

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

*Υδροελαστική συμπεριφορά δομικών στοιχείων σε θαλάσσιες εφαρμογές
υπό την επίδραση ακραίων καταστάσεων φόρτισης*

Του ΥΔ Στέφανου Κατηφέογλου

Επιβλέπων καθηγητής: Αναπλ. Καθηγητής Ιωάννης Κ. Χατζηγεωργίου

ΑΘΗΝΑ, ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ 2016

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η ανά χείρας διδακτορική διατριβή με τίτλο “Υδροελαστική συμπεριφορά δομικών στοιχείων σε θαλάσσιες εφαρμογές υπό την επίδραση ακραίων καταστάσεων φόρτισης” περιλαμβάνει τρεις μεγάλες Ενότητες (I, II, III) οι οποίες αντιστοιχούν σε τρεις ευρύτερες κατηγορίες σχετικών προβλημάτων ακραίων φορτίσεων.

Η Ενότητα I περιλαμβάνει περιπτώσεις δισδιάστατων προβλημάτων βίαιης πρόσκρουσης σωμάτων από/προς την ελεύθερη επιφάνεια με ανάπτυξη υδροδυναμικών δυνάμεων σφυρόκρουσης-slamming. Στο πρώτο κεφάλαιο της Ενότητας I (κεφάλαιο 2) περιγράφεται το θεωρητικό υπόβαθρο των υπολογιστικών μεθόδων προσομοίωσης του υδροδυναμικών φορτίσεων “bottom-slamming” που αντιστοιχούν στη βίαιη πτώση και πρόσκρουση σώματος σε αρχικά ήρεμη ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας. Οι σχετικές χρησιμοποιούμενες μέθοδοι Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (CFD) είναι δύο: (i) θεώρηση αστρόβιλου πεδίου ροής και προσομοίωση με τη Μέθοδο Συνοριακών Στοιχείων (Boundary Element Method-BEM) και (ii) θεώρηση ροής με στροβιλότητα-τυρβώδης προσομοίωση RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) σε συνδυασμό με τη μέθοδο προσέγγισης της ελεύθερης επιφάνειας, Volume of Fluid (VOF). Στο κεφάλαιο 3 αναπτύσσεται μία θεωρητική, αναλυτική προσέγγιση για μία διαφορετική κατηγορία προβλημάτων πρόσκρουσης-slamming, αυτή τη φορά λόγω της διέλευσης κύματος έντονης κλίσης (steep wave) σε ακίνητο σώμα που είναι διάτρητο, δηλαδή, περιέχει κενά κατά το μήκος της προσβαλλόμενης από το κύμα επιφάνειάς του. Η δισδιάστατη δράση της συγκεκριμένης μορφής “steep-wave slamming” εξετάζεται σε διάτρητη κυλινδρική τομή (σχήματος κύκλου και έλλειψης), κάτι που πραγματοποιείται για πρώτη φορά στη σχετική βιβλιογραφία υδροδυναμικών προβλημάτων διάτρητων κατασκευών. Η συγκεκριμένη μεθοδολογία μπορεί να γενικευθεί και για μη διάτρητα στοιχεία. Στα κεφάλαια 4 και 5 παρατίθενται κατ’ αντιστοιχία τα αποτελέσματα των υπολογιστικών επιλύσεων προβλημάτων bottom-slamming με της μεθόδους (i) και (ii) για τα εξής δομικά στοιχεία: (α) κύλινδρος (κυκλική τομή), (β) πολυγωνική τομή, (γ) πρωαία τομή πλοίου ενώ ιδιαίτερα στο κεφάλαιο 5, αναπτύσσεται υδροελαστικό, ημι-αναλυτικό μοντέλο για την προσέγγιση της παραμόρφωσης της πρωαίας τομής υπό την δράση των εν λόγω δυνάμεων στο πεδίο του χρόνου.

Η Ενότητα II είναι αφιερωμένη σε ένα μέρος της ευρύτερης έρευνας του ερευνητικού προγράμματος HELASFR R&D 2013, μιας συνεργασίας ΣΝΜΜ ΕΜΠ-Ecole Centrale Marseille που έχει στόχο τον προσδιορισμό ενός πολύπλοκου υδροδυναμικού φαινομένου, αυτού των αναπτυσσόμενων 3ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων μεταξύ επερχόμενων και ανακλώμενων κυματισμών από κατακόρυφη μεταλλική πλάκα, η οποία εκτεινόμενη από ύψος αρκετά ψηλότερα της ελεύθερης επιφάνειας έως τον πυθμένα, παρεμβάλλεται στο πεδίο των αρχικά κανονικών επερχόμενων κυματισμών. Τα δύο κεφάλαια της Ενότητας II

περιλαμβάνουν τη συνεισφορά του ΥΔ στις εργασίες του Προγράμματος με (i) την επέκταση της μαθηματικής διατύπωσης του υδροδυναμικού προβλήματος περίθλασης και ανάπτυξης 3ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων αυτή τη φορά σε πλωτή-“περικεκομμένη” πλάκα (κεφάλαιο 6), και (ii) τη μαθηματική διατύπωση και επίλυση της υδροελαστικής απόκρισης της πλάκας στις αναπτυσσόμενες από το υδροδυναμικό πρόβλημα δράσεις (κεφάλαιο 7). Οι εν λόγω υδροδυναμικές δράσεις, αν και δεν χαρακτηρίζονται από ιδιαίτερα μεγάλα μεγέθη, παρ’όλ’αυτά είναι έντονα μη γραμμικές και έχουν μεγάλη χρονική διάρκεια με αποτέλεσμα τη δημιουργία δυσμενών εντατικών συνθηκών στην προκειμένη, λεπτή κατασκευή.

Τέλος, η Ενότητα III είναι αφιερωμένη στην δυναμική εντατική κατάσταση θαλάσσιων σωληνώσεων μεταφοράς υδρογονανθράκων-Steel Catenary Risers (SCRs). Η εντατική κατάσταση του SCR προσδιορίζεται από την επίλυση του μη γραμμικού ή γραμμικοποιημένου συστήματος υδροελαστικών εξισώσεων δυναμικής ισοροπίας του υπό την δράση ακραίων (υψίσυχνων και μεγάλου πλάτους) περιοδικών μετατοπίσεων του κορυφαίου άκρου της σωλήνωσης, το οποίο αντιστοιχεί στο άκρο πρόσδεσης στην πλωτή κατασκευή. Οι εν λόγω διεγέρσεις αντιστοιχούν σε πιθανές ακραίες μετακινήσεις των πλωτών κατασκευών οι οποίες προκαλούνται από το θαλάσσιο περιβάλλον. Αναλυτικότερα αναπτύσσονται τρία κεφάλαια, στα δύο πρώτα από τα οποία εξετάζεται η συνεισφορά στην αναπτυσσόμενη δυναμική εντατική κατάσταση του SCR, αντίστοιχα (i) της βίαιης δύναμης αντίδρασης του εδάφους του πυθμένα της θάλασσας στην περιοδική πρόσκρουση του SCR σε αυτό, η οποία προσδιορίζεται με γεωτεχνική υπολογιστική μέθοδο (κεφάλαιο 8) και (ii) της κίνησης του εσωτερικού ρευστού υδρογονάνθρακα όπως προσδιορίζεται με εφαρμογή τυρβώδους προσομοίωσης της ροής σε περιβάλλον Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής-CFD (κεφάλαιο 9). Στο τρίτο κεφάλαιο της Ενότητας III (κεφάλαιο 10), που είναι και το τελευταίο της παρούσας διατριβής, παρουσιάζεται μία συγκριτική μελέτη μεταξύ της μέχρι σήμερα εφαρμοζόμενης προσέγγισης της υδροελαστικής συμπεριφοράς του SCR, όπως είθισται να υλοποιείται με διακριτοποίηση με γραμμικά κατασκευαστικά στοιχεία (ράβδου-δοκού/pipe) και μίας νέας προσέγγισης, πλέον με διακριτοποίηση με Πεπερασμένα Στοιχεία κελύφους. Η χρήση Πεπερασμένων Στοιχείων κελύφους στοχεύει στη βελτιωμένη απεικόνιση της κατανομής των τάσεων που αναπτύσσονται κατά τη διέγερση της σωλήνωσης στην πραγματική-κελυφωτή επιφάνειά της.

ABSTRACT

The present PhD Thesis entitled “Hydroelastic behavior of structural elements subjected to extreme loads in marine applications” includes three larger Sections (I, II, III) corresponding with three wider categories of the examined, extreme-loading problems.

Section I includes two-dimensional violent impact investigations between bodies and the free-surface in order to study the development of hydrodynamic slamming forces. In the first chapter of the particular Section (chapter 2) the theoretical background of the employed numerical methodologies for simulating hydrodynamic bottom-slamming events (implying the violent downstroke of the body towards the initially calm free-surface) is analyzed. The corresponding Computational Fluid Dynamics (CFD) methodologies are two: (i) potential flow concept numerically approached by the BEM Method and (ii) viscous flow concept-turbulence modeling by RANS model in combination with the VOF free-surface tracking technique. In chapter 3 there is a theoretical, analytical approximation deployed regarding a different category of slamming events that is the “steep wave slamming” case, implying violent impact of a steep wave on a motionless structure which is perforated (there is a distribution of gaps along the impacted area of the structure). In particular the two-dimensional steep wave-slamming action is investigated for perforated cylindrical sections (of circular and elliptical geometry), for the first time within the related literature on hydrodynamics of perforated structures. The celebrated methodology can be employed for non-perforated structures, as well. In the following chapters 4 and 5 all numerical investigations of bottom-slamming cases for structures, at accordance: (a) cylinder (circular section), (b) polygonal section, (c) ship bow section, via the methodologies (i) and (ii) are deployed. Especially in chapter 5, a hydroelastic semi-analytic model is also presented for modeling the response of the bow-section to the particular slamming forces in time-domain.

Section II is dedicated to a part of the wider research that has been carried out within the framework of the Programme HELASFR R&D 2013, a collaboration between SNAME-NTUA and Ecole Centrale Marseille that aims to the determination of a complex hydrodynamic phenomenon, that is the development of 3rd-order interactions between incoming-reflected wave from a vertical metal plate which -by extending from an elevation significantly higher than the free-surface to the bottom- is mounted normally to the regular incoming wave-train. The two chapters of the current Section include the contribution of the present PhD student in the framework of the Programme, by (i) expanding the analytical formulation of the hydrodynamic diffraction-3rd order interaction problem this time for a floating (truncated) plate (chapter 6) and (ii) the mathematical formulation of the hydroelastic response of the plate subjected to the developed form the hydrodynamic problem actions (chapter 7). Although the particular hydrodynamic loadings are not of significantly high

magnitudes, nevertheless they are characterized by intensively nonlinear profiles and by long durations, resulting into unpleasant stress conditions for the particular thin structure.

Finally, Section III is dedicated to the dynamic stress conditions of marine pipelines-Steel Catenary Risers (SCRs) as determined by the solution of the nonlinear or the linearized hydroelastic system of equations of motion of the particular structural-types in the marine environment. The dynamic stress condition for particular SCR-models subjected to extreme – of large magnitude and high frequency- periodical translations of their top-end (the attached end of the pipeline to the Floating Structure) is analyzed. The particular excitations correspond with possible extreme displacements of the floater which can be caused by extreme marine environmental conditions. In detail, there are three individual chapters deployed. In the first two chapters the contribution to the SCR's dynamic stress condition is examined by two individual factors: (i) the violent seabed-soil reaction force to the periodical touchdown of the SCR, which is calculated via geotechnical computational methodology (chapter 8) and (ii) the inner fluid (natural-gas) motion which is determined via CFD-turbulence modelling (chapter 9). At the third and last chapter of Section III (chapter 10) there is a comparative study presented between the widely employed structural discretization of the SCR via line-elements (rod-beam/pipe) and a new approximation, this time with shell-Finite Elements. The present shell-dynamics concept aims to a more detailed mapping of the stress distribution on the actual, shell-like surface of the SCR.

Ευχαριστίες

ΠΡΟΣ:

τα μέλη ΔΕΠ, κ.κ. Καθ. Σπυρίδωνα Μαυράκο, Καθ. Γεώργιο Τριανταφύλλου, Καθ. Μιχαήλ Σακελλαρίου, Αναπλ. Καθ. Κωνσταντίνο Μπελιμπασσάκη, Καθ. Γρηγόριο Γρηγορόπουλο, Επικ. Καθ. Χρήστο Παπαδόπουλο, Αναπλ. Καθ. Λάμπρο Καικτσή, Δρ. Μιχαήλ Τούλιο, για την πολύτιμη συμβουλευτική τους συνδρομή και για τα τεχνικά, υπολογιστικά και έντυπα μέσα που μου διέθεσαν για την προσέγγιση των προβλημάτων που αντιμετωπίζονται στην παρούσα διατριβή και ιδιαιτέρως προς τον επιβλέποντα την διατριβή Αναπλ. Καθηγητή κ. Ιωάννη Χατζηγεωργίου για την εμπιστοσύνη του, την υπομονή του και, πάνω απ'όλα την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με την πολυετή έρευνα υψηλού επιπέδου που ο ίδιος έχει αναλάβει επιτυχώς στον τομέα θαλασσίων κατασκευών

και

τους γονείς μου, Συμεών-Άρη και Φανή και τον αδελφό μου, Θεοφάνη για την συμπαράστασή τους κατά τη διάρκεια της περιόδου εκπόνησης της διατριβής.

ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΕΣ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ

Η ευρύτερη συνεισφορά της διδακτορικής διατριβής έγκειται στην ανάπτυξη αναλυτικών, ημ-αναλυτικών και αριθμητικών μεθόδων για την αντιμετώπιση υδροδυναμικών προβλημάτων σε διάφορα παραμορφώσιμα δομικά στοιχεία στο θαλάσσιο περιβάλλον και για διάφορες περιπτώσεις ακραίων φορτίσεων. Ειδικότερα, οι επιμέρους καινοτόμες προσεγγίσεις είναι οι εξής:

- i. υπολογιστική διερεύνηση προβλημάτων bottom-slamming δισδιάστατων τομών για πρώτη φορά σχήματος πολυγώνου, με βάση τη θεωρία δυναμικής ροής και την αριθμητική μέθοδο BEM (Boundary Element Method),
- ii. ποσοτική διερεύνηση της επίδρασης του μεγέθους της μεταβολής της γωνίας deadrise που λαμβάνει χώρα στις αιχμές της πολυγωνικής διατομής, στην ευστάθεια του αλγορίθμου BEM,
- iii. χρήση της αναλυτικής δυναμικής θεωρίας δοκών Euler-Bernoulli για τον υπολογισμό της ταλάντωσης πρωραίας τομής (bow) που υπόκειται σε πιέσεις bottom-slamming,
- iv. ανάπτυξη αναλυτικής μεθόδου για πρώτη φορά με χρήση ολοκληρωτικών εξισώσεων για την επίλυση του προβλήματος steep-wave slamming σε ακίνητη, διάτρητη κυλινδρική τομή,
- v. διερεύνηση της περίπτωσης slamming για πρώτη φορά για διάτρητες κατασκευές,
- vi. διατύπωση της μαθηματικής μεθόδου υπολογισμού 3ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων μεταξύ προσπίπτοντων και ανακλώμενων κυματισμών από κατακόρυφη μεταλλική πλάκα η οποία αντιμετωπίζεται ως περικεκομμένος (truncated) κύλινδρος εκφυλισμένης ελλειπτικής διατομής,
- vii. προσέγγιση της υδροελαστικής ταλάντωσης της πλάκας με χρήση της αναλυτικής δυναμικής θεωρίας πλακών Kirchhoff-Love,
- viii. διερεύνηση της συνεισφοράς της γεωτεχνικής δύναμης αντίδρασης του εδάφους για πρώτη φορά στην ενιαία υδροελαστική συμπεριφορά θαλάσσιου αλυσοειδούς αγωγού riser μεταφοράς υδρογονανθράκων, σε εφαρμογές σε μεγάλα βάθη θάλασσας,
- ix. προσομοίωση της εσωτερικής ροής αερίου σε θαλάσσιο αλυσοειδή αγωγό riser για πρώτη φορά σε περιβάλλον τυρβώδους προσομοίωσης (CFD-RANS) και διερεύνηση της συνεισφοράς της εσωτερικής ροής στην ενιαία υδροελαστική ταλάντωση,

- x. εφαρμογή διακριτοποίησης με Πεπερασμένα Στοιχεία κελύφους για μεγάλης διάρκειας δυναμικά προβλήματα των risers που είναι εγκατεστημένα σε μεγάλα βάθη θάλασσας.

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή.....	15
1.1. Γενική περιγραφή του περιεχομένου και των στόχων της Διδακτορικής Διατριβής. .	15
1.2. Επισκόπηση Ενότητας I: Δράση υδροδυναμικών δυνάμεων slamming (σφυρόκρουσης) σε δισδιάστατες (2D) τομές δομικών στοιχείων που αλληλεπιδρούν έντονα με την ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας.....	18
1.3. Επισκόπηση Ενότητας II: Υδροελαστική απόκριση κατακόρυφης πλάκας υπό την ανάπτυξη 3ο-τάξιων υδροδυναμικών επιδράσεων λόγω πρόσπτωσης-ανάκλασης κυματισμών.....	25
1.4. Επισκόπηση Ενότητας III: Υδροελαστική συμπεριφορά του SCR σε ακραίες καταστάσεις φόρτισης.....	27
2. Εφαρμοζόμενες υπολογιστικές μεθοδολογίες για τα προβλήματα bottom-slamming.....	36
2.1. Η υπολογιστική μέθοδος BEM σε προβλήματα water-entry/bottom-slamming.....	36
2.1.1. Βασικό αριθμητικό και μαθηματικό μοντέλο.....	36
2.1.2 Το πρόβλημα jet cutting.....	41
2.1.3. Εξομάλυνση- Αναπλεγματοποίηση (Smoothing-Regriidding).....	42
2.2 Περιγραφή του μαθηματικού υποβάθρου της μεθόδου RANS-VOF.....	42
2.2.1 Προβληματισμοί για την επιλογή της κατάλληλης μεθοδολογίας τυρβώδους προσομοίωσης της ροής.....	43
2.2.1.1. Το μαθηματικό υπόβαθρο πίσω από το μοντέλο τύρβης Realizable k-ε.....	44
2.2.2. Η μέθοδος VOF για προβλήματα water-entry.....	48
2.2.3. Επισκόπηση των χρησιμοποιούμενων τεχνικών παραμορφούμενου πλέγματος (Dynamic-Mesh).....	50
2.2.4. Ζητήματα σύγκλισης και ευστάθειας του αλγορίθμου χρονικής ολοκλήρωσης όταν χρησιμοποιείται η μέθοδος VOF.....	51
3. Αναλυτική προσέγγιση του δισδιάστατου υδροδυναμικού προβλήματος πρόσκρουσης-slamming κύματος κλίσης 100% (steep-wave slamming) σε διάτρητο κύλινδρο.....	53
3.1 Το θεωρητικό μοντέλο.....	53
3.2 Μέθοδος Επίλυσης.....	56
3.3. Αριθμητικά αποτελέσματα για κύλινδρο κυκλικής διατομής.....	62
3.4. Επέκταση του μοντέλου σε κύλινδρο ελλειπτικής διατομής.....	66
3.5. Πρόσκρουση steep-wave σε διάτρητη πλάκα που προσεγγίζεται ως εκφυλισμένος ελλειπτικός κύλινδρος.....	70
3.6. Συμπεράσματα.....	72
4. Αριθμητική επίλυση προβλήματος bottom-slamming/water entry δισδιάστατης τομής που προσεγγίζεται από πολυγωνική επιφάνεια.....	74
4.1. Αξιολόγηση του κώδικα BEM.....	74

4.1.1. Σχήμα spline-regridding.....	74
4.1.2. Το προφίλ της πίεσης slamming που ασκείται στο σώμα.....	78
4.2. Αξιολόγηση της επίλυσης bottom-slamming με τη μέθοδο RANS-VOF.....	80
4.3. Επέκταση του προβλήματος water-entry απλής σφήνας (τριγωνικής διατομής) σε σφήνα με πολλαπλές ακμές (πολυγωνική διατομή).....	83
4.3.1. Η μέχρι τώρα εφαρμοζόμενη προσέγγιση “non viscous flow separation”.....	83
4.3.2. Επίλυση του προβλήματος BEM water entry πολυγωνικής τομής. Σύγκριση με αποτελέσματα της μεθόδου RANS-VOF.....	85
4.4. Επέκταση της προσέγγισης BEM/water entry πολυγωνικής τομής στο πρόβλημα 2D water-entry κυλινδρικής τομής.....	91
4.5. Συμπεράσματα.....	94
5. Αριθμητική επίλυση bottom-slamming με τη μέθοδο RANS-VOF και ανάπτυξη υδροελαστικού μοντέλου για προωραία τομή πλοίου.....	96
5.1. Δυναμική-υδροελαστική ανάλυση της απόκρισης της προωραίας τομής.....	96
5.1.1. Ανάπτυξη μοντέλου δοκού Euler-Bernoulli - προσέγγιση "line-dynamics".....	96
5.1.2. Προσέγγιση της δυναμικής απόκρισης της προωραίας τομής με Πεπερασμένα Στοιχεία.....	101
5.2. Αριθμητική προσέγγιση των πιέσεων bottom-slamming στην προωραία τομή με την επίλυση RANS-VOF.....	102
5.3. Αποτελέσματα της υδροελαστικής επίλυσης.....	108
5.4. Συμπεράσματα.....	118
6. Το υδροδυναμικό πρόβλημα περίθλασης και ανάπτυξης 3ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων προσπίπτοντος-ανακλώμενου κύματος επί κατακόρυφης, πλωτής πλάκας σε άπειρο πεδίο κυματισμών.....	120
6.1. Μαθηματική διατύπωση του υδροδυναμικού προβλήματος - Φυσικός χώρος - Οριακές συνθήκες.....	120
6.2. Προσέγγιση των συναρτήσεων δυναμικού επερχόμενου κυματισμού και δυναμικού περίθλασης για την κατακόρυφη, πλωτή, ελλειπτική ‘πλάκα’.....	123
6.3. Εφαρμογή των συνθηκών συμβιβαστού ταχυτήτων και πιέσεων.....	127
6.4. Αριθμητική προσέγγιση.....	132
6.4.1. Το παραβολικό μοντέλο.....	133
6.4.2. Αριθμητικά αποτελέσματα.....	135
6.5. Συμπεράσματα.....	144
7. Υδροελαστική συμπεριφορά κατακόρυφης μεταλλικής πλάκας που παρεμβάλλεται σε πεδίο κανονικών κυματισμών λόγω 3 ^ο -τάξιων αλληλεπιδράσεων προσπίπτοντος-ανακλώμενου κύματος.....	146
7.1. Το αναλυτικό υδροελαστικό μοντέλο.....	147
7.1.1. Η εναλλακτική θεώρηση Newman – δυνατότητα εφαρμογής στην πλάκα.....	149

7.1.2. Η εναλλακτική θεώρηση Eatock Taylor για την πλάκα – σύγκριση με την παρούσα μέθοδο.	153
7.2. Αποτελέσματα της γραμμικής υδροελαστικής απόκρισης της πλάκας.	154
7.3. Εφαρμογή της Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων για την πρόβλεψη της υδροελαστικής συμπεριφοράς της παραμορφώσιμης κατασκευής.	157
7.4. Συμπεράσματα.	165
8. Η αλληλεπίδραση SCR-εδάφους πυθμένα και η συμβολή της στην ενιαία υδροελαστική συμπεριφορά του SCR.	168
8.1. Περιγραφή του προβλήματος και κύριοι προβληματισμοί.	168
8.2. Το Γεωτεχνικό μοντέλο για την δύναμη αντίδρασης του εδάφους στο TDP.	170
8.2.1. Επισκόπηση της εντατικής κατάστασης εδάφους.	170
8.2.2. Το μοντέλο Πεπερασμένων Στοιχείων "εδάφους". Σχεδιασμός και προσεγγίσεις.	174
8.2.2.1. Ιδιότητες του πεδίου των τάσεων.	174
8.2.2.2. Μηχανικές ιδιότητες εδάφους.	175
8.2.2.3. Γεωμετρικές εκσκαφής.	176
8.2.3. Αποτελέσματα του Γεωτεχνικού κώδικα.	177
8.2.4. Δυνάμεις αντίδρασης εδάφους.	179
8.3. Το αναλυτικό και αριθμητικό υδροελαστικό μοντέλο για τη σωλήνωση SCR που περιλαμβάνει εδρασμένο τμήμα στον πυθμένα.	181
8.3.1. Βασικές εξισώσεις.	181
8.3.2. Εισαγωγή της δύναμης αντίδρασης του εδάφους στο υδροελαστικό μοντέλο– Ληφθείσες υποθέσεις.	183
8.3.3. Αριθμητικό σχήμα επίλυσης.	186
8.4. Αριθμητικά αποτελέσματα.	187
8.4.1. Φυσικές/μηχανικές παράμετροι του υδροελαστικού μοντέλου.	187
8.4.2. Ανάλυση των αποτελεσμάτων.	189
8.4.2.1. Οριζόντια (Surge) διέγερση.	196
8.4.2.4. Διερεύνηση της συνεισφοράς της στατικής εντατικής κατάστασης του SCR.	204
8.5. Συμπεράσματα.	206
9. Η επίδραση της εσωτερικής τυρβώδους ροής αερίου στην υδροελαστική συμπεριφορά μοντέλου SCR σε εξαναγκασμένη ταλάντωση.	208
9.1. Μοντέλο RANS για τον υπολογισμό της εσωτερικής ροής.	209
9.2. Αποτελέσματα της επίλυσης CFD-RANS.	213
9.2.1. Ορισμένα ζητήματα της σχετικής Υπολογιστικής Προσομοίωσης που θα πρέπει να διερευνηθούν στο μέλλον.	217
9.3. Το υδροελαστικό μοντέλο του SCR.	218

9.4. Αριθμητικά αποτελέσματα από την προσομοίωση του γραμμικοποιημένου δυναμικού συστήματος.....	220
9.5. Συμπεράσματα.....	228
10. Μη γραμμική δυναμική ανάλυση με Πεπερασμένα Στοιχεία σε σωληνοειδή τμήματα που απαρτίζουν ενιαία κατασκευή SCR.....	229
10.1. Το μοντέλο “shell-dynamics”.....	230
10.1.2. Προσεγγίσεις στο φυσικό πρόβλημα για τη διακριτοποίηση με Πεπερασμένα Στοιχεία.	233
10.2. Επίλυση του μοντέλου “line-dynamics”-προσομοίωσης της υδροελαστικότητας του SCR υπό την δράση ακραίων αρμονικών μετατοπίσεων του κορυφαίου άκρου του.....	235
10.2.1. Περιγραφή του μοντέλου “line-dynamics”.	235
10.2.2. Επίλυση του μοντέλου “line-dynamics”.....	236
10.3. Σχεδιασμός των μοντέλων Πεπερασμένων Στοιχείων και εισαγωγή σε αυτά των αποτελεσμάτων line-dynamics ως δεδομένα εισόδου.....	239
10.4. Αποτελέσματα των επιλύσεων Πεπερασμένων Στοιχείων.....	241
10.4.1. Αξιολόγηση των επιλύσεων ΠΣ.	241
10.4.2. Αποτελέσματα shell-dynamics όλων των τμημάτων-σωλήνων.	245
10.5. Συμπεράσματα.....	253
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	255
ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΜΕΝΟ ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟ ΥΔΡΟΕΛΑΣΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΓΙΑ ΑΓΩΓΟ SCR ΜΕ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΡΟΗ ΡΕΥΣΤΟΥ	255
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β	259
ΤΟ ΠΛΗΡΕΣ 3D ΥΔΡΟΕΛΑΣΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΤΟΥ SCR: ΕΠΙΚΑΙΡΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΚΑΙ ΤΟΝ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟ ΣΤΡΕΠΤΙΚΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ	259
Βιβλιογραφία.....	265

1. Εισαγωγή.

1.1. Γενική περιγραφή του περιεχομένου και των στόχων της Διδακτορικής Διατριβής.

Η παρούσα διδακτορική διατριβή με τίτλο «Υδροελαστική συμπεριφορά δομικών στοιχείων σε θαλάσσιες εφαρμογές υπό την επίδραση ακραίων καταστάσεων φόρτισης» αποτελείται από μία σειρά υπολογιστικών και αναλυτικών διερευνήσεων σε δυναμικά-κατασκευαστικά, υδροδυναμικά ή συνδυαστικά/υδροελαστικά προβλήματα συγκεκριμένων τύπων θαλάσσιων κατασκευών. Βασικός στόχος της είναι η συμβολή στην έρευνα της υπολογιστικής προσομοίωσης υδροελαστικών προβλημάτων είτε με συμπλήρωση και βελτίωση των υφιστάμενων μεθοδολογιών με παραμέτρους που δεν λαμβάνονταν υπόψη μέχρι σήμερα ή με την ανάπτυξη διαφορετικών προσεγγίσεων για την αντιμετώπισή τους.

Ο όρος "υδροελαστική συμπεριφορά" αναφέρεται στην δυναμική συμπεριφορά των κατασκευαστικών φορέων υπό την δράση εσωτερικών και εξωτερικών φορτίων στο σύστημα κατασκευής-νερού θάλασσας. Συνήθως, υποδηλώνει την τροποποίηση του μαθηματικού δυναμικού συστήματος της κατασκευής με τέτοιο τρόπο ώστε να λαμβάνει υπόψη υδροδυναμικούς παράγοντες που συμμετέχουν τόσο στις εσωτερικές δυνάμεις, συμπληρώνοντας τις φυσικές ιδιότητες του συστήματος νερού-κατασκευής, όσο και στις εξωτερικές, δηλαδή στην δράση του νερού της θάλασσας ως παράγοντα εξωτερικής δύναμης. Εντούτοις, δεν κατευθύνεται η διατριβή μόνο σε μαθηματικές διατυπώσεις υδροελαστικών προβλημάτων αλλά κυρίως στη συμπλήρωση και αξιολόγηση δημοσιευμένων υδροελαστικών μοντέλων και σχετικών μεθοδολογιών με χρήση εναλλακτικών μεθόδων υπολογιστικής προσομοίωσης για τον προσδιορισμό των επιμέρους παραγόντων φόρτισης.

Ως "ακραίες φορτίσεις" νοούνται ορισμένες από τις εξωτερικές επιδράσεις που μπορούν να έχουν ως συνέπεια τη δημιουργία δυσμενών εντατικών συνθηκών, με βάση τις διαπιστώσεις της διεθνούς ακαδημαϊκής έρευνας αλλά και των Διεθνών Οργανισμών Προτυποποίησης και Νηογνομόνων, σε διάφορους τύπους δομικών στοιχείων. Αναλυτικότερα οι εν λόγω φορτίσεις μπορεί να είναι «βίαιες», δηλαδή να αποτελούνται από μεγάλο μέγεθος και μικρής χρονικής διάρκειας δυνάμεις και ροπές επί των στοιχείων, ή να έχουν μεγάλη διάρκεια, περιοδικότητα αλλά και απρόβλεπτη, μη γραμμική κατανομή και εξέλιξη στο χώρο και στο χρόνο, αντίστοιχα.

Οι διερευνώμενοι τύποι δομικών στοιχείων (κατασκευαστικών στοιχείων) αποτελούνται από γραμμικά στοιχεία δοκών-σωλήνων (beam-ripe) και επιφανειακά στοιχεία κελύφους (για την προσομοίωση κατασκευών υποθαλάσσιων σωληνώσεων), γραμμικά στοιχεία δοκού και τρισδιάστατα στοιχεία δοκού (για την προσομοίωση τομής πλοίου) και επιφανειακά στοιχεία πλάκας και κελύφους (για την προσομοίωση ορθογωνικής κατασκευής που αντιπροσωπεύει μεταλλική πλάκα/γάστρα φορηγίδας-barge). Οι σχετικές στο εκάστοτε

πρόβλημα και στο αντίστοιχο δομικό στοιχείο, υπολογιστικές/αναλυτικές μεθοδολογίες, αναπτύσσονται στα αντίστοιχα κεφάλαια.

Τα επιμέρους υπολογιστικά προβλήματα δεν προσεγγίζονται μόνο υπό το πρίσμα της κατασκευαστικής-υδροελαστικής θεώρησης. Σε πολλές περιπτώσεις όπου κρίνεται ανεπαρκής η γνώση της συμπεριφοράς του ρευστού ως παράγοντα φόρτισης κρίνεται αναγκαία η ανεξάρτητη Υπολογιστική Ρευστοδυναμική (CFD) προσέγγιση. Στη συνέχεια, οι χρονικές ιστορίες των δυνάμεων που ασκεί το ρευστό στην κατασκευή εισάγονται σε κατασκευαστικά μοντέλα. Κατά συνέπεια οι εν λόγω προσεγγίσεις δεν μπορούν να χαρακτηριστούν πλήρως Υδροελαστικές ή, κατά τον διεθνή όρο, “αμφίδρομες λύσεις αλληλεπίδρασης ρευστού-κατασκευής” (2-way Fluid-Structure Interaction/FSI), αλλά 1-way FSI. Συνοπτικά, για τα κατασκευαστικά-υδροελαστικά μοντέλα εφαρμόζονται υπολογιστικές μέθοδοι FEA/Πεπερασμένων Στοιχείων (ΠΣ) ή FD/Πεπερασμένων Διαφορών (ΠΔ) ή και ημι-αναλυτικές μέθοδοι-Galerkin ενώ για τα ρευστοδυναμικά και υδροδυναμικά μέρη των προβλημάτων εφαρμόζονται αλγόριθμοι-CFD Πεπερασμένων Όγκων (FV) ή Συνοριακών Στοιχείων (BEM) ή ημι-αναλυτικές προσεγγίσεις με χρήση της Γραμμικής Θεωρίας Δυναμικής Ροής.

Τα ευρύτερα προβλήματα που αντιμετωπίζονται είναι τρία:

I. Η δράση υδροδυναμικών δυνάμεων slamming (σφυρόκρουσης) σε δισδιάστατες (2D) τομές πλοίων και άλλων κατασκευαστικών τύπων που αλληλεπιδρούν έντονα με την ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας (δισδιάστατο πρόβλημα). Τα σχετικά προβλήματα βίαιης πρόσκρουσης-slamming αναπτύσσονται και επιλύονται στην **Ενότητα I**. Στο μεγαλύτερο τμήμα της Ενότητας I διερευνάται μία από τις δυσμενέστερες μορφές slamming, η καλούμενη “bottom-slamming” η οποία αναπτύσσεται σε δισδιάστατες τομές δομικών στοιχείων που προσκρούουν βίαια, με μεγάλη ταχύτητα στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας και προξενούν το φαινόμενο της γρήγορης αναρρίχησης (run-up) της ελεύθερης επιφάνειας στο σώμα, με ανάλογη ανάπτυξη ακραίων υδροδυναμικών φορτίσεων. Οι διάφορες υπολογιστικές μεθοδολογίες που έχουν αναπτυχθεί για το πρόβλημα παρέχουν σε πολλές περιπτώσεις επαρκείς απαντήσεις σε σχεδιαστικά ζητήματα. Σε κάθε περίπτωση, όμως το φαινόμενο είναι έντονα μη γραμμικό καθώς οι αναπτυσσόμενες πιέσεις, πέραν του μεγάλου μεγέθους τους, είναι δυσανάλογες της μετακίνησης της κατασκευής κατά τη διάρκεια του φαινομένου, με αποτέλεσμα να μην μπορούν να γενικευθούν οι εν λόγω μεθοδολογίες για όλες τις περιπτώσεις. Οι κατασκευαστικοί τύποι που διερευνώνται σε bottom-slamming είναι προωαία τομή πλοίου και τομή πολυγωνικού πρίσματος που προσομοιάζει σε τομή mid-ship. Το αριθμητικό μοντέλο για την πολυγωνική τομή εφαρμόζεται και σε κυκλική τομή.

Στην ίδια Ενότητα I, παρουσιάζεται μία ημι-αναλυτική προσέγγιση του αντίστροφου προβλήματος, δηλαδή της έντονης μετακίνησης της ελεύθερης επιφάνειας προς την κατασκευή, προσομοιάζοντας στη διέλευση κυματισμού έντονης κλίσης (steep wave slamming). Αυτή τη φορά η κατασκευή προσομοιάζει σε κυκλική τομή κυλίνδρου η οποία είναι διάτρητη, δηλαδή, έχει κενά τμήματα. Στη συνέχεια εξετάζεται η επάρκεια της συγκεκριμένης μεθοδολογίας και για διάτρητη, ελλειπτική τομή. Η σχετική ημι-αναλυτική προσέγγιση προβλημάτων πρόσκρουσης του νερού σε διάτρητες κατασκευές παρουσιάζεται για πρώτη φορά στη διεθνή βιβλιογραφία.

II. Η ανάπτυξη 3ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων μεταξύ προοδευτικών-ανακλώμενων κυματισμών σε κατακόρυφη μεταλλική πλάκα που παρεμβάλλεται στο πεδίο κανονικών κυματισμών και η δυναμική-υδροελαστική συμπεριφορά της κατασκευής υπό τις εν λόγω αλληλεπιδράσεις. Η σχετική μεθοδολογία και τα αποτελέσματα αυτής αναπτύσσονται στην **Ενότητα II**. Το υδροδυναμικό πρόβλημα έχει ήδη προσεγγιστεί στο πλαίσιο εν εξελίξει ακαδημαϊκής έρευνας με μία σειρά δημοσιεύσεων. Στο παρόν πόνημα πραγματοποιείται μία μεμονωμένη επέκταση της ευρύτερης αναλυτικής προσέγγισης του υδροδυναμικού προβλήματος με τη θεώρηση της πλάκας ως πλωτής-"περικεκομμένης", σε αντίθεση με τις μέχρι τώρα δημοσιευθείσες προσεγγίσεις, όπου η πλάκα εκτεινόταν έως τον πυθμένα. Σε δεύτερο στάδιο αναπτύσσεται η υδροελαστική προσέγγιση του φαινομένου με την ανάπτυξη αναλυτικού μοντέλου για την πλάκα, καθώς και μοντέλου ΠΣ. Οι αναπτυσσόμενες φορτίσεις από τους τροποποιημένους λόγω 3^ο-τάξιων όρων κυματισμούς, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις προοδευτικών κυματισμών με τις μεγαλύτερες κλίσεις, διατηρούν διαρκώς ένα ασταθές προφίλ, έντονα μη γραμμικό. Η έντονη αστάθειά τους μπορεί με την πάροδο του χρόνου να διατηρήσει μία διαρκή κατάσταση παραμόρφωσης με συνεχώς μεταβαλλόμενη-ακανόνιστη μορφή και, συνεπώς να συνεισφέρει στην εμφάνιση ακραίων συνθηκών εντατικής κατάστασης.

III. Η υδροελαστική συμπεριφορά χαλύβδινων θαλάσσιων αγωγών μεταφοράς υδρογονανθράκων-risers, αλυσοειδούς γεωμετρικής διαμόρφωσης (Steel Catenary Risers/SCRs) υπό την δράση υψίσυχων και μεγάλου εύρους κινήσεων του κορυφαίου τους άκρου που προσδένεται στην πλωτή κατασκευή. Τα σχετικά κεφάλαια της **Υδροελαστικότητας των SCRs** περιλαμβάνονται στην **Ενότητα III**. Οι εν λόγω κινήσεις της πλωτής μονάδας, ιδιαίτερα κατά την κατακόρυφο (heave) μπορούν να δημιουργήσουν ακραίες συνθήκες φόρτισης τόσο στο σύστημα εξόρυξης-παραγωγής θαλάσσιων υδρογονανθράκων όσο, κυρίως, στο θαλάσσιο περιβάλλον, εάν προκληθεί αστοχία του αγωγού. Στην δυσμενή φόρτιση του αγωγού συνεισφέρει η μεγάλου μεγέθους δύναμη αντίδρασης στην ταλαντωτική κίνησή του

από το έδαφος του πυθμένα, στην περιοχή που αποκαλείται με τη διεθνή ορολογία Touch Down Zone. Μία σχετική προσέγγιση στο πρόβλημα παρουσιάζεται στην παρούσα εργασία. Ακόμη, η κατάλληλη προσομοίωση της συνεισφοράς του εσωτερικού ρευστού στην ευρύτερη δυναμική εντατική κατάσταση του SCR είναι ένας παράγοντας που η επίδρασή του στο γενικό πρόβλημα δεν είναι σαφώς καθορισμένη και προς τούτο αναπτύσσεται μία νεότερη προσέγγιση. Τέλος, η λεπτομερής απεικόνιση της κατανομής των τάσεων από επιλύσεις ΠΣ με πυκνή διακριτοποίηση, κατά την επιφάνεια του SCR είναι κάτι που απουσιάζει από τη σχετική βιβλιογραφία καθώς φαίνεται ότι αποφεύγεται λόγω υψηλού υπολογιστικού κόστους. Προς αυτήν την κατεύθυνση, η παρούσα διατριβή περιέχει ακόμα μία προσπάθεια η οποία παρήγαγε ορισμένα ενδιαφέροντα αποτελέσματα.

1.2. Επισκόπηση Ενότητας I: Δράση υδροδυναμικών δυνάμεων slamming (σφυρόκρουσης) σε δισδιάστατες (2D) τομές δομικών στοιχείων που αλληλεπιδρούν έντονα με την ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας.

Το φαινόμενο εμφάνισης ακραίων, μικρής διάρκειας δυνάμεων “slamming” (σφυρόκρουσης) κατά την πρόσκρουση με μεγάλη ταχύτητα μιας κατασκευής στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας ή αντίστροφα, κατά την πρόσπτωση ενός θραυόμενου ή έντονης κλίσης κυματισμού σε ακίνητη κατασκευή, θεωρείται ως μία από τις πιο επικίνδυνες θαλάσσιες επιδράσεις με συχνά επακόλουθη ακραία ταλαντωτική συμπεριφορά. Οι δυνάμεις slamming αναπτύσσονται κατά κύριο λόγο σε θαλάσσιες κατασκευές που βρίσκονται σε συνεχή αλληλεπίδραση με την ελεύθερη επιφάνεια (όπως γάστρες πλοίων, κάτω επιφάνειες καταστρωμάτων σε πλατφόρμες/FPS, δοκοί στήριξης jacket-rigs, κλπ.). Ιδιαίτερα η παρατηρούμενη ανάπτυξη υδροελαστικών ταλαντώσεων τύπου “whipping”, που εμφανίζονται σε γάστρες πλοίων, υπό την επίδραση δυνάμεων slamming θεωρείται για τη ναυπηγική βιομηχανία ως ένα από τα κορυφαία σύγχρονα σχεδιαστικά ζητήματα έναντι κοπώσεως. Οι περιοχές της κατασκευής του πλοίου οι οποίες επηρεάζονται συχνότερα από φορτία slamming είναι το πρωραίο (bow) και το πρυμναίο (stern) τμήμα, εκεί, δηλαδή όπου το πλοίο που ταξιδεύει σε ακραίες περιβαλλοντικές συνθήκες εκτελεί τις μεγαλύτερου πλάτους κατακόρυφες κινήσεις (heave) αλλά και μεγάλου πλάτους προνευτασμό (pitch). Εντούτοις, ανάλογα με την κατάσταση της αντοχής της κατασκευής του πλοίου ή ανάλογα την κινηματική συμπεριφορά του και τη γωνία συνάντησης με τους κυματισμούς, μπορούν να θιγούν και άλλες περιοχές, ακόμη και προς τις μέσες τομές (mid-ship). Οι περιπτώσεις slamming που διερευνώνται στην παρούσα διατριβή αφορούν (i) στην πρόσκρουση του κάτω μέρους/πυθμένα του πλοίου ή άλλης κατασκευής στην ελεύθερη επιφάνεια, η οποία ανήκει στην κατηγορία “bottom-slamming” και (ii) στην πρόσπτωση κύματος έντονης κλίσης σε

ακίνητη κατασκευή η οποία χαρακτηρίζεται ως “steep wave slamming”. Κατά την πρόσκρουση “bottom-slamming”, τα μόρια ρευστού κοντά στην περιοχή πρόσκρουσης επιταχύνονται και κατ’αυτόν τον τρόπο ένας όγκος ρευστού τείνει να εκτοπιστεί, λειτουργώντας ως πρόσθετη αδρανειακή δύναμη που αντιτίθεται στην κίνηση του σώματος. Σημαντική παράμετρος για όλες τις κατηγορίες slamming είναι η γωνία “deadrise”, δηλαδή η γωνία που σχηματίζεται από την ελεύθερη επιφάνεια και την επιφάνεια της κατασκευής τη στιγμή της πρόσκρουσης. Συγκεκριμένα παρατηρείται ότι όσο αυξάνει η γωνία τόσο μειώνεται η πίεση πρόσκρουσης. Σε συνθήκες ταξιδιού με έντονους κατά μέτωπο κυματισμούς, το φαινόμενο bottom-slamming δημιουργείται από δύο γεγονότα: (i) αρχικά την έξοδο του πλοίου (του πρωαίου τμήματος) “water-exit”, από το νερό και την (ii) εν συνεχεία είσοδό του στο νερό με μεγάλη σταθερή ταχύτητα ή επιτάχυνση-“water-entry”. Τα δύο αυτά επί μέρους υδροδυναμικά προβλήματα απασχολούν την έρευνα της ναυπηγικής και πολλές φορές αναλύονται είτε ενιαία ή ξεχωριστά για τον βέλτιστο προσδιορισμό του συνολικού φαινομένου. Εντούτοις, η φόρτιση bottom-slamming ταυτίζεται συνήθως με τη φάση water-entry, όπου αναπτύσσονται οι μέγιστες πιέσεις και οι περισσότερες ερευνητικές προσεγγίσεις, όπως και η παρούσα, περιορίζονται στην ανάλυση μόνο της εν λόγω φάσης.



Εικόνα 1.1. Slamming στο πρωαίο κρουαζιερόπλοιο.

(ΠΗΓΗ: <http://www.dailymail.co.uk/news/article-1337062>)



Εικόνα 1.2. Slamming στην πρόρη αλλά και στο μέσο τμήμα container-ship λόγω μετωπικών κυματισμών.

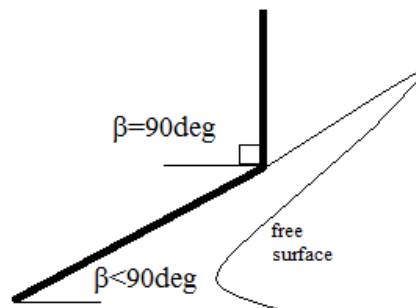
(ΠΗΓΗ: http://www.containerhandbuch.de/chb_e/stra/index.html?chb_e/stra/)

Το πρόβλημα εκτίμησης της πίεσης bottom-slamming για περιπτώσεις εισόδου με μεγάλη ταχύτητα στο νερό της κατασκευής δια της ελεύθερης επιφάνειας, ή με την ορολογία της διεθνούς έρευνας της θαλάσσιας υδροδυναμικής, πρόβλημα “water-entry” έχει αναλυθεί εκτενώς στο παρελθόν σε πάμπολλες πειραματικές, αριθμητικές και αναλυτικές προσεγγίσεις. Ορισμένες από τις σημαντικότερες συνεισφορές στην έρευνα του φαινομένου ήταν το αριθμητικό μοντέλο “cut-off” των Zhao and Faltinsen [1], το μοντέλο ομοιότητας της Dobrovol’skaya [2] και οι πειραματικές και αριθμητικές προσεγγίσεις του Greenhow [3] για προβλήματα “water-entry” σφήνας. Η προσέγγιση αστρόβιλης ροής (προερχόμενης από συνάρτηση δυναμικού της ταχύτητας) και η σχετική υπολογιστική Μέθοδος Συνοριακών Στοιχείων, BEM (Boundary Element Method), η οποία εφαρμόζεται ουσιαστικά ως μέθοδος CFD και η προσέγγιση ομοιότητας αποτελούν τις πιο δημοφιλείς μεθοδολογίες επίλυσης προβλημάτων water-entry, λόγω της επάρκειάς τους σε ακρίβεια σε συνδυασμό με το χαμηλό της υπολογιστικό κόστος σε σχέση με τους κώδικες διακριτοποίησης των εξισώσεων Navier-Stokes με Πεπερασμένους Όγκους (Finite-Volume/viscous solvers). Με τη μέθοδο BEM έχουν διερευνηθεί εκτενώς σχετικά απλές γεωμετρίες όπως “σφήνες” (τριγωνική διατομή η οποία προσεγγίζει μοντέλο πλοίου) [1], επίπεδα στοιχεία-πλάκες και κυκλικοί δίσκοι, ενώ υπάρχουν και ορισμένες σημαντικές συνεισφορές για πιο σύνθετες γεωμετρίες, όπως οι εργασίες των Zhao et al. [4] και του Kihara [5], ο οποίος ανέλυσε το δισδιάστατο πρόβλημα water-entry για τομή bow. Όσον αφορά την αναλυτική προσέγγιση του προβλήματος ο Korobkin [6] έχει εργαστεί εκτενώς, μεταξύ άλλων, σε βελτιώσεις του μοντέλου Wagner ενώ έχει συμβάλει σημαντικά στην αντιμετώπιση προβλημάτων όπου το ρευστό θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ως συμπίεστο εν αντιθέσει με τις περισσότερες προσεγγίσεις τις βιβλιογραφίας που θεωρούν ασυμπύεστο ρευστό. Τα τελευταία χρόνια, οι βελτιώσεις των κωδίκων CFD που επιλύουν ροές συνεκτικών ρευστών (Navier-Stokes) έχουν επιτρέψει την εφαρμογή ανάλογων προσεγγίσεων για την επίλυση του ρευστοδυναμικού προβλήματος water-entry.

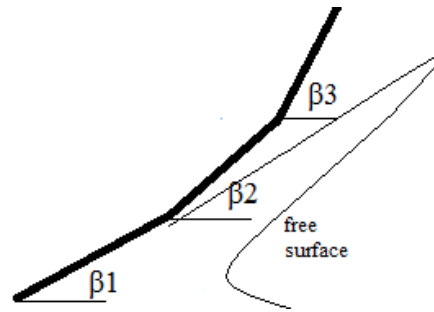
Ορισμένες σχετικές εργασίες με θεώρηση συνεκτικής ροής είναι των Marcer et al. [7], των Fairlie-Clarke and Tveitnes [8] και η περίπτωση 2D water-entry κυλίνδρου των Collichio et al. [9] και η διερεύνηση των Rahaman et al. [10,11]. Στις [7,8,10,11] το πρόβλημα προσεγγίζεται με μία από τις δημοφιλέστερες υπολογιστικές μεθόδους για προβλήματα ελεύθερης επιφάνειας: τυρβώδης προσομοίωση με μοντέλο δύο εξισώσεων-RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) σε συνδυασμό με την τεχνική ανίχνευσης της μεταβολής της ελεύθερης επιφάνειας, VOF (Volume of Fluid), ή εν συντομία RANS-VOF. Παρ'όλα αυτά, η περίπλοκη παραμετροποίηση των αλγορίθμων προσομοίωσης συνεκτικών ροών για ανάλογα προβλήματα ενέχει μικρές πιθανότητες αποκλίσεων από την αληθή φύση των σχηματισμών του ρευστού που αναπτύσσονται κατά την είσοδο της κατασκευής στο νερό, με σύνηθες αποτέλεσμα να παράγονται υπερεκτιμημένες τιμές για τις δυνάμεις που ασκεί το νερό στην κατασκευή [8]. Μία ακόμη εργασία με παρόμοια επίλυση του προβλήματος εισόδου κυλίνδρου στο νερό με την [9] περιλαμβάνεται στη διατριβή του Vestbostad [12]. Η εν λόγω εργασία -όπου γίνεται χρήση της τεχνικής προσομοίωσης ελεύθερης επιφάνειας, CIP (Constrained-Interpolation-Profile) ως εναλλακτική της VOF-παρουσιάζει γενικά βελτιωμένα προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας, καθιστώντας τους κώδικες επίλυσης των Navier-Stokes ως ένα ακόμη αξιόπιστο εργαλείο. Από τους Landrini et al. [13] έως τους Oger et al. [14] χρησιμοποιήθηκε εναλλακτικά η μέθοδος (Navier-Stokes) Smooth-Particle-Hydrodynamics (SPH), αρχικά για απλούστερα προβλήματα ελεύθερης επιφάνειας, π.χ. "tank sloshing" και εν συνεχεία για ανάλογα προβλήματα water-entry και απ'ότι πιστοποιούν οι περισσότεροι ερευνητές, μπορεί να παράγει εντυπωσιακά αποτελέσματα. Αν και η SPH απαιτεί σχετικά μεγάλο υπολογιστικό κόστος σε σχέση με τις μεθόδους BEM και ομοιότητας, είναι οικονομική σε χρόνο και υπολογιστικό όγκο σε σχέση με τις RANS-VOF, λόγω του ευέλικτου σχήματος διακριτοποίησης που χρησιμοποιεί και, προς τούτο, θεωρείται σήμερα η πιο εύχρηστη από τις προσομοιώσεις Navier-Stokes.

Αρχικός στόχος της παρούσας διερεύνησης slamming ήταν η εισαγωγή μίας νέας προσέγγισης στην επίλυση του προβλήματος water-entry πολυγωνικής τομής, εισερχόμενης στην ελεύθερη επιφάνεια με σταθερή ταχύτητα, με εφαρμογή των μεθόδων BEM (αστρόβιλο, μη συνεκτικό, ασυμπίεστο ρευστό) και RANS-VOF (συνεκτικό ρευστό-στροβιλότητα). Στο πρώτο κεφάλαιο της Ενότητας I (κεφάλαιο 2) αναπτύσσεται η μεθοδολογία BEM για το πρόβλημα απλής τριγωνικής "σφήνας" (wedge) η οποία χρησιμοποιείται ευρέως για την προσομοίωση δισδιάστατων προβλημάτων slamming σε τομές πλοίων και εφαρμόζεται και στην παρούσα περίπτωση, με προγραμματισμό του προβλήματος slamming σε περιβάλλον Matlab για πολυγωνική/"πολύσφηνη" διατομή. Στο κεφάλαιο 2, επίσης παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο της μεθοδολογίας RANS-VOF η οποία χρησιμοποιείται ως εναλλακτική προσέγγιση για το ίδιο πρόβλημα, στο υπολογιστικό περιβάλλον ANSYS Fluent 13.0 [15], για λόγους σύγκρισης και αξιολόγησης των δύο μεθοδολογιών. Το πρόβλημα

πολυγωνικής τομής που προσομοιάζει σε σφήνα με αλλαγή γωνίας deadrise στη θέση wedge-“knuckle” (άρθρωση) έχει επιλυθεί μέχρι τώρα σε πολλές εφαρμογές της βιβλιογραφίας μόνο για μία έντονη αλλαγή κατεύθυνσης, από αρχική γωνία deadrise $\beta < 90^\circ$ σε νέα γωνία deadrise στο “knuckle”, $\beta = 90^\circ$ (Εικ. 1.3), τόσο με χρήση BEM -μεταξύ άλλων εργασιών και στη διατριβή της Sun [16]- όσο και με χρήση κώδικα RANS-VOF, όπως στην εργασία των Rahaman et al. [10]. Η Sun [16], για το συγκεκριμένο ζήτημα χρησιμοποίησε στην επίλυση BEM την αναλυτική προσέγγιση “non-viscous flow separation” κοντά στο knuckle (Zhao et al [4]) από τη στιγμή που το νερό περνάει από το σημείο αλλαγής κατεύθυνσης, ώστε να εξομαλυνθεί το προφίλ του “jet” (πίδακα) προκειμένου να αποφευχθούν μορφές στροβιλότητας και δημιουργία αστάθειας στην προσέγγιση αστρόβιλου πεδίου – BEM. Ακόμη, στη διατριβή του Barringer [17] περιλαμβάνεται μία ξεκάθαρη προσέγγιση BEM του προβλήματος water-entry σφήνας με ένα “knuckle”, με αποδεκτές λύσεις για χαμηλές σταθερές ταχύτητες πρόσκρουσης (χαμηλό αριθμό Froude) και αντίστοιχα μη αποδεκτές λύσεις για μεγάλες σταθερές ταχύτητες ενώ καλύτερη εικόνα παρουσιάζουν σε ευρύ φάσμα ταχυτήτων οι περιπτώσεις όπου το σώμα δεν κατέρχεται με σταθερή ταχύτητα αλλά πέφτει ελεύθερα, υπό το βάρος του στο νερό. Στην [17] δεν εφαρμόζεται κάποια ιδιαίτερη μεταχείριση της άρθρωσης-knuckle, αντίθετα με τις [4,16]. Όλες οι αναφερόμενες προσπάθειες, όμως, πάντα αντιμετωπίζουν το πρόβλημα έντονης μεταβολής της γωνίας deadrise και δεν υπάρχει καταγεγραμμένη κάποια επίλυση για το πρόβλημα της Εικ.1.4., δηλαδή τη λύση water-entry πολυγωνικής τομής με μικρότερες γωνίες deadrise (σε κάθε ακμή) από 90° και η παρούσα έρευνα στοχεύει να συμπληρώσει αυτό το κενό.



Εικόνα 1.3. Σφήνα (wedge) με έντονη αλλαγή κατεύθυνσης deadrise (στο “knuckle”).



Εικόνα 1.4. Πολυγωνική διατομή - σφήνα με περισσότερες της μίας αλλαγές γωνίας deadrise (multi-knuckled wedge).

Οι υπολογισμοί των υδροδυναμικών προβλημάτων bottom-slamming πολυγωνικής τομής με τις μεθόδους BEM και RANS-VOF παρουσιάζονται εκτενώς στο κεφάλαιο 4 συνοδευόμενοι από μία σειρά υπολογισμών αξιολόγησης της υλοποίησης των δύο μεθόδων με βάση δημοσιευμένα αποτελέσματα δισδιάστατων επιλύσεων για τις απλούστερες γεωμετρίες σφήνας και κύκλου (τομή κυλίνδρου). Προηγουμένως, στο κεφάλαιο 3 αναπτύσσεται μία αναλυτική μεθοδολογία επίλυσης του δισδιάστατου υδροδυναμικού προβλήματος της πρόσκρουσης επερχόμενου κυματισμού πολύ μεγάλης κλίσης, π.χ. 100%, σε διάτρητο κύλινδρο, δηλαδή αντιμετωπίζεται αναλυτικά το δισδιάστατο πρόβλημα “steep wave slamming” σε διάτρητο κύλινδρο. Η συγκεκριμένη μελέτη κυρίως εστιάζει στην κατανόηση των υδροδυναμικών δυνάμεων slamming που αναπτύσσονται από επερχόμενους κυματισμούς έντονης κλίσης σε κατασκευές ή συστοιχίες κατασκευών που περιλαμβάνουν κενά μεταξύ τους, όπως συστήματα δικτυωμάτων και πυλώνων υποστήριξης εγκαταστάσεων στη θάλασσα. Η επιφάνεια των κενών διαμέσω των οποίων το νερό επιτρέπεται να διέλθει μπορεί να είναι μεγαλύτερη από τα αδιαπέρατα τμήματα-στερεά στοιχεία του κατασκευαστικού συστήματος. Σε ό,τι αφορά προβλήματα ανάπτυξης υδροδυναμικών δυνάμεων σε διάτρητες κατασκευές, ο μεγαλύτερος αριθμός σχετικών εργασιών της βιβλιογραφίας αναφέρεται σε περιοδικούς κυματισμούς, όπως στην επισκόπηση του Molin [18] αλλά και στις πρόσφατες εργασίες των Behera and Sahoo [19], Liu and Li [20] και Karthikar et al [21]. Παράλληλα, οι Molin and Remy [22] μελέτησαν ένα διαφορετικό πρόβλημα, την κίνηση-sloshing ορθογωνικής δεξαμενής με μία διάτρητη όψη. Στα φαινόμενα βίαιης υδροδυναμικής αλληλεπίδρασης ρευστού-διάτρητου σώματος έχουν εστιάσει οι Korobkin [23], Molin and Korobkin [24], Iafrati and Korobkin [25] και Cooker [26]. Ο Korobkin [23] προσέγγισε το επερχόμενο κύμα μεγάλης κλίσης (steep wave) ως ένα βήμα στην ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας με άνω ελεύθερη επιφάνεια που προσπίπτει σε διάτρητο τοίχο (ορθογωνική επιφάνεια). Η οριακή συνθήκη πίεσης Von Karman (βλ. [18]) εφαρμόστηκε σε όλο το ύψος του βρεχόμενου, κατακόρυφου τοίχου. Οι Molin and Korobkin

[24] και Iafrati and Korobkin [25] προσέγγισαν το πρόβλημα water entry διάτρησης σφίνας ενώ ο Cooker [26] διερεύνησε την πρόσκρουση θραυόμενου κύματος σε διαπερατό φράγμα με σχηματισμό πίδακα (jet). Όλες οι παραπάνω εργασίες υλοποιήθηκαν με την μαθηματική επίλυση Προβλημάτων Μεικτών Συνοριακών Τιμών (ΠΜΣΤ) για τον προσδιορισμό της συνάρτησης δυναμικού της ταχύτητας ροής. Με την ίδια λογική, στην παρούσα προσπάθεια προσεγγίζεται με ΠΜΣΤ η βίαη πρόσκρουση steep wave σε ακίνητο κύλινδρο. Εντούτοις, το παρόν πρόβλημα είναι περισσότερο περίπλοκο μαθηματικά σε σχέση με τα προηγουμένως αναφερόμενα [23-26]. Η πρωτοτυπία της παρούσας προσπάθειας βασίζεται στην ευρεία μαθηματική διερεύνηση για τη διατύπωση του προβλήματος και στη μέθοδο επίλυσης η οποία βασίζεται στην προσέγγιση ολοκληρωτικών εξισώσεων. Με την εφαρμογή της σχετικής δισδιάστατης προσέγγισης μπορούν να αντιμετωπιστούν ουσιαστικά δύο κατηγορίες προβλημάτων: (i) αφενός οι περιπτώσεις ακίνητων κυλίνδρων, προσβαλλόμενων από βίαιους επερχόμενους κυματισμούς έντονης κίσης, όπως η παρούσα, (ii) αφετέρου οι περιπτώσεις βίαη κινούμενων κυλίνδρων προς την ακίνητη ελεύθερη επιφάνεια, όπως τα προβλήματα water entry που διερευνώνται στα υπόλοιπα κεφάλαια της Ενότητας I. Από την άλλη, το αξιοσημείωτο της προσέγγισης είναι ότι μπορεί να γενικευθεί και να χρησιμοποιηθεί και σε προβλήματα μη διάτρητων-συνεχών στερεών επιφανειών σε steep wave slamming, πράγμα το οποίο αποτέλεσε κύριο στόχο κατά την διάρκεια της σχετικής έρευνας. Τελικά αυτό μπορεί να επιτευχθεί απλούστατα με την αποβολή των μαθηματικών συντελεστών που εκφράζουν τα μεγέθη των κενών που καταλαμβάνουν την κατασκευαστική επιφάνεια. Η πλήρης μαθηματική διατύπωση του προβλήματος και η αριθμητική επίλυσή του αναπτύσσονται στο κεφάλαιο 3.

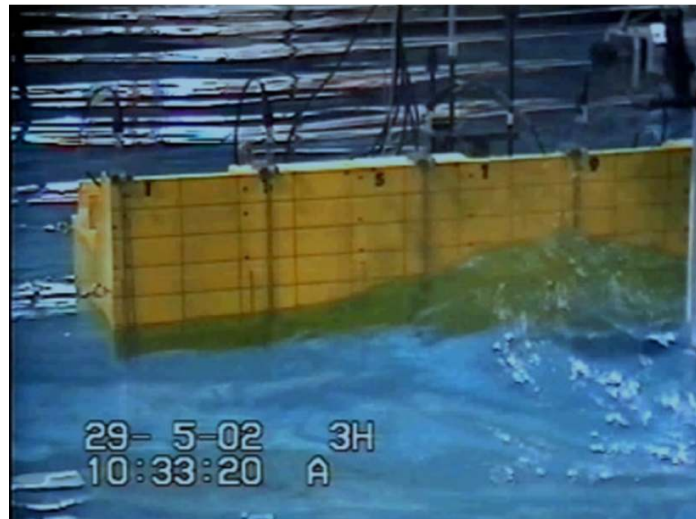
Στο τελευταίο κεφάλαιο της Ενότητας I (κεφάλαιο 5) γίνεται μετάβαση από τις μέχρι τώρα υδροδυναμικές προσεγγίσεις στην πρώτη υδροελαστική-κατασκευαστική προσέγγιση που περιλαμβάνει η παρούσα διατριβή, η οποία είναι επίσης αφιερωμένη σε προβλήματα πρόσκρουσης και συγκεκριμένα αφορά στο δισδιάστατο πρόβλημα bottom-slamming πρωραίας τομής πλοίου. Ένα ευρέως αποδεκτό από τη σύγχρονη έρευνα, διάγραμμα ροής εργασιών για την προσομοίωση της υδροελαστικής απόκρισης πλοίων σε bottom-slamming περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα (Marcer et al. [7]): (i) προσδιορισμός των κινήσεων για το εκάστοτε μοντέλο πλοίου (seakeeping) από πειραματικά δεδομένα ή με χρήση της γραμμικής θεωρίας δυναμικής ροής, (ii) υπολογιστική επίλυση του προβλήματος Υπολογιστικής Ρευτοδυναμικής (CFD), δηλαδή της ανάπτυξης της ελεύθερης επιφάνειας του νερού υπό την πρόσκρουση της κατασκευής (είτε με θώρηση αστρόβιλου πεδίου ροής ή με χρήση της θεωρίας Navier-Stokes για συνεκτικό ρευστό) για τον υπολογισμό των υδροδυναμικών πιέσεων επ' αυτής, (iii) κατασκευαστική επίλυση (ΠΣ) της κατασκευής του πλοίου (είθισται η κατασκευή του πλοίου να προσομοιώνεται ως ενιαία δοκός/beam-ship model υπό την δράση των προηγουμένως υπολογισμένων πιέσεων με CFD), για την εκτίμηση της εξέλιξης των

δυναμικών τάσεων-παραμορφώσεων κατά τη διάρκεια της δράσης των πιέσεων slamming (υδροελαστική ανάλυση). Τα τελευταία χρόνια, η διεθνής έρευνα εστιάζει στο συνδυασμό (coupling) των σταδίων των προσεγγίσεων (i), (ii), (iii) σε ενιαίους υπολογιστικούς κώδικες 2-way FSI, όπως πραγματοποιήθηκε στη διατριβή του Tuitman [27]. Συνοπτικά, στην [27] σχεδιάστηκε συνδυασμένο μοντέλο seakeeping γραμμικής θεωρίας δυναμικού ροής με ημιστατικό ελαστικό μοντέλο beam-ship ΠΣ (συμπεριλαμβανομένων ολοκληρώσεων στις διάφορες τομές του πλοίου των υδροδυναμικών πιέσεων μέσα στον κώδικα seakeeping). Και η παρούσα προσπάθεια στόχευσε εν τέλει στην περιγραφή της υδροελαστικής ταλάντωσης πλοίου υπό την δράση φορτίων slamming εξετάζοντας μία συγκεκριμένη πρωραία τομή (container-ship). Τα φορτία slamming προσδιορίστηκαν από την επίλυση του υδροδυναμικού προβλήματος δισδιάστατης πρόσκρουσης της τομής-bow στο νερό με μεγάλη ταχύτητα. Συγκεκριμένα, οι χρονοσειρές της κατανομής των πιέσεων slamming στην επιφάνεια της πρωραίας τομής υπολογίστηκαν με εφαρμογή της μεθόδου RANS-VOF κατά την πρόσκρουση της τομής ως άκαμπτου στερεού ορίου (rigid-body motion). Στη συνέχεια, αναπτύχθηκε κατασκευαστικό μοντέλο για την τομή με μία απλή, ημι-αναλυτική προσέγγιση-Galerkin υποθέτοντας ότι το σύστημα γάστρα-ενισχυτικό θα μπορούσε να συμπεριφερθεί ως ελαστική δοκός Euler-Bernoulli σε χρονικά-χωρικά μεταβαλλόμενη κατανεμημένη πίεση-slaming η οποία ασκείται ως καμπτική ταλάντωση, ενώ το κατασκευαστικό στοιχείο διακριτοποιήθηκε σε κατά μήκος ευθύγραμμα στοιχεία-δοκούς (προσέγγιση “line-dynamics”). Για την αξιολόγηση της παρούσας προσέγγισης επιλύθηκε το ίδιο δυναμικό πρόβλημα σε περιβάλλον ΠΣ. Η σχετική μεθοδολογία και τα αποτελέσματά της περιλαμβάνονται στο κεφάλαιο 5.

1.3. Επισκόπηση Ενότητας II: Υδροελαστική απόκριση κατακόρυφης πλάκας υπό την ανάπτυξη 3ο-τάξιων υδροδυναμικών επιδράσεων λόγω πρόσπτωσης-ανάκλασης κυματισμών.

Εδώ και πάνω από μία δεκαετία διερευνάται συστηματικά η ανάπτυξη 3ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων προσπίπτοντων-ανακλώμενων κυματισμών στην επιφάνεια μιας κατακόρυφης πλάκας η οποία βρίσκεται σε κανονικό, κατά τα άλλα, πεδίο κυματισμών και η επακόλουθη παραμόρφωση του προφίλ του αναρριχώμενου κύματος (wave run-up) επί της πλάκας, από τους Molin et al [28,29]. Στις εν λόγω εργασίες παρουσιάζεται μία σειρά πειραματικών και υπολογιστικών παρατηρήσεων για μοντέλα barge (φορηγίδας)-λεπτές πλάκες οι οποίες παρεμβάλλονται κάθετα σε πεδίο κανονικών κυματισμών. Τα σχετικά αποτελέσματα αποκάλυψαν ακανόνιστους σχηματισμούς της μορφής του αναρριχώμενου κύματος (wave run-up) επί της κατασκευής σε σύγκριση με τα αναμενόμενα με βάση τη

γραμμική υδροδυναμική θεωρία, "ορθογωνικά" προφίλ, με την πάροδο περισσότερων της μιας περιόδων πρόσπτωσης-ανάκλασης. Το φαινόμενο περιγράφεται ως μία επιβράδυνση του επερχόμενου κυματισμού σαν να παρεμβάλλεται εικονικά "ύψαλος" ενώ μαθηματικά αποδίδεται σε αλληλεπιδράσεις 3ης τάξης μεταξύ επερχόμενων-κανονικών και ανακλώμενων (περιθραυόμενων) κυματισμών (Molin et al. [30]).



Εικόνα 1.5. Στιγμιότυπο εκ των πειραμάτων των Molin et al [30]. Είναι ξεκάθαρη η αποτύπωση του διαμορφωμένου μη γραμμικού προφίλ της αναρρίχησης του κύματος επί της πλάκας μετά την πάροδο ενός αριθμού περιόδων πρόσπτωσης-ανάκλασης.

Η αναλυτική προσέγγιση του προβλήματος σε πεπερασμένο πεδίο κυματισμών που αντιστοιχεί στις διαστάσεις πειραματικής δεξαμενής περιγράφεται στην εργασία των Molin et al. [28]. Η μέθοδος που ανέπτυξαν λάμβανε υπόψη τη συνεχή αλληλεπίδραση μεταξύ προσπίπτοντων και ανακλώμενων από την πλάκα κυματισμών οι οποίοι πρακτικά μεταβάλλουν πλήρως το πεδίο κυματισμών, ακόμη και μακριά από την πλάκα, χρησιμοποιώντας το μαθηματικό μοντέλο των Longuet-Higgins and Phillips [31] για τροποποιημένο, με την εισαγωγή 3ο-τάξιων όρων, αριθμό κύματος και ανάλογα τροποποιημένο πλάτος κυματισμού. Οι παρουσιαζόμενες μελέτες στις [29,30] έλαβαν υπόψη μόνον την περίπτωση πεπερασμένου πεδίου κυματισμών που περιορίζεται στις διαστάσεις μίας πειραματικής δεξαμενής. Οι Chatjigeorgiou and Molin [32,33] επέκτειναν την εν λόγω μαθηματική υπόθεση προσεγγίζοντας τις συνθήκες που αντιστοιχούν σε άπειρο πεδίο κυματισμών, ώστε να αποβάλουν την επίδραση των στερεών ορίων της δεξαμενής και να προσεγγίσουν πραγματικά προβλήματα στην ανοιχτή θάλασσα. Το σχετικό πρόβλημα της

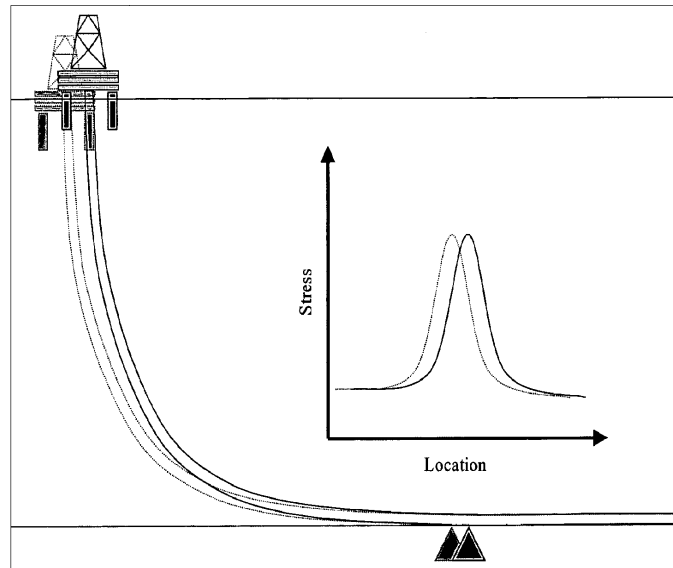
διερεύνησης των 3ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων ακόμη βρίσκεται σε εξέλιξη καθώς προκύπτουν διάφορα ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά στοιχεία τα οποία δεν έχουν εξηγηθεί εξ ολοκλήρου ακόμη, όπως π.χ. η αδυναμία στο να προκύψει μία σταθερή κατάσταση (steady-state) στο προφίλ gun-up για μεγάλες τιμές κλίσης κύματος (wave steepness) [30]. Στην παρούσα διατριβή η έρευνα προχώρησε περαιτέρω τόσο με την ανάπτυξη του υδροδυναμικού προβλήματος για την περίπτωση “περικεκομμένης”-πλωτής πλάκας και την αξιολόγηση της αστάθειας του προφίλ gun-up όσο και με την διερεύνηση της δυναμικής-υδροελαστικής συμπεριφοράς της πλάκας που υπόκειται στις προκειμένες 3ο-τάξιες αλληλεπιδράσεις [34]. Για την επίτευξη του τελευταίου στόχου χρησιμοποιήθηκε η γραμμική δυναμική θεωρία πλακών με οριακές συνθήκες απλής στήριξης (4-πλευρές αρθρωμένες) ενώ περαιτέρω εξετάστηκε η μη γραμμική δυναμική συμπεριφορά της πλάκας σε κώδικα ΠΣ. Το υδροδυναμικό πρόβλημα για την πλωτή πλάκα αντιμετωπίστηκε υποθέτοντας άπειρο πεδίο κυματισμών, όπως στις [32,33]. Συνοψίζοντας, το υδροδυναμικό πρόβλημα (i) αναπτύσσεται στο κεφάλαιο 6 και το κατασκευαστικό-υδροελαστικό (ii) στο κεφάλαιο 7 της διατριβής.

1.4. Επισκόπηση Ενότητας III: Υδροελαστική συμπεριφορά του SCR σε ακραίες καταστάσεις φόρτισης.

Ο σχεδιασμός, η κατασκευή και οι επιχειρήσεις εγκατάστασης των SCRs αποτελούν αναμφίβολα ορισμένα από τα πιο σημαντικά ζητήματα για τη βιομηχανία θαλάσσιων κατασκευών. Η συνεχώς αυξανόμενη ανάγκη για παραγωγή υδρογονανθράκων σε ολοένα και μεγαλύτερα βάθη θάλασσας οδηγεί αναπόφευκτα στη σχεδίαση και στην εγκατάσταση εύκαμπτων γραμμών σωλήνωσης πολύ μεγάλου μήκους. Το σημαντικότερο σχεδιαστικό ζήτημα στα SCRs είναι η αντοχή τους σε κόπωση, λόγω μακροχρόνιας έκθεσής τους σε δυσμενείς περιβαλλοντικές φορτίσεις αλλά και γενικότερα λόγω των υψηλότερων απαιτήσεων σε ασφάλεια των εγκαταστάσεων εξόρυξης-παραγωγής υδρογονανθράκων. Η συγκεκριμένη ιδιότητα των SCRs επηρεάζεται σε σημαντικό βαθμό από τις επικρατούσες συνθήκες στο τμήμα της σωλήνωσης που εδράζεται στον πυθμένα της θάλασσας. Οι περισσότερες ερευνητικές εργασίες επάνω στα φαινόμενα που επιδρούν στη θέση έδρασης του SCR στο έδαφος του πυθμένα συνιστούν απαραίτητα τον γεωτεχνικό προσδιορισμό της ακαμψίας του υλικού του εδάφους, όπως π.χ. επισημαίνουν οι Thethi and Moros [35]. Πολλές περιπτώσεις αστοχίας λόγω κόπωσης των SCRs συνδέονται με τις μεγάλες καμπτικές τάσεις και ροπές που παρατηρούνται στην περιοχή επαφής τους στο έδαφος (touchdown zone - TDZ). Τα φορτία αυτά εξαρτώνται σημαντικά από την ελαστική ακαμψία της κατασκευής σε συνδυασμό με έναν παράγοντα απόσβεσης ο οποίος δημιουργείται από την ύπαρξη του εδάφους πυθμένα υπό την κατασκευή. Πιο συγκεκριμένα έχει παρατηρηθεί ότι καθώς το SCR

εκτελεί ταλαντωτικές κινήσεις σε υψηλότερα τμήματά του αυτές μεταδίδονται προς την περιοχή TDZ στην οποία παρατηρούνται κυκλικές κινήσεις ανύψωσης-βύθισης. Συνήθως η προκειμένη ταλαντωτική διέγερση είναι απόρροια των κινήσεων της αποκρινόμενης στο θαλάσσιο περιβάλλον πλωτής κατασκευής στην οποία προσδένεται η κορυφή του SCR (κοντά στο ύψος της επιφάνειας της θάλασσας). Μεταξύ των διαφόρων βαθμών ελευθερίας κίνησης της πλωτής κατασκευής, οι κατακόρυφοι – heave είναι οι δυσμενέστεροι για τη δημιουργία ακραίων καταστάσεων φόρτισης στη σωλήνωση (π.χ. Chatjigeorgiou et al. [36], Simos et al. [37]).

Το φαινόμενο της αλληλεπίδρασης SCR-πυθμένα έχει διερευνηθεί πειραματικά επαρκώς από τους Bridge and Willis [38], Bridge et al. [39-40], Willis and West [41] και Hodder and Byrne [42]. Ο βασικός στόχος όλων των παραπάνω εργασιών ήταν ο προσδιορισμός με τη μεγαλύτερη δυνατή λεπτομέρεια του μηχανισμού αλληλεπίδρασης SCR-εδάφους κατά τη διάρκεια των ταλαντωτικών κινήσεων του SCR από και προς το έδαφος. Οι παλαιότερες εργασίες από αυτές θεωρούνται σήμερα σημεία αναφοράς για τη σχετική έρευνα, διεθνώς. Από τα σημαντικότερα συμπεράσματα των ανωτέρω μελετών, το οποίο λαμβάνεται ως υπόθεση και στην παρούσα εργασία, είναι ότι οι κατακόρυφες μετατοπίσεις του SCR στο σημείο επαφής στο έδαφος (touchdown point-TDP), δημιουργούν μία εκσκαφή-τάφρο με σχήμα που διαμορφώνεται με βάση την κυκλική μορφή της διατομής του σωλήνα. Δηλαδή, σε πραγματικές συνθήκες, κατά τον κύκλο βύθισης της πλωτής κατασκευής το SCR επακόλουθα εκτελεί τον κύκλο καταβύθισης-εισχώρησής του στο έδαφος, προσκρούοντας αρχικά στην επιφάνειά του, στη συνέχεια εκσκάπτοντάς το και σε επόμενους κύκλους, προσχωρώντας σε βαθύτερα στρώματα αυτού. Η σχηματιζόμενη τάφρος τείνει να εκτείνεται από το TDP προς το υπόλοιπο εδραζόμενο τμήμα-TDZ. Οι Aubeny and Shih [43,44] και οι Aubeny et al. [45,46] ανέπτυξαν έναν αριθμό υπολογιστικών μοντέλων καθώς και αναλυτικών σχέσεων φόρτισης-παραμόρφωσης κατά τις κυκλικά επαναλαμβανόμενες ανοδικές-καθοδικές κινήσεις του TDP, για τον προσδιορισμό του μηχανισμού διαμόρφωσης της εκσκαφής-τάφρου και τον υπολογισμό των δυνάμεων που αναπτύσσονται μεταξύ SCR-εδάφους. Οι εν λόγω συγγραφείς ανέφεραν το αξιοσημείωτο συμπέρασμα ότι τα άκαμπτα εδάφη πυθμένα μπορούν να προσδώσουν υπερβολικά συντηρητικά αποτελέσματα στις σχετικές σχεδιαστικές προσεγγίσεις και γι' αυτό το σκοπό, προτιμώτερη θα πρέπει να θεωρείται η προσέγγιση της έδρασης στο έδαφος με ελαστικά/πλαστικά μοντέλα ελατηρίου-εδάφους. Με αυτήν τη λογική, ανέπτυξαν έναν αριθμό σημαντικών μοντέλων σωλήνα επί έδρασης ελατηρίου (pipe-on-spring-foundation) και καμπυλών φορτίσεων-παραμορφώσεων για μαλακά αργιλικά εδάφη τα οποία συναντώνται συνηθέστερα στα ανώτερα στρώματα του πυθμένα στις ανοιχτές θάλασσες.

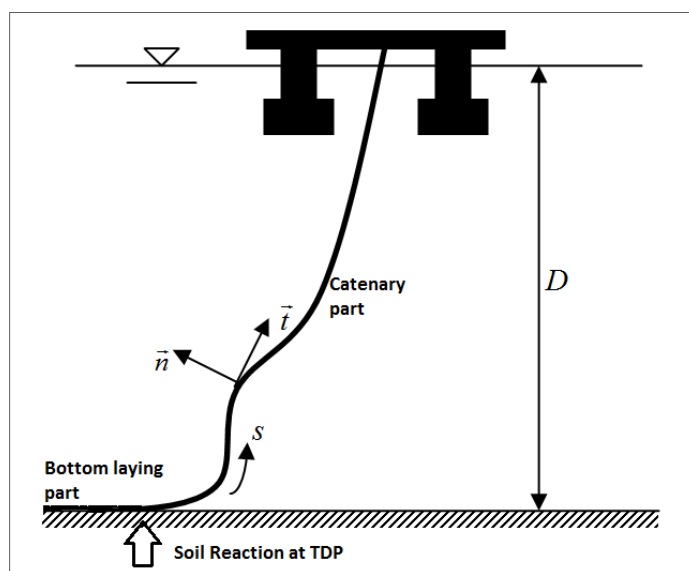


Εικόνα 1.6. Σκαρίφημα για την επίδραση των μετατοπίσεων του FPS στην κίνηση και στην εντατική κατάσταση του SCR. Οι τάσεις αυξάνουν στα χαμηλότερα σημεία της σωλήνωσης και παρουσιάζουν μέγιστο στο TDP (στήριξη στον πυθμένα).

(ΠΗΓΗ: <http://www.google.com/patents/US7461561>, “US Patent application No Ser. No. 10/228, 385, filed on Aug. 26, 2002.”)

Μέχρι πρόσφατα συνηθιζόταν να αντιμετωπίζεται το πρόβλημα αλληλεπίδρασης SCR-πυθμένα με δύο ξεχωριστές προσεγγίσεις: (i) να λαμβάνεται υπόψη μόνο η περιοχή της σωλήνωσης TDZ και η συμπεριφορά της να αναλύεται σχεδόν αποκλειστικά μέσω γεωτεχνικών προσεγγίσεων (π.χ., [43-46]) ή (ii) να επιλύεται μόνο το ανυψωμένο τμήμα της σωλήνωσης με αριθμητικές κατασκευαστικές αναλύσεις (π.χ., Πεπερασμένων Στοιχείων, Πεπερασμένων Διαφορών και Διακριτών Μαζών) οι οποίες επιπλέον προσεγγίζουν το εν λόγω φαινόμενο αλληλεπίδρασης με απλουστευτικές παραδοχές στο κατώτερο σημείο, το οποίο αντιστοιχεί στο TDP (π.χ., [47-50]). Βασικός στόχος της παρούσας έρευνας είναι η ανάπτυξη μίας συνδυασμένης ανάλυσης για το πρόβλημα, χρησιμοποιώντας και τις δύο προσεγγίσεις ταυτόχρονα, δηλαδή και τη δυναμική ανάλυση όλης της σωλήνωσης (και το ανυψωμένο και το εδρασμένο τμήμα στο ίδιο μοντέλο) και τη γεωτεχνική εντατική συνεισφορά από το έδαφος. Ο στόχος αυτός οδήγησε στη συμπλήρωση ενός υφιστάμενου υδροελαστικού μοντέλου για SCRs που υπόκεινται σε διεγέρσεις του κορυφαίου άκρου τους [51,52] με την εισαγωγή φορτίων αντίδρασης του εδάφους στην περιοχή της σωλήνωσης που εφάπτεται στο έδαφος. Τα εν λόγω φορτία που εξαρτώνται από την εντατική κατάσταση του εδάφους προσδιορίστηκαν ημι-στατικά με τη χρήση του γεωτεχνικού κώδικα ΠΣ, Phase2

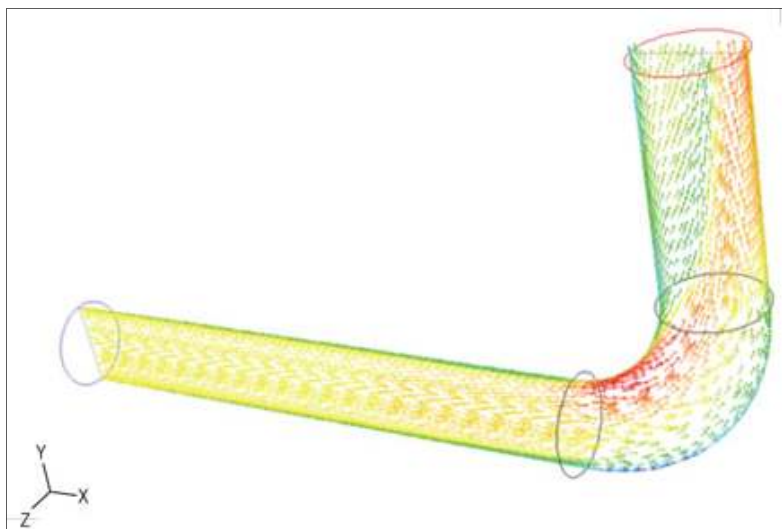
Rocscience Ltd [53]. Συνοψίζοντας, το αξιοσημείωτο στην παρούσα προσέγγιση είναι ότι το αλυσοειδές-ανυψωμένο τμήμα του SCR δεν εξετάζεται ξεχωριστά από το εδραζόμενο στο έδαφος τμήμα ενώ, αμφότερα περιλαμβάνονται στο υδροελαστικό μοντέλο της ενιαίας κατασκευής (Εικ.1.7), με την ανάληψη ορισμένων υποθέσεων που αναλύονται εκτενώς στο κεφάλαιο 8.



Εικόνα 1.7. Η παρούσα προσέγγιση του προβλήματος: ενιαία επίλυση για το αλυσοειδές και το εδραζόμενο τμήμα στον πυθμένα.

Η ροή φυσικού αερίου σε αγωγούς μεταφοράς-παραγωγής υδρογονανθράκων όπως ο τύπος SCR της ανάλυσης του 8^{ου} κεφαλαίου, είναι φύσει τυρβώδης λόγω μεγάλων αριθμών Reynolds (λόγω μεγάλων ταχυτήτων ροής, μικρής συνεκτικότητας του φυσικού αερίου και μεγάλων χαρακτηριστικών κλιμάκων του φυσικού πεδίου). Η υδροελαστικότητα των SCRs που αποτελούν σωληνώσεις μεγάλου μήκους και έντονα μεταβλητής καμπυλότητας, προσεγγίζεται λαμβάνοντας υπόψη την επίδραση της εσωτερικής ροής -με τις μέχρι τώρα εισηγμένες υποθέσεις- ως “plug-flow”, δηλαδή, με σταθερό και ομογενές προφίλ ταχύτητας σε όλο το μήκος της σωλήνωσης. Με την προσέγγιση “plug-flow”, η σταθερή ταχύτητα ροής χρησιμεύει στον υπολογισμό δυνάμεων αξονικής έντασης που ασκούνται από την κίνηση του ρευστού στη σωλήνωση. Η βασικότερη πρόταση για τη συγκεκριμένη προσέγγιση είναι του Paidoussis [54,55]. Οι εν λόγω φορτίσεις συνεισφέρουν με τη μορφή εσωτερικών δυνάμεων στο δυναμικό σύστημα εξισώσεων κίνησης της κατασκευής. Πιο πρόσφατα υλοποιήθηκαν ορισμένες πιο ολοκληρωμένες μαθηματικά υποθέσεις σχετικά με τη φύση του

ρευστοδυναμικού προβλήματος, όπως η υπόθεση ασυμπίεστης-αστρόβιλης ροής που παρουσιάστηκε στις εργασίες των Karagiozis et al. [56] και Chatjigeorgiou [52].



Εικόνα 1.8. Σωλήνωση με γωνία-“elbow”. Σε ανάλογες, έντονες καμπυλώσεις των γραμμών ροής, σε τυρβώδεις προσομοιώσεις εμφανίζεται παρόμοια έντονη ανακυκλοφορία που μεταβάλλει το πεδίο πίεσης τοπικά αλλά και στα επόμενα τμήματα, όπως φαίνεται από τα διανύσματα της ταχύτητας. (ΠΗΓΗ: Oil & gas journal - online. Authors: Ehab Elsaadawy, Abdelmounam Sherik (Saudi Aramco), <http://www.ogj.com/articles/print/vol-110/issue-07/transportation/pipe-diameter-does-not-affect.html>)

Οι in-situ παρατηρήσεις της συμπεριφοράς της εσωτερικής ροής σε υποθαλάσσιες σωληνώσεις που εγκαθίστανται σε μεγάλη βάθη θάλασσας (εκατοντάδων μέτρων έως μερικών χιλιομέτρων) είναι ιδιαίτερα δαπανηρές έως ανέφικτες και δεν είναι πραγματοποιήσιμη η συλλογή επαρκών δεδομένων που να ανταποκρίνονται στην πραγματική κλίμακα του φαινομένου καθ' όλη τη φάση λειτουργίας του συστήματος εξόρυξης-παραγωγής υδρογονανθράκων. Κατά συνέπεια δεν μπορεί πάντοτε να εξακριβώνεται η ορθότητα μίας υπολογιστικής προσομοίωσης των συγκεκριμένων ρευστοδυναμικών προβλημάτων με πραγματικά δεδομένα. Μέχρι πριν δέκα-δεκαπέντε χρόνια θα μπορούσε να φαντάζει ανέφικτη μία ικανοποιητική τυρβώδης προσομοίωση της ροής σε σωλήνωση κυκλικής διατομής, εκτεινόμενη από μερικές εκατοντάδες μέχρι μερικές χιλιάδες μέτρα, που διαθέτει πολλές γεωμετρικές ιδιαιτερότητες (καμπυλώσεις, στενώσεις, ρηγματώσεις) και οι οποίες επιδρούν στο σχηματισμό στροβιλώσεων λόγω αποκόλλησης ή αλλαγής κατεύθυνσης της ροής, στη μεταβολή της έντασης της τύρβης, σε αντιστροφή των πιέσεων κλπ. (τουλάχιστον για καθημερινές πρακτικές εφαρμογές). Ιδιαίτερα οι έντονες καμπυλώσεις των σωληνώσεων,

όπως η περίπτωση elbow της Εικ.1.8, σχεδόν πάντοτε δημιουργούν τυρβώδη διαταραχή στο ρευστό με ανάλογα σχετικά αποτελέσματα. Σήμερα, η τυρβώδης προσομοίωση της εσωτερικής ροής σε SCR, αν και απαιτεί σημαντικό υπολογιστικό όγκο και αρκετό χρόνο υπολογισμών, είναι υλοποιήσιμη με συμβατικά υπολογιστικά μέσα.

Κατά την τελευταία δεκαετία δημοσιεύθηκαν με υψηλή συχνότητα εργασίες με κεντρικό θέμα την δυναμική ανάλυση της αντοχής των risers σε κόπωση (σε μακροχρόνιες διεγέρσεις), αρκετές από τις οποίες έλαβαν υπόψη τους τις επιδράσεις της εσωτερικής ροής στο κατασκευαστικό μοντέλο, όπως των Chucheesakul et al. [57], Lin et al. [58] και Kuiper and Metrikine [59]. Οι παραπάνω εργασίες μεταχειρίστηκαν 2D κατασκευαστικά μοντέλα ενώ, πιο πρόσφατα, ο Chatjigeorgiou [52], επέκτεινε το πρόβλημα στην τρισδιάστατη (3D) δυναμική απόκριση SCR υπό τη συνεισφορά ασυμπίεστης, αστρόβιλης και μη συνεκτικής εσωτερικής ροής. Το σχετικό υδροελαστικό μοντέλο χρησιμοποιείται και στην παρούσα διατριβή. Όπως αναφέρεται και στα προηγούμενα και αναπτύσσεται και στα υπόλοιπα κεφάλαια που διερευνούν την υδροελαστικότητα του SCR (κεφάλαια 8 και 10), η δυναμική διέγερση που ασκείται στο κορυφαίο άκρο του-σημείο πρόσδεσης στην πλωτή κατασκευή, λόγω μετατοπίσεων αυτής, αποτελεί αιτία εμφάνισης ακραίων καμπτικών φορτίσεων στην περιοχή TDZ αλλά και στο ανυψωμένο τμήμα ακριβώς ψηλότερα της TDZ (και του TDP). Το εν λόγω τμήμα της ανυψωμένης σωλήνωσης το οποίο παρουσιάζει και την εντονότερη καμπυλότητα, καλείται με βάση τη διεθνή ορολογία ως “sagbend”. Η καμπυλότητα του sagbend θα μπορούσε να θεωρηθεί ύποπτη για την ενδεχόμενη εμφάνιση τυρβωδών σχηματισμών στην εσωτερική ροή. Η συνεισφορά της τυρβώδους εσωτερικής ροής στην προκειμένη υδροελαστική συμπεριφορά της κατασκευής αποτελεί το αντικείμενο έρευνας του κεφαλαίου 9. Συνοψίζοντας, οι βασικοί στόχοι του κεφαλαίου 9 είναι:

A. Μία πλησιέστερη προς την πραγματική-τυρβώδη φύση της εσωτερικής ροής φυσικού αερίου, εκτίμηση των πιέσεων και των ταχυτήτων της κατά μήκος του SCR με εφαρμογή υπολογιστικής προσομοίωσης με μοντέλο τύρβης (RANS). Ιδιαίτερα αναζητάται κατά πόσον η αλυσοειδής γεωμετρία και οι σχετικές τοπικές καμπυλώσεις της σωλήνωσης μπορούν να συνεισφέρουν σε σχηματισμούς έντονων στροβίλων-ανακυκλοφορίας στο ρευστό και κατά συνέπεια να εμφανιστούν έντονες μεταβολές στην πίεση (πτώση πίεσης), μεγάλες τοπικές διατμητικές τάσεις, κλπ.

B. Η εκτίμηση της συνεισφοράς των παραπάνω ροϊκών επιδράσεων στην ταλαντωτική συμπεριφορά του SCR υπό ακραίες συνθήκες διέγερσης που εκφράζονται με μεγάλες μετατοπίσεις του κορυφαίου άκρου του.

Γ. Η σύγκριση της παρούσας τυρβώδους προσομοίωσης της ροής σε σχέση με τις ιδιαίτερα απλουστευτικές προσεγγίσεις “plug-flow” ως προς την εκτίμηση της επίδρασης της εσωτερικής ροής στην υδροελαστικότητα του SCR.

Στις κατασκευές SCRs, οι ακραίοι παράγοντες φόρτισης που περιγράφηκαν προηγουμένως σε συνδυασμό με την κατασκευαστική ακαμψία και την έντονα μεταβλητή καμπυλότητά τους (μη γραμμική γεωμετρία), μπορούν να έχουν ως συνέπεια την ανάπτυξη μη γραμμικών σχέσεων τάσεων-παραμορφώσεων και να συντελέσουν στην έντονη παρουσία μη γραμμικών μεγεθών στην απόκριση της κατασκευής. Λόγω της μη γραμμικής απόκρισης προκρίνεται ως πλέον αξιόπιστη η ανάλυση στο πεδίο του χρόνου. Σύμφωνα με τις πιο πρόσφατες προδιαγραφές που θέτει ο οργανισμός American Petroleum Institute (API) για SCRs [60], το στάδιο της μελέτης της επίδρασης παραγόντων κόπωσης σε ακραίες φορτίσεις (λόγω κίνησης της πλωτής κατασκευής, λόγω αλληλεπίδρασης του SCR με τον πυθμένα στο TDP ή/και λόγω VIV-Vortex Induced Vibrations [61]) περιλαμβάνει προσομοιώσεις δυναμικής ανάλυσης κατά προτίμηση στο πεδίο του χρόνου, όπως και η ευρύτερη παρούσα προσπάθεια. Οι προδιαγραφές API αναφέρονται σε υδροελαστικά μοντέλα “line-dynamics”, δηλ. στη χρήση γραμμικών κατασκευαστικών στοιχείων-δοκών που μέχρι τώρα μπορούν σε ικανοποιητικό βαθμό να χρησιμοποιηθούν στην προσομοίωση-διακριτοποίηση τόσο λεπτόγραμμων κατασκευών (πολύ μεγάλου ανυψωμένου-αλυσοειδούς μήκους) σε ευθύγραμμα στοιχεία και σε κατά μήκος κόμβους. Κατά συνέπεια, σε πρακτικές εφαρμογές, καθώς και στη διεθνή ακαδημαϊκή έρευνα, είθισται ένα μοντέλο SCR να προσομοιώνεται ως ελαστικό μέσο, διακριτοποιημένο με ανάλογα γραμμικά κατά μήκος στοιχεία ενώ οι εξισώσεις δυναμικής κίνησής του επιλύονται στο χώρο και στο χρόνο είτε με γραμμικά Πεπερασμένα Στοιχεία (ΠΣ) ή με Πεπερασμένες Διαφορές (ΠΔ) ή ακόμη και με χρήση Διακριτών Μαζών (Lumped Mass). Οι εν λόγω αναλύσεις πάντοτε συνιστούν προσεγγίσεις “line-dynamics”. Από την πληθώρα σχετικών δημοσιεύσεων ενδεικτικά αναφέρονται οι εργασίες των Chai et al. [62], Meng και Chen [63] και Chatjigeorgiou [51]. Ακόμη, τα τελευταία χρόνια έχουν δημοσιευθεί ορισμένες προσπάθειες για την συνεκτίμηση ταυτοχρόνων επιδράσεων διέγερσης κορυφής/VIV(Vortex Induced Vibrations)/πρόσκρουσης ή τριβής στον πυθμένα [62-65], μη εξαιρουμένης και της παρούσας έρευνας, πάντοτε με προσεγγίσεις line-dynamics (π.χ. χρονοσειρές της απόκρισης-κίνησης και της εξέλιξης των εντατικών φορτίων στο χρόνο). Προφανώς, η παραχθείσα πληροφορία στις ανωτέρω εργασίες αναφέρεται σε διακριτές θέσεις διαδοχικών σημείων κατά το μήκος της σωλήνωσης, που απέχουν μεταξύ τους αρκετά μέτρα με αποτέλεσμα να μην είναι τόσο ξεκάθαρη η ενδιάμεση πληροφορία στην επιφάνεια της πραγματικής, κελυφοειδούς σωλήνωσης.

Η προσπάθεια που αναπτύσσεται στο κεφάλαιο 10, στοχεύει να εισαγάγει την προσέγγιση “shell-dynamics” για SCRs, δηλ. τη δυναμική ανάλυση με χρήση ΠΣ κελύφους για την λεπτομερέστερη διακριτοποίηση της κατασκευής και, κατά συνέπεια των υπολογισμών λεπτομερέστερων κατανομών τάσεων-παραμορφώσεων επί της πραγματικής κατασκευαστικής επιφάνειας, απ’ό,τι περιγράφεται στη σχετική βιβλιογραφία. Η εν λόγω

μεθοδολογία διακριτοποίησης ΠΣ σε συνδυασμό με τη χρήση κατάλληλου σχήματος χρονικής ολοκλήρωσης των εξισώσεων κίνησης οπωσδήποτε απαιτεί αρκετά πυκνό υπολογιστικό πλέγμα αλλά και πυκνή διακριτοποίηση σε χρονικά βήματα για λόγους είτε σύγκλισης ή/και ακρίβειας της λύσης. Επομένως, τα “δυναμικά ΠΣ κελύφους” μπορεί να είναι θεωρητικά μία εφικτή επιλογή, όμως, από την άλλη μπορεί το υψηλό υπολογιστικό κόστος να φθάσει πέραν των συμβατικών δυνατοτήτων (βλ. Subbaraj and Dokainish [66] και Bathe [67]) και να καταστήσει ανέφικτη μία τέτοια επιλογή. Ο Νορβηγικός Νηογνώμων Det Norske Veritas (DNV), σε σχετικές σχεδιαστικές προδιαγραφές [68] προτείνει την εφαρμογή ανάλυσης ΠΣ για μικρότερα τμήματα του SCR εάν αυτό είναι απαραίτητο (όπως σχετικά αναφέρεται, π.χ. αν υπάρχει υποψία τοπικής αστοχίας σε περιοχές της κατασκευής, η οποία προέκυψε είτε κατά την εγκατάσταση ή κατά τη φάση λειτουργίας, κλπ.). Στην παρούσα προσέγγιση, για λόγους διαχείρισης του απαιτούμενου υπολογιστικού κόστους, υιοθετείται η ξεχωριστή επίλυση με ΠΣ σωληνοειδών τμημάτων SCR που απαρτίζουν μία ενιαία κατασκευή, εκτεινόμενη από το σημείο επαφής στον πυθμένα (TDP) έως το πέρας του sagbend (του πλέον καμπύλου τμήματος της σωλήνωσης), στην περιοχή, δηλ. όπου συνήθως εμφανίζονται οι μεγαλύτερες και συχνότερες καμπτικές ταλαντώσεις. Επομένως, η παρούσα τμηματική επίλυση σε τμήματα-σωλήνες κατά κάποιον τρόπο συμβαδίζει με την τελευταία αναφορά στις σχεδιαστικές προδιαγραφές DNV.

ΕΝΟΤΗΤΑ Ι

Δράση υδροδυναμικών δυνάμεων slamming (σφυρόκρουσης) σε δισδιάστατες (2D) τομές συγκεκριμένων δομικών στοιχείων που αλληλεπιδρούν έντονα με την ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας.

2. Εφαρμοζόμενες υπολογιστικές μεθοδολογίες για τα προβλήματα bottom-slamming.

Στο παρόν κεφάλαιο αναπτύσσεται αρχικά το θεωρητικό υπόβαθρο της μεθόδου BEM (αστρόβιλο πεδίο ροής) η οποία χρησιμοποιείται στη διερεύνηση του δισδιάστατου προβλήματος της πρόσκρουσης πολυγωνικής διατομής, ή "σφήνας" με πολλές αλλαγές κατεύθυνσης στα σημεία άρθρωσης, τα οποία στη διεθνή βιβλιογραφία καλούνται "knuckle-points" (βλ. Εικ.1.4. στην "Εισαγωγή"). Προς τούτο προγραμματίζεται κώδικας σε περιβάλλον Matlab. Στη συνέχεια περιγράφεται περιληπτικά το μαθηματικό υπόβαθρο της μεθόδου RANS-VOF (ροή με στροβιλότητα) η οποία αρχικά χρησιμοποιείται για σύγκριση με την προσέγγιση BEM για το πρόβλημα bottom-slamming της πολυγωνικής τομής και εν συνεχεία για την αντιμετώπιση παρόμοιου προβλήματος για πλωαία τομή πλοίου. Τα αριθμητικά αποτελέσματα των επιλύσεων bottom-slamming παρατίθενται σε επόμενα κεφάλαια (4, 5).

2.1. Η υπολογιστική μέθοδος BEM σε προβλήματα water-entry/bottom-slamming.

2.1.1. Βασικό αριθμητικό και μαθηματικό μοντέλο.

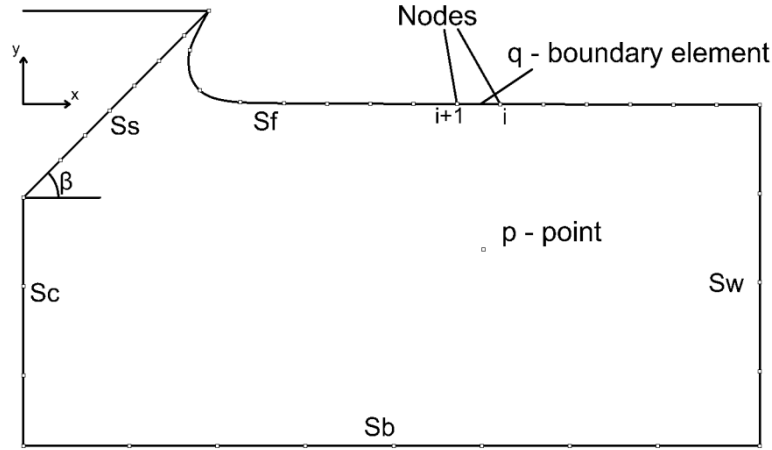
Προσεγγίζεται η δισδιάστατη συμμετρική περίπτωση water-entry τριγωνικής σφήνας με σταθερή ταχύτητα, V . Το ρευστό θεωρείται μη-ιξώδες, ασυμπίεστο και η ροή αστρόβιλη, επομένως ισχύει η θεώρηση ροής προερχόμενης από δυναμικό της ταχύτητας και η σχετική μορφή της εξίσωσης Laplace. Κατά συνέπεια, συμβολίζοντας με S_f την καμπύλη της ελεύθερης επιφάνειας, S_s την επιφάνεια του σώματος, ϕ το δυναμικό της ταχύτητας και g την επιτάχυνση της βαρύτητας, προκύπτει το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων που περιγράφει το πρόβλημα συνοριακών τιμών (ΠΣΤ):

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -V \cdot n \quad \text{στην } S_s \quad (2.2)$$

$$\frac{D\phi}{Dt} = 1/2 |\nabla \phi|^2 - gy \quad \text{στην } S_f \quad (2.3)$$

$$\frac{Dx}{Dt} = \phi_x, \frac{Dy}{Dt} = \phi_y \text{ στην } S_f. \quad (2.4)$$



Εικόνα 2.1. Σχήμα του υπολογιστικού χώρου στον οποίο προσεγγίζεται το πρόβλημα water-entry σφήνας.

Οι εξισώσεις (2.3), (2.4) αποτελούν τη δυναμική και κινηματική, αντίστοιχα συνθήκη της ελεύθερης επιφάνειας και η (2.2) αντιστοιχεί στην οριακή συνθήκη μη διαπερατότητας δια του σώματος (το ρευστό δεν διαπερνά το σώμα). Ακόμη με n συμβολίζεται το κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα με θετική φορά προς τα έξω από τον υπολογιστικό χώρο που περιορίζεται από τις επιφάνειες S_f, S_s, S_c, S_w, S_b . Συνθήκες μη ολίσθησης εφαρμόζονται επίσης στο όριο απείρου (συνθήκη ακτινοβολίας στο άπειρο) καθώς και στο όριο συμμετρίας, δηλαδή στα S_w και S_c , αντίστοιχα, ως:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0. \quad (2.5)$$

Η (2.5) υλοποιείται στην πράξη τοποθετώντας το όριο S_w αρκετά μακριά από το σώμα ώστε να αποφευχθεί κατά τη διάρκεια της επίλυσης η ανάκλαση του ρευστού από το όριο απείρου - το οποίο ουσιαστικά προσομοιάζει σε τοίχωμα υπολογιστικής δεξαμενής, μέσω της (2.5).

Θέτοντας ϕ_n, ϕ_t την κάθετη και την εφαπτομενική συνιστώσα ταχύτητας ροής ($1^{\text{η}}$ παράγωγος του ϕ ως προς την κάθετη και την εφαπτομενική τοπική συντεταγμένη, n και t , αντίστοιχα), το παραπάνω ΠΣΤ συμπληρώνεται με την αρχική συνθήκη μηδενικής ταχύτητας και μηδενικού δυναμικού στην ελεύθερη επιφάνεια:

$$\phi = \phi_n = \phi_t = 0, \text{ στην } S_f. \quad (2.6)$$

Στις περισσότερες σχετικές αναλύσεις υιοθετείται μια πολύ μικρή αρχική ανύψωση-αναρρίχηση του ρευστού στο σώμα, ώστε να μπορεί η επίλυση στο χρόνο για τη μεταβολή της θέσης της S_f να συγκλίνει κατά προσέγγιση σε μία πολυωνυμική καμπύλη-spline που να προσομοιάζει στην αναμενόμενη κίνηση του νερού. Αυτή η αρχική γεωμετρία της S_f προκύπτει από την αναλυτική λύση του Wagner, ως προς: i. τη γωνία deadrise, ii. μία υποθετική αρχική βύθιση, ζ , iii. το αντίστοιχο ημιπλάτος, c , του τμήματος της σφήνας που αντιστοιχεί στη βύθιση αυτή και iv. για μάζα ανά μέτρο μήκους, m , υποθέτοντας ταυτόχρονα ότι ισχύει η (2.6) τη δεδομένη χρονική στιγμή της αρχικής ανύψωσης [16]:

$$c(t) = \frac{\pi \zeta(t)}{2 \tan \beta}, \quad (2.7)$$

$$\frac{d^2 \zeta}{dt^2} + \frac{\rho \pi^3}{8m \tan^2 \beta} \frac{d}{dt} \left[\zeta^2 \frac{d\zeta}{dt} \right] + \frac{\pi^2 \rho g}{4m \tan \beta} \zeta^2 = g, \quad (2.8)$$

Το πρόβλημα αρχικών τιμών της διαφορικής εξίσωσης προσδιορισμού της βύθισης του σώματος του Wagner (2.8) μπορεί να προσεγγιστεί για αρχικές συνθήκες $\zeta(0)=0$, $V=-(2gh)^{1/2}$ και για αρχικό ύψος πτώσης, h . Επιπλέον, η αρχική ανύψωση μπορεί να προσεγγιστεί από τη σχέση Wagner:

$$\eta(x,t) = \frac{x \zeta(t)}{c(t)} \arcsin\left(\frac{c(t)}{x}\right) - \zeta(t), \text{ για } x > c. \quad (2.9)$$

Η αριθμητική Άμεση Μέθοδος Συνοριακών Στοιχείων (Direct BEM) είναι πολύ χρήσιμη στην προσέγγιση παρόμοιων προβλημάτων σε ανάλογα κλειστά χωρία με σαφώς καθορισμένες οριακές συνθήκες επάνω στα όριά τους (όπως στην Εικόνα 2.1), καθώς επιτρέπει την επίλυση μίας κατάλληλης ολοκληρωτικής εξίσωσης που ικανοποιεί την πεδιακή μερική διαφορική εξίσωση (ΜΔΕ), (2.1) σε διακριτές θέσεις κατά μήκος των ορίων του χωρίου (σε συνοριακά στοιχεία τα οποία περιγράφονται από τα σημεία \mathbf{q}) παρέχοντας πληροφορία για τη μετάδοση των μεγεθών που ενδιαφέρουν σε οποιοδήποτε σημείο \mathbf{p} εντός του χωρίου. Εάν τα σημεία υπολογισμού \mathbf{p} τοποθετηθούν επάνω στο όριο του χωρίου, η ολοκληρωτική εξίσωση που ικανοποιεί την πεδιακή εξίσωση Laplace (2.1) είναι η ακόλουθη

μορφή της 2^{ης} ταυτότητας Green που περιλαμβάνει τη συνάρτηση Green, G , σε δύο διαστάσεις:

$$\frac{\alpha(p)}{2\pi} \phi(p) + \oint \phi(q) G_n(p, q) dS_q = \oint \phi_n(q) G(p, q) dS_q \quad (2.10)$$

$$G(p, q) = -\frac{1}{2\pi} \ln r_{pq}, r_{pq} = |p - q| \quad (2.11)$$

ενώ με r συμβολίζεται η ευκλείδεια απόσταση μεταξύ \mathbf{q} και \mathbf{p} και με α , η εσωτερική γωνία μεταξύ του συνοριακού στοιχείου το οποίο αντιπροσωπεύει το σημείο \mathbf{q} και της ευθείας \mathbf{pq} .

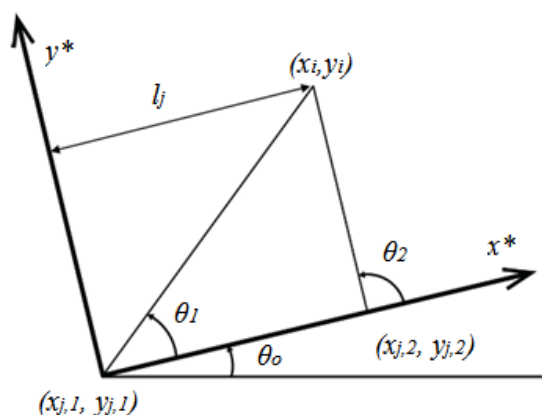
Η (2.10) μπορεί να επιλυθεί απευθείας με κατάλληλη διακριτοποίηση με συνοριακά στοιχεία ($\Sigma\Sigma$) επί των οποίων, ανάλογα την οριακή συνθήκη, οι ποσότητες ϕ ή ϕ_n είναι γνωστές ή άγνωστες, αντίστοιχα. Εάν τα $\Sigma\Sigma$ είναι ευθύγραμμα, δηλαδή ορίζονται από 2 διαδοχικούς κόμβους κατά μήκος του ορίου, τότε θεωρείται σταθερή κατανομή πηγών-διπόλων κατά μήκος κάθε στοιχείου, συνεπώς σταθερή τιμή ϕ , ϕ_n σε κάθε $\Sigma\Sigma$. Η (2.10) λαμβάνει κατ' αυτόν τον τρόπο τη διακριτοποιημένη της μορφή:

$$\frac{\alpha(p)}{2\pi} \phi(p) + \sum_{j=1}^{N_n} I_d(p) - \sum_{j=1}^{N_d} I_s(p) = \sum_{j=1}^{N_n} I_s(p) - \sum_{j=1}^{N_d} I_d(p), \quad (2.12)$$

όπου

$$I_s(p) = \int_{l_j} \phi_n(q) G(p, q) dS_q, I_d(p) = \int_{l_j} \phi(q) G_n(p, q) dS_q, \quad (2.13)$$

όπου l_j το μήκος του j -στοιχείου, N_n ο αριθμός όλων των στοιχείων επί του ορίου που έχει γνωστή ταχύτητα, ϕ_n , N_d ο αριθμός στοιχείων του ορίου με γνωστό δυναμικό, ϕ και I_s , I_d οι λεγόμενοι “συντελεστές επιρροής πηγής και διπόλου”, αντίστοιχα. Στην περίπτωση χρήσης ευθύγραμμων στοιχείων, οι εν λόγω συντελεστές υπολογίζονται αναλυτικά με τη μέθοδο “collocation” ή μπορούν να προσδιοριστούν αριθμητικά (π.χ. με κανόνα Gauss 4- ή 6-σημείων). Ο υπολογισμός των συντελεστών επιρροής γίνεται σε τοπικό σύστημα συντεταγμένων (x^*, y^*) με x^* -άξονα τον εφαπτομενικό στο στοιχείο. Η Εικ.2.2 παρουσιάζει τη θέση του σημείου collocation- i , τους ακραίους κόμβους του $\Sigma\Sigma$, j και τη γωνία στροφής μεταξύ τοπικού και γενικού συστήματος συντεταγμένων (το οποίο για το παρόν πρόβλημα παρουσιάζεται στην Εικ.2.1). Ο υπολογισμός των συντελεστών επιρροής μπορεί να επιτευχθεί με αριθμητικές μεθόδους, π.χ. ολοκλήρωση Gauss 6-σημείων.



Εικόνα 2.2. Παράμετροι μετασχηματισμού μεταξύ του Συνοριακού Στοιχείου και του σημείου collocation [69].

Εναλλακτικά, ο αναλυτικός υπολογισμός των συντελεστών επιρροής είναι εφικτός μόνο για ευθύγραμμο ΣΣ και με τοποθέτηση των σημείων collocation στα μέσα αυτών και γίνεται εξαιρετικά απλός μέσω σχέσεων όπως στην εργασία του Filippas [69], π.χ.:

$$I_s = \frac{l_j}{2\pi} [\ln(l_j) - \ln(2)]$$

$$I_d = \mp 1/2. \quad (2.13)$$

όπου l_j το μήκος του ΣΣ, j .

Η μητρική μορφή της διακριτοποιημένης συνοριακής εξίσωσης (2.12) είναι η ακόλουθη:

$$[H]\{\phi\} = [G]\{\phi_n\}. \quad (2.14)$$

Η (2.14) περιλαμβάνει γνωστές και άγνωστες τιμές των ϕ , ϕ_n για κάθε ΣΣ ανάλογα τις συνοριακές συνθήκες (Dirichlet ή Neumann). Το σύστημα (2.14) μπορεί να επιλυθεί αριθμητικά με απαλοιφή Gauss. Προηγουμένως, τα στοιχεία των μητρώων υπολογίζονται από τους συντελεστές επιρροής που αντιστοιχούν στους δύο κόμβους που ορίζουν το ΣΣ (με το συμβολισμό (1)-για τον πρώτο και (2)-για τον δεύτερο διαδοχικό κόμβο):

$$G_{ij} = I_{s(i,j)}^{(2)} + I_{s(i,j+1)}^{(1)}, H_{ij} = I_{d(i,j)}^{(2)} + I_{d(i,j+1)}^{(1)}. \quad (2.15)$$

Το πρόβλημα επιλύεται στο χρόνο με τη μέθοδο Runge-Kutta 4-βημάτων (RK4). Αρχικά επιλύεται μία φορά η (2.14) τη χρονική στιγμή $t=0$. Στη συνέχεια, σε κάθε χρονικό βήμα, dt επιλύονται με την RK4 οι ΔΕ που αντιστοιχούν στην κινηματική και δυναμική οριακή συνθήκη του ορίου S_f (2.3)-(2.4). Η λύση της (2.4) παρέχει την κίνηση του ρευστού (στιγμαίως συντεταγμένες κόμβων) και η λύση της (2.3) τη στιγμιαία τιμή δυναμικού ϕ στην ελεύθερη επιφάνεια. Κατόπιν, το σύστημα (2.14) επιλύεται εκ νέου για τις νέες θέσεις των κόμβων και τις νέες κομβικές τιμές δυναμικού. Ταυτόχρονα, υπολογίζονται οι κομβικές θέσεις του σώματος σε κάθε χρονικό βήμα. Μετά από κάθε χρονικό βήμα της RK4 υπολογίζεται η στιγμιαία πίεση στο σώμα μέσω της εξίσωσης Bernoulli:

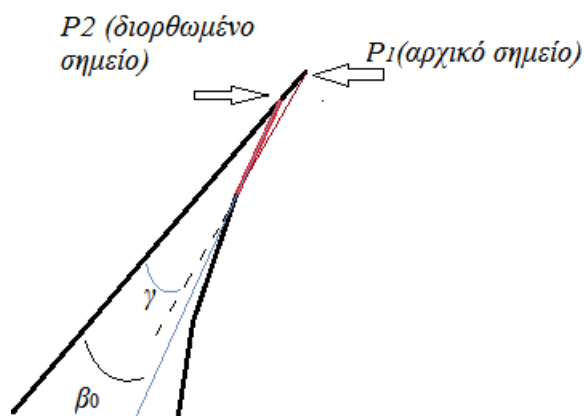
$$\frac{P}{\rho} = -\frac{\partial\phi}{\partial t} - 1/2 |\nabla\phi|^2 - gy \quad (2.16)$$

όπου:

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = \frac{\phi^t - \phi^{t-dt}}{dt}, \text{ τη χρονική στιγμή } t. \quad (2.17)$$

2.1.2 Το πρόβλημα jet cutting

Το σημείο επαφής σώματος-ρευστού αποτελεί σημείο ιδιομορφίας λόγω ασυνέχειας συνοριακών συνθηκών και κατά συνέπεια μπορεί να αποτελέσει πηγή αστάθειας στην αριθμητική επίλυση του συγκεκριμένου μη-γραμμικού προβλήματος. Για αυτό το λόγο λαμβάνονται μέτρα αντιμετώπισης έντονων σχηματισμών στα στοιχεία του ρευστού που εφάπτονται στο σώμα οι οποίοι μπορούν να οφείλονται στο φυσικό πρόβλημα, λόγω, δηλαδή της πρόσκρουσης του σώματος στο νερό με μεγάλη ταχύτητα. Τέτοιοι σχηματισμοί μπορούν να έχουν τη μορφή ροής “πίδακα” (jet) και θα πρέπει να αποκοπούν από τους υπολογισμούς με κάποια κατάλληλη προσέγγιση, όπως των Zhao and Faltinsen [1]. Στην παρούσα εφαρμογή υιοθετείται η προσέγγιση αποκοπής-jet του Kihara [70]. Όπως φαίνεται στην Εικ.2.3, η ροή θεωρείται μονοδιάστατη στο σημείο τομής σώματος-νερού και το εφάπτομενο στο σώμα στοιχείο της S_f αποκόπτεται με βάση μία οριακά αποδεκτή τιμή β_0 της γωνίας που σχηματίζει το σώμα με την S_f , βασισμένη στις προσεγγίσεις της Dobrovol'skaya [2].



Εικόνα 2.3 Μοντέλο Jet Cut-off.

2.1.3. Εξομάλυνση- Αναπλεγματοποίηση (Smoothing-Regriidding).

Σε περιοχές μεγάλης ταχύτητας ροής, π.χ. κοντά στο σώμα είναι πιθανή η εμφάνιση γεωμετρικής αστάθειας (έντονης διακύμανσης) της Sf αλλά και αστάθειας στις τιμές ϕ (sawtooth instability). Για αυτό εφαρμόζεται αριθμητική εξομάλυνση (smoothing) των συντεταγμένων και των δυναμικών της S_f μετά από κάθε βήμα της RK4. Το σχήμα smoothing που χρησιμοποιείται είναι το “5-σημείων/ 3^{15} τάξης” το οποίο θεωρήθηκε κατάλληλο για ανάλογα προβλήματα και χρησιμοποιήθηκε πρώτη φορά από τους Longuet-Higgins and Cokelet [71]. Μετά την εξομάλυνση, οι κόμβοι στην S_f μπορεί είτε να απομακρυνθούν ή να συγκλίνουν πολύ και αυτό μπορεί να επιφέρει ακόμη μια μορφή αστάθειας για τους υπολογισμούς του επόμενου χρονικού βήματος. Τότε εφαρμόζεται παρεμβολή πολυωνυμικής καμπύλης «cubic-spline» στις συντεταγμένες των κόμβων και με αυτόν τον τρόπο διατηρείται η ζητούμενη πολυωνυμική μορφή της S_f . Οι μαθηματικές σχέσεις παρεμβολής spline, που είναι ιδιαίτερα δημοφιλείς σε προβλήματα θαλάσσιας υδροδυναμικής δεν παρουσιάζονται στην παρούσα για λόγους συντομίας. Για περισσότερες πληροφορίες ο αναγνώστης παραπέμπεται στις εργασίες [16,71].

2.2 Περιγραφή του μαθηματικού υποβάθρου της μεθόδου RANS-VOF.

Κατά βάση, σε προβλήματα θαλάσσιας υδροδυναμικής, όπως το πρόβλημα bottom-slamming τομής πλοίου, όπου ενδιαφέρει η συμπεριφορά της ελεύθερης επιφάνειας του ρευστού, η προσεκτική παραμετροποίηση μοντέλου ροής με στροβιλότητα (εξισώσεις διατήρησης Navier-Stokes) θα μπορούσε να παράγει ικανοποιητικά αποτελέσματα ως προς τη φυσική

πραγματικότητα (με ανάπτυξη σχηματισμών πιδάκων, στροβιλώσεων, σπηλαίωσης, κλπ., κατά την είσοδο του σώματος στο ρευστό), σε αντίθεση με τις αριθμητικές προσεγγίσεις αστρόβιλης ροής, όπως π.χ. με BEM. Παρ' όλ' αυτά, πάντοτε σε ανάλογες προσομοιώσεις υπεισέρχονται αβεβαιότητες που οφείλονται στους βασικούς περιορισμούς των προσομοιώσεων (περίπλοκες μαθηματικές σχέσεις, κατανάλωση μεγάλων χρόνων προσομοιώσεων, αλγοριθμική αστάθεια, ανάγκες μεγάλης υπολογιστικής ισχύος, κλπ.) αλλά και στη φύση του προβλήματος, όπως: i) η ακρίβεια της ανάπτυξης-εξέλιξης της ελεύθερης επιφάνειας, ii) η αυξημένη πιθανότητα υπερ-εκτιμήσεων στις πιέσεις slamming, όπως αναφέρεται στις δημοσιευμένες εργασίες [7,8,72] και τέλος iii) η μεγάλη μη-γραμμικότητα των πιέσεων slamming λόγω των μεγάλων μεταβολών στο μέγεθός τους σε πολύ μικρά χρονικά διαστήματα.

Το παρόν δυναμικό μοντέλο ροής με στροβιλότητα με το οποίο επιχειρείται η προσομοίωση του δισδιάστατου προβλήματος bottom-slaming προωραίας τομής, σχεδιάζεται, διακριτοποιείται και επιλύεται στο περιβάλλον ANSYS Fluent 13.0, με συνδυασμό των ακόλουθων αριθμητικών τεχνικών και μεθοδολογιών: i) προσέγγιση της ελεύθερης επιφάνειας μεταξύ των φάσεων αέρα και νερού με τη VOF, ii) τυρβώδους προσομοίωση με το μοντέλο $k-\epsilon$ RANS, iii) αλγόριθμος παραμορφούμενου πλέγματος Πεπερασμένων Όγκων "Dynamic Mesh" (το οποίο, βέβαια, παραμορφώνεται λόγω κίνησης του στερεού ορίου-σώματος) και iv) -δεδομένου του ασταθούς-χρονικά μεταβαλλόμενου προβλήματος- αλγόριθμος διακριτοποίησης Πεπερασμένων Όγκων με σχήμα PISO (για ταυτόχρονα χωρική διακριτοποίηση και χρονική ολοκλήρωση). Πιο λεπτομερείς αναφορές πάνω στη μέθοδο VOF, σε αλγορίθμους Dynamic Mesh, στα μοντέλα τύρβης αλλά και στον αλγόριθμο για ασταθή προβλήματα, PISO μπορούν, αντίστοιχα, να αναζητηθούν στις εργασίες των Hirt και Nichols [73], στο ANSYS Fluent user's guide [15] και σε βιβλία CFD (όπως των Versteeg και Malalasekera [74], του Pope [75], του Wilcox [76], του Μπεργελέ [77] και του Τριανταφύλλου [78]). Στις ακόλουθες γραμμές επιχειρείται μία συνοπτική, περιληπτική παρουσίαση των βασικών παραμετροποιήσεων και της φιλοσοφίας των μεθόδων RANS-VOF και Dynamic Mesh.

2.2.1 Προβληματισμοί για την επιλογή της κατάλληλης μεθοδολογίας τυρβώδους προσομοίωσης της ροής.

Από μαθηματική άποψη, όλες οι μέθοδοι τυρβώδους προσομοίωσης CFD θα μπορούσαν να εφαρμοστούν εκτός από την υψηλότερης ακριβείας και μεγάλης υπολογιστικής ισχύος μέθοδο LES (Large Eddy Simulation) η οποία περιορίζεται σε σχετικά μικρών διαστάσεων πεδία ροής. Η εν λόγω μέθοδος δεν είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί για τις παρούσες προσομοιώσεις με συμβατικά υπολογιστικά μέσα παρά μόνο, ίσως, με τη χρήση

υπερυπολογιστών. Μία ακόμη υψηλής ακριβείας μέθοδος στην απεικόνιση των τυρβωδών σχηματισμών είναι το μοντέλο τάσεων Reynolds (Reynolds Stress Model-RSM). Η RSM είναι, επίσης ιδιαίτερα δαπανηρή υπολογιστικά και δεν είναι δυνατή η χρήση της με τα υφιστάμενα μέσα. Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, η εφαρμογή μοντέλων “2 εξισώσεων & RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes) & Συναρτήσεων Τοιχώματος” αποτέλεσε η μόνη εφικτή λύση στο παρόν πρόβλημα. Τα μοντέλα RANS στερούνται ακριβείας σε σχέση με τις μεθόδους LES ή/και RSM, στο βαθμό προσέγγισης της αληθούς φύσης της ροής και των τυρβωδών διακυμάνσεων. Όμως, με ικανοποιητική παραμετροποίηση μπορούν να παράγουν επαρκείς προσεγγίσεις για τα μέσα μεγέθη της ροής αλλά και τις τυρβώδεις διακυμάνσεις στην περιοχή του οριακού στρώματος. Για ροές όπου αναμένονται έντονες διαταραχές και παραμορφώσεις των γραμμών ροής, όπως σε προβλήματα bottom-slamming, προτιμώνται βελτιωμένες εκδόσεις του δημοφιλούς μοντέλου τύρβης RANS, k-ε (Launder and Spalding, [79]). Μία τέτοια έκδοση αποτελεί το μοντέλο Realizable k-ε (Shih et al., [80]) το οποίο χρησιμοποιείται και στις παρούσες επιλύσεις. Πολύ συνοπτικά, το Realizable k-ε μπορεί να παράγει ικανοποιητικές εκτιμήσεις σε ροές με ανισοτροπικές τάσεις καθώς περιλαμβάνει ιδιαίτερη μαθηματική μοντελοποίηση για την τυρβώδη συνεκτικότητα, μ_t και για την εξίσωση μεταφοράς του ρυθμού διάσπασης-διάχυσης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας, ε , όπου συνεισφέρουν επιπλέον όροι στροβιλότητας. Με απλά λόγια, θεωρείται καλύτερο στην προσέγγιση σχηματισμών στροβίλων κλπ. μορφών αποκόλλησης. Στις ακόλουθες γραμμές περιγράφονται εν συντομία τα βασικά στάδια μετάβασης από το μοντέλο k-ε [79] στο Realizable k-ε [80] μέσω των μαθηματικών σχέσεων που διέπουν τις παρούσες τυρβώδεις προσομοιώσεις.

2.2.1.1. Το μαθηματικό υπόβαθρο πίσω από το μοντέλο τύρβης Realizable k-ε.

Οι εξισώσεις που εκφράζουν τη ροή συνεκτικών ρευστών είναι η εξίσωση συνέχειας (2.18) και οι εξισώσεις ορμής - Navier-Stokes (2.19)-(2.21):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} = & -\frac{\partial p}{\partial x} + \left\{ \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - 2/3(\text{div}\bar{w}) \right) \right\} + \\ & \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v w)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \left\{ \mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - 2/3(\text{div}\bar{w}) \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u w)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v w)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w w)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \left\{ \mu \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} - 2/3(\text{div}\bar{w}) \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\} \quad (2.21)$$

όπου u, v, w οι συνιστώσες τις ταχύτητας κατά x, y, z , αντίστοιχα, ρ η πυκνότητα ρευστού, p η πίεση, μ η μοριακή συνεκτικότητα ρευστού και t ο χρόνος. Ο Reynolds αντικατέστησε στις εξισώσεις Navier-Stokes τα μεγέθη ως αθροίσματα των μέσων τιμών και των διακυμάνσεών τους, π.χ. για την ταχύτητα και την πίεση, αντίστοιχα:

$$u_i = \bar{u}_i + u_i', p = \bar{p} + p' \quad (2.22)$$

όπου \bar{u}_i και \bar{p} η μέση ταχύτητα στην i διεύθυνση και η μέση πίεση και u_i' και p' οι διακυμάνσεις-διαταραχές των αντίστοιχων μεγεθών (στην μικροκλίμακα του χρόνου). Έτσι από την αρχική μορφή Navier-Stokes προέκυψε η μορφή των εξισώσεων RANS, οι οποίες για ασυμπιεστο ρευστό (σταθερής πυκνότητας), μπορούν να γραφούν σε γενική τανυστική μορφή -για λόγους συντομίας- ως:

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] - \frac{\partial}{\partial x_j} [\overline{u_i' u_j'}] = 0 \quad (2.23)$$

Οι στατιστικοί χρονικοί μέσοι των τυρβωδών διακυμάνσεων της ταχύτητας (συγκεκριμένα, οι διπλές συσχετίσεις αυτών) στον 3^ο όρο του δεξιού σκέλους της εξίσωσης (2.23), καλούνται Τάσεις Reynolds, επειδή έχουν μονάδες τάσης. Οι τάσεις Reynolds αποτελούν επιπλέον αγνώστους στο σύστημα RANS, καθιστώντας αδύνατη την άμεση επίλυσή του. Η ανάπτυξη Μοντέλων Τύρβης είχε στόχο διαχρονικά την προσομοίωση των Τάσεων Reynolds με χρήση μαθηματικών σχέσεων που περιλαμβάνουν εμπειρικές σταθερές και άλλα χαρακτηριστικά μεγέθη της ροής. Έτσι, από τη δεκαετία του '20 και τον Prandtl [75,77] που εισήγαγε την έννοια της τυρβώδους συνεκτικότητας, μ_t , φθάνοντας στην εργασία των Launder and Spalding [79], προέκυψε το μοντέλο $k-\epsilon$ το οποίο καθορίζει 2 επιπλέον εξισώσεις για το “κλείσιμο” του προβλήματος, οι οποίες στις δύο διαστάσεις (επίπεδο - xy) γράφονται ως:

$$\rho(u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y}) = \frac{\partial}{\partial y} (\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y}) + \mu_t (\frac{\partial u}{\partial y})^2 - \rho \varepsilon = 0 \quad (2.24)$$

$$\rho(u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y}) = \frac{\partial}{\partial y} (\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y}) + 1.45 \rho k (\frac{\partial u}{\partial y})^2 - 0.18 \rho \varepsilon^2 / k = 0 \quad (2.25)$$

Οι δύο άνω εξισώσεις απορρέουν από την υπόθεση ισοζυγίου της τυρβώδους κινητικής ενέργειας, $k = \overline{u_i' u_i'} / 2$ και την εισαγωγή του ρυθμού διάσπασης-απρρόφησης της κινητικής ενέργειας, $\varepsilon = \overline{\mu (\partial u_i' / \partial x_j \cdot \partial u_j' / \partial x_i)}$. Ακόμη, η τυρβώδης συνεκτικότητα είναι $\mu_t = \rho C_D k^2 / \varepsilon$ και οι ποσότητες $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$, $C_D = 0.09$, αποτελούν εμπειρικές σταθερές, όπως ορίζονται από το μοντέλο k - ε .

Η βελτιωμένη εκδοχή του μοντέλου των Launder and Spalding [78] που χρησιμοποιείται στην παρούσα εφαρμογή είναι το Realizable k - ε [79] το οποίο περιλαμβάνει μία διαφορετική προσέγγιση της τυρβώδους συνεκτικότητας μ_t με βάση την οποία η σταθερά $C_D = 1 / (A_o + A_s U^* k / \varepsilon)$ είναι πλέον μεταβλητή και εξαρτάται από τις συναρτήσεις των κλίσεων της ταχύτητας A_o , A_s , U^* οποίες ορίζονται ως: $A_o = 4.04$, $U^* = \sqrt{S_{ij} S_{ij} + \Omega_{ij} \Omega_{ij}}$, $A_s = \sqrt{6} \cos \phi$, $\phi = 1/3 \cos^{-1}(\sqrt{6} W)$, $W = S_{ij} S_{ij} S_{ki} / \tilde{S}$, $\tilde{S} = \sqrt{S_{ij} S_{ij}}$, $S_{ij} = 1/2 (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i)$ ενώ Ω_{ij} είναι ο τανυστής ρυθμού περιστροφής του διανύσματος της ταχύτητας ροής, ως προς περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς με γωνιακή ταχύτητα ω . Η τελευταία ποσότητα είναι ακριβώς εκείνη που βελτιώνει την απεικόνιση της στροβιλότητας της ροής, σε σχέση με τα παλιά μοντέλα τύρβης. Στο φυσικό πρόβλημα, η τελευταία διαφοροποίηση του μοντέλου εξασφαλίζει ότι οι Ορθές Τάσεις Reynolds $\overline{u_i' u_i'}$ παραμένουν θετικές στη ροή, ανεξαρτήτως των κλίσεων των γραμμών της. Η τελευταία προσέγγιση μπορεί να βελτιώσει επιλύσεις ροών με περιστροφή του πεδίου ροής ή έντονη ανακυκλοφορία που μπορεί να οφείλεται στη γεωμετρική μορφή του πεδίου, όπως π.χ. καμπύλωση των γραμμών ροής. Με τις εν λόγω υποθέσεις, η ανάπτυξη του μοντέλου καταλήγει σε μία τροποποιημένη εξίσωση σε σχέση με την (2.25) για το ρυθμό απορρόφησης τυρβώδους κινητικής ενέργειας, ε :

$$\rho \frac{D \varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} [(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}] + \rho c_1 S \varepsilon - \rho c_2 (\frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}}) + \quad (2.26)$$

$$c_{1\varepsilon} c_{3\varepsilon} G_b \frac{\varepsilon}{k} = 0$$

όπου $c_1, c_2, c_{1e}, c_{3e}, G_b$, εμπειρικές σταθερές, ενώ η εξίσωση για το ισοζύγιο κινητικής ενέργειας, k παραμένει η ίδια με την (2.24).

Για την επίλυση των παραπάνω δύο μερικών διαφορικών εξισώσεων οι οποίες είναι παραβολικές, απαιτείται ο καθορισμός οριακών συνθηκών. Για τον άξονα της ελεύθερης/μέσης ροής (η οποία στη θεωρία Τυρβωδών Ροών θεωρείται στρωτή), όπου δεν εμφανίζονται τυρβώδεις διακυμάνσεις, οι οριακές συνθήκες είναι απλές:

$$\frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0 . \quad (2.27)$$

Με βάση τη θεωρία Τυρβωδών Ροών [75,76,78], η περιοχή μεταξύ ελεύθερης/μέσης ροής και στερεού ορίου καλείται Οριακό Στρώμα και είναι εκείνη στην οποία ουσιαστικά λαμβάνει χώρα η παραγωγή και η μετάδοση των τυρβωδών σχηματισμών-δινών (διάσπαση δινών). Στην περιοχή μετάβασης από το οριακό στρώμα -πάχους δ - στην περιοχή μέσης ροής χρησιμοποιείται το όριο των 2 άνω διαφορικών εξισώσεων (2.24-2.26) για $y \rightarrow \delta$:

$$\rho_\infty u_\infty \frac{\partial k_\infty}{\partial x} = - \frac{\rho_\infty^2 C_D k_\infty^2}{\mu_{t,\infty}}$$

$$\rho_\infty u_\infty \frac{\partial \varepsilon_\infty}{\partial x} = \frac{\rho_\infty^2 C_D \varepsilon_\infty k_\infty}{\mu_{t,\infty}} . \quad (2.28)$$

Για τον προσδιορισμό των οριακών συνθηκών για τις εξισώσεις RANS, k και ε στο Οριακό Στρώμα απαιτείται η εισαγωγή προσέγγισης ορισμένων αδιάστατων παραμέτρων της ροής. Η τυρβώδης προσομοίωση εφαρμόζεται σε εκείνη την περιοχή ενώ μακριά από το στερεό όριο (τοιχώμα) η ροή προσεγγίζεται ως στρωτή. Ο υπολογισμός των παραμέτρων αυτών γίνεται με τις καλούμενες "Συναρτήσεις Τοιχώματος" (Wall-functions). Σημαντική τέτοια παράμετρος είναι η αδιάστατη κατακόρυφη απόσταση από το τοίχωμα, y^+ . Η υποπεριοχή του Οριακού Στρώματος $20 < y^+ < 500$ καλείται "Περιοχή Ισχύος του Λογαριθμικού Νόμου" για την Ταχύτητα Ροής καθώς το τοπικό προφίλ της είναι λογαριθμικού σχήματος (παρουσιάζοντας λογαριθμική αύξηση της ταχύτητας από το τοίχωμα και εντός του οριακού στρώματος). Το πρώτο σημείο του υπολογιστικού πλέγματος ανώτερα του στερεού ορίου (τοιχώμα στερεού σώματος) θα πρέπει να τεθεί σε εκείνη την περιοχή. Κατόπιν, στο στερεό όριο εφαρμόζεται συνθήκη μη-ολίσθησης (μηδενισμός ταχύτητας) ενώ οι οριακές συνθήκες στο οριακό στρώμα λαμβάνουν τη μορφή τους με χρήση των Συναρτήσεων Τοιχώματος (Wall-functions). Λόγω της ιδιαίτερης πολυπλοκότητας των Συναρτήσεων Τοιχώματος και της εκτενούς ανάλυσης που απαιτείται για την επαρκή περιγραφή τους, αποφεύγεται η παρουσίασή τους στην

παρούσα ενότητα και οποιοσδήποτε ενδιαφερόμενος μπορεί να ανατρέξει στις θεωρητικές αναφορές της ανωτέρω βιβλιογραφίας και στον οδηγό χρήσης του λογισμικού CFD [15].

2.2.2. Η μέθοδος VOF για προβλήματα water-entry.

Η μέθοδος Volume of fluid (VOF) που αναπτύχθηκε από τους Hirt and Nichols [73] έχει γίνει ιδιαίτερα δημοφιλής για ιξώδεις (Navier-Stokes) προσομοιώσεις προβλημάτων ελεύθερης επιφάνειας μεταξύ δύο ή περισσότερων φάσεων ρευστών οι οποίες θεωρείται εξ' αρχής ότι δεν αναμειγνύονται. Ταυτόχρονα αποτελεί την πιο συχνά χρησιμοποιημένη μέθοδο για την μοντελοποίηση της ελεύθερης επιφάνειας σε εμπορικούς κώδικες CFD, ακόμη και σε προβλήματα water entry/exit και γενικά είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για προβλήματα θαλάσσιας υδροδυναμικής λόγω της βασικής υπόθεσης μη ανάμειξης των δύο ρευστών (αέρας, θάλασσα). Στη VOF επιλύεται ένα σύστημα εξισώσεων διατήρησης της ορμής ενώ ταυτόχρονα πραγματοποιείται εκτίμηση για το ποσοστό όγκου κάθε ρευστού σε κάθε υπολογιστικό κελί σε όλο το πεδίο ροής. Η VOF μπορεί να συνδυαστεί με διάφορους τύπους ροής, π.χ. στρωτής ή τυρβώδους (και με αντίστοιχα μοντέλα τύρβης-RANS), με ασταθείς-χρονικά μεταβαλλόμενες ροές και με ροές που επηρεάζονται από την κίνηση στερεών ορίων και προσομοιώνονται με αλγόριθμους παραμόρφωσης πλέγματος (deforming mesh). Σε πολλά ασταθή προβλήματα κινούμενων στερεών ορίων που δημιουργούν διαταραχή στο περιβάλλον ρευστό, όπως οι κινήσεις πλοίων ή πλωτών κατασκευών διαμέσου της ελεύθερης επιφάνειας, χρησιμοποιείται απαραίτητα μοντέλο τύρβης με μοντέλο VOF και αλγόριθμο "deforming mesh". Στις ακόλουθες γραμμές παρατίθεται μία συνοπτική περιγραφή των βασικότερων μαθηματικών σχέσεων που αφορούν μία πρακτική παραμετροποίηση της VOF.

Όπως αναφέρεται παραπάνω η VOF υποθέτει ότι δύο συνορεύουσες φάσεις ρευστών δεν αναμειγνύονται. Εισάγεται μία μεταβλητή για το ποσοστό όγκου κάθε φάσης σε έναν όγκο ελέγχου. Συνοπτικά, το ποσοστό όγκου στο k -ρευστό είναι ε_k . Τότε είναι πιθανόν να ισχύουν τρεις εναλλακτικές συνθήκες:

$\varepsilon_k = 0$: το υπολογιστικό κελί του k -ρευστού είναι άδειο, ή

$\varepsilon_k = 1$: το κελί είναι γεμάτο από το k -ρευστό, ή

$0 < \varepsilon_k < 1$: το κελί περιέχει την διεπιφάνεια επαφής των δύο ρευστών.

Η ανίχνευση της διεπιφάνειας γίνεται με την εισαγωγή μίας εξίσωσης συνέχειας για το ποσοστό όγκου των φάσεων. Για την k -φάση, η εξίσωση γράφεται:

$$\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial t} + u_j \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial x_j} = S_{\varepsilon_k}. \quad (2.29)$$

Ο όρος πηγής στο δεξί σκέλος της εξίσωσης (2.29) είναι συνήθως μηδέν. Μπορεί να λάβει διαφορετική τιμή εάν παρουσιάζεται σημαντική μεταφορά μάζας ρευστού μεταξύ των δύο φάσεων. Σε ασταθή-χρονικά μεταβαλλόμενα προβλήματα η εν λόγω εξίσωση συνέχειας-VOF επιλύεται με ρητό σχήμα (αλγόριθμο Explicit) χρονικής ολοκλήρωσης.

Οι ποσότητες που εμφανίζονται στην εξίσωση μεταφοράς προσδιορίζονται με βάση την παρουσία των συνιστωσών φάσεων σε έναν όγκο ελέγχου. Για παράδειγμα, σε ένα σύστημα δύο φάσεων, αν οι φάσεις συμβολίζονται με τους δείκτες 1 και 2 και αν στόχος είναι ο προσδιορισμός του ποσοστού όγκου της φάσης 2, η πυκνότητα σε κάθε κελί θα είναι:

$$\rho = \varepsilon_2 \rho_2 + (1 - \varepsilon_2) \rho_1. \quad (2.30)$$

Οι υπόλοιπες ποσότητες που αφορούν σε ιδιότητες των δύο ρευστών (π.χ. ιξώδες, αγωγιμότητα, κλπ.) υπολογίζονται με τον ίδιο τρόπο με την (2.30).

Στη συνέχεια εισάγεται μία εξίσωση διατήρησης ορμής η οποία επιλύεται σε όλο το πεδίο ροής. Η υπολογιζόμενη ταχύτητα διαμοιράζεται μεταξύ των φάσεων. Η εξίσωση διατήρησης εξαρτάται από το ποσοστό όγκου της k -φάσης μέσω των ιδιοτήτων της, ρ και μ :

$$\frac{\partial \rho u_j}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_i} = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \rho g_j + F_j. \quad (2.31)$$

Θα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή όταν οι ταχύτητες διαφέρουν σημαντικά μεταξύ των δύο φάσεων καθώς οι υπολογισμοί της ταχύτητας στη διεπαφή μπορεί να παρουσιάσουν μεγάλη αντιστροφή.

Ανάλογα το πρόβλημα, εμπλέκονται επιπλέον εξισώσεις διατήρησης. Για παράδειγμα, σε τυρβώδεις ροές συνήθως επιλύεται ένα επιπλέον σύστημα εξισώσεων RANS ενώ οι ποσότητες k , ε διαμοιράζονται μεταξύ των φάσεων σε όλο το πεδίο ροής.

Η μοντελοποίηση του όγκου ελέγχου απαιτεί τον υπολογισμό μεταφοράς και διάχυσης διαμέσω των όψεων του όγκου ελέγχου αλλά και την ισορροπία των μεταφερόμενων και διαχεόμενων ροϊκών μεγεθών με όρους πηγής εντός του όγκου ελέγχου. Ένας συχνά χρησιμοποιούμενος τρόπος είναι το ίδιο το σχήμα παρεμβολής των Hirt and Nichols [73] το οποίο χρησιμοποιείται και στο ANSYS Fluent [15]. Με το συγκεκριμένο σχήμα εκτιμώνται τα ροϊκά μεγέθη που διαπερνούν την όψη του όγκου ελέγχου, όταν ένα κελί είναι πλήρες της μίας ή της άλλης συνορεύουσας φάσης. Όταν το κελί είναι πολύ κοντά

στη δι-επαφή χρησιμοποιείται το λεγόμενο σχήμα “donor-acceptor” για τον προσδιορισμό του ποσοστού του ρευστού που διαρρέει την όψη, χαρακτηρίζοντας το ένα κελί ως “δότη (donor)” ενός ποσοστού ρευστού από το κελί της μίας φάσης προς ένα γειτονικό κελί “δέκτη (acceptor)”, το οποίο ανήκει στην άλλη φάση. Με αυτόν τον τρόπο αποφεύγεται πιθανή αριθμητική διάχυση γύρω από τη δι-επιφάνεια. Η μεταφερόμενη ποσότητα ρευστού περιορίζεται είτε από τον πληρωμένο όγκο στο κελί-“δότη” ή από τον ελεύθερο όγκο στο κελί-“δέκτη”.

2.2.3. Επισκόπηση των χρησιμοποιούμενων τεχνικών παραμορφούμενου πλέγματος (Dynamic-Mesh).

Οι εφαρμοζόμενες τεχνικές παραμόρφωσης πλέγματος στο παρόν πρόβλημα, οι οποίες παρέχονται από τον κώδικα ANSYS Fluent ονομάζονται Εξομάλυνση-Smoothing (Spring-based-smoothing) και Αναπλεγματοποίηση-Remeshing [15]. Ανάλογες τεχνικές απαιτούνται πάντοτε σε ρευστοδυναμικά-χρονικά μεταβαλλόμενα προβλήματα στροβιλότητας στα οποία το κινούμενο στερεό όριο-σώμα παραμορφώνει (διαταράσσει) το ρευστό.

Η τεχνική Spring-based-smoothing εφαρμόζεται με ορισμό ενός παράγοντα Spring-constant (σταθεράς ελατηρίου) ο οποίος λαμβάνει τιμές μεταξύ 0 και 1. Στη μέθοδο αυτή οι πλευρές που σχηματίζονται ανά δύο κόμβους σε όλο το πλέγμα θεωρούνται ως δίκτυο διασυνδεδεμένων ελατηρίων. Η μετατόπιση σε έναν δεδομένο συνοριακό κόμβο παράγει μία δύναμη επαναφοράς η οποία υπολογίζεται με βάση το νόμο του Hook:

$$F_i = \sum_j^{n_i} k_{ij} (\Delta x_j - \Delta x_i), \quad (2.32)$$

όπου Δx οι μετατοπίσεις του κόμβου i και του γειτονικού του, j , αντίστοιχα και k η σταθερά ελατηρίου μεταξύ των δύο κόμβων. Με την τιμή 0 για το k λαμβάνεται η υπόθεση πλήρους απουσίας απόσβεσης λόγω ελατηρίου ενώ με την τιμή 1 εισάγεται η τιμή-“default” απόσβεσης που επιδρά στις μετατοπίσεις των εσωτερικών κόμβων. Η σταθερά ελατηρίου υπολογίζεται ως:

$$k_{ij} = 1 / \sqrt{|x_j - x_i|}. \quad (2.33)$$

Σε συνθήκες ισορροπίας, η καθαρή δύναμη στον κόμβο από όλα τα ελατήρια του πεδίου ροής είναι μηδενική. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα τη χρήση ενός αναδρομικού τύπου για τις μετατοπίσεις. Εφόσον οι μετατοπίσεις είναι γνωστές στα κινούμενα όρια μετά την

ενημέρωση των νέων κομβικών θέσεων, χρησιμοποιείται ένα σχήμα “Jacobi sweep” για την επίλυση του αναδρομικού τύπου. Κατόπιν, η νέα θέση του κόμβου στο επόμενο χρονικό βήμα μπορεί να υπολογιστεί με πρόσθεση της συγκλίνουσας μετατόπισης του κόμβου στην τρέχουσα θέση. Σε μεγάλες μετατοπίσεις μπορούν να προκύψουν αρνητικοί όγκοι κελιών που μπορούν να δημιουργήσουν προβλήματα σύγκλισης. Τότε, χρησιμοποιείται μία επιπλέον τεχνική γνωστή ως “Local Remeshing”. Με τη μέθοδο αυτή τα υπολογιστικά κελιά σημειώνονται με βάση την παραμόρφωση που έχουν υποστεί και με βάση τις μέγιστες και ελάχιστες κλίμακες μήκους οι οποίες έχουν υιοθετηθεί ώστε να μην ξεπεραστεί κάποιο όριο παραμόρφωσης-μεταβολής μήκους μίας πλευράς του υπολογιστικού κελιού. Τότε, τα παραμορφωμένα κελιά γίνονται “remeshed”, δηλαδή η γεωμετρία τους αναδομείται. Στη συνέχεια, εάν τα νέα κελιά ικανοποιούν τις προϋποθέσεις ορίων παραμόρφωσης, το πλέγμα αναδημιουργείται τοπικά με τα νέα κελιά και χρησιμοποιείται στην επίλυση του επόμενου χρονικού βήματος. Οι δύο τεχνικές Smoothing-Remeshing μπορούν να εφαρμοστούν σε πλέγματα που απαρτίζονται από τριγωνικά κελιά.

2.2.4. Ζητήματα σύγκλισης και ευστάθειας του αλγορίθμου χρονικής ολοκλήρωσης όταν χρησιμοποιείται η μέθοδος VOF.

Η ικανοποίηση της συνθήκης Courant–Friedrichs–Lewy (CFL) η οποία έχει ισχύ σε αλγορίθμους χρονικής ολοκλήρωσης Explicit είναι απαραίτητη σε ασταθή προβλήματα CFD όπου γίνεται χρήση της χρονικά μεταβαλλόμενης μορφής των εξισώσεων της VOF [15,73]. Ένας αποδοτικός, για χρονικά μεταβαλλόμενες ροές, αλγόριθμος Explicit ολοκλήρωσης στο πεδίο του χρόνου σε συνδυασμό με τη διακριτοποίηση με Πεπερασμένους-Όγκους του υπολογιστικού χώρου, είναι ο PISO [15,74] ο οποίος χρησιμοποιείται και στην παρούσα έρευνα. Η συνθήκη CFL για τη γενική περίπτωση n -διαστάσεων είναι:

$$C = \Delta t \sum_{i=1}^n u_{x_i} / \Delta x_i \leq C_{\max} . \quad (2.34)$$

όπου C ο λεγόμενος αριθμός Courant. Η διάσταση στο χώρο (του κελιού) δεν είναι απαραίτητο να είναι η ίδια για κάθε Δx_i και αυτό το γεγονός μπορεί να ισχύει στις περισσότερες τυρβώδεις προσομοιώσεις αλλά και στους περισσότερους πολυδιάστατους υπολογιστικούς χώρους CFD, όπου δεν είναι σύμμορφο το πλέγμα. Έτσι, για το προκειμένο πλέγμα, η συνθήκη κυρίως επηρεάζεται από την επιλογή του κατάλληλου χρονικού βήματος, Δt . Όμως, στις περισσότερες χρονικά μεταβαλλόμενες εφαρμογές CFD (και, εν γένει, σε προβλήματα περίπλοκης παραμετροποίησης και διακριτοποίησης των Navier-Stokes, π.χ.

μοντέλα τύρβης, ροές multiphase) θα πρέπει ούτως ή άλλως τα στοιχεία του πλέγματος να χαρακτηρίζονται από σχετικά μικρές διαστάσεις και ικανοποιητικούς λόγους διαστάσεων (aspect ratios) αλλά και όρια παραμόρφωσης, για την αύξηση των πιθανοτήτων σύγκλισης και ευστάθειας της λύσης. Η συνθήκη CFL είναι πολύ σημαντική για εφαρμογές VOF και, όμοια με τη γενική περίπτωση, εξαρτάται από το μέγεθος του πλέγματος, το πεδίο ταχυτήτων και το μέγεθος του χρονικού βήματος. Στις περισσότερες εφαρμογές VOF, το όριο C_{max} τίθεται μεταξύ [0.5-2.0] [15]. Αν η τιμή C_{max} ξεπεραστεί και συνεχίσει να αυξάνει στα επόμενα χρονικά βήματα, αυτό μπορεί να σημαίνει είτε ότι το πεδίο ταχυτήτων αυξάνει ραγδαία ή ότι η διεπιφάνεια των δύο φάσεων ρευστών μετακινείται διαμέσου πολύ πυκνών κελιών με αποτέλεσμα το εφαρμοζόμενο χρονικό βήμα να είναι μεγαλύτερο από το επιτρεπόμενο. Εντούτοις, σε ορισμένα προβλήματα μπορεί να είναι αποδεκτές και υπερβάσεις του ορίου $C_{max}=2$.

Στις παρούσες επιλύσεις προβλημάτων water-entry με τη VOF, τα αποτελέσματα των οποίων αναπτύσσονται στα κεφάλαια 4 και 5, η ραγδαία αύξηση της ταχύτητας της φάσης του νερού στην περιοχή επαφής του με το σώμα, στα πρώτα βήματα ανάπτυξης του φαινομένου slamming όπως και η εν συνεχεία ανύψωση στο χώρο του επιπέδου της ελεύθερης επιφάνειας θα μπορούσε να επιφέρει ανάλογη αστάθεια σύγκλισης λόγω απότομης αύξησης του αριθμού Courant. Πράγματι, στις πρώτες απόπειρες προσομοίωσης του προβλήματος διαπιστώθηκαν τέτοια φαινόμενα. Εν γένει, σε όλες τις αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν, το κατάλληλο χρονικό βήμα για την αποφυγή αστάθειας κυμαινόταν μεταξύ 0.0001s και 0.0002s. Επιπλέον, ήταν οπωσδήποτε απαραίτητη η εφαρμογή πυκνού πλέγματος κοντά στο σώμα για λόγους ικανοποίησης των οριακών συνθηκών των εξισώσεων της τυρβώδους προσομοίωσης RANS στο οριακό στρώμα και στο τοίχωμα και η κατ'αυτόν τον τρόπο αντιμετώπιση της χρονικής διακριτοποίησης ώστε να ικανοποιείται ταυτόχρονα η συνθήκη CFL. Όσον αφορά την παραμορφούμενη ελεύθερη επιφάνεια, η διακριτοποίησή της έγινε με πυκνότερο πλέγμα προς το σώμα και αραιότερο μακριά από το σώμα, διατηρώντας όμως μία συμμετρική και σταδιακή αύξηση των υπολογιστικών κελιών ώστε να διατηρείται μία αποδεκτή συμμορφία. Αυτό επιτεύχθηκε με τη διατήρηση χαμηλών επιπέδων παραμόρφωσης των τριγωνικών κελιών (κάτω από 5%). Όλες οι παραπάνω υποθέσεις και ενέργειες ήταν απαραίτητες για τη διατήρηση της γενικότερης ευστάθειας του αλγορίθμου χρονικής ολοκλήρωσης με ικανοποίηση της συνθήκης CFL.

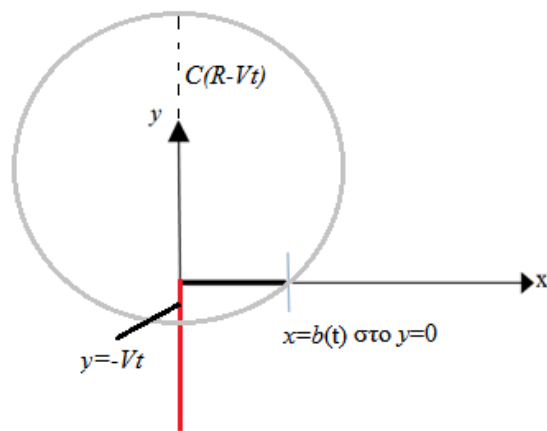
3. Αναλυτική προσέγγιση του δισδιάστατου υδροδυναμικού προβλήματος πρόσκρουσης-slamming κύματος κλίσης 100% (steep-wave slamming) σε διάτρητο κύλινδρο.

3.1 Το θεωρητικό μοντέλο.

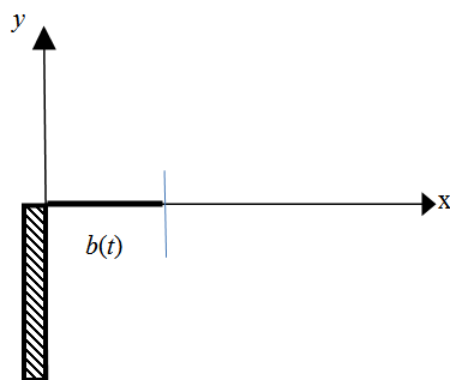
Στο παρόν κεφάλαιο διερευνάται το πρόβλημα κυλίνδρου που υπόκειται στην απότομη πρόσκρουση κύματος μεγάλης κλίσης (steep wave) πολύ μικρής διάρκειας, εστιάζοντας στα αρχικά στάδια της πρόσκρουσης και με αυτόν τον τρόπο, υποθέτοντας ότι $t \rightarrow 0^+$. Το σχετικό πρόβλημα συνοριακών τιμών (ΠΣΤ) που αναπτύσσεται είναι ουσιαστικά μεικτών συνοριακών τιμών (ΠΜΣΤ). Ως εκ τούτου η μαθηματική διατύπωση διέπεται από δύο κυρίαρχες συνθήκες: (i) το δυναμικό στην ελεύθερη επιφάνεια μακρυνά από τον κύλινδρο τίθεται ίσο με μηδέν και (ii) επί της επιφανείας του κυλίνδρου (στον ισοδύναμο γραμμικοποιημένο χώρο) ο υπολογισμός της πίεσης μέσω της εξίσωσης Bernoulli διατυπώνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να λαμβάνονται υπόψη τα υφιστάμενα κενά (ανοίγματα) επί της κατασκευής. Συγκεκριμένα, τα ανοίγματα λαμβάνονται υπόψη από δύο συντελεστές: (α) τον συντελεστή εκπλήρωσης της κατασκευής με νερό, μ και (β) τον συντελεστή ανοιγμάτων (ανοικτής επιφάνειας), τ , ως ποσοστά της πλήρους προσβαλλόμενης επιφάνειας της κατασκευής. Το πρόβλημα επιλύεται με ανώτερες μαθηματικές-αναλυτικές προσεγγίσεις με στόχο την παραγωγή ενός συστήματος Συνήθων Διαφορικών Εξισώσεων (ΣΔΕ). Το σύστημα ΣΔΕ προσεγγίζεται περαιτέρω στο πεδίο του χρόνου με χρήση αριθμητικής ανάλυσης. Από άλλη σκοπιά, η συγκεκριμένη θεώρηση διάτρητου κυλίνδρου θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι εφαρμόζεται ως γενίκευση ενώ η αναπτυσσόμενη στα ακόλουθα αναλυτική περιγραφή του προβλήματος για στερεή κυλινδρική τομή (χωρίς κενά) θα μπορούσε να επιτευχθεί με πλήρη εξάλειψη των ανοιγμάτων. Κατά συνέπεια, η παρούσα ανάλυση στοχεύει στη σύνθεση ενός μαθηματικού μοντέλου το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε πάσης φύσεως δισδιάστατες προσεγγίσεις προβλημάτων steep wave-slamming είτε για διάτρητες διατάξεις ή για κατασκευές με συνεχή-χωρίς κενά, στερεή επιφάνεια.

Η ακτίνα του κυλίνδρου συμβολίζεται με R . Η ταχύτητα του μετώπου κυματισμού είναι σταθερή και ίση με V κατά τη διάρκεια που το ρευστό εισρέει στον κύλινδρο με ρυθμό Vt (Εικ. 3.1). Λαμβάνεται υπόψη η προσέγγιση Von Karman για την ασκούμενη φόρτιση σε λεπτότοιχες κατασκευές με μεγάλα ανοίγματα, όπως διατυπώνεται στην εργασία του Molin [18] με βάση την οποία προσεγγίζεται η διείδυση του μετώπου του κυματισμού εντός της διάτρητης κατασκευής (και η τοποθέτηση της γραμμής επαφής σώματος-ρευστού). Ακόμη, με βάση την προσέγγιση Von Karman σε προβλήματα βίαιης πρόσκρουσης σώματος από/προς την ελεύθερη επιφάνεια του νερού, η μορφή της ελεύθερης επιφάνειας πέραν του

σημείου επαφής λαμβάνεται επίπεδη σε όλη τη διάρκεια του φαινομένου, δηλαδή δεν υπολογίζονται διαταραχές-μεταβολές του προφίλ της, όπως με την υπόθεση Wagner αλλά και τις ευρύτερες προσεγγίσεις και βιβλιογραφικές αναφορές που περιγράφονται στα κεφάλαια 2, 4 και 5 της παρούσας διατριβής. Σε κάθε χρονικό βήμα το μέτωπο κυματισμού τέμνει τον κύλινδρο κατά τις διαστάσεις $-b(t)$ και $+b(t)$ όπως φαίνεται στην Εικ.3.1. Το σύστημα συντεταγμένων (x, y) μετακινείται μαζί με το μέτωπο κυματισμού και πάντοτε η αρχή του είναι το αρχικό σημείο πρόσκρουσης, δηλαδή το κέντρο του μετώπου του κυματισμού που προσβάλλει την κατασκευή.



Εικόνα 3.1. Ο μαθηματικός χώρος του MBVP



Εικόνα 3.2 Ο γραμμικοποιημένος χώρος

Το πρόβλημα είναι συμμετρικό και μπορεί να επιλυθεί στο ήμισυ του χώρου: $x>0$ και $y<0$. Η απλοποίηση του προβλήματος στο ήμισυ του χώρου προαπαιτεί την υπόθεση

εικονικής οριακής συνθήκης συμμετρίας-μη διαπερατότητας (no slip) στο όριο $x=0, y<0$, η οποία θα είναι $\partial\phi/\partial x=0$, όπου ϕ το δυναμικό της ταχύτητας. Βάσει των ανωτέρω υποθέσεων σχεδιάζεται όπως στην Εικ. 3.2 ο ισοδύναμος γραμμικοποιημένος χώρος με τη βοήθεια του οποίου προσεγγίζεται το πρόβλημα, για $t \rightarrow 0^+$.

Το βρεχόμενο, κάθε χρονική στιγμή, τμήμα της κατασκευής που περιγράφεται από τις συντεταγμένες $y=0, 0 < x < b(t)$, είναι διάτρητο. Ύστερα από την παραπάνω φυσική διατύπωση του προβλήματος μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά το ΠΜΣΤ που το διέπει, το οποίο περιλαμβάνει:

- Την εξίσωση Laplace (2D) σε όλο το χώρο του ρευστού

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0, (y < 0, x > 0) \quad (3.1)$$

- τη συνθήκη συμμετρίας-μη διαπερατότητας στο $x=0$,

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, (x = 0, y < 0) \quad (3.2)$$

- τη δυναμική συνθήκη στο μέτωπο κυματισμού

$$\phi = 0, (y = 0, b(t) < x) \quad (3.3)$$

- και τη δυναμική συνθήκη στην διάτρητη περιοχή (βλ. Molin [52])

$$p = \rho \frac{1-\tau}{2\mu\tau^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} - V \right)^2 \quad (y = 0, 0 < x < b(t)) \quad (3.4)$$

Στην (3.4) ρ είναι η πυκνότητα του ρευστού, μ ο συντελεστής εκπλήρωσης ο οποίος λαμβάνεται τυπικά ίσος με 0.5 (ποσοστό της επιφάνειας της κατασκευής την οποία έχει διαπεράσει το ρευστό) ενώ τ ο συντελεστής ανοικτής επιφάνειας, δηλαδή ο λόγος διάτρητης επιφάνειας προς τη συνολικά προσβαλλόμενη επιφάνεια από το κύμα. Η υπόθεση μεγάλων ανοιγμάτων ισοδυναμεί με ανοικτή επιφάνεια άνω του 50% της συνολικής της κατασκευής, δηλ. $0.5 < \tau < 1$.

Στη συνέχεια προσεγγίζεται η εξίσωση Bernoulli μόνο από τη γραμμική συνιστώσα της, δηλαδή στη μορφή:

$$p = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t}, \quad (y < 0, \quad x > 0). \quad (3.5)$$

Από τις εξισώσεις (3.4) και (3.5) προκύπτει ότι ισχύει στο διάτρητο τμήμα της προσβαλλόμενης επιφάνειας η σχέση

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{1-\tau}{2\mu\tau^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} - V \right)^2 \quad (y = 0, \quad 0 < x < b(t)) \quad (3.6)$$

- Τέλος, εφαρμόζεται και η συνθήκη για το δυναμικό της ταχύτητας στο άπειρο, δηλ.

$$\phi \rightarrow 0, \quad (x^2 + y^2 \rightarrow \infty). \quad (3.7)$$

3.2 Μέθοδος Επίλυσης.

Το ΠΜΣΤ συντίθεται από το σύστημα των εξισώσεων (3.1)-(3.3), (3.6)-(3.7). Για να λυθεί το σύστημα αρχικά λαμβάνεται υπόψη μία λύση που ικανοποιεί ταυτόχρονα την πεδιακή εξίσωση Laplace (3.1), τη συνοριακή συνθήκη συμμετρίας (3.2) και τη συνθήκη για το δυναμικό στο άπειρο (3.7). Σύμφωνα με τον Tranter [81] μία τέτοια λύση είναι η ακόλουθη

$$\phi = \int_0^{\infty} \xi(u) e^{yu} \cos(xu) du \quad (3.8)$$

όπου η συνάρτηση $\xi(u)$ αποτελεί άγνωστη ποσότητα που πρέπει να υπολογιστεί. Εύκολα συμπεραίνεται ότι η λύση (3.8) ικανοποιεί τη συνοριακή συνθήκη στο άπειρο (3.7). Στην (3.8) λαμβάνεται υπόψη η ακόλουθη ταυτότητα (βλ. Abramowitz and Stegun [82], εξισώσεις 10.1.12, 10.1.1 and 9.1.2)

$$\cos(xu) = \sqrt{\frac{\pi ux}{2}} J_{\nu}(ux) \quad (3.9)$$

όπου J_{ν} η συνάρτηση Bessel 1ου είδους κλασματικής τάξης $\nu = -1/2$. Εισάγοντας την (3.9) στην (3.8) η τελευταία μετατρέπεται στην ακόλουθη μορφή

$$\phi = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} \int_0^{\infty} u^{1/2} \xi(u) e^{yu} J_{\nu}(ux) du \quad (3.10)$$

Για να ικανοποιηθεί η δυναμική συνθήκη στο μέτωπο κυματισμού (3.3) λαμβάνεται υπόψη μία εύχρηστη σχέση που υπάρχει στο έργο του Watson [83], σελ. 401 (βλ. επίσης Tranter [81]):

$$\int_0^{\infty} u^{-p} J_{\nu+2n-1+p}(bu) J_{\nu}(ux) du = 0 \quad (b < x) \quad (3.11)$$

για $p = \pm 1/2$. Εδώ υποθέτουμε $p = 1/2$, συνεπώς $\text{Re}(\nu) > -1$ (βλ. [81]), καθώς και ότι

$$\xi(u) = u^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} C_n J_{\nu+2n-1+p}(bu) \quad (3.12)$$

Οι τελευταίες σχέσεις ισχύουν για κάθε n φυσικό αριθμό. Εφόσον η συνάρτηση $\xi(u)$ και τα στιγμιαία προσβαλλόμενα από το κύμα διαστήματα, b είναι συναρτήσεις του χρόνου, λαμβάνονται και οι ποσότητες C_n ως συναρτήσεις του χρόνου t . Στη συνέχεια εισάγεται η (3.12) στην (3.10) και προκύπτει η νέα μορφή της συνάρτησης δυναμικού της ταχύτητας:

$$\phi = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \int_0^{\infty} u^{-1/2} e^{yu} J_{\nu+2n-1+p}(bu) J_{\nu}(ux) du \quad (3.13)$$

Η (3.13) προσδιορίζεται για $y=0$ για να επιβεβαιωθεί η ισχύς της οριακής συνθήκης (3.3). Πράγματι, θέτοντας στην (3.13) $y=0$ προκύπτει

$$\phi = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \int_0^{\infty} u^{-1/2} J_{\nu+2n-1+p}(bu) J_{\nu}(ux) du \quad (3.14)$$

η οποία είναι ίση με μηδέν στο διάστημα $x > b$ λόγω της (3.11), επομένως, η οριακή συνθήκη (3.3) έχει ικανοποιηθεί.

Η συνθήκη που θα πρέπει επιπλέον να ικανοποιηθεί στο εύρος $0 < x < b(t)$ είναι η εξίσωση Bernoulli (3.6). Με παραγωγή ως προς t της (3.13) και θέτοντας, κατόπιν, $y=0$, λαμβάνεται

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{y=0} &= \sqrt{\frac{\pi x}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{C}_n \int_0^{\infty} u^{-1/2} J_{\nu+2n-1+p}(bu) J_{\nu}(ux) du \\ &\quad - \sqrt{\frac{\pi x}{2}} \dot{b} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \int_0^{\infty} u^{1/2} J_{\nu+2n+p}(bu) J_{\nu}(ux) du \\ &\quad + \sqrt{\frac{\pi x}{2}} \frac{\dot{b}}{b} \sum_{n=1}^{\infty} (\nu+2n-1+p) C_n \int_0^{\infty} u^{-1/2} J_{\nu+2n-1+p}(bu) J_{\nu}(ux) du \end{aligned} \quad (3.15)$$

στο $0 < x < b(t)$.

Στη συνέχεια διερευνάται ο υπολογισμός των ολοκληρωμάτων του 1ου και του 3ου όρου του δεξιού σκέλους της (3.15). Για $0 < x < b(t)$, ισχύει (βλ. Tranter [81], σελ. 201, Εξ. (5)) :

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} u^{-p} J_{\nu+2n-1+p}(bu) J_{\nu}(ux) du &= \frac{2^{-p} x^{\nu} \Gamma(n+\nu)}{b^{\nu+1-p} \Gamma(\nu+1) \Gamma(n+p)} \times \\ &\quad {}_2F_1\left(n+\nu, -n+1-p; \nu+1; \frac{x^2}{b^2}\right) \\ &= \frac{2^{-p} x^{\nu} \Gamma(n+\nu)}{b^{\nu+1-p} \Gamma(\nu+1) \Gamma(n+p)} \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)^p \times \\ &\quad {}_2F_1\left(-n+1, n+\nu+p; \nu+1; \frac{x^2}{b^2}\right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

όπου ${}_2F_1$ η υπεργεωμετρική συνάρτηση μίας μεταβλητής και Γ η συνάρτηση Γάμμα. Χρησιμοποιώντας από την (3.16) την πρώτη επιλογή και υποθέτοντας $\nu = -1/2$, $p = 1/2$, προκύπτει:

$$\int_0^{\infty} u^{-1/2} J_{\nu+2n-1+p}(bu) J_{\nu}(ux) du = \frac{\Gamma\left(n-\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{2\pi x} \Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)} \times \quad (3.17)$$

$${}_2F_1\left(-\left(\frac{1}{2}-n\right), \frac{1}{2}-n; \frac{1}{2}; \frac{x^2}{b^2}\right)$$

για $0 < x < b(t)$. Υποθέτοντας, πλέον ότι $x = b \sin \theta$, η (3.17) μπορεί να αποκτήσει μία πιο απλή μορφή:

$$\int_0^{\infty} u^{-1/2} J_{\nu+2n-1+p}(bu) J_{\nu}(ux) du = \frac{\Gamma\left(n-\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{2\pi x} \Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)} \cos[(2n-1)\theta] \quad (3.18)$$

η οποία πλέον ισχύει στο διάστημα $0 < \theta < \pi/2$.

Στη συνέχεια αναζητείται η επίλυση του ολοκληρώματος του 2ου όρου του δεξιού σκέλους της (3.15). Για αυτό χρησιμοποιείται μία σχέση που παρουσιάζεται στο έργο των Gradshteyn and Ryzhik [84], σελ. 683 βάσει της οποίας:

$$\int_0^{\infty} u^{-\lambda} J_{\kappa}(au) J_{\mu}(\beta u) du = \frac{\beta^{\kappa} \Gamma\left(\frac{\mu+\kappa-\lambda+1}{2}\right)}{2^{\lambda} \alpha^{\mu-\lambda+1} \Gamma\left(\frac{\kappa-\mu+\lambda+1}{2}\right) \Gamma(\kappa+1)} \times {}_2F_1\left(\frac{\mu+\kappa-\lambda+1}{2}, \frac{-\kappa+\mu-\lambda+1}{2}; \mu+1; \frac{\beta^2}{\alpha^2}\right) \quad (3.19)$$

η οποία ισχύει για $\text{Re}(\kappa+\mu-\lambda+1) > 0$; $\text{Re}(\lambda) > -1$; $0 < \beta < \alpha$. Και πάλι θέτοντας $\nu = -1/2$, $p = 1/2$ και αφού επίσης υποθέσουμε ότι $\kappa = 2n$, $\mu = -1/2$, $\alpha = b$, $x = \beta$, $\lambda = -1/2$ στην (3.19), το ολοκλήρωμα στο

$$\text{αριστερό σκέλος γράφεται } \int_0^{\infty} u^{1/2} J_{2n}(bu) J_{-1/2}(ux) du.$$

Προφανώς όλες οι συνθήκες για την ισχύ της (3.19) ικανοποιούνται και η εξίσωση μετατρέπεται ως:

$$\int_0^{\infty} u^{1/2} J_{2n}(bu) J_{-1/2}(ux) du = \frac{x^{2n} \sqrt{2}}{b \Gamma(2n+1)} {}_2F_1\left(\frac{1}{2} + n, \frac{1}{2} - n; \frac{1}{2}; \frac{x^2}{b^2}\right) \quad (3.20)$$

η οποία ισχύει για $0 < x < b(t)$. Η υπεργεωμετρική συνάρτηση στην (3.20) μπορεί να απλουστευθεί εάν θέσουμε $x = b \sin \theta$. Τότε θα προκύψει (βλ. Abramowitz and Stegun [82], σελ. 556)

$$\int_0^{\infty} u^{1/2} J_{2n}(bu) J_{-1/2}(ux) du = \frac{x^{2n} \sqrt{2}}{b \Gamma(2n+1)} \frac{\cos(2n\theta)}{\cos \theta} \quad (3.21)$$

για $0 < \theta < \pi/2$.

Στη συνέχεια, εισάγοντας τις εξισώσεις (3.18) και (3.21) στην (3.15) λαμβάνεται η τελική μορφή της χρονικής παραγώγου του δυναμικού της ταχύτητας για $y=0$:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{y=0} &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{C}_n \frac{\Gamma\left(n - \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right)} \cos[(2n-1)\theta] - \sqrt{\pi} \dot{b} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{b^{2n-1/2}}{\Gamma(2n+1)} (\sin \theta)^{2n+1/2} \frac{\cos(2n\theta)}{\cos \theta} \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\dot{b}}{b} \sum_{n=1}^{\infty} (2n-1) C_n \frac{\Gamma\left(n - \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right)} \cos[(2n-1)\theta] \end{aligned} \quad (3.22)$$

για $0 < \theta < \pi/2$.

Ακόμη θα πρέπει να υπολογιστεί η ταχύτητα $\left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_{y=0}$ για $0 < x < b(t)$.

Παραγωγίζοντας την (3.13) ως προς $y=0$, εύκολα προκύπτει ότι

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_{y=0} = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \int_0^{\infty} u^{1/2} J_{\nu+2n-1+p}(bu) J_{\nu}(ux) du \quad (3.23)$$

Για το ολοκλήρωμα της (3.23) μπορεί να χρησιμοποιηθεί άλλη μία παρόμοια με τις προηγούμενες, σχέση του Tranter [81] (σελ. 201, Εξ. (4)) η οποία ορίζει ότι,

$$\int_0^{\infty} u^p J_{\nu+2n-1+p}(bu) J_{\nu}(ux) du = \frac{2^p x^{\nu} \Gamma(n+\nu+p)}{b^{\nu+1+p} \Gamma(\nu+1) \Gamma(n)} \times {}_2F_1\left(n+\nu+p, -n+1-p; \nu+1; \frac{x^2}{b^2}\right) \quad (3.24)$$

Για την αντικατάσταση-απλοποίηση των υπεργεωμετρικών συναρτήσεων μπορούν να ακολουθηθούν, ομοίως τα ίδια βήματα για την εξεύρεση της σχέσης (3.13), ήτοι να χρησιμοποιηθούν οι σχέσεις που παραθέτουν οι Abramowitz and Stegun [82] εφόσον τεθεί $y = b \cos \theta$.

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{1}{b} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{\cos[(2n-1)\theta]}{\cos \theta} \quad (3.25)$$

για $0 < \theta < \pi/2$.

Τελικά, με χρήση των (3.22) και (3.25), η εξίσωση (3.6) θα λάβει την ακόλουθη μορφή:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{C}_n \frac{\Gamma\left(n-\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)} \cos[(2n-1)\theta] - \sqrt{\pi b} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{b^{2n-1/2}}{\Gamma(2n+1)} (\sin \theta)^{2n+1/2} \frac{\cos(2n\theta)}{\cos \theta} \\ & + \frac{1}{2} \frac{\dot{b}}{b} \sum_{n=1}^{\infty} (2n-1) C_n \frac{\Gamma\left(n-\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)} \cos[(2n-1)\theta] = \frac{\tau-1}{2\mu\tau^2} \left(\frac{1}{b} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{\cos[(2n-1)\theta]}{\cos \theta} - V \right)^2 \end{aligned} \quad (3.26)$$

η οποία θα ισχύει στο εύρος $0 < \theta < \pi/2$. Σημειώνεται ότι με βάση την υπόθεση Von Karman, η προβολή $b(t)$ του βρεχόμενου τμήματος προσδιορίζεται με τη σχέση $b(t) = \sqrt{2RVt - (Vt)^2}$. Η σχέση (3.26) χρησιμεύει στον υπολογισμό των αγνώστων συντελεστών ολοκλήρωσης $C_n(t)$. Αν πολλαπλασιαστούν τα δύο σκέλη της (3.26) επί $\cos[(2s-1)\theta]$, $s \geq 1$ και η προκύπτουσα έκφραση ολοκληρωθεί ως προς θ στο διάστημα $[0, \pi/2]$, εφαρμόζοντας ταυτόχρονα τη σχέση ορθογωνικότητας των τριγωνομετρικών τόξων:

$$\int_0^{\pi/2} \cos[(2n-1)\theta] \cos[(2s-1)\theta] d\theta = \frac{\pi}{4} \delta_{ns}, \quad (3.27)$$

όπου δ η συνάρτηση Kroneker-delta, προκύπτει η σχέση

$$\begin{aligned}
\dot{C}_s &= \frac{8\sqrt{\pi}}{\pi} \dot{b} \frac{\Gamma(s+1/2)}{\Gamma(s-1/2)} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{b^{2n-1/2}}{\Gamma(2n+1)} \int_0^{\pi/2} \frac{(\sin \theta)^{2n+1/2}}{\cos \theta} \cos(2n\theta) \cos[(2n-1)\theta] d\theta \\
&- \frac{\dot{b}}{b} (2s-1) C_s \\
&- \frac{2V}{b} \frac{\tau-1}{2\mu\tau^2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \int_0^{\pi/2} \frac{\cos[(2n-1)\theta] \cos[(2s-1)\theta]}{\cos \theta} d\theta \\
&+ V^2 \frac{\tau-1}{2\mu\tau^2} \frac{(-1)^{s-1}}{2s-1} \\
&+ \frac{\tau-1}{2\mu\tau^2} \frac{1}{b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} C_n C_m \int_0^{\pi/2} \frac{\cos[(2n-1)\theta] \cos[(2m-1)\theta] \cos[(2s-1)\theta]}{\cos^2 \theta} d\theta
\end{aligned} \tag{3.28}$$

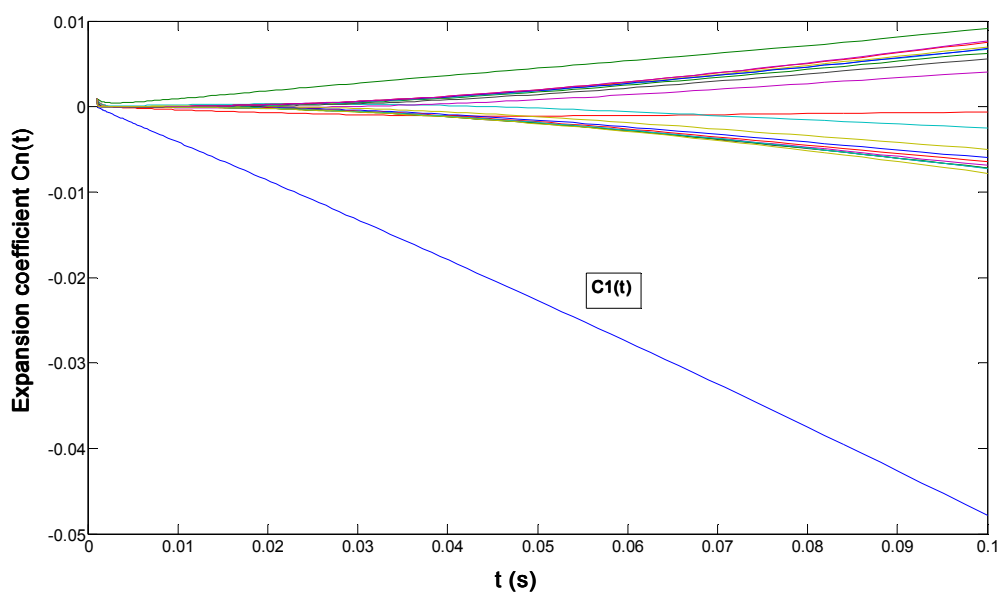
Η τελευταία έκφραση αποτελεί σύστημα μη γραμμικών ΣΔΕ οι οποίες μπορούν να επιλυθούν με κλασικές προσεγγιστικές-αριθμητικές μεθόδους. Για την παρούσα εφαρμογή χρησιμοποιείται η μέθοδος Runge-Kutta σε κώδικα που προγραμματίζεται στο περιβάλλον Matlab. Τα ολοκληρώματα στην (3.28) είναι συγκλίνοντα σε πραγματικές, πεπερασμένες τιμές. Μετά τον υπολογισμό των αγνώστων συντελεστών C_s , οι χωρικές τους παράγωγοι προσεγγίζονται απευθείας μέσω της (3.28) ενώ το δυναμικό της ταχύτητας καθώς και η πίεση πάνω στην προσβαλλόμενη από το κύμα επιφάνεια του κυλίνδρου προσδιορίζονται από τις (3.14), (3.5) και (3.22).

3.3. Αριθμητικά αποτελέσματα για κύλινδρο κυκλικής διατομής.

Στις ακόλουθες γραμμές αναλύονται ορισμένα ενδεικτικά αποτελέσματα της μεθόδου που αναπτύσσεται στις προηγούμενες παραγράφους για τον σχολιασμό του υδροδυναμικού φαινομένου 2D πίεσης slamming λόγω πρόπτωσης steep-wave σε ακίνητο διάτρητο κύλινδρο με βάση την ακολουθούμενη προσέγγιση. Τα αποτελέσματα αντιστοιχούν σε κύλινδρο ακτίνας $R=1\text{m}$ που υπόκειται στην πρόσκρουση steep-wave με σταθερή ταχύτητα $V=1\text{m/s}$. Ο συντελεστής εκκλήρωσης λαμβάνει τυπικά την τιμή $\mu=0.5$, υποθέτοντας ότι η μισή επιφάνεια της κατασκευής θα διαπεραστεί/πληρωθεί με νερό. Ιδιαίτερη έμφαση δίδεται στην προσέγγιση της αναπτυσσόμενης κατανομής της πίεσης επί της διάτρητης επιφάνειας η οποία παρουσιάζεται με τιμές p/ρ [βλ. εξίσωση (3.5)].

Κατ' αρχάς θα πρέπει να επισημανθεί ότι η παρούσα εφαρμογή της θεωρίας von Karman αποτελεί μία απλούστευση του πραγματικού φαινομένου slamming, μη λαμβάνοντας υπόψη μαθηματικά την εμφάνιση “jet-splashing” (κλπ. σχετικών μορφών αποκόλλησης ροής,

βλ. κεφάλαια 2, 4 και 5 της παρούσας διατριβής) στο σημείο επαφής $x=b(t)$, $y=0$ που αντιστοιχεί στο ακραίο σημείο της προσβαλλόμενης κατασκευής. Η θεώρηση von Karman αντιστοιχεί σε προσέγγιση του φυσικού προβλήματος για μεγάλο συντελεστή ανοικτής επιφάνειας, τ , με βάση την οποία δεν αναμένονται αξιοσημείωτες μορφές “splashing”. Για χαμηλές τιμές τ θα πρέπει να εφαρμοστεί η θεώρηση Wagner σε προβλήματα πρόσκρουσης με την ελεύθερη επιφάνεια για την εκτίμηση της σχετικής μορφής του αναπτυσσόμενου προφίλ της. Ανάλογα, μπορούν να εφαρμοστούν οι βασιζόμενες στη θεώρηση Wagner σύγχρονες υπολογιστικές προσεγγίσεις για την προσομοίωση ανάλογων μορφών αποκόλλησης στο ακραίο σημείο της βρεχόμενης επιφάνειας [1,3,16,70], με μοντέλα όπως αυτό που αναπτύσσεται στα σχετιζόμενα με προβλήματα bottom-slamming, κεφάλαια 2 και 4. Κατά συνέπεια, η παρούσα εφαρμογή περιλαμβάνει περιπτώσεις σχετικά μεγάλων τιμών τ .

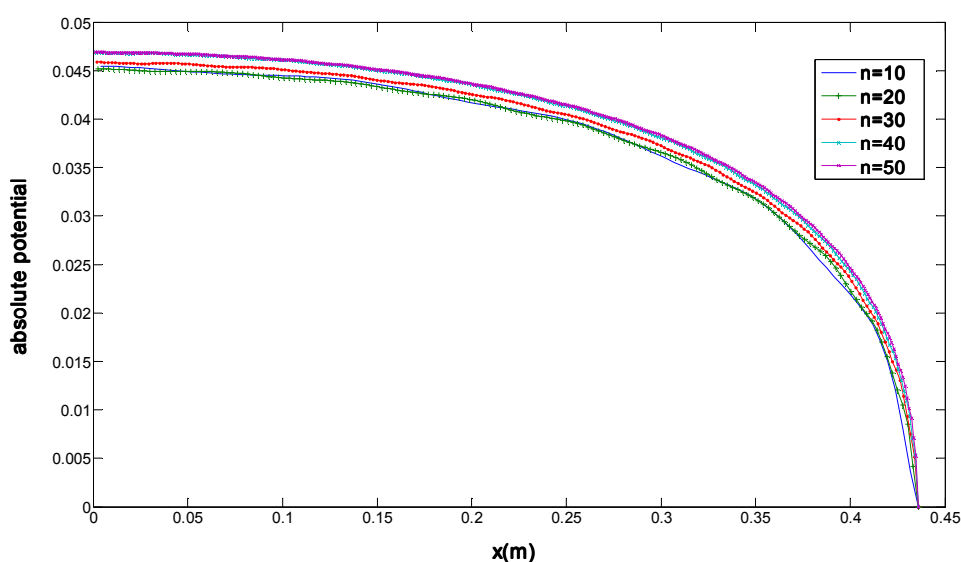


Εικόνα 3.3. Οι συντελεστές C_n ως συναρτήσεις του χρόνου (για τις πρώτες 20 ιδιομορφές) για $R=1\text{m}$, $V=1\text{m/s}$, $\mu=0.5$, $\tau=0.7$.

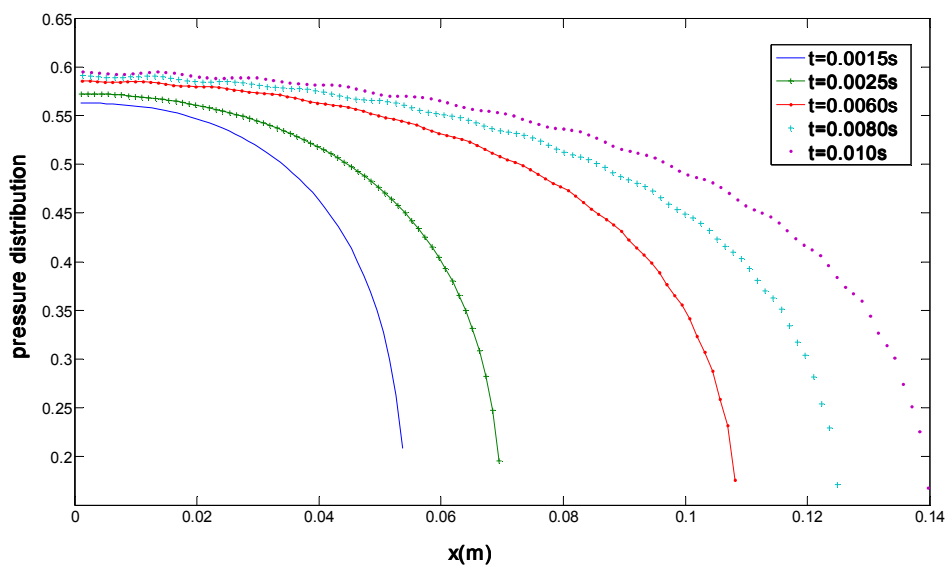
Στην Εικ.3.3 παρουσιάζονται σε πρώτη φάση οι συμπεριφορές των συντελεστών ολοκλήρωσης $C_n(t)$ με την πάροδο του χρόνου. Συγκεκριμένα παρουσιάζεται η ευρύτερη περίπτωση $\tau=0.7$ για ένα μικρό χρονικό διάστημα στα πρώτα στάδια της πρόσκρουσης, $t=[0, 0.1\text{s}]$. Η χρονική μεταβολή των συντελεστών $C_n(t)$ αντιστοιχεί στις πρώτες 20 ιδιομορφές. Μπορεί εύκολα να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι η μέγιστη συνεισφορά στη διαμόρφωση των τιμών $C_n(t)$ οφείλεται στην τιμή $C_1(t)$. Οι συντελεστές των ανώτερων ιδιομορφών είναι σχετικά μικροί. Ακολούθως, με την Εικ.3.4 πραγματοποιείται ένας έλεγχος σύγκλισης της

μεθόδου με αύξηση των συνολικών ιδιομορφών που περιγράφουν το δυναμικό της ταχύτητας, περιέχοντας 5 καμπύλες που αντιστοιχούν στις λύσεις μέσω 10, 20, 30, 40 και 50 ιδιομορφών. Φαίνεται ξεκάθαρα ότι οι καμπύλες συμπίπτουν στο μέγιστο βαθμό, επομένως η σύγκλιση της μεθόδου είναι εξασφαλισμένη. Ακόμη φαίνεται ότι το δυναμικό στο ακραίο σημείο του σώματος που εφάπτεται με την ελεύθερη επιφάνεια τείνει στο μηδέν, γεγονός που ήταν αναμενόμενο καθώς, από εκείνο το σημείο και πέρα, δηλ. για $x > b(t)$ το δυναμικό θα πρέπει να είναι ίσο με το μηδέν (λόγω δυναμικής συνθήκης στο μέτωπο κυματισμού (3.3)).

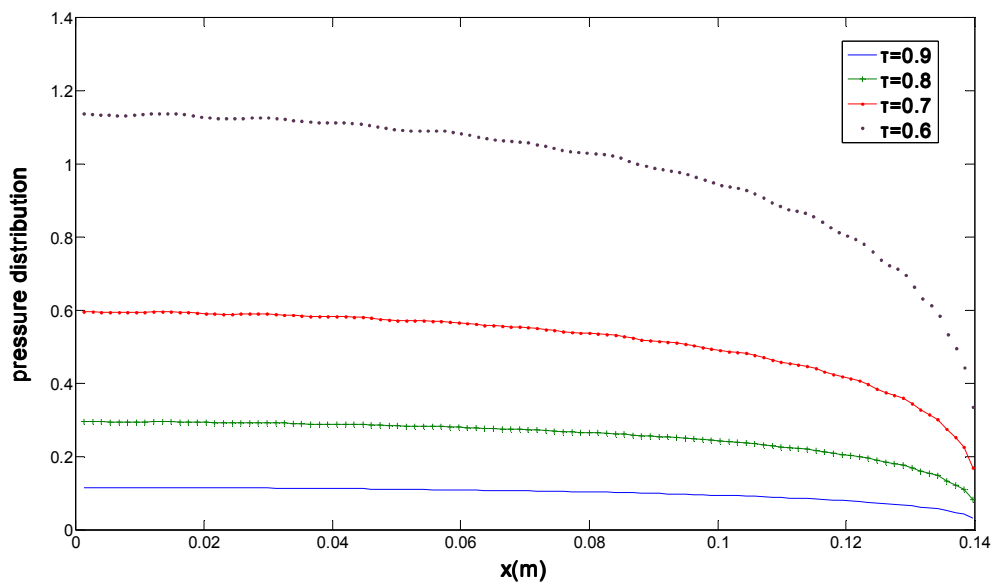
Στην Εικ.3.5 παρουσιάζεται η κατανομή της πίεσης στη βρεχόμενη-προσβαλλόμενη συνολική επιφάνεια της κατασκευής, σε διάφορες χρονικές στιγμές, η οποία επιδεικνύει μία φθίνουσα τάση από το σημείο πρώτης πρόσκρουσης ($x=0$) και καθώς $x \rightarrow b(t)$, σε κάθε χρονική στιγμή. Η πίεση υπολογίζεται ουσιαστικά μέσω της σχέσης (3.22) η οποία περιλαμβάνει τρεις όρους από τους οποίους ο $1^{\text{ος}}$ και ο $3^{\text{ος}}$ τείνουν στο μηδέν για $x=b(t)$. Εντούτοις, ο $2^{\text{ος}}$ όρος φαίνεται ότι αποκλίνει ρητά για $x=b(t)$ (ή $\theta=\pi/2$). Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι οι υπεργεωμετρικές συναρτήσεις δεν είναι πάντα συγκλίνουσες και, σε γενικές γραμμές, παρουσιάζουν ασυνέχειες όταν το όρισμα είναι ίσο της μονάδας (εν προκειμένω αυτό ισχύει για $x=b$, ή για $\theta=\pi/2$). Παρ'όλ'αυτά, στην παρούσα περίπτωση ο $2^{\text{ος}}$ όρος της πίεσης στην (3.22) διέπεται από την υπεργεωμετρική συνάρτηση της εξίσωσης (3.20) η οποία όντως είναι μηδενική για $x=b$, για κάθε n . Επομένως, είναι προφανές ότι η πίεση είναι ρητά μηδενική στο ακραίο σημείο της κατασκευής ή σημείο επαφής της με την ελεύθερη επιφάνεια, $x=b(t)$.



Εικόνα 3.4. Σύγκλιση του δυναμικού της ταχύτητας στο βρεχόμενο τμήμα για $R=1\text{m}$, $V=1\text{m/s}$, $\mu=0.5$, $\tau=0.7$, $t=0.1\text{s}$. Περιλαμβάνονται 5 συμπίπτουσες καμπύλες που αντιστοιχούν στις λύσεις για 10, 20, 30, 40 και 50 ιδιομορφές.



Εικόνα 3.5. Κατανομή της πίεσης στο βρεχόμενο τμήμα για $R=1m$, $V=1m/s$, $\mu=0.5$, $\tau=0.7$ (30 ιδιομορφές) σε διάφορες χρονικές στιγμές.

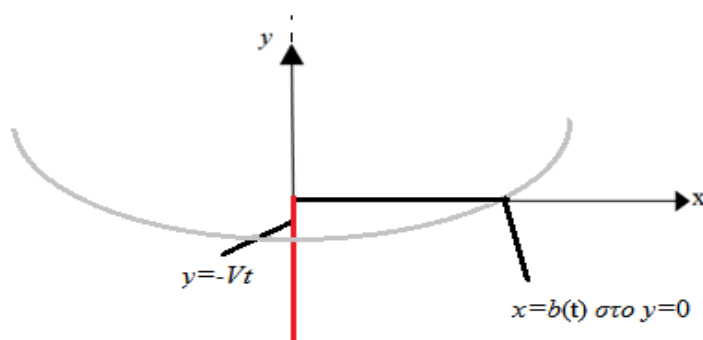


Εικόνα 3.6. Κατανομή της πίεσης στο βρεχόμενο τμήμα κυλίνδρου κυκλικής διατομής τη χρονική στιγμή $t=0.01s$, για $R=1m$, $V=1m/s$, $\mu=0.5$ (30 ιδιομορφές) για διαφορετικές τιμές του συντελεστή τ .

Τέλος στην Εικ.3.6 παρουσιάζεται η κατανομή της πίεσης για διάφορες τιμές του συντελεστή ανοικτής επιφάνειας, τ . Οι καμπύλες αντιστοιχούν στην ίδια χρονική στιγμή ενώ επίσης διερευνώνται περιπτώσεις σχετικά μεγάλων τ έτσι ώστε να συμβαδίζει η λύση με την υπόθεση του Von Karman. Όπως ήταν αναμενόμενο, η πίεση αυξάνει με μείωση του τ .

3.4. Επέκταση του μοντέλου σε κύλινδρο ελλειπτικής διατομής.

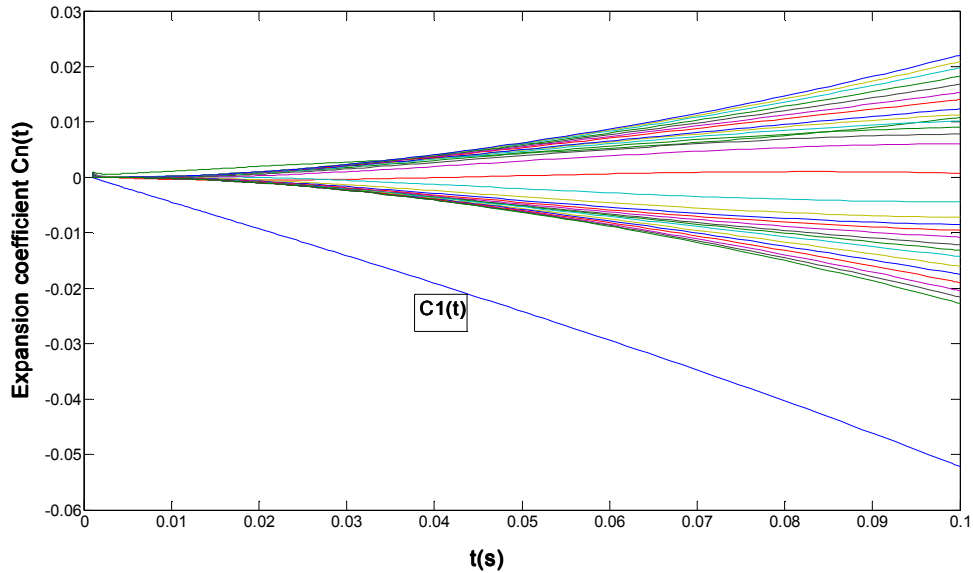
Η αναλυτική επίλυση του προβλήματος με τη μεθοδολογία που περιγράφεται με τις σχέσεις (3.1)-(3.28), επεκτείνεται επιπλέον από την εφαρμογή για την κυκλική διατομή σε ελλειπτική διατομή, με μεγάλο ημιάξονα, a και μικρό, β , παράλληλους στους άξονες x και y , αντίστοιχα και με κέντρο της έλλειψης στην αρχή των αξόνων, η οποία συμπίπτει και με τον κεντρικό άξονα του κυλίνδρου. Η μόνη διαφορά από την προηγούμενη διαδικασία είναι ο υπολογισμός της προβολής $b(t)$ του βρεχόμενου τμήματος που απαιτείται σύμφωνα με τη θεώρηση Von Karman, ο οποίος γίνεται πλέον μέσω της σχέσης $b(t) = \sqrt{\alpha^2 [1 - (-\beta + Vt)^2 / \beta^2]}$. Στόχος της θεώρησης κυλινδρικών σωμάτων ελλειπτικής διατομής είναι να ελεγχθεί η δυνατότητα γενίκευσης της μεθοδολογίας πέραν της εξιδανικευμένης περίπτωσης κυκλικής διατομής. Στο ακόλουθο σκαρίφημα παρουσιάζεται ο νέος μαθηματικός χώρος.



Εικόνα 3.7. Ο μαθηματικός χώρος του MBVP για διάτρητο κύλινδρο ελλειπτικής διατομής.

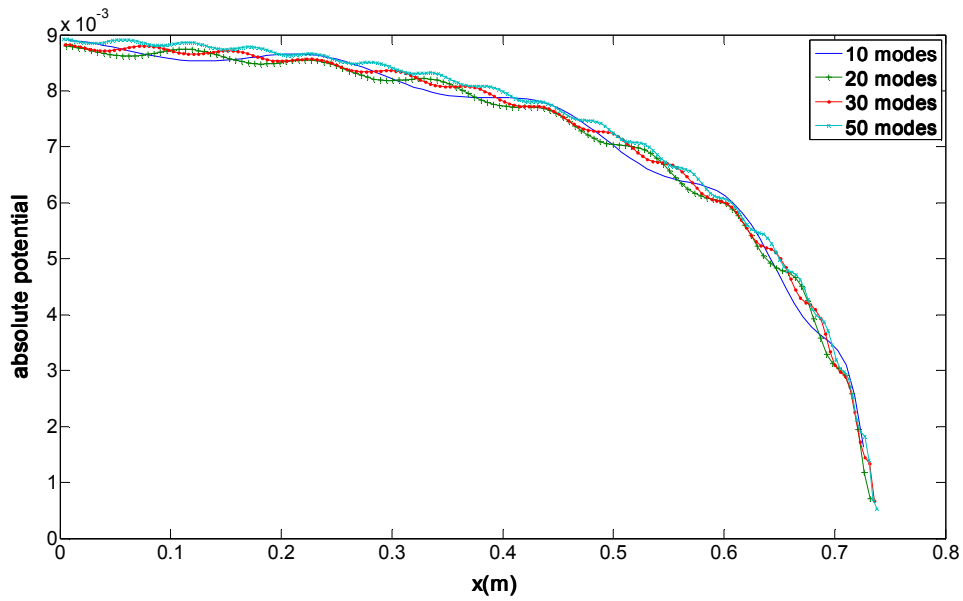
Ακολούθως στις Εικ. 3.8 και 3.9 παρουσιάζονται οι υπολογισμοί του προβλήματος πρόσκρουσης steep wave σε διάτρητο κύλινδρο ελλειπτικής διατομής. Στην Εικ.3.8 παρατίθενται οι συντελεστές ολοκλήρωσης ως συναρτήσεις του χρόνου για τις πρώτες 30 ιδιομορφές και στην Εικ.3.9 οι κατανομές των απόλυτων τιμών του δυναμικού κατά μήκος του πλήρους προσβαλλόμενου τμήματος της κατασκευής. Εύκολα εξάγεται το συμπέρασμα ότι η συμπεριφορά του αριθμητικού μοντέλου είναι παρομοίως συγκλίνουσα με την

περίπτωση κυλίνδρου κυκλικής διατομής εάν συγκριθούν τα ζεύγη των Εικ.3.3 & 3.8 και Εικ.3.4 & 3.9, αντίστοιχα.

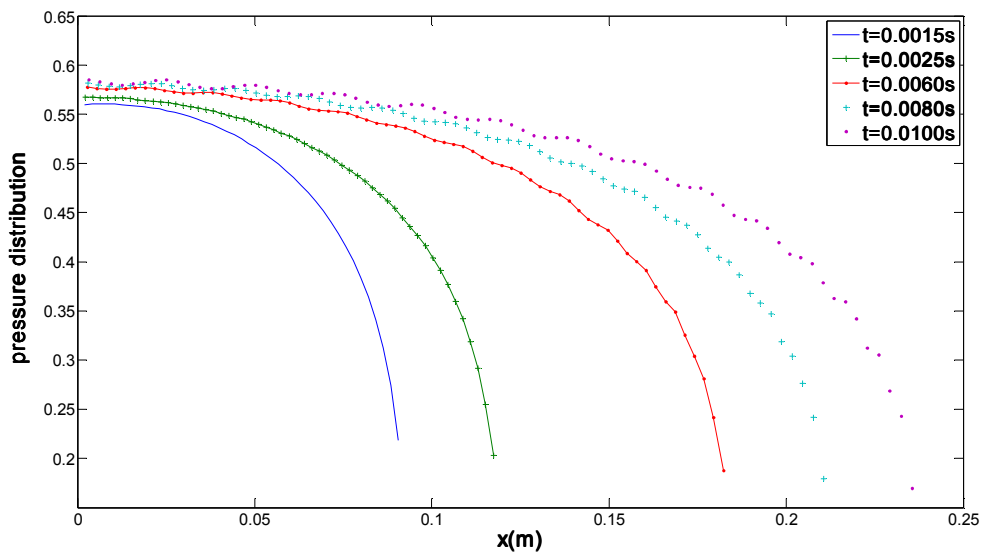


Εικόνα 3.8. Οι συντελεστές C_n ως συναρτήσεις του χρόνου (για τις πρώτες 30 ιδιομορφές) για $\alpha=2\text{m}$, $\beta=1.4\text{m}$, $V=1\text{m/s}$, $\mu=0.5$, $\tau=0.7$.

Οι υπολογισμένες φορτίσεις παρουσιάζονται στις Εικ.3.10 & 3.11. Συγκεκριμένα παρουσιάζονται κατ'αντιστοιχία η κατανομή της πίεσης στη βρεχόμενη-προσβαλλόμενη συνολική επιφάνεια της κατασκευής, σε διάφορες χρονικές στιγμές και η ίδια κατανομή της πίεσης σε μία χρονική στιγμή, $t=0.01\text{s}$, όμως για διαφορετικές κατασκευές λόγω διαφορετικών συντελεστών, τ . Οι διαστάσεις της έλλειψης είναι $\alpha=2\text{m}$ και $\beta=1.4\text{m}$, δηλαδή ο μεγάλος ημιάξονας συμπίπτει με την ακτίνα $R=1\text{m}$ της περίπτωσης κύκλου της προηγούμενης παραγράφου και ο μικρός ημιάξονας είναι $0.7 < R$, επομένως η επιφάνεια της παρούσας κατασκευής είναι λίγο μικρότερη από αυτήν της προηγούμενης περίπτωσης.

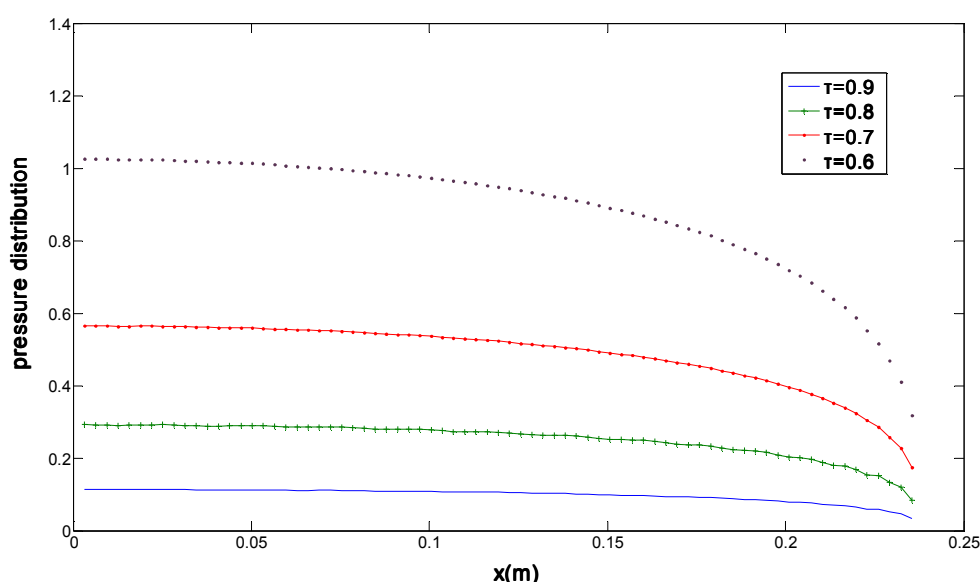


Εικόνα 3.9 Σύγκλιση του δυναμικού της ταχύτητας στο βρεχόμενο τμήμα για $a=2m$, $\beta=1.4m$, $V=1m/s$, $\mu=0.5$, $\tau=0.9$, $t=0.05s$. Περιλαμβάνονται 4 συμπίπτουσες καμπύλες που αντιστοιχούν στις λύσεις για 10, 20, 30, και 50 ιδιομορφές.



Εικόνα 3.10. Κατανομή της πίεσης στο βρεχόμενο τμήμα για $a=2m$, $\beta=1.4m$, $V=1m/s$, $\mu=0.5$, $\tau=0.7$ (30 ιδιομορφές) σε διάφορες χρονικές στιγμές.

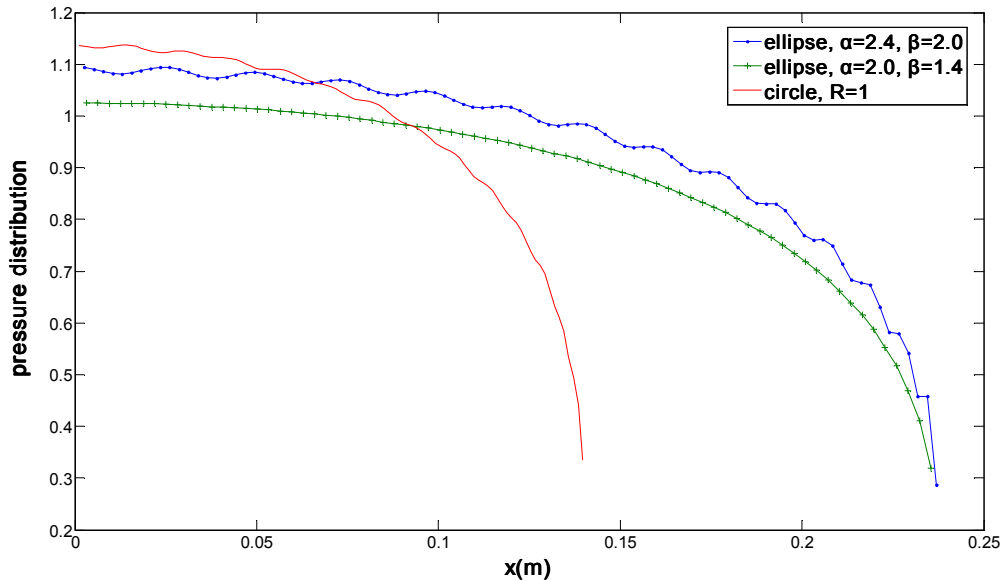
Από μία πρώτη σύγκριση των Εικ.3.5-3.10 και των 3.6-3.11, ανά δύο, αντίστοιχα παρουσιάζεται σχεδόν ίδια τάξη μεγέθους του πλάτους της ασκούμενης φόρτισης στην περίπτωση της έλλειψης με τους υπολογισμούς για την κυκλική διατομή. Η γενικότερη συμπεριφορά των κατανομών πιέσεων με τον χρόνο αλλά και με τον συντελεστή ανοιγμάτων είναι παρόμοια με της κυκλικής διατομής καθώς και πάλι παρουσιάζουν μέγιστη τιμή στο σημείο πρόσκρουσης, $x=0$ και φθίνουσα τάση προς μηδενισμό τους στο απομακρυσμένο από την αρχή των αξόνων ακρότατο σημείο, $x=b$ καθώς και οι καμπύλες $p(x)$ είναι παρόμοιες. Η πιο χαρακτηριστική διαφορά παρουσιάζεται στην περίπτωση σχετικά μικρών ανοιγμάτων, δηλ. για $\tau=0.6$ όπου φαίνεται μία μείωση της ασκούμενης πίεσης στην περίπτωση της ελλειπτικής διατομής (Εικ.3.6-3.11). Ακόμη, στην περίπτωση της έλλειψης φαίνεται ότι στις αντίστοιχες χρονικές στιγμές της πρόσκρουσης, το βρεχόμενο τμήμα είναι μεγαλύτερο από αυτό του κύκλου.



Εικόνα 3.11. Κατανομή της πίεσης στο βρεχόμενο τμήμα κυλίνδρου ελλειπτικής διατομής τη χρονική στιγμή $t=0.01s$, για $a=2m$, $\beta=1.4m$, $V=1m/s$, $\mu=0.5$ (30 ιδιομορφές) για διαφορετικές τιμές του συντελεστή τ .

Το τελευταίο συμπέρασμα ενισχύεται και από το διάγραμμα της Εικ.3.12 όπου παρουσιάζονται οι περιπτώσεις κύκλου, έλλειψης $a=2.0m$, $\beta=1.4m$ και μίας επιπλέον έλλειψης με μεγαλύτερη επιφάνεια, $a=2.4m$, $\beta=2.0m$. Πράγματι η βρεχόμενη επιφάνεια του κύκλου είναι μικρότερη σε σχέση με την έλλειψη ενώ η μέγιστη τιμή της πίεσης που εμφανίζεται στη θέση $x=0$, είναι μεγαλύτερη στον κυκλικό κύλινδρο απ'ό,τι στους

ελλειπτικούς. Σε κάθε περίπτωση, η ευρύτερη συνέπεια των τελευταίων υπολογισμών με αυτούς της προηγούμενης παραγράφου, επιβεβαιώνει την καταλληλότητα της μεθόδου ακόμη και για ελλειπτικές γεωμετρίες.



Εικόνα 3.12. Κατανομή της πίεσης στα βρεχόμενα τμήματα κύκλου, $R=1\text{ m}$, έλλειψης $\alpha=2\text{ m}$, $\beta=1.4\text{ m}$ και έλλειψης $\alpha=2.4\text{ m}$, $\beta=2.0\text{ m}$, για $V=1\text{ m/s}$, $\mu=0.5$, $\tau=0.6$ (30 ιδιομορφές) τη χρονική στιγμή $t=0.01\text{ s}$.

3.5. Πρόσκρουση steep-wave σε διάτρητη πλάκα που προσεγγίζεται ως εκφυλισμένος ελλειπτικός κύλινδρος.

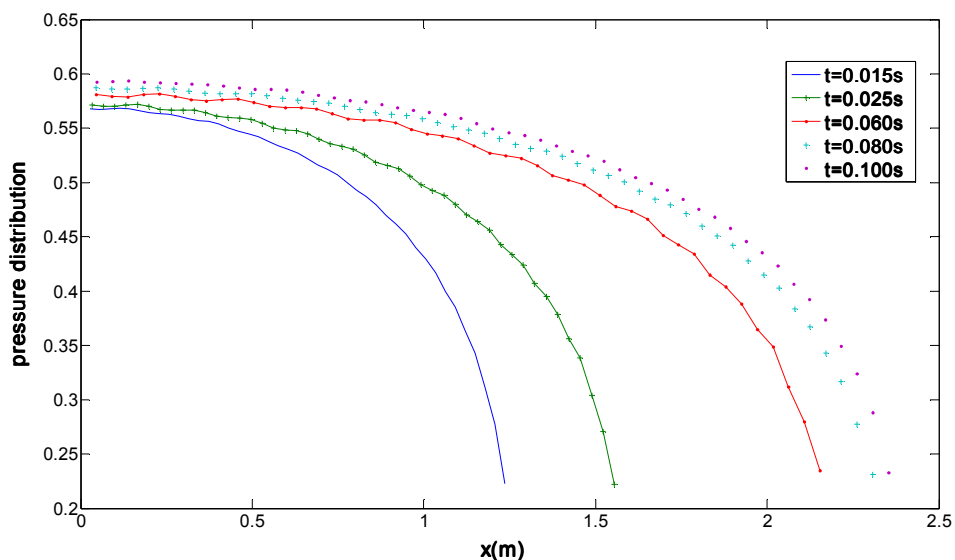
Στις ακόλουθες γραμμές περιγράφονται οι ίδιοι υπολογισμοί που εφαρμόστηκαν για την κατασκευή ελλειπτικής διατομής αυτή τη φορά για την προσέγγιση του προβλήματος πρόσκρουσης steep wave κάθετα στη μεγάλη πλευρά ακίνητης ορθογωνικής πλάκας μικρού πάχους η οποία είναι διάτρητη. Η προσέγγιση της γεωμετρίας της πλάκας προσεγγίζεται απλώς με την υπόθεση ότι η εκκεντρότητα, e , της ελλειπτικής διατομής (το ήμισυ της οποίας παρουσιάζεται στην Εικ.3.7) τείνει στην τιμή 1. Στην υπόθεση αυτή υπεισέρχεται το γεγονός ότι ο μικρός άξονας της έλλειψης, β τείνει στο 0, με βάση τη σχέση

$$e = \sqrt{1 - \beta^2 / \alpha^2}$$

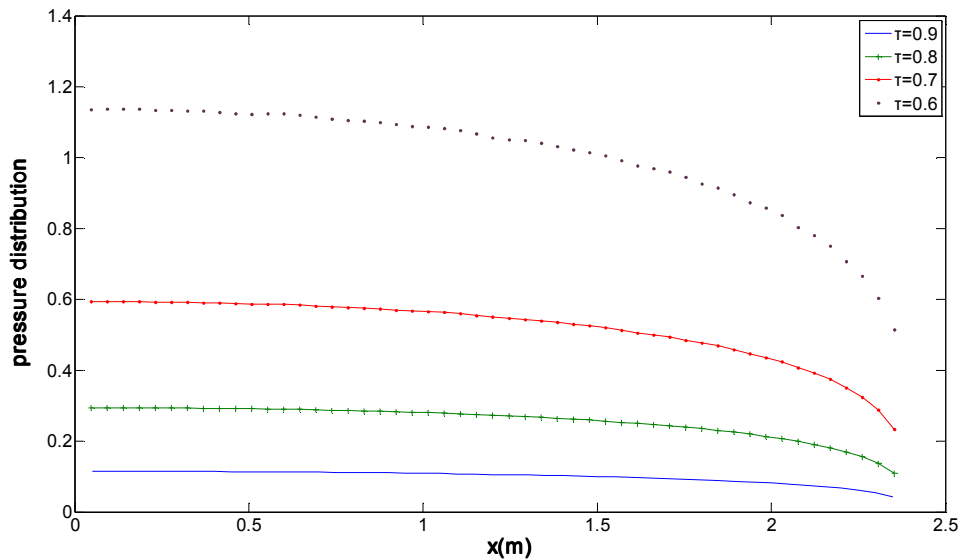
ή ότι $\alpha \gg \beta$. Επομένως η πλάκα προσεγγίζεται ουσιαστικά ως «εκφυλισμένος» κύλινδρος ελλειπτικής διατομής. Για λόγους διατήρησης της κλίμακας των υπολογιστικών χώρων των

υδροδυναμικών προβλημάτων που εξετάστηκαν στις παραγράφους 3.3 και 3.4, ο μεγάλος άξονας της έλλειψης τίθεται $a=2.4\text{m}$. Παράλληλα, για την προσέγγιση της γεωμετρίας της πλάκας θα πρέπει να εισαχθεί απλώς μία πολύ μικρότερη τιμή για το μήκος του άξονα b σε σχέση με του a .

Ύστερα από ορισμένους υπολογιστικούς ελέγχους προέκυψε το συμπέρασμα ότι όλες οι περιπτώσεις διάτρητης πλάκας -αναφορικά με το πλήρες εύρος τιμών συντελεστή ανοικτής επιφάνειας που μπορεί να αντιμετωπίσει η παρούσα μεθοδολογία- θα μπορούσαν να προσεγγιστούν με ευκολία εφόσον ο λόγος αξόνων της έλλειψης, b/a δεν γίνεται μικρότερος της τιμής 0.04, που αντιστοιχεί σε ελλειπτική εκκεντρότητα ίση με 0.999. Το τελευταίο γεγονός δεν οφείλεται στη μαθηματική προσέγγιση που εφαρμόζεται αλλά στην ανάγκη πολύ μικρής χρονικής διακριτοποίησης στο αριθμητικό σκέλος της μεθόδου που αφορά στον υπολογισμό των συντελεστών ολοκλήρωσης C_n , στο χρόνο, με χρήση της μεθόδου Runge-Kutta. Απλώς, η χρήση μεγαλύτερων τιμών εκκεντρότητας, που προσεγγίζουν τη μονάδα με ακρίβεια $<10^{-3}$, οδηγεί εν τέλει στην ανάγκη για μεγάλη υπολογιστική ισχύ με την απαίτηση για υπερβολικά μικρή χρονική διακριτοποίηση σε βήματα τάξεως $<10^{-10}\text{s}$, προκειμένου να συγκλίνει η Runge-Kutta.



Εικόνα 3.13. Κατανομή της πίεσης στο βρεχόμενο τμήμα πλάκας - εκφυλισμένου κυλίνδρου ελλειπτικής διατομής $e=0.999$, για $V=1\text{m/s}$, $\mu=0.5$, $\tau=0.7$ (30 ιδιομορφές) σε διάφορες χρονικές στιγμές.



Εικόνα 3.14 Κατανομή της πίεσης στο βρεχόμενο τμήμα πλάκας - εκφυλισμένου κυλίνδρου ελλειπτικής διατομής $e=0.999$, τη χρονική στιγμή $t=0.01s$, για $V=1m/s$, $\mu=0.5$ (30 ιδιομορφές) και για διαφορετικές τιμές του συντελεστή τ .

Στις Εικ.3.13-14 παρατηρούνται τα αποτελέσματα των κατανομών της πίεσης πρόσκρουσης steep-wave σε λεπτή, διάτρητη πλάκα η οποία προσεγγίζεται από κύλινδρο ελλειπτικής διατομής με εκκεντρότητα $e \sim 1$. Η μεγάλη συμφωνία με τις περιπτώσεις των ξεκάθαρα κυλινδρικών κατασκευών των παραγράφων 3 και 4 είναι πρόδηλη όπως και η επακόλουθη συγκλίνουσα συμπεριφορά των υπολογισμένων κατανομών φορτίσεων στο χρόνο αλλά και με βάση τα κατασκευαστικά χαρακτηριστικά (ποσοστό ανοικτών επιφανειών).

3.6. Συμπεράσματα.

Στο παρόν κεφάλαιο αναπτύσσεται μία αναλυτική διερεύνηση του υδροδυναμικού φαινομένου της βίαιης φόρτισης-slamming λόγω πρόσπτωσης steep wave σε κατακόρυφο, διάτρητο κύλινδρο, σε δύο διαστάσεις. Το φαινόμενο της διείσδυσης του νερού στη διάτρητη κατασκευή προσεγγίζεται με βάση την υπόθεση Von Karman για δισδιάστατα προβλήματα πρόσκρουσης σώματος από/προς την ελεύθερη επιφάνεια. Η αναλυτική προσέγγιση του προβλήματος έγινε με εφαρμογή της θεωρίας αστρόβιλου πεδίου ροής με ταχύτητα ροής που προέρχεται από συνάρτηση δυναμικού. Η αρχική λύση στο δυναμικό της ταχύτητας λήφθηκε σε ολοκληρωτική μορφή και προσδιορίστηκε με ανάπτυξη ως προς όρους σειρών

Fourier με στόχο να μπορούν να ληφθούν υπόψη όλες οι δυνατές ιδιομορφές στον αριθμητικό υπολογισμό του. Η διαδικασία οδήγησε στη διατύπωση ενός συστήματος ΣΔΕ ως προς τους αγνώστους συντελεστές ολοκλήρωσης (Fourier). Το τελικό σύστημα ΣΔΕ επιλύθηκε αριθμητικά μέσω της μεθόδου Runge-Kutta. Τα αριθμητικά αποτελέσματα ήλθαν σε συμφωνία με τα φυσικά χαρακτηριστικά του φαινομένου, επιβεβαιώνοντας τα αναμενόμενα, όπως τη μείωση της ασκούμενης φόρτισης με αύξηση της διάτρητης επιφάνειας (καθώς $\tau \rightarrow 1$) της κατασκευής. Η μέθοδος κρίθηκε επαρκής τόσο για κυκλικές όσο και για ελλειπτικές διατομές, με βάση τους υπολογισμούς που παρουσιάστηκαν ενώ χρησιμοποιήθηκε επιπλέον με επιτυχία και με μικρό υπολογιστικό κόστος και στην περίπτωση λεπτής, διάτρητης πλάκας η οποία προσεγγίστηκε ως εκφυλισμένος κύλινδρος ελλειπτικής διατομής με μέγιστη εκκεντρότητα 0.999. Ακόμη, η μέθοδος εφαρμόζεται για πρώτη φορά για προβλήματα υδροδυναμικών φορτίσεων slamming και για πρώτη φορά εξετάζεται η περίπτωση slamming στο ευρύτερο πλαίσιο υδροδυναμικών προβλημάτων διάτρητων κατασκευών οι συστοιχιών κατασκευών που περιλαμβάνουν κενά μεταξύ τους. Τέλος, η μέθοδος μπορεί να γενικευθεί και να υλοποιηθεί και σε μη διάτρητες κατασκευές με την πλήρη εξάλειψη των κενών από τις αντίστοιχες συνοριακές συνθήκες της προσβαλλόμενης επιφάνειας.

4. Αριθμητική επίλυση προβλήματος bottom-slamming/water entry δισδιάστατης τομής που προσεγγίζεται από πολυγωνική επιφάνεια.

Στο παρόν κεφάλαιο προσεγγίζεται το δισδιάστατο πρόβλημα bottom-slamming πολυγωνικής τομής με την υπολογιστική μεθοδολογία BEM που αναπτύσσεται στο κεφάλαιο 2, η οποία προγραμματίζεται σε περιβάλλον Matlab. Παράλληλα, το ίδιο πρόβλημα αναπαράγεται στο υπολογιστικό περιβάλλον CFD, ANSYS Fluent 13.0 με εφαρμογή προσομοίωσης RANS-VOF [15] της οποίας οι βασικοί άξονες, επίσης, περιγράφονται στο κεφάλαιο 2, για λόγους σύγκρισης και αξιολόγησης της κάθε μεθόδου. Πριν την εφαρμογή των επιλύσεων για την πολυγωνική τομή πραγματοποιούνται ξεχωριστές επιλύσεις για το πρόβλημα απλής τριγωνικής σφήνας με τον κώδικα BEM τα αποτελέσματα του οποίου συγκρίνονται και αξιολογούνται με βάση δημοσιευμένα αποτελέσματα της βιβλιογραφίας ενώ το ίδιο πραγματοποιείται και για πρόβλημα κυλινδρικής τομής (κύκλου) για το μοντέλο RANS-VOF με τον κώδικα Fluent 13.0.

4.1. Αξιολόγηση του κώδικα BEM.

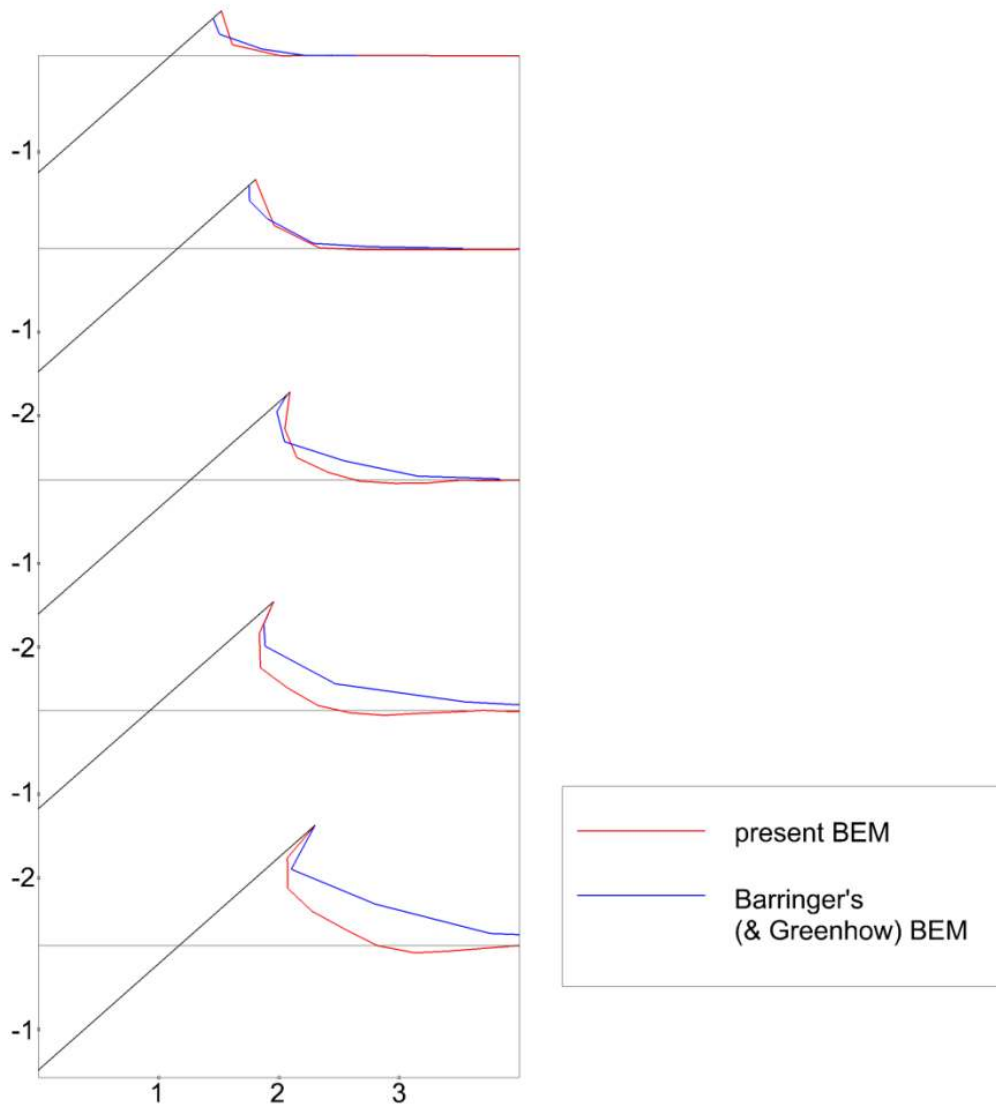
4.1.1. Σχήμα spline-regridding.

Σε πρώτο στάδιο εξετάζεται η ικανότητα του μοντέλου BEM να αποτυπώσει την εξέλιξη της μορφής της ελεύθερης επιφάνειας, σε σύγκριση με παλαιότερες δημοσιευμένες εργασίες. Στην αρχή επιλύεται το ίδιο πρόβλημα εισόδου σφήνας στο νερό με την διατριβή του Battering [17]. Το δημοσιευμένο μοντέλο στην [17] περιλαμβάνει ικανοποιητικές πληροφορίες για την αναπαραγωγή της συγκεκριμένης παραμετροποίησης.

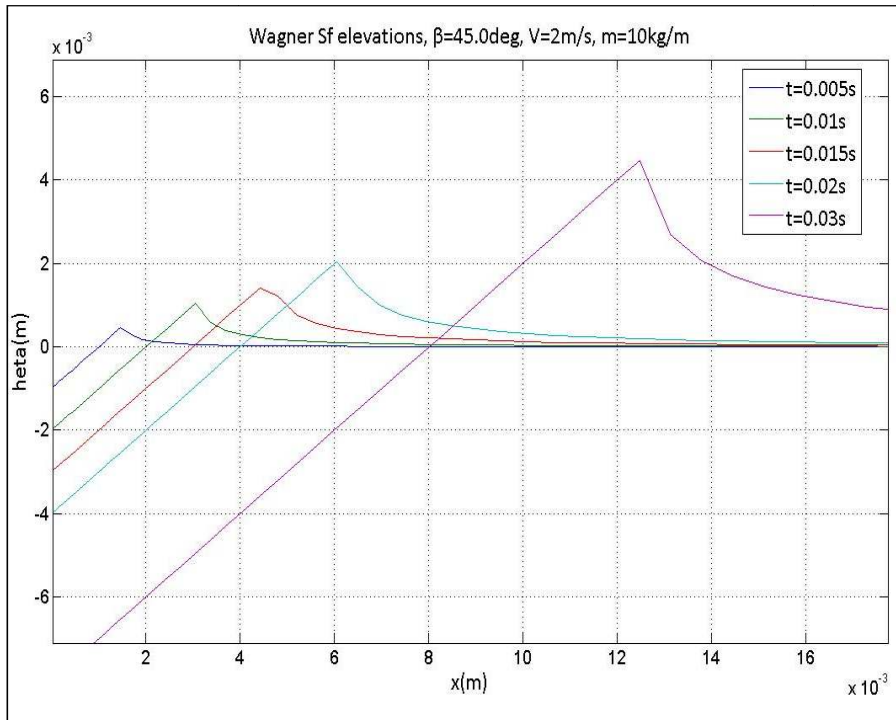
Στην Εικ.4.1. περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της μετακίνησης της ελεύθερης επιφάνειας μεταξύ της παρούσας επίλυσης και της [17] για όμοιες διαστάσεις κατασκευής, γωνία deadrise $\beta = \pi/4$ και, ομοίως, σταθερή ταχύτητα εισόδου που αντιστοιχεί σε αριθμό Froude ~ 0.12 , στις αντίστοιχες αδιάστατες χρονικές στιγμές $\tau = 0.26, 0.34, 0.43, 0.51, 0.60$, όπου $\tau = t\sqrt{g/d}$, $x = x/d$, $y = y/d$, και όπου $d=0.05\text{m}$ η αρχική βύθιση. Η διαφορά μεταξύ της παρούσας προσέγγισης και της [17] είναι ότι εδώ εφαρμόζεται σχήμα cubic-spline re-gridding με σταθερά μήκη μεταξύ των διαφόρων ΣΣ. Είναι προφανής η ομοιότητα μεταξύ των δύο επιλύσεων σε ό,τι αφορά το ύψος της βρεχόμενης επιφάνειας σώματος στις αντίστοιχες χρονικές στιγμές και η, γενικότερα, συγχρονισμένη κίνηση-καταβύθιση αλλά και η ανταπόκριση της ελεύθερης επιφάνειας σε αυτήν την κίνηση, με τη διαφορά ότι στα πρώτα βήματα η παρούσα επίλυση παρουσιάζει μικρή αύξηση στην ανάπτυξη της αναρριχόμενης επιφάνειας του νερού στο σώμα. Εκ πρώτης όψεως αυτό θα μπορούσε να οφείλεται στο ότι

στην παρούσα επίλυση εξ ανάγκης υιοθετείται αρχική ανύψωση τη χρονική στιγμή $t=0$ με βάση την αναλυτική λύση Wagner, πράγμα που διευκολύνει τη σύγκλιση μεταξύ των επιλύσεων σε κάθε χρονικό βήμα, σε αντίθεση με την [17] όπου δεν εφαρμόζεται κάτι τέτοιο, καθώς στην [17] η ελεύθερη επιφάνεια θεωρείται πλήρως οριζόντια στην αρχή των υπολογισμών. Στα τελευταία χρονικά βήματα, η παρούσα επίλυση παρουσιάζει μία υστέρηση στην ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σε $\Sigma\Sigma$ μακρύτερα από το σώμα. Τα δύο αυτά χαρακτηριστικά αποκαλύπτουν έναν σημαντικό παράγοντα του αλγορίθμου που δεν θα πρέπει να αμεληθεί: τον τρόπο εφαρμογής σχήματος cubic-spline regriding. Αν και τα εν λόγω σχήματα έχουν καθοριστική σημασία στην επίλυση προβλημάτων θαλάσσιας υδροδυναμικής, η εφαρμογή του κατάλληλου σχήματος διακριτοποίησης δεν έχει επαρκώς αναλυθεί στη σχετική βιβλιογραφία περί προβλημάτων water-entry. Η παρούσα επίλυση αναδεικνύει το γεγονός ότι η χρήση spline-regridding με σταθερά μήκη δημιουργεί μία περισσότερο άκαμπτη ελεύθερη επιφάνεια, που, με την πάροδο της επίλυσης στο χρόνο τείνει να απέχει ολοένα και περισσότερο από την επιθυμητή πολυωνυμική μορφή της. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα από τη μία πλευρά η ανύψωση επί του βυθιζόμενου σώματος να παρουσιάζει εντονότερες μορφές jet κοντά στο σώμα που προσδίδουν μεγαλύτερη αστάθεια στα αποτελέσματα και από την άλλη να παρουσιάζεται υστέρηση της ανταπόκρισης της ελεύθερης επιφάνειας μακρύτερα από το σώμα, όπως παρουσιάζεται παραπάνω. Για αυτόν τον λόγο, οι περισσότερες αναφορές της βιβλιογραφίας εφαρμόζουν αρχική διακριτοποίηση με πυκνότερο και σταδιακά-γεωμετρικά αραιούμενο σχήμα διακριτοποίησης από το σώμα προς το όριο απείρου καθώς επίσης, αν και δεν καθίσταται σαφές, θα πρέπει να διατηρούν το εν λόγω σχήμα στο χρόνο που διαρκεί το πρόβλημα με ανάλογη εφαρμογή spline-regridding, δηλαδή με αυξανόμενα μήκη στοιχείων από το σώμα προς το άπειρο.

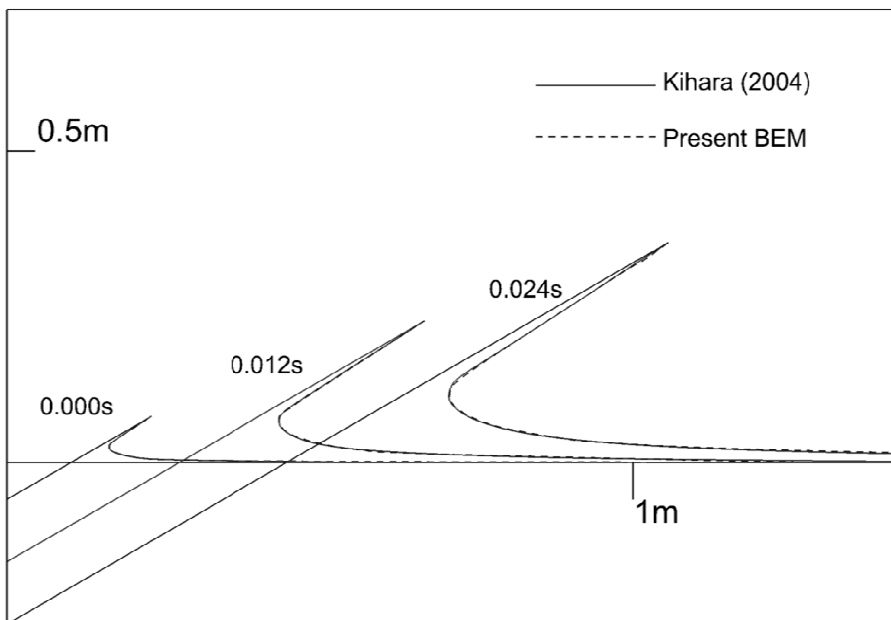
Τα αποτελέσματα της Εικ.4.1 είναι όμοια με της δημοσιευμένες μορφές τύπου-Wagner και τα πρότυπα πειράματα του Greenhow [1,3,16,70]. Για λόγους εξακρίβωσης, τα αποτελέσματα της επίλυσης με την αναλυτική μέθοδο Wagner [16] παρουσιάζονται στην Εικ.4.2 ενώ στην Εικ.4.3 περιλαμβάνονται χρονικά στιγμιότυπα νέας επίλυσης, αυτή τη φορά με σχήμα παρεμβολής spline-regridding με αυξανόμενα μήκη από το σώμα προς το όριο απείρου. Η ταχύτητα εισόδου του στοιχείου τίθεται ίση με 1m/s. Το υιοθετημένο αρχικό προφίλ της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας που αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή $t=0s$, είναι το ίδιο με αυτό της επίλυσης του Kihara [70]. Η βελτίωση του υπολογιζόμενου προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας κατά τη διάρκεια της επίλυσης, σε σχέση με την Εικ.4.1 και η ακόμη μεγαλύτερη συμφωνία με τη βιβλιογραφία [1,3,5,16,70] είναι προφανείς.



Εικόνα 4.1. Σύγκριση της παρούσας επίλυσης BEM και της λύσης του Barringer [17], για σφήνα γωνίας deadrise 45° και $Fr \sim 0.12$.



Εικόνα 4.2. Εξέλιξη του προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας από την αναλυτική λύση Wagner για σφήνα γωνίας deadrise 45° και ταχύτητα πρόσκρουσης 2m/s .



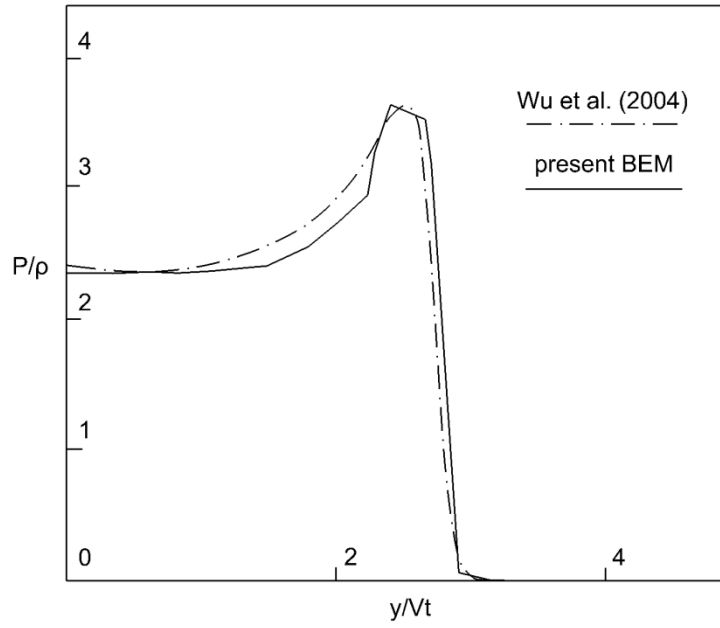
Εικόνα 4.3 Εξέλιξη του προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας από την επίλυση με το παρόν μοντέλο BEM για σφήνα γωνίας deadrise 30° και σταθερή ταχύτητα εισόδου 1m/s .

Σημειώνεται ότι για την παραγωγή των λείων μορφών της ελεύθερης επιφάνειας της Εικ.4.3 έπρεπε να γίνουν πολλές δοκιμές για διάφορες διαστάσεις ΣΣ. Το συμπέρασμα ήταν ότι η τοπική πύκνωση των στοιχείων προς το σώμα δεν θα έπρεπε να είναι πολύ μεγάλη ενώ, εν γένει, η χρήση λόγου διαστάσεων μεταξύ διαδοχικών ΣΣ (aspect ratio) δεν θα έπρεπε να είναι μικρότερη από 1.2. Κατά συνέπεια, τα μήκη των ΣΣ επιλέχθηκαν έτσι ώστε σε κάθε χρονικό βήμα να επιτρέπεται μία πολύ μικρή βύθιση του σώματος και αντίστοιχα πολύ μικρή ανύψωση του νερού επί του σώματος, πράγμα που διευκόλυνε τη σύγκλιση των διαδοχικών επιλύσεων. Όλες οι επιλύσεις είχαν ικανοποιητικά αποτελέσματα για χρονικά βήματα από 0.0001s έως το πολύ 0.005s, από μικρά-υπό κλίμακα μοντέλα (καταβύθιση μέχρι μερικές δεκάδες cm) έως μεγάλα-πραγματικών διαστάσεων μοντέλα (καταβύθιση μερικών μέτρων).

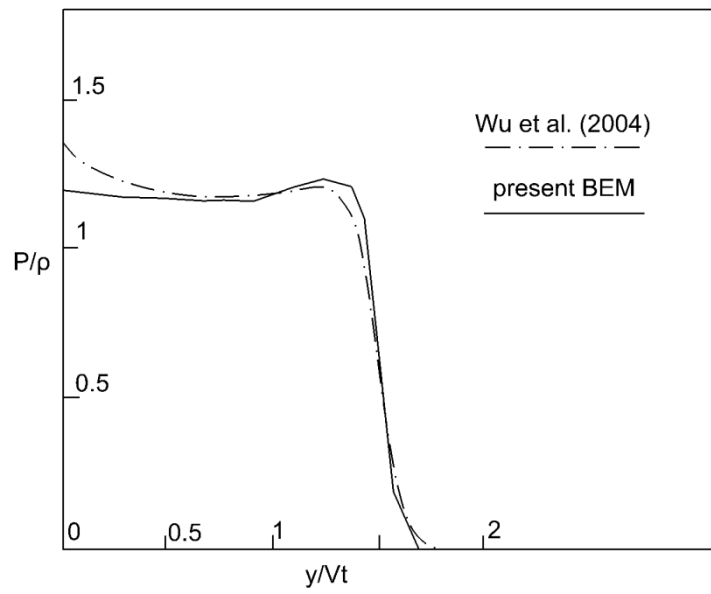
4.1.2. Το προφίλ της πίεσης slamming που ασκείται στο σώμα.

Στην παρούσα παράγραφο επιχειρείται η εξέταση κατανομών της πίεσης στο σώμα σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές κατά τη διάρκεια του φαινομένου και ο σχολιασμός τους με βάση τις παρατηρήσεις της βιβλιογραφίας. Στα διαγράμματα των Εικ.4.4-4.5 παρουσιάζονται δύο επιλύσεις, για σφήνα γωνίας deadrise $\beta=30^\circ$ και $\beta=45^\circ$, αντίστοιχα, μεταξύ των οποίων έχουν παρατηρηθεί σημαντικές μεταβολές στη μορφή της κατανομής της πίεσης, όπως στις εργασίες [3,70]. Και στις δύο επιλύσεις η σταθερή ταχύτητα πρόσκρουσης είναι 1m/s. Για λόγους αξιολόγησης, τα υπολογισμένα προφίλ πιέσεων συγκρίνονται με αυτά των Wu et al. [85] και τα αντίστοιχα προβλήματα water-entry σφήνας που οι τελευταίοι συγγραφείς μεταχειρίστηκαν.

Η κατανομή της πίεσης κατά μήκος της βρεχόμενης επιφάνειας παρουσιάζει σταθερές τιμές από το κατώτατο άκρο της σφήνας έως το ήμισυ και λίγο περισσότερο της βρεχόμενης επιφάνειας και απότομη αύξηση έως το τοπικό μέγιστο και διαδοχική μείωση μέχρι το μηδενισμό της πίεσης στο υψηλότερο σημείο. Η κατανομή είναι παρόμοια με τις [16,85] για γωνίες deadrise $\leq 30^\circ$. Σε αδιάστατες τιμές, όπως αποτυπώνεται στα γραφήματα της Εικ.4.4, η παρούσα επίλυση παρουσιάζει περίπου ίδιας τάξεως τιμές με τις [16,85]. Η δεύτερη περίπτωση (Εικ.4.5) παρουσιάζει μικρότερες τιμές, όπως ήταν αναμενόμενο με βάση τη βιβλιογραφία, λόγω αύξησης της γωνίας deadrise (βλ. [1,3,16,70]). Το προφίλ της πίεσης προσιδιάζει επίσης στην αναμενόμενη μορφή καθώς παρουσιάζει μικρότερες κλίσεις κοντά στο τοπικό μέγιστο (το οποίο πάντοτε εμφανίζεται στα υψηλότερα βρεχόμενα στοιχεία) και είναι κοντά στις δημοσιευμένες παρατηρήσεις για γωνίες deadrise 45° .



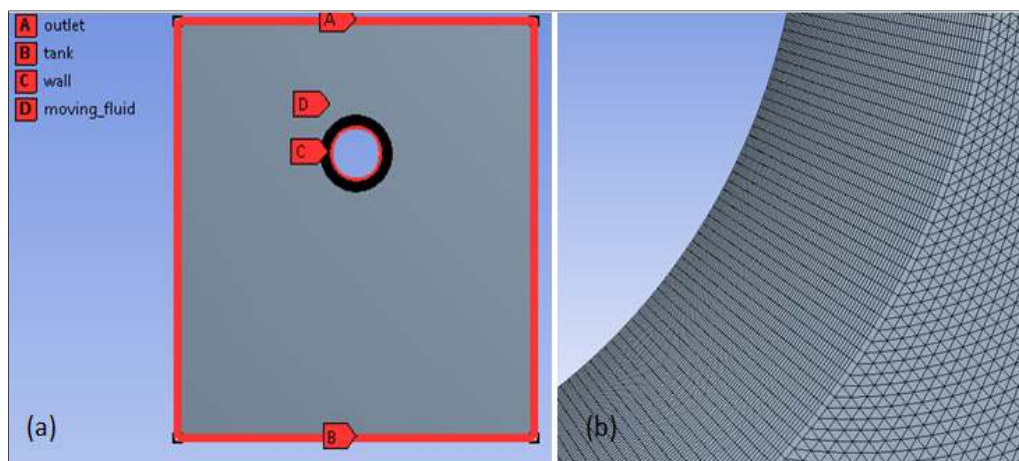
Εικόνα 4.4. Υπολογισμένη κατανομή πίεσης για σφήνα γωνίας deadrise 30° .



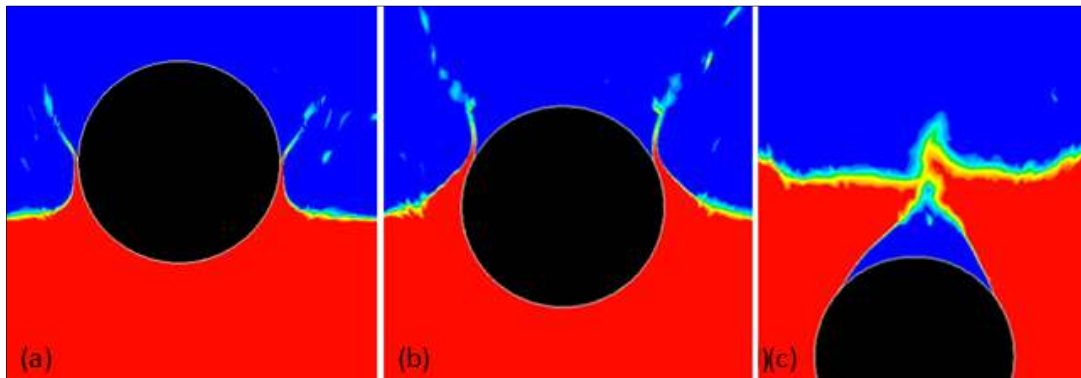
Εικόνα 4.5. Υπολογισμένη κατανομή πίεσης για σφήνα γωνίας deadrise 45° .

4.2. Αξιολόγηση της επίλυσης bottom-slamming με τη μέθοδο RANS-VOF.

Πριν πραγματοποιηθούν οι προσομοιώσεις του προβλήματος πρόσκρουσης-slamming πολυγωνικής τομής στην ελεύθερη επιφάνεια αποφασίστηκε να γίνει μία προσπάθεια εξακρίβωσης της δυνατότητας του κώδικα RANS-VOF να αντιμετωπίσει το πρόβλημα, δεδομένων των δυνάμει αβεβαιοτήτων μιας τέτοιας επίλυσης, οι οποίες εγείρονται από την πολυπλοκότητα του μοντέλου, όπως αναπτύσσεται περιληπτικά στην παραγράφο 2.2. Γι' αυτό επιλέχθηκε να γίνει αναπαραγωγή ενός ήδη δημοσιευμένου προβλήματος, το οποίο επιλύθηκε με παρόμοιο κώδικα RANS και περιλάμβανε ικανοποιητικές συγκρίσεις σε σχέση με πειραματικές παρατηρήσεις. Συγκεκριμένα έγινε αναπαραγωγή του δισδιάστατου προβλήματος water-entry κυκλικής τομής (διατομής κυλίνδρου) των Collichio et al. [9]. Οι εν λόγω συγγραφείς, εκτός της επαρκούς συμφωνίας των αποτελεσμάτων τους με δικά τους πειράματα, παρουσίασαν και συγκλίνοντα αποτελέσματα με τις πρότυπες πειραματικές περιπτώσεις του Greenhow [86]. Εν προκειμένω, η δισδιάστατη ελεύθερη πτώση κυλίνδρου προς το νερό αναπαρήχθηκε στο περιβάλλον ANSYS Fluent 13.0. Στην Εικ.4.7 μπορεί να παρατηρηθεί μία άποψη του εφαρμοσμένου υπολογιστικού πλέγματος κοντά στο στερεό όριο και οι οριακές συνθήκες που χρησιμοποιήθηκαν για όλο τον υπολογιστικό χώρο. Ακόμη, στην Εικ.4.8 παρουσιάζονται στιγμιαίες απεικονίσεις του προφίλ της ροής γύρω από τον κύλινδρο σε αντίστοιχες χρονικές στιγμές με εκείνες που παρουσιάζουν οι Collichio et al. [9].



Εικόνα 4.7. a. Χαρακτηρισμός οριακών συνθηκών του πεδίου ροής, b. μεγέθυνση του υπολογιστικού πλέγματος κοντά στο σώμα (πυκνότερο κοντά στο τοίχωμα και στο οριακό στρώμα, όπως απαιτεί το μοντέλο RANS).

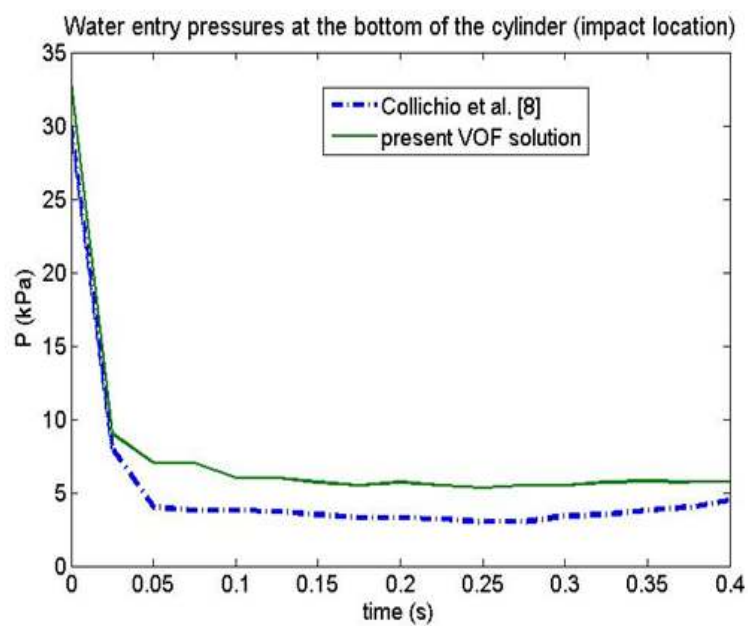


Εικόνα 4.8. Σχηματισμοί αποκόλλησης ροής (jets-sprays) και ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας τις χρονικές στιγμές μετά την πρόσκρουση: a. $t=0.06s$, b. $t=0.1s$, c. $t=0.225s$, μπλέ: φάση αέρα, κόκκινο: φάση νερού.

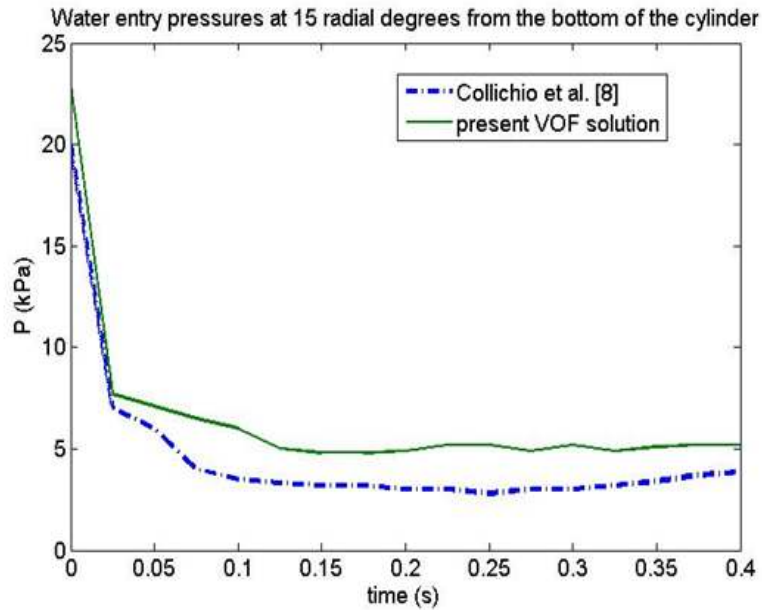
Από μια πρώτη σύγκριση μεταξύ των προφίλ της ροής της παρούσας ανάλυσης και των αποτελεσμάτων της [9] είναι φανερός ο συγχρονισμός τους ως προς την κατακόρυφη ελεύθερη πτώση του σώματος, καθώς οι στιγμιαίες θέσεις του είναι σχεδόν ίδιες. Ακόμη, θα μπορούσε να υποτεθεί ότι η “φάση water-entry” της παρούσας επίλυσης (δηλαδή το χρονικό διάστημα από την αρχική πρόσκρουση έως τη βύθιση $>100\%$ της διατομής του κύκλου κάτω από την αδιατάρακτη, αρχικά, ελεύθερη επιφάνεια) είχε διάρκεια σχεδόν $0.4s$, όπως και στην [9]. Επίσης, έντονοι σχηματισμοί πίδακα και ψεκασμού ανιχνεύθηκαν και στην παρούσα εργασία, όπως ήταν αναμενόμενο με βάση τις εργασίες [9] και [86]. Όμως, τα εν λόγω αποτελέσματα παρουσίασαν μία ελαφρώς ταχύτερη μετακίνηση των μορίων του νερού κοντά στο σώμα σε σχέση με την [9], όπως παρουσιάζεται από την ταχύτερη ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας αλλά και τον ταχύτερο σχηματισμό μορφών αποκόλλησης-jet. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα μία γενικότερα μεγαλύτερη βρεχόμενη επιφάνεια με μεγαλύτερες τοπικές τιμές πιέσεων του νερού, σε σχέση με την [9]. Ακόμη, παρατηρήθηκε ότι στο τέλος της παρούσας φάσης water-entry οι πίδακες καταστρέφονταν γρηγορότερα ενώ, επίσης σχηματίστηκε μια μορφή σπηλαίωσης (Εικ.4.8 δεξιά). Τέτοιοι ροϊκοί σχηματισμοί είναι αναμενόμενοι σε παρόμοια προβλήματα, οι οποίοι μπορούν να ακολουθήσουν την συγκεκριμένη κατασκευή αμέσως μετά την πλήρη βύθισή της. Παρ' όλ' αυτά, τέτοιος σχηματισμός δεν είχε παρατηρηθεί στους αντίστοιχους χρόνους της [9].

Στις Εικ.4.9-4.10 παρουσιάζονται ορισμένες τοπικές τιμές υδροδυναμικών πιέσεων της παρούσας επίλυσης οι οποίες συγκρίνονται με τα αντίστοιχα αποτελέσματα της [9]. Οι δύο σειρές αποτελεσμάτων συλλέχθηκαν από τα κατώτερα τμήματα της κυκλικής τομής, όπου αναπτύσσονται οι μεγαλύτερες πιέσεις slamming. Είναι φανερό ότι εξέλιξη του προφίλ των πιέσεων και στις δύο περιπτώσεις είναι παρόμοια. Οι τιμές πιέσεων των δύο

περιπτώσεων, από πλευράς τάξης μεγέθους, είναι σχετικά κοντά, με την παρούσα επίλυση να παρουσιάζει μεγαλύτερες τιμές περί τα 2-5kPa. Αυτό είναι πολύ πιθανόν να οφείλεται στην ταχύτερη κίνηση του εκτοπιζόμενου από το προσκρούον σώμα νερού, έτσι όπως προσδιορίστηκε με βάση τα αναφερόμενα παραπάνω. Σε κάθε περίπτωση, η παρούσα προσέγγιση VOF κατάφερε να παράγει μια λογική εκτίμηση των υδροδυναμικών πιέσεων που αναπτύσσονται στα αρχικά στάδια πρόσκρουσης και εισόδου στο νερό, όταν, δηλαδή, ασκείται η πίεση slamming, ενώ ακόμη απεικόνισε ένα αναμενόμενο προφίλ για την παραμορφωμένη, από την πρόσκρουση του σώματος, ελεύθερη επιφάνεια.



Εικόνα 4.9. Εξέλιξη των πιέσεων water-entry, στο κατώτατο σημείο της κυλινδρικής τομής (θέση πρόσκρουσης).



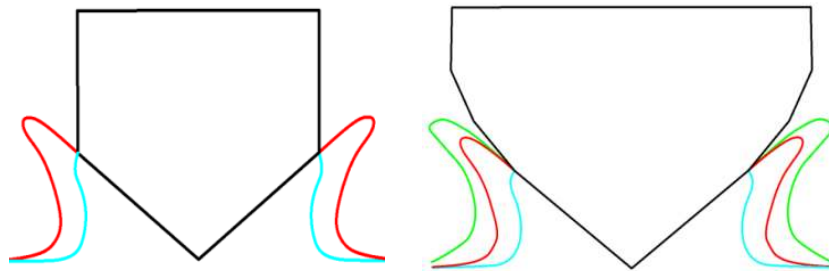
Εικόνα 4.10. Εξέλιξη των πιέσεων water-entry, στο κατώτατο σημείο της κυλινδρικής τομής σε ακτινική απόσταση 15° ψηλότερα από τη θέση πρόσκρουσης.

4.3. Επέκταση του προβλήματος water-entry απλής σφήνας (τριγωνικής διατομής) σε σφήνα με πολλαπλές ακμές (πολυγωνική διατομή).

4.3.1. Η μέχρι τώρα εφαρμοζόμενη προσέγγιση “non viscous flow separation”.

Στη διατριβή [16] αναπτύσσεται η προσέγγιση αποκόλλησης σε αστρόβιλο πεδίο ροής (“non-viscous flow separation”) για την εκτίμηση των τοπικών τιμών δυναμικού και ταχύτητας του εφαπτόμενου στο σώμα, $\Sigma\Sigma$ του ρευστού που διέρχεται από απότομη αλλαγή διεύθυνσης του στερεού ορίου, π.χ. από γωνία deadrise $<45^\circ$ σε 90° , με βάση τη μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε αρχικά στην εργασία των Zhao et al. [4]. Η αποκόλληση λαμβάνει χώρα στο σημείο συνάντησης των δύο ακμών (άρθρωση). Το συγκεκριμένο σημείο είναι ιδιόμορφο (singularity), ούτως ή άλλως, λόγω συνάντησης των στοιχείων του ρευστού (Dirichlet όριο) με το στοιχείο του σώματος (Neuman όριο) και βάσει της δυναμικής θεωρίας για αστρόβιλο πεδίο ροής, στο συγκεκριμένο σημείο υπάρχει ασυνέχεια οριακών συνθηκών και δεν υπάρχει πραγματική λύση. Για αυτό το ζήτημα, η υπόθεση jet-cutting θα πρέπει να διατηρείται είτε σε λείες επιφάνειες σώματος είτε σε αιχμές, δηλαδή ο κόμβος συνάντησης των δύο ασυνεχών ορίων να αποβάλλεται από τους υπολογισμούς της μητρικής Green (2.14) ενώ η ροή να θεωρείται μονοδιάστατη στο γειτονικό στοιχείο του ρευστού, δηλαδή η κάθετη ταχύτητα του

ρευστού γίνεται ίση με την εφαπτομενική ταχύτητα του σώματος. Η επιπρόσθετη μεταβολή στη γωνία deadrise στην αιχμή εντείνει ακόμη περισσότερο την παρουσία του ιδιόμορφου σημείου (singularity), και οδηγεί σε πιθανή σύμπτωση των ορίων Dirichlet και Neuman που μπορεί να προκαλέσει κατάρρευση της επίλυσης BEM (οι συντελεστές επιρροής θα τείνουν στο άπειρο). Εν συντομία, με βάση την αναπτυσσόμενη μεθοδολογία στην [16], πέραν από την τεχνική jet-cutting που εφαρμόζεται μόνη της μέχρι το νερό να τμήσει το σημείο άρθρωσης (αιχμής), επιβάλλεται κατόπιν και η προσέγγιση non-viscous separation: σε κάθε χρονικό βήμα της BEM εισάγονται αναλυτικές προσεγγίσεις της λύσης της εξίσωσης Laplace σε πολικό σύστημα συντεταγμένων για το συγκεκριμένο σημείο, οι οποίες στον κώδικα BEM υλοποιούνται με παρεμβολή των τιμών δυναμικού και ταχύτητας στο στερεό όριο και με την θεωρούμενη συνεχώς εφαπτομενική ελεύθερη επιφάνεια στο σημείο. Το αποτέλεσμα της εν λόγω προσέγγισης φαίνεται ποιοτικά στην Εικ.4.11 (αριστερή).



Εικόνα 4.11. Σχηματική αναπαράσταση της μορφής της ελεύθερης επιφάνειας μετά τη διέλευση του νερού από το σημείο “άρθρωσης” (knuckle).

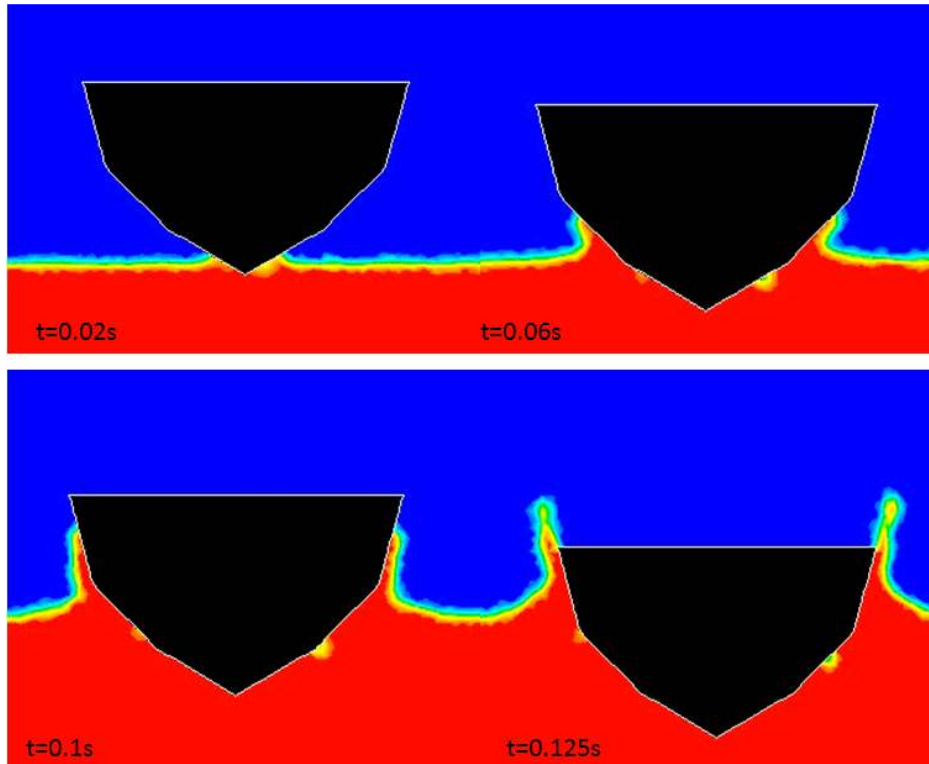
Η προσέγγιση της Sun [16] επιτυγχάνει τη διατήρηση μίας συνεχούς αποκόλλησης από τη στιγμή που το βρεχόμενο τμήμα θα ξεπεράσει την καθ’ ύψος θέση του σημείου της άρθρωσης, με στόχο να πλησιάζει τις πειραματικές διαπιστώσεις της μορφής της αποκόλλησης σε τριγωνική σφήνα, από τον Greenhow [3] έως σήμερα, με βάση τις οποίες, από τη στιγμή της πλήρους βύθισης της σφήνας φαίνεται να διατηρείται ένα ομοίως εφαπτομενικό προφίλ. Στην παρούσα εφαρμογή όπου εξετάζεται το πρόβλημα της σφήνας με πολλαπλές αρθρώσεις, η εφαρμογή της προσέγγισης [4,16] δεν θα παρήγαγε άλλο αποτέλεσμα από ένα συνεχώς εφαπτομενικό προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας στην πρώτη διεύθυνση deadrise, όπως στην Εικ.4.11 (δεξιά), από το πρώτα βρεχόμενο σημείο αποκόλλησης μέχρι το τέλος της ανάλυσης. Επομένως δεν έχει ιδιαίτερο νόημα η χρήση της εν λόγω προσέγγισης σε αστρόβιλο πεδίο, πέραν του πρώτου σημείου αποκόλλησης και δεν

μπορεί να επεκταθεί το πρόβλημα “μίας άρθρωσης” σε πρόβλημα “πολλών αρθρώσεων”. Για αυτό, στις ακόλουθες υποπαραγράφους εξετάζεται εάν η απλή εφαρμογή της BEM μεθοδολογίας που αναπτύσσεται στο κεφάλαιο 2 μπορεί να έχει ισχύ χωρίς την προσέγγιση “non-viscous flow separation”, εφόσον η μεταβολή στις γωνίες deadrise των διαδοχικών ακμών είναι σχετικά μικρή (το πολύ $10^{\circ}\sim 15^{\circ}$).

4.3.2. Επίλυση του προβλήματος BEM water entry πολυγωνικής τομής. Σύγκριση με αποτελέσματα της μεθόδου RANS-VOF.

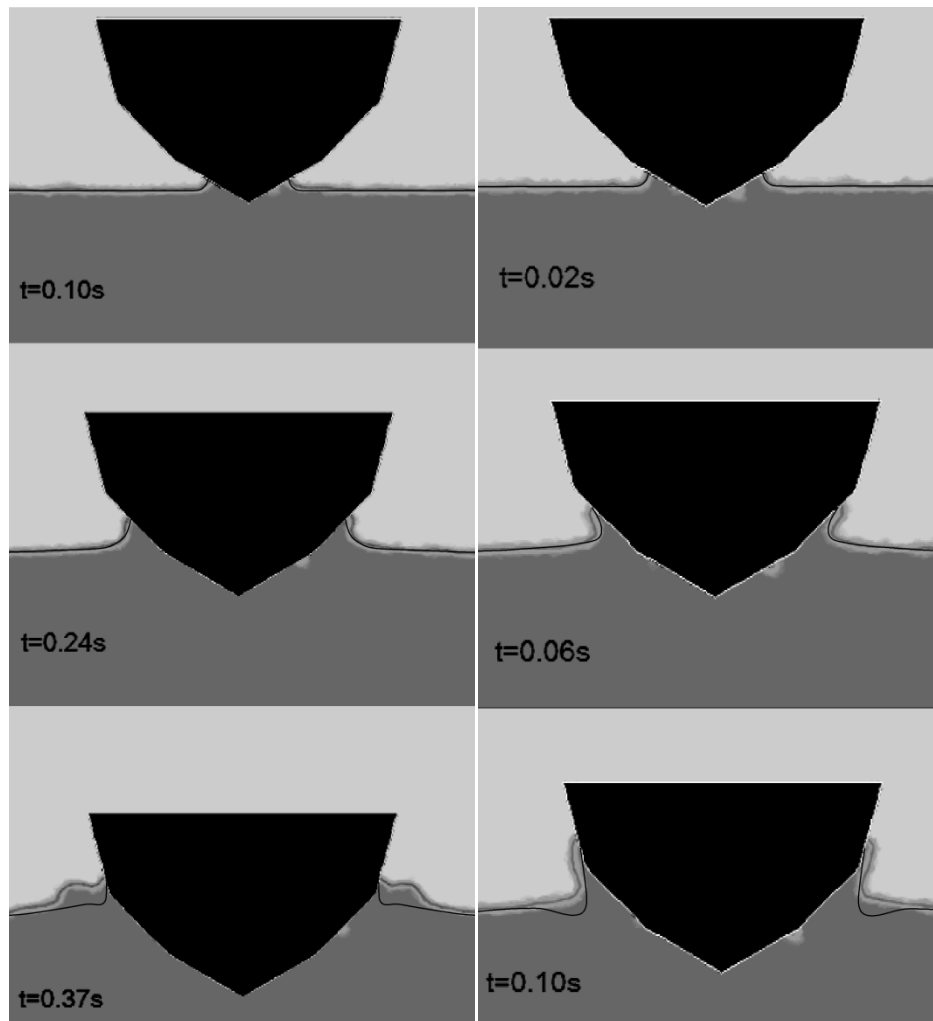
Επιλύεται το δισδιάστατο πρόβλημα water-entry της πολυγωνικής τομής που φαίνεται στην Εικ.1.4. της Εισαγωγής. Κάθε πλευρά του πολυγώνου που έρχεται σε επαφή με την Sf έχει μήκος 0.16m. Οι γωνίες deadrise κάθε πλευράς έχουν τιμές $\beta_1=30^{\circ}$, $\beta_2=45^{\circ}$ και $\beta_3=70^{\circ}$. Η αλλαγή των γωνιών deadrise σε κάθε αιχμή του πολυγώνου είναι σχετικά μικρή συγκρινόμενη με τις διερευνηθείσες περιπτώσεις [16]. Το πρόβλημα επιλύεται τόσο με τον κώδικα BEM όσο και με τη μέθοδο RANS-VOF στο περιβάλλον ANSYS Fluent.

Στην Εικ.4.12 παρουσιάζονται τα προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας σε διάφορες χρονικές στιγμές από την επίλυση με τη μέθοδο RANS-VOF του προβλήματος water-entry της εν λόγω τομής για σταθερή ταχύτητα εισόδου 1.5m/s. Επιλύεται και μία δεύτερη περίπτωση ταχύτητας 0.5m/s. Η εξέλιξη του προφίλ της Sf στην περιοχή επαφής με το σώμα είναι παρόμοια και στις δύο περιπτώσεις με την εξαίρεση ότι στην δεύτερη δεν παρατηρείται ο έντονος σχηματισμός πιδάκων στο τέλος της ανάλυσης, όπως φαίνεται στην Εικ.4.12 ενώ η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας είναι, επίσης, χαμηλότερη, πράγμα που οφείλεται στην ηπιότερη (με χαμηλότερη ταχύτητα) πρόσκρουση. Αξιοσημείωτη είναι, σε κάθε περίπτωση, η παρουσία τοπικής στροβιλότητας κοντά στα σημεία αλλαγής της γωνίας deadrise, όπως αποτυπώνεται με την αλλαγή στο χρώμα του περιγράμματος (contour) του ρευστού, γεγονός το οποίο είναι αναμενόμενο σε τυρβώδεις ροές που περιλαμβάνουν ανάλογες γεωμετρικές ασυνέχειες όπου συχνά εμφανίζονται όμοιες μορφές αποκόλλησης-στροβίλων και τις οποίες μπορεί να ανιχνεύσει η ανάλυση RANS-VOF λόγω του όρου για το curl της ταχύτητας που υπεισέρχεται στις Navier-Stokes εξισώσεις (βλ. Εξ. 2.19-2.21).



Εικόνα 4.12. Μεταβολή του προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας σε διάφορες χρονικές στιγμές κατά την είσοδο πολυγωνικής τομής στο νερό, ύστερα από τη στιγμή $t=0.02$ (λίγο μετά την πρόσκρουση), όπως υπολογίστηκε με την VOF (ταχύτητα εισόδου 1.5m/s), μπλέ: φάση αέρα, κόκκινο: φάση νερού.

Στις δύο στήλες περιγραμμάτων της Εικ.4.13. παρουσιάζονται οι συγκρίσεις στα προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας όπως προσδιορίστηκαν και με τις δύο μεθόδους, για τις δύο περιπτώσεις ταχυτήτων εισόδου, 0.5m/s και 1.5m/s , σε διάφορες χρονικές στιγμές που αντιστοιχούν στη βύθιση περίπου των μέσων σημείων των τριών ακμών. Η δεύτερη περίπτωση με τη μεγαλύτερη ταχύτητα, όπως ήταν αναμενόμενο, παρουσιάζει εντονότερη διαταραχή της ελεύθερης επιφάνειας με εντονότερους σχηματισμούς jet κοντά στο σημείο επαφής με το σώμα και εντονότερη ανύψωση-μεταβολή του αρχικά ήρεμου προφίλ της.



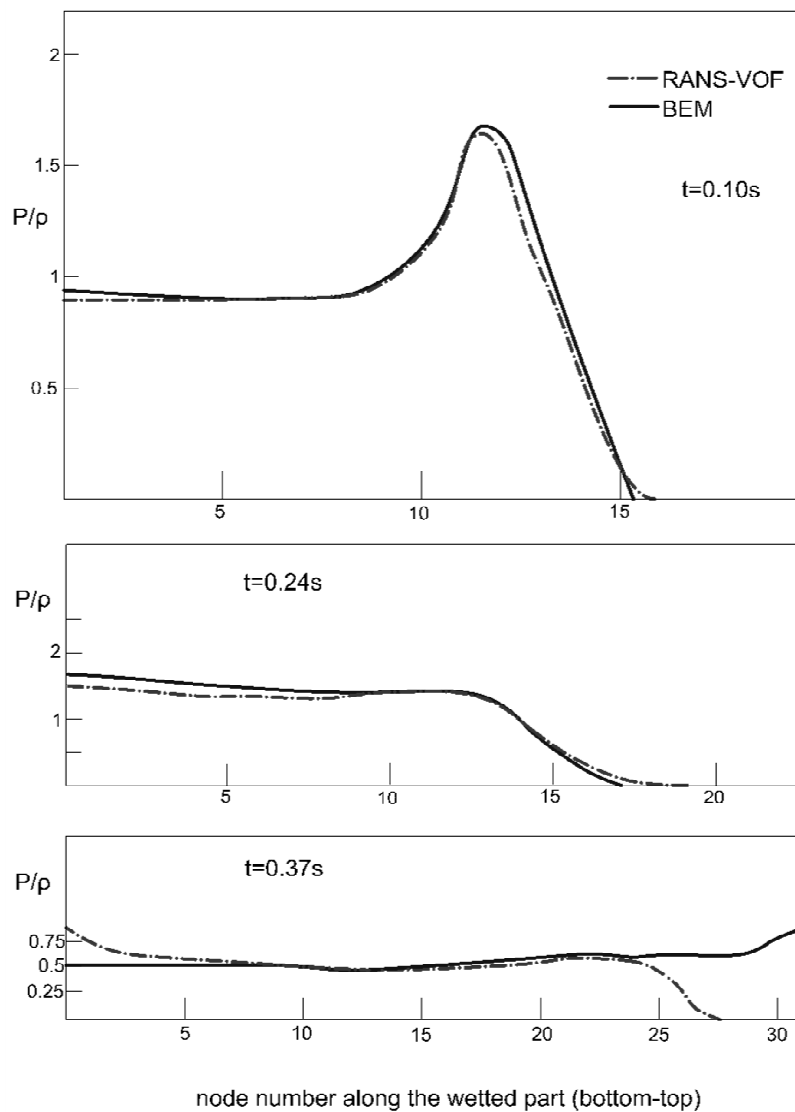
Εικόνα 4.13. Μεταβολή του προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας κατά την είσοδο πολυγωνικής τομής στο νερό. Αριστερή στήλη: 0.5m/s, δεξιά στήλη: 1.5m/s. Η λεπτή μύρη γραμμή που διαγράφεται επί των περιγραμμάτων της RANS-VOF αντιπροσωπεύει την προσέγγιση με τη BEM.

Η γενικότερη συμπεριφορά της ελεύθερης επιφάνειας είναι όμοια με την επίλυση RANS-VOF στα αρχικά στάδια, αν εξετάσει κανείς στις Εικ.4.13 τα δύο άνω περιγράμματα κάθε στήλης. Συγκεκριμένα μπορεί να παρατηρηθεί ότι η αναρριχώμενη ελεύθερη επιφάνεια στο σώμα σχηματίζει σχεδόν ίση γωνία με την επίλυση RANS-VOF στο σημείο επαφής αλλά και περίπου όμοιο γεωμετρικό σχηματισμό σχεδόν καθ'όλο το μήκος των ακμών $\beta_1=30^\circ$ και $\beta_2=45^\circ$. Ιδιαίτερα στην ακμή β_1 παρατηρείται ένα ομαλό προφίλ της ανύψωσης και στις δύο επιλύσεις το οποίο προσομοιάζει με την αρχική αναλυτική υπόθεση Wagner η οποία τίθεται ως αρχική συνθήκη στην επίλυση BEM. Η διαφορά των δύο επιλύσεων είναι ότι με τη BEM σχηματίζεται μια μικρή διαταραχή (κυματισμός) πλησιέστερα στο σώμα η οποία εμφανίζεται αμέσως μετά τη μετάβαση από την ακμή β_1 στη β_2 . Η εν λόγω διαταραχή φθίνει ήπια μακριά

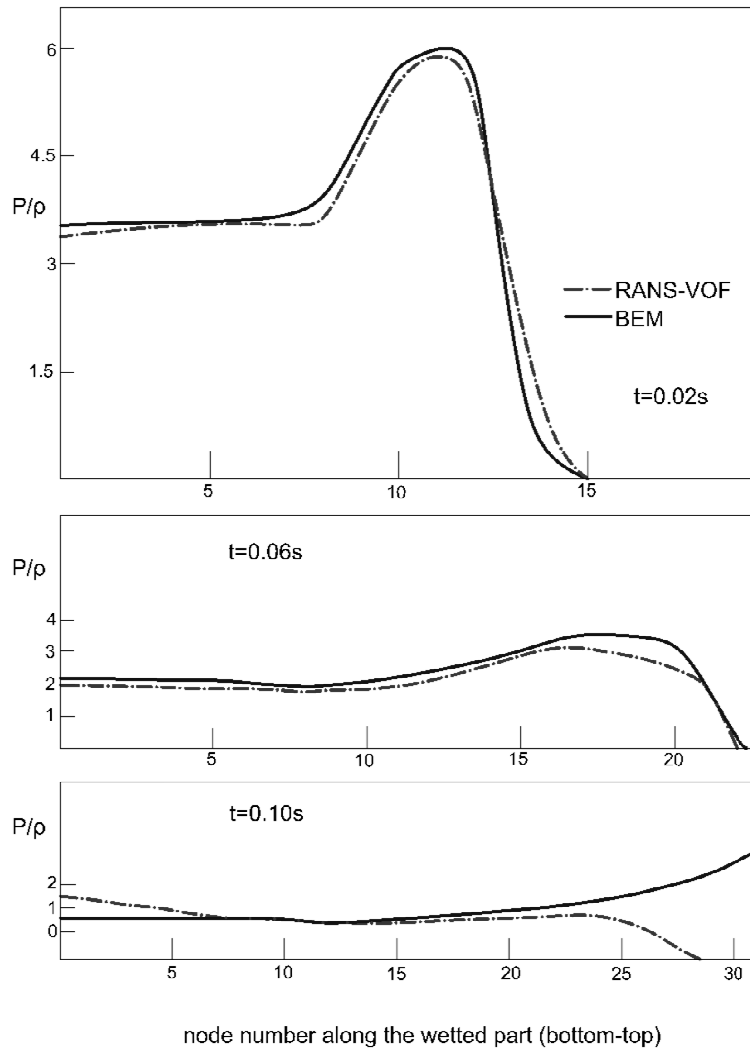
από το σώμα και προς το πέρας του υπολογιστικού χώρου (τοιχίο δεξαμενής) όπου διατηρείται το γενικότερο αρχικό αδιατάρακτο-οριζόντιο προφίλ, όμοια με την επίλυση RANS-VOF. Στο σημείο αυτό, η μετάβαση από την β_1 στη β_2 που καθορίζεται από την αύξηση της γωνίας deadrise κατά 15° , δεν φαίνεται να δημιουργεί ουσιαστικά προβλήματα στο σημείο μετάβασης-γεωμετρικής ασυνέχειας όπου μπορεί να προκληθεί αποκόλληση ροής. Επομένως, η θεώρηση αστρόβιλης ροής διατηρεί την ισχύ της και σε αυτό συμβάλλει και η ικανοποιητική διακριτοποίηση των συνόρων σε συνδυασμό με την επιλογή του σχετικού χρονικού βήματος. Αντίθετα, μετά τη μετάβαση από την ακμή β_2 στην $\beta_3=70^\circ$, όπου η γωνία deadrise αυξάνει κατά 25° η αποκόλληση είναι έντονη και μετά από λίγα χρονικά βήματα δημιουργούνται προβλήματα στον κώδικα BEM, ανεξαρτήτως χωρικής και χρονικής διακριτοποίησης, όπως διαπιστώθηκε ύστερα από δοκιμές με πυκνότερα στοιχεία και μικρότερο χρονικό βήμα. Δεδομένης και της διαπιστευμένης με βάση τις Εικ.4.13 εντονότερης παραμόρφωσης της ελεύθερης επιφάνειας με αύξηση της ταχύτητας εισόδου (αν συγκριθούν τα προφίλ BEM που βρίσκονται στην ίδια γραμμή), η κατάσταση μπορεί να χειροτερεύσει ακόμη περισσότερο για μεγάλες ταχύτητες, $>2\text{m/s}$, που αντιστοιχούν σε πραγματικές συνθήκες slamming πλοίων σε ακραίες περιβαλλοντικές συνθήκες. Τα προβλήματα αυτά παρουσιάζονται με σημαντική απόκλιση των υπολογισμένων τιμών δυναμικού ταχύτητας και πίεσης και με έντονες, αφύσικες διαταραχές στη γεωμετρία της ελεύθερης επιφάνειας, οι οποίες απέχουν από την ομαλή εικόνα της ανάλυσης RANS-VOF που παρουσιάζεται σε όλη την επίλυση (Εικ.4.12). Αντίθετα, στα προηγούμενα στάδια δεν παρουσιάζεται τέτοιο πρόβλημα, όπου οι τιμές των πιέσεων μεταξύ των διαφόρων χρονικών βημάτων διατηρούν μία ικανοποιητική τάξη μεγέθους και κατανομή, όπως αναλύεται παρακάτω.

Όπως αναφέρεται και στην παράγραφο 4.3.1 η Sun [16], αντιμετωπίζοντας όμοιο με την Εικ.4.11 (αριστερά) πρόβλημα water-entry σφήνας με έντονη αλλαγή γωνίας deadrise (από 30° σε 90°), εισήγαγε στον κώδικα BEM μια τοπική αναλυτική λύση “αστρόβιλης αποκόλλησης” (non-viscous flow separation) για την προσέγγιση του δυναμικού της ταχύτητας και της κλίσης της πίεσης κοντά στο σημείο αποκόλλησης. Έτσι, ένα πρώτο συμπέρασμα από την παρούσα ανάλυση είναι ότι η προσέγγιση των ϕ και p με αναλυτικές σχέσεις “non-viscous flow separation” στην περιοχή κοντά στο σημείο ασυνέχειας έχει νόημα για μεγάλες μεταβολές γωνίας deadrise, άνω των 15° και για μεγάλες ταχύτητες slamming (άνω των 1.5m/s).

Στις Εικ.4.14 και 4.15 παρουσιάζονται οι κατανομές των πιέσεων στη βρεχόμενη επιφάνεια σωμάτων και συγκεκριμένα στους διαδοχικούς κόμβους από κάτω προς τα πάνω, μεταξύ των δύο επιλύσεων RANS-VOF και BEM, για τις δύο περιπτώσεις ταχυτήτων και σε διαδοχικές χρονικές στιγμές που αντιστοιχούν στην τομή της S_f περίπου στο κεντρικό σημείο της κάθε βρεχόμενης ακμής του σώματος.



Εικόνα 4.14. Η κατανομή των πιέσεων στην βρεχόμενη επιφάνεια του σώματος σε διάφορες χρονικές στιγμές, για ταχύτητα εισόδου 0.5m/s.



Εικόνα 4.15. Η κατανομή των πιέσεων στην βρεχόμενη επιφάνεια του σώματος σε διάφορες χρονικές στιγμές, για ταχύτητα εισόδου 1.5m/s.

Από τα αρχικά στάδια της βύθισης του σώματος και για ένα σημαντικό μέρος της ανάλυσης που αντιστοιχεί συγκεκριμένα στη βύθιση των ακμών β_1 και β_2 παρατηρείται όμοια κατανομή των πιέσεων μεταξύ των δύο επιλύσεων και ίδιας τάξης μεγέθους τιμές, οι οποίες σε πολλά σημεία συγκλίνουν. Τα εν λόγω στάδια αντιστοιχούν στις δύο πρώτες γραφικές παραστάσεις των Εικ 4.14-15. Οι κατανομές της πίεσης στα εν λόγω στάδια αντιστοιχούν σε αναμενόμενες μορφές με βάση τη βιβλιογραφία και την περίπτωση water-entry σφήνας που αξιολογήθηκε στην παράγραφο 4.1, με σχεδόν σταθερές τιμές στα κατώτερα βρεχόμενα τμήματα και σταδιακά αυξανόμενες προς το μέγιστο που συναντάται συνήθως στα ανώτερα βρεχόμενα τμήματα. Η ανάλυση RANS-VOF παρουσιάζει μείωση των πιέσεων με αύξηση της γωνίας deadrise $>60^\circ$, όπως αποτυπώνεται από τα αποτελέσματα που αντιστοιχούν στο στάδιο βύθισης της ακμής β_3 και η εν λόγω παρατήρηση, επίσης, ικανοποιεί τις επισημάνσεις

της βιβλιογραφίας [70]. Στο ίδιο στάδιο εμφανίζεται σημαντική απόκλιση των τιμών μεταξύ των δύο επίλυσεων. Ιδιαίτερα τα αποτελέσματα της BEM αυξάνουν σε σημαντικό βαθμό ενώ σε επόμενα χρονικά βήματα η αύξηση αυτή είναι δραματική και προφανώς, αυτό αποτελεί μία εικόνα απόκλισης της λύσης. Το γεγονός αυτό προφανώς οφείλεται στην ισχυρή επιρροή της αλλαγής κατεύθυνσης $deadrise$ κατά 25° στην ευστάθεια της επίλυσης η οποία, όπως επισημαίνεται ανωτέρω, ήδη έχει δημιουργήσει προβλήματα στη συμπεριφορά του προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας. Η εν λόγω αλλαγή κατεύθυνσης συνεισφέρει ισχυρά στην εμφάνιση διαταραχής στην κίνηση του ρευστού ή/και στροβιλότητας η οποία δεν μπορεί να αντιμετωπιστεί από τον “αστρόβιλο” κώδικα BEM και θα πρέπει να εφαρμοστούν βελτιώσεις όπως η αναλυτική προσέγγιση “non-viscous flow separation” [4,16].

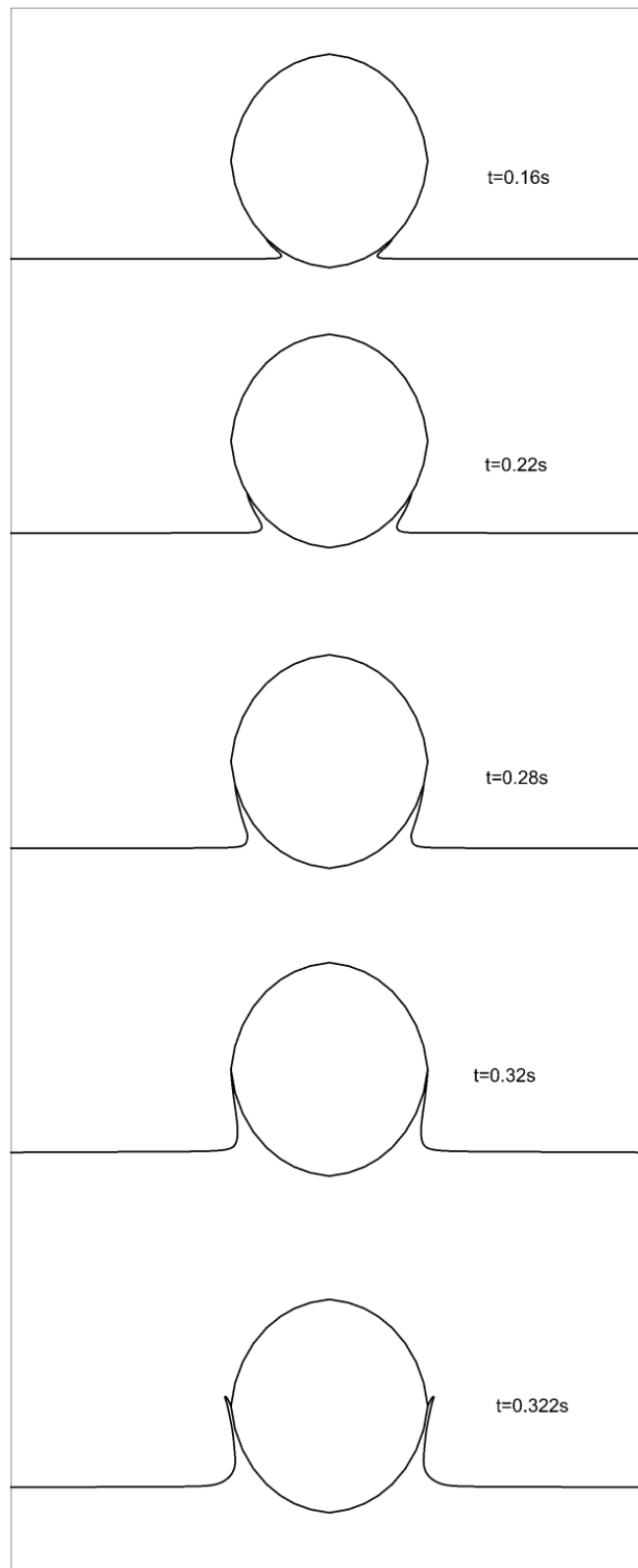
Επομένως, από την παραπάνω ανάλυση εξάγεται το συμπέρασμα ότι οι κώδικες BEM χαμηλής τάξης όπως ο παρών, που χρησιμοποιούνται στην επίλυση προβλημάτων $water-entry$ σφήνας μπορούν να μεταχειριστούν και πολυγωνικές τομές χωρίς ιδιαίτερες περαιτέρω παραδοχές, εφόσον η αύξηση γωνίας $deadrise$ μεταξύ των διαδοχικών πλευρών του πολυγώνου, έως 15° . Σε εντονότερες αλλαγές κατεύθυνσης και πολύ μεγάλες ταχύτητες θα πρέπει να ληφθούν υπόψη φαινόμενα στροβιλότητας και το πρόβλημα είτε θα πρέπει να εξεταστεί αποκλειστικά υπό το πρίσμα τυρβωδών προσομοιώσεων όπως RANS-VOF ή να εφαρμοστούν αναλυτικές προσεγγίσεις στο αστρόβιλο πεδίο ροής για τον περιορισμό των αποκλίσεων στις τιμές δυναμικού της ταχύτητας και πίεσης στον κώδικα BEM, όπως η [16]. Σε κάθε περίπτωση, το πρόβλημα είναι εξαιρετικά πολύπλοκο και δεν εξαρτάται μόνο από τη γωνία $deadrise$ αλλά και από την ταχύτητα εισόδου του σώματος στο νερό. Οι περιπτώσεις που παρουσιάζονται στην παρούσα ανάλυση έχουν εφαρμογή για σχετικά χαμηλές ταχύτητες $water-entry$. Συγκεκριμένα, η αναπαραγωγή του ίδιου προβλήματος για ταχύτητα $>3\text{m/s}$ ήταν ανεπιτυχής. Το τελευταίο γεγονός επιβεβαιώνει τις παρατηρήσεις του Barringer [17] ότι η χαμηλοτάξια BEM μπορεί να έχει εφαρμογή για προβλήματα $water-entry$ τομών με άρθρωση-knuckle για σχετικά χαμηλές μέχρι τυπικές ταχύτητες $slamming$ ($>2\text{m/s}$). Η παρούσα εφαρμογή επιβεβαιώνει το ίδιο γεγονός για την περίπτωση τομής με πολλαπλές αρθρώσεις-πολυγωνικής.

4.4. Επέκταση της προσέγγισης BEM/water entry πολυγωνικής τομής στο πρόβλημα 2D water-entry κυλινδρικής τομής.

Στις ακόλουθες γραμμές παρουσιάζονται επιπρόσθετα αποτελέσματα για το αναπτυσσόμενο προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας, από την ανάλυση με τον ίδιο κώδικα BEM για την σφήνα και την πολυγωνική τομή στην προσομοίωση του ίδιου προβλήματος, αυτή τη φορά για κυκλική τομή κυλίνδρου. Η κυκλική τομή προσεγγίζεται ως πολυγωνική τομή με πολλές

μικρές διαδοχικές πλευρές που σχηματίζουν μεταξύ τους εσωτερική γωνία 170° , επομένως, στην πραγματικότητα η κατασκευή δεν είναι κυκλική αλλά πρισματική (με διατομή 32-γωνο). Μ' αυτόν τον τρόπο, οι μεταβολές της γωνίας deadrise μεταξύ των διαδοχικών πλευρών της εισερχόμενης τομής είναι $<15^\circ$ οι οποίες, με βάση τις διαπιστώσεις της προηγούμενης παραγράφου 4.3, θα μπορούν να αντιμετωπιστούν με τον ίδιο κώδικα που έχει σχεδιαστεί για τη σφήνα. Συγκεκριμένα, οι μεταβολές deadrise είναι ίσες με 5° . Ο κύλινδρος εισέρχεται στο νερό με ταχύτητα 2m/s. Το επιλεγμένο χρονικό βήμα τίθεται ίσο με $\Delta t=0.001s$.

Στην Εικ.4.16 παρουσιάζεται η συμπεριφορά της ελεύθερης επιφάνειας κατά τη βύθιση του αντικειμένου σε διάφορα χρονικά στιγμιότυπα. Η ταχύτητα water-entry είναι σχετικά μικρή για να προξενήσει έντονο εκτοπισμό της ελεύθερης επιφάνειας και να δημιουργηθούν προβλήματα στο σημείο τομής της με το σώμα και στα αρχικά στάδια μπορεί να διατηρήσει το προσδοκώμενο προφίλ Wagner, δημιουργώντας, δηλαδή μία λεπτή λωρίδα που τείνει εφαπτομενικά προς την βρεχόμενη πλευρά του σώματος. Στο κατώτερο σχεδιάγραμμα απεικονίζεται η μετάβαση από την περιοχή της γωνίας deadrise $<90^\circ$ στην περιοχή $>90^\circ$. Η αντιστροφή της κλίσης της βρεχόμενης ακμής του σώματος στο σημείο αυτό δημιουργεί πρόβλημα στον βασικό κώδικα BEM καθώς το νερό τείνει να διαπεράσει το σώμα και το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας μετά από λίγα χρονικά βήματα αποκτά μεγάλες διακυμάνσεις και η επίλυση καταρρέει. Στη συγκεκριμένη περίπτωση εισάγεται αναπόφευκτα η προσέγγιση “non-viscous flow separation” των Zhao et al. [4,16] που περιγράφεται συνοπτικά στην παράγραφο 4.3.1. Η τελευταία μικρότερη εικόνα της Εικ.4.16 ανταποκρίνεται ακριβώς σε αυτήν την εφαρμογή, παρουσιάζοντας μία μορφή αποκόλλησης-“ψεκασμού” (spray) που ανταποκρίνεται στις παρατηρηθείσες μορφές της βιβλιογραφίας και στις πειραματικές παρατηρήσεις water-entry κυλίνδρου του Greenhow [9,86].



Εικόνα 4.16. Συμπεριφορά της ελεύθερης επιφάνειας κατά τη βύθιση κυλίνδρου που προσεγγίζεται ως πολυγωνική τομή, σε διάφορα χρονικά στιγμιότυπα, για ταχύτητα εισόδου 2m/s.

4.5. Συμπεράσματα.

Η παρούσα ανάλυση εστίασε στην αντιμετώπιση προβλημάτων water-entry/slamming με προσεγγίσεις αστρόβιλου πεδίο ροής και αριθμητική επίλυση με BEM. Προσεγγίστηκε το πρόβλημα water-entry πολυγωνικής τομής με σχεδιασμό ενός τυπικού κώδικα BEM επίλυσης του προβλήματος wedge (σφήνα) water-entry. Ο κώδικας αξιολογήθηκε ως επαρκής για την επίλυση της εισόδου απλής σφήνας στο νερό με σταθερή ταχύτητα, σε σύγκριση με δημοσιευμένα αποτελέσματα από ορισμένες από τις σημαντικότερες εργασίες για τις σχετικές εφαρμογές. Με βάση τις παραδοχές της παρούσας προσέγγισης, η πολυγωνική τομή θεωρήθηκε ότι απαρτίζεται από διαδοχικές σφήνες με διαφορετικές γωνίες deadrise. Ιδιαίτερα εξετάστηκε η επιρροή του μεγέθους αλλαγής κατεύθυνσης deadrise στην επίλυση. Συγκεκριμένα, προέκυψε το συμπέρασμα ότι οι πολυγωνικές τομές με μικρές αλλαγές κατεύθυνσης μεταξύ των διαδοχικών πλευρών τους (έως 15°) και για συνήθεις ταχύτητες εισόδου στο νερό που εφαρμόζονται σε αναλύσεις υπό κλίμακα, μπορούν να επιλυθούν με τους ίδιους κώδικες BEM που χρησιμοποιούνται για το τυπικό πρόβλημα water-entry απλής σφήνας. Επιπλέον, σε αυτές τις περιπτώσεις το πρόβλημα μπορεί να επεκταθεί και στα αρχικά στάδια water-entry κυλινδρικών τομών ως προσεγγίσεις πολυγωνικών επιφανειών. Σε εντονότερες αλλαγές κατεύθυνσης και σε μεγάλες ταχύτητες water-entry, μόλις το νερό διατρέξει το σημείο ασυνέχειας τείνουν να εμφανιστούν προβλήματα στον κώδικα (έντονες αποκλίσεις της πίεσης και του δυναμικού και σημαντικές διαταραχές του προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας) λόγω ισχυρής παρουσίας ιδιομορφίας (πηγής στροβιλότητας). Οι εν λόγω διαταραχές δεν αντιμετωπίζονται με απλουστευτικές προσεγγίσεις, όπως π.χ. με χρήση μικρότερων συνοριακών στοιχείων και χρονικών βημάτων. Προς τούτο, υπογραμμίζεται η ανάγκη χρήσης αναλυτικών προσεγγίσεων τοπικής στροβιλότητας [4,16] στα εν λόγω σημεία. Από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων του παρόντος κώδικα με επιλύσεις του ίδιου προβλήματος με θεώρηση ροής με στροβιλότητα και χρήση μοντέλου τύρβης RANS και της τεχνικής VOF για την προσέγγιση της μεταβολής της ελεύθερης επιφάνειας, η τελευταία μεθοδολογία κρίθηκε επί του συνόλου περισσότερο κατάλληλη για το συγκεκριμένο πρόβλημα καθώς μπορεί με κατάλληλη παραμετροποίηση των εξισώσεων RANS να προσεγγίσει με μεγαλύτερη συνέπεια την εμφάνιση στροβιλοτήτων στη ροή.

Στο μέλλον θα είχε ενδιαφέρον να διερευνηθεί και το τρισδιάστατο πρόβλημα. Μέχρι στιγμής εφαρμόζονται μέθοδοι BEM (Panel) για τρισδιάστατα προβλήματα σε πλοία τα οποία αρχικά “επιπλέουν” στο σχεδιαστικό τους βύθισμα και κατόπιν δέχονται έντονα φορτία wave-slamming, όμως διατηρούν μια κατάσταση ευσταθούς ισορροπίας και μετά τη διέλευση του κυματισμού. Η περίπτωση τρισδιάστατου bottom-slamming, με βάση την οποία το σώμα διαπερνάει βίαια το νερό και βυθίζεται με μεγάλη ταχύτητα, παραμορφώνοντας έντονα τα στοιχεία του νερού (Panels) δεν έχει προσεγγιστεί ακόμη με αυτές τις μεθόδους καθότι είναι

εξαιρετικά δύσκολη η αντιμετώπιση της περιοχής επαφής σώματος-νερού, με ανάλογη ευκολία με τις μεθόδους jet-cutting που εφαρμόζονται στα δισδιάστατα προβλήματα Wagner. Η μεγάλη πρόκληση για την τρισδιάστατη προσέγγιση είναι ακριβώς αυτή: η καλή μαθηματική διατύπωση της περιοχής, πλέον (και όχι ενός μόνο σημείου), επαφής.

Ευχαριστίες

Ο ΥΔ θα ήθελε να εκφράσει την ευγνωμοσύνη του προς τον Αναπλ. Καθηγητή κ. Κωνσταντίνο Μπελιμπασσάκη για τις σημαντικές πληροφορίες που του διέθεσε επάνω στη Μέθοδο BEM και για τις εύστοχες επισημάνσεις του επί της διαδικασίας σχεδιασμού του υπολογιστικού κώδικα.

5. Αριθμητική επίλυση bottom-slamming με τη μέθοδο RANS-VOF και ανάπτυξη υδροελαστικού μοντέλου για πωραία τομή πλοίου.

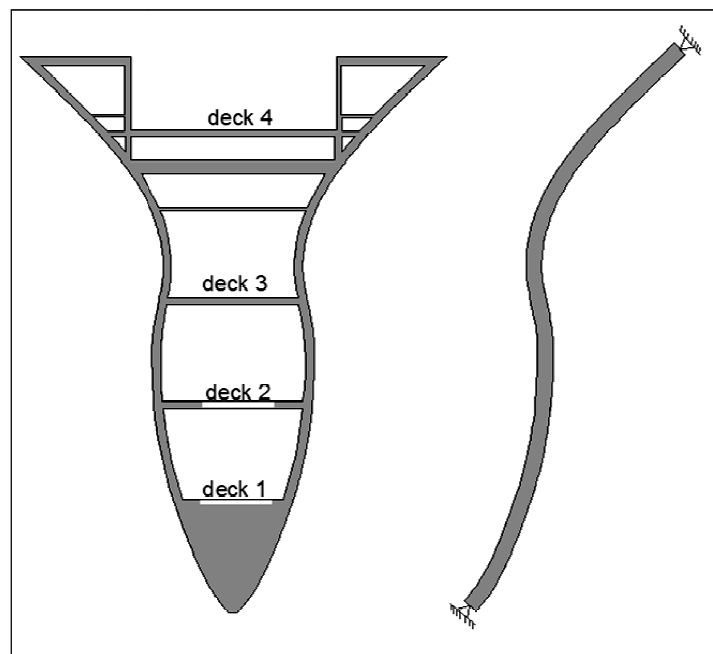
Η παρούσα προσπάθεια στοχεύει στον υπολογισμό των υδροδυναμικών πιέσεων bottom-slamming και στην περιγραφή της συμπεριφοράς της ελεύθερης επιφάνειας όπως διαμορφώνεται κατά την πρόσκρουση σε αυτήν πωραίας τομής πλοίου με μεγάλη ταχύτητα και σε πραγματική κλίμακα (πραγματικές διαστάσεις πλοίου). Παράλληλα προσεγγίζεται η καμπτική υδροελαστική ταλάντωση της πωραίας τομής υπό την δράση των συγκεκριμένων φορτίων slamming. Οι χρονοσειρές της κατανομής των πιέσεων slamming στην επιφάνεια της τομής υπολογίστηκαν με εφαρμογή της μεθοδολογίας CFD, RANS-VOF στο περιβάλλον Fluent 13.0, ανάλογα με τα προβλήματα που αντιμετωπίστηκαν στο κεφάλαιο 4. Το κατασκευαστικό-υδροελαστικό μοντέλο για την τομή αναπτύχθηκε με ημι-αναλυτική προσέγγιση line-dynamics, υποθέτοντας ότι το σύστημα γάστρα-ενισχυτικό θα μπορούσε να συμπεριφερθεί ως ελαστική δοκός Euler-Bernoulli, διακριτοποιημένο σε κατά μήκος ευθύγραμμα στοιχεία-δοκούς. Για την αξιολόγηση της παρούσας προσέγγισης line-dynamics επιλύθηκε το ίδιο δυναμικό πρόβλημα πρόβλημα σε περιβάλλον Πεπερασμένων Στοιχείων (ΠΣ). Η μεθοδολογία δεν αποτελεί 2way Fluid-Structure Interaction αλλά 1way coupling, εισάγοντας τα αποτελέσματα, κατόπιν ολοκλήρωσης των επιλύσεων του υδροδυναμικού (CFD) μοντέλου, στο κατασκευαστικό. Αρχικά παρουσιάζεται η θεωρητική προσέγγιση στο υδροελαστικό-κατασκευαστικό πρόβλημα και εν συνεχεία παρατίθενται τα αποτελέσματα των υδροδυναμικών και των υδροελαστικών επιλύσεων, με τη σειρά.

5.1. Δυναμική-υδροελαστική ανάλυση της απόκρισης της πωραίας τομής.

5.1.1. Ανάπτυξη μοντέλου δοκού Euler-Bernoulli - προσέγγιση "line-dynamics".

Στην Εικ.5.1 παρουσιάζεται ένα σκαρίφημα που περιγράφει τον εξεταζόμενο κατασκευαστικό τύπο: ελαστική δοκός Euler-Bernoulli ορθογωνικής διατομής, η οποία αντιπροσωπεύει το συνολικό εξωτερικό ενισχυτικό της γάστρας. Επιπλέον, εξετάζεται ένα δεύτερο στοιχείο δοκός, μικρότερου μήκους, που δεν είναι άλλο από το τμήμα του συνολικού ενισχυτικού της γάστρας το οποίο εκτείνεται μεταξύ των decks 1 και 2. Και οι δύο κατασκευές-δοκοί χαρακτηρίζονται από μηχανικές ιδιότητες κατασκευαστικού χάλυβα και έχουν οριακές συνθήκες απλής στήριξης (άρθρωσης) στα άκρα τους: το κάτω-άκρο το οποίο αντιστοιχεί στη μηδενική μετατόπιση που προσδίδει στη δοκό η συμπαγής κατασκευή της τρόπιδας (keel) και το άνω-άκρο το οποίο δεσμεύεται από το αντίστοιχο κατάστρωμα στο

οποίο συνδέεται. Εκτός από την περίπτωση οριακών συνθηκών απλής έδρασης εξετάζεται και η κατασκευαστική συμπεριφορά για πακτωμένα άκρα. Η μικρή δοκός έχει μήκος 3.2m, ύψος 0.25m, εύρος-πάχος 0.015m ενώ η μεγάλη έχει μήκος 12.07m και τις ίδιες εγκάρσιες διαστάσεις με τη μικρή. Η μικρή δοκός στο εξής καλείται ως "1st deck's stiffener", ενώ η μεγάλη "total stiffener". Οι κατασκευές διακριτοποιούνται σε 100 ευθύγραμμα στοιχεία δοκού με ίσα μήκη, ή στοιχεία με πολύ μικρή καμπυλότητα που θα επέτρεπε την προσέγγισή τους ως ευθύγραμμα. Οι ταλαντώσεις των κατασκευών προσεγγίζονται με ημι-αναλυτική επίλυση της εξίσωσης δυναμικής ισορροπίας, υπολογίζοντας αναλυτικά τη γενική λύση με υπέρθεση των πρώτων 10 ιδιομορφών σε κάθε κόμβο, υπό την ταυτόχρονη επίδραση των χρονικά μεταβαλλόμενων δυνάμεων slamming οι οποίες εφαρμόζονται στους αντίστοιχους κόμβους του σε κάθε χρονικό βήμα βρεχόμενου τμήματος της δοκού. Οι συγκεκριμένες δυνάμεις έχουν προέλθει από την επίλυση RANS-VOF του προβλήματος slamming της τομής. Τα αποτελέσματα της επίλυσης RANS-VOF αναπτύσσονται στην παράγραφο 5.2.



Εικόνα 5.1. Σκαρίφημα του κατασκευαστικού μοντέλου της τομής bow.

Παρουσιάζονται τα εξεταζόμενα στοιχεία δοκού και οι θέσεις των στηριξεών τους.

Το στοιχείο-δοκός στα δεξιά αναπαριστά το ολικό ενισχυτικό (total stiffener).

Το μικρό ενισχυτικό (1st deck's stiffener) είναι το τμήμα του ολικού που εκτείνεται μεταξύ των decks 1 και 2.

Η απόφαση για τη διερεύνηση διαφορετικών μοντέλων δοκών, δηλαδή και του total stiffener και του 1st deck's stiffener (το οποίο είναι και το κυρίως βρεχόμενο τμήμα κατά τη φάση slamming) με αρθρωμένα-αρθρωμένα αλλά και πακτωμένα-πακτωμένα άκρα, λήφθηκε λόγω απουσίας του απαραίτητου όγκου πληροφορίας σε σχέση με την αντοχή αλλά και την πολύπλοκη γεωμετρία της πραγματικής μεταλλικής κατασκευής που αποτελείται από ένα συνδυασμό συνδεδεμένων μεταξύ τους φορέων (hull-stiffener-deck-frame). Στην πραγματικότητα, ούτε το ενισχυτικό-δοκός από μόνο του ούτε η κατασκευή κελύφους της γάστρας αντιπροσωπεύουν από μόνα τους τη γενική κατασκευαστική αντοχή του πλοίου σε ακραίες υδροδυναμικές πιέσεις-slaming.

Επιπλέον, η δυναμική συμπεριφορά της πολύπλοκης μεταλλικής κατασκευής θα ήταν προτιμώτερο να αναλυθεί με χρήση περισσότερο πολύπλοκων κωδίκων κατασκευαστικής υπολογιστικής προσομοίωσης, όπως ΠΣ. Εντούτοις, η προκειμένη, απλή προσέγγιση line-dynamics θα μπορούσε να αποτελέσει ένα εύχρηστο υπολογιστικά εργαλείο εκτίμησης του κινδύνου παραμόρφωσης σε ακραίες φορτίσεις slaming, ενός απλούστερου αλλά πραγματικού κατασκευαστικού στοιχείου του πλοίου, όπως η εξωτερική δοκός-ενισχυτικό, η οποία συνεισφέρει περισσότερο στην ενίσχυση της αντοχής της γάστρας σε εγκάρσια παραμόρφωση-κάμψη. Με την ίδια λογική, η πιθανότητα ότι το υπολογιζόμενο προφίλ απόκρισης του total stiffener -από το keel έως το main deck- η οποία έχει μόνο στα άκρα της οριακές συνθήκες περιορισμού, θα μπορούσε να μην ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα -δεδομένων πιθανών ενδιάμεσων περιορισμών λόγω σύνδεσης με ενδιάμεσα καταστρώματα- οδήγησε στην προσομοίωση και μικρότερης δοκού (1st deck's stiffener), εκτεινόμενης μεταξύ δύο καταστρωμάτων.

Η πολυπλοκότητα των πιέσεων τόσο λόγω της χωρικής όσο και της χρονικής μεταβολής τους από χρονικό βήμα σε χρονικά βήμα επέβαλε την θεώρησή τους ως “ramped load” (timestep-by-timestep applied), δηλαδή, το κατασκευαστικό μοντέλο “διάβαζε” ξεχωριστά διανύσματα δυνάμεων σε κάθε βήμα. Από την άλλη, η χωρική και χρονική μεταβολή των δυνάμεων και η απουσία γνώσης μίας μαθητικής συνάρτησής τους η οποία θα μπορούσε να συμπεριληφθεί σε μία αναλυτική επίλυση της απόκρισης της δοκού, επέβαλε την ανάγκη χρήσης αριθμητικού σχήματος χρονικής ολοκλήρωσης. Για αυτόν το λόγο, η παρούσα προσέγγιση χαρακτηρίζεται ως ημι-αναλυτική. Η έντονη καμπυλότητα της δοκού αντιμετωπίστηκε με τη διακριτοποίησή της σε ευθύγραμμα διαδοχικά τμήματα. Το τελικό σύστημα Συνήθων Διαφορικών Εξισώσεων (ΣΔΕ) που περιγράφει την απόκριση της κατασκευής επιλύθηκε με σχήμα Runge-Kutta 4^{ης} τάξης. Στις ακόλουθες γραμμές περιγράφεται η μαθηματική μοντελοποίηση του δυναμικού-υδροελαστικού προβλήματος.

Η δυναμική εγκάρσια/καμπτική απόκριση δοκού με αρθρωμένα άκρα έχει την ακόλουθη αναλυτική γενική λύση:

$$y(s, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n(t) \frac{\partial^4 Y_n(s)}{\partial s^4} \quad (5.1)$$

όπου με s συμβολίζεται η τυχαία κατά μήκος συντεταγμένη (Lagrangian), η οποία ακολουθεί τον καμπυλωμένο κεντρικό άξονα του στοιχείου δοκός (με τιμή μηδέν στο κάτω άκρο), ενώ με n συμβολίζεται ο αριθμός της αντίστοιχης ιδιομορφής, $n=1, 2, \dots$, με $\xi(t)$ η χρονική συνάρτηση και με $Y(s)$ η αντίστοιχη ιδιομορφική συνάρτηση. Και οι δύο τελευταίες συναρτήσεις προκύπτουν με εφαρμογή Μεθόδου Χωριζομένων Μεταβλητών στη μερική διαφορική εξίσωση δυναμικής ισορροπίας της δοκού:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial s^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F(t) + w_0 \sin \phi_0 \frac{\partial y}{\partial s}, \quad (5.2)$$

όπου EI η καμπτική ακαμψία του στοιχείου και m η μάζα του ανά μονάδα μήκους. Η ισχύς της (5.2) θεωρείται με βάση τη διακριτοποίηση σε μικρά, σχεδόν ευθύγραμμα τμήματα ή με πολύ μικρή καμπυλότητα. Ο πρώτος όρος του δεξιού σκέλους της (5.2) αναπαριστά τη χρονικά μεταβαλλόμενη εξωτερική δύναμη ανά μονάδα μήκους και ο δεύτερος την διατμητική δύναμη ανά μέτρο μήκους η οποία οφείλεται στο βάρος της κατασκευής ανά μέτρο μήκους, w_0 . Η ποσότητα ϕ_0 συμβολίζει τη γωνία κλίσης του στοιχείου προς την οριζόντιο. Η εν λόγω τιμή υπολογίζεται προηγουμένως από στατική επίλυση του στοιχείου. Η ιδιομορφική συνάρτηση δοκού με αρθρωμένα άκρα (dry modes) είναι :

$$Y_n(s) = \sin\left(\frac{n\pi s}{L}\right), \quad (5.3)$$

όπου L είναι το συνολικό μήκος της δοκού. Η εξαγωγή των σχέσεων (5.1), (5.3) προκύπτει από αναλυτική λύση της (5.2) η οποία μπορεί να αναζητηθεί σε βιβλία δυναμικής των κατασκευών όπως του Meironitch [87]. Με εισαγωγή των ιδιομορφών στην (5.1), αντικατάσταση της (5.1) στην (5.2) και με χρήση της ιδιότητας της ορθογωνικότητας των συγκεκριμένων ιδιομορφών, προκύπτει μία ΣΔΕ για τη γενικευμένη χρονική μεταβλητή, ξ . Η ακόλουθη έκφραση είναι η τελική μορφή για την ξ από την αναλυτική λύση της παρούσας εφαρμογής:

$$\ddot{\xi}_k(t) + \sum_{n=1}^{\infty} (\omega_n^2 \delta_{kn} - \frac{2w_o n \pi}{mL^2} \int_0^L \sin \phi_o \sin(\frac{k\pi s}{L}) \sin(\frac{n\pi s}{L}) ds) \xi_k(t) = \frac{2}{mL} \int_0^L \sin(\frac{k\pi s}{L}) p(s,t) ds. \quad (5.4)$$

Το ολοκλήρωμα στο δεξί σκέλος της (5.4) αναπαριστά, εν προκειμένω, τη χρονικά μεταβαλλόμενη δύναμη slamming ανά μέτρο μήκους ενώ η συνάρτηση $p(s,t)$ είναι η πίεση slamming πολλαπλασιασμένη επί το εύρος-πάχος του στοιχείου, σε μονάδες δύναμης ανά μέτρο μήκους. Ακόμη, δ_{kn} είναι η συνάρτηση δ -Kronecker, k ο αριθμός ιδιομορφής (όπως και ο n) και ω_n η αντίστοιχη ιδιοσυχνότητα:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{EI}{m} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2}. \quad (5.5)$$

Αντικαθιστώντας όπου $\ddot{\xi}_k = \dot{x}_k$ και όπου $\dot{\xi}_k = y_k$, προκύπτει το ακόλουθο σύστημα ΣΔΕ:

$$\dot{x}_k(t) + \sum_{n=1}^{\infty} (\omega_n^2 \delta_{kn} - \frac{2w_o n \pi}{mL^2} \int_0^L \sin \phi_o \sin(\frac{k\pi s}{L}) \sin(\frac{n\pi s}{L}) ds) y_k(t) = \frac{2}{mL} \int_0^L \sin(\frac{k\pi s}{L}) p(s,t) ds$$

$$\dot{y}_k = x_k, \quad (5.6)$$

με συνοριακές συνθήκες $x_k(0) = x_k(L) = 0, y_k(0) = y_k(L) = 0$.

Όπως αναφέρεται στα προηγούμενα, η υπόθεση της ποσότητας $p(s,t)$ ως φορτίο “ramped” οδηγεί στη χρήση αριθμητικού σχήματος ολοκλήρωσης, γεγονός το οποίο ικανοποιείται με την χρήση της μεθόδου Runge-Kutta 4ης τάξης για το πρόβλημα αρχικών τιμών, θέτοντας μηδενικές αρχικές μετατοπίσεις και ταχύτητες τη χρονική στιγμή $t=0s$ και εφαρμόζοντας ένα σταθερό χρονικό βήμα $dt=0.001s$. Τα ολοκληρώματα της 1^{ης} εξίσωσης του συστήματος (5.6) προσδιορίζονται αριθμητικά σε κάθε χρονικό βήμα με χρήση κανόνα του τραπεζίου. Στο τέλος, οι προσδιορισμένες συναρτήσεις ξ_k εισάγονται στην (5.1) για τον υπολογισμό της συνολικής απόκρισης της κατασκευής.

Αντίστοιχα, στις επόμενες γραμμές περιγράφονται συνοπτικά τα στοιχεία που λήφθηκαν υπόψη για την ημι-αναλυτική επίλυση της δοκού με πακτωμένα άκρα. Η συνάρτηση ιδιομορφών για τη συγκεκριμένη κατασκευή είναι:

$$Y_n(s) = \cosh \beta_n s - \cos \beta_n s - \left(\frac{\cos \beta_n L - \cosh \beta_n L}{\sin \beta_n L - \sinh \beta_n L} \right) (\sin \beta_n s - \sinh \beta_n s), \quad (5.7)$$

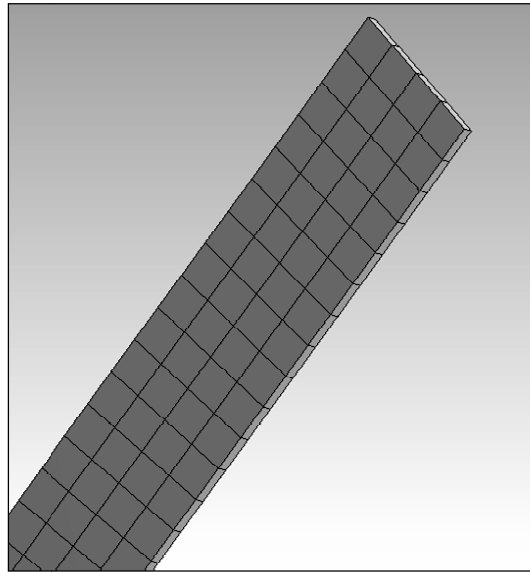
όπου β_n οι ιδιοτιμές του ΠΣΤ. Εισάγοντας την (5.7) στην (5.1), αντικαθιστώντας στην (5.2) και κάνοντας χρήση της ιδιότητας ορθογωνικότητας ιδιομορφών, προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση:

$$\begin{aligned} & -EI \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n(t) \beta_n^4 \left(\int_0^L Y_n(s) Y_k(s) ds \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n(t) \beta_n \int_0^L w_o \sin \phi_o(s) Y_n'(s) Y_k(s) ds \\ & + \int_0^L p(s,t) Y_k(s) ds = m \sum_{n=1}^{\infty} \ddot{\xi}_n(t) \left(\int_0^L Y_n(s) Y_k(s) ds \right). \end{aligned} \quad (5.8)$$

Τα ολοκληρώματα στην (5.8) μπορούν να υπολογιστούν με αριθμητική ολοκλήρωση. Τέλος, παράγεται ένα σύστημα όμοιο με το (5.6) και χρησιμοποιείται σχήμα Runge-Kutta 4ης τάξης για τη χρονική ολοκλήρωση του προβλήματος αρχικών τιμών για τον υπολογισμό των τιμών ξ_k και, συνεπώς, της συνολικής καμπτικής ταλάντωσης, $y(s,t)$. Το παραπάνω υδροελαστικό μοντέλο προγραμματίζεται σε περιβάλλον Matlab.

5.1.2. Προσέγγιση της δυναμικής απόκρισης της προωραίας τομής με Πεπερασμένα Στοιχεία.

Η δυναμική απόκριση της δοκού προσεγγίζεται δεύτερη φορά με τη χρήση του λογισμικού ΠΣ, ANSYS MAPDL 13.0 για αξιολόγηση της προηγούμενης ημι-αναλυτικής μεθόδου. Η κατασκευή διακριτοποιείται σε τρισδιάστατα ΠΣ δοκού και η χρονική ολοκλήρωση της μητρικής δυναμικής εξίσωσης ισορροπίας πραγματοποιείται με χρήση του Έμμεσου μη-γραμμικού αλγορίθμου (Implicit/Newmark).



Εικόνα 5.2. Μερική άποψη της διακριτοποιημένης κατασκευής με Πεπερασμένα στοιχεία 3D-beam.

Στην Εικ.5.2 φαίνεται ένα τμήμα της διακριτοποιημένης κατασκευής. Η μαθηματική περιγραφή των πεπερασμένων στοιχείων 3D-beam και της μεθόδου Implicit/Newmark δεν παρουσιάζονται στο παρόν για λόγους συντομίας ενώ οποιοσδήποτε ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να τα αναζητήσει σε βιβλία FEM, όπως του Bathe [88] καθώς και στον οδηγό χρήσης του λογισμικού ANSYS MAPDL [89]. Εκτενής ανάλυση της μεθόδου Implicit για FEM υπάρχει στη δημοσίευση των Subbaraj and Dokainish [66]. Σε όμοια κατασκευαστικά προβλήματα κρουστικών δυνάμεων προτιμώνται οι Explicit-αλγόριθμοι χρονικής ολοκλήρωσης και όχι τόσο η μέθοδος Implicit [66,89]. Όμως, στο παρόν πρόβλημα δεν διερευνάται μόνο η πρόσκρουση στην ελεύθερη επιφάνεια αλλά και η φόρτιση καθ'όλη τη διάρκεια του προβλήματος water-entry, η οποία υπερβαίνει χρόνους 10^{-2} ~ 10^{-3} s κρουστικών προβλημάτων FEM. Δεδομένων των υψηλών απαιτήσεων διακριτοποίησης και υπολογιστικού κόστους της μεθόδου Explicit προτιμήθηκε η μέθοδος Implicit η οποία, τελικά, παρήγαγε ικανοποιητικά αποτελέσματα, όπως αναλύεται παρακάτω.

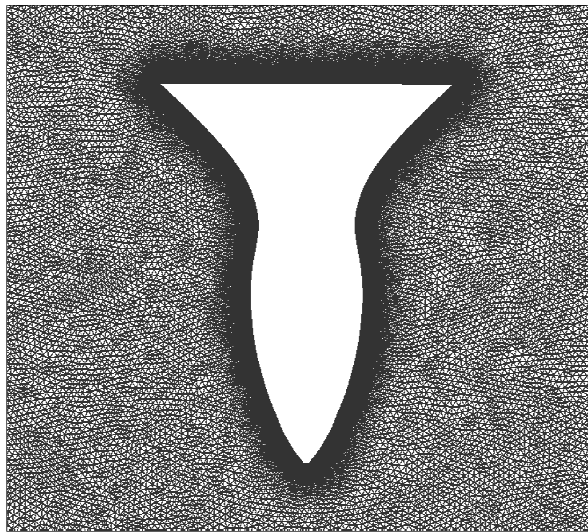
5.2. Αριθμητική προσέγγιση των πιέσεων bottom-slamming στην προωαία τομή με την επίλυση RANS-VOF.

Εξετάζονται δύο περιπτώσεις δισδιάστατων προβλημάτων water-entry προωαίας τομής πλοίου, με τη μέθοδο RANS-VOF στον κώδικα Fluent 13.0. Η πρώτη αφορά στην ελεύθερη πτώση της τομής με το βάρος της, από ύψος 2.8m ψηλότερα από την αρχικά αδιατάρακτη

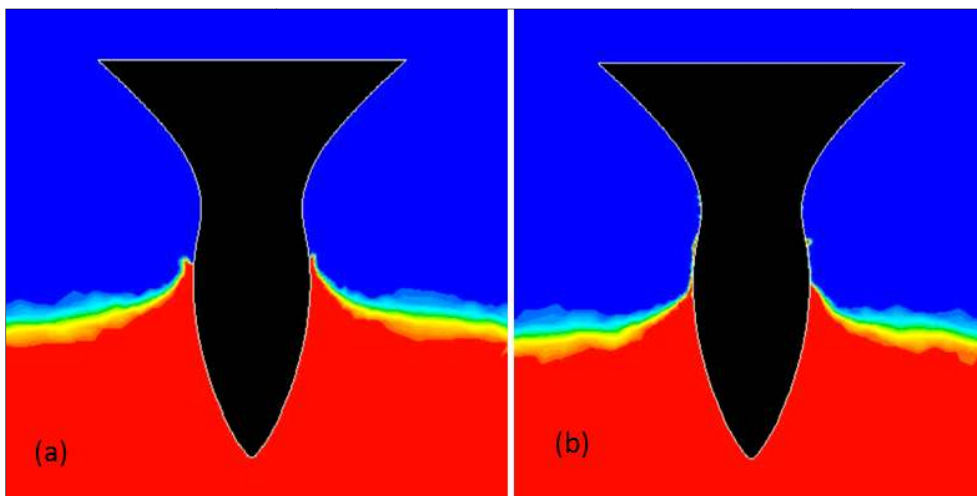
ελεύθερη επιφάνεια. Η προκειμένη ταχύτητα πρόσκρουσης εκτιμάται περίπου 7m/s. Η δεύτερη περίπτωση αφορά στην είσοδο της τομής στο νερό με σταθερή ταχύτητα, 7m/s, στην οποία δεν λαμβάνονται επιδράσεις της βαρύτητας στην κίνηση της κατασκευής παρά μόνο στην κίνηση του ρευστού. Επίσης το φαινόμενο εξετάζεται σε πραγματική κλίμακα-πραγματικές διαστάσεις πλοίου- σε αντίθεση με τις περισσότερες εργασίες της βιβλιογραφίας στις οποίες πραγματοποιούνται κατά βάση αδιαστατοποιημένες αναλύσεις ή αναλύσεις υπό κλίμακα, δηλαδή με διαστάσεις πειραματικών μοντέλων πλοίων. Για την πρώτη περίπτωση απαιτείται η εισαγωγή στον κώδικα μία εξίσωση κίνησης 6-βαθμών ελευθερίας, με την οποία παραμετροποιείται η ελεύθερη πτώση του στερεού ορίου-σώματος, διαμέσω του πεδίου ροής. Η προκειμένη παραμετροποίηση γίνεται με προγραμματισμό κατάλληλης UDF (User-Defined-Function) σε γλώσσα προγραμματισμού C. Η δεύτερη περίπτωση απαιτεί, επίσης, τη χρήση UDF στην οποία παραμετροποιείται η κίνηση του στερεού ορίου με σταθερή ταχύτητα. Οι εν λόγω συναρτήσεις κίνησης χρειάζονται για την επίλυση προβλημάτων με κινούμενα όρια δια μέσω του υπολογιστικού πλέγματος το οποίο παραμορφώνεται ανάλογα με τις παραμέτρους του αλγορίθμου dynamic mesh "smoothing-remeshing" (βλ. κεφάλαιο 2). Κατ'αυτόν τον τρόπο, επιτρέπεται η επίλυση στο πεδίο του χρόνου ολόκληρου του συστήματος διακριτοποιημένων ρευστοδυναμικών εξισώσεων του προβλήματος, σε ένα παραμορφούμενο πλέγμα μεταξύ δύο διαδοχικών χρονικών βημάτων. Περισσότερα για τη χρήση UDFs που συσχετίζονται με προβλήματα παραμορφούμενου πλέγματος μπορούν να αναζητηθούν στον οδηγό χρήση του ANSYS Fluent [15]. Ακόμη, σε προσομοιώσεις πολλών φάσεων ρευστών (multiphase flows) όπως με τη μέθοδο VOF, απαιτείται μία ακόμη συνάρτηση-UDF για την παραμετροποίηση της κατανομής των φυσικών ιδιοτήτων μεταξύ των φάσεων ρευστού, διαμέσω του ευρύτερου πεδίου ροής.

Το πλέγμα είναι πυκνότερο προς το σώμα για λόγους παραμετροποίησης των εξισώσεων που χρησιμοποιούνται για την τυρβώδη προσομοίωση του προβλήματος (wall-functions και οριακές συνθήκες $k-\epsilon$ στο οριακό στρώμα) με ανάλογο τρόπο με αυτόν που περιγράφεται στα κεφάλαια 2 και 4. Το πλέγμα στον υπόλοιπο υπολογιστικό χώρο είναι ομοιόμορφο αλλά διατηρείται αρκετά πυκνό ώστε να παραχθεί μία ικανοποιητική εκτίμηση της εξέλιξης του προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας με τη VOF, διατηρώντας ταυτόχρονα την ομαλότητά της. Οι συνολικοί κόμβοι του πλέγματος είναι 382464 (Εικ. 5.3).

Οι επιλύσεις διήρκεσαν μέχρι η βρεχόμενη επιφάνεια να υπερβεί αρκετά το βύθισμα της προωραίας τομής (2.8m), δηλαδή να φθάσει περί τα 7.5m από την τρόπιδα (keel). Το συγκεκριμένο χρονικό διάστημα θεωρήθηκε ότι αποτελεί τη φάση-slamming, με την υπόθεση ότι η κορυφή του κύματος, ή της αναρρίχησης της ελεύθερης επιφάνειας επί του σώματος θα αρχίσει να υποχωρεί από εκείνη τη στιγμή και ύστερα. Με την τελευταία παραδοχή, η φάση slamming της 1^{ης} περίπτωσης (ελεύθερη πτώση) διήρκεσε περί τα 0.5s, ενώ της 2^{ης}, περίπου 0.6s.



Εικ. 5.3. Άποψη του υπολογιστικού πλέγματος με έμφαση στη μεγάλη πύκνωσή του κοντά στο σώμα.



Εικόνα 5.4. Οι σχηματισμοί στην ελεύθερη επιφάνεια προς το τέλος του φαινομένου slamming:
a. η περίπτωση ελεύθερης πτώσης (μικροί ψεκασμοί κοντά στην τομή ελεύθερης επιφάνειας-σώματος)
και b. η περίπτωση water-entry με σταθερή ταχύτητα (λεπτή αναρριχώμενη λωρίδα προσκολλημένη στο σώμα).

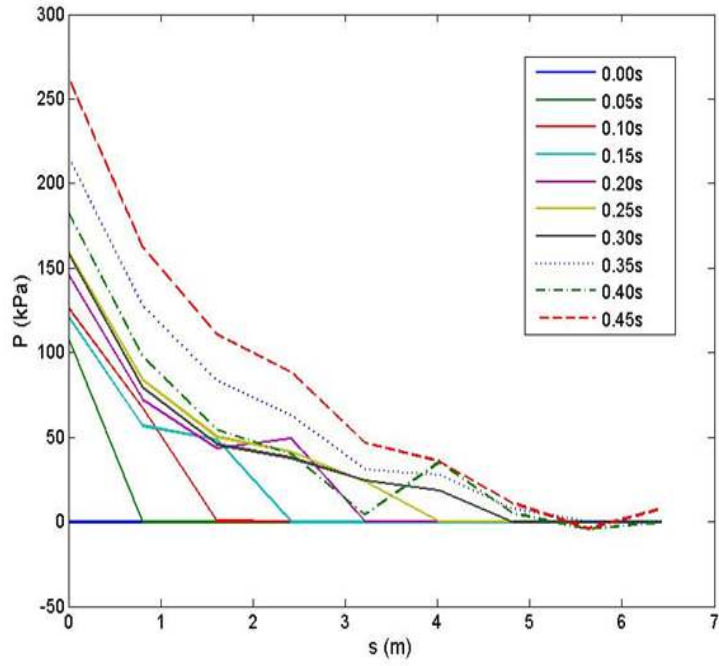
Στην Εικ.5.4 παρατηρείται το προφίλ της αναρριχώμενης ελεύθερης επιφάνειας λίγο πριν την ολοκλήρωση της φάσης slamming (a. ελεύθερη πτώση, b. σταθερή ταχύτητα). Η 1^η περίπτωση παρουσίασε το φαινόμενο του εκτοπισμού μεγαλύτερης μάζας νερού, όπως παρατηρείται από τη μεγαλύτερη ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας και από τους σχηματισμούς ψεκασμών που παρατηρούνται. Οι εν λόγω ψεκασμοί, οι οποίοι είναι σχηματισμοί αποκόλλησης ροής, αποκτούσαν ένα εντονότερο προφίλ αμέσως μετά την υπέρβαση της τρόπιδας και την αλλαγή διεύθυνσης της καμπύλης της τομής. Το εν λόγω σημείο της κατασκευής αποτελεί μία τοπική γεωμετρική ασυνέχεια στην οποία μπορούν να εμφανιστούν σχηματισμοί αποκόλλησης ροής. Η 2^η περίπτωση παρουσίασε μικρότερη εκτοπιζόμενη μάζα νερού. Επίσης, προέκυψε ένας σχηματισμός λεπτής λωρίδας η οποία έτεινε να αναρριχάται επί του σώματος ταχύτερα από την υπόλοιπη ελεύθερη επιφάνεια και να παραμένει προσκολλημένη σε αυτό. Και ο εν λόγω σχηματισμός έγινε εντονότερος από τη στιγμή βύθισης του σημείου αλλαγής κατεύθυνσης στην τρόπιδα, όμως διατηρήθηκε σε όλη την ανάλυση, διαβρέχοντας τοπικά μία μεγαλύτερη επιφάνεια του σώματος, ψηλότερα από το βυθισμένο τμήμα του ενώ υποχωρούσε και καταστρεφόταν σε ακόμη ψηλότερα τμήματά του (Εικ. 5.4.b). Θα πρέπει να σημειωθεί ότι και στις δύο περιπτώσεις, γενικά δεν είναι έντονο το φαινόμενο jetting-spraying και αυτό οφείλεται στην πολύ μεγάλη γωνία deadrise της συγκεκριμένης τομής, τόσο κατά την πρόσκρουση όσο και κατά την βύθισή της. Ιδίως στην 1^η περίπτωση οι εντονότεροι της 2^{ης} περίπτωσης σχηματισμοί, όπως σημειώνεται ανωτέρω, εμφανίζονται στο σημείο αλλαγής κατεύθυνσης ψηλότερα της τρόπιδας, όπου, συν τοις άλλοις, η γωνία deadrise λαμβάνει και τη μικρότερη τιμή της. Αυτό είναι κατ'αρχήν αναμενόμενο δεδομένου ότι οι Falinsen et al. [72] σημειώνουν ότι όσο μικρότερη είναι η γωνία deadrise τόσο μεγαλύτερη η πίεση slamming, δηλ. τόσο μεγαλύτερη η εκτοπιζόμενη-επιταχυνόμενη μάζα και η αντίσταση του νερού.

Η υπόθεση κίνησης 6 βαθμών ελευθερίας της 1^{ης} περίπτωσης περιλάμβανε τον συνυπολογισμό αδρανειακών δυνάμεων και δυνάμεων βαρύτητας στη δυναμική ισορροπία του στερεού ορίου. Η γενικότερη κίνηση του σώματος σε αυτήν την περίπτωση (επιτάχυνση δια της φάσης του αέρα – επιβράδυνση δια του νερού λόγω άωσης) φαίνεται πως επηρέασε πιο ξεκάθαρα της γενικότερες δυνάμεις αλληλεπίδρασης σώματος-ρευστού και παρείχε πλησιέστερα στη φυσική πραγματικότητα, προφίλ για την εξέλιξη της ελεύθερης επιφάνειας, από την δεύτερη περίπτωση.

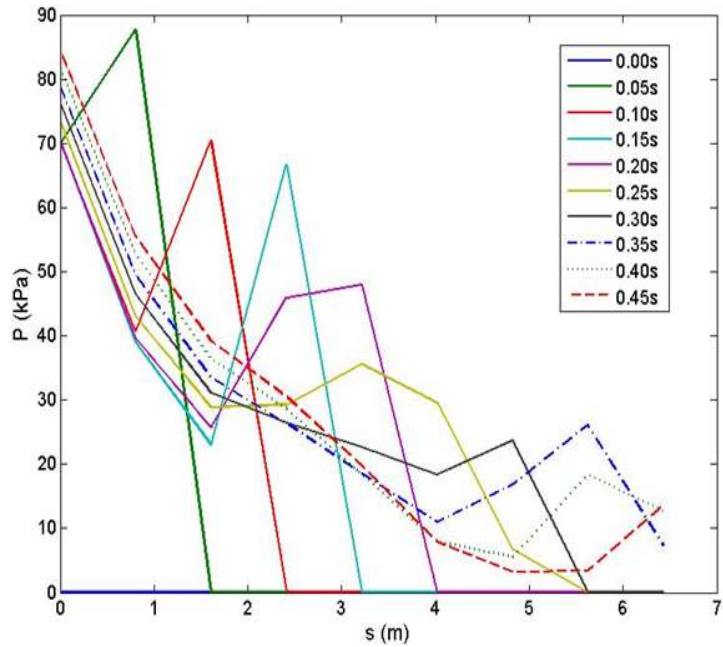
Η κατανομή της πίεσης στο χώρο και η εξέλιξή της στο χρόνο περιγράφεται στα διαγράμματα των Εικ.5.5 και 5.6 για διακριτές χρονικές στιγμές. Με s συμβολίζεται η θέση κατά μήκος της καμπύλης bow από το κάτω άκρο (keel). Η 1^η περίπτωση (Εικ.5.5) παρουσιάζει μία φθίνουσα κατανομή κατά μήκος του βρεχόμενου τμήματος, αντίθετα από τη 2^η (Εικ.5.6) καθώς και υψηλότερα μέγιστα προς το κάτω άκρο (με ολικό μέγιστο 250kPa). Οι εν λόγω ακραίες τιμές αυξάνουν με την πάροδο του χρόνου και φθίνουν από το κάτω άκρο

και κατά μήκος του βρεχόμενου τμήματος μέχρι την κορυφή του ($>7\text{m}$). Η 2^η περίπτωση παρουσιάζει αρκετά μικρότερα μέγιστα (100kPa) καθώς και διακυμάνσεις στο προφίλ της κατά τα αρχικά στάδια water-entry ($0.0\text{s}-0.3\text{s}$). Επιπλέον, η 2^η περίπτωση παρουσιάζει τοπικά μέγιστα (λίγο μεγαλύτερα από 30kPa) πιέσεων σε υψηλότερα τμήματα, κοντά στο ύψος του βυθίσματος, αντίθετα με την 1^η. Αυτές οι τοπικές μέγιστες τιμές δεν τείνουν να εξαλειφθούν ακόμη και σε προχωρημένα στάδια της φάσης water-entry, δίνοντας την εντύπωση ότι διαβρέχεται ένα μεγαλύτερο τμήμα της ελεύθερης επιφάνειας. Σε αυτό το γεγονός, αλλά και στο διακυμαινόμενο προφίλ των πιέσεων στο χώρο, ευθύνεται προφανώς η παρατηρούμενη ταχεία κίνηση της λεπτής λωρίδας νερού που επισημαίνεται ανωτέρω. Σε ορισμένες εργασίες slamming σε τομή bow, με όμοιες προσομοιώσεις ροής με στροβιλότητα, όπως των Zhu [90] και Rahaman et al. [11], η κατανομή της πίεσης κατά τη φάση water-entry παρουσιάζει εν γένει ένα φθίνον προφίλ από κάτω προς τα πάνω, όπως στην Εικ.5.5. Στις περισσότερες, όμως, αναφορές της βιβλιογραφίας που μεταχειρίζονται απλές γεωμετρίες (σφήνες-σφήνες με “knuckle”), παρατηρείται ένα φθίνον προφίλ και με την πάροδο του χρόνου, πράγμα το οποίο δεν παρατηρείται στην παρούσα ανάλυση. Αυτό οφείλεται, πιθανότατα στη συνεχή μεταβολή της γωνίας deadrise (αύξηση-αντιστροφή-μείωση) καθώς το νερό πλήττει σταδιακά ανώτερα στοιχεία της τομής. Με άλλα λόγια, η μετακίνηση των στοιχείων του νερού καθ’όλη τη διαδικασία πρόσκρουσης-βύθισης της συγκεκριμένης τομής δεν πραγματοποιείται ούτε με σταθερή κατεύθυνση ούτε σταθερή ταχύτητα ή επιτάχυνση. Σημειώνεται, ακόμη ότι το διακυμαινόμενο προφίλ πίεσης κατά μήκος της τομής, του 2^{ου} προβλήματος (σταθερής ταχύτητας εισόδου, Εικ.5.6) παρατηρείται και στην αντίστοιχη προσέγγιση RANS-VOF των Seng and Jensen [91].

Οι προκειμένες προσομοιώσεις slamming σε πραγματική κλίμακα παρήγαγαν υψηλές πιέσεις που δεν αναφέρονται στις περισσότερες εργασίες της βιβλιογραφίας. Βέβαια, οι περισσότερες προηγούμενες μελέτες αντιμετώπισαν προβλήματα υπό κλίμακα, σε υπολογιστικούς χώρους που δεν υπερβαίνουν τις διαστάσεις μιας πειραματικής δεξαμενής και, κατά συνέπεια, χρησιμοποίησαν μικρότερες ταχύτητες πρόσκρουσης απ’όπου αναπτύχθηκαν μικρότερες δυνάμεις βαρύτητας, υδροστατικής αλλά και δυναμικής πίεσης. Εντούτοις, σε πραγματικές, ακραίες περιβαλλοντικές συνθήκες όπου αναπτύσσονται ανάλογα υψηλές ταχύτητες πρόσκρουσης και παρατηρούνται βυθίσεις πολλών μέτρων, είναι πιθανόν να προκύψουν ανάλογα υψηλές πιέσεις slamming. Επιπλέον, υπάρχουν αναλύσεις υπό κλίμακα που σημειώνουν όμοιας τάξης πιέσεις πρόσκρουσης, όπως η προσομοίωση πρόσκρουσης κώνου των Peseux et al. [92].



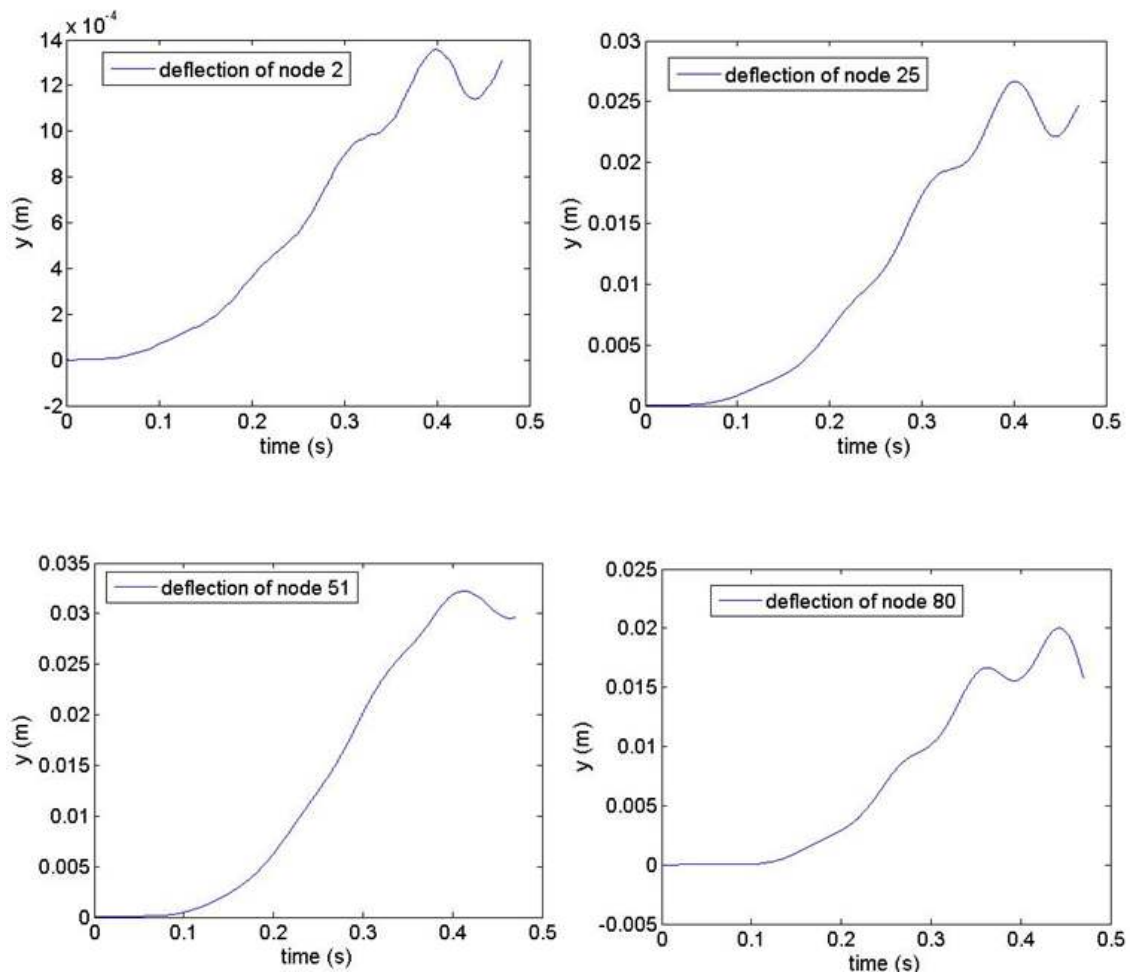
Εικόνα 5.5. Χωρική κατανομή - προφίλ των πιέσεων (ελεύθερη πτώση).
Κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε μία χρονική στιγμή.



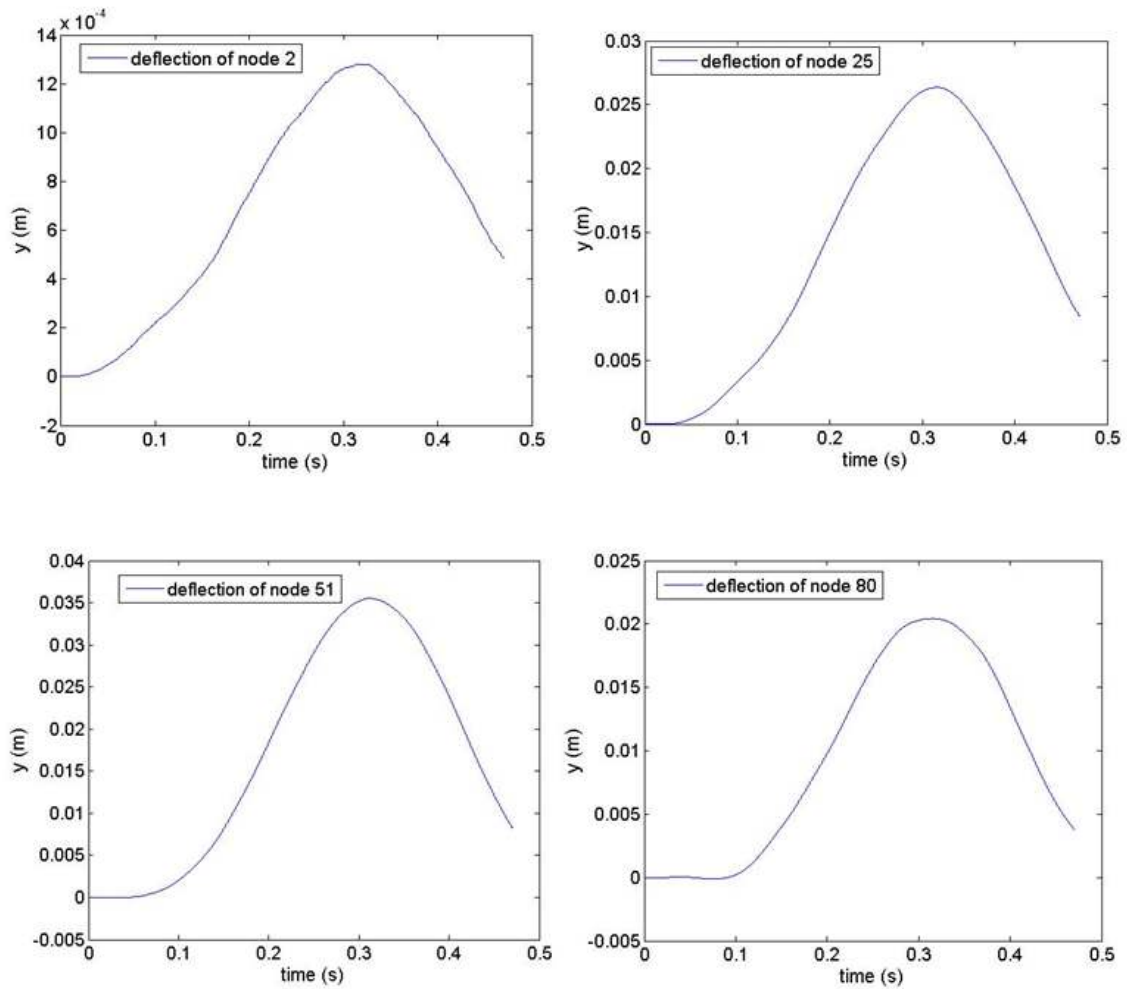
Εικόνα 5.6. Χωρική κατανομή - προφίλ των πιέσεων (water-entry με σταθερή ταχύτητα).
Κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε μία χρονική στιγμή.

5.3. Αποτελέσματα της υδροελαστικής επίλυσης.

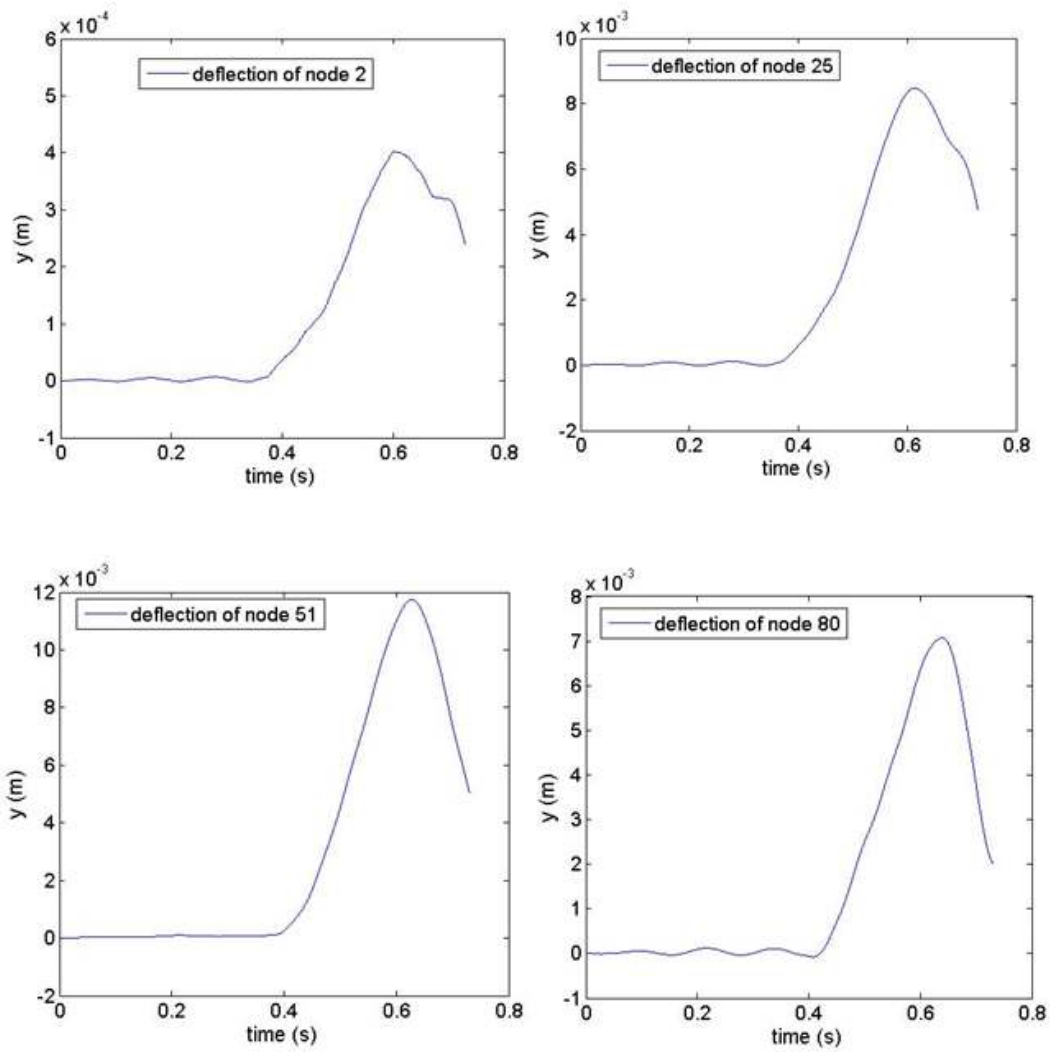
Στις Εικ. 5.7-5.10 παρουσιάζονται κομβικές, κάθετες μετατοπίσεις (βέλη κάμψης) της αρθρωμένης-αρθρωμένης δοκού για όλες τις διερευνώμενες περιπτώσεις απόκρισης σε πιέσεις slamming: i) total stiffener σε ελεύθερη πτώση, ii) total stiffener με σταθερή ταχύτητα water-entry, iii) 1st deck's stiffener σε ελεύθερη πτώση και iv) 1st deck's stiffener με σταθερή ταχύτητα water-entry, αντίστοιχα. Η εξέλιξη των κομβικών μετατοπίσεων εξετάστηκε για όλη την έκταση κάθε μοντέλου, παρ' όλ' αυτά, σε καθεμιά από τις Εικ. 5.7-5.10 περιλαμβάνονται ορισμένες ενδεικτικές περιπτώσεις που επαρκούν για την περιγραφή της ευρύτερης ταλαντωτικής συμπεριφοράς τους: i) κόμβος 2 (ο 2^{ος} κόμβος ακριβώς μετά το κάτω άκρο στήριξης), ii) κόμβος 25 (στο 1/4 του συνολικού μήκους της κατασκευής), iii) κόμβος 51 (στο μέσον της κατασκευής) και iv) κόμβος 80 (κοντά στα 3/4 του συνολικού μήκους της κατασκευής). Είναι προφανές ότι οι μέγιστες μετατοπίσεις μπορούν να ανιχνευθούν προς το μέσον της κάθε δοκού, όπως ήταν αναμενόμενο. Ακόμη, όσο πλησιέστερα στα άκρα στήριξης βρίσκεται ο κόμβος, τόσο μικρότερη είναι η μετατόπισή του, όπως, επίσης ήταν αναμενόμενο. Επιπλέον, όσο μικρότερο είναι το μήκος της δοκού τόσο μικρότερο το πλάτος της απόκρισής της. Η μέγιστη εγκάρσια (καμπτική) ανηγμένη παραμόρφωση του 1st deck's stiffener είναι περίπου 0.6% του μήκους του και, προφανώς, παρουσιάζεται στο μέσον του. Η αντίστοιχη μέγιστη παραμόρφωση του total stiffener είναι μικρότερη, περί 0.2% παρότι η μέγιστη μετατόπιση, στο ίδιο σημείο με το οποίο εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση (στο μέσον) είναι μεγαλύτερη, σχεδόν διπλάσια εκείνης του 1st deck's stiffener.



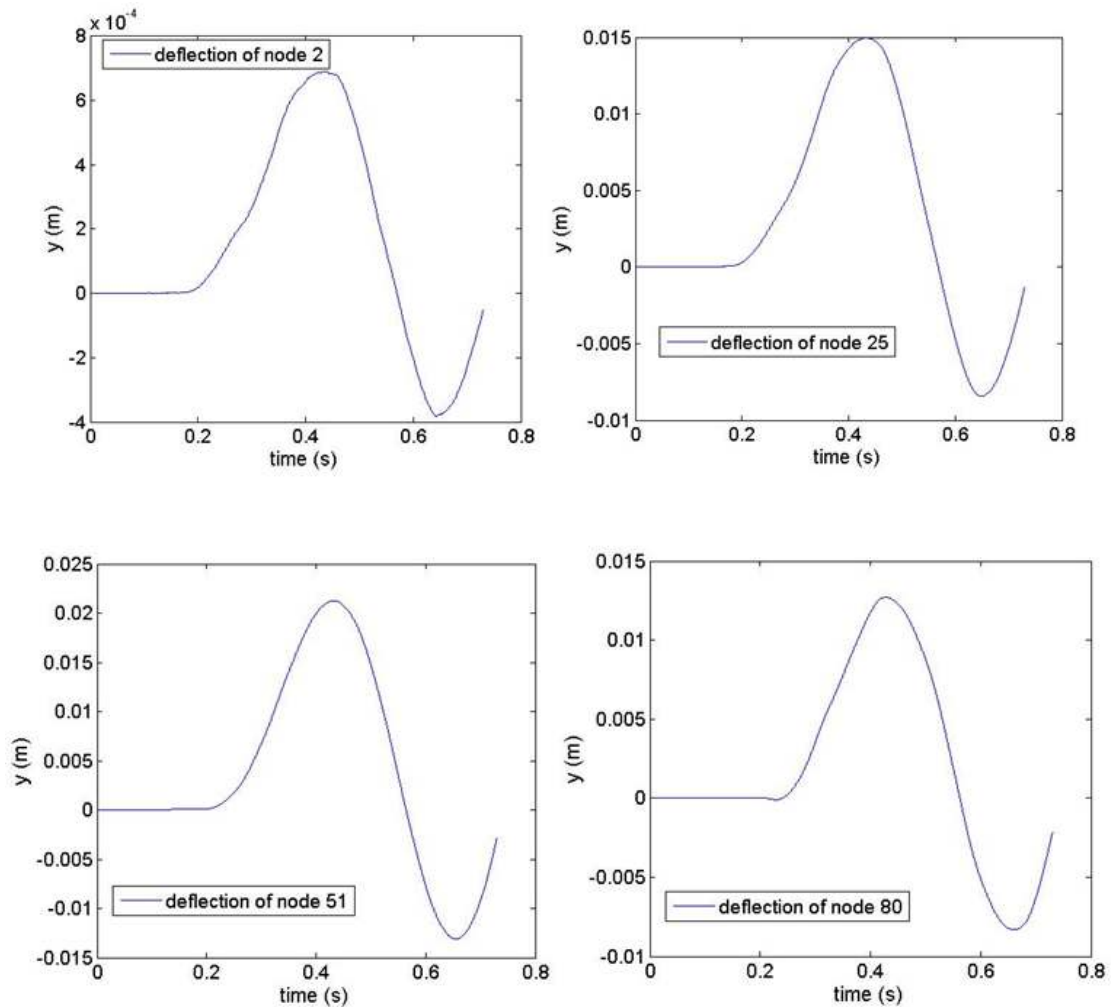
Εικόνα 5.7. Εξέλιξη των κάθετων μετατοπίσεων του συνολικού ενισχυτικού με αρθρωμένα άκρα, υποκείμενου σε πιέσεις slamming λόγω ελεύθερης πτώσης της τομής προς την ελεύθερη επιφάνεια.



Εικόνα 5.8. Εξέλιξη των κάθετων μετατοπίσεων του συνολικού ενισχυτικού με αρθρωμένα άκρα, υποκείμενου σε πιέσεις slamming λόγω πρόσκρουσης με σταθερή ταχύτητα της τομής στην ελεύθερη επιφάνεια.



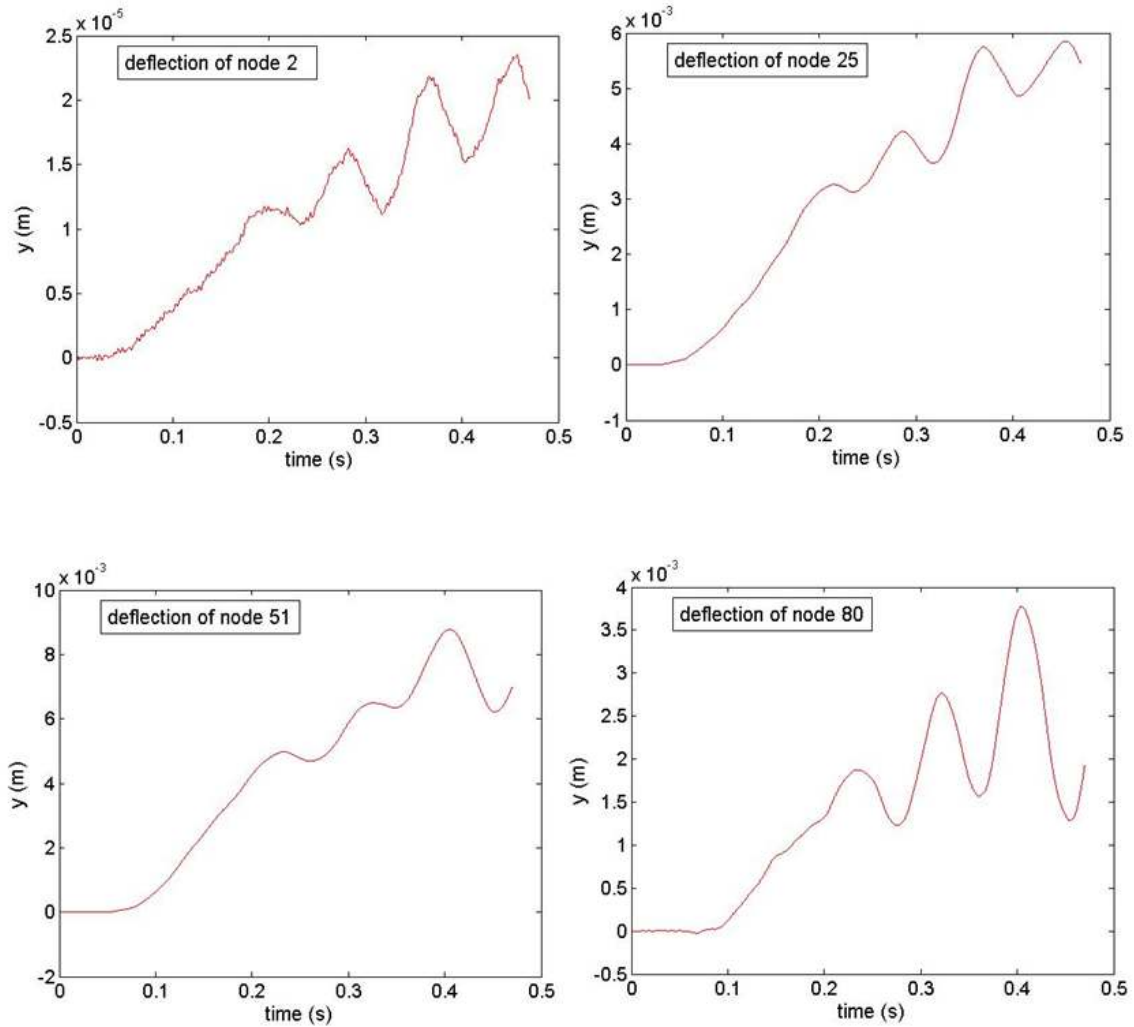
Εικόνα 5.9. Εξέλιξη των κάθετων μετατοπίσεων του ενισχυτικού 1st-deck με αρθρωμένα άκρα, υποκείμενου σε πιέσεις slamming λόγω ελεύθερης πτώσης της τομής προς την ελεύθερη επιφάνεια.



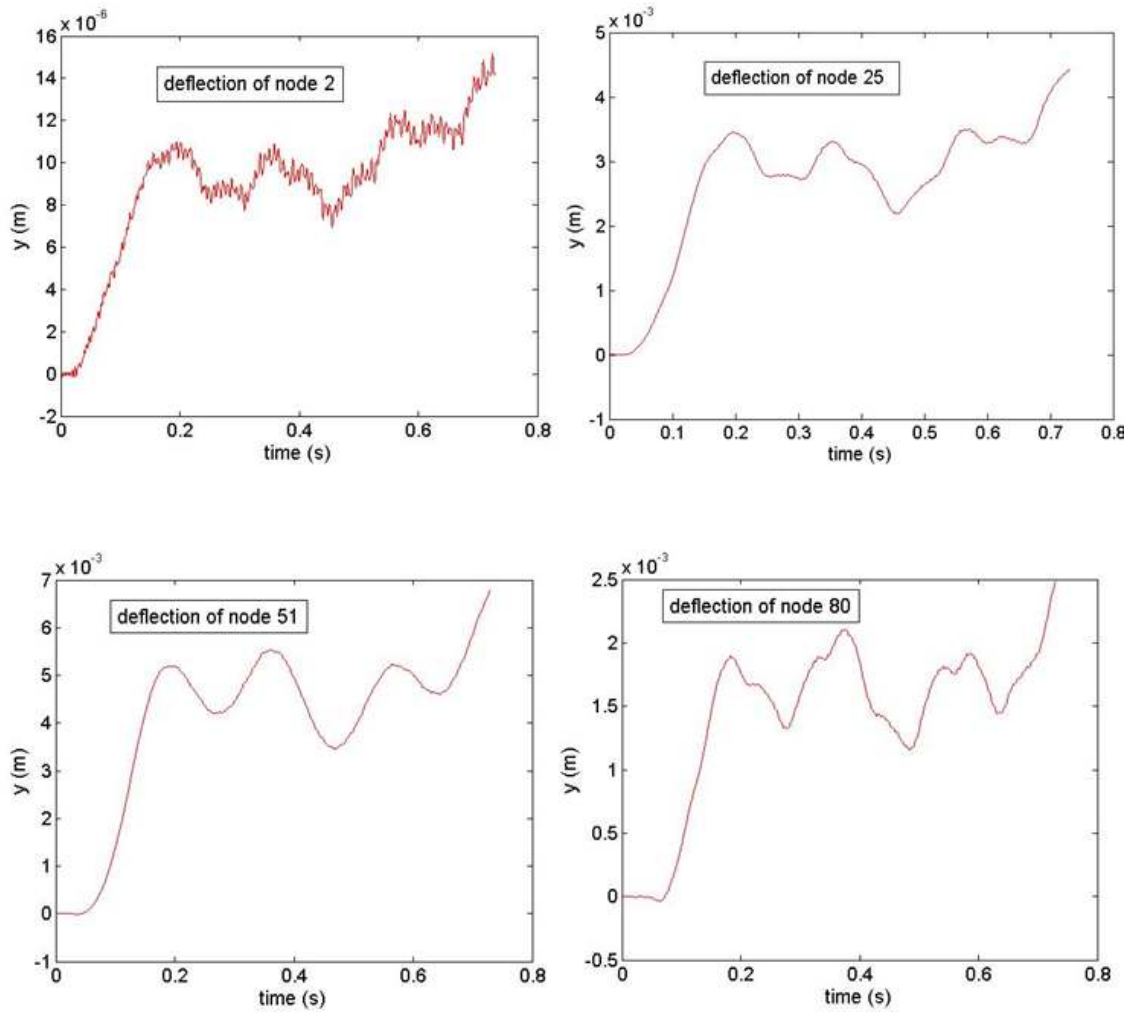
Εικόνα 5.10. Εξέλιξη των κάθετων μετατοπίσεων του ενισχυτικού 1st-deck με αρθρωμένα άκρα, υποκείμενου σε πιέσεις slamming λόγω πρόσκρουσης με σταθερή ταχύτητα της τομής στην ελεύθερη επιφάνεια.

Στις Εικ. 5.11-5.14 παρουσιάζονται οι αντίστοιχες καμπτικές ταλαντώσεις για όλες τις περιπτώσεις δοκών, αυτή τη φορά με πακτωμένα άκρα. Αντίθετα με τις αρθρωμένες-αρθρωμένες δοκούς οι παραμορφώσεις εν προκειμένω είναι πολύ μικρές, σχεδόν αμελητέες, φθάνοντας σε μέγιστες τιμές 0.06% (για μέγιστη μετατόπιση: 0.008m) για το total stiffener και 0.125% για το 1st deck's stiffener. Ακόμη μία φορά, οι ταλαντώσεις του 1st deck's stiffener's έχουν μικρότερο πλάτος από του total stiffener ενώ οι μέγιστες τιμές, σε κάθε περίπτωση εμφανίζονται στο μέσον. Παρ' όλ' αυτά, η πακτωμένη-πακτωμένη δοκός φαίνεται να συμπεριφέρεται με περισσότερες διακυμάνσεις στην κάθετη μετατόπιση μεταξύ των διαδοχικών κόμβων και με αυτόν τον τρόπο φαίνεται να επιδρούν περισσότερο οι

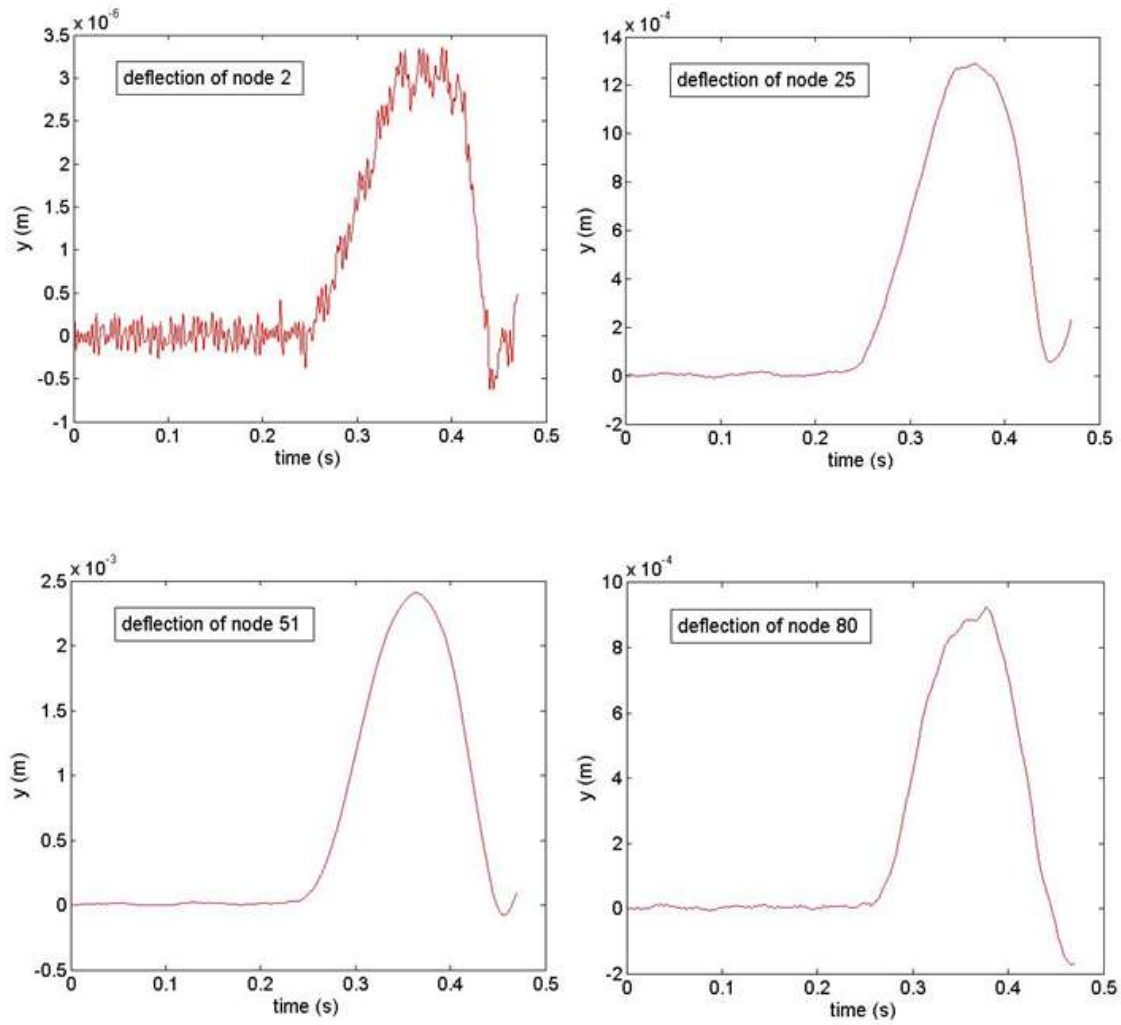
μεγαλύτερες ιδιομορφές καμπτικής ταλάντωσης σε αυτήν την περίπτωση. Σε κάθε περίπτωση οι εν λόγω διακυμάνσεις είναι πολύ μικρές, μεγέθους 2-3 mm ή/και μικρότερες.



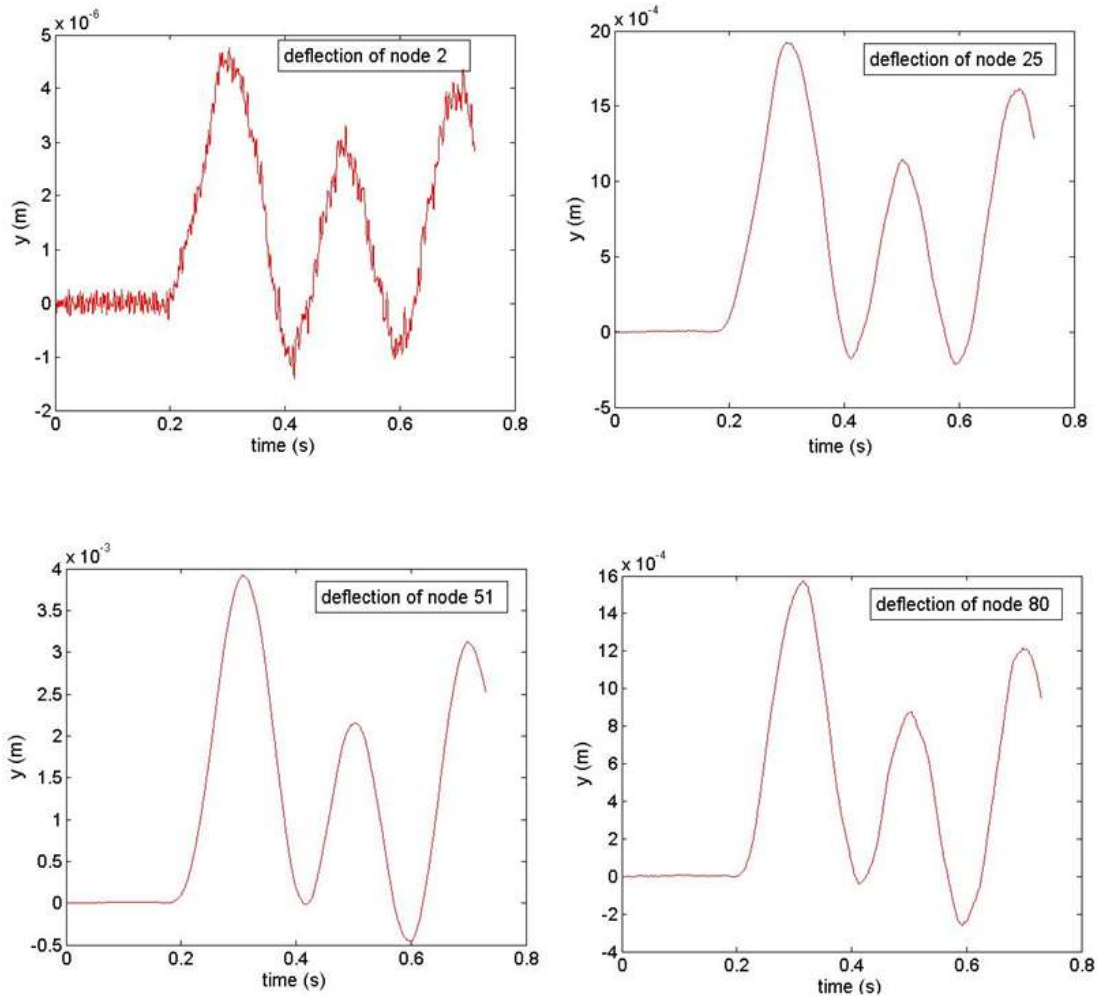
Εικόνα 5.11. Εξέλιξη των κάθετων μετατοπίσεων του συνολικού ενισχυτικού με πακτωμένα άκρα, υποκείμενου σε πιέσεις slamming λόγω ελεύθερης πτώσης της τομής προς την ελεύθερη επιφάνεια.



Εικόνα 5.12. Εξέλιξη των κάθετων μετατοπίσεων του συνολικού ενισχυτικού με πακτωμένα άκρα, υποκείμενου σε πιέσεις slamming λόγω πρόσκρουσης με σταθερή ταχύτητα της τομής στην ελεύθερη επιφάνεια.



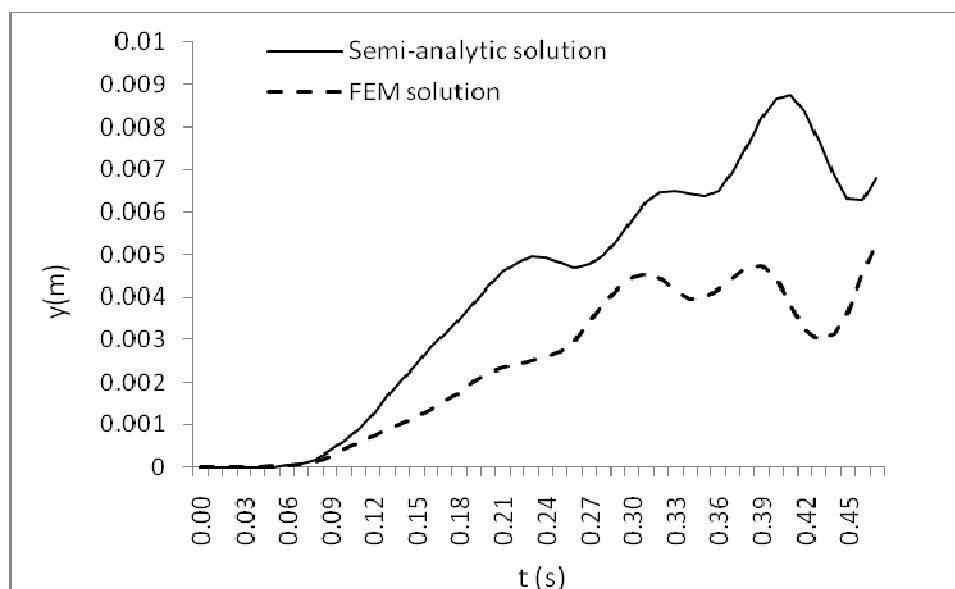
Εικόνα 5.13. Εξέλιξη των κάθετων μετατοπίσεων του ενισχυτικού 1st-deck με πακτωμένα άκρα, υποκείμενου σε πιέσεις slamming λόγω ελεύθερης πτώσης της τομής προς την ελεύθερη επιφάνεια.



Εικόνα 5.14. Εξέλιξη των κάθετων μετατοπίσεων του ενισχυτικού 1st-deck με πακτωμένα άκρα, υποκείμενου σε πιέσεις slamming λόγω πρόσκρουσης με σταθερή ταχύτητα της τομής στην ελεύθερη επιφάνεια.

Στη συνέχεια, πραγματοποιείται σχεδιασμός και επίλυση στο πεδίο του χρόνου κατασκευαστικού μοντέλου με 3D 8-κομβικά ΠΣ δοκού για τη συνολική δοκό, για λόγους κυρίως αξιολόγησης της προσέγγισης line-dynamics. Οι διάφορες συνοριακές συνθήκες που εφαρμόζονται στις διάφορες επιλύσεις είναι πακτωμένα άκρα με ή χωρίς ενδιάμεσες απλές στηρίξεις (αρθρώσεις) οι οποίες αντιστοιχούν στα ενδιάμεσα decks της Εικ. 5.1. Οι πιέσεις εισάγονται με μορφή διανυσμάτων στο χώρο που το καθένα αντιστοιχεί σε ένα χρονικό βήμα, ανάλογα με τον τρόπο που χρησιμοποιήθηκαν και στην προσέγγιση line-dynamics (ramped: timestep-by-timestep applied) και εφαρμόζονται κάθετα στις αντίστοιχες όψεις των ΠΣ. Επιλέγεται χρονικό βήμα, $dt=0.0001s$, για λόγους ακριβείας σύγκλισης των χρονικών ολοκληρώσεων του δυναμικού αλγορίθμου Implicit/Newmark. Η επίλυση της δοκού χωρίς ενδιάμεσες στηρίξεις παράγαγε μέγιστες μετατοπίσεις 5mm, στην ίδια περίπου τάξη μεγέθους

των αποτελεσμάτων line-dynamics. Ακόμη, η επίλυση της δοκού με ενδιάμεσες στηρίξεις παρήγαγε αμελητέες μετατοπίσεις (μέγιστο 0.1mm). Και στις παρούσες επιλύσεις, οι μέγιστες μετατοπίσεις παρατηρήθηκαν στο μέσον κάθε κατασκευής. Είναι προφανής η σημαντική συμφωνία μεταξύ των προσεγγίσεων line-dynamics και ΠΣ (3Dbeam-dynamics) που παρήγαγαν μία όχι ιδιαίτερα επικίνδυνη ταλαντωτική συμπεριφορά της κατασκευής σε πιέσεις slamming. Η Εικ. 5.15 παρουσιάζει την εξέλιξη των μέγιστων μετατοπίσεων της επίλυσης ΠΣ σε σχέση με την επίλυση line-dynamics για την περίπτωση του total stiffener με πακτωμένα άκρα. Εύκολα διαπιστώνεται η ομοιότητα των δύο προσεγγίσεων ως προς την τάξη μεγέθους (σε επίπεδο <cm) αλλά και ο περίπου συγχρονισμός -με διαφορές 0.01s στις διακυμάνσεις- μεταξύ κάθε σειράς αποτελεσμάτων. Οι διαφοροποιήσεις οφείλονται στη διαφορετική μαθηματική διατύπωση των δύο δυναμικών αλγορίθμων. Από τη μία, τα αποτελέσματα στον κόμβο ΠΣ προέρχονται από μητρική επίλυση για ένα στοιχείο beam που έχει 24 βαθμούς ελευθερίας. Από την άλλη η ταλάντωση της επίπεδης δοκού Euler-Bernoulli υπολογίζεται αναλυτικά σε δύο διαδοχικούς κόμβους, 2 βαθμών ελευθερίας ο καθένας.



Εικόνα 5.15. Μέγιστες κάθετες μετατοπίσεις στο μέσο στοιχείου το συνολικού ενισχυτικού με πακτωμένα άκρα. Συγκρίνεται η ημι-αναλυτική προσέγγιση “line-dynamics” με την επίλυση με ΠΣ (FEM).

5.4. Συμπεράσματα.

Οι παρούσες προσομοιώσεις προβλημάτων bottom-slammng για την πρωραία τομή με χρήση της μεθόδου RANS-VOF παρήγαγαν ορισμένα ενδιαφέροντα αποτελέσματα. Στη γενική περίπτωση, η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας, η κινηματική του στερεού σώματος και η κατανομή των τοπικών πιέσεων στον πυθμένα του σώματος λόγω πρόσκρουσης-slammng συμφωνούν με προγενέστερες εφαρμογές τυρβωδών προσομοιώσεων-RANS αλλά και με πειραματικά αποτελέσματα, ενώ η γενικότερη εκτίμηση της τάξης μεγέθους των δυνάμεων-slammng είναι ικανοποιητική. Εντούτοις, η παρούσα προσομοίωση RANS-VOF παρήγαγε, κατά την πρόσκρουση του σώματος στο νερό, λεπτότερους σχηματισμούς αποκόλλησης (πίδακες-ψεκασμοί) ανεξάρτητα από το μέγεθος του υπολογιστικού πλέγματος και με μεγαλύτερη ταχύτητα από τους αναφερόμενους στη βιβλιογραφία σχηματισμούς, με αποτέλεσμα την παρουσία υψηλότερων τοπικών πιέσεων σε υψηλότερα βρεχόμενα τμήματα του σώματος. Σε κάθε περίπτωση, οι εν λόγω σχηματισμοί αποκτούν πιο ξεκάθαρη εικόνα τη στιγμή που το νερό διανύει περιοχές γεωμετρικής ασυνέχειας, όπως, π.χ. το πάνω μέρος της τρόπιδας της πρωραίας τομής, όπως θα ήταν αναμενόμενο, και οι πιέσεις από εκείνο το σημείο έως τον πυθμένα του πλοίου λαμβάνουν πλησιέστερες τιμές σε αυτές της βιβλιογραφίας.

Αναφορικά με το υδροελαστικό ημι-αναλυτικό μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε συμπεραίνεται ότι η απλή και σχετικά οικονομική από άποψη υπολογιστικού κόστους προσέγγιση "line-dynamics" μπορεί να παρέχει μία ικανοποιητική εκτίμηση της απόκρισης του κατασκευαστικού στοιχείου του ενισχυτικού γάστρας. Όμοια αποτελέσματα θα μπορούσε να προκύψουν και από την επίλυση ενός πιο σύνθετου και ολοκληρωμένου υπολογιστικά μοντέλου ΠΣ, όπως προέκυψε από τη σχετική σύγκριση των δύο επιλύσεων. Εν τέλει, η ποιότητα των σχετικών αποτελεσμάτων υπογραμμίζει την αξιοπιστία των ημι-αναλυτικών λύσεων για σχετικά απλούς φορείς ακόμη και για προσομοιώσεις πολύπλοκων υδροελαστικών προβλημάτων, όπως σε δράσεις ακραίων φορτίσεων slammng.

Ευχαριστίες

Ο ΥΔ θα ήθελε να ευχαριστήσει τον Καθηγητή κ. Γρηγόριο Γρηγορόπουλο για τη διάθεση Η/Υ μεγάλης υπολογιστικής ισχύος προς εκτέλεση ορισμένων προσομοιώσεων CFD του παρόντος κεφαλαίου.

ΕΝΟΤΗΤΑ ΙΙ

**Ανάπτυξη 3ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων προσκρούοντων-
ανακλώμενων κυματισμών σε κατακόρυφη, μεταλλική πλάκα και
προκύπτουσα υδροελαστική συμπεριφορά.**

6. Το υδροδυναμικό πρόβλημα περίθλασης και ανάπτυξης 3ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων προσπίπτοντος-ανακλώμενου κύματος επί κατακόρυφης, πλωτής πλάκας σε άπειρο πεδίο κυματισμών.

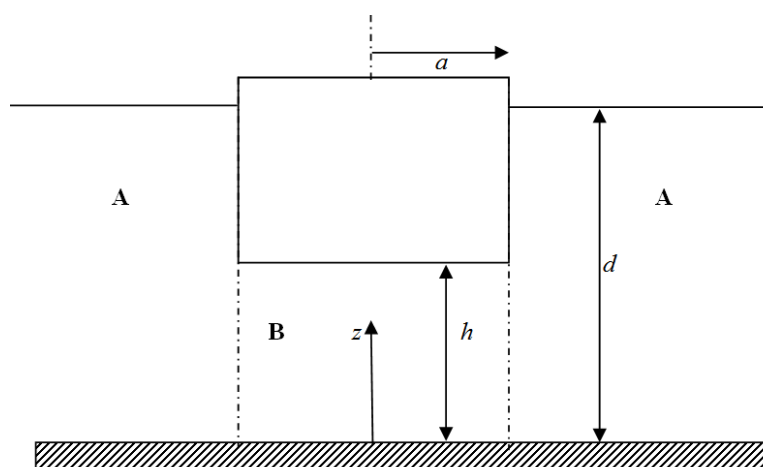
Το παρόν κεφάλαιο περιλαμβάνει την ανάπτυξη του μαθηματικού συστήματος που περιγράφει τον υπολογισμό της συνάρτησης του δυναμικού της ταχύτητας ροής και της ελεύθερης επιφάνειας, όπως τροποποιείται από 3ο-τάξιες αλληλεπιδράσεις λόγω πρόσπτωσης-ανάκλασης κυματισμών από πλάκα που παρεμβάλλεται κατακόρυφα στη διέλευση των κυματισμών. Δεν παρουσιάζεται η πλήρης επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος καθώς βασίζεται σε ήδη υπάρχοντα, δημοσιευμένα μαθηματικά μοντέλα, αλλά η τροποποίηση των σχέσεων υπολογισμού του δυναμικού και της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας για την περίπτωση πλάκας η οποία είναι πλωτή/”περικεκομμένη” (truncated). Η θεώρηση πλωτής πλάκας επιτρέπει τη διέλευση του νερού στο κάτω μέρος της κατασκευής και κατ’ αυτόν τον τρόπο μεταβάλλει τις οριακές συνθήκες σε σχέση με τις δημοσιευμένες μαθηματικές επιλύσεις. Περισσότερα στοιχεία παρατίθενται στις ακόλουθες παραγράφους. Αρχικά παρουσιάζεται εκτενώς η μαθηματική μεθοδολογία και εν συνεχεία περιγράφεται συνοπτικά η αριθμητική μέθοδος που χρησιμοποιείται για την προσέγγιση του προβλήματος ενώ στο τέλος παρατίθεται μία σειρά αριθμητικών αποτελεσμάτων.

6.1. Μαθηματική διατύπωση του υδροδυναμικού προβλήματος - Φυσικός χώρος - Οριακές συνθήκες.

Η μαθηματική ανάπτυξη και η υπολογιστική προσέγγιση για το υδροδυναμικό φαινόμενο ανάπτυξης 3ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων προσπίπτοντος-ανακλώμενου κυματισμού επί πλάκας που παρεμβάλλεται σε άπειρο και πεπερασμένο πεδίο κυματισμών περιλαμβάνεται στις σχετικές δημοσιευμένες εργασίες των Chatjigeorgiou and Molin [32] και Molin et al. [28], αντίστοιχα. Στις παραπάνω εργασίες προσεγγίστηκε το πρόβλημα για κατασκευή που εκτείνεται έως τον πυθμένα. Στο παρόν κεφάλαιο, επεκτείνεται το πρόβλημα της [32] σε πλάκα που δεν εκτείνεται στον πυθμένα, αλλά είναι περικεκομμένη (truncated) σε κάποιο βάθος έτσι ώστε να διέρχεται το νερό κάτω από αυτήν σε μία περιοχή ύψους h από τον πυθμένα έως την κάτω πλευρά της ενώ η πάνω πλευρά της διέρχεται την ελεύθερη επιφάνεια. Κατ’αυτόν τον τρόπο η πλάκα χαρακτηρίζεται ως “πλωτή”. Σε συνέχεια των προσεγγίσεων της [32], ως ‘πλωτή’ πλάκα προσδιορίζεται ελλειπτικός κύλινδρος ο οποίος προσεγγίζει την πλάκα εφόσον θεωρείται η εκκεντρότητα της ελλειπτικής διατομής περίπου ίση με τη μονάδα. Ο ελλειπτικός κύλινδρος-πλάκα θεωρείται ακίνητος όπως θεωρείται εξαρχής στο

φυσικό τριτοτάξιο πρόβλημα περίθλασης. Η πλάγια όψη της κατασκευής (επίπεδο $x-z$) παρουσιάζεται στην Εικ. 6.1.

Το βάθος νερού είναι d . Οι κυματισμοί που αλληλεπιδρούν με την κατασκευή είναι αποτέλεσμα της υπέρθεσης του συνεχώς προσπίπτοντος αρμονικού κυματισμού και του ανακλώμενου πεδίου. Η ανύψωση του προσπίπτοντος κύματος είναι συνάρτηση των x, y καρτεσιανών συντεταγμένων και συμβολίζεται με $A(x,y)$. Το πεδίο ροής που διαμορφώνεται αποτελείται από την υπέρθεση του αρμονικού προσπίπτοντος και του ανακλώμενου κυματισμού ο οποίος μοντελοποιείται και αυτός ως διαδιδόμενος κυματισμός, με βάση τη σχέση των Longuet-Higgins and Phillips [28,31].



Εικόνα 6.1. Πλάγια όψη του ελλειπτικού κυλίνδρου

Όπως φαίνεται στο σχήμα της Εικ.6.1, ορίζονται δύο υποπεριοχές του συνολικού πεδίου ροής, η κάτω περιοχή B και η περιοχή του εξωτερικού πεδίου ροής, A . Η A εκτείνεται στο άπειρο. Το πρόβλημα περίθλασης, δηλαδή ο υπολογισμός της συνάρτησης του δυναμικού της ταχύτητας του διαμορφωμένου πεδίου κυμάτων πραγματοποιείται και στις δύο περιοχές, A και B . Το ρευστό θεωρείται αστρόβιλο, ασυμπίεστο και μη συνεκτικό, επομένως ισχύει η γραμμική θεωρία δυναμικού της ροής. Η ελλειπτική διατομή έχει μεγάλο ημιάξονα a , μικρό ημιάξονα b και εκκεντρότητα $e = \sqrt{1 - (b/a)^2}$. Η προσομοίωση της πλάκας επιτυγχάνεται με τον εκφυλισμό του κυλίνδρου, θέτοντας $b \rightarrow 0$.

Κατόπιν θεωρείται ελλειπτικό σύστημα συντεταγμένων (u, v, z) με αρχή στον πυθμένα. Οι ελλειπτικές συντεταγμένες συνδέονται με τις αντίστοιχες καρτεσιανές (x, y, z) μέσω των μετασχηματισμών:

$$x = c \cosh u \cos v \quad (6.1)$$

$$y = c \sinh u \sin v \quad (6.2)$$

όπου c είναι το ήμισυ της απόστασης μεταξύ των δύο εστιών της ελλειπτικής διατομής ($2c$) και ισχύει $c^2 = a^2 - b^2$. Το όριο της ελλειπτικής επιφάνειας ως προς το κέντρο της υπολογίζεται από την 'ακτινική' θέση $u_0 = \tanh^{-1}(b/a)$, ενώ το όριο της βρεχόμενης κυλινδρικής κατασκευής είναι (u_0, z) με $h \leq z \leq d$. Η 'ακτινική', u και η 'γωνιακή', v , συντεταγμένη περιγράφουν οικογένειες ομοεστιακών ελλείψεων και υπερβολών, αντίστοιχα.

Τα επιμέρους υδροδυναμικά προβλήματα των περιοχών A, B , περιγράφονται (σε ελλειπτικές συντεταγμένες) στις ακόλουθες γραμμές.

Εξωτερική υποπεριοχή, A .

Με βάση τη γραμμική θεωρία δυναμικού του πεδίου ροής, ισχύει η εξίσωση Laplace

$$\nabla^2 \phi_A = 0, u_0 \leq u, 0 \leq z \leq d, \quad (6.3)$$

η οριακή συνθήκη μηδενικής ταχύτητας ή μη-ολίσθησης (no-slip) στον πυθμένα

$$\frac{\partial \phi_A}{\partial z} = 0, z = 0, u_0 \leq u, \quad (6.4)$$

ενώ λαμβάνεται υπόψη η γραμμικοποιημένη συνθήκη στην ελεύθερη επιφάνεια,

$$-K \phi_A + \frac{\partial \phi_A}{\partial z} = 0, z = d, u_0 \leq u, K = \omega^2 / g \quad (6.5)$$

όπου, ω η συχνότητα των επερχόμενων κυματισμών και g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Ακόμη, ισχύει η συνθήκη ακτινοβολίας στο άπειρο του Sommerfeld,

$$\lim_{u \rightarrow \infty} (c \cosh u)^{1/2} \left(\frac{1}{c \sinh u} \frac{\partial}{\partial u} - i k_0 \right) \phi_A = 0, \quad (6.6)$$

όπου k_0 ο αριθμός κύματος που ορίζεται από την εξίσωση διασποράς

$$\omega^2 = k_0 g \tanh(k_0 d). \quad (6.7)$$

Κάτω υποπεριοχή, B.

Ομοίως, ισχύει η ΜΔΕ Laplace

$$\nabla^2 \phi_B = 0, 0 \leq u \leq u_0, 0 \leq z \leq h, \quad (6.8)$$

η οριακή συνθήκη μηδενικής ταχύτητας τον πυθμένα

$$\frac{\partial \phi_B}{\partial z} = 0, z = 0, 0 \leq u \leq u_0, \quad (6.9)$$

ενώ όμοια συνθήκη μηδενικής ταχύτητας τίθεται στην κατώτατη επιφάνεια του κυλίνδρου,

$$\frac{\partial \phi_B}{\partial z} = 0, z = h, 0 \leq u \leq u_0. \quad (6.10)$$

Το υδροδυναμικό πρόβλημα συμπληρώνεται με την προσθήκη των συνθηκών συμβιβαστού των δύο πεδίων, δηλαδή

$$\frac{\partial \phi_A}{\partial u} + \frac{\partial \phi_I}{\partial u} = 0, u = u_0, h \leq z \leq d, \quad (6.11)$$

$$\frac{\partial \phi_I}{\partial u} + \frac{\partial \phi_A}{\partial u} = \frac{\partial \phi_B}{\partial u}, u = u_0, 0 \leq z \leq h, \quad (6.12)$$

$$\phi_I + \phi_A = \phi_B, u = u_0, 0 \leq z \leq h. \quad (6.13)$$

Στην (6.11) με ϕ_I συμβολίζεται το δυναμικό της ταχύτητας του προσπίπτοντος κυματισμού. Η (6.11) αποτελεί την συνθήκη μηδενικής ταχύτητας πάνω στο ακίνητο σώμα. Τέλος, οι (6.12) και (6.13) είναι οι συνθήκες συνέχειας στο όριο των A, B (κάτω από την κατασκευή) $u = u_0, 0 \leq z \leq h$ με τις οποίες εξασφαλίζεται η ισότητα ταχυτήτων και πιέσεων στην τομή των δύο υποπεριοχών.

6.2. Προσέγγιση των συναρτήσεων δυναμικού επερχόμενου κυματισμού και δυναμικού περίθλασης για την κατακόρυφη, πλωτή, ελλειπτική ‘πλάκα’.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειωθεί ότι η παρακάτω ανάλυση αφορά την γενική περίπτωση σε νερό πεπερασμένου βάθους. Το δυναμικό του προσπίπτοντος κυματισμού σε ελλειπτικές συντεταγμένες και σε άπειρο πεδίο ροής λαμβάνεται από την εργασία των Chatjigeorgiou and Molin [32]:

$$\phi_I = -2i \frac{g}{\omega} A(u, v) \frac{Z_0(z)}{Z_0(d)} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} i^m Mc_m^{(1)}(u; q_0) ce_m(v; q_0) ce(\alpha; q_0) + \sum_{m=1}^{\infty} i^m Ms_m^{(1)}(u; q_0) se_m(v; q_0) se(\alpha; q_0) \right\} \quad (6.14)$$

Στην (6.14), με $Mc_m^{(1)}$ και $Ms_m^{(1)}$ ορίζονται οι άρτιες και περιττές ακτινικές συναρτήσεις Mathieu πρώτου είδους και m τάξης και με ce_m και se_m οι αντίστοιχες περιοδικές συναρτήσεις Mathieu. Ακόμη, με α συμβολίζεται η γωνία προσβολής του κύματος. Επιπλέον,

$$q_0 = \left(\frac{k_0 a e}{2} \right)^2 \quad (6.15)$$

είναι η παράμετρος Mathieu και

$$Z_0(z) = N_0^{-1/2} \cosh(k_0 z) \quad (6.16)$$

$$N_0 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\sinh 2k_0 d}{2k_0 d} \right] \quad (6.17)$$

Z_0 είναι η κανονικοποιημένη ιδιοσυνάρτηση μηδενικού βαθμού. Τέλος στην εξίσωση (6.14) με $A(u, v)$ συμβολίζεται το πλάτος του επερχόμενου κυματισμού το οποίο προφανώς μεταβάλλεται λόγω της αλληλεπίδρασης αυτού με τον ανακλώμενο κυματισμό από την κατασκευή και καθίσταται συνάρτηση των συντεταγμένων στο επίπεδο της αδιατάρακτης ελεύθερης επιφάνειας. Εδώ το πλάτος δίνεται σε ελλειπτικές συνταγμένες δεδομένου ότι το πρόβλημα μελετάται στο αντίστοιχο γεωμετρικό σύστημα.

Πολύ συνοπτικά, οι συναρτήσεις Mathieu είναι δυναμοσειρές περιοδικών συναρτήσεων και μπορούν να αποτελέσουν λύσεις Προβλημάτων Συνοριακών Τιμών όταν από το Χωρισμό Μεταβλητών, ύστερα από μετασχηματισμό των πεδιακών εξισώσεων και των συνοριακών τους συνθηκών στο ελλειπτικό σύστημα συντεταγμένων, προκύπτουν ΣΔΕ τύπου-Mathieu. Κάτι τέτοιο ισχύει και για το υδροδυναμικό πρόβλημα περίθλασης όπως έχει αποδειχθεί σε παρόμοιες εφαρμογές για θαλάσσιες κατασκευές κυλίνδρων ελλειπτικής διατομής στις εργασίες των Chatjigeorgiou [93-94] και Chatjigeorgiou and Mavrakos [95], όπου περιλαμβάνονται αναλυτικές περιγραφές της μετάβασης σε εκφράσεις δυναμικού ως προς ελλειπτικό σύστημα συντεταγμένων, με χρήση παρόμοιων συναρτήσεων Mathieu.

Στη συνέχεια περιγράφονται οι αναλυτικές λύσεις των δυναμικών περιθλάσης για τις υποπεριοχές A και B.

Εξωτερική υποπεριοχή, A.

Το δυναμικό περιθλάσης το οποίο ικανοποιεί την εξίσωση του Laplace και τις κινηματικές συνθήκες (4), (5) και (6) γράφεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \phi_A = -2i \frac{g}{\omega} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} i^m A_{mp} \frac{\dot{M}c_m^{(1)}(u_0; q_p)}{\dot{M}c_m^{(3)}(u_0; q_p)} Mc_m^{(3)}(u; q_p) ce_m(v; q_p) Z_p(z) \right. \\ \left. + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} i^m B_{mp} \frac{\dot{M}s_m^{(1)}(u_0; q_p)}{\dot{M}s_m^{(3)}(u_0; q_p)} Ms_m^{(3)}(u; q_p) se_m(v; q_p) Z_p(z) \right\} \end{aligned} \quad (6.18)$$

Στην εξίσωση (6.18) $Mc_m^{(3)}$ και $Ms_m^{(3)}$ είναι οι άρτιες και περιττές ακτινικές συναρτήσεις Mathieu τρίτου είδους, ενώ οι τελείες πάνω από τα σύμβολα υποδηλώνουν παραγωγή ως προς το όρισμα u . Επιπλέον θα μπορούσε να αποτελέσει λύση της εξίσωσης Laplace σε ελλειπτικό σύστημα και η ακτινική συνάρτηση Mathieu πρώτου είδους, όμως η τελευταία δεν ικανοποιεί την οριακή συνθήκη ακτινοβολίας στο άπειρο [82], όπως η συνάρτηση Mathieu τρίτου είδους, επομένως δεν χρησιμοποιείται στο παρόν πρόβλημα. Επιπλέον στην εξίσωση (6.18), με Z_p συμβολίζονται οι κανονικοποιημένες ιδιοσυναρτήσεις της λύσης (μέσω της εφαρμογής Χωρισμού Μεταβλητών) στην κατακόρυφη διεύθυνση. Ο δείκτης p περιλαμβάνει και τη λύση μηδενικού βαθμού, για $p=0$. Οι τιμές $p>0$ αντιστοιχούν στους φθίνοντες κυματισμούς των οποίων οι ιδιοτιμές υπολογίζονται από την τραπεζοειδή εξίσωση

$$\sigma_p \tan(\sigma_p d) + K = 0 \quad (6.19)$$

Η τελευταία εξίσωση έχει μία φανταστική ρίζα που καταλήγει στον υπολογισμό του αριθμού κύματος k_0 μέσω τις εξίσωσης διασποράς (6.7) και άπειρες πραγματικές ρίζες (evanescent modes). Οι αντίστοιχες παράμετροι Mathieu για τις άπειρες πραγματικές ρίζες της τραπεζοειδούς (6.19) είναι

$$q_p = -\left(\frac{\sigma_p a e}{2}\right)^2 \quad (6.20)$$

και είναι όλες αρνητικές. Το τελευταίο γεγονός εισάγει αριθμητικά προβλήματα, πράγμα που αναλύεται στη συνέχεια. Οι ιδιοσυναρτήσεις Z_p της (6.18) προσδιορίζονται από:

$$Z_p(z) = N_p^{-1/2} \cos(\sigma_p z) \quad (6.21)$$

$$N_p = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\sinh 2\sigma_p d}{2\sigma_p d} \right] \quad (6.22)$$

και είναι ορθογωνικές στο διάστημα $[0, d]$, δηλαδή

$$\int_0^d Z_p(z) Z_l(z) dz = \delta_{pl} d \quad (6.23)$$

όπου δ_{pl} η συνάρτηση δέλτα-Kronecker. Τέλος, επισημαίνεται ότι οι συντελεστές A_{mp} και B_{mp} είναι οι άγνωστοι του προβλήματος οι οποίοι θα προσδιοριστούν μέσω των εξισώσεων συμβιβαστού στο όριο των δύο υποπεριοχών και της συνθήκης μηδενικής ταχύτητας πάνω στον ελλειπτικό κύλινδρο [εξισώσεις (6.11)-(6.13)].

Κάτω υποπεριοχή, B.

Η λύση για το δυναμικό στην κάτω υποπεριοχή, η οποία ικανοποιεί τις (6.8)-(6.10) δίνεται από την εξής σχέση:

$$\begin{aligned} \phi_B = & -2i \frac{g}{\omega} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} i^m \varepsilon_n F_{mn} \frac{Mc_m^{(1)}(u; Q_n)}{Mc_m^{(1)}(u_0; Q_n)} ce_m(v; Q_n) \cos\left(\frac{n\pi z}{h}\right) \right. \\ & \left. + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} i^m \varepsilon_n \tilde{F}_{mn} \frac{Ms_m^{(1)}(u; Q_n)}{Ms_m^{(1)}(u_0; Q_n)} se_m(v; Q_n) \cos\left(\frac{n\pi z}{h}\right) \right\} \end{aligned} \quad (6.24)$$

Στην (6.24), με $\cos\left(\frac{n\pi z}{h}\right)$ προσδιορίζονται οι ιδιοσυναρτήσεις στην κάθετη διεύθυνση που ικανοποιούν τις κινηματικές συνθήκες των εξισώσεων (6.9) και (6.10). Επίσης, οι παράμετροι Mathieu είναι όλες αρνητικές και εν προκειμένω γράφονται ως εξής:

$$Q_n = -\left(\frac{n\pi a e}{2h}\right)^2 \quad (6.25)$$

Επισημαίνεται ότι με την (6.24) υπολογίζεται το συνολικό δυναμικό ταχυτήτων και όχι ξεχωριστά η συνεισφορά λόγω περίθλασης ή του προσπίπτοντος κυματισμού. Επιπλέον στην εν λόγω υποπεριοχή το δυναμικό εκφράζεται μέσω των συναρτήσεων Mathieu 1ου είδους και όχι 3ου, όπως στην υποπεριοχή A. Παρ' όλ' αυτά, οι (άρτιες και περιττές) συναρτήσεις 3ου είδους αποτελούν λύσεις της εξίσωσης Laplace (6.8), όμως αμελούνται καθώς για $u=0$ τείνουν στο άπειρο, μη παρέχοντας φραγμένες λύσεις. Ουσιαστικά, η ασυμπτωτική συμπεριφορά των συναρτήσεων Mathieu για μικρά ή μεγάλα ορίσματα προδιαγράφεται από

την αντίστοιχη συμπεριφορά των συναρτήσεων Bessel, Hankel καθώς και των τροποποιημένων συναρτήσεων Bessel δεδομένου ότι οι ακτινικές συναρτήσεις Mathieu υπολογίζονται ως απειροσειρές, με κατάλληλες αρμονικές συναρτήσεις Bessel. Επ' αυτού, ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στα κλασσικά βιβλία των Abramowitz and Stegun [82], McLachlan [96] και Meixner and Schäfer [97].

6.3. Εφαρμογή των συνθηκών συμβιβαστού ταχυτήτων και πιέσεων.

Οι συνθήκες συμβιβαστού των δύο υποπεριοχών περιγράφονται από τις εξισώσεις (6.12) και (6.13) και συνδυάζονται με την κινηματική συνθήκη μηδενικής ταχύτητας (6.11) επί του σώματος. Οι συνθήκες συμβιβαστού ουσιαστικά εκφράζουν τη συνέχεια δυναμικού και ταχυτήτων στην τομή των δύο πεδίων.

Η ανάλυση ξεκινά από την (6.11) και ολοκληρώνεται με τα εξής βήματα:

α. Οι (6.14) και (6.18) αντικαθίστανται στην (6.11).

β. Η προκύπτουσα σχέση από την παραγωγή γράφεται ως προς $u = u_0$.

γ. Όλοι οι όροι πολλαπλασιάζονται με την τυχαία αρμονική $Z_j(z)$.

δ. Γίνεται ολοκλήρωση στο πεδίο εφαρμογής της (6.11), $h \leq z \leq d$. Η παραγόμενη εξίσωση τελικά, είναι:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} i^m A_{mp} \dot{M}c_m^{(1)}(u_0; q_p) ce_m(v; q_p) \int_h^d Z_p(z) Z_j(z) dz \\
 & + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} i^m B_{mp} \dot{M}s_m^{(1)}(u_0; q_p) se_m(v; q_p) \int_h^d Z_p(z) Z_j(z) dz \\
 & + \frac{A(u_0, v)}{Z_0(d)} \int_h^d Z_0(z) Z_j(z) dz \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} i^m \dot{M}c_m^{(1)}(u_0; q_0) ce_m(v; q_0) ce(\alpha; q_0) \right. \\
 & \left. + \sum_{m=1}^{\infty} i^m \dot{M}s_m^{(1)}(u_0; q_0) se_m(v; q_0) se(\alpha; q_0) \right\} = 0
 \end{aligned} \tag{6.26}$$

Στη συνέχεια, ακολουθούνται τα βήματα α.-δ. για την εξίσωση (6.12) συμπεριλαμβάνοντας στην αντικατάσταση εκτός των (6.14) και (6.18) και την εξίσωση (6.24). Η εξίσωση που παράγεται γράφεται:

$$\begin{aligned}
& \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} i^m A_{mp} \dot{M}c_m^{(1)}(u_0; q_p) ce_m(v; q_p) \int_0^h Z_p(z) Z_j(z) dz \\
& + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} i^m B_{mp} \dot{M}s_m^{(1)}(u_0; q_p) se_m(v; q_p) \int_0^h Z_p(z) Z_j(z) dz \\
& + \frac{A(u_0, v)}{Z_0(d)} \int_0^h Z_0(z) Z_j(z) dz \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} i^m \dot{M}c_m^{(1)}(u_0; q_0) ce_m(v; q_0) ce(\alpha; q_0) \right. \\
& \left. + \sum_{m=1}^{\infty} i^m \dot{M}s_m^{(1)}(u_0; q_0) se_m(v; q_0) se(\alpha; q_0) \right\} = \\
& \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} i^m \varepsilon_n F_{mn} ce_m(v; Q_n) V_{jn} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} i^m \varepsilon_n \tilde{F}_{mn} se_m(v; Q_n) V_{jn}
\end{aligned} \tag{6.27}$$

όπου

$$\int_0^h \cos\left(\frac{n\pi z}{h}\right) Z_j(z) dz = V_{jn} . \tag{6.28}$$

Προσθέτοντας τις (6.26) και (6.27) λαμβάνεται:

$$\begin{aligned}
& \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} i^m A_{mp} \dot{M}c_m^{(1)}(u_0; q_p) ce_m(v; q_p) \int_0^d Z_p(z) Z_j(z) dz \\
& + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} i^m B_{mp} \dot{M}s_m^{(1)}(u_0; q_p) se_m(v; q_p) \int_0^d Z_p(z) Z_j(z) dz \\
& + \frac{A(u_0, v)}{Z_0(d)} \int_0^d Z_0(z) Z_j(z) dz \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} i^m \dot{M}c_m^{(1)}(u_0; q_0) ce_m(v; q_0) ce(\alpha; q_0) \right. \\
& \left. + \sum_{m=1}^{\infty} i^m \dot{M}s_m^{(1)}(u_0; q_0) se_m(v; q_0) se(\alpha; q_0) \right\} \\
& = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} i^m \varepsilon_n F_{mn} ce_m(v; Q_n) V_{jn} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} i^m \varepsilon_n \tilde{F}_{mn} se_m(v; Q_n) V_{jn}
\end{aligned} \tag{6.29}$$

Σε αυτό το σημείο γίνεται χρήση της ιδιότητας της ορθογωνικότητας (6.23) των ιδιοσυναρτήσεων και η (6.29) μετατρέπεται στη μορφή:

$$\begin{aligned}
& d \sum_{m=0}^{\infty} i^m A_{mj} \dot{M}c_m^{(1)}(u_0; q_j) ce_m(v; q_j) \\
& + d \sum_{m=1}^{\infty} i^m B_{mp} \dot{M}s_m^{(1)}(u_0; q_j) se_m(v; q_j) \\
& + d \frac{A(u_0, v)}{Z_0(d)} \delta_{0j} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} i^m \dot{M}c_m^{(1)}(u_0; q_0) ce_m(v; q_0) ce(\alpha; q_0) \right. \\
& \left. + \sum_{m=1}^{\infty} i^m \dot{M}s_m^{(1)}(u_0; q_0) se_m(v; q_0) se(\alpha; q_0) \right\} \\
& = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} i^m \varepsilon_n F_{mn} ce_m(v; Q_n) V_{jn} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} i^m \varepsilon_n \tilde{F}_{mn} se_m(v; Q_n) V_{jn}
\end{aligned} \tag{6.30}$$

Στην (6.30), πλέον γίνεται χρήση της ορθογωνικότητας των συναρτήσεων Mathieu [82]. Πολλαπλασιάζονται εναλλάξ, όλοι οι όροι με τυχαία συνάρτηση $ce_r(v; q_j)$ και ακολούθως με τυχαία συνάρτηση $se_r(v; q_j)$ και, κατόπιν γίνεται ολοκλήρωση στο διάστημα $[0, 2\pi]$. Με βάση την ορθογωνικότητα θα ισχύει:

$$\int_0^{2\pi} ce_r(v; q) ce_m(v; q) dv = \int_0^{2\pi} se_r(v; q) se_m(v; q) dv = \pi \delta_{mr} \tag{6.31}$$

ενώ,

$$\int_0^{2\pi} ce_r(v; q) se_m(v; Q) dv = 0 \tag{6.32}$$

για κάθε τιμή και πρόσημο (αρνητικό ή θετικό) των παραμέτρων q και Q .

Για τον τρόπο υπολογισμού των περιοδικών συναρτήσεων Mathieu με αρνητική παράμετρο, ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης παραπέμπεται στο βιβλίο των Abramowitz and Stegun [82], σελ. 739, εξισώσεις 20.8.4. Τελικά θα προκύψουν δύο εξισώσεις οι οποίες είναι

$$\begin{aligned}
& \pi di^r A_{ij} \dot{M}c_r^{(1)}(u_0; q_j) \\
& + \frac{\delta_{0j} d}{Z_0(d)} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} i^m \dot{M}c_m^{(1)}(u_0; q_j) ce(\alpha; q_j) \int_0^{2\pi} A(u_0, v) ce_m(v; q_j) ce_r(v; q_j) dv \right. \\
& \left. + \sum_{m=1}^{\infty} i^m \dot{M}s_m^{(1)}(u_0; q_j) se(\alpha; q_j) \int_0^{2\pi} A(u_0, v) se_m(v; q_j) ce_r(v; q_j) dv \right\} \\
& = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} i^m \varepsilon_n F_{mn} V_{jn} Lc_{rm}(q_j, Q_n)
\end{aligned} \tag{6.33}$$

$$\begin{aligned}
& \pi di^r B_{ij} \dot{M}s_r^{(1)}(u_0; q_j) \\
& + \frac{\delta_{0j} d}{Z_0(d)} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} i^m \dot{M}c_m^{(1)}(u_0; q_j) ce(\alpha; q_j) \int_0^{2\pi} A(u_0, v) ce_m(v; q_j) se_r(v; q_j) dv \right. \\
& \left. + \sum_{m=1}^{\infty} i^m \dot{M}s_m^{(1)}(u_0; q_j) se(\alpha; q_j) \int_0^{2\pi} A(u_0, v) se_m(v; q_j) se_r(v; q_j) dv \right\} \\
& = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} i^m \varepsilon_n \tilde{F}_{mn} V_{jn} Ls_{rm}(q_j, Q_n)
\end{aligned} \tag{6.34}$$

όπου

$$Lc_{rm}(q_j, Q_n) = \int_0^{2\pi} ce_r(v; q_j) ce_m(v; Q_n) dv \tag{6.35}$$

$$Ls_{rm}(q_j, Q_n) = \int_0^{2\pi} se_r(v; q_j) se_m(v; Q_n) dv \tag{6.36}$$

Πριν την εφαρμογή της συνθήκης των πιέσεων (6.13) επισημαίνεται η ορθογωνικότητα και των τριγωνομετρικών ιδιοσυναρτήσεων στο διάστημα $[0, h]$, δηλαδή

$$\int_0^h \cos\left(\frac{n\pi z}{h}\right) \cos\left(\frac{l\pi z}{h}\right) dz = \frac{h}{\varepsilon_n} \delta_{nl}. \tag{6.37}$$

Η επεξεργασία της εξίσωσης των πιέσεων (6.13) γίνεται με τα ακόλουθα βήματα:

α. Αντικατάσταση των (6.14), (6.18) και (6.24) στην (6.13).

β. Η προκύπτουσα μορφή γράφεται για $u=u_0$.

γ. Πολλαπλασιάζονται όλοι οι όροι με $\cos\left(\frac{l\pi z}{h}\right)$ και ολοκληρώνονται στο πεδίο εφαρμογής

της (6.13), $[0, h]$, δηλαδή εφαρμόζεται η ορθογωνικότητα των $\cos\left(\frac{n\pi z}{h}\right)$ (Εξ. 6.37).

δ. Η απλοποιημένη εξίσωση πολλαπλασιάζεται εναλλάξ με $ce_k(v; Q_l)$ και $se_k(v; Q_l)$ ώστε να εφαρμοστεί η ορθογωνικότητα των συναρτήσεων Mathieu [82], όπως στην περίπτωση της ανάλυσης της συνθήκης (6.12). Τελικά προκύπτουν δύο εξισώσεις:

$$\begin{aligned}
& \pi h i^k F_{kl} \frac{Mc_k^{(1)}(u_0; Q_l)}{Mc_k^{(1)}(u_0; Q_l)} \\
& + \frac{V_{0l}}{Z_0(d)} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} i^m Mc_m^{(1)}(u_0; q_0) ce(\alpha; q_0) \int_0^{2\pi} A(u_0, v) ce_m(v; q_0) ce_k(v; Q_l) dv \right. \\
& \left. + \sum_{m=1}^{\infty} i^m Ms_m^{(1)}(u_0; q_0) se(\alpha; q_0) \int_0^{2\pi} A(u_0, v) se_m(v; q_0) ce_k(v; Q_l) dv \right\} \\
& = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} i^m A_{mp} \frac{Mc_m^{(1)}(u_0; q_p)}{Mc_m^{(3)}(u_0; q_p)} Mc_m^{(3)}(u_0; q_p) V_{pl} Lc_{mk}(q_p, Q_l)
\end{aligned} \tag{6.38}$$

$$\begin{aligned}
& \pi h i^k \tilde{F}_{kl} \frac{Ms_k^{(1)}(u_0; Q_l)}{Ms_k^{(1)}(u_0; Q_l)} \\
& + \frac{V_{0l}}{Z_0(d)} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} i^m Mc_m^{(1)}(u_0; q_0) ce(\alpha; q_0) \int_0^{2\pi} A(u_0, v) ce_m(v; q_0) se_k(v; Q_l) dv \right. \\
& \left. + \sum_{m=1}^{\infty} i^m Ms_m^{(1)}(u_0; q_0) se(\alpha; q_0) \int_0^{2\pi} A(u_0, v) se_m(v; q_0) se_k(v; Q_l) dv \right\} \\
& = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} i^m B_{mp} \frac{Ms_m^{(1)}(u_0; q_p)}{Ms_m^{(3)}(u_0; q_p)} Ms_m^{(3)}(u_0; q_p) V_{pl} Lc_{mk}(q_p, Q_l).
\end{aligned} \tag{6.39}$$

Από το σύστημα όλων των εξισώσεων που προέκυψαν από την εφαρμογή των συνθηκών (6.11), (6.12) και (6.13), οι (6.33) και (6.38) αποτελούν ένα γραμμικό (μιγαδικό) σύστημα ως προς τους αγνώστους συντελεστές A_{mp} και F_{kl} . Αντίστοιχα, οι (6.34) και (6.39) αποτελούν ένα γραμμικό (μιγαδικό) σύστημα ως προς τους αγνώστους συντελεστές B_{mp} και

\tilde{F}_{kl} . Τα συστήματα αυτά επιλύονται μέσω τετριμμένων μεθόδων γραμμικής άλγεβρας (απαλοιφή Gauss). Σε κάθε περίπτωση πρέπει να επισημανθεί ότι η χρήση αυτών των εξισώσεων χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή λόγω της πολυπλοκότητάς τους και των πολυάριθμων όρων που περιλαμβάνουν. Ιδιαίτερη προσοχή επίσης έχει δοθεί στον υπολογισμό των ολοκληρωμάτων που εμφανίζονται στις εξισώσεις (6.33), (6.34), (6.38) και (6.39). Τέλος επισημαίνεται ότι σημαντικός χρόνος και προσπάθεια απαιτήθηκε για τον προγραμματισμό των σχέσεων υπολογισμού των συναρτήσεων Mathieu για αρνητικές παραμέτρους. Αυτό αφορούσε κυρίως τις ακτινικές συναρτήσεις Mathieu δεδομένου ότι οι περιοδικές άμεσα συνδέονται με τις αντίστοιχες περιοδικές για θετικές παραμέτρους. Οι ακτινικές ωστόσο υπολογίζονται ως σειρές όρων συναρτήσεων Bessel. Η χρήση των συναρτήσεων Mathieu με σκοπό την παραγωγή αριθμητικών προβλέψεων είναι αρκετά δύσκολη λόγω της απουσίας από τη βιβλιογραφία διαθέσιμων ρουτινών για τον υπολογισμό τους. Διαθέσιμες μέθοδοι υπάρχουν μόνο για θετικές παραμέτρους (π.χ. Zhang and Jin [98]). Κατά συνέπεια έπρεπε να αναπτυχθούν εξατομικευμένες ρουτίνες για τον υπολογισμό των ακτινικών συναρτήσεων Mathieu. Οι σχέσεις υπολογισμού αυτών μπορούν να βρεθούν στο βιβλίο των Abramowitz and Stegun [82], σελ. 739, ομάδες εξισώσεων 20.8.8, 20.8.9, 20.8.10, 20.8.11.

Τέλος, σε ό,τι αφορά στον τελικό σκοπό της όλης ανάλυσης, επισημαίνεται ότι ο υπολογισμός των συντελεστών A_{mp} , F_{kl} , B_{mp} και \tilde{F}_{kl} επιτρέπει τον υπολογισμό όλων των δυναμικών στα διακριτά πεδία ροής. Η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σε όλο το πεδίο υπολογίζεται στη συνέχεια από τη σχέση (6.40), ενώ η ίδια σχέση προσδιορίζει και την ανύψωση πάνω στην πλάκα, θέτοντας $u=u_0$:

$$\eta(u, v) = \frac{i\omega}{g} \phi_A(u, v, d). \quad (6.40)$$

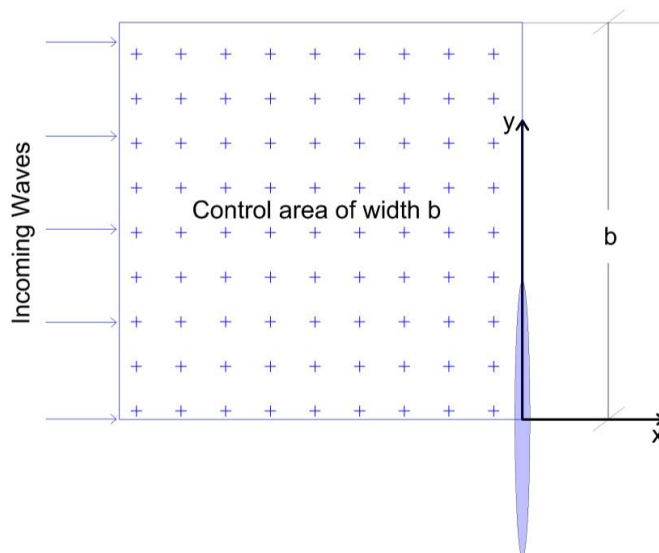
6.4. Αριθμητική προσέγγιση.

Η διαφορά μεταξύ της παλαιάς προσέγγισης [28-33] και της παρούσας είναι ότι η ‘ελλειπτική’ πλάκα (ελλειπτικός κύλινδρος με εκκεντρότητα περίπου ίση με τη μονάδα) θεωρείται περικεκομμένη αφήνοντας το ρευστό να κινείται κάτω από αυτήν. Σε κάθε περίπτωση αυτό που ενδιαφέρει είναι η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας πάνω στην πλάκα (φαινόμενο run-up). Η αριθμητική επίλυση γίνεται με το “παραβολικό μοντέλο” των Molin et al. [28] το οποίο αρχικά υλοποίησαν για πεπερασμένο πεδίο κυματισμών και στη συνέχεια, οι Chatjigeorgiou and Molin [32] το επέκτειναν σε άπειρο πεδίο κυματισμών, εκμεταλλευόμενοι

την έκφραση των δυναμικών σε ελλειπτικό σύστημα συντεταγμένων, όμοια με την παρούσα εφαρμογή. Επομένως, στην παρούσα εφαρμογή χρησιμοποιείται ο ίδιος υπολογιστικός κώδικας με την [32]. Εκείνο που αλλάζει είναι ο τρόπος υπολογισμού της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας. Στον σταθερά εδραζόμενο (στον πυθμένα) ελλειπτικό κύλινδρο αυτή υπολογιζόταν μέσω της (σχετικά) απλοποιημένης εξίσωσης (13) της [32]. Στην παρούσα προσέγγιση η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας υπολογίζεται μέσω της εξίσωσης (6.40). Η διαδικασία υπολογισμών μέσω του παραβολικού μοντέλου περιγράφεται στις ακόλουθες γραμμές.

6.4.1. Το παραβολικό μοντέλο.

Όπως περιγράφεται στις προηγούμενες ενότητες 6.1-6.3, στο υδροδυναμικό πρόβλημα περίθλασης, τα δυναμικά επερχόμενου κύματος ϕ_I και περίθλασης στις περιοχές ϕ_A , ϕ_B , εκφράζονται με τη βοήθεια ελλειπτικών αρμονικών που περιγράφονται από τις περιοδικές και ακτινικές συναρτήσεις Mathieu. Επιπλέον, τα δυναμικά περίθλασης υπολογίζονται με προσδιορισμό των αγνώστων συντελεστών ολοκλήρωσης A_{mp} , F_{kl} , B_{mp} και \tilde{F}_{kl} από εφαρμογή των αντίστοιχων συνοριακών συνθηκών. Το πρώτο βήμα της ανάλυσης είναι η επίλυση του προβλήματος περίθλασης για αρχικά αρμονικό επερχόμενο κύμα δεδομένου πλάτους $A \equiv A_I$.



Εικόνα 6.2. Κάτοψη του υπολογιστικού χώρου.

Εφαρμόζεται η θεώρηση των Longuet-Higgins and Phillips [31] για τα τριτοτάξια φαινόμενα αλληλεπίδρασης δύο διαδιδόμενων κυματισμών υπό γωνία β . Εδώ, ο ένας κυματισμός θεωρείται ο επερχόμενος και ο δεύτερος ο ανακλώμενος από την πλάκα ή κυματισμός περίθλασης. Ο ανακλώμενος κυματισμός κατά προσέγγιση αντιστοιχίζεται σε επίπεδο κυματισμό πλάτους A_R και κατεύθυνσης β_R . Οι τιμές A_R λαμβάνονται τοπικά με παρεμβολή στην υπολογισμένη, από τη σχέση (6.40), κατανομή της ανύψωσης στο χώρο ελέγχου. Ορίζεται η συνάρτηση της γωνίας συνάντησης των κυματισμών [31] για βαθύ νερό:

$$f(\beta) = -[(1 - \cos \beta)\sqrt{2 + 2 \cos \beta} + 2 \cos \beta + 1/2 \sin^2 \beta + \frac{2(1 - \cos \beta)}{\sqrt{2 + 2 \cos \beta} - 4} (1 + \cos \beta + \sqrt{2 + 2 \cos \beta})]. \quad (6.41)$$

Ακόμη εισάγεται η παραβολική εξίσωση των Molin et al. [28-29] (εδώ σε καρτεσιανές συντεταγμένες):

$$2ikA_x + A_{yy} + 2k^4 [A_R^2 f(\beta_R) + A_I^2 - \|A\|^2] A = 0. \quad (6.42)$$

Η εξίσωση (6.42) είναι ΜΔΕ 3^{ης} τάξης με άγνωστη συνάρτηση την A . Η A αποτελεί το τροποποιημένο πλάτος του επερχόμενου κυματισμού λόγω αλληλεπίδρασης με τον ανακλώμενο και αποτελεί μιγαδική ποσότητα. Οι ποσότητες k , A_R , $f(\beta_R)$ και A_I είναι γνωστές, με την πρώτη να αποτελεί τον αριθμό κύματος για βαθύ νερό, ω^2/g , την δεύτερη και την τρίτη να αποτελούν το πλάτος και τη συνάρτηση γωνίας διάδοσης του ανακλώμενου κυματισμού, και την τελευταία να αποτελεί το γνωστό, αρχικό πλάτος του προσπίπτοντος κανονικού κυματισμού. Η γωνία συνάντησης (ανάκλασης) προσδιορίζεται ως η μέγιστη παρατηρηθείσα στο μέσον της πλάκας στα πειράματα των Molin et al. [28], για τις αντίστοιχες κλίσεις επερχόμενων κυματισμών. Η επίλυση της (6.42) γίνεται με αριθμητική προσέγγιση με τη μέθοδο Runge-Kutta. Στην παρούσα εφαρμογή, είναι προφανές ότι η (6.42) θα πρέπει να μετασχηματιστεί σε ελλειπτικό σύστημα συντεταγμένων με βάση τις σχέσεις (6.1)-(6.2).

Η συνολική υπολογιστική διαδικασία αποτελείται από τα ακόλουθα βήματα:

- Αρχικά επιλύεται το πρόβλημα περίθλασης για επερχόμενο κύμα πλάτους $A \equiv A_I$ ώστε να προσδιοριστούν οι άγνωστοι συντελεστές ολοκλήρωσης που χαρακτηρίζουν το δυναμικό περίθλασης.
- Κατόπιν υπολογίζεται η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας από το δυναμικό περίθλασης (εξ. 6.40) η οποία αντιστοιχείται στο πλάτος ανακλώμενου κυματισμού, A_R και προσδιορίζεται η γωνία διάδοσης του ανακλώμενου κυματισμού, β_R σε όλο τον υπολογιστικό χώρο ελέγχου.

- Στη συνέχεια επιλύεται αριθμητικά η (6.42) για την εξαγωγή του τροποποιημένου πλάτους A λόγω αλληλεπίδρασης επερχόμενου-ανακλώμενου κυματισμού.
- Επιλύεται και πάλι το πρόβλημα περίθλασης για επερχόμενο κύμα με το τροποποιημένο πλάτος A .
- Υπολογίζεται η νέα ανυψωμένη ελεύθερη επιφάνεια στο χώρο ελέγχου και οι νέες παράμετροι ανακλώμενου κύματος.
- Και πάλι επιλύεται αριθμητικά η (6.42) για τον υπολογισμό του νέου τροποποιημένου πλάτους επερχόμενου κυματισμού.

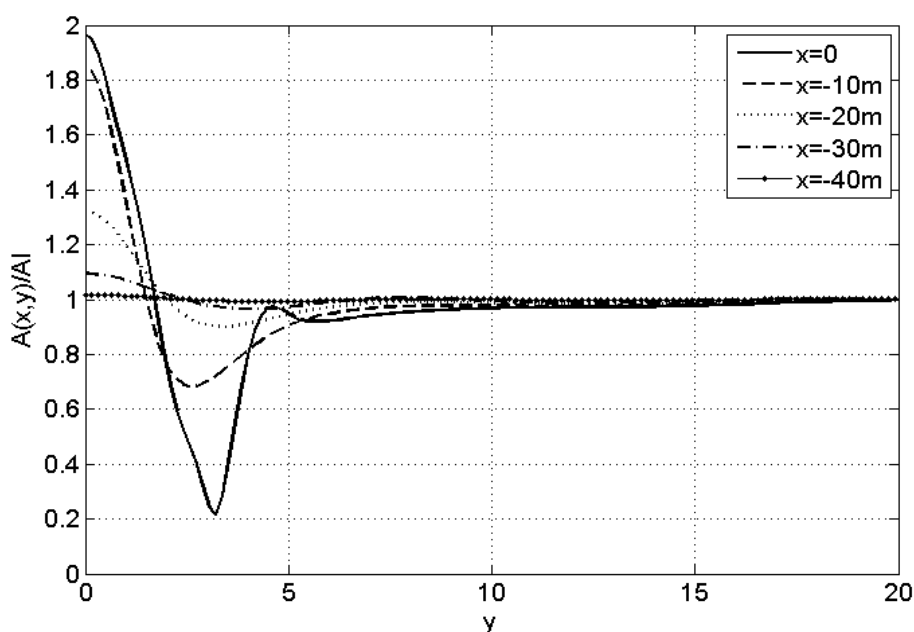
Η υπολογιστική διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να παρουσιαστεί σύγκλιση μεταξύ των αποτελεσμάτων δύο διαδοχικών περιόδων πρόσπτωσης-ανάκλασης για τις υπολογισμένες τιμές ανύψωσης. Η παρούσα εφαρμογή βασίζεται στις παραδοχές των Longuet-Higgins and Phillips [31] και έχει ισχύ για βαθύ νερό, παρά την επιβεβαίωση των αριθμητικών αποτελεσμάτων της παρούσας επίλυσης σε σχέση με τα πειραματικά αποτελέσματα των Molin et al. [28] που παρατηρείται στα ακόλουθα. Εντούτοις, οι έντονες κλίσεις κυματισμών εισάγουν αβεβαιότητες στο πρόβλημα, όπως αναπτύσσεται παρακάτω και τα αποτελέσματα φαίνεται ότι μπορούν να διαφοροποιηθούν σημαντικά μεταξύ των διαφόρων περιπτώσεων. Αυτό που δεν εξετάστηκε στην παρούσα μελέτη, αλλά θα πρέπει να εξεταστεί στο μέλλον, αφενός για την ακόμη πληρέστερη διατύπωση του γενικού προβλήματος, αφετέρου για τη βελτίωση της προσέγγισης του προβλήματος σε σύγκριση και με τις πειραματικές διαπιστώσεις που αντιστοιχούν σε πεπερασμένο βάθος νερού, είναι η προσέγγιση του παραβολικού μοντέλου για νερό ενδιάμεσου βάθους.

6.4.2. Αριθμητικά αποτελέσματα.

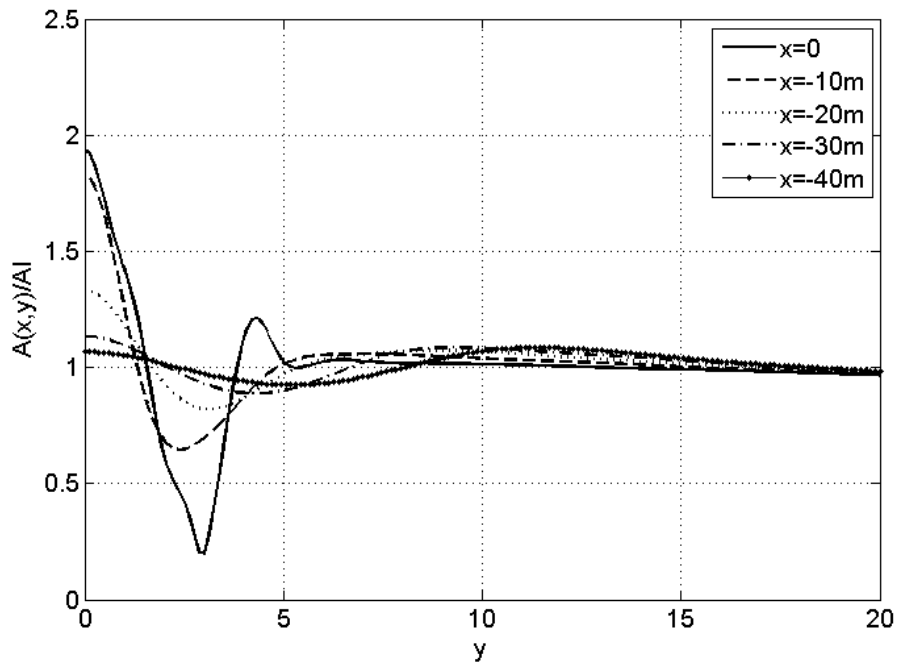
Κατ' αρχάς, όπως θα διαπιστωθεί από την εξέταση των ακόλουθων αποτελεσμάτων φαίνεται ότι η θεώρηση 'περικεκομμένου ελλειπτικού κυλίνδρου' δεν οδηγεί σε διαφοροποιήσεις από τον εδρασμένο στον πυθμένα κύλινδρο. Η υπολογισμένη ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας είναι η ίδια με αυτήν που προκύπτει με τη θεώρηση σταθερά εδραζόμενης πλάκας. Από πρακτικής απόψεως αυτό ήταν αναμενόμενο όπως άλλωστε αποδείχθηκε από πειραματικά αποτελέσματα [28-30].

Από θεωρητικής πλευράς αυτό το γεγονός εξηγείται από την μηδενική (πρακτικά) επιφάνεια στο κάτω μέρος του κυλίνδρου με συνέπεια να απουσιάζουν τα φαινόμενα περίθλασης στην υποπεριοχή B (Εικ.6.1). Στα πλαίσια της παρούσας ενότητας έγιναν πρόσθετοι αριθμητικοί υπολογισμοί, τμήμα των οποίων παρουσιάζεται ακολούθως. Όλοι αφορούν περίοδο προοδευτικών κυματισμών $T=1.01s$.

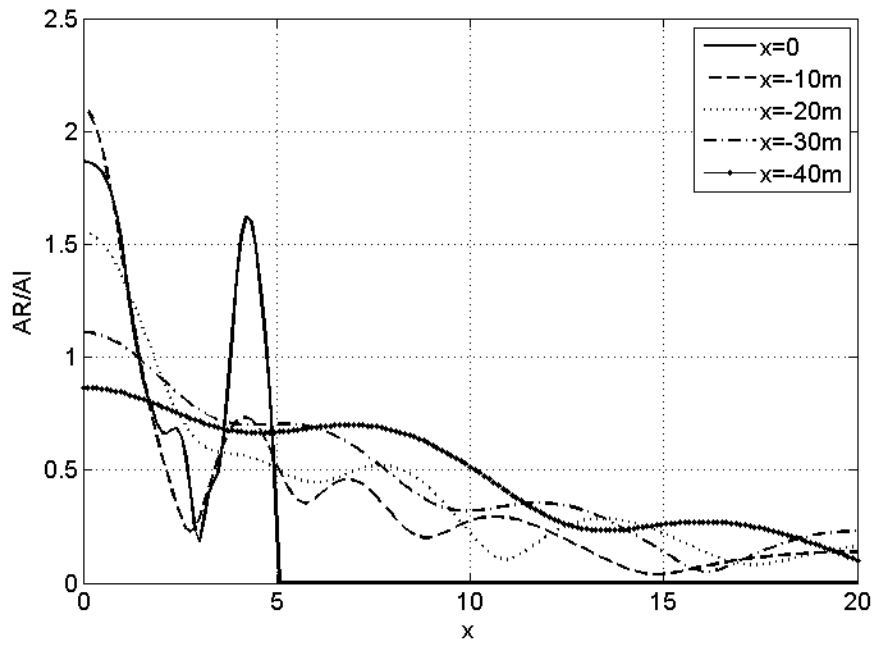
Στις Εικ. 6.3 και 6.4 εμφανίζονται οι ανυψώσεις της ελεύθερης επιφάνειας (μετά τη σύγκλιση των αποτελεσμάτων) πριν την πλάκα και σε διάφορες θέσεις κατά μήκος του πεδίου ροής. Η ανύψωση δίνεται σε απόλυτη τιμή και αφορά τη συνολική ανύψωση που υπολογίζεται μέσω της υπέρθεσης του επερχόμενου και του ανακλώμενου πεδίου ροής. Όπως ήταν αναμενόμενο μακριά από την πλάκα (στην προκειμένη περίπτωση, σε απόσταση 5m και άνω) ο κυματισμός προσεγγίζεται μόνο από τον επερχόμενο κυματισμό. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι τα φαινόμενα αλληλεπίδρασης είναι αμελητέα και τείνουν να εξαφανιστούν μακριά από την πλάκα. Πρακτικά δεν είναι απόλυτα μηδενικά, ιδίως στην ευθεία της πλάκας ($x=0$) και κοντά σε αυτήν ($x=-10$). Συγκρίνοντας τα δύο σχήματα εξάγεται το συμπέρασμα ότι οι δύο διαφορετικές κλίσεις του κυματισμού δεν παράγουν μεγάλες διαφοροποιήσεις. Το μέγεθος της ανύψωσης είναι περίπου το ίδιο, αλλά για την μεγαλύτερη κλίση (Εικ.6.4) τα φαινόμενα περίθλασης (και κατ' επέκταση αλληλεπίδρασης) είναι εντονότερα.



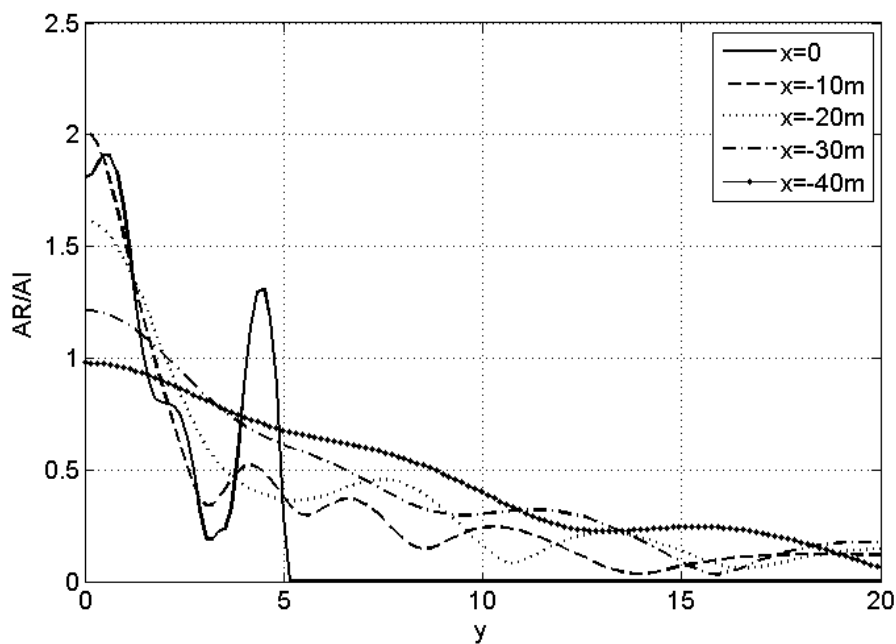
Εικόνα 6.3. Μέτρο της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας σε διάφορες θέσεις μπροστά από την πλάκα μετά τη σύγκλιση των αποτελεσμάτων. Κλίση κυματισμού $H/\lambda=2.5\%$.



Εικόνα 6.4. Μέτρο της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας σε διάφορες θέσεις μπροστά από την πλάκα μετά τη σύγκλιση των αποτελεσμάτων. Κλίση κυματισμού $H/\lambda=3.0\%$.

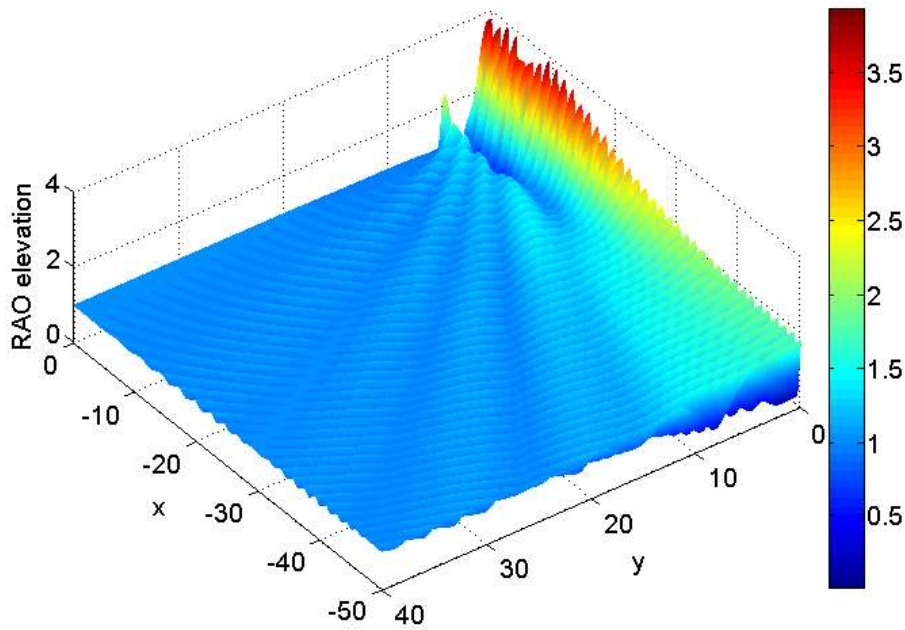


Εικόνα 6.5. Μέτρο της ανακλώμενου κυματισμού σε διάφορες θέσεις μπροστά από την πλάκα μετά τη σύγκλιση των αποτελεσμάτων. Κλίση κυματισμού $H/\lambda=2.0\%$.



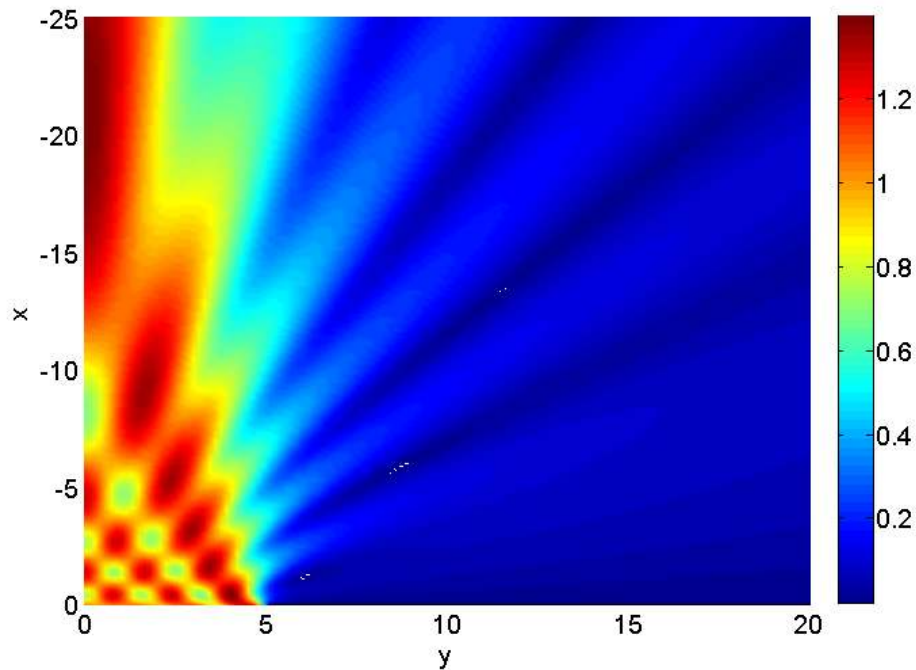
Εικόνα 6.6. Μέτρο της ανακλώμενου κυματισμού σε διάφορες θέσεις μπροστά από την πλάκα μετά τη σύγκλιση των αποτελεσμάτων. Κλίση κυματισμού $H/\lambda=2.5\%$.

Στις Εικ.6.5 και 6.6 γίνονται παρόμοιες συγκρίσεις με τη διαφορά ότι πλέον το αντικείμενο σύγκρισης είναι το πλάτος του ανακλώμενου κυματισμού, που σε δεύτερο στάδιο προσεγγίζεται ως προοδευτικός κυματισμός. Οι θέσεις ελέγχου είναι οι ίδιες και τα αποτελέσματα αφορούν την κατάσταση σύγκλισης της μεθόδου (στο τέλος των επαναλήψεων). Οι κλίσεις κυματισμών που συγκρίνονται είναι 2% (Εικ.6.5) και 2.5% (Εικ.6.6). Όπως ήταν αναμενόμενο, το πλάτος του ανακλώμενου κυματισμού μετά την πλάκα είναι μηδενικό γεγονός το οποίο είναι λογικό. Επιπρόσθετα η μέγιστη ανύψωση πάνω στην πλάκα, πρακτικά προέρχεται μόνο από τον ανακλώμενο κυματισμό (Εικ.6.3 και 6.6). Τέλος, θα πρέπει να επισημανθεί ξανά ότι σημαντικές διαφοροποιήσεις μεταξύ των δύο συγκρινόμενων κλίσεων δεν υφίστανται πέραν του γεγονότος ότι για τη μεγαλύτερη κλίση οι μεταβολές στην εγκάρσια διεύθυνση είναι σχετικά εντονότερες. Φυσικά, εμφανίζεται ξεκάθαρα η φθίνουσα τάση της ανύψωσης σε μεγαλύτερες αποστάσεις από την πλάκα. Στις Εικ.6.5 και 6.6 η θέση $x=0$ δεικνύει την ευθεία της πλάκας και οι αντίστοιχες καμπύλες αναπαριστούν το φαινόμενο run-up.



Εικόνα 6.7. Μέτρο της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας σε όλο το πεδίο ροής στην 16^η επανάληψη. Οι κυματισμοί δημιουργούνται σε θέση $x=-50\text{m}$ μπροστά την πλάκα και το εύρος του χώρου ελέγχου είναι 40m. Κλίση κυματισμού $H/\lambda=2.5\%$.

Η Εικ.6.7 αφορά κλίση κυματισμών 2.5% και παρουσιάζει μία τρισδιάστατη αναπαράσταση του πεδίου ροής (συγκεκριμένα της ανύψωσης σε όλον τον χώρο ελέγχου). Οι κυματισμοί θεωρείται ότι δημιουργούνται σε θέση $x=-50\text{m}$ πριν από την πλάκα ενώ το εύρος του χώρου ελέγχου είναι 40m. Είναι άμεσα εμφανής ή ισχυρή ανύψωση πάνω στην πλάκα και η ένταση της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας σε χώρο που περιορίζεται μπροστά από την πλάκα. Όπως ήταν αναμενόμενο τα φαινόμενα έντασης φθίνουν για μεγάλες αποστάσεις από το προσβαλλόμενο πλαίσιο ενώ εμφανής είναι επίσης και η διεύθυνση των κυματισμών που, όπως αναφέρθηκε στις [30,32], εκτελούν καμπύλες τροχιές για μεγάλες αποστάσεις από το προσβαλλόμενο πλαίσιο.

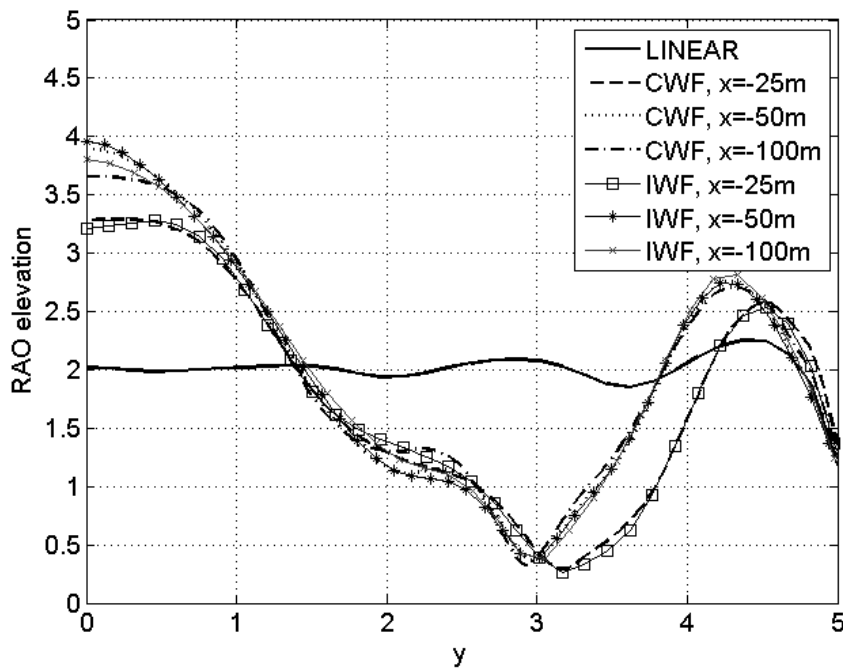


Εικόνα 6.8. Αναπαράσταση του ανακλώμενου πεδίου ροής στην ελεύθερη επιφάνεια μετά τη σύγκλιση των αποτελεσμάτων. Οι κυματισμοί δημιουργούνται σε θέση $x=-25\text{m}$ μπροστά από την πλάκα και το εύρος του χώρου ελέγχου είναι 20m. Κλίση κυματισμού $H/\lambda=2.0\%$.

Η παραπάνω Εικ.6.8 εμφανίζει τα περιγράμματα του ανακλώμενου πεδίου ροής σε πολύ μικρή απόσταση από την πλάκα. Το εύρος του πεδίου ελέγχου είναι 20m. Είναι σαφής η ισχυρή διαταραχή που δημιουργείται μπροστά από το πλαίσιο καλύπτοντας όλο το εύρος της πλάκας, ενώ είναι ενδιαφέρον να παρατηρηθεί ότι οι μέγιστες ανυψώσεις της ελεύθερης επιφάνειας δεν αφορούν το φαινόμενο run-up καθ' εαυτό αλλά εντοπίζονται λίγο πριν από την πλάκα και στο συγκεκριμένο σχήμα περίπου στα 10 μέτρα από αυτή.

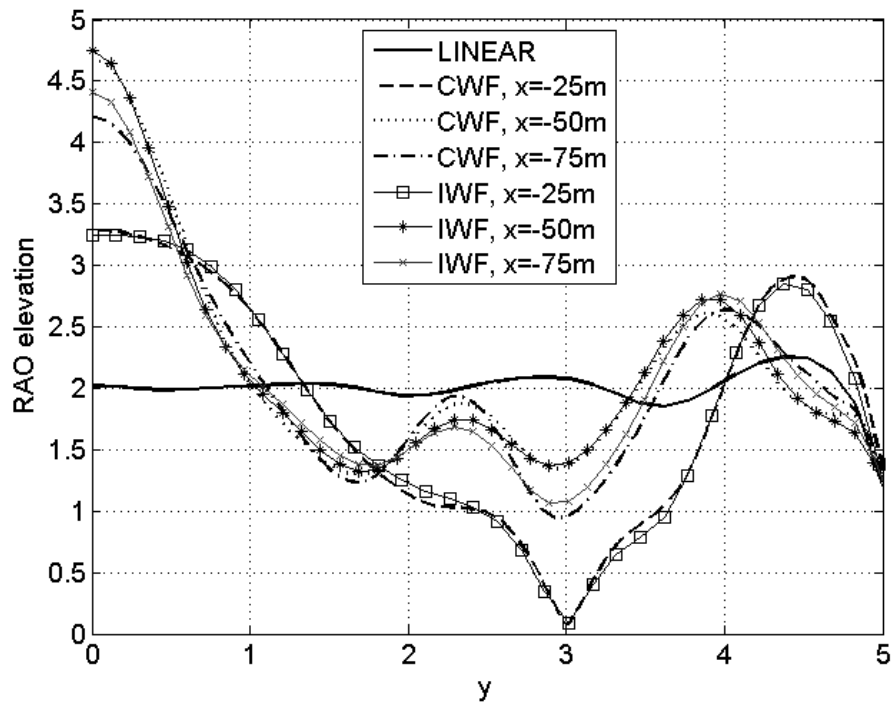
Τέλος στις Εικ.6.9-10 δίνονται ακριβή αποτελέσματα για την ανύψωση πάνω στην πλάκα και γίνονται συγκρίσεις με τη μέθοδο του περιορισμένου πεδίου ροής (CWF). Σε όλα τα σχήματα περιλαμβάνεται και η γραμμική ανύψωση (της πρώτης επανάληψης – αρχικής πρόσκρουσης). Στα Σχήματα 6.9 και 6.10 εξετάζονται διαφορετικές κλίσεις για τους κυματισμούς. Τα αποτελέσματα είναι απόλυτα συγκρίσιμα γεγονός που δείχνει την μηδενική συνεισφορά της θεώρησης 'περικεκομμένου ελλειπτικού κυλίνδρου'. Συγκρίσεις γίνονται για διαφορετικές θέσεις δημιουργίας των κυματισμών, ενώ οι μοναδικές διαφοροποιήσεις εμφανίζονται για μεγάλες αποστάσεις της θέσης του υποθετικού 'κυματιστήρα'. Σ' αυτήν την περίπτωση η θεώρηση περιορισμένου πεδίου ροής (CWF) αποκλίνει λόγω των ανακλάσεων

από τα πλευρικά τοιχία. Αυτό είναι εμφανέστερο για τη μεγαλύτερη κλίση των 3.5% (Εικ.6.10). Αναφέρεται τέλος ότι για μεγαλύτερες αποστάσεις της θέσης δημιουργίας των κυματισμών $x < 75\text{m}$ (Εικ.6.10), το πεδίο ροής δεν συγκλίνει ανεξάρτητα από τον αριθμό των επαναλήψεων. Το φαινόμενο της μη σύγκλισης μακριά από την πλάκα έχει διαπιστωθεί και πειραματικά. Για λόγους ευκρίνειας η Εικ.6.11 εμφανίζει μεμονωμένα τα αποτελέσματα της ανύψωσης που προήλθαν από τη θεώρηση του άπειρου πεδίου ροής και συγκρίθηκαν με αυτά του πεπερασμένου πεδίου ροής στο Σχήμα 6.10.



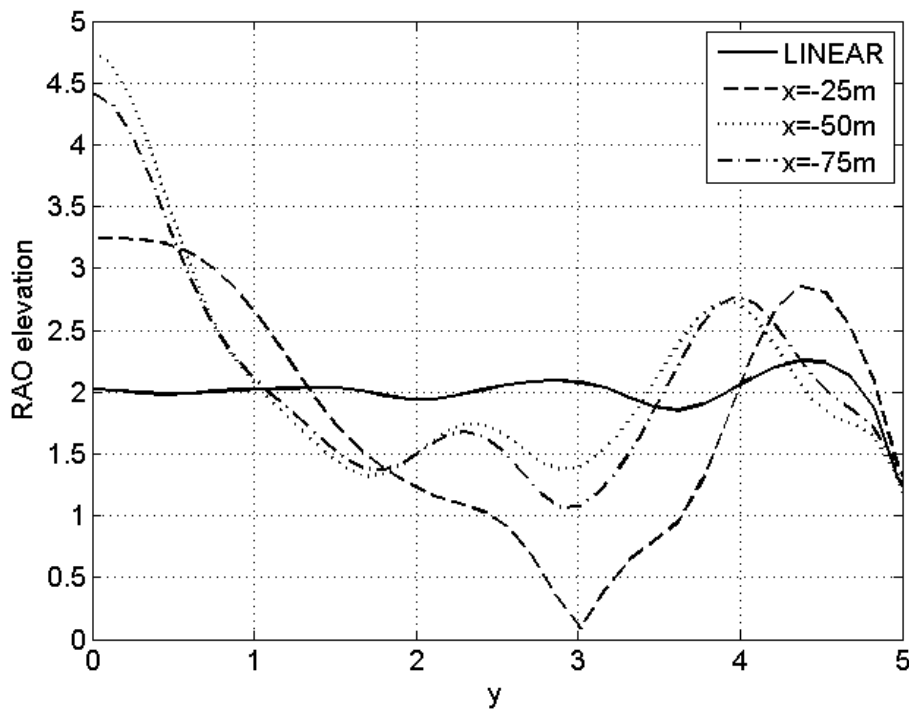
Εικόνα 6.9. Σύγκριση του φαινομένου run-up πάνω στην πλάκα για τις θεωρήσεις πεπερασμένου πεδίου ροής (CWF) και άπειρου πεδίου ροής (IWF) καθώς και για διαφορετικές θέσεις δημιουργίας των κυματισμών και αποστάσεις που αυτοί διανύουν, από -25m έως -100m.

Κλίση κυματισμού $H/\lambda=2.5\%$.



Εικόνα 6.10. Σύγκριση του φαινομένου run-up πάνω στην πλάκα για τις θεωρήσεις πεπερασμένου πεδίου ροής (CWF) και άπειρου πεδίου ροής (IWF) καθώς και για διαφορετικές θέσεις δημιουργίας των κυματισμών και αποστάσεις που αυτοί διανύουν, από -25m έως -75m.

Κλίση κυματισμού $H/\lambda=3.5\%$.



Εικόνα 6.11. Φαινόμενο run-up πάνω στην πλάκα θεωρώντας άπειρο πεδίο ροής (IWF) και για διαφορετικές θέσεις δημιουργίας των κυματισμών και της απόστασης που αυτοί διανύουν, από -25m έως -75m. Κλίση κυματισμού $H/\lambda=3.5\%$.

6.5. Συμπεράσματα.

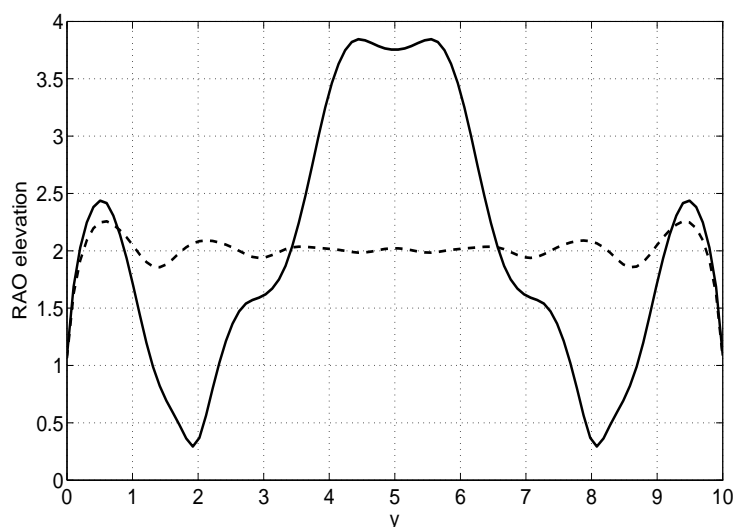
Αναπτύχθηκε το αναλυτικό πρόβλημα υπολογισμού 3ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων λόγω πρόσπτωσης-ανάκλασης κυματισμών στη διαμόρφωση του προφίλ του αναρριχώμενου κύματος επί πλωτής πλάκας που παρεμβάλλεται κατακόρυφα σε επερχόμενους κανονικούς κυματισμούς. Η αναλυτική επίλυση στηρίχθηκε στην έκφραση των δυναμικών πρόσπτωσης και περίθλασης ως προς περιοδικές συναρτήσεις Mathieu με στόχο την προσέγγιση σε ελλειπτικές συντεταγμένες του προβλήματος σε άπειρο πεδίο κυματισμών που αντιστοιχεί σε εφαρμογές στην ανοικτή θάλασσα. Χρησιμοποιήθηκε το ίδιο παραβολικό αριθμητικό μοντέλο επίλυσης της 3ο-τάξιας διαφορικής εξίσωσης για το τροποποιημένο πλάτος κυματισμού, σε συνέχεια των δημοσιευμένων εργασιών για όμοια προβλήματα για εδραζόμενη πλάκα στον πυθμένα. Το αποτέλεσμα της αναλυτικής ανάπτυξης του προβλήματος ήταν μία τροποποιημένη συνάρτηση αναρριχώμενης ελεύθερης επιφάνειας επί

της πλωτής πλάκας σε σχέση με την περίπτωση της εκτεινόμενης πλάκας έως τον πυθμένα. Τα αποτελέσματα της αριθμητικής επίλυσης για την πλωτή πλάκα αποκάλυψαν τα εξής στοιχεία: (i) για την μεγαλύτερη κλίση κυματισμού τα φαινόμενα περίθλασης και 3ο-τάξιας αλληλεπίδρασης είναι εντονότερα, (ii) ισχυρότερη η ανύψωση πάνω στην πλάκα και σημαντική στο χώρο μπροστά από την πλάκα, (iii) οι κυματισμοί εκτελούν καμπύλες τροχιές όσο απομακρυνόμαστε από την πλάκα, (iv) τα φαινόμενα αλληλεπίδρασης είναι αμελητέα και τείνουν να εξαφανιστούν μακριά από την πλάκα και (v) η θεώρηση 'περικεκομμένου ελλειπτικού κυλίνδρου' δεν μεταβάλλει τα αποτελέσματα – απουσιάζουν φαινόμενα περίθλασης στην υποπεριοχή B και έτσι, δεν διαφοροποιείται από την περίπτωση ελλειπτικού κυλίνδρου που εδράζεται στον πυθμένα.

7. Υδροελαστική συμπεριφορά κατακόρυφης μεταλλικής πλάκας που παρεμβάλλεται σε πεδίο κανονικών κυματισμών λόγω 3^ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων προσπίπτοντος-ανακλώμενου κύματος.

Το πρόβλημα της υδροελαστικής συμπεριφοράς προσδιορίζεται στο παρόν κεφάλαιο ως πρόβλημα προσδιορισμού της εγκάρσιας παραμόρφωσης (κάμψης) του κατασκευαστικού μοντέλου ορθογωνικής πλάκας που υπόκειται σε 3ο-τάξιες αλληλεπιδράσεις λόγω προσπίπτοντων-ανακλώμενων κυματισμών. Όπως επισημαίνεται και στην αρχή του κεφαλαίου 6, η μαθηματική ανάπτυξη και η υπολογιστική προσέγγιση για το υδροδυναμικό φαινόμενο 3ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων περιλαμβάνεται στις σχετικές δημοσιευμένες εργασίες των Chatjigeorgiou and Molin [32] και Molin et al. [28]. Η προσέγγιση του αναρριχώμενου κύματος με τη σχετική υδροδυναμική μεθοδολογία αντιστοιχεί στην στιγμιαία κατανομή της βρεχόμενης επιφάνειας του σώματος στο τέλος κάθε περιόδου πρόσπτωσης-ανάκλασης κυματισμών, η οποία συμβολίζεται ως μία συνάρτηση $\eta(y)$ (η συνάρτηση (6.40), του κεφαλαίου 6). Κατά συνέπεια, η πλάκα υπόκειται σε υδροδυναμικές πιέσεις $p(y,z;t)$, οι οποίες ασκούνται από το διαμορφωμένο προφίλ του αναρριχώμενου σε αυτήν κύματος από τις 3ο-τάξιες αλληλεπιδράσεις προσπίπτοντος-ανακλώμενου κύματος, ως $p(y,z;t) = -i\omega\rho\phi$, όπου ρ η πυκνότητα νερού και $\phi = \phi_I + \phi_D$ το συνολικό δυναμικό της ταχύτητας επί της πλάκας, το οποίο υπολογίζεται ως: $\phi = -iA_I g / \omega e^{kz} \eta(y)$. Κατ'αυτόν τον τρόπο ο υπολογισμός της ασκούμενης φόρτισης στην πλάκα εξαρτάται από τη συνάρτηση $\eta(y)$. Το υδροελαστικό μοντέλο αναπτύσσεται με βάση τη Γραμμική Θεωρία Πλακών (ελαστική-γραμμική πλάκα Kirchhoff) και επιλύεται υπό την δράση των εν λόγω διεγέρσεων. Παράλληλα αναπτύσσονται δημοσιευμένες, εναλλακτικές υδροελαστικές προσεγγίσεις και συγκρίνονται ποιοτικά με την παρούσα εφαρμογή και ελέγχεται η δυνατότητα εφαρμογής τους. Στο τέλος του κεφαλαίου αναπτύσσεται μία δεύτερη σειρά επιλύσεων της καμπτικής ταλάντωσης της πλάκας υπό την δράση των εν λόγω δυνάμεων, αυτήν τη φορά σε περιβάλλον ΠΣ, με διακριτοποίηση με ΠΣ κελύφους και εφαρμογή του αλγορίθμου χρονικής ολοκλήρωσης των εξισώσεων δυναμικής ισορροπίας, Implicit. Σε όλες τις περιπτώσεις, οι εφαρμοζόμενες μεθοδολογίες δεν αποτελούν 2way Fluid-Structure Interaction αλλά 1way coupling, εισάγοντας τα αποτελέσματα, κατόπιν ολοκλήρωσεως των επιλύσεων του υδροδυναμικού (παραβολικού) μοντέλου, στο κατασκευαστικό.

7.1. Το αναλυτικό υδροελαστικό μοντέλο.



Εικόνα 7.1. Προφίλ της αναρρίχησης (wave run-up)-πίεσης σε πλάκα μήκους 10m. Η διακεκομμένη γραμμή αντιστοιχεί στο προσπίπτον αρμονικό κύμα της 1ης περιόδου. Η συνεχόμενη γραμμή αντιστοιχεί στο διαμορφωμένο 3ο-τάξιο προφίλ της βρεχόμενης επιφάνειας ύστερα από 20 περιόδους πρόσπτωσης-ανάκλασης, η οποία τείνει να διατηρηθεί και στις επόμενες περιόδους (μόνιμη κατάσταση).

Το μεταλλικό πλαίσιο-πλάκα που διερευνάται προσομοιάζει σε πειραματικό μοντέλο των εργασιών [29-30], έχοντας μήκος 10m, ύψος 2.33m και βύθισμα 2m. Για την κατασκευαστική ανάλυση οι οριακές συνθήκες στήριξης αντιστοιχούν σε ορθογωνικής πλάκας με τέσσερις πλήρως αρθρωμένες πλευρές. Υιοθετείται η Γραμμική Θεωρία Πλακών (ελαστική-γραμμική πλάκα Kirchhoff, π.χ. Soedel [103]). Στο πλαίσιο της Γραμμικής Θεωρίας Πλακών-Kirchhoff η γενική λύση της δυναμικής απόκρισης της πλάκας μπορεί να προσεγγιστεί με σειρές ιδιομορφών (τύπου Galerkin). Ως εκ τούτου σχεδιάζεται η δυναμική εξίσωση ισορροπίας σε εξαναγκασμένη εγκάρσια ταλάντωση (κάμψη) της πλάκας υπό την δράση εγκάρσιων, αντίστοιχα, κατανεμημένων πιέσεων με βάση την ακόλουθη μορφή:

$$\partial^4 w / \partial y^4 + 2\partial^4 w / \partial y^2 \partial z^2 + 2\partial^4 w / \partial z^4 + M / D \partial^2 w / \partial t^2 = p(y, z; t) / D \quad (7.1)$$

όπου $w(y, z; t)$ οι εγκάρσιες (καμπτικές) μετατοπίσεις, y και z οι οριζόντιες και κατακόρυφες καρτεσιανές συντεταγμένες, με αρχή στην αρχή των αξόνων της Εικ.7.1, M η μάζα ανά μονάδα επιφανείας και $D=Eh^3/12/(1-\nu^2)$ η καμπτική ακαμψία της πλάκας. Επιπλέον, $E=209\text{GPa}$ το μέτρο Young, $h=3\text{mm}$ το πάχος της πλάκας, $\nu=0.3$ ο λόγος Poisson και $\rho_s=7850\text{kg/m}^3$ η πυκνότητα του υλικού (χάλυβας). Στη εξίσωση (7.1) η ποσότητα $p(y,z;t)$ υπολογίζεται από το αναρριχόμενο κύμα με βάση την υδροδυναμική μεθοδολογία που περιγράφεται στην εισαγωγή του παρόντος κεφαλαίου, αλλά και στις εργασίες [30,32-33]. Σημειώνεται ότι στην εφαρμοσμένη υδροδυναμική μεθοδολογία (κεφάλαιο 6), η αρχή των αξόνων τοποθετείται στην αδιατάρακτη ελεύθερη επιφάνεια. Κατά συνέπεια, στην πίεση της εξίσωσης (7.1) θα πρέπει να εφαρμοστεί μία μετάθεση κατά τον άξονα z για να ληφθεί υπόψη και το βύθισμα $2m$ της πλάκας. Μία λύση για την εγκάρσια (καμπτική) ταλάντωση της πλάκας που ικανοποιεί τις οριακές συνθήκες (μηδενικές καμπτικές ροπές και μετατοπίσεις) που εφαρμόζονται στην περίμετρο αυτής δίνεται ως εξής:

$$w = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}(t) \sin \frac{m\pi y}{a} \sin \frac{n\pi z}{b} \quad (7.2)$$

όπου a και b το μήκος και το ύψος, αντίστοιχα της πλάκας. Υιοθετώντας τη γραμμική θεωρία (η πλάκα θεωρείται γραμμικό συνεχές ταλαντωτικό στοιχείο) μπορεί να γραφεί για το πλάτος της ταλάντωσης ότι $A_{mn}(t) = \text{Re} \{ C_{mn} e^{-i\omega t} \}$ όπου C_{mn} οι συντελεστές ολοκλήρωσης που εξαρτώνται από τη συχνότητα διέγερσης, ω και θα πρέπει να υπολογιστούν. Εισάγοντας τη σχέση (7.2) στην (7.1) και χρησιμοποιώντας την υπόθεση ορθογωνικότητας των ιδιοσυναρτήσεων-τριγωνομετρικών συναρτήσεων, οι συντελεστές ολοκλήρωσης μπορούν να υπολογιστούν από την απλή σχέση: $C_{mn} = F_{mn} / (\omega_{mn}^2 - \omega^2)$. Οι ιδιοσυχνότητες δίδονται από:

$$\omega_{mn} = \left[(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2 \right] \sqrt{D/M} \quad (7.3)$$

και οι συντελεστές F_{mn} από:

$$F_{mn} = \frac{4\rho g A_l}{abM} \frac{b \left[n\pi e^{-kf} - n\pi \cos(n\pi f/b) + kb \sin(n\pi f/b) \right]}{(kb)^2 + (n\pi)^2} \times \int_0^a \zeta(y) \sin(m\pi y/a) dy \quad (7.4)$$

Δεδομένης της πολυπλοκότητας του προφίλ της αναρρίχησης, το ολοκλήρωμα στη σχέση (7.4) υπολογίζεται αριθμητικά. Σημειώνεται, επίσης, ότι η υδροδυναμική πίεση σε θέσεις σε μεγαλύτερο ύψος από το αρχικό βύθισμα 2m, θεωρείται μηδέν. Ο υπολογισμός των συντελεστών α_{mn} επιτρέπει τον υπολογισμό της ακριβούς λύσης της γραμμικής καμπτικής ταλάντωσης w_{mn} της πλάκας μέσω της (7.2).

7.1.1. Η εναλλακτική θεώρηση Newman – δυνατότητα εφαρμογής στην πλάκα.

Στην πραγματικότητα η λύση του προβλήματος της καμπτικής ταλάντωσης αναμένεται να επηρεάσει άμεσα την επίλυση του 3ο-τάξιου υδροδυναμικού προβλήματος αλληλεπίδρασης των προσπίπτοντων με τους ανακλώμενους κυματισμούς δεδομένης της παραμόρφωσης - μεταβολής της γεωμετρίας της κατασκευής μέσα σε κάθε περίοδο πρόσπτωσης-ανάκλασης. Ως εκ τούτου θα πρέπει να προηγηθεί προσδιορισμός των υδροδυναμικών συντελεστών αδρανείας και αντίστασης της πλάκας. Τη σχετική μεθοδολογία συνδυασμένης μαθηματικής επίλυσης του υδροδυναμικού προβλήματος με την κατασκευαστική κίνηση, για διάφορες περιπτώσεις την περιγράφει ο Newman [104]. Η μεθοδολογία του Newman περιλαμβάνει την επίλυση ενός διαφορετικού υδροδυναμικού προβλήματος αυτή τη φορά που καλείται πρόβλημα "περίθλασης-ακτινοβολίας". Στο συγκεκριμένο πρόβλημα λαμβάνεται υπόψη εκτός από την παραμόρφωση του πεδίου ροής λόγω της παρουσίας του σώματος (περίθλαση) και ο εκτοπισμός του λόγω γνωστής κίνησης της πλάκας (ακτινοβολία). Κατά συνέπεια, από τη λύση του πρόβληματος ακτινοβολίας λόγω ιδιομορφικής ταλάντωσης της πλάκας για j -ιδιομορφές μπορούν να υπολογιστούν οι υδροδυναμικοί συντελεστές πρόσθετης μάζας και απόσβεσης οι οποίοι μπορούν στη συνέχεια να χρησιμοποιηθούν σε μία τροποποιημένη έκφραση της εξαναγκασμένης ταλάντωσης της κατασκευής, η οποία για την πλάκα εκφράζεται με την Εξ. (7.1), με συμπλήρωση των φυσικών σταθερών που συνεισφέρουν στις εσωτερικές δυνάμεις (αριστερό σκέλος). Ο Newman, εν γένει, για συνεχή ταλαντωτικά συστήματα – ελαστικούς φορείς, εισάγει την μητρική εξίσωση εξαναγκασμένης κίνησης:

$$\sum_j \xi_j [-\omega^2 (a_{ij} + M_{ij}) + i\omega b_{ij} + C_{ij}] = X_i \quad (7.5)$$

στην οποία ως ξ_j εκφράζεται η άγνωστη ταλάντωση του στοιχείου στην j -ιδιομορφή, M_{ij} , a_{ij} , b_{ij} , C_{ij} τα μητρώα μάζας, πρόσθετης μάζας, απόσβεσης και ακαμψίας, αντίστοιχα, του i -στοιχείου στην j -ιδιομορφή, ω η συχνότητα διέγερσης (δηλ. του κυματισμού) και X_i το διάνυσμα διεγέρσεων εξαναγκασμού που ασκούνται σε κάθε i -βαθμό ελευθερίας. Ο

προσδιορισμός των μητρώων πρόσθετης μάζας και απόσβεσης μπορεί να γίνει εύκολα από τη σχέση:

$$\omega^2 a_{ij} - i\omega b_{ij} = -\rho \int \int_{S_o} \phi_j \frac{\partial \phi_i}{\partial n} dS \quad (7.6)$$

Εφόσον το συνολικό δυναμικό, ϕ που αποτελεί άθροισμα των συνεισφορών λόγω πρόσπτωσης κύματος, ϕ_I , περίθλασης, ϕ_D και ακτινοβολίας, ϕ_R έχει προσδιοριστεί και μπορεί να ολοκληρωθεί στο δεξί σκέλος της (7.6) επί της απαραμόρφωτης επιφάνειας S_o της κατασκευής. Σημειώνεται ότι $i, j = 1, 2, \dots$, ενώ n είναι το κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα στην επιφάνεια S_o , στην οποία επιπλέον ισχύουν οι οριακές συνθήκες:

$$\frac{\partial \phi_{D,i}}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \phi_{R,j}}{\partial n} = i\omega n_j, \quad \frac{\partial \phi_i}{\partial n} = \frac{\partial \phi_{I,i}}{\partial n} + \frac{\partial \phi_{R,i}}{\partial n}, \quad \text{επί της } S_o \quad (7.7)$$

Το διάνυσμα κυματικών δυνάμεων διέγερσης, X_i αναφέρεται, επίσης στην απαραμόρφωτη κατασκευή, S_o και παράγεται μόνο από την πίεση που ασκείται από το δυναμικό λόγω πρόσπτωσης-περίθλασης, όμοια με την υπόθεση της λύσης της ενότητας 7.1.1,

$$X_i = -i\omega\rho \int \int_{S_o} (\phi_{I,i} + \phi_{D,i}) n_i dS \quad (7.8)$$

Κατά συνέπεια σε κάθε χρονικό βήμα (περίοδο) κυματικής διέγερσης της κατασκευής, θα πρέπει να επιλύεται πρώτα το πρόβλημα περίθλασης-ακτινοβολίας ώστε να μπορεί, στη συνέχεια μέσω των αντίστοιχων δυναμικών της ροής να συμπληρωθεί με τις υδροδυναμικές συνεισφορές το φυσικό ταλαντωτικό σύστημα της Εξ. (7.5) μέσω της Εξ. (7.6) και, επομένως, να επιλυθεί στο ίδιο χρονικό βήμα το κατασκευαστικό πρόβλημα.

Για την παρούσα εφαρμογή μπορεί να ληφθεί η ιδιομορφική λύση Navier για την έκφραση της ελεύθερης ταλάντωσης της πλάκας, η οποία υπεισέρχεται στην Εξ. (7.2), ήτοι:

$$f_m = \sin(m\pi y/a), \quad g_n = \sin(n\pi z/b) \quad (7.9)$$

και στη συνέχεια να αξιοποιηθεί για την επίλυση του παρόντος υδροελαστικού προβλήματος με τη μεθοδολογία Newman [104]. Κατά συνέπεια, το μητρώο μάζας της ιδιομορφικά

ταλαντευόμενης κατασκευής και το αντίστοιχο μητρώο ακαμψίας μπορούν να βρεθούν από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned}
 M_{ij} &= m \int_0^a \sin(i\pi y / a) dy \int_0^b \sin(j\pi z / b) dz \\
 C_{ij} &= D \int_0^a \frac{\partial^2 f_i}{\partial y^2} dy \int_0^b \frac{\partial^2 g_j}{\partial z^2} dz = \\
 &D \frac{i^2 j^2 \pi^4}{a^2 b^2} \int_0^a \sin(i\pi y / a) dy \int_0^b \sin(j\pi z / b) dz.
 \end{aligned}
 \tag{7.10}$$

όπου m η μάζα ανά μονάδα επιφάνειας και D η καμπτική ακαμψία της πλάκας. Κατόπιν, περιγράφεται το υδροδυναμικό πρόβλημα περίθλασης-ακτινοβολίας λόγω 3^ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων λόγω προσπίπτοντος ανακλώμενου κυματισμού επί πλάκας. Λαμβάνεται υπόψη ο χώρος ελέγχου για πεπερασμένου πεδίο κυματισμών που αντιστοιχεί στις διαστάσεις πειραματικής δεξαμενής και περιγράφεται με την Εικόνα 6.2. Οι εκφράσεις για τα δυναμικά πρόσπτωσης-περίθλασης στις περιοχές εμπροσθεν (1) και όπισθεν (2) της πλάκας, προκύπτουν από τη λύση του προβλήματος περίθλασης-3^ο τάξιας αλληλεπίδρασης των Molin et al [61-62]:

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= -\frac{iAg}{\omega} e^{kz} \sum_{n=0}^{\infty} B_n e^{-ia_n x} \cos \lambda_n y \\
 \phi_2 &= -\frac{iAg}{\omega} e^{kz} \sum_{n=0}^{\infty} C_n e^{ia_n x} \cos \lambda_n y
 \end{aligned}
 \tag{7.11}$$

όπου $\lambda_n = n\pi/b$, $k = \omega^2/g$, $a_n^2 = k^2 - \lambda_n^2$. Το πλάτος της πλάκας συμβολίζεται με d . Κατόπιν μπορεί να λυθεί το πρόβλημα ακτινοβολίας, ήτοι η εύρεση της επιθυμητής για την συμπλήρωση του υδροελαστικού προβλήματος των Εξ. (7.5)-(7.10), έκφρασης του δυναμικού ϕ_R η οποία θα ικανοποιεί το ακόλουθο ΠΣΤ (το οποίο μπορεί να γίνει κατανοητό με τη βοήθεια της Εικόνας 6.2.):

$$\nabla^2 \phi = 0, \text{ (εξίσωση Laplace) σε όλο το πεδίο ροής}
 \tag{7.12}$$

$$g \frac{\partial \phi}{\partial z} - \omega^2 \phi = 0, \text{ (οριακή συνθήκη ελεύθερης επιφάνειας) για } z=0
 \tag{7.13}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = f_m(y)g_n(z), (\text{συνθήκη μη διαπερατότητας πλάκας}) \text{ για } x=0, 0 \leq y \leq d \quad (7.14)$$

$$\phi_1 = \phi_2, (\text{συνθήκη συνέχειας πιέσεων}) \text{ για } x=0, d \leq y \leq b \quad (7.15)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial x} = \frac{\partial \phi_2}{\partial x}, (\text{συνθήκη συνέχειας ταχυτήτων στην πλάκα}) \text{ για } x=0, 0 \leq y \leq d \quad (7.16)$$

Οι Εξ. (7.12)-(7.13) ικανοποιούνται από τις εκφράσεις (7.11) όπως εύκολα μπορεί να αποδειχθεί. Επίσης εύκολα μπορούν να βρεθούν σχέσεις απλοποίησης των αγνώστων συντελεστών ολοκλήρωσης, μέσω των συνθηκών (7.15)-(7.16). Συγκεκριμένα:

$$\begin{aligned} C_n &= B_n, \text{ για } d \leq y \leq b \\ C_n &= -B_n, \text{ για } 0 \leq y \leq d \end{aligned} \quad (7.17)$$

Από τις σχέσεις (7.17) ενδιαφέρει η δεύτερη σε ό,τι αφορά στη διερεύνηση της συνθήκης μη διαπερατότητας (7.14) που εκφράζει ουσιαστικά το φαινόμενο της ακτινοβολίας, δηλαδή τη μεταβολή του δυναμικού λόγω ιδιομορφικής ταλάντωσης της πλάκας. Κατόπιν πράξεων στη (7.14) συμπεριλαμβανομένης της εφαρμογής της ιδιότητας ορθογωνικότητας των τριγωνομετρικών ιδιοσυναρτήσεων, $\cos(\lambda_n y)$ προσδιορίζεται ο άγνωστος συντελεστής ολοκλήρωσης:

$$B_n = -\frac{2\omega}{iA g e^{kz} d} \sum_k \sum_l \sin\left(\frac{l\pi z}{d}\right) \int_0^d \cos(\lambda_m y) \sin\left(\frac{k\pi y}{a}\right) dy \quad (7.18)$$

όπου k η ιδιομορφή της ελεύθερης ταλάντωσης της πλάκας στην y -διεύθυνση και l η αντίστοιχη στην z -διεύθυνση, ω η συχνότητα του κυματισμού, a, d οι διαστάσεις κατά y, z , αντίστοιχα της πλάκας, A το πλάτος του κυματισμού, το οποίο στην παρούσα ευρύτερη θεώρηση αντιστοιχεί στο τροποποιημένο λόγω τριτοτάξιων αλληλεπιδράσεων όπως υπολογίζεται από το πρόβλημα περίθλασης και το σχετικό αριθμητικό-παραβολικό μοντέλο. Κατ'αυτόν τον τρόπο, η εύρεση του συντελεστή ολοκλήρωσης επιτρέπει τον υπολογισμό του δυναμικού ακτινοβολίας μέσω των (7.11), μπροστά και πίσω από την πλάκα και μαζί με τα υπόλοιπα δυναμικά που προσδιορίζονται από το πρόβλημα περίθλασης μπορεί να προσδιορισθεί σε κάθε περίοδο πρόσπτωσης-ανάκλασης η λύση της ταλάντωσης της πλάκας με επίλυση του συστήματος της (7.5).

Η παρούσα υδροελαστική προσέγγιση δεν περιλαμβάνει την αδρανειακή συμπεριφορά του ρευστού και την υδροδυναμική απόσβεση ως επιπλέον παράγοντες εσωτερικής φόρτισης του υδροελαστικού συστήματος νερού-πλάκας, όπως προκρίνεται με τη μεθοδολογία του Newman [104]. Η μεθοδολογία Newman μπορεί να εφαρμοστεί στη μαθηματική διατύπωση του παρόντος προβλήματος για την πλάκα μέσω των σχέσεων (7.5)-(7.16) οι οποίες αναφέρονται σε πεπερασμένο πεδίο διάδοσης κυματισμών. Ο μετασχηματισμός του προβλήματος σε άπειρο πεδίο που απαιτεί την έκφραση όλων των συντελεστών σε ελλειπτικό σύστημα αναφοράς διαφαίνεται εξαιρετικά δυσχερές, επί του παρόντος. Κατά συνέπεια το πλήρες υδροελαστικό πρόβλημα δεν μπορεί να διατυπωθεί εύκολα σε προβλήματα στην ανοικτή θάλασσα..

7.1.2. Η εναλλακτική θεώρηση Eatock Taylor για την πλάκα – σύγκριση με την παρούσα μέθοδο.

Μία παρόμοια παραδοχή με την παρούσα (Εξ. (7.1-7.4)), δηλαδή χωρίς να ληφθούν υπόψη φαινόμενα ακτινοβολίας στο υδροδυναμικό πρόβλημα, είχε εφαρμόσει για μοντέλο πλάκας ο Eatock Taylor [105], τα βασικά σημεία της οποίας συνοψίζονται στις ακόλουθες γραμμές:

- Η εξίσωση δυναμικής ισορροπίας για την εγκάρσια (καμπτική) ταλάντωση της πλάκας, w , είναι παρόμοια με την (7.1).
- Η συνολική πίεση στο δεξί σκέλος της (7.1), δεν είναι γνωστή *a priori*. Με βάση την εξίσωση Bernoulli:

$$p / \rho = -i\omega\phi - gwz = 0 \quad (7.17)$$

το συνολικό ασκούμενο φορτίο αποτελείται από την υδροδυναμική πίεση (από το δυναμικό πρόσπτωσης + περίθλασης κυματισμού) η οποία θεωρείται γνωστή *a priori*, από τη λύση του υδροδυναμικού προβλήματος, αλλά και από μία ποσότητα που δημιουργείται από την ταλάντωση της πλάκας, η οποία θα πρέπει να υπολογιστεί.

- Η Εξ. (7.5) εκφράζεται μέσω της ταυτότητας Green και της αντίστοιχης 3D συνάρτησης Green, η οποία υπολογίζεται μέσω των συναρτήσεων Struve 0-τάξης και Bessel 1^{ου} και 2^{ου} είδους και 0-τάξης και για δεδομένο αριθμό (και συχνότητα) αρμονικού κύματος, οι μορφές των οποίων δεν συμπεριλαμβάνονται εδώ για λόγους συντομίας.
- Όμοια με την παρούσα προσέγγιση, στην [105], η λύση της ταλάντωσης προσεγγίζεται με την ανάπτυξη σε ιδιομορφές κατά τη μέθοδο Galerkin. Το ίδιο

εφαρμόζεται και για την πίεση. Με ορθγωνικές αρμονικές ιδιοσυναρτήσεις, $\psi_n(y)$, $\chi_m(x)$:

$$w(y) = \sum_{n=0}^N w_n \psi_n(y),$$

$$p(x, y) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M p_{mn} \chi_m(x) \psi_n(y)$$
(7.18)

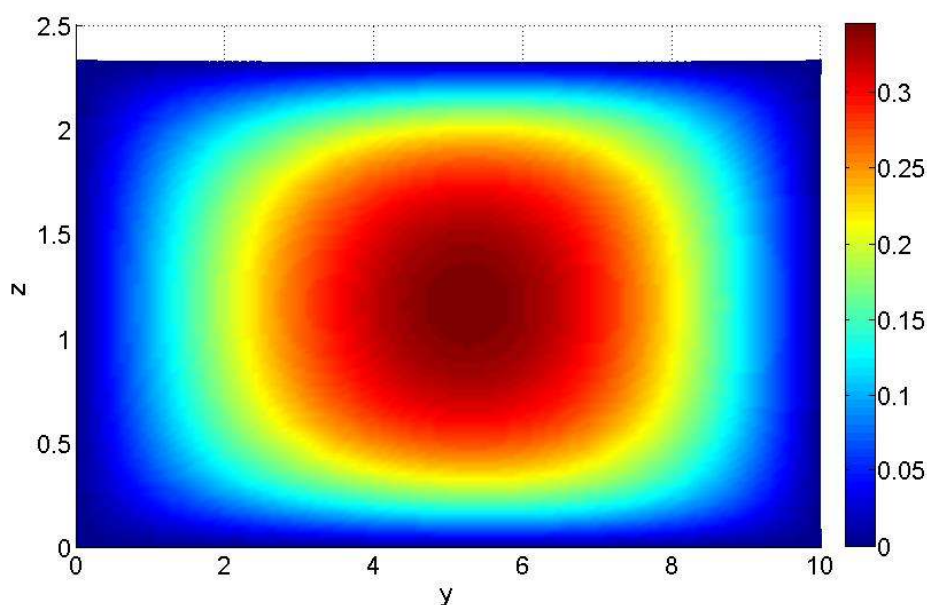
- Με αντικατάσταση των (7.18) στην ταυτότητα Green και στην (7.1) και εφαρμογή της ορθγωνικότητας των ιδιοσυναρτήσεων (όμοια με την παρούσα προσέγγιση) προκύπτουν 2 εξισώσεις με τις οποίες προσδιορίζονται συνδυασμένα η ιδιομορφή της ταλάντωσης w_n με την ιδιομορφή της πίεσης p_{mn} οι οποίες εξαρτώνται, πλέον, από τη συχνότητα του κύματος.

Η μεθοδολογία του Eatock Taylor [105] λαμβάνει υπόψη την κίνηση της πλάκας στον προσδιορισμό της πίεσης χωρίς να επιλύει το πρόβλημα ακτινοβολίας για δεδομένη κίνηση της πλάκας σε κάθε χρονική στιγμή και, συνεπώς, η παρούσα εφαρμογή συμφωνεί με αυτήν. Αυτό που θα πρέπει να σημειωθεί είναι ότι η καλή συμφωνία μεταξύ πειραματικών και αριθμητικών εφαρμογών για το φαινόμενο των 3^ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων προσπίπτοντος-ανακλώμενου κυματισμού σε όλη την διάρκεια του φαινομένου με την προσέγγιση σταθερής κατάστασης για το run-up, επομένως για την υδροδυναμική πίεση, $-i\omega\varphi$, επιτρέπει την θεώρηση της υδροδυναμικής πίεσης ως της κυρίαρχης συνιστώσας φόρτισης του υδροελαστικού συστήματος. Από την άλλη πλευρά, το συγκεκριμένο πειραματικό μοντέλο δεν παρουσιάζει μεγάλες παραμορφώσεις-αποκρίσεις. Επομένως, η παρούσα προσέγγιση του συγκεκριμένου κατασκευαστικού μοντέλου με γνωστή a ριγοί πίεση που παράγεται μόνο λόγω πρόσπτωσης-περίθλασης/3^ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων μπορεί να θεωρηθεί επαρκής για την εκτίμηση της υδροελαστικής του συμπεριφοράς.

7.2. Αποτελέσματα της γραμμικής υδροελαστικής απόκρισης της πλάκας.

Παρακάτω παρουσιάζονται ορισμένα αριθμητικά αποτελέσματα από τις επιλύσεις. Το προφίλ της αναρρίχησης του κύματος παρουσιάζεται στην Εικ.7.1 για το γραμμικό πρόβλημα (1η πρόσπτωση του κανονικού κύματος στην επιφάνεια της πλάκας) και στο τέλος των επαναληπτικών υπολογισμών μετά την επικράτηση μιας σταθερής κατάστασης του προφίλ η οποία έχει αρχίσει να διαμορφώνεται λίγο πριν την 20η επανάληψη.

Τα πλάτη των μεγεθών που παρουσιάζονται στις Εικ.7.2 και 7.3 είναι αδιαστατοποιημένα προς το πάχος h της πλάκας. Τα εν λόγω αποτελέσματα είχαν παρουσιασθεί και στο συνέδριο 29th IWWFEB, από τους Katifeoglou et al. [34]. Είναι ξεκάθαρο ότι τα πλάτη των παραμορφώσεων που εμφανίζονται στο τέλος της ανάλυσης (Εικ.7.3) είναι μεγαλύτερα των πλατών μετά την 1η πρόσπτωση του κυματισμού. Από την άλλη μεριά, η παραμόρφωση καλύπτει μεγαλύτερη επιφάνεια επί της πλάκας στο πρώτο υπολογιστικό βήμα ενώ τείνει να περιοριστεί προς το κέντρο της πλάκας όσο προχωρούν οι υπολογισμοί και ιδίως από το σημείο της εμφάνισης του σταθερά επαναλαμβανόμενου προφίλ της αναρρίχησης έως το τέλος των υπολογισμών. Ακόμη, όσο προχωρούν οι υπολογισμοί το σχήμα της παραμορφωμένης περιοχής τείνει από αρχικά σχεδόν ορθογωνικό σε ελλειπτικό.

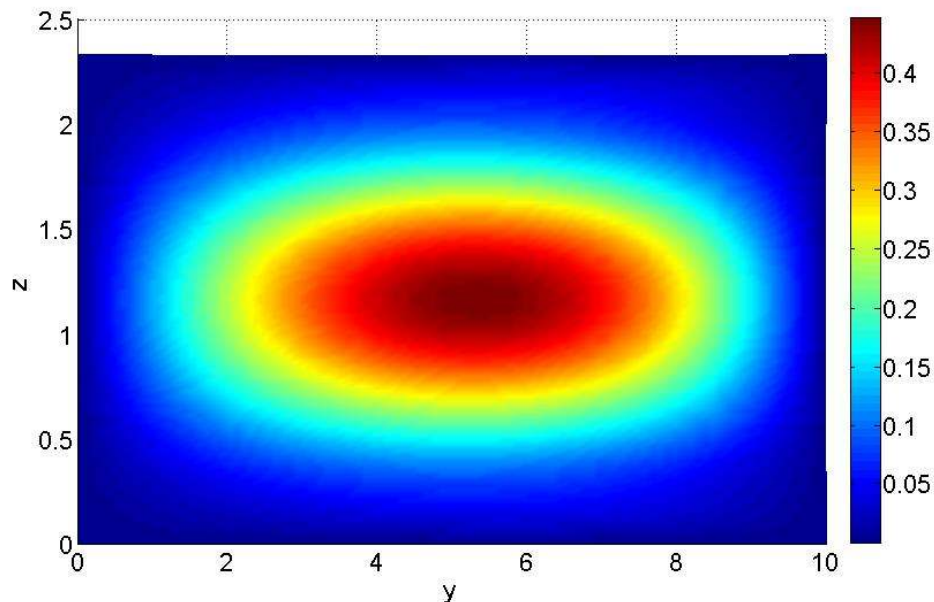


Εικόνα 7.2. Καμπτικές ταλαντώσεις της πλάκας $w(y, z)/h$ μετά τους πρώτους επαναληπτικούς υπολογισμούς (γραμμικό πρόβλημα-πρώτη πρόσπτωση).

Οι μέγιστες παραμορφώσεις εμφανίζονται πάντοτε στο μέσον της πλάκας αν και οι μέγιστες υδροδυναμικές πιέσεις ασκούνται στην αδιατάρακτη ελεύθερη επιφάνεια (2m ψηλότερα από την κάτω πλευρά της πλάκας). Ακόμη, τα σχήματα των παραμορφώσεων είναι σε μικρό βαθμό μη-συμμετρικά ως προς τον κεντρικό κατακόρυφο άξονα, $y=5m$. Η Εικ.7.3 αντιστοιχεί σε μία μόνιμη κατάσταση η οποία εμφανίζεται από την 20η περίοδο διέγερσης και διατηρείται έως το τέλος της ανάλυσης. Αυτό το γεγονός έρχεται σε συμφωνία με τα παραδεχθέντα από το υδροδυναμικό πρόβλημα [30,32-33] το οποίο είχε ως αποτέλεσμα

πράγματι το προφίλ της αναρρίχησης του νερού στις περιπτώσεις κλίσεων κυματισμών $<3.5\%$, να τείνει σε μία μόνιμη κατάσταση, αποκτηθείσα λίγο πριν την 20η περίοδο πρόσπτωσης-ανάκλασης (Εικ.7.1).

Οι μέγιστες τιμές $w(y,z)$ είναι μικρές, φθάνοντας μόλις τα 1.2mm, όμως είναι σχετικά μεγάλες σε σχέση με το πάχος της πλάκας (40%). Παρ'όλ'αυτά επισημαίνεται ότι δεν έχουν εφαρμοστεί ενδιάμεσες οριακές συνθήκες επί της επιφανείας της πλάκας (π.χ. από εγκάρσια ή διαμήκη ενισχυτικά) που να περιορίζουν την ταλάντωσή της. Αν και τα παρόντα αποτελέσματα προέκυψαν από την υπόθεση ότι η πλάκα είναι ένα γραμμικό συνεχές ταλαντωτικό στοιχείο και υιοθετήθηκε η σχετική δυναμική ανάλυση είναι βέβαιο ότι η σχετική γραμμική θεωρία συνεισέφερε σημαντικά στην παραγωγή των τελικών, συγκλινουσών συνθηκών.



Εικόνα 7.3. Καμπτικές ταλαντώσεις της πλάκας $w(y, z)/h$ στο τέλος των επαναληπτικών υπολογισμών (64η επανάληψη) όπου έχει επέλθει σύγκλιση των αποτελεσμάτων: σταθερό προφίλ run-up και σταθερή μορφή και μέγεθος παραμορφώσεων.

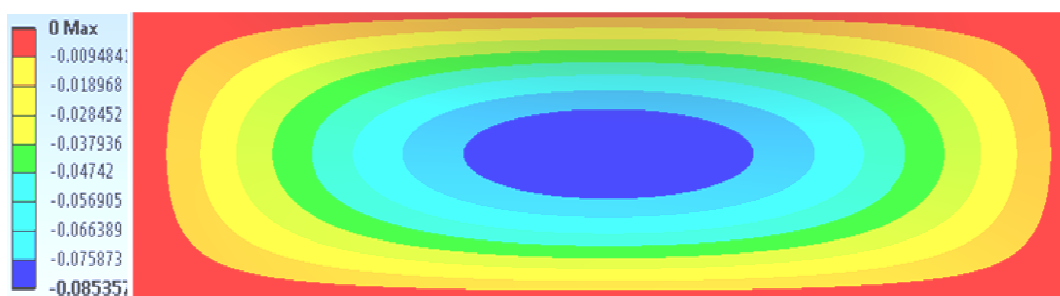
7.3. Εφαρμογή της Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων για την πρόβλεψη της υδροελαστικής συμπεριφοράς της παραμορφώσιμης κατασκευής.

Τα αποτελέσματα της προηγηθείσας γραμμικής αναλυτικής επίλυσης παρουσιάζουν μία ευρύτερα αναμενόμενη γραμμική σχέση μεταξύ δύναμης και εγκάρσιας ταλάντωσης με την προσέγγιση μίας σταθερής κατάστασης που ανταποκρίνεται στο υδροδυναμικό φαινόμενο, δηλαδή στη σταθεροποίηση του προφίλ της αναρριχόμενης επιφάνειας νερού στην κατασκευή, επομένως και σε αυτό της ασκούμενης υδροδυναμικής πίεσης, τόσο σε μέγεθος όσο και στην κατανομή της στο χώρο. Με αρχικό στόχο την επιβεβαίωση του γεγονότος αυτού αποφασίστηκε η Υπολογιστική Προσομοίωση του κατασκευαστικού-υδροελαστικού προβλήματος με Πεπερασμένα Στοιχεία (ΠΣ) κελύφους και μη-γραμμικό αλγόριθμο δυναμικής ολοκλήρωσης των εξισώσεων δυναμικής ισορροπίας Implicit (Newmark), στο εμπορικό περιβάλλον ΠΣ, ANSYS Mechanical APDL [89]. Ο εν λόγω αλγόριθμος προϋποθέτει μη-γραμμική σχέση εξωτερικών δυνάμεων-μετατοπίσεων λόγω μη-γραμμικότητας είτε του μητρώου ακαμψίας στο χρόνο (μη-γραμμική περιοχή τάσεων-παραμορφώσεων υλικού) είτε του διανύσματος των εξωτερικών δυνάμεων (μη-γραμμική μεταβολή διέγερσης στο χρόνο). Το θεωρητικό υπόβαθρο του αλγορίθμου αναπτύσσεται περιληπτικά στο κεφάλαιο 10 (τελευταίο) της παρούσας διατριβής όπου λαμβάνει χώρα εκτενής ανάλυση της χρησιμότητας ΠΣ κελύφους σε δυναμικά, υδροελαστικά προβλήματα υποθαλάσσιων σωληνώσεων. Επιπλέον, η μέθοδος Implicit σε δυναμικές αναλύσεις ΠΣ αναλύεται πλήρως στο Εγχειρίδιο Χρήσης του λογισμικού ANSYS [89] και στην εκτενή επισκόπηση της μεθόδου από τους Subbaraj and Dokainish [66]. Ακόμη, η μαθηματική προτυποποίηση των ΠΣ κελύφους, εκτός της [89] μπορεί να αναζητηθεί και στα έργα των Bathe [67] και Bathe and Dvorkin [106]. Στην παρούσα περίπτωση θεωρείται ότι ισχύει η 2η υπόθεση μη γραμμικότητας του αλγορίθμου Implicit, δηλαδή -σε αντίθεση με την προηγούμενη γραμμική ανάλυση όπου λαμβάνεται σταθερή κατανομή της σχετικής υδροδυναμικής πίεσης σε κάθε περίοδο- η πίεση λαμβάνεται υπόψη και ως συνάρτηση του χρόνου και προσεγγίζονται οι έντονες μεταβολές της πίεσης μέσα σε κάθε περίοδο. Το διακριτό σύστημα δυναμικών εξισώσεων σε ΠΣ επιτρέπει την πυκνή διακριτοποίηση της κατασκευής στο χώρο καθώς και σε πολύ μικρότερα χρονικά βήματα της μίας περιόδου διέγερσης, σε αντίθεση με την προηγούμενη αναλυτική προσέγγιση της πλάκας ως συνεχές γραμμικά ελαστικό μέσο.

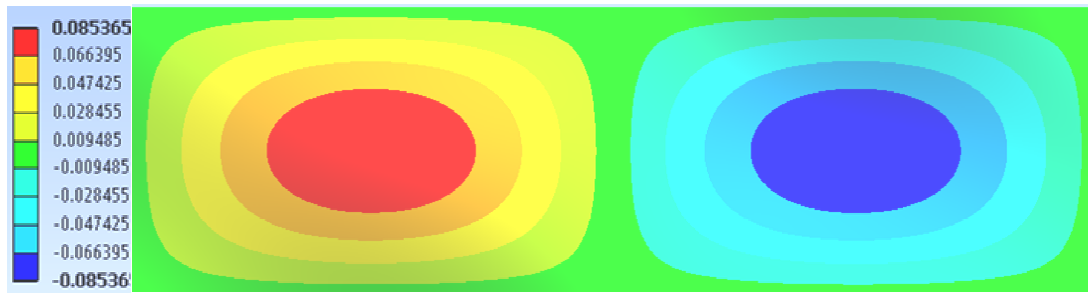
Το διάνυσμα των χρονικά μεταβαλλόμενων εξωτερικών φορτίσεων περιλαμβάνει τις υδροδυναμικές πιέσεις της επίλυσης 3^ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων. Οι πιέσεις ασκούνται σημειακά, σε κάθε ΠΣ κελύφους. Αρχικά εφαρμόζονται 4-κομβικά στοιχεία κελύφους και η διακριτοποίησή τους είναι ίδιων διαστάσεων με τη διακριτοποίηση της υδροδυναμικής προσέγγισης του προφίλ αναρρίχησης κύματος (run-up) της [30], με επίπεδες διαστάσεις

0.06m×0.06m, περίπου το καθένα. Οι τιμές πιέσεων σε κάθε στοιχείο προκύπτουν από τη λύση του 3ο-τάξιου δυναμικού, φ , επίσης με το μοντέλο των Chatjigeorgiou and Molin [33], από τη σχέση $p = -i\omega\rho\varphi$ ($-2 < z < 0$). Η μεταβολή τους στο χρόνο έγκεται στο ότι κάθε χρονικά στιγμιαία κατανομή αντιστοιχεί σε μία περίοδο 3^ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων (πρόσπτωσης-ανάκλασης). Κάθε τέτοια περίοδος για το υδροδυναμικό φαινόμενο έχει διάρκεια 1.01s. Το κατασκευαστικό μοντέλο επιλύεται για 40 περιόδους διέγερσης αντίστοιχες με αυτές του υδροδυναμικού φαινομένου, όμως εφαρμόζεται αρκετά πυκνότερο της μίας περιόδου σχήμα χρονικής διακριτοποίησης ($\Delta t = 0.0025s$). Οι στιγμιαίες τιμές των πιέσεων που αντιστοιχούν σε κάθε χρονικό βήμα, Δt , παρεμβάλλονται γραμμικά μέσα σε κάθε ευρύτερη περίοδο ανά κάθε Δt και δεν λαμβάνονται σταθερές καθ'όλη τη διάρκεια της περιόδου, όπως στην προηγηθείσα αναλυτική επίλυση. Η προσέγγιση αυτή πλησιάζει περισσότερο τη συμπεριφορά του ρευστού στο πειραματικό μοντέλο. Οι οριακές συνθήκες που εφαρμόζονται είναι, επίσης τέσσερις αρθρωμένες πλευρές. Με τετραπύρηνο επεξεργαστή 2.40GHz η επίλυση του συγκεκριμένου δυναμικού μοντέλου ΠΣ απαιτεί 24hrs.

Σε πρώτο στάδιο πραγματοποιείται η δυναμική επίλυση της πλάκας για το πρόβλημα της ελεύθερης-ιδιομορφικής ταλάντωσης, στο περιβάλλον ANSYS MAPDL. Η πρώτη ιδιομορφή της πλάκας φαίνεται στην Εικ.7.4 και η 2^η στην Εικ.7.5. Όπως είναι προφανές, η 1^η ιδιομορφή ($m=1, n=1$) κυριαρχεί σε όλες τις προηγηθείσες γραμμικές επιλύσεις υπό την δράση των “3^ο-τάξιων” υδροδυναμικών πιέσεων, με μία εστία εγκάρσια παραμόρφωσης στο κέντρο. Η 2^η ιδιομορφή ($m=2, n=2$) παρουσιάζει δύο εστίες παραμόρφωσης προσομοιάζοντας κατά το εγκάρσιο σε ημιτονοειδή καμπύλη.

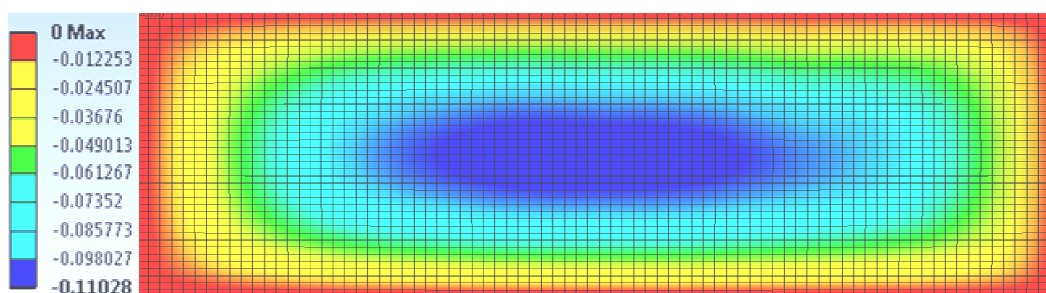


Εικόνα 7.4. Ταλάντωση της πλάκας $w(y, z)$ (m) στην 1^η ιδιομορφή, από δυναμική επίλυση ΠΣ, με ιδιοσυχνότητα $f_{11}=1.4301\text{Hz}$.



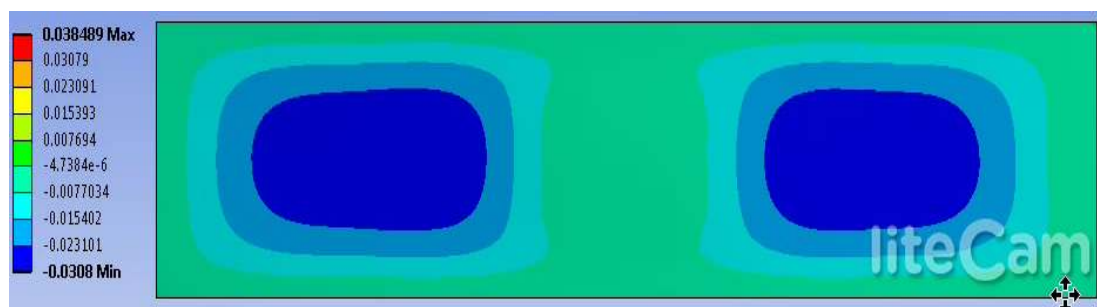
Εικόνα 7.5. Ταλάντωση της πλάκας $w(y, z)$ (m) στην 2^η ιδιομορφή, από δυναμική επίλυση ΠΣ, με ιδιοσυχνότητα $f_{22}=1.6509\text{Hz}$.

Στη συνέχεια επιλύεται το πρόβλημα εξαναγκασμένης ταλάντωσης, με τη χρονική διακριτοποίηση που επισημαίνεται στις προηγούμενες γραμμές, υπό την δράση των πιέσεων λόγω 3^ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων. Αρχικά λαμβάνεται υπόψη μόνο το πραγματικό μέρος της πίεσης. Ένα ενδεικτικό αποτέλεσμα παρουσιάζεται στην Εικ.7.6. Όπως διαπιστώνεται από σύγκριση των Εικ.7.4 και 7.6, η προηγηθείσα ιδιομορφική ανάλυση παρουσιάζει περίπου ίδιας τάξης μεγέθους παραμορφώσεις προς το κέντρο της πλάκας και όμοια μορφή της παραμορφωμένης περιοχής με τη μη-γραμμική επίλυση υπό την δράση μόνο των πραγματικών πιέσεων, p_R . Η σταθερή κατάσταση της παραμόρφωσης εμφανίζεται μετά την 10^η περίοδο πρόσπτωσης-ανάκλασης και φαίνεται στην Εικ.7.6. Η τελευταία, μη-γραμμική επίλυση είναι παρόμοια με τη γραμμική αναλυτική λύση σε ό,τι αφορά στη μορφή της ταλάντωσης της πλάκας, με την ελλειψοειδή παραμόρφωση να κυριαρχεί από το κέντρο προς τα απαραμόρφωτα, ακίνητα άκρα. Όμως, το πλάτος ταλάντωσης στην τελευταία περίπτωση είναι πολύ μεγάλο, σχεδόν 10πλάσιο της αναλυτικής λύσης.

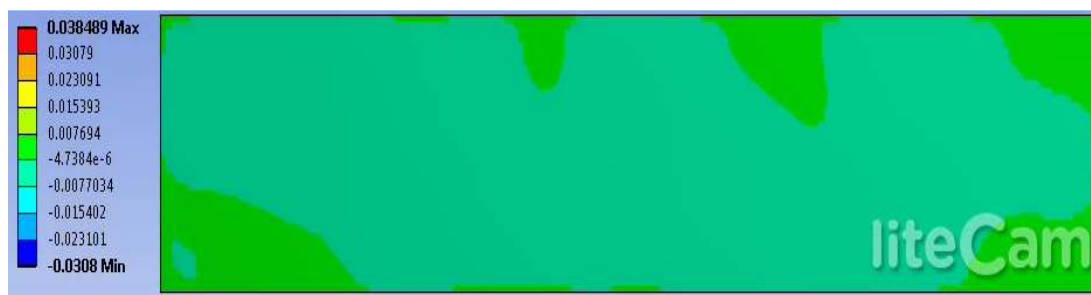


Εικόνα 7.6. Καμπτικές ταλαντώσεις της πλάκας $w(y, z)$ (m) υπό την δράση του πραγματικού μέρους της πίεσης, από τη μη-γραμμική δυναμική επίλυση ΠΣ μετά την 10^η περίοδο.

Η λύση του προβλήματος εξαναγκασμένης ταλάντωσης υπό την δράση της πραγματικής και της μιγαδικής πίεσης παρουσιάζεται στις Εικ.7.7&7.8. Η προκύπτουσα παραμόρφωση της πλάκας δεν μπορεί να ταυτιστεί με τη γραμμική αναλυτική επίλυση (Εικ.7.3). Σημαντικές ομοιότητες οπωσδήποτε είναι η μεταβολή-αύξηση της κάμψης από τα άκρα προς το κέντρο της επιφάνειας της πλάκας αλλά και οι, επίσης, μικρής τάξεως κάμψεις ($1 < \text{cm}$) που προσεγγίζουν μία σταθερή κατάσταση μεταξύ διαδοχικών περιόδων φόρτισης, η οποία επίσης αποκτάται με την πάροδο του χρόνου (μετά τη 15^η περίοδο). Φαίνεται πως και στην παρούσα μη-γραμμική επίλυση ΠΣ η σταθερή κατάσταση απόκρισης εμφανίζεται κοντά στη χρονική στιγμή που αποκτάται το σταθερό προφίλ run-up, δηλαδή πριν την 20^η περίοδο. Σε ό,τι αφορά στο προφίλ της παραμόρφωσης, στη γραμμική λύση είναι σχεδόν ομοιόμορφο σε όλα τα χρονικά βήματα, πάντοτε ελλειπτικό και αυξανόμενο από τα άκρα προς το κέντρο, ενώ η επίλυση ΠΣ στα πρώτα χρονικά βήματα παράγει μεν ένα σχεδόν ομοιόμορφο ελλειπτικό προφίλ, που έχει, όμως, δύο εστίες παραμόρφωσης και φαίνεται να προσομοιάζει σε κάποια μεγαλύτερη ιδιομορφή ταλάντωσης (π.χ. 2^η ή 3^η) αντί της 1^{ης} ιδιομορφής που επιδρά σε όλα τα αποτελέσματα της αναλυτικής λύσης (Εικ.7.7). Με την πάροδο ορισμένων περιόδων και καθώς οδεύει η μη γραμμική λύση προς τη σταθερή κατάσταση, η παραμορφωμένη περιοχή λαμβάνει ένα ξεκάθαρα μη γραμμικό προφίλ (Εικ.7.8), όμως περιορίζεται σε μέγεθος σημαντικά (από σχεδόν μηδενική έως $< 1\text{cm}$) και αυτό το μέγεθος διατηρείται σταθερά έως το τέλος της ανάλυσης. Μπορεί να ληφθεί το συμπέρασμα ότι από τη στιγμή που αποκτάται το σταθερό προφίλ αναρρίχησης κύματος μέχρι το τέλος κάθε ανάλυσης, και οι 2 μέθοδοι τείνουν να δίνουν όμοια αποτελέσματα σε ό,τι αφορά στην τάξη μεγέθους της παραμόρφωσης. Βασική διαφορά είναι ότι η επίλυση ΠΣ τείνει να “καταστρέφει” το γραμμικό προφίλ της παραμόρφωσης του γραμμικού μοντέλου, παρουσιάζοντας μία μορφή που θα μπορούσε να προσομοιάζει στο προφίλ του 3^ο-τάξιου run-up. Για να επιβεβαιωθεί η υπόνοια αντιστοιχίας run-up με το προφίλ της εγκάρσιας παραμόρφωσης της επίλυσης ΠΣ θα πρέπει να διερευνηθεί και αναπτυχθεί και κάποια άλλη μεθοδολογία μη-γραμμικής λύσης που να παράγει παρεμφερή αποτελέσματα.

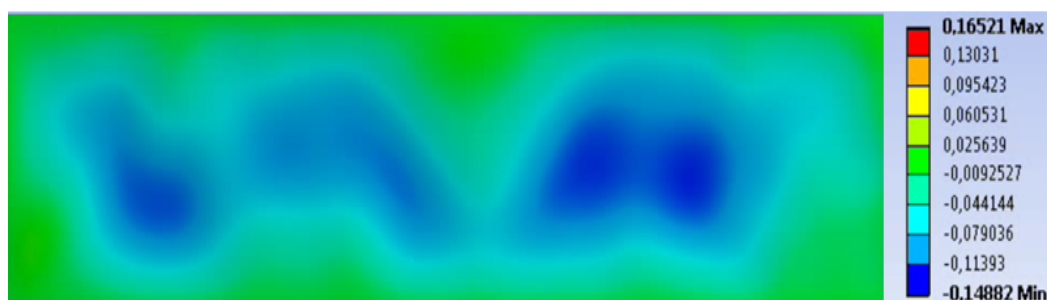


Εικόνα 7.7. Καμπτικές ταλαντώσεις της πλάκας $w(y, z)$ (m) από τη μη-γραμμική δυναμική επίλυση ΠΣ στο τέλος της 2^{ης} περιόδου, για 4-κομβικά στοιχεία κελύφους 0.06×0.06 .

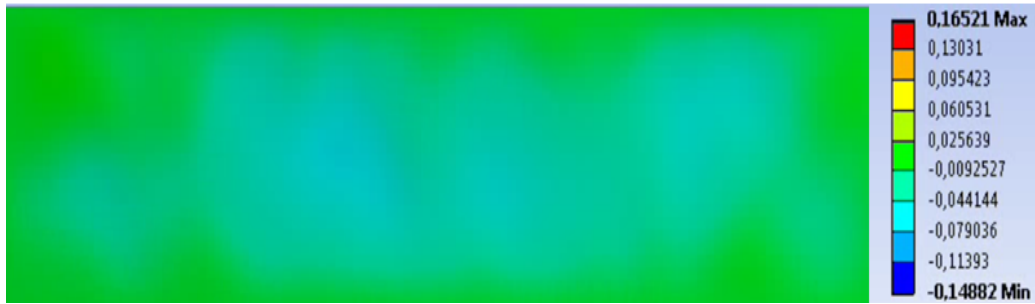


Εικόνα 7.8. Καμπτικές ταλαντώσεις της πλάκας $w(y, z)$ (m) από τη μη-γραμμική δυναμική επίλυση ΠΣ μετά τη 15^η περίοδο, για 4-κομβικά στοιχεία κελύφους 0.06×0.06 .

Τα όμοια διαπιστώνονται και από την επίλυση δεύτερου μοντέλου πλάκας το οποίο είχε χρησιμοποιηθεί στα πειράματα [62,63], μικρότερης αντοχής ($E=4\text{GPa}$) και μεγαλύτερου πάχους ($h=0.01\text{m}$). Τα σχετικά αριθμητικά αποτελέσματα φαίνονται στις ακόλουθες Εικ.7.9-10. Πλέον, το προφίλ της παραμορφωμένης περιοχής είναι ακόμη περισσότερο μη-γραμμικό και φαίνεται να προσομοιάζει σε μεγαλύτερο βαθμό με το προφίλ του run-up. Και σε αυτήν την περίπτωση μετά την 15^η περίοδο διέγερσης αποκτάται ένα σταθερό προφίλ. Η τάξη μεγέθους της εγκάρσιας παραμόρφωσης της σταθερής κατάστασης εδώ είναι ακόμη μεγαλύτερη (400% του πάχους), όπως είναι αναμενόμενο λόγω της σημαντικά μικρότερης αντοχής της συγκεκριμένης κατασκευής από τις προηγουμένως διερευνηθείσες περιπτώσεις.

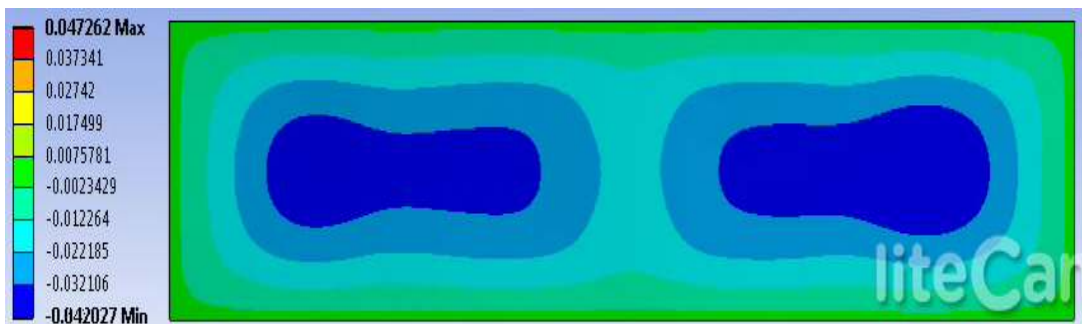


Εικόνα 7.9. Καμπτικές ταλαντώσεις πλάκας μικρότερης αντοχής, $w(y, z)$ (m) από τη μη-γραμμική δυναμική επίλυση ΠΣ στο τέλος της 2^{ης} περιόδου, για 4-κομβικά στοιχεία κελύφους 0.06×0.06 .



Εικόνα 7.10. Καμπτικές ταλαντώσεις πλάκας μικρότερης αντοχής, $w(y, z)$ (m) από τη μη-γραμμική δυναμική επίλυση ΠΣ μετά τη 15^η περίοδο, για 4-κομβικά στοιχεία κελύφους 0.06×0.06.

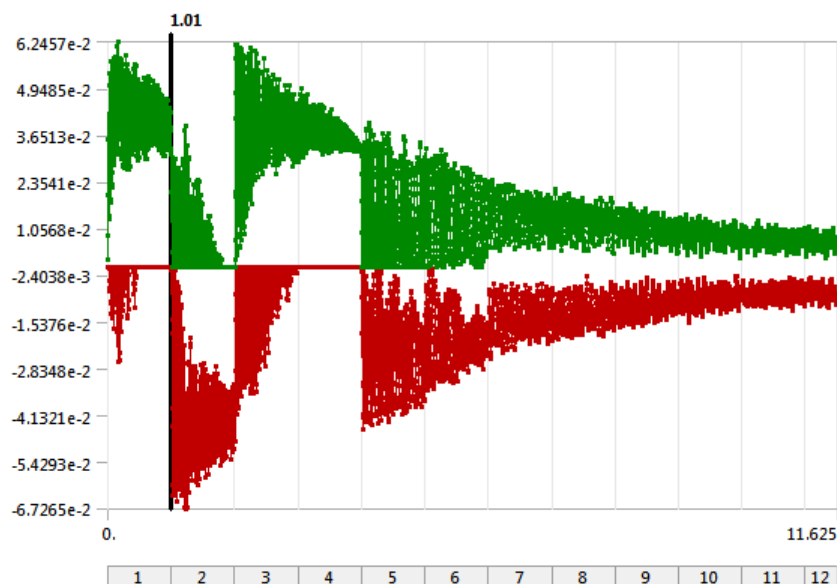
Για την καλύτερη εκτίμηση του φαινομένου πραγματοποιούνται δύο ακόμη επιλύσεις για το αρχικό μοντέλο πλάκας (με τη μεγαλύτερη αντοχή): 1. Για μικρότερες διαστάσεις, 0.04m×0.04m, 4-κομβικών στοιχείων κελύφους και 2. Για μικρότερες διαστάσεις (0.04m×0.04m) και χρήση 8-κομβικών στοιχείων κελύφους, αυτήν τη φορά. Τα σχετικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στις ακόλουθες Εικ.7.11-13.



Εικόνα 7.11. Καμπτικές ταλαντώσεις πλάκας, $w(y, z)$ (m) από τη μη-γραμμική δυναμική επίλυση ΠΣ στο τέλος της 2^{ης} περιόδου, για 4-κομβικά στοιχεία κελύφους 0.04×0.04.



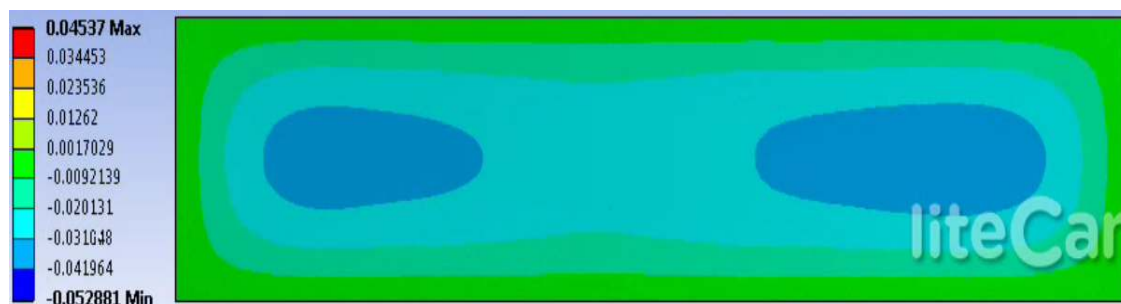
Εικόνα 7.12. Καμπτικές ταλαντώσεις της πλάκας $w(y, z)$ (m) από τη μη-γραμμική δυναμική επίλυση ΠΣ μετά τη 15^η περίοδο, για 4-κομβικά στοιχεία κελύφους 0.04×0.04 .



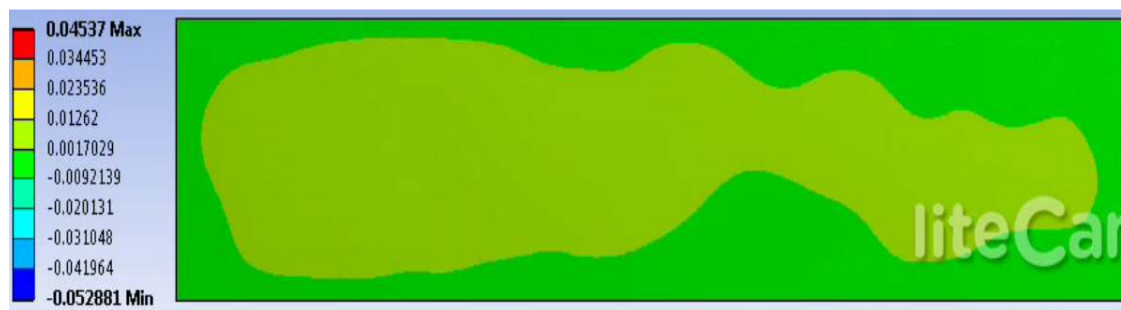
Εικόνα 7.13. Χρονική ιστορία της μέγιστης καμπτικής ταλάντωσης της πλάκας $w(y, z)$ (m) από τη μη-γραμμική δυναμική επίλυση ΠΣ (από το GUI του ANSYS MAPDL). Η σταθερή κατάσταση προσεγγίζεται κατά τη 10^η περίοδο διέγερσης.

Η συμπεριφορά της λύσης με μικρότερα στοιχεία δεν διαφέρει ιδιαίτερα από την προηγούμενη, καθώς και στις δύο περιπτώσεις εμφανίζονται κατά τη 2η περίοδο διέγερσης οι μέγιστες εγκάρσιες παραμορφώσεις, τάξεως περίπου 4cm, με δύο εστίες παραμόρφωσης ενώ δεν διαφέρει η πολύ μικρή τάξη μεγέθους (<cm) κατά την επικράτηση της σταθερής κατάστασης (15η περίοδος) αλλά και η διατήρηση του μη-γραμμικού προφίλ της παραμορφωμένης περιοχής. Αυτό που είναι περισσότερο σαφές στη νέα επίλυση (Εικ.7.12)

σε σχέση με την προηγούμενη (Εικ.7.8) είναι ο περιορισμός της παραμορφωμένης περιοχής προς το κέντρο της κατασκευής, διατηρώντας τη μηδενική παραμόρφωση προς τα ακίνητα άκρα και συμφωνώντας περισσότερο σε αυτό το σημείο με τη γραμμική αναλυτική λύση (Εικ.7.3). Η προσέγγιση σταθερής κατάστασης αποκτάται μετά τη 10^{th} περίοδο διέγερσης και διατηρείται έως το τέλος της ανάλυσης, όπως είναι εμφανές στο γράφημα του λογισμικού ANSYS για τη χρονική ιστορία της μέγιστης εγκάρσιας παραμόρφωσης (Εικ.7.13).



Εικόνα 7.14. Καμπτικές ταλαντώσεις πλάκας μικρότερης αντοχής, $w(y, z)$ (m) από τη μη-γραμμική δυναμική επίλυση ΠΣ στο τέλος της $2^{\text{ης}}$ περιόδου, για 8-κομβικά στοιχεία κελύφους 0.04×0.04 .



Εικόνα 7.15. Καμπτικές ταλαντώσεις της πλάκας $w(y, z)$ (m) από τη μη-γραμμική δυναμική επίλυση ΠΣ μετά τη 15^{th} περίοδο, όπου προσεγγίζεται μία σταθερή κατάσταση παραμόρφωσης, για 8-κομβικά στοιχεία κελύφους 0.04×0.04 .

Οι επιλύσεις ολοκληρώνονται με την διακριτοποίηση με πυκνότερο πλέγμα (0.04×0.04) αλλά αυτή τη φορά με 8-κομβικά στοιχεία κελύφους τα οποία κατά τη βιβλιογραφία κρίνονται προτιμότερα για μη γραμμικές αναλύσεις, όπως αναλύεται στο κεφάλαιο 10 της παρούσας διατριβής και στην εργασία των Bathe and Dvorkin [106]. Τα σχετικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στις δύο ακόλουθες Εικ.7.14&7.15. Η κατάσταση δεν

μεταβάλλεται ουσιαστικά από τις προηγούμενες επιλύσεις. Η σταθερή κατάσταση παραμόρφωσης προσεγγίζεται μετά τη 10^{11} περίοδο διέγερσης και από εκείνη τη στιγμή και ύστερα η μέγιστη παραμόρφωση είναι τάξεως 5mm. Και πάλι, στα πρώτα στάδια εμφανίζονται δύο εστίες παραμόρφωσης σχεδόν ελλειπτικού σχήματος. Αυτό που, ενδεχομένως μπορεί να επισημανθεί με μεγαλύτερη βεβαιότητα είναι η συστηματικότητα της τελευταίας επίλυσης στην προσέγγιση ενός μη γραμμικού προφίλ της παραμορφωμένης περιοχής, όπως μαρτυράται από την Εικ.7.15, δηλαδή, η εν λόγω παραμορφωμένη γεωμετρία φαίνεται ότι εμφανίζεται περιοδικά με μεγαλύτερη σταθερότητα και ομοιομορφία, σε σχέση με τις προηγούμενες επιλύσεις στις οποίες η σταθερή κατάσταση έγκειται κατά βάση στο μέγεθος της κάμψης. Επομένως, με 8-κομβικά στοιχεία κελύφους διαστάσεων 0.04×0.04 (mxm) και με $\Delta t = 0.0025$ s μπορεί να θεωρηθεί ασφαλέστερη η προσέγγιση του μη-γραμμικού προβλήματος της δυναμικής απόκρισης της πλάκας, με χρήση του αλγορίθμου Implicit.

7.4. Συμπεράσματα.

Η γραμμική αναλυτική προσέγγιση της δυναμικής συμπεριφοράς της πλάκας υπό της 3^ο-τάξεις αλληλεπιδράσεις προσπίπτοντων-ανακλώμενων κυματισμών παρουσίασε μια μορφή ταλάντωσης στην οποία κυριαρχεί η 1^η ιδιομορφή (με πλάτος πολύ μικρότερο της ιδιομορφής). Στη μη-γραμμική αριθμητική προσέγγιση ΠΣ, όπου υπεισέρχεται η δράση μιγαδικής πίεσης, ως συνάρτησης του χρόνου, η 1^η ιδιομορφή δεν εμφανίζεται καθόλου. Μόνο στην αρχή της ανάλυσης παρατηρούνται 2 εστίες παραμόρφωσης, όμως αποκτάται σταδιακά μία εστία παραμόρφωσης η οποία είναι περισσότερο εμφανής στη χρονική στιγμή που λαμβάνεται η σταθερή κατάσταση αλλά διαφέρει σημαντικά, λόγω του έντονα μη-γραμμικού προφίλ από τα αποτελέσματα της ιδιομορφικής ανάλυσης. Η τάξη μεγέθους της ταλάντωσης υπό τη μιγαδική πίεση είναι όμοια με την γραμμική αναλυτική λύση (σε επίπεδο <cm). Αντίθετα, η μη γραμμική λύση με ΠΣ μόνο υπό το πραγματικό μέρος της πίεσης είναι πολύ μεγαλύτερη και η παραμορφωμένη περιοχή σχεδόν συμπίπτει με την 1^η ιδιομορφή. Η μη-γραμμική λύση ΠΣ υπό τη συνολική-μιγαδική πίεση παρουσιάζει μεγαλύτερη ανομοιομορφία στην κατανομή της ταλάντωσης, η οποία ανταποκρίνεται περισσότερο στην κατανομή της αναρρίχησης (run-up) απ'ό,τι η γραμμική λύση καθώς και η μη-γραμμική λύση μόνο υπό την πραγματική πίεση. Σε όλες τις περιπτώσεις, προσεγγίζεται μία σταθερή κατάσταση (σταθερή κάμψη-απόκριση σε κάθε περίοδο διέγερσης) μετά τη 10η περίοδο 3^ο-τάξιας αλληλεπίδρασης. Το γεγονός αυτό έρχεται σε συμφωνία με τα προσδοκώμενα βάσει της αριθμητικής και πειραματικής προσομοίωσης του υδροδυναμικού φαινομένου, όπου η μορφή του αναρριχώμενου κύματος, μετά την πάροδο αρκετών περιόδων (μεταξύ 10 και 20)

παραμένει μη-γραμμική όμως τείνει να σταθεροποιείται γεωμετρικά. Η χρήση 8-κομβικών στοιχείων κελύφους κρίνεται συνεπέστερη στην αποτύπωση της εν λόγω σταθερής κατάστασης.

ΕΝΟΤΗΤΑ ΙΙΙ

Υδροελαστική συμπεριφορά θαλάσσιων αγωγών μεταφοράς υδρογονανθράκων-risers αλυσοειδούς γεωμετρικής διαμόρφωσης (Steel Catenary Risers/SCRs), σε ακραίες καταστάσεις φόρτισης.

8. Η αλληλεπίδραση SCR-εδάφους πυθμένα και η συμβολή της στην ενιαία υδροελαστική συμπεριφορά του SCR.

Στο παρόν κεφάλαιο αναπτύσσεται η αριθμητική προσέγγιση για ένα πολύπλοκο πρόβλημα, την επίλυση της υδροελαστικής ταλάντωσης αλυσοειδούς riser υπό την ταυτόχρονη δράση μεγάλου πλάτους και συχνότητας περιοδικών διεγέρσεων στο κορυφαίο άκρο του καθώς και της βίαιης πρόσκρουσης της κατασκευής στο έδαφος του πυθμένα της θάλασσας. Αρχικά παρατίθενται ορισμένοι προβληματισμοί που απορρέουν από τις διαπιστώσεις της σχετικής βιβλιογραφίας και που θα πρέπει να ληφθούν υπόψη κατά το σχεδιασμό και την επιλογή των διαφόρων παραμέτρων που διέπουν το πρόβλημα. Στη συνέχεια αναπτύσσεται το θεωρητικό υπόβαθρο της γεωτεχνικής μεθοδολογίας με την οποία υπολογίζεται η δύναμη που ασκείται στην κατασκευή ως αντίδραση από την πρόσκρουσή της στο έδαφος, σε κατάλληλο γεωτεχνικό λογισμικό και παρατίθενται οι υπολογισμοί της εν λόγω δύναμης για διάφορες περιπτώσεις γεωτεχνικών παραμέτρων που διέπουν το πρόβλημα. Η συγκεκριμένη μεθοδολογία που απορρέει από κλασικές γεωτεχνικές προσεγγίσεις της εντατικής κατάστασης του εδάφους, εφαρμόζεται για πρώτη φορά στη συγκεκριμένη κατηγορία προβλημάτων θαλάσσιων κατασκευών, δηλαδή σε προβλήματα δυναμικής των risers. Στη συνέχεια περιγράφεται συνοπτικά το δυναμικό – υδροελαστικό σύστημα εξισώσεων κίνησης της κατασκευής και το υπολογιστικό σχήμα διακριτοποίησής του, στο οποίο εισάγεται η δύναμη αντίδρασης εδάφους ως τοπική φόρτιση στο σημείο της σωλήνωσης που εφάπτεται στον πυθμένα. Στο τέλος του κεφαλαίου παρουσιάζεται μία σειρά υπολογισμών που αφορούν την εντατική κατάσταση της κατασκευής στο πεδίο του χρόνου και τις παραμέτρους κίνησής της, με βάση την παρούσα συνδυασμένη κατασκευαστική και γεωτεχνική προσέγγιση.

8.1. Περιγραφή του προβλήματος και κύριοι προβληματισμοί.

Η φύση του προβλήματος της αλληλεπίδρασης SCR-πυθμένα και η συνεισφορά της στην υδροελαστική συμπεριφορά της ενιαίας σωλήνωσης είναι πολύπλοκη και είναι επαυξημένες οι απαιτήσεις μιας οποιασδήποτε "πρωτογενούς" μεθόδου υπολογιστικής προσομοίωσης που επιλέγεται για την αντιμετώπισή του. Σύμφωνα με τους Clukey et al. [107] οι μηχανισμοί που διέπουν το πρόβλημα και συνεισφέρουν στη δημιουργία εκσκαφής στον πυθμένα όπου εδράζεται η περιοχή TDZ είναι, με τη σειρά: (i) η συνεχής φόρτιση του εδάφους από το βάρος της σωλήνωσης που εδράζεται στην TDZ (με αποτέλεσμα την ανάμειξη νερού-εδάφους και την σταδιακή χαλάρωση της αντοχής του εδαφικού υλικού), (ii) η απότομη ανύψωση του riser λόγω μεγάλης ταλάντωσης της πλωτής μονάδας η οποία μπορεί να

απομακρύνει σημαντική ποσότητα εδαφικού υλικού, (iii) η απότομη βύθιση του SCR προς τον πυθμένα, επίσης λόγω μεγάλης ταλάντωσης (η οποία, προ και πέραν της πρόσκρουσης, μπορεί να προκαλέσει μεγάλη μετατόπιση μάζας νερού προς τον πυθμένα με αποτέλεσμα την έντονη τοπική ανάμειξη νερού-εδάφους) και (iv) η κίνηση ρευμάτων νερού κοντά στον πυθμένα τα οποία, επίσης, συμβάλλουν στη μεταφορά ιζημάτων από και προς την περιοχή TDZ.

Ανεξαρτήτως του ακριβούς καθορισμού του παραπάνω μηχανισμού διαμόρφωσης της τάφρου, το γεγονός και μόνο της διάνοιξης τάφρου στην TDZ και η κατά συνέπεια κίνηση της κατασκευής μέσα σε αυτήν μπορεί να επηρεάσει σημαντικά την ευρύτερη κατασκευαστική-υδροελαστική ταλάντωση, επομένως διαμορφώνεται ένα ευρύτερο, μη γραμμικό δυναμικό πρόβλημα. Ο πιο κατάλληλος τρόπος αντιμετώπισής του είναι η ανάλυση στο πεδίο του χρόνου. Η μέθοδος επίλυσης του δυναμικού προβλήματος πρέπει να λαμβάνει υπόψη την ιδιομορφία/ασυνέχεια που παρουσιάζεται στο σημείο TDP λόγω των παραπάνω αναφερόμενων παραγόντων. Επιπλέον, η θέση του TDP μπορεί να μεταβάλλεται κατά την ταλάντωση του ευρύτερου SCR και να εξαρτάται, σε κάθε χρονική στιγμή, από τη στιγμιαία θέση του ανυψωμένου τμήματος της σωλήνωσης. Ανεξαρτήτως της υπόθεσης της διαμόρφωσης του εδρασμένου τμήματος (TDZ) της κατασκευής, όταν λαμβάνεται υπόψη η ενιαία ταλαντωτική συμπεριφορά της, η προσέγγιση του προβλήματος θα πρέπει να βασίζεται στο κυρίαρχο δυναμικό σύστημα της ενιαίας κατασκευής. Η συγκεκριμένη προσέγγιση αλλάζει την κατεύθυνση της συνηθέστερης προσέγγισης, δηλαδή τις τμηματικές επιλύσεις μόνο μικρών περιοχών της εδρασμένης σωλήνωσης κοντά στο TDP, με αποκλειστικά γεωτεχνικές μεθοδολογίες (όπως οι [35-41]). Γενικότερα, η ανύψωση/πρόσκρουση του SCR από/προς τον πυθμένα μπορεί να διαφοροποιήσει τη δυναμική συμπεριφορά του και, ανάλογα, να επηρεάσει τη χρονικά μεταβαλλόμενη εντατική κατάστασή του (με ιδιαίτερη έμφαση στις καμπτικές ροπές "in-plane").

Ορισμένες αβεβαιότητες που μπορούν να προκύψουν στην επαρκή μαθηματική και υπολογιστική προσέγγιση του φυσικού φαινομένου είναι: (i) το προφίλ της εκσκαφής/τάφρου που προσδιορίζει τη δι-επιφάνεια επαφής SCR-εδάφους, (ii) το μέγιστο βάθος μέσα στον πυθμένα το οποίο, στην πραγματικότητα, ταυτίζεται με την μέγιστη εισχώρηση του SCR σε αυτό (σε ορισμένες βιβλιογραφικές αναφορές [35,41,43] αναφέρεται ότι το εν λόγω βάθος φθάνει τις 4~5 διαμέτρους σωλήνα, ύστερα από έναν χρόνο λειτουργίας), (iii) η έκταση της περιοχής TDZ και (iv) η αλληλεπίδραση ρευστού-κατασκευής κατά την καθοδική κίνησή της με επακόλουθη τη μετατόπιση σημαντικής ποσότητας νερού, προ της πρόσκρουσης. Στις ακόλουθες παραγράφους παρουσιάζεται η προσπάθεια προσέγγισης των ζητημάτων (i)-(iii) με την ανάληψη κατάλληλων υποθέσεων, με βασικό στόχο την εισαγωγή της τοπικής αλληλεπίδρασης SCR-πυθμένα στο τμήμα TDP της σωλήνωσης, όπως προσεγγίζεται με τον

υπολογισμό της δύναμης αντίδρασης του εδάφους στην κίνηση του TDP με γεωτεχνική μεθοδολογία, σε, εν συνεχεία, ενιαία υδροελαστική ανάλυση για ολόκληρη τη σωλήνωση.

8.2. Το Γεωτεχνικό μοντέλο για την δύναμη αντίδρασης του εδάφους στο TDP.

8.2.1. Επισκόπηση της εντατικής κατάστασης εδάφους.

Για τον υπολογισμό των φορτίων επαφής SCR-εδάφους χρησιμοποιήθηκε ο Γεωτεχνικός κώδικας ΠΣ Phase2 [53]. Ο κώδικας χρησιμοποιεί κριτήρια αστοχίας (όπως τα κριτήρια Mohr-Coulomb, Hoek-Brown, κ.α.) για τον υπολογισμό των τάσεων αστοχίας του εδαφικού υλικού σε διακριτοποιημένες γεωμετρίες ελαστικών, πλαστικών ή άκαμπτων εδαφών, αναλόγως τις μηχανικές ιδιότητες που ορίζονται από τον χρήστη. Οι προκειμένες κύριες τάσεις αστοχίας του εδάφους μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό του πεδίου των τάσεων στο μοντέλο εδάφους, με τη μεθοδολογία που περιγράφεται στα κλασικά βιβλία Εδαφομηχανικής των Terzaghi [108] και Barnes [109]. Οι σχετικοί υπολογισμοί αναφέρονται συνοπτικά στις ακόλουθες γραμμές με τη συνδρομή των Εικ. 8.1-8.3.

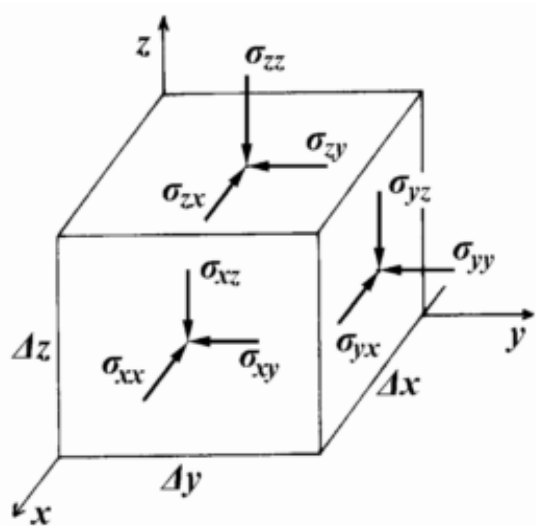
Ο συμμετρικός ταυυστής των τάσεων προσδιορίζεται ως:

$$\sigma \equiv \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (8.1)$$

Σε δισδιάστατες-2D αναλύσεις η κάθετη στο επίπεδο αστοχίας συνιστώσα της τάσης (ορθή), σ και η αντίστοιχη διατμητική συνιστώσα, τ , μπορούν να υπολογιστούν από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_{xx} \cos^2 \theta + \sigma_{yy} \sin^2 \theta + 2\sigma_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \tau &= (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \sin \theta \cos \theta + \sigma_{xy} (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \\ \tan 2\theta &= \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}} \end{aligned} \quad (8.2)$$

όπου θ η γωνία μεταξύ του οριζόντιου άξονα του Γενικού Συστήματος Αναφοράς (ΓΣΑ) και της διεύθυνσης του επιπέδου αστοχίας.



Εικόνα 8.1 Ορθές και διατμητικές τάσεις στο στοιχείο εδάφους.
Οι θλιπτικές τάσεις λαμβάνουν θετικό πρόσημο.

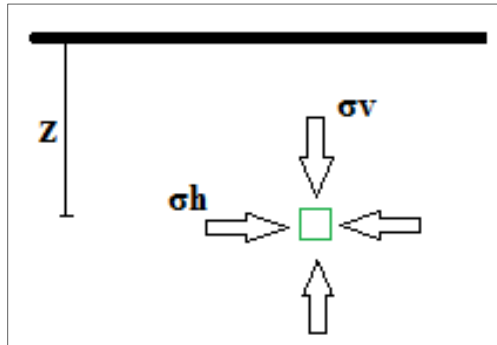
Η συνολική ορθή, κατακόρυφη τάση στο στοιχείο εδάφους (Εικ.8.2) είναι:

$$\sigma_v = \rho g z \quad (8.3)$$

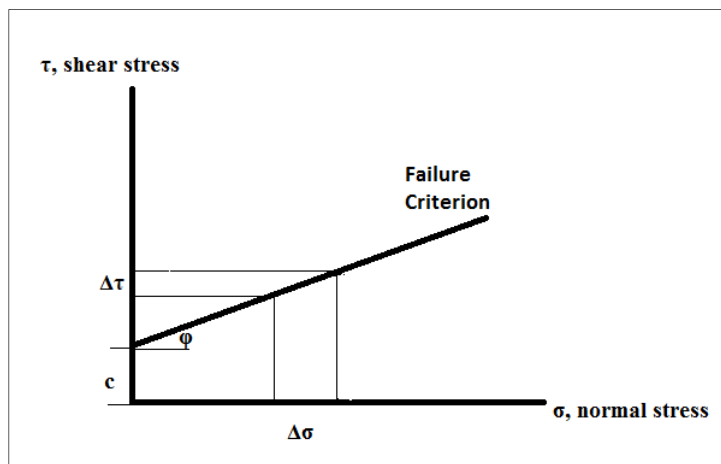
όπου ρ η πυκνότητα, z το βάθος που κείται το στοιχείο κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια του εδάφους και g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές η οριζόντια τάση σ_h υπολογίζεται ως:

$$\sigma_h = \sigma_v k \quad (8.4)$$

όπου, k είναι ο λόγος της μέσης οριζόντιας προς τη μέση κάθετη τάση ο οποίος προσδιορίζεται από διάφορα εμπειρικά μοντέλα αντοχής εδάφους, (βλ. Engelder and Sbar [110]).



Εικόνα 8.2 Κατακόρυφες και οριζόντιες τάσεις όπως εφαρμόζονται σε στοιχείο-εδάφους που βρίσκεται σε βάθος z από την άνω επιφάνεια του συνολικού χώρου που καταλαμβάνει το εδαφικό υλικό.



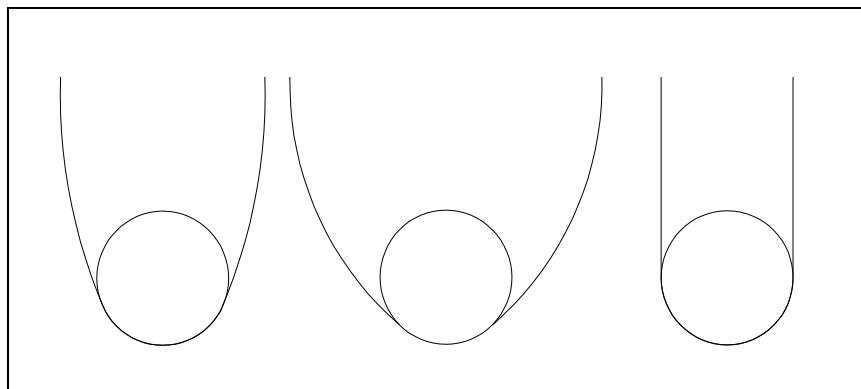
Εικόνα 8.3 Η σχέση μεταξύ διατμητικών και ορθών τάσεων που ασκούνται στην επιφάνεια αστοχίας.

Το κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb προσεγγίζει την εντατική κατάσταση επί της γραμμικής επιφάνειας ολίσθησης (αστοχίας), η οποία προκύπτει από τη γραφική παράσταση των διατμητικών τάσεων προς της κάθετες τάσεις (Εικ.8.3). Η εν λόγω σχέση ορίζεται ως

$$\tau = \sigma \tan \phi + c \quad (8.5)$$

όπου, τ η διατμητική αντοχή, σ η κάθετη τάση επί της επιφάνειας ολίσθησης, c η συνεκτικότητα του εδαφικού υλικού και ϕ η γωνία τριβής-ολίσθησης [108,109]. Η εφαρμογή ελαστικών/πλαστικών μηχανικών ιδιοτήτων (ϕ , c) που αντιστοιχούν σε μαλακά ωκεάνια

εδάφη πυθμένα (μαλακή άργιλος) έρχεται σε συμφωνία με τις περισσότερες εφαρμογές της βιβλιογραφίας [35-41]. Η γεωμετρία της εγκάρσιας, δισδιάστατης τομής-διατομής της τάφρου εξαρτάται από την καμπυλότητα της κυκλικής διατομής του SCR, το βάθος εισχώρησής του στον πυθμένα αλλά και από ένα πλήθος άλλων μηχανικών παραγόντων οι οποίοι συνδέονται με το μέγεθος της πίεσης που ασκεί κατά τη φάση εισχώρησής του και με τις μηχανικές ιδιότητες του εδαφικού υλικού.



Εικόνα 8.4 Εξεταζόμενοι σχηματισμοί της διατομής της τάφρου. Από αριστερά προς τα δεξιά, τόξο επαφής SCR-εδάφους: $2/3R$, $1/3R$ και R -ημικυκλικό, όπου R η εξωτερική ακτίνα της διατομής του SCR.

Όλοι οι εν λόγω παράγοντες έπρεπε να ληφθούν υπόψη για την προσομοίωση του μηχανισμού εκσκαφής. Στη διεθνή βιβλιογραφία έχουν αναφερθεί διάφορες μορφές επίπεδης εκσκαφής-διατομής [35-41]. Η παρούσα προσπάθεια επικεντρώνεται σε τρεις από αυτές, σχήματος-U (Εικ.8.4).

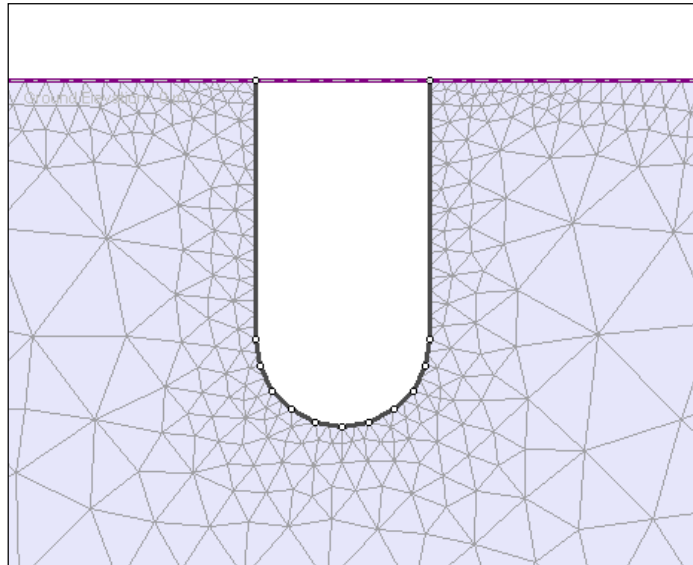
Η αδιάστατη αύξηση του βάθους διείσδυσης y/d_o , όπου y η κατακόρυφη μετατόπιση και d_o η εξωτερική διάμετρος του SCR αποτελεί έναν κρίσιμο παράγοντα για την αύξηση της θλιπτικής τάσης που ασκείται στο έδαφος, με βάση το θεωρητικό μοντέλο που περιγράφεται στις προηγούμενες γραμμές. Προς τούτο εξετάστηκε η εντατική κατάσταση του εδάφους σε διάφορα βάθη διείσδυσης. Οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης SCR-εδάφους προέκυψαν με αριθμητική ολοκλήρωση των προηγουμένως υπολογισμένων επίπεδων τάσεων, κατά μήκος της τοξοειδούς δι-επαφής SCR-εκσκαφής. Η αριθμητική προσέγγιση της βαθμωτής συνάρτησης που παρήγαγε τις εν λόγω δυνάμεις προς τα βάθη διείσδυσης y/d_o χρησίμευσε στη σχεδίαση γραφημάτων $P-y$ (load-embedment) τα οποία περιγράφουν τη μεταβολή της σχετικής δύναμης με το βάθος διείσδυσης του SCR.

8.2.2. Το μοντέλο Πεπερασμένων Στοιχείων "εδάφους". Σχεδιασμός και προσεγγίσεις.

8.2.2.1. Ιδιότητες του πεδίου των τάσεων.

Το χρησιμοποιούμενο λογισμικό μπορεί να υπολογίσει τις ενεργές [109-110] ή τις συνολικές τάσεις με χρήση της κλασικής θεωρητικής Εδαφομηχανικής προσέγγισης σε ένα διακριτοποιημένο υπολογιστικό πεδίο με μηχανικές ιδιότητες εδάφους. Οι ιδιότητες των τάσεων που εισήχθησαν στον κώδικα αντιστοιχούν στην πίεση που ασκεί το πεδίο βαρύτητας στη μάζα του εδάφους (υποθέτοντας ότι οι τάσεις μεταβάλλονται γραμμικά με το βάθος μέσα στο έδαφος) ενώ ο λόγος οριζόντιων-κατακόρυφων τάσεων k τέθηκε ίσος με 0.5, όπως προτείνουν οι Brown and Hoek [111]. Επομένως, με εφαρμογή του κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb η ορθή και η εφαπτομενική συνιστώσα τάσης (σ , τ) επί της επιφάνειας αστοχίας (εκσκαφής) είναι οι ποσότητες που υπολογίζονται αρχικά, και εν συνεχεία μετασχηματίζονται στο ΓΣΑ σε σ_{xx} , σ_{yy} μέσω του τανυστή των τάσεων (Εικ. 8.1).

Το υπολογιστικό πεδίο διακριτοποιήθηκε με 3-κομβικά στοιχεία με βαθμιαία αυξανόμενες πλευρές, θέτοντας τουλάχιστον 70 στοιχεία γύρω από την επιφάνεια της εκσκαφής (Εικ. 8.5). Υπολογίστηκαν μόνο "ξηρές" τάσεις, δηλαδή μόνο υπό την συμπίεση εντός στερεού εδαφικού υλικού και όχι υπό άνωση. Επίσης, δεν θεωρήθηκαν τάσεις στους πόρους του εδάφους από νερό. Η αποβολή του νερού από το εδαφικό υλικό έχει ως αποτέλεσμα η τάση αστοχίας (σε ξηρή φάση + νερό) να είναι ίση με την ενεργό τάση (μόνο σε ξηρή φάση). Επιπλέον, η αποβολή του νερού (και της άνωσης) αυξάνει το βάρος ανά μονάδα όγκου του εδάφους. Με αυτές τις επιλογές, προσομοιώνεται η εντατική κατάσταση του εδαφικού υλικού σε σχέση με την περίπτωση ύπαρξης νερού στο έδαφος και, επομένως, αυξάνει η ακαμψία του εδάφους και, συνεπώς η δύναμη που ασκείται από αυτό στην κατασκευή. Εντούτοις, στις μηχανικές ιδιότητες που εισάγονται στο πρόγραμμα, με αντιστοίχιση σε ωκεάνιους πυθμένες, υπεισέρχεται ούτως ή άλλως μεγαλύτερη χαλαρότητα-ελαστικότητα σε σχέση με την ξηρή κατάσταση και κατ' αυτόν τον τρόπο εξισορροπείται στα αποτελέσματα η επίδραση της απουσίας του νερού από την εν λόγω αριθμητική ανάλυση.



Εικόνα 8.5 Βαθμιαία αυξανόμενο πλέγμα του στοιχείου-εδάφους γύρω από τα “εσκαμμένα” στοιχεία

8.2.2.2. Μηχανικές ιδιότητες εδάφους.

Εξετάστηκαν δύο κύρια υλικά, ένα βαρύτερο, μαλακό και συνεκτικό έδαφος αργίλου - αργιλο-ιλυώδες (silty clay) και ένα δεύτερο, λιγότερο συνεκτικό χαλαρής άμμου ή αμμο-αργιλώδες (sandy clay). Για το πρώτο, “σκληρότερο” έδαφος οι ιδιότητες ήταν α) βάρος ανά μονάδα όγκου 18kN/m^3 , β) μέτρο ελαστικότητας Young 3000kPa , γ) εφελκυστική αντοχή 10kPa , δ) λόγος Poisson 0.3 , ε) γωνία τριβής 30° και στ) συνεκτικότητα 15kPa . Για το χαλαρότερο υλικό οι υιοθετημένες ιδιότητες ήταν α) βάρος ανά μονάδα όγκου 16kN/m^3 , β) μέτρο ελαστικότητας Young 20000kPa , γ) εφελκυστική αντοχή 0kPa , δ) λόγος Poisson 0.3 , ε) γωνία τριβής 40° και στ) συνεκτικότητα 10kPa .

Στην παρούσα ανάλυση το στοιχείο-έδαφος ορίζεται ως “ελαστικό”, δηλαδή με γραμμική μεταβολή τάσεων-παραμορφώσεων, σε συμφωνία με ορισμένες απλουστευμένες προσεγγίσεις ελαστικών εδαφών της βιβλιογραφίας. Στην πραγματικότητα, τα υψηλότερα στρώματα του εδάφους του πυθμένα σε μεγάλα βάθη θάλασσας είναι ρευστοποιημένα, πλαστικά και χάνουν διαρκώς την ακαμψία τους είτε λόγω μεταφοράς των ιζημάτων από το νερό είτε λόγω δράσεων ανθρωπογενών παραγόντων, όπως οι εγκαταστάσεις παρόμοιων σωληνώσεων. Μια ικανοποιητική προσέγγιση για το σχετικό πρόβλημα, με προσδιορισμό πλαστικού εδάφους περιλαμβάνει η εργασία των Clukey et al. [107], όπου εξάγεται εμπειρική συνάρτηση φόρτισης-βάθους εισχώρησης από πειράματα και λαμβάνεται υπόψη η πειραματικά παρατηρούμενη σταδιακή απώλεια της αντοχής του εδάφους από την πάροδο

των κύκλων πρόσκρουσης-ανύψωσης του TDP. Ακόμα μία ανάλογη προσέγγιση είναι η παλαιότερη η εργασία των Aubeny et al. [43], όπου είχε παραχθεί μία μη-γραμμική εξίσωση ημι-λογαριθμικής συσχέτισης μεταξύ διατμητικής αντοχής και ασκούμενης τάσης επί του εδάφους. Δυστυχώς, η πλήρης υπολογιστική μοντελοποίηση των παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν στις εν λόγω πειραματικές και αριθμητικές προσεγγίσεις της βιβλιογραφίας δεν θα μπορούσε να είναι εφικτή με τα διαθέσιμα, δημοσιευμένα δεδομένα.

Όπως αναφέρεται και στο σχολιασμό των αριθμητικών αποτελεσμάτων που ακολουθεί, ο ορισμός "elastic-soil" παράγει μία αναλογική σχέση συνολικής εντατικής κατάστασης-βάθους διείσδυσης του SCR που αντιστοιχεί σε σχέση τάσης-παραμόρφωσης, καθώς πραγματοποιούνται υπολογισμοί μόνο στην ελαστική περιοχή. Αντίθετα, ο ορισμός "plastic-soil" προϋποθέτει την πρόγνωση, μέσω κατάλληλων υπολογισμών ή πειραματικών και in-situ δεδομένων, της διακύμανσης-απόκλισης του διαγράμματος τάσεων-παραμορφώσεων στην πλαστική περιοχή και αυτό θα πρέπει να ορίζεται στον κώδικα από τον χρήστη *a priori*. Η έλλειψη επαρκών δεδομένων οδήγησε την παρούσα, αποκλειστικά υπολογιστική έρευνα στο να θεωρηθεί αποκλειστικά ελαστική συμπεριφορά του εδάφους.

8.2.2.3. Γεωμετρίες εκσκαφής.

Σχεδιάστηκαν διάφορα μοντέλα εκσκαφής-U με στόχο να καλυφθούν διάφορες υποθετικές περιπτώσεις μορφών εκσκαφής που θα μπορούσε να δημιουργήσει η επαναλαμβανόμενη εισχώρηση του SCR. Οι τρεις βασικοί άξονες που ακολουθήθηκαν για τη σχεδίαση ήταν: α) ημι-κυκλική πλευρά επαφής σωλήνα-εδάφους, β) τοξοειδής πλευρά επαφής με μήκος τόξου που αντιστοιχεί στα $2/3R$, όπου R η εξωτερική διάμετρος του σωλήνα και γ) τοξοειδής πλευρά επαφής με μήκος τόξου που αντιστοιχεί στο $1/3R$. Το μήκος της πλευράς επαφής υπολογίζεται με την απλή αναλυτική σχέση $l=2R\arccos(1-a)$ όπου $a=1, 2/3$ και $1/3$ αντίστοιχα. Επιπλέον εξετάστηκαν διάφορα επίπεδα βάθους εισχώρησης, θεωρώντας το βάθος y ως συντελεστή της εξωτερικής διαμέτρου d_o , για $y/d_o=0.1, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0$.

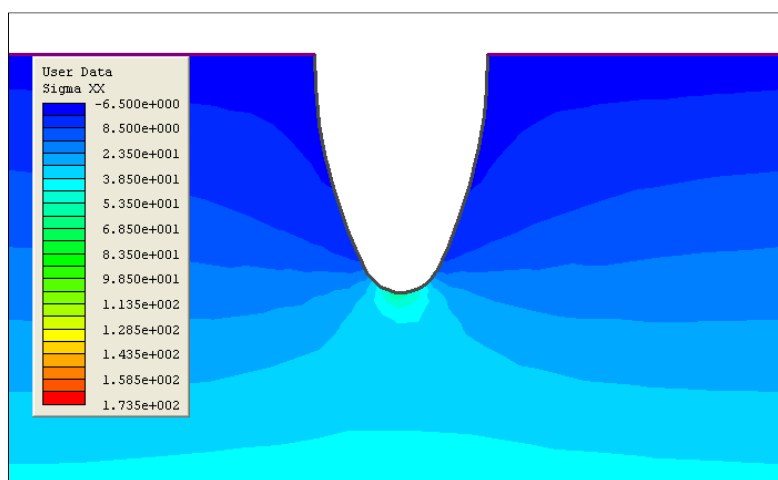
Στο χρησιμοποιούμενο λογισμικό αναλύονται κυρίως εδαφικοί τύποι και δεν υπάρχει η δυνατότητα εισαγωγής της συγκεκριμένης κατασκευής-SCR σε στατική ή δυναμική ανάλυση. Κάθε σχεδιασμένη εκσκαφή στην οποία υπολογίζεται στατικά η εντατική κατάσταση, θεωρείται ότι αντιστοιχεί σε μία στιγμιαία στατική ισορροπία του συστήματος SCR-εδάφους ακριβώς μόλις ολοκληρωθεί ο κύκλος εισχώρησης στο συγκεκριμένο βάθος. Έτσι, η δημιουργηθείσα αστοχία-εκσκαφή στο έδαφος αντιστοιχείται με το αποτέλεσμα της διείσδυσης-πίεσης που ασκεί ο αγωγός σε αυτό. Συνοψίζοντας, το πεδίο πιέσεων στο εκσκαμμένο έδαφος διέπεται από δύο παράγοντες που ασκούν συμπίεση σε αυτό: το βάρος

του εδάφους (τα ανώτερα στρώματα συμπιέζουν τα χαμηλότερα) και τη στιγμιαία διαμόρφωση του σκάμματος (που αντιστοιχεί στο αποτέλεσμα της συμπίεσης από το SCR).

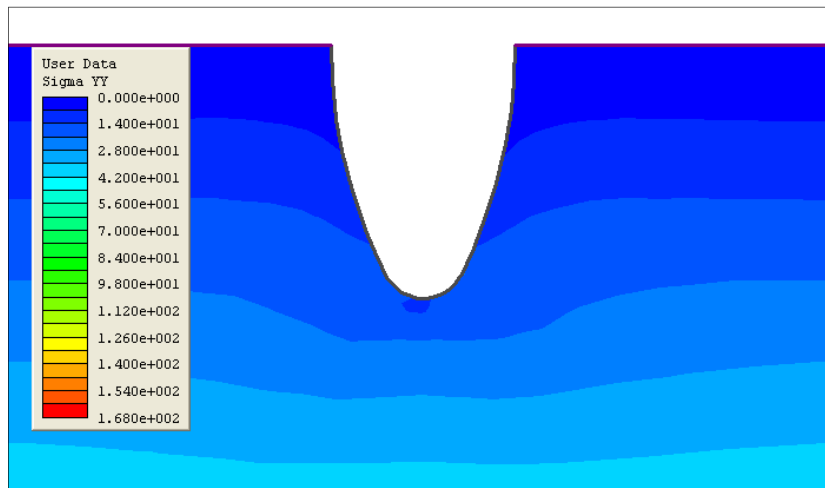
8.2.3. Αποτελέσματα του Γεωτεχνικού κώδικα.

Στις Εικ. 8.6-8.9 παρουσιάζονται ενδεικτικά αποτελέσματα για την κατανομή του πεδίου των τάσεων σ_{xx} και σ_{yy} για ορισμένους τύπους εκσκαφής από όλους όσους διερευνήθηκαν. Παρουσιάζεται η περίπτωση μαλακού ιλυο-αργιλώδους εδάφους μόνο και οι τάσεις δίδονται σε kPa.

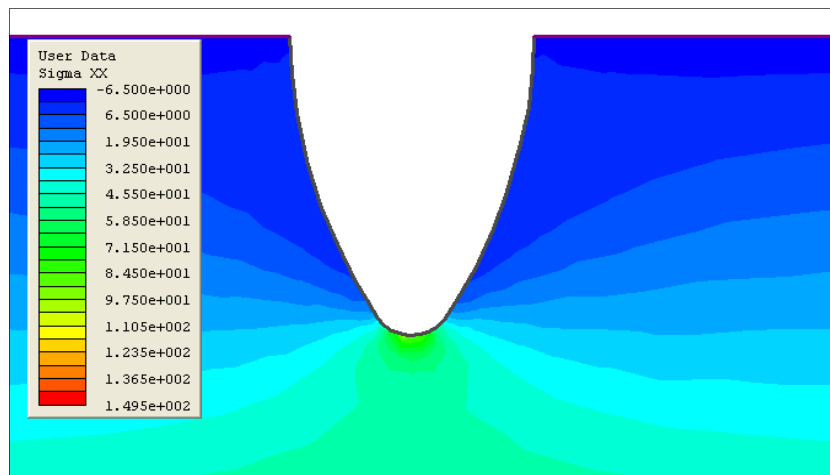
Μπορεί εύκολα να παρατηρηθεί το γεγονός ότι οι μέγιστες τάσεις εμφανίζονται στα βαθύτερα στρώματα της εκσκαφής, όπως ήταν αναμενόμενο. Ακόμη, παρουσιάζεται αύξηση των πιέσεων με αύξηση της δι-επαφής riser-εδάφους (με τη σειρά: τόξο $R/3$ →τόξο $2R/3$ →ημι-κύκλιο R), η οποία επίσης είναι μία αναμενόμενη κατάσταση καθώς όσο πιο στενό είναι το άνοιγμα της εκσκαφής τόσο μεγαλύτερη είναι η μάζα του εδάφους στα ψηλότερα στρώματα η οποία συμπιέζει τα χαμηλότερα που βρίσκονται στην επαφή riser-εδάφους. Οι μέγιστες κατακόρυφες τάσεις σ_{yy} συναντώνται σε 2 συμμετρικές θέσεις, κοντά στα άκρα του τόξου επαφής ενώ οι μέγιστες οριζόντιες σ_{xx} σε μία θέση που είναι το χαμηλότερο σημείο της επαφής. Ακόμη, παρουσιάζεται μία προφανής διαφορά μεταξύ των διαφόρων γεωμετριών, ως προς το εδαφικό υλικό που εφαρμόζεται. Οι κομβικές τάσεις του ιλυο-αργιλώδους είναι 2 έως 5kPa μεγαλύτερες από του αμμο-αργιλώδους σε όλες τις υπολογισμένες εκσκαφές και αυτό, προφανώς οφείλεται στη σχετικά μεγαλύτερη ακαμψία του πρώτου υλικού.



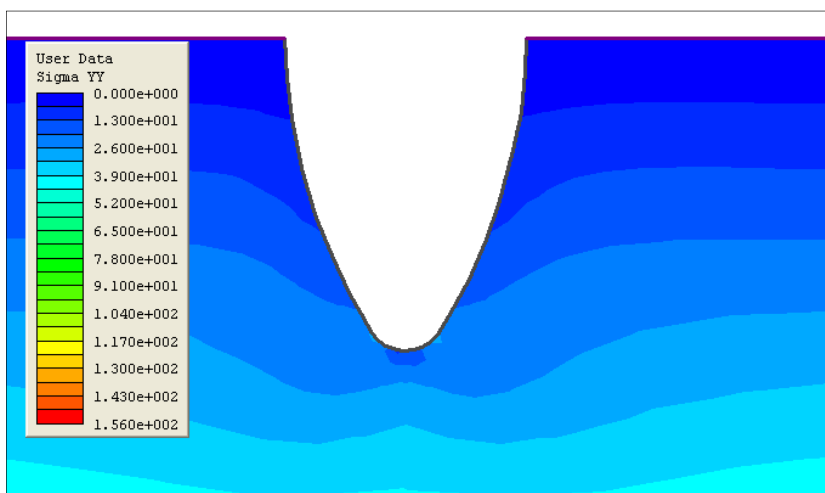
Εικόνα 8.6 Κατανομή τάσεων σ_{xx} για τόξο επαφής $2R/3$, σε βάθος εισχώρησης $3d_0$



Εικόνα 8.7 Κατανομή τάσεων σ_{yy} για τόξο επαφής $2R/3$, σε βάθος εισχώρησης $3d_0$



Εικόνα 8.8 Κατανομή τάσεων σ_{xx} για τόξο επαφής $2R/3$, σε βάθος εισχώρησης $4d_0$



Εικόνα 8.9 Κατανομή τάσεων σ_{yy} για τόξο επαφής $2R/3$, σε βάθος εισχώρησης $4d_0$

8.2.4. Δυνάμεις αντίδρασης εδάφους.

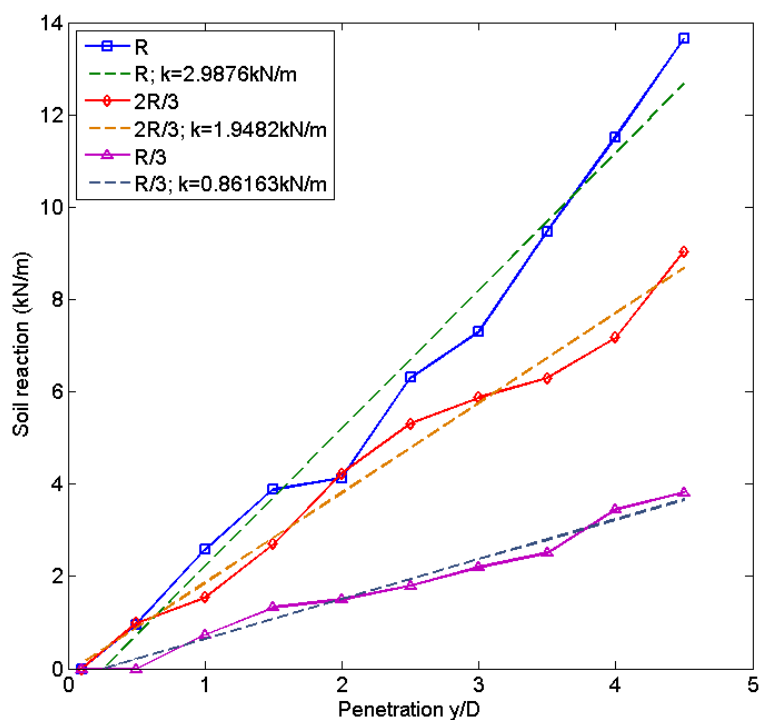
Η δύναμη αντίδρασης εδάφους στην καταβύθιση του SCR υπολογίζεται με ολοκλήρωση των επίπεδων τάσεων κατά μήκος του τόξου επαφής SCR-εδάφους. Το σχετικό επικαμπύλιο ολοκλήρωμα γράφεται ως

$$F_{sr} = R \oint \sigma \sin \theta d\theta \quad (8.6)$$

όπου, F_{sr} η δύναμη αντίδρασης του εδάφους στην κατακόρυφη διεύθυνση, σ η τάση από το έδαφος που ασκείται κάθετα στην περιφέρεια του σωλήνα με φορά προς τα έξω και θ η γωνία προσανατολισμού της. Η ολοκλήρωση πραγματοποιείται μεταξύ των γωνιών που αντιστοιχούν στα άκρα του τόξου επαφής.

Οι υπολογισμοί επιδεικνύουν την αύξηση της δύναμης αντίδρασης με το βάθος εισχώρησης αλλά και με το μήκος επαφής SCR-εδάφους, ανάλογα με την αύξηση των τάσεων που παρατηρήθηκε στην προηγούμενη παράγραφο (με τη σειρά: τόξο $R/3$ →τόξο $2R/3$ →ημι-κύκλιο R). Επίσης, το βαρύτερο και πιο συνεκτικό ιλο-αργιλώδες έδαφος ασκεί μεγαλύτερη δύναμη αντίδρασης από το χαλαρότερο, αμμο-αργιλώδες. Οι σχετικές καμπύλες αντίδρασης εδάφους-εισχώρησης σωλήνα παρουσιάζονται στις Εικ.8.10-8.11. Αυτές οι καμπύλες είναι ανάλογες με τις καμπύλες φόρτισης-μετατόπισης $P-y$ που εφαρμόζονται σε Εδαφομηχανικές αναλύσεις θεμελιώσεων "λωρίδας" (Strip Foundation, π.χ. Bowles [112-113]), οι οποίες απεικονίζουν τη σχέση δύναμης-παραμόρφωσης σε γραμμικά στοιχεία

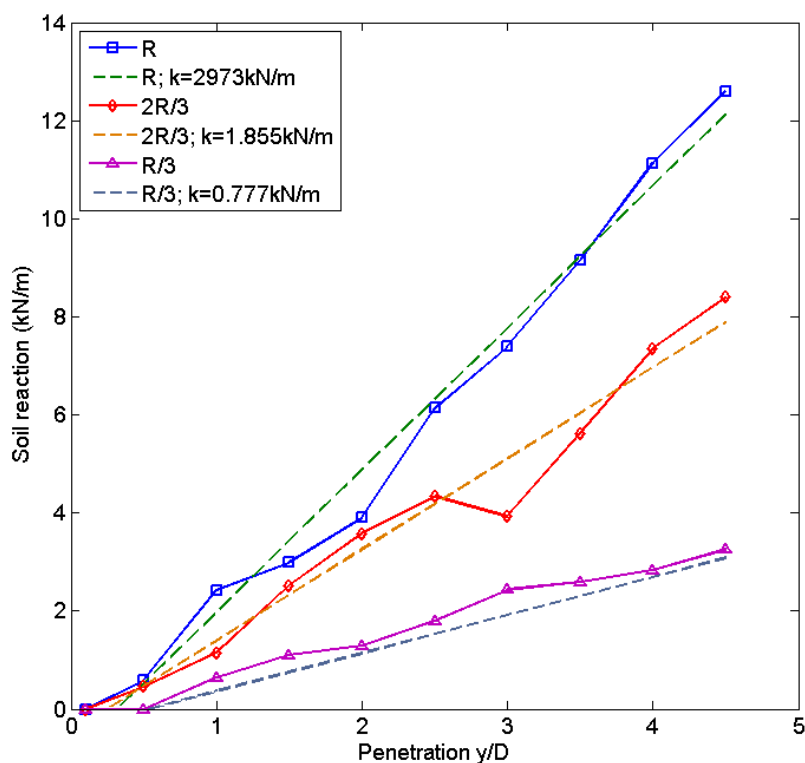
θεμελιώσεων τύπων δοκών-πασσάλων επί ελαστικού εδάφους ("Beam on Winkler foundation", βλ. Hetenyi [114]). Όπως απεικονίζεται στις καμπύλες, για μικρά βάθη εισχώρησης ($< d_0$) η δύναμη αντίδρασης είναι αμελητέα, λόγω πολύ μικρών τάσεων στο έδαφος. Οι ίδιες εικόνες παρουσιάζουν μία σχεδόν γραμμική μεταβολή της αντίδρασης προς το κανονικοποιημένο βάθος εισχώρησης. Προφανώς, η σχεδόν γραμμική αυτή συμπεριφορά συνδέεται με την υπόθεση ελαστικού εδάφους και τείνει να συμφωνήσει με την υπόθεση "Winkler foundation" [114]. Οι ισοδύναμες γραμμικές ελαστικές συναρτήσεις $P-y$ για σταθερή ακαμψία εδάφους- k (kN/m^2) παρουσιάζονται επίσης στις Εικ.8.10-8.11, με τις διακεκομμένες γραμμές. Οι εν λόγω τιμές- k εκτιμήθηκαν από τις μέσες κλίσεις των συναρτήσεων $P-y$. Σημειώνεται ότι οι προκύπτουσες τιμές- k είναι κατά προσέγγιση τάξεως 0.7kN/m^2 - 2.9kN/m^2 , και είναι κοντά στα εύρη ιδιοτήτων αντοχής των υποθαλάσσιων μαλακών αργιλικών εδαφών της βιβλιογραφίας [14,68].



Εικόνα 8.10. Αύξηση της δύναμης αντίδρασης εδάφους με το βάθος εισχώρησης και την αύξηση της επιφάνειας επαφής στο ιλο-αργιλώδες υλικό.

Η υπόθεση κυκλικής κίνησης ενός μικρού τμήματος του SCR επί γραμμικών ελατηρίων στην περιοχή κοντά στο TDP έχει αναλυθεί διεξοδικά μέσω ασυμπτωτικών μεθόδων και μεθόδων παρεμβολής από τους Pesce et al. [49]. Οι συγκεκριμένοι συγγραφείς αντιλήφθηκαν ότι η υιοθέτηση ελαστικού εδάφους το οποίο τίθεται σε κυκλική καμπτική

φόρτιση λόγω των δυναμικών τάσεων που ασκεί σε αυτό το SCR δημιουργεί μικρά μήκη διείδυσης τα οποία δεν θα μπορούσαν να μεταβάλλουν την καμπτική ταλάντωση του TDP σημαντικά. Αντίθετα, η παρούσα συνδυασμένη προσέγγιση σε ενιαία δυναμική-υδροελαστική επίλυση της σωλήνωσης, τόσο υπό μεγάλες διεγέρσεις στην κορυφή της όσο και υπό τις γεωτεχνικά υπολογισθείσες δυνάμεις αντίδρασης εδάφους, δημιουργεί ακραίες καταστάσεις καμπτικής φόρτισης, όπως αναλύεται σε ακόλουθες παραγράφους.



Εικόνα 8.11. Αύξηση της δύναμης αντίδρασης εδάφους με το βάθος εισχώρησης και την αύξηση της επιφάνειας επαφής στο αμμο-αργιλώδες υλικό.

8.3. Το αναλυτικό και αριθμητικό υδροελαστικό μοντέλο για τη σωλήνωση SCR που περιλαμβάνει εδρασμένο τμήμα στον πυθμένα.

8.3.1. Βασικές εξισώσεις.

Οι διαμορφώσεις εκσκαφών στην TDZ και τα φαινόμενα αλληλεπίδρασης SCR-εδάφους πυθμένα εμφανίζονται κυρίως στο επίπεδο αναφοράς της ενιαίας κατασκευής SCR. Κατά συνέπεια, η παρούσα υδροελαστική-δυναμική ανάλυση μπορεί να πραγματοποιηθεί με την

υπόθεση μίας πλήρως δισδιάστατης διαμόρφωσης του δυναμικού συστήματος, αμελώντας τις κινήσεις της κατασκευής κάθετα στο κύριο επίπεδο/in-plane, ή τις κινήσεις out-of-plane. Το μαθηματικό σύστημα που εφαρμόζεται προσδιορίζει την ενιαία δυναμική συμπεριφορά της αλυσοειδούς σωλήνωσης λαμβάνοντας ταυτόχρονα υπόψη την αλληλεπίδρασή της με τον πυθμένα και συγκεκριμένα, τη δράση μέσα στο σύστημα των δυνάμεων αντίδρασης του εδάφους κατά τις στιγμές που το TDP προσκρούει στον πυθμένα. Το ευρύτερο 2D υδροελαστικό σύστημα έχει παραχθεί από προηγούμενες εργασίες του Chatjigeorgiou [51-52] και εκφράζεται με το ακόλουθο σύστημα Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων (ΜΔΕ):

$$m \left(\frac{\partial u}{\partial t} - v \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = \frac{\partial T}{\partial s} - w_0 \sin \phi - \Omega_3 S_n - 1/2 \rho \pi C_{at} d_o |u|u \quad (8.7)$$

$$m \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) + m_a \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial S_n}{\partial s} + T \Omega_3 - w_0 \cos \phi - 1/2 \rho C_{dt} d_o |v|v \quad (8.8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = EA \left(\frac{\partial u}{\partial s} - v \Omega_3 \right) \quad (8.9)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial s} + u \Omega_3 \quad (8.10)$$

$$EI \frac{\partial \Omega_3}{\partial s} = -S_n \quad (8.11)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial s} = \Omega_3 \cdot \quad (8.12)$$

Εν συντομία, ως s ορίζεται η τοπική-Lagrangian συντεταγμένη η οποία λαμβάνει τιμές κατά μήκος του απαραμόρφωτου SCR (σε στατική ισορροπία), T η ενεργός τάση (αξονική εντατική δύναμη) κατά μήκος της κατασκευής, S_n η διατμητική δύναμη “in-plane”, Ω_3 η καμπυλότητα “in-plane”, u και v η εφαπτομενική και η κάθετη στην s συνιστώσα της ταχύτητας, αντίστοιχα και ϕ η γωνία που σχηματίζει η εφαπτομενική διεύθυνση στη σωλήνωση με την οριζόντιο. Οι παραπάνω όροι είναι εξαρτώμενοι του χρόνου και καθορίζουν τη δυναμική συμπεριφορά (εντατική κατάσταση και κίνηση) της κατασκευής. Επιπλέον, στις Εξισώσεις (8.7)-(8.12) τα μεγέθη m , m_a , w_0 , EA και EI είναι η μάζα, η

υδροδυναμική μάζα, το υπό άνωση βάρος, η ελαστική και η καμπτική ακαμψία, αντίστοιχα, της κατασκευής. Οι συνιστώσες μάζας και βάρους ορίζονται ανά μέτρο απαραμόρφωτου μήκους ενώ και όλες οι υπόλοιπες μηχανικές ιδιότητες αναφέρονται στην απαραμόρφωτη κατάσταση. Τέλος, οι δύο τελευταίοι όροι στις εξισώσεις 8.7-8.8 καθορίζουν τις υδροδυναμικές δυνάμεις αντίστασης (drag) μέσω τύπου Morison, με κάθετο και εφαπτομενικό συντελεστή αντίστασης C_{dn} και C_{dt} , αντίστοιχα και πυκνότητα νερού, ρ . Εν προκειμένω δεν περιλαμβάνεται η συνεισφορά θαλάσσιου ρεύματος σταθερής ταχύτητας.

Το παραπάνω σύστημα αρχικά αναπτύχθηκε με επιτυχία για την επίλυση της 2D δυναμικής ισορροπίας μόνο του αλυσοειδούς-ανυψωμένου τμήματος [51-52] το οποίο είθισται να ταυτίζεται σε πολλές περιπτώσεις με ολόκληρη τη σωλήνωση-SCR. Παρ'όλ'αυτά το σύστημα είναι γενικευμένο και μπορεί να εφαρμοστεί για οποιαδήποτε περίπλοκη γεωμετρία αρκεί να μπορεί να προσδιοριστεί η στατική της ισορροπία. Ακόμη, μπορεί να λάβει υπόψη του πιθανές γεωμετρικές ασυνέχειες όπως η ασυνέχεια στο TDP, αλλά και μεταβλητές μηχανικές ιδιότητες. Η ίδια υπόθεση μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τους συντελεστές υδροδυναμικής αντίστασης.

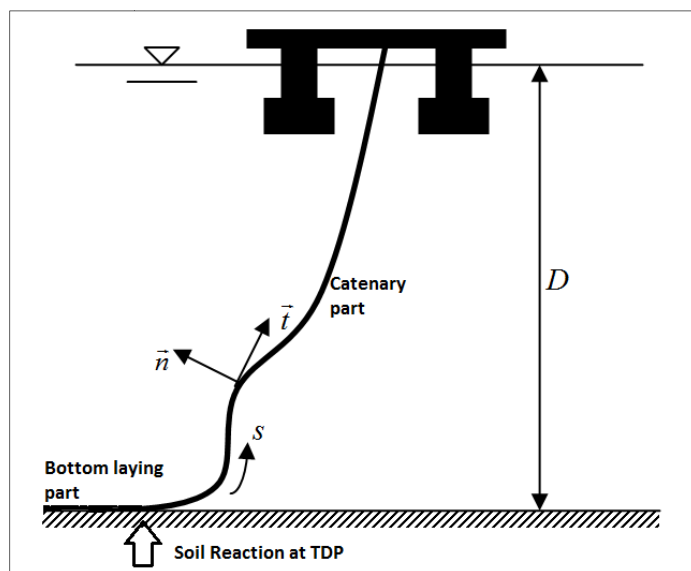
8.3.2. Εισαγωγή της δύναμης αντίδρασης του εδάφους στο υδροελαστικό μοντέλο-Ληφθείσες υποθέσεις.

Πρώτη βασική υπόθεση για το υδροελαστικό μοντέλο είναι ο προσδιορισμός ενός πλήρως οριζοντίου τμήματος της σωλήνωσης το οποίο εφάπτεται σε οριζόντιο πυθμένα και αντιστοιχεί στην TDZ. Η σχετική μορφή TDZ σε συνδυασμό με το ανυψωμένο-αλυσοειδές τμήμα της υπόλοιπης σωλήνωσης δημιουργεί μία πολύπλοκη γεωμετρία. Συνήθως, σε πρακτικές εφαρμογές το SCR διαθέτει ομοιόμορφες μηχανικές ιδιότητες κατά μήκος του ανυψωμένου τμήματος το οποίο ταυτίζεται με το πλήρες μήκος. Στην παρούσα εφαρμογή, το πλήρες μήκος περιλαμβάνει και την TDZ και κανονικά θα έπρεπε στην περιοχή αυτή να ισχύουν όμοιες ιδιότητες με την ανυψωμένη σωλήνωση. Για να συμπεριληφθεί η εδρασμένη στον πυθμένα σωλήνωση στο σύστημα των εξισώσεων 8.7-8.12, θα πρέπει να γίνει ειδική μεταχείριση για την κατάλληλη προσομοίωση της σύνθετης γεωμετρίας και συγκεκριμένα, για τη διατήρηση της ευρύτερης οριζόντιας διαμόρφωσης της TDZ σε κάθε χρονικό βήμα της αριθμητικής επίλυσης. Στην παρούσα μελέτη, η συγκεκριμένη απαίτηση ικανοποιείται με την υπόθεση ότι το υπό άνωση βάρος του εδρασμένου τμήματος είναι μηδενικό, δηλαδή το ενεργό βάρος εξισορροπείται από την ύπαρξη ενός εικονικού εδάφους. Αριθμητικά αυτό μπορεί να προσεγγιστεί θεωρώντας ότι το w_0 είναι μία βαθμωτή συνάρτηση του s . Με αυτόν τον τρόπο, το βάρος είναι η μόνη ιδιότητα που θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ως χωρικά

μεταβαλλόμενη ποσότητα κατά την s - κατεύθυνση. Αντίθετα, οι ποσότητες m , m_a , EA , EI , d_o , C_{di} και C_{dn} μπορούν ακόμη να θεωρηθούν σταθερές.

Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό που σχετίζεται με την αλληλεπίδραση SCR-πυθμένα είναι ο καθορισμός του μήκους του εδρασμένου τμήματος. Αυτό καθιστά δυνατή την ενίσχυση της απαίτησης ότι το βάρος του εν λόγω τμήματος θα έπρεπε να είναι μηδέν ενώ, επιπλέον αυτό επιτρέπει τον εντοπισμό σε κάθε χρονικό βήμα της θέσης του TDP προκειμένου να ασκηθεί εκεί η δύναμη αντίδρασης του εδάφους. Στην πράξη, ακολουθώντας μία κομβική διακριτοποίηση κατά μήκος της κατασκευής και θέτοντας τον πρώτο κόμβο να αντιστοιχεί στο αρθρωμένο άκρο στον πυθμένα, το TDP θα συμπίπτει με τον τελευταίο κόμβο για τον οποίο ισχύει ότι η γωνία του κυρίου άξονα του σωλήνα με την οριζόντιο είναι $\phi=0$.

Οι παραπάνω ληφθείσες υποθέσεις απομακρύνουν τον πυθμένα από το δυναμικό μοντέλο και επιτρέπουν την εφαρμογή των εξισώσεων 8.7-8.12 σε μία σύνθετη κατασκευή όπου ένα συγκεκριμένου μήκους τμήμα της θεωρείται οριζόντιο (TDZ) και ακολουθείται από ένα δεύτερο, αλυσοειδές (ανυψωμένο) τμήμα. Επιπλέον, για μία λογική, σχετικά πυκνή διακριτοποίηση, το TDP πρακτικά αντιστοιχεί σε ένα πλήρες διακριτό στοιχείο σωλήνα με μήκος Δs (μισό πριν και μισό μετά τον κόμβο TDP). Έτσι, η περιοχή TDZ στην οποία ασκείται η φόρτιση από την αντίδραση του εδάφους μπορεί απλουστευτικά να αντιπροσωπευθεί μόνο από το στοιχείο που περιλαμβάνει το TDP.



Εικόνα 8.12 Μία σύνθετη προσέγγιση για την πλήρη σωλήνωση-SCR: ανυψωμένα τμήμα (catenary) και τμήμα TDZ (bottom-laying). Η αντίδραση του εδάφους ασκείται στο στοιχείο TDP της περιοχής TDZ.

Στις επόμενες γραμμές προσεγγίζεται ο τρόπος υπολογισμού του τμήματος που εδράζεται στον πυθμένα. Όπως σημειώνεται προηγουμένως, για κατασκευή SCR που υπόκειται σε διεγέρσεις στο κορυφαίο άκρο της, το εδρασμένο τμήμα της αποτελεί έναν επιπλέον άγνωστο για το πρόβλημα. Παρ' όλ' αυτά, χωρίς απώλεια σε ακρίβεια, το στιγμιαίο ανυψωμένο μήκος και κατά συνέπεια το μήκος του εδρασμένου τμήματος μπορούν να προσδιοριστούν με ημι-στατική προσέγγιση και συγκεκριμένα, με επίλυση του προβλήματος στατικής ισορροπίας σε κάθε χρονικό βήμα στο οποίο μεταβάλλονται οι οριακές συνθήκες, οι οποίες γίνονται (Εικ. 8.12):

$$x = z = \Omega_3 = 0 \text{ στη θέση } s=0 \quad (8.13)$$

$$x = \bar{x} + x_a(t); \quad z = D + z_a(t); \quad \Omega_3 = 0 \text{ στη θέση } s=L \quad (8.14)$$

όπου D το βάθος νερού, L το απαραμόρφωτο μήκος του riser από το αρθρωμένο στον πυθμένα άκρο όπου $s=x=z=0$, \bar{x} η προβολή της αλυσοειδούς στον οριζόντιο πυθμένα τη στιγμή $t=0$ και $x_a(t)$, $z_a(t)$ είναι, αντίστοιχα οι οριζόντιες και κατακόρυφες κινήσεις-διεγέρσεις στην κορυφή τη στιγμή t . Η λύση του στατικού προβλήματος σε κάθε χρονικό βήμα υπό της ανωτέρω οριακές συνθήκες επιτρέπει (i) την παραγωγή της στιγμιαίας γεωμετρικής διαμόρφωσης και τον υπολογισμό του μήκους του εδρασμένου τμήματος στο οποίο $w_0=0$ και $\phi=0$, (ii) τον προσδιορισμό της ακριβούς θέσης του TDP, (iii) την εφαρμογή της δύναμης αντίδρασης στον κόμβο που αντιστοιχεί στο TDP κατά τη στιγμή της καταβύθισης και (iv) την επίλυση του δυναμικού συστήματος 8.7-8.12 καθ'όλο το μήκος της κατασκευής, συμπεριλαμβανομένου και του εδρασμένου τμήματος. Τα παραπάνω σημεία (i)-(iv) υπογραμμίζουν την γενικότερη προσέγγιση του προβλήματος. Όμως, θα πρέπει να αναφερθεί το γεγονός ότι η εφαρμογή της δύναμης αντίδρασης του εδάφους διατηρείται σταθερή καθ'όλη την επίλυση του υδροελαστικού μοντέλου, αντιστοιχώντας σε μία συγκεκριμένη διαμόρφωση εκσκαφής (σαν να θεωρείται σταθεροποιημένη η εκσκαφή). Σύμφωνα με παρατηρήσεις πεδίου [35,41] έχουν διαπιστωθεί σταθεροποιημένες μορφές εκσκαφής σε μαλακά ωκεάνια εδάφη υπό το TDP, με βάθη που φθάνουν τις 5 διαμέτρους του σωλήνα. Η παρούσα προσέγγιση εστιάζει στη δυναμική του SCR που επηρεάζεται από τη δύναμη αντίδρασης του εδάφους με την υπόθεση ότι η τάφος έχει φθάσει στο πιο "ακραίο" βάθος της (μετά την πάροδο μίας περιόδου λειτουργίας του υποθαλάσσιου συστήματος κατά την οποία έχει σταθεροποιηθεί το έδαφος).

8.3.3. Αριθμητικό σχήμα επίλυσης.

Το υδροελαστικό σύστημα του ενιαίου SCR που περιλαμβάνει εδρασμένο τμήμα στον πυθμένα υπό την επίδραση εξαναγκασμένων κινήσεων στο κορυφαίο του άκρο αντιμετωπίζεται στο πεδίο του χρόνου με χρήση του 2^ο-τάξιου αριθμητικού σχήματος, $O(\Delta t^2)+O(\Delta s^2)$, Πεπερασμένων Διαφορών (ΠΔ) "Keller-Box" [115,116]. Περισσότερες λεπτομέρειες για την εφαρμογή του σχήματος σε 2D ή 3D προβλήματα "line dynamics", ήτοι, δυναμικά προβλήματα διακριτοποίησης σε κατά μήκος στοιχεία λεπτόγραμμων ελαστικών μέσων (που προσομοιάζουν σε σωληνώσεις μεγάλου μήκους), μπορούν να αναζητηθούν στις εργασίες του Chatjigeorgiou [51-52,115]. Εν προκειμένω παρουσιάζονται συνοπτικά ορισμένα χαρακτηριστικά του σχήματος σε σχέση με την παρούσα εφαρμογή. Η μεθοδολογία είναι σχεδόν η ίδια με τις [51-52,115] με τη διαφορά ότι το υπό άνωση, ανά μονάδα μήκους βάρος w_0 είναι συνάρτηση του s . Συγκεκριμένα το $w_0(s)$ τίθεται μηδενικό κατά μήκος του στιγμιαία εδραζόμενου τμήματος στον πυθμένα και παρουσιάζει μία ασυνέχεια στο TDP με αποτέλεσμα η εκεί ασκούμενη στιγμιαία κατακόρυφη δύναμη (η γενικευμένη σταθερά ελατηρίου) η οποία εφαρμόζεται ρητά στο TDP κατά την καταβύθισή του, υπολογίζεται από τη διαφορά w_0-F_{sr} , (βλ. εξίσωση (8.8)). Κατόπιν, το $w_0(s)$ είναι ίσο με το πραγματικό υπό άνωση βάρος ανά μονάδα μήκους μόνο στο πλήρες ανυψωμένο-αλυσοειδές τμήμα, που εκτείνεται από το TDP έως την κορυφή.

Ορίζεται το διάνυσμα των αγνώστων (δυναμικών εντατικών μεγεθών)

$$\mathbf{Y} = [T \quad S_n \quad u \quad v \quad \Omega_3 \quad \phi]^T \quad (8.15)$$

Τότε, το σύστημα των Εξ. (8.7)-(8.12) μπορεί να γραφεί σε μητρική μορφή:

$$\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial s} = \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial t} + \mathbf{F}(\mathbf{Y}) = 0 \quad (8.16)$$

με

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & m & 0 & 0 & -mv \\ 0 & 0 & 0 & m + m_a & 0 & mu \\ 1/EA & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8.17)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} w_0 \sin \phi + \Omega_3 S_n + 1/2 \rho \pi C_{dt} d_O |u|u \\ w_0 \cos \phi - \Omega_3 T + 1/2 \rho C_{dn} d_O |v|v \\ \Omega_3 v \\ - \Omega_3 u \\ - S_n / EI \\ \Omega_3 \end{bmatrix} \quad (8.18)$$

Ακολούθως, η εξίσωση (8.16) επιλύεται σε Πρόβλημα Συνοριακών Τιμών (ΠΣΤ) 2-σημείων (2-point BVP) αφού διακριτοποιηθεί στο χρόνο και στο χώρο με το σχήμα "Box". Η διακριτοποιημένη μορφή της γράφεται ως εξής:

$$2 \frac{Y_k^{i+1} - Y_{k-1}^{i+1}}{\Delta s} + 2 \frac{Y_k^i - Y_{k-1}^i}{\Delta s} = \left(M_k^{i+1} + M_k^i \right) \left(\frac{Y_k^{i+1} - Y_k^i}{\Delta t} \right) + \left(M_{k-1}^{i+1} + M_{k-1}^i \right) \left(\frac{Y_{k-1}^{i+1} - Y_{k-1}^i}{\Delta t} \right) + F_k^{i+1} + F_{k-1}^{i+1} + F_k^i + F_{k-1}^i \quad (8.19)$$

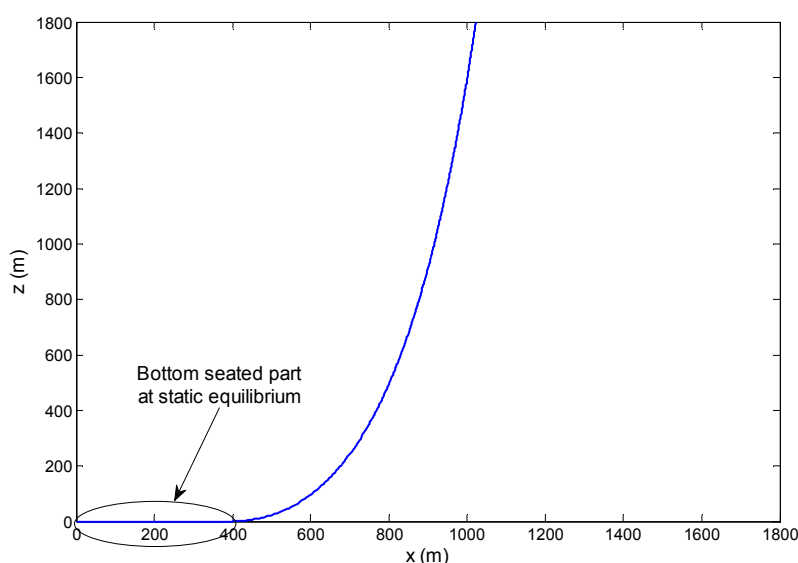
Με βάση την τελευταία έκφραση, οι ΜΔΕ ορίζονται στα σημεία $[i+1/2, k-1/2]$. Οι δείκτες k αντιστοιχούν στα κομβικά σημεία στο χώρο και οι εκθέτες i στα χρονικά διακριτά σημεία (χρονικά βήματα). Για n κόμβους, η εξίσωση (8.19) ορίζει ένα σύστημα $6 \times (n-1)$ διακριτοποιημένων εξισώσεων που επιλύονται για $6 \times n$ αγνώστους σε κάθε χρονικό βήμα $i+1$. Οι 6 εξισώσεις που απαιτούνται για την επίλυση του προβλήματος παρέχονται από τις οριακές συνθήκες (8.13)-(8.14). Οι οριακές συνθήκες αυτές αντιστοιχούν σε μηδενισμό των καμπτικών ροπών στα δύο άκρα του riser ($s=0$: πυθμένας και $s=L$: κορυφή), μηδενικές κινήσεις στο $s=0$ και συγκεκριμένες χρονικά μεταβαλλόμενες διεγέρσεις στο $s=L$. Το τελικό σύστημα επιλύεται με τη μέθοδο χαλάρωσης (relaxation method) (βλ. Press et al. [117]).

8.4. Αριθμητικά αποτελέσματα.

8.4.1. Φυσικές/μηχανικές παράμετροι του υδροελαστικού μοντέλου.

Το διερευνώμενο υδροελαστικό μοντέλο αντιστοιχεί σε κατασκευή SCR μήκους 2400m με τις ακόλουθες μηχανικές ιδιότητες: πυκνότητα υλικού 7800kg/m^3 ; εξωτερική διάμετρος

0.429m; εσωτερική διάμετρος 0.385m; Μέτρο ελαστικότητας Young 209GPa; κάθετος συντελεστής αντίστασης 1.0; εφαπτομενικός συντελεστής αντίστασης 0.0. Το βάθος νερού φθάνει τα 1800m και η προένταση στο κορυφαίο άκρο είναι 1860kN. Σε στατική ισορροπία (βλ. Εικ. 8.13) τη στιγμή $t=0$ το εφαπτόμενο στον πυθμένα τμήμα είναι μήκους 400m και τα υπόλοιπα 2000m αντιστοιχούν στο ανυψωμένο τμήμα. Σε αυτήν τη θέση, η γωνία ϕ στην κορυφή είναι 84° . Το συγκεκριμένο κατασκευαστικό μοντέλο έχει διερευνηθεί σε προηγούμενες εργασίες [36,118] και πλέον, απλώς επεκτείνεται το μήκος του κατά 400m για να συμπεριληφθεί η αλληλεπίδραση με την περιοχή έδρασης στο έδαφος.



Εικόνα 8.13 Γεωμετρική διαμόρφωση του SCR σε στατική ισορροπία

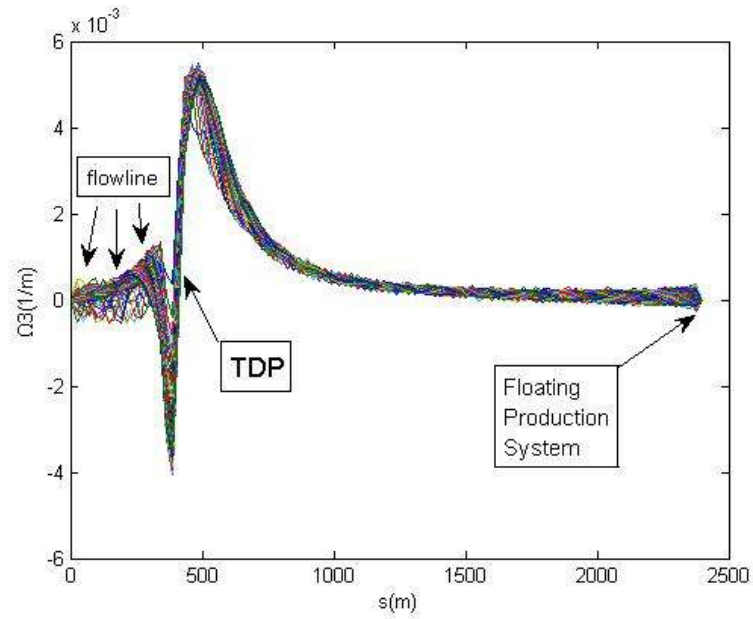
Οι υπολογισμοί πραγματοποιήθηκαν ξεχωριστά για 2 διαφορετικές περιπτώσεις αρμονικών διεγέρσεων, μία κατά την οριζόντιο- x (surge) διεύθυνση και μία κατά την z (heave), και οι 2 με πλάτος 1m και σε συνδυασμό με 5 διαφορετικές περιπτώσεις συχνοτήτων διέγερσης, $\omega=0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ και 1.0 rad/s. Η χρονική διακριτοποίηση εφαρμόστηκε κατά περίπτωση, με χρονικό βήμα από $\Delta t=1.0$ s για τη μικρότερη κυκλική συχνότητα έως $\Delta t=0.2$ s, για τη μεγαλύτερη. Η χωρική διακριτοποίηση εφαρμόστηκε με $n=400$ κατά το μήκος της σωλήνωσης (κατά την s) κόμβους.

Η μέγιστη κυκλική συχνότητα παράγει μία ταχύτητα στο κορυφαίο άκρο, τάξεως 1m/s, που αντιστοιχεί σε μία ακραία περίπτωση διέγερσης η οποία μπορεί να επιφέρει πολύ μεγάλες φορτίσεις και αποκρίσεις στην κατασκευή κυρίως στο TDP και στο sagbend (το πλέον καμπύλο από το αλυσοειδές τμήμα το οποίο βρίσκεται ακριβώς πάνω από το TDP).

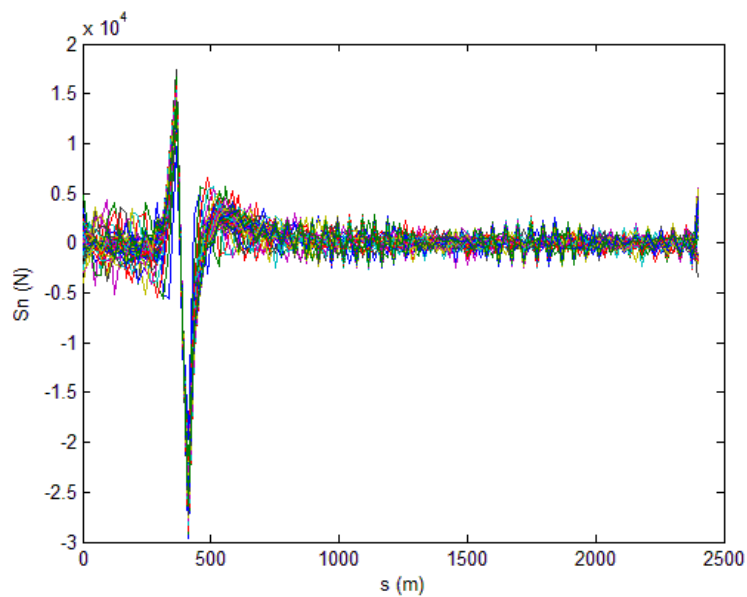
8.4.2. Ανάλυση των αποτελεσμάτων.

Ο αριθμός των ανεξάρτητα υπολογισμένων περιπτώσεων ήταν μεγάλος. Ενδεικτικά παρουσιάζονται ορισμένα αποτελέσματα στις Εικ.8.14-8.26, για την ανάπτυξη στο χώρο και στο χρόνο των δυναμικών εντατικών δυνάμεων και των συνιστωσών τους. Παρουσιάζονται μόνο οι δυσμενέστερες περιπτώσεις “ίλυο-αργιλώδους” αντίδρασης εδάφους για 3 περιπτώσεις γεωμετρίας: (i) βάθος εισχώρησης $2d_0$ και τόξο επαφής $R/3$, (ii) βάθος εισχώρησης $2d_0$ και τόξο επαφής $2R/3$ και (iii) βάθος εισχώρησης $2.5d_0$ και τόξο επαφής $2R/3$. Οι εν λόγω παράμετροι σχηματισμού του εδάφους αντιστοιχούν με δυνάμεις αντίδρασης εδάφους μεγέθους 1332N/m, 2696N/m και 4226N/m, αντίστοιχα και αποτελούν ενδεικτικές περιπτώσεις ανάμεσα σε όλες όσες υπολογίστηκαν με το γεωτεχνικό μοντέλο. Επιπλέον, οι Εικ.8.14-8.26 περιλαμβάνουν αποτελέσματα διαφόρων δυναμικών παραμέτρων για αρμονικές διεγέρσεις κατά heave (κατακόρυφη) ή surge (οριζόντια) και για 3 περιπτώσεις κυκλικών συχνοτήτων, $\omega=0.2\text{rad/s}$, $\omega=0.6\text{rad/s}$ και $\omega=1.0\text{ rad/s}$. Σημειώνεται ότι για το εύρος των τιμών που αντιστοιχούν στις θέσεις s που κυμαίνονται από 0 έως περίπου 400m, οι οποίες αναπαριστούν το οριζόντια εδραζόμενο στον πυθμένα τμήμα της κατασκευής, το τοπικό σύστημα συντεταγμένων συμπίπτει με το Γενικό (Καρτεσιανό), δηλαδή η εφαπτομενική συντεταγμένη συμπίπτει με τη x , ενώ η κάθετη με τη z .

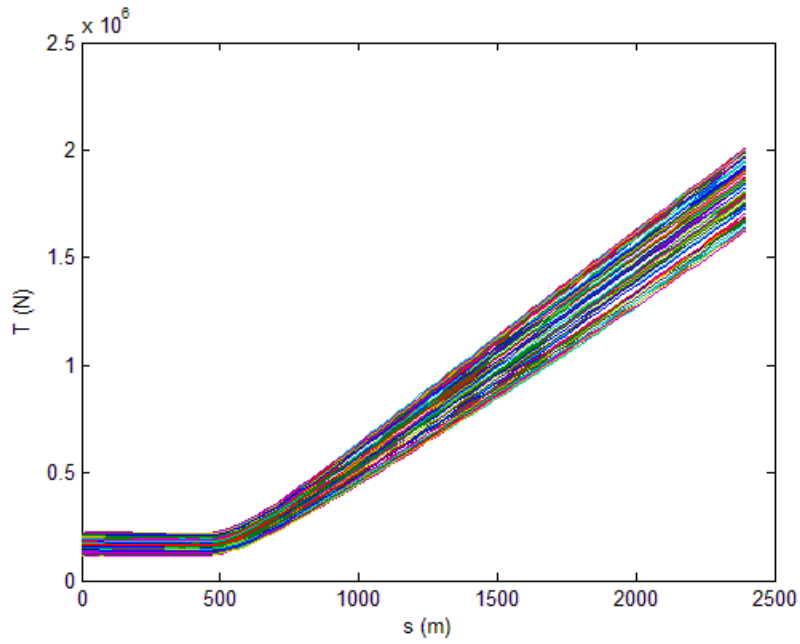
Στη συνέχεια αναλύεται η επίδραση της αντίδρασης του εδάφους στη δυναμική του SCR σε σχέση με τις διάφορες περιπτώσεις διέγερσης. Εκ πρώτης όψεως, όπως ήταν αναμενόμενο, η μεταβολή της κατακόρυφης δύναμης αντίδρασης εδάφους δεν προσαυξάνει σημαντικά την εντατική κατάσταση της κατασκευής στην περίπτωση των οριζόντιων-surge διεγέρσεων όσο στην περίπτωση την κατακόρυφων-heave κατά τις οποίες τα αναπτυσσόμενα καμπτικά φορτία κυριαρχούν. Το γεγονός αυτό συνδέεται με την εξέλιξη της καμπυλότητας in-plane, Ω_3 , η οποία σχετίζεται με την καμπτική ροπή M_3 (κατά τη σχέση $M_3=EI\Omega_3$ για σταθερή καμπτική ακαμψία). Το σχετικό αποτέλεσμα είναι συνέπεια της σχεδόν κατακόρυφης στατικής γεωμετρικής διαμόρφωσης του ανυψωμένου τμήματος της σωλήνωσης πριν την επιβολή των διεγέρσεων. Τα αριθμητικά αποτελέσματα παρουσιάζουν την κίνηση ολόκληρου του εδραζόμενου τμήματος αν και, όπως διαπιστώνεται, είναι σχετικά μικρή σε σχέση με την κίνηση μόνο του στοιχείου TDZ (TDP) και των γειτονικών σε αυτό.



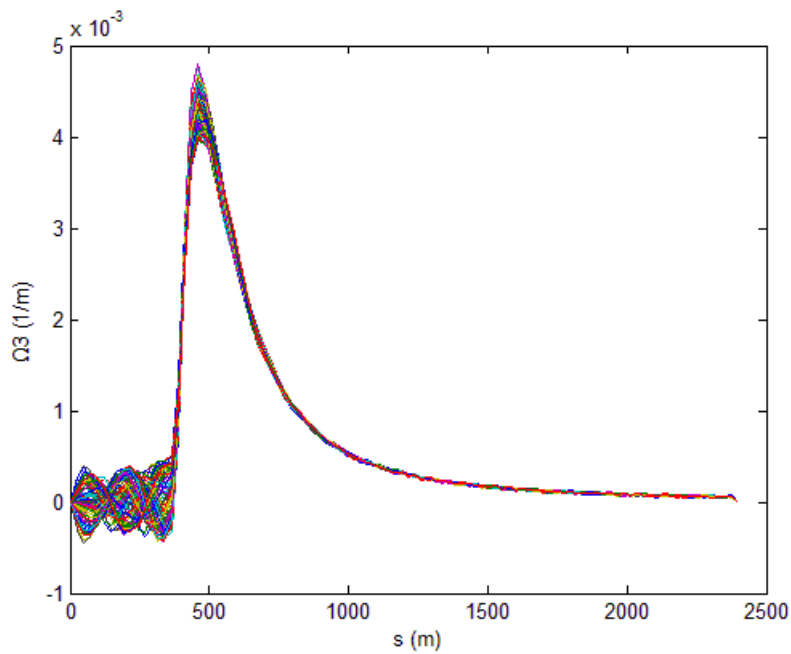
Εικόνα 8.14 Καμπυλότητα Ω_3 κατά μήκος του SCR για διέγερση-surge πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 1.0 rad/s; δύναμη αντίδρασης ιλο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 4226N/m (βάθος εισχώρησης $2.5d_o$, τόξο επαφής SCR-πυθμένα μήκους $2R/3$)



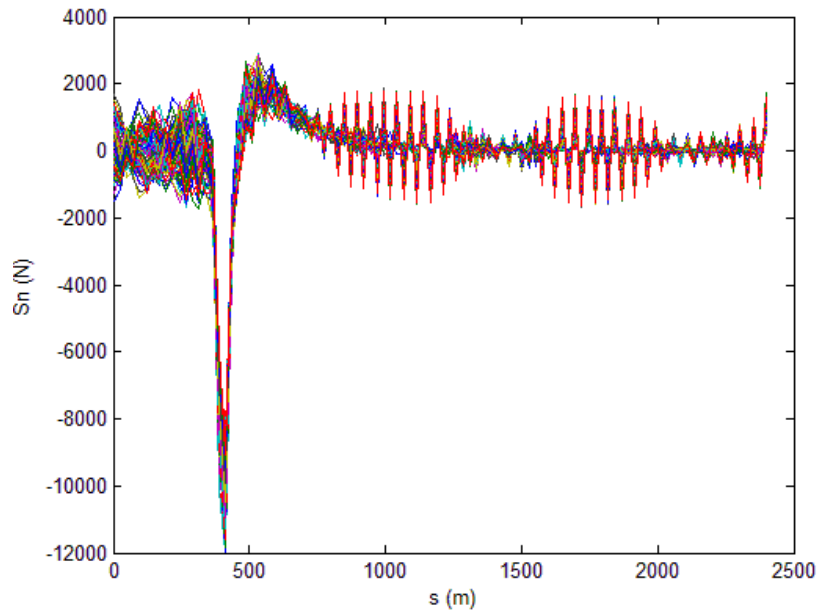
Εικόνα 8.15 Διατμητική δύναμη S_n κατά μήκος του SCR για διέγερση-surge πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 1.0 rad/s; δύναμη αντίδρασης ιλο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 4226N/m (βάθος εισχώρησης $2.5d_o$, τόξο επαφής SCR-πυθμένα μήκους $2R/3$)



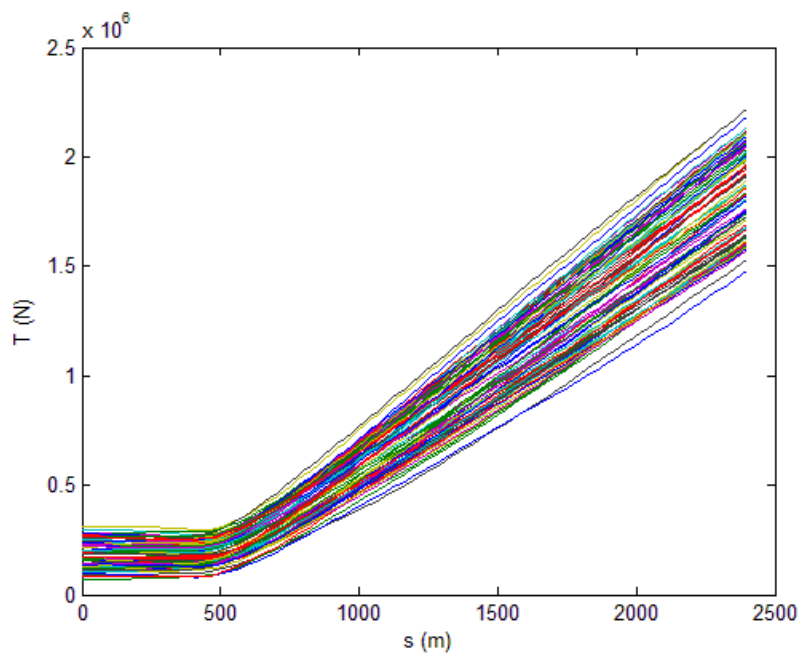
Εικόνα 8.16 Συνολική Τάση T κατά μήκος του SCR για διέγερση-surge πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 1.0 rad/s; δύναμη αντίδρασης ιλο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 4226N/m (βάθος εισχώρησης $2.5d_o$, τόξο επαφής SCR-πυθμένα μήκους $2R/3$)



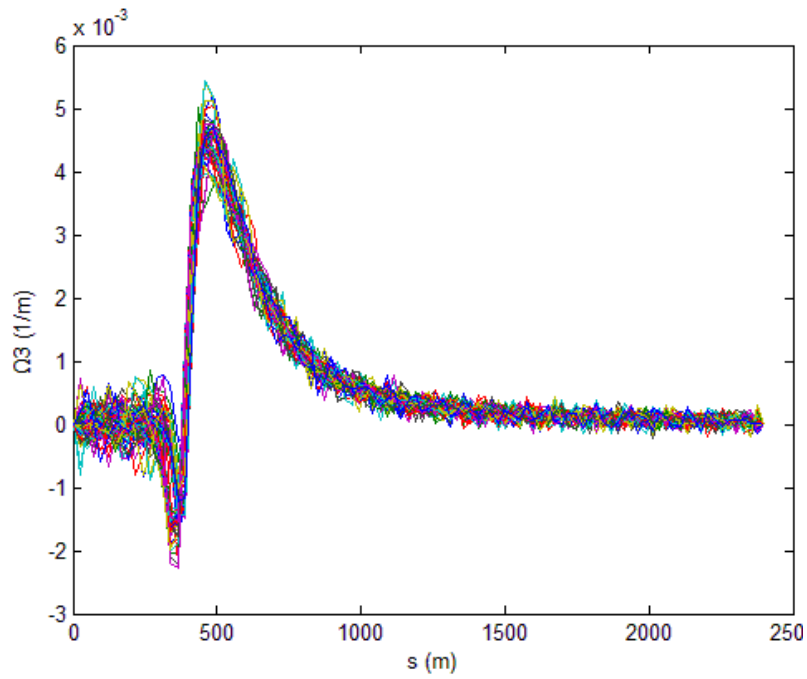
Εικόνα 8.17 Καμπυλότητα Ω_3 κατά μήκος του SCR για διέγερση-heave πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 0.6 rad/s; δύναμη αντίδρασης ιλο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 1332N/m (βάθος εισχώρησης $2d_o$, τόξο επαφής SCR-πυθμένα μήκους $R/3$)



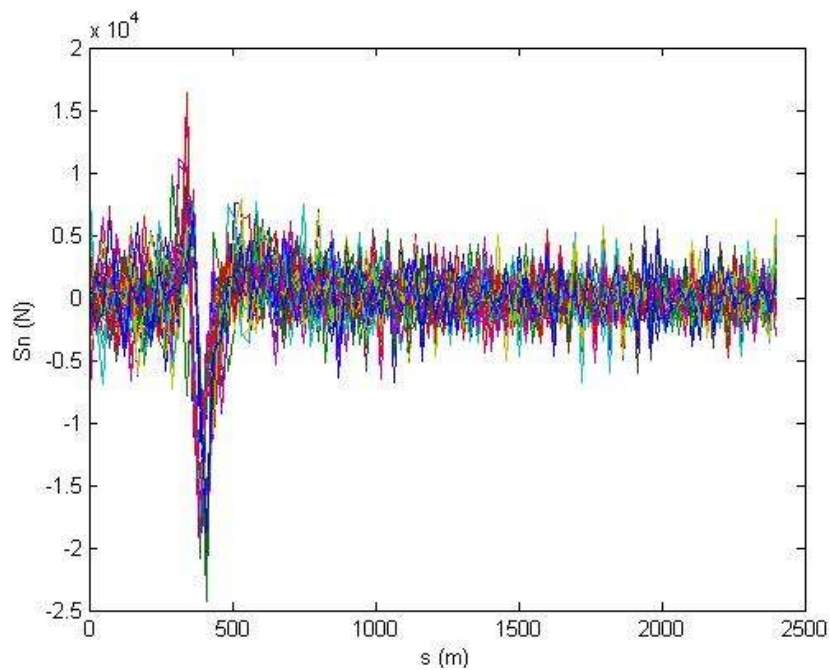
Εικόνα 8.18 Διατμητική δύναμη S_n κατά μήκος του SCR για διέγερση- heave πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 0.6 rad/s; δύναμη αντίδρασης ιλο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 1332N/m (βάθος εισχώρησης $2 d_o$, τόξο επαφής SCR-πυθμένα μήκους $R/3$)



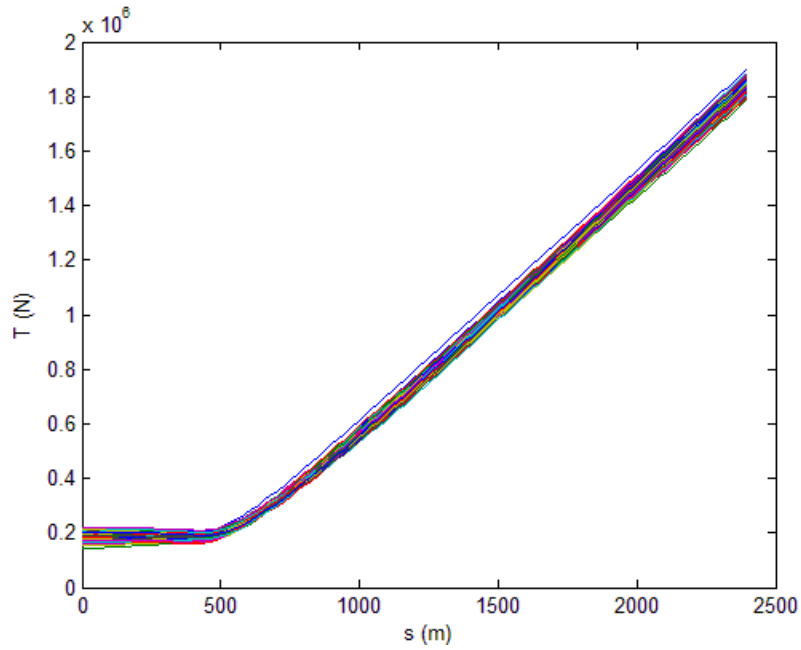
Εικόνα 8.19 Συνολική τάση T κατά μήκος του SCR για διέγερση- heave πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 0.6 rad/s; δύναμη αντίδρασης ιλο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 1332N/m (βάθος εισχώρησης $2 d_o$, τόξο επαφής SCR-πυθμένα μήκους $R/3$)



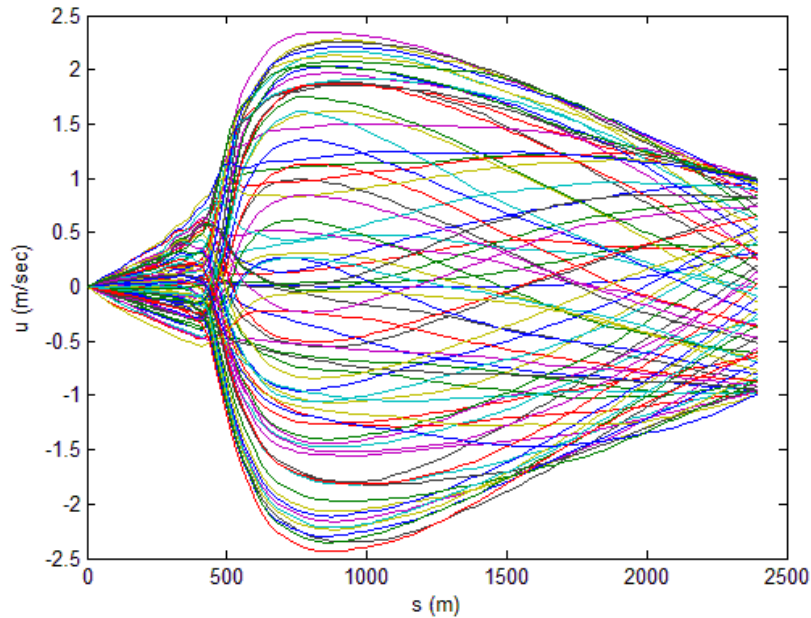
Εικόνα 8.20 Καμπυλότητα Ω_3 κατά μήκος του SCR για διέγερση- heave πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 0.2 rad/s; δύναμη αντίδρασης ήλιο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 2696N/m (βάθος εισχώρησης $2d_o$, τόξο επαφής SCR-πυθμένα μήκους $2R/3$)



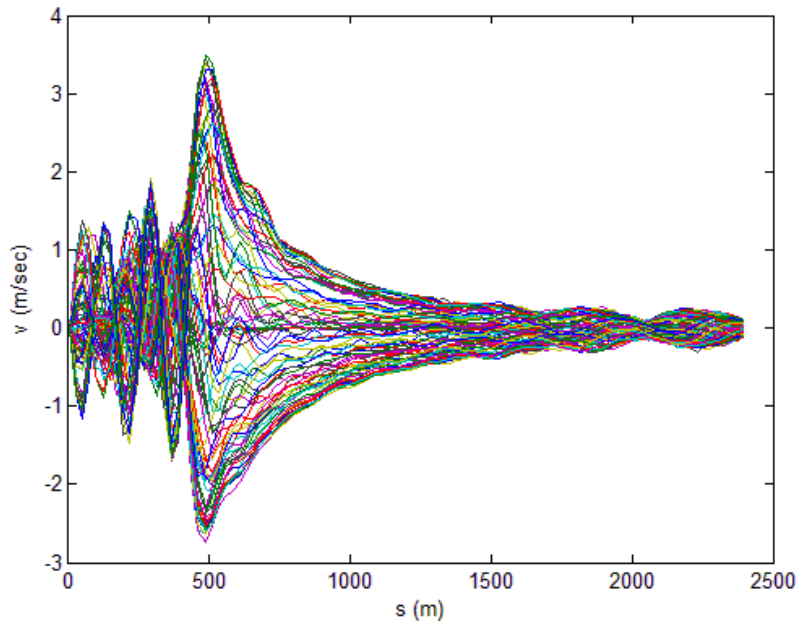
Εικόνα 8.21 Διατμητική δύναμη S_n κατά μήκος του SCR για διέγερση- heave πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 0.2 rad/s; δύναμη αντίδρασης ήλιο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 2696N/m (βάθος εισχώρησης $2 d_o$, τόξο επαφής SCR-πυθμένα μήκους $2R/3$)



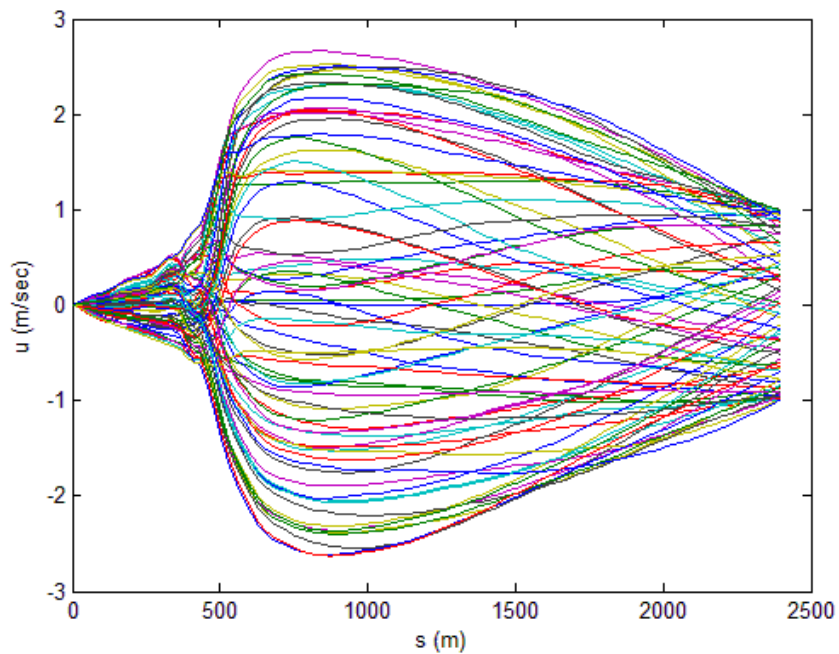
Εικόνα 8.22 Συνολική τάση T κατά μήκος του SCR για διέγερση- heave πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 0.2 rad/s; δύναμη αντίδρασης ήλιο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 2696N/m (βάθος εισχώρησης $2 d_o$, τόξο επαφής SCR-πυθμένα μήκους $2R/3$)



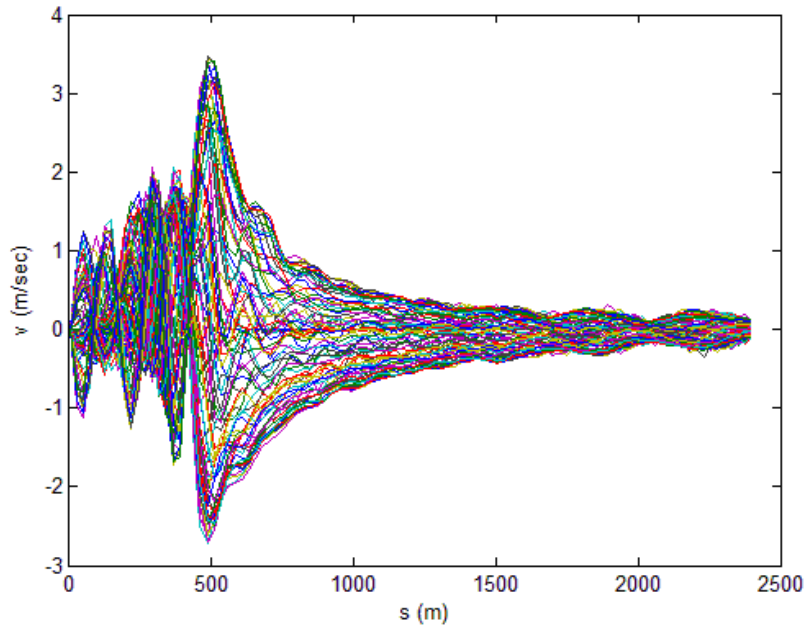
Εικόνα 8.23 Εφαπτομενική ταχύτητα u κατά μήκος του SCR για διέγερση- heave πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 1.0 rad/s; δύναμη αντίδρασης ήλιο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 2696N/m (βάθος εισχώρησης $2 d_o$, τόξο επαφής SCR-πυθμένα μήκους $2R/3$)



Εικόνα 8.24 Κάθετη ταχύτητα v κατά μήκος του SCR για διέγερση- heave πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 1.0 rad/s; δύναμη αντίδρασης ιλο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 2696N/m (βάθος εισχώρησης $2 d_o$, τόξο επαφής SCR-πυθμένα μήκους $2R/3$)



Εικόνα 8.25 Εφαπτομενική ταχύτητα u κατά μήκος του SCR για διέγερση- heave πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 1.0 rad/s; δύναμη αντίδρασης ιλο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 4226N/m (βάθος εισχώρησης $2.5 d_o$, τόξο επαφής SCR-πυθμένα μήκους $2R/3$)



Εικόνα 8.26 Κάθετη ταχύτητα v κατά μήκος του SCR για διέγερση- heave πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 1.0 rad/s; δύναμη αντίδρασης ιλυο-αργιλώδες εδάφους στο TDP 4226N/m (βάθος εισχώρησης $2.5d_o$, τόξο επαφής SCR-πυθμένα μήκους $2R/3$)

8.4.2.1. Οριζόντια (Surge) διέγερση.

Τα αποτελέσματα της δυναμικής εντατικής κατάστασης υπό τη δράση της διέγερσης με τη συγκεκριμένη διεύθυνση στην κορυφή της σωλήνωσης παρουσιάζονται στις Εικ.8.14-8.16. Συγκεκριμένα παρουσιάζονται με τη σειρά, η μεταβολή κατά s της καμπυλότητας, της διατμητικής δύναμης και της έντασης, αντίστοιχα, από τη στιγμή που διαμορφώνεται μία σταθερή κατάσταση διέγερσης-απόκρισης και στη συνέχεια της επίλυσης. Τα γραφήματα της καμπυλότητας, Ω_3 (Εικ.8.14) αντιστοιχούν στην εξέλιξη των καμπτικών ροπών υπό την επιβολή οριζόντιων αρμονικών κινήσεων στην κορυφή του SCR. Στο εδραζόμενο τμήμα οι τιμές αυτές είναι αρκετά μικρές και χαρακτηρίζονται από πολύ μικρή μεταβλητότητα. Συγκεκριμένα, υπεισέρχεται μία πολύ μικρή επίδραση επί του συνόλου του εδρασμένου τμήματος από τη δύναμη αντίδρασης που εφαρμόζεται στο TDP, ή, με άλλα λόγια, η πρόσκρουση του TDP στον πυθμένα, με κάποιον τρόπο, μεταδίδεται σε όλο το εδρασμένο τμήμα. Προφανώς, η απόρριψη από την επίλυση της αντίδρασης στο TDP θα οδηγούσε σε υπο-εκτίμηση των καμπτικών ροπών. Η θέση του TDP στα εν λόγω διαγράμματα, γίνεται αντιληπτή από την εμφανιζόμενη ασυνέχεια (μεγάλη κλίση-απότομη μεταβολή) των τιμών καμπυλότητας και από τη σχετική γωνία ως προς την οριζόντιο η οποία αντιστρέφεται από

αρνητικές τιμές σε θετικές. Στο τελευταίο στοιχείο υπεισέρχεται η έντονη τοπική, καμπτική παραμόρφωση του TDP. Η επίδραση της αντίδρασης του εδάφους είναι πιο ξεκάθαρη στην εξέλιξη των διατμητικών δυνάμεων, S_n (Εικ.8.15). Εν γένει, μπορεί να διαπιστωθεί ότι η επίδρασή της στις εν λόγω εσωτερικές δυνάμεις συγκεντρώνεται σε μεγάλο βαθμό τοπικά στο TDP και δεν φαίνεται ότι μεταδίδεται στο υπόλοιπο εδρασμένο ή ανυψωμένο μέρος του SCR. Σε κάθε περίπτωση, όμως, η αύξηση της S_n στο TDP είναι δραματική και επισημαίνει, επίσης, μεγάλη τοπική παραμόρφωση. Αντίθετα, η ένταση T φαίνεται να μην επηρεάζεται καθόλου από την αντίδραση του εδάφους στην πρόσκρουση του αγωγού (Εικ. 8.16). Τα αντίστοιχα γραφήματα σε όλη την κατασκευή παρουσιάζουν μία σχεδόν απαραμόρφωτη κατάσταση κατά τον κύριο άξονά της. Η συγκεκριμένη συμπεριφορά συνάδει με τη φυσική πραγματικότητα λόγω των, ούτως ή άλλως, πολύ μεγάλων τιμών προέντασης που εφαρμόζονται στη στατική κατάσταση με στόχο, ακριβώς, την -κατά το μέγιστο δυνατό βαθμό- διατήρηση της αλυσοειδούς διαμόρφωσης στην περιοχή εγκατάστασης.

8.4.2.2. Κατακόρυφη (Heave) διέγερση.

Εν προκειμένω η αλληλεπίδραση SCR-εδάφους είναι πολύ πιο δραματική στη διαμόρφωση της ευρύτερης υδροελαστικότητας, ειδικά για τις παραμέτρους που συσχετίζονται με την καμπτική ταλάντωση (διατμητική δύναμη, καμπτική ροπή και κάθετη κίνηση). Ο συνδυασμός των διαφόρων δράσεων μπορεί να παράγει πολύ περισσότερο έντονες συμπιεστικές φορτίσεις και τύπου-"δυναμικού λυγισμού" (buckling) στην περιβάλλουσα το TDP περιοχή της κατασκευής απ'ό,τι στην περίπτωση των οριζοντίων διαγέρσεων της κορυφής. Η αύξηση της δύναμης αντίδρασης λόγω μεγαλύτερου βάθους εισχώρησης ή σκληρότερου εδαφικού υλικού ή/και μεγάλης επιφάνειας επαφής SCR-εδάφους πράγματι προσ αυξάνει τις καμπτικές ροπές και τις διατμητικές δυνάμεις της κατασκευής.

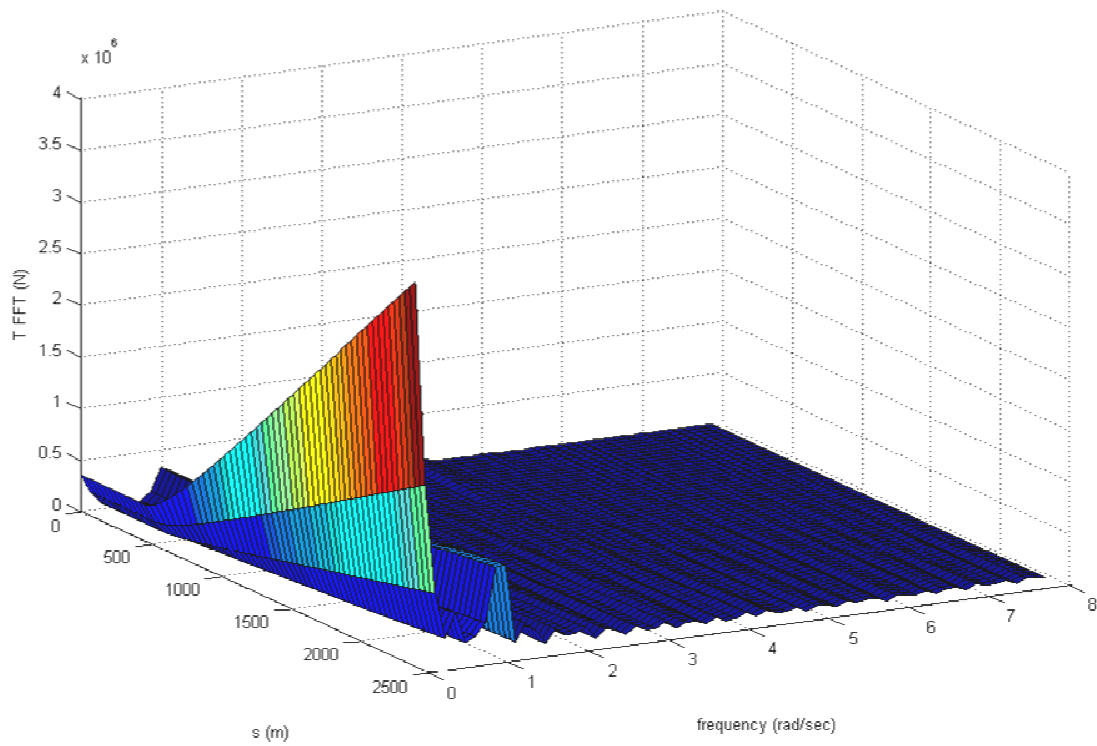
Και σε αυτήν την περίπτωση ή κατά μήκος τάση είναι σχεδόν σταθερή σε κάθε χρονικό βήμα, σε όλο το εδρασμένο τμήμα και τείνει να αυξάνει αμέσως ψηλότερα από το TDP (Εικ.8.19 και 8.22) ενώ δεν παρατηρείται αρνητική τάση η οποία να συσχετίζεται με συμπιεστικά φορτία. Το γεγονός ότι το TDP μπορεί να θεωρηθεί ως μαθηματική ασυνέχεια στο θεωρητικό μοντέλο υποστηρίζεται από τη μορφή των γραφημάτων καμπυλότητας και διατμητικής δύναμης (Εικ. 8.17, 8.18, 8.20 και 8.21). Τα αριθμητικά αποτελέσματα παρουσιάζουν ότι, τουλάχιστον όσον αφορά στην καμπτική φόρτιση, η δύναμη αντίδρασης εδάφους είναι πολύ περισσότερο επιδραστική στη διαμόρφωση ακραίας κατάστασης εντατικών φορτίσεων. Σημειώνεται ότι με σύμφωνα με τους Passano and Larsen [119], η επικινδυνότητα της εσωτερικής φόρτισης είναι στενά συνδεδεμένη με την αναπτυσσόμενη ταχύτητα λόγω εξαναγκασμένης κίνησης, δηλαδή, η αύξηση των εσωτερικών δυνάμεων

οφείλεται στην αύξηση των ταχυτήτων της εξαναγκασμένης κίνησης. Σε ό,τι αφορά στα παρόντα αποτελέσματα, οι Εικ.8.17 και 8.20 αντιστοιχούν σε ταχύτητες εξαναγκασμού 0.6m/s και 0.2m/s και σε δυνάμεις αντίδρασης εδάφους 1332N/m και 2696N/m. Μπορεί άμεσα να παρατηρηθεί ότι η τελευταία περίπτωση ενέχει μεγαλύτερη καμπυλότητα και επομένως μεγαλύτερη εντατική φόρτιση, ιδιαίτερα στο TDP. Λαμβάνοντας ακόμη υπόψη το γεγονός ότι η δύναμη αντίδρασης εδάφους αυξάνεται με την εισχώρηση του SCR σε αυτό, από την τελευταία παρατήρηση προκύπτει ότι για βαθύτερες εισχωρήσεις στο έδαφος θα προκύπτουν μεγαλύτερες τιμές στα δυναμικά εντατικά μεγέθη που συνδέονται με την καμπτική ταλάντωση. Ένα ακόμη χαρακτηριστικό που θα πρέπει να επισημανθεί αφορά στο εδρασμένο τμήμα στον πυθμένα προ της θέσης TDP. Η γενικότερη φόρτιση κατά μήκος του τμήματος φαίνεται, πρακτικά, αμελητέα. Η μικρή μεταβλητότητα που παρουσιάζουν τα γραφήματα προ του TDP απορρέει από την υπόθεση της οριζόντιας διαμόρφωσης του πυθμένα στην οποία εδράζεται εναποθετιμένη η σωλήνωση. Είναι σημαντικό να αναφερθεί το γεγονός ότι η μικρή ταλαντωτική κίνηση του εδρασμένου τμήματος είχε παρατηρηθεί οπτικά σε πειράματα που είχαν διεξαχθεί στη δεξαμενή Ifremer στη Βρέστη στο πλαίσιο του Έργου METRI2 [120,121]. Η σχετική κινηματική συμπεριφορά μπορεί άμεσα να παρατηρηθεί από τα γραφήματα των εφαπτομενικών και καθέτων κομβικών ταχυτήτων, u και v , αντίστοιχα, τα οποία περιλαμβάνουν οι Εικ. 8.23-8.26 για τις ίδιες συνθήκες διέγερσης (πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 1rad/s) και για 2 διαφορετικές περιπτώσεις εισχώρησης του riser στο έδαφος ($2d_o$ και $2.5d_o$). Για το εδρασμένο τμήμα, η ταχύτητα v συμπίπτει με την κατακόρυφη ταχύτητα $\partial z/\partial t$ η οποία σύμφωνα με τις Εικ.8.24 και 8.26 συμφωνεί με τις πειραματικές διαπιστώσεις. Επιπλέον, η μέγιστη κάθετη κίνηση εμφανίζεται αμέσως μετά (ψηλότερα από) το TDP ενώ είναι ενδιαφέρον το γεγονός ότι η τάξη μεγέθους της εν λόγω κίνησης περί το TDP είναι παρόμοια με το εφαρμοσμένο βάθος εισχώρησης. Τέλος, οι Εικ.8.23 και 8.25 παρουσιάζουν μία επέκταση του εδρασμένου τμήματος κατά τη διάρκεια του κύκλου διέγερσης, όπως προκύπτει από το γραμμικά μεταβαλλόμενο τμήμα των αντίστοιχων εφαπτομενικών ταχυτήτων, από το σημείο “άρθρωσης” ($s=0$) έως το TDP.

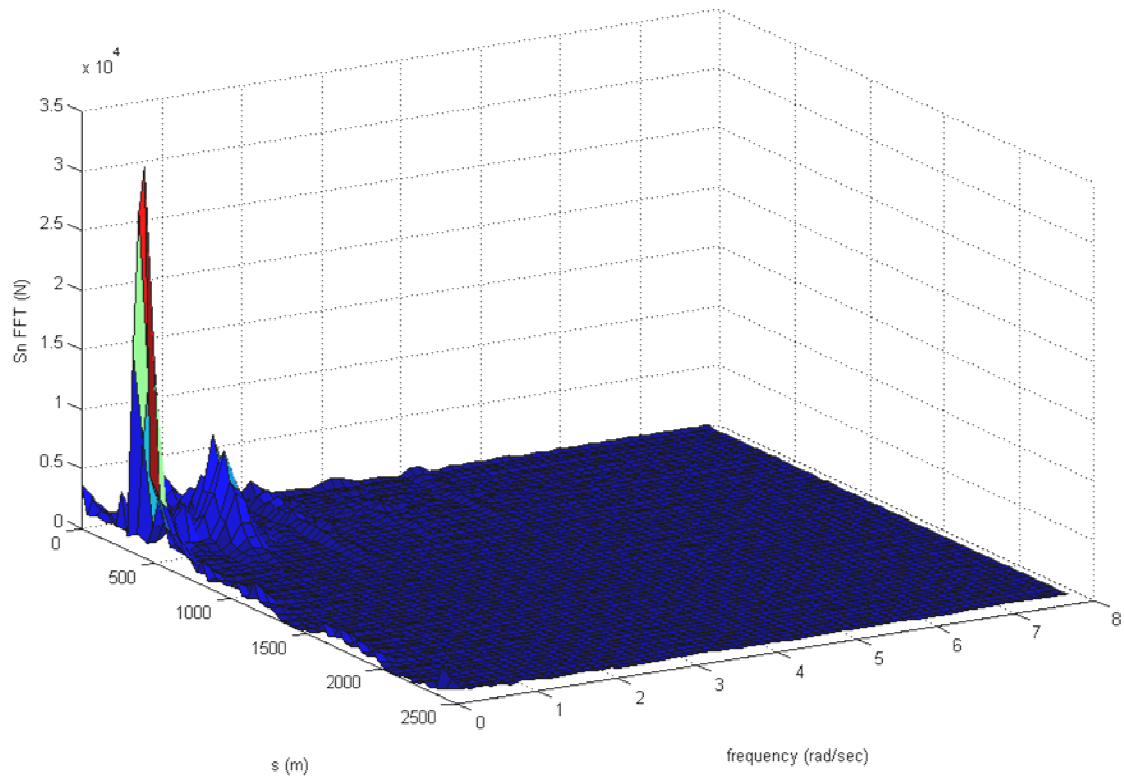
8.4.2.3. Φασματική ανάλυση των αποτελεσμάτων στο πεδίο των συχνοτήτων.

Η δυναμική συμπεριφορά της κατασκευής μπορεί να απεικονιστεί επίσης με τα διαγράμματα Φασματικής Συχνότητας Ισχύος των διαφόρων δυναμικών παραμέτρων. Αυτό εν γένει επιτυγχάνεται με την προβολή των υπολογισμένων χρονοσειρών των αποτελεσμάτων στο πεδίο των συχνοτήτων μέσω τεχνικών Μετασχηματισμών Fourier, όπως ο FFT. Οι Εικ.8.27, 8.28, 8.29, 8.30 και 8.31 παρουσιάζουν τα φασματικά αντίστοιχα των χρονικά μεταβαλλόμενων δυναμικών παραμέτρων κατά μήκος της κατασκευής για την περίπτωση

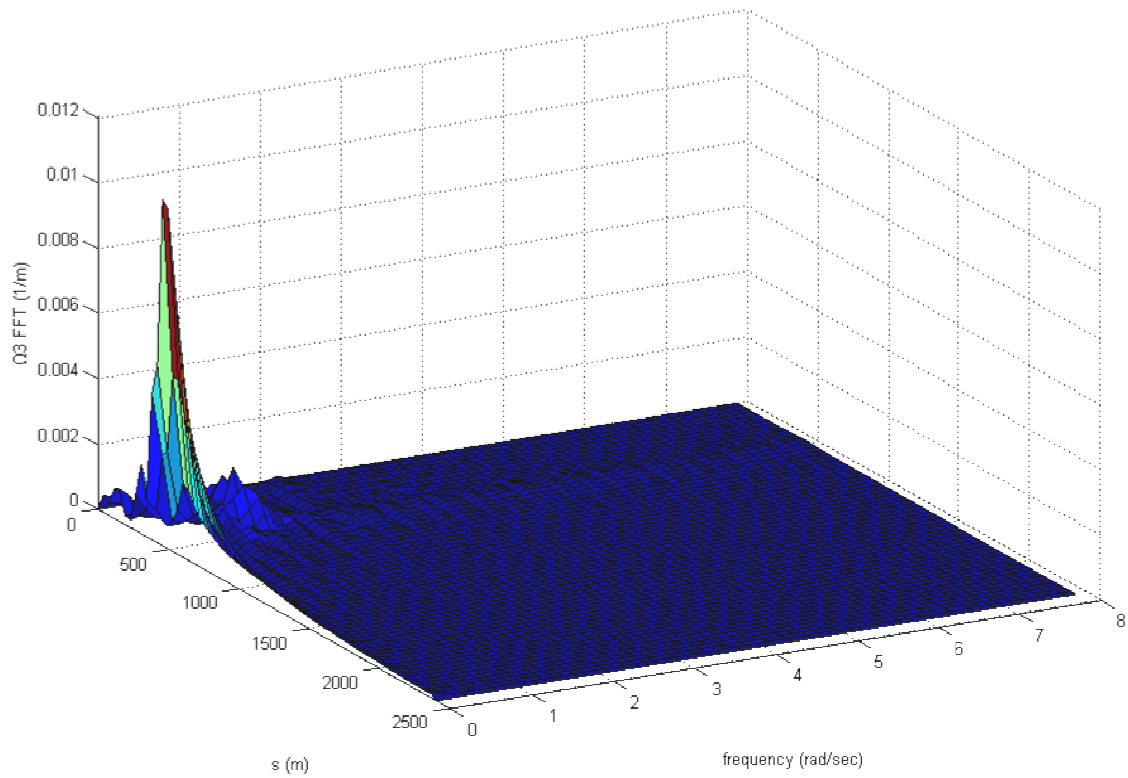
διέγερσης-heave πλάτους 1.0 m και συχνότητας 1.0 rad/s και για δύναμη αντίδρασης εδάφους που αντιστοιχεί σε εισχώρηση $2.5d_o$ και επιφάνεια επαφής riser-εδάφους $2R/3$. Τα φάσματα είναι 3D και έχουν υπολογιστεί μέσω των χρονοσειρών των εντατικών μεγεθών για 5 περιόδους διέγερσης. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι Εικ. 8.27-8.29 αναφέρονται σε συνολικές ποσότητες των σχετικών εντατικών μεγεθών, δηλαδή στο άθροισμα του στατικού (αρχικού) όρου και του δυναμικού. Τα αποτελέσματα, όπως απεικονίζονται στο πεδίο συχνοτήτων, περιγράφουν πιο παραστατικά τα συμπεράσματα της παρούσας ανάλυσης απ'ό,τι στο πεδίο του χρόνου. Διαπιστώνεται εύκολα το γεγονός ότι το κυρίαρχο μέρος της συνολικής φόρτισης αποτελείται από το στατικό μέρος το οποίο στα συγκεκριμένα διαγράμματα αντιστοιχείται στην τιμή $\omega=0$. Η δυναμική προσαύξηση στη φόρτιση κυρίως εμφανίζεται στο εύρος τιμών της αρμονικής της διέγερσης (έως $\omega=1$), ενώ είναι σημαντικό να παρατηρηθεί η διέγερση των υπεραρμονικών οι οποίες, στην πράξη, είναι ακέραια πολλαπλάσια της θεμελιώδους αρμονικής (που συμπίπτει με τη συχνότητα διέγερσης). Επιπλέον, η αξονική παραμόρφωση και, κατά συνέπεια η δύναμη τάσης κατά μήκος του SCR κυριαρχείται από τη συχνότητα διέγερσης. Στα υπόλοιπα εντατικά μεγέθη που σχετίζονται με την καμπτική ταλάντωση, υπεισέρχονται υπεραρμονικές συνεισφορές.



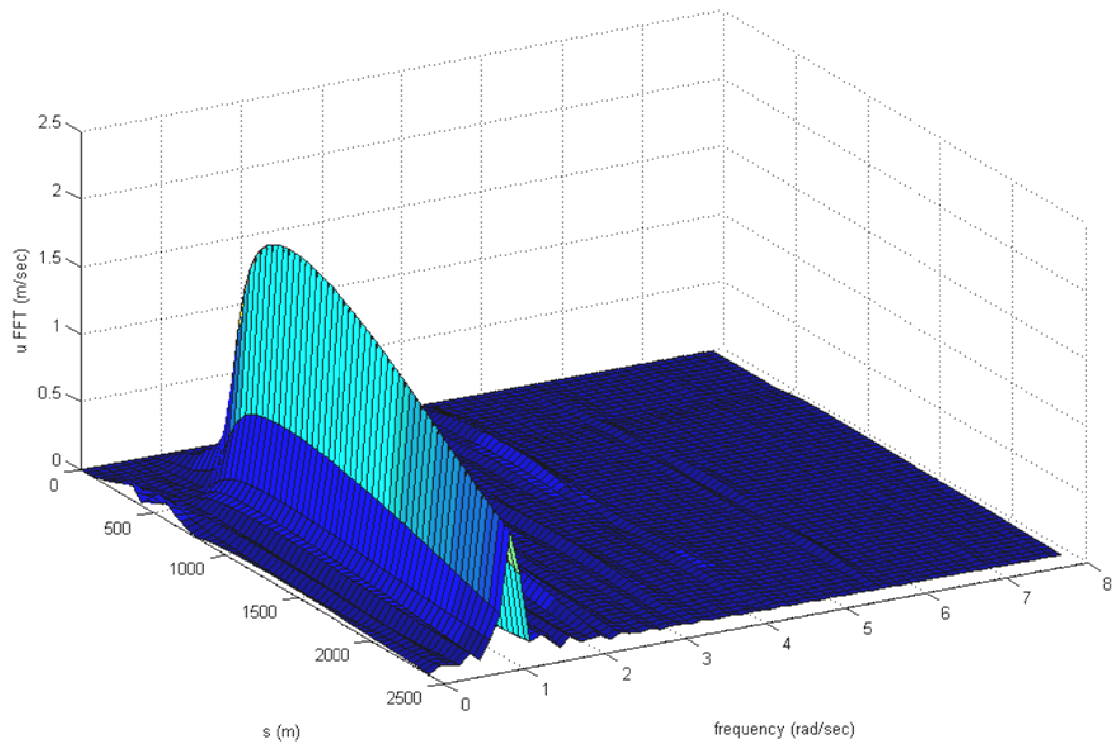
Εικόνα 8.27. Φασματική Συχνότητα Ισχύος της κατά μήκος τάσης σε διέγερση heave, πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 1.0rad/s. Αντίδραση ιλο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 4226N/m (εισχώρηση $2.5d_o$, μήκος τόξου επαφής SCR-εδάφους $2R/3$)



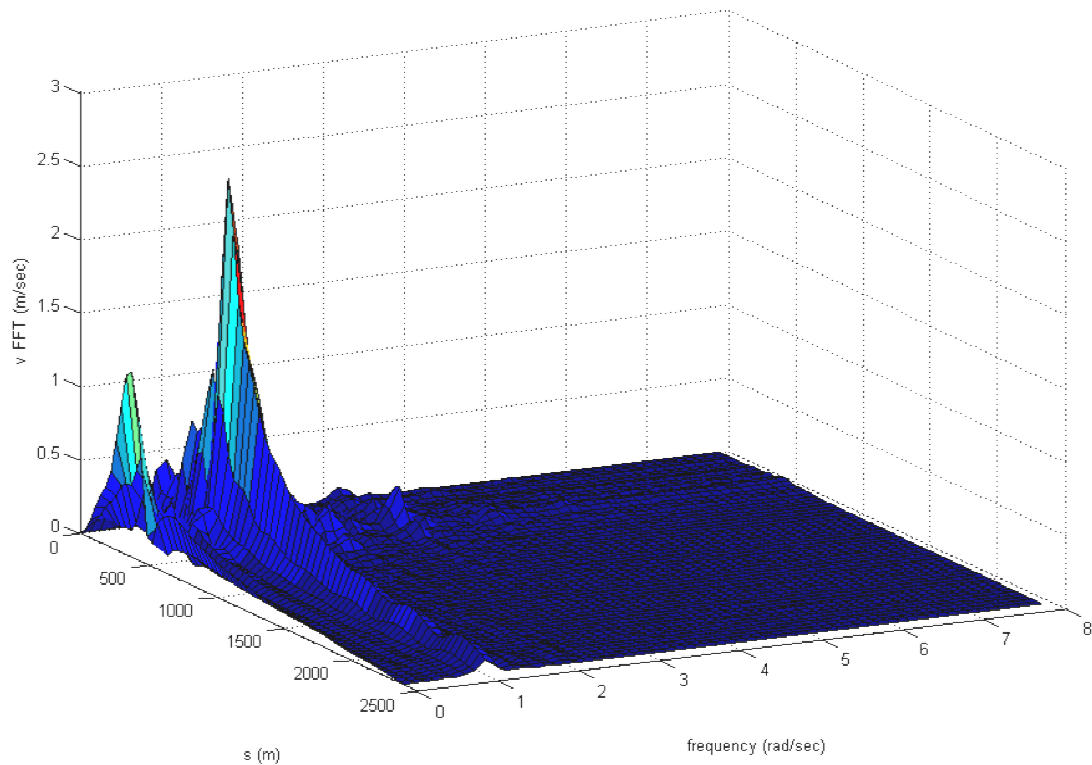
Εικόνα 8.28. Φασματική Συχνότητα Ισχύος της διατμητικής δύναμης σε διέγερση heave, πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 1.0rad/s. Αντίδραση ιλο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 4226N/m (εισχώρηση $2.5d_o$, μήκος τόξου επαφής SCR-εδάφους $2R/3$)



Εικόνα 8.29. Φασματική Συχνότητα Ισχύος της καμπυλότητας-in plane σε διέγερση heave, πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 1.0rad/s. Αντίδραση ιλο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 4226N/m (εισχώρηση $2.5d_o$, μήκος τόξου επαφής SCR-εδάφους $2R/3$)



Εικόνα 8.30. Φασματική Συχνότητα Ισχύος της εφαπτομενικής ταχύτητας σε διέγερση heave, πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 1.0rad/s. Αντίδραση ιλο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 4226N/m (εισχώρηση $2.5d_o$, μήκος τόξου επαφής SCR-εδάφους $2R/3$)

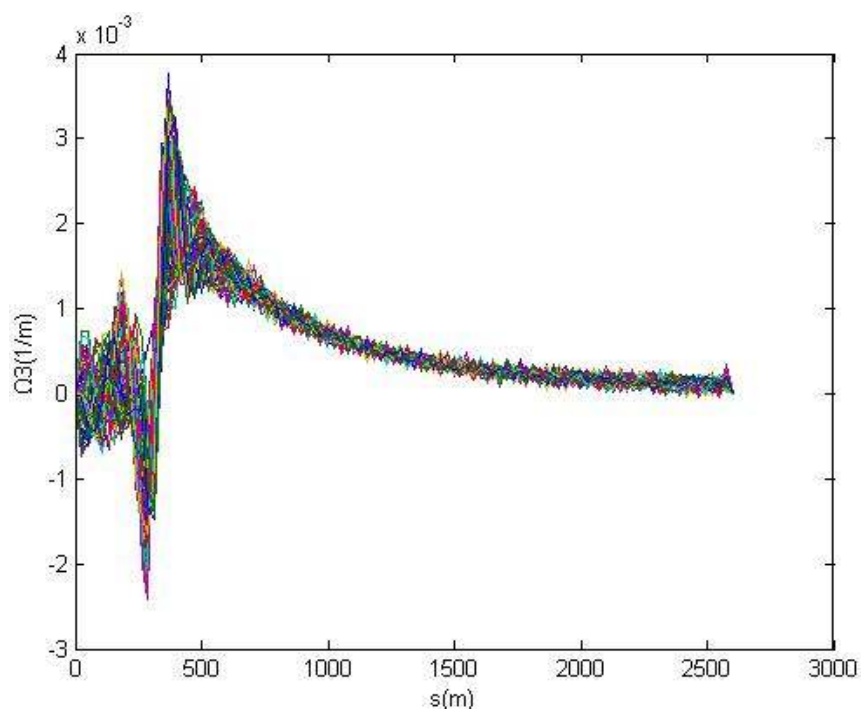


Εικόνα 8.31. Φασματική Συχνότητα Ισχύος της κάθετης ταχύτητας σε διέγερση heave, πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 1.0rad/s. Αντίδραση ιλυο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 4226N/m (εισχώρηση $2.5d_o$, μήκος τόξου επαφής SCR-εδάφους $2R/3$)

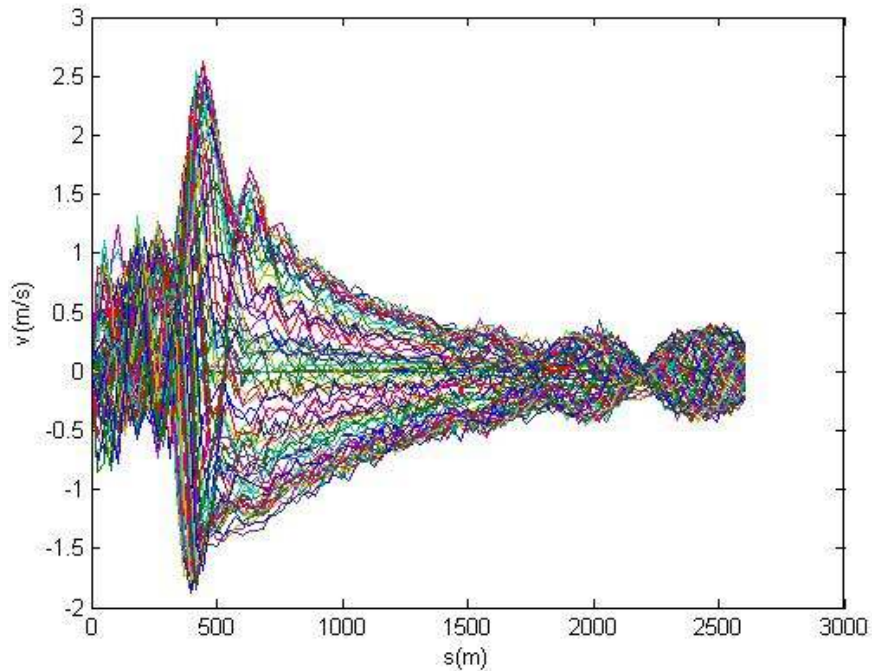
8.4.2.4. Διερεύνηση της συνεισφοράς της στατικής εντατικής κατάστασης του SCR.

Ανάμεσα στους διάφορους παράγοντες που αναλύονται στα προηγούμενα, η αρχική στατική διαμόρφωση των SCRs παίζει σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη της δυναμικής συμπεριφοράς τους, π.χ. μία μεταβολή στην αρχική γεωμετρία μπορεί να επιφέρει αξιοσημείωτες μεταβολές στη δυναμική συμπεριφορά που αναπτύσσεται στο πεδίο του χρόνου. Κατά συνέπεια, διερευνήθηκε μία ακόμη περίπτωση ελαφρώς διαφοροποιημένης στατικής γεωμετρικής διαμόρφωσης, επίσης υπό την δράση κατακόρυφων αρμονικών διεγέρσεων στην κορυφή της σωλήνωσης. Το βάθος θαλάσσης διατηρήθηκε το ίδιο (1800 m), όμως εφαρμόστηκε διαφορετική γωνία απόκλισης από την οριζόντιο στην κορυφή του SCR (γωνία "hang-off"). Η σχετική στατική γωνία "hang-off" είναι συνυφασμένη με την προένταση. Εν προκειμένω η προένταση τέθηκε ίση με 2200 kN που αντιστοιχεί σε γωνία "hang-off" 78° . Στη συνέχεια υιοθετήθηκε η συνθήκη "ιλυο-αργιλώδους" εδάφους με βάθος εισχώρησης $2d_o$ και τόξο

επαφής $2R/3$, που αντιστοιχεί σε δύναμη αντίδρασης εδάφους 4226 N/m . Κατόπιν επιλύθηκε μία περίπτωση αρμονικής διέγερσης πλάτους 1.0 m και κυκλικής συχνότητας 1.0 rad/s και τα σχετικά αποτελέσματα της επίλυσης παρουσιάζονται στις Εικ.8.32 και 8.33. Μία σύγκριση των 8.33 και 8.26 που περιγράφουν την κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας στο χώρο και στο χρόνο μπορεί άμεσα να αποκαλύψει την επίδραση της μικρότερης γωνίας “hang-off” (μεγαλύτερης προέντασης) από την οριζόντιο στην κορυφή του SCR, στον περιορισμό της καμπτικής ταλάντωσης σε όλο το μήκος της σωλήνωσης και ιδιαίτερα στο οριζόντιο-εδρασμένο στον πυθμένα τμήμα της. Προφανώς, θα πρέπει να αναμένεται μία αντίστροφη συμπεριφορά στην περίπτωση αύξησης της γωνίας (μείωσης της προέντασης).



Εικόνα 8.32. Καμπυλότητα Ω_3 για SCR μικρότερης γωνίας "hang-off" σε διέγερση heave πλάτους 1 m και κυκλικής συχνότητας 1 rad/s ; αντίδραση ιλο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 4226 N/m (εισχώρηση $2.5d_o$, μήκος τόξου επαφής SCR-εδάφους $2R/3$)



Εικόνα 8.33. Κάθετη ταχύτητα v για SCR μικρότερης γωνίας "hang-off" σε διέγερση heave πλάτους 1m και κυκλικής συχνότητας 1 rad/s; αντίδραση ιλύο-αργιλώδους εδάφους στο TDP 4226N/m (εισχώρηση $2.5d_o$, μήκος τόξου επαφής SCR-εδάφους $2R/3$)

Ένα ακόμη χαρακτηριστικό που αποκαλύπτεται αυτήν τη φορά από την Εικ.8.32 είναι η ακραία καμπυλότητα που εμφανίζεται στην TDZ κατά την κυκλική πρόσκρουση του TDP στο έδαφος, του οποίου η θέση μεταβάλλεται σε κάθε χρονικό βήμα. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η τάξη μεγέθους της καμπυλότητας στην εν λόγω περιοχή είναι συγκρίσιμη με τη μέγιστη στατική καμπυλότητα, επομένως, η εν λόγω μεγέθυνση είναι και αυτή απόρροια του φαινομένου της αλληλεπίδρασης SCR-εδάφους.

8.5. Συμπεράσματα.

Εξετάστηκε η ενιαία υδροελαστική συμπεριφορά ενός μοντέλου SCR του οποίου ένα τμήμα εδραζόταν στον πυθμένα, υπό την δράση αρμονικών διεγέρσεων (μετατοπίσεων) στην κορυφή του. Ιδιαίτερη προσοχή δόθηκε στην προσομοίωση του φαινομένου ανάπτυξης τοπικών δυνάμεων λόγω αλληλεπίδρασης SCR-εδάφους πυθμένα και στη χρησιμοποίηση της παραγόμενης δύναμης αντίδρασης εδάφους κατά τα χρονικά διαστήματα της κατακόρυφης κίνησης της κατασκευής (εν μέσω της ευρύτερης ταλάντωσής της). Η επιλογή της αντίδρασης του εδάφους δεν ήταν διόλου αυθαίρετη. Αντιθέτως, υπολογίστηκε με χρήση γεωτεχνικού

υπολογιστικού κώδικα στο εμπορικό περιβάλλον Phase2, για διάφορα ενδεχόμενα βάθη εισχώρησης της κατασκευής στο έδαφος, για διάφορες γεωμετρίες εκσκαφής και δι-επαφής σωλήνα-εδάφους και για δύο διαφορετικά εδαφικά υλικά, πάντοτε με βάση τις διαπιστώσεις της σχετικής βιβλιογραφίας. Οι γεωτεχνικοί υπολογισμοί επέδειξαν, όπως ήταν αναμενόμενο, μία σταδιακή, προοδευτική αύξηση της δύναμης αντίδρασης του εδάφους με το βάθος εισχώρησης και με την αύξηση του μήκους του τόξου της δι-επαφής εδάφους-κατασκευής. Η εν λόγω αύξηση των δυνάμεων δεν μπορεί να θεωρηθεί ρητά γραμμική. Κατόπιν, για το υδροελαστικό πρόβλημα της ενιαίας σωλήνωσης απαιτήθηκε η χρήση ορισμένων παραδοχών με στόχο την προσέγγιση των αβεβαιοτήτων που θα μπορούσαν να υπεισέρχονται στο υπο-πρόβλημα της αλληλεπίδρασης SCR-πυθμένα στο τμήμα της σωλήνωσης που εφάπτεται στον πυθμένα. Η πιο σημαντική παραδοχή που εφαρμόστηκε ήταν η θεώρηση ότι το συγκεκριμένο εδραζόμενο τμήμα στέκεται ελεύθερα σε οριζόντιο έδαφος. Το γεγονός αυτό υλοποιήθηκε στο υπολογιστικό υδροελαστικό μοντέλο με την προσέγγιση μηδενικού υπό άνωση -ανά μονάδα μήκους- βάρους της εν λόγω περιοχής της σωλήνωσης. Κατά συνέπεια, με τη συγκεκριμένη προσέγγιση απαιτήθηκε να θεωρηθεί το υπό άνωση βάρος ως συνάρτηση της τοπικής-Lagrangian συντεταγμένης, επιτρέποντας επιπλέον την εφαρμογή της δύναμης αντίδρασης του εδάφους στο στοιχείο που αντιστοιχεί στο στιγμιαίο TDP. Η στιγμιαία θέση του εν λόγω σημείου προσδιορίστηκε κατά τη διάρκεια των δυναμικών επιλύσεων που πραγματοποιήθηκαν με ημι-στατική προσέγγιση.

Όλα τα υπολογιστικά πειράματα που εφαρμόστηκαν επέδειξαν τη σημασία της αλληλεπίδρασης SCR-εδάφους και την επίδραση της δύναμης αντίδρασης του εδάφους στη γενικότερη δυναμική εντατική κατάσταση του SCR. Εν προκειμένω, όλοι οι υπολογισμοί υπογραμμίζουν συστηματικά το γεγονός ότι η κυρίως επηρεαζόμενη εντατική συνιστώσα διέγερσης για την κόπωση της κατασκευής είναι η καμπτική ροπή, πράγμα που έρχεται σε συμφωνία με τις προηγηθείσες, κυρίαρχες διαπιστώσεις της ευρύτερης βιβλιογραφίας.

Ευχαριστίες

Ο Υποψήφιος Διδάκτωρ θα ήθελε να ευχαριστήσει θερμά τον Καθηγητή κ. Μιχαήλ Σακελλαρίου για τη συμβολή του στη συλλογή του απαραίτητου υλικού (ιδιαίτερα στη δυνατότητα που παρείχε για χρήση του σχετικού γεωτεχνικού υπολογιστικού κώδικα) καθώς και στην κατανόηση ζητημάτων εντατικής κατάστασης εδαφών, χωρίς την οποία οι στόχοι του παρόντος κεφαλαίου θα ήταν ανέφικτοι.

9. Η επίδραση της εσωτερικής τυρβώδους ροής αερίου στην υδροελαστική συμπεριφορά μοντέλου SCR σε εξαναγκασμένη ταλάντωση.

Στο παρόν κεφάλαιο διερευνάται η συνεισφορά της εσωτερικής τυρβώδους ροής αερίου στην υδροελαστική συμπεριφορά ενός μοντέλου αγωγού SCR, υπό την δράση ακραίων διεγέρσεων-μετατοπίσεων του κορυφαίου άκρου της σωλήνωσης. Η τυρβώδης ροή θεωρείται “σταθερή”. Από μαθηματικής πλευράς αυτό σημαίνει ότι δεν εφαρμόζονται περιοδικά ή εν γένει χρονικά μεταβαλλόμενες συνοριακές συνθήκες (ταχύτητες) στο πεδίο ροής έτσι ώστε στις εξισώσεις που διέπουν τη ροή (Navier-Stokes) να μην λαμβάνονται υπόψη οι χρονικά μεταβαλλόμενοι όροι. Για το ευρύτερο φυσικό πρόβλημα της παρούσας εφαρμογής που είναι η υδροελαστική ταλάντωση του SCR, αυτό πρακτικά ισχύει με την υπόθεση ότι το SCR είναι ακίνητο (σε στατική ισορροπία) κατά τη διάρκεια που αναπτύσσεται η εσωτερική ροή αερίου ή ότι οι μετακινήσεις του SCR δεν είναι ιδιαίτερα έντονες ώστε να επιβάλλεται η επίλυση του ρευστοδυναμικού προβλήματος στο πεδίο του χρόνου. Κατά συνέπεια, θα πρέπει να γίνει η υπόθεση ότι η ανεπτυγμένη εσωτερική ροή ασκεί σταθερές δυνάμεις στην κατασκευή σε όλη τη διάρκεια του δυναμικού φαινομένου, επιτρέποντας έτσι την ρευστοδυναμική προσομοίωση της ως “σταθερής”.

Ο σχεδιασμός και η υπολογιστική προσομοίωση της ροής λαμβάνει χώρα στο περιβάλλον του λογισμικού ANSYS Fluent 13.0 [15] το οποίο διαθέτει μία μεγάλη γκάμα αλγορίθμων για τυρβώδεις προσομοιώσεις και είναι ιδιαίτερα εύχρηστο για μία πληθώρα προβλημάτων Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (CFD). Λόγω της εκτενέστατης μαθηματικής θεωρίας που περιγράφει τις εξισώσεις που διέπουν τη ροή (Navier-Stokes), το μοντέλο τυρβώδους προσομοίωσης (RANS) που χρησιμοποιείται και των αλγορίθμων διακριτοποίησης των εξισώσεων που διέπουν τη ροή δεν περιγράφονται εκτενώς στην παρόν κεφάλαιο καθώς αυτό υπερβαίνει τους βασικούς στόχους του που είναι η διερεύνηση της εντατικής κατάστασης του SCR. Ορισμένα στοιχεία σχετικά με τις μεθόδους RANS αναπτύσσονται στο κεφάλαιο 2 της παρούσας διατριβής και μπορούν αναλυτικότερα να διερευνηθούν σε βιβλία Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής και “Turbulence Modeling” [15,75-78] και ιδίως στο έργο του Pope [75] όπου περιλαμβάνονται οι σχέσεις για τους απαραίτητους ειδικούς εμπειρικούς υπολογισμούς για το τυρβώδες οριακό στρώμα ειδικά σε σωληναγωγούς, που χρησιμοποιούνται και στις ακόλουθες γραμμές.

9.1. Μοντέλο RANS για τον υπολογισμό της εσωτερικής ροής.

Η σωλήνωση SCR έχει συνολικό ανυψωμένο μήκος 468m και εξωτερική και εσωτερική διάμετρο 0.429m και 0.385m, αντίστοιχα. Το μεταφερόμενο ρευστό από τον πυθμένα της θάλασσας έως την κορυφή της σωλήνωσης (στην πλωτή μονάδα/FPS) θεωρείται ασυμπίεστο με ιδιότητες φυσικού αερίου: πυκνότητα $\rho=200\text{kg/m}^3$ και δυναμική συνεκτικότητα $\mu=1.087\times 10^{-5}$ (kg/m.s). Η μη συμπίεστικότητα του ρευστού μπορεί να θεωρηθεί ότι ισχύει εάν ξεταστεί ο αριθμός Mach ο οποίος, στο συγκεκριμένο πεδίο ροής, είναι μικρότερος από την οριακή τιμή 0.3 για λειτουργική μέση ταχύτητα ροής 5m/s και θερμοκρασίες 200K έως 1100K. Αν η ίδια τιμή ταχύτητας θεωρηθεί ως ομογενής ταχύτητα εισόδου-“inlet” (σταθερή και κάθετη σε όλη την κυκλική διατομή του αγωγού) του ρευστού στο κατώτατο σημείο της σωλήνωσης, ο αριθμός Reynolds στην είσοδο του αγωγού είναι μεγαλύτερος από 3.5×10^7 . Βάσει του τελευταίου στοιχείου, η ροή που αναπτύσσεται στη σωλήνωση αναμένεται να είναι ιδιαίτερα τυρβώδης.

Στην παράγραφο 2.2.1.1 του κεφαλαίου 2 αναφέρεται συνοπτικά η προαπαιτήση της τυρβώδους προσομοίωσης RANS για χρήση Συναρτήσεων Τοιχώματος για την κατάλληλη παραμετροποίηση των εξισώσεων RANS και των οριακών συνθηκών τους στο τυρβώδες οριακό στρώμα. Με βάση τη συγκεκριμένη απαίτηση, το 1^ο υπολογιστικό κελί ανώτερα του στερεού ορίου (τοιχώματος σωλήνα) τοποθετείται στη θέση $20 < y^+ < 100$ (περιοχή ισχύος λογαριθμικού νόμου). Η εκτίμηση της εν λόγω θέσης y^+ στην παρούσα εφαρμογή έγινε με εμπειρικούς υπολογισμούς που αποτελούν μέρος των Συναρτήσεων Τοιχώματος και περιγράφονται στα ακόλουθα:

Η σχέση που συνδέει την πραγματική κάθετη απόσταση y με την απόσταση y^+ είναι:

$$y^+ = \frac{\rho y u_\tau}{\mu} \quad (9.1)$$

όπου ρ η πυκνότητα, u_τ η διατμητική ταχύτητα και μ η δυναμική συνεκτικότητα του ρευστού. Για φυσικό αέριο (μίγμα μεθανίου κ.α.) επιλέγονται ιδιότητες: $\rho = 200 \text{ kg/m}^3$, $\mu=1.087*10^{-5}$ kg/m.s. Με δεδομένη την ταχύτητα εισόδου $U_{in} = 5\text{m/s}$ και με χαρακτηριστική κλίμακα μήκους την εσωτερική διάμετρο του SCR, D , μπορεί να υπολογιστεί ο αριθμός Reynolds στην είσοδο της σωλήνωσης:

$$\text{Re}_{D,in} = \frac{U_{in} D \rho}{\mu} = 159384. \quad (9.2)$$

Η διατμητική ταχύτητα για σωληναγωγούς βρίσκεται από $u_\tau = U_c \sqrt{\frac{cf}{2}}$ όπου U_c η ταχύτητα μέσης ροής στην "centerline" και cf ο συντελεστής επιφανειακής τραχύτητας ο οποίος υπολογίζεται για σωληναγωγούς ως: $\frac{cf}{2} = 0.046 \text{Re}_x^{-0.2}$.

Επιλέγεται θέση κατά μήκος- x στο πρώτο σημείο διακριτοποίησης της ροής το οποίο, για λόγους συγκλίσεως της λύσης με ταυτόχρονη ικανοποίηση της ανάγκης υπολογισμών σε διακριτές θέσεις (ύστερα από υπολογιστικές δοκιμές) τίθεται στη θέση $\Delta x = 0.234$ m από την είσοδο, με αποτέλεσμα τελικά τον διαμερισμό σε 2000 κατά μήκος στοιχεία. Θεωρείται προσεγγιστικά ότι η U_c σε αυτήν τη θέση δεν θα διαφέρει από την U_{in} . Οπότε, ο αριθμός Reynolds κατά την x -διεύθυνση στην είσοδο είναι:

$$\text{Re}_x = \frac{U_{in} \Delta x \rho}{\mu} = 96872 \quad (9.3)$$

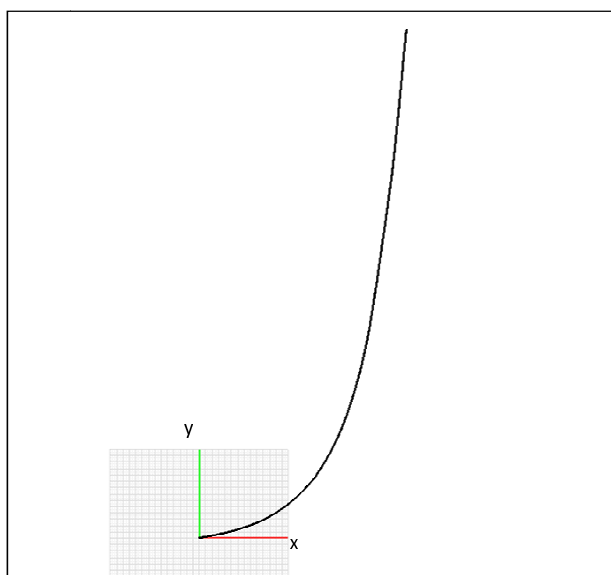
και επομένως $u_\tau = 0.33912$ m/sec.

Τελικά, εφόσον το πρώτο σημείο της y -διακριτοποίησης θα πρέπει να βρίσκεται στην περιοχή ισχύος του λογαριθμικού νόμου, για τη συγκεκριμένη ροή, θα πρέπει $20 \leq y^+ \leq 100$, (πολλές φορές επιλέγεται $20 \leq y^+ \leq 30$) επομένως, η πραγματική θέση y θα είναι μεταξύ [0.0007m, 0.003m], (εν προκειμένω τοποθετήθηκε $y = 0.0015$ m). Στην συνέχεια, πραγματοποιείται η διακριτοποίηση του υπολογιστικού χώρου με σχεδιασμό του υπολογιστικού πλέγματος.

Η διακριτοποίηση των εξισώσεων RANS γίνεται με χρήση του αλγορίθμου *SIMPLE* με σχήμα β -τάξιας ανάντη παραγωγίσης [15,77]. Ο εν λόγω αλγόριθμος είναι ιδιαίτερα δημοφιλής για σταθερές τυρβώδεις ροές (steady turbulent flows). Στον *SIMPLE*, εν συντομία, οι εξισώσεις επιλύονται στα κομβικά σημεία των υπολογιστικών κελιών με αριθμητική μέθοδο Πεπερασμένων Όγκων (εφαρμογή Πεπερασμένων Διαφορών στον τρισδιάστατο χώρο) για τον υπολογισμό της πίεσης, της ταχύτητας στις τρεις διαστάσεις του χώρου, της ορμής, της τυρβώδους κινητικής ενέργειας, k αλλά και του ρυθμού διάχυσης-καταστροφής αυτής, ε , δηλαδή για την διακριτοποίηση των εξισώσεων RANS και των 2 επιπλέον εξισώσεων του μοντέλου για τα k και ε . Οι οριακές συνθήκες που εφαρμόζονται στην είσοδο του πεδίου ροής είναι: ταχύτητα εισόδου 5m/s, κλίμακα μήκους εισόδου $D=0.385$ m (όσο η εσωτερική διάμετρος του αγωγού) και μία μικρή τιμή της έντασης της τύρβης στην είσοδο 4% (αυθαίρετη επιλογή). Αντίστοιχα, στην έξοδο εφαρμόζεται ατμοσφαιρική πίεση (στο επίπεδο της επιφάνειας της θάλασσας) και μηδενικές πηγές στροβιλοτήτων στα χαμηλότερα τμήματα του αγωγού (zero backflow effects) – η τελευταία παράμετρος εισάγεται με στόχο

να εξασφαλιστεί ότι η ανάπτυξη τυρβωδών σχηματισμών θα οφείλεται αποκλειστικά και μόνο στη φυσική διαμόρφωση (σχήμα) του πεδίου ροής και ότι δεν υπεισέρχονται άλλες πηγές στροβιλότητας. Ακόμη, σε όλο το μήκος της σωλήνωσης, εφαρμόζεται συνθήκη μη-ολίσθησης (No-slip) στην εσωτερική επιφάνεια του αγωγού, δηλαδή στο στερεό όριο του πεδίου ροής, με την οποία εξασφαλίζεται η μη διαπερατότητά του από το ρευστό. Τέλος, με χρήση Συναρτήσεων Τοιχώματος προσδιορίζονται οι οριακές συνθήκες για τα k και ε στο οριακό στρώμα.

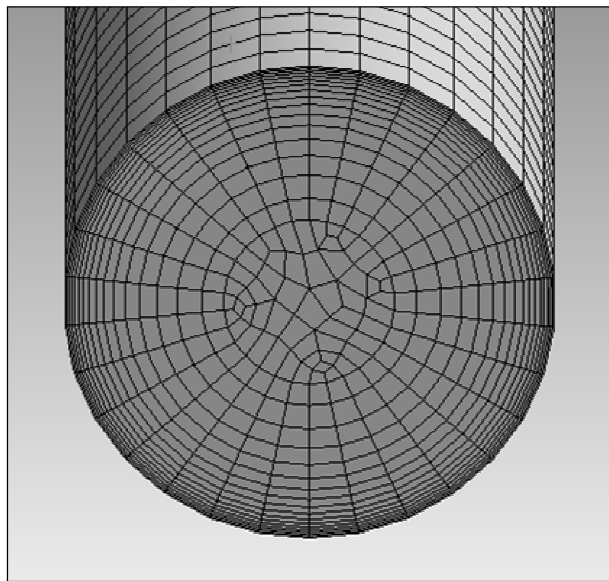
Το πεδίο ροής σχεδιάζεται ως αλυσοειδής αγωγός κυκλικής διατομής σε στατική ισορροπία, με χρήση του σχεδιαστικού λογισμικού Rhinoceros 4.0. Η αρχική γεωμετρική πληροφορία είναι οι συνεπίπεδες (x, y) συντεταγμένες κόμβων κατά μήκος του κυρίου άξονα της σωλήνωσης όπως υπολογίστηκαν από τη στατική επίλυση του κατασκευαστικού μοντέλου του αγωγού. Στη συνέχεια χαράσσεται δια των σημείων (x, y) μία πολυωνυμική (free-form) καμπύλη η οποία αποκτά, τελικά, την αλυσοειδή διαμόρφωση (Εικ.9.1). Τέλος, εφαρμόζεται ένα “riple solid object” κατά μήκος της καμπύλης.



Εικόνα 9.1. Όψη του κυρίου επιπέδου (in-plane) της σωλήνωσης όπου παρουσιάζεται η αλυσοειδής γεωμετρία της (εικόνα από το σχεδιαστικό λογισμικό Rhinoceros 4.0).

Για τη χωρική διακριτοποίηση, το αρχείο με τη γεωμετρική πληροφορία που παρήχθηκε στο Rhinoceros 4.0 εισάγεται στο λογισμικό ANSYS Workbench (Mesh) 13.0. Το

υπολογιστικό πλέγμα πρέπει να σχεδιαστεί με τέτοιο τρόπο ώστε να τοποθετηθεί ο πρώτος κόμβος σε θέση $y^+ \sim 30$ ψηλότερα από το τοίχωμα (με βάση τους απαραίτητους εμπειρικούς υπολογισμούς που περιγράφονται στις προηγούμενες γραμμές) και κατά το εγκάρσιο επίπεδο της σωλήνωσης. Ακόμη θα πρέπει να διατηρηθεί μία ικανοποιητική πυκνωση του πλέγματος από εκείνο το σημείο και καθ' όλο το Λογαριθμικό Οριακό Στρώμα αλλά και τα υπόλοιπα τμήματα του Οριακού Στρώματος, ώστε να υπολογιστούν με ακρίβεια οι διάφορες παράμετροι διαμόρφωσης της ροής.



Εικόνα 9.2. Εγκάρσια όψη της εισόδου (inlet) όπου φαίνεται η εγκάρσια διακριτοποίηση και μερική όψη της κατά μήκος των γραμμών ροής διακριτοποίησης, όπως σχεδιάστηκε στο ANSYS Mesh 13.0.

Τα κατά το μήκος της σωλήνωσης στοιχεία σχεδιάστηκαν με αρκετά μεγαλύτερο μήκος σε σχέση με τις εγκάρσιες διαστάσεις μεταξύ των διαδοχικών κόμβων του πλέγματος, με αποτέλεσμα έναν λόγο διαστάσεων μήκους/ύψους και μήκους/πλάτους (aspect ratio: length/height) στα μικρότερα-κοντά στο τοίχωμα, στοιχεία περίπου 1% (Εικ.9.2). Πρακτικά, σε τυρβώδεις προσομοιώσεις ροών σε σωλήνες δεν υπάρχει περιορισμός με βάση κάποια μαθηματική συνθήκη στην κατά το μήκος του σωλήνα διακριτοποίηση. Αντίθετα, όπως σημειώνεται στην παράγραφο 9.1, η κατά την κάθετη απόσταση από το τοίχωμα διακριτοποίηση πρέπει να είναι τέτοια ώστε να προσεγγίζεται ικανοποιητικά η εξέλιξη της τύρβης (διάσπαση δινών-διάχυση τυρβώδους κινητικής ενέργειας) στο Οριακό Στρώμα και

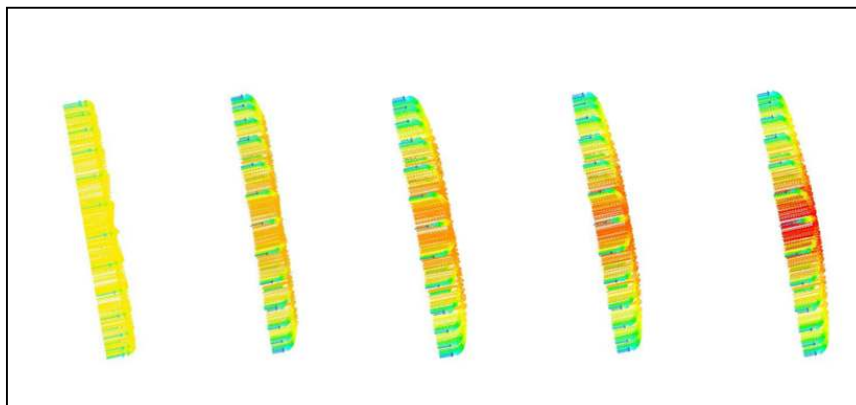
να προσεγγίζεται το τοπικό λογαριθμικό προφίλ της ταχύτητας. Οι κατά το μήκος της σωλήνωσης θέσεις των κόμβων μπορούν να τοποθετηθούν σε οποιοδήποτε σημείο με βάση τα κριτήρια σύγκλισης του αλγορίθμου ΠΔ *SIMPLE* και η διαδικασία αυτή δεν προαπαιτεί κάποιον υπολογισμό στο περιβάλλον ANSYS Fluent. Κοινώς, η καταλληλότητα της επιλεγμένης κατά μήκος διακριτοποίησης φαίνεται από το κατά πόσον συγκλίνουν οι επιλύσεις των εξισώσεων RANS (trial-and-error). Λαμβάνοντας όλα τα παραπάνω υπόψη, το υπολογιστικό πλέγμα που εφαρμόστηκε τελικά καθ'όλο το μήκος της σωλήνωσης SCR αποτελούνταν από περίπου 5.300.000 κόμβους.

9.2. Αποτελέσματα της επίλυσης CFD-RANS.

Η προκειμένη επίλυση τυρβώδους ροής εντός σωλήνωσης κυκλικής διατομής με αλυσοειδή καμπυλότητα παρήγαγε ορισμένα αναμενόμενα αποτελέσματα σε σχέση με το προφίλ της ροής. Αρχικά, παρατηρήθηκε μία περιοχή ανάπτυξης τυρβώδους οριακού στρώματος από την είσοδο, όπου το προφίλ της ταχύτητας είναι ομογενές, έως τη 10η εγκάρσια τομή κατά το διακριτοποιημένο μήκος της σωλήνωσης, όπου αποκτάται το πλήρως τυρβώδες προφίλ. Η μεταβολή αυτή φαίνεται από τα διανύσματα της ταχύτητας στην Εικ.9.3 όπου είναι εμφανής ο σχηματισμός ενός λογαριθμικού προφίλ της ταχύτητας προς τα άκρα του πεδίου ροής, δηλαδή προς το τοίχωμα, που αντιστοιχεί στην περιοχή του Λογαριθμικού Υποστρώματος. Το συγκεκριμένο τυρβώδες προφίλ της ροής τείνει να διατηρηθεί καθ'όλο το μήκος της σωλήνωσης, με σχεδόν αμελητέες διακυμάνσεις στην ταχύτητα και στα υπόλοιπα ροικά μεγέθη.

Οι περισσότεροι εμφανείς μεταβολές του σχεδόν σταθερού, κατά μήκος, "ομογενούς" τυρβώδους προφίλ, εμφανίζονται στην περιοχή "sagbend" του συγκεκριμένου μοντέλου SCR, που είναι η περιοχή με τη μεγαλύτερη καμπυλότητα και η οποία εκτείνεται λίγο πιο πάνω από την είσοδο-inlet (που συμπίπτει με τη θέση TDP της ανάλυσης του κεφαλαίου 9) έως την - κατά το αλυσοειδές μήκος-θέση 140m από το inlet. Αυτές οι μεταβολές προφανώς οφείλονται στην καμπύλωση των γραμμών ροής και εμφανίζονται σχηματικά με τη μορφή μίας ελαφριάς μετατόπισης και παραμόρφωσης της περιοχής της μέσης ροής προς τα κάτω με ταυτόχρονη μικρή στένωση της περιοχής του Οριακού Στρώματος κάτω από τη μέση ροή και αντίστοιχα, μικρή διεύρυνσή του άνωθεν της μέσης ροής. Η ακόλουθη Εικ.9.4 παρουσιάζει τις εν λόγω σχετικές μεταβολές του προφίλ της ταχύτητας σε διάφορες ενδιάμεσες εγκάρσιες τομές από το inlet έως το outlet. Οι πρώτες επτά εγκάρσιες τομές που απεικονίζονται στην παρακάτω εικόνα ανήκουν στην περιοχή sagbend όπου εμφανίζεται η μικρή παραμόρφωση του προφίλ της ταχύτητας. Η επισήμανση "node xx" κάτω από τις απεικονίσεις των τομών αντιστοιχεί στην αρίθμηση κόμβων βάσει της κατασκευαστικής διακριτοποίησης που έπεται στη

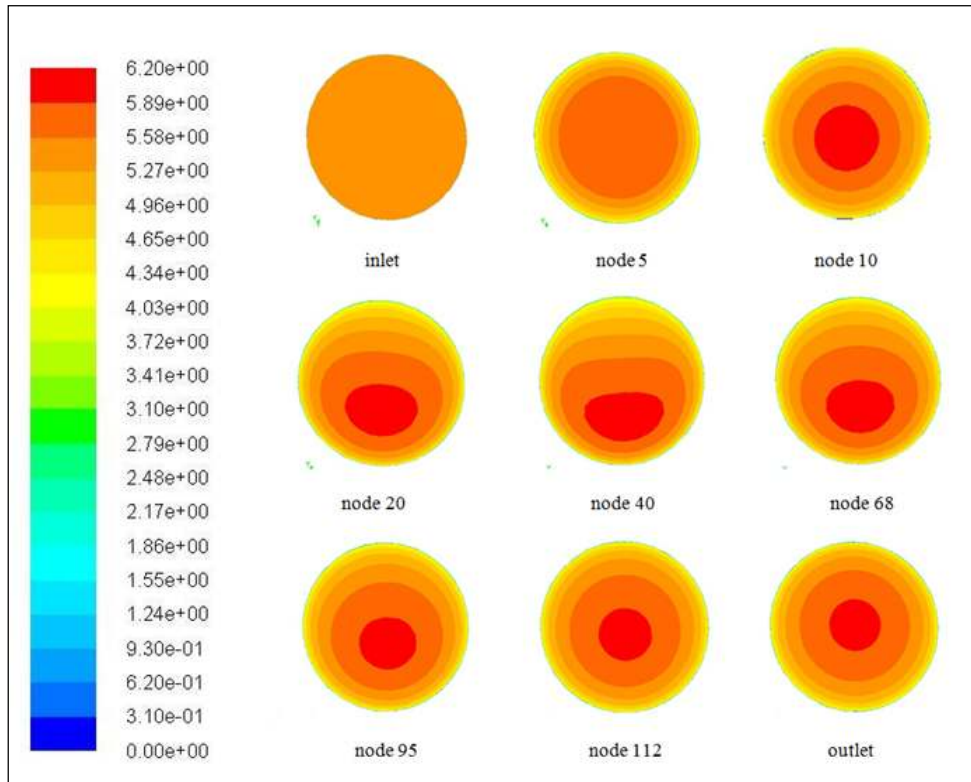
συνέχεια της ανάλυσης του παρόντος κεφαλαίου (για την αξιολόγηση της υδροελαστικής συμπεριφοράς του αγωγού υπό την επίδραση της διέλευση του ρευστού).



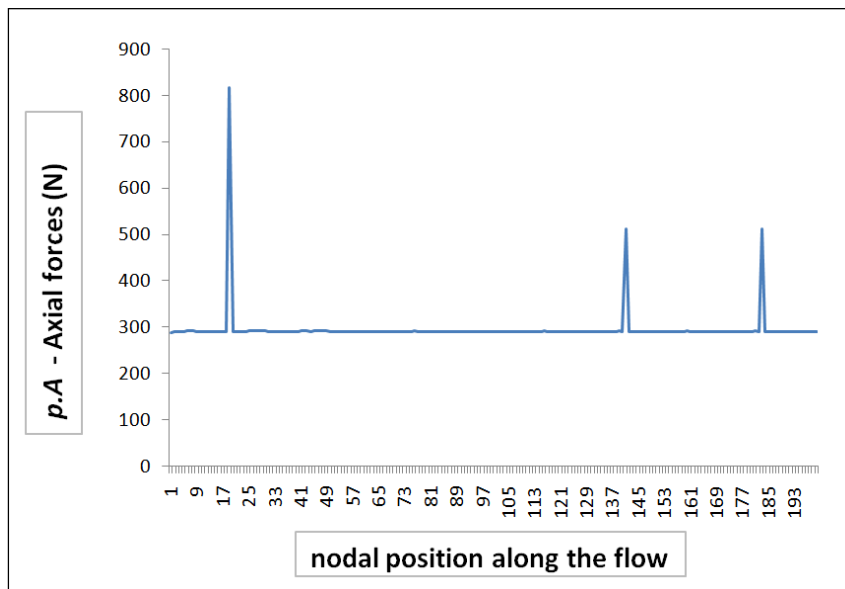
Εικόνα. 9.3. Τα διανύσματα της ταχύτητας στις πρώτες πέντε εγκάρσιες τομές (περιλαμβάνεται το ομογενές προφίλ στο inlet – το πρώτο από αριστερά) που παρουσιάζουν την ανάπτυξη του τυρβώδους οριακού στρώματος.

Οι δύο τελευταίες εγκάρσιες τομές ανήκουν στο ευθύ, σχεδόν κατακόρυφο τμήμα του αγωγού που αποτελεί σχεδόν τα 4/5 του συνολικού μήκους του αγωγού και όπου διατηρείται ένα σταθερό τυρβώδες προφίλ το οποίο έχει προηγουμένως ανακτηθεί μόλις διέλθει η ροή από το sagbend και οι μέσες ταχύτητές της (τα διανύσματα) γίνουν παράλληλες και πάλι. Παρά τις σχετικές μικρές αλλοιώσεις του προφίλ της ταχύτητας στο sagbend, δεν παρατηρείται κάποιος έντονος σχηματισμός, π.χ. ανακυκλοφορίας λόγω καμπύλωσης, που να επιδρά άμεσα στη μεταφορά του ρευστού και να προξενεί αισθητή αντιστροφή πιέσεων καθώς οι τιμές και τα πρόσημα των ταχυτήτων παραμένουν σχεδόν ίσες και τα ίδια, αντίστοιχα, τόσο στο καμπύλο όσο και στο ευθύγραμμο τμήμα του αγωγού.

Ο υπολογισμός της μέσης ταχύτητας αλλά και η επιφανειακή ολοκλήρωση της πίεσης για τον υπολογισμό της αξονικής δύναμης έντασης που ασκείται στον αγωγό από τη διέλευση του ρευστού, σε όλες τις εγκάρσιες τομές του πεδίου ροής, πιστοποιούν το παραπάνω γεγονός. Τα σχετικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στα διαγράμματα των Εικ.9.5, 9.6.

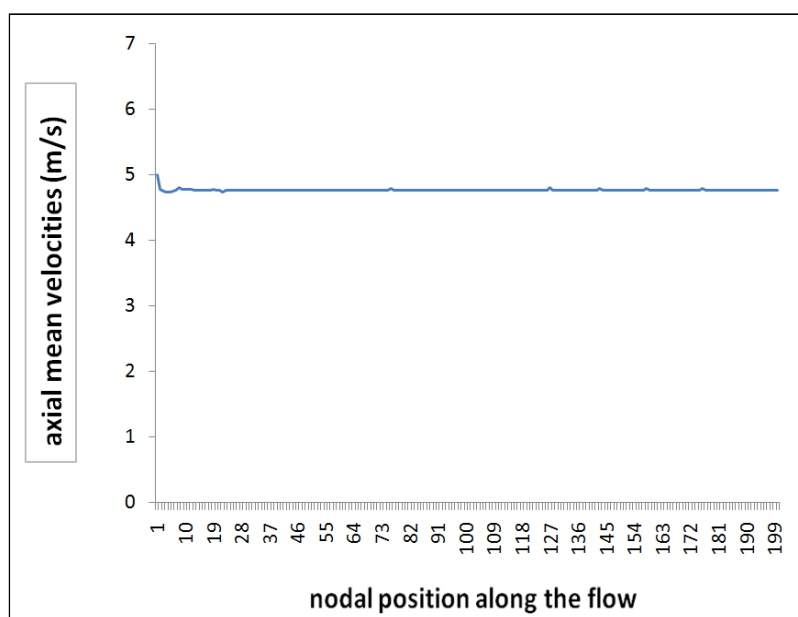


Εικόνα 9.4. Περιγράμματα της ταχύτητας (m/s) σε διάφορες εγκάρσιες τομές κατά μήκος της σωλήνωσης.



Εικόνα 9.5. Αξονική δύναμη λόγω δυναμικής πίεσης από τη διέλευση του ρευστού μέσα στον αγωγό σε 200 διακριτές θέσεις (εγκάρσιες τομές). Οι 200 θέσεις αντιστοιχούν στους 200 κόμβους της κατασκευαστικής διακριτοποίησης.

Από την Εικ.9.5 φαίνεται πως η αξονική δύναμη που ασκεί το ρευστό παραμένει σταθερή, τάξεως 300N, σχεδόν σε όλο το μήκος του αγωγού, εκτός από ορισμένες παρουσίες αρκετά μεγαλύτερων τιμών, που φθάνουν τα 800N σε 3 θέσεις και συγκεκριμένα στους κόμβους 19, 141 και 183 της κατασκευαστικής διακριτοποίησης που αντιστοιχούν στις κατά το ανυψωμένο-αλυσοειδές μήκος, s , θέσεις $s=44.46\text{m}$, 342.63m και 444.69m από το inlet. Οι συγκεκριμένες ακραίες τιμές μάλλον δεν ανταποκρίνονται σε φυσικά αίτια και οφείλονται στην ολοκλήρωση των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου υπολογιστικής ρευστοδυναμικής του λογισμικού Fluent, για την οποία δεν ήταν δυνατόν να εντοπιστεί (και δεν παρουσιάστηκε στα αντίστοιχα αρχεία *.log του λογισμικού) κάποια ένδειξη σφάλματος. Σε κάθε περίπτωση, τόσο οι κυριαρχούσες σταθερές τιμές αξονικής δύναμης όσο και οι συγκεκριμένες τοπικά ακρότατες τιμές δεν επηρεάζουν την αξονική εντατική κατάσταση του αγωγού καθώς είναι πολύ μικρότερες από την ενεργό τάση (λόγω προέντασης) που ασκείται κατά το μήκος του, η οποία είναι τάξεως μερικών χιλιάδων kN. Σημειώνεται ακόμη, ότι οι υπολογισμένες διατμητικές τάσεις στο τοίχωμα του αγωγού είναι σε όλες τις θέσεις πολύ μικρές ($<1\text{Pa}$) και αυτό οφείλεται στη μικρή συνεκτικότητα του συγκεκριμένου ρευστού.



Εικόνα 9.6. Μέση αξονική ταχύτητα ροής σε 200 διακριτές θέσεις (εγκάρσιες τομές). Οι 200 θέσεις αντιστοιχούν στους 200 κόμβους της κατασκευαστικής διακριτοποίησης.

Συνοψίζοντας, η τυρβώδης προσομοίωση της εσωτερικής ροής μπορεί να παράγει ένα πλησιέστερο στη φυσική πραγματικότητα, προφίλ της ροής απ' ό,τι η συχνή υιοθέτηση

υποθέσεων plug-flow και αστρόβιλης ροής, όπως φάνηκε από την προηγηθείσα ανάλυση. Οι μεταβολές στο προφίλ της ταχύτητας ροής τόσο στην περιοχή της μέσης ροής όσο και στο τυρβώδες οριακό στρώμα κατά το μήκος του αγωγού λόγω μεταβολής της γεωμετρίας του μπορούν να προσδιοριστούν και να υπολογιστεί η επίδρασή τους στην εντατική κατάσταση του αγωγού. Παρ'όλ'αυτά, η αλυσοειδής καμπύλωση των γραμμών ροής δεν παρουσίασε κάποια αξιοσημείωτη μεταβολή στο γενικά σταθερό τυρβώδες προφίλ της ταχύτητας, η πίεση δεν φαίνεται ότι μπορεί να παράγει σημαντικές αξονικές τάσεις, ενώ δεν εμφανίζονται σημαντικές διατμητικές τάσεις στο τοίχωμα του αγωγού. Τελικά, το μόνο μέγεθος που μπορεί να επιδρά στην κατασκευαστική απόκριση του SCR είναι η ταχύτητα της μέσης ροής και των ανώτερων τμημάτων του οριακού στρώματος-κοντά στη μέση ροή. Η μέση ταχύτητα σε όλη την εγκάρσια τομή, τάξεως 4.8m/s χρησιμοποιείται στη διαμόρφωση των ασκούμενων δυνάμεων στις εξισώσεις δυναμικής επίλυσης του riser. Στις εν λόγω εξισώσεις δεν θα συμπεριληφθεί η αξονική δύναμη λόγω πίεσης και οι δυνάμεις τριβής λόγω διατμητικών τάσεων στο τοίχωμα, όπως αναλύεται στην επόμενη παράγραφο. Με βάση το τελευταίο συμπέρασμα, διαπιστώνεται και υπογραμμίζεται η αξιοπιστία της υπόθεσης ομογενούς-σταθερής ταχύτητας "plug-flow" του Paidoussis [54-55] η οποία μπορεί να υιοθετηθεί και για την περίπτωση της εσωτερικής ροής αερίων υδρογονανθράκων σε SCRs.

9.2.1. Ορισμένα ζητήματα της σχετικής Υπολογιστικής Προσομοίωσης που θα πρέπει να διερευνηθούν στο μέλλον.

Για να συμπληρωθεί η αξιολόγηση της επίδρασης του ρευστού στην ταλάντωση του SCR θα πρέπει στο μέλλον να διερευνηθεί η χρονικά μεταβαλλόμενη τυρβώδης προσομοίωση για κινούμενο αγωγό με εσωτερική ροή (unsteady turbulent flow model). Μια τέτοια υπολογιστική προσομοίωση θα έχει ιδιαίτερα αυξημένες απαιτήσεις σε υπολογιστικό χώρο και απόδοση. Είναι σαν να επιλύεται το ίδιο πεδίο ροής με την παρούσα χωρική διακριτοποίηση (5.300.000 κόμβοι) πολλές φορές (ίσως και δεκάδες χιλιάδες ή εκατοντάδες χιλιάδες φορές, όσες ορίσει η απαραίτητη χρονική διακριτοποίηση). Σε αυτήν την περίπτωση η εικόνα της εσωτερικής ροής μπορεί να είναι διαφορετική, περισσότερο διαταραγμένη και με έντονες μεταβολές πιέσεων και θα μένει να εκτιμηθεί αν αυτό μπορεί να επηρεάσει αξιοσημείωτα την εντατική κατάσταση του αγωγού. Ακόμη, κρίνεται ενδιαφέρουσα η επίλυση του ρευστοδυναμικού προβλήματος για περισσότερες μεταφερόμενες φάσεις ρευστού (αερίου-πετρελαίου-νερού), δεδομένης της πραγματικής κατάστασης στο πεδίο όπου από τη διαδικασία εξόρυξης (drilling) είθισται να μεταφέρονται από το κοίτασμα περισσότερα υλικά απ' ό,τι το πρωτογενές καύσιμο. Η σχετική μεθοδολογία που μπορεί να

εφαρμοστεί για μια τέτοια προσέγγιση είναι η χρήση μοντέλων multiphase-flow σε παρόμοιο υπολογιστικό περιβάλλον CFD (RANS).

9.3. Το υδροελαστικό μοντέλο του SCR.

Η προηγηθείσα ανάλυση CFD παρήγαγε κάποια ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά στοιχεία για το πώς μπορεί να συνεισφέρει η ροή του φυσικού αερίου στη δυναμική συμπεριφορά του SCR. Συγκεκριμένα, η τυρβώδης προσομοίωση σταθερής εσωτερικής ροής παρήγαγε αμελητέες αξονικές δυνάμεις λόγω δυναμικής πίεσης και μέσες ταχύτητες σχεδόν σταθερής τιμής σε όλο το μήκος της σωλήνωσης, πολύ κοντά, δηλαδή, στη θεώρηση ομογενούς ταχύτητας ροής ("plug-flow") σε όλη τη σωλήνωση. Οι μη γραμμικές υδροελαστικές εξισώσεις της κατασκευής περιλαμβάνουν όρους αξονικής διέγερσης τόσο λόγω ταχύτητας όσο και λόγω αξονικής πίεσης. Σε συμφωνία με τα αποτελέσματα της προηγηθείσας ανάλυσης CFD αλλά και της θεώρησης "plug-flow", στους πρώτους όρους εφαρμόζεται σταθερή ταχύτητα ροής ενώ οι δεύτεροι όροι αμελούνται.

Ο σχηματισμός των εξισώσεων του υδροελαστικού συστήματος για το SCR και η αριθμητική προσομοίωσή του γίνεται με όμοιο τρόπο (όμοιες υποθέσεις-παραδοχές) με τα υδροελαστικά μοντέλα (line-dynamics) των κεφαλαίων 8 και 10 ενώ περιγράφεται αναλυτικά στις εργασίες του Chatjigeorgiou [51-52]. Στην παρούσα εφαρμογή η επίλυση των εξισώσεων γίνεται στο πεδίο συχνοτήτων αφού γραμμικοποιηθούν. Η μετάβαση από το μη γραμμικό δυναμικό σύστημα στο γραμμικοποιημένο καθώς και το αριθμητικό σχήμα διακριτοποίησης του προκύπτοντος συστήματος εξισώσεων περιγράφεται στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α. Ενδεικτικά παρατίθενται οι ακόλουθες 10 ΜΔΕ (9.4-9.13) οι οποίες περιγράφουν την τρισδιάστατη, μη γραμμική συμπεριφορά του SCR και συγκεκριμένα προσδιορίζοντας τη συνδυασμένη, εξαναγκασμένη αξονική και καμπτική ταλάντωσή του υπό την παρουσία ακραίων μετατοπίσεων του κορυφαίου άκρου του, ενώ πλέον λαμβάνεται υπόψη και η συνεισφορά του εσωτερικά μεταφερόμενου ρευστού:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T}{\partial s} - \frac{\partial(\tilde{p} \cdot A)}{\partial s} + S_b \Omega_2 - S_n \Omega_3 - (w_0 + Mg) \sin \phi \cos \theta + R_{dt} \\ & - m \frac{\partial u}{\partial t} - M \frac{\partial U}{\partial t} - (m + M) \left(w \frac{\partial \theta}{\partial t} - v \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta \right) - \\ & \frac{MU}{1+e} \frac{\partial U}{\partial s} - \frac{MU}{1+e} (\Omega_2 w - \Omega_3 v) = 0 \end{aligned} \quad (9.4)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial S_n}{\partial s} + \Omega_3(T - \tilde{p} \cdot A + S_b \tan \theta) - (w_0 + Mg) \cos \phi + R_{dn} \\
& - (m + M) \frac{\partial v}{\partial t} - m \frac{\partial \phi}{\partial t} (u \cos \theta + w \sin \theta) - Mw \frac{\partial \phi}{\partial t} \sin \theta \\
& - \frac{MU}{1+e} \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{MU^2}{1+e} \Omega_3 \frac{MU}{1+e} w \Omega_3 \tan \theta - m_a \frac{\partial v}{\partial t} = 0
\end{aligned} \tag{9.5}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial S_b}{\partial s} - \Omega_2(T - \tilde{p} \cdot A) - \Omega_3 S_n \tan \theta - (w_0 + Mg) \sin \phi \sin \theta \\
& + R_{db} - (m + M) \frac{\partial w}{\partial t} + m \left(v \frac{\partial \phi}{\partial t} \sin \theta + u \frac{\partial \theta}{\partial t} \right) + \\
& Mv \frac{\partial \phi}{\partial t} \sin \theta - \frac{MU}{1+e} \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{MU^2}{1+e} \Omega_2 \\
& + \frac{MU}{1+e} v \Omega_3 \tan \theta - m_a \frac{\partial w}{\partial t} = 0
\end{aligned} \tag{9.6}$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \Omega_2 w - \Omega_3 v - \frac{1}{EA} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \tag{9.7}$$

$$\frac{\partial v}{\partial s} + \Omega_3(u + w \tan \theta) - (1 + e) \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta = 0 \tag{9.8}$$

$$\frac{\partial w}{\partial s} - \Omega_3 v \tan \theta - \Omega_2 u + (1 + e) \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \tag{9.9}$$

$$EI \frac{\partial \Omega_2}{\partial s} + EI \Omega_3^2 \tan \theta - S_b (1 + e)^3 = 0 \tag{9.10}$$

$$EI \frac{\partial \Omega_3}{\partial s} - EI \Omega_2 \Omega_3 \tan \theta + S_n (1 + e)^3 = 0 \tag{9.11}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial s} - \Omega_2 = 0 \tag{9.12}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial s} \cos \theta - \Omega_3 = 0 \tag{9.13}$$

Όμοια με το δυναμικό σύστημα του κεφαλαίου 8, με T συμβολίζεται η ενεργός αξονική δύναμη-τάση, S_n η κάθετη διατμητική δύναμη, S_b η αντίστοιχη δικάθετη διατμητική δύναμη, u , v , w η εφαπτομενική, η κάθετη και η δικάθετη, αντίστοιχα, συνιστώσα της ταχύτητας του κατασκευαστικού στοιχείου, Ω_2 , Ω_3 οι καμπυλότητες out-of-plane και in-plane, αντίστοιχα και θ , ϕ οι γωνίες out-of-plane και in-plane που σχηματίζει το κατασκευαστικό στοιχείο με την οριζόντιο και την κατακόρυφο, αντίστοιχα. Οι παραπάνω ποσότητες είναι οι άγνωστοι του προβλήματος και αποτελούν δυναμικά μεγέθη, δηλαδή μεταβάλλονται στο χρόνο. Οι γνωστές ποσότητες είναι η μάζα του ρευστού ανά μέτρο εκτεταμένου μήκους της σωλήνωσης, που συμβολίζεται με M ενώ m , m_a , w_0 , A και I είναι η μάζα, η πρόσθετη μάζα, το υπό άνωση βάρος, η εγκάρσια διατομή και η δεύτερη ροπή του στοιχείου αγωγού (pipe-element). Όλα αυτά τα φυσικά χαρακτηριστικά αναφέρονται στην αρχικά απαραμόρφωτη κατάσταση. Επιπλέον, με E συμβολίζεται το μέτρο ελαστικότητας Young. Το παραμορφωμένο στοιχειώδες μήκος κάθε στοιχείου "Pipe" είναι $(1+e)ds$, όπου ds το απαραμόρφωτο διακριτό μήκος, e η αξονική παραμόρφωση-τροπή και με s συμβολίζεται η τοπική (Lagrangian) συντεταγμένη στο κέντρο του διακριτού στοιχείου η οποία λαμβάνει την τιμή της κατά το απαραμόρφωτο αλυσοειδές μήκος του αγωγού, από το κάτω άκρο στον πυθμένα (θέση $s=0$) έως την κορυφή του (ελεύθερη επιφάνεια θάλασσας). Ακόμη, με $\tilde{p} \cdot A$ συμβολίζεται η αξονική δύναμη λόγω της δυναμικής πίεσης εντός του αγωγού από το μεταφερόμενο ρευστό και με U η αξονική ταχύτητα του ρευστού. Τέλος, ως R_{db} , R_{dn} και R_{db} ορίζονται οι υδροδυναμικές δυνάμεις αντίστασης σε κάθε στοιχείο-"pipe", στις 3 διευθύνσεις του τοπικού συστήματος αναφοράς, όπως υπολογίζονται από τον Τύπο του Morison.

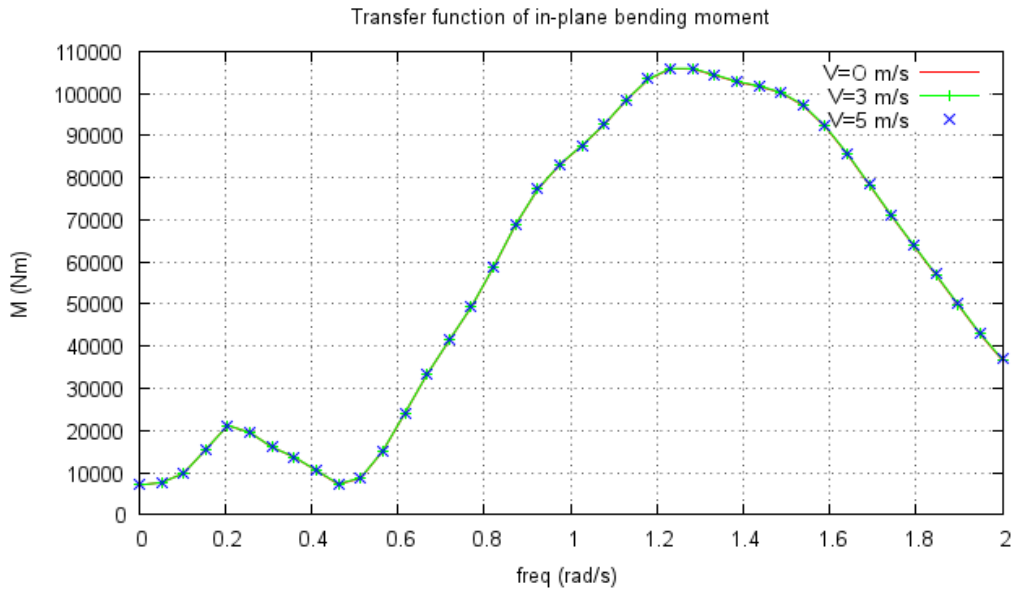
9.4. Αριθμητικά αποτελέσματα από την προσομοίωση του γραμμικοποιημένου δυναμικού συστήματος.

Τα αποσυζευγμένα, πλέον συστήματα των εξισώσεων που περιγράφουν την in-plane και την out-of-plane ταλάντωση της κατασκευής επιλύονται ξεχωριστά, το καθένα για τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις διέγερσης στην κορυφή του SCR, δηλαδή υπό κάθετη, q και υπό δι-κάθετη, r , εξαναγκασμένη μετατόπιση, με μεγέθη 1.0m, 2.0m, 3.0m, 4.0m. Για κάθε περίπτωση διέγερσης εξετάζονται δύο ακόμη περιπτώσεις: η παρουσία ή όχι του εσωτερικού ρευστού. Στις περιπτώσεις μη ύπαρξης ρευστού, οι ποσότητες M , V των εξισώσεων (9.29)-(9.38) μηδενίζονται. Στην άλλη περίπτωση διερευνώνται δύο ακόμη υποπεριπτώσεις ροής: 1. Μάζα 23.28 kg/m³ και ταχύτητα 5m/s (όσο περίπου έδωσε η λύση CFD) και 2. Μάζα 23.28 kg/m³ και ταχύτητα 3m/s. Στις ακόλουθες εικόνες παρουσιάζονται οι αριθμητικές εκτιμήσεις της επίλυσης στο πεδίο συχνοτήτων για τις καμπτικές ροπές στο in-plane και στο

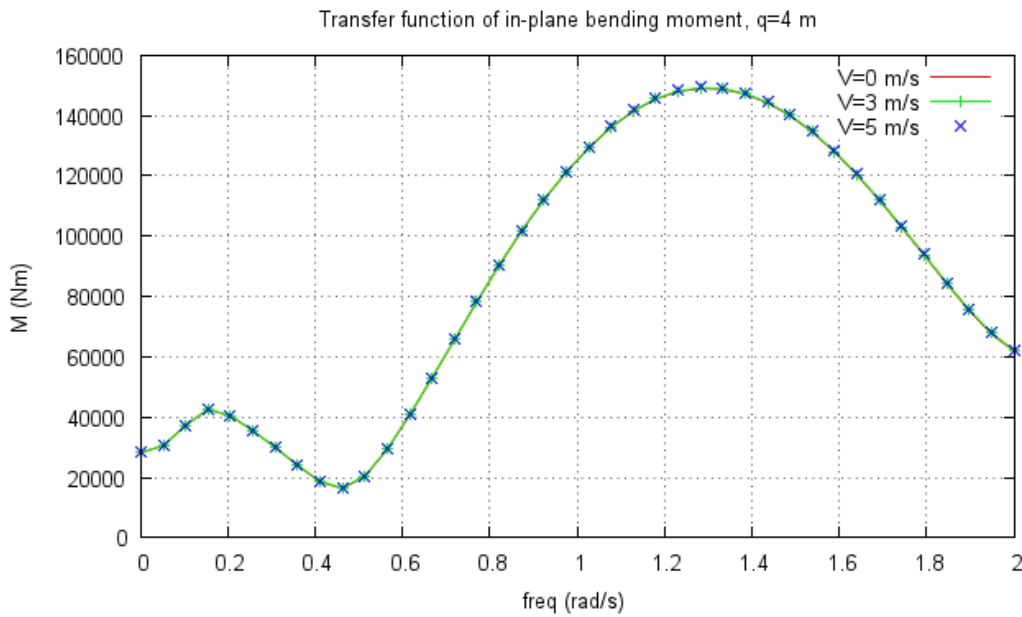
out-of-plane επίπεδο, αντίστοιχα. Οι καμπτικές ροπές εκφράζονται από την σχέση $M_i = EI\Omega_i$ και αποτελούν για τα υποθαλάσσια αλυσοειδή Risers το μέγεθος εκείνο που δίνει περισσότερο ξεκάθαρα το στίγμα των περιοχών μεγάλης επικινδυνότητας για δυναμικό λυγισμό (buckling) που είναι τα τμήματα της σωλήνωσης στο πλέον καμπύλο τμήμα της, το sagbend. Όλοι οι υπολογισμοί εκτελούνται στον κόμβο 45 ($s=109.35\text{m}$) που ανήκει στο sagbend. Στο συγκεκριμένο κατασκευαστικό μοντέλο το sagbend εκτείνεται μεταξύ των αποστάσεων $s=71.4\text{m}$ και $s=123.76\text{m}$, όπου εμφανίζονται οι πιο μεγάλες στατικές καμπτικές ροπές, τάξεως 8500kNm έως 9000kNm.

Η in-plane δυναμική συμπεριφορά της κατασκευής μπορεί να εξεταστεί με τη βοήθεια των Εικ.9.7, 9.8, 9.13 και 9.14. Οι Εικ.9.7 και 9.8 παρουσιάζουν τις συναρτήσεις μεταφοράς των καμπτικών ροπών in-plane στον κόμβο 45 υπό κάθετη εξαναγκασμένη μετατόπιση με πλάτος 1m και 4m, αντίστοιχα, ενώ οι Εικ.9.13 και 9.14 παρουσιάζουν τη μεταβολή της συχνότητας της κάθετης κίνησης υπό τις ίδιες συνθήκες διέγερσης. Είναι προφανές ότι οι τάσεις μεταβολής των συναρτήσεων μεταφοράς των καμπτικών ροπών επηρεάζονται από τις αντίστοιχες κινήσεις. Παρατηρούνται δύο τοπικά μέγιστα κατά μήκος του εξεταζόμενου πεδίου συχνοτήτων που πιθανόν οφείλονται σε σύμπτωση με τις αντίστοιχες φυσικές συχνότητες κάθετης καμπτικής ταλάντωσης. Ενδιαφέρον αποτελεί το γεγονός ότι δεν παρουσιάζεται σημαντική επίδραση της εσωτερικής ροής στην κάθετη καμπτική ταλάντωση καθώς οι αντίστοιχες καμπύλες συμπίπτουν. Αυτό είναι γεγονός τόσο στην εξέλιξη των καμπτικών ροπών όσο και των καθέτων μετατοπίσεων-αποκρίσεων, για κάθε περίπτωση πλάτους διέγερσης.

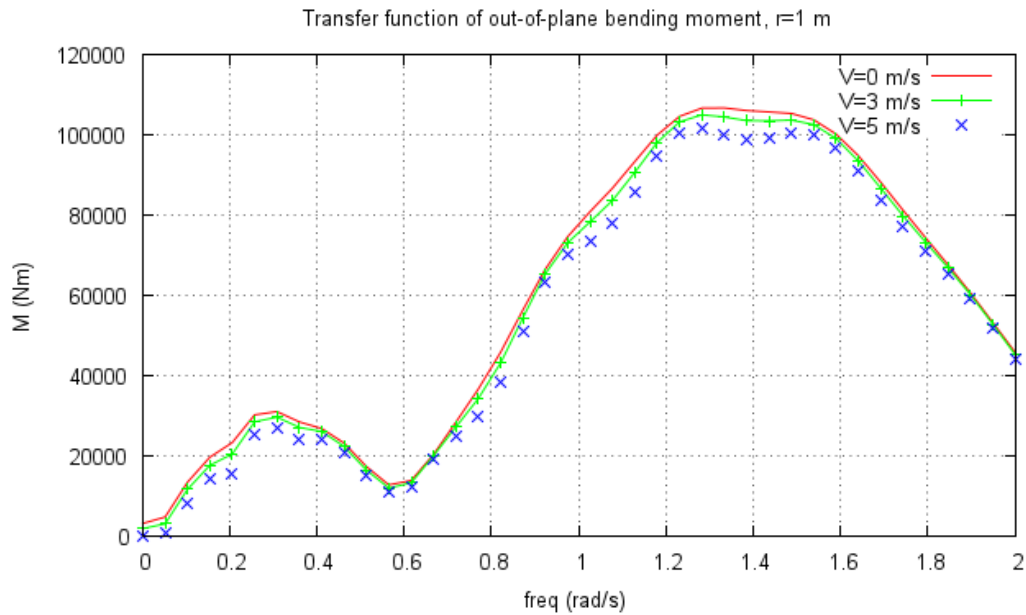
Μία δεύτερη περίπτωση διέγερσης, αυτή της εξαναγκασμένης μετατόπισης κατά την δι-κάθετη διεύθυνση παρουσιάζεται στις Εικ.9.9-9.12 και 9.15-9.18. Πλέον εξετάζονται οι αντίστοιχες συναρτήσεις μεταφοράς για τις καμπτικές ροπές στο επίπεδο out-of-plane και οι δι-κάθετες μετατοπίσεις. Στις συγκεκριμένες εικόνες παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για όλες τις εξετασθείσες περιπτώσεις πλατών διέγερσης: 1m, 2m, 3m και 4m. Ακόμη, εκτός από την περίπτωση ταλάντωσης χωρίς εσωτερική ροή παρουσιάζονται και δύο περιπτώσεις με εσωτερική ροή ταχύτητας 3m/s και 5m/s, αντίστοιχα. Επιπλέον, αποκαλύπτεται άλλη μία φορά η ύπαρξη δύο τοπικών μεγίστων. Προφανώς, τα δυναμικά εντατικά μεγέθη (καμπτικές ροπές) και οι συνιστώσες απόκρισης σε κάθε διεύθυνση αυξάνονται με αύξηση του πλάτους διέγερσης ενώ, η τάση μεταβολής των καμπύλων για κάθε περίπτωση είναι η ίδια (έχουν όμοιο σχήμα) ανεξαρτήτως του πλάτους διέγερσης και της ταχύτητας του μεταφερόμενου ρευστού.



Εικόνα 9.7. Συνάρτηση μεταφοράς της δυναμικής καμπτικής ροπής in-plane $EIQ_{3j}(\omega)$ στον κόμβο Νο 45 του SCR με εξωτερική διέγερση, $q=1.0$ m, στην κορυφή.

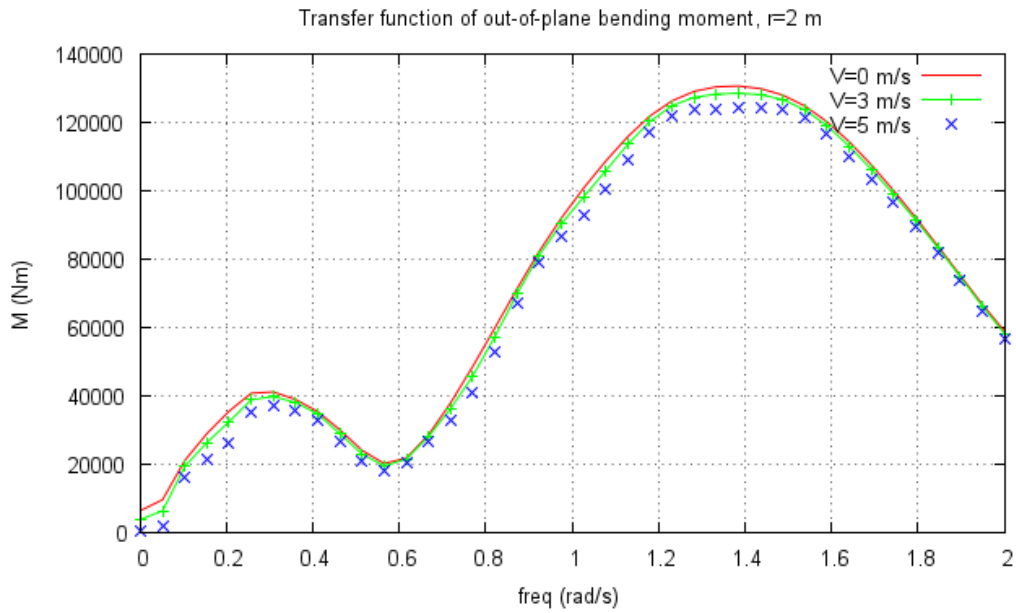


Εικόνα 9.8. Συνάρτηση μεταφοράς της δυναμικής καμπτικής ροπής in-plane $EIQ_{3j}(\omega)$ στον κόμβο Νο 45 του SCR με εξωτερική διέγερση, $q=4.0$ m, στην κορυφή.

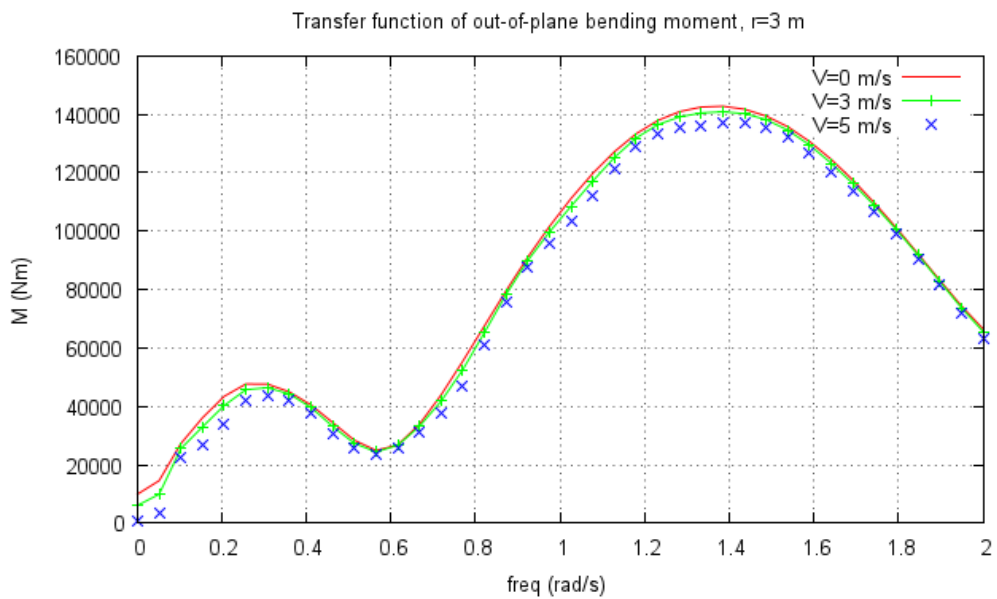


Εικόνα 9.9. Συνάρτηση μεταφοράς της δυναμικής καμπτικής ροπής out-of-plane $EI\Omega_{21}(\omega)$ στον κόμβο Νο 45 του SCR με εξωτερική διέγερση κατά την δι-κάθετο, $r=1.0\text{m}$, στην κορυφή.

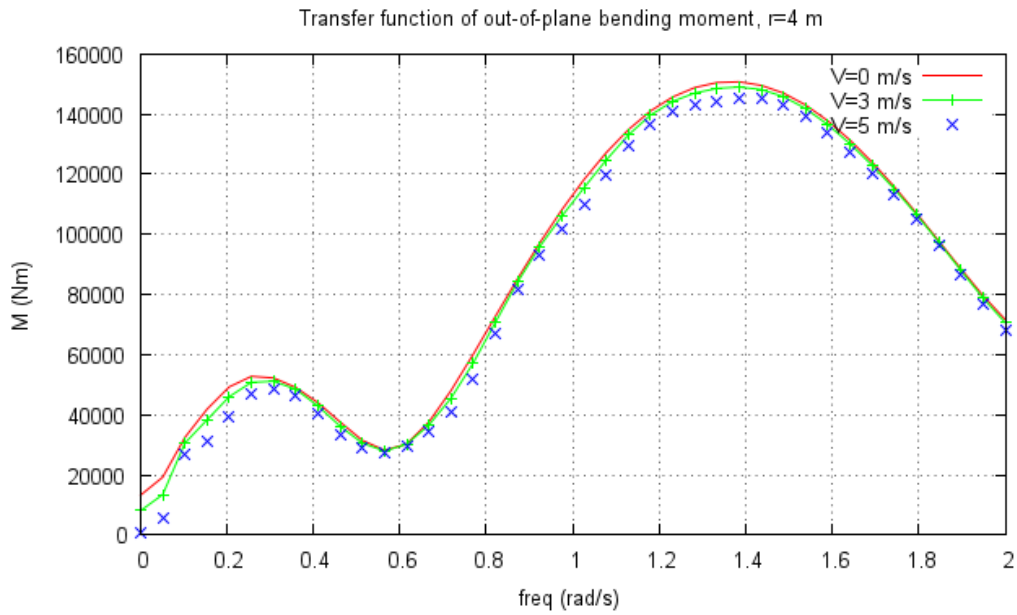
Το φαινόμενο που παρουσιάζεται στην προκειμένη, out-of-plane δυναμική συμπεριφορά και απουσιάζει από την αντίστοιχη in-plane, είναι μία μείωση της ταλάντωσης λόγω κίνησης του εσωτερικού ρευστού η οποία μειώνεται ακόμη με περισσότερο με την αύξηση της ταχύτητας ροής. Κατ'αυτόν τον τρόπο, το ρευστό μοιάζει να συμπεριφέρεται ως ένας επιπρόσθετος παράγοντας απόσβεσης που τείνει να απορροφά ενέργεια από την ταλάντωση και να μειώνει το πλάτος της. Το γεγονός αυτό αναδεικνύει μία συμπεριφορά δύναμης Coriolis καθώς η αξονική δύναμη λόγω κίνησης του ρευστού ασκείται κάθετα στην επικρατούσα εξωτερική ταλάντωση και επιδρά επιβραδυντικά στην μετατόπιση της κατασκευής. Αν εξεταστεί το σύστημα των εξισώσεων που διέπουν τη δυναμική συμπεριφορά του SCR, πράγματι ο ένας όρος που περιλαμβάνει την ταχύτητα του ρευστού προσομοιάζει σε δύναμη Coriolis. Αντίθετα, ο δεύτερος όρος, ο οποίος αντιστοιχείται στην αξονική φόρτιση λόγω κίνησης του SCR, φαίνεται πως έχει μηδαμινή επίδραση στην ταλάντωση της κατασκευής (βλ. Katifeoglou et al. [122]).



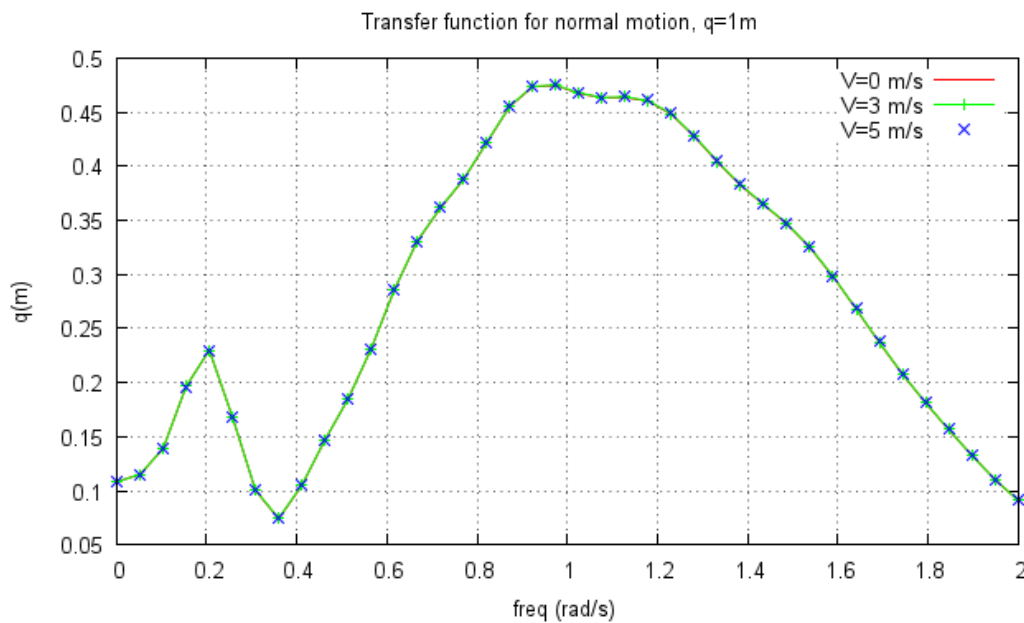
Εικόνα 9.10. Συνάρτηση μεταφοράς της δυναμικής καμπτικής ροπής out-of-plane $EIQ_{21}(\omega)$ στον κόμβο No 45 του SCR με εξωτερική διέγερση κατά την δι-κάθετο, $r=2.0\text{m}$, στην κορυφή.



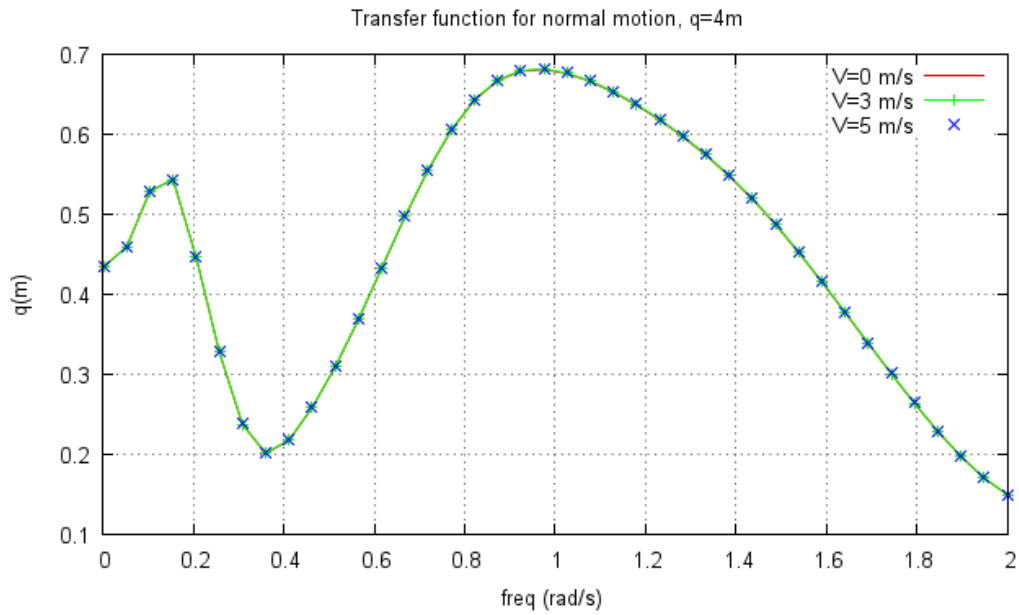
Εικόνα 9.11. Συνάρτηση μεταφοράς της δυναμικής καμπτικής ροπής out-of-plane $EIQ_{21}(\omega)$ στον κόμβο No 45 του SCR με εξωτερική διέγερση κατά την δι-κάθετο, $r=3.0\text{m}$, στην κορυφή.



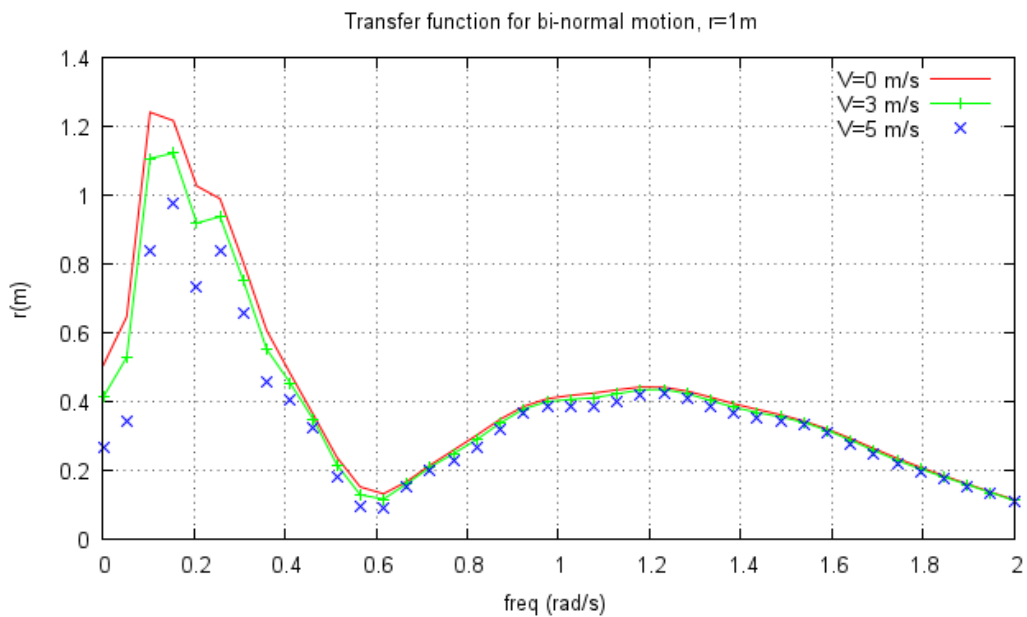
Εικόνα 9.12. Συνάρτηση μεταφοράς της δυναμικής καμπτικής ροπής out-of-plane $EI\Omega_{21}(\omega)$ στον κόμβο No 45 του SCR με εξωτερική διέγερση κατά την δι-κάθετο, $r=4.0\text{m}$, στην κορυφή.



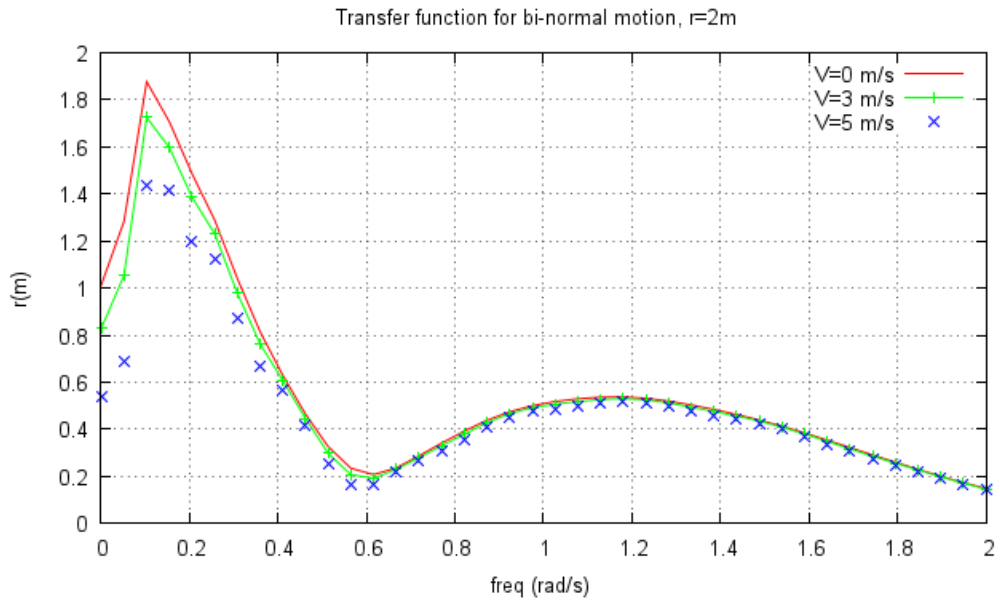
Εικόνα 9.13. Συνάρτηση μεταφοράς της κάθετης κίνησης $q(\omega)$ στον κόμβο No 45 του SCR με εξωτερική διέγερση, $q=1.0\text{m}$, στην κορυφή.



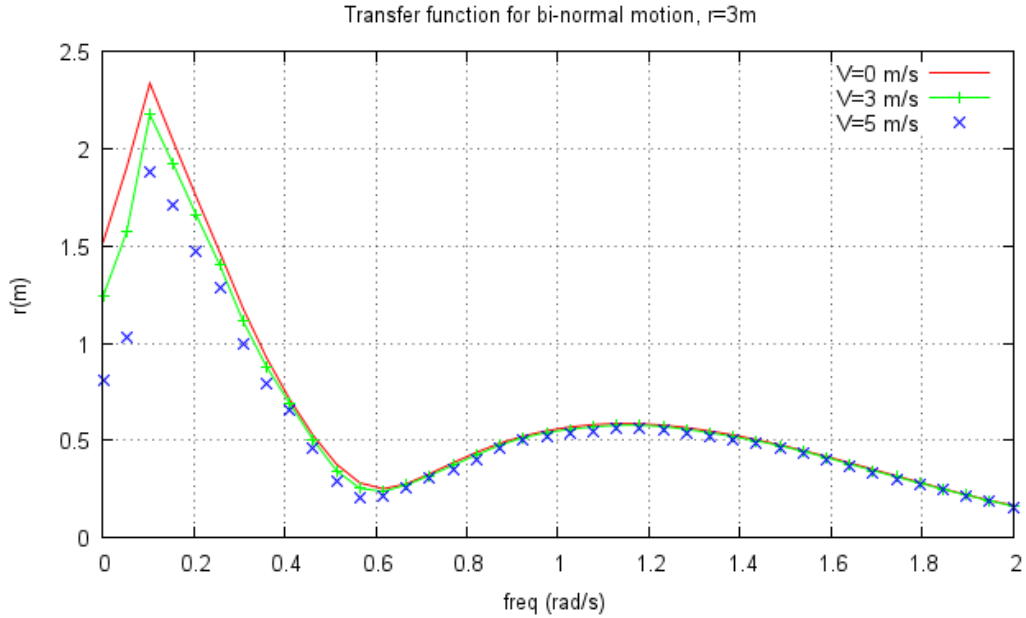
Εικόνα 9.14. Συνάρτηση μεταφοράς της κάθετης κίνησης $q(\omega)$ στον κόμβο No 45 του SCR με εξωτερική διέγερση, $q=4.0\text{m}$, στην κορυφή.



Εικόνα 9.15. Συνάρτηση μεταφοράς της δι-κάθετης κίνησης $r(\omega)$ στον κόμβο No 45 του SCR με δι-κάθετη εξωτερική διέγερση, $r=1.0\text{m}$, στην κορυφή.



Εικόνα 9.16. Συνάρτηση μεταφοράς της δι-κάθετης κίνησης $r(\omega)$ στον κόμβο Νο 45 του SCR με δι-κάθετη εξωτερική διέγερση, $r=2.0\text{m}$, στην κορυφή.



Εικόνα 9.17. Συνάρτηση μεταφοράς της δι-κάθετης κίνησης $r(\omega)$ στον κόμβο Νο 45 του SCR με δι-κάθετη εξωτερική διέγερση, $r=3.0\text{m}$, στην κορυφή.

9.5. Συμπεράσματα.

Στην παρούσα ενότητα εξετάστηκε η γραμμική υδροελαστική ανάλυση μοντέλου SCR υπό την επίδραση εξαναγκασμένων μετατοπίσεων του κορυφαίου άκρου του και με τη συνεισφορά εσωτερικά μεταφερόμενου ρευστού-φυσικού αερίου. Αρχικά εκτιμήθηκε η συνεισφορά λόγω κίνησης του εσωτερικού ρευστού με υπολογιστική προσομοίωση CFD και χρήση μοντέλου τύρβης. Η επίλυση των σχετικών εξισώσεων RANS παρήγαγε μία καλύτερη απεικόνιση της φυσικής συμπεριφοράς μέσω της μεταφοράς των τυρβωδών μεγεθών του ρευστού στη σωλήνωση σε αντίθεση με παλαιότερες υποθέσεις που μεταχειρίζονταν τη ροή ως αστρόβιλη ή ως “plug-flow” (σταθερής ταχύτητας παντού και με ομογενές προφίλ). Παρ’όλα αυτά, τα αποτελέσματα της συγκεκριμένης τυρβώδους προσομοίωσης δεν απείχαν σημαντικά από τις συγκεκριμένες, απλουστευτικές θεωρήσεις καθώς η εξεταζόμενη, εκτεινόμενη σε μεγάλο μήκος και με αλυσοειδή καμπυλότητα ροή σε αγωγό δεν παρουσίασε ιδιαίτερα σημαντικές στροβιλότητες με αποτέλεσμα να επικρατεί παντού σχεδόν σταθερή ταχύτητα ροής, οπωσδήποτε στην περιοχή μέσης ροής και σε μεγάλο βαθμό και στο οριακό στρώμα. Τελικά, η πίεση του συγκεκριμένου ρευστού παρήγαγε αμελητέου μεγέθους αξονικές δυνάμεις σε σχέση με την υφιστάμενη αξονική στατική εντατική κατάσταση του αγωγού. Ως εκ τούτου, η υδροελαστική ανάλυση του SCR πραγματοποιήθηκε χωρίς ιδιαίτερες μετατροπές στο χρησιμοποιηθέν αναλυτικό και αριθμητικό μοντέλο [52].

Η επίλυση του γραμμικοποιημένου υδροελαστικού μοντέλου πραγματοποιήθηκε για δυο περιπτώσεις: “με ρευστό” και “χωρίς ρευστό” και για διάφορες περιπτώσεις εξωτερικής διέγερσης. Σε συμφωνία με τις προηγηθείσες αναλύσεις, η εσωτερική ροή έχει σχεδόν αμελητέα επίδραση στην in-plane καμπτική ταλάντωση αλλά επιδρά σημαντικά στην απορρόφηση ενέργειας στην out-of-plane καμπτική ταλάντωση, μειώνοντας το πλάτος της. Το αξιοσημείωτο συμπέρασμα της παρούσας ενότητας είναι ότι τα ροικά μεγέθη, είτε προσδιορίζονται με ακριβέστερες και πιο ολοκληρωμένες μαθηματικά υπολογιστικές μεθόδους (CFD) είτε ληφθεί η απλουστευτική υπόθεση “plug-flow” του Paidoussis [54-55], το αποτέλεσμα είναι το ίδιο για το συγκεκριμένο κατασκευαστικό μοντέλο.

Ευχαριστίες

Ο ΥΔ θα ήθελε να εκφράσει την ευγνωμοσύνη του στον Αναπλ. Καθηγητή κ. Λάμπρο Καϊκτσή για την εισαγωγή σε ζητήματα τυρβωδών προσομοιώσεων και τις σημαντικές παρατηρήσεις του κατά τη διάρκεια των εκτελέσεων των παρόντων υπολογιστικών πειραμάτων στο περιβάλλον CFD.

10. Μη γραμμική δυναμική ανάλυση με Πεπερασμένα Στοιχεία σε σωληνοειδή τμήματα που απαρτίζουν ενιαία κατασκευή SCR.

Όλοι οι σωληναγωγοί κυκλικής διατομής δακτυλίου, συμπεριλαμβανομένων και των SCRs, μπορούν να θεωρηθούν πρακτικά ως κατασκευές κελυφών σχετικά μεγάλου πάχους. Όπως αναφέρεται συνοπτικά στο κεφάλαιο 1 (Εισαγωγή) της Διδακτορικής Διατριβής, είναι προφανές ότι μία κατάλληλη προσομοίωση με επίπεδα ΠΣ κελύφους θα μπορούσε να παρέχει περισσότερο ξεκάθαρη και πυκνή πληροφορία για την κατανομή της εντατικής κατάστασης (τάσεων-παραμορφώσεων) απ'ό,τι η υπόθεση "line-dynamics" που μπορεί να παρέχει πληροφορία μόνο σε διακριτούς κόμβους κατά το μήκος της κατασκευής και σε μεγάλες αποστάσεις. Πρόσφατα οι Arabzadeh and Zeinoddini [123] χρησιμοποίησαν 4-κομβικά στοιχεία κελύφους για την προσομοίωση με ΠΣ της δυναμικής συμπεριφοράς του εδρασμένου στον πυθμένα (TDP) τμήματος ευθύγραμμου υποθαλάσσιου σωλήνα υπό την δράση πρόσκρουσης στον πυθμένα. Ακόμη, οι Hosseini Korkdheili and Bahai [124] εξέτασαν την αλληλεπίδραση riser-εδάφους στατικά, χρησιμοποιώντας στοιχείο pipe-elbow για τη διακριτοποίηση του riser και επεκτείνοντας σε μη-γραμμική ανάλυση μία προγενέστερη τεχνική που είχαν αναπτύξει οι Bathe and Dvorkin [106] (υπόθεση ότι στο στοιχείο υπεισέρχεται εντατική συμπεριφορά κελύφους, με μεμβρανικές τάσεις). Με βάση τις πρόσφατες αυτές εξελίξεις στη διεθνή βιβλιογραφία, φαίνεται ότι ολοένα και περισσότεροι στρέφονται σε λεπτομερέστερες αναλύσεις-πυκνότερες διακριτοποιήσεις για SCRs και μάλιστα με χρήση της μαθηματικής προτυποποίησης με στοιχεία κελύφους. Παρ'όλ'αυτά δεν υπάρχει κάποια δημοσιευμένη αξιολογη προσπάθεια για δυναμικές αναλύσεις SCRs με στόχο την κατανόηση της συμπεριφοράς τους ως κελυφωτοί φορείς υπό την επίδραση ακραίου πλάτους και μεγάλης συχνότητας διέγερσης και με μεγάλη χρονική διάρκεια.

Επιπλέον, τα SCRs, όπως και όλοι οι τύποι υποθαλάσσιων σωληνώσεων, ιδιαίτερα σε βαθέα ύδατα, είναι κελύφη σχετικά μεγάλου πάχους προκειμένου να μπορούν να αντέξουν στις μεγάλες υδροστατικές και υδροδυναμικές πιέσεις που αναπτύσσονται στο θαλάσσιο περιβάλλον, όπως παρατηρούν οι Kyriakides and Corona [125]. Η υψηλή επικινδυνότητα των καμπτικών φορτίων που μπορούν εκτός από καμπτικές παραμορφώσεις να συνεισφέρουν και στην ανάπτυξη δυναμικού λυγισμού (buckling) στα χαμηλότερα τμήματα της σωλήνωσης και ιδιαίτερα της περιοχής sagbend, λόγω της συνεισφοράς των συνοριακών συνθηκών που επικρατούν στο TDP (επαφή με πυθμένα) έχει επισημανθεί ως ένας από τους μεγαλύτερους, αν όχι ο μεγαλύτερος, παράγοντες που μπορούν να οδηγήσουν σε καταστάσεις αστοχίας λόγω κόπωσης. Αυτοί οι παράγοντες είναι κυρίως υπεύθυνοι για την ανάπτυξη μεγάλων καμπτικών ροπών και διατμητικών τάσεων στο sagbend και στο TDP όταν το riser τίθεται σε

κυκλική κίνηση παραγόμενη από την κίνηση της πλωτής μονάδας FPS στην οποία είναι προσδεδεμένο το άνω άκρο της σωλήνωσης. Το εν λόγω δυναμικό πρόβλημα του οποίου μία προσέγγιση αντιμετωπίζεται στο κεφάλαιο 9 με υδροελαστικό μοντέλο “line-dynamics”, θεωρείται ένα από τα κυριώτερα για τις συγκεκριμένες κατασκευές.

Για την παρούσα μελέτη αποφασίζεται η δυναμική ανάλυση ΠΣ της περιοχής sagbend συγκεκριμένου κατασκευαστικού προτύπου SCR, με διακριτοποίησή του με επίπεδα κελύφη. Οι αρχικές παράμετροι του φυσικού προβλήματος είναι οι εξής: ανυψωμένο (αλυσοειδές) μήκος $L=2024\text{m}$, εξωτερική διάμετρος $D=0.429\text{m}$ και (μεγάλο) πάχος $t=0.022\text{m}$ ($D/t\sim 20$). Το SCR είναι εγκατεστημένο σε βάθος νερού 1800m ενώ η προέκταση που ασκείται στο κορυφαίο άκρο της σωλήνωσης είναι 1860kN. Από την αρχική στατική επίλυση της κατασκευής, μεταξύ των εντατικών μεγεθών κατά μήκος της σωλήνωσης υπολογίζονται και οι συντεταγμένες των κατά μήκος κόμβων που παρέχουν την απαραίτητη πληροφορία για την γεωμετρία-αλυσοειδή διαμόρφωση. Από τη γεωμετρική πληροφορία μπορεί να προσδιοριστεί η έκταση της περιοχής sagbend, η οποία εκτιμάται στα 594m αλυσοειδούς μήκους και εκτείνεται από το TDP (κάτω άκρο της σωλήνωσης) έως το πέρας του πλέον καμπύλου-αλυσοειδούς μέρους της. Με αυτά τα στοιχεία μπορεί να σχεδιαστεί το γεωμετρικό μοντέλο ΠΣ και να καθοριστεί η μορφή του υπολογιστικού πλέγματος. Οι φυσικές και μηχανικές ιδιότητες της κατασκευής αντιστοιχούν σε αυτές του ναυπηγικού χάλυβα, π.χ. πυκνότητα υλικού 7800kg/m^3 και μέτρο Ελαστικότητας Young 207GPa . Για την ολοκλήρωση της παραμετροποίησης του μοντέλου ΠΣ απαιτούνται επιπλέον οι συνοριακές συνθήκες κίνησης και οι συνθήκες φόρτισης. Ο προσδιορισμός των κομβικών χρονοσειρών των ταχυτήτων και των εσωτερικών δυνάμεων λαμβάνει χώρα αρχικά με την επίλυση μίας νεώτερης εκδοχής του εξακριβωμένου υδροελαστικού μοντέλου “line-dynamics” του κεφαλαίου 9, η οποία αναπτύσσεται στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β. Στη συνέχεια, οι εν λόγω ποσότητες εισάγονται στο μοντέλο ΠΣ ως οριακές συνθήκες και εξωτερικές δυνάμεις, αντίστοιχα, με τον τρόπο που θα αναλυθεί στις επόμενες ενότητες. Στις ακόλουθες γραμμές αναπτύσσεται εν συντομία η παρούσα προσέγγιση του δυναμικού προβλήματος με ΠΣ κελύφους ή αλλιώς, “shell-dynamics”. Όλοι οι υπολογισμοί πραγματοποιούνται στο περιβάλλον ΠΣ ANSYS Workbench 13.0 (Mechanical APDL). Τα σχετικά αποτελέσματα έχουν δημοσιευθεί πρόσφατα στην εργασία των Katifeoglu and Chatjigeorgiou [126].

10.1. Το μοντέλο “shell-dynamics”.

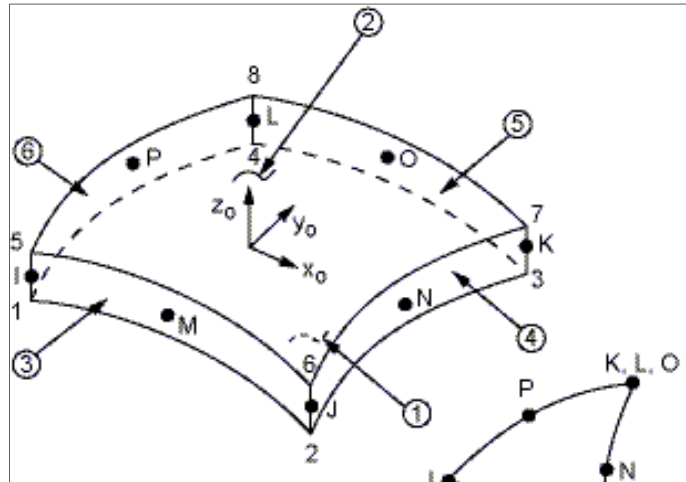
Η επίλυση της (διακριτοποιημένης με ΠΣ) εξίσωσης δυναμικής ισορροπίας για τον προσδιορισμό της εντατικής κατάστασης της κατασκευής πραγματοποιείται με εφαρμογή του μη γραμμικού αλγορίθμου χρονικής ολοκλήρωσης Implicit/Newmark. Ο αλγόριθμος Implicit

είναι κατάλληλος για την προσέγγιση δυναμικών προβλημάτων με έντονη χρονική μεταβολή των εξωτερικών δυνάμεων (Subbaraj and Dokainish [66], Bathe [67,89]), όπως στο παρόν πρόβλημα. Σύμφωνα με τη μαθηματική τυποποίηση του μη γραμμικού αλγορίθμου η εξίσωση ισορροπίας γράφεται στην ακόλουθη, μητρική, επαναληπτική μορφή:

$$\left(K_t + \frac{4}{\Delta t^2}M + \frac{2}{\Delta t}C\right)\Delta U^{(k)} = R_{t+\Delta t} - F_{t+\Delta t}^{(k-1)} - M\left[\frac{4}{\Delta t^2}(U_{t+\Delta t}^{(k-1)} - U_t) - \frac{4}{\Delta t}\dot{U}_t - \ddot{U}_t\right] - C\left[\frac{2}{\Delta t}(U_{t+\Delta t}^{(k-1)} - U_t) - \dot{U}_t\right] \quad (10.1)$$

Στην (10.1) με ΔU συμβολίζεται το διάνυσμα των μεταβολών των μετατοπίσεων των στοιχείων σε κάθε επανάληψη k (μεταξύ των χρονικών στιγμών t και $t+\Delta t$), το οποίο περαιτέρω χρησιμοποιείται στον υπολογισμό των αγνώστων μετατοπίσεων στην επανάληψη k από τις γνωστές μετατοπίσεις της προηγούμενης επανάληψης $k-1$, ως $U_{t+\Delta t}^{(k)} = U_{t+\Delta t}^{(k-1)} + \Delta U^{(k)}$. Οι τελείες πάνω από το διάνυσμα U αντιστοιχούν σε χρονική παραγωγή. Επίσης, ως M , C και K_t ορίζονται τα μητρώα μάζας, απόσβεσης και ακαμψίας (το τελευταίο δίδεται στη χρονική στιγμή t), αντίστοιχα, ως R το διάνυσμα εξωτερικών δυνάμεων και ως F το διάνυσμα κομβικών-εσωτερικών δυνάμεων οι οποίες προσδιορίζονται πολλαπλασιάζοντας τις μετατοπίσεις της προηγούμενης επανάληψης, $U_{t+\Delta t}^{(k-1)}$ επί το μητρώο K_t . Οι αρχικές μετατοπίσεις καθώς και το μητρώο K_t , τη στιγμή $t=0$ είναι γνωστά μεγέθη. Το μητρώο K_t υπολογίζεται με βάση τη γενική προσέγγιση ΠΣ, από το ολοκλήρωμα $\int_V B_t^T E B_t dV$

όπου με E ορίζεται το “μητρώο υλικού” (εξαρτώμενο από το E : μέτρο Young και από το ν : λόγο Poisson) και με B_t το μητρώο συμβιβαστού τάσεων/παραμορφώσεων το οποίο, με τη σειρά του, εξαρτάται από τις στιγμιαίες μετατοπίσεις τη χρονική στιγμή t , τις συναρτήσεις σχήματος του επιλεγμένου ΠΣ, κλπ. Η σχετική μαθηματική τυποποίηση ΠΣ μπορεί να αναζητηθεί στο βιβλίο του Bathe [89]. Το ΠΣ που επιλέγεται για την παρούσα εφαρμογή είναι το 8-κομβικό κέλυφος. Ο συγκεκριμένος τύπος ΠΣ, σύμφωνα με τους Bathe and Dvorkin [106] θεωρείται περισσότερο κατάλληλος για την προσομοίωση μη γραμμικών προβλημάτων (μεγάλες τάσεις/παραμορφώσεις και μετατοπίσεις/περιστροφές ή/και έντονα χρονικά μεταβαλλόμενα, ασταθή φορτία) για κατασκευές-κελύφη όπως η παρούσα περίπτωση. Αναλυτικότερα, το 8-κομβικό στοιχείο κελύφους έχει 6 βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο δηλ. μετατοπίσεις κατά X , Y και Z (u , v , w) και περιστροφές περί X , Y και Z (θ_x , θ_y , θ_z). Η γεωμετρία του στοιχείου φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα 10.1. Η γεωμετρία του ΠΣ 8-κομβικό κέλυφος.

Οι σχέσεις μετασχηματισμού από το τοπικό στο γενικό σύστημα αναφοράς, για το στοιχείο με (s, t) συντεταγμένες στο τοπικό σύστημα (του ισοπαραμετρικού στοιχείου, με αρχή x_0, y_0, z_0) με χρήση των συναρτήσεων σχήματος (shape-functions) είναι οι ακόλουθες:

$$u = 0.25[u_I(1-s)(1-t)(-s-t-1) + u_J(1+s)(1-t)(s-t-1) + u_K(1+s)(1+t)(s+t-1) + u_L(1-s)(1+t)(-s+t-1)] + 0.5[u_M(1-s^2)(1-t) + u_N(1-t^2)(1+s) + u_O(1-s^2)(1+t) + u_P(1-t^2)(1-s)]$$

$$v = 0.25[v_I(1-s)... \text{ (ανάλογα με } u \text{)}$$

$$w = 0.25[w_I(1-s)... \text{ (ανάλογα με } u \text{)}$$

$$\theta_x = 0.25[\theta_{x,I}(1-s)... \text{ (ανάλογα με } u \text{)} \tag{10.2}$$

$$\theta_y = 0.25[\theta_{y,I}(1-s)... \text{ (ανάλογα με } u \text{)}$$

$$\theta_z = 0.25[\theta_{z,I}(1-s)... \text{ (ανάλογα με } u \text{)}.$$

Ο αλγόριθμος Implicit χαρακτηρίζεται από ισχυρή ευστάθεια και προς τούτο επιτρέπεται η εφαρμογή σχετικά μεγάλης χρονικής διακριτοποίησης (βήματος). Όμως, το επιλεγόμενο χρονικό βήμα (Δt) θα πρέπει να είναι σχετικά μικρό για λόγους ακριβείας και σύγκλισης. Σύμφωνα με τη σχετική βιβλιογραφία, (Bathe [67], ANSYS Inc. [88]), ένα κριτήριο επιλογής του κατάλληλου Δt μπορεί να θεωρηθεί η σχέση $\Delta t = T_s/20$ όπου T_s η μικρότερη περίοδος φόρτισης. Επιπλέον, τα κριτήρια σύγκλισης δυνάμεων και μετατοπίσεων όπως υπολογίζονται από την εξίσωση (10.1) εκφράζονται κατ' αντιστοιχία, με τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\frac{\|R_{t+\Delta t} - F_{t+\Delta t}^{(k-1)} - M\ddot{U}_{t+\Delta t}^{(k-1)} - C\dot{U}_{t+\Delta t}^{(k-1)}\|_2}{\max\|R_t\|_2} \leq 0.01 \quad (10.3)$$

$$\frac{\|\Delta U^{(k)}\|_2}{\max\|\Delta U^{(0)}\|_2} \leq 0.01 \quad (10.4)$$

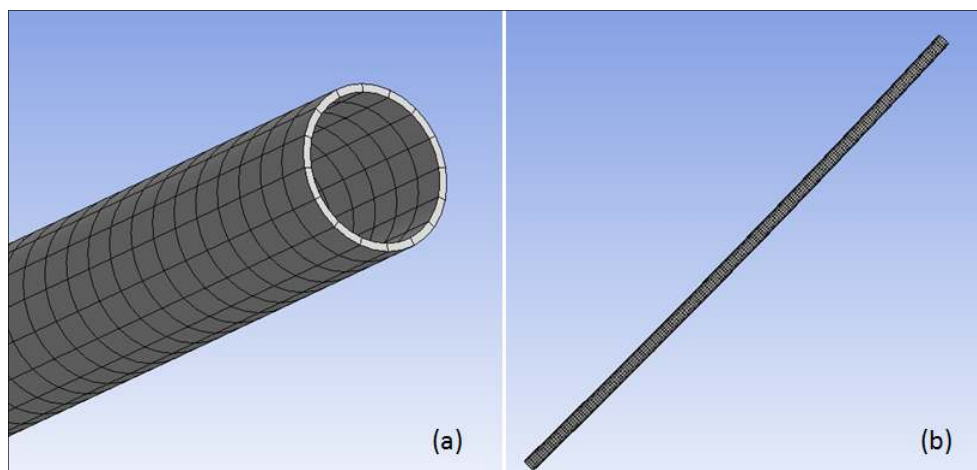
όπου η τετραγωνική Ευκλείδεια νόρμα δίδεται από: $\|\alpha\|_2 = \sqrt{\sum_j (a_j)^2}$.

Για τη σύγκλιση των περιστροφικών κινήσεων χρησιμοποιείται όμοια σχέση με την (10.4) η οποία εξετάζεται ανεξάρτητα από τη σύγκλιση των μετατοπίσεων.

10.1.2. Προσεγγίσεις στο φυσικό πρόβλημα για τη διακριτοποίηση με Πεπερασμένα Στοιχεία.

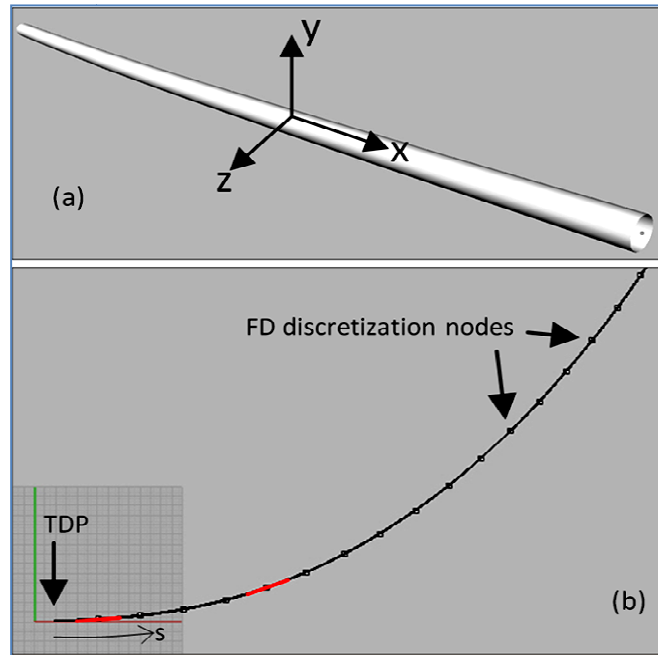
Ο υπολογισμός της κατανομής των τάσεων σε όλη τη σωλήνωση του sagbend απαιτεί τη χρήση ΠΣ κελύφους με διαστάσεις αρκετά μικρότερες της διαμέτρου, D του σωλήνα (τουλάχιστον υποτετραπλάσιες). Έτσι, οι διαστάσεις κάθε 8-κομβικού στοιχείου κελύφους του επιλεγμένου υπολογιστικού πλέγματος ήταν $0.1 \times 0.1 \times t$ (Εικ. 10.2.α) με αποτέλεσμα να δημιουργηθούν περίπου 100000 στοιχεία και, κατά συνέπεια, ένας πολύ μεγαλύτερος αριθμός κομβικών διαφορικών εξισώσεων, δηλ. μία μητρική εξίσωση με τεράστια μητρώα. Λαμβάνοντας υπόψη και τους απαραίτητους υπολογισμούς χρονικής ολοκλήρωσης της δυναμικής μητρικής εξίσωσης, γίνεται αντιληπτή η ανάγκη για μεγάλη υπολογιστική ισχύ και μνήμη αλλά και πολύ μεγάλο χρόνο υπολογισμών. Για αυτό αποφασίστηκε μία περαιτέρω διακριτοποίηση της ενιαίας περιοχής sagbend σε 25 μικρότερα στοιχεία-σωλήνες (μήκους 23.762m το καθένα) και η δυναμική επίλυση κάθε τμήματος εξετάστηκε ξεχωριστά (Εικ. 10.2.β). Με βάση τη συγκεκριμένη υπόθεση, κάθε τέτοιο τμήμα σωλήνα εκτείνεται μεταξύ

δύο διαδοχικών κόμβων του μοντέλου “line-dynamics” (όπου η διακριτοποίηση των δυναμικών εξισώσεων γίνεται με σχήμα ΠΔ), όπως φαίνεται στην Εικ. 10.3.



Εικόνα 10.2. Σχεδιασμός και διακριτοποίηση με επίπεδα στοιχεία κελύφους ενός τμήματος σωλήνα. Μερική (a) και πλήρης “in-plane” (b) απεικόνιση του διακριτοποιημένου σωληνοειδούς τμήματος.

Συνοψίζοντας όλα τα παραπάνω, η παρούσα μελέτη διέπεται από τις ακόλουθες υποθέσεις και εφαρμογές: (i) Γίνεται χρήση μίας μεθόδου επίλυσης με ΠΔ-μοντέλου “line-dynamics” για την ενιαία κατασκευή SCR, υποκείμενη σε ακραίες ταλαντωτικές διεγέρσεις στο κορυφαίο άκρο της, για τον προσδιορισμό των κομβικών ταχυτήτων (μετατοπίσεων) και των εσωτερικών δυνάμεων. (ii) Οι τελευταίες κομβικές ποσότητες θεωρούνται γνωστές οριακές συνθήκες κίνησης και φόρτισης που μπορούν να εισαχθούν σε περαιτέρω ανάλυση ΠΣ, σε μοντέλα “shell-dynamics” που επιλύουν τη δυναμική συμπεριφορά κάθε μικρότερου τμήματος σωλήνα, λαμβάνοντας υπόψη όλες τις παραπάνω υποθέσεις διακριτοποίησης στο χώρο και στο χρόνο. (iii) Η κατανομή των τοπικών δυναμικών τάσεων σε κάθε τμήμα σωλήνα μπορεί να προσδιοριστεί από την ανάλυση ΠΣ. Τα τελευταία αποτελέσματα των επιλύσεων “shell-dynamics” συγκρίνονται και αξιολογούνται σε σχέση με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του ήδη χρησιμοποιημένου μοντέλου ΠΔ (line-dynamics).



Εικόνα 10.3. (a) Το τοπικό καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων ενός σωληνοειδούς τμήματος της περιοχής sagbend; (b) απεικόνιση στο κύριο επίπεδο (in-plane) του αλυσσοειδούς τμήματος-sagbend του SCR. Με s συμβολίζεται η απαραμόρφωτη τοπική συντεταγμένη (Lagrangian) η οποία λαμβάνει τιμές κατά το απαραμόρφωτο αλυσσοειδές μήκος.

10.2. Επίλυση του μοντέλου “line-dynamics”-προσομοίωσης της υδροελαστικότητας του SCR υπό την δράση ακραίων αρμονικών μετατοπίσεων του κορυφαίου άκρου του.

10.2.1. Περιγραφή του μοντέλου “line-dynamics”.

Η παρούσα δυναμική ανάλυση ΠΣ των σωληνοειδών τμημάτων του SCR βασίζεται στη γνώση της κινηματικής συμπεριφοράς τους. Οι κινήσεις των σωληνοειδών τμημάτων προσδιορίζονται με την προσέγγιση “line-dynamics” με βάση την οποία επιλύεται το σύστημα υδροελαστικών εξισώσεων ισορροπίας αλυσσοειδούς σωλήνωσης, θεωρουμένης ως συνεχές ελαστικό μέσο, με όμοια μεθοδολογία με εκείνη των κεφαλαίων 8 και 9. Το δυναμικό σύστημα ΜΔΕ που διέπει την κατασκευή προσεγγίζεται με την διαδικασία παραγωγής Newton (Newtonian Derivation) που περιγράφεται στις εργασίες του Chatjigeorgiou [51-52,127]. Οι συγκεκριμένες δημοσιεύσεις περιγράφουν με λεπτομέρεια τη μεθοδολογία με την οποία παράγεται το τελικό σύστημα ΜΔΕ της προσέγγιση “line-dynamics”. Στην τελευταία εργασία [127] εισάγεται η επίδραση στρεπτικών διεγέρσεων η οποία, όπως αναφέρεται σχετικά, απαιτεί μία διαφορετική αριθμητική προσέγγιση. Στην

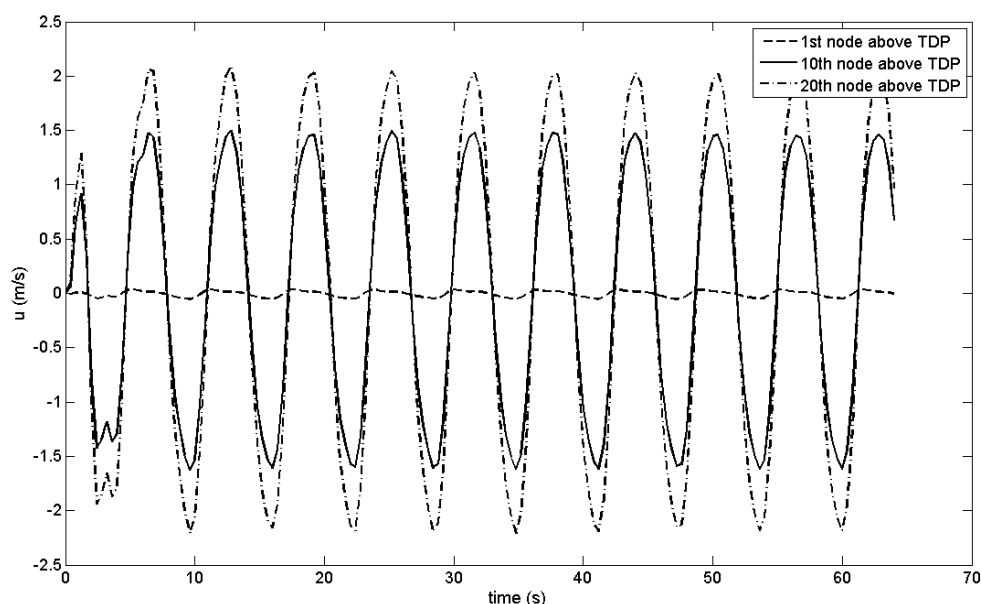
παρούσα ενότητα δεν συνυπολογίζονται επιδράσεις στρεπτικών ταλαντώσεων και εσωτερικής ροής και εξετάζεται η αξονική και η καμπτική ταλάντωση της σωλήνωσης. Στη συγκεκριμένη μορφή ταλάντωσης δεν υπεισέρχονται σημαντικές επιδράσεις της εσωτερικής ροής, όπως τεκμηριώνεται στις εργασίες των Chatjigeorgiou [52], Katifeoglou et al. [122] και στο κεφάλαιο 9 της παρούσας διατριβής.

10.2.2. Επίλυση του μοντέλου “line-dynamics”.

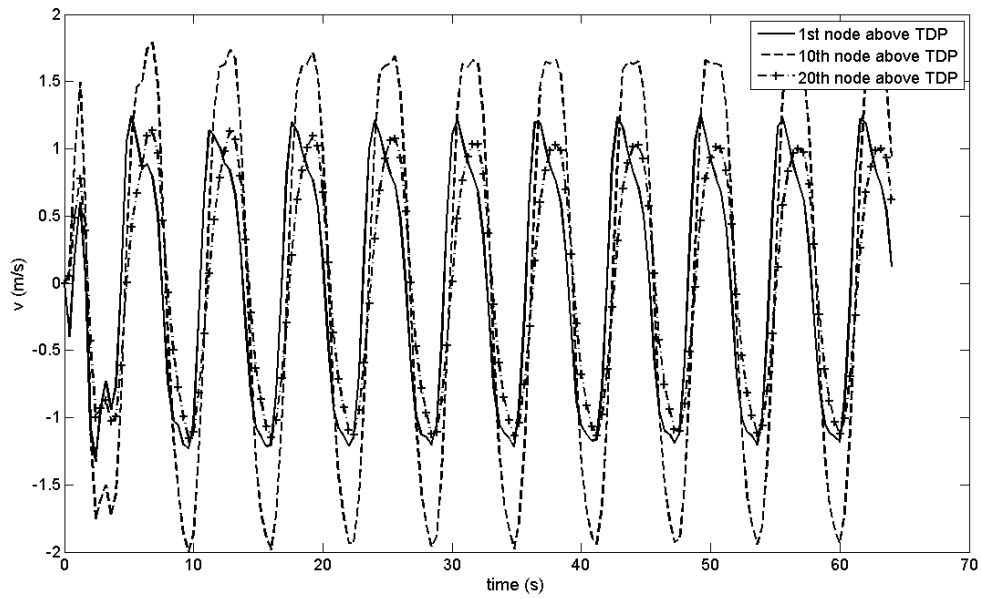
Το τρισδιάστατο μοντέλο “line-dynamics” επιλύεται υπό την επίδραση εξωτερικών διεγέρσεων με μορφή αρμονικών ταλαντώσεων εξαναγκασμού του κορυφαίου σημείου της σωλήνωσης, με παραμέτρους: κυκλική συχνότητα $\omega=1\text{rad/s}$, πλάτη διέγερσης $X_a=Y_a=Z_a=2\text{m}$ κατά τους τρεις άξονες καρτεσιανού συστήματος με αρχή το κορυφαίο άκρο και συνολική διάρκεια 32 περιόδων διέγερσης. Οι παραπάνω παράμετροι συνιστούν μία κατάσταση διέγερσης-φόρτισης της κατασκευής μεγάλης διάρκειας και μεγάλου μεγέθους. Η ενιαία αλυσοειδής κατασκευή έχει μήκος 2024m και εκτείνεται σε βάθος θαλάσσης 1800m. Τα δύο άκρα της κατασκευής θεωρούνται αρθρωμένα. Το εφαρμοζόμενο χρονικό βήμα είναι $\Delta t=0.2\text{s}$ ενώ η κατασκευή διακριτοποιείται στο χώρο σε 101 κόμβους (100 διακριτά τμήματα). Ακολούθως, παρουσιάζονται ορισμένα ενδεικτικά αποτελέσματα σε χρονοσειρές κομβικών ταχυτήτων και δυνάμεων.

Τα συγκεκριμένα κομβικά αποτελέσματα ταχυτήτων και εντατικών δυνάμεων θεωρείται στη συνέχεια ότι δρουν σε κάθε τμήμα σωλήνα και χρησιμοποιούνται στις ακόλουθες αναλύσεις ΠΣ ως δεδομένα εισόδου στην επίλυση καθενός ανεξάρτητου τμήματος σωλήνα, όπως αναφέρεται στην προηγούμενη παράγραφο. Σε αυτό το σημείο κρίνεται χρήσιμος ένας σύντομος σχολιασμός των αποτελεσμάτων της επίλυσης με ΠΔ ο οποίος θα μπορούσε να παρέχει ορισμένες κατευθύνσεις για τις αναμενόμενες τάσεις των αποτελεσμάτων της ακόλουθης επίλυσης με ΠΣ. Κατ' αρχάς, είναι προφανής μία σχεδόν γραμμική μορφή ταλαντωτικής συμπεριφοράς των εντατικών και διατμητικών δυνάμεων (Εικ.10.6-10.7) από την 3η περίοδο διέγερσης έως το τέλος του συνολικού χρόνου διάρκειας του προβλήματος, σε κάθε κόμβο, ενώ πολύ μικρές μη-γραμμικότητες εμφανίζονται στις κορυφές των δυνάμεων, κυρίως στα κατώτερα τμήματα της κατασκευής που ανήκουν στο sag-το πλέον καμπύλο τμήμα της αλυσοειδούς. Σε όλες τις περιπτώσεις, το σχεδόν γραμμικό-σταθερά επαναλαμβανόμενο (steady-state) προφίλ των εντατικών μεγεθών σχηματίζεται μέχρι το τέλος της 3ης περιόδου κίνησης (19.2s) όπου εμφανίζονται για πρώτη φορά οι μεγαλύτερες δυνάμεις και διατηρείται έως το τέλος της ανάλυσης. Οι διατμητικές δυνάμεις στο κύριο πεδίο (in-plane), είναι γενικά αμελητέες συγκρινόμενες με τις δυνάμεις έντασης, όμως επιδρούν πιο σημαντικά στα κατώτερα τμήματα και ιδιαίτερα στο TDP, έχοντας ως

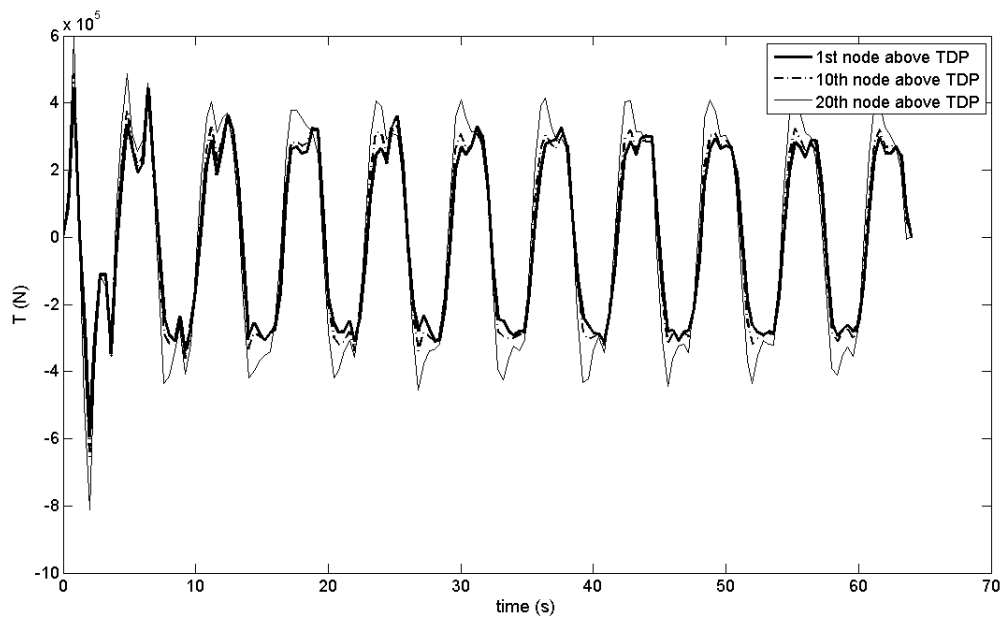
αποτέλεσμα την εμφάνιση μεγαλύτερων καμπτικών ροπών σε εκείνο το σημείο, ενώ οι εντατικές δυνάμεις αυξάνονται σημαντικότερα στα υψηλότερα σημεία, εκεί δηλαδή όπου εφαρμόζεται η εξωτερική διέγερση. Οι κάθετες διατμητικές δυνάμεις, επίσης, παρουσιάζουν εντονότερες σχετικές διακυμάνσεις μεταξύ των διαδοχικών στοιχείων, πράγμα που υπογραμμίζει την εμφάνιση μεγαλύτερων ταλαντώσεων κατά το κύριο επίπεδο/in-plane και ιδιαίτερα κατά την τοπική κάθετο, επομένως, μεγαλύτερες μεταβολές σε καμπτικές ροπές. Κοντά στο TDP, οι τιμές είναι όλες αρνητικές, πράγμα που υποδηλώνει απότομη αντιστροφή τάσεων στη συγκεκριμένη περιοχή. Γενικά, όμως, παρουσιάζεται σχεδόν αντιστροφή των φορτίων στους χαμηλότερους κόμβους, κοντά στο TDP και σε κάθε περίοδο απόκρισης, πράγμα που μπορεί να επιφέρει αντίστροφες τάσεις τόσο μεταξύ των διαφόρων χρονικών στιγμών όσο και μεταξύ διαδοχικών τμημάτων της κατασκευής στο χώρο. Οι συνιστώσες της ταχύτητας περιγράφουν την κίνηση κάθε τμήματος της σωλήνωσης (Εικ.10.4-5). Η εφαπτομενική συνιστώσα της ταχύτητας παρουσιάζει μία αυξητική τάση προς τους υψηλότερους κόμβους, κοντά στο διεγερόμενο άκρο, όπως είναι αναμενόμενο, ενώ η κάθετη συνιστώσα δεν παρουσιάζει σημαντικές αυξομειώσεις σε όλη την κατασκευή, εκτός από τα χαμηλότερα τμήματα όπου είναι λίγο μεγαλύτερη, επισημαίνοντας, άλλη μια φορά την αύξηση των καμπτικών ταλαντώσεων κοντά στο TDP. Οι συγκεκριμένες παρατηρήσεις, μεταξύ άλλων, έχουν διαπιστωθεί και αναλυθεί εκτενώς σε προηγούμενες εργασίες των Chatjigeorgiou [51-52] και Chatjigeorgiou and Mavrakos [118].



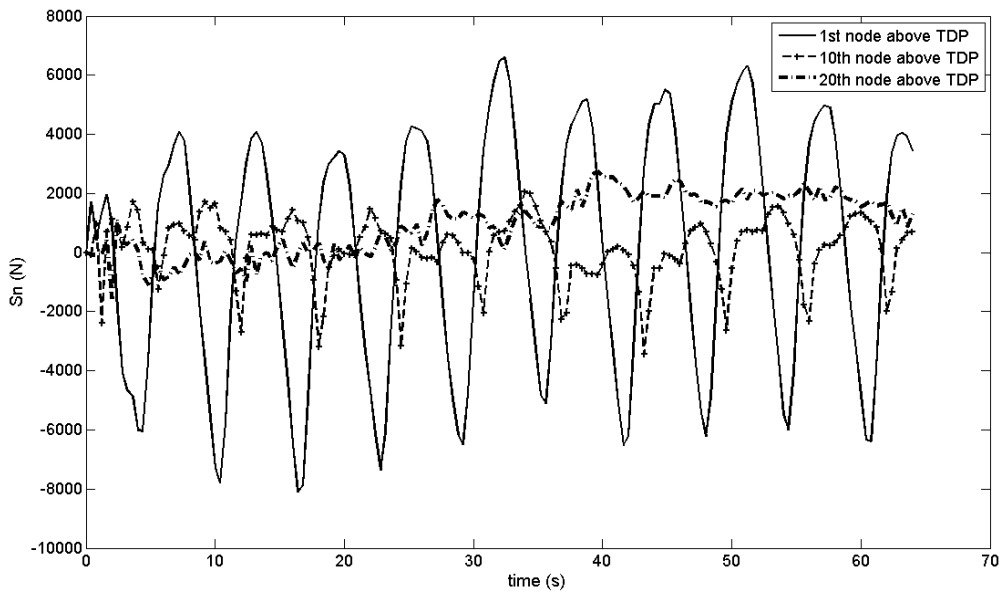
Εικόνα 10.4. Χρονοσειρά εφαπτομενικών ταχυτήτων, u (στο τοπικό σύστημα αναφοράς), στους κόμβους 1(TDP), 10, 20.



Εικόνα 10.5. Χρονοσειρά καθέτων ταχυτήτων, v (στο τοπικό σύστημα αναφοράς), στους κόμβους 1(TDP) , 10, 20.



Εικόνα 10.6. Χρονοσειρά δυνάμεων έντασης, T (στο τοπικό σύστημα αναφοράς), στους κόμβους 1(TDP) 10, 20.



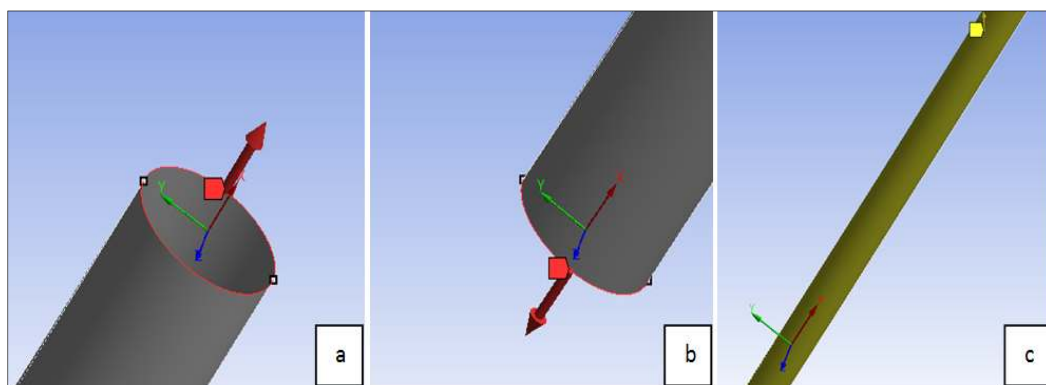
Εικόνα 10.7. Χρονοσειρά καθέτων διατμητικών δυνάμεων, S_n (στο τοπικό σύστημα αναφοράς), στους κόμβους 1(TDP), 10, 20.

10.3. Σχεδιασμός των μοντέλων Πεπερασμένων Στοιχείων και εισαγωγή σε αυτά των αποτελεσμάτων line-dynamics ως δεδομένα εισόδου.

Ο σχεδιασμός της γεωμετρίας, η διακριτοποίηση-χάραξη του υπολογιστικού πλέγματος και η εισαγωγή των αποτελεσμάτων της προηγούμενης επίλυσης ΠΔ ως συνθήκες εισόδου των αναλύσεων ΠΣ έγιναν με τον ακόλουθο τρόπο (βλ. Εικ.10.3): (i) κάθε τμήμα σωλήνα εκτείνεται μεταξύ δύο διαδοχικών κόμβων της διακριτοποίησης ΠΔ, (ii) στο TDP εφαρμόζεται απλή έδραση (άρθρωση), (iii) τα κομβικά αποτελέσματα ΠΔ για τον πρώτο κόμβο πάνω από το TDP (π.χ. για $k=2$) ορίζονται ως συνθήκες εισόδου για το πρώτο-κατώτερο τμήμα σωλήνα; (iv) αντίστοιχα, όλες οι διαδοχικές κομβικές σειρές αποτελεσμάτων ΠΔ κατά το αλυσοειδές μήκος s εισάγονται ως συνθήκες εισόδου για τα διαδοχικά τμήματα. Συνολικά σχεδιάζονται 25 τμήματα σωλήνα τα οποία συναρμολογούν το πλήρες sagbend (συνολικού μήκους 594.05m). Όπως αναφέρεται προηγουμένως, η ανάλυση ΠΣ εστιάζει αποκλειστικά στη συγκεκριμένη περιοχή του SCR όπου διαπιστώνονται οι ισχυρότερες καμπτικές ταλαντώσεις.

Οι χρονοσειρές των εσωτερικών εντατικών δυνάμεων σε κάθε κόμβο ΠΔ εφαρμόζονται στα δύο άκρα κάθε κελύφους-σωλήνα για λόγους διατήρησης κατά το δυνατόν της δυναμικής ισορροπίας (Εικ.10.8.a-b) κατά τη διάρκεια της ανάλυσης. Οι συγκεκριμένες τιμές καταλαμβάνουν το διάστημα των εξωτερικών δυνάμεων της σχετικής εξίσωσης

δυναμικής ισορροπίας ΠΣ. Είναι προφανές ότι οι εν λόγω χρονικά μεταβαλλόμενες συνιστώσες φόρτισης προκαλούν χρονικά μεταβαλλόμενες τάσεις. Ταυτόχρονα εφαρμόζεται ένα τρισδιάστατο διάνυσμα ταχύτητας σε κάθε τμήμα-σωλήνα υποθέτοντας ότι θα μετατοπιστεί ομοιόμορφα, ολόκληρο το τμήμα όμοια με την κίνηση του κόμβου ΠΔ (Εικ. 10.8.c). Τα συγκεκριμένα διανύσματα ταχύτητας αποτελούν τις οριακές συνθήκες των επίλυσεων ΠΣ (μαζί με την άρθρωση στο ένα άκρο του τμήματος-TDP). Τέλος η επίλυση του προβλήματος δυναμικής ισορροπίας κάθε κελύφους-σωλήνα πραγματοποιείται με τον περιγραφόμενο αλγόριθμο στην παράγραφο 10.1.1. Όλες οι παραπάνω ποσότητες εκφράζονται στο τοπικό-κεντροβαρικό σύστημα αναφοράς (Εικ. 10.3) που αντιστοιχεί στο τοπικό σύστημα αναφοράς (\mathbf{t} , \mathbf{n} , \mathbf{b}) της προσέγγισης “line-dynamics”. Ο χρόνος κάθε ανάλυσης ήταν 19.2s, δηλαδή λίγο μεγαλύτερος από τις 3 περιόδους διέγερσης της επίλυσης line-dynamics. Ο χρόνος αυτός αντιστοιχεί στην πλήρη ανάπτυξη της δυναμικής εντατικής κατάστασης μέχρι το σημείο εμφάνισης και διατήρησης μίας σταθερής κατάστασης (steady-state) στην ταλαντωτική συμπεριφορά της κατασκευής όπως επισημαίνεται στην παράγραφο 10.2. Η χρονική διακριτοποίηση με βάση τις προδιαγραφές της ANSYS [89] για την επιλογή του καταλλήλου χρονικού βήματος που αναφέρονται συνοπτικά στην παράγραφο 10.1.1, ορίστηκε ως $\Delta t=0.0045s$. Στο περιβάλλον ANSYS, οι εισηγμένες χρονοσειρές δεδομένων αντιστοιχίζονται αυτόματα με τη χρονική διακριτοποίηση στα αντίστοιχα χρονικά βήματα επίλυσης της μητρικής εξίσωσης ισορροπίας κάθε τμήματος, ενώ οι ενδιάμεσες τιμές (δεδομένου ότι η χρονική διακριτοποίηση στην εφαρμογή της μεθόδου ΠΣ είναι, για λόγους ακριβείας, πολύ πυκνότερη της επίλυσης ΠΔ) προσδιορίζονται με γραμμική παρεμβολή στο χρόνο.

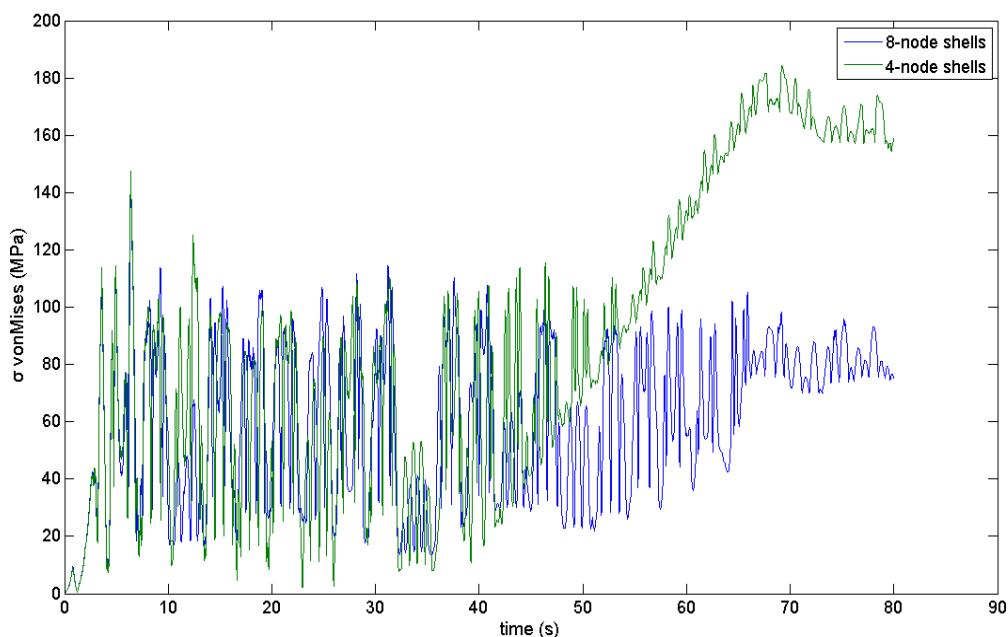


Εικόνα 10.8. Ορισμός στο τμήμα-σωλήνα στο περιβάλλον ANSYS των χρονικά μεταβαλλόμενων εξωτερικών δυνάμεων (a, b) στα άκρα του σωλήνα και των χρονικά μεταβαλλόμενων ταχυτήτων σε όλη την επιφάνεια του σωλήνα (c).

10.4. Αποτελέσματα των επιλύσεων Πεπερασμένων Στοιχείων.

10.4.1. Αξιολόγηση των επιλύσεων ΠΣ.

Πριν από την εκτέλεση των προσομοιώσεων όλων των τμημάτων του sagbend πραγματοποιήθηκαν ορισμένες επιλύσεις συγκεκριμένα για το πρώτο τμήμα (TDP), το οποίο εκτείνεται μεταξύ των κόμβων $k=1$ και $k=2$ και για το ακόλουθο, 2ο τμήμα (μεταξύ $k=2$ και $k=3$) για την αξιολόγηση της παρούσας προσέγγισης ΠΣ. Αρχικά πραγματοποιήθηκαν δύο σειρές υπολογισμών μεγάλου χρόνου προσομοίωσης (80s) με διαφορετικά στοιχεία κελύφους: (i) 4-κόμβων και (ii) 8-κόμβων, αντίστοιχα, με στόχο τον έλεγχο της καταλληλότητας του κάθε στοιχείου στην αποτύπωση της εντατικής κατάστασης όπως εκφράζεται από την κατανομή των χρονικά μεταβαλλόμενων τάσεων στο στοιχείο. Όπως ήδη αναφέρεται στην παράγραφο 10.1, σύμφωνα με τους Bathe and Dvorkin [106], το 8-κομβικό κέλυφος θα πρέπει να προτιμάται για την προσέγγιση ενός καμπυλωμένου στοιχείου για λόγους καλύτερης σύγκλισης δυνάμεων/μετατοπίσεων τόσο για σχετικά μεγάλου πάχους κατασκευές όσο και για μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις, όπως η προκειμένη περίπτωση. Στο διάγραμμα της Εικ. 10.9 παρουσιάζεται η χρονική μεταβολή των μέγιστων τάσεων von Mises για ολόκληρο το τμήμα σωλήνα, για κάθε τύπο στοιχείου κελύφους. Άμεσο συμπέρασμα είναι μία εν γένει παρόμοια συμπεριφορά των δύο ΠΣ μέχρι τη χρονική στιγμή 40s, με ελαφρώς μεγαλύτερες μέγιστες τιμές στην περίπτωση των 4-κομβικών στοιχείων. Από τη χρονική στιγμή εκείνη και μέχρι το τέλος της ανάλυσης, δηλ. για περίπου την υπόλοιπη μισή ανάλυση, οι δύο προσεγγίσεις ξεκάθαρα αποκλίνουν. Συγκεκριμένα, οι τάσεις στα 8-κομβικά στοιχεία φαίνεται να τείνουν σε μία σταθερή κατάσταση (steady-state) της μεταβολής τους στο χρόνο με την εκτέλεση ταλαντώσεων γύρω από μία μέση, περίπου, τιμή. Ως εκ τούτου, για λόγους ασφαλείας και για λόγους συμφωνίας με τη βιβλιογραφία προτιμήθηκαν τα 8-κομβικά στοιχεία κελύφους.



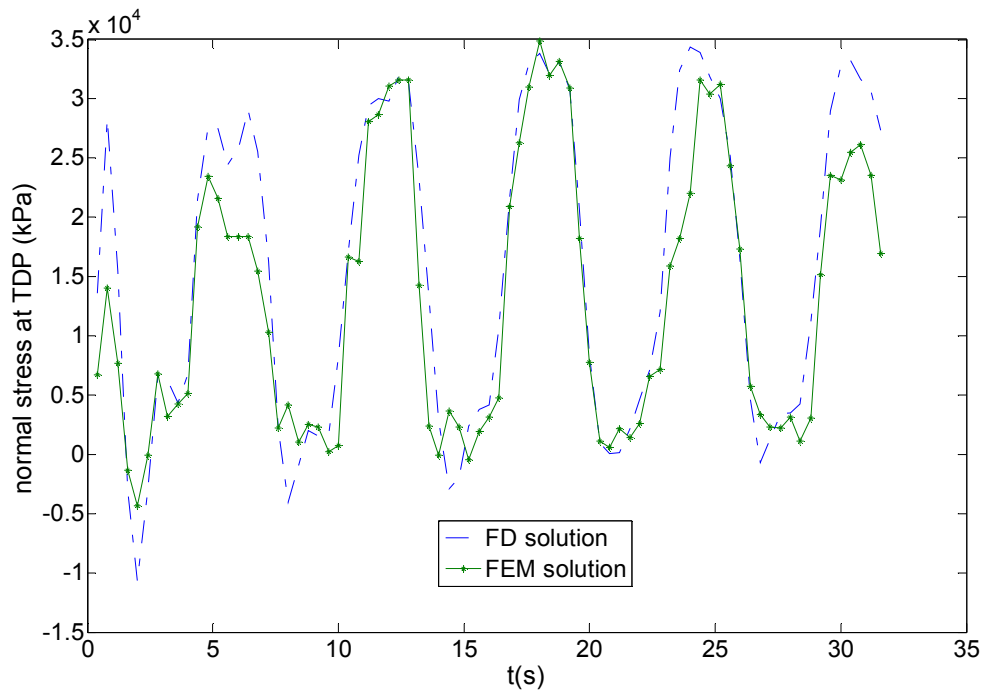
Εικόνα 10.9. Χρονοσειρά μεγίστων τάσεων von Mises, σ_v (στο τοπικό σύστημα αναφοράς), στην επιφάνεια του τμήματος 1 (TDP).

Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκε μία επίλυση με χρήση 8-κομβικών στοιχείων κελύφους για συνολικό χρόνο προσομοίωσης 33s (>5 περίοδοι φόρτισης) με στόχο την αξιολόγηση των υπολογισμών του λογισμικού αλλά και του τρόπου σχεδιασμού και προσομοίωσης που επιλέχθηκε σε σύγκριση με τα αποτελέσματα της επίλυσης ΠΔ line-dynamics. Η προσέγγιση ΠΔ υποθέτει εξ'αρχής ότι η κατασκευή είναι λεπτόγραμμη, επομένως οι υπολογιζόμενες εντατικές δυνάμεις μπορούν να θεωρηθούν ως σημειακές εξωτερικές φορτίσεις. Με αυτό το σκεπτικό οι χρονοσειρές τάσεων θα μπορούσαν να προκύψουν ομοιόμορφες, με σταθερή τιμή στο στοιχείο. Επομένως, με την υπόθεση ομοιόμορφης κατανομής τάσεων μπορεί να προσδιοριστεί η συνολική τάση από το λόγο της υπολογισθείσας εντατικής δύναμης προς την επιφάνεια διατομής του σωλήνα η οποία είναι σταθερή με βάση τη θεώρηση Euler-Bernoulli για το στοιχείο “ripe” της υπόθεσης line-dynamics. Η γενικευμένη και ακριβέστερη προσέγγιση ΠΣ/”shell-dynamics” απαιτεί την επισκόπηση της γενικότερης εντατικής κατάστασης της διατομής του στοιχείου-σωλήνα. Γι'αυτό, οι υπολογισμένες με ΠΣ αξονικές (σ_x) τάσεις στα άκρα της κατασκευής (εκεί, δηλαδή, όπου εφαρμόζονται οι γνωστές από την προηγηθείσα ανάλυση με ΠΔ κομβικές αξονικές δυνάμεις, T) συλλέχθηκαν και ολοκληρώθηκαν για να προκύψει η συνολική αξονική δύναμη, σε κάθε χρονική στιγμή. Στη συνέχεια, η δύναμη διαιρέθηκε με την επιφάνεια της διατομής για να προκύψει και πάλι τιμή τάσης, που αντιστοιχεί στη συνολική αξονική τάση που ασκείται στη διατομή του άκρου του τμήματος-σωλήνα. Η σύγκριση των

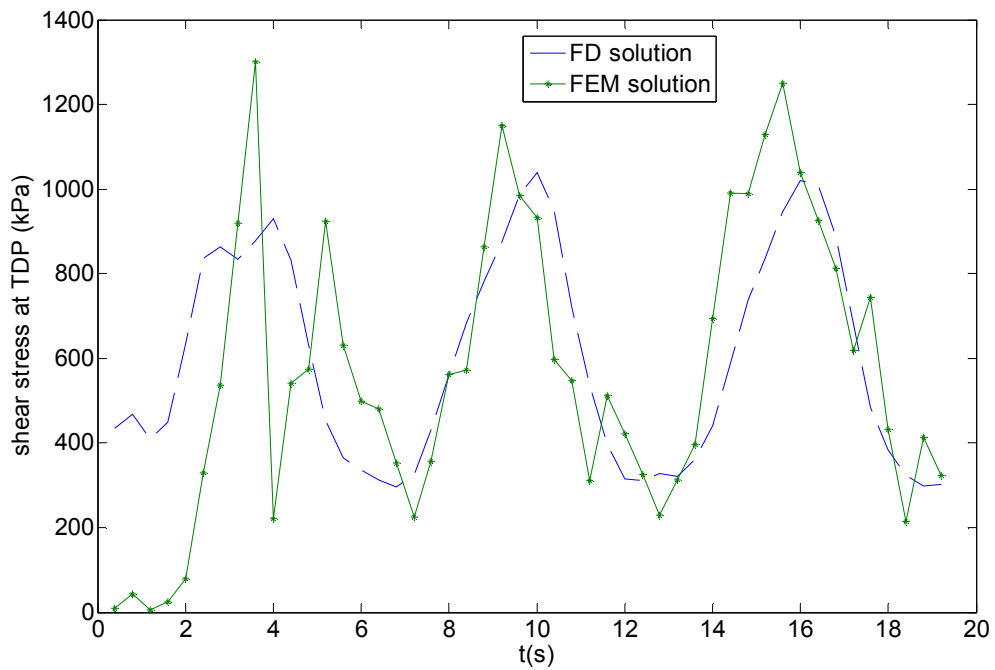
δύο χρονοσειρών αξονικών τάσεων φαίνεται στο διάγραμμα της Εικ.10.10. Η ομοιότητα στη συμπεριφορά των δύο καμπύλων ως προς την περιοδικότητα της χρονικής μεταβολής είναι εμφανής. Ακόμη, στο μεγαλύτερο χρονικό διάστημα, τα μέγιστα και τα ελάχιστα παραμένουν σχεδόν στα ίδια επίπεδα. Παρόμοια μπορεί, κατά προσέγγιση, να θεωρηθεί η κατάσταση και για τις διατμητικές τάσεις, όπως απεικονίζεται στην Εικ.10.11, σε ό,τι αφορά την ευρύτερη μεταβολή στο χρόνο αλλά και στο μέγεθος. Παρόλ'αυτά, παρατηρούνται ορισμένες ασυμφωνίες σε κάποιες χρονικές στιγμές όπου εμφανίζονται μέγιστες τιμές. Οι σχετικές διαφορές θα μπορούσαν να θεωρηθούν αναπόφευκτες δεδομένης της πολύ διαφορετικής μαθηματικής μοντελοποίησης των δύο προσεγγίσεων συν το γεγονός ότι η κανονικά τρισδιάστατη κατανομή τάσεων της επίλυσης ΠΣ μετατρέπεται απλουστευτικά σε μία μόνο σημειακή συνιστώσα.

Μία ακόμη εφαρμογή αξιολόγησης της παρούσας προσέγγισης shell-dynamics λαμβάνει χώρα με την εκτέλεση μίας ακόμη σειράς επιλύσεων ΠΣ, αυτήν τη φορά για το 2^ο τμήμα του sagbend. Αυτήν τη φορά ελέγχεται η αξιοπιστία του επιλεγμένου υπολογιστικού πλέγματος. Κατά συνέπεια συγκρίνονται οι δυναμικές εντατικές καταστάσεις υπό συγκεκριμένες χρονοσειρές φορτίσεων για δύο περιπτώσεις χωρικής διακριτοποίησης: (1) με πλέγμα διαστάσεων $0.1 \times 0.1 \times t$ και (2) μία πυκνότερη διαμόρφωση διαστάσεων $0.2 \times 0.2 \times t$. Οι υπολογισθείσες αξονικές τάσεις μεταξύ των δύο επιλύσεων ΠΣ απεικονίζονται ως προς τις αντίστοιχες τιμές της επίλυσης ΠΔ, στην Εικ.10.12. Και οι δύο επιλύσεις υπήρξαν συγκλίνουσες με βάση τα αλγοριθμικά κριτήρια. Όπως φαίνεται στην Εικ.10.12, μολονότι στα αρχικά χρονικά βήματα οι δύο σειρές λύσεων ΠΣ είναι ταυτόσημες (μέχρι τη στιγμή $t=6.8s$), σε επόμενα χρονικά βήματα μόνο η πυκνότερη διαμόρφωση φαίνεται να διατηρεί ένα συνεπέστερο προφίλ με βάση τα αναμενόμενα από τις επιλύσεις ΠΔ.

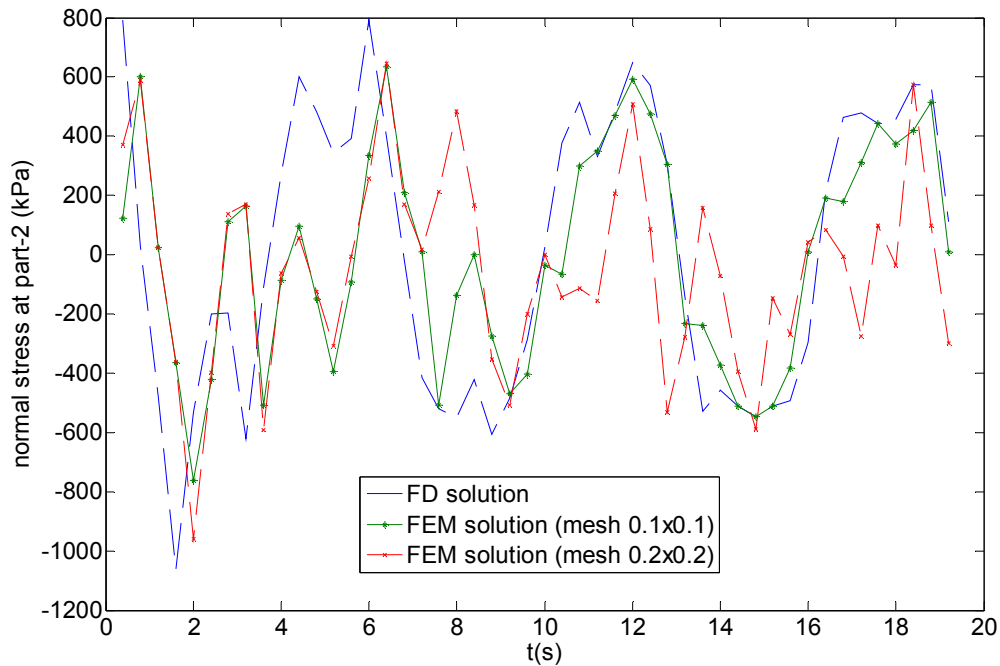
Σε γενικές γραμμές, επιβεβαιώνεται αρκετά η ικανότητα της προσέγγισης shell-dynamics να παρέχει συμβατά αποτελέσματα με την αναμενόμενη αξονική εντατική κατάσταση αλλά και η επάρκεια της ήδη επιβεβαιωμένης προσέγγισης line-dynamics στον προσδιορισμό της εντατικής κατάστασης ως προς μία συνιστώσα.



Εικόνα 10.10 Χρονοσειρές συνολικής αξονικής τάσης στο δεξί άκρο του 1ου (εκ των 25) τμήματος του sagbend.



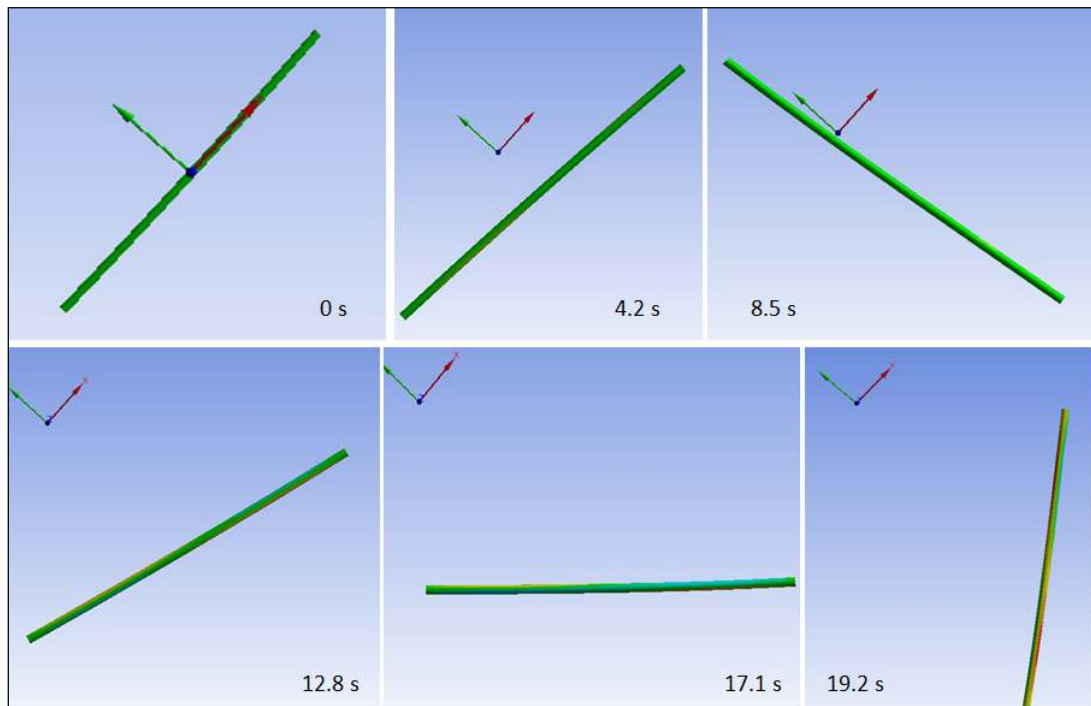
Εικόνα 10.11 Χρονοσειρές συνολικής διατμητικής τάσης στο δεξί άκρο του 1ου (εκ των 25) τμήματος του sagbend.



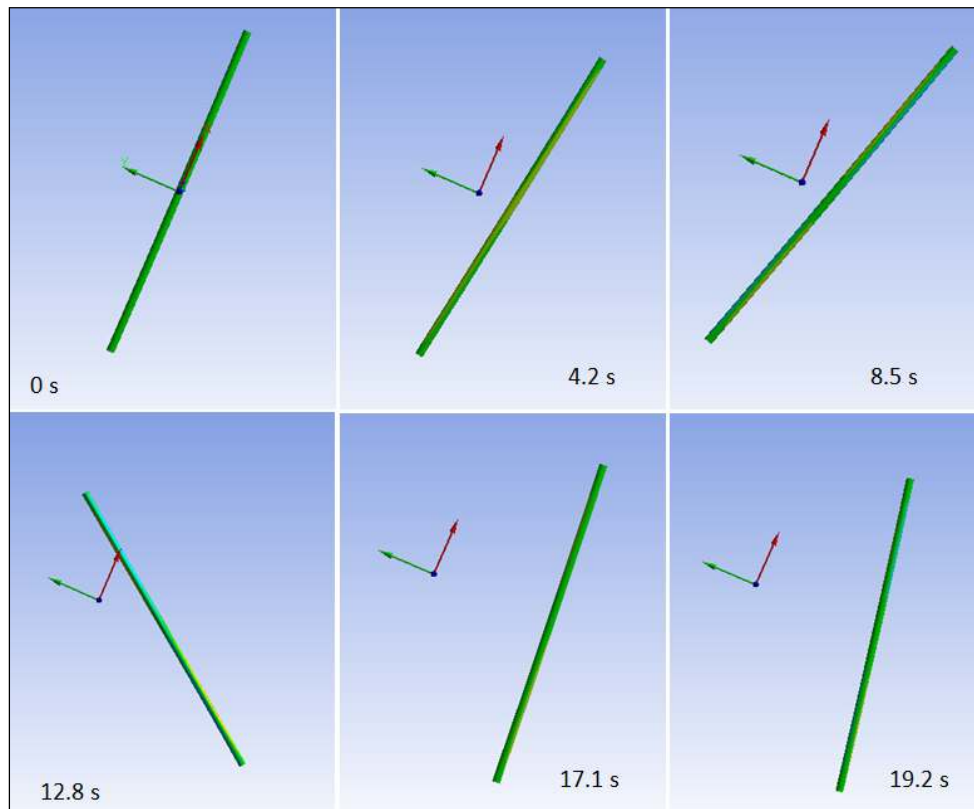
Εικόνα 10.12 Χρονοσειρές συνολικής αξονικής τάσης στο δεξι άκρο του 2ου (εκ των 25) τμήματος του sagbend.

10.4.2. Αποτελέσματα shell-dynamics όλων των τμημάτων-σωλήνων.

Στην ακόλουθη σειρά με στιγμιότυπα (Εικ.10.13) παρουσιάζεται ενδεικτικά, για ένα μοντέλο σωλήνα, η εξέλιξη της απόκρισης αναφορικά με το σωματοπαγές-κεντροβαρικό σύστημα στην αρχική θέση στατικής ισορροπίας και δευτερευόντως η εξέλιξη του μεγέθους της τάσης, με μορφή "contour plots" της ορθής, αξονικής τάσης, σ_x , για τις τρεις πρώτες περιόδους κίνησης, στο χρονικό διάστημα από 0.0s έως 19.2s, σε διάφορα ενδιάμεσα χρονικά στιγμιότυπα. Όπως φαίνεται στην Εικ.10.13, η 1η μικρότερη εικόνα αναφέρεται στη στιγμή 0.0s, όπου ο σωλήνας ισορροπεί σε στατική διαμόρφωση του συνολικού SCR, η 2η στη στιγμή 4.2s, η τρίτη στη στιγμή 8.5s, κ.ο.κ. Το συγκεκριμένο μοντέλο που παρουσιάζεται αντιστοιχεί στον 13ο σωλήνα από το TDP (part 13), ο οποίος βρίσκεται περίπου στο μέσο του "sag". Αντίστοιχα, η επόμενη Εικ.10.14 απεικονίζει στα ίδια χρονικά στιγμιότυπα τη μετατόπιση του τελευταίου τμήματος (25^{ος} σωλήνας) που βρίσκεται στο άνω άκρο του sagbend ($s=594.05m$) όπου η σωλήνωση αρχίζει να αποκτά σχεδόν ευθύ και κατακόρυφο προσανατολισμό μέχρι το άνω άκρο της στο FPS.



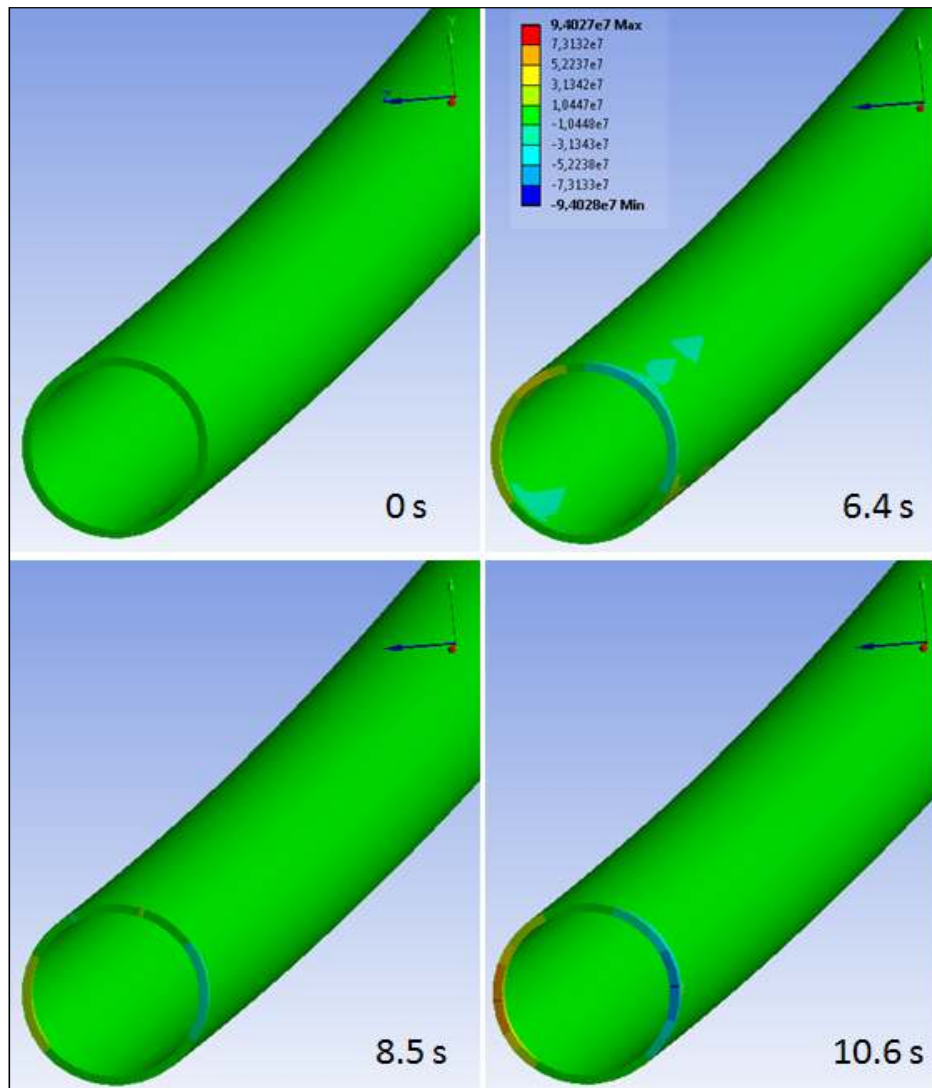
Εικόνα 10.13. Η μετακίνηση του τμήματος σωλήνα-13 στο χώρο κοιτάζοντας το κύριο επίπεδο (κατά το αλυσοειδές προφίλ της ενιαίας κατασκευής) $-xy$, ως προς την αρχική θέση στατικής ισορροπίας και το σωματοπαγές-τοπικό σύστημα αναφοράς, κατά τις χρονικές στιγμές (s) 0, 4.2, 8.5, 12.8, 17.1, 19.2.



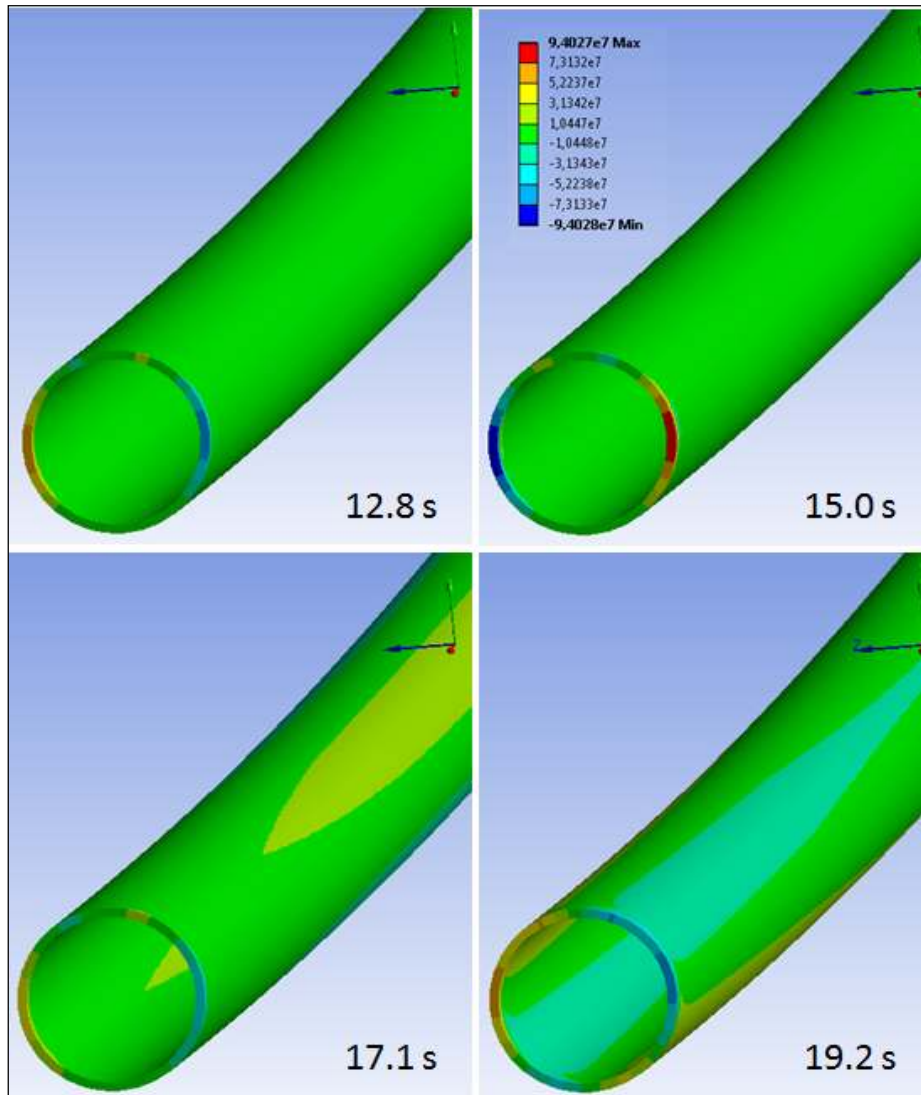
Εικόνα 10.14. Η μετακίνηση του ανώτατου τμήματος-σωλήνα του sagbend στο χώρο, κοιτάζοντας το κύριο επίπεδο (κατά το αλυσοειδές προφίλ της ενιαίας κατασκευής) $-xy$, ως προς την αρχική θέση στατικής ισορροπίας και το σωματοπαγές-τοπικό σύστημα αναφοράς, κατά τις χρονικές στιγμές (s) 0, 4.2, 8.5, 12.8, 17.1, 19.2.

Από την εξέταση των εικόνων προκύπτει το συμπέρασμα ότι πράγματι το sagbend παρουσιάζει μεγάλες ταλαντώσεις περισσότερο προς το μέσο και τα κατώτερα τμήματά του, όπως φαίνεται από τις μετατοπίσεις in-plane αλλά και τις περιστροφές περί την δι-κάθετο του τοπικού συστήματος. Παρόμοιες έντονες ταλαντώσεις παρουσιάζονται και στα τμήματα πλησιέστερα στο TDP. Είναι εμφανές ότι δεν προκύπτουν σημαντικές αξονικές μετατοπίσεις-παραμορφώσεις και η επίπεδη δυναμική συμπεριφορά του στοιχείου-κελύφους και κατά συνέπεια, ολόκληρης της σωλήνωσης διέπεται κυρίως από τις κάθετες και επίπεδες περιστροφικές κινήσεις. Πράγματι οι τελευταίες μορφές απόκρισης είναι σημαντικά μεγάλες όπως προκύπτει από την παρουσιαζόμενη περιστροφή σχεδόν 90° (σε σχέση με τη θέση στατικής ισορροπίας) τη χρονική στιγμή 8.5s και τη σχεδόν οριζόντια μετατόπιση τη χρονική στιγμή 17.1s (Εικ.10.13). Από την Εικ.10.14 προκύπτει το αναμενόμενο συμπέρασμα ότι οι ταλαντώσεις μειώνονται σημαντικά προς τα ανώτερα τμήματα του sagbend, όπου η σωλήνωση λαμβάνει τη σχεδόν κατακόρυφη διαμόρφωσή της μέχρι το άνω άκρο. Αυτό

οφείλεται στην επίδραση της ισχυρής αξονικής δύναμης-τάσης που λειτουργεί σαν μηχανισμός περιορισμού των κινήσεων. Ακόμη, διαπιστώνεται ότι οι απεικονιζόμενες ταλαντώσεις κάθε τμήματος παρουσιάζουν μία γενική περιοδικότητα η οποία δεν συμπίπτει με τη γραμμική περιοδικότητα των κινήσεων της επίλυσης line-dynamics. Αυτό απορρέει ξεκάθαρα από τη μη-γραμμικότητα του αλγορίθμου χρονικής ολοκλήρωσης του δυναμικού συστήματος εξισώσεων της προσέγγισης “shell-dynamics”. Η επόμενη σειρά στιγμιοτύπων περιλαμβάνει με μεγαλύτερη ευκρίνεια, προοπτικές απεικονίσεις της κατανομής και της χρονικής μεταβολής των διατμητικών τάσεων, σ_{yz} , ενδεικτικά για το 10^ο τμήμα πάνω από το TDP. Σε κάθε μικρότερη εικόνα απεικονίζεται η κατανομή των διατμητικών τάσεων στην αντίστοιχη χρονική στιγμή της ανάλυσης που υποσημειώνεται κάτω δεξιά. Η κατανομή των τάσεων είναι συμμετρική στο υπόλοιπο ήμισυ του σωλήνα το οποίο δεν παρουσιάζεται.



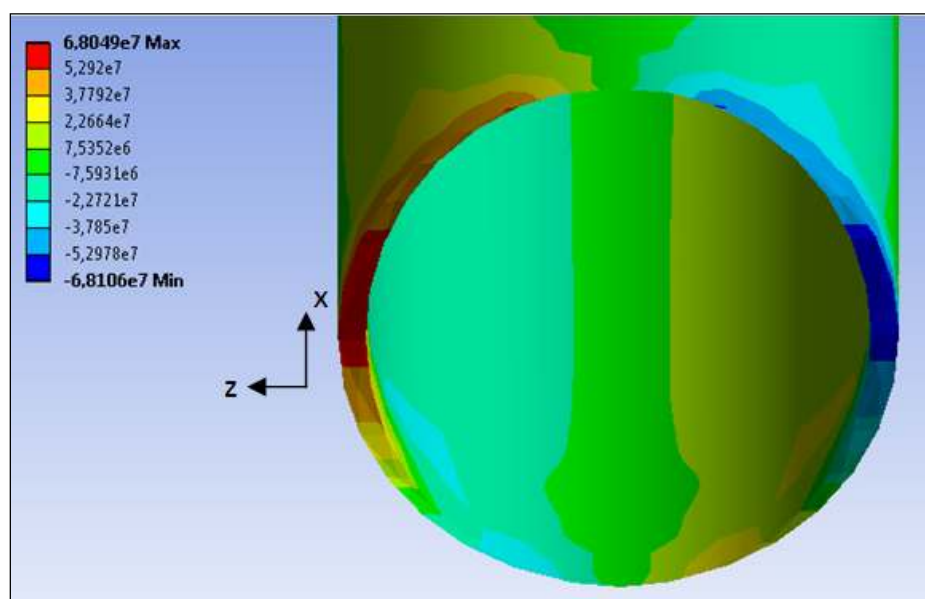
Εικόνα 10.15. Μη-παραμορφωμένα “περιγράμματα” για το 10° στοιχείο σωλήνα, της χωρικής κατανομής διαμητικών τάσεων σ_{yz} (Pa) τις χρονικές στιγμές 0s, 6.4s, 8.5s και 10.6s.



Εικόνα 10.16. Μη-παραμορφωμένα “περιγράμματα” για το 10° στοιχείο σωλήνα, της χωρικής κατανομής διατμητικών τάσεων σ_{yz} (Pa) τις χρονικές στιγμές 12.8s, 15s, 17.1s και 19.2s.

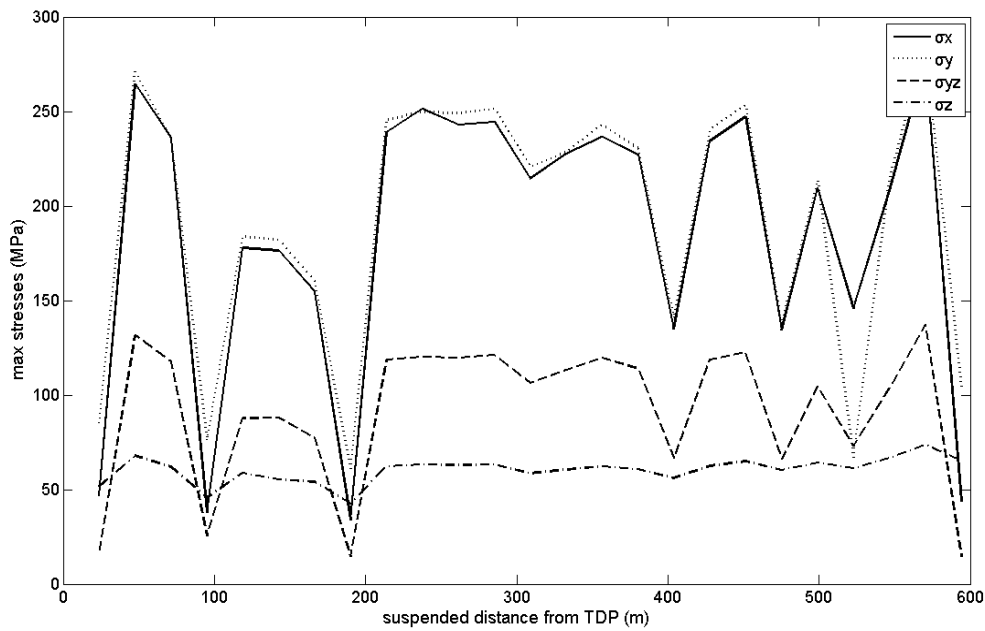
Η εντατική κατάσταση που αναδεικνύεται από την ένταση των χρωμάτων στις παραπάνω εικόνες, παρουσιάζει μέγιστο στο πέρας της τρίτης περιόδου διέγερσης, το οποίο αποκτάται λίγο πριν και κατά το διάστημα (18.8s-19.2s), όπως μπορεί να αναζητηθεί στα αρχεία αποτελεσμάτων (*.log) της επίλυσης του λογισμικού. Παρόμοια εικόνα εμφάνισης μεγίστων τάσεων επικρατεί και για τις συνιστώσες ορθών τάσεων, όπως στις σ_x , σ_y , σ_z αλλά και στις διατμητικές τάσεις, σ_{zx} , σ_{yz} , εμφανίζοντας μέγιστα λίγο πριν την ολοκλήρωση της τρίτης περιόδου. Γενικά, στα SCR οι ορθές εγκάρσιες τάσεις, σ_y , σ_z και οι εδώ απεικονιζόμενες διατμητικές σ_{yz} , είναι εκείνες που συνεισφέρουν, αντίστοιχα, σε κάμψη και σε τοπικό λυγισμό-buckling οι οποίες, διαμορφώνουν καταστάσεις παραμόρφωσης

(Kyriakides and Corona [125]), της διατομής σε σχήμα έλλειψης - "ovalization". Πράγματι, στους υπολογισμούς της κατανομής των τάσεων σ_{yz} , όπως παρουσιάζει η Εικ. 10.16, υπεισέρχεται ενδεχόμενη παραμόρφωση τύπου "ovalization" της αρχικά απαραμόρφωτης κυκλικής διατομής δακτυλίου. Η ακόλουθη Εικ. 10.17, επιπλέον παρουσιάζει μία παραμορφωμένη διατομή που μοιάζει με σχήμα "ovalized". Παρ'όλ'αυτά απαιτείται περαιτέρω διερεύνηση (π.χ. αριθμητική ή πειραματική) για το αν η φαινομενική αυτή παραμόρφωση που υπολογίζει ο κώδικας ΠΣ αποτελεί μία πραγματική περίπτωση "ovalization-buckling".



Εικόνα 10.17. Παραμορφωμένο περίγραμμα της κατανομής των διατμητικών τάσεων σ_{yz} (Pa) (ως προς τοπικό καρτεσιανό ΣΑ. Ο y -άξονας κάθετα και προς το εσωτερικό της εικόνας) που ασκούνται στην άκρη του 10^{00} (τη χρονική στιγμή των μεγίστων, 19.0s).

Η σχετική μορφή της διατομής του κελύφους επηρεάζεται κατά κύριο λόγο από τις μέγιστες ορθές τάσεις σ_y και λιγότερο από τις ορθές τάσεις σ_z . Αυτό μπορεί να διαπιστωθεί και από το γράφημα της Εικ.10.18, όπου παρουσιάζονται οι μέγιστες τάσεις σε κάθε στοιχείο που προκύπτουν τη στιγμή 19.0s σε όλο το μήκος του sagbend. Είναι ξεκάθαρο ότι οι σ_x και σ_y είναι οι σημαντικότερες συνιστώσες για τη διαμόρφωση της εντατικής κατάστασης. Η τελευταία διαπίστωση συμφωνεί αρκετά με τις προσδοκίες της προηγηθείσας ανάλυσης line-dynamics (παράγραφος 10.2) με βάση την οποία οι διεγέρσεις in-plane διέπουν κυρίως την εντατική κατάσταση αντί των διεγέρσεων που ασκούνται κατά την τοπική δι-κάθετο.



Εικόνα 10.18. Μέγιστες τάσεις σε όλο το μήκος του sagbend (τη χρονική στιγμή εμφάνισης των μεγίστων, 19.0s).

Ο υπολογισμός τόσο μεγάλων τιμών τάσεων (εκατοντάδων MPa) οι οποίες πλησιάζουν σχεδιαστικές τιμές οριακής κατάστασης αντοχής της συγκεκριμένης σωλήνωσης αλλά και γενικότερα κατασκευών από χάλυβα, απαιτεί μία περαιτέρω διερεύνηση των παραμέτρων οριακής κατάστασης των SCRs με βάση τις υπάρχουσες οδηγίες και προδιαγραφές. Ένας αριθμός αναλύσεων οριακής κατάστασης για SCRs έχει πραγματοποιηθεί από τους Estefen et al. [128] και Howells [129]. Ο Howells [129] παρατήρησε ότι σε ακραίες περιβαλλοντικές συνθήκες με έντονες μετατοπίσεις των FPS ο λόγος των δυναμικών τάσεων von Mises προς τις οριακές τιμές αστοχίας του SCR θα έπρεπε να είναι μεταξύ 0.3-0.8 (οι χαμηλότερες τιμές του λόγου θα πρέπει να επικρατούν στο TDP, δεδομένου ότι εκεί εμφανίζεται ο μεγαλύτερος κίνδυνος αστοχίας σε ακραίες καταστάσεις φόρτισης). Σύμφωνα με τις έρευνες των Estefen et al. [128] με βάση τα διεθνή πρότυπα για οριακές καταστάσεις για παχέα σωληνοειδή κελύφη (τμήματα SCR με $D/t < 30$) η μέγιστη επιτρεπόμενη αξονική τάση είναι η 1^η τάση διαρροής του υλικού-χάλυβα (εν προκειμένω: 800MPa~1GPa). Μόνο ο Νηογνώμων DNV εισάγει παράγοντα-συντελεστή ασφαλείας για λεπτότερες κατασκευές, όπως σημειώνεται στην εργασία [128]. Ούτως ή άλλως, λόγω των μεγάλων τιμών προέντασης που εφαρμόζονται στα SCR η εμφάνιση υψηλών αξονικών τάσεων δεν είναι σπάνιο φαινόμενο, αν και πάλι, στην παρούσα περίπτωση οι αξονικές τάσεις κατά μήκος της σωλήνωσης είναι αρκετά μικρότερες από την τάση διαρροής χάλυβα. Όμως,

όπως αναγράφεται στις προηγούμενες γραμμές η ανάπτυξη των καμπτικών και διατμητικών τάσεων επί της εγκάρσιας τομής της σωλήνωσης ενέχει τη μεγαλύτερη επικινδυνότητα εμφάνισης αστοχίας λόγω κόπωσης. Για παχιά SCR, το API [60] εισάγει μία οριακή τιμή 487MPa για τοπικές καμπτικές τάσεις και μία οριακή τιμή 336MPa για εξωτερικές πιέσεις που προκαλούν “ovalization-buckling”, ενώ ο DNV [68] προτείνει, επίσης τιμές παρόμοιας τάξεως μεγέθους. Οι υπολογισμένες μέγιστες τιμές της επίλυσης ΠΣ shell-dynamics (Εικ.10.18) ως προς τοπικό καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων είναι αρκετά μικρότερες από τις τελευταίες οριακές τιμές καμπτικών και διατμητικών τάσεων.

10.5. Συμπεράσματα.

Εφαρμόστηκαν μη-γραμμικές δυναμικές αναλύσεις ΠΣ με τη μέθοδο Implicit/Newmark με χρήση 8-κομβικών στοιχείων κελύφους για 25 διαδοχικά τμήματα-σωλήνες κατασκευής SCR, που συνθέτουν την περιοχή sagbend της σωλήνωσης (με τη μεγαλύτερη καμπυλότητα και το μεγαλύτερο κίνδυνο εμφάνισης αστοχίας σε ακραίες καμπτικές ταλαντώσεις) συνολικού αλυσοειδούς-ανυψωμένου μήκους 594.05m. Σε αντίθεση με τις μέχρι τώρα προσεγγίσεις line-dynamics για την δυναμική ανάλυση ανάλογων SCR μεγάλου μήκους, για πρώτη φορά έγινε προσπάθεια προσομοίωσης της κατασκευής ως επίπεδο κέλυφος, με στόχο την πληρέστερη και ακριβέστερη αποτύπωση της ανάπτυξης της δυναμικής εντατικής κατάστασης της κατασκευής. Οι συνθήκες δυναμικής φόρτισης και οι οριακές συνθήκες κίνησης που έπρεπε να καθοριστούν στην παραμετροποίηση των μοντέλων ΠΣ είχαν προκύψει ως χρονοσειρές τοπικών εντατικών δυνάμεων και ταχυτήτων (οριακών συνθηκών)-αποτελέσματα από προηγούμενη ανάλυση line-dynamics με ΠΔ, στις οποίες θεωρήθηκε ότι υπεισέρχονταν όλες οι εξωτερικές επιδράσεις του φυσικού προβλήματος (διέγερση λόγω κίνησης του κορυφαίου άκρου, υδροδυναμική αντίσταση λόγω επακόλουθης κίνησης του riser στο νερό, υπό άνωση βάρους, προένταση).

Η ανάλυση ΠΣ των επιμέρους τμημάτων απέδειξε ότι οι αποκρίσεις συμβαδίζουν σε μεγάλο βαθμό με την εφαρμογή των συγκεκριμένων χρονοσειρών διεγέρσεων και παρουσιάζουν όμοια ταλαντωτική συμπεριφορά μεταξύ τους κυρίως στο κύριο (in-plane) επίπεδο, όπου οι μέγιστες τιμές καμπτικών και διατμητικών τάσεων εμφανίζονται κοντά στο TDP. Επίσης, οι έντονες διακυμάνσεις, έως πλήρους αντιστροφής των εντατικών δυνάμεων και ταχυτήτων, μεταξύ των διαφόρων χρονικών στιγμών, ιδιαίτερα στο TDP, διατηρήθηκε και στα αποτελέσματα της επίλυσης ΠΣ για τις αντίστοιχες συνιστώσες τάσεων στα στοιχεία. Ακόμη, η μεταβολή στο χρόνο και οι τιμές των δυναμικών τάσεων μεταξύ των προσεγγίσεων line-dynamics και shell-dynamics συμφωνούσαν σε ικανοποιητικό βαθμό. Σημαντική διαφορά μεταξύ των δύο προσεγγίσεων ήταν το γεγονός ότι η κίνηση του μοντέλου shell-

dynamics, αν και σχεδόν περιοδική, δεν ακολουθούσε την περιοδικότητα-σχεδόν γραμμικότητα της κίνησης του κόμβου line-dynamics. Οι εν λόγω διαφορές στην κίνηση αλλά και οι όποιες διαφορές σε υπολογισμούς εντατικών μεγεθών, μεταξύ των δύο προσεγγίσεων, οφείλονταν περισσότερο σε εγγενή χαρακτηριστικά της νέας προσέγγισης shell-dynamics, δηλαδή, από τη μία πλευρά στα γενικότερα μη-γραμμικά χαρακτηριστικά του δυναμικού συστήματος και από την άλλη στις περισσότερο περίπλοκες μαθηματικές σχέσεις διακριτοποίησης (8-κομβικά κελύφη) του κατασκευαστικού στοιχείου.

Σε ό,τι αφορά την προσδιορισθείσα εντατική κατάσταση του συγκεκριμένου SCR παρατηρήθηκε ότι, αν και οι χρονικά μεταβαλλόμενες διεγέρσεις θα μπορούσαν να συνιστούν ακραίες συνθήκες περιβαλλοντικής φόρτισης με μεγάλη επικινδυνότητα αστοχίας λόγω καμπτικής ταλάντωσης, η χρονικά μεταβαλλόμενη εντατική κατάσταση παρέμεινε σε αρκετά χαμηλότερα επίπεδα από τις προδιαγεγραμμένες οριακές τιμές για SCR. Δεδομένου του αρμονικού προφίλ της διέγερσης υπήρχε το αναμενόμενο αντίκτυπό του στην εντατική κατάσταση, δηλαδή, η ανάπτυξη των τάσεων έτεινε σε μία σταθερή-επαναλαμβανόμενη κατάσταση από τη στιγμή εμφάνισης των μεγίστων τάσεων-παραμορφώσεων. Τέλος η σε μεγάλο βαθμό συμφωνία μεταξύ των δύο προσεγγίσεων: (i) line-dynamics/ΠΔ για ενιαία επίλυση για όλο το SCR και (ii) shell-dynamics/ΠΣ για τμηματική επίλυση στελεχών του SCR, υπογραμμίζει σε αυτό το επίπεδο την επάρκεια και την αξιοπιστία και των δύο, με την προϋπόθεση για τη νέα προσέγγιση, βέβαια, να είναι επαρκώς γνωστές οι εξωτερικές συνθήκες φόρτισης και μετατόπισης-κίνησης της κατασκευής.

Ευχαριστίες

Ο ΥΔ θα ήθελε να ευχαριστήσει ιδιαίτερα τον Δρ. κ. Μιχαήλ Τούλιο για την προθυμία του να παράσχει πολύτιμες διευκρινιστικές επισημάνσεις σε ζητήματα μηχανικής συμπεριφοράς του ΠΣ κελύφους.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΜΕΝΟ ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟ ΥΔΡΟΕΛΑΣΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΓΙΑ ΑΓΩΓΟ SCR ΜΕ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΡΟΗ ΡΕΥΣΤΟΥ

Το σύστημα των εξισώσεων (10.4)-(10.13) μπορεί να γραφεί απλούστερα σε μητρική μορφή:

$$M \frac{\partial Y}{\partial t} + K \frac{\partial Y}{\partial s} + F(Y_{s,t}) = 0 \quad (\text{A.1})$$

όπου ∂_t η χρονική παραγωγή, καθώς το σύστημα διακριτοποιείται τόσο στο χώρο όσο και στο χρόνο. Η ανάπτυξη των μητρώων μάζας, M , ακαμψίας, K , καθώς και του διάνυσματος των δυνάμεων, F , δεν παρουσιάζεται εν προκειμένω για λόγους συντομίας. Τόσο τα επιμέρους μητρώα όσο και η πλήρης μαθηματική διαδικασία που ακολουθεί μπορούν να αναζητηθεί στην εργασία του Chatjigeorgiou [52]. Για την παραγωγή του γραμμικοποιημένου συστήματος λαμβάνεται η υπόθεση ότι κάθε δυναμική συνιστώσα αποτελείται από έναν στατικό και έναν αντίστοιχο δυναμικό όρο. Επομένως, το διάνυσμα των αγνώστων γράφεται ως:

$$Y(s,t) = Y_0(s) + Y_1(s,t) \quad (\text{A.2})$$

όπου

$$Y_0(s) = [T_0 \quad S_{n0} \quad S_{b0} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \Omega_{30} \quad 0 \quad \phi_0]^T \quad (\text{A.3})$$

το διάνυσμα των στατικών όρων και

$$Y_1(s,t) = [T_1 \quad S_{n1} \quad S_{b1} \quad p \quad q \quad r \quad \Omega_{21} \quad \Omega_{31} \quad \theta_1 \quad \phi_1]^T \quad (\text{A.4})$$

το διάνυσμα των αντίστοιχων δυναμικών όρων. Οι στατικές ποσότητες για τη γωνία out-of-plane και για την αντίστοιχη καμπυλότητα τίθενται μηδενικές (εξίσωση A.3) καθώς δεν εμφανίζονται στη στατική ισορροπία του SCR. Επιπλέον, οι ταχύτητες 3D μετατόπισης u , v και w αντικαθίστανται από τις αντίστοιχες συνιστώσες κίνησης $u = \partial p / \partial t$, $v = \partial q / \partial t$ και $w = \partial r / \partial t$ όπου p , q , r είναι η εφαπτομενική, η κάθετη και η δικάθετη, αντίστοιχα, μετακίνηση του

στοιχείου. Ο συγκεκριμένος συμβολισμός των μετατοπίσεων χρησιμοποιείται και στον καθορισμό των διεγέρσεων εξαναγκασμού που επιβάλλονται στην κορυφή του SCR. Οι αξονικές δυνάμεις λόγω δυναμικής πίεσης τίθενται επίσης ίσες με μηδέν, καθώς θεωρείται αμελητέα η επίδρασή τους για τους ίδιους λόγους που αναφέρονται προηγουμένως. Αφού εισαχθεί η εξίσωση (A.2) στο μη γραμμικό σύστημα (3.15)-(3.24) και αμεληθούν οι όροι ανώτερης τάξης, προκύπτει το ακόλουθο, απλοποιημένο σύστημα:

$$\begin{aligned} & m \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + MV\Omega_{30} \frac{\partial p}{\partial t} + MV^2\Omega_{31} \\ & = \frac{\partial T_1}{\partial s} - S_{n1}\Omega_{30} - S_{n0}\Omega_{31} - (w_0 + Mg) \cos \phi_0 \phi_1 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} & (m + m_a + M) \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + MV \frac{\partial^2 q}{\partial s \partial t} + MV^2\Omega_{31} \\ & = \frac{\partial S_{n1}}{\partial s} + T_1\Omega_{30} + \Omega_{31}T_0 + (w_0 + Mg) \sin \phi_0 \phi_1 - c\omega|q| \frac{\partial q}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} & (m + m_a + M) \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} + MV \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial t} - MV^2\Omega_{21} \\ & = \frac{\partial S_{b1}}{\partial s} - S_{n0}\Omega_{30}\theta_1 - T_0\Omega_{21} - (w_0 + Mg) \sin \phi_0 \theta_1 - c\omega|r| \frac{\partial r}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$T_1 = EA \left(\frac{\partial p}{\partial s} - \Omega_{30}q \right) \quad (\text{A.8})$$

$$\phi_1 = \frac{\partial q}{\partial s} + \Omega_{30}p \quad (\text{A.9})$$

$$\theta_1 = -\frac{\partial r}{\partial s} \quad (\text{A.10})$$

$$EI \frac{\partial \Omega_{21}}{\partial s} - EI\Omega_{30}\theta_1 = S_{b1} \quad (\text{A.11})$$

$$EI \frac{\partial \Omega_{31}}{\partial s} = -S_{n1} \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial s} = \Omega_{21} \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial s} = \Omega_{31} \quad (\text{A.14})$$

Στο τελευταίο σύστημα εξισώσεων η ταχύτητα ροής ρευστού εντός του αγωγού συμβολίζεται με V .

Αν παρατηρηθούν οι εξισώσεις (A.5)-(A.14) υπό το πρίσμα της γραμμικής θεωρίας, τόσο το πρόβλημα in-plane όσο και το πρόβλημα out-of-plane μπορούν να επιλυθούν ξεχωριστά. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι με την ισοδύναμη διαδικασία γραμμικοποίησης αποσυζεύγνυνται οι αρχικά συζευγμένοι, μη-γραμμικοί όροι. Τα διανύσματα των αποσυζευγμένων αγνώστων δυναμικών συνιστωσών για το in-plane και για το out-of-plane επίπεδο, είναι, αντίστοιχα, τα ακόλουθα δύο:

$$X(s;t) = [T_1 \quad S_{n1} \quad p \quad q \quad \Omega_{31} \quad \phi_1]^T \quad (\text{A.15})$$

$$Z(s;t) = [S_{b1} \quad r \quad \Omega_{21} \quad \theta_1]^T \quad (\text{A.16})$$

Η απόκριση της κατασκευής, επίσης στο πλαίσιο της γραμμικής θεωρίας, θεωρείται αρμονική και το πρόβλημα μπορεί να προσαρμοστεί στο μιγαδικό πεδίο. Έτσι, τα διανύσματα των εξισώσεων (A.15), (A.16) εκφράζονται ως:

$$X(s;t) = \text{Re} \left\{ \mathbf{x}(s) e^{i\omega t} \right\} \quad (\text{A.17})$$

$$Z(s;t) = \text{Re} \left\{ \mathbf{z}(s) e^{i\omega t} \right\}, \quad (\text{A.18})$$

όπου ω η συχνότητα διέγερσης και

$$\mathbf{x}(s) = [T_1(s) \quad S_{n1}(s) \quad p(s) \quad q(s) \quad \Omega_{31}(s) \quad \phi(s)]^T \quad (\text{A.19})$$

$$\mathbf{z}(s) = [S_{b1}(s) \quad r(s) \quad \Omega_{n1}(s) \quad \theta_1(s)]^T \quad (\text{A.20})$$

Τα διανύσματα $\mathbf{x}(s)$ και $\mathbf{z}(s)$ είναι μιγαδικά. Το πραγματικό και το φανταστικό τους μέρος επισημαίνεται με τους δείκτες (r) και (i) αντιστοίχως. Οι ακόλουθες εξισώσεις (A.21), (A.22) εισάγονται στα ξεχωριστά συστήματα των in-plane και out-of-plane εξισώσεων, οι οποίες, κατόπιν διαχωρισμού των πραγματικών από τα φανταστικά τους μέρη, γίνονται (σε μητρική μορφή):

$$\frac{d}{ds}(\mathbf{F}^{(in)}) = \mathbf{G}^{(in)} \cdot \mathbf{F}^{(in)} \quad (\text{A.21})$$

$$\frac{d}{ds}(\mathbf{F}^{(out)}) = \mathbf{G}^{(out)} \cdot \mathbf{F}^{(out)} \quad (\text{A.22})$$

όπου οι δείκτες (in) και (out) αντιστοιχούν στις συνιστώσες in-plane και out-of-plane, αντίστοιχα. Οι πίνακες μετασχηματισμού, \mathbf{G} (που περιλαμβάνουν αδρανειακούς συντελεστές και συντελεστές ακαμψίας) και τα αντίστοιχα, αποσυζευγμένα διανύσματα \mathbf{F} περιγράφονται αναλυτικά στην [52].

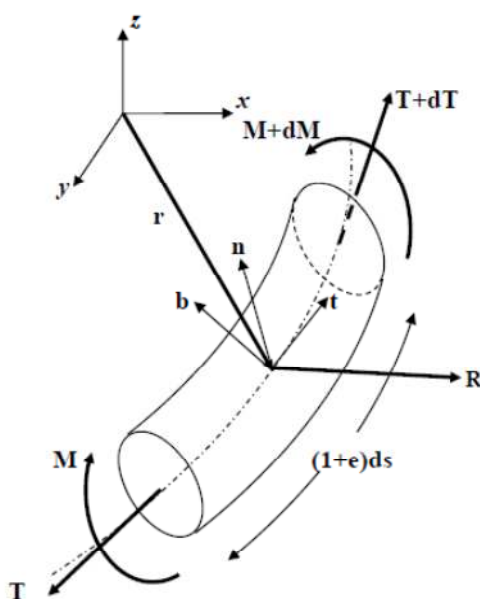
Το τελικό σύστημα εξισώσεων επιλύεται με την μέθοδο Κεντρικών Διαφορών που περιγράφει ο Hoffman [115] (βλ. και ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β). Το ανυψωμένο-αλυσοειδές μήκος του SCR διακριτοποιείται σε n κόμβους ($k=1, \dots, n$), και όλοι οι όροι υπολογίζονται στο μέσον $k-1/2$ κάθε στοιχείου μεταξύ δύο διαδοχικών κόμβων, επομένως:

$$\mathbf{F}_k - \mathbf{F}_{k-1} = \frac{\Delta s}{2} (\mathbf{G}_k \mathbf{F}_k + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{F}_{k-1}) \quad (\text{A.23})$$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

ΤΟ ΠΛΗΡΕΣ 3D ΥΔΡΟΕΛΑΣΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΤΟΥ SCR: ΕΠΙΚΑΙΡΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΚΑΙ ΤΟΝ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟ ΣΤΡΕΠΤΙΚΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

Ως m , m_a και w_0 συμβολίζονται η μάζα, η πρόσθετη μάζα και το υπό άνωση βάρος ανά μέτρο μήκους της κατασκευής. Ακόμη, με E ορίζεται το μέτρο ελαστικότητας Young, με D η εξωτερική και με d_i η εσωτερική διάμετρος, με A η επιφάνεια διατομής, με I_p η πολική ροπή αδράνειας, με I η δεύτερη ροπή αδράνειας, ρ_c η πυκνότητα του υλικού και G το μέτρο διάτμησης. Σημειώνεται ότι οι ποσότητες m , m_a , w_0 , A , I και I_p αντιστοιχούν στην αρχικά απαραμόρφωτη κατάσταση στατικής ισορροπίας του SCR. Έχοντας προσδιορίσει τις φυσικές και μηχανικές ιδιότητες της κατασκευής ακολούθως παρατίθεται το μαθηματικό μοντέλο δυναμικής ισορροπίας. Η υπόθεση ισορροπίας λαμβάνεται για την παραμορφωμένη κατάσταση (Εικ. Β.1) του διαφορικού στοιχείου και οι τελικές σχέσεις εκφράζονται ως προς τους απαραμόρφωτους όρους.



Εικόνα. Β.1. Ισορροπία δυνάμεων και ροπών του στοιχείου-σωλήνας του μοντέλου “line-dynamics”.

Στην προκειμένη περίπτωση, με θεώρηση της σωλήνωσης ως καμπυλωμένου ελαστικού μέσου αποδεικνύεται ότι η δυναμική συμπεριφορά της στον τρισδιάστατο χώρο μπορεί να περιγραφεί πλήρως από το ακόλουθο σύστημα ΜΔΕ [126]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial s} + S_b \Omega_2 - S_n \Omega_3 - w_0 \sin \phi \cos \theta - m \frac{\partial u}{\partial t} - mw \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \cos \psi + \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta \sin \psi \right) \\ + mv \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta \cos \psi - \frac{\partial \theta}{\partial t} \sin \psi \right) + R_{dt} = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_n}{\partial s} + \Omega_3 T - \Omega_1 S_b - w_0 \cos \phi - m \frac{\partial v}{\partial t} - mu \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta \cos \psi - \frac{\partial \theta}{\partial t} \sin \psi \right) \\ + mw \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial t} \sin \theta \right) + R_{dn} = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_b}{\partial s} + \Omega_1 S_n - \Omega_2 T - w_0 \sin \phi \sin \theta - m \frac{\partial w}{\partial t} - mv \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial t} \sin \theta \right) \\ + mu \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \cos \psi + \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta \sin \psi \right) + R_{db} = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \Omega_2 w - \Omega_3 v - \frac{1}{EA} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{\partial v}{\partial s} + \Omega_3 u - \Omega_1 w - \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta \cos \psi + \frac{\partial \theta}{\partial t} \sin \psi = 0 \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{\partial w}{\partial s} + \Omega_1 v - \Omega_2 u + \frac{\partial \theta}{\partial t} \cos \psi + \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta \sin \psi = 0 \quad (\text{B.6})$$

$$GI_p \frac{\partial \Omega_1}{\partial s} - \rho_c I_p \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \sin \theta - \frac{\partial \phi}{\partial t} \frac{\partial \theta}{\partial t} \cos \theta \right) = 0 \quad (\text{B.7})$$

$$EI \frac{\partial \Omega_2}{\partial s} + (GI_p - EI) \Omega_1 \Omega_3 - S_b - \rho_c I \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \cos \psi - \frac{\partial \theta}{\partial t} \frac{\partial \psi}{\partial t} \sin \psi + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \cos \theta \sin \psi - \frac{\partial \phi}{\partial t} \frac{\partial \theta}{\partial t} \sin \theta \sin \psi + \frac{\partial \phi}{\partial t} \frac{\partial \psi}{\partial t} \cos \theta \cos \psi \right) = 0 \quad (\text{B.8})$$

$$EI \frac{\partial \Omega_3}{\partial s} + (EI - GI_p) \Omega_1 \Omega_2 + S_n - \rho_c I \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \cos \theta \cos \psi - \frac{\partial \phi}{\partial t} \frac{\partial \theta}{\partial t} \sin \theta \cos \psi - \frac{\partial \phi}{\partial t} \frac{\partial \psi}{\partial t} \cos \theta \sin \psi - \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \sin \psi - \frac{\partial \theta}{\partial t} \frac{\partial \psi}{\partial t} \cos \psi \right) = 0 \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial s} - \frac{\partial \phi}{\partial s} \sin \theta - \Omega_1 = 0 \quad (\text{B.10})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial s} \cos \psi + \frac{\partial \phi}{\partial s} \cos \theta \sin \psi - \Omega_2 = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial s} \cos \theta \cos \psi - \frac{\partial \theta}{\partial s} \sin \psi - \Omega_3 = 0 \quad (\text{B.12})$$

Το ανωτέρω δυναμικό σύστημα εκφράζεται ως προς τοπικές συντεταγμένες (\mathbf{t} , \mathbf{n} , \mathbf{b}) σε σύστημα αναφοράς Frenet, για ένα καμπύλο διάστημα (Hildebrand, [130]), όπου \mathbf{t} εφαπτομενική συντεταγμένη στον κύριο άξονα της σωλήνωσης, \mathbf{n} κάθετη στην \mathbf{t} και \mathbf{b} “δι-κάθετη” στην \mathbf{t} (ώστε το σύστημα των διανυσμάτων να είναι ορθογώνιο και δεξιόστροφο). Οι άγνωστοι του προβλήματος σχηματίζουν το διάνυσμα αγνώστων:

$$\mathbf{Y} = [T \quad S_n \quad S_b \quad u \quad v \quad w \quad \Omega_1 \quad \Omega_2 \quad \Omega_3 \quad \psi \quad \theta \quad \phi]^T \quad (\text{B.16})$$

όπου T η ενεργός τάση (αξονική δύναμη), S_n και S_b οι διατμητικές δυνάμεις κατά την κάθετο \mathbf{n} και δι-κάθετο \mathbf{b} διεύθυνση, αντίστοιχα, u , v και w η αξονική, κάθετη και δι-κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας, αντίστοιχα, Ω_1 , Ω_2 και Ω_3 η στρεπτική (περί τον κύριο άξονα), η “out-of-plane” (περί την κάθετο) και η “in-plane” (περί την δι-κάθετο) καμπυλότητα, αντίστοιχα και τέλος, ψ , θ και ϕ , οι γωνίες Euler του συστήματος Frenet. Στην παρούσα περίπτωση οι ψ , θ και ϕ είναι, αντίστοιχα, η γωνία στρέψης της σωλήνωσης, η γωνία out-of-

plane και η γωνία που σχηματίζει ο κύριος άξονας της σωλήνωσης με την οριζόντιο στο 2D επίπεδο αναφοράς. Τέλος R_{dt} , R_{dn} και R_{db} είναι οι υδροδυναμικές δυνάμεις αντίστασης κατά τις διευθύνσεις \mathbf{t} , \mathbf{n} και \mathbf{b} αντίστοιχα. Οι ποσότητες αυτές υπολογίζονται με τον τύπο του Morison, δηλ.:

$$R_{dt} = -\frac{1}{2} \pi \rho D C_{dt} u |u| \quad (\text{B.17})$$

$$R_{dn} = -\frac{1}{2} \rho D C_{dn} v \sqrt{v^2 + w^2} \quad (\text{B.18})$$

$$R_{db} = -\frac{1}{2} \rho D C_{db} w \sqrt{v^2 + w^2} \quad (\text{B.19})$$

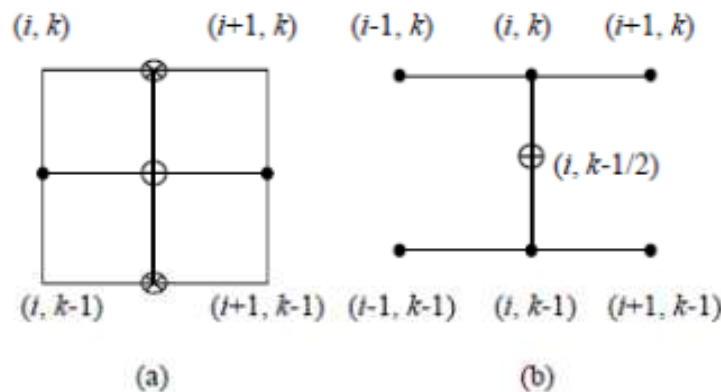
όπου ρ η πυκνότητα του νερού, και C_{dt} , C_{dn} και C_{db} οι αντίστοιχη συντελεστές αντίστασης στις διάφορες διευθύνσεις. Κατ'αυτόν τον τρόπο, οι δυνάμεις της Εικ. 3 γράφονται στα ακόλουθα διανύσματα: $\mathbf{T} = [T \quad S_n \quad S_b]$, $\mathbf{M} = [M_1 \quad M_2 \quad M_3]$, όπου $M_1 = GI_p \Omega_1$, $M_2 = EI \Omega_2$, $M_3 = EI \Omega_3$ και $\mathbf{R} = [R_{dt} \quad R_{dn} \quad R_{db}]$. Στη σχέση συμβιβαστού (B.7) υπεισέρχεται γραμμική σχέση ελαστικής παραμόρφωσης καθώς λήφθηκε η υπόθεση ότι η τοπική αξονική παραμόρφωση προσδιορίζεται από τη σχέση $e = T/EA$.

Προφανώς όλες οι ανωτέρω περιγραφόμενες ποσότητες είναι συναρτήσεις του χρόνου t και της χωρικής απαραμόρφωτης συντεταγμένης (Lagrangian) s η οποία λαμβάνει τιμές κατά μήκος του απαραμόρφωτου-αλυσοειδούς μήκους της σωλήνωσης. Στο παραπάνω σύστημα οι εξισώσεις (B.4)-(B.7) είναι οι εξισώσεις κίνησης, οι (B.8)-(B.9) οι σχέσεις συμβιβαστού, οι (B.10)-(B.12) εκφράζουν την ισορροπία ροπών και τέλος οι (B.13)-(B.15) εισάγονται επιπρόσθετα για να μπορέσει να σχηματιστεί το σύστημα 12 εξισώσεων με 12 αγνώστους. Εν προκειμένω, οι (B.13-B.15) συσχετίζουν τις στρεπτικές και καμπτικές καμπυλότητες (με άλλα λόγια, τα στοιχεία του διανύσματος περιστροφής Darboux) με τις γωνίες Euler του συστήματος Frenet.

Στα ακόλουθα περιγράφεται συνοπτικά η μεθοδολογία ΠΔ για την αριθμητική προσομοίωση του συστήματος (B.4)-(B.15). Έχοντας προσδιορίσει το διάνυσμα των αγνώστων (B.16), το σύστημα ΜΔΕ δυναμικής ισορροπίας μπορεί να γραφεί στην ακόλουθη μητρική μορφή:

$$\mathbf{M} \frac{\partial^2 \mathbf{Y}}{\partial t^2} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial t} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial t} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial t} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial s} + \mathbf{F} = 0. \quad (\text{B.20})$$

Στη μητρική εξίσωση τα στοιχεία \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{B} , \mathbf{G} και \mathbf{K} είναι τετραγωνικά μητρώα 12×12 και το \mathbf{F} είναι διάνυσμα 12×1 . Οι ακριβείς μορφές των μητρώων και διανυσμάτων μπορεί να αναζητηθεί στην [127]. Το εν λόγω σύστημα επιλύεται με χρήση ενός κατάλληλου συνδυασμού ΠΔ. Παρόμοια συστήματα έχουν επιλυθεί στο παρελθόν με χρήση της “άρρητης” μεθόδου Keller-Box η οποία εξασφαλίζει ακρίβεια β-τάξης, $O(\Delta t^2) + O(\Delta s^2)$ (Hoffman [116]). Συνοπτικά, οι ΜΔΕ επιλύονται στο μέσον δύο διαδοχικών χρονικών και χωρικών σημείων (κόμβων) δηλ. στις θέσεις $i+1/2$ και $k-1/2$, όπου i και k συμβολίζουν αντίστοιχα τους χρονικούς και χωρικούς κόμβους. Όμως η συγκεκριμένη μέθοδος δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε εξισώσεις που περιλαμβάνουν β-τάξεις χρονικές παραγώγους, όπως οι εξισώσεις (B.10)-(B.12). Γι’ αυτό οι συγκεκριμένες εξισώσεις επιλύονται με σχήμα ΠΔ Crank-Nicolson (Hoffman [116]). Στην Εικ. B.2 παρουσιάζονται τα χρησιμοποιημένα σχήματα ΠΔ.



Εικόνα. B.2. Σχήματα διακριτοποίησης (a) της μεθόδου Keller-Box και (b) της Crank-Nicolson.

Σύμφωνα με τη μέθοδο Crank-Nicolson οι χωρικές παράγωγοι υπολογίζονται στο κομβικό σημείο $[i, k-1/2]$ μέσω β-τάξιων Κεντρικών Διαφορών. Η τάξη της προσέγγισης αυτής αναμένεται να είναι $O(\Delta s^2)$. Οι β-τάξεις χρονικές παράγωγοι στους κόμβους $k-1$ και k προσεγγίζονται από εκτιμήσεις των β-τάξιων Κεντρικών Διαφορών. Οι εκτιμήσεις ΠΔ που προκύπτουν για την μητρική εξίσωση (B.20) με χρήση της μεθόδου Keller-Box και της Crank-Nicolson προσδιορίζονται με τα ακόλουθα αναπτύγματα:

$$\begin{aligned}
& \left(\mathbf{C}_k^{i+1} + \mathbf{C}_{k-1}^{i+1} + \mathbf{C}_k^i + \mathbf{C}_{k-1}^i \right) \left(\mathbf{Y}_k^{i+1} - \mathbf{Y}_k^i + \mathbf{Y}_{k-1}^{i+1} - \mathbf{Y}_{k-1}^i \right) \Delta s \\
& + \left(\mathbf{K}_k^{i+1} + \mathbf{K}_{k-1}^{i+1} + \mathbf{K}_k^i + \mathbf{K}_{k-1}^i \right) \left(\mathbf{Y}_k^{i+1} + \mathbf{Y}_k^i - \mathbf{Y}_{k-1}^{i+1} - \mathbf{Y}_{k-1}^i \right) \Delta t \\
& + 2 \left(\mathbf{F}_k^{i+1} + \mathbf{F}_{k-1}^{i+1} + \mathbf{F}_k^i + \mathbf{F}_{k-1}^i \right) \Delta t \Delta s = 0
\end{aligned} \tag{B.21}$$

$$\begin{aligned}
& 8 \left(\mathbf{M}_k^{i+1} + \mathbf{M}_k^{i-1} + \mathbf{M}_{k-1}^{i+1} + \mathbf{M}_{k-1}^{i-1} \right) \left(\mathbf{Y}_k^{i+1} + \mathbf{Y}_{k-1}^{i+1} - 2\mathbf{Y}_k^i - 2\mathbf{Y}_{k-1}^i + \mathbf{Y}_k^{i-1} + \mathbf{Y}_{k-1}^{i-1} \right) \Delta s \\
& + \left(\mathbf{B}_k^{i+1} + \mathbf{B}_k^{i-1} + \mathbf{B}_{k-1}^{i+1} + \mathbf{B}_{k-1}^{i-1} \right) \left(\mathbf{G}_k^{i+1} + \mathbf{G}_{k-1}^{i+1} - \mathbf{G}_k^{i-1} - \mathbf{G}_{k-1}^{i-1} \right) \times \\
& \left(\mathbf{Y}_k^{i+1} + \mathbf{Y}_{k-1}^{i+1} - \mathbf{Y}_k^{i-1} - \mathbf{Y}_{k-1}^{i-1} \right) \Delta s \\
& + 8 \left(\mathbf{K}_k^{i+1} + \mathbf{K}_k^{i-1} + \mathbf{K}_{k-1}^{i+1} + \mathbf{K}_{k-1}^{i-1} \right) \left(\mathbf{Y}_k^{i+1} + \mathbf{Y}_k^{i-1} - \mathbf{Y}_{k-1}^{i+1} - \mathbf{Y}_{k-1}^{i-1} \right) \Delta t^2 \\
& + 16 \left(\mathbf{F}_k^{i+1} + \mathbf{F}_k^{i-1} + \mathbf{F}_{k-1}^{i+1} + \mathbf{F}_{k-1}^{i-1} \right) \Delta t^2 \Delta s = 0
\end{aligned} \tag{B.22}$$

Το τελικό σύστημα επιλύεται με χρήση της τεχνικής χαλάρωσης (Press et al. [117]).

Βιβλιογραφία.

- [1] Zhao R, Faltinsen OM, 1993. Water entry of two-dimensional bodies, in *Journal of Fluid Mechanics*, 1993.
- [2] Dobrovol'skaya ZN, 1969. On some problems of similarity flow of flow with a free surface. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.36, pp.805-829.
- [3] Greenhow M, 1987. Wedge entry into initially calm water. *Applied Ocean Research* 9, 214–223.
- [4] Zhao R, Aarsnes J, Faltinsen OM, 1997. Water entry of arbitrary two-dimensional sections with and without flow separation, In: *Proc 21th Symposium on Naval Hydrodynamics*, Trondheim, Norway, 1997.
- [5] Kihara H, 2008. A Numerical Study for Bow Flare Slamming Analysis Using Boundary Element Model, In: *Proc 6th Osaka Colloquium on Seakeeping and Stability of Ships*, pp 179-186, Osaka, Japan, 2008.
- [6] Korobkin AA, 2004. Analytical models of water impact, *European Journal of Applied Mathematics*, 15 (2004) 821-838.
- [7] Marcer R, Berhault C, de Jouette C, Moirod N, 2010. Validation of CFD codes for slamming, In: *Proc V Europ Conf on CFD, ECCOMAS CFD 2010*, Lisbon, Portugal.
- [8] Fairlie-Clarke AC, Tveitnes T, 2008. Momentum and gravity effects during the constant velocity water entry of wedge-shaped sections, *Ocean Engineering* 35 (2008) 706–716.
- [9] Colicchio G, Greco M, Miozzi M, Lugni, 2009. Experimental and numerical investigation of the water-entry and water-exit of a circular cylinder, In: *Proc 24th IWWF Workshop 2009*, Zelenogorsk, Russia.
- [10] Rahaman MM, Akimoto H, Ali MA, 2013. Numerical simulation of 2D hydrodynamic impact of wedge and ship section at variable velocity. *Journal of Naval Architecture and Marine Engineering*, ANAME.
- [11] Rahaman MM, Zheng K, Akimoto H, 2010. Numerical investigation of bow slamming on ships with large flare, In: *Proc MARTEC 2010*, BUET, Dhaka, Bangladesh
- [12] Vestbøstad TM, 2009. A Numerical study of Wave-In-Deck Impact using a two-dimensional Constrained Interpolation Profile method, PhD Thesis, NTNU-Department of Marine Technology (2009) Trondheim, Norway
- [13] Landrini M, Colagrossi A, Faltinsen OM, 2003. Sloshing in 2-D flows by the SPH method, In: *Proc 8th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics*, Korea (2003).

- [14] Oger G, Doring M, Alessandrini B, Ferrant P, 2006. Two-dimensional SPH simulations of wedge water entries, *Journal of Computational Physics*, Volume 213, Issue 2, 10 April 2006, Pages 803–82.
- [15] ANSYS Fluent 13.0 Users Guide, 2009. Fluent Inc.
- [16] Sun H, 2009. A Boundary Element Method Applied to Strongly Nonlinear Wave-Body Interaction Problems, PhD Thesis, NTNU- Department of Marine Technology (2009) Trondheim, Norway.
- [17] Barringer IE, 1998. The Hydrodynamics of ship sections entering and exiting a fluid, PhD Thesis, Brunel University (1998), London, UK.
- [18] Molin B, 2011. Hydrodynamic modeling of perforated structures. *Applied Ocean Research* (2011) 33: 1-11.
- [19] Behera H, Sahoo T, 2014. Gravity wave interaction with porous structures in two-layer fluid. *Journal of Engineering Mathematics* (2014) 87: 73-97.
- [20] Liu Y, Li HJ, 2013. Analysis of oblique wave interaction with a submerged perforated semicircular breakwater. *Journal of Engineering Mathematics* (2013) 83: 23-36.
- [21] Karmakar D, Bhattacharjee J, Soares CG, 2013. Scattering of gravity waves by multiple surface-piercing floating membrane. *Applied Ocean Research* (2013) 39: 158-167.
- [22] Molin M, Remy F, 2013. Experimental and numerical study of the sloshing motion in a rectangular tank with a perforated screen. *Journal of Fluids and Structures* (2013) 43: 463-480.
- [23] Korobkin AA, 2008. Non-classical boundary conditions in water-impact problems. In: *Proc IUTAM Symposium on Fluid-Structure Interaction in Ocean Engineering* (2008) 167-178, Springer.
- [24] Molin B, Korobkin AA, 2001. Water entry of a perforated wedge. In: *Proc 16th IWWWFB 2001*, Hiroshima, Japan.
- [25] Iafrati A, Korobkin AA, 2005. Self-similar solutions for porous/perforated wedge entry problem, In: *Proc 20th IWWWFB 2005*, Longyearbyen, Norway.
- [26] Cooker MJ, 2013. A theory for the impact of a wave breaking onto a permeable barrier with jet generation, *Engineering Mathematics* (2013) 79: 1-12.
- [27] Tuitman JT, 2010. Hydro-elastic response of ship structures to slamming-induced whipping, PhD Thesis, TU Delft (2010).
- [28] Molin B, Remy F, Kimmoun O, Jamois E, 2005. The role of tertiary wave interactions in wave-body problems, *Journal of Fluid Mechanics* 528: 323-354.

- [29] Molin B, Kimmoun O, Liu Y, Remy F, Bingham HB, 2010. Experimental and numerical study of a wave run-up along a vertical plate, *Journal of Fluid Mechanics* 654: 363-386.
- [30] Molin B, Kimmoun O, Remy F, Chatjigeorgiou IK, 2013. Third-order effects in wave-body interaction, *European Journal of Mechanics, B/Fluids* (accepted).
- [31] Longuet-Higgins MS, Phillips OM, 1962. Phase velocity effects in tertiary wave interactions, *Journal of Fluid Mechanics*, 12: 333–336.
- [32] Chatjigeorgiou IK, Molin B 2013. Third-order interactions, wave run-up and hydrodynamic loading on a vertical plate in an infinite wave field, *Applied Ocean Research* (2013) 41: 57-64.
- [33] Chatjigeorgiou IK, Molin B, 2012. Wave run-up on a vertical plate in an infinite wave field, In Proc: 27th IWWF 2012, Copenhagen, Denmark.
- [34] Katifeoglou S, Chatjigeorgiou C, Molin B, 2014. Hydroelastic behavior of a vertical plate subjected to third-order wave interactions, In: Proc 29th IWWF 2014, Osaka, Japan.
- [35] Thethi R, Moros T, 2001. Soil interaction effects on simple catenary riser response, In: Proc Deepwater pipeline & riser technology conference 2001, Houston, Texas (USA).
- [36] Chatjigeorgiou IK, Passano E, Larsen CM, 2007. Extreme bending moments on long catenary risers due to heave excitation. In: Proc 26th international conference offshore mechanics and arctic engineering (OMAE 2007), San Diego, California (USA): OMAE 29384.
- [37] Simos AN, Fajarra ALC, 2006. Dynamic compression of rigid and flexible risers: Experimental and numerical results, *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering* (2006) 128: 233-240.
- [38] Bridge C, Willis N, 2002. Steel catenary risers-results and conclusions from large scale simulations of seabed interactions. In: Proc international conference on deep offshore technology 2002, New Orleans, Louisiana (USA).
- [39] Bridge C, Howells H, Toy N, Parke G, Woods R, 2003. Full scale model tests of a steel catenary riser. In: Proc international conference on fluid structure interaction 2003, Cadiz, Spain.
- [40] Bridge C, Laver K, Clukey E, Evans T, 2004. Steel catenary riser touchdown point vertical interaction models. In: Proc offshore technology conference 2004, Houston, Texas (USA): OTC 16628.
- [41] Willis NRT, West PTJ, 2001. Interaction between deepwater catenary risers and a soft seabed: Large scale sea trials. In: Proc offshore technology conference 2001. Houston, Texas (USA): OTC 13113.

- [42] Hodder MS, Byrne BW, 2010. 3D experiments investigating the interaction of a model SCR with the seabed, *Applied Ocean Research* (2010) 32:146-157.
- [43] Aubeny CP, Shi H, 2007. Effect of rate-dependent soil strength on cylinders penetrating into soft clay. *IEEE Journal of Oceanic Engineering* (2007) 32:49-56.
- [44] Aubeny CP, Shi H, 2006. Interpretation of impact penetration measurements in soft clays. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering (ASCE)* 2006 132:770-777.
- [45] Aubeny CP, Biscontin G, Zhang J, 2006. Seafloor interaction with steel catenary risers. Final project report (2006), Texas A&M University.
- [46] Aubeny CP, Shi H, Murff J, 2005. Collapse load for cylinder embedded in trench in cohesive soil, *International Journal of Geomechanics* (2005) 5:320-325.
- [47] Palmer A, 2008. Touchdown interaction of the seabed, *Applied Ocean Research* (2008) 30:235-238.
- [48] Nakhaee A, Zhang J, 2010. Trenching effects on dynamic behavior of a steel catenary riser. *Ocean Engineering* (2010) 37:277-288.
- [49] Pesce CP, Martins CA, Silveira LKY, 2006. Riser-soil interaction: Local dynamics at TDP and a discussion on the eigenvalue and the VIV problems, *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering* (2006) 128:39-55.
- [50] Chai YT, Varyani KS, 2007. An absolute coordinate formulation for three-dimensional flexible pipe analysis, *Ocean Engineering* (2006) 33:23-58.
- [51] Chatjigeorgiou IK, 2010. Three dimensional nonlinear dynamics of submerged extensible catenary risers conveying fluid and subjected to end-imposed excitations. *International Journal of Nonlinear Mechanics* (2010) 45:667-680.
- [52] Chatjigeorgiou IK, 2010. On the effect of internal flow on vibrating catenary risers in three dimensions. *Engineering Structures* (2010) 32:3313-3329.
- [53] <http://www.roscience.com/products/3/Phase2>
- [54] Paidoussis MP, 1998. "Fluid-structure interactions: Slender structures and axial flow", Vol. 1, London Academic Press.
- [55] Paidoussis MP, 2001. "Fluid-structure interactions: Slender structures and axial flow", Vol. 2, London Academic Press.
- [56] Karagiozis KN, Paidoussis MP, Amabili M, 2007. Effect of geometry on the stability of cylindrical clamped shells subjected to internal fluid flow, *Computers and Structures* (2007) 85: 645-659.
- [57] Chucheepsakul S, Monprapussorn T, Huang T, 2003. Large strain formulations of extensible marine pipes transporting fluid, *Journal of Fluids and Structures* (2003) 17: 185-224.

- [58] Lin W, Qiao N, Yuying H, 2007. Dynamical behaviors of a fluid-conveying curved pipe subjected to motion constraints and harmonic excitation, *Journal of Sound and Vibration* (2007) 306: 955-967.
- [59] Kuiper GL, Metrikine AV, 2005. Dynamic stability of a submerged, free-hanging riser, conveying fluid, *Journal of Sound and Vibration* (2005) 280: 1051-1065.
- [60] American Petroleum Institute, 1998. API-RP-2RD: Design of Risers for Floating Production Systems (FPSs) and Tension-Leg Platforms (TLPs).
- [61] Blevins RD, 2001. "Flow-Induced Vibrations", 2nd ed., Krieger Co.
- [62] Chai YT, Varyani KS, Barlt NDP, 2002. Three-dimensional lump-mass formulation of a catenary riser with bending, torsion and irregular seabed interaction effect, *Ocean Engineering* (2002) 29: 1503–1525.
- [63] Meng D, Chen L, 2012. Nonlinear free vibrations and vortex-induced vibrations of fluid-conveying steel catenary riser, *Applied Ocean Research* (2012) 34: 52– 67.
- [64] Katifeoglou S, Chatjigeorgiou IK, 2012. Dynamic interaction of catenary risers with the seafloor, *Applied Ocean Research* (2012) 38: 1-15.
- [65] Riveros CA, Utsunomiya T, Maeda K, Itoh K, 2009. Dynamic Response of Oscillating Flexible Risers Under Lock-in Events, *International Journal of Offshore and Polar Engineering* (2009) 19, No. 1.
- [66] Subbaraj K, Dokainish MA, 1989. A survey of direct time-integration methods in computational dynamics-II. Implicit methods, *Computers & Structures* (1989) 32: 1371-1386.
- [67] Bathe KJ, 1979. Finite element formulation, modeling and solution of nonlinear dynamic problems. In: "Numerical Methods for Partial Differential Equations", pp. 1-40. Academic Press, New York (1979).
- [68] Det Norske Veritas, 2010. DNV-OS-F201: Dynamic Risers, October 2010.
- [69] Filippas E, 2013. A Boundary Element Method for the hydrodynamic analysis of flapping-foil thrusters operating beneath the free surface and in waves, Dipl.Thesis, NTUA - Division of Ship and Marine Hydrodynamics (2013), Athens, Greece
- [70] Kihara H, 2004. Numerical modeling of flow in water entry of a wedge, In: Proc 19th IWWWFB 2004, Cortona, Italy.
- [71] Longuet-Higgins MS, Cokelet EG, 1976. The deformation of steep waves on water I. A numerical method of computation. In: Proc Royal Society London A (1976) 350: 1-26.
- [72] Faltinsen OM, Maurizio L, Greco M, 2004. Slamming in marine applications, *Journal of Engineering Mathematics* (2004) 48: 118-217.

- [73] Hirt CW, Nichols BD, 1981. Volume of Fluid (VOF) method for the Dynamics of Free boundaries, *Journal of Computational Physics* (1981) 39: 201-255.
- [74] Versteeg HK, Malalasekera W, 1995. "An introduction to Computational Fluid Dynamics - The Finite Volume method", Longman Scientific and Technical, UK, 1995.
- [75] Pope S, 2000. "Turbulent Flows", Cambridge University Press, 2000.
- [76] Wilcox D, 1994. "Turbulence Modeling for CFD", DCW Industries, California, USA.
- [77] Μπεργελές Γ, 2000. "Υπολογιστική Ρευστοδυναμική", Συμμεών.
- [78] Τριανταφύλλου Γ, 2005. "Ειδικά Θέματα Μηχανικής Ρευστών", Αθήνα.
- [79] Launder B, Spalding D, 1974. The numerical computation of turbulent flows, *Computer Methods on Applied Mechanics and Engineering* (1974) 3: 269–289.
- [80] Shih T-H, Liou WW, Shabbir A, Yang Z, Zhu J, 1995. A new k- ϵ eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows, *Computers and Fluids* 24: 227-238.
- [81] Tranter CJ, 1960. Some triple integral equations, *Glasgow Mathematical Journal* (1960) 4: 200-203.
- [82] Abramowitz M, Stegun IA, 1970. "Handbook of Mathematical Functions", Dover Publications Inc., New York, 1970.
- [83] Watson GN, 1944. "A Treatise on the Theory of Bessel Functions", Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1944.
- [84] Gradshteyn IS, Ryzhik IM, 2007. "Table of Integrals, Series and Products", Elsevier Academic Press, London, UK, 7th edition, 2007.
- [85] Wu GX, Sun H, He YS. He, 2004. Numerical simulation and experimental study of water entry of a wedge in free fall motion. *J Fluids Structs*, 19, pp 277-289.
- [86] Greenhow M, 1988. Water-entry and -exit of horizontal circular cylinder, *Applied Ocean Research* (1988) 10, No. 4.
- [87] Meirovitch L, 1990. "Elements of Vibration Analysis", Mc-Graw Hill Co., 1990.
- [88] Bathe KJ, 1996. "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall Inc, 1996.
- [89] ANSYS, 2007. Mechanical APDL Theory Reference Manual, ANSYS Inc., 2007.
- [90] Zhu X, 2006. Application of the CIP Method to Strongly Non-linear Wave-Body Interaction Problems, PhD Thesis, NTNU, Department of Marine Technology (2006), Trondheim, Norway
- [91] Seng S, Jensen JJ, 2012. Slamming simulations in a conditional wave, In: *Proc ASME Conference Proceedings* (2012) OMAE2012-83310.
- [92] Peseux B, Gornet L, Donguy B, 2005. Hydrodynamic impact: Numerical and experimental investigations, *Journal of Fluids and Structures* (2005) 21: 277-303.

- [93] Chatjigeorgiou IK, 2013. The hydrodynamics of arrays of truncated elliptical cylinders, *European Journal of Mechanics – B/Fluids*, 37: 153-164.
- [94] Chatjigeorgiou IK, 2011. Three dimensional wave scattering by arrays of elliptical and circular cylinders, *Ocean Engineering* 38: 1480-1494.
- [95] Chatjigeorgiou IK, Mavrakos SA, 2010. An analytical approach for the solution of the hydrodynamic diffraction by arrays of elliptical cylinders, *Applied Ocean Research* 32: 242-251.
- [96] McLachlan NW, 1947. "Theory and applications of Mathieu functions", Dover Publications Inc., New York.
- [97] Meixner J, Schäfer FW, 1954. "Mathieusche funktionen und sphäroidfunktionen", Springer, Berlin.
- [98] Zhang S, Jin J, 1996. "Computation of Special Functions", John Wiley & Sons Inc., New York.
- [99] Rasband SN, 1990. "Chaotic Dynamics of Nonlinear Systems", New York: Wiley, 1990.
- [100] Sprott JC, 2003. "Chaos and Time Series Analysis", Oxford University Press.
- [101] Ataei MA, Khaki-Sedigh A, Lohmann B, Lucas C, 2003. Estimating the Lyapunov exponents of chaotic time series: A Model-based method, In: *Proc European Control Conference (2003)*.
- [102] Awrejcewicz J, Krysko VA, Papkova IV, Krysko AV, 2012. Routes to chaos in continuous mechanical systems. Part 3: The Lyapunov exponents, hyper, hyper-hyper and spatial-temporal chaos, *Chaos Solitons and Fractal* 45: 721-736.
- [103] Soedel W, 1993. "Vibrations of shells and plates", Taylor & Francis, 1993.
- [104] Newman JN, 1997. Wave effects on deformable bodies, *Applied Ocean Research* 16: 47-59.
- [105] Eatock Taylor R, 2007. Hydroelastic analysis of plates and some approximations, *Journal of Engineering Mathematics* 58: 267-27.
- [106] Bathe KJ, Dvorkin E, 1986. A formulation of general shell-elements.-The use of mixed interpolation of tensorial components, *International Journal of Numerical Methods in Engineering* 22: 697-722.
- [107] Clukey E, Jacob P, Sharma P, 2008. Investigation of riser seafloor interaction using explicit finite element methods. In: *Proc offshore technology conference 2008*, Huston, Texas (USA): OTC 19432.
- [108] Terzaghi K, 1943. "Theoretical Soil mechanics", New York: John Wiley & Sons.
- [109] Barnes G, 2010. "Soil mechanics: Principles and practice", Palgrave Macmillan, 2010.

- [110] Engelder T, Sbar ML, 1984. Near-surface in situ stresses: introduction, *Journal of Geophysical Research* (1984) 89:9321-9322.
- [111] Brown ET, Hoek E, 1978. Trends in relationships between measured rock in situ stresses and depth, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics* (1978) 15:211-215.
- [112] Bowles JE, 1974. "Analytical and computer methods in foundation engineering", New York: McGraw-Hill, 1974.
- [113] Bowles JE, 1996. "Foundations analysis and design", New York: McGraw-Hill, 1996.
- [114] Hetenyi M, 1946. "Beams on elastic foundation", Ann Arbor: University of Michigan Press, 1946.
- [115] Chatjigeorgiou IK, 2008. A finite differences formulation for the linear and nonlinear dynamics of 2D catenary risers, *Ocean Engineering* (2008) 35:616-636.
- [116] Hoffman JD, 1993. "Numerical methods for engineers and scientists", New York: McGraw-Hill, 1993.
- [117] Press WH, Flannery BP, Teukolsky SA, Vetterling WT, 1986. "Numerical recipes", Cambridge University Press, 1986.
- [118] Chatjigeorgiou IK, Mavrakos SA, 2009. Heave induced out-of-plane motions of catenary risers, In: *Proc 13th international maritime association of the Mediterranean conference (IMAM 2009) Istanbul (Turkey) 2: 739-747*.
- [119] Passano E, Larsen CM, 2006. Efficient analysis of a catenary riser, In: *Proc 25th international conference offshore mechanics and arctic engineering (OMAE 2006), Hamburg (Germany): OMAE 92308*.
- [120] Chatjigeorgiou IK, Damy G, LeBoulluec M, 2007. Experimental investigation for the dynamic behaviour of a catenary riser under top imposed excitations. In: *Proc 7th international conference on cable dynamics Vienna (Austria) 2007: No 28*.
- [121] Chatjigeorgiou IK, Damy G, LeBoulluec M., 2008. Numerical and experimental investigation of the dynamics of catenary risers and the riser-induced-damping phenomenon. In: *Proc 27th international conference offshore mechanics and arctic engineering (OMAE 2008). Estoril (Portugal): OMAE 57616*.
- [122] Katifeoglou S, Chatjigeorgiou IK, Mavrakos SA, 2012. Effects of fully developed turbulent internal flow on marine risers' dynamics, In: *Proc ISOPE 2012, Rhodes, Greece*.
- [123] Arabzadeh H, Zeinoddini M, 2011. Dynamic Response of Pressurized Submarine Pipelines Subjected To Transverse Impact Loads, *Procedia Engineering* (2011) 14: 648–655.

- [124] Hosseini Kordkheili SA, Bahai H, 2008. Non-linear finite element analysis of flexible risers in presence of buoyancy force and seabed interaction boundary condition, *Archive of Applied Mechanics* (2008) 78: 765–774.
- [125] Kyriakides S, Corona E, 2008. "Mechanics of Offshore Pipelines: Volume 1 Buckling and Collapse", ELSEVIER, 2008.
- [126] Katifeoglou S, Chatjigeorgiou IK, 2015. Dynamics of shell-like tubular segments at the sagbend region of a Steel Catenary Riser, *Ships and Offshore Structures*, Taylor and Francis (accepted, DOI:10.1080/17445302.2015.1074644).
- [127] Chatjigeorgiou IK, 2013. Numerical simulation of the chaotic lateral vibrations of long rotating beams, *Applied Mathematics and Computation* 219: 5592–5612.
- [128] Estefen SF, Moan T, Saevik S, Zimmer RA, Limit State Formulations for TLP Tendon and Steel Riser Bodies, *Journal Constructional Steel Research* (1995) 32: 107-121.
- [129] Howells H, 1999. FPS Riser Design, 2H Offshore Inc., OMAE 1999, FPS in Harsh Environments Workshop.
- [130] Hildebrand FB, 1976. "Advanced Calculus for Applications (second edition)", Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

Βιογραφικό Σημείωμα

Επώνυμο: Κατηφέογλου

Όνομα: Στέφανος

Όνομα Πατρός: Συμεών-Άρης

Ημ/ναι γέννησης: 10-06-1982

Διεύθυνση: Αλεξ. Διάκου 40, 15452, Ψυχικό, Ελλάς

Τηλ: (+30)2106710613, κιν.τηλ.: (+30)6989568750

E-mail: skatif@naval.ntua.gr, skatifeoglou@yahoo.com

Skype-name: stefanos.katifeoglou

LinkedIn-name: Stefanos Katifeoglou



Επαγγελματικά – ερευνητικά ενδιαφέροντα

- Αστικές/Θαλάσσιες/Παράκτιες κατασκευές
- Μηχανική/Δυναμική Ρευστών/Κατασκευών CAD/FEA/CFD
- Γεωδαισία/Υδρογραφία/Γεωτεχνική Μηχανική

Πανεπιστημιακή/Επαγγελματική Εκπαίδευση

- Ιούνιος 2014 - Σεπτέμβριος 2014: Fundamentals of Marine Drilling, IBC Academy certificate (DL course).
- Φεβρουάριος 2011 – Ιανουάριος 2016: **Διδακτορική Διατριβή: “Υδροελαστική συμπεριφορά δομικών στοιχείων σε θαλάσσιες εφαρμογές υπό την επίδραση ακραίων καταστάσεων φόρτισης”**. Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ, Τομέας Θαλάσσιων Κατασκευών.
- Οκτώβριος 2009 - Ιούλιος 2011: ΔΠΜΣ Ναυτική και Θαλάσσια Τεχνολογία και Επιστήμη ΕΜΠ. **Μεταπτυχιακή Εργασία: “Δυναμική αλληλεπίδραση λεπτόγραμμων θαλάσσιων αγωγών με τον πυθμένα”**.
- Οκτώβριος 2000 - Ιούλιος 2005: Διπλωματούχος Αγρονόμος και Τοπογράφος Μηχανικός ΕΜΠ. **Διπλωματική Εργασία: “Γεωδαιτικός προσδιορισμός τεκτονικών παραμορφώσεων του ελληνικού χώρου, 1892-1992”**.

Επαγγελματική εμπειρία

- Οκτώβριος 2013 – σήμερα: HELASFR R&D 2013 programme: “Υδροελαστική συμπεριφορά κατακόρυφων μεταλλικών πλαισίων υποκείμενων στη δράση 3^ο-τάξιων αλληλεπιδράσεων προσπίπτοντος-ανακλώμενου κυματισμού”, Συνεργασία ΕΜΠ – ECMarseille.

- Ιούλιος 2005 – Αύγουστος 2013: 50 τοπογραφικές κτηματολογικές/βιομηχανικές/παράκτιες-υδρογραφικές αποτυπώσεις-χαράξεις στους Νομούς Αττικής, Βοιωτίας, Θεσσαλονίκης, Χαλκιδικής, Καβάλας, Ιωαννίνων, Γρεβενών, Κορινθίας, Αρκαδίας, Μεσσηνίας, Ηρακλείου, Λασιθίου, Κυκλάδων.
- Αύγουστος 2007 – Φεβρουάριος 2011: HEPOS (Hellenic Positioning System) Project: Παρακολούθηση, βελτιστοποίηση και έλεγχος παραδοτέων για το Έργο του Ελληνικού Συστήματος Γεωδαιτικού Εντοπισμού, ΚτΠ, ΚΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ ΑΕ.
- Φεβρουάριος 2007 – Ιούλιος 2007: Κτιριακές-οικοδομικές προμετρήσεις/επιμετρήσεις/χαράξεις στο Εργοτάξιο του Έργου “Νέο κτίριο Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών - Μηχανικών Η/Υ, ΕΜΠ, Β’ ΦΑΣΗ”.
- Φεβρουάριος 2006 – Φεβρουάριος 2007: 10 Μελετητικές, αρχιτεκτονικές και τοπογραφικές υπηρεσίες κατά τη διάρκεια της στρατιωτικής θητείας στην 736 Διεύθυνση Στρατιωτικών Έργων.
- Οκτώβριος 2004 – Νοέμβριος 2004: Hellenic Arc Project - GPS Γεωδαιτική καμπάνια για τον προσδιορισμό των ετήσιων τεκτονικών μετατοπίσεων λόγω δραστηριότητας του Ρήγματος Ανατολίας. Συνεργασία ΕΜΠ - Massachusetts Institute of Technology.

Δημοσιεύσεις

- Ioannis K. Chatjigeorgiou, Stefanos A. Katifeoglou, Michael G Sakellariou, Spyros A Mavrakos (2011) Interaction of suspended pipelines with sea bottom in deep water applications, 7th European Nonlinear Dynamics Conference (ENOC 2011), 24-29 July 2011, Rome, Italy.
- Ioannis K. Chatjigeorgiou, Stefanos A. Katifeoglou, Spyros A. Mavrakos (2011) An investigation on the interaction between the seafloor and a vibrating catenary riser conveying fluid, Mini-Symposium “MS24 Offshore Structures”, 8th International Conference on Structural Dynamics EURO-DYN 2011, Leuven, Belgium, 2011.
- Stefanos A. Katifeoglou, Ioannis K. Chatjigeorgiou, Spyros A. Mavrakos (2012) Effects of Fully Developed Turbulent Internal Flow on Marine Risers' Dynamics, 22nd ISOPE 2012, 17–22 June 2012, Rhodes, Greece.
- Stefanos A. Katifeoglou, Ioannis K. Chatjigeorgiou (2012) Dynamic interaction of catenary risers with the seafloor, Journal Applied Ocean Research, 10/2012, 38:1–15, Elsevier 2012.

- Stefanos A. Katifeoglou, Ioannis K. Chatjigeorgiou, Bernard Molin (2014) Hydroelastic behavior of a vertical plate subjected to third-order wave interactions, 29th IWWF, March 30- April 2, 2014, Osaka, Japan.
- Ioannis K. Chatjigeorgiou, Stefanos A. Katifeoglou (2014) On the dynamics of catenary pipelines conveying fluids and subjected to bi-chromatic excitations, 8th European Nonlinear Dynamics Conference (ENOC 2014), 6-11 July 2014, Vienna, Austria.
- Stefanos A. Katifeoglou, Ioannis K. Chatjigeorgiou (2015) Dynamics of shell-like tubular segments at the sagbend region of a Steel Catenary Riser, Journal Ships and Offshore Structures, Taylor & Francis, DOI:10.1080/17445302.2015.1074644, pre-published online, 19 Aug 2015.
- Stefanos A. Katifeoglou, Ioannis K. Chatjigeorgiou, Spyros A. Mavrakos, Bernard Molin (2015) Unsteady Wave Run-up on a Plate due to Third-Order Hydrodynamic Interactions (accepted), Special Edition in Memory of Professor Vassilios Papazoglou, NTUA.
- Stefanos A. Katifeoglou, Ioannis K. Chatjigeorgiou (2015) A full-scale line-dynamics investigation of the response of a container-ship's bow subjected to slamming loads (under review by the journal Ships and Offshore Structures, Taylor & Francis).
- Stefanos A. Katifeoglou, Ioannis K. Chatjigeorgiou (2015) On the numerical treatment of 2D water-entry problems of ship-sections approached by polygonal shapes (revised -> International Journal of Offshore Polar and Arctic Engineering).

Ξένες Γλώσσες

Αγγλική: TOEFL IBT (2007) - Advanced CE (1998).

Γερμανική: 5ετής φοίτηση (1992-1997).

Γαλλική: 2ετής φοίτηση (1994-1996).

Χειρισμός προγραμμάτων Η/Υ και γλώσσες προγραμματισμού

MS Office, Photoshop, CorelDraw

FORTRAN, C++, PHP

Σχεδιαστικά πακέτα

- Auto-Cad (Map) 2000-08
- Auto-Cad Architectural Desktop 2007
- Rhinoceros 3.0

Επεξεργασία δορυφορικών γεωδαιτικών παρατηρήσεων

- Bernese 2.0

- Trimble Business Center
- Trimble GPSNet

Ανάλυση κατασκευών

- FESPA
- Abaqus 9.1
- ANSYS Mechanical APDL (ANSYS 13.0)

Γεωτεχνικοί υπολογισμοί

- Phase 6
- GAWACWin

Υπολογιστική ρευστοδυναμική-υδροδυναμική

- ANSYS FLUENT 13.0 & CFX 13.0,
- ANSYS AQWA 13.0

Συμβολικά και αριθμητικά πακέτα

- Matlab 10.1
- Mathematica