπελα)/μέρα

Ζήτηση (επιθυμητή παραγωγή) για κάθε προϊόν (σε 1.000 κύπελα):							
Προϊόν	Δευτέρα	Τρίτη	Τετάρτη	Πέμπτη	Παρασκευή	Σάββατο	Σύνολο
P1	-	10	-	-	12	-	22
P2	-	-	20	-	-	12	32
P3	50	50	10	20	5	13	148
P4	10	20	50	12	2	20	114
P5	-	12	-	-	20	-	32
P6	5	20	40	10	5	20	100
P7	60	-	-	-	50	-	110
P8	-	-	-	15	-	-	15
P9	2	4	60	-	5	30	101
P10	12	-	-	20	23	2	57
P11	-	12	4	54	30	-	100
P12	-	-	20	-	-	-	20
P13	-	50	-	20	13	3	86
P14	5	5	5	5	10	12	42
P15	20	-	-	-	2	-	22
P16	-	-	60	40	10	-	110
P17	-	30	-	-	-	30	60
P18	2	5	-	54	23	2	86

β) Η βιομηχανία θέλει να διαφημίσει τα προϊόντα της. Η εταιρεία θεωρεί 4 διαφορετικές ομάδες καταναλωτών στις οποίες απευθύνεται αντιστοιχίζοντάς τες σε τέσσερα διαφορετικά χρονικά διαστήματα της ημέρας (πρωί, απόγευμα, βράδυ, νύχτα) ανάλογα με το πότε παρακολουθούν τα διάφορα μέσα ενημέρωσης. Επίσης σκοπεύει να διαφημιστεί σε 15 διαφορετικά μέσα ενημέρωσης. Αυτά είναι τα εξής: ATV, BTV, CTV, DTV, ETV, FTV, GTV, K Radio, L Radio, Internet, P Newspaper, R Newspaper, διαφημιστικές πινακίδες, φυλλάδια και e-mail. Μετά από έρευνα αλλά κι από τη μέχρι στιγμής εμπειρία της η επιχείρηση γνωρίζει τα κόστη της διαφήμισης σε κάθε χρονική διάρκεια της ημέρας και σε κάθε μέσον ενημέρωσης. Υπολογίζει επίσης τις πιθανότητες επιτυχίας της διαφήμισης σε κάθε ομάδα στην οποία απευθύνεται. Συγκεκριμένα τα μεγέθη αυτά παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες. Το συνολικό κεφάλαιο που θα επενδυθεί στη διαφήμιση είναι 75.000€. Τα μέγιστα ποσοστά του κεφαλαίου που θα επενδυθούν για διαφήμιση στην τηλεόραση, το ραδιόφωνο και τις εφημερίδες είναι 55%, 15% και 25% αντίστοιχα. Ζητείται ο καλύτερος δυνατός διαμοιρασμός του κεφαλαίου στα διάφορα μέσα σύμφωνα πάντα με τους περιορισμούς και με σκοπό τη καλύτερη δυνατή προσέγγιση του αγοραστικού κοινού. [44]

Πίνακας πιθανοτήτων:				
	Πρωί	Απόγευμα	Βράδυ	Νύχτα
ATV	0,21	0,12	0,12	0,23
BTV	0,35	0,24	0,12	0,07
CTV	0,19	0,04	0	0,19
DTV	0	0,26	0,19	0,13
ETV	0,13	0,19	0,25	0
FTV	0,24	0,14	0,22	0,09
GTV	0,09	0	0,18	0,28
K Radio	0,39	0,17	0,47	0
L Radio	0,24	0,31	0,14	0,43
Internet	0,1	0,23	0,03	0,35
P News	0,12	0,11	0,03	0,09
R News	0,32	0,23	0,09	0,21
Πινακίδες	0,32	0,1	0,28	0,02
φυλλάδια	0,23	0,12	0,08	0,03
E-mail	0,29	0,07	0,04	0,32

Πίνακας κόστους (σε 10.000€):					
	Πρωί	Απόγευμα	Βράδυ	Νύχτα	Μέγιστος αριθμός διαφημίσεων
ATV	0,14	0,12	0,14	0,15	8
BTV	0,11	0,13	0,15	0,1	7
CTV	0,1	0,043	0,1	0,085	9
DTV	0,13	0,13	0,13	0,125	5
ETV	0,13	0,135	0,14	0,14	6
FTV	0,15	0,15	0,15	0,15	8
GTV	0,16	0,16	0,16	0,18	3
K Radio	0,015	0,01	0,01	0,01	10
L Radio	0,025	0,02	0,02	0,027	15
Internet	0,05	0,05	0,05	0,065	12
P News	0,1	0,1	0,1	0,1	8
R News	0,16	0,16	0,16	0,16	4
Πινακίδες	0,096	0,096	0,096	0,096	4
φυλλάδια	0,02	0,02	0,02	0,02	4
E-mail	0,008	0,008	0,008	0,008	4
Απαιτούμενος Αριθμός διαφημίσεων	16	18	25	10	
Σπουδαιότητα τμήματος	2	3	4	1	

γ) Η εταιρεία επιθυμεί να πραγματοποιήσει επενδύσεις με μέρος του κεφαλαίου που διαθέτει (100.000\$) απευθύνεται λοιπόν σε τράπεζα με σκοπό να ερευνήσει τις επιλογές της. Το προσωπικό επενδύσεων της τράπεζας εξετάζει τέσσερα επενδυτικά προγράμματα για την εταιρεία. Αυτά είναι η αγορά μετοχών, η αγορά ομολόγων, η αγορά ακινήτων και οι καταθέσεις ταμιευτηρίου. Οι προβλέψεις για τα προγράμματα αυτά είναι οι εξής:

- Η αξία των μετοχών έχει 25% πιθανότητα να μειωθεί κατά 10%, 30% πιθανότητα να παραμείνει σταθερή και 45% πιθανότητα να αυξηθεί κατά 15%.
- Τα ομόλογα αποδίδουν 12% της αξίας τους η οποία προβλέπεται ότι μπορεί να αυξηθεί κατά 5% με πιθανότητα 40% ενώ σε αντίθετη περίπτωση θα παραμείνει σταθερή.
- Η αξία των ακινήτων έχει 20% πιθανότητα να αυξηθεί κατά 30%, 25% πιθανότητα να αυξηθεί κατά 20%, 40% πιθανότητα να αυξηθεί κατά 10%, 10% πιθανότητα να παραμείνει σταθερή και 5% πιθανότητα να μειωθεί κατά 5%.
- Η κατάθεση ταμιευτηρίου αποδίδει 8,5%.

Αναζητείται το βέλτιστο επενδυτικό πλάνο για την εταιρεία. [3]

Μαθηματική περιγραφή

α) Πρόκειται για πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. Αρχικά ορίζονται οι δείκτες, οι παράμετροι και οι μεταβλητές με τα σύμβολά τους, στη συνέχεια η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί του προβλήματος και τέλος οι πίνακες αποτελεσμάτων:

Δείκτες	
i	ημέρες
j, k, l	προϊόντα

Παράμετροι	
N	Χρονικό διάστημα προγραμματισμού
P	Αριθμός προϊόντων
demand(i,j)	Ζήτηση του προϊόντος j τη μέρα i (σε 1.000 κύπελλα)
csetup (j,k)	Κόστος μετάβασης απ' το προϊόν j στο προϊόν k (€)
tsetup(j,k)	Χρόνος μετάβασης απ' το προϊόν j στο προϊόν k (h)
cstorage	Κόστος αποθήκευσης (€/1.000 κύπελλα/ημέρα)
cost8, cost16, cost24	Εργατικά κόστη για τις 3 βάρδιες (€/h)
u(j)	Ταχύτητα παραγωγής του προϊόντος j (1.000 κύπελλα/h)
openinv(i,j), tarinv(i,j)	Αρχικό και επιθυμητό απόθεμα του προϊόντος j στο τέλος της ημέρας (σε 1.000 κύπελλα)
M(j), μ(j)	Μέγιστη και ελάχιστη ποσότητα παραγωγής (σε 1.000 κύπελλα)

Μεταβλητές απόφασης	
prod(i,j)	Παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος j τη μέρα i (σε 1.000 κύπελλα)
inv(i,j)	Απόθεμα προϊόντος j στο τέλος της μέρας i (σε 1.000 κύπελλα)
Time(i)	Συνολική χρήση των μηχανών τη μέρα i συμπεριλαμβανομένου του χρόνου μετάβασης από ένα προϊόν σε άλλο (h)
BIN(i,j)	Παραγωγή προϊόντος j τη μέρα i (0-1)
BINSETUP(i,j,k)	Μετάβαση απ' το προϊόν j στο προϊόν k τη μέρα i (0-1)

Αντικειμενική συνάρτηση

$$\begin{aligned} \text{Κόστος} = & \sum_i \sum_j \sum_l csetup(j,l) \cdot BINSETUP(i,j,l) + \sum_i \sum_j inv(i,j) \cdot cstorage \\ & + \sum_i cost8 \cdot Time(i) \\ & + \sum_i (cost16 - cost8) \cdot (Time(i) - 8 + a(i)) \\ & + \sum_i (cost24 - cost16) \cdot (Time(i) - 16 + b(i)) \end{aligned}$$

Περιορισμοί

Η μεταβλητή $BIN(i,j)$ ορίζει αν θα παραχθεί το προϊόν j τη μέρα i ή όχι:

$$prod(i,j) \leq M(j) \cdot BIN(i,j), \forall i,j$$

$$prod(i,j) \geq \mu(j) \cdot BIN(i,j), \forall i,j$$

Το άθροισμα του αρχικού αποθέματος του προϊόντος j της παραγόμενης ποσότητάς του πρέπει να ισούται με το άθροισμα της ζήτησης του προϊόντος και του τελικού αποθέματός του:

$$openinv(j) + \sum_{i=1}^N prod(i,j) = \sum_{i=1}^n demand(i,j) + inv(N,j), \forall j$$

Στο τέλος της πρώτης ημέρας το απόθεμα πρέπει να είναι ίσο με το αρχικό απόθεμα συν την παραχθείσα ποσότητα, μείον τη ζήτηση της ημέρας, ενώ στο τέλος κάθε άλλης ημέρας το απόθεμα πρέπει να είναι ίσο με το τελικό απόθεμα της προηγούμενης ημέρας συν την παραχθείσα ποσότητα μείον τη ζήτηση:

$$inv(1,j) = openinv(j) + prod(1,j) - demand(1,j), \forall j$$

$$inv(1,j) \geq 0, \forall j$$

$$inv(i,j) = inv(i-1,j) + prod(i,j) - demand(i,j), i > 1, \forall j$$

$$inv(i,j) \geq 0, i > 1, \forall j$$

Ο συνολικός χρόνος παραγωγής μια ημέρας μπορεί να είναι το πολύ 23 ώρες καθώς μία ώρα απαιτείται για τον καθαρισμό των μηχανών:

$$inv(N,j) = tarinv(j) \text{ (επίτευξη του στόχου για το τελικό απόθεμα)}$$

$$Time(i) = \sum_{j=1}^P \frac{prod(i,j)}{u(j)} + \sum_{j=1}^P \sum_{l=1}^P tsetup(j,l) \cdot binsetup(i,j,l), \forall i$$

$$Time(i) \leq 23, \forall i$$

Οι μεταβλητές $a(i)$ και $b(i)$ χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό του συνολικού κόστους:

$$Time(i) - 8 + a(i) \geq 0$$

$$Time(i) - 16 + b(i) \geq 0$$

Η μεταβλητή $BINSETUP(i,j,l)$ γίνεται 1 μόνο όταν η $BIN(i,j)$ και η $BIN(i,l)$ είναι 1 και επίσης όλες οι μεταβλητές $BIN(i,k)$ για $k=j+1, \dots, l-1$ είναι 0:

$$BINSETUP(i,j,l) \leq 1 + (1 - BIN(i,j)) + (1 - BIN(i,l)) - \lambda \cdot \sum_{k=j+1}^{l-1} BIN(i,k),$$

$$\forall i,j, \forall l > j, \lambda \rightarrow 0$$

$$BINSETUP(i,j,l) \geq BIN(i,j) + BIN(i,l) - 1 - \lambda \cdot \sum_{k=j+1}^{l-1} BIN(i,k), \forall i,j, \forall l > j$$

$$BINSETUP(i,j,l) \leq BIN(i,j), \forall i,j, \forall l > j$$

$$BINSETUP(i,j,l) \leq BIN(i,l), \forall i,j, \forall l > j$$

$$BINSETUP(i,j,l) = 0, \forall i,j, \forall l \leq j$$

Προγραμματισμένη παραγωγή						
Προϊόν	Δευτέρα	Τρίτη	Τετάρτη	Πέμπτη	Παρασκευή	Σάββατο
P1	-	10	-	-	12	-
P2	-	20	-	-	-	12
P3	50	60	-	25	-	13
P4	10	20	64	-	-	20
P5	-	12	-	-	20	-
P6	5	20	40	15	-	20
P7	60	-	-	-	50	-
P8	-	-	-	15	-	-
P9	6	-	65	-	-	30
P10	12	-	-	20	25	-
P11	-	16	-	54	30	-
P12	-	-	20	-	-	-
P13	-	50	-	20	16	-
P14	20	-	-	-	10	12
P15	22	-	-	-	-	-
P16	-	-	63	37	10	-
P17	-	30	-	-	-	30
P18	7	-	-	54	25	-
Σύνολο	192	238	252	240	198	137

Ημερήσιος χρόνος προγραμματισμένης παραγωγής						
Προϊόν	Δευτέρα	Τρίτη	Τετάρτη	Πέμπτη	Παρασκευή	Σάββατο
P1	-	0,83	-	-	1	-
P2	-	1,67	-	-	-	1
P3	4,17	5	-	2,08	-	1,08
P4	0,83	1,67	5,33	-	-	1,67
P5	-	1	-	-	1,67	-
P6	0,42	1,67	3,33	1,25	-	1,67
P7	5	-	-	-	4,17	-
P8	-	-	-	1,25	-	-
P9	0,5	-	5,42	-	-	2,5
P10	1	-	-	1,67	2,08	-
P11	-	1,33	-	4,5	2,5	-
P12	-	-	1,67	-	-	-
P13	-	4,17	-	1,67	1,33	-
P14	1,67	-	-	-	0,83	1
P15	1,83	-	-	-	-	-
P16	-	-	6,31	3,69	1	-
P17	-	3	-	-	-	3
P18	0,7	-	-	5,4	2,5	-
Σύνολο	17,67	21,97	22,78	23	18,76	13,11

Απόθεμα του κάθε προϊόντος στο τέλος κάθε ημέρας						
Προϊόν	Δευτέρα	Τρίτη	Τετάρτη	Πέμπτη	Παρασκευή	Σάββατο
P1	-	-	-	-	-	-
P2	-	20	-	-	-	-
P3	-	10	-	5	-	-
P4	-	-	14	2	-	-
P5	-	-	-	-	-	-
P6	-	-	-	5	-	-
P7	-	-	-	-	-	-
P8	-	-	-	-	-	-
P9	4	-	5	5	-	-
P10	-	-	-	-	2	-
P11	-	4	-	-	-	-
P12	-	-	-	-	-	-
P13	-	-	-	-	3	-
P14	15	10	5	-	-	-
P15	2	2	2	2	-	-
P16	-	-	3	-	-	-
P17	-	-	-	-	-	-
P18	5	-	-	-	2	-

β) Είναι επίσης πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. Παρατίθενται ο πίνακας των μεταβλητών, η αντικειμενική συνάρτηση, οι περιορισμοί και οι πίνακες αποτελεσμάτων.

Πίνακας Μεταβλητών	
i	Αριθμός ειδών διαφημίσεων ($i=1,2,\dots,W$)
j	Αριθμός ομάδων καταναλωτών ($j=1,2,\dots,T$)
t	Αριθμός διαφημίσεων στην τηλεόραση
r-t	Αριθμός διαφημίσεων στο ραδιόφωνο
w	Αριθμός διαφημίσεων σε σύγχρονα μέσα ενημέρωσης
w-r	Αριθμός διαφημίσεων στο ίντερνετ
n-w	Αριθμός διαφημίσεων στις εφημερίδες
W-w	Αριθμός διαφημίσεων σε ασύγχρονα μέσα ενημέρωσης
W-n	Αριθμός διαφημίσεων σε πινακίδες και φυλλάδια
T_j	Ελάχιστος αριθμός διαφημίσεων απαραίτητος για την ομάδα καταναλωτών j
U_j	
W_i	Αριθμός διαθέσιμων διαφημίσεων του είδους i
P_{ij}	Η πιθανότητα προσέγγισης της ομάδας j με μία μόνο διαφήμιση του είδους i
X_{ij}	Ο αριθμός διαφημίσεων i που απευθύνεται στην ομάδα j
c_{ij}	Το κόστος μια διαφήμισης i που απευθύνεται στην ομάδα j
B	Συνολικό κεφάλαιο που επενδύεται στη διαφήμιση
ρ₁	Μέγιστο ποσοστιαίο όριο κεφαλαίου που επενδύεται σε διαφημίσεις στην τηλεόραση
ρ₂	Μέγιστο ποσοστιαίο όριο κεφαλαίου που επενδύεται σε διαφημίσεις στο ραδιόφωνο
ρ₃	Μέγιστο ποσοστιαίο όριο κεφαλαίου που επενδύεται σε διαφημίσεις στις εφημερίδες

Αντικειμενική συνάρτηση

Στόχος είναι η μεγιστοποίηση της συνολικής ποσοστιαίας πιθανότητας επιτυχίας στην προσέγγιση των τεσσάρων ομάδων καταναλωτών:

$$\max \sum_{j=1}^T U_j \left(1 - \prod_{i=1}^W (1 - p_{ij})^{x_{ij}} \right)$$

Περιορισμοί

Το συνολικό κόστος δεν πρέπει να ξεπερνά το κεφάλαιο που διατίθεται γι' αυτό το σκοπό:

$$\sum_{j=1}^T \left(\sum_{i=1}^w c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=w+1}^W \frac{1}{T} c_{ij} x_{ij} \right) \leq B$$

Τα κόστη των διαφημίσεων στην τηλεόραση, το ραδιόφωνο και τις εφημερίδες έχουν αντίστοιχα τους εξής περιορισμούς:

$$\sum_{j=1}^T \sum_{i=1}^t c_{ij} x_{ij} \leq B\rho_1$$

$$\sum_{j=1}^T \sum_{i=t+1}^r c_{ij} x_{ij} \leq B\rho_2$$

$$\sum_{j=1}^T \sum_{i=w+1}^n \frac{1}{T} c_{ij} x_{ij} \leq B\rho_3$$

Ο αριθμός των διαθέσιμων διαφημίσεων σε κάθε μέσο είναι περιορισμένος:

$$\sum_{j=1}^T x_{ij} \leq W_i$$

Για κάθε ομάδα καταναλωτών υπάρχει ένας ελάχιστος αριθμός διαφημίσεων απαραίτητος για να θεωρηθεί βέβαιο ότι έχει προσεγγιστεί σωστά. Από 'κει και έπειτα η πιθανότητα ένα άτομο της συγκεκριμένης ομάδας να αγοράσει ένα προϊόν της εταιρείας δε μεταβάλλεται:

$$\sum_{i=1}^W x_{ij} \geq T_j$$

Στα έντυπα μέσα ενημέρωσης ο αριθμός των διαφημίσεων είναι αναγκαστικά ίδιος και για τις τέσσερις ομάδες καταναλωτών:

$$x_{ij} = x_{i(j+1)}, \forall i, j$$

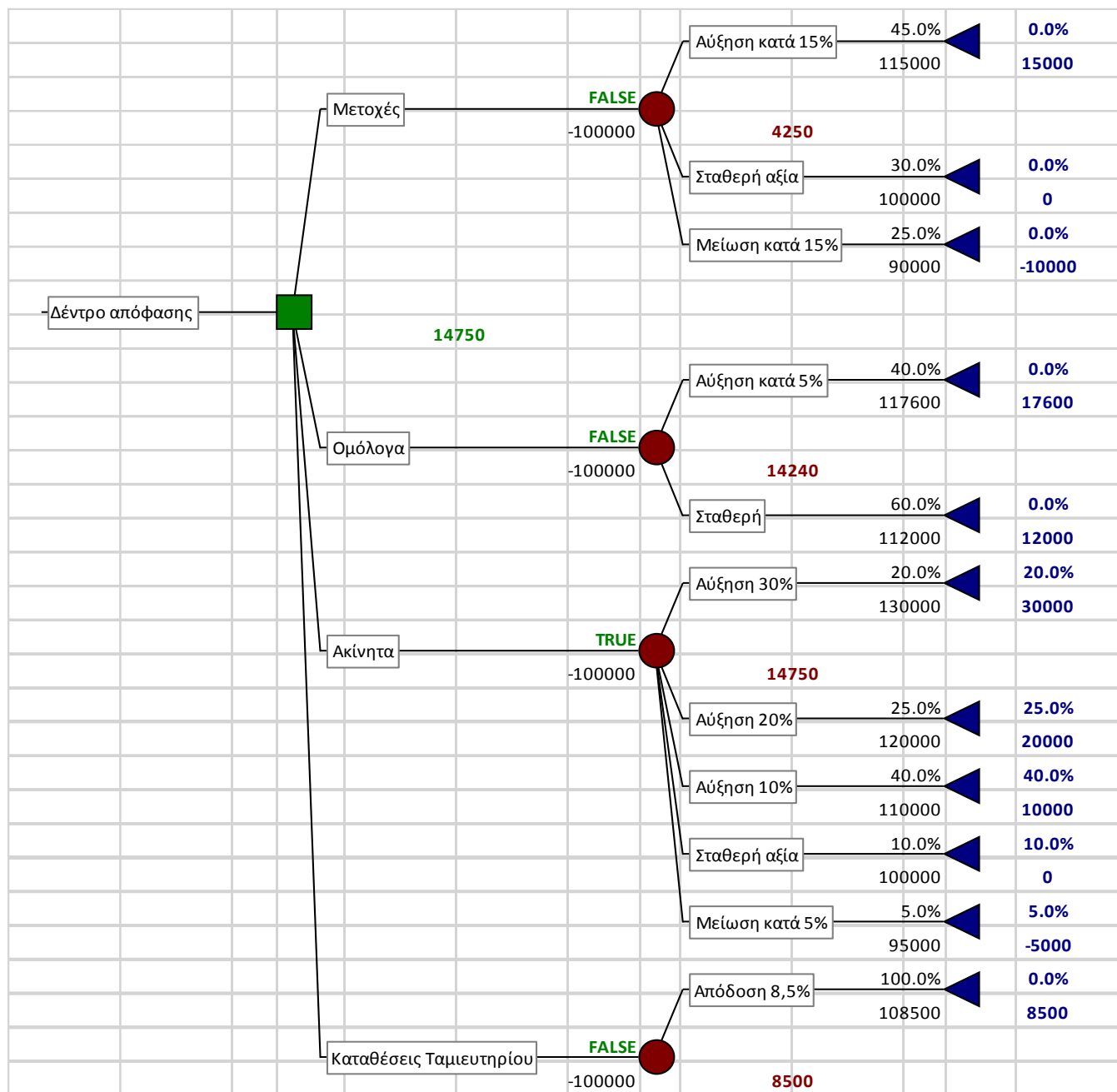
Τέλος:

$$x_{ij} \geq 0$$

Το συνολικό κόστος των διαφημίσεων ανέρχεται στις 57.160\$. Το κόστος των διαφημίσεων στην τηλεόραση, το ραδιόφωνο και τις εφημερίδες είναι 40.400\$, 4.120\$ και 3.600\$ αντίστοιχα. 9.040\$ κοστίζουν οι διαφημίσεις στα υπόλοιπα μέσα ενημέρωσης. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται ο αριθμός των διαφημίσεων σε κάθε μέσο ενημέρωσης:

Αριθμός διαφημίσεων				
	Πρωί	Απόγευμα	Βράδυ	Νύχτα
ATV	-	-	-	-
BTV	7	-	-	-
CTV	8	-	-	1
DTV	-	5	-	-
ETV	-	1	5	-
FTV	1	-	5	-
GTV	-	-	-	-
K Radio	1	-	9	-
L Radio	-	14	-	1
Internet	-	-	-	12
P News	2	2	2	2
R News	1	1	1	1
Πινακίδες	1	1	1	1
φυλλάδια	1	1	1	1
E-mail	1	1	1	1

γ) Το συγκεκριμένο πρόβλημα μπορεί να επιλυθεί με τη βοήθεια ενός δέντρου αποφάσεων.



Το βέλτιστο επενδυτικό πλάνο λοιπόν για την επιχείρηση είναι η αγορά ακινήτων.

4.2 Δεύτερο Επιχειρησιακό Μοντέλο: Πρόβλημα απόφασης σχετικά με τη συμμετοχή σε διαγωνισμό για ανάληψη έργου και βέλτιστη εκμετάλλευση ακινήτου σε εταιρεία κατασκευής ηλεκτρονικών υπολογιστών

α) Μία εταιρεία κατασκευής ηλεκτρονικών υπολογιστών, η ABC Computer Company εξετάζει το ενδεχόμενο να λάβει μέρος σε διαγωνισμό που διεξάγει η κυβέρνηση μια χώρας για την προμήθεια 10.000 ηλεκτρονικών υπολογιστών μεγάλων δυνατοτήτων. Στον μειοδοτικό διαγωνισμό συμμετέχει μόνο άλλη μία εταιρεία η Complex Computers Inc. Η αβεβαιότητα της ABC σχετικά με τη συμμετοχή στο διαγωνισμό οφείλεται στο ότι τη συγκεκριμένη χρονική περίοδο αναπτύσσει μία νέα διαδικασία κατασκευής των υπολογιστών. Αν η νέα διαδικασία είναι επιτυχημένη τότε θα μειωθεί αισθητά το κόστος κατασκευής των υπολογιστών. Ωστόσο, υπάρχει το ενδεχόμενο η ανάπτυξη της νέας διαδικασίας να μην έχει τα επιθυμητά αποτελέσματα με συνέπεια την αύξηση του κόστους παραγωγής. Δυστυχώς η ABC δεν έχει τη δυνατότητα να προβλέψει εξ' αρχής το κόστος της νέας διαδικασίας πριν την εφαρμόσει στην παραγωγή.

Αν η εταιρεία αποφασίσει να συμμετάσχει στο διαγωνισμό η προσφορά της θα είναι 9.500\$ ανά υπολογιστή, 8.500\$ ανά υπολογιστή ή 7.500\$ ανά υπολογιστή. Θεωρείται βέβαιο ότι η Complex Computers θα συμμετάσχει στο διαγωνισμό και είναι εξίσου πιθανό η προσφορά της να είναι 10.000\$, 9.000\$ ή 8.000\$ ανά υπολογιστή.

Αν η ABC συμμετάσχει στο διαγωνισμό το κόστος προετοιμασίας της προσφοράς θα είναι 1.000.000\$ καθώς στις απαιτήσεις συμπεριλαμβάνεται ο σχεδιασμός ενός πρωτότυπου υπολογιστή.

Με την τρέχουσα παραγωγική διαδικασία το κόστος κατασκευής είναι 8.000\$ ανά υπολογιστή. Με την νέα παραγωγική διαδικασία που αναπτύσσει η επιχείρηση υπάρχει 25% πιθανότητα το κόστος κατασκευής να είναι 5.000\$, 50% πιθανότητα το κόστος να είναι 7.500\$ και 25% πιθανότητα να είναι 8.500\$ ανά υπολογιστή.

Με αυτά τα δεδομένα η ABC καλείται να αποφασίσει αν θα συμμετάσχει στο διαγωνισμό κι αν ναι ποια προσφορά θα καταθέσει.

β) Η εταιρεία έχει στην κατοχή της ένα οικόπεδο 1.550m² (50m*31m) και αναζητά το βέλτιστο τρόπο εκμετάλλευσής του. Το οικόπεδο έχει πρόσβαση σε όλα τα μέσα μαζικής μεταφοράς και βρίσκεται κοντά σε κεντρικές οδικές αρτηρίες. Στα γειτονικά οικόπεδα λειτουργούν παλιά κτίρια βιομηχανικής και εμπορικής χρήσης καθώς και σύγχρονες πολυώροφες οικοδομές με κατοικίες, γραφεία και καταστήματα λιανικής πώλησης.

Κάτω από αυτές τις συνθήκες οι επιτρεπτές χρήσεις του οικοπέδου είναι για εμπορικές δραστηριότητες, για κατοίκηση, για ελαφριά βιομηχανία και για καταστήματα λιανικής πώλησης. Σκοπός της εταιρείας είναι η βέλτιστη κατανομή του χώρου που διαθέτει σε αυτές τις δραστηριότητες ώστε το κέρδος από αυτές να είναι το μέγιστο δυνατό.

Σύμφωνα με τις συνθήκες της αγοράς το επιτρεπόμενο όριο ανοικοδόμησης είναι 95%. Η αποδοτικότητα του κτιρίου υπολογίζεται στο 83% ενώ ο δείκτης 1,2 εκφράζει τη σχέση ανάμεσα στο συνολικό χώρο και τον καθαρό εκμεταλλεύσιμο χώρο. Σε περίπτωση κατασκευής χώρου στάθμευσης για εμπορικούς σκοπούς προβλέπεται ότι για κάθε τέτοιο χώρο απαιτούνται 150m² του συνολικού, ενώ για κάθε όχημα απαιτούνται 30m². Στους παρακάτω δύο πίνακες απεικονίζονται οι προβλεπόμενες τιμές κατοικιών καθώς και τα προβλεπόμενα κέρδη από εμπορικές δραστηριότητες, καταστήματα λιανικής πώλησης καθώς και βιομηχανικές δραστηριότητες.

Τιμές κατοικιών		
Τύπος	Καθαρός εκμεταλλεύσιμος χώρος (m²)	Τιμή (\$)
Γκαρσονιέρα	60	90.000
Δυάρι	85	108.000
Τριάρι	100	120.000

Εκτιμήσεις άλλων χρήσεων			
Χρήσεις	Ετήσιο ενοίκιο (\$/m²)	Ποσοστό κεφαλαιοποίησης (%)	Αξία (\$/m²)
Εμπορικές δραστηριότητες	150	7,5	2.000
Καταστήματα λιανικής	400	8,5	4.706
Βιομηχανικές δραστηριότητες	50	10	500
Χώρος στάθμευσης	32	8	400

Χρήσεις	Βασικά κόστη κτιρίων (\$/m²)
Εμπορικές δραστηριότητες	627
Καταστήματα λιανικής	627
Κατοικίες	608
Βιομηχανικές δραστηριότητες	400
Χώρος στάθμευσης	235
Χώρος στάθμευσης (υπόγειος)	385
Συνεισφορά χώρου στάθμευσης	140

Τα κόστη των κτιρίων υπολογίζονται με βάση τον καθαρό εκμεταλλεύσιμο χώρο.

Μπορεί να υπάρξει αύξηση ή μείωση στα κόστη έως και 7,5%.

Για την κατασκευή κάθε κτιρίου απαιτούνται υπηρεσίες συμβούλων και εμπειρογνομόνων η αμοιβή των οποίων είναι ίση με 8% του βασικού κόστους για το κάθε κτίριο.

Η φορολογία κατά τη διάρκεια της κατασκευής είναι ίση με το 10% του αρχικού κόστους για το κάθε κτίριο.

Η χρηματοδότηση του έργου γίνεται από τραπεζικά δάνεια με επιτόκιο 16%.

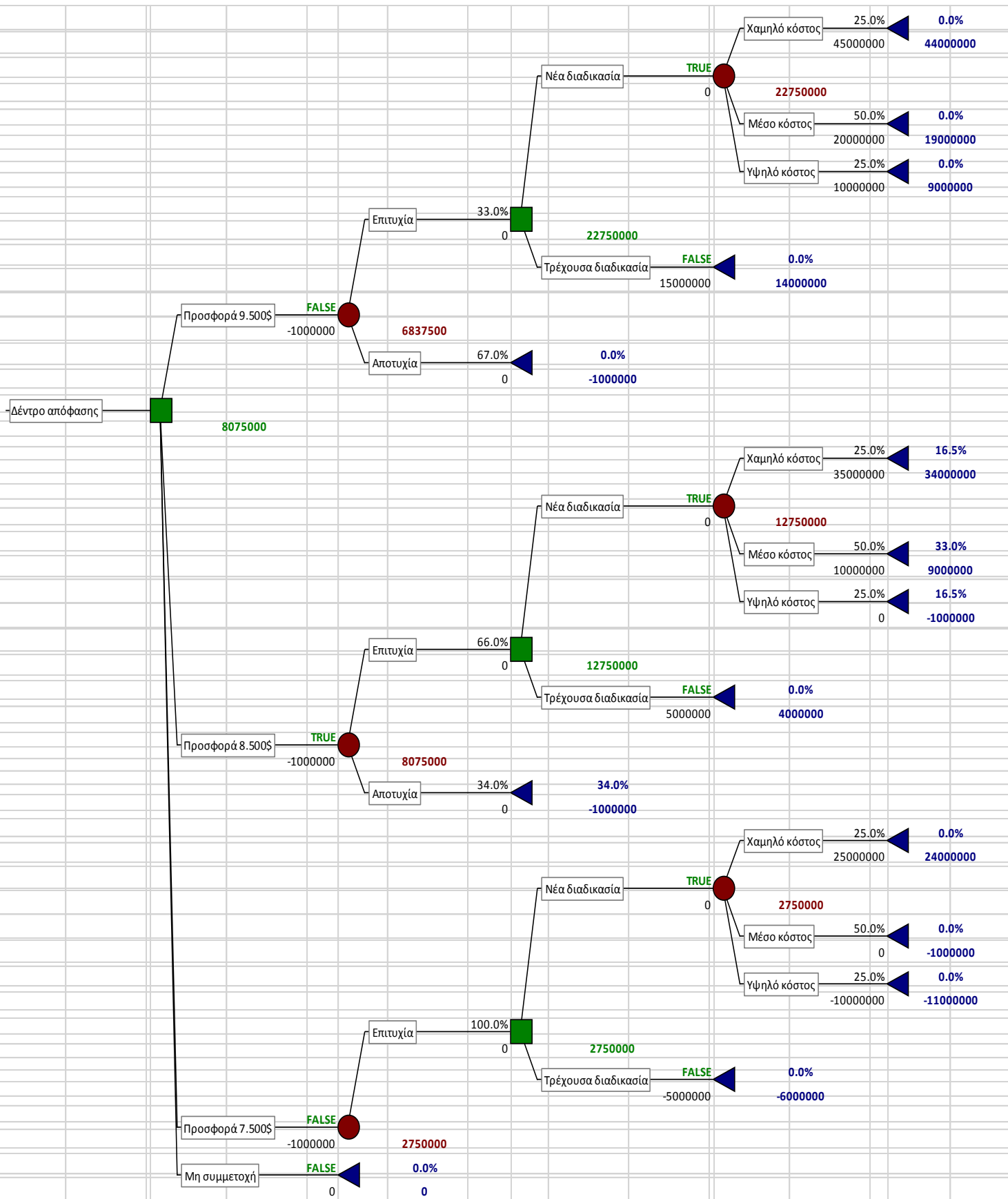
	Χρόνος κατασκευής	Χρόνος μίσθωσης
Εμπορικές εγκαταστάσεις	12	9
Καταστήματα λιανικής	12	9
Κατοικίες	12	12
Βιομηχανικές εγκαταστάσεις	6	9

Η αμοιβή του πράκτορα είναι 2% της συνολικής αξίας των εγκαταστάσεων.

Η προμήθεια μίσθωσης είναι 3% της τιμής πώλησης των κατοικιών και 12,5% της ετήσιας τιμής ενοικίασης των εγκαταστάσεων. [45]

Μαθηματική περιγραφή

- α) Το πρόβλημα επιλύεται με τη χρήση ενός δέντρου αποφάσεων:



Από το δέντρο αποφάσεων βγαίνει το συμπέρασμα ότι η βέλτιστη στρατηγική που πρέπει να ακολουθήσει η εταιρεία είναι να καταθέσει προσφορά 8.500\$ ανά υπολογιστή κι αν πετύχει τότε να προχωρήσει στη νέα μέθοδο παραγωγής για την κατασκευή των υπολογιστών.

β) Το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. Αρχικά ορίζονται οι μεταβλητές, στη συνέχεια η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί και τέλος τα αποτελέσματα από την επίλυση του προβλήματος:

Πίνακας Μεταβλητών	
S_i	Τιμή πώλησης κατοικιών με i δωμάτια
X_{ij}	Αριθμός κατοικιών με i δωμάτια στον όροφο j
I_Y	Καθαρό εισόδημα ανά m^2 από εμπορικές δραστηριότητες
Y_j	Καθαρός χώρος εμπορικών δραστηριοτήτων στον όροφο j
I_R	Καθαρό εισόδημα ανά m^2 από καταστήματα λιανικής
R	Καθαρός χώρος καταστημάτων λιανικής
I_Z	Καθαρό εισόδημα ανά m^2 από βιομηχανικές δραστηριότητες
Z_j	Καθαρός χώρος βιομηχανικών δραστηριοτήτων
CP_1	Αριθμός χώρων στάθμευσης που παρέχονται για εμπορική χρήση σε συμφωνία με το τοπικό συμβούλιο
A_i	Καθαρό εμβαδόν κατοικιών i δωματίων
GP	Αριθμός ισόγειων και υπέργειων χώρων στάθμευσης
BP	Αριθμός υπόγειων χώρων στάθμευσης
CP	Συνολικός αριθμός χώρων στάθμευσης που παρέχεται σε συμφωνία με το τοπικό συμβούλιο

Η αλγεβρική έκφραση των καθαρών εσόδων μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

$$\begin{aligned} \text{Έσοδα} = & 0,95 \left(\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 S_i X_{ij} + I_Y \cdot \sum_{j=1}^5 Y_j + I_R \cdot R + I_Z \cdot \sum_{j=1}^5 Z_j + 30 \right. \\ & \left. \cdot 400 \left(\frac{1,2}{500} \cdot \sum_{j=1}^5 Y_j - CP_1 \right) \right) \end{aligned}$$

Βασικά κόστη κτιρίων

$$\begin{aligned} = & 608 \cdot 1,2 \left(\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 A_i X_{ij} \right) + 627 \cdot 1,2 \sum_{j=1}^5 Y_j + 627 \cdot 1,2 R + 400 \\ & \cdot 1,2 \sum_{j=1}^5 Z_j + 30(235GP + 385BP) + 4200CP \end{aligned}$$

Περιθώριο αύξησης ή μείωσης κόστους = $0,075 \times$ Βασικά κόστη κτιρίων

Αμοιβή συμβούλων = $0,08 \times$ Βασικά κόστη κτιρίων

Φόροι = $0,1 \times$ Βασικά κόστη κτιρίων (κατά την κατασκευή)

Τόκοι δανείων

$$= 0,16 \times \frac{1}{3} \times (\text{Βασικά κόστη κτιρίων} + \text{Αύξηση ή μείωση κόστους} \\ + \text{Αμοιβή συμβούλων} + \text{Φόροι})$$

$$\text{Holding charge} = \left(\left(1 + 0,16 + \frac{1}{12} \right)^{12} - 1 \right) \times (\text{Άθροισμα όλων των παραπάνω})$$

$$\text{Αμοιβή πράκτορα} = 0,02 \times (\text{Συνολική αξία})$$

Προμήθεια μίσθωσης

$$= 0,03 \times 0,95 \times \left(\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 S_i X_{ij} \right) + 0,125 \times 0,95 \times (150 \sum_{j=1}^5 Y_j \\ + 400R + 50 \sum_{j=1}^5 Z_j + 32 \times 30 \times \left(\frac{1,2}{150} \times \sum_{j=1}^5 Y_j - CP_1 \right))$$

$$\text{Φόροι} = 0,1 \times \text{βασικά κόστη κτιρίων (μετά την κατασκευή)}$$

Ύστερα από υπολογισμό του κόστους η μαθηματική έκφραση των συνολικών εξόδων που προκύπτει είναι η εξής:

$$\begin{aligned} \text{Έξοδα} = & 76.220,991(X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15}) \\ & + 107.036,387(X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25}) \\ & + 125.537,024(X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35}) \\ & + 129.723,7(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5) + 1.371,441R \\ & + 801,112(Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 + Z_5) + 1.9271,82BP \\ & + 11.852,15GP + 7.153,025CP - 342CP_1 \end{aligned}$$

Αφαιρώντας τα κόστη από τα καθαρά έσοδα προκύπτει η **αντικειμενική συνάρτηση**:

$$\begin{aligned} \text{MaxProfit} = & -2.348,991(X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15}) \\ & - 21.764,387(X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25}) \\ & - 34.565,024(X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35}) \\ & + 599,913(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5) + 2.797,159R \\ & - 613,962(Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 + Z_5) - 7.871,82BP - 452,15GP \\ & + 4.246,975CP - 11.058CP_1 \end{aligned}$$

Περιορισμοί:

Ο συνολικός χώρος δεν μπορεί να ξεπερνά τα 7.750m²:

$$1,2 \left(\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 A_i X_{ij} + \sum_{j=1}^5 Y_j + R + \sum_{j=1}^5 Z_j \right) \leq 7.750$$

Περιορισμοί χώρου στάθμευσης:

$$P \geq \sum_{j=1}^5 X_{1j} + 1.5 \sum_{j=1}^5 X_{2j} + 2 \sum_{j=1}^5 X_{3j} + \frac{1.2}{150} \sum_{j=1}^5 Y_j + \frac{1.2}{50} R + \frac{1.2}{50} \sum_{j=1}^5 Z_j$$

$$+ \frac{1}{4000} \sum_{j=1}^5 Y_j + \frac{1}{400} R + \frac{1}{800} \sum_{j=1}^5 Z_j + \frac{1}{50} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 X_{ij}$$

$$P = GP + BP + CP$$

$$30BP \leq 3.100$$

$$30GP \leq 1.550 \times 2$$

ο κάθε όροφος δεν μπορεί να ξεπερνά τα 1550m² ενώ η διαφορά ανάμεσα σε δύο ορόφους δεν πρέπει να ξεπερνά τα 100m²:

$$1.2 \left(\sum_{i=1}^3 A_i X_{i1} + Y_1 + Z_1 + R \right) - 1.2 \left(\sum_{i=1}^3 A_i X_{i2} + Y_2 + Z_2 + R \right) \leq 100$$

$$1.2 \left(\sum_{i=1}^3 A_i X_{i2} + Y_2 + Z_2 + R \right) \leq 1.550$$

$$1.2 \left(\sum_{i=1}^3 A_i X_{i2} + Y_2 + Z_2 + R \right) - 1.2 \left(\sum_{i=1}^3 A_i X_{i3} + Y_3 + Z_3 + R \right) \leq 100$$

$$1.2 \left(\sum_{i=1}^3 A_i X_{i3} + Y_3 + Z_3 + R \right) \leq 1.550$$

$$1.2 \left(\sum_{i=1}^3 A_i X_{i3} + Y_3 + Z_3 + R \right) - 1.2 \left(\sum_{i=1}^3 A_i X_{i4} + Y_4 + Z_4 + R \right) \leq 100$$

$$1.2 \left(\sum_{i=1}^3 A_i X_{i4} + Y_4 + Z_4 + R \right) \leq 1.550$$

$$1.2 \left(\sum_{i=1}^3 A_i X_{i4} + Y_4 + Z_4 + R \right) - 1.2 \left(\sum_{i=1}^3 A_i X_{i5} + Y_5 + Z_5 + R \right) \leq 100$$

$$1.2 \left(\sum_{i=1}^3 A_i X_{i5} + Y_5 + Z_5 + R \right) \leq 1.550$$

Οι χώροι στάθμευσης για ιδιωτική χρήση δεν ξεπερνούν το εμβαδό των κατοικιών:

$$BP + GP \leq \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 X_{ij}$$

Τουλάχιστον το 15% των κατοικιών είναι γκαρσονιέρες:

$$\sum_{j=1}^5 X_{1j} \geq \frac{15}{100} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 X_{ij}$$

Τουλάχιστον το 50% των κατοικιών είναι διάρια αλλά αυτό το ποσοστό δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερο από 65%:

$$\sum_{j=1}^5 X_{2j} \geq \frac{50}{100} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 X_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^5 X_{2j} \leq \frac{65}{100} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 X_{ij}$$

Τουλάχιστον το 10% των κατοικιών είναι τριάρια:

$$\sum_{j=1}^5 X_{3j} \geq \frac{10}{100} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 X_{ij}$$

Πίνακας Αποτελεσμάτων	
Ισόγειο	1.280m ² για καταστήματα λιανικής
	11,67m ² για εμπορική χρήση
Δεύτερος όροφος	1.291,67 m ² για εμπορική χρήση
Τρίτος όροφος	1.291,67 m ² για εμπορική χρήση
Τέταρτος όροφος	1.291,67 m ² για εμπορική χρήση
Πέμπτος όροφος	1.291,67 m ² για εμπορική χρήση
Χώρος στάθμευσης	77 θέσεις συνολικά
	35 θέσεις για το συμβούλιο της περιοχής
Κέρδος	3.484.100\$

4.3 Τρίτο Επιχειρησιακό Μοντέλο: Σχεδιασμός παραγωγής και βελτίωση παραγωγικών δυνατοτήτων σε βιομηχανία επεξεργασίας ξύλου

α) Μία εταιρεία επεξεργασίας ξύλου παράγει ένα συγκεκριμένο αριθμό από διαφορετικά είδη προϊόντων. Σε δεδομένο χρονικό ορίζοντα η επιχείρηση πρέπει να παράξει συγκεκριμένη ποσότητα από κάθε προϊόν σε ελάχιστο κόστος.

Για κάθε τύπο προϊόντος υπάρχει μια ελάχιστη ποσότητα παραγωγής. Κάθε τύπος προϊόντος μπορεί να κατασκευαστεί σε περισσότερες από μία μηχανές και επίσης για κάθε τύπο προϊόντος ολόκληρη η απαιτούμενη ποσότητα παραγωγής ή μέρος της μπορεί να δοθεί σε υπεργολαβία. Επιπλέον υπάρχει ελάχιστη δυνατή ποσότητα που μπορεί να δοθεί σε υπεργολαβία.

Η ποσότητα κάθε προϊόντος που μπορεί να παραχθεί με υπεργολαβία είναι απεριόριστη. Ωστόσο ο χρόνος παραγωγής για κάθε μηχανή είναι γνωστός και περιορισμένος. Η ποσότητα παραγωγής κάθε μηχανής εξαρτάται απ' την ίδια τη μηχανή και τον τύπο του προϊόντος που κατασκευάζεται. Για το προϊόν i η μηχανή j μπορεί να παράξει συγκεκριμένη ποσότητα σε μια χρονική μονάδα (V_{ij}). Επιπλέον κάποιες απ' τις μηχανές δεν μπορούν να παράγουν όλων των ειδών τα προϊόντα.

Τα προϊόντα κατατάσσονται σε K ομάδες με βάση το μέγεθός τους (στη συγκεκριμένη περίπτωση τα προϊόντα είναι κύλινδροι και κατατάσσονται με βάση την ακτίνα τους).

Το πρόβλημα έχει δύο επιπλέον χαρακτηριστικά. Πρώτον, οι μηχανές χρειάζονται 0,5 χρονική μονάδα για να ρυθμιστούν στην παραγωγή άλλου προϊόντος της ίδιας ομάδας ($TCM = 0.5$ χρονική μονάδα) και 2 χρονικές μονάδες για να ρυθμιστούν στην παραγωγή προϊόντος άλλης ομάδας ($TCR = 2$ χρονικές μονάδες).

Οι χειριστές μπορούν να εργαστούν υπερωρίες (με προκαθορισμένο κόστος και μέχρι ενός προκαθορισμένου ορίου) στην διάρκεια των οποίων μπορούν να χειρίζονται συγχρόνως ένα συγκεκριμένο αριθμό (NHA) μηχανών.

Ο σκοπός είναι να παραχθεί η επιθυμητή ποσότητα στο επιθυμητό χρονικό διάστημα με το ελάχιστο δυνατό κόστος (συνυπολογίζοντας το κόστος των υπερωριών και των υπεργολαβιών). Αυτό απαιτεί τον προσδιορισμό της ποσότητας κάθε προϊόντος που θα παραχθεί από κάθε μηχανή, της ποσότητας κάθε προϊόντος που θα παραχθεί με υπεργολαβία και τις υπερωρίες που θα δουλέψει ο κάθε χειριστής καθώς και τον καθορισμό του αριθμού των μηχανών που θα χειρίζεται ο κάθε χειριστής που δουλεύει υπερωρίες. [46]

$N=28$ είδη προϊόντων, $M=8$ μηχανές, $K=9$ ομάδες προϊόντων με βάση το μέγεθός τους (την ακτίνα τους), $R=3$ χειριστές

Πίνακας δεδομένων των προϊόντων					
Προϊόν	Ζήτηση	Τύπος ακτίνας	Ελάχιστη δυνατή παραγωγή	Ελάχιστη ποσότητα υπεργολαβίας	Κόστος υπεργολαβίας ανά μονάδα
1	28.500	60	4.000	1.000	0,108
2	21.500	60	4.000	1.000	0,108
3	14.500	53	4.000	1.000	0,102
4	11.000	53	4.000	1.000	0,102
5	22.000	53	4.000	1.000	0,09
6	21.000	50	5.000	1.000	0,084
7	12.500	50	5.000	1.000	0,096
8	12.000	50	5.000	1.000	0,084
9	18.000	50	5.000	1.000	0,072
10	24.000	43	5.000	2.000	0,078
11	24.000	43	5.000	2.000	0,09
12	36.500	43	5.000	2.000	0,078
13	37.000	43	5.000	2.000	0,084
14	60.000	38	5.000	2.000	0,084
15	44.500	38	5.000	2.000	0,078
16	24.000	38	5.000	2.000	0,078
17	35.000	33	5.000	2.000	0,072
18	41.000	33	5.000	2.000	0,06
19	80.000	33	5.000	2.000	0,06
20	40.000	33	5.000	2.000	0,072
21	25.000	30	5.000	2.000	0,072
22	21.500	30	5.000	2.000	0,066
23	20.000	30	5.000	2.000	0,066
24	35.000	20	7.000	2.000	0,06
25	22.000	20	7.000	2.000	0,054
26	34.500	16	7.000	2.000	0,054
27	35.000	16	7.000	2.000	0,048
28	24.000	16	7.000	2.000	0,048

Πίνακας δεδομένων των μηχανών								
Προϊόν	Μηχανές							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	381					324		
2	354					310		
3	274					277		
4	269					251		
5	296					252		
6	247	260				233		
7	242	250				245		
8	280	294				276		
9	293	301				284		
10	243	262	244	219	258	238		
11	241	250	239	244	245	222		
12	259	271	260	233	269	249		
13	228	238	231	233	229	209		
14		307	300	317	283	269		
15		312	309	304	299	287		
16		301	325	327	305	294		
17		448	466	465			486	496
18		479	459	451			505	509
19		443	438	440			448	455
20		453	463	455			480	488
21		398	409	418				426
22		434	430	443				477
23		417	417	425				444
24								454
25								500
26								489
27								462
28								462
Μέγιστος χρόνος λειτουργίας της μηχανής	168	168	168	168	168	168	168	168

Ο δεύτερος πίνακας δείχνει τον αριθμό των μονάδων του προϊόντος i που μπορεί να παραχθεί από τη μηχανή j σε μία χρονική μονάδα (V_{ij}). $V_{ij} = 0$ σημαίνει ότι η μηχανή j δεν μπορεί να παράξει το προϊόν i .

Κόστος υπερωρίας του χειριστή r : $CH E_r = 7,83$ οικον. μον./μονάδα χρόνου

Μέγιστο δυνατό όριο υπερωριών του χειριστή r : $LH E_r = 82$ μονάδες χρόνου

Αριθμός μηχανών που μπορεί να χειρίζεται ο χειριστής r κατά τις υπερωρίες: $NHAr = 3$ μηχανές

Ζητείται ο βέλτιστος δυνατός προγραμματισμός παραγωγής για την εταιρεία.

β) Η εταιρεία μελετάει τρόπους να βελτιώσει τις παραγωγικές της δυνατότητες για να πετύχει τη μείωση του κόστους παραγωγής και κατ' επέκτασιν την αύξηση του κέρδους που αυτή τη στιγμή κυμαίνεται στις 20.000\$. Αναθέτει λοιπόν στο τμήμα έρευνας κι ανάπτυξης την προετοιμασία ερευνών που μπορούν να πραγματοποιηθούν με σκοπό την βελτίωση της παραγωγικής δυνατότητας. Προκύπτουν έτσι δύο πιθανές επιλογές για την εταιρεία. Διεξαγωγή έρευνας η οποία κοστίζει 20.000\$ και μπορεί να αυξήσει το κέρδος στις 50.000\$. Η έρευνα αυτή έχει 75% πιθανότητα να πετύχει το σκοπό της. Η εναλλακτική επιλογή της εταιρείας αφορά τη διεξαγωγή φθηνότερης έρευνας (10.000\$) που αν πετύχει θα αποφέρει κέρδος 25.000\$. Η πιθανότητα επιτυχίας είναι 50%.

Σε περίπτωση που η εταιρεία αποφασίσει να μην διεξάγει έρευνα τότε έχει τη δυνατότητα να αγοράσει τα πνευματικά δικαιώματα ενός νέου προϊόντος από κάποια άλλη εταιρεία πληρώνοντας 10.000\$ κάτι που θα της αποφέρει κέρδος 20.000\$.

Η εταιρεία καλείται να λάβει την απόφαση που θα της εξασφαλίσει τη μεγαλύτερη πιθανότητα κέρδους. [3]

Μαθηματική περιγραφή

α) Είναι πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. Ορίζονται η αντικειμενική συνάρτηση, οι περιορισμοί και στους πίνακες εμφανίζονται τα αποτελέσματα (οι μεταβλητές έχουν οριστεί στους αμέσως επόμενους πίνακες):

Πίνακας δεδομένων	
i	Δείκτης προϊόντος
j	Δείκτης μηχανής
s	Δείκτης ομάδας προϊόντων
r	Δείκτης χειριστή
N	Αριθμός παραγόμενων προϊόντων
M	Αριθμός διαθέσιμων μηχανών
K	Αριθμός ομάδων προϊόντων
R	Αριθμός χειριστών
D_i	Ζήτηση του προϊόντος i
L_i	Ελάχιστη απαιτούμενη παραγωγή του προϊόντος i
TR_i	Τύπος ομάδας του προϊόντος i
CS_i	Κόστος υπερβολαβίας μιας μονάδας του προϊόντος i
LS_i	Ελάχιστη ποσότητα υπερβολαβίας του προϊόντος i
T_j	Χρονικό διάστημα που είναι διαθέσιμη η μηχανή j
V_{ij}	Αριθμός μονάδων του προϊόντος i που μπορεί να παράξει η μηχανή j σε μια μονάδα χρόνου
TCM	Χρόνος ρύθμισης μηχανής για παραγωγή άλλου προϊόντος της ίδιας ομάδας
TCR	Χρόνος ρύθμισης μηχανής για παραγωγή προϊόντος άλλης ομάδας
NP_{sj}	Μέγιστος αριθμός προϊόντων της ομάδας s που μπορεί να παράξει η μηχανή j
CH_{er}	Κόστος μιας χρονικής μονάδας υπερωρίας του χειριστή r
LH_{er}	Μέγιστο χρονικό διάστημα υπερωριών του χειριστή r
NH_{ar}	Μέγιστος αριθμός μηχανών που μπορεί να χειριστεί ο χειριστής r κατά τη διάρκεια των υπερωριών

Πίνακας μεταβλητών	
X_{ij}	Αριθμός μονάδων του προϊόντος i που θα παραχθούν από τη μηχανή j
Sub_i	Αριθμός μονάδων του προϊόντος i που θα παραχθούν με υπερβολαβία
HE_r	Υπερωρίες του χειριστή r
TE_{jr}	Χρονικό διάστημα υπερωρίας που ο χειριστής r εργάστηκε στη μηχανή j
Y_{ij}	1 αν τουλάχιστον μια μονάδα προϊόντος i παράγεται από τη μηχανή j αλλιώς 0
YS_i	1 αν τουλάχιστον μια μονάδα προϊόντος i παράγεται με υπερβολαβία αλλιώς 0
YR_{sj}	1 αν τουλάχιστον ένα προϊόν της ομάδα s παράγεται στη μηχανή j αλλιώς 0
YO_{jr}	1 αν ο χειριστής r χειρίζεται τη μηχανή j κατά τη διάρκεια των υπερωριών αλλιώς 0

Αντικειμενική συνάρτηση (Ελαχιστοποίηση του κόστους υπερβολαβίας καθώς και του κόστους υπερωριών):

$$[MIN]Z = \sum_{i=1}^N CS_i \cdot Sub_i + \sum_{r=1}^R CHE_r \cdot HE_r$$

Περιορισμοί:

Εξασφαλίζεται ότι θα ικανοποιηθεί η ζήτηση για κάθε προϊόν:

$$\sum_{j/V_{ij} \neq 0} X_{ij} + Sub_i = D_i, \forall i$$

Σχέση μεταξύ του αριθμού των μονάδων ενός προϊόντος που θα παραχθούν σε μια μηχανή με τη μεταβλητή που δηλώνει αν ο συγκεκριμένος τύπος προϊόντος παράγεται στη συγκεκριμένη μηχανή:

$$X_{ij} \leq D_i \cdot Y_{ij}, \forall ij/V_{ij} \neq 0$$

Συνθήκη ελάχιστης παραγόμενης ποσότητας του προϊόντος:

$$X_{ij} \geq L_i \cdot Y_{ij}, \forall ij/V_{ij} \neq 0$$

Συνθήκες ελάχιστης ποσότητας του προϊόντος που παράγεται με υπερβολαβία:

$$Sub_i \leq D_i \cdot YS_i, \forall i$$

$$Sub_i \geq LS_i \cdot YS_i, \forall i$$

Το άθροισμα του χρόνου λειτουργίας κάθε μηχανής καθώς και ο χρόνος ρύθμισης δεν ξεπερνά το συνολικό χρονικό διάστημα που είναι διαθέσιμη η μηχανή:

$$\sum_{\forall i/V_{ij} \neq 0} \frac{X_{ij}}{V_{ij}} + TCR \cdot \sum_{\substack{sj \\ NP_{sj} \neq 0}} YR_{sj} + TCM \left(\sum_{\forall i, V_{ij} \neq 0} Y_{ij} - \sum_{\forall sj, NP_{sj} \neq 0} YR_{sj} \right) \leq T_j + \sum_{r=1}^R TE_{jr}, \forall j$$

Σχέσεις μεταξύ των προϊόντων που παράγονται σε μια μηχανή και των τύπων των ομάδων προϊόντων που παράγονται στη μηχανή:

$$\sum_{\forall i, (V_{ij} \neq 0) \wedge (TR_i = S)} Y_{ij} \geq YR_{sj}, \forall sj, NP_{sj} \neq 0$$

$$\sum_{\forall i, (V_{ij} \neq 0) \wedge (TR_i = S)} Y_{ij} \leq NP_{sj} \cdot YR_{sj}, \forall sj, NP_{sj} \neq 0$$

Εξασφαλίζει ότι κατά τη διάρκεια των υπερωριών η μηχανή θα έχει ανατεθεί το πολύ σε έναν χειριστή:

$$\sum_{r=1}^R YO_{jr} \leq 1, \forall j$$

Εξασφαλίζει ότι δεν ξεπερνάται το μέγιστο όριο μηχανών που μπορούν να ανατεθούν σε έναν χειριστή στις υπερωρίες:

$$\sum_{j=1}^M YO_{jr} \leq NHA_r, \forall r$$

Εξασφαλίζει ότι δεν ξεπερνάται το μέγιστο όριο υπερωριών που μπορεί να εργαστεί ο κάθε χειριστής:

$$TE_{jr} \leq LHE_r \cdot YO_{jr}, \forall j, \forall r$$

Υπερωρίες που εργάζεται ο κάθε χειριστής:

$$HE_r \geq TE_{jr}, \forall j, \forall r$$

Ποσότητες του κάθε προϊόντος που θα παράξει η κάθε μηχανή και ποσότητες υπερβολαβίας									
Προϊόν	Μηχανές								Ποσότητα Υπερβολαβίας
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	28.500	0	0	0	0	0	0	0	0
2	21.500	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	14.500	0	0	0
4	11.000	0	0	0	0	0	0	0	0
5	20.297	0	0	0	0	0	0	0	1.703
6	0	19.386	0	0	0	0	0	0	1.614
7	0	0	0	0	0	12.500	0	0	0
8	0	0	0	0	0	12.000	0	0	0
9	0	0	0	0	0	16.419	0	0	1.581
10	0	0	0	0	5.363	0	0	0	18.637
11	0	0	0	0	24.000	0	0	0	0
12	0	0	0	0	34.500	0	0	0	2.000
13	0	0	0	0	0	0	0	0	37.000
14	0	0	0	60.000	0	0	0	0	0
15	0	0	33.496	0	0	11.004	0	0	0
16	0	0	5.000	19.000	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	35.000	0	0
18	0	5.000	0	0	0	0	36.000	0	0
19	0	71.101	0	0	0	0	8.899	0	0
20	0	0	0	0	0	0	40.000	0	0
21	0	0	25.000	0	0	0	0	0	0
22	0	0	5.000	0	0	0	0	16.500	0
23	0	0	20.000	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	35.000	0
25	0	0	0	0	0	0	0	22.000	0
26	0	0	0	0	0	0	0	34.500	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	35.000
28	0	0	0	0	0	0	0	7.745	16.255

Υπερωρίες									
Χειριστές	Μηχανές								Σύνολο
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	82	0	0	81,88	0	0	0	82	82
2	0	82	82	0	82	0	0	0	82
3	0	0	0	0	0	82	82	0	82

4.4 Τέταρτο Επιχειρησιακό Μοντέλο: Βελτιστοποίηση χρήσης πόρων σε νοσοκομείο και διαχείριση επικίνδυνου προϊόντος σε φαρμακοβιομηχανία

α) Σε ένα νοσοκομείο λόγω περικοπής του προϋπολογισμού γίνεται προσπάθεια μείωσης του κόστους λειτουργίας παράλληλα ωστόσο με την εξασφάλιση της καλύτερης δυνατής ποιότητας υπηρεσιών προς τους ασθενείς. Στο νοσοκομείο πραγματοποιούνται προγραμματισμένες εισαγωγές για νοσηλεία αλλά υπάρχουν και επείγοντα περιστατικά. Η διαχείριση αυτών των δύο κατηγοριών ασθενών σε συνδυασμό με τον περιορισμένο αριθμό κρεβατιών είναι το βασικό πρόβλημα του νοσοκομείου.

Σκοπός είναι η βέλτιστη δυνατή χρήση των κρεβατιών και των θαλάμων για τη νοσηλεία 20 ασθενών λαμβάνοντας υπ' όψιν τους σχετικούς περιορισμούς όπως: ο χρόνος νοσηλείας του κάθε ασθενούς, κάθε ασθενής παραμένει στο ίδιο κρεβάτι για όλη τη διάρκεια της νοσηλείας του, στους δίκλινους θαλάμους νοσηλεύονται μόνο άντρες ή μόνο γυναίκες, για την τοποθέτηση δυο ασθενών στον ίδιο θάλαμο λαμβάνονται υπ' όψιν οι ασθένειές τους ενώ ασθενείς με μεταδοτικές ασθένειες τοποθετούνται πάντα μόνοι τους. Το ημερήσιο κόστος νοσηλείας ενός ασθενούς θεωρείται 365€. Ο σχεδιασμός γίνεται για 14 ημέρες. Το νοσοκομείο διαθέτει 10 δίκλινους και 5 μονόκλινους θαλάμους. [47]

Πίνακας μεταβλητών	
i	Ασθενής ($i=1...20$)
$deput_i$	Αρχή του χρονικού διαστήματος κατά το οποίο ο ασθενής πρέπει να εισαχθεί
$tard_i$	Τέλος του χρονικού διαστήματος κατά το οποίο ο ασθενής πρέπει να εισαχθεί
S_i	Φύλο ασθενούς (-1: άντρας, 1: γυναίκα)
P_i	Είδος ασθένειας του ασθενούς (1, 2, 3, 4)
C_i	Μεταδοτικότητα (0, 1, 2)
LoS_i	Διάστημα νοσηλείας του ασθενούς
$T2A_i$	Κόστος νοσηλείας
t	Ημέρα
I	Κρεβάτι


Ασθένειες που δεν πρέπει να συναντώνται στον ίδιο θάλαμο	
P_i	P_i'
1	3
1	4
2	4

Πίνακας δεδομένων ασθενών:

i	Deput_i	Tard_i	S_i	P_i	C_i	LoS_i	T2A_i
1	10	11	1	1	2	4	3.064
2	2	2	1	1	2	3	3.064
3	5	8	1	-1	1	2	1.127
4	6	8	-1	2	2	3	1.740
5	2	2	-1	1	2	2	3.064
6	9	13	-1	2	2	2	1.740
7	4	6	1	-1	1	4	2.069
8	9	10	1	2	2	3	1.740
9	5	7	1	-1	2	2	1.127
10	2	2	-1	2	2	4	1.740
11	9	12	-1	1	2	3	3.064
12	9	10	1	1	1	2	3.064
13	8	10	-1	2	2	3	1.740
14	9	12	-1	-2	2	2	1.650
15	2	2	-1	1	2	1	3.064
16	2	2	1	2	2	3	1.740
17	4	8	1	1	2	3	2.069
18	6	9	-1	2	2	3	1.740
19	8	9	-1	2	2	3	1.740
20	9	11	-1	2	2	2	1.740

Δεδομένα θαλάμων:

Rooms	Beds	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
1	1															
	2															
2	3															
	4															
3	5															
	6															
4	7															
	8															
5	9															
	10															
6	11															
	12															
7	13															
	14															
8	15															
	16															
9	17															
	18															
10	19															
	20															
11	21															
12	22															
13	23															
14	24															
15	25															


 Κρεβάτι κατειλημμένο από άντρα
 Κρεβάτι κατειλημμένο από γυναίκα
 Κρεβάτι διαθέσιμο

β) Μία φαρμακοβιομηχανία πληροφορείται ότι βάση μιας έρευνας ένα από τα φάρμακα που διαθέτει στην αγορά προκαλεί επικίνδυνες παρενέργειες. Η βιομηχανία διεξάγει νέα έρευνα για να διαπιστώσει αν όντως το προϊόν είναι επικίνδυνο ή αν η αρχική έρευνα είναι λανθασμένη και το προϊόν είναι ασφαλές. Αρχικά πραγματοποιούνται κάποιες πρώτες δοκιμές που μπορούν να δώσουν μια εικόνα σχετικά με την ποιότητα του φαρμάκου (καλή ή κακή). Τα αποτελέσματα της νέας έρευνας θα είναι έτοιμα μετά από 9 μήνες οπότε και θα είναι αδιαμφισβήτητα γνωστό το αν η ποιότητα του φαρμάκου είναι καλή ή κακή. Στο μεσοδιάστημα οι επιλογές της βιομηχανίας είναι οι εξής: να μην κάνει τίποτα, να ενημερώσει τους πελάτες της για την πιθανή επικινδυνότητα του προϊόντος ή να αποσύρει το προϊόν. Στην πρώτη έρευνα η πιθανότητα τα αποτελέσματα να είναι θετικά είναι 66%. Αν είναι θετικά τα αποτελέσματα της πρώτης έρευνας τότε κατά πιθανότητα 99,5% θα είναι θετικά και τα αποτελέσματα της δεύτερης έρευνας. Αντίθετα αν το πόρισμα της πρώτης έρευνας είναι αρνητικό, τότε αντίστοιχα αρνητικό θα είναι και το αποτέλεσμα

της δεύτερης έρευνας κατά 79,4%. Είναι προφανές ότι αν το φάρμακο ανακληθεί άμεσα ή αν τα τελικά αποτελέσματα είναι θετικά κανένας χρήστης του δε θα κινδυνέψει από τις παρενέργειες. Αν στα τελικά αποτελέσματα ωστόσο όντως αποδειχθεί η επικινδυνότητα του σκευάσματος τότε είναι πιθανές οι εξής περιπτώσεις:

- Η εταιρεία να μην έχει κάνει απολύτως τίποτα οπότε υπολογίζεται ότι θα υποστούν τις παρενέργειες του φαρμάκου περίπου 1.000 χρήστες.
- Ενώ αρχικά η εταιρεία δεν είχε κάνει τίποτα, μετά τα τελικά αποτελέσματα να έχει ειδοποιήσει μέσω διαφημίσεων τους χρήστες του φαρμάκου οπότε υπολογίζεται ότι περίπου 100 άνθρωποι θα κινδυνέψουν από παρενέργειες.
- Αρχικά η εταιρεία να μην είχε κάνει τίποτα, όμως μετά την τελική έρευνα να έχει αποσύρει το προϊόν από την αγορά. Σε αυτή την περίπτωση υπολογίζεται ότι θα προσβληθούν από παρενέργειες 50 χρήστες του φαρμάκου.
- Η εταιρεία μετά και από τις δυο έρευνες να έχει ενημερώσει τον κόσμο σχετικά με την επικινδυνότητα του φαρμάκου. Υπολογίζεται ότι 50 χρήστες θα υποστούν τις επικίνδυνες παρενέργειες του φαρμάκου.
- Αρχικά η εταιρεία να πραγματοποιήσει καμπάνια ενημέρωσης, μετά τη δεύτερη έρευνα όμως να μην έχει κάνει τίποτα οπότε υπολογίζεται ότι θα κινδυνέψουν περίπου 100 χρήστες.
- Η εταιρεία να φρόντισε αρχικά για την ενημέρωση των χρηστών του φαρμάκου και στη συνέχεια μετά το τελικό πόρισμα να το απέσυρε από την αγορά. Σε αυτή την περίπτωση υπολογίζεται ότι μόλις 25 χρήστες θα κινδυνέψουν από παρενέργειες.

Κάθε περίπτωση βέβαια έχει και το ανάλογο οικονομικό κόστος για τη βιομηχανία. Συγκεκριμένα:

- Αν αποσύρει το φάρμακο από την αρχή θα έχει 100.000€ ζημιά.
- Αν αποσύρει το φάρμακο μετά τη 2^η έρευνα (χωρίς να έχει κάνει κάτι άλλο μέχρι τότε) το κόστος θα είναι 90.000€.
- Αν η εταιρεία πραγματοποιήσει συνολικά μόνο μία ενημερωτική καμπάνια το κόστος θα είναι 20.000€ ενώ αν το κάνει μετά και απ' τις δυο έρευνες τότε το κόστος θα είναι 30.000€.
- Αν φυσικά η εταιρεία δεν κάνει τίποτα απολύτως τότε το οικονομικό κόστος θα είναι μηδενικό.

Ποιες ενέργειες πρέπει να πραγματοποιήσει η φαρμακοβιομηχανία μετά την πρώτη και μετά τη δεύτερη έρευνα; [48]

Μαθηματική περιγραφή

α) Το πρόβλημα θα επιλυθεί με τη μέθοδο του γραμμικού προγραμματισμού. Ακολουθεί ο ορισμός των μεταβλητών, η αντικειμενική συνάρτηση, οι περιορισμοί και τα αποτελέσματα.

Διαθεσιμότητα κρεβατιών:

$$B_{lt} = \begin{cases} -2 & \text{αν την περίοδο } t \text{ το κρεβάτι } l \text{ είναι πιασμένο από άντρα} \\ 1 & \text{αν είναι διαθέσιμο} \\ 2 & \text{αν είναι πιασμένο από γυναίκα} \end{cases}$$

Τοποθεσία κρεβατιών:

$$M_{ll'} = \begin{cases} 1 & \text{αν τα κρεβάτια } l \text{ και } l' \text{ βρίσκονται στον ίδιο θάλαμο} \\ & \text{ή αν το κρεβάτι } l \text{ βρίσκεται σε μονό θάλαμο } (l = l') \\ 0 & \text{σε άλλη περίπτωση} \end{cases}$$

Φύλο ασθενών:

$$S_i = \begin{cases} -1 & \text{αν είναι άντρας} \\ 1 & \text{αν είναι γυναίκα} \end{cases}$$

Διαθεσιμότητα κρεβατιών σε σχέση με τις ασθένειες:

$$PB_{lt} = \begin{cases} P_i & \text{αν το κρεβάτι } l \text{ είναι πιασμένο απ' τον ασθενή } i \text{ με την ασθένεια } P_i \\ & \text{την περίοδο } t \\ 0 & \text{αν το κρεβάτι είναι διαθέσιμο} \end{cases}$$

Κρεβάτια – ασθενείς – χρονική περίοδος:

$$X_{ilt} = \begin{cases} 1 & \text{αν ο ασθενής } i \text{ βρίσκεται στο κρεβάτι } l \text{ την περίοδο } t \\ 0 & \text{σε άλλη περίπτωση} \end{cases}$$

Κρεβάτια – ασθενείς:

$$A_{il} = \begin{cases} 1 & \text{αν ο ασθενής } i \text{ βρίσκεται στο κρεβάτι } l \\ 0 & \text{σε άλλη περίπτωση} \end{cases}$$

J_i : έναρξη νοσηλείας του ασθενούς i

fin_i : λήξη νοσηλείας του ασθενούς i ($fin_i = J_i + LoS_i - 1$)

$$REFUS_l = \begin{cases} 0 & \text{αν ο ασθενής } i \text{ βρίσκεται σε κάποιο κρεβάτι} \\ LoS_i & \text{σε άλλη περίπτωση} \end{cases}$$

Αντικειμενική συνάρτηση (εδώ ελαχιστοποιούνται τα δύο κόστη, το ένα που προέρχεται από την καθυστέρηση της νοσηλείας του ασθενή και το άλλο που αφορά τη διαθεσιμότητα ή μη των κρεβατιών):

$$\text{Min} \sum_{i \in P} (J_i - \text{deput}_i) \cdot H + \sum_{i \in P} (\text{REFUS}_i / \text{LoS}_i) \cdot T2A_i$$

Περιορισμοί:

Σε κάθε ασθενή αντιστοιχεί το πολύ ένα κρεβάτι:

$$\sum_{l \in B} X_{ilt} \leq 1, \forall i \in P, \forall t \in D$$

$$\sum_{i \in P} X_{ilt} \leq 1, \forall l \in B, \forall t \in D$$

Κάθε ασθενής τοποθετείται σε κάποιο κρεβάτι για όλη τη διάρκεια τη νοσηλείας του ενώ αν δεν υπάρχει διαθέσιμο κρεβάτι τότε η νοσηλεία δεν προγραμματίζεται:

$$\sum_{l \in B} \sum_{t=\text{deput}_i}^T X_{ilt} + \text{REFUS}_i = \text{LoS}_i, \forall i \in P$$

$$\sum_{l \in B} \sum_{t=\text{deput}_i}^T (X_{ilt} \cdot (B_{lt} - 2) \cdot (B_{lt} + 2)) / (-3) = \text{LoS}_i \cdot A_{il}, \forall i \in P$$

Περιορισμοί για τις μεταβλητές του χρόνου J_i και fin_i :

$$J_i \leq \sum_{l \in B} t \cdot X_{ilt} + (-X_{ilt} + 1) \cdot HV, \forall i \in P, \forall t \in D$$

$$\text{fin}_i \geq \sum_{l \in B} t \cdot X_{ilt}, \forall i \in P, \forall t \in D$$

$$\text{fin}_i = J_i + \text{LoS}_i - 1, \forall i \in P$$

$$J_i \geq \text{deput}_i, \forall i \in P$$

$$J_i \leq \text{tard}_i, \forall i \in P$$

Εξασφαλίζεται ότι σε κάθε δίκλινο θάλαμο τοποθετούνται ασθενείς του ίδιου φύλου:

$$\sum_{i \in P, C_i=2} X_{ilt} \cdot S_i - \sum_{i \in P, C_i=2} X_{il't} \cdot S_i \leq 1, \forall l, l' \in B, l \neq l', \forall t \in D, \forall M_{ll'} = 1$$

$$\sum_{i \in P, C_i=2} X_{ilt} \cdot S_i - \sum_{i \in P, C_i=2} X_{il't} \cdot S_i \geq -1, \forall l, l' \in B, l \neq l', \forall t \in D, \forall M_{ll'} = 1$$

Σε ένα δίκλινο θάλαμο στον οποίο υπάρχει ήδη ένας ασθενής, ο δεύτερος που θα τοποθετηθεί θα είναι του ίδιου φύλου:

$$B_{lt} \cdot \sum_{i \in P, C_i=2} S_i \cdot X_{il't} \leq 2, \forall l, l' \in B, l \neq l', \forall t \in D, \forall M_{ll'} = 1$$

$$B_{lt} \cdot \sum_{i \in P, C_i=2} S_i \cdot X_{il't} \geq -1, \forall l, l' \in B, l \neq l', \forall t \in D, \forall M_{ll'} = 1$$

Εξασφαλίζεται ότι οι ασθενείς τοποθετούνται στους διπλούς θαλάμους ανάλογα με την συμβατότητα των ασθενειών τους:

$$\sum_{i \in P, C_i=2} X_{ilt} \cdot P_i - \sum_{i \in P, C_i=2} X_{il't} \cdot P_i \leq 1 + \left(1 - \sum_{i \in P, C_i=2} X_{il't}\right) \cdot HV, \\ \forall l, l' \in B, l \neq l', \forall t \in D, \forall M_{ll'} = 1$$

$$\sum_{i \in P, C_i=2} X_{ilt} \cdot P_i - \sum_{i \in P, C_i=2} X_{il't} \cdot P_i \geq -1 - \left(1 - \sum_{i \in P, C_i=2} X_{ilt}\right) \cdot HV, \\ \forall l, l' \in B, l \neq l', \forall t \in D, \forall M_{ll'} = 1$$

Σε ένα διπλό θάλαμο που βρίσκεται ήδη ένας ασθενής, ο δεύτερος που θα τοποθετηθεί δεν πάσχει από κάποια «ασύμβατη» ασθένεια:

$$PB_{lt} - \sum_{i \in P, C_i=2} P_i \cdot X_{il't} \leq 1 + \left(1 - \sum_{i \in P, C_i=2} X_{il't}\right) \cdot HV, \\ \forall l, l' \in B, l \neq l', \forall t \in D, \forall M_{ll'} = 1$$

$$PB_{lt} - \sum_{i \in P, C_i=2} P_i \cdot X_{il't} \geq -1 - \left(1 - \sum_{i \in P, C_i=2} X_{il't}\right) \cdot HV, \\ \forall l, l' \in B, l \neq l', \forall t \in D, \forall M_{ll'} = 1$$

Οι ασθενείς με μεταδοτικές ασθένειες τοποθετούνται ο καθένας μόνος του:

$$B_{l't} \cdot \left(\sum_{i \in P, C_i=1} X_{ilt} + \sum_{i \in P} X_{il't} \right) \leq 1, \forall l, l' \in B, l \neq l', \forall t \in D, \forall M_{ll'} = 1$$

$$B_{l't} \cdot \left(\sum_{i \in P, C_i=1} X_{ilt} + \sum_{i \in P} X_{il't} \right) \geq 0, \forall l, l' \in B, l \neq l', \forall t \in D, \forall M_{ll'} = 1$$

Άλλοι περιορισμοί:

$$X_{ilt} \in \{0,1\}, \forall i \in P, \forall l \in B, \forall t \in D$$

$$A_{il} \in \{0,1\}, \forall i \in P, \forall l \in B$$

$$REFUS_i \geq 0, \forall i \in P$$

$$J_i \geq 0, \forall i \in P$$

$$fin_i \geq 0, \forall i \in P$$

Αποτελέσματα μαθηματικού μοντέλου:

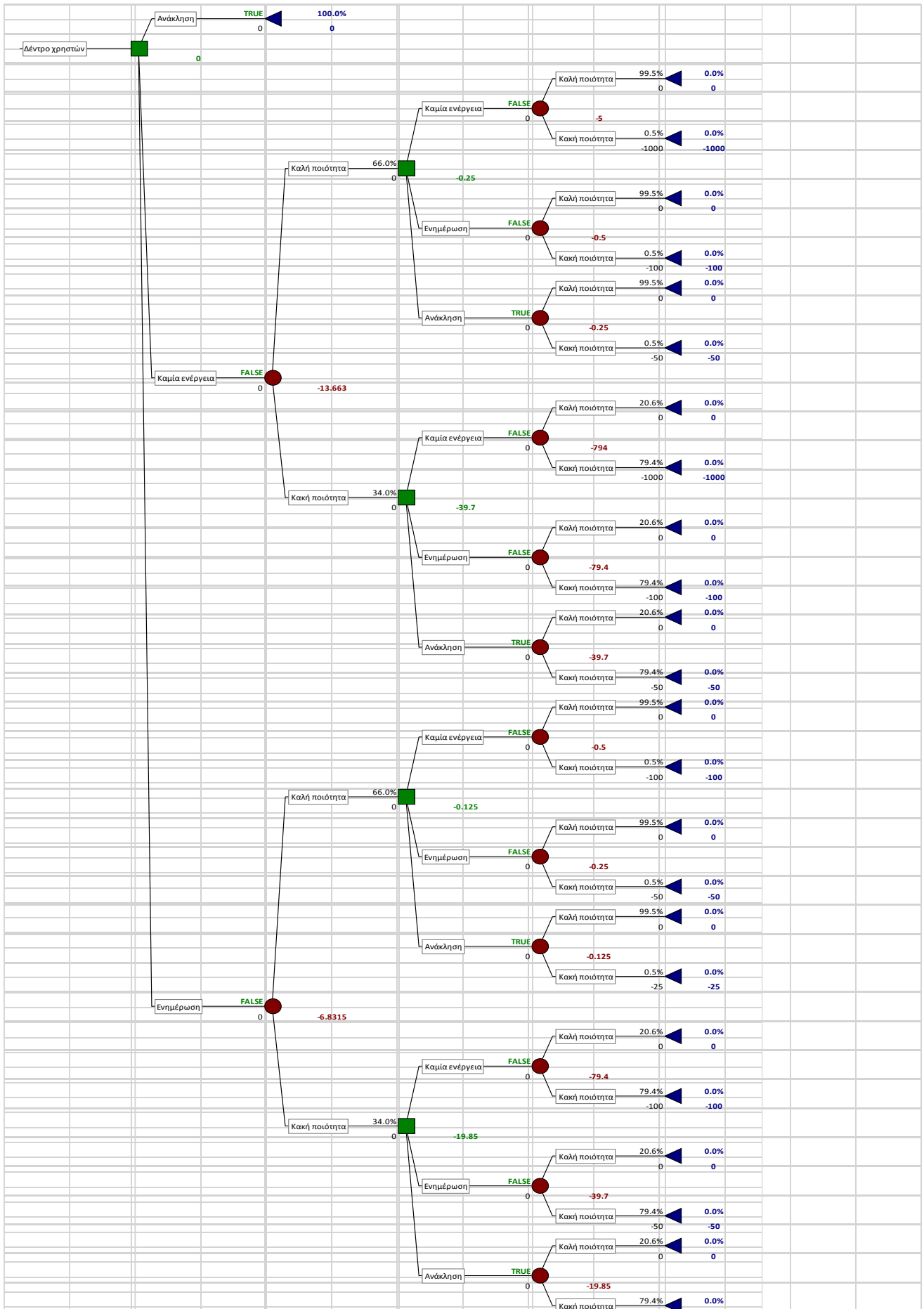
i	DEBUT_i	TARD_i	S_i	LoS_i	P_i	C_i	T2A_i	J_i	FIN_i	Bed_i	Room_i	REFUS_i
1	10	11	1	4	1	2	3.064	10	13	22	12	0
2	2	2	1	3	1	2	3.064	2	4	0	0	3
3	5	8	1	2	-1	1	1.127	5	6	2	1	0
4	6	8	-1	3	2	2	1.740	6	8	7	4	0
5	2	2	-1	2	1	2	3.064	2	3	20	10	0
6	9	13	-1	2	2	2	1.740	10	11	6	3	0
7	4	6	1	4	-1	1	2.069	4	7	4	2	0
8	9	10	1	3	2	2	1.740	9	11	25	15	0
9	5	7	1	2	-1	2	1.127	5	6	23	13	0
10	2	2	-1	4	2	2	1.740	2	5	0	0	4
11	9	12	-1	3	1	2	3.064	10	12	5	3	0
12	9	10	1	2	1	1	3.064	9	10	14	7	0
13	8	10	-1	3	2	2	1.740	9	11	4	2	0
14	9	12	-1	2	-2	2	1.650	9	10	1	1	0
15	2	2	-1	1	1	2	3.064	2	2	3	2	0
16	2	2	1	3	2	2	1.740	2	4	0	0	3
17	4	8	1	3	1	2	2.069	4	6	12	6	0
18	6	9	-1	3	2	2	1.740	6	8	25	15	0
19	8	9	-1	3	2	2	1.740	9	11	3	2	0
20	9	11	-1	2	2	2	1.745	10	11	24	14	0

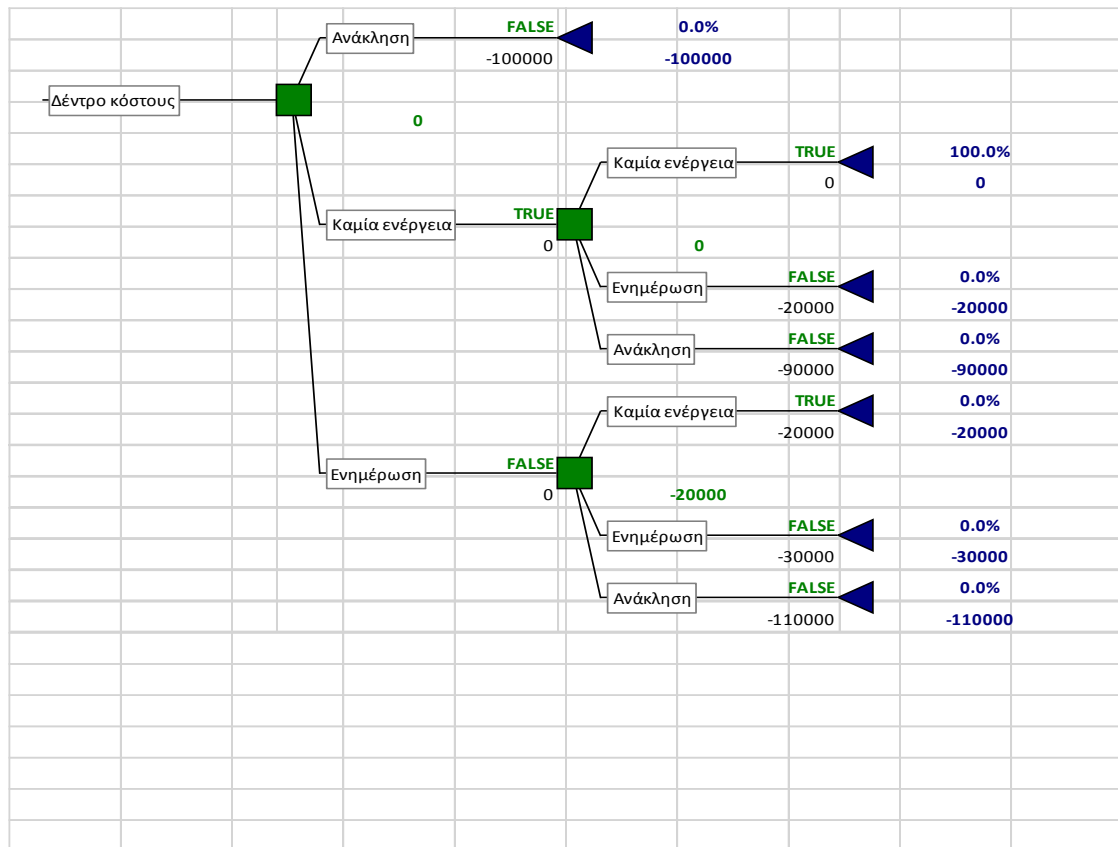
Rooms	Beds	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	1									14	14				
	2					3	3								
2	3		15							19	19	11			
	4			7	7	7	7			13	13	13			
3	5										17	11	11		
	6									6	6				
4	7					4	4	4							
	8														
5	9														
	10														
6	11														
	12					17	17	17							
7	13														
	14									12	12				
8	15														
	16														
9	17														
	18														
10	19														
	20		5	5											
11	21														
	22											1	1	1	1
13	23					9	9								
	24													20	20
15	25							18	18	18	8	8	8		



Κρεβάτι κατειλημένο από άντρα
Κρεβάτι κατειλημένο από γυναίκα
Κρεβάτι για τον ασθενή *i*
Κρεβάτι διαθέσιμο μετά το σχεδιασμό

β) Για την επίλυση του προβλήματος θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος των δέντρων αποφάσεων:





Όπως φαίνεται από τα παραπάνω δέντρα αποφάσεων κάθε πιθανή κίνηση της βιομηχανίας έχει διαφορετικό αντίκτυπο (αντίστροφο τις περισσότερες φορές) στον κίνδυνο που θα διατρέξουν οι χρήστες των προϊόντων της και στα κέρδη της. Το ποια στρατηγική θα ακολουθήσει τελικά η βιομηχανία θα εξαρτηθεί αποκλειστικά από τις αποφάσεις που θα λάβει το διοικητικό συμβούλιο λαμβάνοντας υπ' όψιν τα παραπάνω δεδομένα.

Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα

Ανακεφαλαιώνοντας μπορεί κανείς να καταλήξει σε μια σειρά από χρήσιμα συμπεράσματα. Από τη μελέτη που έγινε στο πλαίσιο αυτής της εργασίας φαίνεται ότι η Επιχειρησιακή Έρευνα (ή Συστήματα Αποφάσεων) όχι μόνο εφαρμόζεται ευρέως στη βιομηχανία αλλά μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε κάθε τομέα και οργανισμό στον οποίο πρέπει να ληφθούν οποιοδήποτε είδους σημαντικές αποφάσεις. Πρόκειται για μια μεθοδολογία η οποία δίνει πάντα χρήσιμα αποτελέσματα στον αναλυτή με τις τελικές αποφάσεις ωστόσο να εξαρτώνται από το χαρακτήρα και τις απόψεις του αποφασίζοντα.

Εκτός αυτού οι εφαρμογές της Επιχειρησιακής Έρευνας αποτελούν σημαντικότατο εργαλείο για πλήθος επιστημόνων, ερευνητών, μηχανικών κτλ. λόγω της δυνατότητας μοντελοποίησης προβλημάτων που τους προσφέρουν. Με τις μεθόδους της Επιχειρησιακής Έρευνας που μελετήθηκαν, τον Γραμμικό Προγραμματισμό, το Δυναμικό Προγραμματισμό, τα Δέντρα Αποφάσεων και την Προσομοίωση μπορεί ο ερευνητής να αντιμετωπίζει με τον κατάλληλο τρόπο τα διάφορα προβλήματα ανάλογα με τις απαιτήσεις και τις ιδιαιτερότητές τους. Καταλυτική συμβολή προς αυτή την κατεύθυνση έχουν τα εργαλεία λογισμικού, πολλά εκ των οποίων μελετήθηκαν στα πλαίσια της εργασίας και τα οποία δίνουν στους χρήστες τους απεριόριστες δυνατότητες σε ότι αφορά τη μοντελοποίηση προβλημάτων Επιχειρησιακής Έρευνας και την επίλυσή τους.

Η Επιχειρησιακή Έρευνα παίζει ίσως το σημαντικότερο ρόλο στη λειτουργία μιας βιομηχανίας (ή ενός οποιοδήποτε οργανισμού) καθώς με βάση αυτήν καθορίζονται όλες οι δραστηριότητές της και όλες οι αποφάσεις που λαμβάνονται από τη διοίκησή της από τις πιο ασήμαντες έως και τις πιο σημαντικές. Σε αυτό το σημείο καταλυτικό ρόλο παίζει και η ανάπτυξη της τεχνολογίας με τα εύχρηστα εργαλεία λογισμικού που προσφέρει για την επίλυση ιδιαίτερα πολύπλοκων προβλημάτων που θα ήταν αδύνατον να αντιμετωπιστούν χωρίς τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή.

Με βάση τα παραπάνω αντιλαμβάνεται κανείς εύκολα ότι η κατανόηση του γνωστικού αντικειμένου της Επιχειρησιακής Έρευνας είναι ιδιαίτερα σημαντική και χρήσιμη για κάθε μηχανικό, επιστήμονα και ερευνητή που πρέπει να μοντελοποιήσει κάποιο πρόβλημα και να καταλήξει σε συμπεράσματα από την επίλυσή του.

Βιβλιογραφία

- [1] R. Panneerselvam, Operations Research, New Delhi: PHI Learning, 2006.
- [2] M. W. Carter και C. C. Price, Operations Research: A Practical Introduction, CRC Press, 2000.
- [3] C. D. S. Cheema, Operations Research, Firewall Media, 2005.
- [4] P. K. Gupta και D. S. Hira, Operations Research, New Delhi: S. Chand & Company LTD., 1992.
- [5] R. Sivarethinamohan, Operations Research, Tata McGraw-Hill, 1964.
- [6] G. V. Shenoy, Linear Programming: Methods and Applications, New Age International, 1998.
- [7] Y. D. Brice, Integral Methods for Quadratic Programming: Theory and Implementation, Zurich: Logos Verlag Berlin, 2012.
- [8] S. P. Boyd και L. Vandenberghe, Convex Optimization, Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [9] A. M. Natarajan, P. Balasubramani και A. Tamilarasi, Operations Research, Pearson Education, 2005.
- [10] FrontlineSolvers, «XLMinerPro,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.solver.com/xlminer-pro>.
- [11] FrontlineSolvers, «XLMinerPlatform,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.solver.com/xlminer-platform>.
- [12] FrontlineSolvers, «Premium Solver Pro,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.solver.com/premium-solver-pro>.
- [13] FrontlineSolvers, «Premium Solver Platform,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.solver.com/premium-solver-platform>.
- [14] FrontlineSolvers, «Risk Solver Pro,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.solver.com/risk-solver-pro>.
- [15] FrontlineSolvers, «Risk Solver Platform,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.solver.com/risk-solver-platform>.

- [16] FrontlineSolvers, «Analytic Solver Pro,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.solver.com/analytic-solver-pro>.
- [17] FrontlineSolvers, «Analytic Solver Platform,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.solver.com/analytic-solver-platform>.
- [18] FrontlineSolvers, «Solver SDK Pro,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.solver.com/solver-sdk-pro>.
- [19] FrontlineSolvers, «Solver SDK Platform,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.solver.com/solver-sdk-platform>.
- [20] FrontlineSolvers, «Methods Used in Frontline Solvers,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.solver.com/methods-used-in-frontline-solvers>.
- [21] FrontlineSolvers, «Optimization Tutorial,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.solver.com/optimization-tutorial>.
- [22] FrontlineSolvers, «Risk Analysis Tutorial - Introduction,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.solver.com/risk-analysis-tutorial>.
- [23] FrontlineSolvers, «Simulation Tutorial - Introduction,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.solver.com/simulation-tutorial>.
- [24] FrontlineSolvers, «Monte Carlo Simulation Tutorial - Overview,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: http://www.solver.com/monte-carlo-simulation-overview#What_is_Monte_Carlo_Simulation.
- [25] FrontlineSolvers, «Robust Optimization, Stochastic Programming, and Simulation Optimization,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.solver.com/robust-decision-making>.
- [26] Palisade, «The DecisionTools Suite,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: http://www.palisade.com/decisiontools_suite/.
- [27] Palisade, «@RISK,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.palisade.com/risk/>.
- [28] Palisade, «PrecisionTree,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.palisade.com/precisiontree/>.
- [29] Palisade, «TopRank,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.palisade.com/toprank/>.
- [30] Palisade, «StatTools,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.palisade.com/stattools/>.

- [31] Palisade, «NeuralTools,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.palisade.com/neuraltools/>.
- [32] Palisade, «Evolver,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.palisade.com/evolver/>.
- [33] Palisade, «RISKOptimizer,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.palisade.com/riskoptimizer/>.
- [34] IBM, «CPLEX Optimizer,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www-01.ibm.com/software/commerce/optimization/cplex-optimizer/index.html>.
- [35] LINDO Systems, «What'sBest!,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: http://www.lindo.com/index.php?option=com_content&view=article&id=3&Itemid=11.
- [36] LINDO Systems, «LINGO,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: http://www.lindo.com/index.php?option=com_content&view=article&id=2&Itemid=10.
- [37] LINDO Systems, «LINDO API,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: http://www.lindo.com/index.php?option=com_content&view=article&id=1&Itemid=9.
- [38] AMPL Optimization, «AMPL,» 2013. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://ampl.com/>.
- [39] GAMS Development, «GAMS,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.gams.com/>.
- [40] COIN-OR, «COIN-OR,» 2012. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.coin-or.org/>.
- [41] NEOS, «NEOS Server,» 2014. [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://www.neos-server.org/neos/>.
- [42] SolverStudio, «SolverStudio for Excel,» [Ηλεκτρονικό]. Available: <http://solverstudio.org/>. [Πρόσβαση 2014].
- [43] P. Doganis και H. Sarimveis, «Optimal scheduling in a yogurt production line based,» *Journal of Food Engineering*, 2006.
- [44] E. Çetin και S. T. Esen, «A weapon–target assignment approach to media allocation,» *Applied Mathematics and Computation*, 2005.

- [45] M. Y. Wu, «Application of linear programming - a case study,» *Land Development Studies*, 2006.
- [46] R. Pastor, J. Altimiras και M. Mateo, «Planning production using mathematical programming: The case of a woodturning company,» *Computers & Operations Research*, 2008.
- [47] R. B. Bachouch, A. Guinet και S. Hajri-Gabouj, «An integer linear model for hospital bed planning,» *Production Economics*, 2012.
- [48] A. Frini, A. Guitouni και J.-M. Martel, «A general decomposition approach for multi-criteria decision trees,» *European Journal of Operational Research*, 2012.

Παράρτημα

XLMiner Platform, XLMiner Pro, XLMiner Education				
		XLMiner Platform	XLMiner Pro	XLMiner for Education
Διαμέριση	Γραμμές	Απεριόριστο	Αρχικά δεδομένα: 500.000 Έξοδος: 500.000 που εξαρτώνται από τη διαμέριση για εκπαίδευση που είναι 10.000	Αρχικά δεδομένα: 65.000 Έξοδος: 65.000 που εξαρτώνται από τη διαμέριση για εκπαίδευση που είναι 10.000
	Στήλες	Απεριόριστο	Αρχικά δεδομένα: απεριόριστο Έξοδος: 200	Αρχικά δεδομένα: απεριόριστο Έξοδος: 100
Δείγμα από φύλλο εργασίας	Γραμμές	Απεριόριστο	Αρχικά δεδομένα: μέγιστο όριο του Excel Έξοδος δείγματος: 500.000	Αρχικά δεδομένα: 65.000 Έξοδος δείγματος: 65.000
	Στήλες	1.000	Αρχικά δεδομένα: απεριόριστο Έξοδος: 200	Αρχικά δεδομένα: απεριόριστο Έξοδος: 100
	Κατηγορίες επιπέδων μεταβλητών	Απεριόριστο	30 (οι τιμές των μεταβλητών δεν είναι case sensitive)	30 (οι τιμές των μεταβλητών δεν είναι case sensitive)
Δείγμα από βάση δεδομένων	Πεδία βάσης δεδομένων	Απεριόριστο	Στον πίνακα: απεριόριστο Έξοδος δείγματος: 200	Στο πίνακα: απεριόριστο Έξοδος δείγματος: 100
	Εγγραφές βάσης δεδομένων	Απεριόριστο	Στον πίνακα: 10.000.000 Έξοδος δείγματος: 500.000	Στον πίνακα: 1.000.000 Έξοδος δείγματος: 65.000
	Κατηγορίες επιπέδων μεταβλητών	Απεριόριστο	30 (οι τιμές των μεταβλητών δεν είναι case sensitive)	30 (οι τιμές των μεταβλητών δεν είναι case sensitive)
Χειρισμός άγνωστων μεταβλητών	Γραμμές	Απεριόριστο	500.000	65.000
	Άγνωστες μεταβλητές σε μια χρονική στιγμή	Απεριόριστο	500.000	65.000
	Γραμμές	Απεριόριστο	500.000	65.000

Ομαδοποίηση συνεχών δεδομένων	Στήλες εξόδου	Απεριόριστο	200 (συμπεριλαμβανομένων όλων των στηλών ομαδοποιημένων και μη)	100 (συμπεριλαμβανομένων όλων των στηλών ομαδοποιημένων και μη)
Τροποποίηση κατηγορικών δεδομένων	Γραμμές	Απεριόριστο	500.000	65.000
	Στήλες	Απεριόριστο	200 (συμπεριλαμβανομένων όλων των στηλών εισόδου και εξόδου)	100 (συμπεριλαμβανομένων όλων των στηλών εισόδου και εξόδου)
	Διακριτές τάξεις	Απεριόριστο	30	30
	Μεταβλητές εξόδου	Απεριόριστο	30	30
Χρονοσειρές	Γραμμές	Απεριόριστο	10.000	10.000
Ταξινόμηση και πρόβλεψη	Γραμμές	Απεριόριστο	10.000 για εκπαίδευση 500.000 για εκπαίδευση, επικύρωση και έλεγχο (αν χρησιμοποιείται διαμέριση) 65.000 νέων δεδομένων χρησιμοποιούνται ως στόχος αποτελέσματος	10.000 για εκπαίδευση 65.000 για εκπαίδευση, επικύρωση και έλεγχο (αν χρησιμοποιείται διαμέριση) 65.000 νέων δεδομένων χρησιμοποιούνται ως στόχος αποτελέσματος
	Στήλες (μεταβλητές εισόδου)	Απεριόριστο	100 (τα δεδομένα μπορούν να περιλαμβάνουν έως 200 στήλες, από τις οποίες έως 100 μπορούν να επιλεγθούν απ' το μοντέλο ως είσοδος)	100
	Διακριτές τάξεις κατηγορικών μεταβλητών	Απεριόριστο	30 (οι τιμές των τάξεων δεν είναι case sensitive)	30 (οι τιμές των τάξεων δεν είναι case sensitive)
	Διακριτές τιμές για κάθε μεταβλητή εισόδου για ταξινόμηση Bayes	Απεριόριστο	1.000 (οι τιμές δεν είναι case sensitive)	1.00 (οι τιμές δεν είναι case sensitive)
	Κοντινότεροι γείτονες στον αλγόριθμο κ-	50	20 (εκτός αν οι γραμμές για εκπαίδευση είναι λιγότερες)	20 (εκτός αν οι γραμμές για εκπαίδευση είναι λιγότερες)

	κοντινότερων γειτόνων			
	Διασπάσεις του δέντρου παλινδρόμησης	Απεριόριστο	5.000 (εκτός αν η τιμή [αριθμός γραμμών για εκπαίδευση-1] είναι μικρότερη)	1.000 (εκτός αν η τιμή [αριθμός γραμμών για εκπαίδευση-1] είναι μικρότερη)
	Επίπεδα σχεδιασμού για δέντρα παλινδρόμησης και ταξινόμησης	Απεριόριστο	7 (μπορεί να διαθέτει και περισσότερα)	7 (μπορεί να διαθέτει και περισσότερα)
Σχέσεις και κανόνες συσχέτισης	Πράξεις	Απεριόριστο	500.000	65.000
	Διακριτά δεδομένα	5.000	5.000	1.000
	Αντικείμενα σε μια πράξη	Απεριόριστο	200	100
	Κανόνες	Απεριόριστο	500.000 (μπορεί να υπάρχουν περισσότεροι κανόνες οι οποίοι ωστόσο δεν εμφανίζονται)	65.000 (μπορεί να υπάρχουν περισσότεροι κανόνες οι οποίοι ωστόσο δεν εμφανίζονται)
Αναζήτηση δεδομένων και αναγωγή	Γραμμές	Απεριόριστο	20.000 Εξάιρεση: όταν χρησιμοποιείται η ιεραρχική συσταδοποίηση ο αριθμός των γραμμών περιορίζεται στις 4.000	10.000 Εξάιρεση: όταν χρησιμοποιείται η ιεραρχική συσταδοποίηση ο αριθμός των γραμμών περιορίζεται στις 4.000
	Στήλες (μεταβλητές)	Απεριόριστο	200	100
	Συμπλέγματα που παρουσιάζονται σε ένα δενδρόγραμμα	Απεριόριστο	30 (η λύση μπορεί να περιλαμβάνει μεγαλύτερο αριθμό συμπλεγμάτων, αλλά στο δενδρόγραμμα θα εμφανίζονται τα 30 σημαντικότερα)	30 (η λύση μπορεί να περιλαμβάνει μεγαλύτερο αριθμό συμπλεγμάτων, αλλά στο δενδρόγραμμα θα εμφανίζονται τα 30 σημαντικότερα)
	Μέγεθος πίνακα αποστάσεων για	Απεριόριστο	4.000×4.000	4.000×4.000

	ιεραρχική συσταδοποίηση			
	Ομάδες στη συσταδοποίηση k-Means	Απεριόριστο	20 (εκτός αν οι γραμμές για εκπαίδευση είναι λιγότερες)	20 (εκτός αν οι γραμμές για εκπαίδευση είναι λιγότερες)
	Επαναλήψεις στη συσταδοποίηση k-Means	Απεριόριστο	50	50
Πίνακες	Γραμμές	Απεριόριστο	Απεριόριστο	65.000
	Στήλες	Απεριόριστο	Αρχικά δεδομένα: 200	Αρχικά δεδομένα: 100

Σημείωση: Οι ενδείξεις «απεριόριστο» σημαίνουν ότι δεν τίθεται όριο από την εφαρμογή XLMiner μπορεί ωστόσο τα αντίστοιχα μεγέθη να περιορίζονται από τη μνήμη του υπολογιστή ή από την έκδοση του Excel.

Γενική σύγκριση των Solver του Excel					
		Risk Solver Platform	Premium Solver Platform	Risk Solver Pro	Premium Solver Pro
Λειτουργικό σύστημα:		Windows	Windows & Mac	Windows	Windows
Βελτιστοποίηση	Γραμμικά, μη γραμμικά, μεικτά ακέραια και μη ομαλά προβλήματα	✓	✓	✓	✓
	Τετραγωνικά, τετραγωνικά περιορισμένα και κωνικά προβλήματα δεύτερης τάξης	✓	✓	✓	
	Όρια μεγέθους προβλημάτων που μπορούν να αντιμετωπίσουν οι built-in λύτες (μεταβλητές × σταθερές)	Έως 8.000×8.000	Έως 8.000×8.000		Έως 2.000×8.000
	Αυτόματη ανάλυση μοντέλου και επιλογή του καλύτερου δυνατού λύτη	✓	✓	✓	✓
	“Constraint Wizard” & “Guided Mode” για καλύτερο και ευκολότερο σχεδιασμό μοντέλων	✓	✓	✓	✓
	Αυτόματες τροποποιήσεις του μοντέλου για την βελτίωση της δυνατότητας επίλυσής του	✓	✓	✓	
	Δέχεται plug-in λύτες	✓	✓	✓	
Προσομοίωση Monte Carlo	Ταχύτερη προσομοίωση Monte Carlo σε Excel, πολλαπλές προσομοιώσεις	✓		✓	
	Πάνω από 50 built-in κατανομές, πάνω από 30 built-	✓		✓	

	in στατιστικές και μέτρα κινδύνου				
	“Distribution Wizard” για την επιλογή της σωστής κατανομής πιθανότητας	✓		✓	
	Χρήση και προσαρμογή ειδικών κατανομών από τα δεδομένα	✓		✓	
Δέντρα αποφάσεων	Χρήση δέντρων αποφάσεων με ανάλυση ευαισθησίας	✓		✓	
	Υποστήριξη προσομοίωσης με κατανομές πιθανοτήτων στο δέντρο	✓		✓	
	Υποστήριξη βελτιστοποίησης των τιμών του δέντρου	✓			Απαιτούνται και οι δυο εφαρμογές
Βελτιστοποίηση με τη χρήση προσομοίωσης και στοχαστική βελτιστοποίηση	Ταχύτατη βελτιστοποίηση με τη χρήση προσομοίωσης σε Excel	✓			Απαιτούνται και οι δυο εφαρμογές
	Στοχαστική προσομοίωση	✓			
	Ισχυρή βελτιστοποίηση μοντέλων μεγάλης πολυπλοκότητας με αβεβαιότητα	✓			
	Περιορισμοί Var/CVar με προσαρμόσιμες ανοχές	✓			
Πρόσθετα χαρακτηριστικά για ευκολότερη χρήση	Περιεκτική παράσταση ανάλυσης ευαισθησίας σε γραφική μορφή	✓	✓	✓	✓
	Ενσωματωμένη βοήθεια και παραδείγματα μοντέλων	✓	✓	✓	✓

	Ενσωματωμένοι “User Guide”, “Reference Guide”, “Quick Start Guide”	✓	✓	✓	✓
	Online tutorial videos	✓	✓	✓	✓
Χαρακτηριστικά ταχύτητας και ακρίβειας	Απευθείας πρόσβαση από πολλούς επεξεργαστές	✓	✓	✓	
	Διερμηνέας PSI για ταχύτατη, ακριβή βελτιστοποίηση	✓	✓		
	Διερμηνέας PSI για ταχύτατη, ακριβή προσομοίωση	✓		✓	
	Βελτιστοποιήσεις/προσομοιώσεις καταναεμημένες σε συμπλέγματα υπολογιστών που χρησιμοποιούν Windows	✓			

Γενική σύγκριση των Solver του Excel					
		Risk Solver Platform	Premium Solver Platform	Risk Solver Pro	Premium Solver Pro
Πεδίο εφαρμογής		Βελτιστοποίηση, Προσομοίωση Monte Carlo, Βελτιστοποίηση με χρήση προσομοίωσης, Στοχαστική Βελτιστοποίηση, Δέντρα αποφάσεων	Βελτιστοποίηση	Προσομοίωση Monte Carlo, Δέντρα αποφάσεων	Βελτιστοποίηση
Λειτουργικό σύστημα		Windows	Windows & Mac	Windows	Windows
Built-in λύτες	Εξελικτικοί	Ναι	Ναι		Ναι
	Γραμμικοί	Ναι	Ναι		Ναι
	Μη γραμμικοί	Ναι	Ναι		Ναι
	Interval Global	Ναι	Ναι		
	SOCP Barrier	Ναι	Ναι		
Τύποι και μεγέθη προβλημάτων βελτιστοποίησης	LP, MIP, NLP & NSP	Ναι	Ναι		Ναι
	QP, QCP & SOCP	Ναι	Ναι		
	Γραμμικές Μεταβλητές × Περιορισμοί	8.000×8.000	8.000×8.000		2.000×8.000
	Μη γραμμικές Μεταβλητές × Περιορισμοί	1.000×1.000	1.000×1.000		500×250

	Μη ομαλές Μεταβλητές × Περιορισμοί	1.000×1.000	1.000×1.000		500×250
	Ακέραιες Μεταβλητές	Έως 2.000	Έως 2.000		Έως 1.000
	Plug-in λύτες	Ναι	Ναι		
Περιορισμοί	Κανονικοί, ακέραιοι, δυαδικοί, ημι-συνεχείς και alldifferent	Ναι	Ναι		Ναι
	Κωνικοί δεύτερης τάξης	Ναι	Ναι		
	Πιθανολογικοί	Ναι			
Βελτιστοποίηση	Μη ομαλά προβλήματα (εξελικτικά)	Ναι	Ναι		Ναι
	Μη γραμμικά προβλήματα (Multistart)	Ναι	Ναι		Ναι
	Μη γραμμικά προβλήματα (Interval Global)	Ναι	Ναι		
	Plug-in λύτες (αρκετές προσεγγίσεις)	Ναι	Ναι		
Προχωρημένη στοχαστική βελτιστοποίηση	Επίλυση ισοδύναμου μοντέλου στοχαστικού προγραμματισμού	Ναι			
	Ισχυρή βελτιστοποίηση για μοντέλα μεγάλης πολυπλοκότητας με αβεβαιότητα	Ναι			
	Αυτόματη προσαρμογή περιορισμών πιθανότητας στη βελτιστοποίηση	Ναι			

	Περιορισμοί Var/CVar με προσαρμόσιμες ανοχές	Ναι			
Προσομοίωση και Βελτιστοποίηση με τη χρήση Προσομοίωσης	Ταχύτατη προσομοίωση Monte Carlo και βελτιστοποίηση με τη χρήση προσομοίωσης σε Excel	Ναι		Ναι	
	Ταχύτατη βελτιστοποίηση με τη χρήση προσομοίωσης σε Excel	Ναι		Απαιτούνται και οι δυο εφαρμογές	
	Βελτιστοποίηση με τη χρήση προσομοίωσης και ανάλυση ευαισθησίας	Ναι		Απαιτούνται και οι δυο εφαρμογές	
	Μεταβλητές και Περιορισμοί	1.000×1.000		500×250 (Απαιτούνται και οι δυο εφαρμογές)	
	Πάνω από 50 built-in κατανομές, πάνω από 30 built-in στατιστικές	Ναι		Ναι	
	Πλήρης υποστήριξη για προσαρμογή, πιστοποίηση και κοινοποίηση κατανομών	Ναι		Ναι	
	Δυνατότητα συσχετισμού κατανομών εισόδου	Ναι		Ναι	
	Built-in πιθανολογικοί περιορισμοί και μέτρα κινδύνου	Ναι		Ναι	
	Πλήρης υποστήριξη διορθωτικών	Ναι			

	αποφάσεων κάτω από αβεβαιότητα				
Δέντρα αποφάσεων	Χρήση δέντρων αποφάσεων με ανάλυση ευαισθησίας	Ναι		Ναι	
	Υποστήριξη προσομοίωσης με κατανομές πιθανοτήτων στο δέντρο	Ναι		Ναι	
	Υποστήριξη βελτιστοποίησης των τιμών του δέντρου	Ναι		Ναι	
Ευκολία στη χρήση και βοήθεια	Ενσωματωμένη βοήθεια και παραδείγματα μοντέλων	Ναι	Ναι	Ναι	Ναι
	Περιεκτική παράσταση ανάλυσης ευαισθησίας σε γραφική μορφή	Ναι	Ναι	Ναι	Ναι
	“Constraint Wizard” για τον εύκολο προσδιορισμό των απαιτούμενων περιορισμών	Ναι	Ναι	Ναι	
	“Distribution Wizard” για την επιλογή της κατάλληλης κατανομής πιθανοτήτων	Ναι			Ναι
	Built-in “Guided Mode” βοήθεια	Ναι	Ναι		Ναι
	Αυτόματη αναγνώριση του τύπου του μοντέλου και	Ναι	Ναι		Ναι

	επιλογή του κατάλληλου λύτη				
Ταχύτητα και ακρίβεια επίλυσης	Απευθείας πρόσβαση από πολλούς επεξεργαστές	Ναι	Ναι	Ναι	
	Εύρεση γραμμικών, μη γραμμικών και μη ομαλών τύπων	Ναι	Ναι	Ναι	Ναι
	Προσδιορισμός αν το πρόβλημα είναι κυρτό	Ναι	Ναι	Ναι	Ναι
	Προσδιορισμός αν και πώς η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί εξαρτώνται από την αβεβαιότητα ώστε να καταστεί ικανός ο στοχαστικός μετασχηματισμός	Ναι			
	Χρήση διανυσματικών υπολογισμών για την επιτάχυνση των δοκιμών της μεθόδου Monte Carlo	Ναι		Ναι	
	«Γραμμικοποίηση» των IF, MIN, MAX, ABS, και λογικών τύπων για ταχύτερη και πιθανόν βέλτιστη επίλυση	Ναι	Ναι		
	Διερμηνέας PSI για ταχύτατη, ακριβή βελτιστοποίηση	Ναι	Ναι		
	Διερμηνέας PSI για ταχύτατη, ακριβή προσομοίωση	Ναι			

	Χρήση στοχαστικού προγραμματισμού για περιορισμούς σε μελλοντικές αποφάσεις	Ναι			
	Χρήση ισχυρής βελτιστοποίησης για περιορισμούς πιθανοτήτων	Ναι			
Ταχύτητα (σε σύγκριση με τον Excel Solver)	Περιγραφή του προβλήματος	2-100X	2-100X		1-50X
	Γραμμικά προβλήματα	40X	40X		3X
	Μη γραμμικά προβλήματα	7-15X	7-15X		1X
	Μεικτά ακέραια προβλήματα	10-200X	10-200X		10-20X
	Μη ομαλά προβλήματα	1-10X	1-10X		1-10X
	Plug-in λύτες	10-1000X	10-1000X		
Αναφορά μετά την επίλυση	Απάντησης	Ναι	Ναι		Ναι
	Λύσεων	Ναι	Ναι		Ναι
	Μεγεθών του προβλήματος	Ναι	Ναι		Ναι
	Ορίων	Ναι	Ναι		Ναι
	Γραμμικότητας	Ναι	Ναι		Ναι
	Επιλυσιμότητας	Ναι	Ναι		Ναι
	Ευαισθησίας	Ναι	Ναι	Ναι	Ναι
	Προσομοίωσης	Ναι		Ναι	
	Ευαισθησίας παραμέτρων προσομοίωσης	Ναι		Ναι	
	Αβεβαιότητας	Ναι			
	Κλιμακοποίησης	Ναι	Ναι		
	Δομής	Ναι	Ναι		Ναι
	Τροποποίησης	Ναι	Ναι		

Γραφικές δυνατότητες	Περιεκτική προσαρμογή γραφήματος	Ναι	Ναι	Ναι	Ναι
	Γράφημα ευαισθησίας συμπεριλαμβανομένης ανάλυσης Tornado και παραμετρικής ανάλυσης	Ναι	Ναι	Ναι	Ναι
	Γράφημα πολλαπλής βελτιστοποίησης συμπεριλαμβανομένων, Monitored Cell και γραφημάτων παραμετρικής ανάλυσης	Ναι	Ναι		Ναι
	Γράφημα πολλαπλής προσομοίωσης συμπεριλαμβανομένων Overlay, Trend, Box-Whisker, παραμετρικής ανάλυσης και στατιστικών γραφημάτων	Ναι		Ναι	
	Γράφημα αποτελεσμάτων πολλαπλής προσομοίωσης συμπεριλαμβανομένων Overlay, Trend και Box-Whisker	Ναι		Ναι	
	Γράφημα αβέβαιων συναρτήσεων συμπεριλαμβανομένων συχνότητας, CF, RCF, ευαισθησίας και Scatter Plots	Ναι		Ναι	

Πίνακας built-in λυτών							
Built-in λύτες	Τύποι προβλημάτων	Premium Solver Pro	Risk Solver Pro	Premium Solver Platform	Risk Solver Platform	Solver SDK Pro	Solver SDK Platform
LP Simplex Solver	LP/MIP	2.000×8.000				2.000×8.000	
LP/QP Solver	LP/QP/MIP			8.000×8.000	8.000×8.000		8.000×8.000
GRG Solver	Smooth Nonlinear	500×250				500×250	
Large Scale GRG Solver	Smooth Nonlinear			1.000×1.000	1.000×1.000		1.000×1.000
Evolutionary	Non-smooth/ Nonlinear	500×250		1.000×1.000	1.000×1.000	500×250	1.000×1.000
Interval Global	Smooth Nonlinear (exhaustive)			500×250	500×250		
SOCP	2 nd Order Cone			2.000×8.000	2.000×8.000		
Πρόσθετες δυνατότητες							
Διαθέτει μηχανή προηγμένης προσομοίωσης Monte Carlo			Ναι		Ναι	Ναι	Ναι
Μπορεί να συνδυαστεί με το Premium Solver Pro για βελτιστοποίηση με τη χρήση προσομοίωσης			Ναι				
Μπορεί να διαλέξει αυτόματα τον πιο κατάλληλο λύτη για το μοντέλο		Ναι		Ναι	Ναι		Ναι
Δέχεται plug-in λύτες για επίλυση μοντέλων μεγαλύτερης πολυπλοκότητας				Ναι	Ναι		Ναι

Πίνακες προαιρετικών plug-in λυτών				
Ταξινόμηση κατά λύτη				
		(32-bit/64-bit)	Όρια (μεταβλ. × περιορ.)	Κατάλληλος για
Large Scale LP/QP Solver	Standard Version	Και τα δυο	32.000×32.000	LP/QP/MIP
	Extended Version	Και τα δυο	Απεριορ. × Απεριορ.	LP/QP/MIP
Large Scale GRG Solver	Standard Version	Και τα δυο	4.000×4.000	Smooth nonlinear
	Extended Version	Και τα δυο	12.000×12.000	Smooth nonlinear
Large Scale GRG Solver		Και τα δυο	Απεριορ. × Απεριορ.	Smooth nonlinear, Non-smooth
KNITRO		Και τα δυο	Απεριορ. × Απεριορ.	Smooth nonlinear
MOSEK	Standard Version	Και τα δυο	32.000×32.000	LP/QP,QCP & SOCP
	Extended Version	Και τα δυο	Απεριορ. × Απεριορ.	+ convex nonlinear
Gurobi	LP/MIP	Και τα δυο	Απεριορ. × Απεριορ.	LP/MIP
	LP/QP/MIP	Και τα δυο	Απεριορ. × Απεριορ.	LP/QP/MIP
SPRESS	LP/MIP	Και τα δυο	Απεριορ. × Απεριορ.	LP/MIP
	LP/QP/MIP	Και τα δυο	Απεριορ. × Απεριορ.	LP/QP/MIP
OptQuest		32-bit	5.000×1.000	Non-smooth

Ταξινόμηση κατά τύπο προβλήματος			
		Βέλτιστη επιλογή	Εναλλακτική επιλογή
LP/MIP		Gurobi, XPRESS, LS LP/QP	MOSEK
Quadratic	QP Convex	Gurobi, XPRESS, LS LP/QP	MOSEK
	QP Non-convex	LS SQP, KNITRO, LS LP/QP	LS GRG
Quadratically Constrained	QCP Convex	MOSEK, KNITRO, LS GRG	LS SQP
	QCP Non-convex	KNITRO, LS GRG, LS SQP	
	QCP (unknown convexity)	KNITRO, LS GRG, LS SQP	
Second Order Cone		MOSEK, KNITRO, LS GRG	LS SQP
Smooth Nonlinear	NLP Convex	KNITRO, LS GRG, LS SQP	MOSEK
	NLP Non-convex	KNITRO, LS GRG, LS SQP	
	NLP (unknown convexity)	KNITRO, LS GRG, LS SQP	
Non-smooth		OptQuest, LS SQP	LS GRG
Simulation Optimization		OptQuest, LS SQP	LS GRG