



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ  
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ  
ΥΛΙΚΩΝ

## **Σχεδίαση και Προσομοίωση Μικροκυματικών Φίλτρων Butterworth με την χρήση του ADS**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

**Σάββα Π. Δημόπουλου**

**Επιβλέπων:** Νικόλαος Ουζούνογλου

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούνιος 2015





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ  
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ  
ΥΛΙΚΩΝ

## Σχεδίαση και Προσομοίωση Μικροκυματικών Φίλτρων Butterworth με την χρήση του ADS

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

**Σάββα Π. Δημόπουλου**

**Επιβλέπων:** Νικόλαος Ουζούνογλου

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή

.....  
Νικόλαος Ουζούνογλου.  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Ευαγγελία Καραγιάννη  
Επίκουρος Καθηγήτρια  
Σ.Ν.Δ.

.....  
Δήμητρα Κακλαμάνη  
Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

.....

Δημόπουλος Π. Σάββας

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright Δημόπουλος Π. Σάββας, 2015

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

# Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Καθηγητή κ. Νικόλαο Ουζούνογλου, για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε στην ανάθεση του θέματος της διπλωματικής εργασίας μου και τη βοήθεια και την καθοδήγηση που μου προσέφερε. Επίσης, θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για τις ευκαιρίες που μου προσέφερε κατά τη διάρκεια των σπουδών μου οι οποίες αποτελούν εφελκυστικό για τη μετέπειτα ακαδημαϊκή μου πορεία.

Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω την Επίκουρο Καθηγήτρια της Σ.Ν.Δ Ευαγγελία Καραγιάννη, για τη συνεχή εποπτεία της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας, για τη βοήθεια που μου προσέφερε καθώς και για την εξαιρετική συνεργασία κατά τη διάρκεια αυτής.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου που με στηρίζουν σε κάθε μου προσπάθεια όλα αυτά τα χρόνια και κυρίως την οικογένειά μου, για την αμέριστη αγάπη που μου δείχνουν και την απεριόριστη στήριξη σε κάθε νέο βήμα στη ζωή μου.

# Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική πραγματεύεται την υλοποίηση μικροκυματικών φίλτρων προσέγγισης Butterworth. Αρχικά γίνεται μια μαθηματική επισκόπηση της προσέγγισης και τα πλεονεκτήματα που έχουν τα πολυώνυμα Butterworth για την υλοποίηση συναρτήσεων μεταφοράς φίλτρων.

Έχοντας ως γνώμονα τα πολυώνυμα Butterworth προχωράμε στην μαθηματική ανάλυση των κανονικοποιημένων χαμηλοπερατών φίλτρων και την υλοποίηση κυκλωμάτων διακριτών στοιχείων. Έπειτα παρουσιάζονται οι μετασχηματισμοί συχνοτήτων προκειμένου να σχεδιάσουμε διαφορετικού τύπου κανονικοποιημένα (ως προς το αντίστοιχο χαμηλοπερατό) φίλτρα.

Αναλύονται οι μέθοδοι σχεδίαση όλων των τύπων των φίλτρων με τους αντίστοιχους μετασχηματισμούς συχνοτήτων. Η διαδικασία της σχεδίασης αποτελείται από την επιλογή των προδιαγραφών και τον τύπο του κάθε τύπου του φίλτρου. Σε κάθε σχεδίαση κυκλώματος παρουσιάζονται τα αντίστοιχα σχηματικά και οι προσομοιώσεις που επιβεβαιώνουν την ορθότητα της σχεδίασης.

Εν τέλει παρουσιάζονται πέντε διαφορετικές μεθοδολογίες για την σχεδίαση μικροκυματικών φίλτρων. Αρχικά με την χρήση των μετασχηματισμών Richards και των ταυτοτήτων του Kuroda σχεδιάζεται ένα χαμηλοπερατό φίλτρο με ανοιχτοκυκλωμένα στελέχη και γραμμές μεταφοράς. Η επόμενη μεθοδολογία χρησιμοποιεί μόνο γραμμές μεταφοράς για την υλοποίηση ενός χαμηλοπερατού φίλτρου.

Έπειτα παρουσιάζεται η υλοποίηση ενός πολυεπίπεδου φίλτρου διέλευσης ζώνης με την χρήση συζευγμένων γραμμών μεταφοράς. Σε αυτό το σημείο εισάγεται η σημασία των διαστάσεων του υλοποιήσιμου κυκλώματος. Το πρόβλημα επιλύεται με την σχεδίαση και την υλοποίηση δυο μικρακυματικών φίλτρων με την χρήση ψευδοσυγκεντρωμένων στοιχείων.

# Abstract

This thesis deals with the implementation of microwave filters, using Butterworth's approach. First is a mathematical overview of the approach and the advantages of Butterworth's polynomials for implementing filter's transfer functions.

Aiming Butterworth's polynomials we introduce the mathematical analysis of the normalized low pass filters and implementation of circuits using discrete components. Afterward the frequency transformations are presented in order to design different types of normalized (to the corresponding low-pass) filters.

Furthermore, all the analyzed design methods for all kinds of filters with their respective frequency transformations are shown. The design process consists of the selection of the specifications and type of each type of filter. In any circuit design the corresponding schematic and the simulations confirm the correctness of the design.

Ultimately it is presented five different methodologies for the design of microwave filters. Initially using the Richards transformations and Kuroda identities it is shown a design of a low-pass filter with open circuit stubs and transmission lines. The next methodology uses only transmission lines to implement a low-pass filter.

Finally we illustrate the implementation of a multilevel band-pass filter using coupled transmission lines. At this point it is introduced the importance of the dimensions of the feasible circuit. The problem is solved by designing and implementing two microwave filters using quasi-lumped elements.





*Στους φίλους και συμπαροσάτες μου*

*Σε όλη μου την προσπάθεια*

*Βαγγέλη και Ιωάννα,*



# Περιεχόμενα

Ευχαριστίες.....	iii
Περίληψη.....	iv
Abstract .....	v
Περιεχόμενα.....	ix
Κατάλογος Σχημάτων .....	xi
Κατάλογος Πινάκων .....	xiv
1 Εισαγωγή.....	1
1.1 Σχεδίαση Κυκλωμάτων.....	1
1.2 Ιδανική μετάδοση χωρίς παραμόρφωση.....	3
1.3 Ιδανικά και πραγματικά φίλτρα .....	5
1.4 Τεχνολογίες υλοποίησης φίλτρων .....	10
1.5 Κλιμάκωση και κανονικοποίηση .....	11
1.6 Αναφορές .....	14
2 Προσέγγιση Butterworth.....	15
2.1 Προδιαγραφές φίλτρων και προσεγγίσεις.....	15
2.2 Η προσέγγιση Butterworth .....	19
2.3 Η συνάρτηση μεταφοράς των βαθυπερατών φίλτρων Butterworth .....	25
2.4 Η συνάρτηση μεταφοράς πρότυπων βαθυπερατών φίλτρων Butterworth.....	26
2.5 Αναφορές .....	28
3 Σύνθεση και Σχεδίαση Παθητικών Φίλτρων LC .....	29
3.1 Προκαταρκτικά.....	29
3.2 Η προσέγγιση Butterworth στα παθητικά φίλτρα .....	32
3.2.1 Η προσέγγιση Butterworth στα παθητικά φίλτρα .....	34
3.2.2 Υπολογισμός των τιμών των στοιχείων με ανάλυση .....	35
3.3 Σχεδίαση παθητικών ΒΠ φίλτρων με βοηθήματα .....	35
3.3.1 Νομογράμματα και κατάλογοι φίλτρων Butterworth .....	35
3.4 Μετασχηματισμοί συχνότητας (ΥΠ, ΖΔ και ΑΖ).....	37
3.4.1 Σχεδίαση παθητικών υψιπερατών φίλτρων .....	37
3.4.2 Σχεδίαση παθητικών ζωνοδιαβατών φίλτρων.....	38
3.4.3 Σχεδίαση παθητικών φίλτρων αποκοπής ζώνης.....	40
3.5 Αναφορές .....	42
4 Υλοποίηση Παθητικών Φίλτρων .....	43
4.1 Εισαγωγή .....	43

4.2 Σχεδίαση και υλοποίηση χαμηλοπερατού φίλτρου.....	44
4.3 Σχεδίαση και υλοποίηση υψιπερατού φίλτρου.....	46
4.4 Σχεδίαση και υλοποίηση ζωνοδιαβατού φίλτρου .....	49
4.5 Σχεδίαση και υλοποίηση φίλτρου αποκοπής ζώνης.....	53
4.6 Αναφορές .....	58
5 Αναλυτική Μέθοδος Σχεδίασης Μικροκυματικών Φίλτρων .....	59
5.1 Εισαγωγή .....	59
5.2 Μετασχηματισμοί Richard .....	59
5.3 Ταυτότητες του Kuroda .....	60
5.4 Χαμηλοπερατά φίλτρα με βηματική σύνθετη αντίσταση.....	65
5.4.1 Ισοδύναμα κυκλώματα για γραμμές μεταφοράς .....	65
5.4.2 Σχεδίαση χαμηλοπερατού φίλτρου .....	68
5.5 Φίλτρα με συζευγμένες γραμμές μεταφοράς.....	69
5.5.1 Σχεδίαση ζωνοδιαβατού φίλτρου .....	71
5.6 Αναφορές .....	75
6 Γεωμετρική Μέθοδος Σχεδίασης Μικροκυματικών Φίλτρων.....	76
6.1 Εισαγωγή .....	76
6.2 Υψιπερατά Φίλτρα .....	76
6.2.1 Υψιπερατά φίλτρα με ψευδό-συγκεντρωμένα στοιχεία .....	76
6.2.2 Σχεδίαση Υψιπερατού φίλτρου με ψευδό-συγκεντρωμένα στοιχεία .....	77
6.3 Φίλτρα Αποκοπής Ζώνης.....	81
6.3.1 Φίλτρο Αποκοπής Ζώνης Στενού Εύρους Ζώνης.....	81
6.3.1 Σχεδίαση Φίλτρου Αποκοπής Ζώνης - Στενού Εύρους Ζώνης .....	82
6.4 Αναφορές .....	88
Παράρτημα.....	89
1 Βαθυπερατό Φίλτρο.....	89
2 Υψιπερατό Φίλτρο.....	90
3 Ζωνοδιαβατό Φίλτρο .....	92
4 Φίλτρο Αποκοπής Ζώνης.....	93
5 Συζευγμένες Γραμμές Μεταφοράς .....	95
6 Υψιπερατό φίλτρο με ψευδό-συγκεντρωμένα στοιχεία.....	96
6 Φίλτρο Αποκοπής Ζώνης Στενού Εύρους Ζώνης.....	97
Πίνακες Σχεδίασης Κανονικοποιημένων Φίλτρων Butterworth.....	99

# Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1.1: Δίθυρο δικτύωμα με διέγερση στην θύρα 1.....	1
Σχήμα 1.2.1: Αριστερά φαίνεται το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς, στο κέντρο η φάση της συνάρτησης μεταφοράς και δεξιά η καθυστέρηση ομάδας .....	4
Σχήμα 1.3.1: Ιδανική απόκριση συχνοτήτων όλων των τύπων των.....	6
Σχήμα 1.3.2: Διαγράμματα εξασθένησης όλων των τύπων των φίλτρων .....	7
Σχήμα 1.3.3: Καμπύλες εξασθένησης .....	8
Σχήμα 1.3.4: Χαρακτηριστικά καμπύλης εξασθένησης .....	8
Σχήμα 1.3.5: Καμπύλη εξασθένησης φίλτρου ζώνης διέλευσης .....	9
Σχήμα 1.3.6: Απώλειες Παρεμβολής.....	9
Σχήμα 1.4.1: Πεδίο Συχνοτήτων για κάθε τεχνολογία .....	10
Σχήμα 2.1.1: Φίλτρο σε μορφή δίθυρου κυκλώματος.....	16
Σχήμα 2.1.2: α) Απόκριση Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού Φίλτρου, β) Λογαριθμική Απόκριση Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού Φίλτρου, γ) Λογαριθμική Απόκριση Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού Φίλτρου με τιμές εξασθένησης .....	17
Σχήμα 2.1.3: : α) Απόκριση Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού Φίλτρου, β) Κανονικοποιημένη Απόκριση Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού Φίλτρου.....	18
Σχήμα 2.1.4: α) Κανονικοποιημένη Απόκριση Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού Φίλτρου με έμφαση στην ζώνη διέλευση και αποκοπής, β) Κανονικοποιημένη - Λογαριθμική Απόκριση Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού φίλτρου με έμφαση στην ζώνη διέλευση και αποκοπής.....	19
Σχήμα 2.1.5 α) Πραγματική Απόκριση Συχνοτήτων Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού Φίλτρου .....	20
Σχήμα 2.1.6 α) Απόκριση Συχνοτήτων Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού Φίλτρου για δυο διαφορετικές τάξεις .....	21
Σχήμα 2.1.7: Απόκριση Συχνοτήτων Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού Φίλτρου για διαφορετικές τιμές του συντελεστή β .....	23
Σχήμα 2.1.8: α) Αποκρίσεις Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού Φίλτρου για διαφορετικές τάξεις, β) Λογαριθμικές Αποκρίσεις Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού Φίλτρου για διαφορετικές τάξεις .....	24
Σχήμα 3.1.1: Δίθυρο Δίκτυο για τον υπολογισμό της Συνάρτησης Μεταφοράς του Φίλτρου.....	30
Σχήμα 3.1.2: α) Καμπύλη Εξασθένησης Χαμηλοπερατού Φίλτρου, β) Καμπύλη Εξασθένησης Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού Φίλτρου .....	30
Σχήμα 3.1.3: α) Καμπύλη Εξασθένησης Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού Φίλτρου με έμφαση στις ζώνες διέλευσης και εξασθένησης, β) Καμπύλη Εξασθένησης Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού Φίλτρου με έμφαση στις ζώνες διέλευσης και εξασθένησης.....	31

Σχήμα 3.2.1: Καμπύλη Εξασθένισης Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού Φίλτρου .....	32
Σχήμα 3.3.1: Νομόγραμμα για τον υπολογισμό της τάξης του φίλτρου .....	36
Σχήμα 3.4.1: Απόκριση Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού και του Μετασχηματισμένου Υψιπερατού .....	38
Σχήμα 3.4.2: Απόκριση Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού και του Μετασχηματισμένου Ζωνοπερατού .....	40
Σχήμα 3.4.3: Απόκριση Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού και του Μετασχηματισμένου Αποκοπής Ζώνης .....	41
Σχήμα 4.2.1: Σχηματικό Χαμηλοπερατού Φίλτρου .....	45
Σχήμα 4.2.2: Απόκριση Χαμηλοπερατού Φίλτρου .....	45
Σχήμα 4.2.3: Απόκριση της ζώνης διέλευσης του Χαμηλοπερατού Φίλτρου .....	46
Σχήμα 4.3.1: Σχηματικό Υψιπερατού Φίλτρου .....	48
Σχήμα 4.3.2: Απόκριση Υψιπερατού Φίλτρου .....	48
Σχήμα 4.3.3: Απόκριση της ζώνης διέλευσης του Υψιπερατού Φίλτρου .....	49
Σχήμα 4.4.1: Σχηματικό Ζωνοπερατού Φίλτρου .....	52
Σχήμα 4.4.2: Απόκριση Ζωνοπερατού Φίλτρου .....	52
Σχήμα 4.4.3: Απόκριση της ζώνης διέλευσης του Ζωνοπερατού Φίλτρου .....	53
Σχήμα 4.4.1: Σχηματικό Φίλτρου Αποκοπής Ζώνης .....	56
Σχήμα 4.5.2: Απόκριση Φίλτρου Αποκοπής Ζώνης .....	56
Σχήμα 4.5.3: Απόκριση της ζώνης αποκοπής του Φίλτρου Αποκοπής Ζώνης .....	57
Σχήμα 5.3.1: Μετασχηματισμοί Kuroda για γραμμές μεταφοράς και ανοιχτοκυκλωμένα στελέχη .....	61
Σχήμα 5.3.2: Σχηματικό Χαμηλοπερατού Φίλτρου με διακριτά στοιχεία και με γραμμές μεταφοράς και ανοιχτοκυκλωμένα στελέχη .....	63
Σχήμα 5.3.3: Layout Χαμηλοπερατού Φίλτρου με γραμμές μεταφοράς και ανοιχτοκυκλωμένα στελέχη .....	63
Σχήμα 5.3.4: Απόκριση Χαμηλοπερατού Φίλτρου με διακριτά στοιχεία (κόκκινο χρώμα), Απόκριση Χαμηλοπερατού Φίλτρου του σχηματικού με γραμμές μεταφοράς και ανοιχτοκυκλωμένα στελέχη (μπλε χρώμα), Απόκριση Χαμηλοπερατού Φίλτρου του layout με γραμμές μεταφοράς και ανοιχτοκυκλωμένα στελέχη (μωβ χρώμα) .....	64
Σχήμα 5.4.2: Ισοδύναμο T για $\beta l < \pi/2$ .....	66
Σχήμα 5.4.3: Ισοδύναμο T για $\beta l < \pi/4$ .....	66
Σχήμα 5.4.4: Ισοδύναμο T για $X=0$ .....	67
Σχήμα 5.4.3: Χαμηλοπερατό Φίλτρο με Βηματικές Σύνθετες Αντιστάσεις .....	68
Σχήμα 5.4.4: Layout Χαμηλοπερατό Φίλτρο με Βηματικές Σύνθετες Αντιστάσεις .....	68

Σχήμα 5.4.5: Απόκριση Χαμηλοπερατού Φίλτρου με Βηματικές Σύνθετες Αντιστάσεις (κόκκινο χρώμα), Απόκριση Χαμηλοπερατού Φίλτρου του layout με με Βηματικές Σύνθετες Αντιστάσεις (μπλε χρώμα) .....	69
Σχήμα 5.5.1: Σχηματικά Ζωνοδιαβατού με ιδανικές γραμμές μεταφοράς (πάνω) και με πραγματικές γραμμές μεταφοράς .....	72
Σχήμα 5.5.3: Layout Ζωνοδιαβατού Φίλτρου με ιδανικές γραμμές μεταφοράς (πάνω) και με πραγματικές γραμμές μεταφοράς .....	73
Σχήμα 6.2.1: Γεωμετρικές Διαστάσεις και χαρακτηριστικά του ψευδό-συγκεντρωμένου πυκνωτή .....	77
Σχήμα 6.2.2: Υψιπερατό Φίλτρο με διακριτά στοιχεία και με ψευδό-συγκεντρωμένα στοιχεία και γραμμές μεταφοράς .....	78
Σχήμα 6.2.3: Απόκριση Υψιπερατού Φίλτρου με διακριτά στοιχεία (κόκκινο) και με ψευδο-συγκεντρωμένα στοιχεία και γραμμές μεταφοράς .....	78
Σχήμα 6.2.4: Layout Υψιπερατού Φίλτρου με διακριτά στοιχεία και με ψευδό-συγκεντρωμένα στοιχεία και γραμμές μεταφοράς .....	79
Σχήμα 6.2.6: Απόκριση σχηματικού του Υψιπερατού φίλτρου με διακριτά στοιχεία (κόκκινο), με ψευδό-συγκεντρωμένα στοιχεία και γραμμές μεταφοράς (μπλε) και με το εξάρτημα του layout (μωβ) .....	80
Σχήμα 6.3.1: Ηλεκτρική Σύζευξη .....	81
Σχήμα 6.3.2: Φίλτρο Αποκοπής Ζώνης με συντονιστές L.....	82
Σχήμα 6.3.2: Υλοποίηση φίλτρου με συντονιστή L .....	82
Σχήμα 6.3.3: Απόκριση του φίλτρου με συντονιστή .....	83
Σχήμα 6.3.4: Αποκρίσεις φίλτρου συντονιστή L για διαφορετικές αποστάσεις των γραμμών μεταφοράς .....	83
Σχήμα 6.3.6: Σχηματικό Φίλτρου Αποκοπής Ζώνης με συντονιστές .....	85
Σχήμα 6.3.7: Απόκριση Φίλτρου Αποκοπής Ζώνης με συντονιστές .....	85
Σχήμα 6.3.8: Layout Φίλτρου Αποκοπής Ζώνης με συντονιστές .....	86
Σχήμα 6.3.9: Απόκριση Layout Φίλτρου Αποκοπής Ζώνης με συντονιστές .....	86
Σχήμα 6.3.10: Εξάρτημα του layout που αντιστοιχεί στο Φίλτρο Αποκοπής Ζώνης .....	87
Σχήμα 6.3.11: Απόκριση του layout που αντιστοιχεί στο Φίλτρο Αποκοπής Ζώνης .....	87

# Κατάλογος Πινάκων

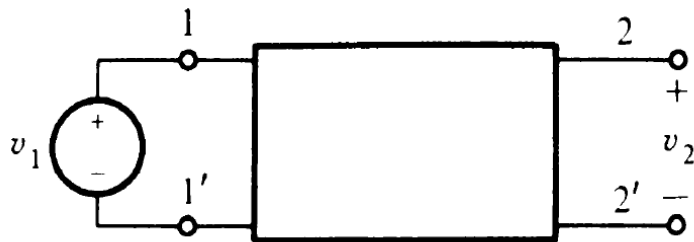
Πίνακας 2.4.1.....	27
Πολυώνυμα Butterworth .....	27
Πίνακας 3.4.1.....	38
Μετασχηματισμός Χαμηλοπερατού σε Υψιπερατό.....	38
Πίνακας 3.4.2.....	39
Μετασχηματισμός Χαμηλοπερατού σε Ζωνοπερατό .....	39
Πίνακας 3.4.3.....	41
Μετασχηματισμός Χαμηλοπερατού σε Αποκοπής Ζώνης.....	41
Πίνακας 5.3.1.....	61
Οι τέσσερις ταυτότητες του Kuroda $n^2 = 1 + Z_2 Z_1$ .....	61
Πίνακας 5.4.1.....	65
ABCD Παράμετροι .....	65



# 1 Εισαγωγή

## 1.1 Σχεδίαση Κυκλωμάτων

Το μπλοκ του **Σχήματος 1.1** παρουσιάζει ένα δίθυρο δικτύωμα, με διέγερση την τάση  $v_{in}(t)$  και απόκριση την τάση  $v_{out}(t)$ .



**Σχήμα 1.1:** Δίθυρο δικτύωμα με διέγερση στην θύρα 1

Εάν το κύκλωμα λειτουργεί στην ημιτονική μόνιμη κατάσταση τότε οι δύο τάσεις έχουν τους αντίστοιχους φασιθέτες

$$V_{in} = |V_{in}|e^{j\theta_1} \quad (1.1)$$

$$V_{out} = |V_{out}|e^{j\theta_2} \quad (1.2)$$

Οι παραπάνω δυο φασιθέτες χρησιμοποιούνται για να προσδιορίσουν την συνάρτηση μεταφοράς.

$$T(j\omega) = \frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} \quad (1.3)$$

Επομένως το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς, το οποίο αναφέρεται και ως συνάρτηση απλού κέρδους είναι

$$G(\omega) = |T(j\omega)| = \frac{|V_{out}(j\omega)|}{|V_{in}(j\omega)|} \quad (1.4)$$

Η αντίστοιχη συνάρτηση λογαριθμικού κέρδους  $G_{db}(\omega)$  ορίζεται ως

$$G_{db}(\omega) = 20 \log \left( \frac{|V_{in}(j\omega)|}{|V_2(j\omega)|} \right) \quad (1.5)$$

και η φάση  $\theta = \theta_1 - \theta_2$ .

Αν υποθέσουμε ότι διατηρούμε το μέτρο της τάσης εισόδου  $|V_{in}|$  σταθερό με όρισμα αναφοράς  $\theta_1 = 0$ , τότε οι μεταβολές του μέτρου της τάσης εξόδου  $|V_{out}|$  και της γωνίας  $\theta_2$  συναρτήσει της συχνότητας αποτελούν την απόκριση συχνοτήτων του κυκλώματος. Στην περίπτωση βέβαια που το κύκλωμα αποτελείται μόνο από αντιστάσεις η μεταβολές του μέτρου και της φάσης είναι ανεξάρτητες από τις μεταβολές της συχνότητας.

Συνεπώς αν γνωρίζουμε το κύκλωμα και την είσοδο, μπορούμε να καθορίσουμε την έξοδο. Ωστόσο αν ξέρουμε την είσοδο και την έξοδο (ή την συνάρτηση μεταφοράς) μπορούμε να σχεδιάσουμε το κύκλωμα. Στην τρέχουσα διπλωματική θα ασχοληθούμε με την σχεδίαση και την σύνθεση παθητικών κυκλωμάτων έχοντας ως προδιαγραφές τα χαρακτηριστικά της απόκρισης συχνοτήτων. Τα κυκλώματα αυτά θα έχουν προδιαγεγραμμένη μεταβολή του πλάτους και της φάσης (ή άλλων σχετικών ποσοτήτων) συναρτήσει της συχνότητας και ονομάζονται φίλτρα.

Τα ηλεκτρικά φίλτρα έχουν ως νόημα των διαχωρισμό (διατηρώντας κάτι και απορρίπτοντας κάτι) ενός σήματος ή ενός συνόλου σημάτων με βάσει κάποια προκαθορισμένη συχνότητα. Επομένως, αν κάποιο σήμα αποτελείται από δυο τόνους έναν υψηλών και έναν χαμηλών συχνοτήτων τότε το φίλτρο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον διαχωρισμό αυτών των δυο τόνων. Δηλαδή μπορούμε να απορρίψουμε συνιστώσες συχνοτήτων σχεδιάζοντας ένα φίλτρο που παρέχει εξασθένιση σε ένα εύρος συχνοτήτων, και διατηρώντας τις συνιστώσες του σήματος με την απουσία την εξασθένιση ή ακόμα και την εμφάνιση κέρδους (στην περίπτωση των ενεργών φίλτρων).

Παραπάνω ορίσαμε το λογαριθμικό κέρδος ως  $G_{db}(\omega)$  με το μέγεθος εξόδου στον αριθμητή, ενώ η αντίστοιχη εξασθένιση ορίζεται με το μέγεθος εξόδου στον παρονομαστή ως

$$a_{db}(\omega) = 20 \log \left( \frac{|V_2(j\omega)|}{|V_{in}(j\omega)|} \right) = -G_{db}(\omega) = -20 \log |T(j\omega)| \quad db, \quad (1.6)$$

$$|T| \leq 1$$

Οι μονάδες της εξασθένισης είναι τα db και το αρνητικό πρόσημο προκειμένου η ποσότητα να είναι θετική όταν παρουσιάζονται απώλειες στο κύκλωμα ( $|T| \leq 1$ ). Στην περίπτωση όπου  $|T| > 1$  επανερχόμαστε στον ορισμό του λογαριθμικού κέρδους

$$G_{ab}(j\omega) = 20 \log|T(j\omega)| \text{ db}, \quad |T| > 1 \quad (1.7)$$

Στο σημείο αυτό αξίζει να τονιστεί ότι το πρόσημο του λογαριθμικού κέρδους σε db δεν είναι αυτό που καθορίζει το αν η εκφραζόμενη ποσότητα είναι κέρδος ή εξασθένιση. Αν μιλάμε για κέρδος ή εξασθένιση δεν εξαρτάται από το πρόσημο αλλά από τον ορισμό του μεγέθους με το οποίο ασχολούμεθα. Από τις παραπάνω σχέσεις εύκολα συμπεραίνουμε ότι η εξασθένιση είναι πάντα αντίθετη του λογαριθμικού κέρδους. Όπως το λογαριθμικό κέρδος παίρνει θετικές και αρνητικές τιμές κατά αναλογία και η εξασθένιση μπορεί να πάρει αρνητικές και θετικές τιμές αντίστοιχα.

Αρνητική τιμή λογαριθμικού κέρδους τάσης σε μια συχνότητα σημαίνει απλά ότι η τάση εξόδου  $V_{out}$  είναι μικρότερη από την τάση εισόδου  $V_{in}$  και στην συχνότητα αυτή η εξασθένιση είναι θετική.

Επιλύοντας την σχέση της εξασθένισης ως προς το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς έχουμε ότι:

$$|T(j\omega)| = 10^{-a_{ab}(\omega)/20} \quad (1.8)$$

Επομένως μπορούμε να κάνουμε μια αναλογία μεταξύ εξασθένισης και κέρδους όπου:

- 1db αντιστοιχεί σε μείωση 10% του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς  $|T|$  (1~0.891)
- 2db αντιστοιχεί σε μείωση 20% του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς  $|T|$  (1~0.794)
- 3db αντιστοιχεί σε μείωση 30% του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς  $|T|$  (1~0.708)
- 6db αντιστοιχεί σε μείωση 50% του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς  $|T|$  (1~0.501)

Κάθε αύξηση του  $a$  κατά 6db μειώνει κατά το ήμισυ το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς  $|T(j\omega)|$ .

## 1.2 Ιδανική μετάδοση χωρίς παραμόρφωση

Όταν το απλό κέρδος  $G(\omega)=|H(j\omega)|$  ενός κυκλώματος δε παραμένει σταθερό για όλες τις συχνότητες ενδιαφέροντος αλλά εξαρτάται από την συχνότητα, οι διάφορες συχνότητες που συνθέτουν την διέγερση (κατά Fourier) περνάνε με διαφορετικό κέρδος, με αποτέλεσμα η χρονική απόκριση να διαφέρει από την διέγερση. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται *παραμόρφωση πλάτους*.

Όταν η απόκριση φάσης ενός κυκλώματος, δηλαδή η  $\phi(\omega) = \text{Arg}(H(j\omega))$  δεν είναι γραμμική συνάρτηση της συχνότητας, οι διάφορες συχνότητες που περιέχει η διέγερση περνάνε με διαφορετική καθυστέρηση με αποτέλεσμα η χρονική απόκριση να είναι διαφορετική από την διέγερση. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται *παραμόρφωση φάσης*.

Όταν η χρονική απόκριση  $y(t) = Ax(t-t_0)$ , το σύστημα δηλαδή εισάγει μόνον ένα ανεξάρτητο της συχνότητας κέρδος και μια ανεξάρτητη της συχνότητας καθυστέρηση  $t_0$ , λέμε ότι έχουμε ιδανική μετάδοση ή μετάδοση χωρίς παραμόρφωση. Σε αυτή τη μετάδοση η απόκριση έχει την μορφή της διέγερσης πολλαπλασιασμένη με μια ποσότητα  $A$  και μετατοπισμένη δεξιά κατά  $t_0$  ως προς το χρόνο (το χρόνο που χρειάζεται δηλαδή το σήμα για να περάσει από το σύστημα). Ο χρόνος αυτός ονομάζεται καθυστέρηση και καθορίζεται από τα χαρακτηριστικά του συστήματος.

Μετασχηματίζοντας κατά Fourier την εξίσωση  $y(t) = Ax(t-t_0)$  του κυκλώματος έχουμε  $Y(j\omega) = AH(j\omega)e^{-j\omega t_0}$  και επομένως η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος που υλοποιεί μετάδοση χωρίς παραμόρφωση είναι:

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = Ae^{-j\omega t_0} \quad (1.9)$$

με απόκριση πλάτους  $G(\omega) = |H(j\omega)| = A$

και απόκριση φάσης  $\varphi(\omega) = \text{Arg}(H(j\omega)) = -\omega t_0$

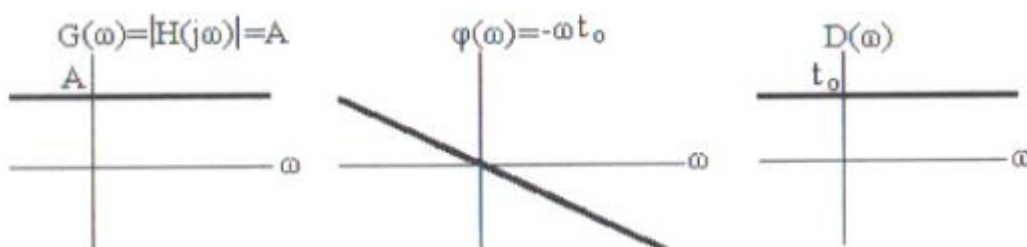
Η καθυστέρηση ομάδας (group delay)  $D(\omega)$ , είναι η χρονική καθυστέρηση που εισάγει το σύστημα και ορίζεται ως:

$$D(\omega) = -\frac{d}{d\omega} \varphi(\omega) (\text{sec}) \quad (1.10)$$

Στην συγκεκριμένη περίπτωση συστήματος με μετάδοσης χωρίς παραμόρφωση, η καθυστέρηση ομάδας είναι:

$$D(\omega) = -\frac{d}{d\omega} \varphi(\omega) = -\frac{d}{d\omega} [-\omega t_0] = t_0 \quad (1.11)$$

Επομένως για να επιτύχει ένα κύκλωμα μετάδοση χωρίς παραμόρφωση, πρέπει να έχει ανεξάρτητο της συχνότητας κέρδος και γραμμική φάση (σταθερή καθυστέρηση).



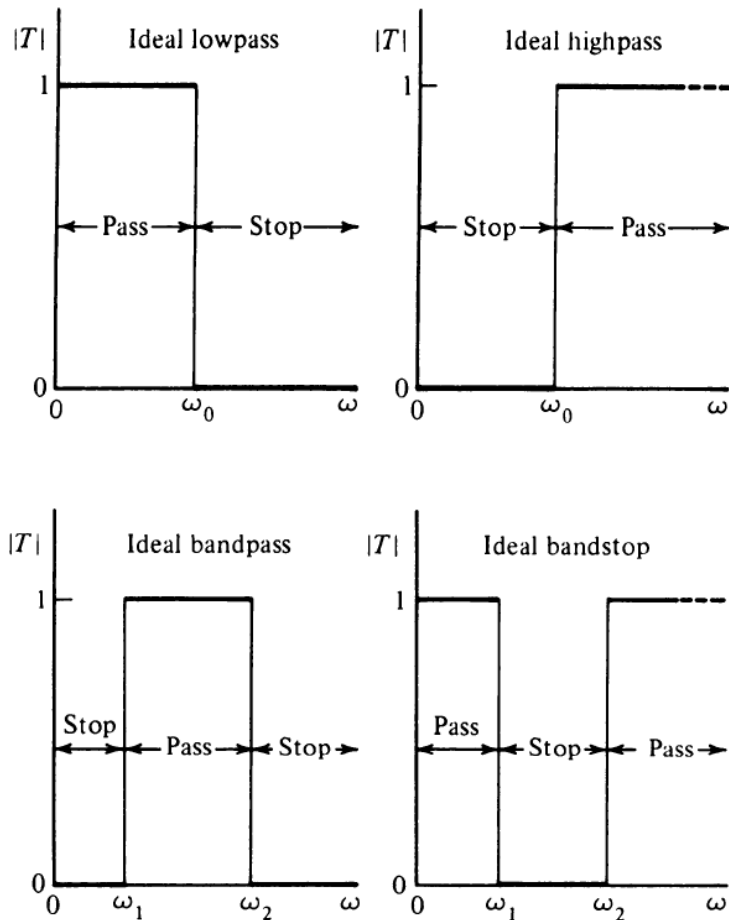
**Σχήμα 1.2.1:** Αριστερά φαίνεται το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς, στο κέντρο η φάση της συνάρτησης μεταφοράς και δεξιά η καθυστέρηση ομάδας.

### 1.3 Ιδανικά και πραγματικά φίλτρα

Τα φίλτρα διαχωρίζονται με βάση την συνάρτηση την οποία πρόκειται να υλοποιήσει, σε όρους εύρους συχνότητας, όπως αποκοπής ζώνης ή διέλευσης ζώνης. Στην ιδανική περίπτωση η ζώνη διέλευσης του φίλτρου είναι εκείνη κατά την οποία  $|T| = 1$  και  $\alpha = 0$ , ενώ ως αποκοπής ζώνης είναι εκείνη κατά την οποία  $|T| = 0$  και  $\alpha = \infty$ . Η θέση της ζώνης διέλευσης (pass band) και της ζώνης αποκοπής (stop bands) στο πεδίο των συχνοτήτων καθορίζουν και τον τύπο του φίλτρου όπως παρουσιάζεται παρακάτω:

- Χαμηλοπερατό φίλτρο (lowpass) είναι εκείνο κατά το οποίο η ζώνη διέλευσης βρίσκεται από  $\omega = 0$  έως  $\omega = \omega_0$  ενώ η ζώνη αποκοπής είναι από  $\omega = \omega_0$  έως  $\omega \rightarrow \infty$ . Όπου ως  $\omega_0$  ορίζεται η συχνότητα αποκοπής.
- Υψιπερατό φίλτρο (highpass) είναι εκείνο κατά το οποίο η ζώνη διέλευσης βρίσκεται από  $\omega = \omega_0$  έως  $\omega \rightarrow \infty$  ενώ η ζώνη αποκοπής ορίζεται από  $\omega = 0$  έως  $\omega = \omega_0$ . Παρατηρούμε ότι ένα υψιπερατό φίλτρο είναι συμπληρωματικό με ένα χαμηλοπερατό φίλτρο.
- Φίλτρο ζώνης διέλευσης (bandpass) είναι εκείνο κατά το οποίο η ζώνη διέλευσης ορίζεται μεταξύ ενός εύρους συχνοτήτων  $\omega_1, \omega_2$  ενώ όλες οι άλλες συχνότητες αποκόπτονται.
- Φίλτρο αποκοπής ζώνης (stop-band) είναι εκείνο κατά το οποίο η ζώνη αποκοπής ορίζεται μεταξύ ενός εύρους συχνοτήτων  $\omega_1, \omega_2$  ενώ όλες οι άλλες συχνότητες δεν απορρίπτονται.

Η απόκριση των φίλτρων που περιγράφηκαν παραπάνω παρουσιάζονται στο **Σχήμα 1.3.1**.

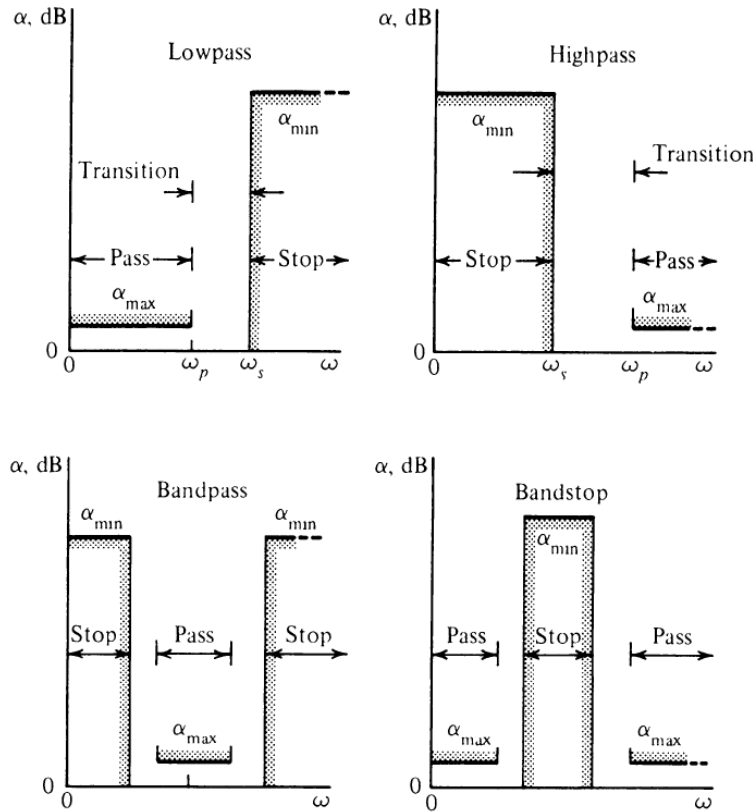


**Σχήμα 1.3.1: Ιδανική απόκριση συχνοτήτων όλων των τύπων των φίλτρων**

Σε αρκετές περιπτώσεις σχεδιάζουμε το φίλτρο όχι με βάσει το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς αλλά με τα χαρακτηριστικά της εξασθένισης. Με αυτήν την μεθοδολογία ισχύουν τα ακόλουθα:

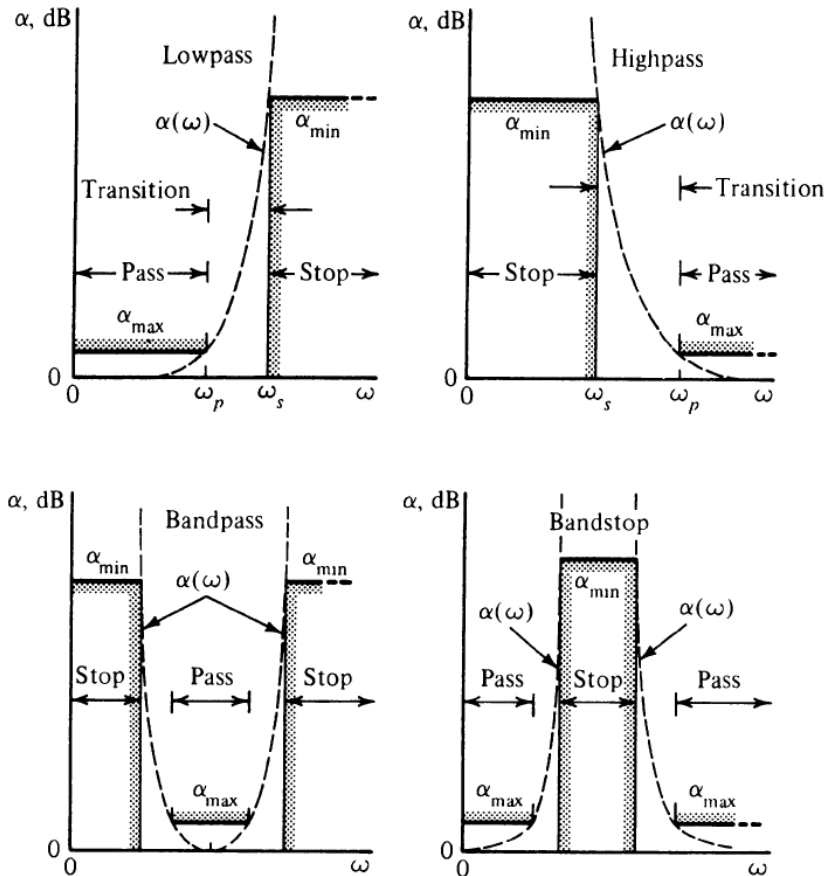
- Ζώνη διέλευσης ορίζεται εκείνη η περιοχή κατά την οποία η εξασθένιση είναι πάντα μικρότερη μιας ορισμένης τιμής  $\alpha_{max}$ . Δηλαδή ως  $\alpha_{max}$  ορίζεται η μέγιστη τιμή εξασθένισης στην ζώνη διέλευσης.
- Ζώνη αποκοπής ορίζεται εκείνη η περιοχή κατά την οποία η εξασθένιση είναι πάντα μεγαλύτερη μιας ορισμένης τιμής  $\alpha_{min}$ . Δηλαδή ως  $\alpha_{min}$  ορίζεται η ελάχιστη τιμή εξασθένισης στην ζώνη αποκοπής.

Τα αντίστοιχα διαγράμματα εξασθένισης συναρτήσει της συχνότητας για όλους τους τύπους των φίλτρων παρουσιάζονται παρακάτω στο **Σχήμα 1.3.2**.



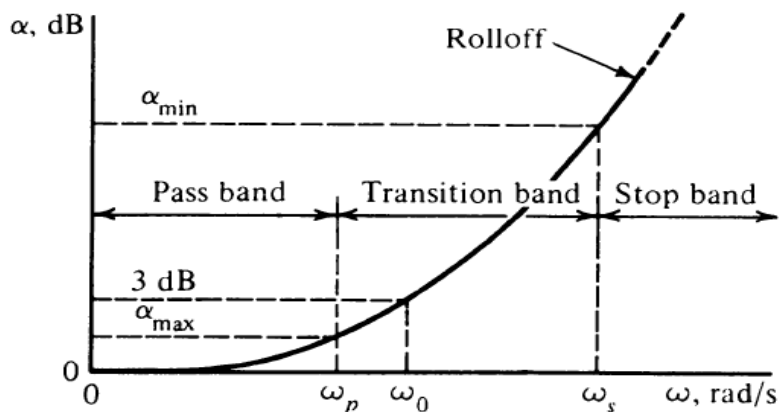
**Σχήμα 1.3.2: Διαγράμματα εξασθένισης όλων των τύπων των φίλτρων**

Με βάσει τα ανωτέρω διαγράμματα παρατηρούμε ότι η ζώνη διέλευσης εκτείνεται από  $\omega = 0$  έως  $\omega = \omega_p$ . Η περιοχή από  $\omega = \omega_p$  έως  $\omega = \omega_s$  ονομάζεται ζώνη μετάβασης (transition band) και όλες οι συχνότητες μεγαλύτερες από αυτήν της  $\omega_s$  βρίσκονται στην ζώνη αποκοπής. Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι οι χαρακτηριστικές εξασθένισης μπορούν να αποτελέσουν τις προδιαγραφές ενός φίλτρου. Με δεδομένες τις τέσσερις ποσότητες  $\alpha_{max}$ ,  $\alpha_{min}$ ,  $\omega_p$ ,  $\omega_s$  είναι δυνατό να υλοποιηθεί κύκλωμα το οποίο να πληροί τις ανωτέρω προδιαγραφές. Επομένως η εξασθένιση ως συνάρτηση της συχνότητας θα πρέπει να είναι μικρότερη της μέγιστης τιμής εξασθένισης στην ζώνη διέλευσης (δηλαδή  $\alpha(\omega) \leq \alpha_{max}$ ) και μεγαλύτερη της ελάχιστης τιμής της εξασθένισης στην ζώνη αποκοπής (δηλαδή  $\alpha(\omega) \geq \alpha_{min}$ ) όπως παρουσιάζεται στο **Σχήμα 1.3.3**.



Σχήμα 1.3.3: Καμπύλες εξασθένισης

Προκειμένου να δώσουμε έμφαση σε κάποια χαρακτηριστικά απεικονίζουμε την απόκριση εξασθένισης του χαμηλοπερατού φίλτρου στο Σχήμα 1.3.4.

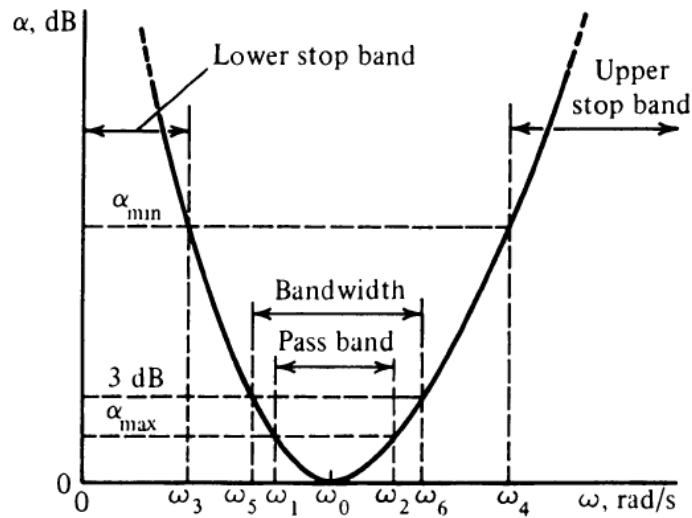


Σχήμα 1.3.4: Χαρακτηριστικά καμπύλης εξασθένισης

Αρχικά παρατηρούμε όλα τα χαρακτηριστικά μεγέθη  $\alpha_{max}$ ,  $\alpha_{min}$ ,  $\omega_p$ ,  $\omega_s$  καθώς και τις περιοχές των ζωνών διέλευσης, μετάβασης και αποκοπής αντίστοιχα. Στο παραπάνω σχήμα η συχνότητα  $\omega_0$  αντιστοιχεί στην συχνότητα κατά την οποία η εξασθένιση γίνεται 3db. Η περιοχή συχνοτήτων από 0 έως  $\omega_0$  ονομάζεται εύρος ζώνης (BW). Ο ρυθμός με τον οποίο αυξάνεται η εξασθένιση(rolloff) μετριέται σε 6db/oct ή 20db/dec.



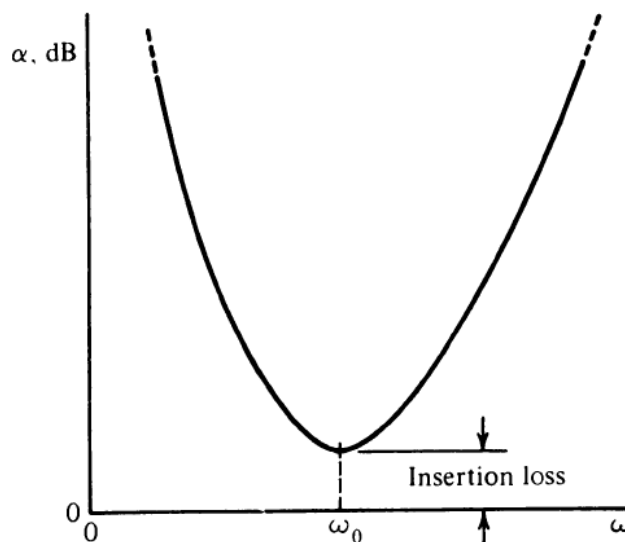
Το Σχήμα 1.3.5 δείχνει ανάλογες ποσότητες για ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο.



Σχήμα 1.3.5: Καμπύλη εξασθένησης φίλτρου ζώνης διέλευσης

Παρατηρούμε ότι η ζώνη διέλευσης ορίζεται στο διάστημα ( $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$ ) στο οποίο η εξασθένηση είναι μικρότερη της  $\alpha_{max}$  ενώ το εύρος ζώνης καθορίζεται στην περιοχή ( $\omega_5 \leq \omega \leq \omega_6$ ) όπου η εξασθένηση είναι 3db. Στην περίπτωση του ζωνοδιαβατού φίλτρου ορίζονται η περιοχή αποκοπής χαμηλών συχνοτήτων (Lower stop band) και η περιοχή αποκοπής υψηλών συχνοτήτων (Upper stop band). Γενικά θεωρούμε ότι το  $\alpha_{min}$  είναι ίδιο και στις δυο ζώνες, δίχως αυτό να συμβαίνει πάντα.

Κατά την σχεδίαση ενός φίλτρου πρέπει να ληφθεί υπόψιν άλλος ένας παράγοντας. Σε όλες τις γραφικές παραστάσεις της εξασθένησης είχαμε ότι η ελάχιστη τιμή της εξασθένησης ήταν 0db. Εάν το κύκλωμα παρέχει επιπλέον εξασθένηση (insertion loss) οι γραφικές στην περιοχή της ζώνης διέλευσης μετατοπίζονται προς τα πάνω διατηρώντας όμως το σχήμα τους.



Σχήμα 1.3.6: Απώλειες Παρεμβολής

## 1.4 Τεχνολογίες υλοποίησης φίλτρων

Τα ηλεκτρονικά φίλτρα, ως ηλεκτρικά συστήματα που μπορούν και επεξεργάζονται το φάσμα των ηλεκτρικών σημάτων με τρόπο που καθορίζεται από τις προδιαγραφές τους, είναι από τα βασικότερα υποσυστήματα σε σύνθετα ηλεκτρονικά και επικοινωνιακά συστήματα και οι εφαρμογές τους αναρίθμητες.

Στην πραγματικότητα δεν υπάρχει σοβαρό ηλεκτρονικό σύστημα χωρίς φίλτρα. Τα συναντάμε από τα κινητά μας τηλέφωνα μέχρι τους σκληρούς μας δίσκους και από τα σταθερά τηλέφωνα έως τις DSL συνδέσεις.

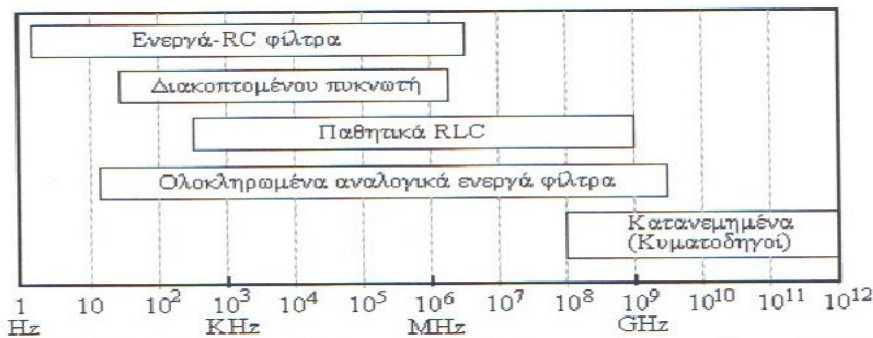
Τα φίλτρα, ανάλογα με τα σήματα για τα οποία είναι σχεδιασμένα, χαρακτηρίζονται ως αναλογικά ή ψηφιακά. Στα αναλογικά φίλτρα τα σήματα είναι τάσεις ή ρεύματα, ενώ στα ψηφιακά φίλτρα είναι κωδικοποιημένα σήματα σε κάποια ψηφιακή μορφή. Τα φίλτρα που διαχειρίζονται σήματα συνεχούς χρόνου και σήματα δειγματοσιμμένων δεδομένων είναι αναλογικά. Τα φίλτρα που διαχειρίζονται σήματα διακριτού χρόνου, μπορεί να είναι αναλογικά ή ψηφιακά.

Τα αναλογικά φίλτρα μπορούν ενδεικτικά να ταξινομηθούν ως:

1. Παθητικά RLC
2. Μικροκυματικά φίλτρα
3. Ενεργά RC φίλτρα
4. Φίλτρα διακοπτόμενων πυκνωτών
5. Ολοκληρωμένα φίλτρα MOS-C
6. Ολοκληρωμένα φίλτρα OTA-C ή gm-C

Κάθε μια από τις παραπάνω κατηγορίες αναλογικών φίλτρων αναφέρεται στην τεχνολογία των εξαρτημάτων με τα οποία υλοποιείται η συνάρτηση μεταφοράς. Η επιλογή της τεχνολογίας εξαρτάται κυρίως από τις συχνότητες λειτουργίας του φίλτρου, την ανάγκη ολοκλήρωσης και το περιβάλλον στο οποίο πρόκειται να λειτουργήσει το κύκλωμα.

Στο **Σχήμα 1.4.1** φαίνεται ενδεικτικά το πεδίο των συχνοτήτων στο οποίο χρησιμοποιείται η κάθε τεχνολογία φίλτρων.



**Σχήμα 1.4.1: Πεδίο Συχνοτήτων για κάθε τεχνολογία**

## 1.5 Κλιμάκωση και κανονικοποίηση

Στις δραστηριότητες σχεδίασης ηλεκτρικών συστημάτων, μεγάλη διευκόλυνση προσφέρει η κλιμάκωση συχνότητας έτσι που ένα χαρακτηριστικό μέγεθος των προδιαγραφών να γίνεται ίσο με την μονάδα.

Οι δεδομένες προδιαγραφές ενός βαθυπερατού φίλτρου αρχικά κανονικοποιούνται με κλιμάκωση των προδιαγραφών συχνότητας με  $\omega_o$  και επομένως η κανονικοποιημένη συχνότητα αποκοπής γίνεται  $\Omega_c = \frac{\omega_o}{\omega_o} = 1$  και η  $\omega_s$  παίρνει την κανονικοποιημένη τιμή  $\Omega_s = \frac{\omega_s}{\omega_o} > 1$ .

Η οποιαδήποτε κλιμάκωση συχνότητας ή και αντίστασης δε μεταβάλλει τα χαρακτηριστικά κέρδους ή εξασθένισης. Επομένως οι κανονικοποιημένες προδιαγραφές διατηρούν τα μεγέθη πλάτους αμετάβλητα.

Αν ένα φίλτρο σχεδιαστεί με κανονικοποιημένες προδιαγραφές, μπορεί μετά να αποκανονικοποιηθεί, αποκλιμακώνοντας τα στοιχεία του ώστε η συχνότητα αποκοπής από μονάδα να γίνει ίση με την επιθυμητή.

Προτυποποιημένες προδιαγραφές βαθυπερατού φίλτρου είναι οι κανονικοποιημένες προδιαγραφές ( $\Omega_c = 1$ ) με επιπλέον χαρακτηριστικό ότι

$$G(1) = \frac{\sqrt{2}}{2} T(0) \text{ ή αν μιλάμε για το λογαριθμικό κέρδος σε db: } G_o - G_{db}(1) = 3\text{db.}$$

Τα φίλτρα που ικανοποιούν προτυποποιημένες προδιαγραφές, ονομάζονται πρότυπα φίλτρα και χαρακτηριστικό τους είναι ότι έχουν συχνότητα ίση με 1 και

$$G(1) = \frac{\sqrt{2}}{2} T(0).$$

Η σύνθεση ενός βαθυπερατού φίλτρου από τις δεδομένες κανονικοποιημένες προδιαγραφές, ξεκινάει με την εύρεση μια μαθηματικής συνάρτησης  $G(\Omega)$ , της οποίας η γραφική παράσταση δεν παραβιάζει τις προδιαγραφές και για την οποία η  $G^2(\Omega)$  είναι ρητή και άρτια συνάρτηση του  $\Omega$ . Η διαδικασία αυτή ονομάζεται προσέγγιση και δίνει θεωρητικά άπειρες λύσεις, μερικές από τις οποίες είναι κατάλληλες και ικανοποιούν τις απαιτούμενες συνθήκες υλοποίησης.

Αυτό σημαίνει ότι η εύρεση μιας οποιασδήποτε τέτοιας συνάρτησης, της οποίας η γραφική παράσταση δε παραβιάζει τις προδιαγραφές, δεν εξασφαλίζει την υλοποίηση της ως συνάρτηση μεταφοράς ενός πραγματικού κυκλώματος.

Ευτυχώς για τον σχεδιαστή φίλτρων, υπάρχουν τυποποιημένες προσεγγίσεις των προδιαγραφών, οι οποίες οδηγούν με βεβαιότητα σε πραγματοποιήσιμες συναρτήσεις. Από τις πιο δημοφιλείς είναι οι προσεγγίσεις Butterworth, Chebyshev, αντίστροφη Chebyshev και Cauey. Στην τρέχουσα διπλωματική θα παρουσιάσουμε κυκλώματα που υλοποιούνται με προσέγγιση Butterworth.

Ανακεφαλαιώνοντας μπορούμε να καταγράψουμε την γενική διαδικασία σχεδίασης ενός φίλτρου από δεδομένες προδιαγραφές:

- i. Κανονικοποιούμε τις προδιαγραφές έτσι ώστε η συχνότητα αποκοπής να είναι 1, οπότε η κανονικοποιημένη συχνότητα στην οποία αρχίζει η ζώνη αποκοπής γίνεται  $\Omega_s = \omega_s / \omega_c$ .
- ii. Υπολογίζουμε την συνάρτηση μεταφοράς με την προσέγγιση Butterworth το μέτρο της οποίας ικανοποιεί τις κανονικοποιημένες προδιαγραφές.
- iii. Από την συνάρτηση μεταφοράς που ικανοποιεί τις κανονικοποιημένες προδιαγραφές συνθέτουμε το κύκλωμα του κανονικοποιημένου φίλτρου.
- iv. Αποκανονικοποιούμε τα στοιχεία ώστε η συχνότητα αποκοπής να γίνει ίση με την επιθυμητή.

Όλες οι προσεγγίσεις αλλά και οι σχετικοί κανόνες σχεδίασης φίλτρων, αναφέρονται αποκλειστικά και μόνο σε κανονικοποιημένα βαθυπερατά φίλτρα. Σε περίπτωση που το προς υλοποίηση φίλτρο δεν είναι χαμηλοπερατό χρησιμοποιείται η μέθοδος του μετασχηματισμού συχνότητας. Κατά την οποία το φίλτρο ανάγεται στον υπολογισμό της συνάρτησης μεταφοράς ενός κανονικοποιημένου βαθυπερατού και στον μετασχηματισμό της στην συνάρτηση μεταφοράς του προς υλοποίηση φίλτρου.

Στην μελέτη και σύνθεση κυκλωμάτων, οι τιμές που εμφανίζονται ποικίλουν από πολύ μικρές (π.χ 1pF) έως πολύ μεγάλες (1GHz). Η μεγάλη διασπορά των τιμών προκαλεί την δυσκολία των υπολογισμών και μειωμένη ακρίβεια.

Το πρόβλημα αυτό μπορεί να παρακαμφθεί με την χρήση της κλιμάκωσης της αντίστασης και της συχνότητας και της κανονικοποίησης, η οποία εκτός από την απλοποίηση των υπολογισμών, διευκολύνει εν γένει όλες τις διαδικασίες ανάλυσης και σύνθεσης.

Με τον όρο κανονικοποίηση περιγράφεται η διαδικασία ταυτόχρονης κλιμάκωσης αντίστασης και συχνότητας με κατάλληλα επιλεγμένες τιμές  $R_o$  και  $\omega_o$ . Οι δυο σταθερές κλιμάκωσης  $R_o$  και  $\omega_o$  μπορούν να θεωρηθούν ως οι νέες μονάδες μέτρησης της αντίστασης και της κυκλικής συχνότητας αντίστοιχα. Στην κανονικοποίηση, συνδυάζοντας τις δύο κλιμακώσεις, τα πλήρως κανονικοποιημένα στοιχεία με δείκτη  $n$ , δίνονται από τις σχέσεις

$$R_n = \frac{R}{R_o} \quad L_n = \frac{\omega_o}{R_o} L \quad C_n = \omega_o R_o C \quad (1.12)$$

που είναι αδιάστατοι καθαροί αριθμοί.

Στο κανονικοποιημένο κύκλωμα, στο οποίο πλέον η κανονικοποιημένη κυκλική συχνότητα είναι  $\Omega = \omega / \omega_o$ . Ως  $R_o$  επιλέγεται μια χαρακτηριστική αντίσταση του κυκλώματος, όπως για παράδειγμα η αντίσταση του φορτίου, με αποτέλεσμα η κανονικοποιημένη τιμή της να γίνει 1. Ως  $\omega_o$  επιλέγεται μια χαρακτηριστική συχνότητα του κυκλώματος, συνήθως μια συχνότητα συντονισμού ή αποκοπής, της οποίας η τιμή μετά την κανονικοποίηση να είναι ίση με 1.

Στο κανονικοποιημένο φίλτρο η συνάρτηση μεταφοράς είναι ακριβώς ίδια με αυτή του μη κανονικοποιημένου με διαφορετικές τιμές όμως των στοιχείων. Η συνάρτηση μεταφοράς ενός κανονικοποιημένου φίλτρου είναι  $H_n(s) = H(\omega_0 s)$  και φυσικά  $H_n(j\omega) = H(j\omega\omega_0)$ . Από όπου προκύπτει ότι

$$\text{αν } G(\omega) = |H(j\omega)| \text{ τότε } G_n(\omega) = |H(j\omega\omega_0)| = G(\omega\omega_0) \text{ και}$$

$$\text{αν } \varphi(\omega) = \text{Arg}(H(j\omega)) \text{ τότε } \varphi_n(\omega) = \text{Arg}(H_n(j\omega)) = \varphi(\omega\omega_0)$$

δηλαδή με την κανονικοποίηση δεν άλλαξαν τα χαρακτηριστικά πλάτους και φάσης της  $H(s)$  αλλά υπέστησαν απλά κλιμάκωση συχνότητας κατά  $\omega_0$ . Αυτό σημαίνει ότι αν για μια συχνότητα  $\omega_1$  το μέτρο  $H(j\omega_1)$  είναι ίσο με  $k$  και η φάση της  $\varphi(\omega_1)=\theta$ , το μέτρο της  $H_n(j\omega)$  γίνεται  $k$  και η φάση  $\theta$ , για την τιμή της κανονικοποιημένης συχνότητας  $\Omega_{n1} = \omega_1/\omega_0$ .

## 1.6 Αναφορές

[1] Ηρακλής Γ. Δημόπουλος , *ΕΝΕΡΓΙΑ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ Θεωρία, Σύνθεση & Σχεδίαση*

[2] M.E. Van Valkenburg, *Analog Filter Design*’, Oxford University Press

[3] H.J. Blinckoff, Anatol I. Zverev, *Filtering in the Time and Frequency Domains*, Noble Publishing

[4] Paul M. Chirlian *Signals and Filters*, Springer

[5] Athanasios Papoulis, *Circuits and Systems – A Modern Approach*, Holt, Rinehart and Winston

## 2 Προσέγγιση Butterworth

Η σύνθεση ενός φίλτρου ενεργού ή παθητικού, ξεκινάει από τις προδιαγραφές πλάτους, οι οποίες περιγράφουν την συμπεριφορά του κέρδους ή της εξασθένησης του φίλτρου στο πεδίο συχνοτήτων με σχετικές ανοχές. Θα δούμε και θα αποδείξουμε, ότι όσο πιο μικρές είναι οι ανοχές αυτές, τόσο πιο πολύπλοκη και μεγαλύτερης τάξης θα είναι η συνάρτηση μεταφοράς και το κύκλωμα του φίλτρου. Φίλτρα βέβαια μπορούν να συντεθούν και από προδιαγραφές φάσης ή ακόμα και από προδιαγραφές στο πεδίο του χρόνου, κάτι όμως που είναι ιδιαίτερα δύσκολο και εξεζητημένο και ξεφεύγει από τους σκοπούς του παρόντος. Ο συνήθης τρόπος περιγραφής προδιαγραφών ενός φίλτρου είναι με τα χαρακτηριστικά πλάτους στο πεδίο συχνοτήτων, που εκφράζονται με την καμπύλη απλού κέρδους ή λογαριθμικού κέρδους ή εξασθένησης.

Στην συνέχεια από τις προδιαγραφές με την προσέγγιση Butterworth, προσδιορίζονται οι πόλοι και τα μηδενικά της συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και επομένως η ίδια η συνάρτηση. Το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς που προσδιορίζει με τον τρόπο αυτό, ικανοποιεί με μεγάλη ακρίβεια τις προδιαγραφές και μπορεί να υλοποιηθεί με κυκλώματα διαφόρων τεχνολογιών και με διάφορους τρόπους.

Η προσέγγιση είναι μια μαθηματική διαδικασία, η οποία οδηγεί από τις προδιαγραφές σε μια συνάρτηση κέρδους που τις ικανοποιεί. Όλες οι προσεγγίσεις, αλλά και οι σχετικοί πίνακες σχεδίασης φίλτρων, αναφέρονται αποκλειστικά και μόνον σε κανονικοποιημένα βαθυπερατά φίλτρα, αφού αυτά εύκολα μετασχηματίζονται σε υψιπερατά, ζωνοδιαβατά και εύκολα αποκανονικοποιούνται.

### 2.1 Προδιαγραφές φίλτρων και προσεγγίσεις

Αναφερόμενοι στο **Σχήμα 2.1.1**, η απόκριση πλάτους ή συνάρτηση απλού κέρδους τάσης  $G(\omega)$  είναι μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς τάσης  $H(s)$  για  $s=j\omega$

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \left| \frac{V_2(j\omega)}{E(j\omega)} \right| \quad (2.1.1)$$

Η συνάρτηση λογαριθμικού κέρδους  $G_{db}(\omega)$  ορίζεται ως:

$$G_{db}(\omega) = 20 \log(G(\omega)) = 20 \log \left( \left| \frac{V_2(j\omega)}{E(j\omega)} \right| \right) \quad (2.1.2)$$

Τόσο η  $G(\omega)$  όσο και η  $G_{db}(\omega)$  είναι πραγματικές συναρτήσεις του  $\omega$  και σημειώνεται ότι η  $G_{db}(\omega)$  έχει πρόβλημα παράστασης, όταν το  $G(\omega)$  μηδενίζεται για

κάποιες πραγματικές συχνότητες, δηλαδή αν η  $H(s)$  έχει μηδενικά μετάδοσης, δηλαδή μηδενικά στον  $j\omega$  άξονα.

Ο συνήθης τρόπος με τον οποίο δίνονται οι προδιαγραφές φίλτρων στο πεδίο συχνοτήτων, στηρίζεται στην περιγραφή της απόκρισης πλάτους (απλό κέρδος) του φίλτρου στις ζώνες διέλευσης και αποκοπής. Για παράδειγμα, οι προδιαγραφές ενός βαθυπερατού φίλτρου είναι δυνατόν να δίνονται από το **Σχήμα 2.1.1** με σαφή ορισμό χαρακτηριστικών σημείων της συνάρτησης κέρδους  $G(\omega)$ , ή ισοδύναμα, δίνοντας χαρακτηριστικά σημεία της συνάρτησης λογαριθμικού κέρδους  $G_{db}(\omega)$ .



**Σχήμα 2.1.1: Φίλτρο σε μορφή δίθυρου κυκλώματος**

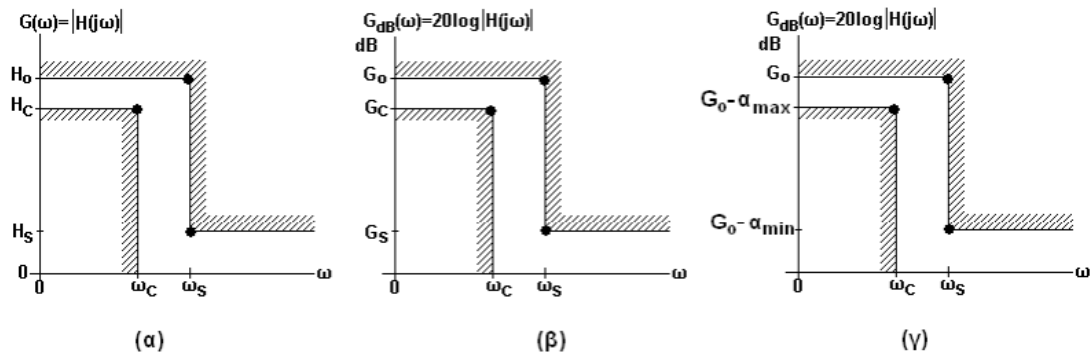
Τα χαρακτηριστικά αυτά σημεία των σχημάτων προσδιορίζονται με τις συχνότητες  $\omega_c$  και  $\omega_s$  και τα τρία μεγέθη πλάτους:  $\{H_o, H_c, H_s\}$  ή αντίστοιχα σε db  $\{G_o, G_c, G_s\}$ . Τα πέντε αυτά μεγέθη αποτελούν τις προδιαγραφές του φίλτρου. Ανεξάρτητη μεταβλητή στο διάγραμμα κέρδους μπορεί να είναι η συχνότητα  $f$ , αν και στην σύνθεση φίλτρων συνηθίζεται η χρήση της κυκλικής συχνότητας  $\omega = 2\pi f$ .

Παρατηρούμε από το **Σχήμα 2.1.2** ότι η ζώνη διέλευσης οριοθετείται από την συχνότητα αποκοπής  $\omega_c$  μέχρι την οποία το κέρδος είναι μεταξύ  $H_o$  και  $H_c$ , τιμή που είναι συνήθως πολύ κοντά στο  $H_o$ . Από την οριακή συχνότητα της ζώνης αποκοπής  $\omega_s$  και πάνω, το κέρδος πρέπει να είναι μικρότερο από την  $H_s$ , μια τιμή σημαντικά μικρότερη από την  $H_o, H_c$ . Αντίστοιχη περιγραφή φίλτρου γίνεται όταν το λογαριθμικό κέρδος εκφράζεται σε db. Συγκεκριμένα οι προδιαγραφές περιγράφονται

$$G_o = 20 \log(H_o), \quad G_c = 20 \log(H_c), \quad G_s = 20 \log(H_s) \quad (2.1.3)\sim(2.1.5)$$

$$H_o = 10^{\frac{G_o}{20}}, \quad H_c = 10^{\frac{G_c}{20}}, \quad H_s = 10^{\frac{G_s}{20}} \quad (2.1.6)\sim(2.1.8)$$





**Σχήμα 2.1.2: α) Απόκριση Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού Φίλτρου, β) Λογαριθμική Απόκριση Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού Φίλτρου, γ) Λογαριθμική Απόκριση Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού Φίλτρου με τιμές εξασθένισης**

Πολύ συχνά οι προδιαγραφές κέρδους του φίλτρου περιγράφονται από δύο θετικούς αριθμούς,  $a_{max}$  και  $a_{min}$  που αντιστοιχούν στην επιτρεπόμενη διακύμανση της εξασθένισης ή του λογαριθμικού κέρδους σε dB στην ζώνη διέλευσης και στην ζώνη αποκοπής αντίστοιχα. Τα  $a_{max}$  και  $a_{min}$  σχετίζονται με το απλό κέρδος με τις

$$a_{max} = 20 \log \left( \frac{H_0}{H_c} \right) \quad (2.1.9)$$

$$a_{min} = 20 \log \left( \frac{H_0}{H_s} \right) \quad (2.1.10)$$

και είναι σχετικά ως προς το  $G_0$ , το οποίο μπορεί να μην δίνεται, αφού δεν είναι σημαντικό και μπορεί να ληφθεί ίσο με το μηδέν, που αντιστοιχεί σε  $H_0 = 1$ . Στην περίπτωση αυτή η μέγιστη διακύμανση του λογαριθμικού κέρδους στη ζώνη διέλευσης δεν πρέπει να ξεπερνά το  $a_{max}$  και το λογαριθμικό κέρδος στη ζώνη αποκοπής πρέπει να είναι τουλάχιστον  $a_{min}$ .

Με την σχηματοποίηση αυτή των προδιαγραφών του βαθυπερατού φίλτρου, όταν συντεθεί το κύκλωμα, η γραφική παράσταση του αντίστοιχου μεγέθους του θα πρέπει να ευρίσκεται ολόκληρη στην επιτρεπόμενη περιοχή και να μην εισέρχεται στις γραμμοσκιασμένες περιοχές.

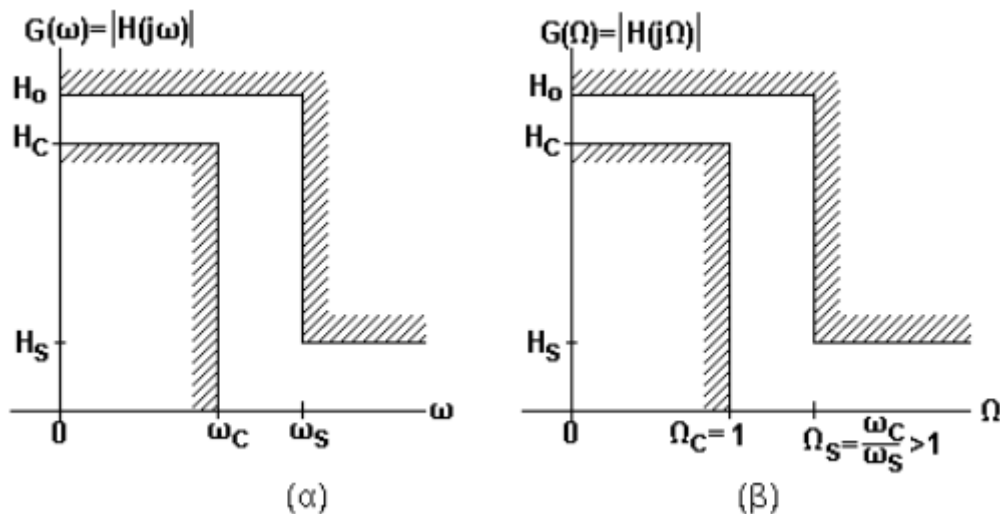
Η σύνθεση ενός βαθυπερατού φίλτρου από τις προδιαγραφές ξεκινάει με την εύρεση μιας συνάρτησης  $G(\omega)$ , της οποίας η γραφική παράσταση δεν τις παραβιάζει και για την οποία η  $G^2(\omega)$  είναι ρητή και άρτια συνάρτηση του  $\omega$ . Η διαδικασία αυτή, **προσέγγιση**, δίνει θεωρητικά άπειρες λύσεις, μερικές από τις οποίες είναι κατάλληλες και ικανοποιούν τις απαιτούμενες συνθήκες υλοποίησης. Αυτό σημαίνει ότι η εύρεση μιας οποιασδήποτε τέτοιας συνάρτησης, της οποίας απλά η γραφική δεν παραβιάζει τις προδιαγραφές, δεν εξασφαλίζει την υλοποίηση της ως συνάρτηση κέρδους ενός πραγματικού κυκλώματος.

Για να σχεδιαστεί ένα παθητικό φίλτρο είναι απαραίτητο να υπολογιστεί η συνάρτηση μεταφοράς τάσης  $H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}$ . Με την διαδικασία της προσέγγισης υπολογίζεται αρχικά η συνάρτηση κέρδους  $G(\Omega) = |H(s)|_{s=j\Omega}$ . Από αυτήν είναι δυνατόν μετά να υπολογιστεί η συνάρτηση μεταφοράς  $H(s)$ , κάτι που γίνεται μέσω του υπολογισμού των πόλων και των μηδενικών της, χρησιμοποιώντας την σχέση

$$H(s)H(-s) = |H(j\Omega)|_{\Omega=-j_s}^2 = |H(j\Omega)|_{\Omega^2=-s^2}^2 \quad (2.1.11)$$

και τους περιορισμούς στην θέση των πόλων της συνάρτησης μεταφοράς, οι οποίοι πρέπει να βρίσκονται στο αριστερό ημιεπίπεδο-s. Επομένως, η προσέγγιση ως διαδικασία, ολοκληρώνεται με τον υπολογισμό της συνάρτησης μεταφοράς  $H(s)$ , το μέτρο της οποίας  $G(\Omega) = |H(s)|_{s=j\Omega}$  ικανοποιεί τις προδιαγραφές.

Αν οι προδιαγραφές ενός βαθυπερατού φίλτρου δεν δίνονται κανονικοποιημένες ώστε η συχνότητα αποκοπής να είναι  $\Omega_C = 1$ , κανονικοποιούνται με κλιμάκωση των προδιαγραφών με μονάδα κυκλικής συχνότητας ίση με την  $\omega_C$  και επομένως η  $\omega_S$  παίρνει κανονικοποιημένη τιμή  $\Omega_S = \frac{\omega_S}{\omega_C} > 1$ .

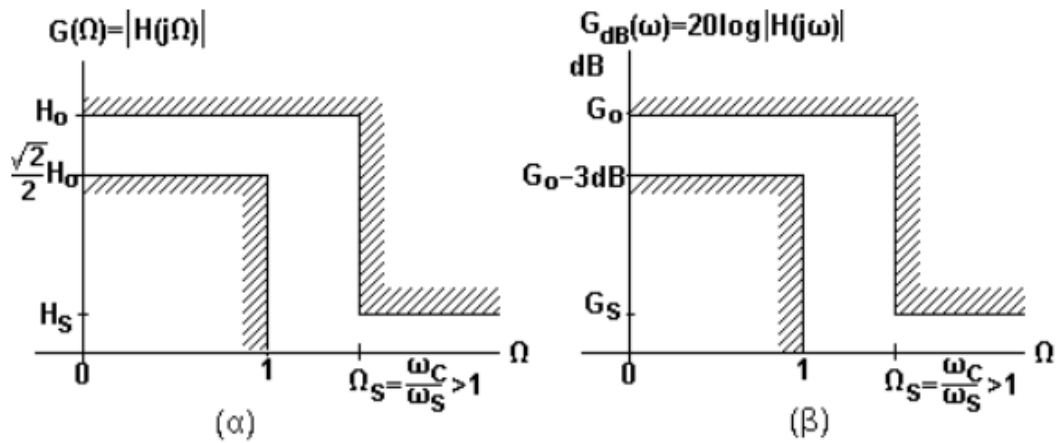


**Σχήμα 2.1.3 :** α) Απόκριση Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού Φίλτρου, β) Κανονικοποιημένη Απόκριση Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού Φίλτρου

Αν ένα φίλτρο σχεδιαστεί με κλιμακωμένες ως προς την συχνότητα προδιαγραφές, μπορεί μετά να αποκανονικοποιηθεί, αποκλιμακώνοντας τα στοιχεία του με  $\omega_0$  ίση με την επιθυμητή συχνότητα αποκοπής. Αν τέλος υπολογιστεί η συνάρτηση μεταφοράς  $H_n(s)$  που ικανοποιεί τις κανονικοποιημένες προδιαγραφές που απεικονίζονται στο **Σχήμα 2.1.2**. Επίσης είναι προφανές ότι  $H(s) = H_n(s/\omega_C)$ .

Προτυποποιημένες προδιαγραφές βαθυπερατού φίλτρου είναι κανονικοποιημένες προδιαγραφές, δηλαδή  $\Omega_C = 1$ , με το επιπλέον χαρακτηριστικό ότι το  $H_C$  δεν είναι αυτό που επιθυμούμε αλλά  $H_C = \frac{\sqrt{2}}{2} H_0$  ή αν μιλάμε για το λογαριθμικό κέρδος σε db, 3db κάτω από το  $G_0$ .

$G_C = G_O - 3 \text{ dB}$  και φυσικά  $\alpha_{\max} = 3 \text{ dB}$ .



**Σχήμα 2.1.4:** α) Κανονικοποιημένη Απόκριση Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού Φίλτρου με έμφαση στην ζώνη διέλευση και αποκοπής, β) Κανονικοποιημένη - Λογαριθμική Απόκριση Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού φίλτρου με έμφαση στην ζώνη διέλευση και αποκοπής

Τα κανονικοποιημένα φίλτρα που ικανοποιούν προτυποποιημένες προδιαγραφές, ονομάζονται πρότυπα φίλτρα και χαρακτηριστικό τους είναι ότι έχουν συχνότητα αποκοπής ίση με 1 και  $H_C = G(1) = \frac{\sqrt{2}}{2} H_O$ .

Οι προτυποποιημένες προδιαγραφές χρησιμοποιούνται κυρίως για την πινακοποίηση των τιμών των στοιχείων των φίλτρων και αν κανείς θέλει μίαν άλλη τιμή για το  $G(1)$ , πρέπει να κάνει την κατάλληλη κλιμάκωση συχνότητας.

## 2.2 Η προσέγγιση Butterworth

Με δεδομένες τις κανονικοποιημένες προδιαγραφές απλού κέρδους ενός βαθυπερατού φίλτρου,

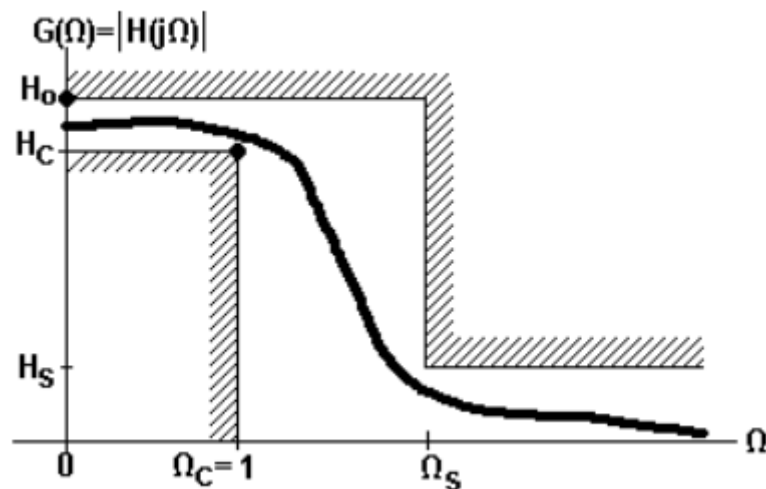
$$\{H_O \quad H_C \quad H_S \quad \Omega_S \quad \Omega_C = 1\}$$

αναζητούμε μια συνάρτηση κέρδους  $G(\Omega)$ , η γραφική παράσταση της οποίας δεν θα παραβιάζει τις προδιαγραφές, μπαίνοντας σε γραμμοσκιασμένες περιοχές όπως φαίνεται στο **Σχήμα 2.1.5**.

Ο S.Butterworth χρησιμοποίησε την μονοτονική συνάρτηση

$$G(\Omega) = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \beta^2 \Omega^{2n}}} \quad (2.2.1)$$

με  $n$  θετικό ακέραιο αριθμό, της τάξης της προσέγγισης. Η παραπάνω σχέση για  $\Omega=0$  δίνει  $G(0) = H_0$  και θα πρέπει να προσδιοριστεί η τάξη  $n$  της προσέγγισης και ο συντελεστής  $\beta$ . Θα δούμε ότι για την τάξη της προσέγγισης  $n$  αναζητούμε την ελάχιστη τιμή της ενώ για τον συντελεστή  $\beta$  προκύπτει μια δυνατότητα επιλογής μεταξύ μιας ελάχιστης και μιας μέγιστης τιμής.



**Σχήμα 2.1.5 α) Πραγματική Απόκριση Συχνοτήτων Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού Φίλτρου**

Για να μην παραβιάζονται οι προδιαγραφές από την  $G(\Omega)$  θα πρέπει φυσικά  $H_c \leq G(1)$ , από την οποία παίρνουμε μια πρώτη ιδέα για την τιμή του συντελεστή  $\beta$ , αφού από την απαίτηση αυτή προκύπτει η μέγιστη τιμή του:

$$\beta \leq \beta_{max} = \sqrt{\left(\frac{H_0}{H_c}\right)^2 - 1} = \sqrt{10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1} \quad (2.2.2)$$

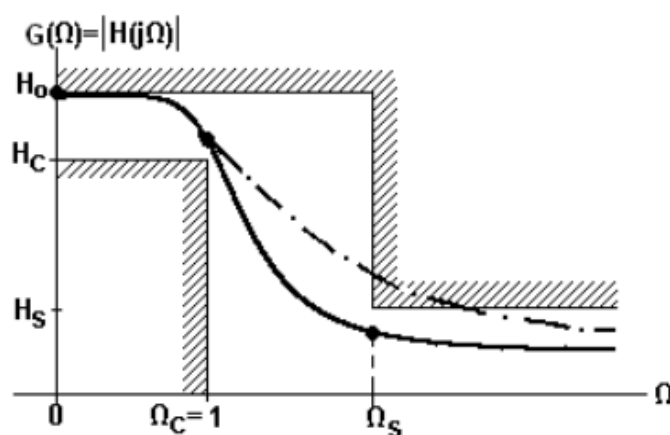
Η  $\beta_{max}$  είναι η μέγιστη τιμή του συντελεστή  $\beta$  και αν χρησιμοποιηθεί, θα ικανοποιηθεί ακριβώς ο δεδομένος από τις προδιαγραφές λόγος  $H_0/H_c$  για  $\Omega = 1$ . Σημειώνεται ότι κατά την σχεδίαση ο συντελεστής  $\beta$  λαμβάνεται στο διάστημα  $\beta_{min} \leq \beta \leq \beta_{max}$ .

Η παράγωγος της προσέγγισης Butterworth  $G(\Omega) = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \beta^2 \Omega^{2n}}}$  ως προς  $\Omega$  είναι

$$\frac{d}{d\Omega} G(\Omega) = \frac{d}{d\Omega} \left( \frac{H_0}{\sqrt{1 + \beta^2 \Omega^{2n}}} \right) = - \frac{n H_0 \beta^2 \Omega^{2n-1}}{(1 + \beta^2 \Omega^{2n})^{3/2}} \quad (2.2.3)$$

Εφόσον η παράγωγος είναι προφανές ότι είναι μονίμως αρνητική και επομένως η  $G(\Omega)$  είναι μονοτονικά φθίνουσα. Αποδεικνύεται ότι όλες οι  $n-1$  παράγωγοι της  $G(\Omega)$  μηδενίζονται για  $\Omega=0$  και επομένως η γραφική παράσταση είναι όσο γίνεται πιο επίπεδη για  $\Omega=0$ , γεγονός στο οποίο οφείλεται η ονομασία της προσέγγισης ως μέγιστα επίπεδης (maximal flat).

Τελικά η συνάρτηση κέρδους  $G(\Omega)$  με προσέγγιση Butterworth ικανοποιεί τις προδιαγραφές στην ζώνη διέλευση από  $\Omega = 0$  έως  $\Omega = 1$  σύμφωνα με το **Σχήμα 2.1.6**, αλλά όχι κατ' ανάγκη και για  $\Omega > 1$ , όπως δείχνει η διακεκομμένη γραμμή στο ίδιο σχήμα και πρέπει να υπολογιστεί η τάξη  $n$  ώστε να εξασφαλιστεί και η ικανοποίηση των προδιαγραφών στην ζώνη αποκοπής.



**Σχήμα 2.1.6 α) Απάντηση Συχνότητας Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού Φίλτρου για δυο διαφορετικές τάξεις**

Για να ικανοποιηθούν οι προδιαγραφές και για τιμές  $\Omega > 1$ , επειδή η  $G(\Omega)$  είναι μονοτονικά φθίνουσα, αρκεί να εξασφαλιστεί ότι  $G(\Omega_s) \leq H_s$ , δηλαδή:

$$G(\Omega_s) = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \beta^2 \Omega_s^{2n}}} \leq H_s \Leftrightarrow \Omega_s^{2n} \geq \frac{\frac{H_0^2}{H_s^2} - 1}{\beta^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log(\Omega_s^{2n}) = \log\left(\frac{\frac{H_0^2}{H_s^2} - 1}{\beta^2}\right) \Leftrightarrow 2n \log(\Omega_s) \geq \log\left(\frac{\frac{H_0^2}{H_s^2} - 1}{\beta^2}\right)$$

από την οποία προκύπτει για την τάξη  $n$  της προσέγγισης:

$$n \geq \frac{\log\left(\frac{\frac{H_0^2}{H_s^2} - 1}{\beta^2}\right)}{2 \log(\Omega_s)} \geq n_{min} \quad (2.2.4)$$

Η πολυπλοκότητα ενός φίλτρου είναι ευθέως ανάλογη προς την τάξη  $n$  της προσέγγισης και για τον λόγο αυτό επιθυμούμε την ελάχιστη δυνατή τιμή του  $n$ . Αν την  $n_{\min}$  την δει κανείς ως συνάρτηση του συντελεστή  $\beta$ , πρόκειται για μια φθίνουσα συνάρτηση, όσο δηλαδή μεγαλώνει το  $\beta$ , τόσο μικραίνει το  $n_{\min}$ . Επομένως η επιθυμητή ελάχιστη τιμή του  $n_{\min}$  επιτυγχάνεται για το μέγιστο επιτρεπόμενο  $\beta = \beta_{\max}$ .

$$n_{\min} = \frac{\log\left(\frac{\frac{H_0^2}{H_S^2} - 1}{\beta_{\max}^2}\right)}{2 \log(\Omega_S)} = \frac{\log\left(\frac{\frac{H_0^2}{H_S^2} - 1}{\frac{H_0^2}{H_C^2} - 1}\right)}{2 \log(\Omega_S)} = \frac{\log\left(\frac{10^{\frac{a_{\min}}{10}} - 1}{10^{\frac{a_{\max}}{10}} - 1}\right)}{2 \log(\Omega_S)} \quad (2.2.5)$$

Αυτή είναι η **εξίσωση τάξης** (order equation) της προσέγγισης Butterworth. Επειδή όμως η τάξη  $n$  πρέπει να είναι ακέραιος αριθμός λαμβάνεται ως ο μικρότερος ακέραιος που ικανοποιεί την ανισότητα  $n \geq n_{\min}$ . Ως τάξη του φίλτρου λαμβάνεται ο πλησιέστερος προς τα πάνω ακέραιος του  $n_{\min}$ .

Από την παραπάνω εξίσωση παρατηρούμε ότι η τάξη προσέγγισης μεγαλώνει όσο η  $\Omega_S$  τείνει στην μονάδα και απειρίζεται όταν  $\Omega_S = 1$ . Όσο δηλαδή πιο στενή ζώνη μετάβασης ορίζουν οι προδιαγραφές, τόσο πιο μεγάλο είναι το  $n$ . Επίσης εύκολα παρατηρεί κανείς ότι όσο  $H_C$  τείνει στο  $H_0$  ή όσο μικραίνει το  $H_S$ , μεγαλώνει και η τάξη  $n$ , με απειρισμούς όταν  $H_C = H_0$  ή  $H_S = 0$ . Οι παρατηρήσεις αυτές επιβεβαιώνουν το γεγονός ότι δεν είναι εφικτή η πραγματοποίηση ιδανικών προδιαγραφών βαθυπερατού φίλτρου με την προσέγγιση αυτή.

Επανερχόμενοι στην σχέση για τον υπολογισμό του  $n$  όπου παρατηρούμε ότι η τάξη γίνεται ελάχιστη για  $\beta = \beta_{\max}$ . Ελαττώνοντας την τιμή του  $\beta$ , αυξάνεται το  $n_{\min}$ , και έχει περιθώριο αύξησης μέχρι τον επόμενο ακέραιο  $n$ . Αυτό συμβαίνει στην τιμή  $\beta = \beta_{\min}$  όπου:

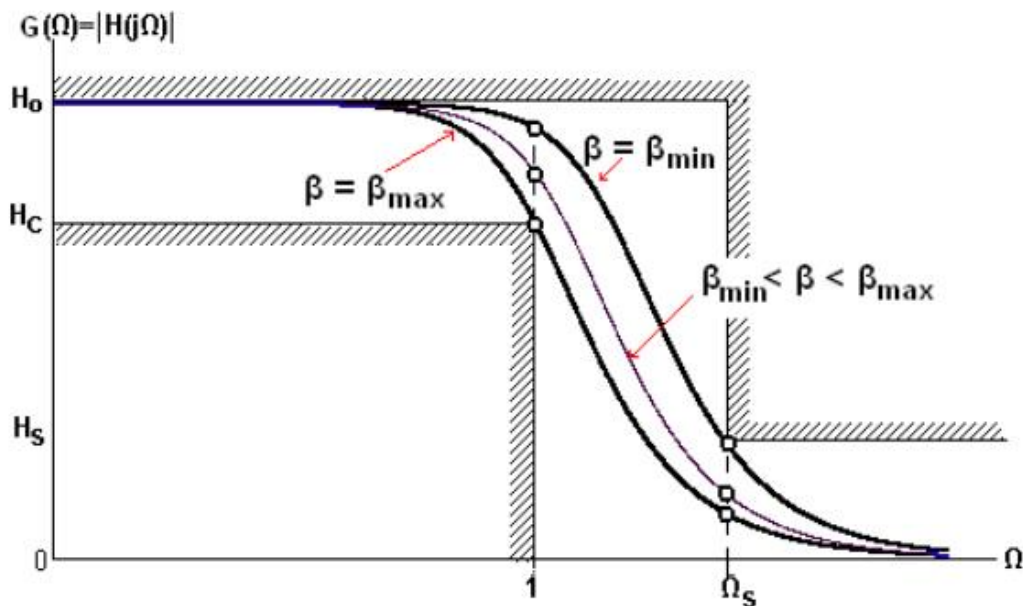
$$\beta_{\min} = \frac{\sqrt{\left(\frac{H_0}{H_C}\right)^2 - 1}}{\Omega_S^n} = \frac{\sqrt{10^{\frac{a_{\min}}{10}} - 1}}{\Omega_S^n} \quad (2.2.6)$$

Αν ελαττώσουμε το  $\beta$  κάτω από την τιμή  $\beta_{\min}$ , η ακέραια τάξη του φίλτρου θα αυξηθεί κατά 1, πράγμα που δεν επιθυμούμε γιατί αυξάνεται η πολυπλοκότητα του τελικού κυκλώματος.

Όταν δηλαδή έχει προσδιοριστεί η ελάχιστη τιμή του  $n$  και έχει γίνει και η στρογγυλοποίηση προς τα πάνω, ο συντελεστής  $\beta$  αποτελεί παράμετρο σχεδίασης αφού η τιμή του μπορεί πλέον να επιλεγεί από το πεδίο  $\beta_{\min} \leq \beta \leq \beta_{\max}$ .

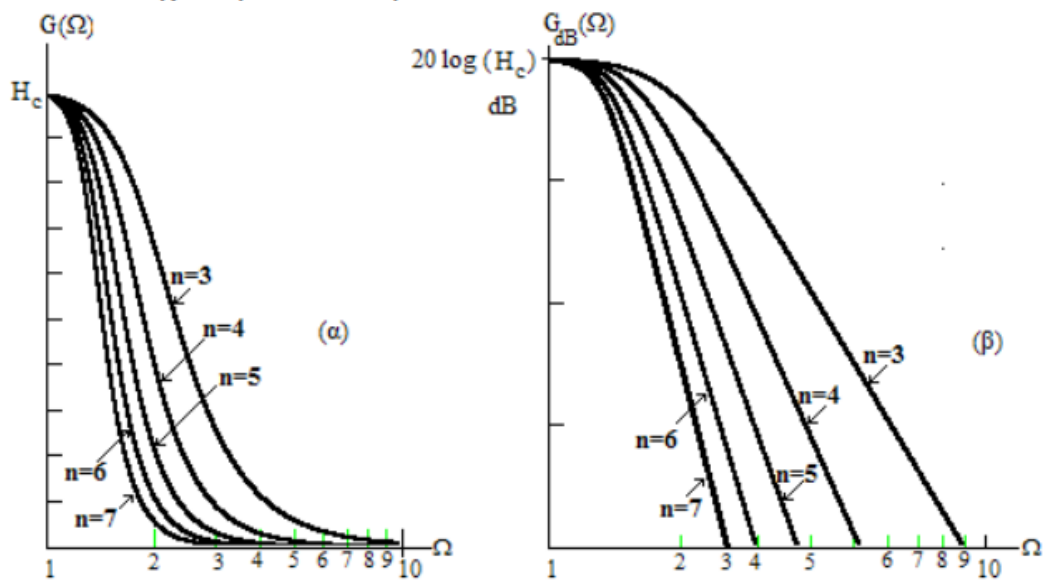
$$\beta_{min} = \frac{\sqrt{\left(\frac{H_o}{H_s}\right)^2 - 1}}{\Omega_s^n} \leq \beta \leq \left(\frac{H_o}{H_c}\right)^2 - 1 = \beta_{max} \quad (2.2.7)$$

Τελικά η συνάρτηση προσέγγισης Butterworth  $G(\Omega) = \frac{H_o}{\sqrt{1+\beta^2\Omega^{2n}}}$  με  $\beta_{in} \leq \beta \leq \beta_{max}$  και  $n$  τον μικρότερο ακέραιο που ικανοποιεί την ανισότητα  $n > n_{min}$  ικανοποιεί τις προδιαγραφές κέρδους με έναν από τους τρόπους που φαίνονται στο **Σχήμα 2.1.7**.



**Σχήμα 2.1.7: Απόκριση Συχνότητων Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού Φίλτρου για διαφορετικές τιμές του συντελεστή  $\beta$**

Τα παθητικά φίλτρα που σχεδιάζονται προκειμένου να έχουν μονοτονική καμπύλη απόκρισης Butterworth, ονομάζονται **βαθυπερατά φίλτρα Butterworth** και φυσικά η ονομασία τους δεν αναφέρεται σε κάποιο χαρακτηριστικό της δομής, της τεχνολογίας ή της τοπολογίας αλλά στον τύπο της απόκρισης που λόγω της συγκεκριμένης προσέγγισης είναι μονοτονική και μέγιστα επίπεδη.



**Σχήμα 2.1.8:** α) Αποκρίσεις Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού Φίλτρου για διαφορετικές τάξεις, β) Λογαριθμικές Αποκρίσεις Συχνοτήτων Χαμηλοπερατού Φίλτρου για διαφορετικές τάξεις

Το **Σχήμα 2.1.8** δείχνει τις καμπύλες κέρδους  $G(\Omega)$  και του λογαριθμικού κέρδους  $G_{db}(\Omega)$  για  $\Omega > 1$  (ζώνες μετάβασης και αποκοπής) και για διάφορες τιμές της τάξης  $n$ , διατηρώντας φυσικά τις ίδιες τιμές στα  $H_0$  και  $H_c$  (επομένως και στο  $\beta$ ). Η συχνότητα  $\Omega$  παριστάνει σε λογαριθμική κλίμακα. Είναι σαφές ότι όσο μεγαλώνει η τάξη της προσέγγισης, η καμπύλη γίνεται πιο απότομη.

Ένα χαρακτηριστικό της απόκρισης Butterworth είναι ότι στην ζώνη αποκοπής για  $\Omega \gg \Omega_s$ , εμφανίζει ρυθμό αποκοπής που εξαρτάται μόνον από την τάξη της προσέγγισης. Ο ρυθμός αποκοπής  $r$  ορίζεται στην ζώνη αποκοπής ως η διαφορά του λογαριθμικού κέρδους για μια συχνότητα  $\Omega_1 \gg \Omega_s$  με το λογαριθμικό κέρδος για την διπλάσια συχνότητα  $2\Omega_1$  δηλαδή

$$\begin{aligned}
 r &= 20 \log(G(\Omega_1)) - 20 \log(G(2\Omega_1)) = 20 \log\left(\frac{G(\Omega_1)}{G(2\Omega_1)}\right) = \\
 &= 20 \log\left(\frac{\sqrt{1 + \beta^2 2^n \Omega_1^{2n}}}{\sqrt{1 + \beta^2 \Omega_1^{2n}}}\right) \approx 20 \log\left(\frac{\sqrt{\beta^2 2^n \Omega_1^{2n}}}{\sqrt{\beta^2 \Omega_1^{2n}}}\right) \\
 &= 20 \log(2^n) = n 20 \log(2) = 6n \text{ db/octave}
 \end{aligned}
 \tag{2.2.8}$$

Αυτό σημαίνει ότι το λογαριθμικό κέρδος στην ζώνη αποκοπής για  $\Omega \gg \Omega_s$  μειώνεται κατά  $6n$  db σε κάθε διπλασιασμό συχνότητας.



## 2.3 Η συνάρτηση μεταφοράς των βαθυπερατών φίλτρων Butterworth

Όταν είναι πλέον γνωστή από την προσέγγιση η συνάρτηση κέρδους  $G(\Omega)$ , που είναι το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς για  $s = j\Omega$ , για να συνεχιστεί η σύνθεση πρέπει από αυτό να υπολογιστεί η ίδια η συνάρτηση μεταφοράς  $H(s)$ , για την οποία γνωρίζουμε επιπροσθέτως ότι ο παρονομαστής της για λόγους ευστάθειας είναι πολυώνυμο Hurwitz (δεν έχει πόλους στο δεξί ημιεπίπεδο). Ο υπολογισμός της  $H(s)$  βασίζεται στην σχέση 2.11 η οποία επαναλαμβάνεται εδώ για ευκολία:

$$H(s)H(-s) = |H(j\Omega)|_{\Omega=-j_s}^2 = |H(j\Omega)|_{\Omega^2=-s^2}^2 \quad (2.1.11)$$

Αντικαθιστώντας  $G(\Omega) = \frac{H_0}{\sqrt{1+\beta^2\Omega^{2n}}}$  στην παραπάνω σχέση έχουμε

$$H(s)H(-s) = \frac{H_0^2}{1 + \beta^2\Omega^{2n}} \Big|_{\Omega^2=-s^2} = \frac{H_0^2}{1 + \beta^2(-s^2)^n} = \frac{\frac{H_0^2}{\beta^2}}{\frac{1}{\beta^2} + (-s^2)^n}$$

Ο παρονομαστής είναι ένα διώνυμο της μορφής  $x^n + \frac{1}{\beta^2}$  όπου έχει χρησιμοποιηθεί  $x = -s^2$ . Οι ρίζες του διωνύμου είναι φυσικά οι ρίζες της εξίσωσης

$$x^n - \left(-\frac{1}{\beta^2}\right) = 0 \text{ όπου } -\frac{1}{\beta^2} = \frac{1}{\beta^2} e^{j\pi}$$

και επομένως οι ρίζες είναι:

$$x_k = \sqrt[n]{\frac{1}{\beta^2}} e^{j\frac{2k+1}{n}\pi} \text{ με } k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

Επειδή έχουμε θέσει  $x = -s^2$ , θα έχουμε για τις ρίζες ως προς  $s$ :

$$s_k^2 = -\sqrt[n]{\frac{1}{\beta^2}} e^{j\frac{2k+1}{n}\pi} = \sqrt[n]{\frac{1}{\beta^2}} e^{j\left(\frac{2k+1}{n}\pi+\pi\right)} \text{ με } k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

Τελικά βρίσκουμε ότι οι  $2n$  ρίζες του διωνύμου είναι

$$s_{k^+} = \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} e^{j\left(\frac{2k+1}{2n}\pi+\frac{\pi}{2}\right)} \quad (2.3.1)$$

$$s_{k^-} = \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} e^{j\left(\frac{2k+1}{2n}\pi-\frac{\pi}{2}\right)} \quad (2.3.2)$$

για  $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$

Οι ρίζες αυτές είναι πόλοι του γινομένου  $H(s)H(-s)$ . Σημειώνεται ότι δεν υπάρχουν ρίζες στον  $j\omega$  - άξονα και ότι η πραγματική ρίζα υπάρχει όταν  $k = (n-1)/2$ . Επειδή όμως το  $k$  είναι ακέραιος, αυτό μπορεί να συμβεί μόνο όταν το  $n$  είναι περιττό. Για περιττά επομένως  $n$  υπάρχει ρίζα με τιμή  $\pm \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}}$ . Οι  $n$  ρίζες  $s_{k^+}$  είναι όλες στο αριστερό ημιεπίπεδο αφού  $\frac{\pi}{2} < \frac{2k+1}{2n}\pi + \frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{2}$  για όλα τα  $k$ , ενώ όλες οι  $n$  ρίζες των  $s_{k^-}$  βρίσκονται στο δεξί ημιεπίπεδο και είναι μια προς μια αντίθετες των  $s_{k^+}$ . Αξιοποιώντας τα συμπεράσματα αυτά έχουμε

$$H(s)H(-s) = \frac{\frac{H_0^2}{\beta^2}}{\frac{1}{\beta^2} + (-s^2)^n} = \frac{\frac{H_0}{\beta}}{\prod_{k=0}^{n-1}(s - s_{k^+})} \times \frac{\frac{H_0}{\beta}}{\prod_{k=0}^{n-1}(s - s_{k^-})} \quad (2.3.3)$$

Από την παραπάνω σχέση η συνάρτηση μεταφοράς  $H(s)$  είναι:

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{\frac{H_0}{\beta}}{\prod_{k=0}^{n-1}(s - s_{k^+})} \\ &= \frac{\frac{H_0}{\beta}}{\left[ s - \beta^{\frac{1}{n}} e^{j(\frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{2})} \right] \left[ s - \beta^{\frac{1}{n}} e^{j(\frac{3\pi}{2n} + \frac{\pi}{2})} \right] \dots \left[ s - \beta^{\frac{1}{n}} e^{j(\frac{(2n-1)\pi}{2n} + \frac{\pi}{2})} \right]} \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

Παρατηρούμε ότι οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς ΒΠ φίλτρου Butterworth τάξης  $n$ , εξαρτώνται από το  $\beta$ . Επομένως όταν προσδιοριστεί η τάξη  $n$ , για κάθε επιλογή του συντελεστή  $\beta_{in} \leq \beta \leq \beta_{max}$  οδηγούμαστε σε μια διαφορετική συνάρτηση μεταφοράς.

## 2.4 Η συνάρτηση μεταφοράς πρότυπων βαθυπερατών φίλτρων Butterworth

Αν θεωρήσουμε την περίπτωση της προσέγγισης προτυποποιημένων προδιαγραφών, δηλαδή  $H_C = \frac{\sqrt{2}}{2} H_0$  (ή  $\alpha_{max} = 3\text{db}$ ), τότε είναι προφανές ότι  $\beta_{max} = 1$  και η συνάρτηση μεταφοράς πρότυπων φίλτρων Butterworth με  $\beta = \beta_{max}$  δίνεται από την σχέση:

$$H_{nBUT}(s) = \frac{H_0}{\left[ s - \beta^{\frac{1}{n}} e^{j(\frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{2})} \right] \left[ s - \beta^{\frac{1}{n}} e^{j(\frac{3\pi}{2n} + \frac{\pi}{2})} \right] \dots \left[ s - \beta^{\frac{1}{n}} e^{j(\frac{(2n-1)\pi}{2n} + \frac{\pi}{2})} \right]} \quad (2.4.1)$$

από την οποία μπορούμε να πάρουμε τον πίνακα συναρτήσεων μεταφοράς προτύπων φίλτρων Butterworth (Πίνακας 2.4.1), ο οποίος είναι ιδιαίτερα χρήσιμος στην σχεδίαση φίλτρων. Αν οι κανονικοποιημένες προδιαγραφές απαιτούν  $G(1) = H_C \neq \frac{\sqrt{2}}{2} H_O$  συναρτήσεις μεταφοράς θα είναι απλά κλιμακωμένες ως προς την συχνότητα  $\Omega_{3db}$  δηλαδή:

$$H(s) = H_{nBUT} \left( \frac{s}{\Omega_{3db}} \right) = \frac{H_O}{D \left( \frac{s}{\Omega_{3db}} \right)} \quad (2.4.2)$$

$$\text{όπου } \Omega_{3db} = \left( \frac{1}{\beta} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.4.3)$$

Στη σχέση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε τιμή του  $\beta$  από τις επιτρεπόμενες  $\beta_{in} \leq \beta \leq \beta_{max}$ , εφόσον φυσικά προδιαγράφονται τα  $\Omega_S$  και  $H_S$ .

<b>Πίνακας 2.4.1</b> <b>Πολύνομα Butterworth</b>	
Παρονομαστής $D_n(s)$ συνάρτησης μεταφοράς Πρότυπων φίλτρων Butterworth με $\beta = \beta_{max} = 1$	
$H_{nBUT}(s) = \frac{H_O}{D(s)}, \quad G(\Omega) =  H_{nBUT}(j\Omega)  = \frac{H_O}{\sqrt{1 + \Omega^{2n}}}, \quad G(1) = \frac{\sqrt{2}}{2} H_O$	
n	$\left[ s - \beta^{\frac{1}{n}} e^{j \left( \frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{2} \right)} \right] \left[ s - \beta^{\frac{1}{n}} e^{j \left( \frac{3\pi}{2n} + \frac{\pi}{2} \right)} \right] \dots \left[ s - \beta^{\frac{1}{n}} e^{j \left( \frac{(2n-1)\pi}{2n} + \frac{\pi}{2} \right)} \right]$
1	$s + 1$
2	$s^2 + \sqrt{2} s + 2$
3	$(s + 1)(s^2 + s + 1) = s^3 + 2s^2 + 2s + 1$
4	$(s^2 + 0.765367s + 1)(s^2 + 1.847759s + 1) =$ $s^4 + 2.613126s^3 + 3.414214s^2 + 2.613126s + 1$
5	$(s + 1)(s^2 + 0.618034s + 1)(s^2 + 1.618034s + 1) =$ $s^5 + 3.236068s^4 + 5.236068s^3 + 5.236068s^2 + 3.236068s + 1$
6	$(s^2 + 0.517638s + 1)(s^2 + 1.931852s + 1)(s^2 + \sqrt{2}/2 s + 2) =$ $s^6 + 3.863703s^5 + 7.464102s^4 + 9.141620s^3 + 7.464102s^2 + 3.863703s + 1$
7	$(s + 1)(s^2 + 0.445042s + 1)(s^2 + 1.246980s + 1)(s^2 + 1.801938s + 2) =$ $s^7 + 3.493959s^6 + 10.097835s^5 + 14.591794s^4 +$ $+14.591794s^3 + 10.097835s^2 + 4.493959s + 1$

## 2.5 Αναφορές

- [1] Ηρακλής Γ. Δημόπουλος , *ΕΝΕΡΓΙΑ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ Θεωρία, Σύνθεση & Σχεδίαση*
- [2] Andreas Antoniou, *Digital Filter Analysis, Design and Applications*, McGraw-Hill, Second Edition
- [3] R. Schaumann, E. Van Valkenburg, *Design of Analog Filters*, Oxford Univ. Press
- [4] A. Williams, F. Taylor, *Electronic Filter Design Handbook*, McGraw-Hill
- [5] Wai-Kai Chen (Editor), *The Circuits and Filters Handbook*, CRC Press/IEEE Press

# 3 Σύνθεση και Σχεδίαση Παθητικών Φίλτρων LC

## 3.1 Προκαταρκτικά

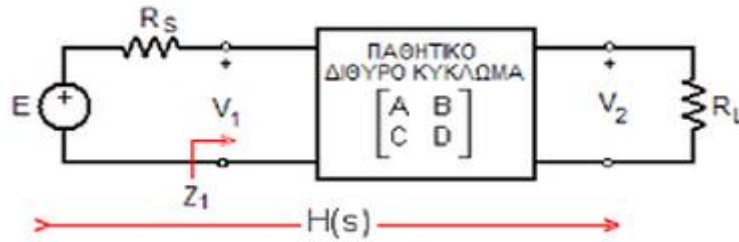
Η θεωρία και οι μέθοδοι σχεδίασης παθητικών φίλτρων, αποτέλεσε για πολλές δεκαετίες αντικείμενο μελέτης και έρευνας με αποτέλεσμα σήμερα να διαφέρει πολύ από την “θεωρία κυματικών φίλτρων”, που διατύπωσαν οι Wagner και Campbell, και την θεωρία των αντιστάσεων ειδώλου.

Για την σχεδίαση παθητικών φίλτρων χρησιμοποιείται σήμερα η μέθοδος των παραμέτρων παρεμβολής ή ενεργών παραμέτρων (ή ακριβής μέθοδος ή πολυωνυμική μέθοδος), στην διαμόρφωση της οποίας έχουν συμβάλει μεταξύ άλλων και οι Norton, Cauer, Darlington και Piloty. Η μέθοδος θεωρεί ότι ένα παθητικό δίθυρο κύκλωμα LC παρεμβάλλεται μεταξύ της δεδομένης πηγής και του δεδομένου φορτίου εισάγοντας μια εξασθένιση παρεμβολής που εξαρτάται από την συχνότητα. Το φίλτρο με τις δεδομένες αντιστάσεις της πηγής  $R_S$  και του φορτίου  $R_L$ , θεωρείται ως μια ολότητα, η οποία προκειμένου να ικανοποιεί τις προδιαγραφές, το παρεμβαλλόμενο δίθυρο LC πρέπει να έχει συγκεκριμένες παραμέτρους.

Αξίζει να σημειωθεί ότι η σχεδίαση ενός παθητικού LC φίλτρου διαφέρει από αυτή των ενεργών φίλτρων κυρίως γιατί:

1. Υπάρχουν πρόσθετες προδιαγραφές δηλαδή οι αντιστάσεις των τερματισμών (αντίσταση της πηγής και του φορτίου).
2. Η αλυσιδωτή σύνδεση παθητικών βαθμίδων, μπορεί να είναι τοπολογικά εύκολη αλλά δεν δημιουργεί μια συνάρτηση μεταφοράς που είναι το γινόμενο συναρτήσεων μεταφοράς των συνδεδεμένων παθητικών κυκλωμάτων, λόγω των φαινομένων φόρτωσης (loading).

Συνήθως θεωρούμε ότι ένα φίλτρο έχει στην είσοδο του μια πηγή τάσης με ωμική εσωτερική αντίσταση  $R_S$  και τροφοδοτεί ένα ωμικό φορτίο  $R_L$ . Η διάταξη αυτή αποτελεί ένα διπλά ωμικά τερματισμένο δίθυρο. Η πηγή  $\{E, R_S\}$  παριστάνει τις προηγούμενες του φίλτρου βαθμίδες ενώ το φορτίο  $R_L$ , τις επόμενες.



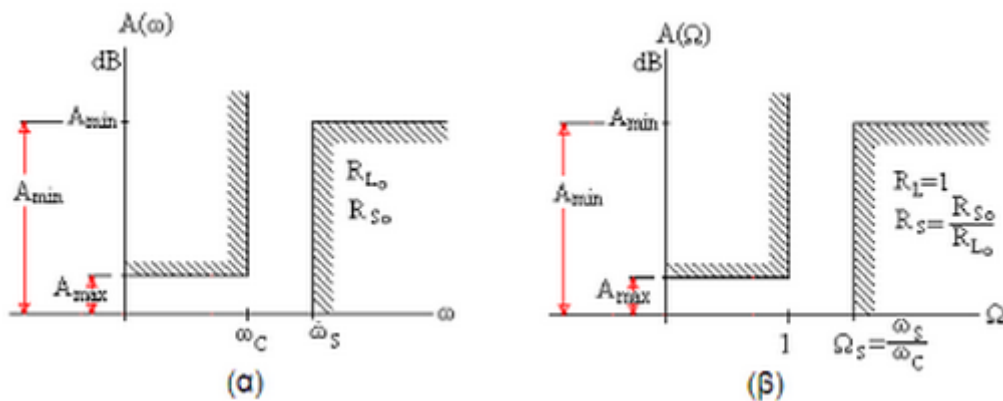
**Σχήμα 3.1.1: Δίθυρο Δίκτυο για τον υπολογισμό της Συνάρτησης Μεταφοράς του Φίλτρου**

Σύμφωνα με την θεωρία δίθυρων κυκλωμάτων σε ένα διπλά τερματισμένο δίθυρο, η συνάρτηση μεταφοράς εκφράζεται συναρτήσει των παραμέτρων μετάδοσης ABCD του παρεμβαλλόμενου δίθυρου ως:

$$H(s) = \frac{V_2(s)}{E(s)} = \frac{R_L}{AR_L + B + CR_S R_L + DR_S} \quad (3.1.1)$$

Παρ' όλο που οι παράμετροι μετάδοσης A, B, C και D του παθητικού δίθυρου, εξαρτώνται μόνον από το ίδιο το φίλτρο, τελικά η συνολική συνάρτηση μεταφοράς είναι εμφανές ότι εξαρτάται άμεσα από τα  $R_S$  και τα  $R_L$ , που για το λόγο αυτό αποτελούν απαραίτητες παραμέτρους σχεδίασης και δίνονται με τις προδιαγραφές.

Όταν δίνονται οι προδιαγραφές  $\{\omega_C, \omega_S, R_{S0}, R_{L0}, A_{max}, A_{min}\}$  ενός βαθυπερατού φίλτρου κανονικοποιούνται με  $\omega_C, R_{L0}$ . Η κανονικοποίηση, η οποία δεν επηρεάζει το κέρδος εξασθένιση, γίνεται για να ελαχιστοποιηθεί ο αριθμός των παραμέτρων σχεδίασης, αφού οδηγεί σε κανονικοποιημένες προδιαγραφές με μοναδιαία συχνότητα αποκοπής και μοναδιαία φορτίο.



**Σχήμα 3.1.2: α) Καμπύλη Εξασθένισης Χαμηλοπερατού Φίλτρου, β) Καμπύλη Εξασθένισης Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού Φίλτρου**

Όταν ολοκληρωθεί η σχεδίαση του κανονικοποιημένου παθητικού φίλτρου, οι τιμές των κανονικοποιημένων στοιχείων του (με δείκτη n) αποκανονικοποιούνται με επίπεδο αντίστασης την επιθυμητή αντίσταση φορτίου  $R_L$  και επίπεδο συχνότητας,

την επιθυμητή συχνότητα αποκοπής  $\omega_C$ , σύμφωνα με όσα έχουν επεκταθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο:

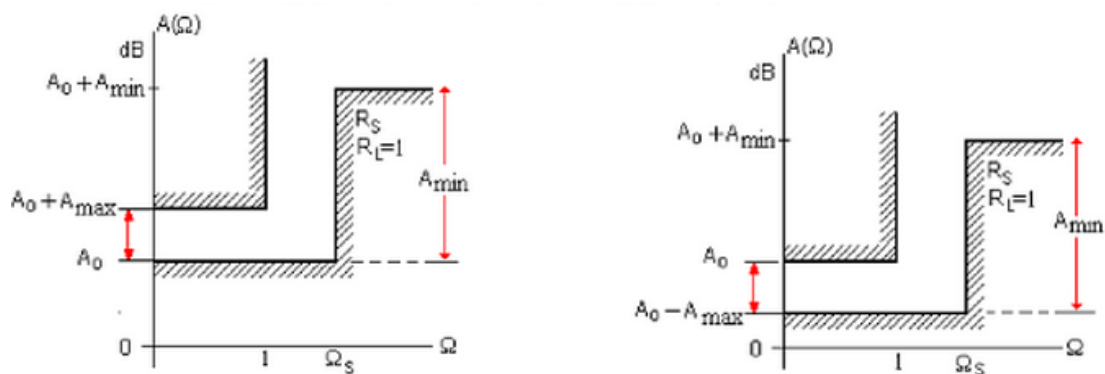
$$\begin{aligned} \omega &= \omega_C \Omega, & R &= R_n R_L, \\ L &= \frac{R_L L_n}{\omega_C}, & C &= \frac{1}{\omega_C R_L} C_n \end{aligned} \quad (3.1.2)\sim(3.1.5)$$

Οι προδιαγραφές των παθητικών φίλτρων θα μπορούσαν να περιγράφονται αποκλειστικά από τα χαρακτηριστικά του λογαριθμικού κέρδους. Υπάρχουν όμως αρκετοί λόγοι για τους οποίους κατά την περιγραφή τους χρησιμοποιούμε και την ενεργό εξασθένιση.

Τα  $A_{\max}$  και  $A_{\min}$  είναι σχετικά μεγέθη. Συγκεκριμένα το  $A_{\max}$  προδιαγράφει την μέγιστη επιτρεπόμενη απόκλιση της εξασθένισης στην ζώνη διέλευσης από την ελάχιστη που εμφανίζεται στο φίλτρο. Το  $A_{\min}$  προδιαγράφει την ελάχιστη επιτρεπόμενη ενεργό εξασθένιση στην ζώνη αποκοπής, πάνω από την ελάχιστη που εμφανίζεται στο φίλτρο.

Η ελάχιστη εξασθένιση που εμφανίζεται σε ένα παθητικό φίλτρο, είναι τις περισσότερες φορές η  $A_0 = 20 \log \left( \frac{R_S + R_L}{2\sqrt{R_S R_L}} \right)$ , υπάρχουν όμως περιπτώσεις που η εξασθένιση παρεμβολής  $A_{\text{ins}}(\Omega)$  παίρνει αρνητικές τιμές με αποτέλεσμα η ελάχιστη εξασθένιση που εμφανίζεται στο φίλτρο να είναι μικρότερη από  $A_0$ .

Έτσι όταν δίνονται τα θετικά  $A_{\max}$  και  $A_{\min}$ , η κατάσταση, ως προς την  $A_0$  είναι όπως παρουσιάζεται στο **Σχήμα 3.1.4**



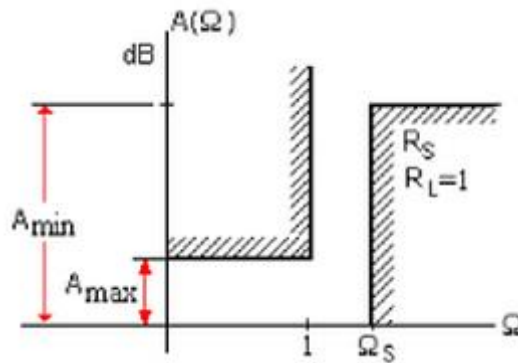
**Σχήμα 3.1.3:** α) Καμπύλη Εξασθένισης Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού Φίλτρου με έμφαση στις ζώνες διέλευσης και εξασθένισης, β) Καμπύλη Εξασθένισης Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού Φίλτρου με έμφαση στις ζώνες διέλευσης και εξασθένισης

### 3.2 Η προσέγγιση Butterworth στα παθητικά φίλτρα

Με δεδομένες τις κανονικοποιημένες προδιαγραφές ενεργού εξασθένισης του βαθυπερατού φίλτρου,  $\{ \Omega_C = 1, \Omega_S, R_S, R_L = 1, A_{max}, A_{min} \}$  του **σχήματος 3.2.1** αναζητούμε μια συνάρτηση κέρδους  $|H(j\Omega)|$ , της οποίας η αντίστοιχη συνάρτηση ενεργού εξασθένισης

$$A(\Omega) = 20 \log \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_L}{R_S}} \frac{|E(j\Omega)|}{|V_2(j\Omega)|} \right) = 20 \log \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_L}{R_S}} \frac{1}{|H(j\Omega)|} \right) \quad (3.2.1)$$

δεν θα παραβιάζει τις προδιαγραφές, μπαίνοντας σε γραμμοσκιασμένες περιοχές.



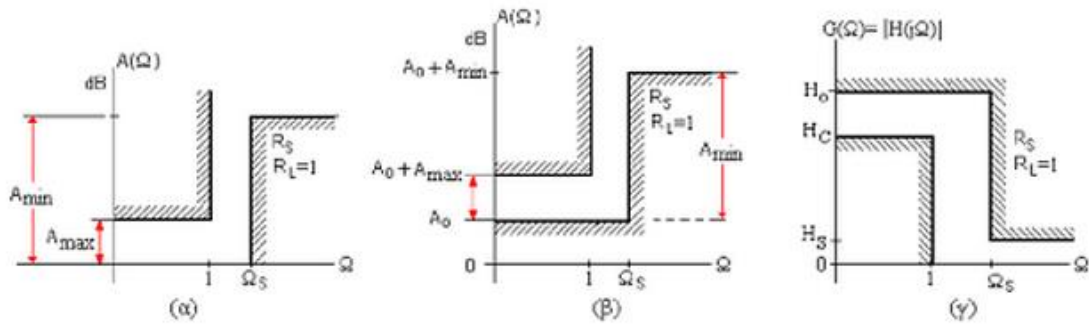
**Σχήμα 3.2.1: Καμπύλη Εξασθένισης Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού Φίλτρου**

Από τις προδιαγραφές ενεργού εξασθένισης μπορούμε, αν και δεν είναι απαραίτητο, να υπολογίσουμε τα χαρακτηριστικά απλού κέρδους από τις

$$H_O = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_L}{R_S}} 10^{\frac{-A_O}{20}} = \frac{R_L}{R_S + R_L}, \quad (3.2.2) \sim (3.2.4)$$

$$H_C = H_O 10^{\frac{-A_{mac}}{20}}, \quad H_S = H_O 10^{\frac{-A_{min}}{20}}$$





**Σχήμα 3.2.2:** Σύγκριση των καμπύλων εξασθένισης (α, β) με την καμπύλη κέρδους

Στις σχέσεις αυτές λαμβάνεται ως δεδομένο ότι η ενεργός εξασθένιση είναι σε όλες τις συχνότητες μεγαλύτερη από  $A_0$  επειδή η προσέγγιση Butterworth είναι μονοτονική και για  $\Omega = 0$  δίνει εξασθένιση  $A(0) = A_0$ .

Με τις προδιαγραφές απλού κέρδους  $\{H_0, H_C, H_S, \Omega_S, R_S, R_L = 1\}$  μπορούμε να υπολογίσουμε την  $|H(j\Omega)|^2$  από την προσέγγιση Butterworth. Στην περίπτωση που οι υπολογισμοί γίνονται με τις προδιαγραφές της ενεργού εξασθένισης οι τύποι της προσέγγισης Butterworth είναι

$$A(\Omega) = A_0 + 20 \log \left( \sqrt{1 + \beta^2 \Omega^{2n}} \right) \quad (3.2.5)$$

$$\text{όπου } A_0 = 20 \log \left( \frac{R_S + R_L}{2\sqrt{R_S R_L}} \right) \quad (3.2.6)$$

$$\Leftrightarrow A(\Omega) = 20 \log \left( \frac{R_S + R_L}{2\sqrt{R_S R_L}} \sqrt{1 + \beta^2 \Omega^{2n}} \right) \quad (3.2.7)$$

Αποδεικνύεται ότι η παράμετρος  $\beta$  μπορεί να επιλεγεί από ένα πεδίο τιμών:

$$\frac{\sqrt{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}}{\Omega_S^n} = \beta_{min} \leq \beta \leq \beta_{max} = \sqrt{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1} \quad (3.2.8)$$

Η ακέραιη τάξη της προσέγγισης είναι ο μικρότερος ακέραιος που ικανοποιεί την

$$n \geq \frac{\log \left( \frac{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}{\beta_{max}^2} \right)}{2 \log(\Omega_S)} = \frac{\log \left( \frac{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1} \right)}{2 \log(\Omega_S)} \quad (3.2.9)$$

Η συχνότητα στην οποία η εξασθένιση αυξάνεται από την ελάχιστη  $A_0$  κατά 3db είναι:

$$\Omega_{3db} = \left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{1}{n}} = (\beta)^{-\frac{1}{n}} \quad (3.2.10)$$

Το μέτρο της κανονικοποιημένης συνάρτησης μεταφοράς είναι:

$$|H(j\Omega)|^2 = \frac{R_L^2}{(R_S + R_L)^2} \times \frac{1}{1 + \beta^2 \Omega^{2n}} \quad (3.2.11)$$

Οι τιμές των στοιχείων μπορούν να υπολογιστούν με τρεις τρόπους:

1. Με υπολογισμό και σύνθεση της οδηγούσας συνάρτησης  $Z_1(s)$
2. Με ανάλυση του κυκλώματος, του οποίου γνωρίζουμε την τοπολογία, και εξίσωση της υπολογιζόμενης συνάρτησης μεταφοράς με την συνάρτηση μεταφοράς της προσέγγισης Butterworth.
3. Από πίνακες κανονικοποιημένων φίλτρων Butterworth

### 3.2.1 Η προσέγγιση Butterworth στα παθητικά φίλτρα

Έχοντας υπολογίσει την τάξη  $n$  του και τον συντελεστή  $\beta$  μπορούμε να υπολογίσουμε την σχετιζόμενη με την συνάρτηση μεταφοράς συνάρτηση του συντελεστή ανάκλασης

$$\begin{aligned} \rho(s)\rho(-s) &= 1 - \frac{4R_S}{R_L} H(s)H(-s) \\ &= \frac{1 + \beta^2(-s^2)^n - 4R_S R_L / (R_S + R_L)^2}{1 + \beta^2(-s^2)^n} \end{aligned} \quad (3.2.12)$$

Λαμβανομένου υπόψη ότι οι πόλοι της  $\rho(s)$  είναι στο αριστερό ημιεπίπεδο, από την σχέση αυτή είναι δυνατόν να απομονωθεί το  $\rho(s)$ . Η διαδικασία αυτή οδηγεί συνήθως σε περισσότερες της μίας εκφράσεις της  $\rho(s)$  λόγω του ότι δεν υπάρχουν περιορισμοί για την θέση των μηδενικών της. Για κάθε μία από τις  $\rho(s)$  που υπολογίζονται, χρησιμοποιούνται ανάλογα με την σχέση των  $R_S$  και  $R_L$  οι παρακάτω σχέσεις για τον υπολογισμό της οδηγούσας συνάρτησης αντίστασης εισόδου του τερματισμένου με την  $R_L$  δίθρου:

$$Z_{1a}(s) = R_S \frac{1 - \rho(s)}{1 + \rho(s)}, \quad \text{όταν } R_S > R_L \quad (3.2.13)$$

$$Z_{1b}(s) = R_S \frac{1 + \rho(s)}{1 - \rho(s)}, \quad \text{όταν } R_S < R_L \quad (3.2.14)$$

Οι οδηγούσες συναρτήσεις  $Z_1(s)$  που προκύπτουν από τις σχέσεις αυτές για κάθε ένα από τα  $\rho(s)$ , είναι όλες θετικές πραγματικές και μάλιστα η σύνθεση τους μπορεί να γίνει με αλληπαλληλες αποσπάσεις πόλων στο άπειρο ή στο μηδέν, για να πραχθεί ένα κύκλωμα με επαγωγείς στους κλάδους σειράς και πυκνωτές στους παράλληλους κλάδους, τερματισμένο με ωμική αντίσταση ίση με  $R_L=1$ . Όταν η  $Z_1(s)$  δεν προσφέρεται για απόσπαση πόλου στο άπειρο, γιατί ο αριθμητής είναι μικρότερης τάξης από τον παρονομαστή, τότε συνθέτουμε την αντίστροφη, δηλαδή την  $Y_1(s)$ .

### 3.2.2 Υπολογισμός των τιμών των στοιχείων με ανάλυση

Η προσέγγιση Butterworth μας έχει δώσει την παράμετρο  $\beta$ , την τάξη  $n$  του φίλτρου και όλες τις συναρτήσεις του, συμπεριλαμβανομένου και της συνάρτησης απλού κέρδους  $|H(j\Omega)|$ . Γνωρίζουμε όμως και την τοπολογία του φίλτρου, αφού τελικά είναι κλιμακωτό κύκλωμα με πηνία και πυκνωτές (πι ή ταφ δίκτυο) και επιπροσθέτως έχουμε τόσους κλάδους, όση είναι η τάξη της προσέγγισης. Από το κύκλωμα αυτό το, στο οποίο είναι άγνωστες οι τιμές των πυκνωτών και των πηνίων μπορεί να υπολογιστεί η συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος  $H_p(s)$ , έπειτα η συνάρτηση απλού κέρδους  $|H_p(j\Omega)|$ , η οποία μπορεί να ταυτιστεί με αυτήν της προσέγγισης. Από την ταύτιση των συντελεστών, προκύπτουν οι εξισώσεις που δίνουν οι τιμές των στοιχείων.

Η μέθοδος αυτή υπολογισμού των τιμών των στοιχείων δεν είναι αυτόνομη αφού στηρίζεται στην τοπολογία του φίλτρου. Επιπροσθέτως δε δίνει την δυνατότητα των εναλλακτικών τοπολογιών που μπορεί να δώσει η σύνθεση.

## 3.3 Σχεδίαση παθητικών ΒΠ φίλτρων με βοηθήματα

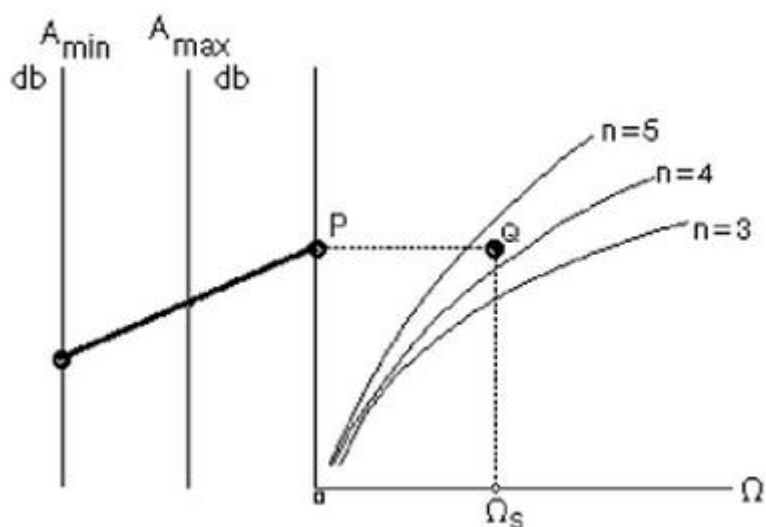
### 3.3.1 Νομογράμματα και κατάλογοι φίλτρων Butterworth

Από τις προηγούμενες παραγράφους είναι πλέον σαφές ότι η σχεδίαση ενός κανονικοποιημένου παθητικού φίλτρου με απόκριση Butterworth ανάγεται ουσιαστικά στον προσδιορισμό της τάξης από την σχέση

$$n \geq \frac{\log\left(\frac{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1}\right)}{2 \log(\Omega_S)} \quad (3.2.9)$$

και στον υπολογισμό των στοιχείων του. Και οι δύο αυτές, σχετικά δύσκολες από υπολογιστικής πλευράς, πράξεις, μπορούν να απλοποιηθούν με τα σχετικά νομογράμματα και πίνακες (παρατίθενται στο τέλος). Για τον υπολογισμό της τάξης

χρησιμοποιείται το νομόγραμμα Kawakami, η μορφή του οποίου φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



**Σχήμα 3.3.1: Νομόγραμμα για τον υπολογισμό της τάξης του φίλτρου**

Προκειμένου να το χρησιμοποιήσουμε για τον προσδιορισμό της τάξης του φίλτρου, βρίσκουμε την δεδομένη  $A_{\min}$  στον πρώτο κατακόρυφο άξονα και την  $A_{\max}$  στον δεύτερο κατακόρυφο άξονα. Ενώνοντας τα δυο σημεία με ευθεία γραμμή τέμνεται ο τρίτος κατακόρυφος άξονας σε κάποιο σημείο P. Από το σημείο αυτό φέρουμε παράλληλη προς τον οριζόντιο άξονα γραμμή. Στον οριζόντιο άξονα βρίσκουμε το σημείο που αντιστοιχεί στην κανονικοποιημένη συχνότητα  $\Omega_s = \omega_s/\omega_c$  και υψώνουμε μια κατακόρυφη γραμμή έως ότου τμήσει την παράλληλη που είχαμε τραβήξει στο σημείο P. Το σημείο τομής Q είναι αυτό που καθορίζει την τάξη του φίλτρου. Το σημείο Q βρίσκεται πάντοτε μεταξύ δύο καμπυλών του νομογράμματος. Η τάξη του κυκλώματος είναι ο αριθμός της καμπύλης που βρίσκεται πάνω από το σημείο Q. Σε περιπτώσεις που η χρήση του νομογράμματος είναι δύσκολη λόγω οριακών δυσκολιών, καλό θα είναι είτε να γίνει θεωρητικός υπολογισμός της τάξης του φίλτρου ή να ληφθεί μια τιμή που αντιστοιχεί στην μεγαλύτερη τάξη.

Όταν από τις προδιαγραφές έχει προσδιοριστεί η τάξη του φίλτρου με το νομόγραμμα, ή με θεωρητικό υπολογισμό, είναι γνωστή η τοπολογία του φίλτρου και απομένει μόνο ο υπολογισμός των στοιχείων. Για τον υπολογισμό των στοιχείων υπάρχουν οι κατάλογοι πρότυπων φίλτρων Butterworth.

Τα πρότυπα κανονικοποιημένα φίλτρα που δίνονται στους πίνακες είναι για μοναδιαία αντίσταση φορτίου και διάφορες αντιστάσεις πηγές. Ιδιαίτερη προσοχή χρειάζεται, καθώς τα φίλτρα του καταλόγου έχουν  $A(1) = 3\text{db}$ , πράγμα που σημαίνει ότι αν το  $A_{\max}$  των προδιαγραφών είναι διάφορο από 3db, οι τιμές των στοιχείων θα πρέπει να πολλαπλασιάζονται επί  $\beta^{1/n}$ .

Ένας σημαντικός περιορισμός στη χρήση των πινάκων είναι ότι το βήμα μεταβολή της  $R_s$  είναι τέτοιο που μπορεί να μην περιλαμβάνει επιθυμητή

τιμή. Στην περίπτωση αυτή για τον υπολογισμό των τιμών των στοιχείων πρέπει να ακολουθηθεί μία από τις άλλες μεθόδους.

Η χρήση των πινάκων γίνεται ως εξής:

Πηγαίνουμε στον πίνακα που αντιστοιχεί στη τάξη  $n$  και ψάχνουμε την κανονικοποιημένη αντίσταση  $R_S$ . Αν την βρούμε, οι τιμές των στοιχείων είτε αντιστοιχούν στο πάνω κύκλωμα του πίνακα που αρχίζει με πυκνωτή ή στο κάτω κύκλωμα που αρχίζει με πηνίο. Οι τιμές των στοιχείων πολλαπλασιάζονται επί  $\beta^{1/n}$  όταν το  $A_{\max}$  των προδιαγραφών είναι διάφορο από 3db. Τέλος αποκανονικοποιούμε τις τιμές των εξαρτημάτων

$$R = R_n R_L \quad L = \frac{R_L L_n}{\omega_c} \quad C = \frac{1}{\omega_c R_L} C_n \quad (3.1.3) \sim (3.1.5)$$

### 3.4 Μετασχηματισμοί συχνότητας (ΥΠ, ΖΔ και ΑΖ)

Η σχεδίαση παθητικών φίλτρων με χαρακτηριστικά διάφορα του βαθυπερατού ανάγεται στην σχεδίαση ενός βαθυπερατού φίλτρου και στον μετασχηματισμό ου στην επιθυμητή μορφή, με τον κατάλληλο μετασχηματισμό.

#### 3.4.1 Σχεδίαση παθητικών υψιπερατών φίλτρων

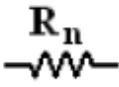


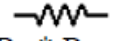

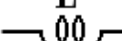
Αν το  $s$  αντικατασταθεί με  $1/s$  σε μια κανονικοποιημένη συνάρτηση μεταφοράς διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων, παράγεται μια υψιπερατή απόκριση. Οι τιμές εξασθένησης χαμηλών συχνοτήτων πλέον θα εμφανιστούν σε συχνότητες διέλευσης υψηλών συχνοτήτων, οι οποίες είναι οι αντίστροφες των αντίστοιχων συχνοτήτων χαμηλής διέλευσης.

Ένα κανονικοποιημένο LC βαθυπερατό φίλτρο μπορεί να μετατραπεί στο αντίστοιχο υψιπερατό φίλτρο με την απλή αντικατάσταση κάθε πηνίου με ένα πυκνωτή και αντίστροφα. Οι αντιστάσεις της πηγής και του φορτίου δεν επηρεάζονται. Οι παραπάνω αλλαγές μπορούν να εκφραστούν ως:

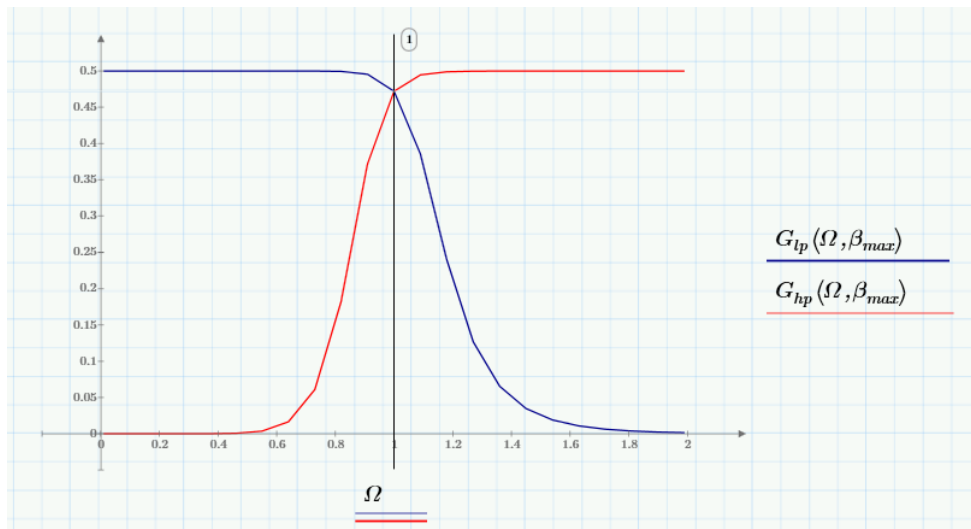
$$C_{hp} = \frac{1}{2\pi R_L L_{lp}}, \quad L_{hp} = \frac{R_L}{2\pi C_{lp}}, \quad \omega_{hp} = \frac{1}{\omega_{lp}} \quad (3.4.1)$$

Εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό συχνότητας στην συνάρτηση μεταφοράς ενός χαμηλοπερατού φίλτρου έχουμε

$$H_{lp}(f) = \frac{R_L}{R_S + R_L} \frac{1}{1 + \beta \left(\frac{f}{f_c}\right)^n} \rightarrow H_{hp}(f) = \frac{R_L}{R_S + R_L} \frac{1}{1 + \beta \left(\frac{f_c}{f}\right)^n}$$

Πίνακας 3.4.1 Μετασχηματισμός Χαμηλοπερατού σε Υψηλεπερατό			
Στοιχεία Κανονικοποιημένου Βαθυπερατού			
	$R_n$ 	$L_n$ 	$C_n$ 
Αποκ/ποιημένο Υψηλεπερατό Φίλτρο	 $R_n * R_{LYΠ}$	 $\frac{l}{\omega_{CΥΠ} R_{SΥΠ} L_n}$	 $\frac{R_{LYΠ}}{\omega_{CΥΠ} C_n}$

Εν τέλει σχεδιάζουμε τις δυο αποκρίσεις κέρδους. Με μπλε χρώμα έχουμε την καμπύλη που αντιστοιχεί στο κανονικοποιημένο βαθυπερατό και με κόκκινο στο κανονικοποιημένο υψηλεπερατό (βλέπε Παράρτημα 2).



Σχήμα 3.4.1: Απόκριση Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού και του Μετασχηματισμένου Υψηλεπερατού

### 3.4.2 Σχεδίαση παθητικών ζωνοδιαβατών φίλτρων

Τα ζωνοδιαβατά φίλτρα στενής ζώνης χαρακτηρίζονται τον συντελεστή ποιότητας Q

$$Q = \frac{f_o}{BW_{3db}} \quad (3.4.2)$$

όπου η συχνότητα  $f_0$  είναι το γεωμετρικό κέντρο και BW είναι το εύρος ζώνης 3db. Η γεωμετρική κεντρική συχνότητα δίνεται από την σχέση

$$f_0 = \sqrt{f_{c1}f_{c2}} = \sqrt{f_{s1}f_{s2}} \quad (3.4.3)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς ενός ζωνοπερατού φίλτρου λαμβάνεται από μία συνάρτηση μεταφοράς διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων με αντικατάσταση της μεταβλητής συχνότητας με μια νέα μεταβλητή, η οποία δίνεται από

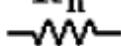


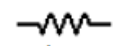
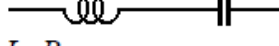

$$f_{bp} = f_0 \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) \quad (3.4.4)$$

Ο μετασχηματισμός των συναρτήσεων μεταφοράς είναι ο ακόλουθος

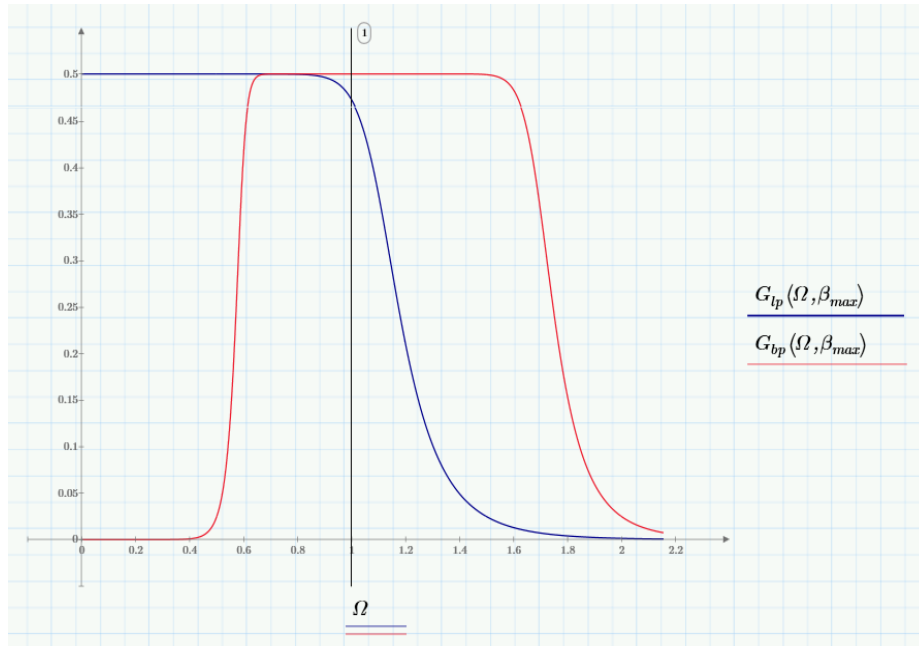
$$H_{lp}(f) = \frac{R_L}{R_S + R_L} \frac{1}{1 + \beta \left( \frac{f}{f_c} \right)^n} \rightarrow$$

$$H_{bp}(f) = \frac{R_L}{R_S + R_L} \frac{1}{1 + \beta \left( \frac{f \times BW_C}{f^2 - f_0^2} \right)^n} \quad (3.4.5)$$

Ένα κανονικοποιημένο LC βαθυπερατό φίλτρο μπορεί να μετατραπεί στο αντίστοιχο ζωνοδιαβατό φίλτρο με την αντικατάσταση κάθε πηνίου με ένα πηνίο και ένα πυκνωτή συνδεδεμένα σε σειρά και με την αντικατάσταση κάθε πυκνωτή με έναν πυκνωτή και ένα πηνίο παράλληλα. Οι αντιστάσεις της πηγή και του φορτίου δεν επηρεάζονται. Οι παραπάνω αλλαγές μπορούν να εκφραστούν ως:

<b>Πίνακας 3.4.2</b>			
<b>Μετασχηματισμός Χαμηλοπερατού σε Ζωνοπερατό</b>			
Στοιχεία Κανονικοποιημένου Βαθυπερατού			
	$R_n$ 	$L_n$ 	$C_n$ 
Αποκ/ποιημένο Ζωνοπερατό Φίλτρο	 $R_n * R_{LYΠ}$	 $\frac{L_n R_{LZ\Delta}}{BW} \quad \frac{BW}{\omega_o^2 R_{LZ\Delta} L_n}$	 $\frac{C_n}{BWR_{LZ\Delta}} \quad \frac{R_{LZ\Delta} BW}{\omega_o^2 C_n}$

Εν τέλει σχεδιάζουμε τις δυο αποκρίσεις κέρδους. Με μπλε χρώμα έχουμε την καμπύλη που αντιστοιχεί στο κανονικοποιημένο βαθυπερατό και με κόκκινο στο κανονικοποιημένο ζωνοπερατό (βλέπε Παράρτημα 3).



**Σχήμα 3.4.2: Απόκριση Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού και του Μετασχηματισμένου Ζωνοπερατού**

### 3.4.3 Σχεδίαση παθητικών φίλτρων αποκοπής ζώνης

Φίλτρα διέλευσης ζώνης ελήφθησαν σχεδιάζοντας ένα φίλτρο χαμηλής διέλευσης με συχνότητα αποκοπής ίση με το απαιτούμενο εύρος ζώνης. Η απόκριση του φίλτρου διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων στο DC τότε αντιστοιχεί στην απόκριση του φίλτρου διέλευσης ζώνης στην κεντρική συχνότητα.

Τα φίλτρα αποκοπής ζώνης έχουν σχεδιαστεί αρχικά μετατρέποντας το κανονικοποιημένο βαθυπερατό φίλτρο σε ένα υψιπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής ίση με το απαιτούμενο εύρος ζώνης.

Αυτό αντιστοιχεί στην αντικατάσταση της μεταβλητής συχνότητας της συναρτήσεως μεταφοράς του χαμηλοπερατού με μια νέα μεταβλητή, η οποία δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

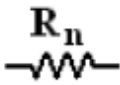


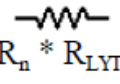
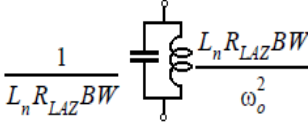
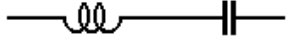
$$f_{br} = \left( f_o \left( \frac{f}{f_o} - \frac{f_o}{f} \right) \right)^{-1} \quad (3.4.6)$$

Ο μετασχηματισμός των συναρτήσεων μεταφοράς είναι ο ακόλουθος

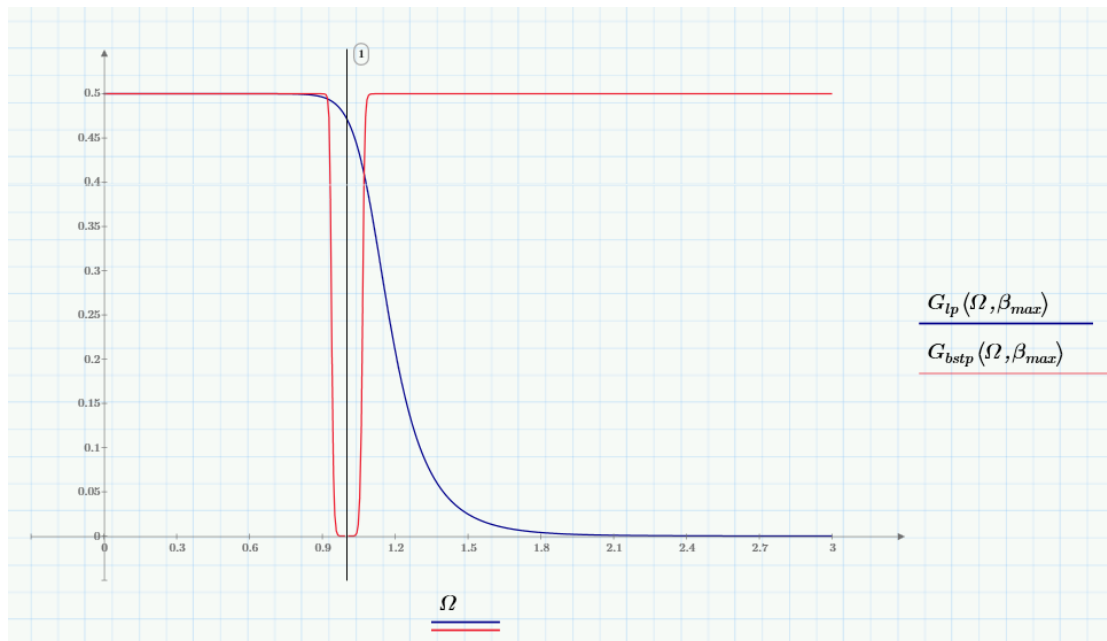
$$\begin{aligned} H_{lp}(f) &= \frac{R_L}{R_S + R_L} \frac{1}{1 + \beta \left( \frac{f}{f_c} \right)^n} \rightarrow \\ H_{br}(f) &= \frac{R_L}{R_S + R_L} \frac{1}{1 + \beta \left( \frac{f^2 - f_o^2}{f \times BW_c} \right)^n} \end{aligned} \quad (3.4.7)$$



Ένα κανονικοποιημένο LC βαθυπερατό φίλτρο μπορεί να μετατραπεί στο αντίστοιχο ζωνοδιαβατό φίλτρο με την αντικατάσταση κάθε πηνίου με ένα πηνίο και ένα πυκνωτή συνδεδεμένα παράλληλα και με την αντικατάσταση κάθε πυκνωτή με έναν πυκνωτή και ένα πηνίο σε σειρά. Οι αντιστάσεις της πηγής και του φορτίου δεν επηρεάζονται. Οι παραπάνω αλλαγές μπορούν να εκφραστούν ως:

Πίνακας 3.4.3 Μετασχηματισμός Χαμηλοπερατού σε Αποκοπής Ζώνης Στοιχεία Κανονικοποιημένου Βαθυπερατού			
	$R_n$ 	$L_n$ 	$C_n$ 
Αποκ/ποιημένο Φίλτρο Αποκοπής Ζώνης	 $R_n * R_{LYΠ}$	 $\frac{1}{L_n R_{LAZ} BW} \quad \frac{L_n R_{LAZ} BW}{\omega_o^2}$	 $\frac{R_{LAZ}}{C_n BW} \quad \frac{C_n BW}{\omega_o^2 R_{LAZ}}$

Εν τέλει σχεδιάζουμε τις δυο αποκρίσεις κέρδους. Με μπλε χρώμα έχουμε την καμπύλη που αντιστοιχεί στο κανονικοποιημένο βαθυπερατό και με κόκκινο στο κανονικοποιημένο αποκοπής ζώνης (βλέπε Παράρτημα 4).



**Σχήμα 3.4.3: Απόκριση Κανονικοποιημένου Χαμηλοπερατού και του Μετασχηματισμένου Αποκοπής Ζώνης**

## 3.5 Αναφορές

- [1] Ηρακλής Γ. Δημόπουλος , *ΕΝΕΡΓΙΑ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ Θεωρία, Σύνθεση & Σχεδίαση*
- [2] N. Balabanian, T.A Bickart, *Electrical Network Theory*, John Wiley & Sons Inc
- [3] F.F Kuo, *Network Analysis and Synthesis*, John Wiley
- [4] E.A Guillemin, *Synthesis of Passive Network*, John Wiley & Sons Inc
- [5] M.E. Van Valkenburg *Analog Filter Design*, Oxford University Press

# 4 Υλοποίηση Παθητικών Φίλτρων

## 4.1 Εισαγωγή

Χρησιμοποιώντας τις μεθοδολογίες που περιγράψαμε παραπάνω θα προχωρήσουμε στην σχεδίαση και την υλοποίηση όλων των τύπων των φίλτρων με παθητικά στοιχεία.

Αρχικά θα επιλέξουμε τις προδιαγραφές των φίλτρων. Έπειτα θα υπολογίσουμε όλες τις κανονικοποιημένες ποσότητες, καθώς και τις κανονικοποιημένες τιμές των στοιχείων. Έχοντας τις αποκρίσεις των συναρτήσεων μεταφοράς θα προχωρήσουμε στην προσομοίωση των κυκλωμάτων με την χρήση του ADS.

Αξίζει να σημειωθεί ότι τα βήματα της μεθοδολογίας είναι ίδια για όλους τους τύπους των φίλτρων εκτός του βαθυπερατού. Το βαθυπερατό αποτελεί την βάση για όλα τα φίλτρα. Με τους μετασχηματισμούς που περιγράψαμε παραπάνω θα δείξουμε τον τρόπο κατά τον οποίο οποιοδήποτε φίλτρο μπορεί να υλοποιηθεί με μετασχηματισμό από το αντίστοιχο χαμηλοπερατό.

Αρχικά υπολογίζουμε όλες τις κανονικοποιημένες συχνότητες και την τάξη του φίλτρου. Στην συνέχεια από τους πίνακες με τα κανονικοποιημένα στοιχεία (πυκνωτές και πηνία). Αποκανονικοποιούμε τα στοιχεία ανάλογα με τον τύπο του φίλτρου που θέλουμε να υπολογίσουμε ακολουθώντας τις σχέσεις που δίνονται στους Πίνακες 3.4.1~3.4.3.

Εφόσον πλέον έχουμε όλα τα πραγματικά μεγέθη σχεδιάζουμε το κύκλωμα στο ADS και προσομοιώνουμε την λειτουργία του. Η συμπεριφορά του κυκλώματος πρέπει να είναι ταυτόσημη (με την ανάλογη ως προς τον τύπο του φίλτρου μπλε καμπύλη) με αυτή που φαίνεται στα σχήματα 3.4.1~3.4.3. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι καμπύλες στα σχήματα 3.4.1~3.4.3 είναι ανηγμένες ως προς κάποια χαρακτηριστική απόκριση της συνάρτησης μεταφοράς. Οι προσομοιώσεις θα βρίσκονται στις συχνότητες που ορίζουν οι προδιαγραφές του προς σχεδίαση φίλτρου.

Για διευκόλυνση όλα τα μεγέθη και οι ανηγμένες ως προς την συχνότητα γραφικές παραστάσεις υλοποιούνται με την χρήση του λογισμικού Mathcad (βλέπε Παράρτημα 1).

## 4.2 Σχεδίαση και υλοποίηση χαμηλοπερατού φίλτρου

Θα προχωρήσουμε στην σχεδίαση και υλοποίηση ενός βαθυπερατού φίλτρου. Ως προδιαγραφές του φίλτρου επιλέγουμε

- $A_{max} = .5 \text{ db}$
- $A_{min} = 35 \text{ db}$
- $F_c = 600 \text{ MHz}$
- $F_s = 1 \text{ GHz}$

με αντιστάσεις  $R_s = R_L = 50\Omega$ . Αρχικά υπολογίζουμε τις κανονικοποιημένες συχνότητες

$$\Omega_C = 1 \text{ και } \Omega_S = \frac{F_S}{F_C} = 1.667$$

,η τάξη του φίλτρου είναι και η παράμετρος  $\beta$  είναι

$$n \geq \frac{\log\left(\frac{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1}\right)}{2 \times \log(\Omega_S)} \Rightarrow n = 10$$

$$\beta_{min} \leq \beta \leq \beta_{max}$$

$$\beta_{min} = \frac{\sqrt{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}}{\Omega_S^n} = .34 \text{ και } \beta_{max} = \sqrt{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1} = 0.349$$

Εφόσον ξέρουμε την τάξη του φίλτρου από τους πίνακες των κανονικοποιημένων στοιχείων (βλέπε παράρτημα) έχουμε ότι:

- $C_{1n} = 0.319$     $L_{2n} = .9080$     $C_{3n} = 1.1412$     $L_{4n} = 1.7820$     $C_{5n} = 1.9754$
- $L_{6n} = 1.9754$     $C_{7n} = 1.7820$     $L_{8n} = 1.4142$     $C_{9n} = .9080$     $L_{10n} = .3129$

Αποκανονικοποιούμε τα στοιχεία χρησιμοποιώντας τις ακόλουθες σχέσεις:

$$C_1 = \frac{C_{1n}}{2 \times \pi \times F_C \times R_L} = 1.66pF$$

$$L_2 = \frac{R_L \times L_{2n}}{2 \times \pi \times F_C} = 12nH$$

$$C_3 = \frac{C_{2n}}{2 \times \pi \times F_C \times R_L} = 7.5pF$$

$$L_4 = \frac{R_L \times L_{4n}}{2 \times \pi \times F_C} = 23.63nH$$

$$C_5 = \frac{C_{5n}}{2 \times \pi \times F_C \times R_L} = 10.5pF$$

$$L_6 = \frac{R_L \times L_{6n}}{2 \times \pi \times F_C} = 26.2nH$$

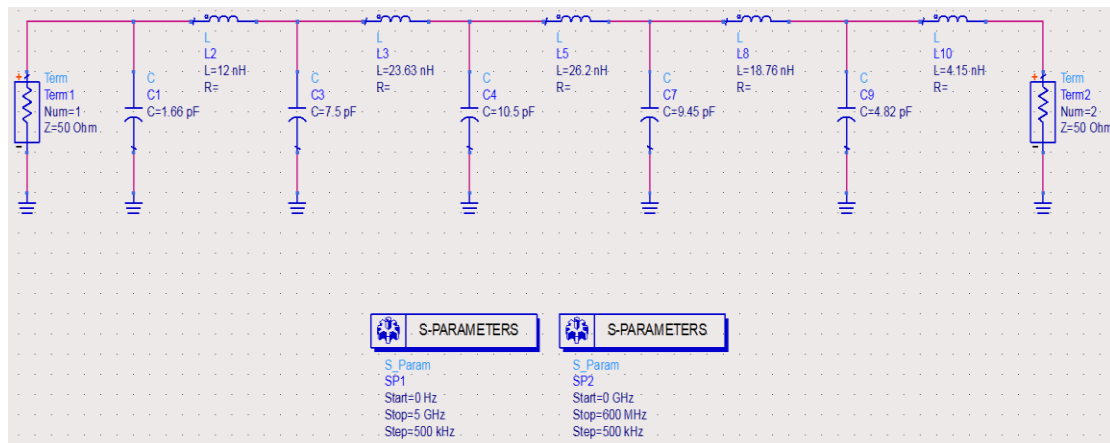
$$C_7 = \frac{C_{7n}}{2 \times \pi \times F_C \times R_L} = 9.45 \text{ pF}$$

$$L_8 = \frac{R_L \times L_{8n}}{2 \times \pi \times F_C} = 18.76 \text{ nH}$$

$$C_9 = \frac{C_{9n}}{2 \times \pi \times F_C \times R_L} = 4.82 \text{ pF}$$

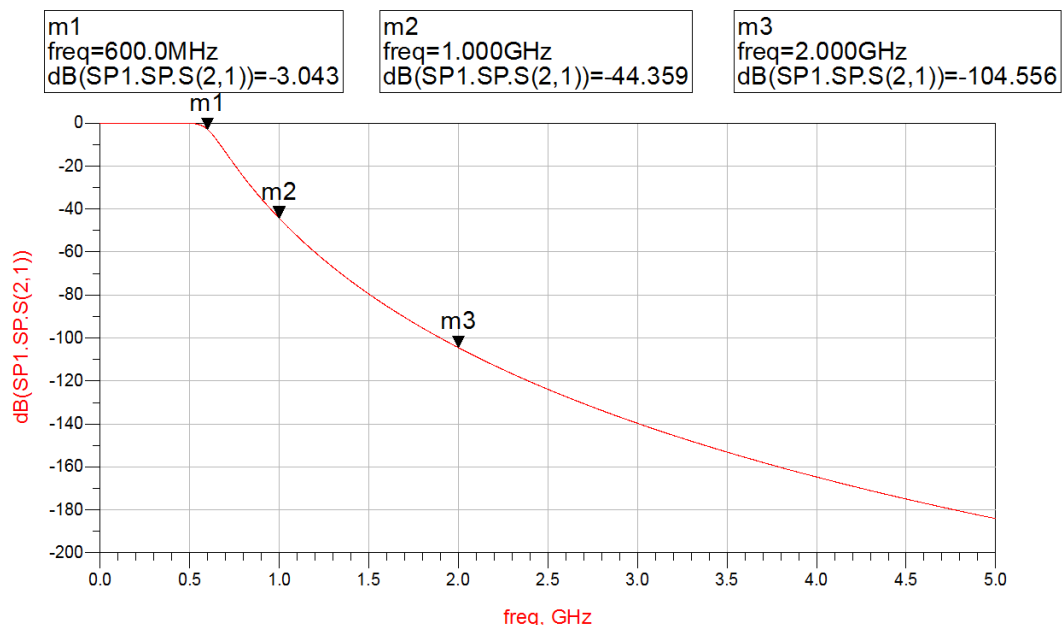
$$L_{10} = \frac{R_L \times L_{10n}}{2 \times \pi \times F_C} = 4.15 \text{ nH}$$

Έχοντας τις τιμές των στοιχείων σχεδιάζουμε το κύκλωμα με την χρήση του ADS όπως φαίνεται και στο **Σχήμα 4.2.1** και εκτελούμε δυο προσομοιώσεις.



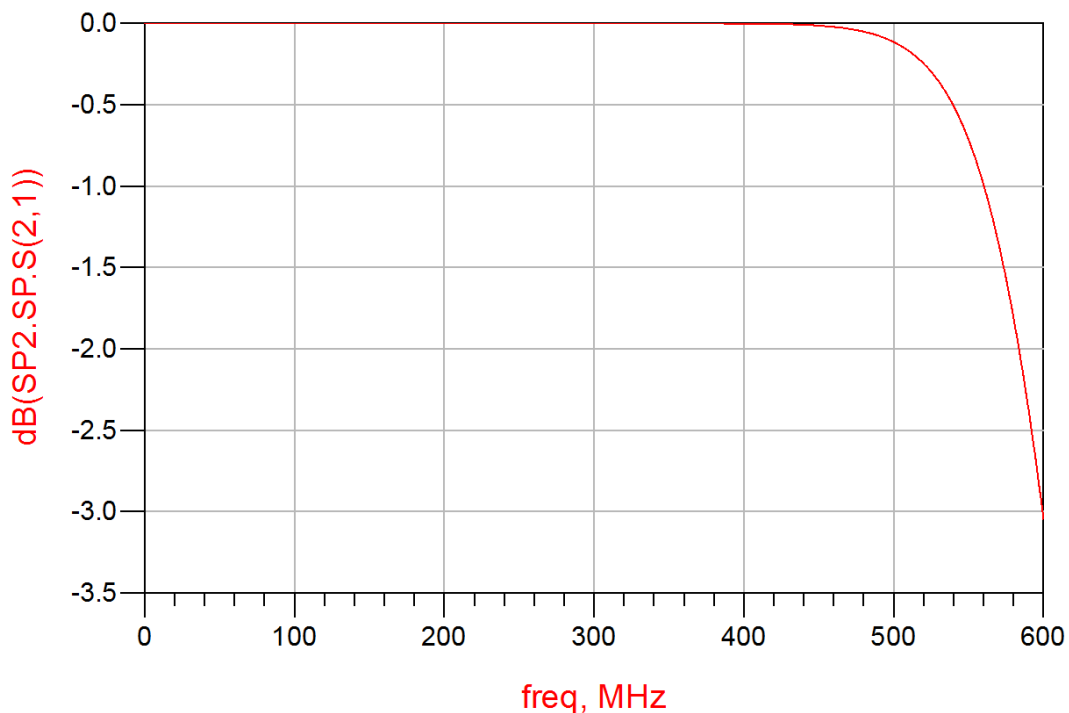
**Σχήμα 4.2.1: Σχηματικό Χαμηλοπερατού Φίλτρου**

Στην πρώτη προσομοίωση θέλουμε να παρατηρήσουμε την απόκριση του φίλτρου και τις τιμές του κέρδους σε όλες τις χαρακτηριστικές συχνότητες. Στην δεύτερη περίπτωση θέλουμε να παρατηρήσουμε την ζώνη διέλευσης.



**Σχήμα 4.2.2: Απόκριση Χαμηλοπερατού Φίλτρου**

Παρατηρούμε ότι ικανοποιούνται οι προδιαγραφές καθώς ότι και το φίλτρο έχει εξασθένιση πέραν της χαρακτηριστικής συχνότητας της ζώνης αποκοπής  $6 \text{ ndb/oct}$  όπου  $n$  είναι η τάξη του φίλτρου.



**Σχήμα 4.2.3: Απόκριση της ζώνης διέλευσης του Χαμηλοπερατού Φίλτρου**

Επίσης στο **Σχήμα 4.2.3** παρατηρούμε ότι η απόκριση είναι επίπεδη στην ζώνη διέλευσης.

### 4.3 Σχεδίαση και υλοποίηση υψιπερατού φίλτρου

Σε αυτήν την ενότητα θα σχεδιάσουμε ένα υψιπερατό φίλτρο με απόκριση Butterworth χρησιμοποιώντας το χαμηλοπερατό φίλτρο της ενότητας 4.2. Έστω ότι το φίλτρο μας θέλουμε να έχει ακριβώς τις ίδιες χαρακτηριστικές συχνότητες (ωστόσο η συχνότητα της ζώνης διέλευσης είναι 600MHz και η συχνότητα της ζώνης αποκοπής είναι 1GHz) και τις ίδιες τιμές εξασθένισης στις αντίστοιχες ζώνες. Επιπλέον στην σχεδίαση θα χρησιμοποιήσουμε  $R_s = R_L = 50\Omega$ .

Το φίλτρο μας θα έχει κανονικοποιημένες τιμές συχνότητας ίσες με

$$\Omega_c = 1 \text{ και } \Omega_s = \frac{F_s}{F_c} = 1.667$$

η τάξη του φίλτρου είναι και η παράμετρος  $\beta$  είναι

$$n \geq \frac{\log\left(\frac{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1}\right)}{2 \times \log(\Omega_S)} \Rightarrow n = 10$$

$$\beta_{min} \leq \beta \leq \beta_{max}$$

$$\beta_{min} = \frac{\sqrt{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}}{\Omega_S^n} = .34 \text{ και } \beta_{max} = \sqrt{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1} = 0.349$$

Παρατηρούμε ότι οι τιμές των παραμέτρων είναι όμοιες με αυτές του αντίστοιχου βαθυπερατού. Αυτό είναι το αναμενόμενο αποτέλεσμα καθώς στην σχεδίαση θα βασιστούμε σε μετασχηματισμό του βαθυπερατού στο αντίστοιχο υψιπερατό Mathcad (βλέπε Παράρτημα 2).

Επίσης οι τιμές των κανονικοποιημένων στοιχείων είναι αυτές του βαθυπερατού και βρίσκονται από τους αντίστοιχους πίνακες κανονικοποιημένων στοιχείων με βάση την τάξη n του φίλτρου.

$$C_{1n} = 0.319 \quad L_{2n} = .9080 \quad C_{3n} = 1.1412 \quad L_{4n} = 1.7820 \quad C_{5n} = 1.9754$$

$$L_{6n} = 1.9754 \quad C_{7n} = 1.7820 \quad L_{8n} = 1.4142 \quad C_{9n} = .9080 \quad L_{10n} = .3129$$

Πλέον θα χρησιμοποιήσουμε τους μετασχηματισμούς των στοιχείων που αναγράφονται στον **Πίνακα 3.4.1**. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο κάθε πυκνωτής του βαθυπερατού αποκανονικοποιείται σε πηνίο υψιπερατού και κάθε πηνίου του βαθυπερατού αποκανονικοποιείται σε πυκνωτή υψιπερατού. Οι υπολογισμοί παρουσιάζονται παρακάτω:

$$L_1 = \frac{R_L}{2\pi \times F_C \times C_{1n}} = 25.4nH$$

$$C_2 = \frac{1}{2\pi \times F_C \times R_L \times L_{2n}} = 3.5pF$$

$$L_3 = \frac{R_L}{2\pi \times F_C \times C_{2n}} = 5.6nH$$

$$C_4 = \frac{1}{2\pi \times F_C \times R_L \times L_{4n}} = 1.8pF$$

$$L_5 = \frac{R_L}{2\pi \times F_C \times C_{5n}} = 4nH$$

$$C_6 = \frac{1}{2\pi \times F_C \times R_L \times L_{6n}} = 1.6pF$$

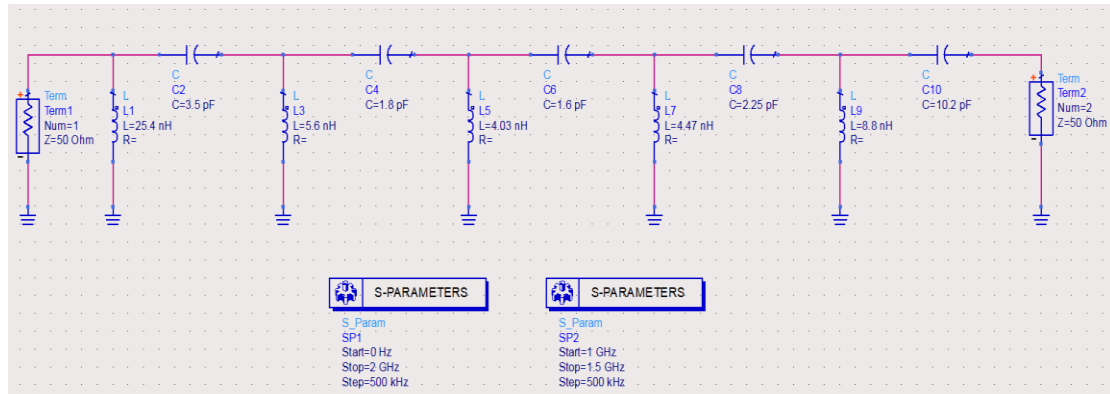
$$L_7 = \frac{R_L}{2\pi \times F_C \times C_{7n}} = 4.5nH$$

$$C_8 = \frac{1}{2\pi \times F_C \times R_L \times L_{8n}} = 2.3pF$$

$$L_9 = \frac{R_L}{2\pi \times F_C \times C_{7n}} = 8.8nH$$

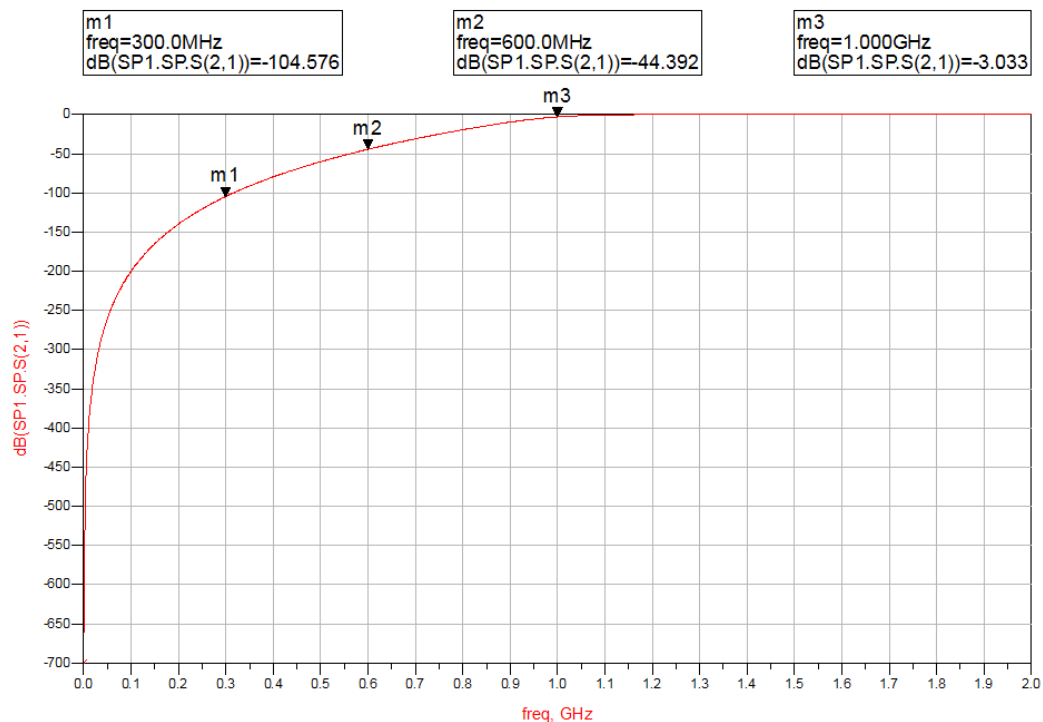
$$C_{10} = \frac{1}{2\pi \times F_C \times R_L \times L_{10n}} = 10.2pF$$

Έχοντας τις τιμές των στοιχείων, που αντιστοιχούν στο υπερερατό, σχεδιάζουμε το κύκλωμα με την χρήση του ADS όπως φαίνεται και στο **Σχήμα 4.2.2** και εκτελούμε δυο προσομοιώσεις.



**Σχήμα 4.3.1: Σχηματικό Υπερατού Φίλτρου**

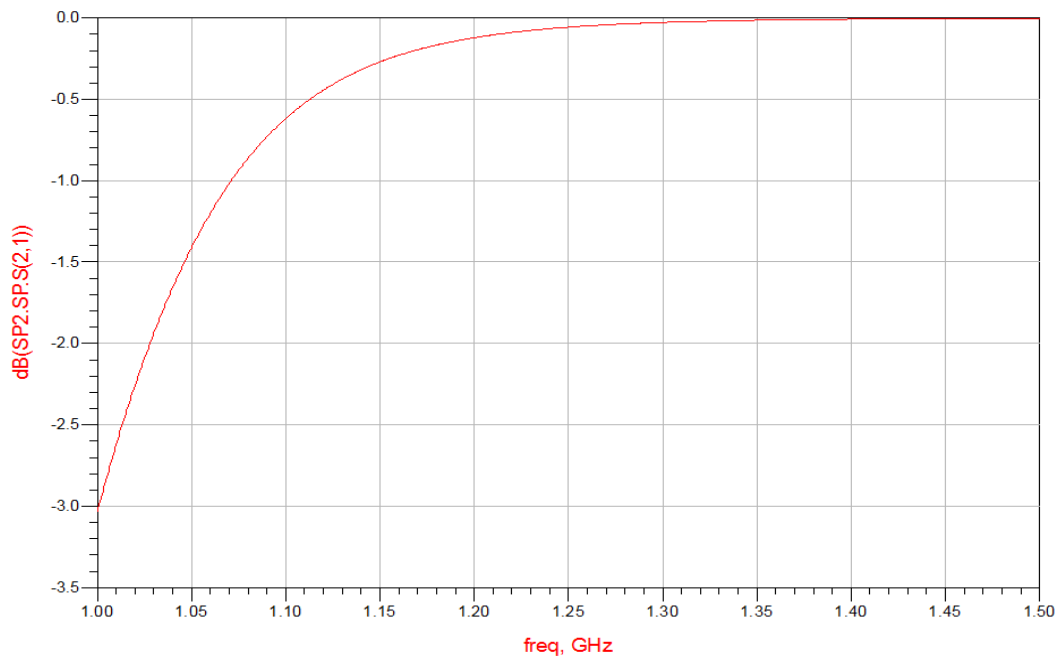
Στην πρώτη προσομοίωση θέλουμε να παρατηρήσουμε την απόκριση του φίλτρου και τις τιμές του κέρδους σε όλες τις χαρακτηριστικές συχνότητες. Στην δεύτερη περίπτωση θέλουμε να παρατηρήσουμε την ζώνη διέλευσης.



**Σχήμα 4.3.2: Απόκριση Υπερατού Φίλτρου**

Ομοίως με πριν παρατηρούμε ότι ικανοποιούνται οι προδιαγραφές καθώς ότι και το φίλτρο έχει εξασθένιση πέραν της χαρακτηριστικής συχνότητας της ζώνης αποκοπής  $6\text{ndb/oct}$  όπου  $n$  είναι η τάξη του φίλτρου.





**Σχήμα 4.3.3: Απόκριση της ζώνης διέλευσης του Υπεραγωγού Φίλτρου**

Επίσης στο **Σχήμα 4.3.3** παρατηρούμε ότι η απόκριση είναι επίπεδη στην ζώνη διέλευσης.

#### 4.4 Σχεδίαση και υλοποίηση ζωνοδιαβατού φίλτρου

Η μεθοδολογία σχεδίασης ενός ζωνοδιαβατού φίλτρου διαφέρει από αυτήν του υπεραγωγού. Ο λόγος είναι τα επιπλέον μεγέθη που χρειάζονται για την πλήρη περιγραφή του ζωνοδιαβατού φίλτρου. Για να ορίσουμε πλήρως τις προδιαγραφές του φίλτρου χρειαζόμαστε μεγέθη για δυο συχνότητες διέλευσης, δυο συχνότητες αποκοπής και τις αντίστοιχες τιμές για την εξασθένιση. Θα θεωρήσουμε ότι το φίλτρο είναι συμμετρικό επομένως χρειαζόμαστε δυο τιμές εξασθένισης. Η πρώτη αντιστοιχεί στην μέγιστη εξασθένιση της ζώνης διέλευσης και η δεύτερη στην ελάχιστη εξασθένιση της ζώνης αποκοπής Mathcad (βλέπε Παράρτημα 3).

Για την υλοποίηση επιλέγουμε:

- $A_{max} = .5 \text{ db}$
- $A_{min} = 80 \text{ db}$
- $BW_c = 100 \text{ MHz}$
- $BW_s = 300 \text{ MHz}$
- $f_o = 2 \text{ GHz}$

Παρατηρούμε ότι ως προδιαγραφή μπορούμε να έχουμε τα εύρη ζώνης των περιοχών διέλευσης και αποκοπής και αντίστοιχα (αντί των αντίστοιχων συχνοτήτων). Ως  $f_o$  ορίζεται το γεωμετρικό κέντρο των συχνοτήτων.

Από τα ανωτέρω μεγέθη μπορούμε να υπολογίσουμε τις κανονικοποιημένες συχνότητες

$$\Omega_C = 1 \text{ και } \Omega_S = \frac{BW_S}{BW_C} = 3$$

η τάξη του φίλτρου είναι και η παράμετρος  $\beta$  είναι

$$n \geq \frac{\log\left(\frac{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1}\right)}{2 \times \log(\Omega_S)} \Rightarrow n = 10$$

$$\beta_{min} \leq \beta \leq \beta_{max}$$

$$\beta_{min} = \frac{\sqrt{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}}{\Omega_S^n} = .169 \text{ και } \beta_{max} = \sqrt{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1} = 0.349$$

Από τις τιμές για τα εύρη ζώνης υπολογίζουμε τις αντίστοιχες συχνότητες:

$$f_{c1,2} = \pm \frac{BW_C}{2} + \sqrt{\left(\frac{BW_C}{2}\right)^2 + f_o^2} \Rightarrow \begin{cases} f_{c1} = 1.95 \text{ GHz} \\ f_{c2} = 2.05 \text{ GHz} \end{cases}$$

$$f_{s1,2} = \pm \frac{BW_S}{2} + \sqrt{\left(\frac{BW_S}{2}\right)^2 + f_o^2} \Rightarrow \begin{cases} f_{s1} = 1.85 \text{ GHz} \\ f_{s2} = 2.15 \text{ GHz} \end{cases}$$

Στην συνέχεια θα ακολουθήσουμε την ίδια μεθοδολογία με αυτήν του υψιπερατού. Ωστόσο η βασική διαφορά είναι ότι τα ηλεκτρικά στοιχεία (πυκνωτές, πηνία) δεν λαμβάνονται απευθείας από τους πίνακες του παραρτήματος και χρησιμοποιούμε τους μετασχηματισμούς χαμηλοπερατού σε ζωνοδιαβατό (βλέπε Πίνακα 3.4.2). Αλλά στην αρχή πολλαπλασιάζονται με την ποσότητα  $\beta_{max}^{1/n}$  και έπειτα αποκανονικοποιούνται. Αξίζει να σημειωθεί ότι στον μετασχηματισμό χαμηλοπερατού σε υψιπερατό κάθε πηνίο αντιστοιχεί σε έναν πυκνωτή σε σειρά με ένα πηνίο και κάθε πυκνωτής αντιστοιχεί σε ένα πηνίο παράλληλα με ένα πυκνωτή.

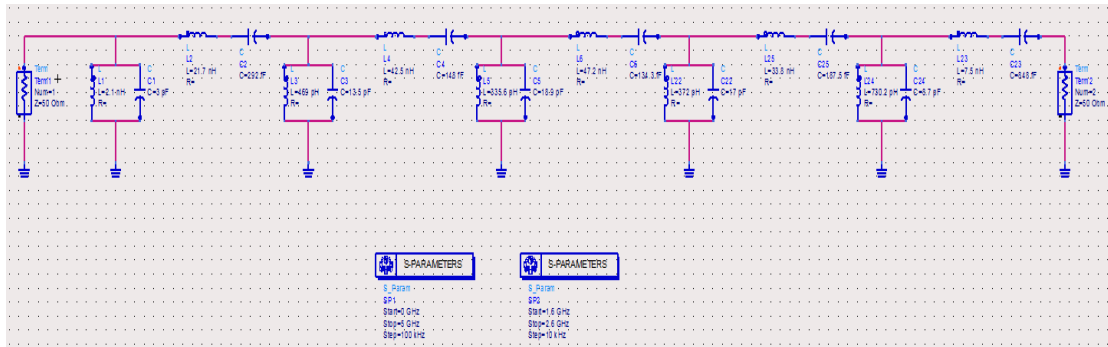
Δηλαδή για  $n = 10$  έχουμε τις ακόλουθες τιμές των στοιχείων:

- $C_{1n} = 0.319$     $L_{2n} = .9080$     $C_{3n} = 1.1412$     $L_{4n} = 1.7820$     $C_{5n} = 1.9754$
- $L_{6n} = 1.9754$     $C_{7n} = 1.7820$     $L_{8n} = 1.4142$     $C_{9n} = .9080$     $L_{10n} = .3129$

Οι οποίες με την χρήση του **Πίνακα 3.4.2** αποκανονικοποιούνται ως εξής:

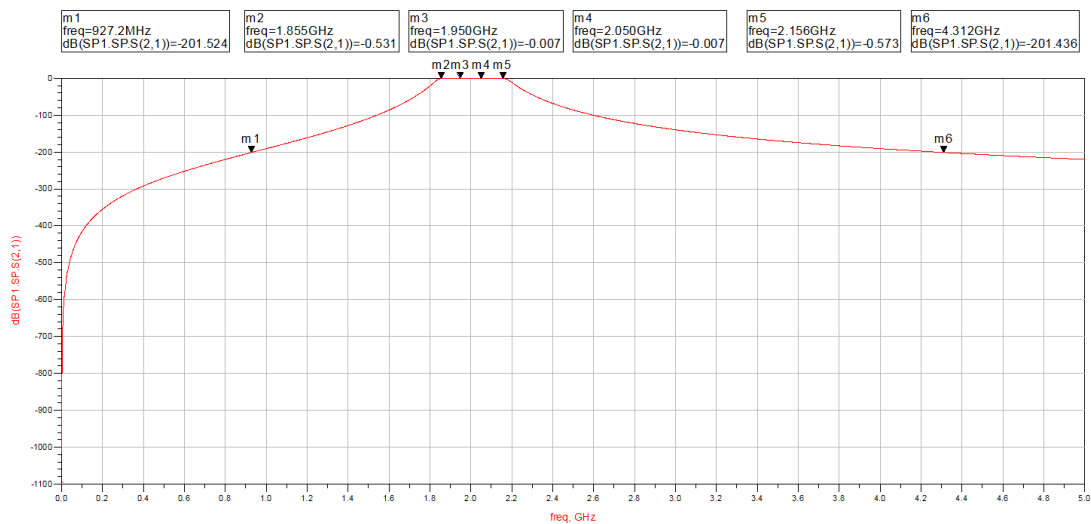
$$\begin{aligned}
 C_1 &= \frac{C_{1n} \times \beta^{1/n}}{2\pi \times BW_C \times R_L} = 2.98pF & L_1 &= \frac{R_L \times BW_C \times \beta^{-1/n}}{2\pi \times f_0^2 \times C_{1n}} = 2.12nH \\
 C_2 &= \frac{BW_C \times \beta^{-1/n}}{2\pi \times L_{2n} \times f_0^2 \times R_L} = 292fF & L_2 &= \frac{R_L \times L_{2n} \times \beta^{1/n}}{2\pi \times BW_C} = 21.68nH \\
 C_3 &= \frac{C_{3n} \times \beta^{1/n}}{2\pi \times BW_C \times R_L} = 13.5pF & L_3 &= \frac{R_L \times BW_C \times \beta^{-1/n}}{2\pi \times f_0^2 \times C_{3n}} = 469pH \\
 C_4 &= \frac{BW_C \times \beta^{-1/n}}{2\pi \times L_{4n} \times f_0^2 \times R_L} = 148.82fF & L_4 &= \frac{R_L \times L_{4n} \times \beta^{1/n}}{2\pi \times BW_C} = 42.55nH \\
 C_5 &= \frac{C_{5n} \times \beta^{1/n}}{2\pi \times BW_C \times R_L} = 18.87pF & L_5 &= \frac{R_L \times BW_C \times \beta^{-1/n}}{2\pi \times f_0^2 \times C_{5n}} = 335nH \\
 C_6 &= \frac{BW_C \times \beta^{-1/n}}{2\pi \times L_{6n} \times f_0^2 \times R_L} = 134.26fF & L_6 &= \frac{R_L \times L_{6n} \times \beta^{1/n}}{2\pi \times BW_C} = 47.17nH \\
 C_7 &= \frac{C_{7n} \times \beta^{1/n}}{2\pi \times BW_C \times R_L} = 17.02pF & L_7 &= \frac{R_L \times BW_C \times \beta^{-1/n}}{2\pi \times f_0^2 \times C_{7n}} = 372pH \\
 C_8 &= \frac{BW_C \times \beta^{-1/n}}{2\pi \times L_{8n} \times f_0^2 \times R_L} = 187.5fF & L_8 &= \frac{R_L \times L_{8n} \times \beta^{1/n}}{2\pi \times BW_C} = 33.77nH \\
 C_9 &= \frac{C_{9n} \times \beta^{1/n}}{2\pi \times BW_C \times R_L} = 8.67pF & L_9 &= \frac{R_L \times BW_C \times \beta^{-1/n}}{2\pi \times f_0^2 \times C_{9n}} = 730pH \\
 C_{10} &= \frac{BW_C \times \beta^{-1/n}}{2\pi \times L_{10n} \times f_0^2 \times R_L} = 848fF & L_{10} &= \frac{R_L \times L_{10n} \times \beta^{1/n}}{2\pi \times BW_C} = 7.47nH
 \end{aligned}$$

Στην συνέχεια σχεδιάζουμε το σχηματικό στο ADS όπως αυτό φαίνεται στο **Σχήμα 4.4.1**.



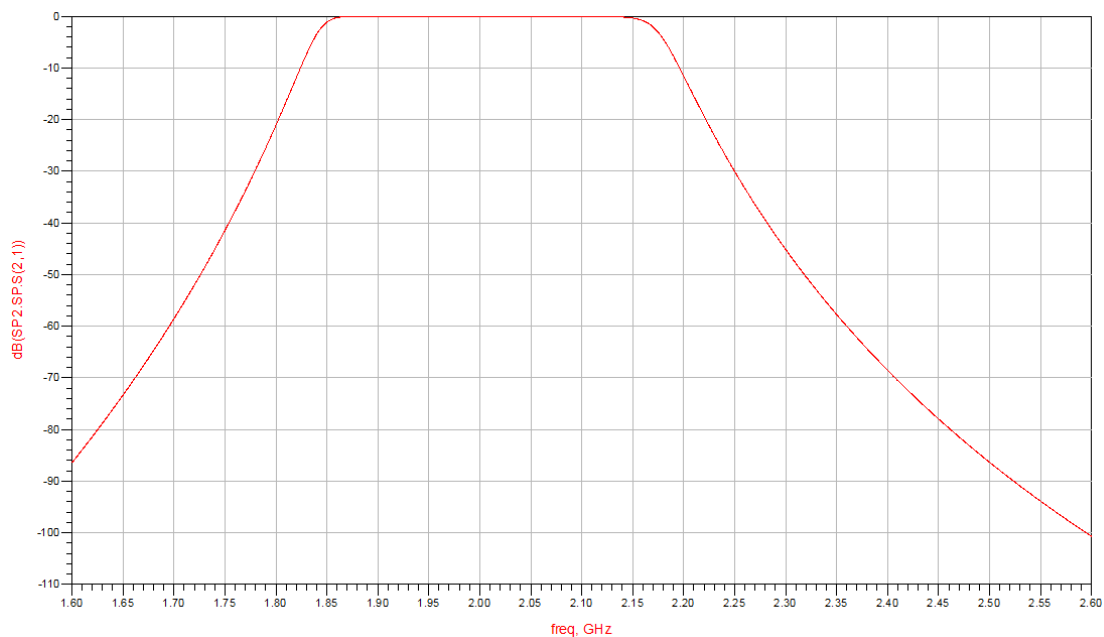
**Σχήμα 4.4.1: Σχηματικό Ζωνοπερατού Φίλτρου**

Στην πρώτη προσομοίωση θέλουμε να παρατηρήσουμε την απόκριση του φίλτρου και τις τιμές του κέρδους σε όλες τις χαρακτηριστικές συχνότητες. Έχει ιδιαίτερη σημασία στο ζωνοδιαβατό η συμμετρία του. Δηλαδή ίδιες τιμές κέρδους για τις συχνότητες διέλευσης και αποκοπής. Στην δεύτερη προσομοίωση θέλουμε να παρατηρήσουμε με περισσότερη ακρίβεια την ζώνη διέλευσης.



**Σχήμα 4.4.2: Απόκριση Ζωνοπερατού Φίλτρου**

Από το **Σχήμα 4.4.2** παρατηρούμε την συμμετρία του φίλτρου και στο **Σχήμα 4.4.3** παρατηρούμε καλύτερα το ‘παράθυρο’ διέλευσης του φίλτρου.



**Σχήμα 4.4.3: Απόκριση της ζώνης διέλευσης του Ζωνοπερατού Φίλτρου**

#### 4.5 Σχεδίαση και υλοποίηση φίλτρου αποκοπής ζώνης

Στην περίπτωση σχεδίασης ενός φίλτρου αποκοπής ζώνης ακολουθούμε τα ίδια βήματα με αυτήν της σχεδίασης ενός ζωνοπερατού φίλτρου. Επιπλέον μας ενδιαφέρει η συμμετρία του φίλτρου (εκτός αν επιλεγεί να μην είναι συμμετρικό) και υπάρχει αναλογία στα επιπλέον μεγέθη. Δηλαδή χρειάζεται να οριστούν για την πλήρη περιγραφή του φίλτρου δυο συχνότητες διέλευσης, δυο συχνότητες αποκοπής και αντίστοιχες τιμές για την εξασθένιση. Κατά την σχεδίαση του φίλτρου θα λάβουμε ως προδιαγραφή τα εύρη ζώνης που ορίζονται από τις περιοχές διέλευσης και αποκοπής και το γεωμετρικό του κέντρο. Έπειτα θα υπολογίσουμε τις ακριβείς τιμές των συχνοτήτων στην ζώνη αποκοπής και στις ζώνες διέλευσης. Επίσης θα διατηρήσουμε τα ίδια χαρακτηριστικά με αυτά του ζωνοδιαβατού φίλτρου λόγω της συμπληρωματικής συμπεριφοράς αυτών (κατά αναλογία βαθυπερατού και υψιπερατού) Mathcad (βλέπε Παράρτημα 4).

Για την υλοποίηση επιλέγουμε:

- $A_{max} = .5 \text{ db}$
- $A_{min} = 80 \text{ db}$
- $BW_c = 300 \text{ MHz}$
- $BW_s = 100 \text{ MHz}$
- $f_o = 2 \text{ GHz}$

Από τα ανωτέρω μεγέθη μπορούμε να υπολογίσουμε τις κανονικοποιημένες συχνότητες

$$\Omega_C = 1 \text{ και } \Omega_S = \frac{BW_C}{BW_S} = 3$$

η τάξη του φίλτρου είναι και η παράμετρος  $\beta$  είναι

$$n \geq \frac{\log\left(\frac{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1}\right)}{2 \times \log(\Omega_S)} \Rightarrow n = 10$$

$$\beta_{min} \leq \beta \leq \beta_{max}$$

$$\beta_{min} = \frac{\sqrt{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}}{\Omega_S^n} = .169 \text{ και } \beta_{max} = \sqrt{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1} = 0.349$$

Από τις τιμές για τα εύρη ζώνης υπολογίζουμε τις αντίστοιχες συχνότητες:

$$f_{c1,2} = \pm \frac{BW_C}{2} + \sqrt{\left(\frac{BW_C}{2}\right)^2 + f_o^2} \Rightarrow \begin{cases} f_{c1} = 1.856 \text{ GHz} \\ f_{c2} = 2.156 \text{ GHz} \end{cases}$$

$$f_{s1,2} = \pm \frac{BW_S}{2} + \sqrt{\left(\frac{BW_S}{2}\right)^2 + f_o^2} \Rightarrow \begin{cases} f_{s1} = 1.951 \text{ GHz} \\ f_{s2} = 2.051 \text{ GHz} \end{cases}$$

Έπειτα ακολουθούμε τα ίδια βήματα με αυτά του ζωνοδιαβατού. Ομοίως με την μεθοδολογία της ενότητας 4.4 τα ηλεκτρικά στοιχεία (πυκνωτές, πηνία) δεν λαμβάνονται απευθείας από τους πίνακες του παραρτήματος και χρησιμοποιούμε τους μετασχηματισμούς χαμηλοπερατού σε αποκοπής ζώνης (βλέπε Πίνακα 3.4.3). Αλλά στην αρχή πολλαπλασιάζονται με την ποσότητα  $\beta_{max}^{1/n}$  και έπειτα αποκανονικοποιούνται. Αξίζει να σημειωθεί ότι στον μετασχηματισμό χαμηλοπερατού σε υψιπερατό κάθε πυκνωτής αντιστοιχεί σε έναν πυκνωτή σε σειρά με ένα πηνίο και κάθε πηνίο αντιστοιχεί σε ένα πηνίο παράλληλα με ένα πυκνωτή.

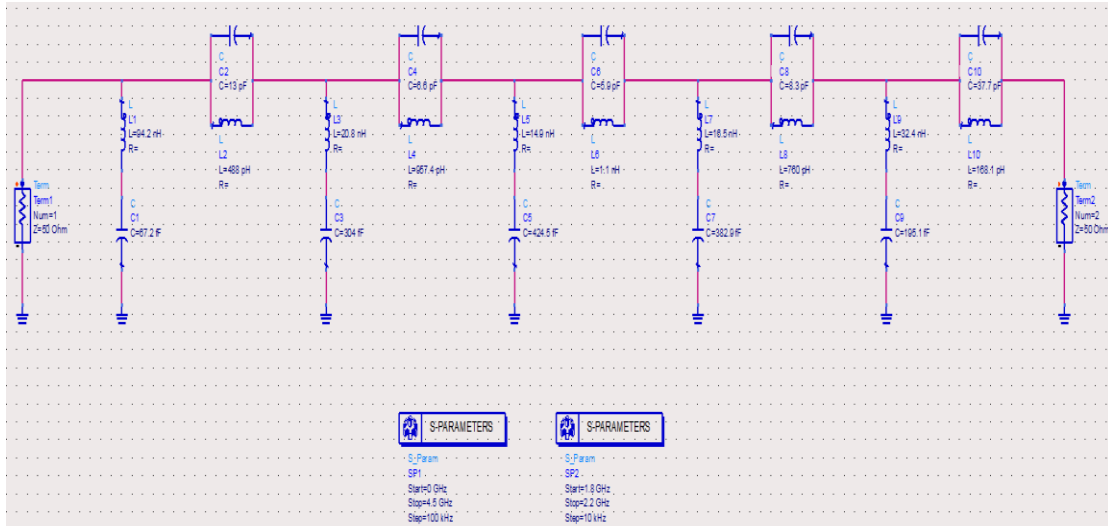
Δηλαδή για  $n = 10$  έχουμε τις ακόλουθες τιμές των στοιχείων:

- $C_{1n} = 0.319$     $L_{2n} = .9080$     $C_{3n} = 1.1412$     $L_{4n} = 1.7820$     $C_{5n} = 1.9754$
- $L_{6n} = 1.9754$     $C_{7n} = 1.7820$     $L_{8n} = 1.4142$     $C_{9n} = .9080$     $L_{10n} = .3129$

Οι οποίες με την χρήση του **Πίνακα 3.4.3** αποκανονικοποιούνται ως εξής:

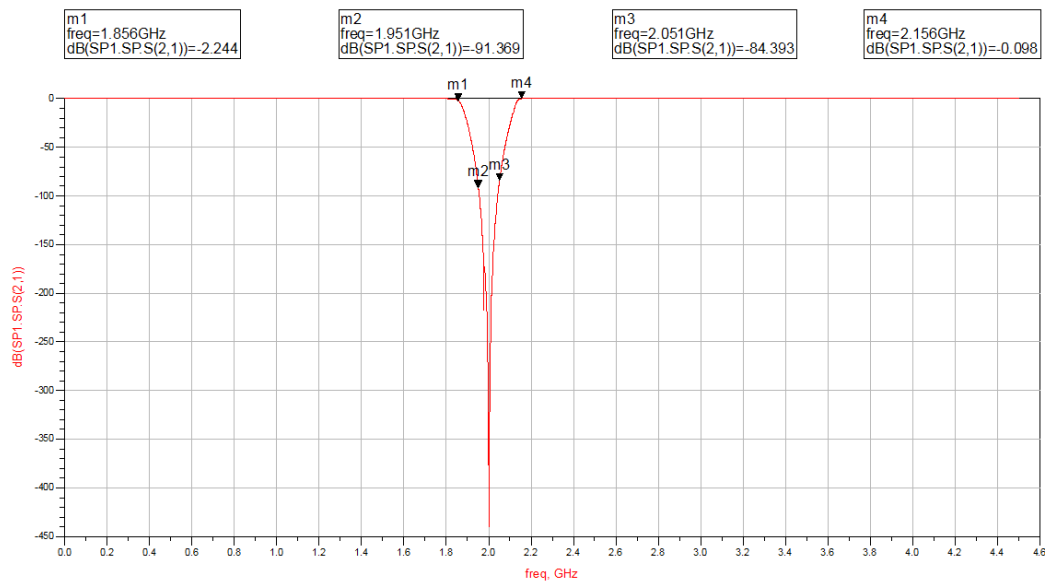
$$\begin{aligned}
C_1 &= \frac{C_{1n} \times \beta^{\frac{1}{n}} \times BW_C}{2\pi \times f_0^2 \times R_L} = 67.2fF & L_1 &= \frac{R_L}{2\pi \times BW_C \times C_{1n} \times \beta^{\frac{1}{n}}} = 94.2nH \\
C_2 &= \frac{\beta^{-1/n}}{2\pi \times BW_C \times R_L \times L_{2n}} = 13pF & L_2 &= \frac{R_L \times BW_C \times L_{2n} \times \beta^{1/n}}{2\pi \times f_0^2} = 488nH \\
C_3 &= \frac{C_{3n} \times \beta^{1/n} \times BW_C}{2\pi \times f_0^2 \times R_L} = 304fF & L_3 &= \frac{R_L}{2\pi \times BW_C \times C_{3n} \times \beta^{1/n}} = 20.8nH \\
C_4 &= \frac{\beta^{-1/n}}{2\pi \times BW_C \times R_L \times L_{4n}} = 6.6pF & L_4 &= \frac{R_L \times BW_C \times L_{4n} \times \beta^{1/n}}{2\pi \times f_0^2} = 957pH \\
C_5 &= \frac{C_{5n} \times \beta^{1/n} \times BW_C}{2\pi \times f_0^2 \times R_L} = 424fF & L_5 &= \frac{R_L}{2\pi \times BW_C \times C_{5n} \times \beta^{1/n}} = 14.9nH \\
C_6 &= \frac{\beta^{-1/n}}{2\pi \times BW_C \times R_L \times L_{6n}} = 6pF & L_6 &= \frac{R_L \times BW_C \times L_{6n} \times \beta^{1/n}}{2\pi \times f_0^2} = 1.1nH \\
C_7 &= \frac{C_{7n} \times \beta^{1/n} \times BW_C}{2\pi \times f_0^2 \times R_L} = 383fF & L_7 &= \frac{R_L}{2\pi \times BW_C \times C_{7n} \times \beta^{1/n}} = 16.5nH \\
C_8 &= \frac{\beta^{-1/n}}{2\pi \times BW_C \times R_L \times L_{8n}} = 8.3pF & L_8 &= \frac{R_L \times BW_C \times L_{8n} \times \beta^{1/n}}{2\pi \times f_0^2} = 760pH \\
C_9 &= \frac{C_{9n} \times \beta^{1/n} \times BW_C}{2\pi \times f_0^2 \times R_L} = 195fF & L_9 &= \frac{R_L}{2\pi \times BW_C \times C_{9n} \times \beta^{1/n}} = 32.4nH \\
C_{10} &= \frac{\beta^{-1/n}}{2\pi \times BW_C \times R_L \times L_{10n}} = 37.6pF & L_{10} &= \frac{R_L \times BW_C \times L_{10n}}{2\pi \times f_0^2 \times \beta^{-1/n}} = 168.1pH
\end{aligned}$$

Στην συνέχεια σχεδιάζουμε το σχηματικό στο ADS όπως αυτό φαίνεται στο **Σχήμα 4.5.1**.



Σχήμα 4.4.1: Σχηματικό Φίλτρου Αποκοπής Ζώνης

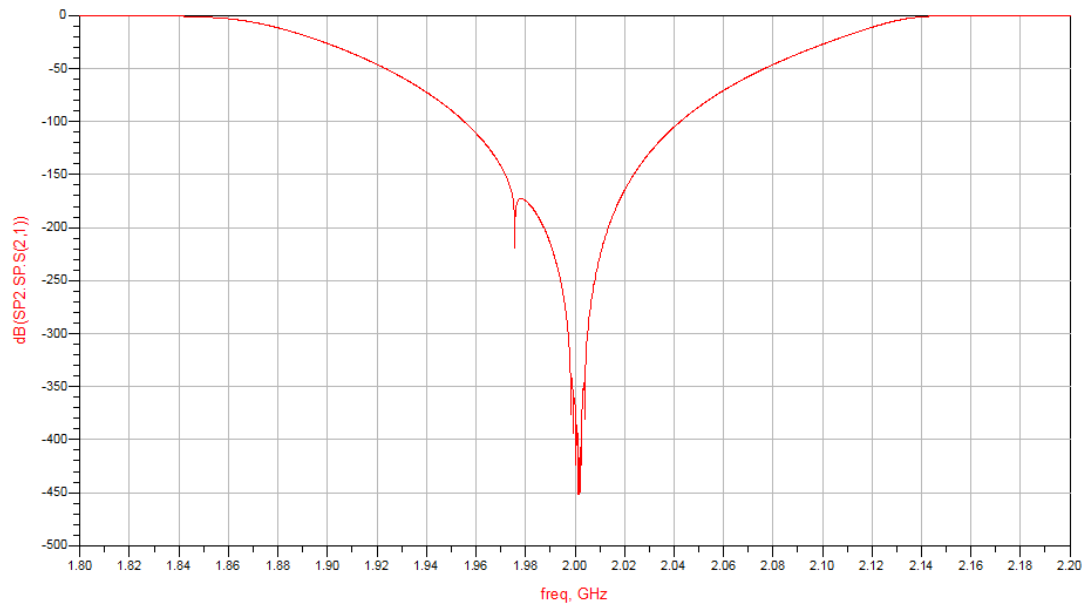
Στην πρώτη προσομοίωση θέλουμε να παρατηρήσουμε την απόκριση του φίλτρου και τις τιμές του κέρδους σε όλες τις χαρακτηριστικές συχνότητες. Ακριβώς όπως με το ζωνοπερατό ελέγχουμε και την συμμετρία του. Δηλαδή ίδιες τιμές κέρδους για τις συχνότητες διέλευσης και αποκοπής. Στην δεύτερη προσομοίωση θέλουμε να παρατηρήσουμε με περισσότερη ακρίβεια την ζώνη αποκοπής.



Σχήμα 4.5.2: Απόκριση Φίλτρου Αποκοπής Ζώνης

Από το Σχήμα 4.5.2 παρατηρούμε την συμμετρία του φίλτρου και στο Σχήμα 4.5.3 παρατηρούμε καλύτερα το 'παράθυρο' διέλευσης του φίλτρου.





**Σχήμα 4.5.3: Απόκριση της ζώνης αποκοπής του Φίλτρου Αποκοπής Ζώνης**

## 4.6 Αναφορές

- [1] Ηρακλής Γ. Δημόπουλος , *ΕΝΕΡΓΙΑ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ Θεωρία, Σύνθεση & Σχεδίαση*
- [2] L.P Huelsman, *Active and Passive Analog Filter Design*, McGraw-Hill
- [3] F.F Kuo, *Network Analysis and Synthesis*, John Wiley
- [4] E.A Guillemin, *Synthesis of Passive Network*, John Wiley & Sons Inc
- [5] M.E. Van Valkenburg, *Analog Filter Design*, Oxford University Press

# 5 Αναλυτική Μέθοδος Σχεδίασης Μικροκυματικών Φίλτρων

## 5.1 Εισαγωγή

Ένα μικροκυματικό φίλτρο μπορεί να θεωρηθεί ως ένα δίθυρο δίκτυο το οποίο χρησιμοποιείται για να ελέγξει την απόκριση συχνοτήτων σε ένα RF σύστημα, παρέχοντας εκπομπή στις συχνότητες που βρίσκονται στην ζώνη διέλευσης του φίλτρου και απόσβεση στις συχνότητες που βρίσκονται στην ζώνη απολαβής.

Θα ξεκινήσουμε την ανάλυση μας με φίλτρα περιοδικών δομών τα οποία δομούνται με γραμμές μεταφοράς και ανοιχτοκυκλωμένα (ή βραχυκυκλωμένα) στελέχη και στην συνέχεια θα καταλήξουμε σε πιο πολύπλοκες δομές.

Αξίζει να σημειωθεί ότι τα μικροκυματικά φίλτρα δεν χρησιμοποιούν διακριτά στοιχεία όπως πηνία και πυκνωτές. Ο λόγος είναι ότι οι τιμές των συγκεντρωμένων στοιχείων είναι περιορισμένες και στις περιπτώσεις των μικροκυματικών φίλτρων δεν είναι διαθέσιμες. Έπειτα λόγω παρασιτικών φαινομένων σε πολύ υψηλές συχνότητες οι πυκνωτές λειτουργούν ως πηνία και τα πηνία ως πυκνωτές. Εν τέλει οι αποστάσεις τους στο κύκλωμα έχουν ιδιαίτερη σημασία καθώς αναφερόμαστε σε μικρά μήκη κύματος.

Ωστόσο τα κατανεμημένα στοιχεία όπως ανοιχτοκυκλωμένα (ή βραχυκυκλωμένα) στελέχη χρησιμοποιούνται για να υλοποιήσουν τα αντίστοιχα διακριτά στοιχεία. Προκειμένου να αντιστοιχίσουμε τα συγκεντρωμένα σε κατανεμημένα στοιχεία χρησιμοποιούμε τους μετασχηματισμούς Richard και έπειτα τις ταυτότητες του Kuroda για τον φυσικό διαχωρισμό των στοιχείων του φίλτρου μέσω γραμμών μεταφοράς.

## 5.2 Μετασχηματισμοί Richard

Ο μετασχηματισμός συχνότητας

$$\Omega = \tan(bl) = \tan\left(\frac{\omega l}{u_p}\right) \quad (5.2.1)$$

αντιστοιχεί το πεδίο  $\omega$  στο πεδίο  $\Omega$ , το οποίο επαναλαμβάνεται με περίοδο  $\omega l/u_p = 2\pi$ . Αυτός ο μετασχηματισμός χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από τον Richard για την σύνθεση ένα δίκτυο LC με την χρήση ανοιχτοκυκλωμένων-βραχυκυκλωμένων

στελεχών και γραμμών μεταφοράς. Επομένως αν αντικαταστήσουμε την μεταβλητή της συχνότητας  $\omega$  με  $\Omega$ , μπορούμε να γράψουμε την αντίδραση του πηνίου ως

$$jX_L = j\Omega L = jL \tan(bl) \quad (5.2.2)$$

και αντίστοιχα του πυκνωτή ως

$$jX_L = j\Omega L = jL \tan(bl) \quad (5.2.3)$$

Τα παραπάνω αποτελέσματα δείχνουν ότι ένα πηνίο μπορεί να αντικατασταθεί με ένα βραχυκυκλωμένο στέλεχος μήκους  $bl$  και χαρακτηριστικής αντίστασης  $L$ , ενώ ένας πυκνωτής μπορεί να αντικατασταθεί με ένα ανοιχτοκυκλωμένο στέλεχος μήκους  $bl$  χαρακτηριστικής αντίστασης  $1/C$ .

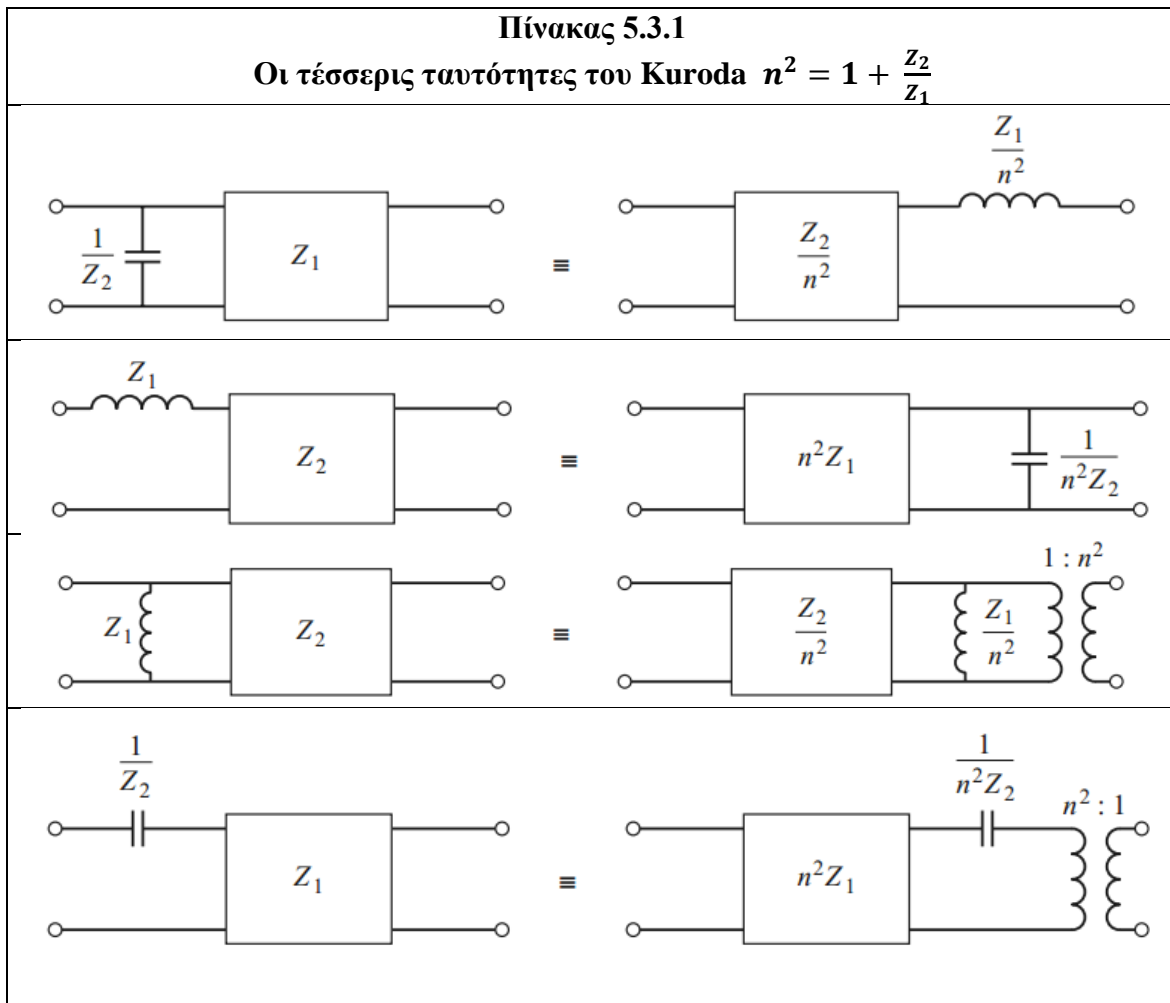
Η συχνότητα αποκοπής προκύπτει για  $\Omega = 1 = \tan(bl)$  το οποίο δίνει μήκος στελέχους  $\lambda/8$ , όπου  $\lambda$  το μήκος κύματος στην συχνότητα αποκοπής  $\omega_c$ . Στην συχνότητα  $\omega_0 = 2\omega_c$ , οι γραμμές θα είναι  $\lambda/4$  προκύπτοντας ένας πόλος εξασθένισης. Σε συχνότητες πολύ μεγαλύτερες της  $\omega_c$  οι σύνθετες αντιστάσεις των γραμμών μεταφοράς δεν θα ταιριάζουν με τις αρχικές αντιστάσεις των στελεχών και η απόκριση του φίλτρου θα διαφέρει από την ιδανική. Επιπλέον η απόκριση θα είναι περιοδική με την συχνότητα για κάθε  $4\omega_c$ .

### 5.3 Ταυτότητες του Kuroda

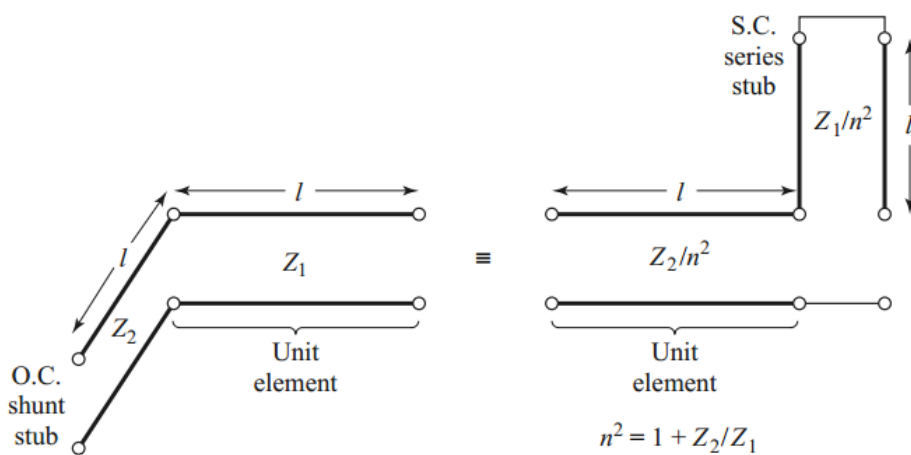
Οι τέσσερις ταυτότητες του Kuroda χρησιμοποιούνται για την επίτευξη μιας περισσότερο ρεαλιστικής σχεδίασης ενός μικροκυματικού φίλτρου βάσει των ακόλουθων χαρακτηριστικών:

- Φυσικός διαχωρισμός των στελεχών
- Μετατροπή των εν σειρά στελεχών σε παράλληλα και το αντίστροφο
- Μετάβαση μη ρεαλιστικών χαρακτηριστικών αντιστάσεων σε ρεαλιστικές

Οι επιπρόσθετες γραμμές μεταφοράς ονομάζονται μοναδιαία στοιχεία και έχουν μήκος  $\lambda/8$  στην συχνότητα  $\omega_c$ . Οι τέσσερις ταυτότητες του Kuroda φαίνονται στον **Πίνακα 5.2.1** όπου κάθε κουτί αναπαριστά ένα μοναδιαίο στοιχείο ή γραμμή μεταφοράς μήκους  $\lambda/8$ . Τα πηνία και οι πυκνωτές αναπαριστούν βραχυκυκλωμένα και ανοιχτοκυκλωμένα στελέχη αντίστοιχα. Στην συνέχεια θα αποδείξουμε την πρώτη περίπτωση και πως θα χρησιμοποιούμε τις ταυτότητες σε μια σχεδίαση.



Τα δύο κυκλώματα που φαίνονται στην πρώτη γραμμή του **Πίνακα 5.3.1** μπορούν να ξανασχεδιαστούν στο **Σχήμα 5.3.1** και θα δείξουμε ότι τα δύο δίκτυα είναι ισοδύναμα με την χρήση των παραμέτρων ABCD.



**Σχήμα 5.3.1: Μετασχηματισμοί Kuroda για γραμμές μεταφοράς και ανοιχτοκυκλωμένα στελέχη**

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta l) & jZ_1 \sin(\beta l) \\ \frac{j}{Z_1} \sin(\beta l) & \cos(\beta l) \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}} \begin{bmatrix} 1 & j\Omega Z_1 \\ \frac{j\Omega}{Z_1} & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3.1)$$

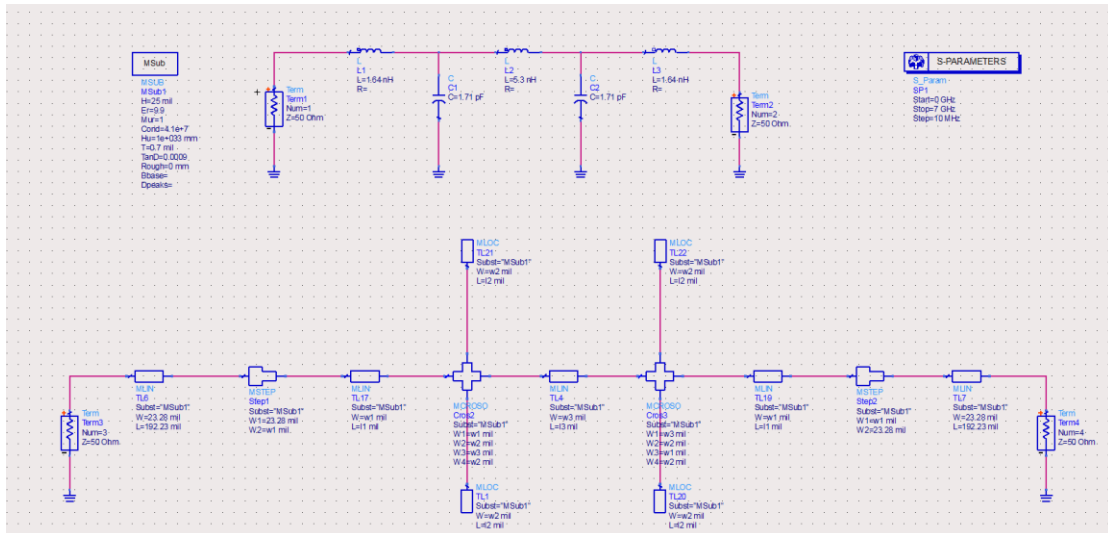
όπου  $\Omega = \tan(\beta l)$ . Το ανοιχτοκυκλωμένο στέλεχος στο πρώτο κύκλωμα στο **Πίνακα 5.2.1** έχει αντίσταση  $-jZ_2 \cot(\beta l) = -jZ_2/\Omega$ , επομένως ο ABCD πίνακας του κυκλώματος γίνεται

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_L &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{j\Omega}{Z_2} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & j\Omega Z_1 \\ \frac{j\Omega}{Z_1} & 1 \end{bmatrix} \times \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}} \begin{bmatrix} 1 & j\Omega Z_1 \\ j\Omega \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right) & 1 - \Omega^2 \frac{Z_1}{Z_2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.3.2)$$

Το βραχυκυκλωμένο εν σειρά στέλεχος στο δεύτερο κύκλωμα στο **Πίνακα 5.2.1** έχει αντίσταση  $-j(Z_1/n^2) \cot(\beta l) = -j\Omega Z_1/n^2$ , επομένως ο ABCD πίνακας του κυκλώματος γίνεται

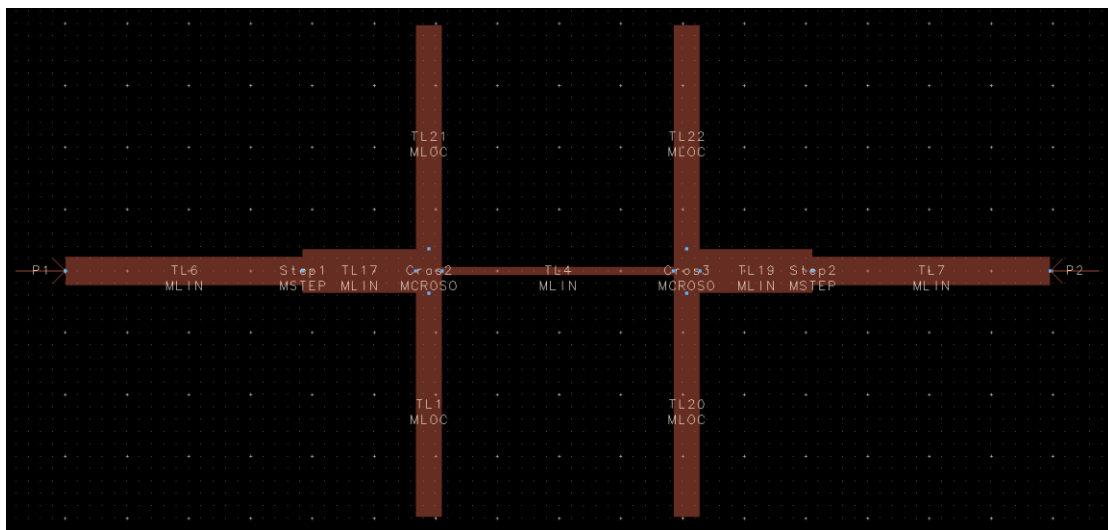
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_R &= \begin{bmatrix} 1 & j\frac{\Omega Z_2}{n^2} \\ \frac{j\Omega n^2}{Z_2} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & j\frac{\Omega Z_1}{n^2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}} \begin{bmatrix} 1 & j\frac{\Omega}{n^2} (Z_1 + Z_2) \\ \frac{j\Omega n^2}{Z_2} & 1 - \Omega^2 \frac{Z_1}{Z_2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.3.3)$$

Θα ελέγξουμε την ανωτέρω μεθοδολογία με μια υλοποίηση ενός χαμηλοπερατού φίλτρου. Θα επιλέξουμε την ζώνη αποκοπής του φίλτρου του φίλτρου να είναι  $f_c = 3\text{GHz}$  και ελάχιστη εξασθένιση στην ζώνη αποκοπής ( $f_s = 6\text{GHz}$ ) ίση με  $-30\text{db}$ . Με την μεθοδολογία που χρησιμοποιήσαμε στο 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο καθώς και την παραπάνω σχεδιάσαμε και τα δυο φίλτρα στο ADS όπως φαίνεται στο **Σχήμα 5.3.2**.



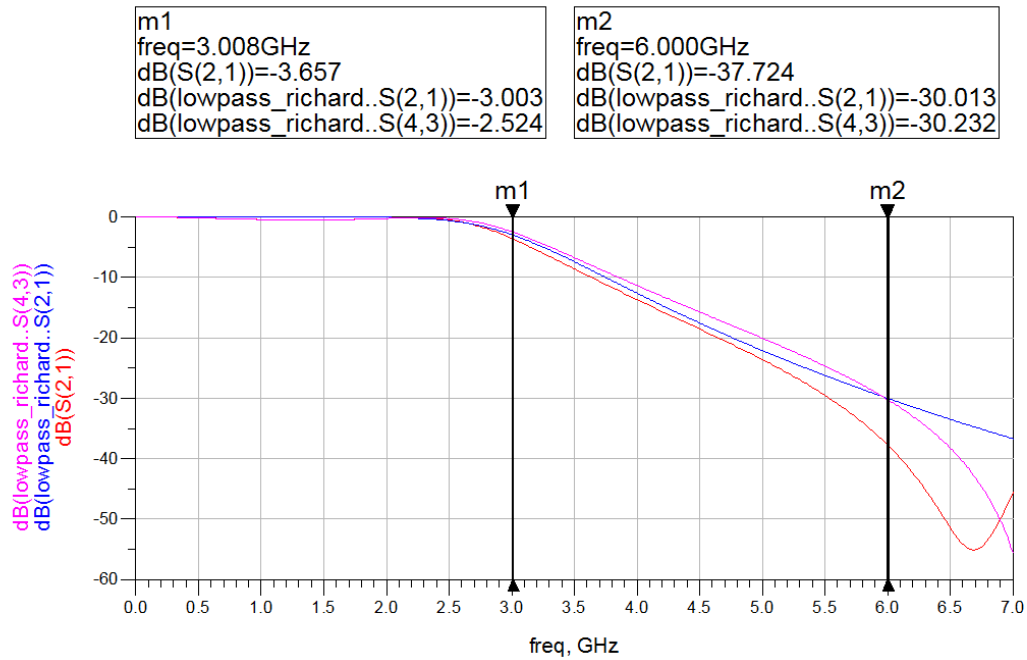
**Σχήμα 5.3.2: Σχηματικό Χαμηλοπερατού Φίλτρου με διακριτά στοιχεία και με γραμμές μεταφοράς και ανοιχτοκυκλωμένα στελέχη**

Στην συνέχεια σχεδιάζουμε το layout (Σχήμα 5.2.3) και συνεχίζουμε με την προσομοίωση του layout.



**Σχήμα 5.3.3: Layout Χαμηλοπερατού Φίλτρου με γραμμές μεταφοράς και ανοιχτοκυκλωμένα στελέχη**

Προκειμένου να ελέγξουμε την σωστή μεθοδολογία της σχεδίασης συγκρίναμε και τις τρεις αποκρίσεις στο ίδιο γράφημα. Όπου με κόκκινο χρώμα είναι η προσομοίωση του layout και με μπλε χρώμα η προσομοίωση του σχηματικού με διακριτά στοιχεία και με μωβ χρώμα η προσομοίωση του σχηματικού με γραμμές μεταφοράς και ανοιχτοκυκλωμένα στελέχη.



**Σχήμα 5.3.4: Απόκριση Χαμηλοπερατού Φίλτρου με διακριτά στοιχεία (κόκκινο χρώμα), Απόκριση Χαμηλοπερατού Φίλτρου του σχηματικού με γραμμές μεταφοράς και ανοιχτοκυκλωμένα στελέχη (μπλε χρώμα), Απόκριση Χαμηλοπερατού Φίλτρου του layout με γραμμές μεταφοράς και ανοιχτοκυκλωμένα στελέχη (μωβ χρώμα)**

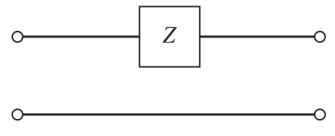
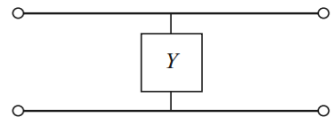
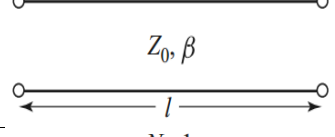
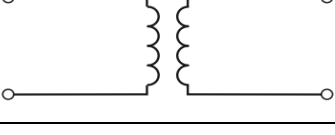
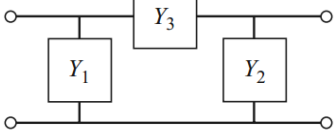
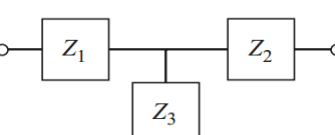


## 5.4 Χαμηλοπερατά φίλτρα με βηματική σύνθετη αντίσταση

Ένας εναλλακτικός τρόπος για την υλοποίηση χαμηλοπερατών φίλτρων σε μικροταινίες είναι η χρήση πολύ ψηλών ή πολύ κοντών χαρακτηριστικών σύνθετων αντιστάσεων. Τα συγκεκριμένα φίλτρα ονομάζονται φίλτρα βηματικής σύνθετης αντίστασης και ο λόγος για τον οποίο είναι γνωστά είναι η εύκολη υλοποίησή τους και το γεγονός ότι καταλαμβάνουν μικρότερο χώρο από τα συνηθισμένα φίλτρα που υλοποιούνται με στελέχη. Το μειονέκτημα μας τους είναι ότι λόγω των προσεγγίσεων που χρησιμοποιούνται, δεν έχουν καλή ηλεκτρική απόδοση.

### 5.4.1 Ισοδύναμα κυκλώματα για γραμμές μεταφοράς

Θα αρχίσουμε με την εύρεση της προσέγγισης ισοδύναμων κυκλωμάτων για γραμμές μεταφοράς μικρού μήκους οι οποίες διαθέτουν είτε πολύ μικρή είτε πολύ μεγάλη χαρακτηριστική αντίσταση. Οι παράμετροι ABCD γραμμής μεταφοράς μήκους  $l$  και χαρακτηριστικής αντίστασης  $Z_0$  φαίνονται στον **Πίνακα 5.4.1**.

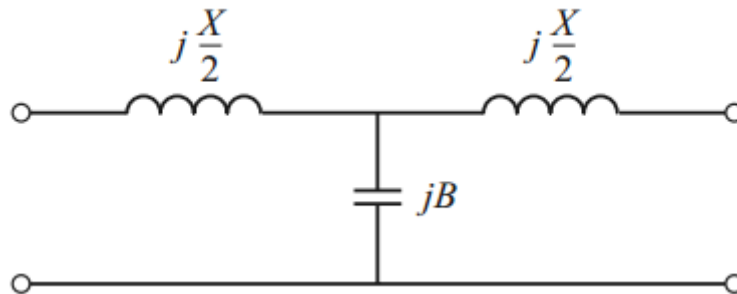
<b>Πίνακας 5.4.1</b> <b>ABCD Παράμετροι</b>	
Κύκλωμα	ABCD παράμετροι
	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta l) & jZ_0 \sin(\beta l) \\ jY_0 \sin(\beta l) & \cos(\beta l) \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N & 0 \\ 0 & 1/N \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Y_2}{Y_3} & \frac{1}{Y_3} \\ Y_1 + Y_2 + \frac{Y_1 Y_2}{Y_3} & 1 + \frac{Y_1}{Y_3} \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_1}{Z_3} & Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3} \\ \frac{1}{Z_3} & 1 + \frac{Z_2}{Z_3} \end{bmatrix}$

Χρησιμοποιώντας τους μετασχηματισμούς των δίθυρων δικτύων υπολογίζουμε τις παραμέτρους  $Z$  ως εξής:

$$\left. \begin{aligned} Z_{11} = Z_{22} = \frac{A}{C} = -jZ_0 \cot(\beta l) \\ Z_{12} = Z_{21} = \frac{1}{C} = -jZ_0 \csc(\beta l) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$Z_{11} - Z_{12} = -jZ_0 \left( \frac{\cos(\beta l) - 1}{\sin(\beta l)} \right) = jZ_0 \left( \frac{\tan(\beta l)}{2} \right) \quad (5.4.1)$$

Ένα  $\beta l < \pi/2$  τα εν σειρά στοιχεία έχουν θετική αντίδραση (πηνία) ενώ τα παράλληλα στοιχεία έχουν αρνητική αντίδραση (πυκνωτές). Επομένως έχουμε το ισοδύναμο κύκλωμα που φαίνεται στο **Σχήμα 5.4.2**



**Σχήμα 5.4.2: Ισοδύναμο T για  $\beta l < \pi/2$**

όπου

$$\frac{X}{2} = Z_0 \left( \frac{\tan(\beta l)}{2} \right) \quad (5.4.2)$$

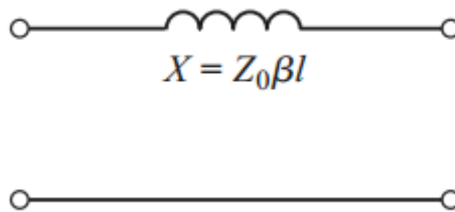
$$B = \frac{1}{Z_0} \sin(\beta l) \quad (5.4.3)$$

Αν υποθέσουμε ότι έχουμε μικρή γραμμή μεταφοράς ( $\beta l < \pi/4$ ) και μεγάλη τιμή στην χαρακτηριστική αντίσταση. Τότε οι εξισώσεις 5.4.2, 5.4.3 απλοποιούνται σε

$$X = Z_0(\beta l) \quad (5.4.4)$$

$$B = 0 \quad (5.4.5)$$

το οποίο ισοδυναμεί στο κύκλωμα που φαίνεται στο **Σχήμα 5.4.3**



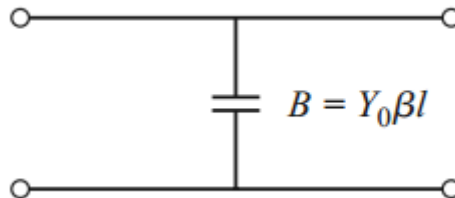
**Σχήμα 5.4.3: Ισοδύναμο T για  $\beta l < \pi/4$**

Αντίστοιχα αν έχουμε μικρή γραμμή μεταφοράς και μικρή τιμή στην χαρακτηριστική αντίσταση οι εξισώσεις 5.3.2, 5.3.3 απλοποιούνται σε

$$X = 0 \quad (5.4.6)$$

$$B = Z_0(\beta l) \quad (5.4.7)$$

το οποίο ισοδυναμεί στο κύκλωμα που φαίνεται στο **Σχήμα 5.4.4**



**Σχήμα 5.4.4: Ισοδύναμο T για X=0**

Επομένως τα εν σειρά πηνία μπορούν να αντικατασταθούν με γραμμές μεταφοράς υψηλής αντίστασης ( $Z_0 = Z_h$ ) και οι παράλληλοι πυκνωτές μπορούν να αντικατασταθούν με γραμμές μεταφοράς χαμηλής αντίστασης ( $Z_0 = Z_l$ ). Επειδή ο λόγος  $Z_h / Z_l$  πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερος, οι τιμές για τα  $Z_h$  και  $Z_l$  αντιστοιχούν στις υψηλότερες και τις χαμηλότερες σύνθετες αντιστάσεις που μπορούν να κατασκευαστούν.

Επομένως τα μήκη των γραμμών καθορίζονται από τις εξισώσεις 5.4.4~5.4.7. Για να έχουμε την καλύτερη δυνατή απόκριση όλα τα μήκη υπολογίζονται στην συχνότητα αποκοπής του φίλτρου. Συνδυάζοντας τις παραπάνω εξισώσεις τα μήκη των πηνίων και των πυκνωτών υπολογίζονται όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\beta l = \frac{LZ_0}{Z_h} \quad (5.4.8)$$

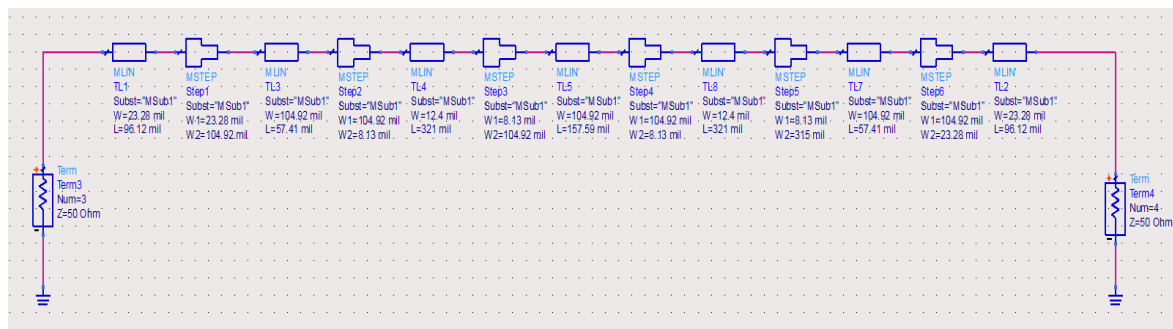
$$\beta l = \frac{CZ_l}{Z_0} \quad (5.4.9)$$

## 5.4.2 Σχεδίαση χαμηλοπερατού φίλτρου

Σε αυτήν την ενότητα θα εφαρμόσουμε την μεθοδολογία της ενότητας 5.3.1 για την σχεδίαση ενός χαμηλοπερατού φίλτρου 5<sup>ης</sup> τάξης με συχνότητα αποκοπής  $f_c = 3\text{GHz}$ . Αρχικά επιλέγουμε ότι οι γραμμές μεταφοράς θα έχουν τιμές  $Z_h = 65\Omega$  και  $Z_l = 20\Omega$ . Εφόσον το φίλτρο είναι 5<sup>ης</sup> τάξης οι συντελεστές του θα είναι αντίστοιχοι συντελεστές Butterworth. Στην συνέχεια χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις 5.3.8 και 5.3.9 καταλήγουμε στα ηλεκτρικά μήκη των γραμμών μεταφοράς που χρησιμοποιούνται αντί των πυκνωτών και των πηνίων. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

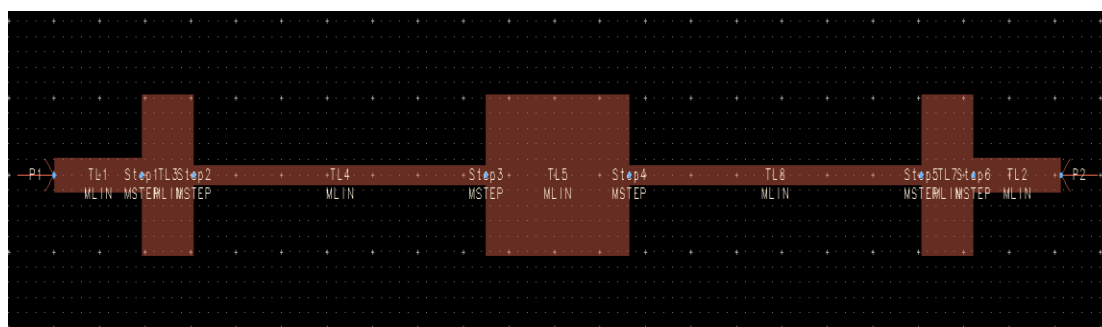
$g_n$	$Z_l$ ή $Z_h$	$\beta l$ (μοίρες)
.6180	20	14.7
1.6180	65	73.15
2	20	40.32
1.6180	65	73.15
.6180	20	14.7

Στην συνέχεια με την βοήθεια του Linecalc του ADS υπολογίσαμε τα μήκη και τα πλάτη των γραμμών μεταφοράς και σχεδιάσαμε το αντίστοιχο κύκλωμα σε ADS όπως αυτό φαίνεται παρακάτω:



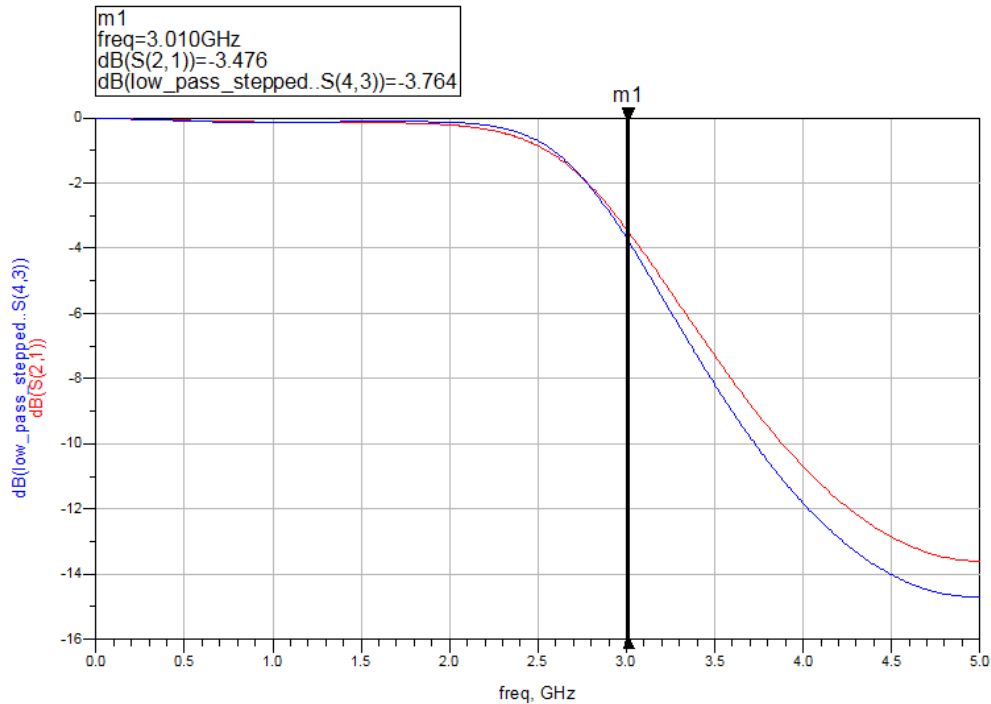
**Σχήμα 5.4.3: Χαμηλοπερατό Φίλτρο με Βηματικές Σύνθετες Αντιστάσεις**

σχεδιάσαμε το layout του κυκλώματος όπως φαίνεται παρακάτω



**Σχήμα 5.4.4: Layout Χαμηλοπερατό Φίλτρο με Βηματικές Σύνθετες Αντιστάσεις**

και συγκρίναμε τις δυο προσομοιώσεις



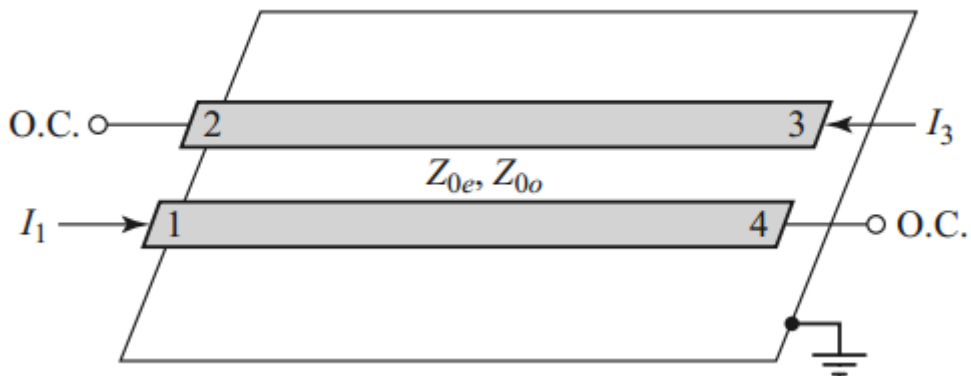
**Σχήμα 5.4.5: Απόκριση Χαμηλοπερατού Φίλτρου με Βηματικές Σύνθετες Αντιστάσεις (κόκκινο χρώμα), Απόκριση Χαμηλοπερατού Φίλτρου του layout με Βηματικές Σύνθετες Αντιστάσεις (μπλε χρώμα)**

Όπου με μπλε χρώμα είναι η προσομοίωση του σχηματικού του φίλτρου και με κόκκινο η προσομοίωση του layout. Παρατηρούμε ότι η κλίση του φίλτρου δεν είναι απότομη. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι συντελεστές Butterworth δεν μας επιτρέπουν να χρησιμοποιήσουμε μεγαλύτερες τιμές για την τιμή της  $Z_h$ . Με την συγκεκριμένη μεθοδολογία η θα έπρεπε να αυξήσουμε την τάξη του φίλτρου ή να χρησιμοποιήσουμε μια διαφορετική προσέγγιση όπως η Chebysev.

## 5.5 Φίλτρα με συζευγμένες γραμμές μεταφοράς

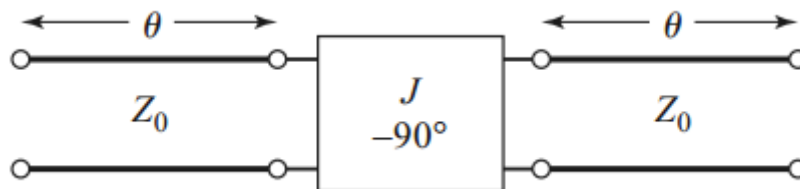
Τα παράλληλα ζεύξη συζευγμένων γραμμών μεταφοράς χρησιμοποιούνται για την κατασκευή διαφόρων τύπων φίλτρων. Η κατασκευή πολυεπίπεδων φίλτρων (ζωνοπερατά, αποκοπής ζώνης) με συζευγμένες γραμμές είναι σχετικά εύκολη με την χρήση μικροταινιών. Ωστόσο το εύρος ζώνης πρέπει να είναι μικρότερο από 20% ειδάλλως η κατασκευή τους είναι ιδιαίτερα δύσκολη, καθώς οι γραμμές μεταφοράς πρέπει να βρίσκονται πολύ κοντά.

Τα φίλτρα με στενό εύρος ζώνης μπορούν να υλοποιηθούν με αλυσιδωτή τοπολογία των ζευγών γραμμών μεταφοράς που φαίνονται στο **Σχήμα 5.5.1**.



**Σχήμα 5.5.1: Παράλληλες Συζευγμένες Γραμμές Μεταφοράς**

Για να λάβουμε τις εξισώσεις για αυτού του είδους το φίλτρο, θα δείξουμε ότι το ζεύγος γραμμών μεταφοράς μπορεί να προσεγγιστεί με την διάταξη που φαίνεται στο **Σχήμα 5.5.2**



**Σχήμα 5.5.2: Ισοδύναμο Κύκλωμα Παραλλήλων Γραμμών**

Αρχικά θα υπολογίσουμε την φανταστική αντίσταση και την σταθερά διάδοσης του ισοδύναμου κυκλώματος και στην συνέχεια θα δείξουμε ότι είναι ίδιες με το κύκλωμα συζευγμένων γραμμών με  $\theta = \pi/2$ . Οι ABCD παράμετροι του ισοδύναμου κυκλώματος μπορούν να υπολογιστούν με την αντίστοιχη μεθοδολογία που περιγράψαμε στην ενότητα 5.3.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(\theta) & jZ_0 \sin(\theta) \\ \frac{j}{Z_0} \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -j/J \\ -jJ & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & jZ_0 \sin(\theta) \\ \frac{j}{Z_0} \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} (JZ_0 + \frac{1}{JZ_0}) \sin(\theta) \cos(\theta) & j(JZ_0^2 \sin^2 \theta - \frac{\cos^2 \theta}{J}) \\ j(\frac{1}{JZ_0^2} \sin^2 \theta - J \cos^2 \theta) & (JZ_0 + \frac{1}{JZ_0}) \sin(\theta) \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (5.5.1)
 \end{aligned}$$

Το φανταστικό μέρος της σύνθετης αντίστασης δίνεται από την σχέση

$$Z_i = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\frac{JZ_0^2 \sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{\frac{1}{JZ_0^2} \sin^2 \theta - J \cos^2 \theta}} \text{ όπου για } \theta = \pi/2 \text{ έχουμε } Z_i = JZ_0^2. \text{ Εφόσον η σταθερά}$$

διάδοσης είναι  $\cos \beta = A = (JZ_0 + \frac{1}{JZ_0}) \sin(\theta) \cos(\theta)$  και γνωρίζοντας ότι

$$Z_i = \frac{1}{2}(Z_{0e} - Z_{0o}) \text{ έχουμε ότι}$$

$$\frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} = JZ_0 + \frac{1}{JZ_0} \Rightarrow \begin{cases} Z_{0e} = Z_0[1 + JZ_0 + (JZ_0)^2] \\ Z_{0o} = Z_0[1 - JZ_0 + (JZ_0)^2] \end{cases} \quad (5.5.2)$$

$$\text{όπου } Z_0 J_1 = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2g_1}}, \quad (5.5.3)$$

$$Z_0 J_n = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2g_{n-1}g_n}} \text{ για } n = 2, 3, \dots, N \quad (5.5.4)$$

$$Z_0 J_{N+1} = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2g_N g_{N+1}}} \quad (5.5.5)$$

Στην περίπτωση όπου θέλουμε να σχεδιάσουμε ένα φίλτρο N-τάξης θα χρειαστούμε N+1 ζεύγη γραμμών μεταφοράς. Στο παράρτημα παρατίθεται κώδικας σε Matlab ο οποίος με βάση τις προδιαγραφές του φίλτρου υπολογίζει τις τιμές των  $Z_{0e}$ ,  $Z_{0o}$  των γραμμών μεταφοράς. Στην επόμενη ενότητα υπάρχει βήμα προς βήμα η σύνθεση του φίλτρου και η προσομοίωση του με την χρήση του ADS.

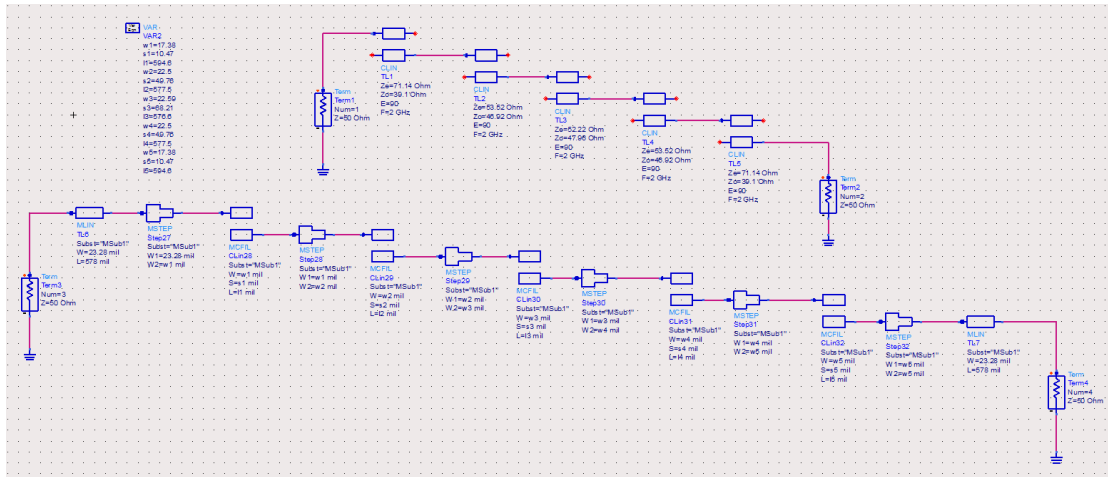
### 5.5.1 Σχεδίαση ζωνοδιαβατού φίλτρου

Σε αυτήν την ενότητα θα σχεδιάσουμε ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο με αλυσιδωτή συνδεσμολογία, η οποία θα αποτελείται από συζευγμένα ζεύγη γραμμών μεταφοράς. Αρχικά θα επιλέξουμε τις ακόλουθες προδιαγραφές του φίλτρου

$\Delta = 5\%$ ,  $A_{\max} = 0.5$ ,  $A_{\min} = 50$ ,  $f_0 = 2\text{GHz}$ ,  $BW_s = 600 \text{ MHz}$ . Με την χρήση του Matlab (βλέπε Παράρτημα 5) καταλήγουμε στην τάξη του φίλτρου  $n=4$  (δηλαδή θα χρειαστούμε πέντε ζεύγη γραμμών μεταφοράς) καθώς επίσης και στα υπόλοιπα χαρακτηριστικά του φίλτρου που απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα.

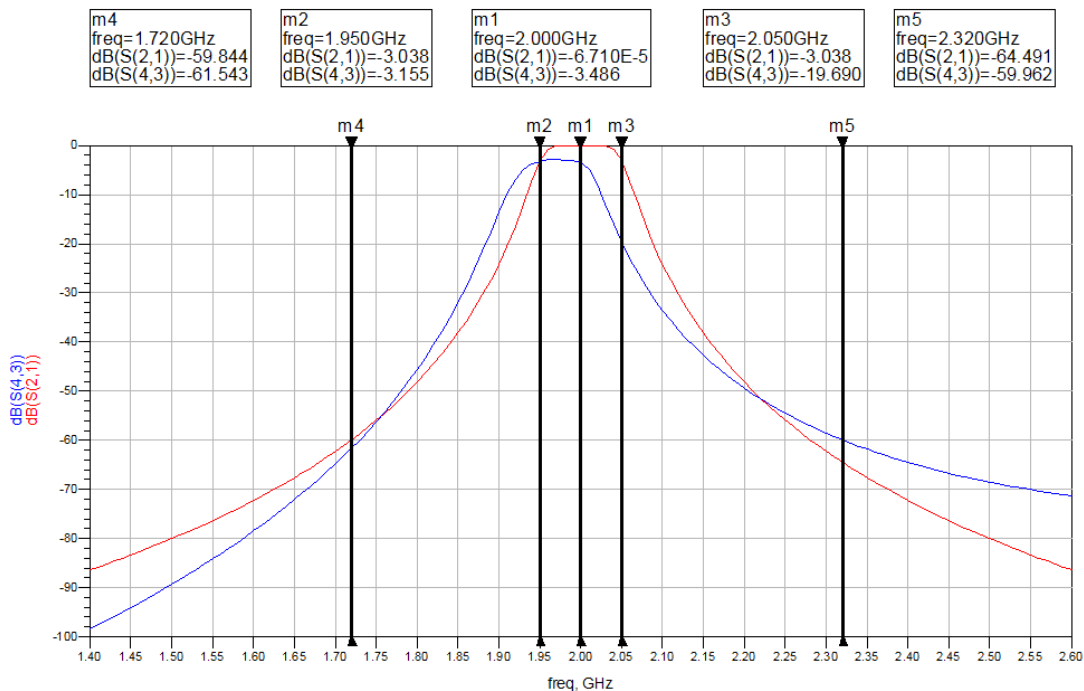
Τάξη του φίλτρου n=5	
$f_{c1} = 1.95\text{GHz}$ , $f_{c2} = 2.05\text{GHz}$ , $f_{s1} = 1.72\text{GHz}$ , $f_{s2} = 2.32\text{GHz}$	
$Z_{0e}$	$Z_{0o}$
71.1473	39.1140
53.5202	46.9160
52.2156	47.9651
53.5202	46.9160
71.1473	39.1140

Στην συνέχεια σχεδιάζουμε το κύκλωμα χρησιμοποιώντας τις παραπάνω τιμές για τα ζεύγη των γραμμών μεταφοράς. Όλες οι γραμμές είναι  $\lambda/4$  και με την βοήθεια του LineCalc υπολογίζουμε τα πλάτη, τα μήκη καθώς και την απόσταση ανά ζεύγος. Στην συνέχεια σχεδιάζουμε δύο κυκλώματα στο ADS. Το πρώτο κύκλωμα είναι με ιδανικές γραμμές μεταφοράς ενώ το δεύτερο κύκλωμα είναι με πραγματικές.



**Σχήμα 5.5.1: Σχηματικά Ζωνοδιαβατού με ιδανικές γραμμές μεταφοράς (πάνω) και με πραγματικές γραμμές μεταφοράς**

Στην συνέχεια προχωρήσαμε στην προσομοίωση και των δύο κυκλωμάτων προκειμένου να είμαστε σε θέση να συγκρίνουμε την ιδανική από την πραγματική συμπεριφορά του φίλτρου. Σημειώνεται ότι με κόκκινα χρώμα είναι η απόκριση με ιδανικές γραμμές μεταφοράς ενώ με μπλε η απόκριση με πραγματικές.

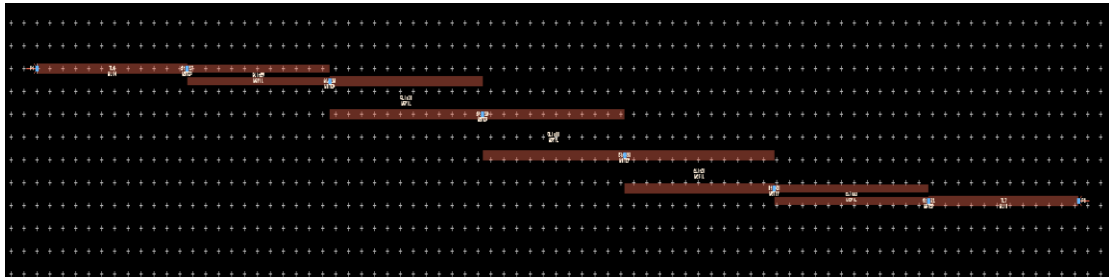


**Σχήμα 5.5.2: Απόκριση Συχνοτήτων Ζωνοδιαβατού Φίλτρου με ιδανικές γραμμές μεταφοράς (κόκκινο), με πραγματικές γραμμές μεταφοράς (μπλε)**



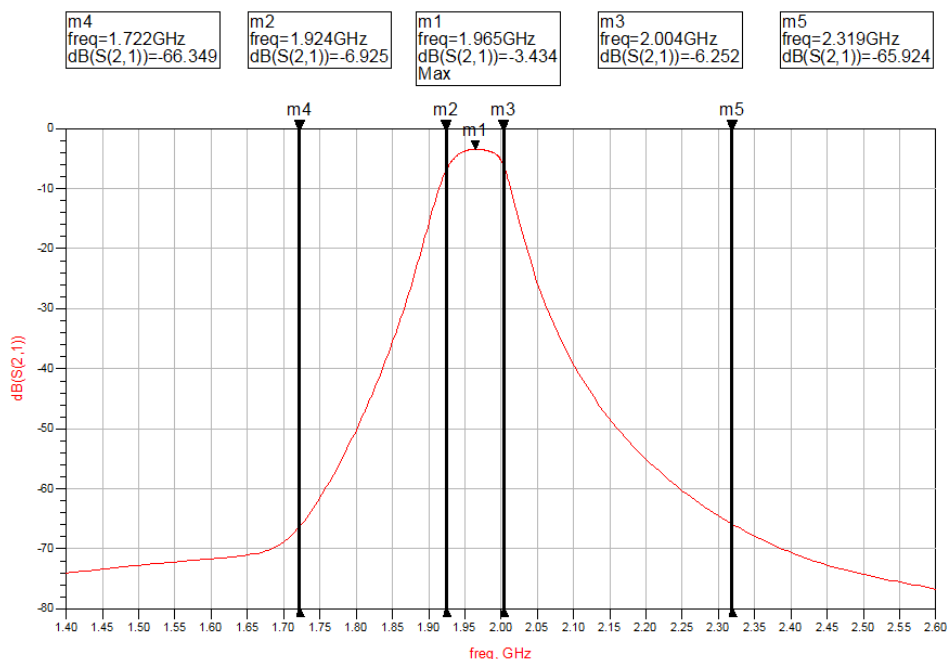
Από το παραπάνω γράφημα παρατηρούμε ότι η υλοποίηση με πραγματικές γραμμές μεταφοράς έχει μεγαλύτερη εξασθένιση στην ζώνη διέλευσης και είναι μετατοπισμένη από το γεωμετρικό κέντρο συχνοτήτων. Η αιτία για την πρώτη παρατήρηση είναι ότι οι πραγματικές γραμμές έχουν απώλειες. Ο λόγος της μετατόπισης της καμπύλης είναι τα σφάλματα πεπερασμένης ακρίβειας. Προκειμένου να επιλύσουμε το πρόβλημα θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε την διαδικασία βελτιστοποίησης (Optimize) του ADS. Όμως λόγω της πολυπλοκότητας της διάταξης αναμένεται να υπάρχει διαφορά μεταξύ της προσομοίωση του σχηματικού και του layout.

Ο λόγος είναι η διαφορετική μεθοδολογία επίλυσης του προβλήματος από το ADS. Στην περίπτωση του layout το ADS επιλύει τις εξισώσεις του Maxwell ενώ στην περίπτωση του σχηματικού επιλύει γραμμικές εξισώσεις. Επομένως αρχικά θα σχεδιάσουμε το layout με τις διαστάσεις που υπολογίστηκαν στον ανωτέρω πίνακα.



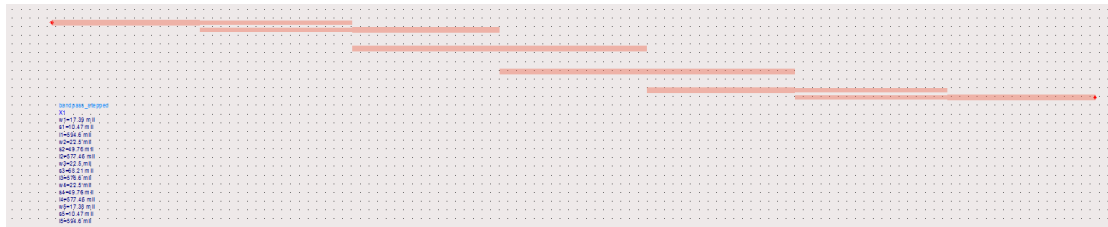
**Σχήμα 5.5.3: Layout Ζωνοδιαβατού Φίλτρου με ιδανικές γραμμές μεταφοράς (πάνω) και με πραγματικές γραμμές μεταφοράς**

Στην συνέχεια υλοποιούμε την προσομοίωση EM και λαμβάνουμε το ακόλουθο γράφημα.



**Σχήμα 5.5.4: Απόκριση Συχνοτήτων Ζωνοδιαβατού του Layout του Φίλτρου**

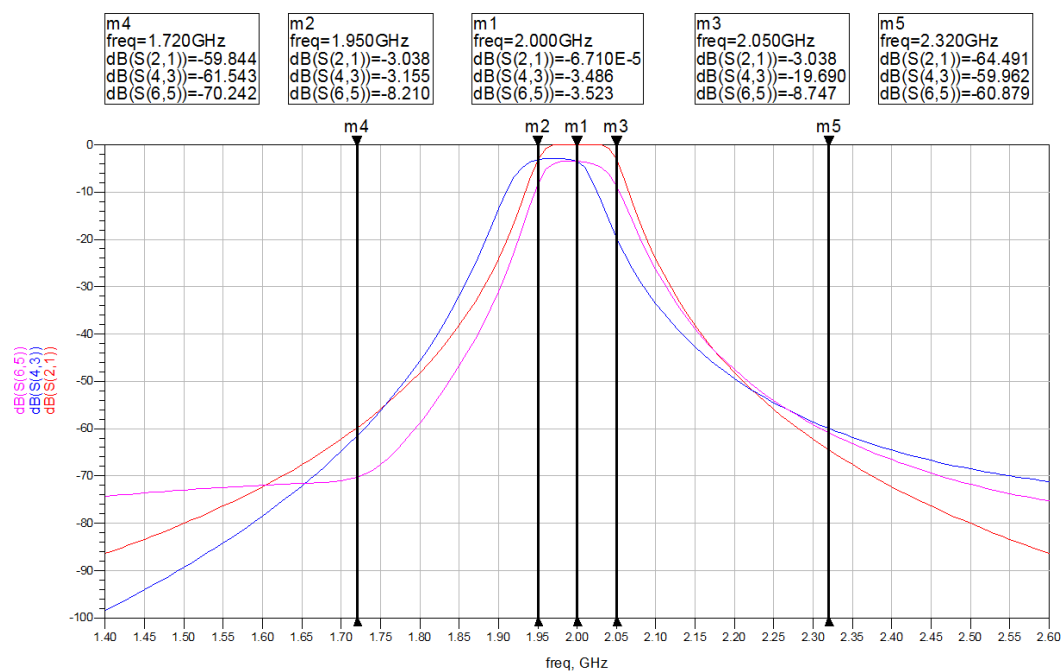
Αξίζει να σχολιάσουμε ότι η ολίσθηση συχνοτήτων είναι διαφορετική (αν και σε μικρό βαθμό) και ότι η εξασθένιση υπάρχει ως άλλωστε αναμενόταν. Το ADS μας δίνει την δυνατότητα να δημιουργήσουμε ένα εξάρτημα στην βάση του σχηματικού από το layout.



**Σχήμα 5.5.5: Εξάρτημα του layout που αντιστοιχεί στο ζωνοπερατό φίλτρο**

Το καινούργιο πλέον εξάρτημα είναι ολόκληρο το layout και οι οποιασδήποτε αλλαγές συμβαίνουν στο σχηματικό συμβαίνουν αντίστοιχα στο layout και στην προσομοίωση EM. Επομένως θα ακολουθήσουμε την διαδικασία της βελτιστοποίησης στο καινούργιο εξάρτημα.

Τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης παρουσιάζονται στο **Σχήμα 5.5.6**.



**Σχήμα 5.5.6: Απόκριση Συχνοτήτων Ζωνοδιαβατού Φίλτρου με ιδανικές γραμμές μεταφοράς (κόκκινο), με πραγματικές γραμμές μεταφοράς (μπλε), από το εξάρτημα του layout (μωβ)**

Όπου στο γράφημα με μωβ χρώμα έχει προστεθεί η καμπύλη μετά την βελτιστοποίηση.

## 5.6 Αναφορές

- [1] David M. Pozar, *Microwave Engineering*, John Wiley & Sons Inc
- [2] G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks and Coupling Structures*, Artech House, Dedham, Mass., 1980
- [3] R. E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering*, 2nd edition, Wiley-IEEE Press, Hoboken, N.J., 2001
- [4] J. A. G. Malherbe, *Microwave Transmission Line Filters*, Artech House, Dedham, Mass., 1979
- [5] W. A. Davis, *Microwave Semiconductor Circuit Design*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1984
- [6] R. F. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, McGraw-Hill, New York, 1961
- [7] P. I. Richards, *Resistor-Transmission Line Circuits*, *Proceedings of the IRE*, vol. 36, pp. 217–220, February 1948
- [8] S. B. Cohn, Parallel-Coupled Transmission-Line-Resonator Filters *IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-6, pp. 223–231, April 1958
- [9] *ADS Circuit Design Cookbook 2.0*

# 6 Γεωμετρική Μέθοδος Σχεδίασης Μικροκυματικών Φίλτρων

## 6.1 Εισαγωγή

Στο περασμένο κεφάλαιο είδαμε δυο διαφορετικούς τρόπους για την υλοποίηση μικροκυματικών φίλτρων με αναλυτικό τρόπο. Σε καμία περίπτωση δεν λάβαμε υπόψη τους τυχόν χωροταξικούς περιορισμούς της διάταξης. Σε αυτό το κεφάλαιο θα σχεδιάσουμε ένα υψιπερατό καθώς και ένα φίλτρο αποκοπής ζώνης έχοντας ως προδιαγραφές όχι μόνο τις προδιαγραφές αλλά και τις διαστάσεις του κυκλώματος.

Θα ξεκινήσουμε με την σχεδίαση ενός υψιπερατού φίλτρου και θα κλείσουμε το κεφάλαιο με την υλοποίηση ενός φίλτρου αποκοπής ζώνης.

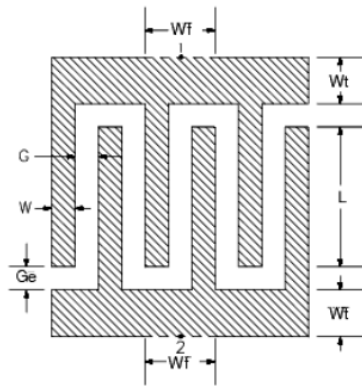
## 6.2 Υψιπερατά Φίλτρα

### 6.2.1 Υψιπερατά φίλτρα με ψευδό-συγκεντρωμένα στοιχεία

Τα υψιπερατά φίλτρα τα οποία κατασκευάζονται από ψευδό-συγκεντρωμένα στοιχεία (quasilumped elements) είναι κατάλληλα για αρκετές εφαρμογές, αφού τα συγκεκριμένα στοιχεία μπορούν να επιτύχουν καλές προσεγγίσεις σε μεγάλο εύρος συχνοτήτων. Ωστόσο κατά την σχεδίαση αυτού του τύπου το φίλτρο πρέπει να λαμβάνεται υπόψη αν το μέγεθος των ψευδό-συγκεντρωμένων στοιχείων γίνεται συγκρίσιμο με το μήκος κύματος στην συχνότητα ενδιαφέροντος. Στην περίπτωση που ισχύει αυτό το συγκεντρωμένο στοιχείο είναι πλέον κατανεμημένο.

Έχουμε δει ότι ένα υψιπερατό φίλτρο έχει την μορφή όμοια με αυτή του **Σχήματος 4.3.1** ακολουθώντας ως μετασχηματισμό συχνότητας  $\Omega = \frac{\omega_c \Omega_c}{\omega}$  όπου  $\Omega$  είναι η κυκλική συχνότητα του χαμηλοπερατού,  $\omega$  είναι η κυκλική συχνότητα του υψιπερατού,  $\omega_c$  είναι η συχνότητα αποκοπής του υψιπερατού.

Τα στοιχεία που έχουν την παρακάτω μορφή (**Σχήμα 6.2.1**) αντιστοιχούν σε συγκεντρωμένα στοιχεία με χωρητική συμπεριφορά. Ενώ τα πηνία τα οποία είναι εγκάρσια θα υλοποιηθούν με ανοιχτοκυκλωμένα στελέχη. Επομένως η σχέση που ισχύει για την εξίσωση της σύνθετης αντίστασης πηνίου-ανοιχτοκυκλωμένου στελέχους είναι η ακόλουθη  $jZ_c \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda_{gc}} l\right) = j\omega_c L$ . Όπου  $Z_c$  η χαρακτηριστική αντίσταση του στελέχους, το μήκος κύματος στην συχνότητα αποκοπής και  $l$  το φυσικό μήκος του στελέχους.



Name	Description	Units	Default
Subst	Substrate instance name	None	MSub1
W	Finger width	mil	5.0
G	Gap between fingers	mil	5.0
Ge	Gap at end of fingers	mil	5.0
L	Length of overlapped region	mil	50.0
Np	Number of finger pairs	Integer	3
Wt	Width of interconnect	mil	25.0
Wf	Width of feedline	mil	25.0
Temp	Physical temperature (see Notes)	°C	None

**Σχήμα 6.2.1: Γεωμετρικές Διαστάσεις και χαρακτηριστικά του ψευδο-συγκεντρωμένου πυκνωτή**

Στην συνέχεια θα περιγράψουμε βήμα προς βήμα την σχεδίαση ενός υπερυψηλού φίλτρου με την χρήση του ADS. Οι παράμετροι του **Σχήματος 6.2.1** είναι ακριβώς όπως ορίζονται από το ADS.

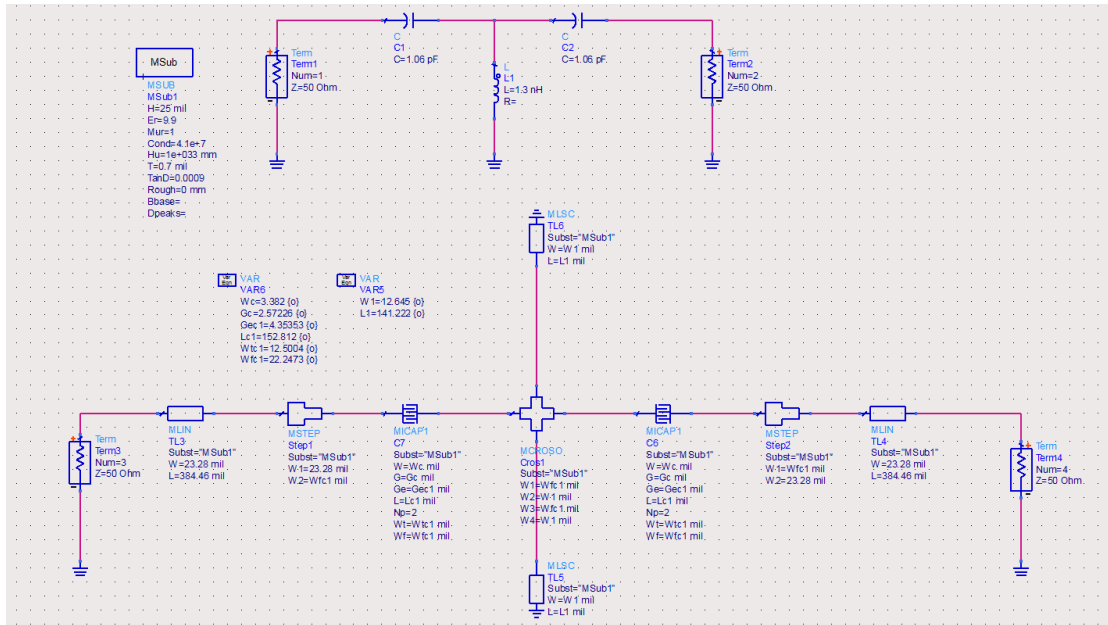
### 6.2.2 Σχεδίαση Υψηλαυτού φίλτρου με ψευδο-συγκεντρωμένα στοιχεία

Έστω ότι θέλουμε να σχεδιάσουμε ένα φίλτρο με τα εξής χαρακτηριστικά

$F_s$	600MHz
$F_c$	3GHz
$A_{max}$	.5db
$A_{min}$	30db

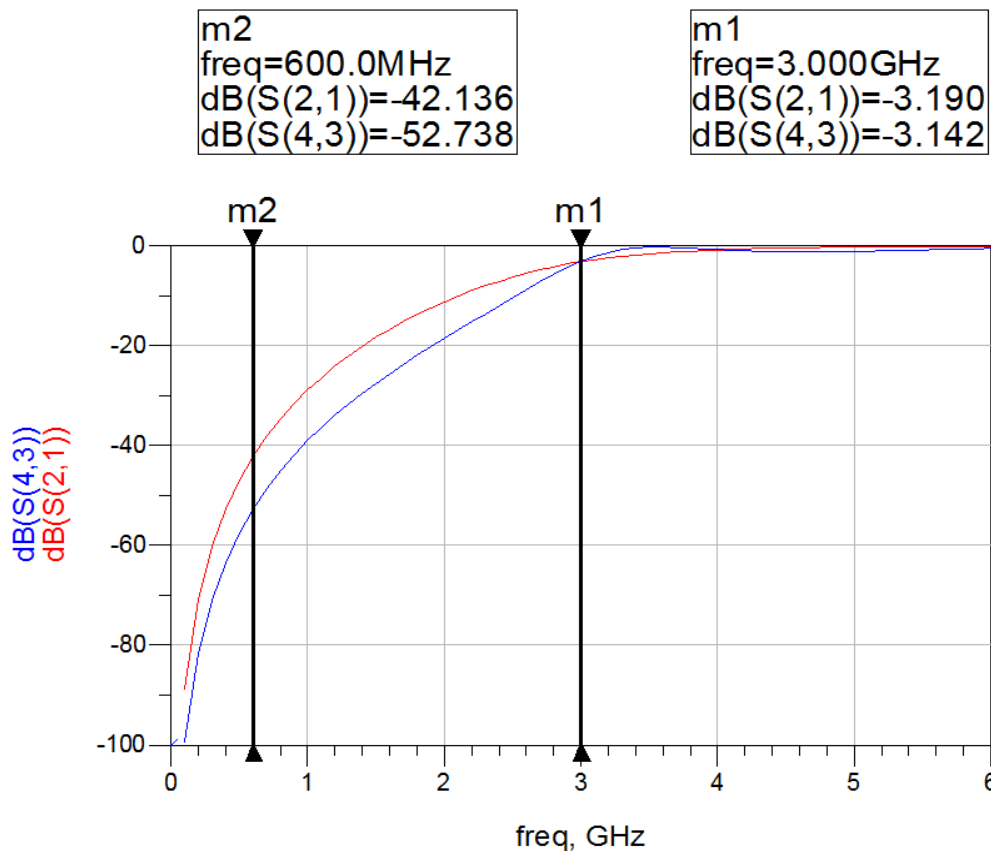
Με την βοήθεια του Matlab (βλέπε Παράρτημα 6) λαμβάνουμε ότι η τάξη του φίλτρου είναι  $n = 3$  και τα στοιχεία έχουν τιμές  $C_{1,3} = 1.06\text{pF}$ ,  $L_2 = 1.32\text{nH}$ . Επίσης για ανοιχτοκυκλωμένο στέλεχος για το πηνίο μήκους  $\lambda/8$  βρήκαμε ότι η χαρακτηριστική αντίσταση είναι  $Z_c = 25\Omega$ .

Αρχικά σχεδιάζουμε το κύκλωμα με τα συγκεντρωμένα στοιχεία και έπειτα το κύκλωμα με τα ψευδο-συγκεντρωμένα στοιχεία όπως φαίνεται παρακάτω. Τα ανοιχτοκυκλωμένα στελέχη ( $Z_c = 50\Omega$ ) σχεδιάστηκαν με την βοήθεια του LineCalc του ADS ενώ οι πυκνωτές με την βοήθεια του DesignGuide.



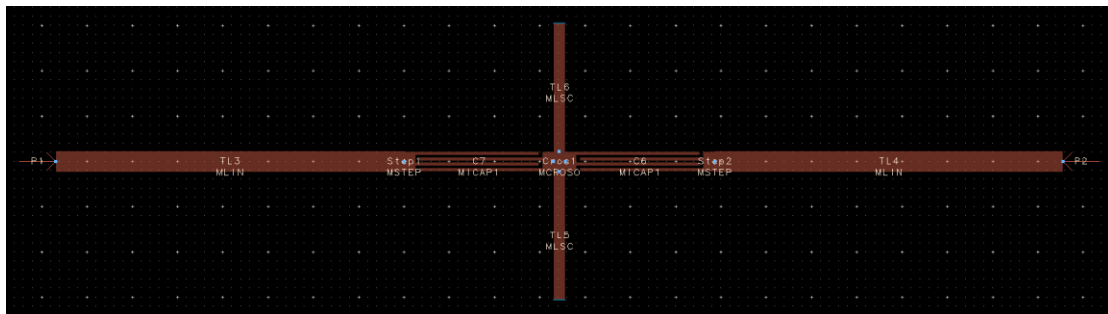
**Σχήμα 6.2.2: Υψιπερατό Φίλτρο με διακριτά στοιχεία και με ψευδο-συγκεντρωμένα στοιχεία και γραμμές μεταφοράς**

Επειδή οι αρχικές προσομοιώσεις διέφεραν από τις προδιαγραφές με την χρήση της βελτιστοποίησης λάβαμε τα ακόλουθα αποτελέσματα.



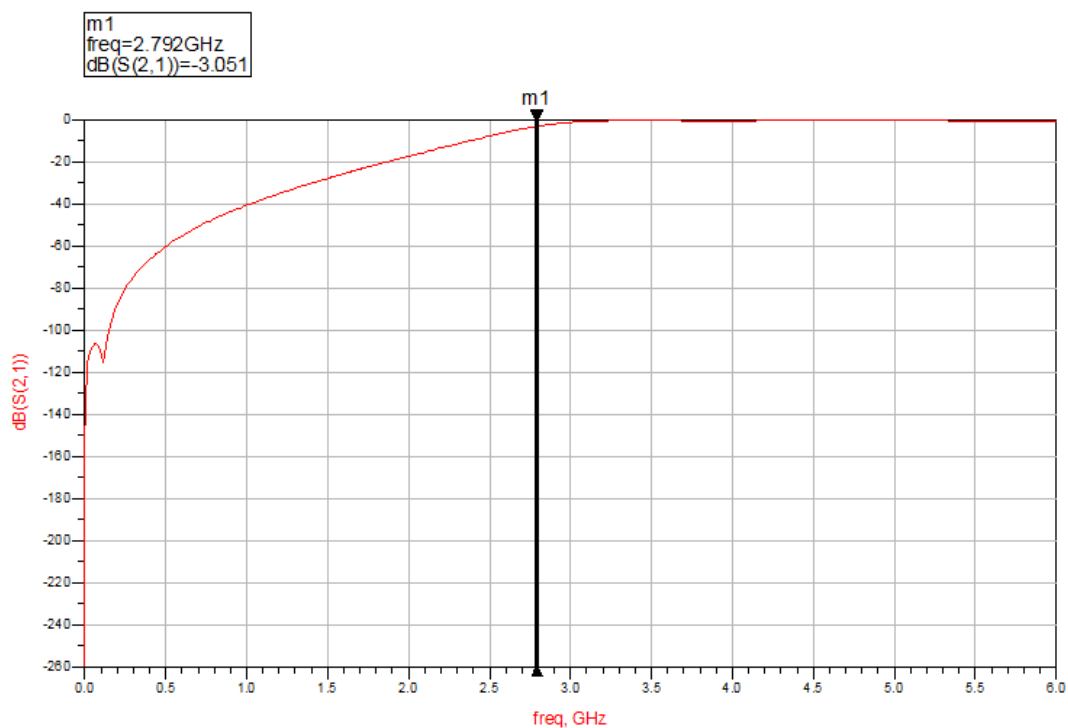
**Σχήμα 6.2.3: Απόκριση Υψιπερατού Φίλτρου με διακριτά στοιχεία (κόκκινο) και με ψευδο-συγκεντρωμένα στοιχεία και γραμμές μεταφοράς**

Στην συνέχεια σχεδιάσαμε το layout



**Σχήμα 6.2.4: Layout Υπεραγωγού Φίλτρου με διακριτά στοιχεία και με ψευδο-συγκεντρωμένα στοιχεία και γραμμές μεταφοράς**

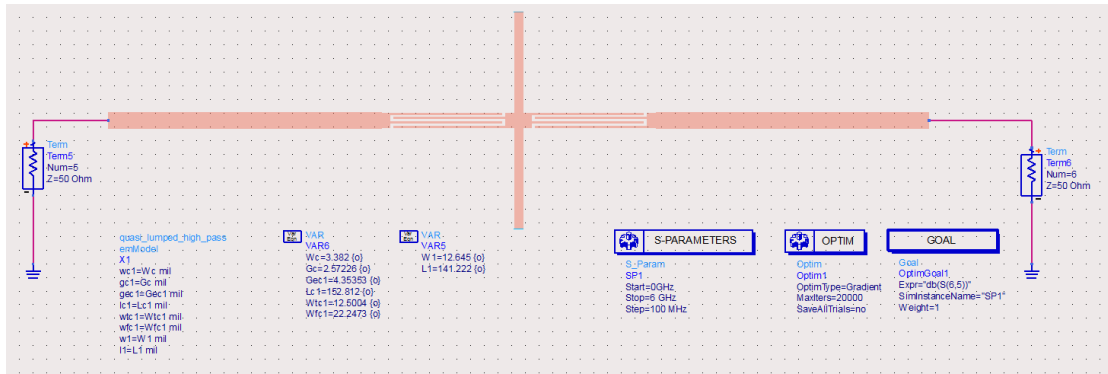
και προχωρήσαμε στην ηλεκτρομαγνητική προσομοίωση.



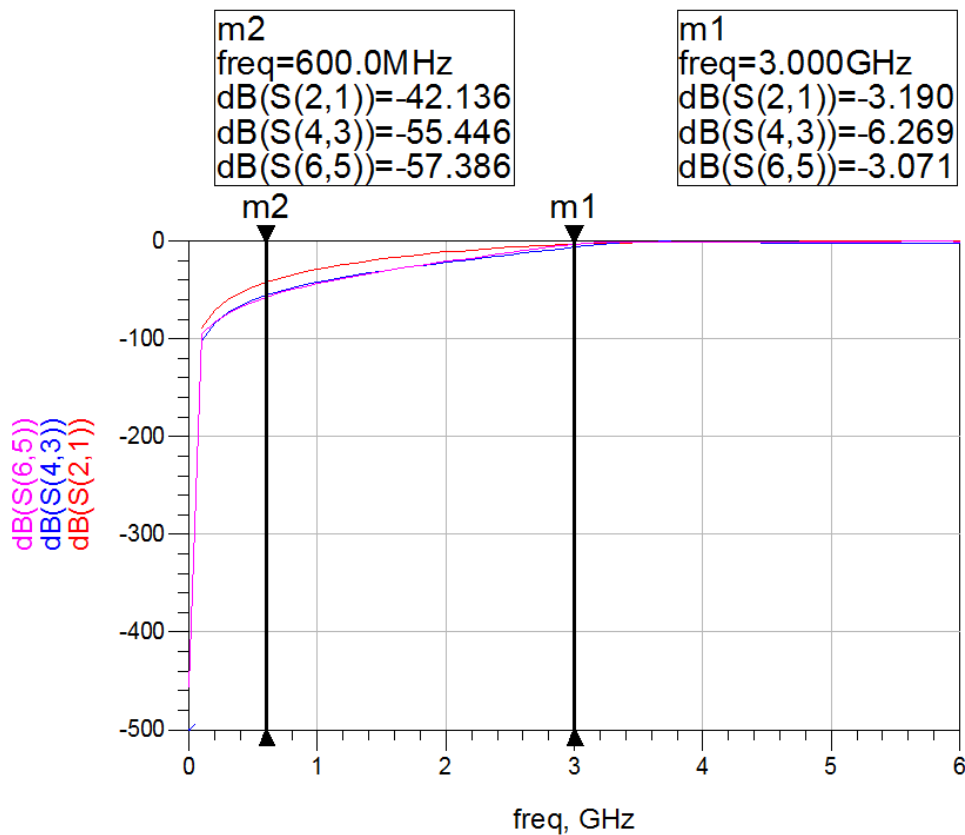
**Σχήμα 6.2.5: Απόκριση του layout του Υπεραγωγού Φίλτρου**

Παρατηρούμε ότι τα χαρακτηριστικά του φίλτρου διαφέρουν έστω και λίγο από τις προδιαγραφές. Επομένως ακολουθώντας την διαδικασία της Ενότητας 5.5.1 δημιουργήσαμε ένα εξάρτημα με τα χαρακτηριστικά του layout προκειμένου να υλοποιήσουμε την βελτιστοποίηση της απόκρισης.

Υπενθυμίζουμε ότι οποιαδήποτε αλλαγές συμβαίνουν σε κάποια από τις παραμέτρους του **Σχήματος 6.2.6** αντιστοιχούν σε αλλαγές στο layout.



Σχήμα 6.2.5: Εξάρτημα του layout που αντιστοιχεί στο Υψιπερατό Φίλτρο



Σχήμα 6.2.6: Απόκριση σχηματικού του Υψιπερατού φίλτρου με διακριτά στοιχεία (κόκκινο), με ψευδο-συγκεντρωμένα στοιχεία και γραμμές μεταφοράς (μπλε) και με το εξάρτημα του layout (μωβ)

Παρατηρούμε ότι έχουμε βελτίωση των χαρακτηριστικών του φίλτρου του layout αλλά μεταβλήθηκαν τα χαρακτηριστικά του σχεδίου του σχηματικού. Ο λόγος είναι η διαφορετική μεθοδολογία με την οποία το πρόγραμμα επιλύει τις εξισώσεις στις δύο περιπτώσεις. Αξίζει να σημειώσουμε ότι οι τελικές διαστάσεις του κυκλώματος είναι

$$L_{tot} = 2 \times (L_1 + W_t + G_e) = 315.9 \text{ mil} \rightarrow 7.8 \text{ mm}$$

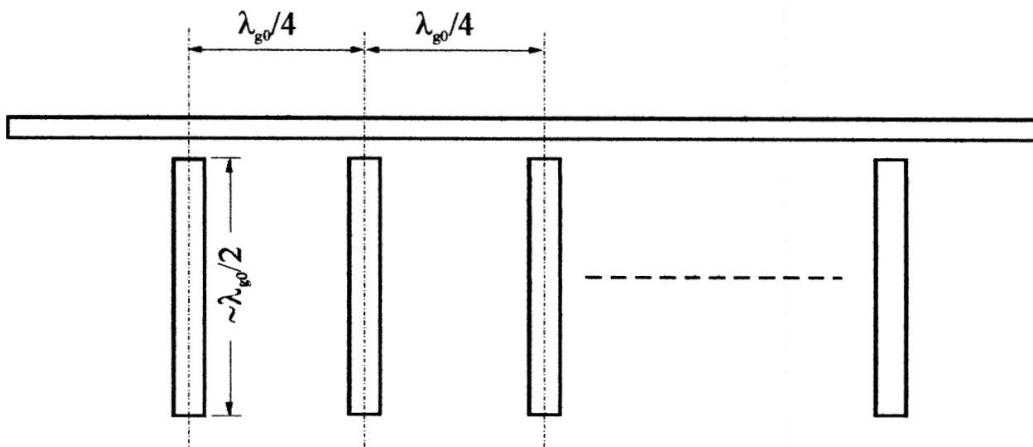
$$W_{tot} = 4 \times W_c + 3 \times G_c = 20.8 \text{ mil} \rightarrow .52 \text{ mm}$$



## 6.3 Φίλτρα Αποκοπής Ζώνης

### 6.3.1 Φίλτρο Αποκοπής Ζώνης Στενού Εύρους Ζώνης

Στο **Σχήμα 6.3.1** παρατηρούμε μία γραμμή μεταφοράς σταθερού πλάτους (ή αλλιώς μια κύρια γραμμή μεταφοράς) η οποία είναι συζευγμένη ηλεκτρικά με συντονιστές  $\lambda/2$ .



**Σχήμα 6.3.1: Ηλεκτρική Σύζευξη**

Σε κάθε περίπτωση οι απόσταση μεταξύ των συντονιστών είναι  $\lambda/4$  όπως φαίνεται και παραπάνω. Εάν χρειαστεί οι ανοιχτοκυκλωμένοι συντονιστές μισού μήκους κύματος μπορούν να αντικατασταθούν με βραχυκυκλωμένους συντονιστές μήκους  $\lambda/4$ .

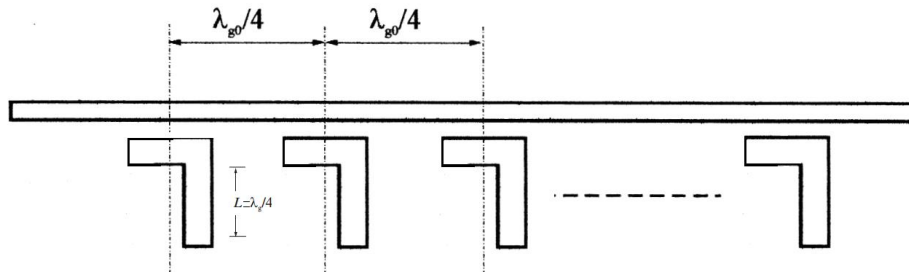
Υπενθυμίζουμε ότι ο μετασχηματισμός των συχνοτήτων βαθυπερατού φίλτρου σε αυτό αποκοπής ζώνης είναι

$$\Omega = \frac{\Omega_c \times \Delta}{\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

$$\text{όπου } \omega_0 = \sqrt{\omega_{c1} \times \omega_{c2}} \text{ και } \Delta = \frac{\omega_{c1} - \omega_{c2}}{\omega_0}$$

Η συχνότητα  $\Omega$  αντιστοιχεί στην κανονικοποιημένη συχνότητα του βαθυπερατού φίλτρου, η συχνότητα  $\Omega_c$  αντιστοιχεί στην συχνότητα αποκοπής του,  $\omega_0$  είναι το γεωμετρικό κέντρο του φίλτρου και  $\Delta$  είναι ο λόγος του εύρους συχνοτήτων 3db προς το γεωμετρικό κέντρο. Για φίλτρα στενού εύρους ζώνης θέλουμε  $\Delta < 20\%$ .

Ωστόσο στο **Σχήμα 6.3.1** παρατηρούμε ότι η γραμμή μεταφορά του συντονιστή έχει μεγάλο μήκος. Προκειμένου να γλυτώσουμε χώρο στο layout θα χρησιμοποιήσουμε την διάταξη που φαίνεται στο **Σχήμα 6.3.2**.



**Σχήμα 6.3.2: Φίλτρο Αποκοπής Ζώνης με συντονιστές L**

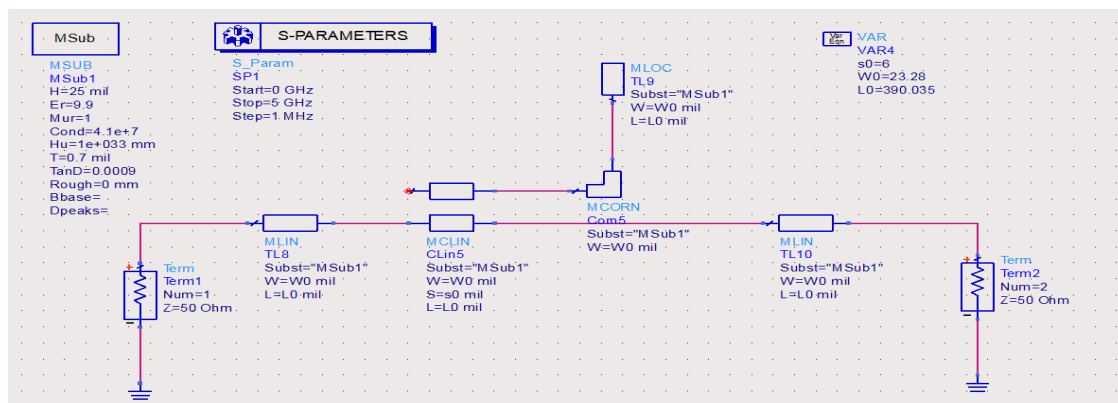
Στην επόμενη ενότητα θα παρουσιάσουμε βήμα προς βήμα την σχεδίαση ενός ζωνοδιαβατού φίλτρου με την χρήση του ADS.

### 6.3.1 Σχεδίαση Φίλτρου Αποκοπής Ζώνης - Στενού Εύρους Ζώνης

Έστω ότι θέλουμε να σχεδιάσουμε ένα φίλτρο 5<sup>ης</sup> τάξης με τα εξής χαρακτηριστικά

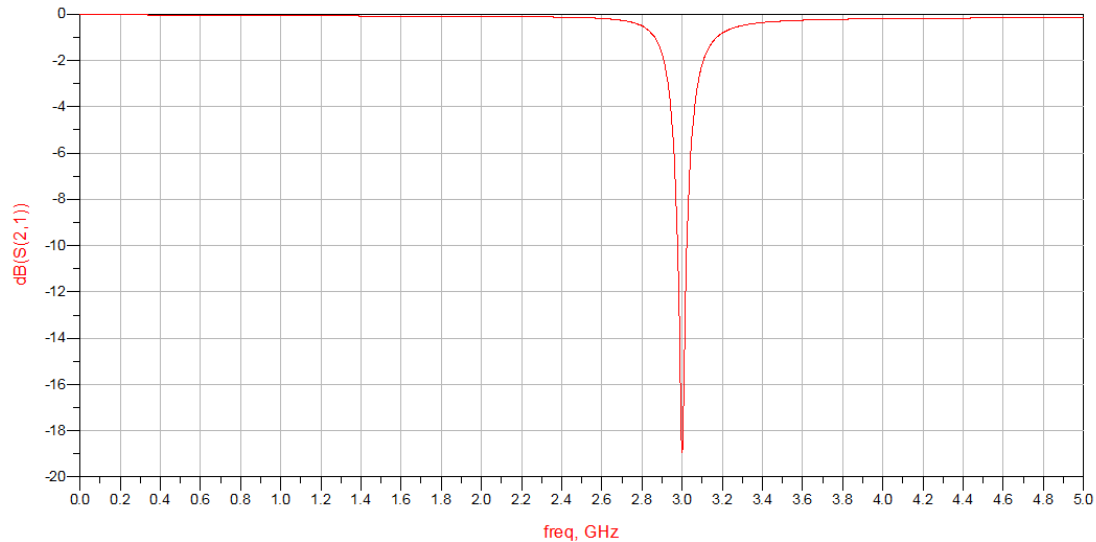
F <sub>0</sub>	3GHz
Δ	6%
A <sub>max</sub>	.5db
A <sub>min</sub>	50db

Με την βοήθεια του Matlab (βλέπε Παράρτημα 7) λαμβάνουμε ότι η τάξη του φίλτρου είναι n = 5. Στην συνέχεια για γραμμές μεταφοράς λ/4 και χαρακτηριστικής αντίστασης Z<sub>0</sub>=50Ω σχεδιάζουμε το ακόλουθο κύκλωμα σε ADS.



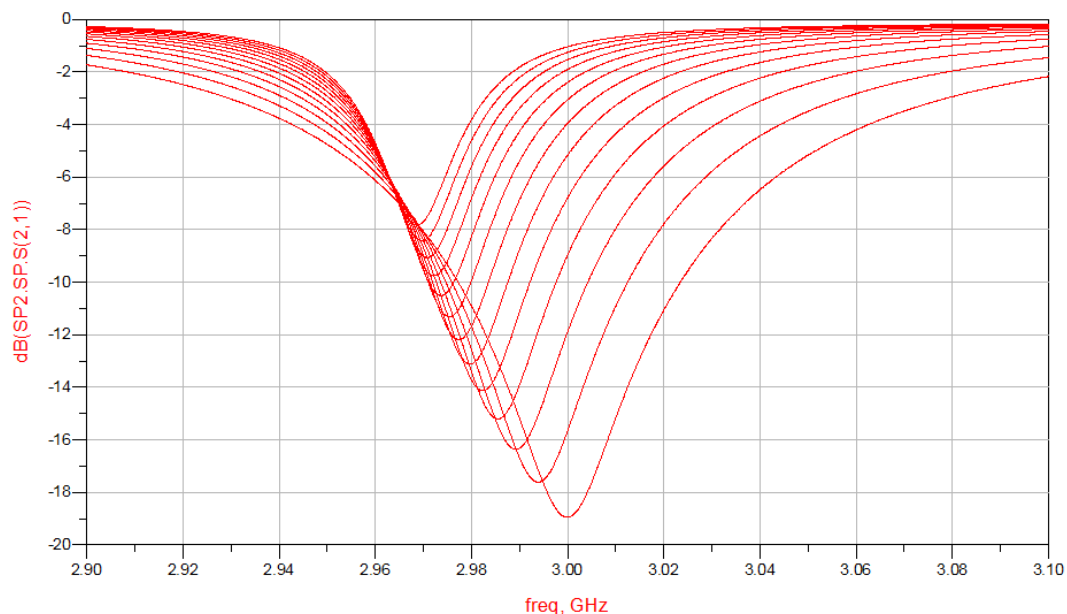
**Σχήμα 6.3.2: Υλοποίηση φίλτρου με συντονιστή L**

Έπειτα προσομοιώνουμε το κύκλωμα και αναμένουμε να λάβουμε μέγιστη εξασθένιση στην συχνότητα  $f = 3\text{GHz}$ . Ωστόσο αναμένεται αυτή η εξασθένιση να είναι μικρότερη των 50db εφόσον η συγκεκριμένη διάταξη είναι όμοια με αυτή ενός φίλτρου πρώτης τάξης.



**Σχήμα 6.3.3: Απόκριση του φίλτρου με συντονιστή**

Στην συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε παραμετρική ανάλυση προκειμένου να δούμε τις τυχόν αποκλίσεις που έχει η απόκριση συχνοτήτων για διάφορες αποστάσεις μεταξύ των γραμμών μεταφοράς. Για μεταβολές της απόστασης από 6mil~30mil με βήμα 2mil λαμβάνουμε το ακόλουθο γράφημα.



**Σχήμα 6.3.4: Αποκρίσεις φίλτρου συντονιστή L για διαφορετικές αποστάσεις των γραμμών μεταφοράς**

Από το γράφημα που φαίνεται στο **Σχήμα 6.3.4** καταγράφουμε τις συχνότητες για τις οποίες έχουμε εξασθένιση 3db και συμπληρώνουμε τον παρακάτω πίνακα.

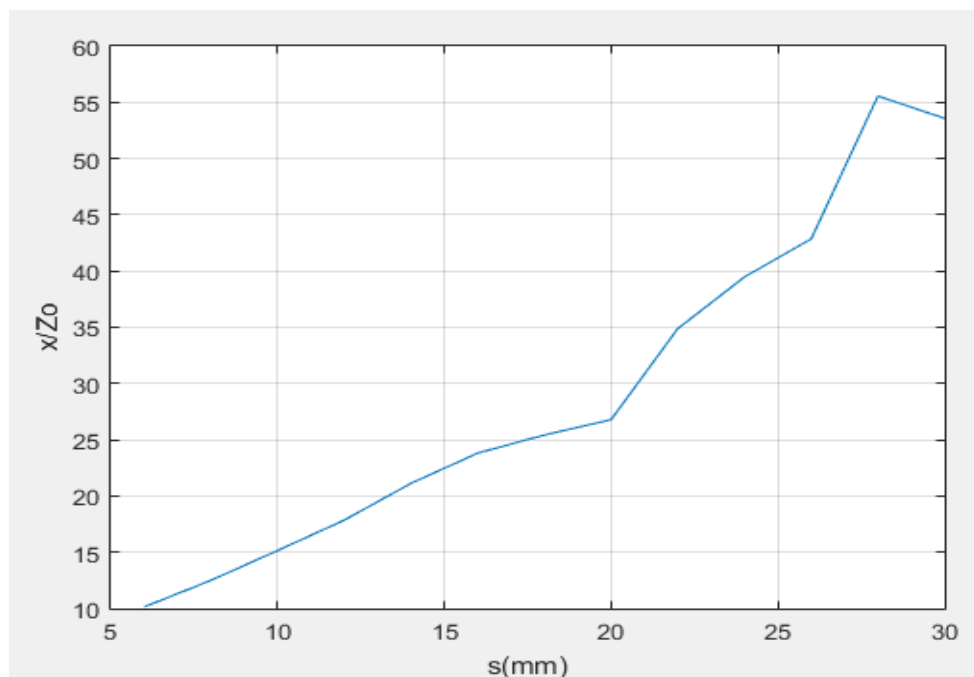
Πίνακας 6.3.2		
s	$\Delta f$	$x/Z_o = f_o/2 \times \Delta f$
6	3.078 - 2.930	10.1351
8	3.057 - 2.942	12.5
10	3.041 - 2.942	15.1515
12	3.029 - 2.945	17.8571
14	3.019 - 2.948	21.1268
16	3.012 - 2.949	23.8095
18	3.011 - 2.951	25.4237
20	3.009 - 2.952	26.7857
22	2.996 - 2.953	34.8837
24	2.954 - 2.992	39.4737
26	2.989 - 2.954	42.8571
28	2.982 - 2.955	55.5556
30	2.953 - 2.955	53.5714

Στην συνέχεια σχεδιάζουμε την γραφική με τις υπολογισθείσες τιμές του  $x/Z_o$  ως προς την απόσταση s των γραμμών μεταφοράς. Οι τιμές του  $x/Z_o$  δίνονται από την ακόλουθη σχέση

$$\frac{x}{Z_o} = \frac{1}{g_0 g_n} \times \frac{g_0}{g_i \times \Delta}, \text{ για } i = 1, \dots, N$$

Οι προκύπτουσες τιμές, οι οποίες λαμβάνονται από τον κώδικα του Matlab, είναι:

$$x = 26.9687 \quad 10.3008 \quad 8.3333 \quad 10.3008 \quad 26.9687$$



**Σχήμα 6.3.5:** Καμπύλη  $x/Z_o$  συναρτήσει της απόστασης των γραμμών μεταφοράς

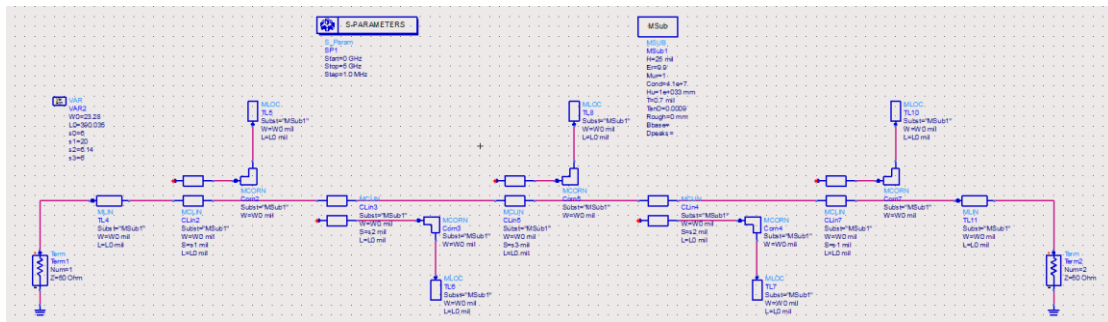
Αναζητούμε τις παραπάνω τιμές στο γράφημα του Σχήματος 6.3.5 προκειμένου να αντιστοιχίσουμε σε αυτές τις τιμές τις αποστάσεις των γραμμών μεταφοράς. Ο μοναδικός περιορισμός είναι η απόσταση  $s$  να μην είναι μικρότερη από 6mil διότι τότε η σχεδίαση αντιστοιχεί σε μη ρεαλιστικό κύκλωμα.

οι τιμές που αντιστοιχούν σε αποστάσεις γραμμών μεταφοράς

$$s(\text{mil}) = 20 \quad 6.14 \quad 6 \quad 6.14 \quad 20$$

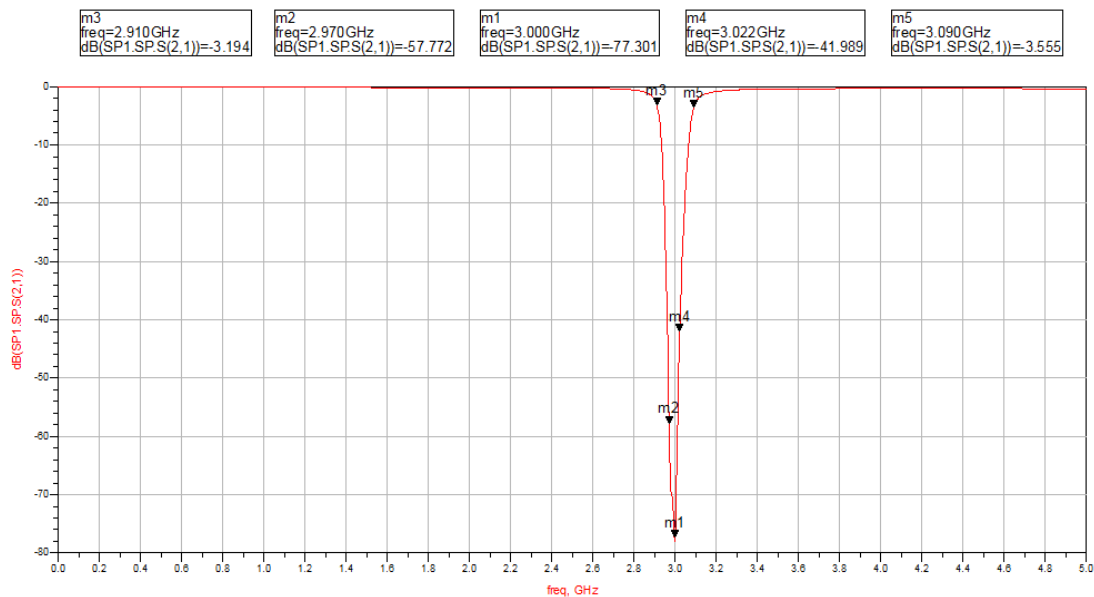
αξίζει να σημειωθεί ότι για  $x = 8.3333$  η τιμή του  $s$  είναι μικρότερη από 6mil.

Ωστόσο αντιστοιχούμε την ελάχιστη δυνατή και προχωρούμε στην σχεδίαση του κυκλώματος με το ADS.



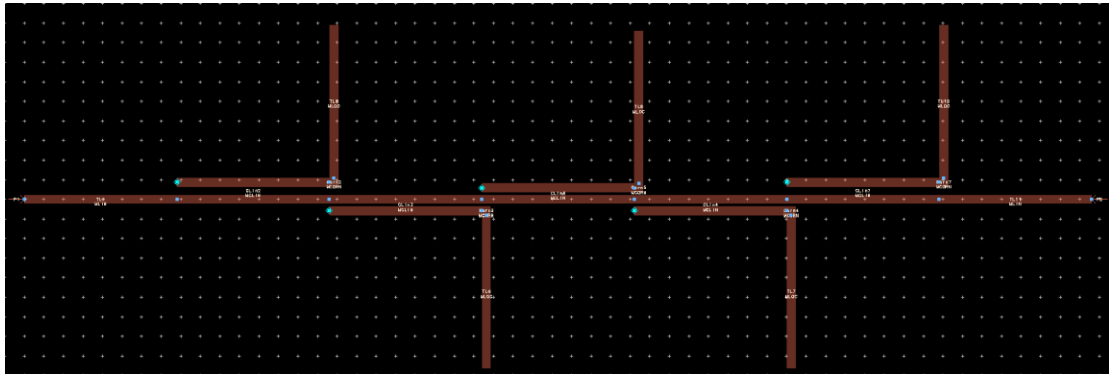
Σχήμα 6.3.6: Σχηματικό Φίλτρου Αποκοπής Ζώνης με συντονιστές

Στην συνέχεια προσομοιώνουμε την λειτουργία του κυκλώματος



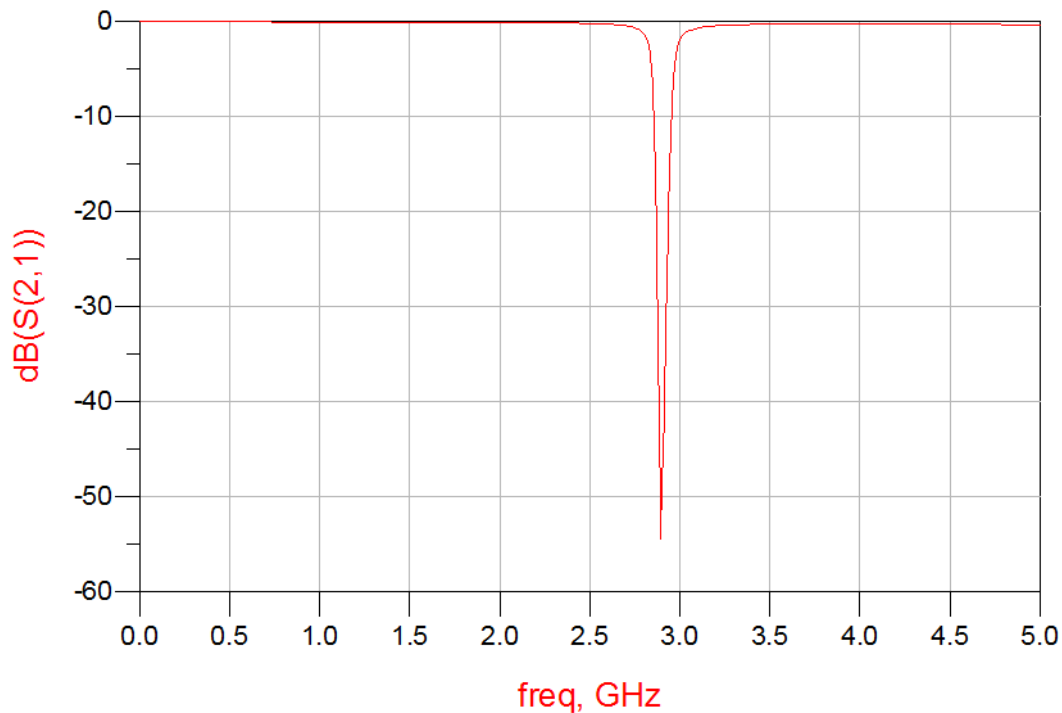
Σχήμα 6.3.7: Απόκριση Φίλτρου Αποκοπής Ζώνης με συντονιστές

Παρατηρούμε ότι η απόκριση του φίλτρου είναι εντός των προδιαγραφών παρά την παραδοχή που κάναμε για την τιμή του  $x = 8.3333$ . Στην συνέχεια παράγουμε το layout του κυκλώματος,



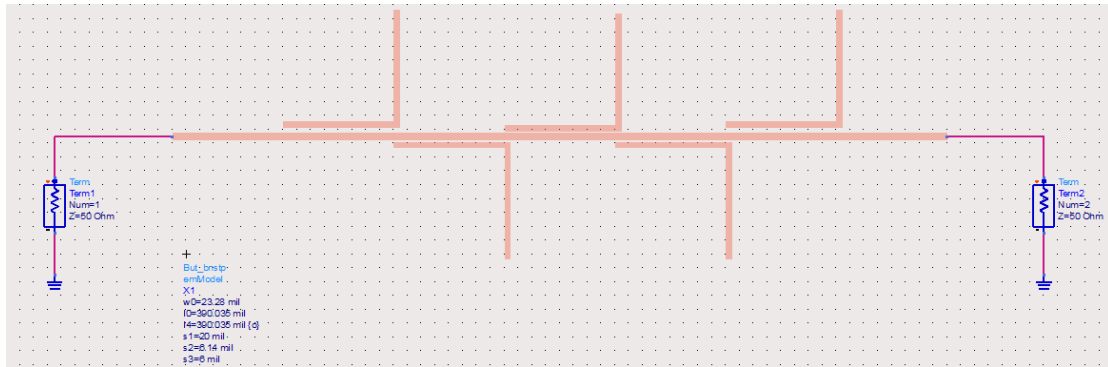
**Σχήμα 6.3.8: Layout Φίλτρου Αποκοπής Ζώνης με συντονιστές**

και εκτελούμε την ηλεκτρομαγνητική προσομοίωση.



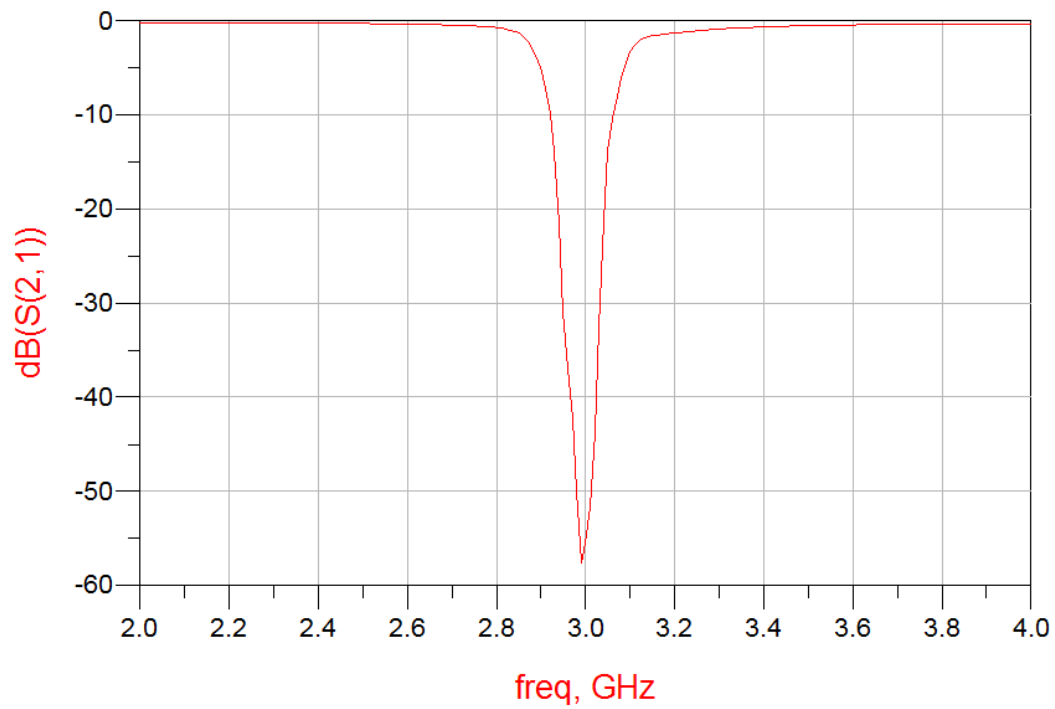
**Σχήμα 6.3.9: Απόκριση Layout Φίλτρου Αποκοπής Ζώνης με συντονιστές**

από όπου και παρατηρούμε ολίσθηση στο πεδίο των συχνοτήτων. Στην συνέχεια παράγουμε το εξάρτημα από το layout προκειμένου να προχωρήσουμε στην διαδικασία της βελτιστοποίησης.



**Σχήμα 6.3.10: Εξάρτημα του layout που αντιστοιχεί στο Φίλτρο Αποκοπής Ζώνης**

Μετά την βελτιστοποίηση παρατηρούμε ότι το φίλτρο βρίσκεται εντός προδιαγραφών.



**Σχήμα 6.3.11: Απόκριση του layout που αντιστοιχεί στο Φίλτρο Αποκοπής Ζώνης**

## 6.4 Αναφορές

- [1] G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks and Coupling Structures*, Artech House, Dedham, Mass., 1980
- [2] Jia-Sheng Hong, M.J. Lancaster, *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*, John Wiley and Sons Inc
- [3] R. Levy, *A new class of distributed prototype filters with applications to mixed lumped/distributed component design*, *IEEE Trans.*, MTT-18, December 1970, 1064–1071
- [4] B. M. Schiffman and G. L. Matthaei, *Exact design of band-stop microwave filters*, *IEEE Trans.*, MTT-12, 1964, 6–15
- [5] M. C. Horton and R. J. Menzel, *The effectiveness of component elements in commensurate linewidth filters*, *IEEE Trans.*, MTT-16, August 1968, 555–557
- [6] O. P. Gupta and R. J. Menzel, *Design tables for a class of optimum microwave bandstop filters*, *IEEE Trans.*, MTT-18, July 1970, 402–404
- [7] B. A. Syrett, *A broad-band element for microstrip bias or tuning*, *IEEE Trans.*, MTT-28, August 1980, 925–927
- [8] H. A. Atwater, *Microstrip reactive circuit elements*, *IEEE Trans.*, MTT-31, June 1983, 488–491
- [9] R. Sorrentino and L. Roselli, *A new simple and accurate formula for microstrip radial stub*, *IEEE Microwave and Guided-Wave Letters*, 2, 12, Dec., 1992, 480–482.
- [10] *ADS Circuit Design Cookbook 2.0*



# Παράρτημα

## 1 Βαθυπερατό Φίλτρο

$A_{max} := .5$	$A_{min} := 35$	$f_c := 600 \cdot 10^6$	$f_s := 1 \cdot 10^9$	
$\Omega_c := 1$	$\Omega_s := \frac{f_s}{f_c} = 1.667$	$R_L := 50$	$R_s := 50$	
$n := \text{ceil} \left( \frac{\log \left( \frac{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1} \right)}{2 \cdot \log(\Omega_s)} \right) = 10$		$\beta_{max} := \sqrt{10^{0.1 \cdot A_{max}} - 1} = 0.349$		
		$\beta_{min} := \frac{\sqrt{10^{0.1 \cdot A_{min}} - 1}}{\Omega_s^n} = 0.34$		
$R_{sn} := 1$	$C_{1n} := .3129$	$L_{2n} := 0.9080$	$C_{3n} := 1.4142$	$L_{4n} := 1.7820$
	$C_{5n} := 1.9754$	$L_{6n} := 1.9754$	$C_{7n} := 1.7820$	$L_{8n} := 1.4142$
	$C_{9n} := .9080$	$L_{10n} := .3129$		
$C_1 := \frac{C_{1n}}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot R_L} = 1.66 \cdot 10^{-12}$		$L_2 := \frac{R_L \cdot L_{2n}}{2 \cdot \pi \cdot f_c} = 1.204 \cdot 10^{-8}$		
$C_3 := \frac{C_{3n}}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot R_L} = 7.503 \cdot 10^{-12}$		$L_4 := \frac{R_L \cdot L_{4n}}{2 \cdot \pi \cdot f_c} = 2.363 \cdot 10^{-8}$		
$C_5 := \frac{C_{5n}}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot R_L} = 1.048 \cdot 10^{-11}$		$L_6 := \frac{R_L \cdot L_{6n}}{2 \cdot \pi \cdot f_c} = 2.62 \cdot 10^{-8}$		
$C_7 := \frac{C_{7n}}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot R_L} = 9.454 \cdot 10^{-12}$		$L_8 := \frac{R_L \cdot L_{8n}}{2 \cdot \pi \cdot f_c} = 1.876 \cdot 10^{-8}$		
$C_9 := \frac{C_{9n}}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot R_L} = 4.817 \cdot 10^{-12}$		$L_{10} := \frac{R_L \cdot L_{10n}}{2 \cdot \pi \cdot f_c} = 4.15 \cdot 10^{-9}$		
$A(f, \beta) := 20 \cdot \log \left( \frac{R_s + R_L}{2 \cdot \sqrt{R_s \cdot R_L}} \cdot \sqrt{1 + \beta^2 \cdot \left( \frac{f}{f_c} \right)^{2n}} \right)$		$H(f, \beta) := \frac{R_L}{R_s + R_L} \cdot \frac{1}{1 + \beta \cdot \left( \frac{f}{f_c} \right)^n}$		
$H_o := \frac{R_L}{R_s + R_L} = 0.5$		$H_c := H_o \cdot 10^{\frac{-A_{max}}{20}} = 0.472$		$H_s := H_o \cdot 10^{\frac{-A_{min}}{20}} = 0.009$

## 2 Υψηλερατό Φίλτρο

$$A_{max} := .5 \quad A_{min} := 30 \quad f_c := 1 \cdot 10^9 \quad f_s := 400 \cdot 10^6$$

$$\Omega_c := 1 \quad \Omega_s := \frac{f_c}{f_s} = 2.5 \quad R_L := 50 \quad R_s := 50$$

$$n := \text{ceil} \left( \frac{\log \left( \frac{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1} \right)}{2 \cdot \log(\Omega_s)} \right) = 5$$

$$\beta_{max} := \sqrt{10^{0.1 \cdot A_{max}} - 1} = 0.349$$

$$\beta_{min} := \frac{\sqrt{10^{0.1 \cdot A_{min}} - 1}}{\Omega_s^n} = 0.324$$

$$R_{sn} := 1 \quad C_{1n} := .3129 \quad L_{2n} := 0.9080 \quad C_{3n} := 1.4142 \quad L_{4n} := 1.7820$$

$$C_{5n} := 1.9754 \quad L_{6n} := 1.9754 \quad C_{7n} := 1.7820 \quad L_{8n} := 1.4142$$

$$C_{9n} := .9080 \quad L_{10n} := .3129$$

$$L_1 := \frac{R_L}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot C_{1n}} = 2.543 \cdot 10^{-8} \quad C_2 := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot R_L \cdot L_{2n}} = 3.506 \cdot 10^{-12}$$

$$L_3 := \frac{R_L}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot C_{3n}} = 5.627 \cdot 10^{-9} \quad C_4 := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot R_L \cdot L_{4n}} = 1.786 \cdot 10^{-12}$$

$$L_5 := \frac{R_L}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot C_{5n}} = 4.028 \cdot 10^{-9} \quad C_6 := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot R_L \cdot L_{6n}} = 1.611 \cdot 10^{-12}$$

$$L_7 := \frac{R_L}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot C_{7n}} = 4.466 \cdot 10^{-9} \quad C_8 := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot R_L \cdot L_{8n}} = 2.251 \cdot 10^{-12}$$

$$L_9 := \frac{R_L}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot C_{9n}} = 8.764 \cdot 10^{-9} \quad C_{10} := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot R_L \cdot L_{10n}} = 10.173 \cdot 10^{-12}$$

$$H_o := \frac{R_L}{R_s + R_L} = 0.5 \quad H_c := H_o \cdot 10^{\frac{-A_{max}}{20}} = 0.472 \quad H_s := H_o \cdot 10^{\frac{-A_{min}}{20}} = 0.016$$

$$A(f, \beta) := 20 \cdot \log \left( \frac{R_s + R_L}{2 \cdot \sqrt{R_s \cdot R_L}} \cdot \sqrt{1 + \beta^2 \cdot \left(\frac{fc}{f}\right)^{2n}} \right) \quad H(f, \beta) := \frac{R_L}{(R_s + R_L)} \cdot \frac{1}{1 + \beta \cdot \left(\frac{fc}{f}\right)^n}$$

$$A_o + A(fc, \beta_{max}) = 0.5$$

$$H(fc, \beta_{max}) = 0.371$$

$$A_o + A(fs, \beta_{max}) = 30.662$$

$$H(fs, \beta_{max}) = 0.014$$

$$A_o + A(fc, \beta_{min}) = 0.433$$

$$H(fc, \beta_{min}) = 0.378$$

$$A_o + A(fs, \beta_{min}) = 30$$

$$H(fs, \beta_{min}) = 0.015$$

$$G_{lp}(f, \beta) := \frac{H_o}{\sqrt{1 + \beta^2 \cdot \left(\frac{f}{fc}\right)^{2n}}} \quad G_{lp}db(f, \beta) := 20 \cdot \log(G_{lp}(f, \beta))$$

$$A(\Omega, \beta) := 20 \cdot \log \left( \frac{R_s + R_L}{2 \cdot \sqrt{R_s \cdot R_L}} \cdot \sqrt{1 + \beta^2 \cdot \left(\frac{\Omega_c}{\Omega}\right)^{2n}} \right) \quad H(\Omega, \beta) := \frac{R_L}{(R_s + R_L)} \cdot \frac{1}{1 + \beta \cdot \left(\frac{\Omega_c}{\Omega}\right)^n}$$

$$A(\Omega_s^{-1}, \beta_{max}) + A_o = 30.662 \quad A(\Omega_c, \beta_{max}) + A_o = 0.5 \quad A(\Omega_c, \beta_{max}) + A_o = 0.5$$

$$G_{hp}(\Omega, \beta) := \frac{H_o}{\sqrt{1 + \beta^2 \cdot \left(\frac{\Omega_c}{\Omega}\right)^{2n}}} \quad G_{hp}db(\Omega, \beta) := 20 \cdot \log(G_{hp}(\Omega, \beta))$$

### 3 Ζωνοδιαβατό Φίλτρο

$$A_{max} := .5 \quad A_{min} := 50 \quad f_o := 2 \cdot 10^9 \quad BW_c := 100 \cdot 10^6 \quad BW_s := 600 \cdot 10^6$$

$$\Omega_c := 1 \quad \Omega_s := \frac{BW_s}{BW_c} = 6 \quad R_L := 50 \quad R_s := 50$$

$$n := \text{ceil} \left( \frac{\log \left( \frac{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1} \right)}{2 \cdot \log(\Omega_s)} \right) = 4$$

$$\beta_{max} := \sqrt{10^{0.1 \cdot A_{max}} - 1} = 0.349 \quad \beta_{min} := \frac{\sqrt{10^{0.1 \cdot A_{min}} - 1}}{\Omega_s^n} = 0.244$$

$$f_{c1} := \frac{-BW_c}{2} + \sqrt{\left(\frac{BW_c}{2}\right)^2 + f_o^2} = 1.951 \cdot 10^9 \quad f_{c2} := \frac{BW_c}{2} + \sqrt{\left(\frac{BW_c}{2}\right)^2 + f_o^2} = 2.051 \cdot 10^9$$

$$f_{s1} := \frac{-BW_s}{2} + \sqrt{\left(\frac{BW_s}{2}\right)^2 + f_o^2} = 1.722 \cdot 10^9 \quad f_{s2} := \frac{BW_s}{2} + \sqrt{\left(\frac{BW_s}{2}\right)^2 + f_o^2} = 2.322 \cdot 10^9$$

$$FBW := \frac{BW_c}{f_o} = 0.05$$

$$C_{1n} := .3129 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}} \quad L_{2n} := .9080 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}} \quad C_{3n} := 1.4142 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}}$$

$$L_{4n} := 1.7820 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}} \quad C_{5n} := 1.9754 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}} \quad L_{6n} := 1.9754 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}}$$

$$C_{7n} := 1.7820 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}} \quad L_{8n} := 1.4142 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}} \quad C_{9n} := .9080 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}}$$

$$L_{10n} := .3129 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}}$$

$$C_1 := \frac{C_{1n}}{2 \cdot \pi \cdot BW_c \cdot R_L} = 7.657 \cdot 10^{-12} \quad L_1 := \frac{R_L \cdot BW_c}{2 \cdot \pi \cdot f_o^2 \cdot C_{1n}} = 827.03 \cdot 10^{-12}$$

$$C_2 := \frac{BW_c}{2 \cdot \pi \cdot f_o^2 \cdot R_L \cdot L_{2n}} = 113.999 \cdot 10^{-15} \quad L_2 := \frac{R_L \cdot L_{2n}}{2 \cdot \pi \cdot BW_c} = 55.549 \cdot 10^{-9}$$

#### 4 Φίλτρο Αποκοπής Ζώνης

$$A_{max} := .5 \quad A_{min} := 80 \quad f_o := 2 \cdot 10^9 \quad BW_c := 300 \cdot 10^6 \quad BW_s := 100 \cdot 10^6$$

$$\Omega_c := 1 \quad \Omega_s := \frac{BW_c}{BW_s} = 3 \quad R_L := 50 \quad R_s := 50$$

$$n := \text{ceil} \left( \frac{\log \left( \frac{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1} \right)}{2 \cdot \log(\Omega_s)} \right) = 10$$

$$\beta_{max} := \sqrt{10^{0.1 \cdot A_{max}} - 1} = 0.349 \quad \beta_{min} := \frac{\sqrt{10^{0.1 \cdot A_{min}} - 1}}{\Omega_s^n} = 0.169$$

$$f_{c1} := \frac{-BW_c}{2} + \sqrt{\left(\frac{BW_c}{2}\right)^2 + f_o^2} = 1.856 \cdot 10^9 \quad f_{c2} := \frac{BW_c}{2} + \sqrt{\left(\frac{BW_c}{2}\right)^2 + f_o^2} = 2.156 \cdot 10^9$$

$$f_{s1} := \frac{-BW_s}{2} + \sqrt{\left(\frac{BW_s}{2}\right)^2 + f_o^2} = 1.951 \cdot 10^9 \quad f_{s2} := \frac{BW_s}{2} + \sqrt{\left(\frac{BW_s}{2}\right)^2 + f_o^2} = 2.051 \cdot 10^9$$

$$C_{1n} := .3129 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}} \quad L_{2n} := .9080 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}} \quad C_{3n} := 1.4142 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}}$$

$$L_{4n} := 1.7820 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}} \quad C_{5n} := 1.9754 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}} \quad L_{6n} := 1.9754 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}}$$

$$C_{7n} := 1.7820 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}} \quad L_{8n} := 1.4142 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}} \quad C_{9n} := .9080 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}}$$

$$L_{10n} := .3129 \cdot \beta_{max}^{\frac{1}{n}}$$

$$C_1 := \frac{C_{1n} \cdot BW_c}{2 \cdot \pi \cdot f_o^2 \cdot R_L} = 67.242 \cdot 10^{-15} \quad L_1 := \frac{R_L}{2 \cdot \pi \cdot BW_c \cdot C_{1n}} = 94.176 \cdot 10^{-9}$$

$$C_2 := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot BW_c \cdot R_L \cdot L_{2n}} = 12.981 \cdot 10^{-12} \quad L_2 := \frac{R_L \cdot L_{2n} \cdot BW_c}{2 \cdot \pi \cdot f_o^2} = 487.819 \cdot 10^{-12}$$

$$C_3 := \frac{C_{3n} \cdot BWc}{2 \cdot \pi \cdot fo^2 \cdot R_L} = 303.909 \cdot 10^{-15}$$

$$L_3 := \frac{R_L}{2 \cdot \pi \cdot BWc \cdot C_{3n}} = 20.837 \cdot 10^{-9}$$

$$C_4 := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot BWc \cdot R_L \cdot L_{4n}} = 6.615 \cdot 10^{-12}$$

$$L_4 := \frac{R_L \cdot L_{4n} \cdot BWc}{2 \cdot \pi \cdot fo^2} = 957.371 \cdot 10^{-12}$$

$$C_5 := \frac{C_{5n} \cdot BWc}{2 \cdot \pi \cdot fo^2 \cdot R_L} = 424.51 \cdot 10^{-15}$$

$$L_5 := \frac{R_L}{2 \cdot \pi \cdot BWc \cdot C_{5n}} = 14.917 \cdot 10^{-9}$$

$$C_6 := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot BWc \cdot R_L \cdot L_{6n}} = 5.967 \cdot 10^{-12}$$

$$L_6 := \frac{R_L \cdot L_{6n} \cdot BWc}{2 \cdot \pi \cdot fo^2} = 1.061 \cdot 10^{-9}$$

$$C_7 := \frac{C_{7n} \cdot BWc}{2 \cdot \pi \cdot fo^2 \cdot R_L} = 382.948 \cdot 10^{-15}$$

$$L_7 := \frac{R_L}{2 \cdot \pi \cdot BWc \cdot C_{7n}} = 16.536 \cdot 10^{-9}$$

$$C_8 := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot BWc \cdot R_L \cdot L_{8n}} = 8.335 \cdot 10^{-12}$$

$$L_8 := \frac{R_L \cdot L_{8n} \cdot BWc}{2 \cdot \pi \cdot fo^2} = 759.772 \cdot 10^{-12}$$

$$C_9 := \frac{C_{9n} \cdot BWc}{2 \cdot \pi \cdot fo^2 \cdot R_L} = 195.128 \cdot 10^{-15}$$

$$L_9 := \frac{R_L}{2 \cdot \pi \cdot BWc \cdot C_{9n}} = 32.454 \cdot 10^{-9}$$

$$C_{10} := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot BWc \cdot R_L \cdot L_{10n}} = 37.671 \cdot 10^{-12}$$

$$L_{10} := \frac{R_L \cdot L_{10n} \cdot BWc}{2 \cdot \pi \cdot fo^2} = 168.104 \cdot 10^{-12}$$

$$H_o := \frac{R_L}{R_s + R_L} = 0.5$$

$$H_c := H_o \cdot 10^{\frac{-A_{max}}{20}} = 0.472$$

$$H_s := H_o \cdot 10^{\frac{-A_{min}}{20}} = 5 \cdot 10^{-5}$$

$$A_o := 20 \log \left( \frac{R_s + R_L}{2 \cdot \sqrt{R_s \cdot R_L}} \right) = 0$$

$$A(f, \beta) := 20 \cdot \log \left( \frac{R_s + R_L}{2 \cdot \sqrt{R_s \cdot R_L}} \cdot \sqrt{1 + \beta^2 \cdot \left( \frac{f^2 - fo^2}{f \cdot BWc} \right)^{2n}} \right)$$

$$H(f, \beta) := \frac{R_L}{(R_s + R_L)} \cdot \frac{1}{1 + \beta \cdot \left( \frac{f^2 - fo^2}{f \cdot BWc} \right)^n}$$

$$G(f, \beta) := \frac{H_o}{\sqrt{1 + \beta \cdot \left( \frac{f^2 - fo^2}{f \cdot BWc} \right)^n}}$$

## 5 Συζευγμένες Γραμμές Μεταφοράς

```

clc;
clear all;
close all;
%Buterworth coefficients
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
But=[ 2 nan(1,9);...
      1.412 1.412 nan(1,8);...
      1 2 1 nan(1,7);...
      .7654 1.8478 1.8478 .7654 nan(1,6);...
      .6180 1.6180 2 1.6180 .6180 nan(1,5);...
      .5176 1.4142 1.9318 1.9318 1.4142 .5176 nan(1,4);...
      .4450 1.2470 1.8019 2 1.8019 1.2470 .4450 nan(1,3);...
      .3902 1.1111 1.6629 1.9616 1.9616 1.6629 1.1111 .3902 nan(1,2);...
      .3473 1 1.5321 1.8794 2 1.8794 1.5321 1 .3473 nan;...
      .3129 .9080 1.4142 1.782 1.9754 1.9754 1.782 1.4142 .908 .3129;];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Amax = 0.5;
Amin = 50;
fo = 2*10^9;
Wc = 1;
Zo = 50;
delta = .05
BWc = delta*fo;

BWs = 600*10^6;
Ws = BWs/BWc;

n = ceil(log((10^(Amin*.1) - 1) / (10^(Amax*.1) - 1))/(2*log(Ws)))
bmax = sqrt(((10^(Amax*.1))-1));
bmin = sqrt(((10^(Amin*.1))-1))/(Ws^n);
g=But(n,1:n);
go = 1;
gn = 1;

fc = [-BWc/2 BWc/2] + sqrt( ((BWc/2)^2) + fo^2 )
fs = [-BWs/2 BWs/2] + sqrt( ((BWs/2)^2) + fo^2 )
fo = sqrt(fc(1)*fc(2));

%Calculate critical frequencies
wo = 2*pi*fo; %Center freq
wc = 2*pi*fc;

%Calculate coupling coefficients based on Equation 10a,b,c
J_Yo=zeros(1,n+1);
theta=zeros(1,n);
J_Yo(1)= sqrt(delta*pi/(2*go*g(1)));
J_Yo(n+1)= sqrt(delta*pi/(2*gn*g(n)));
for i = 1:1:n-1
    J_Yo(i+1) = (pi*delta/2)*sqrt(1/(g(i)*g(i+1)));
end

Zoe = Zo*(1 + J_Yo + J_Yo.^2)
Zoo = Zo*(1 - J_Yo + J_Yo.^2)

```

## 6 Υψηλεπικό φίλτρο με ψευδό-συγκεντρωμένα στοιχεία

```

clc;
clear all;
close all;
%Buterworth coefficients
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
But=[ 2 nan(1,9);...
      1.412 1.412 nan(1,8);...
      1 2 1 nan(1,7);...
      .7654 1.8478 1.8478 .7654 nan(1,6);...
      .6180 1.6180 2 1.6180 .6180 nan(1,5);...
      .5176 1.4142 1.9318 1.9318 1.4142 .5176 nan(1,4);...
      .4450 1.2470 1.8019 2 1.8019 1.2470 .4450 nan(1,3);...
      .3902 1.1111 1.6629 1.9616 1.9616 1.6629 1.1111 .3902 nan(1,2);...
      .3473 1 1.5321 1.8794 2 1.8794 1.5321 1 .3473 nan;...
      .3129 .9080 1.4142 1.782 1.9754 1.9754 1.782 1.4142 .908 .3129;];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Zo = 50;
Amax = .5;
Amin = 30;
fc = 3;
fs = 600*10^6;
Wc = 1;
Ws = (fc*10^9)/fs;
n = ceil( log((10^(Amin*.1) - 1) / (10^(Amax*.1) - 1)) / (2*log(Ws)))

er = 9.9;
t = .7*.025;
h = 25*.025;
W = 23.29*.0254;
N = (er-1);

ere = .5*(er+1) + ( (.5*N)/sqrt((1+12*(h/W)))));
ere = ere - (N/4.6)*((t/h)/sqrt(W/h));

bmax = sqrt(((10^(Amax*.1))-1));
bmin = sqrt(((10^(Amin*.1))-1))/(Ws^n);

w = 2*pi*fc;
g=[];
for i=1:1:n
    if mod(i,2)==1
        g(i)= 10^3*(1/(But(n,i)*Zo*w));
    else
        g(i)= (Zo / (But(n,i)*w));
    end;
end;

%g %all elemnts at odd position is pF and at even position is nH
L8 = 300/(fc*sqrt(ere))/8

moires=45;
bl = pi*moires/180;
C = g(1:2:n)
L = g(2:2:n)
Zc = (w/tan(bl))*L

```



## 6 Φίλτρο Αποκοπής Ζώνης Στενού Εύρους Ζώνης

```

clc;
clear all;
close all;
%Buterworth coefficients
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
But=[ 2 nan(1,9);...
      1.412 1.412 nan(1,8);...
      1 2 1 nan(1,7);...
      .7654 1.8478 1.8478 .7654 nan(1,6);...
      .6180 1.6180 2 1.6180 .6180 nan(1,5);...
      .5176 1.4142 1.9318 1.9318 1.4142 .5176 nan(1,4);...
      .4450 1.2470 1.8019 2 1.8019 1.2470 .4450 nan(1,3);...
      .3902 1.1111 1.6629 1.9616 1.9616 1.6629 1.1111 .3902 nan(1,2);...
      .3473 1 1.5321 1.8794 2 1.8794 1.5321 1 .3473 nan;...
      .3129 .9080 1.4142 1.782 1.9754 1.9754 1.782 1.4142 .908 .3129;];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Amax = 0.5;
Amin = 50;
fo = 3*10^9;
Wc = 1;
Ws = 4;
Zo = 50;
delta = .06
BWc = delta*fo;
BWs=BWc/Ws
Zo = 50;

n = ceil( log((10^(Amin*.1) - 1 ) / ( 10^(Amax*.1) - 1))/(2*log(Ws)) )
bmax = sqrt(((10^(Amax*.1))-1));
bmin = sqrt(((10^(Amin*.1))-1))/(Ws^n);

fc = [-BWc/2 BWc/2] + sqrt( ((BWc/2)^2) + fo^2 )
fs = [-BWs/2 BWs/2] + sqrt( ((BWs/2)^2) + fo^2 )
f0 = fo*10^-9

f1=[3.078 3.057 3.041 3.029 3.019 3.012 3.010 3.008 2.996 2.992 2.989
2.982 2.983];
f2=[2.930 2.937 2.942 2.945 2.948 2.949 2.951 2.952 2.953 2.954 2.954
2.955 2.955];
df = 2*(f1 - f2);
x1 = f0./df
%Filter order, impedance
go=1;
gn=1;
g=But(n,1:n);

for i=1:n
    x(i) = (1/(go*gn))*(go/(g(i)*delta));
end
x
er = 9.9;
t = .7*.025;
h = 25*.025;
W = 23.28*.0254;
N = (er-1);

```

```

ere = .5*(er+1) + ( (.5*N)/sqrt((1+12*(h/W)))));
ere = ere - (N/4.6)*((t/h)/sqrt(W/h));

L2 = 300/(fo*sqrt(ere))/2;
L4 = 300/(fo*sqrt(ere))/4;
%
L2_mils = L2/.0254
L4_mils = (L4/.0254)

N=100;
s1=6:2:30;
%x1 = [12.59 15.45 18.67 21.79 24.99 28.8 32.68 36.94];

s = [linspace(6,8,N) linspace(8,10,N) linspace(10,12,N)...
     linspace(12,14,N) linspace(14,16,N) linspace(16,18,N)...
     linspace(18,20,N) linspace(20,22,N) linspace(22,24,N)...
     linspace(24,26,N) linspace(26,28,N) linspace(28,30,N)];

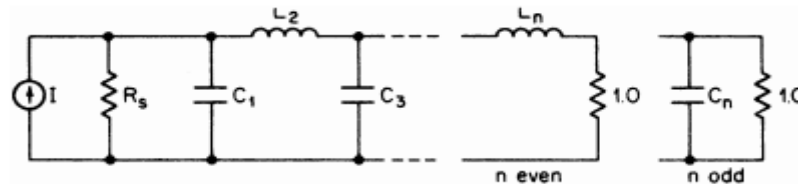
x_Zo = [linspace(x1(1), x1(2),N) linspace(x1(2), x1(3),N)
        linspace(x1(3), x1(4),N)...
        linspace(x1(4), x1(5), N) linspace(x1(5), x1(6),N)
        linspace(x1(6), x1(7),N)...
        linspace(x1(7), x1(8),N) linspace(x1(8), x1(9),N)
        linspace(x1(9), x1(10),N)...
        linspace(x1(10), x1(11), N) linspace(x1(11), x1(12),N)
        linspace(x1(12), x1(13),N)];

plot(s,x_Zo);
grid;
xlabel('s (mm)');
ylabel('x/Zo');

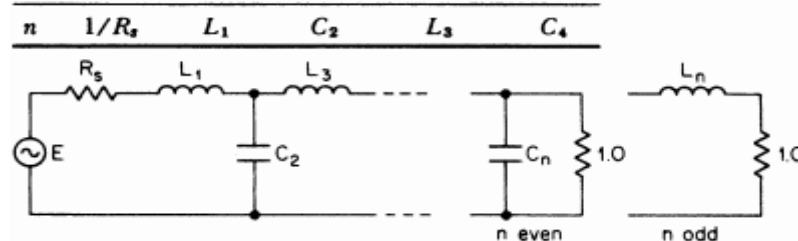
```

# Πίνακες Σχεδίασης Κανονικοποιημένων Φίλτρων Butterworth

Butterworth LC Element Values\*



$n$	$R_s$	$C_1$	$L_2$	$C_3$	$L_4$
2	1.0000	1.4142	1.4142		
	1.1111	1.0353	1.8352		
	1.2500	0.8485	2.1213		
	1.4286	0.6971	2.4387		
	1.6667	0.5657	2.8284		
	2.0000	0.4483	3.3461		
	2.5000	0.3419	4.0951		
	3.3333	0.2447	5.3126		
	5.0000	0.1557	7.7067		
	10.0000	0.0743	14.8138		
Inf.	1.4142	0.7071			
3	1.0000	1.0000	2.0000	1.0000	
	0.9000	0.8082	1.6332	1.5994	
	0.8000	0.8442	1.3840	1.9259	
	0.7000	0.9152	1.1652	2.2774	
	0.6000	1.0225	0.9650	2.7024	
	0.5000	1.1811	0.7789	3.2612	
	0.4000	1.4254	0.6042	4.0642	
	0.3000	1.8380	0.4396	5.3634	
	0.2000	2.6687	0.2842	7.9102	
	0.1000	5.1672	0.1377	15.4554	
Inf.	1.5000	1.3333	0.5000		
4	1.0000	0.7654	1.8478	1.8478	0.7654
	1.1111	0.4657	1.5924	1.7439	1.4690
	1.2500	0.3882	1.6946	1.5110	1.8109
	1.4286	0.3251	1.8618	1.2913	2.1752
	1.6667	0.2690	2.1029	1.0824	2.6131
	2.0000	0.2175	2.4524	0.8826	3.1868
	2.5000	0.1692	2.9858	0.6911	4.0094
	3.3333	0.1237	3.8826	0.5072	5.3381
	5.0000	0.0804	5.6835	0.3307	7.9397
	10.0000	0.0392	11.0942	0.1616	15.6421
Inf.	1.5307	1.5772	1.0824	0.3827	



\* Reprinted from A. I. Zverev, *Handbook of Filter Synthesis*, John Wiley and Sons, New York, 1967.

Butterworth LC Element Values (Continued)

$n$	$R_s$	$C_1$	$L_2$	$C_3$	$L_4$	$C_5$	$L_6$	$C_7$
5	1.0000	0.6180	1.6180	2.0000	1.6180	0.6180		
	0.9000	0.4416	1.0265	1.9095	1.7562	1.3887		
	0.8000	0.4698	0.8660	2.0605	1.5443	1.7380		
	0.7000	0.5173	0.7313	2.2849	1.3326	2.1083		
	0.6000	0.5860	0.6094	2.5998	1.1255	2.5524		
	0.5000	0.6857	0.4955	3.0510	0.9237	3.1331		
	0.4000	0.8378	0.3877	3.7357	0.7274	3.9648		
	0.3000	1.0937	0.2848	4.8835	0.5367	5.3073		
	0.2000	1.6077	0.1861	7.1849	0.3518	7.9345		
	0.1000	3.1522	0.0912	14.0945	0.1727	15.7103		
	Inf.	1.5451	1.6944	1.3820	0.8944	0.3090		
6	1.0000	0.5176	1.4142	1.9319	1.9319	1.4142	0.5176	
	1.1111	0.2890	1.0403	1.3217	2.0539	1.7443	1.3347	
	1.2500	0.2445	1.1163	1.1257	2.2389	1.5498	1.6881	
	1.4286	0.2072	1.2363	0.9567	2.4991	1.3464	2.0618	
	1.6667	0.1732	1.4071	0.8011	2.8580	1.1431	2.5092	
	2.0000	0.1412	1.6531	0.6542	3.3687	0.9423	3.0938	
	2.5000	0.1108	2.0275	0.5139	4.1408	0.7450	3.9305	
	3.3333	0.0816	2.6559	0.3788	5.4325	0.5517	5.2804	
	5.0000	0.0535	3.9170	0.2484	8.0201	0.3628	7.9216	
	10.0000	0.0263	7.7053	0.1222	15.7855	0.1788	15.7375	
	Inf.	1.5529	1.7593	1.5529	1.2016	0.7579	0.2588	
7	1.0000	0.4450	1.2470	1.8019	2.0000	1.8019	1.2470	0.4450
	0.9000	0.2985	0.7111	1.4043	1.4891	2.1249	1.7268	1.2961
	0.8000	0.3215	0.6057	1.5174	1.2777	2.3338	1.5461	1.6520
	0.7000	0.3571	0.5154	1.6883	1.0910	2.6177	1.3498	2.0277
	0.6000	0.4075	0.4322	1.9284	0.9170	3.0050	1.1503	2.4771
	0.5000	0.4799	0.3536	2.2726	0.7512	3.5532	0.9513	3.0640
	0.4000	0.5899	0.2782	2.7950	0.5917	4.3799	0.7542	3.9037
	0.3000	0.7745	0.2055	3.6706	0.4373	5.7612	0.5600	5.2583
	0.2000	1.1448	0.1350	5.4267	0.2874	8.5263	0.3692	7.9079
	0.1000	2.2571	0.0665	10.7004	0.1417	16.8222	0.1823	15.7480
	Inf.	1.5576	1.7988	1.6588	1.3972	1.0550	0.6560	0.2225
$n$	$1/R_s$	$L_1$	$C_2$	$L_3$	$C_4$	$L_5$	$C_6$	$L_7$

Butterworth LC Element Values (Continued)

$n$	$R_n$	$C_1$	$L_2$	$C_3$	$L_4$	$C_5$	$L_6$	$C_7$	$L_8$	$C_9$	$L_{10}$
8	1.0000	0.3902	1.1111	1.6629	1.9616	1.9616	1.6629	1.1111	0.3902		
	1.1111	0.2075	0.7575	0.9925	1.6362	1.5900	2.1612	1.7092	1.2671		
	1.2500	0.1774	0.8199	0.8499	1.7779	1.3721	2.3874	1.5393	1.6246		
	1.4286	0.1513	0.9138	0.7257	1.9852	1.1760	2.6879	1.3490	2.0017		
	1.6667	0.1272	1.0455	0.6102	2.2740	0.9912	3.0945	1.1530	2.4524		
	2.0000	0.1042	1.2341	0.5003	2.6863	0.8139	3.6678	0.9558	3.0408		
	2.5000	0.0822	1.5201	0.3945	3.3106	0.6424	4.5308	0.7594	3.8825		
	3.3333	0.0608	1.9995	0.2919	4.3563	0.4757	5.9714	0.5650	5.2400		
	5.0000	0.0400	2.9608	0.1921	6.4523	0.3133	8.8538	0.3732	7.8952		
	10.0000	0.0198	5.8479	0.0949	12.7455	0.1547	17.4999	0.1846	15.7510		
	Inf.	1.5607	1.8246	1.7287	1.5283	1.2588	0.9371	0.5776	0.1951		
9	1.0000	0.3473	1.0000	1.5321	1.8794	2.0000	1.8794	1.5321	1.0000	0.3473	
	0.9000	0.2242	0.5388	1.0835	1.1859	1.7905	1.6538	2.1796	1.6930	1.2447	
	0.8000	0.2434	0.4623	1.1777	1.0200	1.9542	1.4336	2.4189	1.5318	1.6033	
	0.7000	0.2719	0.3954	1.3162	0.8734	2.1885	1.2323	2.7314	1.3464	1.9812	
	0.6000	0.3117	0.3330	1.5092	0.7361	2.5124	1.0410	3.1516	1.1533	2.4328	
	0.5000	0.3685	0.2735	1.7846	0.6046	2.9734	0.8565	3.7426	0.9579	3.0223	
	0.4000	0.4545	0.2159	2.2019	0.4775	3.6706	0.6771	4.6310	0.7624	3.8654	
	0.3000	0.5987	0.1600	2.9006	0.3539	4.8373	0.5022	6.1128	0.5680	5.2249	
	0.2000	0.8878	0.1054	4.3014	0.2333	7.1750	0.3312	9.0766	0.3757	7.8838	
	0.1000	1.7558	0.0521	8.5074	0.1153	14.1930	0.1638	17.9654	0.1862	15.7504	
	Inf.	1.5628	1.8424	1.7772	1.6202	1.4037	1.1408	0.8414	0.5155	0.1736	
10	1.0000	0.3129	0.9080	1.4142	1.7820	1.9754	1.9754	1.7820	1.4142	0.9080	0.3129
	1.1111	0.1614	0.5924	0.7853	1.3202	1.3230	1.8968	1.6956	2.1883	1.6785	1.2267
	1.2500	0.1388	0.6452	0.6762	1.4400	1.1420	2.0779	1.4754	2.4377	1.5245	1.5861
	1.4286	0.1190	0.7222	0.5797	1.6130	0.9802	2.3324	1.2712	2.7592	1.3431	1.9646
	1.6667	0.1004	0.8292	0.4891	1.8528	0.8275	2.6825	1.0758	3.1895	1.1526	2.4169
	2.0000	0.0825	0.9818	0.4021	2.1943	0.6808	3.1795	0.8864	3.7934	0.9588	3.0072
	2.5000	0.0652	1.2127	0.3179	2.7108	0.5384	3.9302	0.7018	4.7002	0.7641	3.8512
	3.3333	0.0484	1.5992	0.2358	3.5754	0.3995	5.1858	0.5211	6.2118	0.5700	5.2122
	5.0000	0.0319	2.3740	0.1556	5.3082	0.2636	7.7010	0.3440	9.2343	0.3775	7.8738
	10.0000	0.0158	4.7005	0.0770	10.5104	0.1305	15.2505	0.1704	18.2981	0.1872	15.7481
	Inf.	1.5643	1.8552	1.8121	1.6869	1.5100	1.2921	1.0406	0.7626	0.4654	0.1564
$n$	$1/R_n$	$L_1$	$C_2$	$L_3$	$C_4$	$L_5$	$C_6$	$L_7$	$C_8$	$L_9$	$C_{10}$