



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Εξαγωγή Περιγραφικών Σχέσεων για
τον Εντοπισμό Τοπικών Μεγίστων
Φωτοβολταϊκής Πλαισιοσειράς σε
Συνθήκες Μερικής Σκίασης

Της:
Φρειδερίκης Α. ΚΟΤΡΩΤΣΟΥ

Επιβλέπων Καθηγητής:
Στάυρος Α. ΠΑΠΑΘΑΝΑΣΙΟΥ

Αθήνα, Ιούλιος 2015

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Ηλεκτρικής Ισχύος

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Εξαγωγή Περιγραφικών Σχέσεων για τον Εντοπισμό Τοπικών Μεγίστων Φωτοβολταϊκής Πλαισιοσειράς σε Συνθήκες Μερικής Σκίασης

Της:
Φρειδερίκης Α. ΚΟΤΡΩΤΣΟΥ

Επιβλέπων Καθηγητής:
Σταύρος Α. ΠΑΠΑΘΑΝΑΣΙΟΥ

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή την _____^η Ιουλίου 2015

Σταύρος Παπαθανασίου
Αν. Καθηγητής ΕΜΠ

Στέφανος Μανιάς
Καθηγητής ΕΜΠ

Αντώνιος Κλαδάς
Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούλιος 2015

Υπογραφή :

Ημερομηνία :

Φρειδερίκη Α. ΚΟΤΡΩΤΣΟΥ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός & Μηχανικός Υπολογιστών

Copyright©, 2015, Φρειδερίκη Α. ΚΟΤΡΩΤΣΟΥ

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ' ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα. Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Περίληψη

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Ηλεκτρικής Ισχύος

Διπλωματική Εργασία

Εξαγωγή Περιγραφικών Σχέσεων για τον Εντοπισμό Τοπικών Μεγίστων Φωτοβολταϊκής Πλαισιοσειράς σε Συνθήκες Μερικής Σκίασης

της Φρειδερίκης Α. ΚΟΤΡΩΤΣΟΥ

Η ευρεία διείσδυση των φωτοβολταϊκών (Φ/Β) διατάξεων, τόσο στα διασυνδεδεμένα όσο και στα αυτόνομα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας, επιτάσσει τη μελέτη των φαινομένων που διέπουν τη Φ/Β τεχνολογία. Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη του φαινομένου της μερικής σκίασης σε Φ/Β πλαισιοσειρά, η οποία παρουσιάζεται σε διάφορες εφαρμογές Φ/Β συστημάτων.

Αρχικά, γίνεται μια σύντομη βιβλιογραφική ανασκόπηση αναφορικά με τα μοντέλα ενεργειακής απόδοσης των Φ/Β, όταν αυτά λειτουργούν υπό ανομοιόμορφες συνθήκες ακτινοβολίας ή και θερμοκρασίας. Το επικρατέστερο, για την περαιτέρω έρευνα του φαινομένου, είναι το μοντέλο της μιας διόδου, με την έκφρασή του σε αναλυτική μορφή με χρήση της συνάρτησης Lambert W.

Στη συνέχεια, έγινε μια προσπάθεια ανάλυσης της συμπεριφοράς των σημείων μέγιστης παραγόμενης ισχύος (MPPs) σε μια Φ/Β πλαισιοσειρά, εξετάζοντας κάποια ενδεικτικά σενάρια σκίασης και μελετώντας τη λειτουργία της Φ/Β διάταξης, όταν αυτή λειτουργεί σε ανομοιόμορφες συνθήκες. Σ' αυτά τα πλαίσια, προσδιορίστηκε ο μέγιστος αριθμός των εμφανιζόμενων τοπικών MPPs, ανάλογα με τις επικρατούσες συνθήκες και τη διάταξη που εξετάζεται.

Επίσης, έπειτα από μια σύντομη ανάλυση και αξιολόγηση των επικρατέστερων μοντέλων εκτίμησης των μεγίστων ισχύος, καταλήγουμε στη διατύπωση μιας νέας αναλυτικής φόρμουλας. Αυτή η νέα φόρμουλα επωφελείται από τα πλεονεκτήματα των προηγούμενων μεθόδων, προσπαθώντας να εξαλείψει τις αδυναμίες τους. Επιπροσθέτως, μπορεί να βρει εφαρμογή σε περιπτώσεις πολυεπίπεδης σκίασης, λαμβάνοντας υπόψιν τον θερμοκρασιακό παράγοντα.

Η εγκυρότητα της προτεινόμενης μεθόδου επιβεβαιώνεται, αφενός μέσω προσομοιώσεων που διεξήχθησαν στο προγραμματιστικό περιβάλλον της Matlab και αφετέρου μέσω των πειραμάτων που έλαβαν χώρα σε πραγματική Φ/B πλαισιοσειρά, όπου διαπιστώσαμε ικανοποιητική σύγκλιση. Αυτό που παρατηρήσαμε είναι πως τα σφάλματα της νέας αυτής μεθόδου κυμαίνονται σε πολύ χαμηλά επίπεδα.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ : Φ/B πλαισιοσειρά, Lambert W, μερική σκίαση, τοπικά μέγιστα, αναλυτική φόρμουλα

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS

Abstract

School of Electrical & Computer Engineering

Division of Electric Power

Graduate Thesis

Extraction of Analytical Equations for Maximum Power Points Evaluation of Photovoltaic Strings Under Partial Shading Conditions,

Freideriki A. KOTROTSOU

The wide penetration of the photovoltaic (PV) technology, into both the interconnected and non-interconnected electric power systems, imposes the study of the phenomena involved in the operation of PV stations. The present thesis investigates the phenomenon of partial shading on a PV string, observed in various PV applications.

At first, a brief literature review is presented, regarding the energy yield models of PV systems, when operating under non-uniform irradiance and temperature conditions. The model selected for further research of the phenomenon, is the one of the single diode, expressed in explicit form, through the Lambert W function.

Subsequently, there was made an attempt to analyze the attributes of the Maximum Power Points (MPPs) in a PV string, considering some indicative shading scenarios and studying the behavior of the PV system, when operating under non-uniform conditions. Furthermore, the maximum number of the potential local MPPs was determined, depending on the actual conditions and the topology examined.

In addition, through a brief analysis and assessment of the previous models used to estimate the MPPs, we come to the formulation of a new analytical formula. This new formula benefits from the advantages of the previous methods mentioned, when trying to circumvent their weaknesses. Furthermore, it can be applied to multilevel shading conditions, considering the temperature factor.

The validity of the proposed method is confirmed, both through simulations conducted in Matlab and measurements on an existing PV string, which showed satisfactory accuracy. The new analytical method proposed proves to be sufficiently accurate, as its RMS errors range in very low levels.

KEYWORDS : PV string, Lambert W, partial shading, local MPPs, analytical formula

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Σταύρο Παπαθανασίου για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε και την πολύτιμη καθοδήγησή του, για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον υποψήφιο διδάκτορα Ευστράτιο Μπατζέλη, για την στοχευμένη βοήθεια και υποστήριξη που μου παρείχε, καθ' όλη τη διάρκεια της έρευνας που πραγματοποίησα.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου και τους φίλους μου, για τη στήριξή τους στις προσπάθειές μου όλα αυτά τα χρόνια.

Περιεχόμενα

Περίληψη	v
Abstract	υ
Ευχαριστίες	ix
Περιεχόμενα	x
1 Εισαγωγή	1
1.1 Γενικά	1
1.2 Σύντομη βιβλιογραφική ανασκόπηση - Ενεργειακή απόδοση σε συνθήκες μερικής σκίασης	2
1.3 Σκοπός διπλωματικής εργασίας	4
1.4 Δομή εργασίας	5
2 Μοντελοποίηση Φωτοβολταϊκής Πλαισιοσειράς	7
2.1 Εισαγωγή	7
2.2 Μοντέλο 3 παραμέτρων	9
2.3 Μοντέλο 5 παραμέτρων	10
2.3.1 Μοντέλο 5 παραμέτρων με προσθήκη όρου για την περιγραφή της αρνητικής τάσης	16
2.4 Έκφραση αναλυτικού μοντέλου για τη Φ/Β κυψέλη	18
2.5 Μοντελοποίηση Φ/Β πλαισιοσειράς	19
2.6 Υπολογισμός των 5 παραμέτρων αναφοράς	25
2.6.1 Μοντέλο De Soto et al.	25
2.6.2 Παραλλαγές του μοντέλου της De Soto	27
2.6.3 Αναλυτικό μοντέλο εύρεσης 5 παραμέτρων	28
2.7 Αναγωγή των 5 παραμέτρων σε αυθαίρετες συνθήκες	32
2.8 Αναγωγή ρευμάτων και τάσεων SC, OC & MP σε αυθαίρετες συνθήκες	36
3 Επίδραση Σκίασης σε Φωτοβολταϊκή Πλαισιοσειρά	39
3.1 Γενικά περί σκίασης	39
3.2 Επίδραση σκίασης στην ηλεκτρική απόκριση φωτοβολταϊκών στοιχειοσειρών	40
3.3 Σκίαση φωτοβολταϊκού πλαισίου	43
3.3.1 Συμπεριφορά πλαισίου σε διάφορες εντάσεις και εκτάσεις σκίασης	46
3.4 Σκίαση φωτοβολταϊκής πλαισιοσειράς	49

3.5	Σενάρια σχίασης 2 επιπέδων ακτινοβολίας Φ/B πλαισιοσειράς	51
3.6	Σενάρια σχίασης 3 επιπέδων ακτινοβολίας Φ/B πλαισιοσειράς	56
3.7	Πλήθος & Χαρακτηρισμός MPPs	62
4	Μέθοδοι Εκτίμησης MPPs Φ/B Πλαισιοσειράς	65
4.1	Εισαγωγή	65
4.2	Εμπειρικό μοντέλο εκτίμησης MPPs μερικώς σχιασμένης πλαισιοσειράς (Empirical Formula) [1]	65
4.3	Αναλυτική μέθοδος εκτίμησης MPPs μερικώς σχιασμένης πλαισιοσειράς (Direct Expressions) [2]	73
4.4	Νέα αναλυτική φόρμουλα εκτίμησης MPPs μερικώς σχιασμένης πλαισιοσειράς (New Formula)	80
4.4.1	Εισαγωγή εξάρτησης από τη θερμοκρασία	83
5	Επιβεβαίωση Νέας Αναλυτικής Φόρμουλας	87
5.1	Επαλήθευση νέας αναλυτικής φόρμουλας	87
5.2	Πειραματικά δεδομένα	102
6	Συμπεράσματα	113
6.1	Σύνοψη - Συμπεράσματα	113
6.2	Προτάσεις περαιτέρω έρευνας	115
A'	Συνάρτηση Lambert W	117
A'.1	Περιγραφή της συνάρτησης Lambert W	117
A'.2	Βασικές Ιδιότητες της συνάρτησης Lambert W	120
A'.3	Προσεγγίσεις για τη συνάρτηση Lambert W	120
A'.4	Αποδείξεις προσεγγίσεων για τη συνάρτηση Lambert W	121
B'	Εξισώσεις Αναγωγής SC,OC και MP σε Αυθαίρετες Συνθήκες Ακτινοβολίας και Θερμοκρασίας	127
B'.1	Αναγωγή του όρου V_{oc}	127
B'.2	Αναγωγή του όρου w	130
B'.3	Αναγωγή του όρου I_{sc}	130
B'.4	Αναγωγή του όρου I_{mp}	132
B'.5	Αναγωγή του όρου V_{mp}	134
Γ'	Αποδείξεις Εξισώσεων Μέγιστων Σημείων Λειτουργίας	137
Γ'.1	Τάση MPP_j	137
Γ'.1.1	Τάση ασχίαστων στοιχειοσειρών V_i	137
Γ'.1.2	Τάση τοπικών μεγίστων μερικώς σχιασμένης πλαισιοσειράς	143
Γ'.2	Ρεύμα MPP_j	150
Γ'.2.1	Ισοδύναμη πηγή τάσης ασχίαστων στοιχειοσειρών V_{ci}	150
Γ'.2.2	Ρεύμα τοπικών μεγίστων μερικώς σχιασμένης πλαισιοσειράς	155
Bιβλιογραφία		163

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Γενικά

Τα τελευταία χρόνια γίνεται όλο και πιο επιτακτική η ανάγκη αξιοποίησης ανανεώσιμων μορφών ενέργειας (ΑΠΕ). Η συνεχώς αυξανόμενη ζήτηση, σε συνδυασμό με τη μείωση των αποθεμάτων συμβατικών καύσιμων, και οι δυσμενείς επιπτώσεις από την εκτεταμένη χρήση τους, επιπτώσεις που γίνονται ολοένα και πιο εμφανείς τα τελευταία χρόνια, έχουν στρέψει το ενδιαφέρον στην εκμετάλλευση των ανανεώσιμων πηγών. Μια από αυτές τις πηγές είναι και η ηλιακή ενέργεια η οποία μπορεί να μετατραπεί σε ηλεκτρική μέσω των φωτοβολταϊκών (Φ/Β) στοιχείων.

Η τεχνολογία των φωτοβολταϊκών είναι μια νεαρά σχετικά τεχνολογία που εμφανίστηκε στη δεκαετία του 1960, κυρίως ως τμήμα διαστημικών εφαρμογών, και η οποία έκτοτε εξελίσσεται συνεχώς. Στις μέρες μας, πραγματοποιείται σημαντική έρευνα στον τομέα αυτό με στόχο κυρίως την καλύτερη αξιοποίηση της παρεχόμενης από τον ήλιο ενέργειας και κατά συνέπεια την αύξηση της απόδοσης των φωτοβολταϊκών συστημάτων.

Η ευρεία εξάπλωσή τους επιβάλλει τη χρήση εξειδικευμένων λογισμικών, τα οποία θα μπορούν να μοντελοποιήσουν το σύστημα με ακρίβεια. Μέχρι στιγμής έχουν γίνει βήματα προς αυτή την κατεύθυνση παρουσιάζοντας αξιολογικά αποτελέσματα. Παρόλα αυτά αδύναμο σημείο τους αποτελεί η ακριβής μοντελοποίηση του φαινομένου της σκίασης των Φ/Β και η επίδρασή της στην απόδοση του συστήματος.

1.2 Σύντομη βιβλιογραφική ανασκόπηση - Ενεργειακή απόδοση σε συνθήκες μερικής σκίασης

Το φαινόμενο της μερικής σκίασης μπορεί να θεωρηθεί ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες μείωσης της ισχύος εξόδου μιας Φ/Β διάταξης, αφού οδηγεί σε αναντιστοιχία του αναμενόμενου μέγιστου ισχύος (άνευ σκίασης) με την πραγματική ισχύ εξόδου. Ανεξάρτητα της μείωσης της μέγιστης παραγόμενης ισχύος, η μερική σκίαση προκαλεί την εμφάνιση πολλών τοπικών μεγίστων (local MPPs), ανάλογα με την έκταση και την ένταση της σκίασης. Σ' αυτά μπορεί να οφείλεται η αποτυχία των αλγορίθμων εντοπισμού των μεγίστων ισχύος (MPP tracking algorithms), αφού μπορεί να εγκλωβιστούν σε ένα τοπικό μέγιστο και να μην καταφέρουν να εντοπίσουν το ολικό (global MPP). Αυτό οδηγεί σε ακόμα μεγαλύτερη μείωση της ενεργειακής απόδοσης της διάταξης.

Εμπειρικά μοντέλα

Στη βιβλιογραφία μπορούν να βρεθούν πολλές εναλλακτικές μοντελοποίησης μιας Φ/Β διάταξης [3]. Μια απ' τις μεθόδους που εφαρμόζεται είναι βασισμένη σε εμπειρικές παρατηρήσεις του φαινομένου, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη κάποιο ισοδύναμο ηλεκτρικό κύκλωμα [4], [5] & [6]. Αυτές οι μέθοδοι συσχετίζουν την έκταση και την ένταση σκίασης με την απώλεια ισχύος, μέσω απλών αναλυτικών εξισώσεων. Αυτές οι μέθοδοι είναι οι πιο απλές στην εφαρμογή τους, αφού εξαρτώνται από γνωστές παραμέτρους και μεταβλητές. Βέβαια, δεν είναι ιδιαίτερα αξιόπιστες και δεν έχουν επαρκή ακρίβεια. Η θεωρητική τους βάση δεν είναι ιδιαίτερα ισχυρή, απ' τη στιγμή που θεμελιώνονται πάνω σε παρατηρήσεις και όχι σε ηλεκτρικές παραμέτρους. Επίσης, περιέχουν αρκετές απλοποιήσεις και υποθέσεις. Η υπολογιζόμενη ισχύς εξόδου αυτών των μεθόδων αντιστοιχεί πρακτικά σε ένα συγκεκριμένο MPP, το οποίο θεωρείται ότι είναι το ολικό μέγιστο, γεγονός που καθιστά αυτές τις μεθόδους έναν εύκολο τρόπο για να εκτιμηθούν κατά προσέγγιση οι απώλειες ενέργειας εξαιτίας της σκίασης, αντί για έναν ολοκληρωμένο ενεργειακό μοντέλο.

Μοντελοποίηση βασισμένη σε ισοδύναμο κύκλωμα

Απ' την άλλη υπάρχουν μέθοδοι οι οποίες υιοθετούν κάποιο ισοδύναμο κύκλωμα για τη μοντελοποίηση βασικού Φ/Β στοιχείου, το οποίο στη συνέχεια επεκτείνεται σε ολόκληρη τη Φ/Β διάταξη. Η θεωρητική τους βάση είναι πολύ πιο ισχυρή, σε αντίθεση με τα μοντέλα στα οποία αναφερθήκαμε προηγουμένως, βέβαια η χρήση τους μπορεί να απαιτεί πολύ μεγαλύτερη υπολογιστική ισχύ και χρόνο.

Μια εναλλακτική είναι η μοντελοποίηση της Φ/B διάταξης, μέσω κάποιου εργαλείου προσομοίωσης κυκλώματος, όπως το SIMULINK [7],[8],[9], [10] & [11], το PSpice [12] & [10] ή το PSCAD/EMTC [13]. Αυτή η προσέγγιση έχει το πλεονέκτημα ότι με ένα μόνο ισοδύναμο κύκλωμα μπορούμε να προσομοιώσουμε τη λειτουργία μιας Φ/B δομής, ενώ έχουμε τη δυνατότητα να συμπεριλάβουμε αντιστροφείς ή οτιδήποτε άλλο περιλαμβάνει η διάταξη που μελετάμε. Από την άλλη, αυτή η μέθοδος μπορεί να είναι δύσκολη στο χειρισμό, αφού για οποιαδήποτε αλλαγή συμβαίνει στο σύστημα που μελετάμε πρέπει να επεμβούμε χειροκίνητα. Έτσι, καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως αυτές οι μέθοδοι είναι περισσότερο κατάλληλες για θεωρητική μελέτη, παρά για πρακτική εφαρμογή. Επίσης, κάποιες παράμετροι του συστήματος που μελετάμε είναι δύσκολο να εισαχθούν σε τέτοιου είδους εργαλεία, όπως π.χ. η εξάρτηση των παραμέτρων του ισοδύναμου κυκλώματος από την ακτινοβολία ή τη θερμοκρασία.

Μοντελοποίηση με επίλυση συστημάτων εξισώσεων

Αντί για τη χρήση ενός προγράμματος προσομοίωσης ηλεκτρικού κυκλώματος, υπάρχει η δυνατότητα να γίνει απευθείας η χρήση των εξισώσεων που περιγράφουν το ισοδύναμο ηλεκτρικό κύκλωμα και με μια κατάλληλη υπολογιστική πλατφόρμα, όπως η MATLAB, να επιλυθούν αριθμητικά [14], [15], [16], [17] & [18].

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα αυτής της προσέγγισης είναι η ευελιξία στη διαμόρφωση του μοντέλου, χωρίς κανένα συμβιβασμό ως προς την ακρίβεια, καθώς το θεμελιώδες ισοδύναμο κύκλωμα της Φ/B κυψέλης μπορεί να γίνει όσο περίπλοκο απαιτείται, έτσι ώστε να μοντελοποιούνται όλα τα φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα. Διαμορφώνοντας κατάλληλα το σύστημα εξισώσεων, για ολόκληρη τη Φ/B διάταξη σε οποιοδήποτε συνθήκες λειτουργίας, μπορεί στη συνέχεια να επιλυθεί, χρησιμοποιώντας οποιαδήποτε κατάλληλη γλώσσα προγραμματισμού ή υπολογιστική πλατφόρμα.

Από την άλλη πλευρά, η αριθμητική επίλυση του συστήματος των εξισώσεων που προκύπτει είναι η κύρια πηγή δυσκολιών για αυτές τις μεθόδους. Πολλές φορές παρατηρούνται προβλήματα σύγκλισης και απαιτείται σωστή αρχικοποίηση, ώστε να αποτραπούν αποτυχίες σύγκλισης ή ανεπάρκειες. Ως εκ τούτου, παρόλο που τα θέματα αυτά έχουν αντιμετωπιστεί εν μέρει σε ορισμένες μελέτες, η εφαρμογή των μεθόδων αυτών είναι αρκετά περίπλοκη και επίπονη, ενώ το υπολογιστικό τους κόστος είναι συνήθως το υψηλότερο μεταξύ των άλλων μεθόδων.

Μοντελοποίηση με χρήση αναλυτικών εξισώσεων

Στα [19], [20], [21] & [1], προτείνονται αναλυτικές μέθοδοι έτσι ώστε να αποφευχθεί κάθε επαναληπτική διαδικασία. Στο [19], μέσω της θεμελιώδους εξίσωσης για τη Φ/B κυψέλη καθορίζονται οι καμπύλες $I - V$ όλων των κυψελών και με εφαρμογή γραμμικής παρεμβολής υπολογίζεται η καμπύλη για τη συστοιχία. Αντιθέτως, οι μέθοδοι που παρουσιάζονται στα [20], [1], [21] & [22], παρέχουν πληροφορίες μόνο για τα τοπικά MPP ενός μερικώς σκιασμένου Φ/B πλαισίου [20], πλαισιοσειράς [1] και συστοιχίας [21] & [22], αντί για κάθε σημείο λειτουργίας της καμπύλης $I - V$.

Στο [20] προτείνονται εμπειρικές απλοποιητικές σχέσεις προσδιορισμού των τοπικών μεγίστων ισχύος, με χρήση εμπειρικών συντελεστών. Εξετάζοντας αποκλειστικά 2 επίπεδα ακτινοβολίας και χωρίς να υποστηρίζουν τη θερμοκρασιακή επίδραση, αν και παρουσιάζουν ικανοποιητική ακρίβεια, περιορίζονται μόνο στο πλαίσιο.

Στη συνέχεια το [1], προχωράει στον προσδιορισμό των τοπικών μεγίστων σε περιπτώσεις πολυεπίπεδης σκίασης, με χρήση ενός και μόνο εμπειρικού συντελεστή, ο οποίος βρίσκει πολύ καλή εφαρμογή σε πληθώρα πλαισίων που εξετάστηκαν. Αυτή η μελέτη εξετάζει αποκλειστικά πλαισιοσειρά.

Όσον αφορά το [21], εξετάζεται ο προσδιορισμός του ολικού μέγιστου ισχύος για 3 τοπολογίες Φ/B συστοιχίας (PV array), με χρήση συντελεστών. Επιπλέον, υποστηρίζεται πολυεπίπεδη σκίαση και ο θερμοκρασιακός παράγοντας, χωρίς όμως ικανοποιητική ακρίβεια.

Τέλος, στο [22] εξελίσσεται η μελέτη που έγινε στο [1] σε Φ/B συστοιχία. Εξαρτάται από έναν εμπειρικό συντελεστή όπως και το [1], λαμβάνεται πλέον υπόψιν η θερμοκρασιακή επίδραση, η οποία όμως θεωρείται ότι είναι ίδια για όλο το σύστημα. Η ακρίβεια της εν λόγω φόρμουλας χρήζει βελτίωσης.

Τα παραπάνω μοντέλα έχουν αντιμετωπίσει αποτελεσματικά τα υπολογιστικά προβλήματα όλων των προηγούμενων προσεγγίσεων, εξαλείφοντας την αβεβαιότητα υπολογισμού και μειώνοντας σημαντικά τον χρόνο εκτέλεσης και την πολυπλοκότητα. Ειδικότερα, οι μέθοδοι προσδιορισμού των MPPs [20], [1], [21] & [22] παρέχουν έναν απλό τρόπο για την άμεση εκτίμηση των τοπικών και ολικών μεγίστων σημείων ισχύος, όταν αυτός είναι ο κύριος στόχος της προσομοίωσης, καταργώντας την ανάγκη υπολογισμού του συνόλου της χαρακτηριστικής.

1.3 Σκοπός διπλωματικής εργασίας

Η μελέτη της ηλεκτρικής απόκρισης Φ/B πλαισίων υπό μη ιδανικές συνθήκες ανομοιόμορφης ακτινοβολίας αποτελεί σχετικά πρόσφατο αντικείμενο έρευνας. Η αδυναμία των μοντέλων

που χρησιμοποιούνται να περιγράψουν το φαινόμενο αποδοτικά, λόγω υπολογιστικής πολυπλοκότητας, οδηγεί σε πλήθος απλουστεύσεων και παραδοχών οι οποίες παρουσιάζουν σημαντική απόκλιση από την πραγματικότητα. Τα προβλήματα που δημιουργεί η μερική σκίαση είναι ακόμα πιο έντονα σε Φ/B σταθμούς μικρής κλίμακας εγκατεστημένους σε οροφές κτηρίων, όπου η σκίαση από παράπλευρα κτήρια και αντικείμενα είναι πολύ συχνή.

Σε αυτά τα πλαίσια, η παρούσα εργασία φιλοδοξεί να εξελίξει τη μελέτη που έγινε στο [2] και να εξαλείψει κάποιους περιορισμούς της. Ένα από τα βασικότερα μειονεκτήματα της μεθόδου αυτής είναι η μεγάλη πολυπλοκότητα που εμφανίζει, λόγω των πολλών εξισώσεων που την απαρτίζουν, κάτι που την καθίσταται δύσχρηστη. Επίσης, οι σχέσεις που περιγράφουν τα μέγιστα σημεία παραγόμενης ισχύος της Φ/B διάταξης εξαρτώνται από τις 5 παραμέτρους του πλαισίου. Επομένως, θα πρέπει προκειμένου να γίνει χρήση αυτής της μεθόδου να προσδιοριστούν αυτές οι παράμετροι, ενδεχομένως με επαναληπτικό τρόπο, οπότε και θα αυξηθεί ακόμα περισσότερο η υπολογιστική πολυπλοκότητα. Ο λόγος που έγινε η επιλογή του [2] είναι η θεωρητική θεμελίωσή του, σε αντίθεση με το [1] το οποίο έχει εμπειρική βάση.

Έτσι, άμεσος στόχος είναι η μελέτη και τυποποίηση της συμπεριφοράς μιας μερικώς σκιασμένης πλαισιοσειράς. Για τον σκοπό αυτό, πέρα από τη γνώση του εν δυνάμει αριθμού των μέγιστων σημείων ισχύος που μπορούν να εμφανιστούν, διατυπώνεται μια αναλυτική φόρμουλα, η οποία προσδιορίζει την τάση και το ρεύμα μιας πλαισιοσειράς σε συνθήκες ανομοιόμορφης ακτινοβολίας και θερμοκρασίας με αναλυτικό τρόπο. Η εν λόγω φόρμουλα βασίζεται σε ένα εμπλουτισμένο ηλεκτρικό ισοδύναμο κύκλωμα Φ/B κυψέλης, τέτοιο ώστε να μοντελοποιεί τη λειτουργία της υπό ανομοιόμορφες συνθήκες λειτουργίας.

1.4 Δομή εργασίας

Κεφάλαιο 1 : Κάποια γενικά εισαγωγικά στοιχεία και μια σύντομη βιβλιογραφική ανασκόπηση.

Κεφάλαιο 2 : Ανάλυση των υπάρχοντων μοντέλων προσομοίωσης Φ/B κυψέλης και περιγράφεται με λεπτομέρεια η προτεινόμενη προσέγγιση αναλυτικής μορφής.

Κεφάλαιο 3 : Ανάλυση του φαινομένου της μερικής σκίασης Φ/B πλαισιοσειράς, μελετώντας μια σειρά από ρεαλιστικά σενάρια σκίασης.

Κεφάλαιο 4 : Βιβλιογραφική ανασκόπηση κάποιων εμπειρικών μεθόδων προσδιορισμού των σημείων μέγιστης ισχύος και εξαγωγή νέας αναλυτικής φόρμουλας.

Κεφάλαιο 5 : Επιβεβαίωση της νέας αναλυτικής φόρμουλας, μέσω προσομοιώσεων στη Matlab, αλλά και με την παρουσίαση των αποτελεσμάτων από πειραματικές μετρήσεις σε πραγματική Φ/B πλαισιοσειρά.

Κεφάλαιο 6 : Σύνοψη της έρευνας αυτής, συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.

Τέλος, παρατίθενται παραρτήματα στα οποία παρουσιάζονται κάποιες βασικές ιδιότητες της συνάρτησης Lambert W και οι αποδείξεις των εξισώσεων που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία και η βιβλιογραφία.

Κεφάλαιο 2

Μοντελοποίηση Φωτοβολταϊκής Πλαισιοσειράς

2.1 Εισαγωγή

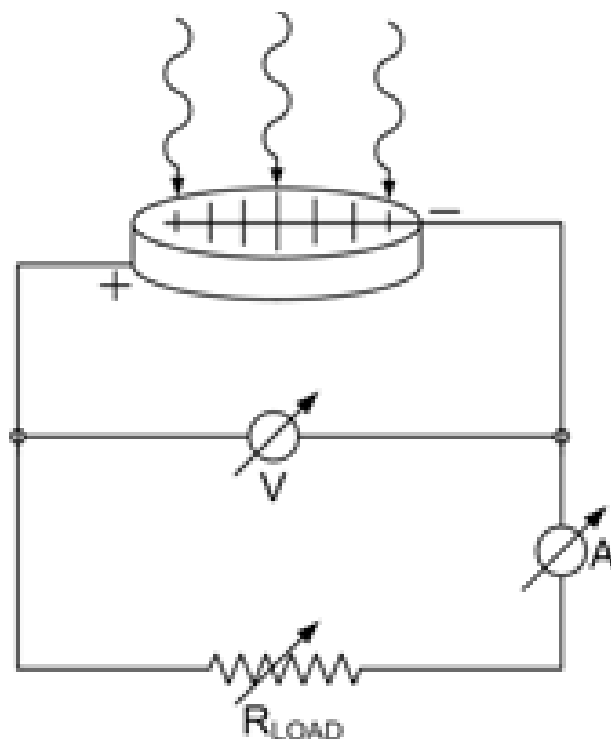
Η λειτουργία μιας φωτοβολταϊκής κυψέλης συνήθως αξιολογείται σε πρότυπες συνθήκες (Standard Test Conditions), όπου η αέριος μάζα θεωρείται $A.M = 1.5$, η ενεργός ακτινοβολία $1000 W/m^2$ και η θερμοκρασία κυψέλης $25^{\circ}C$. Για να ικανοποιηθούν αυτές οι απαιτήσεις, είναι απαραίτητη η ύπαρξη ειδικού εξοπλισμού ώστε να προσομοιωθούν οι περιβαλλοντικές συνθήκες.

Τα τεχνικά δελτία (datasheets) των Φ/Β πλαισίων περιλαμβάνουν τις ακόλουθες βασικές παραμέτρους που σχετίζονται με τη λειτουργία του και παρέχονται από τον κατασκευαστή.

- Την τάση ανοιχτοκύκλωσης : V_{oc0} (V)
- Το ρεύμα βραχυκύκλωσης : I_{sc0} (A)
- Την τάση στο σημείο μέγιστης ισχύος : V_{mp0} (V)
- Το ρεύμα στο σημείο μέγιστης ισχύος : I_{mp0} (A)
- Τον θερμοκρασιακό συντελεστή του I_{sc0} : $\alpha_{I_{sc}}$ ($A/^{\circ}C$, $\%/^{\circ}C$, A/K ή $\%/K$)
- Τον θερμοκρασιακό συντελεστή της V_{oc0} : $\beta_{V_{oc}}$ ($V/^{\circ}C$, $\%/^{\circ}C$, V/K ή $\%/K$)

Τα παραπάνω μεγέθη έχουν το δείκτη '0' που προσδιορίζει τις τιμές αναφοράς, δηλαδή για λειτουργία σε συνθήκες STC. Από εδώ και στο εξής, σε όποιο μέγεθος υπάρχει ο δείκτης '0' θα υπονοείται ότι αναφερόμαστε σε συνθήκες STC.

Οι θερμοκρασιακοί συντελεστές $\alpha_{I_{sc}}$ και $\beta_{V_{oc}}$ εκφράζονται είτε σε ποσοστιαία τιμή $\%/^{\circ}C$, είτε σε κανονικοποιημένη μορφή $A/^{\circ}C$ και $V/^{\circ}C$ αντίστοιχα. Η κανονικοποιημένη τιμή προκύπτει διαιρώντας τον ποσοστιαίο συντελεστή με το ρεύμα βραχυκύκλωσης ή την τάση ανοιχτοκύκλωσης του πλαισίου στις πρότυπες συνθήκες αναφοράς αντίστοιχα.



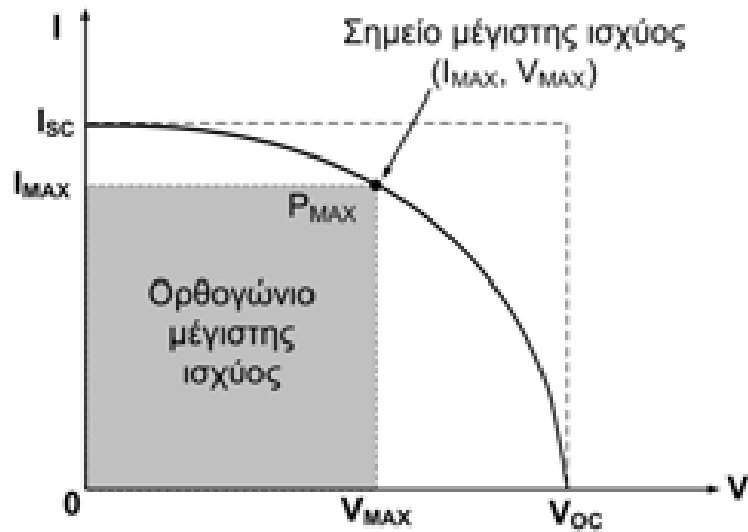
ΣΧΗΜΑ 2.1: Το ηλεκτρικό κύκλωμα που απαιτείται για την καταγραφή της χαρακτηριστικής ρεύματος - τάσης ενός Φ/Β στοιχείου. [23]

Η τάση ανοιχτοκύκλωσης V_{oc} αντιστοιχεί στην τάση εξόδου του Φ/Β στοιχείου όταν οι ακροδέκτες του ανοιχτοκυκλωθούν. Πρακτικά, η τάση V_{oc} ενός φωτιζόμενου Φ/Β στοιχείου μπορεί να μετρηθεί αν δεν υπάρχει ο κλάδος με την αντίσταση φορτίου του Σχήματος 2.1.

Στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας του Φ/Β στοιχείου του παραπάνω σχήματος, για μηδενική τάση αναλογεί η μέγιστη δυνατή τιμή ρεύματος, που ονομάζεται ρεύμα βραχυκύκλωσης I_{sc} . Αυτό αναλογεί στην τιμή του ρεύματος που προβλέπεται από το ηλεκτρικό κύκλωμα του Σχήματος 2.1 στην περίπτωση κατά την οποία βραχυκυκλωθούν μεταξύ τους οι ακροδέκτες φορτίου του Φ/Β, δηλαδή αν τεθεί $R_{load} = 0$.

Όταν η αντίσταση φορτίου R_{load} λάβει τιμές που μεταβάλλονται μεταξύ 0 και $+\infty$, τότε οι τιμές λειτουργίας για την τιμή του ρεύματος θα κυμαίνονται μεταξύ I_{sc} και 0, ενώ οι τιμές για την τάση λειτουργίας θα μεταβάλλονται από 0 έως V_{oc} αντίστοιχα. Από όλα τα δυνατά ζεύγη τιμών ρεύματος-τάσης λειτουργίας του Φ/Β στοιχείου, θα υπάρχει ένα σημείο λειτουργίας (I_{mp}, V_{mp}) , για το οποίο η λαμβανόμενη ισχύς μεγιστοποιείται (P_{mp}). Η τιμή της παρεχόμενης μέγιστης ισχύος δίνεται από το ισοδύναμο εμβαδόν του σκιασμένου

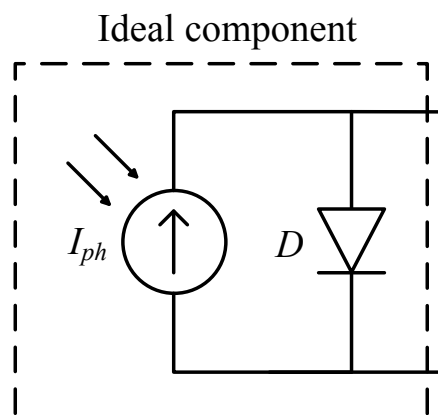
ορθογωνίου μέγιστης ισχύος του Σχήματος 2.2. Από όλα τα ορθογώνια που εγγράφονται μεταξύ της καμπύλης $I - V$ και των δύο αξόνων, μόνο ένα αναλογεί στο σημείο λειτουργίας για το οποίο η παρεχόμενη ισχύς μεγιστοποιείται.



ΣΧΗΜΑ 2.2: Χαρακτηριστική καμπύλη $I - V$ ενός Φ/Β στοιχείου και το σημείο λειτουργίας για το οποίο η παρεχόμενη ισχύς μεγιστοποιείται. [23]

2.2 Μοντέλο 3 παραμέτρων

Μια Φ/Β κυψέλη είναι ουσιαστικά μια ημιαγώγιμη διόδος $p - n$. Έτσι, μπορεί να αναλυθεί στο ακόλουθο ισοδύναμο κύκλωμα, βασισμένο στην αρχή λειτουργίας της διόδου.



ΣΧΗΜΑ 2.3: Μοντέλο μιας διόδου ιδανικής Φ/Β κυψέλης [2]

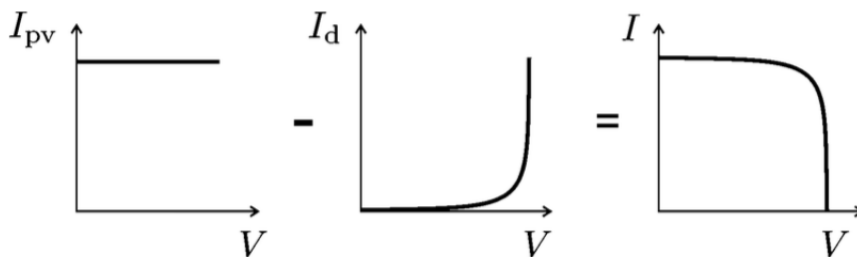
Στο Σχήμα 2.3 παρουσιάζεται το κυκλωματικό ισοδύναμο μιας ιδανικής κυψέλης. Αυτό περιλαμβάνει την πηγή που παράγει το φωτόρρευμα (I_{ph}), παράλληλα με μια ιδανική διόδο.

Μέρος του φωτορρέματος ρέει μέσω της διόδου (I_d), ώστε να διατηρείται το δυναμικό V_d που αναλογεί στο σημείο λειτουργίας, ενώ το υπόλοιπο ρέει προς τους ακροδέκτες του Φ/B [23]. Η θεμελιώδης εξίσωση, από τη θεωρία των ημιαγωγών [24], που περιγράφει μαθηματικά την $I - V$ χαρακτηριστική της ιδανικής Φ/B κυψέλης είναι η εξής :

$$I = I_{ph} - \underbrace{I_s \left[e^{V/a} - 1 \right]}_{I_d}, \quad \text{όπου :} \quad (2.1)$$

- I_{ph} : φωτόρρευμα, που είναι η ένταση της πηγής ρεύματος άμεσα εξαρτώμενη (αναλογικά) από το επίπεδο ακτινοβολίας (A)
- I_s : ανάστροφο ρεύμα κορεσμού της διόδου, το οποίο εξαρτάται σημαντικά από τη θερμοκρασία (A)
- a : τροποποιημένος συντελεστής της διόδου, ο οποίος συμπίπτει ουσιαστικά με τη θερμική τάση kT_c/q πολλαπλασιασμένη με τον συντελεστή ιδανικότητας της διόδου, οπότε $a = \frac{n \cdot k \cdot T_c}{q}$
 - n : συντελεστής της διόδου (κυμαίνεται σε τιμές 1 έως 2)
 - k : σταθερά Boltzmann $1.38066 \cdot 10^{-23}$ (J/K)
 - q : φορτίο ηλεκτρονίου $1.60218 \cdot 10^{-19}$ (Cb)
 - T_c : θερμοκρασία κυψέλης (K)

Στο Σχήμα 2.4 παριστάνεται γραφικά πώς προκύπτει η χαρακτηριστική $I - V$ μια ιδανικής κυψέλης, ως σύνθεση των 2 ρευμάτων I_{ph} (I_{pv}) και I_d .

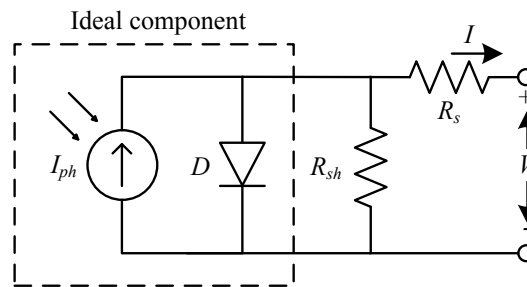


ΣΧΗΜΑ 2.4: $I - V$ χαρακτηριστική ιδανικής Φ/B κυψέλης. Το ρεύμα στην έξοδο της κυψέλης είναι το αποτέλεσμα της σύνθεσης των 2 ρευμάτων. [25]

2.3 Μοντέλο 5 παραμέτρων

Η Εξίσωση 2.1 δεν περιγράφει επαρκώς τη λειτουργία μιας πραγματικής φωτοβολταϊκής μονάδας, η οποία αποτελείται από ένα σύνολο φωτοβολταϊκών κυψελών. Γι' αυτόν τον λόγο

κρίνεται απαραίτητο να εισάγουμε 2 αντιστάσεις, οι οποίες βοηθούν στην καλύτερη μοντελοποίηση του φαινομένου. Ο κλάδος με την παράλληλη αντίσταση εισάγεται λόγω της προσαύξησης του ρεύματος το οποίο διαρρέει τη μη ιδανική δίοδο του Φ/Β στοιχείου, ενώ η αντίσταση σειράς λαμβάνει υπόψη της τις αντιστάσεις που εισάγουν ο όγκος των υλικών. Αυτή η πρόταση για τη μοντελοποίηση των φωτοβολταϊκών κυψελών έγινε αρχικά από τους Duffie και Beckman, 1991 [26].



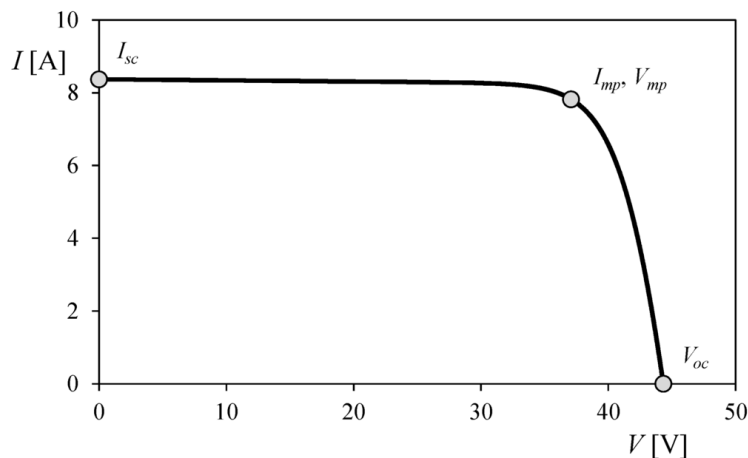
ΣΧΗΜΑ 2.5: Μοντέλο μιας διόδου πραγματικής Φ/Β κυψέλης [2]

Η εξίσωση που περιγράφει την λειτουργία της παραπάνω κυψέλης (Σχήμα 2.5) είναι η ακόλουθη [27],[28] & [29] :

$$I = I_{ph} - I_s \cdot \left[e^{\frac{V+I \cdot R_s}{a}} - 1 \right] - \frac{V + I \cdot R_s}{R_{sh}}, \quad \text{όπου :} \quad (2.2)$$

- I : το ρεύμα της κυψέλης (A)
- V : η τάση στους ακροδέκτες της κυψέλης (V)
- R_s : η σειριακή αντίσταση (Ω), που επηρεάζει έντονα στο σημείο μέγιστης παραγωγής
- R_{sh} : η εγχάρσια αντίσταση (Ω), που έχει μεγαλύτερη επίδραση στις υψηλότερες τιμές ρεύματος.

Σε γενικές γραμμές μπορούμε να πούμε ότι τα φωτοβολταϊκά μπορούν να λειτουργήσουν είτε ως πηγές τάσης είτε ως πηγές έντασης. Η υβριδική αυτή συμπεριφορά των Φ/Β εξαρτάται από το σημείο λειτουργίας τους, όπως παρουσιάζεται και στο Σχήμα 2.6.

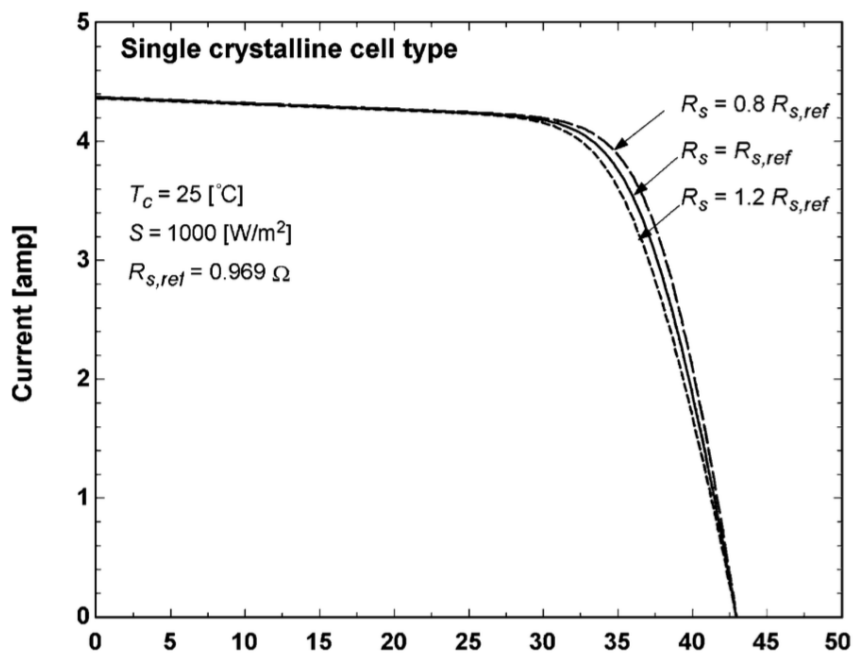


ΣΧΗΜΑ 2.6: Χαρακτηριστική καμπύλη $I - V$ ενός φωτοβολταϊκού πλαισίου.[28]

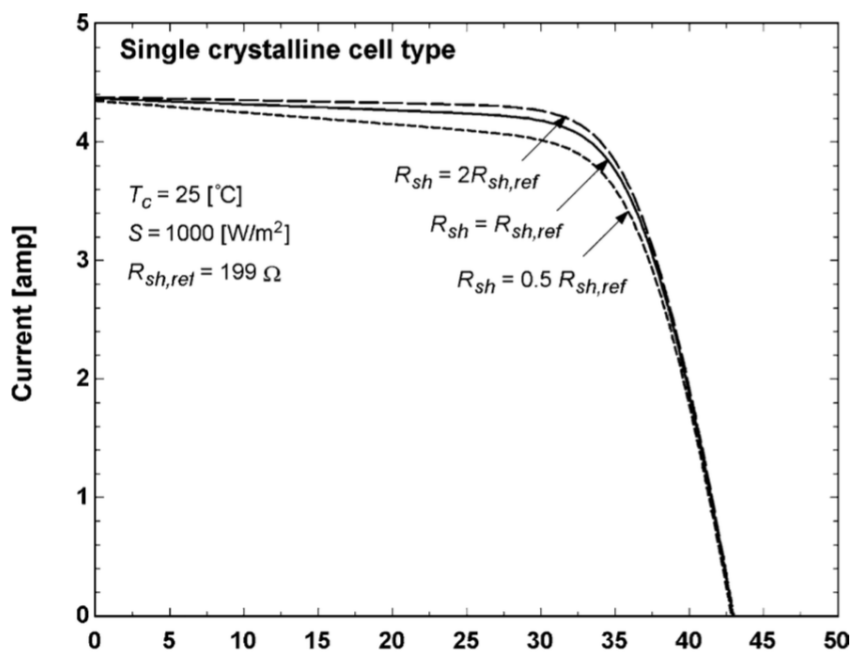
Αλλαγή των συνθηκών λειτουργίας του Φ/B επιφέρει και διαφοροποιήσεις στην χαρακτηριστική καμπύλη $I - V$. Αυτές οι διαφοροποιήσεις αντικατοπτρίζονται και στις 5 παραμέτρους οι οποίες εξαρτώνται από τη θερμοκρασία και την ακτινοβολία.

Όσον αφορά τις αντιστάσεις του ισοδύναμου κυκλώματος, η επίδραση της σειριακής αντίστασης R_s εκφράζεται κυρίως στην περιοχή όπου το Φ/B λειτουργεί ως πηγή τάσης και είναι ουσιαστικά το άθροισμα των αντιστάσεων της συσκευής που οφείλονται σε κατασκευαστικούς παράγοντες. Κάποιες από αυτές τις αντιστάσεις οφείλονται στην επαφή της μεταλλικής βάσης με τον ημιαγωγό τύπου p , τις αντιστάσεις των στρωμάτων n και p , την αντίσταση μεταξύ του ημιαγωγού τύπου n με τις ωμικές επαφές καθώς και των ωμικών επαφών. Αντίστοιχα, η αντίσταση R_{sh} εκφράζεται κυρίως στην περιοχή όπου το Φ/B λειτουργεί ως πηγή έντασης και οφείλεται κυρίως στο ανάστροφο ρεύμα κορεσμού της επαφής $p - n$, οι οποίες εξαρτώνται από τη μέθοδο κατασκευής της Φ/B διάταξης. Η αντίσταση αυτή είναι αρκετά μεγάλη, και πολλές φορές δεν λαμβάνεται υπόψη, για λόγους απλοποίησης του μοντέλου, ενώ η αντίσταση R_s είναι πολύ μικρή και επίσης πολλές φορές αμελείται (αναγωγή στο μοντέλο 3 παραμέτρων Ενότητα 2.2)[25].

Η επίδραση των ηλεκτρικών μεγεθών R_s και R_{sh} στη χαρακτηριστική $I - V$ ενός Φ/B στοιχείου απεικονίζεται ποιοτικά στα γραφήματα του Σχήματος 2.7. Παρατηρούμε ότι τα μεγέθη I_{sc} και V_{oc} δεν μεταβάλλονται αισθητά με την αύξηση της αντίστασης σειράς, ή τη μείωση της παράλληλης αντίστασης. Όμως μειώνεται σημαντικά η μέγιστη ηλεκτρική ισχύς που μπορεί να αποδοθεί, χωρίς να έχουμε διαφοροποιήσεις στο ισοδύναμο εμβαδόν ισχύος που προσδιορίζεται από το γινόμενο $I_{sc} \cdot V_{oc}$.



(Α') Επίδραση της σειριακής αντίστασης.



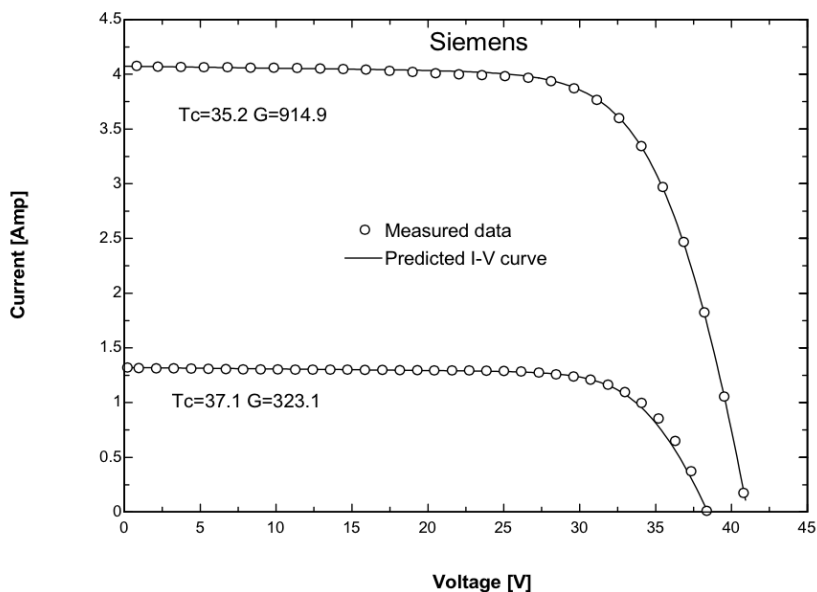
(Β') Επίδραση της εγκάρσιας αντίστασης.

ΣΧΗΜΑ 2.7: Επίδραση των R_s και R_{sh} στη χαρακτηριστική καμπύλη $I - V$. [27]

Η Σχέση 2.2 περιγράφει το μοντέλο μιας διόδου όπως αυτό παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.5. Παρόλα αυτά, υπάρχουν και πιο εξελιγμένα μοντέλα, με 2 διόδους για να μοντελοποιήσουμε το φαινόμενο επανασύνδεσης των φορέων, ακόμα και με 3 διόδους για να ληφθούν υπόψη άλλα φαινόμενα.

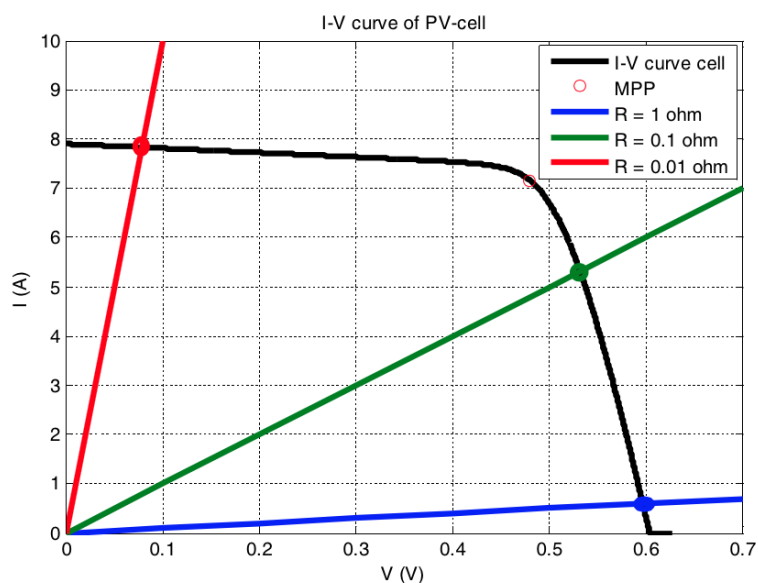
Για λόγους απλότητας, στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο μιας διόδου, το οποίο εξασφαλίζει μια ικανοποιητική ακρίβεια στη μοντελοποίηση των φαινομένων που θα

μελετηθούν σε σχέση με την απλότητά του. Το παρακάτω διάγραμμα δείχνει την πραγματική καμπύλη $I-V$ αλλά και αυτή που παράχθηκε με χρήση του μοντέλου των 5 παραμέτρων, για δυο διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας, όπου μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι έχει πολύ μεγάλη ακρίβεια.



ΣΧΗΜΑ 2.8: Μετρηθείσες και προβλεπόμενες χαρακτηριστικές καμπύλες $I-V$ για 2 διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας.[28]

Στο Σχήμα 2.9, παρουσιάζεται η τυπική χαρακτηριστική καμπύλη $I-V$ μια Φ/B κυψέλης καθώς και τα σημεία λειτουργίας της για 3 τυπικές τιμές ωμικών φορτίων. Τα σημεία αυτά προσδιορίζονται από την Εξίσωση 2.2 σε συνδυασμό με την εξίσωση του αντιστάτη $I = V/R$.



ΣΧΗΜΑ 2.9: Χαρακτηριστική καμπύλη $I-V$ μιας Φ/B κυψέλης με το μοντέλο 5 παραμέτρων.[30]

Ουσιαστικά, οι τιμές των 5 παραμέτρων εμπεριέχουν την πληροφορία των κατασκευαστικών χαρακτηριστικών του φωτοβολταϊκού, καθώς και των περιβαλλοντικών συνθηκών ακτινοβολίας και θερμοκρασίας. Δηλαδή, αν οι 5 παράμετροι για συγκεκριμένη κυψέλη και οι συνθήκες λειτουργίας είναι γνωστές, τότε προσδιορίζεται και η συμπεριφορά της σε οποιοδήποτε φορτίο. Οι κατασκευαστές παρέχουν στα τεχνικά δελτία των Φ/Β πλαισίων μόνο ορισμένα πειραματικά αποτελέσματα όσον αφορά τα ηλεκτρικά και θερμικά χαρακτηριστικά τους, αντί της αναλυτικής εξίσωσης, όπως αυτή περιγράφηκε προηγουμένως (Εξίσωση 2.2). Το γεγονός αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ορισμένες από τις παραμέτρους, που απαιτούνται για την προσαρμογή του μοντέλου ενός Φ/Β πλαισίου, να μην είναι διαθέσιμες από τον κατασκευαστή. Έτσι, μεγέθη όπως το φωτόρρευμα, το ανάστροφο ρεύμα κορεσμού της διόδου, ο τροποποιημένος συντελεστής της διόδου, η σειριακή αντίσταση, η εγκάρσια αντίσταση και το ενεργειακό διάκενο του ημιαγωγού δυστυχώς δεν αναγράφονται στο datasheet. Σχεδόν όλα τα datasheets των Φ/Β πλαισίων περιλαμβάνουν μόνο τις ακόλουθες πληροφορίες : το ρεύμα βραχυκύκλωσης, την τάση ανοιχτοκύκλωσης, το ρεύμα στο σημείο μέγιστης ισχύος, την τάση στο σημείο μέγιστης ισχύος, τον θερμοκρασιακό συντελεστή της τάσης ανοιχτοκύκλωσης, τον θερμοκρασιακό συντελεστή του ρεύματος βραχυκύκλωσης και την πειραματική τιμή της μέγιστης ισχύος, όλα αυτά σε STC.

Η Εξίσωση 2.2 εκφράζει τη λειτουργία Φ/Β κυψέλης, αλλά μπορεί εύκολα να αναχθεί σε επίπεδο στοιχειοσειράς, πλαισίου ή ακόμα πλαισιοσειράς. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με αναγωγή των 5 παραμέτρων στο επίπεδο ανάλυσης που θέλουμε. Η μοναδική τροποποίηση στην παραπάνω εξίσωση παρατηρείται στον τροποποιημένο συντελεστή της διόδου a ο οποίος οφείλει να συμπεριλάβει το πλήθος των κυψελών N_s :

$$a = \frac{N_s \cdot n \cdot k \cdot T_c}{q} \quad (2.3)$$

Μια τέτοια προσέγγιση προϋποθέτει απόλυτη κατασκευαστική και λειτουργική ομοιομορφία των κυψελών. Κάτι τέτοιο, αποδεικνύεται ρεαλιστικό σε επίπεδο πλαισίου όσον αφορά το κατασκευαστικό κομμάτι, αλλά δεν συμβαίνει το ίδιο με τις συνθήκες λειτουργίας κυρίως λόγω σκίασης.

Σε περίπτωση που οι δύο παραπάνω συνθήκες ικανοποιούνται, μπορούμε να εκφράσουμε τις 5 παραμέτρους στο επίπεδο ανάλυσης που επιθυμούμε συνδυάζοντας τις Εξισώσεις 2.2 & 2.3. Στην παρούσα εργασία, όλη η ανάλυση έγινε σε επίπεδο στοιχειοσειράς, για λόγους που θα αναλυθούν παρακάτω. Οι σχέσεις που ανάγουν τις 5 παραμέτρους της κυψέλης σε επίπεδο στοιχειοσειράς είναι οι ακόλουθες [29] :

$$\begin{aligned}
I_{ph,cstr} &= I_{ph,cell} \\
I_{s,cstr} &= I_{s,cell} \\
a_{cstr} &= N_s \cdot a_{cell} \quad , \quad \text{όπου :} \\
R_{s,cstr} &= N_s \cdot R_{s,cell} \\
R_{sh,cstr} &= N_s \cdot R_{sh,cell}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

- Όλα τα στοιχεία με δείκτη *cstr* αναφέρονται σε στοιχειοσειρά.
- Όλα τα στοιχεία με δείκτη *cell* αναφέρονται σε κυψέλη.
- N_s το πλήθος των κυψελών ανά στοιχειοσειρά.

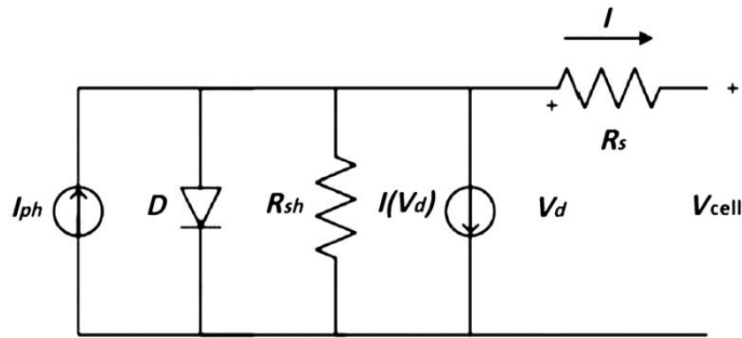
Επίσης, στη συγκεκριμένη τοπολογία έχουμε θεωρήσει ότι N_s κυψέλες σε σειρά συνιστούν μια στοιχειοσειρά, δηλαδή δεν συνδέεται καμία κυψέλη παράλληλα.

Η παραπάνω προσέγγιση αξιοποιείται στον προσδιορισμό των 5 παραμέτρων αναφοράς από τα στοιχεία που παρέχει ο κατασκευαστής, τα οποία αφορούν στο πλαίσιο και όχι στην κυψέλη. Η μέθοδος υπολογισμού των 5 παραμέτρων σε αυθαίρετες συνθήκες λειτουργίας είναι η εξής : προσδιορισμός των 5 παραμέτρων στο επίπεδο ανάλυσης που επιθυμούμε σε συνθήκες αναφοράς και έπειτα, η αναγωγή τους στις εκάστοτε συνθήκες λειτουργίας.

2.3.1 Μοντέλο 5 παραμέτρων με προσθήκη όρου για την περιγραφή της αρνητικής τάσης

Στην προηγούμενη ενότητα μελετήθηκε το μοντέλο 5 παραμέτρων για μια Φ/B κυψέλη και κατ' επέκταση για μια Φ/B πλαισιοσειρά, το οποίο περιγράφει ικανοποιητικά τη λειτουργία της σε ομοιογενείς συνθήκες ακτινοβολίας. Όταν όμως μελετάμε σενάρια μερικής σκίασης παρατηρούμε διαφορετική συμπεριφορά, την οποία πρέπει να μοντελοποιήσουμε για να έχουμε πληρότητα στη μελέτη μας. Σε ανομοιόμορφες συνθήκες ακτινοβολίας, είναι πιθανό κάποιες κυψέλες να αναγκάζονται να λειτουργήσουν σε αρνητική τάση. Αυτό συμβαίνει διότι το ρεύμα που επιβάλλεται από τις ασκίαστες κυψέλες είναι μεγαλύτερο από αυτό που μπορούν να παράγουν οι σκιασμένες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να αναγκάζονται οι σκιασμένες κυψέλες να λειτουργούν σε αρνητικές τάσεις.

Για τη μοντελοποίηση αυτού του φαινομένου έχουν γίνει διάφορες προτάσεις, άλλες με μεγαλύτερη ακρίβεια και πολυπλοκότητα και άλλες πιο απλές [31]. Στην παρούσα εργασία επιλέχθηκε το μοντέλο μιας διόδου με την προσθήκη μας ακόμα πηγής έντασης εξαρτώμενη από την τάση [20],[15] & [14], το οποίο είναι και το συνηθέστερο.



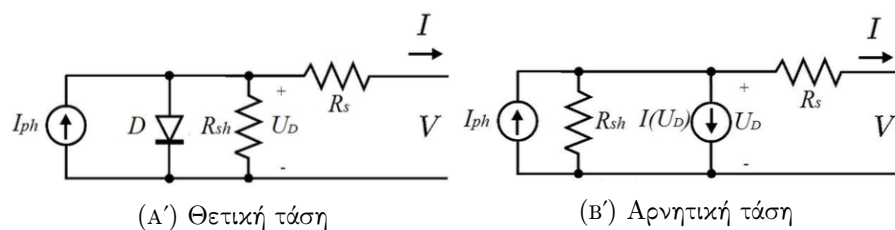
ΣΧΗΜΑ 2.10: Μοντέλο μιας διόδου, εμπλουτισμένο με πηγή έντασης για τη μοντελοποίηση της λειτουργίας σε αρνητική τάση. [1]

Η εμπλουτισμένη εξίσωση που περιγράφει τη συμπεριφορά που αναλύθηκε παραπάνω είναι η εξής :

$$I = I_{ph} - \underbrace{I_s \cdot \left(e^{\frac{V_i \cdot R_s}{a}} - 1 \right)}_{\text{μοντελοποίηση της διόδου}} - \frac{V + I \cdot R_s}{R_{sh}} - \underbrace{b \cdot (V + I \cdot R_s) \cdot \left(1 - \frac{V + I \cdot R_s}{V_{br}} \right)^m}_{\text{μοντελοποίηση σε αρνητική τάση}} \quad (2.5)$$

όπου :

- b : ο συντελεστής διόρθωσης (Ω^{-1}) - τυπική τιμή $0.002 \Omega^{-1}$
- V_{br} : η τάση κατάρρευσης (V) - τυπική τιμή $-20 V$
- m : συντελεστής κατάρρευσης - τυπική τιμή 3

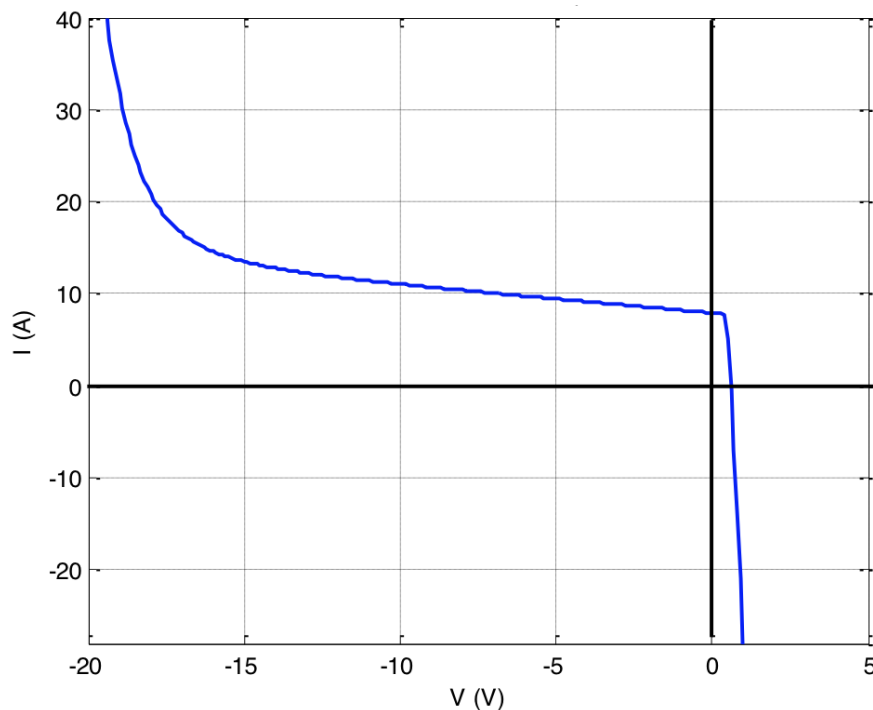


ΣΧΗΜΑ 2.11: Ισοδύναμο κύκλωμα Φ/Β κυψέλης με το μοντέλο αναλυτικής μορφής.[30]

Ερμηνεύοντας την παραπάνω εξίσωση καταλήγουμε στα εξής :

- Όταν η τάση είναι θετική, ο τελευταίος όρος δεν έχει φυσική σημασία, ενώ ούτως ή άλλως παίρνει πολύ μικρές τιμές. Επομένως, μπορούμε να τον αγνοήσουμε.
- Όταν η τάση είναι αρνητική, η διάδος του ισοδύναμου κυκλώματος είναι ανάστροφα πολωμένη, καθιστώντας την πρακτικά ως ανοιχτοκύκλωμα. Σε αυτή την περίπτωση ο δεύτερος όρος της Εξίσωσης 2.5 που μοντελοποιεί τη διάοδο παίρνει πολύ μικρές τιμές (της τάξης των μA), επομένως μπορούμε να τον αγνοήσουμε.

Με χρήση της Εξίσωσης 2.5 προκύπτει η ολοκληρωμένη έκφραση για την περιγραφή της τάσης και του ρεύματος σε όλες τις περιοχές λειτουργίας.



ΣΧΗΜΑ 2.12: $I - V$ χαρακτηριστική για μια κυψέλη σε όλα τα τεταρτημόρια.[32]

Όπως παρουσιάζεται στο παραπάνω σχήμα για αρνητικές τάσεις, κοντά στο σημείο βραχυκύκλωσης, η κλίση της καμπύλης είναι μικρή, αλλά καθώς η τάση μειώνεται παραπάνω η επαφή $p - n$ μπαίνει στην περιοχή κατάρρευσης και η κλίση της καμπύλης αυξάνει σημαντικά. Στο 4^ο τεταρτημόριο, όπου η τάση είναι μεγαλύτερη από την τάση βραχυκύκλωσης, το ρεύμα είναι αρνητικό, δηλαδή έχουμε και πάλι απορρόφηση ισχύος.

2.4 Έκφραση αναλυτικού μοντέλου για τη Φ/B κυψέλη

Λόγω της μη γραμμικότητας της σχέσης $I - V$ που περιγράφει μια Φ/B κυψέλη, έχουν υπάρξει αρκετές προσπάθειες στη βιβλιογραφία να εκφραστεί σε αναλυτική μορφή η σχέση αυτή, με τη χρήση της συνάρτησης Lambert W [17],[18],[33]& [1]. Στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιήσουμε την προσέγγιση που έγινε στο [1].

Σύμφωνα με τις βασικές ιδιότητες της Lambert W, όπως αυτές παρουσιάζονται στο Παράρτημα Α', μπορούμε να μετασχηματίσουμε την Εξίσωση 2.2, που περιγράφει τη συμπεριφορά της Φ/B κυψέλης όταν αυτή λειτουργεί σε θετική τάση, στην ακόλουθη μορφή [32],[30] :

$$V = R_{sh} \cdot (I_{ph} + I_s) - (R_s + R_{sh}) \cdot I - a \cdot W \left\{ \frac{R_{sh} \cdot I_s}{a} \cdot e^{\frac{R_{sh} \cdot (I_{ph} + I_s - I)}{a}} \right\} \quad (2.6)$$

Για την περιγραφή της λειτουργίας της Φ/Β κυψέλης σε αρνητική τάση, γίνεται μοντελοποίηση ως πολυώνυμο 4^{ου} βαθμού, όπως αναλύεται εκτενώς στα [32],[30] και προκύπτει η ακόλουθη σχέση :

$$V = V_{br} - I \cdot R_s - \min \operatorname{real}\{z\} , \quad (2.7)$$

όπου z η ρίζα της εξίσωσης : $\frac{z^4}{R_{sh}} + \left(I_{ph} - I - \frac{V_{br}}{R_{sh}} \right) \cdot z^3 + b \cdot V_{br}^3 - b \cdot V_{br}^4 = 0$

Οι ρίζες της Εξίσωσης 2.7 βρίσκονται με την επίλυση του πολυωνύμου με αναλυτικό τρόπο, με τη μέθοδο Ferrari [32],[30] για να αποφευχθούν οι επαναληπτικές μέθοδοι.

Επομένως η ολοκληρωμένη έκφραση που προτείνεται από τα [32] , [1] για μια Φ/Β κυψέλη με βάση την παραπάνω ανάλυση είναι η ακόλουθη κλαδική εξίσωση, η οποία είναι αναλυτική, της μορφής $V = f(I)$.

$$V_{cell} = \begin{cases} R_{sh} \cdot (I_{ph} + I_s) - (R_s + R_{sh}) \cdot I - a \cdot W \left\{ \frac{R_{sh} \cdot I_s}{a} \cdot e^{\frac{R_{sh} \cdot (I_{ph} + I_s - I)}{a}} \right\} & , \text{ για } I \leq I_{ph} \\ V_{br} - I \cdot R_s - \min \operatorname{real}\{z\} & , \text{ για } I > I_{ph} \end{cases} \quad (2.8)$$

2.5 Μοντελοποίηση Φ/Β πλαισιοσειράς

Μια Φ/Β κυψέλη αναπτύσσει τάση της τάξης του 0.5 V, τιμή εξαιρετικά χαμηλή για πρακτικούς σκοπούς. Έτσι, πολλές κυψέλες συνδέονται σε σειρά για να επιτευχθεί το επιθυμητό επίπεδο τάσης. Στην παρούσα εργασία μελετάται η Φ/Β πλαισιοσειρά και οι επιμέρους δομές από τις οποίες αποτελείται.

Ακολουθούν οι δομές και οι συμβάσεις που υιοθετούνται καθώς και η μαθηματική τους μοντελοποίηση σε συστήματα εξισώσεων, βασισμένη στο [14] και προσαρμοσμένη στις απαιτήσεις της παρούσας εργασίας.

Φ/B κυψέλη PV cell

Συμβατικό μοντέλο Η Φ/B κυψέλη αποτελεί τη μικρότερη Φ/B δομή και περιγράφεται από την Εξίσωση 2.2, η οποία από τη φύση της δεν είναι αναλυτική, οπότε επιλύεται με τη βοήθεια επαναληπτικών μεθόδων :

$$f_{cell}(V_{cell}, I_{cell}) = 0, \quad \text{όπου :} \quad (2.9)$$

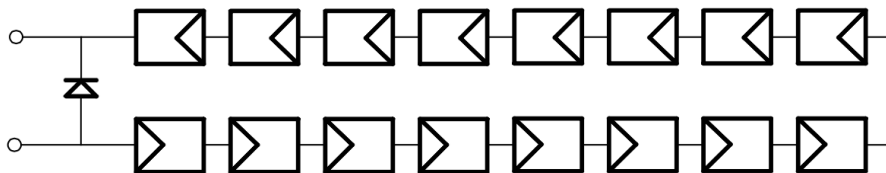
- $f_{cell}(V_{cell}, I_{cell}) = 0$: η τυπική εξίσωση του μοντέλου εκφρασμένη σε συνεπτυγμένη μορφή
- V_{cell} : η τάση της κυψέλης (V)
- I_{cell} : το ρεύμα που διαρρέει την κυψέλη (A)

Αναλυτικό μοντέλο (Lambert W) Το αναλυτικό μοντέλο που περιγράφει τη λειτουργία μιας κυψέλης δίνεται από την Εξίσωση 2.6, η οποία βρίσκεται σε αναλυτική μορφή, άρα με πολύ μικρότερη υπολογιστική πολυπλοκότητα [32],[1] :

$$V_{cell} = V_{cell}(I_{cell}), \quad \text{όπου :} \quad (2.10)$$

- $V_{cell} = V_{cell}(I_{cell})$: η τυπική εξίσωση του αναλυτικού μοντέλου
- I_{cell} : το ρεύμα που διαρρέει την κυψέλη (A)

Φ/B στοιχειοσειρά PV cellstring



ΣΧΗΜΑ 2.13: Τυπική δομή στοιχειοσειράς. [32]

Όπως αναλύεται εκτενώς στα [32],[30] για τη μοντελοποίηση μιας στοιχειοσειράς, θεωρούμε ότι έχουμε N_s κυψέλες συνδεδεμένες εν σειρά, συζευγμένες με μια διάοδο διαφυγής. Ο λόγος ύπαρξης αυτής της διάοδου είναι για λόγους προστασίας της διάταξης σε συνθήκες λειτουργίας μη ομοιογενούς ακτινοβολίας. Επίσης, στην περίπτωση αυτή, όπως αναλύθηκε στην Ενότητα 2.3.1, οι σκιασμένες κυψέλες λειτουργούν σε αρνητική τάση. Επομένως, αντί να παράγουν ισχύ καταναλώνουν.

Συμβατικό μοντέλο Σύμφωνα με τα παραπάνω, το σύστημα εξισώσεων που περιγράφει τη λειτουργία μιας στοιχειοσειράς είναι το ακόλουθο :

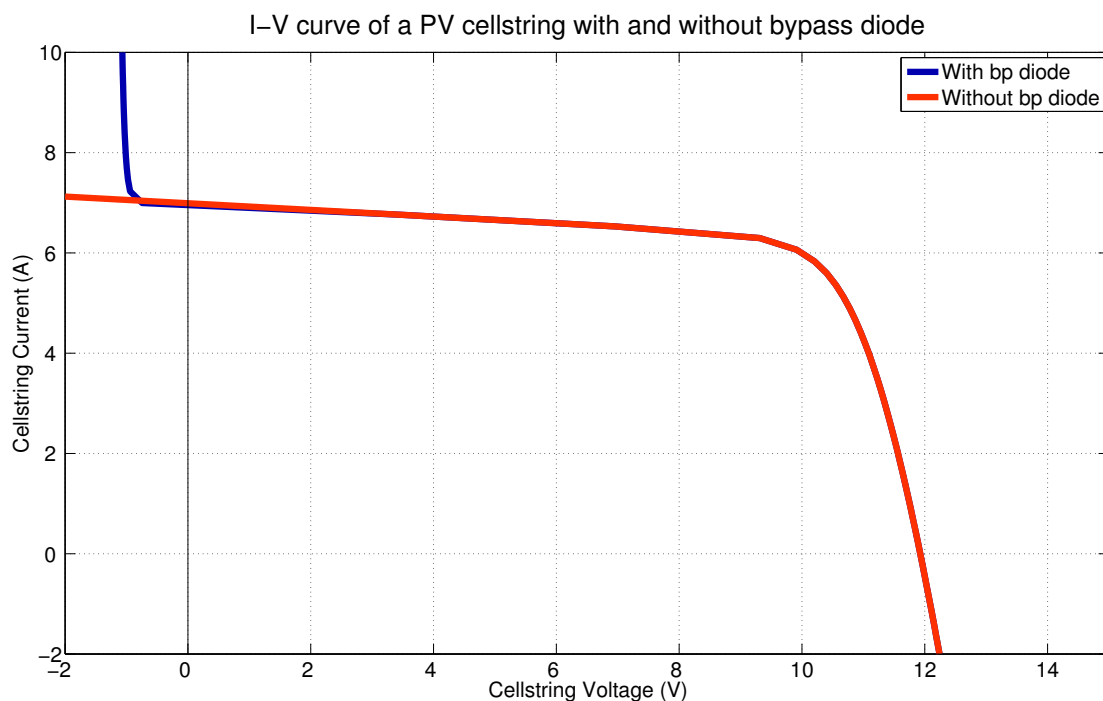
$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{N_s} V_{cell_i} = V_{cstr} \\ f_{cell}(V_{cell_1}, I_{cells}) = 0 \\ f_{cell}(V_{cell_2}, I_{cells}) = 0 \\ \vdots \\ f_{cell}(V_{cell_{N_s}}, I_{cells}) = 0 \\ f_{bp}(V_{cstr}, I - I_{cells}) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f_{cstr}(V_{cstr}, I) = 0, \quad \text{όπου :} \quad (2.11)$$

- V_{cell_i} : η τάση της κυψέλης i (V)
- V_{cstr} : η συνολική τάση της στοιχειοσειράς (V)
- I_{cells} : το ρεύμα που ρέει στον κλάδο των κυψελών (A)
- I : το συνολικό ρεύμα του cell string (A)
- $\sum_{i=1}^{N_s} V_{cell_i} = V_{cstr}$: από τον Νόμο Τάσεων Kirchhoff για τις κυψέλες
- $f_{cell}(V_{cell_i}, I_{cells}) = 0$: είναι η εξίσωση που περιγράφει την i κυψέλη (Εξίσωση 2.5)
- $f_{bp}(V_{cstr}, I - I_{cells})$: η έκφραση για τη διόδο διαφυγής, η οποία συνδέει την τάση στα άκρα της (V_{cstr}) με το ρεύμα που τη διαρρέει ($I_{bp} = I - I_{cells}$) :

$$I_{bp} = I_{sbp} \cdot \left(e^{-\frac{V_{cstr}}{a_{bp}}} - 1 \right), \quad \text{όπου :} \quad (2.12)$$

- I_{bp} : το ρεύμα της διόδου (A)
- I_{sbp} : το ανάστροφο ρεύμα κορεσμού της διόδου (A) - τυπική τιμή $1.6 \cdot 10^{-9} A$
- a_{bp} : ο τροποποιημένος συντελεστής της διόδου (V) - τυπική τιμή $0.05 V$
- $f_{cstr}(V_{cstr}, I)$: το σύστημα εξισώσεων για όλο το σύστημα με παραμέτρους την τάση (V_{cstr}) και το ρεύμα (I) του cell string

Αναλυτικό μοντέλο (Lambert W) Σε θετική τάση, η διαφορά δυναμικού στα άκρα μιας στοιχειοσειράς ισούται με το άθροισμα των τάσεων των επιμέρους κυψελών. Σε αρνητική τάση το παραπάνω ισχύει μόνο για τάσεις της τάξης των $0.5 - 0.7 V$, όπου εκεί αρχίζει να άγει η διόδος και κατ' επέκταση να κυριαρχεί στη χαρακτηριστική.



ΣΧΗΜΑ 2.14: Χαρακτηριστική καμπύλη $I - V$ στοιχειοσειράς με ή χωρίς δίοδο διαφυγής.

Όπως παρατηρούμε στο Σχήμα 2.14, μια στοιχειοσειρά μπορεί να μοντελοποιηθεί με ακρίβεια στο πεδίο θετικών τάσεων, αθροίζοντας τις τάσεις των επιμέρους κυψελών, για δεδομένο ρεύμα :

$$V_{cstr} = \sum_{i=1}^{N_s} V_{cell_i}(I_{cells}) \quad \text{για } V_{cstr} \geq 0, \quad \text{όπου :} \quad (2.13)$$

- V_{cstr} : η συνολική τάση της στοιχειοσειράς (V)
- $V_{cell_i}(I_{cells})$: η τάση της κάθε κυψέλης (V), συναρτήσε του ρεύματος
- I_{cells} : το ρεύμα που διαρρέει τις κυψέλες (A)

Αντίστοιχα, για αρνητική τάση στοιχειοσειράς, η δίοδος διαφυγής πολώνεται ορθά, περιορίζοντας την αρνητική διαφορά δυναμικού σε 0.8 - 1.2 V [9]. Αξιοποιώντας την εκθετική κλίση της $I - V$ χαρακτηριστικής που οφείλεται στη δίοδο διαφυγής για αρνητικές τάσεις, μπορούν να γίνουν οι ακόλουθες παραδοχές:

Για $bmV < 0$ θεωρούμε $bmI_{cells} = I_{sc}$ Πράγματι, κοντά στο σημείο βραχυκύκλωσης, το ρεύμα μεταβάλλεται αργά ως προς την τάση, επομένως μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι εν σειρά συνδεδεμένες κυψέλες διαρρέονται από σταθερό ρεύμα και ίσο με το ρεύμα βραχυκύκλωσης. Επίσης, με δεδομένο ότι η τάση κυμαίνεται από 0 έως -1.2 V, η προσέγγιση

αυτή σφάλλει ελάχιστα. Η παρατήρηση αυτή μπορεί να επιβεβαιωθεί και γραφικά από το Σχήμα 2.14.

$I_{sc} = \min I_{ph_i}$ Το ρεύμα βραχυκύκλωσης της στοιχειοσειράς I_{sc} εκτιμάται ως το φωτόρρευμα της περισσότερο σκιασμένης κυψέλης $\min I_{ph_i}$, λόγω δυσκολίας προσδιορισμού της πραγματικής τιμής του I_{sc} . Αυτή η προσέγγιση σφάλλει αισθητά μόνο σε ακραία σενάρια σκίασης, όπως σε μεγάλο βαθμό σκίασης για μικρή έκταση.

Με βάση τις παραπάνω παραδοχές, λύνοντας την Εξίσωση 2.12 ως προς την τάση προκύπτει η ακόλουθη έκφραση :

$$V_{cstr} = -a_{bp} \cdot \ln \left(\frac{I_{bp}}{I_{sbp}} + 1 \right) \Rightarrow V_{cstr} = -a_{bp} \cdot \ln \left(\frac{I_{cells} - I_{sc}}{I_{sbp}} + 1 \right), \quad \text{όπου :} \quad (2.14)$$

- $I_{sc} = \min I_{ph_i} (A)$, όπως αναλύθηκε παραπάνω.

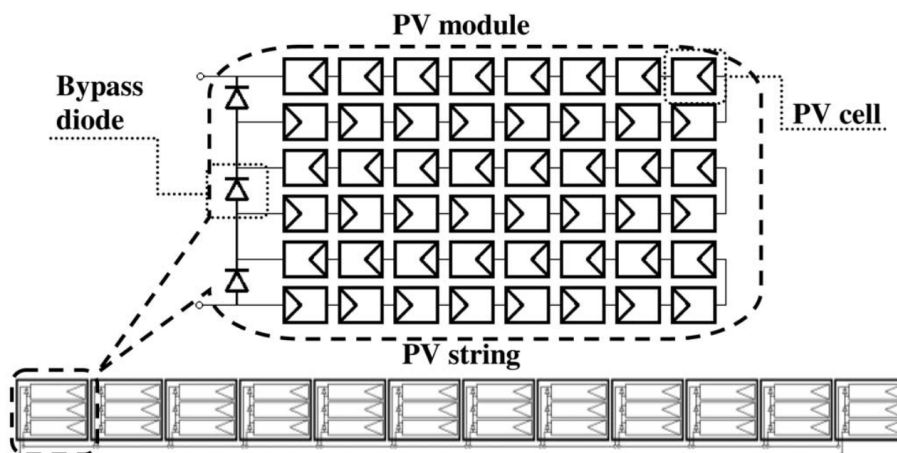
Άρα τελικά καταλήγουμε στην ακόλουθη κλαδική έκφραση για την τάση στοιχειοσειράς :

$$V_{cstr} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{N_s} V_{cell_i}(I_{cells}) & , \text{για } V_{cstr} \geq 0 \\ -a_{bp} \cdot \ln \left(\frac{I_{cells} - I_{sc}}{I_{sbp}} + 1 \right) & , \text{για } V_{cstr} < 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

Φ/Β πλαισιοσειρά PV string

Εμπορικά, η μικρότερη Φ/Β δομή είναι το Φ/Β πλαίσιο, το οποίο αποτελείται από N_{bp} στοιχειοσειρές εν σειρά συνδεδεμένες. Όταν συνδέονται N_m πλαίσια σε σειρά σχηματίζουν μια πλαισιοσειρά. Σε αυτή τη διάταξη, έχουμε $N_{bp} \cdot N_m$ στοιχειοσειρές συνδεδεμένες σειριακά.

Συμβατικό μοντέλο Επομένως, η μοντελοποίηση μιας πλαισιοσειράς μπορεί να γίνει με το παρακάτω σύστημα εξισώσεων :



ΣΧΗΜΑ 2.15: Τυπική δομή πλαισιοσειράς. [1]

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{N_{bp} \cdot N_m} V_{cstr_i} = V_{pvstr} \\ f_{cstr}(V_{cstr_1}, I) = 0 \\ f_{cstr}(V_{cstr_2}, I) = 0 \\ \vdots \\ f_{cstr}(V_{cstr_{N_{bp} \cdot N_m}}, I) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f_{pvstr}(V_{pvstr}, I) = 0, \quad \text{όπου :} \quad (2.16)$$

- V_{pvstr} : η συνολική τάση της πλαισιοσειράς (V)
- V_{cstr_i} : η τάση της κάθε στοιχειοσειράς i (V)
- I : το συνολικό ρεύμα (κοινό για όλα τα cell strings) του PV string (A)
- $\sum_{i=1}^{N_{bp} \cdot N_m} V_{cstr_i} = V_{pvstr}$: από τον Νόμο Τάσεων Kirchhoff για τις στοιχειοσειρές
- $f_{pvstr}(V_{pvstr}, I)$: το σύστημα εξισώσεων για όλο το σύστημα με παραμέτρους την τάση (V_{pvstr}) και το ρεύμα (I) του PV string

Αναλυτικό μοντέλο (Lambert W) Η αναλυτική έκφραση που προκύπτει για μια πλαισιοσειρά, σύμφωνα με το Νόμο Τάσεων Kirchhoff είναι η εξής :

$$V_{pvstr} = \sum_{i=1}^{N_{bp} \cdot N_m} V_{cstr_i}(I), \quad \text{όπου :} \quad (2.17)$$

- V_{pvstr} : η συνολική τάση της πλαισιοσειράς (V)

- V_{cstr_i} : η τάση της κάθε στοιχειοσειράς i (V)
- I : το συνολικό ρεύμα (κοινό για όλα τα cell strings) του PV string (A)
- $\sum_{i=1}^{N_{bp} \cdot N_m} V_{cstr_i} = V_{pvstr}$: από τον Νόμο Τάσεων Kirchhoff για τις στοιχειοσειρές

2.6 Υπολογισμός των 5 παραμέτρων αναφοράς

Για τον υπολογισμό των 5 παραμέτρων αναφοράς (a , I_{ph} , I_s , R_s & R_{sh}) απαραίτητη προϋπόθεση είναι ένα σύστημα εξισώσεων το οποίο να έχει ως παραμέτρους τα χαρακτηριστικά του πλαισίου που παρέχονται από τον κατασκευαστή για τα 3 ενδεικτικά σημεία λειτουργίας του Φ/Β (σημείο μέγιστης ισχύος, ανοιχτοκύκλωσης και βραχυκύκλωσης) σε συνθήκες STC. Στη βιβλιογραφία υπάρχουν αρκετές προτάσεις οι οποίες βασίζονται στο κυκλωματικό ισοδύναμο της Φ/Β κυψέλης, όπου χρησιμοποιούν και άλλα σημεία της καμπύλης $I - V$ σε συνδυασμό με τα δεδομένα του κατασκευαστή και με χρήση curve fitting ή απλοποιημένων εκφράσεων προσδιορίζουν τις 5 παραμέτρους αναφοράς. Επίσης, υπάρχουν και εμπειρικές μέθοδοι οι οποίες δεν βασίζονται στο κυκλωματικό ισοδύναμο του Φ/Β και μέσω μαθηματικών εκφράσεων κάνουν εκτίμηση των παραμέτρων [3]. Στην παρούσα εργασία θα αναλυθούν κάποιες από αυτές τις μεθόδους για λόγους πληρότητας.

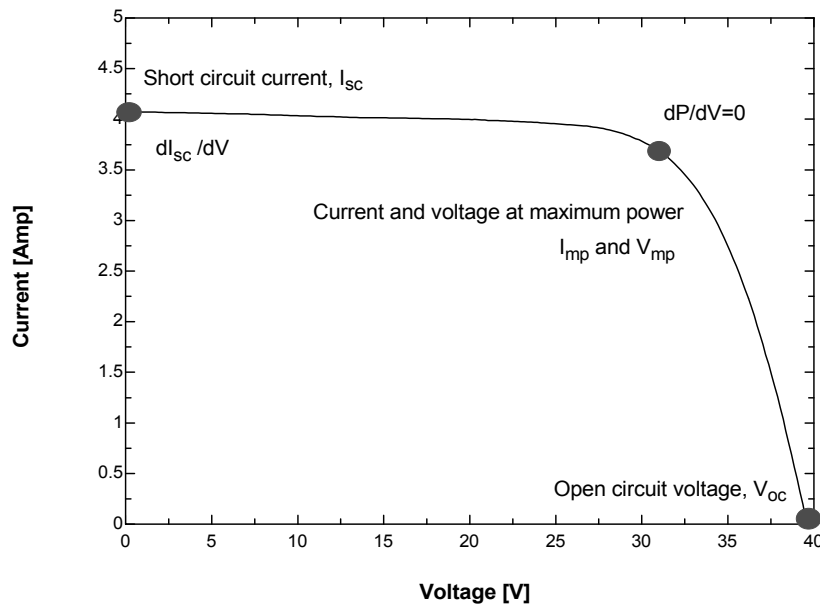
2.6.1 Μοντέλο De Soto et al.

Στο [27] οι De Soto, Klein & Beckman προτείνουν μια μέθοδο υπολογισμού των 5 παραμέτρων αναφοράς αξιοποιώντας τα 3 σημεία λειτουργίας του Φ/Β, τα ρεύματα και οι τάσεις των οποίων είναι γνωστά από τον κατασκευαστή, σε συνδυασμό με την Εξίσωση 2.2 για τη Φ/Β κυψέλη, δουλεύοντας πάντα σε συνθήκες STC.

- Στο σημείο βραχυκύκλωσης, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.16 το ρεύμα ισούται με I_{sc0} και η τάση είναι μηδενική. Άρα αντικαθιστώντας στην Εξίσωση 2.2 έχουμε :

$$I_{sc0} = I_{ph0} - I_{s0} \cdot \left[e^{\frac{0 + I_{sc0} \cdot R_{s0}}{a_0}} - 1 \right] - \frac{0 + I_{sc0} \cdot R_{s0}}{R_{sh0}} \Rightarrow$$

$$I_{sc0} = I_{ph0} - I_{s0} \cdot \left[e^{\frac{I_{sc0} \cdot R_{s0}}{a_0}} - 1 \right] - \frac{I_{sc0} \cdot R_{s0}}{R_{sh0}} \quad (2.18\alpha)$$



ΣΧΗΜΑ 2.16: Σημεία ενδιαφέροντος για τον προσδιορισμό των 5 παραμέτρων. [28]

- Αντίστοιχα στο σημείο ανοιχτοκύκλωσης έχουμε τάση ίση με V_{oc0} και μηδενικό ρεύμα, οπότε :

$$0 = I_{ph0} - I_{s0} \cdot \left[e^{\frac{V_{oc0} + 0 \cdot R_{s0}}{a_0}} - 1 \right] - \frac{V_{oc0} + 0 \cdot R_{s0}}{R_{sh0}}$$

$$0 = I_{ph0} - I_{s0} \cdot \left[e^{\frac{V_{oc0}}{a_0}} - 1 \right] - \frac{V_{oc0}}{R_{sh0}} \quad (2.18\beta')$$

- Στο σημείο μέγιστης ισχύος έχουμε τάση ίση με V_{mp0} και ρεύμα I_{mp0} , οπότε με αντικατάσταση προκύπτει:

$$I_{mp0} = I_{ph0} - I_{s0} \cdot \left[e^{\frac{V_{mp0} + I_{mp0} \cdot R_{s0}}{a_0}} - 1 \right] - \frac{V_{mp0} + I_{mp0} \cdot R_{s0}}{R_{sh0}} \quad (2.18\gamma')$$

Για τον προσδιορισμό των παραμέτρων μας λείπουν ακόμα δύο εξισώσεις οι οποίες προκύπτουν από τις ακόλουθες παρατηρήσεις.

- Στο σημείο μέγιστης ισχύος η παράγωγος της ισχύος ως προς την τάση είναι μηδενική.

$$\left. \frac{dP}{dV} \right|_{mp} = I_{mp0} + V_{mp0} \cdot \left. \frac{dI}{dV} \right|_{mp} = 0$$

Η κλίση της καμπύλης $I - V$ στο σημείο αυτό υπολογίζεται από την Εξίσωση 2.2 :

$$\left. \frac{dI}{dV} \right|_{mp} = \frac{-\frac{I_{s0}}{a_0} \cdot e^{\frac{V_{mp0} + I_{mp0} \cdot R_{s0}}{a_0}} - \frac{1}{R_{sh0}}}{1 + \frac{I_{s0} \cdot R_{s0}}{a_0} \cdot e^{\frac{V_{mp0} + I_{mp0} \cdot R_{s0}}{a_0}} + \frac{R_{s0}}{R_{sh0}}}$$

Από το συνδυασμό των δύο παραπάνω εξισώσεων καταλήγουμε :

$$-\frac{I_{mp0}}{V_{mp0}} = \frac{-\frac{I_{s0}}{a_0} \cdot e^{\frac{V_{mp0} + I_{mp0} \cdot R_{s0}}{a_0}} - \frac{1}{R_{sh0}}}{1 + \frac{I_{s0} \cdot R_{s0}}{a_0} \cdot e^{\frac{V_{mp0} + I_{mp0} \cdot R_{s0}}{a_0}} + \frac{R_{s0}}{R_{sh0}}} \quad (2.18\delta')$$

- Η παρατήρηση που αξιοποιεί αυτό το μοντέλο για την εξαγωγή της τελευταίας εξίσωσης είναι η αναλογική εξάρτηση της τάσης ανοιχτοκύκλωσης V_{oc} από τη θερμοκρασία T_c :

$$\beta_{V_{oc0}} = \left. \frac{\theta V}{\theta T} \right|_{oc} \simeq \frac{V_{oc,T_c} - V_{oc0}}{T_c - T_0} \Leftrightarrow V_{oc,T_c} = V_{oc0} + \beta_{V_{oc0}} \cdot (T_c - T_0) \quad (2.18\epsilon')$$

Η θερμοκρασία που χρησιμοποιείται στην παραπάνω έκφραση πρέπει να είναι τυπικά 1 έως 10 °C μεγαλύτερη ή μικρότερη από από τη θερμοκρασία αναφοράς T_c . Οπότε, προσδιορίζοντας την τάση ανοιχτοκύκλωσης σε μια θερμοκρασία διαφορετική της T_c μπορούμε να κάνουμε αναγωγή της Εξίσωσης 2.18β' στην αυθαίρετη αυτή θερμοκρασία και έτσι να προκύψει η πέμπτη σχέση που χρειαζόμαστε, η οποία θα έχει την ακόλουθη μορφή :

$$0 = I_{ph,T_c} - I_{s,T_c} \cdot \left[e^{\frac{V_{oc,T_c}}{aT_c}} - 1 \right] - \frac{V_{oc,T_c}}{R_{sh,T_c}}$$

Ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η αναγωγή των 5 παραμέτρων στις εκάστοτε συνθήκες, που θα χρειαστεί σε αυτή την περίπτωση, αναλύεται στην Ενότητα 2.7.

2.6.2 Παραλλαγές του μοντέλου της De Soto

Υπάρχουν κι άλλα μοντέλα στη βιβλιογραφία τα οποία βασίζονται στις 4 πρώτες εξισώσεις 2.18α'-2.18δ' που αναφέρθηκαν παραπάνω, αλλά διαφοροποιούνται στην πέμπτη.

Στη μεταπτυχιακή της εργασία η De Soto [28], γίνεται χρήση της παρατήρησης ότι η κλίση της χαρακτηριστικής $I - V$ κοντά στο σημείο βραχυκύκλωσης είναι σχεδόν οριζόντια και εξαρτάται κυρίως από την εγχάρσια αντίσταση. Έτσι, διατυπώνεται η ακόλουθη σχέση :

$$\left. \begin{aligned} \frac{dI}{dV} \Big|_{sc} &= -\frac{1}{R_{sh0}} \\ \frac{dI}{dV} \Big|_{sc} &= \frac{-\frac{I_{s0}}{a_0} \cdot e^{\frac{I_{sc0} \cdot R_{s0}}{a_0}} - \frac{1}{R_{sh0}}}{1 + \frac{I_{s0} \cdot R_{s0}}{a_0} \cdot e^{\frac{+I_{sc0} \cdot R_{s0}}{a_0}} + \frac{R_{s0}}{R_{sh0}}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{-\frac{I_{s0}}{a_0} \cdot e^{\frac{I_{sc0} \cdot R_{s0}}{a_0}} - \frac{1}{R_{sh0}}}{1 + \frac{I_{s0} \cdot R_{s0}}{a_0} \cdot e^{\frac{I_{sc0} \cdot R_{s0}}{a_0}} + \frac{R_{s0}}{R_{sh0}}} = -\frac{1}{R_{sh0}} \quad (2.19)$$

Μια άλλη προσέγγιση έγινε από τον Valerio Lo Brano [34], όπου παρατηρείται πως η σειριακή αντίσταση εκφράζεται από την κλίση της γραφικής παράστασης στο σημείο ανοιχτοκύκλωσης, έτσι προκύπτει η ακόλουθη έκφραση :

$$\left. \begin{aligned} \frac{dI}{dV} \Big|_{oc} &= -\frac{1}{R_{s0}} \\ \text{Από τη Σχέση 2.2} \Rightarrow \frac{dI}{dV} \Big|_{oc} &= \frac{-\frac{I_{s0}}{a_0} \cdot e^{\frac{V_{oc0}}{a_0}} - \frac{1}{R_{sh0}}}{1 + \frac{I_{s0} \cdot R_{s0}}{a_0} \cdot e^{\frac{V_{oc0}}{a_0}} + \frac{R_{s0}}{R_{sh0}}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{-\frac{I_{s0}}{a_0} \cdot e^{\frac{V_{oc0}}{a_0}} - \frac{1}{R_{sh0}}}{1 + \frac{I_{s0} \cdot R_{s0}}{a_0} \cdot e^{\frac{V_{oc0}}{a_0}} + \frac{R_{s0}}{R_{sh0}}} = -\frac{1}{R_{s0}} \quad (2.20)$$

Αυτές οι εναλλακτικές δεν επιτυγχάνουν την ίδια ακρίβεια με την προηγούμενη, και στερούνται θεωρητικής βάσης. Παρόλ' αυτά είναι κατάλληλες όταν ο θερμοκρασιακός συντελεστής της τάσης ανοιχτοκύκλωσης $\beta_{V_{oc}}$ δεν είναι γνωστός.

2.6.3 Αναλυτικό μοντέλο εύρεσης 5 παραμέτρων

Οι προηγούμενες τεχνικές που αναπτύχθηκαν είχαν αρκετά μεγάλη πολυπλοκότητα και πάλι η επίλυση των συστημάτων αυτών γινόταν με επαναληπτικές μεθόδους. Αυτό μπορεί να αντιμετωπιστεί κάνοντας χρήση των αναλυτικών εξισώσεων για την εύρεση των MPPs όπως θα αναλυθεί στο Κεφάλαιο 4 [2],[35]. Οι αναλυτικές εκφράσεις του ρεύματος και τις τάσης στο σημείο μέγιστης ισχύος, με χρήση της εξίσωσης Lambert W είναι οι εξής [2]:

$$V_{mp} = \left(1 + \frac{R_s}{R_{sh}}\right) a(w - 1) - R_s I_{ph} \left(1 - \frac{1}{w}\right) \quad (2.21\alpha)$$

$$I_{mp} = I_{ph} \left(1 - \frac{1}{w}\right) - \frac{a(w - 1)}{R_{sh}} \quad (2.21\beta')$$

$$V_{mp} = a(w - 1) - R_s I_{mp} \quad (2.21\gamma')$$

όπου $w = W \left\{ \frac{I_{ph}}{I_s} e \right\}$

Τροποποιημένος συντελεστής της διόδου a_0

Για τον προσδιορισμό του συντελεστή a_0 , σύμφωνα με το [35], προκύπτει από την εξίσωση που εκφράζει την λειτουργία της κυψέλης σε συνθήκες ανοιχτοκύκλωσης (Σχέση 2.18β') :

$$0 = I_{ph0} - I_{s0} \cdot \left[e^{\frac{V_{oc0}}{a_0}} - 1 \right] - \frac{V_{oc0}}{R_{sh0}}$$

Στη λειτουργία ανοιχτοκύκλωσης, η αντίσταση R_s δεν διαρρέεται από ρεύμα, ενώ το φωτορεύμα ρέει κυρίως δια μέσω της διόδου και σε πολύ μικρότερο βαθμό δια μέσω της αντίστασης R_{sh} . Επομένως, απλοποιώντας την R_{sh} , το οποίο είναι σύνηθες στη βιβλιογραφία, καταλήγουμε στην εξής έκφραση :

$$I_{ph0} = I_{s0} e^{V_{oc0}/a_0} \Leftrightarrow V_{oc0} = a_0 \ln \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} \Leftrightarrow \frac{a_0}{V_{oc0}} = \frac{1}{\ln \frac{I_{ph0}}{I_{s0}}} \quad (2.22)$$

Επομένως μπορούμε να πούμε πως :

$$a_0 = \delta_0 V_{oc0} \quad (2.23)$$

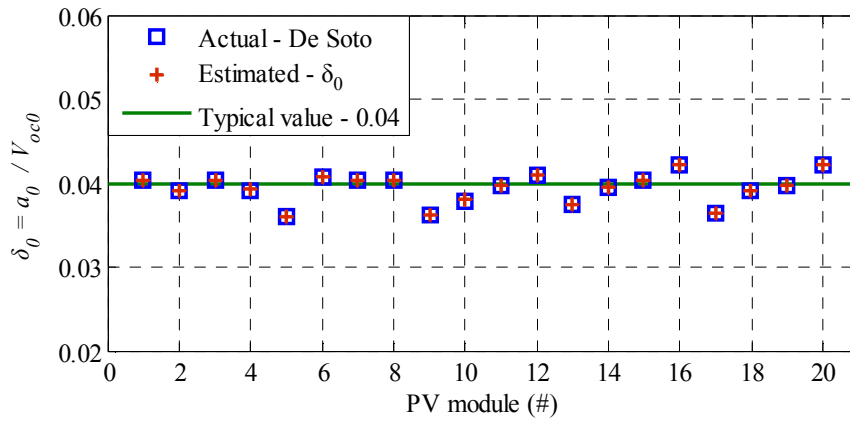
Ο λόγος a_0/V_{oc0} , μελετήθηκε στο [35] και βρέθηκε σταθερός και ίσος με 0.04 για τυπικές τιμές θερμοκρασιακών συντελεστών. Αποδεικνύεται ότι ο συντελεστής δ_0 εξαρτάται από τους θερμοκρασιακούς συντελεστές του πλαισίου ως εξής [35] :

$$\delta_0 = \frac{1 - 298.15 \cdot \beta_{V_{oc}}}{50.05 - 298.15 \cdot \alpha_{I_{sc}}} \simeq 0.04, \quad \text{όπου} \quad (2.24)$$

οι θερμοκρασιακοί συντελεστές είναι κανονικοποιημένοι (ανά μονάδα τιμές).

Παρακάτω παρατίθεται ένα γράφημα που επαληθεύει την εγκυρότητα του συντελεστή αυτού, για 20 διαφορετικούς τύπους πλαισίων της αγοράς. Στο ακόλουθο σχήμα, σημειώνονται οι τιμές του λόγου a_0/V_{oc0} όπως αυτός υπολογίζεται από το μοντέλο της De Soto [27], ο εκτιμώμενος, κάνοντας χρήση της Εξίσωσης 2.24, και η τυπική τιμή του ($\delta_0 = 0.04$). Όπως παρατηρούμε η τυπική αυτή τιμή σφάλλει ελάχιστα [35].

Παρόλα αυτά, στην παρούσα μελέτη θα υπολογίσουμε τον συντελεστή δ_0 , όπως αυτός προκύπτει από την Εξίσωση 2.24.



ΣΧΗΜΑ 2.17: Η παράμετρος δ_0 όπως υπολογίζεται με 3 τρεις διαφορετικές προσεγγίσεις για 20 εμπορικά πλαίσια. [35]

Σειριακή αντίσταση R_{s0}

Αναφορικά με τη σχέση που εκφράζει τη σειριακή αντίσταση του ισοδύναμου κυκλώματος της κυψέλης μιας διόδου, προκύπτει από την έκφραση 2.21γ' που εκφράζει την τάση MPP συναρτήσει του ρεύματος, αν την λύσουμε ως προς R_{s0} .

$$V_{mp0} = a_0(w_0 - 1) - R_{s0}I_{mp0} \Rightarrow$$

$$R_{s0} = \frac{a_0(w_0 - 1) - V_{mp0}}{I_{mp0}} \quad (2.25)$$

Όσον αφορά το w_0 , που εμφανίζεται στις αναλυτικές εκφράσεις του ρεύματος και της τάσης στο σημείο μέγιστης ισχύος, μπορεί πλέον να εκφραστεί συναρτήσει του συντελεστή δ_0 ως εξής:

$$w_0 = W \left\{ \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} e \right\} = W \left\{ e^{\frac{V_{oc0}}{a_0} + 1} \right\} = W \left\{ e^{\frac{1}{\delta_0} + 1} \right\} \quad (2.26)$$

Εγκάρσια αντίσταση R_{sh0}

Η έκφραση που περιγράφει την αντίσταση R_{sh0} προκύπτει από το ρεύμα μέγιστου σημείου λειτουργίας μιας κυψέλης (2.21β'), θεωρώντας ότι το φωτόρρευμα ισούται με το ρεύμα ανοιχτοκύκλωσης.

$$I_{mp0} = I_{sc0} \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - \frac{a_0(w_0 - 1)}{R_{sh0}}$$

Αυτή είναι μια προσέγγιση που σφάλλει ελάχιστα, διότι στην περιοχή βραχυκύκλωσης, το φωτόρρευμα διέρχεται σχεδόν στο σύνολό του από την αντίσταση R_s καθώς η διόδος $p-n$ δεν άγει και η αντίσταση R_{sh} είναι πολύ μεγαλύτερη. Αγνοώντας λοιπόν τη διόδο, το κύκλωμα που προκύπτει είναι ένας διαιρέτης ρεύματος με $R_s \ll R_{sh}$:

$$I_{sc} = \frac{R_{sh}}{R_{sh} + R_s} I_{ph} \simeq I_{ph} \quad (2.27)$$

Επομένως καταλήγουμε στην ακόλουθη έκφραση για την εγκάρσια αντίσταση :

$$R_{sh0} = \frac{a_0(w_0 - 1)}{I_{sc0} \left(1 - \frac{1}{w_0}\right) - I_{mp0}} \quad (2.28)$$

Φωτόρρευμα I_{ph0}

Αναφορικά με τον υπολογισμό του φωτορρεύματος, αν στη λειτουργία βραχυκύκλωσης (Εξίσωση 2.18α') θεωρήσουμε ότι ο εκθετικός όρος ισούται με μονάδα, για τους λόγους που αναφέρθηκαν για τον προσδιορισμό της αντίστασης R_{sh0} προκύπτει :

$$I_{sc0} = I_{ph0} - I_{s0} \cdot \left[e^{\frac{I_{sc0} \cdot R_{s0}}{a_0}} - 1 \right] - \frac{I_{sc0} \cdot R_{s0}}{R_{sh0}} \Rightarrow I_{sc0} = I_{ph0} - \frac{I_{sc0} \cdot R_{s0}}{R_{sh0}}$$

Επομένως, η έκφραση που περιγράφει τελικά το φωτόρρευμα είναι :

$$I_{ph0} = \left(1 + \frac{R_{s0}}{R_{sh0}} \right) I_{sc0} \quad (2.29)$$

Ανάστροφο ρεύμα κορεσμού I_{s0}

Τέλος, το ανάστροφο ρεύμα κορεσμού αυτό θα εξαχθεί από την έκφραση της τάσης ανοιχτοκύκλωσης (2.22) στην απλοποιημένη της μορφή, σε συνδυασμό με την έκφραση του συντελεστή της διόδου (2.23).

$$I_{s0} = I_{ph0} e^{-\frac{1}{s_0}} \quad (2.30)$$

Επομένως, συγκεντρωτικά οι σχέσεις προσδιορισμού των 5 παραμέτρων όπως αυτές προκύπτουν από το [35] είναι οι εξής :

$$a_0 = \delta_0 V_{oc0}$$

$$R_{s0} = \frac{a_0(w_0 - 1) - V_{mp0}}{I_{mp0}}$$

$$R_{sh0} = \frac{a_0(w_0 - 1)}{I_{sc0} \left(1 - \frac{1}{w_0}\right) - I_{mp0}}$$

$$I_{ph0} = \left(1 + \frac{R_{s0}}{R_{sh0}}\right) I_{sc0}$$

$$I_{s0} = I_{ph0} e^{-1/\delta_0}$$

2.7 Αναγωγή των 5 παραμέτρων σε αυθαίρετες συνθήκες

Στις προηγούμενες ενότητες παρουσιάστηκαν διάφορες τεχνικές εκτίμησης των 5 παραμέτρων που περιγράφουν το ισοδύναμο κύκλωμα μιας φωτοβολταϊκής κυψέλης σε πρότυπες συνθήκες. Για την αναγωγή αυτών των παραμέτρων στις εκάστοτε συνθήκες λειτουργίας υπάρχουν διάφορες προσεγγίσεις. Η μια είναι μέσω νευρωνικού δικτύου, όπως παρουσιάζεται στο [16], η οποία είναι πολυσύνθετη, ενώ μια απλούστερη και ικανοποιητική από άποψη ακρίβειας παρουσιάζεται από τη De Soto στο [27], βασιζόμενη στους νόμους της ηλεκτρονικής θεωρίας.

Σύμφωνα με την τελευταία, οι 5 παράμετροι εξαρτώνται από τη θερμοκρασία και την ακτινοβολία ως εξής :

Φωτόρρευμα I_{ph}

Ο ρυθμός με τον οποίο απελευθερώνονται και κινούνται οι φορείς στον κρύσταλλο του πυριτίου εξαρτάται αναλογικά από την ένταση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Συνεπώς, όπως αποδεικνύεται και πρακτικά, το φωτόρρευμα έχει περίπου γραμμική εξάρτηση από την

ενεργό ακτινοβολία. ενώ εκφράζει μια ελαφρώς ανοδική συμπεριφορά με την αύξηση της θερμοκρασίας. Η σχέση που περιγράφει αυτή τη συμπεριφορά δίνεται παρακάτω :

$$I_{ph} = G \cdot [I_{ph0} + \alpha_{I_{sc}} \cdot (T_c - T_0)] , \quad \text{όπου :} \quad (2.32)$$

- G : η κανονικοποιημένη ακτινοβολία που δέχεται το πλαίσιο (*p.u.*)
- I_{ph0} : το φωτόρρευμα σε συνθήκες STC (*A*)
- $\alpha_{I_{sc}}$: ο θερμοκρασιακός συντελεστής του ρεύματος σε απόλυτη μορφή ($A/^{\circ}C$ ή A/K)
- T_c & T_0 : η θερμοκρασία του πλαισίου και η θερμοκρασία αναφοράς ($T_0 = 25^{\circ}C$), είτε σε $^{\circ}C$ είτε σε K αφού λόγω της διαφοράς δεν υπάρχει διαφοροποίηση

Ανάστροφο ρεύμα κορεσμού I_s

Η σχέση που περιγράφει την εξάρτηση του ρεύματος κορεσμού από τη θερμοκρασία (εκφρασμένη σε K) και την ακτινοβολία, προσαρμοσμένη στη Φ/B κυψέλη είναι :

$$I_s = I_{s0} \cdot \left[\frac{T_c}{T_0} \right]^3 \cdot e^{\frac{1}{k} \cdot \left[\frac{E_{g,T_0}}{T_0} - \frac{E_{g,T_c}}{T_c} \right]} , \quad \text{όπου :} \quad (2.33)$$

- k : σταθερά Boltzmann $1.38066 \cdot 10^{-23}$ (J/K)
- E_{g,T_0} : το ενεργειακό διάκενο (J) σε συνθήκες STC - τυπική τιμή
 $E_{g,T_0} = 1.2 \text{ eV} = 1.9226 \cdot 10^{-19} J$ για το πυρίτιο
- E_{g,T_c} : το ενεργειακό διάκενο (J) σε θερμοκρασία κυψέλης T_c , το οποίο υπολογίζεται από τη σχέση $E_{g,T_c} = E_{g,T_0} \cdot [1 - 0.0002677 \cdot (T_c - T_0)]$

Τροποποιημένος συντελεστής διόδου a

Όπως προκύπτει από τον ορισμό του τροποποιημένου ιδανικού συντελεστή διόδου a (Εξίσωση 2.3), υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ αυτού και της θερμοκρασίας (εκφρασμένη σε K) του Φ/B στοιχείου, η οποία περιγράφεται από την ακόλουθη σχέση :

$$a = a_0 \cdot \frac{T_c}{T_0} , \quad \text{όπου :} \quad (2.34)$$

- a_0 : ο τροποποιημένος συντελεστής διόδου σε συνθήκες STC, (V)
- T_c & T_0 : η θερμοκρασία του πλαισίου και η θερμοκρασία αναφοράς (K)

Σειριακή αντίσταση R_s

Διάφορες μελέτες έχουν επιχειρήσει την εύρεση μιας απλής έκφρασης για την εξάρτηση της σειριακής αντίστασης από την ακτινοβολία και τη θερμοκρασία [27],[28] & [29] χωρίς αξιολογικά αποτελέσματα. Θεωρούμε λοιπόν την παραδοχή της ανεξαρτησίας [27],[28] της αντίστασης από της περιβαλλοντικές συνθήκες :

$$R_s = R_{s_0}, \quad \text{όπου :} \quad (2.35)$$

- R_{s_0} : η σειριακή αντίσταση σε συνθήκες STC (Ω)

Εγκάρσια αντίσταση R_{sh}

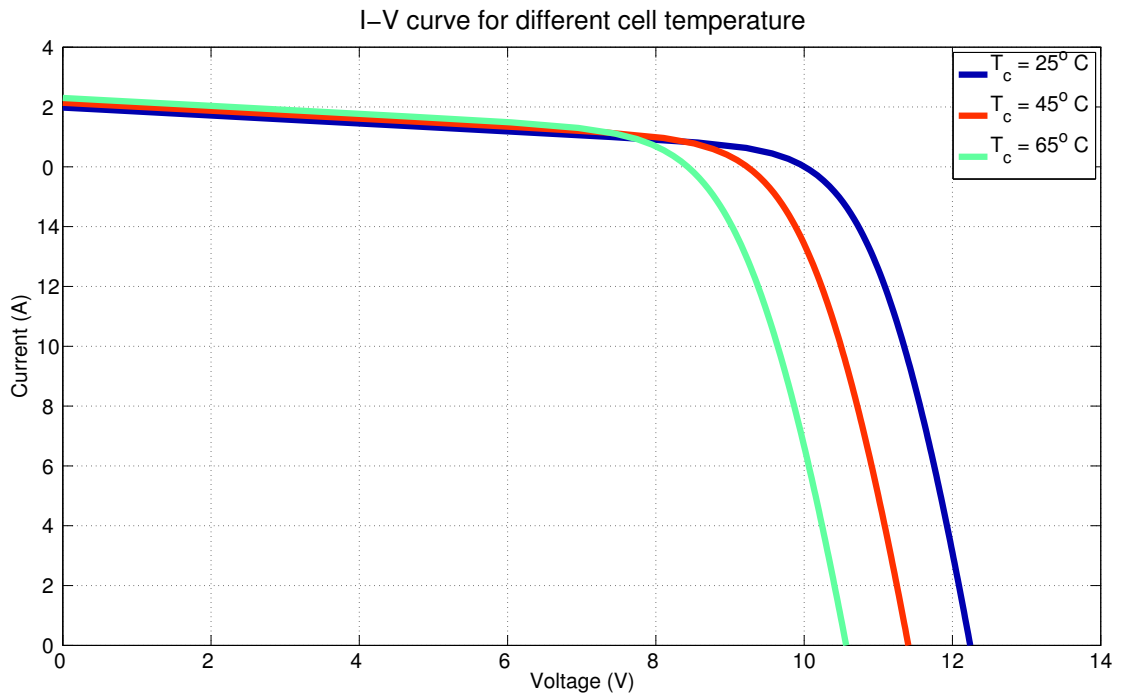
Σχετικά με την παράλληλη αντίσταση, παρατηρείται πως η αυξομείωση της έντασης της ακτινοβολίας επηρεάζει την κλίση της χαρακτηριστικής καμπύλης $I - V$ στην περιοχή κοντά στο σημείο βραχυκύκλωσης, η οποία όπως αναφέραμε και πριν εξαρτάται κυρίως από την αντίσταση R_{sh} . Επομένως, σύμφωνα με το [27] :

$$R_{sh} = R_{sh_0} \cdot \frac{f_1(AM)}{G}, \quad \text{όπου :} \quad (2.36)$$

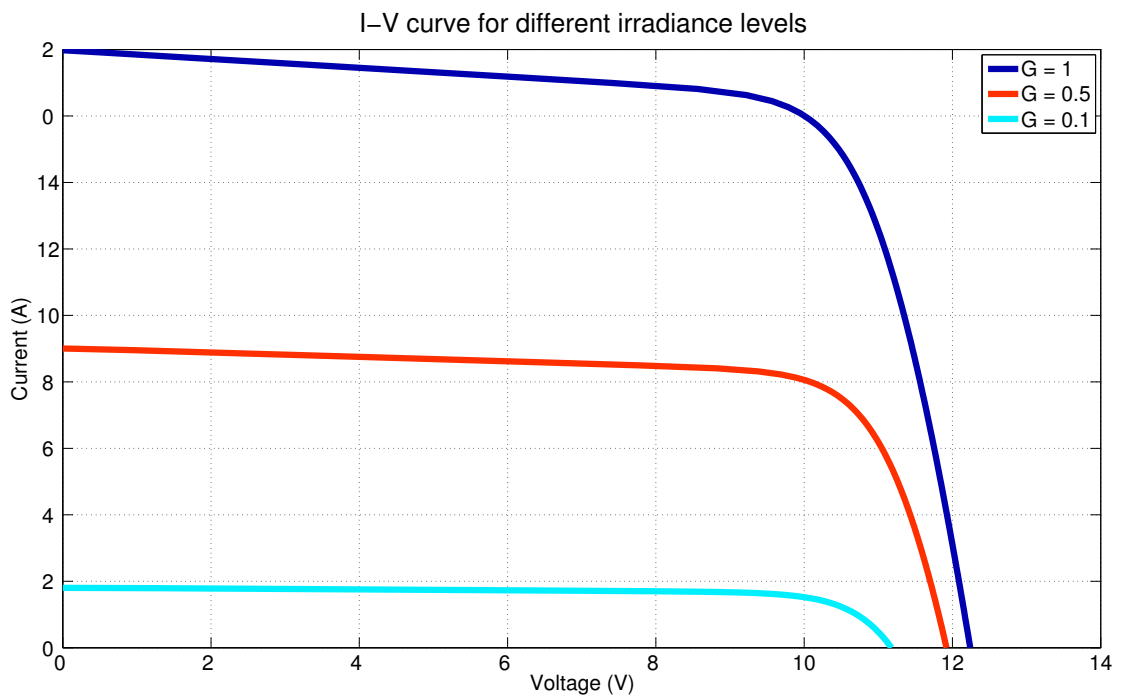
- R_{sh_0} : η εγκάρσια αντίσταση σε συνθήκες STC (Ω)
- G : η κανονικοποιημένη ακτινοβολία που δέχεται το πλαίσιο ($p.u.$)
- $f_1(AM)$: ο συντελεστής των φασματικών απωλειών [32], ο οποίος περιγράφεται:
 $f_1(AM) = a_0 + a_1 \cdot AM + a_2 \cdot AM^2 + a_3 \cdot AM^3 + a_4 \cdot AM^4$, όπου :
 - AM : η αέριος μάζα
 - a_i : πέντε εμπειρικοί συντελεστές μοναδικοί για κάθε Φ/B πλαίσιο

Στα Σχήματα 2.19 & 2.18 παρουσιάζονται οι χαρακτηριστικές καμπύλες $I - V$ όπως αυτές μεταβάλλονται με τη θερμοκρασία και την ακτινοβολία. Επιβεβαιώνεται ότι υπάρχει αναλογική εξάρτηση του ρεύματος βραχυκύκλωσης I_{sc} από την ακτινοβολία και ασθενέστερη

(λογαριθμική) εξάρτηση της τάσης ανοιχτοκύκλωσης V_{oc} από αυτήν. Αντίστοιχα, η διαφοροποίηση της θερμοκρασίας δεν επηρεάζει το I_{sc} σχεδόν καθόλου (ιδιαίτερα ασθενής αναλογική επίδραση), ενώ το V_{oc} εξαρτάται άμεσα και με αναλογικό τρόπο από αυτήν.



ΣΧΗΜΑ 2.18: Επίδραση της θερμοκρασίας στη χαρακτηριστική καμπύλη ενός Φ/Β πλαισίου.



ΣΧΗΜΑ 2.19: Επίδραση της ακτινοβολίας στη χαρακτηριστική καμπύλη ενός Φ/Β πλαισίου.

Η μεθοδολογία που αναπτύχθηκε παραπάνω μπορεί να εφαρμοστεί σε όλα τα μοντέλα εύρεσης παραμέτρων που αναφέρθηκαν παραπάνω. Βέβαια, όσον αφορά το αναλυτικό μοντέλο που αναπτύχθηκε στην Ενότητα 2.6.3, αν τα δεδομένα τάσεων και ρευμάτων είναι γνωστά για τις συνθήκες τις οποίες θέλουμε να μελετήσουμε, μπορούμε απευθείας να υπολογίσουμε τις 5 παραμέτρους για αυτές τις συνθήκες, χωρίς να χρειάζεται να τις υπολογίσουμε πρώτα στις συνθήκες αναφοράς [35].

2.8 Αναγωγή ρευμάτων και τάσεων SC, OC & MP σε αυθαίρετες συνθήκες

Σε πολλές περιπτώσεις κρίνεται σκόπιμο να γνωρίζουμε τις τάσεις και τα ρεύματα των σημείων SC, OC & MP στις εκάστοτε συνθήκες λειτουργίας των πλαισίων. Αυτό μπορεί να διευκολύνει τον υπολογισμό των 5 παραμέτρων σε αυθαίρετες λειτουργίες, κάνοντας χρήση του αναλυτικού μοντέλου εύρεσής τους, όπως παρουσιάστηκε σε προηγούμενη ενότητα 2.6.3.

Έτσι, εκμεταλλευόμενοι τις σχέσεις αναγωγής των 5 παραμέτρων σε αυθαίρετες συνθήκες, μπορούμε να καταλήξουμε στις ακόλουθες σχέσεις :

$$V_{oc} = V_{oc0} \cdot [1 + \delta_0 \cdot KT \cdot \ln G + \beta_{V_{oc}} \cdot \Delta T] \quad (2.37)$$

$$I_{sc} = G \cdot I_{sc0} \cdot (1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T) \quad (2.38)$$

$$V_{mp} = G \cdot V_{mp0} + [(1 - G) \cdot \delta_0 \cdot (w_0 - 1) + \delta_0 \cdot KT \cdot \ln G + \beta_{V_{oc}} \cdot \Delta T] \cdot V_{oc0} \quad (2.39)$$

$$I_{mp} = G \cdot I_{mp0} \cdot [1 + a_{I_{mp}} \cdot \Delta T] \quad (2.40)$$

όπου :

- $a_{I_{mp}} = \alpha_{I_{sc}} + \frac{\beta_{V_{oc}} - 1/T_0}{w_0 - 1} \cdot \frac{1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T}{1 + \beta_{V_{oc}} \cdot \Delta T}$: θερμοκρασιακός συντελεστής I_{mp} (p.u./K)
- G : κανονικοποιημένη ακτινοβολία (p.u.)
- T_c & T_0 : η θερμοκρασία πλαισίου και η θερμοκρασία αναφοράς (K)
- $\Delta T = T_c - T_0$: η διαφορά θερμοκρασίας
- $KT = T_c/T_0$: ο λόγος θερμοκρασιών
- I_{sc} , V_{oc} , I_{mp} , & V_{mp} : χαρακτηριστικά SC, OC, & MPP (με δείκτη 0 αναφέρονται σε STC)
- $\alpha_{I_{sc}}$ & $\beta_{V_{oc}}$: οι κανονικοποιημένοι θερμοκρασιακοί συντελεστές (p.u./K)

- $\delta_0 = \frac{1-298.15 \beta_{voc}}{50.05-298.15 \alpha_{Isc}}$
- $w_0 = W \{I_{ph0}/I_{s0} e\} = W \{e^{\frac{1}{\delta_0}+1}\}$

Η αναλυτική απόδειξη των παραπάνω σχέσεων βρίσκεται στο Παράρτημα Β', συνοδευόμενη από την εκτίμηση των σφαλμάτων τους.

Κεφάλαιο 3

Επίδραση Σκίασης σε Φωτοβολταϊκή Πλαισιοσειρά

3.1 Γενικά περί σκίασης

Με τον όρο σκίαση καλούμε τις συνθήκες μειωμένης ή ανομοιόμορφης ακτινοβολίας στις οποίες υπόκειται μια επιφάνεια λόγω παρεμπόδισης πρόσπτωσης, κυρίως της άμεσης, συνιστώσας ακτινοβολίας σε τμήμα της από παρακείμενα αντικείμενα. Μερική σκίαση ενός φωτοβολταϊκού μπορεί να προκληθεί από σύννεφα, κτήρια, δέντρα, ή και από τμήμα της ίδιας της εγκατάστασης όταν τα πλαίσια είναι τοποθετημένα σε μικρές αποστάσεις διαδοχικών σειρών (μια τέτοια περίπτωση παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.1).



ΣΧΗΜΑ 3.1: Περιπτώσεις μερικής σκίασης προκαλούμενης από τμήμα της ίδιας εγκατάστασης. [4]

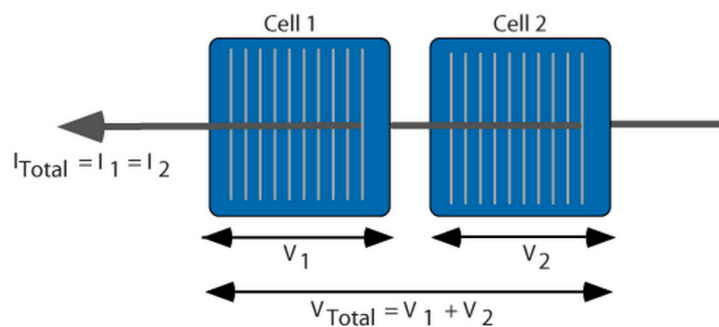
Ακόμα, μπορεί να οφείλεται σε παράγοντες, όπως ανομοιόμορφη ρύπανση, νέφωση ή άλλα καιρικά φαινόμενα, οι οποίοι δεν μπορούν να προβλεφθούν [36]. Τα σύννεφα προκαλούν σκιάσεις που μπορούν να κινηθούν σχετικά γρήγορα πάνω από τη Φ/B γεννήτρια. Δομές όμως που είναι στατικές στον περιβάλλοντα χώρο μπορούν να προκαλέσουν σκίαση περισσότερο στατική, λόγω της αργής περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της. Το σχήμα και

η απόσταση του αντικειμένου μπορούν να επηρεάσουν την ποιότητα της ακτινοβολίας που δέχεται η Φ/B γεννήτρια καθώς και την έκταση της σκίασης. Ως εκ τούτου μεταβάλλονται και τα ηλεκτρικά χαρακτηριστικά και η ενεργειακή απόδοση της γεννήτριας.

Η μοντελοποίηση της σκίασης γεωμετρικά και οι επιπτώσεις της στην ηλεκτρική απόδοση του Φ/B σταθμού αποτελεί δημοφιλές αντικείμενο έρευνας. Η εκ των προτέρων γνώση της μπορεί να δώσει ακριβέστερη εκτίμηση της ενεργειακής απόδοσης μιας υπό μελέτη Φ/B εγκατάστασης και να συμβάλει έτσι στην επιλογή κατάλληλων σχεδιαστικών παραμέτρων για ορθότερη χωροθέτηση [32]. Αναλυτική περιγραφή της ντετερμινιστικής γεωμετρίας της σκίασης παρουσιάζεται στα [37], [38]. Η παρούσα εργασία εστιάζει στα φαινόμενα ηλεκτρικής φύσεως τα οποία συνθέτουν την απόκριση της Φ/B πλαισιοσειράς υπό συνθήκες ανομοιόμορφης ακτινοβολίας.

3.2 Επίδραση σκίασης στην ηλεκτρική απόκριση φωτοβολταϊκών στοιχειοσειρών

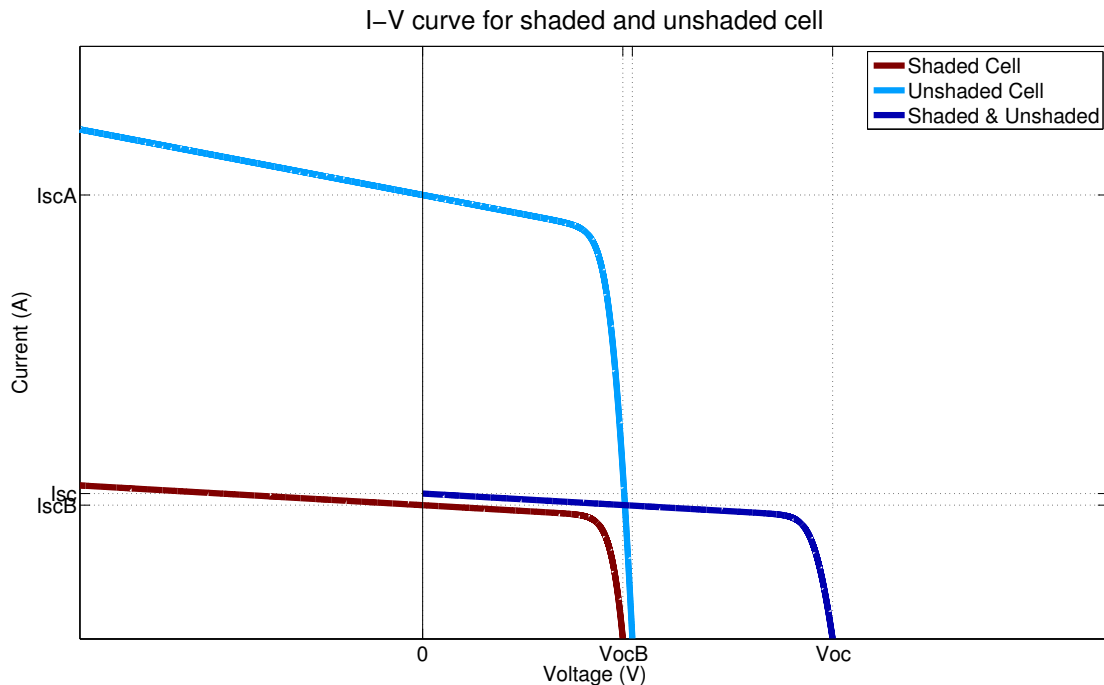
Όταν η σκίαση καλύπτει όλη τη στοιχειοσειρά δεν εμφανίζεται πρακτικά κάποια ανομοιομορφία στη λειτουργία των κυψελών. Οπότε, λαμβάνοντας υπόψη ότι η ακτινοβολία επηρεάζει με γραμμικό τρόπο το ρεύμα (όπως αναλύθηκε στο Κεφάλαιο 2), αναμένουμε ότι η μείωση της ακτινοβολίας θα οδηγήσει σε λειτουργία με χαμηλότερο ρεύμα, άρα και ισχύ. Συχνά όμως η σκίαση είναι μερική, διαφοροποιώντας την απόκριση της κάθε κυψέλης. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα οι λειτουργικά διαφορετικές πλέον κυψέλες να αναγκάζονται να λειτουργήσουν υπό το ίδιο μειωμένο ρεύμα.



ΣΧΗΜΑ 3.2: Δυο κυψέλες συνδεδεμένες σε σειρά. [39]

Στην ενότητα αυτή θα εξεταστεί η περίπτωση κατά την οποία έχουμε δυο κυψέλες συνδεδεμένες εν σειρά όπου δέχονται ανομοιόμορφη ακτινοβολία. Έστω ότι η κυψέλη A λειτουργεί υπό πλήρη ακτινοβολία και η B είναι σκιασμένη. Στο Σχήμα 3.3 διερευνάται η συνολική χαρακτηριστική ρεύματος - τάσης των δύο κυψελών. Για την κάθε μια παρέχεται ξεχωριστά η χαρακτηριστική ρεύματος - τάσης. Η συνολική χαρακτηριστική προκύπτει ως εξής : για

κάθε τιμή του ρεύματος (από 0 έως $I_{sc,tot}$) η αντίστοιχη τιμή της τάσης προσδιορίζεται από το αλγεβρικό άθροισμα των των τιμών των τάσεων που αντιστοιχούν στις καμπύλες για την ομάδα A & B. Αφού όλη η συνδεσμολογία γίνεται σε σειρά, και δοθέντος του γεγονότος ότι η κυψέλη A λειτουργεί σε χειρότερες συνθήκες από την B αναμένεται ότι θα ισχύει : $I_{sc,A} > I_{sc,B}$ [23].



ΣΧΗΜΑ 3.3: Χαρακτηριστική $I - V$ δυο κυψελών που λειτουργούν υπό διαφορετικές συνθήκες.

Για την πληρέστερη κατανόηση του παραπάνω σχήματος διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις :

- $0 < I < I_{sc,B}$ Για αυτή την περιοχή ρεύματος και οι δυο κυψέλες παράγουν ηλεκτρική ισχύ προς την αντίσταση φορτίου, λειτουργώντας ως ανεξάρτητες πηγές ηλεκτρικής ισχύος.
- $I = I_{sc,B}$ Το ρεύμα που διαρρέει την ασκίαστη κυψέλη είναι ίδιο με αυτό της σκιασμένης. Όταν για το σύστημα των δυο κυψελών η αντίσταση που προσαρμόζεται στο φορτίο λάβει την κρίσιμη τιμή για την οποία $I_A = I_{sc,B}$, τότε τα στοιχεία της ασκίαστης κυψέλης ούτε παράγουν ούτε καταναλώνουν ισχύ.
- $I_{sc,B} < I < I_{sc}$ Για αυτή την περιοχή ρεύματος, η ασκίαστη κυψέλη λειτουργεί ως γεννήτρια, ενώ η σκιασμένη είναι ανάστροφα πολωμένη και καταναλώνει ένα σημαντικό μέρος της ηλεκτρικής ισχύος. Η υπόλοιπη παραγόμενη ισχύς καταναλώνεται στο φορτίο. Για την οριακή κατάσταση όπου $I_{sc} = I_{sc,A} = I_{sc,B}$, η συνολικά αποδιδόμενη

ηλεκτρική ισχύς στο φορτίο μηδενίζεται. Αυτό πρακτικά συμβαίνει επειδή όλη η ηλεκτρική ισχύς που παράγεται από την ασκίαστη κυψέλη καταναλώνεται πλήρως από τη σκιασμένη.

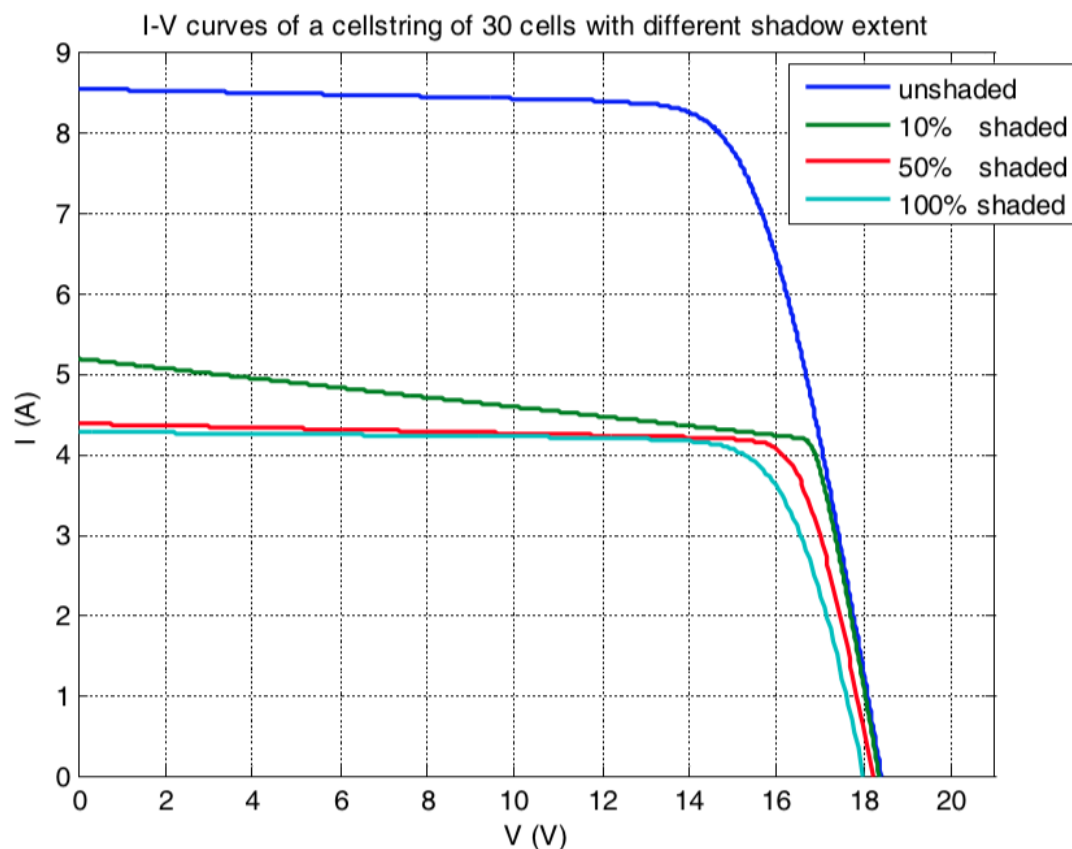
Όταν σε μια φωτιζόμενη στοιχειοσειρά Φ/Β κυψελών περιλαμβάνονται κάποια στοιχεία που βρίσκονται ανάστροφα πολωμένα και λειτουργούν ως καταναλωτές ισχύος, τότε τα στοιχεία που καταναλώνουν ισχύ χαρακτηρίζονται ως « θερμά σημεία » (hot spots) λόγω της αυξημένης θερμοκρασίας τους. Ενδέχεται η κατανάλωση της ηλεκτρικής ισχύος να οδηγήσει τα Φ/Β στοιχεία σε κατάσταση « θερμικής φυγής », οπότε ο ρυθμός της παραγόμενης θερμότητας γίνεται μεγαλύτερος από το ρυθμό απαγωγής, με αποτέλεσμα τα Φ/Β στοιχεία να υπερθερμαίνονται και να καταστρέφονται. Το κατεστραμμένο Φ/Β στοιχείο συμπεριφέρεται ηλεκτρικά ως ανοιχτοκύκλωμα. Επειδή όλα τα στοιχεία του πλαισίου βρίσκονται μεταξύ τους συνδεδεμένα σε σειρά, αρκεί η καταστροφή ενός μόνο στοιχείου ώστε να αχρηστευτεί το πλαίσιο.

Στα πλαίσια των Φ/Β εγκαταστάσεων η ύπαρξη ορισμένων Φ/Β στοιχείων που εκδηλώνουν συμπεριφορά « θερμού σημείου » είναι πρακτικά αναπόφευκτη. Για τον λόγο αυτό τοποθετούνται παράλληλα προς τη στοιχειοσειρά του πλαισίου (ανά συγκεκριμένο μήκος της) οι δίοδοι προστασίας (δίοδοι διαφυγής ή bypass diodes). Αυτές δημιουργούν εναλλακτικές διαδρομές ρεύματος όταν υπάρχουν κατεστραμμένα Φ/Β στοιχεία ή ομάδες που καταναλώνουν ηλεκτρική ισχύ. Η αρχή λειτουργίας μιας διόδου παράκαμψης έγκειται στο ότι η δίοδος διαφυγής θα πολώνεται ορθά, μόλις τα Φ/Β στοιχεία τα οποία προστατεύει οδηγηθούν σε σημείο λειτουργίας που επιβάλλει την ανάστροφη πόλωσή τους. Κατά συνέπεια, οι δίοδοι πρέπει να συνδέονται με αντίθετη πολικότητα από αυτή που ορίζουν τα Φ/Β στοιχεία, ούτως ώστε όσο τα στοιχεία λειτουργούν σωστά να μην περνάει ρεύμα από τις διόδους διαφυγής.

Η δίοδοι διαφυγής μειώνουν σημαντικά το μέγεθος της θέρμανσης που προκαλείται τοπικά στην προβληματική περιοχή, από την άλλη διατηρεί την τάση της ομάδας που σκιάζεται ή είναι κατεστραμμένη σε επίπεδα τάσης της τάξεως των $-0.6V$ περίπου, περιορίζοντας έτσι τη μείωση της ισχύος εξόδου. Οι λόγοι που μας αποτρέπουν από το να έχουμε μια δίοδο διαφυγής ανά κυψέλη είναι αφ' ενός το αυξημένο κόστος και αφ' ετέρου οι μεγάλες πτώσεις τάσης που θα παρουσιάζονταν σε περιπτώσεις που πολλές απ' αυτές πολώνονταν ορθά ταυτοχρόνως. Πέρα από τη μείωση της ισχύος, η επίδραση των διόδων διαφυγής παρατηρείται και στις καμπύλες $I-V$ και $P-V$, σχηματίζοντας αρκετά τοπικά μέγιστα. Το συγκεκριμένο φαινόμενο δημιουργεί αρκετά προβλήματα στον έλεγχο της ανίχνευσης του εκάστοτε σημείου μέγιστης ισχύος (MPP tracking) του συστήματος.

Σύμφωνα με την ανάλυση που έχει γίνει στα [30],[32],[36],[37] & [38] όταν η έκταση της σκίασης σε μια στοιχειοσειρά ξεπεράσει το 10% της συνολικής της επιφάνειας, τότε η λειτουργία της στοιχειοσειράς προσεγγίζει τη λειτουργία της ολικώς σκιασμένης στοιχειοσειράς.

Επομένως, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι μια μερικώς σκιασμένη στοιχειοσειρά μπορεί να εκφυλιστεί σε ολικώς σκιασμένη για λόγους απλοποίησης. Στο παρακάτω διάγραμμα, μπορούμε να διακρίνουμε τις περιπτώσεις σκίασης 0, 3, 15 και 30 κυψελών μιας στοιχειοσειράς που αποτελείται από 30 κυψέλες.



ΣΧΗΜΑ 3.4: Χαρακτηριστική $I - V$ για διάφορες εκτάσεις σκίασης.[30]

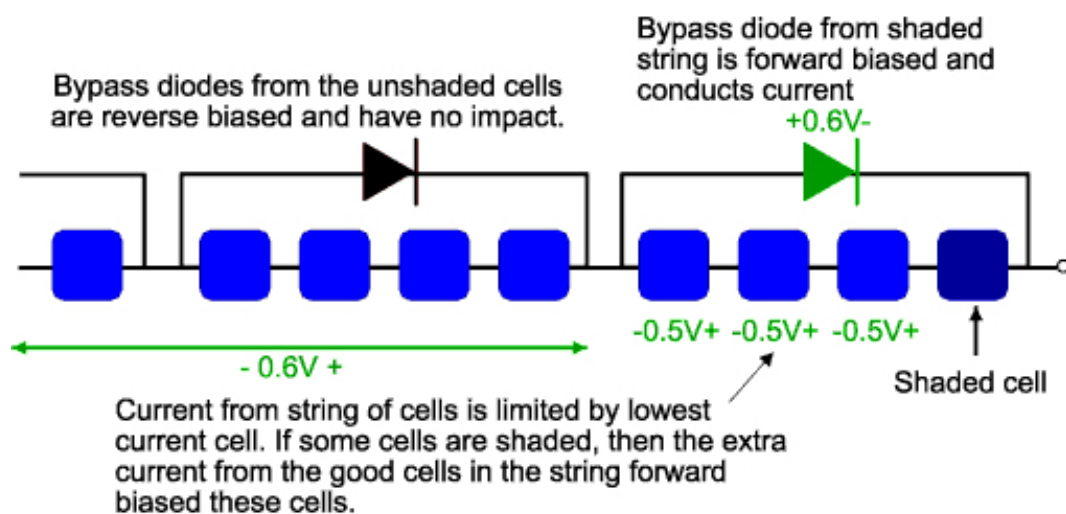
Ουσιαστικά επαληθεύεται ο ισχυρισμός που διατυπώθηκε προηγουμένως, οπότε η περαιτέρω ανάλυση θα γίνει θεωρώντας δομική μονάδα το cellstring, χωρίς αυτό να μας δημιουργεί μεγάλες αποκλίσεις.

3.3 Σκίαση φωτοβολταϊκού πλαισίου

Το Φ/Β πλαίσιο ως μονάδα περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 2. Ένα Φ/Β πλαίσιο αποτελείται από N_{bp} στοιχειοσειρές που στα άκρα της κάθε μιας εξ αυτών είναι τοποθετημένη μια διόδος διαφυγής για τους λόγους που αναλύθηκαν παραπάνω.

Σε περιπτώσεις μερικής σκίασης, όταν το ρεύμα (I) που εξαναγκάζεται να λειτουργήσει η στοιχειοσειρά είναι μεγαλύτερο από το ρεύμα βραχυκύκλωσης (I_{sc}) της σκιασμένης Φ/Β κυψέλης, τότε η διόδος διαφυγής άγει τη διαφορά των ρευμάτων αυτών ($I - I_{sc}$). Το γεγονός αυτό έχει σαν αποτέλεσμα για ρεύματα μεγαλύτερα του ρεύματος βραχυκύκλωσης

η μερικώς σκιασμένη στοιχειοσειρά να λειτουργεί σε αρνητική τάση της τάξης των $-0.5V$ έως $-1.2V$, κυρίως λόγω της τάσης αγωγής της διόδου, με αποτέλεσμα την ελάχιστη κατανάλωση ενέργειας σε σχέση με την λειτουργία χωρίς δίοδο διαφυγής.



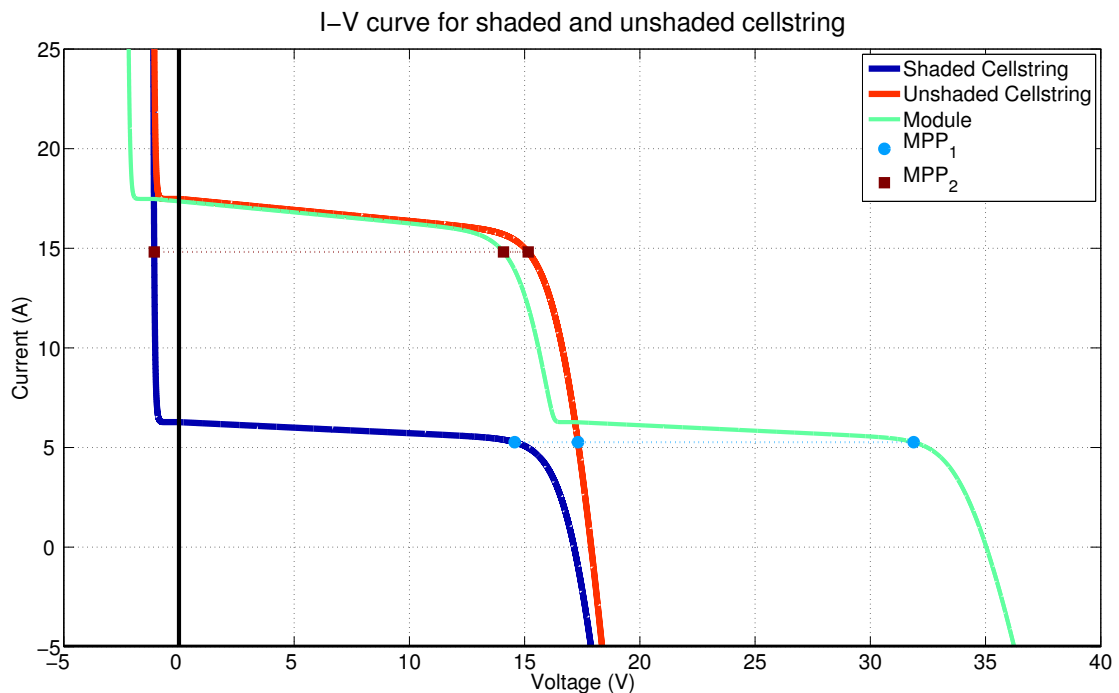
ΣΧΗΜΑ 3.5: Κύκλωμα Φ/B πλαισίου σε συνθήκες μερικώς σκίασης.[39]

Στο Σχήμα 3.6 παρουσιάζεται η λειτουργία ενός πλαισίου που αποτελείται από δυο στοιχειοσειρές εκ των οποίων η μια είναι ασκίαστη ενώ η άλλη είναι πλήρως σκιασμένη, με ένταση ακτινοβολίας τη μισή της ασκίαστης. Στο διάγραμμα αυτό φαίνεται ουσιαστικά η επίδραση της διόδου διαφυγής στη λειτουργία του πλαισίου. Αυτό που παρατηρούμε είναι η δημιουργία δυο τοπικών μεγίστων ισχύος.

Το τμήμα που αντιστοιχεί σε μικρά ρεύματα αφορά στη λειτουργία του πλαισίου με ανάστροφα πολωμένες τις διόδους καθώς η σκιασμένη συνιστώσα λειτουργεί σε θετικές τάσεις. Αντίθετα στο τμήμα που αφορά σε υψηλά ρεύματα περιγράφει την κατάσταση στην οποία η σκιασμένη στοιχειοσειρά παρακάμπτεται από τη δίοδο διαφυγής. Ουσιαστικά σε αυτή την περιοχή έχουμε την χαρακτηριστική της ασκίαστης συνιστώσας μειωμένη κατά $0.6V$, λόγω της πτώσης τάσης που προκαλεί η δίοδος.

Αυτό που παρατηρούμε είναι ότι η λειτουργία του πλαισίου επηρεάζεται σε περίπτωση μερικώς σκίασης μόνο σε περίπτωση που χρειαστεί να λειτουργήσει σε μεγάλο ρεύμα. Αν αγνοήσουμε τη δίοδο διαφυγής, έχουμε ένα ολικό μέγιστο με μειωμένη ισχύ, ενώ σε αντίθετη περίπτωση έχουμε ένα τοπικό μέγιστο που ταυτίζεται με το παραπάνω και ένα δεύτερο σε μικρότερη τάση.

Όπως γίνεται εμφανές στο Σχήμα 3.7, η μειωμένη ακτινοβολία έχει εμφανώς μειώσει την παραγωγή ισχύος του πλαισίου, αλλά με την ύπαρξη διόδων διαφυγής διασώζονται τμήματα της καμπύλης ισχύος σε χαμηλές τάσεις, όπου σε μεγάλη έκταση σκίασης μπορεί να εμφανιστούν εκεί ολικά μέγιστα.

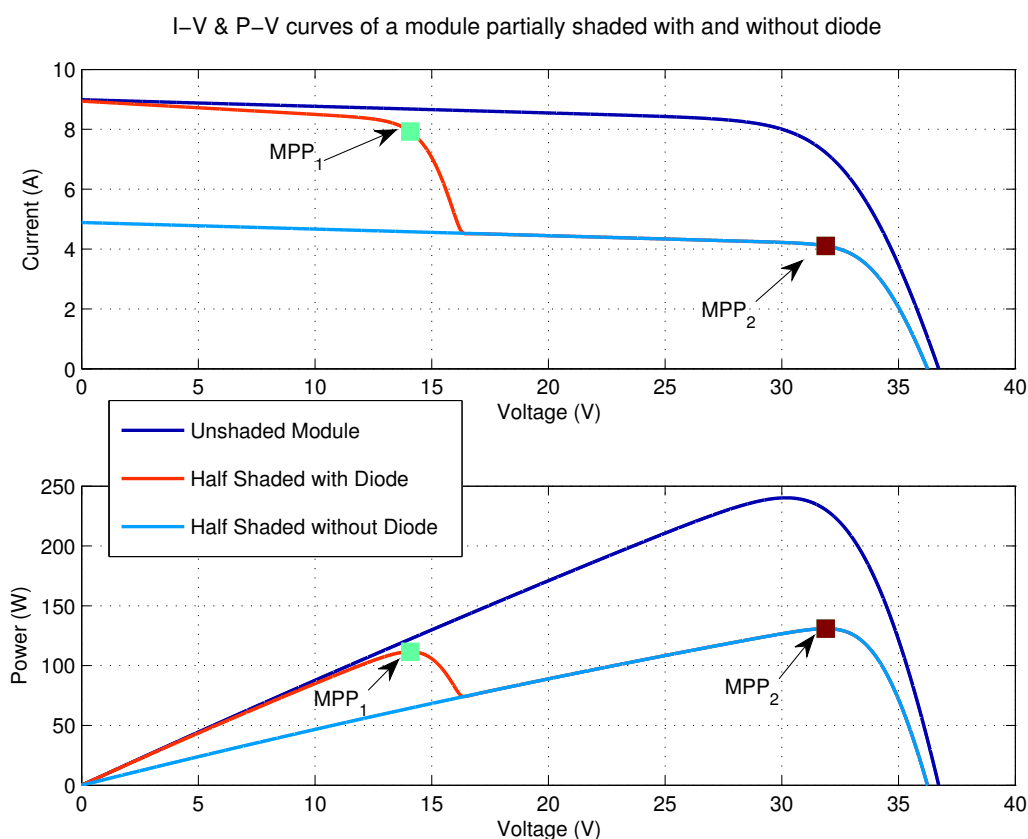


ΣΧΗΜΑ 3.6: $I - V$ χαρακτηριστική Φ/Β πλαισίου 2 στοιχειοσειρών εκ των οποίων η μια δέχεται 50% λιγότερη ακτινοβολία.

Όπως εύκολα μπορούμε να παρατηρήσουμε από τα γραφήματα 3.6, 3.7, η προκύπτουσα χαρακτηριστική λειτουργίας του πλαισίου παρουσιάζει δυο σημεία μεγιστοποίησης της ισχύος όταν υπάρχει διάδος διαφυγής, τα οποία ονομάζουμε MPP_1 και MPP_2 .

Το MPP_1 είναι το σημείο μέγιστης ισχύος το οποίο εμφανίζεται στην περιοχή χαμηλότερων τάσεων και μεγαλύτερων ρευμάτων. Σ' αυτό συνεισφέρει μόνο η ασκίαστη στοιχειοσειρά και η διάδος διαφυγής που άγει στο σημείο αυτό, ώστε να προστατεύεται η σκιασμένη στοιχειοσειρά. Αυτή παρακάμπτεται και η συνολική τάση του MPP_1 είναι ίση με το άθροισμα των τάσεων των κυψελών μειωμένη κατά την τάση αγωγής της διόδου.

Το MPP_2 εμφανίζεται στην περιοχή μεγαλύτερων τάσεων και ασθενέστερων ρευμάτων και οφείλεται στη συνεισφορά και των δυο στοιχειοσειρών. Σε αυτή την περίπτωση οι διάδοι διαφυγής είναι ανάστροφα πολωμένες οπότε δεν άγουν. Το συνολικό ρεύμα είναι μικρότερο από το ρεύμα βραχυκύκλωσης της σκιασμένης στοιχειοσειράς (γί' αυτό και η διάδος της σκιασμένης στοιχειοσειράς δεν άγει) και επομένως η τάση στο MPP_2 προκύπτει από τη συμβολή των τάσεων όλων των κυψελών του πλαισίου. Σε αυτή την περίπτωση, η τάση στην οποία λειτουργούν οι κυψέλες της ασκίαστης στοιχειοσειράς είναι μεγαλύτερη από την τάση των σκιασμένων και αυτό γιατί έχουν διαφοροποιηθεί πλέον οι 5 παράμετροι και επομένως οι επιμέρους χαρακτηριστικές των κυψελών, λόγω των διαφορετικών συνθηκών λειτουργίας.



ΣΧΗΜΑ 3.7: $I-V$ και $P-V$ χαρακτηριστικές Φ/B πλαισίου 2 στοιχειοσειρών εκ των οποίων η μια δέχεται 50% λιγότερη ακτινοβολία με δίοδο διαφυγής και χωρίς, συγκρινόμενες με την ασκίαστη χαρακτηριστική του πλαισίου.

3.3.1 Συμπεριφορά πλαισίου σε διάφορες εντάσεις και εκτάσεις σκίασης

Το παρόν αντικείμενο έχει μελετηθεί εκτενώς στα [32], [30], [38], [20] & [37] και τα συμπεράσματα στα οποία καταλήγουν είναι τα ακόλουθα :

- Μικρό ποσοστό σκίασης της στοιχειοσειράς επηρεάζει σημαντικά την απόκριση του πλαισίου, οδηγώντας σε συμπεριφορά παρόμοια με την ολική σκίαση της στοιχειοσειράς. Σε αυτά τα σενάρια έχουμε την εμφάνιση δυο μεγίστων, όπως αυτά αναλύθηκαν προηγουμένως.
- Σαν συνέπεια του παραπάνω, όταν σκιάζονται οι $N_{bp} - 1$ στοιχειοσειρές του πλαισίου και η N_{bp} είναι ασκίαστη, τότε εμφανίζεται μόνο ένα μέγιστο καθώς και η N_{bp} στοιχειοσειρά λειτουργεί ως ολικά σκιασμένη.
- Μεταβαλλόμενης της έντασης σκίασης σε ένα πλαίσιο, διατηρώντας την έκταση σκίασης αμετάβλητη, η θέση εμφάνισης του MPP₁ μένει ουσιαστικά ανεπηρέαστη. Αυτό

οφείλεται στο ότι το MPP_1 εξαρτάται μόνο από τις ασκίαστες στοιχειοσειρές αφού οι σκιασμένες παρακάμπτονται από τη δίοδο διαφυγής.

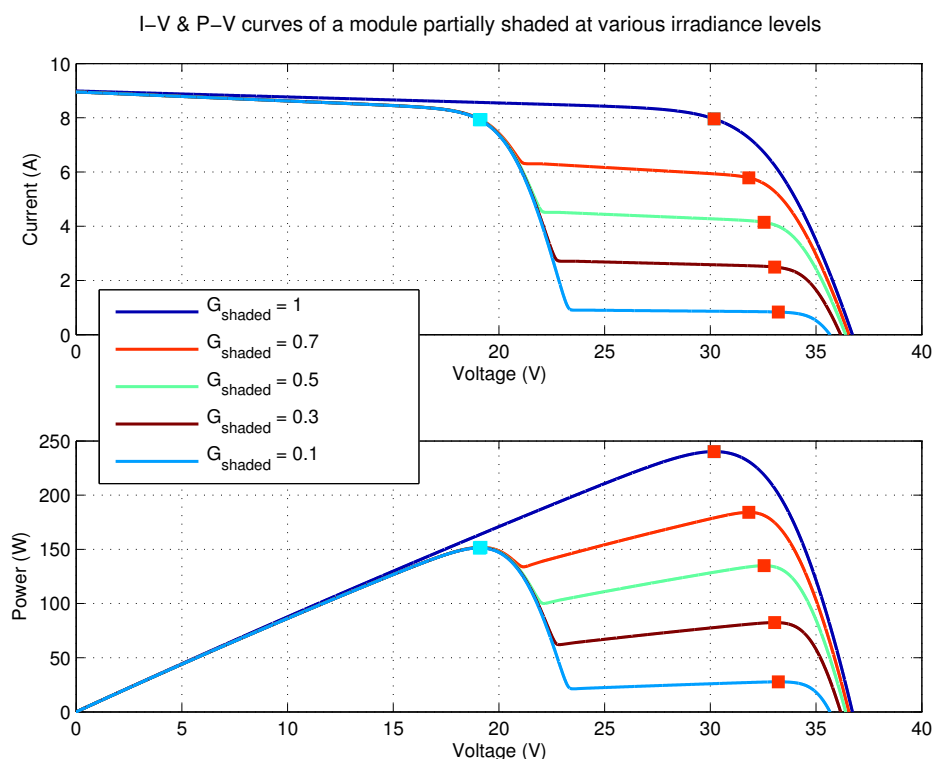
- Αντίστοιχα για τις παραπάνω συνθήκες, το MPP_2 επηρεάζεται σημαντικά. Από τη στιγμή που σ' αυτό το μέγιστο συμβάλλουν και οι σκιασμένες στοιχειοσειρές, αφού οι δίοδοι δεν άγουν, παρατηρούμε αυτή την έντονη εξάρτηση του MPP_2 από την ένταση σκίασης. Επίσης, γνωρίζοντας ότι το ρεύμα παρουσιάζει αναλογική εξάρτηση από την ακτινοβολία, αναμένουμε τη μετατόπιση του μεγίστου σε χαμηλότερα ρεύματα καθώς αυξάνεται η ένταση της σκίασης.

Για την καλύτερη κατανόηση των παραπάνω παρατηρήσεων παραθέτονται τα ακόλουθα διαγράμματα.

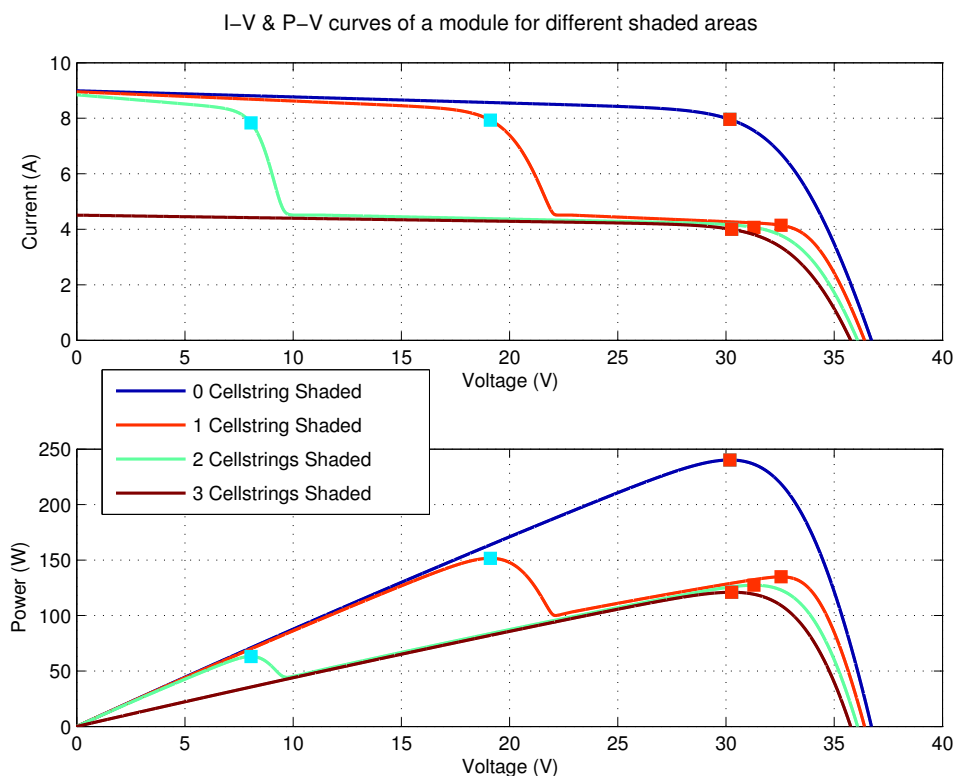
Στα παρακάτω σχήματα έχει υποτεθεί πλαίσιο με $N_{bp} = 3$ και $N_s = 16$. Το πλαίσιο που προσομοιώθηκε είναι το Yingli 165, με βάση το οποίο θα γίνουν οι μετρήσεις και η επιβεβαίωση του μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία. Τα στοιχεία του datasheet του πλαισίου παρατίθενται στον ακόλουθο πίνακα :

Model	Type	N_s	N_{bp}	I_{sc0} (A)	V_{oc0} (V)	I_{mp0} (A)	V_{mp0} (V)	$\alpha_{I_{sc}}$ (A/°C)	$\beta_{V_{oc}}$ (V/°C)
Yingli 165	mc-si	16	3	7.9	29.0	7.2	23.0	0.00474	-0.12512

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1: Πίνακας στοιχείων πλαισίου YL-165



ΣΧΗΜΑ 3.8: $I - V$ και $P - V$ χαρακτηριστικές Φ/B πλαισίου 3 στοιχειοσειρών εκ των οποίων η 1 δέχεται μικρότερη ακτινοβολία.



ΣΧΗΜΑ 3.9: $I - V$ και $P - V$ χαρακτηριστικές Φ/B πλαισίου 3 στοιχειοσειρών για διάφορες εκτάσεις σκίασης, όπου οι σκιασμένες στοιχειοσειρές δέχονται ακτινοβολία $G_{sh} = 0.5$.

3.4 Σκίαση φωτοβολταϊκής πλαισιοσειράς

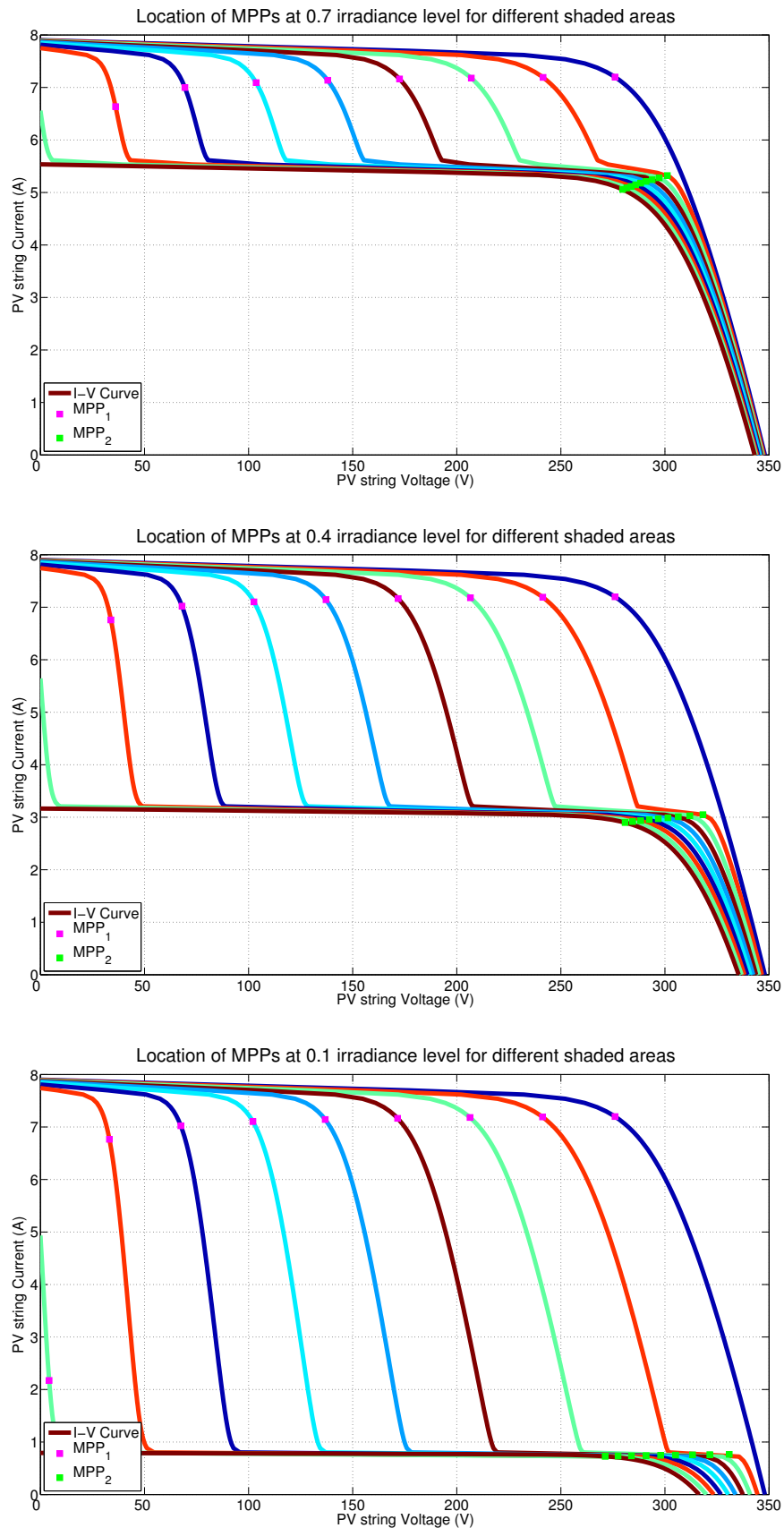
Όπως ήδη έχει αναφερθεί στο 2 ως πλαισιοσειρά ορίζουμε την εν σειρά σύνδεση N_m πλαισίων, έτσι ώστε να πετύχουμε την επιθυμητή τάση λειτουργίας. Σε μια πλαισιοσειρά έχουμε $N_m \cdot N_{bp}$ στοιχειοσειρές και $N_m \cdot N_{bp} \cdot N_s$ πλήθος κυψελών. Από σκοπιά μοντελοποίησης η πλαισιοσειρά συνιστάται από $N_m \cdot N_{bp}$ στοιχειοσειρές συνδεδεμένες σειριακά, ως ένα υπερμέγεθες πλαίσιο. Επομένως, το φαινόμενο της σκίασης σε επίπεδο πλαισιοσειράς ακολουθεί τις παρατηρήσεις που διατυπώθηκαν στην ενότητα για το Φ/B πλαίσιο.

Εκτενής ανάλυση της συμπεριφοράς της πλαισιοσειράς για διάφορα σενάρια σκίασης έχει γίνει στο [32]. Στην εν λόγω εργασία έχει γίνει μελέτη μερικής σκίασης, θεωρώντας ένα επίπεδο σκίασης, λαμβάνοντας τυπικές χωροθετήσεις σε οριζόντια και κατακόρυφη διάταξη των πλαισίων, αντιπροσωπευτικές γεωμετρικές σκίασης για διάφορους βαθμούς σκίασης. Οι παραδοχές που έγιναν είναι οι εξής :

- Γίνεται η ανάλυση της μερικώς σκιασμένης πλαισιοσειράς σε ασκίαστες, μερικώς σκιασμένες και ολικά σκιασμένες στοιχειοσειρές. Δηλαδή έχουμε δυο επίπεδα ακτινοβολίας, σύμφωνα με τα οποία κατατάσσουμε τις στοιχειοσειρές σε σκιασμένες και ασκίαστες.
- Θεώρηση μονοεπίπεδης ακτινοβολίας
- Συνθήκες λειτουργίας πλαισίου STC

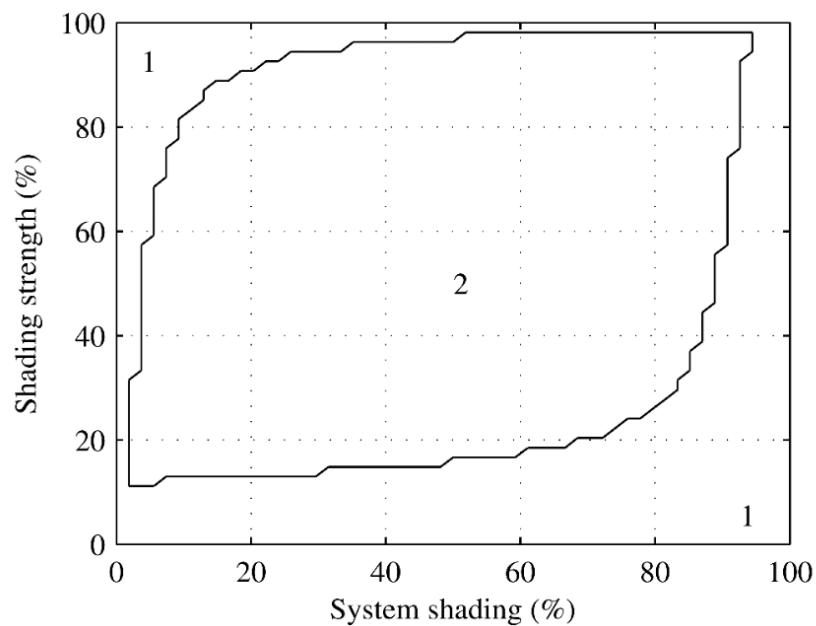
Μερικά πολύ ενδιαφέροντα συμπεράσματα στα οποία καταλήγει κάνοντας χρήση των παραπάνω ρεαλιστικών παραδοχών είναι τα ακόλουθα :

- Το MPP_1 αφορά στη λειτουργία των ασκίαστων μόνο στοιχειοσειρών. Παρουσιάζει χαμηλή τιμή τάσης και υψηλή τιμή ρεύματος, ενώ μοιάζει ανεπηρέαστο από το βαθμό της σκίασης. Το I_{mp1} κινείται σε σταθερά επίπεδα ανεξάρτητα από την ένταση της σκίασης και παρουσιάζει μικρή πτωτική τάση όσο αυξάνεται η έκταση της σκίασης. Η V_{mp1} φαίνεται να έχει μια σχεδόν γραμμική σχέση με την έκταση της ασκίαστης περιοχής, ενώ δεν παρουσιάζει εξάρτηση από την ένταση της ακτινοβολίας. (Σχήμα 3.10)
- Στο MPP_2 συνεισφέρουν τόσο οι ασκίαστες όσο και οι σκιασμένες στοιχειοσειρές. Παρουσιάζει υψηλή τιμή τάσης και ασθενές ρεύμα, ενώ είναι άμεσα εξαρτώμενο από την ακτινοβολία των σκιασμένων στοιχειοσειρών. Το I_{mp2} μειώνεται όσο αυξάνεται η έκταση της σκίασης, αλλά αυτή η μείωση τείνει να εξομαλύνεται όσο αυξάνεται η ένταση της σκίασης. Η V_{mp2} έχει μια αντιστρόφως ανάλογη σχέση με την έκταση της σκίασης και αναλογική με την ένταση της σκίασης. (Σχήμα 3.10)



ΣΧΗΜΑ 3.10: $I - V$ χαρακτηριστικές για εντάσεις σκίασης 0.7, 0.4 & 0.1 και εκτάσεις σκίασης 0,4,8,12,16,20,24,28,32 & 36 cellstrings.

- Εκφύλιση της μερικώς σκιασμένης στοιχειοσειράς ως ολικά σκιασμένη, καθώς η συμπεριφορά της πρώτης σχεδόν ταυτίζεται με της δεύτερης ειδικά για έκταση σκίασης άνω του 10%.
- Στις περισσότερες περιπτώσεις μερικής σκίασης πλαισιοσειράς παρατηρείται η εμφάνιση δυο μέγιστων σημείων λειτουργίας. Ωστόσο, στο [11] αποδείχθηκε ότι υπάρχουν περιπτώσεις όπου εμφανίζεται ένα μοναδικό MPP. Η εμφάνιση ή μη του MPP εξαρτάται τόσο από το ποσοστό σκίασης του PV string όσο και από την ένταση της σκίασης. Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζονται οι συνθήκες κάτω από τις οποίες έχουμε ένα ή δυο MPPs.



ΣΧΗΜΑ 3.11: Πλήθος MPPs στην P-V χαρακτηριστική της Φ/B γεννήτριας ως συνάρτηση του ποσοστού σκίασης και της έντασης σκίασης [11].

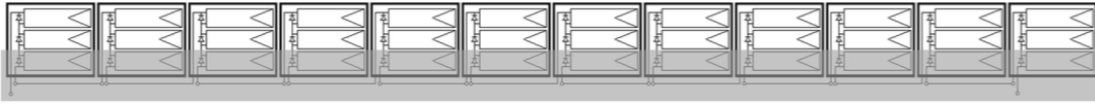
Αυτό που παρατηρούμε είναι ότι για ένταση σκίασης άνω του 90% εμφανίζεται μόνο ένα μέγιστο. Μειονέκτημα της μελέτης που έγινε στο [11] αποτελεί το γεγονός ότι δεν προσδιορίζεται το είδος του MPP στην περίπτωση που εμφανίζεται μόνο ένα από τα δυο.

3.5 Σενάρια σκίασης 2 επιπέδων ακτινοβολίας Φ/B πλαισιοσειράς

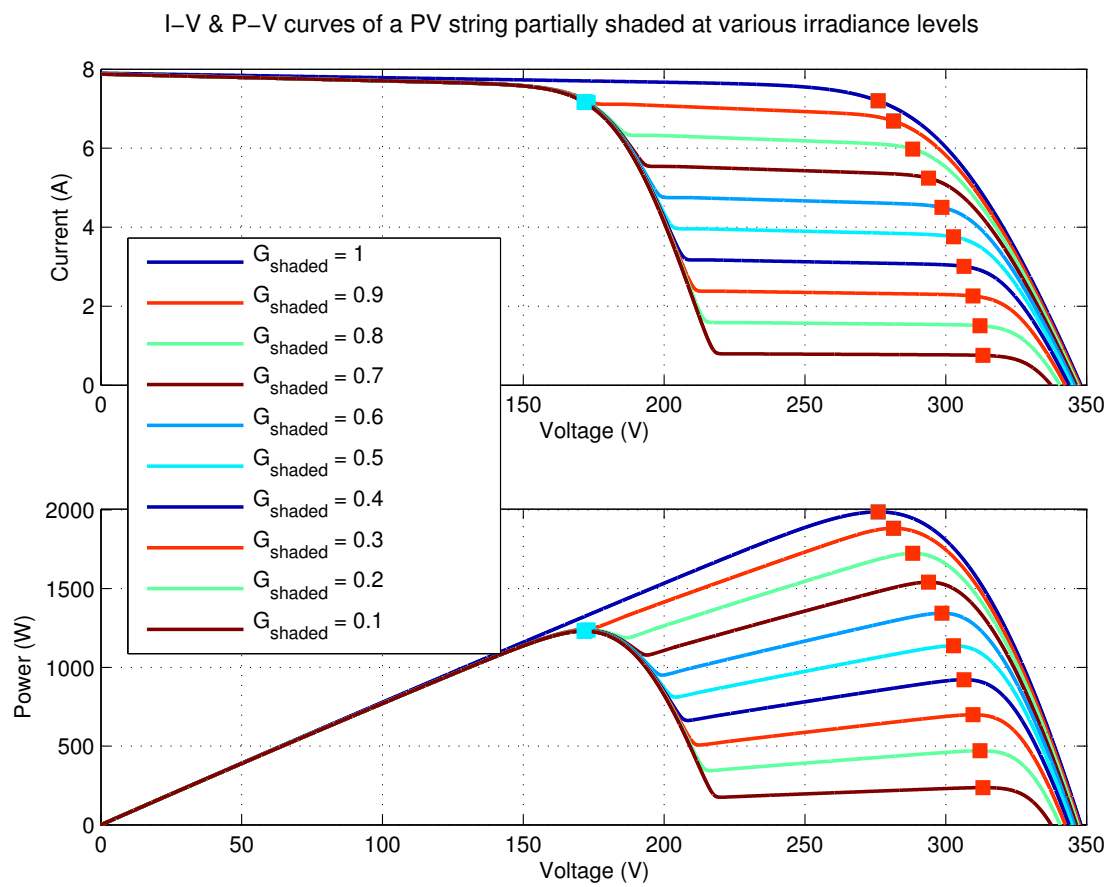
Με βάση τα παραπάνω συμπεράσματα θα προχωρήσουμε σε ορισμένα τυπικά σενάρια σκίασης. Στα σενάρια αυτά θα χρησιμοποιηθεί οριζόντια διάταξη πλαισίων, χρησιμοποιώντας το πλαίσιο Yingli 165 και $N_m = 12$.

Σκίαση της τελευταίας στοιχειοσειράς κατά 100%

Σε αυτό το σενάριο σκιάζεται το $\frac{1}{3}$ κάθε πλαισίου, όπως παρουσιάζεται και στον παρακάτω σχήμα.



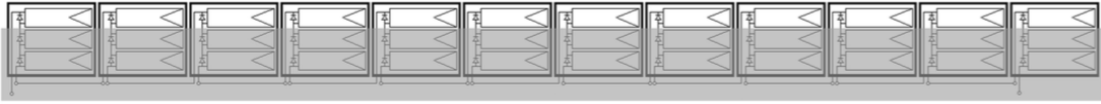
ΣΧΗΜΑ 3.12: Σκιασμένη πλαισιοσειρά κατά 1 cellstring [32].



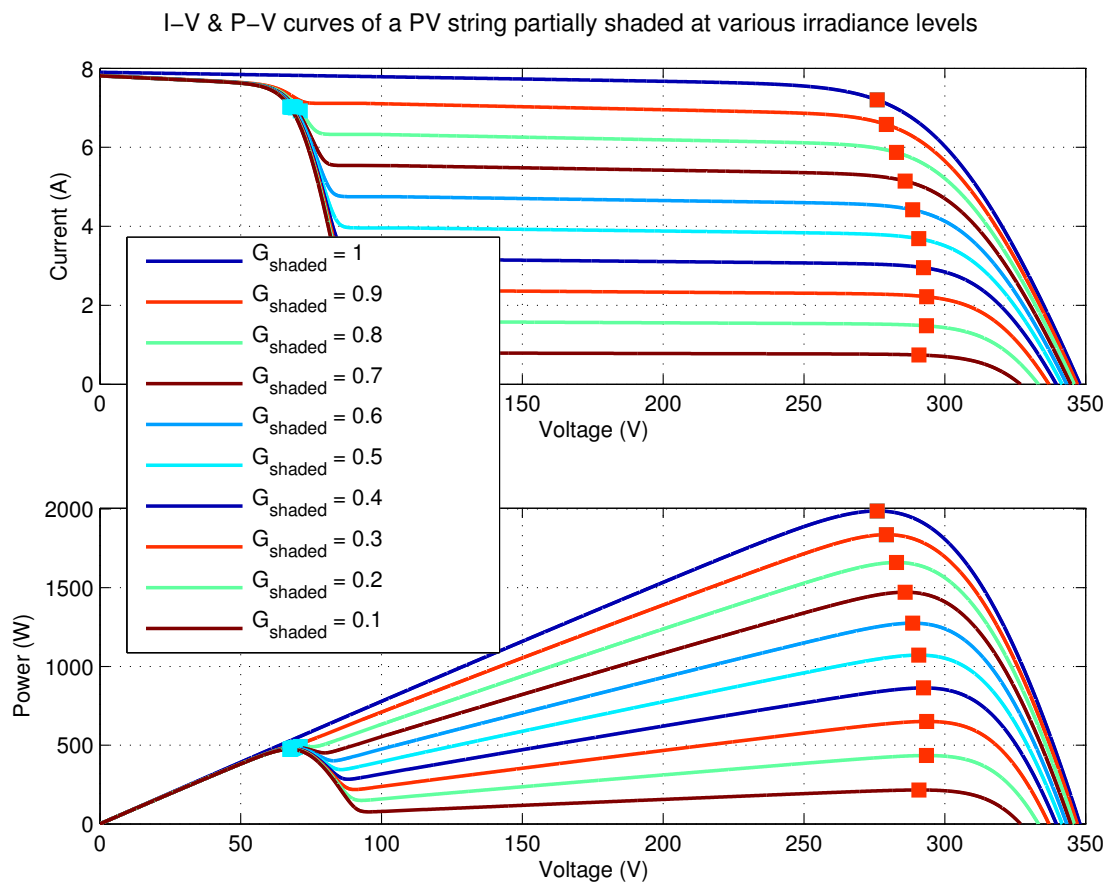
ΣΧΗΜΑ 3.13: $I - V$ και $P - V$ καμπύλες σκιασμένης πλαισιοσειράς κατά 1 cellstring.

Σκίαση των τελευταίων δυο στοιχειοσειρών κατά 100%

Σε αυτό το σενάριο σκιάζεται το $\frac{2}{3}$ κάθε πλαισίου, όπως παρουσιάζεται και στον παρακάτω σχήμα.



ΣΧΗΜΑ 3.14: Σκιασμένη πλαισιοσειρά κατά 2 cellstrings [32].

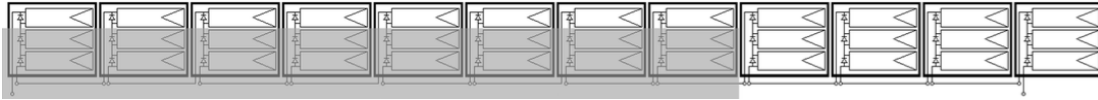


ΣΧΗΜΑ 3.15: $I - V$ και $P - V$ καμπύλες σκιασμένης πλαισιοσειράς κατά 2 cellstrings.

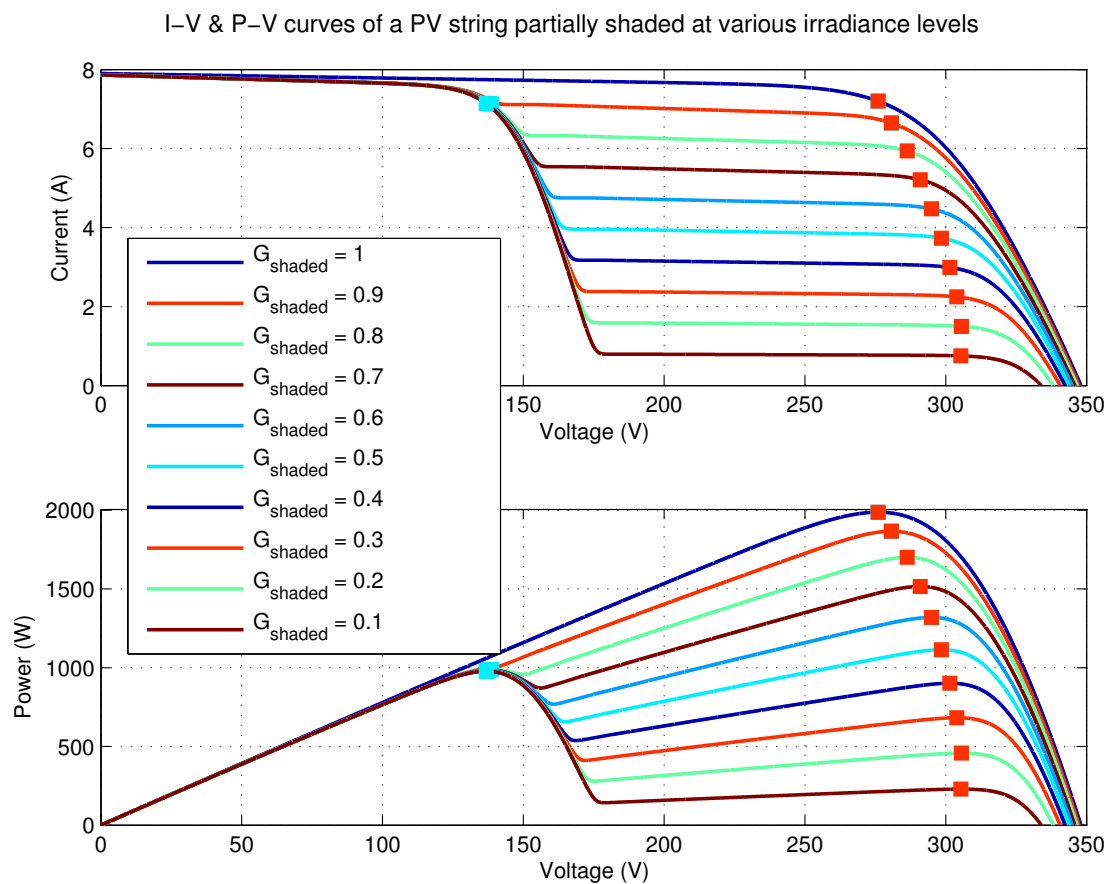
Παρατηρείται μικρή διαφοροποίηση από το προηγούμενο σενάριο, και έντονη εξάρτηση του πρώτου μέγιστου από την έκταση της σκίασης όπως σημειώθηκε και στην προηγούμενη Ενότητα.

Σκίαση δυο στοιχειοσειρών 8 πλαισίων κατά 100%

Σε αυτό το σενάριο σκιάζουμε τα 2 από τα 3 cellstrings των 8 πλαισίων. Επίσης, παρατηρείται η εμφάνιση ενός μόνο μεγίστου για ένταση σκίασης 90%.

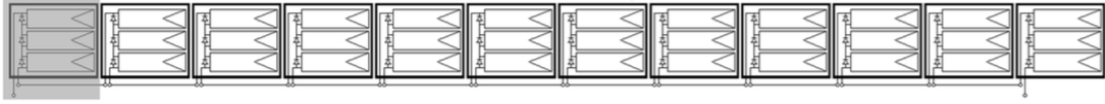


ΣΧΗΜΑ 3.16: Σκιασμένη πλαισιοσειρά κατά 2 cellstrings 8 πλαισίων[32].

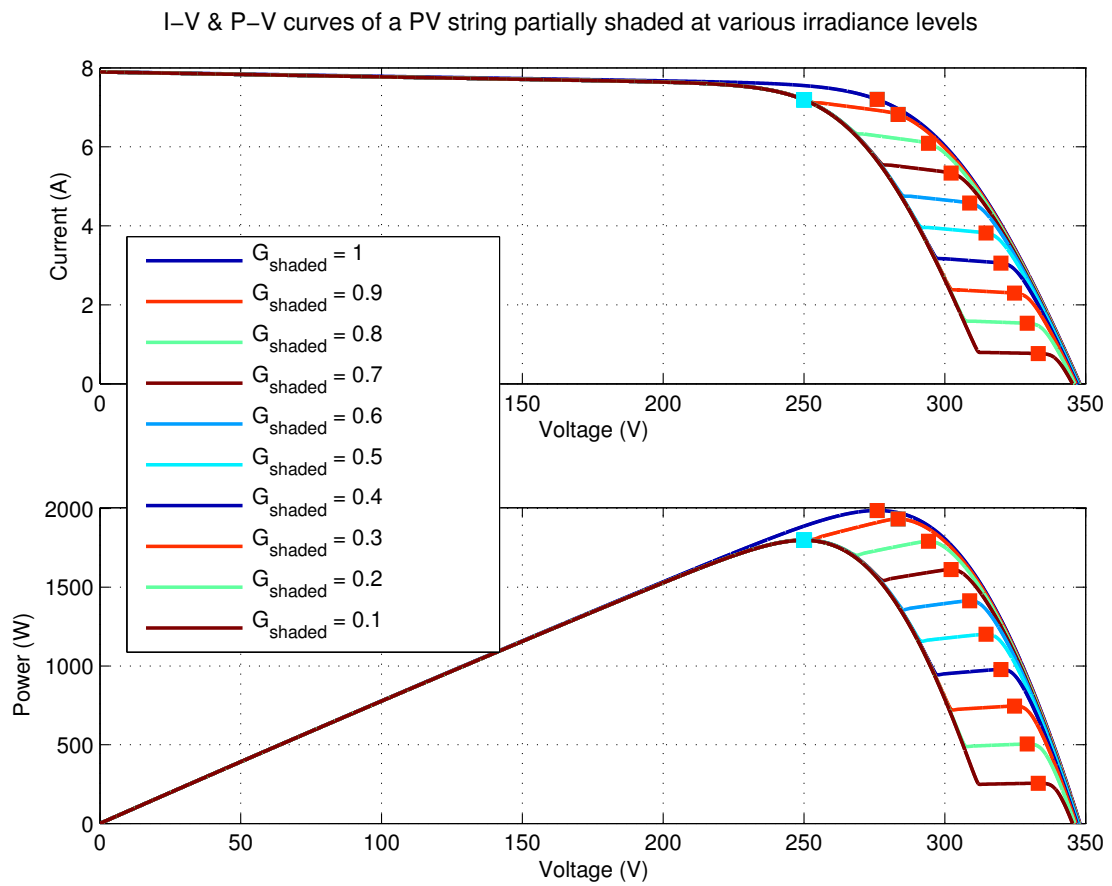


ΣΧΗΜΑ 3.17: $I - V$ και $P - V$ καμπύλες σκιασμένης πλαισιοσειράς κατά 2 cellstrings σε 8 πλαίσια.

Σκίαση ενός πλαισίου κατά 100%

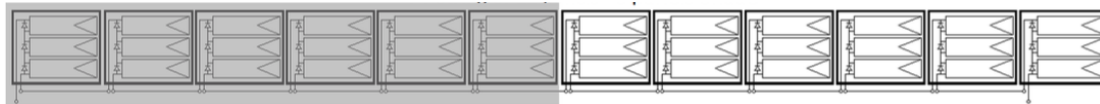


ΣΧΗΜΑ 3.18: Σκιασμένη πλαισιοσειρά κατά 1 πλαίσιο [32].

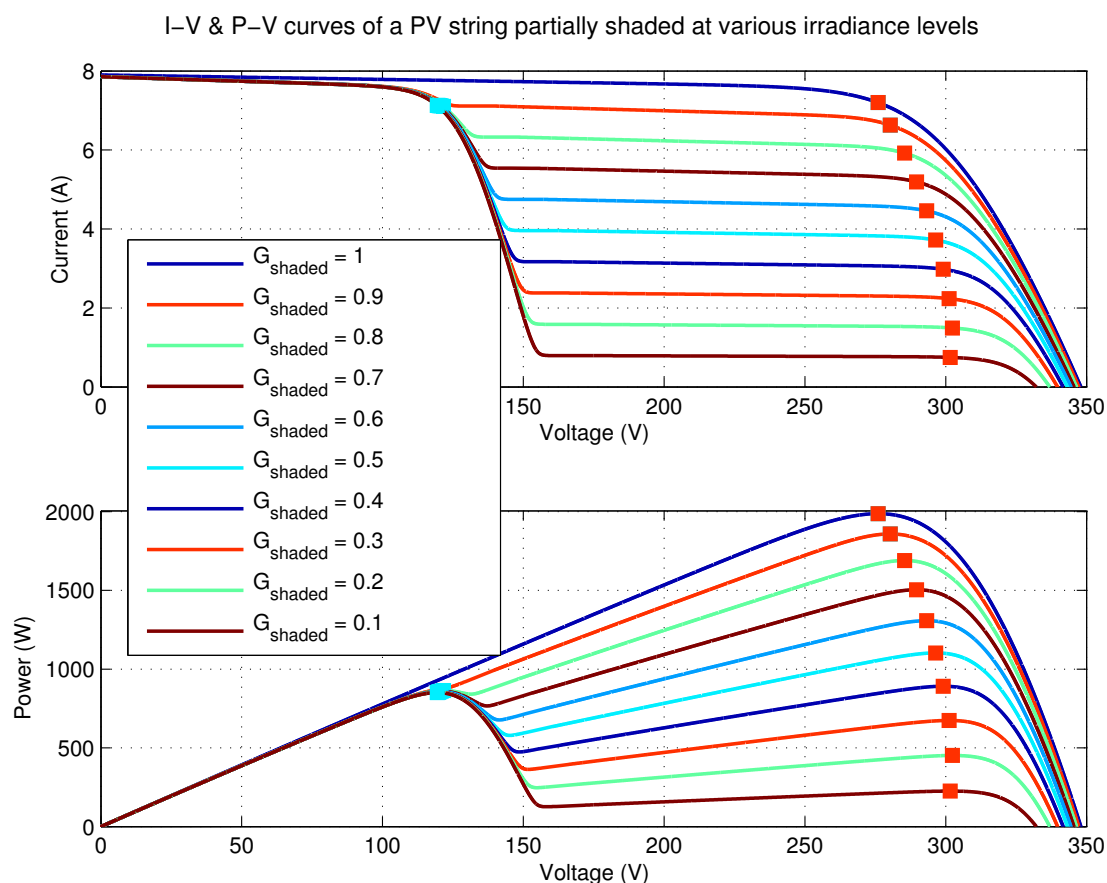
ΣΧΗΜΑ 3.19: $I - V$ και $P - V$ καμπύλες σκιασμένης πλαισιοσειράς κατά 1 πλαίσιο.

Αξίζει να σημειωθεί ότι ποιοτικά δεν εμφανίζεται κάποια διαφορά από τα προηγούμενα σενάρια, ενώ ποσοτικά παρατηρείται η κυριαρχία του MPP_1 ως ολικού μέγιστου για βαθμούς σκίασης από 20% και πάνω.

Σκίαση 6 πλαισίων κατά 100%



ΣΧΗΜΑ 3.20: Σκιασμένη πλαισιοσειρά κατά 6 πλαίσια [32].

ΣΧΗΜΑ 3.21: $I - V$ και $P - V$ καμπύλες σκιασμένης πλαισιοσειράς κατά 6 πλαίσια.

Από τη μελέτη των παραπάνω σεναρίων καταλήγουμε στο γενικό συμπέρασμα ότι δεν παίζει κάποιο ρόλο το ποιες στοιχειοσειρές θα σκιαστούν, αλλά μόνο το πλήθος τους.

3.6 Σενάρια σκίασης 3 επιπέδων ακτινοβολίας Φ/B πλαισιοσειράς

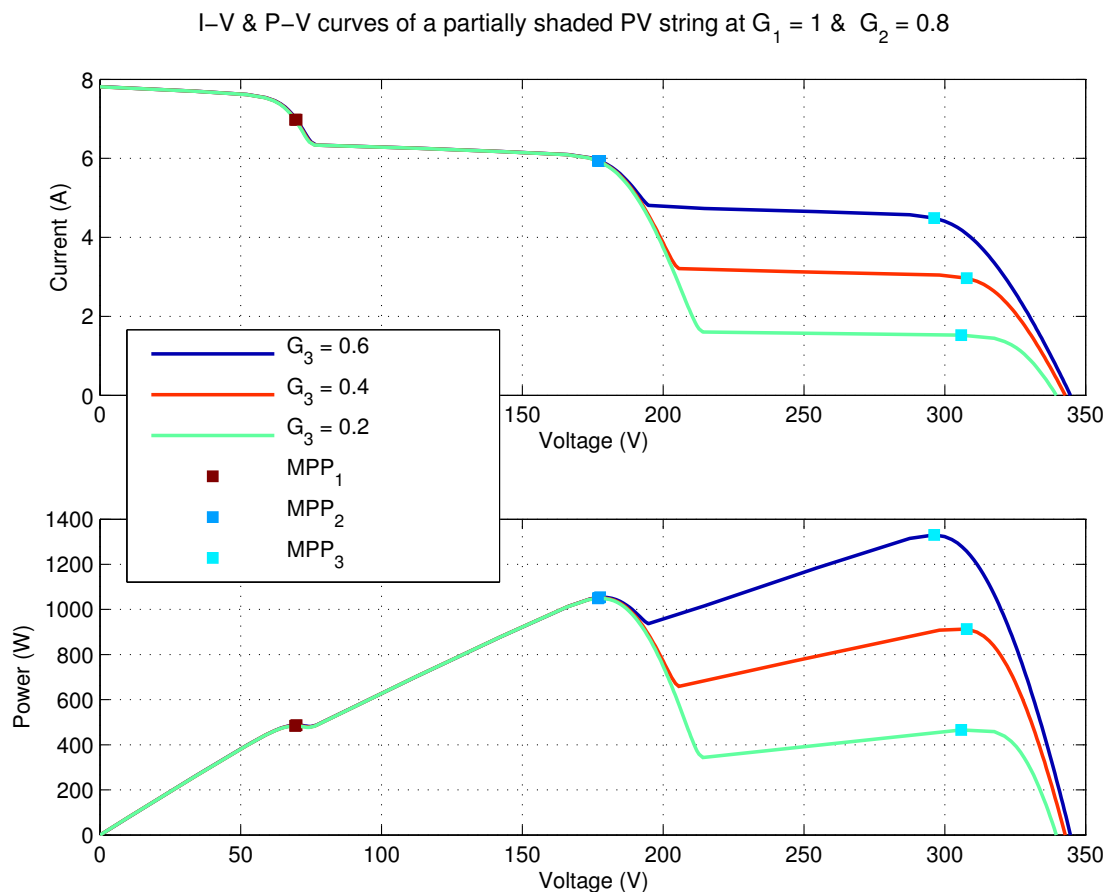
Στα παραπάνω σενάρια έγινε η παραδοχή ότι τα πλαίσια λειτουργούν σε δυο επίπεδα ακτινοβολίας και ομαδοποιούνται εύκολα σε σκιασμένα και ασκίαστα. Σε αυτή την ενότητα θα μελετήσουμε την επίδραση της σκίασης όταν τα τμήματα της πλαισιοσειράς που μελετάμε λειτουργούν υπό τρία διαφορετικά επίπεδα ακτινοβολίας.

Σε αυτή την περίπτωση, μπορούμε να παρατηρήσουμε έως τρία MPPs [40], όπως θα δούμε και παρακάτω.

Για τη μελέτη των παρακάτω σεναρίων σκίασης, θεωρούμε ότι τα cellstrings ομαδοποιούνται με βάση την ακτινοβολία την οποία δέχονται. Άρα, για τρία διαφορετικά επίπεδα ακτινοβολίας θα έχουμε τρία groups στοιχειοσειρών. Το πρώτο group δέχεται τη μεγαλύτερη ακτινοβολία, το δεύτερο την αμέσως μικρότερη και το τρίτο είναι το εντονότερα σκιασμένο.

Μεταβλητή ακτινοβολία του 3^{ου} group

Σε αυτό το σενάριο σκίασης τα 4 πλαίσια που απαρτίζουν το πρώτο group στοιχειοσειρών λειτουργούν ασκίαστα, άλλα 4 λειτουργούν υπό σκίαση 20% και τα υπόλοιπα 4 σε διαφορετικές εντάσεις σκίασης από 40% έως 80%.

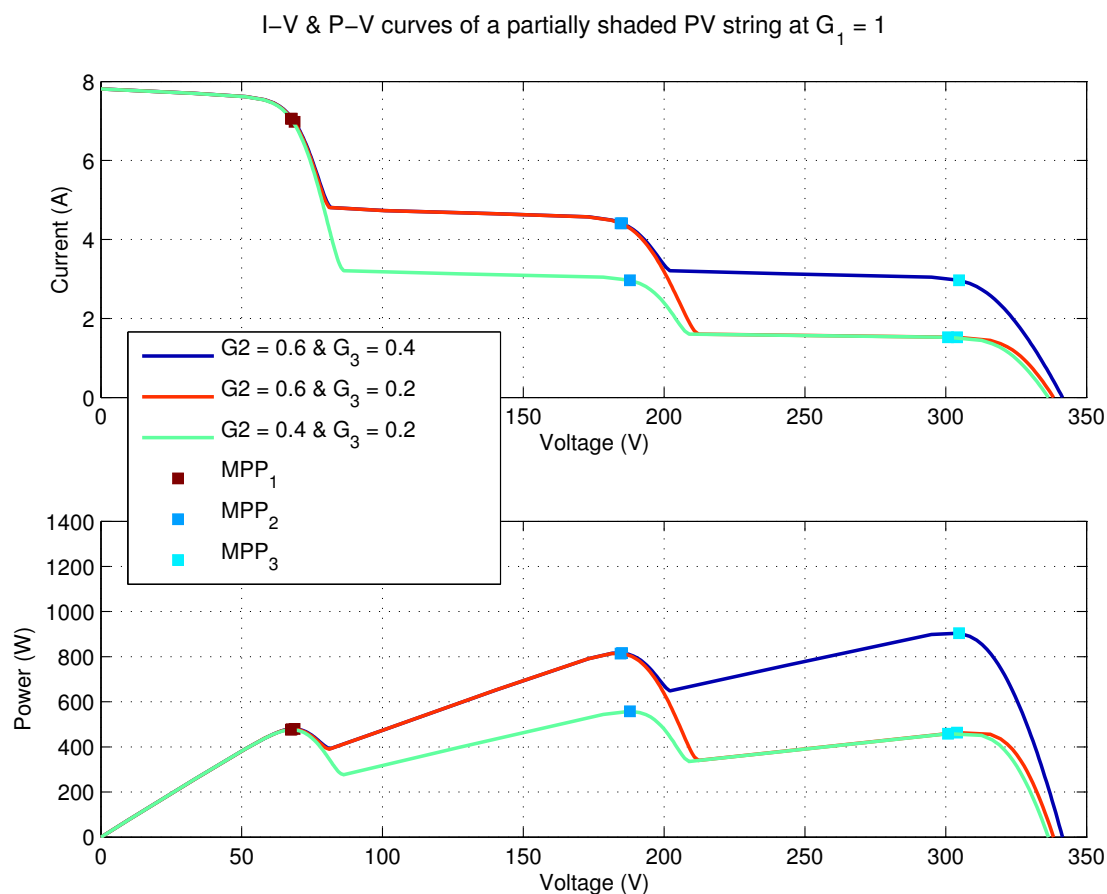


ΣΧΗΜΑ 3.22: $I - V$ και $P - V$ χαμπύλες σκιασμένης πλαισιοσειράς για ακτινοβολίες $G_1 = 1$, $G_2 = 0.8$ & για διαφορετικές τιμές της G_3 .

Παρατηρούμε ότι με την διαφοροποίηση μόνο της ακτινοβολίας της τελευταίας ομάδας στοιχειοσειρών επηρεάζεται μόνο το MPP_3 , ενώ τα άλλα 2 παραμένουν σχεδόν ανεπηρέαστα.

Μεταβλητή ακτινοβολία του 2^{ου} και του 3^{ου} groups

Στο παρόν σενάριο μελετάμε τη λειτουργία μιας πλαισιοσειράς με τα 4 πλαίσια να λειτουργούν ασκίαστα, άλλα 4 για εντάσεις σκίασης 40% και 60%, ενώ τα υπόλοιπα σε εντάσεις σκίασης από 60% έως 80%.



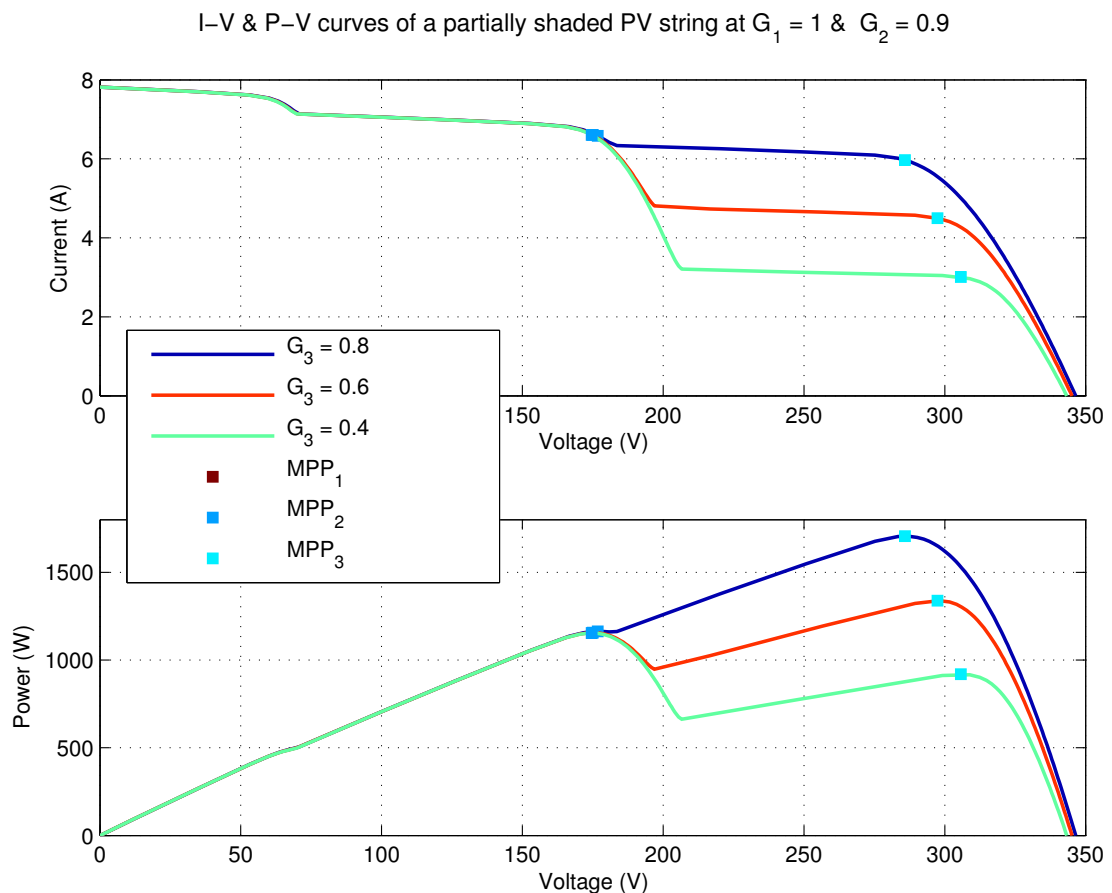
ΣΧΗΜΑ 3.23: $I - V$ και $P - V$ καμπύλες σκιασμένης πλαισιοσειράς για ακτινοβολίες $G_1 = 1$, $G_2 = 0.6$ & 0.4 & $G_3 = 0.4$ & 0.2 .

Μεταβάλλοντας την ακτινοβολία που δέχεται η τρίτη ομάδα στοιχειοσειρών επηρεάζεται το MPP_3 και για την ακρίβεια μειώνεται το ρεύμα. Κάτι τέτοιο ήταν αναμενόμενο με βάση την ανάλυση που έγινε στην προηγούμενη Ενότητα και το προηγούμενο σενάριο. Μειώνοντας την ακτινοβολία της δεύτερης ομάδας στοιχειοσειρών στην οποία οφείλεται το MPP_2 μειώνεται το ρεύμα στο οποίο εμφανίζεται το δεύτερο τοπικό μέγιστο.

Άρα μπορούμε να καταλήξουμε στο ασφαλές συμπέρασμα ότι το σημείο στο οποίο περιμένουμε να εμφανιστεί κάποιο τοπικό μέγιστο εξαρτάται κατά κύριο λόγο από την ακτινοβολία του group των στοιχειοσειρών στο οποίο οφείλεται το συγκεκριμένο MPP , αλλά και από το μέγεθος του group αυτού όπως θα διαπιστώσουμε σε επόμενο σενάριο.

Μεταβλητή ακτινοβολία του 3^{ου} group και πολύ κοντινές ακτινοβολίες για τα άλλα 2 groups

Στο ακόλουθο σενάριο, παρουσιάζονται οι $I - V$ και $P - V$ χαρακτηριστικές μιας πλαισιοσειράς, όπου το πρώτο group λειτουργεί ασχίαστο, το δεύτερο λειτουργεί με πολύ μικρή ένταση σκίασης 10% και το τρίτο σε διαφορετικές εντάσεις σκίασης από 20% έως 60%.

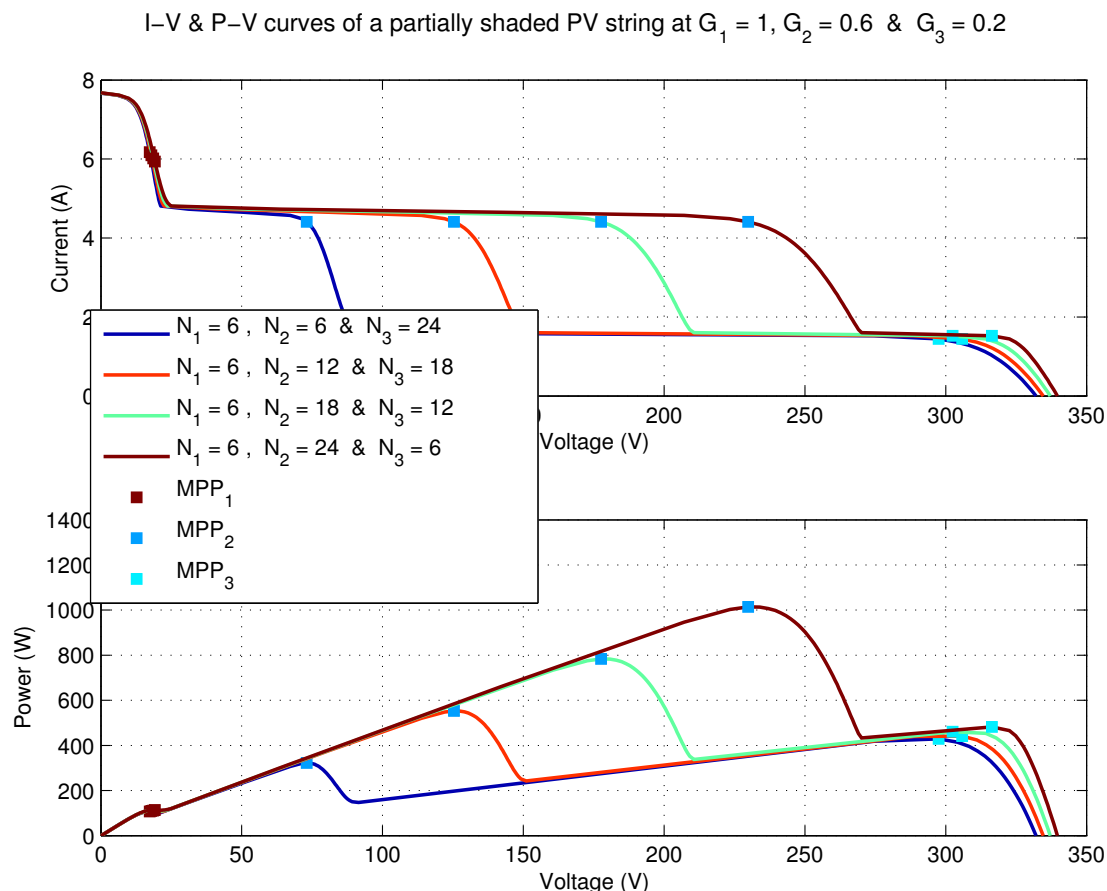


ΣΧΗΜΑ 3.24: $I - V$ και $P - V$ καμπύλες σκιασμένης πλαισιοσειράς για ακτινοβολίες $G_1 = 1$, $G_2 = 0.9$ & για διαφορετικές τιμές της G_3 .

Στις παραπάνω χαρακτηριστικές μπορούμε να διακρίνουμε μόνο 2 μέγιστα για κάθε ακτινοβολία G_3 , δηλαδή παρουσιάζονται μόνο τα MPP_2 και MPP_3 . Αυτό συμβαίνει λόγω του ότι τα δύο πρώτα groups λειτουργούν σε πολύ κοντινές ακτινοβολίες, με αποτέλεσμα να μην εκδηλώνεται MPP_1 στην καμπύλη $P - V$.

Σταθερές ακτινοβολίες G_1 , G_2 & G_3 και μεταβλητές εκτάσεις σκίασης για τα δύο τελευταία groups

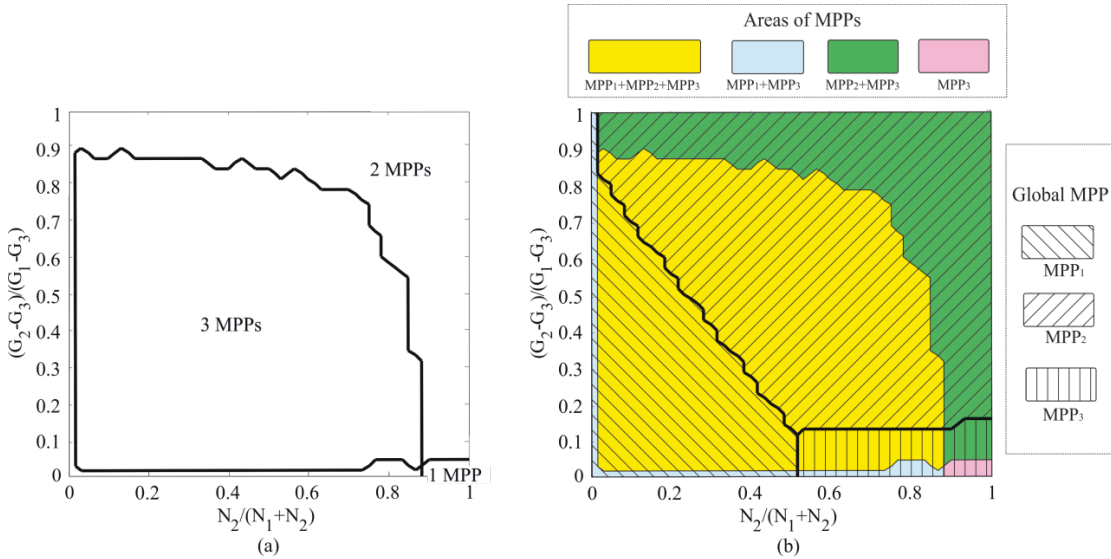
Στις ακόλουθες καμπύλες παρουσιάζεται η λειτουργία μιας πλαισιοσειράς η οποία λειτουργεί υπό ακτινοβολίες $G_1 = 1$, $G_2 = 0.6$ & $G_3 = 0.2$ και εκτάσεις σκίασης $N_1 = 6$ cellstrings, N_2 από 6 έως 24 cellstrings & N_3 από 24 έως 6 cellstrings αντίστοιχα.



ΣΧΗΜΑ 3.25: $I - V$ και $P - V$ καμπύλες σκιασμένης πλαισιοσειράς για ακτινοβολίες $G_1 = 1$, $G_2 = 0.6$ & $G_3 = 0.2$, για διαφορετικές εκτάσεις σκίασης.

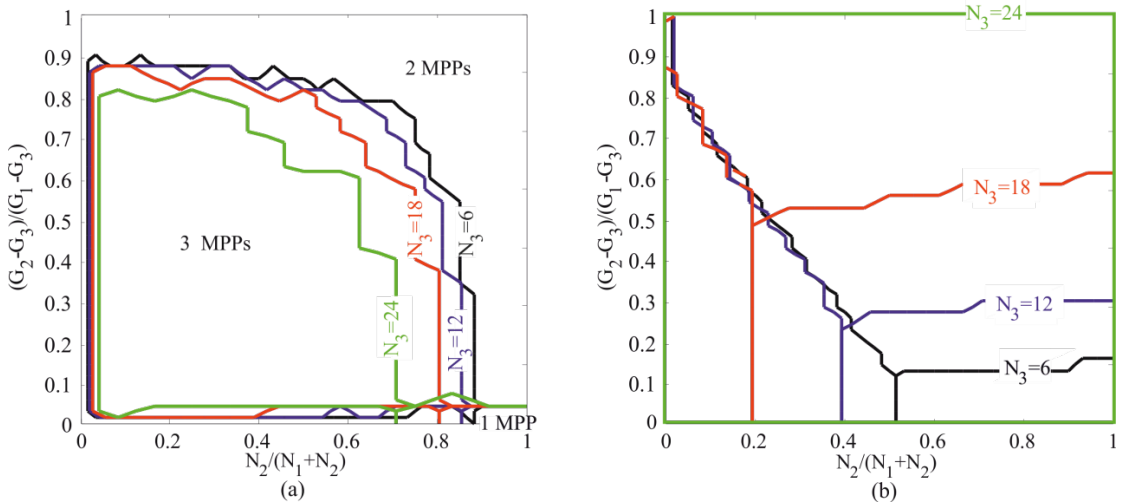
Το MPP_1 μένει σχεδόν ανεπηρέαστο σε όλα τα σενάρια σκίασης που παρουσιάζονται παραπάνω, και επίσης παρουσιάζεται σε πολύ μικρή ισχύ. Αυτό οφείλεται στο πολύ μικρό μέγεθος του group στο οποίο οφείλεται ($N_1 = 6$ cellstrings).

Άρα τελικά σε όλα τα σενάρια με τρία επίπεδα ακτινοβολίας μπορούν να εμφανιστούν από ένα έως τρία $MPPs$, όπως παρουσιάζεται και στο [40]. Η εμφάνιση ή μη των μεγίστων εξαρτάται τόσο από την έκταση, όσο και από την ένταση της σκίασης. Στο Σχήμα 3.26(b) μας δίνεται η πληροφορία για το ολικό μέγιστο σε κάθε περίπτωση. Στα περισσότερα σενάρια που περιλαμβάνονται στα γραφήματα αυτά, εμφανίζονται 3 μέγιστα, ενώ σε ακραίες περιπτώσεις μπορεί να εμφανιστεί ακόμα και ένα μέγιστο. Για να συμβεί αυτό θα πρέπει οι εντάσεις σκίασης να είναι σχεδόν ίσες, δηλαδή $G_2 \approx G_3$ και η ασκίαστη περιοχή N_1 να είναι πολύ περιορισμένη ($N_2/N_{1+N_2} \geq 0.9$). Σε αυτή την περίπτωση το μέγιστο που εμφανίζεται είναι MPP_3 .



ΣΧΗΜΑ 3.26: (a) Αριθμός και (b) Ταξινόμηση των MPPs συναρτήσει της έκτασης και της έντασης σκίασης, για μια πλαισιοσειρά 12 πλαισίων και θεωρώντας $G_3/G_1 = 0.3$ και $N_3 = 6$. [40]

Μια καλύτερη απεικόνιση της εξάρτησης της εμφάνισης ή μη των MPPs από την έκταση σκίασης δίνεται στο Γράφημα 3.27



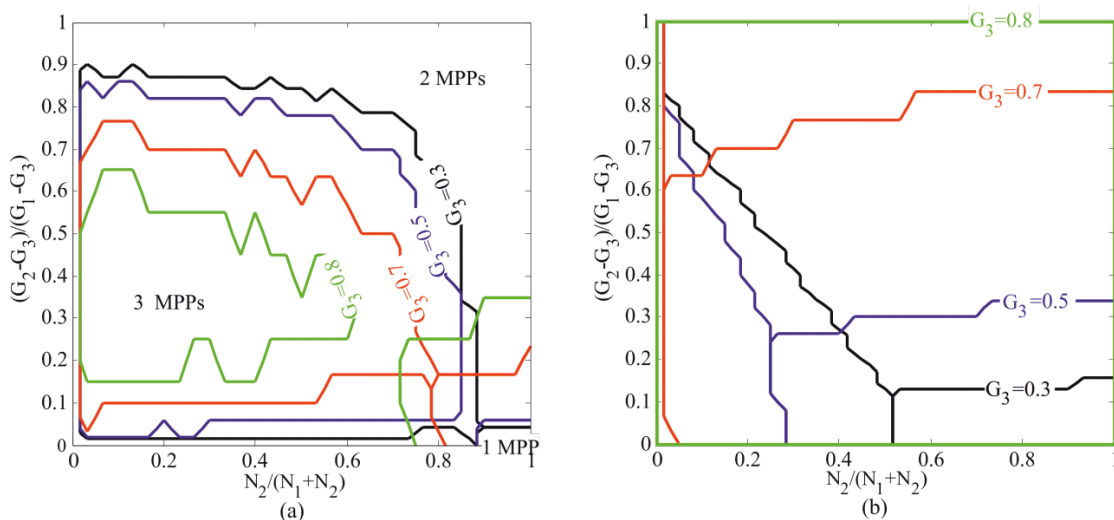
ΣΧΗΜΑ 3.27: (a) Αριθμός MPPs και (b) Ολικό μέγιστο μιας πλαισιοσειράς συναρτήσει της έκτασης N_3 και της έντασης σκίασης, θεωρώντας $G_3/G_1 = 0.3$. [40]

Στο 3.26 το N_3 έχει θεωρηθεί σταθερό και ίσο με 6 cellstrings για λόγους απεικόνισης, ενώ στο 3.27 κυμαίνεται από 6 έως 24 cellstrings από τα 36 συνολικά.

Η περιοχή όπου εμφανίζονται 3 μέγιστα τείνει να συρρικνώνεται με την αύξηση του N_3 , αφήνοντας περισσότερο χώρο στις άλλες δυο περιοχές. Αυτό είναι λογικό, αφού η ασκίαστη και η λιγότερο σκιασμένη περιοχή μειώνονται σε έκταση οδηγώντας σε εξασθένηση των MPP_1 και MPP_2 , σε αντίθεση με το MPP_3 το οποίο ισχυροποιείται. Αυτή η παρατήρηση

γίνεται περισσότερο ξεκάθαρη στο 3.27(b) όπου παρουσιάζεται η περιοχή του ολικού μέγιστου. Με την αύξηση του N_3 αυξάνονται οι πιθανότητες να είναι το MPP_3 το ολικό μέγιστο, έως ότου γίνει η περισσότερο σκιασμένη περιοχή λάβει έκταση 24 cellstrings, όπου το MPP_3 γίνει το ολικό μέγιστο ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες συνθήκες.

Όσον αφορά την επίδραση της ακτινοβολίας στα τοπικά μέγιστα παρατίθενται τα ακόλουθα γραφήματα. Πιο συγκεκριμένα, εξετάζεται ο αριθμός των τοπικών μεγίστων για τέσσερις διαφορετικές τιμές του G_3 .



ΣΧΗΜΑ 3.28: (α) Αριθμός MPPs και (β) Ολικό μέγιστο μιας πλαισιοσειράς συναρτήσει της έντασης σκίασης G_3 , θεωρώντας σταθερή έκταση $N_3 = 6$ cellstrings.[40]

Παρατηρούμε ότι η περιοχή των τριών MPPs συρρικνώνεται καθώς αυξάνεται η ακτινοβολία G_3 . Επίσης, αυξανόμενης της G_3 το MPP_3 γίνεται συχνότερα ολικό μέγιστο ώσπου για $G_3 = 0.8$ γίνει το ολικό μέγιστο ανεξάρτητα από τις άλλες συνθήκες, δηλαδή τις εκτάσεις N_1 και N_2 και τις ακτινοβολίες G_1 και G_2 .

3.7 Πλήθος & Χαρακτηρισμός MPPs

Από την ανάλυση που προηγήθηκε για την Φ/Β πλαισιοσειρά μπορούν να εξαχθούν τα ακόλουθα ενδιαφέροντα συμπεράσματα.

Αρχικά, όσον αφορά τον αριθμό των εν δυνάμει εμφανιζόμενων MPPs στις χαρακτηριστικές καμπύλες λειτουργίας μιας πλαισιοσειράς μπορούμε να πούμε ότι παρατηρείται να είναι όσα και τα επίπεδα ακτινοβολίας. Θεωρητικά, ο αριθμός των MPPs που θα μπορούσαν να εμφανιστούν σε πλαισιοσειρά η οποία λειτουργεί υπό n διαφορετικά επίπεδα ακτινοβολίας θα μπορούσε να είναι το πολύ μέχρι n .

Ως προς τον χαρακτηρισμό των MPPs, ακολουθούμε την ίδια λογική με αυτήν που ακολουθήσαμε για τα 2 επίπεδα ακτινοβολίας. Όταν εξετάζουμε πλαισιοσειρά, η οποία λειτουργεί υπό n επίπεδα ακτινοβολίας, σχηματίζονται n groups. Το N_j , όπου $j = 1 \dots n$, εκφράζει το μέγεθος του group j , δηλαδή τον αριθμό των cellstrings από τα οποία αποτελείται. Το κάθε group j δέχεται ακτινοβολία G_j , ενώ έχουμε κάνει τη σύμβαση ότι $G_i > G_j$, για $i > j$. Δηλαδή, μπορούμε να πούμε ότι το group 1 το οποίο απαρτίζεται από N_1 cellstrings δέχεται τη μεγαλύτερη ακτινοβολία, ενώ το group n το οποίο απαρτίζεται από N_n cellstrings τη μικρότερη.

Στο MPP₁ συνεισφέρει το ασκίαστο group (1), ενώ τα υπόλοιπα ($2 \dots n$) παρακάμπτονται μέσω της διόδου διαφυγής.

Στα MPP _{j} , όπου $1 < j < n$, τα λιγότερο σκιασμένα groups ($1 \dots j - 1$) λειτουργούν στο ρεύμα που τους επιβάλλεται από τα cellstrings του group j , ενώ τα περισσότερα σκιασμένα ($j + 1 \dots n$) παρακάμπτονται λόγω της διόδου διαφυγής.

Στο MPP _{n} , όλα τα cellstrings αναγκάζονται να λειτουργήσουν στο ρεύμα που επιβάλλεται από το περισσότερο σκιασμένο group (n) το οποίο δέχεται ακτινοβολία G_n , αφού καμία διάδος δεν θα βρεθεί ορθά πολωμένη. Όλα τα υπόλοιπα cellstrings ($N_1 \dots N_{n-1}$) θα δέχονται σε αυτή την περίπτωση μεγαλύτερη ακτινοβολία από το το group n .

Κεφάλαιο 4

Μέθοδοι Εκτίμησης MPPs Φ/B Πλαισιοσειράς

4.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο στόχος είναι να γίνει παρουσίαση κάποιων μεθόδων εκτίμησης των MPPs που αναλύθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο για φωτοβολταϊκή πλαισιοσειρά. Αυτό που επιδιώκουμε είναι ο πλήρης προσδιορισμός του σημείου μέγιστης ισχύος. Για να συμβεί αυτό είναι απαραίτητη η γνώση των δυο μεγεθών που χαρακτηρίζουν το σημείο αυτό, δηλαδή την τάση και το ρεύμα στο κάθε τοπικό μέγιστο της καμπύλης $P-V$ της πλαισιοσειράς.

Πρέπει να καταστεί σαφές ότι στόχος του παρόντος κεφαλαίου δεν είναι να υπολογιστεί η πιθανότητα εμφάνισης των MPPs, αλλά να προτείνει σχέσεις προσδιορισμού των πιθανών τοπικών μεγίστων ισχύος, ανεξάρτητα από το αν αυτά εμφανίζονται ή όχι.

Μελετώντας την υπάρχουσα βιβλιογραφία, καταλήγουμε ότι μέχρι στιγμής έχει μελετηθεί το φαινόμενο της εμφάνισης των τοπικών μεγίστων ισχύος σε πλαίσιο, πλαισιοσειρά και συστοιχία (array) φωτοβολταϊκών. Βέβαια, στα πλαίσια της παρούσας εργασίας δεν θα μας απασχολήσει η απόκριση Φ/B συστοιχίας. Για την καλύτερη εποπτεία του φαινομένου και για την πληρότητα της παρούσας εργασίας, παρακάτω θα αναλυθούν κάποιες μελέτες που έχουν γίνει σχετικά με την εύρεση των τοπικών μεγίστων σε μια διάταξη πλαισιοσειράς.

4.2 Εμπειρικό μοντέλο εκτίμησης MPPs μερικώς σκιασμένης πλαισιοσειράς (Empirical Formula) [1]

2 Επίπεδα Ακτινοβολίας

Στο [32] επιχειρείται ο προσδιορισμός των MPPs μιας πλαισιοσειράς με άμεσο και αναλυτικό τρόπο, όταν αυτή δέχεται δυο διαφορετικές ακτινοβολίες. Εισάγονται έτσι σχέσεις υπολογισμού της τάσης και του ρεύματος άρα κατ' επέκταση και της ισχύος. Το [32] έλαβε υπόψη την ανάλυση που πραγματοποιήθηκε στο [20] όπου αφορά στον προσδιορισμό των MPPs ενός σκιασμένου πλαισίου, προσεγγίζοντας το φαινόμενο με διαφορετική οπτική. Η ανάλυση αυτή επεκτάθηκε στο [1] όπου και εισήχθησαν πολλά επίπεδα ακτινοβολίας, άρα σύμφωνα με την ανάλυση που προηγήθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο υπάρχει η πιθανότητα εκδήλωσης παραπάνω από δυο MPPs. Στα [30] & [22] επεκτείνεται περαιτέρω η μελέτη σε επίπεδο συστοιχίας (παράλληλα συνδεδεμένες πλαισιοσειρές), κάτι το οποίο βέβαια δεν θα μας απασχολήσει στην παρούσα εργασία, αλλά εισάγεται και η θερμοκρασιακή εξάρτηση.

Παρακάτω αναλύεται η λογική πάνω στην οποία βασίστηκαν οι παραπάνω μελέτες και κυρίως θα αναλυθεί το [1], αφού αυτό μοντελοποιεί πληρέστερα την πλαισιοσειρά. Οι παραδοχές πάνω στις οποίες βασίστηκε είναι οι εξής :

- Θεωρείται θερμοκρασία αναφοράς στις κυψέλες σε όλη την πλαισιοσειρά, καθώς η εμπειρική φόρμουλα εξήχθη μελετώντας την ανομοιογένεια στην ακτινοβολία, αγνοώντας τον παράγοντα της θερμοκρασίας.
- Εκφύλιση της μερικώς σκιασμένης στοιχειοσειράς ως ολικά σκιασμένη, σύμφωνα με την ανάλυση που έγινε και στο Κεφάλαιο 3.

Στη μελέτη για δυο επίπεδα ακτινοβολίας, ομαδοποιούμε τα cellstrings σε σκιασμένα και ασκίαστα, έτσι δημιουργούνται δυο ομάδες οι οποίες περιέχουν N_1 και N_2 cellstrings και λειτουργούν σε ακτινοβολίες G_1 και G_2 ($G_1 > G_2$). Όπως αναλύθηκε εκτενώς στο προηγούμενο Κεφάλαιο στο MPP₁ τα σκιασμένα cellstrings παρακάμπτονται και το ισοδύναμο κύκλωμα του PV string θεωρούμε ότι αποτελείται από N_1 ασκίαστα cellstrings συνδεδεμένα σε σειρά με N_2 διόδους διαφυγής οι οποίες άγουν. Έτσι η τάση του MPP₁ δίνεται από τη σχέση :

$$V_{mp_1} = N_1 \cdot V_{mp_0} - N_2 \cdot \Delta V_d, \quad \text{όπου :} \quad (4.1)$$

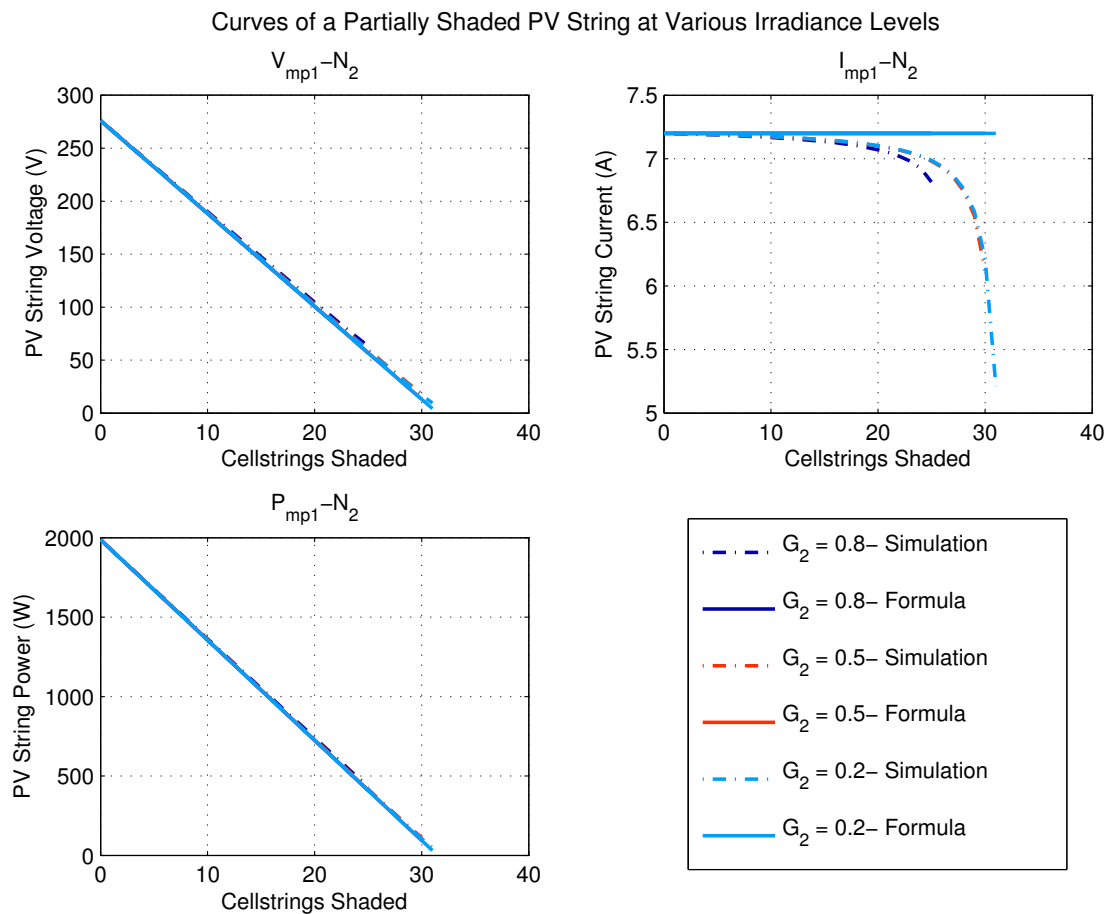
- N_1 : ο αριθμός των ασκίαστων στοιχειοσειρών
- V_{mp_0} : η τάση ενός cellstring στο σημείο μέγιστης ισχύος σε STC συνθήκες λειτουργίας (V)
- N_2 : ο αριθμός των σκιασμένων στοιχειοσειρών
- ΔV_d : η πτώση τάσης που προκαλεί η διάδος διαφυγής (V) - τυπική τιμή 0.7-1.0 V

Ο λόγος που θεωρείται ότι η τάση του ασκίαστου τμήματος ισούται με την τάση V_{mp_0} είναι διότι η τάση του MPP₁ εμφανίζει πολύ μικρή εξάρτηση από την ακτινοβολία.

Όσον αφορά το ρεύμα, έχει θεωρηθεί ότι έχει αναλογική εξάρτηση από την ακτινοβολία του ασχίαστου group, οπότε :

$$I_{mp1} = G_1 \cdot I_{mp0}, \quad \text{όπου :} \quad (4.2)$$

- G_1 : η ακτινοβολία των ασχίαστων στοιχειοσειρών (*p.u.*)
- I_{mp0} : το ρεύμα ενός cellstring στο σημείο μέγιστης ισχύος σε STC συνθήκες λειτουργίας (*A*)



ΣΧΗΜΑ 4.1: Εξάρτηση της τάσης, του ρεύματος και της ισχύος του MPP₁ από τον αριθμό (N_2) των σκιασμένων cellstrings σε μια πλαισιοσειρά 12 πλαισίων, με ακτινοβολία $G_1 = 1$ *p.u.*.

Στο παραπάνω σχήμα παρουσιάζεται η εξάρτηση των V_{mp1} , I_{mp1} και P_{mp1} συναρτήσεων των G_2 και N_2 , όπως αυτά υπολογίζονται από την εμπειρική φόρμουλα συγκρινόμενα με τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, θεωρώντας $G_1 = 1$. Είναι εμφανές ότι το MPP₁ δεν εξαρτάται σημαντικά από την ακτινοβολία του σκιασμένου τμήματος G_2 , ενώ η τάση V_{mp1} εμφανίζει σχεδόν γραμμική σχέση με το N_2 . Όσον αφορά το ρεύμα, η εκτίμηση σφάλει αρκετά όταν η έκταση σκίασης είναι μεγάλη. Αυτό συμβαίνει διότι όταν σκιάζονται αρκετά cellstrings έχουμε μεγάλη πτώση τάσης λόγω των διόδων, η οποία μετατοπίζει το σημείο

που εμφανίζεται το MPP_1 σε υψηλότερες τάσεις και χαμηλότερα ρεύματα. Παρόλα αυτά τα σφάλματα στην εκτίμηση της τάσης και του ρεύματος δείχνει να "εξουδετερώνονται" κατά κάποιο τρόπο στον υπολογισμό της ισχύος.

Για τον υπολογισμό της τάσης του MPP_2 , όλες οι στοιχειοσειρές συνεισφέρουν στην παραγωγή ισχύος, λειτουργώντας στο ρεύμα που επιβάλλεται από το σκιασμένο group. Σε αυτή την περίπτωση θεωρούμε ότι η τάση του PV string στο MPP_2 δίνεται από το άθροισμα των τάσεων όλων των στοιχειοσειρών.

$$V_{mp2} = N_1 \cdot V_1 + N_2 \cdot V_2, \quad \text{όπου :} \quad (4.3)$$

- V_1 : η τάση στην οποία λειτουργούν οι ασκίαστες στοιχειοσειρές (V)
- V_2 : η τάση στην οποία λειτουργούν οι σκιασμένες στοιχειοσειρές (V)

Το V_2 θεωρείται ίσο με το V_{mp0} και ανεξάρτητο από την ακτινοβολία G_2 , όπως και στο V_{mp1} .

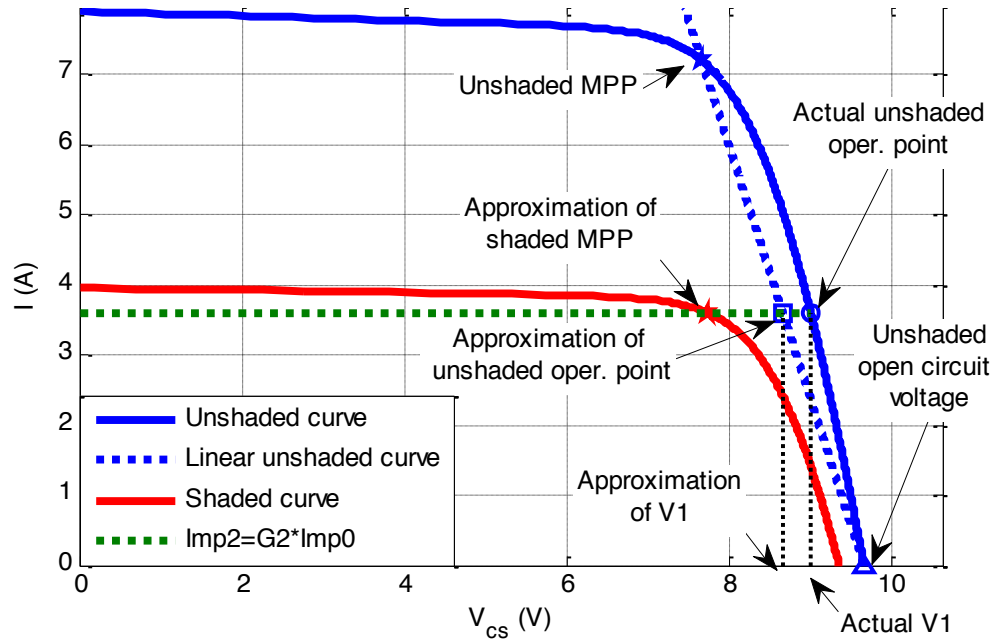
Για τον υπολογισμό του V_1 του ασκίαστου τμήματος χρησιμοποιούμε γραμμική παρεμβολή. Προσεγγίζουμε την καμπύλη $I - V$ μιας στοιχειοσειράς με μια ευθεία γραμμή από το MPP έως το σημείο ανοιχτοκύκλωσης (διακεκομμένη γραμμή στο Σχήμα 4.2), η οποία περιγράφεται από την εξίσωση :

$$V = \frac{V_{mp0} - V_{oc0}}{G_1 \cdot I_{mp0}} I + V_{oc0}, \quad \text{όπου :} \quad (4.4)$$

Όλες οι παραπάνω παράμετροι αναφέρονται σε cellstring. Επίσης, έχει γίνει η παραδοχή ότι το σημείο μέγιστης ισχύος και ανοιχτοκύκλωσης είναι ανεξάρτητα από την ακτινοβολία G_1 , ενώ το ρεύμα έχει αναλογική εξάρτηση από αυτήν.

Θεωρώντας ότι το ρεύμα στο MPP_2 είναι επίσης ανάλογο της ακτινοβολίας G_2 για το σκιασμένο τμήμα, η V_1 τελικά δίνεται από την 4.4 για $I = G_2 \cdot I_{mp0}$, οπότε :

$$V_1 = \frac{G_2}{G_1} V_{mp0} + \left(1 - \frac{G_2}{G_1}\right) V_{oc0} \quad (4.5)$$



ΣΧΗΜΑ 4.2: Προσεγγιστικός υπολογισμός της τάσης V_1 ασχίαστης στοιχειοσειράς στο MPP_2 . [1]

Οπότε τελικά :

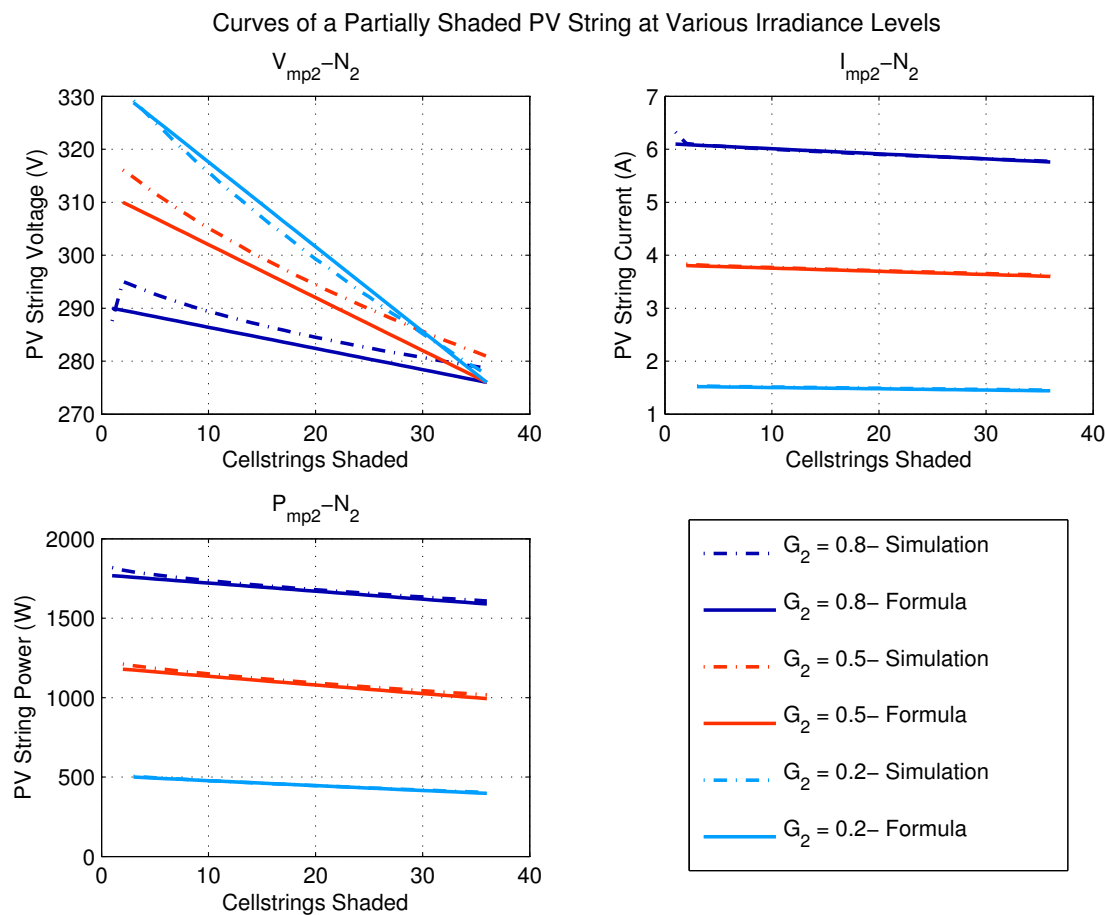
$$V_{mp2} = N_1 \cdot \left[\frac{G_2}{G_1} V_{mp0} + \left(1 - \frac{G_2}{G_1} \right) V_{oc0} \right] + N_2 \cdot V_{mp0} \quad (4.6)$$

Όσον αφορά το ρεύμα του MPP_2 , σύμφωνα με προσομοιώσεις είναι άμεσα ανάλογο της ακτινοβολίας G_2 και παρουσιάζει μια γραμμική εξάρτηση από τον αριθμό των ασχίαστων cellstrings, οδηγώντας στην ακόλουθη σχέση :

$$I_{mp2} = G_2 \cdot I_{mp0} \cdot \left(1 + \lambda \frac{N_1}{N_{tot}} \right), \quad \text{όπου :} \quad (4.7)$$

- N_{tot} : ο συνολικός αριθμός cellstrings
- λ : ένας εμπειρικός συντελεστής της γραμμικής εξάρτησης του I_{mp2} από το λόγο $\frac{N_1}{N_{tot}}$. Ο συντελεστής λ έχει προσδιοριστεί μετά από πληθώρα προσομοιώσεων με Least Squares Linear Curve Fitting για διάφορα πλαίσια και τεχνολογίες. Η τιμή του λ φαίνεται να συγκλίνει για τα μονοκρυσταλλικά και τα πολυκρυσταλλικά πλαίσια πυριτίου στο $\lambda = 0.06$.

Η εξάρτηση του MPP_2 από την ακτινοβολία του σκιασμένου τμήματος G_2 και από την έκταση σκίασης N_2 παρουσιάζεται στο ακόλουθο σχήμα. Παρόλο που η εκτίμηση της τάσης παρουσιάζει κάποια απόκλιση σε μικρές ακτινοβολίες G_2 , η εκτίμηση του ρεύματος είναι πολύ ικανοποιητική, οδηγώντας σε ικανοποιητικά αποτελέσματα και για την ισχύ.



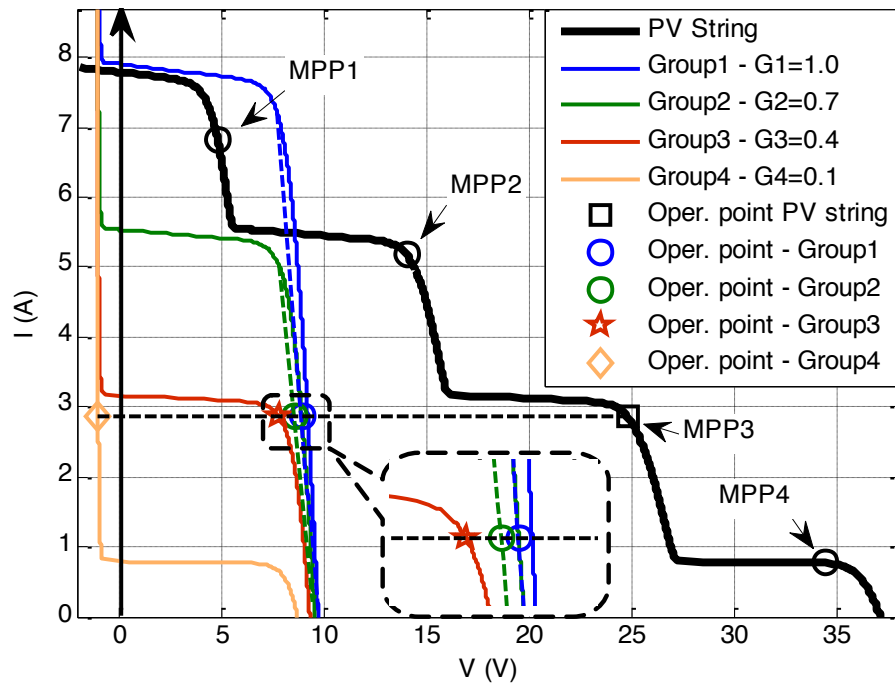
ΣΧΗΜΑ 4.3: Εξάρτηση της τάσης, του ρεύματος και της ισχύος του MPP_2 από τον αριθμό (N_2) των σκιασμένων cellstrings σε μια πλαισιοσειρά 12 πλαισίων, με ακτινοβολία $G_1 = 1 p.u.$.

n Επίπεδα Ακτινοβολίας

Γενικεύοντας τις παραπάνω εκφράσεις, όταν η πλαισιοσειρά λειτουργεί σε περισσότερα από 2 επίπεδα ακτινοβολίας εμφανίζονται περισσότερα τοπικά μέγιστα στην $P - V$ καμπύλη. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η $I - V$ μιας πλαισιοσειράς η οποία δέχεται 4 διαφορετικές ακτινοβολίες, οπότε δημιουργούνται 4 τοπικά μέγιστα.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ο τρόπος υπολογισμού της V_{mp3} , όπως παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα. Αναλυτικότερα, στο MPP_3 τα cellstrings $1 \dots 3$ λειτουργούν στο ρεύμα I_{mp3} που επιβάλλεται από το group 3 το οποίο δέχεται ακτινοβολία G_3 , ενώ το group 4 παρακάμπτεται μέσω της διόδου διαφυγής. Η τάση V_{mp3} προκύπτει από το άθροισμα των τάσεων V_j . Αφού τα groups 1 και 2 λειτουργούν σε μειωμένο ρεύμα οι τάσεις V_1 και V_2 υπολογίζονται μέσω της σχέσης 4.4. Το group 3 λειτουργεί υπό τάση $V_3 = V_{mp0}$, ενώ το group 4 παρακάμπτεται. Οπότε :

$$V_{mp3} = N_1 \cdot \underbrace{\left[\frac{G_3}{G_1} V_{mp0} + \left(1 - \frac{G_3}{G_1} \right) V_{oc0} \right]}_{V_1} + N_2 \cdot \underbrace{\left[\frac{G_3}{G_2} V_{mp0} + \left(1 - \frac{G_3}{G_2} \right) V_{oc0} \right]}_{V_2} + N_3 \cdot \underbrace{V_{mp0}}_{V_3} + N_4 \cdot \underbrace{\Delta V_d}_{V_4} \quad (4.8)$$



ΣΧΗΜΑ 4.4: Χαρακτηριστική καμπύλη $I - V$ ενός PV string αποτελούμενο από 4 cell-strings, καθένα από τα οποία δέχεται διαφορετική ακτινοβολία.[1]

Με την ίδια λογική γίνεται και η αναγωγή της Σχέσης 4.7 για να προσδιορίσουμε το I_{mp3} , το οποίο είναι αναλογικά εξαρτώμενο από την ακτινοβολία G_3 και εξαρτάται γραμμικά από τον αριθμό των λιγότερο σκιασμένων cellstrings, άρα :

$$I_{mp3} = G_3 \cdot I_{mp0} \cdot \left(1 + \lambda \frac{N_1 + N_2}{N_{tot}} \right) \quad (4.9)$$

Επομένως η γενίκευση των παραπάνω εξισώσεων μας δίνει τις ακόλουθες τελικές εκφράσεις για τον προσδιορισμό της θέσης των MPPs. Στη γενική περίπτωση n επιπέδων ακτινοβολίας για τα MPP_j , όπου $j = 1 \dots n$ έχουμε :

$$MPP_j : \begin{cases} V_{mpj} = \sum_{i=1}^j N_i \left[\frac{G_j}{G_i} V_{mp0} + \left(1 - \frac{G_j}{G_i} \right) V_{oc0} \right] - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d \\ I_{mpj} = G_j \cdot I_{mp0} \cdot \left(1 + \lambda \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i}{N_{tot}} \right) \\ P_{mpj} = V_{mpj} \cdot I_{mpj} \end{cases} \quad (4.10)$$

Η τάση V_{mpj} προκύπτει από το άθροισμα των τάσεων V_i , όπου $i = 1 \dots j - 1$, οι οποίες υπολογίζονται μέσω γραμμικής παρεμβολής, την τάση του group j , μείον την πτώση τάσης λόγω των διόδων που άγουν στις στοιχειοσειρές $j + 1 \dots n$. Αντίστοιχα, το ρεύμα I_{mpj} εξαρτάται από την ακτινοβολία G_j και δευτερευόντως από την έκταση των λιγότερο σκιασμένων στοιχειοσειρών N_i , όπου $i = 1 \dots j - 1$.

Παρατηρήσεις

Η εν λόγω φόρμουλα υπολογισμού των μέγιστων σημείων λειτουργίας έχει το εξής πλεονέκτημα :

- Είναι ιδιαίτερα απλή στη χρήση της, καθώς εξαρτάται μόνο από τα δεδομένα του datasheet του κατασκευαστή, με μόνη εξαίρεση τον εμπειρικό συντελεστή λ .

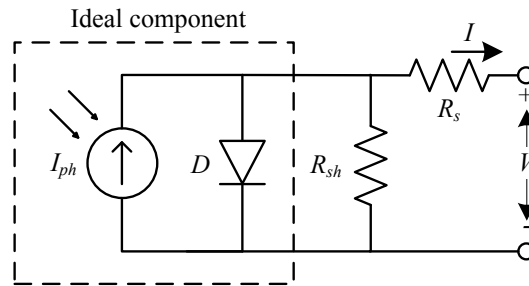
Βασικά μειονεκτήματά της είναι :

- Παρουσιάζει αρκετά καλή ακρίβεια στην εκτίμηση του μεγίστου όταν αυτό είναι το ολικό μέγιστο, οπού σε αυτές τις περιπτώσεις έχουμε RMS σφάλματα μικρότερα του 2%, αλλά στα τοπικά μέγιστα παρατηρούμε αρκετά μεγάλες αποκλίσεις.
- Η θεώρηση ότι το ρεύμα της λιγότερο σκιασμένης στοιχειοσειράς είναι σταθερό ανεξάρτητα από την έκταση της σκίασης είναι ανακριβής όταν η έκταση των σκιασμένων στοιχειοσειρών μεγαλώσει, οδηγώντας σε μεγάλα σφάλματα στον υπολογισμό των τοπικών μεγίστων, όταν αυτά δεν είναι ολικά μέγιστα.
- Αγνοούμε τον παράγοντα της θερμοκρασίας θεωρώντας ότι λειτουργούμε σε συνθήκες αναφοράς $T_c = 25^\circ C$. Αυτό θα μπορούσε να διορθωθεί με την εξελεγμένη διατύπωση που προτείνεται στο [22], η οποία αξιοποιεί τους θερμοκρασιακούς συντελεστές $\alpha_{I_{mp}}$, $\beta_{V_{mp}}$ και $\beta_{V_{oc}}$ ή ακόμα και τις εκφράσεις που διατυπώνονται στο Παράρτημα Β'.
- Η θεώρηση ότι η μερικώς σκιασμένη στοιχειοσειρά εκφυλίζεται σε ολικά σκιασμένη δεν ισχύει για σκίαση έκτασης μικρότερη του 10%.

4.3 Αναλυτική μέθοδος εκτίμησης MPPs μερικώς σκιασμένης πλαισιοσειράς (Direct Expressions) [2]

Η μέθοδος αυτή βασίζεται στο κυκλωματικό ισοδύναμο μιας διόδου για να περιγράψει την περιοχή του μέγιστου σημείου λειτουργίας. Το κύκλωμα μιας πραγματικής κυψέλης, όπως αναφέραμε και στο Κεφάλαιο 2 μπορεί να περιγραφεί από την εξίσωση :

$$I = I_{ph} - I_s \left(e^{\frac{V+I R_s}{a}} - 1 \right) - \frac{V + I R_s}{R_{sh}} \quad (4.11)$$



ΣΧΗΜΑ 4.5: Μοντέλο μιας διόδου πραγματικής Φ/Β κυψέλης [2]

Η παραπάνω εξίσωση είναι μη γραμμική, αλλά μπορεί με χρήση της συνάρτησης Lambert W να επιλυθεί ως προς τάση και ρεύμα και να πάρει την ακόλουθη μορφή :

$$I = \frac{R_{sh}(I_{ph} + I_s) - V}{R_s + R_{sh}} - \frac{a}{R_s} W \left\{ \frac{R_s R_{sh} I_s}{a(R_s + R_{sh})} e^{\frac{R_s R_{sh}(I_{ph} + I_s) + R_{sh} V}{a(R_s + R_{sh})}} \right\} \quad (4.12)$$

$$V = R_{sh}(I_{ph} + I_s) - (R_s + R_{sh})I - aW \left\{ \frac{R_{sh} I_s}{a} e^{\frac{R_{sh}(I_{ph} + I_s - I)}{a}} \right\} \quad (4.13)$$

Οι ιδιότητες της συνάρτησης Lambert W αναλύονται στο Παράρτημα Α'.

Προσδιορισμός MPP σε Ομοιογενής Συνθήκες Λειτουργίας

Στο σημείο μέγιστης ισχύος, η παράγωγος της ισχύος ως προς την τάση μηδενίζεται, άρα :

$$\left. \frac{dP}{dV} \right|_{MPP} = 0 \Leftrightarrow \left. \frac{dI}{dV} \right|_{MPP} = -\frac{I_{mp}}{V_{mp}} \quad (4.14)$$

Ιδανική κυψέλη (χωρίς αντιστάσεις)

Σε αυτή την περίπτωση η εξίσωση 4.11 παίρνει τη μορφή :

$$I_{ideal} = I_{ph} - I_s \left(e^{\frac{V_{ideal}}{a}} - 1 \right) \approx I_{ideal} = I_{ph} - I_s e^{\frac{V_{ideal}}{a}} \quad (4.15)$$

Η παράγωγος της παραπάνω σχέσης ως προς την τάση θα είναι :

$$\frac{dI_{ideal}}{dV_{ideal}} = -\frac{I_s}{a} e^{V_{ideal}/a} \quad (4.16)$$

Οι εξισώσεις 4.16 και 4.15 αναφερόμενες σε συνθήκες MPP, με αντικατάσταση στην 4.14 οδηγούν σε μία γραμμική εξίσωση με μοναδική άγνωστη παράμετρο την $V_{mpideal}$. Στη συνέχεια, αφού προσδιοριστεί η τάση μπορούμε μέσω της 4.15 να βρούμε και το ρεύμα $I_{mpideal}$, η οποία λύνεται συμβολικά με χρήση της Lambert W.

$$V_{mpideal} = a(w - 1) \quad (4.17\alpha')$$

$$I_{mpideal} = I_{ph} \left(1 - \frac{1}{w}\right) \quad (4.17\beta')$$

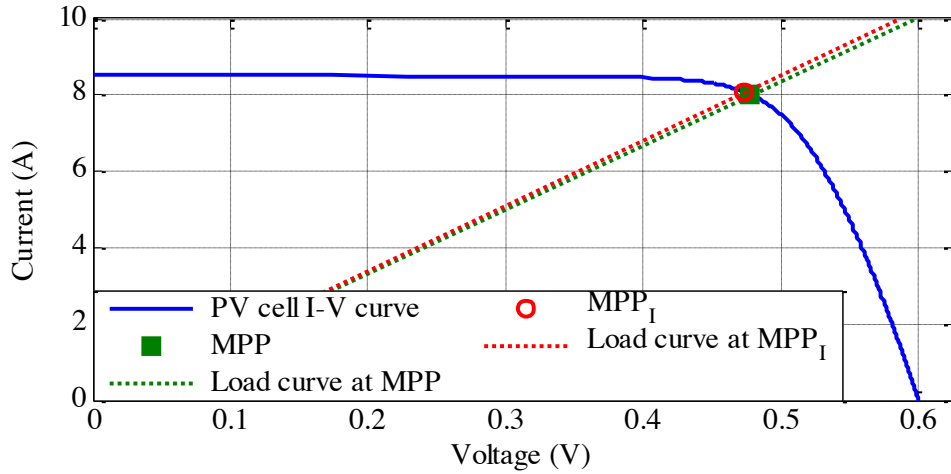
$$\text{όπου : } w = W \left\{ \frac{I_{ph}}{I_s} e \right\}.$$

Πραγματική κυψέλη

Μια ενδιαφέρουσα παρατήρηση, που ανακύπτει από τη σύγκριση του πραγματικού στοιχείου με το ιδανικό τμήμα του, αφορά στη συμπεριφορά τους στο MPP. Έχει αποδειχθεί ότι στα σημεία ανοιχτοκύκλωσης και βραχυκύκλωσης τα δυο κυκλώματα ταυτίζονται. Τι συμβαίνει όμως στο σημείο μέγιστης παραγωγής:

Στο διάγραμμα του Σχήματος 4.6 παρουσιάζεται η χαρακτηριστική $I - V$ και με πράσινο χρώμα το σημείο λειτουργίας για το οποίο μεγιστοποιείται η παραγωγή του πραγματικού στοιχείου, ενώ η διακεκομμένη γραμμή αντιστοιχεί στην χαρακτηριστική καμπύλη του φορτίου. Αντίθετα, με κόκκινο χρώμα σημειώνεται το σημείο λειτουργίας όταν μεγιστοποιείται η παραγωγή του ιδανικού τμήματος του Φ/B στοιχείου και αντίστοιχα με διακεκομμένη διαγράμμιση η καμπύλη του τότε φορτίου.

Είναι εξαιρετικά σημαντική η παρατήρηση, ότι τα δυο σημεία και τα αντίστοιχα φορτία σχεδόν ταυτίζονται. Αυτό σημαίνει πως όταν το πραγματικό στοιχείο δουλεύει στο MPP, το ιδανικό τμήμα του λειτουργεί κι αυτό πολύ κοντά στο δικό του βέλτιστο. Αυτή η παρατήρηση είναι πολύ ακριβής και θα χρησιμοποιηθεί για την εξαγωγή των δυο επόμενων σχέσεων.



ΣΧΗΜΑ 4.6: Σημεία λειτουργίας όταν μεγιστοποιείται η έξοδος του πραγματικού στοιχείου (πράσινο χρώμα) και όταν μεγιστοποιείται η έξοδος του ιδανικού τμήματός του (κόκκινο χρώμα).[2]

Θεωρώντας λοιπόν την ανωτέρω βάσιμη παραδοχή, η τάση στα άκρα του πραγματικού στοιχείου V_{mp} συνδέεται με την τάση στα άκρα της ιδανικής συνιστώσας $V_{mpideal}$ μέσω της πτώσης τάσης στα άκρα της αντίστασης R_s , η οποία διαρρέεται από το ρεύμα I_{mp} :

$$V_{mp} = V_{mpideal} - R_s I_{mp} \quad (4.18)$$

Επιπλέον, όσον αφορά το ρεύμα, αυτό προκύπτει ίσο με το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα του πραγματικού στοιχείου, αφαιρώντας από αυτό το ρεύμα απ' το οποίο διαρρέεται η εγχάρσια αντίσταση R_{sh} :

$$I_{mp} = I_{mpideal} - \frac{V_{mpideal}}{R_{sh}} \quad (4.19)$$

Άρα με βάση τους νόμους Kirchhoff και τις εκφράσεις που περιγράφουν το MPP ενός πραγματικού στοιχείου, η τάση και το ρεύμα μέγιστης ισχύος ενός πραγματικού Φ/B στοιχείου δίνονται :

$$V_{mp} = \frac{R_s + R_{sh}}{R_{sh}} a(w - 1) - R_s I_{ph} \left(1 - \frac{1}{w}\right) \quad (4.20\alpha')$$

$$I_{mp} = I_{ph} \left(1 - \frac{1}{w}\right) - \frac{a(w - 1)}{R_{sh}} \quad (4.20\beta')$$

$$V_{mp} = a(w - 1) - R_s I_{mp} \quad (4.20\gamma')$$

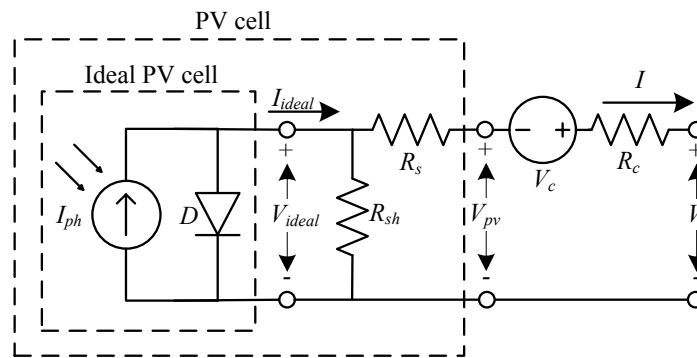
$$\text{όπου : } w = W \left\{ \frac{I_{ph}}{I_s} e \right\}.$$

Μέσω των εκφράσεων 4.20α' και 4.20β' επιτυγχάνεται ο άμεσος προσδιορισμός των χαρακτηριστικών του MPP συναρτήσει των πέντε παραμέτρων. Η Σχέση 4.20γ' προέκυψε από τη σύνθεση των 4.20α' και 4.20β', όπου συνδέεται η τάση με το ρεύμα μέγιστης ισχύος.

Προσδιορισμός MPP σε Συνθήκες Μερικής Σκίασης

Σε αυτή την περίπτωση, η παραπάνω ανάλυση επεκτείνεται στη γενική περίπτωση μη ομοιόμορφης ακτινοβολίας και οι 4.20α' και 4.20β' εμπλουτίζονται, ώστε να περιγράφουν επαρκώς τη λειτουργία σε συνθήκες μερικής σκίασης στο MPP.

Το κυκλωματικό ισοδύναμο ενός Φ/B στοιχείου, το οποίο λειτουργεί σε μη ομοιόμορφες συνθήκες απεικονίζεται στο Σχήμα 4.7. Αυτό συνίσταται από το κύκλωμα της κυψέλης σε σειρά με μια πηγή τάσης V_c και μια αντίσταση R_c .



ΣΧΗΜΑ 4.7: Εμπλουτισμένο κυκλωματικό ισοδύναμο πλαγματικής Φ/B κυψέλης (Enhanced nonideal PV cell equivalent circuit).[2]

Για να περιγραφεί το MPP αυτού του εμπλουτισμένου κυκλώματος ακολουθείται η ίδια διαδικασία με προηγουμένως, οπότε και προκύπτουν οι ακόλουθες σχέσεις :

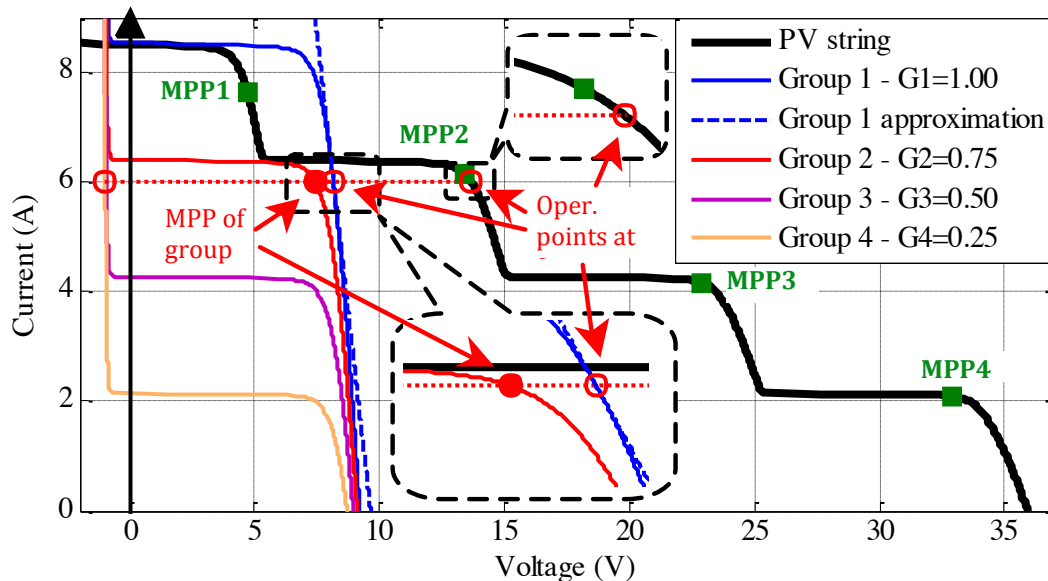
$$V_{mp} = \frac{R_s + R_c + R_{sh}}{R_{sh}} a(w - 1) - (R_s + R_c) I_{ph} \left(1 - \frac{1}{w} \right) - \frac{R_s + R_c}{R_{sh}} V_c \quad (4.21\alpha')$$

$$I_{mp} = I_{ph} \left(1 - \frac{1}{w} \right) - \frac{a(w - 1) - V_c}{R_{sh}} \quad (4.21\beta')$$

$$\text{όπου : } w = W \left\{ \frac{I_{ph}}{I_s} e^{1 + V_c/a} \right\}.$$

Βασίζομενοι στην ανάλυση που προηγήθηκε στο Κεφάλαιο 3, θα μελετήσουμε την λειτουργία ενός PV string, αποτελούμενο από 4 cellstrings τα οποία δέχονται διαφορετικές

ακτινοβολίες. Στο σενάριο που εξετάζουμε τα cellstrings αυτά λειτουργούν υπό ακτινοβολίες $G_1 = 1$, $G_2 = 0.75$, $G_3 = 0.5$ & $G_4 = 0.25$ αντίστοιχα. Τότε, θα έχουμε την ακόλουθη χαρακτηριστική καμπύλη, όπου παρατηρούνται 4 μέγιστα σημεία λειτουργίας.



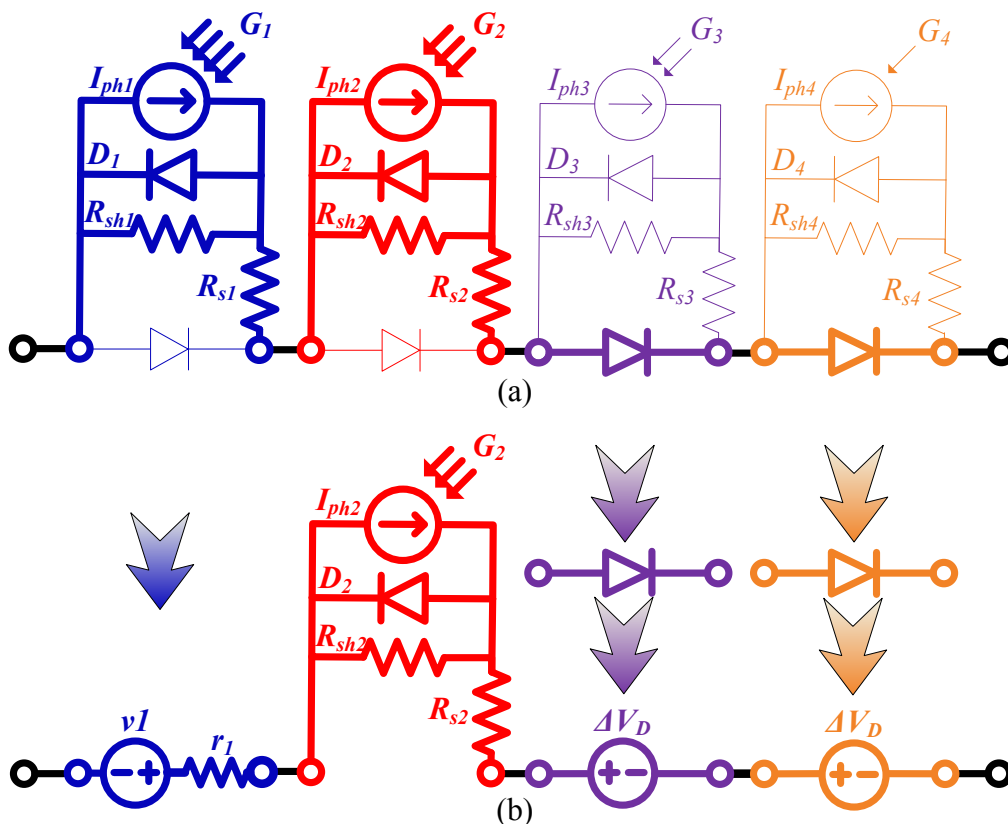
ΣΧΗΜΑ 4.8: Χαρακτηριστική καμπύλη $I - V$ ενός PV string αποτελούμενο από 4 cell-strings, καθένα από τα οποία δέχεται διαφορετική ακτινοβολία.[2]

Κάθε MPP_j εξαρτάται από το επίπεδο ακτινοβολίας G_j , αφού τα groups $1 \dots j$ λειτουργούν στο ρεύμα που επιβάλλεται από το G_j , ενώ τα υπόλοιπα $j \dots 4$ παρακάμπτονται από τις διόδους διαφυγής.

Προχωρώντας σε μια ανάλυση επικεντρωμένη στο MPP_2 ενδεικτικά, το ισοδύναμο κύκλωμα της στοιχειοσειράς που περιγράφεται παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.9. Η κάθε στοιχειοσειρά (group) παρουσιάζεται με διαφορετικό χρώμα, και τα ενεργά στοιχεία (αυτά που διαρρέονται από ρεύμα) κάθε cellstring έχουν έντονη διαγράμμιση.

Μελετώντας λίγο πιο ενδελεχώς το Σχήμα 4.8, παρατηρούμε ότι τα groups 3 και 4 δεν μπορούν να λειτουργήσουν στο ρεύμα που επιβάλλεται από την G_2 , οπότε και παρακάμπτονται από τις διόδους διαφυγής. Άρα μπορούν να αναπαρασταθούν ως ανεξάρτητες πηγές τάσης ΔV_d , οι οποίες εκφράζουν την πτώση τάσης που προκαλείται από τις διόδους. Αναφορικά με το group 2 μπορούμε να επισημάνουμε ότι το σημείο λειτουργίας του δεν επηρεάζεται σημαντικά από την παρουσία των υπολοίπων στοιχειοσειρών και εξαρτάται αποκλειστικά από την ακτινοβολία G_2 που δέχεται. Τέλος, το πρώτο group λειτουργεί στο ρεύμα που του επιβάλλει το group 2. Για τη μοντελοποίηση της λειτουργίας του θα χρησιμοποιήσουμε μια πηγή τάσης V_1 με μια εσωτερική αντίσταση R_1 . Όπως βλέπουμε και στο Σχήμα 4.8 με τη

βοήθεια της διακεκομμένης μπλε ευθείας μπορούμε να προσεγγίσουμε με μεγάλη ακρίβεια το σημείο που λειτουργεί το συγκεκριμένο cellstring. Αυτή η ευθεία είναι εφαπτόμενη στο σημείο με ρεύμα $I_{mp_{group\ 2}}$ με κλίση $\frac{dV}{dI}|_{I_{mp_{group\ 2}}}$.



ΣΧΗΜΑ 4.9: (a) Ισοδύναμο κύκλωμα του PV string που περιγράφεται από το Σχήμα 4.8, λειτουργώντας στο MPP₂ και (b) Η απλοποιημένη μορφή του (a).[2]

Η παράγωγος αυτή μπορεί εύκολα να υπολογιστεί μέσω της Σχέσης 4.13, οπότε :

$$\frac{dV}{dI} = -R_s - \frac{R_{sh}}{1 + W \left\{ \frac{R_{sh} I_s}{a} e^{\frac{R_{sh}(I_{ph} - I_s - I)}{a}} \right\}} \quad (4.22)$$

Επομένως, μπορούμε εύκολα πλέον να προσδιορίσουμε το σημείο που βρίσκεται το κάθε MPP_j ακολουθώντας τα εξής βήματα.

- Αρχικά βρίσκουμε την ακτινοβολία που δέχεται κάθε στοιχειοσειρά και τις ομαδοποιούμε.
- Υπολογίζουμε τις 5 παραμέτρους (I_{ph} , I_s , a , R_s & R_{sh}) του κάθε group στοιχειοσειρών.

- Βρίσκουμε το ρεύμα που αντιστοιχεί στο σημείο μέγιστης ισχύος του group j μέσω της εξίσωσης 4.20β'.
- Προσδιορίζουμε τα αντίστοιχα V_{c_j} και R_{c_j} κάνοντας χρήση των εξισώσεων :

$$V_{c_j} = \sum_{i=1}^{j-1} \left[V(I_{mp_{group\ j}}) - \frac{dV}{dI} \Big|_{I_{mp_{group\ j}}} I_{mp_{group\ j}} \right] - \sum_{i=j+1}^n \Delta V_d \quad (4.23\alpha')$$

$$R_{c_j} = - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{dV}{dI} \Big|_{I_{mp_{group\ j}}} \quad (4.23\beta')$$

- Υπολογίζουμε το ρεύμα και την τάση του MPP $_j$ σύμφωνα με τις εξισώσεις 4.21α' και 4.21β'.

Παρατηρήσεις

Η εν λόγω προσέγγιση έχει τα εξής πλεονεκτήματα :

- Η μέθοδος αυτή βασίζεται αποκλειστικά στο κυκλωματικό ισοδύναμο της κυψέλης, επομένως μπορεί να βρει εφαρμογή σε κάθε πλαίσιο μονοκρυσταλλικού ή πολυκρυσταλλικού πυριτίου.
- Πρόκειται για μια αναλυτική διαδικασία, επομένως δεν γίνεται χρήση επαναληπτικών μεθόδων και δεν έχει προβλήματα σύγκλισης ή αποτυχίας προσδιορισμού των μεγίστων.
- Παρουσιάζει μέγιστο σφάλμα στην τάση και το ρεύμα της τάξεως του 1.6% και RMS σφάλμα μικρότερο του 0.6% σε συνθήκες ομοιόμορφης ακτινοβολίας. Βέβαια, τα σφάλματα της τάσης αντισταθμίζουν αυτά του ρεύματος, αφού έχουμε υπερεκτίμηση και υποεκτίμηση αντίστοιχα, οπότε τελικά προκύπτουν μέγιστα και RMS σφάλματα στην ισχύ 0.17% και 0.05% αντίστοιχα.

Βασικά μειονεκτήματά της είναι :

- Η μεγάλη πολυπλοκότητα που εμφανίζει, λόγω των πολλών σχέσεων που την αποτελούν κάτι που τις καθιστά αρκετά δύσχρηστες.
- Οι σχέσεις που περιγράφουν το MPP $_j$ εξαρτώνται από τις 5 παραμέτρους, κάτι που κάνει αναγκαία τη χρήση επαναληπτικών μεθόδων για τον προσδιορισμό τους, οπότε και αυξάνεται περαιτέρω η πολυπλοκότητά τους.

4.4 Νέα αναλυτική φόρμουλα εκτίμησης MPPs μερικώς σκιασμένης πλαισιοσειράς (New Formula)

Η παραπάνω μέθοδος υπήρξε η βάση πάνω στην οποία αναπτύχθηκαν οι ακόλουθες εκφράσεις. Τα πολύ μικρά σφάλματα που παρουσιάζει η αναλυτική μέθοδος και η στέρεα θεμελίωση της πάνω στο κυκλωματικό ισοδύναμο της κυψέλης υπήρξαν καταλυτικοί παράγοντες στην επιλογή.

Η αρχική σκέψη ήταν να βρεθεί ένας τρόπος να γίνει πιο απλή η διαδικασία εύρεσης των MPPs, ο οποίος όμως να έχει θεωρητική τεκμηρίωση. Έτσι, ξεκινήσαμε από τις σχέσεις 4.21α', 4.21β', 4.23α' και 4.23β' και ακολουθήσαμε την ακόλουθη διαδικασία :

- Αντικατάσταση των 5 παραμέτρων, της Vc και της Re για τις εκάστοτε συνθήκες λειτουργίας, αγνοώντας προς το παρόν τον παράγοντα της θερμοκρασίας.
- Απαλοιφή του παράγοντα της Lambert W από τις σχέσεις κάνοντας χρήση των προσεγγίσεων που αναλύονται εκτενώς στο Παράρτημα Α'.
- Αντικατάσταση των V_{mp0} και I_{mp0} στις συνθήκες STC όπως προκύπτουν από τις Σχέσεις 4.21α', 4.21β' [2].
- Εισαγωγή του συντελεστή δ_0 (Κεφάλαιο 2) για να απαλλαγούμε από την εξάρτηση από τις 5 παραμέτρους.

Η διαδικασία αυτή αναλύεται εκτενώς στο Παράρτημα Γ'. Οπότε οι νέες εκφράσεις που προκύπτουν είναι οι εξής :

$$V_{mpj} = \sum_{i=1}^j N_i \cdot \left[V_{mp}^{G_j} + \ln \left[1 + w_0 \cdot \left(\frac{G_i}{G_j} - 1 \right) \right] \right] \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0} - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d + N_j \cdot \ln \frac{N_j}{\sum_{i=1}^j N_i} \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0} \quad (4.24\alpha')$$

$$I_{mpj} = G_j \cdot \left[I_{mp0} + I_{sc0} \cdot \left(\frac{1}{w_0} - \frac{1}{w_0 + \frac{1}{\delta_0} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i}{N_j} - \frac{\Delta V_d}{\delta_0 \cdot V_{oc0}} \cdot \frac{\sum_{i=j+1}^n N_i}{N_j}} \right) \right] \quad (4.24\beta')$$

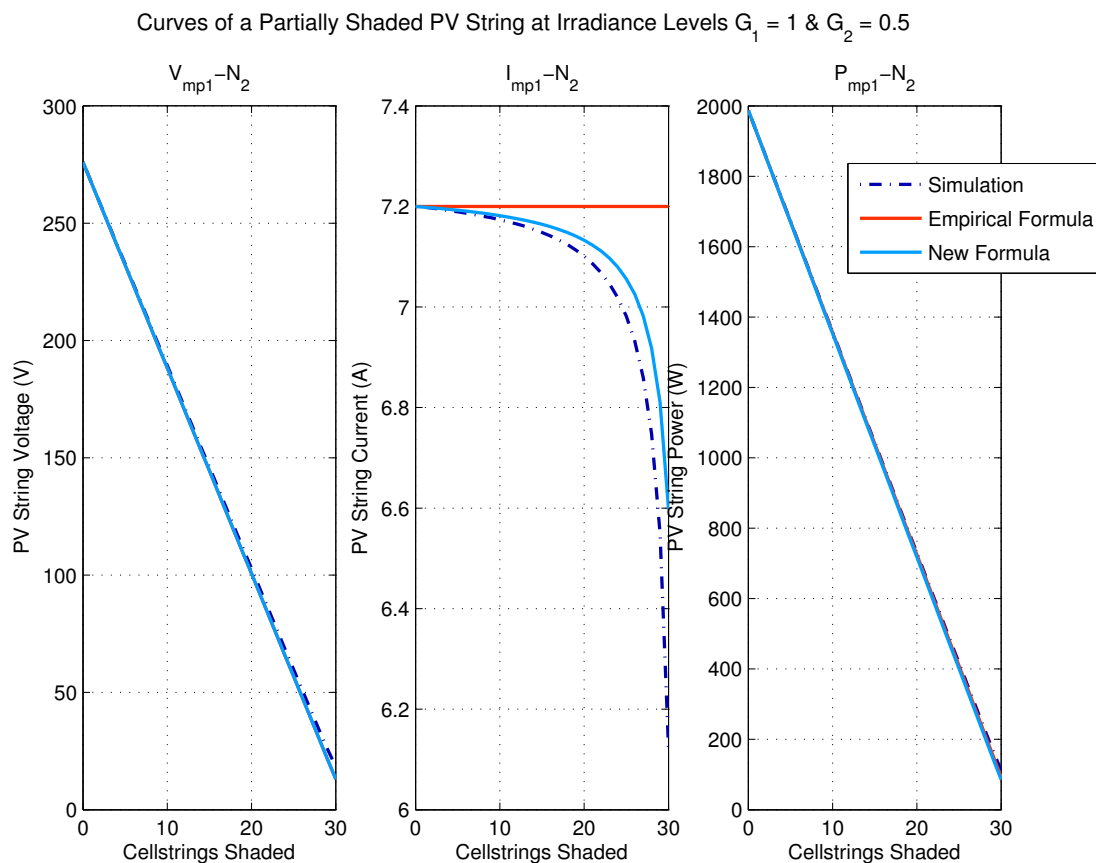
όπου : $V_{mp}^{G_j} = G_j \cdot V_{mp0} + [(w_0 - 1) \cdot (1 - G_j) + \ln G_j] \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0}$.

Η έκφραση που περιγράφει την τάση V_{mpj} παρατηρούμε ότι αποτελείται από δυο άθροισματα και έναν λογαριθμικό όρο, ο οποίος εξαρτάται από την έκταση της σκίασης και είναι ανεξάρτητος των ακτινοβολιών. Το πρώτο άθροισμα αναφέρεται στις στοιχειοσειρές που δέχονται ακτινοβολίες μεγαλύτερες ή ίσες από το group j . Μέσα στο άθροισμα έχουμε το συντελεστή N_i που εκφράζει το μέγεθος του κάθε group, την τάση στην οποία έχουμε τη μέγιστη παραγωγή ισχύος στην ακτινοβολία G_j , προσαυξημένη με ένα λογαριθμικό όρο ο οποίος εξαρτάται από την ακτινοβολία που δέχεται το κάθε group. Αξίζει να σημειωθεί ότι για το group j , από το οποίο επιβάλλεται το ρεύμα για το συγκεκριμένο MPP, ο λογαριθμικός όρος μηδενίζεται. Το δεύτερο άθροισμα εκφράζει την πτώση τάσης των διόδων ΔV_d και εκφράζει τη λειτουργία των στοιχειοσειρών που δέχονται μικρότερη ακτινοβολία από G_j και άρα παρακάμπτονται.

Όσον αφορά το ρεύμα I_{mpj} , στο εμπειρικό μοντέλο εκτίμησης MPPs, που αναλύθηκε σε προηγούμενη Ενότητα, είχε γίνει η θεώρηση ότι αυτό εξαρτώταν μόνο από την ακτινοβολία G_j και το ρεύμα I_{mp0} . Αυτή η προσέγγιση εισήγαγε μεγάλα σφάλματα καθώς είδαμε ότι το ρεύμα δεν παραμένει σταθερό, αλλά εξαρτάται και από άλλους παράγοντες. Στη νέα αυτή μέθοδο που προτείνεται στην παρούσα εργασία, βλέπουμε ότι υπάρχει η εξάρτηση από την ακτινοβολία G_j κάτι που αναμέναμε. Εκτός όμως από το ρεύμα I_{mp0} , υπάρχει ένας όρος ο οποίος εκφράζει την εξάρτηση από τον λόγο των εκτάσεων σκίασης καθώς και από τις πτώσεις τάσης των διόδων διαφυγής.

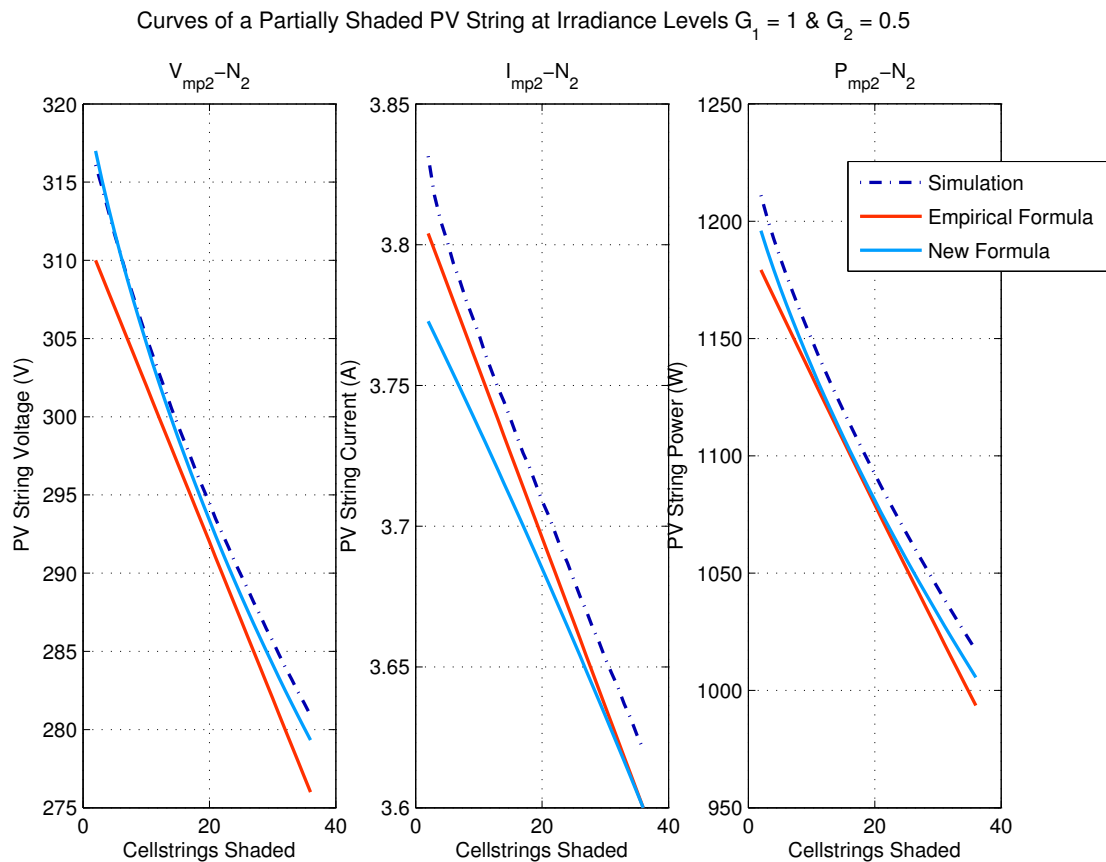
Παρακάτω, παραθέτονται 2 διαγράμματα τα οποία εκφράζουν την μεταβολή της τάσης, του ρεύματος και της ισχύος συναρτήσει της έκτασης σκίασης (N_2) για το MPP₁ και το MPP₂ αντίστοιχα. Τα διαγράμματα αυτά αναφέρονται σε ακτινοβολίες $G_1 = 1 \text{ p.u.}$ και $G_2 = 0.5 \text{ p.u.}$ και παρουσιάζουν τα συγκριτικά αποτελέσματα του εμπειρικού μοντέλου εκτίμησης (Empirical Formula [1]) και της αναλυτικής φόρμουλας που προτείνεται σε αυτή την Ενότητα (New Formula), σε σχέση με την προσομοίωση. Η πλαισιοσειρά που εξετάζουμε αποτελείται από 12 πλαίσια, Yingli YL-165.

Όσον αφορά στην τάση του MPP₁ (Σχήμα 4.10), δεν παρατηρούμε κάποια διαφοροποίηση στις δυο μεθόδους. Στο ρεύμα όμως, ενώ η εμπειρική φόρμουλα το εκτιμά σταθερό, η αναλυτική φόρμουλα επιτυγχάνει να προσεγγίσει την μείωση που παρουσιάζει αυξανόμενης της έκτασης σκίασης. Η βελτίωση αυτή στην εκτίμηση του ρεύματος οδηγεί σε μια ελαφρώς καλύτερη εκτίμηση της ισχύος, κάτι που θα γίνει πιο εμφανές στο επόμενο κεφάλαιο που θα παρουσιαστούν εκτενέστερα τα σφάλματα που παρουσιάζει η κάθε μέθοδος.



ΣΧΗΜΑ 4.10: Εξάρτηση της τάσης, του ρεύματος και της ισχύος του MPP₁ από τον αριθμό (N_2) των σκιασμένων cellstrings σε μια πλαισιοσειρά 12 πλαισίων, με ακτινοβολία $G_1 = 1$ p.u. και $G_2 = 0.5$ p.u..

Σχετικά με το MPP_2 (Σχήμα 4.11), παρατηρούμε ότι έχουμε πολύ καλύτερη εκτίμηση της τάσης. Στο ρεύμα έχουμε μεγαλύτερη απόκλιση από την εκτίμηση που δίνει το εμπειρικό μοντέλο, αλλά αυτή η απόκλιση ποσοστιαία δεν είναι μεγάλη και επομένως δεν επηρεάζεται η εκτίμηση της ισχύος.



ΣΧΗΜΑ 4.11: Εξάρτηση της τάσης, του ρεύματος και της ισχύος του MPP_2 από τον αριθμό (N_2) των σκιασμένων cellstrings σε μια πλαισιοσειρά 12 πλαισίων, με ακτινοβολία $G_1 = 1 p.u.$ και $G_2 = 0.5 p.u.$.

4.4.1 Εισαγωγή εξάρτησης από τη θερμοκρασία

Στο παραπάνω μοντέλο έχει γίνει η θεώρηση ότι τα πλαίσια λειτουργούν σε θερμοκρασία αναφοράς, κάτι που δεν είναι ρεαλιστικό. Επομένως, μπορούμε να εισάγουμε στις παραπάνω σχέσεις την εξάρτηση από τη θερμοκρασία, όπως αυτή προκύπτει από το Παράρτημα Β' :

$$V_{mpj} = \sum_{i=1}^j N_i \cdot \left[V_{mp}^{G_j, T_i} + \ln \left[1 + w_0 \cdot \left(\frac{G_i}{G_j} - 1 \right) \right] \frac{T_i}{T_0} \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0} \right] - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d + N_j \cdot \ln \frac{N_j}{\sum_{i=1}^j N_i} \cdot \frac{T_j}{T_0} \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0} \quad (4.25\alpha)$$

$$I_{mpj} = I_{mp}^{G_j, T_j} + I_{sc}^{G_j, T_j} \cdot \left(\frac{1}{w_0} - \frac{1}{w_0 + \frac{1}{\delta_0} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i}{N_j} - \frac{\Delta V_d}{\delta_0 \cdot V_{oc0}} \cdot \frac{\sum_{i=j+1}^n N_i}{N_j}} \right) \quad (4.25\beta')$$

$$\text{όπου : } V_{mp}^{G_j, T_i} = G_j \cdot V_{mp0} + \left[(1 - G_j) \cdot \delta_0 \cdot (w_0 - 1) + \delta_0 \cdot \frac{T_i}{T_0} \cdot \ln G_j + \beta_{V_{oc}} \cdot (T_i - T_0) \right] \cdot V_{oc0}$$

$$I_{sc}^{G_j, T_j} = G_j \cdot I_{sc0} \cdot (1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot (T_j - T_0))$$

$$I_{mp}^{G_j, T_j} = G_j \cdot I_{mp0} \cdot [1 + \alpha_{I_{mp}} \cdot (T_j - T_0)]$$

$$\alpha_{I_{mp}} = \alpha_{I_{sc}} + \frac{\beta_{V_{oc}} - 1/T_0}{w_0 - 1} \cdot \frac{1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot (T_j - T_0)}{1 + \beta_{V_{oc}} \cdot (T_j - T_0)}$$

$$w_0 = W \{ e^{\frac{1}{\delta_0} + 1} \}$$

$$\delta_0 = \frac{1 - 298.15 \cdot \beta_{V_{oc}}}{50.05 - 298.15 \cdot \alpha_{I_{sc}}}$$

ΔV_d : η πτώση τάσης της διόδου

$\beta_{V_{oc}}$ & $\alpha_{I_{sc}}$: κανονικοποιημένοι θερμοκρασιακοί συντελεστές

Παρατηρήσεις

Η εν λόγω προσέγγιση έχει τα εξής πλεονεκτήματα :

- Η μέθοδος αυτή βασίζεται αποκλειστικά στο κυκλωματικό ισοδύναμο της κυψέλης, με κάποιες αναγκαίες προσεγγίσεις, οι οποίες όμως δεν εισήγαγαν μεγάλο σφάλμα. Επομένως μπορεί να βρει εφαρμογή σε κάθε πλαίσιο μονοκρυσταλλικού ή πολυκρυσταλλικού πυριτίου.

- Έχει πολύ μικρότερη πολυπλοκότητα από το πλήρες μοντέλο στο οποίο βασίστηκε και δεν εξαρτάται από τις 5 παραμέτρους, παρά μόνο από τα τεχνικά χαρακτηριστικά που δίνει ο κατασκευαστής και από το συντελεστή δ .
- Έχει εισαχθεί πλέον η εξάρτηση από τη θερμοκρασία, κάτι που καθιστά τη συγκεκριμένη μέθοδο πιο ακριβή, αφού σε πραγματικές συνθήκες περιβάλλοντος είναι πολύ σπάνιο να βρίσκεται το πλαίσιο σε θερμοκρασία αναφοράς.

Βασικό μειονέκτημά της είναι :

- Ενώ πλέον έχει διευρυνθεί πολύ το πεδίο εφαρμογής σε σύγκριση με άλλες μεθόδους, παραμένουν ελάχιστες ακραίες περιπτώσεις στις οποίες δεν μπορεί να εφαρμοστεί η παραπάνω φόρμουλα. Πιο συγκεκριμένα, δεν είναι εφικτός ο υπολογισμός του ρεύματος του MPP_1 σε περιπτώσεις ακραίων σεναρίων σκίασης (π.χ. αν σκιάζονται 11 από τα συνολικά 12 πλαίσια). Βέβαια, σε αυτές τις περιπτώσεις το συγκεκριμένο τοπικό μέγιστο οριακά εμφανίζεται και δεν υπάρχει περίπτωση να είναι το ολικό μέγιστο της καμπύλης ισχύος, επομένως δεν είναι βαρύνουσας σημασίας.

Κεφάλαιο 5

Επιβεβαίωση Νέας Αναλυτικής Φόρμουλας

Στα προηγούμενα κεφάλαια της παρούσας εργασίας, έγινε μια παρουσίαση της μέχρι τώρα έρευνας που αφορά στην ηλεκτρική απόκριση μιας μερικώς σκιασμένης Φ/Β πλαισιοσειράς, μελετώντας το πλήθος των σημείων εμφάνισης των τοπικών μεγίστων ισχύος και τις συνθήκες κάτω από τις οποίες αυτά εκδηλώνονται (Κεφάλαιο 3). Στη συνέχεια, προτάθηκαν αναλυτικές σχέσεις προσδιορισμού τους (Κεφάλαιο 4).

Ωστόσο, κρίνεται σκόπιμο να επιβεβαιωθεί η ορθότητα των σχέσεων αυτών αλλά και η διαδικασία προσομοίωσης της λειτουργίας της πλαισιοσειράς που ακολουθήσαμε και αναλύθηκε στο Κεφάλαιο 2.

5.1 Επαλήθευση νέας αναλυτικής φόρμουλας

Παρακάτω ακολουθούν κάποια διαγράμματα που απεικονίζουν τη συχνότητα των σφαλμάτων. Η εξαγωγή των σχετικών σφαλμάτων έγινε κάνοντας χρήση της ακόλουθης σχέσης :

$$err(\%) = \frac{\#estimated - \#simulated}{\#nominal} \cdot 100\% , \quad \text{όπου :}$$

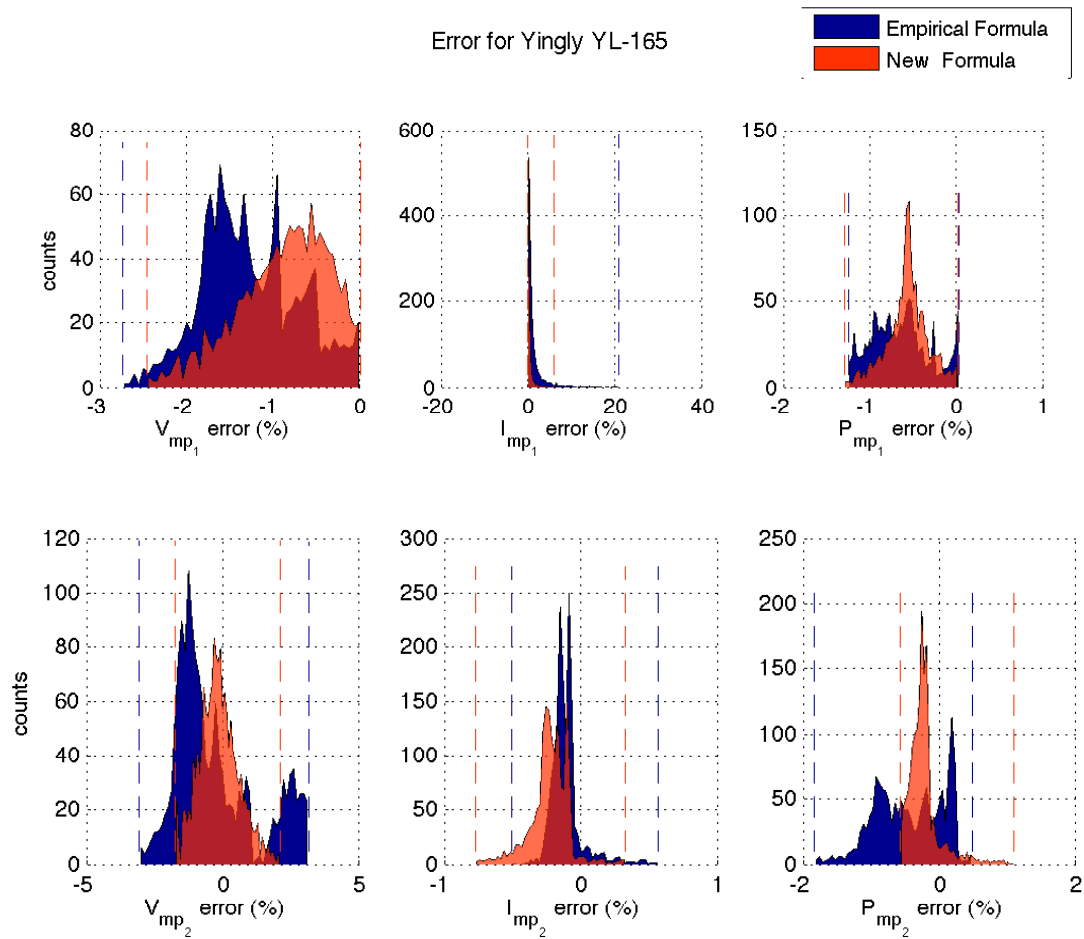
- $\#estimated$: η τιμή του εκτιμώμενου μεγέθους (τάση, ρεύμα ή ισχύς) από τις φόρμουλες
- $\#simulated$: η τιμή του υπολογιζόμενου μεγέθους (τάση, ρεύμα ή ισχύς) όπως αυτή προκύπτει από τις προσομοιώσεις
- $\#nominal$: ως ονομαστική τιμή του μεγέθους (τάση, ρεύμα ή ισχύς) θεωρούμε αυτήν της μέγιστης ισχύος της πλαισιοσειράς σε συνθήκες STC (V_{mp0} , I_{mp0} & $V_{mp0} \cdot I_{mp0}$)

Επιπλέον, στα ακόλουθα διαγράμματα συμπεριλήφθηκε το 99% των σφαλμάτων, έως το 99^ο εκατοστημόριο (percentile) των υπολογισθέντων σφαλμάτων [41]. Ο λόγος που επιλέξαμε κάτι τέτοιο είναι διότι με αυτό τον τρόπο δεν λαμβάνονται υπόψιν ακραίες τιμές (outliers), οι οποίες προκύπτουν για ακραία σενάρια σκίασης και για τοπικά μέγιστα τα οποία αποκλείεται να είναι και τα ολικά μέγιστα. Επιπροσθέτως, το 99% είναι πολύ αντιπροσωπευτικό δείγμα.

Στα διαγράμματα που ακολουθούν έχουμε τις συχνότητες σφάλματος όπως αυτές προκύπτουν από το εμπειρικό μοντέλο εκτίμησης MPPs και τη νέα αναλυτική φόρμουλα. Επιπροσθέτως, επισημαίνονται με διακεκομμένη γραμμή η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή σφάλματος που συναντάμε.

Σενάριο 1 : YL-165 για 2 επίπεδα ακτινοβολίας & θερμοκρασία 25°C

Στα ακόλουθα διαγράμματα παρουσιάζονται τα σφάλματα για το ενδεικτικό πλαίσιο Yingli Solar, YL-165 (το datasheet του οποίου παρουσιάζεται στον πίνακα 3.1). Αυτό έχει προκύψει από την προσομοίωση 1665 διαφορετικών σεναρίων έκτασης και έντασης σκίασης, για 2 επίπεδα ακτινοβολίας, όπου αυτά κυμαίνονταν από 1 *p.u.* έως 0.1 *p.u.* με βήμα 0.1 και για όλες τις πιθανές εκτάσεις σκίασης της πλαισιοσειράς, με βήμα ένα cellstring και θερμοκρασία αναφοράς $T_c = 25^\circ C$. Τα σφάλματα αυτά αφορούν στις σχέσεις 4.10, συγκρινόμενα με αυτά των 4.25α' & 4.25β'. Η κάθε ομάδα γραφημάτων αφορά σε ένα τύπο MPP. Τα πρώτα αναφέρονται στην τάση, το ρεύμα και την ισχύ του MPP₁, ενώ τα επόμενα 3 σε εκείνα του MPP₂.



ΣΧΗΜΑ 5.1: Συχνότητα σχετικού σφάλματος για το YL-165, για 2 επίπεδα ακτινοβολίας σε θερμοκρασία αναφοράς.

	Εμπειρικό μοντέλο			Νέα αναλυτική φόρμουλα		
	<i>V</i>	<i>I</i>	<i>P</i>	<i>V</i>	<i>I</i>	<i>P</i>
MPP ₁	1.39 %	2.63 %	0.74 %	1.04 %	0.78 %	0.63 %
MPP ₂	2.56 %	0.17 %	0.68 %	0.74 %	0.28 %	0.34 %

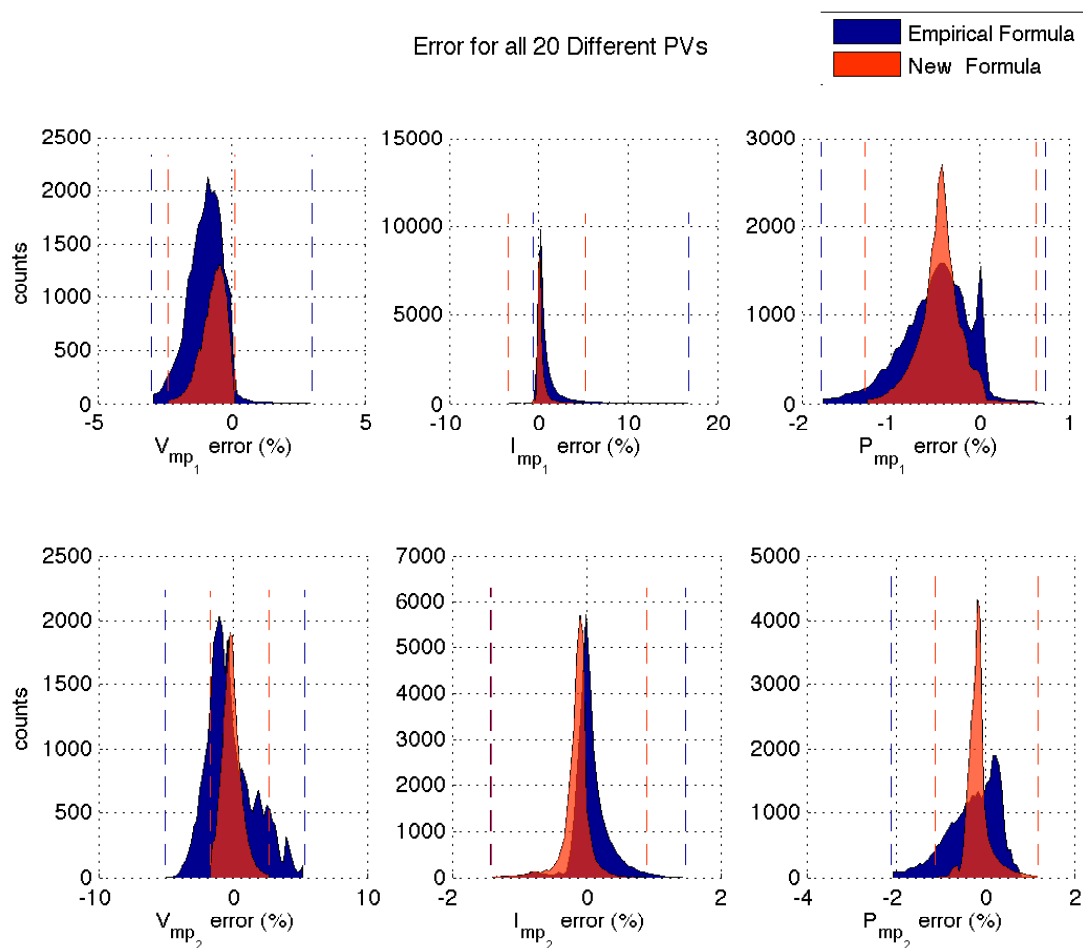
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.1: Πίνακας RMS τιμές σφάλματος για τις 2 μεθόδους που εξετάζουμε.

Σε γενικές γραμμές μπορούμε να πούμε ότι και οι δύο μέθοδοι υποεκτιμούν την τάση V_{mp1} και υπερεκτιμούν το ρεύμα I_{mp1} , με αποτέλεσμα αυτή η διαφορά να αντισταθμίζεται στην ισχύ, όπου τα σφάλματα είναι πολύ μικρά.

Συγκρίνοντας τις δυο μεθόδους, παρατηρούμε πως η νέα φόρμουλα έχει πιο μαζεμένα φάσματα σφαλμάτων και μικρότερες τιμές RMS, με εξαίρεση το I_{mp2} όπου όμως το σφάλμα είναι εξαιρετικά μικρό. Επίσης, οι ακραίες τιμές με τη νέα μέθοδο είναι αρκετά μικρότερες, γεγονός που την καθιστά ακόμα πιο αξιόπιστη. Τέλος, αξίζει να επισημάνουμε το αρκετά μεγάλο σφάλμα του I_{mp1} όπως αυτό προκύπτει από το εμπειρικό μοντέλο, αφού έχει γίνει η θεώρηση πως παραμένει σταθερό. Προφανώς αυτή η θεώρηση αποδεικνύεται εσφαλμένη.

Σενάριο 2 : Σύνολο 20 διαφορετικών πλαισίων για 2 επίπεδα ακτινοβολίας & θερμοκρασία 25°C

Στο παρακάτω διάγραμμα ακολουθείται η ίδια λογική με προηγούμενως, μόνο που τώρα τα σφάλματα αφορούν σε 20 πλαισιοσειρές, κάθε μια από τις οποίες αποτελείται από διαφορετικό τύπο εμπορικού πλαισίου. Επομένως, τα γραφήματα που ακολουθούν περιέχουν τα σφάλματα για όλα τα σενάρια που εξετάστηκαν, για όλες τις πλαισιοσειρές.



ΣΧΗΜΑ 5.2: Συχνότητα σχετικού σφάλματος για 20 τύπους πλαισίων που εξετάστηκαν, για 2 επίπεδα ακτινοβολίας σε θερμοκρασία αναφοράς.

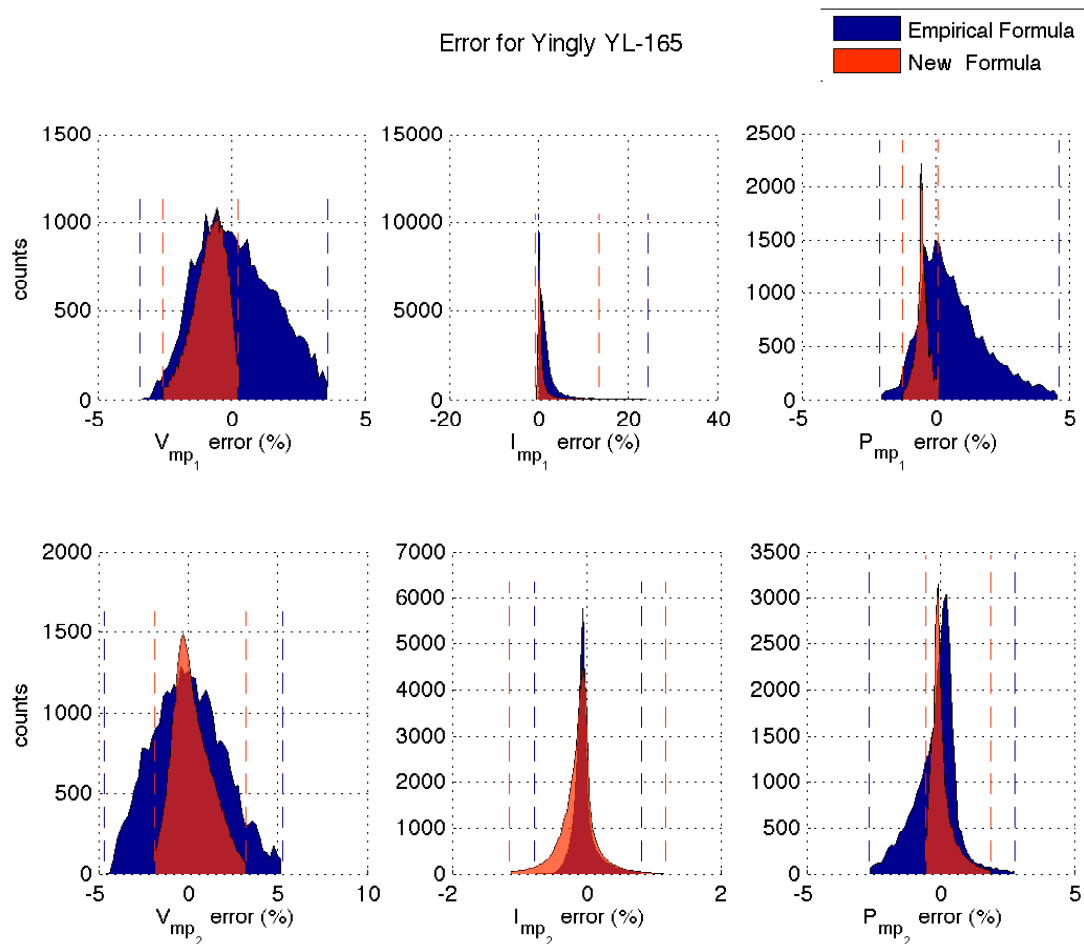
	Εμπειρικό μοντέλο			Νέα αναλυτική φόρμουλα		
	<i>V</i>	<i>I</i>	<i>P</i>	<i>V</i>	<i>I</i>	<i>P</i>
MPP ₁	1.20 %	2.13 %	0.64 %	0.86 %	0.65 %	0.52 %
MPP ₂	1.79 %	0.28 %	0.64 %	0.72 %	0.26 %	0.32 %

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2: Πίνακας RMS τιμής σφάλματος για τις 2 μεθόδους που εξετάζουμε.

Εδώ παρατηρούμε τα ίδια χαρακτηριστικά, με αυτά που είδαμε για το YL-165. Επιβεβαιώνονται λοιπόν τα συμπεράσματα που εξήγαμε, σε πληθώρα εμπορικών πλαισίων, κάτι που ισχυροποιεί τους ισχυρισμούς μας αλλά και την αξιοπιστία της μεθόδου.

Σενάριο 3 : YL-165 για 2 επίπεδα ακτινοβολίας & διάφορες θερμοκρασίες

Παρακάτω παρατίθενται τα ίδια διαγράμματα με προηγουμένως μόνο που τώρα εισάγουμε τη θερμοκρασιακή εξάρτηση. Τα σενάρια που εξετάστηκαν αφορούν στη λειτουργία των πλαισιοσειρών σε θερμοκρασίες από $5^{\circ}C$ έως $65^{\circ}C$, με βήμα $10^{\circ}C$. Η θερμοκρασιακή εξάρτηση στο εμπειρικό μοντέλο εκτίμησης MPPs, έγινε σύμφωνα με τη λογική που παρουσιάζεται στο [22]. Τα αποτελέσματα προέκυψαν από την προσομοίωση 34965 σεναρίων για κάθε τύπο πλαισίου.



ΣΧΗΜΑ 5.3: Συχνότητα σχετικού σφάλματος για το YL-165, για 2 επίπεδα ακτινοβολίας με θερμοκρασιακή εξάρτηση.

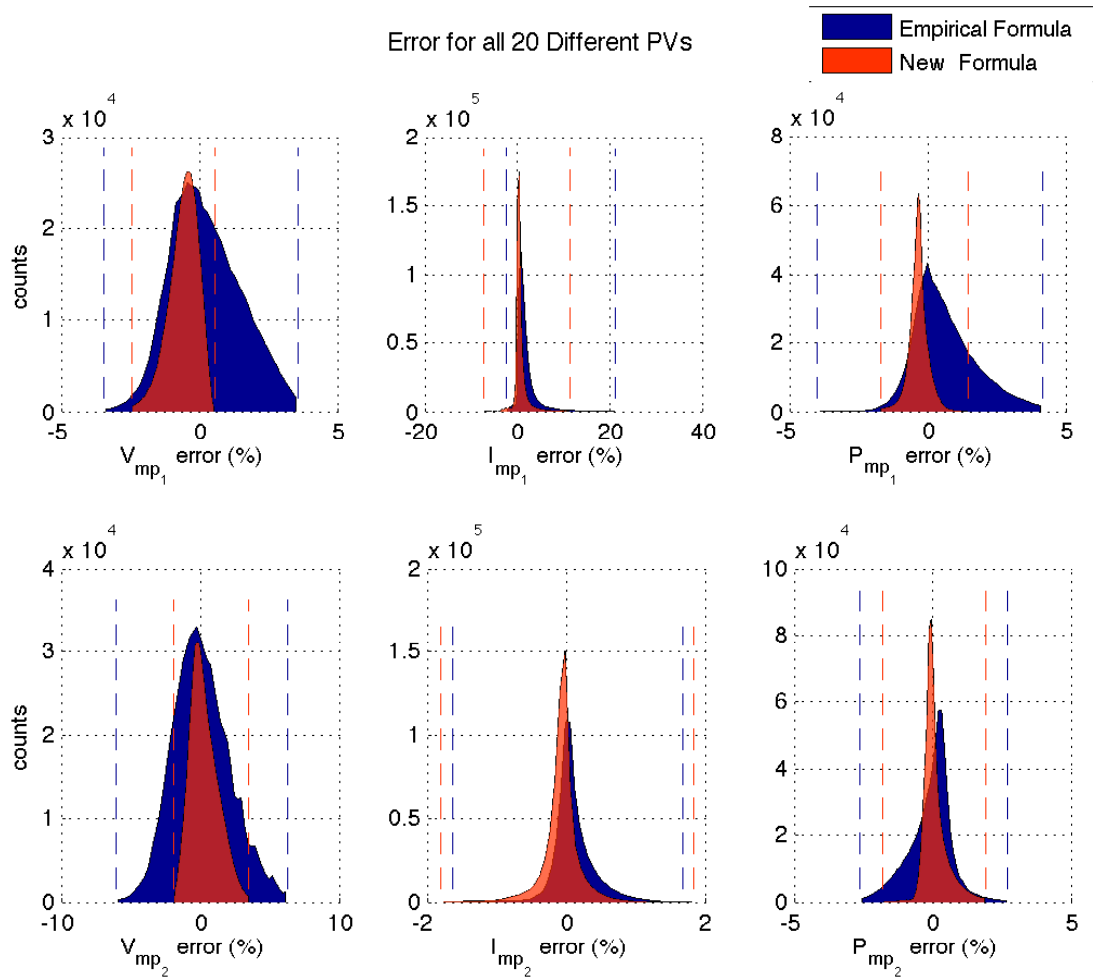
	Εμπειρικό μοντέλο			Νέα αναλυτική φόρμουλα		
	<i>V</i>	<i>I</i>	<i>P</i>	<i>V</i>	<i>I</i>	<i>P</i>
MPP ₁	1.42 %	3.56 %	1.38 %	1.05 %	1.71 %	0.61 %
MPP ₂	1.96 %	0.19 %	0.82 %	1.04 %	0.30 %	0.42 %

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3: Πίνακας RMS τιμής σφάλματος για τις 2 μεθόδους που εξετάζουμε.

Όπως μπορεί κανείς να παρατηρήσει οι τιμές των RMS σφαλμάτων είναι παρόμοιες με αυτές του 1^{ου} σεναρίου. Αντίθετα, το φάσμα των ιστογραμμάτων για την παλιά εμπειρική φόρμουλα είναι πιο ευρύ, με μεγαλύτερα ακραία σφάλματα. Αυτό συμβαίνει, διότι εκείνες οι σχέσεις δεν είχαν σχεδιαστεί για διαφορετική θερμοκρασία. Από την άλλη, η νέα φόρμουλα διατηρεί την αξιοπιστία της σε όλο το εύρος, πολύ παρόμοια με το σενάριο 1.

Σενάριο 4 : Σύνολο 20 διαφορετικών πλαισίων για 2 επίπεδα ακτινοβολίας & διάφορες θερμοκρασίες

Συγκεντρωτικά τα σφάλματα για 20 τύπους πλαισίων που εξετάστηκαν και στο προαναφερθέν εύρος θερμοκρασιών :



ΣΧΗΜΑ 5.4: Συχνότητα σχετικού σφάλματος για 20 τύπους πλαισίων που εξετάστηκαν, για 2 επίπεδα ακτινοβολίας με θερμοκρασιακή εξάρτηση.

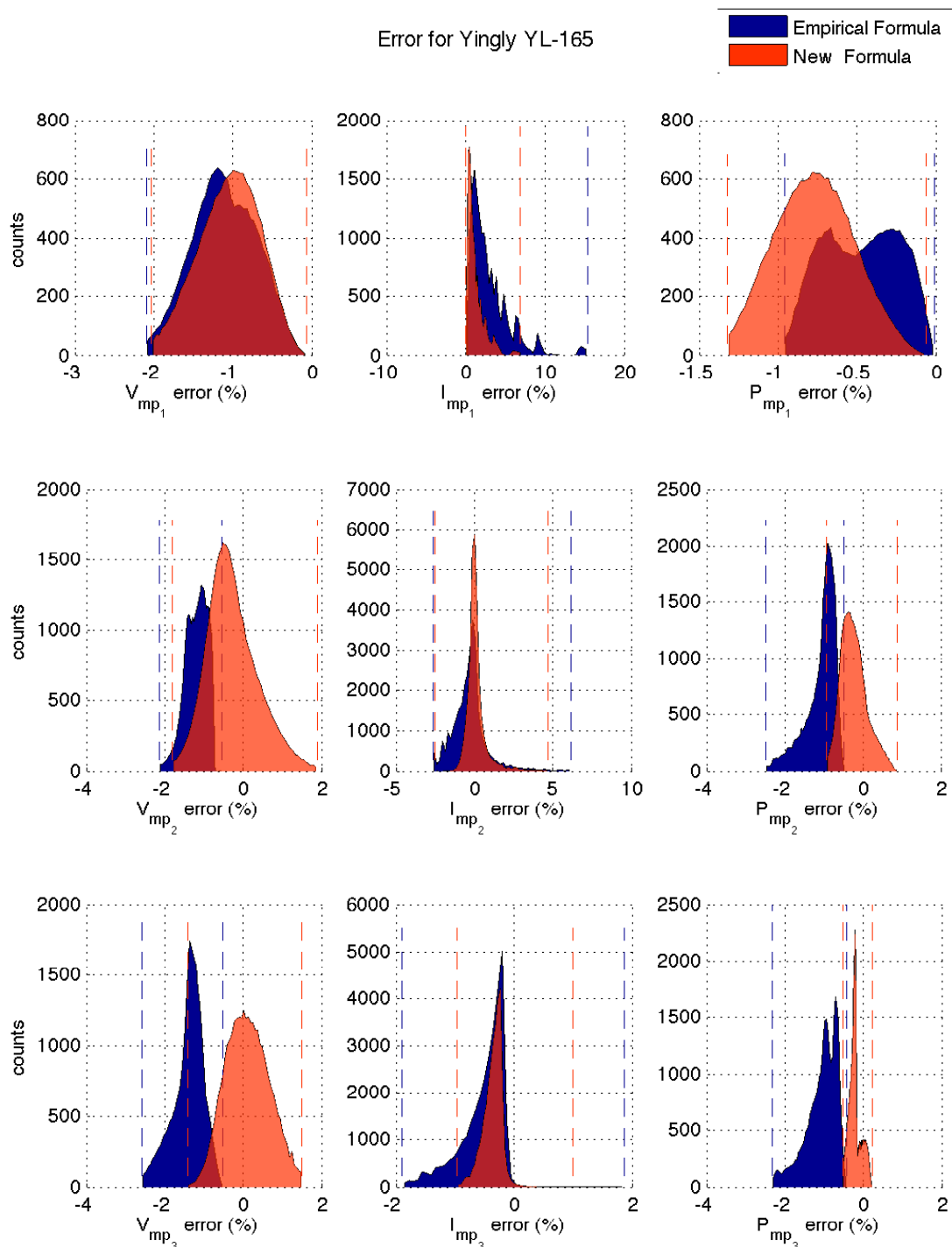
	Εμπειρικό μοντέλο			Νέα αναλυτική φόρμουλα		
	V	I	P	V	I	P
MPP ₁	1.28 %	3.02 %	1.26 %	0.83 %	1.45 %	0.53 %
MPP ₂	2.04 %	0.32 %	0.79 %	1.02 %	0.30 %	0.43 %

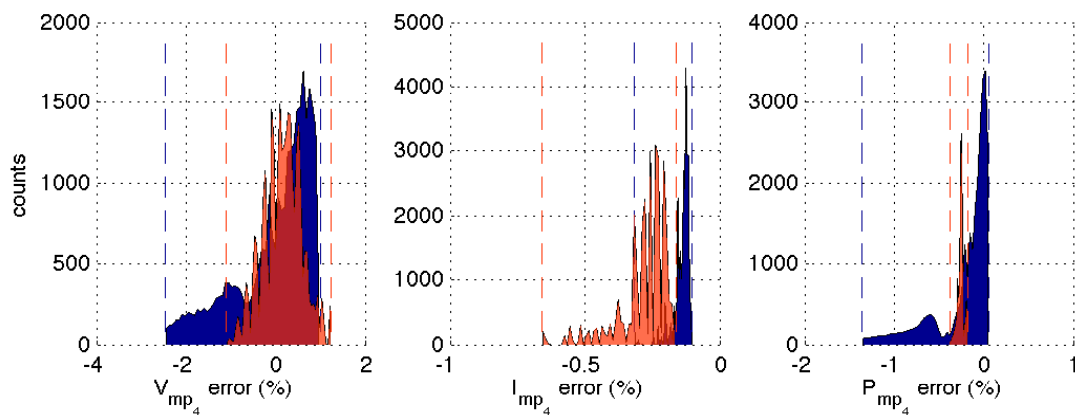
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4: Πίνακας RMS τιμές σφάλματος για τις 2 μεθόδους που εξετάζουμε.

Και για τα 20 πλαίσια, παρατηρούμε ότι η θερμοκρασία επηρεάζει την ακρίβεια εκτίμησης των 2 μεθόδων με τον ίδιο τρόπο, όπως και για το YL-165.

Σενάριο 5 : YL-165 για 4 επίπεδα ακτινοβολίας & θερμοκρασία 25°C

Στην εξέταση των 4 επιπέδων ακτινοβολίας ακολουθήθηκε η ίδια διαδικασία. Εξετάστηκαν και πάλι σενάρια με εύρος ακτινοβολιών από 1 p.u. έως 0.1 p.u. με βήμα 0.2 και για όλες τις πιθανές εκτάσεις σκίασης της πλαισιοσειράς με βήμα ένα cellstring. Ο αριθμός των σεναρίων που εξετάστηκαν ήταν 32725. Η κάθε ομάδα γραφημάτων αφορά σε ένα τύπο MPP. Τα πρώτα αναφέρονται στο MPP₁, τα δεύτερα στο MPP₂, τα τρίτα στο MPP₃ ενώ τα τελευταία στο MPP₄.





ΣΧΗΜΑ 5.6: Συχνότητα σχετικού σφάλματος για το YL-165, για 4 επίπεδα ακτινοβολίας, σε θερμοκρασία αναφοράς.

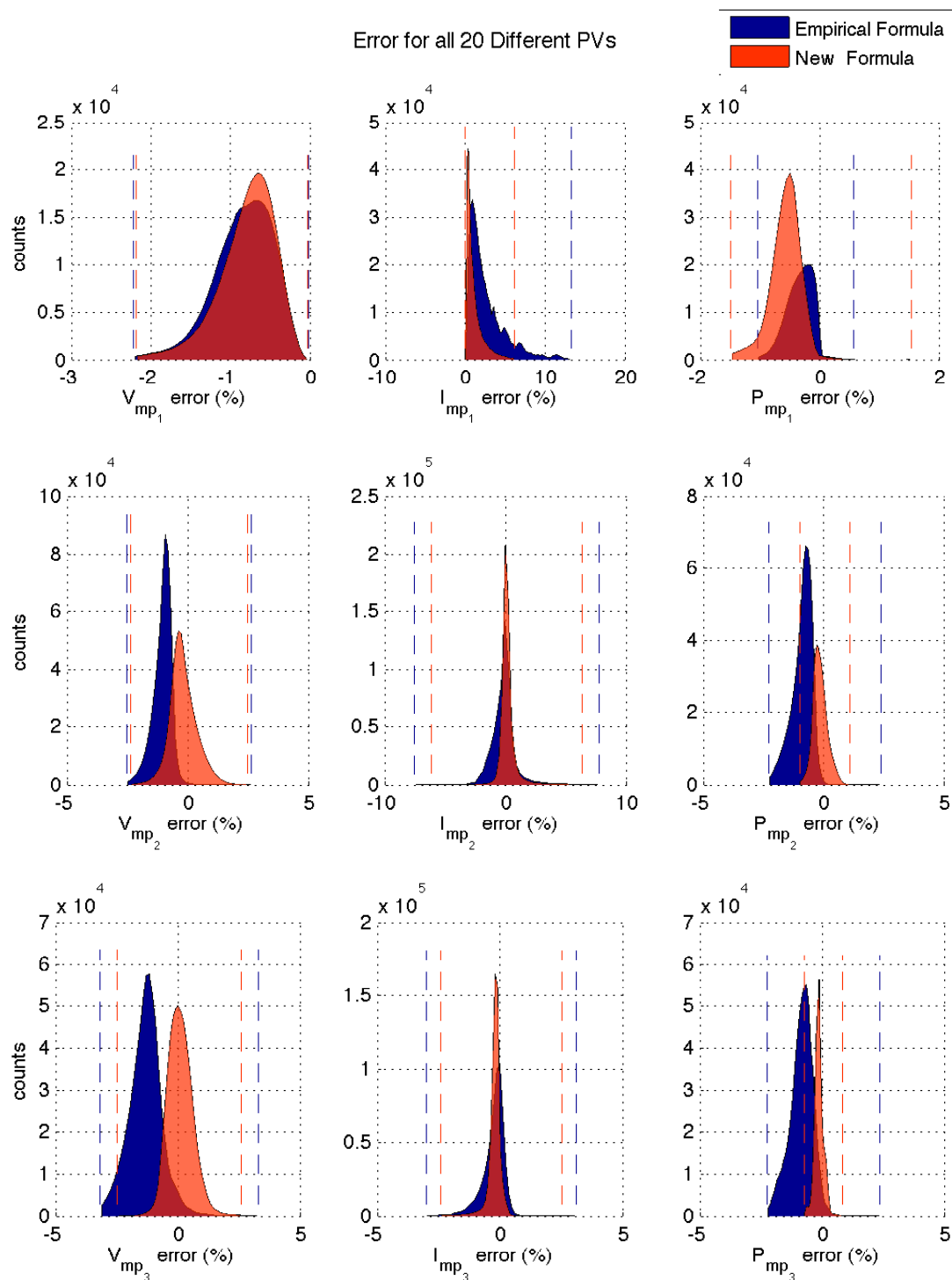
	Εμπειρικό μοντέλο			Νέα αναλυτική φόρμουλα		
	V	I	P	V	I	P
MPP ₁	1.19 %	3.80 %	0.54 %	1.13 %	1.57 %	0.81 %
MPP ₂	1.27 %	1.21 %	1.18 %	0.71 %	0.67 %	0.42 %
MPP ₃	1.49 %	0.67 %	1.17 %	0.55 %	0.41 %	0.29 %
MPP ₄	0.84 %	0.15 %	0.41 %	0.43 %	0.30 %	0.28 %

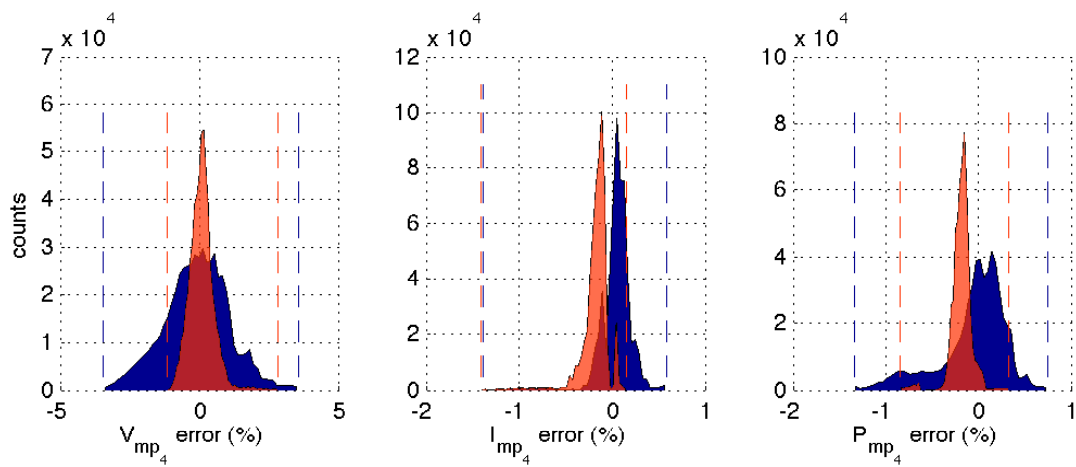
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.5: Πίνακας RMS τιμές σφάλματος για τις 2 μεθόδους που εξετάζουμε.

Σε γενικές γραμμές εξάγονται παρόμοια συμπεράσματα με αυτά για τα 2 επίπεδα ακτινοβολίας. Και οι 2 μέθοδοι έχουν αποδεκτά σφάλματα, αλλά η νέα μέθοδος παρουσιάζει γενικά πιο περιορισμένο φάσμα και μικρότερες ακραίες τιμές. Αξίζει να σημειωθεί πως ο υπολογισμός του ρεύματος στο εμπειρικό μοντέλο φαίνεται να αποκλίνει σημαντικά για το MPP₁, αφού γίνεται η θεώρηση ότι παραμένει σταθερό κάτι που φυσικά δεν ισχύει, όπως αναλύθηκε και σε προηγούμενο Κεφάλαιο.

Σενάριο 6 : Σύνολο 20 διαφορετικών πλαισίων για 4 επίπεδα ακτινοβολίας & θερμοκρασία 25°C

Τα αντίστοιχα διαγράμματα με τα αποτελέσματα προσομοιώσεων για 20 τύπους εμπορικών πλαισίων, σε θερμοκρασία αναφοράς :





ΣΧΗΜΑ 5.8: Συχνότητα σχετικού σφάλματος για 20 τύπους πλαισίων που εξετάστηκαν, για 4 επίπεδα ακτινοβολίας σε θερμοκρασία αναφοράς.

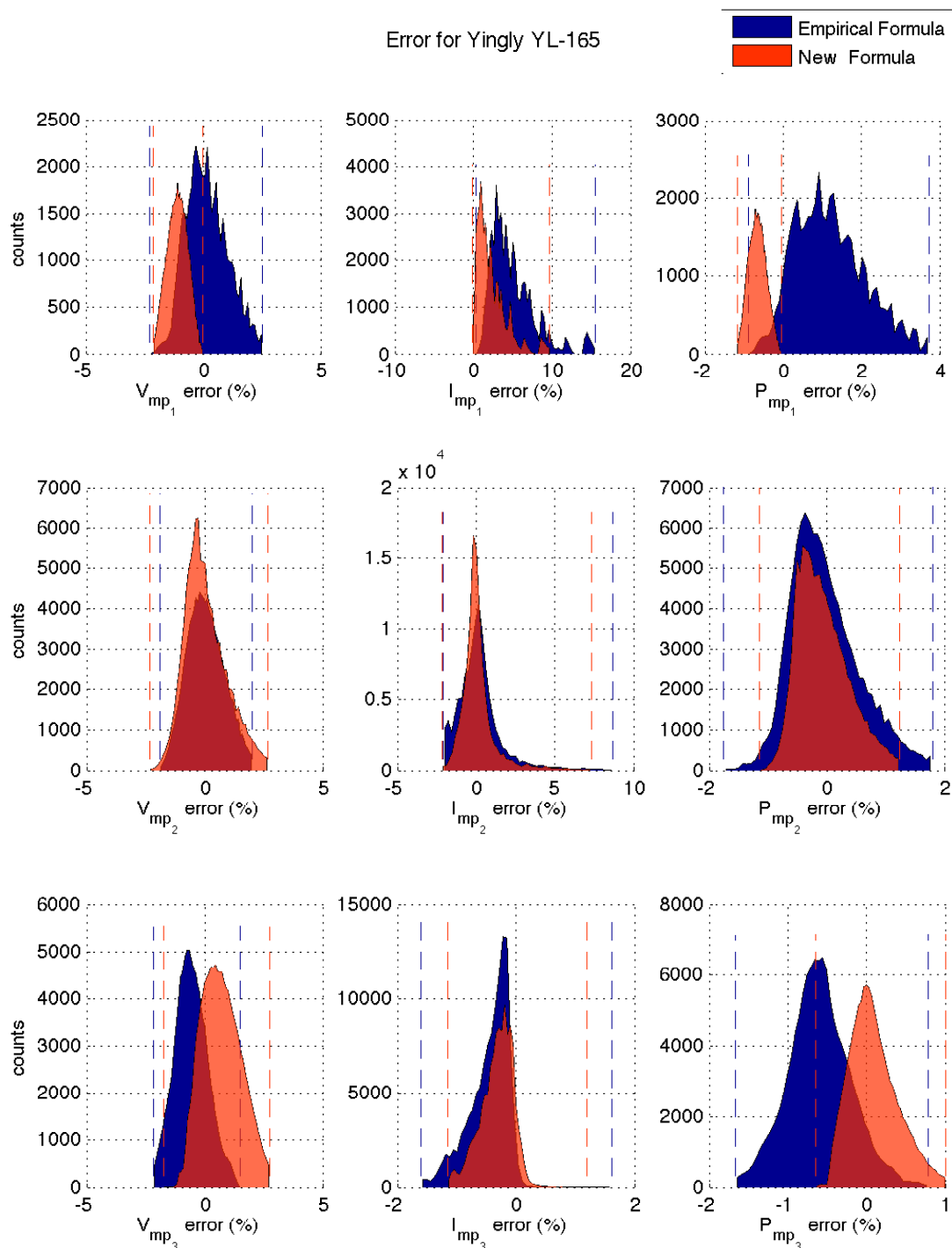
	Εμπειρικό μοντέλο			Νέα αναλυτική φόρμουλα		
	<i>V</i>	<i>I</i>	<i>P</i>	<i>V</i>	<i>I</i>	<i>P</i>
MPP ₁	0.94 %	3.45 %	0.41 %	0.89 %	1.41 %	0.65 %
MPP ₂	1.17 %	1.19 %	1.04 %	0.62 %	0.73 %	0.36 %
MPP ₃	1.53 %	0.57 %	1.01 %	0.52 %	0.39 %	0.26 %
MPP ₄	1.17 %	0.19 %	0.37 %	0.44 %	0.26 %	0.23 %

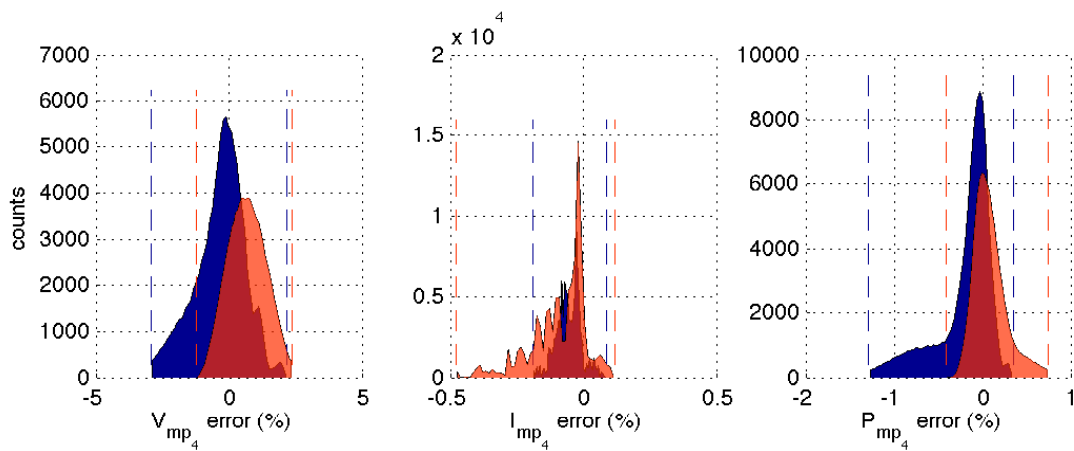
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.6: Πίνακας RMS τιμές σφάλματος για τις 2 μεθόδους που εξετάζουμε.

Τα συμπεράσματα του ενδεικτικού πλαισίου YL-165 επαληθεύονται και στα 20 πλαίσια.

Σενάριο 7 : YL-165 για 4 επίπεδα ακτινοβολίας & διάφορες θερμοκρασίες

Εισάγοντας και τη θερμοκρασιακή εξάρτηση, θεωρώντας πως η θερμοκρασία κυμαίνεται από 5°C έως 65°C με βήμα 10°C , αυτή τη φορά όμως με βήμα προσομοίωσης τα 2 cellstrings, τα σφάλματα που προέκυψαν για το Yingli ήταν :





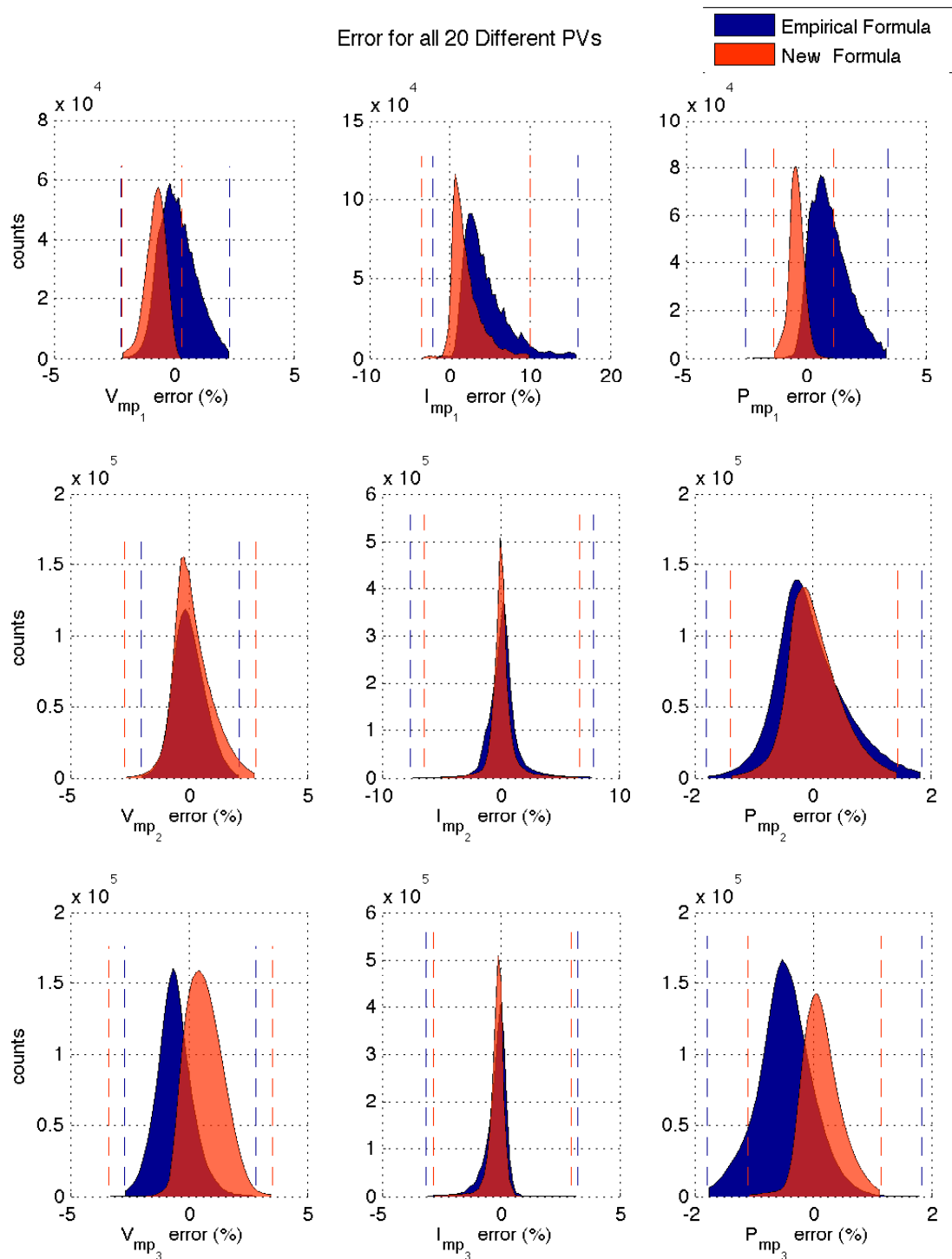
ΣΧΗΜΑ 5.10: Συχνότητα σχετικού σφάλματος για το YL-165, για 4 επίπεδα ακτινοβολίας με θερμοκρασιακή εξάρτηση.

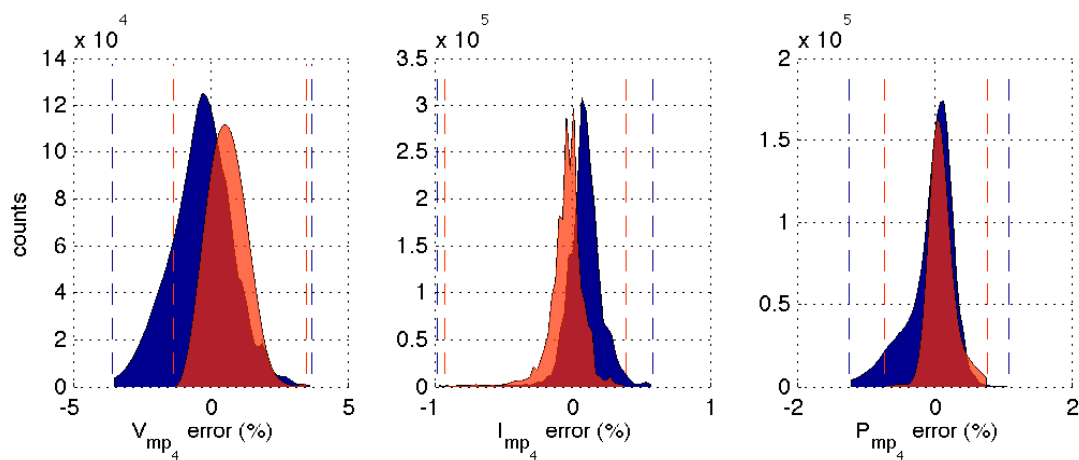
	Εμπειρικό μοντέλο			Νέα αναλυτική φόρμουλα		
	V	I	P	V	I	P
MPP ₁	0.88 %	5.60 %	1.46 %	1.23 %	2.86 %	0.72 %
MPP ₂	0.77 %	1.45 %	0.58 %	0.89 %	1.12 %	0.44 %
MPP ₃	0.93 %	0.58 %	0.73 %	1.03 %	0.44 %	0.31 %
MPP ₄	1.00 %	0.08 %	0.38 %	0.93 %	0.14 %	0.20 %

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.7: Πίνακας RMS τιμής σφάλματος για τις 2 μεθόδους που εξετάζουμε.

Και πάλι βλέπουμε περίπου τα ίδια χαρακτηριστικά με τα προηγούμενα σενάρια που εξετάστηκαν. Η νέα μέθοδος έχει μικρότερες ακραίες τιμές απ' ό τι το εμπειρικό μοντέλο, βέβαια και οι δύο μέθοδοι έχουν αποδεκτά σφάλματα.

Σενάριο 8 : Σύνολο 20 διαφορετικών πλαισίων για 4 επίπεδα ακτινοβολίας & διάφορες θερμοκρασίες





ΣΧΗΜΑ 5.12: Συχνότητα σχετικού σφάλματος για 20 τύπους πλαισίων που εξετάστηκαν, για 4 επίπεδα ακτινοβολίας με θερμοκρασιακή εξάρτηση.

	Εμπειρικό μοντέλο			Νέα αναλυτική φόρμουλα		
	V	I	P	V	I	P
MPP ₁	0.76 %	5.18 %	1.22 %	0.91 %	2.68 %	0.55 %
MPP ₂	0.67 %	1.37 %	0.58 %	0.81 %	1.07 %	0.43 %
MPP ₃	1.00 %	0.55 %	0.67 %	0.98 %	0.45 %	0.34 %
MPP ₄	1.19 %	0.16 %	0.34 %	0.89 %	0.14 %	0.21 %

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.8: Πίνακας RMS τιμής σφάλματος για τις 2 μεθόδους που εξετάζουμε.

Τα συμπεράσματα του ενδεικτικού πλαισίου YL-165 επαληθεύονται και στα 20 πλαίσια.

Συγκεντρωτικά, μπορούμε να αναφέρουμε πως σε γενικές γραμμές και οι δυο μέθοδοι παρέχουν αρκετά καλή εκτίμηση, βέβαια η νέα αναλυτική φόρμουλα εν γένει έχει χαμηλότερες RMS τιμές και πολύ μικρότερες ακραίες τιμές.

Επίσης, η εξάρτηση των ρευμάτων και των τάσεων από τη θερμοκρασία στη νέα φόρμουλα έγινε με πολύ εύστοχο τρόπο, παρέχοντας την ίδια ακρίβεια με τη λειτουργία στη θερμοκρασία αναφοράς.

Τέλος, είναι εμφανής η αστοχία μοντελοποίησης του ρεύματος I_{mp1} στο εμπειρικό μοντέλο, σε όλα τα σενάρια που εξετάστηκαν.

5.2 Πειραματικά δεδομένα

Η επιβεβαίωση των μετρήσεων έγινε σε εγκατεστημένο Φ/Β σταθμό του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου και συγκεκριμένα στη νοτιοανατολική πλευρά των κτηρίων της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών. Το μοντέλο του Φ/Β πλαισίου που χρησιμοποιήθηκε είναι το YL-165 της εταιρείας Yingli Solar, ενώ η υπό μελέτη πλαίσιοσειρά διαθέτει 12 τέτοια πλαίσια συνδεδεμένα σε σειρά μεταξύ τους. Τα χαρακτηριστικά του πλαισίου παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα :

Model	Type	N_s	N_{bp}	I_{sc0} (A)	V_{oc0} (V)	I_{mp0} (A)	V_{mp0} (V)	$\alpha_{I_{sc}}$ (A/°C)	$\beta_{V_{oc}}$ (V/°C)
Yingli 165	mc-si	16	3	7.9	29.0	7.2	23.0	0.00474	-0.12512

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.9: Πίνακας στοιχείων πλαισίου YL-165

Κατά την πειραματική διαδικασία χρησιμοποιήθηκε το μετρητικό όργανο SOLAR 4000 της εταιρείας Amprobe.

Η πειραματική διαδικασία έλαβε χώρα στις 26 Μαΐου 2015 και ώρα από 01:53 μ.μ. έως 02:08 μ.μ., μέρα με ηλιοφάνεια ώστε να είναι όσο το δυνατόν πιο ομοιόμορφη η ακτινοβολία. Η διαμόρφωση συνθηκών μερικής σκίασης επιτεύχθηκε με την τοποθέτηση κατάλληλου ημιδιαπερατού υφάσματος, διαπερατότητας 49%.

Εξετάσαμε 13 διαφορετικά σενάρια σκίασης, με 0,1,2...12 πλαίσια σκιασμένα και τα υπόλοιπα ασκίαστα. Μέσω του PV tracer παράγαμε την $I - V$ χαρακτηριστική και πήραμε μέτρηση τόσο για τη θερμοκρασία, όσο και για την ακτινοβολία που δέχονταν τα ασκίαστα αλλά και τα σκιασμένα πλαίσια. Όλες οι μετρήσεις πάρθηκαν σε διάστημα 15', οπότε και δεν άλλαξαν σε σημαντικό βαθμό οι συνθήκες περιβάλλοντος κατά τη διαδικασία των μετρήσεων.

Το μετρητικό μας όργανο, για κάθε πείραμα που διεξήχθη, αποθήκευσε ένα αρχείο csv το οποίο συμπεριλάμβανε την ακτινοβολία, τη θερμοκρασία, τις τάσεις και τα ρεύματα βραχυκύκλωσης, ανοιχτοκύκλωσης και μέγιστης ισχύος της πλαίσιοσειράς, τόσο για τις δεδομένες συνθήκες λειτουργίας, όσο και για συνθήκες STC. Επίσης, περιείχε τις μετρήσεις I και V για όλο το φάσμα της χαρακτηριστικής, από το σημείο ανοιχτοκύκλωσης έως το σημείο βραχυκύκλωσης.

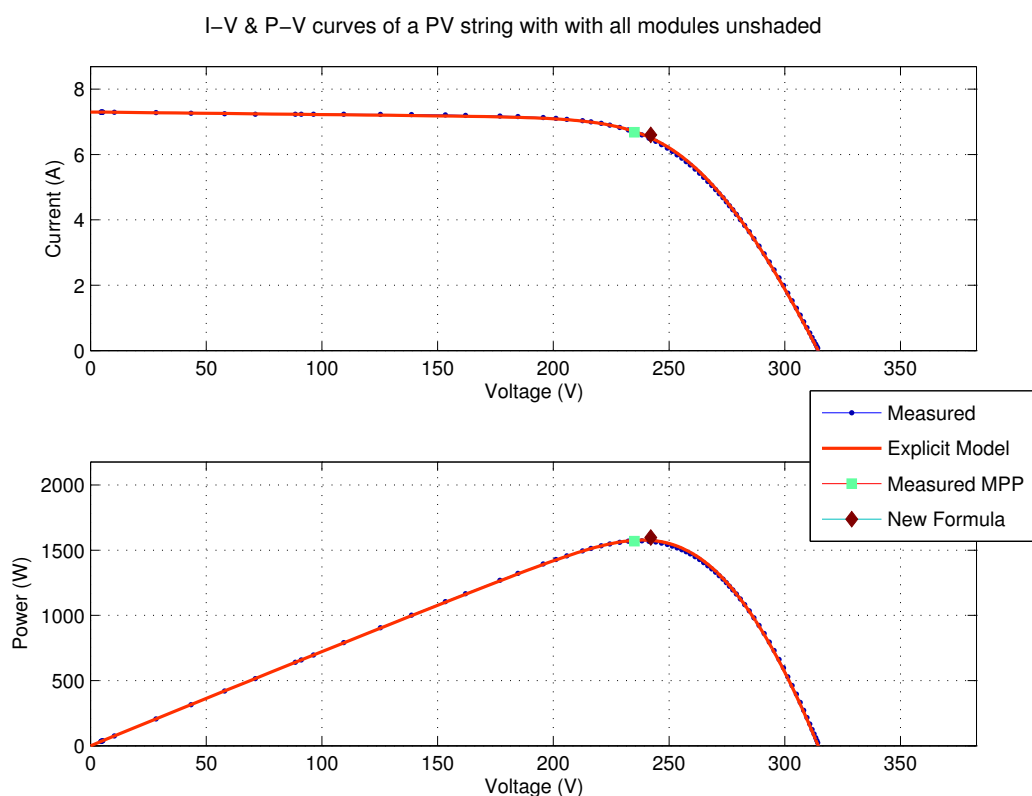
Αυτό που παρατηρήσαμε από την επεξεργασία των μετρήσεων είναι ότι η μέτρηση της θερμοκρασίας μέσω του αισθητήρα υπερύθρων δεν ήταν ακριβής, αφού παρατηρήσαμε ότι είχαμε μια διαφορά περί των 10°C μεταξύ μετρούμενης θερμοκρασίας και αυτής που προέκυπτε μέσω προσομοιώσεων. Όσον αφορά την ακτινοβολία δεν παρατηρήθηκαν τόσο

μεγάλες αποκλίσεις. Επειδή όμως δεν υποστηρίζονταν δυο μετρήσεις ακτινοβολίας για μια πλαίσιοσειρά, η διαδικασία που ακολουθήσαμε ήταν η εξής : πήραμε μια μέτρηση για τα ασκίαστα πλαίσια και μια για τα σκιασμένα.

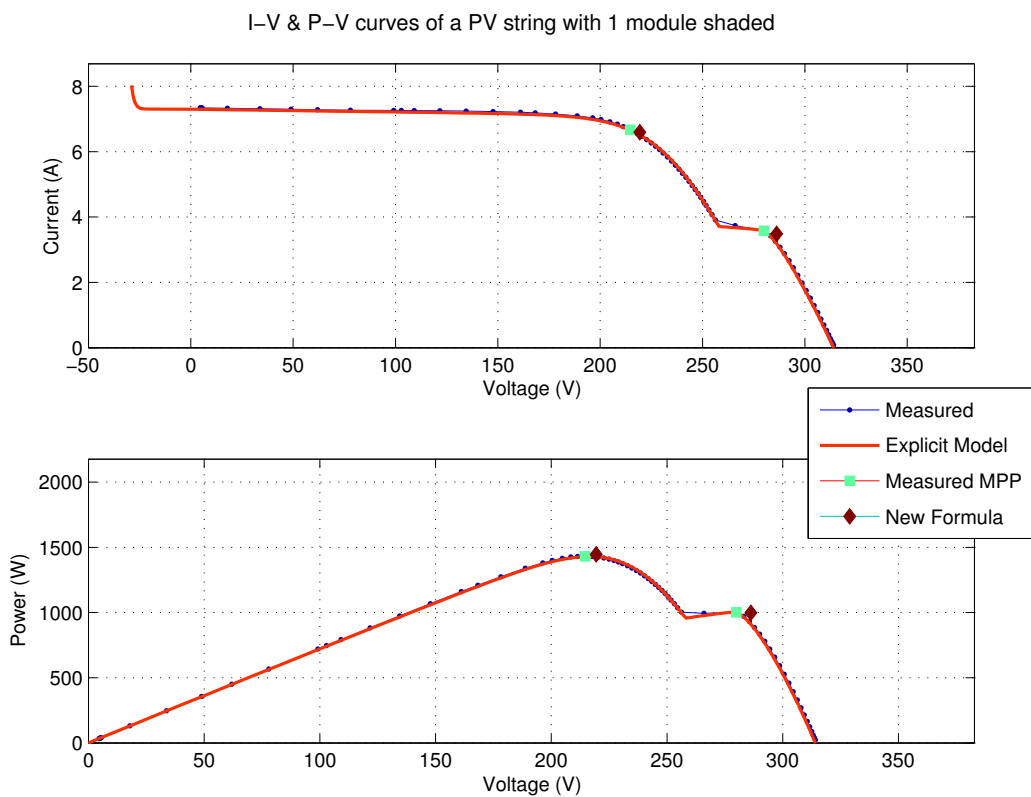
Για τους παραπάνω λόγους, η επεξεργασία των μετρήσεων δεν βασίστηκε στην μετρούμενη θερμοκρασία. Μέσω της τάσης ανοιχτοκύκλωσης V_{oc} των μετρήσεων και με χρήση της εξίσωσης Β'.4, που αναπτύχθηκε στο Παράρτημα Β', προσδιορίστηκαν οι παράμετροι T_{un} και T_{sh} της πλαίσιοσειράς.

Για την ακρίβεια, η θερμοκρασία των σκιασμένων πλαισίων ήταν $T_{sh} = 46 \text{ }^\circ\text{C}$, των ασκίαστων $T_{un} = 52 \text{ }^\circ\text{C}$, η ακτινοβολία των σκιασμένων $G_{sh} = 462 \text{ W/m}^2$, των ασκίαστων $G_{un} = 915 \text{ W/m}^2$ και η πτώση τάσης της διόδου διαφυγής $\Delta V_d = 0.85 \text{ V}$.

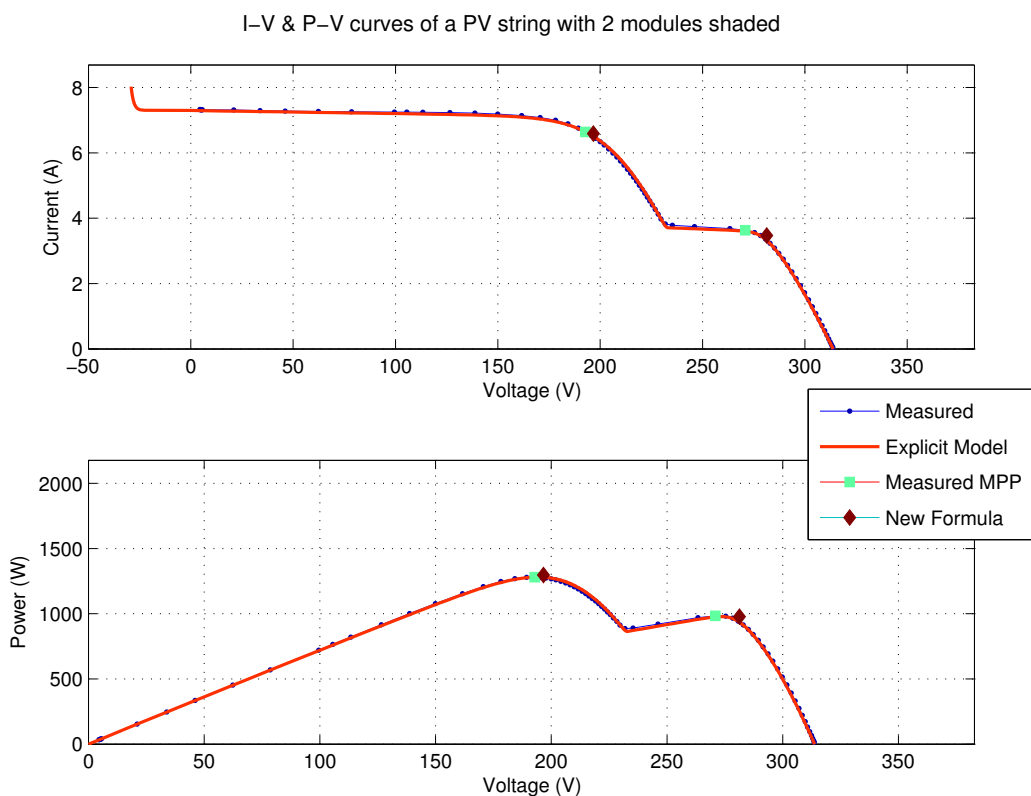
Στα γραφήματα που ακολουθούν παρουσιάζονται οι μετρήσεις (σημειώνονται με μπλε κουκκίδες) και η χαρακτηριστική όπως αυτή προκύπτει από τις αναλυτικές εκφράσεις 2.8 που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 2, με χρήση της συνάρτησης Lambert W (κόκκινη γραμμή). Επίσης, παρουσιάζονται τα μετρούμενα μέγιστα σημεία λειτουργίας (σημειώνονται με τετράγωνο) καθώς και αυτά που υπολογίζονται μέσω του μοντέλου που προτείνεται, Εξισώσεις 4.24' και 4.24β' στο Κεφάλαιο 4 (παρουσιάζονται με ρόμβο).



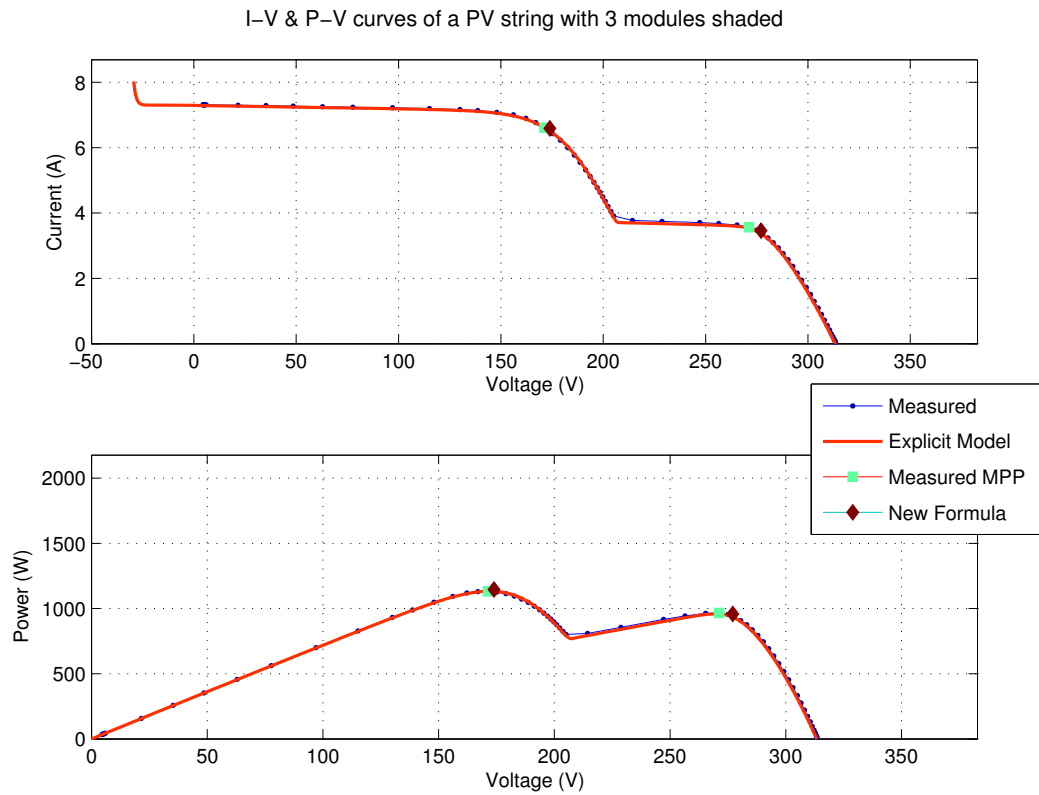
ΣΧΗΜΑ 5.13: $I - V$ και $P - V$ χαρακτηριστικές με όλα τα πλαίσια ασκίαστα.



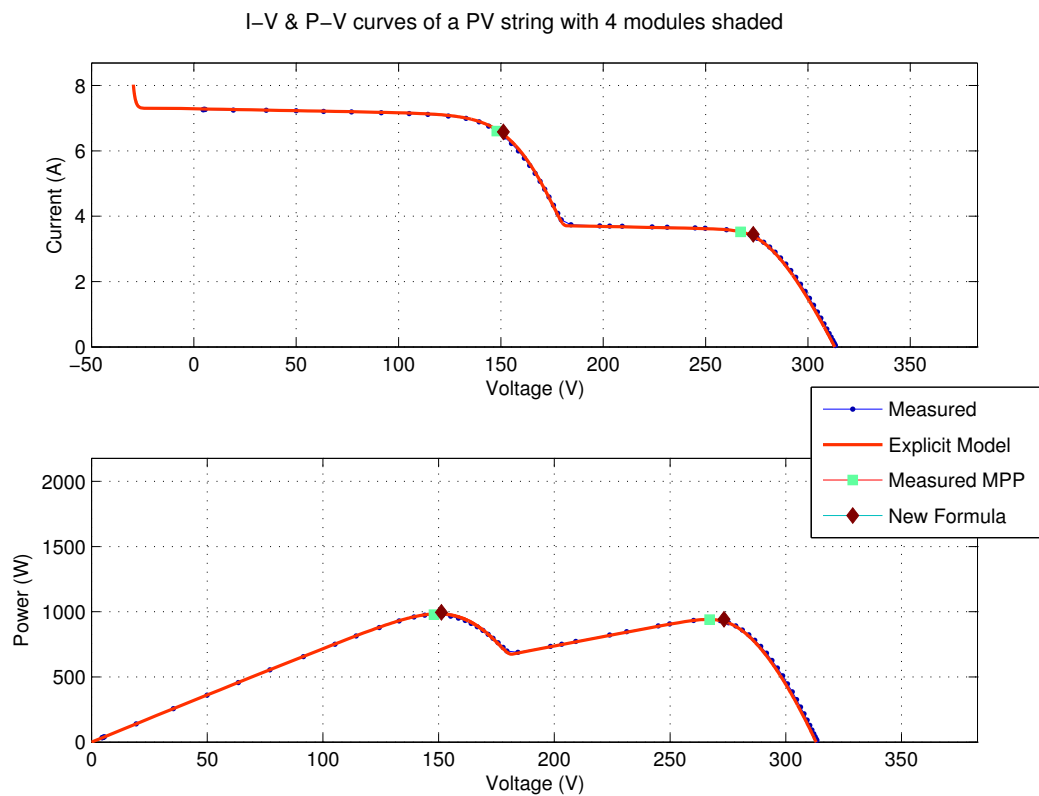
ΣΧΗΜΑ 5.14: $I - V$ και $P - V$ χαρακτηριστικές με 1 πλαίσιο σκιασμένο και 11 ασκίαστα.



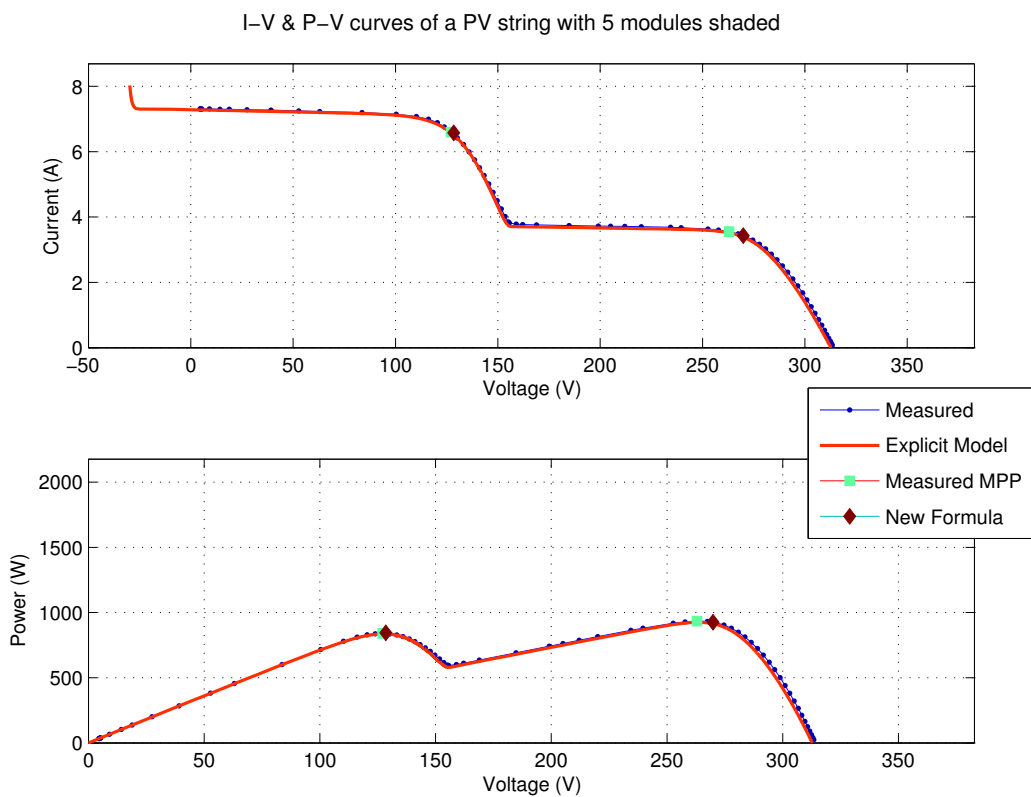
ΣΧΗΜΑ 5.15: $I - V$ και $P - V$ χαρακτηριστικές με 2 πλαίσια σκιασμένα και 10 ασκίαστα.



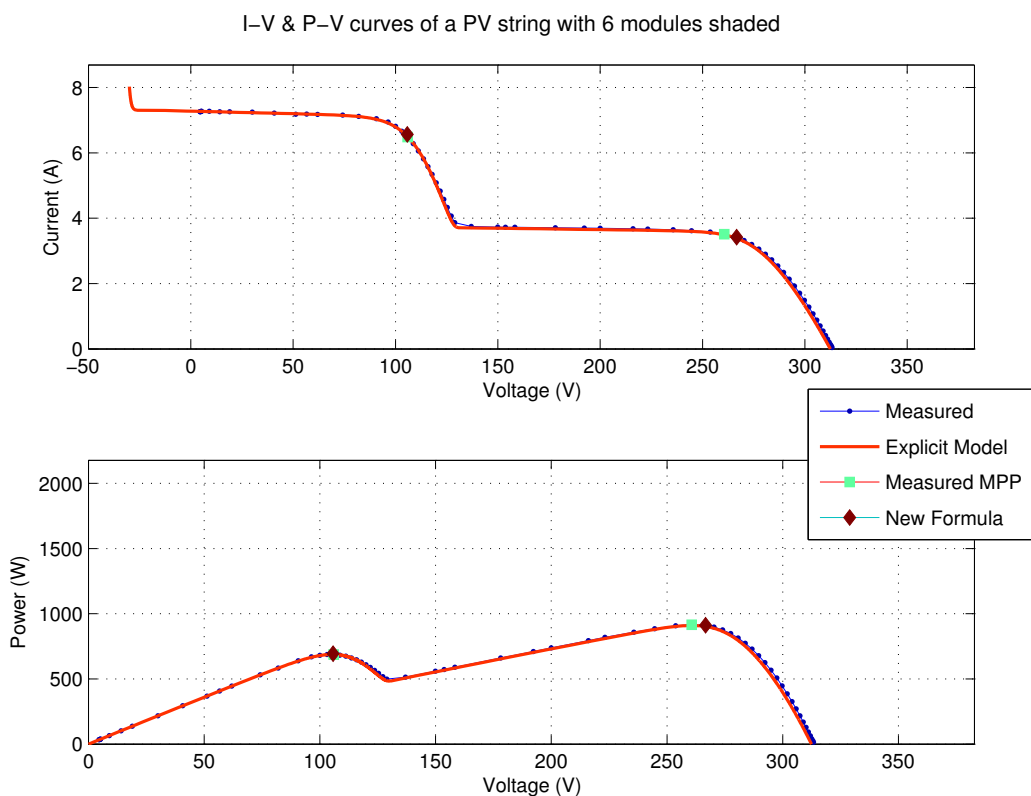
ΣΧΗΜΑ 5.16: $I - V$ και $P - V$ χαρακτηριστικές με 3 πλαίσια σκιασμένα και 9 ασκίαστα.



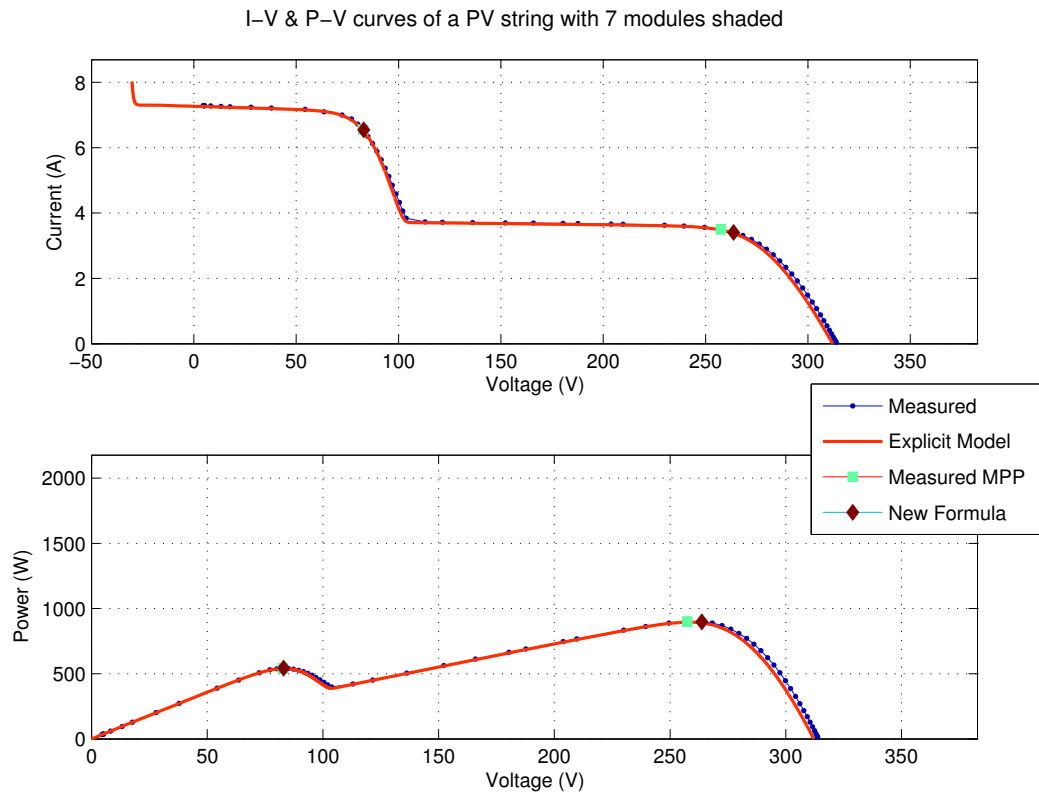
ΣΧΗΜΑ 5.17: $I - V$ και $P - V$ χαρακτηριστικές με 4 πλαίσια σκιασμένα και 8 ασκίαστα.



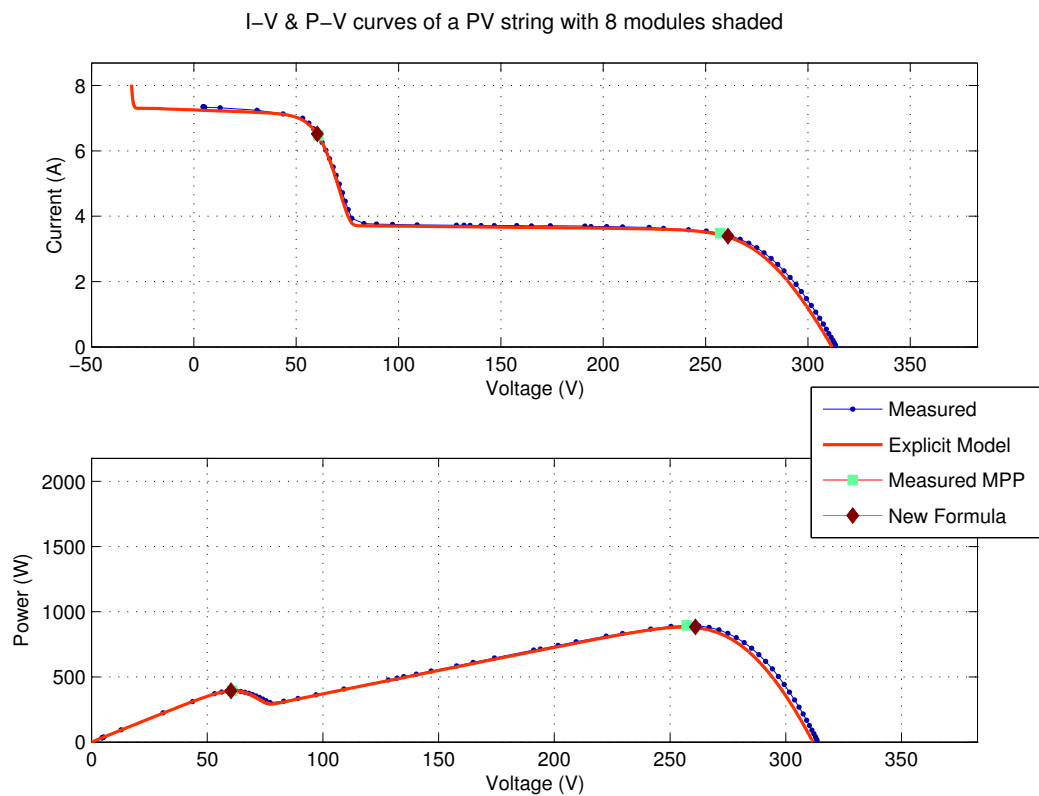
ΣΧΗΜΑ 5.18: $I - V$ και $P - V$ χαρακτηριστικές με 5 πλαίσια σκιασμένα και 7 ασκίαστα.



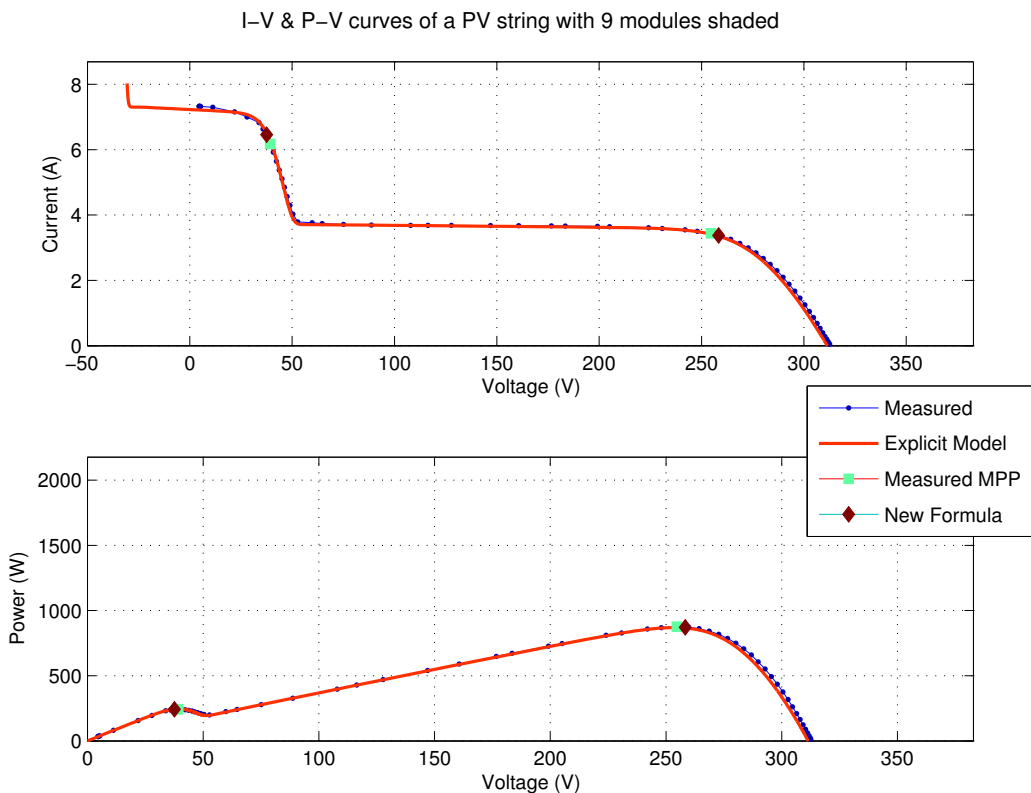
ΣΧΗΜΑ 5.19: $I - V$ και $P - V$ χαρακτηριστικές με 6 πλαίσια σκιασμένα και 6 ασκίαστα.



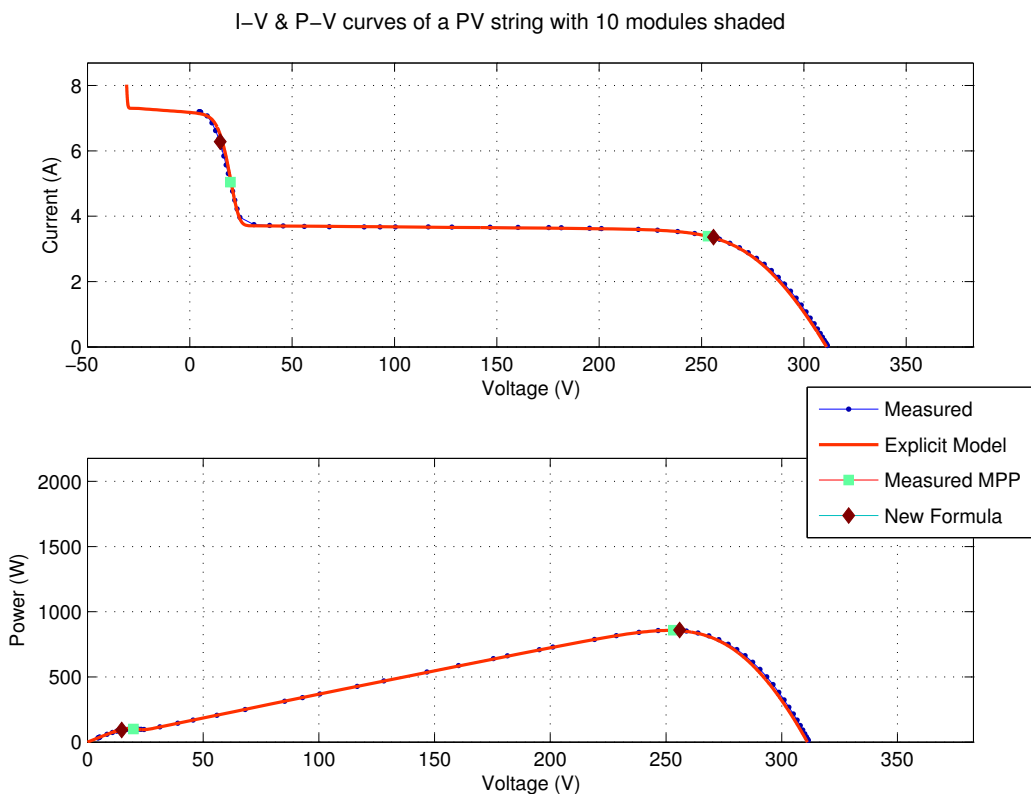
ΣΧΗΜΑ 5.20: $I - V$ και $P - V$ χαρακτηριστικές με 7 πλαίσια σκιασμένα και 5 ασκίαστα.



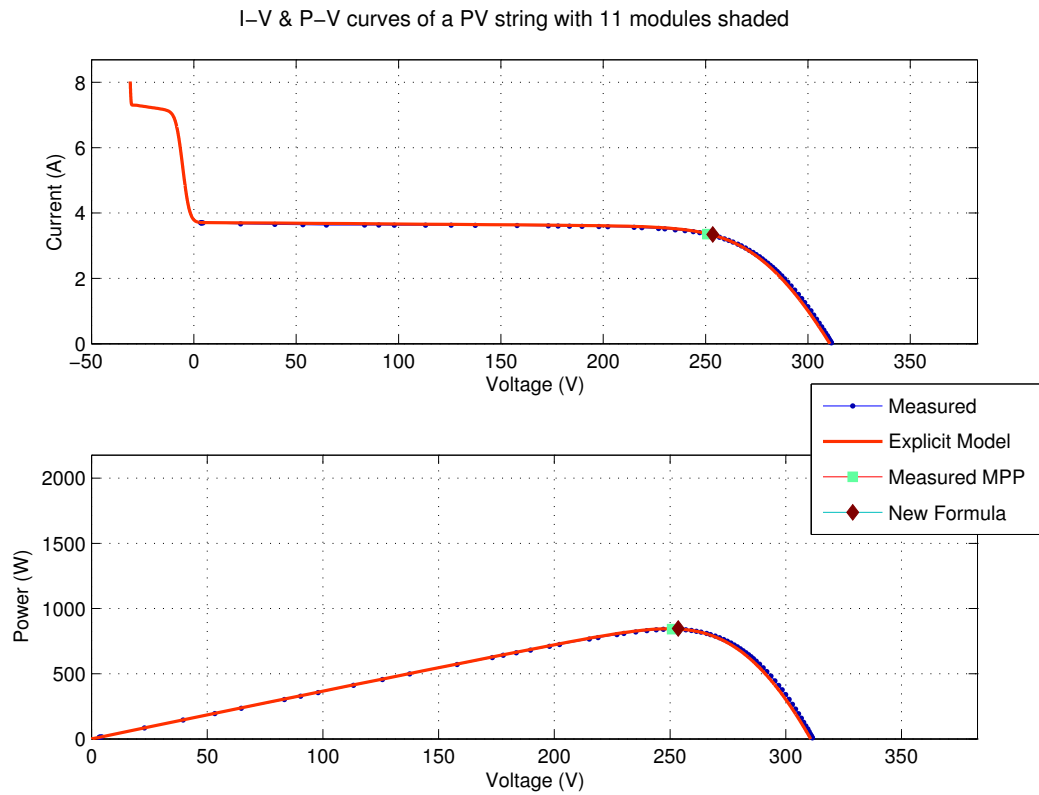
ΣΧΗΜΑ 5.21: $I - V$ και $P - V$ χαρακτηριστικές με 8 πλαίσια σκιασμένα και 4 ασκίαστα.



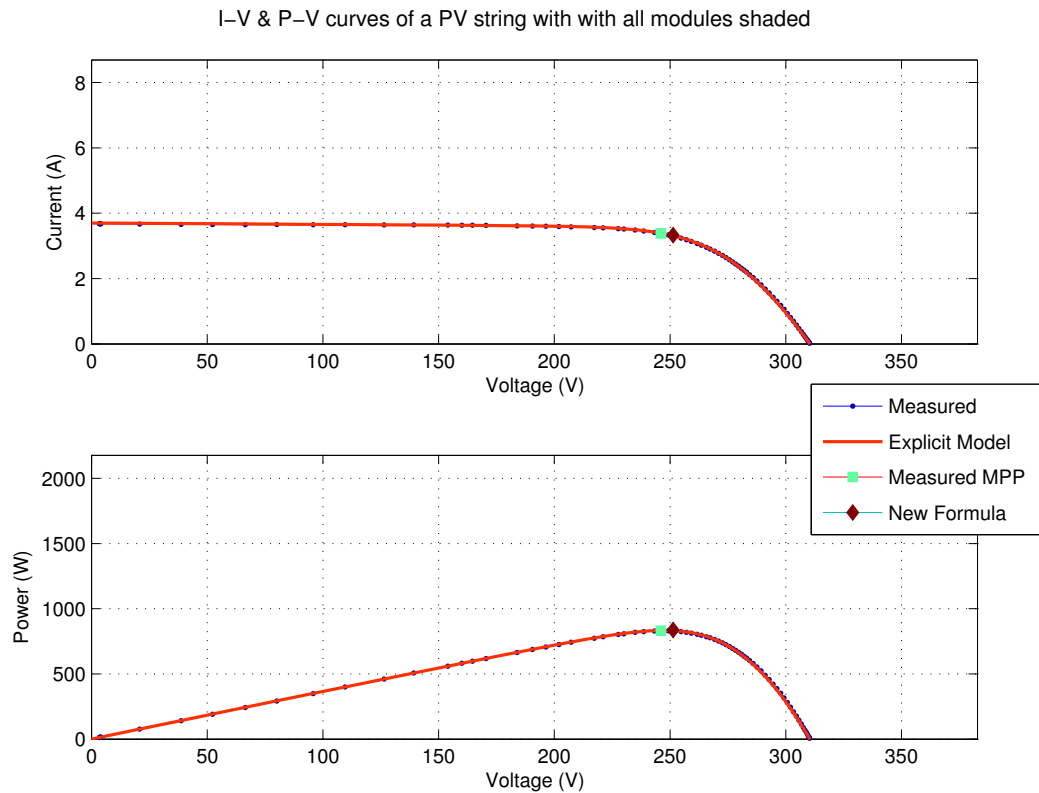
ΣΧΗΜΑ 5.22: $I - V$ και $P - V$ χαρακτηριστικές με 9 πλαίσια σκιασμένα και 3 ασκίαστα.



ΣΧΗΜΑ 5.23: $I - V$ και $P - V$ χαρακτηριστικές με 10 πλαίσια σκιασμένα και 2 ασκίαστα.



ΣΧΗΜΑ 5.24: $I - V$ και $P - V$ χαρακτηριστικές με 11 πλαίσια σκιασμένα και 1 ασκίαστο.



ΣΧΗΜΑ 5.25: $I - V$ και $P - V$ χαρακτηριστικές με όλα τα πλαίσια σκιασμένα.

Τα σχετικά σφάλματα που προέκυψαν από τις πειραματικές μετρήσεις σε σχέση με τα αποτελέσματα της αναλυτικής φόρμουλας παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί.

Σενάριο Σχίασης	MPP ₁			MPP ₂		
	V	I	P	V	I	P
Κανένα πλαίσιο σχιασμένο	3.02%	-1.22%	1.76%	-	-	-
1 πλαίσιο σχιασμένο	1.49%	-0.99%	1.07%	1.20%	-1.26%	-0.27%
2 πλαίσια σχιασμένα	1.23%	-0.63%	1.29%	3.33%	-2.19%	-0.56%
3 πλαίσια σχιασμένα	0.83%	-0.28%	1.19%	1.90%	-1.43%	-0.69%
4 πλαίσια σχιασμένα	1.01%	-0.30%	1.81%	1.99%	-1.01%	0.19%
5 πλαίσια σχιασμένα	0.42%	-0.34%	0.60%	2.20%	-1.68%	-0.91%
6 πλαίσια σχιασμένα	-0.07%	1.10%	0.78%	1.93%	-0.41%	-0.41%
7 πλαίσια σχιασμένα	0.12%	-0.02%	0.26%	2.00%	-1.30%	-0.34%
8 πλαίσια σχιασμένα	-0.13%	0.58%	-0.01%	1.21%	-1.27%	-1.24%
9 πλαίσια σχιασμένα	-0.53%	3.89%	0.06%	1.18%	-0.89%	-0.47%
10 πλαίσια σχιασμένα	-1.62%	17.23%	-0.82%	0.85%	-0.45%	0.09%
11 πλαίσια σχιασμένα	1.04%	-0.31%	0.72%	-	-	-
Όλα τα πλαίσια σχιασμένα	-	-	-	2.15%	-1.53%	0.58%
Μέγιστο Σφάλμα	3.02%	17.23%	1.81%	3.33%	-2.19%	-1.24%
Μέσο Σφάλμα	0.57%	1.56%	0.73%	1.81%	-1.22%	-0.37%
RMSE	1.25%	5.13%	1.03%	1.93%	1.32%	0.61%

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.10: Πίνακας σχετικών σφαλμάτων της νέας φόρμουλας σε σχέση με τις πειραματικές μετρήσεις.

Όπως παρουσιάζεται και στον παραπάνω πίνακα το μέγιστο σφάλμα που εμφανίζεται στις ισχύς είναι 1.81%. Όσον αφορά τις τάσεις, έχουμε μέγιστο σφάλμα 3.33%, ενώ μεγαλύτερα σφάλματα παρουσιάζονται στην εκτίμηση του MPP₂. Σχετικά με την εκτίμηση του ρεύματος, η μέγιστη απόκλιση είναι 17.23%. Αξίζει να σημειωθεί ότι το μέγιστο σφάλμα, το οποίο είναι πράγματι πολύ μεγάλο, προκύπτει για ένα τοπικό μέγιστο πολύ ασθενές, το οποίο οριακά παρουσιάζεται. Το σενάριο στο οποίο παρουσιάζεται (10 πλαίσια σχιασμένα από τα συνολικά 12) είναι ακραίο και επομένως η ολίσθηση του ρεύματος λειτουργίας για αυτό το μέγιστο είναι πολύ μεγάλη, απ' τη στιγμή που άγουν 30 δίοδοι διαφυγής και μόνο δύο πλαίσια λειτουργούν στο ρεύμα μέγιστου σημείου λειτουργίας.

Σε γενικές γραμμές, οι εκτιμήσεις που κάνει η νέα φόρμουλα είναι πολύ ακριβείς, ακόμα και σε ακραία σενάρια σχίασης. Από την άλλη, η δειγματοληψία που έκανε το μετρητικό όργανο είναι τέτοια όπου επιτρέπει μικρές αποκλίσεις από το πραγματικό μέγιστο.

Οι παραπάνω τιμές μπορούν να θεωρηθούν πολύ ικανοποιητικές και να μας οδηγήσουν στο συμπέρασμα ότι οι νέες αναλυτικές εκφράσεις επιβεβαιώνονται στην περίπτωση σκιασμένης πλαισιοσειράς, δίνοντάς μας με ικανοποιητική ακρίβεια τα τοπικά μέγιστα ισχύος. Επιπλέον, παρατηρούμε ότι και το αναλυτικό μοντέλο προσομοίωσης προσαρμόζεται αρκετά ικανοποιητικά στην πειραματική καμπύλη.

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα

6.1 Σύνοψη - Συμπεράσματα

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας μελετήθηκε εκτενώς η συμπεριφορά της φωτοβολταϊκής πλαισιοσειράς υπό συνθήκες μερικής σκίασης. Για τον σκοπό αυτό, αρχικά αναλύθηκε ο τρόπος μοντελοποίησης της φωτοβολταϊκής πλαισιοσειράς. Στη συνέχεια, έπειτα από παρατήρηση της φύσης και της συμπεριφοράς των MPPs, προτάθηκε μια νέα φόρμουλα εντοπισμού τους. Τέλος, έγινε η επαλήθευση της νέας αυτής φόρμουλας, μέσω πειραματικών μετρήσεων σε υφιστάμενη πλαισιοσειρά.

Το σύνολο των προσομοιώσεων, πολλά από τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στην παρούσα εργασία με τη μορφή γραφημάτων, πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια του υπολογιστικού περιβάλλοντος της Matlab. Οι πειραματικές μετρήσεις έγιναν στον χώρο του Εθνικού Μετσόβιο Πολυτεχνείου, με χρήση του μετρητικού οργάνου SOLAR 4000 της εταιρίας Amprobe.

Η διαδικασία που ακολουθήθηκε περιλαμβάνει τέσσερα στάδια. Αρχικά παρουσιάστηκε ο τρόπος μοντελοποίησης της φωτοβολταϊκής πλαισιοσειράς, βασιζόμενη στο μοντέλο 5 παραμέτρων και στο δημοφιλέστερο ισodύναμο κύκλωμα της κυψέλης μιας διόδου. Σ' αυτά τα πλαίσια, αναλύθηκαν κάποιες ενδεικτικές μέθοδοι υπολογισμού των 5 παραμέτρων που υπάρχουν στη βιβλιογραφία, καταλήγοντας στο αναλυτικό μοντέλο προσδιορισμού τους, το οποίο υπερέχει σε σχέση με τα υπόλοιπα, λόγω της μικρής υπολογιστικής του πολυπλοκότητας και της ακρίβειας που παρέχει. Έπειτα, παρουσιάστηκε η μέθοδος αναγωγής τόσο των 5 παραμέτρων όσο και των I_{sc} , V_{oc} , I_{mp} & V_{mp} στις εκάστοτε συνθήκες ακτινοβολίας και θερμοκρασίας. Αυτό αποτελεί θεμελιώδες τμήμα της εργασίας αυτής, αφού η περαιτέρω ανάλυση βασίζεται στη λειτουργία των πλαισίων σε συνθήκες διαφορετικές απ' αυτές των συνθηκών αναφοράς.

Στη συνέχεια, έγινε η ανάλυση της συμπεριφοράς των μέγιστων σημείων λειτουργίας σε Φ/Β πλαίσιοσειρά, εξετάζοντας κάποια ενδεικτικά σενάρια σκίασης και μελετώντας τη λειτουργία των φωτοβολταϊκών όταν λειτουργούν σε ανομοιόμορφες συνθήκες. Επίσης, προσδιορίστηκε ο μέγιστος αριθμός μεγίστων ανάλογα με τη διάταξη και τις επικρατούσες συνθήκες καθώς και ο χαρακτηρισμός τους, ανάλογα με τη φύση τους.

Επειτα, προχωρήσαμε στην ανάλυση 2 μοντέλων εκτίμησης των MPPs, πάνω στα οποία βασίστηκε η μελέτη που διεξάχθηκε. Αρχικά, παρουσιάστηκε το εμπειρικό μοντέλο το οποίο είχε μια ενδιαφέρουσα προσέγγιση, κυρίως ως προς τον προσδιορισμό της τάσης. Αυτό το μοντέλο βασίστηκε σε κάποιες παρατηρήσεις και προσεγγίσεις, οι οποίες απέκλιναν από την πραγματικότητα για ορισμένες συνθήκες και εισήγαγε και κάποιους εμπειρικούς συντελεστές, οι οποίοι ενδεχομένως να το καθιστούν ανεπαρκές για ορισμένα πλαίσια. Επίσης, το συγκεκριμένο μοντέλο δεν λάμβανε ως παράμετρο τη θερμοκρασία λειτουργίας της διάταξης, θεωρώντας θερμοκρασία αναφοράς. Στη συνέχεια, έγινε η παρουσίαση της αναλυτικής μεθόδου υπολογισμού των MPPs η οποία βασίζεται στο κυκλωματικό ισοδύναμο μιας διόδου για την εξαγωγή των σχέσεων που την απαρτίζουν. Αυτό την καθιστά πολύ πιο ακριβή και αξιόπιστη, λόγω της μαθηματικής της απόδειξης και της έλλειψης παραδοχών και άρα μπορεί να βρει εφαρμογή σε κάθε πλαίσιο υπό οποιεσδήποτε συνθήκες. Παρ' όλα αυτά η πολυπλοκότητά της την καθιστά δύσχρηστη. Επίσης, εξαρτάται από τις 5 παραμέτρους του πλαισίου, πράγμα που σημαίνει πως θα πρέπει να προηγηθεί ο προσδιορισμός τους, με όποια διαδικασία επιλεγθεί. Επομένως, η λογική είναι να γίνει η αξιοποίηση αυτής της μελέτης, αλλά να πάρει μια μορφή λιγότερο περίπλοκη τόσο από υπολογιστικής άποψης, όσο και για το χρήστη. Με γνώμονα τα παραπάνω, καταλήξαμε στη νέα αναλυτική φόρμουλα. Αυτή πλέον περιλαμβάνει αποκλειστικά τα δεδομένα που παρέχονται από τον κατασκευαστή και ένα συντελεστή δ_0 , ο οποίος προσδιορίζεται εύκολα από τους θερμοκρασιακούς συντελεστές του πλαισίου. Επιπροσθέτως, ήταν αναπόφευκτη η χρήση κάποιων προσεγγίσεων, κυρίως λόγω της συνάρτησης Lambert W, οι οποίες όμως αποδεικνύονται αναλυτικά στα Παραρτήματα και δεν έχουν ιδιαίτερο κόστος στην ακρίβεια της φόρμουλας. Τέλος, εισήχθη η θερμοκρασιακή εξάρτηση, με τη βοήθεια των σχέσεων αναγωγής των ρευμάτων και των τάσεων αναφοράς στις εκάστοτε συνθήκες.

Το τελευταίο στάδιο περιλαμβάνει την επιβεβαίωση της μεθόδου που προτάθηκε. Αυτό έγινε τόσο μέσω προσομοιώσεων, όσο και μέσω πειραματικών διαδικασιών. Μέσω της ανάλυσης αυτής, επαληθεύτηκε πως η νέα αναλυτική μέθοδος παρουσιάζει πολύ καλή ακρίβεια, όχι μόνο στον προσδιορισμό του ολικού μέγιστου, αλλά όλων των τοπικών μεγίστων που εμφανίζονται, ακόμα και σε ακραία σενάρια σκίασης. Επίσης, είναι εμφανές πως σε όλα τα σενάρια που εξετάστηκαν η νέα αναλυτική μέθοδος που προτείνεται παρουσιάζει μικρότερα RMS σφάλματα, από την εμπειρική μέθοδο, εκτός από ελάχιστες περιπτώσεις, όπου όμως το σφάλμα ήταν έτσι κι αλλιώς κάτω της μονάδας. Αυτό που διαπιστώσαμε είναι πως το

εμπειρικό μοντέλο είχε βασιστεί σε θεωρήσεις, οι οποίες όμως οδηγούν σε πολύ εσφαλμένες εκτιμήσεις, κυρίως όταν πρόκειται για τοπικά μέγιστα ισχύος και όχι για τα ολικά. Από την άλλη, η νέα αναλυτική φόρμουλα, σε όλο το πλήθος των σεναρίων που εξετάστηκαν, αποδείχθηκε πολύ αξιόπιστη, τόσο για τα τοπικά όσο και για τα ολικά μέγιστα ισχύος. Επίσης, η εισαγωγή της παραμέτρου της θερμοκρασίας έγινε με τέτοιο τρόπο που δεν επηρέασε την ακρίβεια της μεθόδου που προτείνεται, γεγονός που αποδεικνύεται από τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων.

6.2 Προτάσεις περαιτέρω έρευνας

Η συγκεκριμένη μελέτη θα μπορούσε να αποτελέσει εφαλτήριο για περαιτέρω έρευνα. Άμεση προέκτασή της θα μπορούσε να είναι η εξαγωγή αναλυτικών σχέσεων για συστοιχίες Φ/Β πλαισίων, διαφόρων τοπολογιών (SP, BL, TCT). Η λογική θα είναι η ίδια που ακολουθήθηκε για την εξέλιξη του [2], που αναφερόταν σε πλαισιοσειρά, στο [22] που αφορά σε Φ/Β συστοιχία. Επομένως, θα μπορούσαμε να αποδεσμευτούμε από εμπειρικούς συντελεστές, να υποστηρίξουμε διαφορετική θερμοκρασία για κάθε group στοιχειοσειρών, πετυχαίνοντας έτσι καλύτερη ακρίβεια.

Επίσης, παρά το γεγονός ότι έχει γίνει ο προσδιορισμός των εν δυνάμει μέγιστων ισχύος μιας μερικώς σκιασμένης πλαισιοσειράς, δεν έχει προσδιοριστεί επαρκώς υπό ποιες συνθήκες αυτά εμφανίζονται στη χαρακτηριστική λειτουργίας της. Το συγκεκριμένο αντικείμενο αποτελεί πρόκληση, καθώς η έρευνα που απαιτείται είναι πολύπλοκη και απαιτητική. Φαίνεται πως η εμφάνιση ή μη των τοπικών MPPs εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, όπως η ακτινοβολία που δέχονται οι πλαισιοσειρές, η έκταση της σκίασης, η θερμοκρασία του πλαισίου, η πτώση τάσης των διόδων διαφυγής.

Επιπλέον, πεδίο μελέτης θα μπορούσε να αποτελέσει η ενσωμάτωση των νέων αυτών σχέσεων σε εξελιγμένους αλγόριθμους MPP Tracking. Σκοπός είναι αυτοί οι ενισχυμένοι αλγόριθμοι να βρίσκουν αποτελεσματικά το ολικό μέγιστο σημείο λειτουργίας (GMMP) σε συνθήκες μερικής σκίασης. Η μικρή υπολογιστική πολυπλοκότητα της νέας αναλυτικής φόρμουλας ενδείκνυται για τέτοιου είδους εφαρμογή.

Τέλος, θα μπορούσε να γίνει εφαρμογή της νέας φόρμουλας για τη βελτιστοποίηση των Φ/Β συστημάτων που υπόκεινται σε συχνή σκίαση. Εκτός από την εφαρμογή της για τη βέλτιστη σχεδίαση της εγκατάστασης, δηλαδή την ελαχιστοποίηση των απωλειών ισχύος από αυτοσκιάσεις, πιθανή εφαρμογή της θα αποτελούσε και η βελτίωση του αλγορίθμου των PV Trackers, έτσι ώστε η κίνηση του ενός πλαισίου να μην σκιάζει κάποιο άλλο.

Παράρτημα Α΄

Συνάρτηση Lambert W

Α΄.1 Περιγραφή της συνάρτησης Lambert W

Στη μαθηματική θεωρία, η συνάρτηση Lambert W (ή συνάρτηση Ωμέγα) περιγράφει τους κλάδους της αντίστροφης σχέσης $f(w) = we^w$ με w εν γένει μιγαδικό αριθμό. Δηλαδή, η συνάρτηση Lambert W ενός μιγαδικού αριθμού z είναι η σχέση η οποία ικανοποιεί την έκφραση:

$$z = W\{z\} \cdot e^{W\{z\}} \quad (\text{Α΄.1})$$

Η σχέση $f(w) = we^w$ δεν είναι αντιστρέψιμη 1 προς 1, οπότε η Lambert W τυπικά δεν είναι συνάρτηση με το συμβατικό ορισμό. Παρόλα αυτά, εστιάζοντας στο πραγματικό επίπεδο ορίζεται στο διάστημα $[-1/e, \infty)$, ενώ περιορίζοντας το πεδίο τιμών στο $[-1, \infty)$ η αντιστρεψιμότητα 1 προς 1 είναι εφικτή με τον επονομαζόμενο κύριο κλάδο $W_0\{z\}$ [42]. Στην παρούσα εργασία με την έκφραση «συνάρτηση Lambert W» υπονοούνται οι προαναφερθείσες παραδοχές, οι οποίες εκφυλίζουν τη σχέση στον κλάδο $W_0\{z\}$ μιας και αυτός χρησιμοποιείται στην πλειοψηφία των εφαρμογών καθώς και στο αναλυτικό Φ/B μοντέλο.

Ιστορικά, η πρώτη διατύπωση της Lambert W έγινε από τον Johan Heinrich Lambert το 1758 που οδήγησε στη συνέχεια σε δημοσίευση το 1783 από τον Leonhard Euler. Παρόλα αυτά, η αυτονόμηση της ιδιαίτερης αυτής σχέσης σε ξεχωριστή συνάρτηση πραγματοποιήθηκε το 1925 από τους Pólya και Szegő, ενώ η χρησιμότητά της δεν είχε γίνει ιδιαίτερα αισθητή στην ακαδημαϊκή κοινότητα πριν το 1990. Επίσημα το ενδιαφέρον για τη συνάρτηση Lambert W εκδηλώθηκε όταν με τη βοήθειά της δόθηκε ακριβής (αναλυτική) λύση στο πρόβλημα double-well Dirac delta function model για ίσα φορτία, ένα από τα θεμελιώδη προβλήματα της κβαντικής μηχανικής. Τότε, οι επιστήμονες του αλγεβρικού συστήματος της Maple την εισήγαγαν ως αυτόνομη συνάρτηση και συνειδητοποίησαν ότι η

εμφάνισή της στα φυσικά προβλήματα συγκρίνεται με την εκθετική και λογαριθμική.

Η συνάρτηση Lambert W δεν μπορεί να εκφραστεί με όρους άλλων θεμελιωδών συναρτήσεων, αλλά αποτελεί από μόνη της αυτόνομη και ξεχωριστή σχέση. Η ανάλυση σε σειρές Taylor για τον κύριο κλάδο $W_0\{z\}$ που ενδιαφέρει, οδηγεί στη διατύπωση $W\{z\} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-n)^{n-1}}{n!} \cdot z^n$, η οποία όμως έχει ακτίνα σύγκλισης $1/e \approx 0.368$ που καθιστά μια τέτοια συμβατική προσέγγιση για τον υπολογισμό της πρακτικά ανεπαρκή.

Μια πολύ καλή ασυμπτωτική φόρμουλα που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για $z \geq 3$ προτάθηκε το 1996 από τον Corless et al. και η ανάπτυξή της στους 7 πρώτους όρους είναι [43]:

$$W\{z\} = L_1 - L_2 + \frac{L_2}{L_1} + \frac{L_2 \cdot (-2 + L_2)}{2 \cdot L_1^2} + \frac{L_2 \cdot (6 - 9 \cdot L_2 + 2 \cdot L_2^2)}{6 \cdot L_1^3} + \frac{L_2 \cdot (-12 + 36 \cdot L_2 - 22 \cdot L_2^2 + 3 \cdot L_2^3)}{12 \cdot L_1^4} + \frac{L_2 \cdot (60 - 300 \cdot L_2 + 350 \cdot L_2^2 - 125 \cdot L_2^3 + 12 \cdot L_2^4)}{60 \cdot L_1^5} \quad (A'.2)$$

όπου :

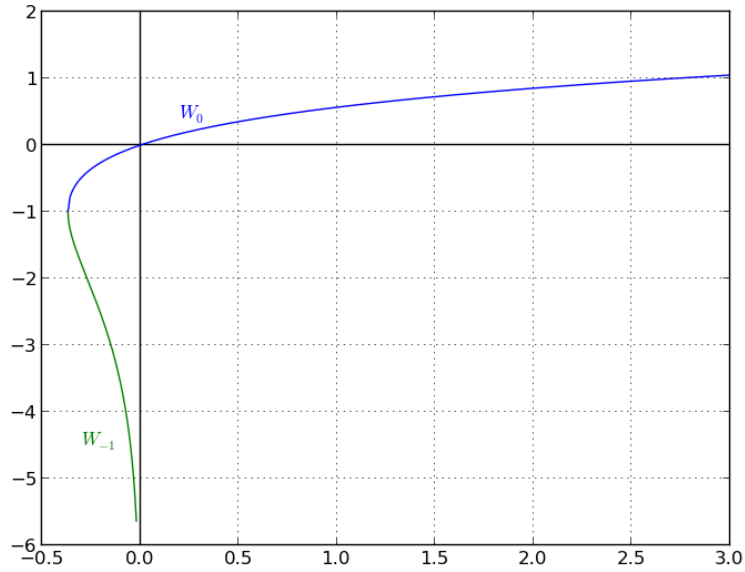
- z είναι η ανεξάρτητη μεταβλητή και οφείλει να ορίζεται στο $[3, \infty)$ για να καθίσταται ακριβής η προσέγγιση της Εξίσωσης A'.2
- $L_1 = \ln z$ και $L_2 = \ln(\ln(z))$ είναι βοηθητικές μεταβλητές

Η Εξίσωση A'.2 αποδεικνύεται ταχύτατη και ακριβής προσέγγιση και εφαρμόζεται στο αναλυτικό μοντέλο της Φ/Β κυψέλης στο $[3, \infty)$. Ωστόσο, όπως φαίνεται από την Εξίσωση 2.6, η ανεξάρτητη μεταβλητή κυμαίνεται σε όλο το $[0, \infty)$. Οπότε για το υποδιάστημα $[0, 3)$ μια λύση είναι η χρήση της επαναληπτικής μεθόδου του Halley εφαρμόσιμη για όλους τους κλάδους και στο μιγαδικό επίπεδο. Σύμφωνα με αυτήν, το βήμα της επαναληπτικής διαδικασίας διατυπώνεται ως εξής:

$$w_{j+1} = w_j - \frac{w_j \cdot e^{w_j} - z}{e^{w_j} \cdot (w_j + 1) - \frac{(w_j+2) \cdot (w_j \cdot e^{w_j} - z)}{2 \cdot w_j + 2}}, \quad \text{όπου :} \quad (A'.3)$$

- w_j είναι η υπολογισμένη τιμή της $W\{z\}$ στο j -βήμα

Λόγω του ότι η Lambert W δεν μπορεί να εκφραστεί με όρους άλλων θεμελιωδών συναρτήσεων, υπολογιστικά περιβάλλοντα όπως η Matlab, χρησιμοποιούν επαναληπτικές μεθόδους για να υπολογίσουν με ακρίβεια το αποτέλεσμα της. Εντούτοις, εάν εστιάσουμε στον κύριο κλάδο της W_0 για θετικές πραγματικές τιμές, μπορούν να βρεθούν πολλά αναπτύγματα στη βιβλιογραφία, τα οποία αφορούν σε διαφορετικά εύρη τιμών. Μια



ΣΧΗΜΑ Α'1: Γράφημα 2 κύριων κλάδων (W_0 και W_{-1}) της Lambert W στο πραγματικό επίπεδο.[42]

ασυμπτωτική φόρμουλα για μεγάλες πραγματικές τιμές, σε συνδυασμό με ένα ανάπτυγμα, το οποίο προσφέρει ακρίβεια σε μικρές τιμές, μπορούν να προσφέρουν σχετικό σφάλμα μικρότερο του 0.1%, με κατάλληλη επιλογή αριθμού όρων [1].

$$W = \begin{cases} u + \frac{u}{1+u}p + \frac{1}{2} \frac{u}{(1+u)^3}p^2 - \frac{1}{6} \frac{u(2u-1)}{(1+u)^5}p^3 + \frac{1}{24} \frac{u(6u^2-8u+1)}{(1+u)^7}p^4 - \\ - \frac{1}{120} \frac{u(24u^3-58u^2+22u-1)}{(1+u)^9}p^5, & \text{για } 0 \geq x \geq 9 \\ \text{όπου : } u = x/e \text{ και } p = 1 - x/e \\ L_1 - L_2 + \frac{L_2}{L_1} + \frac{L_2 \cdot (-2 + L_2)}{2 \cdot L_1^2} + \\ + \frac{L_2 \cdot (6 - 9 \cdot L_2 + 2 \cdot L_2^2)}{6 \cdot L_1^3} + \frac{L_2 \cdot (-12 + 36 \cdot L_2 - 22 \cdot L_2^2 + 3 \cdot L_2^3)}{12 \cdot L_1^4} + \\ + \frac{L_2 \cdot (60 - 300 \cdot L_2 + 350 \cdot L_2^2 - 125 \cdot L_2^3 + 12 \cdot L_2^4)}{60 \cdot L_1^5}, & \text{για } x \geq 9 \\ \text{όπου : } L_1 = \ln z \text{ και } L_2 = \ln(\ln(z)) \end{cases} \quad (A'.4)$$

A'.2 Βασικές Ιδιότητες της συνάρτησης Lambert W

$$w \cdot e^w = x \Leftrightarrow w = W\{x\} \Leftrightarrow \ln W\{x\} + W\{x\} = \ln x \quad (\text{A'.5})$$

$$W\{x \cdot e^x\} = x \quad (\text{A'.6})$$

$$W\{a \cdot e^a\} + W\{b \cdot e^b\} = a + b = W\{(a + b) \cdot e^{a+b}\} \quad (\text{A'.7})$$

$$N \cdot W\{x \cdot e^x\} = N \cdot x = W\{N \cdot x \cdot e^{N \cdot x}\} \quad (\text{A'.8})$$

$$W\{a\} + W\{b\} = \ln \frac{a \cdot b}{W\{a\} \cdot W\{b\}} = W\{a \cdot b\} + \ln \frac{W\{a \cdot b\}}{W\{a\} \cdot W\{b\}} \quad (\text{A'.9})$$

$$N \cdot W\{x\} = W\{x^N\} + \ln \frac{W\{x^N\}}{[W\{x\}]^N} \quad (\text{A'.10})$$

A'.3 Προσεγγίσεις για τη συνάρτηση Lambert W

$$W\{G \cdot x\} = W\{x\} + \ln G \quad , \quad (\text{A'.11})$$

για $G \rightarrow 1$ και $x \gg G$.

$$W\{a \cdot b\} = W\{a\} + \ln b - \ln \left[1 + \frac{W\{b\}}{W\{a\}} \right] \quad , \quad (\text{A'.12})$$

για $a \cdot b \rightarrow 0$ (πολύ μικρές τιμές).

$$W\{a \cdot b\} = W\{a\} + \ln b - \ln \left[1 + \frac{\ln b}{W\{a\}} \right] \quad , \quad (\text{A'.13})$$

για $a \cdot b \rightarrow \infty$ (πολύ μεγάλες τιμές).

$$W\{x^G\} = W\{x\} + (G - 1) \cdot \ln x - \ln G \quad , \quad (\text{A'.14})$$

για $G \rightarrow 1$ και $x \gg G$.

$$W\{e^{a+x}\} = x \cdot \left[1 - \frac{\ln x - a}{1+x} \right] , \quad (\text{A'.15})$$

για $x + a > 1$ και $x \gg a$.

A'.4 Αποδείξεις προσεγγίσεων για τη συνάρτηση Lambert W

$$1. W\{G \cdot x\} = W\{x\} + \ln G \quad , \quad \text{για } G \rightarrow 1 \text{ και } x \gg G.$$

Με χρήση της ιδιότητας (A'.9) :

$$W\{G \cdot x\} = W\{G\} + W\{x\} - \ln \frac{W\{G \cdot x\}}{W\{G\} \cdot W\{x\}}$$

Όμως για $G \rightarrow 1$ και $x \gg G$ τότε $G \cdot x \rightarrow x$, οπότε $W\{G \cdot x\} \rightarrow W\{x\}$:

$$W\{G \cdot x\} = W\{G\} + W\{x\} - \ln \frac{W\{x\}}{W\{G\} \cdot W\{x\}} \Rightarrow W\{G \cdot x\} = W\{G\} + W\{x\} + \ln W\{G\}$$

Με χρήση της ιδιότητας (A'.5) :

$$W\{G \cdot x\} = W\{x\} + \ln G$$

$$2. W\{a \cdot b\} = W\{a\} + \ln b - \ln \left[1 + \frac{W\{b\}}{W\{a\}} \right] \quad , \quad \text{για } a \cdot b \rightarrow 0 \text{ (πολύ μικρές τιμές).}$$

Η $W\{x\}$ παρουσιάζει γραμμική συμπεριφορά όταν τα ορίσματά της παίρνουν πολύ μικρές τιμές ($x \rightarrow 0$). Άρα μπορούμε προσεγγιστικά να θεωρήσουμε ότι ισχύει η εξής ιδιότητα στις περιοχές αυτές:

$$W\{a \cdot b\} = W\{a\} \cdot W\{b\} \quad , \quad a \cdot b \rightarrow 0 \quad (\text{A'.16})$$

Επομένως βασιζόμενη στην ιδιότητα (Α'.9) :

$$W\{a \cdot b\} = W\{a\} + W\{b\} - \ln \frac{W\{a \cdot b\}}{W\{a\} \cdot W\{b\}} = W\{a\} + W\{b\} + \ln W\{b\} - \ln \frac{W\{a \cdot b\}}{W\{a\}}$$

Με χρήση της ιδιότητας (Α'.5) :

$$W\{a \cdot b\} = W\{a\} + \ln b - \ln \frac{W\{a \cdot b\}}{W\{a\}}$$

Εφαρμόζοντας ξανά την ιδιότητα (Α'.5) στο $W\{a \cdot b\}$ που βρίσκεται στο λογάριθμο :

$$\begin{aligned} W\{a \cdot b\} &= W\{a\} + \ln b - \ln \frac{W\{a\} + W\{b\} - \ln \frac{W\{a \cdot b\}}{W\{a\} \cdot W\{b\}}}{W\{a\}} \Rightarrow \\ W\{a \cdot b\} &= W\{a\} + \ln b - \ln \left[1 + \frac{W\{b\} - \ln \frac{W\{a \cdot b\}}{W\{a\} \cdot W\{b\}}}{W\{a\}} \right] \end{aligned}$$

Εφαρμόζοντας την ιδιότητα (Α'.16) στο $W\{a \cdot b\}$ που βρίσκεται στο λογάριθμο :

$$\begin{aligned} W\{a \cdot b\} &= W\{a\} + \ln b - \ln \left[1 + \frac{W\{b\} - \ln \frac{W\{a\} \cdot W\{b\}}{W\{a\} \cdot W\{b\}}}{W\{a\}} \right] \Rightarrow \\ W\{a \cdot b\} &= W\{a\} + \ln b - \ln \left[1 + \frac{W\{b\}}{W\{a\}} \right] \end{aligned}$$

$$3. \quad W\{a \cdot b\} = W\{a\} + \ln b - \ln \left[1 + \frac{\ln b}{W\{a\}} \right] \quad , \quad \text{για } a \cdot b \rightarrow \infty \text{ (πολύ μεγάλες τιμές).}$$

Η $W\{x\}$ παρουσιάζει λογαριθμική συμπεριφορά όταν τα ορίσματά της παίρνουν πολύ μεγάλες τιμές ($x \rightarrow \infty$). Άρα μπορούμε προσεγγιστικά να θεωρήσουμε ότι ισχύει η εξής ιδιότητα στις περιοχές αυτές:

$$W\{a \cdot b\} = W\{a\} + W\{b\} \quad , \quad a \cdot b \rightarrow \infty \quad (\text{Α'.17})$$

Επομένως βασιζόμενη στην ιδιότητα (Α'.9) :

$$W\{a \cdot b\} = W\{a\} + W\{b\} - \ln \frac{W\{a \cdot b\}}{W\{a\} \cdot W\{b\}} = W\{a\} + W\{b\} + \ln W\{b\} - \ln \frac{W\{a \cdot b\}}{W\{a\}}$$

Με χρήση της ιδιότητας (Α'.5) :

$$W\{a \cdot b\} = W\{a\} + \ln b - \ln \frac{W\{a \cdot b\}}{W\{a\}}$$

Εφαρμόζοντας ξανά την ιδιότητα (Α'.5) στο $W\{a \cdot b\}$ που βρίσκεται στο λογάριθμο :

$$W\{a \cdot b\} = W\{a\} + \ln b - \ln \frac{W\{a\} + W\{b\} - \ln \frac{W\{a \cdot b\}}{W\{a\} \cdot W\{b\}}}{W\{a\}} \Rightarrow$$

$$W\{a \cdot b\} = W\{a\} + \ln b - \ln \left[1 + \frac{W\{b\} - \ln \frac{W\{a \cdot b\}}{W\{a\} \cdot W\{b\}}}{W\{a\}} \right]$$

Εφαρμόζοντας την ιδιότητα (Α'.17) στο $W\{a \cdot b\}$ που βρίσκεται στο λογάριθμο :

$$W\{a \cdot b\} = W\{a\} + \ln b - \ln \left[1 + \frac{W\{b\} - \ln \frac{W\{a\} + W\{b\}}{W\{a\} \cdot W\{b\}}}{W\{a\}} \right] \Rightarrow$$

$$W\{a \cdot b\} = W\{a\} + \ln b - \ln \left[1 + \frac{W\{b\} + \ln W\{b\} - \ln \frac{W\{a\} + W\{b\}}{W\{a\}}}{W\{a\}} \right] \Rightarrow$$

$$W\{a \cdot b\} = W\{a\} + \ln b - \ln \left[1 + \frac{W\{b\} + \ln W\{b\} - \ln \left[1 + \frac{W\{b\}}{W\{a\}} \right]}{W\{a\}} \right]$$

Με χρήση της ιδιότητας (Α'.5) :

$$W\{a \cdot b\} = W\{a\} + \ln b - \ln \left[1 + \frac{\ln b - \ln \left[1 + \frac{W\{b\}}{W\{a\}} \right]}{W\{a\}} \right] \Rightarrow$$

$$W\{a \cdot b\} = W\{a\} + \ln b - \ln \left[1 + \frac{\ln b}{W\{a\}} - \frac{\ln \left[1 + \frac{W\{b\}}{W\{a\}} \right]}{W\{a\}} \right]$$

Αν τα μεγέθη a & b είναι συγκρίσιμα και $b < a$

$$W\{b\} < W\{a\} \Rightarrow \frac{W\{b\}}{W\{a\}} < 1 \Rightarrow 0 < \ln \left[1 + \frac{W\{b\}}{W\{a\}} \right] < \ln 2 \Rightarrow \ln \left[1 + \frac{W\{b\}}{W\{a\}} \right] \approx 0$$

επομένως :

$$W\{a \cdot b\} = W\{a\} + \ln b - \ln \left[1 + \frac{\ln b}{W\{a\}} \right]$$

$$4. W\{x^G\} = W\{x\} + (G - 1) \cdot \ln x - \ln G \quad , \quad \text{για } G \rightarrow 1 \text{ και } x \gg G.$$

Με βάση την ιδιότητα Α'.10 :

$$W\{x^G\} = G \cdot W\{x\} - \ln \frac{W\{x^G\}}{[W\{x\}]^G} = G \cdot W\{x\} - \ln W\{x^G\} + \ln[W\{x\}]^G \Rightarrow$$

$$W\{x^G\} = G \cdot W\{x\} - \ln W\{x^G\} + G \cdot \ln W\{x\} \xrightarrow{A.10}$$

$$W\{x^G\} = G \cdot W\{x\} - \ln \left[G \cdot W\{x\} - \ln \frac{W\{x^G\}}{[W\{x\}]^G} \right] + G \cdot \ln W\{x\}$$

Διαγράφοντας τον δεύτερο όρο του λογαρίθμου χωρίς μεγάλο κόστος στην ακρίβεια:

$$W\{x^G\} = G \cdot W\{x\} - \ln[G \cdot W\{x\}] + G \cdot \ln W\{x\} \Rightarrow$$

$$W\{x^G\} = G \cdot W\{x\} - \ln G - \ln W\{x\} + G \cdot \ln W\{x\} \Rightarrow$$

$$W\{x^G\} = G \cdot W\{x\} - \ln G + (G - 1) \cdot \ln W\{x\}$$

Με χρήση της ιδιότητας Α'.5 :

$$W\{x^G\} = G \cdot W\{x\} - \ln G + (G - 1) \cdot (\ln x - W\{x\}) \Rightarrow$$

$$W\{x^G\} = W\{x\} - \ln G + (G - 1) \cdot \ln x$$

$$5. W\{e^{a+x}\} = x \cdot \left[1 - \frac{\ln x - a}{1+x}\right] \quad , \quad \text{για } x + a > 1 \text{ και } x \gg a.$$

Αναλυτική απόδειξη αυτής της προσέγγισης παρουσιάζεται στο [44].

Παράρτημα Β΄

Εξισώσεις Αναγωγής SC,OC και MP σε Αυθαίρετες Συνθήκες Ακτινοβολίας και Θερμοκρασίας

Για την αναγωγή των τάσεων και των ρευμάτων στις περιοχές βραχυκύκλωσης, ανοιχτοκύκλωσης και μέγιστης ισχύος σε αυθαίρετες συνθήκες λειτουργίας μπορούμε να ακολουθήσουμε την ακόλουθη μέθοδο.

Στην ανάλυση που θα ακολουθήσει θα γίνει χρήση των εξής συμβολισμών :

- G : κανονικοποιημένη ακτινοβολία (*p.u.*)
- T_c & T_0 : η θερμοκρασία πλαισίου και η θερμοκρασία αναφοράς (*K*)
- $\Delta T = T_c - T_0$: η διαφορά θερμοκρασίας
- $KT = T_c/T_0$: ο λόγος θερμοκρασιών
- I_{sc} , V_{oc} , I_{mp} , & V_{mp} : χαρακτηριστικά SC, OC, & MPP (με δείκτη 0 αναφέρονται σε STC)
- $\alpha_{I_{sc}}$ & $\beta_{V_{oc}}$: οι κανονικοποιημένοι θερμοκρασιακοί συντελεστές (*p.u./°C*)
- $\delta_0 = \frac{1-298.15 \beta_{V_{oc}}}{50.05-298.15 \alpha_{I_{sc}}}$
- $w_0 = W \{ I_{ph_0}/I_{s_0} e \} = W \{ e^{\frac{1}{\delta_0}+1} \}$

Β΄.1 Αναγωγή του όρου V_{oc}

Από την Εξίσωση 2.22 έχουμε :

$$V_{oc} = a \ln \frac{I_{ph}}{I_s}$$

Με αναγωγή των παραμέτρων σε αυθαίρετες συνθήκες λειτουργίας, όπως περιγράφεται στην Ενότητα 2.7 :

$$V_{oc} = a_0 \cdot KT \ln \frac{G \cdot I_{ph0} \cdot [1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T]}{I_{s0} \cdot KT^3 \cdot e^{\frac{1}{k} \cdot \left[\frac{E_{g,T_0}}{T_0} - \frac{E_{g,T_c}}{T_c} \right]}}, \quad \text{όπου :} \quad (\text{B'.1})$$

- k : σταθερά Boltzmann $1.38066 \cdot 10^{-23} \text{ (J/K)}$
- E_{g,T_0} : το ενεργειακό διάκενο (J) σε συνθήκες STC - τυπική τιμή
 $E_{g,T_0} = 1.2 \text{ eV} = 1.9226 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ για το πυρίτιο
- E_{g,T_c} : το ενεργειακό διάκενο (J) σε θερμοκρασία κυψέλης T_c , το οποίο υπολογίζεται από τη σχέση $E_{g,T_c} = E_{g,T_0} \cdot [1 - 0.0002677 \cdot \Delta T]$

Για $G = 1$ και αυθαίρετη θερμοκρασία η παραπάνω σχέση παίρνει τη μορφή :

$$V_{oc} = a_0 \cdot KT \ln \frac{I_{ph0} \cdot [1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T]}{I_{s0} \cdot KT^3 \cdot e^{\frac{1}{k} \cdot \left[\frac{E_{g,T_0}}{T_0} - \frac{E_{g,T_c}}{T_c} \right]}} \quad (\text{B'.2})$$

Από το [45] των Sandia Laboratories η εξάρτηση της τάσης ανοιχτοκύκλωσης από τη θερμοκρασία περιγράφεται :

$$V_{oc} = V_{oc0} \cdot (1 + \beta_{V_{oc}} \cdot \Delta T) \quad (\text{B'.3})$$

Άρα από τις Εκφράσεις B'.1, B'.2 και B'.3 :

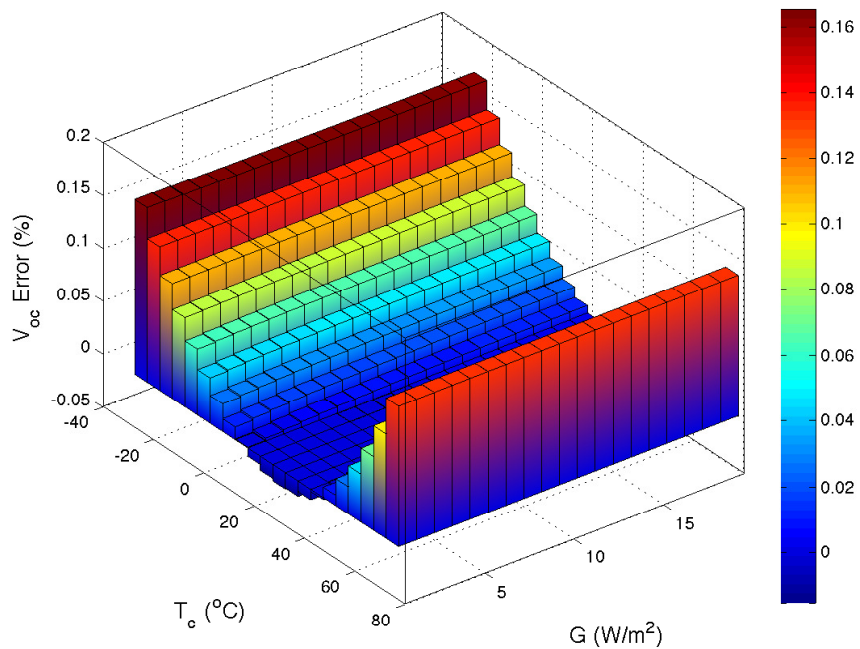
$$V_{oc} = a_0 \cdot KT \left[\ln G + \frac{I_{ph0} \cdot [1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T]}{I_{s0} \cdot KT^3 \cdot e^{\frac{1}{k} \cdot \left[\frac{E_{g,T_0}}{T_0} - \frac{E_{g,T_c}}{T_c} \right]}} \right] \Rightarrow V_{oc} = a_0 \cdot KT \cdot \ln G + V_{oc0} \cdot (1 + \beta_{V_{oc}} \cdot \Delta T)$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση την έκφραση που συνδέει το a_0 με το δ_0 σύμφωνα με την 2.23 :

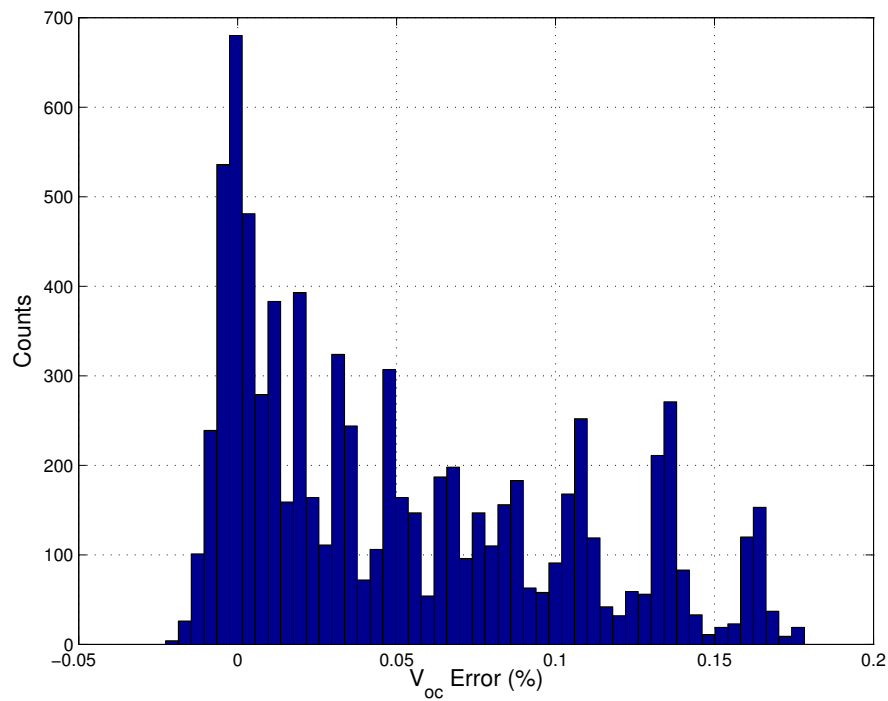
$$V_{oc} = \delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot KT \cdot \ln G + V_{oc0} \cdot (1 + \beta_{V_{oc}} \cdot \Delta T) \Rightarrow$$

$$V_{oc} = V_{oc0} \cdot [1 + \delta_0 \cdot KT \cdot \ln G + \beta_{V_{oc}} \cdot \Delta T] \quad (\text{B'.4})$$

Τα σφάλμα της Σχέσης B'.4 παρουσιάζονται στα ακόλουθα διαγράμματα.



(Α') Μέσο Σχετικό Σφάλμα για διάφορες θερμοκρασίες (T_c) και ακτινοβολίες (G).



(Β') Ιστογράμμο συχνότητας σχετικών σφαλμάτων για διάφορες θερμοκρασίες (T_c) και ακτινοβολίες (G).

ΣΧΗΜΑ Β'.1: Σχετικά σφάλματα που αφορούν στην εξίσωση αναγωγής της V_{oc} για 20 διαφορετικά πλαίσια.

Το μέγιστο σφάλμα που παρουσιάζεται είναι 0.18% και η RMS τιμή του 0.07%.

Β'.2 Αναγωγή του όρου w

Για την αναγωγή του όρου $w = W\{I_{ph}/I_s e\}$ θα ακολουθήσουμε παρόμοια διαδικασία :

$$w = W\left\{\frac{I_{ph}}{I_s} e\right\} \xrightarrow{2.22} w = W\left\{e^{\frac{V_{oc}}{a} + 1}\right\}$$

Σύμφωνα με την ανάλυση που έγινε στην Ενότητα 2.7 και την Β'.4 :

$$\begin{aligned} w &= W\left\{e^{\frac{V_{oc0} \cdot [1 + \delta_0 \cdot KT \cdot \ln G + \beta V_{oc} \cdot \Delta T]}{a_0 \cdot KT} + 1}\right\} \xrightarrow{2.23} w = W\left\{e^{\frac{1 + \delta_0 \cdot KT \cdot \ln G + \beta V_{oc} \cdot \Delta T}{\delta_0 \cdot KT} + 1}\right\} \Rightarrow \\ w &= W\left\{e^{\frac{1 + KT - KT + \delta_0 \cdot KT \cdot \ln G + \beta V_{oc} \cdot \Delta T}{\delta_0 \cdot KT} + 1}\right\} \Rightarrow w = W\left\{e^{\frac{1}{\delta_0} + \frac{1 - KT + \beta V_{oc} \cdot \Delta T}{\delta_0 \cdot KT} + \ln G + 1}\right\} \Rightarrow \\ &w = W\left\{e^{\frac{1}{\delta_0} + \frac{\beta V_{oc} - 1/T_0}{\delta_0 \cdot KT} \cdot \Delta T + \ln G + 1}\right\} \end{aligned}$$

Εύκολα διακρίνουμε ότι ο όρος $e^{\frac{1}{\delta_0} + \frac{\beta V_{oc} - 1/T_0}{\delta_0 \cdot KT} \cdot \Delta T + \ln G + 1}$ είναι αρκετά μεγάλος. Επομένως, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την προσέγγιση (Α'.13), με ορίσματα τα x και y , όπου :

$$x = e^{\frac{1}{\delta_0} + 1} \quad \text{και} \quad y = e^{\frac{\beta V_{oc} - 1/T_0}{\delta_0 \cdot KT} \cdot \Delta T + \ln G}$$

$$w = \underbrace{W\left\{e^{\frac{1}{\delta_0} + 1}\right\}}_{w_0} + \frac{\beta V_{oc} - 1/T_0}{\delta_0 \cdot KT} \cdot \Delta T + \ln G - \ln \left[1 + \frac{\frac{\beta V_{oc} - 1/T_0}{\delta_0 \cdot KT} \cdot \Delta T + \ln G}{W\left\{e^{\frac{1}{\delta_0} + 1}\right\}} \right]$$

Επίσης ο λογάριθμος παίρνει πολύ μικρές τιμές, άρα μπορεί και να αγνοηθεί, οπότε τελικά η έκφραση στην οποία καταλήγουμε είναι η ακόλουθη :

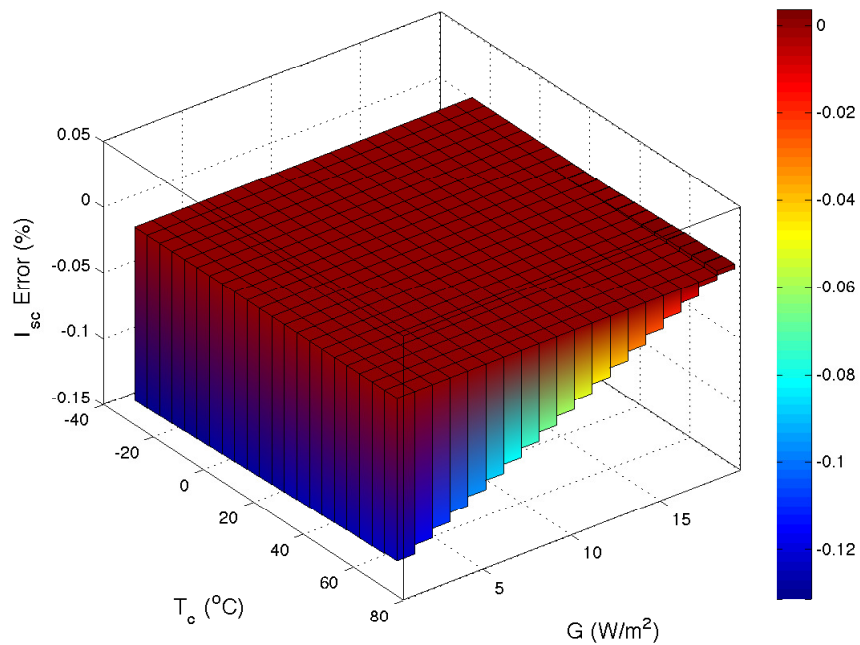
$$w = w_0 + \frac{\beta V_{oc} - 1/T_0}{\delta_0 \cdot KT} \cdot \Delta T + \ln G \quad (\text{Β'.5})$$

Β'.3 Αναγωγή του όρου I_{sc}

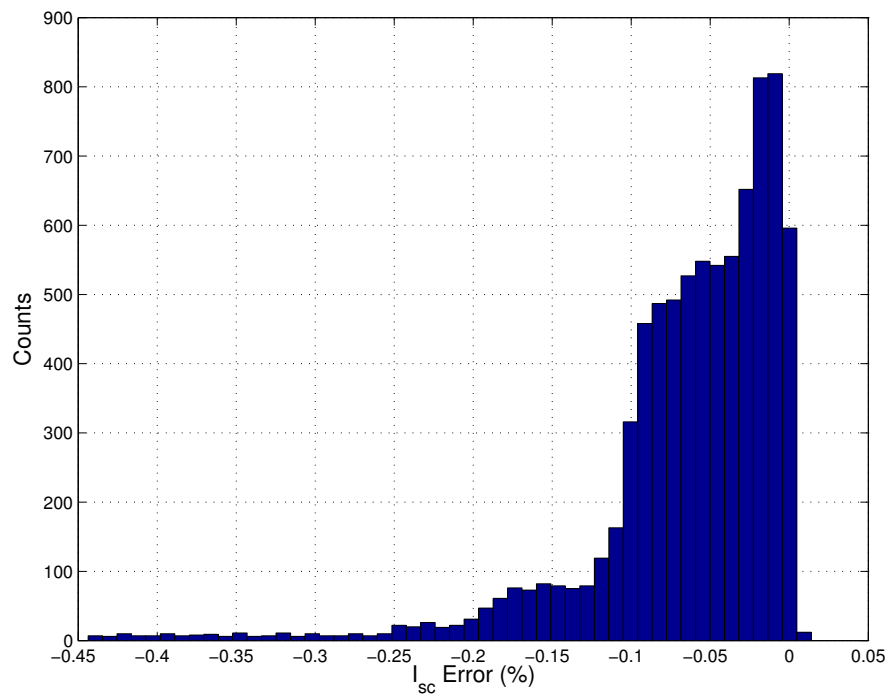
Από τη σχέση αναγωγής του φωτορρέυματος και σύμφωνα με το [45] :

$$I_{sc} = G \cdot I_{sc0} \cdot (1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T) \quad (\text{Β'.6})$$

Τα σφάλμα της Σχέσης Β'.6 παρουσιάζονται στα ακόλουθα διαγράμματα.



(Α') Μέσο Σχετικό Σφάλμα για διάφορες θερμοκρασίες (T_c) και ακτινοβολίες (G).



(Β') Ιστογράμμο συχνότητας σχετικών σφαλμάτων για διάφορες θερμοκρασίες (T_c) και ακτινοβολίες (G).

ΣΧΗΜΑ Β'.2: Σχετικά σφάλματα που αφορούν στην εξίσωση αναγωγής του I_{sc} για 20 διαφορετικά πλαίσια.

Το μέγιστο σφάλμα που παρουσιάζεται είναι 0.44% και η RMS τιμή του 0.09%.

Β'.4 Αναγωγή του όρου I_{mp}

Για λόγους απλότητας θα γίνει χρήση του μοντέλου τριών παραμέτρων (ιδανικό μοντέλο). Σύμφωνα με αυτό το ρεύμα στο σημείο MPP υπολογίζεται ως [2] :

$$I_{mp} = I_{ph} \cdot \left(1 - \frac{1}{w}\right) \quad (B'.7)$$

Με αναγωγή των παραμέτρων σε αυθαίρετες συνθήκες λειτουργίας :

$$I_{mp} = G \cdot I_{ph_0} \cdot (1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T) \cdot \left(1 - \frac{1}{w}\right) \quad (B'.8)$$

Σε συνθήκες STC :

$$I_{mp_0} = I_{ph_0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0}\right) \Rightarrow I_{ph_0} = \frac{I_{mp_0}}{1 - \frac{1}{w_0}} \quad (B'.9)$$

Άρα από τις δυο παραπάνω σχέσεις προκύπτει :

$$I_{mp} = G \cdot I_{mp_0} \cdot (1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T) \cdot \frac{1 - \frac{1}{w}}{1 - \frac{1}{w_0}} \xrightarrow{B.5} I_{mp} = G \cdot I_{mp_0} \cdot (1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T) \cdot \frac{1 - \frac{1}{w_0 + \frac{\beta_{V_{oc}}^{-1}/T_0 \cdot \Delta T + \ln G}{\delta_0 \cdot KT}}}{1 - \frac{1}{w_0}}$$

Αγνοώντας τον λογάριθμο χωρίς κόστος στην ακρίβεια :

$$\begin{aligned} I_{mp} &= G \cdot I_{mp_0} \cdot (1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T) \cdot \frac{1 - \frac{1}{w_0 + \frac{\beta_{V_{oc}}^{-1}/T_0 \cdot \Delta T}{\delta_0 \cdot KT}}}{1 - \frac{1}{w_0}} \Rightarrow \\ I_{mp} &= G \cdot I_{mp_0} \cdot (1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T) \cdot \frac{1 - \frac{1}{w_0} + \frac{1}{w_0} - \frac{1}{w_0 + \frac{\beta_{V_{oc}}^{-1}/T_0 \cdot \Delta T}{\delta_0 \cdot KT}}}{1 - \frac{1}{w_0}} \Rightarrow \\ I_{mp} &= G \cdot I_{mp_0} \cdot (1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T) \cdot \left[1 + \frac{\frac{1}{w_0} - \frac{1}{w_0 + \frac{\beta_{V_{oc}}^{-1}/T_0 \cdot \Delta T}{\delta_0 \cdot KT}}}{1 - \frac{1}{w_0}} \right] \Rightarrow \\ I_{mp} &= G \cdot I_{mp_0} \cdot (1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T) \cdot \left[1 + \frac{\frac{\beta_{V_{oc}}^{-1}/T_0 \cdot \Delta T}{\delta_0 \cdot KT}}{(w_0 - 1) \cdot \left(w_0 + \frac{\beta_{V_{oc}}^{-1}/T_0 \cdot \Delta T}{\delta_0 \cdot KT}\right)} \right] \Rightarrow \\ I_{mp} &= G \cdot I_{mp_0} \cdot \left[1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T + \frac{\beta_{V_{oc}}^{-1}/T_0}{w_0 - 1} \cdot \frac{1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T}{\delta_0 \cdot KT \left(w_0 + \frac{\beta_{V_{oc}}^{-1}/T_0 \cdot \Delta T}{\delta_0 \cdot KT}\right)} \cdot \Delta T \right] \end{aligned}$$

Αντικατάσταση του $w_0 - \frac{1}{\delta_0} = 1 - \ln w_0$ στην παραπάνω εξίσωση :

$$I_{mp} = G \cdot I_{mp0} \cdot \left[1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T + \frac{\beta_{V_{oc}}^{-1/T_0}}{w_0 - 1} \cdot \frac{1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T}{1 + \beta_{V_{oc}} \cdot \Delta T + (1 - \ln w_0) \cdot \delta_0 \cdot K T} \cdot \Delta T \right]$$

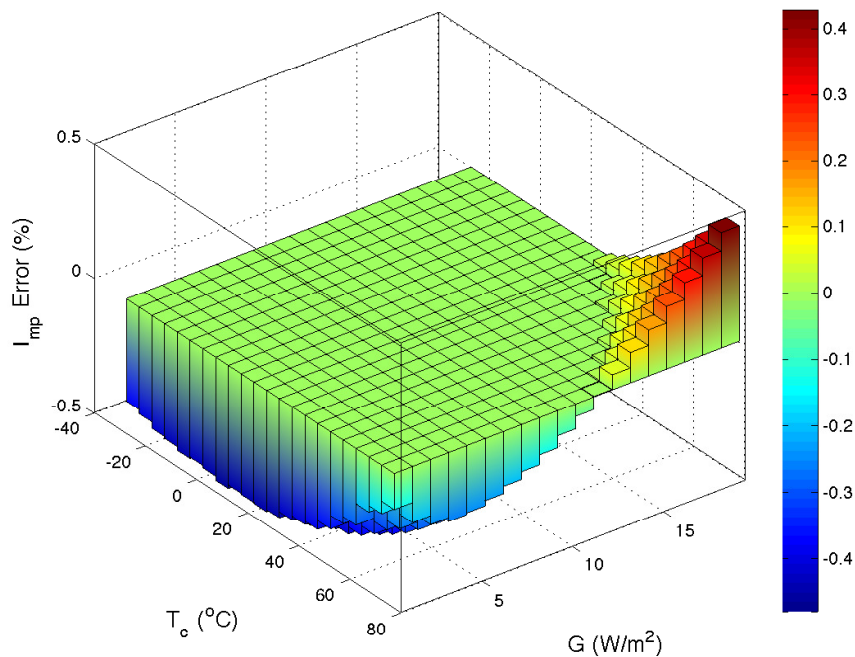
$$I_{mp} = G \cdot I_{mp0} \cdot \left[1 + \left(\alpha_{I_{sc}} + \frac{\beta_{V_{oc}}^{-1/T_0}}{w_0 - 1} \cdot \frac{1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T}{1 + \beta_{V_{oc}} \cdot \Delta T + (1 - \ln w_0) \cdot \delta_0 \cdot K T} \right) \cdot \Delta T \right]$$

Άρα καταλήγουμε :

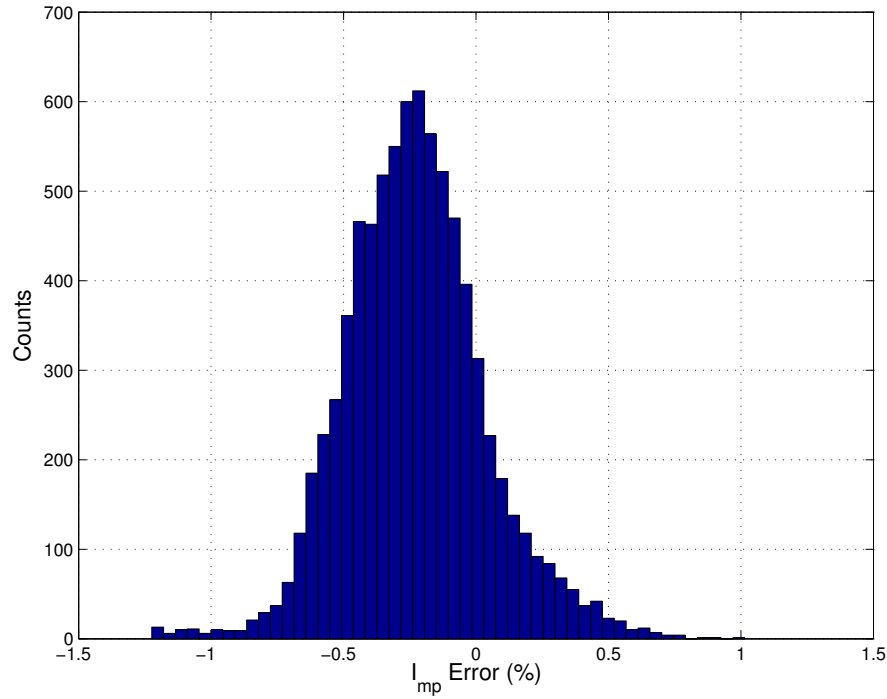
$$I_{mp} = G \cdot I_{mp0} \cdot [1 + \alpha_{I_{mp}} \cdot \Delta T] , \quad \text{όπου :} \quad (B'.10)$$

$$\alpha_{I_{mp}} = \alpha_{I_{sc}} + \frac{\beta_{V_{oc}}^{-1/T_0}}{w_0 - 1} \cdot \frac{1 + \alpha_{I_{sc}} \cdot \Delta T}{1 + \beta_{V_{oc}} \cdot \Delta T} \quad (B'.11)$$

Τα σφάλμα της Σχέσης Β'.10 παρουσιάζονται στα ακόλουθα διαγράμματα.



(Α') Μέσο Σχετικό Σφάλμα για διάφορες θερμοκρασίες (T_c) και ακτινοβολίες (G).



(Β') Ιστόγραμμα συχνότητας σχετικών σφαλμάτων για διάφορες θερμοκρασίες (T_c) και ακτινοβολίες (G).

ΣΧΗΜΑ Β'.3: Σχετικά σφάλματα που αφορούν στην εξίσωση αναγωγής του I_{mp} για 20 διαφορετικά πλαίσια.

Το μέγιστο σφάλμα που παρουσιάζεται είναι 1.22% και η RMS τιμή του 0.35%.

Β'.5 Αναγωγή του όρου V_{mp}

Η αναλυτική εξίσωση που περιγράφει το ρεύμα μέγιστης λειτουργίας συναρτήσει των πέντε παραμέτρων έχει τη μορφή :

$$V_{mp} = a \cdot (w - 1) - R_s \cdot I_{mp} \quad (\text{B'.12})$$

Με αναγωγή των παραμέτρων σε αυθαίρετες συνθήκες λειτουργίας :

$$V_{mp} = a_0 \cdot KT \cdot (w - 1) - R_{s0} \cdot G \cdot I_{mp0} \cdot [1 + a_{I_{mp}} \cdot \Delta T] \quad (\text{B'.13})$$

Αγνοώντας τον πολλαπλασιαστή $[1 + a_{I_{mp}} \cdot \Delta T]$ του I_{mp0} για λόγους απλότητας :

$$V_{mp} = a_0 \cdot KT \cdot (w - 1) - R_{s0} \cdot G \cdot I_{mp0} \quad (\text{B'.14})$$

Γνωρίζουμε ότι η τάση μέγιστης λειτουργίας σε συνθήκες STC, συναρτήσει του I_{mp0} είναι :

$$V_{mp0} = a_0 \cdot (w_0 - 1) - R_{s0} \cdot I_{mp0} \Rightarrow R_{s0} \cdot I_{mp0} = a_0 \cdot (w_0 - 1) - V_{mp0}$$

Άρα με αντικατάσταση στην Β'.14:

$$V_{mp} = a_0 \cdot KT \cdot (w - 1) - G [a_0 \cdot (w_0 - 1) - V_{mp0}] \xrightarrow{B.5}$$

$$V_{mp} = a_0 \cdot KT \cdot \left(w_0 + \frac{\beta_{V_{oc}}^{-1}/T_0}{\delta_0 \cdot KT} \cdot \Delta T + \ln G - 1 \right) - G [a_0 \cdot (w_0 - 1) - V_{mp0}] \Rightarrow$$

$$V_{mp} = G \cdot V_{mp0} + a_0 \cdot \left[KT \cdot \left(w_0 + \frac{\beta_{V_{oc}}^{-1}/T_0}{\delta_0 \cdot KT} \cdot \Delta T + \ln G - 1 \right) - G \cdot (w_0 - 1) \right] \Rightarrow$$

$$V_{mp} = G \cdot V_{mp0} + a_0 \cdot \left[(KT - G) \cdot (w_0 - 1) + KT \cdot \left(\frac{\beta_{V_{oc}}^{-1}/T_0}{\delta_0 \cdot KT} \cdot \Delta T + \ln G \right) \right] \Rightarrow$$

$$V_{mp} = G \cdot V_{mp0} + a_0 \cdot \left[(KT - G) \cdot (w_0 - 1) + \frac{\beta_{V_{oc}}^{-1}/T_0}{\delta_0} \cdot \Delta T + KT \cdot \ln G \right]$$

Επίσης $KT = T_c/T_0 = 1 - 1 + T_c/T_0 = 1 + T_c - T_0/T_0 \Rightarrow KT = 1 + \Delta T/T_0$

$$V_{mp} = G \cdot V_{mp0} + a_0 \cdot \left[\left(1 + \Delta T/T_0 - G \right) \cdot (w_0 - 1) + \frac{\beta_{V_{oc}}^{-1}/T_0}{\delta_0} \cdot \Delta T + KT \cdot \ln G \right] \Rightarrow$$

$$V_{mp} = G \cdot V_{mp0} + a_0 \cdot \left[(1 - G) \cdot (w_0 - 1) + (w_0 - 1) \cdot \frac{\Delta T}{T_0} + \frac{\beta_{V_{oc}}^{-1}/T_0}{\delta_0} \cdot \Delta T + KT \cdot \ln G \right] \Rightarrow$$

$$V_{mp} = G \cdot V_{mp0} + a_0 \cdot \left[(1 - G) \cdot (w_0 - 1) + \left(w_0 - 1 - \frac{1}{w_0} \right) \cdot \frac{\Delta T}{T_0} + \frac{\beta_{V_{oc}}}{\delta_0} \cdot \Delta T + KT \cdot \ln G \right]$$

Γνωρίζουμε ότι : $w_0 \cdot e^{w_0} = e^{1/\delta_0 + 1} \Rightarrow w_0 - 1 - \frac{1}{w_0} = -\ln w_0 \rightarrow 0$ Άρα :

$$V_{mp} = G \cdot V_{mp0} + a_0 \cdot \left[(1 - G) \cdot (w_0 - 1) + \frac{\beta_{V_{oc}}}{\delta_0} \cdot \Delta T + KT \cdot \ln G \right] \xrightarrow{2,23}$$

$$V_{mp} = G \cdot V_{mp0} + \delta_0 \cdot V_{oc0} \left[(1 - G) \cdot (w_0 - 1) + \frac{\beta_{V_{oc}}}{\delta_0} \cdot \Delta T + KT \cdot \ln G \right] \Rightarrow$$

$$V_{mp} = G \cdot V_{mp0} + [(1 - G) \cdot \delta_0 \cdot (w_0 - 1) + \delta_0 \cdot KT \cdot \ln G + \beta_{V_{oc}} \cdot \Delta T] \cdot V_{oc0} \quad (B'.15)$$

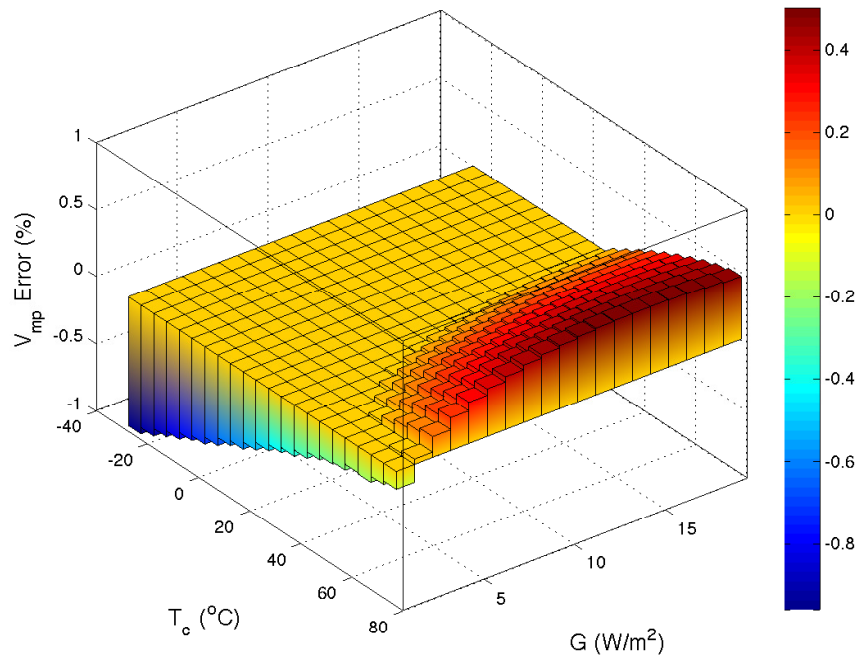
Αξίζει να σημειωθεί ότι για $G = 1$:

$$V_{mp} = V_{mp0} + \beta_{V_{oc}} \cdot \Delta T \cdot V_{oc0} \Rightarrow V_{mp} = V_{mp0} \cdot \left[1 + \beta_{V_{oc}} \cdot \Delta T \cdot \frac{V_{oc0}}{V_{mp0}} \right] \Rightarrow$$

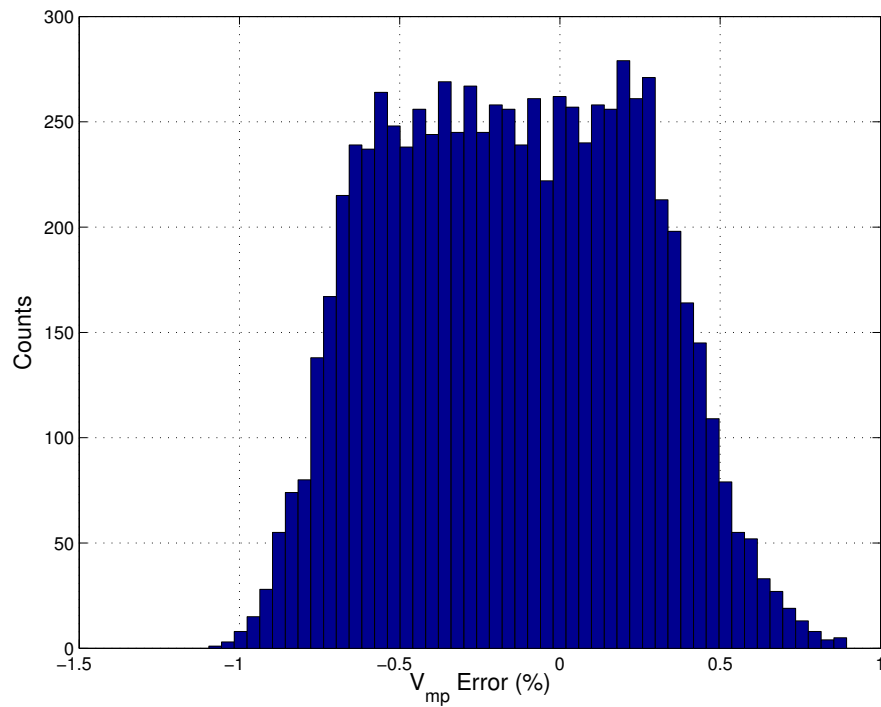
$$V_{mp} = V_{mp0} \cdot (1 + \beta_{V_{mp}} \cdot \Delta T) , \quad \text{όπου :} \quad (B'.16)$$

$$\beta_{V_{mp}} = \beta_{V_{oc}} \cdot \frac{V_{oc0}}{V_{mp0}} \quad (B'.17)$$

Τα σφάλμα της Σχέσης Β'.15 παρουσιάζονται στα ακόλουθα διαγράμματα.



(Α') Μέσο Σχετικό Σφάλμα για διάφορες θερμοκρασίες (T_c) και ακτινοβολίες (G).



(Β') Ιστόγραμμα συχνότητας σχετικών σφαλμάτων για διάφορες θερμοκρασίες (T_c) και ακτινοβολίες (G).

ΣΧΗΜΑ Β'4: Σχετικά σφάλματα που αφορούν στην εξίσωση αναγωγής της V_{mp} για 20 διαφορετικά πλαίσια.

Το μέγιστο σφάλμα που παρουσιάζεται είναι 1.1% και η RMS τιμή του 0.41%.

Παράρτημα Γ'

Αποδείξεις Εξισώσεων

Μέγιστων Σημείων Λειτουργίας

Γ'.1 Τάση MPP_j

Ως τάση V_{mpj} ορίζουμε την τάση των τοπικών μεγίστων j , όταν έχουμε πολλά επίπεδα ακτινοβολίας και n στοιχειοσειρές.

Γ'.1.1 Τάση ασκίαστων στοιχειοσειρών V_i

- Η αρχική έκφραση για την V_i είναι :

$$V_i = R_{sh} \cdot (I_{ph} + I_s) - (R_s + R_{sh}) \cdot I_j - a \cdot w \quad ,$$

$$\text{όπου } w = W \left\{ \frac{I_s \cdot R_{sh}}{a} \cdot e^{\frac{R_{sh} \cdot (I_{ph} + I_s - I_j)}{a}} \right\}.$$

Το ρεύμα I_j είναι το ρεύμα που επιβάλλεται από την ομάδα j .

- Απλοποίηση I_s

$$V_i = R_{sh} \cdot (I_{ph} - I_j) - R_s \cdot I_j - a \cdot w \quad ,$$

$$\text{όπου } w = W \left\{ \frac{I_s \cdot R_{sh}}{a} \cdot e^{\frac{R_{sh} \cdot (I_{ph} - I_j)}{a}} \right\}.$$

- Αναγωγή Παραμέτρων

$$I_{ph} = G_i \cdot I_{ph0}$$

$$I_s = I_{s0}$$

$$I_j = G_j \cdot I_{mp0}$$

$$a = a_0$$

$$R_s = R_{s0}$$

$$R_{sh} = \frac{R_{sh0}}{G_i}$$

$$V_i = R_{sh0} \cdot (I_{ph0} - \frac{G_j}{G_i} \cdot I_{mp0}) - R_{s0} \cdot G_j \cdot I_{mp0} - a_0 \cdot w \quad ,$$

$$\text{όπου } w = W \left\{ \frac{I_{s0} \cdot \frac{R_{sh0}}{G_i}}{a_0} \cdot e^{\frac{R_{sh0} \cdot (G_i \cdot I_{ph0} - G_j \cdot I_{mp0})}{a_0}} \right\} .$$

- Απλοποίηση του w

Γνωρίζουμε ότι : $I_s = I_{ph} \cdot e^{-\frac{V_{oc}}{a}}$, άρα με αντικατάσταση :

$$w = W \left\{ \frac{I_{ph0} \cdot \frac{R_{sh0}}{G_i}}{a_0} \cdot e^{\frac{R_{sh0} \cdot (G_i \cdot I_{ph0} - G_j \cdot I_{mp0} - \frac{V_{oc0}}{R_{sh0}})}{a_0}} \right\}$$

Εύκολα διακρίνουμε ότι ο πρώτος όρος είναι αρκετά μεγάλος, ενώ όσον αφορά το εκθετικό, το I_{ph} είναι σίγουρα μεγαλύτερο από το I_{mp} και η ποσότητα $\frac{V_{oc0}}{R_{sh0}}$, η οποία εκφράζει το ρεύμα που διαρρέει την εγχάρσια αντίσταση σε συνθήκες ανοιχτοκύκλωσης είναι μια αμελητέα ποσότητα, η οποία συνήθως δεν λαμβάνεται υπόψιν. Επομένως, καταλήγουμε ότι ο εκθέτης είναι μια ποσότητα θετική και άρα το όρισμα της $LambertW$ παίρνει μεγάλες τιμές, οπότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την προσέγγιση (Α.13), με ορίσματα τα x και y :

$$\begin{aligned} w &= W \left\{ \frac{I_{s0} \cdot \frac{R_{sh0}}{G_i}}{a_0} \cdot e^{\frac{R_{sh0} \cdot (G_i \cdot I_{ph0} - G_j \cdot I_{mp0})}{a_0}} \right\} = \\ &= W \left\{ \frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0} \cdot e^{\frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0}} \cdot \frac{I_{s0}}{G_i \cdot I_{ph0}} \cdot e^{-\frac{G_j}{G_i} \cdot \frac{R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{a_0}} \right\} , \end{aligned}$$

$$\text{όπου } x = \frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0} \cdot e^{\frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0}} \quad \text{και} \quad y = \frac{I_{s0}}{G_i \cdot I_{ph0}} \cdot e^{-\frac{G_j}{G_i} \cdot \frac{R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{a_0}}$$

$$\begin{aligned}
 w &= W \left\{ \frac{I_{s0} \cdot \frac{R_{sh0}}{G_i}}{a_0} \cdot e^{\frac{R_{sh0} \cdot (G_i \cdot I_{ph0} - G_j \cdot I_{mp0})}{a_0}} \right\} = \\
 &= W \left\{ \frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0} \cdot e^{\frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0}} \right\} + \ln \left[\frac{I_{s0}}{G_i \cdot I_{ph0}} \cdot e^{-\frac{G_j \cdot R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{a_0}} \right] - \\
 &\quad - \ln \left[1 + \frac{\ln \left[\frac{I_{s0}}{G_i \cdot I_{ph0}} \cdot e^{-\frac{G_j \cdot R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{a_0}} \right]}{W \left\{ \frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0} \cdot e^{\frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0}} \right\}} \right] \Rightarrow \\
 w &= \frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0} + \ln \left[\frac{I_{s0}}{G_i \cdot I_{ph0}} \cdot e^{-\frac{G_j \cdot R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{a_0}} \right] - \\
 &\quad - \ln \left[1 + \frac{\ln \left[\frac{I_{s0}}{G_i \cdot I_{ph0}} \cdot e^{-\frac{G_j \cdot R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{a_0}} \right]}{\frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0}} \right] \Rightarrow \\
 w &= \frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0} + \ln \frac{I_{s0}}{I_{ph0}} - \ln G_i - \frac{G_j \cdot R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{a_0} - \\
 &\quad - \ln \left[1 + \frac{\ln \frac{I_{s0}}{I_{ph0}} - \ln G_i - \frac{G_j \cdot R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{a_0}}{\frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0}} \right] \Rightarrow \\
 w &= \frac{R_{sh0}}{a_0} \cdot \left(I_{ph0} - \frac{G_j}{G_i} \cdot I_{mp0} \right) + \ln \frac{I_{s0}}{I_{ph0}} - \ln G_i - \ln \left[1 + \frac{\ln \frac{I_{s0}}{I_{ph0}} - \ln G_i - \frac{G_j \cdot R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{a_0}}{\frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0}} \right]
 \end{aligned}$$

Άρα προκύπτει :

$$\begin{aligned}
 V_i &= R_{sh0} \cdot \left(I_{ph0} - \frac{G_j}{G_i} \cdot I_{mp0} \right) - R_{s0} \cdot G_j \cdot I_{mp0} - a_0 \cdot \left[\frac{R_{sh0}}{a_0} \cdot \left(I_{ph0} - \frac{G_j}{G_i} \cdot I_{mp0} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \ln \frac{I_{s0}}{I_{ph0}} - \ln G_i - \ln \left[1 + \frac{\ln \frac{I_{s0}}{I_{ph0}} - \ln G_i - \frac{G_j \cdot R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{a_0}}{\frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0}} \right] \right] \Rightarrow \\
 V_i &= -R_{s0} \cdot G_j \cdot I_{mp0} + a_0 \cdot \ln \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} + a_0 \cdot \ln G_i + \\
 &\quad + a_0 \cdot \ln \left[1 - \frac{a_0 \cdot \ln \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} + a_0 \cdot \ln G_i + \frac{G_j}{G_i} \cdot R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{I_{ph0} \cdot R_{sh0}} \right]
 \end{aligned}$$

- Δημιουργία $V_{oc0} = a_0 \cdot \ln \frac{I_{ph0}}{I_{s0}}$

$$V_i = -R_{s0} \cdot G_j \cdot I_{mp0} + V_{oc0} + a_0 \cdot \ln G_i + a_0 \cdot \ln \left[1 - \frac{V_{oc0} + a_0 \cdot \ln G_i + \frac{G_j}{G_i} \cdot R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{I_{ph0} \cdot R_{sh0}} \right]$$

- Αντικατάσταση $a_0 = \delta_0 \cdot V_{oc0}$, $R_{s0} = \frac{\delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1) - V_{mp0}}{I_{mp0}}$ και $R_{sh0} = \frac{\delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1)}{I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0}\right) - I_{mp0}}$

$$\begin{aligned} V_i &= -\frac{\delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1) - V_{mp0}}{I_{mp0}} \cdot G_j \cdot I_{mp0} + V_{oc0} + \delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot \ln G_i + \\ &+ \delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot \ln \left[1 - \frac{V_{oc0} + \delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot \ln G_i + \frac{G_j}{G_i} \cdot \frac{\delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1)}{I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0}\right) - I_{mp0}} \cdot I_{mp0}}{\frac{\delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1)}{I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0}\right) - I_{mp0}} \cdot I_{ph0}} \right] \Rightarrow \\ V_i &= -[\delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1) - V_{mp0}] \cdot G_j + V_{oc0} + \delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot \ln G_i + \\ &+ \delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot \ln \left[1 - \frac{V_{oc0} + \delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot \ln G_i + \frac{G_j}{G_i} \cdot \frac{\delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1)}{I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0}\right) - I_{mp0}} \cdot I_{mp0}}{\frac{\delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1)}{I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0}\right) - I_{mp0}} \cdot I_{ph0}} \right] \Rightarrow \\ V_i &= G_j \cdot V_{mp0} + V_{oc0} \cdot \left[1 - \delta_0 \cdot \left((w_0 - 1) \cdot G_j - \right. \right. \\ &\left. \left. - \ln \frac{\delta_0(w_0 - 1)(G_i \cdot I_{ph0} - G_j \cdot I_{mp0}) - G_i \left[I_{sc0} \left(1 - \frac{1}{w_0}\right) - I_{mp0} \right] (1 + \delta_0 \cdot \ln G_i)}{\delta_0 \cdot (w_0 - 1) \cdot I_{ph0}} \right) \right] \end{aligned}$$

- Αντικατάσταση $I_{ph0} = I_{sc0}$

$$\begin{aligned} V_i &= G_j \cdot V_{mp0} + \left[1 - \delta_0 \cdot \left((w_0 - 1) \cdot G_j - \right. \right. \\ &\left. \left. - \ln \left[\frac{G_i \cdot I_{sc0} - G_j \cdot I_{mp0}}{I_{sc0}} - \frac{G_i \cdot \left[I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0}\right) - I_{mp0} \right] \cdot (1 + \delta_0 \cdot \ln G_i)}{\delta_0 \cdot (w_0 - 1) \cdot I_{sc0}} \right] \right) \right] \cdot V_{oc0} \end{aligned}$$

- Θα απλοποιήσουμε τους όρους του λογαρίθμου ως εξής :

Χρησιμοποιώντας την προσέγγιση $I_{mp0} = I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0}\right)$, κάτι που ισχύει αν θεωρήσουμε ιδανική κυβέλη, χωρίς να έχει μεγάλη απόκλιση από την πραγματική τιμή θα προκύψει :

$$\begin{aligned} & \ln \left[\frac{G_i \cdot I_{sc0} - G_j \cdot I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0}\right)}{I_{sc0}} - \right. \\ & \left. - \frac{G_i \cdot \left[I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0}\right) - I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0}\right) \right] \cdot (1 + \delta_0 \cdot \ln G_i)}{\delta_0 \cdot (w_0 - 1) \cdot I_{sc0}} \right] = \\ & \ln \left[G_i - G_j \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0}\right) \right] = \ln \left[\frac{w_0 \cdot (G_i - G_j) + G_j}{w_0} \right] = \\ & = \ln \left[w_0 \cdot (G_i - G_j) + G_j \right] - \ln w_0 \end{aligned}$$

$$V_i = G_j \cdot V_{mp0} + \left[1 - \delta_0 \cdot \left[(w_0 - 1) \cdot G_j - \ln [w_0 \cdot (G_i - G_j) + G_j] + \ln w_0 \right] \right] \cdot V_{oc0}$$

- Θα δημιουργήσω το $V_{mp}^{G_j}$ στην εξίσωση του V_i , το οποίο για ακτινοβολία j ισούται με:

$$V_{mp}^{G_j} = G_j \cdot V_{mp0} + \left[(w_0 - 1) \cdot (1 - G_j) + \ln G_j \right] \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0}$$

Επομένως,

$$\begin{aligned} V_i &= G_j \cdot V_{mp0} - (w_0 - 1) \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0} + \\ &+ \left[1 + \delta_0 \cdot \left[(w_0 - 1) \cdot (1 - G_j) + \ln [w_0 \cdot (G_i - G_j) + G_j] - \ln w_0 \right] \right] \cdot V_{oc0} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_i &= G_j \cdot V_{mp0} + (w_0 - 1) \cdot (1 - G_j) \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0} + V_{oc0} - \\ &- \left[(w_0 - 1) - \ln [w_0 \cdot (G_i - G_j) + G_j] + \ln w_0 \right] \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_i &= G_j \cdot V_{mp0} + \left[(w_0 - 1) \cdot (1 - G_j) + \ln G_j \right] \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0} + \\ &+ V_{oc0} - \left[(w_0 - 1) + \ln G_j - \ln [w_0 \cdot (G_i - G_j) + G_j] + \ln w_0 \right] \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$V_i = V_{mp}^{G_j} + V_{oc0} - \left[(w_0 - 1) + \ln G_j - \ln [w_0 \cdot (G_i - G_j) + G_j] + \ln w_0 \right] \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0}$$

- Αντικατάσταση $(w_0 - 1 + \ln w_0) = \frac{1}{\delta_0}$

$$V_i = V_{mp}^{G_j} + V_{oc0} - \left[\ln G_j - \ln [w_0 \cdot (G_i - G_j) + G_j] \right] \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0} - V_{oc0} \Rightarrow$$

$$V_i = V_{mp}^{G_j} - \left[\ln G_j - \ln [w_0 \cdot (G_i - G_j) + G_j] \right] \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0} \Rightarrow$$

$$V_i = V_{mp}^{G_j} + \ln \frac{w_0 \cdot (G_i - G_j) + G_j}{G_j} \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0}$$

Άρα τελικά :

$$\boxed{V_i = V_{mp}^{G_j} + \ln \left[1 + w_0 \cdot \left(\frac{G_i}{G_j} - 1 \right) \right] \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0}} \quad (\Gamma.1)$$

Γ'.1.2 Τάση τοπικών μεγίστων μερικώς σκιασμένης πλαισιοσειράς

- Η αρχική έκφραση της τάσης είναι :

$$V_{mpj} = \frac{R_s + R_c + R_{sh}}{R_{sh}} \cdot a \cdot (w - 1) - (R_s + R_c) \cdot I_{ph} \cdot \left(1 - \frac{1}{w}\right) - \frac{R_s + R_c}{R_{sh}} \cdot V_c \quad ,$$

$$\text{όπου } w = W \left\{ \frac{I_{ph}}{I_s} \cdot e^{1 + \frac{V_c}{a}} \right\}$$

- Αναγωγή Παραμέτρων

$$I_{ph} = G_j \cdot I_{ph0}$$

$$I_s = I_{s0}$$

$$a = N_j \cdot a_0$$

$$R_s = N_j \cdot R_{s0}$$

$$R_{sh} = N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}$$

$$R_c = \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i}$$

$$V_c = \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i} - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d$$

$$V_{mpj} = \frac{N_j \cdot R_{s0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i} + N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}}{N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}} \cdot N_j \cdot a_0 \cdot (w - 1) -$$

$$- \left(N_j \cdot R_{s0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i} \right) \cdot G_j \cdot I_{ph0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w}\right) -$$

$$- \frac{N_j \cdot R_{s0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i}}{N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}} \cdot \left[\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i} - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d \right] \quad ,$$

$$\text{όπου } w = W \left\{ \frac{G_j \cdot I_{ph0}}{I_{s0}} \cdot e^{1 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i} - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot a_0}} \right\}$$

- Αντικατάσταση w

$$x = \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} \cdot e^{1 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0}} \quad \text{και} \quad y = G_j \cdot e^{-\frac{\sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot a_0}}$$

Αν έχουμε μικρή έκταση σκίασης, δηλαδή $\frac{\sum_{i=j+1}^n N_i}{N_j}$ πολύ μικρό, το εκθετικό παίρνει τιμές κοντά στη μονάδα, οπότε αφού το x είναι πολύ μεγάλος αριθμός, το $x \cdot y$ εξακολουθεί να είναι πολύ μεγάλο. Επομένως, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την προσέγγιση (Α'.13) :

$$w = W \left\{ \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} \cdot e^{1 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0}} \right\} + \ln G_j - \frac{\sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot a_0} - \ln \left[1 + \frac{W \left\{ G_j \cdot e^{-\frac{\sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot a_0}} \right\}}{W \left\{ \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} \cdot e^{1 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0}} \right\}} \right]$$

Σε αντίθετη περίπτωση, αν έχουμε μεγάλη έκταση σκίασης, το $\frac{\sum_{i=j+1}^n N_i}{N_j}$ είναι πολύ μεγάλο, το εκθετικό παίρνει τιμές κοντά στο μηδέν, άρα σε αυτή την περίπτωση το $x \cdot y$ κυμαίνεται κοντά στο μηδέν. Άρα, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε την προσέγγιση (Α'.12) :

$$w = W \left\{ \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} \cdot e^{1 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0}} \right\} + \ln G_j - \frac{\sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot a_0} - \ln \left[1 + \frac{\ln \left[G_j \cdot e^{-\frac{\sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot a_0}} \right]}{W \left\{ \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} \cdot e^{1 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0}} \right\}} \right]$$

Και στις 2 περιπτώσεις το κλάσμα παίρνει πολύ μικρές τιμές, κυρίως λόγω του ότι ο παρονομαστής πάντα είναι πολύ μεγαλύτερος από τον αριθμητή (δεν είναι ποτέ συγκρίσιμα μεγέθη), και άρα μπορούμε να το διαγράψουμε.

$$w = W \left\{ \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} \cdot e^{1 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0}} \right\} + \ln G_j - \frac{\sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot a_0}$$

Παρατηρούμε ότι το όρισμα της συνάρτησης $LambertW$ είναι πάντα αρκετά μεγάλο, επομένως με χρήση της προσέγγισης (Α'.13), με $x = \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} \cdot e$ και $y = \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0}$:

$$W \left\{ \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} \cdot e^{1 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0}} \right\} = W \left\{ \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} \cdot e \right\} + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0} - \ln \left[1 + \frac{\ln \left[e^{\frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0}} \right]}{W \left\{ \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} \cdot e \right\}} \right]$$

Γνωρίζουμε ότι : $w_0 = W \left\{ \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} \cdot e \right\} = W \left\{ e^{\frac{V_{oc0}}{a_0} + 1} \right\}$, οπότε :

$$W \left\{ \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} \cdot e^{1 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0}} \right\} = w_0 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0} - \ln \left[1 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i}{N_j} \cdot \frac{\ln \left[e^{\frac{\sum_{i=1}^{j-1} V_{c_i}}{a_0}} \right]}{W \left\{ e^{\frac{V_{oc0}}{a_0} + 1} \right\}} \right]$$

Το $\frac{\sum_{i=1}^{j-1} V_{c_i}}{a_0}$ παίρνει τιμές πολύ κοντά στο $\frac{V_{oc0}}{a_0} + 1$, άρα μπορούμε να κάνουμε απαλοιφή του κλάσματος μέσα στο λογάριθμο :

$$W \left\{ \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} \cdot e^{1 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0}} \right\} = w_0 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0} - \ln \left[1 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i}{N_j} \right]$$

Επομένως καταλήγουμε :

$$w = w_0 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0} - \frac{\sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot a_0} + \ln \frac{G_j \cdot N_j}{\sum_{i=1}^j N_i}$$

Γνωρίζουμε ότι ο δεύτερος όρος που περιέχει το w είναι αρκετά ασθενής, οπότε μπορούμε να αντικαταστήσουμε $w = w_0$.

$$\begin{aligned}
 V_{mpj} &= \frac{N_j \cdot R_{s0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i} + N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}}{N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}} \cdot N_j \cdot a_0 \cdot \left(w_0 - 1 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0} - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot a_0} + \ln \frac{G_j \cdot N_j}{\sum_{i=1}^j N_i} \right) - \left(N_j \cdot R_{s0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i} \right) \cdot G_j \cdot I_{ph0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - \\
 &\quad - \frac{N_j \cdot R_{s0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i}}{N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}} \cdot \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i} \Rightarrow \\
 V_{mpj} &= \frac{N_j \cdot R_{s0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i} + N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}}{N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}} \cdot N_j \cdot a_0 \cdot \left(w_0 + \ln \frac{G_j \cdot N_j}{\sum_{i=1}^j N_i} - 1 \right) - \\
 &\quad - \left(N_j \cdot R_{s0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i} \right) \cdot G_j \cdot I_{ph0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i} - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d
 \end{aligned}$$

- Αντικατάσταση I_{mp0}

Γνωρίζουμε ότι το ρεύμα μέγιστης λειτουργίας σε συνθήκες STC είναι :

$$I_{mp0} = I_{ph0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - \frac{a_0 \cdot (w_0 - 1)}{R_{sh0}}$$

$$\begin{aligned}
 V_{mpj} &= \frac{N_j \cdot R_{s0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i} + N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}}{N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}} \cdot N_j \cdot a_0 \cdot \ln \frac{G_j \cdot N_j}{\sum_{i=1}^j N_i} + N_j \cdot a_0 \cdot (w_0 - 1) + \\
 &\quad + \frac{N_j \cdot R_{s0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i}}{N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}} \cdot N_j \cdot a_0 \cdot (w_0 - 1) - \left(N_j \cdot R_{s0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i} \right) \cdot G_j \cdot I_{ph0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) +
 \end{aligned}$$

$$+ \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i} - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d \Rightarrow$$

$$V_{mp_j} = - \left(N_j \cdot R_{s_0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i} \right) \cdot G_j \cdot I_{mp_0} + N_j \cdot a_0 \cdot (w_0 - 1) + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i} -$$

$$- \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d + \frac{N_j \cdot R_{s_0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i} + N_j \cdot \frac{R_{sh_0}}{G_j}}{N_j \cdot \frac{R_{sh_0}}{G_j}} \cdot N_j \cdot a_0 \cdot \ln \frac{G_j \cdot N_j}{\sum_{i=1}^j N_i}$$

- Αντικατάσταση V_{mp_0}

Γνωρίζουμε ότι η τάση μέγιστης λειτουργίας σε συνθήκες STC, συναρτήσει του I_{mp_0} είναι :

$$V_{mp_0} = a_0 \cdot (w_0 - 1) - R_{s_0} \cdot I_{mp_0}$$

$$V_{mp_j} = - \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i} \cdot G_j \cdot I_{mp_0} - N_j \cdot R_{s_0} \cdot (G_j + 1 - 1) \cdot I_{mp_0} + N_j \cdot a_0 \cdot (w_0 - 1) + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i} +$$

$$+ \frac{N_j \cdot R_{s_0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i} + N_j \cdot \frac{R_{sh_0}}{G_j}}{N_j \cdot \frac{R_{sh_0}}{G_j}} \cdot N_j \cdot a_0 \cdot \ln \frac{G_j \cdot N_j}{\sum_{i=1}^j N_i} \Rightarrow$$

$$V_{mp_j} = - \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i} \cdot G_j \cdot I_{mp_0} - N_j \cdot R_{s_0} \cdot (G_j - 1) \cdot I_{mp_0} + N_j V_{mp_0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i} - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d +$$

$$+ \frac{N_j \cdot R_{s_0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i} + N_j \cdot \frac{R_{sh_0}}{G_j}}{N_j \cdot \frac{R_{sh_0}}{G_j}} \cdot N_j \cdot a_0 \cdot \ln \frac{G_j \cdot N_j}{\sum_{i=1}^j N_i} \Rightarrow$$

$$V_{mp_j} = N_j \cdot \left[V_{mp_0} + R_{s_0} \cdot (1 - G_j) \cdot I_{mp_0} \right] + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot \left[V_{c_i} - R_{c_i} \cdot G_j \cdot I_{mp_0} \right] - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d +$$

$$+ \frac{N_j \cdot R_{s0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i} + N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}}{N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}} \cdot N_j \cdot a_0 \cdot \ln \frac{G_j \cdot N_j}{\sum_{i=1}^j N_i}$$

- Απλοποίηση του κλάσματος $\frac{N_j \cdot R_{s0} + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot R_{c_i} + N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}}{N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}}$

$$V_{mp_j} = N_j \cdot \left[V_{mp0} + R_{s0} \cdot (1 - G_j) \cdot I_{mp0} + a_0 \cdot \ln \frac{G_j \cdot N_j}{\sum_{i=1}^j N_i} \right] +$$

$$+ \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot [V_{c_i} - R_{c_i} \cdot G_j \cdot I_{mp0}] - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d$$

- Αντικατάσταση $a_0 = \delta_0 \cdot V_{oc0}$ και $R_{s0} = \frac{\delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1) - V_{mp0}}{I_{mp0}}$

$$V_{mp_j} = N_j \cdot \left[V_{mp0} + \frac{\delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1) - V_{mp0}}{I_{mp0}} \cdot (1 - G_j) \cdot I_{mp0} + \delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot \ln \frac{G_j \cdot N_j}{\sum_{i=1}^j N_i} \right] +$$

$$+ \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot [V_{c_i} - R_{c_i} \cdot G_j \cdot I_{mp0}] - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d \Rightarrow$$

$$V_{mp_j} = N_j \cdot \left[G_j \cdot V_{mp0} + \delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot \left(\ln \frac{G_j \cdot N_j}{\sum_{i=1}^j N_i} + (w_0 - 1) \cdot (1 - G_j) \right) \right] +$$

$$+ \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot [V_{c_i} - R_{c_i} \cdot G_j \cdot I_{mp0}] - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d$$

Γνωρίζουμε ότι $V_{c_i} = V_i + R_{c_i} \cdot I_{mp} \Rightarrow V_{c_i} = V_i + R_{c_i} \cdot G_j \cdot I_{mp0}$, άρα :

$$V_{mp_j} = N_j \cdot \left[G_j \cdot V_{mp0} + \delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot \left((w_0 - 1) \cdot (1 - G_j) + \ln \frac{G_j \cdot N_j}{\sum_{i=1}^j N_i} \right) \right] +$$

$$+ \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_i - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d$$

- Αντικατάσταση $V_{mp}^{G_j} = G_j \cdot V_{mp0} + [(w_0 - 1) \cdot (1 - G_j) + \ln G_j] \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0}$

$$V_{mp_j} = N_j \cdot \left[V_{mp}^{G_j} + \delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot \ln \frac{N_j}{\sum_{i=1}^j N_i} \right] + \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_i - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d$$

- Αντικατάσταση του V_i σύμφωνα με τη σχέση (Γ'.1) :

$$V_{mp_j} = N_j \cdot \left[V_{mp}^{G_j} + \delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot \ln \frac{N_j}{\sum_{i=1}^j N_i} \right] +$$

$$+ \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot \left[V_{mp}^{G_j} + \ln \left[1 + w_0 \cdot \left(\frac{G_i}{G_j} - 1 \right) \right] \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0} \right] - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d \Rightarrow$$

$$\boxed{V_{mp_j} = \sum_{i=1}^j N_i \cdot \left[V_{mp}^{G_j} + \ln \left[1 + w_0 \cdot \left(\frac{G_i}{G_j} - 1 \right) \right] \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0} \right] -$$

$$- \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d + N_j \cdot \ln \frac{N_j}{\sum_{i=1}^j N_i} \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0}}$$
(Γ'.2)

Γ'.2 Ρεύμα MPP_j

Ως ρεύμα I_{mpj} ορίζουμε το ρεύμα των τοπικών μεγίστων j , όταν έχουμε πολλά επίπεδα ακτινοβολίας και n στοιχειοσειρές.

Γ'.2.1 Ισοδύναμη πηγή τάσης ασκίαστων στοιχειοσειρών V_{c_i}

- Αρχική Έκφραση της V_{c_i}

$$V_{c_i} = R_{sh} \cdot (I_{ph} + I_s) - (R_s + R_{sh}) \cdot I_j - a \cdot w + R_c \cdot I_j \quad ,$$

$$\text{όπου } R_c = R_s + \frac{R_{sh}}{1+W \left\{ \frac{I_s \cdot R_{sh}}{a} \cdot e^{\frac{R_{sh} \cdot (I_{ph} - I_s - I_j)}{a}} \right\}} \quad , \text{ και}$$

$$w = W \left\{ \frac{I_s \cdot R_{sh}}{a} \cdot e^{\frac{R_{sh} \cdot (I_{ph} + I_s - I_j)}{a}} \right\} .$$

- Απλοποίηση I_s

$$V_{c_i} = R_{sh} \cdot I_{ph} - (R_s + R_{sh}) \cdot I_j - a \cdot w + R_c \cdot I_j \quad ,$$

$$\text{όπου } R_c = R_s + \frac{R_{sh}}{1+W \left\{ \frac{I_s \cdot R_{sh}}{a} \cdot e^{\frac{R_{sh} \cdot (I_{ph} - I_j)}{a}} \right\}} \quad , \text{ και}$$

$$w = W \left\{ \frac{I_s \cdot R_{sh}}{a} \cdot e^{\frac{R_{sh} \cdot (I_{ph} - I_j)}{a}} \right\} .$$

Επομένως, καταλήγουμε :

$$V_{c_i} = R_{sh} \cdot I_{ph} - (R_s + R_{sh}) \cdot I_j - a \cdot w + R_c \cdot I_j \quad ,$$

$$\text{όπου } R_c = R_s + \frac{R_{sh}}{1+w} \quad , \text{ και } w = W \left\{ \frac{I_s \cdot R_{sh}}{a} \cdot e^{\frac{R_{sh} \cdot (I_{ph} - I_j)}{a}} \right\} .$$

$$V_{c_i} = R_{sh} \cdot I_{ph} - (R_s + R_{sh}) \cdot I_j - a \cdot w + \left(R_s + \frac{R_{sh}}{1+w} \right) \cdot I_j \Rightarrow$$

$$V_{c_i} = R_{sh} \cdot (I_{ph} - I_j) - a \cdot w + \frac{R_{sh}}{1+w} \cdot I_j \quad ,$$

$$\text{όπου } w = W \left\{ \frac{I_s \cdot R_{sh}}{a} \cdot e^{\frac{R_{sh} \cdot (I_{ph} - I_j)}{a}} \right\} .$$

- Αναγωγή Παραμέτρων

$$\begin{aligned} I_{ph} &= G_i \cdot I_{ph0} \\ I_s &= I_{s0} \\ I_j &= G_j \cdot I_{mp0} \\ a &= a_0 \\ R_{sh} &= \frac{R_{sh0}}{G_i} \end{aligned}$$

$$V_{c_i} = \frac{R_{sh0}}{G_i} \cdot (G_i \cdot I_{ph0} - G_j \cdot I_{mp0}) - a_0 \cdot w + \frac{R_{sh0}}{1+w} \cdot G_j \cdot I_{mp0} \quad ,$$

$$\text{όπου } w = W \left\{ \frac{I_{s0} \cdot \frac{R_{sh0}}{G_i}}{a_0} \cdot e^{\frac{\frac{R_{sh0}}{G_i} \cdot (G_i \cdot I_{ph0} - G_j \cdot I_{mp0})}{a_0}} \right\} .$$

- Αντικατάσταση w

Χρησιμοποιώντας την προσέγγιση (Α'13), με ορίσματα $\frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0} \cdot e^{\frac{R_{sh0} \cdot I_{ph0}}{a_0}}$ και $\frac{I_{s0}}{G_i \cdot I_{ph0}} \cdot e^{-\frac{G_j \cdot R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{a_0}}$, όπως εργαστήκαμε και για την V_i , προκύπτει :

$$w = \frac{R_{sh0}}{a_0} \cdot \left(I_{ph0} - \frac{G_j}{G_i} \cdot I_{mp0} \right) + \ln \frac{I_{s0}}{I_{ph0}} - \ln G_i - \ln \left[1 + \frac{\ln \frac{I_{s0}}{I_{ph0}} - \ln G_i - \frac{G_j}{G_i} \cdot \frac{R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{a_0}}{\frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0}} \right]$$

Άρα με αντικατάσταση :

$$\begin{aligned} V_{c_i} &= -a_0 \cdot \left[\ln \frac{I_{s0}}{I_{ph0}} - \ln G_i - \ln \left[1 + \frac{\ln \frac{I_{s0}}{I_{ph0}} - \ln G_i - \frac{G_j}{G_i} \cdot \frac{R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{a_0}}{\frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0}} \right] \right] + \\ &+ \frac{R_{sh0}}{1 + \frac{R_{sh0}}{a_0} \cdot \left(I_{ph0} - \frac{G_j}{G_i} \cdot I_{mp0} \right) + \ln \frac{I_{s0}}{I_{ph0}} - \ln G_i - \ln \left[1 + \frac{\ln \frac{I_{s0}}{I_{ph0}} - \ln G_i - \frac{G_j}{G_i} \cdot \frac{R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{a_0}}{\frac{I_{ph0} \cdot R_{sh0}}{a_0}} \right]} \cdot \frac{G_j}{G_i} \cdot I_{mp0} \Rightarrow \\ V_{c_i} &= a_0 \cdot \ln \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} + a_0 \cdot \ln G_i + a_0 \cdot \ln \left[1 - \frac{a_0 \cdot \ln \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} + a_0 \cdot \ln G_i + \frac{G_j}{G_i} \cdot R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{R_{sh0} \cdot I_{ph0}} \right] + \end{aligned}$$

$$+ \frac{R_{sh0}}{1 + \frac{R_{sh0}}{a_0} \cdot \left(I_{ph0} - \frac{G_j}{G_i} \cdot I_{mp0} \right) - \frac{1}{a_0} \cdot a_0 \ln \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} - \ln G_i - \ln \left[1 - \frac{a_0 \cdot \ln \frac{I_{ph0}}{I_{s0}} + a_0 \cdot \ln G_i + \frac{G_j}{G_i} \cdot R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{I_{ph0} \cdot R_{sh0}} \right]} \frac{G_j}{G_i} I_{mp0}$$

- Δημιουργία $V_{oc0} = a_0 \cdot \ln \frac{I_{ph0}}{I_{s0}}$

$$V_{c_i} = V_{oc0} + a_0 \cdot \ln G_i + a_0 \cdot \ln \left[1 - \frac{V_{oc0} + a_0 \cdot \ln G_i + \frac{G_j}{G_i} \cdot R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{R_{sh0} \cdot I_{ph0}} \right] +$$

$$+ \frac{R_{sh0}}{1 + \frac{R_{sh0}}{a_0} \cdot \left(I_{ph0} - \frac{G_j}{G_i} \cdot I_{mp0} \right) - \frac{V_{oc0}}{a_0} - \ln G_i - \ln \left[1 - \frac{V_{oc0} + a_0 \cdot \ln G_i + \frac{G_j}{G_i} \cdot R_{sh0} \cdot I_{mp0}}{I_{ph0} \cdot R_{sh0}} \right]} \frac{G_j}{G_i} I_{mp0}$$

- Αντικατάσταση $a_0 = \delta_0 \cdot V_{oc0}$ και $R_{sh0} = \frac{\delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1)}{I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - I_{mp0}}$

$$V_{c_i} = V_{oc0} \cdot \left[1 + \delta_0 \cdot \ln \left[G_i - \frac{G_i \cdot \left[I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - I_{mp0} \right] \cdot (1 + \delta_0 \cdot \ln G_i) + G_j \cdot \delta_0 \cdot (w_0 - 1) \cdot I_{mp0}}{\delta_0 \cdot (w_0 - 1) \cdot I_{ph0}} \right] \right] +$$

$$+ \frac{\frac{\delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1)}{I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - I_{mp0}} \cdot \frac{G_j}{G_i} \cdot I_{mp0}}{1 + \frac{(w_0 - 1)}{I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - I_{mp0}} \left(I_{ph0} - \frac{G_j}{G_i} \cdot I_{mp0} \right) - \frac{1}{\delta_0} - \ln \left[G_i - \frac{G_i \cdot \left[I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - I_{mp0} \right] \cdot (1 + \delta_0 \cdot \ln G_i) + G_j \cdot \delta_0 \cdot (w_0 - 1) \cdot I_{mp0}}{\delta_0 \cdot (w_0 - 1) \cdot I_{ph0}} \right]} \Rightarrow$$

$$V_{c_i} = V_{oc0} \cdot \left[1 + \delta_0 \cdot \ln \left[\frac{G_i \cdot I_{ph0} - G_j \cdot I_{mp0}}{I_{ph0}} - \frac{G_i \cdot \left[I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - I_{mp0} \right] \cdot (1 + \delta_0 \cdot \ln G_i)}{\delta_0 \cdot (w_0 - 1) \cdot I_{ph0}} \right] \right] +$$

$$+ \frac{\frac{\delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1)}{I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - I_{mp0}} \cdot \frac{G_j}{G_i} \cdot I_{mp0}}{1 + \frac{(w_0 - 1)}{I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - I_{mp0}} \left(I_{ph0} - \frac{G_j}{G_i} \cdot I_{mp0} \right) - \frac{1}{\delta_0} - \ln \left[\frac{G_i \cdot I_{ph0} - G_j \cdot I_{mp0}}{I_{ph0}} - \frac{G_i \cdot \left[I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - I_{mp0} \right] \cdot (1 + \delta_0 \cdot \ln G_i)}{\delta_0 \cdot (w_0 - 1) \cdot I_{ph0}} \right]}$$

- Αντικατάσταση $I_{ph0} = I_{sc0}$

$$V_{c_i} = V_{oc0} \cdot \left[1 + \delta_0 \cdot \ln \left[\frac{(G_i \cdot I_{sc0} - G_j \cdot I_{mp0})}{I_{sc0}} - \frac{G_i \cdot \left[I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - I_{mp0} \right] \cdot (1 + \delta_0 \cdot \ln G_i)}{\delta_0 \cdot (w_0 - 1) \cdot I_{sc0}} \right] \right] +$$

$$+ \frac{\frac{\delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1)}{I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - I_{mp0}} \cdot \frac{G_j}{G_i} \cdot I_{mp0}}{1 + \frac{(w_0 - 1)}{I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - I_{mp0}} \left(I_{sc0} - \frac{G_j}{G_i} \cdot I_{mp0} \right) - \frac{1}{\delta_0} - \ln \left[\frac{(G_i \cdot I_{sc0} - G_j \cdot I_{mp0})}{I_{sc0}} - \frac{G_i \cdot \left[I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - I_{mp0} \right] \cdot (1 + \delta_0 \cdot \ln G_i)}{\delta_0 \cdot (w_0 - 1) \cdot I_{sc0}} \right]}$$

Θέτω $x = \frac{(G_i \cdot I_{sc0} - G_j \cdot I_{mp0})}{I_{sc0}} - \frac{G_i \cdot [I_{sc0} \cdot (1 - \frac{1}{w_0}) - I_{mp0}] \cdot (1 + \delta_0 \cdot \ln G_i)}{\delta_0 \cdot (w_0 - 1) \cdot I_{sc0}}$, οπότε :

$$V_{c_i} = V_{oc0} \cdot [1 + \delta_0 \cdot \ln x] + \frac{\frac{\delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1)}{I_{sc0} \cdot (1 - \frac{1}{w_0}) - I_{mp0}} \cdot \frac{G_j}{G_i} \cdot I_{mp0}}{1 + \frac{(w_0 - 1)}{I_{sc0} \cdot (1 - \frac{1}{w_0}) - I_{mp0}} \cdot (I_{sc0} - \frac{G_j}{G_i} \cdot I_{mp0}) - \frac{1}{\delta_0} - \ln x} \Rightarrow$$

$$V_{c_i} = V_{oc0} \cdot [1 + \delta_0 \cdot \ln x] + \frac{G_j \cdot I_{mp0} \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1)}{G_i \cdot [I_{sc0} \cdot (1 - \frac{1}{w_0}) - I_{mp0}] \cdot (1 - \frac{1}{\delta_0} - \ln x) + (w_0 - 1) \cdot (G_i \cdot I_{sc0} - G_j \cdot I_{mp0})} \Rightarrow$$

$$V_{c_i} = V_{oc0} \cdot [1 + \delta_0 \cdot \ln x] + \frac{G_j \cdot I_{mp0} \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1)}{G_i \cdot [I_{sc0} \cdot (1 - \frac{1}{w_0}) - I_{mp0}] \cdot (1 - \frac{1}{\delta_0} - \ln x) + (w_0 - 1) \cdot (G_i \cdot I_{sc0} - G_j \cdot I_{mp0})}$$

- Χρησιμοποιώντας την προσέγγιση $I_{mp0} = I_{sc0} \cdot (1 - \frac{1}{w_0})$, κάτι που ισχύει αν θεωρήσουμε ιδανική κυψέλη [1], χωρίς να έχει μεγάλη απόκλιση από την πραγματική τιμή θα προκύψει :

$$V_{c_i} = V_{oc0} \cdot [1 + \delta_0 \cdot \ln x] + \frac{G_j \cdot I_{sc0} \cdot (1 - \frac{1}{w_0}) \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1)}{G_i \cdot [I_{sc0} \cdot (1 - \frac{1}{w_0}) - I_{sc0} \cdot (1 - \frac{1}{w_0})] \cdot (1 - \frac{1}{\delta_0} - \ln x) + (w_0 - 1) \cdot [G_i \cdot I_{sc0} - G_j \cdot I_{sc0} \cdot (1 - \frac{1}{w_0})]} \Rightarrow$$

$$V_{c_i} = V_{oc0} \cdot [1 + \delta_0 \cdot \ln x] + \frac{G_j \cdot I_{sc0} \cdot (1 - \frac{1}{w_0}) \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0} \cdot (w_0 - 1)}{(w_0 - 1) \cdot [G_i \cdot I_{sc0} - G_j \cdot I_{sc0} \cdot (1 - \frac{1}{w_0})]} \Rightarrow$$

$$V_{c_i} = V_{oc0} \cdot [1 + \delta_0 \cdot \ln x] + \frac{G_j \cdot (1 - \frac{1}{w_0}) \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0}}{G_i - G_j \cdot (1 - \frac{1}{w_0})} \Rightarrow$$

$$V_{c_i} = V_{oc0} \cdot \left[1 + \delta_0 \cdot \left(\ln x + \frac{G_j \cdot (w_0 - 1)}{G_i \cdot w_0 - G_j \cdot (w_0 - 1)} \right) \right]$$

- Θα απλοποιήσουμε τους όρους του λογαρίθμου ακολουθώντας τα ίδια βήματα όπως και στο V_I , αφού έχουν το ίδιο όρισμα οπότε:

$$\begin{aligned} \ln x &= \ln \left[\frac{G_i \cdot I_{sc0} - G_j \cdot I_{mp0}}{I_{sc0}} - \frac{G_i \cdot \left[I_{sc0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - I_{mp0} \right] \cdot (1 + \delta_0 \cdot \ln G_i)}{\delta_0 \cdot (w_0 - 1) \cdot I_{sc0}} \right] = \\ &= \ln \left[w_0 \cdot (G_i - G_j) + G_j \right] - \ln w_0 \end{aligned}$$

$$\text{Οπότε : } V_{c_i} = V_{oc0} \cdot \left[1 + \delta_0 \cdot \left(\ln \left[w_0 \cdot (G_i - G_j) + G_j \right] - \ln w_0 + \frac{G_j \cdot (w_0 - 1)}{G_i \cdot w_0 - G_j \cdot (w_0 - 1)} \right) \right]$$

- Αντικατάσταση $(w_0 - 1 + \ln w_0) = \frac{1}{\delta_0}$

$$V_{c_i} = V_{oc0} \cdot \delta_0 \cdot \left[\ln \left[w_0 \cdot (G_i - G_j) + G_j \right] - \ln w_0 + \frac{1}{\delta_0} + \frac{G_j \cdot (w_0 - 1)}{G_i \cdot w_0 - G_j \cdot (w_0 - 1)} \right] \Rightarrow$$

$$V_{c_i} = V_{oc0} \cdot \delta_0 \cdot \left[\ln \left[w_0 \cdot (G_i - G_j) + G_j \right] + w_0 - 1 + \frac{G_j \cdot (w_0 - 1)}{G_i \cdot w_0 - G_j \cdot (w_0 - 1)} \right] \Rightarrow$$

$$\boxed{V_{c_i} = V_{oc0} \cdot \delta_0 \cdot \left[w_0 - 1 + \frac{(w_0 - 1) \cdot G_j}{G_j + w_0 \cdot (G_i - G_j)} + \ln \left[G_j + w_0 \cdot (G_i - G_j) \right] \right]} \quad (\Gamma.3)$$

Γ'.2.2 Ρεύμα τοπικών μεγίστων μερικώς σκιασμένης πλαίσιοσειράς

- Αρχική Έκφραση Ρεύματος

$$I_{mpj} = I_{ph} \cdot \left(1 - \frac{1}{w}\right) - \frac{a \cdot (w - 1) - V_c}{R_{sh}} \quad ,$$

$$\text{όπου } w = W \left\{ \frac{I_{ph}}{I_s} \cdot e^{1 + \frac{V_c}{a}} \right\}.$$

- Αναγωγή Παραμέτρων

$$I_{ph} = G_j \cdot I_{ph0}$$

$$I_s = I_{s0}$$

$$a = N_j \cdot a_0$$

$$R_{sh} = N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}$$

$$V_c = \sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i} - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d$$

$$I_{mpj} = G_j \cdot I_{ph0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w}\right) - \frac{N_j \cdot a_0 \cdot (w - 1) - \left[\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i} - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d \right]}{N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}} \quad ,$$

$$\text{όπου } w = W \left\{ \frac{G_j \cdot I_{ph0}}{I_{s0}} \cdot e^{1 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i} - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot a_0}} \right\}.$$

- Αντικατάσταση w

$$w = W \left\{ \frac{G_j \cdot I_{ph0}}{I_{s0}} \cdot e^{1 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i} - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot a_0}} \right\} = w_0 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0} - \frac{\sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot a_0} + \ln \frac{G_j \cdot N_j}{\sum_{i=1}^j N_i}$$

Απλοποιώντας τον τελευταίο όρο χωρίς κόστος στην ακρίβεια :

$$I_{mpj} = G_j \cdot I_{ph0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0} - \frac{\sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot a_0}} \right) -$$

$$\frac{N_j \cdot a_0 \cdot \left[w_0 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0} - \frac{\sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot a_0} - 1 \right] - \left[\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i} - \sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d \right]}{N_j \cdot \frac{R_{sh0}}{G_j}} \Rightarrow$$

$$I_{mpj} = G_j \cdot \left[I_{ph0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0} - \frac{\sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot a_0}} \right) - \frac{a_0 \cdot (w_0 - 1)}{R_{sh0}} \right]$$

- Δημιουργία $I_{mp0} = I_{ph0} \left(1 - \frac{1}{w_0} \right) - \frac{a_0(w_0-1)}{R_{sh0}}$

$$I_{mpj} = G_j \cdot \left[I_{ph0} \cdot \left(1 - \frac{1}{w_0} + \frac{1}{w_0} - \frac{1}{w_0 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0} - \frac{\sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot a_0}} \right) - \frac{a_0 \cdot (w_0 - 1)}{R_{sh0}} \right] \Rightarrow$$

$$I_{mpj} = G_j \cdot \left[I_{mp0} + I_{ph0} \cdot \left(\frac{1}{w_0} - \frac{1}{w_0 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot a_0} - \frac{\sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot a_0}} \right) \right]$$

- Αντικατάσταση $a_0 = \delta_0 \cdot V_{oc0}$

$$I_{mpj} = G_j \cdot \left[I_{mp0} + I_{ph0} \cdot \left(\frac{1}{w_0} - \frac{1}{w_0 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{c_i}}{N_j \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0}} - \frac{\sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0}}} \right) \right]$$

- Αντικατάσταση $I_{ph0} = I_{sc0}$

$$I_{mpj} = G_j \cdot \left[I_{mp0} + I_{sc0} \cdot \left(\frac{1}{w_0} - \frac{1}{w_0 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i \cdot V_{ci}}{N_j \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0}} - \frac{\sum_{i=j+1}^n N_i \cdot \Delta V_d}{N_j \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0}}} \right) \right]$$

- Αντικατάσταση του V_{ci} σύμφωνα με τη σχέση (Γ.3) :

$$I_{mpj} = G_j \cdot \left[I_{mp0} + I_{sc0} \cdot \left(\frac{1}{w_0} - \frac{1}{w_0 + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i}{N_j \cdot \delta_0 \cdot V_{oc0}} \cdot \left[w_0 - 1 + \frac{(w_0-1) \cdot G_j}{G_j + w_0 \cdot (G_i - G_j)} + \ln [G_j + w_0 \cdot (G_i - G_j)] \right] - \frac{\sum_{i=j+1}^n N_i}{N_j} \cdot \frac{\Delta V_d}{\delta_0 \cdot V_{oc0}}} \right) \right] \quad (\Gamma.4)$$

- Έπειτα από παρατήρηση, η έκφραση για το I_{mpj} δεν είναι ευαίσθητη στην παράμετρο V_{ci} , οπότε για λόγους απλότητας θα μπορούσαμε να την αντικαταστήσουμε με V_{oc0} :

$$I_{mpj} = G_j \cdot \left[I_{mp0} + I_{sc0} \cdot \left(\frac{1}{w_0} - \frac{1}{w_0 + \frac{1}{\delta_0} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{j-1} N_i}{N_j} - \frac{\Delta V_d}{\delta_0 \cdot V_{oc0}} \cdot \frac{\sum_{i=j+1}^n N_i}{N_j}} \right) \right] \quad (\Gamma.5)$$

Βιβλιογραφία

- [1] Efstratios I Batzelis, Iason A Routsolias, and Stavros A Papathanassiou. An explicit PV string model based on the Lambert W function and simplified MPP expressions for operation under partial shading. *Sustainable Energy, IEEE Transactions on*, 5 (1):301–312, 2014.
- [2] Efstratios I Batzelis, Georgios E. Kampitsis, Stavros A Papathanassiou, and Stefanos N. Manias. Direct MPP calculation in terms of the single-diode PV model parameters. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 2014.
- [3] Efstratios I Batzelis, Pavlos S Georgilakis, and Stavros A Papathanassiou. Energy models for photovoltaic systems under partial shading conditions: a comprehensive review. *IET Renewable Power Generation*, 2014.
- [4] Francisco Martínez-Moreno, J Muñoz, and E Lorenzo. Experimental model to estimate shading losses on PV arrays. *Solar Energy Materials and Solar Cells*, 94 (12):2298–2303, 2010.
- [5] Chris Deline, Aron Dobos, Steven Janzou, Jenya Meydbray, and Matt Donovan. A simplified model of uniform shading in large photovoltaic arrays. *Solar Energy*, 96: 274–282, 2013.
- [6] P Rodrigo, Eduardo F Fernández, F Almonacid, and PJ Pérez-Higueras. A simple accurate model for the calculation of shading power losses in photovoltaic generators. *Solar Energy*, 93:322–333, 2013.
- [7] S Silvestre and A Chouder. Effects of shadowing on photovoltaic module performance. *Progress in Photovoltaics: Research and applications*, 16(2):141–149, 2008.
- [8] Anssi Mäki and Seppo Valkealahti. Power losses in long string and parallel-connected short strings of series-connected silicon-based photovoltaic modules due to partial shading conditions. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 27(1): 173–183, 2012.

- [9] Anssi Mäki, Seppo Valkealahti, and Jari Leppäaho. Operation of series-connected silicon-based photovoltaic modules under partial shading conditions. *Progress in Photovoltaics: Research and Applications*, 20(3):298–309, 2012.
- [10] Yuncong Jiang, Jaber Qahouq, Mohamed Orabi, et al. Matlab/Pspice hybrid simulation modeling of solar PV cell/module. In *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2011 Twenty-Sixth Annual IEEE*, pages 1244–1250. IEEE, 2011.
- [11] Atsuto Mäki and Seppo Valkealahti. Effect of photovoltaic generator components on the number of mpps under partial shading conditions. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 28(4):1008–1017, 2013.
- [12] Maria Carla Di Vincenzo and David Infield. Detailed PV array model for non-uniform irradiance and its validation against experimental data. *Solar Energy*, 97: 314–331, 2013.
- [13] S Moballegh and J Jiang. Partial shading modeling of photovoltaic system with experimental validations. In *Power and Energy Society General Meeting, 2011 IEEE*, pages 1–9. IEEE, 2011.
- [14] V Quaschnig and R Hanitsch. Numerical simulation of photovoltaic generators with shaded cells. *30th Universities Power Engineering Conference*, 2(4):583–586, Sept 1995.
- [15] Hajime Kawamura and et al. Simulation of I-V characteristics of a PV module with shaded PV cells. *Solar Energy Materials and Solar Cells*, 75(1):613–621, 2003.
- [16] Engin Karatepe, Mutlu Boztepe, and Metin Colak. Development of a suitable model for characterizing photovoltaic arrays with shaded solar cells. *Solar Energy*, 81(8):977–992, 2007.
- [17] Giovanni Petrone, Giovanni Spagnuolo, and M Vitelli. Analytical model of mismatched photovoltaic fields by means of Lambert W-function. *Solar Energy Materials and Solar Cells*, 91(18):1652–1657, 2007.
- [18] Damien Picault, Bertrand Raison, Seddik Bacha, Juan De La Casa, and Jorge Aguilera. Forecasting photovoltaic array power production subject to mismatch losses. *Solar Energy*, 84(7):1301–1309, 2010.
- [19] JW Bishop. Computer simulation of the effects of electrical mismatches in photovoltaic cell interconnection circuits. *Solar cells*, 25(1):73–89, 1988.

- [20] Evagelia V Paraskevadaki and Stavros A Papathanassiou. Evaluation of MPP voltage and power of mc-Si PV modules in partial shading conditions. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 26(3):923–932, 2011.
- [21] Shiva Moballegh and Jin Jiang. Modeling, prediction, and experimental validations of power peaks of PV arrays under partial shading conditions. *Sustainable Energy, IEEE Transactions on*, 5(1):293–300, 2014.
- [22] Georgios N Psarros, Efstratios Batzelis, Stavros Papathanassiou, et al. Partial shading analysis of multistring PV arrays and derivation of simplified MPP expressions. *Sustainable Energy, IEEE Transactions on*, 6(2):499–508, 2015.
- [23] Κωνσταντίνος Δέρβος. *Φωτοβολταϊκά συστήματα από τη θεωρία στη πράξη*. Πανεπιστημιακές Εκδόσεις ΕΜΠ, Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου, 2013.
- [24] Hans S Rauschenbach. *Solar cell array design handbook-The principles and technology of photovoltaic energy conversion*. Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1980.
- [25] Marcelo Gradella Villalva, Jonas Rafael Gazoli, et al. Comprehensive approach to modeling and simulation of photovoltaic arrays. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 24(5):1198–1208, 2009.
- [26] John A Duffie and William A Beckman. *Solar engineering of thermal processes*, volume 3. Wiley New York etc., 1980.
- [27] Widaly De Soto, SA Klein, and WA Beckman. Improvement and validation of a model for photovoltaic array performance. *Solar energy*, 80(1):78–88, 2006.
- [28] Widaly De Soto. *Improvement and validation of a model for photovoltaic array performance*. Master's Thesis , Solar Energy Laboratory, University of Wisconsin-Madison, 2004.
- [29] Δήμητρα Αποστολοπούλου. *Αναλυτικό μοντέλο ενεργειακής απόδοσης φωτοβολταϊκών συστημάτων με ενσωμάτωση εμπειρικών δεδομένων*. Διπλωματική Εργασία , Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών, ΕΜΠ, Αθήνα, Ιούλιος 2009.
- [30] Γεώργιος Ψαρρός. *Μελέτη μερικής σκίασης φωτοβολταϊκής συστοιχίας πολλαπλών στοιχειοσειρών και εξαγωγή εμπειρικών σχέσεων*. Μεταπτυχιακή Εργασία , Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών, ΕΜΠ, Αθήνα, 2013.
- [31] MC Alonso-García and JM Ruiz. Analysis and modelling the reverse characteristic of photovoltaic cells. *Solar Energy Materials and Solar Cells*, 90(7):1105–1120, 2006.

- [32] Ευστράτιος Μπατζέλης. *Ενεργειακό μοντέλο φωτοβολταϊκής συστοιχίας με χρήση της συνάρτησης Lambert W και διερεύνηση των επιπτώσεων σκίασης*. Μεταπτυχιακή Εργασία, Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών, ΕΜΠ, Αθήνα, Ιούλιος 2012.
- [33] Jinlei Ding and Rakesh Radhakrishnan. A new method to determine the optimum load of a real solar cell using the Lambert W-function. *Solar Energy Materials and Solar Cells*, 92(12):1566–1569, 2008.
- [34] Valerio Lo Brano, Aldo Orioli, Giuseppina Ciulla, and Alessandra Di Gangi. An improved five-parameter model for photovoltaic modules. *Solar Energy Materials and Solar Cells*, 94(8):1358–1370, 2010.
- [35] Efstratios I Batzelis and Stavros A Papathanassiou. A method for the analytical extraction of the single-diode PV model parameters. submitted for publication, 2015.
- [36] Ευστράτιος Γεωργούλας. *Ανάλυση λειτουργίας φωτοβολταϊκών πλαισίων άμορφου πυριτίου υπό συνθήκες μερικής σκίασης*. Διπλωματική Εργασία, Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών, ΕΜΠ, Αθήνα, Μάρτιος 2013.
- [37] Αλεξάνδρα Πέππα. *Μελέτη σκίασης φωτοβολταϊκών συστημάτων και ενσωμάτωση επιδράσεων της σε μοντέλο ενεργειακής απόδοσης*. Μεταπτυχιακή Εργασία, Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών, ΕΜΠ, Αθήνα, Οκτώβριος 2010.
- [38] Ιάσων Ρουτσολιάς. *Επιδράσεις σκίασης και ρύπανσης στην ενεργειακή απόδοση φωτοβολταϊκού σταθμού*. Διπλωματική Εργασία, Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών, ΕΜΠ, Αθήνα, Νοέμβριος 2008.
- [39] <http://pveducation.org/>.
- [40] Georgios N Psarros, Efstratios Batzelis, and Stavros Papathanassiou. Analysis of local MPPs on the P-V curve of a partially shaded PV string. In *Proceedings of the 29th European PV Solar Energy Conference and Exhibition*, pages 3383–3389, Amsterdam, Sept 2014.
- [41] <https://en.wikipedia.org/wiki/Percentile>.
- [42] . http://en.wikipedia.org/wiki/Lambert_W_function.
- [43] . <http://mathworld.wolfram.com/LambertW-Function.html>.

- [44] Wolfgang Börsch-Supan. On the evaluation of the function $\phi(\lambda) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^u \ln u + \lambda u \, du$ for real values of λ . *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 65B(4):245–250, 1961.
- [45] David L King, Jay A Kratochvil, and William Earl Boyson. *Photovoltaic array performance model*. Citeseer, 2004.