Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών

Δαρβίρα Βασιλική, Α.Μ:09107131

Διπλωματική εργασία

Ισοτιμίες modulo n και εφαρμογές Χρονοπρογραμματισμού

Επίβλεψη: Φελλούρης Αργύρης

Διαιρετότητα ,Ισοτιμίες και πρώτοι αριθμοί

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Διαιρετότητα, Ισοτιμίες και πρώτοι αριθμοί

Διαίρεση

Έστω $a,b \in \mathbb{Z}$,τότε $a \mid b$ δηλαδή ο a διαιρεί τον b, αν υπάρχει $x \in \mathbb{Z}$ τέτοιο ώστε $b = a \bullet x$

Ταυτότητα Διαίρεσης

Έστω $a \in \mathbb{N}^*$, $\mathrm{b} \in \mathbb{Z}$. Τότε υπάρχουν μοναδικοί $q, r \in \mathbb{Z}$ τέτοιοι ώστε $b = a \cdot q + r,\ 0 \le r < a$.

Διαιρετότητα, Ισοτιμίες και πρώτοι αριθμοί

Μέγιστος κοινός διαιρέτης (*<u>Μ.Κ.Δ)</u>*)

Έστω $a,b \in \mathbb{N}$.Υπάρχει μοναδικός $d \in \mathbb{N}^*$ ο οποίος ικανοποιεί τα εξής :

i. $d \mid a$ και $d \mid$ b
ii. αν για $k \in \mathbb{N}$ έχω $k \mid a$ και $k \mid b$, τότε $k \mid d$. Συγκεκριμένα θα είναι $k \le d$.

Διαιρετότητα, Ισοτιμίες και πρώτοι αριθμοί

<u>Αλγόριθμος του Ευκλείδη για υπολογισμό Μ.Κ.Δ</u>

Έστω $a,b \in \mathbb{N}$, με $a < b$. Η ταυτότητα διαίρεσης δίνει $b = a \cdot q_1 + r_1$ για, $0 \leq r_1 < a$. Αν $r_1 = 0$ ΣΤΑΜΑΤΑΩ αλλιώς συνεχίζω την ταυτότητα διαίρεσης του a με τον r_1 , δηλαδή $a = r_1 \cdot q_2 + r_2$, για $0 \leq r_2 < r_1$ και συνεχίζω έτσι την ίδια διαδικασία μέχρι να καταλήξω σε υπόλοιπο $r_{n+1} = 0$.Τότε, $(\alpha,b) = r_n$.

Διαιρετότητα, Ισοτιμίες και πρώτοι αριθμοί

Ορισμός

Έστω $m \in \mathbb{N}$. Αν $a, b \in \mathbb{Z}$, θα λέμε ότι ο a είναι **ισότιμος (ή ισοδύναμος ή ισοϋπόλοιπος)** με τον b modulo m και θα συμβολίζουμε $a \equiv b \pmod{m}$, αν $m \mid a - b$.

Παραδείγματα:

$$3 \equiv 24 \pmod{7}, \quad -31 \equiv 11 \pmod{7}, \quad -15 \equiv -64 \pmod{7}$$

Διαιρετότητα, Ισοτιμίες και πρώτοι αριθμοί

Η ισοτιμία (mod m) είναι μια σχέση ισοδυναμίας στο σύνολο $\mathbb{Z}$, αφού, για

$m \in \mathbb{N}$ και $a, b, c \in \mathbb{Z}$, ισχύουν:

i. $a \equiv a \pmod{m}$, **ανακλαστική ιδιότητα.**

ii. $a \equiv b \pmod{m}$, τότε $b \equiv a \pmod{m}$, **συμμετρική ιδιότητα.**

iii. $a \equiv b \pmod{m}$ και $b \equiv c \pmod{m}$, τότε $a \equiv c \pmod{m}$, **μεταβατική ιδιότητα.**

Διαιρετότητα, Ισοτιμίες και πρώτοι αριθμοί

Πρόταση

Έστω $m \in \mathbb{Z}$ και έστω $a, b \in \mathbb{Z}$. Τότε $a \equiv b \pmod{m}$, αν, και μόνο αν, οι a και b ανήκουν στην ίδια κλάση υπολοίπων ως προς m.

Επομένως, κάθε φυσικός αριθμός m ορίζει μια σχέση ισοδυναμίας στο $\mathbb{Z}$, την $a \sim b \Leftrightarrow a \equiv b \pmod{m}$.

Και οι **κλάσεις υπολοίπων** είναι τα σύνολα $[r] := \{a \in \mathbb{Z} : a \equiv r (\bmod m)\}, r = 0,1,2,......m-1$, δηλαδή το σύνολο $[r]$ αποτελείται από όλους τους ακέραιους που η διαίρεσή τους με το m αφήνει υπόλοιπο r.

Διαιρετότητα, Ισοτιμίες και πρώτοι αριθμοί

Πρόταση-Ιδιότητες ισοτιμιών

Έστω $m \in \mathbb{N}$ και $a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{Z}$. Αν $a_1 \equiv b_1 \pmod m$ και $a_2 \equiv b_2 \pmod m$ τότε

i. $a_1 + a_2 \equiv b_1 + b_2 (\operatorname{mod} m)$

ii. $a_1 \cdot a_2 \equiv b_1 \cdot b_2 (\operatorname{mod} m)$

iii. $a_1^{\,k} \equiv b_1^{\,k} (\operatorname{mod} m), \forall k \in \mathbb{N}^*$

Διαιρετότητα, Ισοτιμίες και πρώτοι αριθμοί

<u>Ορισμός</u>

Έστω $a > 1$ ένας φυσικός αριθμός. Ο a θα ονομάζεται **πρώτος,** αν οι μόνοι του θετικοί διαιρέτες του είναι ο 1 και ο ίδιος ο a . Όταν ο a δεν είναι πρώτος , καλείται **σύνθετος**. Τον 1 δεν τον κατατάσσουμε ούτε στη μια ούτε στην άλλη κατηγορία.

<u>Ορισμός</u>

Δυο αριθμοί $a,b \in \mathbb{N}$ ονομάζονται σχετικά πρώτοι, αν ο Μ.Κ.Δ τους ισούται με τη μονάδα.

Εφαρμογή των διακεκριμένων κλάσεων υπολοίπων στην κατασκευή δρομολογίων του μετρό.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Εφαρμογή των διακεκριμένων κλάσεων υπολοίπων στην κατασκευή δρομολογίων του μετρό.

Το μαθηματικό μοντέλο του LS

- Θεωρούμε περιοδικά δρομολόγια και την περίοδο p μιας γραμμής ,το χρόνο ανάμεσα σε διαδοχικά τρένα της ίδιας γραμμής. Έστω ότι το p είναι διαιρέτης του 60 ,έτσι ώστε να υπάρξει επανάληψη στη διάρκεια μιας ώρας. Η συχνότητα μιας γραμμής με περίοδο p είναι : $f = 60 / p$.
- Έστω το διάνυσμα περιόδων $p = \left({p_1}^{(n_1)}, {p_2}^{(n_2)}, \ldots\ldots.. {p_k}^{(n_k)} \right)$, οι εκθέτες δηλώνουν το πόσες φορές παρουσιάζεται η εκάστοτε περίοδος

Εφαρμογή των διακεκριμένων κλάσεων υπολοίπων στην κατασκευή δρομολογίων του μετρό.

- Ορίζουμε την κλάση υπολοίπων (modulo q), δηλαδή την C_q^s. Αυτή αντιστοιχεί στις ώρες αφίξεως μιας γραμμής του μετρό με περίοδο q ,όπου το «αρχικό» τρένο φτάνει την χρονική στιγμή s .Για παράδειγμα $C_{10}^3 = \{3,13,23,33,43,53\}$.
- **Ο στόχος** μας είναι να υπάρχουν ακέραιοι $0 \le s_i \le p_i$, $(i \le n)$, έτσι ώστε οι κλάσεις $C_{p_i}^{s_i}, \ldots\ldots\ldots, C_{p_n}^{s_n}$, να είναι ανά δυο διακεκριμένες. Μια τέτοια οικογένεια από κλάσεις p_i θα αποτελεί ένα δρομολόγιο (schedule).
- **Το βασικό πρόβλημα:** Για δοθέν $p \in P^n$ αποφασίστε αν το p περιλαμβάνει αποδεκτές τιμές περιόδου, και αν ναι κατασκευάστε το αντίστοιχο δρομολόγιο.

Εφαρμογή των διακεκριμένων κλάσεων υπολοίπων στην κατασκευή δρομολογίων του μετρό.

- Η συχνότητα ενός διανύσματος περιόδων $p \in P^n$ ορίζεται ως το άθροισμα των συχνοτήτων των συνιστωσών του ,δηλαδή

$freq(p) = \sum_{i=1}^{n} f_i$, (όπου $f_i = 60 / p_i$).

Εφαρμογή των διακεκριμένων κλάσεων υπολοίπων στην κατασκευή δρομολογίων του μετρό.

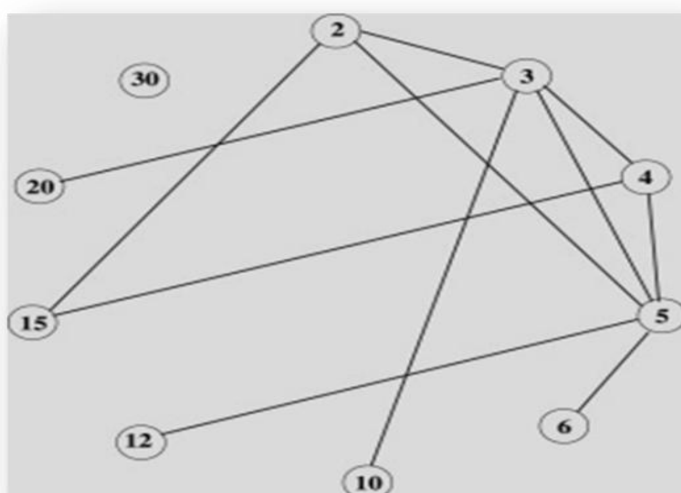
Μερικά βασικά αποτελέσματα

Αναγκαία αλλά όχι επαρκής συνθήκη για το p :

- ***Λήμμα 1:***Εάν $p \in P^n$ είναι αποδεκτό, τότε για την συχνότητα του διανύσματος αυτού θα έχουμε $freq(p) \leq 60$. Συγκεκριμένα όταν $freq(p) = 60$, το p καλείται **πλήρες.**
- ***Λήμμα 2:*** Θεωρούμε ακεραίους $0 \leq s < p$ και $0 \leq t < q$. Τότε οι κλάσεις C_p^s και C_q^t **τέμνονται** (δηλαδή η τομή ,να είναι μη κενό σύνολο) αν και μόνο αν $s \equiv t \left(\mathrm{mod}\, d \right)$, όπου d = Μ.Κ.Δ(p,q).

Εφαρμογή των διακεκριμένων κλάσεων υπολοίπων στην κατασκευή δρομολογίων του μετρό.

Βασισμένοι σε Πόρισμα (βλ.σελ 28) , που λέει ότι κάθε αποδεκτό διάνυσμα περιόδων, δεν μπορεί να περιλαμβάνει δυο συνιστώσες οι οποίες να είναι σχετικά πρώτες .Επομένως, στο παρακάτω γράφημα τα : (3,4) ,(5,12) ,(2,15) ,(3,20) είναι μη αποδεκτά παραδείγματα διανυσμάτων περιόδου.



Εφαρμογή των διακεκριμένων κλάσεων υπολοίπων στην κατασκευή δρομολογίων του μετρό.

Θα ήταν πολύ εύχρηστο να είχαμε έναν πιο γενικό χαρακτηρισμό για τα αποδεκτά διανύσματα περιόδου. Το επόμενο θεώρημα καλύπτει ευρύ φάσμα των περιπτώσεων.

<u>Θεώρημα 6</u>

Έστω $p \in P^n$ διάνυσμα περιόδου της μορφής: $p = \left(p_1^{(n_1)}, p_2^{(n_2)}, \ldots\ldots, p_k^{(n_k)} \right)$. Υποθέτουμε ότι $p_i = d \cdot q_i$, $(i \le k)$ για κάποιον ακέραιο d και ότι κάθε ζευγάρι αριθμών ανάμεσα στα $q_1, q_2, \ldots, q_k$ είναι σχετικά πρώτοι. Τότε το p είναι αποδεκτό αν και μόνο αν: $\sum_{i=1}^{k} \left\lceil n_i / q_i \right\rceil \le d$ (*)

Εφαρμογή των διακεκριμένων κλάσεων υπολοίπων στην κατασκευή δρομολογίων του μετρό.

Το σύνολο $\aleph\left(p_1, p_2, ...p_k\right)$ αποτελείται από τα $\left(m_1 \cdot q_1, m_2 \cdot q_2, ...m_k \cdot q_k\right)$, όπου $m_1, m_2, ..., m_k$ είναι μη αρνητικοί ακέραιοι με $\sum_{i=1}^{k} m_i = d$. Επιπλέον ,εάν η $(*)$ ισχύει, τότε μπορεί να παραχθεί δρομολόγιο με περίοδο p , μεταβιβάζοντας γραμμές με περίοδο p_i ,σε $\left\lceil {n_i}/{q_i} \right\rceil$ κλάσεις modulo d, i=1,2,…,k (σε κάθε κλάση μπορούν να εκχωρηθούν q_i γραμμές).

Εφαρμογή των διακεκριμένων κλάσεων υπολοίπων στην κατασκευή δρομολογίων του μετρό.

Είναι στην πραγματικότητα, ιδιαίτερα ενδιαφέρον να συγκρίνουμε διαφορετικά, υποψήφια διανύσματα περιόδου ως προς την «αποδοτικότητά» τους. Θεωρούμε ένα φυσικό μέτρο αποτελεσματικότητας το οποίο αντιστοιχεί στον αριθμό των τρένων τα οποία φτάνουν στον κεντρικό σταθμό. Για ένα *ν*-αποδεκτό διάνυσμα περιόδου $p \in p^n$ ορίζουμε την πυκνότητα (ή την *ν*-πυκνότητα) ως :

$$dens_v(p) = \frac{freq(p)}{\dfrac{60}{v}} = \frac{v \cdot freq(p)}{60}$$

Εφαρμογή των διακεκριμένων κλάσεων υπολοίπων στην κατασκευή δρομολογίων του μετρό.

$$dens_v(p) = \frac{freq(p)}{\frac{60}{v}} = \frac{v \cdot freq(p)}{60}$$

όπου <u>v-αποδεκτό</u> είναι το διάνυσμα που παράγει δρομολόγιο κλάσεων $C^{(1)}, C^{(2)}, \ldots, C^{(n)}$ με μικρότερη απόσταση μεταξύ των κλάσεων(ή αλλιώς η μικρότερη απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών τρένων από διαφορετικές γραμμές) να είναι $\delta\left(C^{(i)}, C^{(j)}\right) \geq v,\ \forall i, j \leq n, i \neq j$.

Εφαρμογή των διακεκριμένων κλάσεων υπολοίπων στην κατασκευή δρομολογίων του μετρό.

Υπολογιστική προσέγγιση του προβλήματος κατασκευής δρομολογίου:

- Μέθοδος βασισμένη στον ακέραιο προγραμματισμό.
- **Ο στόχος** είναι να αποφασίσουμε για κάθε γραμμή του δρομολογίου εάν πρέπει να ενταχθεί τελικά στο προγραμματισμένο δρομολόγιο ή όχι.
- **Η αντικειμενική συνάρτηση**(objective function) αφορά στο να μεγιστοποιήσουμε το συνολικό αριθμό αφίξεων (στον κεντρικό σταθμό) ,δηλαδή να μεγιστοποιήσουμε το άθροισμα των συχνοτήτων των επιλεγμένων γραμμών.

Εφαρμογή των διακεκριμένων κλάσεων υπολοίπων στην κατασκευή δρομολογίων του μετρό.

- Θεωρούμε το ακόλουθο zero-one ILP(Integer Linear Programming) πρόβλημα. Σε αυτά τα προβλήματα οι μεταβλητές ακέραιων αριθμών είναι περιορισμένες να είναι ίσες είτε με το μηδέν είτε με το ένα.
- Χρησιμοποιούμε το ILOG CPLEX , ο οποίος είναι εξαιρετικά γρήγορος επιλυτής προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού.

Εφαρμογή των διακεκριμένων κλάσεων υπολοίπων στην κατασκευή δρομολογίων του μετρό.

Παράδειγμα

Θεωρούμε n=9 , v=1 και p = (5,5,5,10,10,15,15,30,30). Η βέλτιστη λύση x η οποία βρέθηκε είναι ένας (0-1)- πίνακας μεγέθους 9x60 και οι πρώτες 30 στήλες φαίνονται παρακάτω. Το δρομολόγιο επαναλαμβάνεται για τα επόμενα 30΄αφού όλες οι περίοδοι είναι διαιρέτες του 30.

Εφαρμογή των διακεκριμένων κλάσεων υπολοίπων στην κατασκευή δρομολογίων του μετρό.

$$
\left[\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccc}
1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\
0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0\\
0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0
\end{array}\right]
$$

Παρατηρούμε πως ο πίνακας δεν έχει μηδενικές γραμμές, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι στην περίπτωσή μας όλες οι γραμμές του δικτύου είναι σε χρήση. Η βέλτιστη λύση είναι ως εκ τούτου, το άθροισμα όλων των συχνοτήτων το οποίο είναι 60, επομένως το αντίστοιχο διάνυσμα περιόδου *p* είναι πλήρες.

Εφαρμογή των διακεκριμένων κλάσεων υπολοίπων στην κατασκευή δρομολογίων του μετρό.

Συμπεράσματα

- ✓ Σε αντίστοιχο παράδειγμα με το προηγούμενο, αλλά για v=2, ένα διάνυσμα περιόδων p, χαρακτηρίζεται πλήρες όταν το άθροισμα των συχνοτήτων(δηλ. η βέλτιστη λύση είναι 30 και όχι 60)
- ✓ Το πρόβλημα κατασκευής δρομολογίου του μετρό επομένως μπορεί να λυθεί είτε αναλυτικά(με βασική προσέγγιση το Θεώρημα 6).
- ✓ Το πρόβλημα μπορεί να λυθεί και συντομότερα κάνοντας χρήση του ακέραιου προγραμματισμού και των εργαλείων του.

Κατάρτιση ωρολογίου προγράμματος σε Πανεπιστήμια

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Κατάρτιση ωρολογίου προγράμματος σε Πανεπιστήμια

Το μαθηματικό μοντέλο του CB-CTT

- Συγκεκριμένος αριθμός διαλέξεων που πρέπει να ανατεθούν στο χρόνο
- Κάθε διάλεξη μπορεί να ανήκει σε διαφορετικό μάθημα
- Κάθε διάλεξη απαιτεί πόρους (ώρες και αίθουσες)
- Οι πόροι αυτοί υπόκεινται σε περιορισμούς (εύκαμπτους και αυστηρούς)
- **Εφικτό** είναι ένα πρόγραμμα όταν ικανοποιούνται όλοι οι αυστηροί περιορισμοί
- **Ο στόχος** είναι η ελαχιστοποίηση των παραβιάσεων των χαλαρών περιορισμών(δηλαδή όσο το δυνατό μικρότερη τιμή της συνάρτησης κόστους)
- **Λύση** 3ών φάσεων (αλγόριθμος ATS)

Κατάρτιση ωρολογίου προγράμματος σε Πανεπιστήμια

Περιγραφή της λύσης

- **1η φάση**: απλή ικανοποίηση αυστηρών περιορισμών.Επιλογή μη εκχωρημένης στο πρόγραμμα διάλεξης και καθορισμός ζεύγους περίοδος αίθουσα γι' αυτήν(εφικτό πρόγραμμα)
- **2η φάση**: βελτίωση της συν. κόστους με χρήση Αλγόριθμου Περιορισμένης Αναζήτησης **(TS)**. Ο αλγόριθμος σταματά όταν δεν μπορεί να υπάρξει περεταίρω βελτίωση.
- **3η φάση** : **μέθοδος διαταραχών** δανεισμένη από τον Αλγόριθμο Επαναληπτικής Τοπικής Αναζήτησης **(ILS)** ώστε να ανασκευάσουμε τη ληφθείσα βέλτιστη λύση. Η ενσωμάτωση της μεθόδου αυτής στον Αλγόριθμο Περιορισμένης Αναζήτησης **(TS)** δημιουργεί τον Αλγόριθμο Προσαρμοστικής Περιορισμένης Αναζήτησης **(ATS)**.

Κατάρτιση ωρολογίου προγράμματος σε Πανεπιστήμια

Χρήση του ATS με χρονική συνθήκη τερματισμού (timeout).

Instance	f_{min}	f_{ave}	σ	Iter	Pert	Time(s)
test1	224	229.5	1.8	15586	208	189
test2	16	17.1	1.0	35271	406	182
test3	74	82.9	4.1	20549	369	160
test4	74	89.4	6.1	37346	735	208
comp01	5	5.0	0.0	321	5	5
comp02	34	60.6	7.5	15647	545	370
comp03	70	86.6	6.3	8246	102	257
comp04	38	47.9	4.0	5684	68	124
comp05	298	328.5	11.7	35435	54	191
comp06	47	69.9	7.4	13457	245	116
comp07	19	28.2	5.6	15646	368	383
comp08	43	51.4	4.6	17404	190	380
comp09	99	113.2	6.9	20379	238	370
comp10	16	38.0	10.8	16026	160	389
comp11	0	0.0	0.0	236	3	3
comp12	320	365.0	17.5	40760	590	382
comp13	65	76.2	6.1	16779	182	300
comp14	52	62.9	6.4	24427	270	368
comp15	69	87.8	7.3	20666	275	386
comp16	38	53.7	6.4	8512	99	215
comp17	80	100.5	7.8	15009	151	364
comp18	67	82.6	5.3	51612	577	389
comp19	59	75.0	5.9	8788	94	225
comp20	35	58.2	8.5	6188	61	187
comp21	105	125.3	7.6	16566	167	348

Χρήση του ATS με χαλαρή συνθήκη τερματισμού(800.000 επαναλήψεις)

Instance	f_{min}	f_{ave}	σ	Iter	Pert	Time(s)
test1	224	227.2	0.5	17845	234	216
test2	16	16.0	0	32416	351	167
test3	73	76.0	2.13	40849	667	2078
test4	73	86.4	4.23	109198	2054	1678
comp01	5	5.0	0.0	321	5	5
comp02	29	50.6	8.78	768334	1032	3845
comp03	66	78.6	6.07	160909	1903	2078
comp04	35	42.3	3.53	23113	266	566
comp05	292	328.5	11.7	35435	54	191
comp06	37	57.3	8.1	562144	3213	5973
comp07	13	29.7	6.48	390912	3508	4035
comp08	39	48.8	3.75	203982	2352	3069
comp09	96	110.3	5.8	215891	2711	1754
comp10	10	28.8	9.0	33971	371	838
comp11	0	0.0	0.0	247	4	3
comp12	310	328.5	11.7	742316	10392	2513
comp13	59	69.9	7.4	793989	10078	4207
comp14	51	56.3	4.95	93549	1165	1320
comp15	68	79.8	5.75	193200	2429	9355
comp16	23	46.8	6.6	264512	1174	10280
comp17	69	91.1	6.7	181977	1995	2812
comp18	65	74.6	4.7	134205	985	7526
comp19	57	69.4	4.6	105983	1320	9835
comp20	22	42.1	6.7	216482	3265	8746
comp21	93	117.8	6.9	184065	1345	4891

Κατάρτιση ωρολογίου προγράμματος σε Πανεπιστήμια

- ✓ Τα συγκριτικά αποτελέσματα κατέδειξαν πως στις 21 από τις 25 περιπτώσεις οι καλύτερες τιμές της συνάρτησης *f* δίνονται υπό την χαλαρή συνθήκη τερματισμού.
- ✓ Καλύτερες είναι και οι τιμές των μέσων όρων και των τυπικών αποκλίσεων υπό την χαλαρή συνθήκη.
- ✓ Τα αποτελέσματα των πινάκων αφορούν 100 ανεξάρτητα τρεξίματα του ATS

Στη συνέχεια θα δούμε τα καλύτερα αποτελέσματα των ATS, TS, ILS σε σύγκριση με αλγόριθμους αναφοράς.

Κατάρτιση ωρολογίου προγράμματος σε Πανεπιστήμια

Στον πίνακα αυτό βλέπουμε τα καλύτερα αποτελέσματα 8 αλγορίθμων. Η τελευταία στήλη δείχνει τα καλύτερα πιο γνωστά αποτελέσματα των 5 αλγόριθμων αναφοράς. Ο ATS βλέπουμε πως παρέχει πολύ ανταγωνιστικά αποτελέσματα.(timeout)

Instance	ATS	TS	ILS	[10]	[25]	[16]	[14]	[9]	Best Known
test1	**224**	230	226	234	—	—	—	—	234
test2	**16**	16	16	17	—	—	—	—	17
test3	**74**	82	79	86	—	—	—	—	86
test4	**74**	92	83	132	—	—	—	—	132
comp01	*5*	5	5	5	5	13	5	9	*5*
comp02	**34**	55	48	75	43	43	108	103	43
comp03	**70**	90	76	93	72	76	115	101	72
comp04	38	45	41	45	35	38	67	55	**35**
comp05	*298*	315	303	326	298	314	408	370	*298*
comp06	47	58	54	62	41	41	94	112	**41**
comp07	19	33	25	38	14	19	56	97	**14**
comp08	43	49	47	50	39	43	75	72	**39**
comp09	**99**	109	106	119	103	102	153	132	102
comp10	16	23	23	27	9	14	66	74	**9**
comp11	*0*	0	0	0	0	0	0	1	*0*
comp12	**320**	330	324	358	331	405	430	393	331
comp13	**65**	71	68	77	66	68	101	97	66
comp14	**52**	55	53	59	53	54	88	87	53
comp15	**69**	78	74	87	—	—	—	—	87
comp16	**38**	48	42	47	—	—	—	—	47
comp17	**80**	85	81	86	—	—	—	—	86
comp18	**67**	78	69	71	—	—	—	—	71
comp19	**59**	65	65	74	—	—	—	—	74
comp20	**35**	42	35	54	—	—	—	—	54
comp21	**105**	115	106	117	—	—	—	—	117

Κατάρτιση ωρολογίου προγράμματος σε Πανεπιστήμια

Στον πίνακα αυτό βλέπουμε τα αποτελέσματα του ATS σύγκριση με δυο αλγόριθμους αναφοράς, αλλά και με τα καλύτερα αποτελέσματα που ήταν γνωστά μέχρι το Νοέμβριο του 2008.(μέχρι 800.000 επαναλ.). Και σε αυτή την περίπτωση βρίσκουμε ανταγωνιστικά αποτελέσματα απ’ τον ATS.

Instance	ATS	Schaerf	Müller	Best Known[2]	Instance	ATS	Schaerf	Müller	Best Known[2]
test1	224	234	—	234	comp10	10	19	7	7
test2	16	16	—	16*	comp11	0	0	0	0*
test3	73	82	—	82	comp12	310	342	320	320
test4	73	130	—	130	comp13	59	72	61	60
comp01	5	5	5	5*	comp14	51	57	53	51*
comp02	29	56	35	33	comp15	68	79	70	70
comp03	66	79	66	66	comp16	23	46	30	28
comp04	35	38	35	35*	comp17	69	88	70	70
comp05	292	316	298	298	comp18	65	75	75	75
comp06	37	55	37	37	comp19	57	64	57	57
comp07	13	26	14	7	comp20	22	32	22	17
comp08	39	42	38	38	comp21	93	107	89	89
comp09	96	104	100	99					

Κατάρτιση ωρολογίου προγράμματος σε Πανεπιστήμια

Συμπεράσματα

- ✓ Ο Αλγόριθμος Περιορισμένης Τοπικής Αναζήτησης μπορεί επομένως να λύσει με υψηλή αποδοτικότητα το πρόβλημα κατάρτισης ωρολογίου προγράμματος σε Πανεπιστήμια.
- ✓ Αναγκαίος ο συνδυασμός των δυο επί μέρους μεθόδων.
- ✓ Ο αλγόριθμος αυτός ενσωματώνει πρωτότυπα χαρακτηριστικά.
- ✓ Περίπτωση προβλήματος που μπορεί να προσεγγιστεί με την παραπάνω μέθοδο είναι για παράδειγμα τα ωράρια των εργαζομένων σε κάποια επιχείρηση.

Ευχαριστώ πολύ για την Προσοχή σας!