

Αεροελαστική Ανάλυση Πλωτών Ανεμογεννητριών με Πρότυπα Μειωμένου Αριθμού Βαθμών Ελευθερίας

Σοφία Κούκουρα

Διπλωματική Εργασία



Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Επιβλέπων καθηγητής: Ριζώτης Βασίλειος

Ιούλιος 2015

Ευχαριστίες

Ολοκληρώνοντας την διπλωματική μου εργασία θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κύριο Βασίλειο Ριζιώτη ο οποίος μέσα από τα μαθήματά του με ενέπνευσε ώστε να επιλέξω διπλωματική εργασία στον τομέα ρευστών και συγκεκριμένα γύρω από το αντικείμενο της αιολικής ενέργειας. Η καθοδήγηση και η ουσιαστική βοήθεια που μου προσέφερε με ενθάρρυναν να ολοκληρώσω με ευχαρίστηση την εργασία μου.

Θα ήθελα ακόμα να ευχαριστήσω τον αναπληρωτή καθηγητή Βουτσινά Σπυρίδωνα, για την υποστήριξή του και το ενδιαφέρον που έδειξε πάνω στη διπλωματική μου εργασία. Είναι ο πρώτος που με εισήγαγε στη έννοια της αεροελαστικότητας, θεωρία πολύ σημαντική στην παρούσα εργασία. Πέρα από αυτά είναι και ένα υπόδειγμα ερευνητή στο διεθνή ακαδημαϊκό χώρο, πρότυπο για πολλούς νέους ερευνητές.

Η εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας δε θα ήταν εφικτή χωρίς την άριστη συνεργασία μου με το μεταπτυχιακό φοιτητή Νικόλαο Γκούνη. Η παράλληλη πορεία των διπλωματικών μας και η συνεχής ανταλλαγή απόψεων και στοιχείων για την ολοκλήρωση του υπολογιστικού κώδικα ήταν καθοριστικής σημασίας.

Επιπλέον, θεωρώ πολύ σημαντικό να ευχαριστήσω τους φοιτητές που είχαν εκπονήσει τη διπλωματική τους στον τομέα τα προηγούμενα χρόνια, καθώς η δική μου εργασία αποτέλεσε συνέχεια της δικής τους δουλειάς: Αλέξανδρο Ηλιόπουλο, Μαρία Γιούλη και φυσικά την αδερφή μου, Χριστίνα Κούκουρα.

Θα ήθελα τέλος να ευχαριστήσω τους φίλους και την οικογένεια μου για τη υπομονή τους, την αμέριστη υποστήριξη και την αγάπη τους.

Σύνοψη

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν η ανάπτυξη ενός υπολογιστικού εργαλείου αεροελαστικής ανάλυσης της πλωτής ανεμογεννήτριας (A/G) με πρότυπα μειωμένου αριθμού βαθμών ελευθερίας. Χρησιμοποιήθηκε ένα απλό πρότυπο που βασίζεται στη λογική των συγκεντρωμένων ελαστικών ιδιοτήτων (lumped properties) για την αναπαράσταση των τμημάτων που συνθέτουν την κατασκευή (περύγιο, αξονικό σύστημα, πύργος, πλωτήρας), ενώ η μοντελοποίηση έγινε με ένα σύστημα 22 βαθμών ελευθερίας (B/E).

Οι 6 πρώτοι βαθμοί ελευθερίας αφορούν τις μετακινήσεις και τις στροφές του πλωτήρα: ταλάντευση εμπρός-πίσω (surge), ταλάντευση πλευρική (sway), ταλάντευση πάνω-κάτω (heave), περιστροφή (roll), πρόνευση (pitch), γωνιακή απόκλιση (yaw). Στην κορυφή του πύργου χρησιμοποιούνται 3 B/E για τις στροφές σε κάθε άξονα αντίστοιχα (roll, tilt, yaw) και 2 B/E για τη μετακίνηση στο πλάγιο και το μπρος-πίσω επίπεδο. Στη συνέχεια υπάρχουν 2 B/E για τη γωνιακή απόκλιση του άξονα του δρομέα κατά την κατεύθυνση edge, στη θέση της γεννήτριας και στη θέση της πλήμνης αντίστοιχα. Τέλος, υπάρχουν B/E για τη γωνιακή απόκλιση κατά την κατεύθυνση πτερύγισης (flap), για τη γωνιακή απόκλιση κατά την κατεύθυνση edge και για την κλίση pitch του κάθε πτερυγίου.

Το απλό αυτό μοντέλο, που αντιπροσωπεύει τα βασικά δυναμικά χαρακτηριστικά της A/G, είναι πολύ χρήσιμο για την κατανόηση της δυναμικής συμπεριφοράς της κατασκευής με το ελάχιστο δυνατό υπολογιστικό κόστος. Για την διατύπωση των δυναμικών εξισώσεων του συστήματος της A/G χρησιμοποιήθηκε ενεργειακή προσέγγιση (εξισώσεις Lagrange). Όπως είναι φυσικό, ο συγκεκριμένος κώδικας μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο για τη περίπτωση της πλωτής όσο και για της χερσαίας ανεμογεννήτριας, καθώς η διαφορά μεταξύ τους έγκειται μονάχα σε έξι βαθμούς ελευθερίας και στην αφαίρεση του πλωτήρα από το σύστημα.

Από την επίλυση του συστήματος των εξισώσεων με την εφαρμογή της ιδιοδιανυσματικής ανάλυσης προκύπτουν οι ιδιοσυχνότητες και οι αποσβέσεις των ιδιομορφών που χαρακτηρίζουν το σύστημα. Μέσω των αποτελεσμάτων αυτών γίνεται η ανάλυση ευστάθειας του συστήματος. Με κατάλληλο μετασχηματισμό για τη μετατροπή των αεροελαστικών εξισώσεων σε μορφή κατάστασης-χώρου (state-space) γίνεται δυνατή η μελέτη της απόκρισης συχνότητας του συστήματος ανοιχτού βρόχου.

Τέλος, γίνεται επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων στο πεδίο του χρόνου με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (FEM) που χρησιμοποιεί ο -ήδη πειραματικά επιβεβαιωμένος- κώδικας HydroG-ast του εργαστηρίου.

Abstract

The purpose of this diploma thesis was the development of a computational tool for the aeroelastic study of a floating wind turbine, using a reduced order model. The developed model was based on lumped properties for the simulation of the various parts that comprise the construction (blades, drive-train, tower, floater). The system was modeled with 22 degrees of freedom (DOFs).

The 6 first DOFs consist of the displacements and the rotations of the floater: surge, sway, heave, roll, pitch, yaw. At the tower top there are 3 DOFs for the 3 turns around each axis respectively: roll, tilt, yaw. Also, there are 2 DOFs for the lateral and fore-aft displacements. 2 DOFs are used for the drive train torsion in the generator and the hub positions. Finally, the flapwise, edgewise and pitch rotations of the blade are used as DOFs for each blade respectively.

This simple model represents the basic dynamic characteristics of the wind turbine and is very useful for understanding its dynamic behavior with the minimum computational cost. Lagrange equations were used for the formulation of the dynamic equations of the wind turbine system. This particular code can be used to study both an offshore and an onshore wind turbine, since the difference between these two cases is the elimination of 6 DOFs from the system.

Using the eigenvector analysis, the equations are solved and the eigenvalues along with the eigenform dampings are derived. Consequently, the stability analysis of the system is performed. The aeroelastic equations are converted into a state-space representation through appropriate transformations and thus, the study of the frequency response in the open loop system is enabled.

Finally, the results obtained through the work of this thesis are evaluated with an already experimentally validated full model of floating wind turbines, HydroGAST, which is based on the finite element method (FEM).

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	7
1.1	Γενικά στοιχεία	7
1.2	Βιβλιογραφική Επισκόπηση	8
2	Περιγραφή Μοντελοποίησης Συστήματος 22 βαθμών ελευθερίας	9
2.1	Βαθμοί ελευθερίας	9
2.2	Παρουσίαση μοντέλου	9
2.3	Δυναμικές εξισώσεις συστήματος	11
3	Αεροδυναμική Ανάλυση και Αεροελαστική Σύζευξη	15
3.1	Αεροδυναμική	15
3.1.1	Μοντελοποίηση τοπικής αεροδυναμικής	15
3.1.2	Αεροδυναμική μόνιμης κατάστασης – Γραμμικό μοντέλο	16
3.2	Η αεροδυναμική απόσβεση (damping)	17
3.3	Μετασχηματισμός από το στρεφόμενο στο μη στρεφόμενο σύστημα	18
3.3.1	Μετασχηματισμός στους βαθμούς ελευθερίας	18
3.3.2	Μετασχηματισμός των στρεφόμενων εξισώσεων	19
3.4	Επιρροή πλωτήρα στην αεροδυναμική	20
4	Κώδικας HydroGast	24
4.1	Περιγραφή κώδικα	24
4.2	Αεροελαστική Ανάλυση	24
5	Ανάλυση Ιδιοσυχνοτήτων – Ευστάθεια Συστήματος	32
5.1	Σύστημα σε ελεύθερη ταλάντωση (ομογενές πρόβλημα)	32
5.2	Σύστημα με εξωτερική διέγερση	34
5.3	Σύστημα με αεροδυναμικά φορτία	35
6	Αποτελέσματα Ανάλυσης Ευστάθειας	36
6.1	Ιδιοσυχνότητες	36
6.2	Διάγραμμα Campbell	36
6.3	Ανάλυση ευστάθειας με αεροδυναμικά φορτία	37
7	Επιβεβαίωση Αποτελεσμάτων για Χερσαία Ανεμογεννήτρια	42
7.1	Πύργος	44
7.2	Πτερύγια	44

8	Επιβεβαίωση Αποτελεσμάτων για Πλωτή Ανεμογεννήτρια	52
8.1	Πύργος	52
8.2	Πτερύγια	56
8.3	Πλωτήρας	56
9	Βελτιώσεις	72
9.1	Αεροδυναμική λόγω pitch	72
9.2	Πλωτήρας	73
10	Απόκριση στο Πεδίο Συχνότητας και Αποτελέσματα	77
10.1	Σύστημα ανοιχτού βρόχου	77
10.1.1	Μεταβλητές Εισόδου	77
10.1.2	Μεταβλητές Εξόδου	78
10.1.3	Μορφή Καταστάσεως Χώρου	79
10.2	Αποτελέσματα	80
11	Συμπεράσματα και Συστάσεις για Περαιτέρω Ανάπτυξη	88
11.1	Συμπεράσματα	88
11.2	Συστάσεις για Περαιτέρω Ανάπτυξη	88
A'	Περιγραφή κώδικα	90
	Βιβλιογραφία	93

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Γενικά στοιχεία

Η αιολική ενέργεια χρησιμοποιείται από τα αρχαία χρόνια. Ξεκίνησε από τη μετατροπή σε μηχανικό έργο ανεμόμυλων και αργότερα χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Ο πρώτος ανεμόμυλος για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας δημιουργήθηκε από τον καθηγητή James Blyth στη Σκωτία το 1887 και αποτέλεσε την καινοτομία που έθεσε τα θεμέλια για την ανάπτυξη που ακολούθησε στον τομέα αυτό.

Η εξάντληση των αποθεμάτων ορυκτών καυσίμων, η αστάθεια των τιμών τους και η μεγάλη συμβολή τους στην αλλαγή του κλίματος έχουν αναγκάσει πολλές χώρες να στραφούν προς εναλλακτικές μορφές βιώσιμης ενέργειας. Τον Ιανουάριο του 2007, η Ευρωπαϊκή Επιτροπή παρουσίασε μια δέσμευση με τίτλο "Ενεργειακή Πολιτική για την Ευρώπη". Η δέσμευση αυτή αποσκοπεί στη μείωση της εκπομπής αερίων κατά 20% σε σχέση με τα επίπεδα του 1990 (8% στο πρωτόκολλο του Κιότο), με υποχρεωτικό στόχο για τουλάχιστον 10% βιοκαυσίμων και 20% ανανεώσιμων πηγών ενέργειας. Από τις αρχές τις χιλιετίας λοιπόν, η χρήση των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας είχε αυξηθεί παγκοσμίως. Η αιολική ενέργεια, ειδικότερα από το 2009 και μετά, σημείωσε ραγδαία αύξηση και το 2014 έφτασε τα 369 GW. Αποτελεί προσιτή και φθηνή 'πράσινη' ενέργεια, γι' αυτό και παρατηρείται ανάπτυξη των εφαρμογών της. Τα προηγούμενα χρόνια οι εφαρμογές της περιορίζονταν μόνο σε εγκαταστάσεις στη στεριά, ενώ την τελευταία δεκαετία έχουν εξαπλωθεί και προς τη θάλασσα. Η συμπεριφορά όμως των υπεράκτιων ανεμογεννητριών είναι τελείως διαφορετική από αυτών στη στεριά και γι' αυτό απαιτείται ξεχωριστή μελέτη και έρευνα.

Στην Ελλάδα συγκεκριμένα οι λόγοι για τους οποίους είναι αναγκαίο να στραφούμε στα υπεράκτια αιολικά πάρκα είναι πολλοί και διαφορετικοί. Πρώτα απ' όλα, πρέπει να γίνει εκμετάλλευση του εξαιρετικού αιολικού δυναμικού των ελληνικών θαλασσών, προκειμένου να επιτύχουμε τους ενεργειακούς στόχους που μας έχει θέσει η Ευρωπαϊκή Ένωση μέχρι το 2020. Επιπλέον πολλά από τα ελληνικά νησιά δεν είναι διασυνδεδεμένα στο δίκτυο της ηπειρωτικής Ελλάδας και άρα απαιτούν ενεργειακή αυτονομία. Συμβατικές εγκαταστάσεις παραγωγής ενέργειας, όπως η χρήση πετρελαίου ή λιγνίτη, είναι οικονομικά ασύμφωρες και έχουν σημαντικές περιβαλλοντικές επιπτώσεις. Παράλληλα η έλλειψη νερού και ο περιορισμένος χώρος καθιστούν αδύνατη την εγκατάσταση υδροηλεκτρικών και φωτοβολταϊκών πάρκων αντίστοιχα. Άρα τα υπεράκτια αιολικά πάρκα για την Ελλάδα είναι μονόδρομος.

Η υπάρχουσα τεχνολογία για τα υπεράκτια αιολικά πάρκα μπορεί να εφαρμοσθεί μέχρι βάθος 20 m, όπου ο πύργος της ανεμογεννήτριας είναι πακτωμένος στον πυθμένα. Στην Ευρώπη μάλιστα που οι κενές εκτάσεις γης σπανίζουν και από την άλλη οι απέραντες εκτάσεις θαλασσών

με ρηγά νερά είναι άφθονες, υπάρχει ήδη εγκατεστημένη ισχύς 8 GW υπεράκτιας αιολικής ενέργειας, κυρίως στη Βόρεια και Βαλτική Θάλασσα. Για μεγαλύτερα βάθη η λύση είναι οι πλωτές κατασκευές, οι οποίες είναι ακόμα σε ερευνητικό στάδιο. Η Ελλάδα ανήκει σε αυτήν την κατηγορία, λόγω του εξαιρετικού βάθους των θαλασσών της, το οποίο σε σημεία μπορεί να φτάνει και τα 300 m. Στην παρούσα εργασία μελετάται η χρήση πλωτών ανεμογεννητριών.

1.2 Βιβλιογραφική Επισκόπηση

Οι μεθοδολογίες που χρησιμοποιούνται για την αεροελαστική ανάλυση ανεμογεννητριών οριζοντίου άξονα, στηρίζονται ως επί το πλείστον σε μια μονοδιάστατη θεώρηση της κατασκευής βασισμένη στη θεωρία δοκού για την ανάλυση της ελαστοδυναμικής συμπεριφοράς και σε παραλλαγές του προτύπου των στοιχείων πτερύγωσης για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων του δρομέα. Τα τελευταία χρόνια έχει αναπτυχθεί μεγάλος αριθμός κωδίκων για την αεροελαστική ανάλυση και πιστοποίηση ανεμογεννητριών οριζοντίου άξονα. Οι κώδικες αυτοί παρουσιάζουν μικρές διαφορές μεταξύ τους, κυρίως στο ελαστοδυναμικό πρότυπο.

Μια βασική κατηγορία κωδίκων είναι αυτοί που χρησιμοποιούν την μέθοδο των ιδιομορφών (modal methods). Το σημαντικότερο πλεονέκτημα της συγκεκριμένης μεθόδου, είναι το πολύ χαμηλό υπολογιστικό κόστος που προσφέρουν, πράγμα που δίνει τη δυνατότητα διεξαγωγής υπολογισμών σε πραγματικό χρόνο (real time calculations). Βασικό μειονέκτημα της μεθόδου, είναι πως έχουν τη δυνατότητα να αναπαράγουν περιορισμένο αριθμό ιδιοσυχνοτήτων της κατασκευής και απαιτούν εκ των προτέρων γνώση των βασικών ιδιομορφών του συστήματος. Αποτέλεσμα αυτού, είναι να μη μπορούν να προσομοιώσουν κατασκευές των οποίων τα υλικά έχουν μεταβλητές ιδιότητες ανάλογες με την εξωτερική φόρτιση στην οποία υπόκεινται. Μερικοί από τους πιο διαδεδομένους κώδικες αυτής της κατηγορίας που χρησιμοποιούνται σήμερα ως επίσημα και πιστοποιημένα εργαλεία από διάφορους πιστοποιητικούς οργανισμούς και κατασκευαστές ανεμογεννητριών της Ευρώπης, είναι ο κώδικας BLADED των Garrad-Hassan [1], ο κώδικας FLEX4 του Πολυτεχνείου της Δανίας (DTU) [2], ο κώδικας FAST του NREL.

Μία δεύτερη κατηγορία κωδίκων είναι αυτοί οι οποίοι χρησιμοποιούν την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων ή πεπερασμένων διαφορών (FEM) στην διακριτοποίηση των ελαστοδυναμικών εξισώσεων. Σε αυτή την κατηγορία οι πλέον γνωστοί κώδικες είναι ο κώδικας HAWC2 του DTU [4], ο κώδικας PHATAS του ECN [5],[6], ο κώδικας ALCYONE του ΚΑΠΕ [7],[8] και ο κώδικας GAST του ΕΜΠ [9]. Όλοι οι παραπάνω κώδικες έχουν πιστοποιηθεί σε σχέση με μετρήσεις πλήρους κλίμακας στο πλαίσιο του προγράμματος VEWTDG της Ευρωπαϊκής Ένωσης [10] που σκοπό είχε την διερεύνηση των υπολογιστικών δυνατοτήτων των υπάρχοντων κωδίκων και των ορίων της εφαρμογής τους.

Στην εργασία αυτή χρησιμοποιείται μία απλοποιημένη μέθοδος για την ελαστική ανάλυση. Η μέθοδος αυτή βασίζεται σε συγκεντρωμένες ελαστικές ιδιότητες (ελατήρια) τοποθετημένα στη ρίζα του κάθε σώματος.

Κεφάλαιο 2

Περιγραφή Μοντελοποίησης Συστήματος 22 βαθμών ελευθερίας

2.1 Βαθμοί ελευθερίας

Οι γενικευμένες συντεταγμένες ενός συστήματος είναι ο αριθμός των παραμέτρων που προσδιορίζουν τη διαμόρφωσή του σε σχέση πάντα με μια κατάσταση αναφοράς. Στην περίπτωση ενός μηχανικού συστήματος, περιγράφουν τη θέση των μελών του συστήματος και συνήθως αντιπροσωπεύουν μήκος ή γωνία.

Η κίνηση των μελών ενός δυναμικού συστήματος περιορίζεται από διάφορες κινηματικές συνθήκες ή δεσμούς κίνησης. Αυτοί οι περιορισμοί εισάγουν σχέσεις μεταξύ γενικευμένων συντεταγμένων q_i με $i = 1, \dots, n$ όπου n είναι ο αριθμός των γενικευμένων συντεταγμένων και του χρόνου, της μορφής $f_i(q, \dot{q}, t) = 0$ όπου $q = (q_1 \dots q_n)^T$ είναι το διάνυσμα των γενικευμένων συντεταγμένων και $\dot{q} = (\dot{q}_1 \dots \dot{q}_n)^T$ είναι το διάνυσμα των γενικευμένων ταχυτήτων του συστήματος. Ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας του συστήματος είναι $(n - k)$ δηλαδή ο αριθμός των γενικευμένων συντεταγμένων μείον τον αριθμό των περιορισμών. Με άλλα λόγια, βαθμός ελευθερίας είναι ο αριθμός των ανεξάρτητων συντεταγμένων που χρειάζονται για να περιγράψουν πλήρως τη διαμόρφωση μιας κατασκευής οποιαδήποτε χρονική στιγμή.

2.2 Παρουσίαση μοντέλου

Η μειωμένη τάξης μοντελοποίηση είναι σημαντική για το σχεδιασμό και τη διαστασιολόγηση των πολύπλοκων συστημάτων. Ο συνήθης τρόπος για τη μείωση της τάξης ενός μηχανικού συστήματος είναι η εισαγωγή συγκεντρωμένων ιδιοτήτων που αντιστοιχούν σε μάζες, ελατήρια ή αποσβέσεις. Μια πιο περίτεχνη μείωση τάξης μπορεί να οριστεί με βάση τις ιδιομορφές. Αν και η γραμμικότητα δεν αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση, συνήθως εισάγεται, ιδίως για την ανάλυση της ευστάθειας.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η μέθοδος μοντελοποίησης της πλωτής ανεμογεννήτριας με τη μέθοδο συγκεντρωμένων μαζών και ελατηρίων.

Το μοντέλο αναπτύχθηκε σε κώδικα Fortran, ο οποίος προσομοιώνει τη δυναμική της ανεμογεννήτριας με ένα σύστημα 22 βαθμών ελευθερίας (ο πλωτήρας αντιστοιχεί σε 6 βαθμούς ελευθερίας). Οι βαθμοί ελευθερίας είναι σχετικές γωνιακές και γραμμικές μετατοπίσεις (βλ. Σχήμα 2.1).

Ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας είναι ίσος προς τον αριθμό των κινηματικά ανεξάρτητων μεταβλητών που απαιτούνται για τη πλήρη περιγραφή της ταλαντωτικής κίνησης. Ακολουθεί

η περιγραφή των βαθμών ελευθερίας.

1. β_1 : γωνιακή απόκλιση κατά την κατεύθυνση πτερύγισης (flap) του πρώτου πτερυγίου
2. ξ_1 : γωνιακή απόκλιση κατά την κατεύθυνση edge του πρώτου πτερυγίου
3. q_{p1} : κλίση γωνίας βήματος (pitch) πρώτου πτερυγίου
4. β_2 : γωνιακή απόκλιση κατά την κατεύθυνση πτερύγισης του δεύτερου πτερυγίου
5. ξ_2 : γωνιακή απόκλιση κατά την κατεύθυνση edge του δεύτερου πτερυγίου
6. q_{p2} : κλίση γωνίας βήματος (pitch) δεύτερου πτερυγίου
7. β_3 : γωνιακή απόκλιση κατά την κατεύθυνση πτερύγισης του τρίτου πτερυγίου
8. ξ_3 : γωνιακή απόκλιση κατά την κατεύθυνση edge του τρίτου πτερυγίου
9. q_{p3} : κλίση γωνίας βήματος (pitch) του τρίτου πτερυγίου
10. $\Delta\Psi$: στρέψη του άξονα του δρομέα κατά την κατεύθυνση edge
11. Ψ_g : γωνία στροφής του άξονα του δρομέα κατά την κατεύθυνση edge στη θέση της γεννήτριας ($\dot{\Psi}_g = \omega[\text{rad/sec}]$)
12. q_{roll} : πλευρική γωνιακή απόκλιση του πύργου ως προς το κατακόρυφο επίπεδο (πλάγια κίνηση)
13. q_{yaw} : γωνιακή απόκλιση yaw του πύργου
14. q_{tilt} : γωνιακή απόκλιση του πύργου ως προς το κατακόρυφο επίπεδο (μπρος- πίσω)
15. q_f : γραμμική μετατόπιση πύργου και κελύφους στο διάμηκες επίπεδο
16. q_l : πλευρική μετατόπιση πύργου και κελύφους
17. x_{fr} : γωνία περιστροφής roll ως προς τον X άξονα του πλωτήρα
18. y_{fp} : γωνία κλίσης pitch ως προς τον Y άξονα του πλωτήρα
19. z_{fy} : γωνία απόκλισης yaw ως προς τον Z άξονα του πλωτήρα
20. x_{fsu} : μετατόπιση surge ως προς τον X άξονα του πλωτήρα
21. y_{fsw} : μετατόπιση sway ως προς τον Y άξονα του πλωτήρα
22. z_{fhe} : μετατόπιση heave ως προς τον Z άξονα του πλωτήρα

Συνολικά, υπάρχουν τρεις βαθμοί ελευθερίας για το κάθε πτερύγιο (flap, edge και pitch), και επτά βαθμοί ελευθερίας που αφορούν τον πύργο και το κέλυφος (αξονικό σύστημα). Πιο συγκεκριμένα, πύργος και κέλυφος έχουν τη δυνατότητα να ταλαντώνονται και να στρέφονται στο διάμηκες και στο εγκάρσιο επίπεδο, ενώ το αξονικό σύστημα έχει την επιπλέον δυνατότητα να στρίψει κατά yaw και να αποκλίνει κατά edge και στα δύο άκρα, στη θέση του δρομέα και στη θέση της γεννήτριας ($\Delta\Psi$, Ψ_g). Τονίζεται ότι ο βαθμός ελευθερίας της γωνιακής μετακίνησης του άξονα του δρομέα στη θέση της γεννήτριας προστέθηκε ώστε να μπορέσει να θεωρηθεί ως είσοδος στο σύστημα ελέγχου η ροπή της γεννήτριας. Επιπρόσθετα, η γωνία βήματος του

κάθε πτερυγίου (p_{i1}, p_{i2}, p_{i3}) θεωρήθηκε ως βαθμός ελευθερίας ώστε να προσομοιωθούν οι επενεργητές και οι ελεγκτές στη γωνία βήματος (pitch).

Για την απλοποίηση του προβλήματος, χρησιμοποιούνται συγκεντρωμένες αδρανειακές ιδιότητες. Έτσι, ο κλωβός μοντελοποιείται ως μία συγκεντρωμένη μάζα στην κορυφή του πύργου ενώ η πλήμνη μοντελοποιείται ως μία συγκεντρωμένη μάζα σε συγκεκριμένη απόσταση από τον άξονα του πύργου. Επιπλέον, προστείνεται το ύψος του πύργου (συγκεντρωμένη σημειακή ιδιότητα) με τον κλωβό και τον πύργο να αποτελούν διαφορετικές συγκεντρωμένες μάζες. Ο κλωβός είναι πλήρως πακτωμένος στο πύργο και εξαρτάται μόνο από τη κίνηση αυτού, αλλά διαθέτει δικιά της δυσκαμψία η οποία και επηρεάζει τις ιδιοσυχνότητες ιδιαίτερα των πτερυγίων. Για αυτό ακριβώς το λόγο προστέθηκαν οι δύο γραμμικές μετατοπίσεις του κλωβού ως βαθμοί ελευθερίας ώστε να προσομοιάζεται πιο σωστά η ευελιξία του.

Συγκεντρωμένα ελατήρια και αποσβεστήρες χρησιμοποιούνται για τη μοντελοποίηση των κινήσεων που επιτρέπονται στο κέλυφος και τον πύργο από τους βαθμούς ελευθερίας του προβλήματος. Οι κινήσεις αυτές αφορούν τους βαθμούς ελευθερίας 10-16, όπως αυτοί παρουσιάστηκαν παραπάνω. Το κάθε πτερύγιο μοντελοποιείται ως μία ράβδος με κατανεμημένη μάζα και συγκεντρωμένες ελαστικές ιδιότητες στη ρίζα. Οι ελαστικές ιδιότητες στη ρίζα του κάθε πτερυγίου επιτρέπουν την κίνησή του κατά την κατεύθυνση πτερύγισης (b_1, b_2, b_3), την πλάγια κατεύθυνση (kx_1, kx_2, kx_3) καθώς και τη στροφή γύρω από τον άξονά τους (pi_1, pi_2, pi_3). Τα φορτία είναι και αυτά συγκεντρωμένα και ασκούνται πάνω στις συγκεντρωμένες μάζες.

Ο πλωτήρας μοντελοποιείται κι αυτός με τη μέθοδο των συγκεντρωμένων σημειακών ιδιοτήτων. Έχει 6 βαθμούς ελευθερίας οι οποίοι προσομοιάζουν τις 3 στροφές και 3 μετακινήσεις γύρω από τον κάθε άξονα αντίστοιχα.

2.3 Δυναμικές εξισώσεις συστήματος

Σύμφωνα με τη Χαμιλτόνια Δυναμική, η συμπεριφορά των μηχανικών συστημάτων περιγράφεται από τις εξισώσεις Lagrange. Για το σκοπό αυτό, κατάλληλοι βαθμοί ελευθερίας q_j ορίζονται για να περιγραφεί πλήρως η θέση του κάθε υλικού σημείου r . Με βάση τον ορισμό της θέσης, η κινητική ενέργεια λαμβάνεται εύκολα. Σύμφωνα με τις παραδοχές που έγιναν σχετικά με την δυσκαμψία του συστήματος, ο ορισμός της θέσης θα περιλαμβάνει επίσης βαθμούς ελευθερίας που περιγράφουν τις κινήσεις των στοιχείων εξαιτίας της ευελιξίας. Ως εκ τούτου, η δυναμική (εσωτερική) ενέργεια μπορεί να οριστεί. Τέλος, όλα τα εξωτερικά φορτία εισάγονται μέσα από το έργο τους. Οι εξισώσεις έχουν την ακόλουθη μορφή

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j = \sum_i f_i \frac{\partial r_i}{\partial q_j} \quad (2.1)$$

$$L = T - U \quad (2.2)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^R m(r) dr \dot{r}^T \dot{r} \quad (2.3)$$

$$U = \frac{1}{2} K_{(q)} q_j^2 \quad (2.4)$$

$$Q_j = \frac{\delta W}{\delta q_j} \quad (2.5)$$

$$\delta W = \sum_j f_i \frac{\partial r_i}{\partial q_j} \delta q_j \quad (2.6)$$

όπου

T η κινητική ενέργεια του μοντέλου

U η δυναμική ενέργεια του μοντέλου

q_j οι ανεξάρτητοι βαθμοί ελευθερίας του προβλήματος

Q_j , τα εξωτερικά φορτία

δW το έργο των εξωτερικών δυνάμεων.

Κάθε μία από τις παραπάνω εξισώσεις αντιπροσωπεύει τη συνθήκη ισορροπίας για τον κάθε βαθμό ελευθερίας. Εάν ο βαθμός ελευθερίας είναι μετακίνηση, τότε η εξίσωση θα εκφράζει τη δυναμική ισορροπία των δυνάμεων, ενώ εάν ο βαθμός ελευθερίας είναι στροφή, τότε η εξίσωση ισορροπίας θα εκφράζει την ισορροπία των ροπών.

Για το σύστημα των 22 βαθμών που περιγράφηκε πιο πάνω και σύμφωνα με τα προηγούμενα, το διάνυσμα θέσης \mathbf{r} ενός τυχαίου σημείου πάνω στο πτερύγιο ως προς το καθολικό σύστημα συντεταγμένων είναι

$$\begin{aligned} r_G = & \begin{Bmatrix} x_{fsu}(t) \\ y_{fsw}(t) \\ z_{fhe}(t) \end{Bmatrix} + R_1^{x_{fr}} \cdot R_2^{y_{fp}} \cdot R_3^{z_{fy}} \cdot \left(\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ H_{tow} \end{Bmatrix} \right) \\ & + \begin{Bmatrix} qf(t) \\ ql(t) \\ 0 \end{Bmatrix} + R_2^{q_{tilt}} \cdot R_1^{q_{roll}} \cdot R_3^{q_{yaw}} \cdot \left(\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \right) \\ & + R_1^{\Psi_G} \cdot \left(\begin{Bmatrix} -H_{sh} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \right) \\ & + R_1^{\Delta\Psi} \cdot R_1^{\Psi_0} \cdot R_2^{Q_p} \cdot R_1^{\xi_1} \cdot R_3^{b_1} \cdot \left(\begin{Bmatrix} 0 \\ r \\ 0 \end{Bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Πάνω στην πλήμνη είναι

$$\begin{aligned} r_{hub} = & \begin{Bmatrix} x_{fsu}(t) \\ y_{fsw}(t) \\ z_{fhe}(t) \end{Bmatrix} + R_1^{x_{fr}} \cdot R_2^{y_{fp}} \cdot R_3^{z_{fy}} \cdot \left(\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ H_{tow} \end{Bmatrix} \right) \\ & + \begin{Bmatrix} qf(t) \\ ql(t) \\ 0 \end{Bmatrix} + R_2^{q_{tilt}} \cdot R_1^{q_{roll}} \cdot R_3^{q_{yaw}} \cdot \left(\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \right) \\ & + R_1^{\Psi_G} \cdot \left(\begin{Bmatrix} -H_{sh} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + R_1^{\Delta\Psi} \cdot \begin{Bmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \end{Bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Πάνω στη νασέλλα είναι

$$r_{nac} = \begin{Bmatrix} x_{fsu}(t) \\ y_{fsw}(t) \\ z_{fhe}(t) \end{Bmatrix} + R_1^{x_{fr}} \cdot R_2^{y_{fp}} \cdot R_3^{z_{fy}} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ H_{tow} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} qf(t) \\ ql(t) \\ 0 \end{Bmatrix} + R_2^{q_{tilt}} \cdot R_1^{q_{roll}} \cdot R_3^{q_{yaw}} \cdot \begin{Bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

Πάνω στον πύργο είναι

$$r_{tow} = \begin{Bmatrix} x_{fsu}(t) \\ y_{fsw}(t) \\ z_{fhe}(t) \end{Bmatrix} + R_1^{x_{fr}} \cdot R_2^{y_{fp}} \cdot R_3^{z_{fy}} \cdot \begin{Bmatrix} x_t \\ y_t \\ H_{float} + z_t \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

Πάνω στον πλωτήρα είναι

$$r_{float} = \begin{Bmatrix} x_{fsu}(t) \\ y_{fsw}(t) \\ z_{fhe}(t) \end{Bmatrix} + R_1^{x_{fr}} \cdot R_2^{y_{fp}} \cdot R_3^{z_{fy}} \cdot \begin{Bmatrix} x_{fl} \\ y_{fl} \\ z_{fl} \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

Με τη βοήθεια του Wolfram Mathematica, αφού οριστεί το διάνυσμα r υπολογίζονται οι εξισώσεις ισορροπίας του κάθε βαθμού ελευθερίας. Η απλοποίηση που γίνεται, καθώς το μέγεθος των μετακινήσεων και των στροφών που εκφράζουν οι βαθμοί ελευθερίας είναι μικρό, είναι η εξής:

$$\cos q = 1, \sin q = q \quad (2.12)$$

Γραμμικοποίηση γίνεται για τους βαθμούς ελευθερίας q_{pi} ($i = 3, 6, 9$), Ψ_g ($i = 11$), y_{fp} ($i = 18$) καθώς το μέγεθός τους δεν μπορεί να θεωρηθεί μικρό. Να σημειωθεί ότι η παράγωγος Ψ_g αποτελεί τη γωνιακή ταχύτητα του δρομέα. Η τυπική διαδικασία είναι η εισαγωγή της επέκτασης του Taylor. Η εξίσωση ισορροπίας γράφεται σε σχέση με την απόκλιση, η οποία θεωρείται πολύ μικρή έτσι ώστε να μηδενίζονται οι όροι δεύτερης τάξης. Πιο συγκεκριμένα θεωρούμε ότι οι παραπάνω βαθμοί ελευθερίας γράφονται:

$$q_p = q_{p0} + \delta q_p, \quad \dot{q}_p = \dot{q}_{p0} + \delta \dot{q}_p, \quad \ddot{q}_p = \ddot{q}_{p0} + \delta \ddot{q}_p \quad (2.13)$$

$$\Psi_g = \Psi_{g0} + \delta \Psi_g, \quad \dot{\Psi}_g = \dot{\Psi}_{g0} + \delta \dot{\Psi}_g, \quad \ddot{\Psi}_g = \ddot{\Psi}_{g0} + \delta \ddot{\Psi}_g \quad (2.14)$$

$$y_{fp} = y_{fp0} + \delta y_{fp}, \quad \dot{y}_{fp} = \dot{y}_{fp0} + \delta \dot{y}_{fp}, \quad \ddot{y}_{fp} = \ddot{y}_{fp0} + \delta \ddot{y}_{fp} \quad (2.15)$$

Οι δυναμικές εξισώσεις του συστήματος μπορούν, μετά από μία απλή ανακατάταξη των όρων τους, να γραφούν στη μορφή:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = Q \quad (2.16)$$

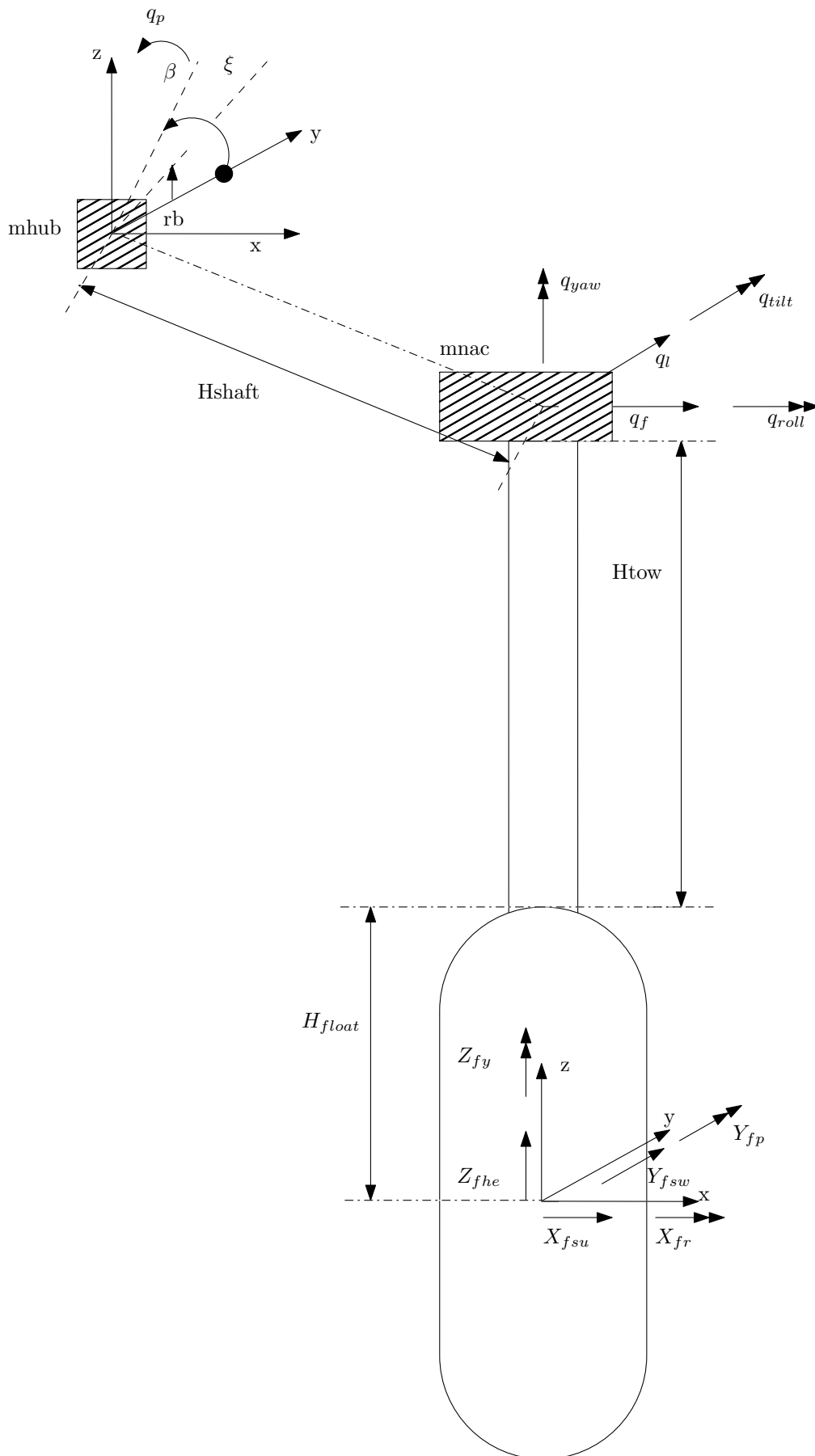
όπου

M, C, K τα δυναμικά μητρώα μάζας, απόσβεσης και δυσκαμψίας αντίστοιχα,

q το διάνυσμα των 22 βαθμών ελευθερίας,

\ddot{q}, \dot{q} η δεύτερη και πρώτη παράγωγος του διανύσματος των βαθμών ελευθερίας ως προς τον χρόνο αντίστοιχα. Η πρώτη παράγωγος θα δώσει τις ταχύτητες των παραμορφώσεων και η δεύτερη τις επιταχύνσεις των παραμορφώσεων,

Q το εξωτερικό φορτίο που δέχεται η κατασκευή, το οποίο για το δυναμικό μέρος του προβλήματος είναι σταθερό.



Σχήμα 2.1: Σύστημα 22 βαθμών ελευθερίας

Κεφάλαιο 3

Αεροδυναμική Ανάλυση και Αεροελαστική Σύζευξη

Το δυναμικό πρόβλημα μετασχηματίζεται όταν προστεθεί σε αυτό η ροή του αέρα. Λόγω της αλληλεπίδρασης του στερεού με το ρευστό δημιουργείται η λεγόμενη αεροελαστική σύζευξη και το πρόβλημα ονομάζεται συζευγμένο. Η μέθοδος που αναλύεται είναι κατά [11].

3.1 Αεροδυναμική

3.1.1 Μοντελοποίηση τοπικής αεροδυναμικής

Τα αεροδυναμικά φορτία ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου αντιπροσωπεύονται από τα εξωτερικά αεροδυναμικά φορτία δP στις Εξισώσεις (3.1), (3.2). Επομένως, είναι τμηματικά φορτία τα οποία μπορούν να δοθούν υπό τη μορφή τμηματικών αδιάστατων αεροδυναμικών ιδιοτήτων, δηλαδή των συντελεστών της άνωσης C_L , της οπισθέλκουσας C_D και της ορμής C_M . Εάν θεωρηθεί το τμήμα του πτερυγίου του Σχήματος 3.1, τα τοπικά αεροδυναμικά φορτία του συγκεκριμένου τμήματος δίνονται από τις εκφράσεις

$$\begin{aligned}\delta P_x &= -\delta L \sin(\varphi + \Theta_y) + \delta D \cos(\varphi + \Theta_y) \\ &= (-C_L \sin(\varphi + \Theta_y) + C_D \cos(\varphi + \Theta_y)) \frac{\rho}{2} W_{\text{eff}}^2 c\end{aligned}\quad (3.1)$$

$$\begin{aligned}\delta P_z &= -\delta L \cos(\varphi + \Theta_y) + \delta D \sin(\varphi + \Theta_y) \\ &= (C_L \cos(\varphi + \Theta_y) + C_D \sin(\varphi + \Theta_y)) \frac{\rho}{2} W_{\text{eff}}^2 c\end{aligned}\quad (3.2)$$

$$\delta M_y = \delta M_p = C_M \frac{\rho}{2} W_{\text{eff}}^2 c \quad (3.3)$$

όπου δL , δD είναι οι τοπικές δυνάμεις άνωσης και οπισθέλκουσας, δM_y είναι η ροπή του pitch, ϕ είναι η τοπική γωνία ροής ως προς το επίπεδο του δρομέα, Θ_y είναι η τοπική γωνία βήματος του πτερυγίου (δίχως να περιλαμβάνει τη παραμόρφωση στρέψης), W_{eff} είναι η τοπική ταχύτητα προσβολής και c η τοπική χορδή του πτερυγίου. Σημειώνεται πως το Θ_y , πέρα από τη τοπικά ελεγχόμενη ή σταθερή γωνία βήματος, περιλαμβάνει επίσης τη περιστροφή του πτερυγίου περί τον άξονα y που απορρέει από τη καθολική κίνηση του δρομέα, λόγω της ευκαμψίας της στήριξης της κατασκευής (άτρακτος, νασέλα, πύργος). Για παράδειγμα η κλίση του πύργου θα επιφέρει μια στροφή του πτερυγίου περί του τοπικού y άξονα όταν το πτερύγιο είναι οριζόντιο. Θεωρώντας πως οι ταχύτητες λόγω του ομόρρου της ροής είναι γνωστές,

τα τοπικά χαρακτηριστικά της ροής (γωνία και ταχύτητα) προέρχονται χρησιμοποιώντας τις εκφράσεις

$$\tan \varphi = \frac{(U_{wz} - \dot{W}_B \cos \Theta_y + \dot{U}_B \sin \Theta_y)(1 - a)}{(U_{wx} - \dot{W}_B \sin \Theta_y - \dot{U}_B \cos \Theta_y)(1 + a')} = \frac{U_{\text{eff}z}}{U_{\text{eff}x}} \quad (3.4)$$

$$W_{eff} = \sqrt{U_{\text{eff}x}^2 + U_{\text{eff}z}^2} \quad (3.5)$$

$$a_{eff} = \varphi + \theta_t + \Theta_y + \theta_y \quad (3.6)$$

όπου, η a_{eff} είναι η τοπική γωνία πρόσπτωσης, θ_y η τοπική στρέψη (θετική σύμφωνα κατά την ωρολογιακή περιστροφή – αντίθετα με τη συνηθισμένη σύμβαση), U_{wx} και U_{wz} είναι οι συνιστώσες της ταχύτητας του ανέμου, a και a' είναι οι συντελεστές αξονικής και περιφερειακής επαγωγής του ομόρρου της ροής αντίστοιχα και το \dot{U}_B καθώς και το \dot{W}_B είναι οι τοπικές ταχύτητες του πτερυγίου κατά τη κατεύθυνση πτερύγισης και περιστροφής αντίστοιχα (συμπεριλαμβανομένης της κίνησης του άκαμπτου σώματος και της ελαστικής παραμόρφωσης). Σημειώνεται πως το \dot{U}_B και το \dot{W}_B μπορούν να γραφούν στην εξής μορφή:

$$\dot{U}_B = \dot{u}_B^G + \dot{u} \quad (3.7)$$

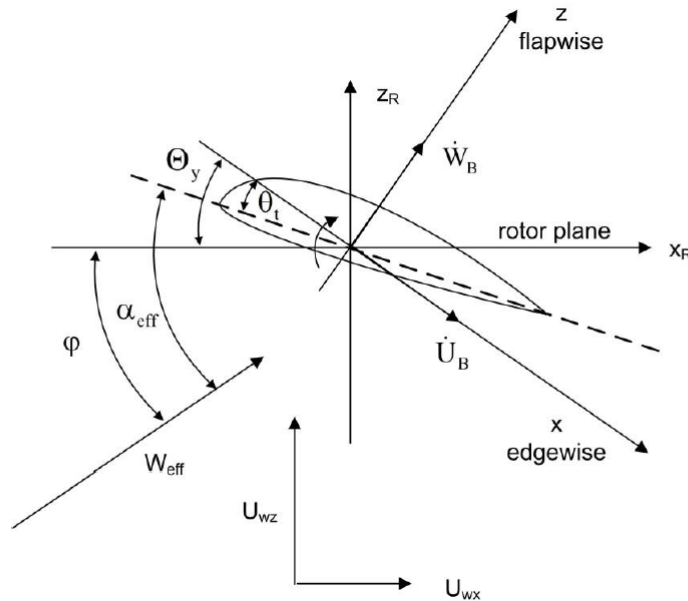
$$\dot{W}_B = \dot{w}_B^G + \dot{w} \quad (3.8)$$

όπου, τα \dot{U} και \dot{W} είναι οι τοπικές μετακινήσεις του πτερυγίου, ενώ τα \dot{u}_B^G και \dot{w}_B^G είναι οι ταχύτητες που απορρέουν από τη καθολική κίνηση του δρομέα λόγω της ευκαμψίας της στήριξης της κατασκευής (άτρακτος, νασέλα, πύργος). Για παράδειγμα, κίνηση μπρός-πίσω του πύργου θα προσδώσει μια εξύψωση στη κίνηση του πτερυγίου κατά τη κατεύθυνση πτερύγισης. Εάν χρησιμοποιηθεί η προσέγγιση «frozen wake», τότε είναι αναγκαίο να γίνει η υπόθεση πως οι διαταραχές στην απόκριση του δρομέα δεν αλλάζουν τα χαρακτηριστικά επαγωγής του ομόρρου. Επομένως, όταν οι Εξισώσεις (3.5), (3.6) εκφράζονται σε διαταραγμένη μορφή, τα $(1 - a)$ και $(1 - a')$ δεν πολλαπλασιάζονται με τις ταχύτητες διαταραχής.

3.1.2 Αεροδυναμική μόνιμης κατάστασης – Γραμμικό μοντέλο

Εάν γίνει η υπόθεση αεροδυναμικής μόνιμης κατάστασης, οι συντελεστές της τοπικής άνωσης C_L και της οπισθέλκουσας C_D είναι μόνο συναρτήσεις της φαινόμενης γωνίας ροής a_{eff} . Σε αυτή τη περίπτωση, η γραμμικοποίηση των εξωτερικών αεροδυναμικών φορτίων είναι απλή. Δοσμένης της μορφής των Σχέσεων (3.1), (3.2), είναι δυνατό να γραμμικοποιηθεί.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \delta P_x \\ \delta P_y \\ \delta P_z \\ \delta M_y \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \delta P_x^0 \\ 0 \\ \delta P_z^0 \\ \delta M_y^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \Theta_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \Theta_y} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \Theta_y} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta u_B^G \\ \delta v_B^G \\ \delta w_B^G \\ \delta \Theta_y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{u}_B^G} & 0 & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \\ \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{u}_B^G} & 0 & \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta \dot{u}_B^G \\ \delta \dot{v}_B^G \\ \delta \dot{w}_B^G \\ \delta \dot{\Theta}_y \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \theta_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \theta_y} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \theta_y} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta v \\ \delta w \\ \delta \theta_y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{u}} & 0 & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{w}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{w}} & 0 & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{w}} & 0 \\ \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{u}} & 0 & \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{w}} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta \dot{u} \\ \delta \dot{v} \\ \delta \dot{w} \\ \delta \dot{\theta}_y \end{Bmatrix} \quad (3.9) \end{aligned}$$



Σχήμα 3.1: Βασικοί συμβολισμοί του τμήματος του πτερυγίου

Λαμβάνοντας υπ' όψιν πως λόγω του δισδιάστατου χαρακτήρα της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων του πτερυγίου, η δP_y είναι ίση με μηδέν. Στις συγκεκριμένες εξισώσεις έχει παραληφθεί η εξίσωση της αεροδυναμικής ροπής καθώς επίσης και του τοπικού βαθμού ελευθερίας της στρέψης θ_y . Επίσης, η αξονική μετακίνηση έχει απαλειφτεί από τις παραπάνω εκφράσεις.

3.2 Η αεροδυναμική απόσβεση (damping)

Στην προηγούμενη ανάλυση, το εξωτερικό φορτίο ήταν δεδομένο και ανεξάρτητο των βαθμών ελευθερίας του προβλήματος. Στην αεροελαστικότητα όμως, η αεροδυναμική φόρτιση εξαρτάται από τη παραμόρφωση και τις παραγώγους της ως προς τον χρόνο. Είναι δηλαδή $Q = Q(q, \dot{q}, \ddot{q})$. Για χρόνο ίσο με t_n η Σχέση (2.16) θα δώσει:

$$M\ddot{q}^{(n)} + C\dot{q}^{(n)} + Kq^{(n)} = Q(q^{(n)}, \dot{q}^{(n)}) \quad (3.10)$$

Επεκτείνοντας το δεύτερο μέλος της εξίσωσης προκύπτει

$$M\ddot{q}^{(n)} + \left(C - \frac{\partial Q}{\partial \dot{q}}\right) \dot{q}^{(n)} + \left(K - \frac{\partial Q}{\partial q}\right) q^{(n)} = Q(q^{(n-1)}, \dot{q}^{(n-1)}) - \frac{\partial Q}{\partial \dot{q}} \dot{q}^{(n-1)} - \frac{\partial Q}{\partial q} q^{(n-1)} \quad (3.11)$$

Οι επιπλέον όροι στο αριστερό μέλος της εξίσωσης αντιπροσωπεύουν τροποποιήσεις στο μητρώο απόσβεσης και ελαστικότητας (damping και stiffness) εξαιτίας της αεροελαστικής σύζευξης. Το πιο σημαντικό από τα δύο είναι η απόσβεση καθώς επηρεάζει σημαντικά την ευστάθεια του συστήματος. Μετά τη γραμμικοποίησή τους οι εξισώσεις φέρονται στη μορφή

$$M(t)\ddot{q}^{(n)} + C(t)\dot{q}^{(n)} + K(t)q^{(n)} = Q \quad (3.12)$$

αντίστοιχα με το δυναμικό σύστημα, με τη διαφορά ότι τα μητρώα μάζας, απόσβεσης και δυσκαμψίας δεν είναι σταθερά, αλλά εξαρτώνται από τον χρόνο. Η εξίσωση αυτή λύνεται με τη

διαδικασία της ιδιοδιανυσματικής ανάλυσης η οποία περιγράφεται στην αντίστοιχη παράγραφο.

3.3 Μετασχηματισμός από το στρεφόμενο στο μη στρεφόμενο σύστημα

Προσθέτοντας το αεροδυναμικό κομμάτι, το σύστημα αποκτά περιοδικούς συντελεστές. Έτσι τα μητρώα μάζας, απόσβεσης και ελαστικότητας εξαρτώνται πλέον από τον χρόνο. Η εξάλειψη του χρόνου από τους συντελεστές πραγματοποιείται με μετασχηματισμό των βαθμών ελευθερίας και των εξισώσεων. Για τη περιγραφή των στρεφόμενων βαθμών ελευθερίας στο αδρανειακό ή μη-στρεφόμενο σύστημα εισάγεται ο μετασχηματισμός Coleman. Στη συνέχεια εφαρμόζεται μετασχηματισμός στις στρεφόμενες εξισώσεις [12],[13].

3.3.1 Μετασχηματισμός στους βαθμούς ελευθερίας

Ο μετασχηματισμός Coleman χρησιμοποιεί multi-blade συντεταγμένες, οι οποίες για τρίπτερο δρομέα είναι

$$a_0 = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 u_j, \quad a_1 = \frac{2}{3} \sum_{j=1}^3 \cos(\psi_j) u_j, \quad b_1 = \frac{2}{3} \sum_{j=1}^3 \sin(\psi_j) u_j \quad (3.13)$$

όπου $\psi_j = \psi_1 + \frac{2\pi(j-1)}{3}$, $\psi_1 = \Omega \cdot t$ η γωνία αζιμουθίου για το πτερύγιο υπ' αριθμόν j και ένα σετ μεταβλητών κατάστασης, οι οποίες είναι πανομοιότυπες στο τοπικό σύστημα του πτερυγίου. Εάν το u_j αναπαριστά κίνηση κατά την κατεύθυνση πτερύγισης (flap) και $j = 0$, όταν το πτερύγιο j είναι προς τα κάτω, τότε το a_0 είναι η συμμετρική flap κίνηση, το a_1 είναι η tilt κίνηση του δρομέα και το b_1 είναι η yaw κίνηση του δρομέα. Εάν το u_j αναπαριστά κίνηση κατά την edge κατεύθυνση, τότε το a_0 είναι η συμμετρική edge κίνηση συζευγμένη με τον άξονα (drive-train), το a_1 είναι η οριζόντια κίνηση του δρομέα και το b_1 είναι η κατακόρυφη κίνηση του δρομέα.

Ο αντίστροφος μετασχηματισμός μπορεί να γραφεί σε μορφή πινάκων, ως εξής:

$$u = B_u(t)z \quad (3.14)$$

όπου

$$u = \{u_1 \quad u_2 \quad u_3\}^T \quad (3.15)$$

$$z = \{a_0 \quad a_1 \quad b_1\}^T \quad (3.16)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & \cos(\psi_1(t)) & \sin(\psi_1(t)) \\ 1 & \cos(\psi_2(t)) & \sin(\psi_2(t)) \\ 1 & \cos(\psi_3(t)) & \sin(\psi_3(t)) \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Ο B_u έχει τις ιδιότητες $B_u^{-1}(t) = \mu B_u^T(t)$ και $\dot{B}_u(t) = B_u(t)\bar{\omega}$, όπου μ και ω σταθεροί γνωστοί πίνακες. Ο πίνακας μετασχηματισμού $B_u(t)$ μπορεί να επεκταθεί σε έναν πίνακα $B(t)$ ο οποίος να περιλαμβάνει μετασχηματισμούς για όλες τις μεταβλητές κατάστασης που αντιστοιχούν στα πτερύγια, καθώς επίσης και απλούς περιστροφικούς μετασχηματισμούς για μεταβλητές κατάστασης στρεφόμενων τμημάτων εκτός των πτερυγίων, όπως είναι ο άξονας, και τέλος τον μετασχηματισμό ταυτότητα για τα μη στρεφόμενα μέρη. Έτσι ο πίνακας $B(t)$

μετασχηματίζει τις αρχικές μεταβλητές κατάστασης στο αδρανειακό σύστημα, κι έτσι το ισοτροπικό σύστημα μετατρέπεται σε σύστημα χρονικά αμετάβλητο.

Κάνοντας το μετασχηματισμό που προαναφέραμε, κάθε ποσότητα του στρεφόμενου συστήματος μπορεί να γραφεί στην ακόλουθη μορφή, ως προς τη γωνία αζιμουθίου

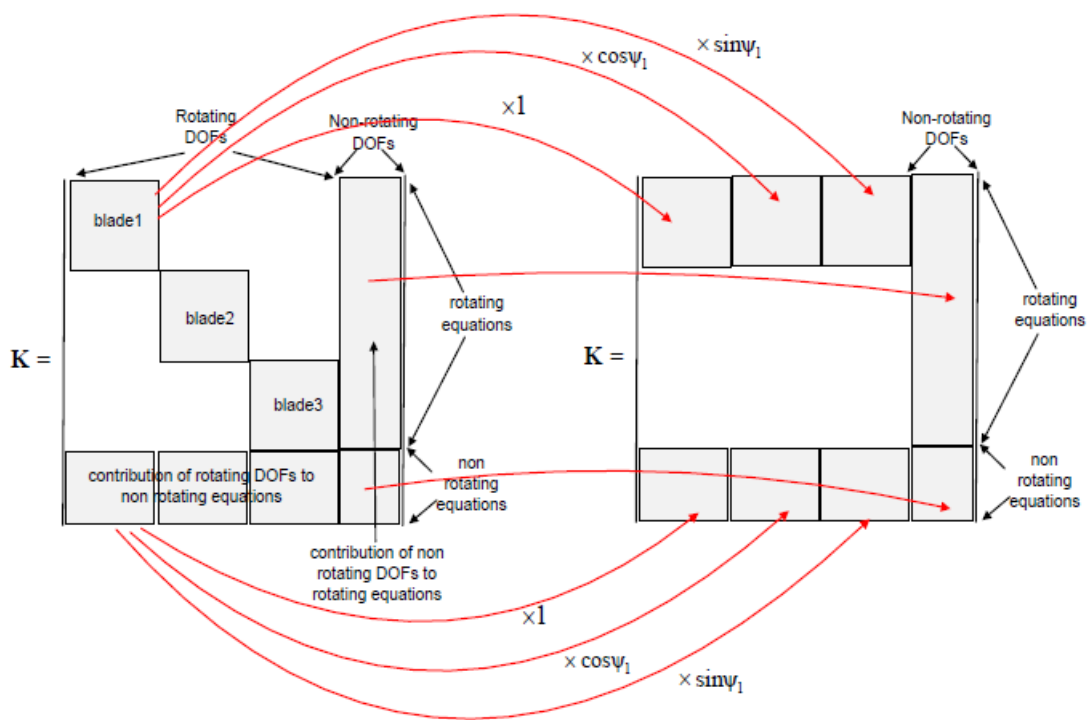
$$u_j = a_0 + a_1 \cos(\psi_j(t)) + b_1 \sin(\psi_j(t)) \quad (3.18)$$

Λόγω της αξονικής συμμετρίας η έκφραση για τα διαφορετικά περύγια θα είναι η ίδια με μια μετατόπιση στη φάση.

$$\dot{u}_j = \dot{a}_0 + (\dot{a}_1 + b_1 \Omega) \cos(\psi_j(t)) + (\dot{b}_1 \Omega - a_1) \sin(\psi_j(t)) \quad (3.19)$$

$$\ddot{u}_j = \ddot{a}_0 + (\ddot{a}_1 + 2b_1 \Omega - a_1 \Omega^2) \cos(\psi_j(t)) + (\ddot{b}_1 - 2\dot{a}_1 \Omega - b_1 \Omega^2) \sin(\psi_j(t)) \quad (3.20)$$

Στα Σχήματα 3.2-3.4 φαίνεται πως μετασχηματίζεται το μητρώο της δυσκαμψίας λόγω του μετασχηματισμού των βαθμών ελευθερίας.

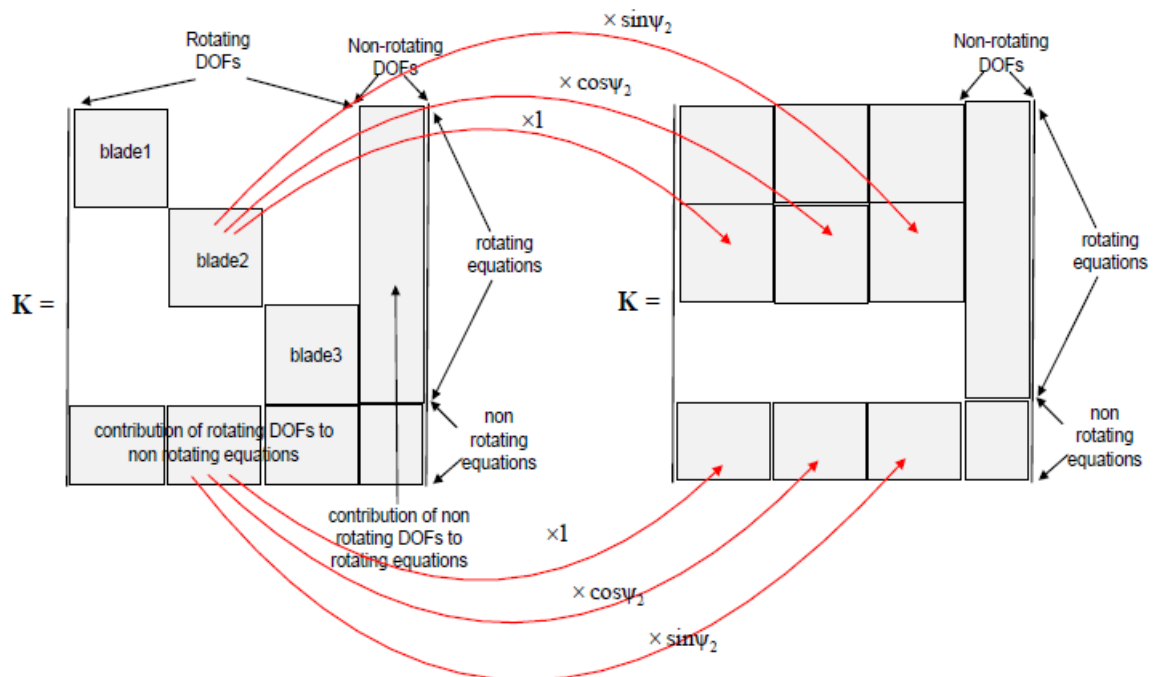


Σχήμα 3.2: Μετασχηματισμός βαθμών ελευθερίας πρώτου περφυγίου (και όσων επηρεάζονται από αυτό) μητρώου δυσκαμψίας

3.3.2 Μετασχηματισμός των στρεφόμενων εξισώσεων

Οι στρεφόμενες εξισώσεις, που εκφράζουν τη δυναμική των περφυγίων στο στρεφόμενο σύστημα, μετασχηματίζονται και αυτές στο μη-στρεφόμενο σύστημα.

$$(\text{μη στρεφόμενη εξίσωση})_1 = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 (\text{στρεφόμενη εξίσωση})_j$$



Σχήμα 3.3: Μετασχηματισμός βαθμών ελευθερίας δεύτερου πτερυγίου (και όσων επηρεάζονται από αυτό) μητρώου δυσκαμψίας

$$(\text{μη στρεφόμενη εξίσωση})_2 = \frac{2}{3} \sum_{j=1}^3 (\text{στρεφόμενη εξίσωση})_j \cdot \cos(\psi_j)$$

$$(\text{μη στρεφόμενη εξίσωση})_3 = \frac{2}{3} \sum_{j=1}^3 (\text{στρεφόμενη εξίσωση})_j \cdot \sin(\psi_j)$$

Ακολουθεί το Σχήμα 3.5, όπου φαίνεται ο μετασχηματισμός των εξισώσεων πάνω στο, ήδη μετασχηματισμένο ως προς τους βαθμούς ελευθερίας, μητρώο δυσκαμψίας.

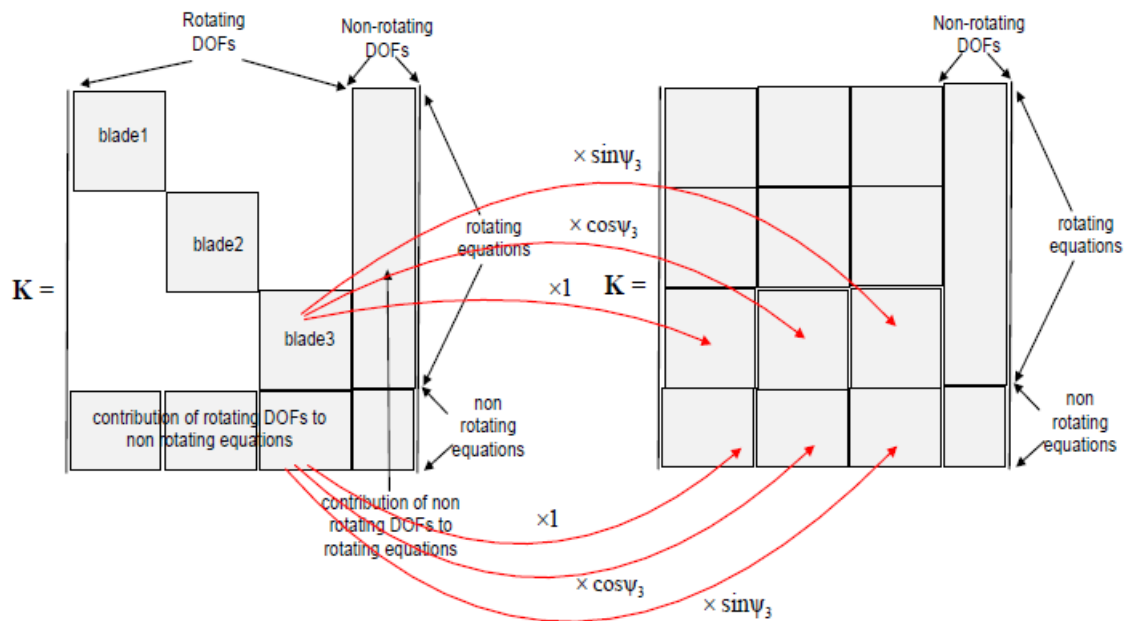
Τα μητρώα μάζας και απόσβεσης μετασχηματίζονται κατά τον ίδιο τρόπο με μόνη διαφορά ότι το μητρώο της απόσβεσης συνεισφέρει (δηλαδή προσθέτει όρους) στο μητρώο δυσκαμψίας και το μητρώο μάζας συνεισφέρει και στο μητρώο απόσβεσης και στο μητρώο δυσκαμψίας.

3.4 Επιρροή πλωτήρα στην αεροδυναμική

Ο πλωτήρας με την κίνησή του επηρεάζει την αεροδυναμική του συστήματος και ειδικότερα το επίπεδο ως προς το οποίο είναι στραμμένα τα πτερύγια. Η γωνία στροφής του πλωτήρα ως προς τον y άξονα (tilt angle) και η γωνία στροφής ως προς τον z άξονα (yaw angle) είναι αυτές που παίζουν ρόλο στο φαινόμενο αυτό. Σύμφωνα λοιπόν τα διανύσματα στροφών και μετακινήσεων που έχουμε ήδη ορίσει, ορίζουμε και τις γωνίες

$$TILTANG = Y_{fp}$$

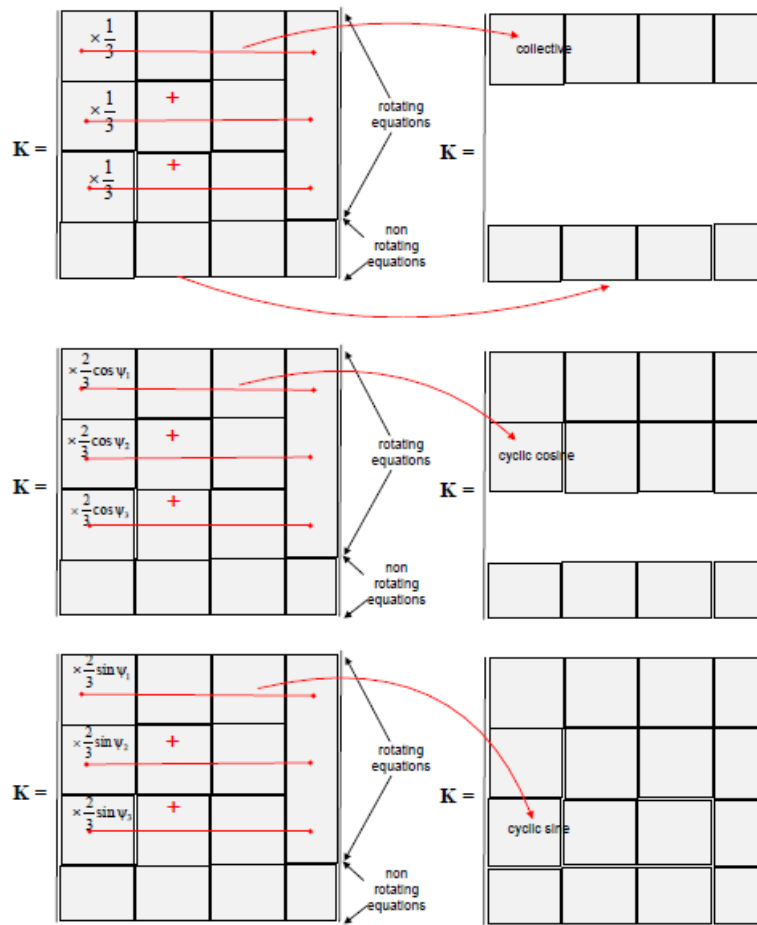
$$YAWANG = \arcsin(\cos(Z_{fy}) \sin(X_{fr}) \sin(Y_{fp}) + \cos(X_{fr}) \sin(Z_{fy}))$$



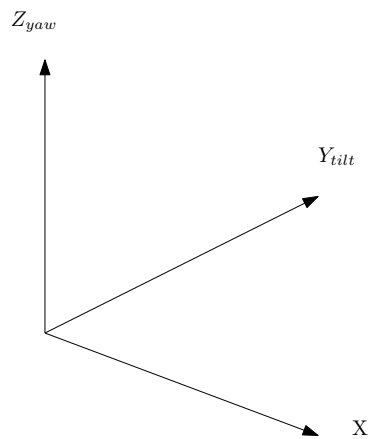
Σχήμα 3.4: Μετασχηματισμός βαθμών ελευθερίας τρίτου πτερυγίου (και όσων επηρεάζονται από αυτό) μητρώου δυσκαμψίας

όπου X_{fr}, Y_{fp}, Z_{fy} η στροφές του πλωτήρα ως προς τους άξονες x, y, z αντίστοιχα (βλ σχ 3.6). Έτσι στο σύστημα του ρότορα, λαμβάνουμε υπόψιν μας και τη στροφή που προκαλείται λόγω αυτών των γωνιών.

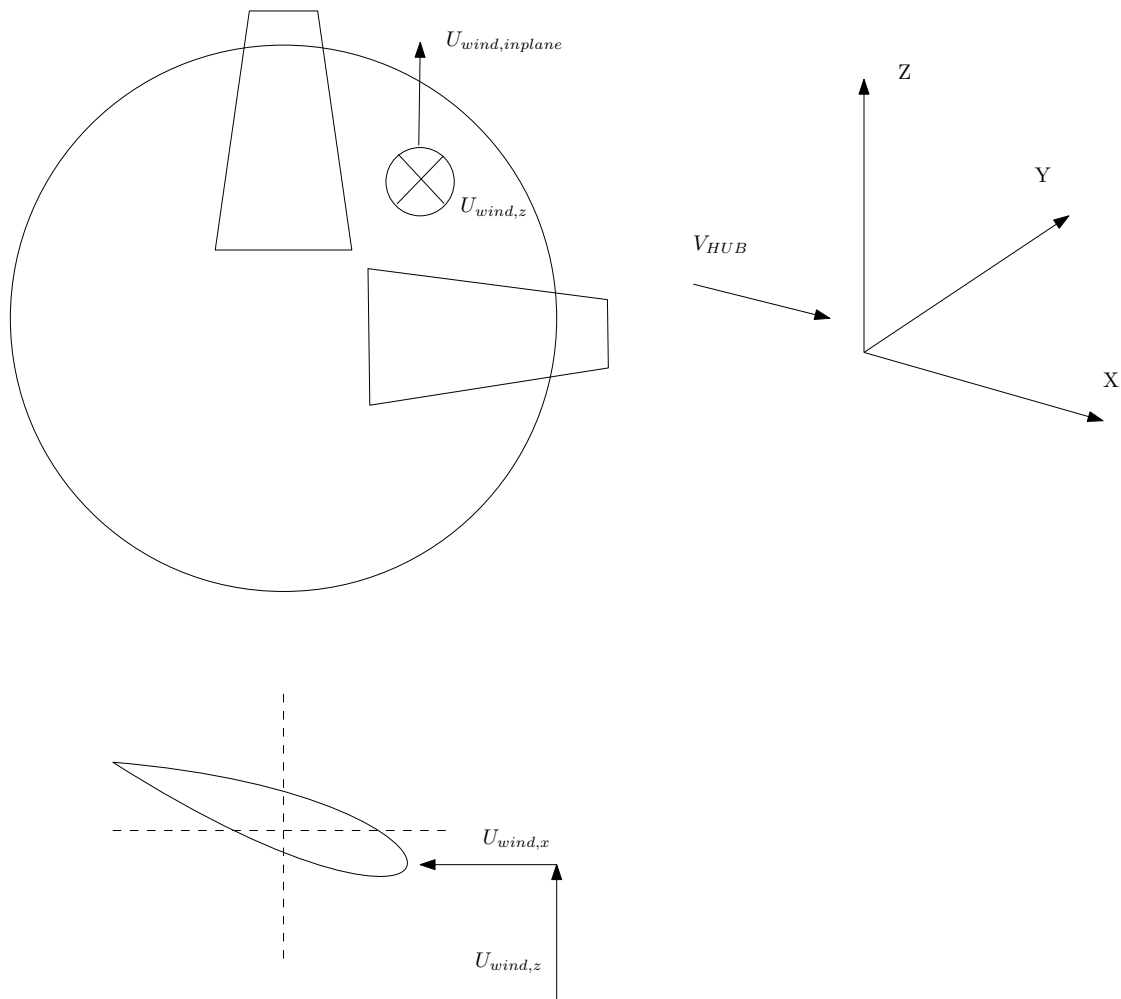
Στο σχήμα 3.7 φαίνεται η αεροδυναμική στο πτερύγιο της A/T όπως είναι μετά τη στροφή του πλωτήρα.



Σχήμα 3.5: Μετασχηματισμός των εξισώσεων στο μη στρεφόμενο σύστημα



Σχήμα 3.6: Σύστημα συντεταγμένων πλωτήρα



Σχήμα 3.7: Αεροδυναμική λόγω στροφής του πλωτήρα

Κεφάλαιο 4

Κώδικας HydroGast

4.1 Περιγραφή κώδικα

Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται ανάλυση του κώδικα GAST (General Aerodynamic and Structural Tool), που αναπτύχθηκε στο εργαστήριο αεροδυναμικής του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου και χρησιμοποιήθηκε για την υπολογιστική ανάλυση μιας ανεμογεννήτριας. Χρησιμοποιείται για την ανάλυση της απόκρισης ανεμογεννητριών και πιο συγκεκριμένα ανάμεσα στις δυνατότητες εφαρμογής του συγκαταλέγονται τα εξής :

- Ανάλυση ιδιοτιμών σε μεταβατικές συνθήκες και σε συνθήκες ισορροπίας
- Ανάλυση ευστάθειας για χρονικά σταθερές και χρονικά μεταβαλλόμενες συνθήκες
- Αεροελαστικές προσομοιώσεις στο πεδίο του χρόνου

Αποτελείται από ένα πρότυπο για την αεροδυναμική ανάλυση του δρομέα (RAFT-Rotor Analysis Fast Tool) βασισμένο στη μέθοδο στοιχείων πτερύγωσης (BEM-Blade Element Momentum method) και ένα ελαστοδυναμικό πρότυπο βασισμένο στην προσέγγιση πολλαπλών σωμάτων (multi-body approach), όπου όλα τα ελαστικά σώματα θεωρούνται γραμμικές δοκοί, αλλά λαμβάνονται μη γραμμικές συνθήκες κινηματικής και δυναμικής σύνδεσης των σωμάτων. Για τη διακριτοποίηση των δυναμικών εξισώσεων κίνησης εφαρμόζεται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (FEM-Finite Element Method). Οι ελαστοδυναμικές εξισώσεις της δοκού συμπληρώνονται από τις εξισώσεις του μοντέλου ONERA για τους αεροδυναμικούς βαθμούς ελευθερίας (άνωση-lift, αντίσταση-drag και αεροδυναμική ροπή-momentum). Κατά αυτόν τον τρόπο οι εξισώσεις κάθε στοιχείου της δοκού, πέραν από τους ελαστικούς βαθμούς ελευθερίας (ελαστικές μετακινήσεις και στροφές) περιλαμβάνουν επίσης και τους αεροδυναμικούς βαθμούς ελευθερίας. Το πλήρες σύστημα των συζευγμένων αεροελαστικών εξισώσεων της δοκού επιλύεται ταυτόχρονα χρησιμοποιώντας μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων.

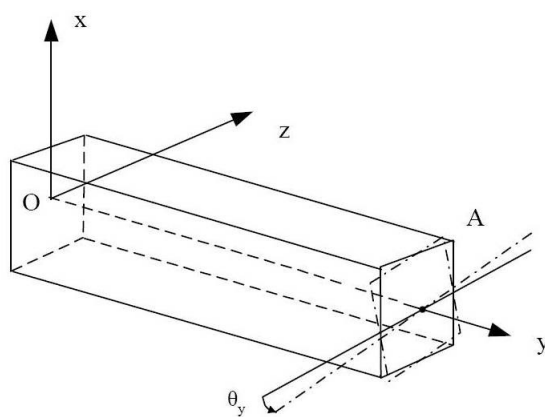
Αρχικά ο κώδικας γράφτηκε για υπολογισμό φορτίων ανεμογεννητριών επί εδάφους. Με ορισμένες τροποποιήσεις μετατράπηκε σε κώδικα για υπεράκτιες. Η ύπαρξη της πλατφόρμας εισάγεται ως ένα σύστημα έξι βαθμών ελευθερίας στη βάση του πύργου το οποίο πραγματοποιεί ημιτονοειδή κίνηση σε όλους τους βαθμούς (κώδικας HydroGast).

4.2 Αεροελαστική Ανάλυση

Η αεροελαστική ανάλυση της ανεμογεννήτριας στο συγκεκριμένο κώδικα έχει βασιστεί στη θεωρία της δοκού, σύμφωνα με την οποία τα επιμέρους τμήματα που την απαρτίζουν προσεγγίζονται μονοδιάστατα. Με άλλα λόγια το μήκος των στοιχείων αυτών θεωρείται πολύ

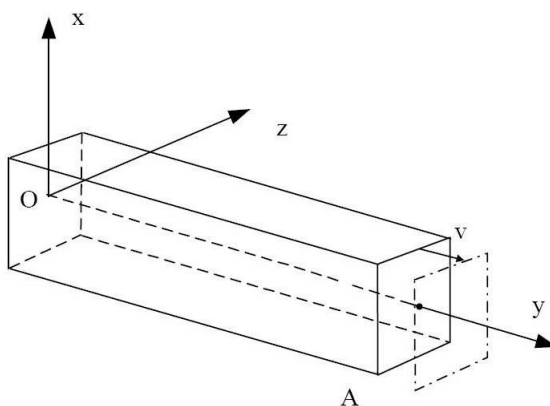
μεγαλύτερο από τις διαστάσεις των εγκάρσιων διατομών τους, γεγονός που δικαιολογεί και τη χρήση του όρου δοκός. Στη μέθοδο αυτή περιλαμβάνονται οι εξισώσεις και για τους ελαστικούς και για τους κινηματικούς βαθμούς ελευθερίας οι οποίες επιλύονται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (FEM). Με αυτόν τον τρόπο προσομοιώνεται το πλήρες δυναμικό σύστημα της ανεμογεννήτριας οριζοντίου άξονα. Επιπλέον κάθε παραμορφώσιμο στοιχείο της μηχανής θεωρείται ελεύθερος φορέας, ο οποίος ικανοποιεί τις συνθήκες κινηματικής και δυναμικής συμβιβαστότητας σε σχέση με τα γειτονικά στοιχεία με τα οποία συνδέεται. Η Θεωρία Δοκού βασίζεται σε τρεις βασικές υποθέσεις [14], [15], οι οποίες εξηγούνται παρακάτω.

Υπόθεση Στρέψης: Η διατομή ενός γραμμικού φορέα, που εκτείνεται κατά μήκος του άξονα y συστήματος συντεταγμένων Oxy , κατά τη στρέψη του φορέα παραμένει κάθετη στον y , επίπεδη και απαραμόρφωτη και στρέφεται γύρω από αυτόν.



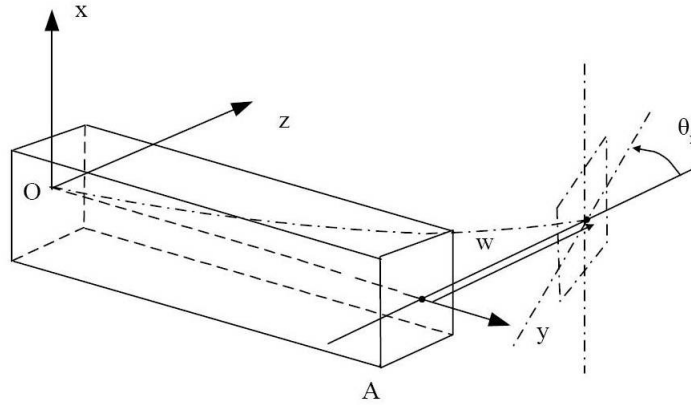
Σχήμα 4.1: Υπόθεση Στρέψης

Υπόθεση Εφελκυσμού: Η διατομή ενός γραμμικού φορέα που εκτείνεται κατά μήκος του άξονα y συστήματος συντεταγμένων Oxy , κατά τον εφελκυσμό ή την θλίψη του φορέα παραμένει επίπεδη, απαραμόρφωτη και κάθετη στον y , και μετατοπίζεται κατά την κατεύθυνση του.



Σχήμα 4.2: Υπόθεση Εφελκυσμού

Υπόθεση Κάμψης: Κάθε διατομή ενός γραμμικού φορέα που εκτείνεται κατά μήκος του άξονα y συστήματος συντεταγμένων Oxy , κατά την κάμψη του φορέα μετατοπίζεται κάθετα ως προς τον y και στρέφεται έτσι ώστε να είναι πάντα κάθετη ως προς τον καμπτώμενο άξονα y , ενώ ταυτόχρονα παραμένει επίπεδη και απαραμόρφωτη (Υπόθεση Bernoulli).



Σχήμα 4.3: Υπόθεση Κάμψης

Το διάνυσμα θέσης r ενός σημείου που είναι στην παραμορφωμένη κατάσταση και βρίσκεται πάνω στη διατομή A δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$r = \xi_0 + E \cdot u \quad (4.1)$$

Όπου $\xi_0(x, y, z)$ το διάνυσμα θέσης του σημείου στην απαραμόρφωτη κατάσταση, u το διάνυσμα των μετακινήσεων και των στροφών και E το ακόλουθο μητρώο:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -z & 0 & x \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -x & 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Οι εσωτερικές αντιδράσεις του εκάστοτε τμήματος της κατασκευής δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$F_y = \int_A \sigma_{yy} dA = \int_A E v' dA \quad (4.3)$$

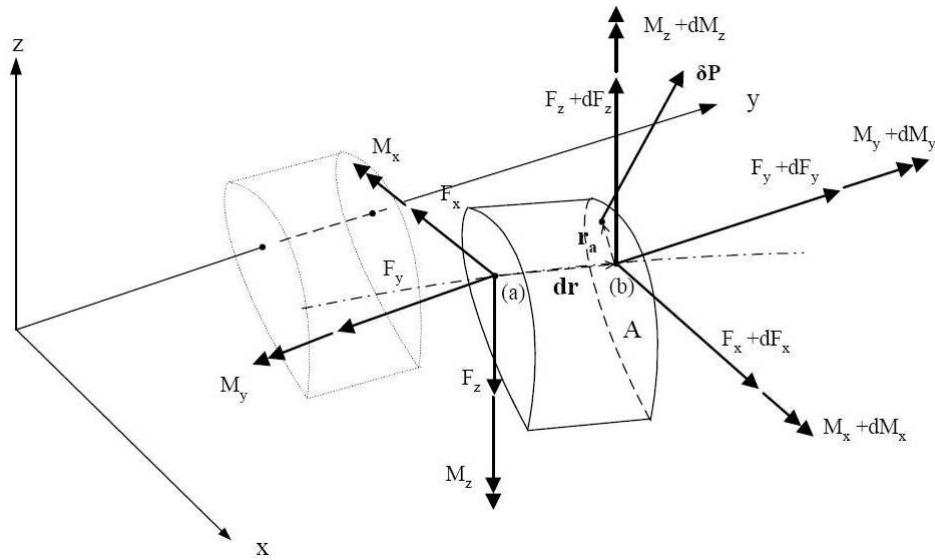
$$M_x = - \int_A \sigma_{yy} z dA = - \int_A (-E x z u'' - E z^2 w'') dA \quad (4.4)$$

$$M_y = - \int_A (\tau_{xy} z - \tau_{yz} x) dA = \int_A G (x^2 + z^2) \theta_y dA \quad (4.5)$$

$$M_z = \int_A \sigma_{yy} x dA = \int_A (-E x^2 u'' - E x z w'') dA \quad (4.6)$$

Όπου σ_{yy} , τ_{xy} και τ_{yz} οι ορθές τάσεις λόγω κάμψης και εφελκυσμού και οι διατμητικές τάσεις λόγω στρέψης.

Τα τμήματα της ανεμογεννήτριας τα οποία υπόκεινται σε ελαστοδυναμική ανάλυση είναι:



Σχήμα 4.4: Εσωτερικές αντιδράσεις σε στοιχειώδες τμήμα dy

- Ο πύργος
- Το αξονικό σύστημα και ο κλωβός
- Τα πτερύγια

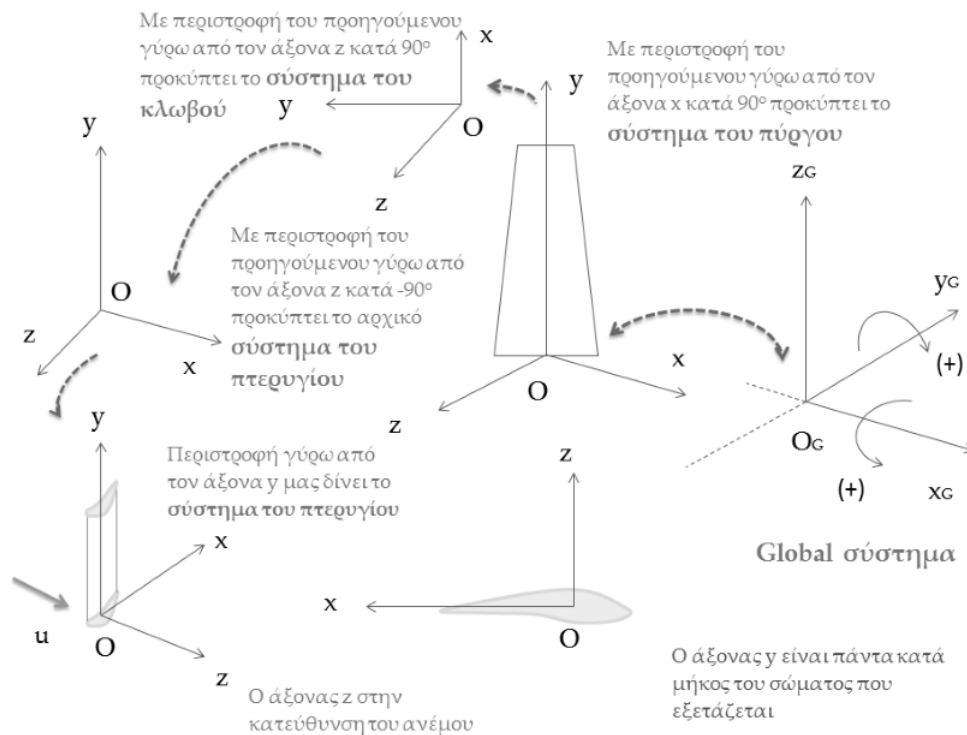
Κάθε ένα από αυτά τα τμήματα θεωρείται χωριστή ελαστική δοκό που διέπεται από τις παραπάνω εξισώσεις και καταπονείται σε κάμψη, στρέψη και εφελκυσμό-θλίψη. Στα άκρα τους όπου γίνεται και η σύνδεση μεταξύ τους ικανοποιούνται συγκεκριμένες κινηματικές και δυναμικές συνθήκες. Στο Σχήμα 4.5 φαίνονται τα τοπικά συστήματα συντεταγμένων των επιμέρους τμημάτων. Αρχικά έχει επιλεγεί ένα γενικό καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων $O_{GxGyGzG}$ (global σύστημα). Η αρχή του κάθε τοπικού συστήματος συμπίπτει με την αρχή του αντίστοιχου σώματος. Τελικά το διάνυσμα θέσης οποιουδήποτε σημείου πάνω σε μια διατομή A του σώματος k , ως προς το γενικό σύστημα συντεταγμένων θα δίνεται από τη σχέση:

$$r_{Gk} = \rho_k + A_k r_k = \rho_k + A_k (\xi_0 + E u_k), \quad k = 1, N_B \quad (4.7)$$

όπου με N_B συμβολίζουμε το πλήθος των σωμάτων, με $\rho_k = \rho_k(t)$ το διάνυσμα θέσης της αρχής του τοπικού συστήματος συντεταγμένων του σώματος που εξετάζουμε ως προς το αδρανειακό σύστημα και $A_k = A_k(t)$ το μητρώο στρέψης από το τοπικό στο γενικό σύστημα. Τα ρ_k και A_k είναι συνάρτηση του χρόνου και είναι αυτά που καθορίζουν την κινηματική σύζευξη των διαφόρων σωμάτων που απαρτίζουν το πλήρες δυναμικό σύστημα [16]. Αντίστοιχα ορίζονται η ταχύτητα και η επιτάχυνση ενός σημείου πάνω στο k , ως προς το γενικό σύστημα συντεταγμένων

$$\dot{r}_{Gk} = \dot{\rho}_k + \dot{A}_k (\xi_0 + E u_k) + A_k E \dot{u}_k \quad (4.8)$$

$$\ddot{r}_{Gk} = \ddot{\rho}_k + \ddot{A}_k (\xi_0 + E u_k) + 2\dot{A}_k E \dot{u}_k + A_k E \ddot{u}_k \quad (4.9)$$



Σχήμα 4.5: Συστήματα συντεταγμένων

Είναι γνωστό ότι στην άκρη κάθε τμήματος εμφανίζονται έξι βαθμοί ελευθερίας q , δηλαδή τρεις μετακινήσεις και τρεις στροφές. Στην συγκεκριμένη ανάλυση θεωρούμε ότι η αρχή του κάθε σώματος είναι πακτωμένη και άρα ακίνητη, ενώ το άκρο κινείται ελεύθερα. Η αρίθμηση των σωμάτων ξεκινά από τα πτερύγια $k = 1, B$ (B το πλήθος των πτερυγίων), συνεχίζει με τον άξονα $k = B + 1$ και ολοκληρώνεται με τον πύργο $k = B + 2$. Δηλαδή σε μια ανεμογεννήτρια τριών πτερυγίων η αρίθμηση είναι η ακόλουθη: πρώτο πτερύγιο = 1, δεύτερο πτερύγιο = 2, τρίτο πτερύγιο = 3, άξονας = 4, πύργος = 5.

Οι εξισώσεις που αναφέρθηκαν παραπάνω αφορούν στις συνθήκες κινηματικής σύζευξης των επιμέρους τμημάτων. Ταυτόχρονα πρέπει να ικανοποιούνται και οι δυναμικές συνθήκες σύζευξης, οι οποίες εμφανίζονται στο τέλος του ενός φορέα (εκεί που κινείται ελεύθερα) και στην αρχή του άλλου (εκεί που είναι πακτωμένος) όπως οι συνθήκες δυνάμεων και ροπών και οι οποίες οφείλονται στο γεγονός ότι τα διαφορετικά τμήματα της ανεμογεννήτριας εξετάζονται ως ανεξάρτητοι φορείς. Έτσι στο άκρο του κάθε σώματος ασκούνται οι δυνάμεις και οι ροπές που δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις.

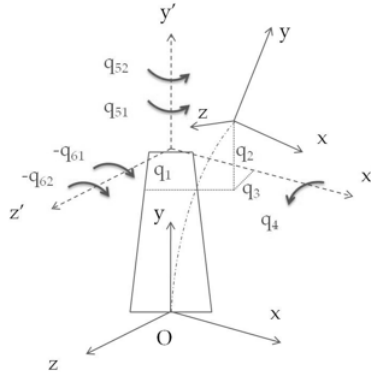
$$(F_{el})_k^i = \sum_m A_m^k \left[\int_{L_m} \left(\int_A (\rho dA \cdot A_m^T g_G) + \delta P_m - \int_A (\rho dA \cdot A_m^T \ddot{r}_{Gm}) \right) dy \right] \quad (4.10)$$

$$(M_{el})_k^i = \sum_m A_m^k \left[\int_{L_m} \left(\int_A \left(\rho dA \cdot r_{mk}^{(i)} \times (A_m^T g_G) \right) + r_{mk}^{(i)} \times \delta P_m \right. \right. \\ \left. \left. - \int_A \left(\rho dA \cdot r_{mk}^{(i)} \times (A_m^T \ddot{r}_{Gm}) \right) \right) dy \right] \quad (4.11)$$

Όπου $(F_{el})_k^i = ((F_{elx})_k^i, (F_{ely})_k^i, (F_{elz})_k^i)^T$ και $(M_{el})_k^i = ((M_{elx})_k^i, (M_{ely})_k^i, (M_{elz})_k^i)^T$

Στις δυο παραπάνω εξισώσεις με m συμβολίζουμε το κάθε σώμα, το οποίο συνδέεται με το k μέσω του άκρου (i) και μεταφέρει σε αυτό φορτία. Έτσι για παράδειγμα για τον υπολογισμό των αντιδράσεων στο άκρο (2) του αξονικού συστήματος ολοκληρώνουμε τα φορτία κατά μήκος των B πτερυγίων ενώ για τον υπολογισμό των αντιδράσεων στο άκρο (2) του πύργου ολοκληρώνουμε τα φορτία κατά μήκος των πτερυγίων και του αξονικού συστήματος. Με A_m συμβολίζουμε το μητρώο στροφής που μας μεταφέρει από το τοπικό σύστημα του σώματος m στο τοπικό σύστημα του σώματος k , με $r_{mk}^{(i)} = (x_{mk}^{(i)}, y_{mk}^{(i)}, z_{mk}^{(i)})^T$ το διάνυσμα θέσης του τυχαίου σημείου πάνω στο σώμα m ως προς το άκρο i του σώματος k , με $r_{amk}^{(i)} = (x_{amk}^{(i)}, y_{amk}^{(i)}, z_{amk}^{(i)})^T$ το διάνυσμα θέσης του σημείου εφαρμογής των δυνάμεων δP_m ως προς το άκρο i του σώματος k και με L_m το μήκος της δοκού m [16].

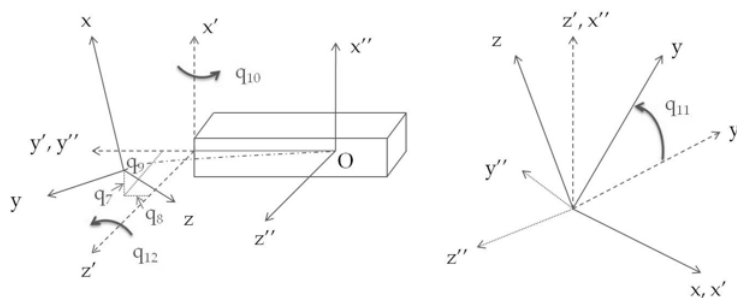
Στα Σχήματα 4.6-4.8 φαίνονται οι έξι βαθμοί ελευθερίας στο άκρο του κάθε σώματος και στον Πίνακα ?? περιγράφονται αναλυτικά.



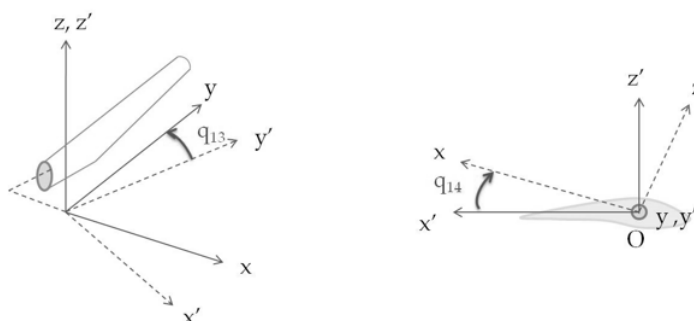
Σχήμα 4.6: Κινηματικοί βαθμοί ελευθερίας Πύργου

Το προηγούμενο σύστημα εξισώσεων που αναφέρεται στις δυνάμεις και στις ροπές που ασκούνται στο ελεύθερο άκρο κάθε σώματος συμπληρώνεται λαμβάνοντας υπόψη μας τις δυναμικές εξισώσεις για τους μη ελαστικούς βαθμούς ελευθερίας $(q_{52}, q_{62}, q_{13}, q_{14})$ οι οποίοι είναι συνάρτηση του τύπου της ανεμογεννήτριας. Ακόμα προστίθεται μια συνοριακή συνθήκη η οποία αφορά στην στρεπτική αντιρροπή της ηλεκτρογεννήτριας και η οποία εφαρμόζεται στο άκρο του άξονα και εξαρτάται από τον τύπο της γεννήτριας. Μέσω των συστημάτων ελέγχου ρυθμίζονται η γωνία απόκλισης του δρομέα (q_{52}) για ευθυγράμμιση αυτού στην κύρια κατεύθυνση του ανέμου και η γωνία βήματος (q_{14}) του πτερυγίου για επίτευξη της επιθυμητής ισχύος. Οι βαθμοί ελευθερίας διέπονται από τη δυναμική εξίσωση (4.12).

$$k_q q + c_q \dot{q} = (M_{\text{ext}} - M_{\text{in}}) - M_c \quad (4.12)$$



Σχήμα 4.7: Κινηματικοί βαθμοί ελευθερίας Άξονα



Σχήμα 4.8: Κινηματικοί βαθμοί ελευθερίας Πτερυγίων

όπου με k_q , c_q συμβολίζουμε τις σταθερές ελαστικότητας και απόσβεσης που χαρακτηρίζουν την περιστροφή κατά q , με $(M_{\text{ext}} - M_{\text{in}})$ τη διαφορά αδρανειακών και εξωτερικών ροπών γύρω από τον άξονα που γίνεται η q περιστροφή και με M_c τη ροπή που επιβάλλεται από το σύστημα ελέγχου και η οποία είναι μηδενική όταν η κίνηση είναι ελεύθερη [16].

Για τη σωστή προσομοίωση της δυναμικής συμπεριφοράς της ανεμογεννήτριας πρέπει να γίνει η εισαγωγή στοιχείων συγκεντρωμένων ιδιοτήτων, όπως είναι τα στοιχεία αδράνειας, τα στοιχεία απόσβεσης, τα στοιχεία ελαστικότητας και τα στοιχεία εξωτερικών δυνάμεων και ροπών. Η προσομοίωση της μάζας και της ροπής αδράνειας της πλήμνης του δρομέα, του κλωβού, της ηλεκτρογεννήτριας και του κιβωτίου ταχυτήτων γίνεται με συγκεντρωμένα στοιχεία αδράνειας. Η προσομοίωση των εδράσεων και των ελαστικών συνδέσμων σύνδεσης του αξονικού συστήματος και της ελαστικότητας του μηχανισμού προσανατολισμού της ανεμογεννήτριας επιτυγχάνεται με στοιχεία απόσβεσης και ελαστικότητας. Δεν πρέπει όμως να ξεχνάμε την κατασκευαστική πολυπλοκότητα αυτών των τμημάτων της μηχανής η οποία εμποδίζει τον ακριβή προσδιορισμό των ισοδύναμων ελαστικών χαρακτηριστικών δοκού γι' αυτό και είναι απαραίτητη η χρήση συγκεντρωμένων ελαστικών ιδιοτήτων (μάζες-ελατήρια-αποσβεστήρες), λύση η οποία όσο απλή κι αν φαντάζει είναι η πλέον αποδοτική. Γενικότερα για κάποια τυχαία στατική ή δυναμική φόρτιση εφαρμόζονται στοιχεία συγκεντρωμένων δυνάμεων ροπών. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η προσομοίωση της ηλεκτρογεννήτριας. Η ύπαρξη της ηλεκτρογεννήτριας γίνεται αντιληπτή μέσω της αντιροπής που ασκεί στον άξονα και εξαρτάται από τον τύπο της ανεμογεννήτριας (σύγχρονη, ασύγχρονη, σταθερών και μεταβλητών

Βαθμός ελευθερίας	Περιγραφή
q1	Κατά x ελαστική μετατόπιση του άκρου του πύργου
q2	Κατά y ελαστική μετατόπιση του άκρου του πύργου
q3	Κατά z ελαστική μετατόπιση του άκρου του πύργου
q4	Κατά x ελαστική στροφή του άκρου του πύργου
q51	Κατά y ελαστική στροφή του άκρου του πύργου
q61	Κατά z ελαστική στροφή του άκρου του πύργου
q52	Κατά y στροφή του άκρου του πύργου (yaw)
q62	Κατά z στροφή του άκρου του πύργου (tilt)
q7	Κατά x ελαστική μετατόπιση του άκρου του άξονα
q8	Κατά y ελαστική μετατόπιση του άκρου του άξονα
q9	Κατά z ελαστική μετατόπιση του άκρου του άξονα
q10	Κατά x ελαστική στροφή του άκρου του άξονα
q11	Κατά y ελαστική στροφή του άκρου του άξονα
q12	Κατά z ελαστική στροφή του άκρου του άξονα
q13	Γωνία πτερύγισης του δρομέα (teeter), (μόνο για δίπτερους δρομείς)
q14	Γωνία βήματος του πτερυγίου

Πίνακας 4.1: Διάγραμμα των Κινηματικών Βαθμών Ελευθερίας

στροφών). Έτσι η επαγωγή της δίνεται από τη Σχέση (4.13).

$$M_{\text{GEN}} = B(\omega_s - \omega) \quad (4.13)$$

Όπου B η κλίση της χαρακτηριστικής της γεννήτριας, ω_s οι σύγχρονες στροφές και ω η ταχύτητα περιστροφής της γεννήτριας. Η εξίσωση που τελικά αναλύει την ελαστοδυναμική συμπεριφορά μιας ανεμογεννήτριας είναι η (4.14):

$$M_{\text{total}}\ddot{x}^{(n)} + C_{\text{total}}\dot{x}^{(n)} + K_{\text{total}}x^{(n)} = Q_{\text{total}} \quad (4.14)$$

Όπου M_{total} είναι το μητρώο μάζας, C_{total} είναι το μητρώο απόσβεσης στο οποίο συμπεριλαμβάνεται και η απόσβεση των υλικών της κατασκευής, K_{total} το μητρώο δυσκαμψίας και Q_{total} το μητρώο φορτίων στο οποίο συμπεριλαμβάνονται τα αεροδυναμικά φορτία που αναπτύσσονται στο δρομέα αλλά και τα φορτία λόγω βάρους. Τα αεροδυναμικά φορτία του δρομέα εξαρτώνται από τις ταχύτητες παραμόρφωσης των πτερυγίων. Για τους υπολογισμούς έχει θεωρηθεί συγκεκριμένος αριθμός πεπερασμένων στοιχείων για κάθε τμήμα της κατασκευής. Πιο συγκεκριμένα για την προσομοίωση του κάθε πτερυγίου χρησιμοποιήθηκαν 13 πεπερασμένα στοιχεία, για τον άξονα 2 (όπου 1 για τον άξονα χαμηλών στροφών και 1 για τον άξονα υψηλών στροφών) και για τον πύργο 11. Η ανάλυση του πλήρους δυναμικού συστήματος μιας ανεμογεννήτριας δίνει ως αποτελέσματα τις ιδιοσυχνότητες και τα ιδιοδιανύσματα του συστήματος. Οι ιδιοσυχνότητες και οι αντίστοιχες ιδιομορφές τους προκύπτουν από την επίλυση του προβλήματος ιδιοτιμών (4.15).

$$(K_{\text{total}} - \Omega^2 M_{\text{total}})\Phi = 0 \quad (4.15)$$

Όπου Ω είναι οι ιδιοσυχνότητες του συστήματος και Φ τα διανύσματα των ιδιομορφών. Περισσότερα για την ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων ακολουθούν στο επόμενο κεφάλαιο.

Κεφάλαιο 5

Ανάλυση Ιδιοσυχνοτήτων – Ευστάθεια Συστήματος

Ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων με εξωτερική διέγερση

Η ιδιοδιανυσματική ανάλυση παρέχει τις δυναμικές ιδιότητες ενός συστήματος λύνοντας τη χαρακτηριστική του εξίσωση, η οποία αποτελείται από τα μητρώα μάζας, απόσβεσης και δυσκαμψίας (ελαστικότητας). Οι δυναμικές ιδιότητες ενός συστήματος είναι οι ιδιομορφές του, δηλαδή οι φυσικές ιδιομορφές (natural mode shapes) και οι φυσικές ιδιοσυχνότητες (natural frequencies). Για αεροελαστικά συστήματα, όπως αυτό που μελετάται εδώ, πρέπει να ληφθεί υπ' όψη και η αεροδυναμική. Σε αυτή τη περίπτωση η φασματική ανάλυση θα δώσει, εκτός από τις συχνότητες και την απόσβεση (logarithmic decrement).

Οι ιδιοσυχνότητες θα είναι μιγαδικοί αριθμοί και η λύση, λ , του συστήματος ανάλογη με το $e^{\lambda t}$. Έτσι αν το πραγματικό μέρος του λ είναι μεγαλύτερο από το 0, το σύστημα είναι ασταθές και η απόκριση αυξάνεται εκθετικά.

Αντίθετα, ένα σύστημα είναι ευσταθές εάν μπορεί να αποσβέσει κάθε ταλάντωση που το διεγείρει. Η απόκριση ενός συστήματος σχετίζεται με τα modes του εάν αυτό είναι γραμμικό ή σχεδόν γραμμικό. Τα περισσότερα συστήματα, όπως και το σύστημα της ανεμογεννήτριας που μελετάται εδώ, είναι μη-γραμμικά και απαιτείται γραμμικοποίησή τους. Η ανάλυση που περιγράφεται στη συνέχεια είναι κατά [17].

5.1 Σύστημα σε ελεύθερη ταλάντωση (ομογενές πρόβλημα)

Αρχικά περιγράφεται ο τρόπος λύσης του προβλήματος χωρίς εξωτερική διέγερση, και άρα, χωρίς να ληφθεί υπ' όψη η αεροδυναμική. Η δυναμική εξίσωση του κάθε βαθμού ελευθερίας παράγεται από την εξίσωση Lagrange και φέρεται στη μορφή της εξίσωσης (2.16).

Θέτουμε: $x_1 = \dot{q}$ και $x_2 = q$, όπου q το διάνυσμα των βαθμών ελευθερίας. Έτσι το σύστημα μετασχηματίζεται στη μορφή (5.1)

$$M \dot{x}_1 + C x_1 + K x_2 = 0 \quad (5.1)$$

Γράφοντας τις παραπάνω εξισώσεις σε μορφή πινάκων, προκύπτει

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -C & -K \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}. \quad (5.2)$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη επί τον αντίστροφο της μάζας, δηλαδή λύνοντας ως προς τη παράγωγο των x_1 και x_2 , έχουμε

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -C & -K \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \quad (5.3)$$

Κάνοντας τις πράξεις προκύπτει τελικά

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -M^{-1}C & -M^{-1}K \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \quad (5.4)$$

το οποίο γράφεται

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = A \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \quad (5.5)$$

όπου

$$A = \begin{bmatrix} -M^{-1}C & -M^{-1}K \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Το σύστημα αυτό έχει λύση της μορφής (5.7). Η λύση αυτή προϋποθέτει ότι το σύστημα έχει σταθερούς συντελεστές.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} c_1 \cdot e^{\lambda_1 t} \\ c_2 \cdot e^{\lambda_2 t} \end{Bmatrix} = [\varphi_1 \quad \varphi_2] \cdot \begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{Bmatrix} = \Phi \cdot q(t) \quad (5.7)$$

Αντικαθιστώντας τη λύση αυτή στην εξίσωσή (5.1), έχουμε για κάθε i

$$\Phi_i \lambda_i e^{\lambda_i t} = A \Phi_i e^{\lambda_i t} \quad (5.8)$$

προκύπτει τελικά $(A - \lambda_i I)\phi_i = 0$ και $\det(A - \lambda_i I) = 0$ και αφού

$$A = \begin{bmatrix} -M^{-1}C & -M^{-1}K \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

η ορίζουσα θα γίνει

$$\det \begin{bmatrix} -M^{-1}C - \lambda & -M^{-1}K \\ 1 & -\lambda \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Το πολυώνυμο που προκύπτει είναι

$$\lambda^2 + 2\zeta\omega\lambda + \omega^2 = 0 \quad (5.11)$$

- Η ω αποτελεί τη κυκλική ιδιοσυχνότητα του συστήματος με μονάδες rad/s και ορισμό $\omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$
- η ποσότητα ζ καλείται λόγος απόσβεσης, είναι αδιάστατο μέγεθος και ορίζεται ως $\zeta = \frac{c}{2\omega M}$. Όσο υψηλότερη είναι η τιμή του λόγου απόσβεσης, τόσο μεγαλύτερη είναι και η μείωση πλάτους και ενέργειας των ταλαντώσεων

Οι λύσεις του πολυωνύμου είναι είτε πραγματικοί, είτε συζυγείς μιγαδικοί αριθμοί λ_1 και λ_2 , οι οποίοι καθορίζουν τη μορφή της απόκρισης

$$\lambda_{1,2} = -\zeta\omega \pm i\omega\sqrt{1 - \zeta^2} \quad (5.12)$$

Η εξίσωση αυτή, βάσει της τιμής του λόγου απόσβεσης, διαθέτει για μη αρνητική απόσβεση δύο βασικές λύσεις. Ενδιαφέρει εδώ η υποκρισίμη απόσβεση ($0 < \zeta < 1$) για την οποία η λύση είναι της μορφής

$$x(t) = A e^{-\zeta\omega t} \sin(\omega_n t + \phi) \quad (5.13)$$

όπου ω_n η ιδιοσυχνότητα αποσβεσμένης ταλάντωσης. Υπολογίζεται επίσης και η λογαριθμική μείωση $d = 2\pi \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$.

5.2 Σύστημα με εξωτερική διέγερση

Προσθέτοντας δεδομένη εξωτερική φόρτιση, το σύστημα που καλούμαστε να λύσουμε έχει μη μηδενικό το δεύτερο μέλος. Η αεροδυναμική φόρτιση αγνοείται και εδώ κι έτσι τα μητρώα M, C, K είναι και σε αυτήν τη περίπτωση σταθερά και ανεξάρτητα του χρόνου.

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = Q \quad (5.14)$$

Σε μορφή πινάκων, η εξίσωση θα γίνει

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \dot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C & K \\ -I & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.15)$$

Θέτοντας $x = (\dot{q}^T q^T)^T$, έχουμε τελικά

$$\tilde{M}\dot{x} + \tilde{K}x = \tilde{Q} \quad (5.16)$$

Λύνοντας ως προς \dot{x} , προκύπτει $\dot{x} = \tilde{M}^{-1}(-\tilde{K}x + \tilde{Q}) = Ax + B$ Το σύστημα χαρακτηρίζεται από τις ιδιομορφές ϕ_i και τις ιδιοτιμές λ_i του πίνακα A , όπου $i = 1, \dots, n$ και δηλώνει τη διάσταση του συστήματος $(A - \lambda I)\phi_i = 0$ και $|A - \lambda I| = 0$ Όταν η εξωτερική δύναμη που επιβάλλεται είναι αρμονική διέγερση της μορφής $Q(t) = F_0 \cos(\Omega t)$, τότε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο παίρνει τη μορφή

$$\lambda^2 + 2\zeta\omega\lambda + \omega^2 = F_0 \cos(\Omega t) \quad (5.17)$$

Η εξίσωση αυτή αποτελεί μία μη ομογενή διαφορική εξίσωση δευτέρας τάξεως με σταθερούς συντελεστές και η λύση της είναι $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$ όπου $x_h(t)$ η ομογενής λύση και $x_p(t)$ η μερική λύση. Η ομογενής λύση είναι ίδια με τη λύση του συστήματος ελεύθερης ταλάντωσης, ενώ η μερική λύση (που είναι και μόνιμη λύση του συστήματος) έχει τη μορφή $x_p(t) = X \cos(\Omega t - \theta)$, όπου θ η διαφορά φάσης μεταξύ της διέγερσης και της απόκρισης της μερικής λύσης. Εξ' αιτίας της συνύπαρξης των δύο αυτών λύσεων, το δυναμικό σύστημα θα κινηθεί όπως υπαγορεύει η σύνθεση των προαναφερθέντων κινήσεων, δηλαδή όπως υπαγορεύει η παραπάνω εξίσωση. Σε συστήματα με απόσβεση, βασικό χαρακτηριστικό της ομογενούς λύσης είναι ότι εξαφανίζεται (μηδενίζεται) μετά από κάποιο χρόνο. Αντιθέτως, η κίνηση λόγω της επιβολής της εξωτερικής διέγερσης δεν υφίσταται κάποια εξασθένηση, συνεπώς η συγκεκριμένη κίνηση θα παραμείνει ακόμα και όταν η κίνηση λόγω επιβολής αρχικών συνθηκών μηδενισθεί. Καθίσταται λοιπόν φανερό, ότι μετά την παρέλευση ικανοποιητικού χρονικού διαστήματος, θα παραμείνει μόνον η κίνηση λόγω του διεγέρτη. Αυτή η κατάσταση κίνησης καλείται 'μόνιμη κατάσταση' (steady state) διότι δεν πρόκειται να μεταβληθεί περαιτέρω. Επειδή, δε, περιγράφεται από τη μερική λύση, έπεται ότι η φυσική ερμηνεία της μερικής λύσεως είναι η περιγραφή της μόνιμης κατάστασης του δυναμικού συστήματος. Αντιθέτως, η κατάσταση κίνησης λόγω της ομογενούς λύσης στα συστήματα με απόσβεση εξαφανίζεται και γι' αυτό καλείται και 'μεταβατική κατάσταση' (transient state).

Με άλλα λόγια, όταν απουσιάζει ο διεγέρτης, το σύστημα ταλαντώνεται με συχνότητα, η οποία καθορίζεται αποκλειστικά από τις αρχικές συνθήκες και τα χαρακτηριστικά του συστήματος (μάζα, σταθερά απόσβεσης, σταθερά ελατηρίου). Όταν, όμως, επιβάλλεται εξωτερική αρμονική διέγερση, τότε το σύστημα, από ένα σημείο και έπειτα, θα 'ξεχάσει' την ταλάντωσή του λόγω των αρχικών συνθηκών και θα συνεχίσει να ταλαντώνεται επ' άπειρον με τη συχνότητα του διεγέρτη. Έτσι, στην περίπτωση αυτή τα χαρακτηριστικά του συστήματος δεν καθορίζουν τη συχνότητα της ταλάντωσης αλλά παίζουν καθοριστικό ρόλο στο πλάτος της ταλάντωσης.

5.3 Σύστημα με αεροδυναμικά φορτία

Η ίδια διαδικασία ακολουθείται και για την περίπτωση που προστεθεί αεροδυναμικό φορτίο. Τα μητρώα M , C , K όμως εξαρτώνται από τον χρόνο. Η εξίσωση του συστήματος έχει τη μορφή της εξίσωσης

$$M(t)\ddot{q} + C(t)\dot{q} + K(t)q = Q \quad (5.18)$$

Επομένως, το δεξί κομμάτι της εξίσωσης αποτελείται από τις αρχικές δυνάμεις, τις πρώτης τάξης παραγώγους της αεροδυναμικής ως προς τους γενικευμένους βαθμούς ελευθερίας και τις πρώτης τάξης παραγώγους ως προς τις flap και edge δυνάμεις του πτερυγίου.

Επίσης, αποτελείται από τους πίνακες που περιγράφουν την εξάρτηση των τοπικών δυνάμεων του πτερυγίου ως προς τις τοπικές μετακινήσεις και ταχύτητες καθώς και από τους πίνακες που περιγράφουν την εξάρτηση των τοπικών μετακινήσεων και ταχυτήτων ως προς τις γενικευμένες.

$$Q = Q_0 + \frac{\partial Q}{\partial \dot{q}} \delta \dot{q} + \frac{\partial Q}{\partial (F_n, F_t)} \delta (F_n, F_t) \quad (5.19)$$

όπου

$$\delta (F_n, F_t) = \frac{\partial F_n, F_t}{\partial q} \delta q \quad (5.20)$$

με q να αντιστοιχεί στο γενικευμένο σύστημα συντεταγμένων των βαθμών ελευθερίας και $q_{local, wu}$ να αντιστοιχεί στους βαθμούς ελευθερίας ως προς το τοπικό σύστημα συντεταγμένων του στοιχείου περύγωσης

Θεωρούμε όλο το σετ των μη-γραμμικών αεροελαστικών εξισώσεων. Το πρώτο βήμα είναι να δημιουργήσουμε μια περιοδική λύση. Αυτό είναι απαραίτητο έτσι ώστε να γραμμικοποιηθούν οι εξισώσεις γύρω από την περιοδική αυτή λύση. Για την εύρεση της λύσης, οι μη-γραμμικές εξισώσεις παραγωγίζονται στο χρόνο μέχρι να βρεθεί μια περιοδική, σε σχέση με τη γωνιακή ταχύτητα του δρομέα, απόκριση. Σε περίπτωση ασταθών συνθηκών οι υπολογισμοί δίνουν μια απόκριση η οποία περιέχει σημαντικές συνιστώσες σε όλες τις βασικές συνθήκες. Στην περίπτωση αυτή, μέσω του μετασχηματισμού Fourier, διατηρούνται μόνο τα μέρη που σχετίζονται με την περιστροφική συχνότητα ($1 P$) και τα βασικά πολλαπλάσια της ($N P$, όπου N ο αριθμός των πτερυγίων). Σύμφωνα με αυτή τη λύση, το σύστημα μετασχηματίζεται σε μορφή διαταραχής.

Στο σύστημα αυτό εφαρμόζεται ο μετασχηματισμός στρεφόμενου συστήματος και στους βαθμούς ελευθερίας και τις εξισώσεις όπως περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Παράγονται έτσι δυναμικές εξισώσεις κίνησης με σταθερούς συντελεστές και έτσι η ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων παρέχει απευθείας τις δυναμικές ιδιότητες του συστήματος.

Οι νέες εξισώσεις του συστήματος είναι γενικές και εφαρμόζονται και για γραμμικά και για μη-γραμμικά προβλήματα. Η απόκριση του μη γραμμικού προβλήματος δίνεται αν λυθούν επαναληπτικά οι γραμμικοποιημένες εξισώσεις μέχρι να εξαλείφουν οι διαταραχές.

Κεφάλαιο 6

Αποτελέσματα Ανάλυσης Ευστάθειας

6.1 Ιδιοσυχνότητες

Σαν ένα πρώτο έλεγχο επιβεβαίωσης των αποτελεσμάτων, πραγματοποιείται ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων του ολικού συζευγμένου συστήματος. Λαμβάνεται υπόψιν μόνο το κατασκευαστικό κομμάτι (μάζα και δυσκαμψία), χωρίς κάποιο εξωτερικό φορτίο (βαρύτητα, άνεμος, κύμα). Τα αποτελέσματα είναι συνεπή στην περιοχή των συχνοτήτων του νέου κώδικα, ενώ υψηλότερες συχνότητες δεν μπορούν να προβλεφθούν λόγω του περιορισμένου αριθμού βαθμών ελευθερίας.

Στους Πίνακες 6.1 και 6.2 φαίνεται η σύγκριση των τιμών των ιδιοσυχνοτήτων για την χερσαία και πλωτή ανεμογεννήτρια των 5MW αντίστοιχα, όπως προέκυψε μετά από ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων με τον κώδικα HydroGast και με το νέο εργαλείο που αναπτύχθηκε. Τα χαρακτηριστικά της ανεμογεννήτριας των 5MW αναλύονται σε επόμενο κεφάλαιο.

Description	HydroGast	reduced order model
tower side-side	0.355	0.35476
tower fore aft	0.35744	0.35983
drive train torsion	0.6251	0.62516
1st blade assymetric flapwise yaw	0.66151	0.66111
1st blade assymetric flapwise pitch	0.68566	0.68004
1st blade collective flap	0.72961	0.73435
1st blade assymetric edgewise pitch	1.08256	1.08281
1st blade assymetric edgewise yaw	1.10625	1.11305

Πίνακας 6.1: Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων χερσαίας ανεμογεννήτριας 5MW

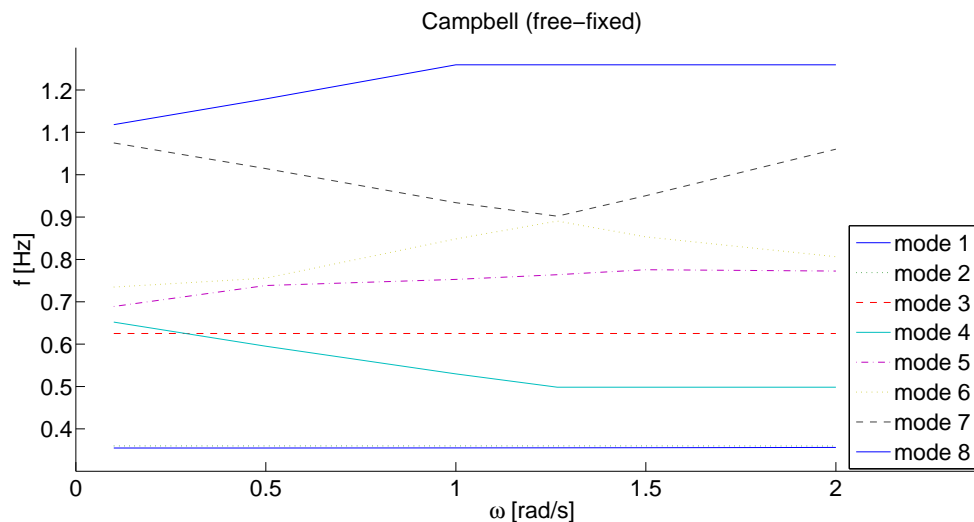
6.2 Διάγραμμα Campbell

Το διάγραμμα Campbell δημιουργείται λύνοντας το σύστημα για το δυναμικό, μόνο, κομμάτι της κατασκευής. Σημειώνεται ότι το διάγραμμα αυτό αντιστοιχεί στο πρόβλημα πριν σε αυτό προστεθεί ο βαθμός ελευθερίας του άξονα (κατάσταση free-fixed) και δείχνει τις ιδιοσυχνότητες της A/Γ που μελετήθηκε (NREL 5MW) σε σχέση με τη γωνιακή ταχύτητα του δρομέα για σταθερές στροφές. Κάθε ιδιοσυχνότητα αντιστοιχεί στις ιδιομορφές (modes) που περιγράφηκαν πιο πάνω. Στα Σχήματα 6.1, 6.2 φαίνεται το διάγραμμα Campbell για τις 8

Description	HydroGast	reduced order model
floater surge	0.01127	0.01127
floater sway	0.01127	0.01127
floater yaw	0.01553	0.01553
floater roll	0.05754	0.058882
floater pitch	0.05759	0.058884
floater heave	0.0833	0.08325
tower side-side	0.45779	0.43514
tower fore aft	0.47301	0.44239
drive train torsion	0.63732	0.6361
1st blade assymetric flapwise yaw	0.64062	0.66177
1st blade assymetric flapwise pitch	0.68037	0.68093
1st blade collective flap	0.72295	0.73633
1st blade assymetric edgewise pitch	1.07921	1.08345
1st blade assymetric edgewise yaw	1.09628	1.11322

Πίνακας 6.2: Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων πλωτής ανεμογεννήτριας 5MW

χαμηλότερες τιμές συχνοτήτων της χερσαίας Α/Γ και τις 14 χαμηλότερες τιμές συχνοτήτων της πλωτής αντίστοιχα. Στους Πίνακες 6.3 και 6.4 περιγράφεται η κάθε ιδιομορφή.



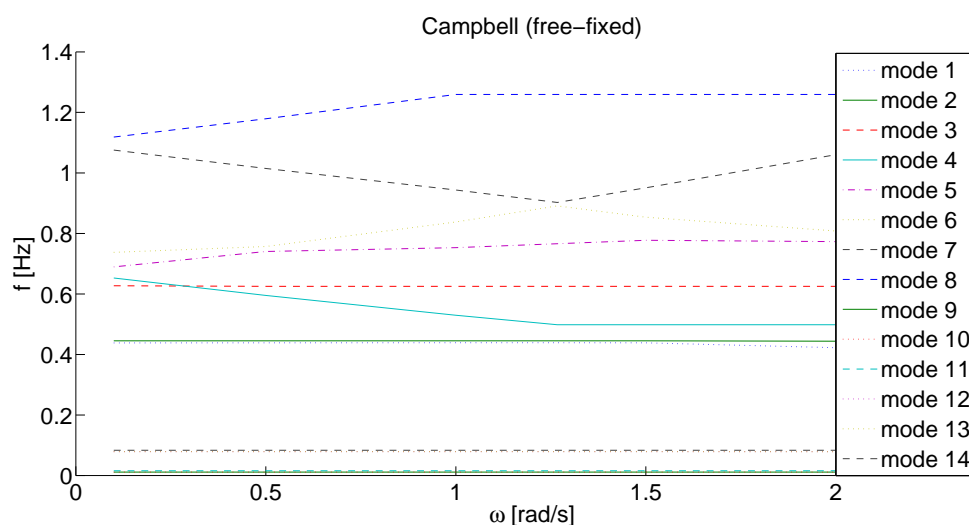
Σχήμα 6.1: Διάγραμμα Campbell για το δυναμικό μέρος χερσαίας Α/Γ

6.3 Ανάλυση ευστάθειας με αεροδυναμικά φορτία

Οι ιδιομορφές χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, ανάλογα με τη συμπεριφορά τους κατά τη μετάβαση από το στρεφόμενο στο μη-στρεφόμενο σύστημα. Οι ιδιομορφές που μετακινούνται προς μεγαλύτερη συχνότητα ονομάζονται Forward Whirling (FW) (προοδευτικές), ενώ οι ιδιομορφές που μετακινούνται προς χαμηλότερη συχνότητα ονομάζονται Backward Whirling (BW) (οπισθοδρομικές). Για πιο σύνθετα προβλήματα, όπως μία πλήρης Α/Γ, γίνεται σύζευξη

Ιδιομορφή	Περιγραφή
1	1 ^η ιδιοσυχνότητα πύργου στο πλάγιο επίπεδο
2	1 ^η ιδιοσυχνότητα πύργου στο μπρος- πίσω επίπεδο
3	1 ^η συμμετρική κατά την edge, συζευγμένη με την ελαστικότητα του άξονα (drive-train)
4	1 ^η ασύμμετρη κατά την flap, συζευγμένη με την ελαστικότητα του yaw
5	1 ^η ασύμμετρη κατά την flap, συζευγμένη με την ελαστικότητα του tilt
6	1 ^η συμμετρική κατά την flap κατεύθυνση
7	1 ^η ασύμμετρη κατά την edge, συζευγμένη με την κατακόρυφη ελαστικότητα
8	1 ^η ασύμμετρη κατά την edge, συζευγμένη με την οριζόντια ελαστικότητα

Πίνακας 6.3: Περιγραφή Ιδιομορφών Χερσαίας Α/Γ



Σχήμα 6.2: Διάγραμμα Campbell για το δυναμικό μέρος πλωτής Α/Γ

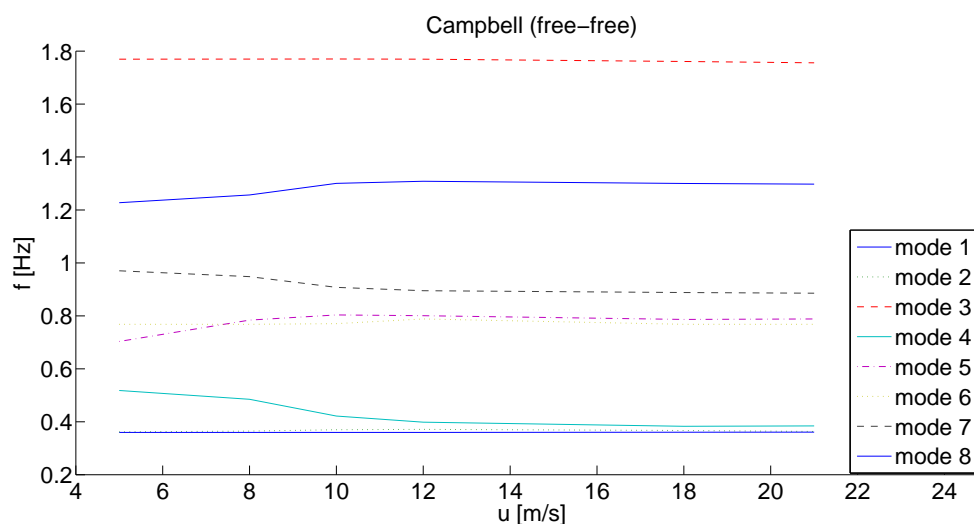
των ιδιομορφών FW και BW με τα μη στρεφόμενα μέρη του συστήματος και η αναγνώρισή τους γίνεται πιο δύσκολη.

Στην περίπτωση που εξετάζεται, στο κινούμενο σύστημα η αδράνεια της ταλάντωσης του πτερυγίου μεταφέρεται σε άλλη γωνία αζιμουθίου, το οποίο προκαλεί σύζευξη μεταξύ των ασύμμετρων ιδιομορφών στις κατευθύνσεις flap και edge. Οι ιδιομορφές αυτές στο μη-στρεφόμενο σύστημα θα είναι όπως αυτές στο στρεφόμενο, προσθέτοντας ή αφαιρώντας τη γωνιακή ταχύτητα.

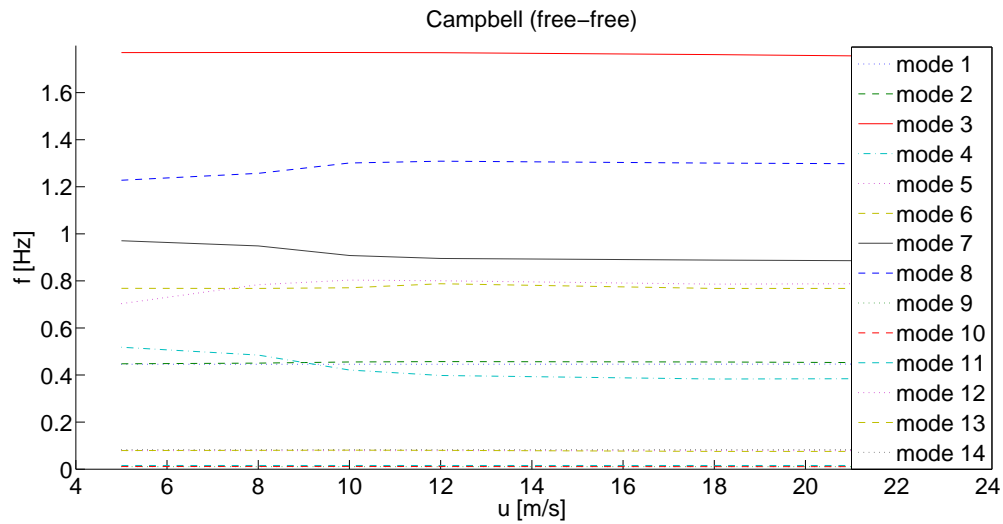
Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα διαγράμματα αεροελαστικών συχνοτήτων και απόσβεσης σε συνθήκες λειτουργίας. Τα Σχήματα 6.1 και 6.2 αντιστοιχούν στην περίπτωση που αντιστοιχεί χωρίς τον βαθμό ελευθερίας του άξονα (free-fixed). Με άλλα λόγια έχει δοθεί η επιλογή ώστε το άκρο του άξονα ΔΨ (B.E 11) να μπορεί να μένει σταθερό ή ελεύθερο ανάλογα με κάποια τιμή εισόδου που δίνεται στο σύστημα. Σε σχέση με τα Σχήματα 6.3 και 6.4, παρατηρείται η μεταβολή στη συχνότητα των ασύμμετρων ιδιομορφών που αναφέρθηκε προηγουμένως. Η ιδιοσυχνότητα του mode 4 είναι η flap που μετακινήθηκε προς χαμηλότερη συχνότητα (BW), ενώ το mode 5 αντιστοιχεί στην FW flap. Αντίστοιχα για τις edge, η ιδιοσυχνότητα του mode 7 είναι η BW edge, ενώ το mode 8 αντιστοιχεί στην FW edge.

Ιδιομορφή	Περιγραφή
1	1 ^η ιδιοσυχνότητα πλωτήρα στην κατεύθυνση surge
2	1 ^η ιδιοσυχνότητα πλωτήρα στην κατεύθυνση sway
3	1 ^η ιδιοσυχνότητα πλωτήρα στην κατεύθυνση yaw
4	1 ^η ιδιοσυχνότητα πλωτήρα στην κατεύθυνση roll
5	1 ^η ιδιοσυχνότητα πλωτήρα στην κατεύθυνση pitch
6	1 ^η ιδιοσυχνότητα πλωτήρα στην κατεύθυνση heave
7	1 ^η ιδιοσυχνότητα πύργου στο πλάγιο επίπεδο
8	1 ^η ιδιοσυχνότητα πύργου στο μπρος- πίσω επίπεδο
9	1 ^η συμμετρική κατά την edge, συζευγμένη με την ελαστικότητα του άξονα (drive-train)
10	1 ^η ασύμμετρη κατά την flap, συζευγμένη με την ελαστικότητα του yaw
11	1 ^η ασύμμετρη κατά την flap, συζευγμένη με την ελαστικότητα του tilt
12	1 ^η συμμετρική κατά την flap κατεύθυνση
13	1 ^η ασύμμετρη κατά την edge, συζευγμένη με την κατακόρυφη ελαστικότητα
14	1 ^η ασύμμετρη κατά την edge, συζευγμένη με την οριζόντια ελαστικότητα

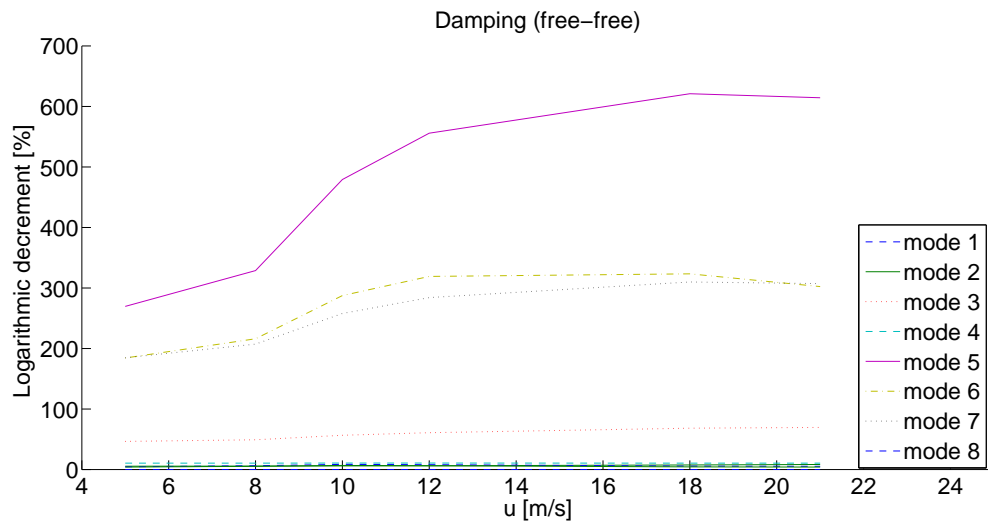
Πίνακας 6.4: Περιγραφή Ιδιομορφών Πλωτής Α/Γ



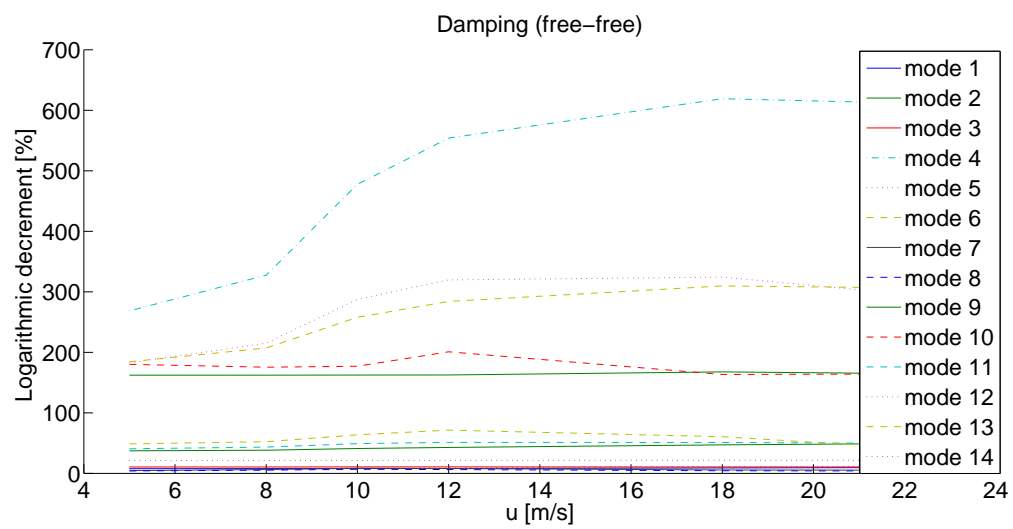
Σχήμα 6.3: Διάγραμμα Campbell για σύστημα με ελεύθερο άξονα χερσαίας Α/Γ



Σχήμα 6.4: Διάγραμμα Campbell για σύστημα με ελεύθερο άξονα πλωτής Α/Γ



Σχήμα 6.5: Απόσβεση της κάθε ιδιοσυχνότητας σε σχέση με την ταχύτητα του ανέμου χερσαίας Α/Γ



Σχήμα 6.6: Απόσβεση της κάθε ιδιοσυχνότητας σε σχέση με την ταχύτητα του ανέμου πλωτής Α/Γ

Κεφάλαιο 7

Επιβεβαίωση Αποτελεσμάτων για Χερσαία Ανεμογεννήτρια

Στο παρόν κεφάλαιο, στόχος είναι να πραγματοποιηθεί μια πρώτη επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων που λαμβάνουμε χρησιμοποιώντας τον κώδικα που αναπτύχθηκε με πρότυπα μειωμένου αριθμού βαθμών ελευθερίας, σε σύγκριση με τον κώδικα HydroGast. Η ανάλυση γίνεται στο πεδίο του χρόνου. Τα χαρακτηριστικά της ανεμογεννήτριας των 5 MW (ανεμογεννήτρια αναφοράς-NREL 5MW) που χρησιμοποιείται για τις αναλύσεις φαίνονται στον Πίνακα 7.1.

Ιδιότητα	Τιμή
Ονομαστική ισχύς	5 MW
Τύπος ανεμογεννήτριας	Ανάντι, τρίπτερη
Σύστημα ελέγχου	Μεταβλητών στροφών, μεταβλητής γωνίας βήματος
Σύστημα μετάδοσης κίνησης	Αύξησης στροφών, κιβώτιο ταχυτήτων πολλαπλών βαθμίδων
Διάμετρος δρομέα/πλήμνης	126 m / 3 m
Ύψος πλήμνης	90 m
Ταχύτητα έναρξης λειτουργίας	3 m/s
Ονομαστική ταχύτητα	11.4 m/s
Ταχύτητα αποκοπής	25 m/s
Έναρξη ρύθμισης στροφών	6.9 rpm
Ονομαστική ταχύτητα περιστροφής	12.1 rpm
Μέγιστη ταχύτητα ακροπτερυγίου	80 m/s
Κλίση άξονα / γωνία κώνου	0° / 0°
Μάζα δρομέα	110000 kg
Μάζα κλωβού	240000 kg
Μάζα πύργου	347460 kg

Πίνακας 7.1: Βασικά χαρακτηριστικά της NREL – 5MW

Πιο συγκεκριμένα, δίνονται μερικά χαρακτηριστικά του δρομέα και του πύργου στους Πίνακες 7.2, 7.3 αντίστοιχα.

Όπως προαναφέρθηκε η ανεμογεννήτρια έχει μοντελοποιηθεί με τη μέθοδο συγκεντρωμένων μαζών και ελατηρίων. Έτσι, προκειμένου να προσομοιάσουμε τη λειτουργία της χερσαίας

Ιδιότητα	Τιμή
Μήκος	61.5 m
Συνολική (ολοκληρωμένη) μάζα	17740kg
Ποσοστό κατασκευαστικής απόσβεσης	0.477465%

Πίνακας 7.2: Βασικά χαρακτηριστικά του πτερυγίου

Ιδιότητα	Τιμή
Μήκος	87.6 m
Συνολική (ολοκληρωμένη) μάζα	347460kg
Ποσοστό κατασκευαστικής απόσβεσης	1%

Πίνακας 7.3: Βασικά χαρακτηριστικά του πύργου

ανεμογεννήτριας, δίνουμε στη σταθερά δυσκαμψίας K των ελατηρίων του πλωτήρα πολύ μεγάλες τιμές, οπότε γίνονται πρακτικά άκαμπτα. Ακολουθεί η σύγκριση αποτελεσμάτων με τον κώδικα HydroGast. Αποφασίστηκε να συγκριθούν αντιπροσωπευτικές ταχύτητες ανέμου για κάθε περίπτωση:

- **8m/s** κάτω από την ονομαστική ταχύτητα, μηδενικό pitch και στροφές κάτω από τις ονομαστικές
- **10m/s** λίγο πριν από την ονομαστική ταχύτητα, μηδενικό pitch και στροφές λίγο πριν τις ονομαστικές (μεταβατική περιοχή)
- **18m/s** μεγαλύτερη από την ονομαστική ταχύτητα, μη μηδενικό pitch και στροφές ίσες με τις ονομαστικές

Στον Πίνακα 7.4, φαίνεται για τις ταχύτητες ανέμου όπου έγινε η σύγκριση, η γωνιακή ταχύτητα και η γωνία βήματος που αντιστοιχεί για την ανεμογεννήτρια NREL-5MW.

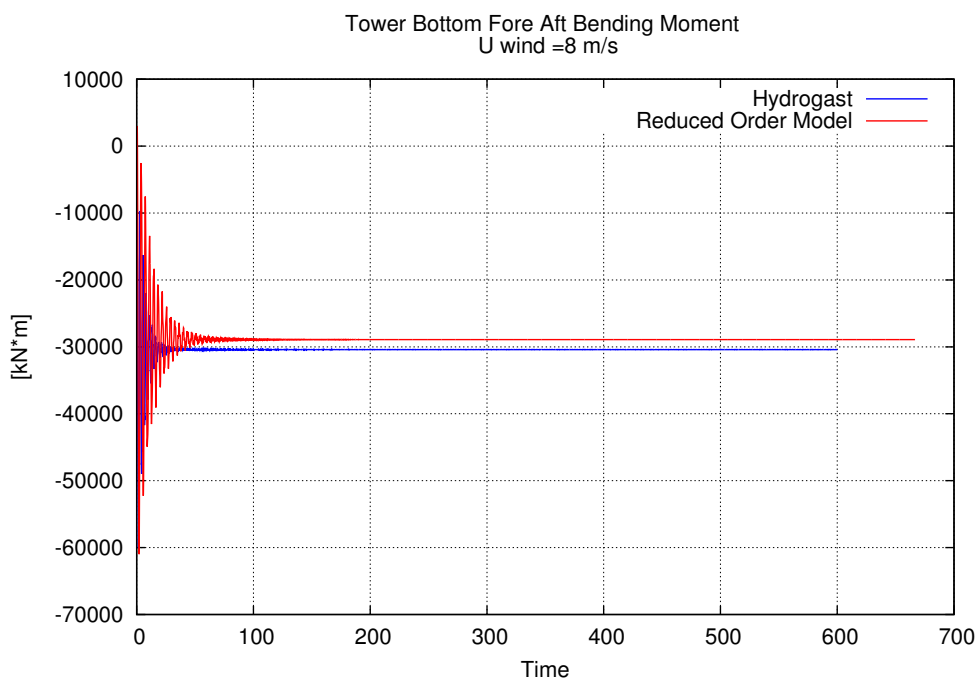
Ταχύτητα ανέμου (m/s)	Γωνία pitch (°)	Γωνιακή ταχύτητα (rad/s)
8	0°	0.97
10	0°	1.024
18	14.93°	1.267

Πίνακας 7.4: Στοιχεία επιδόσεων της NREL-5MW

Σε αυτό το σημείο, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι δεν αναμένεται πλήρης ταύτιση των αποτελεσμάτων καθώς όπως είναι λογικό υπάρχουν διαφορές στα δύο προγράμματα. Αρχικά, βασική διαφορά αποτελεί το γεγονός πως ο νέος κώδικας χρησιμοποιεί πρότυπα μειωμένου αριθμού βαθμών ελευθερίας σε αντίθεση με τον HydroGast που χρησιμοποιεί τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων (FEM). Επίσης, ο HydroGast λαμβάνει υπ' όψιν του και μη γραμμικούς όρους, οι οποίοι δε λογίζονται στο κώδικα.

7.1 Πύργος

Η σύγκριση μεταξύ της μέγιστης τιμής της fore-aft και lateral ροπής στη ρίζα του πύργου φαίνεται στα σχήματα 7.1 - 7.9 για ταχύτητες ανέμου 8, 10 ,18 m/s. Παρατηρείται ότι στα 18m/s ταχύτητα ανέμου, αυξάνεται η απόκλιση των δύο μεθόδων όσον αφορά τη ροπή yaw. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στον κώδικα HydroGast λήφθηκε υπ' όψιν και το πρότυπο δυναμικής αποκόλλησης (dynamic stall) και το πρότυπο δυναμικού ομόρρου (dynamic inflow), δυνατότητα που δεν υπάρχει στο νέο μοντέλο.

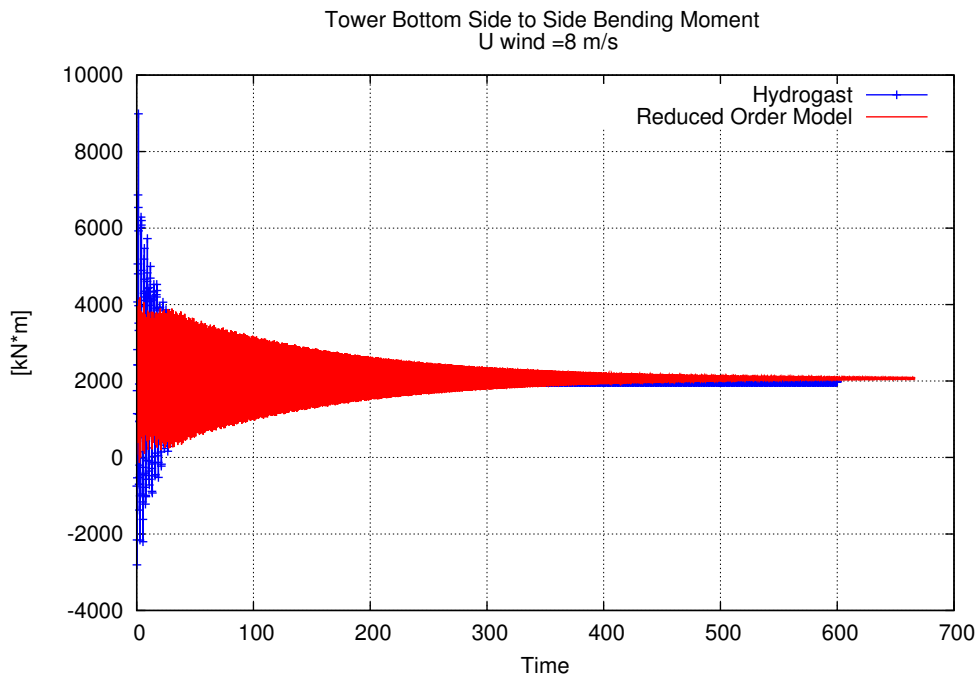


Σχήμα 7.1: Ροπή fore-aft πύργου χερσαίας ανεμογεννήτριας στα 8m/s

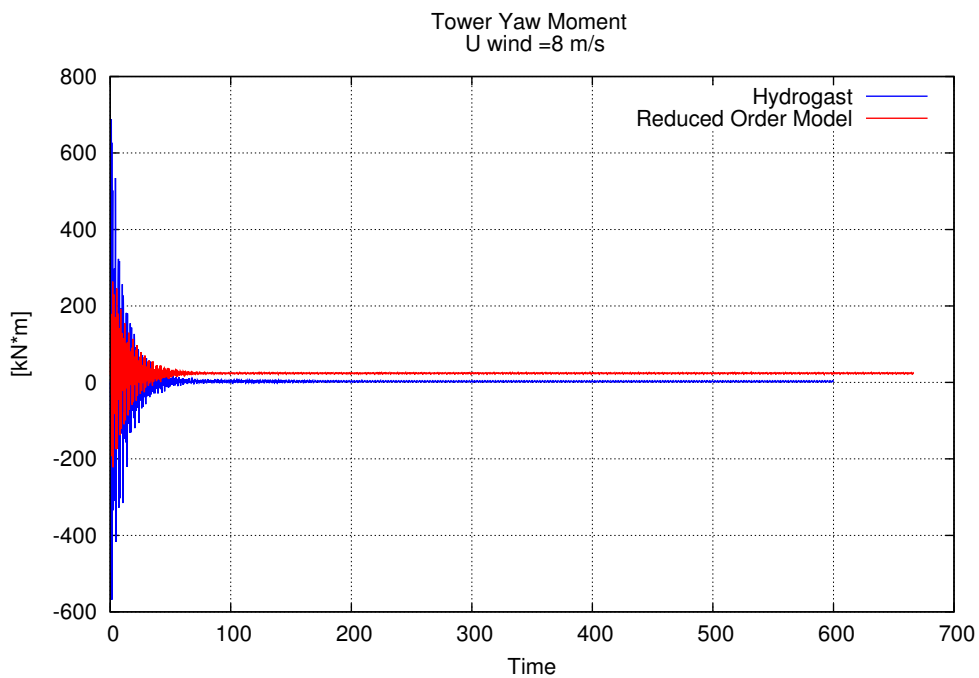
7.2 Πτερύγια

Η σύγκριση της ροπής πτερύγισης και περιστροφής φαίνεται στα σχήματα 7.10 - 7.15 για ταχύτητες ανέμου 8, 10 ,18 m/s. Η όποια απόκλιση -κυρίως στη ροπή πτερύγισης- οφείλεται στο γεγονός ότι χρησιμοποιείται διαφορετική μοντελοποίηση του πτερυγίου στους 2 κώδικες: στο HydroGast θεωρείται σαν ράβδος που μελετάται με πεπερασμένα στοιχεία ενώ στο νέο κώδικα σαν συγκεντρωμένη μάζα. Επιλέξαμε να συγκρίνουμε με τη δυσμενέστερη περίπτωση του Hydrogast που είναι η ρίζα του πτερυγίου.

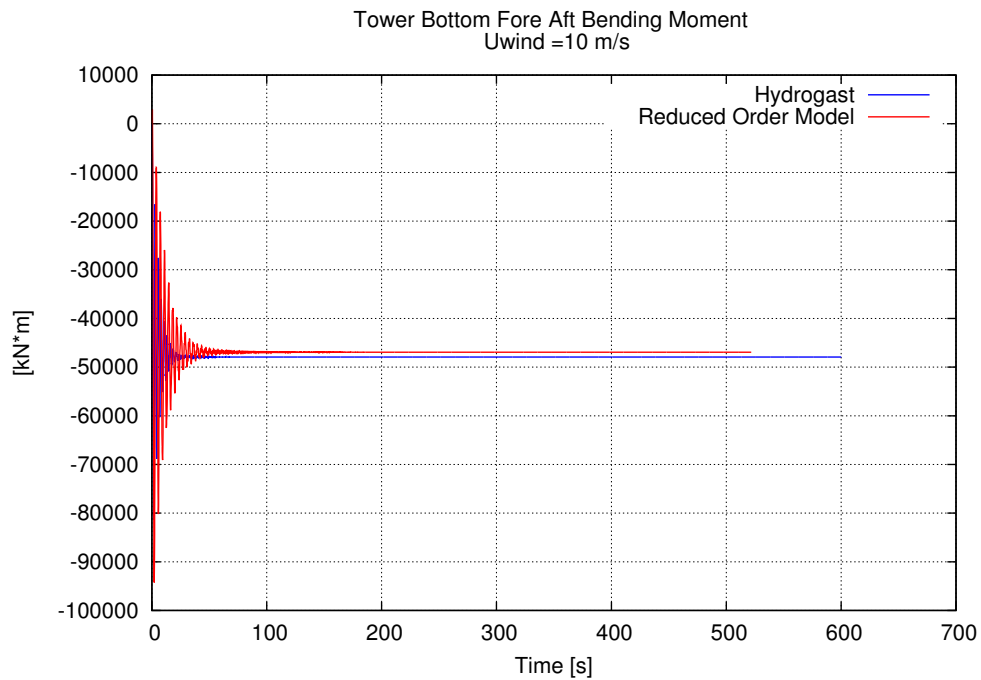
Στα Σχήματα 7.10,7.12 όπου φαίνεται η ροπή του πτερυγίου στη κατεύθυνση πτερύγισης, βλέπουμε πως έχουμε διαφορά στη μέση τιμή ανάμεσα στους 2 κώδικες. Η αύξηση της διαφοράς οφείλεται στο γεγονός πως με την αύξηση της ταχύτητας του ανέμου αυξήθηκε η επίδραση από τους μη γραμμικούς όρους. Στα 18m/s η απόκλιση των δύο κωδίκων μειώνεται πάλι λόγω της επίδρασης της γωνίας βήματος (pitch).



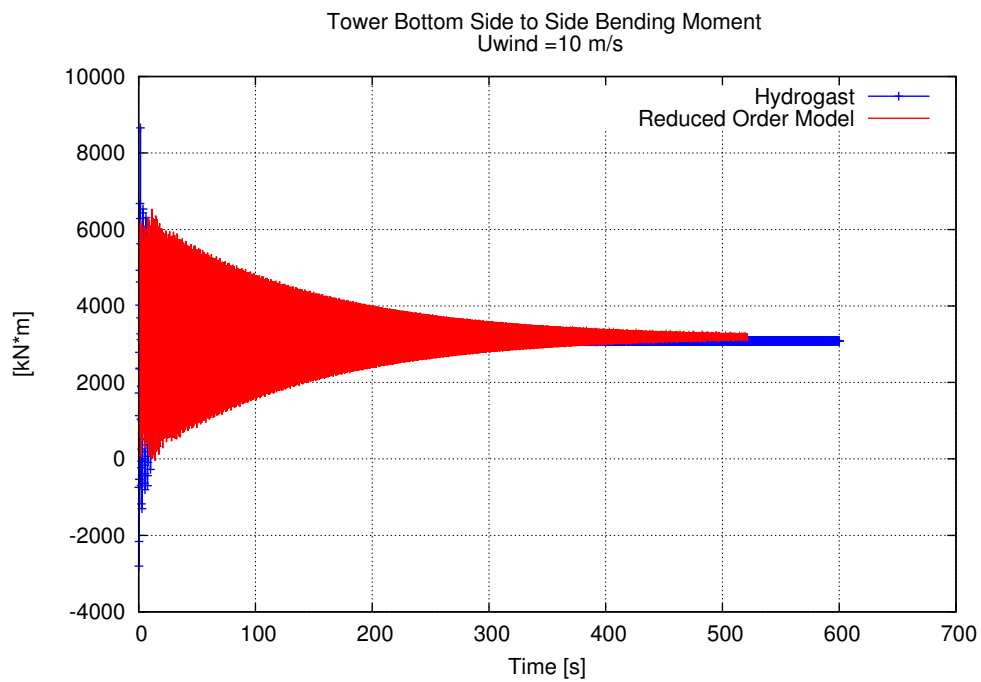
Σχήμα 7.2: Ροπή roll πύργου χερσαίας ανεμογεννήτριας στα 8m/s



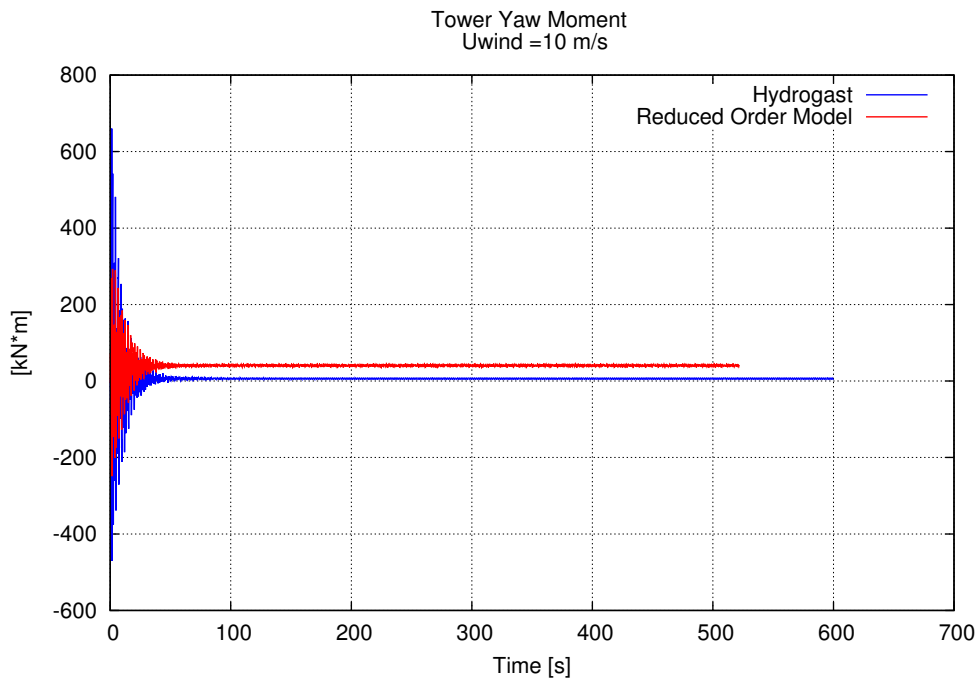
Σχήμα 7.3: Ροπή yaw πύργου χερσαίας ανεμογεννήτριας στα 8m/s



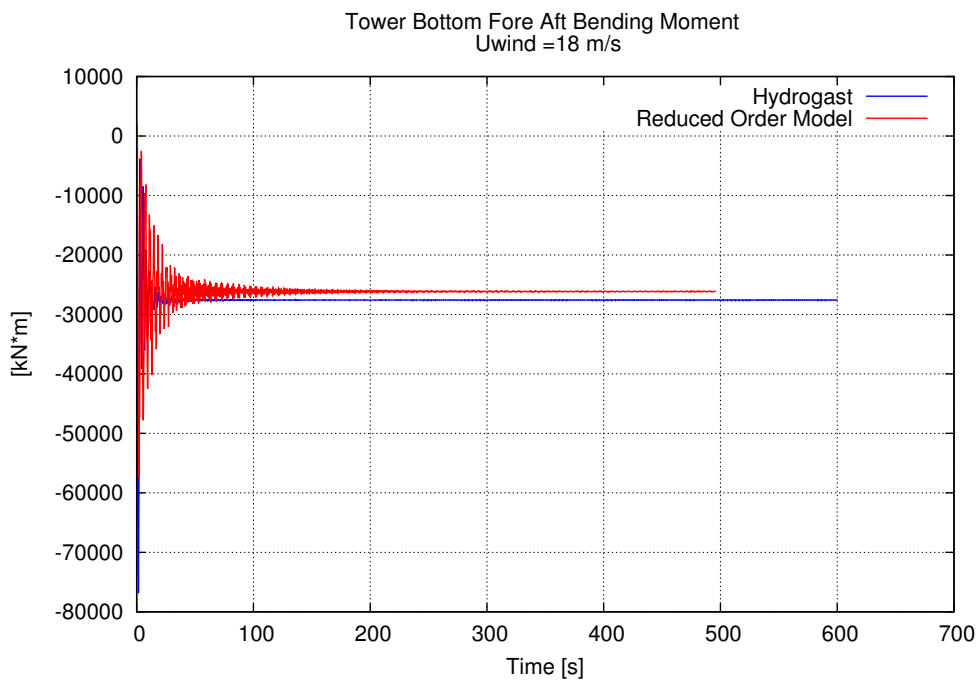
Σχήμα 7.4: Ροπή fore-aft πύργου χερσαίας ανεμογεννήτριας στα 10m/s



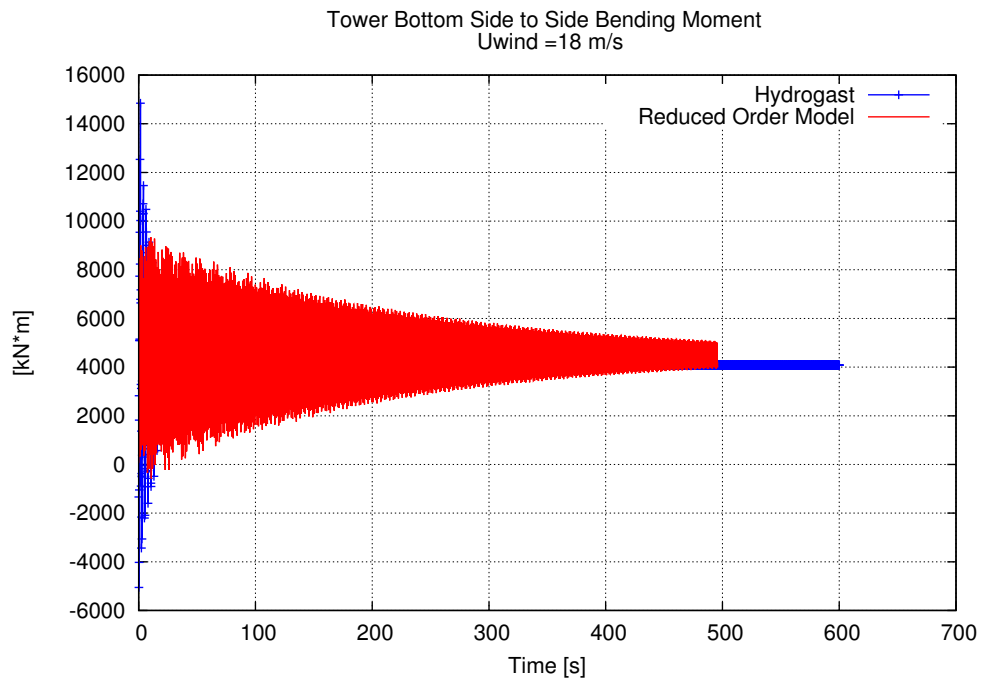
Σχήμα 7.5: Ροπή roll πύργου χερσαίας ανεμογεννήτριας στα 10m/s



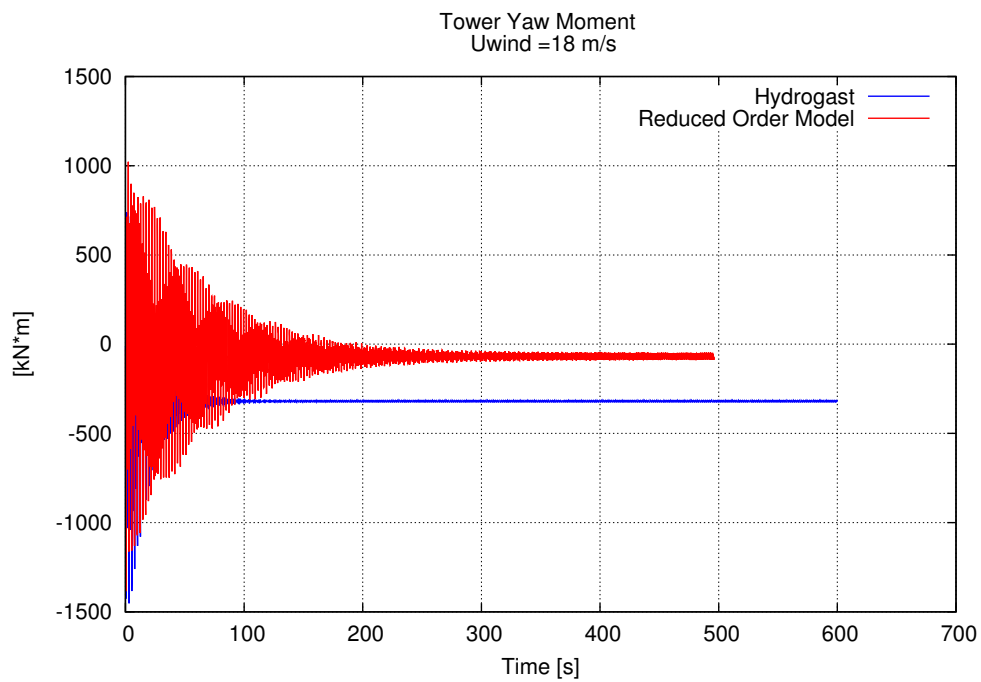
Σχήμα 7.6: Ροπή γαω πύργου χερσαίας ανεμογεννήτριας στα 10m/s



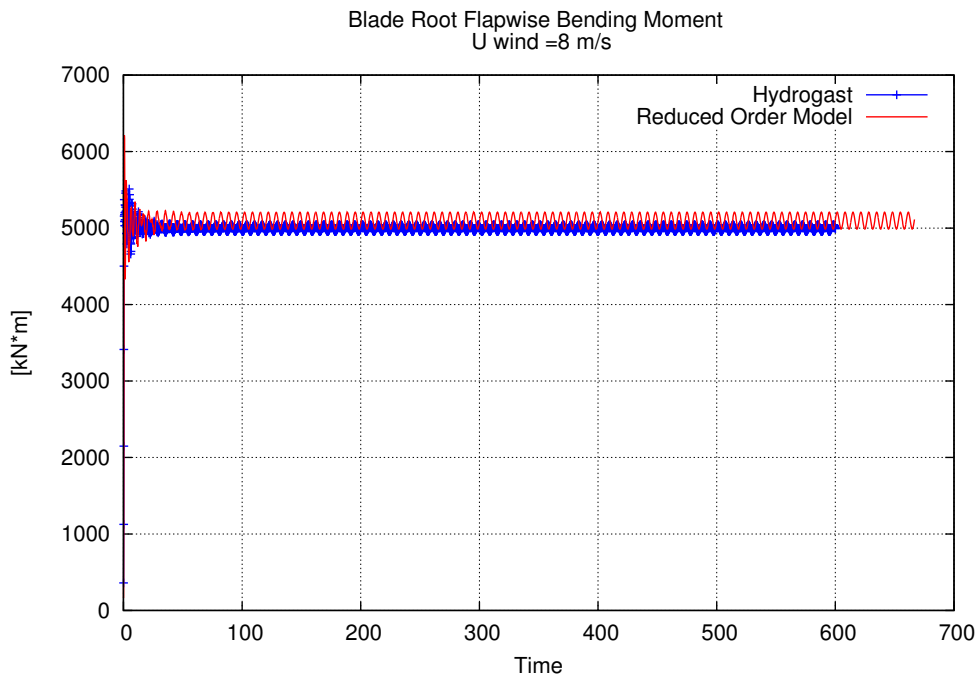
Σχήμα 7.7: Ροπή fore-aft πύργου χερσαίας ανεμογεννήτριας στα 18m/s



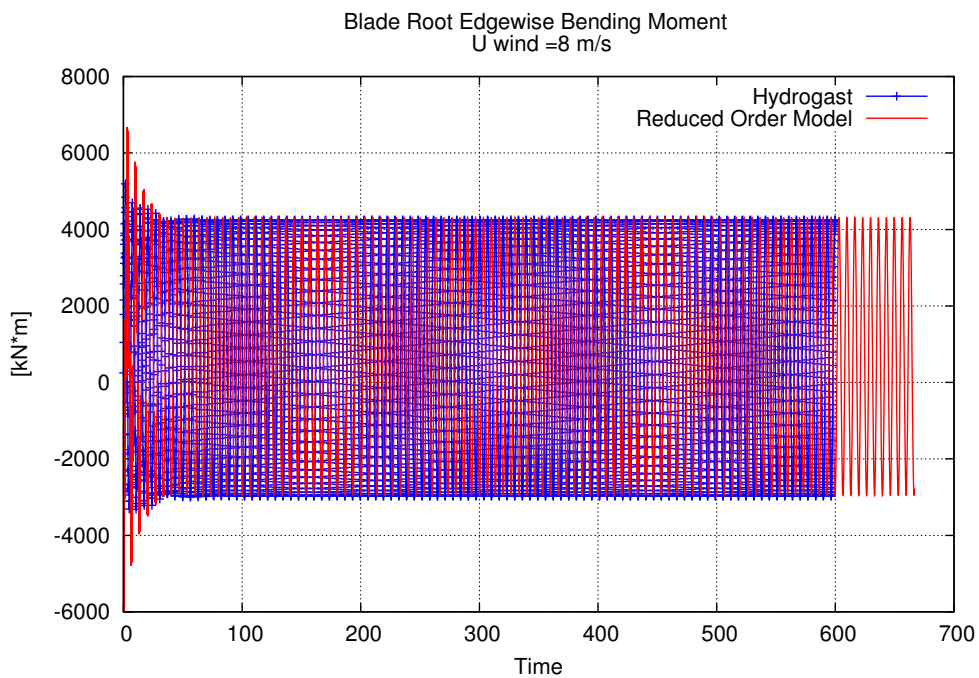
Σχήμα 7.8: Ροπή roll πύργου χερσαίας ανεμογεννήτριας στα 18m/s



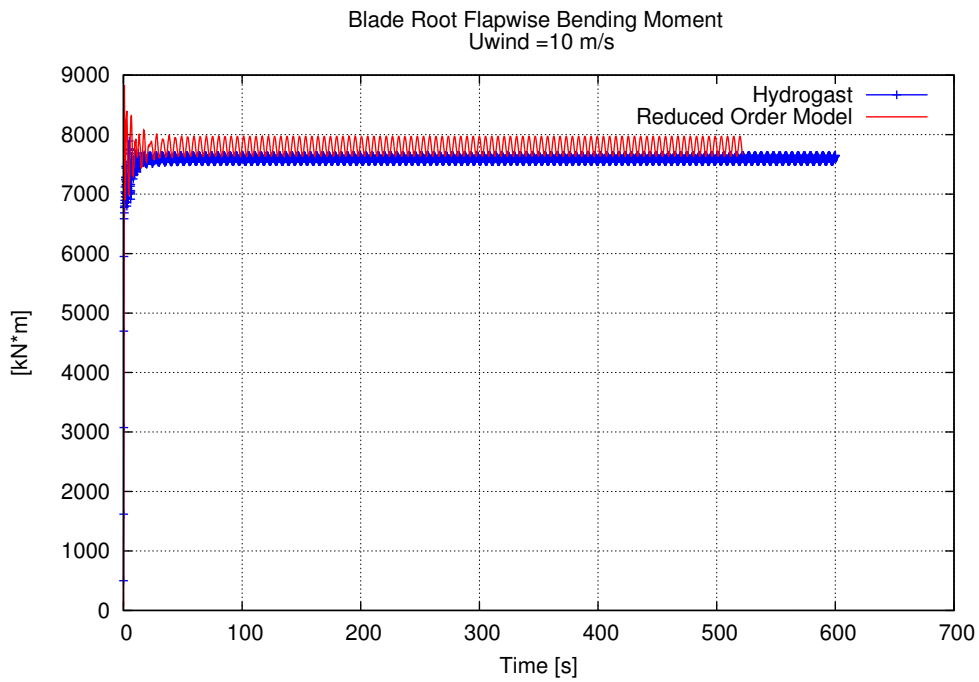
Σχήμα 7.9: Ροπή yaw πύργου χερσαίας ανεμογεννήτριας στα 18m/s



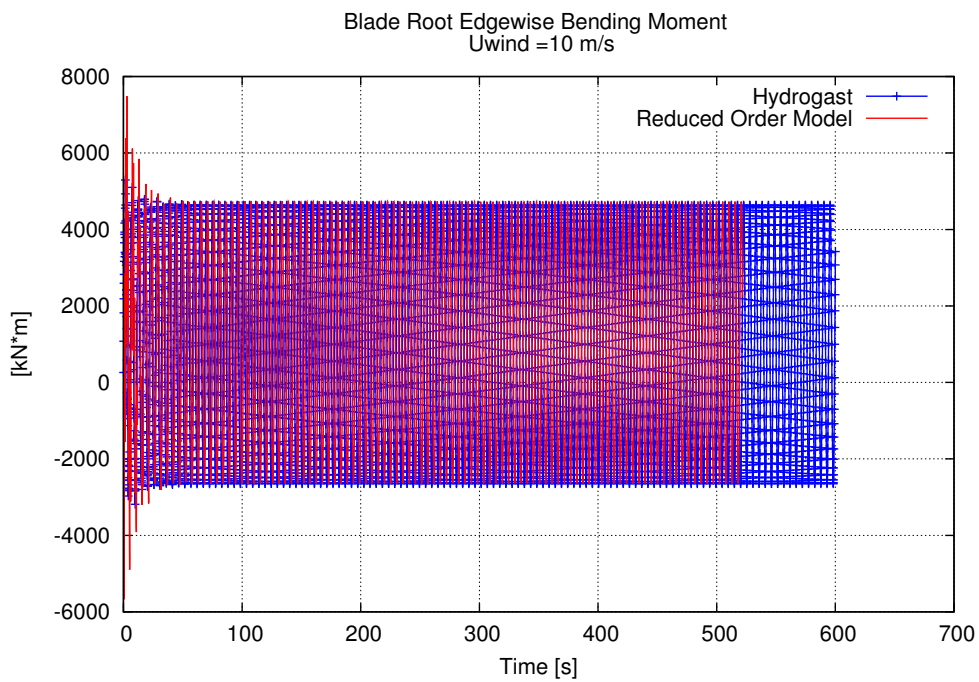
Σχήμα 7.10: Ροπή flap πτερυγίου χερσαίας ανεμογεννήτριας στα 8m/s



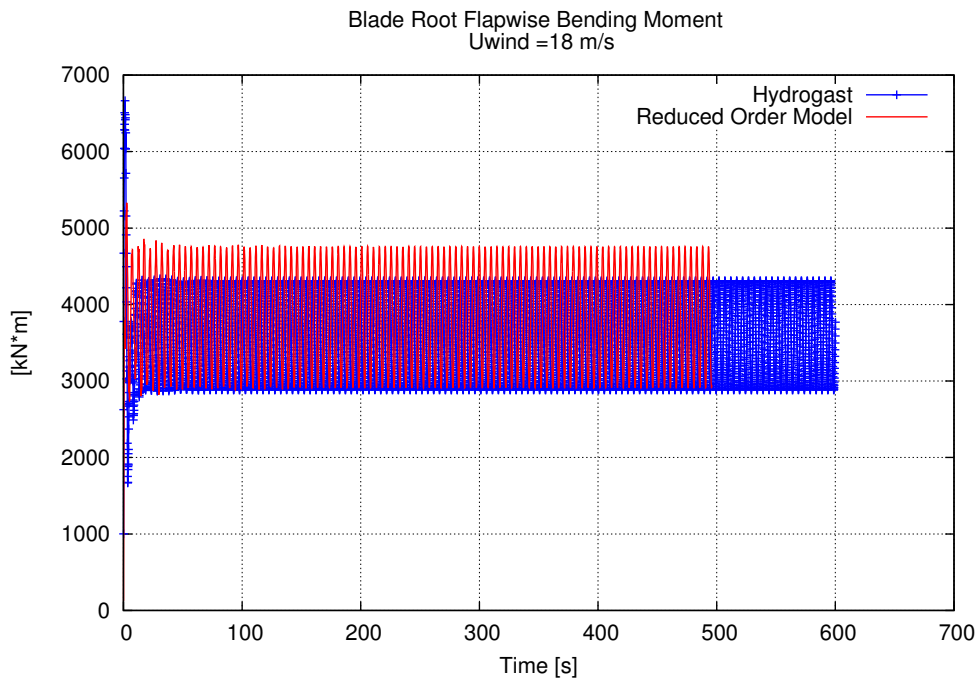
Σχήμα 7.11: Ροπή edge πτερυγίου χερσαίας ανεμογεννήτριας στα 8m/s



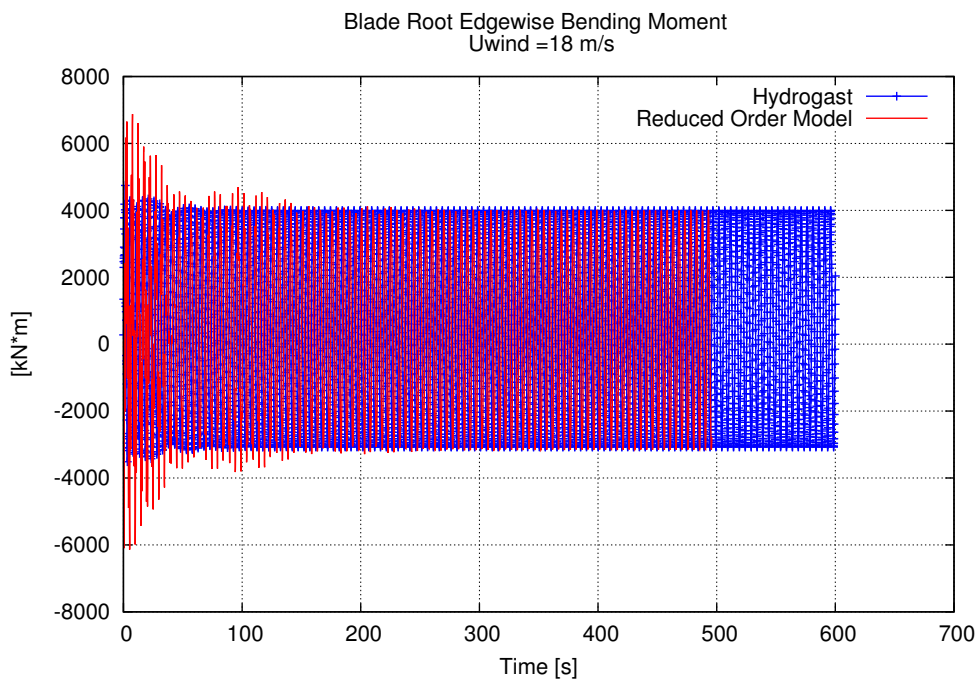
Σχήμα 7.12: Ροπή flap πτερυγίου χερσαίας ανεμογεννήτριας στα 10m/s



Σχήμα 7.13: Ροπή edge πτερυγίου χερσαίας ανεμογεννήτριας στα 10m/s



Σχήμα 7.14: Ροπή flap πτερυγίου χερσαίας ανεμογεννήτριας στα 18m/s



Σχήμα 7.15: Ροπή edge πτερυγίου χερσαίας ανεμογεννήτριας στα 18m/s

Κεφάλαιο 8

Επιβεβαίωση Αποτελεσμάτων για Πλωτή Ανεμογεννήτρια

Στόχος του παρόντος κεφαλαίου, είναι η σύγκριση του κώδικα που αναπτύχθηκε με πρότυπα μειωμένου αριθμού βαθμών ελευθερίας με τον HydroGast που χρησιμοποιείται αυτή τη στιγμή από το εργαστήριο αεροδυναμικής του ΕΜΠ, για τη περίπτωση μιας πλωτής ανεμογεννήτριας. Η ανεμογεννήτρια που θα χρησιμοποιηθεί για τη σύγκριση, είναι η ανεμογεννήτρια αναφοράς 5MW (NREL-5MW). Η συγκεκριμένη μηχανή, έχει τον ίδιο δρομέα με τη χερσαία ανεμογεννήτρια. Ο πύργος όμως, είναι διαφορετικός, ενώ χαρακτηριστικό του είναι πως ξεκινάει από ύψος 10m πάνω από το επίπεδο της θάλασσας. Συνοπτικά, τα βασικά χαρακτηριστικά του πύργου φαίνονται στον Πίνακα 8.1.

Ιδιότητα	Τιμή
Ύψος από το επίπεδο της θάλασσας στη βάση του πύργου	10m
Ύψος από το επίπεδο της θάλασσας στην κορυφή του πύργου	87.6m
Συνολική (ολοκληρωμένη) μάζα	249718kg
Ποσοστό κατασκευαστικής απόσβεσης	1%

Πίνακας 8.1: Βασικά χαρακτηριστικά του υπεράκτιου πύργου

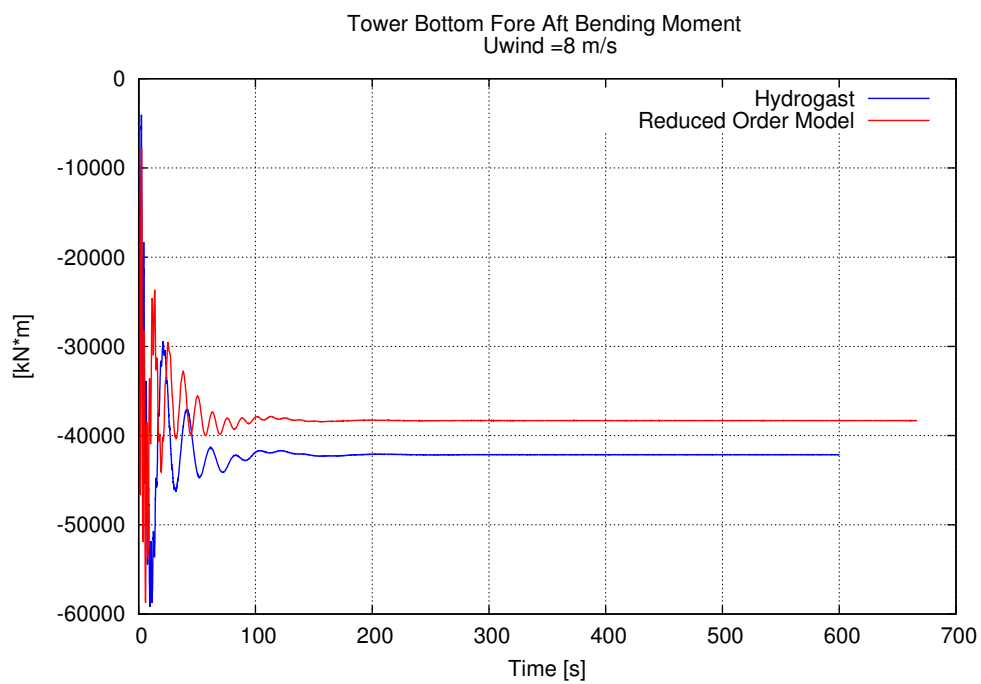
Φυσικά, απ' τη στιγμή που κάνουμε λόγο για πλωτή ανεμογεννήτρια, στο σύστημά μας πρέπει να έχουμε και έναν πλωτήρα. Επιλέχθηκε η χρήση του πλωτήρα OC-3, ο οποίος είναι τύπου spar-buoy. Τα βασικά χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου πλωτήρα, φαίνονται στον Πίνακα 8.2.

8.1 Πύργος

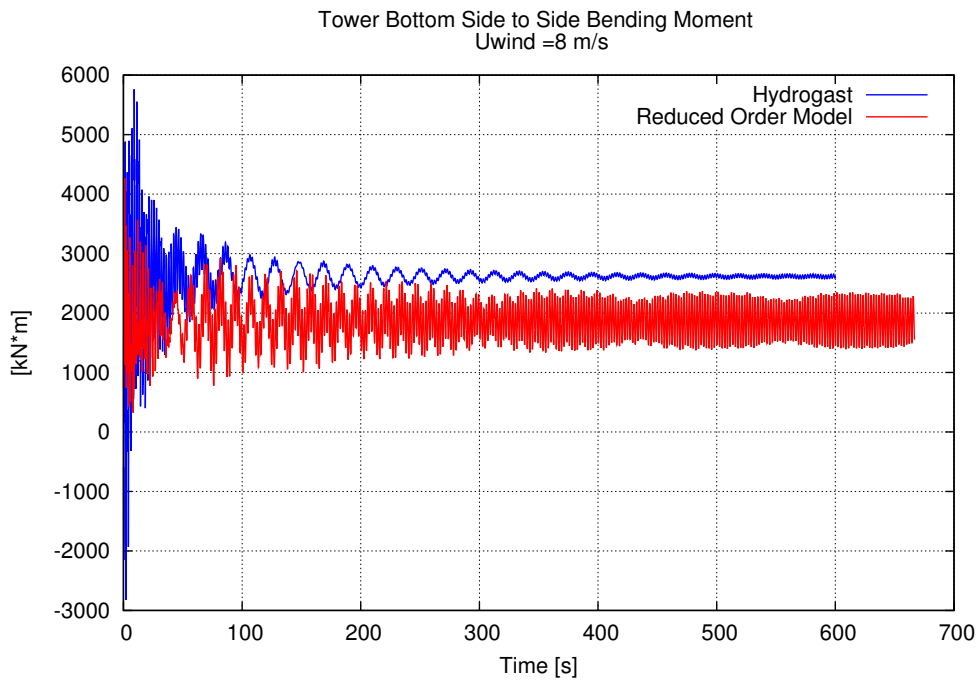
Ομοίως με τη χερσαία ανεμογεννήτρια (Σχήματα 8.1-8.9). Παρατηρείται μεγαλύτερη απόκλιση στα αποτελέσματα σε σχέση με τη χερσαία Α/Γ λόγω της επίδρασης του πλωτήρα και της διαφορετικής μοντελοποίησης σε κάθε κώδικα, όπως αναλύθηκε σε προηγούμενη ενότητα.

Ιδιότητα	Τιμή
Βάθος της πλατφόρμας κάτω από το επίπεδο της θάλασσας	120m
Ύψος από το επίπεδο της θάλασσας στην βάση του πύργου	10m
Συνολική μάζα πλατφόρμας	7466330kg

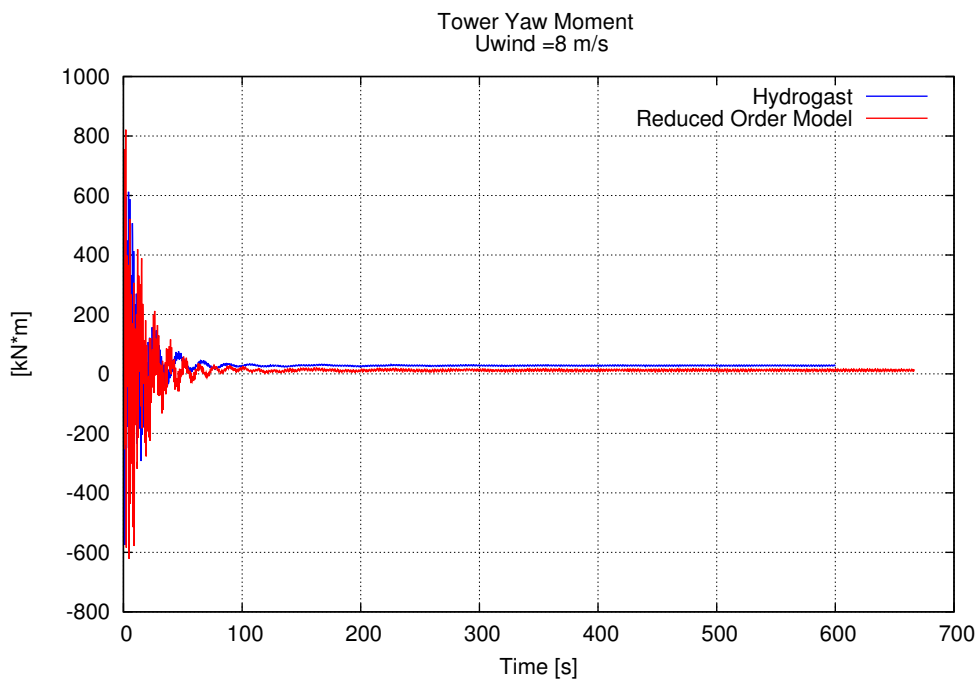
Πίνακας 8.2: Βασικά χαρακτηριστικά του πλωτήρα OC-3



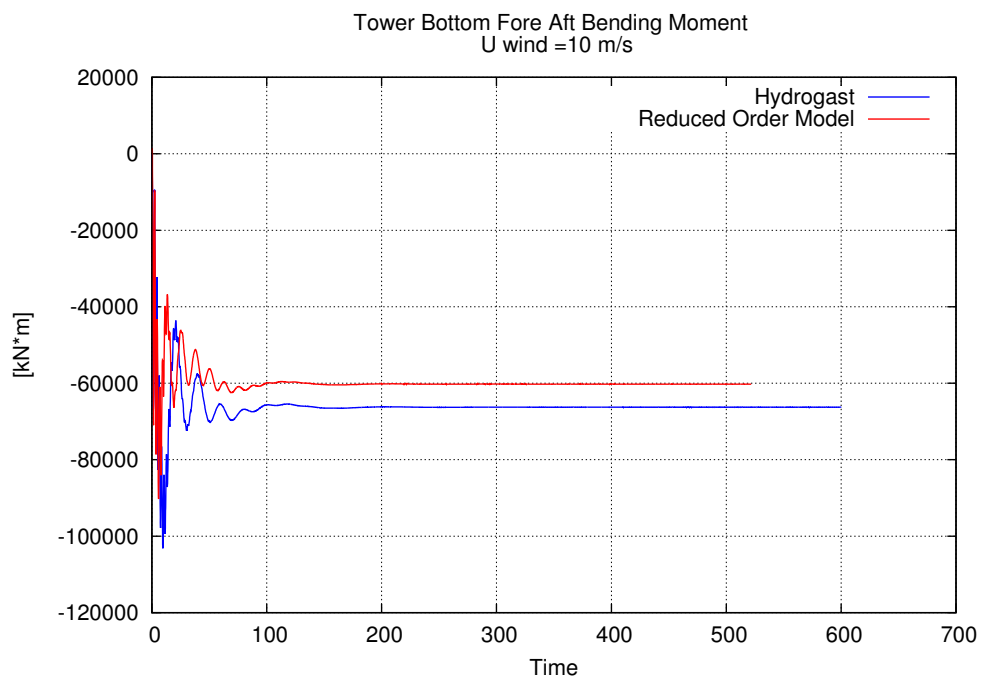
Σχήμα 8.1: Ροπή fore-aft πύργου πλωτής ανεμογεννήτριας στα 8m/s



Σχήμα 8.2: Ροπή roll πύργου πλωτής ανεμογεννήτριας στα 8m/s



Σχήμα 8.3: Ροπή yaw πύργου πλωτής ανεμογεννήτριας στα 8m/s



Σχήμα 8.4: Ροπή fore-aft πύργου πλωτής ανεμογεννήτριας στα 10m/s



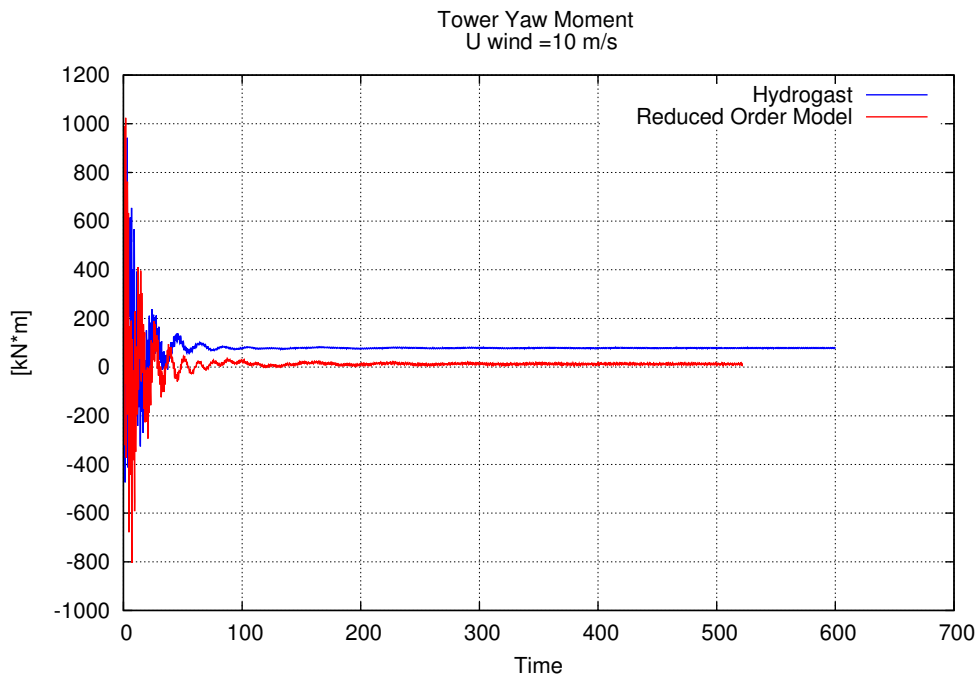
Σχήμα 8.5: Ροπή roll πύργου πλωτής ανεμογεννήτριας στα 10m/s

8.2 Πτερύγια

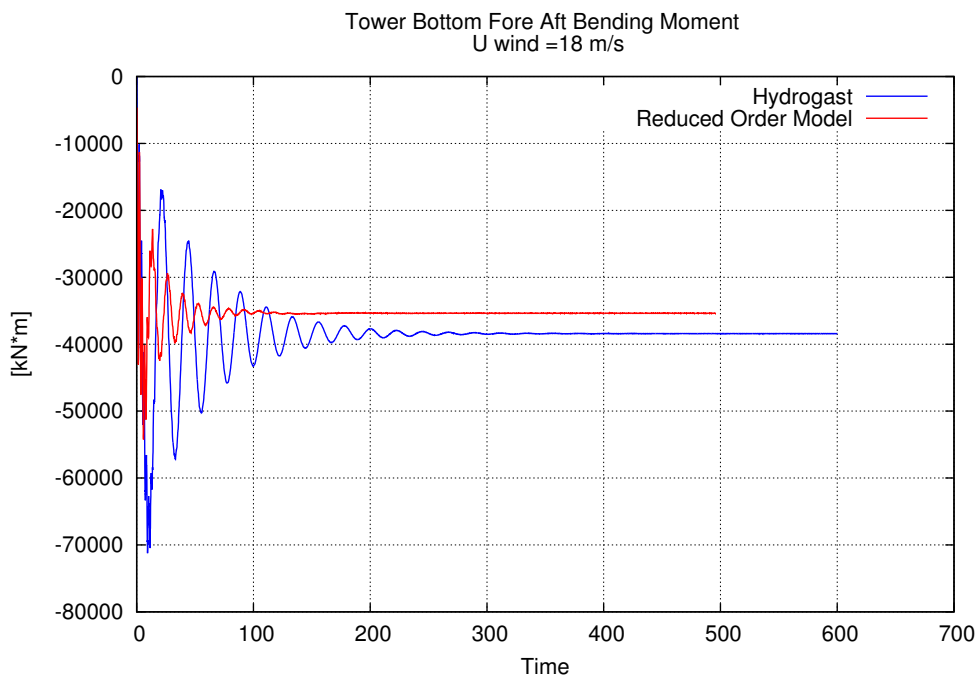
Στα Σχήματα 8.10-8.15 φαίνεται η σύγκριση της ροπής πτερυγίωσης και περιστροφής για ταχύτητες ανέμου 8, 10, 18 m/s. Και οι δύο κώδικες μας δίνουν πρακτικά τα ίδια φορτία, με τις όποιες διαφορές να οφείλονται στους ίδιους λόγους που εξηγήθηκαν για την περίπτωση της χερσαίας.

8.3 Πλωτήρας

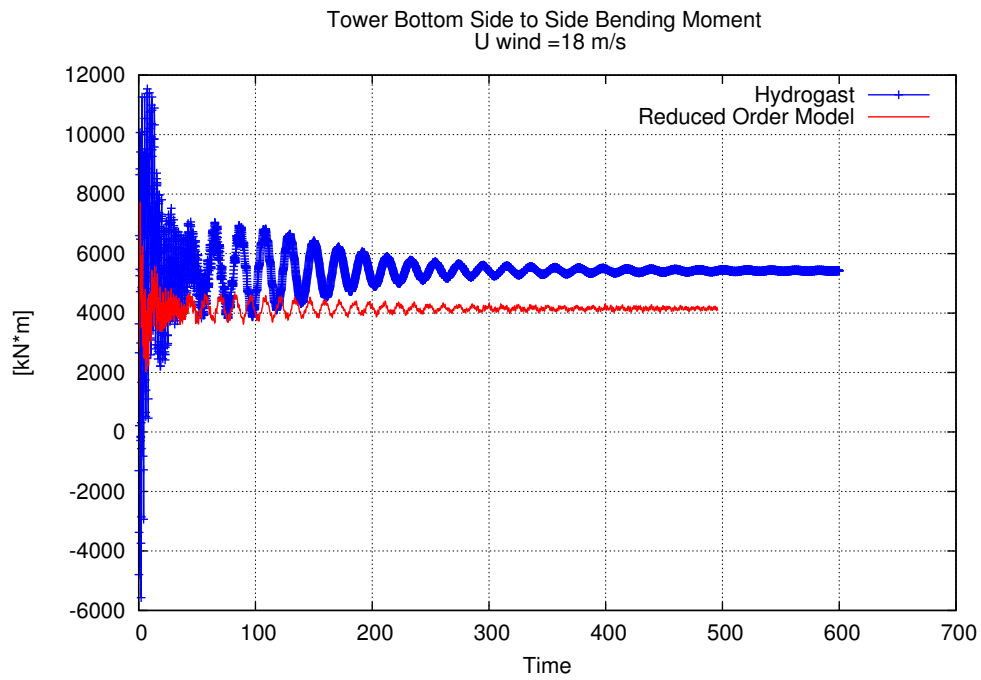
Η σύγκριση των 3 στρωφών και 3 μετακινήσεων του πλωτήρα ως προς τους 3 άξονες x, y, z φαίνεται στα διαγράμματα 8.16-8.33. Παρατηρούνται κάποιες αποκλίσεις, οι οποίες στην περίπτωση του heave (Σχήματα 8.18, 8.24, 8.30) είναι αμελητέας τάξης μεγέθους αλλά στην περίπτωση του pitch (Σχήματα 8.20, 8.26, 8.32) έχουν κάποια σημασία. Πιθανότατα αυτές οι διαφορές οφείλονται στην επίδραση του βαρυτικής δύναμης που είναι διαφορετική στις δύο μοντελοποιήσεις, καθώς ο νέος κώδικας χρησιμοποιεί συγκεντρωμένες μάζες και έχει πολύ λιγότερους βαθμούς ελευθερίας από τον HydroGast. Αυτό σε συνδυασμό με την αεροδυναμική δίνει μια απόκλιση στα αποτελέσματα του προτύπου μειωμένου αριθμού βαθμών ελευθερίας.



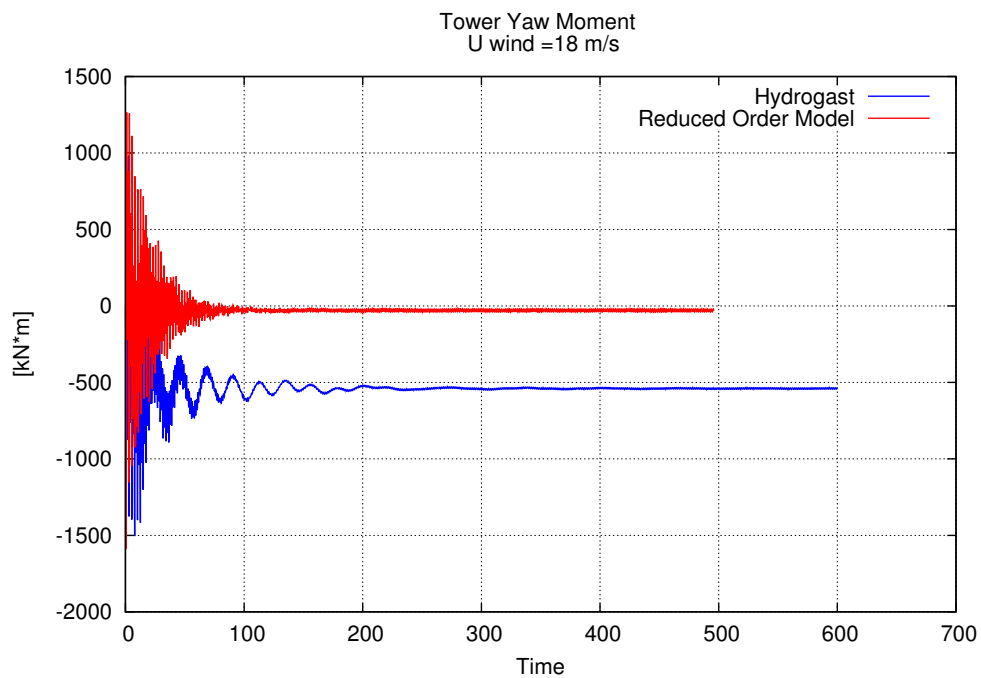
Σχήμα 8.6: Ροπή yaw πύργου πλωτής ανεμογεννήτριας στα 10m/s



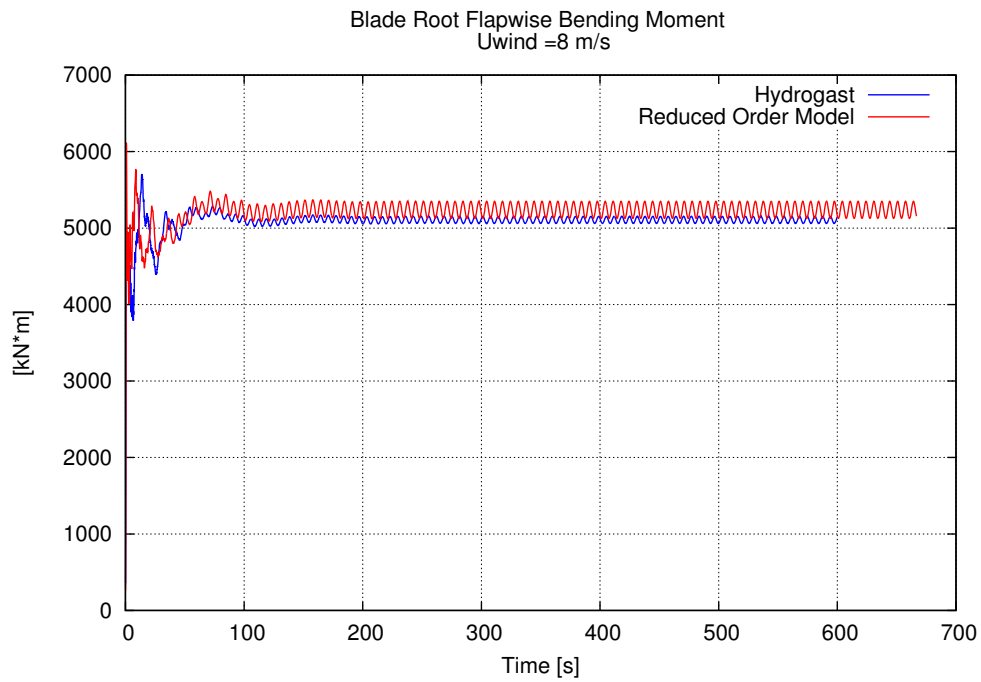
Σχήμα 8.7: Ροπή fore-aft πύργου πλωτής ανεμογεννήτριας στα 18m/s



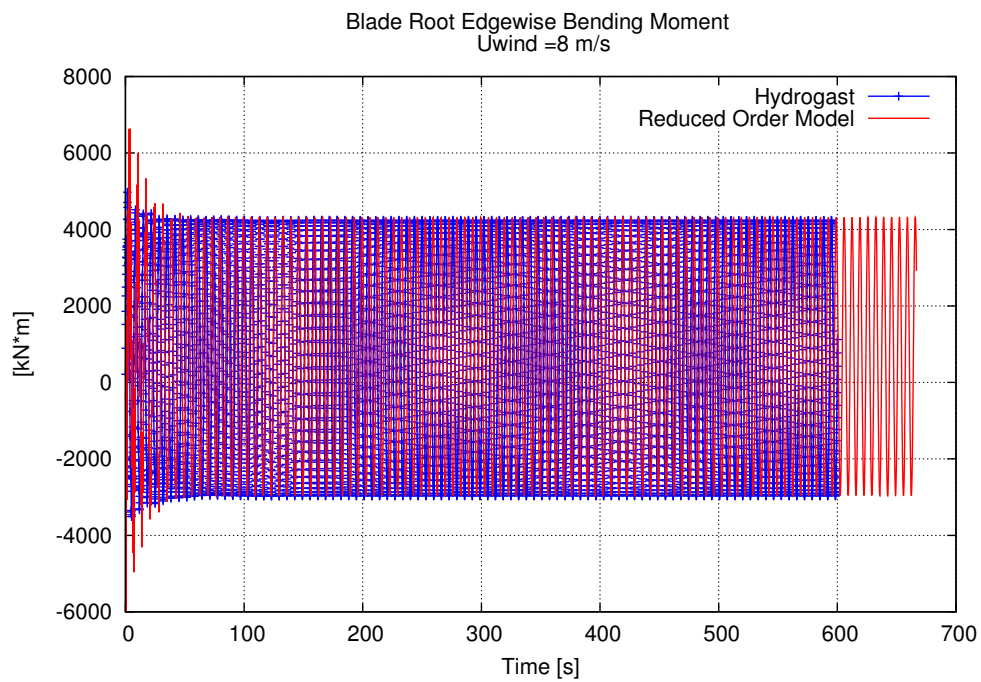
Σχήμα 8.8: Ροπή roll πύργου πλωτής ανεμογεννήτριας στα 18m/s



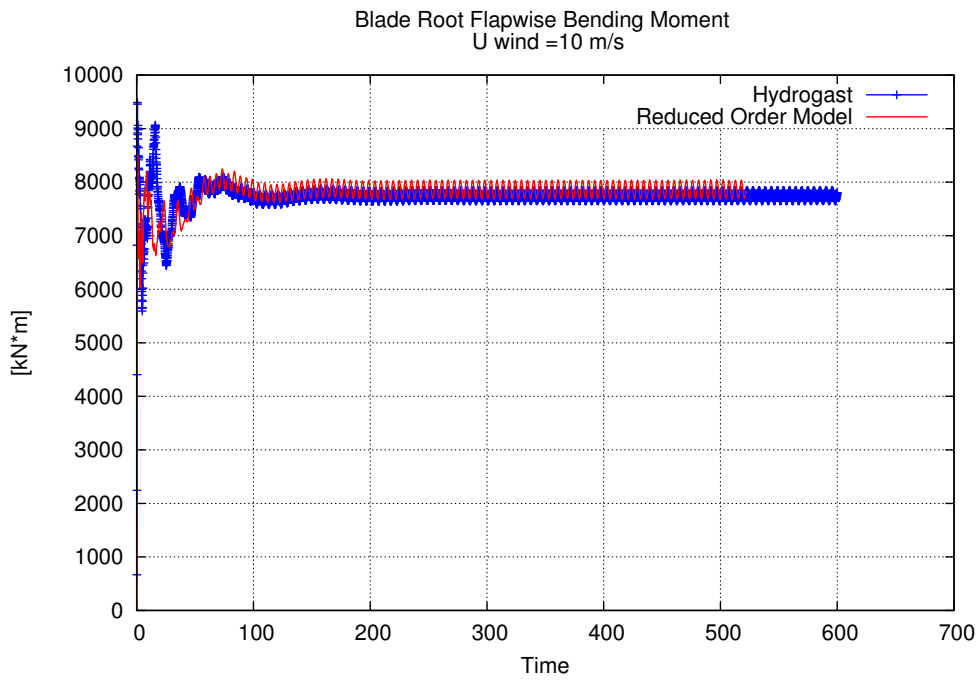
Σχήμα 8.9: Ροπή yaw πύργου πλωτής ανεμογεννήτριας στα 18m/s



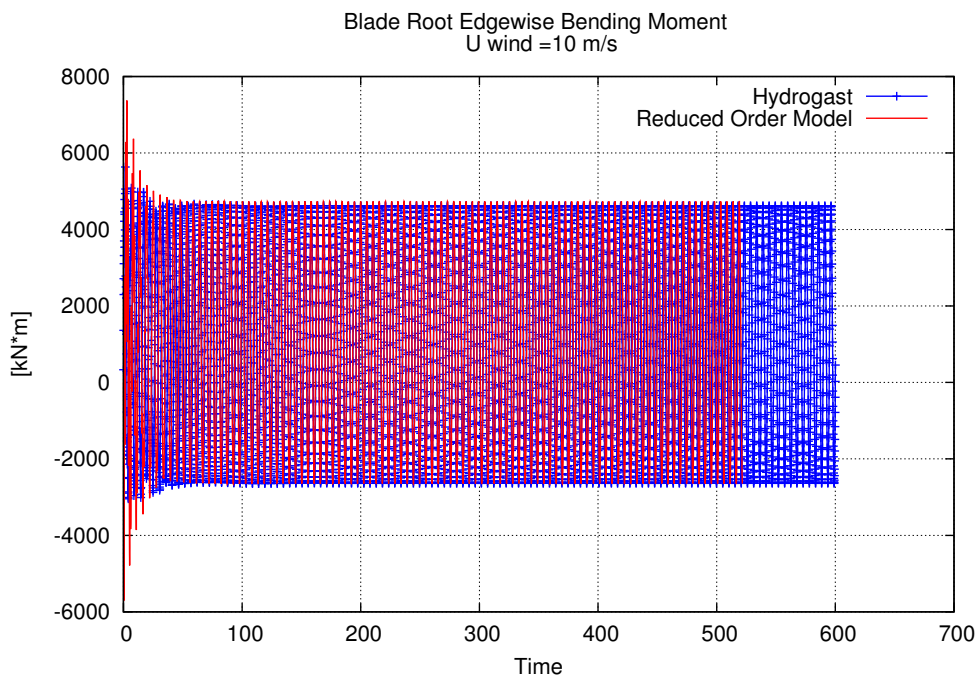
Σχήμα 8.10: Ροπή flap πτερυγίου πλωτής ανεμογεννήτριας στα 8m/s



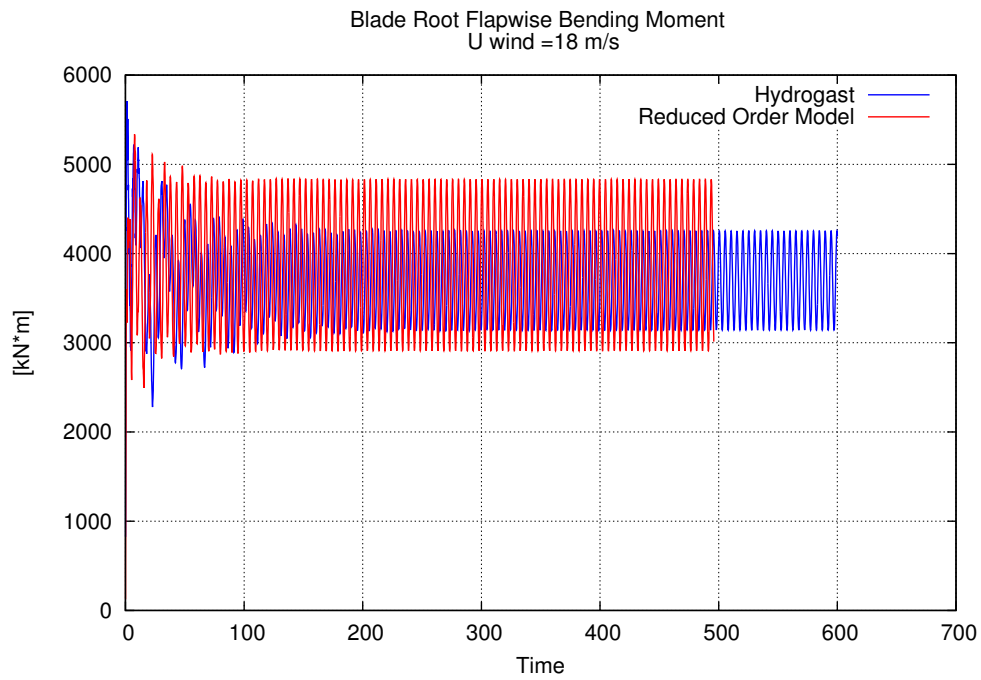
Σχήμα 8.11: Ροπή edge πτερυγίου πλωτής ανεμογεννήτριας στα 8m/s



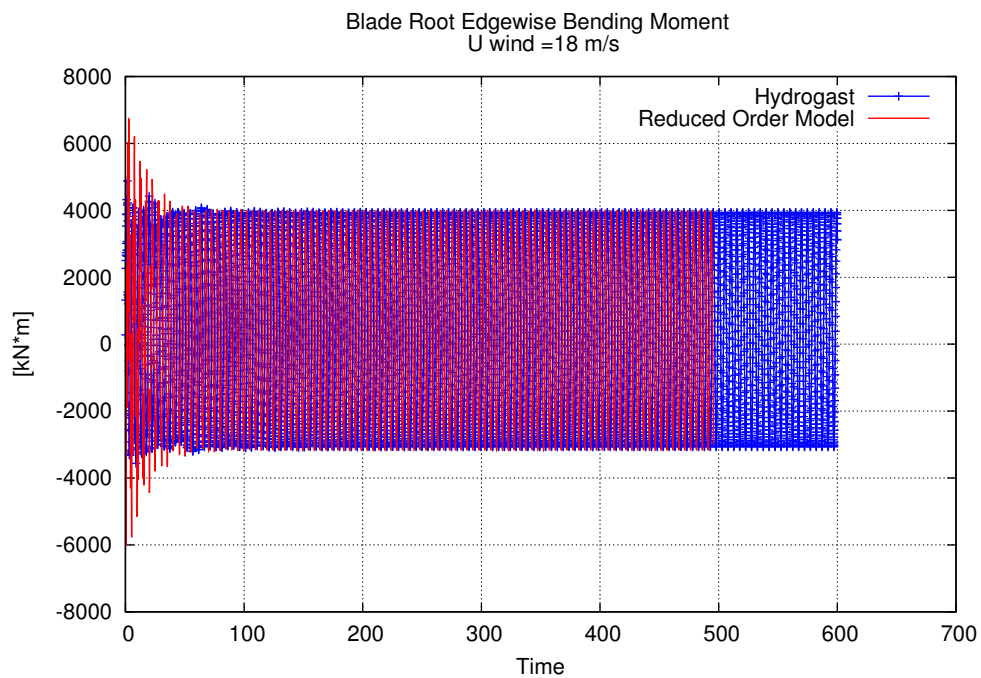
Σχήμα 8.12: Ροπή flap πτερυγίου πλωτής ανεμογεννήτριας στα 10m/s



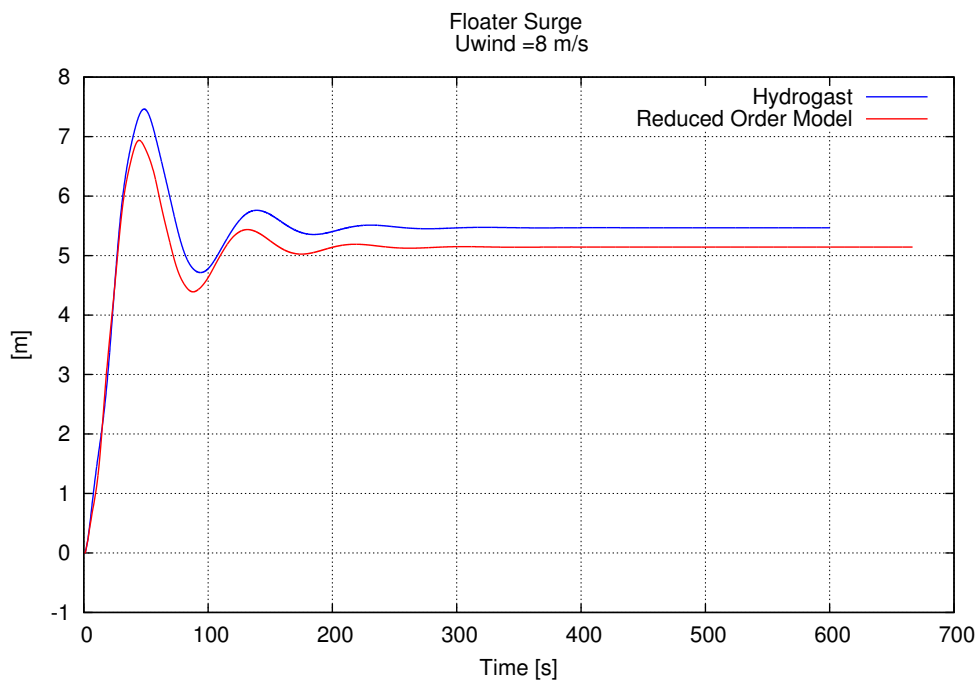
Σχήμα 8.13: Ροπή edge πτερυγίου πλωτής ανεμογεννήτριας στα 10m/s



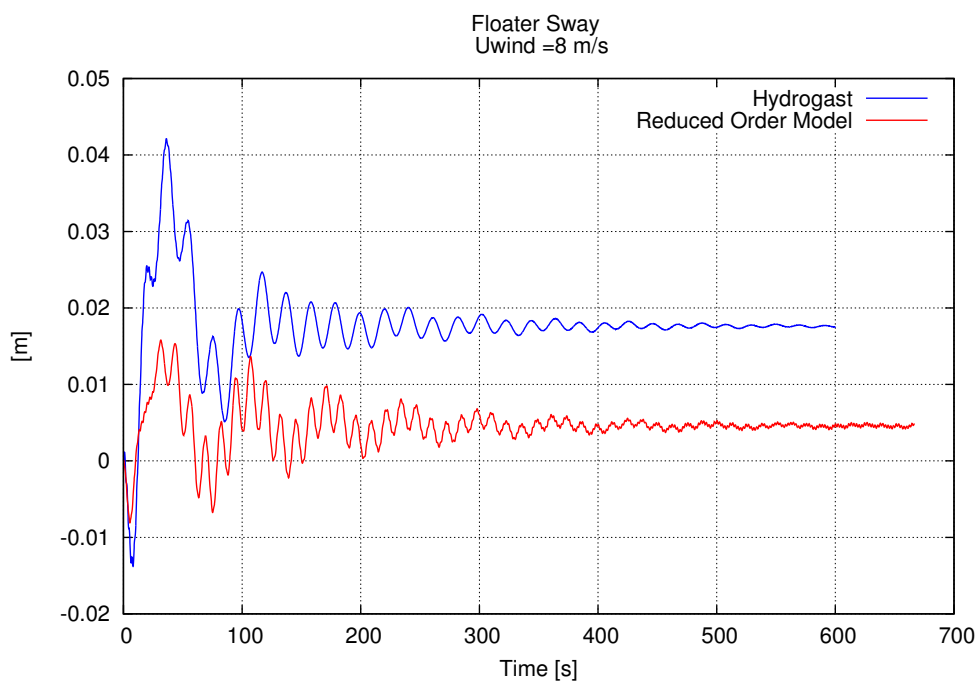
Σχήμα 8.14: Ροπή flap πτερυγίου πλωτής ανεμογεννήτριας στα 18m/s



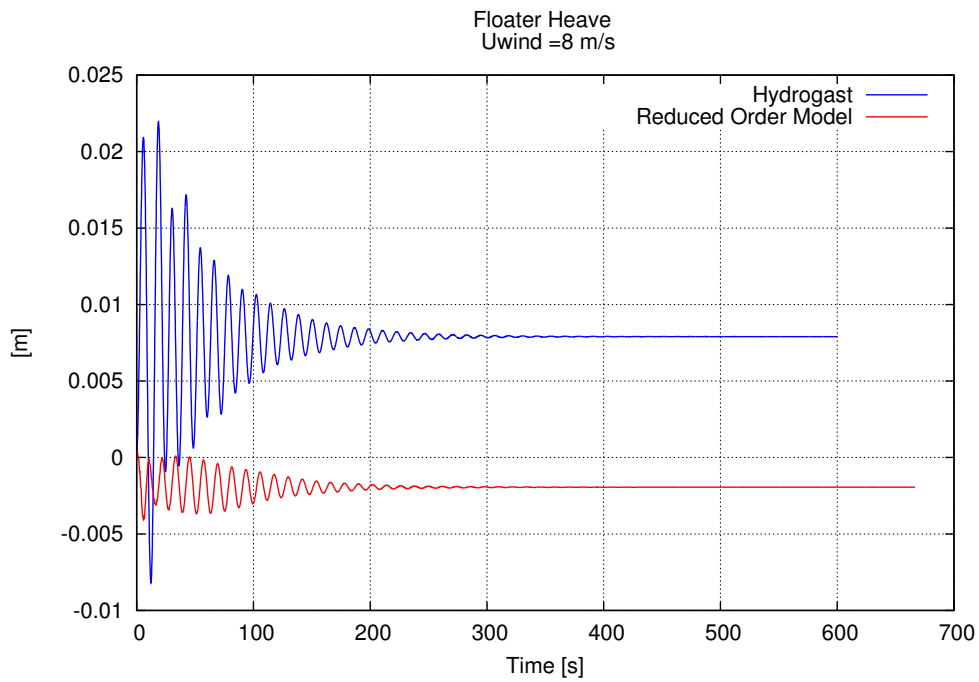
Σχήμα 8.15: Ροπή edge πτερυγίου πλωτής ανεμογεννήτριας στα 18m/s



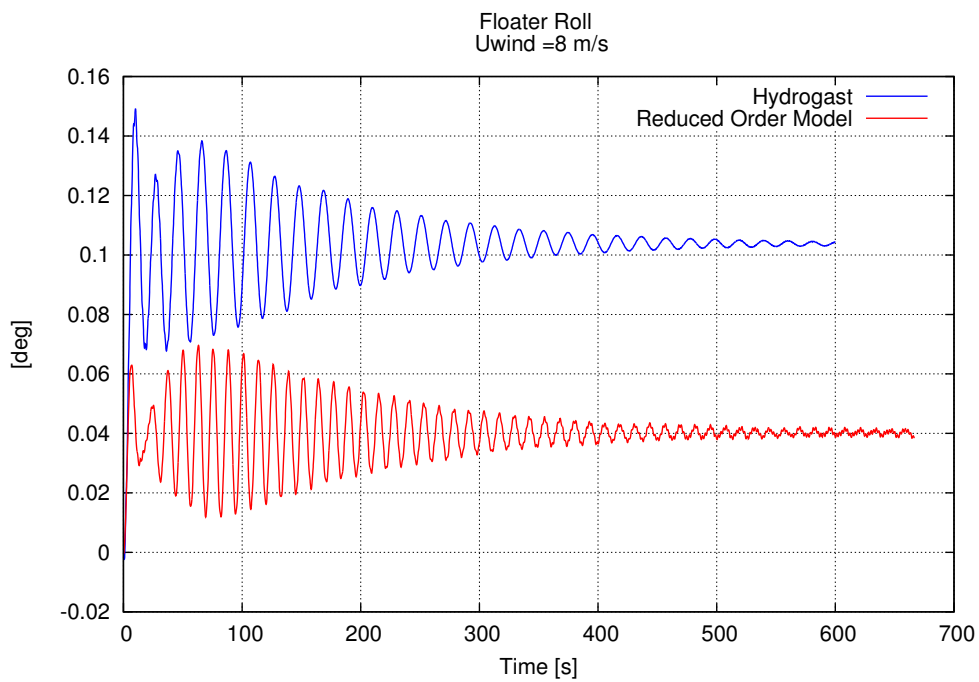
Σχήμα 8.16: Μετακίνηση surge στα 8m/s



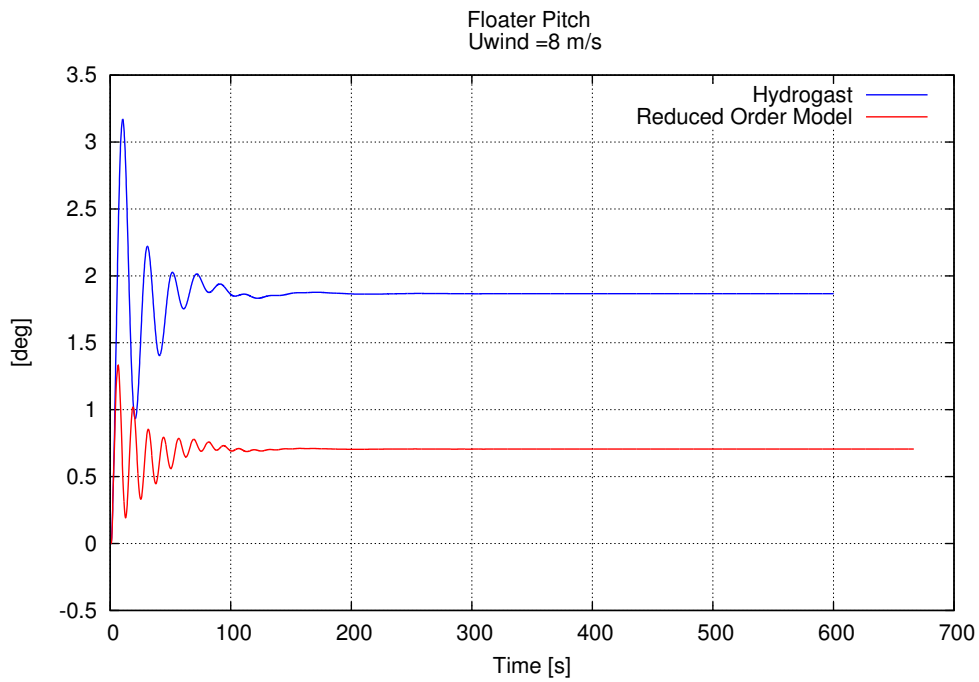
Σχήμα 8.17: Μετακίνηση sway στα 8m/s



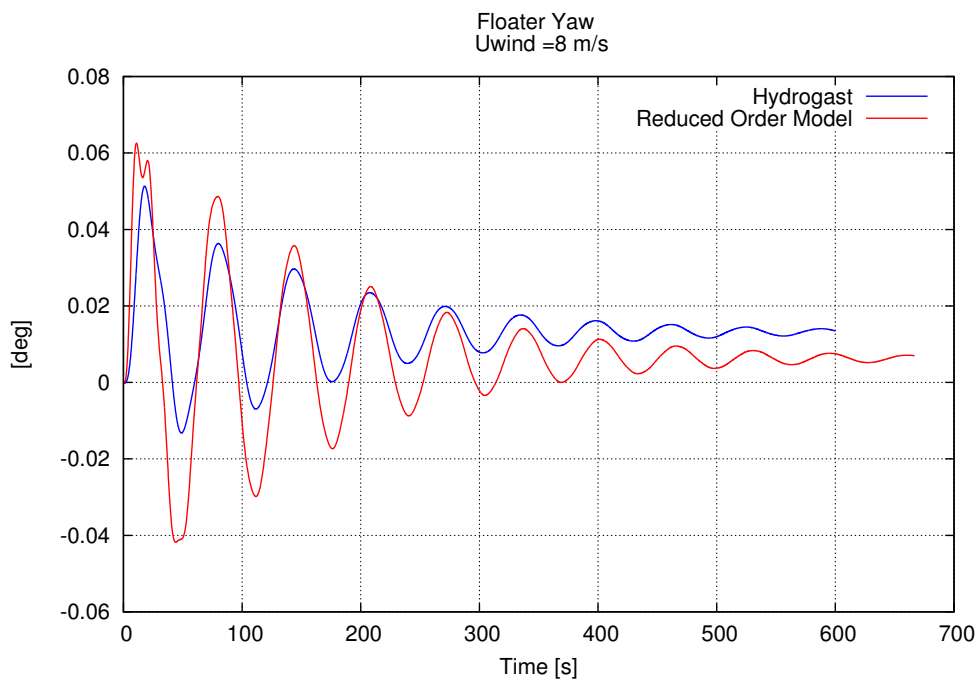
Σχήμα 8.18: Μετακίνηση heave στα 8m/s



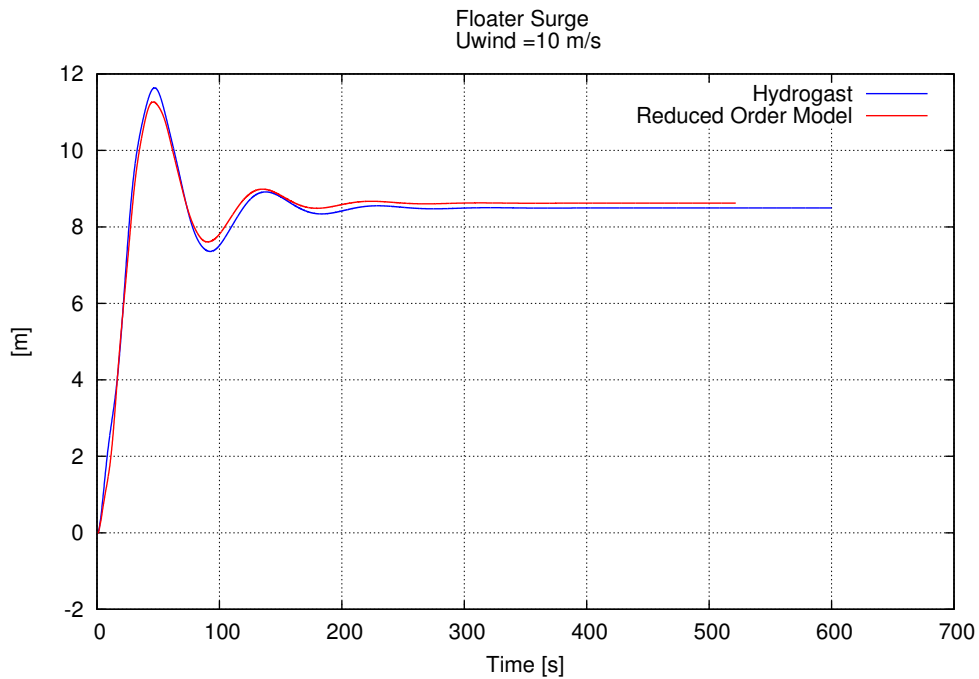
Σχήμα 8.19: Στροφή roll στα 8m/s



Σχήμα 8.20: Στροφή pitch στα 8m/s

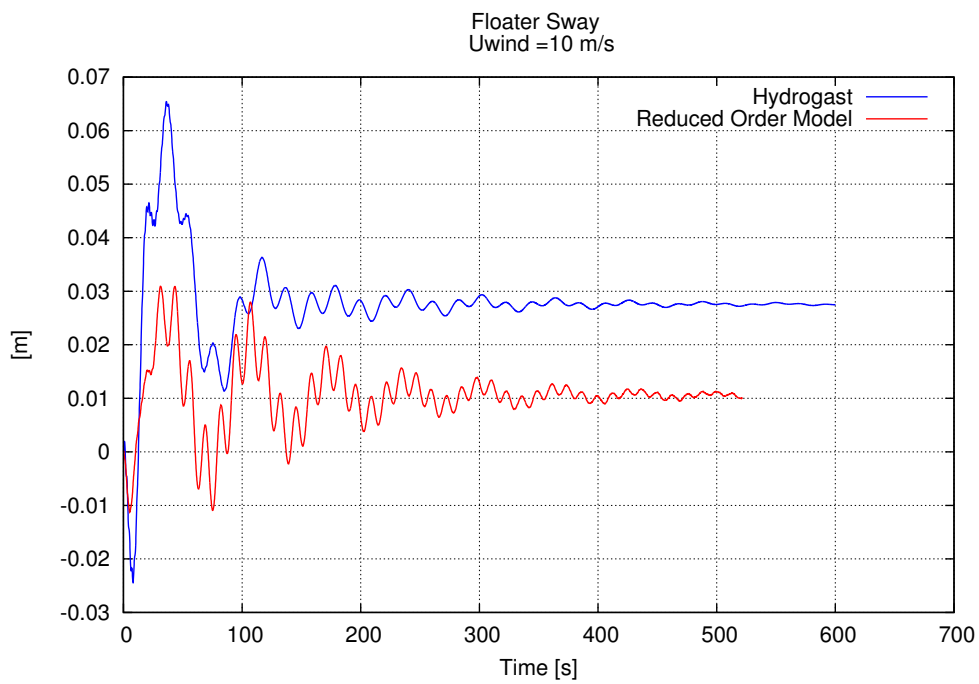


Σχήμα 8.21: Στροφή yaw στα 8m/s

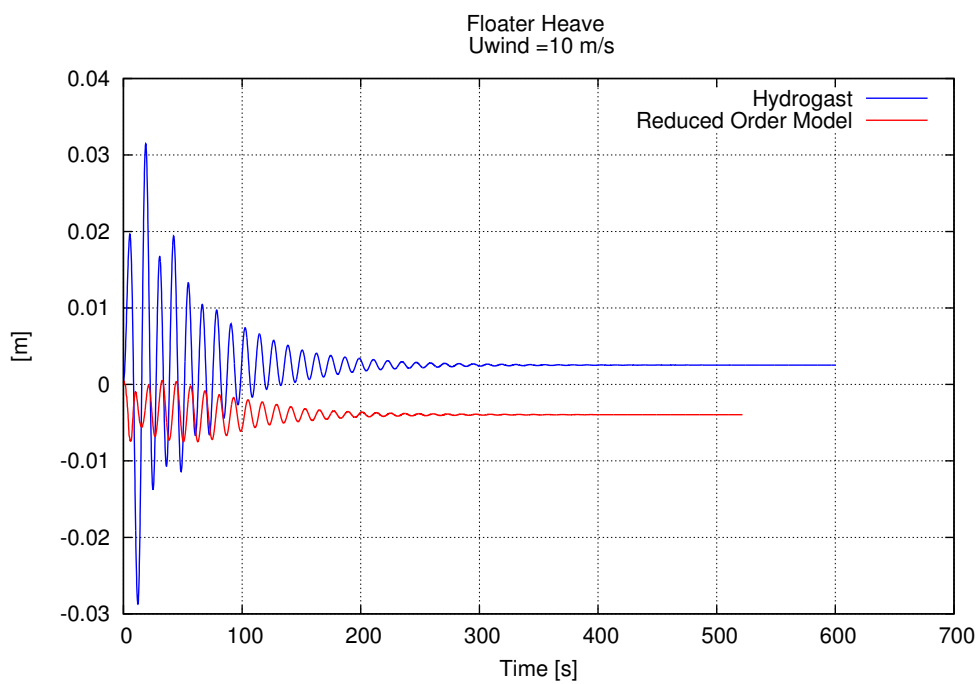


Σχήμα 8.22: Μετακίνηση surge στα 10m/s

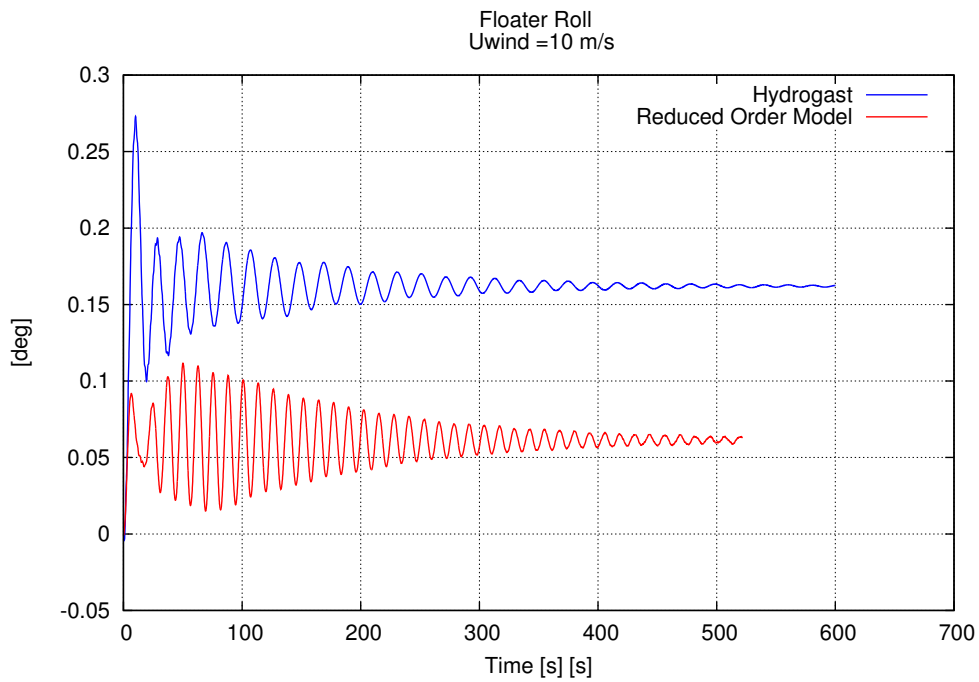
Η σύγκριση είναι ανάμεσα σε δύο υπολογιστικά εργαλεία για τη προσομοίωση της δυναμικής συμπεριφοράς μια πλήρους πλωτής ανεμογεννήτριας. Στόχος της συγκεκριμένης σύγκρισης ήταν κυρίως η πιστοποίηση του κώδικα που λειτουργεί με μειωμένο αριθμό βαθμών ελευθερίας, ως ένα πιο απλό και γρήγορο υπολογιστικό εργαλείο και η επιβεβαίωση πως –στο επίπεδο που βρίσκεται ακόμα- δουλεύει σωστά και μας δίνει αποτελέσματα αντίστοιχα με αυτά που δίνει ο HydroGast.



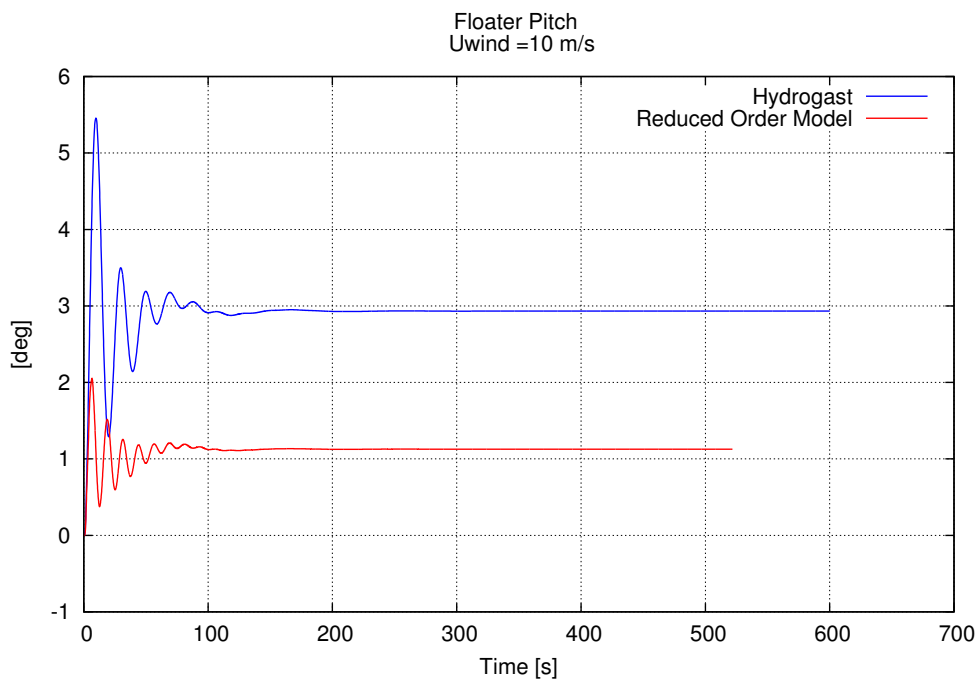
Σχήμα 8.23: Μετακίνηση sway στα 10m/s



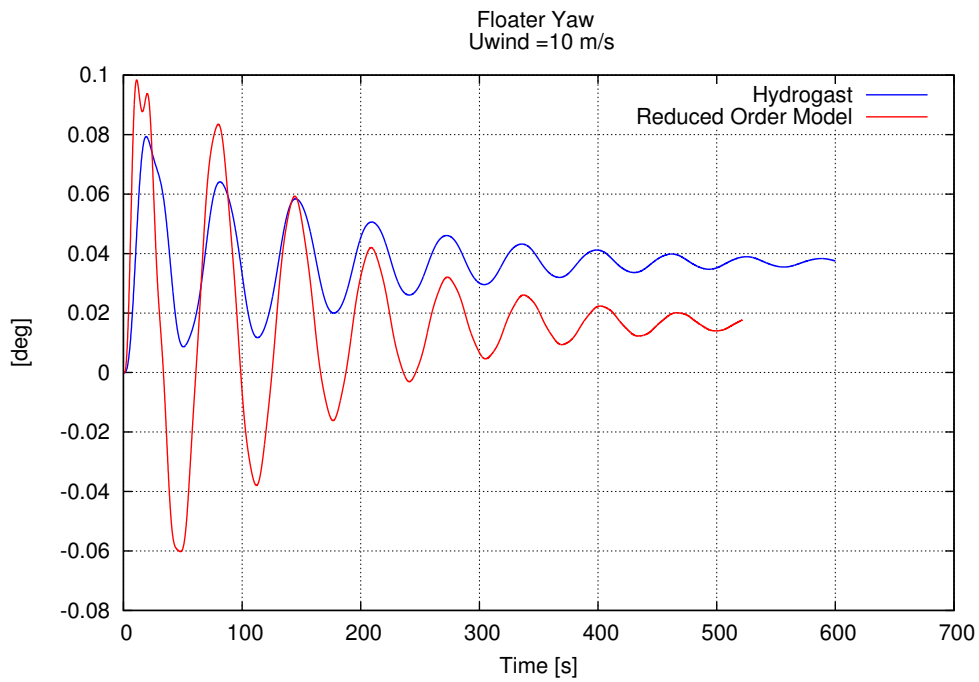
Σχήμα 8.24: Μετακίνηση heave στα 10m/s



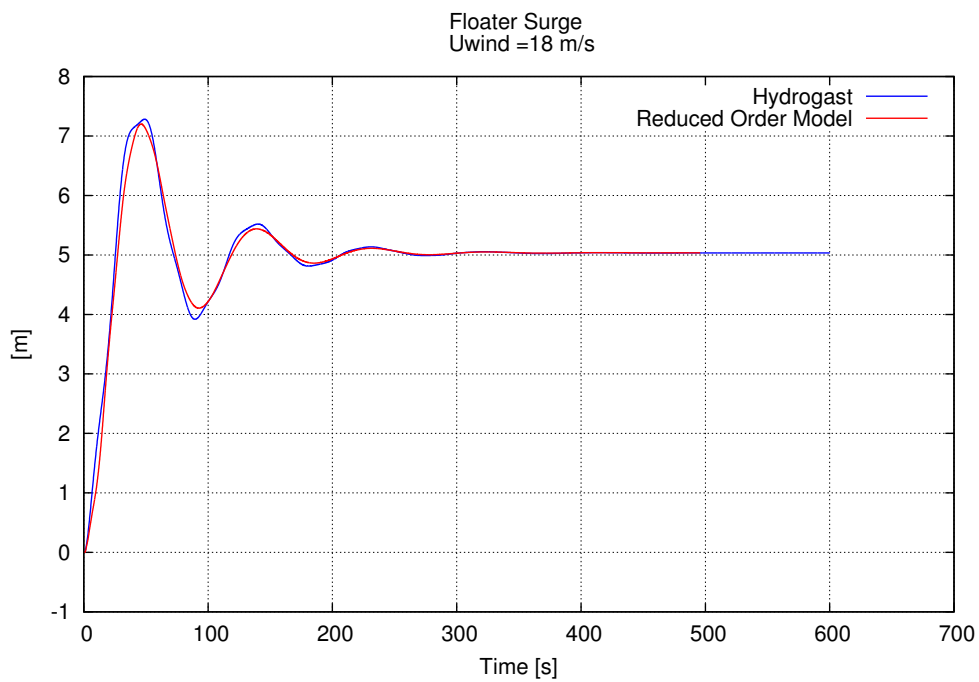
Σχήμα 8.25: Στροφή roll στα 10m/s



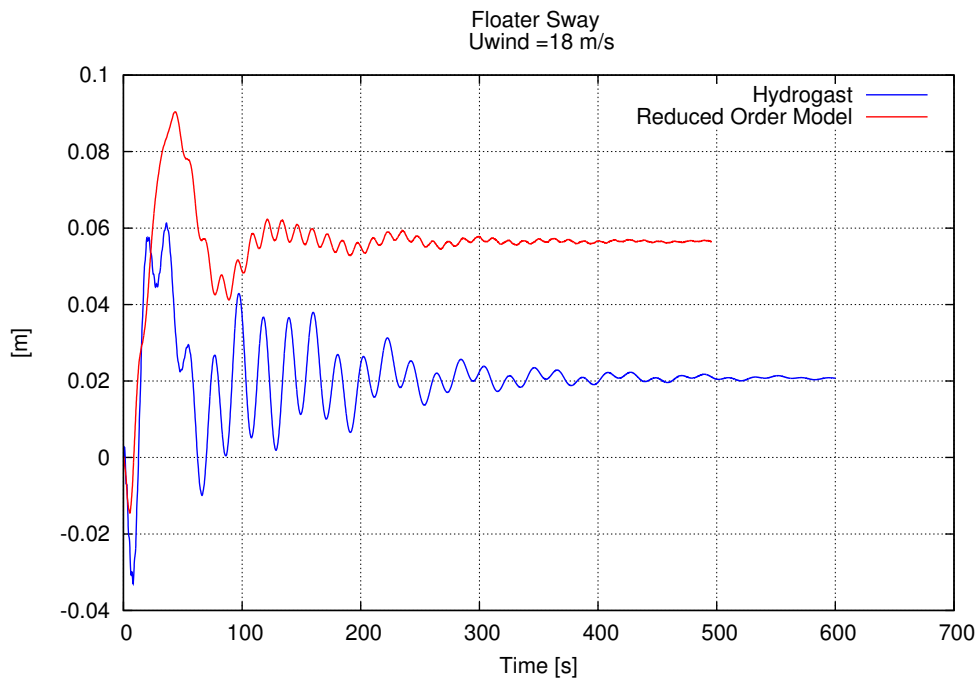
Σχήμα 8.26: Στροφή pitch στα 10m/s



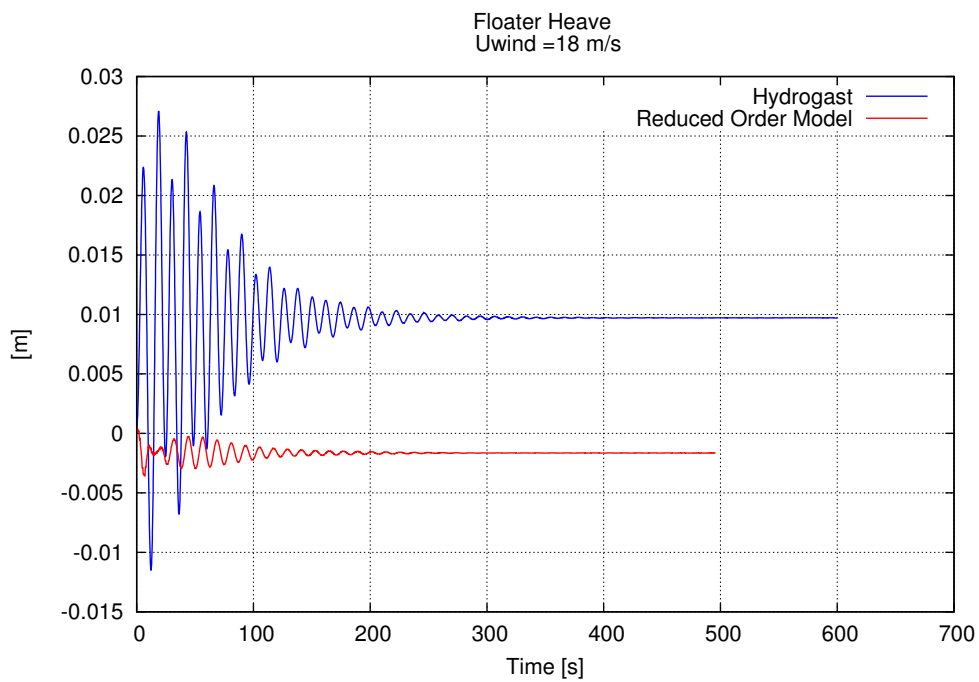
Σχήμα 8.27: Στροφή yaw στα 10m/s



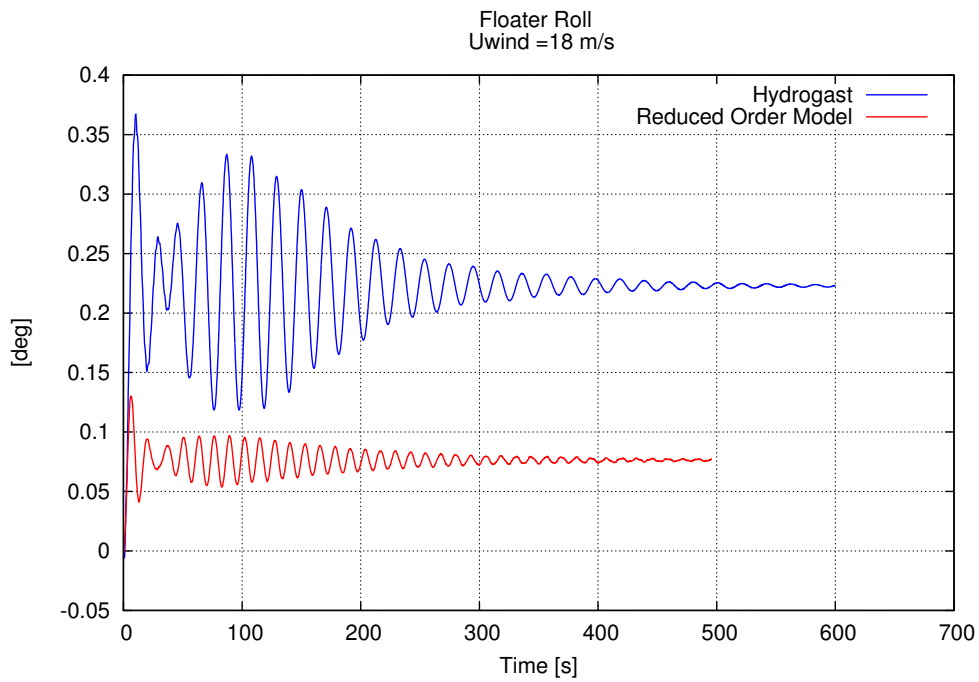
Σχήμα 8.28: Μετακίνηση surge στα 18m/s



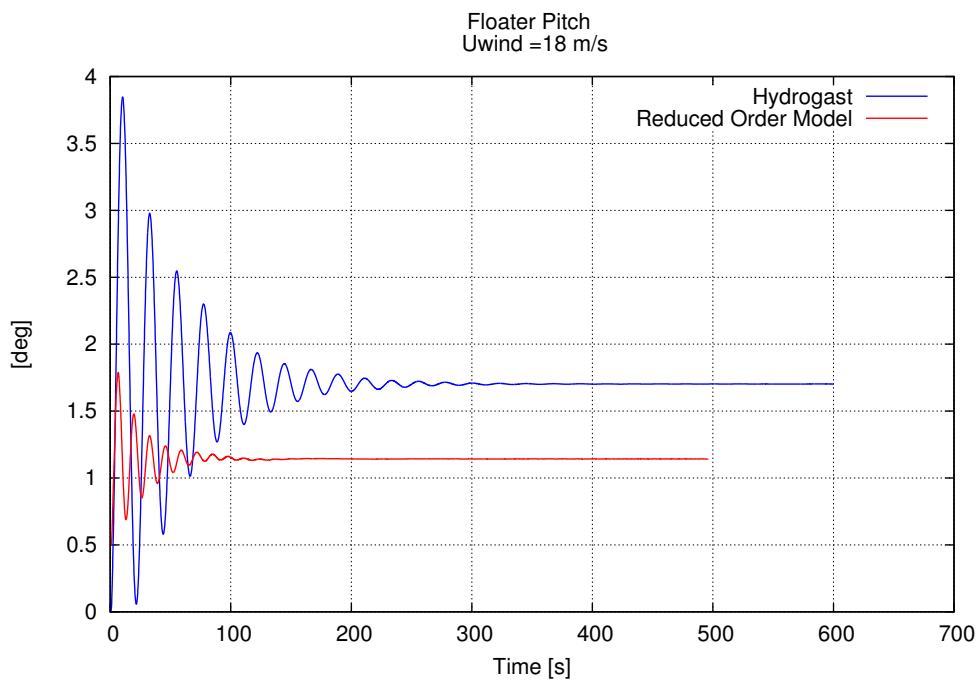
Σχήμα 8.29: Μετακίνηση sway στα 18m/s



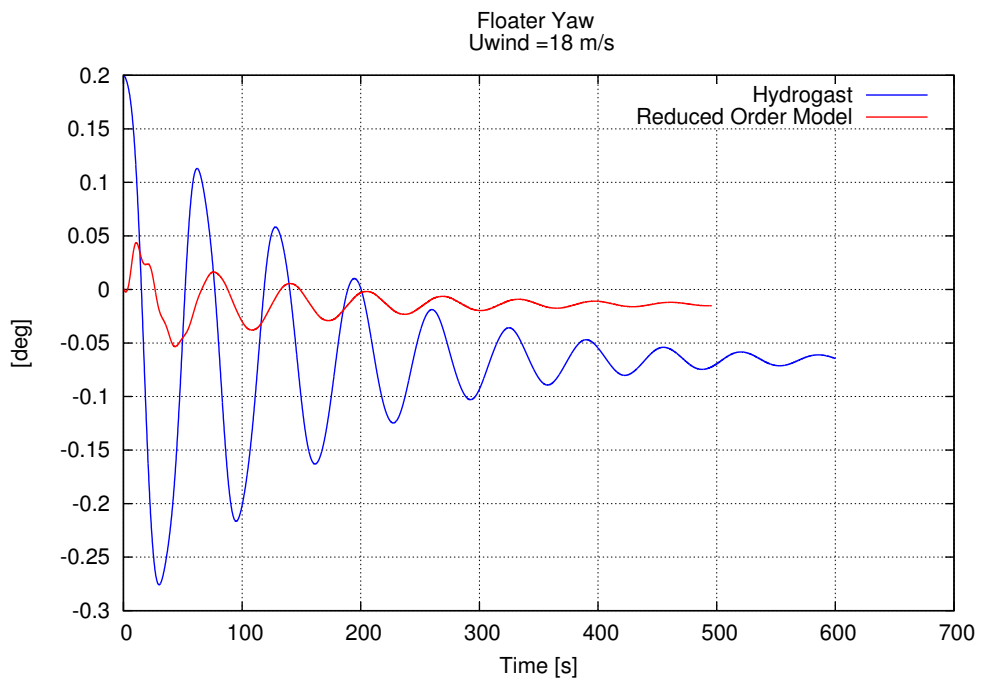
Σχήμα 8.30: Μετακίνηση heave στα 18m/s



Σχήμα 8.31: Στροφή roll στα 18m/s



Σχήμα 8.32: Στροφή pitch στα 18m/s



Σχήμα 8.33: Στροφή yaw στα 18m/s

Κεφάλαιο 9

Βελτιώσεις

Στο εργαστήριο αεροδυναμικής του ΕΜΠ έχουν αναπτυχθεί και άλλοι κώδικες στη λογική του μειωμένου αριθμού Β.Ε., με διαφορετική μοντελοποίηση ωστόσο. Ο κώδικας *stab* μοντελοποιεί κι αυτός πλωτή Α/Γ, αλλά χρησιμοποιεί 16 Β.Ε καθώς δε λαμβάνει υπόψιν τη γωνία κλίσης βήματος του καθενός από τα τρία πτερύγια, τη στρέψη του άξονα του δρομέα $\Delta\Psi$ και τις δύο μετατοπίσεις του κελύφους qf , ql . Ακόμα, παράλληλα με τον κώδικα που αναπτύχθηκε για την παρούσα εργασία, αναπτύχθηκε και κάποιος κώδικας όσον αφορά τη χερσαία Α/Γ. Αυτός ο κώδικας είναι όμοιος με της εργασίας πλην τους έξι Β.Ε. του πλωτήρα και με τη μόνη διαφορά ότι δε λαμβάνεται υπόψιν η γωνία κλίσης πτερυγίου κατά τη μοντελοποίηση. Οι επιπλέον βαθμοί ελευθερίας που δόθηκαν στο καινούριο μοντέλο, ήταν καθοριστικής σημασίας για την πιο ρεαλιστική προσέγγιση του προβλήματος. Πιο συγκεκριμένα, βελτιώθηκαν τα αποτελέσματα όσον αφορά τη αεροδυναμική λόγω του βαθμού ελευθερίας *pitch* και όσον αφορά κάποιες κινήσεις του πλωτήρα. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η σύγκριση αποτελεσμάτων ανάμεσα στο νέο μοντέλο που αναπτύχθηκε στην παρούσα εργασία και σε κάποιους κώδικες που λειτουργούν επίσης με πρότυπα μειωμένου αριθμού βαθμών ελευθερίας και έχουν αναπτυχθεί στο εργαστήριο.

9.1 Αεροδυναμική λόγω *pitch*

Στα διαγράμματα 9.2, 9.3 βλέπουμε τη σύγκριση 2 μοντέλων όσον αφορά τη ροπή *flap* στα πτερύγια. Η τιμή του *pitch* και στα 2 μοντέλα δίνεται σύμφωνα με την εξίσωση 9.1

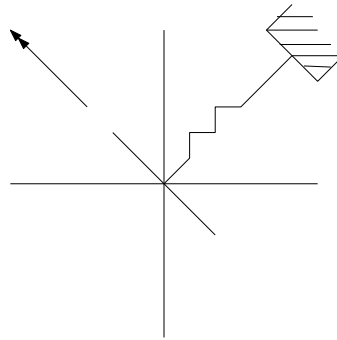
$$\ddot{q}_i + 2\beta_0\omega_0\dot{q}_i + \omega_0^2q_i = \omega_0^2P_d \quad (9.1)$$

όπου $i = 3, 6, 9$ για το κάθε πτερύγιο αντίστοιχα ω_0 το εύρος συχνοτήτων και β_0 ο ρυθμός απόσβεσης του φίλτρου.

Ωστόσο, στη νέα μοντελοποίηση λαμβάνεται υπόψιν το μητρώο στροφής του *pitch*, οπότε το πτερύγιο μπορεί πλέον να στρέφεται σε περισσότερα επίπεδα, όπως φαίνεται στο σχήμα 9.1.

Παρουσιάζονται 2 ταχύτητες πάνω από την ονομαστική για χερσαία ανεμογεννήτρια, καθώς τότε οι γωνίες *pitch* παίρνουν τιμή μεγαλύτερη του μηδενός. Παρατηρείται ότι όσο αυξάνεται η ταχύτητα ανέμου το φαινόμενο που αναλύσαμε λόγω της αεροδυναμικής γίνεται πιο έντονο.

Επιπλέον, έγινε η σύγκριση των διαγραμμάτων Campbell για τους δύο κώδικες, χρησιμοποιώντας την Α/Γ NM80 2.5MW ως αναφορά. Η σύγκριση έγινε με ελεύθερο το άκρο του άξονα (*free free*) και φαίνεται στα σχήματα 9.4, 9.5.

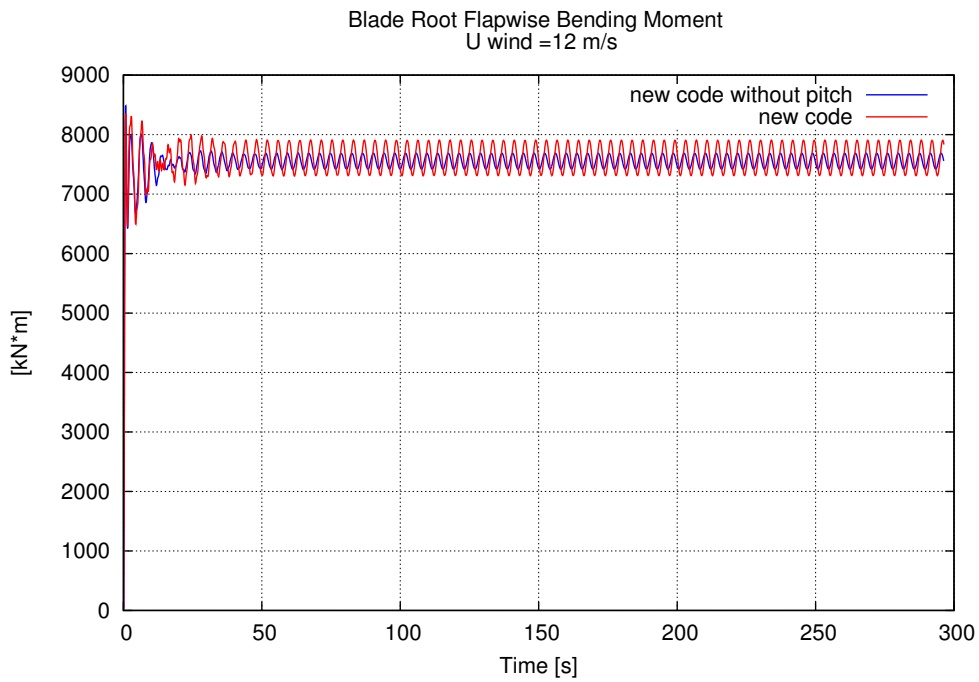


Σχήμα 9.1: Επίπεδο βαθμού ελευθερίας pitch

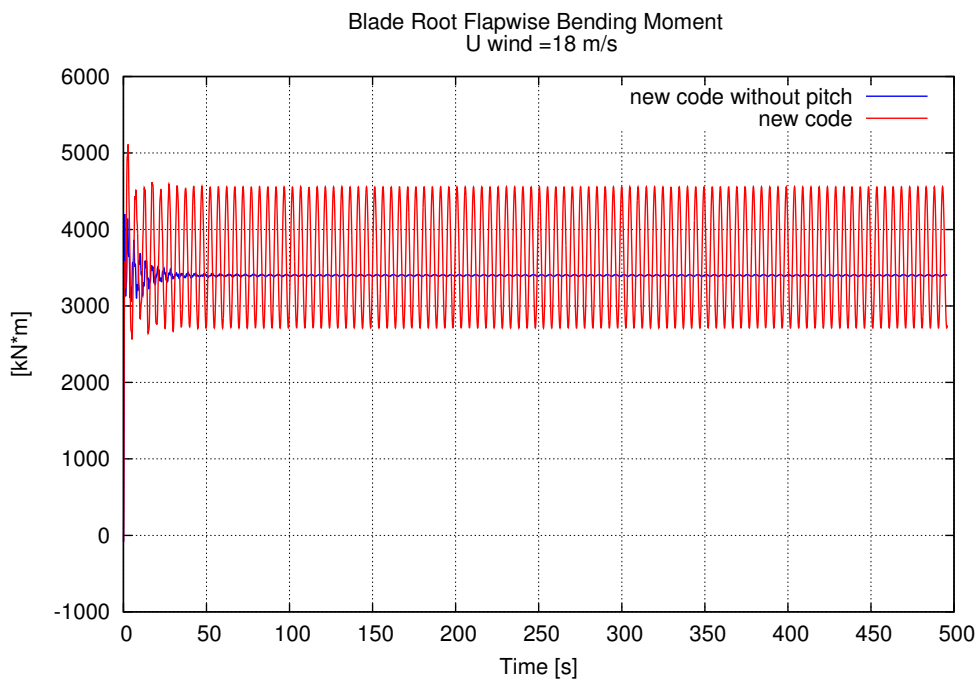
Παρατηρείται ότι η συχνότητα της γωνίας βήματος (pitch) που αντιστοιχεί στη συχνότητα 6, στην περίπτωση του κώδικα που δεν το θεωρεί ως δυναμικό βαθμό ελευθερίας μένει σταθερή (Σχήμα 9.4). Αντίθετα, στο νέο κώδικα που αναπτύχθηκε (Σχήμα 9.5), παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται η ταχύτητα και γίνεται μεγαλύτερη από την ονομαστική, τόσο η τιμή του pitch σημειώνει μια μείωση. Αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς για ταχύτητες πάνω από την ονομαστική όπου ενεργοποιείται η γωνία βήματος και επηρεάζεται η ιδιοσυχνότητά της.

9.2 Πλωτήρας

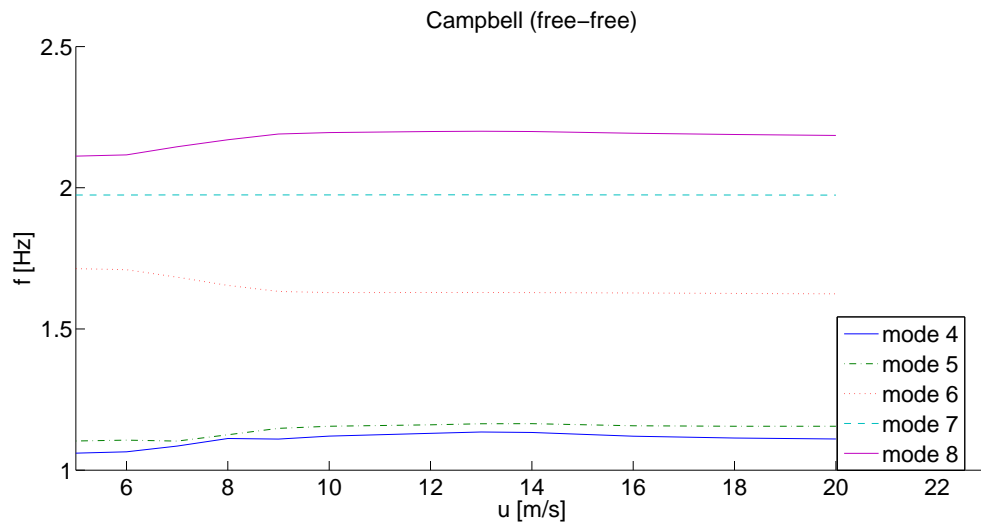
Στα διαγράμματα 9.6,9.7 φαίνεται η σύγκριση μεταξύ του κώδικα HydroGast και των δύο προτύπων μειωμένων βαθμών ελευθερίας. Μπορεί να παρατηρηθεί ότι στο νέο κώδικα με τους 22 βαθμούς ελευθερίας αντί για 16, η κίνηση sway και η στροφή yaw προσεγγίζουν περισσότερο τις λύσεις που έχουν βρεθεί με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στο νέο πρότυπο έχουν προστεθεί οι βαθμοί ελευθερίας fore-aft και lateral στην κορυφή του πύργου.



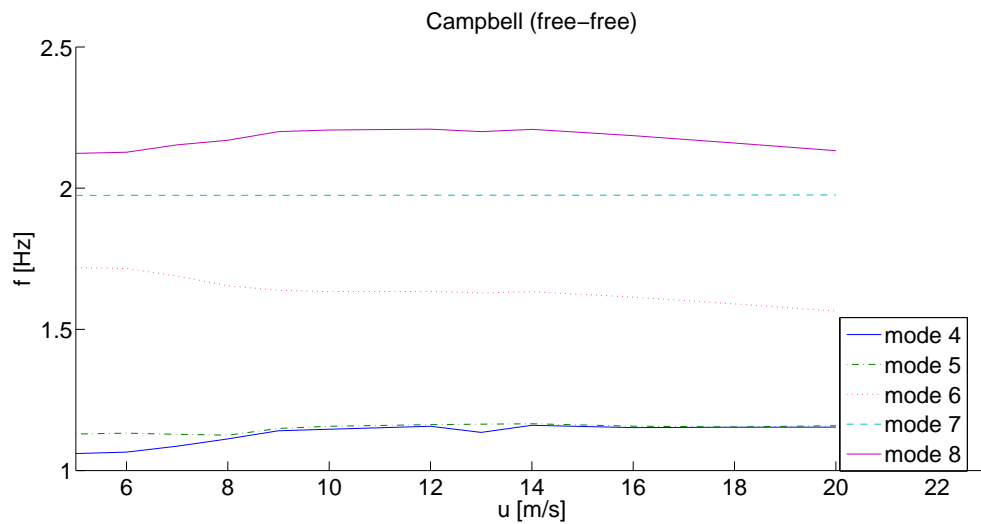
Σχήμα 9.2: Ροπή flap πτερυγίου χερσαίας ανεμογεννήτριας στα 12m/s



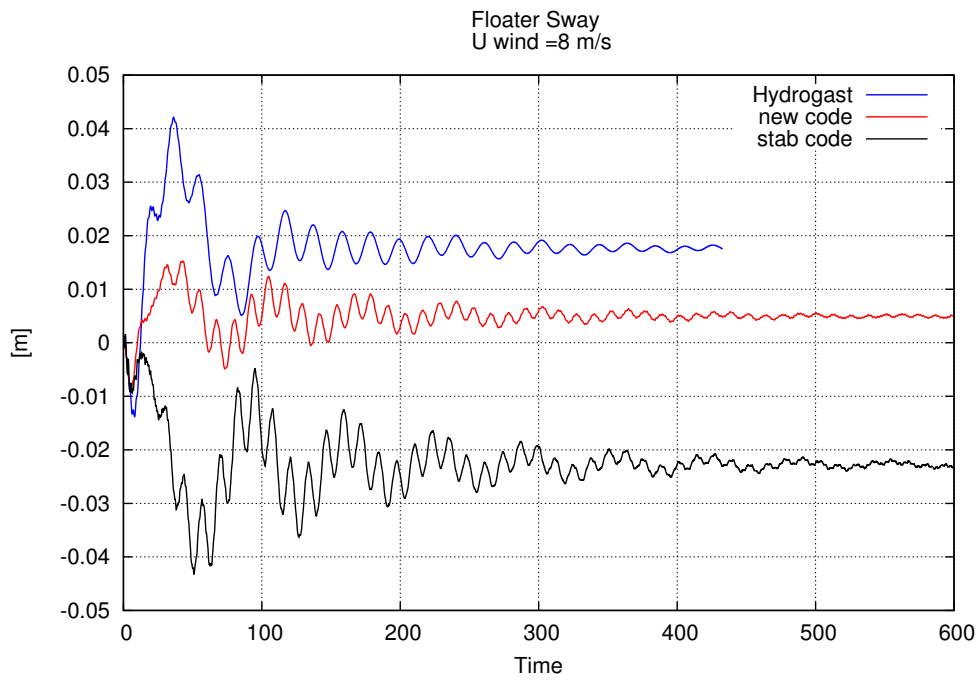
Σχήμα 9.3: Ροπή flap πτερυγίου χερσαίας ανεμογεννήτριας στα 18m/s



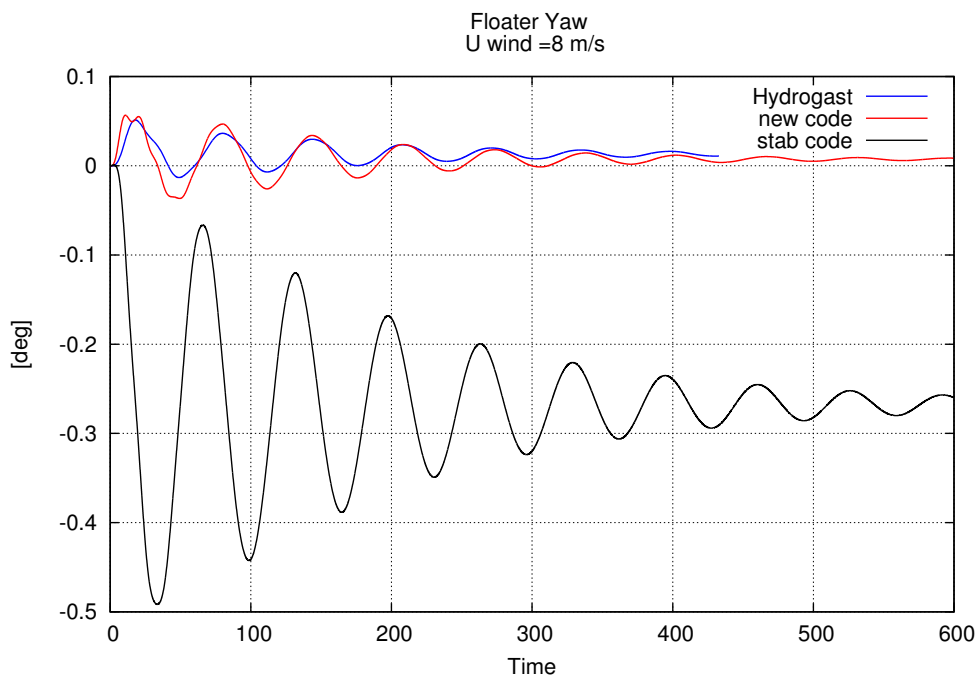
Σχήμα 9.4: Διάγραμμα Campbell για σύστημα με ελεύθερο άξονα χερσαίας Α/Γ 2.5MW (χωρίς pitch)



Σχήμα 9.5: Διάγραμμα Campbell για σύστημα με ελεύθερο άξονα χερσαίας Α/Γ 2.5MW (με pitch)



Σχήμα 9.6: Σύγκριση μετακίνησης sway στα 8m/s



Σχήμα 9.7: Σύγκριση στροφής yaw στα 8m/s

Κεφάλαιο 10

Απόκριση στο Πεδίο Συχνότητας και Αποτελέσματα

10.1 Σύστημα ανοιχτού βρόχου

Σύμφωνα με τα προηγούμενα το αεροελαστικό σύστημα έχει τη μορφή της Σχέσης (2.16), συμπεριλαμβανοντας τη γραμμικοποιημένη μορφή των αεροδυναμικών φορτίων.

Το q αντιστοιχεί στο διάνυσμα των 22 βαθμών ελευθερίας.

$$q = \begin{Bmatrix} \beta_1 \\ \xi_1 \\ \rho i_1 \\ \beta_2 \\ \xi_2 \\ \rho i_2 \\ \beta_3 \\ \xi_3 \\ \rho i_3 \\ \Delta\Psi \\ \Delta\Psi_g \\ q_{roll} \\ q_{yaw} \\ q_{tilt} \\ q_f \\ q_l \\ x_{fr} \\ y_{fp} \\ z_{fy} \\ x_{fsu} \\ y_{fsw} \\ z_{fhe} \end{Bmatrix} \quad (10.1)$$

10.1.1 Μεταβλητές Εισόδου

Για τη συγκεκριμένη περίπτωση καθορίστηκαν οι μεταβλητές εισόδου να είναι η ταχύτητα του ανέμου η οποία εμφανίζεται μόνο στα αεροδυναμικά φορτία, η απαιτούμενη γωνία βήματος

και η απαιτούμενη ροπή γεννήτριας. Το μητρώο των μεταβλητών εισόδου θα είναι

$$u = \{U_w \quad p_d \quad T_{gen}\} \quad (10.2)$$

Η ταχύτητα του ανέμου εμφανίζεται μόνο στα αεροδυναμικά φορτία. Για τη μετατροπή λοιπόν του συστήματος σε state-space, όπου η ταχύτητα του ανέμου αποτελεί είσοδο στο σύστημα, τα αεροδυναμικά φορτία θα πρέπει να παραγωγιστούν όχι μόνο ως προς τους ελαστικούς βαθμούς ελευθερίας, αλλά και ως προς την ταχύτητα του ανέμου. Με τον τρόπο αυτό μπορεί να αναλυθούν οι διαταραχές στην ταχύτητα του ανέμου και η επίδρασή τους στα αεροδυναμικά φορτία. Η γραμμικοποίηση των φορτίων θα είναι ίδια με το Κεφάλαιο 3, με τη διαφορά ότι θα προστεθεί ο όρος που πολλαπλασιάζεται με τη μεταβολή της ταχύτητας του ανέμου $\left[\frac{\partial \delta(P_x)}{\partial U_{wz}} \quad 0 \quad \frac{\partial \delta(P_z)}{\partial U_{wz}} \quad \frac{\partial \delta(M_y)}{\partial U_{wz}} \right]^T \delta U_{wz}$.

Η απαιτούμενη γωνία βήματος θα εμφανιστεί στις εξισώσεις της πραγματικής γωνίας βήματος των πτερυγίων, δηλαδή στις εξισώσεις 3, 6 και 9. Χρησιμοποιώντας ένα δεύτερης τάξης φίλτρο για τη μοντελοποίηση της δυναμικής του επενεργητή, προκύπτει η εξίσωση που δίνει την πραγματική γωνία βήματος των τριών πτερυγίων (Σχέση 9.1).

$$\ddot{q}_i + 2\beta_0\omega_0\dot{q}_i + \omega_0^2q_i = \omega_0^2P_d$$

όπου $i = 3, 6, 9$ για το κάθε πτερύγιο αντίστοιχα ω_0 το εύρος συχνοτήτων και β_0 ο ρυθμός απόσβεσης του φίλτρου. Η Σχέση (9.1) γράφεται σε μορφή καταστάσεως χώρου.

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \omega_0^2 \end{Bmatrix} \delta P_d + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\beta_0\omega_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \omega_0^2 \end{Bmatrix} P_d \quad (10.3)$$

όπου $x_1 = q_i, x_2 = \dot{q}_i$

Η γραμμικοποιημένη μορφή της Σχέσης (10.3) είναι

$$\begin{Bmatrix} \delta \dot{x}_1 \\ \delta \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\beta_0\omega_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \omega_0^2 \end{Bmatrix} \delta P_d + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\beta_0\omega_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \omega_0^2 \end{Bmatrix} P_d - \begin{Bmatrix} \dot{x}_1^0 \\ \dot{x}_2^0 \end{Bmatrix} \quad (10.4)$$

Τέλος, η μεταβλητή εισόδου που εκφράζει τη ροπή της γεννήτριας θα εμφανιστεί μόνο στις εξισώσεις του συστήματος του άξονα, drive train (10 και 11).

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} RIhub_x + 3J_b & RIhub_x + 3J_b \\ 0 & I_{gen} + RIhub_x + 3J_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \ddot{q}_{10} \\ \delta \ddot{q}_{11} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{shaft} & 0 \\ -c_{shaft} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \dot{q}_{10} \\ \delta \dot{q}_{11} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{shaft} & 0 \\ -k_{shaft} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta q_{10} \\ \delta q_{11} \end{Bmatrix} = \\ & \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \delta M_{gen} + \begin{Bmatrix} 0 \\ M_{gen}^0 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} RIhub_x + 3J_b & RIhub_x + 3J_b \\ 0 & I_{gen} + RIhub_x + 3J_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_{10}^0 \\ \ddot{q}_{11}^0 \end{Bmatrix} - \\ & \begin{bmatrix} c_{shaft} & 0 \\ -c_{shaft} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_{10}^0 \\ \dot{q}_{11}^0 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{shaft} & 0 \\ -k_{shaft} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_{10}^0 \\ q_{11}^0 \end{Bmatrix} \quad (10.5) \end{aligned}$$

10.1.2 Μεταβλητές Εξόδου

Ως μεταβλητές εξόδου αποφασίζονται τα μεγέθη: γωνιακή ταχύτητα δρομέα, γωνιακή ταχύτητα της γεννήτριας, πραγματική γωνία βήματος πρώτου πτερυγίου και επιτάχυνση της κορυφής του πύργου. Άρα το μητρώο μεταβλητών εξόδου θα είναι

$$y = \{\Omega_{gen} \quad \Omega_{rot} \quad p^1 \quad a_{tower+nac}\} \quad (10.6)$$

όπου

$$\Omega_{\text{gen}} = \dot{q}_{11}$$

$$\Omega_{\text{rot}} = q_{10} + \dot{q}_{11}$$

$$p^1 = q_3$$

$$a_{\text{tower+nac}} = \ddot{q}_{15}$$

10.1.3 Μορφή Καταστάσεως Χώρου

Λαμβάνοντας υπ' όψη τη μορφή των εξισώσεων της απαιτούμενης γωνίας βήματος και ροπής γεννήτριας, καθώς επίσης και τη μορφή της ασταθούς αεροδυναμικής, το δεύτερης τάξης σύστημα (2.16) γίνεται

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = Q + Q_u \delta_u \quad (10.7)$$

Το σύστημα μπορεί να μετατραπεί σε πρώτης τάξης εφαρμόζοντας τον ακόλουθο μετασχηματισμό

$$x = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} - M^{-1}Q'_u \delta_u \end{Bmatrix} \quad (10.8)$$

Και άρα το σύστημα γίνεται

$$\dot{x} = Ax + Bdu + F \quad (10.9)$$

όπου

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{Bmatrix} M^{-1}Q'_u \\ M^{-1}Q_u - M^{-1}CM^{-1}Q'_u \end{Bmatrix}$$

$$F = \begin{Bmatrix} 0 \\ M^{-1}Q \end{Bmatrix}$$

Εφόσον ο πίνακας M είναι αντιστρέψιμος.

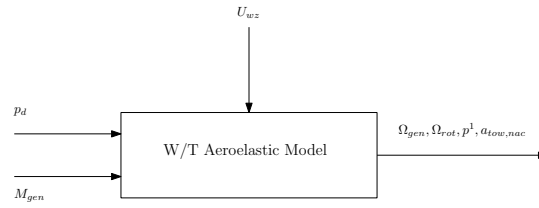
Το μητρώο των μεταβλητών εξόδου φέρεται εύκολα σε μορφή καταστάσεως χώρου μέσω μιας απλής μετάθεσης των μεταβλητών εξόδου y και των μεταβλητών κατάστασης και εισόδου x και du .

$$y = Cx + Ddu \quad (10.10)$$

Η έξοδος είναι η επιτάχυνση της κορυφής του πύργου, τότε η μεταβλητή εξόδου θα τεθεί ίση με την Εξίσωση (10.7).

$$y_k = (-M^{-1}Kx_1 - M^{-1}Cx_2 + (M^{-1}Q_u - M^{-1}CM^{-1}Q'_u)\delta_u + M^{-1}Q)^i \quad (10.11)$$

όπου k ο αριθμός της μεταβλητής εξόδου και i ο αριθμός της μεταβλητής κατάστασης που ισούται με το y_k , εδώ $i=37$. Το διάγραμμα του συστήματος ανοιχτού βρόχου φαίνεται στο Σχήμα 10.1



Σχήμα 10.1: Διάγραμμα συστήματος ανοιχτού βρόχου

10.2 Αποτελέσματα

Στο Κεφάλαιο 6 έχουν υπολογιστεί τα μητρώα A, B, C, D και προκύπτουν οι εξισώσεις στην απλοποιημένη state-space μορφή.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (10.12)$$

$$y = Cx + Du \quad (10.13)$$

Ο μετασχηματισμός Laplace εφαρμόζεται στην Εξίσωση (10.12) για να τη μετατρέψει από διαφορική σε αλγεβρική. Αυτό αποτελεί προϋπόθεση για τον υπολογισμό της συνάρτησης μεταφοράς, η οποία συσχετίζει τις εξόδους με τις εισόδους του συστήματος. Έτσι η Σχέση (10.12) γίνεται

$$\begin{aligned} s x(s) &= A x(s) + B u(s) \Rightarrow \\ (s I - A)x(s) &= B u(s) \Rightarrow \\ x(s) &= (s I - A)^{-1} B u(s) \end{aligned} \quad (10.14)$$

Στη συνέχεια αντικαθίσταται η λύση αυτή στην Εξίσωση (10.13) και προκύπτει η ακόλουθη μορφή του συστήματος.

$$y(s) = K(s)u(s) \quad (10.15)$$

Λύνοντας ως προς $K(S)$ προκύπτει η συνάρτηση μεταφοράς.

$$K(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = (C(s I - A)^{-1} B + D)u(s) \quad (10.16)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς είναι η βάση για την εξακρίβωση σημαντικών χαρακτηριστικών της απόκρισης του συστήματος χωρίς όμως να λυθεί η διαφορική εξίσωση.

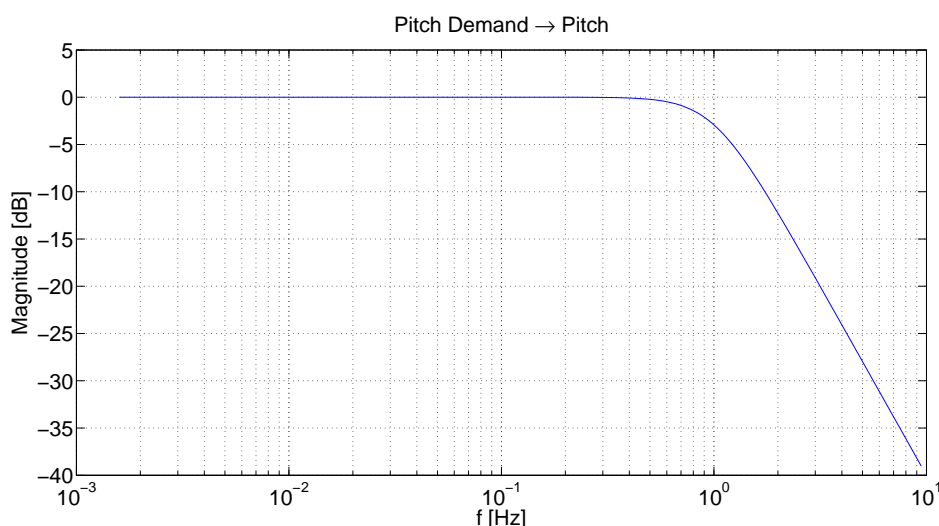
Η συνάρτηση μεταφοράς μπορεί να αναπαρασταθεί και με γραφικό τρόπο, το διάγραμμα Bode. Το διάγραμμα Bode αποτελείται από δύο γραφήματα. Το πρώτο είναι η γραφική παράσταση του λογαρίθμου του μέτρου μιας ημιτονοειδής συνάρτησης μεταφοράς. Το δεύτερο είναι η γραφική παράσταση της γωνίας φάσης. Και τα δύο διαγράμματα έχουν ως ανεξάρτητη μεταβλητή τη συχνότητα ω και χαράσσονται υπο λογαριθμική κλίμακα.

Η τυπική παράσταση του λογαριθμικού μέτρου της $G(j\omega)$ είναι $20 \log |G(j\omega)|$, όπου η βάση του λογαρίθμου είναι το δέκα (10). Η μονάδα που εκφράζει αυτή τη παράσταση του μέτρου λέγεται decibel και συμβολίζεται ως (db). Τα διαγράμματα του Bode χαράζονται σε ημιλογαριθμικό χαρτί, στο οποίο η λογαριθμική κλίμακα χρησιμοποιείται για τη συχνότητα και η γραμμική κλίμακα είτε για το μέτρο σε (db) είτε για τη γωνία φάσης (σε μοίρες).

Το κύριο πλεονέκτημα των διαγραμμάτων του Bode είναι ότι το γινόμενο των μέτρων μετατρέπεται σε άθροιση. Η επέκταση της περιοχής των χαμηλών συχνοτήτων με τη χρήση

λογαριθμικής κλίμακας διότι στα πρακτικά συστήματα, τα χαρακτηριστικά στις χαμηλές συχνότητες είναι πολύ σημαντικά. Επίσης στη περίπτωση που το μέτρο εμφανίζει ένα μέγιστο σε κάποια συγκεκριμένη συχνότητα, προσφέρει τη πληροφορία ότι αυτή η είναι ιδιοσυχνότητα του εξεταζόμενου μοντέλου[18].

Ακολουθούν τα διαγράμματα bode κέρδους και φάσης σε σχέση με τη συχνότητα για ταχύτητα ανέμου 7m/sec. Για την χάραξη των διαγραμμάτων Bode χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Matlab.



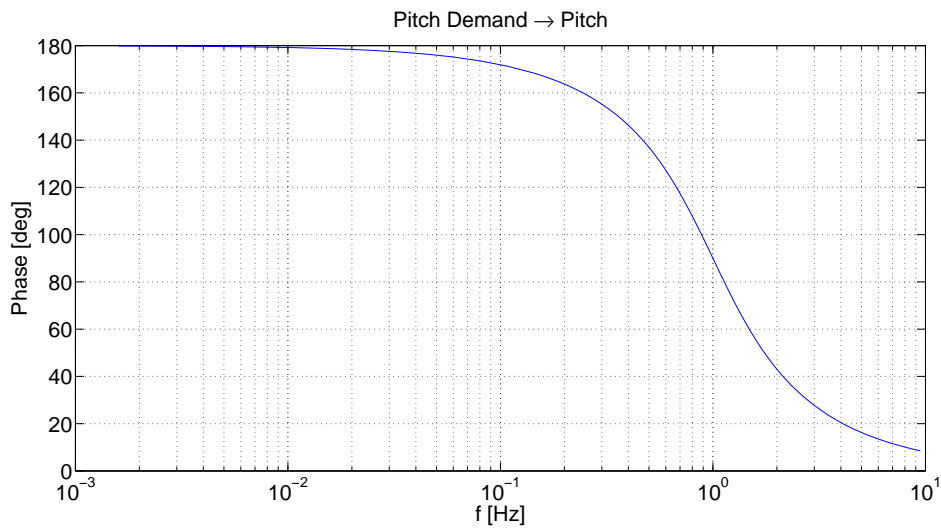
Σχήμα 10.2: Διάγραμμα Bode (κέρδους) με είσοδο την απαιτούμενη γωνία βήματος των πτερυγίων και έξοδο την πραγματική γωνία βήματος του πρώτου πτερυγίου για ταχύτητα ανέμου 7 m/sec.

Στα Σχήματα 10.2,10.3 παρατηρούμε πως μεταβάλλεται το πραγματικό pitch του πρώτου πτερυγίου σε σχέση με αυτό που του επιβάλλει ο επενεργητής (δεύτερης τάξης φίλτρο). Το φίλτρο αυτό για χαμηλές τιμές συχνοτήτων μεταφέρει αυτούσιες τις αλλαγές που του επιβάλλουμε. Όσο, όμως οι τιμές των συχνοτήτων μεγαλώνουν, το φίλτρο δεν επιτρέπει τις υψίσυχνες μεταβολές που του επιβάλλουμε.

Στο Σχήμα 10.4 Bode παρατηρούνται κορυφές για δύο συχνότητες: για συχνότητα ίση με αυτήν της ιδιοσυχνότητας του πύργου κατά την διαμήκη κίνηση (0,355 Hz) και για συχνότητα που αντιστοιχεί στη συμμετρική ιδιομορφή κατά την κατεύθυνση πτερύγισης (0.73 Hz). Καθώς αυξάνεται η ταχύτητα του ανέμου, αυξάνεται και η διαταραχή που αυτός προκαλεί κι έτσι επηρεάζονται οι ιδιοσυχνότητες στην κατεύθυνση του ανέμου.

Οι κορυφές που παρατηρούνται στο Σχήμα 10.6 αντιστοιχούν στις συχνότητες της διαμήκους κίνησης του πύργου (0.355 Hz), της συμμετρικής κατά την κατεύθυνση πτερύγισης ιδιομορφής του δρομέα (0.73 Hz) και της συμμετρικής κατά την edge κατεύθυνση ιδιομορφής του δρομέα που είναι συζευγμένη με το σύστημα του άξονα (1.77 Hz). Αυτό που συμπεραίνεται από τη μορφή του διαγράμματος είναι ότι μεταβολή στη ροπή της γεννήτριας θα διεγείρει τις ιδιομορφές που αντιστοιχούν στις συχνότητες των peaks. Η απόσβεση δηλαδή για αυτές τις συχνότητες θα είναι μειωμένη. Παρατηρείται, ωστόσο, ότι τα πλάτη έχουν πολύ μικρές τιμές, το οποίο συνεπάγεται ότι αλλαγή στη ροπή της γεννήτριας δεν συνεισφέρει σημαντικά στην επιτάχυνση της κορυφής του πύργου.

Το peak που παρατηρείται στο Σχήμα 10.8 αντιστοιχεί στη συχνότητα της συμμετρικής

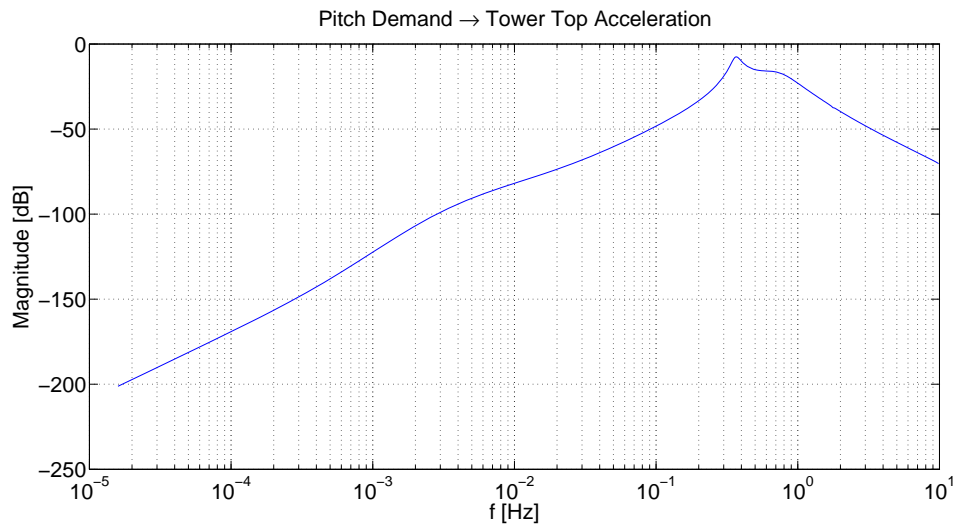


Σχήμα 10.3: Διάγραμμα Bode (φάσης) με είσοδο την απαιτούμενη γωνία βήματος των πτερυγίων και έξοδο την πραγματική γωνία βήματος του πρώτου πτερυγίου για ταχύτητα ανέμου 7 m/sec.

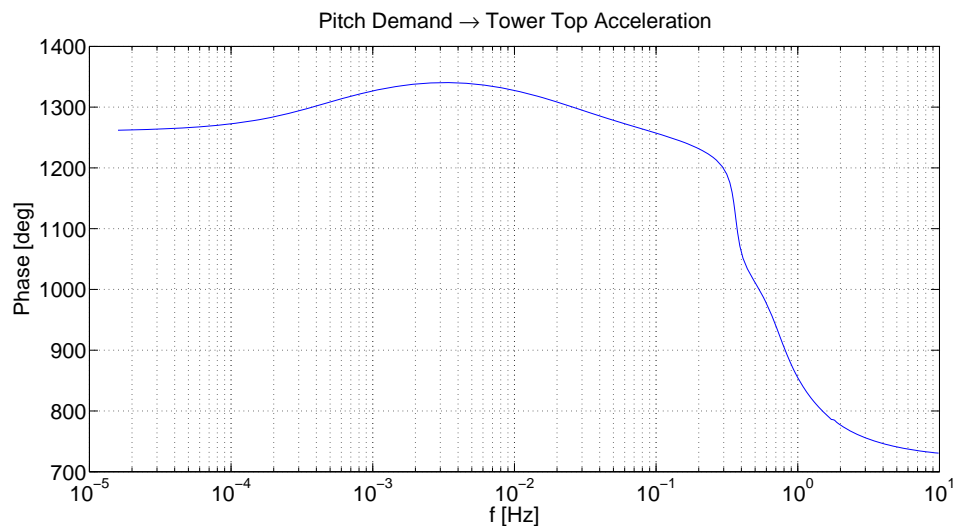
ιδιομορφής κατά την edge κατεύθυνση που είναι συζευγμένη με τον άξονα (1,77 Hz).

Στα Σχήματα 10.10, 10.11 η συμπεριφορά είναι παρόμοια με αυτής της ταχύτητας του δρομέα.

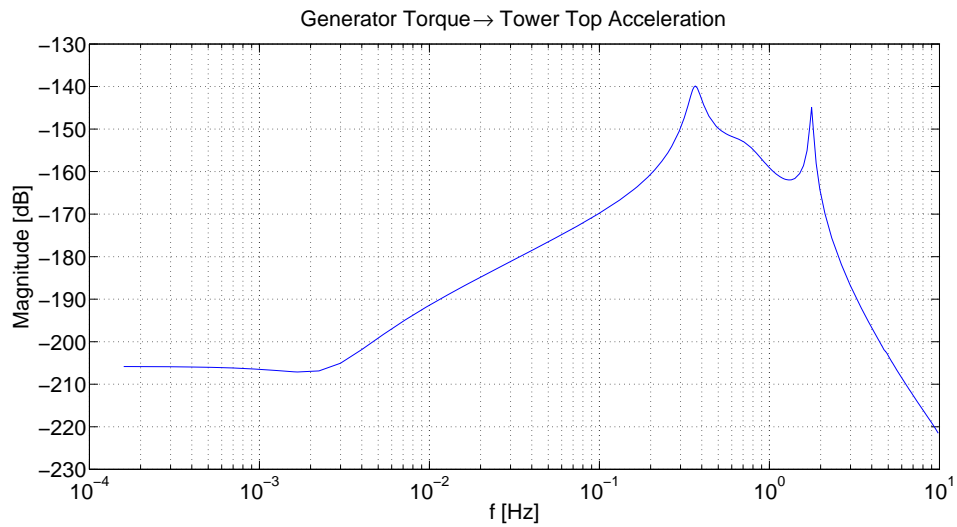
Τέλος, παρουσιάζονται τα διαγράμματα Bode μέτρου και φάσης με έξοδο την επιτάχυνση στην κορυφή του πύργου για ταχύτητα ανέμου 7m/sec (Σχήματα 10.12, 10.13).



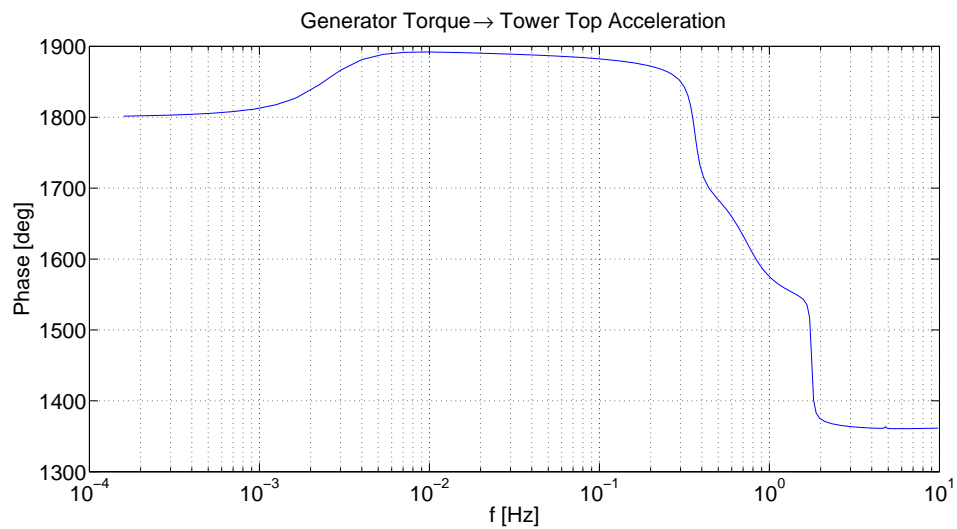
Σχήμα 10.4: Διάγραμμα Bode (κέρδους) με είσοδο την απαιτούμενη γωνία βήματος των πτερυγίων και έξοδο την επιτάχυνση της κορυφής του πύργου για ταχύτητα ανέμου 7m/sec.



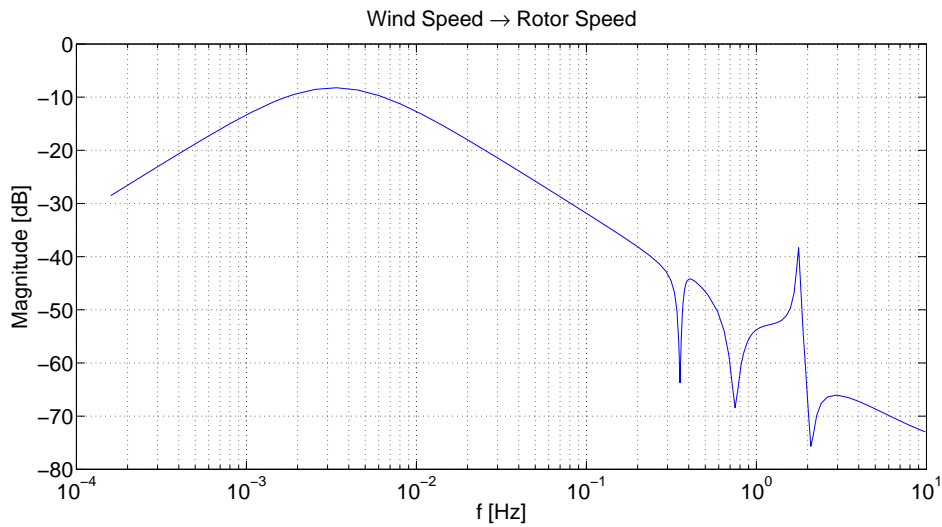
Σχήμα 10.5: Διάγραμμα Bode (φάση) με είσοδο την απαιτούμενη γωνία βήματος των πτερυγίων και έξοδο την επιτάχυνση της κορυφής του πύργου για ταχύτητα ανέμου 7m/sec.



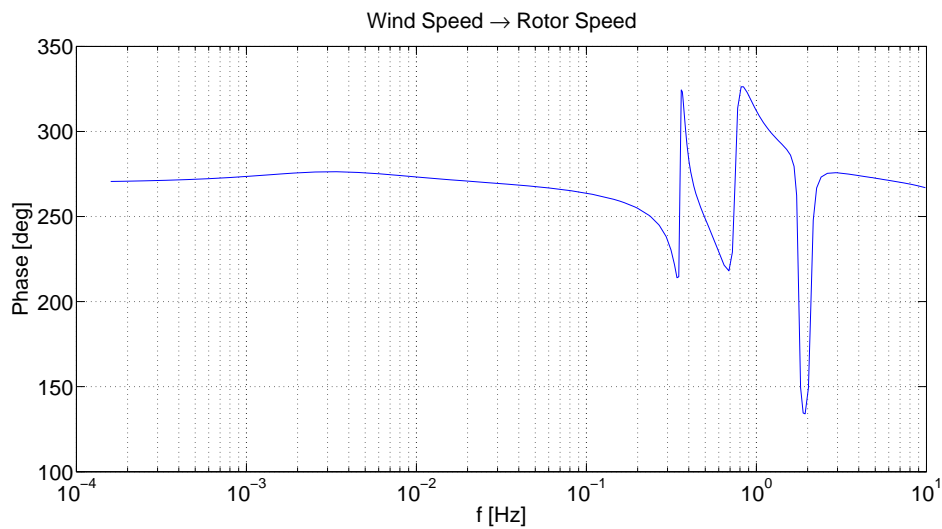
Σχήμα 10.6: Διάγραμμα Bode (μέτρου) με είσοδο την απαιτούμενη ροπή της γεννήτριας και έξοδο την επιτάχυνση στην κορυφή του πύργου για ταχύτητα ανέμου 7m/sec.



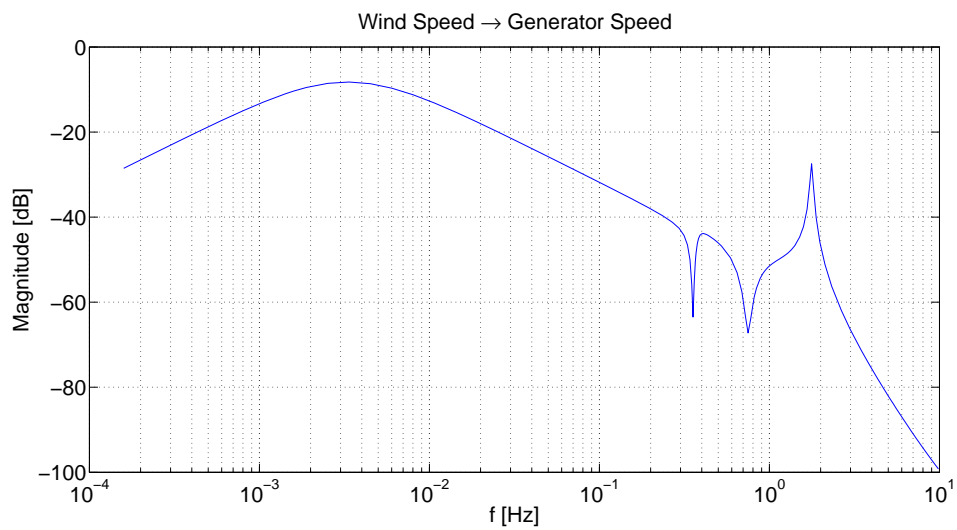
Σχήμα 10.7: Διάγραμμα Bode (φάσης) με είσοδο την απαιτούμενη ροπή της γεννήτριας και έξοδο την επιτάχυνση στην κορυφή του πύργου για ταχύτητα ανέμου 7m/sec.



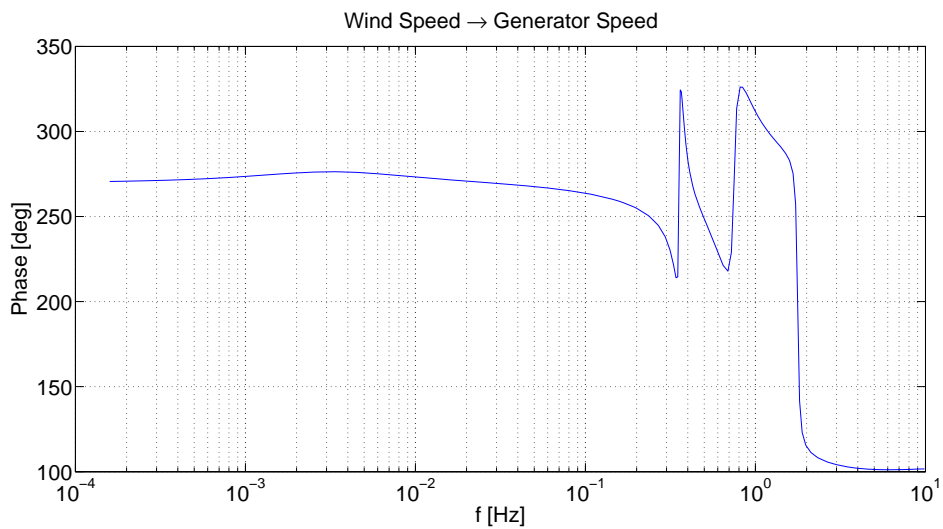
Σχήμα 10.8: Διάγραμμα Bode (κέρδους) με έξοδο τη γωνιακή ταχύτητα του δρομέα για ταχύτητα ανέμου 7m/sec.



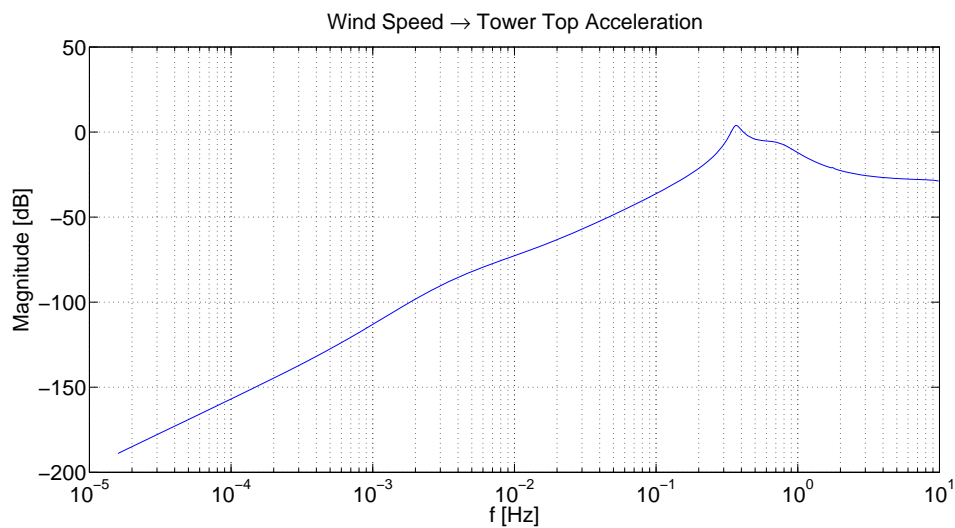
Σχήμα 10.9: Διάγραμμα Bode (φάσης) με έξοδο τη γωνιακή ταχύτητα του δρομέα για ταχύτητα ανέμου 7m/sec.



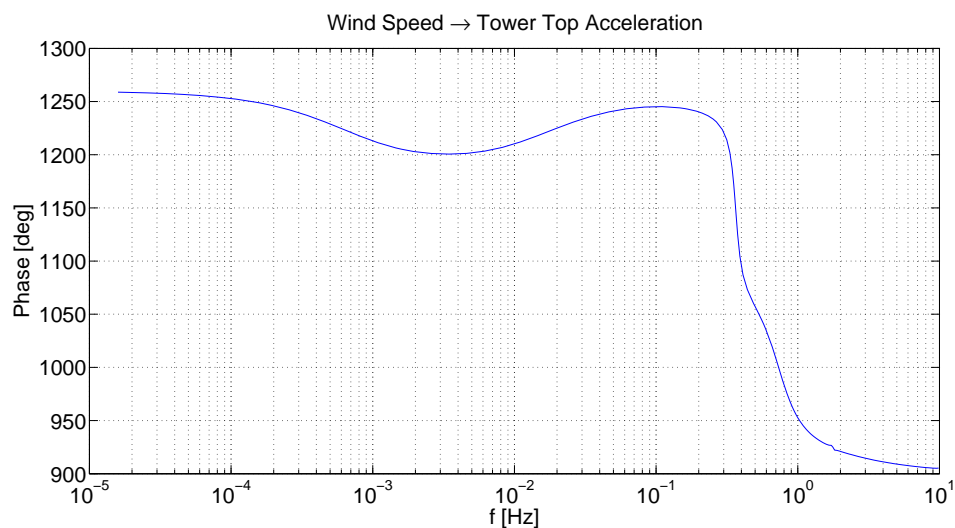
Σχήμα 10.10: Διάγραμμα Bode (κέρδους) με έξοδο τη γωνιακή ταχύτητα της γεννήτριας για ταχύτητα ανέμου 7m/sec.



Σχήμα 10.11: Διάγραμμα Bode (φάσης) με έξοδο τη γωνιακή ταχύτητα της γεννήτριας για ταχύτητα ανέμου 7m/sec.



Σχήμα 10.12: Διάγραμμα Bode (κέρδους) με έξοδο την επιτάχυνση στην κορυφή του πύργου για ταχύτητα ανέμου 7m/sec.



Σχήμα 10.13: Διάγραμμα Bode (φάσης) με έξοδο την επιτάχυνση στην κορυφή του πύργου για ταχύτητα ανέμου 7m/sec.

Κεφάλαιο 11

Συμπεράσματα και Συστάσεις για Περαιτέρω Ανάπτυξη

11.1 Συμπεράσματα

Ολοκληρώνοντας τη παρούσα διπλωματική εργασία, μπορούν να εξαχθούν διάφορα συμπεράσματα. Αρχικά, ο κώδικας που λειτουργεί με πρότυπα μειωμένου αριθμού βαθμών ελευθερίας, βγάζει αποτελέσματα άμεσα συγκρίσιμα με αυτά του HydroGast. Οι ιδιοσυχνότητες και οι αποσβέσεις που παίρνουμε από το απλό αυτό μοντέλο έχουν μεγάλη ομοιότητα με τα αποτελέσματα του σύνθετου μοντέλου του κώδικα GAST. Ακόμα, η σύγκριση έγινε στο πεδίο του χρόνου για όλο το φάσμα των πιθανών ταχυτήτων ανέμου, και σε γενικές γραμμές προέκυψαν συγκρίσιμα αποτελέσματα και με τους δύο κώδικες. Οι όποιες διαφορές εντοπίστηκαν, οφείλονται στο γεγονός ότι συγκρίνονται δύο τελείως διαφορετικά είδη μοντελοποίησης και επιπλέον ο κώδικας HydroGast λαμβάνει υπόψιν και μη γραμμικούς όρους. Η ολοκλήρωση της ανάπτυξης του νέου κώδικα, μπορεί να προσφέρει ένα γρήγορο και αξιόπιστο υπολογιστικό εργαλείο, ικανό να πραγματοποιήσει δυναμική ανάλυση τόσο για χερσαίες όσο και για πλωτές ανεμογεννήτριες.

Να σημειωθεί εδώ ότι αφού ο μακροπρόθεσμος σκοπός είναι η σχεδίαση ελεγκτή, δεν έχει τόσο σημασία η μέση θέση αλλά τον τρόπο που αποσβένει το σύστημα. Αφού η αεροδυναμική απόσβεση προβλέπεται σωστά αυτό είναι το κρίσιμο και θεωρούμε ότι ο στόχος της συγκεκριμένης εργασίας επετεύχθη.

Επιπροσθέτως, αποδείχτηκε ότι ο συγκεκριμένος κώδικας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη απόκρισης στο πεδίο συχνότητας. Μπορούν να παραχθούν τα διαγράμματα Bode από τα γραμμικοποιημένα μητρώα που προκύπτουν από την ιδιοδιανυσματική ανάλυση και να εξαχθούν συμπεράσματα για τις σχέσεις εισόδων και εξόδων του συστήματος.

11.2 Συστάσεις για Περαιτέρω Ανάπτυξη

Οι συστάσεις για περαιτέρω μελέτη θα μπορούσαν να ήταν οι εξής:

Αρχικά, όσον αφορά τη βελτίωση του μοντέλου, θα μπορούσε να γίνει κάποια ανακατανομή της μάζας, ειδικότερα ανάμεσα στον πύργο και τη νασέλλα, έτσι ώστε να προσεγγιστούν καλύτερα οι ιδιοσυχνότητες του πύργου και πιθανότατα να προκύψουν ακόμα πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα στο πεδίο του χρόνου.

Επιπροσθέτως, μελλοντικά θα πρέπει να προστεθεί η έννοια του κύματος. Το κύμα μπορεί να μοντελοποιηθεί ως μια ημιτονοειδής δύναμη που θα διεγείρει το σύστημα. Η διεγερση αυτή

θα αποτελεί είσοδο του συστήματος στη μελέτη απόκρισης συχνότητας.

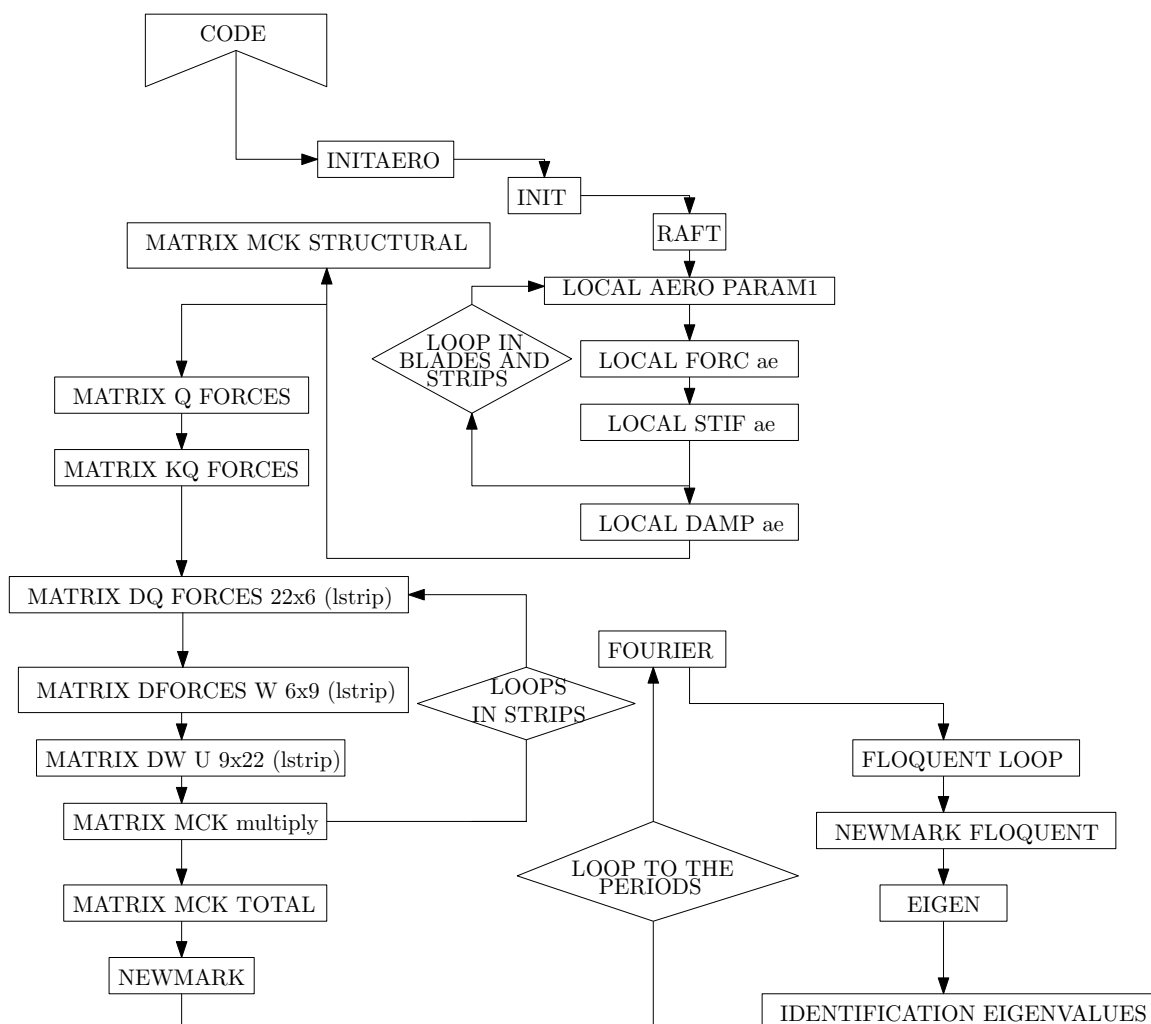
Επιπλέον, θα πρέπει να γίνει ανάλυση κλειστού βρόχου και σχεδιασμός του ελεγκτή, τόσο για τη χερσαία όσο και για την πλωτή Α/Γ. Ουσιαστικά ο ελεγκτής θα μοντελοποιηθεί στο σύστημα με την προσθήκη κάποιων επιπλέον εξισώσεων. Έτσι, μέσω ενός ελεγκτή PI, ο οποίος θα ρυθμίζει πρωτίστως τη γωνία βήματος (pitch) και δευτερευόντως κάποιες άλλες παραμέτρους όπως η γωνιακή ταχύτητα.

Ο σχεδιασμός του ελεγκτή συνεπάγεται και τη βελτιστοποίηση των τιμών του κέρδους ολοκληρωτή. Οι τιμές κέρδους μπορούν να βελτιστοποιηθούν μέσω κάποιου κατάλληλου προγράμματος βελτιστοποίησης παραμέτρων, εισάγοντας ταυτόχρονα κάποιες απαιτήσεις όπως η μείωση των έντονων κορυφών (peaks) στα διαγράμματα Bode.

Παράρτημα Α'

Περιγραφή κώδικα

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η μορφή του κώδικα που αναπτύχθηκε (βλ σχ Α'.1).



Σχήμα Α'.1: Διάγραμμα ροής κώδικα

Υπορουτίνα INITAERO, INIT: μεταβλητές και αρχεία εισόδου.

Υπορουτίνα RAFT: καλεί την υπορουτίνας **BLADE** (κάνει υπολογισμούς στο στοιχείο πτερυγώσης για κάθε πτερύγιο) και **WRITEOUTA** (αποθήκευση μεταβλητών εξόδου)

Υπορουτίνα LOCAL AERO PARAM1: ορίζει τις τοπικές παραμέτρους που εξαρτώνται από την μήκος χορδής πτερυγίου r .

Υπορουτίνα LOCAL FORC ae: υπολογίζει τις τοπικές δυνάμεις του πτερυγίου.

Υπορουτίνα LOCAL STIF ae: αντιπροσωπεύει τις τοπικές παραγώγους των δυνάμεων ως προς το THY (τοπική γωνία pitch πτερυγίου). Έτσι η δυσκαμψία προέρχεται από αυτήν την παραγωγή. Οι μεταβλητές εισόδου είναι ίδιες με της υπορουτίνας LOCAL FORC ae.

Υπορουτίνα LOCAL DAMP ae: αντιπροσωπεύει τις 5 πρώτους παραγώγους των δυνάμεων ως προς τις τοπικές ταχύτητες U_b, W_b του τοπικού blade strip. Έτσι η απόσβεση προέρχεται από αυτήν την παραγωγή. Οι μεταβλητές εισόδου είναι ίδιες με της υπορουτίνας LOCAL FORC ae.

Υπορουτίνα LOCAL AERO PARAM2: ορίζει τις τοπικές παραμέτρους που εξαρτώνται από το r και υπολογίζει τους συντελεστές C_L, C_D, C_M .

Υπορουτίνα MATRIX MCK STRUCTURAL : η υπορουτίνα αυτή υπολογίζει όλα τα στοιχεία (22x22) του μητρώου M (μητρώο μάζας, που ουσιαστικά αποτελεί το μητρώο επιτάχυνσης της $M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = Q$). Επίσης υπολογίζει το μητρώο απόσβεσης C και το μητρώο δυσκαμψίας K .

Υπορουτίνα MATRIX Q FORCES: ο πρώτος όρος Q_0 του δεξιού μέλους της εξίσωσης $M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = Q$, με όλα τα στοιχεία (22x1) του μητρώου Q_0

$$Q = Q_0 + \frac{\partial Q}{\partial \text{dofs}} d(\text{dof}) + \frac{\partial Q}{\partial F_n F_t} d(F_n F_t) \quad (A'.1)$$

Υπορουτίνα MATRIX KQ FORCES: Το μητρώο της πρώτης παραγώγου των δυνάμεων Q , DQ/Db , ως προς τους βαθμούς ελευθερίας όλων των στοιχείων (22x2) του μητρώου KQ

$$\frac{\partial Q}{\partial \text{dofs}}$$

$$Q = Q_0 + \frac{\partial Q}{\partial \text{dofs}} d(\text{dof}) + \frac{\partial Q}{\partial F_n F_t} d(F_n F_t) \quad (A'.2)$$

Υπορουτίνα MATRIX DQ FORCES 22x6: Το μητρώο της πρώτης παραγώγου της δύναμης Q , ως προς τις δυνάμεις flap και edge $\frac{dQ}{dF_n F_t}$, όλων των στοιχείων (22x6) του μητρώου DQ

$$\frac{\partial Q}{\partial F_n F_t}$$

$$Q = Q_0 + \frac{\partial Q}{\partial \text{dofs}} d(\text{dof}) + \frac{\partial Q}{\partial F_n F_t} d(F_n F_t) \quad (A'.3)$$

Υπορουτίνα MATRIX DFORCES W 6x9 (Istrip):

$$d(F_n F_t) = \frac{\partial F_n F_t}{\partial (\text{dofs}_{local, wu})} \frac{\partial (\text{dofs}_{local, wu})}{\partial (\text{dofs})} \quad (A'.4)$$

Στην εξίσωση $F_N = F_{N0} + DQ_{fnftKel}[WB, UB, THY \dots] + DQ_{fnftCel}[WB', UB', THY', \dots]$, τα $DQ_{fnftKel}, DQ_{fnftCel}$ είναι οι παράγωγοι των δυνάμεων ως προς τις τοπικές ταχύτητες πτερυγίου και τη γωνία pitch, όλων των στοιχείων (6x9) του πίνακα. Υ[**Υπορουτίνα MATRIX DWU 9x22 (Istrip):** τα μητρώα εισόδου WB, UB, THY όλων των γενικευμένων βαθμών ελευθερίας των στοιχείων (9x22) του μητρώου.

Υπορουτίνα MATRIX MCK multiply Τα προηγούμενα μητρώα πολλαπλασιάζονται και προκύπτει η εξίσωση της ακόλουθης μορφής

$$Q = Q_0 + \frac{\partial Q}{\partial \text{dofs}} d(\text{dof}) + \frac{\partial Q}{\partial F_n F_t} d(F_n F_t) \quad (A'.5)$$

Υπορουτίνα MATRIX MCK total Τα προηγούμενα μητρώα προστείνονται και προκρίπτει η εξίσωση της ακόλουθης μορφής

$$(M + M_{aer})\ddot{x} + (C + C_{aer})\dot{x} + (K + K_{aer})x = Q \quad (A'.6)$$

Υπορουτίνα NEWMARK Λύνεται η τελική εξίσωση της μορφής

$$(M + M_{aer})\ddot{x} + (C + C_{aer})\dot{x} + (K + K_{aer})x = Q$$

όπου

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -c & -k \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -c/m & -k/m \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}$$

ή

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} c_1 \cdot e^{\lambda_1 t} \\ c_2 \cdot e^{\lambda_2 t} \end{Bmatrix} = [\varphi_1 \quad \varphi_2] \cdot \begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{Bmatrix} = \Phi \cdot q(t)$$

και τέλος

$$\dot{x} = Ax \Rightarrow x(t) = \sum_i c_{i0} e^{\lambda_i t}(t) \cdot \phi_i$$

Υπολογίζονται οι μετακινήσεις και οι ταχύτητες όλων των βαθμών ελευθερίας, σε κάθε βήμα περιόδου, έτσι ώστε να λυθεί με τη μέθοδο newmark το σύστημα των εξισώσεων για κάθε χρονική στιγμή. Αν το σύστημα συγκλίνει σε μια λύση τυπώνουμε το χρόνο, τις γωνίες, τις μετακινήσεις, τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις σε αρχεία για να έχουμε όλες τις χρονοσειρές των βαθμών ελευθερίας.

Υπορουτίνα FOURIER: στο τέλος κάθε περιόδου, μετά το τέλος των 2 πρώτων περιόδων, εφαρμόζουμε μετασχηματισμό της χρονοσειράς σε Fourier, το οποίο θα είναι χρήσιμο στη διαδικασία Floquent.

Υπορουτίνα NEWMARK FLOQUET: Γίνεται η υπόθεση για μηδενική τιμή για όλες τις μετατοπίσεις, ταχύτητες και επιταχύνσεις όλων των βαθμών ελευθερίας εκτός από έναν στον οποίο δίνεται η τιμή 1. Έτσι για κάθε βαθμό ελευθερίας ο οποίος παίρνει την τιμή 1, λύνεται το σύστημα από την αρχή με γνωστές τιμές από το Fourier για μια περίοδο και για πολλά χρονικά βήματα (floquet time steps).

Υπορουτίνα EIGEN: Στο τέλος της διαδικασίας υπόθεσης μονάδας για όλους τους βαθμούς ελευθερίας έχουμε το Floquent Transition Matrix. Έτσι το λύνουμε και βρίσκουμε τις ιδιοτιμές και τις ιδιομορφές καλώντας την υπορουτίνα EIGEN. Τα αποτελέσματα γράφονται στα αρχεία 'eigen.dat' και 'modeshapes.dat'.

Βιβλιογραφία

- [1] A.D. Garrad and U. Hassan. The dynamic response of wind turbines for fatigue life and extreme load prediction. In *Proceedings of EWEC'86, Rome*, 1986.
- [2] S. Øye. Flex4 – documentation. Technical report, DTU internal report, 1994.
- [3] H. Ganander and B. Olsson. Vidyn, version 6, time simulation program for wind turbines. Technical report, TG internal report, 1994.
- [4] J. Thirstrup Petersen. Kinematically nonlinear finite element model of a horizontal axis wind turbine. part 1 and 2. Technical report, Risoe National Laboratory, Roskilde, Denmark, 1990.
- [5] C. Lindenburg and H. Snel. Phatas-ii, program for horizontal axis wind turbine analysis and simulation, version ii. In *12th ASME Wind Energy Symposium*, 1993.
- [6] C. Lindenburg and J.G. Schepers. *PHATAS-III, Aeroelastic Modeling*. ECN, 1996.
- [7] P.K. Chaviaropoulos V.A Riziotis and S.G. Voutsinas. Development of a state-of-the-art aeroelastic simulator for horizontal axis wind turbines. part 1: Aerodynamic aspects and application. *J. Wind Engineering*, 20, 1996.
- [8] P.K. Chaviaropoulos. Development of a state-of-the-art aeroelastic simulator for horizontal axis wind turbines. part 1: Structural aspects. *J. Wind Engineering*, 20, 1996.
- [9] V.A Riziotis and S.G. Voutsinas. Gast: A general aerodynamic and structural prediction tool for wind turbines. In *EWEC' 97, Dublin, Ireland*, 1997.
- [10] J.G. Schepers. *VEWTDC: Verification of European Wind Turbine Design Codes*. Final Report for JOR3-CT98-0267 Joule III project, ECN, 2001.
- [11] V.A Riziotis and E.S Politis. Methods for linearizing servo-aero-elastic equations of the full wind turbine. Technical report, T10-11 Dynamic and Aeroelastic Developments for WTG and control table designs project D.L.1., 2010.
- [12] V.A Riziotis. Detailed description and justification of the methodology and algorithms for the implementation in a stability analysis tool gamesa. part 1: Isolated rotor linearized aeroelastic model based on nerea modal formulation. Technical report, Center for Renewable Energy Sources and Saving, National Technical University of Athens, 2010.
- [13] V.A Riziotis. Detailed description and justification of the methodology and algorithms for the implementation in a stability analysis tool gamesa. part 2: Full wind turbine linearized aeroelastic model based on nerea modal formulation. Technical report, Center for Renewable Energy Sources and Saving, National Technical University of Athens, 2010.

-
- [14] S. Timoshenko. *Strength of Materials*. D. Van Nostrand Company, Inc, 1955.
- [15] R. Rivello. *Theory and analysis of flight structures*. McGraw-Hill, 1969.
- [16] Β. Ριζιώτης. *Αεροδυναμική και Αεροελαστική Ανάλυση της Απώλειας Στήριξης σε Δρομείς Ανεμογεννητριών*. PhD thesis, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2003.
- [17] Α. Κανάραχος και Ι. Αντωνιάδης. *Δυναμική Μηχανών*. Παπασωτηρίου, 1998.
- [18] Katsuhiko Ogata. *Modern Control Engineering*. Fountas.