



# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

## ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ &  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

### ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μελέτη οικονομικών ορίων για επένδυση σε  
σταθμό παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με  
καύση φυσικού αερίου

Τριβυζά Δ.Νικολέττα Λουκία  
Διπλωματούχος Μηχανολόγος Μηχανικός ΕΜΠ

Επιβλέπων: Αθανάσιος Τόλης  
Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούνιος 2015



# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

## ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

### ΤΟΜΕΑΣ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

#### ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Τίτλος:

Μελέτη οικονομικών ορίων για επένδυση σε σταθμό παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με καύση φυσικού αερίου

Τριβυζά Δ.Νικολέττα Λουκία  
Διπλωματούχος Μηχανολόγος Μηχανικός ΕΜΠ

Επιβλέπων: Αθανάσιος Τόλης  
Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

.....

.....

.....

Παναγιώτου Νικόλαος  
Επίκουρος Καθηγητής

Πόνης Σταύρος  
Επίκουρος Καθηγητής

Τόλης Αθανάσιος  
Επίκουρος Καθηγητής

Αθήνα, Ιούνιος 2015



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ &  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Copyright © 2015–All rights reserved Νικολέττα-Λουκία Δ.Τριβυζά, Διπλωματούχος Μηχανολόγος Μηχανικός Ε.Μ.Π.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή της για σκοπούς μη κερδοσκοπικούς-εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης-υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα, που αφορούν στη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό, πρέπει να απευθύνονται στο συγγραφέα. Οι διατυπώσεις και οι απόψεις, που υπάρχουν στο έγγραφο, εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

(Υπογραφή)

.....

Νικολέττα-Λουκία Δ.Τριβυζά  
Διπλωματούχος Μηχανολόγος Μηχανικός Ε.Μ.Π.  
Copyright © 2015–All rights reserved

Αθήνα, Ιούνιος 2015



## Έποψη

*Η ανάγκη για επενδύσεις στην ενέργεια και η αβεβαιότητα, που υπάρχει σε τέτοιου είδους επενδύσεις, οδήγησε στη δημιουργία αυτής της διπλωματικής, ώστε να υπάρχει ένα χρηστικό εργαλείο, με το οποίο να έχουν τη δυνατότητα οι ενδιαφερόμενοι επενδυτές να αποφασίζουν αν είναι συμφέρουσα ή όχι η συγκεκριμένη επένδυση.*

*Στην παρούσα εργασία γίνεται ανάλυση της επένδυσης σε σταθμό παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με καύση φυσικού αερίου, η οποία βασίζεται σε στοχαστικές τιμές του ηλεκτρισμού και του φυσικού αερίου. Χρησιμοποιείται ένα ρεαλιστικό μοντέλο δύο παραγόντων σύμφωνα με τη μελέτη των Stein-Erik Fleten, Erkka Näsäkkälä, 2009. Το μοντέλο αυτό προσδιορίζει τα όρια των τιμών κατά τα οποία η επένδυση είναι συμφέρουσα, καθώς και την ανάλυση της αξίας της λειτουργικής ευελιξίας και τη δυνατότητα εγκατάλειψης του ήδη υπάρχοντος εργοστασιακού εξοπλισμού.*

*Κατά τη μελέτη αυτή έγινε ανάπτυξη μιας μεθόδου με χρήση της γλώσσας προγραμματισμού Matlab για τον υπολογισμό του ανώτερου και κατώτερου ορίου της αξίας του σταθμού ηλεκτροπαραγωγής, καθώς και τον υπολογισμό των **οριακών τιμών ενέργειας** (threshold for energy prices) για επένδυση και εγκατάλειψη της επένδυσης. Για τη μελέτη χρησιμοποιούνται αντιπροσωπευτικά δεδομένα από εργοστάσια παραγωγής ενέργειας και στοιχεία από αγορές ενέργειας.*

*Η μελέτη αυτή κατέληξε στις οριακές τιμές ενέργειας για επένδυση συναρτήσει πολλών παραμέτρων. Τα σημαντικότερα από τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής είναι ότι η ευελιξία του εργοστασίου παίζει σημαντικό ρόλο στον προσδιορισμό των οριακών τιμών. Επιπλέον, συμπεραίνεται ότι τα αυξημένα έξοδα των εκπομπών καυσαερίων δυσχεραίνουν την απόφαση για επένδυση σε ένα εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με καύση φυσικού αερίου. Τέλος, η δυνατότητα εγκατάλειψης της εγκατάστασης δεν επηρεάζει σημαντικά τις οριακές τιμές επένδυσης.*

## Ευχαριστίες

Η παρούσα εργασία εκπονήθηκε στον Τομέα Βιομηχανικής Διοίκησης και Επιχειρησιακής Έρευνας της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ κατά το ακαδημαϊκό έτος 2014-2015.

Την επίβλεψη της διπλωματικής εργασίας είχε ο Επίκουρος Καθηγητής, κύριος Αθανάσιος Τόλης, τον οποίο θα ήθελα εκ των προτέρων να ευχαριστήσω θερμά για την ανάθεση αυτού του θέματος, την αμεσότητα της συνεργασίας και την άψογη καθοδήγηση καθώς και τις πολύτιμες συμβουλές του καθόλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας.

Επίσης, θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής μου εργασίας, κ.κ.Παναγιώτου Νικόλαο, Επίκουρο Καθηγητή, και Πόνη Σταύρο, Επίκουρο Καθηγητή.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου και την οικογένειά μου, για όσα μου έχουν προσφέρει στη διάρκεια των σπουδών μου και για την υποστήριξή τους σε κάθε στάδιο της ζωής μου.

Νικολέττα-Λουκία Δ.Τριβυζά  
Διπλωματούχος Μηχανολόγος Μηχανικός Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούνιος 2015

# Περιεχόμενα

Έποψη .....	6
Περιεχόμενα .....	8
Ευρετήριο σχημάτων.....	9
1. Εισαγωγή.....	13
2. Σκοπός διπλωματικής.....	16
3. Βιβλιογραφική ανασκόπηση .....	17
3.1 Επενδύσεις στην ενέργεια .....	17
3.2 Φυσικό αέριο .....	18
3.3 Μοντέλο τιμής.....	22
3.3.1 Spark-spread .....	22
3.3.2 Στοχαστικό μοντέλο .....	25
3.3.3 Υπολογισμός δεδομένων .....	28
3.4 Αξία εργοστασίου.....	31
3.5 Μελέτη επένδυσης .....	35
4. Μοντέλο καθορισμού οριακών τιμών ενέργειας .....	41
5. Ευρήματα μελέτης και ερμηνεία .....	64
6. Συμπεράσματα .....	99
7. Βιβλιογραφία .....	105
8. Παραρτήματα .....	108



## Ευρετήριο σχημάτων

### **Διάγραμμα 1.1** World Population and Energy Demand Growth

Πηγή: Graph from the National Energy Technology Laboratory  
<http://pictorial-guide-to-energy.blogspot.gr/p/list-of-charts.html>

### **Διάγραμμα 1.2** Primary energy demands, 2035 (Mtoe)

Πηγή: World energy investment outlook 2012

### **Διάγραμμα 3.1** Growth in total primary energy demand

Πηγή: World energy investment outlook 2013

### **Διάγραμμα 3.2** Global Gas Investment

Πηγή: World energy investment outlook 2003

### **Διάγραμμα 3.3** Average Annual Additions to Gas Production Capacity,2001-2030

Πηγή: World energy investment outlook 2003

### **Διάγραμμα 3.4** Electricity and gas forwards

Πηγή: Näsäkkälä, E., Fleten, S.-E., 2005

### **Διάγραμμα 3.5** Spark-spread forwards

Πηγή: Näsäkkälä, E., Fleten, S.-E., 2005

### **Διάγραμμα 5.1** Η αξία του εργοστασίου συναρτήσει της διάρκειας ζωής του

### **Διάγραμμα 5.2** Η αξία του εργοστασίου συναρτήσει της ικανότητας παραγωγής του

### **Διάγραμμα 5.3** Η αξία του εργοστασίου συναρτήσει του κόστους των εκπομπών CO<sub>2</sub>

### **Διάγραμμα 5.4** Η αξία του εργοστασίου συναρτήσει των εξόδων συντήρησης

**Διάγραμμα 5.5** Η αξία του εργοστασίου συναρτήσκει του παράγοντα  $\kappa$

**Διάγραμμα 5.6** Η αξία του εργοστασίου συναρτήσκει του drift της ισοδύναμης τιμής

**Διάγραμμα 5.7** Η αξία του εργοστασίου συναρτήσκει του  $\xi_0$

**Διάγραμμα 5.8** Η αξία του εργοστασίου συναρτήσκει του interest rate  $r$

**Διάγραμμα 5.9** Η αξία του εργοστασίου συναρτήσκει του  $\chi_0$

**Διάγραμμα 5.10** Το ανώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσκει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$

**Διάγραμμα 5.11** Το κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσκει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$

**Διάγραμμα 5.12** Το ανώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσκει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$

**Διάγραμμα 5.13** Το κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσκει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$

**Διάγραμμα 5.14** Το ανώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης (όταν λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης) συναρτήσκει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$

**Διάγραμμα 5.15** Το κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης (όταν λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης) συναρτήσκει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$

**Διάγραμμα 5.16** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσκει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$

**Διάγραμμα 5.17** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσκει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$

**Διάγραμμα 5.18** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης (όταν λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης) συναρτήσει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$

**Διάγραμμα 5.19** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο της αξίας της δυνατότητας επένδυσης συναρτήσει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$

**Διάγραμμα 5.20** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει του κόστους επένδυσης

**Διάγραμμα 5.21** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει του κόστους επένδυσης

**Διάγραμμα 5.22** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης (όταν λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης) συναρτήσει του κόστους επένδυσης

**Διάγραμμα 5.23** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει της υπολειμματικής αξίας

**Διάγραμμα 5.24** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης (όταν λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης) συναρτήσει της υπολειμματικής αξίας

**Διάγραμμα 5.25** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει του κόστους των εκπομπών CO<sub>2</sub>

**Διάγραμμα 5.26** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει του κόστους των εκπομπών CO<sub>2</sub>

**Διάγραμμα 5.27** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει του drift της ισοδύναμης τιμής

**Διάγραμμα 5.28** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει του drift της ισοδύναμης τιμής

**Διάγραμμα 5.29** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει της ικανότητας παραγωγής

**Διάγραμμα 5.30** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει της ικανότητας παραγωγής

**Διάγραμμα 5.31** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει του interest rate

**Διάγραμμα 5.32** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει του interest rate

**Διάγραμμα 5.33** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει του κόστους συντήρησης

**Διάγραμμα 5.34** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει του κόστους συντήρησης

**Διάγραμμα 5.35** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει του παράγοντα  $\kappa$

**Διάγραμμα 5.36** Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει του παράγοντα  $\kappa$

**Πίνακας 3.1** Παράμετροι του spark-spread

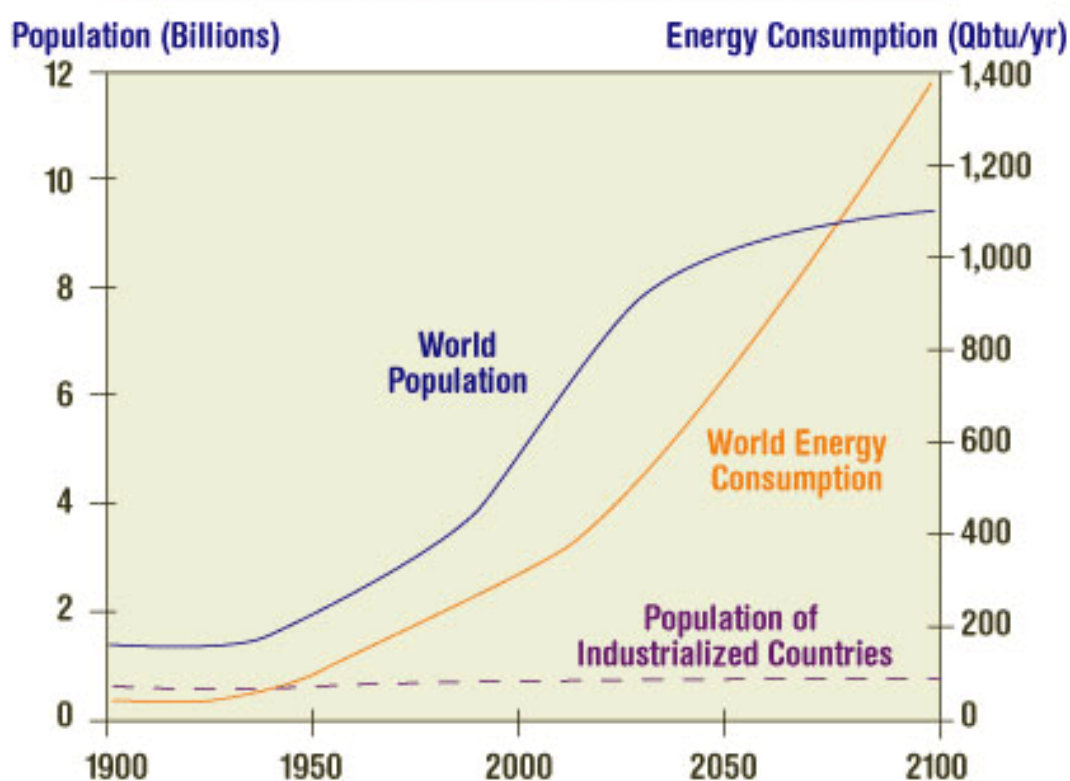
**Πίνακας 4.1** Παράμετροι εργοστασίου

**Πίνακας 5.1** Οριακές τιμές

# 1. Εισαγωγή

Σύμφωνα με μελέτες του International Energy Agency, 2003, προκύπτει ότι η παγκόσμια ζήτηση σε ηλεκτρική ενέργεια από το 2001 μέχρι το 2030 θα διπλασιαστεί (Διάγραμμα 1.1).

Διάγραμμα 1.1: World Population and Energy Demand Growth



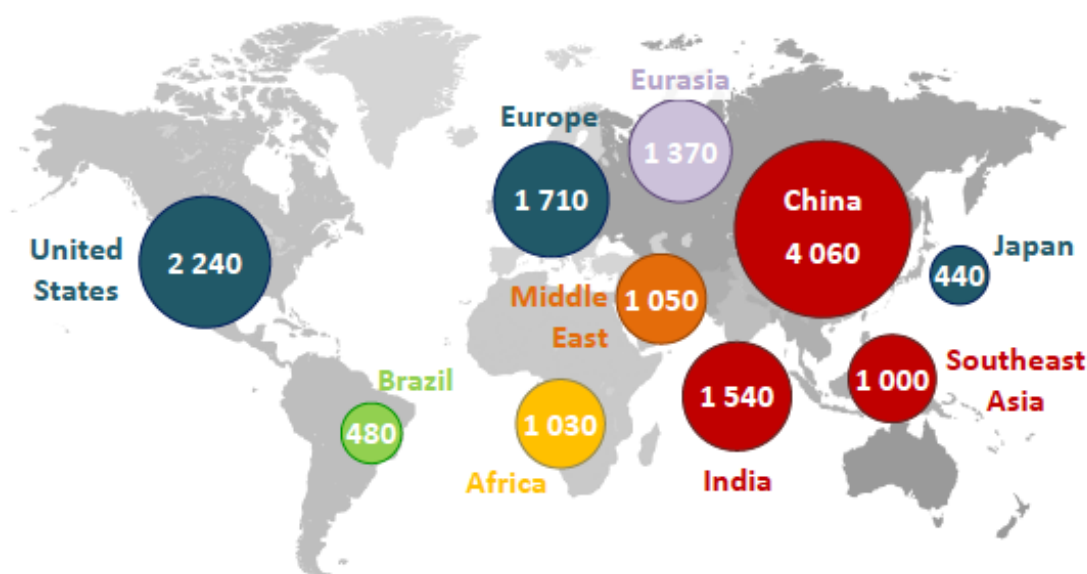
*Graph from the National Energy Technology Laboratory*

Αυτή η ταχέως αυξανόμενη χρήση ενέργειας σε παγκόσμιο επίπεδο έχει ήδη εγείρει ανησυχίες, που αφορούν τις δυσκολίες εφοδιασμού, την εξάντληση των ενεργειακών πόρων και τις σημαντικές περιβαλλοντικές επιπτώσεις (όπως είναι η υπερθέρμανση του πλανήτη και η αλλαγή του κλίματος). Η Διεθνής Υπηρεσία Ενέργειας έχει συγκεντρώσει στοιχεία για τις τρομακτικές τάσεις αύξησης της κατανάλωσης ενέργειας. Κατά το διάστημα 1984-2004 προέκυψε ότι η πρωτογενής

ενέργεια αυξήθηκε κατά 49 % και οι εκπομπές CO<sub>2</sub> κατά 43 %. (Luis Perez-Lombard, Jose Ortiz, Christine Pout, 2007)

Η ανάγκη ενέργειας των αναδυόμενων οικονομιών της Νοτιοανατολικής Ασίας, Μέσης Ανατολής, Νότιας Αμερικής και Αφρικής προβλέπεται ότι θα αυξηθεί με μέσο ετήσιο ρυθμό 3,2% και θα υπερβεί το 2020 το μέσο ετήσιο ρυθμό των αναπτυγμένων χωρών της Βορείου Αμερικής, Δυτικής Ευρώπης, Ιαπωνίας, Αυστραλίας και Νέας Ζηλανδίας, που τότε θα είναι 1,1%. Εντυπωσιακή είναι η περίπτωση της Κίνας, η οποία στα επόμενα 20 χρόνια προβλέπεται ότι θα διπλασιάσει την κατανάλωση της ενέργειάς της με μέσο ετήσιο αυξανόμενο ρυθμό 3,7%. (Luis Perez-Lombard, Jose Ortiz, Christine Pout, 2007). Από το Διάγραμμα 1.2 προκύπτει ότι οι ανάγκες της Κίνας απαιτούν αυτή τη μεγάλη αύξηση ζήτησης ενέργειας.

Διάγραμμα 1.2: Primary energy demand, 2035 (Mtoe)



*World energy investment outlook, 2012*

Αξίζει να παρατηρηθεί ότι ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού του πλανήτη είναι κάτω από το προβλεπόμενο παραγόμενο ΑΕΠ του, με αποτέλεσμα τη

σημαντική αύξηση του κατά κεφαλήν εισοδήματος φυσικών προσώπων και παγκόσμιου πλούτου. Όμως, ταυτόχρονα η κατανάλωση της πρωτογενούς ενέργειας αυξάνεται με υψηλότερους ρυθμούς από τον πληθυσμό (Διάγραμμα 1.1), γεγονός που οδηγεί στην κατά κεφαλήν αύξηση της αξίας της ενέργειας κατά 15,7% παραπάνω από ό,τι συνέβαινε τα τελευταία 30 χρόνια. Τα ανωτέρω στοιχεία αποτυπώνουν τη στενή σχέση, που ενυπάρχει στην κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας με την οικονομική ανάπτυξη και την αύξηση του πληθυσμού. (Luis Perez-Lombard, Jose Ortiz, Christine Pout, 2007)

Επομένως, για την ικανοποίηση αυτής της ραγδαίας αύξησης της ζήτησης της ενέργειας χρειάζεται να κατασκευαστούν εγκαταστάσεις, που να παρέχουν ηλεκτρική ενέργεια περίπου 4700GW, αξίας \$4.1 τρισεκατομμυρίων. Αυτή η επένδυση απαιτείται για την επέκταση της δυνατότητας εφοδιασμού και για την αντικατάσταση των υφιστάμενων και μελλοντικών εγκαταστάσεων εφοδιασμού, που θα εξαντληθούν ή θα καταστούν άνευ αντικειμένου στην περίοδο, που μελετάται. (International Energy Agency (IEA), 2003)

Επομένως, σε αυτή την εργασία ο κύριος στόχος μελέτης είναι η αναζήτηση εργαλείων για την αξιολόγηση μιας επένδυσης στον συγκεκριμένο τομέα συναρτήσει διαφόρων παραμέτρων, που θα καθιστούν την επένδυση κερδοφόρα.

## 2. Σκοπός διπλωματικής εργασίας

Αυτή η έρευνα στοχεύει να βοηθήσει μία εταιρεία παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, που ενδιαφέρεται να κατασκευάσει ένα εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με την καύση φυσικού αερίου, να πραγματοποιήσει την πιο προσοδοφόρα επένδυση στον τομέα αυτό.

Αυτή η διπλωματική επιχείρησε να απαντήσει στα παρακάτω ερωτήματα:

- Ποια πρέπει να είναι η τιμή του ηλεκτρισμού σε σχέση με αυτή του φυσικού αερίου, έτσι ώστε να αρχίσει η εταιρεία την κατασκευή του εργοστασίου;
- Έχει σημασία αν το εργοστάσιο είναι βασικού φορτίου και λειτουργεί ανεξάρτητα από την τιμή του φυσικού αερίου και του ηλεκτρισμού, ή αν είναι ευέλικτου φορτίου και λειτουργεί μόνο, όταν η τιμή του ηλεκτρισμού είναι πάνω από αυτή του φυσικού αερίου;
- Η απόφαση της επένδυσης επηρεάζεται από τη δυνατότητα εγκατάλειψης της κατασκευής του εργοστασίου;
- Κατέχει σημαντικό ρόλο στην απόφαση επένδυσης το κόστος της επένδυσης;
- Η αλλαγή στο επιτόκιο πόσο επηρεάζει την απόφαση για κατασκευή του εργοστασίου;
- Η ικανότητα παραγωγής του εργοστασίου τι επιρροή ασκεί στην απόφαση της εταιρείας για κατασκευή του έργου;
- Τέλος, πώς το κόστος των εκπομπών καυσαερίων CO<sub>2</sub> επηρεάζει την κερδοφορία;

Η εργασία είναι οργανωμένη ως εξής: Αρχικά σύμφωνα με τη μελέτη των Stein-Erik Fleten, Erkka Näsäkkälä, 2009 στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται η βιβλιογραφική ανασκόπηση και αναπτύσσεται μια διαδικασία διαμόρφωσης του μοντέλου της τιμής, υπολογίζεται το ανώτερο και το κατώτερο όριο της αξίας του εργοστασίου και τέλος μελετάται το ζήτημα της επένδυσης. Στο κεφάλαιο 4 απεικονίζεται το μοντέλο, που δημιουργήθηκε από τη συγκεκριμένη μελέτη. Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται και σχολιάζονται τα ευρήματα της μελέτης αυτής και τέλος στο κεφάλαιο 6 ακολουθούν τα συμπεράσματα της έρευνας.



## **3. Βιβλιογραφική Ανασκόπηση**

### **3.1 Επενδύσεις στην ενέργεια**

Οι ενεργειακοί πόροι στον κόσμο είναι επαρκείς, για να ανταποκριθούν στην αναμενόμενη ζήτηση, αλλά η επένδυση, που απαιτείται για τη μετατροπή πόρων σε ηλεκτρισμό, εξαρτάται από την ικανότητα κάθε τομέα ενέργειας να ανταγωνιστεί τον άλλον. Η πρόκληση στις επενδύσεις εντείνεται και από το γεγονός ότι τα κεφάλαια, που θα χρειαστούν τα επόμενα 30 χρόνια, θα είναι πολύ μεγαλύτερα από αυτά των τελευταίων 30. Αυτό καθιστά ιδιαίτερα σημαντικό το γεγονός οι συνθήκες της επένδυσης να είναι τέτοιες, ώστε να προσελκύουν τα απαραίτητα κεφάλαια. (International Energy Agency (IEA), 2003)

Η πρόσβαση σε κεφάλαια εξαρτάται από το προφίλ κινδύνου και απόδοσης της επένδυσης, καθώς και από τη διαθεσιμότητα των οικονομικών πόρων και μηχανισμών. Στον τομέα της ενέργειας, για να προσελκύσει κάποιος επαρκή χρηματοδότηση για επενδύσεις, είναι απαραίτητο να παρέχονται ευνοϊκοί όροι και ποσοστό επιστροφής των κεφαλαίων σε σχέση με αυτά, που προσφέρονται από άλλους τομείς, λαμβάνοντας φυσικά υπόψη τα διαφορετικά προφίλ κινδύνου. Η ποσότητα και ο τύπος των επενδύσεων και των χρηματοδοτικών μηχανισμών, που χρησιμοποιούνται, διαφέρουν σημαντικά ανάλογα με τον υποτομέα της ενέργειας, το στάδιο της εφοδιαστικής αλυσίδας στον ίδιο υποτομέα, την επιλογή της τεχνολογίας και την τοποθεσία της επένδυσης. (International Energy Agency (IEA), 2003)

Τα ενεργειακά έργα θεωρούνται ‘capital-intensive’ σε σχέση με άλλα, διότι έχουν την ιδιομορφία να απαιτούν τη συμμετοχή μεγάλων επενδύσεων κεφαλαίων, πριν αρχίσει η παραγωγή και η προμήθεια ενέργειας, δηλαδή πολύ πριν αρχίσουν να αποδίδουν οι επενδύσεις αυτές. Όσο περισσότερο ‘capital-intensive’ είναι μια βιομηχανία, τόσο πιο εκτεθειμένη είναι στους οικονομικούς κινδύνους, όπως είναι οι μεταβολές των επιτοκίων ή άλλες μεταβολές στις χρηματοπιστωτικές αγορές. (International Energy Agency (IEA), 2003)

Οι υψηλές τιμές της ενέργειας συνήθως προσελκύουν περισσότερες επενδύσεις μέχρις ότου να προκύψει πλεονάζουσα παραγωγική ικανότητα, με αποτέλεσμα να μειώσει τις τιμές και τέλος να αποθαρρύνει τις επενδύσεις στον τομέα αυτό. (Erik Fleten, Erkka Näsäkkälä 2009)

Επίσης, άλλος ένας σημαντικός παράγοντας κινδύνου σε ενεργειακά έργα είναι ότι, όταν η εγκατάσταση κατασκευαστεί, δε γίνεται να μετακινηθεί. Ειδικά στην περίπτωση εργοστασίων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από καύση φυσικού αερίου, γιατί οι συνθήκες εγκατάστασης καθορίζονται από την εκάστοτε εγχώρια αγορά. Ακόμη, η διάρκεια ζωής των εγκαταστάσεων αυτών είναι πάνω από 30 χρόνια, ενώ τα μακροπρόθεσμα έσοδα είναι απρόβλεπτα. (International Energy Agency (IEA), 2003)

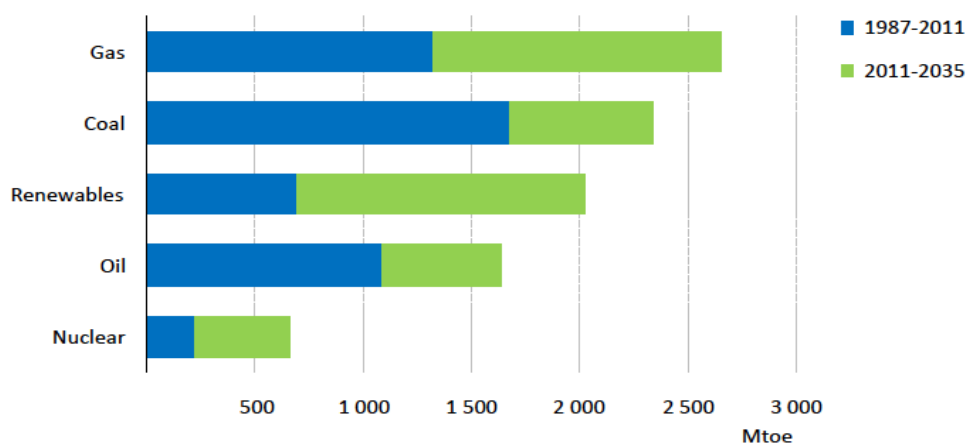
Οι προγραμματιστές ενός τέτοιου έργου, οι επενδυτές και οι δανειστές ενώ μπορούν να μειώσουν τους οικονομικούς κινδύνους, συχνά αδυνατούν να ελέγξουν τους αντίστοιχους πολιτικούς και νομικούς. Αυτό συμβαίνει, γιατί οι διάφορες κυβερνήσεις ανά πάσα στιγμή έχουν τη δυνατότητα να αλλάζουν το εκάστοτε κανονιστικό και οικονομικό πλαίσιο με τέτοιο τρόπο, ώστε να επηρεάζεται σημαντικά η χρηματοοικονομική βιωσιμότητα μιας τέτοιας επένδυσης. Οι επενδυτές μπορεί να μην έχουν εμπιστοσύνη στις εμπορικές συμβάσεις, εάν οι πολιτικές, νομοθετικές και κανονιστικές διατάξεις συμπεριλαμβανομένων και εκείνων, που αφορούν τη φορολογία, τα συναλλαγματικά διαθέσιμα και την κρατική ιδιοκτησία είναι ασταθείς. Οι μεταρρυθμίσεις στην αγορά, όπως οι αλλαγές στις επιδοτήσεις και στους φόρους, καθώς και οι ιδιωτικοποιήσεις κρατικών εταιρειών, δημιουργούν πρόσθετους κινδύνους στις ενεργειακές επενδύσεις. (Näsäkkälä, E., Fleten, S.E., 2005)

### **3.2 Φυσικό αέριο**

Επειδή είναι απαραίτητο οι επενδύσεις σε ενεργειακά έργα να έχουν το μικρότερο δυνατόν ρίσκο για τους επενδυτές, είναι προσηγορικό το φυσικό αέριο. Όπως έχει προκύψει από έρευνες, τα ορυκτά καύσιμα στα επόμενα 20 χρόνια θα αποτελούν το 82% της παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Από αυτό το ποσοστό το

60% θα προέρχεται από το φυσικό αέριο. (World energy investment outlook, 2013). Αυτή η πρόβλεψη αποτυπώνεται στο Διάγραμμα 3.1.

Διάγραμμα 3.1: Growth in total primary energy demand



*World energy investment outlook 2013*

Αν και το φυσικό αέριο δεν είναι ένα τόσο νέο καύσιμο, όμως αποτελεί μια αξιόπιστη πρόταση ενεργειακού έργου, γιατί είναι το καύσιμο, που συνδυάζει υψηλή ενεργειακή απόδοση, επάρκεια φυσικών αποθεμάτων, ήπια περιβαλλοντική φόρτιση και σύγχρονες τεχνολογίες στις υποδομές για την αξιοποίησή του.

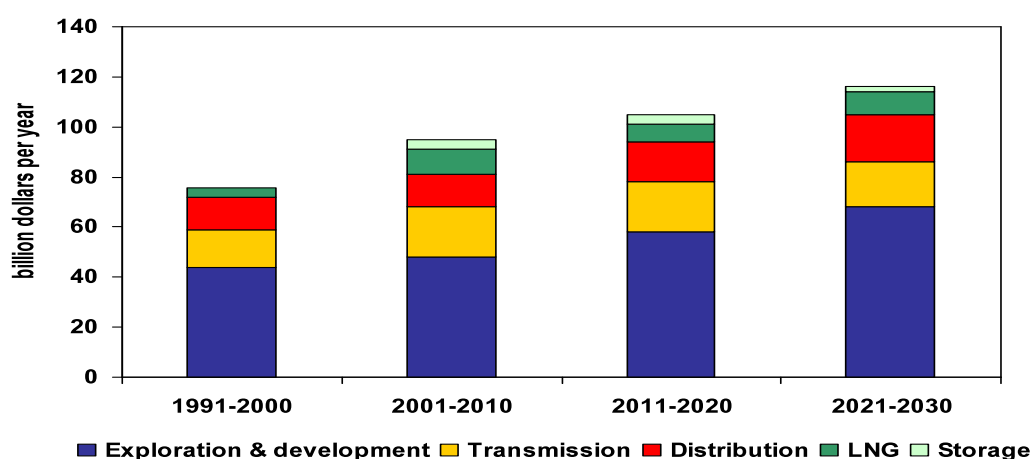
Υπάρχουν δύο ειδών εργοστάσια παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από φυσικό αέριο: αυτά του βασικού φορτίου (baseload) και τα ευέλικτα (peak load), τα οποία ανάλογα με τις παρούσες τιμές ενέργειας αλλάζουν το φορτίο τους. Οι σύγχρονες μονάδες φυσικού αερίου είναι συνήθως συνδυασμένου κύκλου (combined cycle gas turbine-CCGT), δηλαδή μπορούν να λειτουργούν τόσο σαν μονάδες βασικού φορτίου, όσο και σαν ευέλικτες. Η ευελιξία τους έγκειται αφενός στην ευελιξία εισροής φυσικού αερίου και αφετέρου στη δυνατότητα αποθήκευσης ή εναλλακτικής χρήσης του αερίου, με αποτέλεσμα να κυμαίνεται η παραγωγική τους ικανότητα. (Näsäkkälä, E., Fleten, S.-E., 2005)

Τα βασικότερα στοιχεία, που καθιστούν το φυσικό αέριο ελκυστικό και μοναδικό στην ηλεκτροπαραγωγή με Σταθμούς Συνδυασμένου Κύκλου είναι:

- Μικρότερος χρόνος κατασκευής και χώρος εγκατάστασης
- Υψηλές ενεργειακές αποδόσεις, που φτάνουν το 55%
- Μικρότερο κόστος κεφαλαίου κατασκευής μιας μονάδας
- Ανταγωνιστικό κόστος παραγωγής της κιλοβατώρας
- Χαμηλές εκπομπές ρύπων και CO<sub>2</sub> και σχεδόν μηδενικό κόστος αντιρρύπανσης (Σαμαράς Χρήστος, 2005).

Η κατασκευή αγωγών φυσικού αερίου, όπως προκύπτει και από το Διάγραμμα 3.2, είναι δαπανηρή. Επιπλέον, θα πρέπει να κατασκευαστεί ένας μεγάλος αριθμός νέων αγωγών υψηλής πίεσης και οι αλυσίδες εφοδιασμού θα χρειαστεί να αυξηθούν. Εγχώρια δίκτυα μεταφοράς και διανομής θα πρέπει επίσης να αναπτυχθούν σε νέες αγορές φυσικού αερίου και θα πρέπει να επεκταθούν στις αναπτυγμένες αγορές. Ταυτόχρονα όλο και μεγαλύτερο μερίδιο των επενδύσεων θα πηγαίνει στην προμήθεια υγροποιημένου φυσικού αερίου LNG. (International Energy Agency (IEA), 2003).

Διάγραμμα 3.2: Global Gas Investment

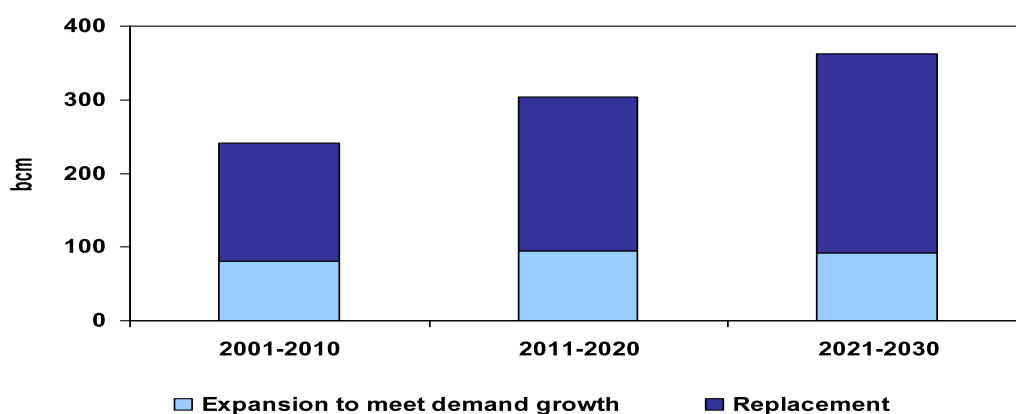


*World energy investment outlook, 2003*

Επομένως, εάν μια εταιρεία έχει στην κατοχή της μια αναξιοποίητη έκταση πάνω από ένα κοίτασμα φυσικού αερίου, θα μπορούσε να έχει μεγάλο όφελος από την τοποθέτηση μιας μονάδας παράγωγης ηλεκτρισμού με καύσιμο το φυσικό αέριο στην έκταση αυτή, βελτιώνοντας με αυτό τον τρόπο και την οικονομία κλίμακας στη μεταφορά του καυσίμου. (Erik Fleten, Erkka Näsäkkälä, 2009).

Σύμφωνα με το παρακάτω διάγραμμα (Διάγραμμα 3.3) προβλέπεται ότι θα χρειαστεί να εγκατασταθεί σε όλο τον πλανήτη ένα σύνολο 9 τρισεκατομμυρίων κυβικών μέτρων φυσικού αερίου από νέα δυναμικότητα παραγωγής κατά τη διάρκεια των δεκαετιών 2000-2030, δηλαδή περίπου 900bcm κατά μέσον όρο το χρόνο. (World energy investment outlook, 2003)

Διάγραμμα 3.3: Average Annual Additions to Gas Production Capacity, 2001-2030



*World energy investment outlook 2003*

Για αυτό το λόγο πολλές εταιρείες ηλεκτρισμού και βιομηχανίες φυσικού αερίου εξετάζουν επενδύσεις σε τέτοιου είδους εγκαταστάσεις.

### **3.3 Μοντέλο τιμής**

#### **3.3.1 Spark-spread**

Για να γίνει αξιολόγηση μιας ενεργειακής επένδυσης, χρειάζεται να γίνει μια μοντελοποίηση της τιμής. Έχουν αναπτυχθεί αρκετές μέθοδοι και risk-management εργαλεία σε διάφορες αγορές, τα οποία μπορούν να προσαρμοστούν στην αγορά της ηλεκτρικής ενέργειας. Όμως, οι προκλήσεις, για να συμβεί αυτό, είναι πολλές με πιο σημαντική από αυτές, τη μη αποθηκεύσιμη φύση της ηλεκτρικής ενέργειας. Επομένως, οι παραδοσιακές non-arbitrage μέθοδοι, που χρησιμοποιούνται για την αποτίμηση παραγώγων εμπορευμάτων, δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε αυτή την περίπτωση. Στη θέση τους έχουν αναπτυχθεί χρηματοοικονομικοί μέθοδοι για την αξιολόγηση ενός εργοστασίου παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από τους Black, Scholes, 1973 και Merton, 1973, με τη βοήθεια των οποίων η αξία ενός εργοστασίου αποτιμάται σύμφωνα με την απόδοση, που αυτό αποφέρει. Επίσης, άλλο ένα χαρακτηριστικό της τιμής του ηλεκτρισμού είναι ότι παρουσιάζει μέση επιστροφή (mean-reversion) σε σύντομους χρονικά ορίζοντες. Για τους παραπάνω λόγους οι Deng et al, 2001, χρησιμοποίησαν ένα μοντέλο, το οποίο αποτιμά τα παράγωγα του ηλεκτρισμού αναπαράγοντάς τα με συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης (future contracts).

Σε αυτή τη μελέτη το περιθώριο κέρδους ενός επενδυτή σε ένα εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από την καύση του φυσικού αερίου μετράται από το spark-spread. Αυτό ορίζεται ως η διαφορά της τιμής του ηλεκτρισμού από το κόστος του φυσικού αερίου, το οποίο χρειάζεται για την παραγωγή του ηλεκτρισμού. Η διαφορά αυτών των τιμών παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, γιατί προσδιορίζει την οικονομική αξία του εργοστασίου, η οποία χρησιμοποιείται για τη μετατροπή του αερίου σε ηλεκτρισμό. Οι ταμειακές ροές ενός εργοστασίου ηλεκτροπαραγωγής με καύση φυσικού αερίου δίνονται από την τιμή του spark-spread μείον τα λειτουργικά έξοδα και το κόστος των εκπομπών καυσαερίων.

Όπως αναφέρθηκε ήδη, υπάρχουν δύο διαφορετικές τεχνολογίες εργοστασίων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από φυσικό αέριο: αυτά με το βασικό φορτίο, που είναι ανεξάρτητα από το spark-spread και τα έξοδα εκπομπών καυσαερίου και τα ευέλικτα εργοστάσια. Στην περίπτωση του δεύτερου τύπου εργοστασίων, όταν το κόστος των εκπομπών ξεπερνάει την τιμή του spark-spread, υπάρχουν απώλειες εσόδων, οι οποίες μπορούν να αποφευχθούν με τη μείωση του φορτίου, οπότε παραμένουν μόνο τα λειτουργικά έξοδα. Βέβαια, εξαιτίας αυτής της ευελιξίας τα λειτουργικά έξοδα σε ένα τέτοιου τύπου εργοστάσιο είναι περισσότερα. Επιπλέον, ένα εργοστάσιο βασικού φορτίου έχει τη δυνατότητα να αναβαθμιστεί σε εργοστάσιο ευέλικτο. (Näsäkkälä, E., Fleten, S.-E., 2005)

Το spark-spread, με το οποίο, όπως προαναφέρθηκε, μετράται το περιθώριο κέρδους ενός εργοστασίου παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας ορίζεται με τον τύπο:

$$S = S_e - K_H S_g \quad (3.1)$$

S: spark-spread

$S_e$ : η τιμή του ηλεκτρισμού ανά μονάδα ενέργειας (MWh)

$K_H$ : η ειδική κατανάλωση θερμότητας ( $MWh_{gas}/MWh_{el}$ )

$S_g$ : το κόστος του φυσικού αερίου

Η ειδική κατανάλωση θερμότητας  $K_H$  στο πλαίσιο των σταθμών παραγωγής ενέργειας μπορεί να θεωρηθεί ως η είσοδος, που απαιτείται, για την παραγωγή μιας μονάδας προϊόντος, που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι η ποσότητα φυσικού αερίου, η οποία χρειάζεται για την παραγωγή μίας MWh ηλεκτρικής. Το μέγεθος αυτό χρησιμοποιείται, για να προσδιορίσει την αποδοτικότητα ενός εργοστασίου ηλεκτροπαραγωγής με καύση αερίου. Συγκεκριμένα, όσο πιο μικρό είναι το μέγεθος της ειδικής κατανάλωσης θερμότητας, τόσο πιο αποδοτικό θεωρείται το εργοστάσιο, γιατί όσο πιο μικρό είναι το  $K_H$ , τόσο πιο μικρό είναι το  $K_H S_g$ , άρα τόσο μεγαλύτερο θα είναι το spark-spread. Οπότε, προκύπτει ότι μόνο εγκαταστάσεις με θετικό spark-spread σε συγκεκριμένες συνθήκες της αγοράς, συμφέρει να λειτουργούν. Η αποδοτικότητα ενός εργοστασίου δεν αποτελεί σταθερό μέγεθος. Σε μακροπρόθεσμες όμως αναλύσεις, σύμφωνα και με τους Deng et al, 2001, μπορεί αυτή να θεωρηθεί και σταθερό μέγεθος.

Ο τύπος του spark-spread μπορεί να περιλαμβάνει διάφορες εμπειρικές ιδιότητες, που τον επηρεάζουν, όπως για παράδειγμα είναι η εποχικότητα και η μέση επιστροφή. Η εποχικότητα είναι συνέπεια της εποχικότητας της ζήτησης για ηλεκτρική ενέργεια και φυσικό αέριο. Φυσικά, επειδή ο ηλεκτρισμός, αλλά και το φυσικό αέριο χρησιμοποιούνται συνήθως για τον ίδιο σκοπό, δηλαδή για θέρμανση και ψύξη, και επειδή οι διαφοροποιήσεις στην εποχικότητά τους έχουν την ίδια φάση, άρα το ίδιο ισχύει και για το spark-spread.

Από την άλλη μεριά, το mean-reversion δημιουργείται εξαιτίας της καθυστέρησης των παραγωγών ηλεκτρικής ενέργειας να προσαρμόσουν τις τιμές τους στα διάφορα επίπεδα τιμών του spark-spread. Για παράδειγμα μια αύξηση στην τιμή του spark-spread προσελκύει τους παραγωγούς, με αποτέλεσμα να πέφτουν οι τιμές. Αντίθετα, όταν οι τιμές μειώνονται, αυτοί αναγκάζονται να μειώσουν την παραγωγική τους ικανότητα, με αποτέλεσμα να ανεβαίνουν οι τιμές. Επειδή αυτές οι μεταβολές είναι στιγμιαίες, οι τιμές μπορεί προσωρινά να αυξάνονται ή να μειώνονται, όμως στο τέλος θα επιστρέψουν στη μακροπρόθεσμη τιμή του spark-spread.

Η προσωρινή αβεβαιότητα του spark spread οφείλεται στην αβεβαιότητα των τιμών του ηλεκτρισμού και του φυσικού αερίου, όμως μπορεί να υπάρξει και μακροπρόθεσμη αβεβαιότητα, η οποία να οφείλεται σε αλλαγές στην τεχνολογία εξαγωγής του φυσικού αερίου. Ακόμα, είναι δυνατόν να υπάρξει αβεβαιότητα, εξαιτίας κάποιας εξέλιξης στο κόστος των εναλλακτικών τεχνολογιών παραγωγής ενέργειας. (Erik Fleten, Erkka Näsäkkälä, 2009)

Επομένως, για τη σωστή αξιολόγηση μιας επένδυσης, χρειάζεται να αναπτυχθεί ένα μοντέλο, το οποίο να περιλαμβάνει τους παράγοντες, που προκαλούν αβεβαιότητα και ταυτόχρονα να καθιστά εύκολη την ανάλυση των επιλογών επένδυσης. Τελικά, επιλέχθηκε ένα μοντέλο σύμφωνα με τους Ross, 1997, Pilipovic, 1998 και Schwartz, Smith, 2000.



### 3.3.2 Στοχαστικό μοντέλο

Στην αξιολόγηση ενός ενεργειακού έργου παίζει πολύ σημαντικό ρόλο το στοχαστικό μοντέλο, που χρησιμοποιείται για τον καθορισμό της τιμής του εμπορεύματος. Υπάρχουν πολλές θεωρίες για τη μοντελοποίηση της τιμής του. Στη συγκεκριμένη μελέτη δε μοντελοποιείται ξεχωριστά η τιμή του ηλεκτρισμού και του φυσικού αερίου, οπότε υπάρχει πιθανότητα απώλειας κάποιων πληροφοριών σχετικά με την αβεβαιότητα του spark-spread. Επιπλέον, δεν είναι δυνατόν να παρατηρηθούν ξεχωριστά οι τιμές του ηλεκτρισμού και του φυσικού αερίου. Όμως, επιλέγεται να χρησιμοποιηθεί το μοντέλο αυτό, επειδή μέσω αυτού επιτυγχάνεται η αποτύπωση της ιδιότητας mean-reversion του spark-spread, καθώς και της αβεβαιότητας ως προς την τιμή, που τείνει η ισοδύναμη τιμή (equilibrium price).

Παλαιότερες μελέτες ανέπτυξαν μοντέλα, που υποστήριζαν ότι η τιμή του εμπορεύματος ακολουθεί μια γεωμετρική κίνηση Brown (geometric Brownian motion), κατά την οποία η τιμή προβλέπεται ότι αυξάνεται με ένα σταθερό ρυθμό (drift). (Brennan, Schwartz, 1985), (Paddock et al, 1988), (Smith, McCardle, 1998). Νεότερες έρευνες δέχονται ως πιο κατάλληλο ένα mean-reverting μοντέλο τιμών. (Laughton, Jacoby, 1993, 1995), (Cortazar, Schwartz, 1994), (Dixit, Pindyck, 1994), (Smith, McCardle, 1999).

Εδώ αναπτύσσεται ένα μοντέλο δύο παραγόντων, της ισοδύναμης τιμής και του βραχυπρόθεσμου παράγοντα. Ο στόχος είναι το μοντέλο αυτό να παρέχει ρεαλιστικά αποτελέσματα, αλλά ταυτόχρονα να καθίσταται εύκολη η αξιολόγηση των πραγματικών και των χρηματοοικονομικών επιλογών. Στο μοντέλο αυτό η ισοδύναμη τιμή θεωρείται ότι αναπτύσσεται σύμφωνα με μια γεωμετρική κίνηση Brown (geometric Brownian motion) με τάση (drift), η οποία αντικατοπτρίζει τις προσδοκίες για εξάντληση των αποθεμάτων, βελτίωση της τεχνολογίας για την παραγωγή και ανακάλυψη νέων πηγών φυσικού αερίου, καθώς και πολιτικές και κανονιστικές επιρροές.

Η τιμή του βραχυπρόθεσμου παράγοντα (short-term deviation) έχει την τάση να μηδενίζεται ακολουθώντας τη διαδικασία Ornstein-Uhlenbeck. Αυτός ο παράγοντας αντικατοπτρίζει, για παράδειγμα, τις προσωρινές αλλαγές στη ζήτηση, οι

οποίες αλλαγές είναι αποτέλεσμα μεταβολών του καιρού ή σποραδικών διακοπών στην παροχή φυσικού αερίου. Επιπλέον, ο βραχυπρόθεσμος παράγοντας επηρεάζεται από την ικανότητα της αγοράς να προσαρμόζει το επίπεδο των αποθεμάτων στις αλλαγές της.

Βέβαια, κανένας από αυτούς τους δύο παραπάνω παράγοντες δεν μπορεί να γίνει άμεσα αντιληπτός, όμως αυτοί μπορούν να υπολογιστούν από forward contracts του φυσικού αερίου και του ηλεκτρισμού. Οι αλλαγές στα μακράς ωρίμανσης (long-maturity) forward contracts δίνουν πληροφορίες για την ισοδύναμη τιμή, γιατί, όταν αυξάνεται η ωρίμανση, τότε ο short-term παράγοντας μηδενίζεται. Και αλλαγές στη διαφορά των μακράς και σύντομης ωρίμανσης forward contracts παρέχουν πληροφορίες για τον short-term παράγοντα. Αυτό συμβαίνει, γιατί, όταν η ωρίμανση είναι μικρή, τότε ο παράγοντας short-term δεν έχει γίνει μηδέν, άρα, η διαφορά ανάμεσα στα long maturity forward contracts και στα short maturity forward contracts δίνει πληροφορίες για αυτόν τον παράγοντα. (Schwartz, Smith, 2000)

Αυτό το μοντέλο με τον long-term και short-term παράγοντα επιτρέπει να χρησιμοποιηθεί Kalman filtering για τον υπολογισμό των μεταβλητών κατάστασης (state variables) σύμφωνα με τον Schwartz, 1997. Το μοντέλο αυτό είναι αντίστοιχο με το στοχαστικό μοντέλο, που αναπτύχθηκε από τους Gibson, Schwartz, 1990. Σύμφωνα με τους Smith, Schwartz, 2000, το μοντέλο αυτό οδηγεί σε πιο αναλυτικά αποτελέσματα, τα οποία επιτρέπουν την απλοποίηση της ανάλυσης διαφόρων μακροπρόθεσμων επενδύσεων.

Σύμφωνα με τα παραπάνω το spark-spread  $S$  μοντελοποιείται ως το άθροισμα των δύο παραγόντων short-term και της ισοδύναμης τιμής:

$$S(t) = \chi(t) + \xi(t) \quad (3.2)$$

το spark-spread μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό και είναι mean-reverting.

Ο short-term παράγοντας  $\chi(t)$  θεωρείται ότι τείνει στο μηδέν ακολουθώντας τη διαδικασία Ornstein-Uhlenbeck:

$$d\chi(t) = -\kappa\chi(t) dt + \sigma_\chi dB_\chi(t) \quad (3.3)$$

Η ισοδύναμη τιμή  $\xi(t)$  θεωρείται ότι ακολουθεί μια αριθμητική Brownian motion διαδικασία:

$$d\xi(t) = \mu_\xi dt + \sigma_\xi dB_\xi(t) \quad (3.4)$$

$\mu_\xi$ : η τάση (drift) της ισοδύναμης τιμής

$\sigma_\xi$ : η τυπική απόκλιση (volatility) της ισοδύναμης τιμής

$\sigma_\chi$ : η τυπική απόκλιση (volatility) του short-term παράγοντα

$B_\xi(\cdot), B_\chi(\cdot)$ : Brownian motions με συσχέτιση  $\rho dt = dB_\xi dB_\chi$

$\kappa$ : mean-reversion coefficient.

Το  $\kappa$  περιγράφει το ρυθμό, με τον οποίο ο παράγοντας short-term αναμένεται να εξαφανιστεί. Ως χρόνος μισής ζωής (half-life) για τον παράγοντα short-term θεωρείται:

$$T_{1/2} = \ln(0.5)/\kappa \quad (3.5)$$

(Erik Fleten, Erkka Näsäkkälä, 2009 )

Το μοντέλο αυτό χρησιμοποιείται, όταν υπάρχει αβεβαιότητα για έναν από τους δύο παράγοντες. Επιπλέον είναι γνωστό ότι ο short-term παράγοντας θα εξαφανιστεί σε ένα σύντομο χρονικό διάστημα.

## Πόρισμα 1

Σύμφωνα με τους Smith, Schwartz, 2000, οι τιμές κατανέμονται κανονικά και η αναμενόμενη τιμή (expected value) και η διακύμανση (variance) τη στιγμή  $t$  δίνονται από τους εξής τύπους:

Expected value:

$$E_t[\mathcal{S}(T)] = e^{-\kappa(T-t)}\chi(t) + \xi(t) + \mu_\xi(T-t) \quad (3.6)$$

Variance:

$$Var_t(\mathcal{S}(T)) = \frac{\sigma_\chi^2}{2\kappa}(1 - e^{-2\kappa(T-t)}) + \sigma_\xi^2(T-t) + 2(1 - e^{-\kappa(T-t)})\frac{\rho\sigma_\chi\sigma_\xi}{\kappa} \quad (3.7)$$

Όπως προκύπτει από το Πόρισμα 1, το spark-spread είναι το άθροισμα δύο κανονικά κατανομημένων μεταβλητών. Η αναμενόμενη τιμή του short-term παράγοντα τείνει στο μηδέν, καθώς η ωριμότητα  $T-t$  αυξάνεται και έτσι η αναμενόμενη τιμή του spark-spread γίνεται ίση με την αναμενόμενη τιμή της ισοδύναμης τιμής.

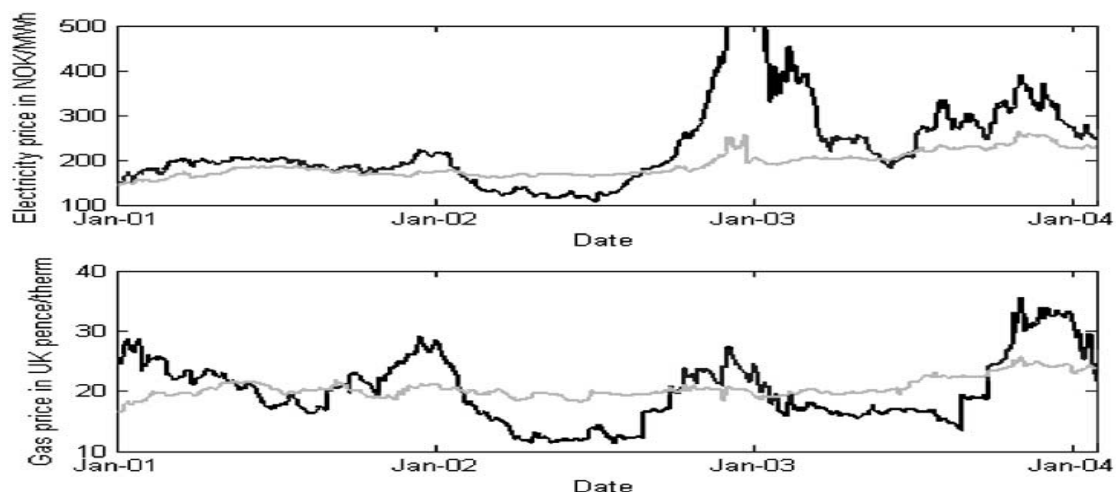
Η διακύμανση του spark-spread, που προκαλείται από την αβεβαιότητα της ισοδύναμης τιμής, αυξάνεται γραμμικά συναρτήσει της ωρίμανσης, ενώ η διακύμανση που προκαλείται από τον short-term παράγοντα, τείνει στο  $\sigma_\chi^2/2\kappa$  (Schwartz, 1997). Τέλος, παρουσιάζει ενδιαφέρον το γεγονός ότι η διακύμανση είναι ανεξάρτητη από την τιμή του αερίου και του ηλεκτρισμού.

### 3.3.3 Υπολογισμός δεδομένων

Όπως προαναφέρθηκε, υπάρχει εποχικότητα και στην τιμή του ηλεκτρισμού, αλλά και σε αυτή του φυσικού αερίου. Για να προσδιοριστεί πόσο αυτή η εποχικότητα επηρεάζει το spark-spread οι Näsäkkälä, E., Fleten, S.-E., 2005,

χρησιμοποίησαν τιμές από forward contracts μικρής ωρίμανσης (short-maturity) ενός μήνα και μακράς ωρίμανσης (long-maturity) ενός έτους του ηλεκτρισμού και του φυσικού αερίου. Τα δεδομένα για τις τιμές του ηλεκτρισμού είναι από το Nordic Power Exchange και φαίνονται στο πάνω μέρος του Διαγράμματος 3.4, τα δεδομένα για τις τιμές του φυσικού αερίου είναι από το International Petroleum Exchange και φαίνονται στο κάτω μέρος του Διαγράμματος 3.4. Τα μακράς ωρίμανσης αποτυπώνονται με την γκρι γραμμή και τα σύντομης ωρίμανσης με τη μαύρη γραμμή.

Διάγραμμα 3.4: Electricity and gas forwards



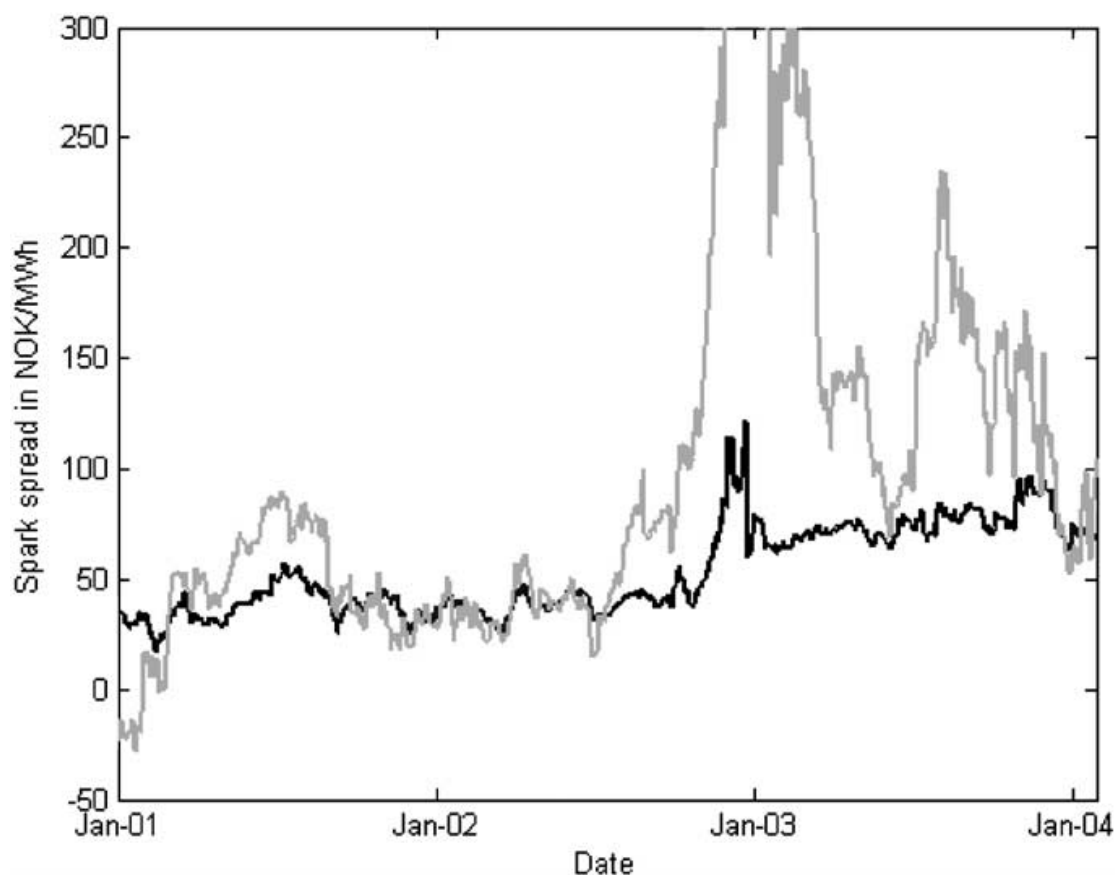
*Näsäkkälä, E., Fleten, S.-E., 2005*

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι η τιμή του ηλεκτρισμού και του φυσικού αερίου έχουν παρόμοια εποχικότητα. Επίσης η μεταβλητότητα στα μακράς ωρίμανσης είναι μικρότερη από αυτή στα σύντομης, όπως αναμένεται και από τον Schwartz, 1997. Αυτό εξηγεί και το γεγονός ότι η διαδικασία προσδιορισμού της τιμής έχει short-term διακυμάνσεις, οι οποίες μετά εξαφανίζονται. Ακόμη η μειούμενη μεταβλητότητα συναρτήσει του χρόνου ωρίμανσης εξηγεί το φαινόμενο του mean-reversion.

Στη συνέχεια οι Näsäkkälä, E., Fleten, S.-E., 2005, σύμφωνα με το Διάγραμμα 3.4 υπολογίζουν το Διάγραμμα 3.5 για τις τιμές μακράς και σύντομης ωρίμανσης του spark-spread ενός εργοστασίου συνδυασμένου κύκλου αποδοτικότητας 58.1% με ειδικό συντελεστή θερμότητας  $1.72\text{MWh}_{\text{gas}}/\text{MWh}_{\text{el}}$ , όμως δε συμπεριλαμβάνουν

στους υπολογισμούς τους το κόστος μεταφοράς. Στο Διάγραμμα 3.5 η μαύρη γραμμή αποτελεί την ισοδύναμη τιμή και η γκρι τον short-term παράγοντα.

Διάγραμμα 3.5: Spark-spread forwards



*Näsäkkälä, E., Fleten, S.-E., 2005*

Όπως φαίνεται από το διάγραμμα, που προέκυψε, η ιδιότητα της μέσης επιστροφής, που υπάρχει στις τιμές του ηλεκτρισμού και του φυσικού αερίου, ισχύει και στο spark-spread. Επίσης, φαίνεται ότι η εποχικότητα υπάρχει και στο spark spread, αλλά είναι πολύ αμυδρή, αφού είναι η διαφορά δυο μεγεθών με παρόμοια εποχικότητα.

Ο προσδιορισμός των μεταβλητών κατάστασης γίνεται μέσω της μεθόδου Kalman filter, μιας αναδρομικής μεθόδου, η οποία υπολογίζει εκτιμήσεις για μη παρακολουθήσιμες μεταβλητές κατάστασης βασιζόμενη σε παρατηρήσεις, που εξαρτώνται από αυτές τις μεταβλητές κατάστασης. (Harvey, 1989).

Οι Näsäkkälä, E., Fleten, S.-E., 2005 χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Kalman filter, καταλήγουν στις παρακάτω τιμές.

Πίνακας 3.1: Παράμετροι του spark-spread

Παράμετρος	$\kappa$	$\mu_{\xi}$	$\rho$	$\sigma_{\chi}$	$\sigma_{\xi}$	$\xi_0$	$\chi_0$
Μονάδα μέτρησης		NOK/MWh		NOK/MWh	NOK/MWh	NOK/MWh	NOK/MWh
Τιμή	2.6	2.18	-0.21	382.2	47.8	62.3	52.9

$\chi_0$ : η στιγμιαία τιμή του short-term παράγοντα και

$\xi_0$ : η στιγμιαία τιμή της ισοδύναμης τιμής

Οι τιμές αυτές θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια για την αξιολόγηση της επένδυσης. Φυσικά, θα ήταν πολύ πιο χρήσιμο, αν υπήρχε καθημερινή, ακόμα και ωριαία παρακολούθηση των τιμών, όμως δεν υπάρχουν στιγμιαίες τιμές για το φυσικό αέριο, γιατί οι πιο σύντομες είναι αυτές του ενός μήνα. Στη συνέχεια χρησιμοποιούνται τα δεδομένα, που υπολογίστηκαν και το μοντέλο τιμής, όπως παρουσιάστηκε, για να υπολογιστούν τα όρια της αξίας του εργοστασίου.

### 3.4 Αξία εργοστασίου

Στην παράγραφο αυτή γίνεται υπολογισμός του ανώτερου και του κατώτερου ορίου της αξίας ενός εργοστασίου παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με καύση φυσικού αερίου σύμφωνα με τους Erik Fleten, Erkka Näsäkkälä, 2009.

Υπάρχουν δύο κατηγορίες τεχνολογίας εργοστασίων φυσικού αερίου, όπως έχει αναλυθεί και προηγουμένως. Στην ανάλυση, που ακολουθεί, υπάρχουν οι εξής παραδοχές:

- Το εργοστάσιο βασικού φορτίου παράγει ηλεκτρισμό με τη μέγιστη ικανότητα παραγωγής του.
- Το ευέλικτο εργοστάσιο μπορεί να αλλάζει άμεσα την ικανότητα παραγωγής του, με το κόστος, που προκύπτει από την αλλαγή της ικανότητας παραγωγής του να αποσβέννεται με τα λειτουργικά έξοδα. Τα λειτουργικά έξοδα και τα έξοδα συντήρησης του εργοστασίου θεωρείται ότι παραμένουν σταθερά στη διάρκεια του χρόνου.
- Ο ειδικός συντελεστής θερμότητας της εγκατάστασης είναι σταθερός και δεν επηρεάζεται από εξωγενείς παράγοντες.

Παραδοχές, οι οποίες είναι λογικές, σύμφωνα με τον Deng, 2005, αφού ο χρόνος αλλαγής της ικανότητας παραγωγής ενός εργοστασίου συνδυασμένου κύκλου είναι λίγες ώρες και τα μεταβλητά κόστη (συντήρησης και λειτουργικά) δεν μεταβάλλονται ιδιαίτερα με το χρόνο. Επιπλέον, οι Deng, Oren, 2003, έχουν μελετήσει την επιρροή του αρχικού κόστους της επένδυσης, το χρόνο, που απαιτείται, για να αλλάξει η ικανότητα παραγωγής του εργοστασίου και το αποτέλεσμα του ειδικού συντελεστή θερμότητας στο εργοστάσιο παραγωγής ενέργειας και καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι το μέγεθος της λάθος αποτίμησης αυτών των παραγόντων είναι μικρό. Οπότε, για λόγους απλοποίησης γίνονται αποδεκτές αυτές οι παραδοχές.

Ακόμη θεωρείται ότι τα λειτουργικά κόστη είναι σταθερά και χρησιμοποιείται ένα σταθερό risk-free επιτόκιο (interest rate). Για κάθε μονάδα ηλεκτρικής ενέργειας, που παράγεται, το εργοστάσιο πρέπει να πληρώνει φόρους περιβαλλοντικούς, εξαιτίας των εκπομπών του φαινομένου του θερμοκηπίου. Ο παράγοντας αυτός στον τύπο, που ακολουθεί, είναι το E. (Näsäkkälä, E., Fleten, S.-E., 2005).

Το κατώτερο όριο της αξίας του εργοστασίου  $V_L$  μπορεί να υπολογιστεί θεωρώντας ότι εντάσσεται στην κατηγορία του εργοστασίου βασικού φορτίου, κατά την οποία το εργοστάσιο αυτό δεν είναι δυνατόν να αξιοποιήσει τυχόν αλλαγές στο spark spread.



Λήμμα 1: Η αξία του εργοστασίου βασικού φορτίου σε χρόνο  $t$ :

Εξίσωση (3.8)

$$V_L(\chi(t), \xi(t)) = \bar{C} \left( \frac{\chi(t)}{\kappa + r} + \frac{\xi(t) - E}{r} + \frac{\mu_\xi}{r^2} - e^{-r(\bar{T}-t)} \left( \frac{e^{-\kappa(\bar{T}-t)} \chi(t)}{\kappa + r} + \frac{\xi(t) - E}{r} + \frac{\mu_\xi (r(\bar{T}-t) + 1)}{r^2} \right) \right) - \frac{G}{r} (1 - e^{-r(\bar{T}-t)})$$

όπου  $\bar{T}-t$  είναι η υπολειπόμενη ζωή του εργοστασίου,  $\bar{C}$  είναι η ικανότητα παραγωγής του εργοστασίου,  $E$  τα έξοδα εκπομπών καυσαερίου,  $G$  είναι τα σταθερά έξοδα λειτουργίας του εργοστασίου (λειτουργικά και συντήρησης).

Απόδειξη:

Η αξία του εργοστασίου βασικού φορτίου ισούται με την παρούσα αξία των αναμενόμενων χρηματοροών, όπως φαίνεται στην εξίσωση (3.9).

Εξίσωση (3.9)

$$\begin{aligned} V_L(\chi(t), \xi(t)) &= \int_t^{\bar{T}} e^{-r(s-t)} (\bar{C}(E_t[\mathcal{X}(s)] - E) - G) ds = \\ &= \int_t^{\bar{T}} e^{-r(s-t)} (\bar{C} e^{-\kappa(s-t)} \chi(t) + \xi(t) - E + \mu_\xi(s-t)) - G ds \end{aligned}$$

Η επίλυση του ολοκληρώματος δίνει την εξίσωση (3.8).

Στο εσωτερικό του ολοκληρώματος είναι η αναμενόμενη τιμή του spark spread μείον τα έξοδα εκπομπών, πολλαπλασιασμένα με την ικανότητα παραγωγής του εργοστασίου. Αυτά αποτελούν τα έσοδα. Τα έσοδα μείον τα σταθερά έξοδα  $G$  αποτελούν τα κέρδη, που προέρχονται από τη λειτουργία ενός εργοστασίου υπολογιζόμενα σε παρούσα αξία με interest rate  $r$  και για την υπολειπόμενη διάρκεια ζωής του εργοστασίου  $\bar{T}-t$ . Όπως φαίνεται και από την εξίσωση (3.8), το κατώτερο

όριο της αξίας του εργοστασίου δεν εξαρτάται από την τυπική απόκλιση του short term παράγοντα και της ισοδύναμης τιμής  $\sigma_\gamma, \sigma_\xi$ . Επίσης, είναι σχεδόν ανεπηρέαστο από τον παράγοντα του mean reverting, κ.

Από την άλλη μεριά ο ιδιοκτήτης ενός ευέλικτου εργοστασίου παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με καύση φυσικού αερίου μπορεί να αντιδράσει στις δυσμενείς αλλαγές, που υπάρχουν στην τιμή του spark-spread, αλλάζοντας προσωρινά τη λειτουργία τού εργοστασίου. Η αξία ενός εργοστασίου ευέλικτου είναι το άθροισμα της αναμενόμενης τιμής του spark-spread μείον τα έξοδα εκπομπών και λειτουργίας, συν την αξία της δυνατότητας να γίνει αλλαγή του φορτίου και όλα σε παρούσα αξία και υπολογιζόμενα για τη διάρκεια ζωής του εργοστασίου  $\bar{T}-t$ . Η αξία της δυνατότητας να γίνει αλλαγή του φορτίου εξαρτάται από τους χρόνους απόκρισης του εργοστασίου στις αλλαγές αυτές και είναι η μέγιστη, όταν οι αλλαγές στην ικανότητα παραγωγής γίνονται χωρίς καθόλου καθυστέρηση.

Τελικά, η αξία του ευέλικτου εργοστασίου υπολογίζεται σύμφωνα με την υπόθεση ότι οι αλλαγές, που κάνει, είναι άμεσες, χωρίς καθόλου καθυστέρηση, δηλαδή με την προϋπόθεση ότι το εργοστάσιο παράγει ηλεκτρική ενέργεια μόνο, όταν το spark spread ξεπερνάει τα έξοδα εκπομπών. Στο λήμμα, που ακολουθεί, παρουσιάζεται ο τύπος υπολογισμού της αξίας του ανώτερου ορίου του εργοστασίου  $V_U$ .

Λήμμα 2: Η αξία του εργοστασίου ευέλικτου φορτίου σε χρόνο  $t$ :

Εξίσωση (3.10)

$$V_U(\chi(t), \xi(t)) = C \int_t^{\bar{T}} e^{-r(s-t)} \left( \frac{\sqrt{\text{Var}_r(\mathcal{S}(s))}}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(E[\mathcal{S}(s)]-E)^2}{2\text{Var}(\mathcal{S}(s))}} + (E_r[\mathcal{S}(s)] - E) \Phi\left(\frac{E_r[\mathcal{S}(s)] - E}{\sqrt{\text{Var}_r(\mathcal{S}(s))}}\right) \right) ds - \frac{G}{r} (1 - e^{-r(\bar{T}-t)})$$

Απόδειξη: Παράρτημα Α.

Όπου  $\Phi(\cdot)$  είναι η αθροιστική συνάρτηση κανονικής κατανομής και  $G$  είναι τα σταθερά έξοδα λειτουργίας του εργοστασίου. Η αναμενόμενη τιμή και η διακύμανση του spark spread δίνονται από το Πόρισμα 1.

Όπως προκύπτει από την εξίσωση (3.10), όσο πιο μεγάλη είναι η διακύμανση του spark spread, δηλαδή όσο πιο ασταθής είναι η τιμή του spark spread, τόσο πιο μεγάλη αξία έχει η δυνατότητα να γίνει αλλαγή του φορτίου και έτσι η αξία ενός ευέλικτου εργοστασίου αυξάνεται, συναρτήσει της διακύμανσης του spark spread. Όμως, όπως προκύπτει από το Πόρισμα 1, αύξηση στη διακύμανση προκαλείται από την αύξηση στην τυπική απόκλιση του short term παράγοντα και της ισοδύναμης τιμής  $\sigma_\chi$ ,  $\sigma_\xi$  ή από την αύξηση της συσχέτισης  $\rho$  και από τη μείωση του παράγοντα  $\kappa$ .

Η διαφορά ανάμεσα στο ανώτερο και κατώτερο όριο της αξίας του εργοστασίου οφείλεται στην αξία της δυνατότητας προσωρινής αλλαγής της ικανότητας παραγωγής του εργοστασίου. Ακόμη μικρή αύξηση στο  $\chi(0)$  δεν επηρεάζει σημαντικά την αξία του εργοστασίου από τη στιγμή, που ο short term παράγοντας τείνει να εξαφανιστεί μακροπρόθεσμα. Όμως, η δυνατότητα να αλλάξει προσωρινά η ικανότητα παραγωγής αποκτά μικρότερη αξία. Επίσης, αποκτά μικρότερη αξία, όταν το  $E$  μειώνεται. Αυτό εξηγείται και από το γεγονός ότι οι αλλαγές στο  $E$  επηρεάζουν την αξία του εργοστασίου βασικού φορτίου πολύ πιο θετικά από αυτή του ευέλικτου.

### **3.5. Μελέτη επένδυσης**

Στην παράγραφο 3.4 υπολογίστηκαν τα όρια της αξίας του εργοστασίου  $V$ , τα οποία θα χρησιμοποιηθούν στην ενότητα αυτή για τον προσδιορισμό των οριακών τιμών της ισοδύναμης τιμής για επένδυση. Αυτό θα συμβεί μέσω της αξιολόγησης της επιλογής για επένδυση (valuing the option to invest) σύμφωνα με τους Dixit, A.K., Pindyck, R.S., 1994.

Παραδοχές:

- Θεωρούμε ότι η διάρκεια ζωής του εργοστασίου είναι άπειρη, γιατί σύμφωνα και με τον Ellerman, 1998, η ζωή του εργοστασίου αυξάνεται με αναβάθμιση και ανακατασκευές.
- Επίσης, η απόφαση για επένδυση λαμβάνεται συναρτήσει της ισοδύναμης τιμής  $\xi$ , δηλαδή αγνοείται ο short term παράγοντας. Αυτό συμβαίνει, διότι ο παράγοντας αυτός εξαφανίζεται γρήγορα, οπότε δεν μπορεί να έχει σημαντικό ρόλο στην απόφαση για μια μακροπρόθεσμη επένδυση. Επομένως, το  $\chi(0)$  θα τεθεί μηδέν. Όμως, οι παράμετροι του short term παράγοντα  $\sigma_\chi$  και  $\kappa$  επηρεάζουν την αξία του εργοστασίου, άρα και την απόφαση για επένδυση. Οι τιμές τους θα ληφθούν σύμφωνα με τον Πίνακα 3.1.
- Τέλος, για λόγους απλοποίησης, δε λαμβάνεται υπόψη η διάρκεια, που μεσολαβεί από τη στιγμή της απόφασης για επένδυση μέχρι τη στιγμή, που το εργοστάσιο θα λειτουργήσει.

Το χτίσιμο του εργοστασίου συμφέρει, όταν η ισοδύναμη τιμή  $\xi$  εμπίπτει σε ένα όριο τιμών  $\xi_i$ . Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστεί η μέθοδος μέσω της οποίας θα προσδιοριστούν αυτές οι οριακές τιμές  $\xi_i$ .

Αρχικά στο Λήμμα 3, που ακολουθεί, φαίνεται ο τύπος υπολογισμού της αξίας της επιλογής time to build, δηλαδή χωρίς αναμονή.

Λήμμα 3: Η αξία της επιλογής να χτιστεί το εργοστάσιο

$$F_0(\xi) = A_1 e^{\beta_1 \xi} - \frac{W}{r}, \quad \text{όταν ισχύει } \xi \leq \xi_i \quad (3.11)$$

Η παράμετρος  $A_1$  είναι ένας μη αρνητικός αριθμός, που πρέπει να προσδιοριστεί. Το  $W$  είναι οι συνεχείς πληρωμές, που χρειάζεται να κάνει η εταιρεία, για να διατηρήσει δυνατή την επιλογή για το χτίσιμο του εργοστασίου.

Η παράμετρος  $\beta_1$  δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\beta_1 = \frac{-\mu_\xi + \sqrt{\mu_\xi^2 + 2\sigma_\xi^2 r}}{\sigma_\xi^2} \quad (3.12)$$

Απόδειξη: Παράρτημα Β

Το ρίσκο της επένδυσης φαίνεται μέσα από τις παραμέτρους  $\mu_\xi$  και  $\sigma_\xi$  της ισοδύναμης τιμής, οι οποίες παράμετροι έχουν υπολογιστεί από forward contracts, τα οποία εμπεριέχουν κίνδυνο.

Στην συνέχεια γίνεται προσδιορισμός του συστήματος εξισώσεων, που θα χρησιμοποιηθούν για τον προσδιορισμό των οριακών τιμών  $\xi_{iL}$  και  $\xi_{iU}$  στο διάστημα, των οποίων πρέπει να εμπίπτει το  $\xi$ , ώστε να θεωρείται συμφέρουσα η επένδυση. Δηλαδή το διάστημα  $\xi_{iL} \leq \xi \leq \xi_{iU}$ .

Πρόταση 1:

Το κατώτερο άκρο του ορίου χτισίματος  $\xi_{iL} \leq \xi_i$  δίνεται από το σύστημα εξισώσεων:

$$F_0(\xi_{iL}) = V_U(0, \xi_{iL}) - I \quad (3.13)$$

$$\frac{dF_0(\xi_{iL})}{d\xi} = \frac{\partial V_U(0, \xi_{iL})}{\partial \xi} \quad (3.14)$$

Το ανώτερο άκρο του ορίου χτισίματος  $\xi_i \leq \xi_{iU}$  δίνεται από το σύστημα εξισώσεων:

$$F_0(\xi_{iU}) = V_L(0, \xi_{iU}) - I \quad (3.15)$$

$$\frac{dF_0(\xi_{iU})}{d\xi} = \frac{\partial V_L(0, \xi_{iU})}{\partial \xi} \quad (3.16)$$

Απόδειξη: Αποτελεί ειδική περίπτωση της Πρότασης 2 η απόδειξη της οποίας βρίσκεται στο Παράρτημα Γ.

Είναι φανερό ότι το σύστημα των εξισώσεων (3.13)-(3.16) δεν μπορεί να λυθεί αναλυτικά, αλλά η λύση μπορεί να προσδιοριστεί με επαναληπτική μέθοδο. Η μέθοδος αυτή αναλύεται στην παράγραφο 4.

Όπως φαίνεται στην Πρόταση 1 το κατώτερο άκρο των οριακών τιμών, το  $\xi_{iL}$ , υπολογίζεται από τις εξισώσεις 3.13-3.14, οι οποίες χρησιμοποιούν την ανώτερη αξία του εργοστασίου, το  $V_U$ , και αντίστοιχα το  $\xi_{iU}$  χρησιμοποιεί το  $V_L$ . Αυτό συμβαίνει, γιατί όσο μεγαλύτερη αξία έχει το εργοστάσιο, τόσο πιο επιθυμητή γίνεται η επένδυση. Το  $V_U$  είναι η αξία ενός ευέλικτου εργοστασίου, στο οποίο επιθυμούν πολλοί να επενδύσουν, άρα δε χρειάζεται μια υψηλή τιμή, για να προσελκύσει τους επενδυτές. Αντίθετα, το  $V_L$  είναι η αξία ενός εργοστασίου βασικού φορτίου, το οποίο δεν είναι καθόλου ευέλικτο, επομένως, για να προσελκύσει επενδυτές, χρειάζεται μια υψηλή τιμή.

Στη συνέχεια, θα αναλυθεί πώς αλλάζει η απόφαση για επένδυση, αν υπάρχει η δυνατότητα εγκατάλειψης του εργοστασίου και ανάληψης της υπολειμματικής αξίας  $J$ . Σε αυτή την περίπτωση, όταν λαμβάνεται η απόφαση να χτιστεί το εργοστάσιο, τότε ο επενδυτής αποκτά μαζί με το εργοστάσιο και τη δυνατότητα εγκατάλειψής του. Αφού η διάρκεια ζωής του εργοστασίου θεωρείται άπειρη, τότε είναι απαραίτητο να υπάρχουν συνεχώς οι οριακές τιμές  $\xi_A$  εγκατάλειψής του. Το Λήμμα 4, που ακολουθεί, προσδιορίζει την αξία της δυνατότητας εγκατάλειψης.

Λήμμα 4: Η αξία της επιλογής να εγκαταλειφθεί η επένδυση στο εργοστάσιο

$$F_1(\xi) = D_2 e^{\beta_2 \xi}, \quad \text{όταν ισχύει } \xi_A \leq \xi \quad (3.17)$$

Το  $D_2$  είναι μια μη αρνητική παράμετρος, η οποία πρέπει να υπολογιστεί.

Το  $\beta_2$  υπολογίζεται από τον τύπο, που ακολουθεί:

$$\beta_2 = \frac{-\mu_\xi - \sqrt{\mu_\xi^2 + 2\sigma_\xi^2 r}}{\sigma_\xi^2} \quad (3.18)$$

Απόδειξη: Παρόμοια με το Παράρτημα Β, μόνο που το option αποκτά μικρότερη αξία όσο το spark spread αυξάνεται.

Η αξία της επιλογής εγκατάλειψης μειώνεται εκθετικά συναρτήσει της ισοδύναμης τιμής  $\xi$ . Το  $D_2$  εξαρτάται από την υπολειμματική αξία  $J$ . Επειδή δεν γίνεται να προσδιοριστεί μία τιμή μόνο, υπολογίζεται ένα εύρος οριακών τιμών εγκατάλειψης  $\xi_{AL} \leq \xi_A \leq \xi_{AU}$  και επένδυσης  $\xi_{iL} \leq \xi_i \leq \xi_{iU}$ .

Πρόταση 2:

Το κατώτερο άκρο του ορίου χτισίματος  $\xi_{iL} \leq \xi$  και εγκατάλειψης  $\xi_{AL} \leq \xi$  δίνεται από το παρακάτω σύστημα εξισώσεων:

$$F_0(\xi_{iL}) = V_U(0, \xi_{iL}) + F_1(\xi_{iL}) - I \quad (3.19)$$

$$F_1(\xi_{AL}) + V_U(0, \xi_{AL}) = J \quad (3.20)$$

$$\frac{dF_0(\xi_{iL})}{d\xi} = \frac{\partial V_U(0, \xi_{iL})}{\partial \xi} + \frac{dF_1(\xi_{iL})}{d\xi} \quad (3.21)$$

$$\frac{dF_1(\xi_{AL})}{d\xi} + \frac{\partial V_U(0, \xi_{AL})}{\partial \xi} = 0 \quad (3.22)$$

Το ανώτερο άκρο του ορίου χτισίματος  $\xi \leq \xi_{iU}$  και εγκατάλειψης  $\xi \leq \xi_{AU}$  δίνεται από το σύστημα εξισώσεων, που ακολουθεί:

$$F_0(\xi_{iU}) = V_L(0, \xi_{iU}) + F_1(\xi_{iU}) - I \quad (3.23)$$

$$F_1(\xi_{AL}) + V_L(0, \xi_{AL}) = J \quad (3.24)$$

$$\frac{dF_0(\xi_{iU})}{d\xi} = \frac{\partial V_L(0, \xi_{iU})}{\partial \xi} + \frac{dF_1(\xi_{iU})}{d\xi} \quad (3.25)$$

$$\frac{dF_1(\xi_{AU})}{d\xi} + \frac{\partial V_L(0, \xi_{AU})}{\partial \xi} = 0 \quad (3.26)$$

Απόδειξη: Παράρτημα Γ

Το σύστημα εξισώσεων 3.19-3.22 και 3.23-3.26 δεν μπορεί να επιλυθεί αναλυτικά, όμως η λύση μπορεί να επιτευχθεί μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας. Όσο μικρότερη αξία έχει το εργοστάσιο, τόσο περισσότερο ωθεί τους επενδυτές να το εγκαταλείψουν, άρα το ανώτερο άκρο των οριακών τιμών εγκατάλειψης  $\xi_{AU}$  υπολογίζεται συναρτήσει της κατώτερης αξίας του εργοστασίου  $V_L$ . Αντίστοιχα το κατώτερο άκρο των οριακών τιμών εγκατάλειψης  $\xi_{AL}$  υπολογίζεται συναρτήσει της ανώτερης αξίας του εργοστασίου  $V_U$ , γιατί όσο περισσότερη αξία έχει το εργοστάσιο, τόσο πιο δύσκολα αποφασίζουν οι επενδυτές να το εγκαταλείψουν.

Ανακεφαλαιώνοντας, σε αυτή την ενότητα αναπτύχθηκε η μέθοδος υπολογισμού των οριακών τιμών επένδυσης σε ένα εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με καύση φυσικού αερίου (Πρόταση 1), καθώς και η μέθοδος προσδιορισμού των οριακών τιμών εγκατάλειψης της επένδυσης (Πρόταση 2). Όπως αναφέρθηκε, η επίλυση των εξισώσεων δε γίνεται αναλυτικά, για το λόγο αυτό στην επόμενη ενότητα αναπτύσσεται ένα πρόγραμμα επίλυσης των εξισώσεων αυτών.



## 4. Μοντέλο καθορισμού οριακών τιμών ενέργειας

Στην ενότητα αυτή χρησιμοποιούνται τα εργαλεία, που έχουν αναλυθεί μέχρι στιγμής, ώστε να προσδιοριστούν τα όρια αξίας του εργοστασίου και οι οριακές τιμές επένδυσης αλλά και εγκατάλειψης ενός εργοστασίου παραγωγής ηλεκτρισμού με την καύση φυσικού αερίου. Εφαρμόζεται ένας υπολογιστικός κώδικας, ο οποίος προγραμματίστηκε σε υπολογιστικό περιβάλλον **Matlab**.

Σε αυτή τη μελέτη τα δεδομένα, που χρησιμοποιούνται, προέρχονται από στοιχεία εργοστασίων στη Νορβηγία, γιατί εκεί υπάρχει πληθώρα δεδομένων της συγκεκριμένης αγοράς για το spark spread και για εργοστάσια παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με καύση φυσικού αερίου. Παρόλα αυτά, το μοντέλο, που δημιουργήθηκε, μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε κάθε περίπτωση και τα συμπεράσματα, που προκύπτουν, ισχύουν σε κάθε αγορά.

Τα στοιχεία για το spark spread αναλύθηκαν παραπάνω και φαίνονται στον Πίνακα 3.1.

Τα στοιχεία για την κατασκευή και λειτουργία ενός εργοστασίου στη Νορβηγία έχουν υπολογιστεί από τους Undrum et al, 2000, και φαίνονται στον παρακάτω Πίνακα 4.1.

Πίνακας 4.1: Παράμετροι εργοστασίου

Οι παράμετροι ενός εργοστασίου παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με καύση φυσικού αερίου στη Νορβηγία είναι:

Παράμετρος	W	C	G	I	J
Μονάδα μέτρησης	MNOK/year	TWh/year	MNOK/year	MNOK	MNOK
Τιμή	2.5	3.27	50	1620	567

Όπου W: κόστος της άδειας του εργοστασίου  
C: ικανότητα παραγωγής  
G: έξοδα συντήρησης  
I: έξοδα επένδυσης  
J: υπολειπόμενη αξία εγκατάστασης

Επίσης, ο ειδικός συντελεστής θερμότητας του εργοστασίου, ο οποίος θεωρείται και σταθερός, είναι  $K_H=1.72 \text{ MWh}_{\text{gas}}/\text{MWh}_{\text{el}}$ .

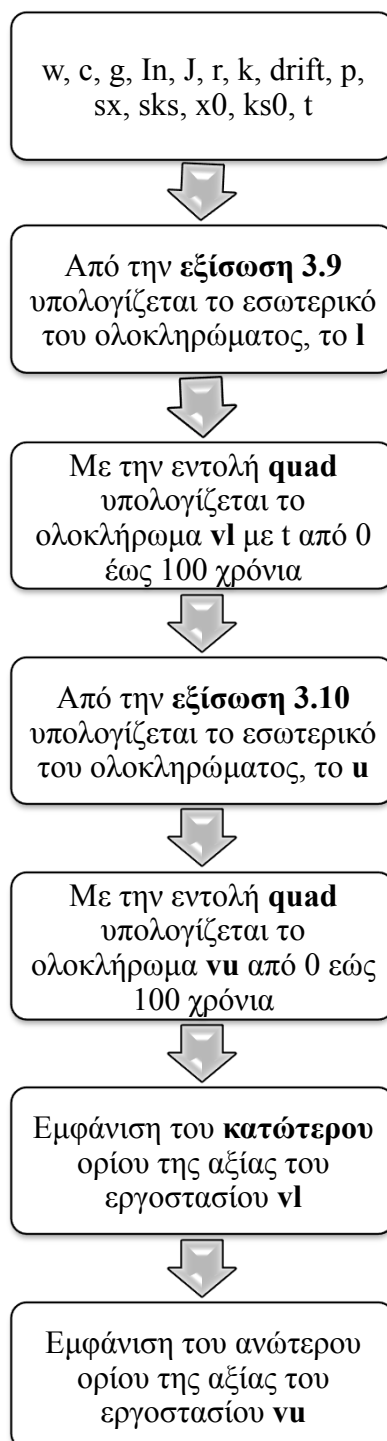
Οι κώδικες, που αναπτύχθηκαν, θα αναλυθούν στη συνέχεια με τη μορφή flowchart.

Αρχικά θα αναλυθεί ο κώδικας, που δημιουργήθηκε, για τον προσδιορισμό των ορίων της αξίας του εργοστασίου. Για την αξία του εργοστασίου βασικού φορτίου θα επιλυθεί η εξίσωση 3.9 σύμφωνα με το Λήμμα 1 και για την αξία του ευέλικτου εργοστασίου, η εξίσωση 3.10, σύμφωνα με το Λήμμα 2. Τα όρια της αξίας του εργοστασίου υπολογίζονται για  $E=0$ , δηλαδή τα έξοδα των εκπομπών  $\text{CO}_2$  είναι μηδενικά και η διάρκεια ζωής του εργοστασίου  $T$  θεωρείται άπειρη και υπολογίζεται από τη στιγμή αυτή  $t=0$  έως  $T=100$  χρόνια.

## Κώδικας 1

Υπολογισμός ανώτερου και κατώτερου ορίου της αξίας του εργοστασίου

Εισάγονται οι μεταβλητές, που θα χρησιμοποιηθούν σύμφωνα με τον Πίνακα 3.1 και τον Πίνακα 4.1:



Στη συνέχεια θα αναλυθεί ο κώδικας, που δημιουργήθηκε για τον προσδιορισμό των οριακών τιμών επένδυσης και εγκατάλειψης. Είναι εμφανές και από την Πρόταση 1 και από την Πρόταση 2 ότι πρόκειται για ένα σύστημα μη γραμμικών εξισώσεων. Στην Πρόταση 1 είναι ένα σύστημα δύο εξισώσεων και δύο αγνώστων: με αγνώστους  $(\xi_{iL}, A)$  οι εξισώσεις (3.13-3.14) και αγνώστους  $(\xi_{iU}, A)$  οι εξισώσεις (3.15-3.16). Στην Πρόταση 2 είναι ένα σύστημα τεσσάρων εξισώσεων και τεσσάρων αγνώστων: με αγνώστους  $(\xi_{iL}^A, A, \xi_{aL}^A, D_2)$  οι εξισώσεις 3.19-3.22 και αγνώστους  $(\xi_{iU}^A, A, \xi_{aU}^A, D_2)$  οι εξισώσεις 3.23-3.26.

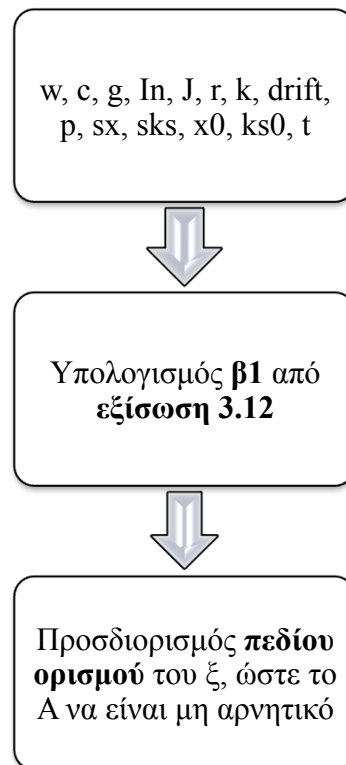
Για την επίλυση τους θα χρησιμοποιηθεί μια επαναληπτική μέθοδος, στην οποία θα οριστεί η επιθυμητή ακρίβεια σύγκλισης. Η μέθοδος ονομάζεται μέθοδος **σταθερού σημείου**. Προσδιορίζεται, δηλαδή το πεδίο ορισμού της τιμής  $\xi$ . Επιλέγεται ένα τυχαίο  $\xi$  εντός του πεδίου και από το σύστημα εξισώσεων υπολογίζεται ένα καινούργιο  $\xi$ . Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται, όταν η καινούργια τιμή δε διαφέρει από την παλιά, οπότε η μέθοδος συγκλίνει.

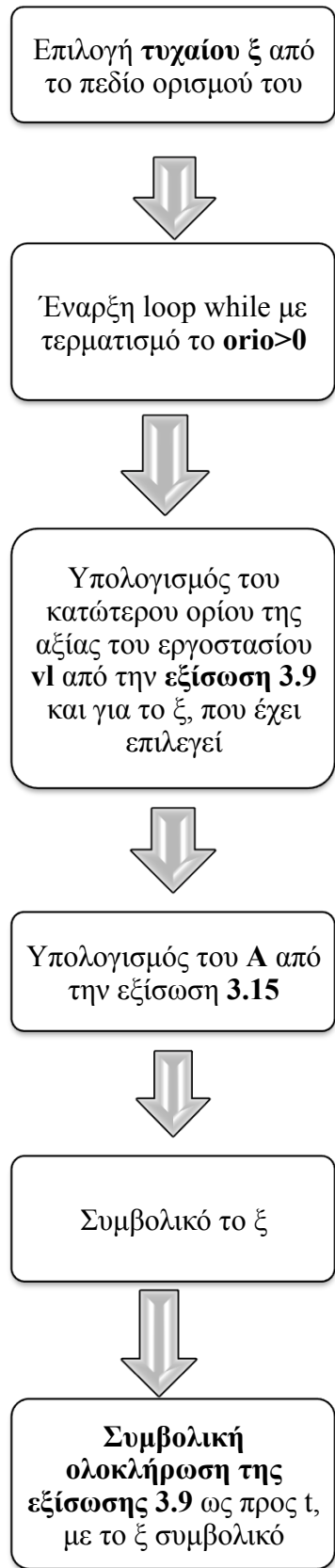
Θεωρείται πάλι ότι το  $E=0$ , δηλαδή δεν υπάρχουν έξοδα για καυσαέρια  $CO_2$ , ο short term παράγοντας είναι μηδέν  $\chi(0)=0$ , αφού εξαιτίας του mean reverting τείνει να εξαφανιστεί και τέλος τα χρόνια, για τα οποία υπολογίζεται η αξία του εργοστασίου, είναι από τη στιγμή  $t=0$  έως  $t=120$  χρόνια.

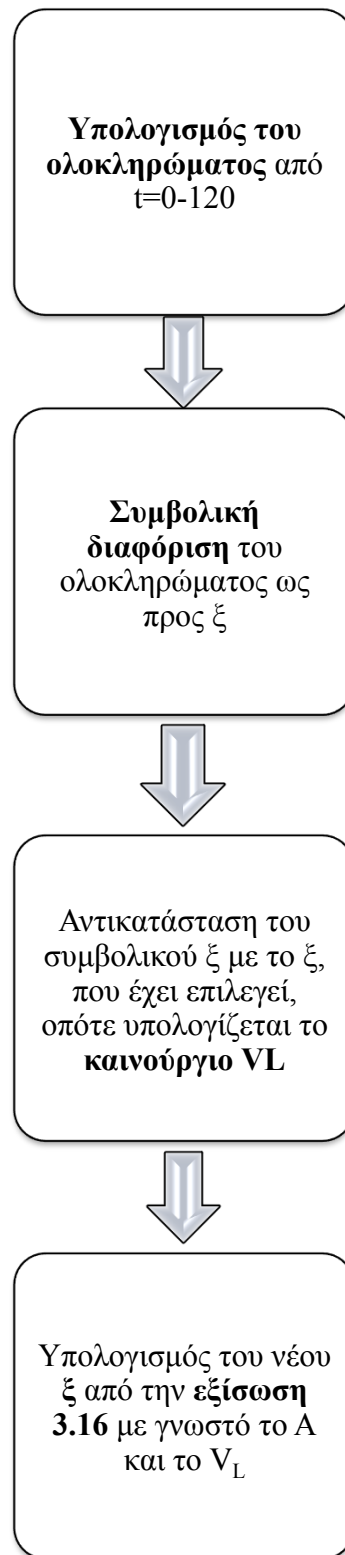
## Κώδικας 2

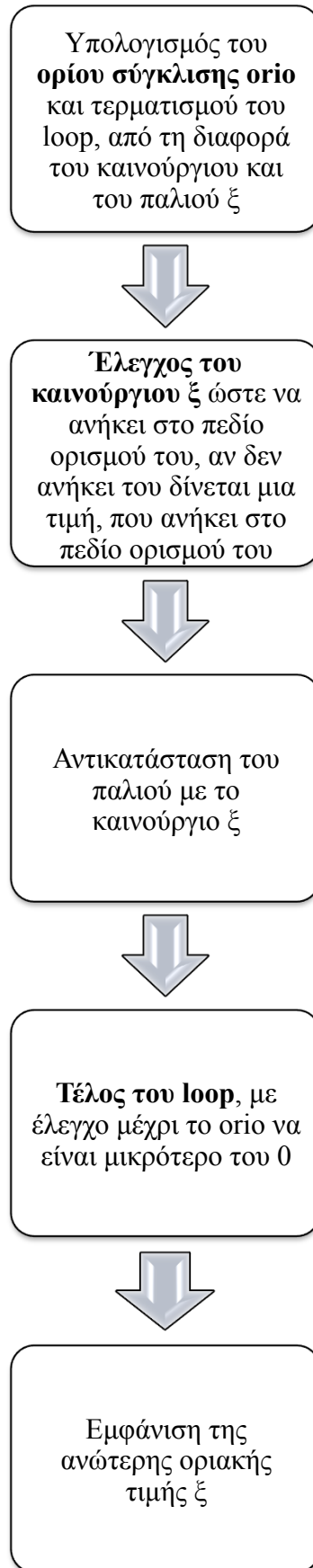
Υπολογισμός του ανώτερου ορίου του  $\xi$  χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης

Εισάγονται οι μεταβλητές που θα χρησιμοποιηθούν σύμφωνα με τον Πίνακα 3.1 και τον Πίνακα 4.1:







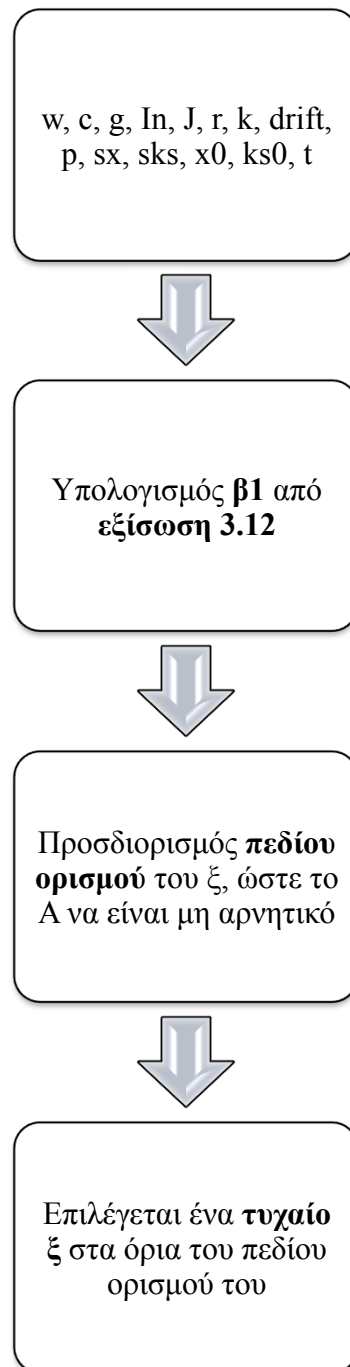




### Κώδικας 3

Υπολογισμός του κατώτερου ορίου του  $\xi$  χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης

Εισάγονται οι μεταβλητές, που θα χρησιμοποιηθούν σύμφωνα με τον Πίνακα 3.1 και τον Πίνακα 4.1:



Γίνεται **συμβολικό το  $\xi$**



Υπολογίζεται το  
ολοκλήρωμα **riemann**  
σύμφωνα με την  
**εξίσωση 3.10**



**Διαφορίζεται  
συμβολικά το  
ολοκλήρωμα**



Αρχίζει ένα loop **while**,  
που σταματάει, όταν το  
**limit** γίνει μικρότερο  
του 2



Υπολογίζεται το ολοκλήρωμα  $V_u$  από την εξίσωση 3.10 για το  $\xi$ , που έχει επιλεγεί



Υπολογίζεται το  $A$  από την εξίσωση 3.13



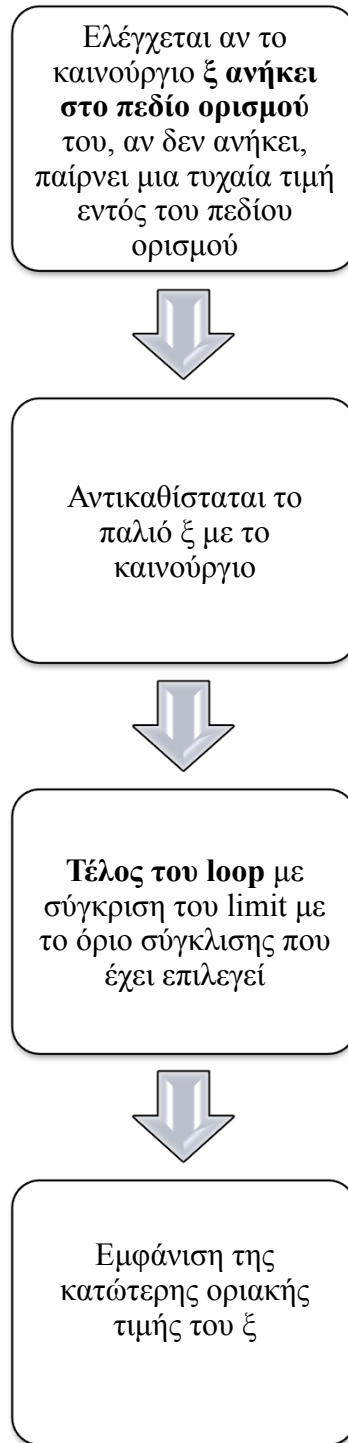
Αντικαθίσταται στο διαφορισμένο ολοκλήρωμα το  $\xi$ , που έχει επιλεγεί



Υπολογίζεται το καινούργιο  $\xi$  από την εξίσωση 3.14 με γνωστό το  $V_U$  και το  $A$



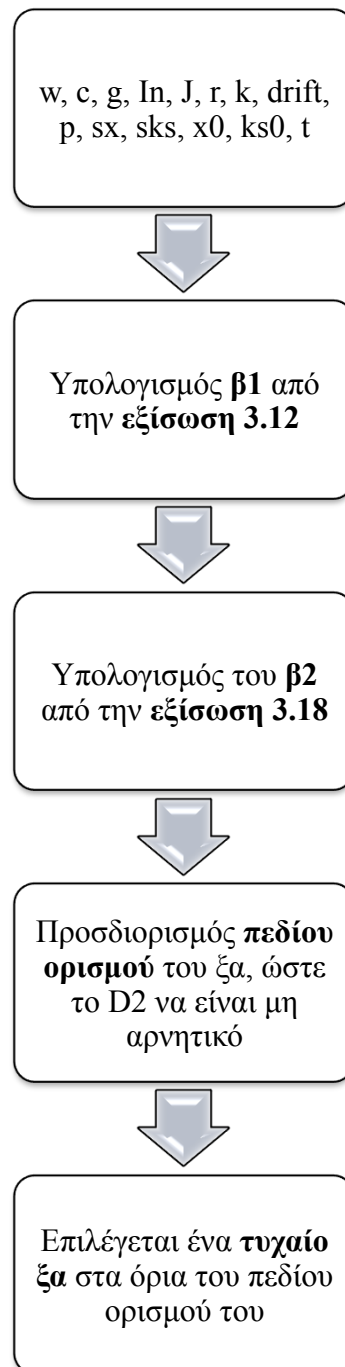
Υπολογίζεται το **limit** ως η διαφορά του παλιού και του καινούργιου  $\xi$ , που είναι και **το όριο σύγκλισης** της μεθόδου

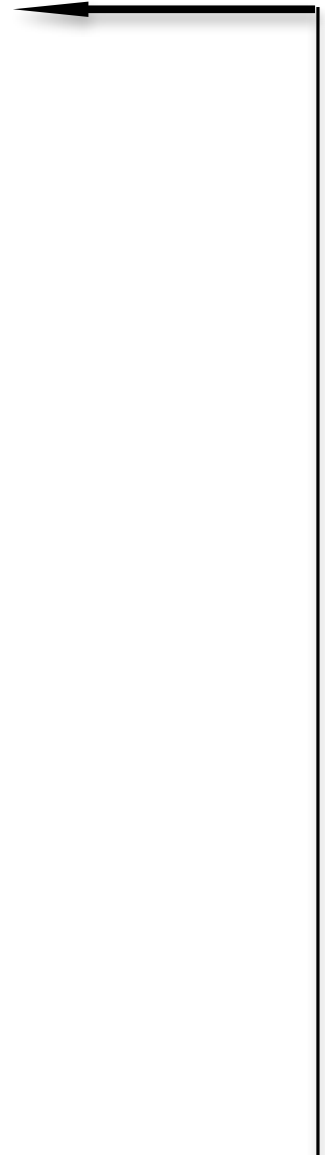
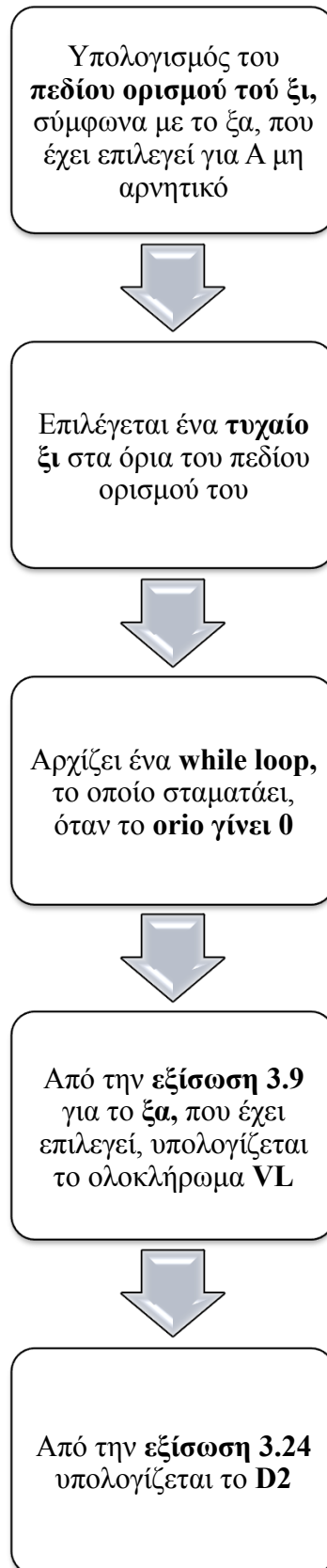


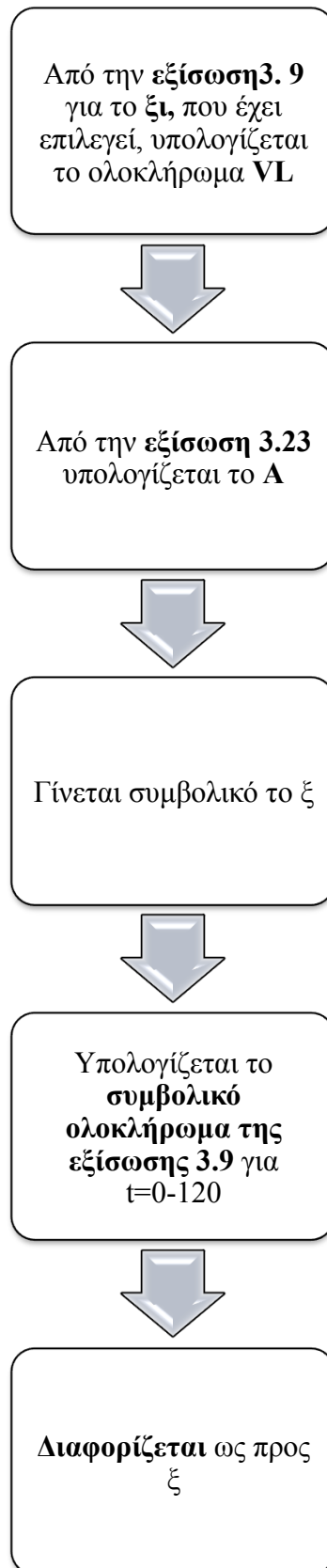
#### Κώδικας 4

Υπολογισμός του ανώτερου ορίου του  $\xi$ , όταν λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης

Εισάγονται οι μεταβλητές, που θα χρησιμοποιηθούν σύμφωνα με τον Πίνακα 3.1 και τον Πίνακα 4.1:







Αντικαθίσταται στο διαφορισμένο ολοκλήρωμα το  $\xi$ , που έχει επιλεγεί



Από την **εξίσωση 3.26** με γνωστό το  $D2$  και το  $\theta V/\theta \xi$  υπολογίζεται το καινούργιο  $\xi$



Γίνεται συμβολικό το  $\xi$



Υπολογίζεται το **συμβολικό ολοκλήρωμα** της **εξίσωσης 3.9** για  $t=0-120$



Διαφορίζεται ως προς  $\xi$



Αντικαθίσταται στο  
διαφορισμένο  
ολοκλήρωμα το  $\xi$ , που  
έχει επιλεγεί



Υπολογίζεται το  $\theta F1/$   
 $\theta \xi$



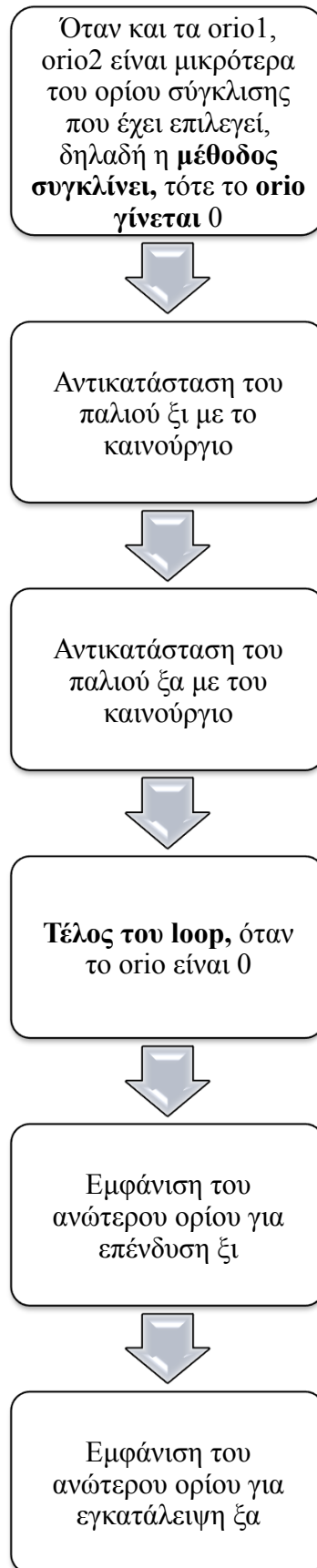
Από την **εξίσωση 3.25**  
με γνωστό το  $D2$ , το  
 $\theta F1/\theta \xi$ , το  $\theta V/\theta \xi$   
υπολογίζεται το  
καινούργιο  $\xi$



**orio1**: η διαφορά τού  
παλιού  $\xi$  με το  
καινούργιο



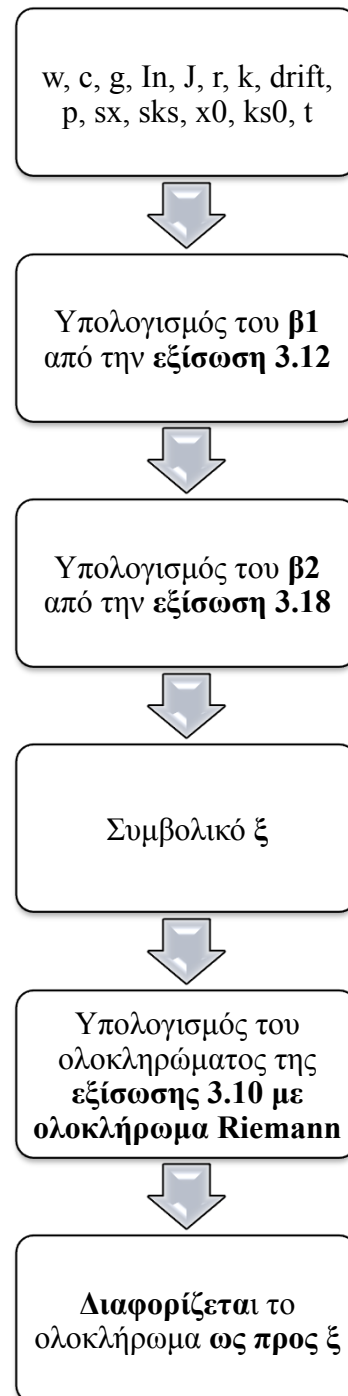
**orio2**: η διαφορά τού  
παλιού  $\xi$  με το  
καινούργιο

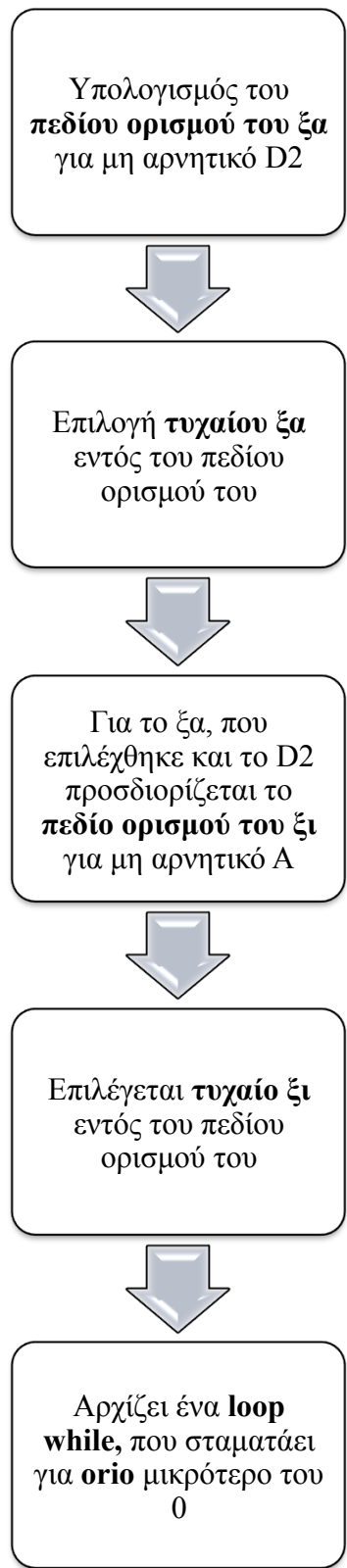


## Κώδικας 5

Υπολογισμός του κατώτερου ορίου του  $\xi$ , όταν λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης

Εισάγονται οι μεταβλητές, που θα χρησιμοποιηθούν σύμφωνα με τον Πίνακα 3.1 και τον Πίνακα 4.1:





Υπολογίζεται το  $V_u$   
από την **εξίσωση 3.10**  
για το  $\xi_a$ , που έχει  
επιλεγεί



Από την **εξίσωση 3.20**  
υπολογίζεται το  $D_2$



Υπολογίζεται το  $V_u$   
από την **εξίσωση 3.10**  
για το  $\xi_i$ , που έχει  
επιλεγεί



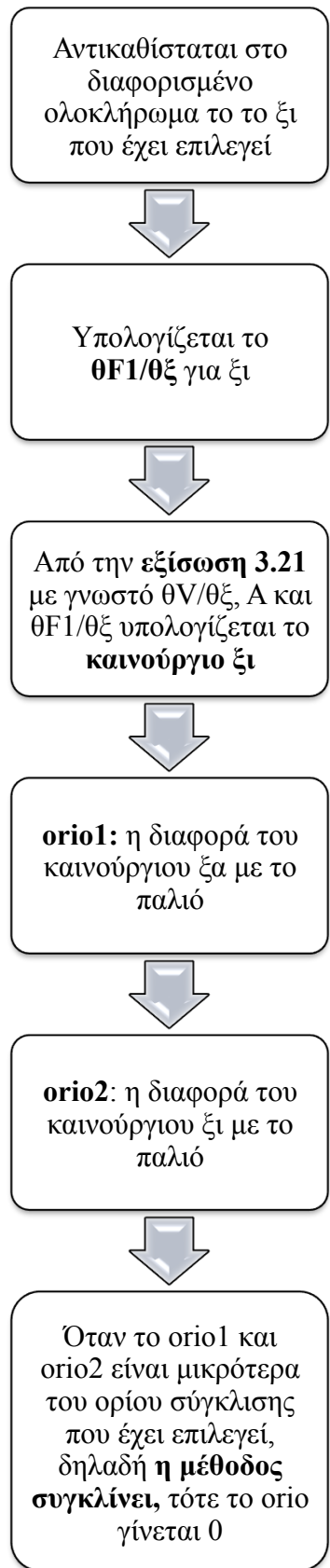
Από την **εξίσωση 3.19**  
υπολογίζεται το  $A$

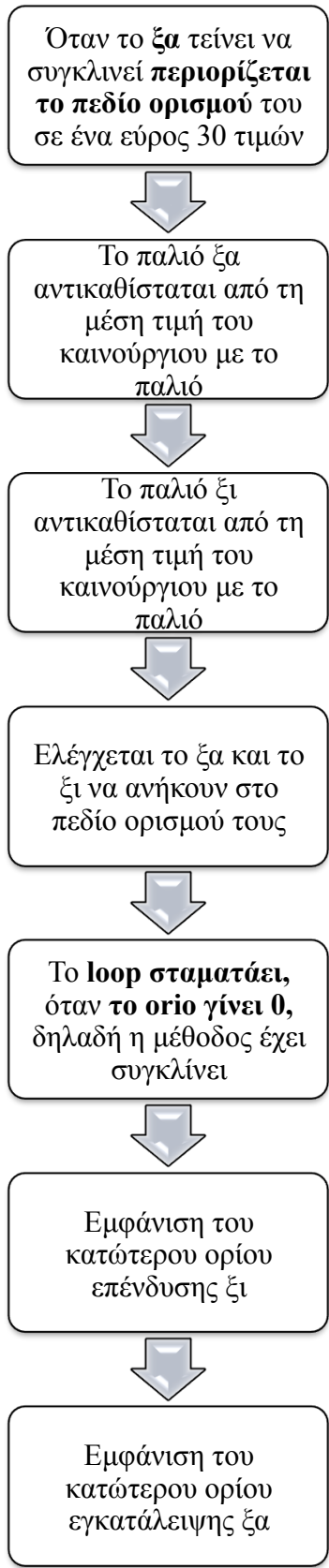


Αντικαθίσταται στο  
διαφορισμένο  
ολοκλήρωμα το  $\xi_a$ , που  
έχει επιλεγεί



Από την **εξίσωση 3.22**  
με γνωστό  $\theta V/\theta \xi$ ,  $D_2$   
υπολογίζεται το  
**καινούργιο  $\xi_a$**





## 5. Ευρήματα μελέτης και ερμηνεία

Από μελέτες του International Energy Agency (IEA), 2003, έχει προκύψει ότι τα έτη 2001-2030 θα χρειαστεί να χτιστούν εγκαταστάσεις εργοστασίων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με καύση φυσικού αερίου δυναμικότητας 2000GW. Η μέθοδος, που αναπτύχθηκε σε αυτήν τη μελέτη βοηθάει στον υπολογισμό των οριακών τιμών του spark spread, ώστε να αποκλείονται οι μη συμφέρουσες επενδύσεις στον τομέα αυτό.

Οπότε, αφού υπολογιστούν οι οριακές τιμές, είναι εύκολο για τον εκάστοτε επενδυτή να αποφασίσει αν θα προχωρήσει ή όχι στην επένδυση, εξετάζοντας αν η στιγμιαία ισοδύναμη τιμή  $\xi$  εντάσσεται στα προτεινόμενα για κερδοφορία όρια.

Σύμφωνα με αυτά τα δεδομένα και το μοντέλο, που δημιουργήθηκε και αναλύθηκε παραπάνω, θα ακολουθήσουν τα ευρήματα και η ερμηνεία τους.

Αρχικά, σύμφωνα με τον Κώδικα 1, όπως περιγράφηκε παραπάνω, και ο οποίος υπάρχει στο Παράρτημα Δ, υπολογίζεται το ανώτερο και το κατώτερο όριο της αξίας τού εργοστασίου και προκύπτει:  $V_L=4566\text{MNOK}$  και  $V_U=7586\text{MNOK}$  για  $T=100$  έτη. Στη συνέχεια, σύμφωνα με τον Κώδικα 2 υπολογίζεται το ανώτερο όριο επένδυσης  $\xi_{IU}=165.5$  NOK/MWh, όταν δε λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης. Σύμφωνα με τον Κώδικα 3 υπολογίζεται το κατώτερο  $\xi_{IL}=45.7\text{NOK/MWh}$ . Τέλος, από τον Κώδικα 4 προκύπτουν το ανώτερο όριο εγκατάλειψης  $\xi^A_{AU}=-131.2\text{NOK/MWh}$  και επένδυσης  $\xi^A_{IU}=134.6\text{NOK/MWh}$  και από τον Κώδικα 5 το κατώτερο όριο εγκατάλειψης  $\xi^A_{AL}=-362.4\text{NOK/MWh}$  και επένδυσης  $\xi^A_{IL}=43.5\text{NOK/MWh}$ . Όλα αυτά αποτυπώνονται στον παρακάτω Πίνακα 5.1:

Πίνακας 5.1: Οριακές τιμές

Μεταβλητές	$V_0$	$\xi_i$	$\xi^A_i$	$\xi^A_A$
Μονάδα μέτρησης	MNOK	NOK/MWh	NOK/MWh	NOK/MWh
Τιμή	[4566;7586]	[45.7;165.5]	[43.5;134.6]	[-362.4;-131.2]



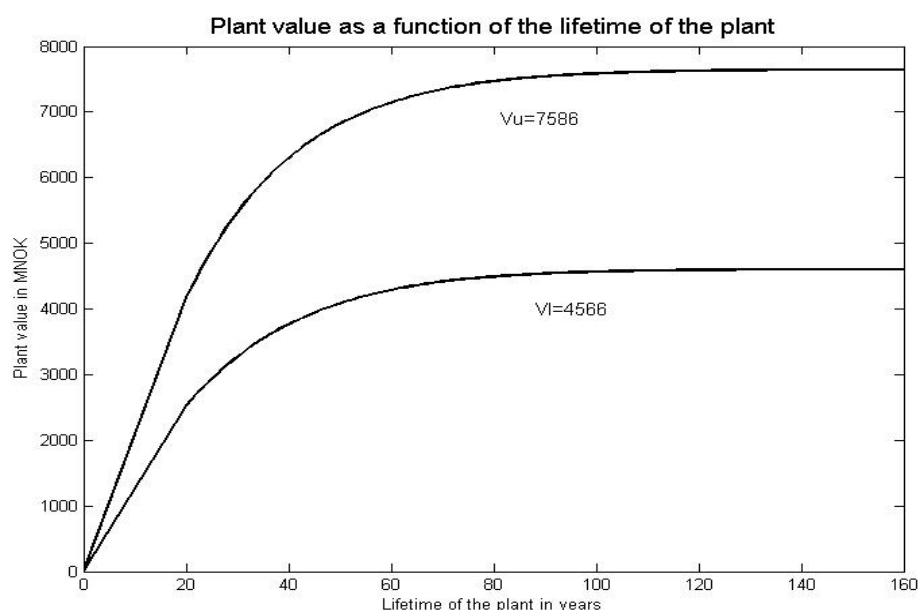
## Ανάλυση ευαισθησίας

Στη συνέχεια γίνεται ανάλυση ευαισθησίας με τη χρήση του κώδικα, που αναπτύχθηκε για τα όρια του εργοστασίου και των οριακών τιμών επένδυσης. Επιλύονται οι κώδικες συναρτήσεων διαφόρων παραμέτρων, ώστε να γίνει πιο κατανοητό από ποιες παραμέτρους και πώς επηρεάζεται η απόφαση για επένδυση καθώς και τα όρια της αξίας του εργοστασίου.

### Ενότητα Α

Στην Ενότητα Α γίνεται χρήση του Κώδικα 1, ο οποίος επιλύεται για διάφορες παραμέτρους και προκύπτουν συμπεράσματα για το ποιες μεταβλητές και πώς επηρεάζουν τα όρια της αξίας του εργοστασίου. Οι παράμετροι, που θα μελετηθούν είναι η διάρκεια ζωής του εργοστασίου  $T$ , η ικανότητα παραγωγής του  $C$  (capacity) [TWh/year], το  $drift$  [NOK/MWh] της ισοδύναμης τιμής, τα έξοδα καυσαερίων  $CO_2$   $E$  [NOK/MWh] (Emission Costs), τα έξοδα συντήρησης  $G$  [NOK/MWh] (maintenance costs), ο παράγοντας  $\kappa$ , η στιγμιαία τιμή της ισοδύναμης τιμής  $\xi_0$  [NOK/MWh], το interest rate  $r$  και η στιγμιαία τιμή του short term παράγοντα  $\chi_0$  [NOK/MWh].

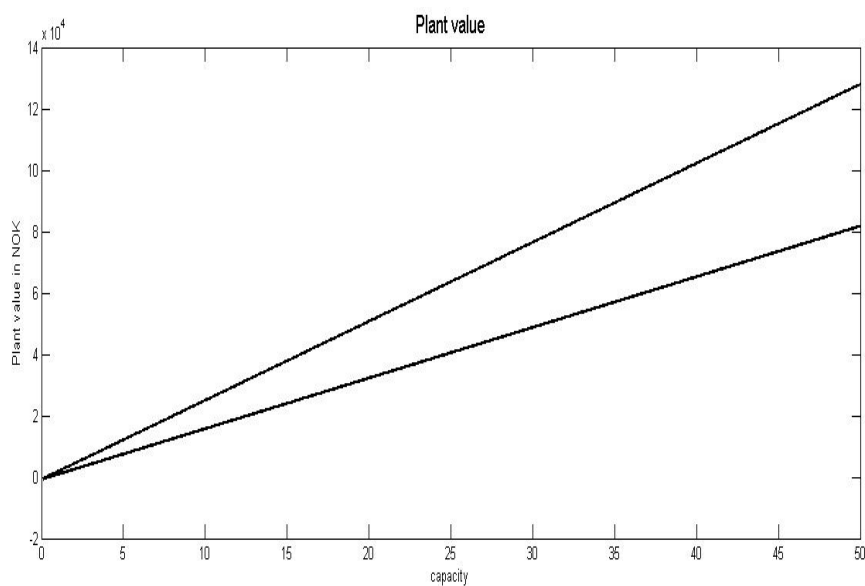
Διάγραμμα 5.1: Η αξία του εργοστασίου συναρτήσει της διάρκειας ζωής του



Από το Διάγραμμα 5.1 προκύπτει ότι καθώς η διάρκεια ζωής τού εργοστασίου αυξάνεται, αυξάνεται και η αξία τού εργοστασίου και τέλος σταθεροποιείται. Παρατηρείται ότι αυτή η σταθεροποίηση των τιμών προκύπτει, όταν η διάρκεια ζωής ξεπερνάει τα 70 χρόνια, που σημαίνει ότι εκεί αρχίζει να θεωρείται άπειρη η ζωή του εργοστασίου. Ακόμη, η αξία του ευέλικτου εργοστασίου καταλήγει να είναι σχεδόν διπλάσια από αυτή του βασικού φορτίου, άρα η ευελιξία του εργοστασίου παίζει σημαντικό ρόλο στην αξία του.

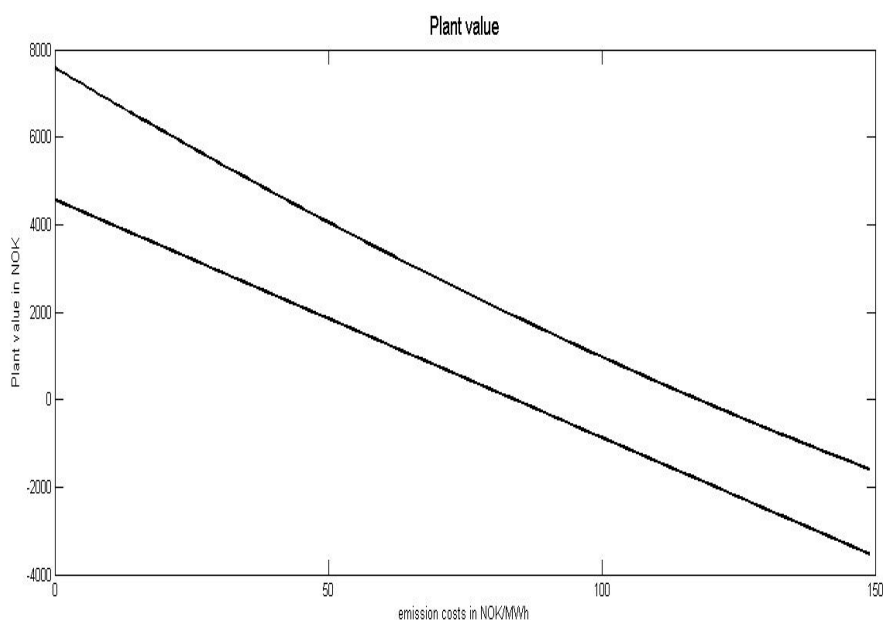
Επίσης, καθώς αυξάνει η ικανότητα παραγωγής του εργοστασίου, Διάγραμμα 5.2, η αξία του εργοστασίου αυξάνει γραμμικά. Αυτό προκύπτει και από τις εξισώσεις 3.8, 3.10 της αξίας του εργοστασίου, όπου φαίνεται ότι το  $V$  είναι ανάλογο του  $C$ . Επίσης δικαιολογείται, γιατί όσο αυξάνεται η ικανότητα παραγωγής, τόσο περισσότερα κέρδη έχει το εργοστάσιο και ακριβώς, επειδή η αξία του προσδιορίζεται από τις χρηματοροές, προκύπτει και μεγαλύτερη αξία. Βέβαια, η αξία του ευέλικτου εργοστασίου αυξάνεται με πιο μεγάλο ρυθμό από αυτόν του βασικού. Αυτό οφείλεται στις παραπάνω δυνατότητες, που μπορεί να προσφέρει το ευέλικτο εργοστάσιο με τη μεγαλύτερη ικανότητα παραγωγής σε συνδυασμό με την ευελιξία, που έχει, και έτσι μπορεί να αξιοποιήσει αυτές τις δυνατότητές του με τον πιο συμφέροντα τρόπο.

Διάγραμμα 5.2: Η αξία του εργοστασίου συναρτήσει της ικανότητας παραγωγής του



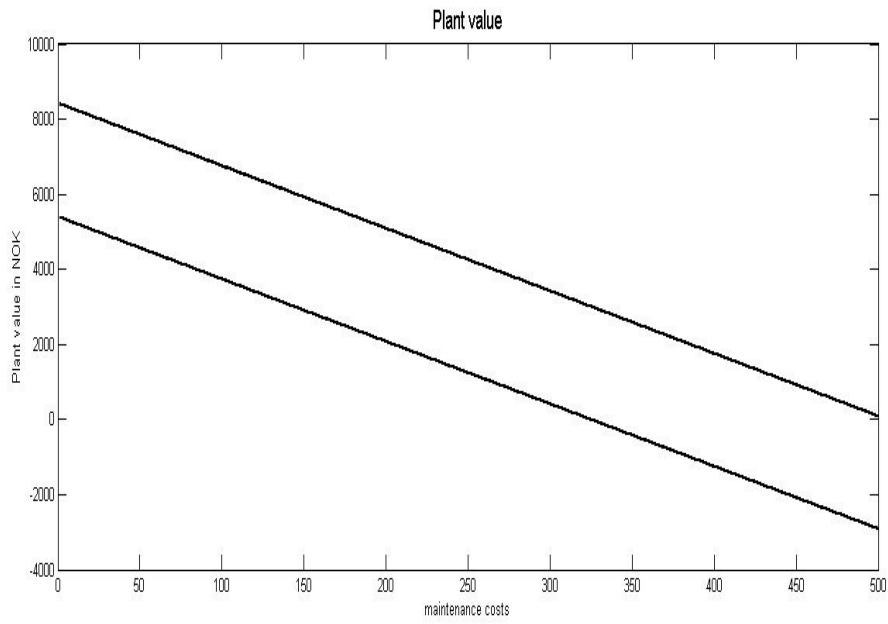
Αντίθετα, αύξηση των εξόδων καυσαερίων, Διάγραμμα 5.3, προκαλεί μείωση της αξίας τού εργοστασίου. Η αξία τού εργοστασίου μειώνεται γραμμικά με την αύξηση των ρύπων. Όμως, η αξία του εργοστασίου του βασικού φορτίου μειώνεται με μικρότερο ρυθμό από αυτό του ευέλικτου, οπότε η αύξηση των εξόδων καυσαερίων επηρεάζουν πολύ πιο αρνητικά το ευέλικτο από το βασικό. Αυτό είναι λογικό, γιατί, όταν το κόστος εκπομπών καυσαερίων αυξάνεται, το ευέλικτο εργοστάσιο μειώνει την παραγωγικότητά του, άρα και την αξία του.

Διάγραμμα 5.3: Η αξία του εργοστασίου συναρτήσει του κόστους των εκπομπών CO<sub>2</sub>

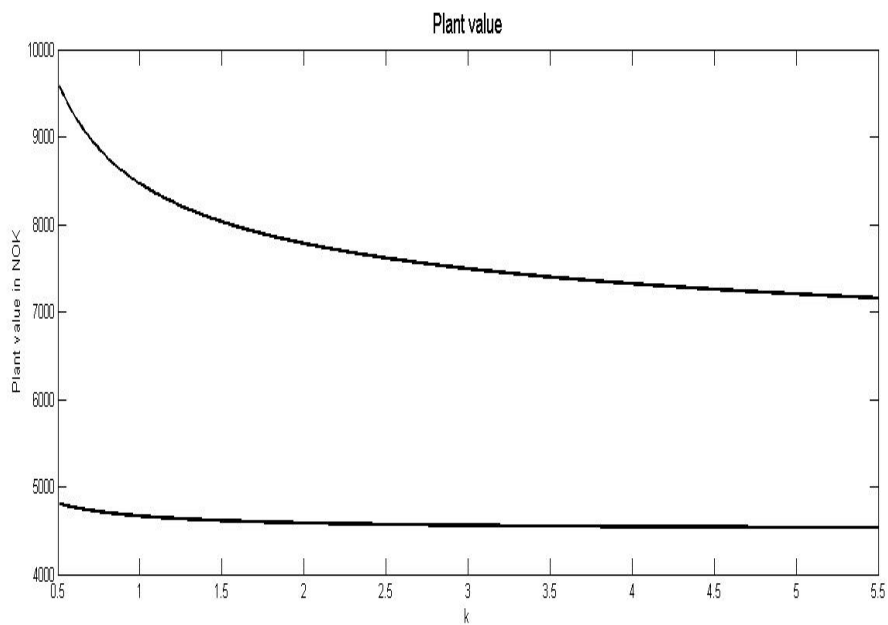


Σε αντίθεση με τα έξοδα καυσαερίων η αύξηση των εξόδων συντήρησης, Διάγραμμα 5.4, μειώνει γραμμικά την αξία και των δύο τύπων εργοστασίου με τον ίδιο ρυθμό, άρα επηρεάζει στον ίδιο βαθμό και τα δύο εργοστάσια. Τα αυξημένα έξοδα αυξάνουν τα κόστη του εργοστασίου, επομένως μειώνουν και τα κέρδη του, άρα και την αξία του εργοστασίου. Βέβαια, σε αυτή τη μελέτη έχει ληφθεί ως προϋπόθεση ότι τα έξοδα συντήρησης είναι σταθερά και ίσα και για τα δύο εργοστάσια, ενώ στην πραγματικότητα και μεταβάλλονται και είναι περισσότερα στην περίπτωση του ευέλικτου. Όμως, το βασικό συμπέρασμα από αυτό το διάγραμμα είναι ότι η αύξηση στα έξοδα συντήρησης επηρεάζει το ίδιο αρνητικά και τα δύο όρια της αξίας του εργοστασίου.

Διάγραμμα 5.4: Η αξία του εργοστασίου συναρτήσει των εξόδων συντήρησης

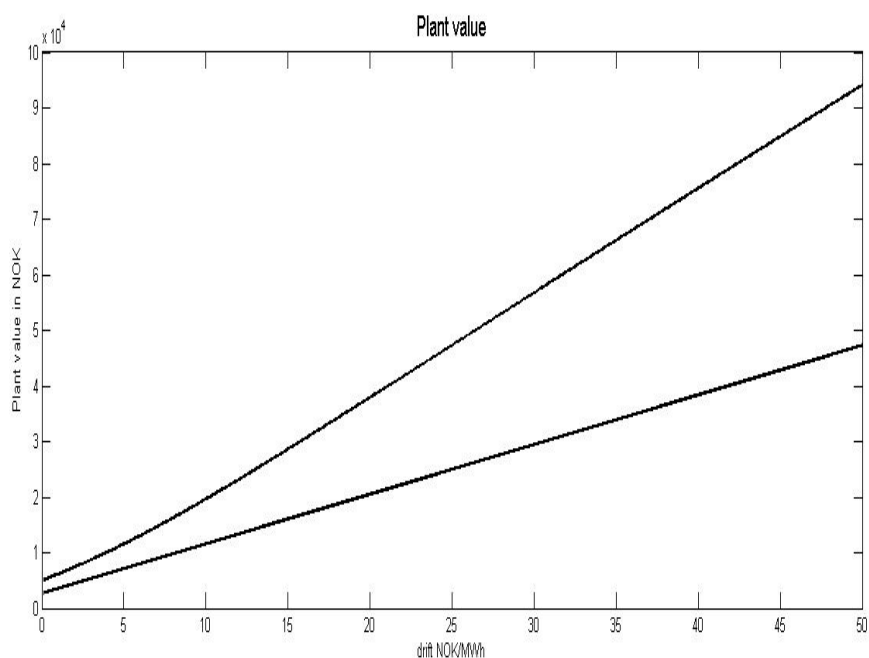


Διάγραμμα 5.5: Η αξία του εργοστασίου συναρτήσει του παράγοντα κ



Αύξηση του παράγοντα  $\kappa$ , δηλαδή του ρυθμού εξαφάνισης του short term παράγοντα, μειώνει τη διακύμανση του spark spread (Εξίσωση 3.7) και επειδή η διακύμανση επηρεάζει μόνο την ανώτερη αξία του εργοστασίου, η κατώτερη αξία του μένει σχεδόν σταθερή, όπως φαίνεται και στο Διάγραμμα 5.5. Διαπιστώνεται ότι η αξία του ευέλικτου είναι αντιστρόφως ανάλογη με τον παράγοντα  $\kappa$ . Αυτό εξηγείται από τη στιγμή, που πιο γρήγορη εξαφάνιση του short term παράγοντα μειώνει αυτή την προσωρινή αβεβαιότητα, που εκφράζει ο παράγοντας αυτός. Η αβεβαιότητα αυτή ήταν, που προσφέρει και μεγαλύτερη αξία στο ευέλικτο εργοστάσιο, το οποίο προσαρμόζεται στις διάφορες αλλαγές της ζήτησης. Άρα, λογικό είναι, όταν αυτός ο παράγοντας εξαφανιστεί πιο γρήγορα, να μειωθεί και αυτή η παραπάνω αξία, που προσφέρει η δυνατότητα ευελιξίας.

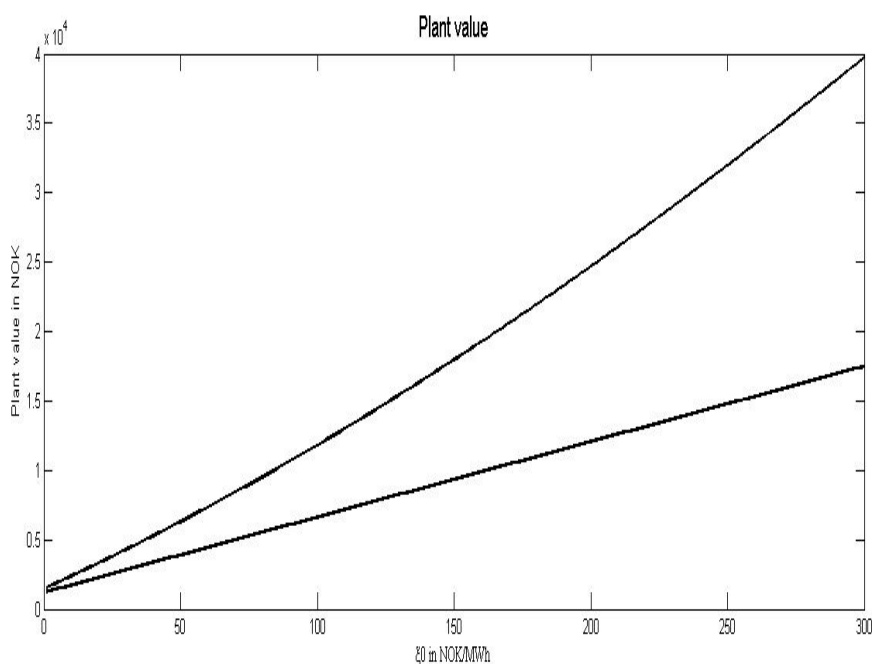
Διάγραμμα 5.6: Η αξία του εργοστασίου συναρτήσει του drift της ισοδύναμης τιμής



Αύξηση του drift Διάγραμμα 5.6, που σημαίνει αύξηση της ισοδύναμης τιμής, οδηγεί σε αύξηση της αξίας του εργοστασίου. Στο διάγραμμα αυτό παρατηρείται πόσο πιο θετικά επηρεάζει το ευέλικτο εργοστάσιο (σχεδόν διπλάσια αύξηση). Αυτό προκύπτει και από τη στιγμή, που η λειτουργία του και η παραγωγή του εξαρτώνται από την τιμή του  $\xi$ , επομένως και του rate του  $\xi$ . Δηλαδή, όταν το drift αυξάνεται και

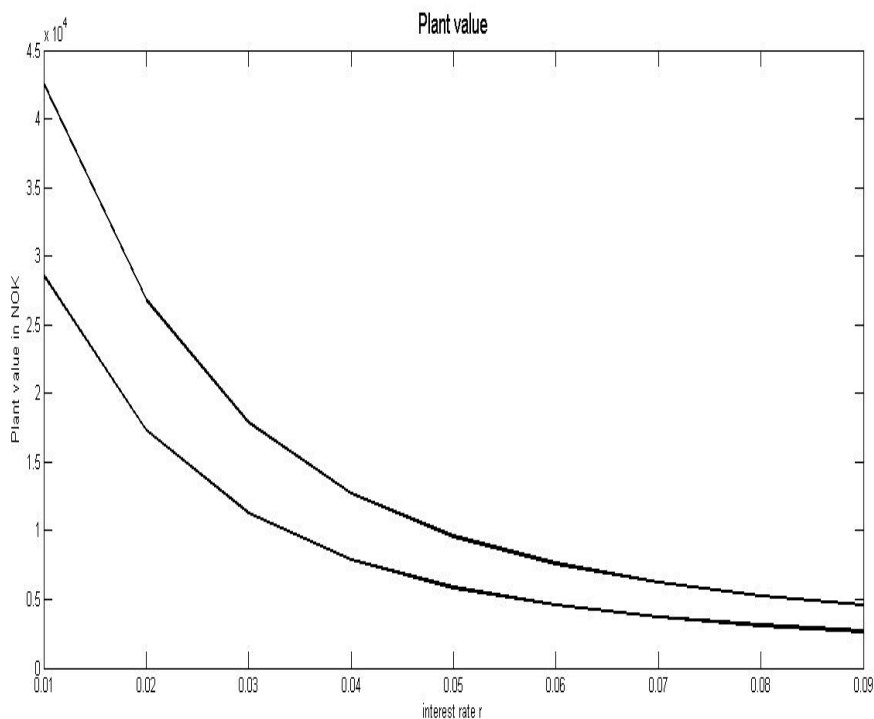
εν συνεχεία και το  $\xi$ , τα έσοδα ξεπερνούν κατά πολύ τα λειτουργικά έξοδα. Τότε το ευέλικτο εργοστάσιο προσαρμόζεται σε αυτή την αλλαγή και παράγει πιο πολύ, άρα και η αξία του μεγαλώνει.

Διάγραμμα 5.7: Η αξία του εργοστασίου συναρτήσει του  $\xi_0$



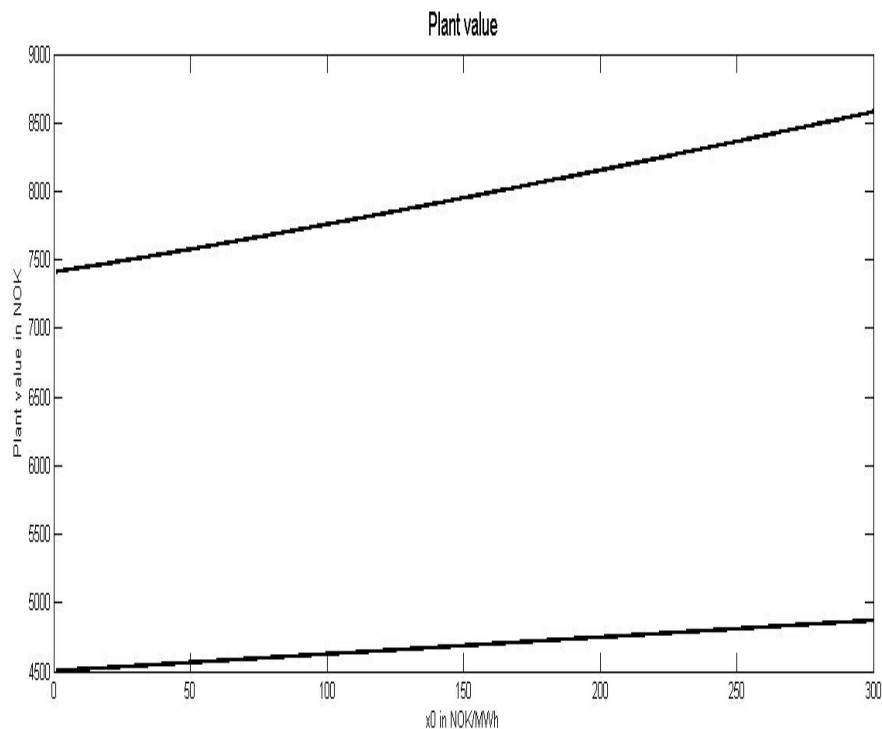
Στο Διάγραμμα 5.7 ισχύουν τα ίδια συμπεράσματα με αυτά του 5.6 και του drift της ισοδύναμης τιμής. Αναμένεται ότι όσο πιο μεγάλη είναι η τιμή της ισοδύναμης τιμής του spark spread, τόσο πιο μεγάλη είναι η αξία ενός εργοστασίου παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, καθώς αυξάνονται τα κέρδη του επενδυτή. Βέβαια, προκύπτει ότι η αύξηση στο  $\xi_0$  επηρεάζει πολύ πιο θετικά το ευέλικτο εργοστάσιο για τους ίδιους λόγους, που αναφέρθηκαν και στο drift. Αυτό, που αξίζει να παρατηρηθεί, είναι ότι πιο θετικά επηρεάζει την αξία των εργοστασίων η αύξηση του drift παρά η αύξηση του  $\xi_0$ , το οποίο drift φτάνει σε διπλάσια τιμή. Αυτό δικαιολογείται, αφού το drift δείχνει την προδιάθεση, που έχει η ισοδύναμη τιμή να ακολουθηθεί. Άρα, προκαλεί μεγαλύτερη βεβαιότητα για την αύξηση των κερδών, συνεπώς και της αύξησης της αξίας του εργοστασίου, αφού αυτή ορίζεται ως οι χρηματοροές, που θα έχουν οι επενδυτές.

Διάγραμμα 5.8: Η αξία του εργοστασίου συναρτήσει του interest rate  $r$



Στο Διάγραμμα 5.8 προκύπτει ότι με την αύξηση του interest rate μειώνεται εκθετικά η αξία και των δύο εργοστασίων έως ένα εύρος τιμών 6-9%, οπότε οι τιμές αρχίζουν να σταθεροποιούνται. Αυτές είναι και οι τιμές του interest rate, που χρησιμοποιούνται συνήθως σε τέτοιες μελέτες για επένδυση (risk premium). Επίσης, σημαντικό είναι ότι οι δύο καμπύλες έχουν την ίδια κλίση, δηλαδή οι μεταβολές του interest rate επηρεάζουν με τον ίδιο τρόπο την αξία και των δύο εργοστασίων.

Διάγραμμα 5.9: Η αξία του εργοστασίου συναρτήσει του  $\chi_0$



Όπως προκύπτει από το Διάγραμμα 5.9 αύξηση της στιγμιαίας τιμής του short term παράγοντα, συντελεί σε γραμμική αύξηση των οριακών τιμών της αξίας του εργοστασίου, αφού ο παράγοντας αυτός αυξάνει το spark spread, άρα και το περιθώριο κέρδους των επενδυτών. Το κατώτερο όριο της αξίας του εργοστασίου αυξάνεται με πιο μικρό ρυθμό από αυτόν της αξίας του ευέλικτου. Από αυτό συμπεραίνεται ότι αύξηση του  $\chi_0$  επηρεάζει πιο θετικά το ανώτερο όριο της αξίας του εργοστασίου, διότι μεγαλύτερη τιμή στον παράγοντα short term οδηγεί σε μεγαλύτερη αβεβαιότητα, άρα και σε μεγαλύτερη ανάγκη για εργοστάσιο ευέλικτο, το οποίο θα προσαρμόζεται στις προσωρινές ανάγκες και αλλαγές της αγοράς.

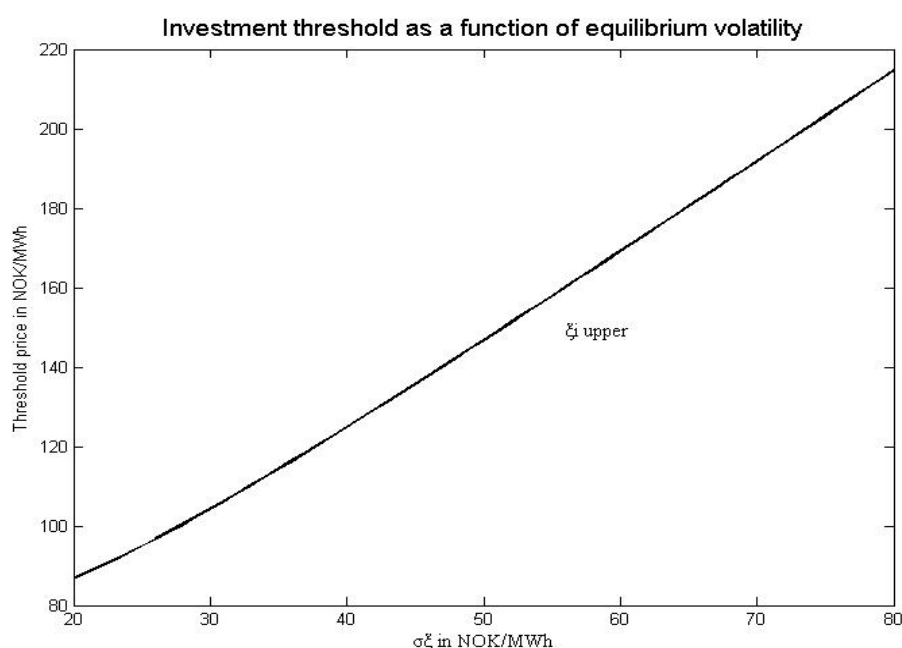


## Ενότητα Β

Στην Ενότητα Β γίνεται χρήση του Κώδικα 2 για το ανώτερο άκρο των οριακών τιμών και του Κώδικα 3 για το κατώτερο άκρο των οριακών τιμών, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης και του Κώδικα 4 και Κώδικα 5 για το ανώτερο και κατώτερο άκρο των οριακών τιμών αντίστοιχα, όταν λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης του εξοπλισμού και αξιοποίησης της υπολειμματικής αξίας.

Οι Κώδικες αυτοί επιλύονται για διάφορες παραμέτρους και προκύπτουν συμπεράσματα για το ποιες μεταβλητές και πώς επηρεάζουν τις οριακές τιμές επένδυσης και εγκατάλειψης. Οι παράμετροι, που θα μελετηθούν, είναι η ικανότητα παραγωγής του  $C$  (capacity) [TWh/year], το **drift** [NOK/MWh] της ισοδύναμης τιμής, τα έξοδα καυσαερίων  $CO_2$   $E$ [NOK/MWh] (Emission Costs), τα έξοδα συντήρησης  $G$ [NOK/MWh] (maintenance costs), ο παράγοντας  $\kappa$ , το interest rate  $r$ , η υπολειμματική αξία  $J$ [MNOK], το κόστος επένδυσης  $I$ [NOK/MWh] και η τυπική απόκλιση της ισοδύναμης τιμής  $\sigma_\xi$  [NOK/MWh].

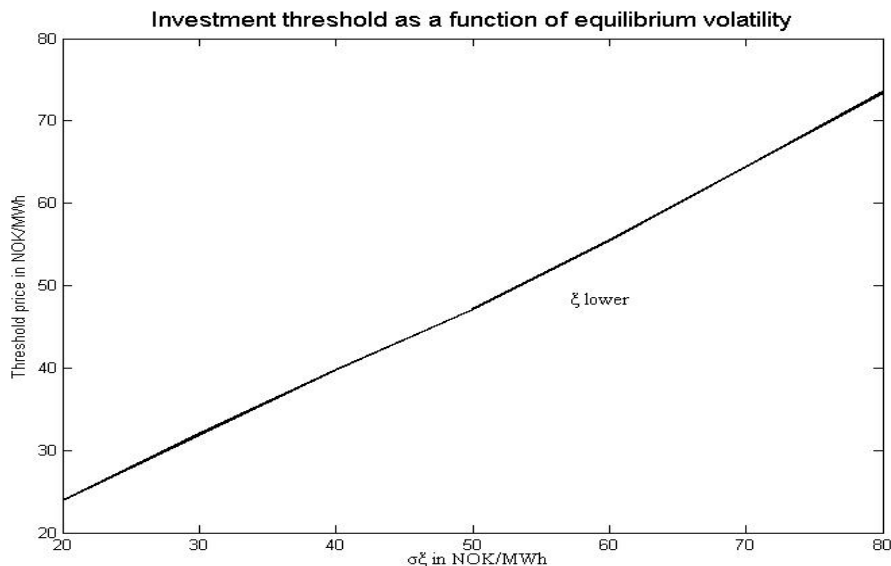
Διάγραμμα 5.10: Το ανώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$



Στο Διάγραμμα 5.10 προκύπτει ότι η τιμή  $\xi$ , δηλαδή το ανώτερο όριο επένδυσης, αυξάνεται όσο αυξάνεται η τυπική απόκλιση της ισοδύναμης τιμής και η μεταβλητότητα της αγοράς. Επομένως, η αβεβαιότητα, που εκφράζει το  $\sigma_\xi$ , φαίνεται ότι αυξάνει το ανώτερο όριο της επένδυσης, άρα και τις τιμές, που χρειάζεται να έχει στιγμιαία η αγορά, για να παρθεί μια απόφαση για επένδυση.

Από την άλλη μεριά από το Διάγραμμα 5.11, όπου αποτυπώνεται το κατώτερο άκρο του ορίου επένδυσης συναρτήσει της τυπικής απόκλισης, προκύπτει ότι και αυτό αυξάνεται συναρτήσει της  $\sigma_\xi$ , δηλαδή αυτή η αβεβαιότητα, που υπάρχει στην αγορά, ανεβάζει το επίπεδο των τιμών, στις οποίες συμφέρει να επενδύσει κανείς. Το συμπέρασμα αυτό είναι λογικό από τη στιγμή μάλιστα, που όσο πιο αβέβαια και ασταθής αναμένεται να είναι η τιμή  $\xi$ , και επομένως και το περιθώριο κέρδους του επενδυτή, τόσο μεγαλύτερη τιμή του  $\xi$  και εν συνεχεία του spark spread χρειάζεται να υπάρξει αρχικά, ώστε να αποφασίσει να επενδύσει κανείς σε αυτό.

Διάγραμμα 5.11: Το κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$

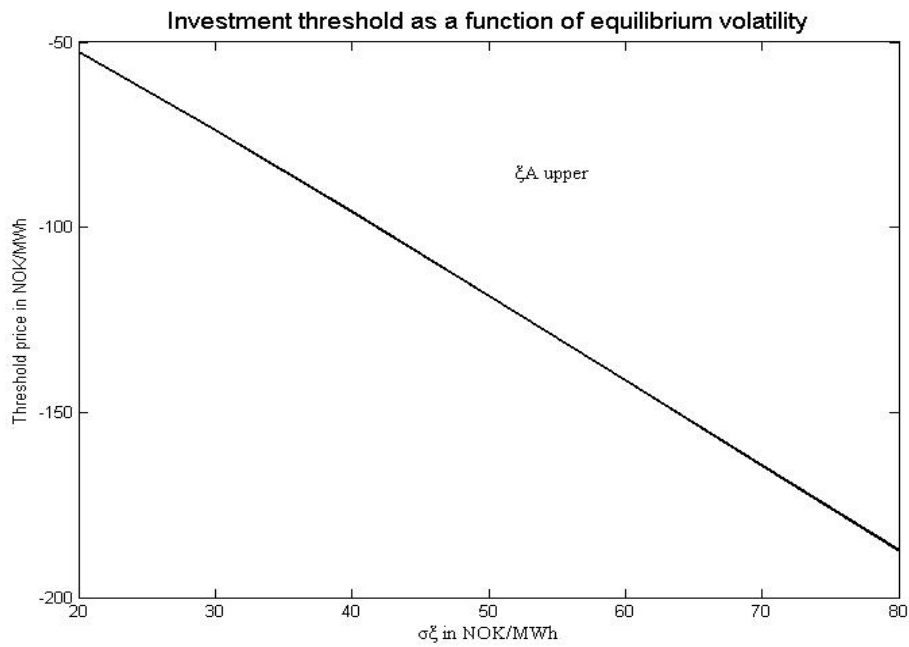


Στη συνέχεια μελετήθηκαν τα όρια επένδυσης και εγκατάλειψης της επένδυσης συναρτήσει του  $\sigma_\xi$ , δηλαδή σε αυτήν την περίπτωση δίνεται στον επενδυτή ένα ζευγάρι τιμών του  $\xi$ , για το οποίο συμφέρει να επενδύσει, αλλά και ένα ζευγάρι τιμών του  $\xi$ , για το οποίο το κέρδος της υπολειμματικής αξίας είναι πιο μεγάλο από τις χρηματοροές, που προσφέρει το εργοστάσιο, όταν είναι σε λειτουργία, άρα συμφέρει να εγκαταλείψει την επένδυση και να αξιοποιήσει την υπολειμματική αξία του εξοπλισμού. (Σημειώνεται ότι για το κατώτερο όριο οι τιμές του  $\sigma_\xi$  φτάνουν μόνο ως 55 NOK/MWh).

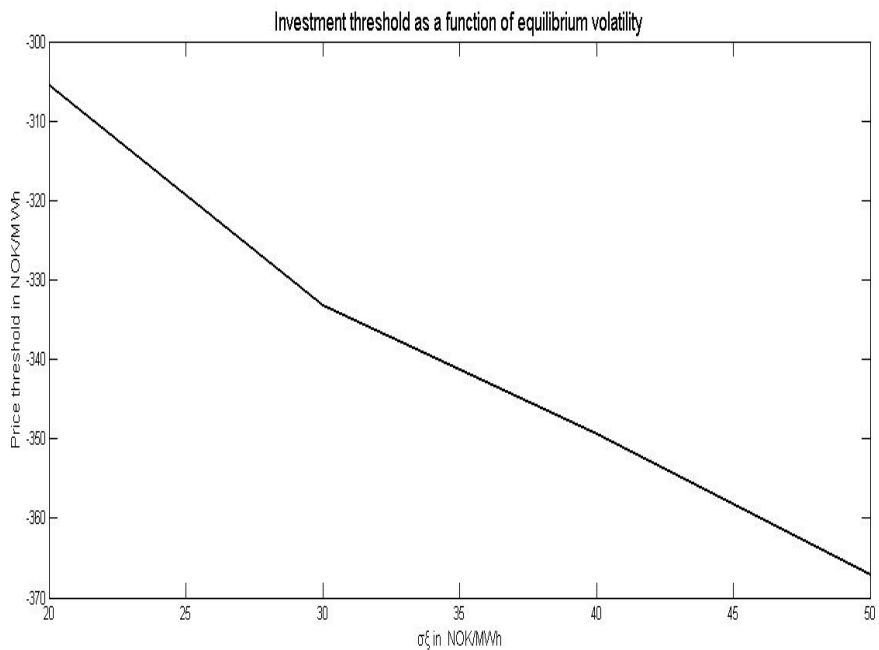
Παρατηρείται στο Διάγραμμα 5.12 αλλά, και στο Διάγραμμα 5.13 ότι καθώς αυξάνεται η τυπική απόκλιση, το ανώτερο όριο της τιμής εγκατάλειψης καθώς και το κατώτερο όριο της τιμής εγκατάλειψης μειώνονται. Οπότε προκύπτει ότι όσο αυξάνεται η αβεβαιότητα της αγοράς, η ισοδύναμη τιμή του spark spread χρειάζεται να είναι όλο και πιο χαμηλή, ώστε να συμφέρει να εγκαταλείψει κανείς την επένδυση. Γιατί αυτή η αβεβαιότητα του  $\sigma_\xi$  περιλαμβάνει και πιθανότητα σημαντικής μείωσης του spark spread, άρα και του περιθωρίου του κέρδους του επενδυτή, όμως συμπεριλαμβάνει και την πιθανότητα σημαντικής αύξησης του  $\xi$ .

Επομένως, η μεγάλη αβεβαιότητα του  $\xi$ , όπως παρουσιάστηκε και παραπάνω, χρειάζεται πολύ χαμηλή τιμή του  $\xi$ , ώστε να ωθήσει τον επενδυτή να εγκαταλείψει το εργοστάσιο, αλλά και αρκετά υψηλή τιμή, για να τον ωθήσει να επενδύσει σε αυτό. Προκύπτει το συμπέρασμα ότι όσο πιο αβέβαια είναι η αγορά, τόσο πιο δύσκολο είναι να πάρει κανείς αποφάσεις για επενδύσεις.

Διάγραμμα 5.12: Το ανώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$



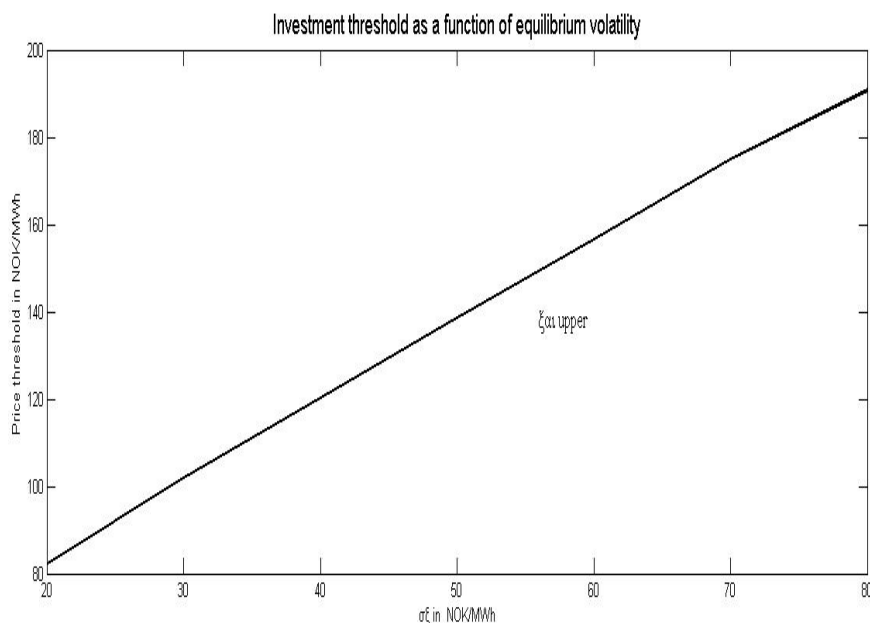
Διάγραμμα 5.13: Το κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$



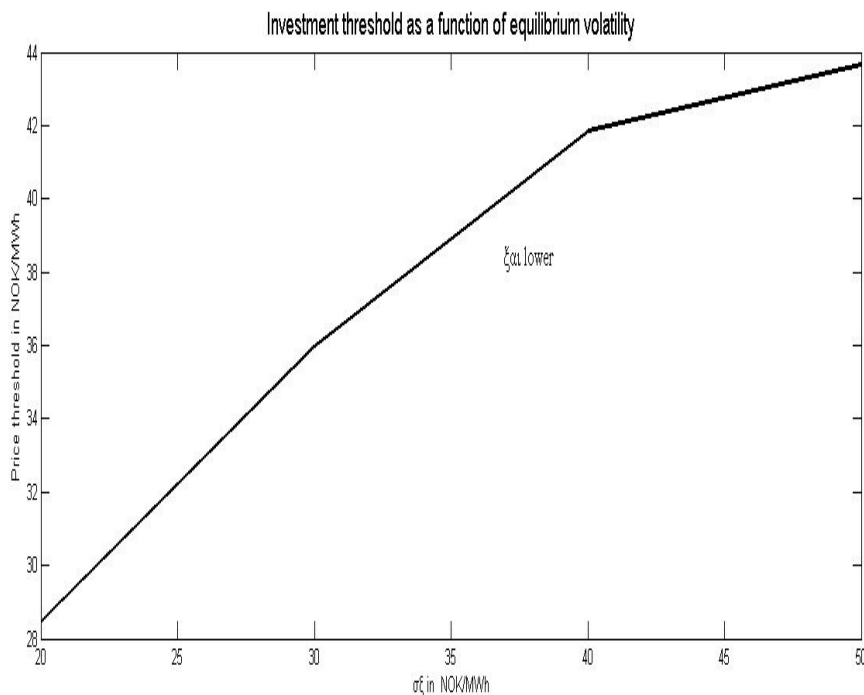
Ακολουθούν τα διαγράμματα της ανώτερης (Διάγραμμα 5.14) και κατώτερης (Διάγραμμα 5.15) οριακής τιμής επένδυσης, όταν έχει συμπεριληφθεί η ευκαιρία εγκατάλειψης του εξοπλισμού. Προκύπτουν τα ίδια συμπεράσματα με τα προηγούμενα διαγράμματα επένδυσης (5.10 και 5.11), απλά φαίνεται ότι οι τιμές είναι λίγο πιο χαμηλές. Για παράδειγμα το ανώτερο όριο στο 5.14 κυμαίνεται περίπου στις τιμές 80-190 NOK/MWh, ενώ πριν στο 5.10 ήταν περίπου στις τιμές 90-210NOK/MWh, ανάλογα ισχύει και για το κατώτερο όριο.

Συμπεραίνεται ότι οι τιμές, όταν λαμβάνεται υπόψη η εγκατάλειψη, επηρεάζονται λιγότερο από την αβεβαιότητα και επομένως δεν απαιτούν τόσο μεγάλη τιμή του  $\xi$  για επένδυση, γιατί έχει μελετηθεί ήδη η περίπτωση εγκατάλειψης, άρα υπάρχει μικρότερο ρίσκο στην επένδυση.

Διάγραμμα 5.14: Το ανώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης (όταν λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης) συναρτήσει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_{\xi}$

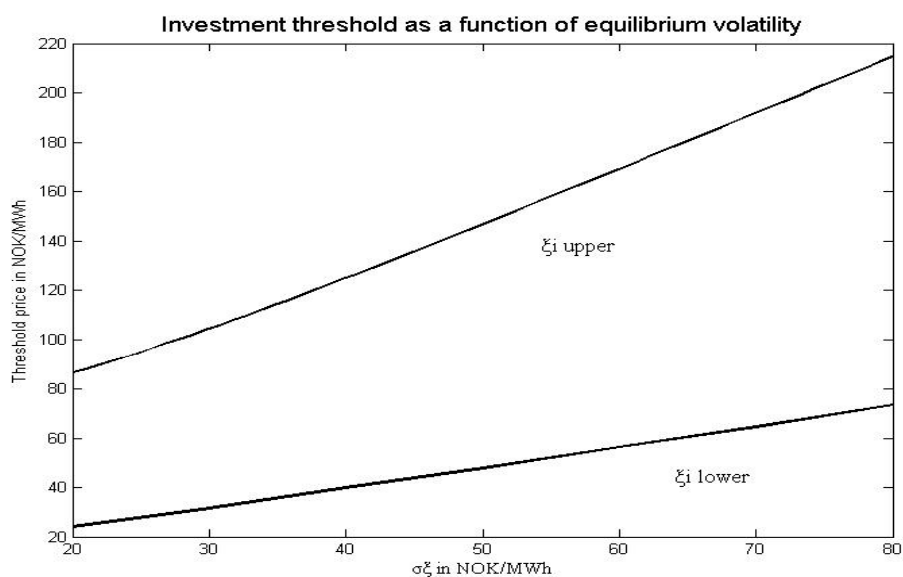


Διάγραμμα 5.15: Το κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης (όταν λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης) συναρτήσει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$

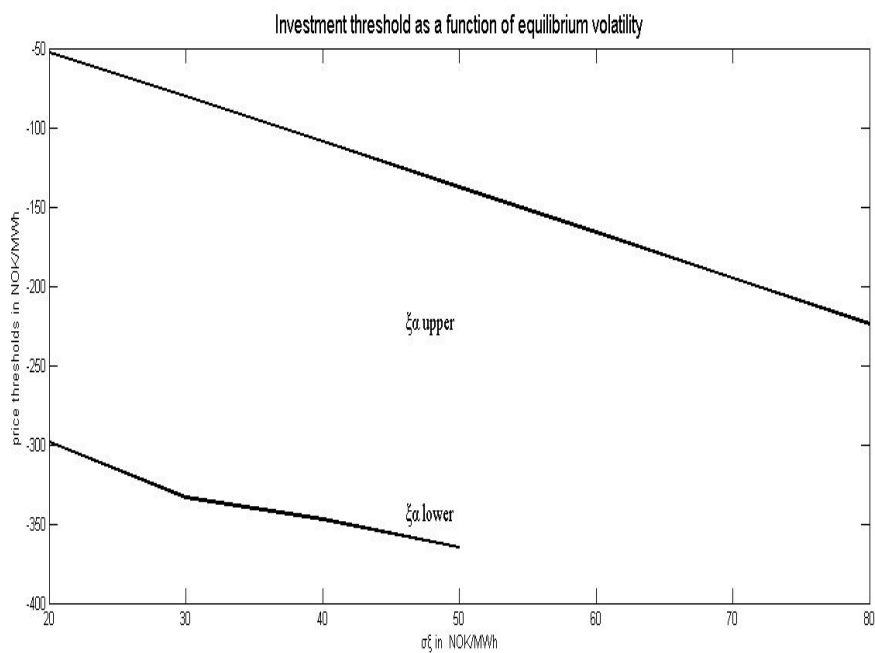


Στη συνέχεια στο Διάγραμμα 5.16 αποτυπώνονται και το ανώτερο και το κατώτερο όριο μαζί συναρτήσει της  $\sigma_\xi$ . Διαπιστώνεται ότι αυτά δεν αυξάνονται με την ίδια κλίση και ότι το κατώτερο όριο υφίσταται μικρότερη μεταβολή. Επίσης, όσο αυξάνεται η τυπική απόκλιση, τόσο πιο μεγάλο είναι το περιθώριο των τιμών, που συμφέρει η επένδυση, γιατί, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, σε μεγαλύτερη αβεβαιότητα χρειάζεται μεγαλύτερη τιμή για να αποφασίσει να κάνει επένδυση κάποιος, όμως αυτή η μεταβλητότητα ανοίγει το εύρος των τιμών, γιατί μπορεί να οδηγήσει και σε πολύ υψηλά κέρδη.

Διάγραμμα 5.16: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$



Διάγραμμα 5.17: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$



Στο Διάγραμμα 5.17, που απεικονίζονται το ανώτερο και κατώτερο άκρο της εγκατάλειψης, παρατηρείται ότι όσο αυξάνεται η τυπική απόκλιση, μειώνεται το εύρος των τιμών για εγκατάλειψη, γιατί το κατώτερο όριο έχει πιο μικρή κλίση από το ανώτερο. Για τους ίδιους λόγους, που αναφέρθηκαν και προηγουμένως, ότι δηλαδή σε μεγάλη αβεβαιότητα η λήψη αποφάσεων είναι πιο συντηρητική, επειδή είναι δύσκολο να προβλεφθεί πώς θα κινηθεί το  $\xi$ .

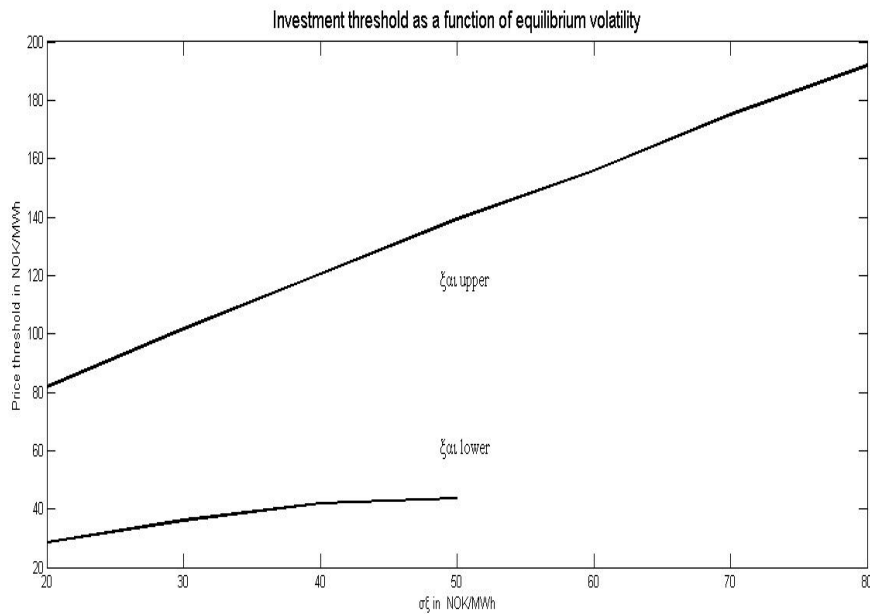
Στο Διάγραμμα 5.18 παρουσιάζονται μαζί το ανώτερο και κατώτερο όριο επένδυσης, όταν λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης του εξοπλισμού. Προκύπτουν τα ίδια συμπεράσματα με το 5.16, μόνο που εδώ είναι ακόμα πιο εμφανής η μεγάλη αύξηση του εύρους των τιμών και η αρκετά μικρότερη κλίση του κατώτερου ορίου, κυρίως, γιατί αυτή η περίπτωση έχει μελετήσει τη δυνατότητα εγκατάλειψης, οπότε είναι πιο ολοκληρωμένη και με μικρότερο ρίσκο. Επειδή δίνεται στον επενδυτή η ευκαιρία, αν οι τιμές της αγοράς και το περιθώριο κέρδους του μειωθούν πολύ, να εγκαταλείψει την επένδυση και να αξιοποιήσει την υπολειμματική αξία.

Άρα, από τα Διαγράμματα 5.17 και 5.18 προκύπτει ότι, όσο αυξάνεται η αβεβαιότητα της αγοράς, το εύρος των ορίων, για να αποφασίσει ένας επενδυτής να κατασκευάσει ένα εργοστάσιο, μεγαλώνει. Όμως και οι τιμές, για να είναι συμφέρουσα η επένδυση, γίνονται πιο υψηλές, ενώ το εύρος των τιμών, για να αποφασίσει ο επενδυτής να εγκαταλείψει το εργοστάσιο, μικραίνει και οι τιμές γίνονται πιο χαμηλές.

Επομένως, εδώ φαίνονται οι δύο διαστάσεις της αβεβαιότητας, αφενός υπάρχει δυσκολία στο να πάρει κάποιος την απόφαση να χτίσει ή να εγκαταλείψει, όταν δεν είναι εύκολο να προβλέψει την αγορά, γιατί χρειάζεται μεγαλύτερη ασφάλεια, ταυτόχρονα όμως αυτή η δυσκολία στην πρόβλεψη δημιουργεί και την πιθανότητα για μεγάλο κέρδος.

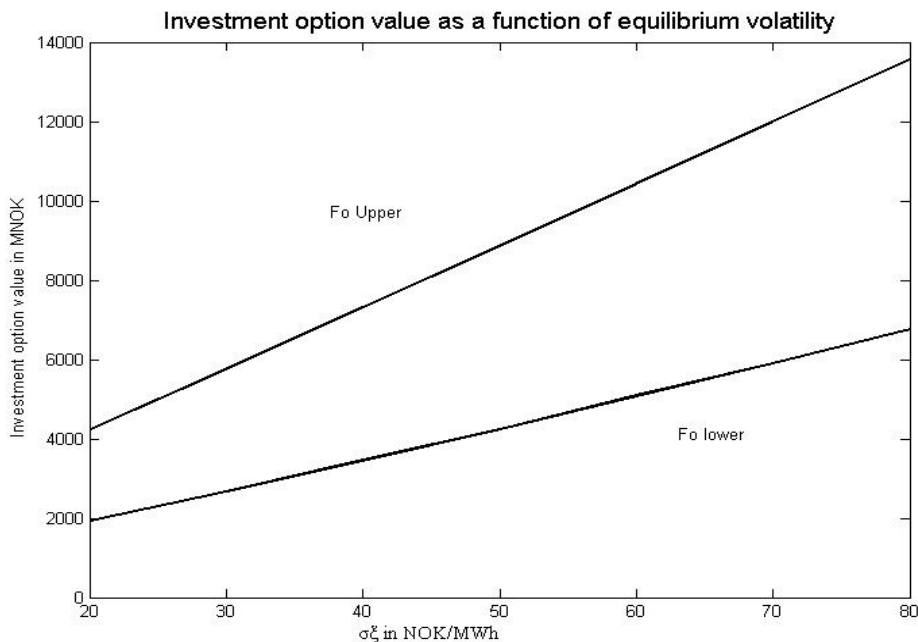


Διάγραμμα 5.18: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης όταν λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης συναρτήσει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$



Το επόμενο Διάγραμμα 5.19 προέκυψε από την επίλυση του Κώδικα 2 και Κώδικα 3, δηλαδή δε συμπεριλαμβάνεται η δυνατότητα εγκατάλειψης και δείχνει την ανώτερη και κατώτερη αξία της δυνατότητας επένδυσης συναρτήσει της τυπικής απόκλισης. Οι καμπύλες έχουν την ίδια κλίση με αυτές του 5.16, γεγονός, που είναι λογικό από τη στιγμή, που τα διαγράμματα αυτά προέκυψαν από την επίλυση της Εξίσωσης 11 για τις τιμές του  $\xi$  του Διαγράμματος 5.16. Έτσι προκύπτει ότι η ανώτερη αξία της δυνατότητας επένδυσης έχει πολύ μεγαλύτερη αύξηση από της κατώτερης αξίας συναρτήσει της τυπικής απόκλισης.

Διάγραμμα 5.19: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο της αξίας της δυνατότητας επένδυσης συναρτήσει της τυπικής απόκλισης  $\sigma_\xi$

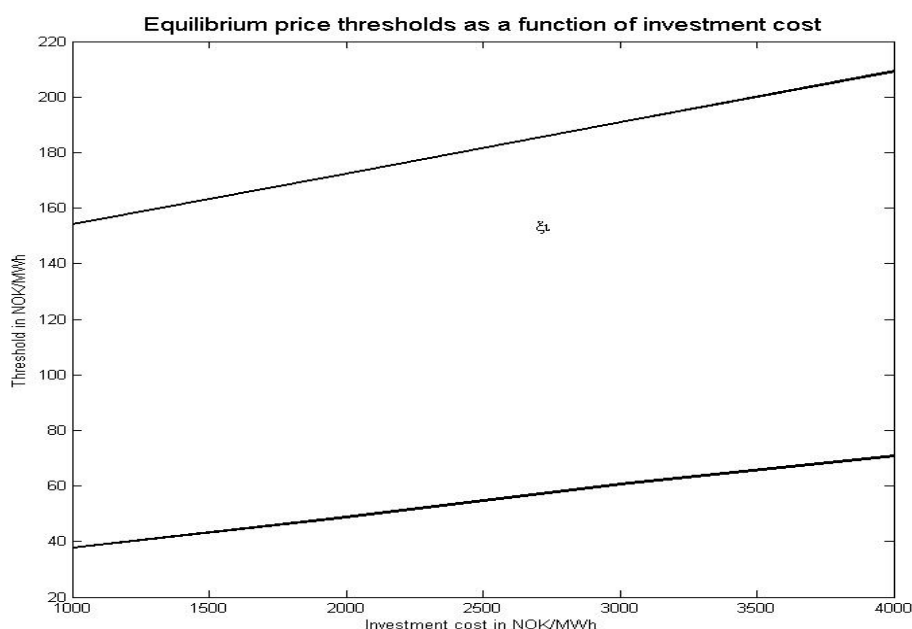


Στη συνέχεια επιλύθηκαν ο Κώδικας 2, Κώδικας 3, ο Κώδικας 4 και ο Κώδικας 5 για τις διάφορες τιμές του κόστους επένδυσης με σκοπό την παρακολούθηση της επιρροής του κόστους της επένδυσης στην απόφαση για επένδυση ή για εγκατάλειψη του εργοστασίου.

Στο Διάγραμμα 5.20 φαίνεται ότι όσο αυξάνεται το κόστος της επένδυσης, γραμμικά αυξάνονται και οι ανώτερες και κατώτερες οριακές τιμές του  $\xi$ , αφού όσο πιο πολλά είναι τα έξοδα της επένδυσης στο εργοστάσιο, τόσο πιο πολλά πρέπει να είναι τα έσοδα, που αναμένονται. Παρατηρείται, βέβαια, ότι ενώ το κόστος έχει τετραπλασιαστεί (από 1000 NOK/MWh πήγε 4000 NOK/MWh), οι τιμές του  $\xi$  αυξήθηκαν για το κατώτερο όριο από 40NOK/MWh σε 75NOK/MWh, δηλαδή σχεδόν διπλασιάστηκαν και για το ανώτερο όριο από 150NOK/MWh σε 210NOK/MWh, δηλαδή μια αύξηση 35% περίπου.

Επομένως, μια αύξηση της επένδυσης επηρεάζει πιο πολύ το κατώτερο όριο από το ανώτερο, αλλά και τα δύο δεν επηρεάζονται τόσο πολύ από μια μικρή μεταβολή του κόστους. Είναι προφανές ότι το κατώτερο όριο έχει μεγαλύτερη αύξηση, διότι όσο περισσότερα χρήματα είναι απαραίτητο να επενδυθούν για την κατασκευή του εργοστασίου, τόσο πιο πολύ ανεβαίνει το κατώτερο όριο επένδυσης και χρειάζονται πιο υψηλές τιμές στην αγορά, για να αποφασιστεί η επένδυση.

Διάγραμμα 5.20: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει του κόστους επένδυσης

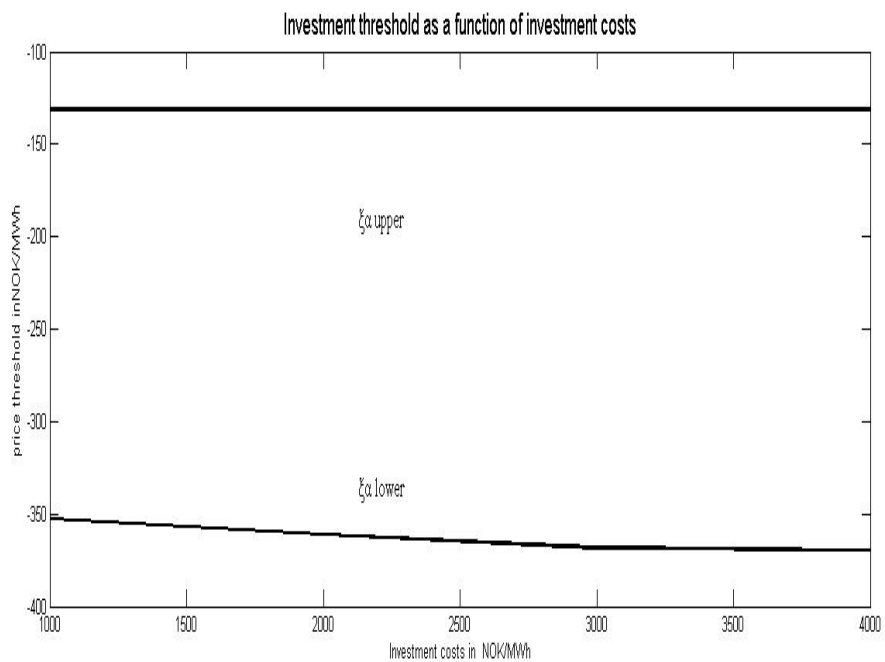


Στο Διάγραμμα 5.21 φαίνονται τα όρια εγκατάλειψης συναρτήσει του κόστους επένδυσης. Το ανώτερο όριο είναι σταθερό στις αλλαγές του κόστους, ενώ το κατώτερο όριο μεταβάλλεται ελάχιστα. Άρα, τα όρια εγκατάλειψης δεν επηρεάζονται από το κόστος της επένδυσης.

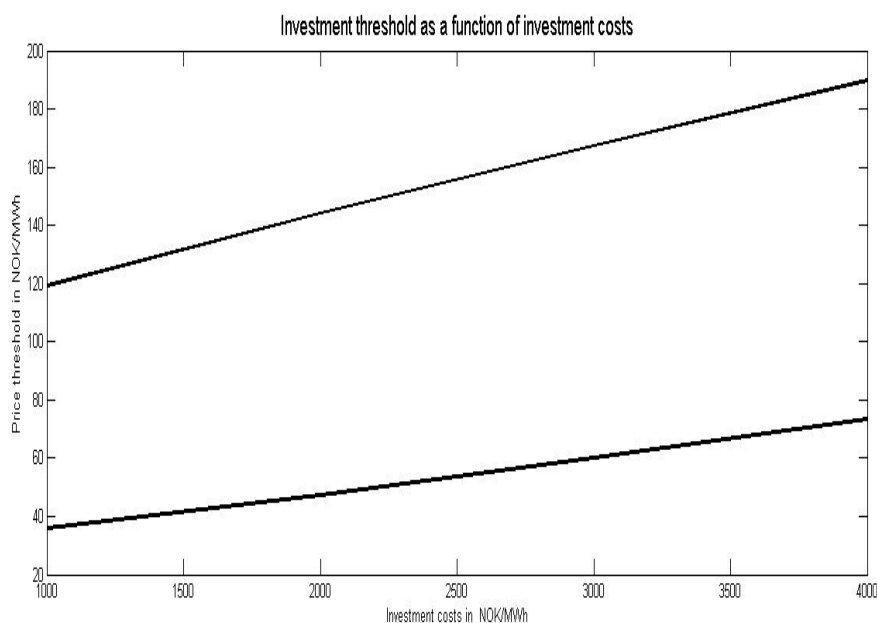
Επομένως, αν έχει γίνει μια επένδυση σε μια εγκατάσταση, όποιο και να είναι το κόστος της, αν η ισοδύναμη τιμή του spark spread πέσει κάτω από μια οριακή τιμή, σε αυτή την περίπτωση  $\xi = -130 \text{ NOK/MWh}$ , συμφέρει να εγκαταλειφθεί ο

εξοπλισμός και να αξιοποιηθεί η υπολειμματική αξία, η οποία θεωρείται ότι είναι το 35% του κόστους της επένδυσης. Οπότε όσο αυξημένο και να είναι το κόστος της επένδυσης, ο επενδυτής, αν δεν έχει αρκετό κέρδος από την επένδυση, θα πάρει ένα μέρος των χρημάτων, που είχε αρχικά επενδύσει.

Διάγραμμα 5.21: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει του κόστους επένδυσης



Διάγραμμα 5.22: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης (όταν λαμβάνεται υπόψη η πιθανότητα εγκατάλειψης) συναρτήσει του κόστους επένδυσης

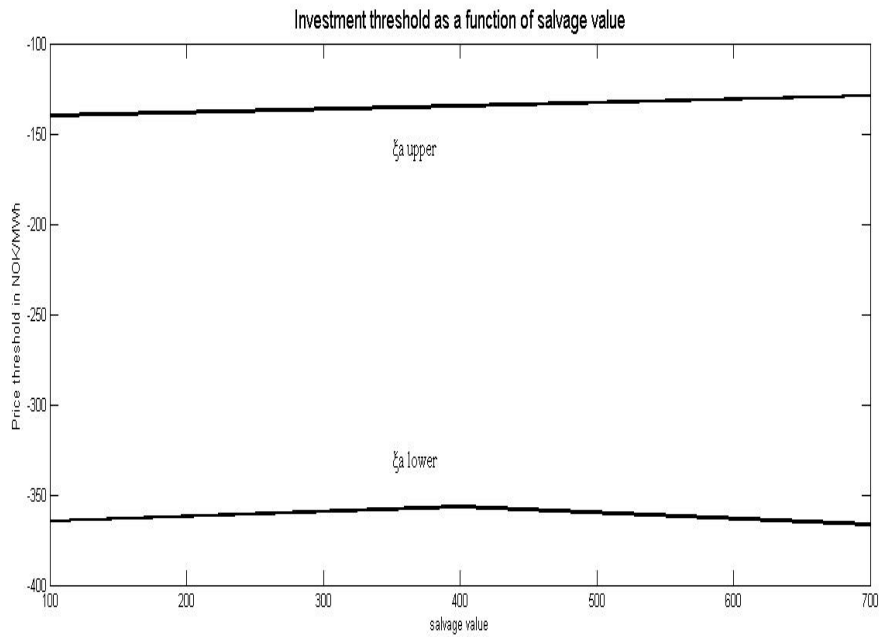


Στο Διάγραμμα 5.22 παρουσιάζονται τα όρια της επένδυσης, όταν έχει ληφθεί υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης συναρτήσει του κόστους επένδυσης. Παρατηρείται ότι το Διάγραμμα 5.22 είναι όμοιο με το 5.20, δηλαδή η δυνατότητα για εγκατάλειψη δεν επηρεάζει σημαντικά τις οριακές τιμές για επένδυση. Η μόνη διαφορά είναι ότι οι τιμές είναι λίγο πιο χαμηλές, δεδομένου ότι έχει συμπεριληφθεί και η δυνατότητα της εγκατάλειψης.

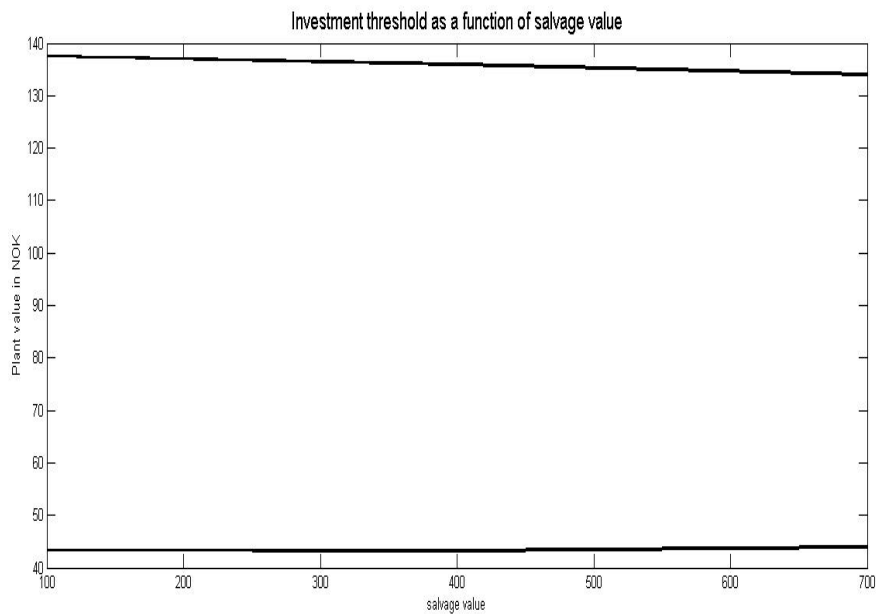
Στα επόμενα διαγράμματα απεικονίζονται οι καμπύλες των οριακών τιμών εγκατάλειψης, 5.23, και των οριακών τιμών επένδυσης, 5.24, συναρτήσει της υπολειμματικής αξίας.

Από το Διάγραμμα 5.23 προκύπτει ότι το ανώτερο όριο της τιμής εγκατάλειψης του εξοπλισμού έχει μια μικρή αύξηση, όσο αυξάνει η τιμή της υπολειμματικής αξίας, ενώ το κατώτερο παραμένει σταθερό. Είναι προφανές ότι όσο πιο μεγάλο θα είναι το κέρδος, που θα έχει ο επενδυτής, αν εγκαταλείψει την επένδυση, τόσο πιο πολύ αυξάνεται το ανώτερο όριο της τιμής εγκατάλειψης και το εύρος των τιμών μεγαλώνει, ώστε να καθιστά ευκολότερη την απόφαση εγκατάλειψης του εξοπλισμού και την αξιοποίηση της υπολειμματικής αξίας.

Διάγραμμα 5.23: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει της υπολειμματικής αξίας



Διάγραμμα 5.24: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης (όταν λαμβάνεται υπόψη η πιθανότητα εγκατάλειψης) συναρτήσει της υπολειμματικής αξίας

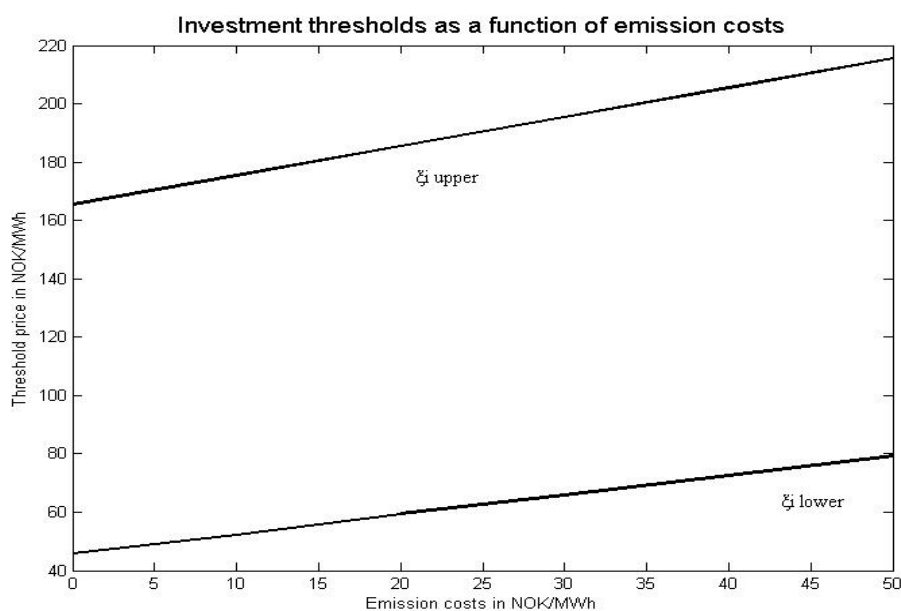


Στο Διάγραμμα 5.24 φαίνεται ότι οι οριακές τιμές για την επένδυση στο εργοστάσιο, όταν λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης, δεν μεταβάλλονται σημαντικά από την αλλαγή της υπολειμματικής αξίας. Επομένως, προκύπτει ότι πιο σημαντικό ρόλο για την απόφαση για επένδυση στο εργοστάσιο παίζει το κόστος της επένδυσης και όχι η υπολειμματική αξία. Γενικά, παρατηρείται ότι η υπολειμματική αξία δεν επηρεάζει σημαντικά ούτε την απόφαση για εγκατάλειψη ούτε την απόφαση για επένδυση.

Ακόμη προέκυψε από τη μελέτη ότι η περίπτωση της επένδυσης, όταν λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης, δεν έχει σημαντικές διαφορές από την περίπτωση, που δε λαμβάνεται, οπότε στη συνέχεια θα μελετάται μόνο η μία περίπτωση.

Στο Διάγραμμα 5.25 και 5.26 αναλύονται οι οριακές τιμές επένδυσης και εγκατάλειψης αντίστοιχα συναρτήσει του κόστους των εκπομπών CO<sub>2</sub>.

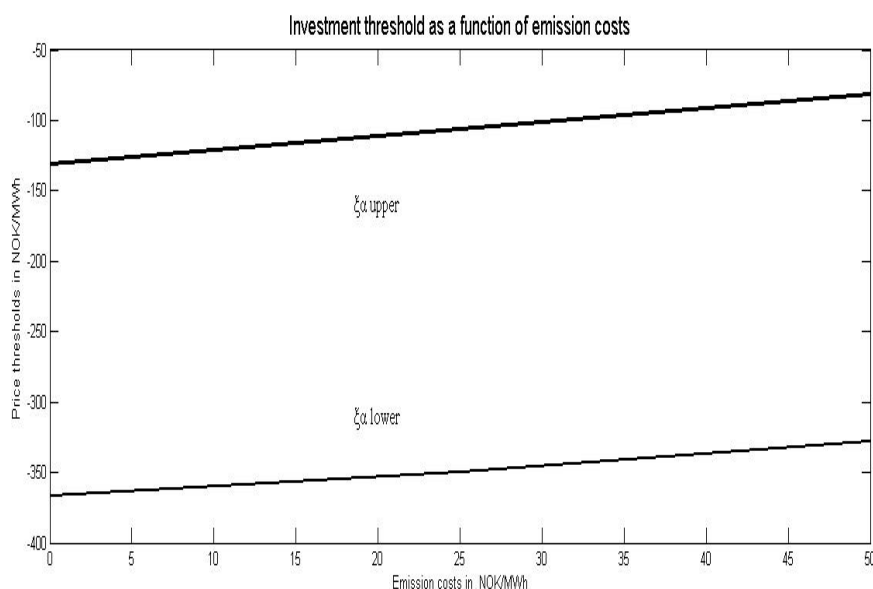
Διάγραμμα 5.25: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει του κόστους των εκπομπών CO<sub>2</sub>



Στο Διάγραμμα 5.25 καθώς και στο Διάγραμμα 5.26 παρατηρείται ότι το ανώτερο και το κατώτερο όριο των τιμών αυξάνεται γραμμικά με την αύξηση των εξόδων καυσαερίων με κλίση 1NOK/MWh. Επομένως, αν το κόστος των ρύπων αυξηθεί κατά 1NOK/MWh, τότε και τα όρια των τιμών αυξάνονται κατά 1NOK/MWh. Μια αλλαγή στο κόστος των ρύπων CO<sub>2</sub> μπορεί να θεωρηθεί ως μια αλλαγή στην αρχική τιμή της ισοδύναμης τιμής. Παρόλο, που σε αυτή τη μελέτη έχει γίνει αποδεκτή η παραδοχή ότι τα έξοδα E είναι σταθερά, ένας εύκολος τρόπος, για να εκφραστεί η αβεβαιότητα του κόστους των εκπομπών, είναι μέσω της αβεβαιότητας της ισοδύναμης τιμής, από τη στιγμή που έχει προκύψει ότι η αύξηση του E κατά 1NOK/MWh αυξάνει το  $\xi$  κατά ένα 1NOK/MWh.

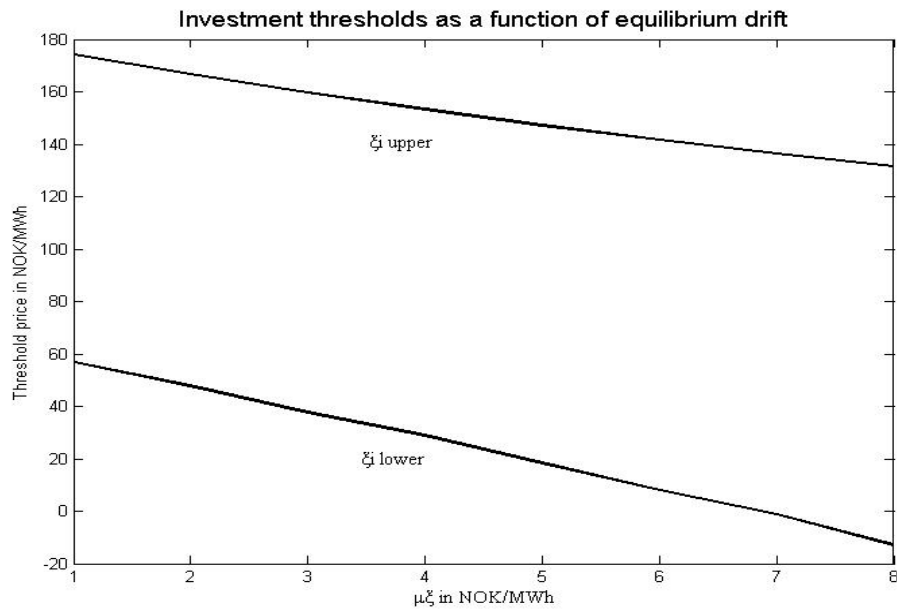
Συγκρίνοντας τα δύο διαγράμματα προκύπτει το συμπέρασμα ότι, όταν αυξάνονται τα έξοδα E, τότε χρειάζεται μια πιο υψηλή στιγμιαία τιμή του  $\xi$ , για να παρθεί η απόφαση για επένδυση, καθώς και μια όχι τόσο χαμηλή τιμή του  $\xi$ , για να παρθεί η απόφαση για εγκατάλειψη της επένδυσης. Άρα, η αύξηση του κόστους των ρύπων δυσκολεύει την απόφαση για επένδυση και κάνει πιο εύκολη την απόφαση για εγκατάλειψη.

Διάγραμμα 5.26: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει του κόστους των εκπομπών CO<sub>2</sub>

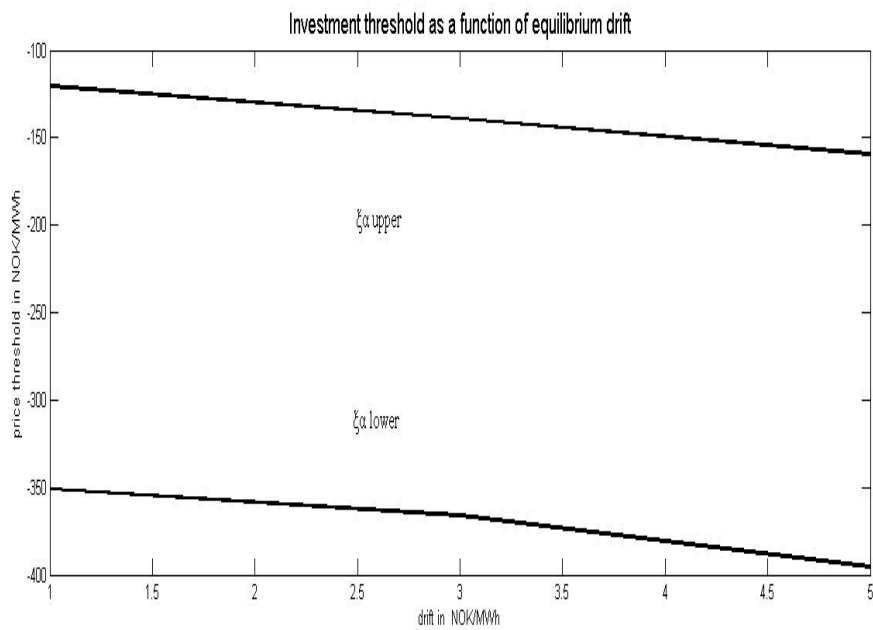




Διάγραμμα 5.27: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει του drift της ισοδύναμης τιμής



Διάγραμμα 5.28: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει του drift της ισοδύναμης τιμής

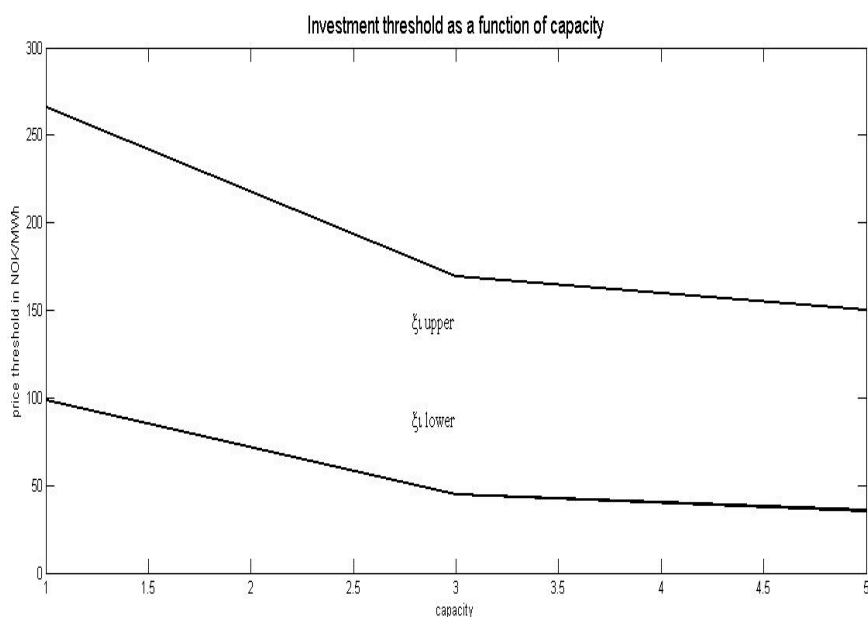


Στα Διαγράμματα 5.27 και 5.28 αναλύονται τα ανώτερα και κατώτερα όρια των τιμών για επένδυση και για εγκατάλειψη αντίστοιχα συναρτήσεων του drift. Επειδή το drift εκφράζει την τάση, που θα έχει η ισοδύναμη τιμή, σημαίνει ότι μια αύξησή του αναμένει ότι θα αυξηθεί και η ισοδύναμη τιμή και το spark spread εν συνεχεία. Επομένως, όσο αυξάνεται το drift στο Διάγραμμα 5.27, λογικό είναι να μειώνονται τα όρια επένδυσης, ώστε να μην απαιτείται μεγάλη τιμή στη στιγμιαία ισοδύναμη τιμή, για να παρθεί η απόφαση για επένδυση. Αφού, η αύξηση του drift προβλέπει ότι θα αυξηθεί το  $\xi$ , άρα θα γίνει πιο συμφέρουσα η επένδυση.

Αντίστοιχα, στο Διάγραμμα 5.28 με την αύξηση του drift μειώνονται οι οριακές τιμές της ισοδύναμης τιμής για εγκατάλειψη. Αυτό απαιτεί πολύ πιο χαμηλές τιμές στην αγορά για το  $\xi$ , για να παρθεί η απόφαση για εγκατάλειψη. Άρα, η αύξηση του drift δυσκολεύει την απόφαση για εγκατάλειψη της επένδυσης και αξιοποίησης της υπολειμματικής αξίας, από τη στιγμή που προβλέπει ότι η τιμή του  $\xi$  θα αυξηθεί.

Άρα, η αύξηση του drift επηρεάζει θετικά την απόφαση για επένδυση και αρνητικά την απόφαση για εγκατάλειψη της επένδυσης.

Διάγραμμα 5.29: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσεων της ικανότητας παραγωγής

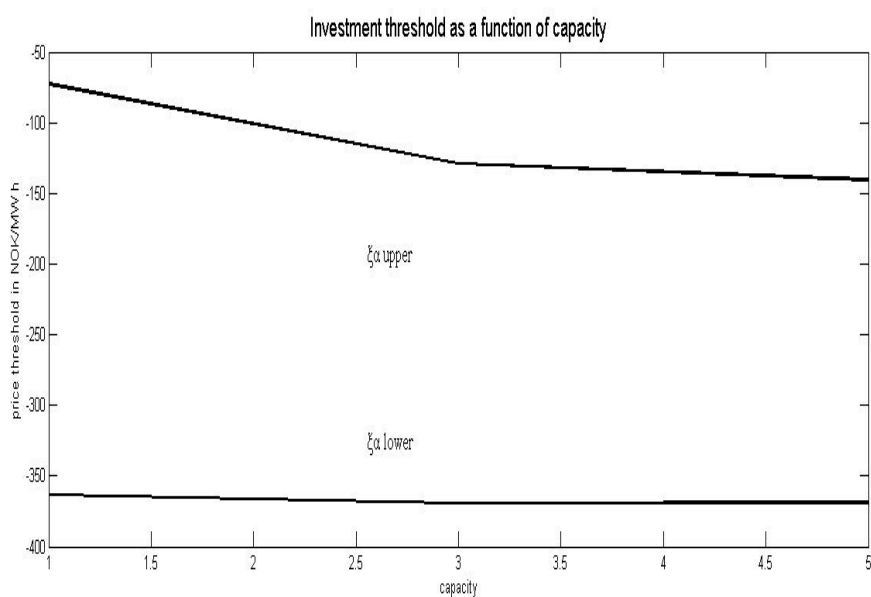


Στο Διάγραμμα 5.29 και 5.30 αναλύεται πόσο επηρεάζει το ανώτερο και το κατώτερο όριο της επένδυσης και εγκατάλειψης αντίστοιχα η αύξηση της ικανότητας παραγωγής C. Προκύπτει για το 5.29 ότι, όσο αυξάνεται η ικανότητα παραγωγής, οι οριακές τιμές μειώνονται με την ίδια κλίση, μέχρι το σημείο, που η ικανότητα παραγωγής να φτάσει 3TWh/year. Στη συνέχεια οι τιμές σχεδόν σταθεροποιούνται γύρω από τις τιμές [45:160]NOK/MWh. Αυτή η μείωση οφείλεται στο γεγονός ότι η αύξηση της ικανότητας παραγωγής αυξάνει την αξία του εργοστασίου, επομένως, όσο αυξάνεται η αξία του, τόσο μικρότερη τιμή χρειάζεται, για να προσελκύσει τους επενδυτές.

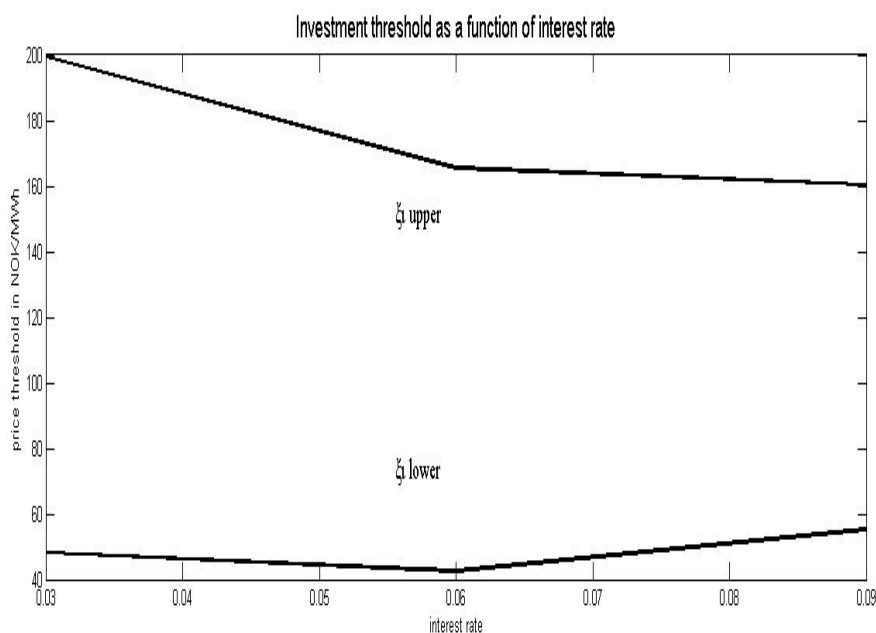
Από την άλλη στο Διάγραμμα 5.30, όπου φαίνονται οι τιμές εγκατάλειψης, προκύπτει ότι αυτή η αύξηση της ικανότητας παραγωγής, οπότε και της αξίας του εργοστασίου, κάνει το εύρος των τιμών εγκατάλειψης μικρότερο και τις τιμές πιο χαμηλές, ώστε η απόφαση εγκατάλειψης του εξοπλισμού να είναι πιο δύσκολη και μόνο σε περιπτώσεις, που η τιμή γίνει αρκετά χαμηλή.

Άρα, η αύξηση της ικανότητας παραγωγής C, δηλαδή η αύξηση της αξίας του εργοστασίου, επηρεάζει θετικά την απόφαση για επένδυση και αρνητικά την απόφαση για εγκατάλειψη της επένδυσης.

Διάγραμμα 5.30: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει της ικανότητας παραγωγής



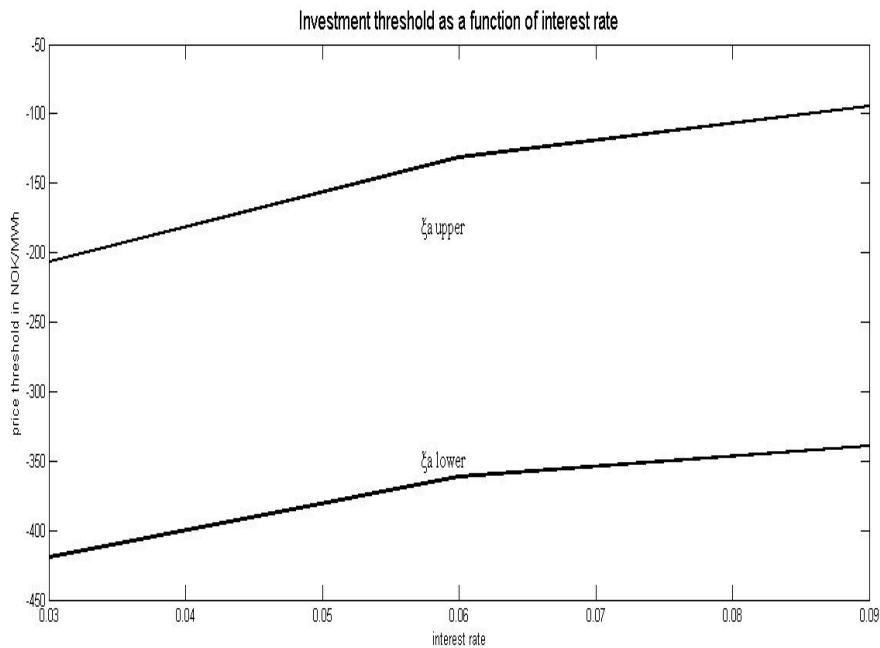
Διάγραμμα 5.31: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει του interest rate



Στο Διάγραμμα 5.31 και 5.32 παρουσιάζονται οι καμπύλες των οριακών τιμών επένδυσης και εγκατάλειψης συναρτήσει του interest rate. Στο 5.31 παρατηρείται ότι το κατώτερο όριο επένδυσης έχει πολύ μικρή μεταβολή, ενώ το ανώτερο όριο μειώνεται με την αύξηση του  $r$ . Γενικά για τιμές του  $r=6-9\%$ , οι οποίες είναι και οι κύριες τιμές του interest rate για επενδύσεις ενέργειας, τα όρια του  $\xi$  είναι σχετικά σταθερά. Το κατώτερο όριο αρχίζει να αυξάνεται λίγο, γεγονός που σημαίνει ότι, όσο αυξάνεται το  $r$ , χρειάζονται λίγο μεγαλύτερες τιμές της ισοδύναμης, για να είναι κερδοφόρα η επιχείρηση.

Στο Διάγραμμα 5.32 προκύπτει ότι με την αύξηση του interest rate οι τιμές των ορίων εγκατάλειψης αυξάνονται, κάνοντας την πιθανότητα εγκατάλειψης της επένδυσης πιο ελκυστική. Άρα, η αύξηση του  $r$  και επομένως του κινδύνου που υπολογίζεται μέσω αυτού, επηρεάζει θετικά τα όρια εγκατάλειψης και αρνητικά τα όρια επένδυσης.

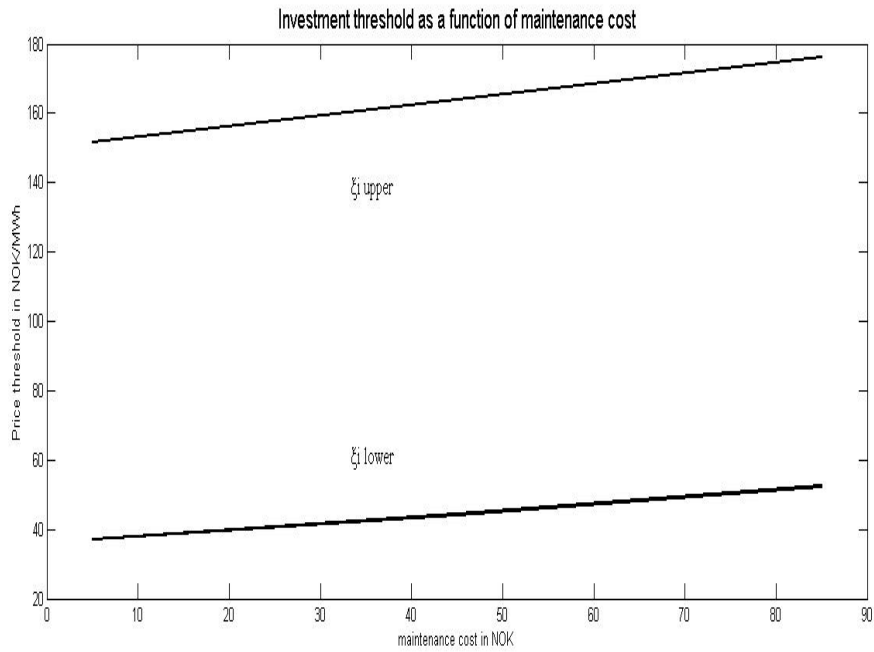
Διάγραμμα 5.32: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει του interest rate



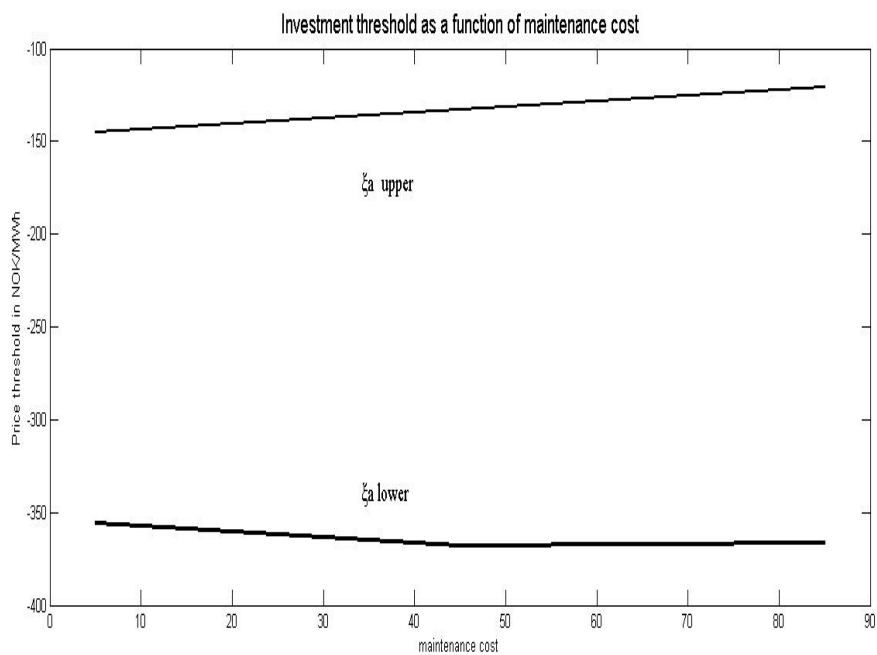
Ακολουθούν τα Διαγράμματα 5.33 και 5.34, τα οποία απεικονίζουν τις οριακές τιμές επένδυσης και εγκατάλειψης συναρτήσει του κόστους συντήρησης. Στο 5.33 παρατηρείται ότι με την αύξηση του κόστους συντήρησης αυξάνονται και οι ανώτερες και κατώτερες οριακές τιμές επένδυσης. Αυτό δικαιολογείται από το γεγονός ότι, όσο τα έξοδα συντήρησης είναι πιο πολλά, τόσο πιο μεγάλη χρειάζεται να είναι η ισοδύναμη τιμή, άρα και το spark spread, ώστε να ξεπερνιέται αυτό το κόστος και να είναι κερδοφόρα η επένδυση.

Αντίθετα, στο Διάγραμμα 5.34, όπου φαίνονται οι οριακές τιμές εγκατάλειψης συναρτήσει του κόστους συντήρησης, προκύπτει ότι η αύξηση του κόστους αυξάνει και την ανώτερη οριακή τιμή επένδυσης, μεγαλώνοντας την πιθανότητα εγκατάλειψης του εξοπλισμού. Ακολουθώντας την ίδια λογική, αν τα έσοδα δεν είναι αρκετά, ώστε να ξεπερνούν το κόστος συντήρησης, η ευκαιρία εγκατάλειψης μεγαλώνει.

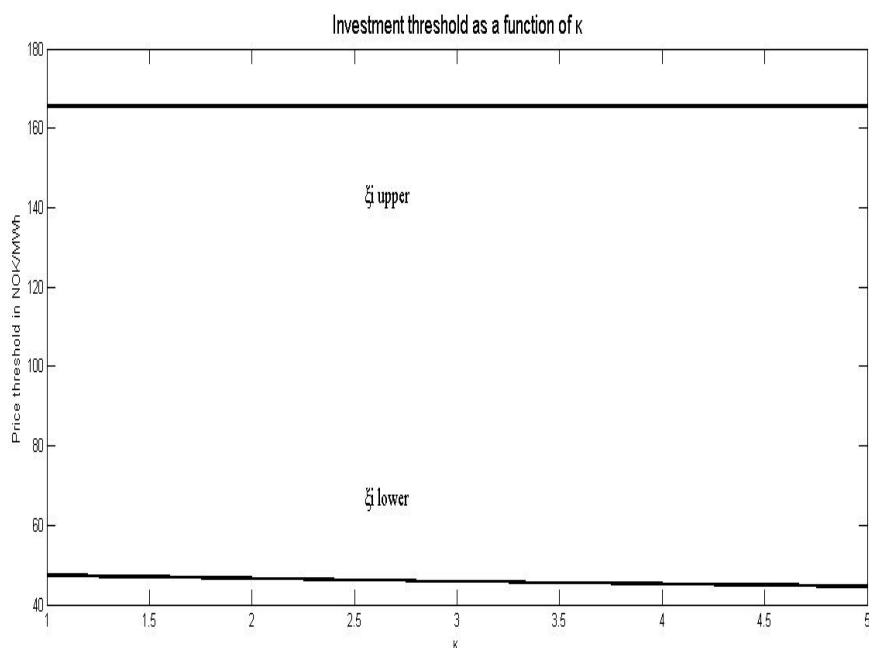
Διάγραμμα 5.33: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει του κόστους συντήρησης



Διάγραμμα 5.34: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει του κόστους συντήρησης



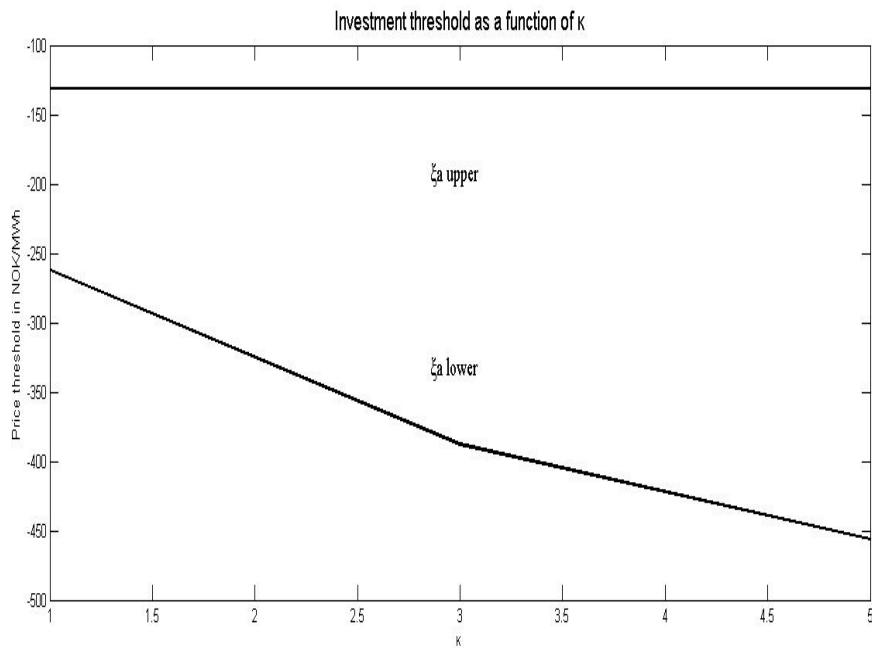
Διάγραμμα 5.35: Το ανώτερο και κατώτερο όριο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει του παράγοντα  $\kappa$



Τέλος, στα Διαγράμματα 5.35 και 5.36 απεικονίζονται οι οριακές τιμές επένδυσης και εγκατάλειψης συναρτήσει του παράγοντα  $\kappa$ , δηλαδή του ρυθμού εξαφάνισης του short term deviation. Από το 5.35 προκύπτει ότι τα όρια επένδυσης είναι ανεπηρέαστα από τις αλλαγές στο  $\kappa$ . Φυσικά, στη μελέτη το  $\chi(0)$  θεωρείται 0, δηλαδή δε λαμβάνεται υπόψη στη μελέτη της επένδυσης ο short term παράγοντας, όμως λαμβάνεται το  $\kappa$  και προκύπτει ότι δε φέρνει αλλαγές στην απόφαση για επένδυση, αν το  $\chi(0)$  θα εξαφανιστεί πιο σύντομα ή πιο αργά.

Όμως, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 5.36, ο παράγοντας  $\kappa$  επηρεάζει την κατώτερη τιμή εγκατάλειψης της επένδυσης και με την αύξηση του  $\kappa$  το κατώτερο όριο μειώνεται και το εύρος μεγαλώνει. Το ανώτερο όριο της τιμής εγκατάλειψης μένει σταθερό στις αλλαγές του  $\kappa$ . Επομένως, όσο πιο πολύ αυξάνει το  $\kappa$  και επομένως εξαφανίζεται πιο γρήγορα το  $\chi(0)$ , το εύρος των τιμών εγκατάλειψης μεγαλώνει, κάνοντας την απόφαση για εγκατάλειψη πιο ελκυστική.

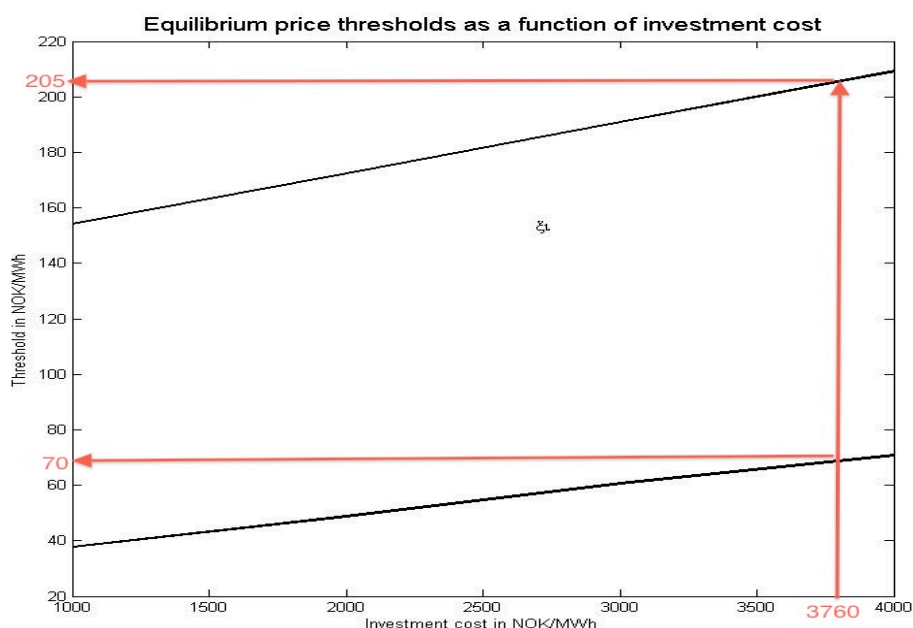
Διάγραμμα 5.36: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών εγκατάλειψης συναρτήσει του παράγοντα κ



Στη συνέχεια θα μελετηθεί αν συμφέρει με τις δεδομένες τιμές της αγοράς να γίνει μια επένδυση σε ένα εργοστάσιο με τεχνολογία με χαμηλές εκπομπές ρύπων. Σύμφωνα με τους Undrum et al, 2000 και τα στοιχεία του Πίνακα 4.1, το κόστος για την επένδυση ενός εργοστασίου με τεχνολογία με χαμηλές εκπομπές ρύπων είναι 3760NOK/MWh. Επομένως, τα όρια του  $\xi$  προκύπτουν από το Διάγραμμα 5.20α [70:205]. Όμως η στιγμιαία τιμή του  $\xi$  είναι 62.3 NOK/MWh. Επομένως, αυτή τη δεδομένη στιγμή δε θα συνέφερε να γίνει η επένδυση.



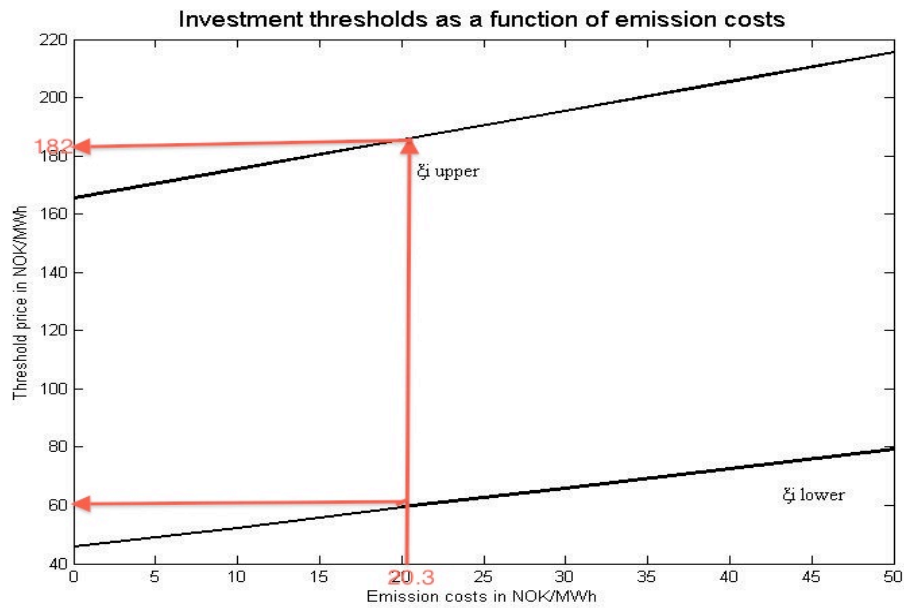
Διάγραμμα 5.20α: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει του κόστους επένδυσης



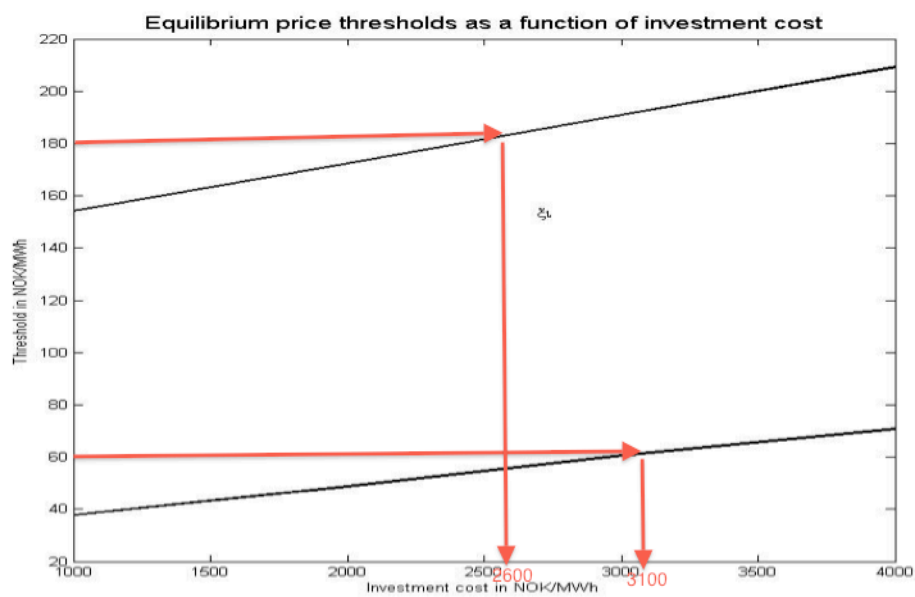
Ακόμη, θα μελετηθεί πόσο χρειάζεται να είναι το κόστος του εξοπλισμού για τη συλλογή του διοξειδίου του άνθρακα, ώστε να προσελκύσει έναν επενδυτή να αγοράσει μια τέτοια τεχνολογία. Σύμφωνα με το χρηματιστήριο του διοξειδίου του άνθρακα το κόστος θα είναι 20.3NOK/MWh (8USD/tonne). Οπότε από το Διάγραμμα 5.25α οι οριακές τιμές, για να χτιστεί ένα εργοστάσιο χωρίς την τεχνολογία συλλογής CO<sub>2</sub> είναι [60:182].

Επομένως, για να γίνει η επένδυση, όπως φαίνεται και στο Διάγραμμα 5.20β, που ακολουθεί, πρέπει η τιμή του κόστους της τεχνολογίας να μειωθεί από 3760-3100=660NOK/MWh έως 3760-2600=1160NOK/MWh, δηλαδή κατά μέσο όρο χρειάζεται να μειωθεί κατά 910NOK/MWh, ώστε να συμφέρει να επενδύσει κάποιος σε αυτή την τεχνολογία. Φυσικά, είναι μια απλοποιημένη μελέτη, γιατί χρησιμοποιήθηκε μια χαμηλή τιμή για το κόστος των εκπομπών καυσαερίων και δεν έχουν ληφθεί υπόψη τα έξοδα για συντήρηση της τεχνολογίας αυτής, ούτε η απόδοσή της. Παρόλα αυτά προκύπτει ότι χρειάζεται να αυξηθεί σημαντικά το κέρδος, για να γίνει ελκυστική η επένδυση σε πράσινη τεχνολογία συλλογής του διοξειδίου του άνθρακα.

Διάγραμμα 5.25α: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει του κόστους των εκπομπών CO<sub>2</sub>



Διάγραμμα 5.20β: Το ανώτερο και κατώτερο άκρο οριακών τιμών επένδυσης συναρτήσει του κόστους επένδυσης



## 6. Συμπεράσματα

Στην παρούσα μελέτη έγινε ανάλυση της επένδυσης σε ένα σταθμό παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με καύση φυσικού αερίου. Συγκεκριμένα αναλύθηκε μια μέθοδος προσδιορισμού του κατώτερου και του ανώτερου ορίου, ανάμεσα στα οποία είναι συμφέρουσα η επένδυση σε ένα τέτοιο εργοστάσιο και αναπτύχθηκε ένα υπολογιστικό μοντέλο για τον υπολογισμό αυτών των ορίων.

Αρχικά, εφαρμόστηκε ένα ρεαλιστικό μοντέλο δύο παραγόντων σύμφωνα με τη μελέτη των Stein-Erik Fleten, Erkka Näsäkkälä, 2009. Χρησιμοποιήθηκε το *spark-spread* ως μονάδα μέτρησης του περιθωρίου κέρδους ενός επενδυτή σε ένα εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από καύση φυσικού αερίου. Αυτό ορίζεται ως η διαφορά του κόστους του ηλεκτρισμού από το κόστος του φυσικού αερίου, το οποίο χρειάζεται για την παραγωγή του ηλεκτρισμού.

Στη συνέχεια αναπτύχθηκε ένα μοντέλο δύο παραγόντων, της ισοδύναμης τιμής  $\xi$  και ενός βραχυπρόθεσμου παράγοντα, που τείνει να εξαφανιστεί. Με στόχο να παρέχονται ρεαλιστικά αποτελέσματα, αλλά ταυτόχρονα να καθίσταται και εύκολη η αξιολόγηση πραγματικών και χρηματοοικονομικών επιλογών. Στο μοντέλο αυτό η ισοδύναμη τιμή θεωρείται ότι αναπτύσσεται σύμφωνα με μια γεωμετρική κίνηση Brown (*geometric Brownian motion*) με τάση (*drift*) και ο βραχυπρόθεσμος παράγοντας (*short-term deviation*) ακολουθεί τη διαδικασία Ornstein-Uhlenbeck και έχει την τάση η τιμή του να μηδενίζεται. Βέβαια, επειδή κανένας από αυτούς τους δύο παραπάνω παράγοντες δεν μπορεί να γίνει άμεσα αντιληπτός, για τον λόγο αυτό υπολογίζονται από *forward contracts* του φυσικού αερίου και του ηλεκτρισμού, σύμφωνα με τους Näsäkkälä, E., Fleten, S.-E., 2005.

Στην επόμενη παράγραφο έγινε υπολογισμός του ανώτερου και του κατώτερου ορίου της αξίας ενός εργοστασίου παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με καύση φυσικού αερίου. Υπάρχουν δύο διαφορετικές τεχνολογίες εργοστασίων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από φυσικό αέριο: τα εργοστάσια βασικού φορτίου, που είναι ανεξάρτητα από το *spark-spread* και τα έξοδα εκπομπών καυσαερίου και τα

ευέλικτα. Η αξία των εργοστασίων ισούται με την παρούσα αξία των αναμενόμενων χρηματοροών.

Σε επόμενο στάδιο χρησιμοποιήθηκαν τα όρια της αξίας του εργοστασίου  $V$  για τον προσδιορισμό των οριακών τιμών της ισοδύναμης τιμής για επένδυση. Αυτό συνέβη μέσω της αξιολόγησης της επιλογής για επένδυση (valuing the option to invest) σύμφωνα με τους Dixit, A.K., Pindyck, R.S., 1994. Ορίστηκε ότι το χτίσιμο του εργοστασίου συμφέρει, όταν η ισοδύναμη τιμή  $\xi$  εμπίπτει σε ένα όριο τιμών  $\xi_i$  και παρουσιάστηκε το σύστημα εξισώσεων για τον προσδιορισμό αυτών των οριακών τιμών  $\xi_i$ . Επίσης, αναλύθηκε πώς αλλάζει η απόφαση για επένδυση, αν υπάρχει η δυνατότητα εγκατάλειψης του εργοστασίου και ανάληψης της υπολειμματικής αξίας  $J$ . Σε αυτή την περίπτωση, όταν λαμβάνεται η απόφαση να χτιστεί το εργοστάσιο, τότε ο επενδυτής λαμβάνει με το εργοστάσιο και τη δυνατότητα εγκατάλειψής του. Παρουσιάστηκε το σύστημα εξισώσεων για τον προσδιορισμό αυτών των οριακών τιμών επένδυσης  $\xi_i$  και εγκατάλειψης  $\xi_a$ .

Στην επόμενη ενότητα χρησιμοποιήθηκαν τα εργαλεία, που έχουν αναλυθεί, ώστε να προσδιοριστούν τα όρια της αξίας του εργοστασίου και οι οριακές τιμές επένδυσης, αλλά και εγκατάλειψης ενός εργοστασίου παραγωγής ηλεκτρισμού με την καύση φυσικού αερίου. Εφαρμόστηκε ένας υπολογιστικός κώδικας, ο οποίος προγραμματίστηκε σε υπολογιστικό περιβάλλον Matlab. Επίσης έγινε χρήση των στοιχείων, όπως έχουν υπολογιστεί από τους Undrum et al, 2000, για την κατασκευή και λειτουργία ενός εργοστασίου στη Νορβηγία.

Αρχικά, αναλύθηκε ο κώδικας, που δημιουργήθηκε για τον προσδιορισμό των ορίων της αξίας του εργοστασίου. Και στη συνέχεια αναλύθηκε ο κώδικας, που δημιουργήθηκε για τον προσδιορισμό των οριακών τιμών επένδυσης και εγκατάλειψης, όπου χρησιμοποιήθηκε μια επαναληπτική μέθοδος. Η μέθοδος ονομάζεται 'μέθοδος σταθερού σημείου'. Προσδιορίζεται, δηλαδή το πεδίο ορισμού της τιμής  $\xi$ . Επιλέγεται ένα τυχαίο  $\xi$  εντός του πεδίου και από το σύστημα εξισώσεων υπολογίζεται ένα καινούριο  $\xi$ . Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται. Όταν η καινούρια τιμή δε διαφέρει από την παλιά, τότε η μέθοδος συγκλίνει.

Σύμφωνα με τα δεδομένα και το μοντέλο, που δημιουργήθηκε και αναλύθηκε, αρχικά σύμφωνα και με τον Κώδικα 1 υπολογίστηκε το ανώτερο και το κατώτερο όριο της αξίας του εργοστασίου και προέκυψε  $V_L=4566\text{MNOK}$  και  $V_U=7586\text{MNOK}$ . Στη συνέχεια σύμφωνα με τον Κώδικα 2 υπολογίστηκε το ανώτατο όριο επένδυσης  $\xi_{IU}=165.5 \text{ NOK/MWh}$ , όταν δε λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης και από τον Κώδικα 3 το κατώτερο  $\xi_{IL}=45.7\text{NOK/MWh}$ . Τέλος, από τον Κώδικα 4 υπολογίστηκαν τα ανώτερα όρια εγκατάλειψης  $\xi_{AU}^A=-131.2\text{NOK/MWh}$  και επένδυσης  $\xi_{IU}^A=134.6\text{NOK/MWh}$  και από τον Κώδικα 5 τα κατώτερα όρια  $\xi_{AL}^A=-362.4\text{NOK/MWh}$ ,  $\xi_{IL}^A=43.5\text{NOK/MWh}$ .

Στη συνέχεια επιλύθηκαν οι κώδικες, που αναπτύχθηκαν συναρτήσει διαφόρων παραμέτρων, ώστε να γίνει πιο κατανοητό από ποιές παραμέτρους και πώς επηρεάζεται η απόφαση για επένδυση και εγκατάλειψη και τα όρια της αξίας του εργοστασίου. Οι παράμετροι που μελετήθηκαν ήταν η διάρκεια ζωής του εργοστασίου  $T$ , η ικανότητα παραγωγής του  $C$  (capacity) [TWh/year], το drift [NOK/MWh] της ισοδύναμης τιμής, τα έξοδα καυσαερίων  $\text{CO}_2$   $E$  [NOK/MWh] (Emission Costs), τα έξοδα συντήρησης  $G$  [NOK/MWh] (maintenance costs), ο παράγοντας  $\kappa$ , η στιγμιαία τιμή της ισοδύναμης τιμής  $\xi_0$  [NOK/MWh], το interest rate  $r$ , η στιγμιαία τιμή του short term παράγοντα  $\chi_0$  [NOK/MWh], η υπολειμματική αξία  $J$  [MNOK], το κόστος επένδυσης  $I$  [NOK/MWh] και η τυπική απόκλιση της ισοδύναμης τιμής  $\sigma_\xi$  [NOK/MWh].

Επομένως, προέκυψε ότι η αξία του ευέλικτου εργοστασίου είναι σχεδόν διπλάσια από αυτή του βασικού φορτίου, άρα η ευελιξία του εργοστασίου παίζει σημαντικό ρόλο στην αξία του και στο περιθώριο κέρδους του επενδυτή. Επίσης, η μελέτη αυτή έδειξε ότι η αξία του εργοστασίου επηρεάζεται θετικά από την αύξηση της ικανότητας παραγωγής, δηλαδή η μεγαλύτερη δυνατότητα παραγωγής, αποφέρει περισσότερα έσοδα στο εργοστάσιο. Ακόμη, η αξία του εργοστασίου, επομένως και τα κέρδη των επενδυτών, μειώνονται γραμμικά με την αύξηση των ρύπων και η αύξηση τους επηρεάζει πολύ πιο αρνητικά το ευέλικτο από το βασικό. Άρα, όταν το κόστος των εκπομπών διοξειδίου του άνθρακα αυξάνεται πολύ, τότε τα κέρδη των επενδυτών πλήττονται σημαντικά.

Επιπλέον, προέκυψε ότι η αύξηση των εξόδων συντήρησης μειώνει γραμμικά την αξία και των δύο τύπων εργοστασίου με τον ίδιο ρυθμό, άρα επηρεάζει στον ίδιο βαθμό και τα δύο εργοστάσια. Ακόμη, έδειξε ότι η αξία του ευέλικτου είναι αντιστρόφως ανάλογη με τον παράγοντα κ. Επομένως, η πιο γρήγορη εξαφάνιση της βραχυπρόθεσμης αβεβαιότητας μειώνει την αξία του ευέλικτου εργοστασίου, το οποίο βασίζει την αξία του σε αυτή την ευελιξία, που προσφέρει στις διάφορες μεταβολές της ζήτησης. Επίσης, αύξηση του drift, που σημαίνει αύξηση της ισοδύναμης τιμής, οδηγεί σε αύξηση της αξίας του εργοστασίου, άρα η πρόβλεψη για αύξηση του περιθωρίου κέρδους κάνει το εργοστάσιο να έχει μεγαλύτερη αξία.

Στη συνέχεια παρατηρήθηκε ότι οι μεταβολές του interest rate επηρεάζουν με τον ίδιο τρόπο την αξία και των δύο εργοστασίων, άρα ο κίνδυνος, που κρύβεται στο r, επηρεάζει με τον ίδιο τρόπο την αξία του εργοστασίου. Ενώ αύξηση της στιγμιαίας τιμής του short term παράγοντα συντελεί σε γραμμική αύξηση των οριακών τιμών της αξίας του εργοστασίου, αφού ο παράγοντας αυτός αυξάνει το spark spread, επομένως και το περιθώριο κέρδους των επενδυτών.

Επίσης, προέκυψε ότι η ευελιξία του εργοστασίου παίζει σημαντικό ρόλο στον προσδιορισμό των οριακών τιμών. Παρατηρήθηκε ότι η τιμή  $\xi$ , δηλαδή το ανώτερο όριο επένδυσης, αυξάνεται, όσο αυξάνεται η τυπική απόκλιση της ισοδύναμης τιμής και η μεταβλητότητα της αγοράς. Το ίδιο συμβαίνει και με το κατώτερο όριο επένδυσης, δηλαδή αυτή η αβεβαιότητα, που υπάρχει στην αγορά, ανεβάζει το επίπεδο των τιμών, στο οποίο συμφέρει να επενδύσει κανείς. Ακόμη, καθώς αυξάνεται η τυπική απόκλιση, το ανώτερο και κατώτερο όριο της τιμής εγκατάλειψης μειώνονται. Επομένως, η μεγάλη αβεβαιότητα χρειάζεται πολύ χαμηλή τιμή του  $\xi$ , ώστε να ωθήσει τον επενδυτή να εγκαταλείψει, αλλά και αρκετά υψηλή τιμή, για να τον ωθήσει να επενδύσει.

Επίσης, προέκυψε ότι όσο αυξάνεται το κόστος της επένδυσης, αυξάνονται γραμμικά οι ανώτερες και κατώτερες οριακές τιμές του  $\xi$ , αφού όσο πιο πολλά είναι τα έξοδα της επένδυσης στο εργοστάσιο, τόσο πιο πολλά πρέπει να είναι και τα έσοδα, που αναμένονται, άρα και η στιγμιαία τιμή στην αγορά, ώστε να αποφασίσει κάποιος να κάνει την επένδυση. Αντίθετα, τα όρια εγκατάλειψης δεν επηρεάζονται από το κόστος της επένδυσης. Στη συνέχεια παρατηρήθηκε ότι το ανώτερο όριο της

τιμής εγκατάλειψης του εξοπλισμού έχει μια μικρή αύξηση, όσο αυξάνεται η τιμή της υπολειμματικής αξίας, ενώ το κατώτερο όριο παραμένει στην ίδια τιμή. Γενικά, συμπεραίνεται ότι η υπολειμματική αξία δεν επηρεάζει σημαντικά ούτε την απόφαση για εγκατάλειψη ούτε την απόφαση για επένδυση. Επομένως η απόφαση για εγκατάλειψη του εργοστασίου εξαρτάται μόνο από τα κέρδη του εργοστασίου και όχι από το ποσό της υπολειμματικής αξίας της επένδυσης. Από αυτή τη μελέτη επιπλέον προέκυψε ότι η περίπτωση της επένδυσης, όταν λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης, δεν έχει σημαντικές διαφορές από την περίπτωση, που δε λαμβάνεται. Η μόνη διαφορά είναι ότι οι τιμές, που προκύπτουν, είναι πιο μειωμένες από τη στιγμή που συνυπολογίζεται κ η αξία της εγκατάλειψης.

Ακόμη, η αύξηση του κόστους των ρύπων δυσκολεύει την απόφαση για επένδυση και κάνει πιο εύκολη την απόφαση για εγκατάλειψη, δηλαδή τα αυξημένα έξοδα των εκπομπών καυσαερίων δυσχεραίνουν την απόφαση για επένδυση σε ένα εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με καύση φυσικού αερίου. Παράλληλα, η αύξηση του drift και επομένως η τάση, που έχει η ισοδύναμη τιμή του spark spread να αυξηθεί, επηρεάζει θετικά την απόφαση για επένδυση και αρνητικά την απόφαση για εγκατάλειψη της επένδυσης, αφού σε αυτήν ενυπάρχουν η πιθανότητα αύξησης του  $\xi$  καθώς και του περιθωρίου κέρδους του εργοστασίου.

Επίσης, η αύξηση της ικανότητας παραγωγής C και η αύξηση της αξίας του εργοστασίου επηρεάζουν θετικά την απόφαση για επένδυση και αρνητικά την απόφαση για εγκατάλειψη της επένδυσης, γιατί η μεγαλύτερη ικανότητα παραγωγής του εργοστασίου κάνει την επένδυση πιο ελκυστική. Ενώ η αύξηση του r επηρεάζει θετικά τα όρια εγκατάλειψης και αρνητικά τα όρια επένδυσης, δηλαδή η αύξηση του r, άρα και του ρίσκου, που υπολογίζεται για τη συγκεκριμένη επένδυση, κάνει την απόφαση για επένδυση πιο δύσκολη. Παρατηρήθηκε ακόμη ότι με την αύξηση του κόστους συντήρησης αυξάνονται και οι ανώτερες και κατώτερες οριακές τιμές επένδυσης, άρα η μεγαλύτερη ανάγκη για έξοδα συντήρησης δυσκολεύει την απόφαση για επένδυση. Επιπλέον προέκυψε ότι, ενώ τα όρια επένδυσης είναι ανεπηρέαστα από τις αλλαγές στο κ, αντίθετα, όσο πιο πολύ αυξάνει το κ, δηλαδή όσο πιο γρήγορα εξαφανίζεται το  $\chi(0)$ , το εύρος των τιμών εγκατάλειψης μεγαλώνει. Επομένως, η γρήγορη εξαφάνιση της βραχυπρόθεσμης αβεβαιότητας δεν επηρεάζει την απόφαση για επένδυση, όμως κάνει πιο εύκολη την απόφαση για εγκατάλειψη.

Τέλος, προέκυψε ότι παρόλο, που τα έξοδα εκπομπών καυσαερίου επηρεάζουν αρνητικά την αξία του εργοστασίου, χρειάζεται να αυξηθεί σημαντικά το κέρδος, για να γίνει ελκυστική η επένδυση σε πράσινη τεχνολογία συλλογής του διοξειδίου του άνθρακα. Αλλιώς, με μια απλοποιημένη μελέτη, που έγινε, προέκυψε ότι χρειάζεται η τεχνολογία συλλογής διοξειδίου από 3760NOK/MWh να μειωθεί περίπου στα 2760NOK/MWh, για να είναι συμφέρουσα η επένδυση σε αυτήν. Επομένως, παρόλο που τα έξοδα για τους ρύπους μειώνουν τα έσοδα του εργοστασίου, η τιμή της τεχνολογίας για τη μείωσή τους δεν είναι τέτοια, ώστε να συμφέρει περισσότερο να γίνει η επένδυση.

Ανακεφαλαιώνοντας, από την παρουσίαση της μελέτης αυτής κρίνεται απαραίτητο να τονιστεί η χρησιμότητα των πληροφοριών, που απορρέουν από αυτήν, γιατί ελαχιστοποιούν το ρίσκο μιας επένδυσης σε ένα εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με καύση φυσικού αερίου. Γεγονός, που καθιστά τον κώδικα αυτό ένα χρήσιμο εργαλείο για τη διασφάλιση των κεφαλαίων επένδυσης, ειδικά σε περιόδους μεγάλων οικονομικών κρίσεων και ταυτόχρονα μεγάλης ανάγκης για επιπλέον ενεργειακές επενδύσεις.



## 7.Βιβλιογραφία

- Black, F. and M. Scholes, 1973, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, 81, pp.637-59.
- Brennan, M.J. and Schwartz, E.S., 1985, "A New Approach to Evaluating Natural Resource Investments," *Midland Corporate Finance Journal*,3, 1, pp.37-47.
- Cortazar, G. and Schwartz, E.S., 1994, "The Valuation of Commodity Contingent Claims", *Journal of Derivatives*, 1:4, pp.27-39.
- Deng, S.J., Johnson, B., Sogomonian, A., 2001, 'Exotic electricity options and the valuation of electricity generation and transmission assets', *Decision Support Systems* 30 (3), pp.383–392.
- Deng, S.J., Oren, S.S., 2003, 'Incorporating operational characteristics and startup costs in option-based valuation of power generation capacity', *Probability in the Engineering and Informational Sciences* 17 (2), pp.155–181.
- Deng, Shi Jie, 2005, 'Valuation of investment and opportunity-to- invest in power generation assets with spikes in electricity price', *Managerial Finance*, Vol. 31 Iss:6, pp.95-115.
- Dixit, A.K., Pindyck, R.S., 1994, 'Investment under Uncertainty', Princeton University Press.
- Ellerman, D., 1998, 'Note on the seemingly indefinite extension of power plant lives, a panel contribution', *Energy Journal*, 19 (2), pp.129–132.
- Gibson, R, E. S. Schwartz, 1990, 'Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims', *Finance*, 45, pp.959-976.
- Harvey, A. C.,1989, 'Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter', Cambridge, UK7 Cambridge University Press.
- International Energy Agency (IEA), 2003, *World Energy Investment Outlook 2003*, Paris.

International Energy Agency (IEA), 2012, *World Energy Investment Outlook 2012*, London.

International Energy Agency (IEA), 2013, *World Energy Investment Outlook 2013*, London.

Laughton David G., Henry D. Jacoby, 1993, 1995, 'Reversion, Timing Options, and Long-Term Decision-Making', *Financial Management*, vol. 22, no. 3, 1993

Luis Perez-Lombard, Jose Ortiz, Christine Pout, 2007, '*A review on buildings energy consumption information*'.

Merton, R.C., 1973, "Theory of Rational Option Pricing," *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, pp.141-83.

Näsäkkälä, E., Fleten, S.-E., 2005, 'Flexibility and technology choice in gas-fired power plant investments', *Review of Financial Economics*, 14, pp.371–393.

Näsäkkälä, E., Fleten, S.-E., 2009, 'Gas Fired Power Plants: Investment Timing, Operating Flexibility and CO2 capture', *Energy Economics*, 32(4), pp.805-816.

Paddock J.L, Siegel D.R., Smith J.L, 1988, 'Option Valuation on Claims on Real Assets: The case of Offshore Petroleum Leases', *Journal of Economics*, Vol.103, pp.479-508.

Pilipović, D., 1998, '*Energy Risk: Valuing and Managing Energy Derivatives*', McGraw-Hill.

Ross, S., 1997, 'Hedging long run commitments: exercises in incomplete market pricing', *Banca Monte Economy*. Notes 26, pp.99–132.

Samuelson, P.A., 1965, 'Rational theory of warrant pricing', *Industrial Management Review*, 6, pp.13–31.

Smith J.E. , K.F. McCardle, 1998, ‘*Valuing Oil Properties: Integrating Option Pricing and Decision Analysis Approaches*’, *Operations Research*. 46(2): pp.198-217

Schwartz, E., Smith, J.E., 2000, ‘Short-term variations and long-term dynamics in commodity prices’, *Management Science*, 46 (7), pp.893–911.

Schwartz, E.S., 1997, ‘The stochastic behavior of commodity prices: implications for valuation and hedging’, *Journal of Finance*, 52 (3), pp.923–973.

Undrum, H., Bolland, O., Aarebrot, E., 2000, ‘*Economical assessment of natural gas-fired combined cycle power plant with CO2 capture and sequestration*’, presented at the Fifth.

Σαμαράς Χρήστος, 2005, *Η χρήση του Φυσικού Αερίου στην Ηλεκτροπαραγωγή-εμπειρία, πλεονεκτήματα και προοπτικές*.

#### **Διαδίκτυο**

- <http://pictorial-guide-to-energy.blogspot.gr/p/list-of-charts.html>
- <http://www.bp.com/en/global/corporate/press/press-releases/energy-outlook-2035.html>

## 8. Παραρτήματα

### Παράρτημα Α

Ένα εργοστάσιο λειτουργεί μόνο όταν η τιμή του spark-spread ξεπεράσει το κόστος των εκπομπών καυσαερίων. Η αξία του εργοστασίου σε χρόνο  $t$ , ορίζεται ως οι αναμενόμενες χρηματοροές μείον τα λειτουργικά έξοδα  $G$ .

Οπότε προκύπτει:

$$V_U(\chi(t), \xi(t)) = \int_t^{\bar{T}} e^{-r(s-t)} (\bar{C}c(\chi(s), \xi(s)) - G) ds \quad A1$$

όπου  $\bar{T}$  είναι η διάρκεια ζωής του εργοστασίου

$\bar{C}$  είναι η δυνατότητα παραγωγής του εργοστασίου

και

$$c(\chi(s), \xi(s)) = E[\max(\mathcal{S}(s) - E, 0)] = \int_E^{\infty} (y - E) h(y) dy \quad A2$$

είναι η αναμενόμενη τιμή του spark spread όταν υπερβαίνει το κόστος των εκπομπών καυσαερίου στο χρόνο  $s$ .

Όπου  $h(y)$  είναι η συνάρτηση πυκνότητας μιας κανονικά κατανομημένης μεταβλητής  $y$  (density function of a normally distributed value  $y$ ), η οποία έχει μέση τιμή και διακύμανση ίδια με του spark spread τη χρονική στιγμή  $s$ , όπως δίνεται στο Πόρισμα 1.

Η ολοκλήρωση του  $c$  δίνει:

$$c(\chi(s), \xi(s)) = \frac{\sqrt{Var_s(\mathcal{S}(s))}}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(E[\mathcal{S}(s)] - E)^2}{2Var(\mathcal{S}(s))}} + (E_s[\mathcal{S}(s)] - E) \Phi\left(\frac{E_s[\mathcal{S}(s)] - E}{\sqrt{Var_s(\mathcal{S}(s))}}\right) \quad A3$$

όπου  $\Phi(\cdot)$  είναι η αθροιστική συνάρτηση κανονικής κατανομής.

Τελικά προκύπτει η αξία του εργοστασίου από τα A1 έως A3:

$$V_U(\chi(t), \xi(t)) = \bar{C} \int_t^{\bar{t}} e^{-r(s-t)} \left( \frac{\sqrt{\text{Var}_r(\mathcal{S}(s))}}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(E[\mathcal{S}(s)]-E)^2}{2\text{Var}_r(\mathcal{S}(s))}} + (E_r[\mathcal{S}(s)] - E) \Phi\left(\frac{E_r[\mathcal{S}(s)] - E}{\sqrt{\text{Var}_r(\mathcal{S}(s))}}\right) \right) ds - \frac{G}{r} (1 - e^{-r(\bar{t}-t)})$$

## Παράρτημα Β

Όταν δεν είναι συμφέρουσα η εξάσκηση της επιλογής (exercise option) να γίνει η επένδυση, δηλαδή όταν ισχύει  $\xi < \xi_1$ , τότε η επιλογή του χτισίματος του εργοστασίου ακολουθεί την εξίσωση του Bellman:

$$rF_0(\xi)dt = E[dF_0(\xi)] - Wdt \quad \text{όταν ισχύει } \xi < \xi_1 \quad \text{B1}$$

Χρησιμοποιώντας το Itos lemma και τη διαφορική εξίσωση της αξίας του option προκύπτει:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 \frac{d^2 F_0(\xi)}{d\xi^2} + \mu_\epsilon \frac{dF_0(\xi)}{d\xi} - rF_0(\xi) - W = 0 \quad \text{όταν ισχύει } \xi < \xi_1 \quad \text{B2}$$

Η επίλυση της διαφορικής εξίσωσης σύμφωνα με τους Dixit, Pindyck, 1994 είναι ένας γραμμικός συνδυασμός δύο ανεξάρτητων λύσεων. Οπότε η αξία της επιλογής επένδυσης είναι:

$$F_0(\xi) = A_1 e^{\beta_1 \xi} + A_2 e^{\beta_2 \xi} - \frac{W}{r} \quad \text{όταν ισχύει } \xi < \xi_1 \quad \text{B3}$$

όπου οι παράμετροι  $A_1$  και  $A_2$  είναι άγνωστες, μη αρνητικές και πρέπει να υπολογιστούν. Επίσης οι παράμετροι  $\beta_1$  και  $\beta_2$  είναι οι ρίζες της εξίσωσης:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 \beta^2 + \mu_\epsilon \beta - r = 0 \quad \text{B4}$$

η οποία προέκυψε αντικαθιστώντας τη γενική λύση  $F(\xi) = Ae^{\beta\xi} - \frac{W}{r}$

στη διαφορική εξίσωση B2.

Επομένως οι παράμετροι  $\beta_1$  και  $\beta_2$  υπολογίζονται:

$$\beta_1 = \frac{-\mu_{\xi} + \sqrt{\mu_{\xi}^2 + 2\sigma_{\xi}^2 r}}{\sigma_{\xi}^2} \quad \text{B5}$$

$$\beta_2 = \frac{-\mu_{\xi} - \sqrt{\mu_{\xi}^2 + 2\sigma_{\xi}^2 r}}{\sigma_{\xi}^2} \quad \text{B6}$$

Όπου  $\beta_1 > 0$  και  $\beta_2 < 0$ .

Η αξία του built option τείνει στο μηδέν όταν το spark spread μειώνεται, δηλαδή το  $A_2$  πρέπει να ισούται με το μηδέν τότε:

$$F_0(\xi) = A_1 e^{\beta_1 \xi} - \frac{W}{r} \quad \text{όταν ισχύει } \xi < \xi_1 \quad \text{B7}$$

## Παράρτημα Γ

Είναι συμφέρουσα η εξάσκηση της επιλογής να γίνει η επένδυση όταν η αξία του option γίνει ίση με την αξία που κερδίζεται όταν εξασκείς την επιλογή, αυτή η αξία δηλαδή είναι το κόστος της επένδυσης  $I$ .

$$F_0(\xi_I) = V(0, \xi_I) + F_1(\xi_I) - I \quad \Gamma 1$$

Αντίστοιχα είναι συμφέρουσα η εγκατάλειψη του εξοπλισμού όταν η αξία που κερδίζεται από την εγκατάλειψη, δηλαδή η υπολειπόμενη αξία της εγκατάστασης  $J$  γίνει ίση με την αξία που χάνεται. Αυτό φαίνεται στην παρακάτω εξίσωση:

$$F_1(\xi_A) + V(0, \xi_A) = J \quad \Gamma 2$$

Ο παράγοντας smooth-pasting πρέπει να ισχύει όταν γίνεται εξάσκηση της επιλογής (βλέπε Dixit, Pindyck, 1994 και Samuelson, 1965).

Επομένως πρέπει να ισχύουν:

$$\frac{dF_0(\xi_I)}{d\xi} = \frac{\partial V(0, \xi_I)}{\partial \xi} + \frac{dF_1(\xi_I)}{d\xi} \quad \Gamma 3$$

$$\frac{dF_1(\xi_A)}{d\xi} + \frac{\partial V(0, \xi_A)}{\partial \xi} = 0 \quad \Gamma 4$$

Τα όρια της τιμής για επένδυση  $\xi_I$  και για εγκατάλειψη  $\xi_A$  καθώς και οι παράμετροι  $A_1$  και  $D_2$  για όλες τις περιπτώσεις της αξίας του εργοστασίου υπολογίζεται από το σύστημα εξισώσεων  $\Gamma 1$ - $\Gamma 4$ .



## Παράρτημα Δ

### Κώδικας 1

#### Υπολογισμός του ανώτερου και του κατώτερου ορίου της αξίας του εργοστασίου

```
format compact
%εισάγονται οι μεταβλητές
%cost of holding the license
w=2.5;
%production capacity
c=3.27;
%maintenance costs
g=50;
%plant costs
In=1620;
%salvage value
J=576;
%interest rate
r=0.06;
%mean reversion parameter
k=2.6;
%equilibrium price drift
drift=2.18;
%correlation  $p*dt=dB\chi*dB\xi$ 
p=-0.21;
%short term volatility
sx=382.2;
%equilibrium volatility
sks=47.8;
%short term deviation when time is 0
x0=52.9;
%equilibrium price when time is 0
ks0=62.3;
%time is 0
t=0;
%το ολοκλήρωμα για το κατώτερο όριο σύμφωνα με την εξίσωση 3.9
l=@(s)exp(-r.*(s)).*(c.*(exp(-k.*(s)).*x0+ks0+drift*(s))-g);
%υπολογίζεται το ολοκλήρωμα l από 0 έως 100 χρόνια
disp('Το κάτω όριο είναι')
vl=quad(l,0,100)
%το ολοκλήρωμα για το ανώτερο όριο σύμφωνα με την εξίσωση 3.10
u=@(s)exp(-r.*(s)).*((sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k))./sqrt(2.*3.14)).*exp(-((exp(-k.*(s)).*x0+ks0+drift.*(s)).^2./2.*(sx.^2./2.*k).*(1-exp(-
```

```

2.*k.*(s))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-k.*(s)).*(p.*sx.*sks./k)))))+exp(-
r.*(s)).*2.*(exp(-k.*(s)).*2.*x0+1.5.*ks0+drift.*(s)).*0.5.*(1+erf(((exp(-
k.*(s)).*x0+ks0+drift.*(s))./sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
exp(-k.*(s)).*p.*sx.*sks./k))./sqrt(2)))));
%υπολογίζεται το ολοκλήρωμα u από 0 έως 100 χρόνια
disp('Το πάνω όριο είναι')
vu=c*quad(u,0,100)-g./r

```

## Κώδικας 2

### Υπολογισμός του ανώτερου ορίου της τιμής ξι

```

%υπολογισμός του ανώτερου ορίου της ισοδύναμης τιμής χωρίς να λαμβάνεται
%υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης
format compact
%εισάγονται οι μεταβλητές
%cost of holding the license
w=2.5;
%production capacity
c=3.27;
%maintenance costs
g=50;
%plant costs
In=1620;
%salvage value
J=576;
%interest rate
r=0.06;
%mean reversion parameter
k=2.6;
%equilibrium price drift
drift=2.18;
%correlation p*dt=dBχ*dBξ
p=-0.21;
%short term volatility
sx=382.2;
%equilibrium volatility
sks=47.8;
%short term deviation when time is 0
x0=52.9;
%equilibrium price when time is 0
ks0=62.3;
%time is 0
t=0;
%θεωρούμε το short term deviation 0, γιατί δεν παίρνει μέρος στην απόφαση
%για επένδυση
x0=0;

```

```

%υπολογίζεται η παράμετρος b1
b1=(-drift+sqrt(drift.^2+2*sks.^2.*r))/sks.^2;

for ai=1:300;
    %για διάφορες τιμές του ξ γίνεται μια επανάληψη ώστε να υπολογιστεί το
    %A
    ks=ai-150;
    %υπολογίζεται το ολοκλήρωμα για το κατώτερο όριο
    l=@(s)exp(-r.*(s)).*(c.*(exp(-k.*(s)).*x0+ks+drift*(s))-g);
    vl=quad(l,0,120);
    %υπολογίζεται το A για τις διάφορες τιμές
    B(ai)=((vl-ln)+w./r)./exp(b1.*ks);
    A(ai)=ks;

end;
for ai=1:300;
    %ξαναγίνεται η επανάληψη και κρατείται η τιμή του ξ για την οποία το A
    %αρχίζει και είναι θετικό, γιατί η παράμετρος A είναι θετική
    if B(ai)>0;
        Ak=A(ai);
        break
    end
end
%παίρνουμε ένα τυχαίο ξ για το οποίο το A είναι θετικό
ks= random('unif',Ak,300);
%τίθεται ένα μεγάλο όριο ώστε να αρχίσει η επανάληψη
orio=1000;
metr=0;
%επαναληπτική διαδικασία όσο το όριο είναι μεγαλύτερο του 0
while abs(orio)>0;
    %για το ξ υπολογίζεται το κατώτερο όριο
    l=@(s)exp(-r.*(s)).*(c.*(exp(-k.*(s)).*x0+ks+drift*(s))-g);
    vl=quad(l,0,120);
    %από αυτό το όριο υπολογίζουμε το A σύμφωνα με την εξίσωση 3.15
    A=((vl-ln)+w./r)./exp(b1.*ks);
    %συμβολικό ξ
    syms kst
    %υπολογίζεται συμβολικά το αόριστο ολοκλήρωμα του κάτω ορίου : tt=exp(-
    %r.*s).*((-c.*drift-c.*r.*kst+g.*r)./r.^2)-(c.*x0.*exp(-k.*s-r.*s)./(k+r))
    %υπολογίζεται για όρια 0 έως 120 έτη
    s=120;
    or1=exp(-r.*s).*((-c.*drift-c.*r.*kst+g.*r)./r.^2)-(c.*x0.*exp(-k.*s-r.*s)./(k+r));
    s=0;
    or2=exp(-r.*s).*((-c.*drift-c.*r.*kst+g.*r)./r.^2)-(c.*x0.*exp(-k.*s-r.*s)./(k+r));
    %με τη διαφορά των or1-or2 υπολογίζεται το ορισμένο ολοκλήρωμα
    tel=or1-or2;
    %αυτό διαφορίζεται ως προς ξ
    difll=diff(tel,kst);
    %αντικαθίσταται το ξ με την τιμή ks που έχουμε χρησιμοποιήσει για τον
    %υπολογισμό του A

```

```

diffl=subs(diflll,kst,ks);
%γίνεται πραγματικός αριθμός
difl=single(diffl);
%από την εξίσωση 16 το δεξί μέρος είναι γνωστό καθώς και το A είναι
%γνωστό οπότε και υπολογίζεται το καινούργιο ξ
kss=log(difl./(A.*b1))./b1;
%το όριο για το οποίο γίνεται και ο έλεγχος της επαναληπτικής διαδικασίας
%είναι η διαφορά του ξ που ξεκινήσαμε από αυτού που τελικά υπολογίστηκε
orio=abs(ks-kss);
%ελέγχεται ξανά αν το ξ που υπολογίστηκε είναι στα όρια για A θετικό
if kss<Ak
    kss=random('unif',Ak,250);
end
%αντικαθίσταται το παλιό ξ με το καινούριο και η διαδικασία επαναλαμβάνεται
ks=kss;
%κρατείται το metr για να είναι γνωστό πόσες επαναλήψεις χρειάστηκαν
metr=metr+1;
end
disp('Το ανώτερο όριο της ισοδύναμης τιμής είναι:')
ks

```

### Κώδικας 3

#### Υπολογισμός του κατώτερου ορίου της τιμής ξι

```

%υπολογισμός του κατώτερου ορίου της ισοδύναμης τιμής χωρίς να λαμβάνεται
%υπόψη
%η δυνατότητα εγκατάλειψης
format compact
%εισάγονται οι μεταβλητές
%cost of holding the license
w=2.5;
%production capacity
c=3.27;
%maintenance costs
g=50;
%plant costs
In=1620;
%salvage value
J=576;
%interest rate
r=0.06;
%mean reversion parameter
k=2.6;
%equilibrium price drift
drift=2.18;

```

```

%correlation  $\rho dt = dB\chi * dB\xi$ 
p=-0.21;
%short term volatility
sx=382.2;
%equilibrium volatility
sks=47.8;
%short term deviation when time is 0
x0=52.9;
%equilibrium price when time is 0
ks0=62.3;
%time is 0
t=0;
%το short term deviation δεν λαμβάνεται υπόψη σε μακροπρόθεσμες
%επενδύσεις
x0=0;
%υπολογίζεται η παράμετρος b1
b1=(-drift+sqrt(drift.^2+2*sks.^2.*r))/sks.^2;
%υπολογίζεται το A για διάφορες τιμές του ξ
for ai=1:300;
    kl=ai-150;
    A(ai)=kl;

    %υπολογίζεται το ολοκλήρωμα για κάθε ξ
    u=@(s)exp(-r.*(s)).*((sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-
    k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k))./sqrt(2.*3.14)).*exp(-((exp(-
    k.*(s)).*x0+kl+drift.*(s)).^2/2.*((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
    exp(-k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k)))))+exp(-r.*(s)).*2.*(exp(-
    k.*(s)).*2.*x0+1.5.*kl+drift.*(s)).*0.5.*(1+erf(((exp(-
    k.*(s)).*x0+kl+drift.*(s))./sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
    exp(-k.*(s))).*p.*sx.*sks./k))./sqrt(2)))));

    vu=c*quad(u,0,100)-g./r;
    %υπολογίζεται το A για κάθε ξ σύμφωνα με την εξίσωση 3.13
    B(ai)=((vu-ln)+w./r)./exp(b1.*kl);
end
%επιλέγεται το ξ για το οποίο και πάνω το A είναι θετικό, γιατί είναι μια
%θετική παράμετρος
for ai=1:300;
    if B(ai)>0;
        Ak=A(ai);
        break
    end
end
%επιλέγεται ένα τυχαίο ξ για το οποίο το A είναι θετικό
kl= random('unif',Ak,300);
%τίθεται ένα limit μεγάλο ώστε να αρχίσει η επαναληπτική διαδικασία
limit=1000;
count=0;
% γίνεται το ξ συμβολικό

```

```

syms ku
sum=0;
n=100;
% υπολογίζεται το riemann ολοκλήρωμα του κατώτερου ορίου
for pp=1:100;
    s=(120/100).*pp;
    sum=(exp(-r.*(s)).*((sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-
    k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k))./sqrt(2.*3.14)).*exp(-((exp(-
    k.*(s)).*x0+ku+drift.*(s)).^2/2.*((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-
    2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k)))))+exp(-
    r.*(s)).*2.*(exp(-k.*(s)).*2.*x0+1.5.*ku+drift.*(s)).*0.5.*(1+erf(((exp(-
    k.*(s)).*x0+ku+drift.*(s))./sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
    exp(-k.*(s))).*p.*sx.*sks./k))./sqrt(2))))).*120/n+sum;
end;
vsu=c*sum;
%μερική διαφορίση του ολοκληρώματος ως προς ξ
wer=diff(vsu,ku);
%αρχίζει ένα while loop
while limit>2;
    %για την τυχαία τιμή του υπολογίζεται το ολοκλήρωμα
    u=@(s)exp(-r.*(s)).*((sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
    exp(-k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k))./sqrt(2.*3.14)).*exp(-((exp(-
    k.*(s)).*x0+kl+drift.*(s)).^2/2.*((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
    exp(-k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k)))))+exp(-r.*(s)).*2.*(exp(-
    k.*(s)).*2.*x0+1.5.*kl+drift.*(s)).*0.5.*(1+erf(((exp(-
    k.*(s)).*x0+kl+drift.*(s))./sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
    exp(-k.*(s))).*p.*sx.*sks./k))./sqrt(2)))));

    vu=c*quad(u,0,100)-g./r;
    %από την εξίσωση 3.13 υπολογίζεται το A για το συγκεκριμένο ξ
    A=((vu-ln)+w./r)./exp(b1.*kl);
%αντικαθίσταται στο ολοκλήρωμα αφού έχει διαφοριστεί ως προς ξ με το kl
were=subs(wer,ku,kl);

%ο αριθμός γίνεται πραγματικός από συμβολικός
ert=double(were)./3.77;
%μέσω της εξίσωσης 3.14 με το A που υπολογίστηκε υπολογίζεται ένα καινούργιο ξ
%(qwe)
loga=ert./(A.*b1);
qwe=log(loga)./b1;
%υπολογίζεται η διαφορά του καινούργιου ξ από το παλιό
limit=abs(qwe-kl);

%γίνεται έλεγχος αν το ξ που υπολογίστηκε είναι στις τιμές που επιτρέπονται
%για θετικό A, αν δεν είναι του δίνεται μια τυχαία τιμή
if qwe<Ak
    qwe=random('unif',Ak,250);
end
%αντικαθίσταται το παλιό ξ με το καινούργιο
kl=qwe;

```

```

%μετρούνται οι επαναλήψεις που χρειάστηκαν για να υπολογιστεί
count=1+count;
end; %το loop θα τελειώσει όταν το ξ που εισάγεται έχει διαφορά από το
προηγούμενο όσο έχει τεθεί στο limit
disp('η καλύτερη τιμή του ορίου της επένδυσης είναι:')
kl

```

#### Κώδικας 4

### Υπολογισμός του ανώτερου ορίου της τιμής ξι και ξα

```

%υπολογισμός του ανώτερου ορίου επένδυσης ξι και εγκατάλειψης ξα όταν
%λαμβάνεται υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης
format compact
%εισάγονται οι μεταβλητές
%cost of holding the license
w=2.5;
%production capacity
c=3.27;
%maintenance costs
g=50;
%plant costs
In=1620;
%salvage value
J=576;
%interest rate
r=0.06;
%mean reversion parameter
k=2.6;
%equilibrium price drift
drift=2.18;
%correlation  $\rho dt = dB\chi * dB\xi$ 
p=-0.21;
%short term volatility
sx=382.2;
%equilibrium volatility
sks=47.8;
%short term deviation when time is 0
x0=52.9;
%equilibrium price when time is 0
ks0=62.3;
%time is 0
t=0;
%το short term deviation δεν λαμβάνεται υπόψη σε μακροπρόθεσμες
%επενδύσεις
x0=0;
%υπολογίζεται η παράμετρος b1
b1=(-drift+sqrt(drift.^2+2*sks.^2.*r))/sks.^2;
%υπολογίζεται η παράμετρος b2

```

```

b2=(-drift-sqrt(drift.^2+2*sks.^2.*r))/sks.^2;
for ai=1:300;
    kua=ai-50;
    %για διάφορα ξα υπολογίζεται το ολοκλήρωμα
    l=@(s)exp(-r.*(s)).*(c.*(exp(-k.*(s)).*x0+kua+drift*(s))-g);
    vl=quad(l,0,120);
    %από την εξίσωση 3.24 υπολογίζεται το D2 για διάφορα ξα
    Ba1(ai)=(J-vl)./exp(b2.*kua);
    A1(ai)=kua;
end;
for ai=1:300;
    %γίνεται έλεγχος του D2 για ποια ξα είναι θετικό
    if Ba1(ai)<0;
        %κρατείται το ξα από το οποίο και πάνω το D2 είναι αρνητικό
        Ak=A1(ai-1);
        break
    end
end
%παίρνουμε ένα τυχαίο ξα για τις τιμές που το D2 είναι θετικό
kua= random('unif',-300,Ak);
%υπολογίζεται το ολοκλήρωμα
    l=@(s)exp(-r.*(s)).*(c.*(exp(-k.*(s)).*x0+kua+drift*(s))-g);
    vl=quad(l,0,120);
    %υπολογίζεται από την εξίσωση 3.24 το D2
    Ba1=(J-vl)./exp(b2.*kua);
for ai=1:300;
    %διάφορες τιμές του ξι
    kul=ai-100;
    %υπολογίζεται το ολοκλήρωμα για διάφορες τιμές του ξι
    l=@(s)exp(-r.*(s)).*(c.*(exp(-k.*(s)).*x0+kul+drift*(s))-g);
    vl=quad(l,0,120);
    %από την εξίσωση 3.23 υπολογίζεται το A με γνωστό το D2
    Baa1(ai)=(vl+Ba1.*exp(b2.*kul)-ln+w./r)./exp(b1.*kul);
    Aa1(ai)=kul;
end;
for ai=1:300;
    %ελέγχεται για ποιες τιμές του ξι το A είναι θετικό
    if Baa1(ai)>0;
        Aak=Aa1(ai);
        break
    end
end
%παίρνουμε ένα τυχαίο ξι για τις τιμές που το A είναι θετικό
kul=random('unif',Aak,300);
%ορίζονται 3 όρια
orio1=100;
orio2=100;
orio=100;
metr=0;
while orio>0;

```



```

%υπολογίζεται το ολοκλήρωμα για το ξα
I1=@(s)exp(-r.*(s)).*(c.*(exp(-k.*(s)).*x0+kua+drift*(s))-g);
v11=quad(I1,0,120);
%υπολογίζεται από την εξίσωση 3.24 το D2
D2=(J-v11)./exp(b2.*kua);
%υπολογίζεται το ολοκλήρωμα για το ξi
I2=@(s)exp(-r.*(s)).*(c.*(exp(-k.*(s)).*x0+kul+drift*(s))-g);
v12=quad(I2,0,120);
%υπολογίζεται από την εξίσωση 3.23 το A
A=(v12+D2.*exp(b2.*kul)-ln+w./r)./exp(b1.*kul);
%συμβολικό kals
syms kals
%υπολογίζεται συμβολικά το αόριστο ολοκλήρωμα tt=exp(-r.*s).*((-c.*drift-
%c.*r.*kst+g.*r)./r.^2)-(c.*x0.*exp(-k.*s-r.*s))/(k+r)
%για όρια από 0 έως 120 υπολογίζεται συμβολικά το ορισμένο ολοκλήρωμα
s=120;
or1=exp(-r.*s).*((-c.*drift-c.*r.*kals+g.*r)./r.^2)-(c.*x0.*exp(-k.*s-r.*s))/(k+r);
s=0;
or2=exp(-r.*s).*((-c.*drift-c.*r.*kals+g.*r)./r.^2)-(c.*x0.*exp(-k.*s-r.*s))/(k+r);
tel=or1-or2;
%διαφορίζεται το ολοκλήρωμα
diflll0=diff(tel,kals);
%αντικαθίσταται στο kals το ξα
difll0=subs(diflll0,kals,kua);
%γίνεται πραγματικός αριθμός
difl0=single(difll0);
%από την εξίσωση 3.26 με γνωστό το θV/θξ και το D2 υπολογίζεται το καινούργιο
%ξα
kall=log(-difl0./(b2.*D2))./b2;
%συμβολικό kuls
syms kuls
%υπολογίζεται συμβολικά το αόριστο ολοκλήρωμα tt=exp(-r.*s).*((-c.*drift-
%c.*r.*kst+g.*r)./r.^2)-(c.*x0.*exp(-k.*s-r.*s))/(k+r)
%για όρια από 0 έως 120 υπολογίζεται συμβολικά το ορισμένο ολοκλήρωμα
s=120;
or1=exp(-r.*s).*((-c.*drift-c.*r.*kuls+g.*r)./r.^2)-(c.*x0.*exp(-k.*s-r.*s))/(k+r);
s=0;
or2=exp(-r.*s).*((-c.*drift-c.*r.*kuls+g.*r)./r.^2)-(c.*x0.*exp(-k.*s-r.*s))/(k+r);
tel=or1-or2;
%διαφορίζεται το ολοκλήρωμα
diflll1=diff(tel,kuls);
%αντικαθίσταται στο kuls το ξi
difll1=subs(diflll1,kuls,kul);
%γίνεται πραγματικός αριθμός
difl1=single(difll1);
%υπολογίζεται το θF1/θξ
df1=D2.*b2.*exp(b2.*kul);
%από την εξίσωση 3.25 με γνωστό το θV/θξ το A το D2 και το θF1/θξ υπολογίζεται
%το καινούργιο ξi
kull=log((df1+difl1)/(A.*b1))./b1;

```

```

%orio1 η διαφορά του ξα του αρχικού με αυτού που υπολογίστηκε
orio1=abs(kall-kua);
%orio2 η διαφορά του ξι του αρχικού με αυτού που υπολογίστηκε
orio2=abs(kul-kull);
%αν και τα δύο όριο είναι μικρότερα μιας τιμής που επιλέγεται τότε το όριο
%γίνεται 0 και σταματάει το while loop
if orio1<2&& orio2<2;
    orio=0;
end
%αντικαθίσταται το ξι το παλιό με το καινούργιο
kul=kull;
%αντικαθίσταται το ξα το παλιό με το καινούργιο
kua=kall;
%μετρούνται οι επαναλήψεις
metr=metr+1;
end
disp('Το ανώτερο όριο της ισοδύναμης τιμής για εγκατάλειψη είναι:')
kua
disp('Το ανώτερο όριο της ισοδύναμης τιμής για επένδυση είναι:')
kul

```

## Κώδικας 5

### Υπολογισμός του κατώτερου ορίου της τιμής ξι και ξα

```

%υπολογισμός του κατώτερου ορίου ξα της ισοδύναμης τιμής όταν λαμβάνεται
%υπόψη η δυνατότητα εγκατάλειψης
format compact
%εισάγονται οι μεταβλητές
%cost of holding the license
w=2.5;
%production capacity
c=3.27;
%maintenance costs
g=50;
%plant costs
In=1620;
%salvage value
J=576;
%interest rate
r=0.06;
%mean reversion parameter
k=2.6;
%equilibrium price drift
drift=2.18;
%correlation  $p*dt=dB\chi*dB\xi$ 
p=-0.21;

```

```

%short term volatility
sx=382.2;
%equilibrium volatility
sks=47.8;
%short term deviation when time is 0
x0=52.9;
%equilibrium price when time is 0
ks0=62.3;
%time is 0
t=0;
%το short term deviation δεν λαμβάνεται υπόψη σε μακροπρόθεσμες
%επενδύσεις
x0=0;
%υπολογίζεται η παράμετρος b1
b1=(-drift+sqrt(drift.^2+2*sks.^2.*r))/sks.^2;
%υπολογίζεται η παράμετρος b2
b2=(-drift-sqrt(drift.^2+2*sks.^2.*r))/sks.^2;
%υπολογίζεται το ολοκλήρωμα riemann
sum=0;
n=100;
%γίνεται συμβολικό το ξα
syms kals
%υπολογίζεται το ολοκλήρωμα riemann
for pp=1:100;
    s=(120/100).*pp;
    sum=(exp(-r.*(s)).*((sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-
    k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k))./sqrt(2.*3.14)).*exp(-((exp(-
    k.*(s)).*x0+kals+drift.*(s)).^2/2.*((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-
    2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k)))))+exp(-
    r.*(s)).*2.*(exp(-k.*(s)).*2.*x0+1.5.*kals+drift.*(s)).*0.5.*(1+erf(((exp(-
    k.*(s)).*x0+kals+drift.*(s))./sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
    exp(-k.*(s))).*p.*sx.*sks./k))./sqrt(2))))).*120/n+sum;
end;
vsu=c*sum;
%διαφορίζεται το ολοκλήρωμα ως προς ξα
wer=diff(vsu,kals);
%γίνεται έλεγχος για θετικό D2 για διάφορες τιμές του ξα
for ai=1:300;
    %για διάφορα ξα
    kua=ai-500;
    %υπολογίζεται το ολοκλήρωμα
    u=@(s)exp(-r.*(s)).*((sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-
    k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k))./sqrt(2.*3.14)).*exp(-((exp(-
    k.*(s)).*x0+kua+drift.*(s)).^2/2.*((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-
    2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k)))))+exp(-
    r.*(s)).*2.*(exp(-k.*(s)).*2.*x0+1.5.*kua+drift.*(s)).*0.5.*(1+erf(((exp(-
    k.*(s)).*x0+kua+drift.*(s))./sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
    exp(-k.*(s))).*p.*sx.*sks./k))./sqrt(2)))));
    vu=c*quad(u,0,100)-g./r;
    %και από την εξίσωση 3.20 υπολογίζεται D2

```

```

Ba1(ai)=(J-vu)./exp(b2.*kua);
%επίσης υπολογίζεται το θVu/θξ της εξίσωσης 3.22 για διάφορα ξα
difl0=subs(wer,kals,kua);
difl0(ai)=single(difl0).*33.784;
A1(ai)=kua;
end;
for ai=1:300;
    %ελέγχεται για πια ξα είναι θετικό, αυτό είναι απαραίτητο όπως φαίνεται
    %και πιο κάτω από εξίσωση 0 ώστε να βγαίνει το εσωτερικό του
    %λογαρίθμου θετικό
    if difl0(ai)>0;
        hol=ai-500;
        break
    end
end
for ai=1:300;
    %επίσης υπολογίζεται μέχρι ποια τιμή του ξα το D2 είναι θετικό
    if Ba1(ai)<0;
        Ak=A1(ai-1);
        break
    end
end
if ai==300;
    Ak=-100;
end
%οπότε επιλέγεται ένα τυχαίο ξα για τις τιμές τις οποίες ορίζεται σύμφωνα
%με τα παραπάνω
kua= random('unif',hol,Ak);
u=@(s)exp(-r.*(s)).*((sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-
k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k))./sqrt(2.*3.14)).*exp(-((exp(-
k.*(s)).*x0+kua+drift.*(s)).^2/2.*((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-
2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k)))))+exp(-
r.*(s)).*2.*(exp(-k.*(s)).*2.*x0+1.5.*kua+drift.*(s)).*0.5.*(1+erf(((exp(-
k.*(s)).*x0+kua+drift.*(s))./sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
exp(-k.*(s))).*p.*sx.*sks./k))./sqrt(2)))));
vu=c*quad(u,0,100)-g./r;
%για αυτό το τυχαίο ξα υπολογίζεται το A ώστε να επιλεγεί ξι τέτοιο που
%το A να είναι θετικό
Ba1=(J-vu)./exp(b2.*kua);
for ai=1:300;
    %για διάφορες τιμές του ξι
    ku=ai-100;
    u=@(s)exp(-r.*(s)).*((sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-
k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k))./sqrt(2.*3.14)).*exp(-((exp(-
k.*(s)).*x0+ku+drift.*(s)).^2/2.*((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-
2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k)))))+exp(-
r.*(s)).*2.*(exp(-k.*(s)).*2.*x0+1.5.*ku+drift.*(s)).*0.5.*(1+erf(((exp(-
k.*(s)).*x0+ku+drift.*(s))./sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
exp(-k.*(s))).*p.*sx.*sks./k))./sqrt(2)))));
    vu=c*quad(u,0,100)-g./r;

```

```

Baa1(ai)=(vu+Ba1.*exp(b2.*ku)-ln+w./r)./exp(b1.*ku);
Aa1(ai)=ku;
end;
for ai=1:300;
    if Baa1(ai)>0;
        %επιλέγεται το ξι από το οποίο και πάνω έχουμε Α θετικό
        Aak=Aa1(ai);
        break
    end
end
%επιλέγουμε ένα τυχαίο ξι στα επιτρεπτά όρια
kul=random('unif',Aak,400);
metr=0;
%έχουμε δύο όρια για τα δύο ξ
orio1=100;
orio2=100;
%θεωρούμε ένα μεγάλο όριο για να αρχίσει το loop
orio=100;
sum=0;
n=100;
%το kals γίνεται συμβολικό
syms kals
% υπολογίζεται το ολοκλήρωμα riemann
for pp=1:100;
    s=(120/100).*pp;
    sum=(exp(-r.*(s)).*((sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-
    k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k))./sqrt(2.*3.14)).*exp(-((exp(-
    k.*(s)).*x0+kals+drift.*(s)).^2/2.*((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-
    2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k)))))+exp(-
    r.*(s)).*2.*(exp(-k.*(s)).*2.*x0+1.5.*kals+drift.*(s)).*0.5.*(1+erf(((exp(-
    k.*(s)).*x0+kals+drift.*(s))./sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
    exp(-k.*(s))).*p.*sx.*sks./k))./sqrt(2))))).*120/n+sum;
end;
vsu=c*sum;
%διαφορίζεται ως προς ξ
wer=diff(vsu,kals);
%αρχίζει η επαναληπτική διαδικασία
while orio>0;
    %υπολογίζεται το ολοκλήρωμα για ξα
    u1=@(s)exp(-r.*(s)).*((sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
    exp(-k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k))./sqrt(2.*3.14)).*exp(-((exp(-
    k.*(s)).*x0+kua+drift.*(s)).^2/2.*((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-
    2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k)))))+exp(-
    r.*(s)).*2.*(exp(-k.*(s)).*2.*x0+1.5.*kua+drift.*(s)).*0.5.*(1+erf(((exp(-
    k.*(s)).*x0+kua+drift.*(s))./sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
    exp(-k.*(s))).*p.*sx.*sks./k))./sqrt(2)))));
    vu1=c*quad(u1,0,100)-g./r;
    %από την εξίσωση 3.20 υπολογίζεται το D2
    D2=(J-vu1)./exp(b2.*kua);
    %υπολογίζεται το ολοκλήρωμα για ξι

```

```

u2=@(s)exp(-r.*(s)).*((sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
exp(-k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k))./sqrt(2.*3.14)).*exp(-((exp(-
k.*(s)).*x0+kul+drift.*(s)).^2/2.*((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-
2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k)))))+exp(-
r.*(s)).*2.*(exp(-k.*(s)).*2.*x0+1.5.*kul+drift.*(s)).*0.5.*(1+erf(((exp(-
k.*(s)).*x0+kul+drift.*(s))./sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
exp(-k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k))./sqrt(2)))));
vu2=c*quad(u2,0,100)-g./r;
%από την εξίσωση 3.19 υπολογίζεται το A
A=(vu2+D2.*exp(b2.*kul)-In+w./r)./exp(b1.*kul);
%αντικαθίσταται το ξα στο διαφορισμένο ολοκλήρωμα
difl0=subs(wer,kals,kua);
%γίνεται πραγματικός αριθμός
difl0=single(difl0).*33.784;
%υπολογίζεται το ξα από την εξίσωση 3.22 με γνωστό το θV/θξ και το D2
kall=log(-difl0./(b2.*D2))./b2;
%αντικαθίσταται το ξι στο διαφορισμένο ολοκλήρωμα
difl1=subs(wer,kals,kul);
%γίνεται πραγματικός αριθμός
difl1=single(difl1)/3.04;
%υπολογίζεται το θF1/θξ
df1=D2.*b2.*exp(b2.*kul);
%υπολογίζεται το ξι από την εξίσωση 3.21 με γνωστό το θV/θξ, θF1/θξ και το A
kull=log(abs(df1+difl1)/(A.*b1))./b1;
%υπολογίζεται η διαφορά του ξα και του ξι του αρχικού με αυτό που
%υπολογίστηκε
orio1=abs(kall-kua);
orio2=abs(kul-kull);
%γίνεται έλεγχος και των δύο ορίων

if orio1<15;
    hol=kall-15;
    Ak=kall+15;
end
if orio1<2&& orio2<2;
    orio=0;
end
%για να γίνει πιο γρήγορα η σύγκλιση το καινούργιο ξι που θα χρησιμοποιηθεί
%θεωρούμε ότι είναι ο μέσος όρος του ξι που υπολογίστηκε και αυτού που
%είχε χρησιμοποιηθεί στην αρχή
if kull>kul;
    kull=kull-orio2./2;
end
if kul>kull;
    kull=kull+orio2./2;
end
%για να γίνει πιο γρήγορα η σύγκλιση το καινούριο ξα που θα χρησιμοποιηθεί
%θεωρούμε ότι είναι ο μέσος όρος του ξα που υπολογίστηκε και αυτού που
%είχε χρησιμοποιηθεί στην αρχή
if kall>kua;

```

```

    kall=kall-orio1./2;
end
if kua>kall;
    kall=kall+orio1./2;
end
%γίνεται έλεγχος το ξα να μην ξεπερνά τις τιμες για D2
if kall>Ak ;
    kall=random('unif',hol,Ak);
end;
if kall<hol ;
    kall=random('unif',hol,Ak);
end;
%αντικαθίσταται το ξα με το καινούργιο
kua=kall;
%υπολογίζεται το ολοκλήρωμα για το ξα
u=@(s)exp(-r.*(s)).*((sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-
k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k))./sqrt(2.*3.14)).*exp(-((exp(-
k.*(s)).*x0+kua+drift.*(s)).^2/2.*((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-
2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k)))))+exp(-
r.*(s)).*2.*(exp(-k.*(s)).*2.*x0+1.5.*kua+drift.*(s)).*0.5.*(1+erf(((exp(-
k.*(s)).*x0+kua+drift.*(s))./sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
exp(-k.*(s))).*p.*sx.*sks./k))./sqrt(2)))));
vu=c*quad(u,0,100)-g./r;
%υπολογίζεται το D2
Ba1=(J-vu)./exp(b2.*kua);
%ελέγχεται ξανά το A να είναι θετικό
for ai=1:300;
ku=ai-100;
u=@(s)exp(-r.*(s)).*((sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-
k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k))./sqrt(2.*3.14)).*exp(-((exp(-
k.*(s)).*x0+ku+drift.*(s)).^2/2.*((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-
2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-exp(-k.*(s))).*(p.*sx.*sks./k)))))+exp(-
r.*(s)).*2.*(exp(-k.*(s)).*2.*x0+1.5.*ku+drift.*(s)).*0.5.*(1+erf(((exp(-
k.*(s)).*x0+ku+drift.*(s))./sqrt((sx.^2./2.*k).*(1-exp(-2.*k.*(s)))+sks.^2.*(s)+2.*(1-
exp(-k.*(s))).*p.*sx.*sks./k))./sqrt(2)))));
vu=c*quad(u,0,100)-g./r;
Baa1(ai)=(vu+Ba1.*exp(b2.*ku)-In+w./r)./exp(b1.*ku);
Aa1(ai)=ku;
end;
for ai=1:300;
    if Baa1(ai)>0;
        Aak=Aa1(ai);
        break
    end
end
%γίνεται έλεγχος το ξι να μην ξεπερνά τις τιμές για A
if kull<Aak
    kull=random('unif',Aak,400);
end
end

```

```
%αντικαθίσταται το παλιό ξι με το καινούργιο
kul=kull;
%μετρητής των επαναλήψεων
metr=metr+1;
end
disp('Το κατώτερο όριο της ισοδύναμης τιμής για εγκατάλειψη είναι:')
kua
disp('Το κατώτερο όριο της ισοδύναμης τιμής για επένδυση είναι:')
kul
```