



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΕΓΚΕΦΑΛΙΚΩΝ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΟΥ ΔΕΙΚΤΗ ΚΛΙΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

ΠΡΟΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΦΩΤΙΟΣ ΜΠΑΣΙΟΣ

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Κ. ΣΙΕΤΤΟΣ, ΑΝΑΠΛ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ (ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ)

Δ. ΓΚΟΥΣΗΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ

Ν. ΣΜΥΡΝΗΣ, ΑΝΑΠΛ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ, ΙΑΤΡΙΚΗ ΣΧΟΛΗ, ΕΚΠΑ

ΑΘΗΝΑ 2015

*Αφιερώνεται στους γονείς μου, στους ανθρώπους του
μόχθου και της εργασίας, στον Ένι*

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ευχαριστώ ιδιαίτερος τον Αναπληρωτή καθηγητή της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών και επιβλέποντα της παρούσας εργασίας κ. Κωνσταντίνο Σιέττο, αφενός γιατί με εισήγαγε στα πρώιμα στάδια της ερευνητικής διαδικασίας , αφετέρου για την σωστή καθοδήγηση που μου προσέφερε όλο το χρονικό διάστημα που ήμουν υπό την επίβλεψη του και αφετέρου για τη δυνατότητα που μου έδωσε να ασχοληθώ με ένα τόσο ενδιαφέρον επιστημονικό αντικείμενο.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες στη Φωτεινή Πρωτόπαπα, για την ουσιαστική βοήθεια που μου προσέφερε καθ'όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας.

Ευχαριστώ τους γονείς μου για την ποικιλότροπη υποστήριξη τους καθ'όλη τη διάρκεια των σπουδών μου. Ευχαριστώ τους συντρόφους μου και συνταξιδιώτες σε αυτό το δύσκολο δρόμο που έχουμε επιλέξει, μέσα από τον οποίο αντιλήφθηκα την επιστήμη όχι ως μέσο ατομικής ανέλιξης αλλά ως μέσο ανάπτυξης και βελτίωσης της ανθρώπινης ζωής. Ιδιαίτερες ευχαριστίες, στον Νίκο Σαριδάκη, διότι χωρίς τη βοήθεια του μάλλον δεν θα ερχόταν σε πέρας η παρούσα διπλωματική εργασία.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η ανάλυση εγκεφαλικών χρονοσειρών με τη μέθοδο του δείκτη της κλίσης της φάσης (Phase Slope Index). Ο δείκτης κλίσης φάσεως είναι μέτρο εκτίμησης της αλληλεπίδρασης χρονοσειρών και στόχος μας ήταν η μελέτη της συμπεριφοράς του, σε στοχαστικά γραμμικά και μη γραμμικά μοντέλα.

Στο **πρώτο κεφάλαιο** παρουσιάζεται η εξέλιξη στους τρόπους μελέτης της εκτίμησης της αιτιότητας από χρονοσειρές ανάμεσα στις διάφορες εγκεφαλικές περιοχές όπως και η σπουδαιότητα της μελέτης αυτής της αλληλεπίδρασης για την καλύτερη κατανόηση της λειτουργίας του ανθρώπινου εγκεφάλου.

Το **δεύτερο κεφάλαιο** αποτελεί εισαγωγή στο μετασχηματισμό Fourier συνεχούς και διακριτού χρόνου, στις βασικές του ιδιότητες καθώς και στο διακριτό μετασχηματισμό Fourier που αποτελεί την βάση του γρήγορου μετασχηματισμού Fourier (Fast Fourier Transform). Ο FFT έχει γίνει αναπόσπαστο εργαλείο στην ανάλυση σήματος, για τη μετάβαση από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο της συχνότητας. Επί προσθέτως, γίνεται αναφορά στο νευροφυσιολογικό σήμα, στις τάσεις που αναπτύσσονται στους νευρώνες, τάσεις που καταγράφονται από τεχνικά μέσα (EEG, MEG, fMRI κτλ.).

Στο **τρίτο κεφάλαιο** γίνεται εκτενής παρουσίαση των βασικών μεθόδων αιτιότητας, οι οποίες μπορούν με σαφήνεια να εντοπίσουν την κατεύθυνση της ροής της πληροφορίας ανάμεσα στα κανάλια καταγραφής των τάσεων, οι οποίες εκφράζονται με μορφή χρονοσειράς. Επίσης, αναπτύσσονται τα βασικά μαθηματικά μέτρα, στο πεδίο του χρόνου και στο πεδίο της συχνότητας, εκτίμησης της δύναμης της σύζευξης ανάμεσα στα στοιχεία του εγκεφάλου. Επιπλέον, απαριθμούνται οι βασικοί ρυθμοί ταλάντωσης των εγκεφαλικών κυμάτων καθώς και οι βασικοί τρόποι καταγραφής των τάσεων που αναπτύσσονται στους νευρώνες.

Το **τέταρτο κεφάλαιο** πραγματεύεται τον ειδικό ρόλο του φανταστικού μέρους της συνηθισμένης συνάφειας που αποτελεί τη βάση ανάπτυξης της μεθόδου του δείκτη της κλίσης της φάσης. Το φανταστικό μέρος της συνηθισμένης συνάφειας, αφενός δεν επηρεάζεται από την αγωγιμότητα όγκου άρα αντανακλά την πραγματική εγκεφαλική αλληλεπίδραση και αφετέρου το πρόσημο της δείχνει την κατεύθυνση της ροής της πληροφορίας. Εισάγεται, ο δείκτης κλίσης της φάσης, ως μέτρο της κλίσης της γραμμικής φάσης γύρω από ένα εύρος συχνοτήτων.

Στο **πέμπτο κεφάλαιο** μελετάται η συμπεριφορά του δείκτη κλίσης της φάσης σε γραμμικά στοχαστικά μοντέλα. Πρώτα εισάγεται ο δείκτης κλίσης φάσεως βασισμένος στη μερική συνάφεια, για να γίνει διάκριση των άμεσων και έμμεσων επιδράσεων. Ακολουθεί η εισαγωγή του δείκτη βασισμένου στη μερική κατευθυνόμενη συνάφεια για τον εντοπισμό της αμφίδρομης αιτιότητας και στη συνέχεια αναπτύσσεται ο δείκτης βασισμένος στη μερική κατευθυνόμενη συνάφεια που αφενός διακρίνει τις άμεσες και έμμεσες ροές αλλά αφετέρου εντοπίζει τη διπλή κατεύθυνση της πληροφορίας. Τέλος, γίνεται εφαρμογή του δείκτη βασισμένο στη μερική κατευθυνόμενη συνάφεια σε μη γραμμικό στοχαστικό μοντέλο.

Τέλος, στο **έκτο κεφάλαιο** γίνεται παρουσίαση των βασικών συμπερασμάτων από την εφαρμογή του δείκτη κλίσης της φάσης σε γραμμικά και μη γραμμικά αυτοπαλίνδρομα πολυμεταβλητά μοντέλα.

ABSTRACT

The purpose of this Thesis is to analyze the causal connectivity of (cerebral) time series with the use of Phase Slope Index method. Our main aim has been focused on the study of the method's performance in stochastic linear and nonlinear models.

In the **first chapter** we review the basic methods for the estimation of causality connectivity between brain areas. The **second chapter** is an introduction of Fourier transformation of continuous and discrete time signals, its basic properties and the Discrete Fourier Transform, which is the basis of Fast Fourier Transform. In fact, the FFT has become an indispensable tool in signal analysis for the transition from time domain to frequency domain. We focus on neurophysiological signals which are recorded by non-invasive techniques (EEG, MEG, fMRI, etc.).

In the **third chapter** we present the main methods of causal connectivity, which identify the direction of the flow of information between the recording channels, which are expressed through time-series. Also we present the basic mathematical steps, in time and frequency domain, which can be used to estimate the strength of coupling between time-series. The **fourth chapter** discusses the specific role of the imaginary part of the coherence, which forms the basis for the development of the Slope Phase Index method. The imaginary part of the coherence is unaffected by volume conduction, thus it reflects the actual cerebral interaction and its sign indicates the direction of the flow of information. The concept of Phase Slope Index is introduced. The **fifth chapter** studies the performance of the Slope Phase Index in linear stochastic models. First, we describe the Slope Phase Index based on the concept of partial coherence that can deal with direct and indirect effects. Then, we introduce an index based on partial directed coherence in order to distinguish the direct and indirect flows and to identify the bidirectionality of information. Finally we apply the Phase Slope Index based on partial directed coherency in a nonlinear stochastic model.

In the **sixth chapter** we present the main conclusions from the implementation of the Phase Slope Index in linear and nonlinear multivariate autoregressive models.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	17
2. ΣΗΜΑΤΑ	21
2.1. ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟ ΚΑΙ ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΟ ΣΗΜΑ	21
2.2. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ FOURIER	22
2.2.1. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ FOURIER ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΧΡΟΝΟΥ	22
2.2.2. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ FOURIER ΔΙΑΚΡΙΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ	23
2.2.3. ΔΙΑΚΡΙΤΟΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ FOURIER	24
2.2.4. ΒΑΣΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ FOURIER	24
2.2.4.1. ΓΡΑΜΜΙΚΟΤΗΤΑ	24
2.2.4.2. ΧΡΟΝΙΚΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗ	25
2.2.4.3. ΟΛΙΣΘΗΣΗ ΣΤΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	25
2.2.4.4. ΙΔΙΟΤΗΤΑ ΣΥΝΕΛΙΞΗΣ	25
2.2.4.5. ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΣΤΟ ΧΡΟΝΟ	25
2.3. ΝΕΥΡΟΦΥΣΙΟΛΟΓΙΚΟ ΣΗΜΑ	25
3. ΑΝΑΛΥΣΗ ΝΕΥΡΟΦΥΣΙΟΛΟΓΙΚΟΥ ΣΗΜΑΤΟΣ	29
3.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	29
3.2. ΗΛΕΚΤΡΟΕΓΚΕΦΑΛΟΓΡΑΦΗΜΑ	30
3.2.1. ΤΕΧΝΙΚΗ ΠΡΟΚΛΗΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ	30
3.3. ΜΑΓΝΗΤΟΕΓΚΕΦΑΛΟΓΡΑΦΗΜΑ	31
3.4. ΡΥΘΜΟΙ ΕΓΚΕΦΑΛΟΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ	32
3.5. ΦΑΣΜΑΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ	33
3.6. ΕΤΕΡΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗ	34
3.7. ΣΥΝΑΦΕΙΑ	35
3.8. ΜΕΡΙΚΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ	36
3.9. ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΔΡΟΜΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΑΞΕΩΣ P	37
3.9.1. ΑΙΤΙΟΤΗΤΑ ΚΑΤΑ GRANGER	37
3.9.2. ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΟ ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΔΡΟΜΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΑΞΕΩΣ P	38
3.9.3. ΜΕΡΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ	39

3.9.4.	ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ	40
3.9.5.	ΜΕΡΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ	41
3.10.	ΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΣ ΦΑΣΗΣ	41
3.10.1.	ΕΞΑΓΩΓΗ ΦΑΣΗΣ ΤΩΝ ΣΗΜΑΤΩΝ	42
3.10.2.	ΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΣ ΦΑΣΗΣ ΣΤΗ ΝΕΥΡΟΦΥΣΙΟΛΟΓΙΑ	43
3.10.3.	ΤΙΜΗ ΚΛΕΙΔΩΜΑΤΟΣ ΦΑΣΕΩΣ	43
3.10.4.	ΣΥΝΑΦΕΙΑ VERSUS ΤΙΜΗ ΚΛΕΙΔΩΜΑΤΟΣ ΦΑΣΕΩΣ	44
4.	<u>ΤΟ ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ ΤΗΣ ΣΥΝΗΘΙΣΜΕΝΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ</u>	45
4.1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	45
4.2.	ΣΥΝΗΘΙΣΜΕΝΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ	45
4.3.	ΣΥΝΗΘΙΣΜΕΝΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ VERSUS ΤΙΜΗ ΚΛΕΙΔΩΜΑΤΟΣ ΦΑΣΗΣ	46
4.4.	Ο ΕΙΔΙΚΟΣ ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟΥ ΜΕΡΟΥΣ ΤΗΣ ΣΥΝΗΘΙΣΜΕΝΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ	47
4.4.1.	ΤΟ ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ ΤΗΣ ΣΥΝΗΘΙΣΜΕΝΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ ΔΕΝ ΕΠΗΡΕΑΖΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΑ ΟΓΚΟΥ	47
4.4.2.	ΤΟ ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ ΤΗΣ ΣΥΝΗΘΙΣΜΕΝΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΙ ΤΗΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΤΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΕΓΚΕΦΑΛΙΚΩΝ ΠΕΡΙΟΧΩΝ	48
4.5.	ΔΕΙΚΤΗΣ ΚΛΙΣΗΣ ΦΑΣΕΩΣ	49
5.	<u>ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΔΕΙΚΤΗ ΤΗΣ ΚΛΙΣΗΣ ΤΗΣ ΦΑΣΗΣ (PSI) ΣΕ ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΕΣ</u>	51
5.1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	51
5.2.	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ PSI ΒΑΣΙΣΜΕΝΟ ΣΤΗ ΣΥΝΗΘΙΣΜΕΝΗ ΣΥΝΟΧΗ ΣΕ ΜΟΝΤΕΛΟ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΣΗΜΑΤΩΝ	51
5.2.1.	ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΤΡΟΠΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΜΕΝΟΥ ΦΑΣΜΑΤΟΣ	51
5.2.2.	ΜΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΤΡΟΠΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΜΕΝΟΥ ΦΑΣΜΑΤΟΣ	52
5.2.3.	ΠΡΩΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ	52
5.3.	ΔΕΙΚΤΗΣ ΚΛΙΣΗΣ ΤΗΣ ΦΑΣΗΣ ΒΑΣΙΣΜΕΝΟΣ ΣΤΗ ΜΕΡΙΚΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ	54
5.4.	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ PSI ΒΑΣΙΣΜΕΝΟ ΣΤΗ ΜΕΡΙΚΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ	54
5.4.1.	ΔΕΥΤΕΡΟ ΜΟΝΤΕΛΟ	56
5.4.2.	ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ VERSUS ΜΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΤΡΟΠΟΣ	58

5.4.3. ΤΡΙΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ	58
5.5. ΔΕΙΚΤΗΣ ΚΛΙΣΗΣ ΤΗΣ ΦΑΣΗΣ ΒΑΣΙΣΜΕΝΟΣ ΣΤΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ	59
5.6. ΔΕΙΚΤΗΣ ΚΛΙΣΗΣ ΤΗΣ ΦΑΣΗΣ ΒΑΣΙΣΜΕΝΟΣ ΣΤΗ ΜΕΡΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ	60
5.7. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ PSI ΒΑΣΙΣΜΕΝΟ ΣΤΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΣΤΗ ΜΕΡΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ	61
5.7.1. ΤΕΤΑΡΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ	62
5.8. PSI-PDC VERSUS PSI-DTF	64
5.9. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ PSI-PDC ΣΕ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ	65
5.9.1. ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ	65
6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	67
7. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	69

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ένα από τα κεντρικά ζητήματα της νευροεπιστήμης, είναι πως οργανώνεται η επικοινωνία στον ανθρώπινο εγκέφαλο υπό κανονικές συνθήκες και πως η αρχιτεκτονική αυτή μεταβάλλεται σε περιπτώσεις νευρολογικών δυσλειτουργιών. Για να μελετήσουμε την επικοινωνία ανάμεσα στα στοιχεία του ανθρώπινου εγκεφάλου, χρειάζεται να κατανοήσουμε τον εγκέφαλο ως ένα σύνθετο λειτουργικό δίκτυο (Stam & Straaten, 2012).

Στη μελέτη του ανθρώπινου εγκεφάλου ως πολύπλοκο λειτουργικό δίκτυο, αποκτά βαρύνουσα σημασία η εξερεύνηση και κυρίως η ανίχνευση των άμεσων αλληλεπιδράσεων μεταξύ των διαφορετικών εγκεφαλικών περιοχών, μελέτη που βοηθά στην κατανόηση της λειτουργίας του εγκεφάλου.

Ένας από τους πιο κοινούς τρόπους για την απόκτηση των πληροφοριών από τα νευροφυσιολογικά συστήματα είναι η μελέτη των χαρακτηριστικών των σημάτων που καταγράφονται, χρησιμοποιώντας τεχνικές ανάλυσης των χρονοσειρών.

Παραδοσιακά γραμμικά εργαλεία, βασισμένα στην ανάλυση των χρονοσειρών, για την εκτίμηση της αλληλεξάρτησης μεταξύ νευροφυσιολογικών δεδομένων στο χρόνο είναι η έτεροσυσχέτιση (πεδίο του χρόνου), η συνάφεια (πεδίο της συχνότητας), καθώς και η τιμή κλειδώματος φάσης που βασίζεται στο συγχρονισμό φάσης ανάμεσα στα σήματα. Παρόλα αυτά, τα παραπάνω μαθηματικά μέτρα εντοπίζουν μόνο τη δύναμη της σύζευξης ανάμεσα στις εγκεφαλικές περιοχές και σε καμιά περίπτωση δεν παρέχουν πληροφορίες σχετικά με την αιτιώδη σχέση ανάμεσα σε αυτές.

Κατά συνέπεια, κρίθηκε αναγκαίο η ανάπτυξη μεθόδων, οι οποίες θα μπορούν να χαρακτηρίσουν καθώς και να ποσοτικοποιήσουν την επικοινωνία μεταξύ των στοιχείων του εγκεφάλου. Δηλαδή η ανάπτυξη μεθόδων που θα μπορούσαν να εκφράσουν με σαφήνεια την αιτιατή σχέση ανάμεσα στα στοιχεία του εγκεφάλου.

Η έννοια της αιτιότητας μεταξύ των χρονοσειρών, που αρχικά αναπτύχθηκε στην οικονομετρία, διατυπώθηκε πρώτη φορά από τον Granger το 1969 και είναι γνωστή ως δείκτης αιτιότητας κατά Granger. Στην περίπτωση της αιτιότητας κατά Granger, το μέλλον της χρονοσειράς x μπορεί να προβλεφθεί καλύτερα αν λαμβάνεται υπόψη όχι μόνο το παρελθόν της, αλλά και το παρελθόν της χρονοσειράς y . Εάν, συμπεριλαμβανομένων των πληροφοριών της χρονοσειράς y , βελτιώνεται η πρόβλεψη του x , τότε λέγεται ότι το y προκαλεί το x (Granger, 1969).

Το 1981 εισάγεται από τους Saito & Harashima (Saito & Harashima, 1981) η έννοια της κατευθυνόμενης συνάφειας (Directed Coherence). Στην προκειμένη περίπτωση στα σήματα που παράγονται, τα οποία εκπροσωπούνται από ένα διμεταβλητό αυτοπαλίνδρομο μοντέλο, προστίθεται μια επιπλέον κοινή πηγή θορύβου ώστε να λαμβάνονται υπόψιν και οι πιθανές εξωτερικές πηγές που μπορεί να επηρεάζουν τα σήματα. Ενώ η συνάφεια μετρά το βαθμό της γραμμικής συσχέτισης ανάμεσα σε δύο σήματα, η κατευθυνόμενη συνάφεια μπορεί να θεωρηθεί ως η συσχέτιση δύο σημάτων με κατεύθυνση, στο πεδίο της συχνότητας.

Μια σημαντική τεχνική για να εφαρμοσθεί η αιτιότητα κατά Granger στο πεδίο της συχνότητας είναι η κατευθυνόμενη συνάρτηση μεταφοράς (Direct Transfer Function), μέθοδος που αναπτύχθηκε από τους Blinowska & Kaminski το 1991 (Blinowska & Kaminski, 1991). Η κατευθυνόμενη συνάρτηση μεταφοράς (DTF) είναι ένα μέτρο της αιτιότητας που βασίζεται στο αυτοπαλίνδρομο μοντέλο και μετρά τη ροή από το κανάλι m στο κανάλι n . Κατασκευάζεται χρησιμοποιώντας τα στοιχεία του πίνακα μεταφοράς H του αυτοπαλίνδρομου (AR) μοντέλου. Η τιμή της DTF, σε μια δεδομένη συχνότητα, αντιπροσωπεύει μια αναλογία μεταξύ της εισροής στο κανάλι n από το κανάλι m προς όλες τις εισροές στο κανάλι n .

Για να ερευνηθεί η άμεση αιτιότητα μεταξύ των σημάτων, εισήχθη από τους Sameshima & Baccala το 1999 (Baccala & Sameshima, 2001), ένας εκτιμητής εμπνευσμένος από το DTF καθώς και από τη μερική συνάφεια και ονομάστηκε μερική κατευθυνόμενη συνάφεια (Partial Directed Coherence). Κατασκευάζεται από τους συντελεστές, στο πεδίο της συχνότητας, του AR μοντέλου. Η τιμή του PDC, σε μια δεδομένη συχνότητα, αντιπροσωπεύει μια αναλογία μεταξύ της εισροής στο κανάλι n από το κανάλι m προς όλες τις εκροές του καναλιού m .

Επί προσθέτως, επειδή το DTF εντοπίζει εκτός από τις άμεσες αλλά και τις έμμεσες μεταδόσεις, για να γίνει διάκριση μεταξύ των δύο, εισήχθη το 2003 (Korzeniewska et al., 2003) η άμεση κατευθυνόμενη συνάρτηση μεταφοράς (direct Directed Transfer Function). Το dDTF ορίζεται ως το γινόμενο της DTF, των καναλιών n και m , με την μερική συνάφεια των αντίστοιχων καναλιών.

Η επιτυχής εκτίμηση των παραπάνω γραμμικών μεθόδων εξαρτάται κατά κύριο λόγο από την αξιοπιστία του προσαρμοσμένου πολυμεταβλητού αυτοπαλίνδρομου (MVAR) μοντέλου, δεδομένου ότι όλες οι πληροφορίες αντλούνται από τις παραμέτρους του εκτιμώμενου μοντέλου. Το μοντέλο MVAR είναι ένα γραμμικό μοντέλο πολυμεταβλητών χρονοσειρών, με μακρά ιστορία στην οικονομετρία, το οποίο εφαρμόζεται συχνά για την εκτίμηση της αιτιότητας και είναι μια εκτεταμένη εκδοχή του αυτοπαλίνδρομου (AR) μοντέλου.

Το AR μοντέλο είναι μια απλή προσέγγιση για τον χαρακτηρισμό χρονοσειρών που υποθέτει ότι για κάθε δεδομένη χρονοσειρά, οι διαδοχικές μετρήσεις της περιέχουν πληροφορίες από τη διαδικασία που τις προκάλεσε. Το AR μοντέλο μπορεί να υλοποιηθεί με την προσέγγιση της τρέχουσας τιμής του σήματος ως το γραμμικό άθροισμα των προηγούμενων τιμών του σήματος ισοσταθμισμένων με γραμμικούς συντελεστές.

Η προσαρμογή των νευροφυσιολογικών δεδομένων στο MVAR μοντέλο εξαρτάται κατά κύριο λόγο από την επιλογή της βέλτιστης τάξης. Εάν η επιλογή της τάξης είναι χαμηλή τότε το μοντέλο δεν συλλαμβάνει την ουσιαστική δυναμική του συνόλου των δεδομένων ενώ εάν η τάξη είναι υψηλή το μοντέλο συλλαμβάνει συστατικά που είναι ανεπιθύμητα (π.χ. θόρυβος). Επομένως ο προσδιορισμός της τάξης του μοντέλου έχει βαρύνουσα σημασία για τη μελέτη της αιτιότητας και στην κατεύθυνση αυτή αναπτύχθηκαν αλγόριθμοι που εντοπίζουν τη βέλτιστη τάξη του μοντέλου (κριτήριο Akaike, κριτήριο Schwartz κτλ.).

Όλοι οι παραπάνω γραμμικοί εκτιμητές της αιτιότητας, αποτελούν παραμετρικές προσεγγίσεις που αντιπροσωπεύονται από το γραμμικό μοντέλο MVAR. Το 2008 ο Nolte εισήγαγε (Nolte, et al., 2008), για τον εντοπισμό της κατεύθυνσης της ροής της πληροφορίας ανάμεσα στις πολυμεταβλητές χρονοσειρές, έναν μη παραμετρικό τρόπο προσέγγισης της αιτιότητας, το δείκτη κλίσης της φάσης (Phase Slope Index). Ο δείκτης κλίσης της φάσης (PSI) πλεονεκτεί σε σχέση με τις παραμετρικές προσεγγίσεις, αφενός γιατί απαιτεί χαμηλότερο υπολογιστικό φορτίο αφετέρου γιατί δεν απαιτεί τον υπολογισμό της τάξης του μοντέλου που μπορεί να οδηγήσει στα προβλήματα που αναφέραμε παραπάνω.

Η ιδέα πίσω από το PSI είναι ο υπολογισμός της κλίσης της γραμμικής φάσης δύο σημάτων γύρω από ένα εύρος συχνοτήτων. Εάν η κλίση της φάσης, των σημάτων x, y , είναι θετική τότε το x προκαλεί το y ενώ εάν είναι αρνητική τότε το y προκαλεί το x . Το PSI βασίζεται στο φανταστικό μέρος της συνηθισμένης συνάφειας (coherency), το οποίο εκφράζει την πραγματική αλληλεπίδραση ανάμεσα στις εγκεφαλικές περιοχές διότι δεν επηρεάζεται από την αγωγιμότητα όγκου (volume conduction).

Ωστόσο το PSI δεν μπορεί να διακρίνει τις άμεσες και έμμεσες επιδράσεις αλλά ούτε και την αμφίδρομη αιτιότητα. Για τη διάκριση της αμφίδρομης αιτιότητας εισήχθη από τον Yang το 2011 το PSI βασισμένο, αντί της συνηθισμένης συνάφειας, στη κατευθυνόμενη συνάρτηση μεταφοράς (Yang et al., 2011). Επειδή όμως το DTF δεν μπορεί να διακρίνει τις άμεσες και έμμεσες επιδράσεις και κατ'επέκταση ούτε το PSI-DTF έχει αυτή τη δυνατότητα εισήχθη από τον Yang το 2013 το PSI βασισμένο στη μερική κατευθυνόμενη συνάφεια (Yang et al., 2013).

Το PSI-PDC είναι ικανό σαν μέγεθος αφενός να εντοπίζει τις άμεσες και έμμεσες κατευθύνσεις αφετέρου να διακρίνει την αμφίδρομη αιτιότητα. Παρόλα αυτά χρησιμοποιώντας τις δύο παραπάνω μεθόδους (PSI-DTF, PSI-PDC), εισάγουμε τον παραμετρικό τρόπο προσέγγισης με τα προβλήματα που τον ακολουθούν.

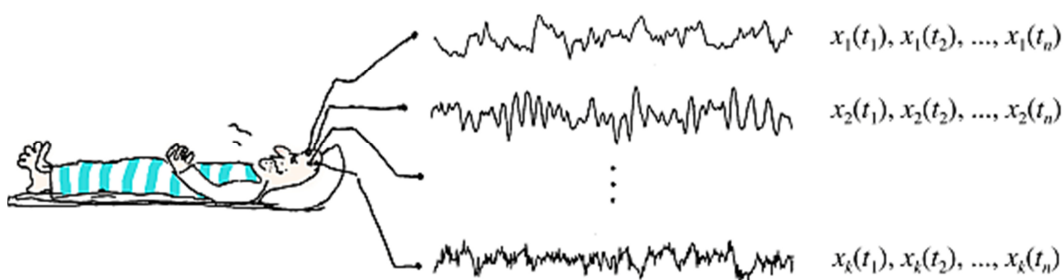
Τέλος, λόγω της εγγενούς μη γραμμικότητας της νευρικής δραστηριότητας, αυτά τα μη γραμμικά χαρακτηριστικά μπορεί να είναι παρόντα στα νευροφυσιολογικά δεδομένα. Στην κατεύθυνση αυτή αναπτύχθηκαν μη γραμμική μέθοδοι, που δεν αφορούν όμως την παρούσα εργασία. Παρόλα αυτά το PSI-PDC μπορεί να εκφράσει με σαφήνεια την κατεύθυνση της ροής της πληροφορίας, σε μη γραμμικά στοχαστικά μοντέλα.

2. ΣΗΜΑΤΑ

2.1. ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟ ΚΑΙ ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΟ ΣΗΜΑ

Ένα σήμα είναι μια φυσική ποσότητα που μπορεί να μεταφέρει πληροφορίες. Τα φυσικά και βιολογικά σήματα μπορούν να ταξινομηθούν ως ντετερμινιστικά ή στοχαστικά. Το στοχαστικό σήμα σε αντίθεση με το ντετερμινιστικό δεν μπορεί να περιγραφεί με μαθηματική συνάρτηση. Τυπικές τυχαιές διαδικασίες μπορεί να είναι ο αριθμός των σωματιδίων που εκπέμπονται από μια ραδιενεργό πηγή ή η έξοδος μιας γεννήτριας θορύβου.

Τα φυσιολογικά σήματα μπορούν να χαρακτηριστούν ως στοχαστικά, αλλά συνήθως αποτελούνται από μια ντετερμινιστική και από μια τυχαία συνιστώσα. Σε ορισμένα σήματα, η τυχαία συνιστώσα είναι πιο έντονη ενώ σε άλλα υπερισχύει η ντετερμινιστική συνιστώσα. Το ηλεκτροεγκεφαλογραφικό (ΗΕΓ) σήμα είναι στοχαστικό, με την τυχαία συνιστώσα να υπερισχύει (Εικόνα 2-1).



Εικόνα 2-1 Ηλεκτροεγκεφαλογραφικό σήμα [Εικόνα από www.eeg.pl]

Μια διαδικασία μπορεί να παρατηρηθεί στο χρόνο. Μια σειρά από παρατηρήσεις της ποσότητας x συναρτήσει του χρόνου t σχηματίζουν τη χρονοσειρά $x(t)$. Σε πολλές περιπτώσεις μπορεί να θεωρηθεί ότι η βιοφυσική χρονοσειρά, συνιστά την πραγμάτωση μιας στοχαστικής διαδικασίας.

Η στοχαστική διαδικασία μπορεί να οριστεί ως εξής:

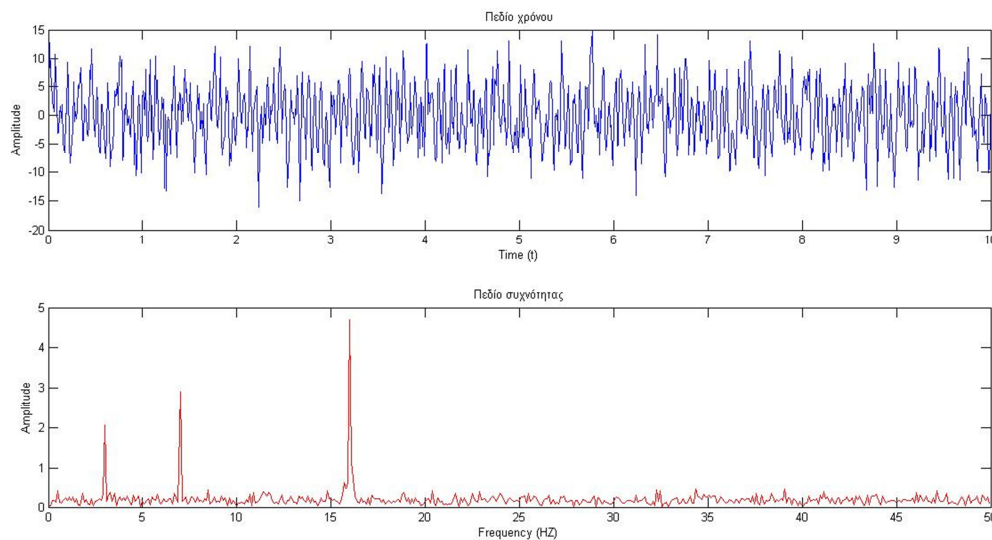
$$\xi(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)\} \quad (2-1)$$

Στη φύση, οι φυσικές τιμές των περισσότερων σημάτων αλλάζουν στο χώρο ή στο χρόνο. Τα βιοϊατρικά σήματα είναι συνεχή και στο χώρο και στο χρόνο.

2.2. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ FOURIER

Η ανάλυση των σημάτων με μετασχηματισμούς Fourier μας επιτρέπει την αναπαράσταση των σημάτων με τη συχνότητα ως μεταβλητή αντί του χρόνου. Δηλαδή, είναι μια μετάβαση από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο των συχνοτήτων, όπου απεικονίζονται οι βασικοί ρυθμοί στους οποίους ταλαντώνεται ένα σήμα. Ο μετασχηματισμός Fourier εφαρμόζεται τόσο σε περιοδικά όσο και σε μη περιοδικά σήματα.

Ένα οποιοδήποτε σήμα μπορεί να αναπτυχθεί στο διάστημα $(-\infty, \infty)$ μέσω του μετασχηματισμού Fourier ως γραμμικός συνδυασμός άπειρων αρμονικών εκθετικών σημάτων. Στην Εικόνα 2-2 δίνεται ένα παράδειγμα μετασχηματισμού Fourier ενός σήματος με τρεις αρμονικές.



Εικόνα 2-2 Μετασχηματισμός Fourier του σήματος $x=2\sin(2\pi 3t)+3\sin(2\pi 7t)+5\sin(2\pi 16t)$

2.2.1. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ FOURIER ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΧΡΟΝΟΥ

Ορίζουμε ως μετασχηματισμό Fourier συνεχούς χρόνου μίας συνάρτησης $x(t)$ τη σχέση:

$$X(F) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi Ft} dt \text{ (ευθύς μετασχηματισμός Fourier)} \quad (2-2)$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(F) e^{j2\pi Ft} dF \text{ (αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier)} \quad (2-3)$$

Το ζεύγος αυτό καλείται ζεύγος μετασχηματισμού Fourier (Fourier Transform Pair) σημάτων συνεχούς χρόνου και συμβολίζεται ως εξής:

$$x(t) \stackrel{F}{\leftrightarrow} X(F) \quad (2-4)$$

Η συνάρτηση $X(F)$ καλείται μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης $x(t)$ και περιγράφει μοναδικά το σήμα $x(t)$ στο πεδίο των συχνοτήτων.

Οι συνθήκες οι οποίες εγγυώνται την ύπαρξη του μετασχηματισμού Fourier, καλούνται συνθήκες Dirichlet και είναι οι εξής:

- Η $x(t)$ έχει πεπερασμένο πλήθος ασυνεχειών, πεπερασμένου ύψους, σε κάθε πεπερασμένο διάστημα.
- Η $x(t)$ έχει πεπερασμένο πλήθος ακρότατων σε κάθε πεπερασμένο διάστημα.
- Η $x(t)$ είναι απόλυτα ολοκληρώσιμη.

Μια ασθενέστερη συνθήκη για την ύπαρξη του μετασχηματισμού Fourier είναι η εξής:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt < \infty \quad (2-5)$$

2.2.2. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ FOURIER ΔΙΑΚΡΙΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

Ορίζουμε ως μετασχηματισμό Fourier διακριτού χρόνου μίας συνάρτησης $\{x[n]\}$ τη σχέση:

$$X(F) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j2\pi F n} \quad (\text{Εξίσωση ανάλυσης}) \quad (2-6)$$

$$x[n] = \int_{-1/2}^{1/2} X(F) e^{j2\pi F n} dF \quad (\text{Εξίσωση σύνθεσης}) \quad (2-7)$$

Ο μετασχηματισμός Fourier υποδεικνύει τον τρόπο με τον οποίο τα μιγαδικά εκθετικά σήματα $\{e^{j2\pi F n}\}$, συνδυάζονται μεταξύ τους για τη σύνθεση της ακολουθίας $\{x[n]\}$ και αποτελεί μια μοναδική περιγραφή αυτής στο πεδίο των συχνοτήτων.

Στις δύο παραπάνω περιπτώσεις τουλάχιστον ένας από τους δύο χώρους ήταν συνεχούς μεταβλητής και επομένως δεν προσφέρεται για υπολογισμούς με χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή. Επομένως πρέπει να εισαχθεί ένας μετασχηματισμός διακριτού χρόνου και διακριτής συχνότητας.

2.2.3. ΔΙΑΚΡΙΤΟΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ FOURIER

Έστω η περιοδική ακολουθία $\{x[n]\}$ με περίοδο N . Προφανώς επειδή είναι περιοδική ισχύει $x[n] = x[n + rN]$. Μια περιοδική ακολουθία μπορεί να αναπαρασταθεί από ένα άθροισμα μιγαδικών εκθετικών όρων η συχνότητα των οποίων είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της συχνότητας $\frac{2\pi}{N}$.

Η αναπαράσταση με μιγαδικούς εκθετικούς όρους δεν απαιτεί άπειρους όρους αλλά μόνο N μοναδικά αρμονικά εκθετικά διότι

$$e^{j(\frac{2\pi}{N})(k+mN)n} = e^{j(\frac{2\pi}{N})kn} e^{j2\pi mn} = e^{j(\frac{2\pi}{N})kn} \quad (2-8)$$

Με βάση τα παραπάνω ορίζουμε ως *διακριτό μετασχηματισμό Fourier* μίας συνάρτησης $\{x[n]\}$ τη σχέση:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j(\frac{2\pi}{N})kn} \quad (\text{Εξίσωση ανάλυσης}) \quad (2-9)$$

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j(\frac{2\pi}{N})kn} \quad (\text{Εξίσωση σύνθεσης}) \quad (2-10)$$

Τα παραπάνω αθροίσματα υπολογίζονται πάνω σε μία περίοδο των σημάτων διακριτού χρόνου ή διακριτής συχνότητας αντιστοίχως.

Ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier προκύπτει από δειγματοληψία N σημείων του μετασχηματισμού Fourier διακριτού χρόνου στο πεδίο της συχνότητας

$$X[k] = X[F] \Big|_{F = \frac{k}{N}} = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-2\pi \frac{k}{N} n} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2-11)$$

2.2.4. ΒΑΣΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ FOURIER

Δοθέντος δύο σημάτων $x_1(t)$, $x_2(t)$ δηλώνουμε τον μετασχηματισμό Fourier αυτών των σημάτων ως $X_1(F)$, $X_2(F)$. Ο μετασχηματισμός Fourier έχει τις παρακάτω βασικές ιδιότητες:

2.2.4.1. ΓΡΑΜΜΙΚΟΤΗΤΑ

Αν $x_1(t) \xrightarrow{F} X_1(F)$ και $x_2(t) \xrightarrow{F} X_2(F)$, τότε για οποιαδήποτε βαθμωτά a_1 και a_2 ισχύει:

$$a_1x_1(t) + a_2x_2(t) \stackrel{F}{\leftrightarrow} a_1X_1(F) + a_2X_2(F) \quad (2-12)$$

2.2.4.2. ΧΡΟΝΙΚΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗ

Αν $x(t) \stackrel{F}{\leftrightarrow} X(F)$, τότε

$$x(t - t_0) \stackrel{F}{\leftrightarrow} e^{-j2\pi Ft_0} X(F) \quad (2-13)$$

2.2.4.3. ΟΛΙΣΘΗΣΗ ΣΤΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

Αν $x(t) \stackrel{F}{\leftrightarrow} X(F)$, τότε

$$e^{j2\pi F_0 t} x(t) \stackrel{F}{\leftrightarrow} X(F - F_0) \quad (2-14)$$

2.2.4.4. ΙΔΙΟΤΗΤΑ ΣΥΝΕΛΙΞΗΣ

Αν $x_1(t) \stackrel{F}{\leftrightarrow} X_1(F)$ και $x_2(t) \stackrel{F}{\leftrightarrow} X_2(F)$, τότε

$$x(t) = x_1(t) * x_2(t) \stackrel{F}{\leftrightarrow} X(F) = X_1(F)X_2(F) \quad (2-15)$$

2.2.4.5. ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΣΤΟ ΧΡΟΝΟ

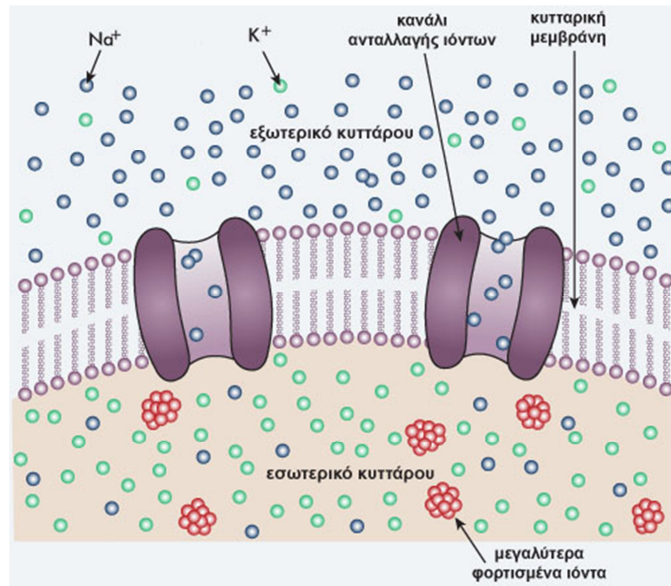
Αν $x_1(t) \stackrel{F}{\leftrightarrow} X_1(F)$ και $x_2(t) \stackrel{F}{\leftrightarrow} X_2(F)$, τότε

$$x(t) = x_1(t)x_2(t) \stackrel{F}{\leftrightarrow} X_1(F) * X_2(F) \quad (2-16)$$

2.3. ΝΕΥΡΟΦΥΣΙΟΛΟΓΙΚΟ ΣΗΜΑ

Για να μπορέσουμε να κατανοήσουμε τη φύση των τάσεων που καταγράφονται στο κρανίο είναι απαραίτητο να κατανοήσουμε τις τάσεις που δημιουργούνται στο εσωτερικό του εγκεφάλου και για να κατανοήσουμε τις εσωτερικές τάσεις είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε τη δομή του νευρικού κυττάρου.

Στον εγκέφαλο υπάρχουν 10^{11} νευρικά κύτταρα, καθένα από τα οποία δημιουργεί συνάψεις με 10^4 άλλους νευρώνες.



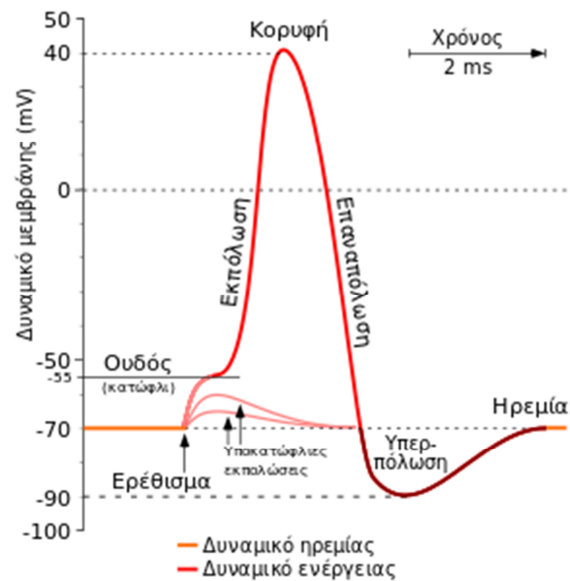
Εικόνα 2-3 Κυτταρική μεμβράνη [Εικόνα από bioximikos.gr]

Τόσο στον εξωκυττάριο όσο και στον ενδοκυττάριο χώρο υπάρχουν αρνητικά και θετικά φορτία ίσα μεταξύ τους. Στον εξωκυττάριο χώρο το κύριο κατιόν είναι το Na^+ και το κύριο ανιόν το Cl^- . Αντίστοιχα στον ενδοκυττάριο χώρο το κύριο κατιόν είναι το K^+ . Στον εσωτερικό χώρο της μεμβράνης υπάρχουν αρνητικά φορτισμένα ιόντα και στον εξωτερικό χώρο ίση ποσότητα θετικά φορτισμένων ιόντων με αποτέλεσμα να δημιουργείται διαφορά δυναμικού εκατέρωθεν της μεμβράνης που ονομάζεται δυναμικό ηρεμίας και ισούται με $-70mV$ (Εικόνα 2-3).

Δυναμικό ηρεμίας παρουσιάζουν όλα τα κύτταρα. Παρ'όλα αυτά δύο ειδών κυττάρων, τα νευρικά και τα μυϊκά, εμφανίζουν διεγερσιμότητα, δηλαδή την ικανότητα να απαντούν σε ένα ερέθισμα με την παραγωγή ηλεκτρικού σήματος το οποίο μεταφέρεται αμείωτο κατά μήκος της μεμβράνης.

Υπάρχουν δύο τύποι ηλεκτρικής δραστηριότητας που σχετίζονται με τους νευρώνες, το δυναμικό ενέργειας και το μετασυναπτικό δυναμικό.

Το δυναμικό ενέργειας συμβαίνει όταν η ηλεκτρική διέγερση της μεμβράνης υπερβαίνει ένα κατώτατο όριο (κατώφλι). Η παραγωγή δυναμικών ενέργειας συνδέεται με ταχύτατη εισροή ιόντων Na^+ μέσω των καναλιών ιόντων στον ενδοκυττάριο χώρο το οποίο αλλάζει την πόλωση στο εσωτερικό του νευρώνα από $-70mV$ έως περίπου $40mV$ (Εικόνα 2-4). Η επαναπόλωση του κυττάρου στο δυναμικό ηρεμίας συνδέεται με την εκροή ιόντων K^+ στον εξωκυττάριο χώρο.



Εικόνα 2-4 Διάγραμμα του δυναμικού ημεμίας και του δυναμικού ενέργειας [Εικόνα από Wikipedia.org]

Το μετασυναπτικό δυναμικό συνδέεται με τη διαδικασία που συμβαίνει στη μετασυναπτική μεμβράνη. Όταν το δυναμικό ενέργειας φθάσει στη σύναψη, εκκρίνεται μια χημική ουσία που ονομάζεται νευροδιαβιβαστής, η οποία μεταφέρει το δυναμικό ενέργειας από το ένα κύτταρο στο άλλο. Έτσι προκαλείται διαπερατότητα στη μετασυναπτική μεμβράνη του μετασυναπτικού νευρώνα. Ως αποτέλεσμα της διάσχισης των ιόντων δημιουργείται διαφορά δυναμικού στη μετασυναπτική μεμβράνη. Όταν η αρνητικότητα στο εσωτερικό του μετασυναπτικού νευρώνα μειώνεται δημιουργείται ένα διεγερτικό μετασυναπτικό δυναμικό ενώ όταν αυξάνεται ένα ανασταλτικό. Τα μετασυναπτικά δυναμικά έχουν πλάτος 5 – 10 mV και χρονική διάρκεια 10 – 50 msec (Blinowska & Zygierewicz, 2012).

3. ΑΝΑΛΥΣΗ ΝΕΥΡΟΦΥΣΙΟΛΟΓΙΚΟΥ ΣΗΜΑΤΟΣ

3.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η λειτουργική συνδεσιμότητα των νευρικών σημάτων έχει γίνει αναπόσπαστο ερευνητικό εργαλείο της σύγχρονης νευροεπιστήμης, της οποίας στόχος αποτελεί το να διερευνήσει το πως διαφορετικές περιοχές του εγκεφάλου αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Η πρόοδος στην υπολογιστική επιστήμη καθώς και στα εφαρμοσμένα μαθηματικά επιτρέπουν την εκτίμηση αυτής της αιτιώδους αλληλεπίδρασης μεταξύ των νευρικών σημάτων.

Τα τελευταία χρόνια, τα ερευνητικά ενδιαφέροντα έχουν μετατοπιστεί στην περιγραφή της αλληλεπίδρασης των διαφορετικών περιοχών του εγκεφάλου, με σκοπό την καλύτερη κατανόηση της οργάνωσης του εγκεφαλικού δικτύου (Jung et al., 2012).

Με την ανάπτυξη των υπολογιστικών τεχνικών και την εφαρμογή του γρήγορου μετασχηματισμού Fourier, η φασματική ανάλυση έγινε βασικό ψηφιακό εργαλείο, δεδομένου ότι η συνεισφορά των χαρακτηριστικών ρυθμών στην εγκεφαλική δραστηριότητα έχει σημαντική επίδραση στην κλινική διάγνωση.

Η έτεροσυσχέτιση καθώς και, η συνάφεια (coherence), έχουν χρησιμοποιηθεί για να εκτιμηθεί η αλληλεπίδραση μεταξύ των νευρικών σημάτων.

Τα παραπάνω μεγέθη έχουν εφαρμοστεί σε σήματα που λαμβάνονται με διαφορετικούς τρόπους λειτουργικής νευροαπεικόνισης όπως, ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (EEG), μαγνητοεγκεφαλογράφημα (MEG), μαγνητική τομογραφία (fMRI). Οι τελευταίες εξελίξεις στην ανάλυση σήματος επιτρέπουν την εκτίμηση της κατεύθυνσης της ροής της πληροφορίας ανάμεσα στις διάφορες εγκεφαλικές περιοχές. Κατά τη διάρκεια των τελευταίων δεκαετιών, έχουν αναπτυχθεί μια σειρά από μεθόδους, που προσδιορίζουν την κατεύθυνση.

Παρακάτω αναφέρονται εργαλεία για την εκτίμηση της αλληλεξάρτησης μεταξύ νευροφυσιολογικών δεδομένων στο πεδίο του χρόνου (έτεροσυσχέτιση) και στο πεδίο της συχνότητας (συνάφεια, μερική συνάφεια, κλείδωμα φάσης).

Στη συνέχεια θα αναφερθούν ποσότητες οι οποίες προσδιορίζουν την κατεύθυνση της ροής της πληροφορίας ανάμεσα σε σήματα τα οποία έχουν καταγραφεί σε πολλά κανάλια (αιτιότητα κατά Granger, μερική κατευθυνόμενη συνάφεια, κατευθυνόμενη συνάρτηση μεταφοράς, μερική κατευθυνόμενη συνάρτηση μεταφοράς).

Πριν την αναφορά των μεθόδων εκτίμησης της εγκεφαλικής συνδεσιμότητας, θα αναφέρουμε τον τρόπο καταγραφής των εγκεφαλικών σημάτων καθώς και τους βασικούς ρυθμούς στους οποίους ταλαντώνονται.

3.2. ΗΛΕΚΤΡΟΕΓΚΕΦΑΛΟΓΡΑΦΗΜΑ

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι καταγραφής της ηλεκτρικής δραστηριότητας των νευρικών κυττάρων. Παρόλα αυτά θα σταθούμε συνοπτικά στην περιγραφή του μαγνητοεγκεφαλογραφήματος (ΜΕΓ) και του ηλεκτροεγκεφαλογραφήματος (ΗΕΓ).

Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (ΗΕΓ) είναι η καταγραφή του ηλεκτρικού πεδίου που παράγεται από τη συνεργατική δράση των νευρικών κυττάρων του εγκεφάλου. Η καταγραφή ΗΕΓ που γίνεται με την απουσία ερεθισμάτων ονομάζεται αυθόρμητο ΗΕΓ, ενώ η καταγραφή ενός ηλεκτρικού πεδίου που παράγεται ως απάντηση σε εξωτερικό ή εσωτερικό ερέθισμα ονομάζεται προκλητό δυναμικό (ΕΡ).

Το ηλεκτρικό πεδίο μετράται με ηλεκτρόδια που τοποθετούνται στο τριχωτό της κεφαλής, στις διάφορες περιοχές του εγκεφάλου. Το πλάτος του ΗΕΓ ενός φυσιολογικού ατόμου σε κατάσταση εγρήγορσης κυμαίνεται στα 10-100μV.

Το ΗΕΓ έχει τεράστια εφαρμογή στην επεξεργασία πληροφοριών του εγκεφάλου και στην ιατρική διάγνωση. Ειδικότερα είναι χρήσιμο, στην επίλυση ιατρικών προβλημάτων και ασθενειών όπως: επιληψία, όγκος του εγκεφάλου, κρανιοεγκεφαλική κάκωση, ψυχιατρικές διαταραχές, κλπ.

3.2.1. ΤΕΧΝΙΚΗ ΠΡΟΚΛΗΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω το ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (ΗΕΓ) είναι ένα εργαλείο για τη μέτρηση της εγκεφαλικής δραστηριότητας του ανθρώπινου εγκεφάλου το οποίο αποδείχτηκε πολύ χρήσιμο τόσο σε επιστημονικές όσο και σε κλινικές μελέτες. Ωστόσο στην ακατέργαστη του μορφή, το ΗΕΓ είναι ένα χονδροειδές μέτρο της εγκεφαλικής δραστηριότητας και δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αξιολόγηση συγκεκριμένων νευρικών διεργασιών, διότι οι μετρήσεις του αποτελούν άθροισμα της δραστηριότητας εκατοντάδων διαφορετικών νευρικών πηγών. Το γεγονός αυτό καθιστά δύσκολη την απομόνωση μεμονωμένων νευροδραστηριοτήτων.

Εντούτοις νευρικές αποκρίσεις οι οποίες σχετίζονται με αισθητηριακές, γνωστικές και κινητικές εκδηλώσεις μπορούν να εξαχθούν από το συνολικό ΗΕΓ με τη βοήθεια ενός απλού μέσου όρου. Αυτές οι αποκρίσεις ονομάζονται προκλητά δυναμικά (*evoked potentials/EP*), με την έννοια ότι είναι ηλεκτρικά δυναμικά που προκλήθηκαν από κάποιο ερέθισμα.

Η βασική τεχνική που χρησιμοποιείται για την ανάλυση των προκλητών δυναμικών είναι ο μέσος όρος των πολλαπλών αποκρίσεων στο χρόνο, με το χρόνο κλειδωμένο στο ερέθισμα.

Η τεχνική του μέσου όρου στο χρόνο βασίζεται σε τρεις υποθέσεις:

- Η απόκριση του εγκεφάλου στα διαδοχικά ερεθίσματα είναι της ίδιας μορφολογίας.
- Η εξελισσόμενη δραστηριότητα είναι στάσιμη, με μέσο θόρυβο μηδέν.
- Η απόκριση του εγκεφάλου είναι χρονικά κλειδωμένη σε σχέση με το ερέθισμα.

Στην κοινή ανάλυση το στοχαστικό σήμα $x(t)$ είναι άθροισμα δύο όρων: του ντετερμινιστικού σήματος (από προκλητό δυναμικό) $s(t)$ και του θορύβου $n(t)$ με μηδενική μέση τιμή. Σύμφωνα με τα παραπάνω η i -οστή πραγματοποίηση του σήματος είναι:

$$x_i(t) = s(t) + n_i(t) \quad (3-1)$$

Ο μέσος όρος των N επαναλήψεων του σήματος $x(t)$ είναι:

$$\bar{x}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t) = \frac{1}{N} \left(Ns(t) + \sum_{i=1}^N n_i(t) \right) \quad (3-2)$$

Η αναμενόμενη τιμή του μέσου όρου του σήματος είναι:

$$E(\bar{x}(t)) = s(t) \quad (3-3)$$

όπου

$$E\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i(t)\right) = 0 \quad (3-4)$$

Κατ'επέκταση, χρησιμοποιώντας το μέσο όρο του χρόνου έχουμε ως αποτέλεσμα μόνο το σήμα που έχει προκληθεί από το ερέθισμα.

3.3. ΜΑΓΝΗΤΟΕΓΚΕΦΑΛΟΓΡΑΦΗΜΑ

Το μαγνητοεγκεφαλογράφημα (ΜΕΓ) , κατά τη διάρκεια του οποίου γίνεται καταγραφή του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από την δραστηριότητα του εγκεφάλου, έχει τεράστια

κλινική εφαρμογή σε όλον τον κόσμο. Το MEG έχει γίνει ένα αναγνωρισμένο και ζωτικής σημασίας μέρος της προχειρουργικής αξιολόγησης ασθενών με επιληψία αλλά και σε ασθενείς με εγκεφαλικό όγκο.

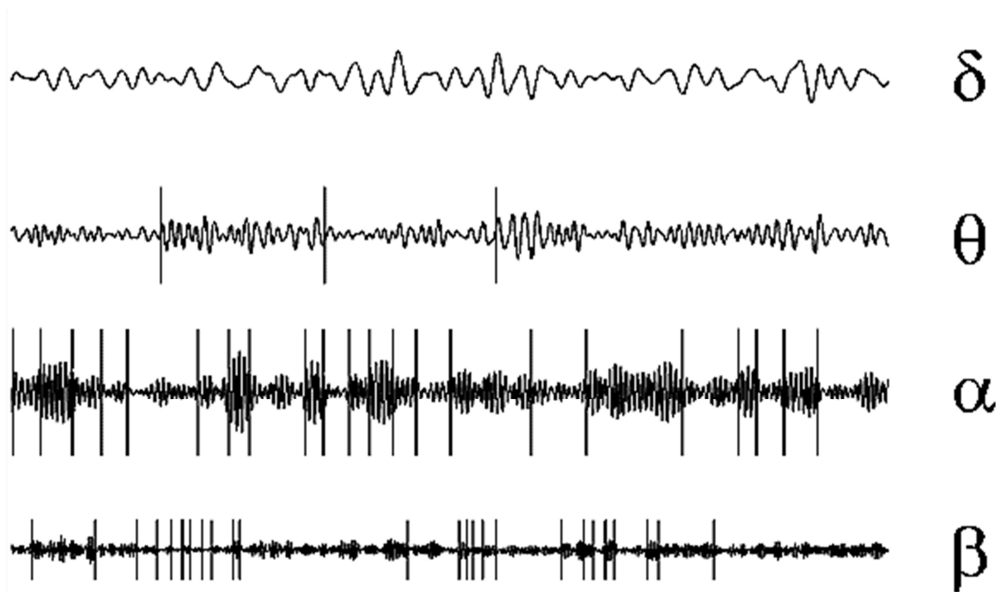
Το μεγάλο πλεονέκτημα του MEG είναι ότι το μαγνητικό πεδίο επηρεάζεται σε πολύ μικρότερο βαθμό από τις αγωγιμότητες του κρανίου και του τριχωτού της κεφαλής σε σχέση με το ηλεκτρικό πεδίο, που παράγονται από την ίδια πηγή. Αυτή η ιδιότητα του, αποτελεί μεγάλο πλεονέκτημα, για τον εντοπισμό της δραστηριότητας της πηγής.

Οι αισθητήρες του MEG δεν συνδέονται άμεσα με το κεφάλι του υποκειμένου. Αυτό συνεπάγεται ότι το υποκείμενο δεν θα πρέπει να κουνηθεί σε σχέση με τους αισθητήρες. Η απαίτηση αυτή περιορίζει τη δυνατότητα μετρήσεων μακράς περιόδου καθώς και μακροπρόθεσμες παρακολουθήσεις.

3.4. ΡΥΘΜΟΙ ΕΓΚΕΦΑΛΟΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ

Είναι γενικά αποδεκτό ότι οι ιδιότητες των δικτύων που αποτελούνται από διεγερτικούς και ανασταλτικούς νευρώνες διαδραματίζουν καθοριστικό ρόλο στην ίδρυση των ρυθμών εγκεφαλογραφήματος. Ωστόσο υπάρχουν ενδείξεις ότι οι εγγενείς ιδιότητες ταλάντωσης των νευρώνων μπορεί να συμβάλουν στη διαμόρφωση της ρυθμικής συμπεριφοράς των δικτύων στα οποία ανήκουν. Η συχνότητα της ταλάντωσης εξαρτάται από εγγενείς ιδιότητες της μεμβράνης, απ'το δυναμικό της μεμβράνης των μεμονωμένων νευρώνων και από την ισχύ των συναπτικών αλληλεπιδράσεων. Οι εγκεφαλικοί ρυθμοί διακρίνονται στις εξής κατηγορίες (Εικόνα 3-1):

- Δέλτα ($0.1 - 4 \text{ Hz}$) → Εμφανίζονται κατά τη διάρκεια του βαθύ ύπνου. Σ'αυτό το στάδιο τα δέλτα κύματα έχουν πλάτος $75-200\mu\text{V}$ και έχουν ισχυρή συνοχή σε όλο το κεφάλι.
- Θήτα ($4 - 8 \text{ Hz}$) → Συμβαίνουν σε κατάσταση υπνηλίας και σε συναισθηματικές καταστάσεις. Επίσης συμμετέχουν σε διαδικασίες της δρώσας μνήμης.
- Άλφα ($8 - 13 \text{ Hz}$) → Κυριαρχούν κατά τη διάρκεια της εγρήγορσης και είναι πιο έντονοι στην οπίσθια περιοχή. Παρατηρούνται καλύτερα όταν τα μάτια του υποκειμένου είναι κλειστά και βρίσκεται σε χαλαρή κατάσταση.
- Βήτα ($13 - 30 \text{ Hz}$) → Είναι χαρακτηριστικοί για τις καταστάσεις αυξημένης εγρήγορσης και προσοχής.
- Γάμμα ($> 30 \text{ Hz}$) → Συνδέονται με την επεξεργασία πληροφοριών.



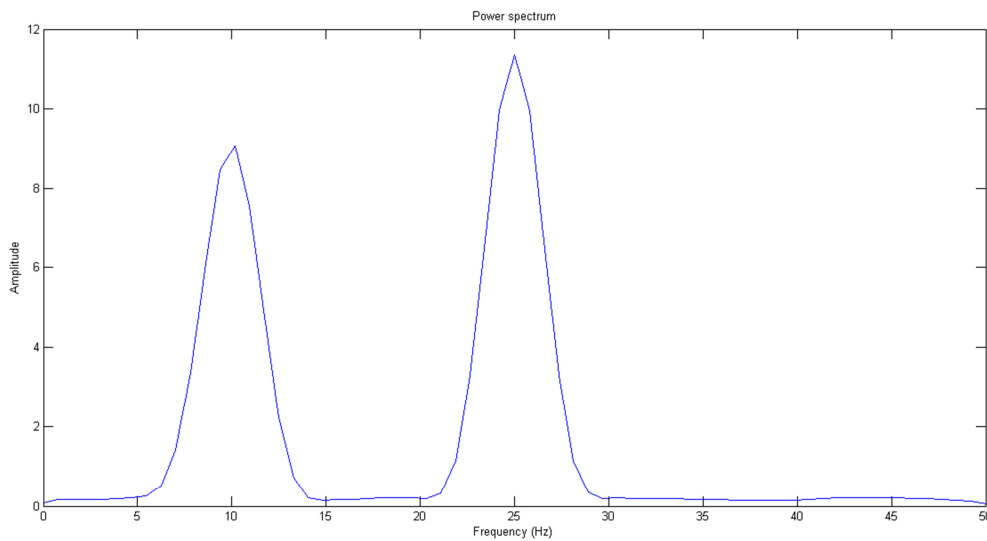
Εικόνα 3-1 Ρυθμοί Ηλεκτροεγκεφαλογραφήματος [Εικόνα από brain.bio.msu.ru]

3.5. ΦΑΣΜΑΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Η εκτίμηση της φασματικής ενέργειας είναι η πιο συχνή μέθοδος για την ανάλυση του ηλεκτροεγκεφαλογραφικού σήματος. Υπολογίζεται στο πεδίο των συχνοτήτων και μας δίνει πληροφορίες για τους βασικούς ρυθμούς που υπάρχουν σ'ένα σήμα. Ορίζεται ως εξής:

$$S(f) = X(f)X^*(f) \quad (3-5)$$

Όπου $X(f)$ ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος. Στην Εικόνα 3-2 δίνεται η φασματική ενέργεια ενός σήματος με τρεις αρμονικές.



Εικόνα 3-2 Φασματική ενέργεια του σήματος $x=8\sin(2\pi 10t) + 9\sin(2\pi 25t)$. Στις συχνότητες 10 και 25 Hz φαίνεται η κατανομή του σήματος

3.6. ΕΤΕΡΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗ

Η έτεροσυσχέτιση μετρά, στο πεδίο του χρόνου, τη γραμμική συσχέτιση ανάμεσα σε δύο μεταβλητές X, Y συναρτήσεων του χρόνου καθυστέρησης τ , επειδή μια τέτοια καθυστέρηση μπορεί να αντανακλά αιτιατή σχέση ανάμεσα στα δύο σήματα (Pereda et al., 2005).

Η έτεροσυσχέτιση ορίζεται ως εξής:

$$C_{xy}(\tau) = \frac{1}{N - \tau} \sum_{k=1}^{N-\tau} x(k + \tau) y(k) \quad (3-6)$$

Όπου N ο αριθμός των υλοποιήσεων και τ , η χρονική υστέρηση μεταξύ των σημάτων. Η συνάρτηση αυτή κυμαίνεται από $-1 \leq C_{xy} \leq 1$ και όταν $C_{xy} = 0$, τότε δεν υπάρχει αλληλοεξάρτηση για τη χρονική υστέρηση τ . Το πρόσημο της C_{xy} δείχνει την κατεύθυνση της συσχέτισης.

Η παραπάνω ποσότητα ήταν ιδιαίτερα δημοφιλής κατά τη δεκαετία του 1950 για τη μέτρηση της αλληλεξάρτησης μεταξύ σημάτων που καταγράφονταν από ηλεκτροεγκεφαλογράφημα. Με την ανακάλυψη όμως του γρήγορου μετασχηματισμού Fourier (FFT), ποσότητες βασισμένες στη συχνότητα έγιναν γρήγορα δημοφιλής (Cooley & Tukey, 1965).

3.7. ΣΥΝΑΦΕΙΑ

Έστω $X_i(f), X_j(f)$, ο μετασχηματισμός Fourier των σημάτων $x_i(t), x_j(t)$. Τότε το διασταυρωμένο φάσμα (cross-spectrum) στη συχνότητα f ανάμεσα στα δύο σήματα ορίζεται ως εξής:

$$S_{ij}(f) = \langle X_i(f)X_j^*(f) \rangle \quad (3-7)$$

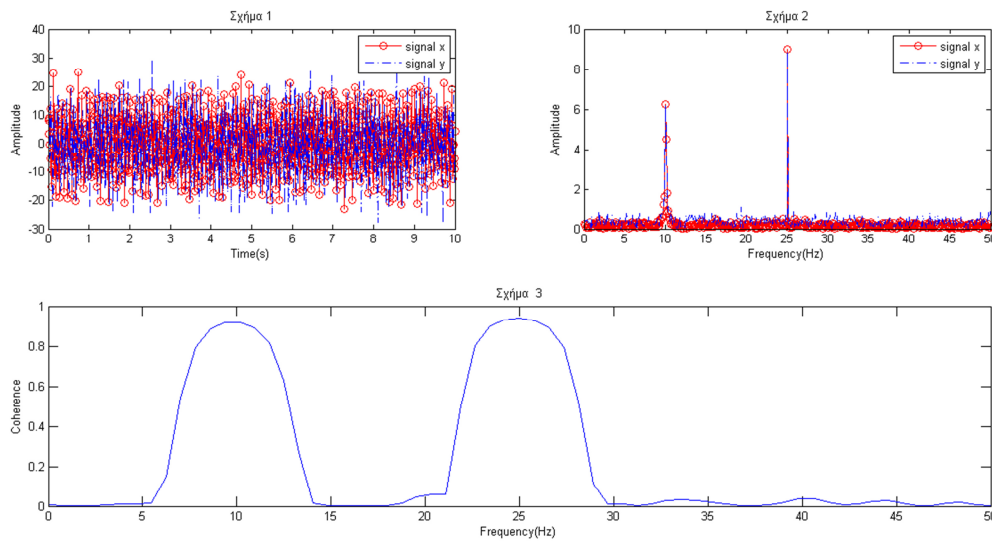
Το διασταυρωμένο φάσμα υπολογίζεται ως η μέση τιμή, του γινομένου $X_i(f)X_j^*(f)$, ενός αριθμού υλοποιήσεων.

Η κανονικοποίηση του διασταυρωμένου φάσματος, ισούται με τη συνάφεια και ορίζεται ως εξής:

$$C_{ij}(f) = \frac{|S_{ij}(f)|}{\sqrt{S_{ii}(f)S_{jj}(f)}} \quad (3-8)$$

Η συνάφεια μετρά τη γραμμική συσχέτιση, στο πεδίο των συχνοτήτων, ανάμεσα σε δύο σήματα, συναρτήσει της συχνότητας. Η τιμή της κυμαίνεται $0 \leq C_{ij} \leq 1$. Εάν $C_{ij}(f) = 0$, τότε τα σήματα στη συγκεκριμένη συχνότητα είναι γραμμικά ανεξάρτητα, ενώ $C_{ij}(f) = 1$ εκφράζει τη μέγιστη γραμμική συσχέτιση ανάμεσα στα δύο σήματα.

Παρόλο που η συνάφεια εκφράζει με σαφήνεια τη δύναμη της σύζευξης των δύο σημάτων σε καμιά περίπτωση δεν μπορεί να διακρίνει την κατεύθυνση της ροής της πληροφορίας. Στην εικόνα 3-3 δίνεται η συνάφεια δύο σημάτων με δύο αρμονικές.



Εικόνα 3-3 Στο Σχήμα 1, απεικονίζονται τα σήματα $x=8\sin(2\pi 10t) + 9\sin(2\pi 25t)$, $y=8\sin(2\pi 10t-\pi/2) + 9\sin(2\pi 25t+\pi/2)$ στο πεδίο του χρόνου. Στο Σχήμα 2, απεικονίζονται τα παραπάνω σήματα, στο πεδίο των συχνοτήτων. Στο Σχήμα 3, απεικονίζεται η συνάφεια των δύο σημάτων. Εκφράζεται έντονη συσχέτιση στις συχνοότητες 10 κ 20 Hz. Στη συχνότητα 10 Hz το σήμα x προηγείται του y κατά φάση $\pi/2$, ενώ στη συχνότητα 25 Hz το y προηγείται του x κατά φάση $\pi/2$. Σε καμία από τις δύο περιπτώσεις η συνάφεια δεν εντοπίζει την κατεύθυνση των σημάτων παρά μόνο την αλληλεξάρτησή τους

Ο παραπάνω τύπος ορίζει την συνηθισμένη (διμεταβλητή) συνάφεια. Εάν ένα σύνολο δεδομένων περιέχει περισσότερα από δύο κανάλια, τα σήματα μπορεί να συνδέονται μεταξύ τους με διαφορετικούς τρόπους. Ανάλογα με το χαρακτήρα των σχέσεων μεταξύ των καναλιών, ορισμένες από αυτές μπορεί να συνδέονται μεταξύ τους απευθείας και μερικές συνδέσεις μπορεί να είναι έμμεσες (μέσω άλλων καναλιών). Για να γίνει διάκριση αυτών των καταστάσεων εισήχθη η μερική συνάφεια.

3.8. ΜΕΡΙΚΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ

Η συνάρτηση της μερικής συνάφειας υπολογίζει το κατά πόσο ταιριάζουν δύο σήματα όταν έχει αφαιρεθεί η επίδραση των υπόλοιπων $Q - 2$ σημάτων. Ορίζεται ως εξής:

$$PC_{ij}(f) = \frac{M_{ij}(f)}{\sqrt{M_{ii}M_{jj}(f)}} \quad (3-9)$$

Όπου $M_{ij}(f)$ ο αντίστροφος πίνακας του διασταυρωμένου φάσματος $S_{ij}(f)$.

3.9. ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΔΡΟΜΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΑΞΕΩΣ P

Πρόσφατα, έχουν αναπτυχθεί μια σειρά από τεχνικές εκτίμησης της αιτιότητας μεταξύ των νευρικών σημάτων. Το AR μοντέλο, ένα γραμμικό μοντέλο χρονοσειρών το οποίο είχε τεράστια εφαρμογή στο πεδίο της οικονομετρίας, χρησιμοποιείται για την εκτίμηση της αιτιότητας.

Έστω X σήμα μηδενικής μέσης τιμής που η χρονική τους παρατήρηση είναι $x(t)$, $t = 1, 2, \dots, T$. Εάν κάθε χρονική παρατήρηση περιγράφεται από ένα αυτοπαλίνδρομο (AR) μοντέλο τάξεως p , έχουμε ότι η τιμή της χρονοσειράς $x(t)$ την χρονική στιγμή t , περιγράφεται από την παρακάτω σχέση:

$$x(t) = \sum_{k=1}^p a_k(k) x(t-k) + e(t) \quad (3-10)$$

Όπου κάθε σήμα, στο χρόνο t , εξαρτάται μόνο από τη δικιά του προηγούμενη χρονική κατάσταση, e λευκός γκαουσιανός θόρυβος και a_k οι συντελεστές του AR-πίνακα.

Έστω X, Y σήματα μηδενικής μέσης τιμής που η χρονική τους παρατήρηση είναι $x(t)$, $y(t)$, $t = 1, 2, \dots, T$. Εάν κάθε χρονική παρατήρηση περιγράφεται από ένα διμεταβλητό αυτοπαλίνδρομο μοντέλο (AR) τάξεως p , έχουμε ότι η τιμή της χρονοσειράς $x(t)$ την χρονική στιγμή t , περιγράφεται από την παρακάτω σχέση:

$$x(t) = \sum_{k=1}^p a_k(k) x(t-k) + \sum_{k=1}^p b_k(k) y(t-k) + w(t) \quad (3-11)$$

Όπου κάθε σήμα, στο χρόνο t , δεν εξαρτάται πλέον μόνο από τη δικιά του προηγούμενη χρονική κατάσταση αλλά και από την προηγούμενη χρονική κατάσταση του σήματος $y(t)$. Όπου w λευκός γκαουσιανός θόρυβος, a_k , b_k οι συντελεστές του AR-πίνακα.

3.9.1. ΑΙΤΙΟΤΗΤΑ ΚΑΤΑ GRANGER

Η αιτιότητα κατά Granger προτάθηκε στο πεδίο της οικονομετρίας σαν μέγεθος που μετράει την αιτιατή σχέση ανάμεσα σε δύο διαφορετικές χρονοσειρές. Χρησιμοποιεί ένα απλό διμεταβλητό AR μοντέλο, για τη γραμμική πρόβλεψη των τιμών των χρονοσειρών x, y .

Σε αντίθεση με το AR μοντέλο, όπου η τρέχουσα τιμή $x(t)$ εξαρτάται μόνο από την δικιά του προηγούμενη χρονική κατάσταση, στο διμεταβλητό AR μοντέλο η τρέχουσα τιμή $x(t)$ υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τιμές και των δύο σημάτων x, y . Μπορούμε να κρίνουμε εάν

υπάρχει αιτιότητα κατά Granger από το $y \rightarrow x$, εάν οι παρελθούσες τιμές των x, y βελτιώνουν σημαντικά την μελλοντική πρόβλεψη του x .

Έτσι η αιτιότητα κατά Granger μπορεί να εκτιμηθεί ως εξής:

$$F \equiv \frac{(RSS_0 - RSS_1)/M}{RSS_1/(T - 2M - 1)} \quad (3-12)$$

όπου

$$RSS_0 = \sum_{i=1}^T e_t^2 \quad (3-13)$$

$$RSS_1 = \sum_{i=1}^T w_t^2 \quad (3-14)$$

όπου T ο αριθμός των υλοποιήσεων. Εάν $b_k = 0, k = 0, 1, \dots, p$, τότε η ποσότητα της αιτιότητας κατά Granger F είναι μηδενική διότι $RSS_0 = RSS_1$. Όταν $b_k \neq 0$, τότε η ποσότητα της αιτιότητας κατά Granger F είναι σημαντικά μεγάλη, όπου μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το $y(t)$ προκαλεί το $x(t)$.

Παρ' όλα αυτά η αληθινή αιτιότητα μπορεί να εκτιμηθεί μόνο εάν το σύνολο των δύο χρονοσειρών περιέχει όλες τις πιθανές πληροφορίες καθώς και τη δραστηριότητα των πηγών που απαιτούνται για το πρόβλημα (Granger, 1980).

Από νευροφυσιολογική άποψη σπάνια οι παρατηρήσεις δύο καναλιών πληρούν την παραπάνω απαίτηση.

Ωστόσο, για την ανάλυση των νευρωνικών σημάτων, οι δραστηριότητες καταγράφονται σε πολλαπλές θέσεις στον εγκέφαλο έτσι ώστε να μπορεί κανείς να δημιουργήσει ένα πολυμεταβλητό πλαίσιο μοντελοποίησης που περιέχει όλες τις διαθέσιμες πληροφορίες από διαφορετικά κανάλια.

3.9.2. ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΟ ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΔΡΟΜΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΑΞΕΩΣ P

Το πολυμεταβλητό αυτοπαλίνδρομο μοντέλο (MVAR) είναι επέκταση του αυτοπαλίνδρομου μοντέλου (AR).

Το MVAR μοντέλο μπορεί να επεκταθεί για Q σήματα x_1, x_2, \dots, x_Q , ως εξής:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_q(t) \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^p A_k \begin{bmatrix} x_1(t-k) \\ \vdots \\ x_q(t-k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1(t) \\ \vdots \\ w_2(t) \end{bmatrix} \quad (3-15)$$

όπου

$$A_k = \begin{bmatrix} \alpha_{1,1}(k) & \cdots & \alpha_{1,q}(k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{q,1}(k) & \cdots & \alpha_{q,q}(k) \end{bmatrix} \quad (3-16)$$

Οι συντελεστές $a_{m,n}(k)$ εκτιμούν την γραμμική αλληλεπίδραση του $x_n(t-k)$ στο $x_m(t)$, για οποιοδήποτε m, n , τη χρονική στιγμή k .

Χρησιμοποιώντας μετασχηματισμό Fourier και περνώντας στο πεδίο των συχνοτήτων το παραπάνω μοντέλο μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$X(f) = D^{-1}(f)W(f) = H(f)W(f) \quad (3-17)$$

όπου

$$D(f) = \begin{bmatrix} D_{11}(f) & \cdots & D_{1q}(f) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{q1}(f) & \cdots & D_{qq}(f) \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

$D_{mn}(f) = I - \sum_{k=1}^p \alpha_{mn}(k) e^{-j2\pi kf}$, ο μετασχηματισμός Fourier των συντελεστών $a_{m,n}(k)$, I ο μοναδιαίος πίνακας.

$$H(f) = \begin{bmatrix} H_{11}(f) & \cdots & H_{1q}(f) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{q1}(f) & \cdots & H_{qq}(f) \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

είναι ο πίνακας μεταφοράς (transfer matrix) και ισούται με $H(f) = D^{-1}(f)$.

$$\bar{A}(f) = D(f) \quad (3-20)$$

3.9.3. ΜΕΡΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ

Η μερική κατευθυνόμενη συνάφεια, παρέχει ένα μέτρο στο πεδίο των συχνοτήτων για την αιτιότητα κατά Granger. Σε αντίθεση με την αιτιότητα κατά Granger που χρησιμοποιεί για τον υπολογισμό της αιτιότητας ένα διμεταβλητό αυτοπαλίνδρομο μοντέλο (AR), η μερική κατευθυνόμενη συνάφεια βασίζεται σ'ένα πολυμεταβλητό αυτοπαλίνδρομο μοντέλο (MVAR).

Η μερική κατευθυνόμενη συνάφεια από το X_m στο X_n ορίζεται ως εξής:

$$PDC_{X_n \leftarrow X_m}(f) = \frac{\overline{A_{nm}(f)}}{\sqrt{\sum_{k=1}^Q |\overline{A_{nm}(f)}|^2}} \quad (3-21)$$

όπου $\overline{A_{n,m}}$ είναι το (n, m) στοιχείο του πίνακα \overline{A} (σχέση 3-20).

Η ποσότητα $PDC_{X_n \leftarrow X_m}$, εκφράζει τη σχετική δύναμη σύζευξης της αλληλεπίδρασης μιας δοσμένης πηγής, σήμα m , όσον αφορά το σήμα n , σε σύγκριση με όλες τις άλλες συνδέσεις του σήματος m .

Η ποσότητα $PDC_{X_n \leftarrow X_m}$ έχει τις παρακάτω ιδιότητες:

$$0 \leq |PDC_{X_n \leftarrow X_m}(f)|^2 \leq 1 \quad (3-22)$$

$$\sum_{n=1}^j |PDC_{X_n \leftarrow X_m}(f)|^2 = 1, \text{ για όλα τα } 1 \leq m \leq j \quad (3-23)$$

3.9.4. ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

Μια παρόμοια μέτρηση της αιτιατής σχέσης είναι η κατευθυνόμενη συνάρτηση μεταφοράς, είναι μέτρο που βασίζεται και αυτό στο σ'ένα πολυμεταβλητό αυτοπαλίνδρομο μοντέλο και ορίζεται από τα στοιχεία του πίνακα μεταφοράς $H(f)$ (σχέση 3-19), ως εξής:

$$\gamma_{ij}^2(f) = \frac{|H_{ij}(f)|^2}{\sum_{m=1}^k |H_{im}(f)|^2} \quad (3-24)$$

Η ποσότητα γ_{ij}^2 κυμαίνεται από $0 \leq \gamma_{ij}^2 \leq 1$. Όταν η τιμή του προσεγγίζει το 1, τότε το σήμα i προκαλείται από το σήμα j , ενώ εάν κυμαίνεται κοντά στο 0, τότε δεν υπάρχει ροή πληροφορίας από το σήμα j στο σήμα i .

Η κατευθυνόμενη συνάρτηση μεταφοράς (DTF), παρέχει φασματικές πληροφορίες σχετικά με την εκπεμπόμενη δραστηριότητα και είναι εύρωστη σε σχέση με το θόρυβο.

Ωστόσο το DTF υπολογίζει τόσο τις άμεσες όσο και τις έμμεσες εκπομπές. Στην περίπτωση ροής πληροφορίας $a \rightarrow b \rightarrow c$, το DTF υπολογίζει επίσης τη ροή $a \rightarrow c$.

3.9.5. ΜΕΡΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ

Για να γίνει απευθείας διάκριση των έμμεσων ροών εισήχθηκε η μερική κατευθυνόμενη συνάρτηση μεταφοράς (dDTF).

Το dDTF ορίζεται ως ο πολλαπλασιασμός του DTF με την μερική συνάφεια. Το dDTF δείχνει την άμεση διάδοση από το κανάλι j στο κανάλι i και ορίζεται ως εξής:

$$dDTF_{ij} = F_{ij}^2(f)C_{ij}^2(f) \quad (3-25)$$

$$F_{ij}^2(f) = \frac{|H_{ij}(f)|^2}{\sum_f \sum_{m=1}^k |H_{im}(f)|^2} \quad (3-26)$$

όπου $C_{ij}(f)$ η μερική συνάφεια.

Η επιτυχής εκτίμηση της μερικής κατευθυνόμενης συνάφειας (PDC) της κατευθυνόμενης συνάρτησης μεταφοράς (DTF) και της μερικής κατευθυνόμενης συνάρτησης μεταφοράς (dDTF) εξαρτάται κατά κύριο λόγο από το προσαρμοσμένο μοντέλο MVAR δεδομένου ότι όλες οι πληροφορίες προέρχονται από τις παραμέτρους του μοντέλου. Κατ'επέκταση αιτιατά μέτρα όπως τα PDC, DTF, dDTF έχουν νόημα μόνο από τη στατιστική έννοια του όρου, γιατί ο υπολογισμός τους εξαρτάται αποκλειστικά από την εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου. Οι στατιστικές ιδιότητες αυτών των μέτρων, σε αντίθεση με εκείνες της έτεροσυσχέτισης και της συνάφειας, δεν έχουν ερευνηθεί σε βάθος.

Τέλος, το DTF από μόνη της δεν μπορεί να διακρίνει τις άμεσες ή έμμεσες αλληλεπιδράσεις. Το PDC μπορεί να διακρίνει τις άμεσες αλληλεπιδράσεις, ωστόσο πρέπει να συνδυαστεί με το DTF για να πάρει περισσότερες πληροφορίες για την κατεύθυνση της πληροφορίας.

3.10. ΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΣ ΦΑΣΗΣ

Είναι γνωστό ότι οι φάσεις δυο συζευγμένων ταλαντωτών μπορούν να συγχρονιστούν ακόμη και εάν τα πλάτη τους παραμένουν ασυσχέτιστα, μια κατάσταση που αναφέρεται ως συγχρονισμός φάσης. Με τον όρο συγχρονισμό, εννοούμε ότι η ακόλουθη κατάσταση κλειδώματος φάσης (phase locking) ισχύει για οποιαδήποτε χρονική στιγμή t :

$$\varphi_{n,m}(t) = |n\varphi_x(t) - m\varphi_y(t)| \leq \text{σταθερά} \quad (3-27)$$

όπου $\varphi_x(t), \varphi_y(t)$ είναι οι φάσεις των σημάτων.

Η πρώτη πειραματική παρατήρηση του συγχρονισμού ανάμεσα σε δύο συστήματα αναφέρθηκε από τον Ολλανδό επιστήμονα Christian Huygens το 1673: δύο ρολόγια με εκκρεμές κρεμασμένα στο ίδιο σημείο συγχρονίστηκαν όταν, απομακρύνθηκαν την ίδια χρονική στιγμή κατά μέγιστο πλάτος σε αντίθετη κατεύθυνση. Η διαφορά φάσης της παραπάνω εξίσωσης ισούταν με π .

Προκειμένου να μελετηθεί η ύπαρξη συγχρονισμού μεταξύ των πειραματικών σημάτων, είναι απαραίτητη η εξαγωγή των φάσεων τους. Δύο στενά συνδεδεμένες προσεγγίσεις χρησιμοποιούνται για να ληφθεί η φάση των νευροφυσιολογικών σημάτων. Και στις δύο περιπτώσεις το σήμα $x(t)$, μετασχηματίζεται σ'ένα μιγαδικό σήμα, απ'το οποίο η στιγμιαία φάση λαμβάνεται εύκολα.

3.10.1. ΕΞΑΓΩΓΗ ΦΑΣΗΣ ΤΩΝ ΣΗΜΑΤΩΝ

Η πρώτη περίπτωση χρησιμοποιεί τον μετασχηματισμό Hilbert, όπου το αναλυτικό σήμα περιγράφεται:

$$\zeta(t) = x(t) + jX_H(t) = A(t)e^{j\Phi(t)} \quad (3-28)$$

όπου

$$X_H(t) = \frac{1}{\pi} P.V \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t')}{t-t'} dt' \quad (3-29)$$

το σύμβολο $P.V$ αποτελεί την κύρια τιμή Cauchy του ολοκληρώματος.

Το $A(t)$ είναι το στιγμιαίο πλάτος και $\Phi(t)$ η στιγμιαία φάση του σήματος. Τα μεγέθη αυτά υπολογίζονται από το αναλυτικό σήμα ως εξής:

$$A(t) = \sqrt{x(t)^2 + X_H^2(t)} \quad (3-30)$$

$$\Phi(t) = \text{Arctan} \frac{X_H(t)}{x(t)} \quad (3-31)$$

Η δεύτερη περίπτωση κάνει χρήση του μετασχηματισμού κυματιδίου και εισήχθη σχετικά πρόσφατα για την ανάλυση ηλεκτροεγκεφαλογραφικών σημάτων (Lachaux et al., 2000)

$$W(t) = \int \psi(t')x(t - t')dt' = A^W e^{j\Phi_W(t)} \quad (3-32)$$

λαμβάνοντας έτσι μία εκτίμηση της φάσης $\Phi_W(t)$, για κάθε υλοποίηση.

Η συνάρτηση που χρησιμοποιείται είναι η μιγαδική συνάρτηση κυματιδίου Morlet (Wavelet Transformation):

$$\psi(t) = (e^{j\omega_0 t} - e^{-\omega_0^2 \frac{\sigma_t^2}{2}}) e^{-t^2 / 2\sigma_t^2} \quad (3-33)$$

3.10.2. ΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΣ ΦΑΣΗΣ ΣΤΗ ΝΕΥΡΟΦΥΣΙΟΛΟΓΙΑ

Ένα δύσκολο πρόβλημα στην ανάλυση σήματος είναι η εξαγωγή του σήματος όταν σ'αυτό έχει προστεθεί άλλο σήμα ή ενδεχομένως κάποιος θόρυβος.

Στην πρωτοποριακή μελέτη του Tass (Tass et al., 1988), οι μελετητές ανέλυσαν τη σχέση ανάμεσα στη φάση καταγραφών μαγνητοεγκεφαλογραφήματος και των καταγραφών της μυϊκής δραστηριότητας σε ασθενής με Parkinson. Πρότειναν, ότι η χρονική εξέλιξη των ρυθμών του τρεμουλιάσματος, αντανakλά άμεσα το συγχρονισμό της χρονικής πορείας της δραστηριότητας της κινητικής περιοχής του εγκεφάλου.

Το παραπάνω αποτέλεσμα έχει μεγάλη σημασία από νευροφυσιολογική άποψη, διότι η ύπαρξη του συγχρονισμού της φάσης, μπορεί να ανιχνευτεί ακόμη και σε θορυβώδης πειραματικά σήματα από νευροφυσιολογικές καταγραφές.

Με βάση τα παραπάνω, οι μελετητές οδηγήθηκαν στην ανάπτυξη μεγεθών, για την εκτίμηση της αλληλεπίδρασης μεταξύ νευρικών σημάτων, βασισμένα στη φάση τους.

3.10.3. ΤΙΜΗ ΚΛΕΙΔΩΜΑΤΟΣ ΦΑΣΕΩΣ

Η τιμή κλειδώματος φάσεως είναι μια μέθοδος η οποία βασίζεται στη σημασία της συνδιακύμανσης της φάσεως μεταξύ δύο σημάτων. Σκοπός της μεθόδου είναι να εκτιμηθεί η σχέση της στιγμιαίας φάσης μεταξύ νευροηλεκτρικών σημάτων τα οποία καταγράφονται σε περιοχές του εγκεφάλου (Lachaux et al., 1999).

Δοθέντων δύο σημάτων x και y και μίας συχνότητας f , η μέθοδος υπολογίζει ένα μέτρο του κλειδώματος φάσης για το x και y σε συγκεκριμένη συχνότητα f . Για τον υπολογισμό του, χρειάζεται η εξαγωγή της στιγμιαίας φάσης κάθε σήματος στη συγκεκριμένη συχνότητα f .

Η τιμή κλειδώματος φάσεως (PLV) ορίζεται στο χρόνο t ως η μέση τιμή:

$$PLV_t = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=1}^N e^{j\theta(t,n)} \right| \quad (3-34)$$

όπου $\theta(t, n)$ είναι η διαφορά φάσης $\varphi_1(t, n) - \varphi_2(t, n)$, $n = [1, \dots, N]$ οι δοκιμές και t το χρονικό παράθυρο.

Επομένως η PLV μετρά τη μεταβλητότητα της διαφοράς φάσης τη χρονική στιγμή t . Εάν η διαφορά φάσης διαφέρει ελάχιστα ανάμεσα στις δοκιμές, τότε το PLV είναι κοντά στο 1, οπότε υπάρχει έντονη συσχέτιση ανάμεσα στα σήματα που έχουν καταγραφεί στις δύο περιοχές του εγκεφάλου, διαφορετικά είναι κοντά στο μηδέν οπότε τα σήματα είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους.

Η παραπάνω ποσότητα δεν επιτρέπει τον προσδιορισμό της κατεύθυνσης της αλληλεπίδρασης μεταξύ των καναλιών μιας διαδικασίας.

3.10.4. ΣΥΝΑΦΕΙΑ VERSUS ΤΙΜΗ ΚΛΕΙΔΩΜΑΤΟΣ ΦΑΣΕΩΣ

Οι περισσότερες μελέτες οι οποίες έχουν προσπαθήσει να μελετήσουν άμεσα τη σημασία του συγχρονισμού της φάσης, χρησιμοποιούν τη συνάφεια (coherence). Σύμφωνα με τον Lachaux, το μέγεθος PLV έχει σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με τη χρησιμοποίηση της συνάφειας.

Η συνάφεια (coherence) είναι ένα μέγεθος το οποίο δεν προσδιορίζει συγκεκριμένα τη σχέση της φάσης ανάμεσα σε δύο σήματα. Η συνάφεια αυξάνεται ως μέγεθος διότι για τον υπολογισμό του χρησιμοποιείται και το πλάτος εκτός από τη φάση. Ως εκ τούτου, η επίδραση του πλάτους και της φάσης στον υπολογισμό της συνάφειας δεν είναι αρκετά σαφής. Στην πραγματικότητα, δεν υπάρχει μια σαφής ερμηνεία για τις αλλαγές της συνάφειας μεταξύ δύο νευρικών σημάτων, πέρα από μια προφανής ένδειξη της αλληλεξάρτησης.

4. ΤΟ ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ ΤΗΣ ΣΥΝΗΘΙΣΜΕΝΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ

4.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το κύριο εμπόδιο στην ερμηνεία των ηλεκτροεγκεφαλογραφικών δεδομένων, από την άποψη της αλληλεπίδρασης των εγκεφαλικών περιοχών, είναι η αγωγιμότητα όγκου (volume conduction). Δηλαδή, ότι η δραστηριότητα μιας εγκεφαλικής πηγής μπορεί να καταγραφεί σε πολλά κανάλια.

Παρακάτω θα αναφέρουμε, γιατί το φανταστικό μέρος της συνηθισμένης συνάφειας δεν επηρεάζεται από την αγωγιμότητα όγκου, επομένως σε μέγεθος αντανακλά την πραγματική αλληλεπίδραση μεταξύ των εγκεφαλικών περιοχών.

Παρ' όλα αυτά εάν θέλουμε να γνωρίσουμε τη λειτουργία του ανθρώπινου εγκεφάλου, δεν αρκεί μόνο η εξέταση της αλληλεπίδρασης των εγκεφαλικών περιοχών. Χρειάζεται να γνωρίζουμε και την κατεύθυνση της ροής της πληροφορίας μεταξύ αυτών.

Το φανταστικό μέρος της συνηθισμένης συνάφειας είναι ικανό μέγεθος να εντοπίζει και την κατεύθυνση της ροής της πληροφορίας και θα αναφέρουμε τη διαδικασία υπολογισμού αυτής. Πριν την αναφορά των χαρακτηριστικών στοιχείων, που καθιστούν το φανταστικό μέρος της συνηθισμένης συνάφειας σημαντικό μέγεθος, θα ξεκινήσουμε με τον ορισμό της.

4.2. ΣΥΝΗΘΙΣΜΕΝΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ

Η συνηθισμένη συνάφεια, η οποία είναι μιγαδικό μέγεθος, είναι η μέτρηση της γραμμικής σχέσης δύο ΗΕΓ καναλιών σε συγκεκριμένη συχνότητα. Ορίζεται ως εξής:

$$OC_{ij}(f) = \frac{S_{ij}(f)}{(S_{ii}(f)S_{jj}(f))^{1/2}} \quad (4-1)$$

Το διασταυρωμένο φάσμα S_{ij} ορίζεται ως εξής:

$$S_{ij}(f) \equiv \langle x_i(f)x_j^*(f) \rangle \quad (4-2)$$

όπου $x_i(f), x_j(f)$, είναι ο μετασχηματισμός Fourier των χρονοσειρών $\hat{x}_i(t), \hat{x}_j(t)$. Όπου * είναι ο μιγαδικός συζυγής και $\langle \rangle$ η αναμενόμενη τιμή, η οποία μπορεί να εκτιμηθεί ως ο μέσος όρος μεγάλου αριθμού δοκιμών.

Επίσης, η συνάφεια (coherence), η οποία αναφέρθηκε και παραπάνω (σχέση 3-8), μπορεί να οριστεί ως η απόλυτη τιμή της συνηθισμένης συνάφειας.

Η συνηθισμένη συνάφεια, μετρά ουσιαστικά κατά πόσο ταιριάζουν οι φάσεις των καναλιών i και j . Εάν γράψουμε τον μετασχηματισμό Fourier των σημάτων $\hat{x}_i(t), \hat{x}_j(t)$ ως $x_i = r_i e^{j\Phi_i}$, $x_j = r_j e^{j\Phi_j}$ τότε το διασταυρωμένο φάσμα μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$S_{ij} = \langle r_i r_j e^{j\Delta\Phi} \rangle \quad (4-3)$$

όπου $\Delta\Phi = \Phi_i - \Phi_j$, η διαφορά φάσης ανάμεσα στα σήματα στα κανάλια i και j . Το διασταυρωμένο φάσμα είναι η μέση τιμή $\langle e^{j\Delta\Phi} \rangle$ προσαιξημένο με το γινόμενο r_i και r_j . Εάν τα σήματα στα δύο κανάλια είναι ανεξάρτητα, τότε η διαφορά φάσης $\Delta\Phi$ είναι τυχαίος αριθμός, επομένως η συνηθισμένη συνάφεια είναι μηδέν (Nolte et al., 2004).

Στην παράγραφο 3.10.4, έγινε σύγκριση των ποσοτήτων της συνάφειας και της τιμής κλειδώματος φάσης (PLV), όπου αναφέραμε τα πλεονεκτήματα του μεγέθους PLV. Παρακάτω γίνεται σύγκριση της συνηθισμένης συνάφειας με την τιμή κλειδώματος φάσης.

4.3. ΣΥΝΗΘΙΣΜΕΝΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ VERSUS ΤΙΜΗ ΚΛΕΙΔΩΜΑΤΟΣ ΦΑΣΗΣ

Η σύγκριση αυτή γίνεται, διότι και τα δύο μεγέθη στηρίζονται στη σχέση της φάσης ανάμεσα στα σήματα που καταγράφονται στα διάφορα κανάλια.

Η τιμή κλειδώματος φάσης είναι μέγεθος που δεν προσαιξάνεται με το πλάτος r_i και r_j , όπως η συνηθισμένη συνάφεια, και ορίζεται ως εξής:

$$PLV = \langle e^{j\Delta\Phi} \rangle \quad (4-4)$$

Το πλεονέκτημα της τιμής κλειδώματος φάσης βασίζονταν στο γεγονός ότι, αφού η φάση και το πλάτος είναι στατιστικά ανεξάρτητα μεγέθη, το μέγεθος PLV εκφράζει με ακρίβεια τη σχέση ανάμεσα στις φάσεις, διότι δεν προσαιξάνεται με το γινόμενο του πλάτους. Όμως η ανεξαρτησία φάσης και πλάτους οδηγεί στο παρακάτω αποτέλεσμα:

$$OC_{ij} = \langle e^{j\Delta\Phi} \rangle \frac{\langle r_i r_j \rangle}{(\langle r_i^2 \rangle \langle r_j^2 \rangle)^{\frac{1}{2}}} \quad (4-5)$$

άρα,

$$\frac{\langle r_i r_j \rangle}{(\langle r_i^2 \rangle \langle r_j^2 \rangle)^{\frac{1}{2}}} \leq 1 \quad (4-6)$$

κατ'επέκταση,

$$|OC_{ij}| \leq |PLV_{ij}| \quad (4-7)$$

και για τις δύο ποσότητες της ανισότητας ισχύει ότι:

$$0 \leq |OC_{ij}| \leq 1, 0 \leq |PLV_{ij}| \leq 1 \quad (4-8)$$

Εντούτοις, το παραπάνω αποτέλεσμα υποδεικνύει εξάρτηση ανάμεσα στο πλάτος και τη φάση από την άποψη, ότι εάν το σήμα είναι αδύνατο, στην περίπτωση του PLV, ο θόρυβος μπορεί να αλλοιώσει από στατιστικής πλευράς τα αποτελέσματα, διότι θα λαμβάνονται ως σημαντικές μετρήσεις οι οποίες δεν υποδηλώνουν αλληλεπίδραση ανάμεσα στα κανάλια.

4.4. Ο ΕΙΔΙΚΟΣ ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟΥ ΜΕΡΟΥΣ ΤΗΣ ΣΥΝΗΘΙΣΜΕΝΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ

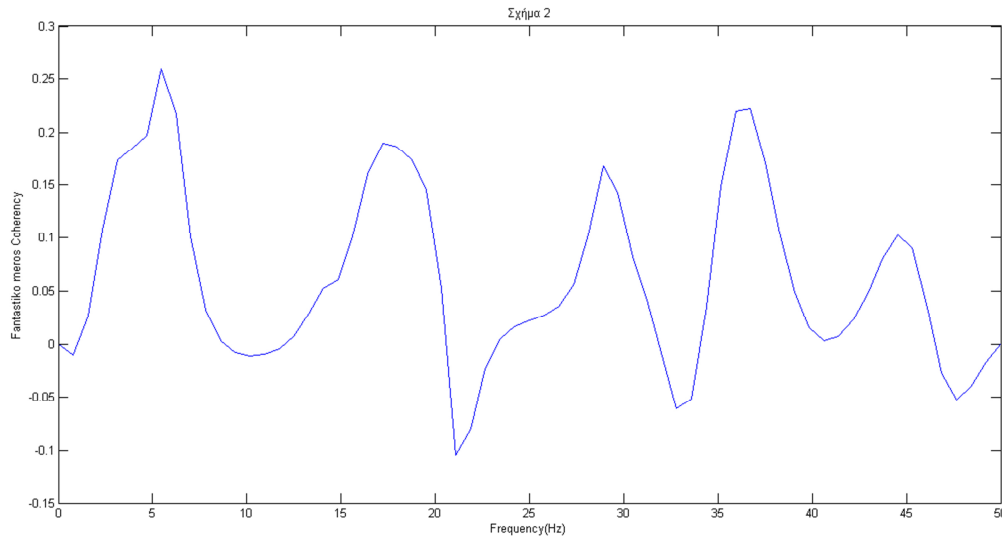
4.4.1. ΤΟ ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ ΤΗΣ ΣΥΝΗΘΙΣΜΕΝΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ ΔΕΝ ΕΠΗΡΕΑΖΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΑ ΟΓΚΟΥ

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω το μεγαλύτερο πρόβλημα της ερμηνείας της αλληλεπίδρασης μεταξύ των διαφορετικών περιοχών, είναι η αγωγιμότητα όγκου. Το πρόβλημα αυτό εκφράζεται ειδικά σε κοντινά ηλεκτρόδια, όπου υπάρχει υψηλή συνεκτικότητα, η οποία αντανακλά πλεονασμό στις μετρήσεις παρά εγκεφαλική αλληλεπίδραση.

Το φανταστικό μέρος της συνηθισμένης συνάφειας δεν μπορεί να δημιουργηθεί από την αγωγιμότητα όγκου, επομένως αντανακλά την πραγματική αλληλεπίδραση.

Η θεμελιώδης παραδοχή για να καταλήξουμε σε αυτό το συμπέρασμα είναι ότι το παρατηρούμενο δυναμικό στο τριχωτό της κεφαλής δεν έχει καμία χρονική υστέρηση με την υποκείμενη πηγή δραστηριότητας.

Επομένως η χαρτογράφηση μεταξύ πηγών και αισθητήρων δεν περιλαμβάνει μετατοπίσεις στη φάση. Διότι, μετατόπιση της φάσης στο πεδίο της συχνότητας αντιστοιχεί σε χρονική υστέρηση στο πεδίο του χρόνου και ένα σήμα δε μπορεί να είναι χρονική υστέρηση του εαυτού του. Στην Εικόνα 4-1 δίνεται το φανταστικό μέρος της συνηθισμένης συνάφειας δύο σημάτων με δύο αρμονικές.



Εικόνα 4-1 Φανταστικό μέρος της συνηθισμένης συνάφειας των σημάτων $x=8\sin(2\pi 10t)+9\sin(2\pi 25t)$, $y=8\sin(2\pi 10t)+9\sin(2\pi 25t)$. Όπως φαίνεται και στο σχήμα το φανταστικό μέρος της συνηθισμένης συνάφειας είναι μηδενικό στις συχνότητες 10 και 25 Hz

4.4.2. ΤΟ ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ ΤΗΣ ΣΥΝΗΘΙΣΜΕΝΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΙ ΤΗΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΤΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΕΓΚΕΦΑΛΙΚΩΝ ΠΕΡΙΟΧΩΝ

Η υπόθεση, για τον υπολογισμό της κατεύθυνσης της ροής της πληροφορίας, είναι ότι η αλληλεπίδραση απαιτεί κάποιο χρόνο. Αυτό είναι πιο εύκολο να το δούμε εάν υποθέσουμε ότι η αλληλεπίδραση είναι καθυστέρηση χρόνου τ , έστω $y_2(t) = ay_1(t - \tau)$, με a κάποια σταθερά.

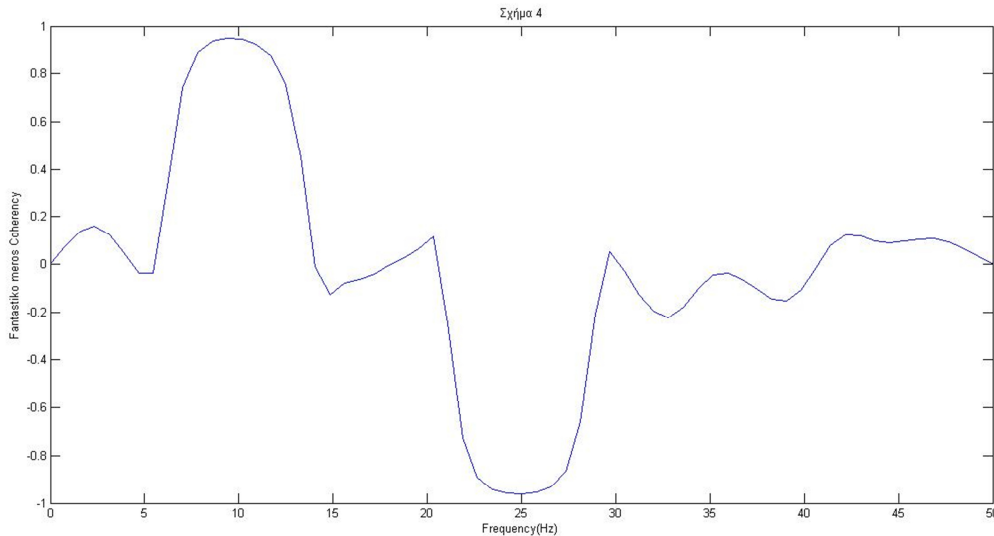
Στο πεδίο των συχνοτήτων η $y_2(t) = ay_1(t - \tau)$, μεταφράζεται ως $Y_2(f) = ae^{-j2\pi f\tau}Y_1(f)$. Κατ'επέκταση το διασταυρωμένο φάσμα ανάμεσα στα δύο κανάλια ισούται με $S_{12} \sim e^{j2\pi f\tau} \equiv e^{j\Phi(f)}$. Το φάσμα της φάσης $\Phi(f) = 2\pi f\tau$ είναι γραμμικό και ανάλογο του χρόνου τ .

Το $e^{j\Phi(f)}$ μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$e^{j\Phi(f)} = \cos(\Phi(f)) + j\sin(\Phi(f)) \quad (4-9)$$

Παίρνοντας το φανταστικό μέρος της παραπάνω ποσότητας η αιτιατή κατεύθυνση μπορεί να εκφραστεί ως $y_1 \rightarrow y_2$ εάν το φανταστικό μέρος του φάσματος της φάσεως είναι θετικό και $y_2 \rightarrow y_1$ εάν είναι αρνητικό. Στην εικόνα 4-2 δίνεται το φανταστικό μέρος της συνηθισμένης

συνάφειας δύο σημάτων με δύο αρμονικές, από το οποίο προκύπτει η αιτιατή σχέση μεταξύ τους.



Εικόνα 4-2 Φανταστικό μέρος της συνηθισμένης συνάφειας των σημάτων $x=8\sin(2\pi 10t)+9\sin(2\pi 25t)$ και $y=8\sin(2\pi 10t-\pi/2)+9\sin(2\pi 25t+\pi/2)$. Στη συχνότητα 10 Hz το σήμα x προηγείται του σήματος y κατά φάση $\pi/2$ και στη συχνότητα 25 Hz το σήμα y προηγείται του σήματος x κατά φάση $\pi/2$. Όπως φαίνεται και στο σχήμα το φανταστικό μέρος της συνηθισμένης συνάφειας υπολογίζει με ακρίβεια την κατεύθυνση των δύο σημάτων

Στη συνέχεια ορίζουμε ένα μέγεθος προσδιορισμού της συνδεσιμότητας εγκεφαλικών περιοχών, το οποίο βασίζεται στις ιδιότητες του φανταστικού μέρους της συνηθισμένης συνάφειας, το δείκτη κλίσης φάσεως.

4.5. ΔΕΙΚΤΗΣ ΚΛΙΣΗΣ ΦΑΣΕΩΣ

Ο δείκτης κλίσης φάσεως (PSI), προσδιορίζεται ως η μέση κλίση φάσης με τέτοιο τρόπο ώστε:

- I. Να αναπαριστά τη σχετική χρονική καθυστέρηση μεταξύ των διάφορων σημάτων
- II. Να είναι μη ευαίσθητο σε σήματα τα οποία δεν έχουν καμία αλληλεπίδραση

Ορίζεται ως εξής:

$$\tilde{\Psi}_{ij} = \text{imag} \left(\sum_{f \in F} \text{OC}_{ij}^*(f) \text{OC}_{ij}(f + \delta f) \right) \quad (4-10)$$

όπου $C_{ij}(f)$ η συνηθισμένη συνάφεια, F το εύρος του φάσματος συχνοτήτων γύρω από το οποίο η κλίση υπολογίζεται.

Για να δούμε ότι το $\tilde{\Psi}_{ij}$, αντιστοιχεί σε μια ουσιαστική εκτίμηση της μέσης κλίσης της φάσης είναι βολικό να ξαναγράψουμε τη σχέση (4-10) ως εξής:

$$\tilde{\Psi}_{ij} = \sum_{f \in F} |OC_{ij}(f)| |OC_{ij}(f + \delta f)| \sin[\Phi(f + \delta f) - \Phi(f)] \quad (4-11)$$

όπου

$$\sin[\Phi(f + \delta f) - \Phi(f)] \approx \Phi(f + \delta f) - \Phi(f) \quad (4-12)$$

Ως εκ τούτου το $\tilde{\Psi}_{ij}$, αντιστοιχεί στη μέση κλίση της φάσης.

Τονίζουμε ότι το PSI προσδιορίζει τη σχέση ανάμεσα σε δύο σήματα, τα οποία είναι σήματα οδηγός-παραλήπτης. Εάν $A \rightarrow B$ δεν σημαίνει ότι δεν υπάρχει αιτιατή κατεύθυνση από το $B \rightarrow A$.

Είναι βολικό να κανονικοποιήσουμε το PSI, με μια εκτίμηση της τυπικής του απόκλισης, για να προσδιορίσουμε εάν η αιτιώδης επιρροή του σήματος $x_i(t)$ στο $x_j(t)$ είναι σημαντική:

$$\Psi_{ij} = \tilde{\Psi}_{ij} / \text{std}(\tilde{\Psi}_{ij}) \quad (4-13)$$

Τέλος, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω το PSI δεν μπορεί να διακρίνει την αμφίδρομη αιτιότητα. Έστω $y_2(t) = ay_1(t - \tau)$ και $Y_2(f) = ae^{-j2\pi f\tau} Y_1(f)$. Τότε $S_{12} \sim e^{j2\pi f\tau} \equiv e^{j\Phi(f)}$, που εκφράζει τη σχέση y_1, y_2 . Εάν θέλουμε να εκφράσουμε τώρα τη σχέση του y_2, y_1 θα πρέπει να υπολογίσουμε το S_{21} , το οποίο ισούται με $S_{21} \sim e^{-j2\pi f\tau} \equiv e^{-j\Phi(f)}$. Άρα $S_{21} = -S_{12}$. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι το S_{21} δεν παρέχει καμία επιπλέον πληροφορία για τη σχέση του σήματος y_2 με το σήμα y_1 .

5. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΔΕΙΚΤΗ ΤΗΣ ΚΛΙΣΗΣ ΤΗΣ ΦΑΣΗΣ (PSI) ΣΕ ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΕΣ

5.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Με βάση το πολυμεταβλητό αυτοπαλίνδρομο μοντέλο που αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.9.2, κάναμε εφαρμογή της μεθόδου PSI σε γραμμικά μοντέλα χρονοσειρών. Ο υπολογισμός της τάξης p του MVAR μοντέλου έγινε σύμφωνα με το κριτήριο Akaike (Akaike, 1973). Οι παράμετροι του, υπολογίστηκαν με βάση τον αλγόριθμο Yule-Walker (Yule, 1927; Walker, 1931). Το PSI με βάση τη συνηθισμένη συνοχή και με βάση τη μερική συνάφεια υπολογίστηκαν με δύο διαφορετικούς τρόπους. Για τον μη παραμετρικό τρόπο υπολογισμού του PSI ο κώδικας σε MATLAB είναι διαθέσιμος στην ιστοσελίδα <http://doc.ml.tu-berlin.de/causality>. Για τον παραμετρικό τρόπο χρησιμοποιήσαμε το eMVAR toolbox, το οποίο είναι διαθέσιμο στην ιστοσελίδα <http://www.science.unitn.it/~nollo/research/sigpro/eMVAR.html>.

5.2. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ PSI ΒΑΣΙΣΜΕΝΟ ΣΤΗ ΣΥΝΗΘΙΣΜΕΝΗ ΣΥΝΟΧΗ ΣΕ ΜΟΝΤΕΛΟ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΣΗΜΑΤΩΝ

Το διασταυρωμένο φάσμα (σχέση 4-2), ώστε να μπορέσουμε να υπολογίσουμε τη συνηθισμένη συνοχή (σχέση 4-1), μπορεί να ληφθεί με δύο διαφορετικές τεχνικές, είτε δια μέσου του μετασχηματισμού Fourier των σημάτων $\hat{x}_i(t), \hat{x}_j(t)$ (μη παραμετρικός τρόπος), είτε δια μέσου των παραμέτρων του αυτοπαλίνδρομου (AR) μοντέλου (παραμετρικός τρόπος).

5.2.1. ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΤΡΟΠΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΜΕΝΟΥ ΦΑΣΜΑΤΟΣ

Σύμφωνα με τη σχέση (3-17) τα σήματα στο πολυμεταβλητό αυτοπαλίνδρομο μοντέλο (MVAR), στο πεδίο των συχνοτήτων, ορίζονται ως εξής:

$$X(f) = D^{-1}(f)W(f) = H(f)W(f) \quad (5-1)$$

Το διασταυρωμένο φάσμα ορίζεται ως εξής:

$$S_{ij}(f) = X_i(f)X_j^*(f) = H(f)VH^*(f) \quad (5-2)$$

Όπου V ο πίνακας συνδιακύμανσης του λευκού θορύβου των σημάτων.

5.2.2. ΜΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΤΡΟΠΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΜΕΝΟΥ ΦΑΣΜΑΤΟΣ

Ο υπολογισμός του διασταυρωμένου φάσματος δια μέσου του μετασχηματισμού Fourier των σημάτων $\hat{x}_i(t), \hat{x}_j(t)$, αναφέρθηκε στην παράγραφο (4-2). Στην προκειμένη περίπτωση, τα δεδομένα χωρίζονται σε δοκιμές (epochs), όπου κάθε δοκιμή χωρίζεται περαιτέρω σε τμήματα (segment) χρόνου T , γίνεται μετασχηματισμός Fourier σε κάθε τμήμα και το διασταυρωμένο φάσμα υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση (4-2) ως μέσος όρος όλων των δοκιμών.

5.2.3. ΠΡΩΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

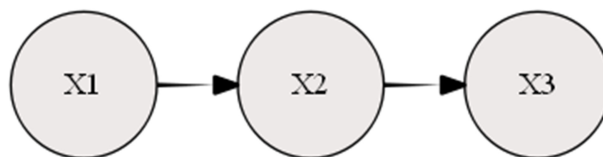
θεωρούμε τρία γραμμικά σήματα τα οποία παράγονται από τις παρακάτω σχέσεις (βλ. επίσης Εικόνα 5-1):

$$x_1(t) = 0.95\sqrt{2}x_1(t-1) - 0.9025x_1(t-2) + w_1(t) \quad (5-3)$$

$$x_2(t) = -0.5x_1(t-1) + w_2(t) \quad (5-4)$$

$$x_3(t) = 0.8x_1(t-2) + w_3(t) \quad (5-5)$$

Όπου $w_i(t)$ $i = 1,2,3$ ανεξάρτητοι λευκοί θόρυβοι, με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διακύμανση.



Εικόνα 5-1 Απεικόνιση του πρώτου μοντέλου των τριών γραμμικών σημάτων. Όπως φαίνεται και στην εικόνα, δεν υπάρχει άμεση αιτιατή σχέση ανάμεσα στα σήματα $X1$ και $X3$

Τα παραπάνω σήματα παράχθηκαν με τη βοήθεια του *Mat Lab*. Η συχνότητα δειγματοληψίας (frequency sampling) των σημάτων είναι $F_s = 200$ Hz. Το κάθε σήμα υλοποιήθηκε 100 φορές, με κάθε υλοποίηση να αποτελείται από 1024 σημεία. Συνολικά είχαμε 102400 δεδομένα. Στους παρακάτω πίνακες απεικονίζεται η μέση τιμή του PSI γύρω από τις 100 δοκιμές.

Για τον μη παραμετρικό τρόπο, το διασταυρωμένο φάσμα (cross spectrum), υπολογίστηκε σε κάθε παράθυρο (segment) των 64 σημείων, με επικάλυψη (overlapping) σε κάθε παράθυρο 50%. Όσο για τον παραμετρικό τρόπο, υπολογίστηκε σε όλο το μήκος των σημάτων.

Στον Πίνακα 5-1 απεικονίζονται τα αποτελέσματα για τη μη παραμετρική προσέγγιση. Το $PSI_{12}OC = 0.9382$ εκφράζει την αιτιατή σχέση που υπάρχει ανάμεσα στα δύο σήματα και επειδή $PSI_{12}OC > 0$ η ροή της πληροφορίας είναι $x_1(t) \rightarrow x_2(t)$. Αντίστοιχα, το $PSI_{23}OC = 3.0937$ εκφράζει την αιτιατή σχέση που υπάρχει ανάμεσα στα δύο σήματα και επειδή $PSI_{23}OC > 0$ η ροή της πληροφορίας είναι $x_2(t) \rightarrow x_3(t)$.

Με βάση τον υπολογισμό του $PSI_{13}OC = 1.8041$, αναμένουμε ότι υπάρχει αιτιατή σχέση ανάμεσα στα σήματα X1 και X3.

Τουναντίον, σύμφωνα με το μοντέλο μας, δεν υπάρχει άμεση αιτιατή σχέση ανάμεσα στα δύο σήματα.

<i>PSI – OC</i>	
<i>PSI₁₂OC</i>	0.9382
<i>PSI₁₃OC</i>	1.8041
<i>PSI₂₃OC</i>	3.0937

Πίνακας 5-1 Αποτελέσματα της μη παραμετρικής προσέγγισης του PSI βασισμένο στη συνηθισμένη συνάφεια

Τα ίδια αποτελέσματα εκφράζονται και στη παραμετρική προσέγγιση (Πίνακας 5-2).

<i>PSI – OC</i>	
<i>PSI₁₂OC</i>	0.9700
<i>PSI₁₃OC</i>	2.0041
<i>PSI₂₃OC</i>	3.2133

Πίνακας 5-2 Αποτελέσματα της παραμετρικής προσέγγισης του PSI βασισμένο στη συνηθισμένη συνάφεια

Με βάση αυτά τα αποτελέσματα μπορούμε να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι το $PSI_{ij}OC$ αφενός είναι ένα μέγεθος που μπορεί να υπολογίσει την ροή της πληροφορίας ανάμεσα σε δύο σήματα αφετέρου όμως σε καμιά περίπτωση δεν μπορεί να διακρίνει τις άμεσες και έμμεσες αιτιατές σχέσεις κατεύθυνσης ανάμεσα στα δύο σήματα.

Επίσης και στις δύο περιπτώσεις, εντοπίζονται οι άμεσες αιτιατές σχέσεις ανάμεσα στα σήματα $x_1(t) \rightarrow x_2(t)$ και $x_2(t) \rightarrow x_3(t)$. Όπως επίσης και στις δύο περιπτώσεις εντοπίζεται σχέση ανάμεσα στα σήματα $x_1(t) \rightarrow x_3(t)$ που δεν υπάρχει. Τέλος με την παραμετρική προσέγγιση πετυχαίνουμε υψηλότερο μέσο όρο στον υπολογισμό του $PSI_{ij}OC$.

Για να επιτραπεί η διάκριση των άμεσων και έμμεσων αιτιατών σχέσεων κατεύθυνσης ανάμεσα σε δύο σήματα θα ορίσουμε το δείκτη κλίσης της φάσης (PSI) βασισμένο στη μερική συνάφεια (Yang, et al. 2010).

5.3. ΔΕΙΚΤΗΣ ΚΛΙΣΗΣ ΤΗΣ ΦΑΣΗΣ ΒΑΣΙΣΜΕΝΟΣ ΣΤΗ ΜΕΡΙΚΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ

Ορίζουμε τώρα το PSI βασισμένο στη μερική συνάφεια (σχέση 3-9) ως εξής:

$$PSI_{ij}PC = \text{imag} \left(\sum_{f \in F} PC_{ij}^*(f) PC_{ij}(f + \delta f) \right) \quad (5-6)$$

Κάνουμε αντικατάσταση στον τύπο του PSI_{ij} (σχέση 4-10) της συνηθισμένης συνάφειας με τη μερική συνάφεια. Εάν τα δύο σήματα i, j δεν έχουν άμεση αιτιατή σχέση τότε η τιμή του $PSI_{ij}PC$ θα κυμαίνεται κοντά στο μηδέν.

5.4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ PSI ΒΑΣΙΣΜΕΝΟ ΣΤΗ ΜΕΡΙΚΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ

Με βάση τον παραπάνω ορισμό υπολογίσαμε εκ νέου το PSI_{ij} ανάμεσα στα τρία γραμμικά σήματα του μοντέλου της παραγράφου 5.2.3, με βάση όμως τώρα τη μερική συνάφεια. Η μερική συνάφεια υπολογίστηκε με δύο διαφορετικές τεχνικές οι οποίες αναφέρθηκαν στις παραγράφους 5.2.1 και 5.2.2.

Τα συστατικά μέρη για τον υπολογισμό του $PSI_{ij}PC$ καθώς και για το διασταυρωμένο φάσμα παρέμειναν ίδια.

Στον Πίνακα 5-3 απεικονίζεται το PSI βασισμένο στη μερική συνάφεια, των τριών παραπάνω γραμμικών σημάτων, με βάση τον μη παραμετρικό τρόπο. Όπως και παραπάνω, το $PSI_{12}PC = 0.6218$ εκφράζει την αιτιατή σχέση που υπάρχει ανάμεσα στα δύο σήματα και επειδή $PSI_{12}PC > 0$, η κατεύθυνση της πληροφορίας είναι $x_1(t) \rightarrow x_2(t)$. Το $PSI_{23}PC = 2.3123$ εκφράζει επίσης την αιτιατή σχέση που υπάρχει ανάμεσα στα δύο σήματα και επειδή $PSI_{23}PC > 0$, η κατεύθυνση της πληροφορίας είναι $x_2(t) \rightarrow x_3(t)$.

Σε αντίθεση όμως με το $PSI_{13}OC = 1.8041$, το $PSI_{13}PC = 0.0161$ είναι κοντά στο μηδέν. Σύμφωνα με το $PSI_{13}PC$ δεν υπάρχει άμεση αιτιατή σχέση κατεύθυνσης ανάμεσα στα σήματα $x_1(t)$ και $x_3(t)$, το οποίο συνάδει με τη μορφή των σημάτων.

<i>PSI – PC</i>	
<i>PSI₁₂PC</i>	0.6218
<i>PSI₁₃PC</i>	0.0161
<i>PSI₂₃PC</i>	2.3123

Πίνακας 5-3 Αποτελέσματα του μη παραμετρικού τρόπου προσέγγισης του PSI βασισμένο στη μερική συνάφεια

Στα ίδια συμπεράσματα, με παραπάνω, καταλήγουμε και με τον υπολογισμό του $PSI_{ij}PC$ με βάση την παραμετρική προσέγγιση (πίνακας 4). Το $PSI_{13}OC = 2.0041$ ενώ το $PSI_{13}PC = 0.0061$ είναι κοντά στο μηδέν.

<i>PSI – PC</i>	
<i>PSI₁₂PC</i>	0.6383
<i>PSI₁₃PC</i>	0.0061
<i>PSI₂₃PC</i>	2.4138

Πίνακας 5-4 Αποτελέσματα του παραμετρικού τρόπου προσέγγισης του *PSI* βασισμένο στη μερική συνάφεια

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η μέθοδος *PSI_{ij}PC* βασισμένη στη μερική συνάφεια είναι ικανή να διακρίνει τις άμεσες και έμμεσες αιτιατές σχέσεις ανάμεσα στα σήματα και κατ' επέκταση να μπορεί να εκφράσει την κατεύθυνση της ροής της πληροφορίας.

Επιπλέον και στις δύο περιπτώσεις, εντοπίζονται οι άμεσες αιτιατές σχέσεις ανάμεσα στα σήματα $x_1(t) \rightarrow x_2(t)$ και $x_2(t) \rightarrow x_3(t)$. Όπως επίσης και στις δύο περιπτώσεις η σχέση ανάμεσα στα σήματα $x_1(t) \rightarrow x_3(t)$ δεν εντοπίζεται. Τέλος με την παραμετρική προσέγγιση επιτυγχάνουμε υψηλότερο μέσο όρο στον υπολογισμό του *PSI_{ij}PC* εκτός από την περίπτωση του *PSI₁₃PC*, που στην παραμετρική περίπτωση είναι πιο κοντά στο μηδέν.

5.4.1. ΔΕΥΤΕΡΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

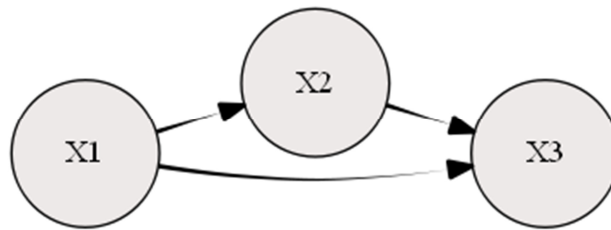
θεωρούμε τρία γραμμικά σήματα, τα οποία παράγονται από τις παρακάτω σχέσεις (βλ. επίσης Εικόνα 5.2):

$$x_1(t) = 0.95\sqrt{2}x_1(t-1) - 0.9025x_1(t-2) + w_1(t) \quad (5-7)$$

$$x_2(t) = -0.5x_1(t-1) + w_2(t) \quad (5-8)$$

$$x_3(t) = 0.8x_2(t-2) + 0.5x_1(t-4) + w_3(t) \quad (5-9)$$

όπου $w_i(t)$ $i = 1,2,3$ ανεξάρτητοι λευκοί θόρυβοι, με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διακύμανση.



Εικόνα 5-2 Απεικόνιση του δεύτερου μοντέλου των τριών γραμμικών σημάτων. Σε αυτό το μοντέλο υπάρχει αιτιατή σχέση του σήματος X_1 και του σήματος X_3

Τα συστατικά μέρη για τον υπολογισμό του $PSI_{ij}PC$ καθώς και για το διασταυρωμένο φάσμα παρέμειναν ίδια. Φαίνεται από τα αποτελέσματα ότι το $PSI_{ij}PC$ και στη παραμετρική αλλά και στη μη παραμετρική περίπτωση, είναι ικανό σε μέγεθος να διακρίνει όλες τις αιτιατές σχέσεις ανάμεσα στα σήματα.

$PSI - PC$	
$PSI_{12}PC$	1.2908
$PSI_{13}PC$	2.1202
$PSI_{23}PC$	2.2515

Πίνακας 5-5 Αποτελέσματα του μη παραμετρικού τρόπου προσέγγισης του PSI με βάση τη συνηθισμένη συνάφεια

$PSI - PC$	
$PSI_{12}PC$	1.3184
$PSI_{13}PC$	2.3313
$PSI_{23}PC$	2.4106

Πίνακας 5-6 Αποτελέσματα του παραμετρικού τρόπου προσέγγισης του PSI με βάση τη συνηθισμένη συνάφεια

Όπως και παραπάνω με τον παραμετρικό τρόπο, η μέση τιμή του $PSI_{ij}PC$ είναι υψηλότερη.

5.4.2. ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ VERSUS ΜΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΤΡΟΠΟΣ

Όπως είδαμε και στα παραπάνω μοντέλα, προσεγγίζοντας το PSI_{ij} , με τον παραμετρικό τρόπο, η μέση τιμή του είναι υψηλότερη σε σχέση με τον μη παραμετρικό, σε σήματα με αιτιατές σχέσεις και μικρότερη σε σήματα που δεν έχουν καμία σχέση μεταξύ τους. Κατ'επέκταση στα επόμενα γραμμικά πολυμεταβλητά μοντέλα θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα μόνο για την παραμετρική προσέγγιση.

5.4.3. ΤΡΙΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

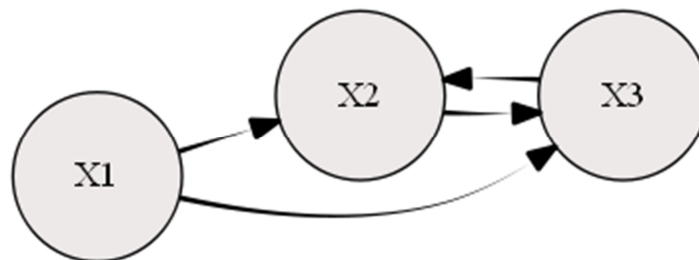
θεωρούμε τρία γραμμικά σήματα, τα οποία παράγονται από τις παρακάτω σχέσεις (βλ. επίσης Εικόνα 5-3):

$$x_1(t) = 0.95\sqrt{2}x_1(t-1) - 0.9025x_1(t-2) + w_1(t) \quad (5-10)$$

$$x_2(t) = -0.5x_1(t-1) - 0.8x_3(t-3) + w_2(t) \quad (5-11)$$

$$x_3(t) = 0.8x_2(t-2) + 0.5x_1(t-4) + w_3(t) \quad (5-12)$$

όπου $w_i(t)$ $i = 1,2,3$ ανεξάρτητοι λευκοί θόρυβοι, με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διακύμανση.



Εικόνα 5-3 Τρίτο μοντέλο. Υπάρχει αμφίδρομη αιτιότητα ανάμεσα στα σήματα X_2 και X_3

Η συχνότητα δειγματοληψίας των σημάτων του τρίτου μοντέλου είναι 200 Hz και υλοποιήθηκαν 500 φορές. Η μέση τιμή του $PSI_{ij,PC}$ υπολογίστηκε και αναφέρεται στον Πίνακα 5-7. Όπως βλέπουμε και στον πίνακα, το $PSI_{ij,PC}$ μπορεί να επισημάνει με σαφήνεια την κατεύθυνση της ροής της πληροφορίας όταν υπάρχει μονής κατεύθυνσης αιτιότητα δηλαδή, ανάμεσα στα σήματα $x_1(t)$ και $x_2(t)$ και ανάμεσα στα σήματα $x_1(t)$ και $x_3(t)$. Από την άλλη πλευρά, το

$PSI_{ij}PC$ αποτυγχάνει να εκφράσει με σαφήνεια την αμφίδρομη αιτιότητα ανάμεσα στα σήματα $x_2(t)$ και $x_3(t)$.

$PSI - PC$	
$PSI_{12}PC$	1.3412
$PSI_{13}PC$	0.9816
$PSI_{23}PC$	-0.7053
$PSI_{32}PC$	0.7053

Πίνακας 5-7 Αποτελέσματα του $PSI_{ij}PC$ του τρίτου μοντέλου

Για να μπορέσουμε να εκφράσουμε με σαφήνεια την κατεύθυνση της ροής της πληροφορίας όταν υπάρχει αμφίδρομη αιτιότητα ανάμεσα στα σήματα, θα ορίσουμε, με τον ίδιο τρόπο όπως και στο κεφάλαιο 5.3, το δείκτη κλίσης της φάσης βασισμένο στην κατευθυνόμενη συνάρτηση μεταφοράς (παράγραφος 3.9.4) και το δείκτη κλίσης της φάσης βασισμένο στη μερική κατευθυνόμενη συνάφεια (παράγραφος 3.9.3).

5.5. ΔΕΙΚΤΗΣ ΚΛΙΣΗΣ ΤΗΣ ΦΑΣΗΣ ΒΑΣΙΣΜΕΝΟΣ ΣΤΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

Η κατευθυνόμενη συνάρτηση μεταφοράς, με βάση την οποία θα υπολογίσουμε το δείκτη κλίσης της φάσης, ορίζεται ως εξής:

$$DTF_{mn}(f) = \frac{H_{nm}(f)}{\sqrt{\sum_{m=1}^Q |H_{nm}(f)|^2}} \quad (5-13)$$

Το DTF_{mn} είναι ένα μέτρο αιτιότητας πολλαπλών καναλιών που βασίζεται στο αυτοπαλίνδρομο μοντέλο και μετρά τη ροή από το κανάλι m στο κανάλι n . Κατασκευάζεται από τα στοιχεία του πίνακα μεταφοράς H (σχέση 3-19) του αυτοπαλίνδρου μοντέλου.

Το DTF είναι σε θέση να υπολογίσει τη δύναμη της κάθε σύνδεσης, αλλά το συμπληρωματικό ενδιαφέρον του PSI βασίζεται στις πληροφορίες της φάσης που παίρνουμε από κάθε στοιχείο

της συνάρτησης μεταφοράς που χρησιμοποιείται στο DTF. Τουτέστιν, χρησιμοποιώντας το PSI με βάση το DTF επιτρέπεται όχι μόνο η αξιολόγηση της δύναμης κάθε σύνδεσης αλλά και η σημασία της χρονοκαυστήρησης.

Ορίζουμε το δείκτη κλίσης της φάσης με βάση τη κατευθυνόμενη συνάρτηση μεταφοράς ως εξής:

$$PSI_{mn}DTF = imag \left(\sum_{f \in F} DTF_{mn}^*(f) DTF_{mn}(f + \delta f) \right) \quad (5-14)$$

5.6. ΔΕΙΚΤΗΣ ΚΛΙΣΗΣ ΤΗΣ ΦΑΣΗΣ ΒΑΣΙΣΜΕΝΟΣ ΣΤΗ ΜΕΡΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ

Η μερική κατευθυνόμενη συνάφεια, με βάση την οποία θα υπολογίσουμε το δείκτη κλίσης της φάσης, ορίζεται ως εξής:

$$PDC_{mn}(f) = \frac{Dnm(f)}{\sqrt{\sum_{n=1}^Q |D_{nm}|^2}} \quad (5-15)$$

όπου $Dnm(f)$ είναι το (n, m) στοιχείο του πίνακα $D(f)$ (σχέση 3-18). Η κανονικοποίηση γίνεται με τη m – οστή στήλη του πίνακα $D(f)$.

Το PDC σαν μέγεθος είναι ικανό να προσδιορίσει την κατεύθυνση της ροής της πληροφορίας ανάμεσα στα σήματα. Εάν θέλουμε να αιτιολογήσουμε τη χρησιμοποίηση του PSI με βάση το PDC, θα λέγαμε ότι μπορεί να μέτρο να ποσοτικοποιήσει τις σχετικές καθυστερήσεις μεταξύ των πολλαπλών σημάτων και όχι μόνο να τις χαρακτηρίσει όπως έκανε το PDC από μόνο του.

Συνεπώς, ορίζουμε το δείκτη κλίσης της φάσης με βάση τη μερική κατευθυνόμενη συνάφεια ως εξής:

$$PSI_{mn}PDC = imag \left(\sum_{f \in F} PDC_{mn}^*(f) PDC_{mn}(f + \delta f) \right) \quad (5-16)$$

5.7. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ PSI ΒΑΣΙΣΜΕΝΟ ΣΤΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΣΤΗ ΜΕΡΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑ

Υπολογίσαμε το $PSI_{mn}DTF$ και το $PSI_{mn}PDC$ του μοντέλου της παραγράφου 5.4.3. Τα συστατικά μέρη για τον υπολογισμό τους παρέμειναν τα ίδια. Υπολογίστηκε η μέση τιμή και παρουσιάζεται στους παρακάτω πίνακες (5-8,5-9).

<i>PSI – DTF</i>	
<i>PSI₁₂DTF</i>	4.0899
<i>PSI₁₃DTF</i>	4.4161
<i>PSI₂₃DTF</i>	1.7199
<i>PSI₃₂DTF</i>	2.5931

Πίνακας 5-8 Αποτελέσματα του $PSI_{mn}DTF$ του τρίτου μοντέλου

<i>PSI – PDC</i>	
<i>PSI₁₂PDC</i>	0.6147
<i>PSI₁₃PDC</i>	2.3976
<i>PSI₂₃PDC</i>	2.4397
<i>PSI₃₂PDC</i>	3.6215

Πίνακας 5-9 Αποτελέσματα του $PSI_{mn}PDC$ του τρίτου μοντέλου

Και με τα δύο μεγέθη επιτυγχάνουμε την ανίχνευση τόσο της μονής αιτιατής κατεύθυνσης καθώς και της αμφίδρομης αιτιατής κατεύθυνσης μεταξύ των σημάτων. Με βάση τα αποτελέσματα, θα μπορούσαμε να πούμε ότι το *PSI – DTF* αποτυγχάνει να αποκαλύψει τις σχετικές καθυστερήσεις ανάμεσα στα σήματα. Ενώ με το *PSI – PDC* θα μπορούσαμε να πούμε ότι επιτυγχάνουμε μια καλύτερη ποσοτικοποίηση των σχετικών χρόνο-καθυστερήσεων μεταξύ των σημάτων.

5.7.1. ΤΕΤΑΡΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Θεωρούμε πέντε γραμμικά σήματα τα οποία παράγονται από τις παρακάτω σχέσεις (βλ. επίσης Εικόνα 5-4):

$$x_1(t) = 0.95\sqrt{2}x_1(t-1) - 0.9025x_1(t-2) + w_1(t) \quad (5-17)$$

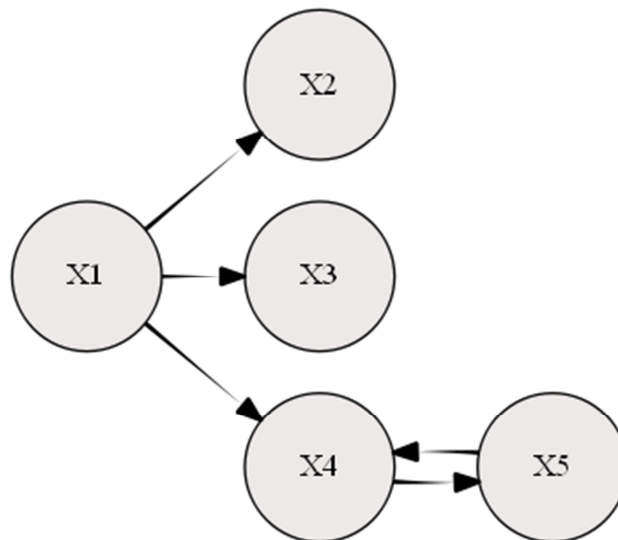
$$x_2(t) = 0.5x_1(t-2) + w_2(t) \quad (5-18)$$

$$x_3(t) = -0.4x_1(t-3) + w_3(t) \quad (5-19)$$

$$x_4(t) = -0.5x_1(t-2) + 0.25\sqrt{2}x_4(t-1) + 0.25\sqrt{2}x_5(t-1) + w_4(t) \quad (5-20)$$

$$x_5(t) = -0.25\sqrt{2}x_4(t-1) + 0.25\sqrt{2}x_5(t-1) + w_5(t) \quad (5-21)$$

όπου $w_i(t)$ $i = 1,2,3,4,5$ ανεξάρτητοι λευκοί θόρυβοι, με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διακύμανση.



Εικόνα 5-4 Απεικόνιση του μοντέλου των πέντε γραμμικών σημάτων. Υπάρχει αμφίδρομη σχέση ανάμεσα στα σήματα X4 και X5

Η συχνότητα δειγματοληψίας των παραπάνω σημάτων είναι $F_s=200\text{Hz}$ και υλοποιήθηκαν 500 φορές. Στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζεται η μέση τιμή του PSI γύρω από τις 500 υλοποιήσεις.

<i>PSI – DTF</i>	
<i>PSI₁₂DTF</i>	3.6038
<i>PSI₁₃DTF</i>	4.1269
<i>PSI₁₄DTF</i>	3.7697
<i>PSI₁₅DTF</i>	3.1782

Πίνακας 5-10 Αποτελέσματα του $PSI_{mn}DTF$ του σήματος X_1 , του τέταρτου μοντέλου

Παρατηρούμε από τον Πίνακα 5-10, ότι σωστά το $PSI – DTF$ εντοπίζει με σαφήνεια της μονής κατεύθυνσης αιτιότητα ανάμεσα στα σήματα $x_1(t)$ και $x_2(t)$, $x_1(t)$ και $x_3(t)$, $x_1(t)$ και $x_4(t)$. Παρ'όλα αυτά ανιχνεύει μονής κατεύθυνσης σχέση ανάμεσα στα σήματα $x_1(t)$ και $x_5(t)$, σχέση βέβαια που δεν υφίσταται.

Παρατηρούμε από τον Πίνακα 5-11, ότι σωστά το $PSI – PDC$ εντοπίζει με σαφήνεια της μονής κατεύθυνσης αιτιότητα ανάμεσα στα σήματα $x_1(t)$ και $x_2(t)$, $x_1(t)$ και $x_3(t)$, $x_1(t)$ και $x_4(t)$. Σε αντίθεση όμως με το $PSI – DTF$, το $PSI_{15}PDC$ είναι κοντά στο μηδέν υποδηλώνοντας ότι δεν υπάρχει αιτιατή σχέση ανάμεσα στα σήματα $x_1(t)$ και $x_5(t)$, αποτέλεσμα που συνάδει με το μοντέλο μας.

<i>PSI – PDC</i>	
<i>PSI₁₂PDC</i>	0.9983
<i>PSI₁₃PDC</i>	0.9524
<i>PSI₁₄PDC</i>	0.9997
<i>PSI₁₅PDC</i>	0.0106

Πίνακας 5-11 Αποτελέσματα του $PSI_{mn}PDC$ του σήματος X_1 , του τέταρτου μοντέλου

Στους Πίνακες 5-12 και 5-13 απεικονίζονται τα αποτελέσματα για την αμφίδρομη αιτιότητα που υπάρχει ανάμεσα στα σήματα X_4 και X_5 . Και στις δύο περιπτώσεις ανιχνεύεται η αιτιότητα διπλής κατεύθυνσης.

<i>PSI – DTF</i>	
<i>PSI₄₅DTF</i>	0.3489
<i>PSI₅₄DTF</i>	0.2397

Πίνακας 5-12 Αμφίδρομη αιτιότητα ανάμεσα στα σήματα X_4 και X_5

<i>PSI – PDC</i>	
<i>PSI₄₅PDC</i>	0.3900
<i>PSI₅₄PDC</i>	0.3741

Πίνακας 5-13 Αμφίδρομη αιτιότητα ανάμεσα στα σήματα X_4 και X_5

Τα υπόλοιπα αποτελέσματα και για τα δυο μέτρα, για όλες τις σχέσεις ανάμεσα στα σήματα είναι κοντά στο μηδέν.

5.8. PSI-PDC VERSUS PSI-DTF

Και τα δύο μεγέθη, ανιχνεύουν με σαφήνεια την κατεύθυνση της ροής της πληροφορίας τόσο στη μονή αιτιατή σχέση αλλά και στην αμφίδρομη. Επίσης, το PSI-DTF δεν μπορεί να διακρίνει τις άμεσες και έμμεσες αιτιατές σχέσεις κατεύθυνσης ανάμεσα στα σήματα. Τουναντίον, το PSI-PDC μπορεί να ανιχνεύσει και να διακρίνει τις άμεσες και έμμεσες αιτιατές σχέσεις ανάμεσα στα σήματα. Τέλος, το PSI-PDC έχει πλεονέκτημα σε σχέση με το PSI-DTF, ότι λαμβάνει υπόψη μόνο την άμεση συμβολή του σήματος x_m σε ένα άλλο σήμα x_n για να υπολογίσουμε την αντίστοιχη κλίση της φάσης.

5.9. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ PSI-PDC ΣΕ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Το βιοϊατρικό σήμα μπορεί να παράγεται από μη γραμμικές διαδικασίες, επομένως τα γραμμικά μοντέλα που αναφέραμε στις παραπάνω παραγράφους δεν επαρκούν για την εξέταση της αιτιότητας ανάμεσα στα παραγόμενα σήματα.

Στην παράγραφο 5.8 δείξαμε, ότι σαν μέτρο της αιτιατής κατεύθυνσης το PSI-PDC πλεονεκτεί σε σχέση με το μέτρο PSI-DTF. Κατ'επέκταση, στο επόμενο μη-γραμμικό μοντέλο θα χρησιμοποιήσουμε για την εξέταση της ροής της πληροφορίας ανάμεσα στα μη-γραμμικά σήματα τη μέθοδο PSI-PDC.

5.9.1. ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

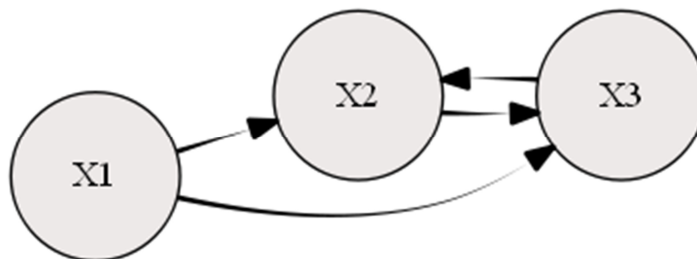
Το μη-γραμμικό στοχαστικό μοντέλο που διερευνήθηκε είναι το εξής (βλ. επίσης Εικόνα 5-5):

$$x_1(t) = 3.4x_1(t-1) \left(1 - x_1^2(t-1)\right) e^{-x_1^2(t-1)} + w_1(t) \quad (5-22)$$

$$x_2(t) = 3.4x_2(t-1) \left(1 - x_2^2(t-1)\right) e^{-x_2^2(t-1)} - 0.5x_1(t-1) - 0.8x_3(t-3) + w_2(t) \quad (5-23)$$

$$x_3(t) = 3.4x_3(t-1) \left(1 - x_3^2(t-1)\right) e^{-x_3^2(t-1)} + 0.8x_2(t-2) + 0.5x_1(t-4) + w_3(t) \quad (5-24)$$

όπου $w_i(t)$ $i = 1,2,3$ ανεξάρτητοι λευκοί θόρυβοι, με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διακύμανση.



Εικόνα 5-5 Απεικόνιση του μη-γραμμικού μοντέλου

Στο παραπάνω μη γραμμικό μοντέλο, οι προσομοιώσεις διεξήχθησαν 100 φορές, με σήματα των 1024 σημείων (που αντιστοιχούν σε διάρκεια τεσσάρων δευτερολέπτων με συχνότητα δειγματοληψίας $F_s=256 \text{ Hz}$).

<i>PSI – PDC</i>	
<i>PSI₁₂PDC</i>	0.5414
<i>PSI₁₃PDC</i>	2.1352
<i>PSI₂₃PDC</i>	2.4391
<i>PSI₃₂PDC</i>	3.6665

Πίνακας 5-14 Απεικόνιση των αποτελεσμάτων του μη-γραμμικού μοντέλου

Στον Πίνακα 5-14 απεικονίζονται τα αποτελέσματα του μη-γραμμικού μοντέλου. Καταλήγουμε στα ίδια συμπεράσματα με αυτά του γραμμικού μοντέλου της παραγράφου 5.4.3 (τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τη μέθοδο PSI-PDC εκφράζονται στον Πίνακα 5-9).

Η μέθοδος PSI-PDC μπορεί να εκφράσει με σαφήνεια την κατεύθυνση της ροής της πληροφορίας ανάμεσα σε σήματα που έχουν παραχθεί από μη-γραμμικές διαδικασίες.

6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Μελετήσαμε τη συμπεριφορά του PSI βασισμένο στη συνηθισμένη συνάφεια (coherency) σε γραμμικά μοντέλα, προσεγγίζοντας το παραπάνω μέγεθος παραμετρικά και μη παραμετρικά. Και στις δυο περιπτώσεις υπήρχε αδυναμία διάκρισης έμμεσων και άμεσων ροών. Παράλληλα, διακρίναμε υψηλότερο μέσο όρο στις τιμές του PSI με τον παραμετρικό τρόπο προσέγγισης έναντι του μη παραμετρικού.

Για να μπορέσουμε να διακρίνουμε τις άμεσες και έμμεσες κατευθύνσεις εισαγάγαμε το PSI βασισμένο στη μερική συνάφεια. Κατά τον ίδιο τρόπο υπολογίστηκε το PSI-PC και με τις δύο προσεγγίσεις. Αμφότεροι, μπορούν να εκφράσουν με σαφήνεια τις άμεσες και έμμεσες ροές. Αυτό συμβαίνει διότι η μερική συνάφεια, δίνει το βαθμό σύζευξης δύο σημάτων όταν όλες οι επιρροές των υπόλοιπων σημάτων έχουν αφαιρεθεί. Παράλληλα, πετύχαμε υψηλότερο μέσο όρο στις τιμές του PSI-PC με τον παραμετρικό τρόπο, κατ'επέκταση η μελέτη των στοχαστικών γραμμικών μοντέλων περιορίστηκε στην παραμετρική προσέγγιση.

Ακολούθως εξετάσαμε τη συμπεριφορά του PSI-PC, σε γραμμικό μοντέλο αμφίδρομης αιτιότητας. Λόγω της αντισυμμετρικότητας του διασταυρωμένου φάσματος, δηλαδή $S_{ij} = -S_{ji}$, το PSI-PC παρόλο που μπορεί να εκφράσει με σαφήνεια την αιτιότητα της μονής κατεύθυνσης αδυνατεί να παρέχει επιπλέον πληροφορίες σχετικά με την αιτιότητα διπλής κατεύθυνσης.

Κατά συνέπεια, η μελέτη μας προσανατολίστηκε σε μεγέθη τα οποία μπορούν να εντοπίσουν την αμφίδρομη αιτιότητα. Η μερική κατευθυνόμενη συνάφεια (PDC) και η κατευθυνόμενη συνάρτηση μεταφοράς είναι τέτοια μεγέθη. Στο βαθμό που γνωρίζουμε, μόνο τα πλάτη των συγκεκριμένων μεγεθών (PDC και DTF) έχουν χρησιμοποιηθεί για να διερευνηθεί το δύσκολο ζήτημα της ζεύξης μεταξύ των χρονοσειρών. Σ'αυτήν την εργασία, χρησιμοποιούνται και το πλάτος και η φάση αυτών των συναρτήσεων για την ανάπτυξη νέων δεικτών αιτιότητας (PSI-PDC και PSI-DTF) που εμφανίζονται πιο σχετικοί με τη διάδοση της ροής. Τονίζουμε ότι και το DTF και το PDC μπορούν να διακρίνουν τις σχετικές καθυστερήσεις ανάμεσα στα σήματα αλλά το PSI-DTF και το PSI-PDC μπορούν και να τις ποσοτικοποιήσουν.

Το ενδιαφέρον που προκύπτει από την εφαρμογή των PSI-PDC και PSI-DTF, στα γραμμικά μοντέλα αμφίδρομης αιτιότητας, μπορούν να συνοψιστούν ως εξής:

- I. Η εισαγωγή της κατευθυνόμενης συνάρτησης μεταφοράς, επιτρέπει την αντιμετώπιση μονόδρομων και αμφίδρομων σχέσεων. Έντούτοις, ο δείκτης κλίσης της φάσης

βασισμένος στην κατευθυνόμενη συνάρτηση μεταφοράς, αδυνατεί να διακρίνει τις άμεσες και έμμεσες ροές.

- II. Η εισαγωγή της μερικής κατευθυνόμενης συνάφειας, επιτρέπει αφενός την αντιμετώπιση μονόδρομων και αμφίδρομων σχέσεων, αφετέρου μπορεί να διακρίνει με σαφήνεια τις άμεσες και έμμεσες ροές, διότι για τον υπολογισμό της κλίσης της φάσης λαμβάνει υπόψη μόνο τις άμεσες συνεισφορές του σήματος x_m στο σήμα x_n .
- III. Η ιδέα πίσω από τους δείκτες που αναπτύχθηκαν σε αυτή την εργασία, είναι η ανίχνευση της κλίσης της γραμμικής φάσης. Χρησιμοποιώντας το DTF δεν εξασφαλίζουμε γραμμικότητα στη φάση λόγω του εγγενούς ορισμού της παραπάνω ποσότητας. Κατά τον ίδιο τρόπο γραμμικότητα στη φάση χρησιμοποιώντας το PDC, εξασφαλίζεις μόνο όταν υπάρχει μοναδική συνεισφορά στο επίπεδο της χρονοκαθυστέρησης από το πρώτο σήμα στο δεύτερο. Άρα, η γραμμικότητα της φάσης δεν χρειάζεται για να αναμένουμε σημαντικά αποτελέσματα.

Συμπεραίνουμε, ότι το PSI-PDC είναι η καλύτερη τεχνική για τη μελέτη γραμμικών αυτοπαλίνδρομων πολυμεταβλητών μοντέλων.

Τέλος, τα νευροφυσιολογικά δεδομένα, μπορεί να παράγονται από μη γραμμικές διαδικασίες. Επομένως κρίθηκε αναγκαίο η μελέτη της συμπεριφοράς του PSI-PDC σε μη γραμμικό μοντέλο. Τα αποτελέσματα δείχνουν, σαφής διάκριση των άμεσων και έμμεσων επιδράσεων καθώς και τον εντοπισμό της μονής και διπλής κατεύθυνσης της ροής της πληροφορίας. Επισημαίνουμε, ότι το PSI-PDC μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τη μελέτη μη γραμμικών αυτοπαλίνδρομων μοντέλων.

7. Βιβλιογραφία

- Akaike, H. (1973). Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. *Proceedings of the Second International Symposium on Information Theory*, (pp. 267–281). Budapest.
- Baccala, L. A., & Sameshima, K. (2001). Partial directed coherence: a new concept in neural structure determination. *Biological Cybernetics*, 463-474.
- Blinowska, K. J., & Zygierewicz, J. (2012). *Practical Biomedical Signal Analysis Using Matlab*. Taylor & Francis Group.
- Blinowska, K., & Kaminski, M. J. (1991). A new method of the description of the information flow in the brain structures. *Biological Cybernetics*, 203-210.
- Cooley, J. W., & Tukey, J. W. (1965). An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. *Mathematics of Computation*, 297–301.
- Granger, C. (1969). Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica*, 424–438.
- Granger, C. (1980). Testing for causality: A personal viewpoint. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 329-352.
- Jung, Y.-J., Kim, K. H., & Im, C.-H. (2012). Mathematical issues in the inference of causal. *Journal of Applied Mathematics*, 14 pages.
- Korzeniewska, A., Manczak, M., Kaminski, M., Blinowska, K., & Kasicki, S. (2003). Determination of information flow direction between brain structures by a modified directed transfer function method (dDTF). *Journal of Neuroscience Methods*, 195-207.
- Lachaux, J. P., Rodriguez, E., Quyen, M. L., Lutz, A., Martinerie, J., & Varela, F. J. (2000). Studying single-trials of phase synchronous activity in the brain. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2429-2441.
- Lachaux, J.-P., Rodriguez, E., Martinerie, J., & Varela, F. J. (1999). Measuring phase synchrony in brain signals. *Human Brain Mapping*, 194-208.
- Nolte, G., Bai, O., Wheaton, L., Mari, Z., Vorbach, S., & Hallett, M. (2004). Identifying true brain interaction from EEG data using. *Clinical Neurophysiology*, 2292–2307.

- Nolte, G., Ziehe, A., Nikulin, V. V., Schlogl, A., Kramer, N., Brismar, T., et al. (2008). Robustly estimating the flow direction of information in complex physical systems. *Physical Review Letter*, 234101.
- Pereda, E., Quiroga, R. Q., & Bhattacharya, J. (2005). Nonlinear multivariate analysis of neurophysiological signals. *Progress in Neurobiology*, 1-37.
- Saito, Y., & Harashima, H. (1981). Tracking of information within multichannel EEG record. In: Yamaguchi N, Fujisawa K (eds) *Recent* (pp. 133–146). Amsterdam: Elsevier.
- Stam, C., & Straaten, E. v. (2012). The organization of physiological brain networks. *Clinical Neurophysiology*, 1067-1081.
- Tass, P., Rosenblum, M. G., Weule, J., Kurths, J., Pikovsky, A., Volkmann, J., et al. (1998). Detection of $n : m$ phase locking from noisy data: Application to magnetoencephalography. *Physical Review Letter*, 3291-3294.
- Walker, G. (1931). On periodicity in series of related terms. *Proceedings of the Royal Society of London*, 518-532.
- Yang, C., Bouquin Jeannès, R. L., Faucon, G., & Shu, H. (2011). Extracting information on flow direction. *IEEE Signal Processing Letters*, 251-254.
- Yang, C., Bouquin-Jeannès, R. L., & Faucon, G. (2010). Determining the flow direction of causal interdependence in. *18th European Signal Processing Conference*, (pp. 636-640). Aalborg.
- Yang, C., Jeannes, R. L., Faucon, G., & Shu, H. (2013). Detecting information flow direction in multivariate linear and non linear models. *Signal Processing*, 304-312.
- Yule, U. G. (1927). On a method of investigating periodicities in disturbed series, with special reference to wolfer's sunspot numbers. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 267-298.