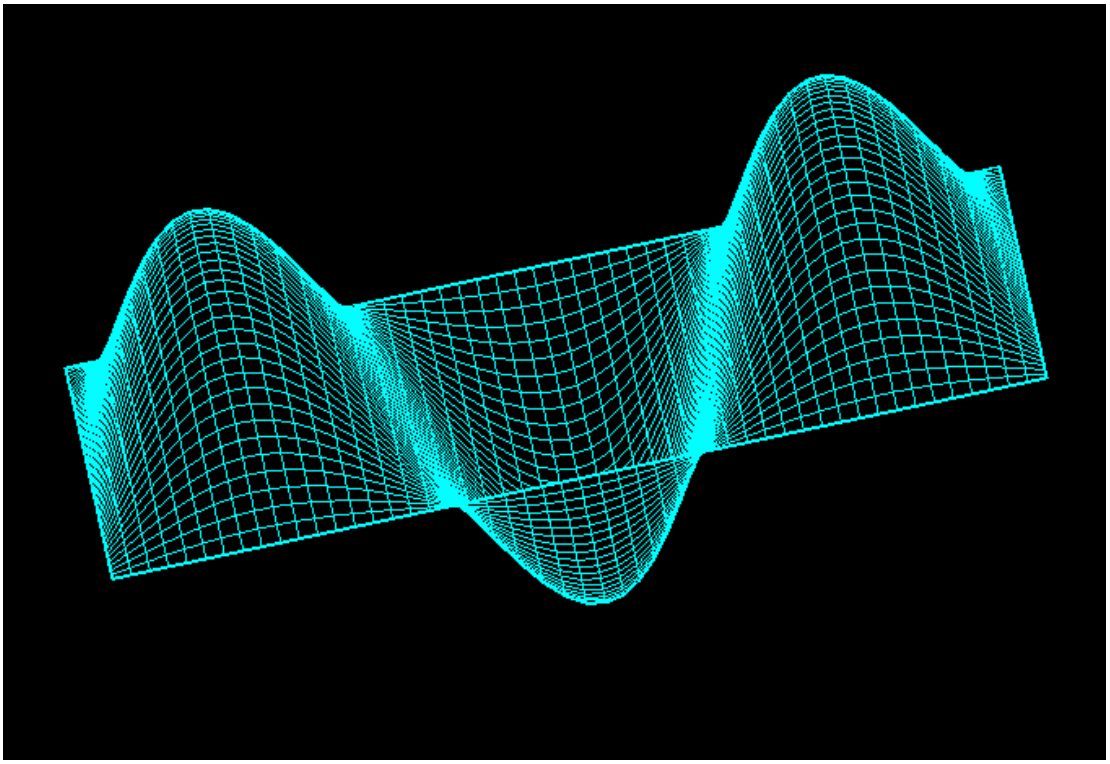
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

Τομέας Δομοστατικής
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

Κύρτωση χαλύβδινων και ορθότροπων πλακών από ορθές και διατμητικές τάσεις



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κωνσταντίνος Σ. Πεπόνης

Επιβλέπων: Ραυτογιάννης Ιωάννης

Αθήνα, Ιούλιος 2015

ΕΜΚ ΔΕ 2015/18

Πεπόνης Κ. Σ. (2015).
Κύρτωση χαλύβδινων και ορθότροπων πλακών από ορθές και διατμητικές τάσεις.
Διπλωματική Εργασία ΕΜΚ ΔΕ 2015/18
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα

Peponis K. S. (2015)
Buckling of steel and orthotropic plates from uniform compression stress and shear.
Diploma Thesis ΕΜΚ ΔΕ 2015/18
Institute of Steel Structures, National Technical University of Athens, Greece

Περιεχόμενα

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΕΜΚ ΔΕ 2015/18

Κύρτωση χαλύβδινων και ορθότροπων πλακών από ορθές και διατμητικές τάσεις

Πεπόνης Κ. Σ. (Επιβλέπων: Ραυτογιάννης Ι.)

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως σκοπό τη μελέτη της συμπεριφοράς χαλύβδινων και ορθότροπων πλακών σε διάφορες συνθήκες φόρτισης. Ουσιαστικά έγινε διερεύνηση έναντι τοπικού λυγισμού χαλύβδινων και ορθότροπων πλακών- συγκεκριμένα πλακών από Carbon/Epoxy και Glass/Epoxy- σε συνθήκες καθαρής θλίψης, καθαρής διάτμησης, αλλά και σε διάφορους συνδυασμού θλιπτικών και διατμητικών τάσεων. Κατόπιν έγινε σύγκριση της συμπεριφοράς των τριών υλικών με κριτήριο το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του κάθε είδους πλάκας. Στην προσπάθεια ανάλυσης του φαινομένου έγινε χρήση του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων (FEM- Finite Element Module) ADINA 9.0 for Windows.

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στις έννοιες τις καθαρής θλίψης, της διάτμησης και παρουσιάστηκε επιγραμματικά η περίπτωση συνδυασμού τους.

Το δεύτερο κεφάλαιο αποτελεί μια εκτεταμένη αναφορά στον τοπικό λυγισμό λεπτών πλακών, φαινόμενο που εμφανίζεται σε στοιχεία που καταπονούνται από θλιπτικό φορτίο. Το φορτίο αυτό οδηγεί σε παραμορφώσεις που ακολουθούν το επίπεδό του. Όταν το φορτίο αυτό ξεπεράσει μια τιμή τότε αρχίζουν να λαμβάνουν χώρα παραμορφώσεις εκτός επιπέδου, για τις οποίες αναζητείται το κρίσιμο φορτίο λυγισμού.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η διερεύνηση της κύρτωσης ισότροπων (χαλύβδινων) και ορθότροπων πλακών (από Carbon/Epoxy και Glass/Epoxy) ίδιων διαστάσεων σε διάφορες μορφές καταπόνησης και η εξαγωγή του κρίσιμου φορτίου λυγισμού τους με χρήση του προγράμματος ADINA.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη διερεύνηση και ανάλυση όλων των περιπτώσεων, τόσο από τη χρήση του ADINA, όσο και αυτών που προέκυψαν από τους θεωρητικούς κανόνες και τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3. Για διευκόλυνση του μελετητή παρατίθενται διαγράμματα τα οποία δίνουν μια καλύτερη εικόνα της συμπεριφοράς των πλακών και καθιστούν εφικτή τη σύγκριση των αποτελεσμάτων κάθε περίπτωσης

Στο πέμπτο κεφάλαιο παρατίθενται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από όλες τις ανωτέρω αναλύσεις καθώς και πρόταση για περαιτέρω έρευνα επί του θέματος.

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
DIVISION OF STRUCTURAL ENGINEERING
INSTITUTE OF STEEL STRUCTURES

DIPLOMA THESIS
EMK ΔΕ 2015/18

Buckling of steel and orthotropic plates from uniform compression stress and shear

Peponis K. S. (Supervisor: Raftoyiannis I.)

ABSTRACT

The purpose of this diploma thesis is the behavior analysis of thin plates made of steel and orthotropic materials in various forms of loading. Essentiall, buckling analysis of steel and orthotropic plates- specifically plates made of Carbon/Epoxy and Glass/Epoxy- took place, in conditions of pure compression, pure shear and various combinations of these two. Afterwards, comparison of the behavior of the three materials took place took place, where the critical buckling load of each type of plate was taken under consideration. In order to analyze the phenomenon of buckling the FEM- Finite Element Module ADINA was used.

The first chapter is an introduction to the terms of pure compression and shear and there is also a brief presentation of the case of their combination.

The second chapter is an extensive reference to local buckling of thin plates, a phenomenon that occurs on components loaded by a compressive load. The compressive load results in deformation following its plane. When the load exceeds a value, then deformations out of plane begin to take place. This value of consignment is the critical buckling load, which we seek in this diploma thesis.

In the third chapter, the investigation of buckling of isotropic (steel) and orthotropic (Carbon/Epoxy and Glass/Epoxy) plates with the same dimensions in various types of loading and the extraction of the critical buckling load is prestnted.

The fourth chapter continues with the thorough and analytical presentation of the results of the investigation and analysis all of the situations, both by the usage of the program ADINA and the usage of the theoretical rules and the provisions of EN3. For the convenience of the reader, the chapter includes diagrams which give a better image of the plates' behavior and meke the comparison easier.

In the fifth chapter, the conclusions which arose from all these analyzes can be found, as well as suggestions for further research on this project.

Ευχαριστίες

Με το πέρας της παρούσης διπλωματικής εργασίας ολοκληρώνεται και επίσημα ο κύκλος των προπτυχιακών σπουδών μου. Μια περίοδος που αναμφισβήτητα σημάδεψε τη ζωή μου και θα θυμάμαι για πάντα. Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους με στήριξαν και με βοήθησαν καθ' όλη τη διάρκεια αυτών των χρόνων, καθώς και εκείνους που συνέβαλαν στην εκπόνηση της εργασίας μου.

Ως εκ τούτου, θα ήθελα πρωτίστως να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την αμέριστη συμπαράσταση, αρωγή αλλά και υπομονή τους όλα αυτά τα χρόνια των σπουδών μου αλλά και όλους τους φίλους και συναδέλφους μου που ήταν δίπλα μου τόσο στις όμορφες, όσο και στις δύσκολες στιγμές αυτής της περιόδου.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Αναπληρωτή Καθηγητή Ε.Μ.Π. κ. Ιωάννη Ραυτογιάννη για την αμέριστη στήριξή του οποτεδήποτε και αν του ζητήθηκε, τις πολύτιμες συμβουλές του, καθώς και τις γνώσεις που μου μετέδωσε καθ' όλη τη διάρκεια της συνεργασίας μας.

Κωνσταντίνος Πεπόνης

Αθήνα

Ιούλιος 2015

Κεφάλαιο 1: Τάσεις

1.1 Ομοιόμορφη θλίψη

- Μακρές ορθογωνικές πλάκες: Το 1891 ο Byron παρουσίασε την ανάλυση της ελαστικής κρίσιμης έντασης για ορθογωνική πλάκα απλά εδραζόμενη και στις 4 πλευρές της και υποκείμενη σε ομοιόμορφη διαμήκη θλίψη/ καταπόμηση. Η ελαστική κρίσιμη ένταση ενός τμήματος μακράς πλάκας καθορίζεται από το λόγο πάχους-πλάτος (b/t) της πλάκας, από τις συνθήκες περιορισμού κατά μήκος των διαμήκων ορίων και από τις ιδιότητες του ελαστικού υλικού (E: μέτρο ελαστικότητας και ν: λόγος Poisson). Η οριακή τιμή της ελαστικής έντασης είναι:

$$\sigma_c = k\frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(\frac{b}{t})^2} \tag{1.1}$$

Όπου k: σταθερά κύρτωσης/ λυγισμού της πλάκας.

- Κοντές πλάκες: Για ένα στοιχείο πλάκας σχετικά κοντό κατά τη μία διεύθυνση της θλίψης μπορεί να υπάρχει επιρροή στην ελαστική λυγισμική καταπόνηση λόγω του γεγονότος ότι τα ημικύματα λυγισμού τα οποία λαμβάνουν ακραίες τιμές ισχύουν σε πεπερασμένου μήκους πλάκα. Όταν ένα στοιχείο πλάκας είναι πολύ κοντό στη διεύθυνση της θλίψης η κρίσιμη ένταση μπορεί να εκτιμηθεί συντηρητικά υποθέτοντας ότι μια μονάδα μήκους της πλάκας συμπεριφέρεται ως στήλη.

1.2 Καθαρή διάτμηση

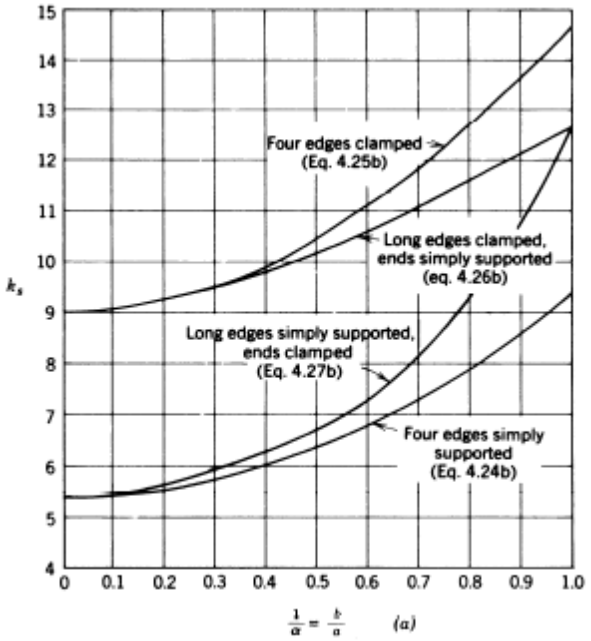
Όταν μια πλάκα υπόκειται σε ακραίες διατμητικές τάσεις θεωρούμε ότι βρίσκεται σε κατάσταση καθαρής διάτμησης. Η κρίσιμη διατμητική τάση λυγισμού προκύπτει αν αντικαταστήσουμε με τ_c και k_s τα σ_c και k στην παραπάνω εξίσωση:

$$\sigma_c = k\frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(\frac{b}{t})^2} \tag{1.2}$$

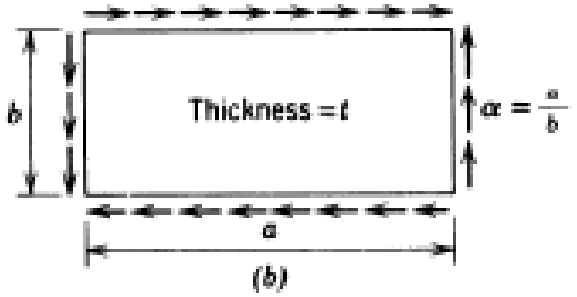
όπου το ks είναι ο συντελεστής λυγισμού για διατμητικές τάσεις λυγισμού. Οι κρίσιμοι συντελεστές τάσης ks για πλάκες υποκείμενες σε καθαρή διάτμηση έχουν εκτιμηθεί για τρεις διαφορετικές καταστάσεις ακραίας στηρίξεως. Στο σχήμα 1.2 αυτές απεικονίζονται με την πλευρά b όπως χρησιμοποιείται στην εξίσωση 1.3 και λαμβάνονται πάντα μικρότερες από την/ τις πλευράς a. Έτσι ο λόγος α (=a/b) είναι πάντα μεγαλύτερος τις μονάδας και απεικονίζοντας το ks σε σχέση με το 1/α, το πλήρες εύρος του ks φαίνεται παρακάτω για μικρές τιμές του α. Για απλά εδραζόμενη

πλάκα και τις τέσσερις γωνίες οι λύσεις αναπτύχθηκαν από τον Timoshenko (1910), τις Bergmann και Reissner (1932) και τον Seydel (1933) και εκτιμώνται από τις εξισώσεις:

$$k_{s=}4.00 + \frac{5.34}{a^2} \qquad \text{για } \alpha \leq 1 \text{ και}$$
$$k_{s=}5.34 + \frac{4.00}{a^2} \qquad \text{για } \alpha \geq 1 \tag{1.3}$$



Σχήμα 1.1: Συντελεστές τοπικού λυγισμού σε πλάκες καταπονούμενες από καθαρή διάτμηση



Σχήμα 1.2: Πλάκα υποκείμενη σε καθαρή διάτμηση στις 4 πλευρές της

Για πλάκα στερεωμένη και της 4 γωνίες: Το 1924, οι Southwell και Skan θεώρησαν ότι *ks* =8.98 για την περίπτωση της απειρομήκους τετραγωνικής πλάκας με στερεωμένα τα 4 άκρα της. Για πλάκες πεπερασμένων διαστάσεων ο Moheit (1939) κατέληξε στην εξής σχέση:

$$k_s = \begin{cases} 5.6 + \dfrac{8.98}{\alpha^2} & \text{for } \alpha \le 1 \\ 8.98 + \dfrac{5.6}{\alpha^2} & \text{for } \alpha \ge 1 \end{cases}$$

(1.4)

Για πλάκα στερεωμένη τις δυο απέναντι πλευρές τις και απλά εδραζόμενη τις τις δυο: Μια λύση στο πρόβλημα δώθηκε από τον Iguchi (1938) για γενική περίπτωση, και από τον Leggett (1941) για περίπτωση τετραγωνικής πλάκας. Οι Cook και Rockey (1936) αργότερα κατέληξαν σε λύσεις λαμβάνοντας υπόψη την εφαρμογή του αντισυμμετρικού λυγισμού, η οποία δε μελετήθηκε από τον Iguchi. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν (βάζοντας μια πολυωνυμική εξίσωση στα αποτελέσματα των Cook και Rockey) είναι:

Για 4 μακρές στερεωμένες πλευρές:

$$k_s = \begin{cases} \dfrac{8.98}{\alpha^2} + 5.61 - 1.99\alpha & \text{for } \alpha \le 1 \\ 8.98 + \dfrac{5.61}{\alpha^2} - \dfrac{1.99}{\alpha^3} & \text{for } \alpha \ge 1 \end{cases}$$

(1.5)

Και για 4 βραχείες:

$$k_s = \begin{cases} \dfrac{5.34}{\alpha^2} + \dfrac{2.31}{\alpha} - 3.44 + 8.39\alpha & \text{for } \alpha \le 1 \\ 5.34 + \dfrac{2.31}{\alpha} - \dfrac{3.44}{\alpha^2} + \dfrac{8.39}{\alpha^3} & \text{for } \alpha \ge 1 \end{cases}$$

(1.6)

1.3 Συνδυασμός διάτμησης και θλίψης

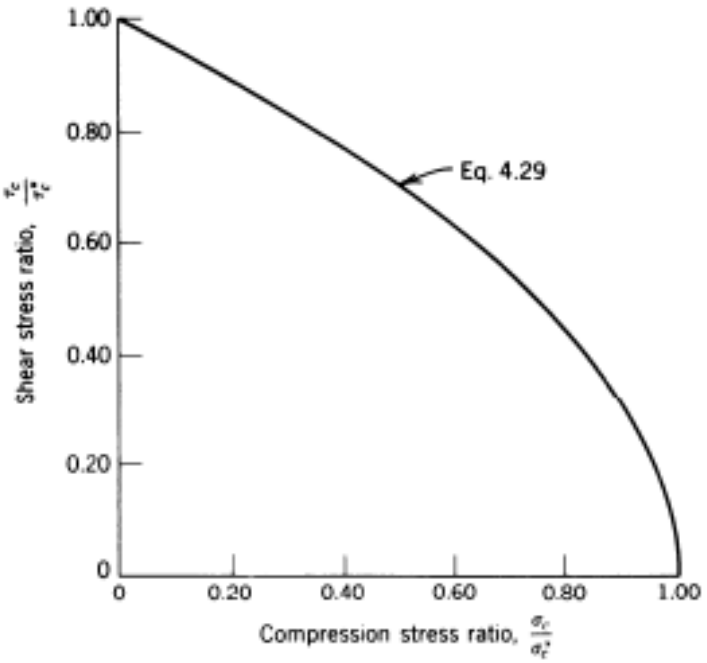
Η περίπτωση τις διάτμησης σε συνδυασμό με διαμήκη θλίψη με τις τις πλευρές απλώς εδραζόμενες απασχόλησε τον Iguchi (1938). Τα αποτελέσματα εκτιμήθηκαν από την ακόλουθη εξίσωση

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_c^*} + \left(\frac{\tau_c}{\tau_c^*}\right)^2 = 1$$

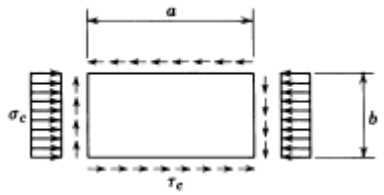
(1.7)

Όπου τα σ_c και τ_c υποδηλώνουν την κρίσιμη φόρτιση, αντιστοίχως, υπό θλίψη ή διάτμηση ξεχωριστά.

Γραφικά, τα αποτελέσματα της παραπάνω εξίσωσης περιγράφονται από την ακόλουθη καμπύλη



Σχήμα 1.3: Καμπύλη αλληλεπίδρασης για λυγισμό λεπτών πλακών υπό διάτμηση και ομοιόμορφη θλίψη

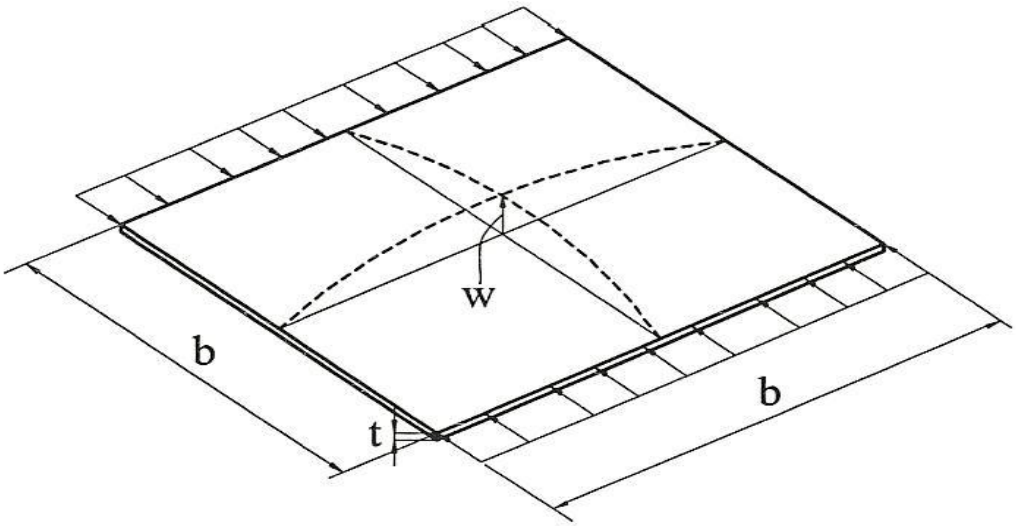


Σχήμα 1.4: Πλάκα υποκείμενη ταυτόχρονα σε ορθή τάση και διάτμηση

Κεφάλαιο 2: Κύρτωση λεπτών πλακών

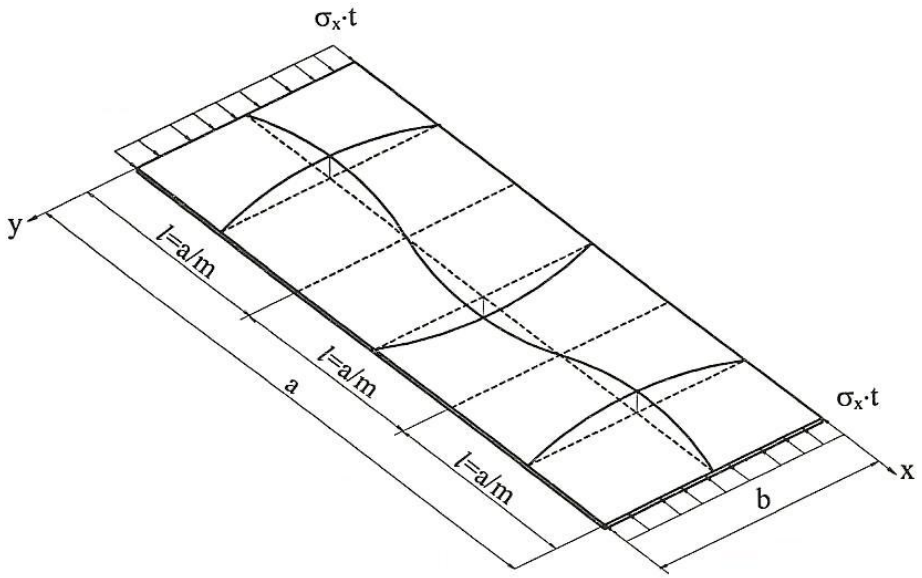
2.1 Τοπικός λυγισμός πλακών από ισότροπο υλικό

Ο τοπικός λυγισμός είναι μια μορφή αστάθειας έντονη σε λεπτές πλάκες και αντιμετωπίζεται ως πρόβλημα κύρτωσης των πλακών. Συμβαίνει, όταν ανάλογα με τον τρόπο στήριξης , η μία ή και οι δύο διαμήκεις πλευρές του στοιχείου παραμένουν ευθύγραμμες. Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται αναλυτικά ο τρόπος προσδιορισμού της κρίσιμης τάσης κύρτωσης και κατά συνέπεια του κρίσιμου φορτίου, πλακών που θλίβονται αξονικά. Κάνοντας μια εισαγωγή, λοιπόν, εξετάζεται μια τετραέρειστη αρθρωτή τετραγωνική πλάκα (οριακές συνθήκες Navier) υπό ομοιόμορφη αξονική θλίψη. Παρατηρείται κύρτωση σε μια καμπύλη επιφάνεια ως προς τις δύο διευθύνσεις.



Σχήμα 2.1: Τετραγωνική τετραέρειστη πλάκα εδραζόμενη αρθρωτά περιμετρικά υπό αξονική θλίψη

Όπως αποδεικνύεται από το παραπάνω σχήμα το μήκος ενός τοιχώματος της διατομής είναι πολύ μεγαλύτερο από το πλάτος. Η μορφή αυτή του λυγισμού ονομάζεται « τοπικός» λυγισμός, καθώς τα μήκη των κυρτώσεων έχουν την ίδια τάξη μεγέθους με τις διαστάσεις της διατομής. Αντίστοιχα, το ίδιο συμβαίνει και στις ορθογωνικές πλάκες.



Σχήμα 2.2: Ορθογωνική πλάκα εδραζόμενη αρθρωτά περιμετρικά υπό αξονική θλίψη

Οι εξισώσεις ισορροπίας για λεπτές ελαστικές πλάκες υπό ομοιόμορφη θλίψη όπως αυτή του παραπάνω σχήματος διατυπώθηκαν από τον Saint-Venant και γράφονται ως εξής:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\,\partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\sigma_x t}{D}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \tag{2.1}$$

Όπου D η καμπτική δυσκαμψία,

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \tag{2.2}$$

E= μέτρο ελαστικότητας, t= πάχος πλάκας, ν= σταθερά Poisson, w= βέλος κάθετα στην επιφάνεια και σ_x= αξονική θλιπτική τάση.

Αν m και n είναι ο αριθμός των ημιτονοειδών κυμάτων στις διευθύνσεις x και y, τα βέλη του Σχήματος μπορούν να εκφραστούν με διπλές σειρές Fourier:

$$w = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b}$$

(2.3)

Η ανωτέρω σχέση ικανοποιεί επίσης τις οριακές συνθήκες, επειδή για x=0 και a, και y=0 και b (a και b μήκος και πλάτος της πλάκας) τα υπολογιζόμενα βέλη ειναι ίσα με 0. Η εξίσωση αυτή επίσης ικανοποιεί τις οριακές συνθήκες σε ότι αφορά τις ακραίες ροπές, καθώς κατά μήκος των πλευρών $\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} = 0$ και $\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2} = 0$. Οι ακραίες ροπές κάμψης υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$M_x = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)$$

(2.4)

$$M_y = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)$$

(2.5)

Από τη λύση της εξίσωσης:

$$\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} A_{mn}\left[\pi^4\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)^2 - \frac{\sigma_x t}{D}\frac{m^2\pi^2}{a^2}\right]\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b} = 0$$

(2.6)

Η λύση της ανωτέρω εξίσωσης προκύπτει με εξίσωση της έκφρασης της αγκύλης με το 0 αλλιώς παρουσιάζεται η τετριμμένη λύση, που σημαίνει ότι δεν λαμβάνει χώρα κύρτωση. Η δεύτερη συνθήκη γράφεται:

$$\pi^4\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)^2 - \frac{\sigma_x t}{D}\frac{m^2\pi^2}{a^2} = 0$$

(2.7)

Για n=1, δηλαδή, ένα ημικύμα στη διεύθυνση y προκύπτει η ελάχιστη τάση κύρτωσης. Η τάση αυτή ονομάζεται κρίσιμη και δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_{cr} = \frac{k_\sigma D \pi^2}{t\, b^2}$$

(2.8)

Όπου k_σ είναι ο συντελεστής κύρτωσης της πλάκας που δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$k_\sigma = \left[m\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{1}{m}\left(\frac{a}{b}\right)\right]^2$$

(2.9)

Αντικαθιστώντας την τιμή της D στην εξίσωση, προκύπτει η γενική εξίσωση της κρίσιμης τάσης κύρτωσης αξονικά θλιβόμενων ορθογωνικών πλακών

$$\sigma_{cr} = \frac{k_\sigma\, \pi^2 E}{12(1-\nu^2)\left(\frac{b}{t}\right)^2}$$

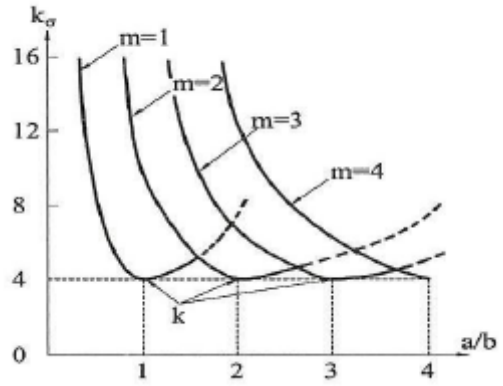
(2.10)

Οι καμπύλες του συντελεστή κύρτωσης k_σ της εξίσωσης, που έχουν τη μορφή γιρλάντας δίνονται στο σχήμα 2.3 ως συνάρτηση του λόγου των πλευρών της πλάκας a/b.

Τόσο από το σχήμα 2.3 όσο και από την εξίσωση 2.11 προκύπτει ότι η μετάβαση από των αριθμό των ημικυμάτων m στον αριθμό m+1 προσδιορίζεται από την εξίσωση των συντελεστών κύρτωσης:

$$m\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{1}{m}\left(\frac{a}{b}\right) = (m+1)\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{1}{m+1}\left(\frac{a}{b}\right)$$

(2.11)



Σχήμα 2.3: Συντελεστής κύρτωσης αξονικά θλιβόμενων κατά Navier εδραζόμενων ορθογωνικών πλακών

2.2 Τοπικός λυγισμός πλακών από ορθότροπο υλικό

Το πρόβλημα της κύρτωσης λεπτών πλακών μπορεί να αντιμετωπιστεί με ενεργειακές μεθόδους, πράγμα που απαιτεί γνώση της ενέργειας παραμόρφωσης του στοιχείου, του δυναμικού των εξωτερικών δυνάμεων και κατά συνέπεια της ολικής ενέργειας. Στην εξίσωση 2.12 δίνεται η ενέργεια παραμόρφωσης του στοιχείου:

$$U = \frac{1}{2}\iiint (\varepsilon_x \sigma_x + \varepsilon_y \sigma_y + \varepsilon_z \sigma_z + \gamma_{yz}\tau_{yz} + \gamma_{xz}\tau_{xz} + \gamma_{xy}\tau_{xy}) dV$$

(2.12)

Το δυναμικό των εξωτερικών δυνάμεων δίνεται αντίστοιχα από τη σχέση:

$$\Omega = -\iiint (f_x u + f_y v + f_z w) dV - \iint (p_x u + p_y v + p_z w)\, dA$$

(2.13)

ενώ η συνολική ενέργεια ορίζεται σαν άθροισμα:

$$\pi_p = U + \Omega$$

(2.14)

Στην παρούσα διπλωματική εξετάστηκαν πλάκες εδραζόμενες ως εξής:

Επιβλήθηκαν σε καθεμία από τις τέσσερις κορυφές τους συνθήκες στήριξης. Σε μία κορυφή επιβλήθηκε στήριξη τέτοια ώστε δεν επέτρεπε καμία

από τις πιθανές μετακινήσεις, ενώ όλες οι πιθανές στροφές επιτρέπονταν (δέσμευση των μετακινήσεων κατά X,Y,Z). Σε άλλη κορυφή δεσμεύτηκαν οι μετακινήσεις κατά X,Z και στις άλλες 2 κορυφές δεσμεύτηκε μόνο η κάθετη στο επίπεδο μετακίνηση (Z). Ακόμη στην αριστερή πλευρά της πλάκας επιβλήθηκε δέσμευση των μετακινήσεων κατά X,Z.

Οι εξισώσεις που δίνουν τα αντίστοιχα βέλη είναι οι εξής:

$$w = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b}$$

$$w = A_m y \sin\frac{m\pi x}{a}$$

(2.15), (2.16)

Για ειδικώς ορθότροπες πλάκες ισχύει: $B_{ij} = 0$ *και* $D_{16} = D_{26} = 0$.

Οι παραμορφώσεις και καμπυλότητες της πλάκας εκφράζονται από τις σχέσεις:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$k_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \qquad k_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \qquad k_{xy} = -2\frac{\partial^2 w}{\partial_x \partial_y}$$

Σύμφωνα και με τις τελευταίες σχέσεις η ενέργεια παραμόρφωσης δίνεται από τη σχέση:

$$U = \frac{1}{2}\int_0^{L_x}\int_0^{L_y}\left[D_{11}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + D_{22}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2 + D_{66}\left(2\frac{\partial^2 w}{\partial_x \partial_y}\right)^2 + 2\left(D_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)\right] d_y d_x$$

(2.17)

ενώ το δυναμικό των εξωτερικών δυνάμεων δίνεται από τη σχέση:

$$\Omega = \frac{1}{2}\int_0^{L_x}\int_0^{L_y}\left[N_x\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + N_y\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 + 2N_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial_x \partial_y}\right]d_y d_x$$

(2.18)

Η εξίσωση λυγισμού εκπεφρασμένη ως προς τις μεμβρανικές δυνάμεις και ροπές χρησιμοποιώντας θεωρία 2ας τάξεως είναι:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial_x \partial_y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + N_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial_x \partial_y} = 0$$

(2.19)

Στη διπλωματική εφαρμόστηκε φορτίο τόσο κατά τη διεύθυνση X (προσομοίωση ορθών τάσεων) όσο και κατά τη διεύθυνση Y (προσομοίωση διατμητικών τάσεων). Συνεπώς η διαφορική εξίσωση που περιγράφει την κίνηση των λεπτών πλακών από ορθότροπα υλικά είναι:

$$D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\,\partial y^2} + D_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -N_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

(2.20)

Ο γενικός τύπος υπολογισμού του κρίσιμου φορτίου λυγισμού N_{cr} σε αυτήν την περίπτωση περιγράφεται από την ακόλουθη εξίσωση 2.21.

$$N_0(\lambda_{cr})_{ij} = \frac{\pi^2\left[D_{11}\left(\frac{i}{L_x}\right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})\left(\frac{i}{L_x}\right)^2\left(\frac{j}{L_y}\right)^2 + D_{22}\left(\frac{j}{L_y}\right)^4\right]}{\left(\frac{i}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{j}{L_y}\right)^2} \quad (2.21)$$

Ακόμη, ο Whitney βρήκε την εξίσωση έκφρασης του κρίσιμου φορτίου λυγισμού για επιμήκεις πλάκες που όμως βρίσκει εφαρμογή στην περίπτωσή μας με ικανοποιητική προσεγγιση.

$$N_{xy,\,cr} = \begin{cases} \dfrac{4\beta_1}{L_y^2}\sqrt[4]{D_{11}D_{22}^3} & 0 \le K \le 1 \\ \dfrac{4\beta_1}{L_y^2}\sqrt{D_{22}\,(D_{12}+2D_{66})} & 1 < K \le \infty\,. \end{cases} \tag{2.22}$$

Κεφάλαιο 3: Προσομοίωση και ανάλυση των φορέων της μελέτης με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

3.1 Γενικά

Στο παρόν κεφάλαιο της εργασίας θα αναλυθούν πλάκες από χάλυβα, ο οποίος είναι ισοτροπικό υλικό, καθώς και από γυαλί και άνθρακα. Οι πλάκες που μελετώνται έχουν διαστάσεις 1000x1000mm και πάχος t= 15mm. Η ποιότητα του χάλυβα που χρησιμοποιήθηκε είναι S355, ενώ τα υλικά γυαλί και άνθρακας προσομοιώθηκαν με τα υλικά E- glass/ Epoxy και Carbon/ Epoxy. Η προσομοίωση όπως και η ανάλυση γίνεται στο πρόγραμμα ADINA έκδοσης 9.0 για Windows. Το συγκεκριμένο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Module) επιτρέπει στο μηχανικό την προσομοίωση της συμπεριφοράς μιας κατασκευής, ανεξάρτητα από το είδος και την πολυπλοκότητά της. Στην ανάλυση αυτή ο φορέας διακριτοποιείται – υποδιαιρείται σε έναν αριθμό στοιχείων που συνδέονται με κόμβους μεταξύ τους (meshing). Το ADINA είναι γενικά ένα εύχρηστο πρόγραμμα τόσο στη δημιουργία δικτύου στοιχείων όσο και στην επεξεργασία των αποτελεσμάτων της ανάλυσης, πράγμα πολύ χρήσιμο και αξιόλογο για έναν μηχανικό.

Η διαδικασία μόρφωσης και ανάλυσης των φορέων που ακολουθήθηκε περιγράφεται συνοπτικά εδώ, ενώ παρατίθεται αναλυτικότερα στα παρακάτω υποκεφάλαια του συγκεκριμένου κεφαλαίου.

Εν συντομία λοιπόν:

Βήμα 1^{ο}: Δημιουργία γεωμετρίας του φορέα

Βήμα 2^{ο}: Καθορισμός των ιδιοτήτων του υλικού

Βήμα 3^{ο}: Καθορισμός των ιδιοτήτων του φορέα (πάχος πλάκας, υλικό περιγράμματος και εσωτερικό, υλικά)

Βήμα 4^{ο}: Δημιουργία δικτύου πεπερασμένων στοιχείων από κόμβους και στοιχεία.

Βήμα 5^{ο}: Επιβολή συνοριακών συνθηκών (στηρίξεις)

Βήμα 6^{ο}: Επιβολή φορτίσεων

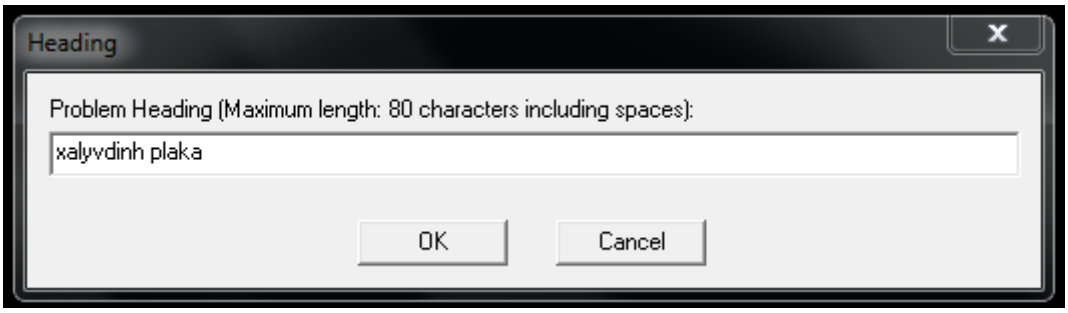
Βήμα 7^{ο}: Ανάλυση του φορέα

3.2 Περιγραφή προσομοίωσης με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων (FEM) ADINA

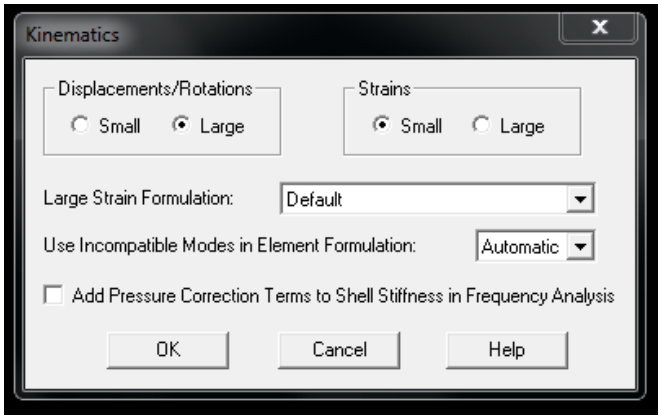
3.2.1 Πλάκες από χάλυβα

Στην υποενότητα αυτή θα περιγραφεί η πορεία μόρφωσης και ανάλυσης μέσω του προγράμματος ADINA μιας τετραγωνικής πλάκας 1000* 1000mm και πάχους t=15mm. Ως υλικό χρησιμοποιήθηκε δομικός χάλυβας S355. Το υλικό αυτό θεωρείται ελαστικό ισότροπο και έχει τις ακόλουθες ιδιότητες: E= 210Gpa, G= 80,77Gpa και ν=0,3. Το πρόγραμμα θεωρεί οριζόντιο τον άξονα X, κατακόρυφο τον άξονα Y και άξονα κάθετο στο επίπεδο των X και Y, τον άξονα Z. Στην πλάκα χρησιμοποιήθηκαν συνοριακές συνθήκες τέτοιες, ώστε το γεωμετρικό σημείο 4 (πάνω αριστερά κορυφή της πλάκας) να είναι δεσμευμένο ως προς κάθε πιθανή μετακίνηση, η γραμμή 4 (αριστερή πλευρά της πλάκας) δεσμευμένη κατά τις διευθύνσεις X και Z και οι κορυφές 2 και 3 (άκρα της αριστερής πλευράς της πλάκας) δεσμευμένες κατά την κάθετη στο επίπεδο διεύθυνση Z. Οι υπόλοιποι κόμβοι της πλάκας είναι ελεύθεροι τόσο να μετακινηθούν όσο και να στραφούν. Το φορτίο που ασκείται είναι κατανεμημένο στην πλευρά 2 της πλάκας (αριστερή) και έχει διάφορες μορφές. Ασκούνται στην πλάκα διάφορες φορτίσεις, όπως κατανεμημένο φορτίο κατά τη διεύθυνση X με y= 1, y=0 και y= -1 καθώς και φόρτιση κατά τη διεύθυνση του άξονα Y η οποία προσομοιάζει την επιβολή διατμητικής τάσης στο φορέα. Στο συγκεκριμένο πρόγραμμα το φορτίο εντάσσεται σαν συγκεντρωμένο φορτίο πάνω στους κόμβους της γραμμης.

Ξεκινάμε το ADINA και επιλέγουμε την επιλογή New για να δημιουργήσουμε ένα νέο φορέα. Δουλεύουμε αρχικά στο Programme Module: Adina Structures. Από τη γραμμή εντολών επιλέγουμε Control > Heading για να δώσουμε τίτλο. Εν συνεχεία, πάλι από τη γραμμή εργαλείων του προγράμματος επιλεγουμε Control> Analysis Assumption> Kinematics και στο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγουμε Large στο πεδίο Displacements/ Rotations. Κατόπιν προχωράμε στη μόρφωση του φορέα και στην ανάλυσή του.



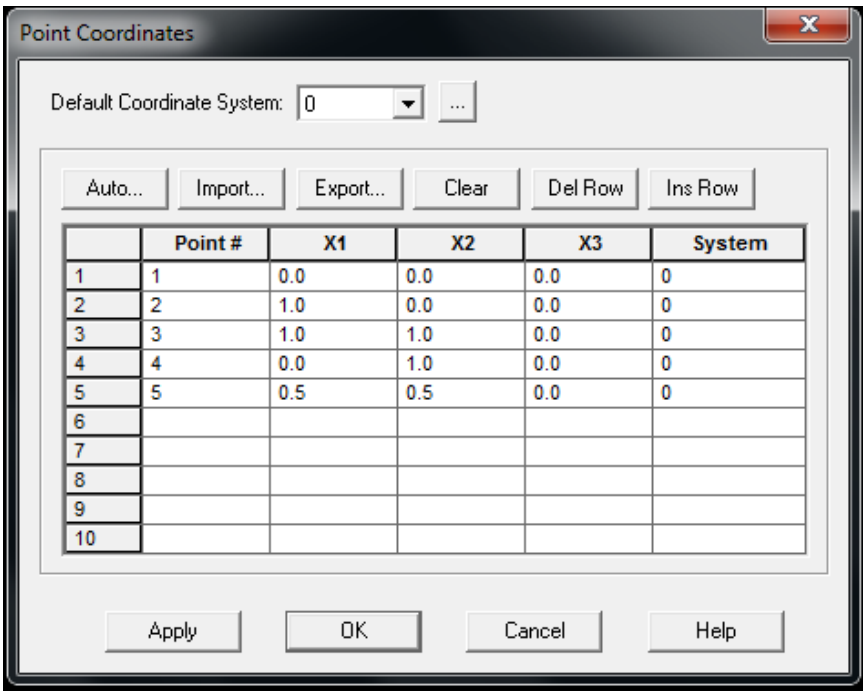
Σχήμα 3.1: Παράθυρο επιλογής τίτλου (Control > Heading)



Σχήμα 3.2: Παράθυρο όπου επιλέγουμε Large Displacements/ Rotations (Control> Analysis Assumption> Kinematics)

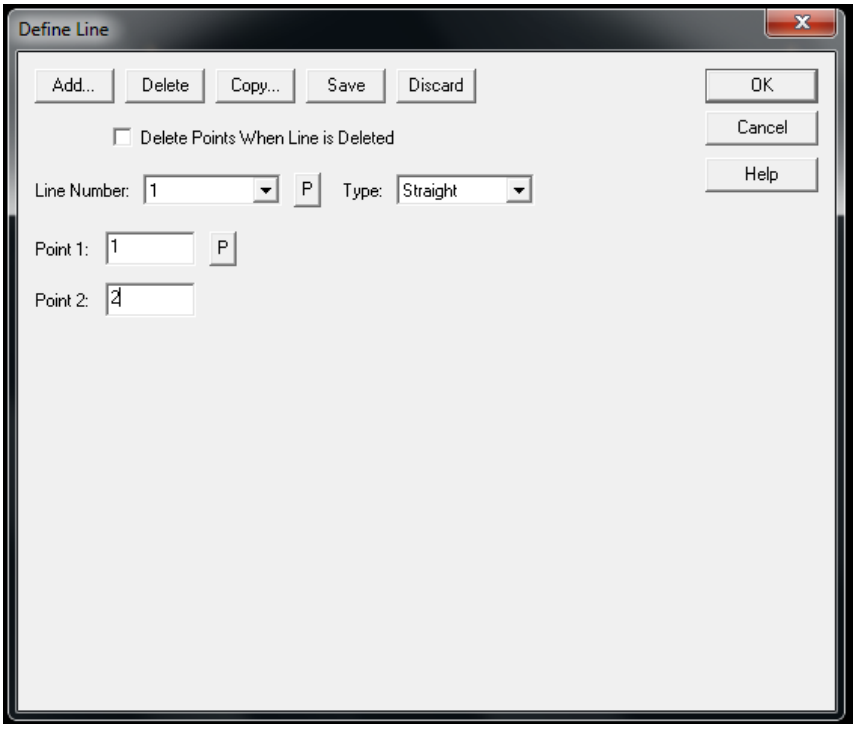
Βήμα 1°: Δημιουργία της γεωμετρίας του φορέα

Επιλέγουμε Geometry> Points. Στο παράθυρο που εμφανίζεται δίνουμε τις συντεταγμένες των τεσσάρων κορυφών της τετραγωνικής πλάκας καθώς και ενός βοηθητικού σημείου που όπως θα δούμε θα βοηθήσει σε μετέπειτα στάδιο της ανάλυσης του φορέα. Το δεκαδικό μέρος των αριθμό χωρίζεται από το ακέραιο με τελεία και όχι με κόμμα! Αφού καθορίσουμε τις συντεταγμένες των 5 σημείων επιλέγουμε Geometry> Lines> Define. Στο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγουμε τα σημεία αρχής και τέλους για κάθε γραμμή και πατάμε το πλήκτρο OK. Έπειτα μέσω της εντολής Geometry> Surface> Define ορίζουμε την επιφάνεια στην οποία θα εργαστούμε και η οποία θα περικλείεται από τις 4 γραμμές που δημιουργήσαμε παραπάνω.

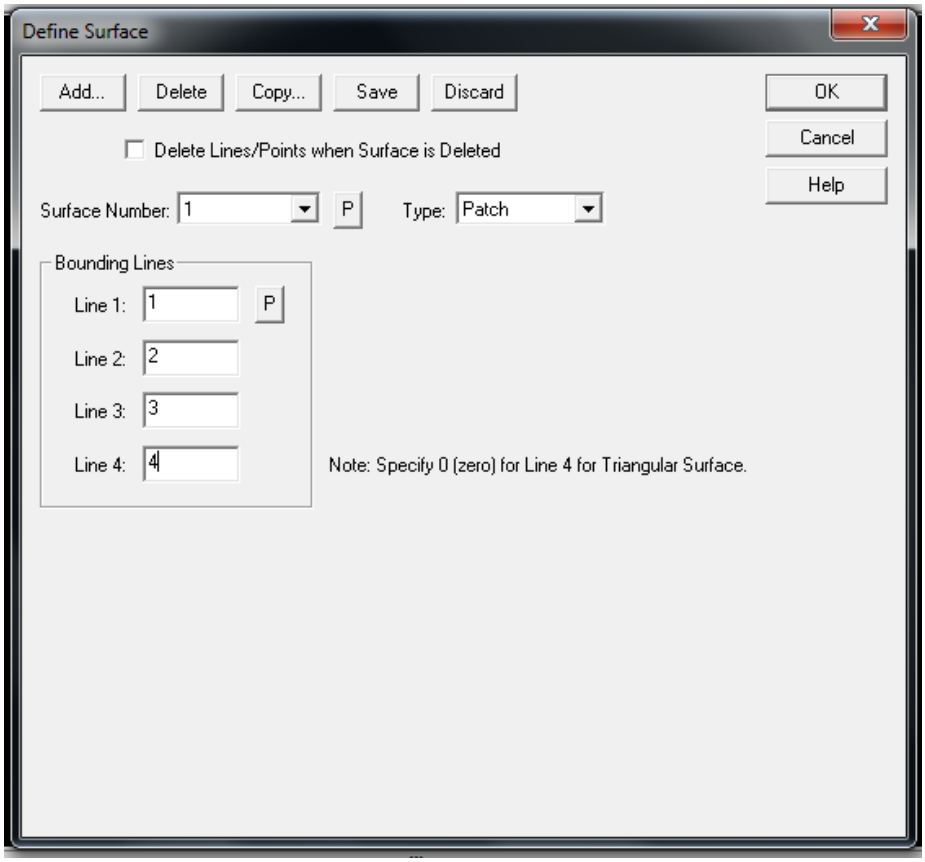


	Point #	X1	X2	X3	System
1	1	0.0	0.0	0.0	0
2	2	1.0	0.0	0.0	0
3	3	1.0	1.0	0.0	0
4	4	0.0	1.0	0.0	0
5	5	0.5	0.5	0.0	0
6					
7					
8					
9					
10					

Σχήμα 3.3: Παράθυρο εισαγωγής συντεταγμένων κορυφών



Σχήμα 3.4: Παράθυρο διαμόρφωσης γραμμών βάσει των ορισμένων σημείων



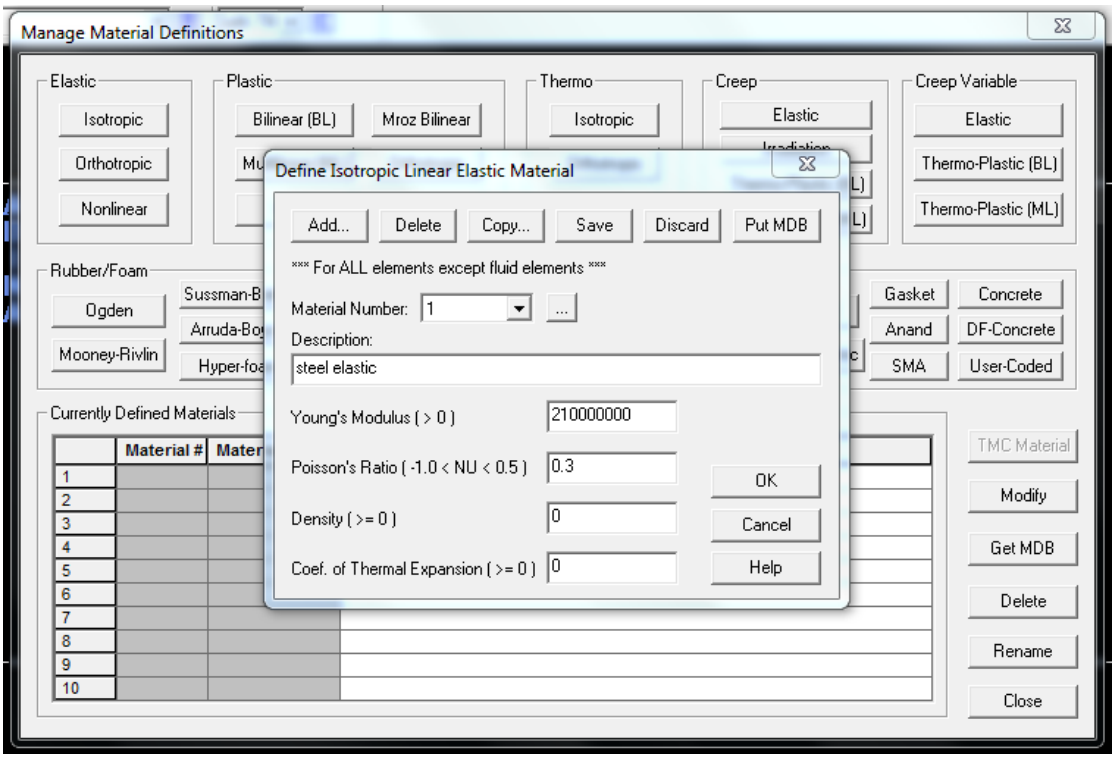
Σχήμα 3.5: Παράθυρο ορισμού επιφάνειας

Οι αριθμοί που δίνονται στο πρόγραμμα είναι καθαροί και η επιλογή των μονάδων είναι στην ευχέρεια του μελετητή. Σημειώνεται ότι οι μονάδες μέτρησης του μήκους δόθηκαν στο S.I., δηλαδή οι συντεταγμένες των σημείων καθώς και οι αποστάσεις δίνονται σε m, ενώ τα φορτία δίνονται σε kN. Αυτό θα μας βοηθήσει στη μετέπειτα εξαγωγή αποτελεσμάτων αφού θα είναι πολύ πιο εύκολο και αποφεύγονται οι όποιες μετατροπές μεγεθών και τα φορτία και οι τάσεις που θα προκύψουν θα είναι σε kN και σε kPa αντίστοιχα.

Ιδιαίτερα χρήσιμη είναι η αποθήκευση κάθε βήματος όσο η διαδικασία προχωράει, διότι κάποιες φορές η πολυπλοκότητα του προβλήματος μπορεί να οδηγήσει σε λάθη από παράλειψη ή απροσεξία. Αυτό μπορεί να γίνει από την επιλογή File> Save.

Βήμα 2^{ο}: Καθορισμός των ιδιοτήτων του υλικού

Το επόμενο βήμα είναι ο ορισμός των ιδιοτήτων του υλικού. Από το μενού Model επιλέγεται η εντολή Materials> Manage Materials. Στο παράθυρο που προκύπτει επιλέγουμε ως τύπο υλικού το Elastic> Isotropic εφ' όσον ο χάλυβας με τον οποίο θα δουλέψουμε ακολουθεί ιδιότητες ισότροπου ελαστικού υλικού. Στο συγκεκριμένο υλικό δίνουμε μέτρο ελαστικότητας Young 210Gpa και λόγο Poisson 0,3.



Σχήμα 3.6: Παράθυρο εισαγωγής ιδιοτήτων υλικού στοιχείου

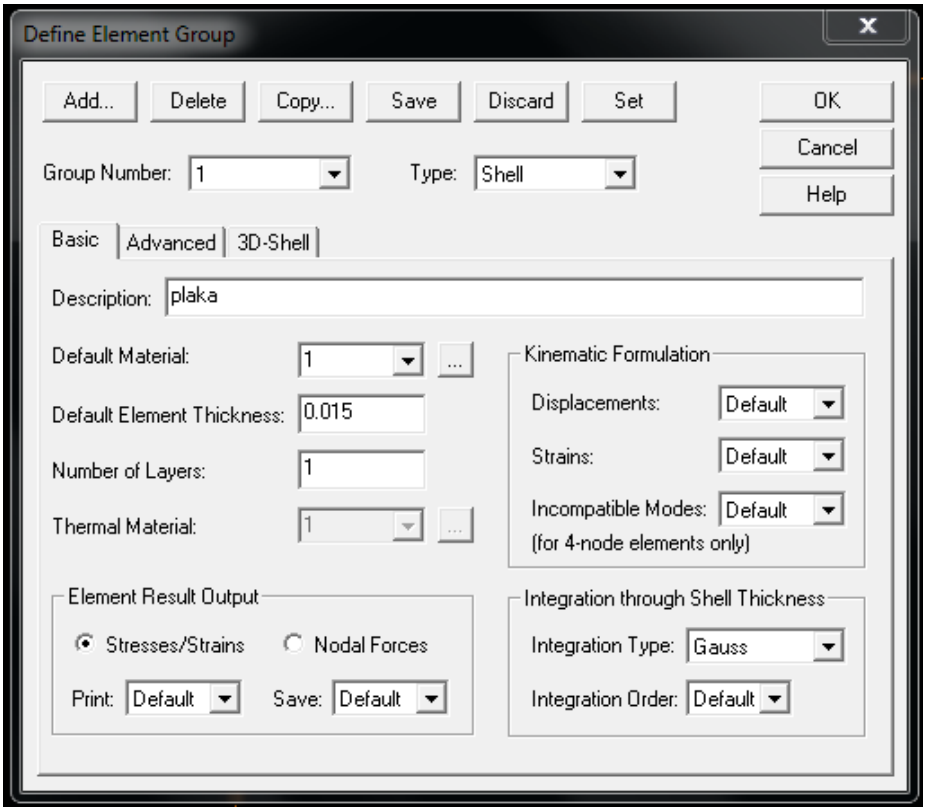
Βήμα 3°: Καθορισμός των ιδιοτήτων του φορέα (πάχος πλάκας, υλικό περιγράμματος και εσωτερικό, υλικά)

Στο βήμα αυτό καθορίζονται οι ιδιότητες του φορέα και το είδος των πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιούνται στην προσομοίωση. Το μοντέλο μας, για να καταφέρουμε να προσομοιώσουμε τις συνθήκες στο πρόγραμμα θα αποτελείται από δύο διαφορετικά στοιχεία:

1^{ον}) Ένα στοιχείο πλάκας (shell element) με πάχος 15mm και υλικό το χάλυβα που ορίσαμε παραπάνω

2^{ον}) Τέσσερα στοιχεία ράβδων (beam elements) για τις περιμετρικές γραμμές τις πλάκας. Για να προσομοιωθεί σωστά το μοντέλο πρέπει οι 4 γραμμές που περιβάλλουν την πλάκα να είναι ράβδοι άπειρης δυσκαμψίας. Για να επιτευχθεί αυτή η προσομοίωση πρέπει να ορίσουμε στοιχείο ράβδου με διατομή ελάχιστης επιφάνειας αλλά και πολύ μεγάλης (θεωρητικώς άπειρης) δυσκαμψίας.

Από τη γραμμή εργαλείων επιλέγουμε Meshing> Element groups. Στο παράθυρο που εμφανίζεται πατάμε το πλήκτρο Add για να προσθέσουμε ένα καινούριο στοιχείο. Αρχικά διαμορφώνουμε τις ιδιότητες του στοιχείου πλάκας επιλέγοντας το υλικό που θα χρησιμοποιηθεί καθώς και το πάχος του στοιχείου.

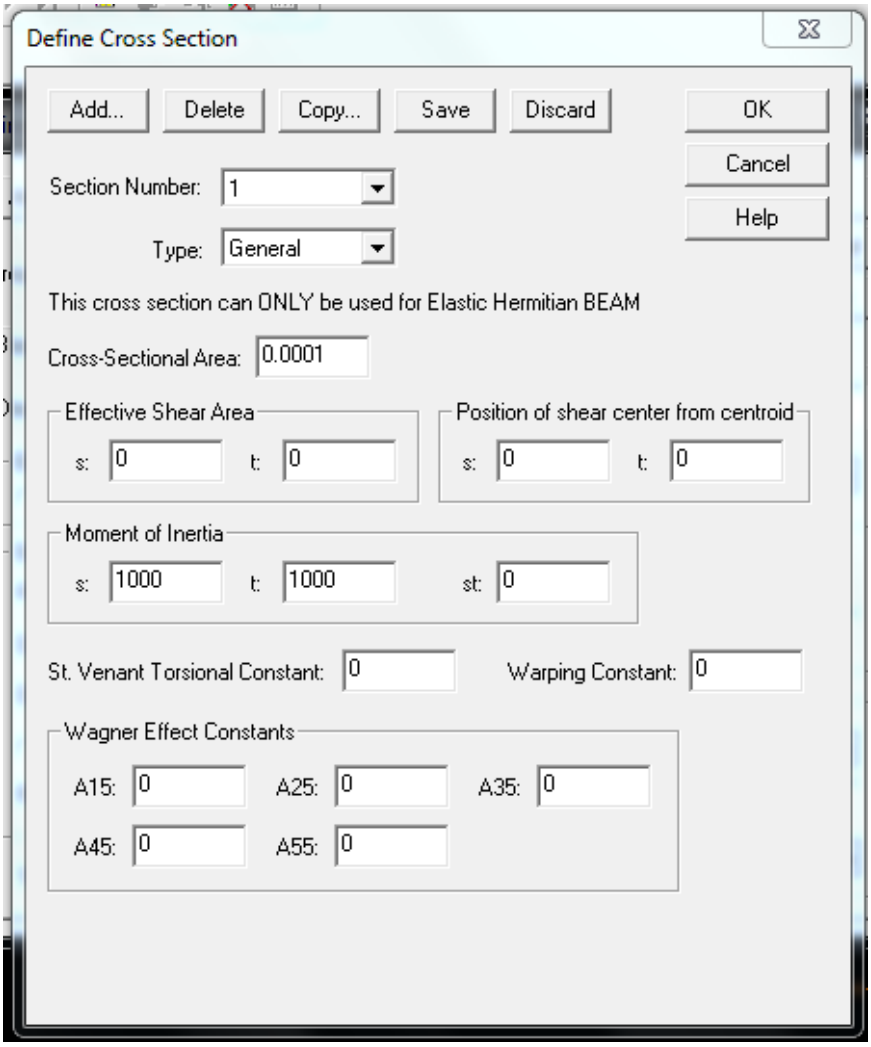


Σχήμα 3.7: Παράθυρο επιλογής ιδιοτήτων του στοιχείου πλάκας

Πατώντας πάλι το πλήκτρο add ορίζουμε τις ιδιότητες του δεύτερου στοιχείου που θα χρησιμοποιηθεί στο μοντέλο- στοιχείο ράβδου (beam element). Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στην επιλογή των ιδιοτήτων ράβδου που θα χρησιμοποιηθεί. Από την επιλογή Default Cross Section του παραθύρου θα ορίσουμε τις ιδιότητες της διατομής που θα χρησιμοποιηθεί για τη ράβδο. Στο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγουμε το πλήκτρο Add και στη συνέχεια την επιλογή General από το πλήθος πιθανών διατομών που υπάρχουν. Κατόπιν δίνουμε τις εξής τιμές στα διάφορα πεδία του παραθύρου:

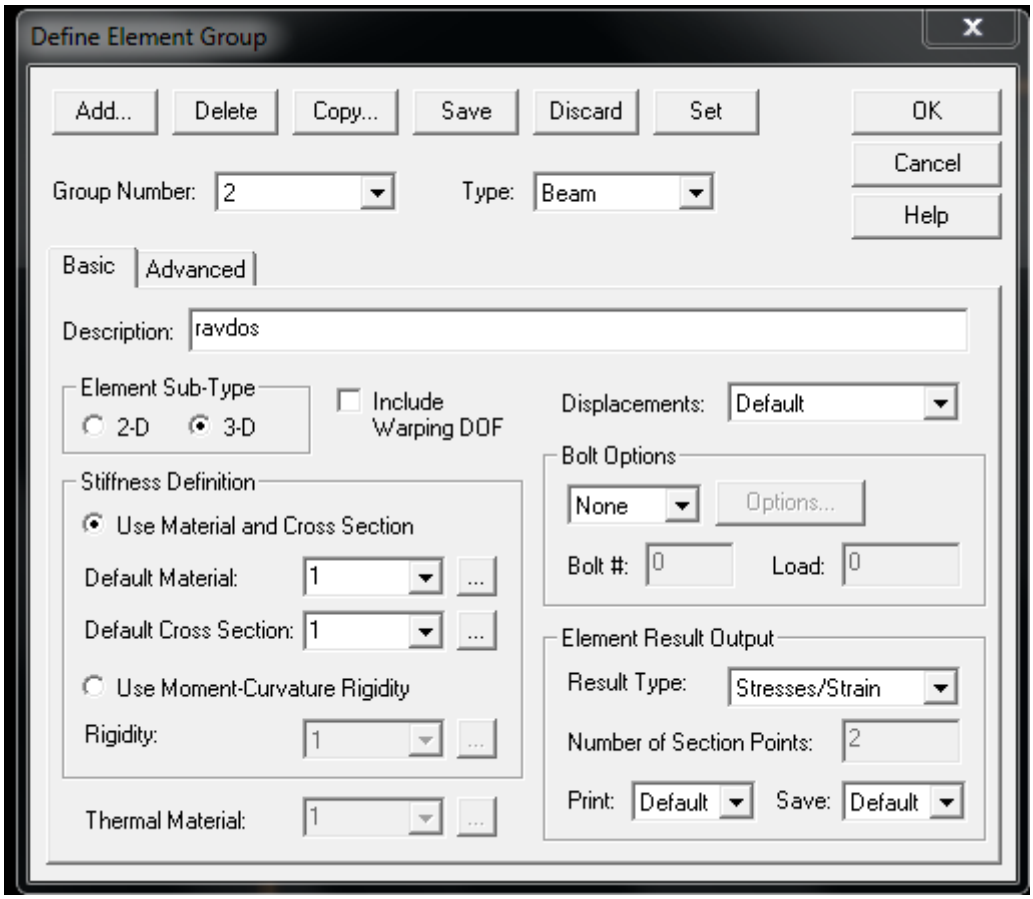
Cross-Sectional Area: 0.0001

Moment of Inertia: s: 1000, t: 1000



Σχήμα 3.8: Παράθυρο επιλογής ιδιοτήτων της διατομής

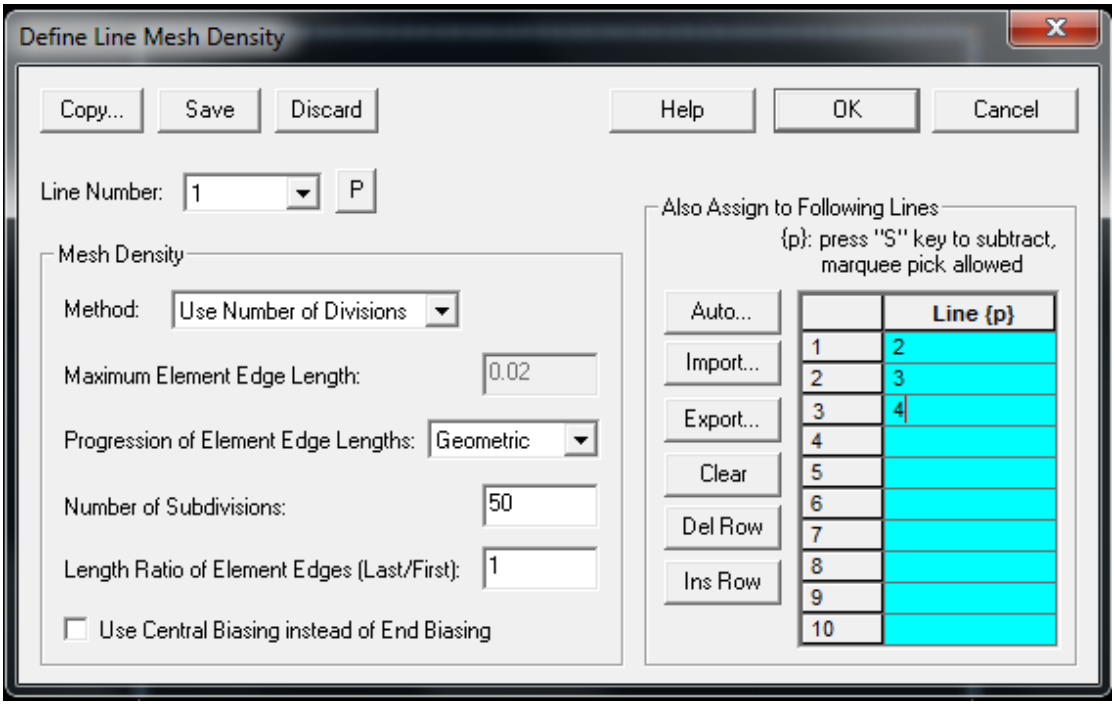
Το υλικό είναι αυτό που έχουμε ορίσει στο παραπάνω βήμα και η διατομή είναι αυτή που ορίσαμε όπως φαίνεται στον παραπάνω πίνακα



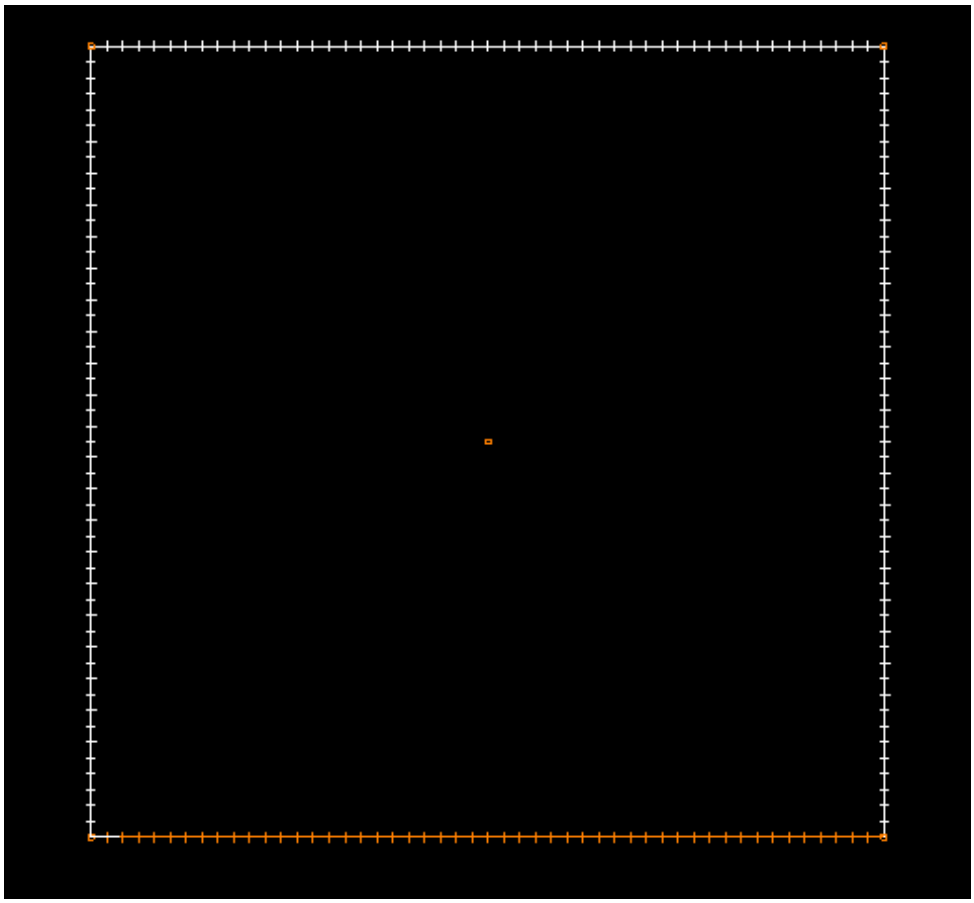
Σχήμα 3.9: Παράθυρο καθορισμού ιδιοτήτων του στοιχείου ράβδου

Βήμα 4°: Δημιουργία δικτύου πεπερασμένων στοιχείων από κόμβους και στοιχεία.

Στο βήμα αυτό θα δημιουργηθεί το δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων . Από τη γραμμή εργαλείων του προγράμματος επιλέγουμε την εντολή Meshing> Mesh Density> Lines για να επιβάλουμε διακριτοποίηση του φορέα στις γραμμές 1,2,3,4. Στο παράθυρο που εμφανίζεται αφήνουμε ως μέθοδο διακριτοποίησης (Mesh Density Method) την προεπιλεγμένη μέθοδο (Use Number of Subdivisions) και επιλέγουμε να διακριτοποιήσουμε τη γραμμή 1 σε 50 επιμέρους τμήματα (Number of Subdivisions: 50). Εν συνεχεία αντιγράφουμε τη διακριτοποίηση της συγκεκριμένης γραμμής και στις υπόλοιπες γραμμές 2,3 και 4 (Also Assign to following Lines: 2/3/4). Πατώντας save και οκ θα δούμε ότι οι γραμμές του φορέα εμφανίζονται χωρισμένες στον αριθμό των τμημάτων που ορίσαμε.

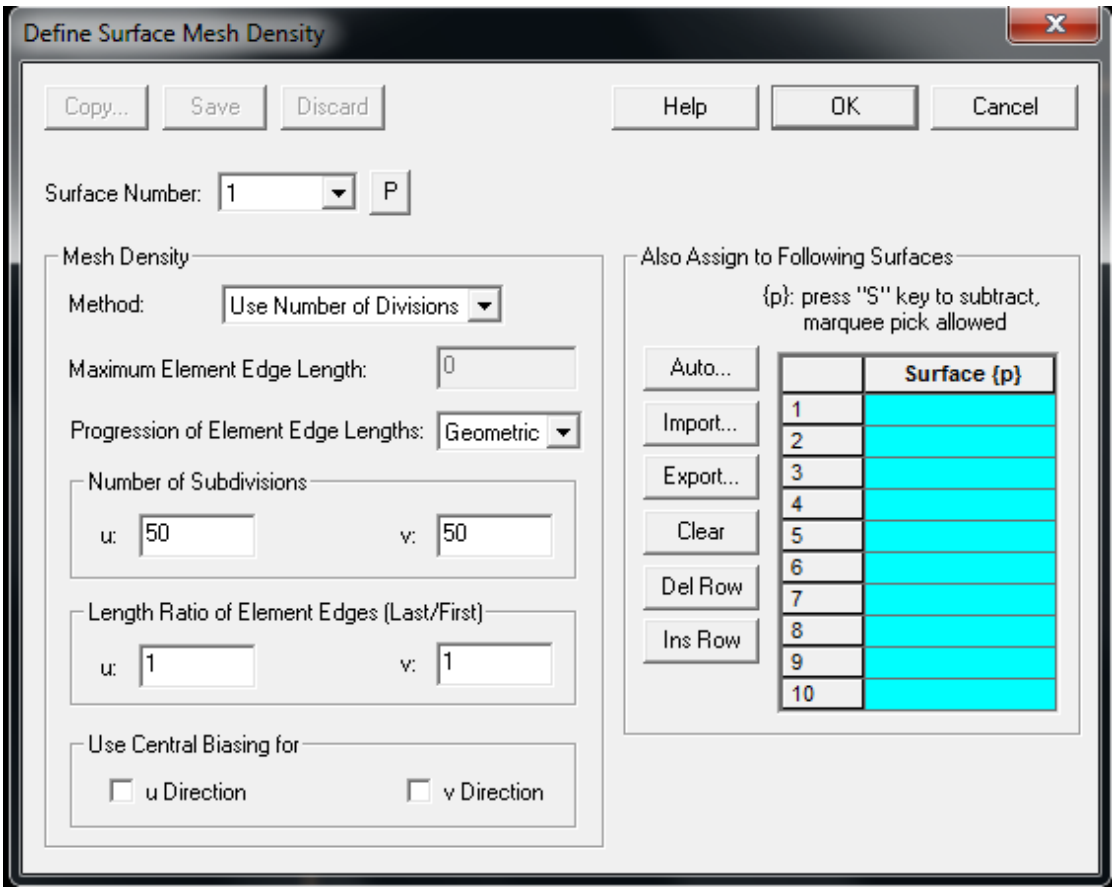


Σχήμα 3.10: Παράθυρο καθορισμού διακριτοποίησης στις γραμμές



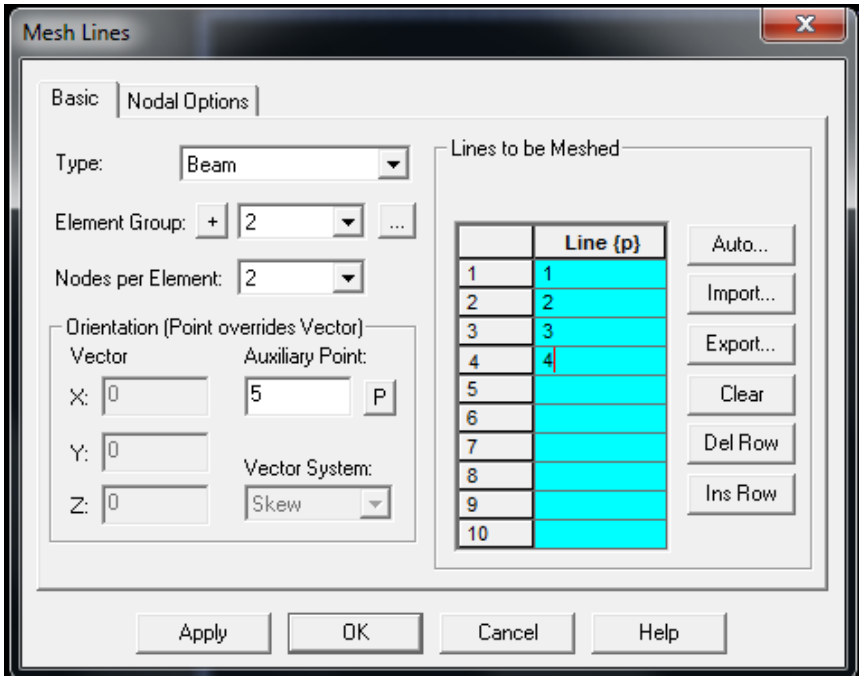
Σχήμα 3.11: Μορφή του διακριτοποιημένου ως προς τις γραμμές φορέα

Στη συνέχεια θα πρέπει να εφαρμόσουμε διακριτοποίηση και στην επιφάνεια του φορέα η οποία αναπαριστά το εσωτερικό της πλάκας που μελετάται. Ακολουθώντας παρόμοια βήματα όπως και για τις γραμμές Meshing> Mesh Density> Surfaces. Στο παράθυρο που εμφανίζεται ορίζουμε ως αριθμό υποτμημάτων 50 σε κάθε διεύθυνση (number of subdivisions: u:50, v:50) και πατάμε το πλήκρο ok.



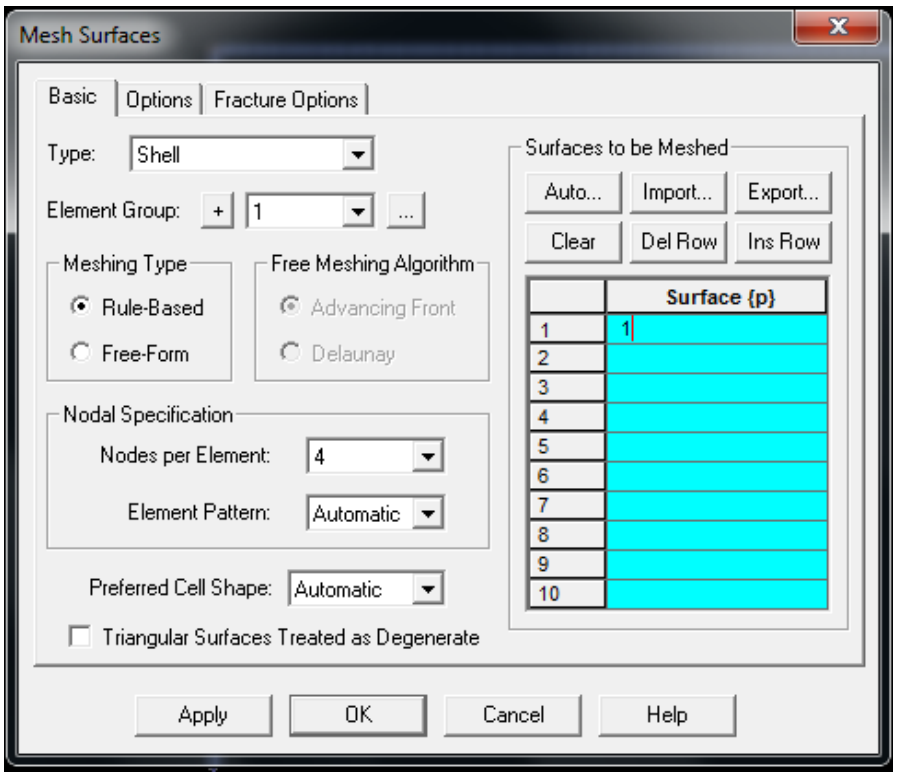
Σχήμα 3.12: Παράθυρο ορισμού διακριτοποίησης της επιφάνειας

Αφού ορίσαμε τις διαστάσεις βάσει των οποίων θα διακριτοποιηθούν τα στοιχεία προχωράμε στην εφαρμογή της διακριτοποίησης. Από το μενού Meshing> Create Mesh> Line εμφανίζεται το παράθυρο Mesh Lines. Οι ιδιότητες των στοιχείων έχουν καθοριστεί στο προηγούμενο βήμα και απαιτείται η επιλογή ενός βοηθητικού σημείου για τον προσανατολισμό των γραμμών όπου επιλέγεται το βοηθητικό σημείο 5 που έχουμε δημιουργήσει στη γεωμετρία του φορέα- Orientation> Auxiliary point:5. Οι συγκεκριμένες ιδιότητες εφαρμόζονται στις γραμμές 1,2,3,4 και πατάμε το πλήκτρο ok (Lines to be Meshed: 1/2/3/4).



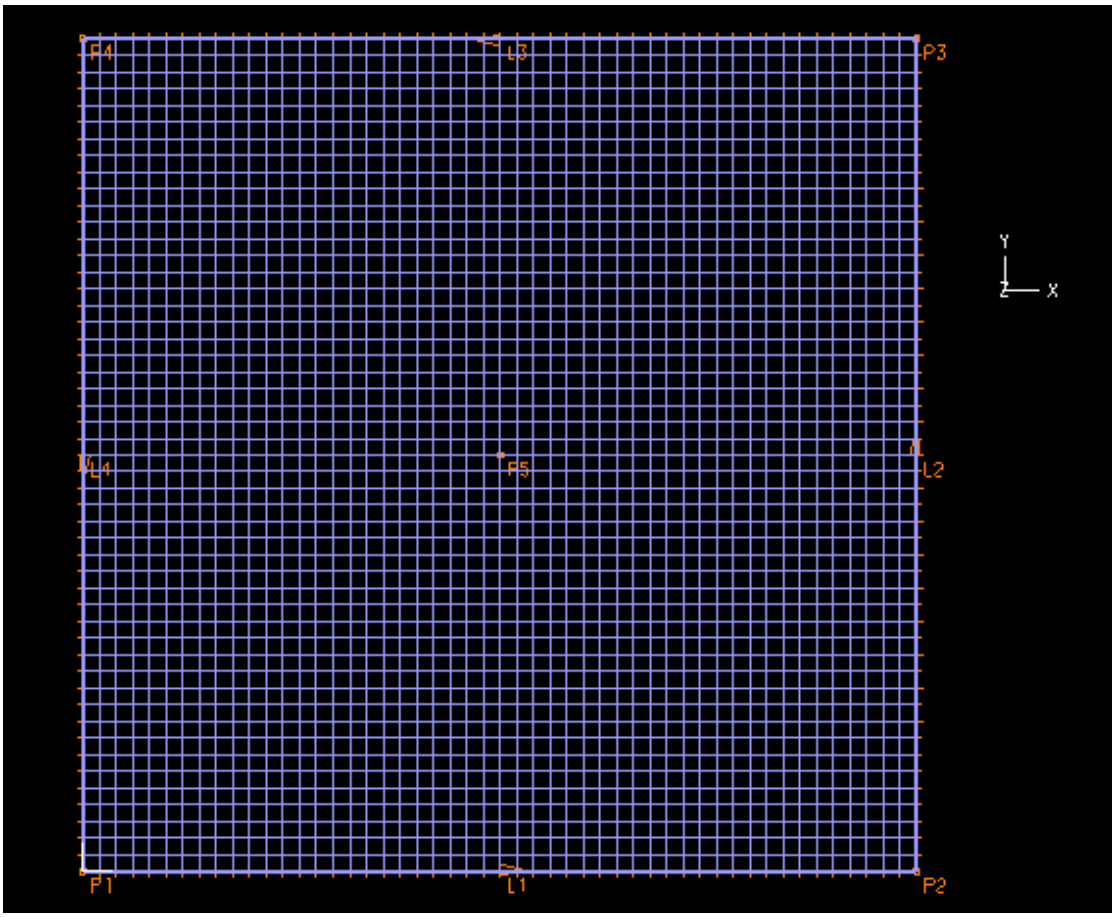
Σχήμα 3.13: Παράθυρο δημιουργίας διακριτοποίησης των περιμετρικών γραμμών

Συνεχίζοντας εφαρμόζουμε τη διακριτοποίηση στην επιφάνεια. Όπως και στην περίπτωση των γραμμών Meshing> Create Mesh> Surface. Στο παράθυρο Mesh Surface που εμφανίζεται επιλέγεται ως τύπος στοιχείου Shell του οποίου οι ιδιότητες έχουν διαμορφωθεί σε προηγούμενο βήμα. Εφαρμόζουμε τις ιδιότητες στην επιφάνεια 1 και πατάμε το πλήκτρο ok.



Σχήμα 3.14: Παράθυρο εφαρμογής της διακριτοποίησης σε επιφάνεια

Ο φορέας εμφανίζεται διαχωρισμένος σε μικρά τετραγωνικά στοιχεία ανάλογα με τον αριθμό υποτμημάτων που ορίσαμε προηγουμένως, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.

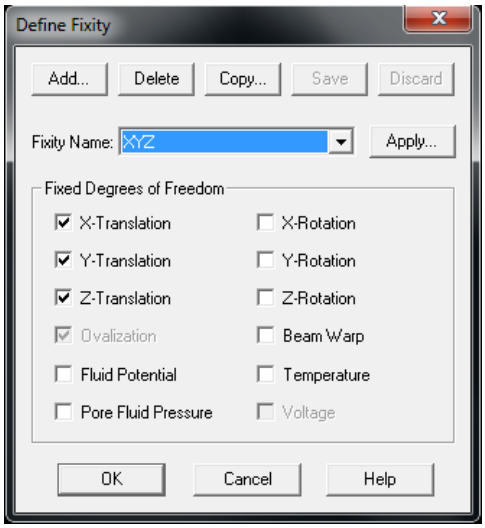


Σχήμα 3.15: Διακριτοποιημένος φορέας σε τετραγωνικά υποτμήματα

Βήμα 5^{ο}: Επιβολή συνοριακών συνθηκών (στηρίξεις)

Ακολουθώντας τη διαδρομή Model> Boundary Conditions> Define Fixity από το μενού του προγράμματος εμφανίζεται στην οθόνη το παράθυρο Define Fixity, όπου επιλέγουμε τους τύπους στηρίξεων που θα χρησιμοποιήσουμε στο μοντέλο βάσει του ποιες κατευθύνσεις μετακινήσεων θα δεσμευτούν (δε μας ενδιαφέρει η δέσμευση των στροφών). Θα χρησιμοποιηθούν τρεις τύποι συνοριακών συνθηκών: 1) δέσμευση και των τριών μετακινήσεων (XYZ), 2) δέσμευση των διευθύνσεων X και Z και 3) δέσμευση μόνο της κάθετης στο επίπεδο μετακίνησης (Z). Στα σχήματα που ακολουθούν φαίνεται ο καθορισμός των τριών τύπων συνοριακών συνθηκών. Από την εντολή Add προσθέτουμε νέους τύπους στηρίξεων κάθε φορά και από τα

κουτιά που εμφανίζονται επιλέγουμε τις μετακινήσεις και τις στροφές που θέλουμε να δεσμεύσουμε κάθε φορά.

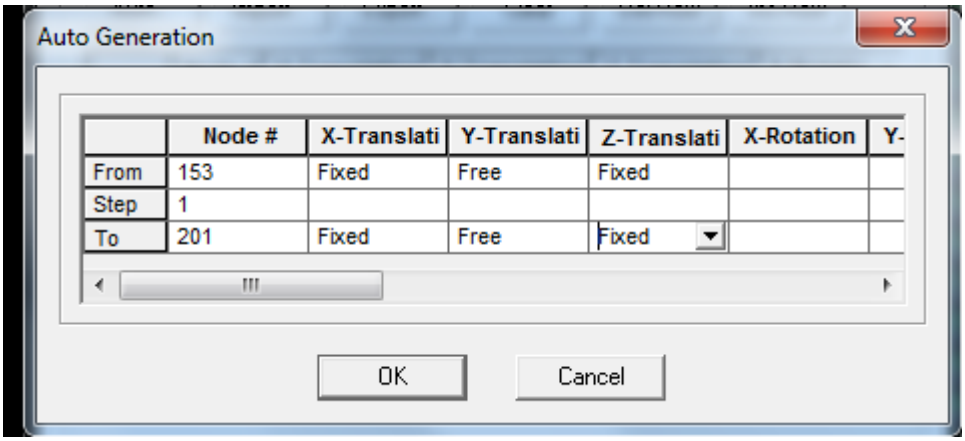


Σχήμα 3.16: Παράθυρο ορισμού στήριξης για δέσμευση κάθε πιθανής μετακίνησης (XYZ)

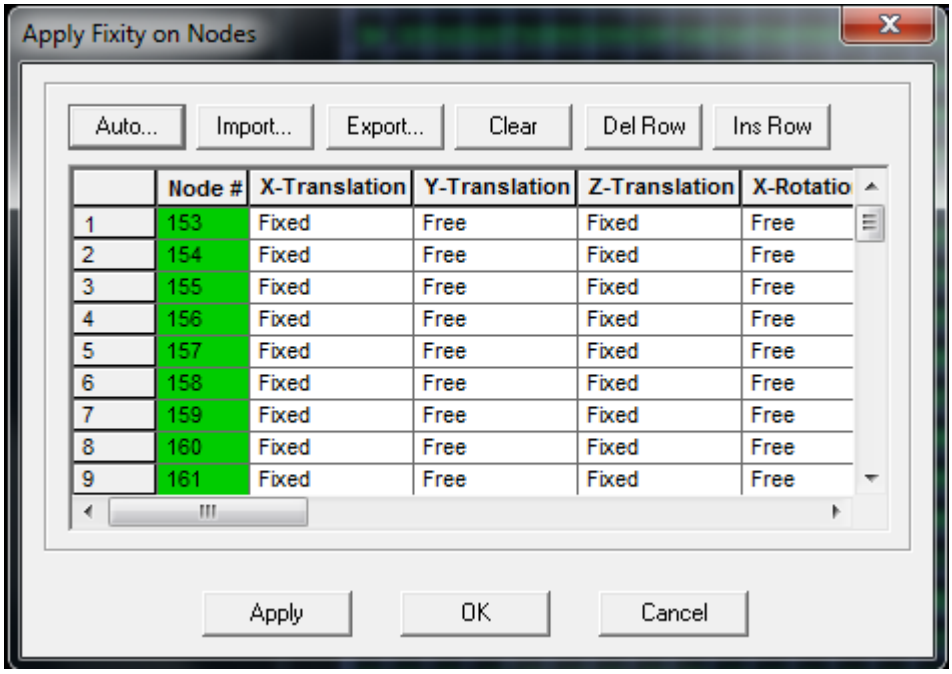
Σχήμα 3.17: Παράθυρο ορισμού στήριξης των μετακινήσεων κατά X και Z

Σχήμα 3.18: Παράθυρο ορισμού στήριξης για την κάθετη στο επίπεδο μελέτης μετακίνηση (Z)

Αφού ορίσαμε τους τρεις τύπους στηρίξεων μέσω του παραθύρου Define Fixity, πρέπει τώρα αυτοί οι τύποι στηρίξεων να επιβληθούν στα διάφορα σημεία του φορέα. Αρχικά από τη γραμμή εργαλείων του προγράμματος επιλέγουμε το κουμπί Node Labels, το οποίο μας εμφανίζει τον αριθμό του κάθε κόμβου. Η επισήμανση του αριθμού των κόμβων είναι πολύ χρήσιμη τόσο στην επιβολή στηρίξεων (θα χρειαστεί να επιβάλλουμε στήριξη κατά μήκος ολόκληρης πλευράς), όσο και κατά την επιβολή των φορτίων όπως θα δούμε παρακάτω. Από το μενού Model> Boundary Conditions> Apply Fixity On Nodes θα επιβάλουμε συνοριακές συνθήκες σε όλα τα σημεία κατά μήκος της αριστερής πλευράς της πλάκας. Στο παράθυρο Apply Fixity On Nodes που εμφανίζεται επιλέγουμε την εντολή Auto και στο νέο παράθυρο που εμφανίζεται καθορίζουμε τον αριθμό των κόμβων καθώς και το ποιες μετακινήσεις θα δεσμεύονται. Η λειτουργία αυτή είναι πολύ χρήσιμη, καθώς το πλήθος των κόμβων που έχουμε να εισάγουμε είναι πολύ μεγάλο και θα ήταν δύσκολο να ορίσουμε τις ιδιότητες σε κάθε κόμβο ξεχωριστά με το χέρι.

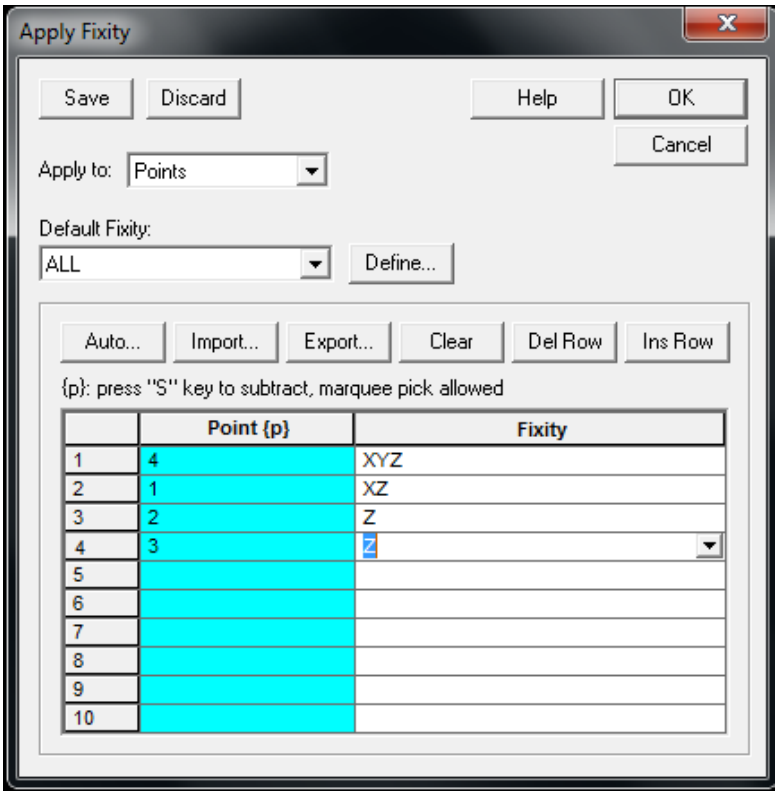


Σχήμα 3.19: Παράθυρο αυτόματης διαμόρφωσης συνοριακών συνθηκών σε κόμβους



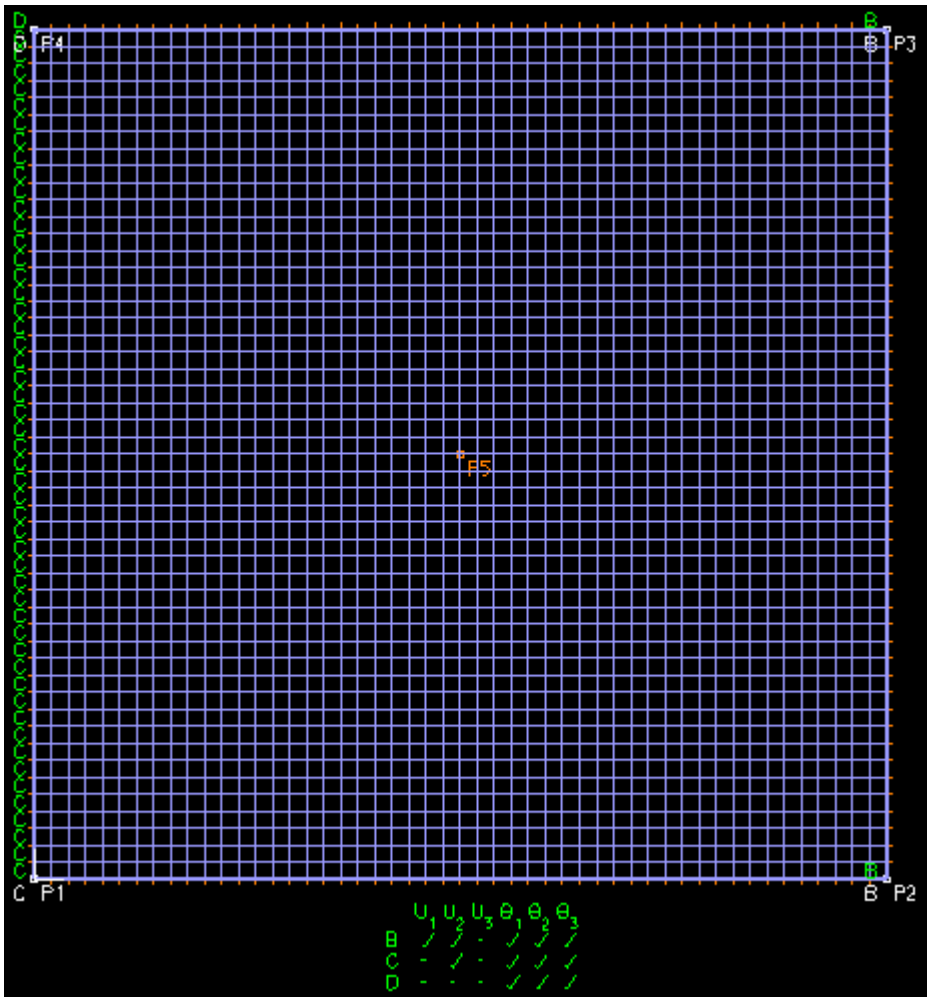
Σχήμα 3.20: Παράθυρο επιβολής συνοριακών συνθηκών σε κόμβους

Στη συνέχεια επιλέγουμε από το μενού τη διαδρομή Model> Boundary Conditions> Apply Fixity. Στο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγουμε τα γεωμετρικά σημεία στα οποία θέλουμε να επιβάλουμε τις συνοριακές συνθήκες καθώς και τη μορφή των συνοριακών συνθηκών που θα επιβληθούν, όπως ορίστηκε παραπάνω.



Σχήμα 3.21: Παράθυρο επιβολής συνοριακών συνθηκών σε γεωμετρικά σημεία

Μετά την επιβολή όλων των απαιτούμενων συνοριακών συνθηκών για το στήσιμο του μοντέλου, ο φορέας παίρνει τη μορφή που φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα, στο οποίο φαίνονται με πράσινο χρώμα τα στοιχεία και οι κόμβοι του φορέα που έχουν δεσμευτεί καθώς και ο τρόπος στήριξης του καθενός από τα εν λόγω σημεία στο υπόμνημα που φαίνεται στο κάτω μέρος του σχήματος 3.22.



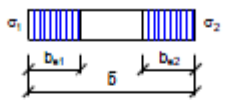
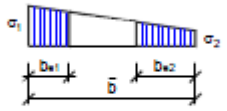
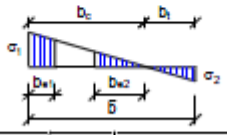
Σχήμα 3.22: Μορφή του φορέα μετά τον καθορισμό των συνοριακών συνθηκών

Βήμα 6^{ο}: Επιβολή φορτίσεων

Στο βήμα αυτό θα ασχοληθούμε με τα φορτία τα οποία επιδρούν στο φορέα. Η προσομοίωση των διαφόρων ειδών φορτίσεων είναι πολύ σημαντική για την επίλυση του φορέα καθώς οι αξονικές και διατμητικές τάσεις στις οποίες θα υποβληθεί ο φορέας θα προσομοιωθούν με κατακόρυφα και οριζόντια φορτία. Κατά την επιβολή φορτίσεων διακρίνουμε διάφορες περιπτώσεις.

Περίπτωση 1^{η}: Ορθές τάσεις (αξονική φόρτιση)

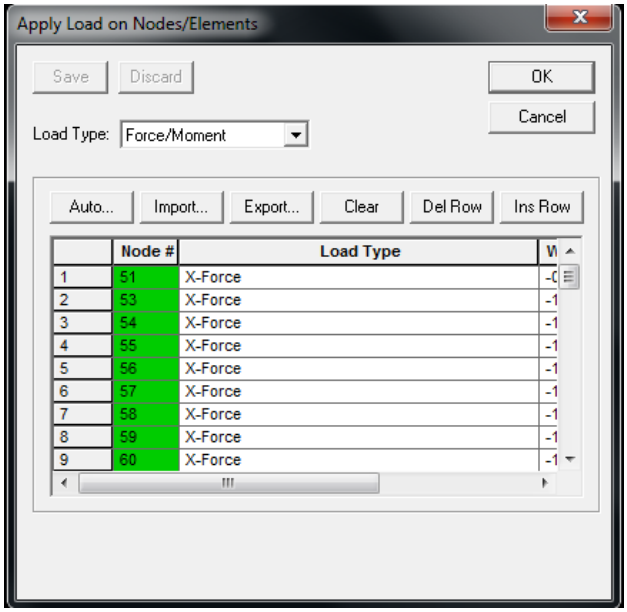
Στην περίπτωση αυτή διακρίνουμε τρεις υποπεριπτώσεις, όπου ψ=1, ψ=0 και ψ=-1. Το ψ είναι ο παράγων που εκφράζει το λόγο των τάσεων μεταξύ των δυο άκρων του φορέα όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.

Κατανομή τάσεων (θλίψη θετική)				Ενεργό πλάτος b_{eff}		
				$\psi = 1$: $b_{eff} = \rho\ \bar{b}$ $b_{e1} = 0{,}5\ b_{eff}$ $b_{e2} = 0{,}5\ b_{eff}$		
				$1 > \psi > 0$: $b_{eff} = \rho\ \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2}{5-\psi} b_{eff}$ $b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$		
				$\psi < 0$: $b_{eff} = \rho\ b_c = \rho\ \bar{b} / (1-\psi)$ $b_{e1} = 0{,}4\ b_{eff}$ $b_{e2} = 0{,}6\ b_{eff}$		
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -3$
Συντελεστής κύρτωσης k_σ	4,0	$8{,}2 / (1{,}05 + \psi)$	7,81	$7{,}81 - 6{,}29\psi + 9{,}78\psi^2$	23,9	$5{,}98\ (1 - \psi)^2$

Σχήμα 3.23: Πίνακας υπολογισμού του λόγου των τάσεων ψ

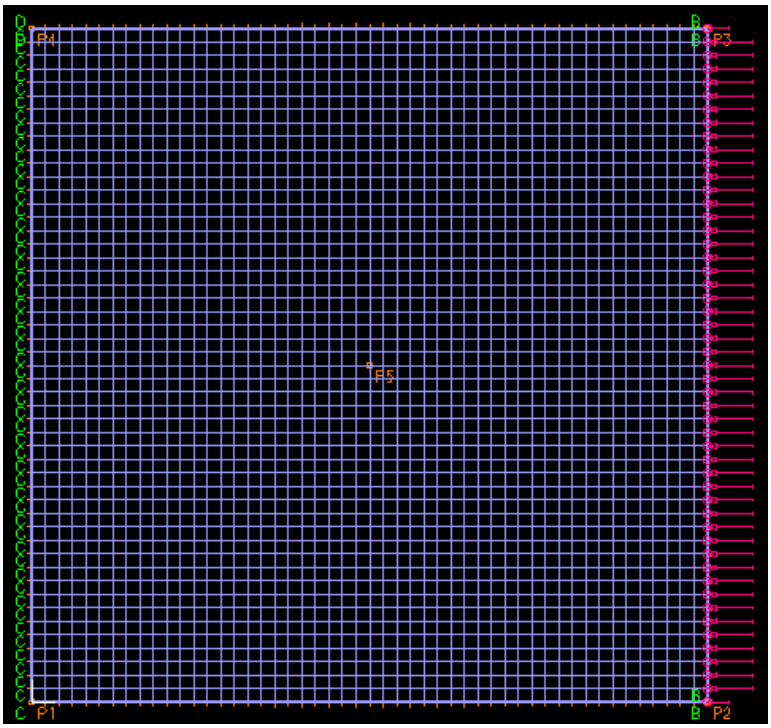
Υποπερίπτωση 1η: ψ=1

Στην υποπερίπτωση αυτή το φορτίο που κατανέμεται είναι γραμμικά σταθερό. Στο πρόγραμμα από την επιλογή Model> Loading> Apply Load On Nodes/ Elements εμφανίζεται στην οθόνη το παράθυρο Apply Load on Nodes/ Elements. Η εντολή αυτή δόθηκε καθώς για να προσομοιάσουμε το κατανεμημένο φορτίο πρέπει να ασκηθεί φορτίο σε κάθε κόμβο της πλευράς που θα φορτισθεί. Όπως και στο προηγούμενο βήμα της επιβολής των συνοριακών συνθηκών πατάμε το πλήκτρο Auto και με τον ίδιο τρόπο δίνουμε τη φόρτιση που θα χρησιμοποιηθεί. Η πλευρά 2 αποτελείται από 51 κόμβους, συμπεριλαμβανομένων και των κόμβων αρχής και τέλους, σύμφωνα με τη διακριτοποίηση που κάναμε σε προηγούμενο βήμα. Καθένας εκ των εσωτερικών κόμβων φορτίζεται με μοναδιαίο φορτίο, ενώ οι κόμβοι αρχής και τέλους φορτίζονται με 0.5.



Σχήμα 3.24: Παράθυρο επιβολής φόρτισης στους κόμβους

Η μορφή του φορέα που προκύπτει μετά από την επιβολή της φόρτισης φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα, όπως και η φόρτιση (με ροζ βέλη).

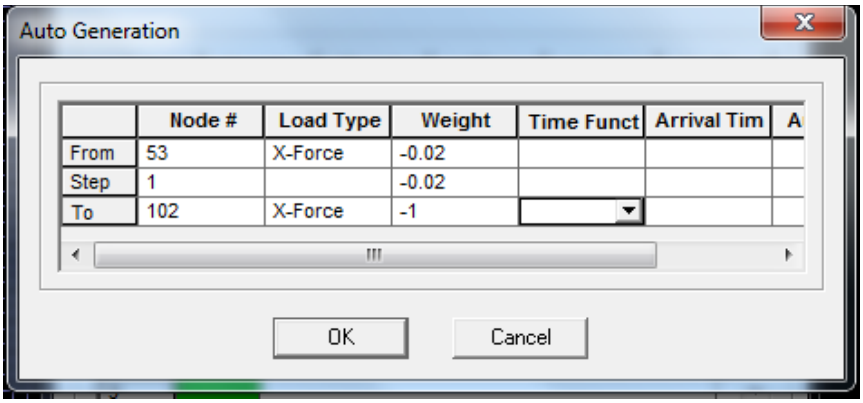


Σχήμα 3.25: Μορφή του φορέα μετά την επιβολή της φόρτισης για ψ=1

Υποπερίπτωση 2^{η}: ψ=0

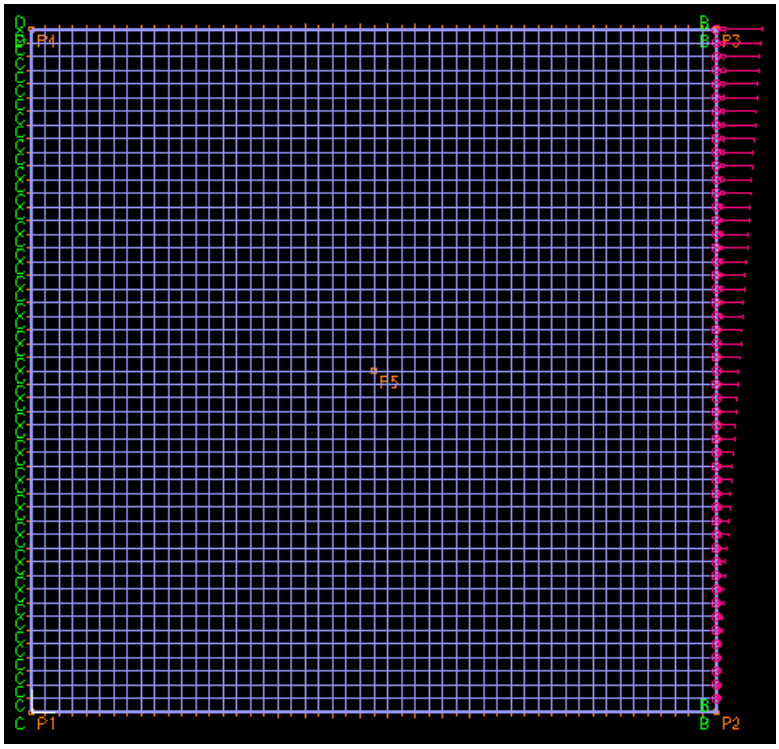
Στη συγκεκριμένη υποπερίπτωση το φορτίο που κατανέμεται είναι τριγωνικό. Το πάνω άκρο της γραμμής 2 που φορτίζεται δέχεται το μεγαλύτερο φορτίο, ενώ η

φόρτιση μεταβάλλεται γραμμικά μέχρι το μηδενισμό του φορτίου στο κάτω άκρο της γραμμής. Ακολουθώντας ξανά τη διαδρομή Model> Loading> Apply Load On Nodes/ Elements εμφανίζεται και πάλι το παράθυρο. Αυτή τη φορά, αφού πατήσουμε το πλήκτρο Auto, θα δώσουμε μέσα από το συγκεκριμένο παράθυρο εντολή ώστε το φορτίο να μεταβάλλεται γραμμικά κατά μήκος της πλευράς 2



Σχήμα 3.26: Παράθυρο καθορισμού της φόρτισης στους κόμβους κατά μήκος της γραμμής 2

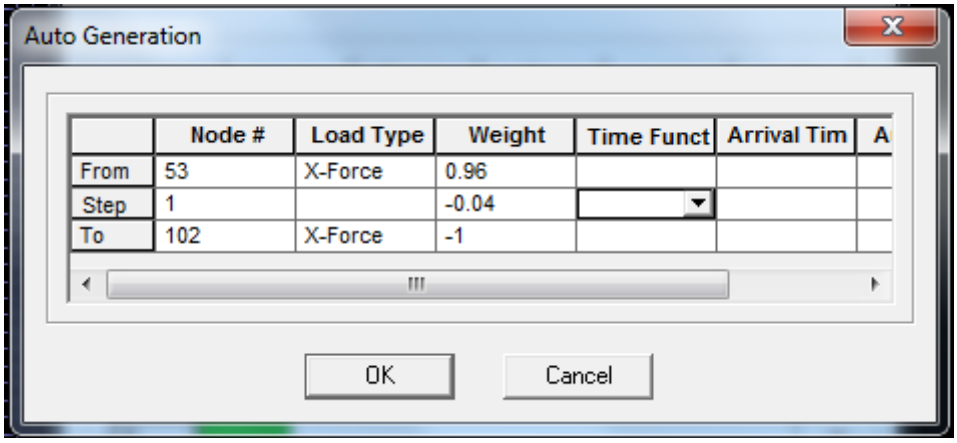
Ο φορέας παίρνει τη μορφή που φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα, όπου με ροζ βέλη φαίνεται η φόρτιση κατά μήκος της γραμμής 2 του φορέα



Σχήμα 3.27: Μορφή του φορέα μετά την επιβολή της φόρτισης για ψ=0

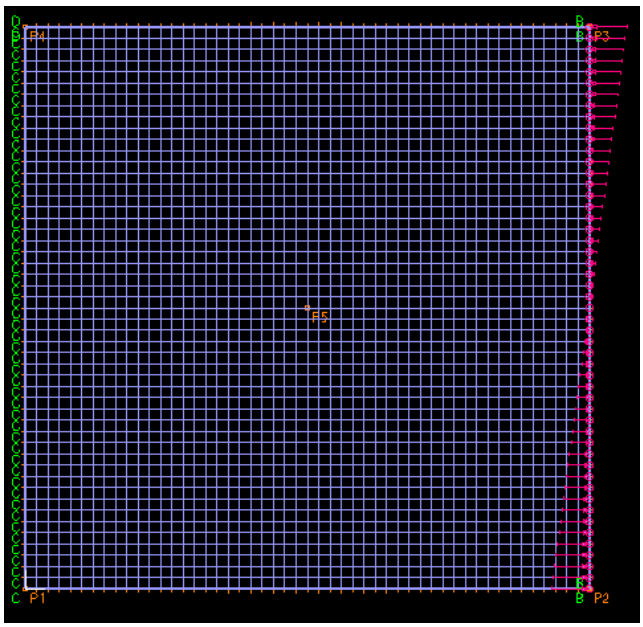
Υποπερίπτωση 3^{η}: ψ=-1

Στην υποπερίπτωση αυτή οι τιμές της φόρτισης του άνω και του κάτω άκρου είναι αντίθετες ενώ τα ενδιάμεσα σημεία φορτίζονται με τέτοιο τρόπο ώστε το φορτίο να μεταβάλλεται γραμμικά από -1 στο άνω άκρο σε +1 στο κάτω. Ακολουθώντας για ακόμα μία φορά την ίδια διαδρομή και πατώντας το πλήκτρο Auto στο παράθυρο Apply Load on Nodes/ Elements που εμφανίζεται θα πρέπει να δώσουμε κατάλληλη φόρτιση για την πλευρά 2.



Σχήμα 3.28: Παράθυρο αυτόματης ρύθμισης παραμέτρων φόρτισης

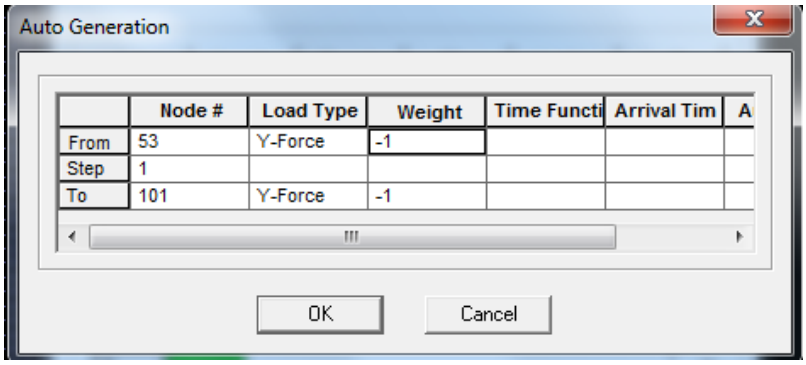
Δεν μπορούμε να δώσουμε κατευθείαν τιμές για κάθε κόμβο της γραμμής 2. Αυτό συμβαίνει διότι το πρόγραμμα έχει αναγνωρίσει ως κόμβο 52 το βοηθητικό σημείο 5, ενώ ο πρώτος κόμβος της γραμμής 2 είναι ο 51. Συνεπώς δίνουμε τιμές για τους κόμβους 53 έως 102 με την εντολή Auto και κατόπιν με το χέρι δίνουμε φόρτιση και στον κόμβο 51. Μετά την επιβολή της φόρτισης ο φορέας παίρνει τη μορφή που φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Σχήμα 3.29: Μορφή του φορέα μετά την επιβολή της φόρτισης για ψ=-1

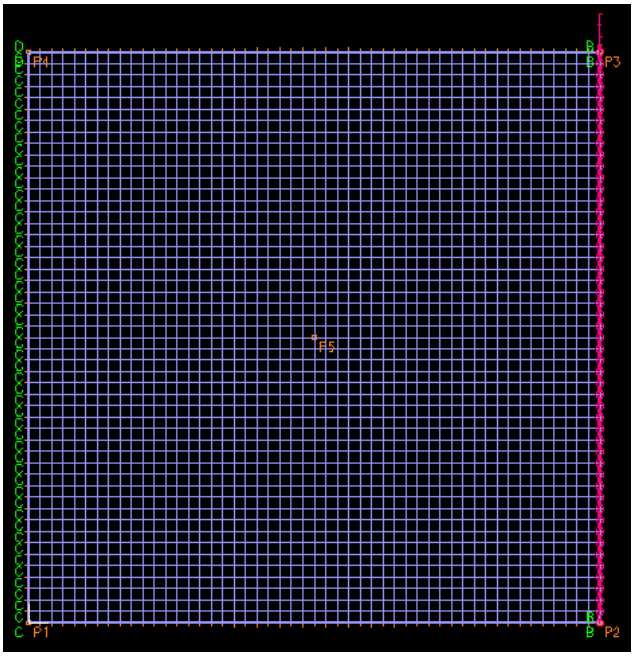
Περίπτωση 2η: Διατμητικές τάσεις (κατακόρυφη φόρτιση)

Στην περίπτωση αυτή θα προσομοιώσουμε τις διατμητικές τάσεις που ασκούνται στην πλευρά 2 του φορέα με κατακόρυφες δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε κόμβο της εν λόγω πλευράς. Από το μενού Model> Loading> Apply Load On Nodes/ Elements εμφανίζεται στην οθόνη το παράθυρο Apply Load On Nodes/ Elements. Ξανά επιλέγοντας το πλήκτρο Auto ορίζουμε το φορτίου καθενός από τους κόμβους της γραμμής σύμφωνα με το εξής. Τα εσωτερικά σημεία της γραμμής φορτίζονται με μοναδιαίο φορτίο ενώ τα άκρα της με 0.5 (αντίστοιχα όπως και στην 1η υποπερίπτωση της προηγούμενης περίπτωσης).



Σχήμα 3.30: Παράθυρο αυτόματης ρύθμισης των παραμέτρων φόρτισης για τα εσωτερικά σημεία

Κατόπιν, επιβάλλοντας κάθετη φόρτιση -0.5 στους κόμβους 51 και 102, ο φορέας λαμβάνει τη μορφή που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 3.31: Μορφή του φορέα μετά την επιβολή διατμητικών τάσεων στη δεξιά πλευρα

Περίπτωση 3η: Συνδυασμός ορθών και διατμητικών τάσεων

Η περίπτωση αυτή αφορά την ταυτόχρονη συνύπαρξη ορθών και διατμητικών τάσεων στην ίδια πλευρά του φορέα. Διακρίνεται και αυτή σε υποπεριπτώσεις οι οποίες είναι οι εξής:

Υποπερίπτωση 1η: $N_x + N_{xy}$, όπου αλληλεπιδρούν στο φορέα οι αξονικές και τέμνουσες δυνάμεις με τα πλήρη μεγέθη τους.

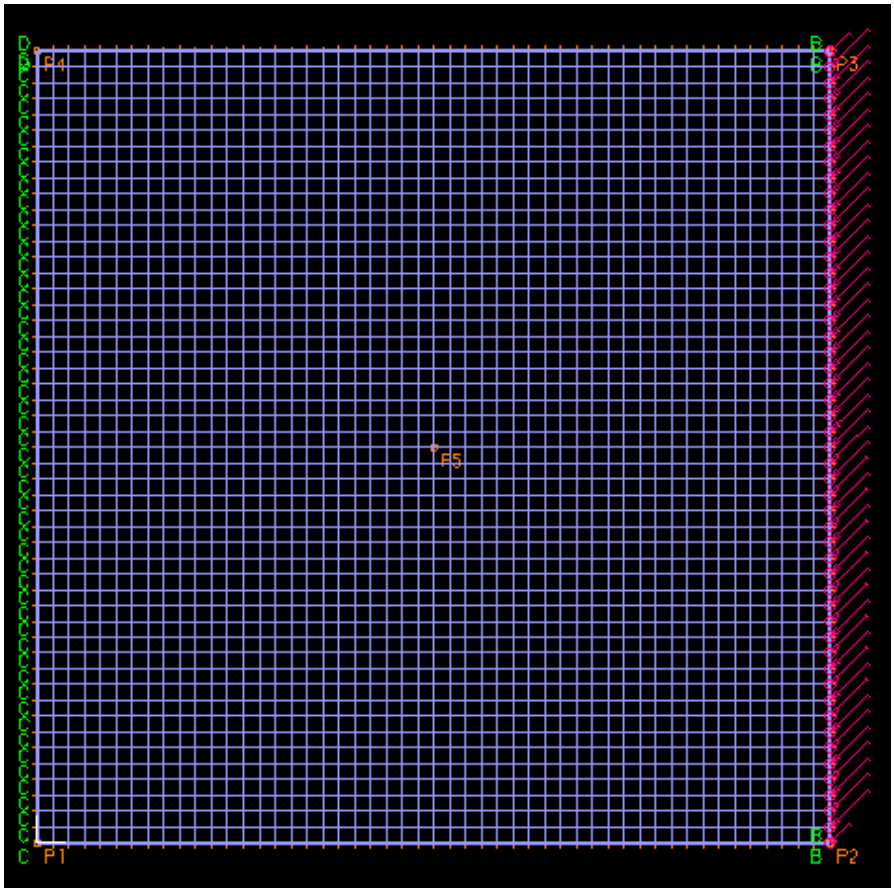
Υποπερίπτωση 2η: $\frac{1}{2}N_x + N_{xy}$, όπου αλληλεπιδρούν στο φορέα η μισή αξονική και η πλήρης τέμνουσα.

Υποπερίπτωση 3η: $N_x + \frac{1}{2}N_{xy}$, όπου αλληλεπιδρούν στο φορέα η πλήρης αξονική δύναμη και η μισή τέμνουσα.

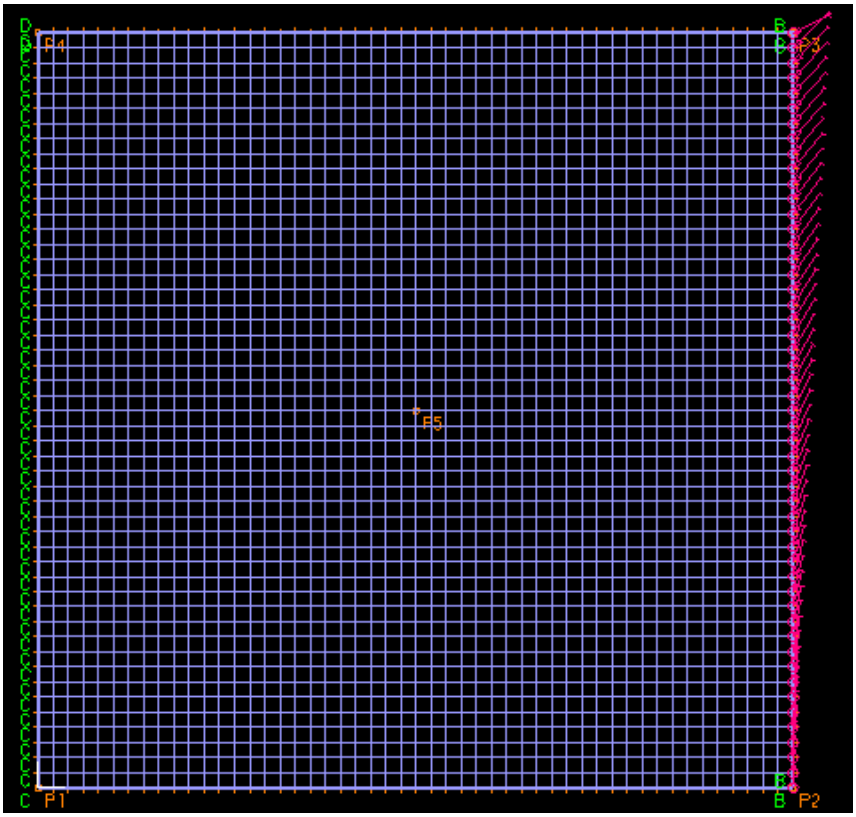
Σε κάθε μία από αυτές τις υποπεριπτώσεις υπεισέρχονται- προφανώς- και οι υποπεριπτώσεις για την αξονική δύναμη που αναφέρθηκαν παραπάνω. Λόγω του μεγάλου όγκου δεδομένων και της πιθανότητας να γίνει κουραστική η εργασία στον αναγνώστη επιλέγεται να παρατεθεί στο παρόν κεφάλαιο η περίπτωση της αξονικής για ψ=1.

Υποπερίπτωση 1η: $N_x + N_{xy}$

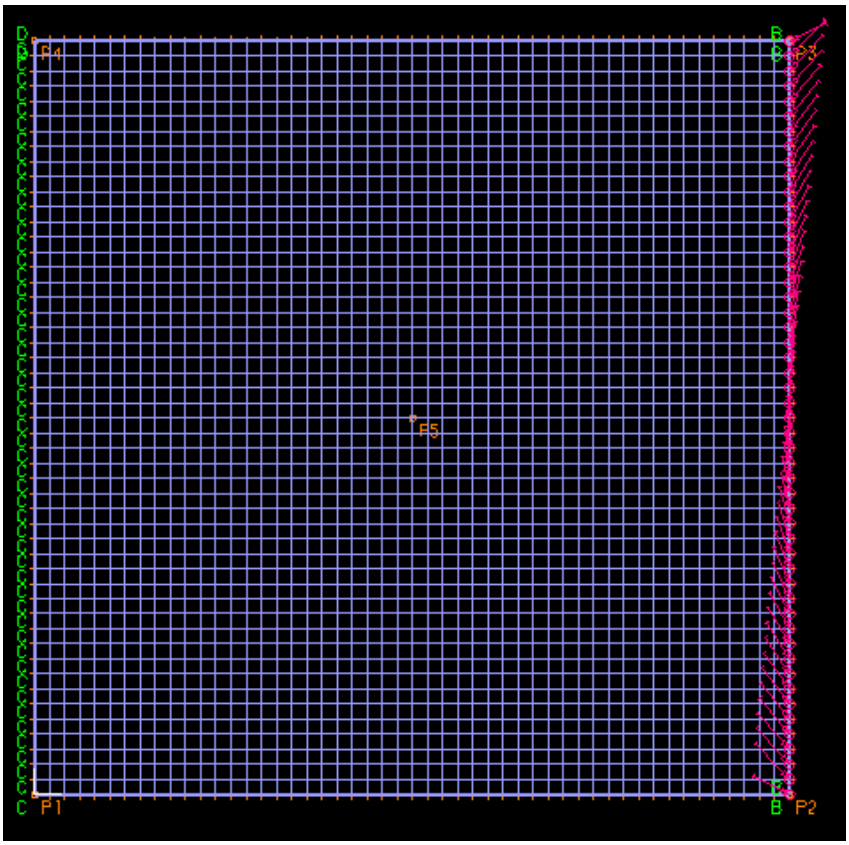
Ακριβώς όπως στις παραπάνω περιπτώσεις ακολουθείται η ίδια διαδρομή. Στο παράθυρο που θα εμφανιστεί δίνουμε αυτή τη φορά μέσω του πλήκτρου Auto δυνάμεις τόσο κατά τη διεύθυνση Χ όσο και κατά τη διεύθυνση Υ. Για κάθε τιμή του λόγου των τάσεων ψ (1, 0, -1) έχουμε 3 διαφορετικές περιπτώσεις φόρτισης όπως φαίνεται και στα σχήματα παρακάτω.



Σχήμα 3.32: Φόρτιση του φορέα λόγω της αλληλεπίδρασης διατμητικών και ορθών τάσεων με ψ=1



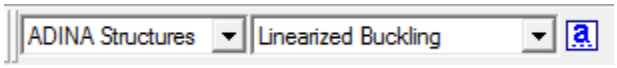
Σχήμα 3.33: Φόρτιση του φορέα λόγω της αλληλεπίδρασης διατμητικών και ορθών τάσεων με ψ=0

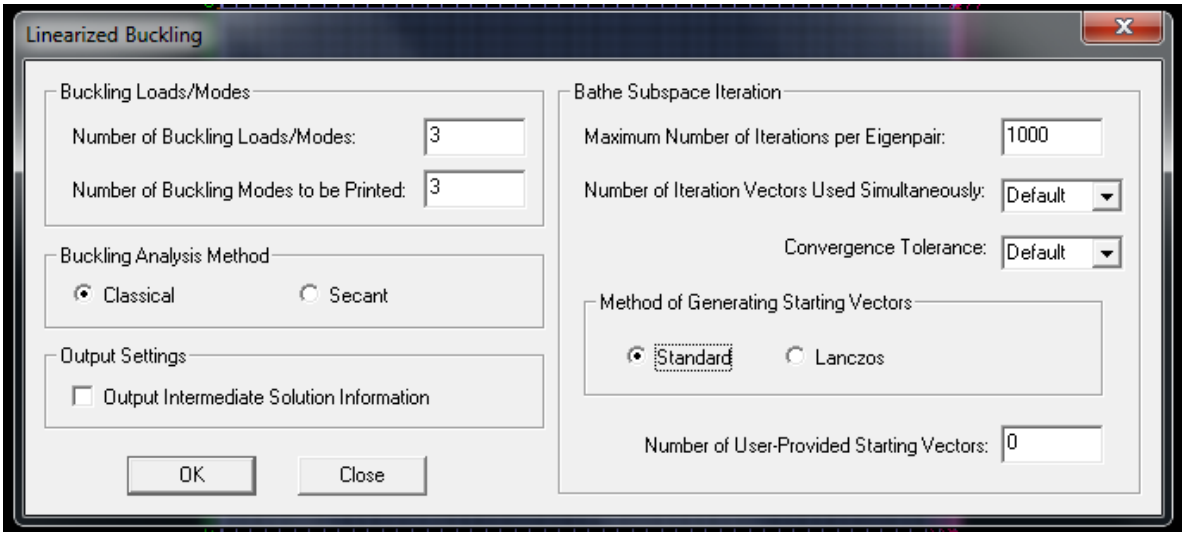


Σχήμα 3.34: Φόρτιση του φορέα λόγω της αλληλεπίδρασης διατμητικών και ορθών τάσεων με ψ=-1

Βήμα 7^{ο}: Ανάλυση του φορέα

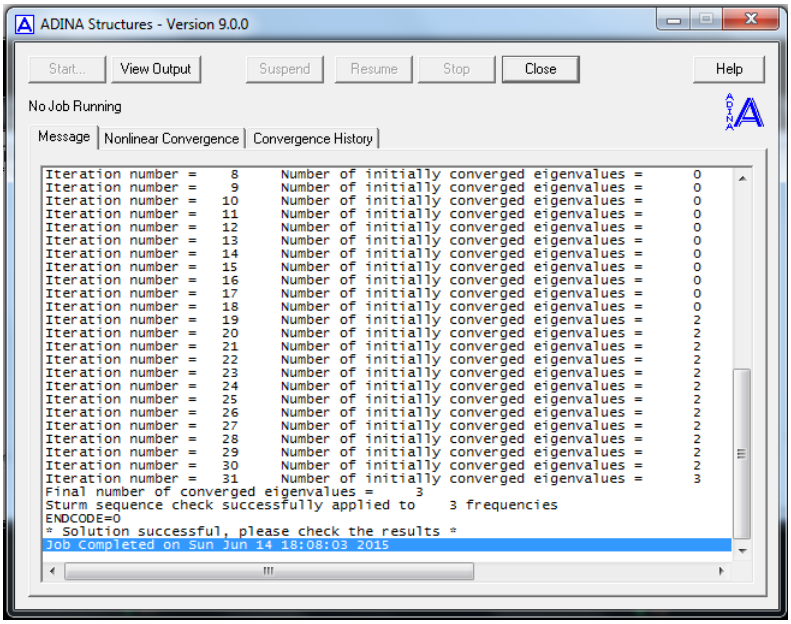
Αυτό είναι και το τελευταίο βήμα της όλης προσομοίωσης του φορέα με χρήση των πεπερασμένων στοιχείων. Από τη γραμμή εργαλείων του προγράμματος ακολουθείται η διαδρομή File> Save ώστε το αρχείο να αποθηκευτεί, εφ' όσον το μοντέλο είναι πλήρως κατασκευασμένο και έτοιμο να αναλυθεί. Η ονομασία του αποθηκευμένου αρχείο θα πρέπει υποχρεωτικά να είναι με λατινικούς χαρακτήρες, μιας και το πρόγραμμα δεν αναγνωρίζει ονόματα αρχείων αποθηκευμένα με ελληνικούς χαρακτήρες. Από την τελευταία γραμμή εργαλείων δίπλα στην ένδειξη ADINA Structures επιλέγεται ότι η ανάλυση που θα « τρέξει» το πρόγραμμα είναι αυτή του γραμμικού λυγισμού (Linearized Buckling) και από το μικρό εικονίδιο με το μικρό λατινικό a επιλέγονται οι παράμετροι βάσει των οποίων θα πραγματοποιηθεί η ανάλυση από το πρόγραμμα.



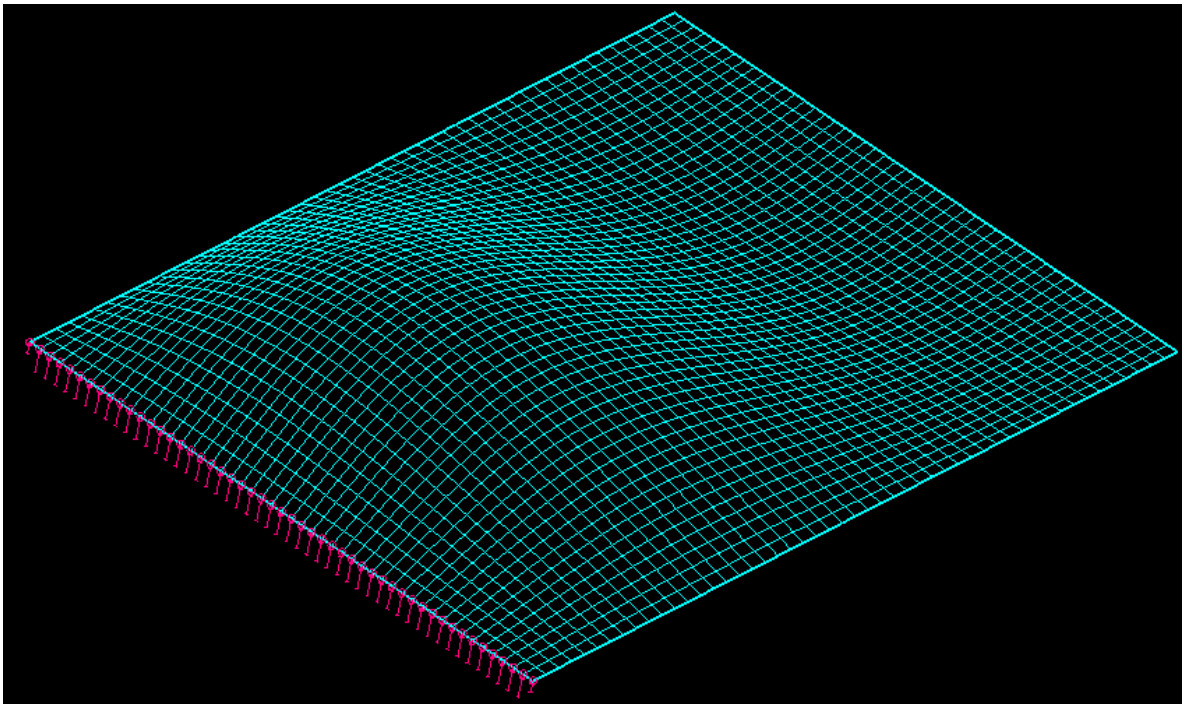


Σχήμα 3.35: Παράθυρο επιλογής παραμέτρων ιδιομορφικής ανάλυσης

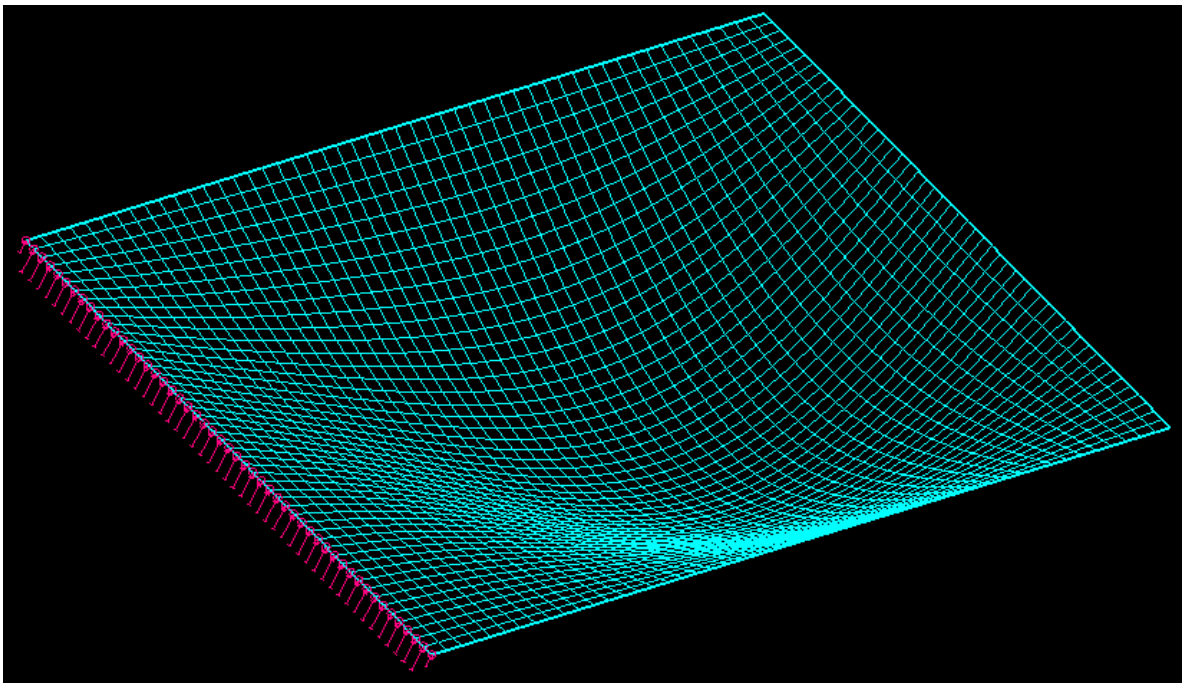
Οι παράμετροι που επιλέγονται έχουν σχέση με τον αριθμό των ιδιομορφών που θα εξεταστούν, καθώς και με τον αριθμό των βημάτων της ανάλυσης και φαίνονται στο σχήμα που ακολουθεί. Αφού αποθηκευτεί το αρχείο, επιλέγεται από τη γραμμή εργαλείων η εντολή Solution και κατόπιν η εντολή *Data File Run.* Εν συνεχεία, από την επιλογή Post Processing του προγράμματος λαμβάνουμε τις μορφές του παραμορφωμένου φορέα. Παρακάτω παρατίθενται τα σχήματα που προκύπτουν από τη γραμμική λυγισμική ανάλυση του μοντέλου για την περίπτωση συνδυασμού φόρτισης από ορθές και διατμητικές τάσεις στην περίπτωση αλληλεπίδρασης με ψ=1 και επίδραση των πλήρων μεγεθών των δυνάμεων (N_x+ N_{xy}).



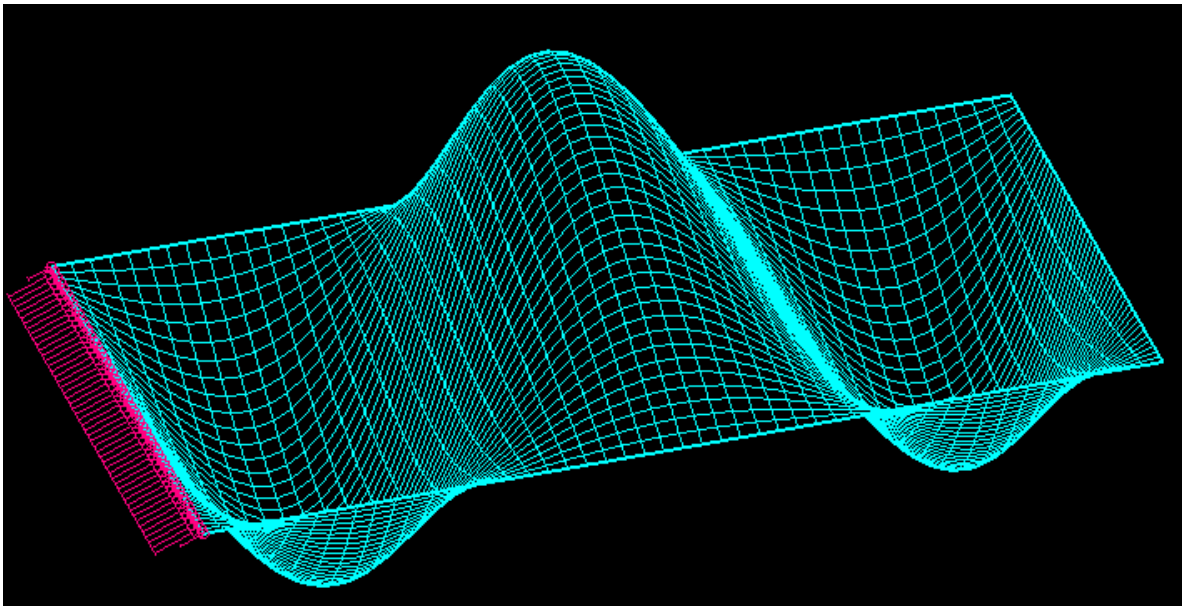
Σχήμα 3.36: Παράθυρο διαλόγου επίλυσης του φορέα



Σχήμα 3.37: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του φορέα



Σχήμα 3.38: Δεύτερη ιδιομορφή λυγισμού του φορέα



Σχήμα 3.39: Τρίτη ιδιομορφή λυγισμού του φορέα

Αξίζει να σημειωθεί πως το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του φορέα θα προκύψει από την πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του φορέα. Οι άλλες δύο ιδιομορφές παρατίθενται έτσι ώστε να αποκτήσει ο αναγνώστης μια πιο εμπεριστατωμένη εικόνα της λυγισμικής συμπεριφοράς του φορέα.

3.2.2 Πλάκες από υλικό Carbon/Epoxy (ορθότροπο)

Παραπάνω παρουσιάστηκε η διαδικασία προσομοίωσης μιας πλάκας διαστάσεων 1000*1000mm και πάχους t=15mm από δομικό χάλυβα, ο οποίος είναι ένα ισοτροπο υλικό. Στην προκειμένη περίπτωση επιθυμούμε τη μελέτη και ανάλυση μιας πλάκας ίδιων διαστάσεων αλλά διαφορετικών ιδιοτήτων ως προς το υλικό και συγκεκριμένα μια πλάκα που αποτελείται από το υλικό Carbon/Epoxy, ένα ορθότροπο υλικό. Τα βήματα που ακολουθούνται είναι σε μεγάλο βαθμό ίδια με τα βήματα που ακολουθήθηκαν στη μελέτη και ανάλυση του φορέα από δομικό χάλυβα.

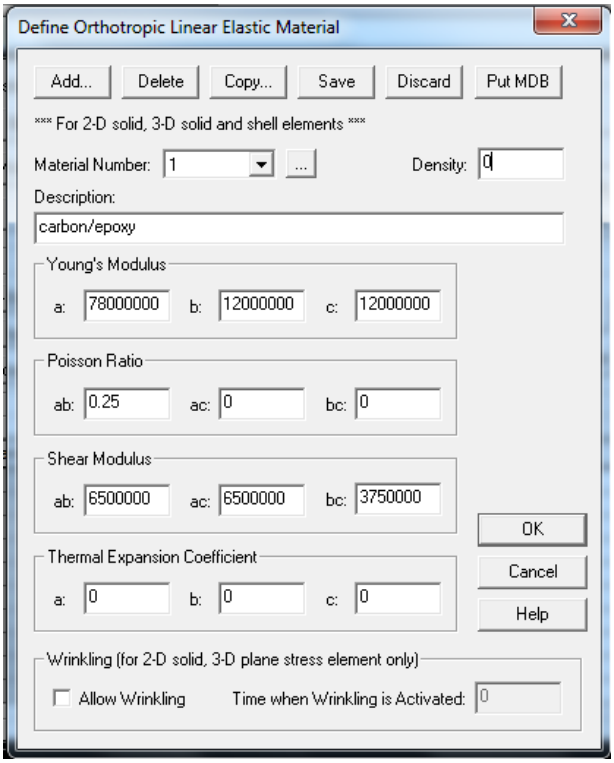
Βήμα 1^{ο}: Δημιουργία της γεωμετρίας του φορέα

Στο βήμα αυτό δεν αλλάζει τίποτα, αφού η γεωμετρία του φορέα είναι ακριβώς η ίδια και συνεπώς ακολουθείται επακριβώς η διαδικασία που περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα.

Βήμα 2^{ο}: Καθορισμός των ιδιοτήτων του υλικού

Για τον καθορισμό των ιδιοτήτων του υλικού ακολουθούμε την ίδια πορεία όπως και στην περίπτωση του δομικού χάλυβα ως υλικό. Από το μενού Model> Materials> Manage Materials εμφανίζεται στην οθόνη το παράθυρο Manage Material Definitions, από το οποίο επιλέγεται το πλήκτρο Orthotropic που βρίσκεται

στην κατηγορία υλικών Elastic. Στο παράθυρο ου εμφανίζεται, αφού πατήσουμε το πλήκτρο Add για να προσθέσουμε υλικό, δίνουμε στο συγκεκριμένο υλικό τις επιθυμητές ιδιότητες. Ορίζουμε στο πρόγραμμα τις ιδιότητες του υλικού ως εξής: μέτρο ελαστικότητας Young προς τις κύριες διευθύνσεις 1,2,3 E_1= 78Gpa, E_2=12Gpa= E_3, λόγο Poisson ν_{12}= 0,25, και μέτρο διάτμησης G_{12}= G_{13}= 6,5Gpa και G_{23}= 0,5G_{12}= 3,75Gpa. Η διαμόρφωση των ιδιοτήτων αυτών φαίνεται από το παράθυρο που παρατίθεται στην παρακάτω εικόνα.



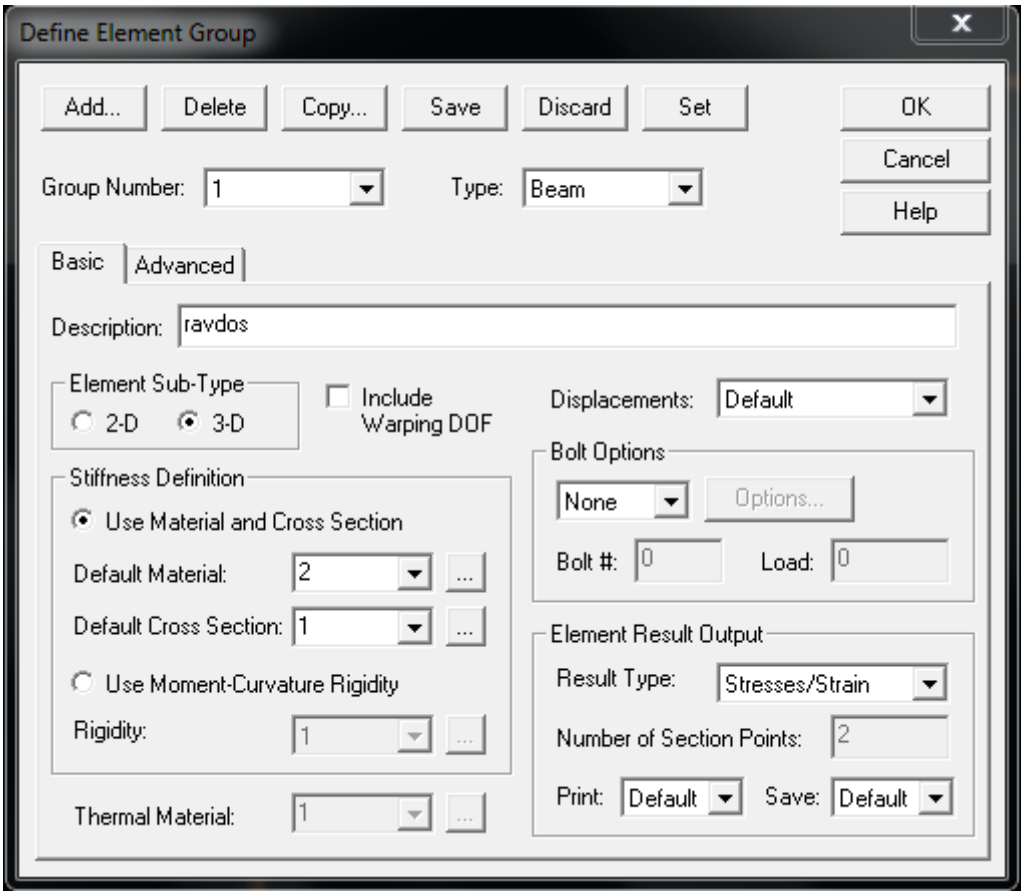
Σχήμα 3.40: Παράθυρο εισαγωγής ιδιοτήτων υλικού

Αξίζει να σημειωθεί πως ο ελαστικός ισότροπος χάλυβας έχει αποθηκευθεί ήδη στη λίστα των υλικών μιας και το υλικό αυτό θα χρησιμοποιηθεί για τις ράβδους περιμετρικά του στοιχείου πλάκας.

Βήμα 3°: Καθορισμός των ιδιοτήτων του φορέα (πάχος πλάκας, υλικό περιγράμματος και εσωτερικό, υλικά)

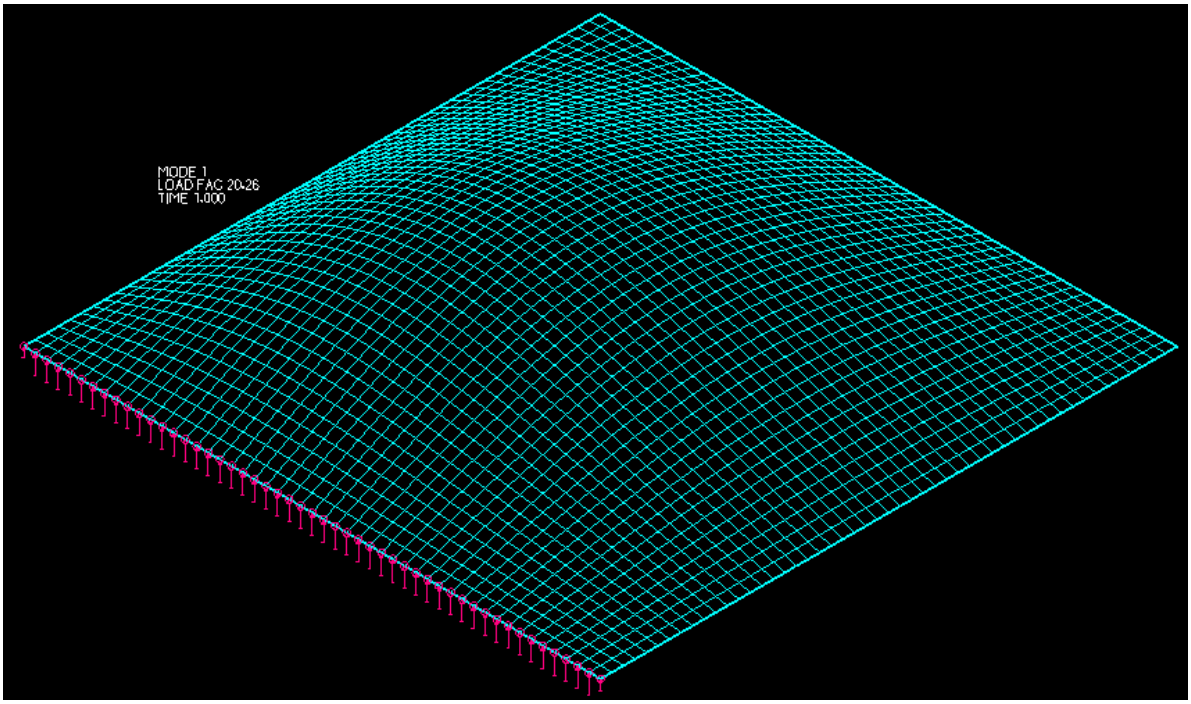
Σε γενικές γραμμές το βήμα αυτό είναι σχεδόν ίδιο με το αντίστοιχο βήμα που εκτελέσθηκε στην περίπτωση της χαλύβδινης πλάκας. Η σημαντική διαφορά έγκειται στη χρήση διαφορετικού υλικού για καθένα από τα στοιχεία. Έτσι, ενώ το εσωτερικό στοιχείο πλάκας θα αποτελείται από το ορθότροπο υλικό Carbon/Epoxy, οι περιμετρικές ράβδοι της πλάκας θα αποτελούνται από τον ισότροπο χάλυβα και η διατομή των ράβδων θα είναι η ίδια με αυτή που ορίσθηκε προηγουμένως. Συνεπώς, ακολουθούμε την ίδια διαδρομή (Meshing> Element Groups) και εμφανίζεται στην

οθόνη το παράθυρο Define Element Group, στο οποίο θα ορίσουμε τις ιδιότητες των στοιχείων (ράβδος, πλάκα) όπως ορίστηκαν και προηγουμένως.

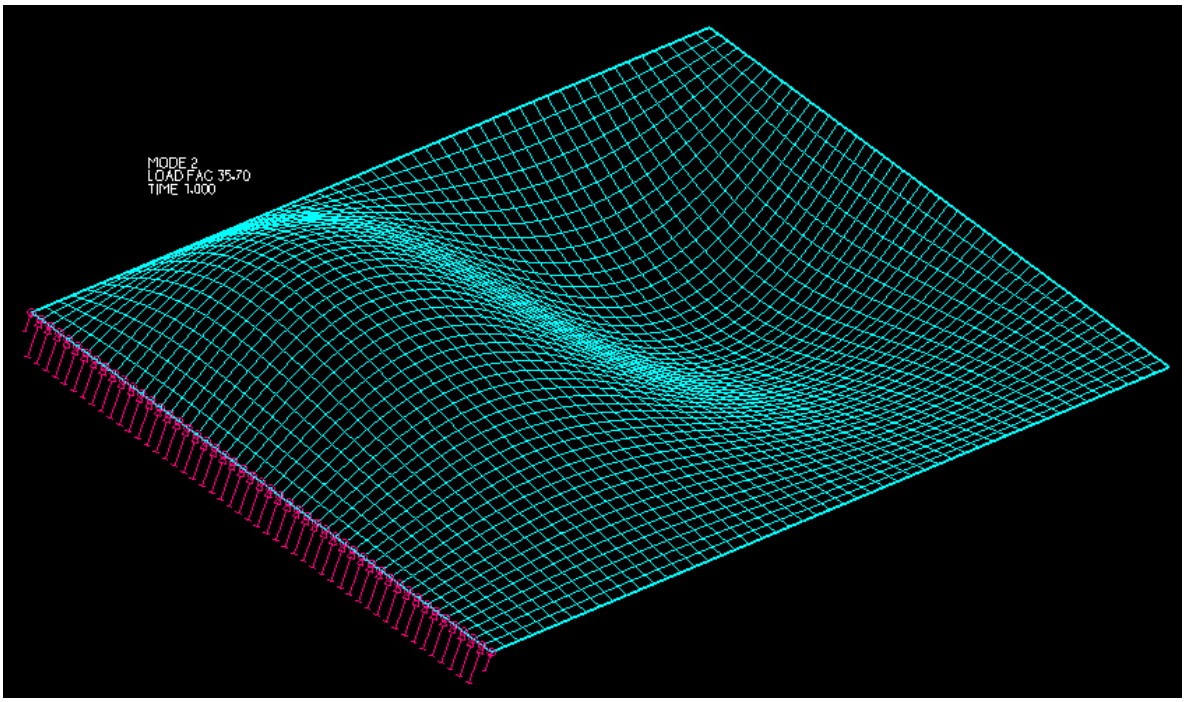


Σχήμα 3.41: Παράθυρο καθορισμού ιδιοτήτων των στοιχείων του φορέα

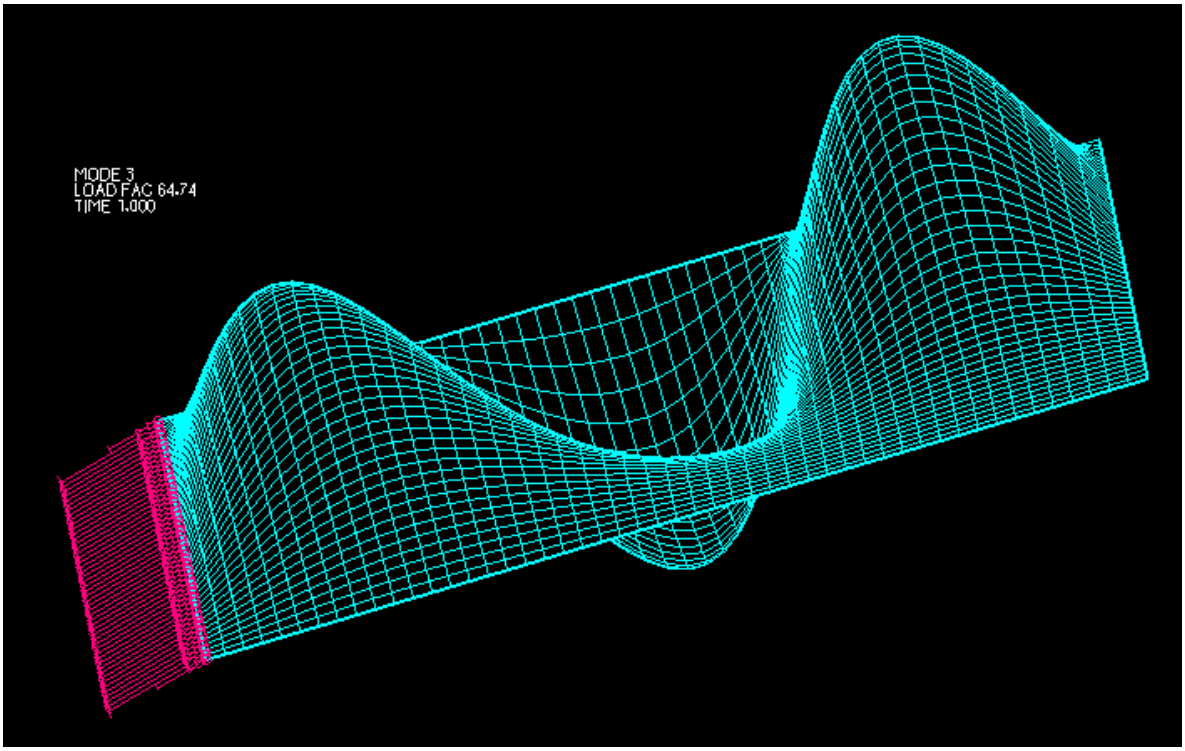
Στα επόμενα βήματα 4°, 5°, 6° και 7° δεν έχουμε κάποια διαφοροποίηση ως προς τα αντίστοιχα βήματα που ακολουθήθηκαν στην περίπτωση του δομικού χάλυβα. Παρ' όλα αυτά αξίζει να παρουσιαστούν οι ιδιομορφές που προκύπτουν για το συγκεκριμένο συνδυασμό υλικών. Για να είναι και οπτικά άμεση η σύγκριση με την περίπτωση χρήσης του δομικού χάλυβα θα παρουσιαστούν εδώ οι ιδιομορφές που προκύπτουν για την ίδια περίπτωση φόρτισης όπως και παραπάνω (N_x+ N_{xy}).



Σχήμα 3.42: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού σε πλάκα από υλικό Carbon/ Epoxy



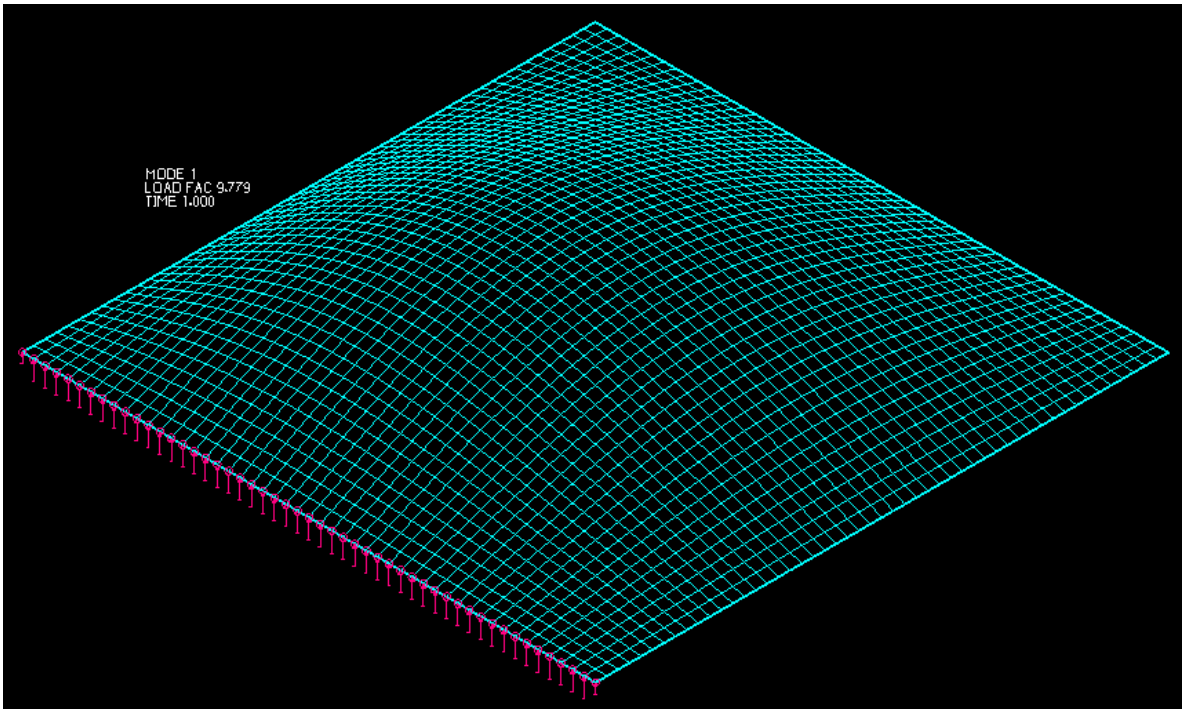
Σχήμα 3.43: Δεύτερη ιδιομορφή λυγισμού σε πλάκα από υλικό Carbon/ Epoxy



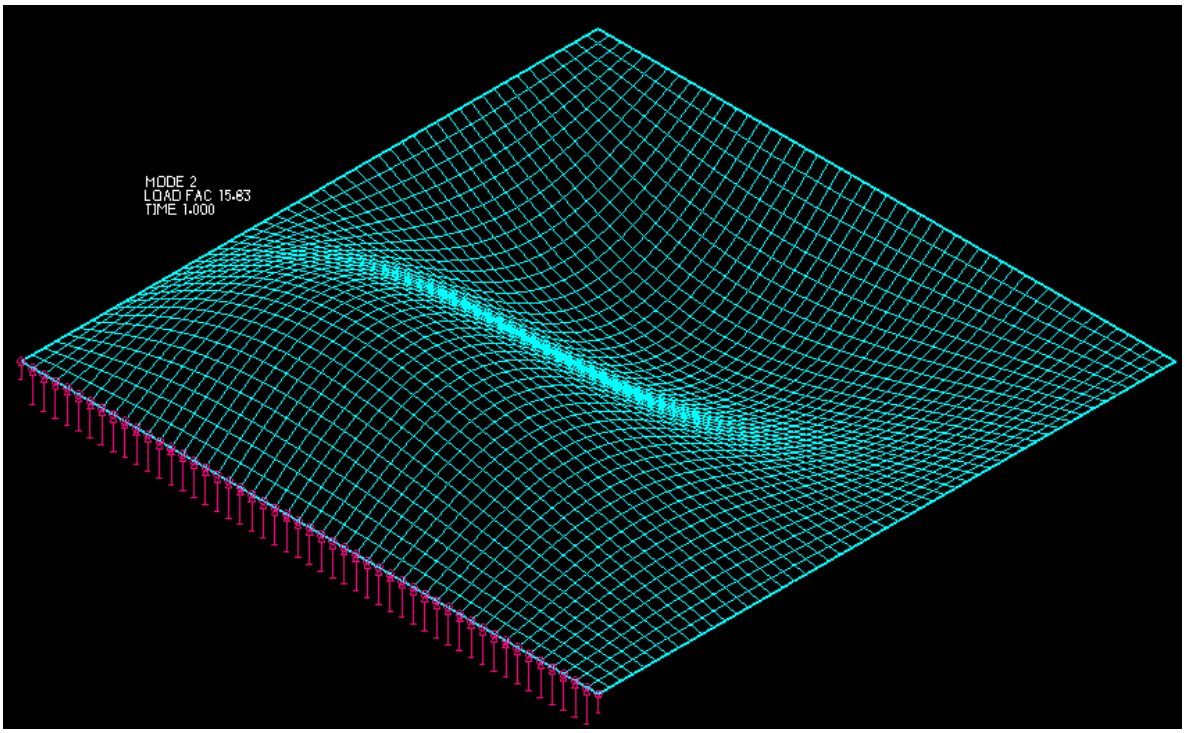
Σχήμα 3.44: Τρίτη ιδιομορφή λυγισμού σε πλάκα από υλικό Carbon/ Epoxy

3.2.3 Πλάκες από υλικό Glass/ Epoxy (ορθότροπο)

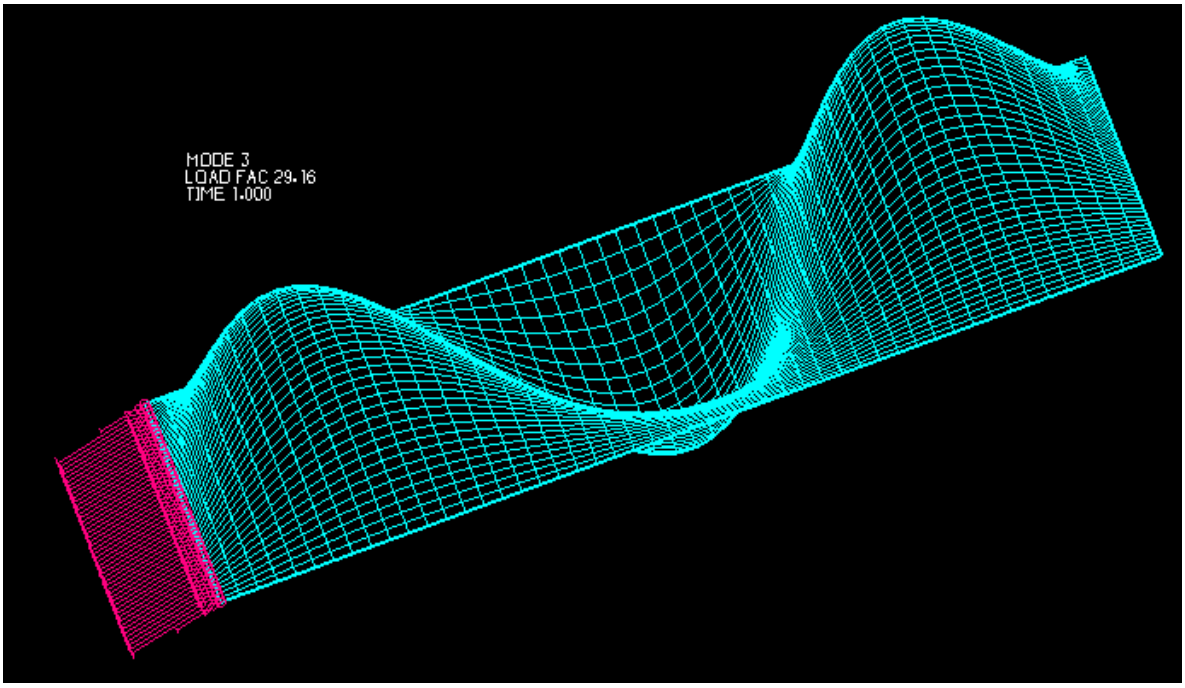
Όπως και στην περίπτωση του Carbon/ Epoxy, το Glass/ Epoxy πρόκειται για ένα ορθότροπο υλικό. Όπως είναι αναμενόμενο τα βήματα που ακολουθούνται είναι τα ίδια με τα 7 βήματα που ακολουθήθηκαν στην ακριβώς προηγούμενη περίπτωση του Carbon/ Epoxy. Η διαφορά που παρουσιάζουν τα υλικά ως προς τις ιδιότητες τους είναι στις σημαντικά χαμηλότερες τιμές του μέτρου ελαστικότητας και του μέτρου διάτμησης που παρουσιάζει το γυαλί σε σχέση με τον άνθρακα. Οι ιδιότητες του υλικού είναι: μέτρο ελαστικότητας Young ως προς τις κύριες διευθύνσεις 1,2,3 E_1= 38Gpa, E_2= E_3= 10Gpa, λόγος Poissson $\nu_{1,2}$= 0,25 (όπως και στην παραπάνω περίπτωση) και μέτρο διάτμησης G_{12}= G_{13}= 4,8Gpa, G_{23}= 2,4Gpa. Ακολούθως για λογους σύγκρισης παρουσιάζονται οι ιδιομορφές λυγισμού της πλάκας, η οποία αποτελείται από υλικό Glass/ Epoxy στο εσωτερικό, ενώ περιμετρικά αποτελείται από ράβδους από ελαστικό ισότροπο χάλυβα.



Σχήμα 3.45: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού σε πλάκα από υλικό Glass/ Epoxy



Σχήμα 3.46: Δεύτερη ιδιομορφή λυγισμού σε πλάκα από υλικό Glass/ Epoxy



Σχήμα 3.47: Τρίτη ιδιομορφή λυγισμού σε πλάκα από υλικό Glass/ Epoxy

Κεφάλαιο 4: Επεξεργασία και ανάλυση των αποτελεσμάτων

4.1 Γενικά

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, στόχος της παρούσης διπλωματικής εργασίας είναι αφ' ενός η σύγκριση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού που απαιτείται για ισότροπα και ορθότροπα υλικά και αφετέρου μεταξύ των αποτελεσμάτων τις μεθόδου που αναγράφεται στον Ευρωκώδικα και αυτών που προκύπτουν από την ανάλυση του συγκεκριμένου μοντέλου μέσω ενός προγράμματος ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων – ADINA 9.0 στην περίπτωσή μας- ώστε να προκύψει και να προσδιοριστεί ο βαθμός σύγκλισης των δύο μεθόδων.

Τα αποτελέσματα των αναλύσεων που πραγματοποιήθηκαν διαφοροποιούνται αρχικά ως προς τον τύπο φόρτισης της κάθε δοκιμής (ορθές τάσεις για ψ=1, ψ=0 και ψ=-1, διατμητικές τάσεις, συνύπαρξη ορθών και διατμητικών τάσεων στο φορέα με ποικίλους συνδυασμούς). Εν συνεχεία υπήρξε και διαφοροποίηση ως προς το υλικό που επιλέγεται για το φορέα, καθώς πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις τόσο για ελαστικό ισότροπο υλικό (δομικός χάλυβας) όσο και για ελαστικά ορθότροπα υλικά (Carbon/ Epoxy και Glass/ Epoxy) για το σύνολο των οποίων επιβλήθηκαν όλοι οι προαναφερθέντες τύποι φόρτισης. Το κρίσιμο φορτίο υπολογίσθηκε τόσο με πεπερασμένα στοιχεία όσο και αναλυτικά με τη χρήση των μαθηματικών τύπων που περιγράφουν το φαινόμενο του γραμμικού λυγισμού για να εξακριβωθεί η σωστή προσομοίωση των μοντέλων με πεπερασμένα στοιχεία.

4.2 Υπολογισμός κρίσιμου φορτίου κύρτωσης φορέων από δομικό χάλυβα

4.2.1 Αποτελέσματα βάσει της ανάλυσης του ADINA 9.0

Από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού (LBA) που πραγματοποιήθηκε με το πρόγραμμα ADINA προκύπτουν οι ιδιοτιμές του φορέα. Οι ιδιοτιμές, ουσιαστικά είναι συντελεστές, οι οποίοι πολλαπλασιαζόμενοι με το φορτίο που ασκούμε δίνουν το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του φορέα όπως προκύπτει και από τη σχέση

$$N_{cr,i} = \lambda_i * P_{ολικό} \tag{4.1}$$

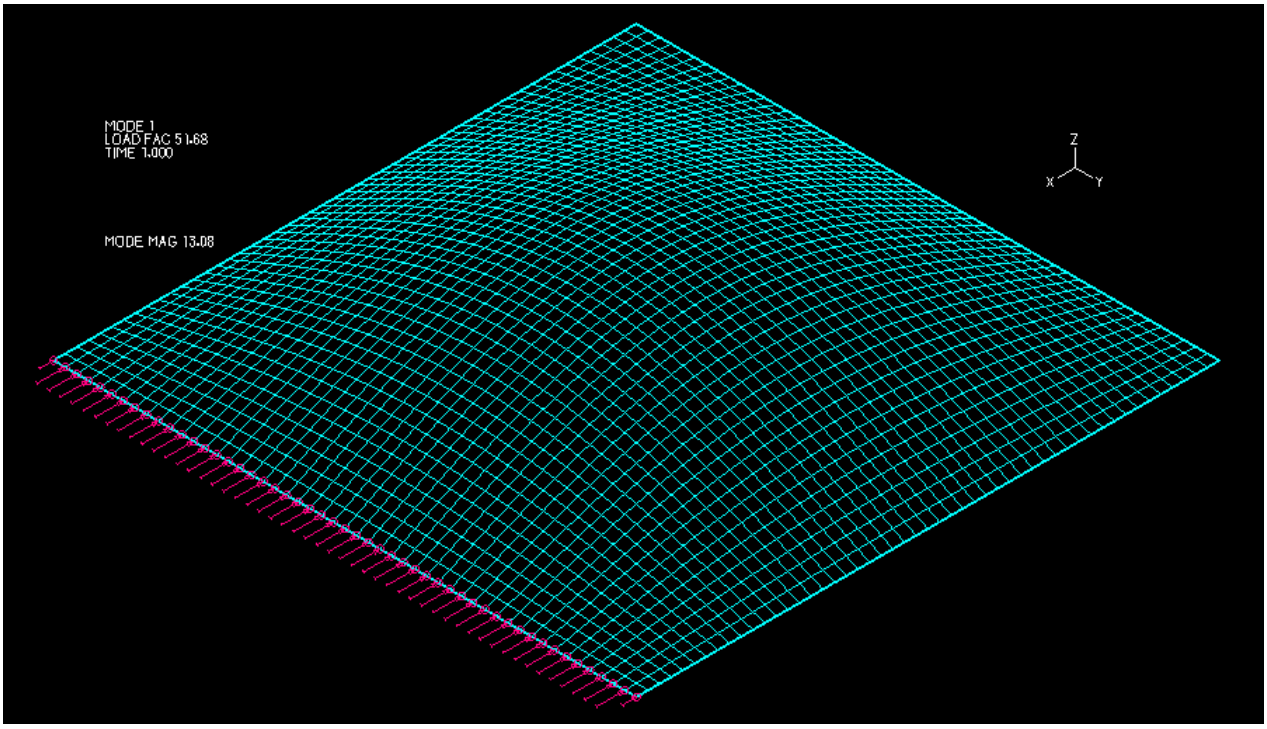
Συνήθως, ως μελετητές ενδιαφερόμαστε μόνο για το κρίσιμο φορτίο λυγισμού αφού ο φορέας θα αστοχήσει πριν φτάσει στη στάθμη των μεγαλύτερων φορτίων λυγισμού. Παρόλα αυτά, στις αναλύσεις που έγιναν ζητήθηκε από το πρόγραμμα ο υπολογισμός

των τριών πρώτων ιδιοτιμών για κάθε περίπτωση και η μικρότερη από αυτές αποτελούσε το κρίσιμο φορτίο λυγισμού N_{cr}.

Στο συγκεκριμένο υποκεφάλαιο εξετάζονται φορείς (πλάκες) από δομικό χάλυβα διαστάσεων 1000*1000mm και πάχους t=15mm. Ο χάλυβας που χρησιμοποιείται είναι κατηγορίας S355, κάτι που, βέβαια, δεν επηρεάζει το κρίσιμο φορτίο λυγισμού, εν αντιθέσει με τις ιδιότητές του. Το μέτρο ελαστικότητας Young του ισότροπου υλικού είναι E=210Gpa, το μέτρο διάτμησης είναι G= 80,77Gpa όπως προκύπτει αυτόματα από το πρόγραμμα, ενώ ο λόγος Poisson είναι ν=0,3 για τη συγκεκριμένη περίπτωση. Επίσης, είναι σημαντικό να αναφερθεί πως για την ορθή επίλυση του μοντέλου πρέπει να εξασφαλισθεί η θεωρητικώς άπειρη δυσκαμψία των τεσσάρων περιμετρικών ράβδων. Αυτό επιτυγχάνεται από την κατάλληλη διαμόρφωση της διατομής των ράβδων (ελάχιστη εμβαδό, πολύ μεγάλες τιμές ακαμψίας), όπως αναλύθηκε εκτενώς στο προηγούμενο κεφάλαιο.

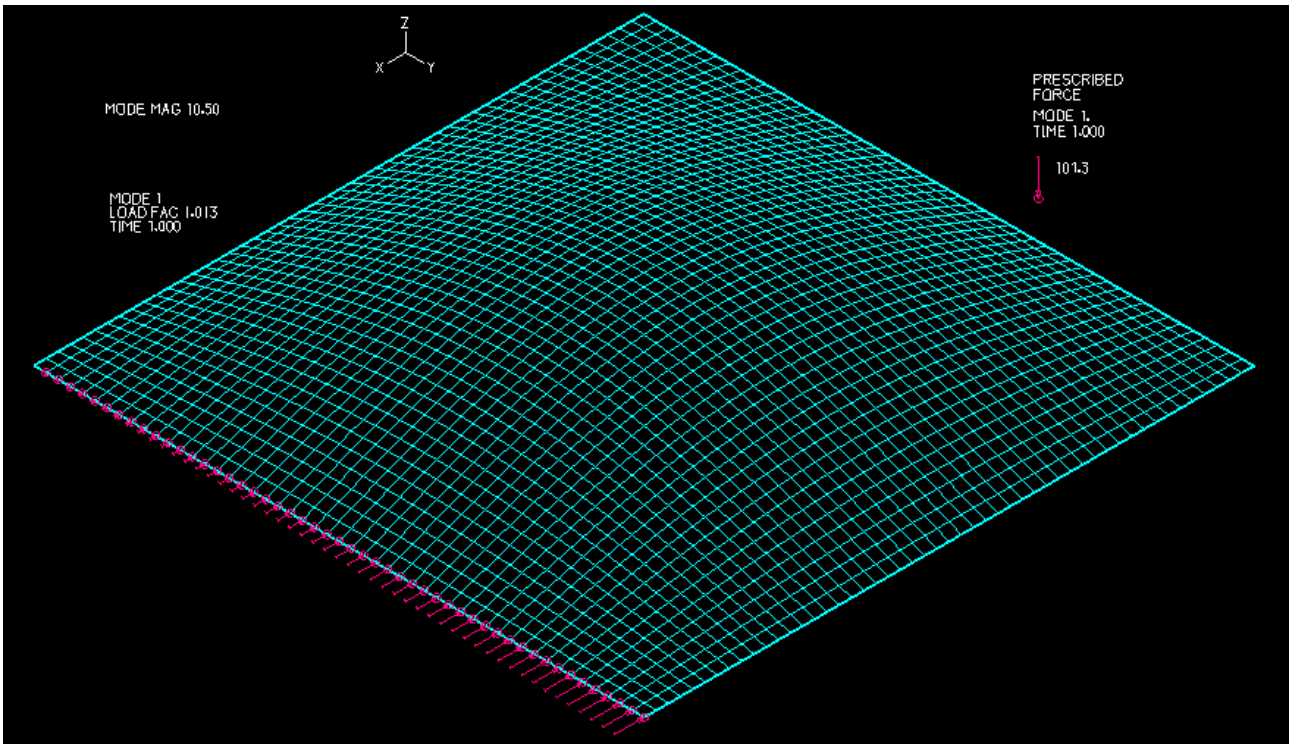
Η φόρτιση που ασκήθηκε στη συγκεκριμένη πλάκα από χάλυβα περιελάμβανε είτε μόνο ορθές τάσεις για τιμές του συντελεστή τάσεων ψ=1,0 ή -1, είτε επιβολή διατμητικών τάσεων στη δεξιά πλευρά του φορέα, είτε συνδυασμό των ανωτέρω περιπτώσεων φόρτισης με τους εξής τρόπους: $N_x + N_{xy}$, $\frac{1}{2}N_x + N_{xy}$ και $N_x + \frac{1}{2}N_{xy}$, όπου οι παράγοντες N_x και N_{xy} αναφέρονται στην επιβολή αξονικών και τεμνουσών μεγεθών αντίστοιχα. Τα φορτία που ασκούνται ώστε να προσομοιωθούν οι διάφορες περιπτώσεις φόρτισης είναι μοναδιαίες δυνάμεις οι οποίες ασκούνται σε κάθε κόμβο της φορτιζόμενης πλευράς της πλάκας. Σημειώνεται ακόμη πως η κάθε πλευρά του φορέα έχει διακριτοποιηθεί σε 50 υποστοιχεία- κόμβους, καθένας από τους οποίους φορτίζεται με μοναδιαίο φορτίο, πράγμα που σημαίνει πως το φορτίο που ασκείται είναι 50kN/m μιας και η πλάκα έχει διαστάσεις 1*1m.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται διάφορα παραδείγματα φορέων που αναλύθηκαν. Πιο συγκεκριμένα, παρατίθενται φορείς από ελαστικό ισότροπο χάλυβα για τις περιπτώσεις φόρτισης που αναφέρθηκαν παραπάνω. Παρατίθενται μόνο οι πρώτες ιδιομορφές για κάθε τύπο φόρτισης μιας και όπως αποδείχθηκε από το σύνολο των δοκιμών, δινουν σε κάθε περίπτωση το κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Σε κάθε σχήμα ο αριθμός που εμφανίζεται ως LOAD FAC αποτελεί το συντελεστή ιδιομορφής με τον οποίο θα πολλαπλασιαστεί το ασκούμενο φορτίο ώστε να προκύψει το κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Στο τέλος του κεφαλαίου θα παρατεθούν υπό μορφή πινάκων τα αποτελέσματα για κάθε υλικό έτσι ώστε να γίνει η σύγκριση μεταξύ τους και να εξαχθούν τα συμπεράσματα.



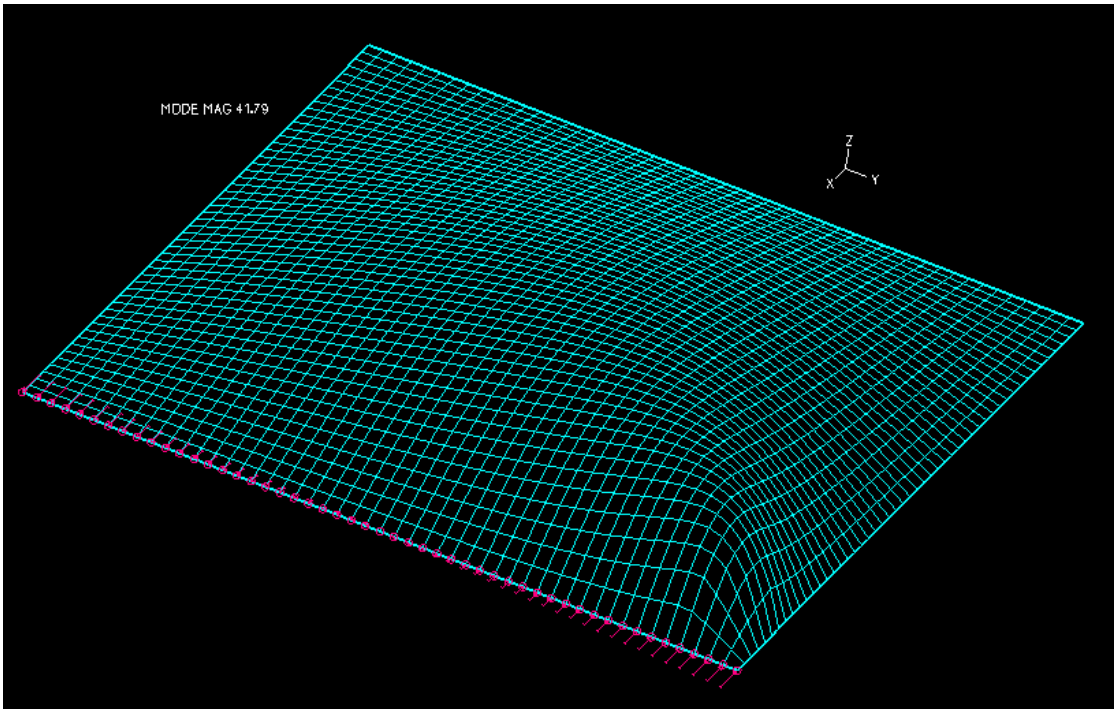
Σχήμα 4.1: Πλάκα 1000*1000*15mm από χάλυβα που δέχεται ορθές τάσεις με ψ=1

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: Ncr= 50*51.68/1,0=2584kN/m



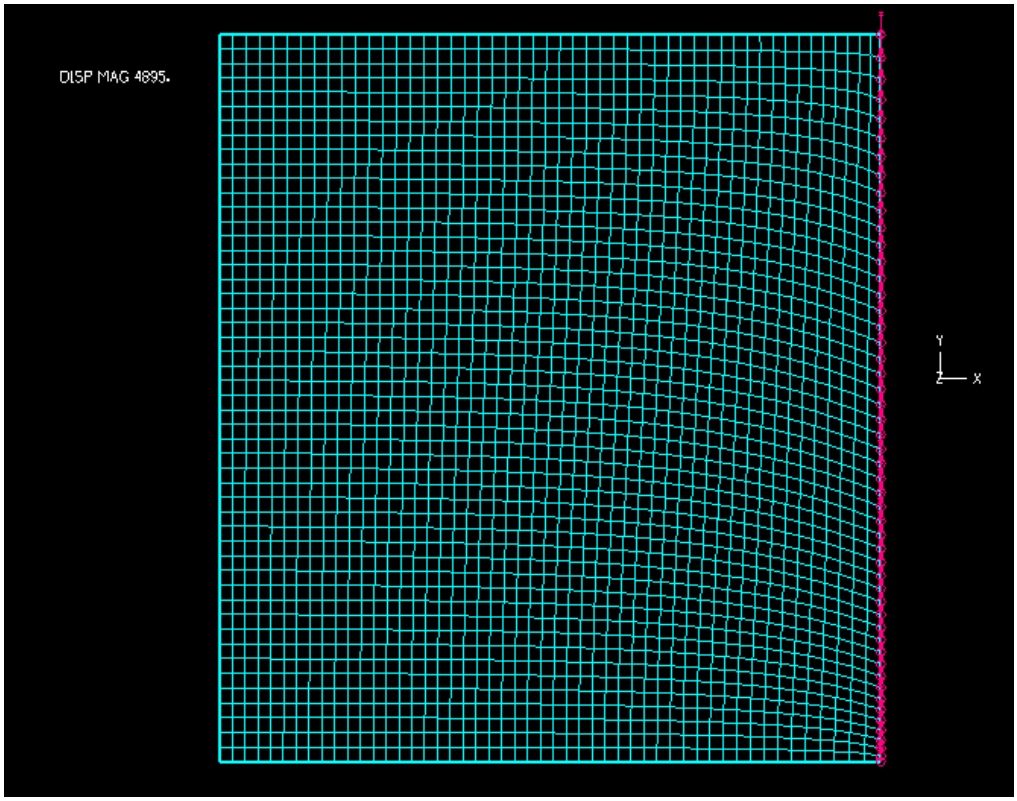
Σχήμα 4.2: Πλάκα 1000*1000*15mm από χάλυβα που δέχεται ορθές τάσεις με ψ=0

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: Ncr= 50*101,3/1,0=5065kN/m



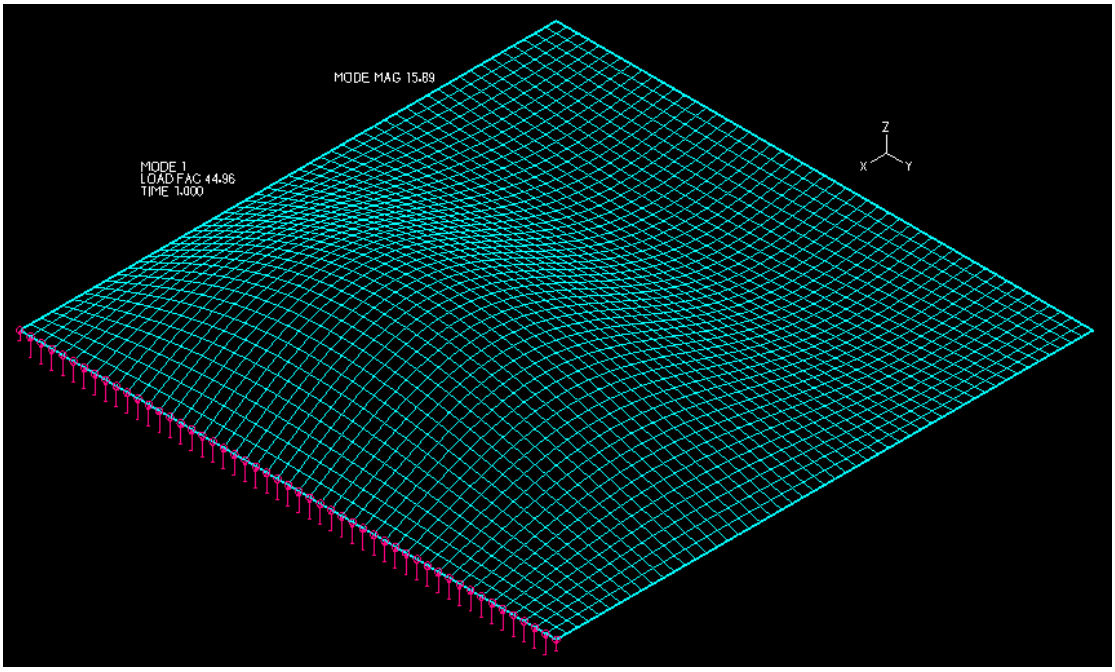
Σχήμα 4.3: Πλάκα 1000*1000*15mm από χάλυβα που δέχεται ορθές τάσεις με ψ=1

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: Ncr= 50*310,13/1,0=15506,5kN/m



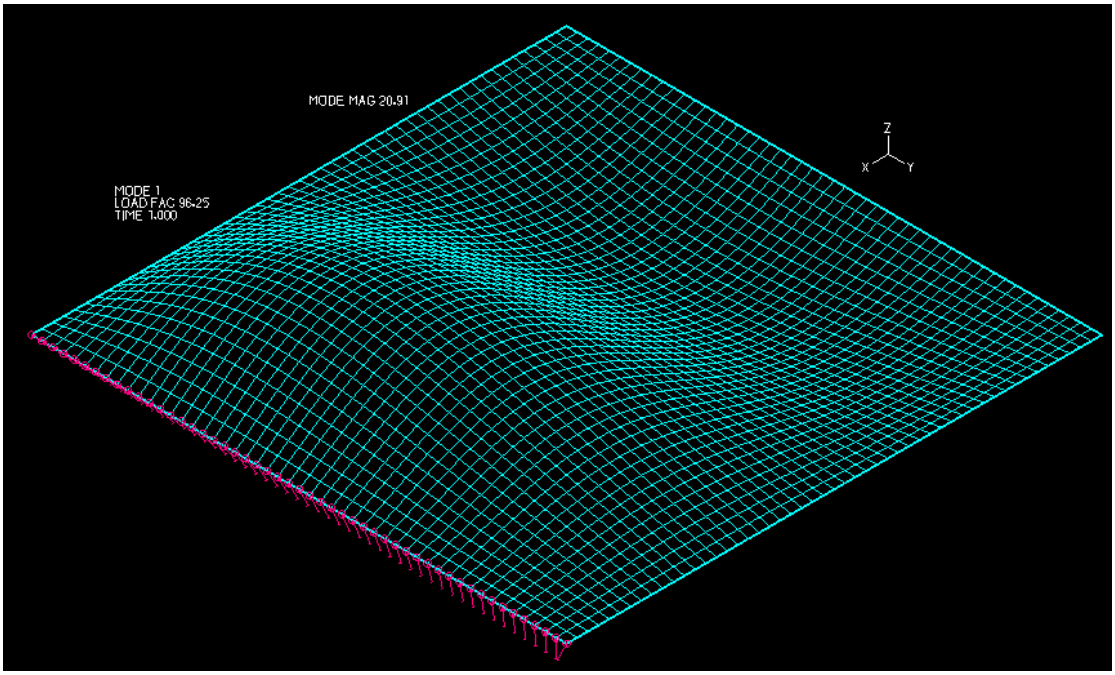
Σχήμα 4.4: Πλάκα 1000*1000*15mm από χάλυβα που δέχεται διατμητικές τάσεις

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: Ncr=50*121.67=6083.5



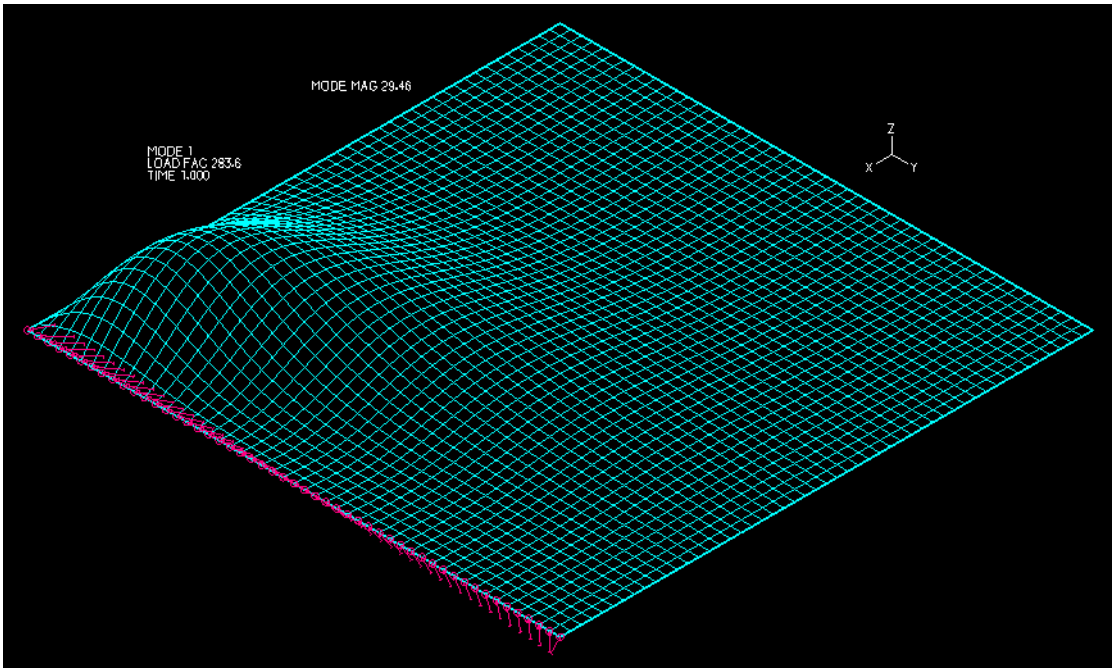
Σχήμα 4.5: Πλάκα 1000*1000*15mm από χάλυβα που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση N_x+N_{xy}, ψ=1

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*44,96/1,0= 2248kN/m



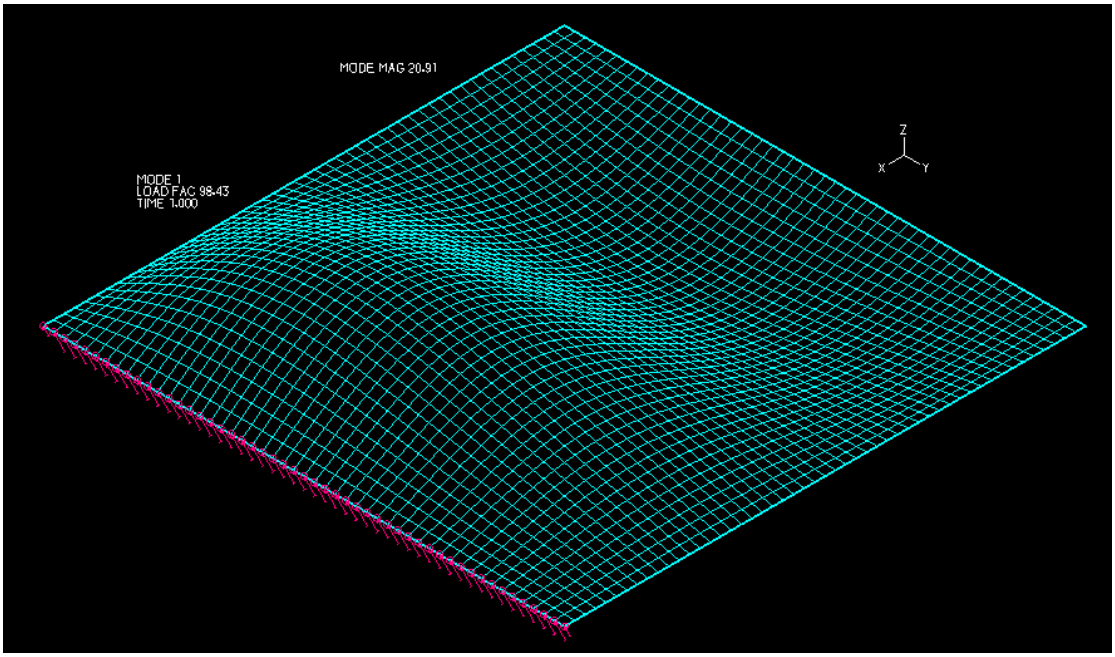
Σχήμα 4.6: Πλάκα 1000*1000*15mm από χάλυβα που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση N_x+N_{xy}, ψ=0

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*96,25/1,0= 4812,5kN/m



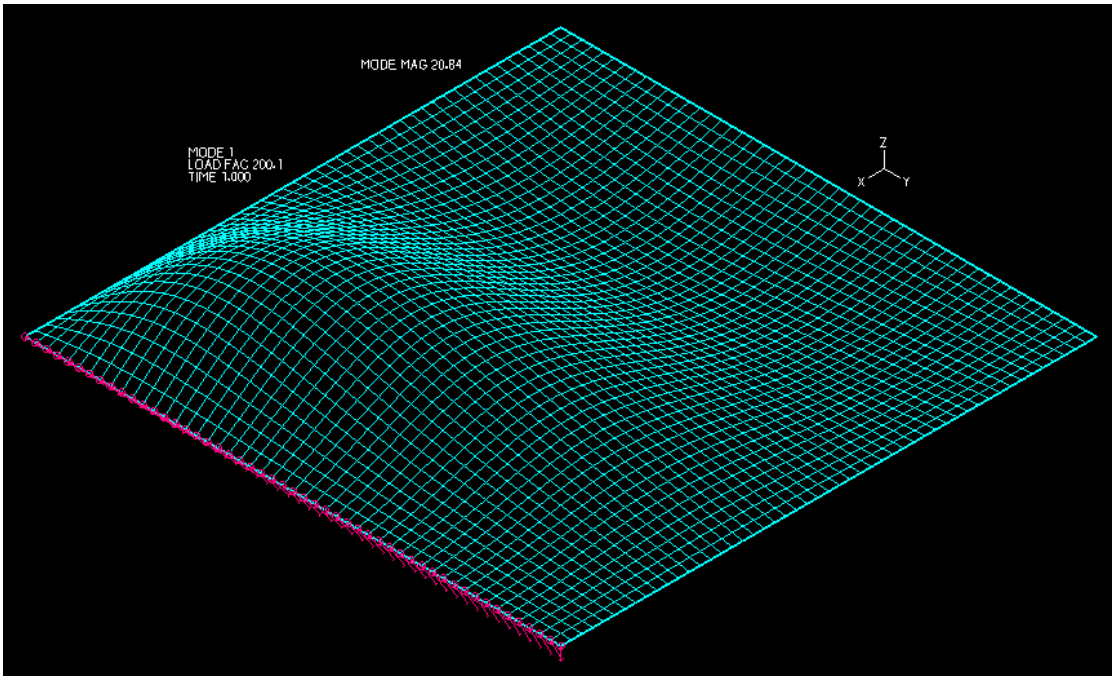
Σχήμα 4.7: Πλάκα 1000*1000*15mm από χάλυβα που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση N_x+N_{xy}, ψ=-1

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*283,6/1,0= 14180kN/m



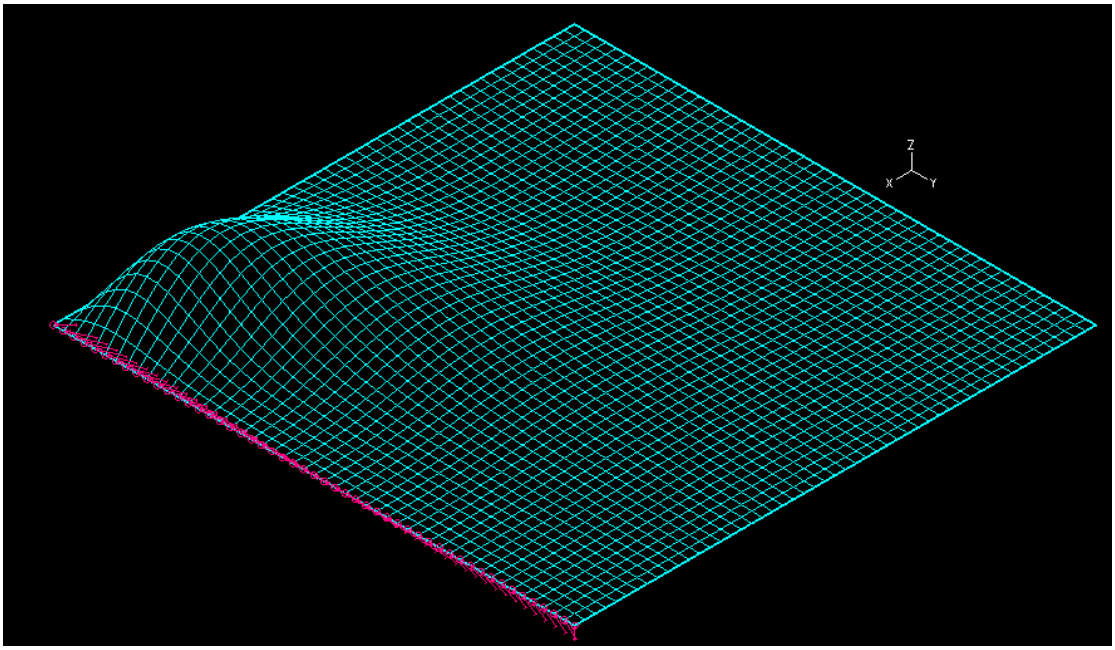
Σχήμα 4.8: Πλάκα 1000*1000*15mm από χάλυβα που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση $\frac{1}{2}N_x+ N_{xy}$, ψ=1

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*98,43/1,0= 4921,5kN/m



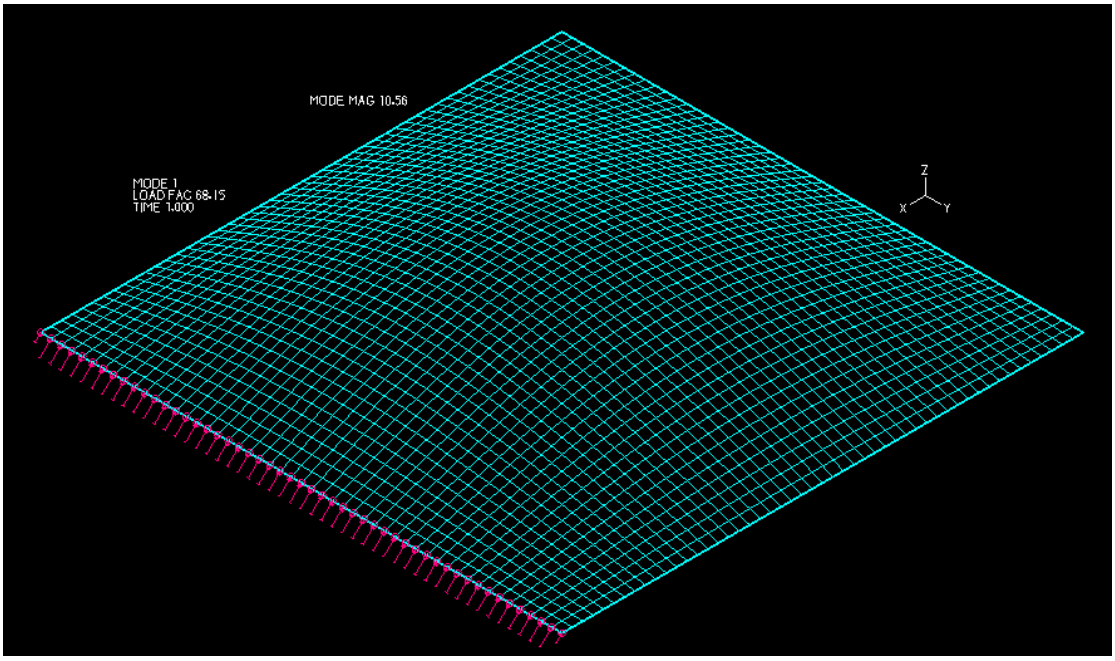
Σχήμα 4.9: Πλάκα 1000*1000*15mm από χάλυβα που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση $\frac{1}{2}N_x + N_{xy}$, ψ=0

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*200,1/1,0= 10005kN/m



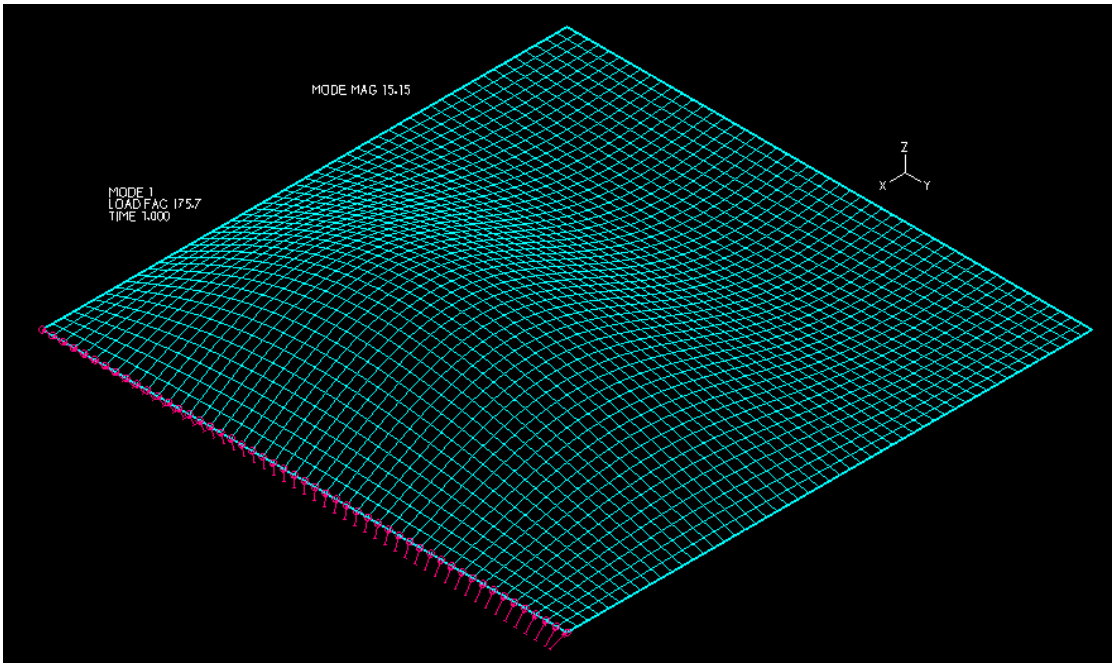
Σχήμα 4.10: Πλάκα 1000*1000*15mm από χάλυβα που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση $\frac{1}{2}N_x + N_{xy}$, ψ=-1

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*593,24/1,0= 29662kN/m



Σχήμα 4.11: Πλάκα 1000*1000*15mm από Carbon/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση $N_x + \frac{1}{2}N_{xy}$, ψ=1

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*68,15/1,0=3407,5kN/m



Σχήμα 4.12: Πλάκα 1000*1000*15mm από Carbon/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση $N_x + \frac{1}{2}N_{xy}$, ψ=0

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*68,15/1,0=8785kN/m

4.2.2 Αποτελέσματα με βάση τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3, Μέρος 1.5

Με βάση τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3, Μέρος 1.5 και τα όσα ειπώθηκαν στο εισαγωγικό κομμάτι της παρούσης διπλωματικής εργασίας προκύπτουν τα αποτελέσματα για το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του φορέα για καθεμία από τις περιπτώσεις που αντιμετωπίσθηκαν και αναλύθηκαν προηγουμένως από το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA 9.0. Η περίπτωση του χάλυβα εμπίπτει στο υποκεφάλαιο 2.1 της εργασίας, αφού πρόκειται για ισότροπο υλικό. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα και αντιπαραβάλλονται με αυτά που προέκυψαν από την ανάλυση του προγράμματος, ώστε να είναι δυνατή η σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τις 2 μεθόδους.

Χάλυβας (kN)	ψ=1	ψ=0	ψ=-1	τ
Ευρωκώδικας 3	2562,3	5002,89	15309,74	5982,97
ADINA	2584	5065	15506,5	6083,5

Nx+ Nxy			$\frac{1}{2}N_x+ N_{xy}$			$N_x+ \frac{1}{2}N_{xy}$		
ψ=1	ψ=0	ψ=-1	ψ=1	ψ=0	ψ=-1	ψ=1	ψ=0	ψ=-1
2201,56	4763,22	14002	4873,7	9854,9	29187,5	3356,38	8622,2	24443,4
2248	4812,5	14180	4921,5	10005	29662	3407,5	8785	25164

Πίνακας 4.1: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων από τις δύο μεθόδους για κάθε περίπτωση φόρτισης

Όπως φαίνεται και από τον πίνακα οι διαφορές που παρουσιάζονται μεταξύ των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων και αυτών που προκύπτουν από τις θεωρητικές σχέσεις και τις διατάξεις του Ευρωκώδικα είναι περίπου της τάξεως του 1,5- 3%, πράγμα που σημαίνει πως το μοντέλο έχει προσομοιωθεί ικανοποιητικά αφού επαληθεύει τους κανόνες που διέπουν τη συμπεριφορά των χαλύβδινων πλακών.

4.3 Υπολογισμός κρίσιμου φορτίου κύρτωσης φορέων με ράβδους από ελαστικό ισότροπο χάλυβα και εσωτερικό από ελαστικό ορθότροπο υλικό Carbon/Epoxy

4.3.1 Αποτελέσματα βάσει της ανάλυσης του ADINA 9.0

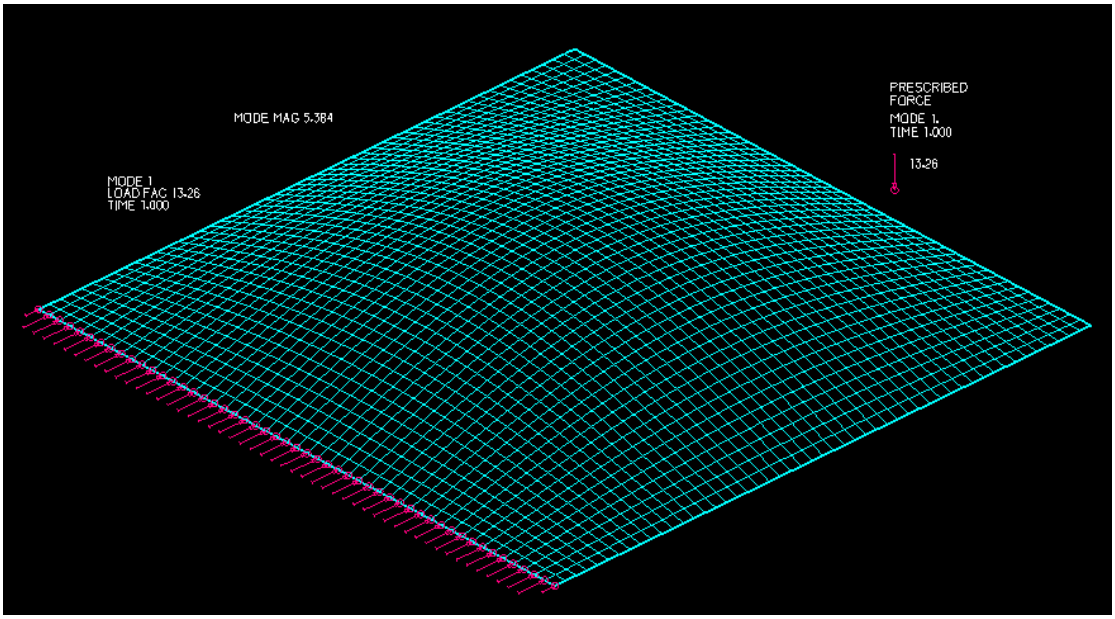
Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο υποκεφάλαιο, από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού που πραγματοποιήθηκε με το ADINA προκύπτουν οι ιδιοτιμές του φορέα. Οι ιδιοτιμές αυτές πολλαπλασιαζόμενες με το ασκούμενο φορτίο δίνουν το κρίσιμο φορτίο λυγισμού σύμφωνα με τον τύπο

$$N_{cr,i} = \lambda_i * P_{ολικό}$$

Συνήθως, ως μελετητές ενδιαφερόμαστε μόνο για το κρίσιμο φορτίο λυγισμού αφού ο φορέας θα αστοχήσει πριν φτάσει στη στάθμη των μεγαλύτερων φορτίων λυγισμού. Παρόλα αυτά, στις αναλύσεις που έγιναν ζητήθηκε από το πρόγραμμα ο υπολογισμός των τριών πρώτων ιδιοτιμών για κάθε περίπτωση και η μικρότερη από αυτές αποτελούσε το κρίσιμο φορτίο λυγισμού N_{cr}.

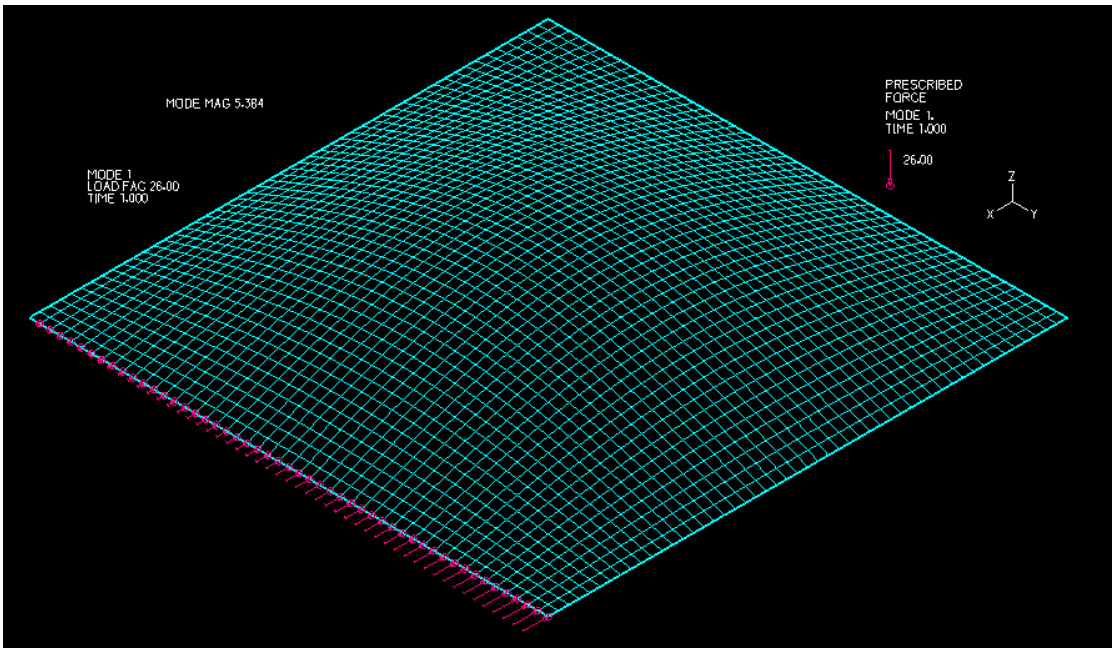
Στο παρόν υποκεφάλαιο εξετάζουμε φορείς διαστάσεων 1000*1000mm με πάχος t=15mm (όπως και προηγουμένως) που αποτελούνται από 4 περιμετρικές χαλύβδινες ράβδους άπειρης δυσκαμψίας και ένα εσωτερικό στοιχείο πλάκας που αποτελείται από το ορθότροπο υλικό Carbon/Epoxy. Οι ιδιότητες των περιμετρικών ράβδων διαμορφώνονται όπως επεξηγήθηκε και στο προηγούμενο υποκεφάλαιο. Το εσωτερικό στοιχείο πλάκας έχει τις εξής ιδιότητες ως υλικό: Κατά τις κύριες διευθύνσεις 1,2,3 το μέτρο ελαστικότητας Young είναι E_1=78Gpa, E_2=E_3=12Gpa αντίστοιχα, ο λόγος Poisson είναι ν_{12}=0,25, ενώ το μέτρο διάτμησης είναι G_{12}=G_{13}=6,5Gpa και G_{23}=3,75Gpa.

Η φόρτιση ακολουθεί ακριβώς την ίδια διαδικασία όπως και η χαλύβδινη πλάκα στο προηγούμενο υποκεφάλαιο. Στη συνέχεια παρατίθενται παραδείγματα της ανάλυσης που έγινε από το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων, ενώ στο τέλος του κεφαλαίου δίνονται με μορφή πίνακα συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα για κάθε υλικό έτσι, ώστε να διευκολύνεται η σύγκριση μεταξύ τους και η εξαγωγή συμπερασμάτων.



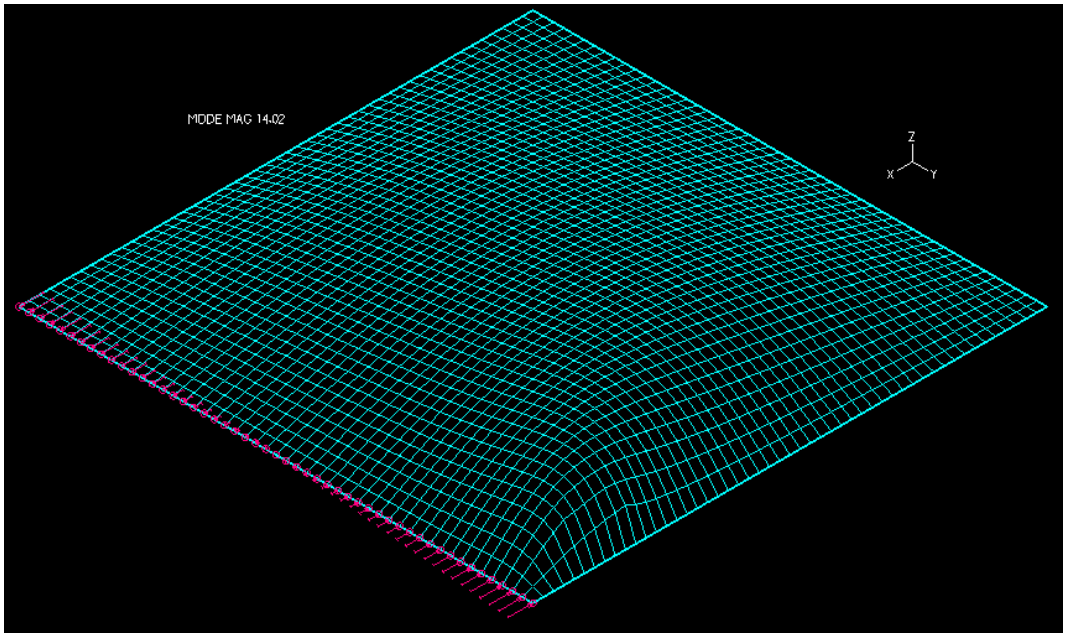
Σχήμα 4.13: Πλάκα 1000*1000*15mm από Carbon/Epoxy που δέχεται ορθές τάσεις με ψ=1

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*13,26/1,0=663kN/m



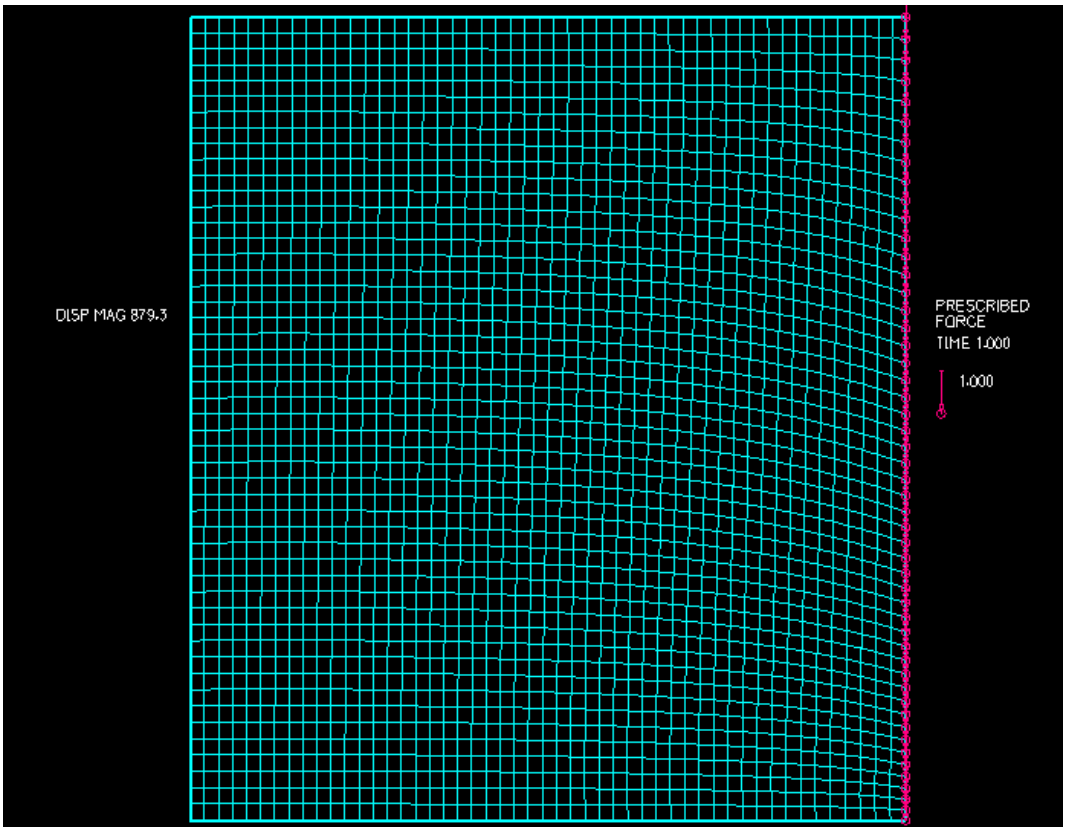
Σχήμα 4.14: Πλάκα 1000*1000*15mm από Carbon/Epoxy που δέχεται ορθές τάσεις με ψ=0

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*26,00/1,0=1300kN/m



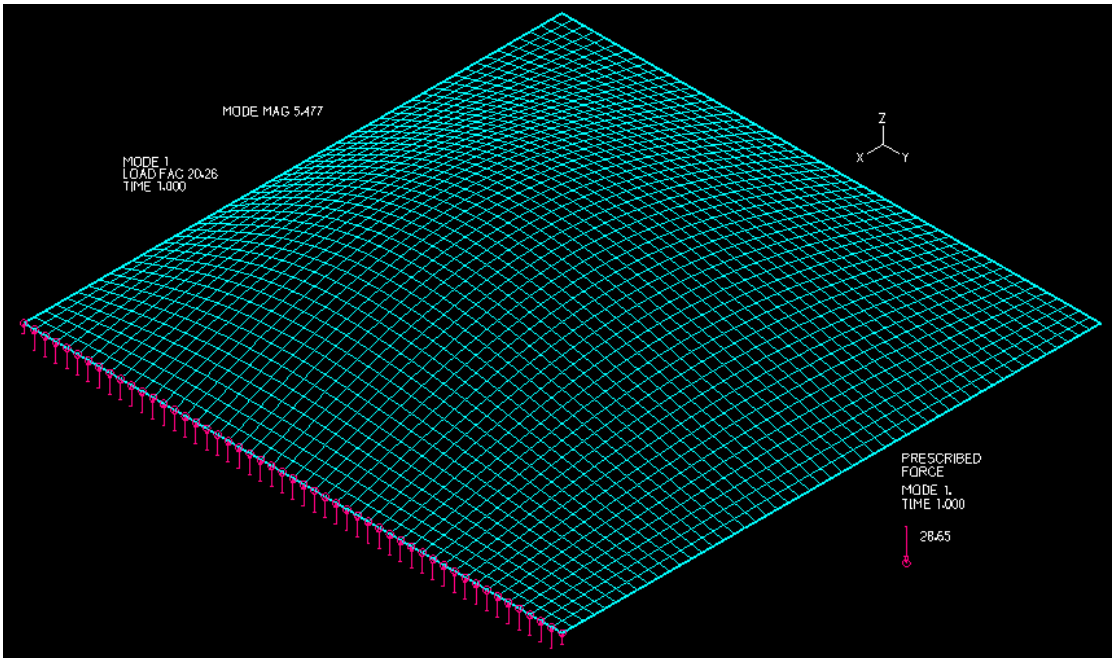
Σχήμα 4.15: Πλάκα 1000*1000*15mm από Carbon/Epoxy που δέχεται ορθές τάσεις με ψ=-1

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*79,6/1,0=3980kN/m



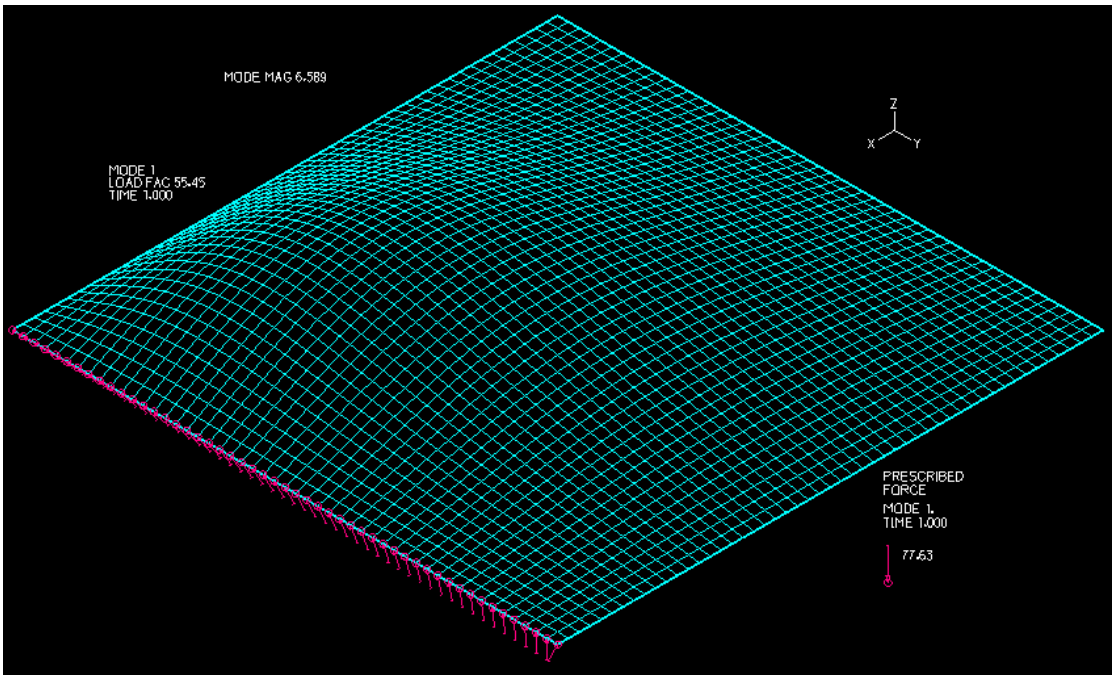
Σχήμα 4.16: Πλάκα 1000*1000*15mm από Carbon/Epoxy που δέχεται διατμητικές τάσεις

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*31,3/1,0=1565kN/m



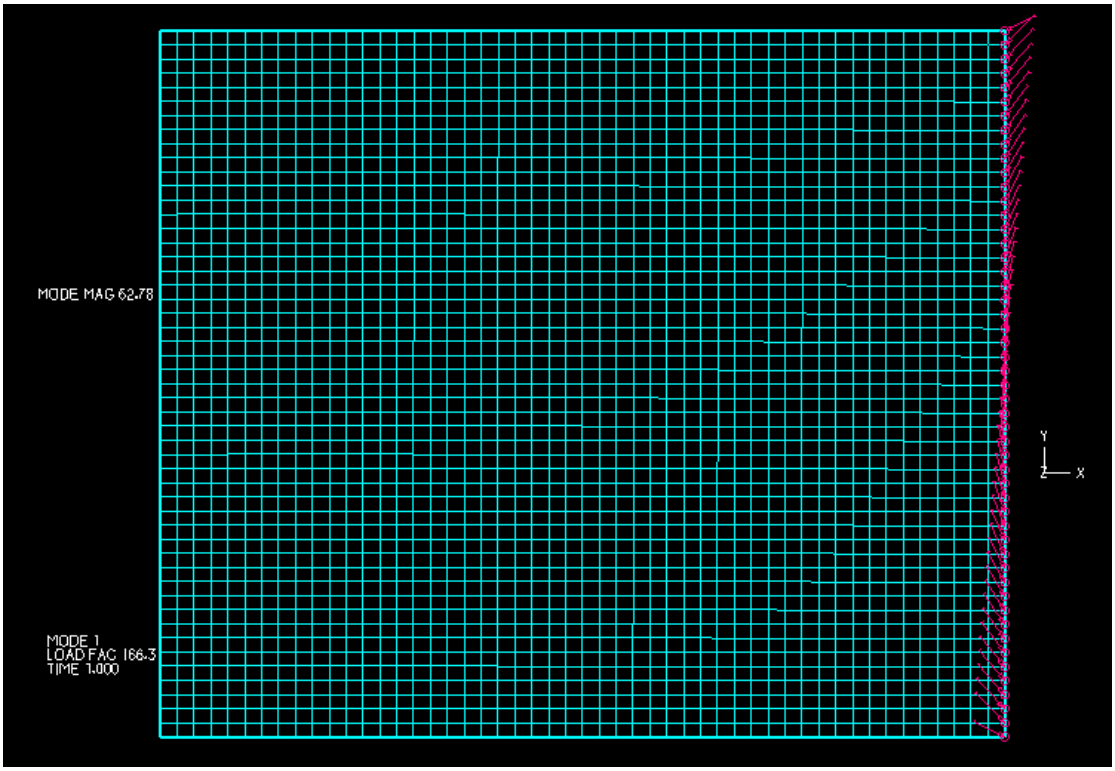
Σχήμα 4.17: Πλάκα 1000*1000*15mm από Carbon/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση N_x+ N_{xy}, ψ=1

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*20,26/1,0=1013kN/m



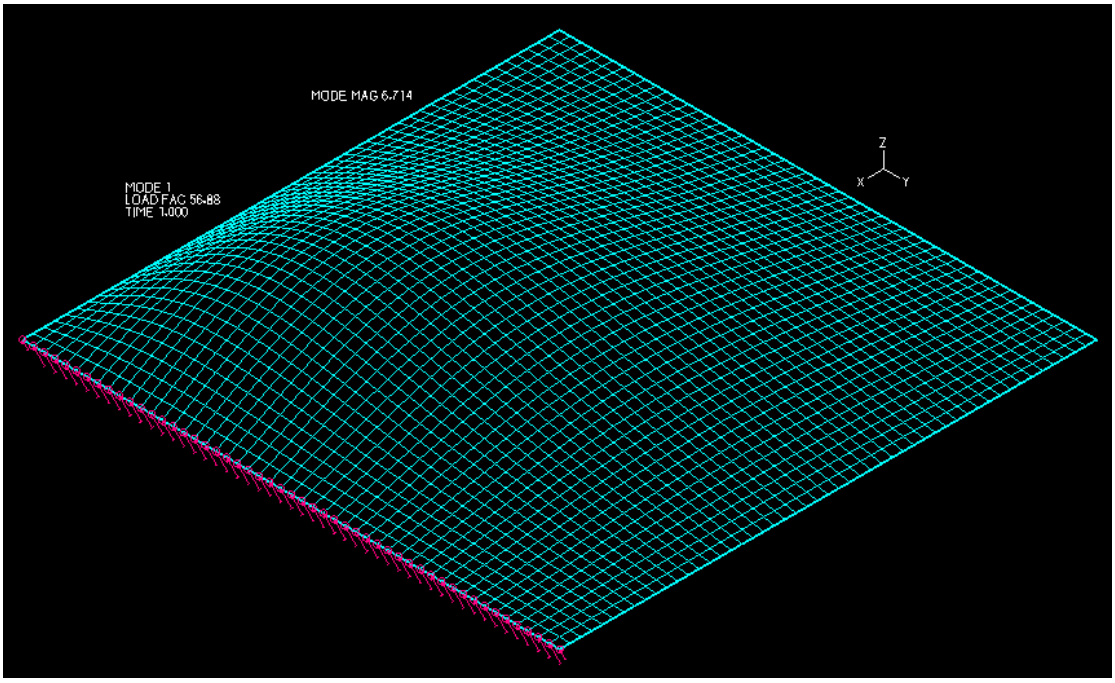
Σχήμα 4.18: Πλάκα 1000*1000*15mm από Carbon/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση N_x+ N_{xy}, ψ=0

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*55,45/1,0=2772,5kN/m



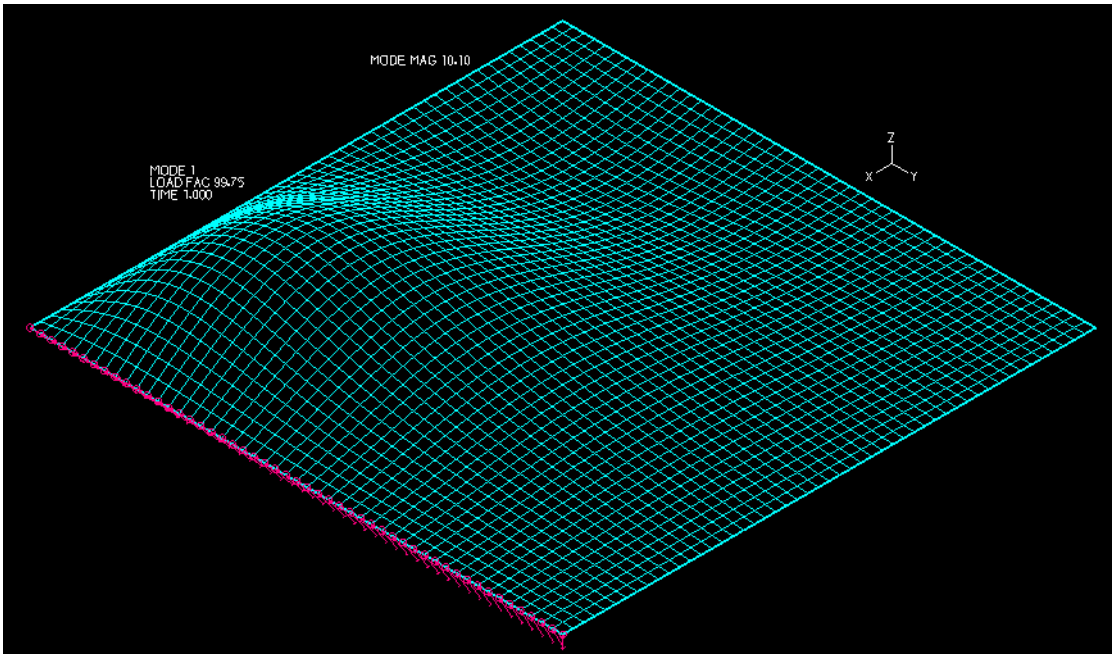
Σχήμα 4.19: Πλάκα 1000*1000*15mm από Carbon/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση N_x+ N_{xy}, ψ=-1

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*166,3/1,0=8315kN/m



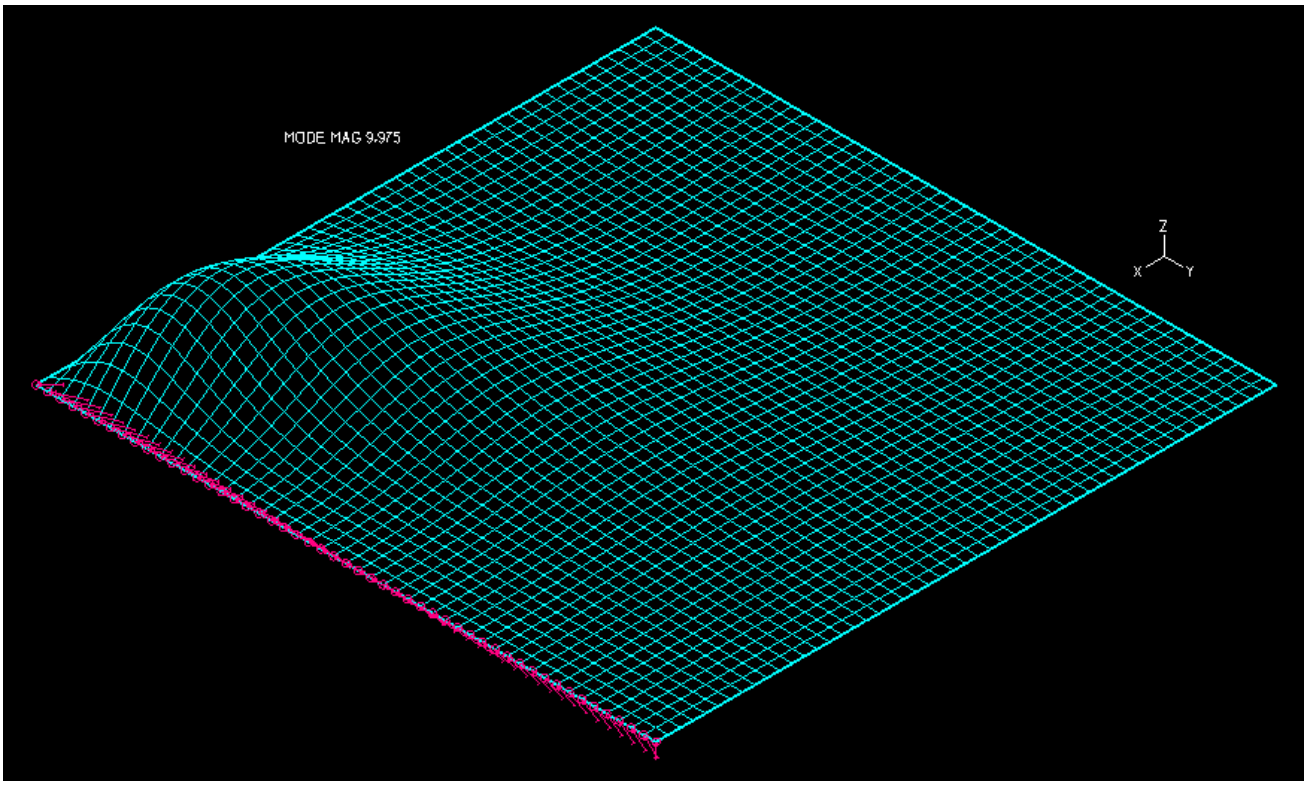
Σχήμα 4.20: Πλάκα 1000*1000*15mm από Carbon/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση $\frac{1}{2}N_x$+ N_{xy}, ψ=1

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*56,88/1,0=2844kN/m



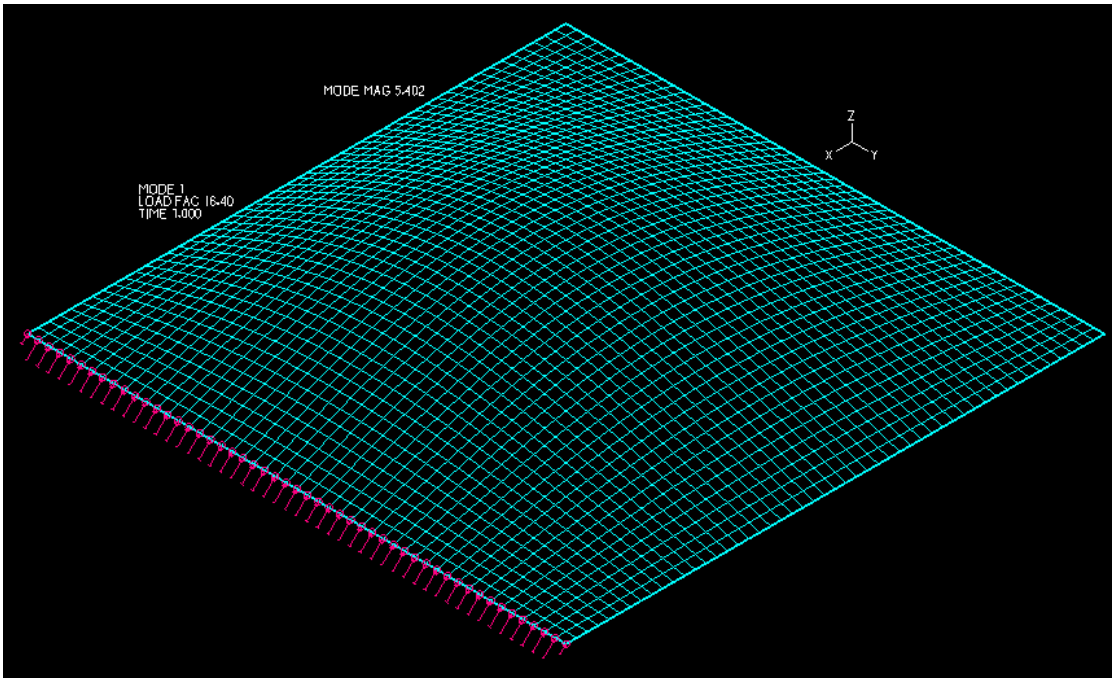
Σχήμα 4.21: Πλάκα 1000*1000*15mm από Carbon/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση $\frac{1}{2}N_x + N_{xy}$, ψ=0

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*99,75/1,0=4987,5kN/m



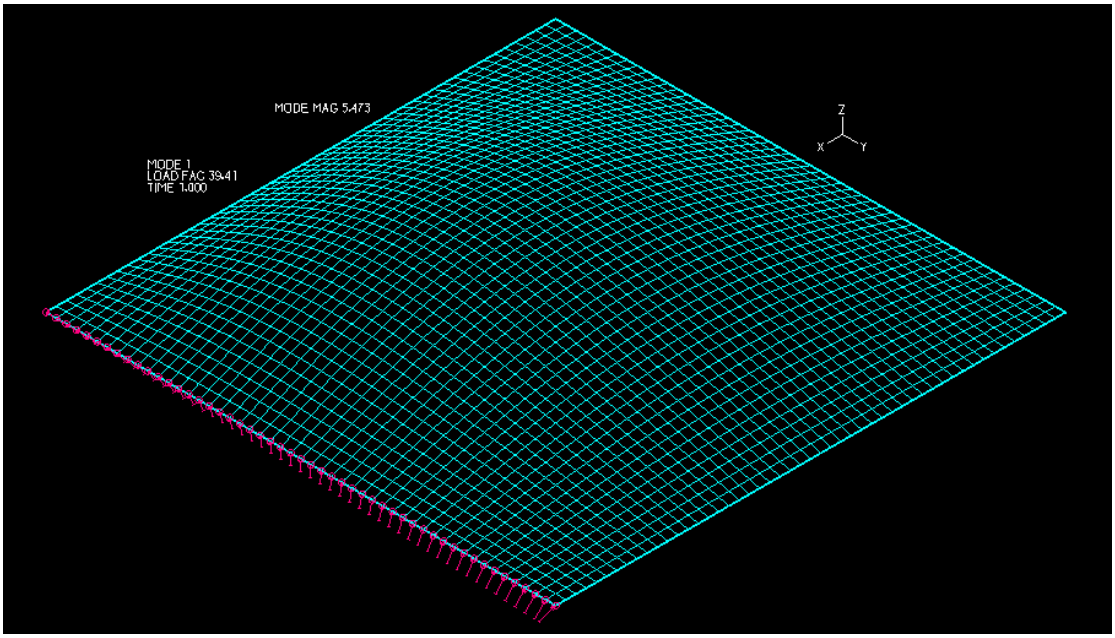
Σχήμα 4.22: Πλάκα 1000*1000*15mm από Carbon/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση $\frac{1}{2}N_x + N_{xy}$, ψ=-1

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*275,4/1,0=13770kN/m



Σχήμα 4.23: Πλάκα 1000*1000*15mm από Carbon/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση $N_x + \frac{1}{2}N_{xy}$, ψ=1

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*16,40/1,0=820kN/m



Σχήμα 4.24: Πλάκα 1000*1000*15mm από Carbon/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση $N_x + \frac{1}{2}N_{xy}$, ψ=0

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*39,41/ 1,0=1970,5kN/m

4.3.2 Αποτελέσματα με βάση τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3, Μέρος 1.5

Με βάση τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3, Μέρος 1.5 και τα όσα ειπώθηκαν στο εισαγωγικό κομμάτι της παρούσης διπλωματικής εργασίας προκύπτουν τα αποτελέσματα για το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του φορέα για καθεμία από τις περιπτώσεις που αντιμετωπίσθηκαν και αναλύθηκαν προηγουμένως από το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA 9.0. Η περίπτωση του υλικού Carbon/ Epoxy εμπίπτει στο υποκεφάλαιο 2.2 της εργασίας, αφού πρόκειται για ορθότροπο υλικό. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα και αντιπαραβάλλονται με αυτά που προέκυψαν από την ανάλυση του προγράμματος, ώστε να είναι δυνατή η σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τις 2 μεθόδους.

Carbon/Epoxy (kN)	ψ=1	ψ=0	ψ=-1	τ
Ευρωκώδικας 3	654,05	1280,5	3933,4	1543,3
ADINA	663	1300	3980	1565

Nx+ Nxy			$\frac{1}{2}N_x + N_{xy}$			$N_x + \frac{1}{2}N_{xy}$		
ψ=1	ψ=0	ψ=-1	ψ=1	ψ=0	ψ=-1	ψ=1	ψ=0	ψ=-1
997,8	2733,78	8211	2807	4862,8	13494,6	812	1940,9	5365,6
1013	2772,5	8315	2844	4987,5	13770	820	1970,5	5480

Πίνακας 4.2: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων από τις δύο μεθόδους για κάθε περίπτωση φόρτισης

Όπως φαίνεται και από τον πίνακα οι διαφορές που παρουσιάζονται μεταξύ των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων και αυτών που προκύπτουν από τις θεωρητικές σχέσεις και τις διατάξεις του Ευρωκώδικα είναι περίπου της τάξεως του 1,5- 4,2%, πράγμα που σημαίνει πως το μοντέλο έχει προσομοιωθεί ικανοποιητικά αφού επαληθεύει τους κανόνες που διέπουν τη συμπεριφορά των χαλύβδινων πλακών.

4.4 Υπολογισμός κρίσιμου φορτίου κύρτωσης φορέων με ράβδους από ελαστικό ισότροπο χάλυβα και εσωτερικό από ελαστικό ορθότροπο υλικο Glass/Epoxy

4.4.1 Αποτελέσματα βάσει της ανάλυσης του ADINA 9.0

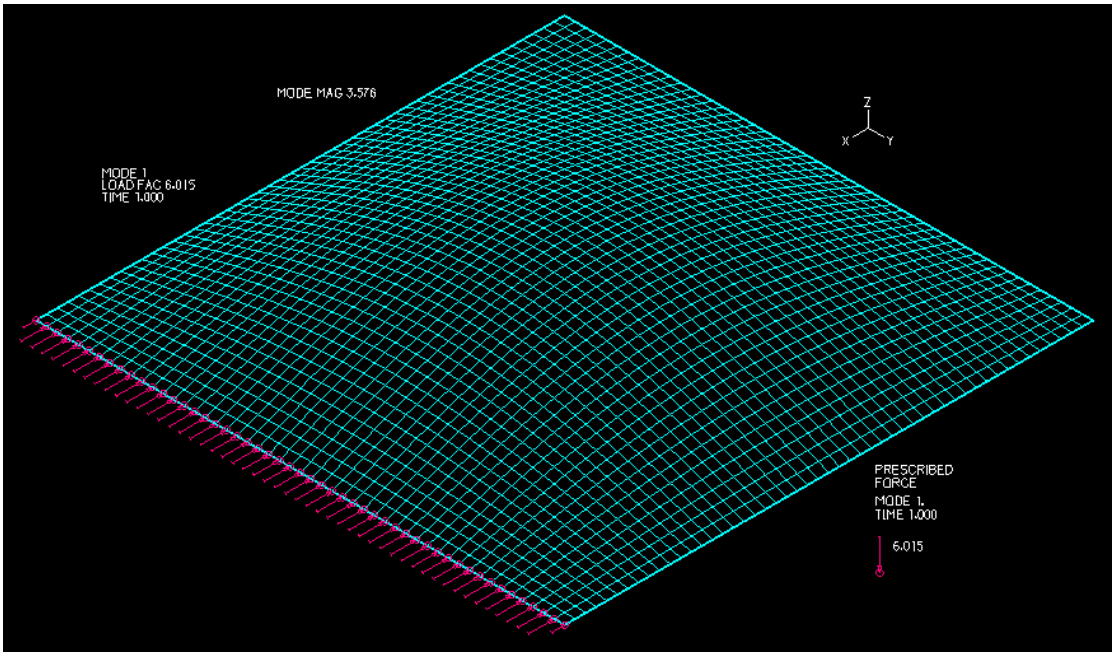
Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενο υποκεφάλαιο, από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού που πραγματοποιήθηκε με το ADINA προκύπτουν οι ιδιοτιμές του φορέα. Οι ιδιοτιμές αυτές πολλαπλασιαζόμενες με το ασκούμενο φορτίο δίνουν το κρίσιμο φορτίο λυγισμού σύμφωνα με τον τύπο

$$N_{cr,i} = \lambda_i * P_{ολικό}$$

Συνήθως, ως μελετητές ενδιαφερόμαστε μόνο για το κρίσιμο φορτίο λυγισμού αφού ο φορέας θα αστοχήσει πριν φτάσει στη στάθμη των μεγαλύτερων φορτίων λυγισμού. Παρόλα αυτά, στις αναλύσεις που έγιναν ζητήθηκε από το πρόγραμμα ο υπολογισμός των τριών πρώτων ιδιοτιμών για κάθε περίπτωση και η μικρότερη από αυτές αποτελούσε το κρίσιμο φορτίο λυγισμού N_{cr}.

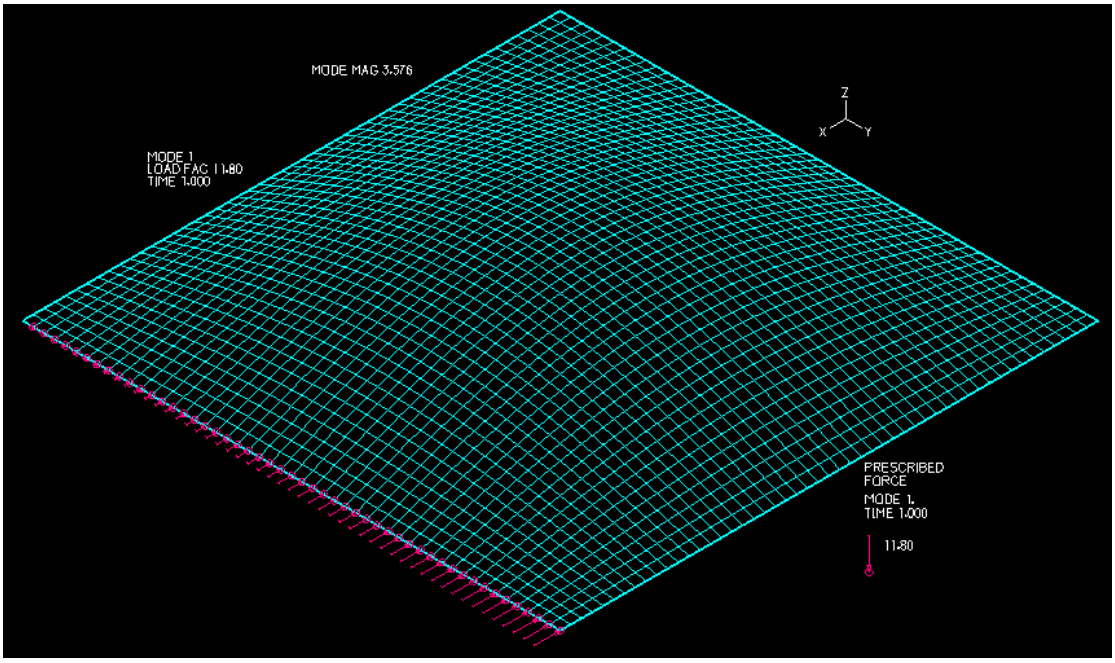
Στο παρόν υποκεφάλαιο εξετάζουμε φορείς διαστάσεων 1000*1000mm με πάχος t=15mm (όπως και προηγουμένως) που αποτελούνται από 4 περιμετρικές χαλύβδινες ράβδους άπειρης δυσκαμψίας και ένα εσωτερικό στοιχείο πλάκας που αποτελείται από το ορθότροπο υλικό Glass/Epoxy. Οι ιδιότητες των περιμετρικών ράβδων διαμορφώνονται όπως επεξηγήθηκε και σε προηγούμενο υποκεφάλαιο. Το εσωτερικό στοιχείο πλάκας έχεις τις εξής ιδιότητες ως υλικό: Κατά τις κύριες διευθύνσεις 1,2,3 το μέτρο ελαστικότητας Young είναι E_1=38Gpa, E_2=E_3=10Gpa αντίστοιχα, ο λόγος Poisson είναι ν_{12}=0,25 και το μέτρο διάτμησης είναι G_{12}=G_{13}=4,8Gpa και G_{23}=2,4Gpa.

Η φόρτιση ακολουθεί ακριβώς την ίδια διαδικασία όπως και η χαλύβδινη πλάκα στο προηγούμενο υποκεφάλαιο. Στη συνέχεια παρατίθενται παραδείγματα της ανάλυσης που έγινε από το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων, ενώ στο τέλος του κεφαλαίου δίνονται με μορφή πίνακα συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα για κάθε υλικό έτσι, ώστε να διευκολύνεται η σύγκριση μεταξύ τους και η εξαγωγή συμπερασμάτων.



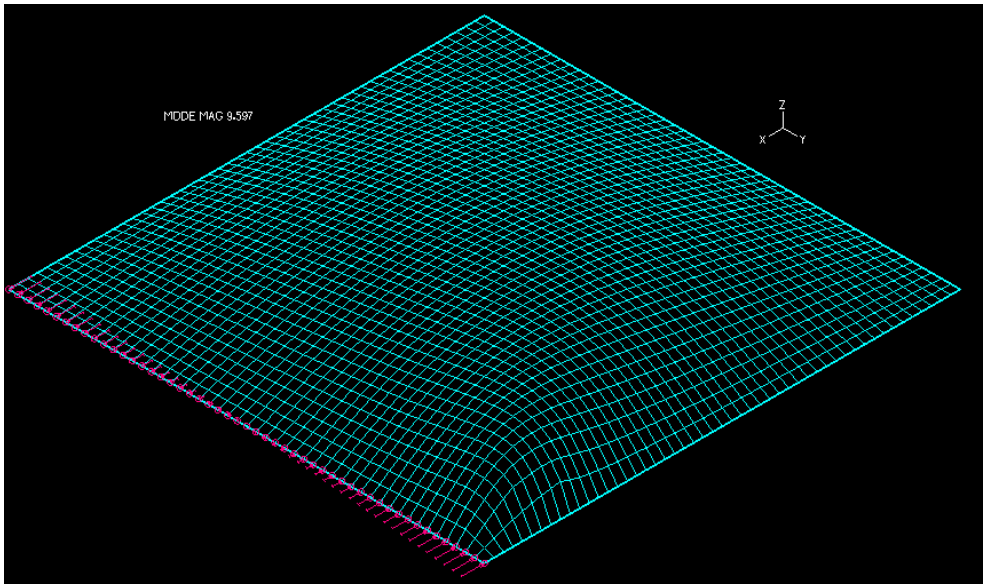
Σχήμα 4.25: Πλάκα 1000*1000*15mm από Glass/Epoxy που δέχεται ορθές τάσεις με ψ=1

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*6,015/1,0=300,75kN/m



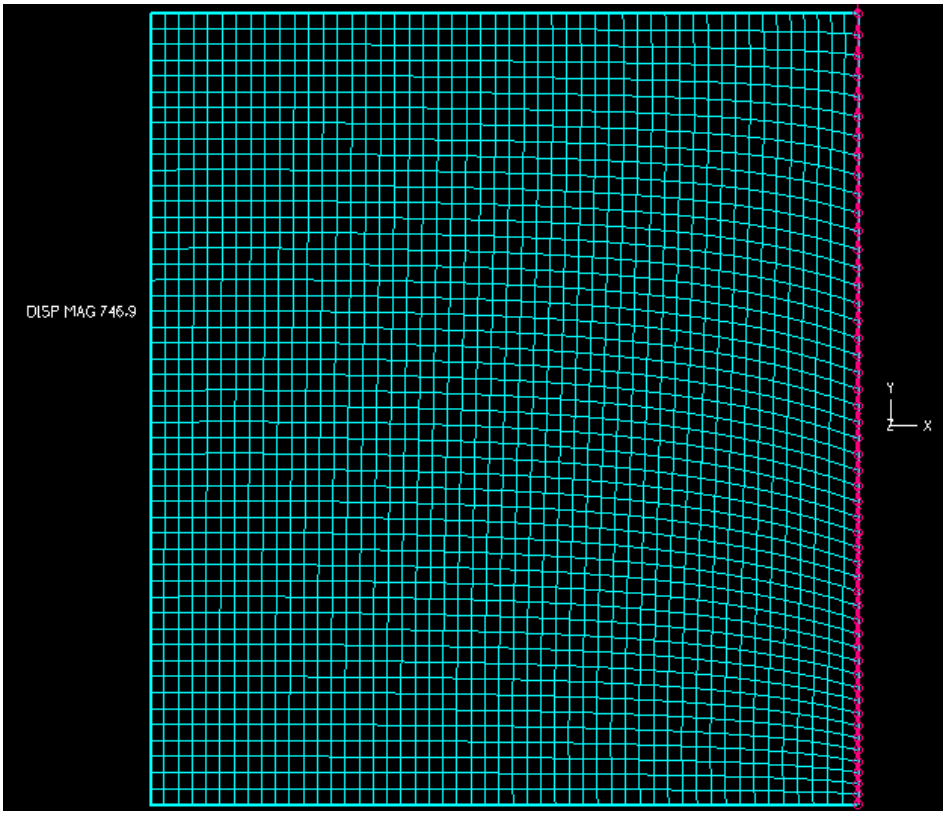
Σχήμα 4.26: Πλάκα 1000*1000*15mm από Glass/Epoxy που δέχεται ορθές τάσεις με ψ=0

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*11,80/1,0=590kN/m



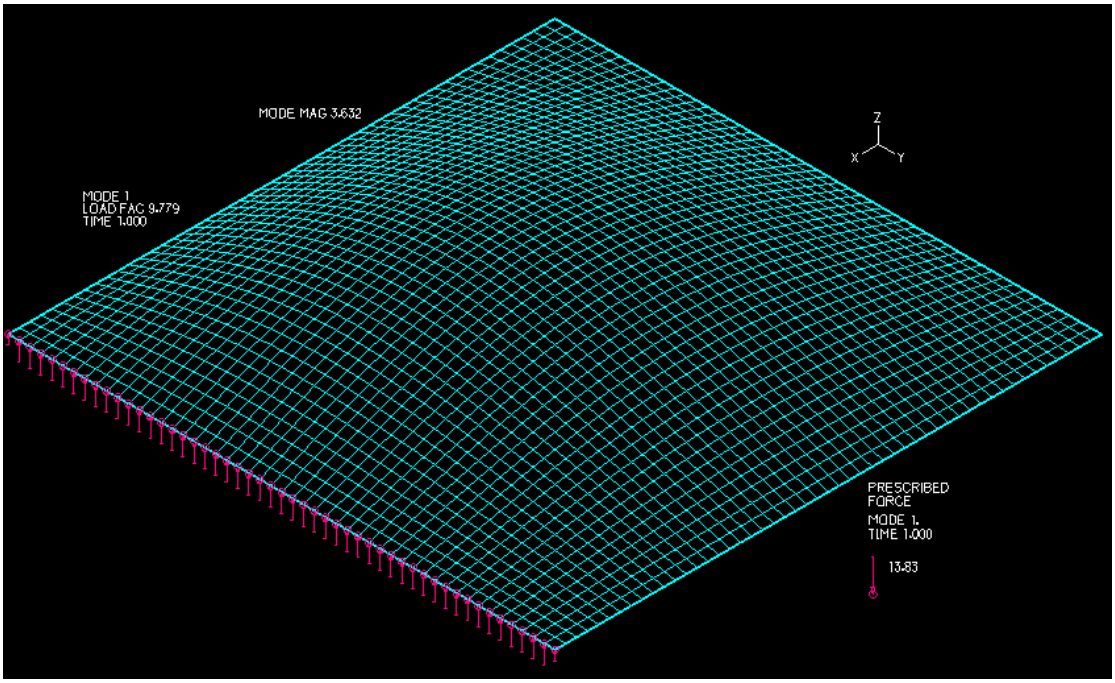
Σχήμα 4.27: Πλάκα 1000*1000*15mm από Glass/Epoxy που δέχεται ορθές τάσεις με ψ=-1

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*35,2/1,0=1760kN/m



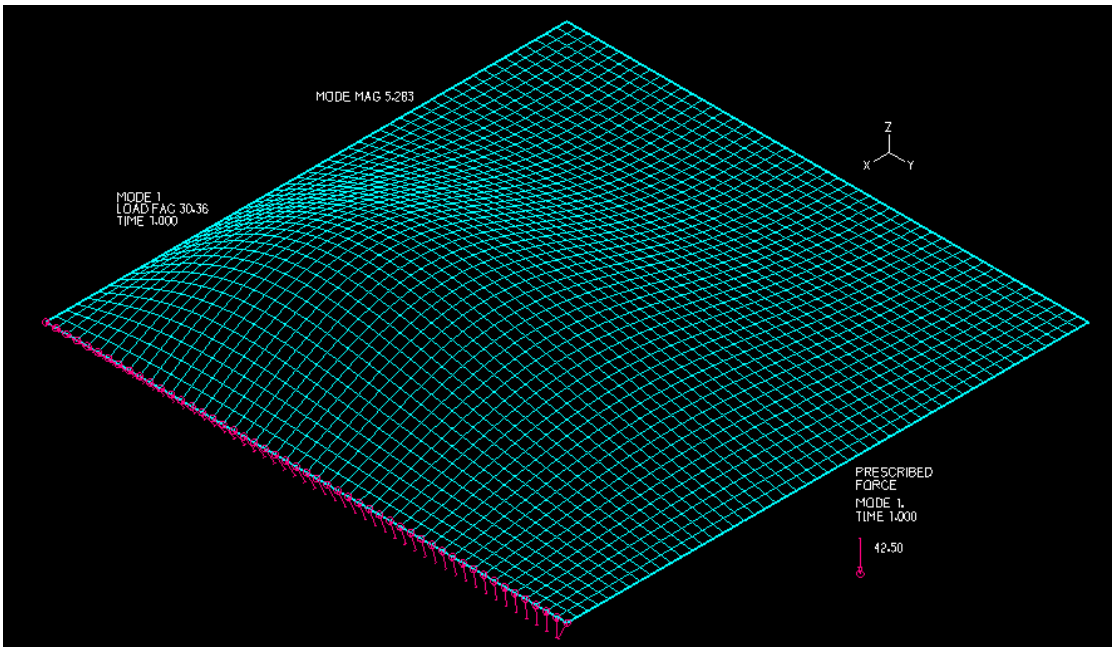
Σχήμα 4.28: Πλάκα 1000*1000*15mm από Glass/Epoxy που δέχεται διατμητικές τάσεις

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}= 50*13,78/1,0=689kN/m



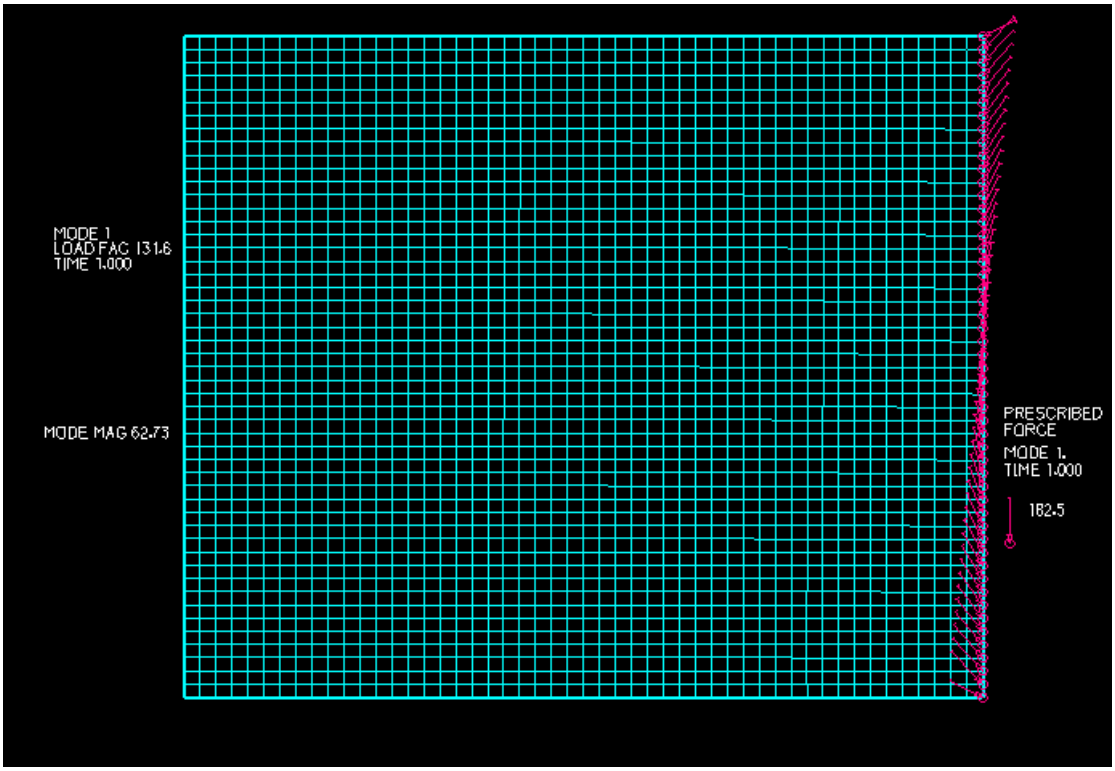
Σχήμα 4.29: Πλάκα 1000*1000*15mm από Glass/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων (N_x+N_{xy}, ψ=1)

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}=50*9,779= 488,95kN/m



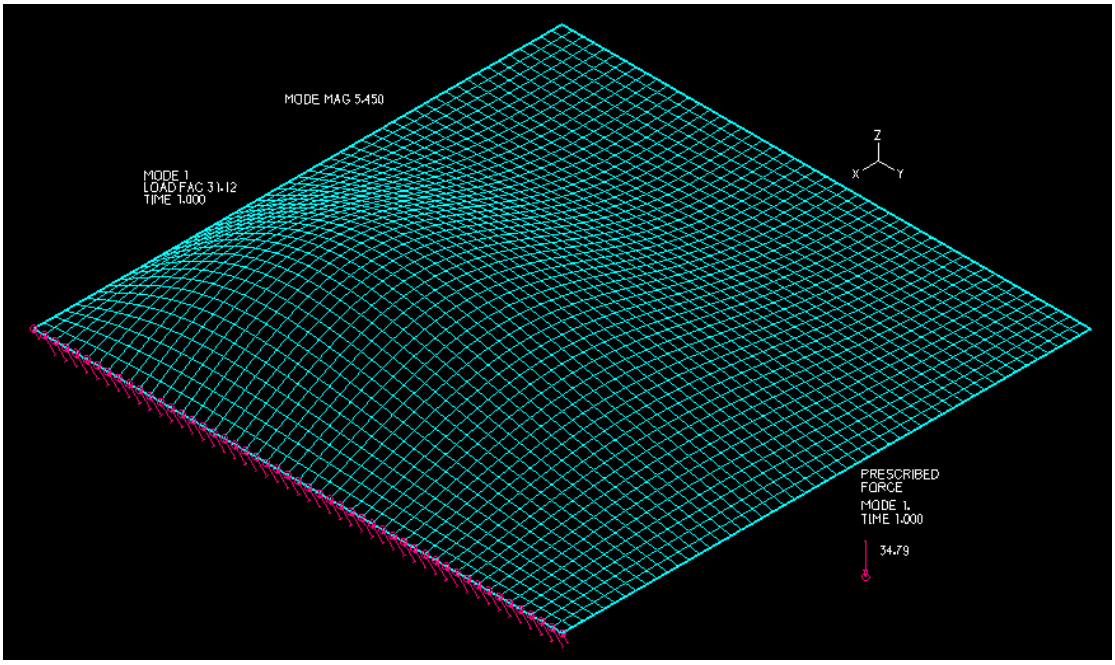
Σχήμα 4.30: Πλάκα 1000*1000*15mm από Glass/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων (N_x+N_{xy}, ψ=0)

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}=50*30,36= 1518kN/m



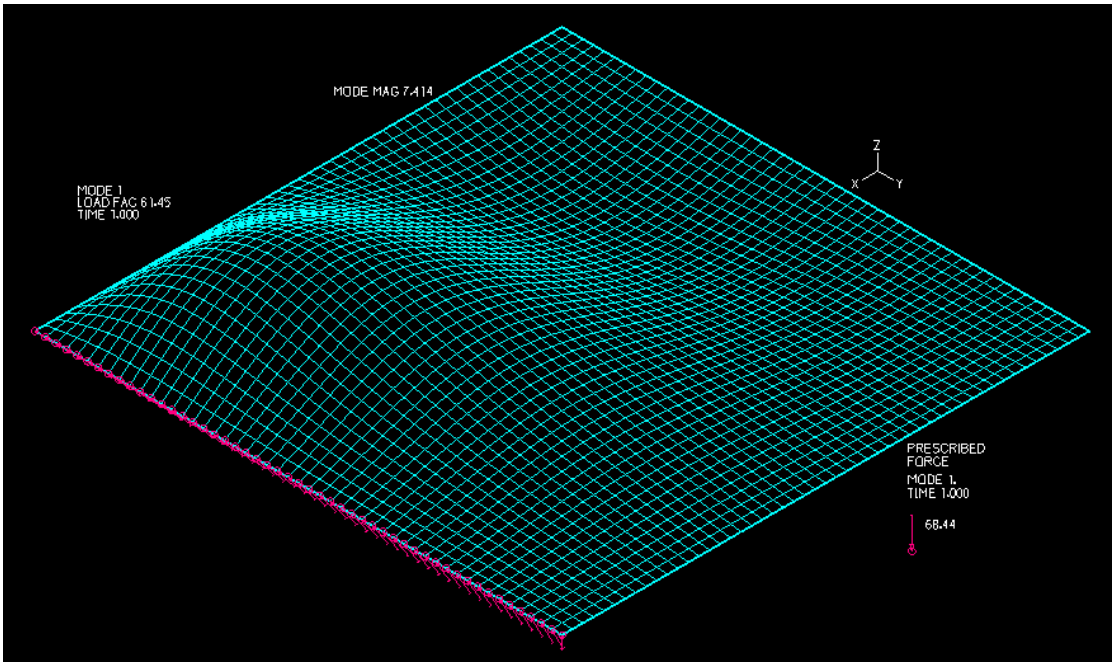
Σχήμα 4.31:Πλάκα 1000*1000*15mm από Glass/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων (N_x+N_{xy}, ψ=-1)

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}=50*131,6= 6580kN/m



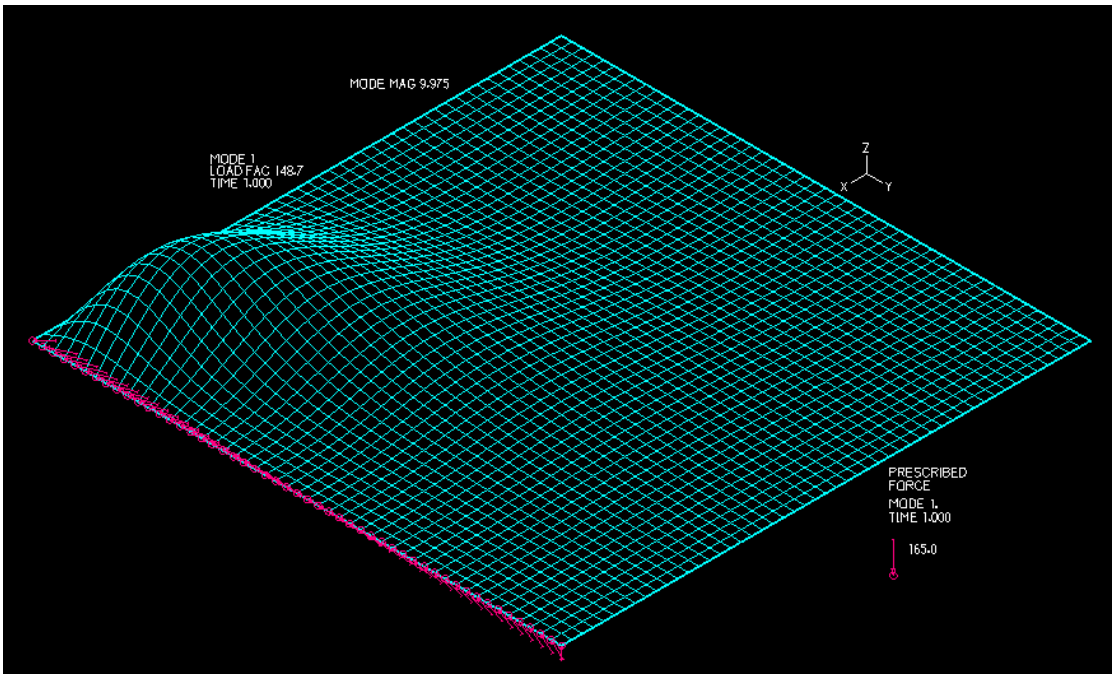
Σχήμα 4.32: Πλάκα 1000*1000*15mm από Glass/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων ($\frac{1}{2}N_x$+N_{xy}, ψ=1)

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}=50*31,12= 1556kN/m



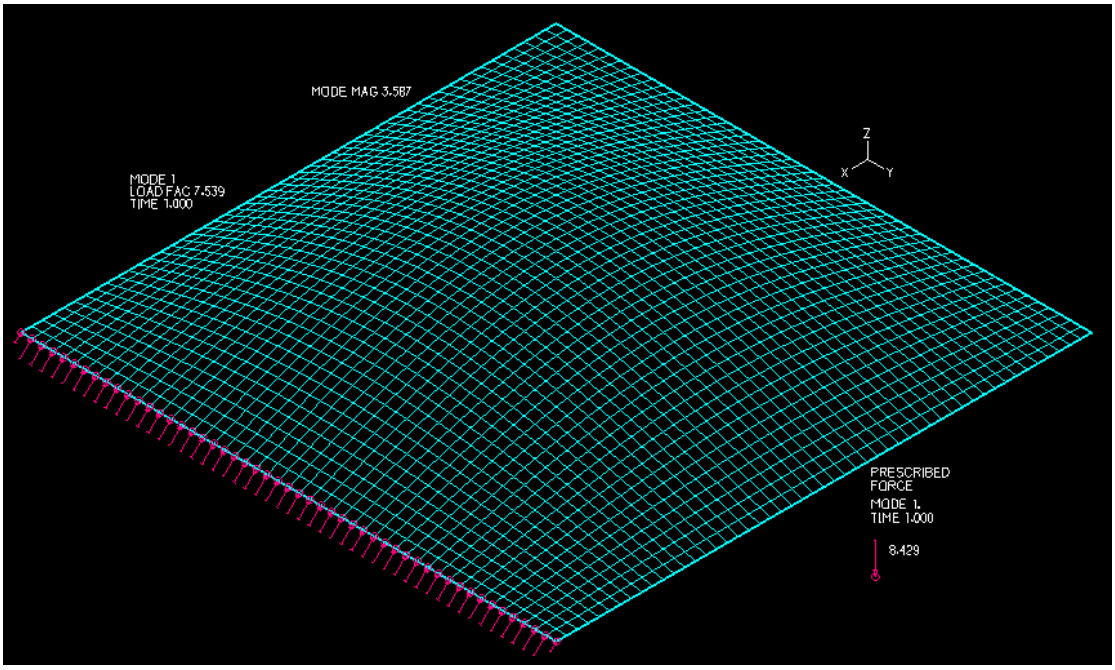
Σχήμα 4.33: Πλάκα 1000*1000*15mm από Glass/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων ($\frac{1}{2}N_x+N_{xy}$, ψ=0)

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}=50*61,45= 3072,5kN/m



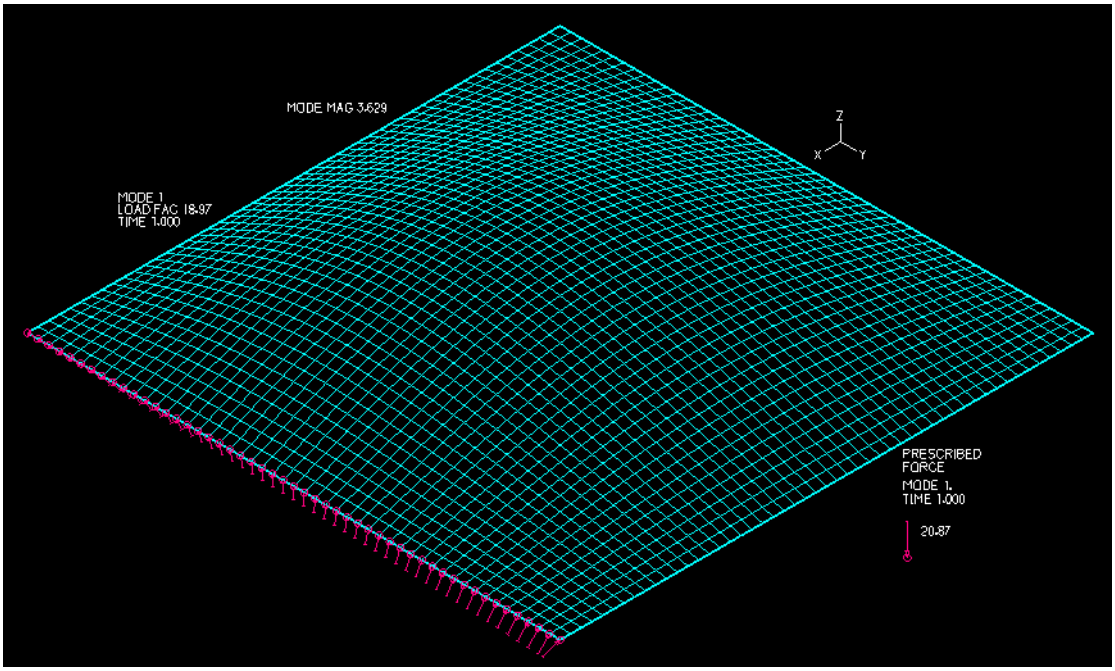
Σχήμα 4.34: Πλάκα 1000*1000*15mm από Glass/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων ($\frac{1}{2}N_x+N_{xy}$, ψ=-1)

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}=50*148,1= 7405kN/m



Σχήμα 4.35: Πλάκα 1000*1000*15mm από Glass/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων ($N_x+\frac{1}{2}N_{xy}$, ψ=1)

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}=50*7,539= 376,95kN/m



Σχήμα 4.36: Πλάκα 1000*1000*15mm από Glass/Epoxy που δέχεται συνδυασμό ορθών και διατμητικών τάσεων ($N_x+\frac{1}{2}N_{xy}$, ψ=0)

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού: N_{cr}=50*18,97= 948,5kN/m

4.4.2 Αποτελέσματα με βάση τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3, Μέρος 1.5

Με βάση τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3, Μέρος 1.5 και τα όσα ειπώθηκαν στο εισαγωγικό κομμάτι της παρούσης διπλωματικής εργασίας προκύπτουν τα αποτελέσματα για το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του φορέα για καθεμία από τις περιπτώσεις που αντιμετωπίσθηκαν και αναλύθηκαν προηγουμένως από το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA 9.0. Η περίπτωση του υλικού Glass/ Epoxy εμπίπτει στο υποκεφάλαιο 2.2 της εργασίας, αφού πρόκειται για ορθότροπο υλικό. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα και αντιπαραβάλλονται με αυτά που προέκυψαν από την ανάλυση του προγράμματος, ώστε να είναι δυνατή η σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τις 2 μεθόδους.

Glass/Epoxy (kN)	ψ=1	ψ=0	ψ=-1	τ
Ευρωκώδικας 3	291,4	580,15	1740,6	678,2
ADINA	300,75	590	1760	689

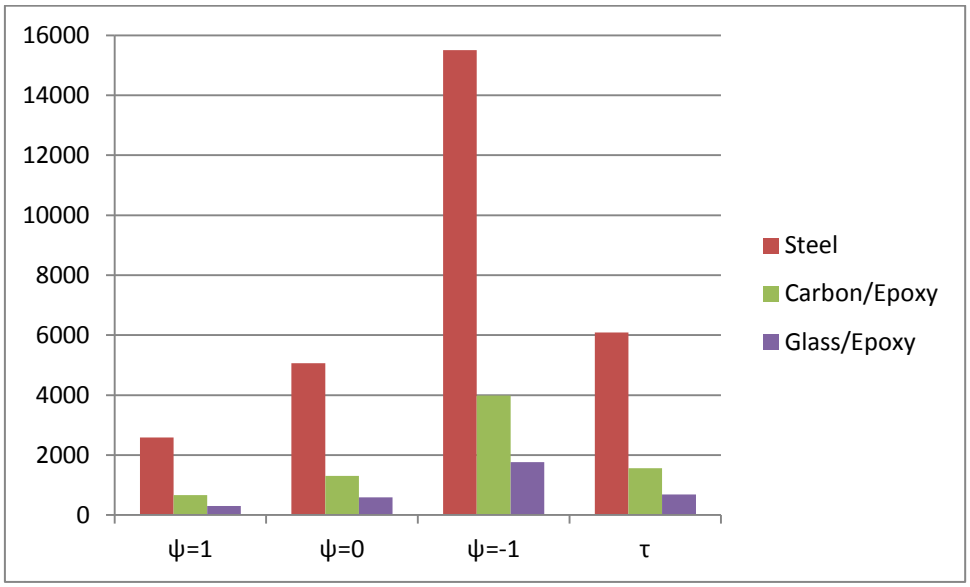
Nx+ Nxy			$\frac{1}{2}N_x + N_{xy}$			$N_x + \frac{1}{2}N_{xy}$		
ψ=1	ψ=0	ψ=-1	ψ=1	ψ=0	ψ=-1	ψ=1	ψ=0	ψ=-1
479,17	1500,2	6392,6	1524,9	3018,4	7219,8	369,94	920,04	2699,9
488,95	1518	6580	1556	3072,5	7405	376,95	948,5	2750

Πίνακας 4.3: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων από τις δύο μεθόδους για κάθε περίπτωση φόρτισης

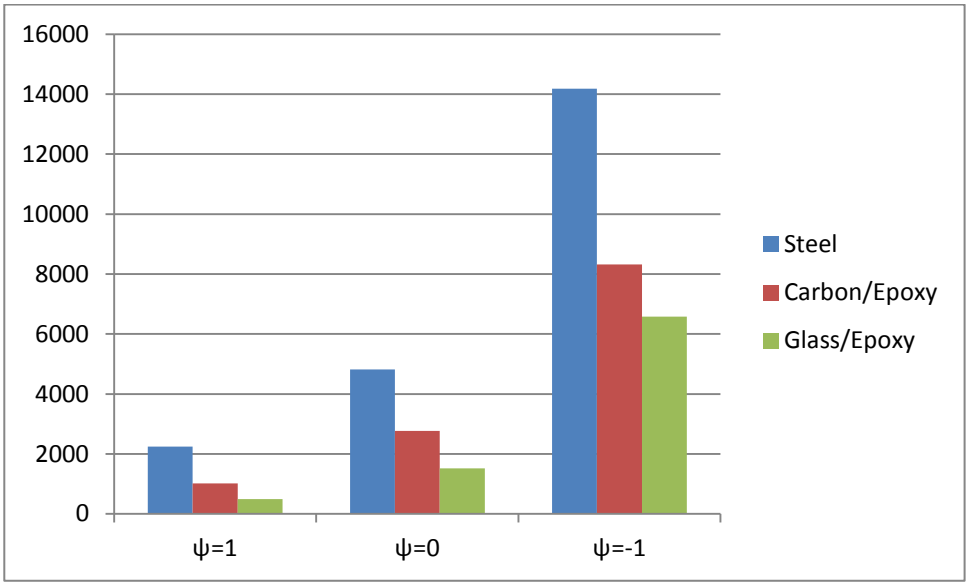
Όπως φαίνεται και από τον πίνακα οι διαφορές που παρουσιάζονται μεταξύ των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων και αυτών που προκύπτουν από τις θεωρητικές σχέσεις και τις διατάξεις του Ευρωκώδικα είναι περίπου της τάξεως του 1,5- 3%, πράγμα που σημαίνει πως το μοντέλο έχει προσομοιωθεί ικανοποιητικά αφού επαληθεύει τους κανόνες που διέπουν τη συμπεριφορά των χαλύβδινων πλακών.

4.5 Σύγκριση και επεξεργασία των αποτελεσμάτων μέσω διαγραμμάτων

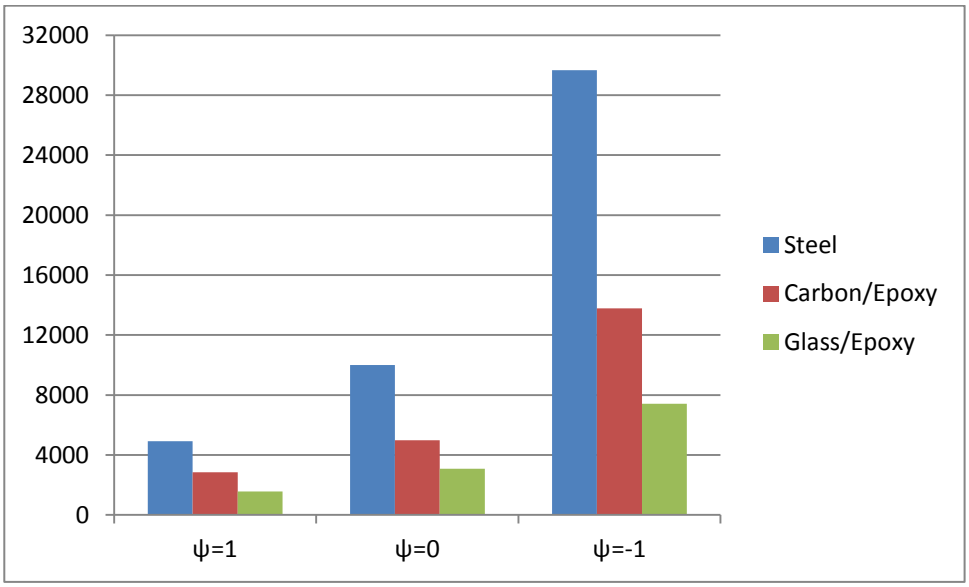
Στο παρόν υποκεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που υπολογίστηκαν από το ADINA και από τις διατάξεις τις θεωρίας με τη μορφή ιστογραμμάτων. Η απεικόνιση αυτή των στοιχείων αποτελεί μια πολύ καλή ευκαιρία για το μελετητή ώστε να μπορέσει εύκολα να συγκρίνει τις διαφορές στο κρίσιμο φορτίο για φορείς από διάφορα είδη υλικών (στην περίπτωση της παρούσης διπλωματικής από χάλυβα, Carbon/Epoxy και Glass/Epoxy) , αλλά και σε διαφόρους τύπους και συνδυασμούς φορτίσεων. Στη συνέχεια του υποκεφαλαίου παρατίθενται ιστογράμματα που επιτρέπουν τη σύγκριση των κρίσιμων φορτίων όπως αναφέρθηκε και παραπάνω.



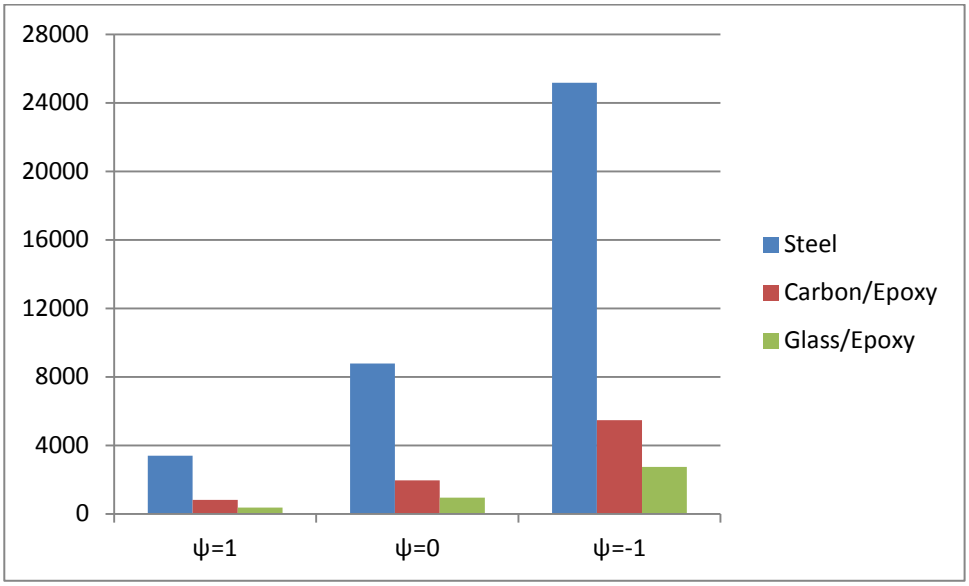
Σύγκριση κρίσιμων φορτίων για χάλυβα, Carbon/Epoxy και Glass/Epoxy σε περιπτώσεις καθαρής θλίψης και καθαρής διάτμησης (κρίσιμο φορτίο N_{cr} σε kN)



Σύγκριση κρίσιμων φορτίων για χάλυβα, Carbon/Epoxy και Glass/Epoxy για την περίπτωση συνδυασμού ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση $N_x + N_{xy}$ (κρίσιμο φορτίο N_{cr} σε kN)

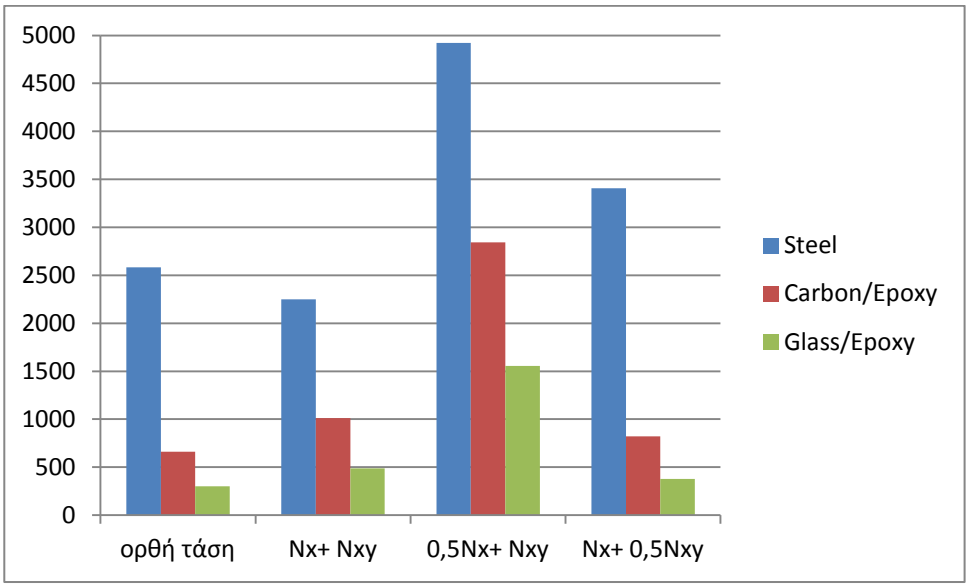


Σύγκριση κρίσιμων φορτίων για χάλυβα, Carbon/Epoxy και Glass/Epoxy για την περίπτωση συνδυασμού ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση $\frac{1}{2}N_x + N_{xy}$ (κρίσιμο φορτίο N_{cr} σε kN)



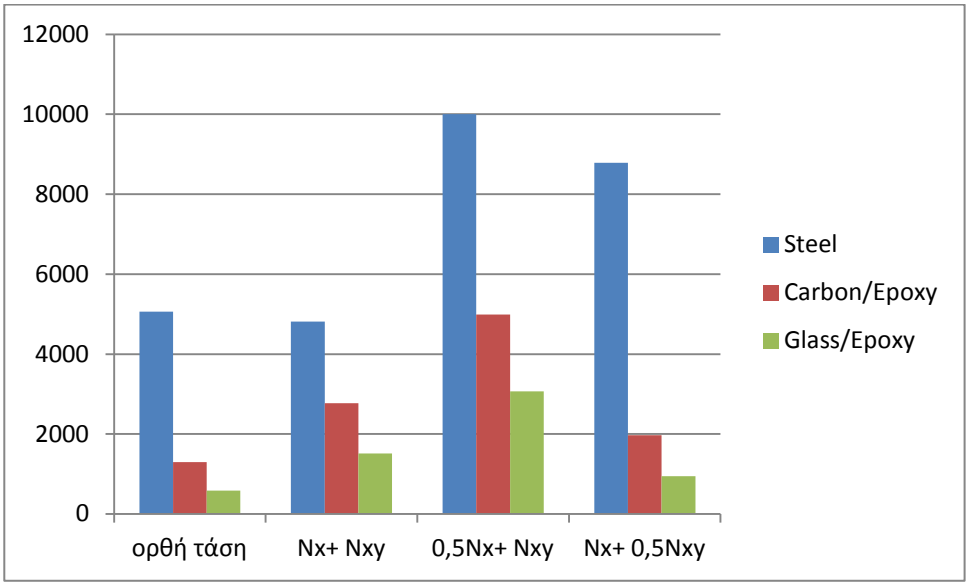
Σύγκριση κρίσιμων φορτίων για χάλυβα, Carbon/Epoxy και Glass/Epoxy για την περίπτωση συνδυασμού ορθών και διατμητικών τάσεων με τη σχέση $N_x+\frac{1}{2}N_{xy}$ (κρίσιμο φορτίο N_{cr} σε kN)

Συντελεστής τάσεων ψ=1



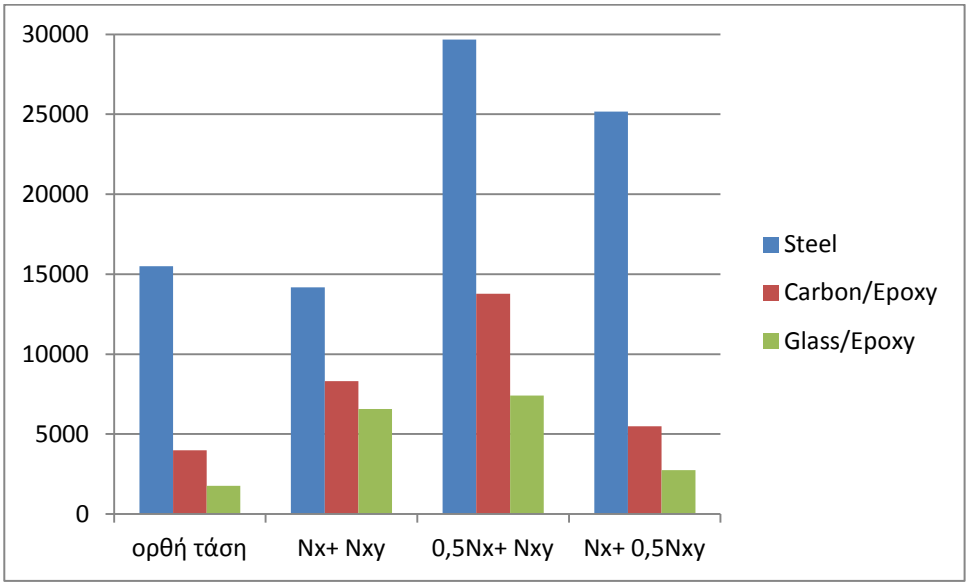
Σύγκριση κρίσιμων φορτίων για χάλυβα, Carbon/Epoxy και Glass/Epoxy για τις διάφορες περιπτώσεις συνδυασμού ορθής και διατμητικής τάσης (κρίσιμο φορτίο N_{cr} σε kN)

Συντελεστής τάσεων ψ=0



Σύγκριση κρίσιμων φορτίων για χάλυβα, Carbon/Epoxy και Glass/Epoxy για τις διάφορες περιπτώσεις συνδυασμού ορθής και διατμητικής τάσης (κρίσιμο φορτίο N_{cr} σε kN)

Συντελεστής τάσεων ψ=-1



Σύγκριση κρίσιμων φορτίων για χάλυβα, Carbon/Epoxy και Glass/Epoxy για τις διάφορες περιπτώσεις συνδυασμού ορθής και διατμητικής τάσης (κρίσιμο φορτίο N_{cr} σε kN)

Από τα διαγράμματα που παρουσιάσθηκαν παραπάνω μπορεί κανείς να οδηγηθεί στα εξής συμπεράσματα:

- Ο χάλυβας (ισότροπο) ως υλικό παρουσιάζει 2 έως 5 φορές μεγαλύτερο κρίσιμο φορτίο λυγισμού από το ορθότροπο υλικό Carbon/ Epoxy.
- Ο χάλυβας παρουσιάζει 5 έως 10 φορές μεγαλύτερο κρίσιμο φορτίο λυγισμού από το ορθότροπο υλικό Glass/Epoxy.
- Σε όλες τις περιπτώσεις συνδυασμού φορτίσεων το μεγαλύτερο κρίσιμο φορτίο λυγισμού προκύπτει για την περίπτωση όπου ο συντελεστής των τάσεων ψ λαμβάνει την τιμή ψ=-1.
- Το μεγαλύτερο κρίσιμο φορτίο λυγισμού προκύπτει για την περίπτωση φόρτισης $\frac{1}{2}N_x + N_{xy}$ με συντελεστή τάσεων ψ=-1 στο χάλυβα. Η τιμή του ισούται με 29662kN.
- Το μικρότερο κρίσιμο φορτίο λυγισμού προκύπτει για την περίπτωση όπου ασκούνται στο φορέα μόνο ορθές αξονικές τάσεις με συντελεστή ψ=1 στο υλικό Glass/Epoxy. Η τιμή του ισούται με 300,75kN.

Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα

Σκοπός της παρούσης διπλωματικής εργασίας είναι η κατανόηση της συμπεριφοράς έναντι τοπικού λυγισμού πλακών, τόσο από ισότροπα, όσο και από ορθότροπα υλικά. Χαρακτηριστικό μέγεθος που καθορίζει την αντοχή των πλακών σε λυγισμό είναι το κρίσιμο φορτίο λυγισμού, το οποίο και αναζητήθηκε στη συγκεκριμένη διερεύνηση. Εξετάστηκαν πλάκες από χάλυβα (ισότροπο υλικό) , Carbon/Epoxy (ορθότροπο υλικό) και Glass/Epoxy (ορθότροπο υλικό), οι οποίες είναι στηριγμένες στη μια πλευρά τους ενώ στις υπόλοιπες τρεις απλά δεσμεύτηκε η κάθετη στο επίπεδο μετακίνηση. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων σχετικά με το κρίσιμο φορτίο λυγισμού της κάθε πλάκας οδήγησε στην εξαγωγή αρκετών χρήσιμων συμπερασμάτων.

Κατ αρχάς, η ανάλυση πραγματοποιήθηκε τόσο μέσω του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων ADINA, όσο και με χρήση των γενικών κανόνων της θεωρίας για τον τοπικό λυγισμό και των διατάξεων του Ευρωκώδικα σχετικά με τις κατασκευές από χαλυβα. Οι συγκλίσεις που προέκυψαν ήταν ικανοποιητικότατες . Κατά την ανάλυση χαλύβδινων πλακών η μέγιστη απόκλιση που παρατηρήθηκε άγγιξε το 3%. Το ποσοστό αυτό αυξήθηκε ελάχιστα στην περίπτωση των πλακών από Carbon/Epoxy χωρίς όμως να ξεπεράσει το 4,2% σε καμία περίπτωση. Τέλος στην ανάλυση πλακών από υλικό Glass/Epoxy ο βαθμός σύγκλισης ήταν ακόμα ικανοποιητικότερος μιας και το ποσοστό της απόκλισης είχε ως υψηλότερη τιμή αυτή του 2,75%. Σε κάθε περίπτωση η δημιουργία του σωστού μοντέλου καθώς και η ανάλυσή του κρίνονται αξιόπιστες και επαρκείς.

Παρ’ όλα αυτά, σκοπός της παρούσης διπλωματικής εργασίας δεν ήταν η σύγκριση των δύο μεθόδων εξαγωγής του κρίσιμου φορτίου λυγισμού, αλλά η σύγκριση της συμπεριφοράς σε λυγισμό μιας πλάκας από ισότροπο υλικό και πλακών από ορθότροπα υλικά. Η σύγκριση του χάλυβα με τα δύο ορθότροπα υλικά έδειξε πως ο ισότροπος χάλυβας παρουσιάζει από 2 έως 5 φορές μεγαλύτερο κρίσιμο φορτίο λυγισμού από το υλικό Carbon/Epoxy και 5 έως 10 φορές μεγαλύτερο φορτίο λυγισμού από το υλικό Glass/Epoxy. Οι πλάκες που αναλύθηκαν είχαν όλες τις ίδιες διαστάσεις, συνεπώς είναι εύλογο να οδηγηθούμε στο συμπέρασμα πως το μικρότερο φορτίο λυγισμού που παρουσίασαν τα ορθότροπα υλικά σε σχέση με το χάλυβα πιθανώς οφείλεται στα σημαντικά μικρότερα μέτρα ελαστικότητας που τα χαρακτηρίζουν σχετικά με αυτό του χάλυβα, ειδικά κατά την ασθενή τους διεύθυνση. Ακόμα, οι διαφορές που παρουσιάσθηκαν μεταξύ των δυο ορθότροπων υλικών προφανώς οφείλονται και αυτές στις διαφορετικές τιμές μέτρου ελαστικότητας και μέτρου διάτμησης που τα χαρακτηρίζουν.

Από τις αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν, προέκυψε ακόμα πως το κρίσιμο φορτίο λυγισμού εξαρτάται και από το είδος φόρτισης που επιβάλλεται στο φορέα. Πιο συγκεκριμένα, ανεξαρτήτως υλικού, οι μεγαλύτερες τιμές του κρίσιμου φορτίου λυγισμού προέκυψαν για την περίπτωση συνδυασμού ορθών και διατμητικών τάσεων

όπου είχαμε $\frac{1}{2}N_x + N_{xy}$ για συντελεστή τάσεων ψ=-1. Στην περίπτωση αυτή κάθε υλικό από όσα εξετάστηκαν έδωσε το μέγιστο πιθανό κρίσιμο φορτίο λυγισμού με μεγαλύτερη τιμή αυτή του χάλυβα με $N_{cr,max}$= 29662 kN/m.

Επίσης, τα ελάχιστα κρίσιμα φορτία λυγισμού εμφανίστηκαν για διαφορετικό τύπο φόρτισης σε κάθε υλικό. Για το χάλυβα το φορτίο αυτό είναι $N_{cr,min,st}$=2284kN/m και εμφανίζεται στην περίπτωση συνδυασμού ορθών και διατμητικών τάσεων με $N_x + N_{xy}$ για συντελεστή τάσεων ψ=1. Για το Carbon/Epoxy η τιμή του φορτίου είναι $N_{cr,min,car}$= 663kN/m και συναντάται στην περίπτωση όπου στην πλάκα ασκούνται μόνο ορθές τάσεις με ψ=1. Τέλος, το ελάχιστο κρίσιμο φορτίο λυγισμού για το Glass/Epoxy προκύπτει στην περίπτωση καταπόνησης μόνο από ορθές αξονικές τάσεις για συντελεστή ψ=1 και η τιμή του είναι $N_{cr,min,gl}$= 300,75kN/m.

Τα παραπάνω συμπεράσματα μαζί με τα αποτελέσματα του κεφαλαίου 4 που παρουσιάζονται μέσω πινάκων και διαγραμμάτων για την καλύτερη εποπτεία τους, οδηγούν στην καλύτερη κατανόηση του φαινομένου του τοπικού λυγισμού πλακών και των διαφορών που παρουσιάζονται από το φαινόμενο του τοπικού λυγισμού ανάμεσα σε πλάκες από ορθότροπο και ισότροπο υλικό.

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν μέσα από τη διερεύνηση που έγινε στην παρούσα διπλωματική εργασία μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν δεδομένα στη μελέτη πλακών σε οποιαδήποτε κατασκευή ή ακόμη και ως μέτρο σύγκρισης σε μελέτες έναντι λυγισμού πλακοειδών στοιχείων. Επιπλέον, προτείνεται να γίνει επέκταση της συγκεκριμένης έρευνας μελλοντικά χρησιμοποιώντας πληθώρα άλλων ισότροπων και ορθότροπων υλικών, καθώς και διερεύνηση πάνω στο γεγονός της ευκολίας κατάταξης των αποτελεσμάτων σε κατηγορίες ώστε να μπορούν να χρησιμοποιούνται έτοιμα και να μη χρειάζεται κάθε φορά η μελέτη και ανάλυσή τους. Τέλος, προτείνεται σύγκριση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού με το βάρος των υλικών για επίτευξη του βέλτιστου σχεδιασμού τέτοιου είδους κατασκευών.

Κεφάλαιο 6: Βιβλιογραφία

1. Βάγιας Ι., Dab Dubina, “ Σιδηρές Κατασκευές από λεπτότοιχες διατομές ψυχρής διαμόρφωσης”, εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα 2004.
2. Μιχάλτσος Γ., “ Ελαφρές μεταλλικές κατασκευές: Μέθοδοι υπολογισμού”, εκδόσεις Συμεών, Αθήνα 2008
3. EN 1993- 1- 5, Ευρωκώδικας 3: “ Σχεδιασμός κατασκευών από χάλυβα. Μέρος 1-5: Μέλη από επίπεδα ελάσματα”.
4. EN 1993- 1- 3, Ευρωκώδικας 3: “ Σχεδιασμός κατασκευών από χάλυβα. Μέρος 1-3: Γενικοί κανόνες. Πρόσθετοι κανόνες για μέλη και φύλλα ψυχρής έλασης”.
5. Ραυτογιάννης Ι., “ Σύνθετα Υλικά”, Αθήνα 2009.
6. Ραυτογιάννης Ι., “ Κατασκευές από σύνθετα υλικά”, Αθήνα 2007.
7. Βαρδουλάκης Ι., “ Τεχνική Μηχανική ΙΙ”, εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα 1999
8. D. J. Johns, “ Shear Buckling of Isotropic and Orthotropic Plates, A Review”, Department of Transport Technology, University of Technology, Loughborough, London 1971.
9. Laszlo P. Kollar, George S. Springer, “ Mechanics of Composite Structures”, Cambridge 2003.
10. Μελισσιανός Β., Θανάσουλας Η., Βερβάρδος Στ., “ Οδηγίες χρήσης Λογισμικού ADINA”, Έκδοση 2.0, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Φεβρουάριος 2015.
11. Δρ. Σιανούδης Ι. Α., “ MS Excel, Εισαγωγικό Εγχειρίδιο Χρήσης”, Γενικό Τμήμα Φυσικής, Χημείας & Τεχνολογίας Υλικών, Αθήνα 2006
12. Κορωναίος Θ., “ Ενεργό Πλάτος Εσωτερικών Καμπύλων Χαλύβδινων Στοιχείων”, Διπλωματική Εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Αθήνα 2013.
13. Διαμαντόπουλος Σ. Γ., “ Τοπικός λυγισμός ελασμάτων από σύνθετα υλικά με και χωρίς ενίσχυση”, Διπλωματική Εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Αθήνα 2013.
14. Γαντές Χ., “ Μη γραμμική συμπεριφορά Επιφανειακών Στοιχείων- Τοπικός Λυγισμός- Πλευρικός Λυγισμός”, Διάλεξη 9 στο μάθημα “ Μη Γραμμική Συμπεριφορά Μεταλλικών Κατασκευών”, Αθήνα 2009.
15. Διαδικτυακοί τόποι