



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ

*Μοντελοποίηση και σχεδιασμός μετωπικών οδοντωτών τροχών
παραλλήλων αξόνων με υπερ-υψηλή γωνία πίεσης και
εφαρμογή σε πλανητικούς μειωτήρες.*

Μεταπτυχιακή Εργασία

ΓΕΩΡΓΙΟΣ Μ. ΓΙΑΚΟΥΜΗΣ

Επιβλέπων : Β. Σπιτάς

ΑΘΗΝΑ 2015

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία αναπτύσσεται και περιγράφεται η μοντελοποίηση και ο σχεδιασμός μετωπικών οδοντωτών τροχών με υπερ-υψηλή γωνία πίεσης και η εφαρμογή αυτών σε πλανητικούς μειωτήρες. Η αύξηση λοιπόν της γωνίας πίεσης (α_0), έχει σαν αποτέλεσμα την αύξηση της ακτίνας καμπυλότητας στους οδόντες συνεπώς τη μείωση της πίεσης επιφανείας και των τάσεων κάμψης που αναπτύσσονται στην επικίνδυνη διατομή του ποδός κατά την συνεργασία. Πρώτος στόχος ήταν να δημιουργηθεί ένα πρόγραμμα το οποίο θα κατασκευάζει τροχούς εξωτερικής και εσωτερικής οδόντωσης με την χρήση κανόνα για οποιαδήποτε γωνία πίεσης, είτε με ευθείς είτε με ελικοειδείς οδόντες. Δεύτερος στόχος ήταν ο σχεδιασμός των τροχών αυτών σε τρισδιάστατο περιβάλλον και η δημιουργία ζευγών οδοντωτών τροχών αποτελούμενων από τροχούς είτε εξωτερικής οδόντωσης είτε μιας εσωτερικής και μιας εξωτερικής. Τρίτος στόχος ήταν ο υπολογισμός των πιέσεων επιφανείας και τάσεων κάμψης στην επικίνδυνη διατομή του ποδός με χρήση αναλυτικών εξισώσεων καθώς και με χρήση πεπερασμένων στοιχείων. Στο κείμενο που ακολουθεί αναπτύσσονται εκτενώς τα χαρακτηριστικά αυτού του σχεδιασμού και δικαιολογούνται οι επιλογές που λήφθηκαν. Τέλος παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από αυτήν την διαδικασία και προτείνονται σχέδια μελλοντικής επέκτασης του σχεδιασμού.

ABSTRACT

This thesis develops and describes the modeling and design of ultra-high pressure angle spur gears and their integration in planetary gearboxes. Increasing thus the pressure angle (α_0), results in increasing the radius of the teeth and therefore reducing the surface pressure and bending stress developed in the dangerous section of the root within the collaboration. The first goal was to create an algorithm that will manufacture external and internal gears using a rack which will produce gears with any value of pressure angle, with either straight or helical teeth. The second objective was the design of these gears in three-dimensional environment and the creation of their assembly, consisting of gears of either external toothing or of an internal and an external. The third objective was to calculate the surface pressure (Hertzian Pressure) and bending stresses in the dangerous intersection of the root fillet using analytical equations and using finite elements. In the following text was developed extensively the characteristics of this and was justified the choices taken. Finally was presented the conclusions drawn from this process and was proposed plans for future expansion designing.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Προσωπικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή και επιβλέποντα της εργασίας μου Δρ. Β. Σπιτά.

Οφείλω να ευχαριστήσω τα μέλη του Εργαστηρίου Στοιχείων Μηχανών, αλλά κυρίως τον φίλο και συνεργάτη Χριστόδουλο Κουγιουμτζόγλου, για την μεγάλη βοήθεια και στήριξη που προσέφερε, όταν ο προσωπικός του χρόνος ήταν ελάχιστος.

Τέλος για τα άτομα εκείνα που με στήριξαν και με στηρίζουν καθημερινά επιλέγω να μην αναφερθώ ονομαστικά, αφού η ίδια η ολοκλήρωση της παρούσας δουλειάς εκφράζει με τον καλύτερο δυνατό τρόπο την ευγνωμοσύνη μου.

Αφιερώνεται,
στους γονείς και την αδερφή μου.

Περιεχόμενα

1.	Εισαγωγή.....	12
2.	Οδοντωτοί τροχοί.....	13
2.1.	Γεωμετρία μετωπικών οδοντωτών τροχών δι' εξειλιγμένης	13
2.1.1.	Εξωτερική οδόντωση δι' εξειλιγμένης	18
2.1.2.	Εσωτερική οδόντωση δι' εξειλιγμένης.....	21
2.2.	Βαθμίδες μετωπικών οδοντωτών τροχών δι' εξειλιγμένης.....	23
2.2.1.	Βαθμίδες εξωτερικών μετωπικών τροχών.....	23
2.2.2.	Βαθμίδες εσωτερικών - εξωτερικών μετωπικών τροχών	27
2.3.	Βαθμός επικάλυψως και τροχιά επαφών.	29
3.	Βλάβες οδοντωτών τροχών	31
3.1.	Γενικές αιτίες των βλαβών των οδοντωτών τροχών.....	31
3.2.	Είδη βλαβών οδοντωτών τροχών.....	32
3.2.1.	Εκκοιλάνσεις επιφανείας οδόντα	32
3.2.2.	Θραύση οδόντος λόγω κόπωσης στην επικίνδυνη διατομή ποδός	34
3.3.	Υπολογισμός των πιέσεων επιφανείας του οδόντα με χρήση εξισώσεων κατά AGMA.....	35
3.3.1.	Πίεση επιφανείας συνεργαζόμενης κατατομής οδόντων.....	35
3.3.2.	Συντελεστής ελαστικότητας – C_p	36
3.3.3.	Συντελεστής υπερφόρτισης – C_o	36
3.3.4.	Συντελεστής δυναμικής καταπόνησης – C_v	36
3.3.5.	Συντελεστής μεγέθους – C_s	36
3.3.6.	Συντελεστής κατανομής της φόρτισης – C_m	37
3.3.7.	Συντελεστής κατάστασης επιφανείας – C_f	38
3.3.8.	Συντελεστής γεωμετρίας έναντι εκκοιλάνσεων - Z_i	38
3.4.	Καμπτική τάση στην επικίνδυνη διατομή ποδός.....	39
3.4.1.	Συντελεστής πάχους στεφάνης του τροχού.....	40
3.4.2.	Συντελεστής γεωμετρίας έναντι κάμψης του οδόντα.....	41

4.	Υπολογισμός γωνίας ελίκωσης β_0 για σταθερό βαθμό επικάλυψης.	44
5.	Υπολογισμός απαραίτητων μεγεθών, σχεδιασμός και μοντελοποίηση των οδοντωτών τροχών.....	49
5.1.	Υπολογισμός των απαραίτητων μεγεθών για το σχεδιασμό των οδοντωτών τροχών, με χρήση MatLab.	49
5.2.	Σχεδιασμός οδοντωτών τροχών στο σχεδιαστικό πρόγραμμα SolidWorks.....	52
5.2.1.	Σχεδιασμός εξωτερικής οδόντωσης δι' εξειλιγμένης.....	52
5.2.2.	Σχεδιασμός εσωτερικής οδόντωσης δι' εξειλιγμένης.	56
5.3.	Συναρμολόγηση βαθμίδων.....	60
6.	Δημιουργία αλγορίθμου για τον υπολογισμό των πιέσεων επιφανείας και τα αποτελέσματα αυτού.....	62
7.	Δημιουργία αλγορίθμου για τον υπολογισμό των καμπτικών τάσεων στην επικίνδυνη διατομή ποδός και εφαρμογή του.....	64
8.	Δημιουργία μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων	66
8.1.	Επιλογή υλικού.....	66
8.2.	Επιλογή πεπερασμένων στοιχείων και πλεγματοποίηση.....	67
8.2.1.	Εύρεση κατάλληλου πλέγματος.	68
8.3.	Στήριξη των μοντέλων και επιβαλλόμενα φορτία.....	73
8.3.1.	Βαθμίδες εξωτερικών οδοντώσεων.	73
8.4.	Συνεργαζόμενες επιφάνειες.....	74
8.5.	Προσομοιώσεις των μοντέλων με όμοια εφαρμογή των παραπάνω συνθηκών....	76
8.5.1.	Μοντέλο 20 μοιρών	76
8.5.2.	Μοντέλο 30 μοιρών	79
8.5.3.	Μοντέλο 40 μοιρών	82
8.6.	Συνολικά αποτελέσματα προσομοιώσεων.	85
9.	Συμπεράσματα και σχόλια	88
10.	Βιβλιογραφία	89

1. Εισαγωγή

Η μελέτη των οδοντωτών τροχών γίνεται βάσει διεθνώς αναγνωρισμένων προτύπων σχεδιασμού (standards) ώστε να εξασφαλίζεται κατά το δυνατόν η αξιοπιστία του σχεδιασμού. Μία άλλη σχεδιαστική προσέγγιση του θέματος είναι η μοντελοποίηση και μελέτη με χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Ειδικότερα με την ανάπτυξη και εξέλιξη των υπολογιστικών συστημάτων τα τελευταία χρόνια, είναι πια δυνατός και προσιτός ο σχεδιασμός με χρήση μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων.

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μοντελοποίηση και ο σχεδιασμός μετωπικών οδοντωτών τροχών με υπερ-υψηλή γωνία πίεσης παραλλήλων αξόνων και η εφαρμογή τους σε πλανητικούς μειωτήρες. Η αύξηση λοιπόν της γωνίας πίεσης (α_0), έχει σαν αποτέλεσμα την αύξηση της ακτίνας καμπυλότητας στους οδόντες των τροχών συνεπώς τη μείωση της πίεσης επιφανείας και των τάσεων κάμψης που αναπτύσσονται στην επικίνδυνη διατομή του ποδός κατά την συνεργασία. Η αύξηση αυτή δημιουργεί επίσης παράλληλη αύξηση των δυνάμεων που εμφανίζονται στον οδόντα του τροχό (περιφερειακή, ακτινική και αξονική). Για τον λόγο αυτό οι τροχοί που μελετώνται στην παρούσα εργασία θα εφαρμοστούν σε επικυκλικούς μηχανισμούς ώστε οι περιφερειακές δυνάμεις καθώς και οι ακτινικές να αλληλοαναιρούνται κατά την λειτουργία του συστήματος. Αυτό είναι ένα από τα μεγαλύτερα πλεονεκτήματα των επικυκλικών-πλανητικών συστημάτων.

Δομή της εργασίας:

Αρχικά παρατίθενται οι βασικές αρχές για την γεωμετρία των οδοντωτών τροχών δι' εξειλιγμένης.

Ακολούθως αναλύονται μερικές βασικές αστοχίες των οδοντωτών τροχών καθώς και οι αιτίες πρόκλησής τους.

Στη συνέχεια αναλύονται οι κατά AGMA ακολουθούμενες διαδικασίες διαστασιολόγησης / ελέγχου βαθμίδας μετωπικών τροχών για τις διάφορες επικίνδυνες φορτίσεις των συνεργαζόμενων κατατομών.

Εισάγεται και αναλύεται μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων για τον υπολογισμό των τάσεων στην επικίνδυνη διατομή ποδός σε βαθμίδα μετωπικών οδοντωτών τροχών.

Τέλος, καθορίζονται κατευθυντήριες γραμμές για μελλοντική ανάπτυξή του.

2. Οδοντωτοί τροχοί

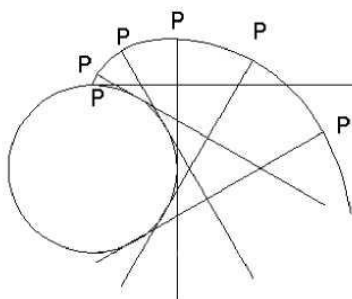
Οι οδοντωτοί τροχοί είναι στοιχεία μηχανών που επιτυγχάνουν την μετάδοση κίνησης και τη μεταφορά ισχύος με εμπλοκή των συνεργαζόμενων οδόντων. Οι οδόντες είναι σχηματισμοί αλληπάλληλων εσοχών και προεξοχών στην περιφέρεια ενός οδοντωτού τροχού, τέτοιες ώστε να είναι δυνατή η συνεργασία της εσοχής του ενός τροχού με την προεξοχή του συνεργαζόμενου οδοντωτού τροχού υπό σταθερή σχέση των ταχυτήτων.

Οι άξονες περί τους οποίους περιστρέφονται δύο συνεργαζόμενοι τροχοί μπορεί να είναι: παράλληλοι σε απόσταση a , ή τεμνόμενοι υπό γωνία δ , ή ασύμβατοι σε απόσταση a και υπό γωνία δ . Η σχετική θέση των αξόνων αυτών είναι βασικής σημασίας για την μορφή των τροχών που θα χρησιμοποιηθούν. Έτσι οι τροχοί μπορούν να είναι μετωπικοί (με ευθείς ή ελικοειδείς-κεκλιμένους οδόντες), οι οποίοι ονομάζονται και κυλινδρικοί, μπορεί να είναι κωνικοί ή υποειδείς, ή ελικοειδείς τροχοί ασυμβάτων αξόνων, ή μπορούν να αποτελούν σύστημα ατέρμονος κοχλία-κορώνας.

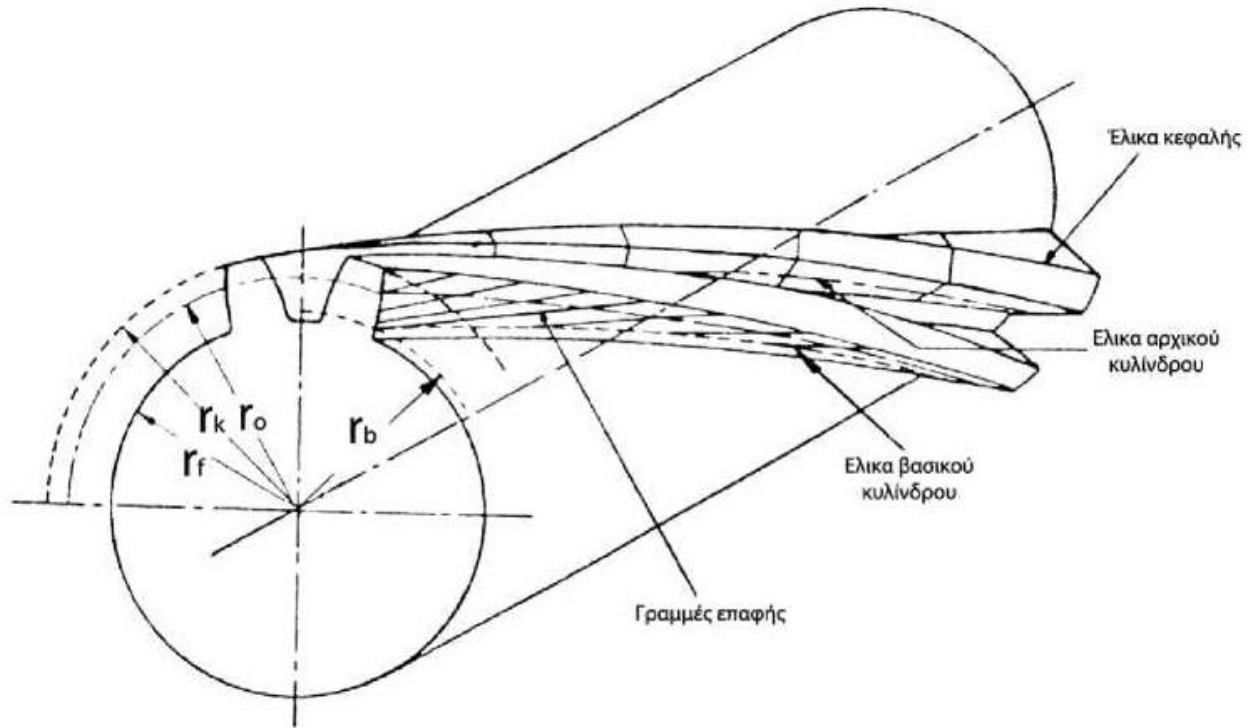
Από κινηματικής πλευράς δύο συνεργαζόμενοι μετωπικοί οδοντωτοί τροχοί ισοδυναμούν με δύο κυλινδρικούς τροχούς. Οι κυλιόμενες επιφάνειες των κυλινδρικών τροχών καθορίζουν επιφάνειες μεγάλης σημασίας για τους οδοντωτούς τροχούς. Αυτές οι επιφάνειες χρησιμοποιούνται ευρύτατα στη μελέτη των οδοντωτών τροχών και αντιστοιχούν με τους λεγόμενους αρχικούς κυλίνδρους των μετωπικών τροχών[1].

2.1. Γεωμετρία μετωπικών οδοντωτών τροχών δι' εξειλιγμένης

Είτε γίνεται αναφορά σε εξωτερική είτε σε εσωτερική οδόντωση, και στις δύο περιπτώσεις το μεγαλύτερο μέρος της κατατομής περιγράφεται από την εξειλιγμένη καμπύλη που αντιστοιχεί στον βασικό κύκλο του τροχού. Εξειλιγμένη είναι η καμπύλη που διαγράφεται από το άκρο ημιευθείας που κυλίετε εφαπτομενικά χωρίς ολίσθηση επί του βασικού κύκλου όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.1.



Εικόνα 2.1: Σχηματισμός εξειλιγμένης καμπύλης [1]



Εικόνα 2.3: Κύριοι κύκλοι οδόντα, γραμμές επαφής και έλικες οδόντα εξωτερικής οδόντωσης. [1]

Η μελέτη των ελικοειδών μετωπικών τροχών γίνεται ταυτοχρόνως σε δύο επίπεδα ένα κάθετο στον άξονα περιστροφής του τροχού και ένα κάθετο στις έλικες του τροχού. Για την μελέτη στο δεύτερο επίπεδο πρέπει να εισαχθεί η έννοια του φανταστικού τροχού. Δεδομένου ότι τέμνοντας έναν κύλινδρο με επίπεδο που σχηματίζει γωνία με τον άξονά του θα παραχθεί μια έλλειψη, ο φανταστικός τροχός περιγράφεται από κύκλο ακτίνας ίσης με την μεγαλύτερη ακτίνα καμπυλότητας της δημιουργούμενης έλλειψης. Σύμφωνα με τα παραπάνω θα συνεχισθεί η περιγραφή αναφερόμενη κάθε φορά είτε στο κάθετο επίπεδο - n (κάθετο στις έλικες) είτε στο μετωπικό - s (κάθετο στον άξονα).

Τα modules των ελικοειδών τροχών αναφέρονται στο εγκάρσιο επίπεδο οπότε η ακτίνα του αρχικού κύκλου εγκάρσιου επιπέδου τροχού Z οδόντων θα δίνεται από τη σχέση:

$$r_0 = \frac{Zm_s}{2} \quad (2)$$

Όπου:

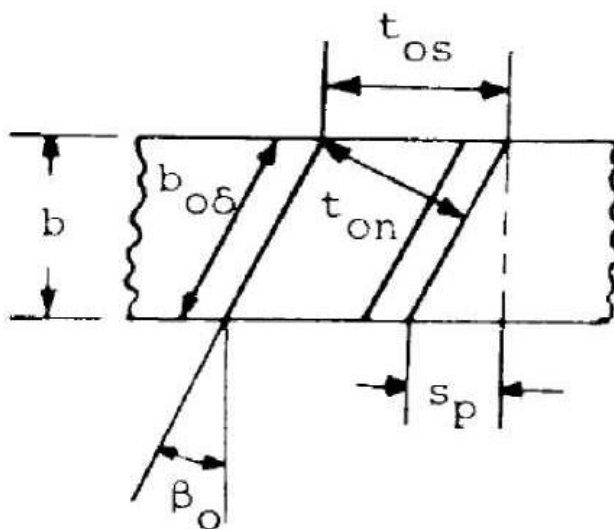
- r_0 - Ο αρχικός κύκλος του τροχού στο εγκάρσιο επίπεδο
- Z - Ο αριθμός των οδόντων του τροχού
- m_s - Το τυποποιημένο module του τροχού

Όπως φαίνεται από το επόμενο σχήμα το βήμα της καθέτου τομής είναι μικρότερο του βήματος της μετωπικής τομής έτσι ώστε στον αρχικό κύκλο να ισχύει:

$$t_{on} = t_{os} \cos(\beta_0) \quad (3)$$

Όπου:

- t_{on} - Το βήμα του αρχικού κύκλου του τροχού στο εγκάρσιο επίπεδο
- t_{os} - Το βήμα του αρχικού κύκλου του τροχού στο κάθετο επίπεδο



Εικόνα 2.4: Βήμα μετωπικής και καθέτου τομής. [1]

Οπότε αφού είναι:

$$m_s = \frac{t_{os}}{\pi} \quad (4)$$

Μπορεί να γραφεί :

$$m_n = m_s \cos(\beta_0) \quad (5)$$

Όπου:

- β_0 - Η γωνία ελίκωσης του οδόντος του τροχού στον αρχικό κύκλο.
- m_n - Το module του φανταστικού τροχού

Ο αρχικός κύκλος της μετωπικής τομής είναι:

$$r_{0n} = \frac{r_{0s}}{\cos^2(\beta_0)} \quad (6)$$

Όπου:

- r_{0n} - Η ακτίνα αρχικού κύκλου του φανταστικού τροχού (τροχού στην κάθετη τομή)

Ο αριθμός οδόντων του φανταστικού τροχού είναι:

$$Z_n = \frac{Z}{\cos^3(\beta_0)} \quad (7)$$

Όπου:

- Z_n - Ο αριθμός οδόντων του φανταστικού τροχού

Πρέπει να σημειωθεί ότι ο αριθμός αυτός εν γένει δεν είναι ακέραιος αριθμός.

Ο βασικός κύκλος από τον οποίο ξεκινά η εξειλιγμένη καμπύλη έχει ακτίνα:

$$r_g = r_0 \cos(\alpha_{os}) \quad (8)$$

Όπου:

- r_g - Η ακτίνα βασικού κύκλου του τροχού
- α_{os} - Η γωνία εξειλιγμένης καθέτου τομής

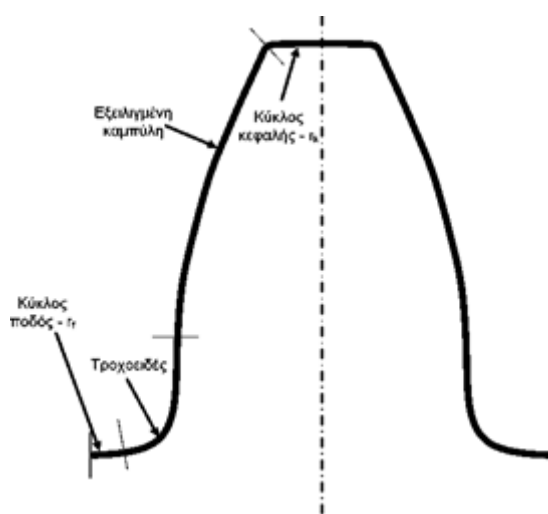
Η γωνία εξειλιγμένης κάθετης τομής δίνεται από τη σχέση:

$$\tan \alpha_{on} = \tan \alpha_{os} \cos(\beta_0) \quad (9)$$

2.1.1. Εξωτερική οδόντωση δι' εξειλιγμένης

Οι οδόντες που αντιστοιχούν σε τροχούς εξωτερικής οδόντωσης έχουν εν γένει πιο πολύπλοκη γεωμετρία κατατομής από αυτούς των εσωτερικών οδοντώσεων. Αυτό οφείλεται στην ύπαρξη του τροχοειδούς που δημιουργείται κατά την κοπή με την μέθοδο κυλίσεως (κανόνας, Fellows, Hobbing) από την άκρη του οδόντος του κοπτικού εργαλείου. Στην επόμενη Εικόνα 2.5 διαγράφονται όλες οι καμπύλες από τις οποίες αποτελείται η εν λόγω κατατομή.

Εάν δεν υπάρχουν υποκοπές κατασκευής, το τροχοειδές εφάπτεται της κατατομής του οδόντος. Από την άλλη η ύπαρξη υποκοπών υποδεικνύεται από τη γωνία που σχηματίζει η εξειλιγμένη και το τροχοειδές στο σημείο επαφής των. Οι υποκοπές προλαμβάνονται με την μετατόπιση του κανόνα (κοπτικού εργαλείου του τροχού).



Εικόνα 2.5: Καμπύλες κατατομής εξωτερικής οδόντωσης.

Ο κάθε κανόνας μπορεί να κόψει έως έναν ελάχιστο αριθμό οδόντων κατά τον οποίο να μην υφίστανται υποκοπές στην κατατομή του οδόντος. Συνθήκη για να μην υπάρχουν υποκοπές είναι ο αριθμός των οδόντων να είναι άνω του ελάχιστου που υποδεικνύει η σχέση:

$$Z_{min} \leq 2 \frac{(C_f - x_0) - C_c(1 - \sin(\alpha_{on}))}{(\sin(\alpha_{on}))^2} \quad (10)$$

Όπου:

- Z_{min} – Ελάχιστος αριθμός οδόντων που ο κανόνας μπορεί να κόψει χωρίς υποκοπές.
- C_f - Ύψος κεφαλής κανόνα
- x_0 – Μετατόπιση κανόνα για την αποφυγή υποκοπών
- C_c - Η ακτίνα καμπυλότητας της ακμής της κεφαλής κανόνα
- α_{on} – Γωνία οδόντος κανόνα

Για τον υπολογισμό των μεγεθών του κανόνα λαμβάνονται τα κάτωθι .

$$r_c = c_c m \quad (11)$$

$$h_f = c_f m \quad (12)$$

$$a_t = h_f - r_c (1 - \sin a_0) \quad (13)$$

$$\Psi_\Lambda = \Psi_M = -a_t + r_c \sin a_0 \quad (14)$$

$$\delta = l_0 - 2(a_t \tan a_0 + r_c \cos a_0) \quad (15)$$

$$X_H = 0,5(l_0 - \delta) \quad (16)$$

$$X_J = l_0 - a_t \tan a_0 \quad (17)$$

Για τον υπολογισμό του κύκλου r_s ο οποίος διαχωρίζει την εξειλιγμένη από το τροχοειδές χρησιμοποιείται η παρακάτω επαναληπτική διαδικασία

$$\chi = X_H - r_c \sin \omega \quad (18)$$

$$\psi = \Psi_\Lambda - r_c \cos \omega \quad (19)$$

$$K = -\chi - \psi \frac{dF(\chi)}{dx} \quad (20)$$

$$\chi_{1k} = (\chi + K) \cos \theta - (\psi + r_0) \sin \theta \quad (21)$$

$$\psi_{1k} = (\chi + K) \sin \theta + (\psi + r_0) \cos \theta \quad (22)$$

$$\chi_s = \chi_{1k} \cos(-\varphi_0) + \psi_{1k} \sin(-\varphi_0) \quad (23)$$

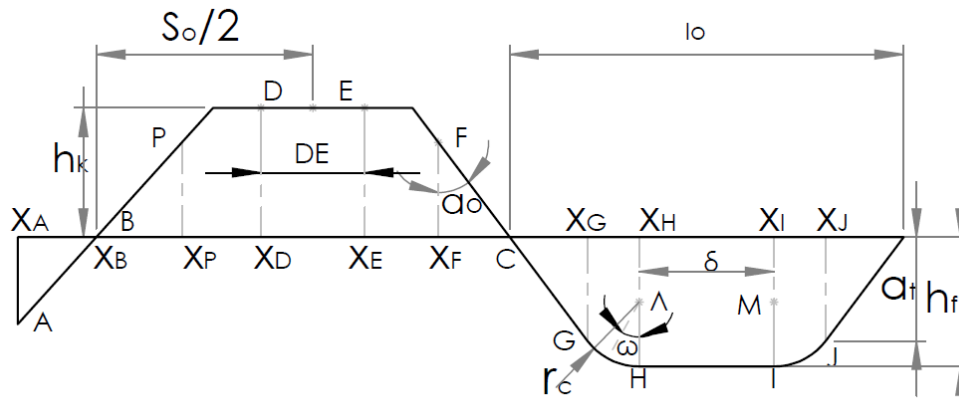
$$\Psi_s = -\chi_{1k} \sin(-\varphi_0) + \psi_{1k} \cos(-\varphi_0) + r_0 \quad (24)$$

$$r_s = \sqrt{\chi_s^2 + \Psi_s^2} \quad (25)$$

Από την ανωτέρω επαναληπτική διαδικασία θα προκύψει $\gamma = \varphi_s$ με $\tan \gamma = -\frac{\chi_s}{\psi_s}$ και

$$\varphi_s = \text{inv} a_s = \tan a_s - a_s \quad (26)$$

Όπου $r_g = r_s \cos a_s$



Εικόνα 2.6: Γεωμετρικά μεγέθη κανόνα

Στις μετατοπισμένες οδοντώσεις το κοπτικό εργαλείο μετατοπίζεται ακτινικά κατά x με αποτέλεσμα ο πραγματικός αρχικός κύκλος του τροχού που δημιουργείται να είναι διαφορετικός από τον αρχικό κύκλο του αντίστοιχου μη μετατοπισμένου τροχού. Η μετατόπιση του κανόνα όπως προαναφέρθηκε πραγματοποιείται είτε για να γίνει δυνατή η κατασκευή τροχών με λιγότερους οδόντες από ότι κανονικά θα ήταν δυνατόν χωρίς υποκοπές είτε για να αυξηθεί το πάχος των οδόντων χωρίς να χρειασθεί να αλλάξει το module του τροχού. Όταν λοιπόν πρόκειται για μελέτη μετατοπισμένων οδοντώσεων θα πρέπει να σημειωθεί ότι αλλάζει η ακτίνα ποδός και κεφαλής του οδόντα. Αυτό συμβαίνει επειδή μετατοπίζοντας τον κανόνα ουσιαστικά αλλάζει το ύψος ποδός και κεφαλής του (h_f και h_k). Επίσης πρέπει να σημειωθεί ότι στους τροχούς με θετικά μετατοπισμένη οδόντωση τείνει να λεπταίνει η κεφαλή του οδόντα ενώ παχαίνει ο πόδας. Έτσι ελλοχεύει ο κίνδυνος δημιουργίας ακμής στον κύκλο κεφαλής του οδόντα. Σε ορισμένες περιπτώσεις μετατοπισμένων οδοντώσεων απαιτείται κόψιμο κατά K της κεφαλής (ακμής) των οδόντων. Ακολουθως δίνονται οι σχέσεις που δίνουν τους κύκλους ποδός, κεφαλής και καθώς και τον πραγματικό αρχικό κύκλο στις εν λόγω οδοντώσεις.

Κύκλος ποδός μετατοπισμένης οδόντωσης:

$$r_f = r_0 - h_f + x \quad (27)$$

Όπου:

- χ - Η μετατόπιση του κανόνα [mm]

Κύκλος κεφαλής μετατοπισμένης οδόντωσης:

$$r_k = r_0 + h_f + x - K \quad (28)$$

Όπου:

- K – Κοπή κεφαλών οδόντων [mm]

Πραγματικός αρχικός κύκλος μετατοπισμένης οδοντώσεως:

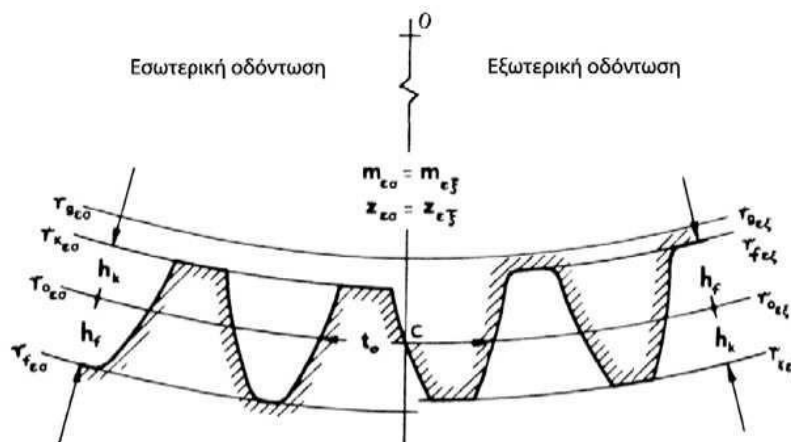
$$r_{ws} = r_0 + x \quad (29)$$

Όπου:

- r_{ws} – Ακτίνα του πραγματικού αρχικού κύκλου [mm]

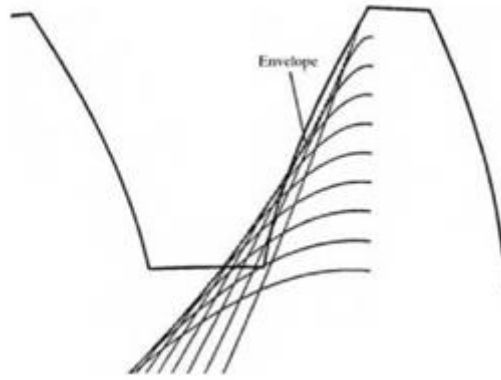
2.1.2. Εσωτερική οδόντωση δι' εξειλιγμένης

Η εσωτερική οδόντωση δι' εξειλιγμένης διαφέρει από την εξωτερική ως προς τους κύκλους ποδός και κεφαλής. Αυτό γιατί λόγω της ανεστραμμένης γεωμετρίας τους ο κύκλος ποδός είναι μεγαλύτερος από τον κύκλο κεφαλής. Επιπλέον σημαντικό σημείο αποτελεί το ότι στις εσωτερικές οδοντώσεις δεν υφίσταται τροχοειδές. Στο ακόλουθο σχήμα δείχνονται οι διαφορές μεταξύ των κύριων κύκλων της εσωτερικής και εξωτερικής οδόντωσης.



Εικόνα 2.7: Διαφορές εσωτερικής και εξωτερικής οδόντωσης.

Στις εσωτερικές οδοντώσεις μπορεί να υπάρχουν επίσης συνθήκες κοπής κατά τις οποίες εμφανίζονται υποκοπές της κατατομής. Αυτές δημιουργούνται όταν κατά την κοπή τροχών με σχετικά μικρό αριθμό οδόντων, το κοπτικό εργαλείο ενώ έχει διαμορφώσει την εξειλιγμένη ενός οδόντα ξαναέρχεται σε επαφή με αυτόν και κόβει το τμήμα της εξειλιγμένης που βρίσκεται κοντά στην κεφαλή του οδόντα όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Εικόνα 2.8: Υποκοπές κατασκευής σε εσωτερική οδόντωση.

Η αποφυγή υποκοπών και στις εσωτερικές οδοντώσεις γίνεται με την μετατόπιση του κοπτικού εργαλείου. Στις εσωτερικές οδοντώσεις θετική θεωρείται η μετατόπιση κατά την οποία το κοπτικό εργαλείο μετακινείται προς το κέντρο του τροχού. Η συνθήκη για να μην δημιουργούνται υποκοπές κατασκευής περιγράφεται από την παρακάτω σχέση η οποία δίνει τον ελάχιστο αριθμό οδόντων χωρίς υποκοπές που μπορούν να κοπούν σε εσωτερικές οδοντώσεις.

$$Z_{min} \geq 2 \frac{(h_k - x)(1 + \cos(\alpha_{on}))}{m_n (\sin(\alpha_{on}))^2} \quad (30)$$

Όπου:

- Z_{min} – Ελάχιστος αριθμός οδόντων που ο κανόνας μπορεί ο δεδομένος κανόνας να κόψει
- h_k - Το ύψος κεφαλής του οδόντα του κανόνα
- x - Μετατόπιση του κανόνα
- m_n - Το module του κοπτικού εργαλείου
- α_{on} - Γωνία οδόντος κανόνα

Ακολούθως θα δοθούν οι σχέσεις υπολογισμού των ακτινών των κύκλων κεφαλής, ποδός και του πραγματικού αρχικού κύκλου σε μετατοπισμένες εσωτερικές οδοντώσεις. Οι οδοντωτοί τροχοί με μη μετατοπισμένες οδοντώσεις μπορούν να υπολογισθούν εάν τεθεί μηδενική μετατόπιση.

Κύκλος ποδός μετατοπισμένης οδόντωσης:

$$r_f = r_0 - h_f + x \quad (31)$$

Όπου:

- x - Η μετατόπιση του κανόνα [mm]

Κύκλος κεφαλής μετατοπισμένης οδόντωσης:

$$r_k = r_0 + h_k + x - K \quad (32)$$

Όπου:

- K – Κοπή κεφαλών οδόντων [mm]

Πραγματικός αρχικός κύκλος μετατοπισμένης οδοντώσεως:

$$r_{ws} = r_0 + x \quad (33)$$

Όπου:

- r_{ws} – Ακτίνα του πραγματικού αρχικού κύκλου [mm]

2.2. Βαθμίδες μετωπικών οδοντωτών τροχών δι' εξειλιγμένης

Η μελέτη δύο συνεργαζόμενων οδοντωτών τροχών συνίσταται στην εύρεση κάποιων θεμελιωδών μεγεθών που χαρακτηρίζουν τόσο την γεωμετρία της βαθμίδας όσο και τα κινηματικά και δυναμικά χαρακτηριστικά της. Η ανάλυση που θα ακολουθήσει θα διαχωριστεί για βαθμίδες εξωτερικών μετωπικών τροχών και για βαθμίδες που αποτελούνται από ένα τροχό εσωτερικής οδόντωσης και από έναν εσωτερικής οδόντωσης.

2.2.1. Βαθμίδες εξωτερικών μετωπικών τροχών

Από γεωμετρικής άποψης το μόνο μέγεθος που πρέπει να υπολογισθεί είναι η απόσταση των κέντρων των δύο συνεργαζόμενων τροχών. Αυτή δίνεται από το άθροισμα των ακτινών των κύκλων κυλίσεως των δύο τροχών όπως φαίνεται και στο ακόλουθο σχήμα.



Εικόνα 2.9: Απόσταση αξόνων τροχών σε βαθμίδα οδοντωτών τροχών εξωτερικής οδόντωσης

Οπότε η απόσταση των κέντρων θα είναι:

$$\alpha = r_{ws1} + r_{ws2} \quad (34)$$

Όπου:

- $r_{wsi} \ i=1,2$ -Ακτίνες των πραγματικών αρχικών κύκλων των τροχών
- α -Η απόσταση των κέντρων των τροχών

Από κινηματικής άποψης το βασικό στοιχείο που πρέπει να υπολογισθεί είναι ο συντελεστής μετάδοσης της βαθμίδας. Ο συντελεστής μετάδοσης ορίζεται ως ο λόγος του αριθμού των οδόντων του πινιόν (κινητήριος τροχός) προς τον αριθμό οδόντων του συνεργαζόμενου οδόντα. Στη γενική περίπτωση αν ο κινητήριος τροχός είναι ο τροχός 1, τότε η σχέση που θα δίνει τη σχέση μετάδοσης θα είναι:

$$i = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad (35)$$

Όπου:

- $Z_i \ i=1,2$ -Οι αριθμοί οδόντων των τροχών
- $n_i \ i=1,2$ -Η ταχύτητα περιστροφής των τροχών

Όσον αφορά τις δυνάμεις που αναπτύσσονται κατά τη συνεργασία των τροχών αυτές γενικά (για ελικοειδή οδόντωση) αναπτύσσονται τόσο επαπτομενικά και ακτινικά στον κύκλο κυλίσεως όσο και αξονικά στον οδοντωτό τροχό. Κατά τη συνεργασία των οδόντων λόγω δράσης αντίδρασης οι δυνάμεις τόσο στον συνεργαζόμενο τροχό όσο και στο πινιόν θα είναι ίσες κατά μέτρο μεταξύ τους. Το επόμενο σχήμα δείχνει τις δυνάμεις που αναπτύσσονται σε μια βαθμίδα μετωπικών τροχών εξωτερικής οδόντωσης. Αν η εισερχόμενη ροπή στη βαθμίδα είναι M_{d1} τότε η περιφερειακή δύναμη που θα αναπτυχθεί στη βαθμίδα δίδεται από τη σχέση:

$$F_t = \frac{M_{d1}}{r_{ws1}} \quad (36)$$

Όπου:

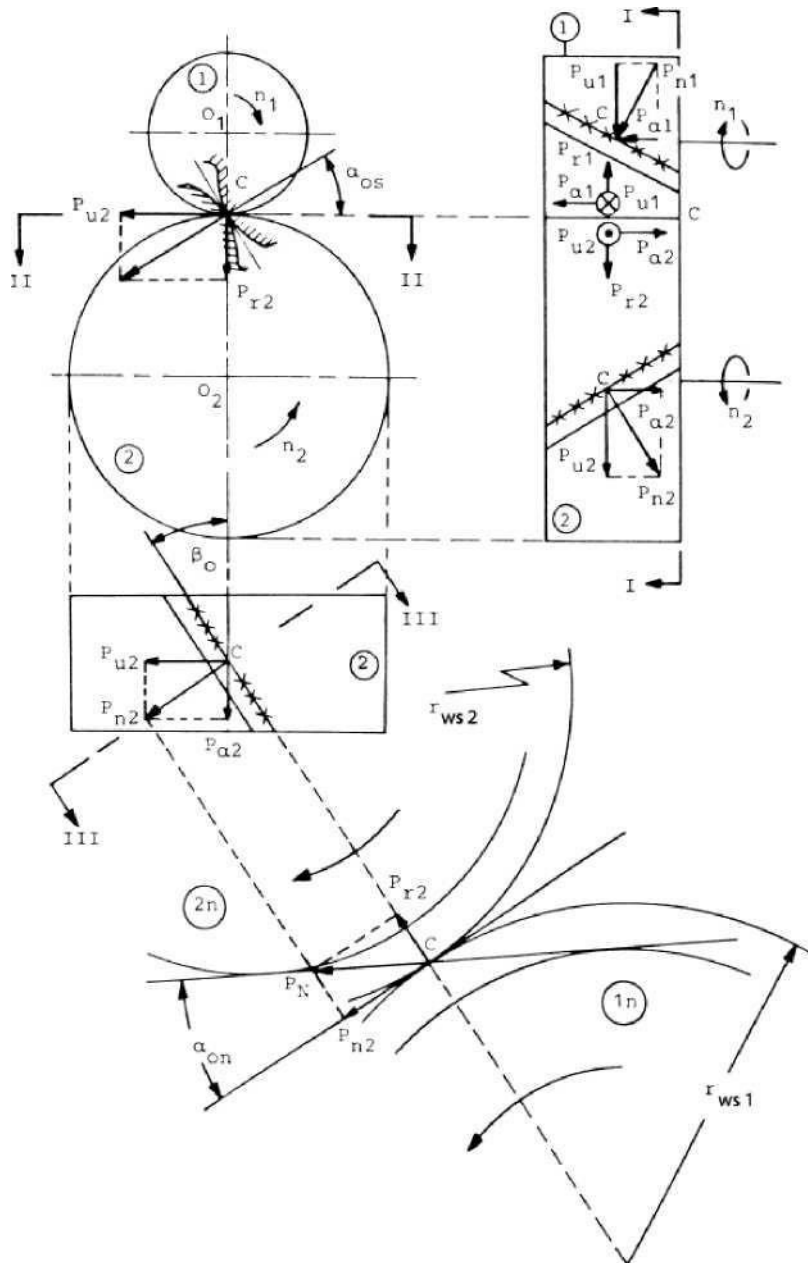
- M_{d1} -Η ροπή εισόδου στη βαθμίδα
- F_t -Η επαπτομενική δύναμη των τροχών στους κύκλους κυλίσεως

Όμως επειδή όπως ήδη εξηγήθηκε η F_t είναι κοινή και για τους δύο τροχούς θα ισχύει:

$$F_t = \frac{M_{d2}}{r_{w21}} \rightarrow M_{d2} = M_{d1}i \quad (37)$$

Όπου:

- M_{d2} -Η ροπή εξόδου της βαθμίδας



Εικόνα 2.10: Δυνάμεις επι των οδόντων βαθμίδας εξωτερικών οδοντωτών τροχών.[1]

Η ακτινική δύναμη προκύπτει από την όψη I-I της Εικόνας 2.10 μέσω της γωνίας α_{os} ως εξής:

$$F_r = F_t \tan \alpha_{os} \rightarrow F_r = F_t \frac{\tan \alpha_{on}}{\cos \beta_o} \quad (38)$$

Όπου:

- F_t -Η εφαπτομενική δύναμη των τροχών στους κύκλους κυλίσεως.
- F_r -Η ακτινική δύναμη επί των τροχών.
- α_{on} -Η γωνία πίεσης των τροχών στο κάθετο επίπεδο.
- β_o -Η γωνία ελίκωσης των τροχών στον αρχικό κύκλο.

Η αξονική δύναμη υπολογίζεται από τη γωνία β_0 που φαίνεται στην όψη II - II ως εξής:

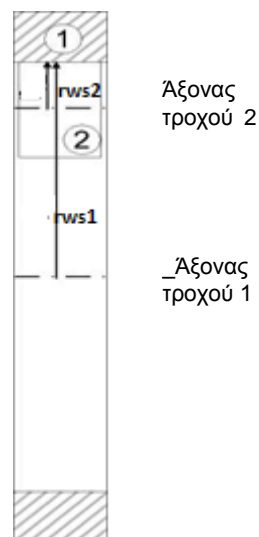
$$F_a = F_t \tan \beta_0 \quad (39)$$

Όπου:

- F_t -Η εφαπτομενική δύναμη των τροχών στους κύκλους κυλίσεως.
- F_a -Η αξονική δύναμη επί των τροχών
- β_0 -Η γωνία ελίκωσης των τροχών.

2.2.2. Βαθμίδες εσωτερικών - εξωτερικών μετωπικών τροχών

Στις βαθμίδες εσωτερικών - εξωτερικών οδοντώσεων το μόνο πράγμα που αλλάζει σε σχέση με τα παραπάνω είναι το ότι ο ένας τροχός βρίσκεται εντός του τροχού εσωτερικής οδοντώσεως. Οπότε η απόσταση των κέντρων των δύο τροχών θα είναι ίση με τη διαφορά των ακτινών των κύκλων κυλίσεως αντί για το άθροισμα που ήταν προηγουμένως.



Εικόνα 2.11: Απόσταση αξόνων τροχών σε βαθμίδα οδοντωτών τροχών εσωτερικής - εξωτερικής οδόντωσης

Για τους ακόλουθους υπολογισμούς θα θεωρηθεί ότι ο τροχός 1 είναι αυτός με την εσωτερική οδόντωση ενώ ο 2 αυτός με την εξωτερική. Σύμφωνα με τα όσα αναφέρθηκαν προηγουμένως η απόσταση των κέντρων θα είναι:

Οπότε η απόσταση των κέντρων θα είναι:

$$a = r_{ws1} - r_{ws2} \quad (40)$$

Όπου:

- $r_{wsi} \quad i=1,2$ -Ακτίνες των πραγματικών αρχικών κύκλων των τροχών
- a -Η απόσταση των κέντρων των τροχών

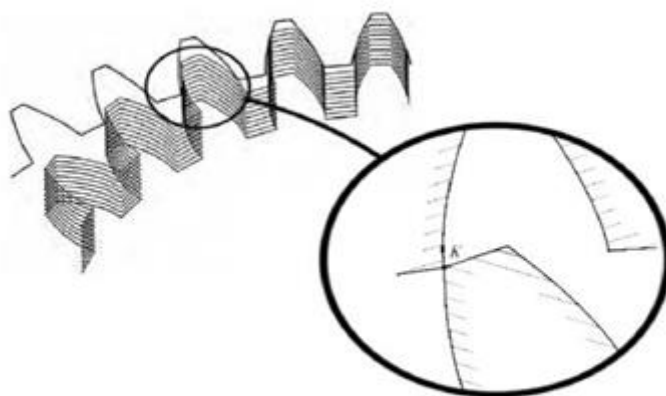
Πρέπει να αναφερθεί ότι ένας σημαντικός γεωμετρικός περιορισμός που εισάγεται στον σχεδιασμό βαθμίδων εσωτερικών - εξωτερικών οδοντώσεων είναι η μέγιστη διαφορά αριθμού οδόντων εσωτερικού και εξωτερικού γραναζιού. Εάν η διαφορά είναι μικρότερη από τη μέγιστη τότε κατά τη συνεργασία των οδοντώσεων θα υπάρχει σύγκρουση των κεφαλών των συνεργαζόμενων οδόντων. Ο ελάχιστος αριθμός οδόντων του γραναζιού εσωτερικής οδόντωσης θα πρέπει να είναι [1]:

$$Z_{INT} > Z_{EXT} + 10 \quad (41)$$

Όπου στη σχέση

- Z_{INT} - Ο αριθμός οδόντων τροχού εσωτερικής οδοντώσεως
- Z_{EXT} - Ο αριθμός οδόντων τροχού εξωτερικής οδοντώσεως

Στην επόμενη Εικόνα 2.12 δείχνεται η οριακή περίπτωση μη σύγκρουσης οδόντων όταν ισχύει η ισότητα της σχέσης. Για να αποφευχθεί περαιτέρω η σύγκρουση των οδόντων σε βαθμίδες εσωτερικής - εξωτερικής οδόντωσης, συνηθίζεται να μειώνεται η απόσταση των αξόνων των δύο τροχών.



Εικόνα 2.12: Οριακή σύγκρουση εσωτερικής - εξωτερικής οδόντωσης.

Τόσο η σχέση μετάδοσης όσο και οι δυνάμεις που αναπτύσσονται στις συνεργαζόμενες οδοντώσεις υπολογίζονται από τις ίδιες σχέσεις που εξήχθησαν για τις βαθμίδες εξωτερικών οδοντώσεων. Οπότε δεν θα επακολουθήσει περαιτέρω ανάλυση επί των δυνάμεων στις βαθμίδες εσωτερικών - εξωτερικών οδοντώσεων γιατί άλλωστε αυτό δεν συνάδει με τους στόχους της παρούσης εργασίας.

2.3. Βαθμός επικαλύψεως και τροχιά επαφών.

Ως μήκος επαφών ορίζεται το μήκος τόξου του αρχικού κύκλου το οποίο διατρέχει η εργαζόμενη πλευρά του οδόντος ενός οδοντωτού τροχού από το πρώτο μέχρι και το τελευταίο σημείο επαφής της με την συνεργαζόμενη πλευρά του οδόντος του άλλου τροχού. Οπότε ορίζεται ως βαθμός επικαλύψεως ή διάρκεια επαφής ε ο λόγος του μήκους επαφών e_0 προς το βήμα του αρχικού κύκλου t_0 [1]:

$$\varepsilon = \frac{e_0}{t_0} = \frac{AB}{t_0 \cos a_0} = \frac{AB}{t_g} \quad (42)$$

$$AB = \sqrt{(r_{02} + m)^2 - r_{02}^2 \cos^2 a_0} + \sqrt{(r_{01} + m)^2 - r_{01}^2 \cos^2 a_0} - (r_{01} + r_{02}) \sin a_0 \quad (43)$$

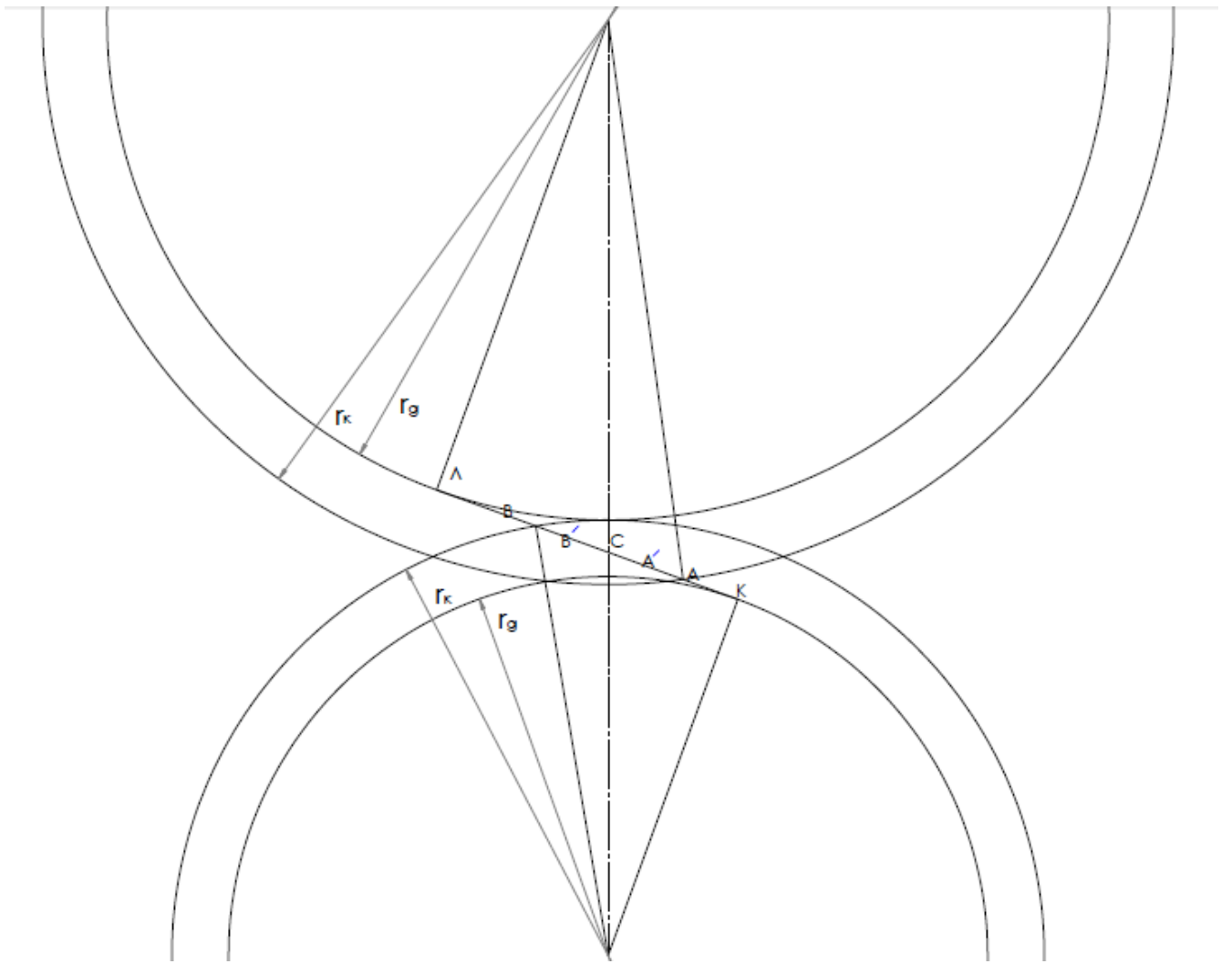
Στις ελικοειδείς όμως οδοντώσεις η μετάθεση του οδόντος έχει σημαντική επίδραση επί του βαθμού επικαλύψεως. Σε ένα τέτοιο ζεύγος λοιπόν, ο βαθμός επικαλύψεως είναι το άθροισμα δύο επιμέρους βαθμών επικαλύψεως, εκ των οποίων ο ένας, ε , αντιστοιχεί στη βαθμίδα ως εάν αυτή είχε μετωπικούς τροχούς με ευθείς οδόντες, και ο άλλος, ε_{sp} , αντιστοιχεί στη μετάθεση των ελικοειδών οδόντων. Ο ε υπολογίζεται όπως αναφέρθηκε παραπάνω, ενώ ο ε_{sp} υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο :

$$\varepsilon_{sp} = \frac{s_p}{t_{os}} = \frac{b \tan \beta_0}{\pi m_n} \quad (44)$$

Συνεπώς ο ολικός βαθμός επικαλύψεως βαθμίδας μετωπικών τροχών με ελικοειδείς οδόντες υπολογίζεται από την σχέση :

$$\varepsilon_h = \varepsilon + \varepsilon_{sp} \quad (45)$$

Στην παρούσα εργασία, αποφασίστηκε να διατηρηθεί σταθερός ο βαθμός επικαλύψεως σε όλα τα μοντέλα, $\varepsilon_h=1.5568$. Μελετώντας το πρώτο μοντέλο, τροχοί εξωτερικής οδόντωσης αποτελούμενοι από είκοσι οδόντες γωνίας εξελιγμένης 20 μοιρών και module ένα, υπολογίστηκε ο βαθμός επικαλύψεως ίσος με 1.5568 ώστε να υπάρχει αρμονική συνεργασία μεταξύ τους. Καθώς αυξάνει η γωνία πίεσης ο βαθμός επικαλύψεως στην μετωπική τομή μειώνεται, άρα θα πρέπει να αυξηθεί ο βαθμός επικαλύψεως λόγω της μετάθεσης ώστε να διατηρηθεί σταθερή η υπολογισμένη τιμή($\varepsilon=1.5568$).



Εικόνα 2.13 : Τροχιά επαφών

3. Βλάβες οδοντωτών τροχών

Στην συνέχεια θα γίνει λόγος για τις βλάβες των οδοντωτών τροχών που αντιστοιχούν στις καταπονήσεις που θα ληφθούν υπόψη κατά τη παρούσα μελέτη όπως επίσης και τις αιτίες αυτών.

3.1. Γενικές αιτίες των βλαβών των οδοντωτών τροχών

Συνοπτικά μερικές από τις αιτίες που προκαλούν την αστοχία των οδοντωτών τροχών είναι:

1. **Η σημειακή υπερφόρτιση των κατατομών:** η οποία είναι το αποτέλεσμα κρουστικών φορτίων. Σαν αποτέλεσμα αυτής έχουμε την δημιουργία ραβδώσεων επί των κατατομών του οδοντωτού τροχού που δημιουργούν αυλακώσεις άρα και απώλεια υλικού στον οδόντα.
2. **Η ακατάλληλη λίπανση στις οδοντώσεις:** Γενικά στους οδοντωτούς τροχούς συνιστάται η χρήση λιπαντικού κατάλληλου για υψηλές πιέσεις, διότι η επαφή των κατατομών είναι συνήθως μόνο γραμμική. Το σύστημα λιπάνσεως, θα πρέπει να μπορεί να λιπάνει όλες τις θέσεις εργασίας, το δε λιπαντικό θα πρέπει να παραμείνει επί της κατατομής του οδόντος μέχρι την στιγμή της επαφής των κατατομών. Εάν κάτι τέτοιο δεν καθίσταται δυνατόν και η λειτουργία της βαθμίδας γίνεται χωρίς την χρήση του απαραίτητου λιπαντικού, τότε η λίπανση είναι ακατάλληλη. Μέσα από το λιπαντικό μεταφέρονται και τα ξένα σωματίδια για τα οποία έγινε αναφορά προηγουμένως. Είναι απαραίτητο λοιπόν, το λιπαντικό να φιλτράρεται και να είναι απαλλαγμένο από οιαδήποτε πρόσμιξη που αποτελεί απειλή για τα γρανάζια. Ακόμα, η θερμοκρασία του θα πρέπει να είναι τέτοια ώστε να απομακρύνει από τις θέσεις εργασίας των κατατομών το παραγόμενο, λόγω τριβής, ποσό θερμότητας.
3. **Η ακατάλληλη κατασκευή:** Οι κατατομές των οδόντων πρέπει να έχουν κατασκευασθεί με ακρίβεια, τα δε fillets των οδόντων πρέπει να είναι τα προβλεπόμενα.
4. **Η ακατάλληλη συναρμολόγηση:** Οι περισσότερες των περιπτώσεων που έχουν σχέση με την κακή συναρμολόγηση των οδοντωτών τροχών αναφέρονται παρακάτω:
 - i. Χαλαρή πρόσδεση, των τροχών στους άξονες, των αξόνων στα ρουλεμάν ή των ρουλεμάν στο κέλυφος, μπορούν να προκαλέσουν μεταξύ των άλλων και δονήσεις από αζυγοσταθμία.
 - ii. Κακή ευθυγράμμιση.
 - iii. Λανθασμένη απόσταση μεταξύ των κέντρων των συνεργαζόμενων τροχών, σημαίνει δημιουργία απρόβλεπτων δυνάμεων δηλαδή εκδήλωση βλάβης στους τροχούς.

3.2. Είδη βλαβών οδοντωτών τροχών

Στην παρούσα εργασία θα γίνει λόγος μόνο για τις βλάβες βαθμίδων οδοντωτών τροχών που μπορούν να προβλεφθούν κατά τον σχεδιασμό και όχι αυτές που προέρχονται από κακή κατασκευή ή κακή συναρμολόγηση των τροχών. Έτσι μια βαθμίδα που έχει σχεδιασθεί σύμφωνα με τις σχέσεις που παρατέθηκαν σε προηγούμενα κεφάλαια κινδυνεύει από δύο κυρίως βλάβες:

-Εκκοιλάνσεις (pitting) λόγω κόπωσης των συνεργαζόμενων επιφανειών των οδόντων από πιέσεις επιφανείας (Hertz).

-Θραύση οδόντος λόγω κόπωσης στην επικίνδυνη διατομή ποδός του οδόντος από καμπτικές τάσεις.

3.2.1. Εκκοιλάνσεις επιφανείας οδόντα

Οι εκκοιλάνσεις επιφανείας οδόντα είναι αποτέλεσμα της μηχανικής διάβρωσης που προκύπτει από τις δυνάμεις επαφής λόγω φορτίου. Είναι αποτέλεσμα της κόπωσης επιφανείας που προκύπτει από τις επαναλαμβανόμενες καταπονήσεις των επιφανειών ή τις καταπονήσεις στο εσωτερικό του οδόντος, κάτω από την επιφάνειά του, οι οποίες περνούν τη διαρκή αντοχή του (διαδικασία Pitting). Η διαδικασία αυτή χαρακτηρίζεται από απομάκρυνση του μετάλλου και σχηματισμό κοιλοτήτων (εκκοιλάνσεις). Οι εκκοιλάνσεις είναι δυνατόν να έχουν μικρό μέγεθος και να το διατηρούν, αλλά και να το αυξάνουν σταδιακά. Στην περίπτωση αυτή επιδρά η διαρκής επέκταση της κόπωσης που προκαλεί συνενώσεις γειτονικών κοιλοτήτων και αύξηση του μεγέθους τους (spalling). Επίσης υπάρχει η περίπτωση οι εκκοιλάνσεις να έχουν εξαρχής μεγάλο μέγεθος.

Η θεωρία Hertz εφαρμόζεται για τον πρώτο έλεγχο των οδοντωτών τροχών σε αντοχή πίεσης επιφανείας. Η απλή στατική θεωρία υποστηρίζει ότι η βλάβη θα είναι χειρότερη στα σημεία που οι τάσεις είναι μέγιστες. Η μηχανική διάβρωση συμβαίνει αρχικά πολύ κοντά αλλά όχι ακριβώς επάνω στην διάμετρο αρχικού κύκλου, όπου οι ταχύτητες ολίσθησης είναι χαμηλές ή μηδενικές.

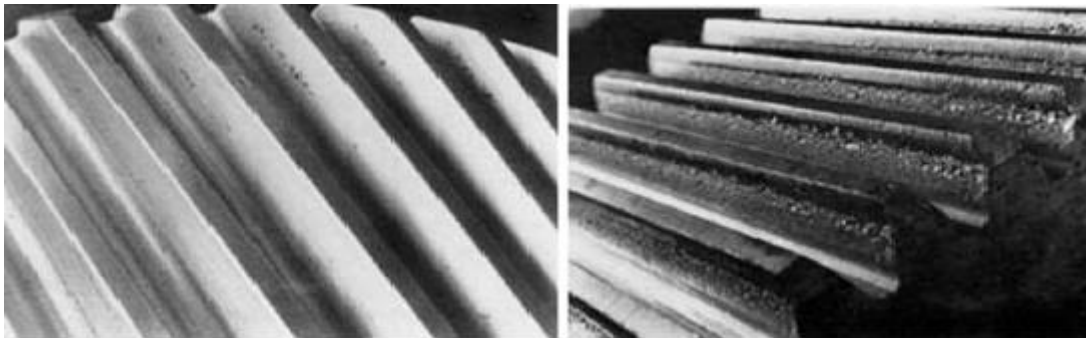
Οι εκκοιλάνσεις λόγω κόπωσης επιφανείας μπορούν να διακριθούν σε δύο βασικές κατηγορίες:

- Τις αρχικές εκκοιλάνσεις και
- Τις εξελισσόμενες εκκοιλάνσεις που οδηγούν σε αστοχία της κατατομής του οδόντα.

Οι αρχικές - μη εξελισσόμενες εκκοιλάνσεις στις περισσότερες εφαρμογές δε θεωρούνται αιτία αστοχίας του τροχού αντιθέτως αναφέρονται συχνά ως στρώσιμο του τροχού (wear-in phenomenon). Οι αρχικές εκκοιλάνσεις χαρακτηρίζονται από μικρές κοιλότητες οι οποίες δεν εκτείνονται σε όλη την έκταση της επιφανείας του μελετώμενου οδοντωτού τροχού.

Οι εξελισσόμενες εκκοιλάνσεις είναι πολύ μεγαλύτερες από τις προηγούμενες και προκαλούν καταστροφή της κατατομής. Είναι συνέχεια των αρχικών εκκοιλάνσεων αλλά σταδιακά αυξάνουν σε μέγεθος και αριθμό μέχρι να αλλοιωθεί η ομαλότητα της λειτουργίας του ζεύγους των οδοντωτών τροχών. Είναι φανερό ότι δεν υπάρχει τρόπος επαναφοράς της κατατομής.

Στην επόμενη Εικόνα 3.1 δείχνεται ο τοπικός και μη καταστροφικός χαρακτήρας των αρχικών εκκοιλάνσεων σε σύγκριση με το μέγεθος της καταστροφής της κατατομής όταν οι εκκοιλάνσεις έχουν οδηγήσει τον τροχό σε αστοχία.



Εικόνα 3.1: Αρχικές εκκοιλάνσεις (αριστερά) - Αστοχία κατατομής λόγω εκτεταμένων εκκοιλάνσεων (δεξιά).

Ο σχεδιασμός μιας βαθμίδας μετωπικών τροχών θα πρέπει να γίνεται με τέτοιο τρόπο που να προλαμβάνεται η αστοχία λόγω κόπωσης επιφανείας κατά τη διάρκεια του προσδοκώμενου λειτουργίας της βαθμίδας. Αυτό είναι δυνατό εάν η αναμενόμενη πίεση επιφανείας υπολογισθεί ώστε να είναι κάτω του ορίου αντοχής σε κόπωση ή εάν είναι ανώτερο αυτού τότε η κόπωση της επιφανείας των οδόντων κατά τη διάρκεια ζωής της βαθμίδας να μην οδηγήσει σε αστοχία των επιφανειών.

3.2.2. Θραύση οδόντος λόγω κόπωσης στην επικίνδυνη διατομή ποδός

Η θραύση στον πόδα του οδόντος λόγω κόπωσης είναι ο κοινότερος τύπος αστοχίας και προκύπτει από τις επαναλαμβανόμενες καμπτικές καταπονήσεις που ξεπερνούν το όριο διαρκούς αντοχής του υλικού. Αυτές οι τάσεις οφείλονται στον ελαττωματικό σχεδιασμό, την υπερφόρτιση, την έλλειψη ευθυγράμμισης ή τη μη αναμενόμενη αύξηση των τάσεων στις επιφανειακές ατέλειες του οδόντα. Η θραύση κόπωσης προέρχεται από ρωγμή του υλικού. Συνήθως οι ρωγμές δημιουργούνται στο τροχοειδές (fillet) του τροχού όπου και ονομάζεται επικίνδυνη διατομή ποδός. Η ρωγμή ξεκινά από μια αυξημένη επιφανειακή τάση στην επικίνδυνη διατομή ποδός στην εργαζόμενη πλευρά του τροχού (εφελκυστική πλευρά), και εξελίσσεται προκαλώντας την ολική αστοχία κατά μήκος του ποδός του οδόντος ή κατά τη διαγώνια διεύθυνση προς την κεφαλή του οδόντος με αποτέλεσμα την τελική θραύση ή την αποκόλληση ολόκληρου του τμήματος του οδόντος.

Η κάμψη του οδόντα που προκαλεί τη θραύση στην επικίνδυνη διατομή ποδός μπορεί να μοντελοποιηθεί θεωρώντας ότι ο οδόντας είναι πακτωμένος στον τροχό και φορτίζεται από μια δύναμη που ασκείται στο HPSTC (Highest Point of Single Tooth Contact), δηλαδή το υψηλότερο σημείο συνεργασίας της βαθμίδας όπου υπάρχει επαφή μόνο ενός ζεύγους οδόντων.

Στην επόμενη Εικόνα 3.2 δείχνεται ένας οδοντωτός τροχός ο οποίος αστόχησε στην κρίσιμη διατομή ποδός σε ένα δόντι και έχει ρωγμή σε προχωρημένο επίπεδο στο αμέσως επόμενο δόντι.



Εικόνα 3.2: Σπασμένος οδόντας στα δεξιά και έναρξη ρωγμής στα αριστερά της Εικόνας.

3.3. Υπολογισμός των πιέσεων επιφανείας του οδόντα με χρήση εξισώσεων κατά AGMA.

Αρχικά γίνεται μια διερεύνηση για τον υπολογισμό των τάσεων που προκύπτουν λόγω της πίεσης επιφανείας, καθώς επίσης και της τάσεως που αναπτύσσεται στην επικίνδυνη διατομή του πόδα στους οδοντωτούς τροχούς, με χρήση εξισώσεων κατά τα πρότυπα AGMA. Για το σκοπό αυτό δημιουργήθηκε ένα πρόγραμμα στο υπολογιστικό λογισμικό MatLab, στο οποίο έπειτα από μερικές τροποποιήσεις εισήχθησαν οι εξισώσεις οι οποίες επιστρέφουν τα επιθυμητά αποτελέσματα. Παρακάτω αναλύονται οι εξισώσεις αυτές.

3.3.1. Πίεση επιφανείας συνεργαζόμενης κατατομής οδόντων

Η μελέτη κατά AGMA για την αποφυγή των εξελισσόμενων εκκοιλάνσεων έγκειται στην εύρεση της τάσεως επιφανείας που αναπτύσσεται κατά τη συνεργασία των τροχών της βαθμίδας.

Όπως αναλύθηκε σε προηγούμενη παράγραφο οι εκκοιλάνσεις είναι αποτέλεσμα των επιφανειακών τάσεων (Hertz pressure). Η σχέση που δίνει την πίεση επιφανείας των συνεργαζόμενων επιφανειών εξετάζει βαθμίδες με λόγο μετάδοσης μεγαλύτερο της μονάδας πράγμα που αφορά μειωτήρες στροφών.

Η σχέση που δίνει την τάση επιφανείας σύμφωνα με τα πρότυπα της AGMA είναι:

$$\sigma_H = C_p \sqrt{\left(F_t C_o C_v C_s \frac{C_m}{d_{w1}} \frac{C_f}{Z_I}\right)} \quad (46)$$

Όπου:

- σ_H - Η πίεση επιφανείας [MPa]
- C_p - Ο συντελεστής ελαστικότητας των υλικών
- F_t - Η περιφερειακή δύναμη στο οδόντες των τροχών [N]
- C_o - Ο συντελεστής υπερφόρτισης
- C_v - Ο συντελεστής δυναμικής καταπόνησης
- C_s - Ο συντελεστής μεγέθους
- C_m - Ο συντελεστής κατανομής της φόρτισης
- d_{w1} - Η διάμετρος του πραγματικού αρχικού κύκλου του πινιόν
- b - Το μικρότερο από τα πλάτη των συνεργαζόμενων τροχών (της κορώνας)
- C_f - Ο συντελεστής κατάστασης επιφανείας
- Z_I - Ο συντελεστής γεωμετρίας των οδόντων έναντι εκκοιλάνσεων

3.3.2. Συντελεστής ελαστικότητας – C_p

Ο συντελεστής ελαστικότητας υπολογίζεται από την επόμενη σχέση:

$$C_p = \sqrt{\left(\frac{1}{\pi \left[\left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \right) + \left(\frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \right]} \right)} \quad (47)$$

Όπου

- C_p - Ο συντελεστής ελαστικότητας των υλικών
- $\nu_i, i=1,2$ - Ο λόγος Poisson των υλικών των οδόντων
- $E_i, i=1,2$ - Το μέτρο ελαστικότητας των υλικών των οδόντων [MPa]

3.3.3. Συντελεστής υπερφόρτισης – C_o

Ο συντελεστής υπερφόρτισης παίζει το ρόλο του συντελεστή ασφαλείας επί εξωτερικών επιβαλλόμενων φορτίσεων πέραν της υπολογισμένης περιφερειακής δύναμης. Οι εξωτερικές φορτίσεις αυτές ποικίλουν ανάλογα την εφαρμογή και έτσι ο συντελεστής υπερφόρτισης θα πρέπει να μελετάται και να λαμβάνεται υπόψη στο στάδιο του σχεδιασμού.

Στην παρούσα εργασία ο συντελεστής αυτός θα θεωρηθεί ίσος με τη μονάδα.

3.3.4. Συντελεστής δυναμικής καταπόνησης – C_v

Ο συντελεστής δυναμικής καταπόνησης αφορά στην υπερφόρτιση λόγω των δυναμικών φορτίων που η εξεταζόμενη βαθμίδα υφίσταται. Στα κιβώτια ταχυτήτων των ανεμογεννητριών τα δυναμικά φορτία του ανέμου επιβάλλουν σύμφωνα με το αντίστοιχο πρότυπο της AGMA ελάχιστο συντελεστή δυναμικής καταπόνησης:

$$C_v = 1.05$$

3.3.5. Συντελεστής μεγέθους – C_s

Ο συντελεστής μεγέθους συνδέει το μέγεθος των τροχών της εξεταζόμενης βαθμίδας με την ενδεχόμενη μη ομοιομορφία του υλικού των οδόντων. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την ανισοκατανομή των γεωμετρικών χαρακτηριστικών κατά την κατεργασία του τροχού πράγμα που θα συνεπάγεται την ανομοιόμορφη αντίσταση σε εκκοιλάνσεις λόγω των επιφανειακών τάσεων.

Θα θεωρηθεί ότι ο συντελεστής μεγέθους είναι ίσος με τη μονάδα.

3.3.6. Συντελεστής κατανομής της φόρτισης – C_m

Ο συντελεστής κατανομής της φόρτισης επηρεάζει την εξίσωση που υπολογίζει την τάση επιφανείας έτσι ώστε να λαμβάνει υπόψη τις τυχόν ανομοιόμορφες κατανομές κατά μήκος των γραμμών επαφής.

Ο συντελεστής λαμβάνει υπ' όψη του την κατανομή του φορτίου κατά μήκος των συνεργαζόμενων οδόντων και ορίζεται ως ο λόγος της μέγιστης φόρτισης προς την μέση κατανεμημένη φόρτιση του οδόντα. Η τιμή αυτού του συντελεστή είναι συνάρτηση των παρακάτω συντελεστών:

- $K_{H\beta}$ - Συντελεστής επιφανειακής κατανομής φόρτισης
- $K_{H\alpha}$ - Συντελεστής εγκάρσιας κατανομής φόρτισης

Οι δύο αυτοί συντελεστές μπορεί να αλληλεξαρτώνται πράγμα που εξαρτάται από τη μορφή της στιγμιαίας γραμμής επαφής των οδόντων. Οπότε θα ισχύει η γενική σχέση:

$$C_m = f(K_{H\beta}, K_{H\alpha})$$

Ο συντελεστής εγκάρσιας κατανομής της φόρτισης λαμβάνει υπόψη την ανομοιόμορφη κατανομή της τάσεως κατά μήκος των συνεργαζόμενων οδόντων που μοιράζονται τη φόρτιση. Η τιμή του εξαρτάται κυρίως από τη γεωμετρική ακρίβεια των κατατομών των συνεργαζόμενων οδόντων. Σύμφωνα με το πρότυπο AGMA δεν έχουν ακόμη αναπτυχθεί κοινώς αποδεκτές διαδικασίες προσδιορισμού του συντελεστή $K_{H\alpha}$, οπότε ο συντελεστής αυτός μπορεί να θεωρηθεί ίσος με τη μονάδα. Άρα η σχέση μπορεί να γραφεί:

$$C_m = K_{H\beta}$$

Ο συντελεστής επιφανειακής κατανομής φόρτισης λαμβάνει υπόψη την ανομοιόμορφη κατανομή φορτίου κατά μήκος της γραμμής επαφής των συνεργαζόμενων οδόντων. Ο προσδιορισμός της τιμής του συντελεστή μπορεί να γίνει είτε εμπειρικά είτε αναλυτικά. Η AGMA στα πρότυπά της παρουσιάζει μια εμπειρική μέθοδο προσδιορισμού του συντελεστή $K_{H\beta}$.

Ο συντελεστής επιφανειακής κατανομής φόρτισης σύμφωνα με την εμπειρική μέθοδο που παρουσιάζεται στα πρότυπα της AGMA δίνεται από τη σχέση:

$$K_{H\beta} = 1 + K_{Hmc} (K_{Hpf} K_{Hpm} + K_{Hma} K_{He}) \quad (48)$$

Όπου

- $K_{Hmc} = 1$ - Συντελεστής διόρθωσης κατατομών
- K_{Hpf} - Συντελεστής ενδοτικότητας του πιινιόν
- $K_{Hpm} = 1$ - Παράγοντας διόρθωσης υποχώρησης του πιινιόν
- K_{Hma} - Συντελεστής ευθυγράμμισης αξόνων
- $K_{He} = 1$ - Παράγοντας διόρθωσης ευθυγράμμισης αξόνων

3.3.7. Συντελεστής κατάστασης επιφανείας – Cf

Ο συντελεστής αυτός περιγράφει την επίδραση της επιφανειακής κατάστασης των οδόντων της εξεταζόμενης βαθμίδας, όσον αφορά στην αντίσταση της επιφανείας στη δημιουργία εκκοιλάνσεων.

Σύμφωνα με την AGMA δεν έχουν ακόμη τυποποιηθεί διαδικασίες εκτίμησης του συντελεστή κατάστασης επιφανείας. Παρόλα αυτά προτείνεται ότι ο συντελεστής είναι ίσος με τη μονάδα όταν έχουν προηγηθεί επαρκείς διαδικασίες φινιρίσματος και γενικά επιφανειακών κατεργασιών.

Θα θεωρηθεί ότι οι οδοντωτοί τροχοί πληρούν τις απαιτήσεις επιφανείας και έτσι ο συντελεστής κατάστασης επιφανείας θα ληφθεί ίσος με τη μονάδα.

3.3.8. Συντελεστής γεωμετρίας έναντι εκκοιλάνσεων -Z_I

Σε αυτή την παράγραφο θα υπολογισθεί ο συντελεστής γεωμετρίας για τη μελέτη βαθμίδας οδοντωτών τροχών τόσο έναντι εκκοιλάνσεων των συνεργαζόμενων οδόντων σύμφωνα με τις διαδικασίες που προτείνει η AGMA.

Πρέπει να σημειωθεί ότι θα χρησιμοποιηθεί ο συμβολισμός κατά το πρότυπο AGMA 908-B89 εν αντιθέσει με ότι προηγήθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια.

Ο συντελεστής γεωμετρίας έναντι εκκοιλάνσεων εξαρτάται από τις ακτίνες καμπυλότητας της γεωμετρίας των συνεργαζόμενων κατατομών στο σημείο που η τροχιά επαφών συναντά την τομή των κύκλων κυλίσεως των δύο οδοντωτών τροχών της βαθμίδας. Αυτές οι ακτίνες καμπυλότητας είναι απαραίτητες για τον υπολογισμό των επιφανειακών τάσεων (Hertzian stresses).

$$Z_I = \frac{\cos(\varphi_r) C_\psi^2}{\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right) d m_N} \quad (49)$$

Όπου

- φ_r -Η γωνία εξειλιγμένης του κύκλου κυλίσεως στο εγκάρσιο επίπεδο
- C_ψ -Ο συντελεστής αλληλοεπικαλύψεως των ελίκων στους ελικοειδής τροχούς
- d -Η διάμετρος του πραγματικού αρχικού κύκλου του πινιόν.
- m_N -Ο συντελεστής κατανομής του φορτίου
- $\rho_{1,2}$ -Η ακτίνα καμπυλότητα των κατατομών των τροχών στο σημείο υπολογισμού της πίεσης επιφανείας.

Για τους οδοντωτούς τροχούς με ελικοειδή οδόντωση με βαθμό αξονικής επικαλύψεως μεγαλύτερο της μονάδας και για τους οδοντωτούς τροχούς με ευθεία οδόντωση ο συντελεστής αλληλοεπικαλύψεως των ελίκων λαμβάνεται ίσος με τη μονάδα.

3.4. Καμπτική τάση στην επικίνδυνη διατομή ποδός

Η θραύση οδόντος στην επικίνδυνη διατομή ποδός θεωρείται όπως προαναφέρθηκε μια από τις σημαντικότερες αιτίες αστοχίας οδόντων. Η αστοχία αυτή θεωρείται αποτέλεσμα κόπωσης στην επαναλαμβανόμενη καμπτική τάση στην επικίνδυνη διατομή ποδός πάνω από το όριο συνεχούς αντοχής του υλικού. Η κάμψη του οδόντα μπορεί να μοντελοποιηθεί σαν μια πακτωμένη δοκό στο ένα άκρο της ενώ η επαφή του συνεργαζόμενου οδόντα είναι στο HPSTC του μελετώμενου οδόντα όταν πρόκειται για ευθείες οδοντώσεις ή στο υψηλότερο σημείο όπου οι ελάχιστοι οδόντες έρχονται σε επαφή για ελικοειδείς οδοντώσεις.

Η τάση στην επικίνδυνη διατομή ποδός σύμφωνα με την AGMA βρίσκεται με χρήση της σχέσης:

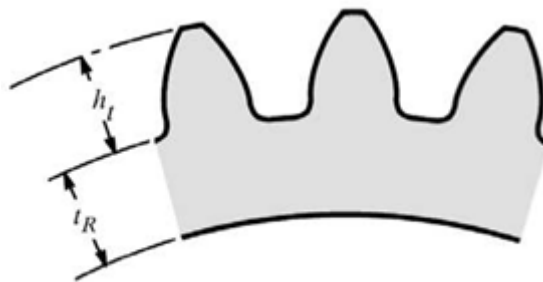
$$\sigma_F = F_t C_o C_v C_s \frac{1}{bm_s} \frac{C_m K_B}{Y_j} \quad (50)$$

Όπου:

- σ_F - Η τάση στην επικίνδυνη διατομή ποδός [MPa]
- F_t - Η περιφερειακή δύναμη στο οδόντες των τροχών[N]
- C_o - Ο συντελεστής υπερφόρτισης
- C_v - Ο συντελεστής δυναμικής καταπόνησης
- C_s - Ο συντελεστής μεγέθους
- C_m - Ο συντελεστής κατανομής της φόρτισης
- b - Το μικρότερο από τα πλάτη των συνεργαζόμενων τροχών
- Y_j - Ο συντελεστής γεωμετρίας των οδόντων έναντι κάμψης του οδόντα
- K_B - Ο συντελεστής πάχους στεφάνης του τροχού

3.4.1. Συντελεστής πάχους στεφάνης του τροχού

Σύμφωνα με τη μοντελοποίηση του προβλήματος που αναφέρθηκε προηγουμένως (πακτωμένη δοκός), δε λαμβάνεται υπόψη το πάχος της στεφάνης του οδοντωτού τροχού. Δηλαδή θεωρείται ότι η διάμετρος της πλήμνης του τροχού είναι τόσο μικρή σε σχέση με τη διάμετρο του τροχού έτσι ώστε η τάση του οδόντα στην επικίνδυνη διατομή ποδός να μην επηρεάζεται. Αυτό όμως δεν ισχύει αφού κατά το σχεδιασμό θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη η διάμετρος της πλήμνης. Ο συντελεστής πάχους της στεφάνης του τροχού υπολογίζεται βάσει του λόγου του ύψους του οδόντα προς το πάχος της στεφάνης και σύμφωνα με την ακόλουθη διαδικασία.



Εικόνα 3.3 : Ύψος ποδός και πάχος στεφάνης οδοντωτού τροχού.[8]

$$m_B = \frac{t_B}{h_t} \quad (51)$$

Όπου

- t_B -Το πάχος της στεφάνης του τροχου [mm]
- h_t -Το ύψος του οδόντα [mm]

Αν $m_B < 1.2$ τότε ο συντελεστής πάχους της στεφάνης του τροχού υπολογίζεται από τη σχέση

$$K_B = 1,6 \ln\left(\frac{2.242}{m_B}\right) \quad (52)$$

Αν $m_B \geq 1.2$ τότε ο συντελεστής πάχους της στεφάνης του τροχού υπολογίζεται από τη σχέση

$$K_B = 1 \quad (53)$$

3.4.2. Συντελεστής γεωμετρίας έναντι κάμψης του οδόντα

Σε αυτή την παράγραφο θα υπολογισθεί ο συντελεστής γεωμετρίας για τη μελέτη βαθμίδας οδοντωτών τροχών τόσο έναντι κάμψης των συνεργαζόμενων οδόντων σύμφωνα με τις διαδικασίες που προτείνει το πρότυπο AGMA.

Πρέπει να σημειωθεί ότι θα χρησιμοποιηθεί ο συμβολισμός κατά το πρότυπο AGMA 908-B89 εν αντιθέσει με ότι προηγήθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια.

Επίσης πρέπει να σημειωθεί ότι η μέθοδος ανάλυσης της καμπτικής τάσεως των οδόντων κατά τη συνεργασία, δύναται να εφαρμοστεί μόνο σε εξωτερικές οδοντώσεις. Αυτό βέβαια δεν αποτελεί πρόβλημα γιατί ο πόδας των εσωτερικών οδοντώσεων είναι αρκετά παχύτερος από ότι στην αντίστοιχη εξωτερική οδόντωση.

Οπότε σε μια βαθμίδα εσωτερικής εξωτερικής οδόντωσης έχοντας εξετάσει σε κάμψη το πινιόν εξασφαλίζεται και η αντοχή της βαθμίδας σε κάμψη αφού το πινιόν θα αστοχούσε πρώτο λόγω των υψηλότερων τάσεων.

Ο συντελεστής γεωμετρίας έναντι κάμψης του οδόντα θα πρέπει να υπολογισθεί τόσο για το πινιόν της βαθμίδας όσο και για τον συνεργαζόμενο οδοντωτό τροχό, εκτός κι αν πρόκειται για βαθμίδα εσωτερικών εξωτερικών οδοντώσεων οπότε υπολογίζεται μόνο για την εξωτερική οδόντωση.

Η σχέση υπολογισμού του συντελεστή γεωμετρίας έναντι κάμψης του οδόντα είναι η ακόλουθη:

$$Y_J = \frac{Y C_\psi}{K_f m_N} \quad (54)$$

Όπου

- C_ψ -Ο συντελεστής αλληλοεπικάλυψης των ελίκων στους ελικοειδείς τροχούς
- m_N -Ο συντελεστής κατανομής του φορτίου.
- Y -Ο συντελεστής μορφής του οδόντα.
- K_f -Ο συντελεστής διόρθωσης της τάσεως

Ακολούθως θα υπολογισθεί ο συντελεστής ελίκωσης της μελετώμενης οδόντωσης. Για οδοντωτούς τροχούς με ευθεία οδόντωση είναι:

$$C_h = 1$$

Για ελικοειδείς τροχούς με βαθμό αξονικής επικάλυψης μεγαλύτερο της μονάδας ο συντελεστής ελίκωσης δίνεται από τη σχέση:

$$C_h = \frac{1}{1 - \sqrt{\left(\frac{\omega}{100}\left(1 - \frac{\omega}{100}\right)\right)}} \quad (55)$$

Όπου

- ω - Η γωνία κλίσης των γραμμών επαφής των ελικοειδών τροχών που δίνεται από τη σχέση

$$\omega = \frac{180}{\pi} \tan^{-1}(\tan\psi \sin\varphi_n) \quad (56)$$

Σε αυτό το σημείο μπορεί να υπολογισθεί ο συντελεστής διόρθωσης της τάσεως από τη σχέση:

$$K_f = H + \left(\frac{S_F}{\rho_F}\right)^L \left(\frac{S_F}{h_F}\right)^M \quad (57)$$

Όπου

- s_F -Το πάχος του οδόντα στην κρίσιμη διατομή ποδός
- ρ_F -Η ελάχιστη ακτίνα καμπυλότητας του τροχοειδούς
- h_F -Το ύψος κεφαλής του στην κρίσιμη διατομή
- $H=0.331-0.436 a_{oS}$
- $L=0.324-0.492 a_{oS}$
- $M=0.261+0.545 a_{oS}$

Στη συνέχεια θα υπολογισθεί ο συντελεστής γωνίας ελίκωσης για ελικοειδείς οδοντωτούς τροχούς με βαθμό αξονικής επικάλυψης μεγαλύτερο της μονάδας από τη σχέση:

$$K_\psi = \cos\psi \cos\psi_r \quad (58)$$

Αλλιώς,

$$K_\psi = 1 \quad (59)$$

Τέλος, υπολογίζεται ο συντελεστής μορφής της οδόντωσης από τη σχέση:

$$Y = \frac{K_{\psi}}{\frac{\cos \varphi_{nL}}{\cos \varphi_{nr}} \left(\frac{6h_F}{S_F^2 C_h} - \frac{\tan \varphi_{nL}}{S_F} \right)} \quad (60)$$

4. Υπολογισμός γωνίας ελίκωσης β_0 για σταθερό βαθμό επικάλυψης.

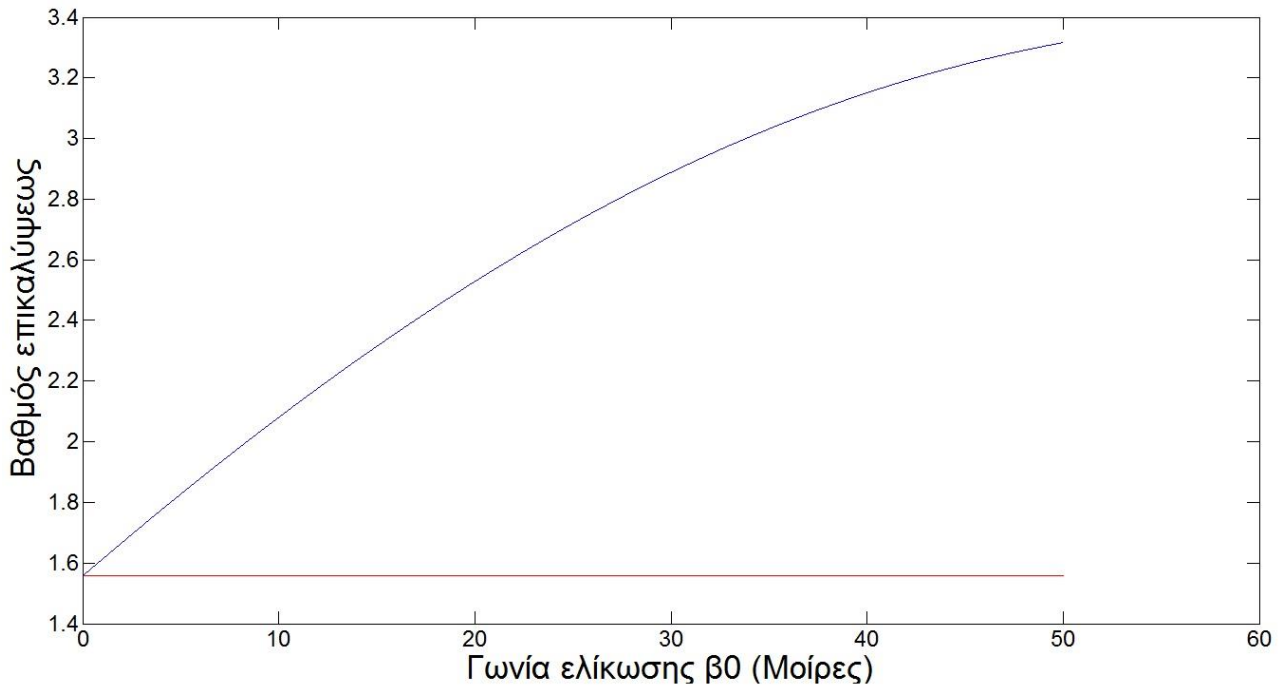
Στο σημείο αυτό κρίνεται απαραίτητος ο υπολογισμός της κατάλληλης γωνίας ελίκωσης των οδοντωτών τροχών που θα σχεδιαστούν, ώστε ο βαθμός επικάλυψης να παραμένει σταθερός καθώς αυξάνεται η γωνία πίεσης.

Αρχική τιμή για τη γωνία πίεσης τίθενται οι είκοσι μοίρες, το βήμα αύξησης επιλέγεται δέκα μοίρες και στόχος είναι να επιτευχθεί κλίση εξήντα μοιρών. Όπως είναι λογικό κατά την αύξηση της γωνίας πίεσης α_{on} είναι απαραίτητη η αλλαγή μερικών μεγεθών, όπως του συντελεστή C_k και C_f . Οι συντελεστές C_k και C_f όπως αναφέρθηκε αλλάζουν αναλόγως ώστε να μην δημιουργηθούν οδόντες με μηδενικό πάχος κεφαλής, δηλαδή σχηματισμό ακμής.

Κάνοντας χρήση ενός αλγορίθμου για τον υπολογισμό του βαθμού επικάλυψης και του HPSTC, ο οποίος αναπτύχθηκε στο υπολογιστικό πρόγραμμα MatLab, θα υπολογιστεί η επιθυμητή γωνία ελίκωσης β_0 .

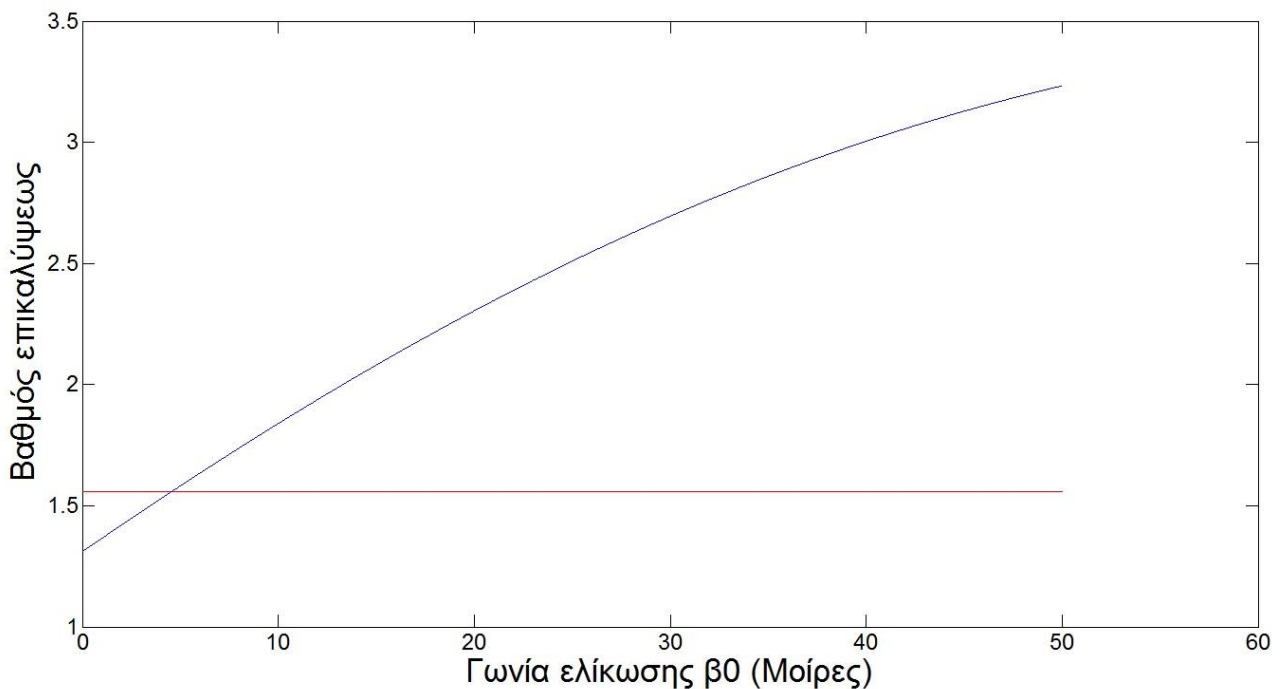
Τα παρακάτω γραφήματα παρουσιάζουν την γωνία αυτή συναρτήσει του **ολικού** βαθμού επικάλυψης, για τις πέντε διαφορετικές τιμές της γωνίας πίεσης (20-30-40-50-60 μοίρες).

Στην Εικόνα 4.1, απεικονίζεται με μπλε γραμμή ο βαθμός επικάλυψης (άξονας $-y$), συναρτήσει των διαφορετικών τιμών της γωνίας ελίκωσης από 0 έως 45 μοίρες (άξονας $-x$) για γωνία εξειλιγμένης ίση με 20 μοίρες. Η κόκκινη γραμμή, παράλληλη στον x -άξονα, είναι η απεικόνιση της σταθερής τιμής του βαθμού επικάλυψης (τιμή $e_h=1.5568$) που έχει τεθεί ως επιθυμητός.



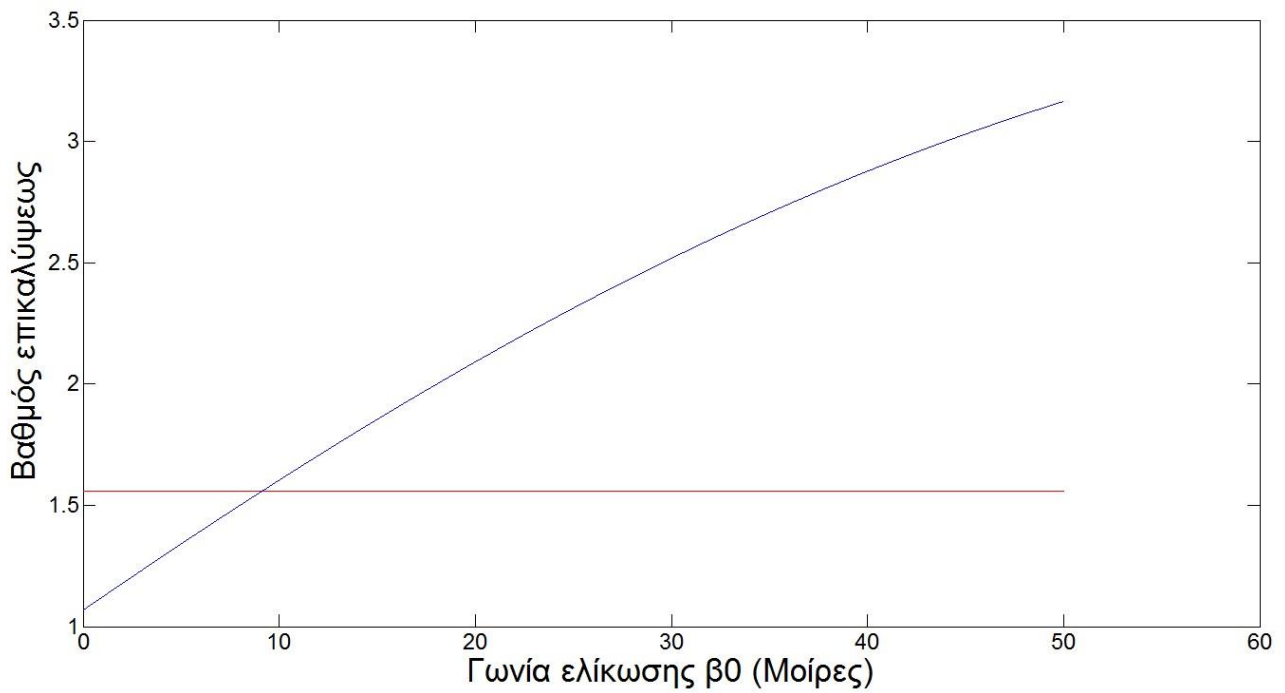
Εικόνα 4.1: Γράφημα για $\alpha_{on} = 20$ μοίρες

Στην Εικόνα 4.2, αντίστοιχα απεικονίζεται ο βαθμός επικάλυψης (άξονας $-y$) συναρτήσει των διαφορετικών τιμών της γωνίας ελίκωσης από 0 έως 45 μοίρες (άξονας $-x$) αλλά για γωνία εξειλιγμένης ίση με 30 μοίρες.



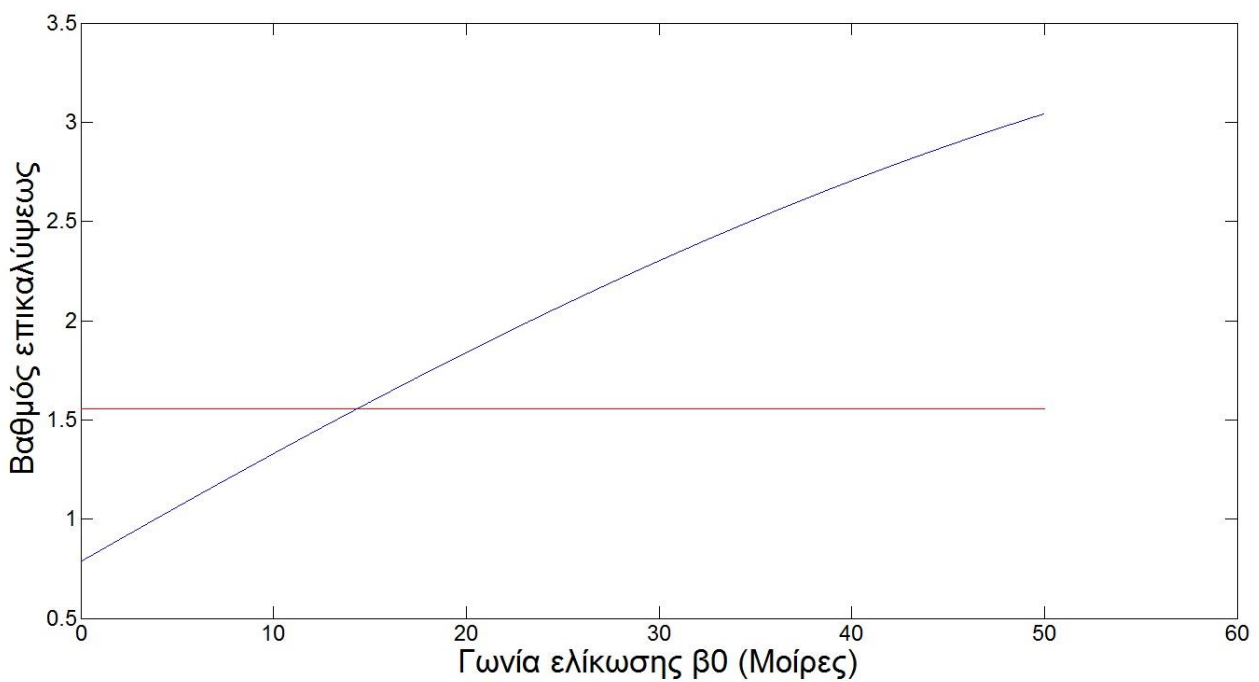
Εικόνα 4.2: Γράφημα για $\alpha_{on} = 30$ μοίρες

Στην Εικόνα 4.3, απεικονίζεται ο βαθμός επικάλυψης για γωνία εξειλιγμένης ίση με 40 μοίρες.



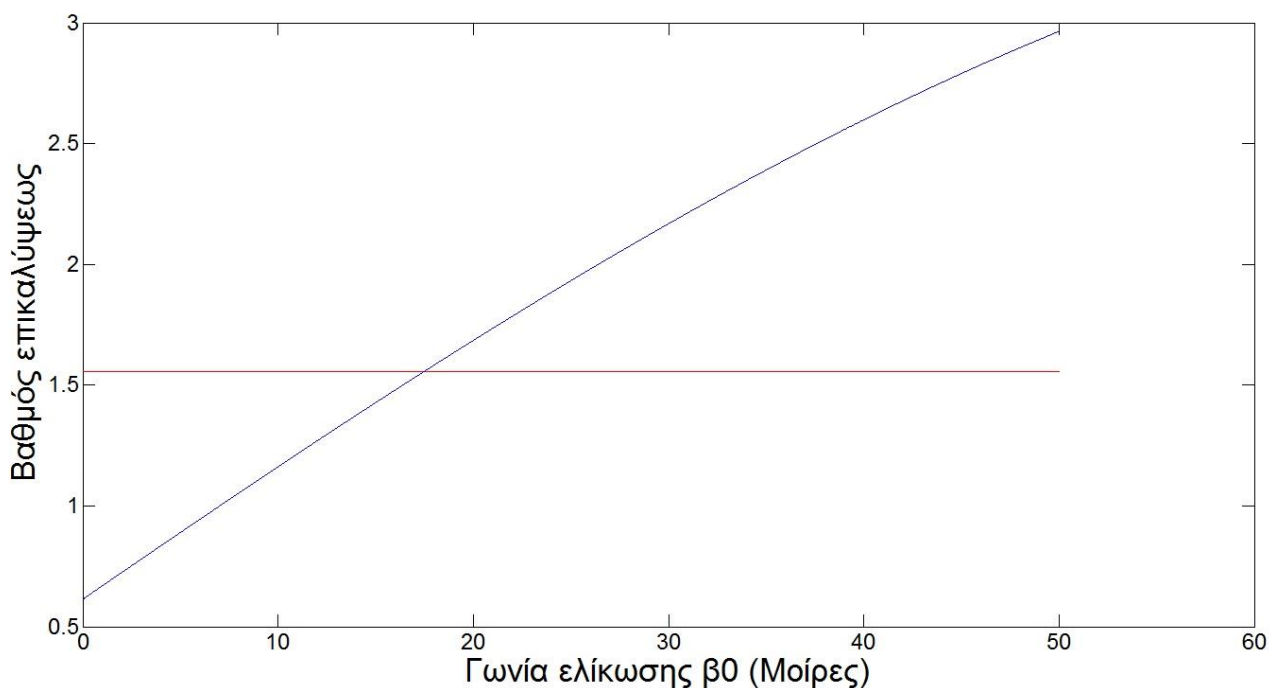
Εικόνα 4.3: Γράφημα για $\alpha_{on} = 40$ μοίρες

Στην Εικόνα 4.4, απεικονίζεται ο βαθμός επικάλυψης για γωνία εξειλιγμένης ίση με 50 μοίρες.



Εικόνα 4.4: Γράφημα για $\alpha_{on} = 50$ μοίρες

Τέλος στην Εικόνα 4.5, απεικονίζεται ο βαθμός για γωνία εξειλιγμένης ίση με 60 μοίρες.



Εικόνα 4.5: Γράφημα για $\alpha_{on} = 60$ μοίρες

Από τα παραπάνω διαγράμματα γίνεται φανερό πως για να υπάρξει ολικός βαθμός επικάλυψης στη βαθμίδα μεγαλύτερος της μονάδας, θα πρέπει καθώς αυξάνεται η γωνία πίεσης να αυξάνεται και η γωνία ελίκωσης.

Στην παρούσα εργασία, όπως προαναφέρθηκε, αποφασίστηκε η τιμή $\epsilon_h = 1.5568$ για ολικό βαθμό επικάλυψης ότι είναι ικανοποιητική για την συνεργασία των οδοντωτών τροχών που θα μελετηθούν, συνεπώς έχοντας αυτό ως δεδομένο υπολογίστηκε η γωνία ελίκωσης β_0 , για την εκάστοτε γωνία εξειλιγμένης α_{on} . Η τομή της ϵ_h , που είναι η κόκκινη γραμμή στα γραφήματα με την μπλε καμπύλη είναι ουσιαστικά η ζητούμενη γωνία ελίκωσης.

Στον Πίνακα 1 παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα της διερεύνησης:

Γωνία πίεσης α_{on} (μοίρες)	Γωνία ελίκωσης β_0 (μοίρες)	Ck	Cf
20	0.00	1.00	1.25
30	4.53	1.00	1.25
40	9.10	0.87	0.92
50	14.30	0.62	0.63
60	17.50	0.42	0.43

Πίνακας 1 : Γωνία ελίκωσης συναρτήσει γωνίας πίεσης και συντελεστών.

Εφόσον έχουν ευρεθεί οι επιθυμητές γωνίες ελίκωσης για το κάθε οδοντωτό τροχό που εξασφαλίζουν σταθερό βαθμό επικάλυψης, θα ακολουθήσει αναλυτική περιγραφή αρχικά του υπολογισμού των απαραίτητων μεγεθών για την σχεδίαση τους, η σχεδίαση των μοντέλων σε κατάλληλο σχεδιαστικό περιβάλλον Solidworks, και τέλος η συναρμολόγηση τους σε ζεύγη ώστε να γίνει υπολογισμός των τάσεων με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων, στο πρόγραμμα ANSYS.

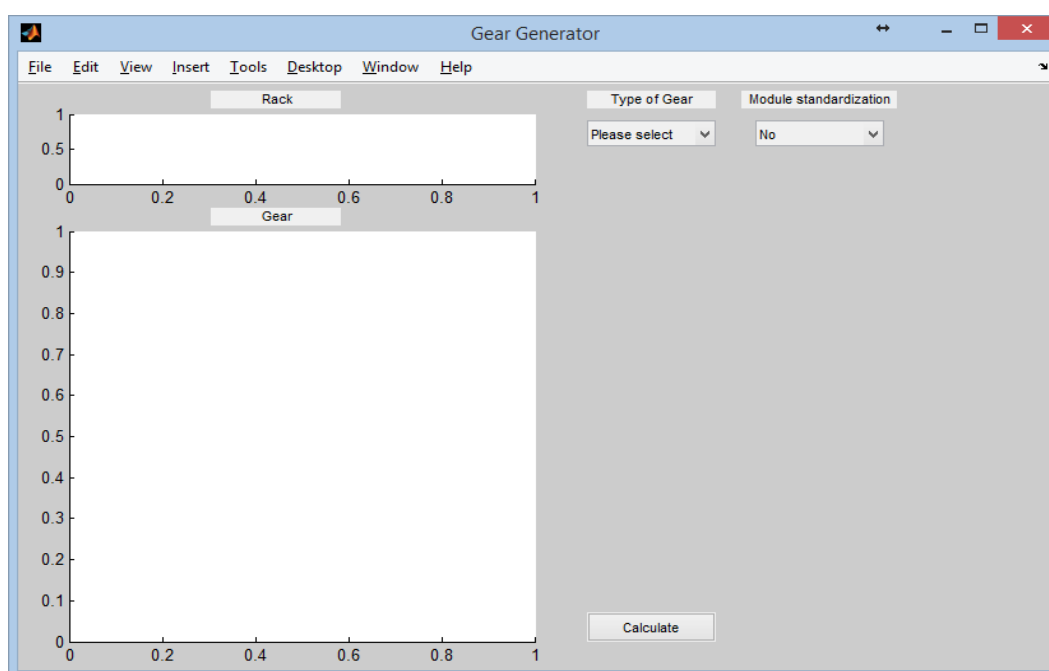
5. Υπολογισμός απαραίτητων μεγεθών, σχεδιασμός και μοντελοποίηση των οδοντωτών τροχών.

5.1. Υπολογισμός των απαραίτητων μεγεθών για το σχεδιασμό των οδοντωτών τροχών, με χρήση MatLab.

Για να μπορεί να σχεδιασθεί ή να μελετηθεί κάποιος οδοντωτός τροχός, με ευθείς ή με ελικοειδείς οδόντες, απαιτούνται κάποια βασικά μεγέθη, όπως οι βασικοί κύκλοι (κύκλος κεφαλής, ποδός, αρχικός) καθώς επίσης και οι εξισώσεις της εξελιγμένης και του τροχοειδούς, τα οποία περιγράφονται πιο αναλυτικά στο Κεφάλαιο 2. Συνεπώς, δημιουργήθηκε ένα γραφικό πρόγραμμα στο λογισμικό Matlab, πολύ εύχρηστο και απλό στη χρήση, το οποίο δίνοντας του μερικές τιμές που κρίνονται απαραίτητες για τον υπολογισμό των παραπάνω μεγεθών του οδοντωτού τροχού, επιστρέφει μια 2-D απεικόνιση του τροχού καθώς επίσης και τις βασικές εξισώσεις για τον σχεδιασμό ή μελέτη του.

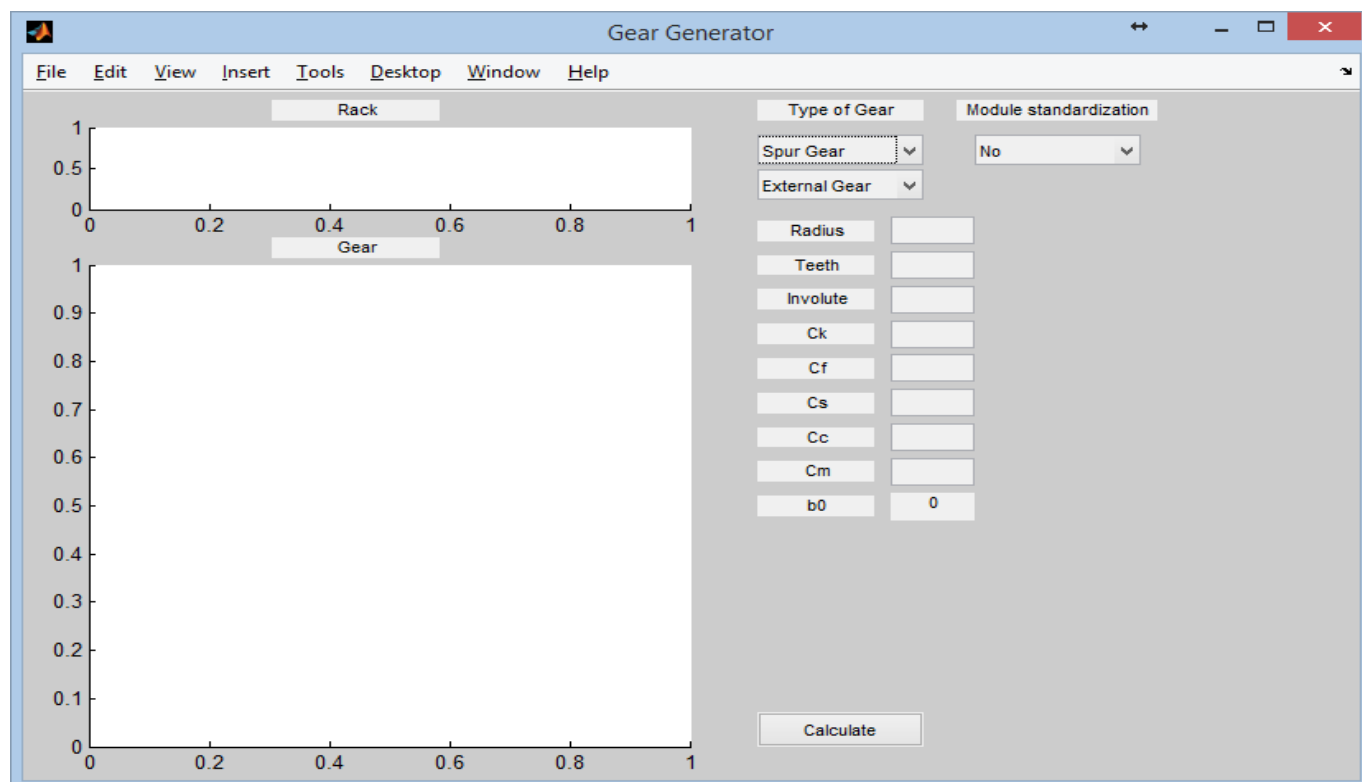
Αφού γίνει εφαρμογή του αλγορίθμου, ο χρήστης λαμβάνει από το πρόγραμμα τα απαραίτητα δεδομένα για την δημιουργία των παραμετρικών εξισώσεων που αφορούν την εξελιγμένη και το τροχοειδές, όπως ακόμη και τις τιμές για τους βασικούς κύκλους του τροχού, όπως τον αρχικό, του ποδός κ.λπ.

Παρακάτω παρουσιάζονται μερικές εικόνες οι οποίες απεικονίζουν τα όσα αναφέρθηκαν σχετικά με το πρόγραμμα αυτό. Όταν ο χρήστης ανοίξει το πρόγραμμα αυτό το παράθυρο που θα εμφανιστεί στην οθόνη του υπολογιστή του είναι η παρακάτω Εικόνα 5.1.



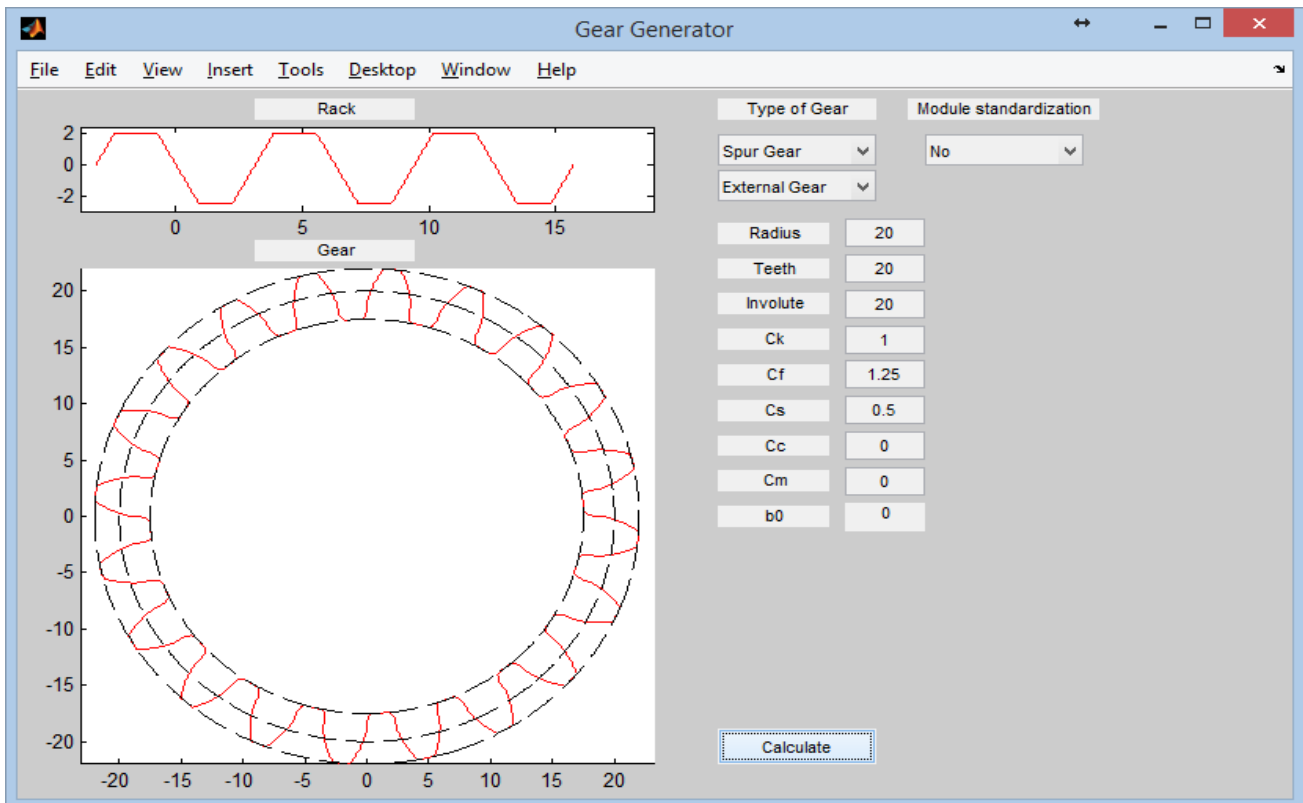
Εικόνα 5.1: Πρόγραμμα υπολογισμού οδοντωτών τροχών

Στην Εικόνα 5.2, το πρόγραμμα ζητά από το χρήστη να επιλέξει το τύπο του γραναζιού που επιθυμεί καθώς επίσης και τη τυποποίηση του module επιθυμεί, προς τα πάνω ή προς τα κάτω. Στο τύπο οδοντωτού τροχού έχει τη δυνατότητα να επιλέξει μεταξύ οδοντωτού τροχού με ευθείς οδόντες και τροχό με ελικοειδείς οδόντες. Εφόσον επιλέξει τον τύπο που επιθυμεί, και την τυποποίηση του module, το πρόγραμμα ζητά από αυτόν κάποιες τιμές, όπως την ακτίνα του αρχικού κύκλου, τη γωνία εξειλιγμένης, τον αριθμό των οδόντων και κάποιων βασικών συντελεστών.



Εικόνα 5.2 : Απεικόνιση του προγράμματος υπολογισμού βασικών μεγεθών.

Εάν ο χρήστης έχει επιλέξει στον τύπο τροχού τον τροχό με ευθείς οδόντες τότε στη θέση που ζητά από το χρήστη να εισαγάγει την τιμή της γωνίας ελίκωσης έχει από μόνο του την τιμή μηδέν όπως φαίνεται και στην Εικόνα 5.2, σε κάθε άλλη περίπτωση ζητείται από τον χρήστη η τιμή αυτή. Εφόσον δοθούν τα απαραίτητα δεδομένα γίνεται ο υπολογισμός και μια αδρή απεικόνιση του οδοντωτού τροχού καθώς και του κανόνα από τον οποίο δημιουργείται (Εικόνα 5.3). Καθώς εισαγάγονται οι τιμές των συντελεστών (C_k , C_f , C_s , C_c και C_m) πραγματοποιείται έλεγχος αν αυτοί βρίσκονται εντός του επιτρεπτού εύρους τιμών. Εάν αυτές δεν βρίσκονται εντός του εύρους αυτού εμφανίζεται μήνυμα στον χρήστη το οποίο του προτείνει να επιλέξει κάποια τιμή ανάμεσα στο επιτρεπτό εύρος τιμών.



Εικόνα 5.3: Απεικόνιση μετωπικού οδοντωτού τροχού με ευθείς οδόντες, με γωνία εξειλιγμένης 20 μοίρες.

Όπως προαναφέρθηκε εκτός από την απεικόνιση του τροχού και του κανόνα αυτού, το πρόγραμμα επιστρέφει τις παραμετρικές εξισώσεις της εξειλιγμένης και του τροχοειδούς.

```

m =

    2

Υπολογισμος kanona...

Minimum number of Teeth is: 21.371580

Highest point of single tooth contact is: 20.226190

Solidworks inputs
Kuklos kefalhs: 22
Kuklos podos: 1.750000e+01
Basikos Kuklos: 1.879385e+01
Kuklos tomhs involute-fillet: 1.879971e+01
Kuklos kulisews: 20

Fillet parametric equations:

20*t*cos(t) - (35*sin(t))/2
ξ (35*cos(t))/2 + 20*t*sin(t)

```

Εικόνα 5.4: Δεδομένα που επιστρέφει το πρόγραμμα στον χρήστη.

Έχοντας τα απαραίτητα δεδομένα για τον εκάστοτε οδοντωτό τροχό καθίσταται εύκολη η μελέτη ή η σχεδίαση του. Στην επόμενη παράγραφο γίνεται αναλυτική περιγραφή όσον αφορά την σχεδίαση των τροχών εξωτερικής και εσωτερικής οδόντωσης, στο σχεδιαστικό πρόγραμμα Solidworks.

5.2. Σχεδιασμός οδοντωτών τροχών στο σχεδιαστικό πρόγραμμα SolidWorks

5.2.1. Σχεδιασμός εξωτερικής οδόντωσης δι' εξειλιγμένης.

Έχοντας τις απαραίτητες εξισώσεις (εξειλιγμένης & fillet, Κεφάλαιο 4) και των ακτινών των βασικών κύκλων(κεφαλής, ποδός, κυλίσεως, βασικός, rs) από το πρόγραμμα για τον οδοντωτό εξωτερικής οδόντωσης με είκοσι οδόντες, γωνία εξειλιγμένης 30 μοίρες και γωνία ελίκωσης 4.53 μοίρες σύμφωνα με το Πίνακα 1, γίνεται αναλυτική περιγραφή της δημιουργίας ενός τρισδιάστατου μοντέλου στο σχεδιαστικό πρόγραμμα.

Δεδομένα οδοντωτού τροχού :

Κύκλος κεφαλής : 11.06 mm ακτίνα

Κύκλος ποδός : 8.80 mm ακτίνα

Κύκλος Κυλίσεως: 10.06 mm ακτίνα

Βασικός Κύκλος: 8.70 mm ακτίνα

Κύκλος τομής εξειλιγμένης-fillet : 9.07 mm ακτίνα

Οπή τροχού : 4.86 mm ακτίνα

Εξίσωση Εξειλιγμένης [1] :

$$y = 8.70 \cos t + (8.70 t \sin t)$$

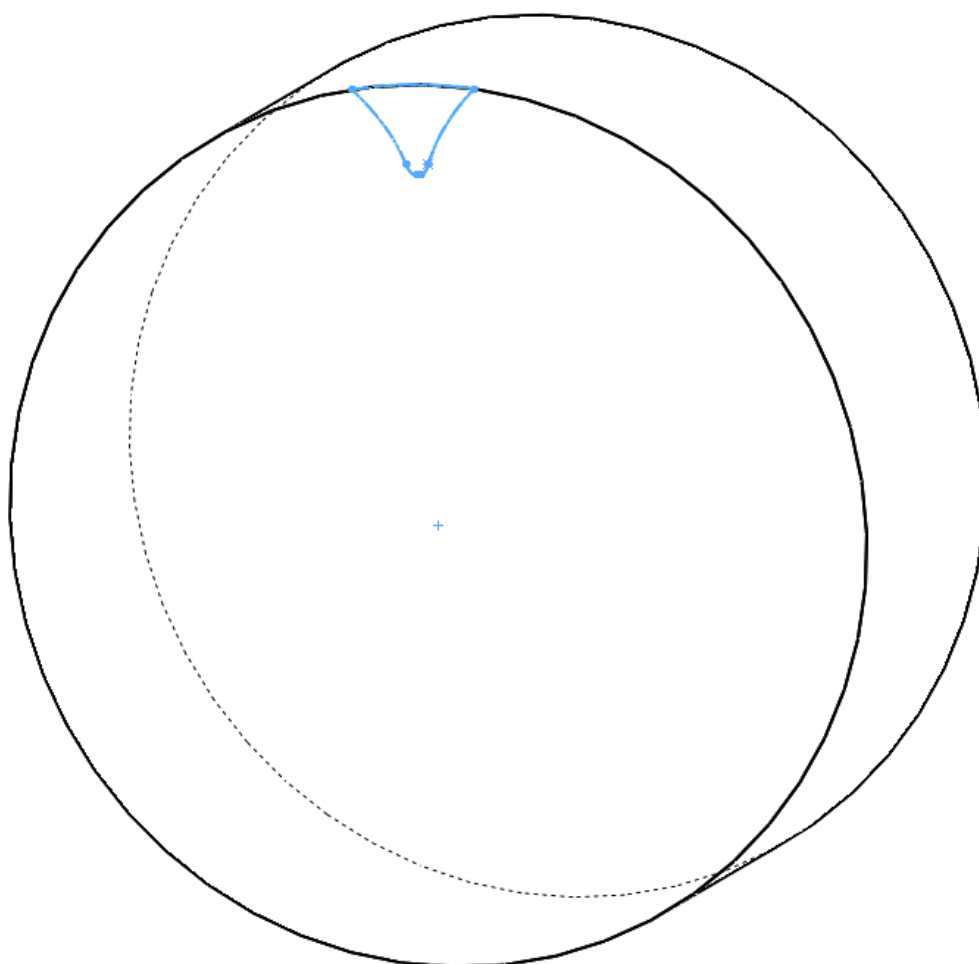
$$x = 8.70 \sin t - (8.70 t \cos t)$$

Εξίσωση Fillet [1] :

$$y = 10.06 t \sin t + 8.70 \cos t$$

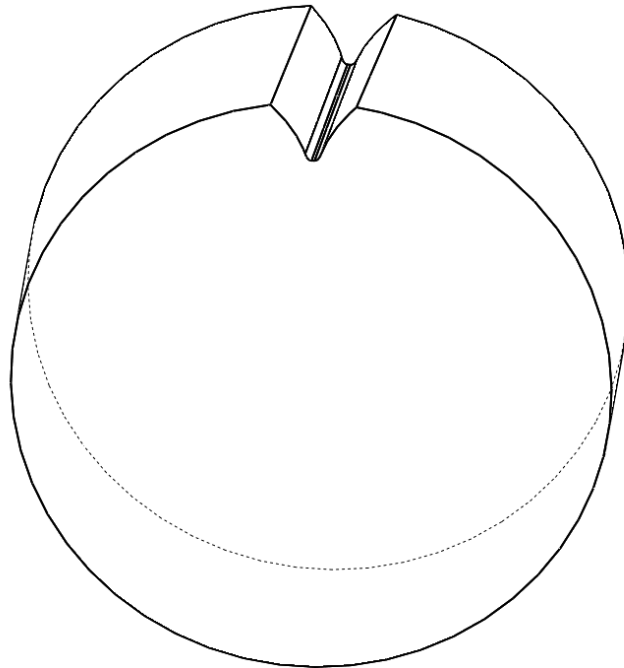
$$x = 10.06 t \cos t - 8.70 \sin t$$

Αρχικά σχεδιάζεται ένας κύκλος αναφοράς με ακτίνα ίση με την ακτίνα του κύκλου κεφαλής. Αφού σχεδιαστεί ο κύκλος αυτός θα δοθεί το επιθυμητό πάχος του οδόντος με την εντολή «extrude», ίσο με 10 mm. Στο επόμενο βήμα, γίνεται σχεδιασμός πάνω στην επιφάνεια που δημιουργήθηκε σχεδιάζοντας τους κύκλους που αναφέρθηκαν παραπάνω καθώς επίσης και των παραμετρικών εξισώσεων. Στη συνέχεια, με τις κατάλληλες μετατοπίσεις και διαγραφές των ακμών που δεν χρειάζονται δίνεται η τελική μορφή της κατατομής του οδόντα, πριν ακόμα γίνει η κοπή. Στην Εικόνα 5.5 απεικονίζονται τα προαναφερθέντα.

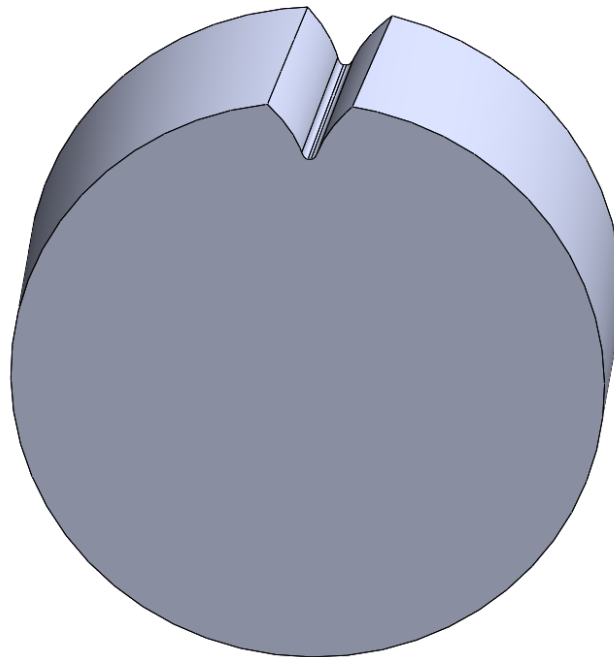


Εικόνα 5.5: Κύκλος αναφοράς ίσος με το κύκλο κεφαλής.

Στη συνέχεια είναι απαραίτητη η κοπή και η δημιουργία της ελίκωσης. Αυτό επιτυγχάνεται με την χρήση της εντολής «sweep cut». Η χρήση αυτής της εντολής φαίνεται στις Εικόνες 5.6 και 5.7.

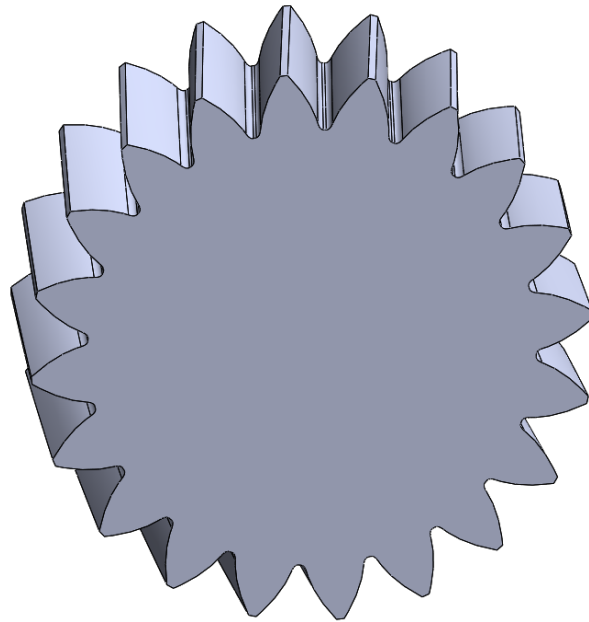


Εικόνα 5.6 : Δημιουργία ελικοειδούς οδόντα.

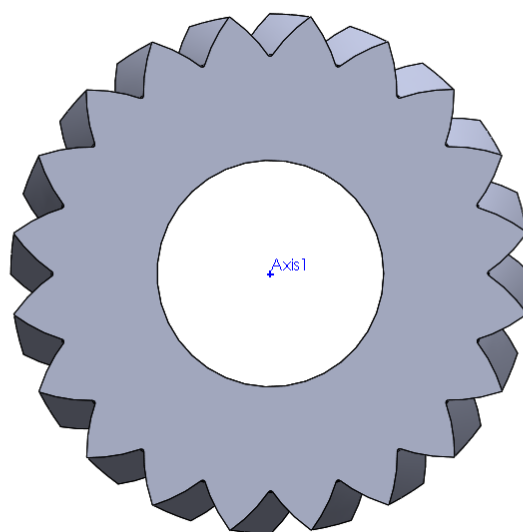


Εικόνα 5.7 : Δημιουργία ελικοειδούς οδόντα σε συμπαγή απεικόνιση.

Για την ολοκλήρωση της δημιουργίας του τρισδιάστατου μοντέλου είναι απαραίτητη η δημιουργία όλων των οδόντων του τροχού καθώς και της οπής από την οποία θα διέρχεται ο άξονας που θα το συγκρατεί. Το πρώτο γίνεται κάνοντας χρήση της εντολής «Circular Pattern» και η οπή με την εντολή «Extrude Cut» . Έπειτα από την πραγματοποίηση των παραπάνω βημάτων ο οδοντωτός τροχός εξωτερικής οδόντωσης με γωνία εξελιγμένης 30 μοίρες, γωνίας ελίκωσης 4.53 μοίρες, πάχους 10 mm και αριθμό οδόντων 20 απεικονίζεται στις Εικόνες 5.8-5.9.



Εικόνα 5.8 : Ελικοειδής οδοντωτός τροχός εξωτερικής οδόντωσης, γωνίας πίεσης 30 μοιρών.

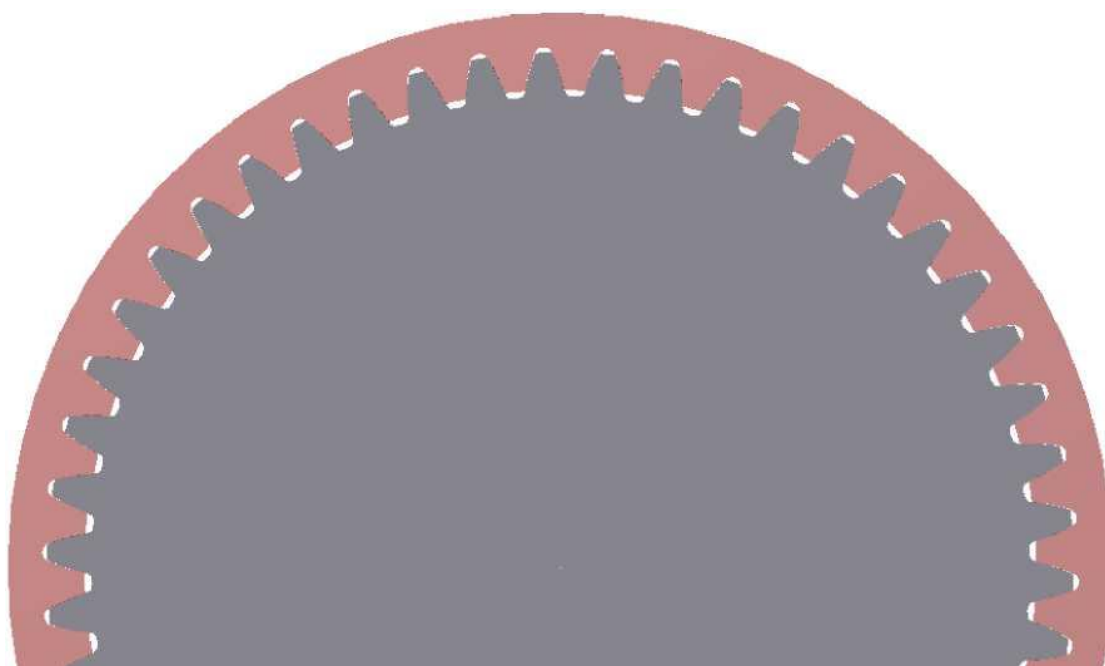


Εικόνα 5.9 : Τελική μορφή του ελικοειδούς οδοντωτού τροχού (Μετωπική τομή).

5.2.2. Σχεδιασμός εσωτερικής οδόντωσης δι' εξηλιγμένης.

Επειδή τα συστήματα που θα μελετηθούν στη παρούσα εργασία είναι πλανητικά, είναι αναγκαίος ο σχεδιασμός της στεφάνης.

Η κατατομή του οδόντος μίας εσωτερικής οδόντωσης είναι ίδια με την κατατομή του οδόντος μίας εξωτερικής οδόντωσης, όταν αυτές έχουν ίδια γωνία εξηλιγμένης, ίδιους αριθμούς οδόντων και ίδιο module. Η μόνη διαφορά είναι ότι στην εσωτερική οδόντωση το δόντι είναι το διάκενο μεταξύ των οδόντων της εξωτερικής οδόντωσης και ότι η στήριξη της γίνεται στην εξωτερική στεφάνη.



Εικόνα 5.10: Εσωτερική και εξωτερική οδόντωση με ίδια γωνία πίεσης, ίδιο αριθμό οδόντων και ίδιο module.

Όσον αφορά στο σχεδιασμό της εσωτερικής οδόντωσης, όπως έχει ήδη αναφερθεί και σε προηγούμενο κεφάλαιο, αυτός γίνεται με χρήση της εξωτερικής οδόντωσης με αριθμό οδόντων ίσο με τον επιθυμητό. Στην προκειμένη περίπτωση για το σχεδιασμό της στεφάνης που θα συνεργαστεί με τον πλανήτη (αριθμό οδόντων = 20), θα χρειαστεί ένα πινιόν με αριθμό οδόντων 60. Στην εσωτερική οδόντωση δεν χρειάζονται οι παραμετρικές εξισώσεις που περιγράφουν το τροχοειδές. Στο σημείο όπου η εξηλιγμένη συναντά το κύκλο ποδός γίνεται μια διαμόρφωση (fillet) ώστε να μην υπάρχουν ακμές.

Λαμβάνοντας υπόψιν τα παραπάνω, τα δεδομένα του πινιόν που θα χρησιμοποιηθεί για την δημιουργία της εσωτερικής οδόντωσης είναι τα παρακάτω:

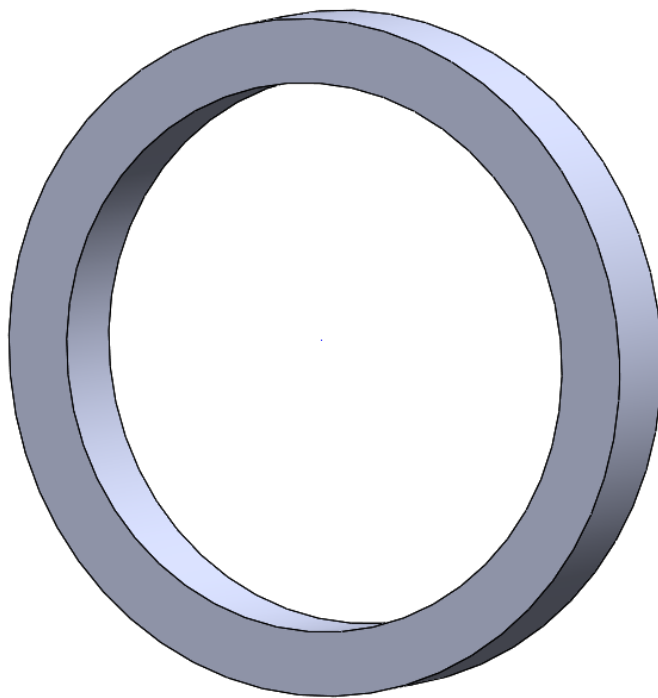
Αριθμός Οδόντων :	$Z=60$ οδόντες
Γωνία Εξειλιγμένης :	$\alpha_{op}= 30$ μοίρες
Γωνία Ελίκωσης :	$\beta_0= 4.53$ μοίρες
Κύκλος Κεφαλής :	$r_k= 31.44$ mm
Κύκλος Ποδός :	$r_f= 38.93$ mm
Αρχικός Κύκλος :	$r_0= 30.18$ mm
Βασικός Κύκλος :	$r_g= 26.12$ mm

Οι παραμετρικές εξισώσεις που περιγράφουν την καμπύλη της εξειλιγμένης είναι οι παρακάτω: [1]

$$x = 26.12 \sin t - 26.12 t \cos t$$

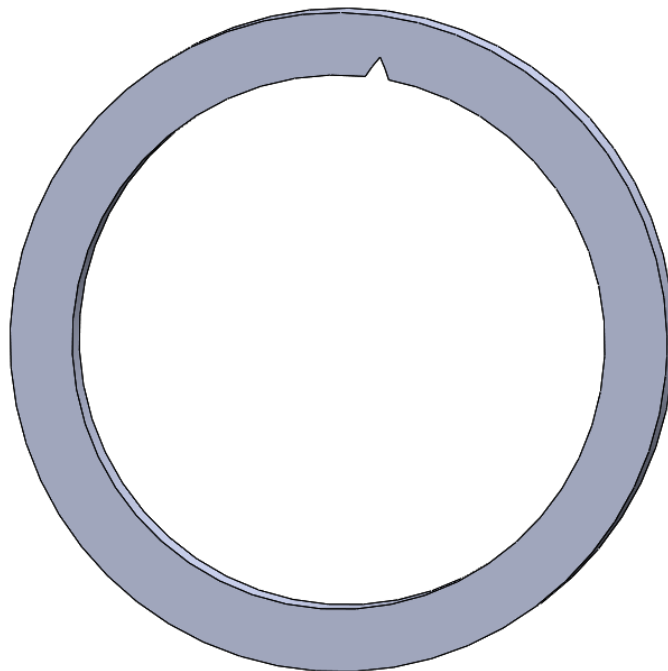
$$y = 26.12 \cos t + 26.12 t \sin t$$

Αντίστοιχα όπως και στον σχεδιασμό της εξωτερικής οδόντωσης θα χρειαστεί ένα επίπεδο πάνω στο οποίο θα σχεδιαστεί η κατατομή του οδόντα της εσωτερικής οδόντωσης. Στην Εικόνα 5.10 γίνεται απεικόνιση αυτού του επιπέδου.



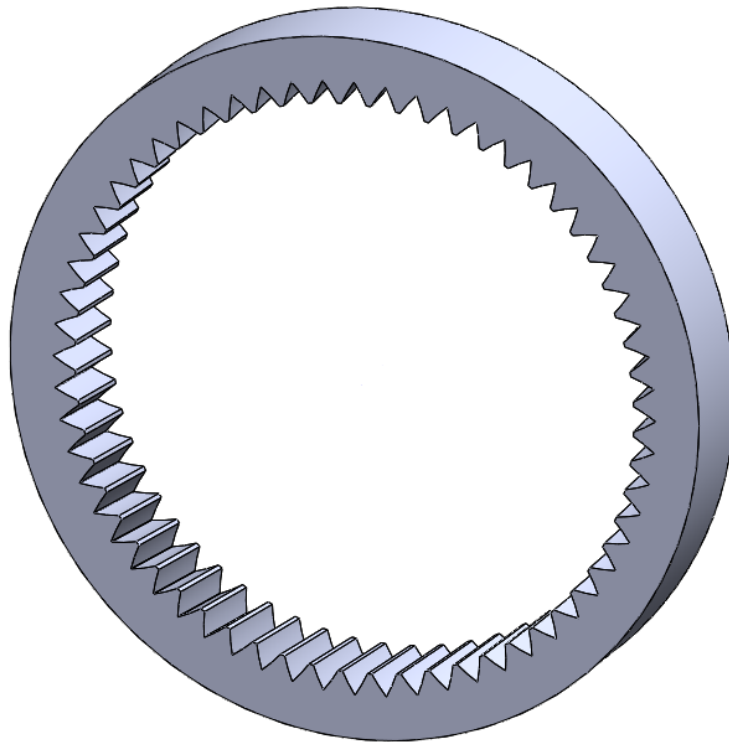
Εικόνα 5.11 : Επίπεδο στο οποίο θα σχεδιαστεί η μετωπική τομή του οδόντα εσωτερικής οδόντωσης.

Στην Εικόνα 5.12 φαίνεται η τελική μορφή του οδόντα, έχοντας δώσει την επιθυμητή ελίκωση.



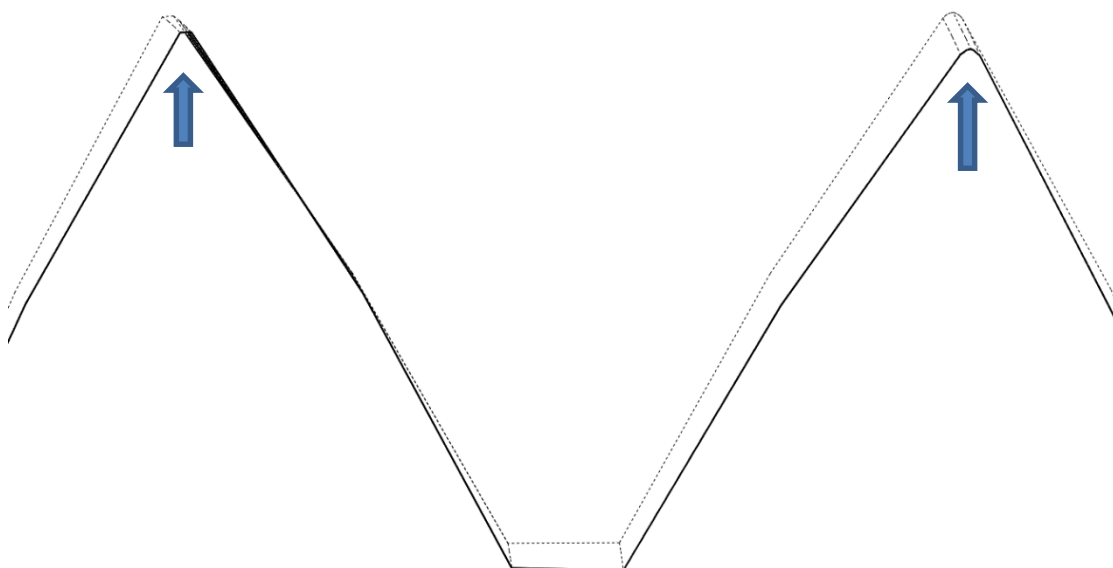
Εικόνα 5.12: Η μορφή ενός οδόντα της στεφάνης.

Όπως και προηγουμένως με την εντολή «Circular Pattern» δημιουργούνται και οι 60 οδόντες της στεφάνης.



Εικόνα 5.13 : Τελική μορφή της στεφάνης.

Τέλος, εφόσον δημιουργηθεί η τελική μορφή της εσωτερικής οδόντωσης (Εικόνα 5.13) δημιουργείται το Fillet στον πόδα (Εικόνα 5.14), ώστε να αποφευχθεί η δημιουργία ακμών στην περιοχή του πόδα όπου θα οδηγήσει στην μετέπειτα στατική ανάλυση σε συγκέντρωση τάσεων.



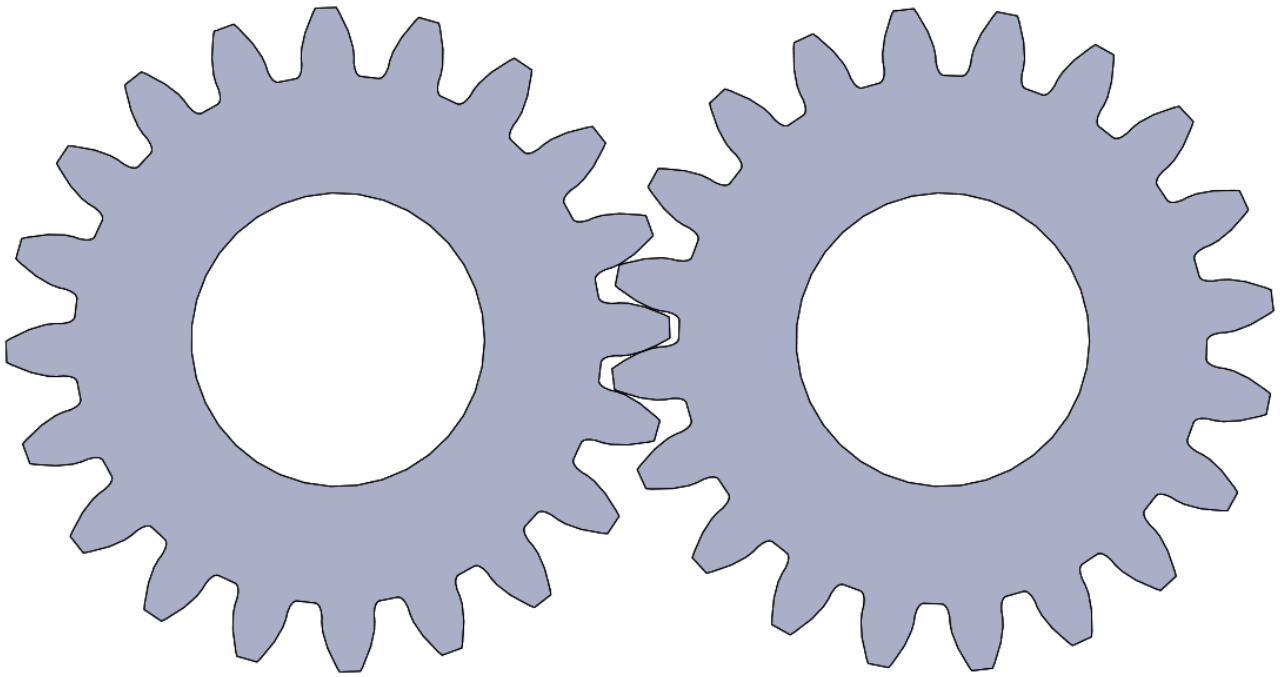
Εικόνα 5.14 : Η μετωπική τομή του οδόντα πριν και μετά τη δημιουργία του fillet.

5.3. Συναρμολόγηση βαθμίδων.

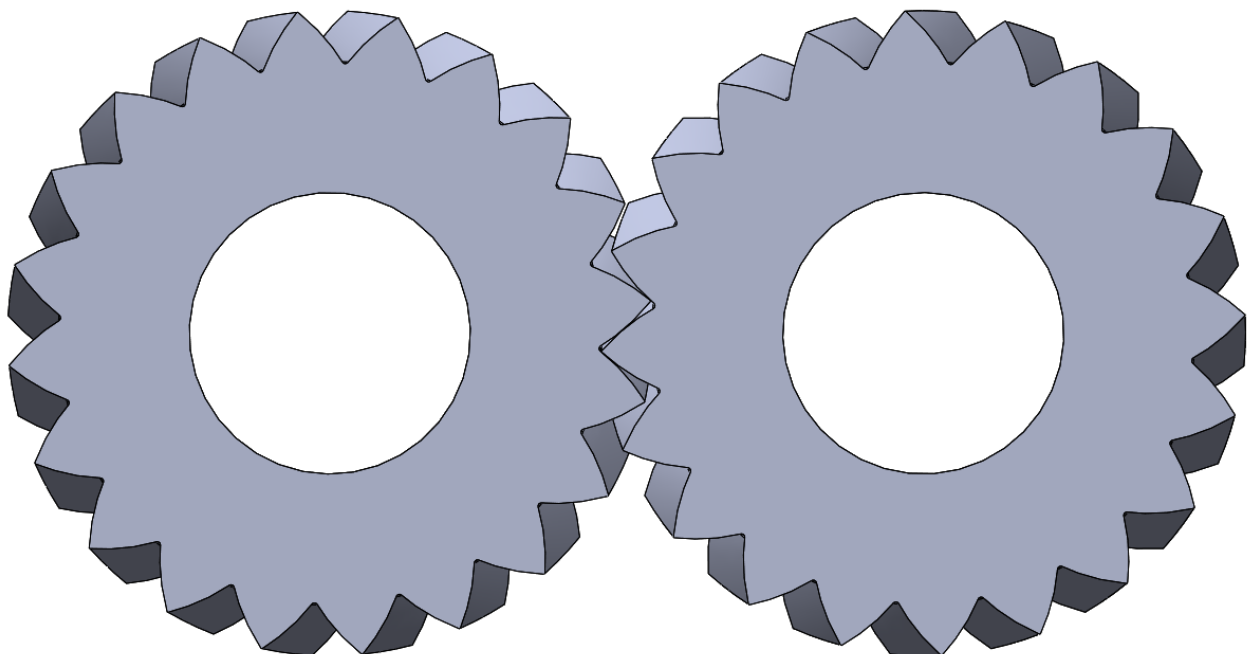
Στη παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκαν και σχεδιάστηκαν συνολικά δέκα διαφορετικά case studies. Αυτά τα αποτελούν βαθμίδες εξωτερικών και εσωτερικών οδοντωτών τροχών, με είκοσι και εξήντα οδόντες αντίστοιχα. Κάθε πλανητικό σύστημα στην παρούσα μελέτη, αποτελείται από έναν ήλιο (εξωτερική οδόντωση-20 οδόντες), τρεις πλανήτες(εξωτερική οδόντωση-20 οδόντες) και την στεφάνη(εσωτερική οδόντωση-60 οδόντες). Το στοιχείο το οποίο διαφοροποιεί το κάθε πλανητικό σύστημα είναι η γωνία εξειλιγμένης όπως έχει ήδη αναφερθεί σε προηγούμενα κεφάλαια. Για απλοποίηση των μοντέλων και μείωση του χρόνου υπολογισμού χωρίστηκαν κάθε ένα από τα πέντε case studies σε δύο υποσυστήματα• το ένα εξ' αυτών περιλαμβάνει τον ήλιο με τον πλανήτη και το δεύτερο τον πλανήτη με την στεφάνη.

Για να υπάρχει ένα σημείο αναφοράς στην ανάλυση που θα πραγματοποιηθεί στη συνέχεια με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, τα μοντέλα αυτά έχουν συναρμολογηθεί με τέτοιο τρόπο ώστε κάθε ζεύγος να συνεργάζεται στο αντίστοιχο σημείο (π.χ. στο πρώτο μοντέλο των 20 μοιρών στο Highest Point of Single Tooth Contact).

Παρακάτω παρουσιάζονται ενδεικτικά τα υποσυστήματα που αφορούν τις βαθμίδες με ευθείς οδόντες στις 20 μοίρες (Εικόνα 5.15) καθώς επίσης και τους ελικοειδείς οδοντωτούς τροχούς με γωνία εξειλιγμένης ίση με 40 μοίρες και γωνία ελίκωσης 9.10 μοίρες (Εικόνα 5.16) .



Εικόνα 5.15 : Συνεργασία οδοντωτών τροχών με γωνία εξηλιγμένης 20 μοίρες στο ΗΡSΤC, ήλιος-πλανήτης.



Εικόνα 5.16: Συνεργασία οδοντωτών τροχών με γωνία εξηλιγμένης 30 μοίρες, με ελικοειδείς οδόντες, ήλιος-πλανήτης.

6. Δημιουργία αλγορίθμου για τον υπολογισμό των πιέσεων επιφανείας και τα αποτελέσματα αυτού.

Για τον υπολογισμό της πίεσης επιφανείας (Hertzian Pressure) κατά AGMA αναπτύχθηκε ένας αλγόριθμος, στο υπολογιστικό πρόγραμμα MatLab, ο οποίος κάνοντας χρήση των εξισώσεων του Κεφαλαίου 3.3 υπολογίζει την πίεση επιφανείας για κάθε τροχό της παρούσης εργασίας.

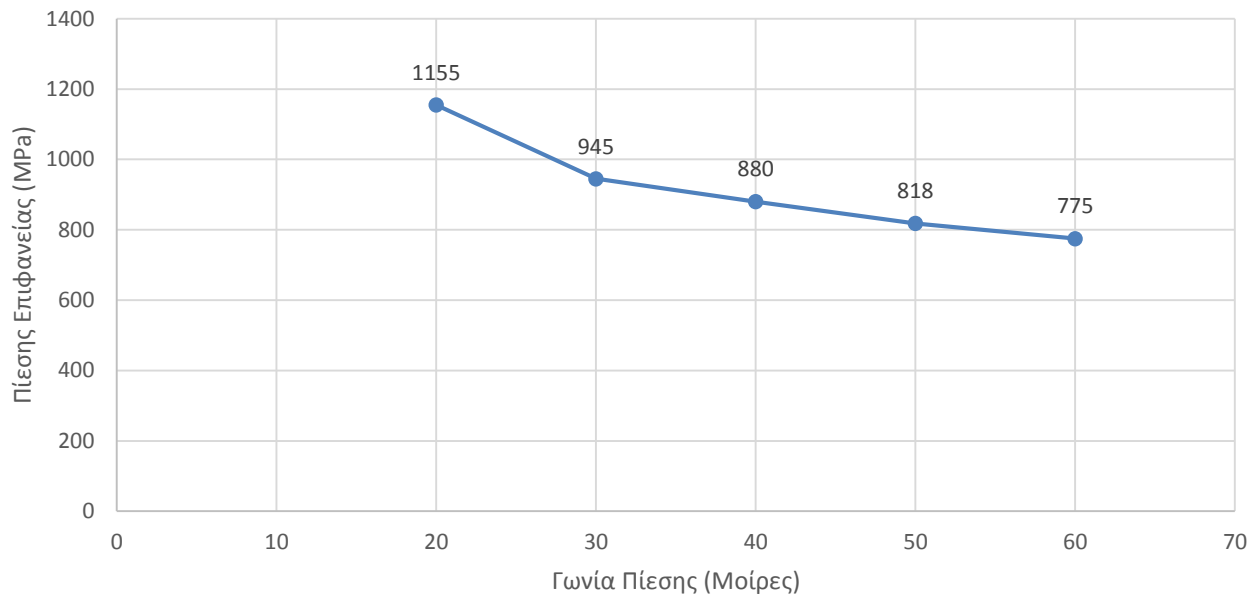
Τα μοντέλα που μελετήθηκαν είναι τροχοί εξωτερικής οδόντωσης με διαφορετικές γωνίες εξειλιγμένης, ίδιο αριθμό οδόντων και module, και έχοντας τέτοια γωνία ελίκωσης ώστε ο βαθμός επικάλυψης να παραμένει σταθερός (υπολογίσθηκε στο Κεφάλαιο 4).

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν μετά την χρήση του αλγορίθμου αυτού παρουσιάζονται στον Πίνακα 2:

Τύπος Βαθμίδας	Γωνία Εξειλιγμένης (Μοίρες)	Γωνία Ελίκωσης (Μοίρες)	Αριθμός Οδόντων	Πίεση Επιφανείας (MPa)
Ήλιος - Πλανήτης	20	0.00	20-20	1155
Ήλιος - Πλανήτης	30	4.53	20-20	945
Ήλιος - Πλανήτης	40	9.10	20-20	880
Ήλιος - Πλανήτης	50	14.36	20-20	818
Ήλιος - Πλανήτης	60	17.50	20-20	775

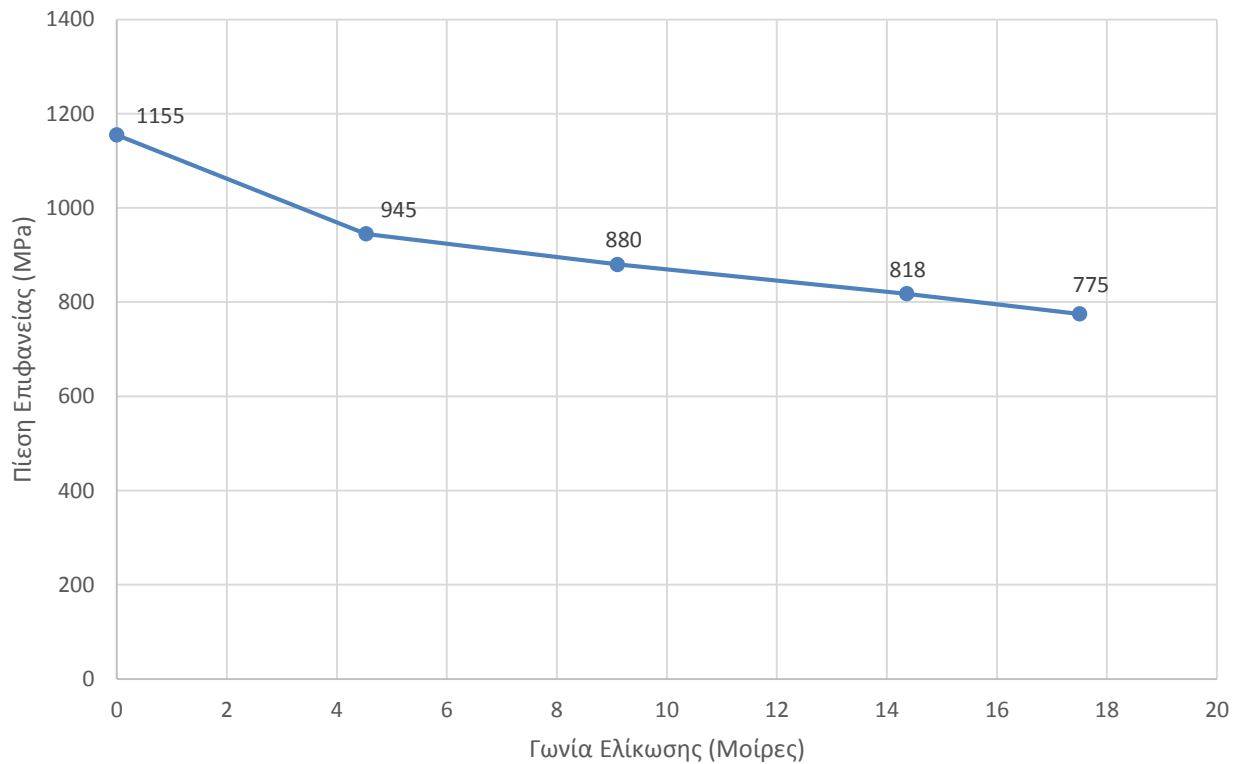
Πίνακας 2 : Αποτελέσματα πιέσεων επιφανείας.

Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζεται πως επηρεάζει την πίεση επιφανείας η γωνία πίεσης (Εικόνα 6.1) :



Εικόνα 6.1 : Πίεση επιφανείας συναρτήσει γωνία πίεσης.

Και στο επόμενο γράφημα παρουσιάζεται η σχέση της πίεσης επιφανείας συναρτήσει της γωνίας ελίκωσης (Εικόνα 6.2) :



Εικόνα 6.2 : Πίεση Επιφανείας συναρτήσει γωνία ελίκωσης.

7. Δημιουργία αλγορίθμου για τον υπολογισμό των καμπτικών τάσεων στην επικίνδυνη διατομή ποδός και εφαρμογή του.

Για τον υπολογισμό της τάσεως κάμψης στην επικίνδυνη διατομή ποδός κατά AGMA αναπτύχθηκε ένας αλγόριθμος, στο υπολογιστικό πρόγραμμα MatLab, ο οποίος κάνοντας χρήση των εξισώσεων του Κεφάλαιο 3.4 υπολογίζει την τάση στο πόδα για κάθε τροχό της παρούσης εργασίας.

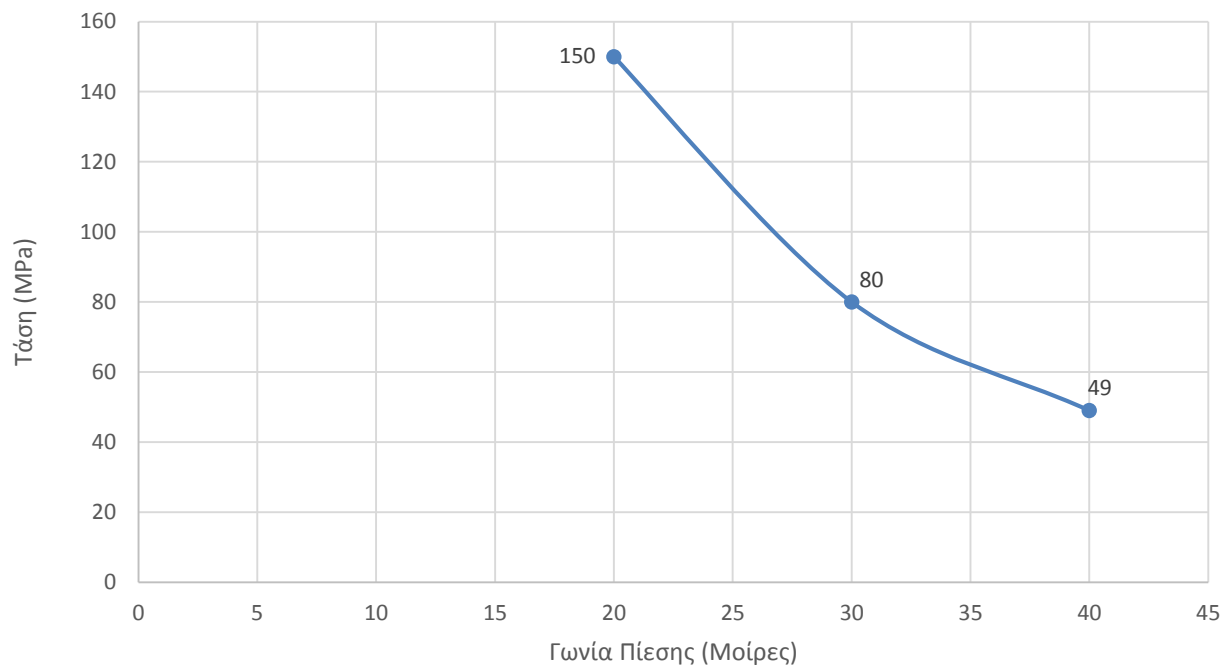
Τα μοντέλα που μελετήθηκαν είναι τροχοί εξωτερικής οδόντωσης με διαφορετικές γωνίες εξειλιγμένης, ίδιο αριθμό οδόντων και module, και έχοντας τέτοια γωνία ελίκωσης ώστε ο βαθμός επικάλυψης να παραμένει σταθερός όπως υπολογίσθηκε στο Κεφάλαιο 4.

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν μετά την χρήση του αλγορίθμου αυτού παρουσιάζονται στον Πίνακα 3:

Τύπος Βαθμίδας	Γωνία Εξειλιγμένης (Μοίρες)	Γωνία Ελίκωσης (Μοίρες)	Αριθμός Οδόντων	Τάση (MPa)
Ήλιος - Πλανήτη	20	0.00	20-20	150
Ήλιος - Πλανήτη	30	4.53	20-20	80
Ήλιος - Πλανήτη	40	9.10	20-20	48

Πίνακας 3 : Αποτελέσματα Καμπτικών Τάσεων στην Επικίνδυνη Διατομή Ποδός.

Στο παρακάτω γράφημα φαίνεται την μείωση της τάσεως στην επικίνδυνη διατομή ποδός καθώς αυξάνεται η γωνία πίεσης (Εικόνα 7.1) :



Εικόνα 7.1 : Τάση στην επικίνδυνη διατομή ποδός συναρτήσει γωνίας εξειλιγμένης.

8. Δημιουργία μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται αναλυτικά η διαδικασία που ακολουθήθηκε ώστε να δημιουργηθεί το κατάλληλο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων το οποίο θα προσεγγίζει σε ικανοποιητικό βαθμό το πραγματικό. Αναλυτικότερα, γίνεται η επιλογή του επιθυμητού υλικού, του είδους και του κατάλληλου μεγέθους των πεπερασμένων στοιχείων με γνώμονα την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων καθώς και του υπολογιστικού φόρτου και τέλος των επιβαλλόμενων οριακών συνθηκών.

Η στατική μελέτη του μοντέλου, πραγματοποιήθηκε κάνοντας χρήση του ανάλυσης κατασκευών Ansys Workbench, έκδοσης 15.0.

8.1. Επιλογή υλικού

Το σύνηθες υλικό κατασκευής των οδοντωτών τροχών είναι ο χάλυβας. Θα πρέπει όμως να αναφερθεί ότι δεν ήταν απαραίτητη η επιλογή κάποιου συγκεκριμένου είδους χάλυβα αφού το μέτρο ελαστικότητας του παραμένει το ίδιο ανεξάρτητα από την αντοχή του και στην συγκεκριμένη μελέτη οι αναπτυσσόμενες τάσεις δεν ξεπερνούν το όριο διαρροής του υλικού.

Το επιλεγμένο υλικό έχει τα εξής χαρακτηριστικά :

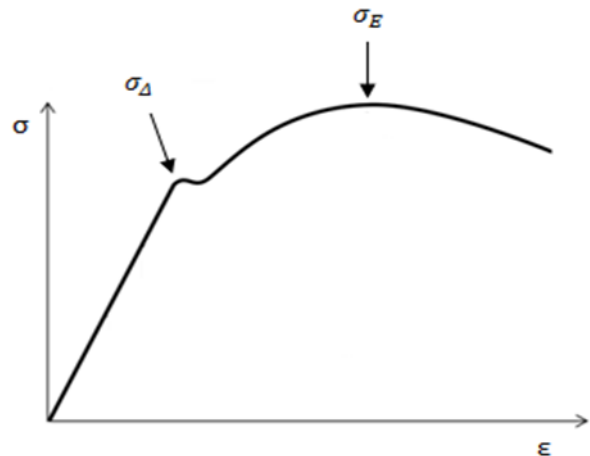
$$E=200 \text{ GPa}$$

$$\nu=0.3$$

$$G=76.923 \text{ GPa}$$

$$\sigma_{\Delta}=250 \text{ MPa}$$

$$\sigma_E=460 \text{ MPa}$$



Όπου:

E: Μέτρο ελαστικότητας του Young

ν : Λόγος του Poisson

G: Μέτρο διάτμησης

σ_{Δ} : Όριο διαρροής σε εφελκυσμό

σ_E : Αντοχή σε εφελκυσμό

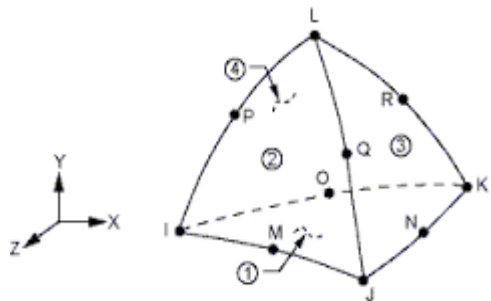
8.2. Επιλογή πεπερασμένων στοιχείων και πλεγματοποίηση

Τα πεπερασμένα στοιχεία τα οποία αποτελούν το πλέγμα ανήκουν σε δύο κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει αυτά που χρησιμοποιούνται για την πλεγματοποίηση των στερεών γεωμετρικών του μοντέλου τα οποία αποτελούν τα SOLID187. Ενώ η δεύτερη κατηγορία αφορά αυτά που χρησιμοποιούνται για την προσομοίωση της επαφής μεταξύ των συνεργαζόμενων επιφανειών, τα οποία είναι τα CONTA174 και TARGE170.

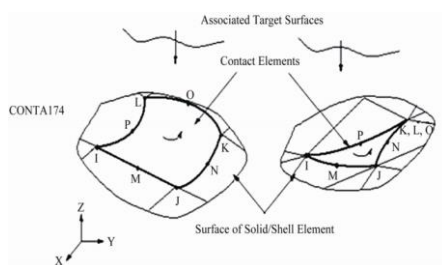
Όσον αφορά τα SOLID187, χρήσιμο θα ήταν να αναφερθεί ότι και είναι τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία με τρεις βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο, τις μετατοπίσεις κατά τις διευθύνσεις των αξόνων x , y , z , με τα πρώτα να είναι δεκακομβικά. Τα συγκεκριμένα πεπερασμένα στοιχεία προτιμώνται συνήθως σε περιπτώσεις που απαιτείται μοντελοποίηση με ανομοιογενή πλεγματοποίηση.

Αντιθέτως, τα CONTA174 και TARGE170, είναι πεπερασμένα στοιχεία που τοποθετούνται επάνω στην επιφάνεια, τρισδιάστατων στερεών (solid elements) ή κελυφωτών (shell elements) πεπερασμένων στοιχείων και αποκτούν τα ίδια γεωμετρικά χαρακτηριστικά της επιφανείας του πεπερασμένου στοιχείου με την οποία συνδέονται.

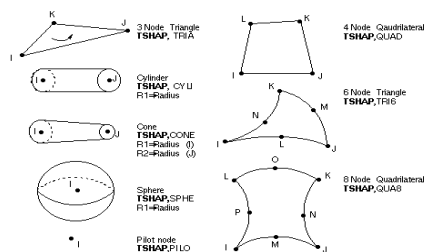
Η επαφή εμφανίζεται όταν η επιφάνεια του CONTA στοιχείου διεισδύει στην απέναντι επιφάνεια ενός TARGE πεπερασμένου στοιχείου.



SOLID187



CONTA174

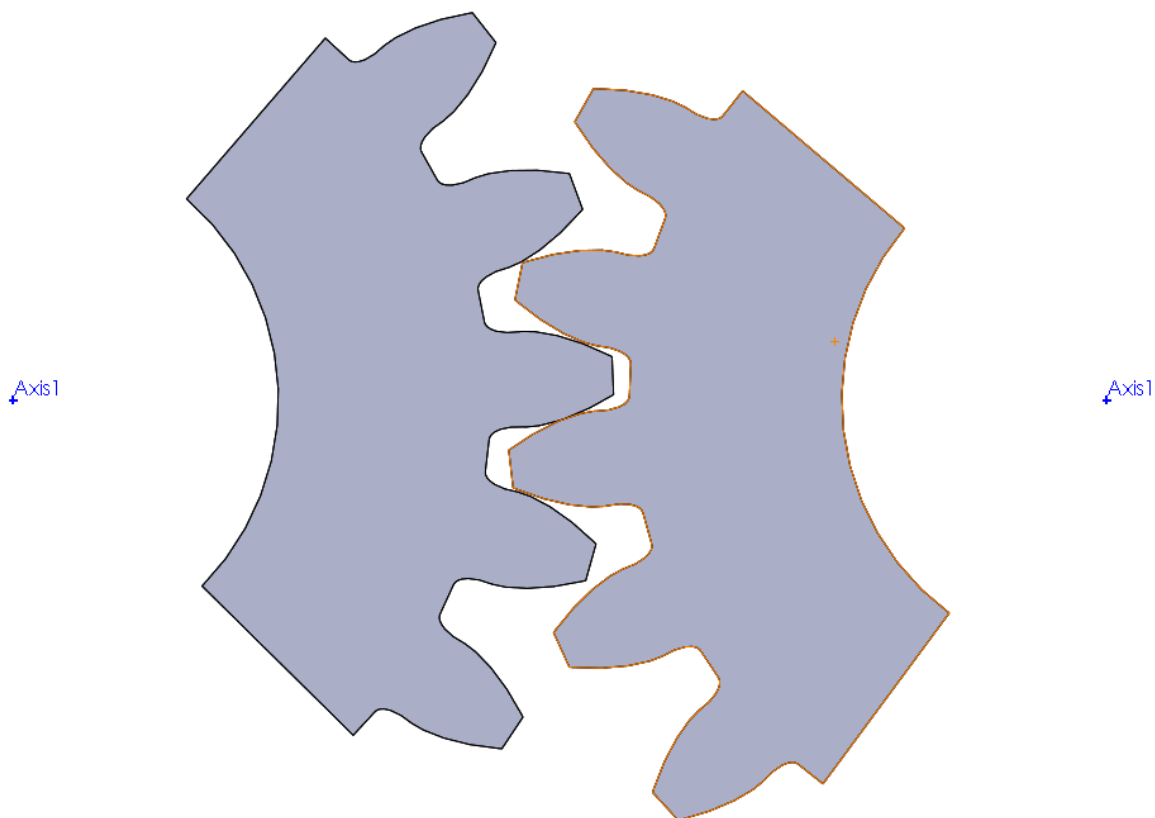


TARGE170

8.2.1. Εύρεση κατάλληλου πλέγματος.

Η εύρεση κατάλληλου πλέγματος για την ορθή επίλυση κάθε μοντέλου κρίνεται απαραίτητη. Επειδή όμως η εύρεση του πλέγματος πραγματοποιώντας δοκιμές για διαφορετικές τιμές του μεγέθους των πεπερασμένων στοιχείων ήταν εξαιρετικά χρονοβόρα και μη ακριβής έγινε αρχικά χρήση της λειτουργίας «convergence» του ίδιου του προγράμματος. Το πλεονέκτημα της λειτουργίας αυτής είναι ουσιαστικά η αύξηση του πλήθους των πεπερασμένων στοιχείων (πύκνωση του πλέγματος) στις περιοχές που κρίνεται απαραίτητο ώστε η ποσοστιαία διαφορά μεταξύ των τιμών των τάσεων στις επιθυμητές περιοχές να είναι μικρότερη ή ίση κατ' απόλυτη τιμή με μια τιμή που θέτει ο χρήστης.

Επειδή η διαδικασία υπολογισμού ήταν χρονοβόρα ακόμα και με την χρήση της προαναφερθείσας επιλογής, διερευνήθηκε η μείωση της γεωμετρίας του μοντέλου. Το μοντέλο συνεργασίας που μελετήθηκε αρχικά είναι αυτό της Εικόνας 5.15, δηλαδή να είναι ολόκληροι και οι δύο τροχοί. Στη συνέχεια μελετήθηκε το μοντέλο με απλοποιημένη γεωμετρία, αφαιρώντας τους οδόντες που δε λαμβάνουν μέρος στην συνεργασία, ώστε να μειωθεί αισθητά ο αριθμός των πεπερασμένων στοιχείων. Συνεπώς οι τροχοί που αποτελούν το κάθε μοντέλο έχουν την μορφή που απεικονίζεται στην Εικόνα 8.1.

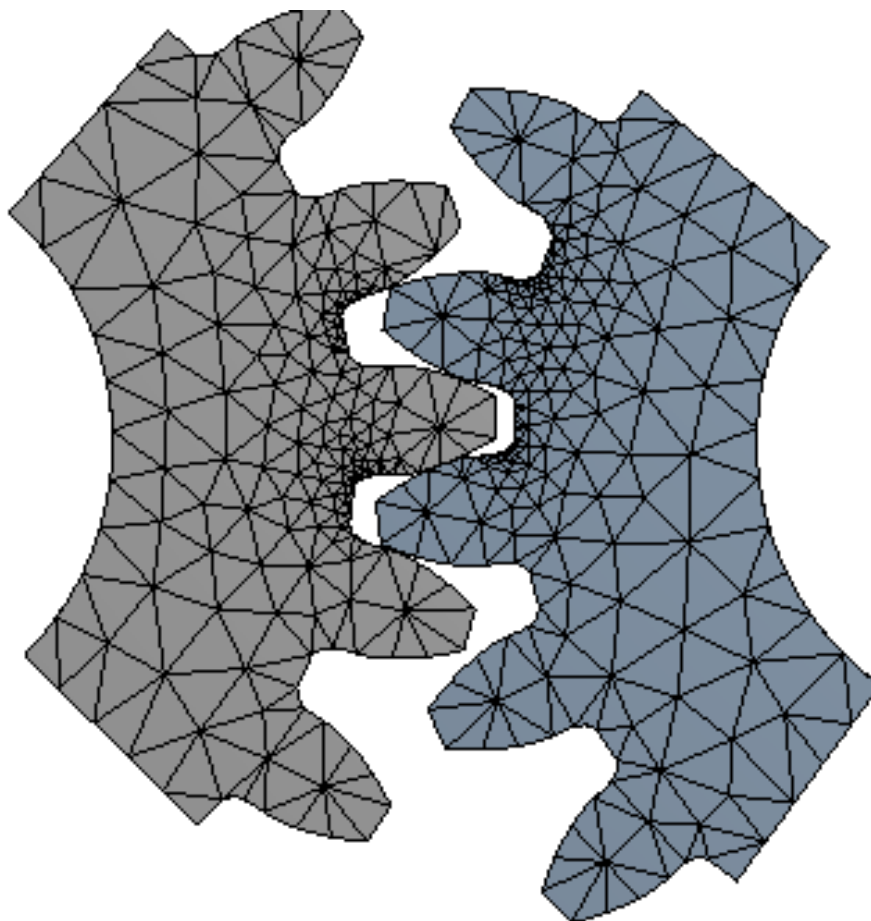


Εικόνα 8.1 : Τμήματα τροχών σε συνεργασία στο HPSTC, ήλιος-πλανήτης.

Εφόσον είχαν υπολογισθεί οι τάσεις που αναπτύσσονται στην επικίνδυνη διατομή του πόδα για το μοντέλο της Εικόνας 5.15, βαθμίδας οδοντωτών τροχών εξωτερικής οδόντωσης με ευθείς οδόντες και γωνίας πίεσης 20 μοιρών, με ομαλή κατανομή των τάσεων, υπολογίσθηκαν με τις ίδιες ακριβώς ρυθμίσεις και για το απλοποιημένης γεωμετρίας μοντέλο (Εικόνα 8.1). Το συμπέρασμα ήταν ότι δεν υπήρχε μεταβολή στις τιμές των τάσεων.

Συνεπώς όλα τα μοντέλα που μελετήθηκαν στη συνέχεια για τις υπόλοιπες μοίρες της γωνίας πίεσης θα έχουν μειωμένη γεωμετρία ώστε οι υπολογισμοί να γίνονται πιο γρήγορα και χωρίς την χρήση μεγάλων αποθεμάτων μνήμης.

Στην επόμενη Εικόνα 8.2 φαίνεται η πλεγματοποίηση που δημιουργήθηκε στο μοντέλο των 20 μοιρών η οποία εξήγαγε ορθά αποτελέσματα.



Εικόνα 8.2 : Πλέγμα μετωπικής τομής στο μοντέλο των 20 μοιρών.

Μια δυσκολία που παρουσιάστηκε κατά την διάρκεια της έρευνας είναι ότι η εντολή “convergence” δεν λειτουργούσε σε όλα τα μοντέλα εξαιτίας των μικρών περιοχών όπου προσπαθούσε το πρόγραμμα να ξαναδημιουργήσει το πλέγμα σε κάθε επανάληψη. Η λύση ήταν να δημιουργηθεί ένας τύπος υπολογισμού του μεγέθους των πεπερασμένων στοιχείων που θα υπήρχαν στην περιοχή μελέτης (στο τόξο στην περιοχή του πόδα). Για να επιτευχθεί αυτό έπρεπε να μελετηθεί η περιοχή ενός μοντέλου όπου το πλέγμα στην περιοχή ενδιαφέροντος επέστρεφε σωστές τιμές και μια πολύ ομαλή κατανομή των τάσεων, να μετρηθεί το μήκος «l» των πλευρών καθώς και το πλήθος «m» των πεπερασμένων στοιχείων που υπήρχαν εκεί και τελικώς να προκύψει μια γωνία «θ» η οποία θα χρησιμοποιούνταν στον υπολογισμό του μήκους των πεπερασμένων στα υπόλοιπα μοντέλα (Εικόνα 8.3).

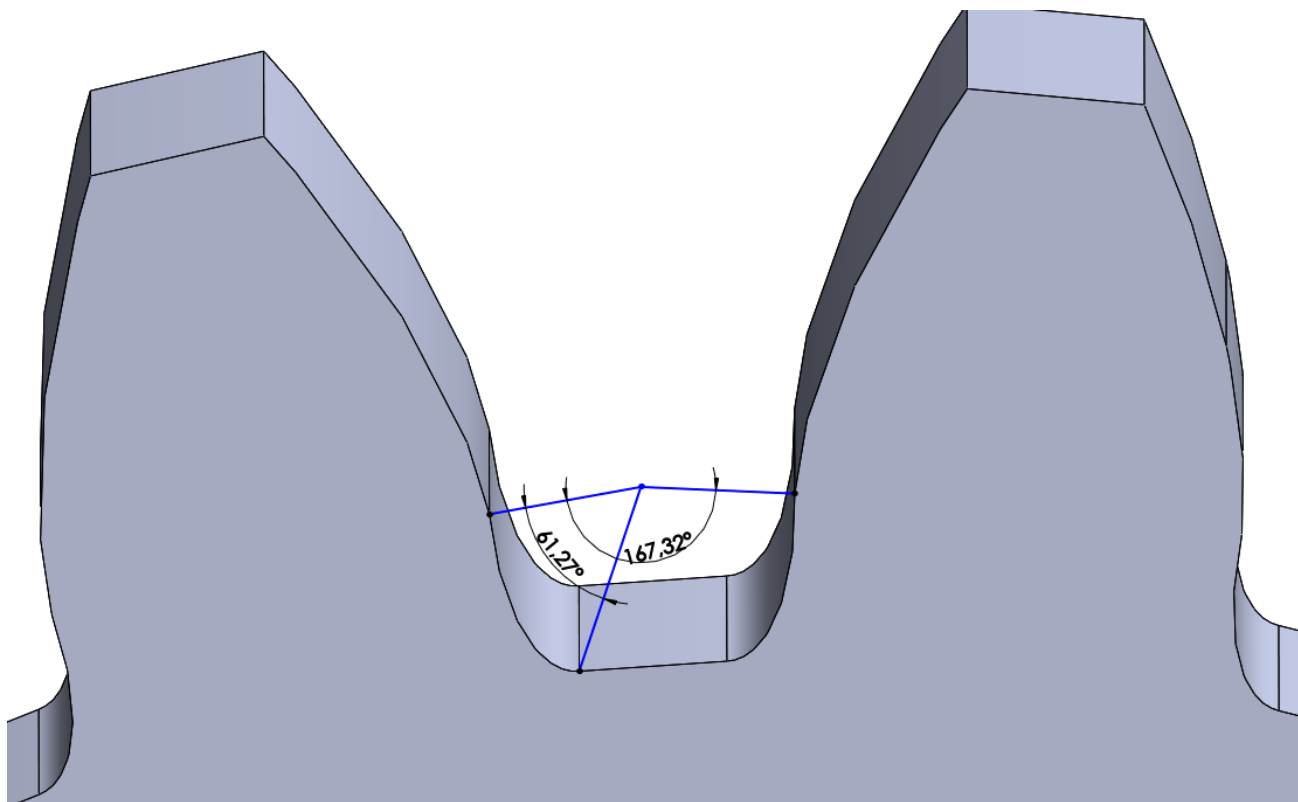
Ο τύπος υπολογισμού είναι ο παρακάτω :

$$\theta(m - 1) + \frac{2\pi}{2} + \varphi = m\pi \quad (61)$$

Όπου

- θ - η γωνία μεταξύ δύο πεπερασμένων.
- m - το πλήθος των πεπερασμένων.
- φ - η γωνία που δημιουργείται στο σημείο τομής 2 ευθειών κάθετων στις κατατομές του τροχού στα εκάστοτε σημεία ενδιαφέροντος.

Για να γίνουν κατανοητά τα παραπάνω παρατίθεται η Εικόνα 8.3 όπου η γωνία $\varphi_{\text{ολική}}=167.32$ μοίρες, είναι η γωνία που δημιουργείται στο σημείο τομής 2 ευθειών κάθετων στις κατατομές του τροχού. Η περιοχή ενδιαφέροντος είναι αυτή στο πόδα του οδόντα οπότε δημιουργείται το μικρότερο τμήμα με γωνία $\varphi_{\text{τελική}}=61.27$ μοίρες. Το μήκος τόξου όπου καλύπτει αυτή η γωνία είναι 0,76 mm.



Εικόνα 8.3 : Εύρεση της γωνίας του τόξου ενδιαφέροντος.

Έχοντας λοιπόν το πλήθος των πεπερασμένων στοιχείων από τη μελέτη που εξάγει τα σωστά αποτελέσματα $m=6$ πεπερασμένα στοιχεία, υπολογίζεται εύκολα η γωνία $\theta=2,88$ rad.

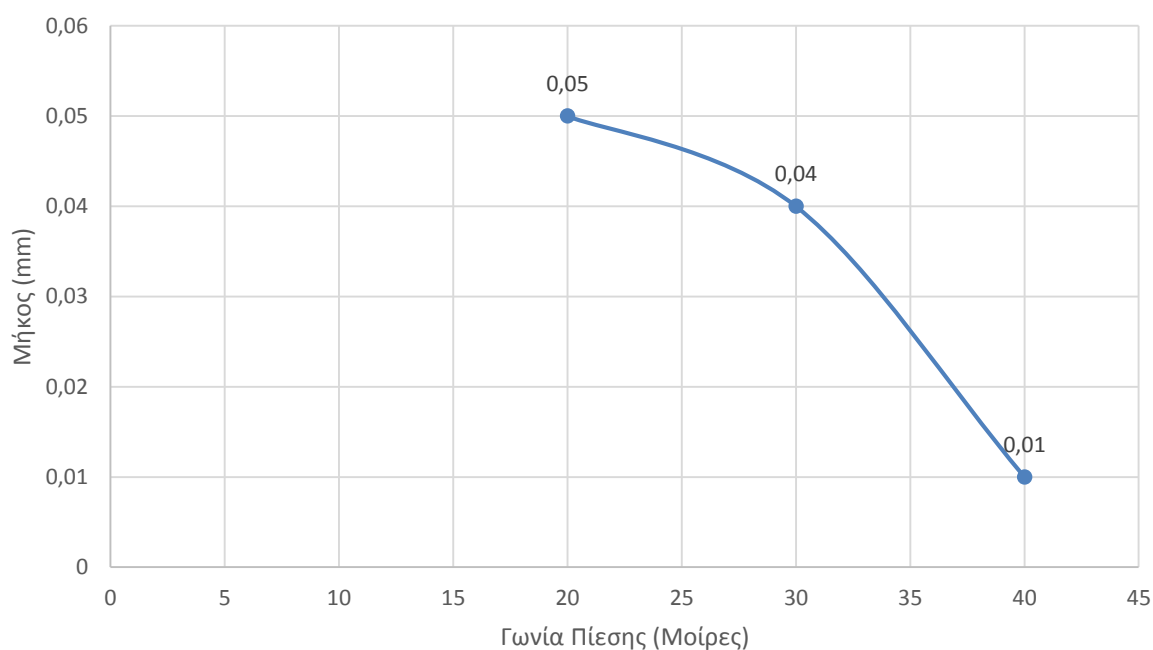
Εφαρμόζοντας τη παραπάνω αναλυτική μέθοδο δημιουργίας κατάλληλου πλέγματος, υπολογίστηκε το μέγεθος των πεπερασμένων που θα πρέπει να έχει κάθε μελετώμενη περιοχή ώστε να επιφέρει ομαλό και πυκνό πλέγμα. Σκοπός ήταν η αποφυγή των τυχόν artifacts τα οποία θα προκαλούσαν μεγάλη ψευδή συγκέντρωση τάσεως σε εκείνη την περιοχή.

Στον Πίνακα 4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα αυτής της διερεύνησης καθώς και ένα γράφημα (Εικόνα 8.5) στο οποίο απεικονίζεται το μέγεθος του πεπερασμένου στοιχείου συναρτήσει της γωνίας πίεσης.

Γωνία Εξειλιγμένης (Μοίρες)	20	30	40
Γωνία Τόξου (Μοίρες)	61.27	62.86	50.58
Μήκος Τόξου (mm)	0.76	0.38	0.12
Μήκος Πεπερασμένων Στοιχείων (mm)	0.05	0.04	0.02

Πίνακας 8.4 : Μέγεθος πεπερασμένων στοιχείων στη περιοχή ποδός.

Στη Εικόνα 8.5 απεικονίζεται γραφικά το συμπέρασμα, ότι όσο αυξάνει η γωνία πίεσης θα πρέπει να μειώνεται και το μήκος του πεπερασμένου στοιχείου που θα χρησιμοποιηθεί στην εκάστοτε περιοχή.



Εικόνα 8.5 : Μήκος πεπερασμένου στοιχείου συναρτήσει γωνίας πίεσης.

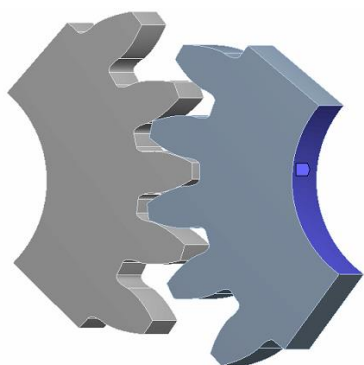
Συνεπώς κατ' αυτόν τον τρόπο γίνεται ο υπολογισμός του μεγέθους των πεπερασμένων στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν στις περιοχές ενδιαφέροντος στα assemblies που θα μελετηθούν.

8.3. Στήριξη των μοντέλων και επιβαλλόμενα φορτία

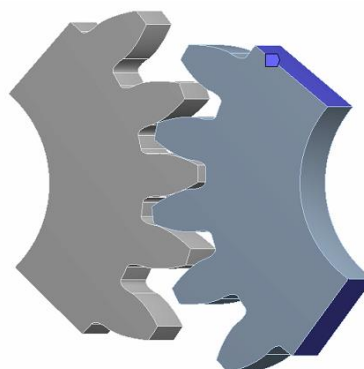
Στην συνέχεια είναι απαραίτητο για να πραγματοποιηθεί οποιαδήποτε διερεύνηση να τοποθετηθούν οι οριακές συνθήκες στο εκάστοτε μοντέλο.

8.3.1. Βαθμίδες εξωτερικών οδοντώσεων.

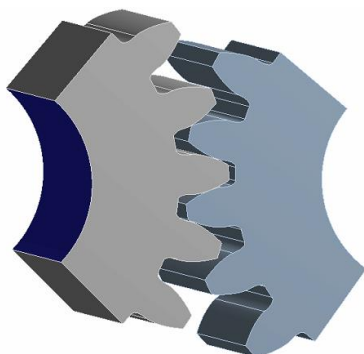
Δεύτερο κατά σειρά σημαντικότητα στη μοντελοποίηση κάθε υποσυστήματος στο πρόγραμμα ANSYS είναι η στήριξη του μοντέλου και η επιβολή του επιθυμητού φορτίου. Η στήριξη γίνεται στην επιφάνεια της οπής στο εσωτερικό των οδοντωτών τροχών. Στον ήλιο επιλέγεται η στήριξη της πάκτωσης, «fixed cylindrical support»(Εικόνα 8.6) καθώς επίσης στις δύο επιφάνειες που δημιουργούνται από την αφαίρεση των οδόντων γίνεται στήριξη με την έννοια της κύλισης «frictionless»(Εικόνα 8.7), ενώ στον πλανήτη η στήριξη γίνεται με «Body-Ground», δηλαδή με τη μορφή συνδέσμου του σώματος με το έδαφος, «Joint Revolute-Ground»(Εικόνα 8.8). Η επιλογή αυτής της στήριξης, του πλανήτη, δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να ασκήσει το φορτίο με διαφορετικό τρόπο όπως με περιστροφή του τροχού (Revolute) δίνοντας τις επιθυμητές μοίρες, είτε ασκώντας ροπή (Moment) στο σημείο όπου γίνεται η στήριξη.



Εικόνα 8.6



Εικόνα 8.7

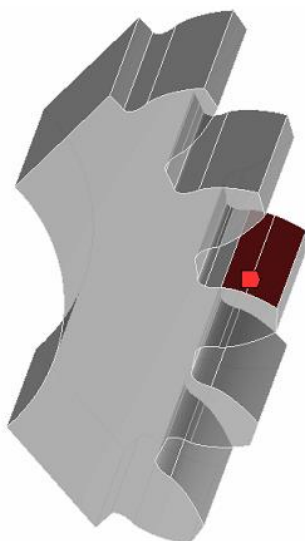


Εικόνα 8.8

8.4. Συνεργαζόμενες επιφάνειες

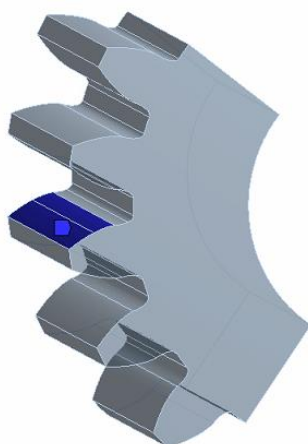
Οι επιφάνειες του μοντέλου οι οποίες έρχονται σε επαφή κατά την προσομοίωση είναι οι συνεργαζόμενες επιφάνειες των κατατομών των οδοντωτών τροχών. Προκειμένου να μπορεί να αναγνωρισθεί από το Ansys η επαφή μεταξύ των επιφανειών αυτών, έπρεπε να δηλωθεί η CONTACT και η αντίστοιχη TARGET επιφάνεια για το κάθε ζευγάρι, ώστε στις πρώτες να τοποθετηθούν τα contact elements (CONTA174) και στις δεύτερες τα αντίστοιχα target elements (TARGE170).

Στην Εικόνα 8.9 παρουσιάζεται ενδεικτικά η επιφάνεια στην οποία τοποθετήθηκαν τα contact elements.



Εικόνα 8.9 : Επιφάνεια στην οποία τοποθετήθηκαν τα contact elements.

Ενώ στην επόμενη Εικόνα 8.10 παρουσιάζεται η επιφάνεια στην οποία τοποθετήθηκαν τα target elements.



Εικόνα 8.10: Επιφάνεια στην οποία τοποθετήθηκαν τα target elements.

Για την συνεργασία των επιφανειών που έρχονται σε επαφή, επιλέχθηκε η ασύμμετρη συμπεριφορά (asymmetric behavior) κατά την οποία οι κόμβοι των πεπερασμένων στοιχείων της contact επιφανείας δεν μπορούν να διεισδύσουν στη target επιφάνεια. Όπως διαπιστώθηκε μετά από κάποιες προσομοιώσεις, η συγκεκριμένη επιλογή απαιτούσε λιγότερο υπολογιστικό χρόνο, συγκριτικά με τις υπόλοιπες επιλογές (symmetric, auto asymmetric) και απέδιδε με ευκολία και ακρίβεια τα ζητούμενα τασικά πεδία στις επιλεγμένες contact επιφάνειες.

Μεταξύ των συνεργαζόμενων επιφανειών σε μια πραγματική συναρμολόγηση τροχών υπάρχει τριβή, αποφασίστηκε για λόγους υπολογιστικού φόρτου και απλοποίησης του μοντέλου, η εμφανιζόμενη τριβή να μην συμπεριληφθεί. Ακόμα κάνοντας χρήση, σαν πρώτη μέθοδο επίλυσης, της επιλογής contact type: Frictionless τα μοντέλα που προσομοιώθηκαν πολλά από αυτά δεν συνέκλιναν συνεπώς αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθεί ο τύπος επαφής «bonded», δηλαδή δηλώνει ότι οι κατατομές που συνεργάζονται έχουν δεσμευμένους βαθμός ελευθερίας στο σημείο επαφής.

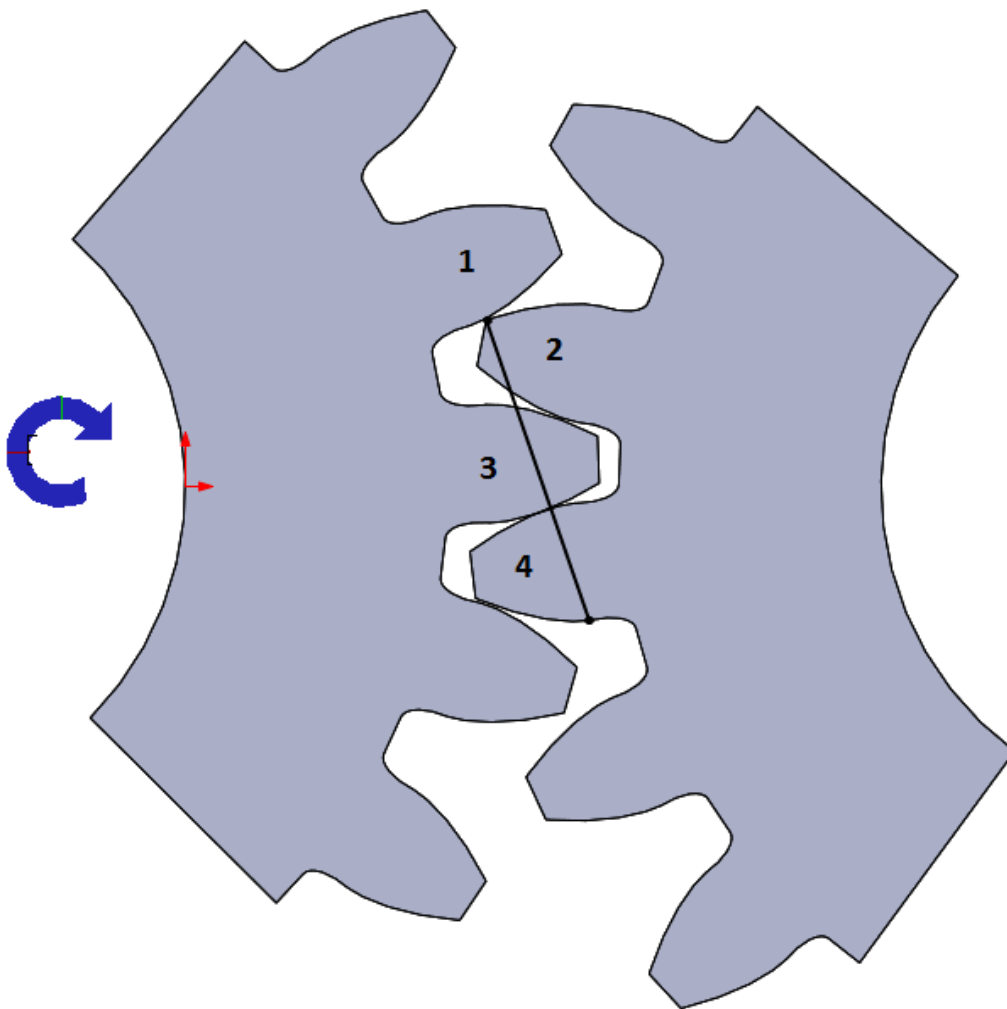
Αυτή η επιλογή στο πεδίο των επαφών όμως σύμφωνα με την αρχή του Saint-Venant δεν επιφέρει σημαντική αλλαγή στα αποτελέσματα που λαμβάνονται σε σχέση με την χρήση της επιλογής frictionless. Η αρχή του Saint-Venant υποστηρίζει πως η διαφορά μεταξύ των αποτελεσμάτων δυο διαφορετικών αλλά ισοδύναμων στατικών φορτίων είναι μικρή σε μεγάλες αποστάσεις από την εφαρμογή του φορτίου.

8.5. Προσομοιώσεις των μοντέλων με όμοια εφαρμογή των παραπάνω συνθηκών.

8.5.1. Μοντέλο 20 μοιρών

Η πρώτη προσομοίωση πραγματοποιείται με την βοήθεια του προγράμματος ANSYS, ώστε να εξαχθούν οι επιθυμητές τάσεις στην επικίνδυνη διατομή του πόδα αφορά οδοντωτό τροχό με γωνία εξειλιγμένης 20 μοιρών, αποτελούμενο από 20 οδόντες και module ίσο με 1. Όλα τα μοντέλα έχουν συναρμολογηθεί στο υψηλότερο σημείο μονής επαφής, έχουν οριστεί οι οριακές συνθήκες καθώς και το πλέγμα όπως έχει προαναφερθεί σε προηγούμενα κεφάλαια και τέλος η φόρτιση γίνεται στο κέντρο του πλανήτη, ροπή ίση με 5.000 Nmm.

Στην Εικόνα 8.11 απεικονίζεται το μοντέλο που θα μελετηθεί, επίσης φαίνεται η γραμμή επαφών, η φορά της φόρτισης και μια αρίθμηση στους οδόντες που μελετώνται.



Εικόνα 8.11 : Μοντέλο 20 μοιρών στο ANSYS.

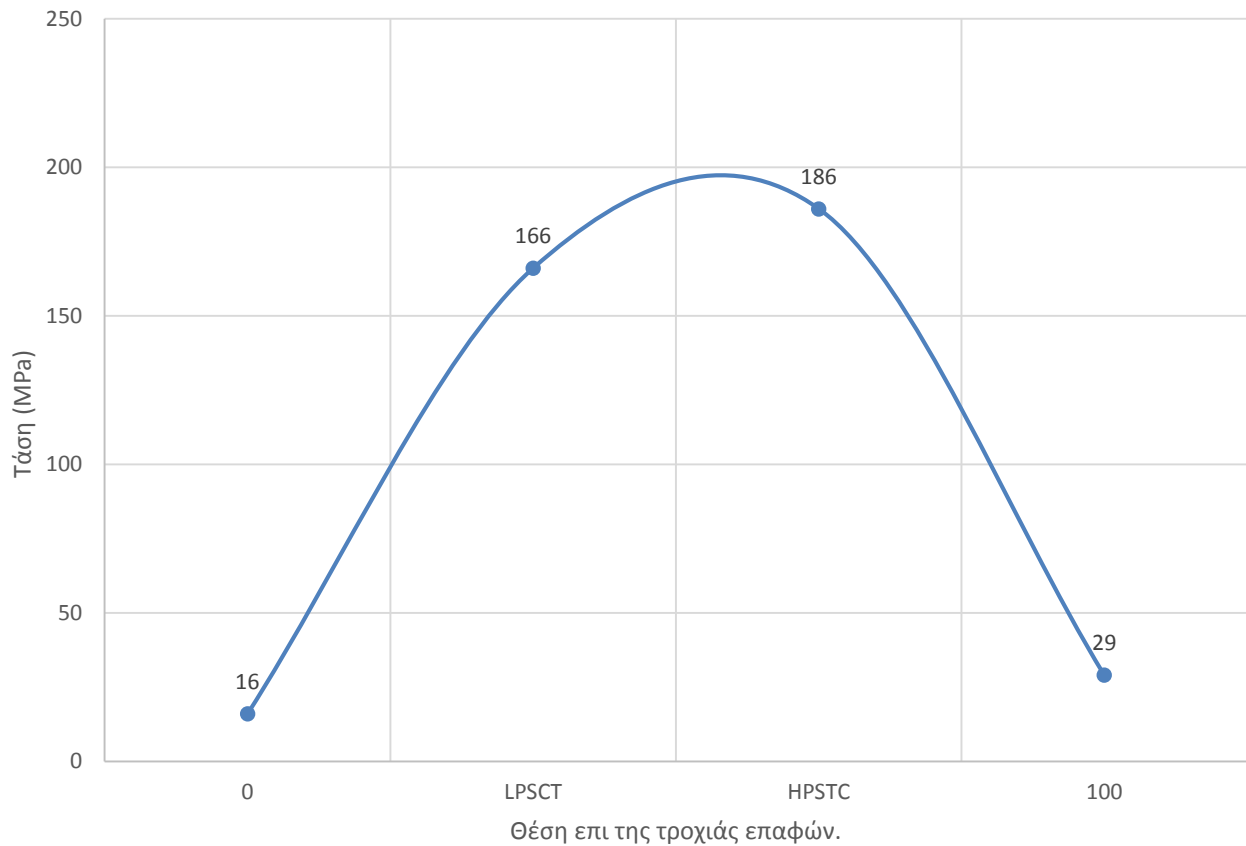
Η αρίθμηση στους οδόντες διευκολύνει τον αναγνώστη να αντιληφθεί ποιο είναι το κάθε δόντι κατά την συνεργασία. Συνεπώς το δόντι όπου αναγράφεται ο αριθμός 1 είναι το πρώτο σημείο επαφής, ο αριθμός 2 δείχνει το τελευταίο σημείο επαφής, ο αριθμός 3 αναφέρεται στο HPSTC και τέλος ο αριθμός 4 στο LPSTC κατά μήκος της τροχιάς επαφής.

Ο Πίνακας 5 είναι ο συγκεντρωτικός του μοντέλου, που περιέχει τα δεδομένα και τις τάσεις που προέκυψαν από την επίλυση του.

Γωνία Εξειλιγμένης (Μοίρες)	Αριθμός Οδόντων	Γωνία Ελίκωσης (Μοίρες)	Απόσταση Αξόνων (mm)	Ακτίνα Αρχικού Κύκλου (mm)
20	20	0	20	10
Τάσεις στην Επικίνδυνη Διατομή του Πόδα του Τροχού				
1^ο Σημείο Επαφής (1)			16 (MPa)	
LPSTC (4)			166 (MPa)	
HPSTC (3)			186 (MPa)	
Τελευταίο Σημείο Επαφής (2)			29 (MPa)	
Equivalent Stress			202 (MPa)	
Δύναμη στον z- άξονα			0 (N)	

Πίνακας 5 : Συγκεντρωτικός Πίνακας μοντέλου 20 μοιρών.

Στην Εικόνα 8.12 παρουσιάζονται γραφικά οι τάσεις στο πόδα συναρτήσει της θέσης επι την γραμμής επαφών.



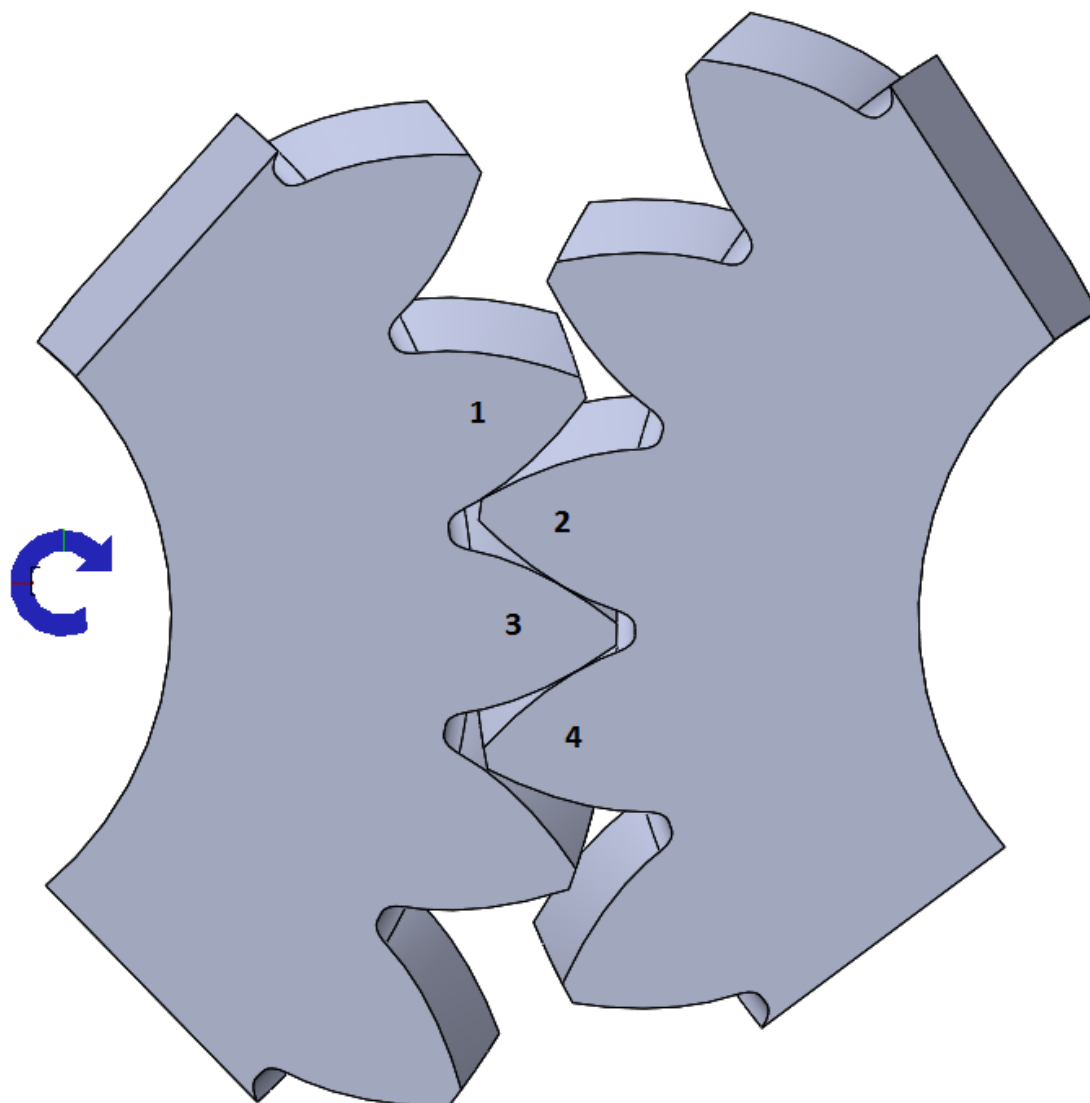
Εικόνα 8.12: Τάση στην επικίνδυνη διατομή ποδός συναρτήσει της θέσης επι της τροχιάς επαφών για τον οδοντωτό τροχό των 20 μοιρών .

Το συμπέρασμα που προκύπτει απο τον Πίνακα 5 και το γράφημα της Εικόνας 8.12 είναι ότι η υψηλότερη τιμή τάσεως παρουσιάζεται στο υψηλότερο σημείο μονή επαφής όπως ήταν αναμενόμενο, η δεύτερη κατά σειρά τιμή τάσεως στο δόντι όπου συνεργάζεται στο χαμηλότερο σημείο και τέλος στο σημείο πρώτης επαφής η τάση είναι μικρότερη σε σχέση με το τελευταίο σημείο επαφής επί της τροχιάς επαφών.

8.5.2. Μοντέλο 30 μοιρών

Η δεύτερη προσομοίωση αφορά οδοντωτό τροχό με γωνία εξειλιγμένης 30 μοιρών, γωνία ελίκωσης 4.5 μοιρών, αποτελούμενο από 20 οδόντες και module ίσο με 1. Οι οριακές συνθήκες, το πλέγμα και η φόρτιση είναι ίδια με το προηγούμενο μοντέλο.

Στην Εικόνα 8.13 απεικονίζεται το μοντέλο που θα μελετηθεί, καθώς και η φορά της φόρτισης και μια αρίθμηση στους οδόντες που μελετώνται.



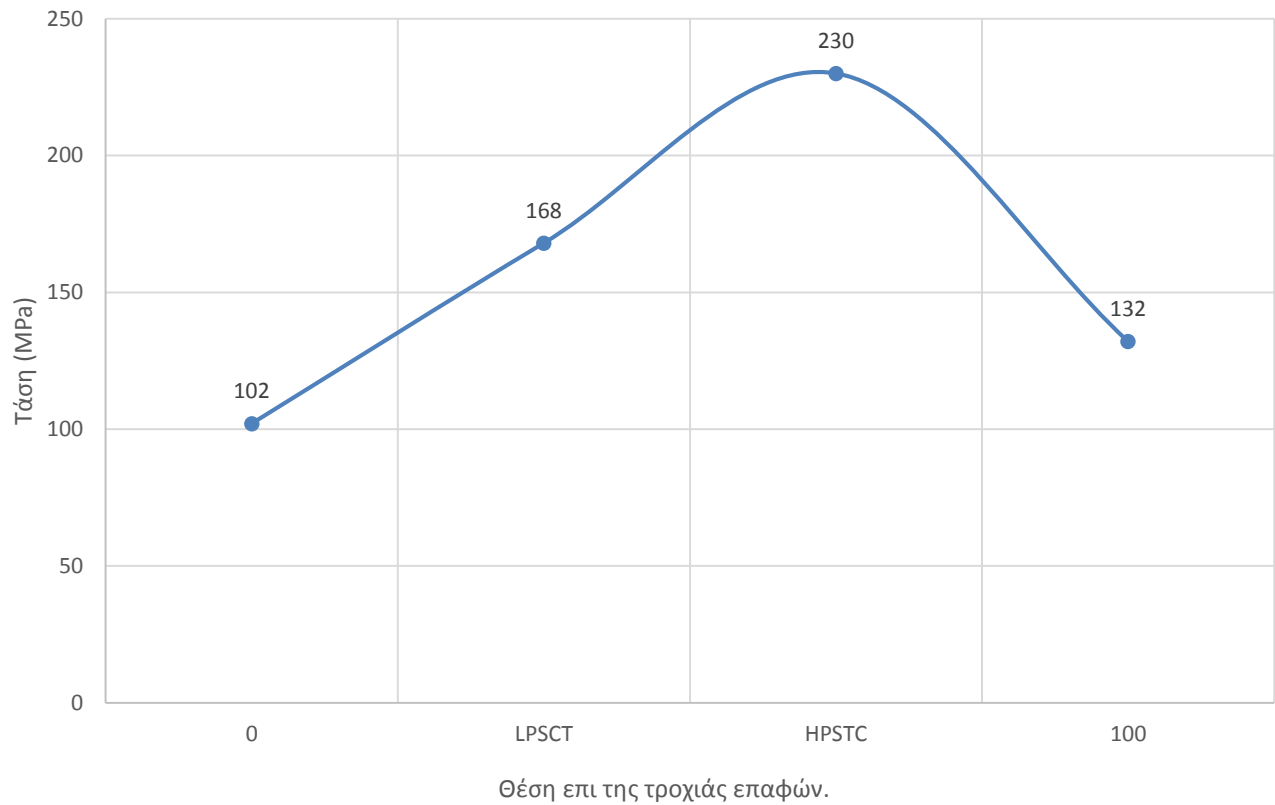
Εικόνα 8.13 : Μοντέλο 30 μοιρών στο ANSYS.

Η αριθμηση στους οδόντες ακολουθεί την ίδια λογική που προαναφέρθηκε. Ο Πίνακας 6 είναι ο συγκεντρωτικός του μοντέλου, που περιέχει τα δεδομένα και τις τάσεις που προέκυψαν από την επίλυση του.

Γωνία Εξειλιγμένης (Μοίρες)	Αριθμός Οδόντων	Γωνία Ελίκωσης (Μοίρες)	Απόσταση Αξόνων (mm)	Ακτίνα Αρχικού Κύκλου (mm)
30	20	4,53	20,12	10.06
Τάσεις στην Επικίνδυνη Διατομή του Πόδα του Τροχού				
1^ο Σημείο Επαφής (1)			102 (MPa)	
LPSTC (4)			168 (MPa)	
HPSTC (3)			230 (MPa)	
Τελευταίο Σημείο Επαφής (2)			132 (MPa)	
Equivalent Stress			322 (MPa)	
Δύναμη στον z- άξονα			77 (N)	

Πίνακας 6 : Συγκεντρωτικός Πίνακας μοντέλου 30 μοιρών.

Στην Εικόνα 8.14 παρουσιάζονται γραφικά οι τάσεις στο πόδα συναρτήσει της θέσης επι την γραμμής επαφών.



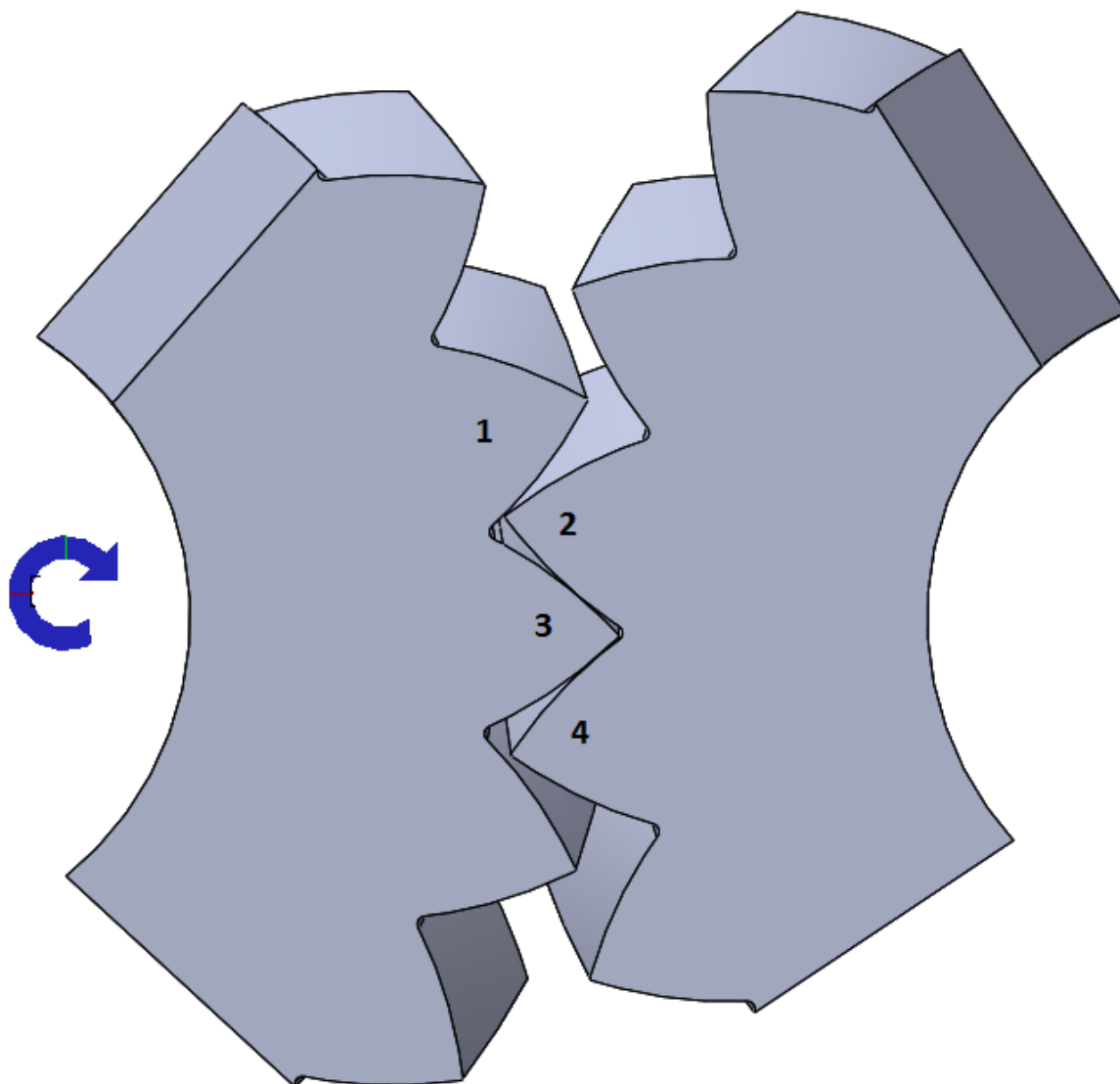
Εικόνα 8.14: Τάση στην επικίνδυνη διατομή ποδός συναρτήσει της θέσης επι της τροχιάς επαφών για τον οδοντωτό τροχό των 30 μοιρών .

Όπως και στο προηγούμενο μοντέλο έτσι και σε αυτό, οι τιμές των τάσεων ακολουθούν το ίδιο μοτίβο.

8.5.3. Μοντέλο 40 μοιρών

Η τελευταία προσομοίωση αφορά οδοντωτό τροχό με γωνία εξειλιγμένης 40 μοιρών, γωνία ελίκωσης 9.1 μοίρες, αποτελούμενο από 20 οδόντες και module ίσο με 1. Οι οριακές συνθήκες, το πλέγμα και η φόρτιση είναι ίδια με τα προηγούμενα μοντέλα.

Στην Εικόνα 8.15 απεικονίζεται το μοντέλο που θα μελετηθεί, καθώς και η φορά της φόρτισης και μια αρίθμηση στους οδόντες που μελετώνται.



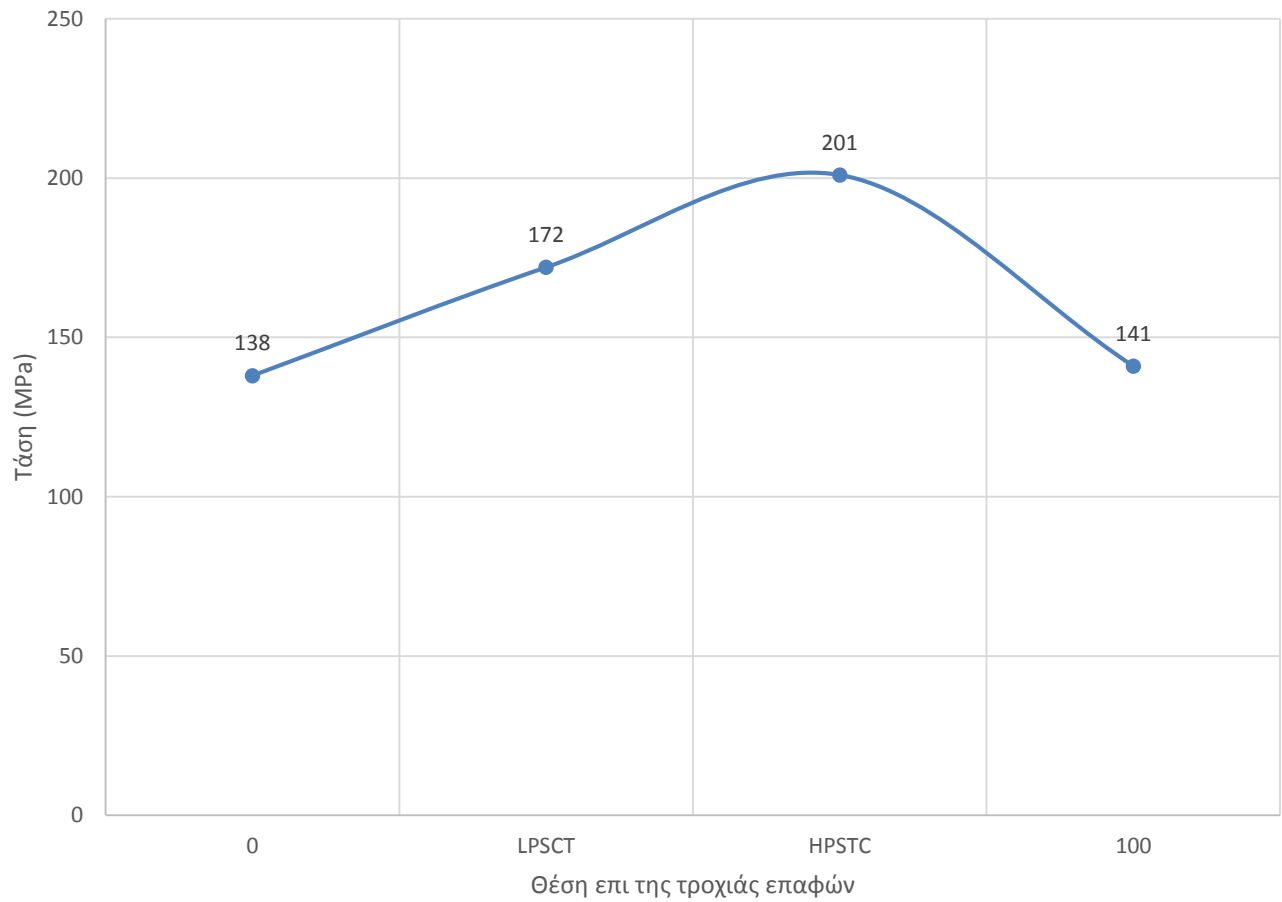
Εικόνα 8.95 : Μοντέλο 40 μοιρών στο ANSYS.

Η αρίθμηση στους οδόντες ακολουθεί την ίδια λογική που προαναφέρθηκε. Ο Πίνακας 7 είναι ο συγκεντρωτικός του μοντέλου, που περιέχει τα δεδομένα και τις τάσεις που προέκυψαν από την επίλυση του.

Γωνία Εξειλιγμένης (Μοίρες)	Αριθμός Οδόντων	Γωνία Ελίκωσης (Μοίρες)	Απόσταση Αξόνων (mm)	Ακτίνα Αρχικού Κύκλου (mm)
40	20	9.10	20.51	10.25
Τάσεις στην Επικίνδυνη Διατομή του Πόδα του Τροχού				
1^ο Σημείο Επαφής (1)			138 (MPa)	
LPSTC (4)			172 (MPa)	
HPSTC (3)			201 (MPa)	
Τελευταίο Σημείο Επαφής (2)			141 (MPa)	
Equivalent Stress			437 (MPa)	
Δύναμη στον z- άξονα			88 (N)	

Πίνακας 7 : Συγκεντρωτικός Πίνακας μοντέλου 40 μοιρών.

Στην Εικόνα 8.16 παρουσιάζονται γραφικά οι τάσεις στο πόδα συναρτήσει της θέσης επι την γραμμής επαφών.



Εικόνα 8.10: Τάση στην επικίνδυνη διατομή ποδός συναρτήσει της θέσης επι της τροχιάς επαφών για τον οδοντωτό τροχό των 40 μοιρών .

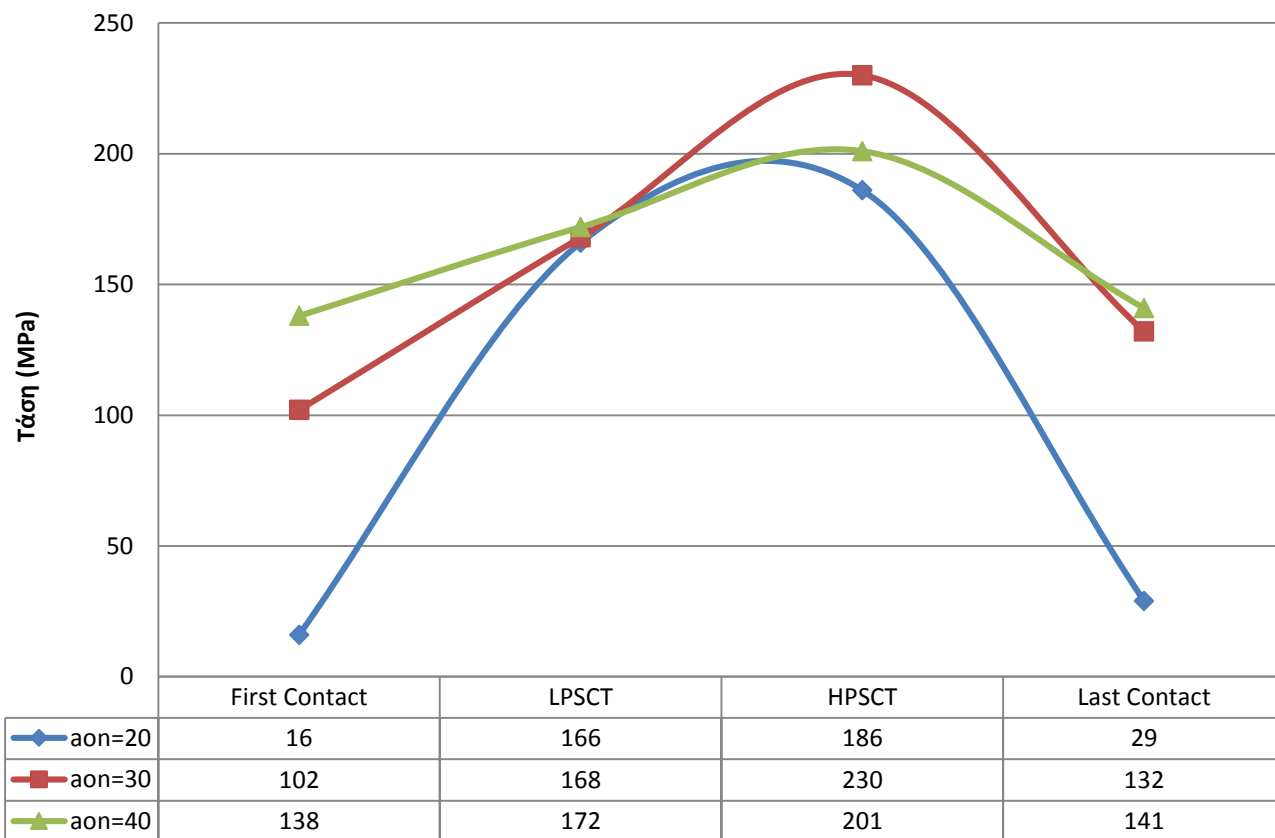
8.6. Συνολικά αποτελέσματα προσομοιώσεων.

Στο Πίνακα 8 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα και των τριών προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν στο λογισμικό ANSYS.

Μοντέλα	Μοντέλο 20 μοιρών γωνίας πίεσης	Μοντέλο 30 μοιρών γωνίας πίεσης	Μοντέλο 40 μοιρών γωνίας πίεσης
Σημείο Εφαρμογής της Δύναμης			
1 ^ο Σημείο Επαφής (1)	16	102	138
LPSTC (4)	166	168	172
HPSTC (3)	186	230	201
Τελευταίο Σημείο Επαφής (2)	29	132	141
Equivalent Stress (MPa)	202	322	437
Δύναμη στον z- άξονα (N)	0	77	88

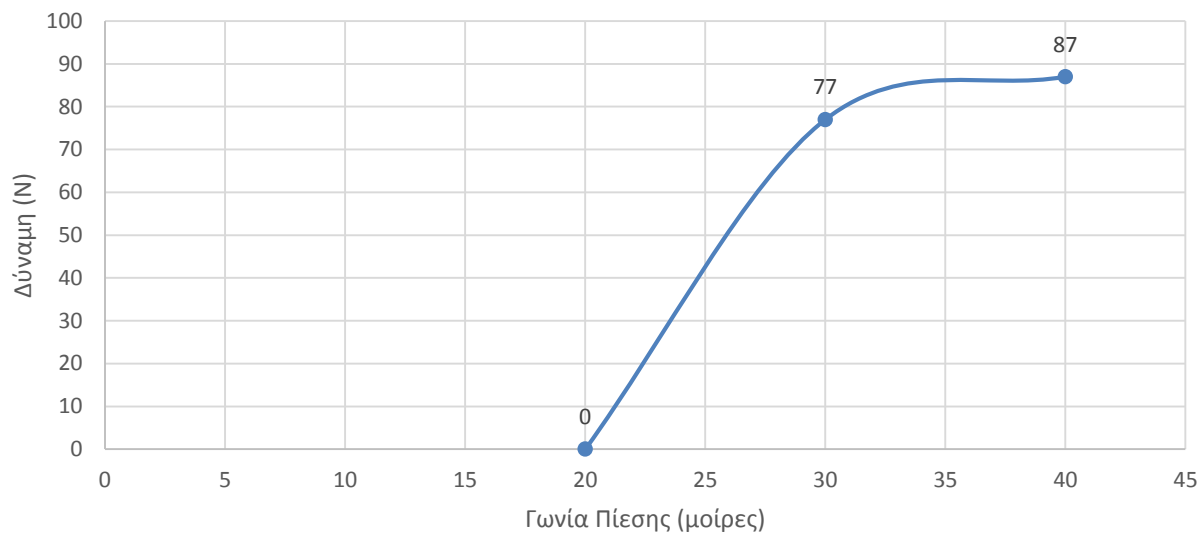
Πίνακας 8 : Οι τάσεις στην επικίνδυνη περιοχή του ποδός για τις προσομοιώσεις.

Στην Εικόνα 8.18 απεικονίζεται το συγκεντρωτικό γράφημα που εμπεριέχει όλες τις καμπύλες που περιγράφουν τις τάσεις κάμψης που αναπτύσσονται στο πόδα του τροχού συναρτήσει της θέσης του σημείου επαφής επι της γραμμής επαφών.



Εικόνα 8.11 : Συγκεντρωτικό γράφημα, τάση-τροχιά επαφών

Στην συνέχεια παρουσιάζεται το γράφημα που απεικονίζει την αξονική δύναμη που αναπτύσσεται κατά την φόρτιση των τροχών συναρτήσει της γωνίας εξηλιγμένης (Εικόνα 8.19).



Εικόνα 8.12 : Αξονική δύναμη συναρτήσει της γωνίας πίεσης.

9. Συμπεράσματα και σχόλια

Τα αποτελέσματα που εξήχθησαν έπειτα από την μοντελοποίηση των θεωρητικών τύπων που αφορούν την πίεση επιφανείας (Hertzian Pressure) και την καμπτική τάση στην επικίνδυνη διατομή του πόδα του οδόντα κατά AGMA επιβεβαιώνουν την θεωρία. Εξετάζοντας τα αποτελέσματα γίνεται αντιληπτό πως καθώς αυξάνεται η γωνία πίεσης υπάρχει αισθητή μείωση στην πίεση επιφανείας όπως και στις τάσεις που αναπτύσσονται στην περιοχή του πόδα.

Μια ακόμα σημαντική παρατήρηση είναι ότι εάν η στεφάνη είναι ίση ή μεγαλύτερη 1,5 φορές του συνολικού ύψους οδόντα τότε δεν επηρεάζονται οι τιμές στις καμπτικές τάσεις στο πόδα εάν γίνει μείωση στην γεωμετρία του τροχού. Μείωση της γεωμετρίας του τροχού συνεπάγεται αφαίρεση των οδόντων που δεν λαμβάνουν μέρος κατά την συνεργασία των τροχών. Ακόμη όσον αφορά το μέγεθος των πεπερασμένων στοιχείων που βρίσκονται στις περιοχές μελέτης δημιουργήθηκε μία εξίσωση που υπολογίζει το πλήθος και το μέγεθος που θα πρέπει να έχει κάθε πεπερασμένο στοιχείο ώστε να μην υπάρχουν συγκεντρώσεις τάσεως λόγω λανθασμένης πλεγματοποίησης.

Ακόμη έγινε επαλήθευση της αρχής του Saint-venant στα μοντέλα που μελετήθηκαν καθώς αλλάζοντας τις συνθήκες επαφής των κατατομών των συνεργαζόμενων τροχών δεν επηρεάστηκαν τα αποτελέσματα.

Τέλος μελετώντας τα τρία διαφορετικά μοντέλα μπορεί να διακριθεί ότι όσον αυξάνεται η γωνία εξελιγμένης τόσο αυξάνεται και η αξονική δύναμη. Εφόσον οδοντωτοί τροχοί εξωτερικής οδόντωσης της παρούσης μελέτης θα είναι μέρη ενός πλανητικού συστήματος, δεν θα πρέπει η αύξηση των δυνάμεων να επηρεάζει την επιλογή τους στα συστήματα αυτά μιας και έχουν το πλεονέκτημα να αλληλοαναιρούνται μεταξύ τους.

Οι ελικοειδείς οδοντωτοί τροχοί με εξωτερική καθώς και εσωτερικής οδόντωση οι οποίοι σχεδιάστηκαν και μοντελοποιήθηκαν για υπερύψηλές γωνίες πίεσης, δίνουν έναυσμα για την μελέτη και κατασκευή περαιτέρω οδοντωτών τροχών καθώς και τη μελέτη ολόκληρου του πλανητικού συστήματος για περαιτέρω διερεύνηση των τάσεων επιφανείας με ή χωρίς λίπανση, την διερεύνηση καλύτερων παραμέτρων και πλέγματος ώστε να υπάρξει σύγκλιση έχοντας σαν συνθήκη επαφής όχι την πάκτωση αλλά τη χρήση τριβής μεταξύ των κατατομών.

10. Βιβλιογραφία

[1] Θ.Ν. Κωστόπουλος, «Οδοντώσεις και Μειωτήρες Στροφών», εκδόσεις Συμεών, Αθήνα 1991

[2] Lewis W. 'Investigation of Strength of Gear Teeth', *Proceedings of the Engineering Club No. 1*, Philadelphia, 1882

[3] Solidworks Educational Edition, 2012-2013, Solidworks user manual, Dassault Systèmes SolidWorks Corp.

[4] Ansys 2014, Inc, Ansys Workbench user's guide

[5] AGMA 908-B89 Geometry Factors for Spur and Helical Gears.

[6] AGMA 2001-D04 Rating of Spur and Helical Gears.