

## ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

## Κάμψη Λεπτότοιχης Διατομής U με ή χωρίς Ενισχύσεις



### ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

### Μπάκας Ι. Αριστείδης

Επιβλέπων: αν. Καθηγητής Ιωάννης Ραυτογιάννης

Αθήνα, Ιούλιος 2015 ΕΜΚ ΔΕ 2015/24

Μπάκας Α. Ι. (2015) Κάμψη λεπτότοιχης διατομής U με ή χωρίς ενισχύσεις άκρων Διπλωματική Εργασία ΕΜΚ ΔΕ 2015/24 Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα

Mpakas A. I. (2015) Bending of thin-walled U sections either with or without edge stiffeners Diploma Thesis EMK ΔE 2015/24 Institute of steel Structures, National Technical University of Athens, Greece

# Πίνακας Περιεχομένων

Πίνακας Περιεχομένων1					
Περίλη	ψη		3		
Abstra	ct		4		
Ευχαρι	στίες		5		
Κεφάλι	<b>210</b> 1:	Εισαγωγή στις διατομές ψυχρής έλασης	6		
1.1	Ιστ	ορικό	6		
1.2	Σ Χρ	ησιμοποιούμενες διατομές	7		
1.3	Τε	χνικές παραγωγής λεπτότοιχων διατομών	8		
1.4	- Εφ	αρμογές	11		
1.5	Πλ	εονεκτήματα	14		
Κεφάλι	210 <b>2</b> :	Προβλήματα στη διαστασιολόγηση διατομών ψυχρής έλασης	15		
2.1	Eυ	στάθεια μελών ψυχρής έλασης	15		
2.2	Θε	ωρητική τεκμηρίωση τοπικού λυγισμού	18		
2.3	Διά	άβρωση	22		
	2.3.1	Το φαινόμενο της διάβρωσης	22		
,	2.3.2	Συνθήκες που ευνοούν τη διάβρωση	22		
4	2.3.3	Μέθοδοι προστασίας	22		
Κεφάλι	x10 3:	Διατάξεις EC3	24		
3.1	Τεχ	χνικές προδιαγραφές υλικών	24		
3.2	Eπ	ιρροή των καμπυλών προσαρμογής	25		
3.3	Γε	ωμετρικές συνθήκες για τον υπολογισμό λεπτότοιχων διατομών .	27		
3.4	- Пр	οσομοίωση για στατική ανάλυση	28		
3.5	То	πικός λυγισμός επιπέδων στοιχείων χωρίς ενισχύσεις	28		
	3.5.1	Ενεργά πλάτη στοιχείων χωρίς ενισχύσεις	29		
	3.5.2	Γενική προσέγγιση επίπεδων στοιχείων με ακραίες ενισχύσεις	-		
		Εύρεση σταθεράς ελατηρίου	31		
	3.5.3	Βήματα υπολογισμού διατομής με ακραίες ενισχύσεις	32		
	3.5.4	Μεσαίες Ενισχύσεις με απλουστευμένη μέθοδο	35		
Κεφάλι	<b>210</b> 4:	Επίλυση μοντέλου	36		
.4.1	Eπ	ίλυση διατομής u χωρίς ενισχύσεις για t=2mm	36		
4.2	Eπ	ίλυση Διατομής u με απλή ακραία ενίσχυση για t=2mm	39		
4.3	4.3 Επίλυση Διατομής u με διπλή ακραία ενίσχυση για t=2mm				
4.4	Επίλυση διατομής π χωρίς ενισχύσεις για t=2mm4				
4.5	Eπ	ίλυση διατομής π με απλές ακραίες ενισχύσεις για t=2mm	51		
4.6	Επ	ίλυση διατομής π με διπλή ακραία ενίσχυση για t=2mm	53		
4.7	Συ	γκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων	56		

Κεφάλαιο 5: Επίλυση με τη βοήθεια πεπερασμένων στοιχείων	57
5.1 Περιγραφή μοντέλου που εισάγαμε στο πρόγραμμα πεπερασμένων5	57
5.2 Εισαγωγή Γεωμετρίας Φορέα5	57
5.3 Προσδιορισμός Ιδιοτήτων Υλικού	50
5.4 Καθορισμός τύπου στοιχείων	53
5.5 Δημιουργία Δικτύου (mesh generation)	54
5.6 Επιβολή συνοριακών στοιχείων	55
5.7 Επιλογή φορτίουθ	55
5.8 Ανάλυση Προσομοιώματος	57
5.8.1 Ανάλυση Λυγισμούθ	57
5.8.2 Μη Γραμμική Ανάλυση	58
5.9 Ανάλυση Προσομοιώματος	70
5.10 Παρουσίαση Αποτελεσμάτων	71
Κεφάλαιο 6: Αποτελέσματα Ανάλυσης	74
6.1 Ανάλυση διατομών τύπου U	74
6.1.1 Χωρίς ενίσχυση	74
6.1.2 Με απλή ακραία ενίσχυση	77
6.1.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων μη γραμμικής ανάλυσης και EC37	79
6.1.4 Με διπλή ακραία ενίσχυση	30
6.1.5 Συμπεριφορά διατομής υ χωρίς και με ενισχύσεις	32
6.2 Ανάλυση διατομών τύπου π	33
6.2.1 Διατομή τύπου π χωρίς ενισχύσεις	33
6.2.2 Σύγκριση αποτελεσμάτων των τριών μεθόδων για διατομή χωρίς	
ενισχύσειςΕ	34
6.2.3 Διατομή τύπου π με απλή ακραία ενίσχυση	35
6.2.4 Σύγκριση με EC3	37
6.2.5 Διατομή τύπου Π με διπλή ακραία ενίσχυση	38
6.2.6 Σύγκριση με EC39	90
6.2.7 Συμπεριφορά διατομής π χωρίς και με ενισχύσεις	90
6.3 Σύγκριση διατομών υ και π	91
6.4 Γενικά Συμπεράσματα9	<del>)</del> 2
Βιβλιογραφία	<del>9</del> 4

#### ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

ΔΙΠΑΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΕΜΚ ΔΕ 2015/24

#### Κάμψη Λεπτότοιχης Διατομής U με ή χωρίς Ενισχύσεις

Μπάκας Α. Ι. (Επιβλέπων: Ραυτογιάννης Ι.)

#### Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία διερευνά την κάμψη λεπτότοιχων διατομών u με απλή και διπλή ακραία ενίσχυση υπό ομοιόμορφη φόρτιση. Σκοπός μας είναι να διερευνήσουμε τα φορτία διαρροής και αστοχίας, τους τοπικούς λυγισμούς που εμφανίζονται, η εξοικείωση με προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων και η σύγκριση των αποτελεσμάτων της ανάλυσης με χρήση Η/Υ και του EC3.

Οι διατομές ψυχρής έλασης γνώρισαν ευρείας απήχησης στον κατασκευαστικό κλάδο ως φέροντα δομικά στοιχεία την τελευταία 20ετία σε σχέση με τις διατομές θερμής έλασης. Αυτό έχει να κάνει με τη συνεχόμενη αύξηση της αντοχής των διατομών και την ποιοτική εξέλιξη της παραγωγικής διαδικασίας που μας επιτρέπει να τις εμπιστευτούμε για τη λήψη μεγαλύτερων φορτίων. Οι διατομές ψυχρής έλασης διακρίνονται στον τομέα της αεροναυπηγικής, της βιομηχανίας, στον τομέα των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας (φωτοβολταϊκά πάρκα), στον κλάδο Εφοδιαστικής Αλυσίδας (Logistic), σε σύγχρονες γεωργικές μονάδες με θερμοκήπια, ως φέροντα δομικά στοιχεία δευτερεύουσας σημασίας (τεγίδες, μηκίδες, χαλυβδόφυλλα, στέγες, πέργολες). Διακρίνονται ωστόσο σε μια σειρά χαρακτηριστικών λεπτομερειών από τις κλασικές διατομές θερμής έλασης που έχουν να κάνουν με τον τρόπο σύνδεσης, την αυξημένη ευαισθησία σε τοπικό και στρεπτικό λυγισμό, την ανάγκη για επιπρόσθετη αντιδιαβρωτική προστασία.

Για την ανάλυση 18 διατομών u και π χρησιμοποιούμε το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων Femap with Nx Nastran v11.0.1 με χρήση επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων. Αρχικά, θα επιλύσουμε τις δοκούς σύμφωνα με τις διατάξεις του EC3 χρησιμοποιώντας την απλουστευμένη μέθοδο. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια του H/Y θα προβούμε σε Ανάλυση Λυγισμού (Buckling Analysis) και θα εντοπίσουμε τα φορτία που προκαλούν τις διάφορες μορφές τοπικού λυγισμού. Μετά θα προχωρήσουμε σε Μη Γραμμική Ανάλυση (Non Linear Static Analysis). Στο τέλος θα γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων με τη βοήθεια γραφημάτων και εξαγωγή συμπερασμάτων.

#### NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS FACULTY OF CIVIL ENGINEERING INSTITUTE OF STEEL STRUCTURES

DIPLOMA THESIS EMK  $\Delta E 2015/24$ 

# Bending of thin-walled U sections either with or without edge stiffeners

Mpakas A. I. (supervised by Rautogiannis I.)

#### Abstract

The progress of structural engineering in the twentieth century unquestionably tends toward the use of increasingly lighter elements, among which metallic thinwalled cold-formed members play an important role. Improved manufacturing technology, along with increased material strength as well as the availability of Codes of Practice for design represents some of the most important factors in the development of such structural typology.

The present graduate thesis examines the stability of members, constructed by thin-walled cross sections, bending under equally distributed axial force. The cross section types that have been used are 18 u-shaped both with and without edge stiffeners.

In the first part of this study there is a general presentation of cold-formed steel elements, describing their features, the cold-forming techniques, the usual instabilities and applications in the construction industry. In the second part according to Eurocode 3 provisions, we can identify the effective width of each compression element. In this way, I calculate the bending resistance.

The following step is run models through both Eigenvalue buckling and nonlinear static analyses with the use of the finite element program, Femap with Nx Nastran v11.0.1. A nonlinear analysis provides the buckling stress at the point of collapse. The utility of the geometrically nonlinear approach is that one can gain insight into the structure prior to its buckled condition.

Finally the results of the above methods are presented along with comparisons and final conclusions.

# Ευχαριστίες

Ευγνωμονώ τους γονείς μου για τη στήριξη που μου έδειξαν σ' αυτή την πολύχρονη προσπάθεια, την υπομονή και την κατανόησή τους. Ευχαριστώ τον αν. Καθηγητή Ιωάννη Ραυτογιάννη για την καθοδήγηση και τη συμβολή του στην ολοκλήρωση της Διπλωματικής μου. Επιπλέον να ευχαριστήσω τον αδερφό μου, τους φίλους και συμφοιτητές που με συνόδευσαν στο όμορφο ταξίδι των φοιτητικών μου χρόνων.

## **Κεφάλαιο 1** Εισαγωγή στις διατομές ψυχρής έλασης

Υπάρχουν δύο κύριες οικογένειες μελών από δομικό χάλυβα. Η πρώτη είναι οι διατομές θερμής έλασης. Η άλλη κατηγορία, όχι και τόσο οικία είναι η διαμόρφωση διατομών ψυχρής έλασης από φύλλα, λωρίδες, πλάκες χάλυβα σε μηχανές κάμψης, πρέσες και μέσω της ψυχρής έλασης. Το πάχος των διατομών κυμαίνεται από 0,5mm έως 5mm. Παρόλο που οι διατομές ψυχρής έλασης χρησιμοποιούνται στα πλαίσια των αυτοκινήτων, στο σιδηροδρομικό δίκτυο, σε διάφορους τύπους μηχανολογικού εξοπλισμού, σε ράφια αποθήκευσης και στο οδικό δίκτυο, εδώ θα επικεντρωθούμε στη χρήση τους στον κατασκευαστικό τομέα ως φέρον δομικό στοιχείο.

#### 1.1 Ιστορικό

Η χρήση των διατομών αυτών στο κατασκευαστικό τομέα ξεκίνησε το 1850 στην Αμερική και στην Αγγλία. Το 1925 για πρώτη φορά γίνεται αναφορά για χρήση του σε νοσοκομείο της Βιρτζίνια των ΗΠΑ. Σε κτήριο από φέρουσα τοιχοποιία τα πατώματα εδράζονταν σε πλαίσια από μεταλλικές διατομές ψυχρής διαμόρφωσης. Ήδη από 1930 έχουν οριστεί οι σχεδιαστικές προδιαγραφές των διατομών θερμής έλασης. Η ανάπτυξη του υλικού συνδέθηκε με την ευρεία χρήση του από την αυτοκινητοβιομηχανία. Το 1940 η "Lustron Homes" κατασκεύασε και πούλησε 2500 προκατασκευασμένες κατοικίες με μεταλλικά πλαίσια για να ικανοποιήσει την ανάγκη άμεσης στέγασης των στρατιωτών που θα επέστρεφαν από τον Δεύτερο Παγκόσμιο Πόλεμο. Από το 1946 η χρήση και η έρευνα στις λεπτότοιχες διατομές στις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής φαίνεται από τη έκδοση του «Λεπτομέρειες για το σχεδιασμό Κατασκευών από μέλη ψυχρής έλασης» του Αμερικάνικου Ινστιτούτου Χάλυβα και Σιδήρου (AISI). Η έκδοση αυτή στηρίχτηκε στη συνεχόμενη χρηματοδότηση της έρευνας από το Πανεπιστήμιο του Cornell κάτω από οδηγίες του George Winter ήδη από το1939.

Εν συνεχεία η βελτίωση των τεχνικών προδιαγραφών στην παραγωγή και την αντιδιαβρωτική προστασία οδήγησαν στη χρήση τους σε όλο και περισσότερες πρακτικές εφαρμογές. Η χρησιμοποίηση σύνθετων και λεπτότερων διατομών σε σχέση με τη θερμή έλαση, είχε σαν αποτέλεσμα οι διατομές αυτές να περισσότερο επιρρεπής στην εμφάνιση τοπικού και στρεπτικού λυγισμού. Η βελτίωση των υπολογιστικών μεθόδων συνέβαλε με τη σειρά της στην μελέτη της συμπεριφοράς του υλικού. Παράλληλα οι κλασσικές μέθοδοι σύνδεσης κρίθηκαν ανεπαρκείς και εξελίχθηκαν νέες μέθοδοι και υλικά σύνδεσης των λεπτότοιχων διατομών.

Η βελτίωση της παραγωγικής διαδικασίας, η αύξηση των αντοχών και η έκδοση Πρακτικών Οδηγιών ήταν σημαντικοί λόγοι διάδοσής τους στον κατασκευαστικό κλάδο.

#### 1.2 Χρησιμοποιούμενες διατομές

Οι διατομές ψυχρής έλασης μπορούν να διακριθούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες. Υπάρχουν:

- Μεμονωμένα μέλη C,Z,U με ενδιάμεσες και ακραίες ενισχύσεις, κοίλες τετραγωνικές και κυκλικές διατομές.
- Χαλαβδόφυλλα

Η εξέλιξη της βιομηχανίας μας δίνει την δυνατότητα να φτιάξουμε οποιαδήποτε σχήμα διατομής θέλουμε. Έτσι μπορούμε να έχουμε ακόμα και 3000 διαφορετικές διατομές. Τα μήκη κυμαίνονται από 0,4-18m. Συνδυάζοντας την κατάλληλη διατομή με την επιθυμητή αντοχή επιτυγχάνουμε μεγάλη βελτιστοποίηση του σχεδιασμού. Η διάτρηση και το γαλβάνισμα γίνεται ήδη από το εργοστάσιο παρέχοντάς μας μεγάλη ευελιξία.

Η εξέλιξη της παραγωγής των χαλυβδόφυλλων πέρασε από 3 στάδια. Αρχικά τα χαλυβδόφυλλα είχαν τραπεζοειδή διατομή χωρίς ενισχύσεις με τη δυνατότητα να καλύψουν μέχρι 3m άνοιγμα. Στη συνέχεια προστέθηκαν διαμήκεις ενισχύσεις και μπορούσαν να καλυφθούν ανοίγματα μεταξύ τεγίδων έως 6-7m. Στην τελευταία γενιά οι διατομές έχουν οριζόντιες και διαμήκεις ενισχύσεις και καλύπτουν ανοίγματα της τάξης των 12m. (Σχήμα 1.4)



Σχήμα 1.1 Απλές ανοιχτές διατομές



Σχήμα 1.2 Ανοιχτές σύνθετες διατομές



Σχήμα 1.4 Αυλακωτά Χαλυβδόφυλλα

#### 1.3 Τεχνικές παραγωγής λεπτότοιχων διατομών

Οι διατομές ψυχρής έλασης ή μόρφωσης διαμορφώνονται μέσα από τις διαδικασίες της αναδίπλωσης, της συμπίεσης και της ψυχρής έλασης. Με τη διαδικασία της αναδίπλωσης παράγονται στοιχεία μικρού μήκους και απλής γεωμετρίας. (Σχήμα 1.5)

Η συμπίεση έχει ευρύτερη εφαρμογή επιτρέποντας την παραγωγή μεγαλύτερης ποικιλίας διατομών. Εδώ η μόρφωση γίνεται με τη συμπίεση ενός φύλλου συγκεκριμένων διαστάσεων σε στραντζόπρεσσες. Τα μήκη των στοιχείων περιορίζονται συνήθως στα 5m. (Σχήμα 1.6)

Η διαδικασία της ψυχρής έλασης μέσα από ράουλα και αυλακωτά καλούπια είναι η πιο συνήθης εργοστασιακή πρακτική. Στην περίπτωση αυτή ένα συνεχές χαλύβδινο φύλλο, προερχόμενο από ένα ρολό (coil), περνάει διαμέσου μίας σειράς ελάστρων και παίρνει σταδιακά την τελική μορφή μέσω πλαστικής παραμόρφωσης. (Σχήμα 1.7) Κάθε ζεύγος ελάστρων ονομάζεται βαθμίδα και προκαλεί μία συγκεκριμένη σταθερή παραμόρφωση. Όσο πιο σύνθετη είναι η μορφή της τελικής διατομής, τόσο περισσότερες βαθμίδες απαιτούνται. (Σχήμα 1.8) Σε κλειστές διατομές ψυχρής έλασης, τα έλαστρα σχηματίζουν κατ' αρχήν μία κυκλική διατομή και τα απέναντι άκρα των ελασμάτων συγκολλούνται, προ της τελικής έλασης, σε τετραγωνική ή κυκλική διατομή. Η μέθοδος της ψυχρής έλασης προσφέρεται για μαζική παραγωγή λεπτότοιχων διατομών.



Σχήμα 1.5 Μορφοποίηση μέσω συμπίεσης



Σχήμα 1.6 Στρατζόπρεσσα



Σχήμα 1.7 Σταδιακή διαμόρφωση διατομής



Σχήμα 1.8 Παραγωγή με ψυχρά έλαση



Σχήμα 1.9 Μηχανή ψυχρής έλασης



Σχήμα 1.10 Κινητό Μηχάνημα Ψυχρής έλασης κατασκευής καναλιών για υδροπονική καλλιέργεια

#### 1.4 Εφαρμογές

Η πιο διαδεδομένη χρήση τους είναι σε οροφές, πατώματα, στέγες και διαχωριστικά πάνελ. Η χρήση τους ως τεγίδες και μηκίδες για τη στήριξη των επικαλύψεων είναι ιδιαιτέρως διαδεδομένη. Ακόμη χρησιμοποιούνται για την κατασκευή διαχωριστικών πάνελ, όπου προσδίδουν μεγάλη ευελιξία στην διαρρύθμιση χώρων και ταχύτητα στην τοποθέτηση τους, σε κτήρια που στεγάζουν γραφεία.

Η συνεργασία χαλυβδόφυλλων και σκυροδέματος οδηγεί στις σύμμικτες πλάκες. Η λύση αυτή αποτελεί την κλασσική αμερικάνικη fast-track μέθοδο, λόγω της ταχύτητας εκτέλεσης. Τα μεταλλικά φύλλα επιτρέπουν την εύκολη ανάρτηση μέσω ειδικών αναρτήρων των αναγκαίων αγωγών κλιματισμού, ψευδοροφών και γενικότερα του μηχανολογικού εξοπλισμού. Η ταχύτητα ανέγερσης είναι μεγάλη, καθώς η προετοιμασία των στοιχείων γίνεται στο εργοστάσιο, και το μόνο που απομένει είναι η διάστρωση του σκυροδέματος.

Ακόμη με την εξέλιξη στην παραγωγή των χαλυβδόφυλλων, αναπτυχθήκαν ιδιαιτέρως οι κελυφωτές κατασκευές. Το κέλυφος χάρις τη διατμητική του λειτουργία δύναται να καλύψει μεγάλα ανοίγματα χωρίς τη χρήση υποστυλωμάτων και δοκών. (Σχήμα 1.14)Στην ίδια κατηγορία εντάσσονται και τα βιομηχανικά σιλό.

Άλλη διαδεδομένη εφαρμογή των διατομών αυτών είναι η χρήση τους σε συστήματα logistic και ράφια αποθήκευσης. Εδώ το ανταγωνιστικό πλεονέκτημα είναι η δυνατότητα λεπτομερούς διάνοιξης οπών μέσω λέιζερ, η ευελιξία στη διαμόρφωσης της διατομής και η δυνατότητα προ-συναρμολόγησης.

Στις σύγχρονες βιομηχανικές μονάδες η χρήσεις του υλικού έχουν χιλιάδες εφαρμογές από κανάλια μεταφοράς καλωδίων, πατάρια, ανυψωτικούς μηχανισμούς. Ομοίως και στα έργα υποδομής η χρήση τους απαντάται σε διάφορα μέρη των κατασκευών. Για παράδειγμα οι μπάρες απόσβεσης στους αυτοκινητόδρομους.

Η χρήση τους στον κύριο φορέα, κυρίως σε ελαφρές κατασκευές, κτήρια αποθήκευσης και προκατασκευασμένες κατοικίες. Στην περίπτωση των διατομών ψυχρής έλασης η πλαισιακή λειτουργία είναι αυτή που κυριαρχεί καθώς η δοκός μιας διατομής θερμής έλασης εδώ θα αντικατασταθεί με χωρικά πλαίσια. Ομοίως συστήματα δικτυωμάτων χρησιμοποιούνται σε στέγες, πατώματα.

Στο εξωτερικό είναι πιο διαδεδομένος τρόπος δόμησης σε σχέση με την Ελλάδα. Με τον όρο Steel Framed Houses εννοούν προκατασκευασμένα πλαίσια από μέλη ψυχρής έλασης έτοιμα ήδη από τη βιομηχανική μονάδα. Καθώς στο εξωτερικό οι προκατασκευές είναι πιο διαδεδομένες. Αυτό που μάλιστα διαφημίζεται είναι η ταχύτητα κατασκευής που μπορεί να ανέρχεται ακόμα και σε λίγες μέρες για μια τυπική κατοικία. Μάλιστα προτείνεται ιδιαίτερα έναντι των ξύλινων προκάτ και κλασσικών μεταλλικών κατασκευών.

Η χρήση των διατομών αυτών ενδείκνυται για χρήση τους σε ανωδομές υφιστάμενων κατασκευών ώστε να καλύπτονται οι απαιτήσεις του αντισεισμικού κανονισμού (Σχήμα 1.15).



Σχήμα 1.11 Συγκρότημα κτηρίων με τη χρήση πλαισιωτών διατομών



Σχήμα 1.12 Logistics



Σχήμα 1.13 Κατοικία με λεπτότοιχες διατομές



Σχήμα 1.14 Αυτοφερόμενο κυλινδρικό κέλυφος από χαλύβδινο φύλλο



Σχήμα 1.15 Ανωδομή με χρήση στοιχείων ελαφράς δόμησης



Σχήμα 1.16 Επικάλυψη μεταλλικών στοιχείων με μονωτικό υλικό σε οικία

#### 1.5 Πλεονεκτήματα

Όπως έχει αναφερθεί ήδη η χρήση κάθε υλικού έρχεται να ικανοποιήσει ανάγκες και να δώσει απαντήσεις στα διάφορα κατασκευαστικά προβλήματα που αντιμετωπίζει ο μηχανικός. Σε κάθε απόφαση υπεισέρχεται το τεχνοοικονομικό κομμάτι. Έτσι λοιπόν η ανάγκη για εξοικονόμηση χρημάτων, ελαφρύτερες κατασκευές και βελτιστοποίηση του σχεδιασμού οδήγησε στην ευρεία χρήση και εξέλιξη των διατομών ψυχρής έλασης. Σε αυτό το πλαίσιο τα συγκριτικά πλεονεκτήματα έναντι άλλων υλικών είναι αρκετά.

Αρχικά οι λεπτότοιχες διατομές παρέχουν εν γένει οικονομικότερο σχεδιασμό σε σχέση με τις διατομές θερμής έλασης εξαιτίας του μικρότερου βάρους. Αυτό όμως ισχύσει περισσότερο σε ελαφριές κατασκευές όπου δεν έχουμε ανάληψη μεγάλων κατακόρυφων και σεισμικών φορτίων.

Το μικρό βάρος δίνει τη δυνατότητα για μεγαλύτερη παραγωγικότητα στο εργοτάξιο καθώς περιορίζεται η χρήση ανυψωτικών μηχανημάτων και τα συνεργεία μπορούν να εργαστούν γρηγορότερα.

Η δυνατότητα εργασιών προσυναρμολόγησης από το εργοστάσιο προσφέρουν μεγάλη ευελιξία στην κατασκευή. Τέτοιες εργασίες έχουν να κάνουν με τη διάνοιξη οπών, μόρφωσης δικτυωμάτων, ανάρτησης μηχανολογικού και ηλεκτρολογικού εξοπλισμού. Ομοίως μπορεί να πραγματοποιηθεί η τοποθέτηση επικαλύψεων από γυψοσανίδες, μόνωσης και κουφωμάτων ήδη από το εργοστάσιο, όπως συμβαίνει στα διαχωριστικά πάνελ.

Σε συνδυασμό με την εύκολη μεταφορά τους στο χώρο της κατασκευής, μειώνει σημαντικά τόσο το χρόνο ανέγερσης όσο και τη μείωση των κατασκευαστικών λαθών. Ομοίως οι διατομές έχουν τη δυνατότητα γαλβανίσματος, την τοποθέτηση επιστρώσεων και καθοδικής προστασίας από το εργοστάσιο, γεγονός που μας απαλλάσσει από τέτοιου είδους εργασίες στο εργοτάξιο. Τα παραπάνω έρχονται να εξοικονομήσουν χρήματα από την κατασκευή.

Σε σχέση με τις διατομές θερμής έλασης. οι διατομές ψυχρής έλασης έχουν αντικαταστήσει τις UNP διατομές θερμής έλασης αφού επιτυγχάνουν την ίδια αντοχή με μείωση ως και 30% του βάρους. Ακόμη σαν υλικό έχει μεγάλη φιλικότητα στο περιβάλλον, αφού ο χάλυβας ανακυκλώνεται πλήρως.

Όπως αναφέρθηκε και στις εφαρμογές η ελαφρά μεταλλική κατασκευή είναι πολλές φορές η μόνη λύση, για την κατασκευή πάνω-σηκωμάτων σε υφιστάμενες κατασκευές. (Σχήμα 1.15) Η χρήση των διατομών αυτών φυσικά δε μας περιορίζει, καθώς μπορεί να συνδυαστεί και με άλλα υλικά όπως το σκυρόδεμα , το ξύλο, μεταλλικές διατομές θερμής έλασης και με φέρουσα τοιχοποιία. Η χρήση κάθε υλικού έρχεται να δώσει λύσεις και να μας επιβάλει περιορισμούς.

# Κεφάλαιο 2

## Προβλήματα στη διαστασιολόγηση διατομών ψυχρής έλασης

Η χρήση διατομών ψυχρής έλασης οδηγεί σε ειδικά προβλήματα σχεδιασμού σε σχέση με τις διατομές θερμής έλασης, εξαιτίας της διαδικασίας παραγωγής τους. Ακόμη τα λεπτότοιχα ελάσματα έχουν μεγάλο πλάτος σε σχέση με το πάχος τους γεγονός που τα καθιστά εύκαμπτα.

#### 2.1 Ευστάθεια μελών ψυχρής έλασης

Η συμπεριφορά των χαλύβδινων διατομών επηρεάζεται από τις τέσσερις αστάθειες:

- 1. τον τοπικό λυγισμό,
- 2. τον καθολικό λυγισμό,
- 3. το λυγισμό με στρέβλωση της διατομής,
- 4. το διατμητικό λυγισμό

Επιπλέον, είναι πιθανή και η αλληλεπίδραση των παραπάνω ασταθειών. Ομοίως λάθη στο σχεδιασμό, για παράδειγμα έκκεντρη φόρτιση και κατασκευαστικά λάθη λόγω της ψυχρής διαμόρφωσης εντείνουν τα φαινόμενα αυτά. (Σχήμα 2.1 & Σχήμα 2.2)

Οι διατομές ψυχρής διαμόρφωσης είναι πολύ ευαίσθητες έναντι τοπικού λυγισμού (κύρτωσης), ο οποίος χαρακτηρίζεται από σχετικά μικρό μήκος κύματος της σχετικής ιδιοτιμής λυγισμού. Αντίθετα το μήκος κύματος στον καθολικό λυγισμό στον οποίο περιλαμβάνεται τόσο ο καμπτικός όσο και ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός, είναι μεγάλο. Στον καθολικό λυγισμό οι διατομές παραμένουν απαραμόρφωτες ως άκαμπτα διαφράγματα. Στον τοπικό λυγισμό με στρέβλωση της διατομής η αστάθεια προκαλείται λόγω σχετικής μετατόπισης των ακμών της διατομής. Το μήκος λυγισμού είναι ενδιάμεσο μεταξύ του τοπικού και του καθολικού λυγισμού. (Σχήμα 2.3)

Η αστοχία λόγω ελαστικού λυγισμού δεν οφείλεται σε υπέρβαση τάσεως αλλά σε αστάθεια ισορροπίας και ακολούθως υπερβολική παραμόρφωση, η οποία λαμβάνει χώρα αμέσως μετά το λυγισμό. Συνεπώς η αποτροπή του λυγισμού ή και η αύξηση της φέρουσας ικανότητας δεν επιτυγχάνεται με αύξηση της αντοχής αλλά με αύξηση της ακαμψίας, η οποία συμβάλλει στη μείωση των βελών κάμψης. Αυτό το σκοπό έχει και η τοποθέτηση ακραίων και ενδιάμεσων ενισχύσεων στις διατομές αυτές.

Κάθε εμφανιζόμενη αστάθεια οδηγεί σε μείωση της αντοχής. Γίνεται έτσι αντιληπτό ότι οι διάφορες αστάθειες αλληλοεπηρεάζονται. Μέσω της αλληλεπίδρασης, η οποία εξαρτάται εν μέρει από τις σχέσεις των μηκών κυμάτων των διάφορων μορφών λυγισμού, μπορούμε να έχουμε σημαντική μείωση της φέρουσας ικανότητας.



Σχήμα 2.1 Παραδείγματα μορφών λυγισμού με στρέβλωση διατομής



Σχήμα 2.2 Μορφές λυγισμού διατομής u με ακραίες ενισχύσεις υπό αξονική θλίψη: α) Τοπικός Λυγισμός, β) λυγισμός με στρέβλωση διατομής, γ) καμπτικός λυγισμός περί τον ασθενή άξονα, δ) στρεπτοκαμπτικός λυγισμός, ε) σύνθετη μορφή λυγισμού



Μήκη ημικυμάτων

Σχήμα 2.3 Μήκος κύματος σε σχέση με την ελαστική κρίσιμη τάση λυγισμού

Για να υπολογίσουμε το κρίσιμο φορτίο λυγισμού ενός ιδεατού στύλου (Σχήμα 2.4) αρκεί να γνωρίζουμε το μήκος τη δευτερεύουσα ροπή αδράνειας και το ελαστικό μητρώο του στύλου όπως φαίνεται στην εξίσωση. Ο συντελεστής k χρησιμοποιείται ώστε να οριστούν οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος. Καθώς το φορτίο λυγισμού εξαρτάται από το είδος στήριξης του στύλου, για παράδειγμα αν θα είναι άρθρωση, κύλιση ή πάκτωση.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{\left(kl\right)^2} \tag{2.1}$$

Το ολικό μητρώο ακαμψίας είναι συνδυασμός του γραμμικού μητρώου ακαμψίας [K<sub>a</sub>] και του διαφορικού μητρώου ακαμψίας [K<sub>d</sub>]

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_d \end{bmatrix}$$

Η ενεργειακή εξίσωση που οδηγεί σε σημείο ισορροπίας είναι:

$$[U] = 0.5\{u\}^{T} [K_{a}]\{u\} + 0.5\{u\}^{T} [K_{d}]\{u\}$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι διαφορίσιμη και ορίζοντας το 0 ως σημείο στατικής ισορροπίας έχουμε:

$$\frac{\partial [U]}{\partial u_i} = [K_a] \{u\} + [K_d] \{u\} = \{0\}$$
$$[[K_a] + P_a [\overline{K}_d]] \{u\} = \{0\}$$
$$[K_a] + \lambda_i [\overline{K}_d] \{u\} = |0|$$

Η εύρεση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού ορίζεται ως πρόβλημα ιδιοτιμών (eigenvalues) Αντίστοιχα οι λύσεις των διαφορικών εξισώσεων καλούνται ιδιοσυναρτήσεις ή κανονικές μορφές λυγισμού. Χαρακτηριστικό αυτών πως καθορίζεται μόνο το σχήμα της ελαστικής γραμμής πολλαπλασιασμένη από μία μη μηδενική αυθαίρετη σταθερά.

Έτσι είναι δυνατός ο προσδιορισμός των ιδιοτιμών χωρίς να μπορούμε να υπολογίσουμε τα μεγέθη των βελών κάμψης w(x). Η μικρότερη ιδιοτιμή αντιστοιχεί στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού και η αντίστοιχη ιδιοσυνάρτηση στην πρώτη κανονική μορφή λυγισμού.



Σχήμα 2.4 Λυγισμός Ιδεατού Στύλου

#### 2.2 Θεωρητική τεκμηρίωση τοπικού λυγισμού

Το φαινόμενο αυτό έχει εξετασθεί τόσο για τη λυγισμική όσο και για τη μεταλυγισμική συμπεριφορά των κατασκευών και για μεγάλη ποικιλία φορτίσεων. Για τη θεωρητική τεκμηρίωση του φαινομένου θα εξετάσουμε μία απειρομήκη συνεχή πλάκα με εδράσεις σε ίσες αποστάσεις όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.5. Όλα τα ανοίγματα φορτίζονται με τον ίδιο τρόπο από ίσα φορτία, συμμετρικά ως προς τον Οx. Το πλάτος της πλάκας θεωρείται απείρως μεγάλο, ενώ το πάχος της h πολύ μικρό σε σχέση με αυτό της δοκού στηρίξεως.



Σχήμα 2.5 Απειρομήκης συνεχής πλάκα

Η τασική συνάρτηση που ικανοποιεί τις συνοριακές συνθήκες και την εξίσωση της πλάκας, τελικώς είναι η εξής:

$$\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_n \cdot e^{\frac{n\pi y}{l}} + B_n \cdot \left( 1 + \frac{n\pi y}{l} \right) \cdot e^{\frac{n\pi y}{l}} \right] \cdot \cos \frac{n\pi y}{l}$$
(2.2)

Οι σταθερές  $A_n$  και  $B_n$  προσδιορίζονται από τη συνθήκη που ορίζει ότι η πραγματική διανομή της εντάσεως θα είναι αυτή που ελαχιστοποιεί τη συνολικά παραγόμενη ενέργεια παραμορφώσεως. Οι αναπτυσσόμενες τάσεις είναι:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}, \ \sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \ \tau_{\chi y} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \cdot \partial y}$$
 (2.3)

Η ενέργεια παραμορφώσεως της πλάκας δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\varepsilon_1 = 2 \frac{h}{2E} \int_0^{\infty} \int_0^{2l} \left[ \sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2 \cdot \nu \cdot \sigma_x \sigma_y + 2(1+\nu) \tau_{xy}^2 \right] dxdy \quad (2.4)$$

Λόγω των (2.2) και (2.3)

$$\varepsilon_{1} = 2 \cdot h \sum_{n=1}^{n} \frac{n^{3} \pi^{3}}{l^{2}} \left( \frac{B_{n}^{2}}{E} + \frac{A_{n}B_{n}}{2G} + \frac{A_{n}^{2}}{2G} \right)$$

Η συνολική ροπή κάμψεως που καλείται να παραλάβει η ενιαία διατομή της πλάκας και της δοκού μπορεί να παρασταθεί, για τον παρόντα συμμετρικό φορέα, από τον τύπο:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_1 \cdot \cos\frac{\pi x}{l} + \mathbf{M}_2 \cdot \cos\frac{2\pi x}{l} + \dots$$
(2.5)

Έστω N η δύναμη που θλίβει την πλάκα και  $M=M_w+M_f$  η συνολική ροπή που κατανέμεται στον κορμό ( $M_w$ ) και στην πλάκα ( $M_f$ ). Τότε θα έχουμε  $M_f=N$  ε και επομένως:

$$N = 2h \cdot \int_{0}^{\infty} \sigma_{x} dy = 0$$

$$M_{w} = 2h \cdot e \cdot \int_{0}^{\infty} \sigma_{x} dy = M \qquad (2.6)$$

Η ενέργεια των εξωτερικών δυνάμεων θα είναι:

$$\varepsilon_{2} = \int_{0}^{2l} \frac{N^{2} dx}{2AE} + \int_{0}^{2l} \frac{M_{w}^{2} dx}{2AI}$$

Και το συνολικό έργο:

$$\begin{split} \varepsilon &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{\pi}{2hE} \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \left[ Y_n^2 + (1+\nu) X_n Y_n + (1+\nu) X_n^2 \right] + \\ &+ \frac{l}{2AE} \sum_{n=1}^{\infty} X_n^2 + \frac{M_0^2 l}{EI} + \frac{l}{2EI} \sum_{n=1}^{\infty} (M_n - eX_n)^2 \\ O \pi o \nu \ X_n &= 2h \cdot \frac{n\pi}{l} \cdot A_n \quad , \quad Y_n &= 2h \cdot \frac{n\pi}{l} \cdot B_n \\ \Pi \rho \dot{\varepsilon} \pi \varepsilon \colon \frac{\partial \varepsilon}{\partial A_n} &= \frac{\partial \varepsilon}{\partial B_n} = 0 \end{split}$$

Apó autés tis exiséseis prosdiorízoume ta  $A_n$  kai  $\ B_n$ 

Aν M = M<sub>1</sub> cos  $\frac{\pi x}{l}$  τότε εύκολα βρίσκουμε:

$$A_{1} = \frac{lX_{1}}{2\pi h} \quad B_{1} = -\frac{(1+x)lX_{1}}{2\pi h}$$
$$\Phi = \left[A_{1}e^{\frac{\pi y}{l}} + B_{1}\left(1 + \frac{\pi y}{l}\right) \cdot e^{\frac{\pi y}{l}}\right] \cdot \cos\frac{\pi y}{l}$$

Η κατανομή της σ<sub>x</sub> θα είναι αυτή του Σχήμα 2.5. Έπειτα προσδιορίζουμε το πλάτος 2λ το οποίο απαιτείται σε μια δοκό μορφής Τ, ώστε αν είχαμε ομοιόμορφη κατανομή σ<sub>x</sub> να λαμβάναμε την ίδια ροπή M<sub>f</sub>. Ένα τέτοιο πλάτος 2λ, θα ήταν ενεργό πλάτος της πλάκας. Έστω σ<sub>c</sub> η τάση στο c, ενώ η ομοιόμορφη τάση στο μέσο επίπεδο της πλάκας είναι σ<sub>b</sub> τότε από τη στοιχειώδη θεωρία κάμψεως βρίσκουμε:

$$σl = σc - \frac{M_w \cdot e}{I}, \qquad 2\lambda \cdot h \cdot σ_l + σ_c \cdot A = 0$$

$$M_w = -\frac{1}{\lambda} \left( 1 + \frac{2\lambda h}{A} \right) \cdot σ_l \qquad \text{και} \qquad M_f = -2\lambda he \sigma_l$$

Τελικά:

$$2\lambda = \frac{4l}{\pi \left(3 + 2\nu - \nu^2\right)}$$

Για τον χάλυβα ισχύσει: ν=0,3 άρα 2λ=0,181(2l)

Δηλαδή για το υποτιθέμενο διάγραμμα ροπής  $M = M_1 \cdot \cos \frac{\pi x}{l}$ , το ενεργό πλάτος της πλάκας είναι 18% του ανοίγματος 2l αυτής. Με ανάλογο τρόπο μπορούν να επιλυθούν διάφορες περιπτώσεις φορέων για διάφορες φορτίσεις. Ένα αντίστοιχο παράδειγμα είναι ο πρόβολος του, ο οποίος φορτίζεται με δύο φορτία P. Η κατανομή των τάσεων φαίνεται στην άνω πλάκα έλασμα. Ο προσδιορισμός των τάσεων και αυτής της κατανομής δεν μπορεί να γίνει με την κλασσική ανάλυση. Αυτή η μετάβαση από την υποτιθέμενη μέχρι σήμερα ομοιόμορφη κατανομή της στοιχειώδους αναλύσεως στην πραγματική κατανομή, είναι γνωστή με τον όρο "shear lag".

Η παραπάνω μαθηματική επεξεργασία καταλήγει σε περίπλοκους τύπους δυσεφάρμοστους στην πράξη. Η κατανομή των τάσεων ακόμα και για την απλή περίπτωση μιας πλάκας, όπως αυτή του σχήματος, είναι μια τεταρτοβάθμια παραβολή. Παρατηρήθηκε όμως ότι το μεγαλύτερο ποσοστό των τάσεων παραλαμβάνεται από το τμήμα της πλάκας που βρίσκεται κοντά στις στηρίξεις της. Είναι λοιπόν, δυνατό να θεωρηθεί με προσέγγιση και υπέρ της ασφαλείας, ότι η εξωτερική φόρτιση παραλαμβάνεται από μια ομοιόμορφη εσωτερική τάση, που είναι κατανεμημένη σε ένα πλάτος  $b_{eff} \leq b$  το οποίο αποκαλούμε ενεργό πλάτος της διατομής.

Μια προσέγγιση του ενεργού πλάτους έδωσε πρώτος ο Von Karman με τον τύπο:

$$\frac{b_{eff}}{b_p} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y}}$$



Σχήμα 2.6 Κατανομή των τάσεων στην άνω πλάκα του προβόλου



Σχήμα 2.7 Κατανομή τάσεων περιμετρικά εδραζόμενης θλιβόμενης πλάκας α) πραγματική κατανομή τάσεων, β) κατανομή τάσεων στη βάση του ενεργού πέλματος

Ο Winter βελτίωσε τον παραπάνω τύπο, προβλέποντας και πιθανές γεωμετρικές ατέλειες:

$$\rho = \frac{b_{eff}}{b_p} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y}} \cdot \left(1 - 0, 22\sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y}}\right)$$

όπου σ<sub>cr</sub> η κρίσιμη τάση λυγισμού (ή τάση δρόμου διακλαδώσεως).

Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι η σ<sub>cr</sub>, για την ίδια διατομή, είναι διαφορετική από φόρτιση σε φόρτιση. Κατά συνέπεια το ενεργό πλάτος b<sub>eff</sub> της ίδιας διατομής, διαφέρει ανάλογα με την καταπόνηση στην οποία υπόκειται αυτή.

Το ενεργό πλάτος έχει ως σκοπό, να προσδιορίσει τη λεγόμενη ενεργό διατομή. Όταν αναζητούμε τη φέρουσα ικανότητα και υπολογίζουμε το φορτίο αστοχίας ενός μέλους ψυχρής ελάσεως, το πρώτο βήμα είναι να προσδιορίσουμε το ενεργό πλάτος των θλιβόμενων στοιχείων μιας διατομής, βασιζόμενοι στην κατανομή των τάσεων. Στη συνέχεια, υπολογίζουμε τις γεωμετρικές ιδιότητες της ενεργού διατομής, λαμβάνοντας υπόψη τη μετατόπιση του ουδέτερου άξονα, λόγω των παραλειπόμενων τμημάτων της διατομής. Η τελική διαδικασία ελέγχου είναι η ίδια όπως και στα πρότυπα ελάσματα.

Η αντοχή μιας λεπτότοιχης ενεργού διατομής, έχει ως όριο την τάση διαρροής σε κάθε τμήμα της, αφού ο έλεγχος γίνεται με ελαστική ανάλυση. Η αλληλεπίδραση διάφορων φαινομένων, που προκαλεί διαξονικές καταπονήσεις, ελέγχεται όπως και στις διατομές ψυχρής ελάσεως. Αν το ελεγχόμενο μέλος δεν κινδυνεύει από λυγισμό, τότε η ροπή αντοχής δίνεται από τον τύπο:

$$R_{M} = \frac{W_{eff} \cdot J_{y}}{\gamma_{M}}$$
 όπου W<sub>eff</sub> η ροπή αντιστάσεως ενεργού διατομής

Για την αποφυγή μιας κοπιώδους επαναληπτικής διαδικασίας κατά τον προσδιορισμό της ενεργού διατομής, τα ενεργά τμήματα του κορμού μπορούν να υπολογισθούν από το λόγο  $X = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ , θεωρώντας διατομή με ελαττωμένο θλιβόμενο πέλμα (ενεργό), αλλά κορμό πλήρως ενεργό.



Σχήμα 2.8 Αλλαγή θέσης ουδέτερου άξονα στην ενεργό διατομή

#### 2.3 Διάβρωση

#### 2.3.1 Το φαινόμενο της διάβρωσης

Η διάβρωση διακρίνεται στη χημική και στην ηλεκτροχημική. Η χημική αντίδραση οφείλεται στην αλληλεπίδραση του μετάλλου με τα στοιχεία του περιβάλλοντος. Αντίθετα η ηλεκτροχημική διάβρωση οφείλεται στην απώλεια ελέυθερων ηλεκτρονίων από τη στοιβάδα τους. Κάθε μέταλλο διαθέτει ένα ηλεκτρικό δυναμικό που μπορεί να είναι ηλεκτροθετικό ή ηλεκτροαρνητικό. Η τιμή αυτή καθώς και η πολικότητα του μετάλλου, είναι μεγέθη από τα οποία εξαρτάται ο τρόπος και η ταχύτητα διαβρώσεως. Το πιο ηλεκτροθετικό μέταλλο προκαλεί διάβρωση στο λιγότερο ηλεκτροθετικό. Στην περίπτωση των ηλεκτροαρνητικών μετάλλων, με τη διαδικασία οξείδωσης έχουμε απώλεια ηλεκτρονίων από τη στοιβάδα του μετάλλου με τη δημιουργία οξειδίων του σιδήρου και υδρογόνου ή υδροξυλίου.

#### 2.3.2 Συνθήκες που ευνοούν τη διάβρωση

Επιφανειακές ανωμαλίες διατομών είναι πιθανά σημεία έναρξης της διάβρωσης, καθώς εκεί γίνεται τοπική συγκέντρωση ιόντων. Επίσης η γειτνίαση σε θάλασσα επιταχύνει την διαβρωτική δράση. Καθώς τα μόρια του NaCl στα σταγονίδια λειτουργούν ως ηλεκτρολύτες. Ακόμη οι διάφορες παραμορφώσεις ευνοούν τη διάβρωση λόγω της δημιουργίας μικρορωγμών. Επιπλέον στις τρισεπιφάνειες (π.χ. αέρας, σκυρόδεμα, μέταλλο) η διάβρωση είναι εντονότερη. Τέλος η αύξηση της θερμοκρασίας επιταχύνει τη διαδικασία.

#### 2.3.3 Μέθοδοι προστασίας

Οι λεπτότοιχες διατομές χρίζουν απαραίτητα αντιδιαβρωτικής προστασίας. Η απώλεια υλικού λόγω διάβρωσης έχει καταστροφικές συνέπειες λόγω της μεγάλης ποσοστιαίας απώλειας πάχους. Οι μέθοδοι προστασίας είναι κυρίως τρεις:

- 1. Η ελάττωση του δυναμικού διαβρώσεως μέσω της χρήσης ειδικών επιστρώσεων από μη αγώγιμα υλικά. (εποξειδικές βαφές)
- Καθοδική προστασία, με την οποία διατηρούμε αμετάβλητο τον αριθμό των ελεύθερων ηλεκτρονίων της στοιβάδας. Η μέθοδος εφαρμόζεται σπάνια καθώς απαιτεί ειδική μελέτη κατά περίπτωση.
- 3. Η χρήση στοιχείων θυσιασμού που εφαρμόζονται στην μεταλλική επιφάνεια, όπως γαλβάνισμα ή επάλειψη με χρώματα πλούσια σε ψευδάργυρο. Η πιο διαδεδομένη μέθοδος αντιδιαβρωτικής προστασίας είναι η χρήση γαλβανισμένου φύλλου ως πρώτη ύλη. Ακόμη τα μηχανικά μέσα σύνδεσης, κοχλίες, βλήτρα, πριτσίνια πρέπει επίσης να είναι θερμογαλβανισμένα, ώστε να αποφεύγεται η διάβρωση επαφής.

## Κεφάλαιο 3

### Διατάξεις ΕC3

Ο Ευρωκώδικας 3 – Σχεδιασμός κατασκευών από χάλυβα (EN 1993-1-1 Eurocode 3 - Design of steel structures) αποτελεί σήμερα το πλαίσιο αρχών και κανόνων εφαρμογής για τον ασφαλή σχεδιασμό των κατασκευών από χάλυβα σε όλα τα Ευρωπαϊκά κράτη τα οποία συμμετέχουν στην Ευρωπαϊκή Επιτροπή Τυποποίησης. Επιπλέον το παράρτημα 1-3 παρέχει επιπρόσθετα κανόνες για ψυχρής έλασης και λεπτότοιχα μέλη και φύλλα.

#### 3.1 Τεχνικές προδιαγραφές υλικών

Πίνακας 3.1 Ονομαστικές τιμές της βασικής τάσεως διαρροής  $f_{yb}$ και της οριακής αντοχής σε εφελκυσμό  $f_u$ 

Τύπος χάλυβα	Κανονισμός	Κατηγορία	fyb N/mm2	fu N/mm2
Προϊόντα θερμής	EN 10025: Part 2	S 235	235	360
ελάσεως μη		\$ 275	275	430
κραματωμένων δομικών		5275	215	450
χαλύβων. Μέρος 2:		S 355	355	510
Τεχνικές συνθήκες		~		
παράδοσης μη				
κραματωμένων δομικών				
χαλύβων				
Προϊόντα θερμής	EN 10025: Part 3	S 275 N	275	370
ελάσεως δομικών		S 355 N	355	470
χαλύβων. Μέρος 3:		S 420 N	420	520
Τεχνικές συνθήκες		S 460 N	460	550
παράδοσης για		S 275 NL	275	370
εξομαλυμένους /		S 355 NL	355	470
εξομαλυμένους ελατούς		S 420 NL	420	520
συγκολλήσιμους,		S 460 NL	460	550
λεπτοκοκκους δομικους				
χαλυβες	EN 10025, David 4	S 275 M	275	260
Προιοντα θερμης	EN 10025: Part 4	S 275 M	275	360
ελασεως σομικων		S 355 M	355	450
$\chi$ αλυρων. Μερος 4:		S 420 M	420	500
Τεχνικές ουνσηκές		S 460 M	460	530
παρασσοης για		S 275 ML	275	360
θερμομηχανικούς,				
ະການແດງງານແມ່ນ		S 355 ML	355	450
ουγκολλησιμους		S 420 ML	420	500
γάληβες		S 460 ML	460	530
Ymores				

Η εν ψυχρώ κάμψη του φύλου έχει την ιδιότητα να προσδίδει τοπική αντοχή στη παραγόμενη διατομή. Αυτό γίνεται με τον καθορισμό μιας αυξημένης τάσης διαρροής, κατά τον τύπο.

$$f_{ya} = f_{yb} + \frac{\left(f_u - f_{yb}\right) \cdot \kappa \cdot n \cdot t^2}{A_g} \le \frac{f_u - f_{yb}}{2}$$
(3.1)

όπου Ag= το εμβαδό της πλήρους διατομής

κ=7 για έλαση εν ψυχρώ

κ=5 για διαμόρφωση εν ψυχρώ

n= ο αριθμός των κατά γωνία 90° κάμψεων με ακτίνα r ${\leq}5t$ 

t= το ονομαστικό πάχος του χαλυβδόφυλλου προ της μορφώσεως – ελάσεως και προ της εναποθέσεως της στρώσεως προστασίας (π.χ. γαλβάνισμα)

Το αυξημένο όριο διαρροής λόγω ψυχρής έλασης μπορεί να λαμβάνεται υπόψη σε αξονικά φορτισμένα μέλη όπου η ενεργός διατομή  $A_{eff}$  της διατομής είναι ίση με την πλήρη διατομή  $A_g$ , ενώ στον υπολογισμό της  $A_{eff}$  το όριο διαρροής πρέπει ως λαμβάνεται ως  $f_{yb}$ .

#### 3.2 Επιρροή των καμπυλών προσαρμογής

Η επιρροή καμπυλών με r  $\leq$  5t και r  $\leq$  0,15b<sub>p</sub> μπορεί να παραληφθεί. Η διατομή μπορεί τότε να θεωρηθεί ότι αποτελείται από επίπεδα τοιχώματα με αιχμηρές γωνίες. Για τιμές μεγαλύτερες των παραπάνω, η επιρροή των στρογγυλευμένων γωνιών πρέπει να λαμβάνεται πάντα υπόψη με απομείωση των γεωμετρικών ιδιοτήτων της διατομής:

Ag: το εμβαδό της πλήρους διατομής

 $A_{g,sh}$ : το εμβαδό της πλήρους διατομής αν θεωρηθεί<br/>ότι δεν υπάρχουν οι καμπύλες προσαρμογής, αλλά τα επίπεδα τ<br/>έμνονται υπό γωνία

 $b_{p,i}$ : το ονομαστικό πλάτος του επιπέδου <br/> iγια διατομή με αιχμηρές γωνίες

 $I_g$ : η ροπή αδράνειας της πλήρους διατομής

 $I_{g,,sh}$ : η ροπή αδράνειας με αιχμηρές γωνίες

 $I_w$ : το μέτρο καμπυλώσεως της πλήρους διατομής

 $I_{w,sh}$ : η τιμή  $I_w$  για διατομή με αιχμηρές γωνίες

m: ο αριθμός των επίπεδων στοιχείων

n: ο αριθμός καμπυλών προσαρμογής

ri: εσωτερική ακτίνα προσαρμογής του στοιχείου i

Οι απομειώσεις με βάση τις εξισώσεις (3.2) μπορούν επίσης να εφαρμοστούν και κατά τον υπολογισμό των ιδιοτήτων της ενεργού διατομής  $A_{eff}$ ,  $I_{y,eff}$ ,  $I_{z,eff}$  και  $I_{w,eff}$  με την προϋπόθεση ότι τα ισοδύναμα πλάτη των επίπεδων στοιχείων μετρώνται από τα σημεία τομής των μέσων επιφανειών των στοιχείων.



(β) ονομαστικό πλάτος  $b_{\rm p}$ επίπεδων στοιχείων πελμάτων

(α) Μέσο σημείο της γωνίας ή κάμψης

X το σημείο τομής των μέσων επιφανειώ<br/>ν Ρ το μέσο σημείο της γωνίας $r_{\rm m}=r+t/2$ 

$$g_{\rm r} = r_{\rm m} \left( \tan(\frac{\phi}{2}) - \sin(\frac{\phi}{2}) \right)$$



(γ) ονομαστικό πλάτος  $b_{\rm p}$ κορμού <br/>  $(b_{\rm p}=$ λοξό ύψος  $s_{\rm w})$ 



(δ) ονομαστικό πλάτος b<sub>p</sub> επίπεδων
 στοιχείων με ενισχύσεις κορμού



(ε) ονομαστικό πλάτος  $b_{\rm p}$ επίπεδων στοιχείων με ενισχύσεις πέλματος

Σχήμα 3.1 Ονομαστικά πλάτη επίπεδων δτοιχείων  $b_{\rm p},$ ώστε να ληφθούν υπόψη οι κάμψεις.

#### 3.3 Γεωμετρικές συνθήκες για τον υπολογισμό λεπτότοιχων διατομών

Για να επιτευχθεί επαρκής ακαμψία και να προφυλαχθούμε από πρόωρο λυγισμό τυχόν ενισχύσεων, οι διαστάσεις τους πρέπει να ευρίσκονται στα ακόλουθα όρια:

$$0,2 \le \frac{c}{b} \le 0,6$$

$$0,1 \le \frac{d}{b} \le 0,3$$
(3.3)

Πίνακας 3.2 Μέγιστοι λόγοι πλάτους προς πάχος



Για διατομές εκτός της γεωμετρία του πίνακα, ο σχεδιασμός πρέπει να γίνεται πειραματικά. Διατομές με μεγαλύτερους λόγους πλάτους προς πάχος μπορεί να χρησιμοποιηθούν, με την προϋπόθεση ότι η αντοχή τους σε οριακή κατάσταση αστοχίας και η συμπεριφορά τους στην οριακή κατάσταση λειτουργικότητας επαληθεύονται βάσει πειραμάτων και υπολογισμών, που επιβεβαιώνονται με επαρκή αριθμό πειραμάτων.

#### 3.4 Προσομοίωση για στατική ανάλυση

Μια τυχούσα διατομή αποτελείται από μεμονωμένα πλακοειδή στοιχεία, τα οποία εδράζονται σε μία ή δύο πλευρές. Για τον προσδιορισμό των ιδιοτήτων της ενεργού διατομής, η διατομή διασπάται στα επιμέρους στοιχεία για τα οποία υπολογίζονται ξεχωριστά τα ενεργά πλάτη. Στο επόμενο βήμα η διατομή ανασυντίθεται από τα ενεργά τμήματα των επιμέρους στοιχείων.

Κατά τη διάσπαση της διατομής σε επιμέρους τοιχώματα, πρέπει να προσδιοριστεί η μεταξύ τους αλληλεπίδραση. Αυτό συμβαίνει με τη βοήθεια ενός κατάλληλου προσομοιώματος για τη σύνδεση και την ενίσχυση, μέσω της εισαγωγής κατάλληλων στροφικών και μεταφορικών ελατηρίων όπως φαίνονται στον Πίνακας 3.3. Οι σταθερές των ελατηρίων μπορούν να προσδιοριστούν πειραματικά ή υπολογιστικά.

Τύπος στοιχείου	Προ <del>σ</del> ομοίωμα	Τύπος στοιχείου	Προ <del>σ</del> ομοίωμα
	*		*
	M. J.		الآ الم
	×)]	ر ک	
	*		
		<u>_</u>	The second secon

Πίνακας 3.3 Προσομοίωση στοιχείων της διατομής

#### 3.5 Τοπικός λυγισμός επιπέδων στοιχείων χωρίς ενισχύσεις

Το ενεργό πλάτος, έχει σαν σκοπό να προσδιορίσει την ενεργό λεγόμενη διατομή. Το πρώτο βήμα όταν αναζητούμε τη φέρουσα ικανότητα και υπολογίζουμε το φορτίο αστοχίας ενός μέλους ψυχράς ελάσεως, είναι να προσδιορίσομεν το ενεργό πλάτος των θλιβόμενων στοιχείων μιας διατομής, βασιζόμενοι στην κατανομή των τάσεων.

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε τις γεωμετικές ιδιότητες της ενεργού διατομής, λαμβάνοντας υπ'όψιν την μετατόπιση του ουδέτερου άξονος λόγω των παραλειπομένων τμημάτων της διατομής. Η τελική διαδικασία ελέγχου, είναι η ίδια όπως και στα πρότυπα ελάσματα. Η αντοχή μια λεπτοτοίχου ενεργού διατομής, έχει όριο την τάση διαρροής σε κάθε τμήμα της, αφού ο έλεγχος γίνεται με ελαστική ανάλυση.

#### 3.5.1 Ενεργά πλάτη στοιχείων χωρίς ενισχύσεις

Κατανομή τάσεων (η θλίψη θετική)				Ενεργό πλάρος b <sub>eff</sub> του θλιβόμενου τμήματος του στοιχείου			
$\sigma_{1} + \cdots + b_{e2} \rightarrow \sigma_{2}$				$\psi = +1:$ $b_{eff} = \rho b_{p}$ $b_{e1} = 0.5 b_{eff}$ $b_{e2} = 0.5 b_{eff}$			
$\sigma_1 + \sigma_2$ $\downarrow b_{e1} + b_{p} + b_{e2}$				+1> $\psi \ge 0$ : $b_{eff} = \rho b_p$ $b_{e1} = \frac{2be_{ff}}{5 - \psi}$ $b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$			
$\sigma_1 + \cdots + \sigma_2$ $\downarrow b_{e1} + b_{e2} \rightarrow \rightarrow \sigma_2$				$\begin{array}{c} 0 > \psi \geq -1: \\ b_{eff} = \rho b_c \\ b_{e1} = 0.4 b_{eff} \\ b_{e2} = 0.6 b_{eff} \end{array}$			
$\sigma_1$ $\downarrow$ $b_{e^2}$ $b_p$ $\sigma_2$				$\psi$ <-1: $b_{eff} = \rho b_c$ $b_{e1}$ =0.4 $b_{eff}$ $b_{e2}$ =0.6 $b_{eff}$			
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	+1	1>ψ>0		0>ψ>-1	-1	-1>ψ>-3	
Συντελεστής Κύρτωσης Κσ	4,0	$\frac{8,2}{1,05+\psi}$	7,81	$7,81-6,92\psi+9,78\psi^2$	3,9	$5,98(1-\psi)^2$	
Εναλλακτικά για 1≥ψ≥-1 $K_{\sigma} = \frac{16}{\left[\left(1+\psi\right)^2 + 0,112\left(1-\psi\right)^2\right]^{0.5} + \left(1+\psi\right)}$							

Πίνακας 3.4 Εσωτερικά θλιβόμενα στοιχεία

Η πορεία υπολογισμού του ενεργού πλάτους στοιχείων χωρίς ενισχύσεις έχει ως εξής:

- 1. Αφού σχηματίσουμε τη διατομή σε επίπεδα μέλη
- 2. Προσδιορίζουμε τις τάσεις των άκρων  $\sigma_1$  και  $\sigma_2$
- 3. Από την τιμή του λόγου  $\Psi{=}\sigma_1{/}\sigma_2$  και από τους πίνακες βρίσκουμε το συντελεστή κυρτώσεως  $K_\sigma$
- 4. Υπολογίζουμε το  $\overline{\lambda}_{p}$

$$\overline{\lambda}_{\rho} = 1,052 \cdot \frac{b_{p}}{t} \sqrt{\frac{f_{y}}{E \cdot K_{\sigma}}}$$
(3.4)

5. Βρίσκουμε το συντελεστή  $\rho$  και άρα το  $b_{ef}$ .

$$\rho = \frac{1}{\overline{\lambda}_{\rho}} \left( 1 - \frac{0,22}{\overline{\lambda}_{\rho}} \right)$$
(3.5)

που σημαίνει ότι για  $\overline{\lambda}_p$  ≤0,673 ρ=1



Πίνακας 3.5	Προεξέγοντα	θλιβόμενα σ	στοιγεία (	(παράρτημα D EC	3)
				X 1 1 11	

## 3.5.2 Γενική προσέγγιση επίπεδων στοιχείων με ακραίες ενισχύσεις - Εύρεση σταθεράς ελατηρίου

Ο σχεδιασμός θλιβόμενων στοιχείων με ακραίες ή ενδιάμεσες ενισχύσεις βασίζεται στην παραδοχή ότι οι ενισχύσεις συμπεριφέρονται ως θλιβόμενα μέλη με σταθερά ελατηρίου εξαρτώμενη από τις συνοριακές συνθήκες και την καμπτική δυσκαμψία των γειτονικών επίπεδων στοιχείων. Η σταθερά ελατηρίου μιας ενίσχυσης καθορίζεται εφαρμόζοντας ένα μοναδιαίο φορτίο ανά μονάδα μήκους u. Η σταθερά ελατηρίου K ανά μονάδα μήκους προσδιορίζεται από τη σχέση:

 $K{=}u/\delta$ 

Όπου δ το βέλος της ενίσχυσης λόγω της μοναδιαίας δύναμης u που ασκείται στο κέντρο βάρους του ενεργού μέρους της διατομής. Κατά τον καθορισμό των τιμών των στροφικών σταθερών του ελατηρίου  $C_{\theta}$ ,  $C_{\theta l}$ ,  $C_{\theta 2}$  από τη γεωμετρία της διατομής, πρέπει να ληφθούν υπόψη τυχόν άλλες ενισχύσεις που υπάρχουν στο ίδιο το στοιχείο, ή σε οποιοδήποτε άλλο στοιχείο της διατομής που υπόκειται σε θλίψη

Για μια ακραία ενίσχυση το βέλος δ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\delta = \theta \cdot b_{p} + \frac{u b_{p}^{3}}{3} \cdot \frac{12(1-v^{2})}{E \cdot t^{3}} \qquad (3.6)$$

με 
$$\theta = ub_p/C_{\theta}$$



c) Προσδιορισμός του δ για διατομές C και Z.

Σχήμα 3.2 Καθορισμός της σταθεράς ελατηρίου

Στην περίπτωση των ακραίων ενισχύσεων διατομών C και Z με χείλη, το  $C_{\theta}$  πρέπει να υπολογίζεται με εφαρμογή μοναδιαίας δύναμης u όπως φαίνεται παραπάνω. Έτσι προκύπτει για τη σταθερά ελατηρίου  $K_1$  του πέλματος:

$$K_{1} = \frac{E \cdot t^{3}}{4 \cdot (1 - v^{2})} \cdot \frac{1}{b_{1}^{2} \cdot h_{w} + 0.5 \cdot b_{1} \cdot b_{2} \cdot h_{w} \cdot k_{f}}$$
(3.7)

όπου:

 $b_1$ 

είναι η απόσταση από το σημείο τομής κορμού - πέλματος ως το κέντρο βάρους της ενεργού διατομής της ακραίας ενίσχυσης του πέλματος 1 (συμπεριλαμβανομένου του ενεργού τμήματος be2 του πέλματος).

b2 είναι η απόσταση από το σημείο τομής κορμού – πέλματος ως το κέντρο βάρους της ενεργού διατομής της ακραίας ενίσχυσης του πέλματος 2 (συμπεριλαμβανομένου του ενεργού τμήματος του πέλματος).

 $h_w$  το ύψος του κορμού

 $k_{\rm f}$ αν το πέλμα 2 είναι σε εφελκυσμό (π.χ. για δοκούς υπό κάμψη περί τον άξονα y-y)

$$k_{f} = \frac{A_{eff,2}}{A_{eff,1}}$$
 αν το πέλμα 2 είναι σε θλίψη (π.χ. για δοκό υπό αξονική θλίψη)

 $k_{f}$ =1 για συμμετρική διατομή σε θλίψη

A<sub>eff,1</sub> και A<sub>eff,2</sub> είναι τα ενεργά εμβαδά των ακραίων ενισχύσεων (συμπεριλαμβανομένου του ενεργού πλάτους b<sub>e2</sub> του πέλματος, βλέπε σχήμα 5.8(b)), των πελμάτων 1 και 2 αντίστοιχα.

Οι σταθερές των στροφικών ελατηρίων  $C_{\theta,1}$  και $C_{\theta,2}$  για ενδιάμεσες ενισχύσεις μπορούν εναλλακτικά να ληφθούν συντηρητικά ίσες με 0, οπότε το βέλος προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\delta = \frac{ub_1^2 b_2^2}{3(b_1 + b_2)} \cdot \frac{12(1 - v^2)}{Et^3}$$
(3.8)

#### 3.5.3 Βήματα υπολογισμού διατομής με ακραίες ενισχύσεις

Οι ακραίες ενισχύσεις δυνατόν να είναι απλής ή διπλής αναδιπλώσεως (απλό ή διπλό στρατζάρισμα). Για να θεωρηθεί ότι συνεισφέρουν στην αντοχή και ότι λειτουργούν σαν στηρίγματα, πρέπει να πληρούν τα ακόλουθα:

- 1. Γωνία  $\phi$  μεταξύ της ενισχύσεως και του επιπέδου ελάσματος, πρέπει να είναι  $45^{o}{\leq}\,\phi\,{\leq}135^{o}$  .
- 2. Η διάσταση c πρέπει να είναι c > 0,2b\_p.
- 3. Ο λόγος  $b_p/t \leq 60$ για απλό στρατζάρισμα και  $b_p/t \leq 90$ για διπλό στρατζάρισμα.

Υπάρχουν δύο μέθοδοι για τον υπολογισμό των ενεργών περιοχών των ενισχύσεων. Η γενική και η απλουστευμένη μέθοδος.



Σχήμα 3.3 Ακραίες ενισχύσεις

Η πορεία υπολογισμού έχει ως εξής:

#### <u>Βήμα 1°</u>

Θεωρούμε ότι το επίπεδο στοιχείο  $b_p$  είναι διπλά στηριζόμενο ή εσωτερικά θλιβόμενο στοιχείο και βρίσκοντας το  $\bar{\lambda}_p$ ,  $\rho$  βρίσκουμε τις αρχικές  $b_{e1}$  και  $b_{e2}$ 

$$\overline{\lambda}_{\rho} = 1,052 \cdot \frac{b_{\rho}}{t} \sqrt{\frac{f_{y}}{E \cdot K_{\sigma}}} \qquad \rho = \frac{1}{\overline{\lambda}_{\rho}} \left( 1 - \frac{0,22}{\overline{\lambda}_{\rho}} \right)$$

#### <u>Βήμα 2°</u>

Οι αρχικές τιμές των ceff και deff υπολογίζονται:

1. Για απλό ακραίο στρατζάρισμα:

$$c_{eff} = \rho \cdot b_{p,c}$$

με ρ από τον πίνακα για ακραίο  $b_{p,c}$  ή εάν χρησιμοποιηθεί ο Kσ στη σχέση, τότε έχουμε:

• 
$$\gamma_{\text{I}\alpha} \frac{b_{\text{p,c}}}{b_{\text{p}}} \le 0.35, \text{ K}\sigma = 0.5$$

• 
$$\gamma \iota \alpha \quad 0.35 \le \frac{b_{p,c}}{b_p} \le 0.6$$
,  $K\sigma = 0.5 + 0.83 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{b_{p,c}}{b_p} - 0.35\right)^2}$ 

2. Για διπλό στρατζάρισμα:

$$d_{eff} = \rho \cdot b_{p,d}$$

- $c_{eff} = \rho \cdot b_{p,c}$  me Ks gia eswterikó  $\theta \lambda i \beta \delta \mu$ evo stoiceío
- $d_{eff} = \rho \cdot b_{p,d}$  με Ks για εξωτερικό θλιβόμενο στοιχείο

#### <u>Βήμα 3°</u>

Υπολογίζουμε το εμβαδό  $A_{s}$ 

$$\begin{split} \mathbf{A}_{s} &= t \cdot (\mathbf{b}_{e2} + \mathbf{c}_{eff} + \mathbf{d}_{eff}) \\ \underline{\mathbf{B} \mathbf{\hat{\mu}} \boldsymbol{\mu}} \; \underline{\mathbf{4}^{o}} \left( \mu \varepsilon \; \tau \eta v \; \varepsilon \pi \alpha v \alpha \lambda \eta \pi \tau \iota \kappa \eta \; \mu \acute{\varepsilon} \theta o \delta o \right) \\ \mathbf{H} \; \varepsilon \lambda \alpha \sigma \tau \iota \kappa \eta \; \kappa \rho (\sigma \iota \mu \eta \; \tau \acute{\alpha} \sigma \eta \; \upsilon \pi o \lambda o \gamma (\zeta \varepsilon \tau \alpha \iota \; \alpha \pi \acute{o} \; \tau \eta \; \sigma \chi \acute{\varepsilon} \sigma \eta) \end{split}$$

$$\sigma_{\rm cr} = \frac{2\sqrt{K \cdot E \cdot I_{\rm s}}}{A_{\rm s}}$$

Κ: η δυσκαμψία του ελατηρίου

 $I_S:$ η ενεργός ροπή αδράνειας περί τον άξονα α-α με βάση το ενεργό εμβαδό του

Ο μειωτικός συντελεστής  $\chi$  για αντοχή της ενισχύσεως σε καμπτικό λυγισμό θα λαμβάνεται από την καμπύλη λυγισμού  $\alpha_0$  με συντελεστή ατελειών α=0,13 και για ανηγμένη λυγηρότητα:

$$\begin{split} \chi &= 1,0 \text{ av } \overline{\lambda}_{p} \leq 0,65 \\ \chi &= 1,47 - 0,723\overline{\lambda}_{p} \text{ av } 0,65 < \overline{\lambda}_{p} < 1,38 \\ \chi &= \frac{0,66}{\overline{\lambda}_{p}} \text{ av } \overline{\lambda}_{p} \geq 1,38 \\ \text{óprov} & \overline{\lambda}_{p} = \sqrt{\frac{f_{yb}}{\sigma_{cr,s}}} \end{split}$$

Έτσι υπολογίζουμε τον μειωτικό συντελεστή  $\chi_1$ . Αν χ<1 τότε επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία για:

$$\sigma_{\rm cr} = \chi \cdot \frac{f_{\rm yb}}{\gamma_{\rm M}} \qquad \qquad \kappa \alpha \iota \qquad \qquad \bar{\lambda}_{\rm p,red} = \bar{\lambda}_{\rm p} \sqrt{\chi}$$

Όταν χ<sub>1</sub>≈χ<sub>2</sub> τότε η επαναληπτική διαδικασία σταματάει. <u>**Βήμα 4°** (με την απλουστευμένη μέθοδο)</u>

Υπολογίζουμε την Is :

$$\begin{split} & \mathsf{E}\acute{\alpha} \mathsf{v} \ \mathbf{I}_{s} \geq 0,31 \cdot \left(1,5 + \frac{h}{b_{p}}\right) \left(\frac{f_{y}}{E}\right)^{2} \left(\frac{b_{p}}{t}\right)^{3} \cdot A_{s}^{2} \Longrightarrow X = 0,5 \\ & \mathsf{E}\acute{\alpha} \mathsf{v} \ \mathbf{I}_{s} \geq 4,86 \cdot \left(1,5 + \frac{h}{b_{p}}\right) \left(\frac{f_{y}}{E}\right)^{2} \left(\frac{b_{p}}{t}\right)^{3} \cdot A_{s}^{2} \Longrightarrow X = 1,0 \end{split}$$

όπου: h, το συνολικό ύψος του γειτονικού προς το  $b_p$ κορμού της διατομής. Κατά τα λοιπά, ισχύουν οι τύποι και περιορισμοί.

#### <u>Βήμα 5°</u>

Το απομειωμένο εμβαδό της ενίσχυσης A<sub>S,red</sub> το οποίο λαμβάνεται υπ' όψιν για το καμπτικό λυγισμό, ισούται:

$$A_{s,red} = X \cdot A_{s} \cdot \left[\frac{f_{y}}{\gamma_{M}}}{\sigma_{cr,k}}\right] με \sigma_{cr,k}: η τάση στο κέντρο βάρους της ενισχύσεως$$
Ομοίως για τον προσδιορισμό των ιδιοτήτων της ενεργού διατομής, το απομειωμένο εμβαδό A<sub>S,red</sub> θα πρέπει να εκφραστεί με τη χρήση ενός μειωμένου πάχους:

$$t_{red} = t \cdot \frac{A_{s,red}}{A_s}$$

Για οριακή κατάσταση λειτουργίας θα υπολογίζουμε με το πάχος σχεδιασμού t

#### 3.5.4 Μεσαίες Ενισχύσεις με απλουστευμένη μέθοδο

Οι μεσαίες ενισχύσεις, μπορούν να είναι ευθύγραμμες ή καμπύλες, δηλαδή μπορούν να σχηματίζουν αυλακώσεις ή και απλές κάμψεις. Σε κάθε ευθύγραμμο τμήμα της διατομής, μορφώνονται ενισχύσεις με την ίδια μορφή, αλλά όχι περισσότερες από δύο. Υπάρχουν και εδώ, δύο μέθοδοι υπολογισμού των ενεργών περιοχών των ενισχύσεων. Η γενική μέθοδος και η απλουστευμένη.

#### <u>Βήμα 1°</u>

Θεωρούμε ότι τα επίπεδα στοιχεία  $b_{p1}$  και  $b_{p2}$  είναι διπλά στηριζόμενα. Τότε με  $\sigma_{max}=f_y/\gamma_M$  υπολογίζουμε τις αρχικές τιμές των  $b_{1,e1},b_{2,e2}$ .

#### <u>Βήμα 2°</u>

Υπολογίζουμε το εμβαδό As της ενεργού διατομής της ενδιαμέσου ενισχύσεως από τον τύπο:



Σχήμα 3.4 Ενδιάμεσες ενισχύσεις

#### <u>Βήμα 3°</u>

Eáv 
$$I_s \ge 0,016 \cdot \left(\frac{f_y}{E}\right)^2 \left(\frac{b_0}{t}\right)^3 \cdot A_s^2 \Longrightarrow X = 0,5$$
  
Eáv  $I_s \ge 0,240 \cdot \left(\frac{f_y}{E}\right)^2 \left(\frac{b_0}{t}\right)^3 \cdot A_s^2 \Longrightarrow X = 1,0$ 

## **Κεφάλαιο 4** Επίλυση μοντέλου με τις διατάξεις του ΕC3

Θα επιλυθούν οι παρακάτω διατομές για πάχη t=1,2,3mm για μήκος δοκού 3m. Συνολικά έχουμε 18 διατομές.



#### 4.1 Επίλυση διατομής u χωρίς ενισχύσεις για t=2mm



Δεδομένα:

h=200mm	r=2mm
b=100mm	$E=2,1\cdot10^5 \text{ N/mm}^2$
t=2mm	F <sub>yb</sub> =355 N/mm <sup>2</sup>

Βήμα 1°: Επιρροή στρογγυλεμένων γωνιών

- r=2mm, 5t=10mm  $\Rightarrow$  r<5t
- $r/b_p = 2/(100 1) = 0.02 < 0.15$

Εφόσον ικανοποιούνται οι δύο παραπάνω συνθήκες μπορούμε να παραλείψουμε την επιρροή των στρογγυλευμένων γωνιών και να θεωρήσουμε ότι η διατομή συνίσταται από επίπεδα στοιχεία με αιχμηρές γωνίες. Τα θεωρητικά μήκη των στοιχείων μετρώνται από τα μέσα σημεία των στοιχείων της παρακείμενης γωνίας.

#### Βήμα 2° : Γεωμετρικές συνθήκες

Για να επιτευχθεί επαρκής ακαμψία και να προφυλαχθούμε από πρόωρο λυγισμό

 $b/t \le 50 \Rightarrow 100/2 = 50$  επαρκής ακαμψία





$$A_{g} = (h_{p} + 2 \cdot b_{p}) \cdot t = (198 + 2 \cdot 99) \cdot 2 = 792 \text{ mm}^{2}$$

$$z_{G} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 99 \cdot \frac{99}{2}}{792} = 24,75 \text{ mm}$$

$$I_{y} = \frac{198 \cdot 2^{3}}{12} + 198 \cdot 2 \cdot 24,75^{2} + 2 \cdot \left[\frac{2 \cdot 99^{3}}{12} + 99 \cdot 2 \cdot \left(\frac{99}{2} - 24,75\right)^{2}\right] = 808714,5mm^{4}$$

Βήμα 4°: Ενεργός διατομή

- Το κάτω πέλμα είναι υπό εφελκυσμό επομένως είναι όλο ενεργό.
- Οι δύο κορμοί βρίσκονται υπό κάμψη επομένως στο τμήμα που θλίβεται θα πρέπει να υπολογίσουμε την ενεργό διατομή.

$$\Psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{-24,75}{99 - 24,75} = -0,333$$
  

$$\sigma_2 : \text{ To εφελκυόμενο τμήμα (-)}$$
  

$$\sigma_1 : \text{ To θλιβόμενο τμήμα (+)}$$
  

$$\sigma_1 > \sigma_2$$
  

$$K_{\sigma} = 0,57 - 0,21 \cdot y + 0,07 \cdot y^2 = 0,57 - 0,21 \cdot (-0,33) + 0,07 \cdot (-0,33)^2 = 0,65$$
  

$$\overline{\lambda}_{\rho} = 1,052 \cdot \frac{b_{\rho}}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E \cdot K_{\sigma}}} = 1,052 \cdot \frac{99}{2} \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,65}} = 2,66$$
  

$$\rho = \frac{1}{\overline{\lambda}_{\rho}} \left(1 - \frac{0,22}{\overline{\lambda}_{\rho}}\right) = \frac{1}{2,66} \left(1 - \frac{0,22}{2,66}\right) = 0,34$$
  

$$b_{\text{eff}} = \rho \cdot b_c = 0,34 \cdot 74,25 = 25,6mm$$

Βήμα 5°: Εμβαδό ενεργού διατομής και νέο κέντρο βάρους

$$b_{t} + b_{eff} = 24,75 + 25,6 = 50,35mm$$

$$A_{g} = \left[h_{p} + 2 \cdot (b_{t} + b_{eff})\right] \cdot t = \left[198 + 2 \cdot 50,35\right] \cdot 2 = 597,41mm^{2}$$

$$z_{G} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 50,35 \cdot \frac{50,35}{2}}{597,41} = 8,49 \text{ mm}$$

$$I_{y} = \frac{198 \cdot 2^{3}}{12} + 198 \cdot 2 \cdot 8,49^{2} + 2 \cdot \left[\frac{2 \cdot 50,35^{3}}{12} + 50,35 \cdot 2 \cdot \left(\frac{50,35}{2} - 8,49\right)^{2}\right] = 127313,8mm^{4}$$

Βήμα 6° : <u>Υπολογισμός Ροπής Αντοχής</u>

$$W_{eff} = \frac{I_{eff}}{z_{com}} = \frac{127313,8}{99 - 8,49 + 1} = 1406,6mm^{3}$$
  

$$Z_{com}: \dot{\upsilon}\psi \sigma \zeta \ \theta \lambda \iota \beta \dot{\sigma} \mu \epsilon \upsilon \eta \zeta \ \zeta \dot{\omega} \upsilon \eta \zeta$$
  

$$M_{Y,Rd} = W_{eff,com} \cdot \frac{f_{yb}}{\gamma_{M}} = 1406, 6 \cdot \frac{355}{1,1} = 453948,18 \text{ Nmm} = 0,453 \text{ kNm}$$



- Ομοίως για t=3mm, q=1,085 kN/m
- Για t=1mm δεν μας καλύπτει ο EC3 καθώς b/t = 100/1 = 100 < 50 (γεωμετρική συνθήκη) με αποτέλεσμα ο σχεδιασμός να γίνεται πειραματικά.

#### 4.2 Επίλυση Διατομής υ με απλή ακραία ενίσχυση για t=2mm



#### **Βήμα 1°**: <u>Επιρροή στρογγυλεμένων γωνιών</u>

- r=2mm, 5t=10mm  $\Rightarrow$  r<5t
- $r/b_p = 2/(100 2) = 0.02 < 0.15$

Εφόσον ικανοποιούνται οι δύο παραπάνω συνθήκες μπορούμε να παραλείψουμε την επιρροή των στρογγυλευμένων γωνιών και να θεωρήσουμε ότι η διατομή συνίσταται από επίπεδα στοιχεία με αιχμηρές γωνίες. **Βήμα 2°**: Γεωμετρικές συνθήκες

Για να επιτευχθεί επαρκής ακαμψία και να προφυλαχθούμε από πρόωρο λυγισμό

- $b/t \le 60 \Rightarrow 100/2 = 50 < 60$
- c/b=25/100=0,25  $\Rightarrow$  0,1  $\leq$  c/b  $\leq$  0,3

επαρκής ακαμψία





$$A_{g} = (h_{p} + 2 \cdot b_{p} + 2 \cdot c_{p}) \cdot t = (198 + 2 \cdot 98 + 2 \cdot 24) \cdot 2 = 884 \text{ mm}^{2}$$

$$z_{G} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \left(98 \cdot \frac{98}{2} + 24 \cdot 98\right)}{884} = 32,37 \text{ mm}$$

$$I_{y} = \frac{198 \cdot 2^{3}}{12} + 198 \cdot 2 \cdot 32,37^{2} + 2 \cdot \left[\frac{2 \cdot 98^{3}}{12} + 98 \cdot 2 \cdot \left(\frac{98}{2} - 32,37\right)^{2} + \frac{24 \cdot 2^{3}}{12} + 24 \cdot 2 \cdot (98 - 32,37)^{2}\right] = 1250741 \text{mm}^{4}$$

Βήμα 4°: Ενεργός διατομή

- Το κάτω πέλμα είναι υπό εφελκυσμό επομένως είναι όλο ενεργό.
- Ακραίες ενισχύσεις άνω πέλματα

Οι απλές ακραίες ενισχύσεις για να συνεισφέρουν στην αντοχή θα πρέπει:

- i.  $45^\circ < \phi < 135^\circ \Rightarrow \phi = 90^\circ$
- ii.  $c > 0, 2 \cdot b_p \Rightarrow 25 > 0, 2 \cdot 98 \Rightarrow 25 > 19, 8$
- iii.  $b_p/t \le 60 \Rightarrow 98/2=49<60$  (gia apló stratzárisma)

#### επαρκής ακαμψία

Θα εφαρμόσουμε την απλουστευμένη μέθοδο που δεν απαιτεί επαναληπτική διαδικασία σύγκλισης.

$$c_{p}=24$$

$$t=2$$

$$c_{p}=24$$

$$t=2$$

$$c_{p}=24$$

$$c_{p}=24$$

$$c_{p}=24$$

$$c_{p}=24$$

$$c_{p}=1,052 \cdot \frac{c_{p}}{t} \sqrt{\frac{f_{y}}{E \cdot K_{\sigma}}} = 1,052 \cdot \frac{24}{2} \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^{5} \cdot 0,5}} = 0,734$$

$$\rho = \frac{1}{\overline{\lambda}_{\rho}} \left(1 - \frac{0,22}{\overline{\lambda}_{\rho}}\right) = \frac{1}{0,734} \left(1 - \frac{0,22}{0,734}\right) = 0,95$$

$$c_{eff} = \rho \cdot c_{p} = 0,95 \cdot 24 = 22,9mm$$

 Κορμοί: Οι δύο κορμοί βρίσκονται υπό κάμψη επομένως στο τμήμα που θλίβεται θα πρέπει να υπολογίσουμε την ενεργό διατομή.

$$\Psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{-32,37}{98 - 32,37} = -0,493$$

σ<sub>2</sub>: Το εφελκυόμενο τμήμα (-)  
σ<sub>1</sub>: Το θλιβόμενο τμήμα (+)  
σ<sub>1</sub> > σ<sub>2</sub>  

$$K_{\sigma} = 7,81-6,92 \cdot y+9,78 \cdot y^2 = 7,81-6,92 \cdot (-0,493) + 9,78 \cdot (-0,493)^2 = 13,6$$
  
 $\overline{\lambda}_{\rho} = 1,052 \cdot \frac{b_p}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E \cdot K_{\sigma}}} = 1,052 \cdot \frac{98}{2} \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 13,6}} = 0,574 < 0,673 \Rightarrow \rho = 1$ 



 $b_c=98-32,37=65,63 \text{ mm}$   $b_{eff}=\rho \cdot b_c=1 \cdot 65,63=65,63 \text{ mm}$   $b_{e2}=0,6 \cdot b_{eff}=0,6 \cdot 65,63=39,378 \text{ mm}$   $b_{e1}=0,4 \cdot b_{eff}=0,4 \cdot 65,63=26,252 \text{ mm}$ Πλήρως ενεργή η διατομή των κορμών

**Βήμα 5°:** Υπολογισμός γεωμετρικών ιδιοτήτων ενίσχυσης  

$$A_{s} = t \cdot (b_{el} + c_{eff}) = 2 \cdot (26, 25 + 22, 9) = 98, 3mm^{2}$$

$$y_{KB} = \frac{22, 9 \cdot 2 \cdot \frac{22, 9}{2}}{98, 3} = 5,33mm$$

$$I_{s} = \frac{26,25 \cdot 2^{3}}{12} + 26,25 \cdot 2 \cdot 5,33^{2} + \frac{2 \cdot 22,9^{3}}{12} + 22,9 \cdot 2 \cdot \left(\frac{22,9}{2} - 5,33\right)^{2} = 5223,9mm^{4}$$



$$0,31 \cdot \left(1,5 + \frac{h}{b_p}\right) \left(\frac{f_y}{E}\right)^2 \left(\frac{b_p}{t}\right)^3 \cdot A_s^2 = 0,31 \cdot \left(1,5 + \frac{198}{98}\right) \left(\frac{355}{2,1 \cdot 10^5}\right)^2 \left(\frac{98}{2}\right)^3 \cdot 98,3^2 = 0,31 \cdot \left(1,5 + \frac{198}{98}\right) \left(\frac{355}{2,1 \cdot 10^5}\right)^2 \left(\frac{98}{2}\right)^3 \cdot 98,3^2 = 0,31 \cdot \left(1,5 + \frac{198}{98}\right) \left(\frac{355}{2,1 \cdot 10^5}\right)^2 \left(\frac{98}{2}\right)^3 \cdot 98,3^2 = 0,31 \cdot \left(1,5 + \frac{198}{98}\right) \left(\frac{355}{2,1 \cdot 10^5}\right)^2 \left(\frac{98}{2}\right)^3 \cdot 98,3^2 = 0,31 \cdot \left(1,5 + \frac{198}{98}\right) \left(\frac{355}{2,1 \cdot 10^5}\right)^2 \left(\frac{98}{2}\right)^3 \cdot 98,3^2 = 0,31 \cdot \left(1,5 + \frac{198}{98}\right) \left(\frac{355}{2,1 \cdot 10^5}\right)^2 \left(\frac{98}{2}\right)^3 \cdot 98,3^2 = 0,31 \cdot \left(1,5 + \frac{198}{98}\right) \left(\frac{355}{2,1 \cdot 10^5}\right)^2 \left(\frac{98}{2}\right)^3 \cdot 98,3^2 = 0,31 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 98,3^2 = 0,31 \cdot \left(\frac{1}{$$

$$= 3545, 42 < I_s = 5223, 9mm^4$$

$$4,86 \cdot \left(1,5 + \frac{h}{b_p}\right) \left(\frac{f_y}{E}\right)^2 \left(\frac{b_p}{t}\right)^3 \cdot A_s^2 =$$

$$4,86 \cdot \left(1,5 + \frac{198}{98}\right) \left(\frac{355}{2,1 \cdot 10^5}\right)^2 \left(\frac{98}{2}\right)^3 \cdot 98,3^2 = 55583,09 > I_s = 5223,9mm^4$$

Άρα X=0,5

$$A_{S,Red} = 0, 5 \cdot 98, 3 = 49, 15mm^2$$
  
 $t_{Red} = 0, 5 \cdot 2 = 1 \text{ mm}$ 

$$z_{G} + b_{e2} = 32,37 + 39,38 = 71,75 \text{ mm}$$

$$A_{g} = 198 \cdot 2 + 2 \cdot (71,75 \cdot 2 + 26,25 \cdot 1 + 22,9 \cdot 1) = 781,29 \text{ mm}^{2}$$

$$z_{g} = \frac{2 \cdot \left[ 71,75 \cdot 2 \cdot \frac{71,75}{2} + 26,25 \cdot 1 \cdot \left( 98 - \frac{26,25}{2} \right) + 22,9 \cdot 1 \cdot 98 \right]}{781,29} = 24,63$$

$$I_{y} = \frac{198 \cdot 2^{3}}{12} + 198 \cdot 2 \cdot 24.63^{2} + 2 \cdot \left[ \frac{2 \cdot 71,75^{3}}{12} + 71,75 \cdot 2 \cdot \left( \frac{71,75}{2} - 24,63 \right)^{2} + \frac{1 \cdot 26,25^{3}}{12} + 26,25 \cdot 1 \cdot \left( 98 - \frac{26,25}{2} - 24,63 \right)^{2} + \frac{22,9 \cdot 1^{3}}{12} + 22,9 \cdot 1 \cdot \left( 98 - 24,63 \right)^{2} \right] = 839845,7 \text{ mm}^{4}$$

Βήμα 7°: <u>Υπολογισμός Ροπής Αντοχής</u>

$$w_{eff} = \frac{I_{eff}}{z_{com}} = \frac{839845,7}{98 - 24,63} = 11446 \text{ mm}^3$$

Z<sub>com</sub>: ύψος θλιβόμενης ζώνης

$$M_{Y,Rd} = W_{eff,com} \cdot \frac{f_{yb}}{\gamma_M} = 11446 \cdot \frac{355}{1,1} = 3693935 \text{ Nmm} = 3.69 \text{ kNm}$$
$$q = \frac{8 \cdot M_{Y,Rd}}{l^2} = \frac{8 \cdot 3.69}{3^2} = 3,284 \text{ kN/m}$$



- Ομοίως για t=3mm, q=4,89 kN/m
- Για t=1mm δεν μας καλύπτει ο EC3 καθώς b/t = 100/1 = 100 < 60 (γεωμετρική συνθήκη) με αποτέλεσμα ο σχεδιασμός να γίνεται πειραματικά.

#### 4.3 Επίλυση Διατομής u με διπλή ακραία ενίσχυση για t=2mm



#### Δεδομένα:

h=200mm	t=2mm
b=100mm	r=2mm
c=25mm	$E=2,1\cdot10^5 \text{ N/mm}^2$
d=20mm	F <sub>yb</sub> =355 N/mm <sup>2</sup>

#### **Βήμα 1°**: <u>Επιρροή στρογγυλεμένων γωνιών</u>

- r=2mm, 5t=10mm  $\Rightarrow$  r<5t
- $r/b_p = 2/(100 2) = 0.02 < 0.15$

Εφόσον ικανοποιούνται οι δύο παραπάνω συνθήκες μπορούμε να παραλείψουμε την επιρροή των στρογγυλευμένων γωνιών και να θεωρήσουμε ότι η διατομή συνίσταται από επίπεδα στοιχεία με αιχμηρές γωνίες.

#### Βήμα 2° : Γεωμετρικές συνθήκες

Για να επιτευχθεί επαρκής ακαμψία και να προφυλαχθούμε από πρόωρο λυγισμό

- $b/t \le 90 \Rightarrow 100/2 = 50 < 90$
- $c/b=25/100=0,25 \implies 0,1 \le c/b \le 0,3$
- $d/b=20/100=0,2 \Rightarrow 0,1 \le d/b \le 0,3$  $\epsilon \pi a \rho \kappa \eta \varsigma \ a \kappa a \mu \psi i a$

Βήμα 3°: Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διατομής



$$A_{g} = (h_{p} + 2 \cdot b_{p} + 2 \cdot c_{p} + 2 \cdot d_{p}) \cdot t = (198 + 2 \cdot 98 + 2 \cdot 23 + 2 \cdot 19) \cdot 2 = 956 \text{ mm}^{2}$$

$$z_{G} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \left[98 \cdot \frac{98}{2} + 23 \cdot 98 + 19 \cdot \left(98 - \frac{19}{2}\right)\right]}{956} = 36,56 \text{ mm}$$

$$I_{y} = \frac{198 \cdot 2^{3}}{12} + 198 \cdot 2 \cdot 36,56^{2} + 2 \cdot \left[\frac{2 \cdot 98^{3}}{12} + 98 \cdot 2 \cdot \left(\frac{98}{2} - 36,56\right)^{2} + \frac{23 \cdot 2^{3}}{12} + 23 \cdot 2 \cdot \left(98 - 36,56\right)^{2} + \frac{2 \cdot 19^{3}}{12} + 19 \cdot 2 \cdot \left(98 - \frac{19}{2} - 36,56\right)^{2}\right] = 1458468,4 \text{ mm}^{4}$$

Βήμα 4° : Ενεργός διατομή

- Το κάτω πέλμα είναι υπό εφελκυσμό επομένως είναι όλο ενεργό.
- Έλεγχος ενίσχυσης

Οι απλές ακραίες ενισχύσεις για να συνεισφέρουν στην αντοχή θα πρέπει:

- iv.  $45^\circ < \phi < 135^\circ \Rightarrow \phi = 90^\circ$
- v.  $c > 0,2 \cdot b_p \Rightarrow 25 > 0,2 \cdot 98 \Rightarrow 25 > 19,8$
- vi.  $b_p/t ≤ 90 \Rightarrow 98/2=49 < 90$  (για διπλό στρατζάρισμα)

#### επαρκής ακαμψία

Θα εφαρμόσουμε την απλουστευμένη μέθοδο που δεν απαιτεί επαναληπτική διαδικασία σύγκλισης.



Το άνω πέλμα είναι ομοιόμορφ<br/>α θλιβόμενο άρα ψ=+1 και  $K_{\sigma}\!\!=\!\!4$ 

$$\overline{\lambda}_{\rho} = 1,052 \cdot \frac{c_{p}}{t} \sqrt{\frac{f_{y}}{E \cdot K_{\sigma}}} = 1,052 \cdot \frac{23}{2} \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^{5} \cdot 4}} = 0,25$$
  
$$\overline{\lambda}_{\rho} = 0,25 < 0,673 \implies \rho = 1$$
  
$$c_{e1} = c_{e2} = 23/2 = 11,5 \text{ mm}$$

• Για τον πρόβολο ισχύει:

$$\sigma_{2} = 98 - 36,56 - 19 = 42,44$$
  

$$\sigma_{1} = 98 - 36,56 = 61,44$$
  

$$\Psi = \frac{\sigma_{2}}{\sigma_{1}} = \frac{42,44}{61,44} = 0,69$$
  

$$K_{\sigma} = \frac{0,578}{\Psi + 0,34} = \frac{0,578}{0,69 + 0,34} = 0,56$$
  

$$\bar{\lambda}_{\rho} = 1,052 \cdot \frac{d_{p}}{t} \sqrt{\frac{f_{y}}{E \cdot K_{\sigma}}} = 1,052 \cdot \frac{19}{2} \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^{5} \cdot 0,56}} = 0,549 < 0,673 \implies \rho = 1$$
  

$$d_{eff} = 19 \text{ mm}$$

• Ο κορμός κάμπτεται ως εσωτερικά θλιβόμενο στοιχείο

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= -36,56 \\ \sigma_1 &= 98 - 36,56 = 61,44 \\ \psi &= \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{-36,56}{61,44} = -0,595 \\ K_\sigma &= 7,81 - 6,92 \cdot y + 9,78 \cdot y^2 = 7,81 - 6,92 \cdot (-0,595) + 9,78 \cdot (-0,595)^2 = 15,39 \\ \bar{\lambda}_\rho &= 1,052 \cdot \frac{c_p}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E \cdot K_\sigma}} = 1,052 \cdot \frac{98}{2} \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 15,39}} = 0,54 < 0,673 \implies \rho = 1 \\ b_{eff} &= 1 \cdot (98 - 36,56) = 61,44 \text{ mm} \\ b_{e1} &= 0,4 \cdot 61,44 = 24,58 \text{ mm} \\ b_{e2} &= 0,6 \cdot 61,44 = 36,86 \text{ mm} \end{aligned}$$



Βήμα 5° : <u>Υπολογισμός γεωμετρικών ιδιοτήτων ενίσχυσης</u>



$$= 6504.95 < I_s = 22191,71 \ mm^4$$

$$4,86 \cdot \left(1,5 + \frac{h}{b_{p}}\right) \left(\frac{f_{y}}{E}\right)^{2} \left(\frac{b_{p}}{t}\right)^{3} \cdot A_{s}^{2} = 0,31 \cdot \left(1,5 + \frac{198}{98}\right) \left(\frac{355}{2,1 \cdot 10^{5}}\right)^{2} \left(\frac{98}{2}\right)^{3} \cdot 133,15^{2} = 10$$

 $=101980, 7 > I_s = 22191, 71 \text{ mm}^4$ 

Άρα X=0,5  

$$A_{S,Red} = 0,5 \cdot 133,15 = 66,575 \ mm^2$$
  
 $t_{Red} = 0,5 \cdot 2 = 1 \ mm$ 

**Βήμα 60** : Εμβαδό ενεργού διατομής και νέο κέντρο βάρους  

$$z_{G} + b_{e2} = 36,56 + 36,86 = 73,42 \text{ mm}$$
  
 $A_{g} = 198 \cdot 2 + 2 \cdot (73,42 \cdot 2 + 24,58 \cdot 1 + 23 \cdot 1 + 19 \cdot 1) = 822,85 \text{ mm}^{2}$ 

$$z_{g} = \frac{2 \cdot \left[73,42 \cdot 2 \cdot \frac{73,42}{2} + 24,58 \cdot 1 \cdot \left(98 - \frac{24,58}{2}\right) + 23 \cdot 1 \cdot 98 + 19 \cdot 1 \cdot \left(98 - \frac{19}{2}\right)\right]}{822,85} = z_{g} = 27,79 \text{ mm}$$

$$I_{y} = \frac{198 \cdot 2^{3}}{12} + 198 \cdot 2 \cdot 27,79^{2} + 2 \cdot \left[\frac{2 \cdot 73,42^{3}}{12} + 73,42 \cdot 2 \cdot \left(\frac{73,42}{2} - 27,79\right)^{2} + \frac{1 \cdot 24,58^{3}}{12} + 24,58 \cdot 1 \cdot \left(98 - \frac{24,58}{2} - 27,79\right)^{2} + \frac{23 \cdot 1^{3}}{12} + 23 \cdot 1 \cdot \left(98 - 27,79\right)^{2} + \frac{1 \cdot 19^{3}}{12} + 19 \cdot 1 \cdot \left(98 - \frac{19}{2} - 27,79\right)^{2}\right] = 996613 \text{ mm}^{4}$$

**Βήμα 7°** : <u>Υπολογισμός Ροπής Αντοχής</u>  $w_{eff} = \frac{I_{eff}}{z_{com}} = \frac{996613}{98 - 27,79} = 14194,5 \text{ mm}^3$ 

z<sub>com</sub>: θλιβόμενη ζώνη

$$M_{Y,Rd} = W_{eff,com} \cdot \frac{f_{yd}}{\gamma_M} = 14194, 5 \cdot \frac{355}{1,1} = 4580952, 3 \text{ Nmm} = 4,58 \text{ kNm}$$
$$q = \frac{8 \cdot M_{Y,Rd}}{1^2} = \frac{8 \cdot 4,58}{3^2} = 3,284 \text{ kN/m}$$



- Ομοίως για t=3mm, q=5,9138 kN/m
- Για t=1mm δεν μας καλύπτει ο EC3 καθώς b/t = 100/1 = 100 < 90 (γεωμετρική συνθήκη) με αποτέλεσμα ο σχεδιασμός να γίνεται πειραματικά.

#### 4.4 Επίλυση διατομής π χωρίς ενισχύσεις για t=2mm

Θα συνεχιστούν οι επιλύσεις για φορέα σχήματος π. Ουσιαστικά αντιστρέφεται η φόρτιση. Στις λεπτότοιχες διατομές η αλλαγή της καταπόνησης έχει ως αποτέλεσμα διαφορετική ενεργό διατομή, αφού θλίβονται διαφορετικά τμήματα της διατομής. Σαν συνέπεια έχει και την αλλαγή της καμπτικής αντοχής της.



Δεδομένα:

h=200mm	r=2mm
b=100mm	$E=2,1\cdot10^5 \text{ N/mm}^2$
t=2mm	F <sub>yb</sub> =355 N/mm <sup>2</sup>

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά συμπίπτουν με την ανεστραμμένη διατομή. Οπότε έχουμε:

 $A_g = 792 \text{ mm}^2$ ,  $I_y = 808714,5 \text{ mm}^4$ ,  $z_g = 98 - 24,75 = 74,25 \text{ mm}$ 



#### <u>Ενεργός διατομή</u>

• Το άνω πέλμα είναι υπό ομοιόμορφη θλίψη Άρα  $\psi = +1$ ,  $K_{\sigma} = 4$ ,

$$\overline{\lambda}_{p} = 1,052 \cdot \frac{h_{p}}{t} \sqrt{\frac{f_{y}}{E \cdot K_{\sigma}}} = 1,052 \cdot \frac{198}{2} \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^{5} \cdot 4}} = 2,141$$

$$\rho = \frac{1}{\overline{\lambda}_{\rho}} \left( 1 - \frac{0,22}{\overline{\lambda}_{\rho}} \right) = \frac{1}{2,141} \left( 1 - \frac{0,22}{2,141} \right) = 0,419$$
  
h<sub>eff</sub> =  $\rho \cdot h_c = 0,419 \cdot 198 = 82,98$  mm  
h<sub>e1</sub> = h<sub>e2</sub> =  $\frac{1}{2} \cdot 82,89 = 41,49$  mm

 Οι δύο κορμοί βρίσκονται υπό κάμψη επομένως στο τμήμα που θλίβεται θα πρέπει να υπολογίσουμε την ενεργό διατομή.

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{-74,25}{24,75} = -3$$
  
K<sub>\sigma</sub> > 23,8  
\rho = 1  
b<sub>eff</sub> = \rho \cdot b\_t = 1\cdot 74,25 = 74,25 mm

Bήμα 5°: Εμβαδό ενεργού διατομής και νέο κέντρο βάρους  

$$A_{g} = \left[h_{eff} + 2 \cdot (b_{eff} + b_{t})\right] \cdot t = (82,98 + 2 \cdot 99) \cdot 2 = 561,95 \text{ mm}^{2}$$

$$y_{g} = \frac{2 \cdot 99 \cdot 2 \cdot \frac{99}{2} + 2 \cdot 82.98 * 99}{561.95} = 64,12 \text{ mm}$$

$$I_{y} = 2\left(\frac{2 \cdot 99^{3}}{12} + 2 \cdot 99 \cdot \left(64,12 - \frac{99}{2}\right)^{2}\right) + \frac{82,98 \cdot 2^{3}}{12} + 2 \cdot 82,98 \cdot (99 - 64,12)^{2} =$$

 $= 610030,19 \text{ mm}^4$ 

**Βήμα 6°**: <u>Υπολογισμός Ροπής Αντοχής</u>  $w_{eff} = \frac{I_y}{z_{com}} = \frac{610030,19}{99 - 64,12} = 17488,39 \text{ mm}^3$   $M_{y,Rd} = w_{eff} \cdot f_{yd} = 17488,39 \cdot \frac{355}{1,1} = 5643980,17 \text{ Nmm} = 5,64 \text{ kNm}$   $q = \frac{8 \cdot M_{Y,Rd}}{l^2} = \frac{8 \cdot 5,64}{3^2} = 5,016 \text{ kN/m}$ 



- Ομοίως για t=3mm, q=9,4107 kN/m
- Για t=1mm δεν μας καλύπτει ο EC3 καθώς b/t = 100/1 = 100 < 50 (γεωμετρική συνθήκη) με αποτέλεσμα ο σχεδιασμός να γίνεται πειραματικά.

#### 4.5 Επίλυση διατομής π με απλές ακραίες ενισχύσεις για t=2mm



Δεδομένα:

h=200mm b=100mm c=25mm t=2mm r=2mm E= 2,1 $\cdot$ 10<sup>5</sup> N/mm<sup>2</sup> F<sub>yb</sub>=355 N/mm<sup>2</sup> Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά συμπίπτουν με την ανεστραμμένη διατομή. Οπότε έχουμε:

<u>Ενεργός διατομή</u>

- Τα κάτω πέλματα-ενισχύσεις εφελκύονται άρα είναι και πλήρως ενεργές
- Το άνω πέλμα είναι υπό ομοιόμορφη θλίψη

Apa 
$$\psi = +1$$
,  $K_{\sigma} = 4$ ,  
 $\bar{\lambda}_{\rho} = 1,052 \cdot \frac{h_{p}}{t} \sqrt{\frac{f_{y}}{E \cdot K_{\sigma}}} = 1,052 \cdot \frac{198}{2} \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^{5} \cdot 4}} = 2,141$   
 $\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_{\rho}} \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_{\rho}}\right) = \frac{1}{2,141} \left(1 - \frac{0,22}{2,141}\right) = 0,419$   
 $h_{eff} = \rho \cdot h_{c} = 0,419 \cdot 198 = 82,98 \text{ mm}$   
 $h_{e1} = h_{e2} = \frac{1}{2} \cdot 82,89 = 41,49 \text{ mm}$ 

 Οι δύο κορμοί βρίσκονται υπό κάμψη επομένως στο τμήμα που θλίβεται θα πρέπει να υπολογίσουμε την ενεργό διατομή.

$$\Psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{-65,63}{32,37} = -2,03$$

$$K_{\sigma} = 5,98 \cdot (1-y)^2 = 5,98 \cdot [1-(-2,03)]^2 = 54,81$$

$$\overline{\lambda}_{\rho} = 1,052 \cdot \frac{b_{\rho}}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E \cdot K_{\sigma}}} = 1,052 \cdot \frac{98}{2} \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 54,81}} = 0,29 < 0,673$$

$$\rho = 1, \ b_{eff} = \rho b_c = 1 \cdot 32,37 = 32,37 \ mm$$

Εμβαδό ενεργού διατομής και νέο κέντρο βάρους  

$$A_{g} = (h_{eff} + 2 \cdot b_{p} + 2 \cdot c_{p}) \cdot t = (82,98 + 2 \cdot 98 + 2 \cdot 24) \cdot 2 = 653,96 \ mm^{2}$$

$$y_{g} = \frac{2 \cdot 98 \cdot 2 \cdot \frac{98}{2} + 82,98 \cdot 2 \cdot 98}{653,96} = 54,24 \text{ mm}$$
$$I_{y} = 2 \cdot \left[\frac{24 \cdot 2^{3}}{12} + 24 \cdot 2 \cdot 54,24^{2} + \frac{2 \cdot 98^{3}}{12} + 2 \cdot 98 \cdot \left(54,24 - \frac{98}{2}\right)^{2}\right] + \frac{82,89 \cdot 2^{3}}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12}$$

$$+82,98 \cdot 2 \cdot (98 - 54,24)^2 = 924798,2 mm^4$$

Υπολογισμός Ροπής Αντοχής

$$w_{eff} = \frac{I_y}{Z_{com}} = \frac{924798,2}{98 - 54,24 + 2/2} = 20661,91 \text{ mm}^3$$
$$M_{y,Rd} = w_{eff} \cdot f_{yd} = 20661,91 \cdot \frac{355}{1,1} = 6668161,9 \text{ Nmm} = 6,67 \text{ kNm}$$
$$q = \frac{8 \cdot M_{Y,Rd}}{l^2} = \frac{8 \cdot 6,67}{3^2} = 5,927 \text{ kN/m}$$



- Ομοίως για t=3mm, q=10,75 kN/m
- Για t=1mm δεν μας καλύπτει ο EC3 καθώς b/t = 100/1 = 100 < 60 (γεωμετρική συνθήκη) με αποτέλεσμα ο σχεδιασμός να γίνεται πειραματικά.

#### 4.6 Επίλυση διατομής π με διπλή ακραία ενίσχυση για t=2mm



Δεδομένα:

h=200mm	t=2mm
b=100mm	r=2mm
c=25mm	$E=2,1\cdot10^5 \text{ N/mm}^2$
d=20mm	F <sub>yb</sub> =355 N/mm <sup>2</sup>

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά συμπίπτουν με την ανεστραμμένη διατομή. Οπότε έχουμε:

 $A_{\rm g}\,{=}\,956~mm^2\,,~y_{\rm g}\,{=}\,61,44~mm$  ,  $I_{\rm y}\,{=}\,1458468~mm^4$ 



Ενεργός διατομή

- Τα κάτω πέλματα-ενισχύσεις εφελκύονται άρα είναι και πλήρως ενεργές
- Το άνω πέλμα είναι υπό ομοιόμορφη θλίψη

Aρα ψ = +1, K<sub>σ</sub> = 4,  

$$\overline{\lambda}_{\rho} = 1,052 \cdot \frac{h_{p}}{t} \sqrt{\frac{f_{y}}{E \cdot K_{\sigma}}} = 1,052 \cdot \frac{198}{2} \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^{5} \cdot 4}} = 2,141$$

$$\rho = \frac{1}{\overline{\lambda}_{\rho}} \left(1 - \frac{0,22}{\overline{\lambda}_{\rho}}\right) = \frac{1}{2,141} \left(1 - \frac{0,22}{2,141}\right) = 0,419$$

$$h_{eff} = \rho \cdot h_{c} = 0,419 \cdot 198 = 82,98 \text{ mm}$$

$$h_{el} = h_{e2} = \frac{1}{2} \cdot 82,89 = 41,49 \text{ mm}$$

 Οι δύο κορμοί βρίσκονται υπό κάμψη επομένως στο τμήμα που θλίβεται θα πρέπει να υπολογίσουμε την ενεργό διατομή.

$$\Psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{-61,44}{36,56} = -1,68$$
  

$$K_{\sigma} = 5,98 \cdot (1-\psi)^2 = 5,98 \cdot (1+1,68)^2 = 42,971$$
  

$$\overline{\lambda}_{\rho} = 1,052 \cdot \frac{b_p}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E \cdot K_{\sigma}}} = 1,052 \cdot \frac{98}{2} \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 42,971}} = 0,32 < 0,673$$

$$\rho = 1, \ b_{eff} = \rho b_c = 1.36,56 = 36,56 \ mm$$

Εμβαδό ενεργού διατομής και νέο κέντρο βάρους

$$\begin{split} \mathbf{A}_{g} &= \left[h_{eff} + 2 \cdot \left(b_{eff} + b_{t} + c_{p} + d_{p}\right)\right] \cdot t = \left[82,98 + 2 \cdot \left(98 + 23 + 19\right)\right] \cdot 2 = 725,95 \ mm^{2} \\ y_{g} &= \frac{2 \cdot \left(19 \cdot 2 \cdot \frac{19}{2} + 98 \cdot 2 \cdot \frac{98}{2}\right) + 82,98 \cdot 2 \cdot 98}{725.95} = 49,86 \ mm \\ I_{y} &= 2 \cdot \left[\frac{2 \cdot 19^{3}}{12} + 19 \cdot 2 \cdot \left(49,86 - \frac{19}{2}\right)^{2} + \frac{24 \cdot 2^{3}}{12} + 24 \cdot 2 \cdot 49,86^{2} + \frac{2 \cdot 98^{3}}{12} + 24 \cdot 2 \cdot 49,86^{2} + \frac{2 \cdot 98^{3}}{12} + 24 \cdot 2 \cdot 98 \cdot \left(49,86 - \frac{98}{2}\right)^{2}\right] + \frac{82,89 \cdot 2^{3}}{12} + 82,98 \cdot 2 \cdot \left(98 - 49,86\right)^{2} = 1053491 \ mm^{4} \end{split}$$

#### Υπολογισμός Ροπής Αντοχής



- Ομοίως για t=3mm, q=11,147 kN/m
- Για t=1mm δεν μας καλύπτει ο EC3 καθώς b/t = 100/1 = 100 < 90 (γεωμετρική συνθήκη) με αποτέλεσμα ο σχεδιασμός να γίνεται πειραματικά.

#### 4.7 Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων

Διατομή	Πάχος t (mm)	Φορτίο αντοχής u kN/m	Φορτίο αντοχής π kN/m
V	2	0,40	5,02
Δωρίς ενιοχύση	3	1,08	9,41
Με απλή ακραία ενίσχυση	2	3,28	5,93
	3	4,89	10,75
Με διπλή ακραία	2	4,58	6,15
ενίσχυση	3	5,91	11,15

Πίνακας 4.1 Πίνακας αποτελεσμάτων των επιλύσεων σύμφωνα με τις διατάξεις του ΕC3

Αυτό που διαπιστώνουμε είναι η μεγαλύτερη αντοχή της ανεστραμμένης διατομής τύπου u. Επίσης η αύξηση του πάχους στη διατομή Π μας δίνει μεγαλύτερες αντοχές αναλογικά με τη u.

Γράφημα 4.1 Συγκεντρωτικός πίνακας επιλύσεων με τις διατάξεις του ΕC3



# Κεφάλαιο 5

### Επίλυση με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Το Femap είναι ένα πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων που μας επιτρέπει να εκτελούμε αναλύσεις μηχανικού γρήγορα και με αξιοπιστία. Το Femap μας δίνει τη δυνατότητα ανάπτυξης και προσομοίωσης μοντέλων με σκοπό τη μελέτη της εντατικής και θερμοκρασιακής τους κατάστασης. Με εύκολη πρόσβαση σε εργαλεία CAD, η παραγωγικότητα των εργασιών αυξάνεται δραματικά.

Μέσα από τη βιβλιοθήκη του Femap μπορούμε να έχουμε πληθώρα διατομών και υλικών. Ακόμη μας παρέχει εργαλεία διακριτοποίησης των στοιχείων και επιβολής συνοριακών συνθηκών. Μέσα από την αυτόματη μετατροπή γεωμετρικών μοντέλων σε τρισδιάστατα δίκτυα κόμβων και στοιχείων γίνεται εφικτή η επίλυση. Το Femap είναι συμβατό με πάνω από 20 προγράμματα επιλύσεων. Ένα από αυτά είναι και το Nastran.

#### 5.1 Περιγραφή μοντέλου που εισάγαμε στο πρόγραμμα πεπερασμένων

Στην παρούσα μελέτη εξετάστηκαν 18 φορείς, μήκους 1=3000 mm με μορφή διατομών u και π. Οι φορείς εξετάστηκαν χωρίς, με απλή και διπλή ακραία ενίσχυση. Η ανάλυση έγινε με χρήση τετραεδρικών πεπερασμένων στοιχείων.

Αρχικά αποθηκεύουμε την εργασία μας με «File  $\rightarrow$  Save As» προσέχοντας τόσο το όνομα του αρχείου όσο και τα ονόματα του φακέλου που θα αποθηκεύσουμε να είναι στα Αγγλικά.

Το μέλος αποτελείται από τον κορμό, τα πέλματα και τις ακραίες ενισχύσεις των πελμάτων. Οι ενισχύσεις προστίθενται για την αύξηση της φέρουσας ικανότητας του μέλους και της τοπικής ακαμψίας του. Για μέλος χωρίς ενισχύσεις, η προσομοίωση γίνεται δημιουργώντας τρείς επιφάνειες εκ των οποίων οι δυο είναι παράλληλες μεταξύ τους και αφορούν τους κορμούς της διατομής, ενώ η τρίτη είναι κάθετη στα πέλματα και αφορά το πέλμα. Η προσομοίωση ενός μέλους με ακραίες ενισχύσεις γίνεται με τις επιφάνειες που προαναφέρθηκαν συν άλλες δυο επιφάνειες που η καθεμία είναι κάθετη σε κάθε κορμό αντίστοιχα και αφορούν τις ενισχύσεις.

#### 5.2 Εισαγωγή Γεωμετρίας Φορέα

Τα δεδομένα για τη δημιουργία της γεωμετρίας του φορέα εισάγονται ως εξής: Από το μενού « Geometry» επιλέγεται η εντολή « Point». Στο πλαίσιο διαλόγου που εμφανίζεται εισάγουμε τις συντεταγμένες X, Y, Z για κάθε σημείο. (Σχήμα 5.1 & Σχήμα 5.2)

<u>م</u>			Femap with NX Nastran - [thin-wall.modfem]
File Tools	Geometry Connect Mo	del M	esh Modify List Delete Group View Window Help
i 🗅 🗁 🖃 🕯	🕂 Point	_	i 🔊 i 😋 🗿 💿 i 🕂 🕺 🖉 🖉 i 🔍 🔍 🗔 🖄 🖶 - i 🗄 🖆 🕐 - i 🏧 - 🔙 🥊
iti 🛛 🖬 🖬	Curve - Line	•	8 8 24 <b>- 5 7 1 2 2 1 2 1 2 3</b>
	Curve - Arc	- + 🖕	Untitled
inioder inio	Curve - Circle	• E	V1
2월 🌽   🎋   "	Curve - Spline	•	
	Curve - From Surface	•	
Geomet	Sketch		
Aero Mo	Boundary Surface	•	
🗄 🗄 Model	Surface	•	
- S Analyses	Midsurface	•	
Results	Volume	•	
Groups	Solid	•	
⊕ ∰ Layers	Сору	•	
	Radial Copy	•	
Selectio	Scale	•	
	Rotate	•	
Entity Info	Reflect	• ×	

Σχήμα 5.1 Μενού σχεδιασμού φορέα

Locate - Enter Coordinates or Select with Cursor	? ×
X 0, Y 0, Z 0,	Preview
	ОК
ID 1 CSys 0Basic Rectangular v Parameters Methods ^	Cancel

Σχήμα 5.2 Εισαγωγή συντεταγμένων γεωμετριας

Γεωμετρικές συντεταγμένες διατομών:

Χωρίς ενισχύσεις:	Με απλή ακραία ενίσχυση:	Με διπλή ακραία ενίσχυση:
1 (0, 0, 0)	1 (0, 100, 0)	1 (0, 80, 0)
2 (3000, 0, 0)	2 (3000, 100, 0)	2 (3000, 80, 0)
3 (3000, 0, 200)	3 (3000, 100, 25)	3 (3000, 100, 0)
4 (0, 0, 200)	4 (0, 100, 25)	4 (0, 100, 0)
5 (0, 100, 200)	5 (0, 0, 25)	5 (0, 100, 25)
6 (3000, 100, 200)	6 (3000, 0, 25)	6 (3000, 100, 25)
7 (0, 100, 0)	7 (3000, 0, 225)	7 (3000, 0, 25)
8 (3000, 100, 0)	8 (0, 0, 225)	8 (0, 0, 25)
	9 (0, 100, 225)	9 (0, 0, 225)
	10 (3000, 100, 225)	10 (3000, 0, 225)
	11 (3000, 100, 250)	11 (3000, 100, 225)
	12 (0, 100, 250)	12 (0, 100, 225)
		13 (0, 100, 250)
		14 (3000, 100, 250)
		15 (3000, 80, 250)
		16 (0, 80, 250)

Έχοντας ορίσει τα ακραία σημεία του φορέα, μπορούμε να προχωρήσουμε στην σχεδίαση των γραμμών που θα συνδέσουν αυτά τα σημεία που ορίστηκαν προηγουμένως. Έτσι ο φορέας θα αποκτήσει μια πρώτη μορφή. Από το μενού «Geometry» επιλέγεται η εντολή «Curve – Line» και στο πλαίσιο διαλόγου που εμφανίζεται ορίζουμε τα ακραία σημεία που θέλουμε να ενωθούν με μια γραμμή. (Σχήμα 5.3)

Τέλος, από το μενού « Geometry» επιλέγεται η εντολή «Boundary Surface» και έπειτα η εντολή «From Curves» με την οποία ορίζουμε τις επιφάνειες του φορέα επιλέγοντας τις τέσσερις γραμμές που τις οριοθετούν. Με τον ορισμό των επιφανειών ολοκληρώνεται το σχεδιαστικό κομμάτι της εργασίας.



Σχήμα 5.3 Σχεδίαση ακμών διατομής



Σχήμα 5.4 Επιλογή ακμών που ορίζουν κάθε επιφάνεια

#### 5.3 Προσδιορισμός Ιδιοτήτων Υλικού

Το FEMAP v10 υποστηρίζει επτά τύπους υλικών, ώστε να μπορούν να προσομοιωθούν διάφορα υλικά ανάλογα με τις ιδιότητες τους. Συγκεκριμένα υποστηρίζονται:

- 1. τα ισοτροπικά υλικά (isotropic) των οποίων οι ιδιότητες έχουν ίδια τιμή και κατά τις τρείς διαστάσεις του χώρου
- τα ορθότροπα υλικά με διαφορετικές ιδιότητες σε δυο και τρείς διαστάσεις (2D orthotropic ή 3D orthotropic )
- τα ανισότροπα υλικά, με διαφορετικές ιδιότητες σε δυο και τρείς διαστάσεις (2D anisotropic ή 3D anisotropic)

τα υπερελαστικά υλικά (hyperelastic)
 Ζ)μια κατηγορία « άλλα υλικά » η οποία υποστηρίζει 85 υλικά όπως ελαστικά, αφρώδη, βισκοελαστικά κ.λ.π

Στο βήμα αυτό εισάγονται οι ιδιότητες του χάλυβα S355MC, απο τον οποίο αποτελούνται όλα τα μέλη της δοκού. Από το μενού «Model» επιλέγεται η εντολή

«Material» (Σχήμα 5.5). Στην οθόνη εμφανίζεται ένα παράθυρο διαλόγου, που είναι ρυθμισμένο εξ' αρχής να αφορά ισότροπο υλικό (isotropic material). Σε τέσσερις υποπεριοχές ζητείται να καθοριστούν τα χαρακτηριστικά του υλικού, το οποίο αποθηκεύεται στη μνήμη του αρχείου με έναν αύξοντα αριθμό (ID) που φαίνεται στο άνω αριστερά άκρο του παραθύρου. Σε μια από τις υποπεριοχές ζητείται να καθοριστούν οι ελαστικές σταθερές του υλικού και συγκεκριμένα το μέτρο ελαστικότητας E (Youngs Modulus), το μέτρο διάτμησης G (Shear Modulus) και ο λόγος Poisson v (Poisson's ratio) στην πρώτη και οι αντοχές σε εφελκυσμό (Tension), θλίψη (Compression) και διάτμηση (Shear) στην τρίτη. Ορισμένες ιδιότητες όπως οι τελευταίες και εκείνες της δεύτερης. Ακόμη αν συμπληρώσουμε το E,ν το G συμπληρώνεται αυτόματα από τη σχέση:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (5.1)$$

Το πρόγραμμα διαθέτει επίσης βιβλιοθήκη δεδομένων με αποθηκευμένα χαρακτηριστικά διαφόρων υλικών, τα οποία ο χρήστης μπορεί να επιλέξει με το πλήκτρο «Load». Με το πλήκτρο «Save» μπορεί ακόμη να αποθηκεύσει στη βιβλιοθήκη του προγράμματος τα δικά του υλικά για μελλοντική χρήση. Το πρόγραμμα δίνει μεγάλη ελευθερία στον καθορισμό των μονάδων. Οι μονάδες μέτρησης με τις οποίες θα εισαχθούν οι σταθερές του υλικού καθορίζουν τις μονάδες σε ολόκληρη τη προσομοίωση και ανάλυση.

Η εισαγωγή της μη γραμμικής συμπεριφοράς των υλικών γίνεται στην καρτέλα «Nonlinear». Στο νέο παράθυρο διαλόγου που ανοίγει (Σχήμα 5.6) δίνεται η δυνατότητα καθορισμού τριών ειδών μη γραμμικής συμπεριφοράς υλικού:

- Μη γραμμικού ελαστικού (Nonlinear Elastic)
- Γραμμικά ελαστικού γραμμικά κρατυνόμενου υλικού (Elasto- Plastic Bi- Linear)
- Γραμμικά ελαστικού απολύτως πλαστικού υλικού (Plastic)

Τα ελαστο-πλαστικά υλικά ακολουθούν γραμμικό μετελαστικό κλάδο με μέτρο πλαστικότητας  $H = E_T/(1-E_T/E)$ . Έχουμε τέσσερα κριτήρια αστοχίας von Mises, Tresca, Mohr-Coulomb και Drucker-Prager. Επιλέγουμε το von Mises. Η προσομοίωση του χάλυβα της δοκού γίνεται με τη δεύτερη κατηγορία των ελαστικά γραμμικών – γραμμικά κρατυνόμενων υλικών και τα ζητούμενα χαρακτηριστικά είναι τρία:

- Το κριτήριο αστοχίας που επιλέγεται μεταξύ των τεσσάρων διατιθέμενων από το πρόγραμμα (Von Mises, Tresca, Mohr – Coulomb και Drucker Prager)
- 2. Η τάση διαρροής του υλικού (Initial Yield Stress) και
- 3. Το μέτρο κράτυνσης (Plasticity Modulus, H)

Υπάρχει ακόμη από το πρόγραμμα η δυνατότητα εισαγωγής του ακριβούς διαγράμματος τάσεων – παραμορφώσεων του υλικού με τη μορφή συνάρτησης (Function) και χρήση του στις περιπτώσεις των μη γραμμικά ελαστικών και γραμμικά ελαστικών – απολύτως πλαστικών υλικών.

\$355	
Μέτρο Ελαστικότητας:	$E=210 \text{ kN/mm}^2$
Λόγος Poisson :	v=0,3
Αντοχή σε Εφελκυσμό:	0,43 kN/mm <sup>2</sup>
Αντοχή σε Θλίψη:	0,43 kN/mm <sup>2</sup>
Μέτρο Κράτυνσης:	$4 \text{ kN/mm}^2$
Κριτήριο Αστοχίας:	Von Mises
Τάση διαρροής:	0,355 kN/mm <sup>2</sup>

General Function Refer	rences Nonlinear	Ply/Bond Failure	Creep Elect	trical/Optical Phase	
Youngs Modulus, E	210		Tension	0,43	
Shear Modulus, G	0,		Compression	0,43	
Poisson's Ratio, nu	0,3		Shear	0,	
Expansion Coeff, a Conductivity, k Specific Heat, Cp Heat Generation Fact	0, 0, 0, or 0,	N	lass Density amping, 2C/Co eference Temp	0, 0, 0,	

Σχήμα 5.5 Προσδιορισμός των ελαστικών ιδιοτήτων του υλικού

	Define Material - ISOTROPIC				
ID 1 Title ste	color 5	5 Palette Layer 1	Туре		
General Function Referen	nces Nonlinear Ply/Bond Failu	re Creep Electrical/Optical P	hase		
Nonlinearity Type	Nonlinear Flastic	Yield Function			
O None	Elasto-Plastic (Bi-Linear )	Yield Criterion 0von Mises	¥		
0	Plastic	Friction Angle			
Nonlinear Properties		Extended Material N	1odel		
Plasticity Modulus, H	4,				
Compute From 1	Fangent Modulus, Et				
Hardening Rule	0Isotropic 🗸 🗸				
Function Dependence	0None v				
f <sub>xy</sub> Load	Save Copy	ОК	Cancel		

Σχήμα 5.6 Εισαγωγή μη γραμμικών ιδιοτήτων του υλικού

#### 5.4 Καθορισμός τύπου στοιχείων

Το πρόγραμμα υποστηρίζει γραμμικά (Line Elements), επιφανειακά (Plane Elements), χωρικά (Volume Elements) πεπερασμένα στοιχεία , καθώς και κάποια άλλα ειδικής μορφής στοιχεία όπως συγκεντρωμένες μάζες. Η δοκός προσομοιώνεται με επίπεδα τετραπλευρικά πεπερασμένα στοιχεία με ιδιότητες πλάκας (plate), δηλαδή επίπεδα στοιχεία που έχουν τη δυνατότητα να κάμπτονται. Για τον καθορισμό του τύπου των στοιχείων ακολουθείται η εξής διαδικασία:

Από το μενού «Model» επιλέγεται η εντολή «Property», οπότε στην οθόνη εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου (Σχήμα 5.7), ρυθμισμένο εξ' αρχής στα επίπεδα καμπτόμενα στοιχεία πλάκας (Plate Element Type). Όπως και στην περίπτωση των υλικών, κάθε διατομή που δημιουργείται λαμβάνει έναν αύξοντα αριθμό ( ID ) και ονομάζεται κατάλληλα.

Τα μόνα στοιχεία που χρειάζεται να καθοριστούν για κάθε διατομή αυτού του είδους είναι το πάχος της (στο πεδίο T1) και το υλικό από το οποίο αποτελείται (για το λόγο αυτό πρέπει ο καθορισμός υλικού να προηγείται εκείνου των διατομών). Στην περίπτωση που δεν είναι ισοπαχές το στοιχείο σε ολόκληρη την έκταση του υπάρχει η δυνατότητα να δοθεί το πάχος σε κάθε γωνία του ξεχωριστά πληκτρολογώντας εκτός από την T1 και τις τιμές T2, T3 και T4. Υπενθυμίζεται πως οι διαστάσεις προσομοίωσης εισάγονται σε mm, αφού οι μονάδες προσομοίωσης έχει προαποφασιστεί να είναι τα kN και τα mm. Στην παρούσα εργασία το πάχος της διατομής είναι σταθερό σε όλες τις επιφάνειες και ίσο με 1,2,3mm. kN

Define Property - PLATE Element Type					
ID 1 Title Material 1steel V <sup>E</sup> <sub>v</sub> Color 110 Palette Layer 1 Elem/Property Type					σv
Property Values		Additional Options			
Thicknesses, Tavg or T1	2	Bend Stiffness, 1	2I/T**3	0,	
blank or T2	0,	TShear/Mem Thickn	ess,ts/t	0,	
blank or T3	0,	Bending	0Plate	Material	~
blank or T4	0,	Transverse Shear	0Plate	Material	~
Nonstructural mass/area	0,	Memb-Bend Coupling	0None	- Ignore	~
		Mean Dilatational Form	ulation		
			NEi Nast	tran Tension Only	
Stress Recovery (Default=T	/2)				_
Top Fiber	0,	Load Sav	e	ОК	
Bottom Fiber	0,	Сору		Cancel	

Σχήμα 5.7 Καρτέλα προσδιορισμού του πάχους των επιφανειακών στοιχείων

#### 5.5 Δημιουργία Δικτύου (mesh generation)

Από το μενού «Mesh» επιλέγεται η εντολή «Mesh control» και έπειτα «Default size». Στο πλαίσιο διαλόγου που εμφανίζεται δηλώνεται το μέγεθος των τετρακομβικών στοιχείων πλάκας στα οποία θα διαιρεθεί ο φορέας. Επιλέγουμε 25mm, 12,5mm, μέγεθος τετραγωνικού πεπερασμένου στοιχείου (Σγήμα 5.8)

Στη συνέχεια επιλέγεται η επιφάνεια που θέλουμε να διαιρεθεί σε πεπερασμένα στοιχεία. Από το μενού «Mesh» επιλέγεται η εντολή «Geometry» και στο υπομενού επιλέγεται η εντολή «Surface». Στο πλαίσιο διαλόγου που εμφανίζεται επιλέγεται η εντολή «Select All» ώστε να επιλεχθούν όλες οι επιφάνειες. (Σχήμα 5.9) Με την επιλογή των επιφανειών εμφανίζεται ένα πλαίσιο (Σχήμα 6.9) διαλόγου. Στη θέση «Property» πατώντας το βέλος, εμφανίζεται ο τύπος στοιχείου που είχαμε δημιουργήσει προηγουμένως, οπότε τον επιλέγουμε. Πατώντας την εντολή «OK» εμφανίζεται στις επιλεγμένες επιφάνειες το δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων και κόμβων.



Σχήμα 5.8 Επιλέγουμε το βαθμό διακριτοποίησης ή τις διαστάσεις των επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων

Automesh Surfaces						
Node and Element Options						
Node ID	1 CSys	0Basic Rectangular 🗸 🛛 N	ode Param Elem Param			
Elem ID	1 Property	1thin-walled				
Mesher O Tri	() Quad	Node Options Midside Nodes				
🗹 Auto	<ul> <li>Subdivision</li> <li>Fast Tri</li> <li>3-D Tri</li> </ul>	Mapped Meshing Options	More Options OK Cancel			

Σχήμα 5.9 Επιλογή στοιχείων διακριτοποίησης με τετραεδρικά επιφανειακά πεπερασμένα στοιχεία

#### 5.6 Επιβολή συνοριακών στοιχείων

Από το πρόγραμμα δίνεται η επιλογή επιβολής συνοριακών συνθηκών είτε απευθείας σε μεμονωμένους κόμβους (Nodal Constraint) είτε σε γραμμές (Constraint on Curve) ή σε επιφάνειες (Constraint on Surface). Όταν πρόκειται για επικόμβιες συνοριακές συνθήκες δεσμεύονται κάποιοι ή όλοι από τους έξι βαθμούς ελευθερίας του κάθε κόμβου. Όταν πρόκειται για συνοριακές συνθήκες σε γραμμή ή επιφάνεια τότε επιλέγεται είτε πάκτωση , είτε δέσμευση των μετακινήσεων, είτε δέσμευση της στροφής της επιφάνειας ή της γραμμής περί τον διαμήκη άξονα τους.

Στην παρούσα εργασία η επιβολή συνοριακών συνθηκών πραγματοποιείται σε μεμονωμένους κόμβους ώστε να ληφθεί υπόψη η λειτουργία αμφιέρειστης δοκού. Από το μενού «Model» επιλέγεται η εντολή «Constraint» και στο υπομενού η εντολή «Set» ώστε να δοθεί όνομα στην ομάδα συνοριακών συνθηκών.

Στο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγουμε «Method - on Curve» και τσεκάρουμε την ακμή του κάτω πέλματος στη μία πλευρά όπου δεσμεύουμε όλες τις μετακινήσεις «Pinned» και αντίστοιχα στην άλλη δεσμεύουμε Ty και Tz. (Σχήμα 5.10)

#### 5.7 Επιλογή φορτίου

Το FEMAP v10 διαθέτει ένα μεγάλο πλήθος φορτίων στατικών και δυναμικών που μπορούν να επιβληθούν στο φορέα. Η επιβολή των φορτίων στο προσομοίωμα γίνεται με παρόμοιο τρόπο με εκείνον του καθορισμού των συνοριακών συνθηκών και μπορεί να γίνει τόσο απευθείας στους κόμβους όσο και σε επιφάνειες, ή ακόμη και σε στοιχεία του προσομοιώματος. Όπου και να επιβληθούν βέβαια τα φορτία, το πρόγραμμα τα ανάγει τελικά σε επικόμβια, αφού όλοι οι υπολογισμοί που πραγματοποιούνται σε ένα πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων είναι εφαρμογές εξισώσεων στατικής ισορροπίας στους κόμβους. Στην παρούσα εργασία τα φορτία που εφαρμόζονται στη δοκό είναι σημειακά και η επιβολή τους γίνεται απευθείας σε κόμβους. Από το μενού «Model» επιλέγεται η εντολή «Load» . Από το υπομενού που εμφανίζεται επιλέγεται η εντολή «Set» ώστε να δοθεί όνομα στην ομάδα φορτίων που θα εφαρμοσθούν στη συνέχεια. Από το μενού «Model» επιλέγεται η εντολή «Load  $\rightarrow$  Nodal  $\rightarrow$  Method  $\rightarrow$  on Curve» ώστε να εφαρμοσθεί



Σχήμα 5.10 Επιλογή συνοριακών συνθηκών

το φορτίο στους κόμβους. Μετά την επιλογή εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου του σχήματος στο οποίο ζητείται να καθοριστεί το είδος της φόρτισης, το μέγεθος αυτής, προσημασμένο ανάλογα με τη φορά, και η διεύθυνση (X, Y, Z) σε σύστημα τοπικών ή καθολικών συντεταγμένων. Στη θέση «Value» εισάγεται η τιμή του φορτίου. Οι μονάδες μέτρησης θα πρέπει να συμβαδίζουν με τις μονάδες που έχουν χρησιμοποιηθεί στο στάδιο της εισαγωγής των υλικών (Σχήμα 5.11).

Ακολούθως επιλέγουμε τις άνω ακμές των κορμών και εισάγουμε την κατακόρυφη αρνητική δύναμη (π.χ. Fy=-0,01kN) Σ' αυτό το σημείο, ιδιαίτερα στη μη γραμμική ανάλυση, δοκιμάζουμε μερικές τιμές φορτίων ώστε είτε να αποφύγουμε ο φορέας μας να αστοχήσει άμεσα είτε το φορτίο να μην αστοχήσει παραμένοντας στην ελαστική του φάση. Στην επιλογή φορτίου θα μας βοηθήσει και η ανάλυση σε λυγισμό καθώς μας δίνει μια αρχική ένδειξη που κυμαίνεται η ένταση του φορέα.

Επίσης για μια συμμετρική δοκό με ένα εξίσου συμμετρικό φορτίο είναι δυνατό να μην εμφανίσει αστάθεια και τοπικό λυγισμό γι αυτό συνίσταται η εισαγωγή κάποιου πολύ μικρού σε σχέση με την κυρίως φόρτιση έκκεντρου φορτίου που θα μας προκαλέσει αστάθεια και εμφάνιση λυγισμών.

			Create Lo	oads on Nodes				×
Load Set 1 katak								
Title Color 10 Palette		Layer 1			Coord Sys 0	.Basic Rectangular		~
Force Moment Displacement Enforced Rotation Velocity Rotational Velocity Acceleration Rotational Acceleration		Direction © Components Vector Along Curve Normal to Plane Normal to Surface		Specify		Method Constant Variable Data Surface Advanced		
Temperature		Load	Value	Time/Freq Depe	endence	Data Surface		
Heat Flux Heat Generation Static Fluid Pressure General Scalar Steam Quality Relative Humidity Fluid Height Condition Unknown Condition	-	FX 🗹	0,	0None	√ <sup>f</sup> xy	0None	~	
		FY V FZ V Phase	0,	0None	∽ f <sub>xy</sub>	0None	~	
Slip Wall Condition Fan Curve	¥					ОКС	ancel	

Σχήμα 5.11 Καρτέλα επιβολής φόρτισης

#### 5.8 Ανάλυση Προσομοιώματος

#### 5.8.1 Ανάλυση Λυγισμού

Επιλέγουμε «Model  $\rightarrow$  Analysis  $\rightarrow$  New  $\rightarrow$  Analysis Type: 7.Buckling» για τις 5 πρώτες ιδιοτιμές (Number Desired:5). Στην ανάλυση αυτή ζητούμε να μας δοθούν οι πρώτες 5 χαρακτηριστικές μορφές λυγισμού και οι αντίστοιχες ιδιοτιμές τους. Κρίσιμο φορτίο θεωρείται το φορτίο που ασκούμε πολλαπλασιασμένο επί τη μικρότερη θετική ιδιοτιμή. Αυτή η τιμή αντιστοιχεί και στο φορτίο διαρροής του μέλους. Αντίστοιχα η μορφή που θα μας δώσει θα είναι η πιθανός μορφή αστοχίας. Επίσης ο λυγισμός δε μας δίνει τις πραγματικές μετατοπίσεις των κόμβων παρά μόνο φορτία. Γι αυτό η μέγιστη παραμόρφωση που εξάγουμε θα έχει τη χαρακτηριστική τιμή 1. Πρέπει να σημειωθεί ότι στην ανάλυση λυγισμού μόνο το κρίσιμο φορτίο μπορεί να υπολογιστεί. Γι αυτό δεν αρκεί από μόνη της για μια πλήρη διερεύνηση της δοκού.

#### 5.8.2 Μη Γραμμική Ανάλυση

Η σημαντική δυνατότητα του FEMAP v11.0.1, που το κάνει κατάλληλο για την παρούσα μελέτη, είναι η δυνατότητα μη γραμμικής ανάλυσης μέσω τμηματικής φόρτισης του προσομοιώματος. Αυτό πραγματοποιείται διαιρώντας το φορτίο σε μικρότερες ισόποσες διαδοχικές φορτίσεις το πλήθος των οποίων μπορεί να καθοριστεί από τον μελετητή, ενώ είναι δυνατή και η καταγραφή όλων των αποτελεσμάτων (μετατοπίσεις, εντατικά μεγέθη, κλπ.) για κάθε ενδιάμεσο στάδιο της φόρτισης.

Επιλέγοντας την επιβολή του συνολικού φορτίου των 10kN σε 100 στάδια, το πρόγραμμα επιβάλλει αρχικά 0,1kN και υπολογίζει, λαμβάνοντας υπόψη τη μη γραμμικότητα του υλικού και της γεωμετρίας, με επαναληπτική διαδικασία τη μετατόπιση όλων των κόμβων του προσομοιώματος. Έπειτα, στον παραμορφωμένο και ήδη εντεταμένο φορέα προσθέτει επιπλέον 0,1kN φορτίο και η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να επιβληθεί ολόκληρο το φορτίο ή να σταματήσει η ανάλυση λόγω αδυναμίας σύγκλισης των αποτελεσμάτων. Το τελευταίο ενδεχόμενο ισοδυναμεί με αστοχία του φορέα, καθώς οι μεγάλες παραμορφώσεις με μικρή αύξηση του φορτίου προκαλούν αυτή την αδυναμία σύγκλισης των αποτελεσμάτων και την παύση της ανάλυσης.

Επιπρόσθετα, η λειτουργία του προγράμματος είναι με τέτοιο τρόπο αυτοματοποιημένη, ώστε στην περίπτωση που το φορτίο δεν είναι χωρισμένο από το μελετητή σε αρκετά μεγάλο πλήθος διαδοχικών φορτίσεων, εκείνο επεμβαίνει και διαιρεί ακόμη περισσότερο το φορτίο στα σημεία που αυτό κρίνει κατάλληλα. Ο καθορισμός των παραμέτρων σύγκλισης και του πλήθους των διαδοχικών φορτίσεων της μη γραμμικής ανάλυσης γίνεται με τον ακόλουθο τρόπο :

Από το μενού «Model» επιλέγεται η εντολή «Load»  $\rightarrow$  Nonlinear Analysis» οπότε εμφανίζεται το παράθυρο του (Σχήμα 5.12).

Για τη φόρτιση που έχει ήδη καθοριστεί από το προηγούμενο βήμα ζητείται αρχικά ο τύπος της ανάλυσης (Solution Type). Η επιλογή αρχικά είναι ρυθμισμένη στο «Off» και υπάρχουν οι επιλογές της στατικής ανάλυσης (Static), του ερπυσμού (Creep) και της εναλλασσόμενης φόρτισης (Transient). Στη δική μας περίπτωση η επιλογή είναι εκείνη της στατικής μη γραμμικής ανάλυσης. Αφού επιλεγεί το είδος της ανάλυσης πιέζουμε το πλήκτρο «Defaults» όπου είναι αποθηκευμένες οι προτεινόμενες αρχικές τιμές των παραμέτρων της στατικής μη γραμμικής ανάλυσης. Στο χωρίο με την ονομασία «Basic» καταχωρούνται δυο από τις βασικότερες παραμέτρους της ανάλυσης: Το πλήθος των ενδιάμεσων τμηματικών φορτίσεων (Number of Increments) και το μέγιστο πλήθος των υπολογιστικών επαναλήψεων που καλείται το πρόγραμμα να κάνει σε κάθε βήμα της φόρτισης, μέχρι να συγκλίνουν τα αποτελέσματα (Max Interations per Step)

Το αρχικό πλήθος των ενδιάμεσων φορτίσεων που είναι προεπιλεγμένο από το πρόγραμμα είναι 10, τιμή σχετικά μικρή για την κλίμακα του προσομοιώματος που έχουμε δημιουργήσει. Για το λόγο αυτό το συνολικό φορτίο των 10kN χωρίζεται σε 100 τμήματα των 0,1kN. Στην περίπτωση άλλωστε, που θα χρειαστούν ενδιάμεσα μικρότερα βήματα το πρόγραμμα θα τα δημιουργήσει αυτομάτως χωρίς να διακόψει

την ανάλυση. Ο μέγιστος αριθμός των επαναλήψεων μέχρι τη σύγκλιση διορθώνεται επίσης, καθώς λόγω του μεγάλου πλήθους των στοιχείων του προσομοιώματος είναι πιθανό οι 25 προεπιλεγμένες από την εντολή «Defaults» επαναλήψεις να μην επαρκούν για την επίτευξη της επιθυμητής ακρίβειας. Τελικά επιλέγεται να ζητηθούν 40 επαναλήψεις για κάθε βήμα της φόρτισης μέχρι τη σύγκλιση.

Οι προεπιλεγμένες ρυθμίσεις στο χωρίο «Convergence Tolerances» όπου ζητείται η ακρίβεια σύγκλισης των υπολογισμών παραμένουν ως έχουν. Το ίδιο συμβαίνει και στις ρυθμίσεις του χωρίου «Stiffness Updates» αφού το πρόγραμμα αναλαμβάνει αυτομάτως να καθορίσει οποιεσδήποτε αλλαγές χρειαστούν κατά τη διάρκεια της ανάλυσης.

Στην επιλογή «Output Control» επιλέγεται η εντολή «ALL» ώστε να κρατηθούν και να είναι διαθέσιμα προς έλεγχο και επεξεργασία τα αποτελέσματα όλων των ενδιάμεσων βημάτων της φόρτισης. Το τελευταίο χωρίο αφορά την επιλογή της μεθόδου σύγκλισης (Solution Strategy Overrides) όπου επιλέγεται η τροποποιημένη μέθοδος Newton – Raphson λόγω της γρήγορης σύγκλισης που επιτυγχάνει.

Number of incriments: 100 Max Iterations / Step: 25 Output Control Intermediate: All Solution Strategy Overrides: Modified Newton-Raphson

Load Set Options for Nonlinear Analysis					
Load Set 1 katak Solution Type Off  Static O Creep O Tr	ansient				
Basic	Convergence Tolerances				
Number of Increments 100	Displacement 0,001				
Time Increment 0,	✓Load 0,001				
Max Iterations / Step 25	Work 1,E-7				
Stiffness Updates	Solution Strategy Overrides				
Method 0Default V	Arc-Length Method				
Iterations Before Update 5	None or Advanced Overrides     Full Newton-Raphson				
Output Control	Modified Newton-Raphson				
Intermediate     3ALL       Output Every Nth Step     1	<ul> <li>✔ Line Search</li> <li>✔ Quasi-Newton</li> <li>✔ Bisection</li> </ul>				
Advanced Copy Defau	Its OK Cancel				

Σχήμα 5.12 Καρτέλα εισαγωγής μη γραμμικών συνθηκών

#### 5.9 Ανάλυση Προσομοιώματος

Για την έναρξη της ανάλυσης από το μενού «Model» επιλέγουμε την εντολή «Analysis» και εμφανίζεται το παράθυρο του (Σχήμα 5.13). Επιλέγεται η εντολή «New» και στο παράθυρο διαλόγου δίνουμε έναν τίτλο στην ανάλυση και επιλέγεται στον τύπο ανάλυσης η μη γραμμική ανάλυση (Nonlinear Static). Έπειτα, από το μενού «Model» επιλέγουμε την εντολή «Analysis» και στο παράθυρο διαλόγου που εμφανίζεται επιλέγουμε την ανάλυση που επιθυμούμε και την εντολή «Analyze». Υπάρχει η δυνατότητα ορισμού μεγάλου πλήθους διαφορετικών αναλύσεων οι οποίες θα εμφανίζονται με τον τίτλο «Analysis Set», έναν αύξοντα αριθμό και το όνομα που έχουμε δώσει στην ανάλυση. Επιλέγοντας την εντολή «Analyze» ξεκινά η ανάλυση και η επόμενη εργασία είναι η επεξεργασία των αποτελεσμάτων για όλα τα προσομοιώματα τα οποία δημιουργούνται με τον ίδιο τρόπο. Κατά τη μη γραμμική ανάλυση επιλέγουμε μεγάλες παραμορφώσεις (LGDISP).

Στα αριστερά εμφανίζεται ένα παράθυρο που μας δίνει λεπτομέρειες για την εξέλιξη της ανάλυσης. Μάλιστα στην καρτέλα Nonlinear History (Σχήμα 5.14) μας δίνει το ποσοστό του φορτίου που έχει εφαρμοστεί (Load Factor). Σε περίπτωση που το φορτίο που επιβάλαμε είναι μικρότερο από το φορτίο αστοχίας τότε η ανάλυση σταματάει χωρίς να μας δώσει αποτελέσματα.

Analysis Se	et Manager (Active: 2NonLinear)	- 🗆 🗙	
⊕. Analysis Set : 2	Analyze Analyze Multiple		
	Export		
	Active		
		Preview Input	
		MultiSet	
		Сору	
		Delete	
	Analysis Set		
Title NonLinear		Load	
Hore Horeneor		Save	
Analysis Program	36NX Nastran 🗸		
Analysis Type	10Nonlinear Static 🗸 🗸	New	
	Edit		
Next	OK Cancel	Done	

Σχήμα 5.13 Καρτέλα προσδιορισμού παραμέτρων ανάλυσης


Σχήμα 5.14 Γράφημα εξέλιξης ανάλυσης

### 5.10 Παρουσίαση Αποτελεσμάτων

Καθώς ολοκληρώνεται η ανάλυση θα συναντήσουμε τα εξής ενδεχόμενα. Είτε η ανάλυση θα σταματήσει πολύ νωρίς καθώς ο φορέας μας αστόχησε άμεσα από απώλεια της ευστάθειάς του, είτε δεν θα αστοχήσει αφού δεν εξαντλήθηκε η αντοχή του. Σε αυτή την περίπτωση η ανάλυση σταματάει χωρίς να εξαχθούν αποτελέσματα.

Το Femap έχει τη δυνατότητα να παρουσιάσει τρισδιάστατα αποτελέσματα και να μας δείξει την εντατική κατάσταση της δοκού καθ' όλη τη διάρκεια της καταπόνησής. Επίσης έχει τη δυνατότητα παρουσίασης διαγραμμάτων ή εξαγωγή των αποτελεσμάτων, ώστε να αναλυθούν σε φύλλα excel.

Στην ανάλυση μας θα διερευνήσουμε το μέγιστο φορτίο σε σχέση με τη μέγιστη κατακόρυφη μετακίνηση όπως αυτή πραγματοποιείται στο κέντρο κάθε δοκού. Επιλέγουμε «Tools  $\rightarrow$  Data Table» όπου και ξεκλειδώνουμε το λουκέτο στον πίνακα που εμφανίζεται. (Σχήμα 5.16) Στη συνέχεια επιλέγουμε «List  $\rightarrow$ Output  $\rightarrow$ Results to Data Table». Η καρτέλα που εμφανίζεται είναι η «Send Results to Data Table» όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.17. Μέτα επιλέγουμε τον κόμβο στο οποίο θέλουμε να πάρουμε αποτελέσματα. Τέλος επιλέγουμε το «Copy to Clipoart» όπου και αντιγράφω τα αποτελέσματα και εν συνεχεία τα επικολλώ στο Excel με σκοπό την σχεδίαση διαγραμμάτων.



Σχήμα 5.15 Η ανάλυση στο τέλος πιθανόν να παρουσιάσει σφάλμα, το οποίο οφείλεται στον τρόπο αστοχίας της δοκού, χωρίς να επηρεάζει την ανάλυση



Σχήμα 5.16 Πίνακας εξαγωγής αποτελεσμάτων

	Send	Results to Data	Table ×	
	Report Style			
	Output Sets	in Rows	) in Columns	
	Output Vectors	) in Rows	in Columns	
	Nodes/Elements	) in Rows	in Columns	
	In Coordinate S	ystem (Nodal Output O	nly)	
	-1Nodal Out	out Coordinate System	×	
	C	K Car	ncel	
-		Desulta ta Addita Data Tabla		
Model - t	nin-wall.modfem	Results to Add to Data Table		
Output Sets		Output Vectors	tout Set 45Case 45 Time 0.361562	
✓ 1Case 1	☑= 📴 📲 隊 Time 0.01 🗹 23Case 23 T		Quick Filter 0None - Ignore	~
✓ 3Case 3     ✓ 4Case 4     ✓ 5Case 5     ✓ 6Case 6     ✓ 7Case 7     ✓ 8Case 8     ✓ 9Case 9     ✓ 10Case     ✓ 11Case     ✓ 12Case     ✓ 13Case     ✓ 11Case     ✓ 11Case     ✓ 12Case     ✓ 13Case     ✓ 15Case     ✓ 16Case     ✓ 17Case     ✓ 18Case     ✓ 19Case     ✓ 20Case     ✓ 21Case     ✓ 22Case     ✓	Time 0.03   25Case 25 T     Time 0.04   26Case 25 T     Time 0.05   27Case 27 T     Time 0.06   28Case 28 T     Time 0.08   30Case 31 T     Time 0.09   91Case 31 T     Time 0.1   32Case 33 T     Time 0.1   33Case 33 T     Time 0.1   34Case 34 T     Time 0.11   35Case 35 T     Time 0.12   94Case 34 T     Time 0.13   95Case 35 T     Time 0.14   95Case 35 T     Time 0.15   97Case 37 T     To Time 0.16   93Case 34 T     To Time 0.17   97Case 37 T     Time 0.18   90Case 34 T     To Time 0.16   93Case 34 T     To Time 0.17   94Case 41 T     To Time 0.2   94Case 41 T     To Time 0.2   94Case 43 T     To Time 0.2   94Case 44 T     Ta Layer/Ply Results   Add Cc	ITotal Translation JTit Translation J.T.T Translation J.T.T Translation J.T.T Translation STotal Rotation STotal Rotation STotal Rotation STotal Constraint Force SJ.T 2 Constraint Force SJ.T 2 Constraint Force SJ.T 2 Constraint Force SJ.Total Constraint Moment SS.R 3 Constraint Moment SOL3.Plate Bottom Fiber 7020Plate Top X Normal Stress Xo21Plate Top Y Normal Stress Xo	7023Plate Top XY Shear Stress   7026Plate Top Mijor Stress   7026Plate Top Mijor Stress   7030Plate Top Mijor Stress   7031Plate Top Manor Stress   7031Plate Top Vonflises Stress   7035Plate Top Vonflises Stress   7056Plate Top Y Normal Strain   7066Plate Top Y Normal Strain   7071Plate Top Major Strain   7075Plate Top MaxShear Strain   7076Plate Top Max Stress Strain   7076Plate Top MaxShear Strain   7076Plate Top Max Stress Strain   7076Plate Top Max Stress Strain   7076Plate Top Max Stress   7421Plate Bot Y Normal Stress   7423Plate Bot X Normal Stress   7423Plate Bot X Normal Stress   7423Plate Bot X Normal Stress	7427 7430 7431 7433 7465 7466 7468 7471 7472 7475 7476 7477 7477 7477 7477 7488 7489
	_			
0 🔒	ੈ ↓ 3 • ♂	🞯   딸 않] 🍯	TK 🗚 💋 🥖	•
ata Tabl	Copy to Clipbo	<sup>ard</sup> t Title	Node 6099, 1Total Translation	
Φ.				
1	0.01	Case 1 Time 0.01	0.1939362	
1	0.01	Case 1 Time 0.01 Case 2 Time 0.02	0.1939362	
1 2 <b>4</b> 3	0.01 0.02 0.03	Case 1 Time 0.01 Case 2 Time 0.02 Case 3 Time 0.03	0.1939362 0.3878832 0.581839	

Σχήμα 5.17 Διαδικασία εξαγωγής αποτελεσμάτων

# Κεφάλαιο 6

### Αποτελέσματα Ανάλυσης

Η παρούσα μελέτη είχε ως σκοπό τη μελέτη της συμπεριφοράς λεπτότοιχων διατομών υπό κατακόρυφη ομοιόμορφη φόρτιση, καθώς και η σύγκριση των τριών μεθόδων ανάλυσης που χρησιμοποιήθηκαν.

Αρχικά επιχειρήθηκε η αξιολόγηση διαγραμμάτων φορτίου – μετατόπισης για κάθε περίπτωση αλλά και η σύγκριση μεταξύ τους. Σε αυτή την κατεύθυνση η συνεισφορά του Nastran ήταν σημαντική καθώς μας παρέχει τη δυνατότητα για καταγραφή όλων των ενδιάμεσων βημάτων και πληθώρα στοιχείων (δυνάμεων, τάσεων, μετακινήσεων και στροφών) της ανάλυσης. Επίσης θα γίνει σύγκριση με τα στοιχεία που μας έδωσαν οι επιλύσεις με τις διατάξεις του EC3 όπως παρουσιάζονται στο 3° Κεφάλαιο. Η σύγκριση αυτή αποσκοπεί στην απεικόνιση των αποκλίσεων που προκύπτουν από την εφαρμογή των παραδοχών του Ευρωκώδικα.

Προσομοιώθηκαν 18 φορείς σύμφωνα με τη μεθοδολογία του 4<sup>ου</sup> Κεφαλαίου που διακρίνονται σε δύο κύριες κατηγορίες:

- Διατομή u χωρίς και με ενισχύσεις
- Διατομή π χωρίς και με ενισχύσεις

Για ποιότητα χάλυβα S355, με ύψος κορμού b=100mm και πλάτος h=200mm, σε πάχη διατομών t=1,2,3mm.

Σημαντικό στοιχείο στη μη Γραμμική Ανάλυση (Nonlinear Static) είναι η μέθοδος σύγκλισης που ακολουθεί το εκάστοτε πρόγραμμα. Χρησιμοποιώντας ως μέθοδο την τροποποιημένη Newton–Raphson για διάφορους συνδυασμούς διακριτοποίησης του φορτίου (Number of Increments) και πλήθους επαναλήψεων (Max Iteration / Step) που υποβλήθηκαν στις υπό εξέταση δοκούς κυμαίνονται από 0 έως 200 για την πρώτη και 0 έως 40 για τη δεύτερη παράμετρο. Επιπλέον το πρόγραμμα μόλις υπάρξει πτώση του φορτίου, σταματάει την ανάλυση. Έτσι δεν έχουμε πλήρη εικόνα της μετελαστικής συμπεριφοράς των δοκών.

### 6.1 Ανάλυση διατομών τύπου U

### 6.1.1 Χωρίς ενίσχυση

Η πρώτη ομάδα αναλύσεων αφορούσαν τη διατομή u χωρίς ενισχύσεις για πάχη διατομών t=1,2,3 mm. Αρχικά έγινε ανάλυση λυγισμού όπου ζητήσαμε τις 5 πρώτες μορφές λυγισμού. Ο βαθμός διακριτοποίησης που χρησιμοποιήθηκε είναι 25mm. Παρακάτω παρουσιάζεται η 1<sup>η</sup> ιδιοτιμή, που είναι και η κρίσιμη καθώς και η μορφή αστοχίας που προκαλείται.

πνακάς 0.11 Κριστμο φορτίο 1 λογισμου (1 Eigenvalue)t=1mmt=2mmΦορτίο καταπόνησης (kN/m)0,82,4λi0,1580,419Φορτίο 1<sup>ου</sup> λυγισμού (kN/m)0,1261,0063,381

Πίνακας 6.1: Κρίσιμο φορτίο 1<sup>ου</sup> λυγισμού (1<sup>st</sup> Eigenvalue)



Σχήμα 6.1 Χαρακτηριστική μορφή του  $1^{\eta\varsigma}$ ιδιοτιμής για t=3mm



Σχήμα 6.2: Μη γραμμική ανάλυση διατομής <br/>υ χωρίς ενισχύσεις για t=1mm, τη στιγμή της αστοχίας.

Όπως φαίνεται παραπάνω η δοκός τόσο στην ανάλυση σε λυγισμό όσο και στη μη γραμμική ανάλυση καταπονείται στη θλιβόμενη ζώνη, γεγονός που καθιστά τη θλίψη κρίσιμο παράγοντα αστοχίας της δοκού. Επίσης η εμφάνιση του τοπικού λυγισμού γίνεται στο κέντρο της δοκού όπου έχουμε και μεγιστοποίηση της καμπτικής καταπόνησης. Ωστόσο στη μη γραμμική ανάλυση η έκταση του τοπικού λυγισμού είναι πιο διευρυμένη, καθώς όπως βλέπουμε και στο παρακάτω διάγραμμα μετά τον ελαστικό κλάδο συνεχίζεται η αύξηση της αντοχής της δοκού και μετελαστικά, ακολουθώντας τις παραμέτρους αντοχής που θέσαμε κατά τη μόρφωση του φορέα. Επιπλέον στη μη γραμμική ανάλυση έχουμε σύνθετη μορφή αστοχίας αφού ο τοπικός λυγισμός εντείνεται λόγω της κάμψης. Στο Γράφημα 6.1 παρατηρούμε πως το φορτίο 1<sup>ου</sup> λυγισμού συμπίπτει με το φορτίο διαρροής. Παρότι η ανάλυση λυγισμού δε μας δίνει μετακινήσεις, εισάγαμε τις τιμές στο διάγραμμα ώστε να γίνει η σύγκριση.

Στο Γράφημα 6.2 γίνεται σύγκριση με τις τιμές που μας δίνει ο EC3. Είναι φανερό πως ο EC3 δίνει μικρότερες τιμές αντοχής με αποτέλεσμα να είναι υπέρ της ασφαλείας. Επίσης η υπολογιστική ανάλυση με χρήση πεπερασμένων στοιχείων έχει μεγαλύτερη ακρίβεια, ενώ ο EC3 βασίζεται σε παραδοχές, όπως αυτή της ενεργού διατομής.



Γράφημα 6.2 Αντοχή για κάθε πάχος διατομής



### 6.1.2 Με απλή ακραία ενίσχυση

Καθώς όμως εισάγουμε την ακραία ενίσχυση εμποδίζουμε τον τοπικό λυγισμό. Αυτό γίνεται αντιληπτό εφόσον η ανάλυση σε λυγισμό δε μας δίνει κάποιες χαρακτηριστικές αρνητικές ιδιοτιμές στις 5 πρώτες τάξεις, γεγονός που σημαίνει πως έχουμε μορφές λυγισμού για αντίθετη φορά φόρτισης (Πίνακας 6.2). Αν ωστόσο συνεχίσουμε την ανάλυση θα παραχθούν θετικές ιδιοτιμές σε μεγαλύτερες τάξεις. Δύο χαρακτηριστικές μορφές παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.3 και Σχήμα 6.4. Η εικόνα αστοχίας που μας δίνει η δοκός σε ανάλυση λυγισμού είναι από αστοχία σε στρέβλωση. Ο βαθμός διακριτοποίησης είναι στα 12,5mm με χρήση τετραγωνικών πλακιδίων.

	t=1mm	t=2mm	t=3mm
Φορτίο καταπόνησης kN/m	0,02	0,02	0,1
λί	-0,149246	2,07227	0,812338
Φορτίο 1ου λυγισμού kN/m		6,631	13

Πίνακας 6.2: Κρίσιμο φορτίο 1ου λυγισμού για t=3mm (1st Eigenvalue)



Σχήμα 6.3 Χαρακτηριστική μορφή λυγισμού για t=2mm 18<sup>ης</sup> τάξης  $\lambda$ =2,072



Σχήμα 6.4 Χαρακτηριστική μορφή λυγισμού για t=3mm με λ=0,812



Σχήμα 6.5: Μορφή αστοχίας σε μη γραμμική ανάλυση για t=1mm



Σχήμα 6.6: Άλλη όψη της δοκού κατά την αστοχία σε μη γραμμική ανάλυση

Η μη γραμμική ανάλυση έρχεται να επιβεβαιώσει τα αποτελέσματα της ανάλυσης σε λυγισμό. Η προσθήκη της ενίσχυσης εμποδίζει την εμφάνιση τοπικού λυγισμού Εδώ η συμπεριφορά της δοκού είναι πιο γραμμική και δεν εμφανίζει μετελαστικό κλάδο, όπως στη δοκό χωρίς ενίσχυση (Γράφημα 6.3). Το διάγραμμα

φορτίου μετατόπισης παρουσιάζει παραβολική μορφή αν και δεν είναι τόσο εμφανής. Η μορφή αστοχίας εδώ σε σχέση με αυτή χωρίς ενισχύσεις παρουσιάζει διαφορές. Συγκεκριμένα η δοκός ανοίγει στο κέντρο όπου ασκείται η μεγαλύτερη καταπόνηση. Αντίθετα στις στηρίξεις οι κορμοί κλείνουν προς τα μέσα. Ταυτόχρονα έχουμε και βύθιση εξαιτίας της κάμψης. Έτσι λοιπόν η διατομή αστοχεί σε στρέβλωση της διατομής σε συνδυασμό με την επίδραση της κάμψης.

Ως αναφορά τη σύγκριση με τη ανάλυση σε λυγισμό, οι μορφές λυγισμού για θετικό συντελεστή λ που μας δίνονται για t=2,3 mm δε μας επηρεάζουν καθώς στα φορτία που συμβαίνουν η δοκός θα έχει αστοχήσει ήδη από στρέβλωση και δεν έχει προλάβει να εμφανίσει τις συγκεκριμένες μορφές αστοχίας (Γράφημα 6.3). Οι ενισχύσεις προστατεύουν επαρκώς τη δοκό έναντι της θλίψης που αποτελεί κρίσιμο παράγοντα αστοχίας.



### 6.1.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων μη γραμμικής ανάλυσης και EC3

Και σε αυτή την περίπτωση ο EC3 μας δίνει μικρότερα αποτελέσματα και φαίνεται πως λειτουργεί υπέρ της ασφαλείας (Γράφημα 6.4) Μάλιστα η διαφορά αυτή φαίνεται να μεγαλώνει σε μεγαλύτερα πάχη διατομής. Όπως έχει αναφερθεί για t=1mm ο EC3 δεν μπορεί να υπολογίσει αποτελέσματα και ο υπολογισμός τους γίνεται πειραματικά.



Γράφημα 6.4: Αντοχή ανά πάχος και ανά μέθοδο επίλυσης

### 6.1.4 Με διπλή ακραία ενίσχυση

Ταυτόσημη εικόνα συναντάμε και με τη διπλή ενίσχυση χωρίς στην ουσία να έχουμε μεγάλες διαφορές από τη συμπεριφορά της δοκού με απλή ενίσχυση. Καθώς τόσο η μομφή αστοχίας όσο και η αντοχή δε διαφέρουν. Έτσι η ανάλυση λυγισμού δε μας δίνει αποτελέσματα, καθώς η διπλή ακραία ενίσχυση αποτρέπει την όποια εμφάνιση πρόωρου τοπικού λυγισμού και αποτρέπει τη θλίψη να δημιουργήσει αστάθειες.

Παρακάτω βλέπουμε τη χαρακτηριστική παραμόρφωση της διατομής. Ενώ στο μέσο οι κορμοί ανοίγουν προς τα έξω, στα άκρα της δοκού οι κορμοί κλείνουν προς τα μέσα (Σχήμα 6.7). Χαρακτηριστική είναι και η κύρτωση του πέλματος. Όπως φαίνεται στο Γράφημα 6.5 δεν έχουμε σαφές σημείο διαρροής παρά η καμπύλη ακολουθεί παραβολική καμπύλη έως το σημείο αστοχίας. Η εικόνα που αποκομίζουμε είναι αυτή του λυγισμού στρέβλωσης σε συνδυασμό με την κάμψη. Με βαθμό διακριτοποίησης ή διάσταση δικτύου (mesh size) 5mm.



Σχήμα 6.7 Χαρακτηριστική μορφή λυγισμού για t=1mm σε μη γραμμική ανάλυση



Σχήμα 6.8: Μορφή αστοχίας σε μη γραμμική ανάλυση για t=2mm



Γράφημα 6.5: Φορτίο – Βύθιση δοκού στο μέσο

Για t=2mm έχουμε την ίδια αντοχή, ενώ για t=3mm η μη γραμμική ανάλυση μας δίνει μεγαλύτερη αντοχή. (Γράφημα 6.6) Η σχέση μεταξύ του EC3 και της μη Γραμμικής Ανάλυσης επιβεβαιώνεται και στην συγκεκριμένη περίπτωση.



Γράφημα 6.6: Αντοχή ανά πάχος διατομής και ανά μέθοδο επίλυσης

### 6.1.5 Συμπεριφορά διατομής υ χωρίς και με ενισχύσεις

Βλέπουμε πως οι διατομές με απλή και διπλή ακραία ενίσχυση έχουν παρόμοια συμπεριφορά. Ακόμη χαρακτηριστικό είναι ότι η διατομή χωρίς ενισχύσεις εμφανίζει διγραμμικότητα και έχει μετελαστικό κλάδο, συμπεριφορά που δεν έχουν οι διατομές με τις ενισχύσεις. Οι διατομές με τις ενισχύσεις εμφανίζουν παραβολική καμπύλη. Αυτό που διαφοροποιεί τις καμπύλες είναι ότι στην διατομή χωρίς ενισχύσεις η εμφάνιση τοπικού λυγισμού προκαλεί διαρροή της διατομής. Αντίθετα οι ενισχύσεις προστατεύουν τη διατομή από θλίψη και οι δοκοί αστοχούν σε υψηλότερα φορτία με στρέβλωση της διατομής. Παρόλα αυτά φαίνεται πως σε όλες τις δοκούς η ανάλυση σταματάει για συγκεκριμένη μετατόπιση – βύθιση της δοκού.



### 6.2 Ανάλυση διατομών τύπου π

Όταν όμως στρέφουμε τη διατομή τότε αλλάζει και η συμπεριφορά της καθώς θλίβεται διαφορετικό τμήμα της. Όπως γνωρίζουμε κι από τον EC3 η απομείωση της διατομής γίνεται στα θλιβόμενα τμήματά της τα οποία είναι και ευαίσθητα σε φαινόμενα πρόωρης στρέβλωσης.

### 6.2.1 Διατομή τύπου π χωρίς ενισχύσεις

Καθώς αντιστρέφουμε τη διατομή αλλάζει το τμήμα που θλίβεται με αποτέλεσμα να αλλάζει και η συμπεριφορά του στην καταπόνηση από κάμψη. Η ανάλυση σε λυγισμό δε μας δίνει θετικό συντελεστή λ. Μόνο για αρνητικούς συντελεστές έχουμε χαρακτηριστικές μορφές λυγισμού, που είναι ίδιες με αυτές της διατομής u χωρίς ενισχύσεις.

Κατά τη μη γραμμική ανάλυση για t=2mm το άνω πέλμα της δοκού εμφάνισε ρυτιδώσεις που προκάλεσαν απώλεια της ευστάθειας και διαρροή της διατομής όπως φαίνεται και στα διαγράμματα. Ο τοπικός λυγισμός συμβαίνει ταυτόχρονα και ενισχύεται από την κάμψη της διατομής. (Σχήμα 6.9) Με την αύξηση του πάχους (t=3mm) της διατομής η ρυτίδωση περιορίζεται και η καμπύλη φορτίου – μετατόπισης γίνεται παραβολική. Η αύξηση του πάχους συμβάλλει σημαντικά στην ευστάθεια της διατομής. (Σχήμα 6.10)

Τέλος όπως βλέπουμε στο Γράφημα 6.8 οι καμπύλες ακολουθούν παραβολική καμπύλη που σημαίνει πως η ρυτίδωση του άνω πέλματος δεν προκαλεί διαρροή της δοκού.



Σχήμα 6.9: Μη γραμμική ανάλυση για διατομή π<br/> για t=2mm



Σχήμα 6.10: Μη γραμμική ανάλυση για t=3mm





## 6.2.2 Σύγκριση αποτελεσμάτων των τριών μεθόδων για διατομή χωρίς ενισχύσεις

Αντίθετα με τη διατομή u εδώ η μη γραμμική ανάλυση μας δίνει ελαφρώς μικρότερες αντοχές καθώς όμως το πάχος της διατομής αυξάνεται τα αποτελέσματα συγκλίνουν καλύτερα. Αυτό μας δείχνει πως όσο αυξάνουμε το πάχος το υλικό η διατομή παρουσιάζει πιο γραμμική συμπεριφορά.



Γράφημα 6.9: Καμπτική αντοχή ανά πάχος και μέθοδο

### 6.2.3 Διατομή τύπου π με απλή ακραία ενίσχυση

Ανάλογη συμπεριφορά με τη διατομή χωρίς ενισχύσεις έχει και η διατομή με απλή ακραία ενίσχυση. Στο μοντέλο αυτό η ανάλυση σε λυγισμό μας έδωσε θετικές ιδιοτιμές. (Πίνακας 6.3) Εδώ η προσθήκη ενίσχυσης δεν είναι στο τμήμα της διατομής που θλίβεται αλλά στο εφελκυόμενο τμήμα. Έτσι δε συμβάλει στην αποφυγή τοπικού λυγισμού, απλώς αλλάζει τη συνολική γεωμετρία του φορέα και επηρεάζει την ακαμψία του. Εδώ ωφέλιμη θα ήταν να τοποθετηθεί ενδιάμεση ενίσχυση στο μέσο του άνω πέλματος.

Πινακάς 6.5: Κρισιμό φορτιό 1	λυγισμού (1 Eigen	ivalue)	
	t=1mm	t=2mm	t=3mm
Φορτίο καταπόνησης kN/m	0,01	0,01	0,01
λi	0,2986	2,4136	8,1282
Φορτίο $1^{ov}$ λυγισμού kN/m	0,48	3,86	13,01

Πίνακας 6.3: Κρίσιμο φορτίο  $1^{ov}$  λυγισμού ( $1^{st}$  Eigenvalue)



Σχήμα 6.11: Χαρακτηριστική μορφή λυγισμού για λ=0,29 για t=2mm



Σχήμα 6.12: Για t=1mm έχουμε εμφάνιση ρυτίδωσης στο πέλμα



Γράφημα 6.10: Φορτίου – Μετατόπισης ανά διατομή

Ο βαθμός διακριτοποίησης είναι 12,5mm. Τα διαγράμματα στη μη γραμμική ανάλυση ακολουθούν παραβολική καμπύλη. Για t=1mm και 2mm η ρυτίδωση του πέλματος επηρεάζει σημαντικά την ευστάθεια του φορέα. Αυτό φαίνεται καθώς μεταβάλλεται η κλίση στο φορτίο εμφάνισης της 1<sup>ης</sup> ιδιοτιμής. Την ίδια συμπεριφορά δεν έχουμε για t=3mm όπου η διατομής αστοχεί πριν την 1<sup>η</sup> ιδοτιμή από λυγισμό μέλους εξαιτίας της κάμψης (Σχήμα 6.13). Στη διατομή αυτή έχουμε και μικρή στρέβλωση της διατομής με τους κορμούς να κλίνουν προς τα μέσα.



Σχήμα 6.13: Μη γραμμική ανάλυση για t=3mm

### 6.2.4 Σύγκριση με EC3

Σε σχέση με την επίλυση σύμφωνα με τις διατάξεις του EC3 παρατηρούμε ότι για t=2mm η μη γραμμική ανάλυση μας δίνει μικρότερη αντοχή. Αντίθετα για t=3mm η εικόνα αντιστρέφεται. Αυτό ερμηνεύεται καθώς με την αύξηση του πάχους αυξάνεται και η ακαμψία της διατομής.



#### 6.2.5 Διατομή τύπου Π με διπλή ακραία ενίσχυση

Βλέπουμε τη χαρακτηριστική ρυτίδωση του άνω πέλματος. Ο βαθμός διακριτοποίησης που χρησιμοποιήθηκε είναι 12,5 mm. Η συμπεριφορά είναι ταυτόσημη με τις 2 προηγούμενες αναλύσεις καθώς το άνω πέλμα εμφανίζει χαρακτηριστική ρυτίδωση, μορφή τοπικού λυγισμού εξαιτίας της θλίψης (Σχήμα 6.14). Στη μη γραμμική ανάλυση (Σχήμα 6.15) έχουμε πιο λεπτομερή εικόνα αστοχίας. Για t=1mm η μορφή αστοχίας είναι σύνθετη καθώς η κάμψη της διατομής προκαλεί στρέβλωση της με τους κορμούς να κλίνουν προς τα μέσα στο κέντρο της δοκού, ενώ αντίθετα να αποκλίνουν στις στηρίζεις. Ταυτόχρονα έχουμε και ρυτίδωση του άνω πέλματος. Όλα τα παραπάνω περιορίζονται σημαντικά καθώς αυξάνεται το πάχος της διατομής και αποτρέπεται η απώλεια ευστάθειας. Όμοια με τις δύο προηγούμενες αναλύσεις οι καμπύλες στο διάγραμμα καμπτικής αντοχής – μετατόπισης είναι παραβολικά, με την εμφάνιση τοπικού λυγισμού (1<sup>η</sup> ιδιοτιμή) να αλλάζει την κλίση και να οδηγεί σε απώλεια ευστάθειας και αστοχία (Γράφημα 6.12).



Σχήμα 6.14: Μορφή λυγισμού στην 1<sup>η</sup> ιδιοτιμή με  $\lambda$ =0,826 για t=2mm

The manage of the period of th			
	t=1mm	t=2mm	t=3mm
Φορτίο καταπόνησης kN/m	0,03	0,03	0,03
λi	0,10057	0,8260	2,7974
Φορτίο 1ου λυγισμού kN/m	0,48	3,97	13,43

Πίνακας 6.4: Κρίσιμο φορτίο $1^{66}$	λυνισμού (1 <sup>st</sup> Eigenvalue)
--------------------------------------	---------------------------------------



Σχήμα 6.15: Μη γραμμική ανάλυση για t=1mm



Γράφημα 6.12: Καμπτική αντοχή – μετατόπιση ανά πάχος διατομής

### 6.2.6 **Σύγκριση με EC3**



Γράφημα 6.13: Καμπτική αντοχή ανά πάχος διατομής και ανά μέθοδο επίλυσης

Ο EC3 μας δίνει μεγαλύτερη αντοχή για t=2mm και μικρότερη για t=3mm. Η ανομοιόμορφη αυτή συμπεριφορά έχει να κάνει με τις παραδοχές του EC3. Όσο αυξάνεται το πάχος αυξάνεται και η ευστάθεια της διατομής.

### 6.2.7 Συμπεριφορά διατομής π χωρίς και με ενισχύσεις

Παρατηρούμε πως οι ενισχύσεις δεν αυξάνουν την αντοχή της διατομής όπως στην περίπτωση της u. Επίσης οι ενισχύσεις περιορίζουν τις μετατοπίσεις και το βέλος κάμψης.



Γράφημα 6.14: Καμπτική αντοχή - βέλος κάμψης

### 6.3 Σύγκριση διατομών u και π



Γράφημα 6.15: Καμπτική αντοχή ανά τύπο διατομής σε μη γραμμική ανάλυση









Συγκρίνοντας τις διατομές u και π για t=3mm (Γράφημα 6.17) μεταξύ τους βλέπουμε πως η π σε όλα τα πάχη εμφανίζει ομοιόμορφη συμπεριφορά. Αυτό ερμηνεύεται καθώς η θλίψη, που αποτελεί κρίσιμο παράγοντα αστοχίας, καταπονεί τους κορμούς περισσότερο όταν το φορτίο εφαρμόζεται στο ελεύθερο άκρο τους παρά όταν εφαρμόζεται στην ακμή μεταξύ πέλματος και κορμού. Επιπλέον παρότι οι ενισχύσεις στη διατομή τύπου π δεν συμβάλουν στην αποτροπή τοπικού λυγισμού, καθώς βρίσκονται στο εφελκυόμενο τμήμα της διατομής. Ωστόσο συμβάλουν στη ακαμψία του φορέα και αυξάνουν την καμπτική του αντοχή.

Αντίθετα για t=2mm και t=1mm τα αποτελέσματα παρουσιάζουν ανομοιομορφία. Αρχικά φαίνεται πως η διατομή τύπου u με την προσθήκη της ενίσχυσης παρουσιάζει σημαντική αύξηση ακαμψίας. Ενώ στη διατομή τύπου π η προσθήκη ενίσχυσης δεν προσδίδει σημαντική ακαμψία (Γράφημα 6.16 &Γράφημα 6.17).

### 6.4 Γενικά Συμπεράσματα

Η παρούσα μελέτη είχε ως σκοπό τη μελέτη και ανάλυση της συμπεριφοράς λεπτότοιχων διατομών μορφωμένες με ψυχρή έλαση. Η διαφοροποίηση τους από τις διατομές θερμής έλασης καθιστά σημαντική την μελέτη εκείνων των παραμέτρων που θα αναδείξουν τα σχεδιαστικά τους χαρακτηριστικά και θα αποτρέψουν πιθανές αστοχίες. Στη παρούσα μελέτη 18 αμφιέρειστες δοκούς τύπου u με μήκος 3m και με χαρακτηριστικά πάχη των t=1,2,3mm υποβλήθηκαν σε κάμψη με τη βοήθεια προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων αλλά και σύμφωνα με τις διατάξεις που προβλέπει ο Ευρωκώδικας 3. Επιγραμματικά τα βασικά συμπεράσματα είναι τα εξής:

- Κρίσιμος παράγοντας στην αστοχία από τοπικό λυγισμό είναι η θλίψη. Η τοποθέτηση ενισχύσεων στα τμήματα αυτά αυξάνει στο διπλάσιο την καμπτική τους αντοχή.
- Αν αποφύγουμε τον τοπικό λυγισμό με χρήση ενισχύσεων, στη συνέχεια εμφανίζονται στρεβλώσεις της διατομής με άνοιγμα της διατομής στο κέντρο της δοκού και κλείσιμο αντίστοιχα στις στηρίξεις του. Σε ανάλυση λυγισμού (buckling Analysis), ο λυγισμός σε στρέβλωση συμβαίνει σε μεγαλύτερες τιμές ιδιοτιμές λ.
- Στην ανάλυση σε λυγισμό το φορτίο της 1<sup>ης</sup> ιδιοτιμής μπορεί να προβλέψει το φορτίο πιθανής διαρροής ή και αστοχίας της δοκού.
- Στις διατομές που πραγματοποιείται αστοχία από τοπικό λυγισμό έχουμε σαφή όριο διαρροής και όσο ο ελαστικός τόσο και μετελαστικός κλάδος του διαγράμματος φορτίου - μετατόπισης παρουσιάζει γραμμική καμπύλη. Αντίθετα στις διατομές που πραγματοποιείται αστοχία από στρέβλωση το διάγραμμα παρουσιάζει παραβολική καμπύλη, με ασαφές όριο διαρροής.
- Η διατομή τύπου π έχει καλύτερη συμπεριφορά από τη διατομή τύπου u εξαιτίας της ακαμψίας που προσφέρει το άνω πέλμα.

- Η αστοχία συμβαίνει εξαιτίας συνδυασμού φαινομένων, όπως τοπικού λυγισμού, κάμψης και στρέβλωσης.
- Όσο αυξάνουμε το πάχος τόσο περιορίζονται τα φαινόμενα τοπικού λυγισμού και μειώνονται τα βέλη κάμψης. Επιπλέον η συμπεριφορά είναι πιο γραμμική και δεν παρουσιάζονται ανομοιομορφίες στα αποτελέσματα όπως σε λεπτότερες διατομές.
- Παρατηρούμε πως η επίλυση σύμφωνα με τον EC3 μας δίνει μικρότερη καμπτική αντοχή σε σχέση με τη μη γραμμική ανάλυση γεγονός που είναι υπέρ της ασφαλείας για διατομές τύπου υ. Αντίθετα στις διατομές τύπου π τα αποτελέσματα του EC3 παρουσιάζουν μεγαλύτερη καμπτική αντοχή. Αυτό οφείλεται πιθανόν στις παραδοχές του EC3 περί απομείωσης πάχους της διατομής και ενεργού πλάτους. Σε κάθε περίπτωση η μη γραμμική ανάλυση προσφέρει μεγαλύτερη ακρίβεια αποτελεσμάτων.
- Η διπλή ενίσχυση σε σχέση με την απλή δε έχει έντονη διαφοροποίηση και δεν αυξάνει την καμπτική αντοχή της δοκού.

# Βιβλιογραφία

- Αντωνίου Ν. (1997), «Γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας», Εκδόσεις Συμεών
- Μιχάλτσου Θ. Γεωργίου (2009), «Ελαφρές Μεταλλικές Κατασκευές, Θεωρία και Εφαρμογές», Εκδόσεις Συμεών
- 3. Βάγιας Κ. Ιωάννης, Dad Dubina (2004), «Σιδηρές Κατασκευές, Από λεπτότοιχες διατομές ψυχρής διαμόρφωσης», Εκδόσεις Κλειδάριθμος
- 4. Μιχάλτσου Θ. Γεωργίου (2008), «Ελαφρές Μεταλλικές Κατασκευές, Μέθοδοι Υπολογισμού», Εκδόσεις Συμεών]
- CEN members (2004), «Ευρωκώδικας ΕΝ1993 Σχεδιασμός Κατασκευών από χάλυβα, Μέρος 1-3, Πρόσθετοι κανόνες για μέλη και φύλλα ψυχρής έλασης, Εθνικό Προσάρτημα», Ευρωπαϊκοί Κανονισμοί
- 6. Τριμίντζιου Σ. Μαρία (2012), «Αντοχή σε θλίψη λεπτότοιχων διατομών C και Z με οπές στον κορμό», Διπλωματική Εργασία, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
- Οικονόμου Ε. Ντομινίκα (2013), «Κάμψη Λεπτότοιχων Διατομών C και Z με οπή στον κορμό», Διπλωματική Εργασία, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
- Παΐσι Βασιλική (2007), «Μελέτη Ευστάθειας Λεπτότοιχων Δοκών Διατομής υ υπό κάμψη», Διπλωματική Εργασία, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
- 9. CEN members (2004), «Eurocode 3: Design of steel structures Part 1-3: General rules - Supplementary rules for cold-formed members and sheeting», European Standard Greek Version
- 10. Wei-Wen Yu, Ph.D. (1973), «Cold-formed Structures», McGraw-Hil, Inc.
- 11. A.Ghersi, R. Landolfo and F. M. Mazzolani (2002), «Design of Metallic coldformed thin-walled members», Spon Press in an imprint of the Taylor & Francis Group
- 12. 2013, «Basic Nonlinear Analysis User's Guide», Siemens Product Lifecycle Management Software Inc
- 13. 2008, «Nx Nastran, Basic Dynamic Analysis User's Guide», Siemens Product Lifecycle Management software Inc
- 14. 1986 1999, «Femap Commands», Enterprise Software Products Inc.

### Διαδυκτιακοί Τόποι

- 1. <u>http://www.ruukki.com/Steel/Cold-formed-steel-sections</u>
- 2. <u>http://www.lsfconstruction.co.za/</u>
- 3. <u>http://nashnz.org.nz/</u>
- 4. https://law.resource.org/pub/eur/ibr/en.1993.1.3.2006.html
- 5. <u>https://framecad.com/en/home</u>
- 6. <u>http://www.lgsbd.eu/light-gauge-steel/</u>
- 7. <u>http://appliedcax.com/</u>
- 8. http://www.plm.automation.siemens.com/en\_us/products/femap/index.shtm