

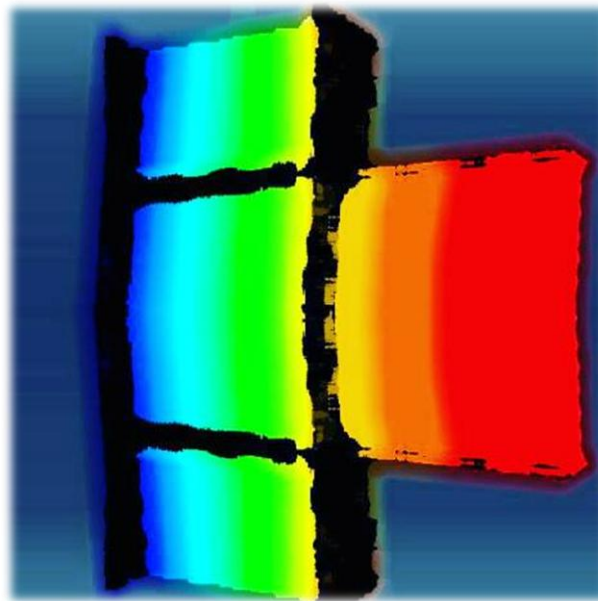


ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Διερεύνηση συμπεριφοράς συγκολλητού κόμβου από  
χάλυβα υπό σεισμικές καταπονήσεις**

Κωνσταντίνος Η. Μπούρχας



**Επιβλέπων :** Κωνσταντίνος Σπηλιόπουλος, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Νοέμβριος 2015





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Διερεύνηση συμπεριφοράς συγκολλητού κόμβου από χάλυβα υπό  
σεισμικές καταπονήσεις**

Κωνσταντίνος Η. Μπούρχας

**Επιβλέπων :** Κωνσταντίνος Σπηλιόπουλος, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 6<sup>η</sup> Νοεμβρίου 2015

.....  
Κ. Σπηλιόπουλος  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Ν. Λαγαρός  
Επικ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Βησ. Παπαδόπουλος  
Επικ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Νοέμβριος 2015

.....

Κωνσταντίνος Η. Μπούρχας

Copyright © Konstantinos I. Bourchas, Athens, 2015

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

# Περίληψη

Στην παρούσα μελέτη γίνεται διερεύνηση της συμπεριφοράς που παρατηρείται σε συγκολλητές συνδέσεις δοκού-υποστυλώματος πλαισίων κατασκευασμένων από χάλυβα, τα οποία υποβάλλονται σε σεισμικές καταπονήσεις. Βασικός στόχος είναι η παρουσίαση μιας απλής μεθοδολογίας που θα μπορούσε να υποδείξει τα σημεία όπου θα σχηματιστούν ρωγμές, καθώς και ποιο είναι το πιο κρίσιμο για αστοχία από αυτά.

Η εργασία κινείται σε δύο άξονες. Από τη μία, εξετάζονται συγκολλητές συνδέσεις δοκού-υποστυλώματος σε δύο τύπους κτιρίων με ιστορικά φόρτισης που προέκυψαν από την εφαρμογή χρονοϊστοριών διάφορων σεισμικών γεγονότων. Η μέθοδος που παρουσιάζεται βασίζεται στις καμπύλες βλάβης και επιτρέπει την πρόβλεψη της έναρξης της ρηγμάτωσης. Τα αποτελέσματα των αναλύσεων αποτυπώνονται σε καμπύλες S-N παρόμοιες με αυτές που προτείνονται από τον EN 1993 για την περίπτωση της κόπωσης, όπου για τη μεταβλητή του S χρησιμοποιήθηκαν οι στροφές του συγκολλητού κόμβου και για το N ο αριθμός των κύκλων φόρτισης. Από την άλλη, εξετάζεται σε κόπωση η κρίσιμότερη σύνδεση του ενός από τα δύο κτίρια και ακολουθούνται δύο τρόποι προκειμένου να εντοπιστεί το σημείο όπου θα έχουμε τη μεγαλύτερη αστοχία. Έτσι παρουσιάζεται ο τρόπος με τη χρήση του δείκτη αστοχίας που παρουσιάζει και στη δημοσίευση του ο H.Zhou και ένας εναλλακτικός όπου γίνεται προσπάθεια εντοπισμού του κρίσιμότερου σημείου μέσω των τάσεων και των παραμορφώσεων. Η κατασκευή της σύνδεσης πραγματοποιήθηκε μέσω του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS και η σύνδεση υποβλήθηκε σε δύο σεισμικές καταπονήσεις, του Northridge και της Αθήνας.



# Abstract

This diploma thesis is concerned with the evaluation of the behaviour of welded beam-to-column connections in steel moment frames under seismic loading. The primary object is the presentation of a simple methodology that could be used to locate the areas where crack initiation would happen and which would be the most critical for fracture.

The current thesis is divided in two parts. Firstly, welded beam-to-column connections are tested with deformation histories defined from the application of earthquake time histories to two different building configurations. This damage concept is based on the use of damage curves and allows the prediction of crack formation. The results are plotted against an S-n curve similar to those proposed from EN 1993 for high-cycle fatigue, where S reflects deformation demand range rather than applied stress range and N reflects the number of cycles to failure. On the other hand, the most critical beam-to-column connection of the one building configuration is tested against fatigue and two different ways are presented in order to locate the point where the maximum fracture would take place. So, the first way uses the fracture index as it is presented in H. Zhou's paper and the second alternative way aims to the same result via stresses and deformations. The model of the connection is realized by using ABAQUS and the two seismic events that are being used are the one of Northridge and the other of Athens.





# Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Στατικής και Αντισεισμικών Ερευνών της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών Ε.Μ.Π.

Για την πραγματοποίησή της θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές ευχαριστίες μου προς τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Κ. Σπηλιόπουλο για την ανάθεση του θέματος, αλλά και για τη συνεχή και ακούραστη καθοδήγησή του, όπως επίσης και τον υποψήφιο διδάκτορα της σχολής κ. Ι. Καπογιάννη για τις συμβουλές και τις γνώσεις που μου μετέδωσε με μεγάλη προθυμία, σε οποιαδήποτε δυσκολία αντιμετώπισα.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες οφείλω στην οικογένεια μου για την υπομονή τους, τη στήριξη και την ενθάρρυνση που μου προσέφερε καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Τέλος, πρέπει να ευχαριστήσω τους φίλους μου για τη βοήθεια τους και όλες τις ξεχωριστές στιγμές που ζήσαμε κατά τη διάρκεια των σπουδών.



# Περιεχόμενα

Περίληψη.....	v
Abstract .....	vii
Ευχαριστίες.....	ix
Κατάλογος Σχημάτων.....	xiv
Κατάλογος Πινάκων .....	xvii
<b>Κεφάλαιο 1 : Κόπωση.....</b>	<b>1</b>
1.1 Κόπωση.....	2
1.1.1 Η κόπωση ως μορφή αστοχίας.....	2
1.1.2 Υπολογισμός αντοχής στοιχείου σε κόπωση .....	3
1.2 Ολιγοκυκλική κόπωση .....	7
1.2.1 Ορισμός ολιγοκυκλικής κόπωσης .....	7
1.2.2 Μοντέλα πρόβλεψης βλαβών .....	7
1.2.2.1 Μοντέλο ανάπτυξης ρωγμών Coffin-Manson .....	8
1.2.2.2 Μοντέλο συσσώρευσης βλαβών Palmgren-Miner (Cumulative damage rule) .....	8
1.2.2.3 Άλλα μοντέλα .....	10
1.2.3 Μέθοδοι υπολογισμού διενεργούμενων κύκλων.....	10
1.2.3.1 Μέθοδος Rainflow .....	11
1.3 Κανονισμοί.....	14
1.3.1 Ευρωκώδικας 8 .....	14
1.3.2 Ιαπωνικοί κανονισμοί.....	14
<b>Κεφάλαιο 2 : Μεταλλικά πλαίσια.....</b>	<b>15</b>
2.1 Δομικός Χάλυβας.....	16
2.1.1 Συστατικά και Ιδιότητες.....	16
2.1.2 Πλαστιμότητα χάλυβα.....	16
2.1.3 Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων.....	17
2.1.4 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα χάλυβα .....	20
2.2 Συνδέσεις.....	21
2.2.1 Κοχλιώσεις.....	22
2.2.2 Συγκολλήσεις.....	24
2.3 Κόμβοι.....	26
2.4 Steel moment-resisting frames ή Special Steel moment-resisting frames (SMRFs) .....	28
<b>Κεφάλαιο 3 : Σεισμικές διεγέρσεις.....</b>	<b>33</b>
3.1 Φυσικά αίτια των σεισμών-Ρήγματα.....	34
3.2 Σεισμοί που χρησιμοποιήθηκαν για την εργασία .....	37
3.2.1 Σεισμός του Northridge.....	37
3.2.2 Σεισμός Αθήνας .....	41

<b>Κεφάλαιο 4 : Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων.....</b>	<b>45</b>
4.1 Γενικά για τη μέθοδο.....	46
4.2 Βασικές έννοιες της μεθόδου .....	46
4.3 Θεμελίωση της ΜΠΣ με τη μέθοδο των μετατοπίσεων.....	50
4.3.1 Γενικά.....	50
4.3.2 Εξισώσεις ισορροπίας κατά τη ΜΠΣ .....	51
4.3.4 Ισορροπία δυνάμεων στη ΜΠΣ.....	57
4.4 Μετασχηματισμός συστημάτων αναφοράς .....	58
4.5 Επιβολή οριακών συνθηκών.....	60
<b>Κεφάλαιο 5 : Παρουσίαση προγράμματος ABAQUS .....</b>	<b>63</b>
5.2 Πεπερασμένα στοιχεία και άκαμπτα σώματα .....	64
5.2.1 Πεπερασμένα στοιχεία .....	65
5.2.1.1 Χαρακτηρισμός στοιχείων .....	65
5.2.1.2 Ομογενή στοιχεία (Continuum elements) .....	69
5.2.2 Σύγκλιση πλέγματος (Mesh convergence) .....	73
<b>Κεφάλαιο 6 : Αντικείμενο και πορεία της εργασίας.....</b>	<b>79</b>
6.1 Αντικείμενο .....	80
6.2 Διαδικασία εκτίμησης βλάβης από κόπωση υπό σεισμική φόρτιση.....	80
6.2.1 Καμπύλη κόπωσης και δείκτης παραμόρφωσης .....	80
6.2.2 Προτεινόμενη διαδικασία εκτίμησης κόπωσης .....	82
6.2.3 Μοντέλο αστοχίας βασισμένο στη μικρομηχανική CVGM .....	83
6.3 Καμπύλες κόπωσης συνδέσεων δοκού-υποστυλώματος.....	86
6.3.1 Δοκιμές συνδέσεων στην Ιαπωνία .....	86
6.3.2 Δοκιμές συνδέσεων στην Ευρώπη .....	88
6.3.3 Δοκιμές συνδέσεων στην Αμερική.....	90
6.3.4 Δοκιμές κόπωσης στην Κίνα.....	91
6.3.5 Κατηγορία λεπτομέρειας σύνδεσης και καμπύλη κόπωσης.....	91
6.4 Εκτίμηση κόπωσης σε συνδέσεις με χρήση καθολικού μοντέλου.....	93
6.4.1 Σεισμική ανάλυση μεταλλικού πλαισίου με χρήση χρονοϊστορίας.....	93
6.4.2 Δυναμική απόκριση και υπολογισμός της ζημιάς λόγω κόπωσης.....	95
6.4.3 Επίδραση της PGA (μέγιστης επιτάχυνσης εδάφους) και της κατηγορίας λεπτομέρειας σύνδεσης .....	98
6.5 Πρόβλεψη αστοχίας της κρίσιμότερης σύνδεσης με χρήση καθολικού-τοπικού μοντέλου .....	99
6.5.1 Κατασκευή μοντέλου .....	99
6.5.1.1 Εισαγωγή στη χρήση του ABAQUS.....	99
6.5.1.2 Βήματα για την κατασκευή του μοντέλου .....	101
6.5.2 Εύρεση της κρίσιμης περιοχής της σύνδεσης.....	111
6.5.3 Εναλλακτική προσέγγιση για την εύρεση της κρίσιμης περιοχής της σύνδεσης .....	113
6.5.3.1 Αποτελέσματα του σεισμού του Northridge .....	118
6.5.3.2 Αποτελέσματα του σεισμού της Αθήνας .....	130
<b>Κεφάλαιο 7: Συμπεράσματα-Επίλογος.....</b>	<b>153</b>
7.1 Γενικά.....	154
7.2 Συμπεράσματα από τους σεισμούς του Northridge και της Αθήνας .....	154

<b>Παράρτημα Α : Κατηγορίες Λεπτομερειών.....</b>	<b>157</b>
<b>Παράρτημα Β : Το θεωρητικό υπόβαθρο της ΜΠΣ- Η μέθοδος Rayleigh-Ritz.....</b>	<b>167</b>
B.1 Εισαγωγή .....	168
B.2 Η μέθοδος του λογισμού των μεταβολών .....	169
B.2.1 Η αρχή του στάσιμου της δυναμικής ενέργειας και η αρχή των δυνατών έργων .....	171
B.2.2 Ιδιότητες του μητρώου ακαμψίας της κατασκευής .....	172
B.3 Η μέθοδος Rayleigh-Ritz .....	173
B.4 Συναρτησιακά, εξισώσεις Euler και πεπερασμένα στοιχεία .....	175
B.5 Πολυωνυμικά πεδία με συνέχεια κατά τμήματα .....	176
B.6 Η ΜΠΣ βασιζόμενη στη μέθοδο Rayleigh-Ritz .....	179
<b>Παράρτημα Γ : Επιταχυνσιογραφήματα Σεισμών .....</b>	<b>183</b>
Γ.1 Σεισμός Northridge .....	184
Γ.2 Σεισμός Αθήνας .....	185
<b>Βιβλιογραφία .....</b>	<b>187</b>

# Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1.1 : Ποιοτικό διάγραμμα Μεγέθους ρωγμής-Αριθμού κύκλων φόρτισης N μέχρι την αστοχία .....	3
Σχήμα 1.2 : Όριο κόπωσης.....	4
Σχήμα 1.3 : Τύποι δυναμικών καταπονήσεων .....	5
Σχήμα 1.4 : Καμπύλη Wöhler .....	5
Σχήμα 1.5 : Καμπύλες αντοχής σε κόπωση του EN 1993-1-9.....	6
Σχήμα 1.6 : Είδη κόπωσης .....	7
Σχήμα 1.7 : Επιρροή κριτηρίου Miner στην καμπύλη S-N.....	9
Σχήμα 1.8 : Μέθοδος Rainflow.....	11
Σχήμα 1.9 : Το σχήμα 1.8. στραμμένο δεξιόστροφα κατά 90° .....	11
Σχήμα 1.10 : Παράδειγμα μεθόδου Rainflow .....	12
Σχήμα 1.11 : Βρόχος Υστέρησης.....	13
Σχήμα 2.1 : (α) απαραμόρφωτο-πλαστικό, ελαστοπλαστικό, τριγωνικό προσομοίωμα (κατά σειρά) καμπύλης σ-ε , (β) καμπύλη σ-ε σύμφωνα με το μοντέλο Menegotto–Pinto, (γ) καμπύλη σ-ε σύμφωνα με το μοντέλο με ευθεία γραμμή για την περιοχή κράτνωσης , (δ) καμπύλη σ-ε σύμφωνα με το μοντέλο διγραμμικής περιοχής κράτνωσης .....	19
Σχήμα 2.2 : Σύγκριση δομικών υλικών.....	20
Σχήμα 2.3 : Ειδικό μέρος του Ευρωκώδικα 3 για τις συνδέσεις.....	21
Σχήμα 2.4 : Γεωμετρία κοχλιώσεων .....	22
Σχήμα 2.5 : Ποιότητες κοχλιών .....	23
Σχήμα 2.6 : Μορφές συγκόλλησης .....	24
Σχήμα 2.7 : Παραμορφωσιμότητα συγκολλήσεων και κοχλιώσεων.....	25
Σχήμα 2.8 : Μέθοδος συστατικών μερών για τον υπολογισμό δυσκαμψίας και αντοχής κόμβων .....	26
Σχήμα 2.9 : Συστατικά μέρη συγκολλητών κόμβων .....	26
Σχήμα 2.10 : Steel moment resisting frame .....	29
Σχήμα 2.11 : Συμπεριφορά υποστυλωμάτων σε SMRF.....	31
Σχήμα 3.1 : Σχηματική παρουσίαση της κίνησης των λιθοσφαιρικών πλακών λόγω της ροής θερμού υλικού στο μανδύα.....	36
Σχήμα 3.2 : Επιταχυνσιογράφημα του σεισμού του Northridge .....	40
Σχήμα 3.3 : Επιταχυνσιογράφημα του σεισμού της Αθήνας .....	43
Σχήμα 4.1 : Χρήση τριγωνικών στοιχείων για τη διακριτοποίηση αμφιέριστης δοκού υπό καμπτική φόρτιση .....	47
Σχήμα 4.2 : Παραμόρφωση στοιχείων.....	47
Σχήμα 4.3 : Βαθμιαία ελάττωση του μεγέθους των στοιχείων .....	49
Σχήμα 4.4: Ισοδύναμα επικόμβια φορτία .....	50
Σχήμα 4.5 : Στερέο σώμα υπό την επίδραση γενικευμένων φορτίων .....	52
Σχήμα 4.6 : Ισορροπία δυνάμεων σε κόμβο πλέγματος και στο εσωτερικό στοιχείου .....	57
Σχήμα 4.7 : Μετασηματισμός συστημάτων αναφοράς .....	58
Σχήμα 5.1 : Οι πιο συνήθεις οικογένειες πεπερασμένων στοιχείων .....	66
Σχήμα 5.2 : Γραμμικά κυβικά, τετραγωνικά κυβικά και τροποποιημένα τετραεδρικά στοιχεία .....	68
Σχήμα 5.3: Στοιχεία επίπεδης παραμόρφωσης, επίπεδης τάσης και αξονοσυμμετρικά στοιχεία χωρίς στρέψη .....	71
Σχήμα 5.4 : Ορθή κομβική συνδεσιμότητα για τα δισδιάστατα στοιχεία .....	72
Σχήμα 5.5 : Εξ' ορισμού υλικές διευθύνσεις για ομογενή στοιχεία.....	73
Σχήμα 5.6 : Διαφορετικά πλέγματα για το πρόβλημα της συνδετήριας δοκού.....	74
Σχήμα 5.7 : Οι θέσεις όπου συγκρίνονται τα αποτελέσματα στη μελέτη πύκνωσης του πλέγματος.....	75
Σχήμα 5.8 : Η σύγκλιση των αποτελεσμάτων στη μελέτη πύκνωσης του πλέγματος .....	76
Σχήμα 5.9 : Εξιδανίκευση μιας λωρίδας ως αιχμηρή γωνία .....	77
Σχήμα 5.10 : Πλέγμα που πυκνώνεται γύρω από την οπή.....	78

Σχήμα 6.1 : Παραμόρφωση πλαισίων στιγμιαίας απόκρισης από χάλυβα υπό οριζόντιο σεισμό και παραμορφώσεις τμημάτων της σύνδεσης σε εργαστηριακές δοκιμές.....	81
Σχήμα 6.2 : Διαδικασία εκτίμησης ολιγοκυκλικής κόπωσης για συγκολλητές συνδέσεις από SMRFs υπό σεισμική φόρτιση .....	83
Σχήμα 6.3 : Καμπύλες κόπωσης των Ιαπωνικών συγκολλητών συνδέσεων.....	88
Σχήμα 6.4 : Καμπύλες κόπωσης με τα συγκεντρωμένα δεδομένα δοκιμών συνδέσεων στην Ιαπωνία .....	89
Σχήμα 6.5 : Καμπύλες κόπωσης των Ευρωπαϊκών άκαμπτων συνδέσεων δοκού-υποστυλώματος .....	90
Σχήμα 6.6 : Καμπύλες κόπωσης με τα συγκεντρωμένα δεδομένα δοκιμών συνδέσεων στην Ευρώπη.....	91
Σχήμα 6.7 : Καμπύλες κόπωσης με τα συγκεντρωμένα δεδομένα δοκιμών συνδέσεων στην Αμερική .....	91
Σχήμα 6.8 : Καμπύλες κόπωσης με τα συγκεντρωμένα δεδομένα δοκιμών συνδέσεων στην Κίνα .....	92
Σχήμα 6.9 : Όροφοι των δύο χαλύβδινων πλαισίων προς μελέτη.....	94
Σχήμα 6.10 : Φάσμα επιταχύνσεων των καταγραφών εδαφικών κινήσεων.....	96
Σχήμα 6.11: Μέγιστο εύρος γωνίας περιστροφής μεταξύ ορόφων .....	97
Σχήμα 6.12 : Χρονοϊστορία της γωνίας περιστροφής $\varphi$ μεταξύ ορόφων για τη σύνδεση A2 του Πλαισίου I..	97
Σχήμα 6.13 : Βλάβη από κόπωση των συνδέσεων στα πλαίσια I, II μετά την επιβολή σε αυτά και των τριών σεισμών .....	98
Σχήμα 6.14 : Επιρροή της μέγιστης επιτάχυνσης εδάφους στη βλάβη από κόπωση .....	99
Σχήμα 6.15 : Επιρροή της κατηγορίας λεπτομέρειας στη βλάβη από κόπωση .....	99
Σχήμα 6.16 : Modules του ABAQUS .....	102
Σχήμα 6.17 : Παράθυρο Part.....	103
Σχήμα 6.18 : Υποστύλωμα και δοκός της σύνδεσης.....	103
Σχήμα 6.19: Το σχήμα και μέγεθος του ελάσματος και του κοχλία που χρησιμοποιήθηκε για τη σύνδεση στο ABAQUS .....	104
Σχήμα 6.20 : Μοντέλο του κόμβου με τις συγκολλήσεις.....	104
Σχήμα 6.21 : Γεωμετρία σύνδεσης.....	105
Σχήμα 6.22 : Part του Πλαισίου I.....	106
Σχήμα 6.23 : Καθορισμός της μάζας του υλικού .....	107
Σχήμα 6.24: Καθορισμός των σταθερών που χαρακτηρίζουν το υλικό .....	107
Σχήμα 6.25: Ορισμός των ορίων διαρροής και αστοχίας του υλικού της σύνδεσης .....	108
Σχήμα 6.26 : Instances του μοντέλου.....	109
Σχήμα 6.27 : Ορισμός οριακών συνθηκών .....	109
Σχήμα 6.28 : Ορισμός πακτώσεων στη βάση του Πλαισίου I.....	110
Σχήμα 6.29: Ορισμός του Kinematic coupling στα άκρα του κόμβου στα σημεία σύνδεσης με τον υπόλοιπο φορέα.....	110
Σχήμα 6.30 : Εφαρμογή κατακόρυφων μόνιμων φορτίων του φορέα .....	111
Σχήμα 6.31 : Η σύνδεση μετά από διακριτοποίηση (mesh).....	112
Σχήμα 6.32 : Ευάλωτες περιοχές σε αστοχία κατά μήκος των τμημάτων της δοκού .....	113
Σχήμα 6.33 : Χρονοϊστορία δείκτη αστοχίας στα τέσσερα Paths .....	113
Σχήμα 6.34 : Το Path A του κόμβου .....	115
Σχήμα 6.35 : Το Path A και ένα στοιχείο αυτού με κωδικό 153494.....	115
Σχήμα 6.36 : Το στοιχείο 153694 του Path B του κόμβου .....	116
Σχήμα 6.37 : Το Path B της σύνδεσης .....	116
Σχήμα 6.38 : Το Path C και το στοιχείο του 153061 .....	117
Σχήμα 6.39 : Η περιοχή του Path D.....	118
Σχήμα 6.40 : Το Path D και το στοιχείο του 69204 .....	118
Σχήμα 6.41 : Κόμβος υπό την επίδραση της τάσης von Mises (Northridge).....	119
Σχήμα 6.42 : Φορέας υπό την επίδραση της τάσης von Mises (Northridge) .....	119
Σχήμα 6.43 : Διάγραμμα τάσης von Mises-χρόνου για το Path A (Northridge).....	120
Σχήμα 6.44 : Διάγραμμα τάσης von Mises-χρόνου για το Path B (Northridge) .....	120
Σχήμα 6.45 : Διάγραμμα τάσης von Mises-χρόνου για το Path C (Northridge) .....	121
Σχήμα 6.46 : Διάγραμμα τάσης von Mises-χρόνου για το Path D (Northridge).....	121
Σχήμα 6.47 : Κόμβος υπό την επίδραση της κύριας τάσης S11 (Northridge) .....	122
Σχήμα 6.48 : Φορέας υπό την επίδραση της κύριας τάσης S11 (Northridge).....	122

Σχήμα 6.49 : Διάγραμμα κύριας τάσης -χρόνου για το Path A (Northridge).....	123
Σχήμα 6.50 : Διάγραμμα κύριας τάσης -χρόνου για το Path B (Northridge).....	123
Σχήμα 6.51 : Διάγραμμα κύριας τάσης -χρόνου για το Path C (Northridge).....	124
Σχήμα 6.52 : Διάγραμμα κύριας τάσης -χρόνου για το Path D (Northridge).....	124
Σχήμα 6.53 : Κόμβος υπό την επίδραση της κύριας παραμόρφωσης E11 (Northridge).....	125
Σχήμα 6.54 : Φορέας υπό την επίδραση της κύριας παραμόρφωσης E11 (Northridge).....	125
Σχήμα 6.55 : Διάγραμμα κύριας παραμόρφωσης -χρόνου για το Path A (Northridge).....	126
Σχήμα 6.56 : Διάγραμμα κύριας παραμόρφωσης -χρόνου για το Path B (Northridge).....	126
Σχήμα 6.57 : Διάγραμμα κύριας παραμόρφωσης -χρόνου για το Path C (Northridge).....	127
Σχήμα 6.58 : Διάγραμμα κύριας παραμόρφωσης -χρόνου για το Path D (Northridge).....	127
Σχήμα 6.59 : Κόμβος σε συνθήκες πλαστικής παραμόρφωσης PE11 (Northridge).....	128
Σχήμα 6.60 : Φορέας σε συνθήκες πλαστικής παραμόρφωσης PE11 (Northridge).....	128
Σχήμα 6.61 : Διάγραμμα πλαστικής παραμόρφωσης -χρόνου για το Path A (Northridge).....	129
Σχήμα 6.62 : Διάγραμμα πλαστικής παραμόρφωσης -χρόνου για το Path B (Northridge).....	129
Σχήμα 6.63 : Διάγραμμα πλαστικής παραμόρφωσης -χρόνου για το Path C (Northridge).....	130
Σχήμα 6.64 : Διάγραμμα πλαστικής παραμόρφωσης -χρόνου για το Path D (Northridge).....	130
Σχήμα 6.65 : Κόμβος υπό την επίδραση της τάσης von Mises (Αθήνα).....	131
Σχήμα 6.66 : Φορέας υπό την επίδραση της τάσης von Mises (Αθήνα).....	131
Σχήμα 6.67 : Διάγραμμα τάσης von Mises-χρόνου για το Path A (Αθήνα).....	132
Σχήμα 6.68 : Διάγραμμα τάσης von Mises-χρόνου για το Path B (Αθήνα).....	132
Σχήμα 6.69 : Διάγραμμα τάσης von Mises-χρόνου για το Path C (Αθήνα).....	133
Σχήμα 6.70 : Διάγραμμα τάσης von Mises-χρόνου για το Path A (Αθήνα).....	133
Σχήμα 6.71 : Κόμβος υπό την επίδραση της κύριας τάσης S11 (Αθήνα).....	134
Σχήμα 6.72 : Φορέας υπό την επίδραση της κύριας τάσης S11 (Αθήνα).....	134
Σχήμα 6.73 : Διάγραμμα κύριας τάσης -χρόνου για το Path A (Αθήνα).....	135
Σχήμα 6.74 : Διάγραμμα κύριας τάσης -χρόνου για το Path B (Αθήνα).....	135
Σχήμα 6.75 : Διάγραμμα κύριας τάσης -χρόνου για το Path C (Αθήνα).....	136
Σχήμα 6.76 : Διάγραμμα κύριας τάσης -χρόνου για το Path D (Αθήνα).....	136
Σχήμα 6.77 : Κόμβος υπό την επίδραση της κύριας παραμόρφωσης E11 (Αθήνα).....	137
Σχήμα 6.78 : Φορέας υπό την επίδραση της κύριας παραμόρφωσης E11 (Αθήνα).....	137
Σχήμα 6.79 : Διάγραμμα κύριας παραμόρφωσης -χρόνου για το Path A (Αθήνα).....	138
Σχήμα 6.80 : Διάγραμμα κύριας παραμόρφωσης -χρόνου για το Path B (Αθήνα).....	138
Σχήμα 6.81 : Διάγραμμα κύριας παραμόρφωσης -χρόνου για το Path C (Αθήνα).....	139
Σχήμα 6.82 : Διάγραμμα κύριας παραμόρφωσης -χρόνου για το Path D (Αθήνα).....	139
Σχήμα 6.83 : Κόμβος υπό την επίδραση της πλαστικής παραμόρφωσης PE11 (Αθήνα).....	140
Σχήμα 6.84 : Φορέας υπό την επίδραση της πλαστικής παραμόρφωσης PE11 (Αθήνα).....	140
Σχήμα 6.85 : Διάγραμμα πλαστικής παραμόρφωσης -χρόνου για το Path A (Αθήνα).....	141
Σχήμα 6.86 : Διάγραμμα πλαστικής παραμόρφωσης -χρόνου για το Path B (Αθήνα).....	141
Σχήμα 6.87 : Διάγραμμα πλαστικής παραμόρφωσης -χρόνου για το Path C (Αθήνα).....	142
Σχήμα 6.88 : Διάγραμμα πλαστικής παραμόρφωσης -χρόνου για το Path D (Αθήνα).....	142
Σχήμα 6.89 : Το κτίριο και η 6 <sup>η</sup> ιδιομορφή.....	143
Σχήμα 6.90 : Ροπή SM1 του κάτω μέλους (Northridge).....	144
Σχήμα 6.91 : Ροπή SM1 του δεξιού μέλους (Northridge).....	145
Σχήμα 6.92 : Ροπή SM1 του πάνω μέλους (Northridge).....	145
Σχήμα 6.92 : Ροπή SM2 του κάτω μέλους (Northridge).....	146
Σχήμα 6.93 : Ροπή SM2 του δεξιού μέλους (Northridge).....	146
Σχήμα 6.94 : Ροπή SM2 του πάνω μέλους (Northridge).....	147
Σχήμα 6.95 : Ροπή SM3 του κάτω μέλους (Northridge).....	147
Σχήμα 6.96 : Ροπή SM3 του δεξιού μέλους (Northridge).....	148
Σχήμα 6.97 : Ροπή SM3 του πάνω μέλους (Northridge).....	148
Σχήμα 6.98 : Ροπή SM1 του κάτω μέλους (Αθήνα).....	149
Σχήμα 6.99 : Ροπή SM1 του δεξιού μέλους (Αθήνα).....	149
Σχήμα 6.100 : Ροπή SM1 του πάνω μέλους (Αθήνα).....	150



Σχήμα 6.101 : Ροπή SM2 του κάτω μέλους (Αθήνα).....	150
Σχήμα 6.102 : Ροπή SM2 του δεξιού μέλους (Αθήνα) .....	151
Σχήμα 6.103 : Ροπή SM1 του κάτω μέλους (Αθήνα).....	151
Σχήμα 6.104 : Ροπή SM3 του κάτω μέλους (Αθήνα).....	152
Σχήμα 6.105 : Ροπή SM3 του δεξιού μέλους (Αθήνα) .....	152
Σχήμα 6.106 : Ροπή SM1 του πάνω μέλους (Αθήνα) .....	153
Σχήμα Β.5-1 : Πεδία μετατοπίσεων σε δοκό υποδιαιρεμένη σε τρία στοιχεία .....	177
Σχήμα Β-6-1 : Προσεγγιστική και ακριβής λύση στο πρόβλημα της δοκού.....	181

## Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1.1 : Σταθερές της εξίσωσης Coffin-Manson .....	8
Πίνακας 2.1 : Συστατικά χάλυβα .....	16
Πίνακας 2.2 : Ποιότητες χάλυβα.....	17
Πίνακας 5.1 : Τα αποτελέσματα της μελέτης πύκνωσης του πλέγματος .....	76
Πίνακας 5.2 : Σύγκριση ενός πολύ λεπτού πλέγματος και τοπικά πυκνωμένων πλεγμάτων .....	79
Πίνακας 6.1 : Σύνοψη των δοκιμών κόπωσης σταθερού πλάτους για συγκολλητές συνδέσεις δοκού-υποστυλώματος στην Ιαπωνία .....	87
Πίνακας 6.2 : Σύνοψη δοκιμών κόπωσης από άκαμπτες συνδέσεις δοκού-υποστυλώματος στην Ευρώπη .....	89
Πίνακας 6.3 : Σύνοψη των κατηγοριών λεπτομερειών σύνδεσης και καμπύλες παραμόρφωσης από κόπωση .....	93
Πίνακας 6.4 : Μηχανικές ιδιότητες πλακών Q345 που χρησιμοποιήθηκαν στις δοκιμασμένες συνδέσεις .....	94
Πίνακας 6.5 : Μετρικά συστήματα που χρησιμοποιούνται στο ABAQUS .....	101
Πίνακας Α.1 : Επίπεδα μέλη και κοχλιωτές συνδέσεις.....	159
Πίνακας Α-2 : Συγκολλητές διατομές.....	161
Πίνακας Α-3 : Εγκάρσιες εσωραφές .....	162
Πίνακας Α-4 : Προσαρτήματα ραφών και ενισχύσεις .....	164
Πίνακας Α-5 : Φέρουσες συγκολλητές συνδέσεις .....	165

## Κατάλογος Εικόνων

Εικόνα 2.1 : Παράδειγμα σύνδεσης όπου γίνεται χρήση μικρών συγκολλητών προβόλων για τη στήριξη των δοκών .....	25
Εικόνα 2.2 : Συμπεριφορά δοκού που ανήκει σε SMRF.....	30
Εικόνα 3.1 : Παγκόσμιος χάρτης με τις σημαντικότερες λιθοσφαιρικές πλάκες.....	35
Εικόνα 3.2: Χάρτης στον οποίο παρουσιάζονται τα υπόκεντρα όλων των σεισμών κατά την περίοδο 1975-1995.....	36
Εικόνα 3.3 : Αυτοκινητόδρομος χωρισμένος στα δύο [www.geodifis.com] .....	38
Εικόνα 3.4: Άλλο σημείο του αυτοκινητοδρόμου [www.geodifis.com].....	38
Εικόνα 3.5 : Πλημμύρες στην περιοχή που προκλήθηκαν από το σεισμό [www.theatlantic.com] .....	39
Εικόνα 3.6 : Πυρκαγιά που ξέσπασε μετά το σεισμό [www.theatlantic.com].....	39
Εικόνα 3.7 : Τύποι αστοχίας .....	40
Εικόνα 3.8 : Εργοστάσιο Φουρλή [www.enet.gr].....	41
Εικόνα 3.9 : Κτίριο Ρικομέξ [www.enet.gr] .....	42
Εικόνα 3.10 : Κατεστραμμένη κατοικία [www.enet.gr] .....	42

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

---

ΚΟΠΩΣΗ

# 1.1 Κόπωση

## 1.1.1 Η κόπωση ως μορφή αστοχίας

Όταν σε ένα υλικό επιβάλλεται επαναλαμβανόμενη φόρτιση, η οποία δημιουργεί αυξομειούμενες τάσεις, υπάρχει το ενδεχόμενο να προκληθεί αστοχία του υλικού, ακόμη και αν οι μέγιστες τάσεις παραμένουν αρκετά μικρότερες από το όριο διαρροής του. Το φαινόμενο κατά το οποίο δημιουργείται μηχανισμός αστοχίας μέσω ανάπτυξης ρωγμών στο υλικό, ονομάζεται *κόπωση (fatigue)*, τα δε φορτία και οι τάσεις που προκαλούν την κόπωση ονομάζονται *φορτία* και *τάσεις κόπωσης*.

Ο ορισμός της κόπωσης σύμφωνα με την American Society for Testing and Materials (ASTM) είναι ο εξής : «*Κόπωση* είναι η διαδικασία προοδευτικής τοπικής μόνιμης δομικής αλλαγής που λαμβάνει χώρα σε ένα υλικό υποκείμενο σε συνθήκες οι οποίες προκαλούν αυξομειούμενες τάσεις και παραμορφώσεις σε ένα ή περισσότερα σημεία, με πιθανό αποτέλεσμα τη δημιουργία ρωγμών ή πλήρους αστοχίας μετά από ένα μεγάλο αριθμό αυξομειώσεων» .

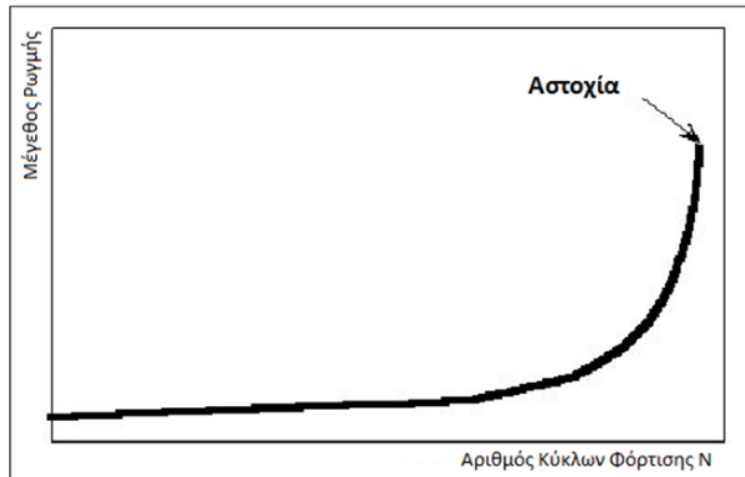
Ο όρος κόπωση εισήχθη για πρώτη φορά από το Γάλλο J.V.Poncelet, ο οποίος παρατήρησε ότι η αντοχή των χαλύβδινων κατασκευών μειωνόταν λόγω επενέργειας κυκλικών δράσεων (εφελκυστικών ή θλιπτικών). Οι πρώτες σοβαρές μελέτες πάνω στο πρόβλημα της κόπωσης έγιναν από το Γερμανό A.Wöhler το 1858, ο οποίος ανέπτυξε μια μέθοδο μέτρησης του ορίου κόπωσης (*fatigue limit* ή *endurance limit*) που εξακολουθεί να υφίσταται μέχρι σήμερα.

Η αστοχία σε κόπωση συνδέεται κατά κύριο λόγο με τις αναπόφευκτες μικροσκοπικές ατέλειες και γεωμετρικές ασυνέχειες που συσσωρεύονται στο εσωτερικό κάθε υλικού. Οι ατέλειες και οι ασυνέχειες αυτές (όπως εγχοπές σε ελαττωματικά σύνορα, κακή κατασκευή ή κακή ποιότητα κοπής με φλόγα οξυγόνου, ραφές συγκόλλησης κακής ποιότητας) αποτελούν περιοχές συγκέντρωσης τάσεων, δηλαδή μικροσκοπικές περιοχές όπου οι τάσεις είναι δυνατόν να ξεπερνούν το όριο διαρροής, παρ' όλο που σε συνολικό μακροσκοπικό επίπεδο οι τάσεις αυτές βρίσκονται εντός της ελαστικής περιοχής.

Η αστοχία πραγματοποιείται με την παρακάτω ακολουθία: με τη συνεχή εναλλαγή της φόρτισης εκκινεί στις μικροσκοπικές περιοχές αυξημένων τάσεων ένας μηχανισμός δημιουργίας και επέκτασης μικρορωγμών, καθώς και σχετική ολίσθηση μεταξύ των επιπέδων του δομικού υλικού. Τελικό αποτέλεσμα είναι ο σχηματισμός μακροσκοπικών ρωγμών, που οδηγεί στη μείωση της αντοχής και η θραύση του υλικού.

Το σύνολο αυτής της διαδικασίας πραγματοποιείται σε 3 επιμέρους στάδια :

- Στάδιο I : Δημιουργία της ρωγμής
- Στάδιο II : Διάδοση της επικρατούσας ρωγμής
- Στάδιο III : Τελική θραύση

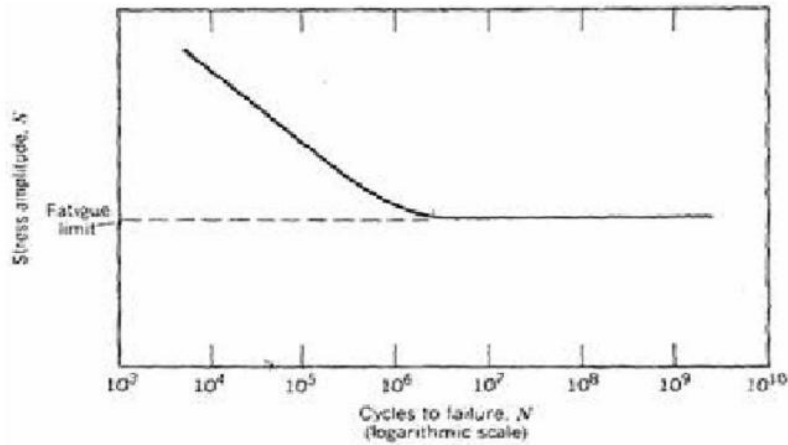


**Σχήμα 1.1 :** Ποιοτικό διάγραμμα Μεγέθους ρωγμής-Αριθμού κύκλων φόρτισης N μέχρι την αστοχία

### 1.1.2 Υπολογισμός αντοχής στοιχείου σε κόπωση

Έχει παρατηρηθεί ότι είναι αδύνατον αυτές οι μικροσκοπικές ατέλειες να αποφευχθούν, αλλά ούτε μπορούν να υπολογιστούν και με ικανοποιητική ακρίβεια. Γι' αυτό και για τη μελέτη του φαινομένου της κόπωσης είναι απαραίτητη η πειραματική έρευνα. Στόχος αυτής είναι ο υπολογισμός του χρόνου ζωής των διάφορων υλικών, όταν αυτά υποβάλλονται σε διαφορετικούς τύπους καταπονήσεων. Τα μεγέθη αυτά προσδιορίζονται από τις δοκιμές κόπωσης και έχουν χαρακτήρα στατιστικού μέσου όρου από ένα πολύ μεγάλο αριθμό ίδιων πειραμάτων. Αυτό συμβαίνει, διότι η συσσώρευση των ατελειών και των ασυνεχειών σε διαφορετικά δείγματα του ίδιου υλικού δεν είναι ποτέ απολύτως ίδια, κάτι που έχει σαν άμεσο επακόλουθο τη διασπορά των εξαγόμενων αποτελεσμάτων.

Η πειραματική διαδικασία υπολογισμού της αντοχής διενεργείται ως εξής: σε μια μεγάλη σειρά δοκιμών, εξετάζεται ξεχωριστά η επίδραση ενός μόνον από τους παράγοντες που επηρεάζουν την κόπωση, όπως η διακύμανση  $\Delta\sigma$ , η μέση (ή «σταθερή») τάση  $\sigma_m$ , η κατεργασία και η κατάσταση της επιφάνειας του δοκιμίου, η συγκέντρωση τάσεων λόγω της απότομης αλλαγής της διατομής του η θερμοκρασία δοκιμής, το μέγεθος και το σχήμα του, οι συνθήκες δοκιμής, διατηρώντας σταθερούς όλους τους υπόλοιπους. Το σημαντικότερο μέγεθος που προσδιορίζεται στο εργαστήριο είναι το όριο κόπωσης (*fatigue limit* ή *endurance limit*), το οποίο ορίζεται ως η μέγιστη τιμή του πλάτους  $\sigma_a$ , που για δεδομένη τιμή της μέσης τάσης  $\sigma_m$ , μπορεί να επιβληθεί για άπειρο αριθμό εναλλαγών, χωρίς να προκαλέσει αστοχία.



Σχήμα 1.2 : Όριο κόπωσης

Η διακύμανση  $\Delta\sigma$  ορίζεται ως η αλγεβρική διαφορά της μέγιστης από την ελάχιστη τάση:

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$$

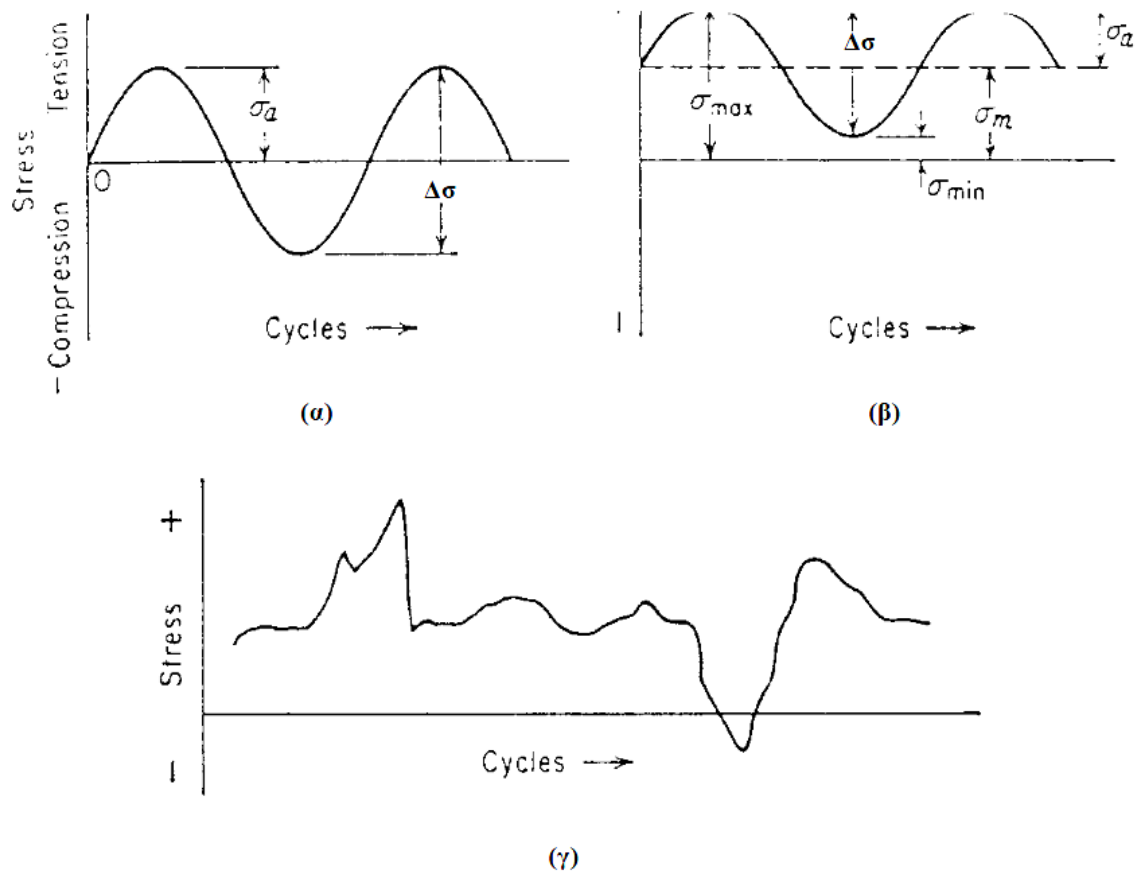
Αντίθετα η μεταβαλλόμενη τάση ορίζεται ως το μισό της διακύμανσης  $\Delta\sigma$ .

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2}$$

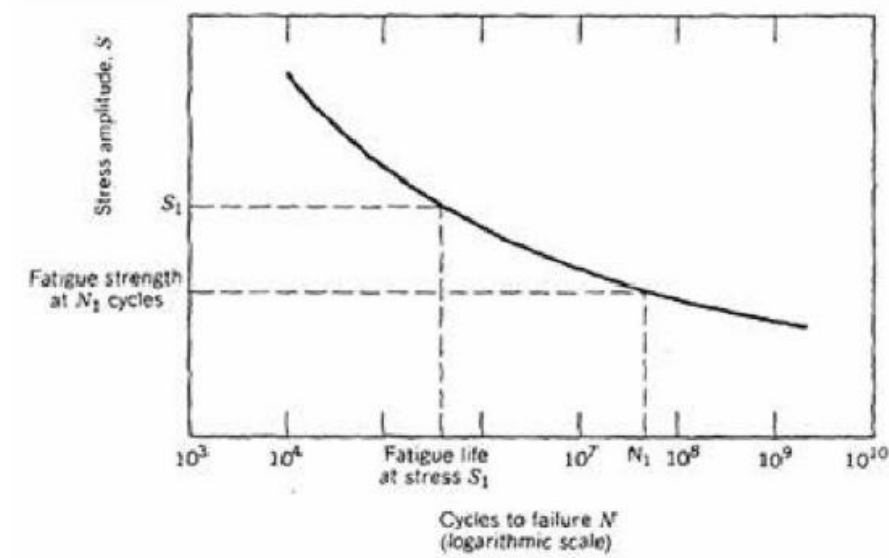
Η μέση τάση είναι ο αλγεβρικός μέσος όρος της μέγιστης και της ελάχιστης τάσης του κύκλου φόρτισης:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω λοιπόν, κατά τη δοκιμή σε κόπωση, μια σειρά δοκιμών υποβάλλεται σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση με μεταβλητή τάση  $\sigma_a$ , διατηρώντας σταθερούς όλους τους άλλους παράγοντες, οπότε προσδιορίζεται ο αριθμός των επαναλήψεων (κύκλων)  $N$  της φόρτισης που οδήγησε σε θραύση-αστοχία κάθε δοκίμιο. Το ζεύγος τιμών που προκύπτει από κάθε δοκίμιο ( $\sigma_a$ ,  $N$ ), τοποθετείται πάνω στο επίπεδο που ορίζουν οι άξονες  $x = \log N$  και  $y = \sigma_a$ . Το ίδιο πραγματοποιείται για όλα τα δοκίμια και στο τέλος προκύπτει η καμπύλη Wöhler στην οποία φαίνεται πόσους κύκλους μπορεί να εκτελέσει το υλικό σε δεδομένη τάση  $\sigma_a$  ή το αντίστροφο.

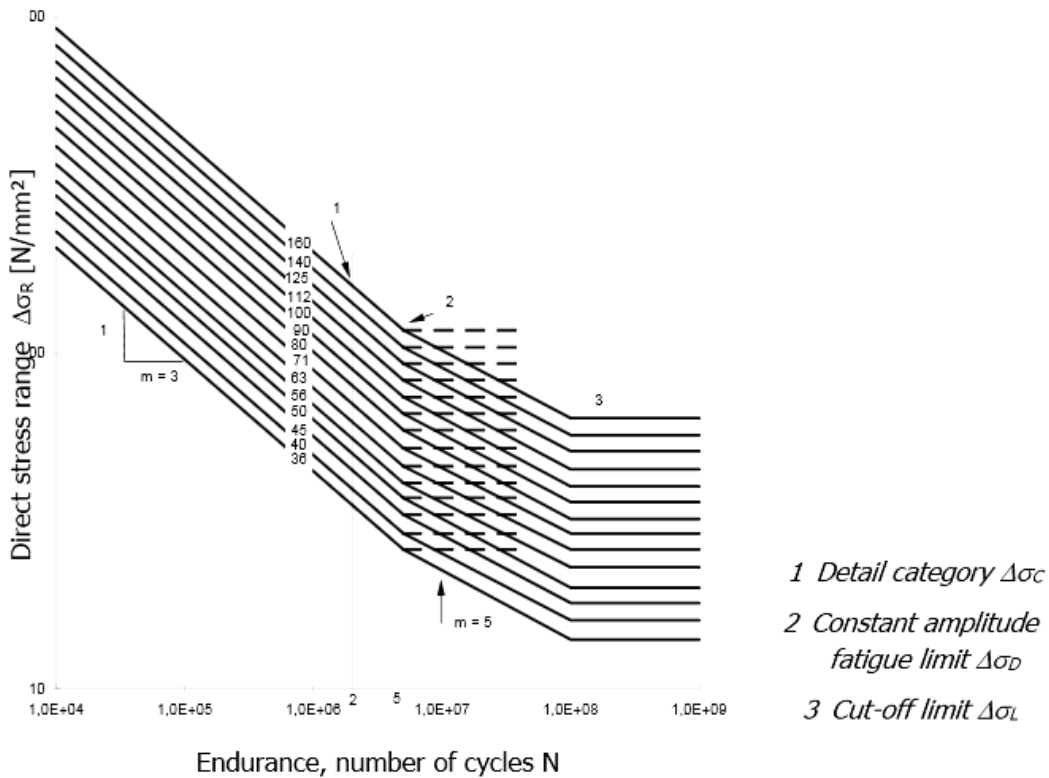


Σχήμα 1.3 : Τύποι δυναμικών καταπονήσεων



Σχήμα 1.4 : Καμπύλη Wöhler

Η καθεμία από τις καμπύλες αυτές που είναι γνωστές και ως καμπύλες  $S - N$  αντιστοιχούν σε τυπικές κατηγορίες λεπτομερειών. Κάθε κατηγορία λεπτομερειών χαρακτηρίζεται από ένα αριθμό, σε  $N/mm^2$ , ο οποίος αντιπροσωπεύει τις τιμές αναφοράς  $\Delta\sigma_c$  και  $\Delta\tau_c$  αντοχής σε κόπωση για 2 εκατομμύρια κύκλους.



**Σχήμα 1.5 :** Καμπύλες αντοχής σε κόπωση του EN 1993-1-9

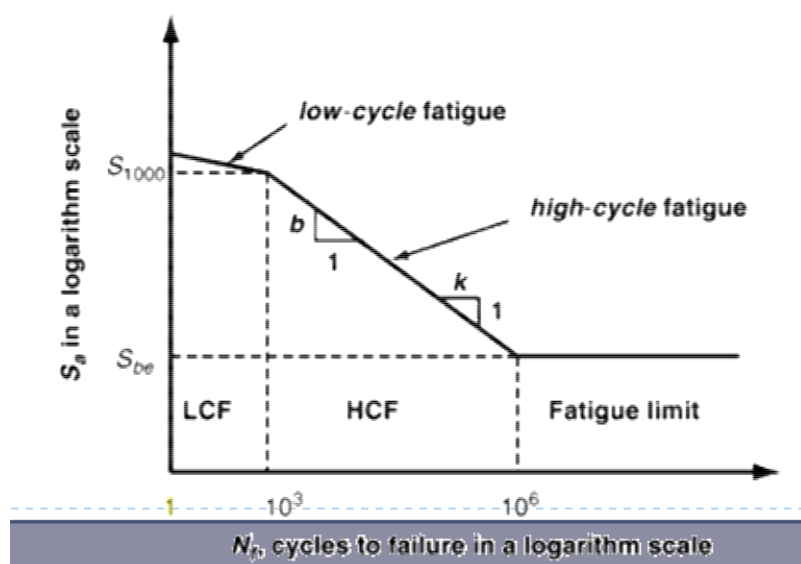
Στις καμπύλες διακρίνονται αναφορικά ως προς την ένταση της καταπόνησης τρεις περιοχές οι οποίες ξεχωρίζουν με τα ακόλουθα όρια:

- *Όριο κόπωσης σταθερού πλάτους (Constant amplitude fatigue limit):* Το οριακό εύρος ορθών ή διατμητικών τάσεων, κάτω από το οποίο δεν σημειώνονται βλάβες από κόπωση σε πειράματα με τάσεις σταθερού πλάτους. Για συνθήκες μεταβλητού πλάτους, όλα τα εύρη τάσεων πρέπει να είναι μικρότερα από αυτό το όριο για να μην σημειωθούν βλάβες λόγω κόπωσης.
- *Όριο αποκοπής (cut-off limit):* Όριο κάτω από το οποίο εύρη τάσεων του φάσματος σχεδιασμού δεν συνεισφέρουν στην υπολογιζόμενη συσσώρευση βλάβης από κόπωση.

## 1.2 Ολιγοκυκλική κόπωση

### 1.2.1 Ορισμός ολιγοκυκλικής κόπωσης

Η πιθανή κατάρρευση ενός φορέα υπό σεισμικές δράσεις είναι ένα πολύπλοκο φαινόμενο, το οποίο προκαλείται κυρίως από την αλληλεπίδραση διάφορων φαινομένων όπως ο τοπικός ή καθολικός λυγισμός, αστοχία των συνδέσεων, θραύση, υπερβολικές παραμορφώσεις. Παρ' όλα αυτά, η συμπεριφορά ενός στατικού συστήματος υπό μεγάλες σεισμικές δράσεις χαρακτηρίζεται από ένα μικρό πλήθος κύκλων ( $N_f < 10^4$  κύκλοι), λίγοι εκ των οποίων προκαλούν μεγάλες μετελαστικές παραμορφώσεις, οι οποίες είναι ικανές να προκαλέσουν την κατάρρευση του φορέα. Αυτού του είδους η αστοχία είναι γνωστή ως *ολιγοκυκλική κόπωση* (*low-cycle fatigue*). Περισσότερο επιρρεπείς σε τέτοιες αστοχίες είναι οι συνδέσεις μεταξύ δοκών - υποστυλωμάτων. Συνεπώς, η συμπεριφορά αυτών των συνδέσεων κατά τη διάρκεια του σεισμικού γεγονότος θα καθορίσει τη συμπεριφορά όλης της κατασκευής.



Σχήμα 1.6 : Είδη κόπωσης

### 1.2.2 Μοντέλα πρόβλεψης βλαβών

Ο σεισμός αποτελεί ένα είδος τυχαμιακής φόρτισης οπότε, μπορεί να γίνει γνωστή μόνο εκ των υστέρων, συνεπώς ο Πολιτικός Μηχανικός κατά τη φάση σχεδιασμού, ενδιαφέρεται περισσότερο να κατανοήσει την συμπεριφορά του συνόλου του φορέα παρά κάθε μέλους ξεχωριστά. Γι' αυτόν το λόγο μία διαδικασία βασισμένη σε γενικευμένα μεγέθη του φορέα και όχι σε συγκεντρωμένες τάσεις σε ορισμένα σημεία, προσφέρει μια καλύτερη εκτίμηση της



απόκρισής του. Το κλειδί σε μια επιτυχημένη πρόβλεψη αστοχίας είναι η σωστή επιλογή του μεγέθους που θα σχετιστεί με τον αριθμό κύκλων που θα πραγματοποιήσει το δομικό στοιχείο μέχρι να αστοχήσει.

### 1.2.2.1 Μοντέλο ανάπτυξης ρωγμών Coffin-Manson

Όταν μέλη της κατασκευής, τα οποία είναι φτιαγμένα από πλάστιμα μέταλλα υπόκεινται σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση με μεγάλες εντάσεις, τότε η ολιγοκυκλική κόπωση είναι μια μορφή αστοχίας που παρατηρείται αρκετά συχνά και έχει ως συνέπεια τη μείωση της διάρκειας ζωής των κατασκευών (Hommel και Meschke, 2010). Η ολιγοκυκλική κόπωση εμφανίζεται αρχικά στις ζώνες εκείνες, όπου παρατηρούνται πολύ μεγάλες πλαστικές παραμορφώσεις. Παρατηρώντας φαινόμενα *υπερ-ολιγοκυκλικής κόπωσης (Extremely low-cycle fatigue)*, τα οποία εκδηλώθηκαν σε δοκίμια από χάλυβα όταν αυτά υποβλήθηκαν σε ελεγχόμενες δοκιμές κόπωσης, αποδείχτηκε ότι ο λογάριθμος του εύρους πλαστικής παραμόρφωσης συνδέεται γραμμικά με το λογάριθμο του αριθμού κύκλων φόρτισης κατά την έναρξη της πλάστιμης αστοχίας. Τα αποτελέσματα αυτά εκφράζονται μέσω της εξίσωσης *Coffin-Manson* :

$$\epsilon_{pr} \cdot N_f^{k_p} = C_p \quad (1)$$

Η σχέση αυτή συσχετίζει τη διάρκεια ζωής σε κόπωση δηλαδή τον αριθμό των κύκλων φόρτισης μέχρι την αστοχία  $N_f$  με το εύρος πλαστικής παραμόρφωσης  $\epsilon_{pr}$ . Τα  $k_p$  και  $C_p$  αποτελούν εμπειρικές σταθερές που προέκυψαν από πειραματικά δεδομένα με χρήση της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων στην περιοχή των παραμορφώσεων που η παραπάνω σχέση έχει ισχύ. Πιο αναλυτικά παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

<i>Steel types</i>	$k_p$	$m(=1/k_p)$	$C_p$	$C(=1/C_p^m)$
SS400	0.549	1.82	0.314	8.23
SM490	0.538	1.86	0.295	9.69

**Πίνακας 1.1** : Σταθερές της εξίσωσης Coffin-Manson

### 1.2.2.2 Μοντέλο συσσώρευσης βλαβών Palmgren-Miner (Cumulative damage rule)

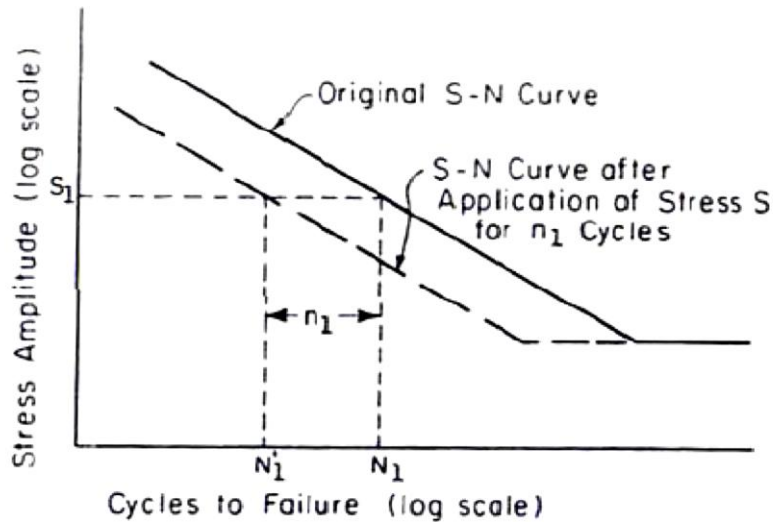
Η χρήση της σχέσης Manson-Coffin καθιερώθηκε για κυκλικές φορτίσεις σταθερής έντασης. Προκειμένου όμως να αξιολογηθεί το φαινόμενο της κόπωσης υπό σεισμική φόρτιση, ήταν απαραίτητο να γίνει επέκταση και σε φορτίσεις με μεταβλητή ένταση. Γι' αυτό λοιπόν ο Palmgren πρότεινε το 1924 ένα απλό κανόνα, ο οποίος όμως αναπτύχθηκε περαιτέρω από το

Miner το 1945 και έπειτα χρησιμοποιήθηκε ευρέως. Από τότε αυτός ο κανόνας είναι γνωστός ως κανόνας *Palmgren-Miner*. Η λογική του είναι απλούστατη και αναπτύσσεται ως εξής: από την καμπύλη Wöhler προσδιορίζεται το πλήθος των κύκλων ( $N$ ) που μπορεί να αντέξει το στοιχείο για δεδομένη τάση. Κατόπιν, μετρώνται οι αντίστοιχοι κύκλοι που έχει εκτελέσει το μέλος έως τώρα ( $n$ ) και υπολογίζεται ο λόγος:

$$\frac{n}{N} = \text{cycle ratio} = D \quad (2)$$

Το μέλος θεωρείται ότι έχει φτάσει στην αστοχία όταν:  $\sum D_i \geq 1$ .

Η επιρροή του κριτηρίου του Miner στην καμπύλη  $S - N$  είναι χαρακτηριστική όπως φαίνεται και στο παρακάτω διάγραμμα:



**Σχήμα 1.7 :** Επιρροή κριτηρίου Miner στην καμπύλη  $S-N$

Σε αυτό αποτυπώνεται πως εάν εφαρμοσθούν  $n_1$  κύκλοι με τάση  $S_1$ , η καμπύλη  $S-N$  μετατοπίζεται προς τα αριστερά ώστε να περνά πλέον από τη νέα τιμή μέγιστων κύκλων  $N_1'$  που προκύπτει ως  $N_1' = N_1 - n_1$ .

Το κριτήριο, ωστόσο, που χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη των αστοχιών, οφείλει να έχει συμβατότητα με τις καμπύλες  $S - N$ , καθώς επίσης και να λαμβάνει υπ' όψιν του τον τύπο και τις μηχανικές ιδιότητες του μεταλλικού στοιχείου. Δεδομένων των παραπάνω επισημάνσεων, το κριτήριο αστοχίας μετασχηματίζεται στην ακόλουθη εξίσωση:

$$N \cdot S^m = 10^k$$

όπου οι συντελεστές  $m$  και  $k$  ενσωματώνουν στο κριτήριο αστοχίας τις μηχανικές ιδιότητες και την ποιότητα των συνδέσεων.

### 1.2.2.3 Άλλα μοντέλα

Οι Krawinkler και Zohrei το 1983 βασιζόμενοι στο μοντέλο των Manson-Coffin επιχείρησαν με τη χρήση μοντέλων συσσώρευσης βλαβών να προβλέψουν την πιθανότητα να συμβεί αστοχία σε υλικά ή μέλη κατασκευής που υπόκειται σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση. Η πιθανότητα αστοχίας  $P_f$  εκφράζεται από τη σχέση :

$$D = \sum_{i=1}^N \frac{n_i}{N_{fi}} \quad (3)$$

### 1.2.3 Μέθοδοι υπολογισμού διενεργούμενων κύκλων

Η διαδικασία υπολογισμού μίας καμπύλης Wöhler γίνεται εφαρμόζοντας κύκλους σταθερής παραμόρφωσης, στην περίπτωση που γίνεται αναφορά σε ολιγοκυκλική κόπωση. Εν συνεχεία, υπολογίζεται μία ισοδύναμη τάση ώστε να μπορεί να βρεθεί από την κατάλληλη καμπύλη, το πλήθος των κύκλων στους οποίους μπορεί να υποβληθεί το δοκίμιο. Στην περίπτωση που η φόρτιση δεν είναι σταθερού εύρους, όπως για παράδειγμα σε μία σεισμική φόρτιση, τότε οι κύκλοι που καλείται να εκτελέσει το στοιχείο έχουν διαφορετικό εύρος και συχνότητα εμφάνισης μεταξύ τους.

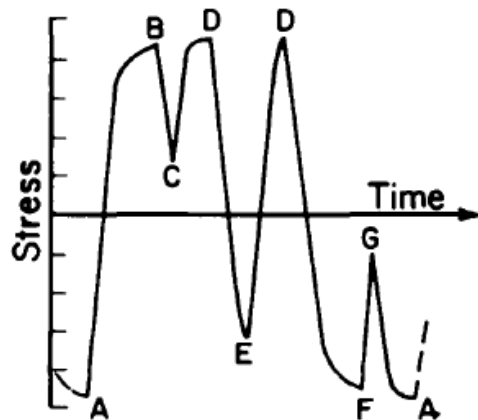
Γίνεται, λοιπόν, προφανής η δυσκολία της άμεσης εφαρμογής του κριτηρίου του Palmgren-Miner και γι' αυτόν το λόγο πρέπει η περίπλοκη αυτή χρονοϊστορία να διαμορφωθεί σε μικρότερα, ανεξάρτητα μεταξύ τους γεγονότα, δηλαδή σε αυτοτελείς κύκλους, έτσι ώστε να καταστεί εφικτή η σύγκρισή τους με τα δεδομένα που έχουν προκύψει από τα πειράματα σταθερού εύρους. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται *εύρεση εκτελεσθέντων κύκλων* και οι πιο διαδεδομένες μέθοδοι είναι οι εξής:

1. Reservoir
2. Level-crossing
3. Peak
4. Rainflow

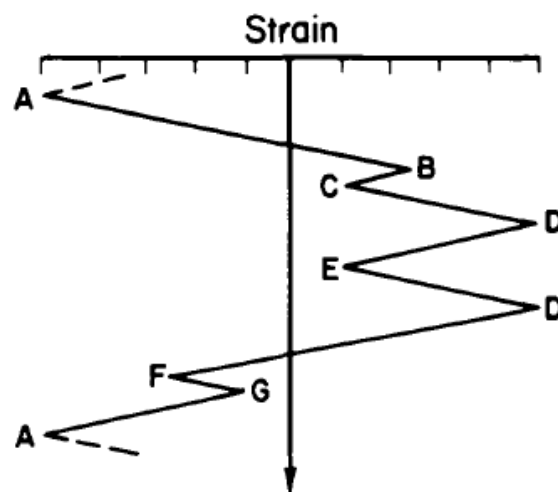
Από τις παραπάνω μεθόδους αναλύεται μόνο η μέθοδος *Rainflow*, η οποία χρησιμοποιείται περισσότερο στη διεθνή βιβλιογραφία και γίνεται χρήση της στη συνέχεια της εργασίας.

### 1.2.3.1 Μέθοδος Rainflow

Η αρχική μέθοδος Rainflow πήρε το όνομά της από την αρχική εργασία των Matsuishi και Endo (1968) πάνω στο συγκεκριμένο ζήτημα και ήταν η αρχή για να υπολογιστούν οι υστερητικοί κύκλοι τάσης - παραμόρφωσης οι οποίοι προκύπτουν από την απόκριση του υλικού που υποβάλλεται σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση. Για να υπολογιστούν οι εκτελεσθέντες κύκλοι, δύναται να υπάρχουν στον έναν άξονα τιμές για ένα μέγεθος όπως μετατόπιση, στροφή, ροπή, τάση, στρέψη, ενώ στον άλλον άξονα βρίσκεται πάντοτε ο χρόνος. Το πρώτο πράγμα που γίνεται είναι να τοποθετηθεί το διάγραμμα (μέγεθος, χρόνος) από την οριζόντια θέση σε κατακόρυφη.



Σχήμα 1.8 : Μέθοδος Rainflow



Σχήμα 1.9 : Το σχήμα 1.8. στραμμένο δεξιόστροφα κατά 90°

Η μέθοδος ονομάστηκε Rainflow (ροή βροχής) εξαιτίας του τρόπου υπολογισμού των υστερητικών κύκλων. Το σύνολο της χρονοϊστορίας παραμόρφωσης - χρόνου κατ' αρχήν χωρίζεται σε μικρότερα τμήματα, έτσι ώστε σε κάθε τμήμα η αρχή και το τέλος της ροής να ταυτίζεται με το μέγιστο μέγεθος. Πλέον μπορούν να υπολογιστούν οι διεξαχθέντες κύκλοι, μέσω της μεθόδου αυτής, αφού προσδιοριστούν οι κανόνες οι οποίοι τη διέπουν και είναι οι ακόλουθοι:

1. Για να απαλειφθεί το ενδεχόμενο μέτρησης ημιτελών υστερητικών κύκλων, η χρονοϊστορία παραμορφώσεων σχεδιάζεται έτσι ώστε να εκκινεί και να σταματά στην παραμόρφωση με τη μεγαλύτερη τιμή.

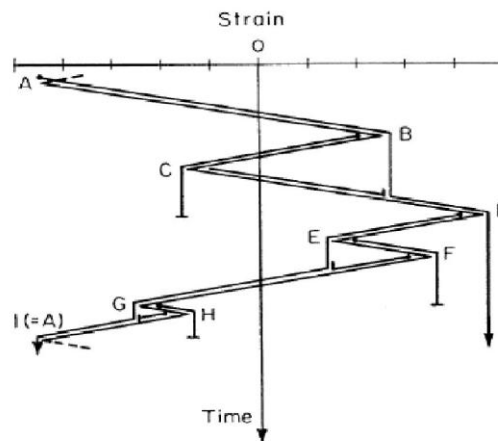
2. Η ροή ("πτώση") ξεκινά σε κάθε αναστροφή και μπορεί να συνεχιστεί εκτός αν συμβεί κάποιο από τα ακόλουθα:

a. Η ροή ξεκίνησε από ένα τοπικό μέγιστο (peak) και πέφτει απέναντι από ένα νέο τοπικό μέγιστο το οποίο έχει τιμή μεγαλύτερη από αυτή του σημείου από όπου εκκίνησε η ροή.

b. Η ροή ξεκίνησε από ένα τοπικό ελάχιστο (valley) και πέφτει απέναντι από ένα νέο τοπικό ελάχιστο το οποίο έχει μεγαλύτερη απόλυτη τιμή από αυτή του σημείου από όπου εκκίνησε η ροή.

c. Η ροή συναντά στην πορεία της μια άλλη προηγούμενη ροή.

Η διαδικασία αυτή μπορεί να γίνει κατανοητή από το παρακάτω παράδειγμα.



**Σχήμα 1.10 :** Παράδειγμα μεθόδου Rainflow

Όπως φαίνεται στο σχήμα η δεδομένη χρονοϊστορία παραμορφώσεων ξεκινά και τερματίζει στη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή παραμόρφωσης (Σημείο A).

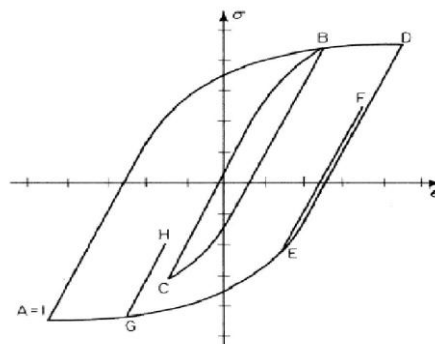
**A.** Η ροή κινείται από το σημείο A στο σημείο B. Στη συνέχεια πέφτει στο σημείο D και συνεχίζει έως το τέλος της χρονοϊστορίας μιας και δεν ικανοποιείται καμία από τις συνθήκες που υπαγορεύουν διακοπή της ροής.

- B.** Η ροή κινείται από το σημείο B στο σημείο C από όπου πέφτει για να φτάσει απέναντι από το σημείο D όπου και σταματά, καθώς B και D είναι τοπικά μέγιστα και η τιμή του D είναι μεγαλύτερη από αυτή του B (κανόνας 2a).
- C.** Η ροή κινείται από το σημείο C προς το σημείο D και διακόπτεται καθώς συναντά την προϋπάρχουσα ροή από το σημείο A (κανόνας 2c).
- D.** Η ροή κινείται από το σημείο D προς τα σημεία E και G και συνεχίζει έως το τέλος της χρονοϊστορίας μιας και δεν ικανοποιείται καμία από τις συνθήκες που υπαγορεύουν διακοπή της ροής.
- E.** Η ροή κινείται από το σημείο E προς το σημείο F από όπου και πέφτει μέχρι να σταματήσει απέναντι από το σημείο G, καθώς τα E και G είναι τοπικά ελάχιστα με το G να έχει απόλυτη τιμή μεγαλύτερη από το E (κανόνας 2b).
- F.** Η ροή κινείται από το σημείο F προς το σημείο G, αλλά διακόπτεται αφού συναντά την προϋπάρχουσα ροή από το σημείο D (κανόνας 2c).
- G.** Η ροή κινείται από το σημείο G προς το σημείο H από όπου και πέφτει έως ότου σταματήσει απέναντι από το σημείο I (=A), καθώς τα G και I είναι τοπικά ελάχιστα με το I να έχει απόλυτη τιμή μεγαλύτερη από το G (κανόνας 2b).
- H.** Η ροή κινείται από το σημείο H προς το σημείο I, αλλά διακόπτεται αφού συναντά την προϋπάρχουσα ροή από το σημείο D (κανόνας 2c).

Έχοντας ολοκληρώσει την παραπάνω διαδικασία, είμαστε σε θέση να συνδυάσουμε τα γεγονότα και να υπολογίσουμε τους ολοκληρωμένους κύκλους.

1.  $A-D + D-I (=A)$
2.  $B-C + C-B'$  (όπου  $B'$  προκύπτει από την ροή C-D)
3.  $E-F + F-E'$  (όπου  $E'$  προκύπτει από την ροή F-G)
4.  $G-H + H-G'$  (όπου από  $G'$  προκύπτει από την ροή H-I)

Η ικανότητα της μεθόδου Rainflow στον υπολογισμό των υστερητικών κύκλων φαίνεται και από το παρακάτω σχήμα που παρουσιάζει τη συμπεριφορά του στοιχείου στην προηγούμενη φόρτιση. Δεδομένου ότι το σημείο A είναι αυτό με τη μεγαλύτερη παραμόρφωση, θεωρείται ότι αποτελεί την άκρη του βρόγχου υστέρησης.



**Σχήμα 1.11 :** Βρόχος υστέρησης

## 1.3 Κανονισμοί

### 1.3.1 Ευρωκώδικας 8

Στον ευρωκώδικα γίνεται λόγος για την κόπωση σε δύο μόνο σημεία :

-στην παράγραφο για την αντοχή σχεδιασμού σε οριακή κατάσταση αστοχίας , όπου αναφέρεται ότι η αντοχή σε κόπωση δε χρειάζεται να ελεγχθεί υπό τις συνθήκες σεισμικού σχεδιασμού

-στην παράγραφο με τους ειδικούς κανόνες για τις ξύλινες κατασκευές ,όπου αναφέρεται ότι μόνο υλικά και μηχανικοί συνδετήρες που είναι ικανοί να προβάλλουν κατάλληλη συμπεριφορά σε περίπτωση ολιγοκυκλικής κόπωσης, μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε συνδέσεις θεωρούμενες ως ζώνες διάλυσης.

### 1.3.2 Ιαπωνικοί κανονισμοί

Στον ιαπωνικό κανονισμό με τίτλο «Standard Specifications for Steel and Composite Structures» γίνεται λόγος στην παράγραφο 6.2 για την αντοχή σε κόπωση. Πιο συγκεκριμένα, αναφέρεται ότι η αντοχή σε κόπωση συνήθως ελέγχεται με τον υπολογισμό της απόκρισης μιας κατασκευής σε μια κατάσταση φόρτισης. Τότε επιβεβαιώνεται ότι η απόκριση είναι κάτω από μια συγκεκριμένη οριακή τιμή, όπως είναι το επιτρεπτό εύρος τάσεων για την κόπωση για κάθε ένα ξεχωριστό μέλος της κατασκευής.

Όπως χαρακτηριστικά αναφέρεται, ένα από τα χειρότερα σενάρια, όσον αφορά σε βλάβη οφειλούμενη σε κόπωση, είναι όταν ρωγμές από κόπωση οι οποίες προκύπτουν αφού η κατασκευή εισέλθει σε κατάσταση λειτουργικότητας, οδηγούν σε περιστατικό αστοχίας, εφόσον οποιαδήποτε επιθεώρηση ή προσπάθεια αντιμετώπισης είναι αδύνατη να εφαρμοστεί. Προκειμένου να αποφευχθούν αυτού του είδους καταστάσεις, προτείνεται σε σχέδια όπου είναι απίθανο να παρουσιαστούν συγκεντρώσεις τάσεων ή σε σχέδια όπου είναι εύκολο να αναγνωριστούν τα πιθανά σημεία εμφάνισης ρωγμών από κόπωση να λαμβάνεται υπόψη η αντίστοιχη κατάσταση ήδη από το στάδιο σχεδιασμού της κατασκευής.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2**

---

# **ΜΕΤΑΛΛΙΚΑ ΠΛΑΙΣΙΑ**



## 2.1 Δομικός Χάλυβας

### 2.1.1 Συστατικά και Ιδιότητες

Ο δομικός χάλυβας είναι το βασικό υλικό από το οποίο συντίθεται ο φέρων οργανισμός των χαλύβδινων κτιριακών και λοιπών τεχνικών έργων. Είναι ένα κράμα με βασικό συστατικό τον σίδηρο (Fe) και σε μικρότερη αναλογία διάφορα άλλα στοιχεία, μεταλλικά και μη, όπως άνθρακας (C), Μαγγάνιο (Mn), Πυρίτιο (Si), Νικέλιο (Ni), Χαλκός (Cu), Χρώμιο (Cr), Θείο (S), Φώσφορος (P), ορισμένα εκ των οποίων επηρεάζουν δυσμενώς τα χαρακτηριστικά του χάλυβα. Ενδεικτικά είναι τα στοιχεία του παρακάτω πίνακα :

<i>Άνθρακας</i>	<i>Πυρίτιο Μαγγάνιο</i>	<i>Νικέλιο</i>	<i>Χρώμιο</i>	<i>Χαλκός</i>
0.20-0.30%	1.5%	0.30%	0.30%	0.30%

Πίνακας 2.1 : Συστατικά χάλυβα

Η ποσοστιαία συμμετοχή των στοιχείων αυτών προσδιορίζει και τις χαρακτηριστικές ιδιότητες του χάλυβα, όπως η αντοχή, η συγκολλησιμότητα, η ευαισθησία στη διάβρωση, η ολκιμότητα και οποιαδήποτε μεταβολή της αναλογίας ανάμιξης των στοιχείων αυτών οδηγεί σε δημιουργία ενός άλλου κράματος χάλυβα διαφορετικού από αυτό που είχε επιλεγθεί κατά τον σχεδιασμό.

### 2.1.2 Πλαστιμότητα χάλυβα

Η πλαστιμότητα του χάλυβα (η ιδιότητα αυτή λέγεται και κινηματική) ορίζεται ως ο λόγος της παραμόρφωσης κράτυνσης προς την παραμόρφωση διαρροής

$$\mu_h = \frac{\varepsilon_h}{\varepsilon_y} = 10 \div 12$$

ή εναλλακτικά ως ο λόγος της ομοιόμορφης παραμόρφωσης προς την παραμόρφωση διαρροής

$$\mu_u = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_y} = 60 \div 120$$

Αν και η πλαστιμότητα του υλικού είναι πολύ μεγάλη, σε επίπεδο κατασκευής μειώνεται σημαντικά. Η πλαστιμότητα λοιπόν του υλικού δε μπορεί με σιγουριά να αντιπροσωπεύει την αντίστοιχη της κατασκευής.

Οι βασικές ιδιότητες που καθορίζουν την πλαστιμότητα του χάλυβα είναι η τάση διαρροής, το μήκος του οριζόντιου τμήματος του διαγράμματος σ-ε, τα χαρακτηριστικά της περιοχής

κράτυνσης, καθώς επίσης και ο λόγος τάσης διαρροής προς μέγιστη εφελκυστική τάση. Η τάση διαρροής εξαρτάται από τη χημική σύσταση του κράματος και τη μέθοδο παρασκευής. Οι μεταβλητές αυτές αντανακλώνται στις διαφορετικές κατηγορίες χάλυβα όπως καθορίζονται από τον Ευρωκώδικα 3 (S235, S275, S355, S420, S460). Οι ονομαστικές τιμές των τάσεων φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα :

	$E$ [MPa]	$f_y$ [MPa]	$f_u$ [MPa]	$\epsilon_u$ [%]
<b>S235</b>	210000	235	360	25
<b>S275</b>		275	430	23.5
<b>S355</b>		355	510	22
<b>S420</b>		420	520	
<b>S460</b>		460	540	

**Πίνακας 2.2 :** Ποιότητες χάλυβα

Όμως, οι πραγματικές τάσεις σε επίπεδο κατασκευής είναι αρκετά μεγαλύτερες από τις εγγυώμενες και η διαφορά αυτή αυξάνει όσο ο χρησιμοποιούμενος χάλυβας είναι υψηλότερης αντοχής. Το γεγονός αυτό κάνει ιδιαίτερα επισφαλή την πρόβλεψη για τη διαθέσιμη πλαστικότητα των μελών του δομήματος. Η περιοχή της κράτυνσης καθορίζεται από το μέτρο κράτυνσης, για το οποίο δεν υπάρχει συγκεκριμένη διαδικασία υπολογισμού, οπότε επικρατούν προτεινόμενες τιμές. Γενικά λαμβάνεται 30–50 φορές μικρότερο από το μέτρο ελαστικότητας. Επιπρόσθετα υπάρχουν δύο πολύ σημαντικές παράμετροι: η παραμόρφωση χαλάρωσης  $\epsilon_u$  που ορίζει το τέλος της περιοχής κράτυνσης και η ολική παραμόρφωση  $\epsilon_t$  στην οποία το δοκίμιο θραύεται.

### 2.1.3 Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων

Για πρακτικές εφαρμογές η πραγματική καμπύλη  $\sigma$ - $\epsilon$  εξιδανικεύεται με χρήση απαραμόρφωτων-πλαστικών, ελαστοπλαστικών ή τριγωνικών προσομοιωμάτων (Σχήμα 2.1.α). Τα προσομοιώματα αυτά έχουν περιορισμένη εφαρμογή σε περιπτώσεις στις οποίες η περιοχή της κράτυνσης και της χαλάρωσης παίζουν σημαντικό ρόλο. Για υλικά με απότομη έξαρση στη διαρροή, η ονομαστική σχέση  $\sigma$ - $\epsilon$  μπορεί να διαμορφωθεί με διαφορετικούς τρόπους. Έτσι διακρίνουμε:

α) *Το μοντέλο Menegotto–Pinto*, που προτείνεται από τους κανονισμούς RILEM, (Σχήμα 2.1.β) και η κράτυνση περιγράφεται από τη μη γραμμική καμπύλη (Rondal, 1998)

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad 0 < \epsilon < \epsilon_y$$

$$\sigma = f_y \quad \epsilon_y < \epsilon < \epsilon_h$$

$$\sigma = E \cdot \frac{\varepsilon}{\left[1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^R\right]^{\frac{1}{k}}} \quad \varepsilon_h < \varepsilon < \varepsilon_m$$

$$\sigma = f_u \quad \varepsilon_m < \varepsilon < \varepsilon_u$$

Όπου  $\varepsilon_y = f_{yu}/E$  ,  $\varepsilon_0 = \gamma \cdot f_u/E$  ,  $\varepsilon_m = f_u/(E \cdot \left[1 - \left(\frac{f_u}{E \cdot \varepsilon_0}\right)^R\right]^{\frac{1}{k}})$  , ενώ R, γ είναι αριθμητικοί συντελεστές που καθορίζονται από πειραματικά δεδομένα.

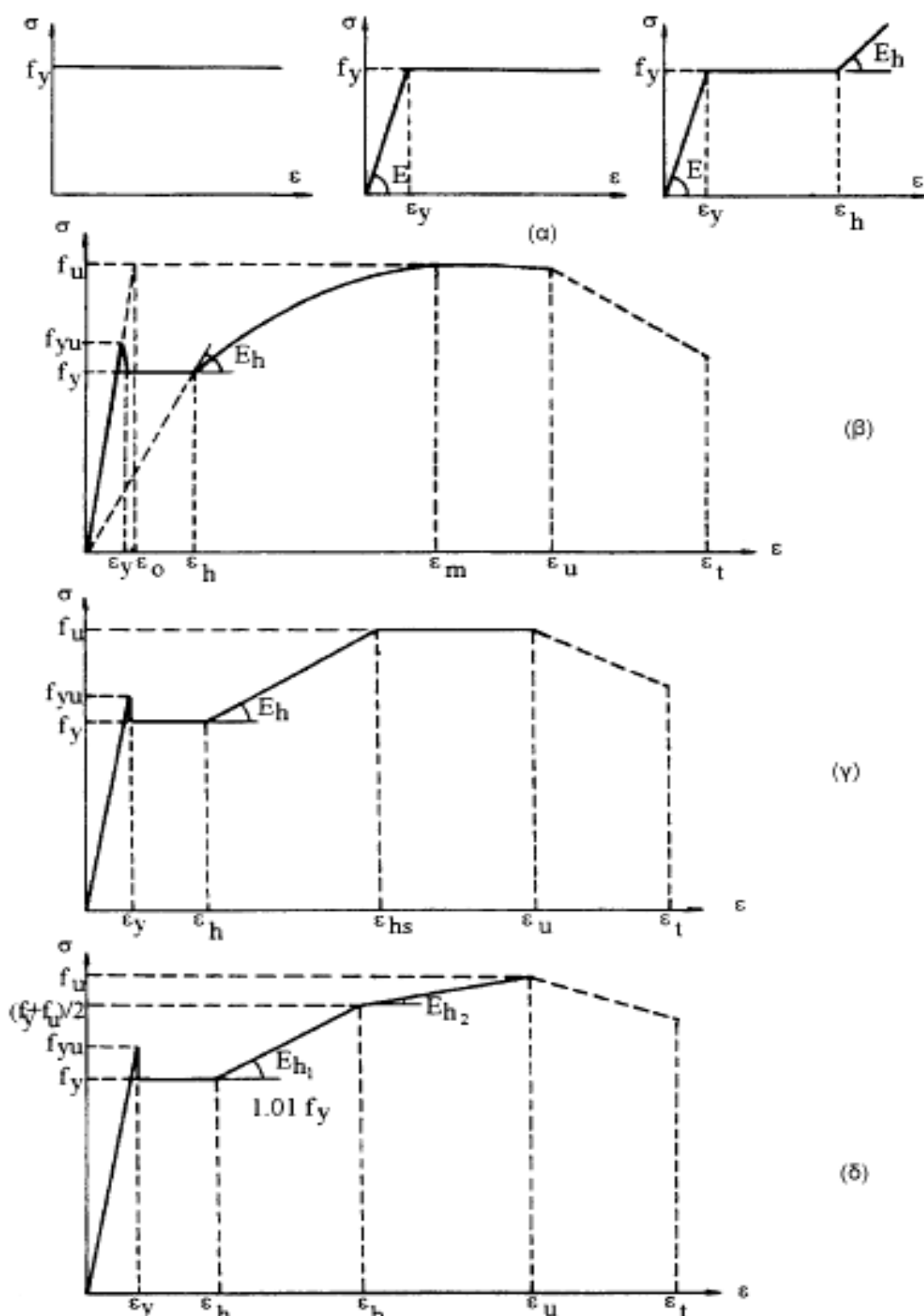
β) **Το μοντέλο με ευθεία γραμμή για την περιοχή κράτνωσης** (Σχήμα 2.1.γ), (Boeraeve et al, 1993). Εδώ η μέγιστη τάση αντιστοιχεί σε παραμόρφωση

$$\varepsilon_{hs} = \varepsilon_h + f_u/E_h$$

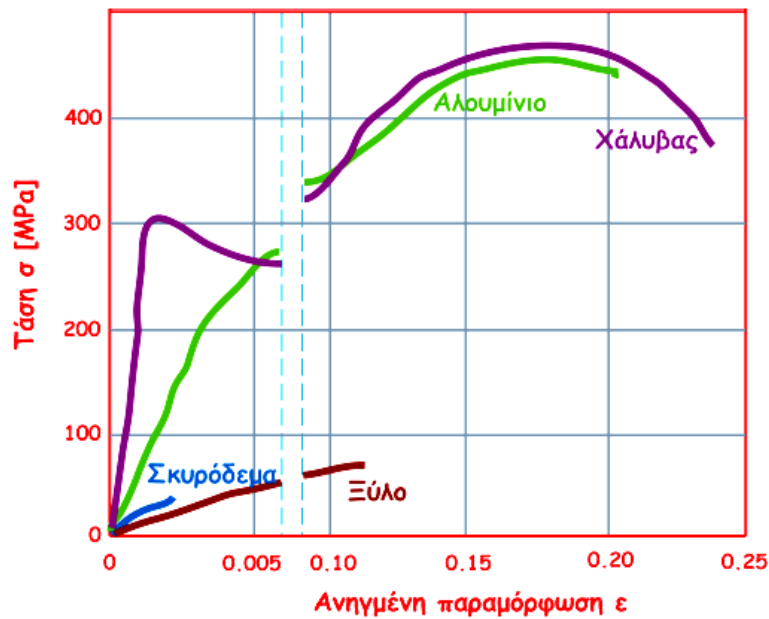
γ) **Το μοντέλο διγραμμικής περιοχής κράτνωσης** (Σχήμα 2.1.δ), όπου το σημείο αλλαγής κλίσης καθορίζεται από (Galambos, 1999)

$$\sigma_b = (f_y + f_u)/2$$

με τις χαμηλές και υψηλές τιμές να αντιστοιχούν σε χάλυβες υψηλής αντοχής και σε συμβατικούς χάλυβες, αντίστοιχα.



**Σχήμα 2.1 :** (α) απαραμόρφωτο-πλαστικό, ελαστοπλαστικό, τριγραμμικό προσομοίωμα (κατά σειρά) καμπύλης  $\sigma$ - $\epsilon$ , (β) καμπύλη  $\sigma$ - $\epsilon$  σύμφωνα με το μοντέλο Menegotto-Pinto, (γ) καμπύλη  $\sigma$ - $\epsilon$  σύμφωνα με το μοντέλο με ευθεία γραμμή για την περιοχή κράτησης, (δ) καμπύλη  $\sigma$ - $\epsilon$  σύμφωνα με το μοντέλο διγραμμικής περιοχής κράτησης



Σχήμα 2.2 : Σύγκριση δομικών υλικών

## 2.1.4 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα χάλυβα

Τα κυριότερα πλεονεκτήματα του χάλυβα, τα οποία το ανάγουν στο πλέον ευέλικτο και σε ένα από τα καλύτερα δομικά υλικά, είναι τα εξής:

- Μεγάλη αντοχή: γεγονός που οδηγεί σε λεπτές διατομές, μείωση ιδίων βαρών, οικονομία χώρου και υλικού, δυνατότητα ζεύξης μεγάλων ανοιγμάτων.
- Ομοιογένεια υλικού: δηλαδή ίδια χαρακτηριστικά υλικού σε όλη την έκταση της μάζας του, στοιχείο που εξασφαλίζει την ακρίβεια των παραδοχών ανάλυσης και των ελέγχων αντοχής
- Μονιμότητα: εξασφαλίζοντας κατάλληλη συντήρηση, τα χαρακτηριστικά του παραμένουν αμετάβλητα καθ' όλη τη διάρκεια ζωής του.
- Ελαστικότητα: ο χάλυβας συμπεριφέρεται ελαστικά μέχρι σχετικά υψηλές τάσεις, τα δε γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά του προσδιορίζονται με μεγάλη ακρίβεια.
- Ολκιμότητα: είναι η ικανότητα του χάλυβα να υπόκειται σε μεγάλες παραμορφώσεις χωρίς να αστοχεί, στοιχείο που αποτελεί και ένδειξη επερχόμενης αστοχίας για τον φορέα.

Ωστόσο, υπάρχουν και σοβαρά μειονεκτήματα τα οποία επηρεάζουν σε μεγάλο βαθμό τη συμπεριφορά του υλικού και είναι τα ακόλουθα:

- Ευαισθησία σε υψηλές θερμοκρασίες: οι θερμοκρασίες που αναπτύσσονται σε μια κατασκευή σε περίπτωση πυρκαγιάς οδηγούν σε ραγδαία απομείωση της αντοχής του χάλυβα, συνεπώς η λήψη μέτρων πυροπροστασίας καθίσταται αναγκαία.

- Ευαισθησία σε φαινόμενα αστάθειας: η ύπαρξη θλιπτικών τάσεων στο υλικό προκαλεί φαινόμενα αστάθειας (καμπτικός λυγισμός, στρεπτικός λυγισμός και ο συνδυασμός των δύο, στρεπτοκαμπτικός λυγισμός), πρόβλημα που συνήθως επιλύεται με αύξηση του υλικού (μεγαλύτερες διατομές) ή με την δέσμευση των μελών με πλευρικές στηρίξεις.
- Ευαισθησία έναντι κοπώσεως: στην περίπτωση που έχουμε μεγάλο αριθμό κύκλων επαναλαμβανόμενης φόρτισης.
- Ανάγκη συστηματικής συντήρησης καθώς και προστασίας έναντι διάβρωσης.
- Υψηλό κόστος πρώτης ύλης.
- Στην Ελλάδα δεν υπάρχει ακόμα επαρκής τεχνογνωσία , ώστε να αξιοποιηθεί πλήρως το φάσμα των χρήσεων του.

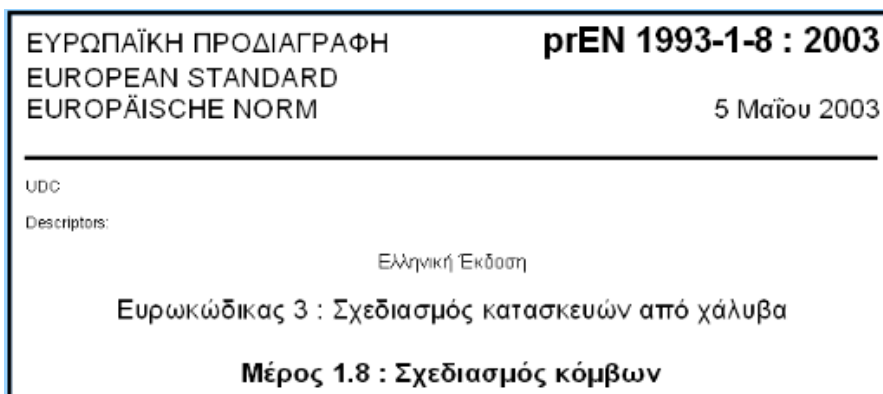
Από τα παραπάνω, εύλογα συμπεραίνει κανείς ότι ο δομικός χάλυβας αποτελεί ένα υλικό με εξαιρετική συμπεριφορά, υπό την προϋπόθεση ότι έχουν ληφθεί όλα τα απαραίτητα μέτρα έναντι των αρνητικών φαινομένων.

## 2.2 Συνδέσεις

Ο ρόλος των συνδέσεων στην κατασκευή είναι πολύ σημαντικός , καθώς από τη μία συνδέουν τα μέλη της κατασκευής μεταξύ τους και από την άλλη βοηθούν στην ασφαλή μεταφορά των εντατικών μεγεθών από μέλος σε μέλος και τελικά στο έδαφος. Λόγω του σημαντικότητας αυτού ρόλου τους, οι απαιτήσεις όσον αφορά την ασφάλεια , την κατασκευασιμότητα και τη συνέπεια που θα πρέπει να τηρηθεί στο υπολογιστικό προσομοίωμα είναι αρκετά υψηλές.

Σε αντίθεση με το έγχυτο επιτόπου του έργου οπλισμένο σκυρόδεμα, που εξασφαλίζει μονολιθικότητα λόγω του τρόπου κατασκευής, στις μεταλλικές κατασκευές τόσο η μελέτη (υπολογισμοί και σχεδίαση) των συνδέσεων, όσο και η κατασκευή τους, απαιτούν ιδιαίτερο χρόνο, προσπάθεια και προσοχή.

Αυτός είναι και ο λόγος που έχει αφιερωθεί ειδικό μέρος του Ευρωκώδικα 3 στις συνδέσεις.

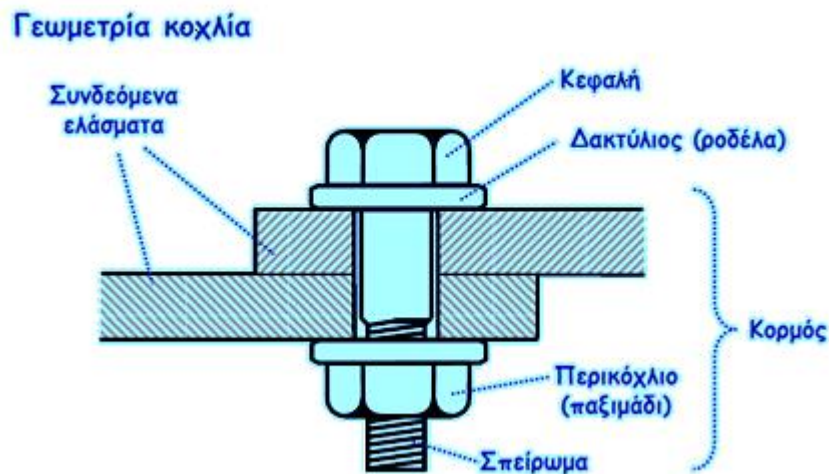


**Σχήμα 11** : Ειδικό μέρος του Ευρωκώδικα 3 για τις συνδέσεις

Δύο είναι τα είδη των συνδέσεων, οι κοχλιώσεις και οι συγκολλήσεις. Στην παρούσα μελέτη θα ασχοληθούμε κατά κύριο λόγο με τις συγκολλήσεις.

## 2.2.1 Κοχλιώσεις

Η γεωμετρία των κοχλιώσεων παρουσιάζεται στην ακόλουθη εικόνα :



Σχήμα 12 : Γεωμετρία κοχλιώσεων

Ισχύει

$$d_0 = d + a$$

Όπου

$$d_0 = \text{διάμετρος οπής}$$

$$d = \text{διάμετρος κοχλίας}$$

$$a = \text{ανοχή}$$

Για κανονικές οπές οι ανοχές είναι οι εξής :

$$a = 1\text{mm για κοχλίες M12}$$

$$a = 2\text{mm για κοχλίες M16 έως M24}$$

$$a = 3\text{mm για κοχλίες } \geq \text{M27}$$

Στον ευρωπαϊκό χώρο χρησιμοποιούνται συνήθως μετρικοί κοχλίες. Οι κατηγορίες των κοχλιών είναι M12, M16, M20, M22, M24, M27, M30, M36 όπου ο αριθμός στην ονομασία αντιστοιχεί στη διάμετρο του κορμού.

Στον Ευρωκώδικα 3 προδιαγράφονται 5 κατηγορίες υλικών για κοχλίες :

	4.6	5.6	6.8	8.8	10.9
$f_y$ [MPa]	240	300	480	640	900
$f_u$ [MPa]	400	500	600	800	1000

$4.6 \quad f_u = 400 \text{ MPa}$   
 $4.6 \quad f_y = 0,6 \times 400 \text{ MPa} = 240 \text{ MPa}$

Υψηλής αντοχής

Σχήμα 2.5 : Ποιότητες κοχλιών

Μια γενική αρχή που επικρατεί είναι ότι η ποιότητα του χάλυβα των κοχλιών θα πρέπει να είναι καλύτερη από την ποιότητα του χάλυβα των συνδεόμενων ελασμάτων.

Μια κοχλίωση σχεδιάζεται ώστε να είναι ικανή να παραλάβει :

- διατμητική δύναμη κάθετη στον άξονα του κορμού

είτε

- εφελκυστική δύναμη παράλληλη στον άξονα του κορμού

είτε

- διατμητική και εφελκυστική δύναμη ταυτόχρονα.

Έτσι έχουμε ένα διαχωρισμό σε διατεμνόμενες και εφελκυσόμενες κοχλιώσεις.

Οι διατεμνόμενες κοχλιώσεις διακρίνονται στις εξής κατηγορίες :

- Κατηγορία A-Κοχλιώσεις σύνθλιψης άντυνας : στην κατηγορία αυτή πραγματοποιείται μικρή σχετική μετακίνηση των συνδεόμενων ελασμάτων κατά τη φορά των ασκούμενων δυνάμεων, ώστε να έρθει σε επαφή ο κορμός του κοχλία με τις άντυνας των οπών. Ανήκουν κυρίως απλοί κοχλίες.
- Κατηγορία B-Κοχλιώσεις ανθεκτικές στην ολίσθηση στην οριακή κατάσταση λειτουργικότητας.
- Κατηγορία C-Κοχλιώσεις ανθεκτικές στην ολίσθηση στην οριακή κατάσταση αστοχίας. Στις κατηγορίες B, C ανήκουν προεντεταμένοι κοχλίες. Εδώ οι αναπτυσσόμενες δυνάμεις τριβής μεταξύ των ελασμάτων δεν επιτρέπουν να πραγματοποιηθεί σχετική μετακίνησή τους. Επιτρέπονται μόνο υλικά ποιότητας 8.8 και 10.9 .



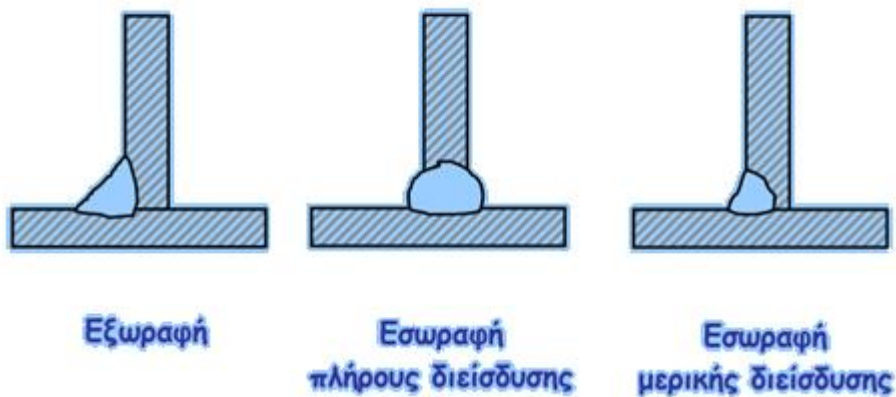
Οι εφελκυσόμενες κοχλιώσεις διακρίνονται ως εξής :

- Κατηγορία D-Απλοί κοχλίες. Η κατηγορία αυτή δεν προσφέρεται για περιπτώσεις έντονης εναλλαγής φορτίου.
- Κατηγορία E-Προεντεταμένοι κοχλίες : Επιτρέπεται μόνο η χρήση κοχλιών με ποιότητα 8.8 και 10.9 .

## 2.2.2 Συγκολλήσεις

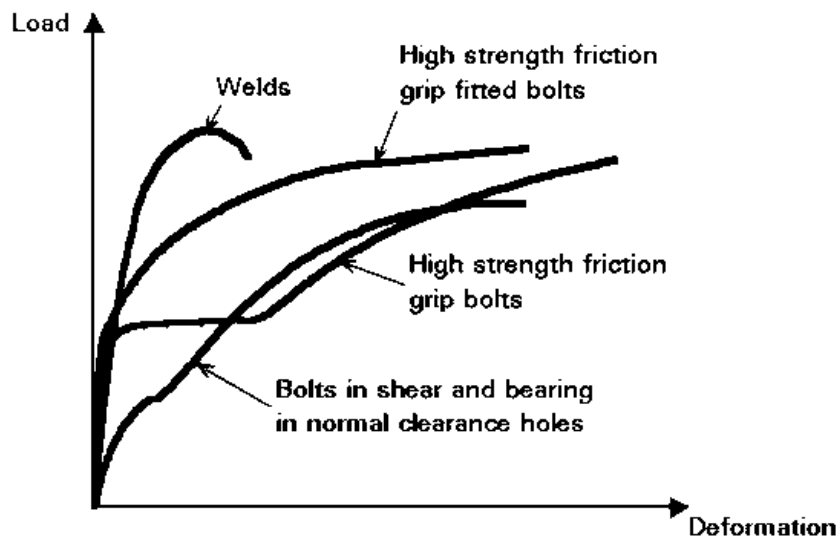
Οι συγκολλήσεις αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι της σωστής λειτουργίας του φέροντα οργανισμού και δεδομένου ότι επηρεάζονται πάρα πολύ από τις περιβαλλοντικές συνθήκες στη φάση κατασκευής, είναι προτιμότερο να πραγματοποιούνται στα εργαστήρια όπου υπάρχουν χώροι ειδικά για αυτόν το σκοπό, παρά να πραγματοποιούνται στο εργοτάξιο.

Οι βασικές μορφές συγκόλλησης φαίνονται στην παρακάτω εικόνα:



Σχήμα 13 : Μορφές συγκόλλησης

Η παραμορφωσιμότητα των συγκολλήσεων (καθώς και των κοχλιώσεων) παρουσιάζεται στην εικόνα που ακολουθεί:



Σχήμα 14 : Παραμορφωσιμότητα συγκολλήσεων και κοχλιώσεων

Μία πρακτική που ακολουθείται, η οποία εξασφαλίζει και την εργοστασιακή συγκόλληση (η οποία είναι ανώτερης ποιότητας από την εργοταξιακή) και την εύκολη μεταφορά των μελών στην τοποθεσία κατασκευής του έργου, είναι η εξής: στα υποστυλώματα, στα σημεία που πρόκειται να τοποθετηθούν οι δοκοί, δημιουργούνται μικροί πρόβολοι οι οποίοι είναι συγκολλητοί πάνω σε αυτά. Κατόπιν κοχλιώνονται πάνω στους προβόλους αυτούς οι δοκοί. Χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιου είδους σύνδεσης αποτελεί το παρακάτω:

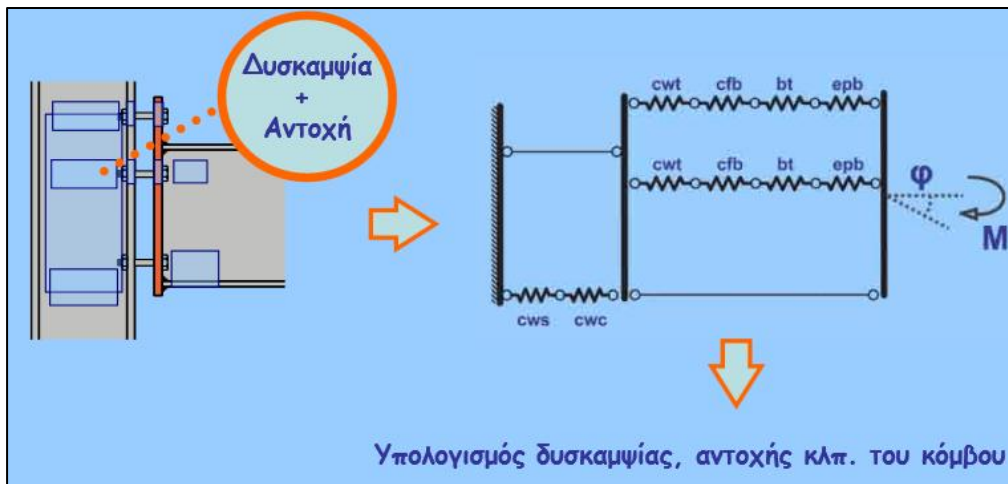


Εικόνα 2.1 : Παράδειγμα σύνδεσης όπου γίνεται χρήση μικρών συγκολλητών προβόλων για τη στήριξη των δοκών

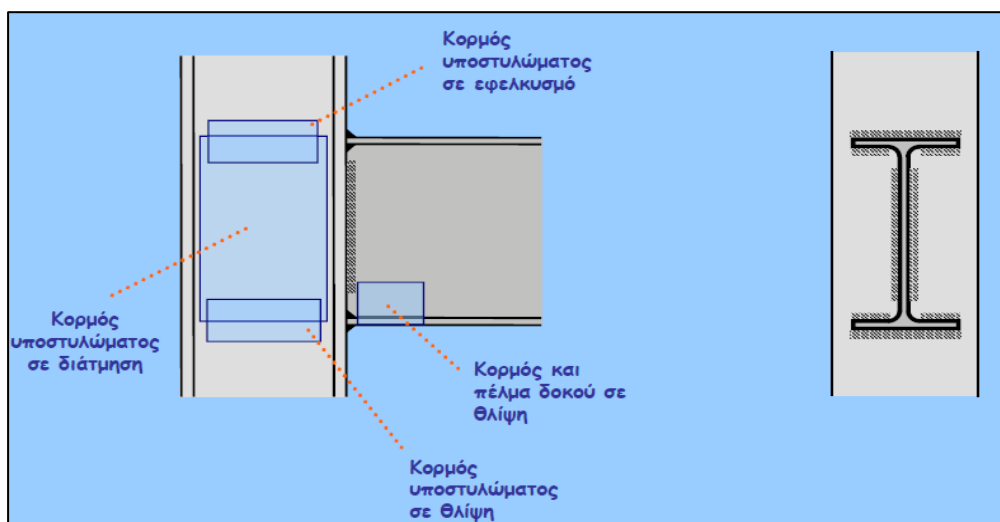
## 2.3 Κόμβοι

Η μόρφωση κόμβων στις πλαίσιακές κατασκευές είναι μείζονος σημασίας. Οι κόμβοι αποτελούν αναπόσπαστο τμήμα μιας πλαίσιακής κατασκευής και επηρεάζουν καθοριστικά την κατανομή των εντατικών μεγεθών στα μέλη καθώς και το μέγεθος των μετακινήσεων. Είτε πρόκειται για ελαστική είτε για πλαστική είτε για ελαστοπλαστική (ή μη γραμμική) ανάλυση, ο σχεδιασμός των κόμβων απαιτεί τον υπολογισμό της δυσκαμψίας και της αντοχής τους (με όρια που δίνονται από τον Ευρωκώδικα 3).

Κατά τον Ευρωκώδικα 3, η δυσκαμψία και η αντοχή των κόμβων υπολογίζεται με τη μέθοδο των «συστατικών μερών» («component method»). Σύμφωνα με αυτή, ο κόμβος θεωρείται ένα σύστημα πολλών μικρότερων τμημάτων, που είναι τα συστατικά μέρη.



Σχήμα 15 : Μέθοδος συστατικών μερών για τον υπολογισμό δυσκαμψίας και αντοχής κόμβων



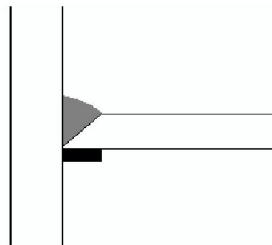
Σχήμα 2.9 : Συστατικά μέρη συγκολλητών κόμβων

Ο υπολογισμός της δυσκαμψίας και της αντοχής των συγκολλητών κόμβων έναντι των διάφορων καταπονήσεων περιγράφεται αναλυτικά στον Ευρωκώδικα 3.

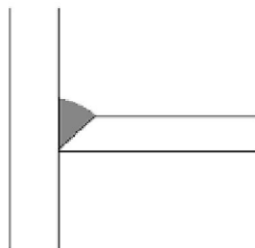
Ο τρόπος διαμόρφωσης της σύνδεσης ανάμεσα στο υποστύλωμα και τη δοκό αποτελεί το πιο σημαντικό κομμάτι στη συμπεριφορά του δομικού συστήματος έναντι των σεισμικών δράσεων. Για το λόγο αυτόν, ο τρόπος κατασκευής των λεπτομερειών αυτών οφείλει να είναι όσο το δυνατόν περισσότερο σωστός και ακριβής.

Στην πράξη τρία είδη συνδέσεων υπάρχουν και παρουσιάζονται ακολούθως:

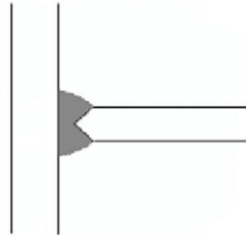
- Ο πρώτος τρόπος είναι η διαδικασία που χρησιμοποιούνταν στις ΗΠΑ και γινόταν με την εξής σειρά. Αρχικά, η δοκός είχε δύο μικρές οπές στις άκρες του κορμού της διατομής, στα σημεία που κανονικά θα ήταν η ένωση με τα πέλματα της. Στα πέλματα δημιουργούνται δύο εγκοπές τύπου V και εκεί πραγματοποιούνταν συγκόλληση με την παρουσία μίας βοηθητικής μεταλλικής ράβδου, η οποία περνούσε μέσα από την εγκοπή του κορμού. Ο συγκεκριμένος τρόπος σύνδεσης θεωρούνταν ιδιαίτερος πλάστιμος, αλλά στην πραγματικότητα έδειξε εκ διαμέτρου διαφορετικά αποτελέσματα. Συγκεκριμένα, κατά το σεισμό του Northridge, τέτοιου είδους συνδέσεις παρουσίασαν ψαθυρές αστοχίες, γεγονός που οφείλεται, όπως αποδείχθηκε αργότερα, στη συγκέντρωση τάσεων στη συγκόλληση λόγω της μεταλλικής ράβδου, στην έλλειψη τήξης του μετάλλου, καθώς και στον εγκλεισμό σκουριάς.



- Ο δεύτερος τρόπος είναι σχεδόν ίδιος με τον πρώτο, με τη διαφορά ότι μετά την αρχική συγκόλληση, η μεταλλική ράβδος αφαιρούνταν. Κατόπιν πραγματοποιούνταν μία δεύτερη συγκόλληση η οποία μείωνε τις αρχικές ατέλειες και μικρορωγμές που ήταν αναπόφευκτο να μη συμβούν κατά την πρώτη συγκόλληση.

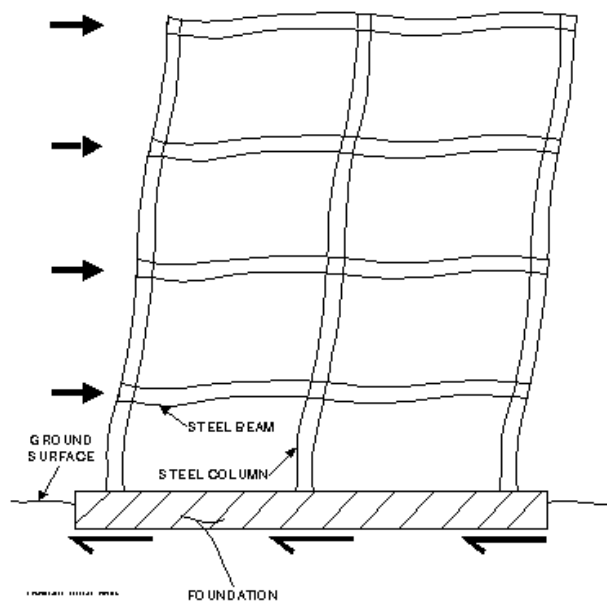


- Ο τρίτος τρόπος είναι αυτός που υιοθετείται στην ευρωπαϊκή τακτική και πραγματοποιείται με τη δημιουργία μίας εγκοπής τύπου K, ενώ αντιστοιχεί σε εργοστασιακή διαδικασία.



## 2.4 Steel moment-resisting frames ή Special Steel moment-resisting frames (SMRFs)

Τα περισσότερα κτίρια σήμερα από τα πολύ ψηλά έως και τα μετρίου ή και χαμηλότερου ύψους βασίζονται σε μεταλλικά πλαίσια παραλαβής ροπής (SMRFs) προκειμένου να αντισταθούν στα πλευρικά φορτία που προκαλούνται είτε από άνεμο είτε από σεισμό. Τα πλευρικά φορτία από σεισμό προκύπτουν από τις εσωτερικές αδρανειακές δυνάμεις που αναπτύσσονται, όταν το έδαφος και κατ' επέκταση τα θεμέλια του κτιρίου αρχίζουν να επιταχύνουν. Είναι κάτι παρόμοιο με τη δύναμη που αισθάνεται να δέχεται ο επιβάτης που στέκεται όρθιος στο λεωφορείο όταν αυτό επιταχύνει. Στην περίπτωση του κτιρίου, οι αδρανειακές δυνάμεις ασκούνται κυρίως στα επίπεδα των δαπέδων, όπου τα φορτία είναι συγκεντρωμένα.



**Σχήμα 16 :** Steel moment resisting frame

Το γεγονός εκείνο που έκανε τους επιστήμονες μηχανικούς να αναθεωρήσουν όσον αφορά τα SMRFs ήταν ο σεισμός που συνέβη στο Northridge της California το 1994.

Ο σεισμός αυτός λοιπόν ήταν ένας σχετικά μέτριος σεισμός λαμβάνοντας υπόψη ότι βρισκόταν στο 6,8 της κλίμακας Ρίχτερ (Richter scale). Ο απολογισμός του ήταν κανένας θάνατος και καμία κατάρρευση σε μεταλλικά πλαίσια. Σύμφωνα με τις πρώτες αναφορές, οι κατασκευές από χάλυβα ήταν ανέπαφες και όπως και σε προηγούμενους σεισμούς υπερτερούσαν των άλλων που ήταν κατασκευασμένες από διαφορετικά υλικά. Μετά από πιο προσεκτική επιθεώρηση όμως παρατηρήθηκαν ζημιές στις συνδέσεις δοκών-υποστυλωμάτων σε περισσότερα από 100 κτίρια κατασκευασμένα από μεταλλικά πλαίσια.

Αναλυτικότερα, στα SMRFs δε χρησιμοποιούνταν διαγώνια μέλη αλλά βασίζονταν κυρίως στην αντοχή των δοκών σε σύγκριση με τα υποστυλώματα (συγκεκριμένα αναπτυσσόταν μια σχέση 'ισχυρού' υποστυλώματος- 'ασθενούς' δοκού). Καθώς λοιπόν η κατασκευή υπόκειτο σε πλευρικές φορτίσεις, τα ορθογώνια ελάσματα της κατασκευής έτειναν να σχηματίσουν παραλληλόγραμμα ελάσματα. Οι συνδέσεις ήταν θεωρητικά αρκετά ανθεκτικές ώστε οι πλευρικές φορτίσεις να απορροφηθούν από τις δοκούς των δαπέδων, προκαλώντας παράλληλα μετακίνηση στην εν λόγω περιοχή. Όμως τα SMRFs δεν είχαν την αναμενόμενη συμπεριφορά κατά τη διάρκεια του σεισμού του Northridge. Κάποιες αιτίες που έπαιξαν αδιαμφισβήτητο σημαντικό ρόλο σε αυτές τις αστοχίες ήταν η χαμηλή σκληρότητα των υλικών, η κακή συγκόλληση που είχε γίνει, ορισμένες βασικές γεωμετρικές ασυνέχειες καθώς και υψηλές τιμές παραμορφώσεων.

Έτσι, η Ένωση Δομοστατικών Μηχανικών της Καλιφόρνιας (Structural Engineers Association of California), το Συμβούλιο Εφαρμοσμένων Τεχνολογιών (Applied Technology Council) και

το Πανεπιστήμιο της Καλιφόρνιας για Έρευνα στη Σεισμομηχανική (California Universities for Research in Earthquake Engineering) σχημάτισαν το SAC Joint Venture , δηλαδή μια επιχείρηση, περισσότερο εγχείρημα που στόχο θα είχε να αναπτύξει κατευθυντήριες γραμμές-οδηγίες για την επιθεώρηση, την αξιολόγηση και την επισκευή των υπαρχόντων μεταλλικών πλαισίων (SMRFs) που είχαν πληγεί από το σεισμό του Northridge αλλά και για το σχεδιασμό νέων κτιρίων.

Αποτέλεσμα αυτού του εγχειρήματος ήταν κάποιοι κανόνες που αφορούν τη συμπεριφορά των μελών του εκάστοτε μεταλλικού πλαισίου.

- Δοκός: οι δοκοί αναμένεται να υφίστανται μεγάλες ανελαστικές περιστροφές σε συγκεκριμένες πλαστικές περιοχές που μπορεί να είναι στα άκρα των δοκών, σε εσκεμμένως αποδυναμωμένα τμήματα των δοκών με απομειωμένη διατομή ή ακόμα και στο άνοιγμα των δοκών σε περίπτωση μεγάλων φορτίων βάρους. Οι τρόποι αστοχίας περιλαμβάνουν είτε υπερβολική τοπική κατάρρευση είτε πλευρική στρεπτική κατάρρευση. Κάθε περίπτωση καθώς και ο συνδυασμός τους οδηγεί σε συνεχή μείωση σε αντοχή και δυσκαμψία, γεγονός που κάνει πολύ υψηλό το κόστος επισκευής τους μετά από ενδεχόμενο σεισμό.



**Εικόνα 2.2 :** Συμπεριφορά δοκού που ανήκει σε SMRF

- Σύνδεση δοκού-υποστυλώματος : η σύνδεση αυτή πρέπει να είναι ικανή να μεταβιβάζει τις στιγμιαίες και διατμητικές δυνάμεις που μπορεί να αναπτύσσονται στη δοκό στο υποστύλωμα. Αρκετές φορές αυτές οι δυνάμεις ενδέχεται να είναι σημαντικά μεγαλύτερες σε σύγκριση με τις δράσεις σχεδιασμού, οι οποίες έχουν υπολογιστεί ύστερα από ανάλυση βασισμένη σε φορτία ορισμένα από το χρησιμοποιούμενο κώδικα. Ανάλογα λοιπόν με τον τύπο σύνδεσης που έχει χρησιμοποιηθεί, αστοχίες όπως ρωγμές μέσα ή και γύρω από τη συγκόλληση ή ρωγμές στα σημεία (τρύπες) πρόσβασης για συγκόλληση μπορούν να προκύψουν .

- Ζώνη ελάσματος σύνδεσης : η ζώνη αυτή μεταφέρει σημαντικές διατμητικές δράσεις από τις δοκούς στα υποστυλώματα. Ενεργώντας σαν τμήμα του υποστυλώματος , ενδέχεται να υπόκειται και σε σημαντικές θλιπτικές τάσεις. Στα πιθανά είδη αστοχίας περιλαμβάνεται η κατάρρευση οφειλόμενη σε διάτμηση και οι ρωγμές στη συγκόλληση στην περίπτωση που έχουν χρησιμοποιηθεί διπλές πλάκες για την ενίσχυση του ελάσματος.
- Υποστύλωμα : εδώ στόχος είναι να αποφευχθούν οι ανελαστικές παραμορφώσεις στα περισσότερα υποστυλώματα προκειμένου να ελαχιστοποιηθούν οι επιζήμιες επιδράσεις από τα μεγάλα αξονικά φορτία στην καμπτική συμπεριφορά και στον πιθανό σχηματισμό μονόροφων μηχανισμών. Και σε αυτό το μέλος πιθανές μορφές αστοχίας είναι η πλευρική στρεπτική κατάρρευση και η υπέρμετρη τοπική κατάρρευση.

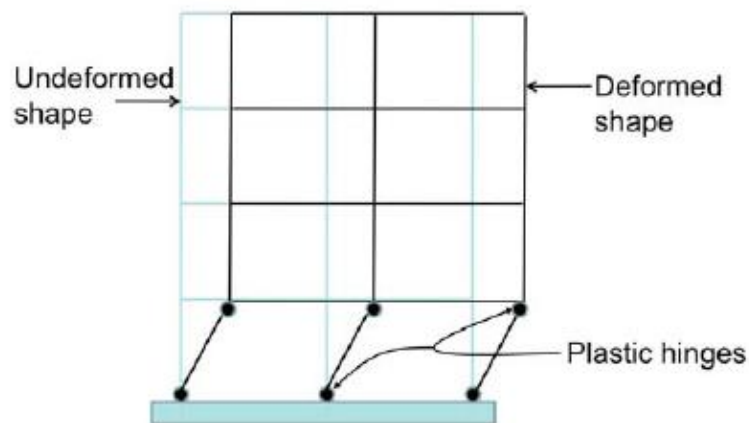


Figure 2-8 - Formation of a single story frame mechanism, also termed a "weak story" mechanism.

Σχήμα 17 : Συμπεριφορά υποστυλωμάτων σε SMRF





## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**

---

# **ΣΕΙΣΜΙΚΕΣ ΔΙΕΓΕΡΣΕΙΣ**

### 3.1 Φυσικά αίτια των σεισμών-Ρήγματα

Οι σεισμοί είναι ταλαντώσεις του εδάφους οι οποίες οφείλονται φυσικά και ανθρωπογενή αίτια, όπως είναι οι τεκτονικές εδαφικές κινήσεις, οι κατολισθήσεις, τα ηφαίστεια και οι εκρήξεις. Οι ισχυρότεροι, σημαντικότεροι και περισσότεροι σεισμοί είναι οι *τεκτονικοί*, οι οποίοι προκαλούνται από τεκτονικές εδαφικές κινήσεις, δηλαδή στη διάρρηξη και σχετική ολίσθηση τεμαχών του φλοιού της γης στα *ρήγματα*. Ρήγμα είναι μια περιοχή του φλοιού της γης στην οποία έχει δημιουργηθεί μια ασυνέχεια (μια ρωγμή), κατά μήκος της οποίας μπορεί να πραγματοποιηθεί σχετική ολίσθηση γειτονικών τεμαχών. Στις περισσότερες περιπτώσεις, οι σεισμοί προκαλούν βλάβες σε μια ζώνη μερικών χιλιομέτρων από το ρήγμα το οποίο προκάλεσε το σεισμό, η οποία λέγεται *εγγύς πεδίο*. Φυσικά, στον κανόνα υπάρχουν πολλές εξαιρέσεις, στις οποίες παρατηρήθηκαν βλάβες σε μια πολύ πιο εκτεταμένη περιοχή. Σε εξαιρετικές περιπτώσεις, είναι δυνατόν οι σοβαρότερες βλάβες να εμφανιστούν σε μεγάλες αποστάσεις από το γενεσιουργό ρήγμα, λόγω των χαρακτηριστικών της σεισμικής διέγερσης και των επιφανειακών εδαφικών στρώσεων του φλοιού.

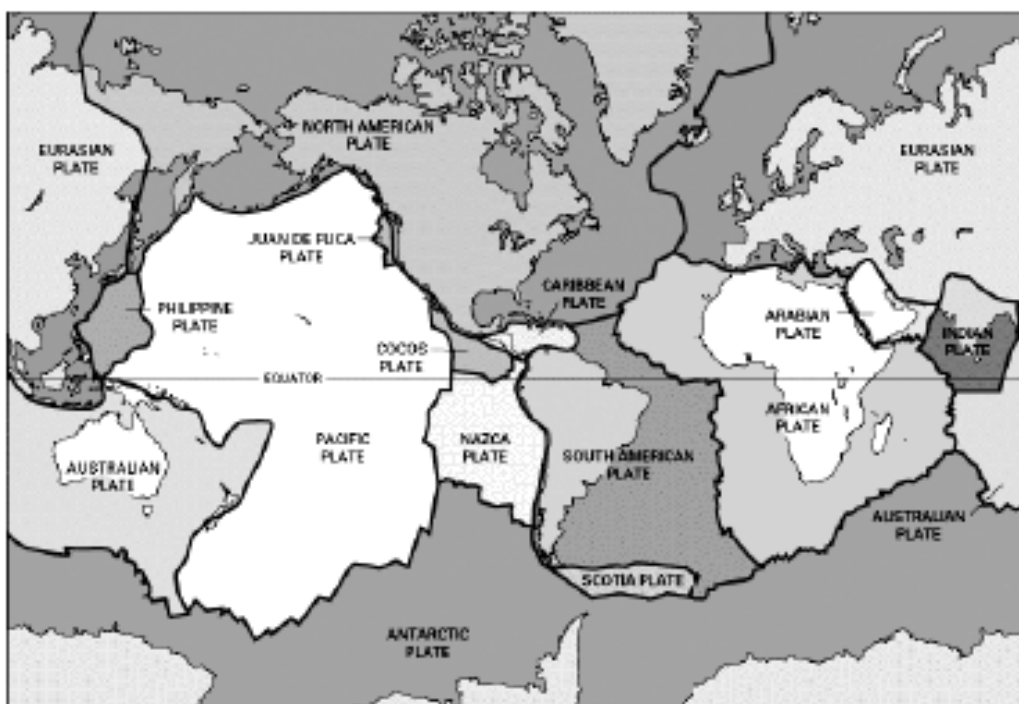
Από μηχανικής άποψης, ο σεισμός οφείλεται στη διάδοση στο χώρο κυμάτων παραμόρφωσης μέσα στο φλοιό. Κύματα εμφανίζονται όταν επιβάλλεται μια *φόρτιση* (φορτίο ή μετακίνηση) σε ένα σημείο ή σε ένα τμήμα (επιφάνεια, γραμμή κτλ.) ενός *συνεχούς σώματος*, εν προκειμένω του φλοιού, οπότε το σημείο ή τμήμα επιβολής του φορτίου λέγεται *πηγή*.

Η θέση του ρήγματος στην οποία ξεκινά η διάρρηξη και η διάδοση των σεισμικών κυμάτων ονομάζεται *εστία ή υπόκεντρο* του σεισμού. Η κατακόρυφη προβολή της εστίας στην επιφάνεια της Γης ονομάζεται *επίκεντρο* του σεισμού. Πρέπει να τονισθεί, ότι μετά την έναρξη της σεισμικής διάρρηξης στο υπόκεντρο εμφανίζονται διαρρήξεις και σε άλλα γειτονικά σημεία, οπότε η πηγή των διαδιδόμενων σεισμικών κυμάτων αλλάζει κατά τη διάρκεια του σεισμού. Στην πραγματικότητα, λοιπόν, η πηγή του σεισμού δεν είναι ένα μόνο σημείο, αλλά μάλλον μια επιφάνεια. Όταν όμως εξετάζεται η επίδραση ενός σεισμού σε κάποιο σημείο το οποίο βρίσκεται σε απόσταση από την πηγή σημαντικά μεγαλύτερη από τις διαστάσεις της πηγής, τότε συνήθως η θεώρηση σημειακής πηγής δικαιολογείται.

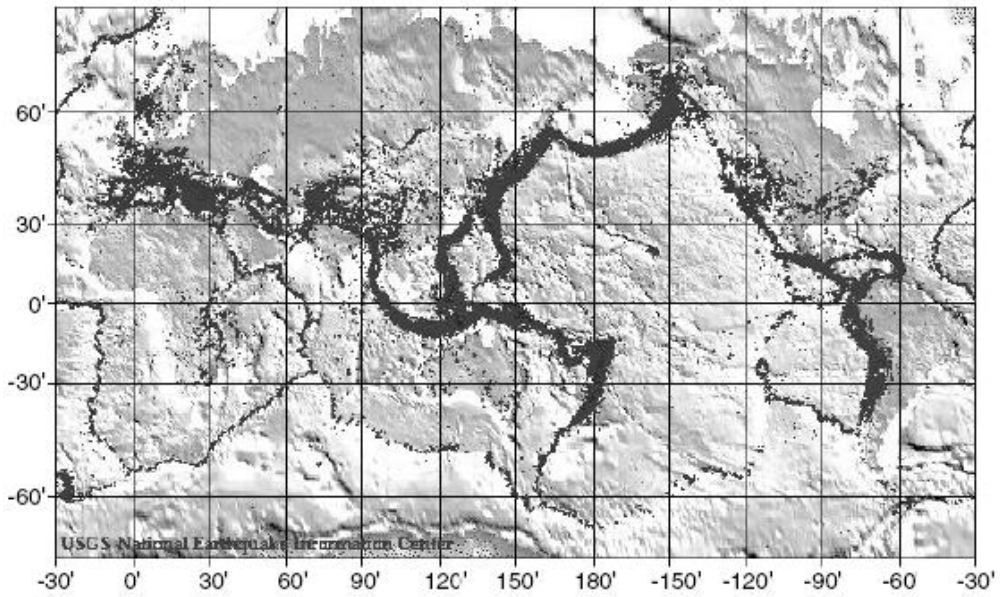
Το φυσικό φαινόμενο που οδηγεί σε σεισμικές διαρρήξεις είναι η κίνηση τμημάτων του φλοιού και του ανώτερου μανδύα της γης που ονομάζονται *λιθосφαιρικές πλάκες*. Το συγκεκριμένο τμήμα του φλοιού και του ανώτερου μανδύα, πάχους 80 km περίπου, ονομάζεται *λιθόσφαιρα*. Οι κύριες λιθосφαιρικές πλάκες παρουσιάζονται στην Εικόνα 3.1. Με βάση την Εικόνα 3.2, προκύπτει ότι η σεισμικότητα συγκεντρώνεται στα σύνορα των λιθосφαιρικών πλακών. Αυτό δεν πρέπει να προκαλεί έκπληξη, καθώς η θεωρία λιθосφαιρικών πλακών δημιουργήθηκε για να εξηγήσει αυτήν ακριβώς την παρατηρούμενη συγκέντρωση της σεισμικής δραστηριότητας σε στενές «ζώνες» της Γης. Παρά το γεγονός ότι η θεωρία των λιθосφαιρικών πλακών ήταν από πολύ παλιά γνωστή, δεν ήταν ακριβώς γνωστό ποια ήταν η αιτία της κίνησης των λιθосφαιρικών πλακών. Η επικρατούσα σήμερα θεωρία είναι ότι η μετακίνηση των πλακών οφείλεται στην κίνηση θερμών ρευμάτων υλικού στο μανδύα, τα οποία, ερχόμενα σε επαφή με

την κάτω επιφάνεια της λιθοσφαιρικής πλάκας, της μεταδίδουν ένα μέρος της κίνησής τους (βλ. Σχήμα 3.1).

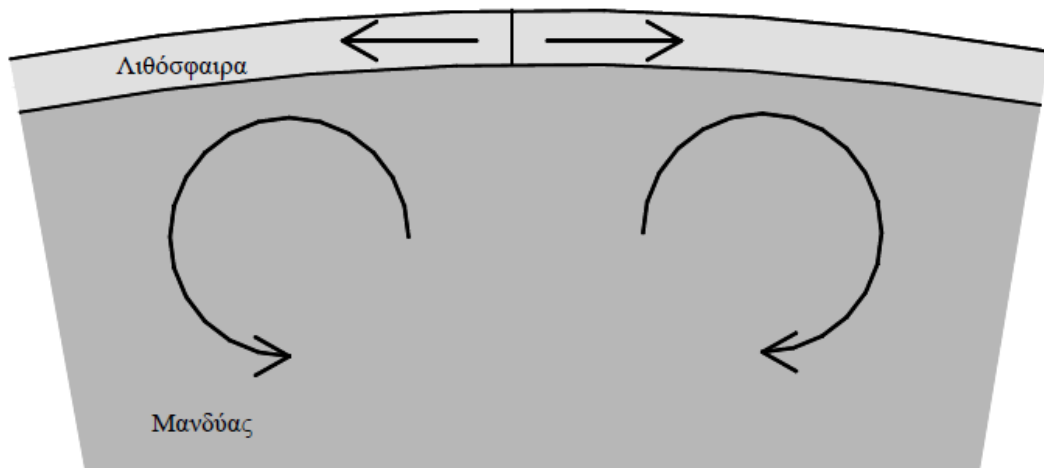
Αν και τα σύνορα των πλακών είναι οι κατ' εξοχήν περιοχές μεγάλης σεισμικότητας (βλ. Εικόνα 3.2), σεισμοί συμβαίνουν και σε περιοχές στο εσωτερικό των λιθοσφαιρικών πλακών. Οι σεισμοί αυτοί οφείλονται είτε σε παλαιότερες συγκεντρώσεις τάσεων στο φλοιό είτε στην ύπαρξη ασθενών περιοχών του φλοιού. Επιπλέον, πρέπει να λαμβάνεται υπόψη το γεγονός ότι τα σύνορα των λιθοσφαιρικών πλακών δεν είναι ευδιάκριτες περιοχές, αλλά μάλλον περιοχές εκτεταμένης ρηγμάτωσης και σεισμικής δραστηριότητας, όπως είναι π.χ. το Αιγαίο Πέλαγος, το οποίο και αποτελεί το σύνορο μεταξύ της Αφρικανικής και της Ευρασιατικής πλάκας.



**Εικόνα 3.1 :** Παγκόσμιος χάρτης με τις σημαντικότερες λιθοσφαιρικές πλάκες



**Εικόνα 3.2 :** Χάρτης στον οποίο παρουσιάζονται τα υπόκεντρα όλων των σεισμών κατά την περίοδο 1975-1995



**Σχήμα 3.1 :** Σχηματική παρουσίαση της κίνησης των λιθосφαιρικών πλακών λόγω της ροής θερμού υλικού στο μανδύα

## 3.2 Σεισμοί που χρησιμοποιήθηκαν για την εργασία

Στο παρόν κεφάλαιο παρατίθενται στοιχεία για τους δύο σεισμούς που θα μας απασχολήσουν στην πορεία της εργασίας. Ο πρώτος είναι ο σεισμός του Northridge του 1994 και ο δεύτερος ο σεισμός της Αθήνας του 1999.

### 3.2.1 Σεισμός του Northridge

Ο σεισμός του Northridge συνέβη στις 17 Ιανουαρίου 1994 και ώρα 4:30:55 π.μ. με το επίκεντρο να βρίσκεται στην τοποθεσία Reseda (Ρεσέντα), μια γειτονιά στην κοιλάδα του San Fernando, περιοχή που βρίσκεται στο Los Angeles, California. Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 2, ο σεισμός του Northridge δεν ήταν ένας ισχυρός σεισμός, καθώς έφτασε μέχρι το 6.8 της κλίμακας Richter. Με βάση την κλίμακα αυτή λοιπόν, ήταν ένας μέτριος σεισμός. Όμως η κλίμακα Richter ουσιαστικά μετρά τη συνολική ενέργεια η οποία απελευθερώθηκε κατά τη διάρκεια του σεισμού. Ο σεισμός αυτός ήταν ένα πολύ σύντομο συμβάν, με το μεγαλύτερο ποσοστό της δραστηριότητας να λαμβάνει χώρα σε ένα χρονικό διάστημα 6 δευτερολέπτων. Αυτός ο μέτριας έντασης σεισμός όμως είχε σαν αποτέλεσμα να προκαλέσει επιτάχυνση εδάφους που ήταν η μεγαλύτερη που είχε καταγραφεί με όργανα μέχρι τότε σε αστική περιοχή της Βόρειας Αμερικής. Συγκεκριμένα μετρήθηκε 1.8 g κατά την οριζόντια διεύθυνση και 1.2 g κατά την κατακόρυφη ,κάτι που προκάλεσε ισχυρή δόνηση του εδάφους ,δόνηση που έγινε αισθητή μέχρι και το Las Vegas της Nevada στα 220 μίλια (360 χιλιόμετρα μακριά από το επίκεντρο.

Ο επίσημος αριθμός των θυμάτων ανήλθε στα 57, ενώ περισσότεροι από 9000 τραυματίστηκαν και χιλιάδες κόσμου έμειναν άστεγοι. Τα αποτελέσματα του σεισμού ήταν παραπάνω από εμφανή. Αυτοκινητόδρομοι κατέρρευσαν, αγωγοί αερίου εξερράγησαν συγκροτήματα κατοικιών καταστράφηκαν και ένα μεγάλο μέρος της περιοχής έμεινε χωρίς ρεύμα. Παράλληλα χιλιάδες κτίρια είτε καταστράφηκαν ολοσχερώς είτε κρίθηκαν ακατάλληλα όχι μόνο για διαμονή αλλά και για πρόσβαση. Στα πλαίσια της μελέτης των μεταλλικών κτιρίων στην παρούσα εργασία, πρέπει να επισημανθεί ξανά πως παρά τις φθορές που υπέστησαν αρκετά τέτοια κτίρια, κανένα τους δεν κατέρρευσε ούτε προκάλεσε την απώλεια ανθρώπινης ζωής.

Κάποιες ενδεικτικές εικόνες της καταστροφής που προκλήθηκε παρατίθενται εδώ :



**Εικόνα 3.3 :** Αυτοκινητόδρομος χωρισμένος στα δύο [www.geodifis.com]



**Εικόνα 3.4 :** Άλλο σημείο του αυτοκινητοδρόμου [www.geodifis.com]



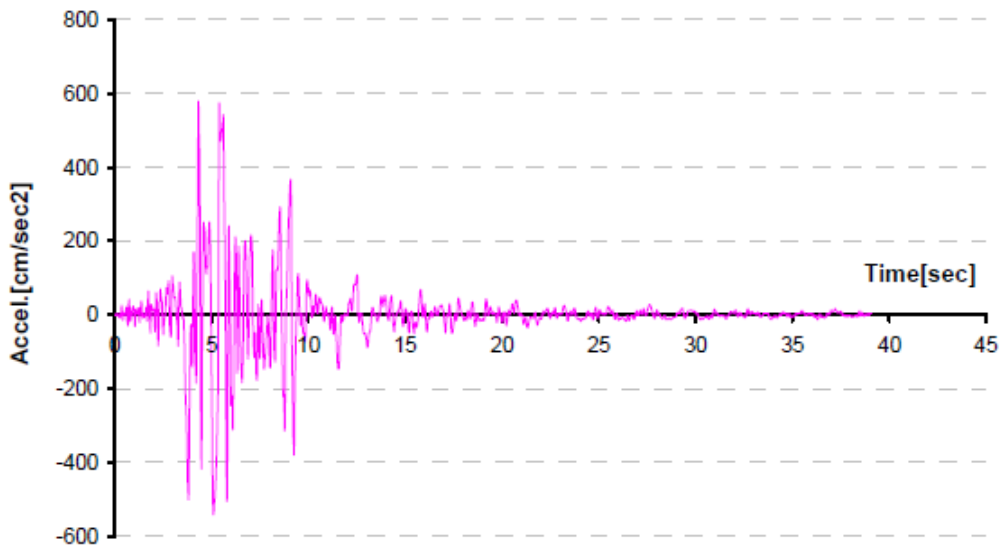
**Εικόνα 3.5 :** Πλημμύρες στην περιοχή που προκλήθηκαν από το σεισμό [www.theatlantic.com]



**Εικόνα 3.6 :** Πυρκαγιά που ξέσπασε μετά το σεισμό [www.theatlantic.com]

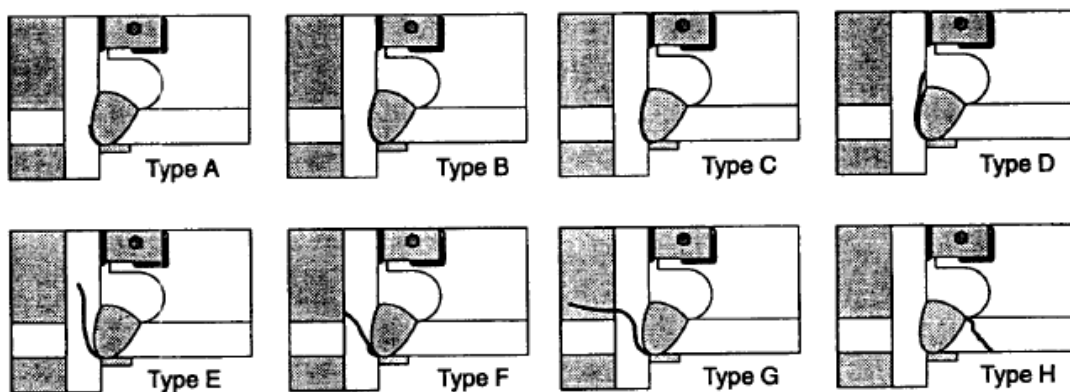


Το επιταχυνσιογράφημα του σεισμού φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα :



Σχήμα 3.2 : Επιταχυνσιογράφημα του σεισμού του Northridge

Όσον αφορά τα SMRFs, παρατηρώντας αυτά που είχαν υποστεί βλάβη, γρήγορα προέκυψε ένα μοτίβο σύμφωνα με το οποίο η βλάβη εμφανιζόταν κυρίως στο κάτω μέρος της δοκού στο σημείο όπου γινόταν η σύνδεση με το υποστύλωμα. Στο σχήμα που ακολουθεί, παρουσιάζονται 8 τύποι αστοχίας που παρατηρήθηκαν σε μεταλλικά κτίρια



Εικόνα 3.7 : Τύποι αστοχίας

### 3.2.2 Σεισμός Αθήνας

Ο σεισμός της Αθήνας (ή της Πάρνηθας) συνέβη στις 7 Σεπτεμβρίου του 1999 και ώρα 14.57. Είχε το επίκεντρό του στη Δυτική Αττική, εστιακό βάθος 10 km, μέγεθος  $M=6,0$  Ρίχτερ και προήλθε από ένα ρήγμα μήκους 15 χιλιομέτρων, με διεύθυνση σχεδόν Ανατολή - Δύση. Έγιναν μικροί προσεισμοί (με μεγέθη 3,7 ή μικρότερα) λίγες ώρες πριν, και ακολούθησαν αρκετοί μετασεισμοί, ο μέγιστος των οποίων είχε μέγεθος  $M=4,9$  κι έγινε εννέα ώρες μετά τον κύριο σεισμό.

Σεισμοί αυτού του μεγέθους ή μεγαλύτεροι γίνονται σχεδόν κάθε έτος στη Ελλάδα και γι' αυτό ο σεισμός αυτός ήταν ένα συνηθισμένο φυσικό φαινόμενο για τη χώρα. Όμως, παρά το μικρό του μέγεθος, προκάλεσε εκτεταμένες καταστροφές στη Δυτική Αττική (Ανω Λιόσια, Αχαρναί, Μεταμόρφωση, Θρακομακεδόνες) και σημαντικές βλάβες σε διάφορα μέρη της Αθήνας και του Πειραιά. Κατέρρευσαν 110 οικοδομές, κρίθηκαν κατεδαφιστέες (κόκκινες) 5.222 και επισκευάσιμες (κίτρινες) 38.165. Φονεύτηκαν 143 άνθρωποι, τραυματίστηκαν 1.600 κι έμειναν άστεγοι 50.000. Το συνολικό οικονομικό κόστος του σεισμού είναι της τάξης των 3 δισεκατομμυρίων ευρώ και γι' αυτό αυτός θεωρείται ο πιο δαπανηρός σεισμός που έγινε ποτέ στην Ελλάδα.

Κάποιες από τις καταστροφές που προκλήθηκαν αποτυπώνονται στις παρακάτω εικόνες :



**Εικόνα 3.8 :** Εργοστάσιο Φουρλή [www.enet.gr]

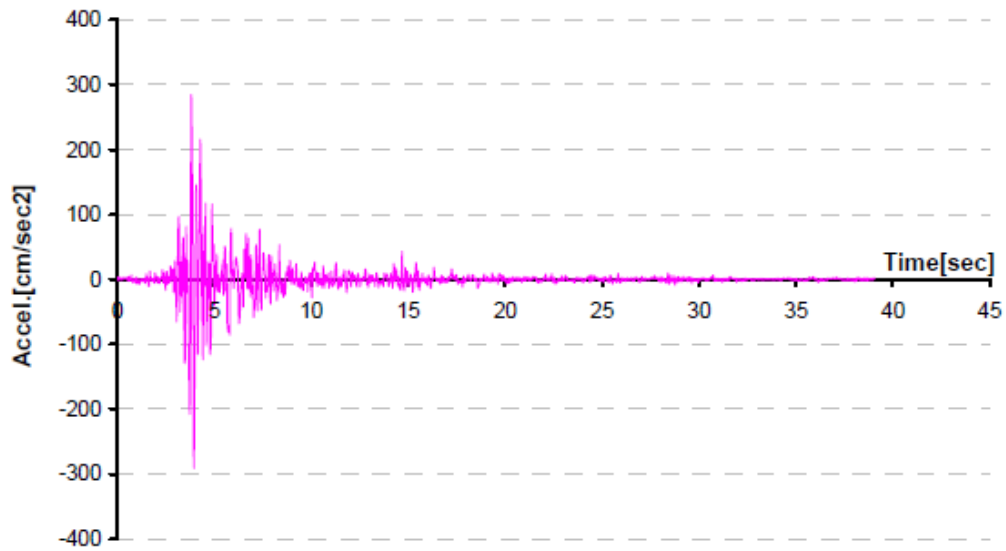


**Εικόνα 3.9 :** Κτίριο Ρικομέξ [[www.enet.gr](http://www.enet.gr)]



**Εικόνα 3.10 :** Κατεστραμμένη κατοικία [[www.enet.gr](http://www.enet.gr)]

Το επιταχυνσιογράφημα του σεισμού της Αθήνας είναι το εξής :



Σχήμα 3.3 : Επιταχυνσιογράφημα του σεισμού της Αθήνας

Σημείωση : βλέπε και Παράρτημα Γ όσον αφορά τα επιταχυνσιογραφήματα.



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**

---

# **ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

## 4.1 Γενικά για τη μέθοδο

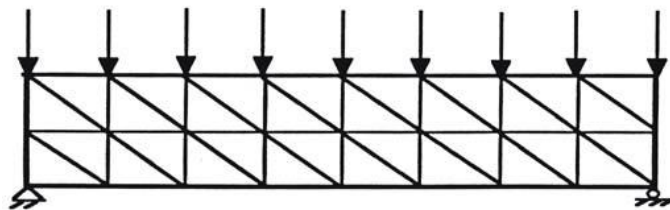
Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει μια σύντομη περιγραφή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων χωρίς να επεκταθούμε σε πολλές μαθηματικές έννοιες και αποδεικτική ανάλυση, η οποία μπορεί να βρεθεί στην παραπεμπόμενη βιβλιογραφία.

Η αρχική διατύπωση της μεθόδου έγινε με βάση την μητρική ανάλυση, αργότερα όμως δόθηκε ευρύτερη και πιο θεμελιώδης θεωρητική βάση. Το χαρακτηριστικό της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι η χρήση δισδιάστατων και τρισδιάστατων στοιχείων για την προσομοίωση συνεχών μέσων. Μια από τις πρώτες δημοσιεύσεις στις οποίες παρουσιάστηκε η ιδέα αυτή είναι των Turner, Clough, Martin, και Topp (1956), ορισμένα όμως χαρακτηριστικά της είχαν ήδη περιγραφεί από τους Courant (1943), Hrenikoff (1941), McHenry (1943) και άλλους. Ακολούθησαν πολλές δημοσιεύσεις, συμπεριλαμβανομένων και αυτών του Αργύρη και των συνεργατών του την περίοδο 1954-60. Τα πρώτα πεπερασμένα στοιχεία χρησιμοποιήθηκαν σε προβλήματα επίπεδης εντατικής κατάστασης, αργότερα όμως διατυπώθηκαν στοιχεία και για τρισδιάστατα στερεά, ελάσματα υπό κάμψη, παχιά κελύφη, και άλλες μορφές κατασκευών. Μετά την καθιέρωσή τους στη γραμμική ελαστική περιοχή εφαρμόστηκαν και σε δυσκολότερα προβλήματα όπως η δυναμική συμπεριφορά, ο λυγισμός και η μη-γραμμική απόκριση και συμπεριφορά του υλικού. Για να επιλυθούν δε προβλήματα με μη-γραμμική συμπεριφορά του υλικού απαιτείται επαναληπτική διαδικασία.

Στις αρχές της δεκαετίας του 1960 αναγνωρίστηκε ότι η μέθοδος αποτελεί συγκεκριμένη μορφή της μεθόδου Ritz, και το 1964 οι Zienkiewicz και Cheung έδειξαν ότι μπορεί να εφαρμοσθεί σε όλα τα προβλήματα πεδίου που έχουν μεταβολική διατύπωση. Για προβλήματα κατασκευών υπάρχει τώρα ένας ικανός αριθμός προγραμμάτων γενικής χρήσης και το γεγονός αυτό σε συνάρτηση με τις δυνατότητες της μεθόδου έχει οδηγήσει στην ραγδαία εξέλιξη και χρήση της τα τελευταία χρόνια.

## 4.2 Βασικές έννοιες της μεθόδου

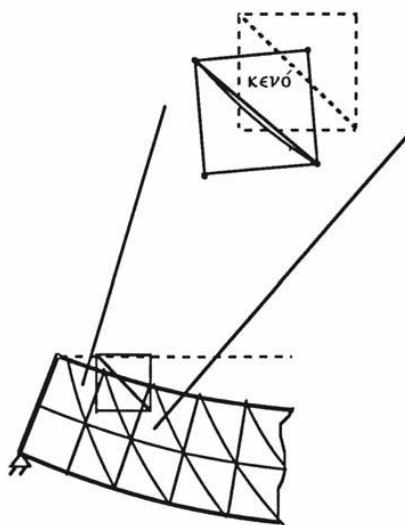
Η βασική έννοια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι, όπως και στη μητρική ανάλυση, η δυνατότητα προσομοίωσης της πραγματικής κατασκευής με συστατικά στοιχεία τα οποία συνδέονται σε ένα πεπερασμένο αριθμό κόμβων. Η μεθοδολογία αυτή αποτελεί φυσιολογική προσομοίωση των πλαισίων, καθώς αυτά αποτελούνται από δοκούς που είναι συνδεδεμένες στα άκρα τους. Σε μία συνεχή όμως κατασκευή δεν υπάρχουν φυσικοί διαχωρισμοί και συνεπώς απαιτείται να γίνει τεχνητός διαχωρισμός σε στοιχεία, τα οποία να συνδέονται κατά μήκος των άκρων (πλευρών) τους. Τα τεχνητά αυτά στοιχεία, ή *πεπερασμένα στοιχεία* είναι συνήθως τετράπλευρα ή τριγωνικά και οι κόμβοι συνήθως βρίσκονται στα άκρα. Το παρακάτω σχήμα δείχνει τον κορμό δοκού υποδιαιρεμένο σε τριγωνικά στοιχεία.



**Σχήμα 4.1 :** Χρήση τριγωνικών στοιχείων για τη διακριτοποίηση αμφιέριστης δοκού υπό καμπτική φόρτιση

Για να γίνει χρήση μητρωικών μεθόδων απαιτείται να προσομοιωθεί η συνεχής κατασκευή με ένα πεπερασμένο αριθμό διακριτών μεταβλητών. Οι μεταβλητές αυτές είναι οι μετατοπίσεις των κόμβων και σε ορισμένες περιπτώσεις και οι παράγωγοί τους. Εάν περιλαμβάνονται και οι παράγωγοι γίνεται λόγος για *βαθμούς ελευθερίας* αντί για *μετατοπίσεις κόμβων*. Οι μετατοπίσεις στο εσωτερικό των στοιχείων πρέπει να είναι συμβατές με τις μετατοπίσεις των κόμβων και όλες οι αλληλεπιδράσεις των στοιχείων εκφράζονται σε σχέση με τις κομβικές μετατοπίσεις.

Με αυτό τον τρόπο οι μόνοι άγνωστοι είναι οι μετατοπίσεις στους κόμβους και το πρόβλημα μετατρέπεται από συνεχές σε διακριτό. Παρόλο που μπορεί να υπάρχει μεγάλος αριθμός κομβικών μετατοπίσεων ο αριθμός τους είναι πεπερασμένος. Το πρόβλημα εκφράζεται τότε ως ένα σύνολο (σύστημα) γραμμικών εξισώσεων οι οποίες επιλύονται με αριθμητικές (μητρωικές) μεθόδους.



**Σχήμα 4.2 :** Παραμόρφωση στοιχείων

Για να επιτευχθεί ακριβής λύση ενός συγκεκριμένου προβλήματος στη διακριτοποιημένη μορφή του, θα πρέπει να ικανοποιούνται οι συνθήκες ισορροπίας και γεωμετρικής συμβιβαστότητας στο εσωτερικό των στοιχείων αλλά και στα σύνορά τους. Οι απαιτήσεις αυτές ανάγονται στην ικανοποίηση τεσσάρων συνθηκών. Ας θεωρηθεί, για παράδειγμα, η συμβιβαστότητα μεταξύ των στοιχείων. Σε μία συνεχή κατασκευή όπως το έλασμα του παραπάνω σχήματος ισχύει συνέχεια των μετατοπίσεων στα κοινά όρια των στοιχείων.



Συνεπώς στο αριθμητικό μοντέλο (πεπερασμένα στοιχεία) δεν επαρκεί να ικανοποιείται η συνθήκη της συνέχειας των μετατοπίσεων στους κόμβους και μόνο. Εάν δηλαδή δεν διατυπωθούν περιορισμοί στις μετατοπίσεις κατά μήκος των ορίων των στοιχείων το θεωρητικό μοντέλο της κατασκευής θα είναι περισσότερο εύκαμπτο επειδή θα δημιουργηθούν κενά, όπως δείχνει το Σχήμα 4.2. Ένας τρόπος να περιορισθεί το σφάλμα είναι να χρησιμοποιηθούν μικρότερα και περισσότερα στοιχεία διότι έτσι θα δημιουργηθούν περισσότεροι κόμβοι και συνεπώς περισσότερα σημεία στα οποία θα ικανοποιείται η συμβιβαστικότητα.

Μία διακριτή προσομοίωση δεν μπορεί όμως να αποδώσει με απόλυτη ακρίβεια την συμπεριφορά ενός συνεχούς μέσου, ανεξαρτήτως του αριθμού των διακριτών μεταβλητών που χρησιμοποιούνται. Υπάρχει δηλαδή πάντοτε ένα *σφάλμα*, το οποίο όμως μπορεί να περιορισθεί και να γίνει αμελητέο και τοπικό. Δεν είναι συνεπώς δυνατόν να ικανοποιηθούν όλες οι προαναφερθείσες συνθήκες με απόλυτη ακρίβεια, έστω και αν γίνει χρήση μεγάλου αριθμού στοιχείων. Είναι όμως δυνατό, με σωστή επιλογή των ιδιοτήτων των στοιχείων και κατάλληλη διακριτοποίηση, να περιορισθεί το αριθμητικό σφάλμα. Ο προσδιορισμός των ιδιοτήτων των στοιχείων αποτελεί ένα από τα βασικότερα στάδια διατύπωσης μιας λύσης. Θα πρέπει τότε να γίνεται αυτό έτσι ώστε να ικανοποιούνται επαρκώς οι συνθήκες συμβιβαστικότητας χωρίς να χρειασθεί να γίνει χρήση υπερβολικά μικρών στοιχείων.

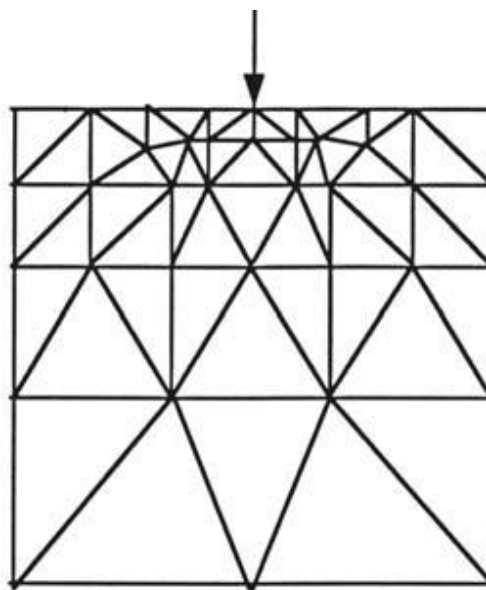
Η συμπεριφορά των στοιχείων καθορίζεται από συναρτήσεις οι οποίες ορίζουν τον τρόπο μεταβολής των τάσεων ή των μετατοπίσεων στο εσωτερικό τους. Με άλλα λόγια, προκαθορίζεται ο τρόπος συμπεριφοράς των διαφόρων μεταβλητών. Το αποτέλεσμα είναι ότι, παρόλο που οι συνθήκες ισορροπίας και συμβιβαστικότητας ικανοποιούνται μόνο στους κόμβους, η προδιαγεγραμμένη συμπεριφορά στο εσωτερικό κάθε στοιχείου εξασφαλίζει ότι η συμβιβαστικότητα ικανοποιείται επαρκώς στο εσωτερικό και στα σύνορά τους.

Συμπεραίνεται λοιπόν ότι απαιτείται προσοχή κατά την υποδιαίρεση (*διακριτοποίηση*) της κατασκευής, καθώς επίσης και κατά την επιλογή της συνάρτησης που περιγράφει τη συμπεριφορά στο εσωτερικό του κάθε στοιχείου.

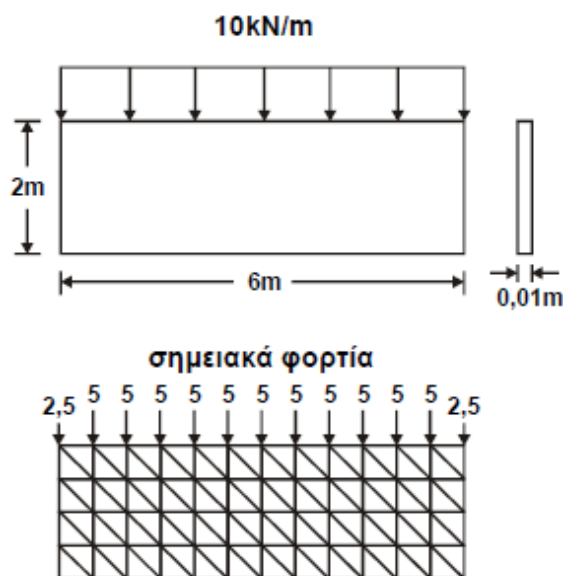
Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η ακρίβεια της μεθόδου αυξάνεται όταν αυξάνεται ο αριθμός των στοιχείων, ή καλύτερα, των κόμβων. Όσο αυξάνεται όμως ο αριθμός των στοιχείων, τόσο αυξάνονται ο χρόνος υπολογισμού και το κόστος. Σε πολλές περιπτώσεις η βαθμιαία μεταβολή του μεγέθους των στοιχείων χρησιμοποιείται για να αποκτηθεί ακριβέστερη εικόνα της τοπικής συμπεριφοράς (σε συγκεντρώσεις τάσεων, σε ανοίγματα, κοντά στο σημείο εφαρμογής του εξωτερικού φορτίου, κλπ). Η βαθμιαία μεταβολή του μεγέθους των στοιχείων είναι ένας εφικτός τρόπος ελάττωσης του κόστους χωρίς να μειωθεί ακρίβεια της λύσης του προβλήματος. Λόγω όμως της μεγάλης ποικιλίας κατασκευών και φορτίσεων δεν είναι δυνατό να δοθεί γενικός κανόνας σχετικά με τον αριθμό ή το μέγεθος των στοιχείων ή τον τρόπο διακριτοποίησης που απαιτούνται για επαρκή ακρίβεια. Σε κάθε περίπτωση ο τρόπος διακριτοποίησης πρέπει να βασίζεται στην εμπειρία συμπεριφοράς και μελέτης παρόμοιων κατασκευών. Εάν αυτό δεν είναι εφικτό πρέπει να επιλυθεί σειρά προβλημάτων με διαφορετικές διακριτοποιήσεις και να υπολογισθεί ο βαθμός σύγκλισης στην ακριβή λύση. Με αυτό τον τρόπο διασφαλίζεται η ακρίβεια της λύσης για το συγκεκριμένο πρόβλημα (Σχήμα 4.3).

Στο Σχήμα 4.4 φαίνεται ότι η εξωτερική φόρτιση παριστάνεται με σύνολα αντίστοιχων σημειακών φορτίων τα οποία εφαρμόζονται στους κόμβους των στοιχείων. Στην περίπτωση συγκεντρωμένων φορτίων ο προφανής τρόπος είναι να επιλεγεί κόμβος στο σημείο εφαρμογής του φορτίου. Για κατανεμημένα φορτία πρέπει να επιλεγούν στατικά ισοδύναμα σημειακά φορτία στους αντίστοιχους κόμβους. Τα περισσότερα στοιχεία επίπεδης εντατικής κατάστασης δεν έχουν στρεπτικό βαθμό ελευθερίας και συνεπώς δεν είναι δυνατό να γίνει χρήση αντίστοιχων ροπών στους κόμβους.

Αυτό δεν είναι όμως σοβαρό πρόβλημα, διότι οι κόμβοι είναι αρκετά κοντά ο ένας στον άλλο και έτσι οι δυνάμεις στους κόμβους αποτελούν ικανοποιητική προσομοίωση του κατανεμημένου φορτίου.



**Σχήμα 4.3** : Βαθμιαία ελάττωση του μεγέθους των στοιχείων



**Σχήμα 4.4 :** Ισοδύναμα επικόμβια φορτία

Για παράδειγμα, το Σχήμα 3.4 δείχνει τον κορμό της δοκού που θεωρήθηκε προηγουμένως, με μήκος 6 m και κατανεμημένο φορτίο 10 kN/m. Η επιλογή των ισοδύναμων φορτίων στους κόμβους είναι προφανής και δίνεται στο σχήμα αυτό.

## 4.3 Θεμελίωση της ΜΠΣ με τη μέθοδο των μετατοπίσεων

### 4.3.1 Γενικά

Ο πλέον διαδεδομένος τρόπος διατύπωσης της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων για γραμμικά στατικά προβλήματα βασίζεται στη μέθοδο των μετατοπίσεων. Άλλοι τρόποι κάνουν χρήση της ισορροπίας δυνάμεων, ή άλλων υβριδικών ή και μικτών μεθόδων. Τα βασικά στάδια της μεθόδου είναι:

1. Η προσομοίωση (διακριτοποίηση) της κατασκευής με ένα σύνολο στοιχείων που συνδέονται σε συνοριακούς κόμβους.
2. Ο προσδιορισμός των γενικευμένων (άγνωστων) μετατοπίσεων που θα καθορίσουν πλήρως την απόκριση της κατασκευής.

3. Η διατύπωση των εξισώσεων ισορροπίας που αντιστοιχούν στις άγνωστες κομβικές μετατοπίσεις και η επίλυσή τους.
4. Ο υπολογισμός των εσωτερικών κατανομών των τάσεων των στοιχείων, για δεδομένες μετατοπίσεις στους κόμβους.
5. Η ερμηνεία των αποτελεσμάτων της ανάλυσης, (μετατοπίσεις και τάσεις), με βάση τις δεδομένες παραδοχές του προβλήματος.

Κατά την πρακτική μελέτη της συμπεριφοράς κατασκευών, από τα πιο σημαντικά βήματα της όλης διαδικασίας είναι η κατάλληλη διακριτοποίηση και ερμηνεία των αποτελεσμάτων της ανάλυσης. Για να επιτευχθεί σωστή διακριτοποίηση πρέπει να θεωρηθούν διάφορα μοντέλα, το οποία σταδιακά γίνονται περισσότερο σύνθετα.

Το γενικό μητρώο ακαμψίας που αντιστοιχεί στο σύνολο των στοιχείων της κατασκευής, αποκτάται με τη μέθοδο της άμεσης σύνθεσης των ακαμψιών, σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

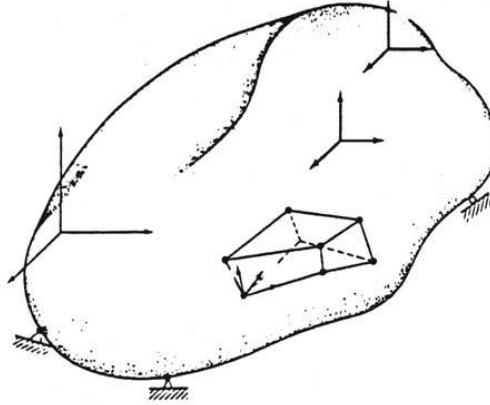
$$K = \sum_m K^{(m)} \quad (1)$$

Για να αποκτηθεί το άθροισμα των ακαμψιών οι ακαμψίες των επί μέρους στοιχείων διατυπώνονται ως μητρώα ίδιας τάξης με το γενικό μητρώο ακαμψίας της κατασκευής, στα οποία οι όροι που αντιστοιχούν με τα υπόλοιπα στοιχεία είναι ίσοι με μηδέν.

### 4.3.2 Εξισώσεις ισορροπίας κατά τη ΜΠΣ

Θεωρούμε την ισορροπία ενός τρισδιάστατου σώματος στο οποίο ασκούνται επιφανειακά (κατανεμημένα) φορτία  $f^S$ , σωματειακά (αδρανειακά) φορτία  $f^B$  και συγκεντρωμένα φορτία  $F^i$ . Τα φορτία αυτά περιλαμβάνουν όλα τα εξωτερικά φορτία και αντιδράσεις και κατά κανόνα έχουν τρεις συνισταμένες:

$$f^B = \begin{bmatrix} f_x^B \\ f_y^B \\ f_z^B \end{bmatrix} \quad f^S = \begin{bmatrix} f_x^S \\ f_y^S \\ f_z^S \end{bmatrix} \quad F^i = \begin{bmatrix} f_x^i \\ f_y^i \\ f_z^i \end{bmatrix} \quad (2)$$



**Σχήμα 4.5 :** Στερεό σώμα υπό την επίδραση γενικευμένων φορτίων

Το διάνυσμα των μετατοπίσεων του σώματος από την αφόρτιστη κατάσταση. Συμβολίζεται με  $\mathbf{U}$ , όπου  $\mathbf{U}^T = [U \quad V \quad W]$ . Το αντίστοιχο διάνυσμα των παραμορφώσεων είναι:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = [\varepsilon_{xx} \quad \varepsilon_{yy} \quad \varepsilon_{zz} \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx}] \quad (3)$$

Όπου

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial U}{\partial X} \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial V}{\partial Y} \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial W}{\partial Z} \quad (4a - \gamma)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial Y} \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial W}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Z} \quad (5a - \gamma)$$

Το διάνυσμα των τάσεων είναι:

$$\boldsymbol{\sigma}^T = [\sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{zx}] \quad (6)$$

Υποθέτουμε ότι τα εξωτερικά φορτία είναι γνωστά και ότι ζητούμενα είναι οι μετατοπίσεις, οι παραμορφώσεις και οι τάσεις. Για την επίλυση του προβλήματος της απόκρισης του σώματος θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε τις διαφορικές εξισώσεις ισορροπίας οι οποίες θα έπρεπε να επιλυθούν για συγκεκριμένες οριακές συνθήκες και συμβιβαστότητες. Οι διαφορικές εξισώσεις αποκτώνται είτε θεωρώντας όλα τα φορτία που ασκούνται στο σώμα (άμεση μέθοδος) είτε με τη μέθοδο του λογισμού μεταβολών. Μπορούμε όμως να κάνουμε χρήση και της αρχής των δυνατών έργων, η οποία διατυπώνεται ως εξής:

*Ένα σώμα ισορροπεί, όταν το συνολικό εσωτερικό δυνατό έργο ισούται με το εξωτερικό δυνατό έργο για μικρές συμβιβαστές δυνατές μετατοπίσεις οι οποίες ικανοποιούν τις οριακές συνθήκες.*

Δηλαδή,

$$\int_V \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int_V \bar{\mathbf{U}}^T \mathbf{f}^B dV + \int_S \bar{\mathbf{U}}^{S^T} \mathbf{f}^S dS + \sum_i \bar{\mathbf{U}}^{i^T} \mathbf{F}^i \quad (7)$$

Το εσωτερικό δυνατό έργο δίνεται από το αριστερό σκέλος της παραπάνω εξίσωσης και ισούται με το έργο που παράγεται όταν οι τάσεις  $\boldsymbol{\sigma}$  αντιστοιχούν σε δυνατές παραμορφώσεις  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , οι οποίες οφείλονται σε εξωτερικές δυνατές μετατοπίσεις.

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^T = [\bar{\varepsilon}_{xx} \quad \bar{\varepsilon}_{yy} \quad \bar{\varepsilon}_{zz} \quad \bar{\gamma}_{xy} \quad \bar{\gamma}_{yz} \quad \bar{\gamma}_{zx}] \quad (8)$$

Το εξωτερικό δυνατό έργο δίνεται από το δεξιό σκέλος της (7) και ισούται με τα γινόμενα των πραγματικών φορτίων  $\mathbf{f}^B$ ,  $\mathbf{f}^S$ , και  $\mathbf{F}^i$  με τις αντίστοιχες δυνατές μετατοπίσεις  $\mathbf{U}$ , όπου:

$$\bar{\mathbf{U}}^T = [\bar{U} \quad \bar{V} \quad \bar{W}] \quad (9)$$

Οι εκθέτες  $S$  και  $i$  υποδηλώνουν αντίστοιχα τις μετατοπίσεις σε κόμβους της επιφάνειας και τις μετατοπίσεις των σημείων που εφαρμόζονται φορτία  $\mathbf{F}^i$ .

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, κατά τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων ένα στερεό συνεχές σώμα αντικαθίσταται από ένα άθροισμα διακριτών πεπερασμένων στοιχείων που συνδέονται μεταξύ τους στους συνοριακούς κόμβους. Υποθέτουμε ότι οι μετατοπίσεις που υπολογίζονται στο τοπικό σύστημα αναφοράς  $(x, y, z)$  στο εσωτερικό κάθε στοιχείου είναι συνάρτηση των μετατοπίσεων στους  $N$  κόμβους του σώματος. Συνεπώς για το  $m$ -οστό στοιχείο:

$$\mathbf{u}^{(m)}(x, y, z) = \mathbf{H}^{(m)}(x, y, z) \hat{\mathbf{U}} \quad (10)$$

Όπου  $\mathbf{H}^{(m)}$  είναι το μητρώο παρεμβολής των μετατοπίσεων, ο εκθέτης  $m$  υποδηλώνει το  $m$ -οστό στοιχείο και  $\hat{\mathbf{U}}$  είναι το διάνυσμα των συνιστωσών των μετατοπίσεων  $U_i, V_i, W_i$ , σε όλους τους κόμβους, στο γενικό σύστημα αναφοράς. Το μητρώο  $\hat{\mathbf{U}}$  είναι συνεπώς διάνυσμα με  $3N$  όρους,

$$\hat{\mathbf{U}}^T = [U_1 V_1 W_1 \quad U_2 V_2 W_2 \quad \dots \dots \quad U_N V_N W_N] \quad (11)$$

Συνήθως το παραπάνω διάνυσμα γράφεται ως εξής:

$$\hat{\mathbf{U}}^T = [U_1 \quad U_2 \quad U_3 \quad \dots \quad U_N] \quad (12)$$

Για ένα δεδομένο στοιχείο μόνο οι μετατοπίσεις στους κόμβους που γειτονεύουν με αυτό επηρεάζουν τις μετατοπίσεις στο εσωτερικό του. Οι παραμορφώσεις του  $m$ -οστού στοιχείου είναι τότε:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(m)}(x, y, z) = \mathbf{B}^{(m)}(x, y, z) \hat{\mathbf{U}} \quad (13)$$

όπου  $\mathbf{B}^{(m)}$  είναι το μητρώο συμβιβαστού των παραμορφώσεων. Τα στοιχεία του μητρώου  $\mathbf{B}^{(m)}$  λαμβάνονται με παραγωγή των όρων του μητρώου  $\mathbf{H}^{(m)}$  σύμφωνα με τη σχέση  $\mathbf{B}^{(m)} = \partial \mathbf{H}$ ,

όπου η ανηγμένη μορφή του μητρώου  $\partial \mathbf{H}$  περιλαμβάνει τις παραγώγους από τις εξισώσεις συμβιβαστότητας των παραμορφώσεων και μετατοπίσεων. Οι τάσεις  $\boldsymbol{\sigma}^{(m)}$  δίνονται από την παρακάτω σχέση:

$$\boldsymbol{\sigma}^{(m)}(x, y, z) = \mathbf{E}^{(m)}(x, y, z)\bar{\boldsymbol{\epsilon}}^{(m)} + \boldsymbol{\sigma}_i^{(m)} \quad (14)$$

όπου  $\mathbf{E}^{(m)}$  είναι το μητρώο ελαστικότητας του στοιχείου  $m$  και  $\boldsymbol{\sigma}_i^{(m)}$  είναι το διάνυσμα των αρχικών (προηγούμενων) τάσεων του στοιχείου. Από τη Σχέση (10) είμαστε σε θέση να αποκτήσουμε τις μετατοπίσεις στους κόμβους. Αρχικά όμως ξαναγράφουμε την (7) ως άθροισμα ολοκληρωμάτων στους χώρους των στοιχείων.

$$\begin{aligned} \sum_m \int_{V^{(m)}} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}^{(m)T} \boldsymbol{\sigma}^{(m)} dV^{(m)} &= \sum_m \int_{V^{(m)}} \bar{\mathbf{U}}^{(m)T} \mathbf{f}^{B(m)} dV^{(m)} \\ &+ \sum_m \int_{S_1^{(m)} \dots S_q^{(m)}} \bar{\mathbf{U}}^{S(m)T} \mathbf{f}^{S(m)} dS^{(m)} + \sum_m \bar{\mathbf{U}}^T \mathbf{F}^i \end{aligned} \quad (15)$$

όπου  $m = 1, 2, \dots, k$ ,  $S_1^{(m)} \dots S_q^{(m)}$  είναι οι περιοχές της επιφάνειας του σώματος και  $k =$  αριθμός στοιχείων. Για τους υπολογισμούς των ολοκληρωμάτων που αντιστοιχούν σε κάθε στοιχείο εξυπηρετεί η χρήση τοπικών συστημάτων αναφοράς. Εάν αντικαταστήσουμε στη Σχέση (7) τις μετατοπίσεις, παραμορφώσεις και τάσεις καταλήγουμε στην παρακάτω μορφή :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{U}}^T \left[ \sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{B}^{(m)T} \mathbf{E}^{(m)} \mathbf{B}^{(m)} dV^{(m)} \right] \bar{\mathbf{U}} &= \bar{\mathbf{U}}^T \left[ \left[ \sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{H}^{(m)T} \mathbf{f}^{B(m)} dV^{(m)} \right] + \left[ \sum_m \int_{S_1^{(m)} \dots S_q^{(m)}} \mathbf{H}^{S(m)T} \mathbf{f}^{S(m)} dS^{(m)} \right] \right. \\ &\left. - \left[ \sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{B}^{(m)T} \boldsymbol{\sigma}_t^{(m)} dV^{(m)} \right] + \mathbf{F}_C \right] \end{aligned} \quad (16)$$

Τα μητρώα συμβιβαστού των επιφανειακών μετατοπίσεων  $\mathbf{H}^{S(m)}$  δίνονται τώρα από τα μητρώα συμβιβαστού των μετατοπίσεων στο εσωτερικό των στοιχείων  $\mathbf{H}^{(m)}$  αντικαθιστώντας τις συντεταγμένες της επιφάνειας των στοιχείων. Το διάνυσμα  $\mathbf{F}_C$  περιλαμβάνει τις συγκεντρωμένες φορτίσεις στους κόμβους του σώματος. Παρατηρούμε ότι η  $i$ -οστή συνιστώσα

του διανύσματος  $\mathbf{F}_C$  παριστάνει τη συγκεντρωμένη δύναμη στον κόμβο που αντιστοιχεί στην  $i$ -οστή συνιστώσα της μετατόπισης του  $\hat{\mathbf{U}}$ . Τα διανύσματα των κομβικών μετατοπίσεων είναι ανεξάρτητα του θεωρούμενου στοιχείου και γι' αυτό δεν συμπεριλαμβάνονται στην άθροιση. Για να λάβουμε τις εξισώσεις των αγνώστων κομβικών μετατοπίσεων από τη Σχέση (16) εφαρμόζουμε την αρχή των δυνατών έργων  $n$  φορές επιβάλλοντας μοναδιαίες μετατοπίσεις σε όλες τις συνιστώσες του  $\hat{\mathbf{U}}$ , σε όλους τους κόμβους. Με αυτό τον τρόπο έχουμε, κατά την πρώτη εφαρμογή,

$$\bar{\mathbf{U}} = \mathbf{e}_1 \quad (17)$$

και ορίζουμε τις μετατοπίσεις με το μητρώο  $\mathbf{U}$  (έχουμε δηλαδή  $\hat{\mathbf{U}} = \mathbf{U}$ ). Κατά τη δεύτερη εφαρμογή έχουμε:

$$\bar{\mathbf{U}} = \mathbf{e}_2 \quad (18)$$

κ.ο.κ., μέχρι τη  $n$ -οστή,  $n \bar{\mathbf{U}} = \mathbf{e}_n$ . Ορίζουμε τότε τις άγνωστες μετατοπίσεις στους κόμβους ως  $\mathbf{U}$ , δηλαδή  $\mathbf{U} = \hat{\mathbf{U}}$ . Οι εξισώσεις ισορροπίας των μετατοπίσεων στους κόμβους είναι τότε:

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (19)$$

Όπου

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_S - \mathbf{F}_I + \mathbf{F}_C \quad (20)$$

Το μητρώο ακαμψιών  $\mathbf{K}$  για το σύνολο των στοιχείων δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{K} = \sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{B}^{(m)T} \mathbf{E}^{(m)} \mathbf{B}^{(m)} dV^{(m)} = \sum_m \mathbf{K}^{(m)} \quad (21)$$

Το διάνυσμα των φορτίων περιλαμβάνει τα σωματειακά (αδρανειακά) φορτία, τα επιφανειακά φορτία και τις αρχικές τάσεις.

$$\mathbf{F}_B = \sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{H}^{(m)T} \mathbf{f}^{B(m)} dV^{(m)} = \sum_m \mathbf{F}_B^{(m)} \quad (22)$$

$$\mathbf{F}_S = \sum_m \int_{S_1^{(m)} \dots S_q^{(m)}} \mathbf{H}^{S(m)T} \mathbf{f}^{S(m)} dS^{(m)} = \sum_m \mathbf{F}_S^{(m)} \quad (23)$$

$$\mathbf{F}_I = \sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{B}^{(m)T} \boldsymbol{\sigma}^{(m)} dV^{(m)} = \sum_m \mathbf{F}_I^{(m)} \quad (24)$$



Τα συγκεντρωμένα φορτία είναι  $\mathbf{F}_C = \mathbf{F}$ . Σημειώνεται ότι, όπως φαίνεται από τις παραπάνω σχέσεις, τα διανύσματα  $\mathbf{F}_B$ ,  $\mathbf{F}_S$ ,  $\mathbf{F}_i$  και  $\mathbf{F}_C$  συγκροτούνται με απευθείας άθροιση των αντίστοιχων διανυσμάτων για κάθε στοιχείο.

Εάν οι δυνάμεις μεταβάλλονται στο χρόνο (δυναμικές φορτίσεις), πρέπει να συμπεριληφθούν και οι αντίστοιχες αδρανειακές δυνάμεις. Χρησιμοποιώντας την αρχή του d' Alembert προσθέτουμε τις αδρανειακές δυνάμεις στο μητρώο των σωματειακών δυνάμεων. Εάν υποθέσουμε ότι μπορούμε να προσεγγίσουμε τις επιταχύνσεις κατά τον ίδιο τρόπο με τις μετατοπίσεις, (Σχέση 3), η συμβολή των αδρανειακών δυνάμεων στο διάνυσμα των φορτίων  $\mathbf{F}$  είναι (με αμετάθετο το σύστημα αναφοράς  $Oxyz$ ),

$$\mathbf{F}_B = \sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{H}^{(m)T} [\mathbf{f}^{B(m)} - \rho^{(m)} \mathbf{H}^{(m)} \ddot{\mathbf{U}}] dV^{(m)} \quad (25)$$

όπου το διάνυσμα  $\mathbf{f}^{B(m)}$  δεν περιλαμβάνει πλέον αδρανειακές (σωματειακές) δυνάμεις, το διάνυσμα  $\ddot{\mathbf{U}}$  περιλαμβάνει τις επιταχύνσεις σε κάθε κόμβο και  $\rho^{(m)}$  είναι η πυκνότητα του  $m$ -οστού στοιχείου. Η εξίσωση ισορροπίας γράφεται τώρα:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (26)$$

όπου τα διανύσματα  $\mathbf{F}$  και  $\mathbf{U}$  εξαρτώνται πλέον από τον χρόνο. Το μητρώο  $\mathbf{M}$  είναι το *μητρώο μάζας* του σώματος:

$$\mathbf{M} = \sum_m \int_{V^{(m)}} \rho^{(m)} \mathbf{H}^{(m)T} \mathbf{H}^{(m)} dV^{(m)} = \sum_m \mathbf{M}^{(m)} \quad (27)$$

Για να συμπεριληφθεί και η επίδραση της απόσβεσης προστίθενται οι αντίστοιχοι όροι στο διάνυσμα των σωματειακών φορτίων  $\mathbf{F}_B$ :

$$\mathbf{F}_B = \sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{H}^{(m)T} [\mathbf{f}^{B(m)} - \rho^{(m)} \mathbf{H}^{(m)} \ddot{\mathbf{U}} - \kappa^{(m)} \mathbf{H}^{(m)} \dot{\mathbf{U}}] dV^{(m)} \quad (28)$$

όπου τα διανύσματα  $\mathbf{f}^{B(m)}$  δεν περιλαμβάνουν πλέον όρους αδράνειας και απόσβεσης, το διάνυσμα  $\dot{\mathbf{U}}$  περιλαμβάνει τις κομβικές ταχύτητες και  $\kappa^{(m)}$  είναι το διάνυσμα απόσβεσης του  $m$ -οστού στοιχείου. Η εξίσωση ισορροπίας είναι τότε

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (29)$$

όπου  $\mathbf{C}$  είναι το μητρώο απόσβεσης της κατασκευής που δίνεται από τη σχέση:

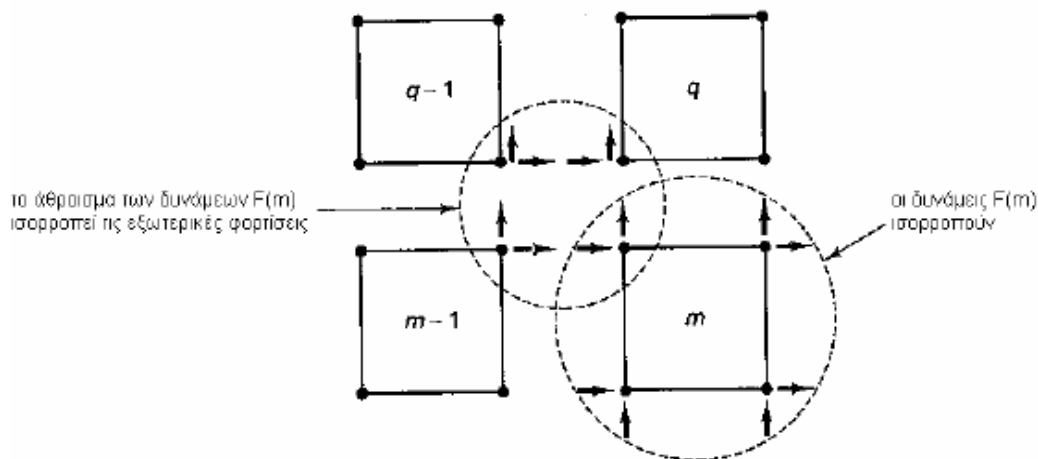
$$\mathbf{C} = \sum_m \int_{V^{(m)}} \kappa^{(m)} \mathbf{H}^{(m)T} \mathbf{H}^{(m)} dV^{(m)} = \sum_m \mathbf{C}^{(m)} \quad (30)$$

Επειδή στην πράξη δεν είναι εύκολη η συγκρότηση του μητρώου  $\mathbf{C}$  από τα χαρακτηριστικά απόσβεσης κάθε στοιχείου, χρησιμοποιούνται τα μητρώα μάζας και ακαμψίας ολόκληρης της κατασκευής σε συνδυασμό με πειραματικά δεδομένα για το βαθμό απόσβεσης των ταλαντώσεων.

#### 4.3.4 Ισορροπία δυνάμεων στη ΜΠΣ

Στη ΜΠΣ δεν ικανοποιούνται οι εξισώσεις ισορροπίας στη διαφορική τους μορφή, δηλαδή δεν ισχύουν οι συνθήκες ισορροπίας σε κάθε σημείο του συνεχούς μέσου. Υπάρχουν όμως δύο βασικές συνθήκες οι οποίες ικανοποιούνται πάντοτε από τη λύση του προβλήματος, ανεξάρτητα του αριθμού των στοιχείων που έχουν χρησιμοποιηθεί για τη διακριτοποίηση. Αυτές είναι:

1. Ισορροπία των δυνάμεων που ασκούνται σε κάθε κόμβο
2. Ισορροπία των κομβικών δυνάμεων για κάθε στοιχείο



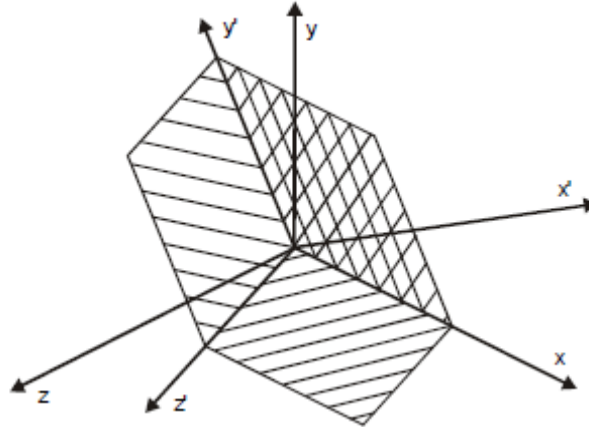
**Σχήμα 4.6 :** Ισορροπία δυνάμεων σε κόμβο πλέγματος και στο εσωτερικό στοιχείου

Σε κάθε κόμβο οι εσωτερικές δυνάμεις (δηλαδή οι δυνάμεις που αντιστοιχούν στο εντατικό πεδίο ενός στοιχείου) ισορροπούν τις εξωτερικά ασκούμενες δυνάμεις, οι οποίες

περιλαμβάνουν τις αδρανειακές δυνάμεις, τα συγκεντρωμένα φορτία, τις επιφανειακές δυνάμεις, τις δυνάμεις λόγω παραμενουσών τάσεων και τις αντιδράσεις στα σημεία στήριξης.

Στο Σχήμα 4.6 δείχνονται οι δυνάμεις στο εσωτερικό στοιχείου που ισορροπούν.

## 4.4 Μετασχηματισμός συστημάτων αναφοράς



Σχήμα 4.7 : Μετασχηματισμός συστημάτων αναφοράς

Κατά τον υπολογισμό των μητρώων των στοιχείων συνήθως εξυπηρετεί η χρήση *τοπικών συστημάτων αναφοράς* (τ.σ.α.). Η συγκρότηση των μητρώων στο *γενικό σύστημα αναφοράς* (γ.σ.α.) μπορεί να επιτευχθεί με τον προσδιορισμό των βαθμών ελευθερίας για τους οποίους αντιστοιχούν βαθμοί ελευθερίας και στα τοπικά συστήματα αναφοράς. Εάν εξετάσουμε τα μητρώα (για παράδειγμα τα  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{B}$ ), στο γενικό σύστημα αναφοράς παρατηρούμε πως μόνο τα στοιχεία για τα οποία υπάρχουν αντίστοιχα και στο τοπικό σύστημα αναφοράς είναι μη-μηδενικά. Συνεπώς, εάν το ανηγμένο μητρώο  $\hat{\mathbf{u}}$  περιλαμβάνει μόνο τους μη-μηδενικούς βαθμούς ελευθερίας, θα έχουμε:

$$\mathbf{u} = \mathbf{H}\hat{\mathbf{u}} \quad (31)$$

και

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\hat{\mathbf{u}} \quad (32)$$

Στο τοπικό σύστημα αναφοράς ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$\mathbf{K} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{E} \mathbf{B} dV \quad (33)$$

$$\mathbf{M} = \int_V \rho \mathbf{H}^T \mathbf{H} dV \quad (34)$$

$$\mathbf{F}_b = \int_V \mathbf{H}^T \mathbf{f}^b dV \quad (35)$$

$$\mathbf{F}_s = \int_V \mathbf{H}^{sT} \mathbf{f}^s dS \quad (36)$$

$$\mathbf{F}_i = \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}^i dV \quad (37)$$

Εάν το γ.σ.α. δε συμπίπτει με το τ.σ.α. τότε το διάνυσμα των μετατοπίσεων στο εσωτερικό του στοιχείου δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{u} = \mathbf{H} \hat{\mathbf{u}} \quad (38)$$

όπου οι συνιστώσες του διανύσματος  $\mathbf{u}$  εκφράζονται ως προς το τ.σ.α. Οχyz. Αντιστοίχως, ισχύουν οι σχέσεις:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{u}} \quad (39)$$

Το *μητρώο μετασχηματισμού*  $\mathbf{T}$  μετασχηματίζει τους βαθμούς ελευθερίας  $\hat{\mathbf{u}}$  (στο γ.σ.α.) στους βαθμούς ελευθερίας  $\tilde{\mathbf{u}}$  (στο τ.σ.α.) και αντιστοιχεί σε μετασχηματισμό τανυστή πρώτου βαθμού. Οι όροι κάθε στήλης  $j$  του  $\mathbf{T}$  είναι τα συνημίτονα διεύθυνσης μοναδιαίου μητρώου που αντιστοιχεί στον  $j$ -οστό βαθμό ελευθερίας του  $\hat{\mathbf{u}}$  όταν υπολογίζεται στις διευθύνσεις των  $\tilde{\mathbf{u}}$  βαθμών ελευθερίας. Επομένως,

$$\mathbf{u} = \mathbf{H} \tilde{\mathbf{u}} \quad \tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{T} \hat{\mathbf{u}} \quad (40a - \beta)$$

Αντικαθιστώντας τη Σχέση (40β) στην (40α), έχουμε:

$$\mathbf{H} = \tilde{\mathbf{H}} \mathbf{T} \quad (41)$$

Εάν χρησιμοποιήσουμε τότε το σύμβολο ( $\sim$ ) για να υποδηλώσουμε μητρώα που αντιστοιχούν στους βαθμούς ελευθερίας  $\tilde{\mathbf{u}}$ , λαμβάνουμε από την (41) και τις (33-37):

$$\mathbf{K} = \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{K}} \mathbf{T} \quad (42)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{T} \quad (43)$$

$$\mathbf{F}_b = \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{F}}_b \quad (44)$$

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{T}^T \widetilde{\mathbf{F}}_s \quad (45)$$

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{T}^T \widetilde{\mathbf{F}}_i \quad (46)$$

όπου το σύμβολο ( $\sim$ ) ορίζει ότι τα μητρώα  $\widetilde{\mathbf{K}}$ ,  $\widetilde{\mathbf{M}}$  κλπ. αντιστοιχούν στο τ.σ.α..

Τέλος, αξ σημειωθεί ότι οι μετασχηματισμοί (42)-(46) χρησιμοποιούνται και όταν επιβάλλονται μετατοπίσεις στα σύνορα της κατασκευής οι οποίες δεν αντιστοιχούν στους β.ε. του γ.σ.α. της κατασκευής.

## 4.5 Επιβολή οριακών συνθηκών

Εάν υποθέσουμε ότι το σώμα που απεικονίζεται στο Σχήμα 4.5 φέρει φορτία τα οποία δεν ισορροπούν, το σώμα θα φέρει μία συνιστώσα φόρτιση. Αν το σώμα δε στηρίζεται επαρκώς, θα προκύψουν γενικευμένες επιταχύνσεις στο χώρο. Θα έχουμε δηλαδή κίνηση άκαμπτου σώματος και δεν θα αναπτυχθούν εσωτερικά εντατικά πεδία μετατοπίσεων και τάσεων.

Το μαθηματικό ανάλογο αυτής της κατάστασης είναι η ύπαρξη μοναδιαίου μητρώου ακαμψίας  $\mathbf{K}$ . Για να επιλυθεί λοιπόν το στατικό πρόβλημα θα πρέπει να επιβληθούν κατάλληλες συνοριακές συνθήκες έτσι ώστε να αποφευχθεί η κίνηση άκαμπτου σώματος. Στη ΜΠΣ οι οριακές συνθήκες επιβάλλονται ως προκαθορισμένες μετατοπίσεις (ή και περιστροφές) που αντιστοιχούν στις αναγκαίες (γεωμετρικές) οριακές συνθήκες. Οι φυσικές οριακές συνθήκες προκύπτουν από τη λύση του προβλήματος, όπως αποδεικνύεται μέσω της μεθόδου των μεταβολών.

Όταν η συνιστώσα μιας μετατόπισης σε κάποιο κόμβο τεθεί ίση με το μηδέν, τότε το γινόμενο της συνιστώσας αυτής με την αντίστοιχη στήλη του μητρώου  $\mathbf{K}$  θα είναι πάντοτε ίσο με το μηδέν. Η επιβολή λοιπόν αυτής της οριακής συνθήκης αντιστοιχεί με την αφαίρεση αυτού του βαθμού ελευθερίας από τα μητρώα των μετατοπίσεων και ακαμψίας της κατασκευής. Η διαδικασία αυτή οδηγεί στην ύπαρξη μίας εξίσωσης ισορροπίας περισσότερο από τον αριθμό των αγνώστων μετατοπίσεων. Επειδή οι εξισώσεις ισορροπίας είναι συμβατές μεταξύ τους, επιτρέπεται η απαλοιφή μίας οποιασδήποτε εξίσωσης. Έτσι και αλλιώς, το εξωτερικό φορτίο στον βαθμό ελευθερίας που περιορίζεται δεν επηρεάζει τη συμπεριφορά της κατασκευής διότι το φορτίο μεταβιβάζεται απευθείας στη στήριξη του κόμβου. Συνεπώς εξυπηρετεί να γίνει απαλοιφή της σειράς του μητρώου  $\mathbf{K}$  που περιλαμβάνει αυτό τον βαθμό ελευθερίας. Η διαδικασία αυτή οδηγεί σε ένα τετράγωνο μητρώο ακαμψίας του οποίου η τάξη έχει ελαττωθεί κατά μία μονάδα.

Αφού επιβληθεί επαρκής αριθμός περιορισμών για να αποφευχθεί η κίνηση άκαμπτου σώματος, το ανηγμένο μητρώο ακαμψίας  $\mathbf{K}_r$  αντιστρέφεται για να αποκτηθεί το ανηγμένο μητρώο μετατοπίσεων  $\mathbf{U}_r$ , συναρτήσεως των ανηγμένων φορτίων  $\mathbf{f}_r$ . Δηλαδή,

$$\mathbf{f}_r = \mathbf{K}_r \mathbf{U}_r \quad (47)$$

Άρα

$$\mathbf{U}_r = \mathbf{K}_r^{-1} \mathbf{f}_r \quad (48)$$

Όταν το μητρώο ακαμψίας  $\mathbf{K}$  περιλαμβάνει πολλούς βαθμούς ελευθερίας, αντί να αφαιρούνται σταδιακά οι μηδενικοί βαθμοί ελευθερίας εξυπηρετεί η αντικατάστασή τους με μηδέν και μονάδα στην κύρια διαγώνιο. Η ίδια διαδικασία ακολουθείται για τα διανύσματα των φορτίων και μετατοπίσεων. Η εξίσωση ισορροπίας της κατασκευής,  $\mathbf{f}_r = \mathbf{K}_r \mathbf{U}_r$  γίνεται τότε:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_r \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_r \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (49)$$

ή

$$\mathbf{f}_m = \mathbf{K}_m \mathbf{U}_m$$

άρα

$$\mathbf{U}_m = \mathbf{K}_m^{-1} \mathbf{f}_m \quad \text{όπου} \quad \mathbf{K}_m^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_r^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

Η εξίσωση ισορροπίας (19) διατυπώνεται σε διαχωρισμένη μορφή έτσι ώστε να αποκτηθούν οι άγνωστες μετατοπίσεις  $\mathbf{U}_a$ :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ab} \\ \mathbf{K}_{ba} & \mathbf{K}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_a \\ \mathbf{U}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_a \\ \mathbf{F}_b \end{bmatrix} \quad (50)$$

όπου  $\mathbf{U}_b$  είναι οι γνωστές ή επιβεβλημένες, μετατοπίσεις. Επιλύοντας τότε ως προς  $\mathbf{U}_a$ , έχουμε:

$$\mathbf{K}_{aa} \mathbf{U}_a = \mathbf{F}_a - \mathbf{K}_{ab} \mathbf{U}_b \quad (51)$$

Παρατηρούμε ότι απαιτείται να συγκροτηθεί μόνο το μητρώο ακαμψίας της κατασκευής που αντιστοιχεί στους άγνωστους βαθμούς ελευθερίας  $\mathbf{U}_a$ . Το διάνυσμα των φορτίων  $\mathbf{F}_a$  θα πρέπει τώρα να συμπεριλάβει την επίδραση των μη-μηδενικών μετατοπίσεων. Οι αντιδράσεις μπορούν τώρα να υπολογισθούν γράφοντας κατ' αρχή:

$$\mathbf{F}_b = \mathbf{F}_B^b + \mathbf{F}_S^b - \mathbf{F}_I^b + \mathbf{F}_C^b + \mathbf{R}_r \quad (52)$$

όπου  $\mathbf{F}_B^b, \mathbf{F}_S^b, \mathbf{F}_I^b, \mathbf{F}_C^b$  είναι οι γνωστές, εξωτερικά επιβαλλόμενες (σημειακές) φορτίσεις και  $\mathbf{R}_r$  είναι οι άγνωστες αντιδράσεις. Από την (52) και τη δεύτερη σειρά εξισώσεων της (50) λαμβάνουμε:

$$\mathbf{R}_r = \mathbf{K}_{ba} \mathbf{U}_a + \mathbf{K}_{bb} \mathbf{U}_b - \mathbf{F}_B^b - \mathbf{F}_S^b + \mathbf{F}_I^b - \mathbf{F}_C^b \quad (53)$$

Οι τέσσερις τελευταίοι όροι συνιστούν διόρθωση λόγω γνωστών εσωτερικών και επιφανειακών φορτίσεων που ασκούνται στους κόμβους.



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**

---

# **ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ABAQUS**



## 5.1 Εισαγωγή

Το ABAQUS είναι μια ακολουθία από ισχυρά προγράμματα προσομοίωσης εφαρμοσμένης μηχανικής, βασισμένα στη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, η οποία μπορεί να λύσει τα προβλήματα που κυμαίνονται από τις σχετικά απλές γραμμικές αναλύσεις ως τις πιο απαιτητικές μη γραμμικές προσομοιώσεις. Το ABAQUS περιέχει μια εκτενή βιβλιοθήκη στοιχείων, τα οποία μπορούν να διαμορφώσουν ουσιαστικά οποιαδήποτε γεωμετρία. Έχει έναν εξίσου εκτενή κατάλογο πρότυπων υλικών, τα οποία μπορούν να προσομοιώσουν τη συμπεριφορά των περισσότερων χαρακτηριστικών υλικών εφαρμοσμένης μηχανικής συμπεριλαμβανομένων των μετάλλων, ελαστικών, πολυμερών, σύνθετων υλικών, οπλισμένου σκυροδέματος, συνθλίψιμους και ελαστικούς αφρούς, και γεωτεχνικών υλικών όπως το έδαφος και ο βράχος. Σχεδιασμένο ως εργαλείο προσομοίωσης γενικής χρήσης, το ABAQUS μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μελετήσει προβλήματα πέρα από τα δομικά προβλήματα (τάσης/μετατόπισης). Μπορεί να προσομοιώσει προβλήματα σε πολλές διαφορετικές περιοχές όπως η μεταφορά θερμότητας, η διάχυση μάζας, η θερμική διαχείριση των ηλεκτρικών τμημάτων (ζεύγη θερμοηλεκτρικών αναλύσεων), η ακουστική, η εδαφομηχανική (ζεύγη αναλύσεων ρευστού-πίεσης πόρων), και η πιεζοηλεκτρική ανάλυση.

Το ABAQUS είναι απλό στη χρήση και προσφέρει στο χρήστη ένα ευρύ φάσμα δυνατοτήτων. Ακόμη και οι πιο περίπλοκες αναλύσεις μπορούν να μοντελοποιηθούν εύκολα. Παραδείγματος χάριν, τα προβλήματα με πολλαπλά συστατικά διαμορφώνονται συνδέοντας τη γεωμετρία κάθε συστατικού με τα κατάλληλα πρότυπα υλικά. Στις περισσότερες προσομοιώσεις, συμπεριλαμβανομένων και των μη γραμμικών, ο χρήστης οφείλει μόνο να δώσει τα κατασκευαστικά δεδομένα, όπως τη γεωμετρία της κατασκευής, της συμπεριφοράς των υλικών της, των συνοριακών συνθηκών της, και των φορτίων που εφαρμόζονται σε αυτήν. Σε μια μη γραμμική ανάλυση, το ABAQUS επιλέγει αυτόματα τις κατάλληλες αυξήσεις φορτίων και τις ανοχές σύγκλισης. Όχι μόνο επιλέγει τις τιμές για αυτές τις παραμέτρους, αλλά επίσης τις ρυθμίζει συνεχώς κατά τη διάρκεια της ανάλυσης για να εξασφαλίσει ότι θα λαμβάνεται μια ακριβής λύση αποτελεσματικά. Ο χρήστης πρέπει σπάνια να καθορίζει τις παραμέτρους για τον έλεγχο της αριθμητικής λύσης του προβλήματος.

## 5.2 Πεπερασμένα στοιχεία και άκαμπτα σώματα

Πεπερασμένα στοιχεία και άκαμπτα σώματα αποτελούν τα θεμελιώδη συστατικά ενός μοντέλου του ABAQUS. Τα πεπερασμένα στοιχεία είναι παραμορφώσιμα, ενώ τα άκαμπτα σώματα μετακινούνται στον χώρο χωρίς να αλλάζει το σχήμα τους. Ακόμα κι αν οι χρήστες των προγραμμάτων ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων έχουν μια γνώση των πεπερασμένων στοιχείων, η γενική αρχή των άκαμπτων σωμάτων μέσα σε ένα πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων πιθανόν να είναι κάτι καινούριο.

Για υπολογιστική αποδοτικότητα το ABAQUS έχει μια γενική άκαμπτη ικανότητα σωμάτων. Οποιοδήποτε σώμα ή μέρος ενός σώματος μπορεί να οριστεί ως ένα άκαμπτο σώμα. Οι

περισσότεροι τύποι στοιχείων μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε έναν ορισμό άκαμπτο σωμάτων. Το πλεονέκτημα των άκαμπτων σωμάτων πέρα από τα παραμορφώσιμα σώματα είναι ότι η κίνηση ενός άκαμπτου σώματος περιγράφεται πλήρως από λιγότερους από έξι βαθμούς ελευθερίας σε έναν κόμβο αναφοράς. Αντίθετα, τα παραμορφώσιμα στοιχεία έχουν πολλούς βαθμούς ελευθερίας και απαιτούν ακριβείς υπολογισμούς στοιχείων για να προσδιορίσουν τις παραμορφώσεις. Όταν τέτοιες παραμορφώσεις είναι αμελητέες ή δεν ενδιαφέρουν, η μοντελοποίηση ενός συστατικού ως άκαμπτο σώμα παράγει σημαντικό υπολογιστικό κέρδος, χωρίς να επηρεάζονται τα γενικά αποτελέσματα.

## 5.2.1 Πεπερασμένα στοιχεία

Ένα ευρύ φάσμα στοιχείων είναι διαθέσιμο στο ABAQUS. Αυτή η εκτενής βιβλιοθήκη στοιχείων μας παρέχει ένα ισχυρό σύνολο εργαλείων για επίλυση πολλών διαφορετικών προβλημάτων. Τα στοιχεία που είναι διαθέσιμα στο ABAQUS/Explicit είναι ένα υποσύνολο από αυτά που είναι διαθέσιμα στο ABAQUS/Standard. Αυτή η παράγραφος μας εισάγει στις πέντε πτυχές ενός στοιχείου που επηρεάζουν τη συμπεριφορά του.

### 5.2.1.1 Χαρακτηρισμός στοιχείων

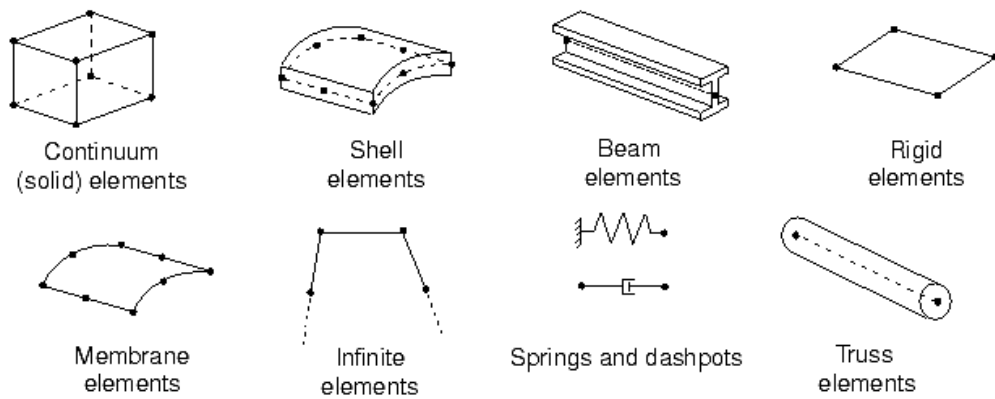
Κάθε στοιχείο χαρακτηρίζεται από τα παρακάτω:

- Οικογένεια (Family)
- Βαθμοί ελευθερίας (Degrees of freedom) - σχετίζονται απευθείας με την οικογένεια του στοιχείου
- Αριθμός των κόμβων (Number of nodes)
- Τυποποίηση (Formulation)
- Ολοκλήρωση (Integration)

Κάθε στοιχείο στο ABAQUS έχει ένα μοναδικό όνομα, όπως T2D2, S4R, ή C3D8I. Το όνομα του στοιχείου προσδιορίζει κάθε μια από τις πέντε πτυχές ενός στοιχείου. Η σύμβαση για την ονοματολογία εξηγείται σε αυτό το κεφάλαιο.

#### **Family (Οικογένεια)**

Το Σχήμα 5.1 δείχνει τις οικογένειες στοιχείων που χρησιμοποιούνται συχνότερα στην ανάλυση τάσεων. Μια από τις κύριες διαφορές μεταξύ διαφορετικών οικογενειών στοιχείων είναι ο τύπος της γεωμετρίας που αναλαμβάνει κάθε οικογένεια.



**Σχήμα 5.1 :** Οι πιο συνήθεις οικογένειες πεπερασμένων στοιχείων

Το πρώτο γράμμα ή γράμματα ενός ονόματος στοιχείου δείχνει σε ποια οικογένεια ανήκει το στοιχείο. Παραδείγματος χάριν, το S στο S4R δείχνει ότι αυτό είναι ένα στοιχείο κελύφους (shell element), ενώ το C στο C3D8I δείχνει ότι αυτό είναι ένα συνεχές ομογενές στοιχείο (continuum element).

### Degrees of freedom (Βαθμοί ελευθερίας)

Οι βαθμοί ελευθερίας (dof) είναι οι θεμελιώδεις μεταβλητές που υπολογίζονται κατά τη διάρκεια της ανάλυσης. Για μια προσομοίωση τάσης/μετατόπισης, οι βαθμοί ελευθερίας είναι οι μετακινήσεις σε κάθε κόμβο. Μερικές οικογένειες στοιχείων, όπως οι οικογένειες διατομής δοκού (beam families) και οι οικογένειες κελυφών (shell families), έχουν επιπλέον περιστροφικούς βαθμούς ελευθερίας. Για μια προσομοίωση μεταφοράς θερμότητας οι βαθμοί ελευθερίας είναι οι θερμοκρασίες σε κάθε κόμβο. Μια ανάλυση μεταφοράς θερμότητας, επομένως, απαιτεί τη χρήση διαφορετικών στοιχείων από μια ανάλυση τάσης, δεδομένου ότι οι βαθμοί ελευθερίας δεν είναι οι ίδιοι.

Η παρακάτω αριθμητική σύμβαση χρησιμοποιείται για τους βαθμούς ελευθερίας στο ABAQUS:

- 1 Μετακίνηση στη διεύθυνση 1 (Translation in direction 1)
- 2 Μετακίνηση στη διεύθυνση 2 (Translation in direction 2)
- 3 Μετακίνηση στη διεύθυνση 3 (Translation in direction 3)
- 4 Περιστροφή γύρω από τον άξονα-1 (Rotation about the 1-axis)
- 5 Περιστροφή γύρω από τον άξονα-2 (Rotation about the 2-axis)
- 6 Περιστροφή γύρω από τον άξονα-3 (Rotation about the 3-axis)
- 7 Στρέβλωση σε στοιχεία ανοικτής διατομής δοκού (Warping in open-section beam elements)
- 8 Ακουστική πίεση (acoustic pressure) , πίεση πόρων (pore pressure), ή υδροστατική πίεση ρευστών (hydrostatic fluid pressure)

## 9 Ηλεκτρικό δυναμικό (Electric potential)

11 Θερμοκρασία (Temperature)- ή ομαλοποιημένη συγκέντρωση στην ανάλυση διάχυσης μάζας (or normalized concentration in mass diffusion analysis) για ομογενή στοιχεία ή θερμοκρασία στο πρώτο σημείο κατά το πάχος στοιχείων διατομής δοκού ή κελυφών (temperature at the first point through the thickness of beams and shells)

12+ Θερμοκρασία σε άλλα σημεία κατά το πάχος στοιχείων διατομής δοκού ή κελυφών (Temperature at other points through the thickness of beams and shells)

Οι διευθύνσεις 1, 2, και 3 αντιστοιχούν στις διευθύνσεις 1-, 2-, και 3-του γενικού συστήματος, αντίστοιχα, εκτός αν έχει οριστεί ένα τοπικό σύστημα συντεταγμένων στους κόμβους.

Τα αξονοσυμμετρικά στοιχεία είναι η εξαίρεση, με τους βαθμούς ελευθερίας μετατοπίσεων και περιστροφών να αναφέρονται ως εξής:

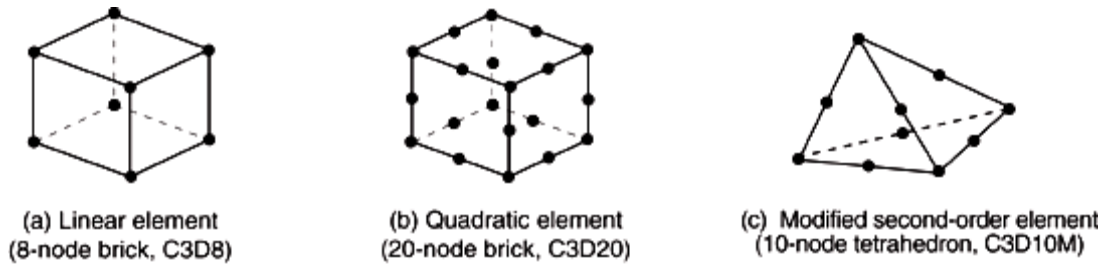
- 1 Μετακίνηση στη διεύθυνση r (Translation in the r-direction)
- 2 Μετακίνηση στη διεύθυνση z (Translation in the z-direction)
- 6 Περιστροφή στο επίπεδο r-z (Rotation in the r-z plane)

Οι διευθύνσεις (ακτινική) και (αξονική) αντιστοιχούν στις διευθύνσεις 1- και 2-του γενικού συστήματος, αντίστοιχα, εκτός αν έχει οριστεί ένα τοπικό σύστημα συντεταγμένων στους κόμβους.

### **Number of nodes (Αριθμός των κόμβων) — order of interpolation (τάξη παρεμβολής)**

Μετακινήσεις, στροφές, θερμοκρασίες και άλλοι βαθμοί ελευθερίας που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο, υπολογίζονται μόνο στους κόμβους των στοιχείων. Σε οποιοδήποτε άλλο σημείο του στοιχείου, οι μετακινήσεις λαμβάνονται με παρεμβολή από τις κομβικές μετακινήσεις. Συνήθως, η τάξη της παρεμβολής ορίζεται με βάση τον αριθμό των κόμβων που υπάρχουν σε ένα στοιχείο.

- Στοιχεία που έχουν κόμβους μόνο στις γωνίες τους, όπως το 8-κομβικό κυβικό στοιχείο του Σχήματος (5.2.α), χρησιμοποιούν γραμμική παρεμβολή σε κάθε διεύθυνση και συχνά ονομάζονται γραμμικά στοιχεία (linear elements) ή στοιχεία πρώτης τάξης (first-order elements).
- Στοιχεία με ενδιάμεσους κόμβους, όπως το 20-κομβικό κυβικό στοιχείο του Σχήματος (5.2.β), χρησιμοποιούν παρεμβολή δευτέρου βαθμού (τετραγωνική) και συχνά καλούνται τετραγωνικά στοιχεία (quadratic elements) ή στοιχεία δευτέρας τάξης (second-order elements).
- Τροποποιημένα τριγωνικά ή τετραεδρικά στοιχεία με ενδιάμεσους κόμβους, όπως το 10 κομβικό τετραεδρικό στοιχείο του Σχήματος (5.2.γ), χρησιμοποιούν μια τροποποιημένη παρεμβολή δευτέρας τάξεως και συχνά καλούνται τροποποιημένα στοιχεία (modified elements) ή τροποποιημένα στοιχεία δευτέρας τάξεως (modified second-order elements).



**Σχήμα 5.2 :** Γραμμικά κυβικά, τετραγωνικά κυβικά και τροποποιημένα τετραεδρικά στοιχεία

Το ABAQUS/Standard παρέχει μια ευρεία συλλογή από γραμμικά και τετραγωνικά στοιχεία. Το ABAQUS/Explicit παρέχει μόνο γραμμικά στοιχεία, με εξαίρεση το τετραγωνικό στοιχείο διατομής δοκού (quadratic beam element), το τροποποιημένο τετραεδρικό στοιχείο (modified tetrahedron element), καθώς και το τροποποιημένο τριγωνικό στοιχείο (modified triangle element).

Τυπικά, ο αριθμός των κόμβων σε ένα στοιχείο είναι σαφώς προσδιορισμένος από το όνομά του στοιχείου. Το 8-κομβικό κυβικό στοιχείο ονομάζεται C3D8, ενώ το 8-κομβικό γενικό στοιχείο κελύφους ονομάζεται S8R. Η οικογένεια στοιχείων διατομής δοκού χρησιμοποιεί μια ελαφρώς διαφορετική σύμβαση: η τάξη της παρεμβολής προσδιορίζεται στο όνομα. Συνεπώς, ένα πρώτης τάξης, τρισδιάστατο στοιχείο διατομής δοκού ονομάζεται B31, ενώ ένα δεύτερας τάξης, τρισδιάστατο στοιχείο διατομής δοκού ονομάζεται B32. Μια παρεμφερής σύμβαση χρησιμοποιείται για αξονοσυμμετρικά στοιχεία κελυφών και μεμβρανών.

### Formulation (Τυποποίηση)

Η τυποποίηση ενός στοιχείου αναφέρεται στην μαθηματική θεωρία που χρησιμοποιήθηκε για να οριστεί η συμπεριφορά του στοιχείου. Ελλείψει ενός προσαρμόσιμου πλέγματος (adaptive meshing), όλα τα στοιχεία τάσης/μετατόπισης στο ABAQUS είναι βασισμένα στην κατά *Lagrange* ή *υλική* περιγραφή της συμπεριφοράς: το υλικό που συνδέεται με ένα στοιχείο παραμένει συνδεδεμένο με το στοιχείο σε όλη την ανάλυση, και επίσης το υλικό δεν μπορεί να διαρρεύσει πέρα από τα όρια των στοιχείων. Στην εναλλακτική κατά *Euler* περιγραφή ή *χωρική* περιγραφή, τα στοιχεία καθορίζονται στον χώρο όπως το υλικό ρέει μέσω αυτών. Οι μέθοδοι κατά *Euler* χρησιμοποιούνται συνήθως στις προσομοιώσεις της ρευστομηχανικής. Το ABAQUS/Standard χρησιμοποιεί στοιχεία κατά Euler για να διαμορφώσει τη μεταφορά θερμότητας εκ μεταγωγής. Ένα προσαρμόσιμο πλέγμα (adaptive meshing) στο ABAQUS/Explicit, συνδυάζει τα χαρακτηριστικά θεωρητικών αναλύσεων κατά Lagrange και κατά Euler και επιτρέπει την κίνηση του στοιχείου, ώστε να είναι ανεξάρτητη από το υλικό.

Για να προσαρμόσουμε διαφορετικούς τύπους συμπεριφοράς, μερικές οικογένειες στοιχείων στο ABAQUS περιλαμβάνουν στοιχεία με αρκετές διαφορετικές τυποποιήσεις. Παραδείγματος χάριν, η οικογένεια στοιχείων κελύφους έχει τρεις κατηγορίες: μια κατάλληλη για ανάλυση κελυφών γενικής χρήσης, άλλη για λεπτά κελύφη, και άλλη μια για κελύφη με μεγάλο πάχος.

Μερικές οικογένειες στοιχείων του ABAQUS/Standard έχουν μια πρότυπη τυποποίηση, ενώ άλλες οικογένειες κάποιες εναλλακτικές τυποποιήσεις. Στοιχεία με εναλλακτικές τυποποιήσεις, αναγνωρίζονται από έναν επιπλέον χαρακτήρα στο τέλος του ονόματος των στοιχείων. Για παράδειγμα, οικογένειες στοιχείων ομογενών, διατομής δοκού και δικτυωτών στοιχείων, περιλαμβάνουν μέλη με μια υβριδική τυποποίηση, στην οποία η πίεση (ομογενή στοιχεία) ή αξονική δύναμη (στοιχεία διατομής δοκού και δικτυωμάτων) αντιμετωπίζεται ως πρόσθετη άγνωστη. Αυτά τα στοιχεία αναγνωρίζονται από το γράμμα "H" στο τέλος του ονόματος (C3D8H ή B31H).

Μερικές τυποποιήσεις στοιχείων επιτρέπουν να επιλυθούν προβλήματα ζεύγους πεδίων. Παραδείγματος χάριν, στοιχεία των οποίων τα ονόματα αρχίζουν με το γράμμα C και τελειώνουν με το γράμμα T (όπως C3D8T) και έχουν και μηχανικούς και θερμικούς βαθμούς ελευθερίας και προορίζονται για ζεύγη θερμικών και μηχανικών προσομοιώσεων.

### **Integration (Ολοκλήρωση)**

Το ABAQUS χρησιμοποιεί αριθμητικές τεχνικές για να ολοκληρώσει διάφορες ποσότητες στον όγκο κάθε στοιχείου. Χρησιμοποιώντας τον τετραγωνισμό κατά Gauss (Gaussian quadrature) για τα περισσότερα στοιχεία, το ABAQUS αξιολογεί την υλική απόκριση σε κάθε σημείο ολοκλήρωσης κάθε στοιχείου. Μερικά ομογενή στοιχεία (continuum elements) στο ABAQUS, μπορούν να χρησιμοποιήσουν ολική ή μειωμένη ολοκλήρωση (full or reduced-integration), μια επιλογή που μπορεί να έχει μια σημαντική επίδραση στην ακρίβεια του στοιχείου για ένα δεδομένο πρόβλημα.

Το ABAQUS χρησιμοποιεί το γράμμα "R" στο τέλος του ονόματος του στοιχείου για να διακρίνει τα στοιχεία μειωμένης ολοκλήρωσης (εκτός αν είναι επίσης υβριδικά στοιχεία, οπότε σ'αυτή την περίπτωση το όνομα των στοιχείων τελειώνει με τα γράμματα "RH"). Παραδείγματος χάριν, CAX4 είναι ο κόμβος-4, πλήρους ολοκλήρωσης, γραμμικού, αξονοσυμμετρικού στερεού στοιχείου και CAX4R είναι η έκδοση μειωμένης ολοκλήρωσης του ίδιου στοιχείου.

Το ABAQUS/Standard προσφέρει ταυτόχρονα στοιχεία πλήρους και μειωμένης ολοκλήρωσης. Το ABAQUS/Explicit παρέχει μόνο στοιχεία μειωμένης ολοκλήρωσης με εξαίρεση τα τροποποιημένα τετραεδρικά και τριγωνικά στοιχεία (the modified tetrahedron and triangle elements).

### **5.2.1.2 Ομογενή στοιχεία (Continuum elements)**

Μεταξύ των διαφορετικών οικογενειών στοιχείων, ομογενή ή στερεά στοιχεία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να διαμορφώσουν μια ευρεία ποικιλία συστατικών. Ενωσιολογικά, ομογενή στοιχεία διαμορφώνουν απλά μικρά τμήματα υλικού σε ένα συστατικό. Δεδομένου ότι μπορούν να συνδεθούν με άλλα στοιχεία σε οποιοσδήποτε από τις πλευρές τους, ομογενή στοιχεία, όπως τα τούβλα σε ένα κτίριο ή τα πλακάκια σε ένα μωσαϊκό, μπορούν να

χρησιμοποιηθούν για να διαμορφώσουν μοντέλα σχεδόν οποιασδήποτε μορφής, που υποβάλλονται σχεδόν σε οποιαδήποτε φόρτιση. Το ABAQUS έχει και τάσης/μετατόπισης και ζεύγη θερμοκρασίας-μετατόπισης ομογενή στοιχεία.

Ομογενή στοιχεία τάσης/μετατόπισης στο ABAQUS έχουν ονόματα που αρχίζουν με το γράμμα "C". Τα επόμενα δύο γράμματα δείχνουν τη διαστατικότητα και συνήθως, αλλά όχι πάντα, τους ενεργούς βαθμούς ελευθερίας στο στοιχείο. Τα γράμματα "3D" δείχνουν ένα τρισδιάστατο στοιχείο, τα "AX" ένα αξονοσυμμετρικό στοιχείο, τα "PE" ένα στοιχείο επίπεδης παραμόρφωσης και τα "PS" ένα στοιχείο επίπεδης τάσης.

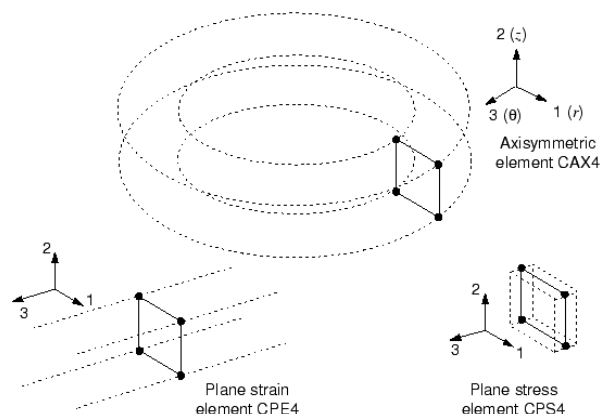
### Βιβλιοθήκη τρισδιάστατων ομογενών στοιχείων (Three-dimensional continuum element library)

Τρισδιάστατα ομογενή στοιχεία μπορούν να είναι εξάεδρα (bricks), σφήνες (wedges), ή τετράεδρα.

Όποτε είναι δυνατόν, θα πρέπει να χρησιμοποιούνται στο ABAQUS εξαεδρικά στοιχεία ή τροποποιημένα τετραεδρικά στοιχεία δεύτερης τάξης (second-order modified tetrahedral elements). Τα τετράεδρα στοιχεία πρώτης τάξης (C3D4) έχουν μια απλή, σταθερής παραμόρφωσης τυποποίηση, και απαιτούν πολύ λεπτά πλέγματα για μια ακριβή επίλυση.

### Βιβλιοθήκη δισδιάστατων ομογενών στοιχείων (Two-dimensional continuum element library)

Το ABAQUS έχει διάφορες κατηγορίες δισδιάστατων ομογενών στοιχείων που διαφέρουν το ένα από το άλλο στην συμπεριφορά τους εκτός επιπέδου. Τα δισδιάστατα στοιχεία μπορούν να είναι τετραπλευρικά ή τριγωνικά. Το Σχήμα (5.3) παρουσιάζει τις τρεις κατηγορίες που χρησιμοποιούνται πιο συχνά.



**Σχήμα 18 :** Στοιχεία επίπεδης παραμόρφωσης, επίπεδης τάσης και αξονοσυμμετρικά στοιχεία χωρίς στρέψη

Τα στοιχεία επίπεδης παραμόρφωσης υποθέτουν ότι η παραμόρφωση εκτός επιπέδου, είναι μηδέν. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να διαμορφώσουν κατασκευές με πάχος.

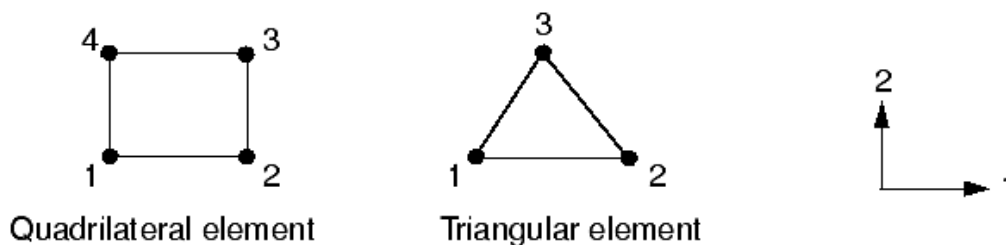
Τα στοιχεία επίπεδης τάσης υποθέτουν ότι η τάση εκτός επιπέδου, είναι μηδέν και είναι κατάλληλα για λεπτές κατασκευές.

Τα αξονοσυμμετρικά στοιχεία χωρίς συστροφή, η κατηγορία "CAX" των στοιχείων, διαμορφώνουν ένα δαχτυλίδι  $360^\circ$  και είναι κατάλληλα για ανάλυση κατασκευών με αξονοσυμμετρική γεωμετρία που υποβάλλονται σε αξονοσυμμετρική φόρτιση.

Το ABAQUS/Standard παρέχει επίσης γενικευμένα στοιχεία επίπεδης παραμόρφωσης, αξονοσυμμετρικά στοιχεία με συστροφή, και αξονοσυμμετρικά στοιχεία με ασύμμετρη παραμόρφωση.

- Τα γενικευμένα στοιχεία επίπεδης παραμόρφωσης περιλαμβάνουν την πρόσθετη γενίκευση καθώς η παραμόρφωση εκτός επιπέδου μπορεί να ποικίλει γραμμικά με τη θέση στο επίπεδο του μοντέλου. Αυτή η τυποποίηση ταιριάζει ιδιαίτερα στην θερμο-τασική ανάλυση διατομών με πάχος.
- Τα αξονοσυμμετρικά στοιχεία με συστροφή διαμορφώνουν μια αρχικά αξονοσυμμετρική γεωμετρία, η οποία μπορεί να στραφεί γύρω από τον άξονα συμμετρίας. Αυτά τα στοιχεία είναι χρήσιμα για στρέψη κυλινδρικών κατασκευών, όπως οι αξονοσυμμετρικοί ελαστικοί δακτύλιοι.
- Τα αξονοσυμμετρικά στοιχεία με ασύμμετρη παραμόρφωση διαμορφώνουν μια αρχικά αξονοσυμμετρική γεωμετρία, η οποία μπορεί να παραμορφώσει ασύμμετρα (τυπικά ως αποτέλεσμα της κάμψης). Είναι χρήσιμα για προβλήματα προσομοίωσης, όπως ένα αξονοσυμμετρικό ελαστικό βάθρο που υποβάλλεται σε διατμητικά φορτία.

Τα διδιάστατα στερεά στοιχεία πρέπει να οριστούν στο επίπεδο 1-2, έτσι ώστε η διάταξη των κόμβων να είναι αντίθετη προς τη φορά των δεικτών του ρολογιού, γύρω από την περίμετρο των στοιχείων, όπως φαίνεται στο Σχήμα (5.4).



Σχήμα 5.4 : Ορθή κομβική συνδεσιμότητα για τα διδιάστατα στοιχεία



Όταν χρησιμοποιούμε έναν προεπεξεργαστή για να δημιουργήσουμε το πλέγμα, πρέπει να εξασφαλίσουμε ότι τα στοιχεία βρίσκουν όλα τα σημεία στην ίδια κατεύθυνση με τον θετικό, γενικό άξονα-3. Οποιαδήποτε αποτυχία να παρασχεθεί η σωστή συνδεσιμότητα μεταξύ των στοιχείων θα αναγκάσει ABAQUS να εκδώσει ένα μήνυμα λάθους που δηλώνει ότι τα στοιχεία έχουν αρνητική περιοχή (negative area).

### **Βαθμοί ελευθερίας (Degrees of freedom)**

Όλα τα ομογενή στοιχεία τάσης/μετατόπισης έχουν μεταφορικούς βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο. Αντίστοιχα, οι βαθμοί ελευθερίας 1, 2, και 3 είναι ενεργοί στα τρισδιάστατα στοιχεία, ενώ μόνο οι βαθμοί ελευθερίας 1 και 2 είναι ενεργοί στα στοιχεία επίπεδης παραμόρφωσης, στα στοιχεία επίπεδης τάσης, και στα αξονοσυμμετρικά στοιχεία χωρίς συστροφή.

### **Ιδιότητες στοιχείων (Element properties)**

Όλα τα στερεά στοιχεία πρέπει να αναφέρονται σε μια ιδιότητα στερεάς διατομής (solid section property), η οποία ορίζει το υλικό και οποιαδήποτε πρόσθετα στοιχεία γεωμετρίας που συνδέονται με το στοιχείο. Για τρισδιάστατα και αξονοσυμμετρικά στοιχεία, καμία πρόσθετη γεωμετρική πληροφορία δεν απαιτείται οι κομβικές συντεταγμένες καθορίζουν πλήρως τη γεωμετρία των στοιχείων. Για τα στοιχεία επίπεδης τάσης και επίπεδης παραμόρφωσης μπορεί να οριστεί το πάχος των στοιχείων, διαφορετικά θα χρησιμοποιηθεί η προκαθορισμένη τιμή 1.

### **Τυποποίηση και ολοκλήρωση (Formulation and integration)**

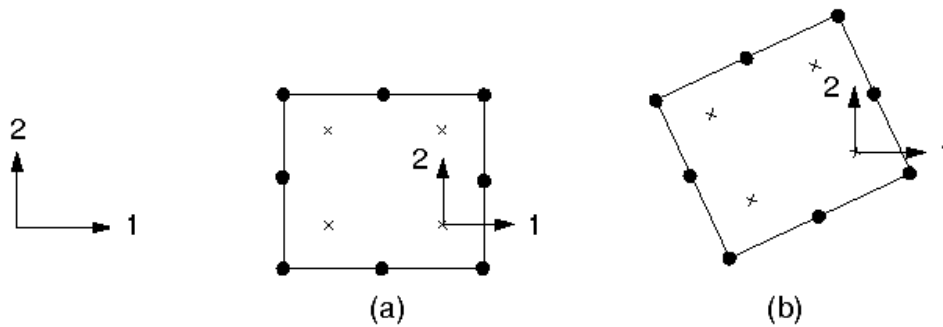
Οι εναλλακτικές διαθέσιμες τυποποιήσεις για την οικογένεια των ομογενών στοιχείων στο ABAQUS/Standard περιλαμβάνουν έναν *ασυμβίβαστο τρόπο (incompatible mode)* τυποποίησης (το τελευταίο ή το προτελευταίο γράμμα στο όνομα του στοιχείου είναι I) και μια *υβριδική* τυποποίηση στοιχείων (το τελευταίο γράμμα στο όνομα του στοιχείου είναι H).

Στο ABAQUS/Standard μπορούμε να επιλέξουμε μεταξύ της πλήρους και της μειωμένης ολοκλήρωσης για τα τετραπλευρικά και τα εξαεδρικά (κυβικά-brick) στοιχεία. Στο ABAQUS/Explicit μόνο η μειωμένη ολοκλήρωση είναι διαθέσιμη για τα τετραπλευρικά και τα εξαεδρικά ομογενή στοιχεία (continuum elements). Τόσο η τυποποίηση, όσο και ο τύπος της ολοκλήρωσης μπορούν να έχουν μια σημαντική επίδραση στην ακρίβεια των στερεών στοιχείων.

### **Μεταβλητές εξόδου των στοιχείων (Element output variables)**

Εξ ορισμού, οι μεταβλητές εξόδου των στοιχείων όπως η τάση και η παραμόρφωση αναφέρονται στο γενικό καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. Κατά συνέπεια, η συνιστώσα της τάσης, στο σημείο ολοκλήρωσης που παρουσιάζεται στο Σχήμα (5.5.a), δρα στη γενική διεύθυνση-1. Ακόμα κι αν το στοιχείο περιστρέφεται κατά τη διάρκεια μιας προσομοίωσης μεγάλων-μετατοπίσεων, όπως φαίνεται στο Σχήμα (5.5.b), η προεπιλογή είναι επίσης η

χρησιμοποίηση του γενικού καρτεσιανού συστήματος, ως βάση για τον προσδιορισμό των μεταβλητών των στοιχείων.



**Σχήμα 5.5 :** Εξ' ορισμού υλικές διευθύνσεις για ομογενή στοιχεία

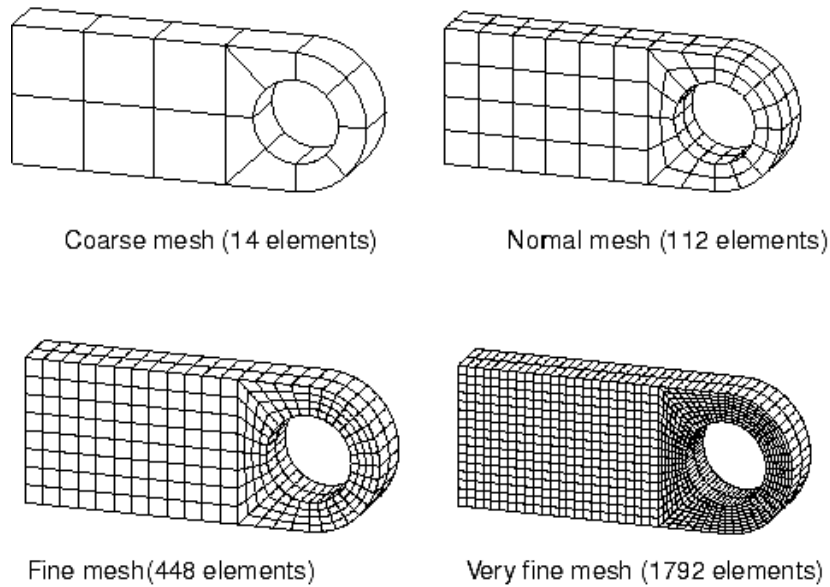
Ωστόσο, το ABAQUS μας επιτρέπει να ορίσουμε ένα τοπικό σύστημα συντεταγμένων για τις μεταβλητές των στοιχείων. Αυτό το τοπικό σύστημα συντεταγμένων περιστρέφεται με την κίνηση του στοιχείου στις προσομοιώσεις μεγάλων-μετατοπίσεων. Ένα τοπικό σύστημα συντεταγμένων μπορεί να είναι πολύ χρήσιμο, εάν το αντικείμενο που πρόκειται να μοντελοποιηθεί έχει κάποιο φυσικό υλικό προσανατολισμό, όπως οι διευθύνσεις των ινών σε ένα σύνθετο υλικό.

### 5.2.2 Σύγκλιση πλέγματος (Mesh convergence)

Είναι σημαντικό να χρησιμοποιούμε ένα αρκετά πυκνό πλέγμα για να εξασφαλίσουμε ότι τα αποτελέσματα από την προσομοίωση στο ABAQUS είναι ικανοποιητικά. Τα χονδροειδή πλέγματα μπορούν να παράγουν ανακριβή αποτελέσματα στις αναλύσεις χρησιμοποιώντας implicit ή explicit μεθόδους. Η αριθμητική λύση που παρέχεται από το μοντέλο μας θα τείνει προς μια μοναδική τιμή καθώς αυξάνουμε την πυκνότητα του πλέγματος. Οι πόροι του συστήματος που απαιτούνται για να τρέξουν την προσομοίωσή μας αυξάνονται επίσης καθώς το πλέγμα πυκνώνεται. Το πλέγμα λέγεται ότι είναι συγκλιμένο όταν η περαιτέρω πύκνωσή του παράγει μια αμελητέα αλλαγή στη λύση.

Καθώς αποκτούμε εμπειρία, μαθαίνουμε να κρίνουμε ποιο επίπεδο πύκνωσης παράγει ένα κατάλληλο πλέγμα για να δώσει τα αποδεκτά αποτελέσματα για τις περισσότερες προσομοιώσεις. Ωστόσο, θεωρείται ορθή πρακτική να διεξάγουμε μια μελέτη σύγκλισης πλέγματος, κατά την οποία προσομοιώνουμε το ίδιο πρόβλημα με ένα λεπτότερο πλέγμα και συγκρίνουμε τα αποτελέσματα. Μπορούμε να έχουμε την σιγουριά ότι το μοντέλο μας παράγει μια ακριβή λύση από μαθηματική άποψη, εάν τα δύο πλέγματα δίνουν ουσιαστικά το ίδιο αποτέλεσμα.

Η σύγκλιση πλέγματος είναι μια σημαντική θεώρηση τόσο στο ABAQUS/Standard όσο και στο ABAQUS/Explicit. Η συνδετήρια υποδοχή θα χρησιμοποιηθεί ως παράδειγμα μιας μελέτης πύκνωσης πλέγματος, με περαιτέρω ανάλυση της υποδοχής στο ABAQUS/Standard, χρησιμοποιώντας τέσσερις διαφορετικές πυκνότητες πλέγματος (Σχήμα (5.6)). Ο αριθμός των στοιχείων που χρησιμοποιούνται σε κάθε πλέγμα φαίνεται στο Σχήμα.

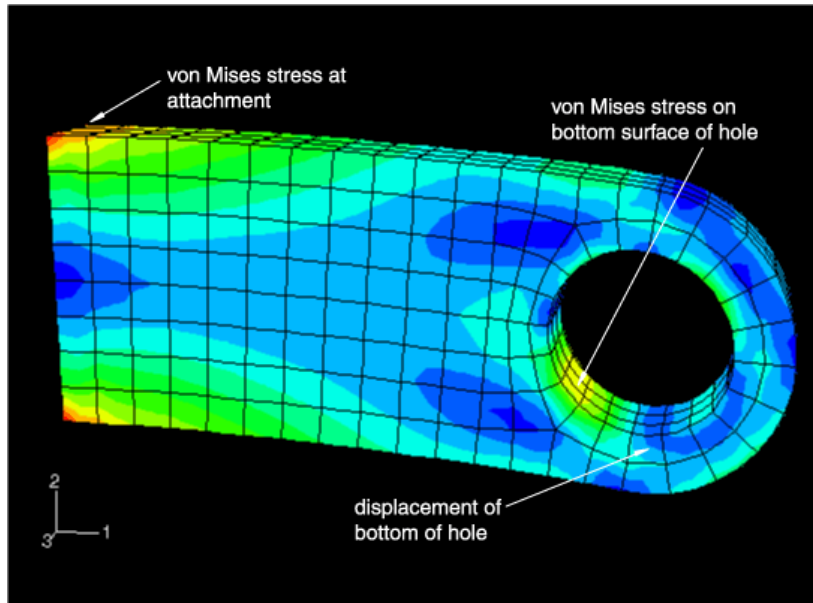


**Σχήμα 5.6 :** Διαφορετικά πλέγματα για το πρόβλημα της συνδετήριας δοκού

Εξετάζουμε την επιρροή της πυκνότητας πλέγματος σε τρία συγκεκριμένα αποτελέσματα από αυτό το μοντέλο:

- Στην μετατόπιση του κατώτατου σημείου της οπής.
- Στην μέγιστη τάση Mises στην περιοχή συγκέντρωσης τάσεων στην κατώτατη επιφάνεια της τρύπας.
- Στην μέγιστη τάση Mises όπου η υποδοχή συνδέεται με τη υπόλοιπη κατασκευή.

Οι θέσεις όπου συγκρίνονται τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχήμα (5.7).



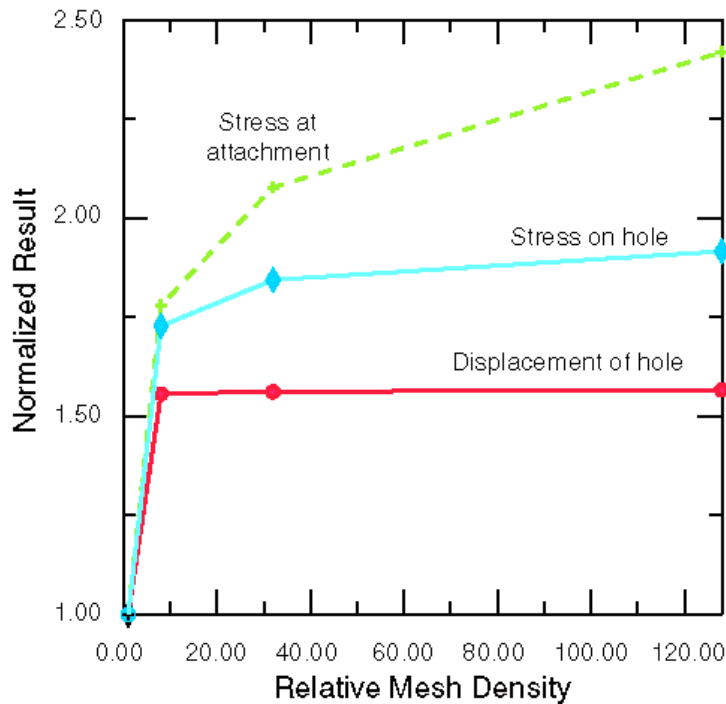
**Σχήμα 19 :** Οι θέσεις όπου συγκρίνονται τα αποτελέσματα στη μελέτη πύκνωσης του πλέγματος

Τα αποτελέσματα για κάθε μια από τις τέσσερις πυκνότητες πλέγματος, συγκρίνονται στον Πίνακα (5.1), σε σχέση με τον χρόνο που απαιτείται από τον επεξεργαστή (CPU) για να τρέξει κάθε προσομοίωση.

<i>Πλέγμα (Mesh)</i>	<i>Μετατόπιση του κατώτατου σημείου της οπής</i>	<i>Τάση στο κατώτατο σημείο της οπής</i>	<i>Τάση στο σημείο σύνδεσης</i>	<i>Σχετικός χρόνος επεξεργασίας</i>
Χονδρό (Coarse)	2.01E-4	180.E6	205.E6	0.26
Κανονικό (Normal)	3.13E-4	311.E6	365.E6	1.0
Λεπτό (Fine)	3.14E-4	332.E6	426.E6	2.7
Πολύ λεπτό (Very fine)	3.15E-4	345.E6	496.E6	22.5

**Πίνακας 5.1 :** Τα αποτελέσματα της μελέτης πύκνωσης του πλέγματος

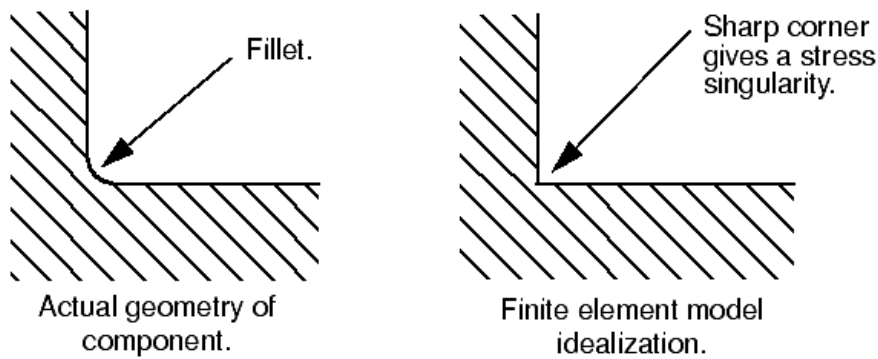
Το χονδροειδές πλέγμα προβλέπει ανακριβείς μετατοπίσεις στο κατώτατο σημείο της οπής, αλλά το κανονικό, το λεπτό, και το πολύ λεπτό πλέγμα, όλα προβλέπουν παρόμοια αποτελέσματα. Το κανονικό πλέγμα, επομένως, συνέκλινε όσον αφορά στις μετατοπίσεις. Η σύγκλιση των αποτελεσμάτων αποτυπώνεται στο Σχήμα (5.8).



**Σχήμα 5.8 :** Η σύγκλιση των αποτελεσμάτων στη μελέτη πύκνωσης του πλέγματος

Όλα τα αποτελέσματα είναι ομαλοποιημένα όσον αφορά τις τιμές που προβλέπονται από το χονδροειδές πλέγμα. Η μέγιστη πίεση στο κατώτατο σημείο της οπής συγκλίνει πολύ πιο αργά από τις μετατοπίσεις, επειδή η τάση και η παραμόρφωση υπολογίζονται από τις κλίσεις των μετατοπίσεων. Κατά συνέπεια, ένα πολύ λεπτότερο πλέγμα απαιτείται για να προβλέψει τις ακριβείς κλίσεις μετατοπίσεων από ότι απαιτείται για να υπολογίσει τις ακριβείς μετατοπίσεις.

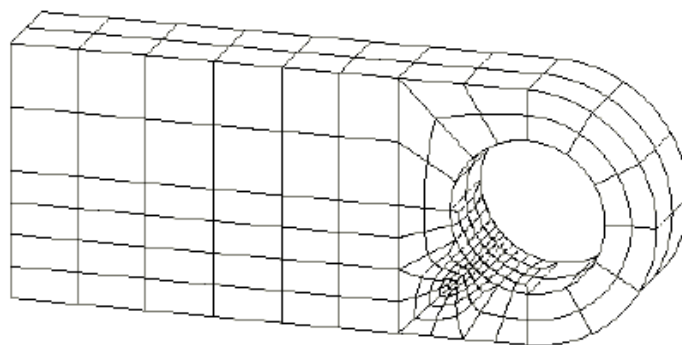
Η πύκνωση του πλέγματος αλλάζει σημαντικά την τάση που υπολογίζεται στη σύνδεση της υποδοχής· συνεχίζει να αυξάνεται με την συνεχή πύκνωση του πλέγματος. Μια ιδιομορφία τάσης υπάρχει στη γωνία της υποδοχής όπου συνδέεται με την υπόλοιπη κατασκευή. Θεωρητικά η τάση είναι άπειρη σε αυτήν την θέση. Επομένως, η αύξηση της πυκνότητας του πλέγματος δεν θα παράγει μια συγκλιμένη τιμή τάσης σε αυτήν την θέση. Αυτή η ιδιομορφία εμφανίζεται λόγω των εξιδανικεύσεων που χρησιμοποιούνται στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων. Η σύνδεση μεταξύ της υποδοχής και της υπόλοιπης κατασκευής έχει διαμορφωθεί άκαμπτα. Αυτές οι εξιδανικεύσεις οδηγούν στην ιδιομορφία τάσης. Στην πραγματικότητα πιθανώς να υπάρξει μια μικρή λωρίδα (fillet) μεταξύ της υποδοχής και της υπόλοιπης κατασκευής (μητρική), και η μητρική κατασκευή θα είναι παραμορφώσιμη, μη άκαμπτη. Εάν απαιτείται η ακριβής τάση σε αυτήν την θέση, πρέπει να διαμορφωθεί με ακρίβεια η λωρίδα μεταξύ των συστατικών (βλ. σχήμα 5.9) και να ληφθεί υπόψη η ακαμψία της μητρικής κατασκευής.



**Σχήμα 20 :** Εξιδανίκευση μιας λωρίδας ως αιχμηρή γωνία

Είναι σύνηθες να παραλείπονται μικρές λεπτομέρειες, όπως οι ακτίνες λωρίδων (fillet radius) από ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, για να απλοποιηθεί η ανάλυση και για να παραμείνει το μέγεθος του μοντέλου σε λογικό επίπεδο. Εντούτοις, η εισαγωγή οποιασδήποτε αιχμηρής γωνίας σε ένα μοντέλο θα οδηγήσει σε μια ιδιομορφία τάσης σε εκείνη την θέση. Αυτό έχει κανονικά μια αμελητέα επίδραση στη γενική απόκριση του μοντέλου, αλλά οι προβλεφθείσες τάσεις που βρίσκονται κοντά στην ιδιομορφία θα είναι ανακριβείς.

Για σύνθετες, τρισδιάστατες προσομοιώσεις οι διαθέσιμοι πόροι των υπολογιστών υπαγορεύουν συχνά ένα πρακτικό όριο στην πυκνότητα του πλέγματος που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε. Σε αυτήν την περίπτωση πρέπει να χρησιμοποιούμε τα αποτελέσματα από την ανάλυση προσεκτικά. Τα χονδροειδή πλέγματα είναι συχνά επαρκή για να προβλέψουν τις τάσεις και να συγκρίνουν πώς οι διαφορετικές έννοιες συμπεριφέρονται η μια σε σχέση με την άλλη. Ωστόσο, θα πρέπει να χρησιμοποιούμε με προσοχή τα πραγματικά μεγέθη της μετατόπισης και της τάσης που υπολογίζονται με ένα χονδροειδές πλέγμα.



**Σχήμα 5.10 :** Πλέγμα που πυκνώνεται γύρω από την οπή

Είναι σπάνια απαραίτητο να χρησιμοποιείται ένα ομοιόμορφα λεπτό πλέγμα σε όλη την κατασκευή που αναλύεται. Θα πρέπει να χρησιμοποιούμε ένα λεπτό πλέγμα κυρίως στις περιοχές των υψηλών τάσεων και ένα πιο χονδροειδές πλέγμα στις περιοχές των χαμηλών

τάσεων ή όπου το μέγεθος των τάσεων δεν μας ενδιαφέρει. Παραδείγματος χάριν, το Σχήμα (5.10) δείχνει ένα πλέγμα που έχει ως σκοπό να δώσει μια ακριβή πρόβλεψη της συγκέντρωσης τάσεων στο κατώτατο σημείο της οπής.

Ένα λεπτό πλέγμα χρησιμοποιείται μόνο στην περιοχή των υψηλών τάσεων, και ένα χονδροειδές πλέγμα οπουδήποτε αλλού. Τα αποτελέσματα από μια προσομοίωση στο ABAQUS/Standard με αυτό το τοπικά πυκνωμένο πλέγμα παρουσιάζονται στον Πίνακα (5.2). Αυτός ο πίνακας δείχνει ότι τα αποτελέσματα είναι συγκρίσιμα με εκείνα από το πολύ λεπτό πλέγμα, αλλά η προσομοίωση με το τοπικά πυκνωμένο πλέγμα απαιτούν αρκετά λιγότερο χρόνο από τον επεξεργαστή (CPU) σε σχέση με την ανάλυση με το πολύ λεπτό πλέγμα.

<i>Πλέγμα</i>	<i>Μετατόπιση του κατώτατου σημείου της οπής</i>	<i>Τάση στο κατώτατο σημείο της οπής</i>	<i>Σχετικός χρόνος επεξεργασίας</i>
Πολύ λεπτό	3.15E-4	345.E6	22.5
Τοπικά πυκνωμένο	3.14E-4	346.E6	3.44

Πίνακας 5.2: Σύγκριση ενός πολύ λεπτού πλέγματος και τοπικά πυκνωμένων πλεγμάτων

Μπορούμε συχνά να προβλέψουμε τις θέσεις των περιοχών υψηλών τάσεων ενός μοντέλου - και, ως εκ τούτου, των περιοχών όπου απαιτείται ένα λεπτό πλέγμα- χρησιμοποιώντας τις γνώσεις μας παρόμοιων συστατικών ή με υπολογισμούς με το χέρι. Αυτές οι πληροφορίες μπορούν επίσης να ληφθούν χρησιμοποιώντας ένα χονδροειδές πλέγμα αρχικά, για να προσδιορίσουμε τις περιοχές υψηλής τάσης και πυκνώνοντας μετά το πλέγμα σε αυτές τις περιοχές. Η τελευταία διαδικασία πραγματοποιείται εύκολα χρησιμοποιώντας προεπεξεργαστές όπως το ABAQUS/CAE, όπου το πλήρες αριθμητικό μοντέλο (δηλ., ιδιότητες υλικών, συνοριακές συνθήκες, φορτία) μπορεί να οριστεί με βάση τη γεωμετρία της κατασκευής. Είναι απλό να δημιουργήσουμε ένα χονδροειδές πλέγμα της γεωμετρίας για την αρχική προσομοίωση και έπειτα να πυκνώσουμε το πλέγμα στις κατάλληλες περιοχές, όπως υποδεικνύεται από τα αποτελέσματα τη χονδροειδούς προσομοίωσης.

Το ABAQUS παρέχει μια προηγμένη λειτουργία που ονομάζεται submodeling (υπομοντελοποίηση), η οποία μας επιτρέπει να λαμβάνουμε πιο λεπτομερή (και ακριβή) αποτελέσματα σε μια περιοχή της κατασκευής που μας ενδιαφέρει. Η λύση από ένα χονδροειδές πλέγμα ολόκληρης της κατασκευής χρησιμοποιείται για "να οδηγήσει" μια λεπτομερή τοπική ανάλυση που χρησιμοποιεί ένα λεπτό πλέγμα σε αυτήν την περιοχή ενδιαφέροντος.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6**

---

# **ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΚΑΙ ΠΟΡΕΙΑ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ**



## 6.1 Αντικείμενο

Αντικείμενο αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η παρουσίαση μιας γενικής μεθοδολογίας για την εκτίμηση της συμπεριφοράς συγκολλητών συνδέσεων δοκού-υποστυλώματος από SMRFs σε συνθήκες σεισμικής φόρτισης. Αρχικά καταγράφεται η διαδικασία που οδηγεί στην εύρεση της κρισιμότερης από μια σειρά συνδέσεων στο φαινόμενο της κόπωσης και στη συνέχεια δημιουργείται ένα μοντέλο από πεπερασμένα στοιχεία προκειμένου να προσδιοριστεί το σημείο εκείνο της σύνδεσης που δέχεται τη μεγαλύτερη καταπόνηση, καθιστώντας το έτσι ως το κρίσιμο σημείο για εμφάνιση αστοχίας. Ο σεισμός του Northridge χρησιμοποιήθηκε για να εξαχθούν αυτά τα αποτελέσματα και κατόπιν ο σεισμός της Αθήνας για να επιβεβαιωθούν και υπό άλλες συνθήκες σεισμικής φόρτισης.

Το κύριο (θεωρητικό) μέρος έχει βασιστεί στην εργασία των Hui Zhou, Yuanqing Wang, Lu Yang, Yongjiu Shi με τίτλο ‘Seismic low-cycle fatigue evaluation of welded beam-to-column connections in steel moment frames through global–local analysis’ που δημοσιεύτηκε στο International Journal of Fatigue το 2014.

## 6.2 Διαδικασία εκτίμησης βλάβης από κόπωση υπό σεισμική φόρτιση

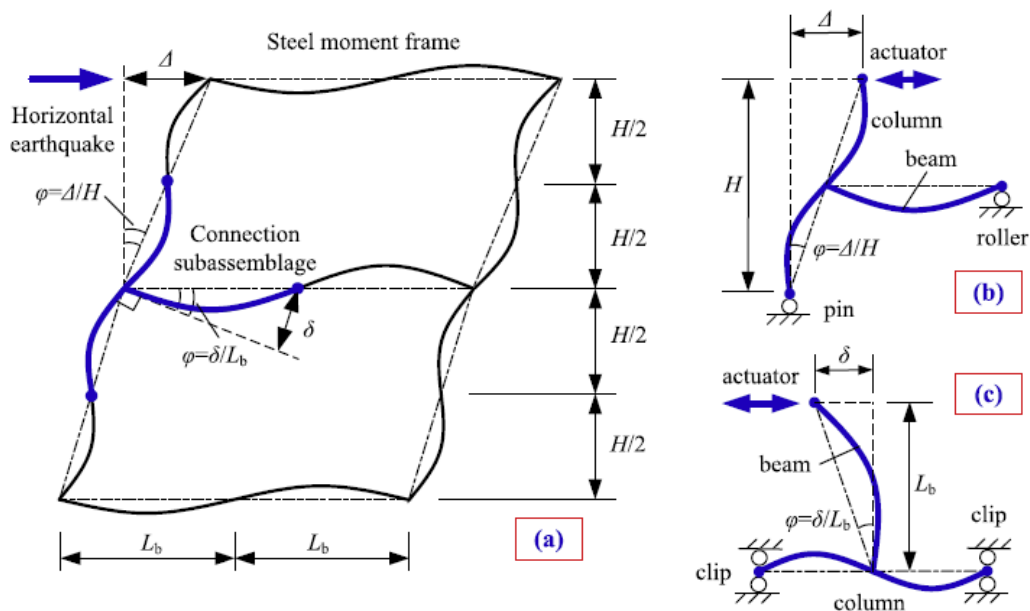
### 6.2.1 Καμπύλη κόπωσης και δείκτης παραμόρφωσης

Όπως έχει αναφερθεί εκτενέστερα στο Κεφάλαιο 1, κατά το σχεδιασμό μεταλλικών κατασκευών σε πολυκυκλική κόπωση, η μέθοδος που επικρατεί βασίζεται στις σειρές ονομαστικών τάσεων των κατηγοριοποιημένων κατασκευαστικών λεπτομερειών των οποίων η αντοχή σε κόπωση ορίζεται από την αντίστοιχη καμπύλη S-N. Μία καμπύλη S-N μίας συγκεκριμένης κατηγορίας λεπτομέρειας αναπαριστά τη σχέση μεταξύ της αντοχής σε κόπωση S και του αριθμού κύκλων φόρτισης N μέχρι την αστοχία.

Μετά το σεισμό του Northridge προέκυψε η ανάγκη να βρεθεί μια παρόμοια προσέγγιση με το σχεδιασμό σε πολυκυκλική κόπωση, ώστε να μπορεί να αξιολογηθεί η βλάβη λόγω ολιγοκυκλικής κόπωσης στις συνδέσεις δοκών-υποστυλωμάτων στα SMRFs υπό την επίδραση σεισμικών φορτίσεων. Έτσι γεννήθηκε η ιδέα αντί για τις κλασσικές καμπύλες S-N της πολυκυκλικής κόπωσης να χρησιμοποιηθούν καμπύλες παραμόρφωσης από κόπωση (ολιγοκυκλική) που θα αφορούσε ολόκληρες τις συνδέσεις που καταπονούνται. Αυτή η ιδέα καθιερώθηκε, δεδομένου ότι ήταν ευρέως αποδεκτό πως όταν ένα μέρος της κατασκευής αποκρινόταν ανελαστικά, οι γενικευμένες παραμορφώσεις (όπως ένταση, μετατόπιση και περιστροφή) ήταν πιο αντιπροσωπευτικές σε σχέση με τις γενικευμένες αντοχές (όπως τάση και δύναμη).

Ο σύγχρονος αντισεισμικός σχεδιασμός στηρίζεται στο πόσο πλάστιμη είναι μια κατασκευή ώστε να απορροφήσει τη σεισμική ενέργεια. Στα SMRFs αυτή η πλαστιμότητα θα μπορούσε να

αντιπροσωπευθεί από την ικανότητα περιστροφής της σύνδεσης δοκού-υποστυλώματος. Όπως φαίνεται στο Σχήμα (6.1a), η γωνία περιστροφής μεταξύ των ορόφων (inter-storey drift angle)  $\varphi$  είναι η παράμετρος παραμόρφωσης της κατασκευής στο σεισμικό σχεδιασμό των SMRFs και αντιπροσωπεύει την ένταση περιστροφής της άκαμπτης σύνδεσης. Προκειμένου να ελεγχθούν στο εργαστήριο κάποια τμήματα των συνδέσεων (connection subassemblages), υπάρχουν δύο είδη πειραμάτων. Στη μία περίπτωση ασκείται οριζόντιο φορτίο στην κορυφή του υποστυλώματος όπως φαίνεται στο Σχήμα (6.1b) και στην άλλη ασκείται στο άκρο της προβολοδοκού με το υποστυλόμε να κείται οριζόντια (Σχήμα (6.1c)). Στις δοκιμές ανακυκλιζόμενης φόρτισης στις οποίες υποβλήθηκαν οι συνδέσεις, η γωνία περιστροφής του υποστυλώματος  $\varphi = \Delta/H$  (Σχήμα (6.1b)) ή η γωνία περιστροφής της δοκού  $\varphi = \delta/L_B$  (Σχήμα (6.1c)) υιοθετείται ως ο δείκτης ελέγχου παραμόρφωσης στο πρωτόκολλο των φορτίσεων. Λαμβάνοντας υπόψη λοιπόν αυτές τις δοκιμές, βγήκε το συμπέρασμα ότι είναι πιο κατάλληλο και πιο βολικό να χρησιμοποιηθούν αντί για τοπικές εντάσεις, οι καθολικές παράμετροι παραμόρφωσης.



**Σχήμα 21 :** Παραμόρφωση πλαισίων στιγμιαίας απόκρισης από χάλυβα υπό οριζόντιο σεισμό και παραμορφώσεις τμημάτων της σύνδεσης σε εργαστηριακές δοκιμές

Με βάση τα παραπάνω, η γωνία περιστροφής μεταξύ ορόφων  $\varphi$  εκλέχθηκε ως η γενικευμένη παράμετρος παραμόρφωσης για την καμπύλη κόπωσης, αφού μπορεί να μετρηθεί εύκολα κατά τη διάρκεια των δοκιμών των συνδέσεων και μπορεί να ληφθεί άμεσα από τη σεισμική ανάλυση των καθολικών SMRF κατασκευών.

Ύστερα από τους καταστροφικούς σεισμούς που συνέβησαν στο Northridge και στο Kobe, πραγματοποιήθηκαν αρκετές δοκιμές από ερευνητές ανά τον κόσμο πάνω στις συνδέσεις δοκού-υποστυλώματος με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί η καμπύλη παραμόρφωσης από κόπωση (fatigue deformability curve), η οποία περιγράφεται από την ακόλουθη έκφραση :

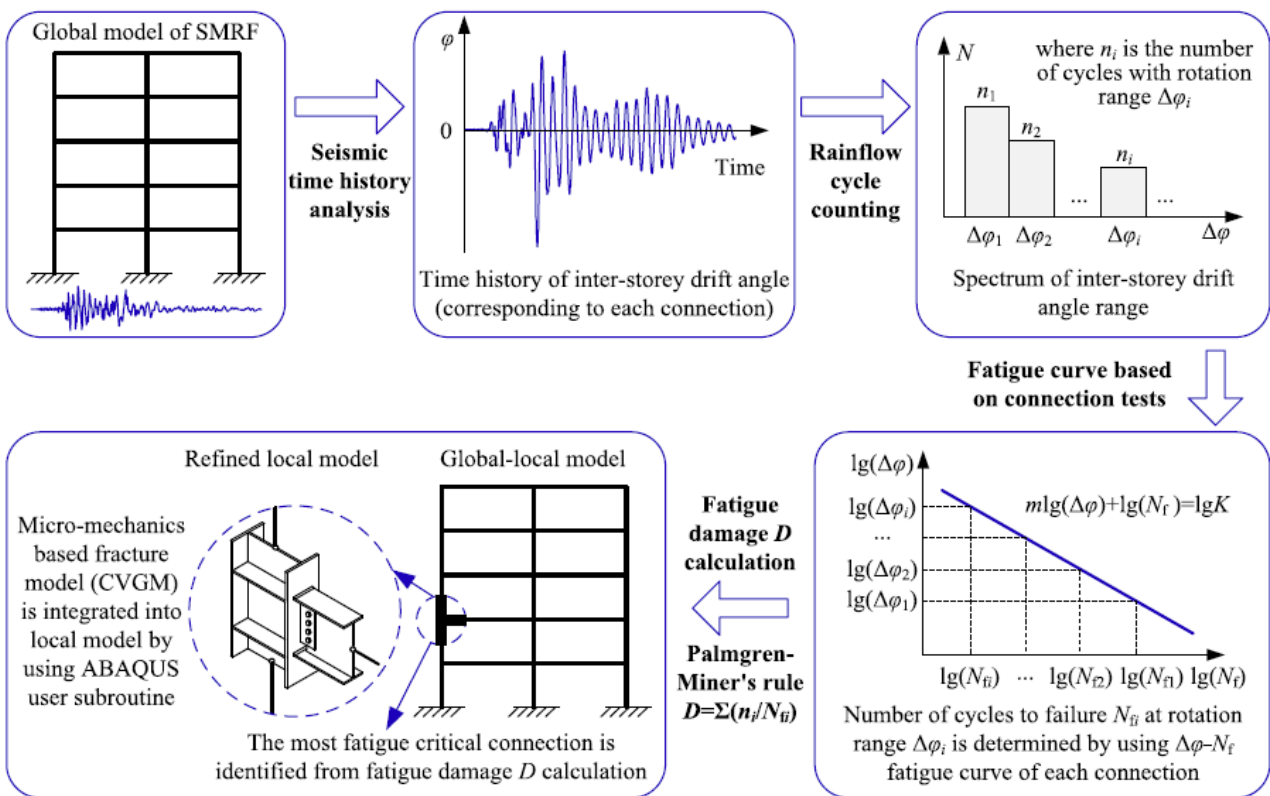
$$\Delta\varphi^m N_f = K \quad (1)$$

Όπου  $\Delta\varphi$  το εύρος ολικής περιστροφής,  $N_f$  ο αριθμός κύκλων φόρτισης μέχρι την αστοχία,  $m$  η κλίση της καμπύλης κόπωσης και η  $K$  σταθερά. Οι  $m$  και  $K$  προσδιορίζονται από την εκάστοτε κατηγορία σύνδεσης.

### 6.2.2 Προτεινόμενη διαδικασία εκτίμησης κόπωσης

Δύο βήματα πραγματοποιούνται διαδοχικά για να εκτιμηθεί η βλάβη από ολιγοκυκλική κόπωση στις συγκολλητές συνδέσεις των SMRFs υπό σεισμική φόρτιση. Το πρωταρχικό βήμα είναι η αναγνώριση της κρισιμότερης σε κόπωση σύνδεσης σε ολόκληρη την κατασκευή. Η διαδικασία αυτή βασίζεται στη μέθοδο της  $\Delta\varphi - N_f$  καμπύλης κόπωσης (που αναλύθηκε προηγουμένως) και χρησιμοποιεί καθολική ανάλυση (global analysis). Το δεύτερο και βασικότερο βήμα είναι η πρόβλεψη του σημείου όπου θα αρχίσει η ρωγμή στην κρισιμότερη σε κόπωση σύνδεση. Αυτό γίνεται με τη χρήση ενός μοντέλου αστοχίας βασισμένου στη μικρομηχανική (micro-mechanics based fracture model (CVGM)) μέσω καθολικής-τοπικής ανάλυσης.

Η προτεινόμενη διαδικασία παρουσιάζεται σχηματικά παρακάτω :



**Σχήμα 6.2 :** Διαδικασία εκτίμησης ολιγοκυκλικής κόπωσης για συγκολλητές συνδέσεις από SMRFs υπό σεισμική φόρτιση

Αναλυτικά:

1. Αρχικά δημιουργείται ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων σε καθολικό σύστημα ενός απλού SMRF με πεπερασμένα στοιχεία δοκού. Σ' αυτό το μοντέλο εφαρμόζεται μια χρονοϊστορία (μη γραμμική δυναμική ανάλυση) προκειμένου να προσομοιωθεί η καθολική απόκριση σε παραμόρφωση λόγω ενός σεισμικού γεγονότος. Η χρονοϊστορία της γωνίας περιστροφής μεταξύ των ορόφων που αντιστοιχεί σε καθεμία σύνδεση εξάγεται από την καθολική ανάλυση.
2. Στη συνέχεια εφαρμόζεται η μέθοδος Rainflow για να μετατρέψει την ακανόνιστη χρονοϊστορία που αναφέρθηκε προηγουμένως στο ισοδύναμο φάσμα εύρους περιστροφής, το οποίο αποτελείται από παραλληλόγραμμα που αναπαριστούν τα εύρη περιστροφής  $\Delta\varphi$  σε συνδυασμό με τους αντίστοιχους κύκλους  $n_i$ . Έπειτα η καμπύλη παραμόρφωσης από κόπωση της συγκεκριμένης κατηγορίας σύνδεσης που υιοθετήθηκε για το υπό έρευνα SMRF επιλέγεται ώστε να προσδιορίσει την αντοχή σε κόπωση  $N_{fi}$  σε κάθε εύρος περιστροφής  $\Delta\varphi$ . Τότε εφαρμόζεται ο κανόνας Palmgren-Miner (σχέση (2)) προκειμένου να υπολογιστεί η συσσώρευση βλάβης από κόπωση σε κάθε σύνδεση.

$$D = \sum_{i=1}^k \frac{n_i \Delta\varphi_i^m}{K} \quad (2)$$

Όπου  $n_i$  ο αριθμός κύκλων για ένα συγκεκριμένο επίπεδο εύρος περιστροφής  $\Delta\varphi_i$ ,  $N_{fi}$  ο αριθμός κύκλων μέχρι την αστοχία για το ίδιο εύρος  $\Delta\varphi_i$ , το  $k$  αντιπροσωπεύει τον αριθμό των παραλληλογράμμων με διαφορετικά εύρη περιστροφής και το  $D$  είναι η συσσώρευση βλάβης από κόπωση, που κυμαίνεται μεταξύ 0 (καμία βλάβη) και 1 (ολοκληρωτική βλάβη).

### 6.2.3 Μοντέλο αστοχίας βασισμένο στη μικρομηχανική CVGM

Όπως παρουσιάζεται στο τελευταίο γράφημα του Σχήματος (6.2), υπάρχει ένα εξαιρετικής ακρίβειας μοντέλο σε τοπικό σύστημα της κρισιμότερης σε κόπωση σύνδεσης, η οποία εισάγεται μέσα στο μοντέλο μεταλλικού πλαισίου σε καθολικό σύστημα. Προκειμένου να προβλεφθούν και να εντοπιστούν οι ευάλωτες και ευαίσθητες περιοχές όπου θα ξεκινήσουν οι ρωγμές στην κρισιμότερη σε κόπωση σύνδεση, εισάγεται στο τοπικό σύστημα ένα μοντέλο αστοχίας βασισμένο στη μικρομηχανική το οποίο ορίζεται ως CVGM. CVGM σημαίνει Cyclic Void Growth Model, δηλαδή μοντέλο ανάπτυξης κενού υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση. Η εφαρμογή του μοντέλου αυτού σε μια σύνδεση δοκού-υποστυλώματος με πολύπλοκη γεωμετρία απαιτεί εξαιρετικά καλή διακριτοποίηση (mesh) και πολύ υψηλό υπολογιστικό κόστος. Συνεπώς η ανάλυση σε καθολικό-τοπικό σύστημα παρέχει μια πιθανή και αποτελεσματική προσέγγιση για να υιοθετηθεί το μοντέλο CVGM στη διαδικασία πρόβλεψης αστοχιών από κόπωση στις συγκολλητές συνδέσεις μιας ολόκληρης κατασκευής SMRF υπό σεισμική φόρτιση.

Το μοντέλο αυτό προτάθηκε από τους Kanvinde και Deierlein ,βασιζόμενοι σε προηγούμενες εργασίες των Rice-Tracey και Hancock-Mackenzie.

Για ένα μοναδικό σφαιρικό κενό σε ένα άπειρο συνεχές, ο ρυθμός ανάπτυξης κενού υπό αντίστροφη ανακυκλιζόμενη φόρτιση μπορεί να εκφραστεί ως εξής :

$$dr/r = \text{sign}(T) \cdot C \cdot \exp(|1.5T|d\varepsilon_p) \quad (3)$$

Όπου  $r$  η στιγμιαία ακτίνα κενού,  $T = \sigma_m/\sigma_e$  η τριαξονικότητα τάσης,  $C$  σταθερά,  $d\varepsilon_p = \sqrt{(2/3)d\varepsilon_{ij}^p \cdot d\varepsilon_{ij}^p}$  η αυξανόμενη ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση και η συνάρτηση  $\text{sign}(T)$  λαμβάνει υπόψη την τιμή της τριαξονικότητας τάσης  $T$ . Αν αυτή η τριαξονικότητα είναι θετική, το κενό θα επεκταθεί υπό πλαστική παραμόρφωση, διαφορετικά θα συρρικνωθεί. Το μέγεθος της τριαξονικότητας  $T$  και η ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση καθορίζουν το ρυθμό της ανάπτυξης ή συρρίκνωσης του κενού.

Από τη Σχέση (3) μπορεί να εξαχθεί μια σχέση που να δίνει τη συνολική ανάπτυξη κενού κατά τη διάρκεια ανακυκλιζόμενης φόρτισης :

$$\begin{aligned} \ln(r/r_0)_{cyclic} &= \sum_{tensile} C_1 \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \exp(|1.5T|d\varepsilon_p) \\ &- \sum_{compressive} C_2 \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \exp(|1.5T|) d\varepsilon_p \end{aligned} \quad (4)$$

Το μέγεθος του κενού αυξάνει στο διάστημα της θετικής τριαξονικότητας και μειώνεται στο διάστημα της αρνητικής. Ο πρώτος όρος στο δεξί μέλος της σχέσης παριστάνει τη συνολική ανάπτυξη κενού σε όλους τους κύκλους θετικής τριαξονικότητας, κάτι που απαιτεί τον υπολογισμό του μεσοδιαστήματος μεταξύ των πλαστικών παραμορφώσεων  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  στην αρχή και στο τέλος κάθε εφελκυστικής καταπόνησης. Ο δεύτερος όρος υπολογίζει τη συνολική συρρίκνωση του κενού κατά τη διάρκεια όλων των κύκλων αρνητικής τριαξονικότητας. Στη Σχέση (4) το  $r_0$  είναι η αρχική ακτίνα του κενού, οι σταθερές  $C_1$  και  $C_2$  χρησιμοποιούνται για να διακρίνουν τους διαφορετικούς ρυθμούς ανάπτυξης και συρρίκνωσης. Για  $C_1 = C_2$  η Σχέση (4) γίνεται:

$$\begin{aligned} \ln(r/r_0)_{cyclic}^{critical} &= C \left[ \sum_{tensile} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \exp(|1.5T|)d\varepsilon_p \right. \\ &- \left. \sum_{compressive} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \exp(|1.5T|) d\varepsilon_p \right] \end{aligned} \quad (5)$$

Με βάση τη Σχέση (5) ορίζεται το void growth “demand” VGD, δηλαδή απαίτηση για το πόσο μεγάλο θα είναι το κενό κατά τη διάρκεια ανακυκλιζόμενης φόρτισης:

$$VGD = \sum_{tensile} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \exp(|1.5T|) d\varepsilon_p - \sum_{compressive} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \exp(|1.5T|) d\varepsilon_p \quad (6)$$

Το VGD αυξομειώνεται υπό την επίδραση ανακυκλιζόμενης αντίστροφης φόρτισης. Ωστόσο εδώ υπάρχει ένας περιορισμός, καθώς δεν μπορεί να πάρει αρνητική τιμή, διότι αυτό θα αντιστοιχούσε σε αρνητικό μέγεθος κενού, κάτι που δεν έχει φυσικό νόημα. Κατά συνέπεια, όταν το αποτέλεσμα της σχέσης (6) πέφτει κάτω από μηδέν, παραμένει μηδέν μέχρις ότου μια επόμενη εφελκυστική καταπόνηση αυξήσει την τιμή του πάνω από το μηδέν. Υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση, μια αστοχία σε ολιγοκυκλική κόπωση αναμένεται να αρχίσει όταν η απαίτηση για εύρος ρωγμής ξεπεράσει την αντίστοιχη ικανότητα, γι' αυτό το λόγο υπάρχει ο δείκτης αστοχίας  $FI_{cyclic} \geq 1.0$ , που ορίζεται ως εξής:

$$FI_{cyclic} = VGD/\eta_{cyclic} \quad (7)$$

Όπου  $\eta_{cyclic}$  είναι η ικανότητα ανάπτυξης ανακυκλιζόμενου κενού ορισμένη ως ένα μειωμένο κλάσμα της ικανότητας ανάπτυξης μονότονου κενού  $\eta_{monotonic}$  και περιγράφεται από τη σχέση:

$$\eta_{cyclic} = \exp(-\lambda\varepsilon_c) \cdot \eta_{monotonic} \quad (8)$$

Όπου χρησιμοποιείται μια εκθετική συνάρτηση αποσύνθεσης για να υποβιβάσει την ικανότητα του υλικού υπό μονοτονική φόρτιση στην αντίστοιχή της υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση, υπολογίζοντας τη συσσώρευση βλάβης για τους συνδέσμους μεταξύ των κενών· το  $\eta_{monotonic}$  αποκτάται από τις δοκιμές μονοτονίας στις οποίες υποβάλλονται κυκλικές ράβδοι με λείες εγκοπές· το  $\lambda$  είναι ένας συντελεστής που εξαρτάται από το πόσο μπορεί να βλαφθεί το υλικό και που ρυθμίζεται από δοκιμές σε συνδυασμό με συμπληρωματικές αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων· το  $\varepsilon_c$  είναι μια μεταβλητή βλάβης η οποία ορίζεται ως η ισοδύναμη θλιπτική πλαστική παραμόρφωση που συσσωρεύεται σε όλους τους προηγούμενους θλιπτικούς κύκλους της στιγμής φόρτισης που μας ενδιαφέρει.

Εν ολίγοις, το μοντέλο CVGM για την πρόβλεψη της έναρξης της αστοχίας λόγω κόπωσης υπό σεισμική φόρτιση κατασκευάζεται με βάση δύο βασικές οπτικές: την αυξανόμενη απαίτηση για εύρος ρωγμής VGD και τη σταδιακά μειούμενη ικανότητα ανάπτυξης ρωγμής εξαιτίας της συσσώρευσης βλάβης του υλικού.

Το μοντέλο CVGM πραγματοποιείται με τη χρήση υπορουτίνας του προγράμματος ABAQUS από την οποία προκύπτει αυτόματα η χρονοϊστορία του δείκτη αστοχίας  $FI_{cyclic}$  για κάθε υλικό σημείο του τοπικού μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων (FEM) κατά τη διάρκεια της ανάλυσης της χρονοϊστορίας υπό σεισμό του καθολικού-τοπικού μοντέλου του SMRF.

Στην εργασία χρησιμοποιήθηκαν ως αντικείμενο μελέτης τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από την υπορουτίνα του ABAQUS για το μοντέλο CVGM. Περισσότερα στοιχεία παρατίθενται στη συνέχεια της εργασίας.

## 6.3 Καμπύλες κόπωσης συνδέσεων δοκού-υποστυλώματος

### 6.3.1 Δοκιμές συνδέσεων στην Ιαπωνία

Στο χρονικό διάστημα ανάμεσα σε 1983 και 2006 Ιάπωνες ερευνητές έκαναν δοκιμές ολιγοκυκλικής κόπωσης σταθερού εύρους σε συγκολλητές συνδέσεις δοκού-υποστυλώματος σε ένα σύνολο 72 δοκιμών, τα οποία παρατίθενται στον Πίνακα (6.1):

**Table 1**  
Summary of constant amplitude fatigue tests of welded beam-to-column connections in Japan.

Investigator	Series	Number	Beam (section/mm; <sup>a</sup> L <sub>b</sub> /mm)	Column (section/mm; <sup>b</sup> L <sub>c</sub> /mm)	Configuration
Kuwamura and Suzuki [55]	HT60-NS	7	H200 × 100 × 9 × 9; L <sub>b</sub> = 1210; HT60, <sup>c</sup> f <sub>y</sub> <sup>d</sup> M = 431 MPa	Not available; L <sub>c</sub> = 1000; strong column	<sup>e</sup> CJP weld; no WAH; backing bar removed
Iyama et al. [56]	HT60-SC	6	H200 × 100 × 9 × 9; L <sub>b</sub> = 1210; HT60, <sup>c</sup> f <sub>y</sub> <sup>d</sup> M = 445 MPa		CJP weld; fillet weld reinforce; with WAH; backing bar removed
	SM50-NS	3	H200 × 100 × 9 × 9; L <sub>b</sub> = 1210; SM50, <sup>c</sup> f <sub>y</sub> <sup>d</sup> M = 335 MPa		CJP weld; no WAH; backing bar removed
	SM50-SC	3	H200 × 100 × 9 × 9; L <sub>b</sub> = 1210; SM50, <sup>c</sup> f <sub>y</sub> <sup>d</sup> M = 335 MPa		CJP weld; fillet weld reinforce; with WAH; backing bar removed
Akutsu and Mimura [57]	SM490-NS-NB	6	H200 × 100 × 5.5 × 8; L <sub>b</sub> = 1350; SM490, <sup>c</sup> f <sub>y</sub> <sup>d</sup> M = 398 MPa	□200 × 200 × 9; L <sub>c</sub> = 1190; STKR400	CJP weld; no WAH; without backing bar
Kanda et al. [58]	SM490-NS-BB	6	H200 × 100 × 5.5 × 8; L <sub>b</sub> = 1350; SM490, <sup>c</sup> f <sub>y</sub> <sup>d</sup> M = 398 MPa		CJP weld; no WAH; backing bar left
	SS400-SC-NB	6	H200 × 100 × 5.5 × 8; L <sub>b</sub> = 1350; SS400, <sup>c</sup> f <sub>y</sub> <sup>d</sup> M = 443 MPa		CJP weld; with WAH; without backing bar
	SS400-SC-BB	6	H200 × 100 × 5.5 × 8; L <sub>b</sub> = 1350; SS400, <sup>c</sup> f <sub>y</sub> <sup>d</sup> M = 443 MPa		CJP weld; with WAH; backing bar left
Miura and Mimura [59]	SN490B-NS	4	H300 × 150 × 6 × 12; L <sub>b</sub> = 1725; SN490B, <sup>c</sup> f <sub>y</sub> <sup>d</sup> M = 371 MPa	□250 × 250 × 9; L <sub>c</sub> = 1190; STKR490	CJP weld; no WAH; backing bar left
Kinoshita et al. [60]					
Sudo et al. [61]	SN490B-SC1	4	H300 × 150 × 6 × 12; L <sub>b</sub> = 1725; SN490B, <sup>c</sup> f <sub>y</sub> <sup>d</sup> M = 354 MPa		CJP weld; with WAH; backing bar left
Hayashi et al. [62,63]	SN490B-SC2	8	H300 × 150 × 6 × 12; L <sub>b</sub> = 1325; SN490B, <sup>c</sup> f <sub>y</sub> <sup>d</sup> M = 365–405 MPa		CJP weld; with WAH; backing bar left
Akutsu et al. [64]	SS400-NS-BB	5	H200 × 100 × 5.5 × 8; L <sub>b</sub> = 1350; SS400, <sup>c</sup> f <sub>y</sub> <sup>d</sup> M = 403 MPa	H200 × 200 × 8 × 12; L <sub>c</sub> = 1270; SS400, <sup>c</sup> f <sub>y</sub> <sup>d</sup> M = 294 MPa	CJP weld; no WAH; backing bar left
Kaneta and Kohzu [65]	SS41-SC-BB	3	H200 × 100 × 5.5 × 8; L <sub>b</sub> = 1000; SS41, <sup>c</sup> f <sub>y</sub> <sup>d</sup> M = 273 MPa	H200 × 200 × 8 × 12; L <sub>c</sub> = 1000; SS41	CJP weld; with WAH; backing bar left
	SS41-SC-NB	5	H200 × 100 × 5.5 × 8; L <sub>b</sub> = 1000; SS41, <sup>c</sup> f <sub>y</sub> <sup>d</sup> M = 345 MPa		CJP weld; Fillet weld reinforce; with WAH; backing bar removed

<sup>a</sup> L<sub>b</sub> denotes the beam length.

<sup>b</sup> L<sub>c</sub> denotes the column length.

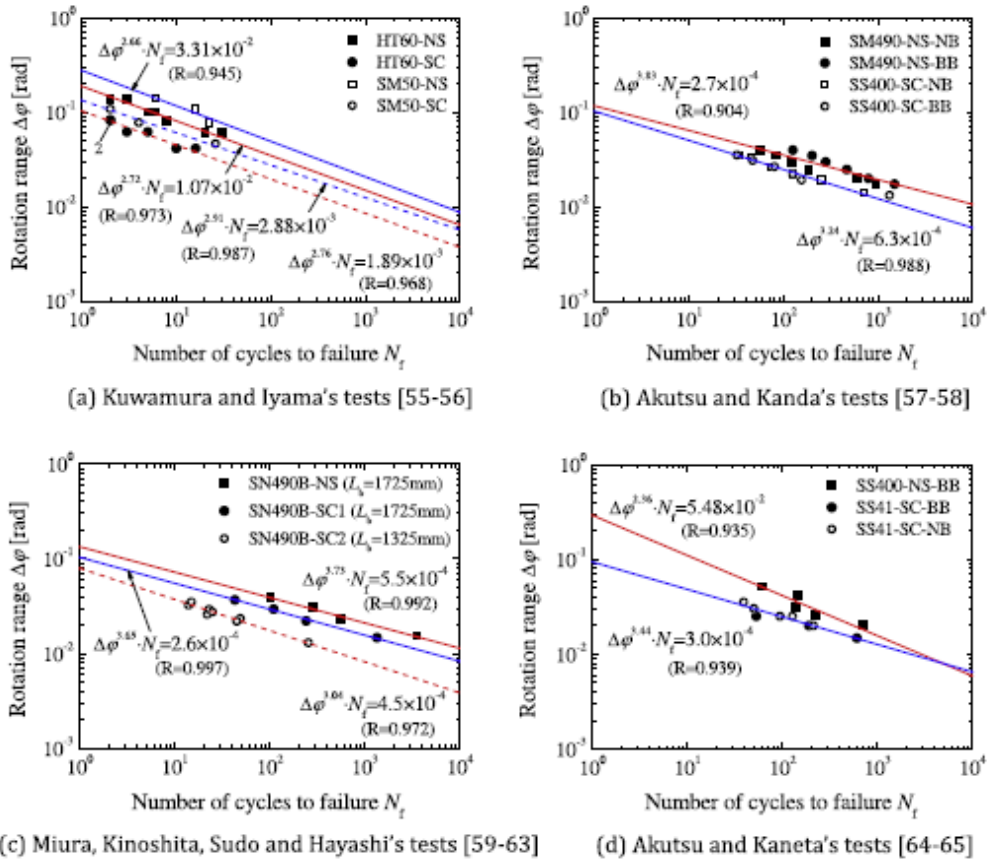
<sup>c</sup> f<sub>y</sub> <sup>d</sup>M represents the yield strength of beam flange.

<sup>d</sup> CJP is short for complete joint penetration.

<sup>e</sup> WAH is short for weld access hole.

<sup>f</sup> f<sub>y</sub> <sup>d</sup>M represents the yield strength of column flange.

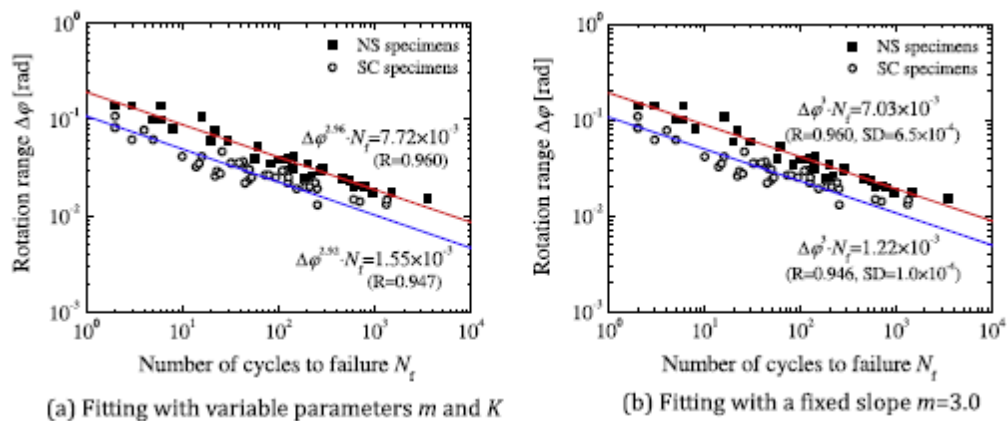
**Πίνακας 6.1** : Σύνοψη των δοκιμών κόπωσης σταθερού πλάτους για συγκολλητές συνδέσεις δοκού-υποστυλώματος στην Ιαπωνία



**Σχήμα 6.3 :** Καμπύλες κόπωσης των Ιαπωνικών συγκολλητών συνδέσεων

Όλα τα παραπάνω τμήματα συνδέσεων ανήκουν στην κατηγορία των μικρής κλίμακας δοκιμών, των οποίων το ύψος της δοκού κυμαίνεται από 200mm (χιλιοστά) έως 300mm. Όπως φάνηκε μέσα από τις αναλύσεις, η λεπτομέρεια στην οπή πρόσβασης για συγκόλληση (weld access hole) παρουσίασε σημαντικά αποτελέσματα στην αντίσταση σε κόπωση των συγκολλητών αυτών συνδέσεων. Τα αποτελέσματα των δοκιμών των 72 αυτών δοκιμών σχεδιάστηκαν ξανά στο σχήμα 4α χωρισμένα τώρα σε 2 κατηγορίες, τα NS δοκίμια χωρίς οπή πρόσβασης στη συγκόλληση και τα SC δοκίμια με οπή. Στο γράφημα σε λογαριθμική κλίμακα του Σχήματος (6.4.α), φαίνεται μία καλή γραμμική σχέση μεταξύ του εύρους περιστροφής  $\Delta\phi$  και του αριθμού κύκλων μέχρι την αστοχία  $N_f$  και για τις δυο κατηγορίες δοκιμών. Η κλίση  $m$  της καμπύλης κόπωσης είναι 2.96 και 2.92 για τα NS και τα SC δοκίμια αντίστοιχα, που είναι πολύ κοντά στην κλίση  $m=3$  της παραδοσιακής καμπύλης πολυκυκλικής κόπωσης. Προκειμένου λοιπόν να διατηρηθεί μια καλή σχέση με την καμπύλη πολυκυκλικής κόπωσης, τα προηγούμενα αποτελέσματα αναπαράγονται ξανά με βάση τη σχέση (1), χρησιμοποιώντας τώρα διορθωμένη τιμή κλίσης  $m=3$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα (6.4.β).





Σχήμα 6.4 : Καμπύλες κόπωσης με τα συγκεντρωμένα δεδομένα δοκιμών συνδέσεων στην Ιαπωνία

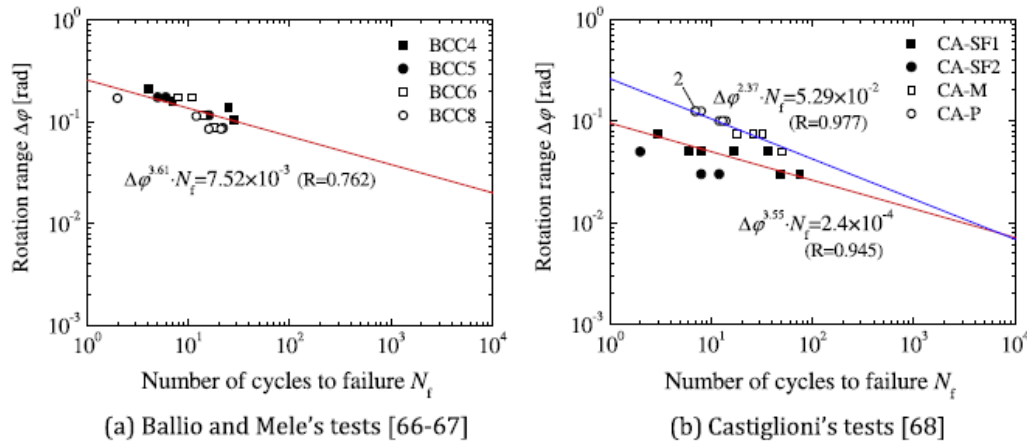
### 6.3.2 Δοκιμές συνδέσεων στην Ευρώπη

Ο Πίνακας (6.2) περιλαμβάνει τις διαθέσιμες δοκιμές ολιγοκυκλικής κόπωσης που εφαρμόστηκαν σε άκαμπτες συνδέσεις δοκού-υποστυλώματος στην Ευρώπη.

**Table 2**  
Summary of fatigue tests of rigid beam-to-column connections in Europe.

Investigator	Series	Number	Beam (section; length; steel)	Column (section; length; steel)	Failure mode
Ballio et al. [66]	BCC4	4	HE120A; $L_b = 943$ mm; Fe360, $f_y, b_f = 337$ MPa	HE120A; $L_c = 1476$ mm; Fe360, $f_y, c_f = 337$ MPa	Weld failure and panel zone shear mechanism
Mele et al. [67]	BCC5	4	IPE300; $L_b = 862$ mm; S235JR, $f_y, b_f = 275$ MPa	HE160B; $L_c = 1800$ mm; S235JR, $f_y, c_f = 323$ MPa	Weld failure and panel zone shear mechanism
	BCC6	4	IPE300; $L_b = 862$ mm; S235JR, $f_y, b_f = 279$ MPa	HE200B; $L_c = 1800$ mm; S235JR, $f_y, c_f = 313$ MPa	Base metal fracture in beam flange
	BCC8	4	IPE300; $L_b = 880$ mm; S235JR, $f_y, b_f = 292$ MPa	HE240B; $L_c = 1800$ mm; S235JR, $f_y, c_f = 300$ MPa	Base metal fracture in beam flange
Castiglioni et al. [68]	CA-SF1	7	IPE450A ( $447 \times 190 \times 7.6 \times 13.1$ mm); $L_b = 2000$ mm; S275-J0 steel $f_y, b_f = 318-486$ MPa	HE300B ( $300 \times 300 \times 11 \times 19$ mm); $L_c = 2400$ mm; S355-J0 steel $f_y, c_f = 486$ MPa	Fracture from beam flange center
	CA-SF2	4			Fracture from beam flange edge
	CA-M	4			Mix of buckling and fracture
	CA-P	6			Local buckling
	VA	5			Mix of buckling and fracture

Πίνακας 3.2 : Σύνοψη δοκιμών κόπωσης από άκαμπτες συνδέσεις δοκού-υποστυλώματος στην Ευρώπη

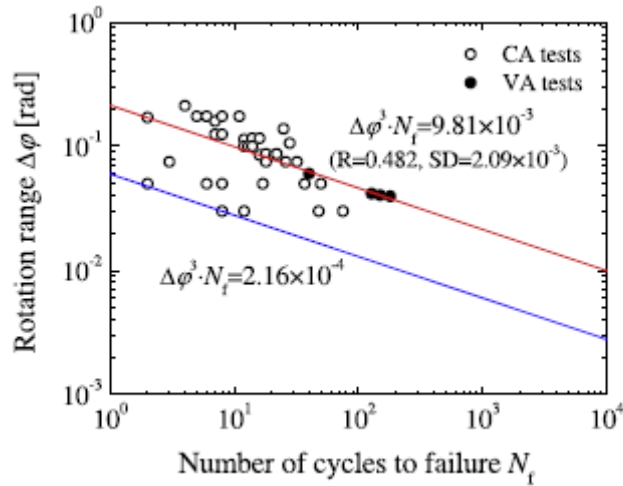


**Σχήμα 6.5 :** Καμπύλες κόπωσης των Ευρωπαϊκών άκαμπτων συνδέσεων δοκού-υποστυλώματος

Όλες αυτές οι Ευρωπαϊκές συνδέσεις υποβλήθηκαν σε δοκιμές σε φορτία κόπωσης με σταθερό εύρος (constant amplitude-CA), τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται συγκεντρωμένα στο Σχήμα (6.6). Στο σχήμα αυτό η μέση καμπύλη κόπωσης προέκυψε ύστερα από ανάλυση παλινδρόμησης με διορθωμένη κλίση  $m=3.0$ . Προκειμένου να αποδειχτεί η εγκυρότητα της καμπύλης κόπωσης που προέκυψε από δοκιμές κόπωσης σταθερού εύρους στην πρόβλεψη αστοχιών λόγω κόπωσης υπό φορτία μεταβλητού εύρους, παρουσιάζονται στο Σχήμα (6.6) και πειραματικά αποτελέσματα από δοκιμές μεταβλητού εύρους (variable amplitude-VA). Το ισοδύναμο εύρος περιστροφής  $\Delta\varphi_{eq}$ , όπως ορίζεται στη Σχέση (9), υιοθετείται για να αντικαταστήσει το εύρος περιστροφής  $\Delta\varphi$  στις δοκιμές κόπωσης σταθερού πλάτους και ο συνολικός αριθμός κύκλων μέχρι την αστοχία  $\sum n_i$  χρησιμοποιείται για να παραστήσει τη διάρκεια ζωής σε κόπωση  $N_f$ .

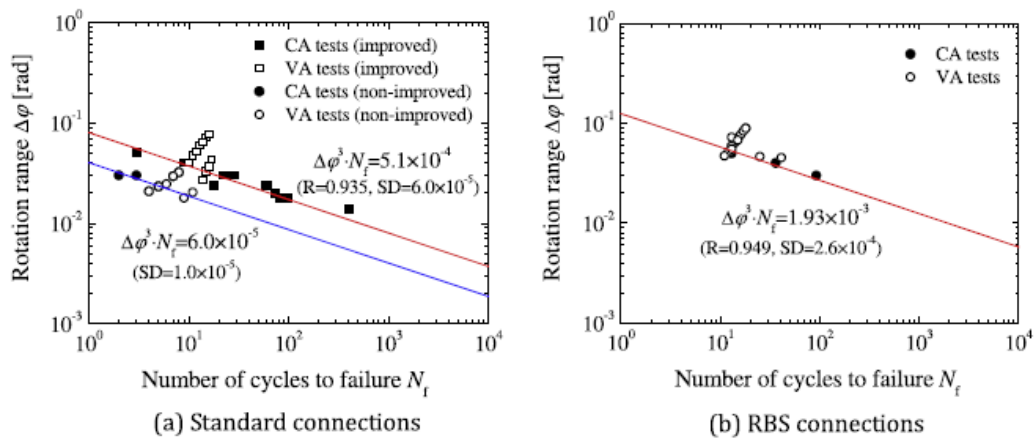
$$\Delta\varphi_{eq} = \left( \frac{\sum n_i \Delta\varphi_i^3}{\sum n_i} \right)^{1/3} \quad (9)$$

Όπως φαίνεται στο Σχήμα (6.6), τα αποτελέσματα από τις δοκιμές μεταβλητού πλάτους είναι διασπαρμένα κατά μήκος της μέσης καμπύλης κόπωσης, επιβεβαιώνοντας έτσι την εφαρμοσιμότητα της καμπύλης σε συνθήκες φορτίσεων μεταβλητού πλάτους.



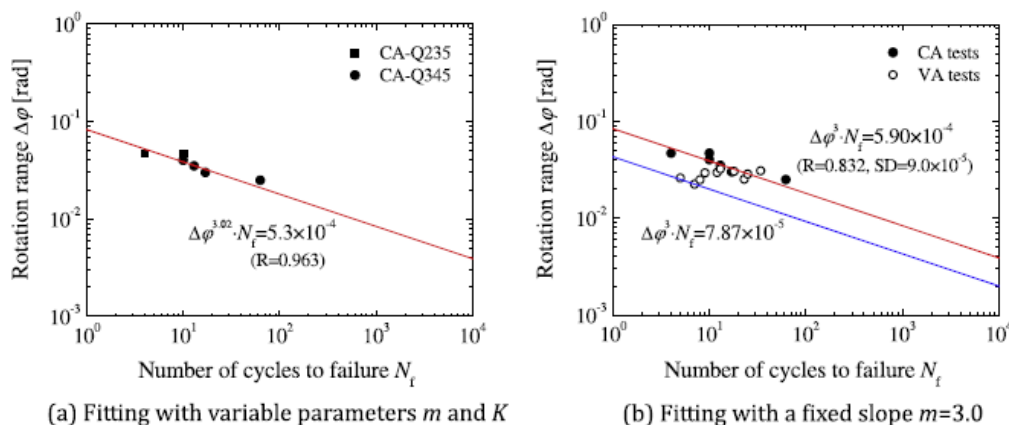
Σχήμα 6.6 : Καμπύλες κόπωσης με τα συγκεντρωμένα δεδομένα δοκιμών συνδέσεων στην Ευρώπη

### 6.3.3 Δοκιμές συνδέσεων στην Αμερική



Σχήμα 6.7 : Καμπύλες κόπωσης με τα συγκεντρωμένα δεδομένα δοκιμών συνδέσεων στην Αμερική

### 6.3.4 Δοκιμές κόπωσης στην Κίνα



Σχήμα 22 : Καμπύλες κόπωσης με τα συγκεντρωμένα δεδομένα δοκιμών συνδέσεων στην Κίνα

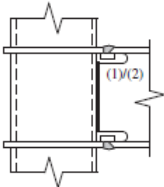
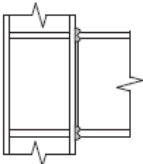
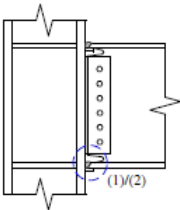
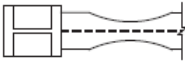
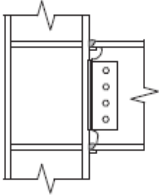
### 6.3.5 Κατηγορία λεπτομέρειας σύνδεσης και καμπύλη κόπωσης

Η αντίσταση σε ολιγοκυκλική κόπωση μια σύνδεσης δοκού-υποστυλώματος εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το μέγεθος της δοκού και του υποστυλώματος, τις γεωμετρικές διαμορφώσεις της σύνδεσης και τις λεπτομέρειες της συγκόλλησης. Με βάση τα δεδομένα που συλλέχθηκαν μετά τις δοκιμές σε κόπωση και τις καμπύλες παραμορφωσιμότητας από κόπωση, διακρίνεται ένα σύνολο από επτά κατηγορίες λεπτομερειών συνδέσεων, οι οποίες παρουσιάζονται στον Πίνακα (6.3). Στον πίνακα αυτό περιλαμβάνονται δύο Ιαπωνικές κατηγορίες (JP-NS και JP-SC), μία Ευρωπαϊκή (EN-W), τρεις Αμερικανικές (US-NI, US-IM, US-RBS) και μία Κινέζικη (CN-W).

Σύμφωνα με τον Πίνακα (6.3), μπορούν να γίνουν οι ακόλουθες παρατηρήσεις:

1. Οι Ιαπωνικές και Ευρωπαϊκές κατηγορίες, οι οποίες έχουν βασιστεί σε δοκίμια μικρής κλίμακας, έχουν καλύτερη παραμορφωσιμότητα σε κόπωση από τις άλλες μη απομειωμένες συνδέσεις, που αποτελούνται από διατομές μεγάλης κλίμακας.
2. Η κατηγορία JP-NS χωρίς οπές πρόσβασης στη συγκόλληση σημειώνει μεγαλύτερη αντίσταση σε κόπωση σε σχέση με την κατηγορία JP-SC, που έχει οπές.
3. Ανάμεσα στις Αμερικανικές κατηγορίες, η US-NI με τις μη βελτιωμένες λεπτομέρειες έχει τη χαμηλότερη αντοχή σε κόπωση, ενώ η κατηγορία US-RBS την υψηλότερη.
4. Η Κινέζικη κατηγορία CN-W διαθέτει παραμορφωσιμότητα σε κόπωση που μπορεί να συγκριθεί με την αντίστοιχη της κατηγορίας US-IM.

**Table 3**  
Summary of connection detail categories and fatigue deformability curves.

Detail category	Schematic plot	Detail description	Mean fatigue curve				Lower boundary	
			$m$	$K$	$^aR$	$^bSD$	$m$	$K$
JP-NS JP-SC		Strong box column; CJP shop welded flange; Fillet welded web; (1) JP-NS no weld access hole; (2) JP-SC weld access hole	3 3	$7.03E-3$ $1.22E-3$	0.96 0.95	$6.50E-4$ $1.00E-4$	3 3	$2.82E-3$ $3.87E-4$
EN-W		Weak H-section column; CJP shop welded flange; Double fillet welded web; No weld access hole	3	$9.81E-3$	0.48	$2.09E-3$	3	$2.16E-4$
US-NI US-IM		CJP field welded flange; Bolted or CJP welded web; (1) US-NI: Backing bar left, Brittle material, pre-N holes; (2) US-IM: Backing bar removed, tough material, modified holes	3 3	$6.00E-5$ $5.10E-4$	$^c NA$ 0.94	$1.00E-5$ $6.00E-5$	3 3	$5.40E-5$ $2.49E-4$
US-RBS		Reduced beam section; 40-50% reduction	3	$1.93E-3$	0.95	$2.60E-4$	3	$1.63E-3$
CN-W		Strong H-section column; CJP welded flange; High-strength bolted web; Weld access holes; Weld backing bar left	3	$5.90E-4$	0.83	$9.00E-5$	3	$7.87E-5$

<sup>a</sup>  $R$  is the linear correlation coefficient.

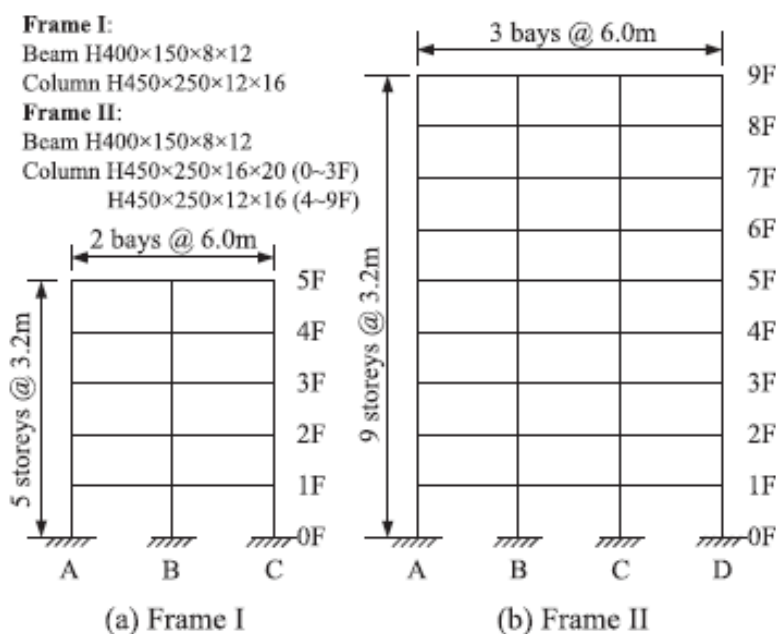
<sup>b</sup>  $SD$  is short for the standard deviation.

<sup>c</sup>  $NA$  no linear correlation coefficient is available as there are only two points of test data.

**Πίνακας 6.3 :** Σύνοψη των κατηγοριών λεπτομερειών σύνδεσης και καμπύλες παραμόρφωσης από κόπωση

## 6.4 Εκτίμηση κόπωσης σε συνδέσεις με χρήση καθολικού μοντέλου

### 6.4.1 Σεισμική ανάλυση μεταλλικού πλαισίου με χρήση χρονοϊστορίας



Σχήμα 6.9 : Όροφοι των δύο χαλύβδινων πλαισίων προς μελέτη

Όπως φαίνεται στο Σχήμα (6.9), δύο μεταλλικά πλαίσια, το Πλαίσιο I (5 όροφοι) και το Πλαίσιο II (9 όροφοι) επιλέγονται ως ενδεικτικές περιπτώσεις μελέτης, για να παρουσιάσουν τη διαδικασία εκτίμησης της ολιγοκυκλικής κόπωσης στις συγκολλητές συνδέσεις των SMRFs σε συνθήκες σεισμού. Η ίδια διατομή μεταλλικής δοκού H400 x 150 x 8 x 12 mm υιοθετείται για χρήση σε όλους τους ορόφους και των δύο πλαισίων. Στο Πλαίσιο I, η διατομή μεταλλικού υποστυλώματος H450 x 250 x 12 x 16 mm εφαρμόζεται σε όλους τους ορόφους. Στο Πλαίσιο II, για τα υποστυλώματα από το έδαφος μέχρι το τρίτο πάτωμα χρησιμοποιείται διατομή H450 x 250 x 16 x 20 mm, ενώ από το τέταρτο έως τη στέγη διατομή H450 x 250 x 12 x 16 mm. Για την κατασκευή και των δύο πλαισίων χρησιμοποιείται ένας συνηθισμένος χάλυβας Κινέζικης προέλευσης ονόματι Q345 (ονομαστική τάση διαρροής 345 MPa). Οι μηχανικές ιδιότητες των πλακών από Q345 που χρησιμοποιήθηκαν στις δοκιμές περιγράφονται στον Πίνακα (6.4).

<i>Thickness (mm)</i>	<i>Young's modulus E (GPa)</i>	<i>Yield strength <math>f_y</math> (MPa)</i>	<i>Ultimate tensile strength <math>f_u</math> (MPa)</i>
8	208.1	354.5	481.3
12	206.1	359.9	524.7
16	204.1	393.0	547.3

**Πίνακας 6.4 :** Μηχανικές ιδιότητες πλακών Q345 που χρησιμοποιήθηκαν στις δοκιμασμένες συνδέσεις

Χάριν απλοποίησης, υιοθετείται ένα μοντέλο απλού πλαισίου και ένα κατανεμημένο φορτίο 42 kN/m κατά μήκος κάθε δοκού παριστάνει τα κατακόρυφα φορτία βαρύτητας σε κάθε πάτωμα. Οι αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων των δύο πλαισίων πραγματοποιούνται με χρήση του ABAQUS/Standard. Για τη μοντελοποίηση των δοκών και των υποστυλωμάτων χρησιμοποιούνται τρισδιάστατα στοιχεία δοκού B32. Ύστερα από ανάλυση συχνότητας (frequency analysis) προέκυψαν οι θεμελιώδεις περίοδοι 1.28 sec και 2.39 sec για το Πλαίσιο I και II αντίστοιχα. Το μητρώο απόσβεσης της κατασκευής ορίζεται με βάση δύο παραμέτρους  $\alpha$  και  $\beta$ , οι οποίες καθορίζονται από το λόγο ιδιομορφικής απόσβεσης και τη φυσική συχνότητα. Το μητρώο απόσβεσης είναι αναλογικό με το μητρώο μάζας και το μητρώο δυσκαμψίας:

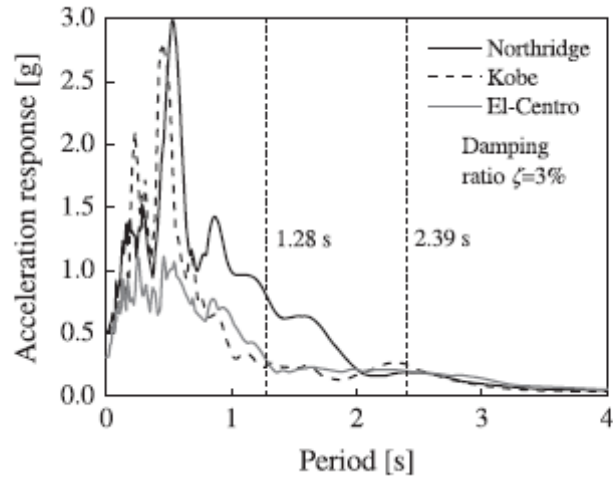
$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (10)$$

Όπου  $[C]$ ,  $[M]$ ,  $[K]$  είναι το μητρώο απόσβεσης, μάζας και δυσκαμψίας αντίστοιχα,  $\alpha$  και  $\beta$  είναι η απόσβεση ανάλογη με τη μάζα και η απόσβεση ανάλογη με τη δυσκαμψία αντίστοιχα. Αν οι δύο ιδιομορφές υποτεθεί πως έχουν τον ίδιο λόγο απόσβεσης, τότε

$$\alpha = \zeta \frac{2\omega_1\omega_2}{\omega_1 + \omega_2}, \quad \beta = \zeta \frac{2}{\omega_1 + \omega_2} \quad (11)$$

Όπου  $\omega_1$  και  $\omega_2$  είναι οι φυσικές γωνιακές συχνότητες της πρώτης και δεύτερης ιδιομορφής του πλαισίου που θεωρούμε. Ο λόγος ιδιομορφικής απόσβεσης θεωρείται ότι είναι  $\zeta = 3\%$  για την πρώτη και τη δεύτερη ιδιομορφή και των δύο πλαισίων.

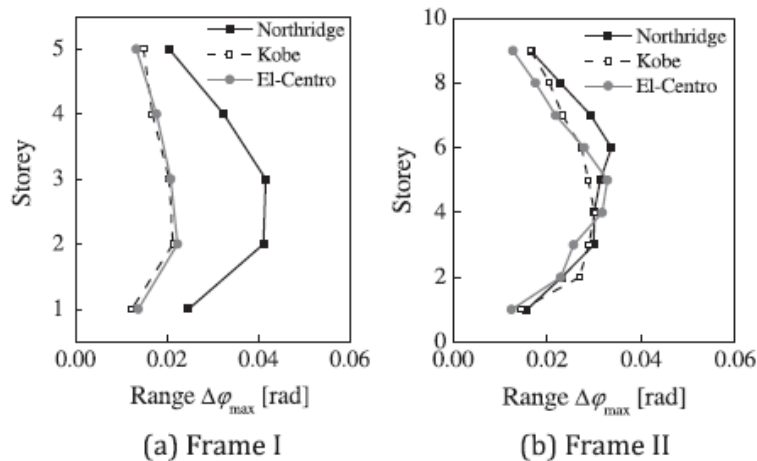
Στη δυναμική χρονοϊστορική ανάλυση, επιλέχθηκαν τρεις καταγραφές κίνησης εδάφους για να προκαλέσουν τη σεισμική απόκριση των πλαισίων, του Northridge (1994), του Kobe (1995) και του El-Centro (1940). Το σεισμικό κύμα του Northridge καταγράφηκε στο σταθμό Beverly Hills-Mulhol και η μέγιστη επιτάχυνση εδάφους (peak ground acceleration (PGA)) ήταν 0.52 g. Το σεισμικό κύμα του Kobe καταγράφηκε στο σταθμό Nishi-Akashi και η PGA ήταν 0.51 g. Το σεισμικό κύμα του El-Centro με PGA 0.35 g καταγράφηκε στον υποσταθμό Imperial Valley Irrigation District. Το φάσμα των επιταχύνσεων των σεισμικών αυτών κινήσεων φαίνεται στο Σχήμα (6.10):



Σχήμα 6.10 : Φάσμα επιταχύνσεων των καταγραφών εδαφικών κινήσεων

### 6.4.2 Δυναμική απόκριση και υπολογισμός της ζημιάς λόγω κόπωσης

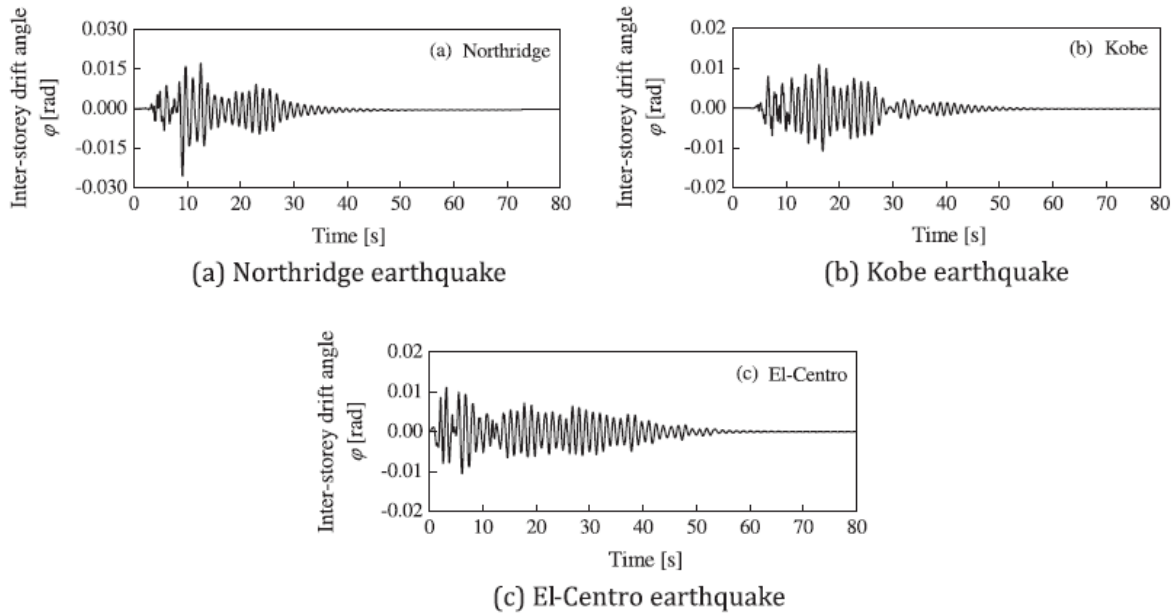
Στο Σχήμα (6.11) αποτυπώνεται το μέγιστο εύρος γωνίας περιστροφής μεταξύ ορόφων  $\Delta\varphi_{max}$  για κάθε όροφο. Φαίνεται πως για το Πλαίσιο I το  $\Delta\varphi_{max}$  κάθε ορόφου στο σεισμό του Northridge είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο στο σεισμό του Kobe ή του El-Centro. Αυτό καθορίζεται κυρίως από τη θεμελιώδη περίοδο της κατασκευής και το φάσμα απόκρισης του κάθε σεισμού. Ανάμεσα στα διαφορετικά πατώματα, το  $\Delta\varphi_{max}$  του δεύτερου και τρίτου πατώματος είναι σχετικά μεγαλύτερο από τα αντίστοιχα των άλλων ορόφων, λαμβάνοντας υπόψη και τους τρεις σεισμούς. Στο Πλαίσιο II τα εύρη  $\Delta\varphi_{max}$  είναι παρεμφερή και για τους τρεις σεισμούς, κάτι που οφείλεται στο ότι έχουμε παρόμοιες αποκρίσεις και των τριών στη θεμελιώδη περίοδο του πλαισίου (2.39 sec). Καθ' ύψος του Πλαισίου II, οι σεισμικές αποκρίσεις των πατωμάτων από το τρίτο έως το έκτο είναι ισχυρότερες από τις αντίστοιχες των άλλων πατωμάτων.



Σχήμα 6.11 : Μέγιστο εύρος γωνίας περιστροφής μεταξύ ορόφων



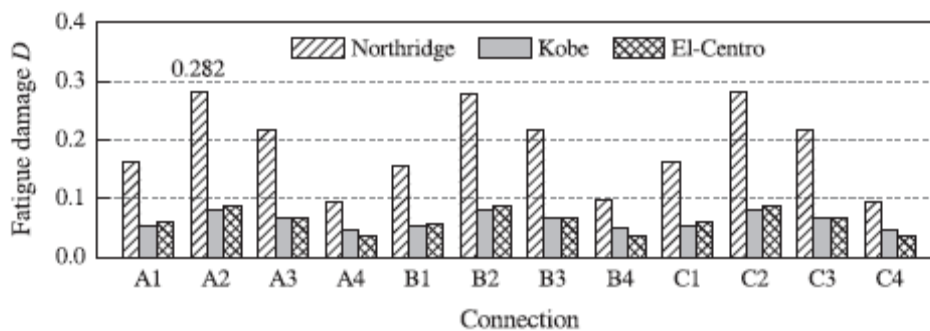
Για διευκόλυνση και μεγαλύτερη σαφήνεια, οι συνδέσεις στα πλαίσια συμβολίζονται με το γράμμα του άξονα του υποστυλώματος (A, B, C, D) και τον αριθμό του πατώματος (1-9). Στο Σχήμα (6.12) παρουσιάζεται η χρονοϊστορία της γωνίας περιστροφής  $\varphi$  μεταξύ ορόφων για τη σύνδεση A2 του Πλαισίου I. Η  $\varphi$  αντιπροσωπεύει την καθολική παραμόρφωση που επιβάλλεται στην αντίστοιχη σύνδεση δοκού-υποστυλώματος.



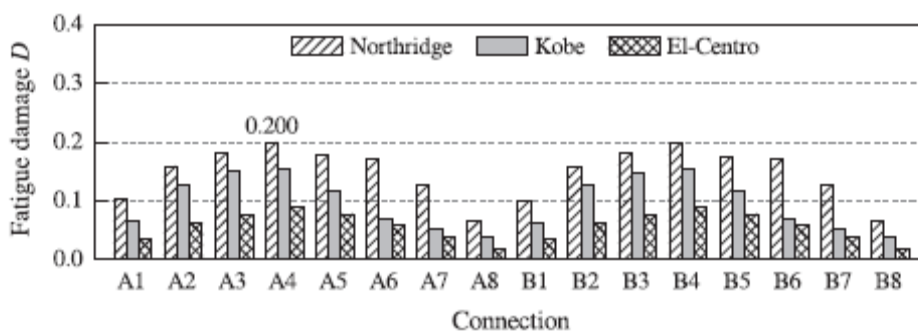
**Σχήμα 6.12:** Χρονοϊστορία της γωνίας περιστροφής  $\varphi$  μεταξύ ορόφων για τη σύνδεση A2 του Πλαισίου I

Η βλάβη από ολιγοκυκλική κόπωση κάθε σύνδεσης που έχει προκληθεί εξαιτίας των σεισμών υπολογίζεται μετατρέποντας το διάγραμμα με τη γωνία περιστροφής μεταξύ ορόφων (inter-storey drift angle history) κάθε σύνδεσης σε φάσμα εύρους περιστροφής (rotation range spectrum) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Rainflow και εφαρμόζοντας τον κανόνα συσσώρευσης βλάβης Palmgren-Miner. Η βλάβη λόγω κόπωσης εξαρτάται από το φάσμα αυτό και την καμπύλη κόπωσης που είναι ορισμένη από την κατηγορία λεπτομέρειας σύνδεσης.

Τα πλαίσια υποβλήθηκαν και στους τρεις σεισμούς και η βλάβη που προκλήθηκε από κόπωση υπολογίστηκε και εμφανίζεται στο ακόλουθο σχήμα:



(a) Frame I



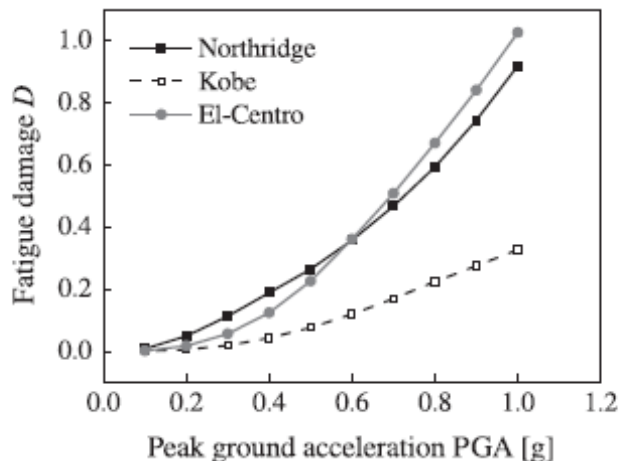
(b) Frame II

**Σχήμα 6.13:** Βλάβη από κόπωση των συνδέσεων στα πλαίσια I, II μετά την επιβολή σε αυτά και των τριών σεισμών

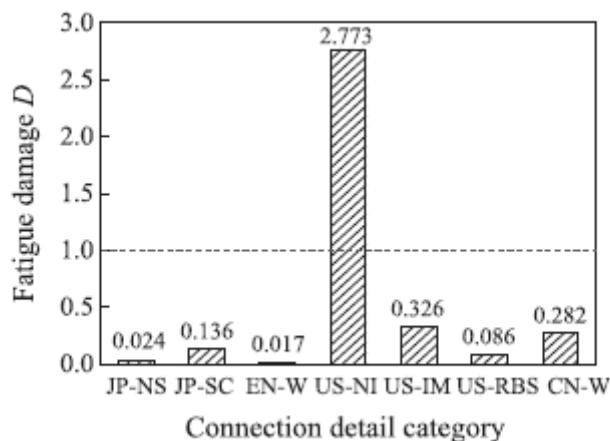
Οι τιμές της βλάβης όλων των συνδέσεων στο Πλαίσιο I και II είναι μικρότερες του 1.0, γεγονός που δείχνει ότι όλες οι συνδέσεις μπορούν να επιζήσουν από οποιονδήποτε από τους τρεις σεισμούς. Και για τα δύο πλαίσια, οι συνδέσεις δοκού-υποστυλώματος καταπονούνται περισσότερο στην περίπτωση του σεισμού του Northridge. Είναι ολοφάνερο ότι οι συνδέσεις A2 και A4 είναι οι πιο κρίσιμες σε κόπωση συνδέσεις για το Πλαίσιο I και II αντίστοιχα. Οι συνδέσεις του δεύτερου και τρίτου πατώματος στο Πλαίσιο I και οι συνδέσεις από το τρίτο ως το έκτο πάτωμα στο Πλαίσιο II υφίστανται σχετικά μεγαλύτερη βλάβη σε σύγκριση με τις άλλες συνδέσεις.

### 6.4.3 Επίδραση της PGA (μέγιστης επιτάχυνσης εδάφους) και της κατηγορίας λεπτομέρειας σύνδεσης

Το Πλαίσιο I επιλέγεται για περαιτέρω έρευνα. Προκειμένου να αξιολογηθεί η επίδραση της PGA στη βλάβη λόγω κόπωσης των συνδέσεων δοκού-υποστυλώματος, οι τρεις καταγραφές κίνησης εδάφους τοποθετήθηκαν σε κλίμακα με εύρος από 0.1 g ως 1.0 g. Στο Σχήμα (6.15) φαίνεται το πόσο ποικίλει η βλάβη της σύνδεσης A2 σε αναλογία με τη PGA. Για την ίδια επιτάχυνση, οι σεισμοί του Northridge και του El-Centro φαίνεται να είναι πιο καταστροφικοί για το εν λόγω πλαίσιο. Επιπλέον, ο σεισμός του Northridge προκαλεί πολύ πιο σοβαρή ζημιά σε σχέση με του Kobe, διότι για παρεμφερείς κύκλους έχουμε ισχυρότερη απόκριση στο Northridge (Σχήμα (6.12 a,b)). Ο σεισμός του El-Centro δημιουργεί μεγαλύτερη βλάβη από του Kobe γιατί έχει μεγαλύτερη διάρκεια (Σχήμα 6.12 b,c)). Επίσης, σύμφωνα με το Σχήμα (6.14) η σύνδεση A2 του Πλαισίου I θα καταλήξει σε ολοκληρωτική αστοχία όταν η επιτάχυνση του σεισμού του El-Centro ξεπεράσει το 1.0 g.



Σχήμα 6.14 : Επιρροή της μέγιστης επιτάχυνσης εδάφους στη βλάβη από κόπωση



Σχήμα 6.15 : Επιρροή της κατηγορίας λεπτομέρειας στη βλάβη από κόπωση

Το Σχήμα (6.15) παρουσιάζει την επίδραση της κατηγορίας λεπτομέρειας στη βλάβη λόγω κόπωσης της σύνδεσης A2 του Πλαισίου I υπό τη διέγερση του σεισμού του Northridge. Οι επτά κατηγορίες λεπτομερειών που παρουσιάστηκαν στον πίνακα 6.3 μελετούνται και συγκρίνονται εδώ. Έτσι, η σύνδεση A2 θα οδηγηθεί αναπόφευκτα σε αστοχία αν χρησιμοποιηθεί η μη βελτιωμένη κατηγορία US-NI, κάτι που αποδεικνύει το λόγο για τον οποίο υπήρχαν τόσες πολλές αστοχίες σε συνδέσεις από SMRFs που βρίσκονταν κοντά στο επίκεντρο του σεισμού. Ωστόσο η σύνδεση A2 θα επιζήσει εάν χρησιμοποιηθούν είτε η βελτιωμένη κατηγορία US-IM ή η κατηγορία με απομειωμένη διατομή δοκού US-RBS. Τέλος, η διάρκεια ζωής σε κόπωση της σύνδεσης A2 είναι αρκετά μικρότερη με χρήση Ιαπωνικής κατηγορίας (JP-NS ή JP-SC) ή Ευρωπαϊκής κατηγορίας (EN-W) συγκριτικά με τις άλλες πιο συχνά χρησιμοποιούμενες κατηγορίες (US-NI, US-IM, CN-W).

## 6.5 Πρόβλεψη αστοχίας της κρισιμότερης σύνδεσης με χρήση καθολικού-τοπικού μοντέλου

### 6.5.1 Κατασκευή μοντέλου

Η σύνδεση A2 αναδείχθηκε ως η πιο κρίσιμη σε κόπωση σύνδεση δοκού-υποστυλώματος του Πλαισίου I.

#### 6.5.1.1 Εισαγωγή στη χρήση του ABAQUS

Ξεκινώντας, με το άνοιγμα του προγράμματος και πριν την εκτέλεση οποιασδήποτε ενέργειας, στο παράθυρο Start Session που εμφανίζεται γίνεται επιλογή With Standard/Explicit Model. Ακολούθως ορίζεται το Work Directory, στο οποίο θα αποθηκευθούν τα δεδομένα της ανάλυσης που πρόκειται να ακολουθήσει. Επιλογή File→Set Work Directory, όπου και επιλέγεται μέσα από ένα Path της αρεσκείας του χρήστη το όνομα του φακέλου μέσα στον οποίο θα γίνει η αποθήκευση της ανάλυσης. Εν συνεχεία με την επιλογή File → Save As δίνεται μια ονομασία στο αρχείο και αποθηκεύεται στον εν λόγω φάκελο.

*Προσοχή:* Δε γίνεται άνοιγμα του φακέλου, μέσα στον οποίο θα γίνει η αποθήκευση των δεδομένων, αλλά απλώς επιλογή αυτού. Όλα τα ονόματα των φακέλων του Path θα πρέπει να είναι με λατινικούς χαρακτήρες.

Προχωρώντας πρέπει να ληφθεί υπόψη, ότι το πρόγραμμα προσαρμόζει τις μονάδες στα διάφορα μεγέθη ανάλογα με το σύστημα το οποίο επιλέγει ο χρήστης, ως φαίνεται στον Πίνακα (6.4). Για παράδειγμα, εάν γίνει επιλογή του SI (mm) μετρικού συστήματος της τρίτης στήλης του πίνακα, τότε όλες οι διαστάσεις λογαριάζονται σε mm. Άρα ένα μήκος π.χ.  $L=1\text{m}$  θα πρέπει να οριστεί κατά τη σχεδίαση ως  $L=1000\text{mm}$  και ανάλογα προκύπτουν οι μονάδες και στα άλλα μεγέθη από την τρίτη στήλη του πίνακα. Η επιλογή του μετρικού συστήματος δε γίνεται με κάποιο τρόπο μέσα στο πρόγραμμα, απλώς προκύπτει ανάλογα με την προτίμηση του χρήστη βάσει των στοιχείων του δοσμένου πίνακα.

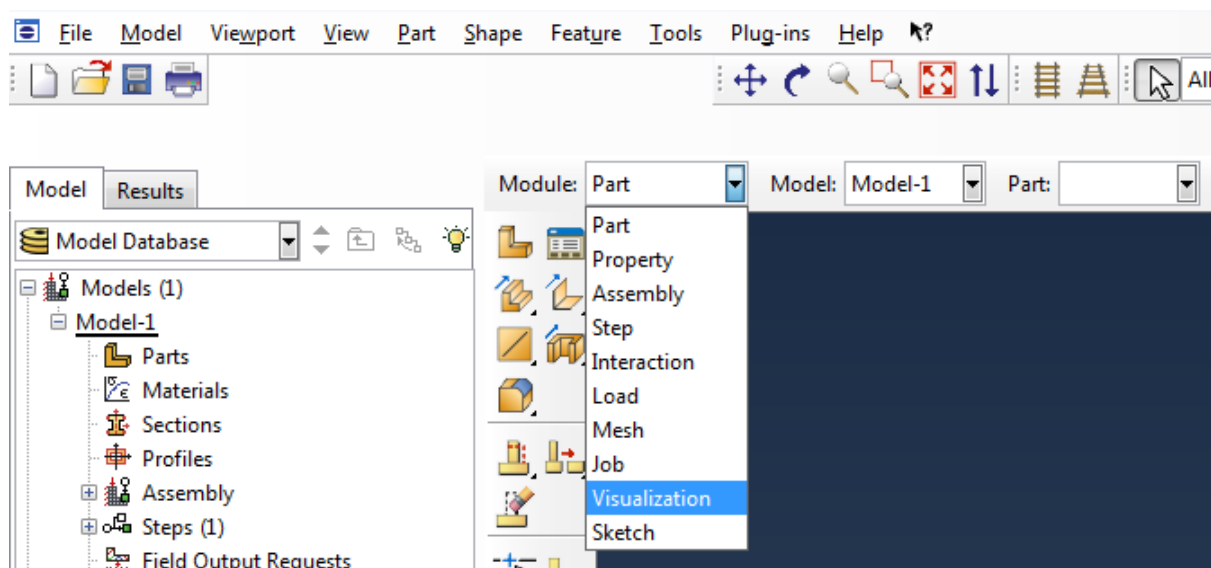
<i>Quantity</i>	<i>SI</i>	<i>SI (mm)</i>	<i>US Unit (ft)</i>	<i>US Unit (inch)</i>
Length	m	mm	ft	in
Force	N	N	lbf	lbf
Mass	kg	tonne (10 <sup>3</sup> kg)	slug	lbf s <sup>2</sup> /in
Time	s	s	s	s
Stress	Pa (N/m <sup>2</sup> )	MPa (N/mm <sup>2</sup> )	lbf/ft <sup>2</sup>	psi (lbf/in <sup>2</sup> )
Energy	J	mJ (10 <sup>-3</sup> J)	ft lbf	in lbf
Density	kg/m <sup>3</sup>	tonne/mm <sup>3</sup>	slug/ft <sup>3</sup>	lbf s <sup>2</sup> /in <sup>4</sup>

**Πίνακας 6.5 :** Μετρικά συστήματα που χρησιμοποιούνται στο ABAQUS

Το περιβάλλον σχεδίασης ή αλλιώς **CAE**, περιλαμβάνει αριστερά το **Model Tree**, στο οποίο φαίνονται τα αριθμητικά μοντέλα που έχει σχεδιάσει ο χρήστης. Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να χρησιμοποιεί, κατά τη διάρκεια της ανάλυσης, τις εντολές που προσφέρονται στα διάφορα **Modules** με τη σειρά που αυτά εμφανίζονται, **Part, Property, Assembly, Step, Interaction, Load, Mesh, Job, Visualization** και **Sketch**, ως φαίνεται και στο Σχήμα (6.16). Η σειρά αυτή εμφάνισης των **Modules**, έχει κάποια λογική με τη σειρά που πρέπει να εκτελεστούν τα βήματα κατά τη μοντελοποίηση, π.χ. πρώτα πρέπει να έχει κατασκευαστεί ένα κομμάτι **Part** του μοντέλου και μετά να γίνει διακριτοποίηση αυτού **Mesh**.

Όταν ολοκληρωθούν οι απαιτούμενες ενέργειες και το αριθμητικό μοντέλο είναι έτοιμο, δημιουργείται μια δουλειά **Job** και δίνεται εντολή στο πρόγραμμα να ‘τρέξει’ **Run**. Τα αποτελέσματα από το τρέξιμο περιλαμβάνονται σε ένα αρχείο με κατάληξη **.odb** και από το **Visualization Module** είναι δυνατή η επεξεργασία τους.

*Σημείωση:* Η ανάλυση στις παρούσες σημειώσεις βασίζεται στην έκδοση ABAQUS 6.10-1.



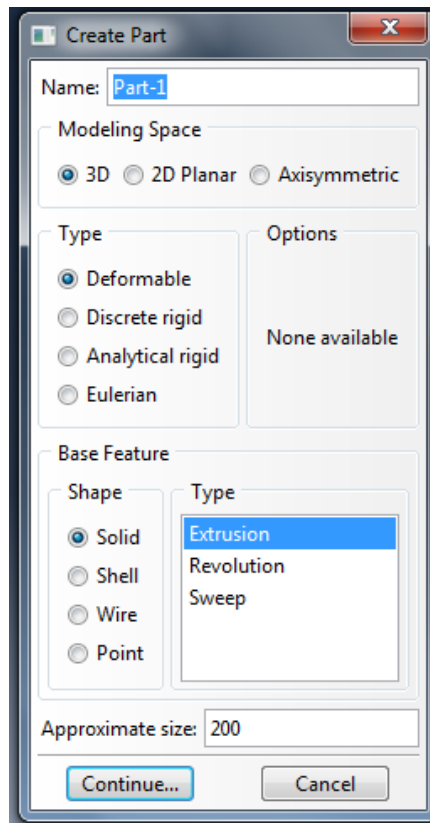
Σχήμα 6.16 : Modules του ABAQUS

### 6.5.1.2 Βήματα για την κατασκευή του μοντέλου

Αφού δημιουργηθεί το **Directory** μέσα στο οποίο θα γίνει η αποθήκευση της αριθμητικής ανάλυσης, σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράφηκε στην εισαγωγή, το πρώτο βήμα είναι η δημιουργία του **Part**.

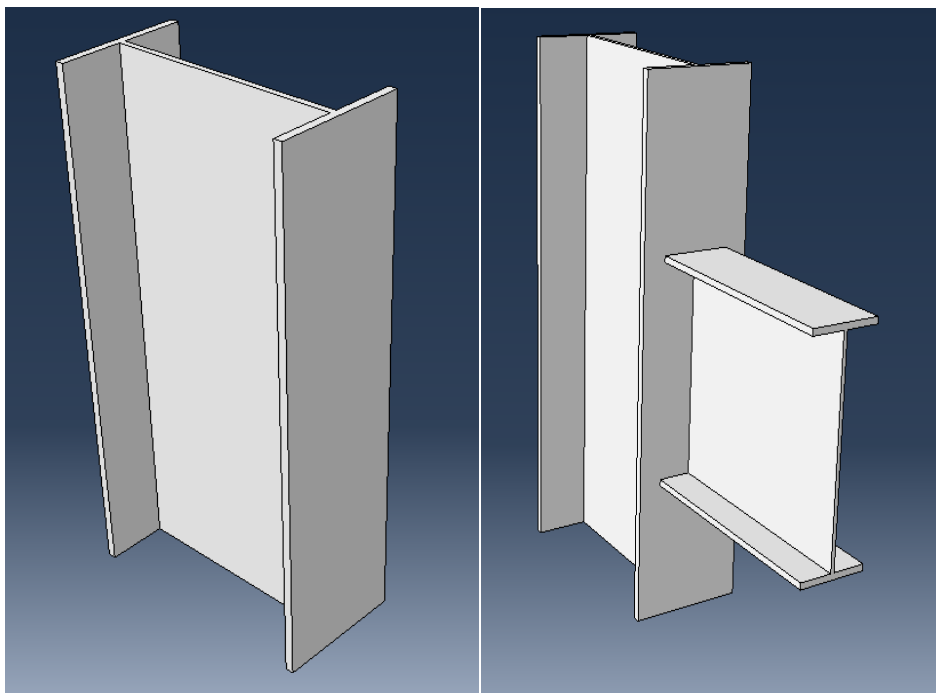
Άρα ξεκινώντας από το **Part Module** και κάνοντας δεξί κλικ στο **Part**→**Create** από το **Model Tree** στο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγονται τα ακόλουθα ως φαίνεται στο Σχήμα (6.17).

*Σημείωση:* Η ανάλυση γίνεται με χρήση εκατοστών (cm), οπότε γίνονται οι ανάλογες τροποποιήσεις όπου είναι απαραίτητο.



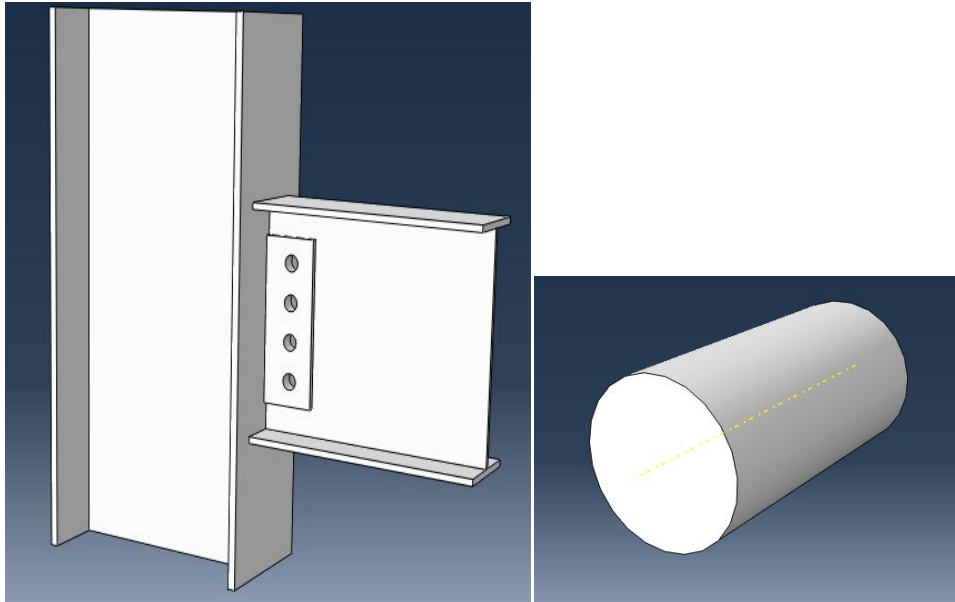
**Σχήμα 6.17 :** Παράθυρο Part

Για την κατασκευή της σύνδεσης χρησιμοποιούμε δοκό H400 x 150 x 8 x 12 mm και υποστύλωμα H450 x 250 x 12 x 16 mm.



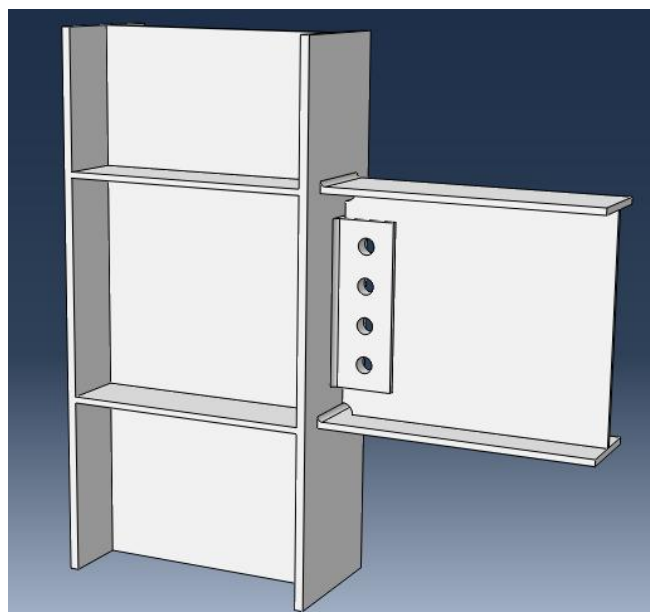
**Σχήμα 6.18 :** Υποστύλωμα και δοκός της σύνδεσης

Το έλασμα που συνδέει δοκό με υποστύλωμα έχει διαστάσεις 270 x 110 x 10 mm. Πάνω στο έλασμα υπάρχουν τέσσερις οπές διαμέτρου 20 mm (4Φ20) όπου θα τοποθετηθούν κοχλίες κατηγορίας 10.9.



**Σχήμα 23.19 :** Το σχήμα και μέγεθος του ελάσματος και του κοχλίου που χρησιμοποιήθηκε για τη σύνδεση στο ABAQUS

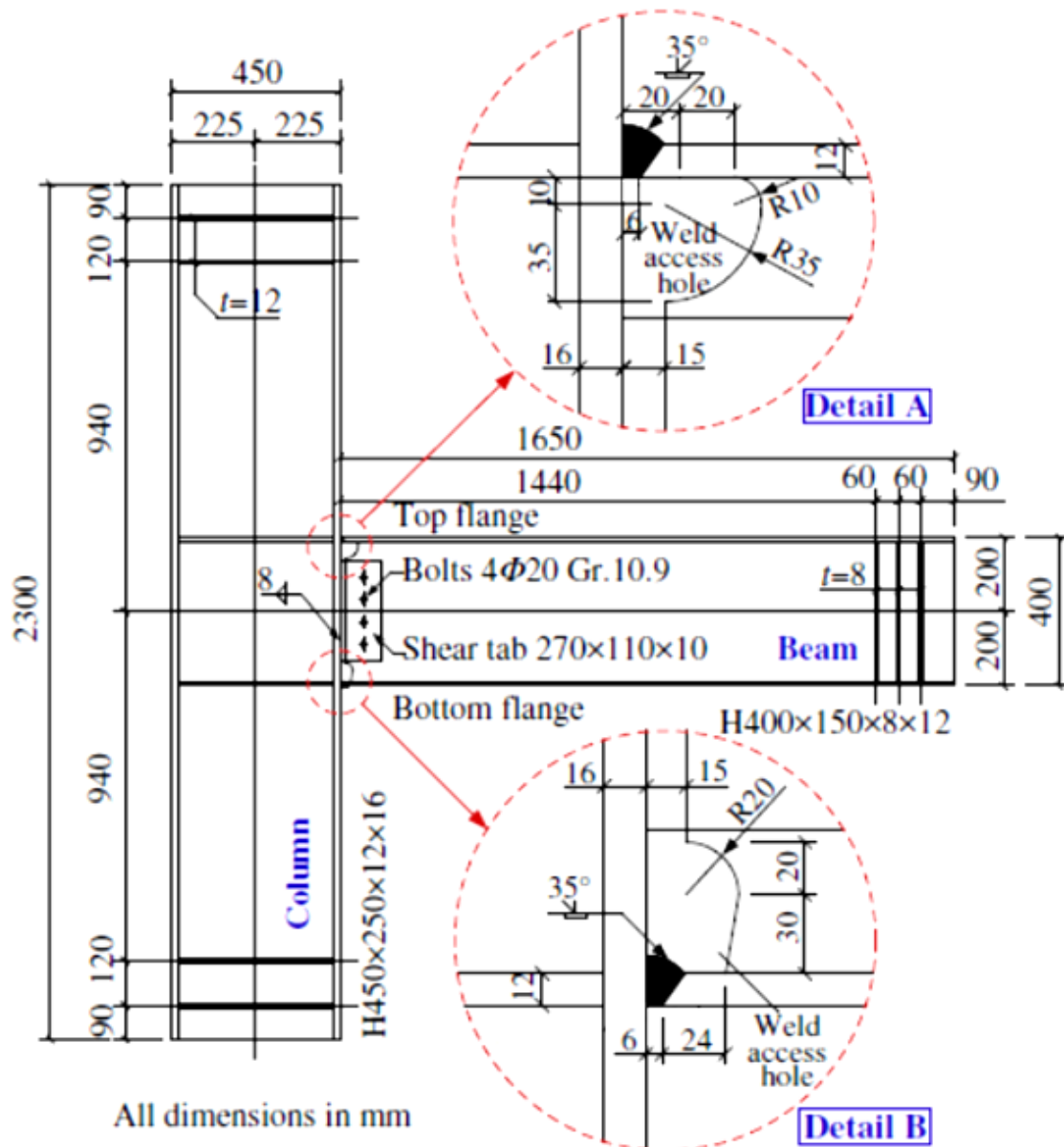
Στη συνέχεια διαμορφώνουμε τις οπές πρόσβασης στη συγκόλληση, την ίδια τη συγκόλληση και τα ελάσματα που είναι τοποθετημένα πάνω στο υποστύλωμα.



**Σχήμα 2420 :** Μοντέλο του κόμβου με τις συγκολλήσεις

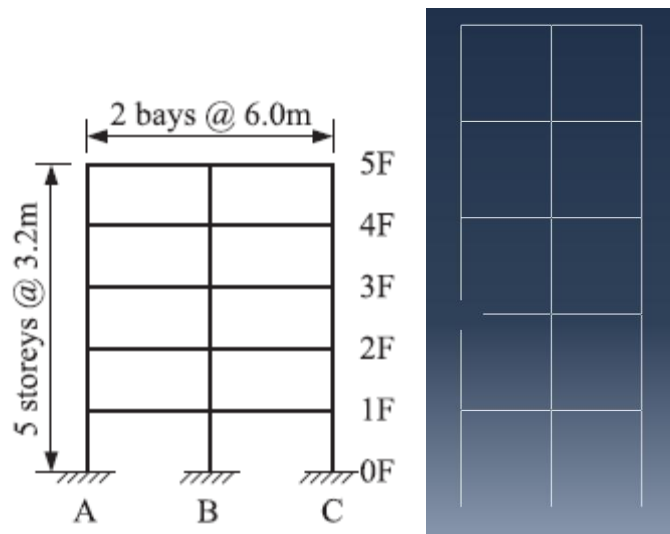


Η γεωμετρία όλων των τμημάτων της σύνδεσης παρουσιάζεται αναλυτικά στο ακόλουθο σχήμα:



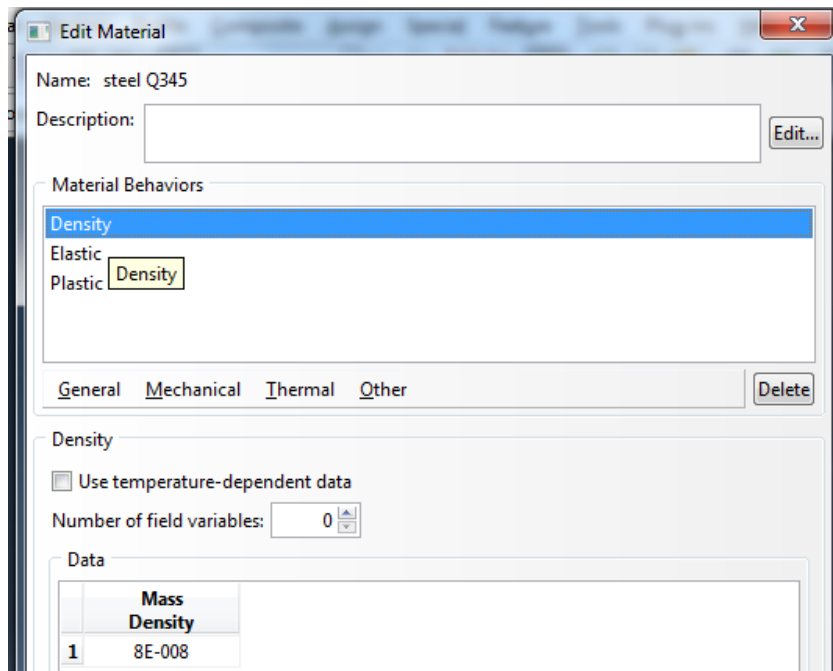
Σχήμα 251 : Γεωμετρία σύνδεσης

Έχοντας ολοκληρώσει τη διαδικασία του Part του κόμβου, όπου έπρεπε να σχεδιάσουμε τμήμα-τμήμα τον κόμβο, πρέπει να δημιουργηθεί και ένα Part για το Πλαίσιο I.

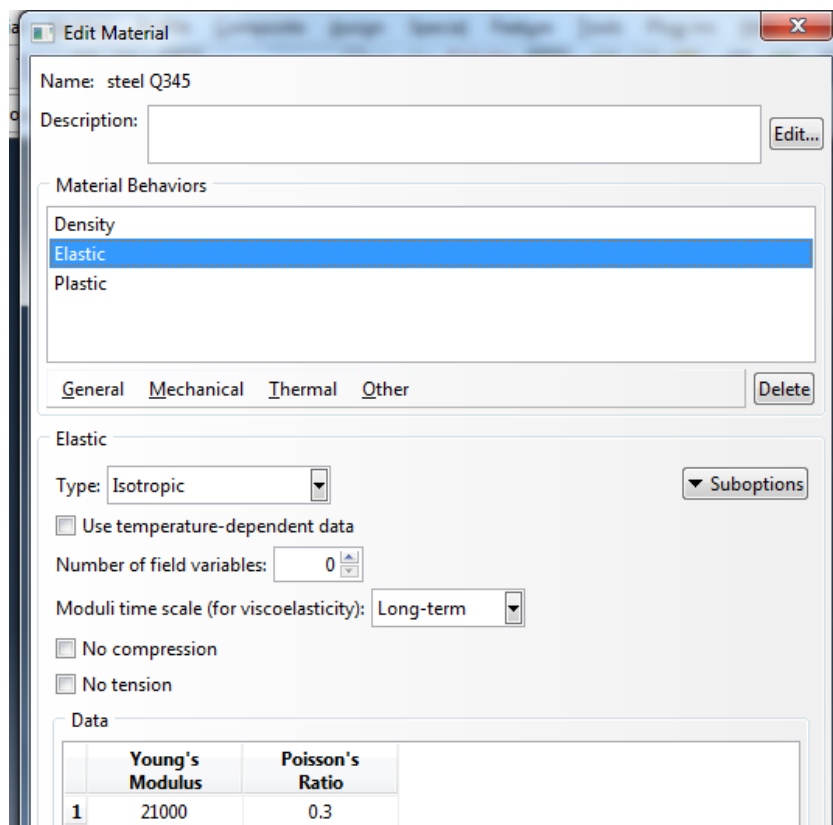


Σχήμα 2622 : Part του Πλαισίου I

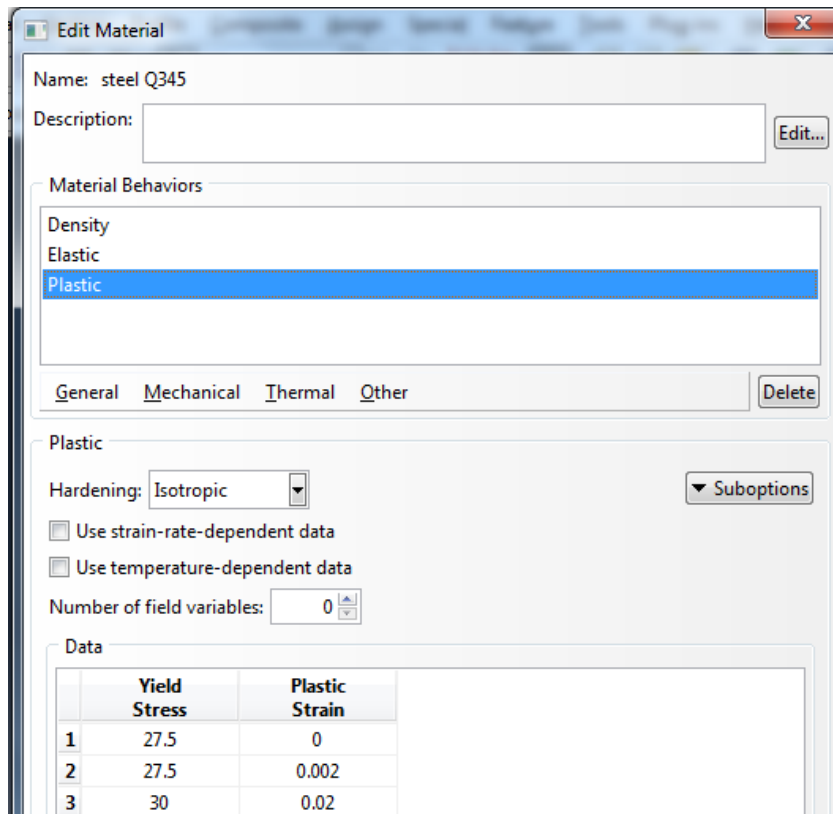
Το επόμενο **Module**, όπως φαίνεται και στο Σχήμα (6.16) της εισαγωγής, είναι το **Property**. Σε αυτό το **Module** δίνεται η δυνατότητα στο χρήστη να ορίσει τις ιδιότητες του υλικού. Στο **Model Tree**, με δύο φορές αριστερό κλικ πάνω στο **Materials** γίνεται η δημιουργία του υλικού, το οποίο για όλο το πλαίσιο και τις συγκολλήσεις είναι χάλυβας Κινέζικης προέλευσης Q345. Θεωρούμε ότι ο χάλυβας Q345 έχει ανάλογη συμπεριφορά με τον ευρωπαϊκών προδιαγραφών χάλυβα S275.



Σχήμα 27 : Καθορισμός της μάζας του υλικού



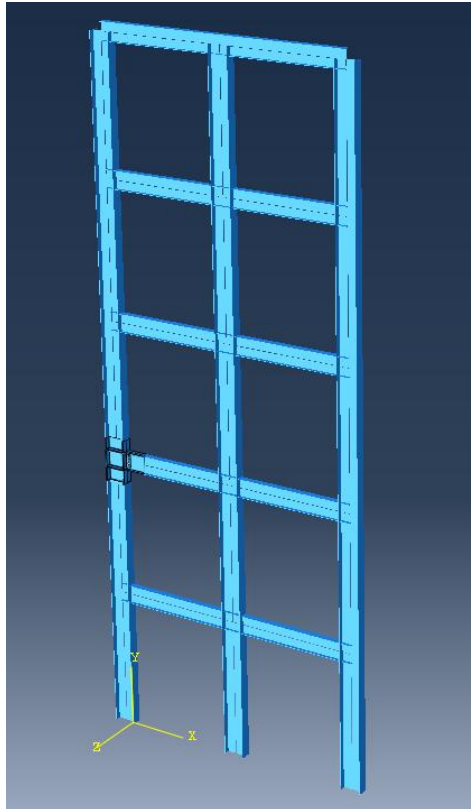
Σχήμα 28 : Καθορισμός των σταθερών που χαρακτηρίζουν το υλικό



**Σχήμα 29 :** Ορισμός των ορίων διαρροής και αστοχίας του υλικού της σύνδεσης

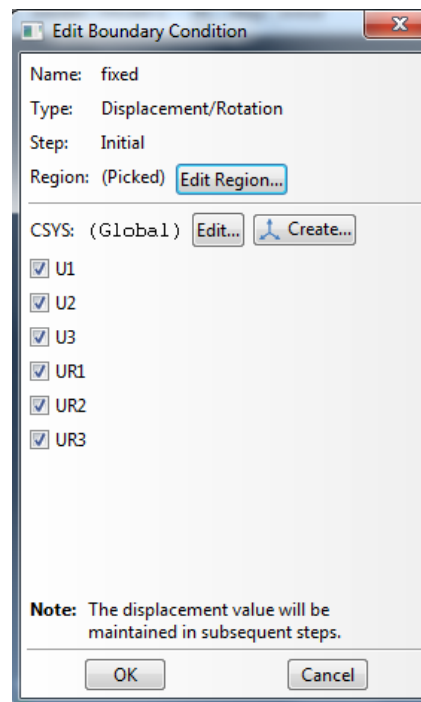
Εν συνεχεία, κάτω ακριβώς από το **Materials**, δημιουργείται το **Section** στο οποίο εισάγονται κάποιες ακόμα ιδιότητες που αφορούν το υλικό, τη γεωμετρία και το στοιχείο με το οποίο θα διακριτοποιηθεί το μοντέλο. Με τη δημιουργία του **Section**, υπάρχει πλέον η δυνατότητα να αποδοθούν στο μοντέλο τα χαρακτηριστικά που αυτό θα φέρει, δηλαδή το υλικό, το πάχος και το στοιχείο διακριτοποίησης. Αυτό επιτυγχάνεται στο **Property Module** και συγκεκριμένα στην επιλογή **Section Assignments** από το **Model Tree** ή με την επιλογή **Assign Section**. Στην περίπτωση μας όλα τα Sections αποτελούνται από το υλικό steel Q345 και είναι τύπου solid, homogeneous.

Το επόμενο στη σειρά **Module** είναι το **Assembly**. Εδώ δημιουργείται ένα **Instance**, όπως λέγεται στο πρόγραμμα, του Part. Η χρησιμότητα του **Assembly Module** είναι ότι αφενός υπάρχει η δυνατότητα να δημιουργηθούν όσα όμοια Instances, δηλαδή Parts, χρειάζονται κατά τη μοντελοποίηση και αφετέρου μπορεί να γίνει σύνθεση αυτών **Merge**, ώστε να παραχθεί ένα και μοναδικό Part. Με άλλα λόγια βάσει των προαναφερθέντων, Parts τα οποία εμφανίζονται πάνω από μία φορά στη μοντελοποίηση, δεν είναι απαραίτητο να ξανασχεδιασθούν. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, έχουμε περισσότερα του ενός Instances, ξεχωριστά για τους τέσσερις κοχλίες, για τον κόμβο και το πλαίσιο.

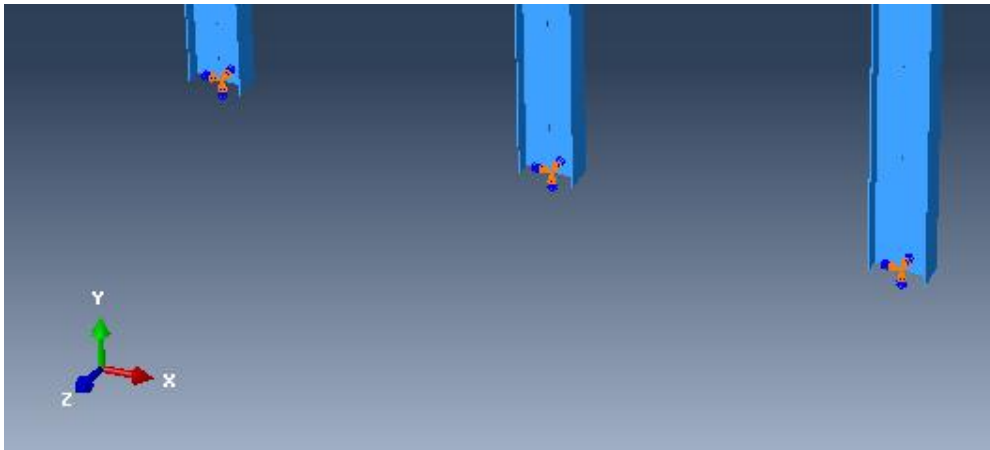


Σχήμα 30 : Instances του μοντέλου

Σημαντικό βήμα είναι ο ορισμός των οριακών συνθηκών καθώς και των τμημάτων που αυτές θα εφαρμοστούν.

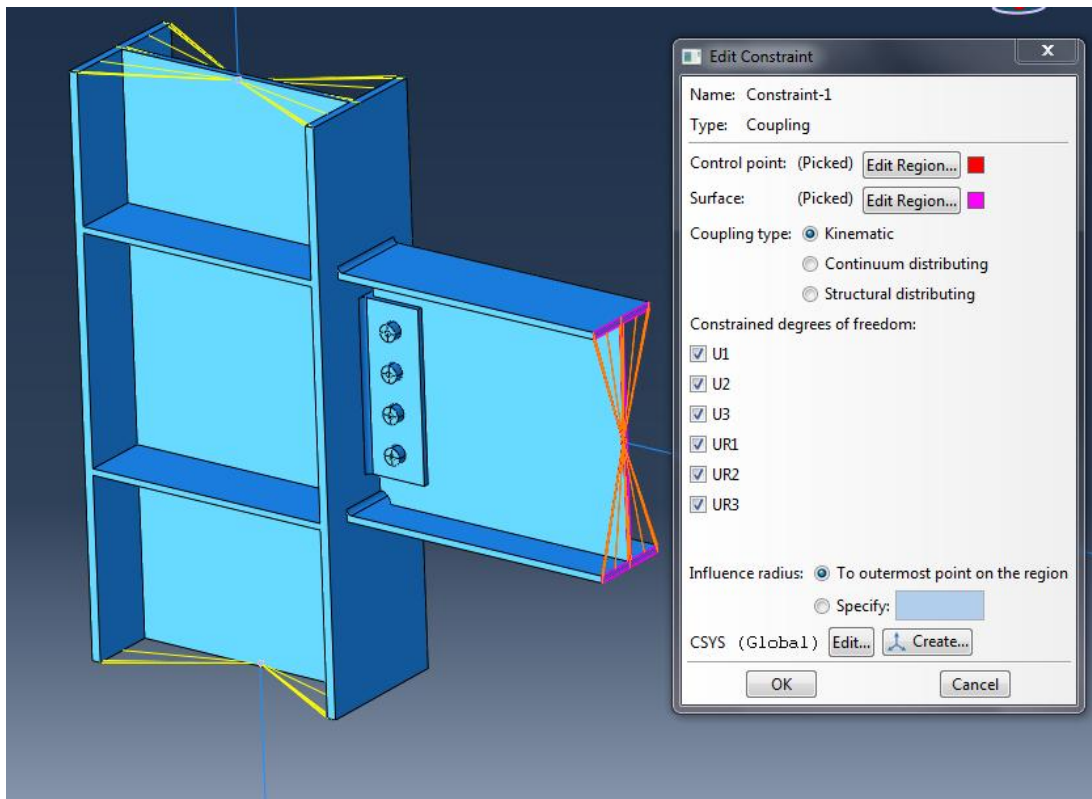


Σχήμα 31 : Ορισμός οριακών συνθηκών



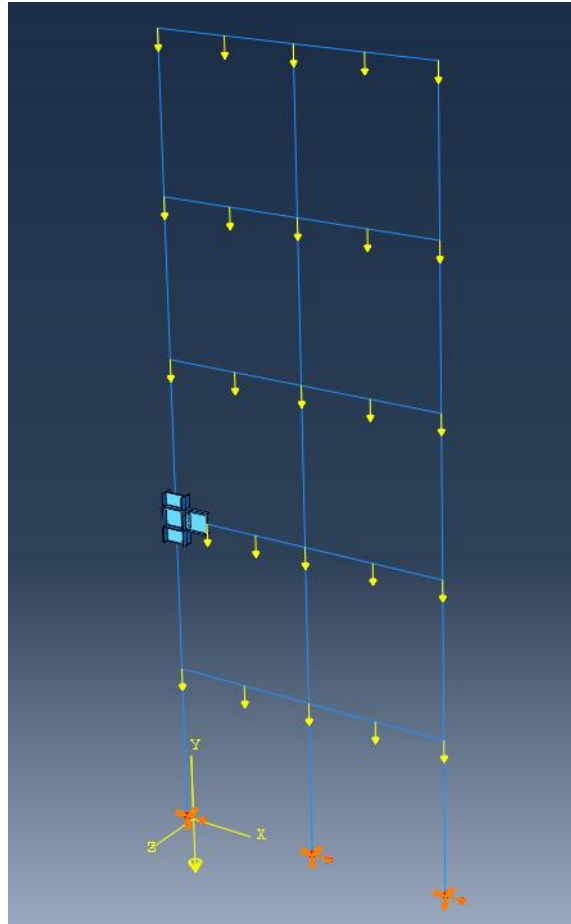
Σχήμα 32 : Ορισμός πακτώσεων στη βάση του Πλαισίου I

Εξίσου σημαντικό βήμα είναι το **Interaction** όπου μέσω των **Constraints** μπορούμε να εφαρμόσουμε Kinematic coupling, κάτι που επιτρέπει στον κόμβο και τα μέλη που συνδέονται με αυτόν να κινούνται ενιαία και όχι ξεχωριστά.



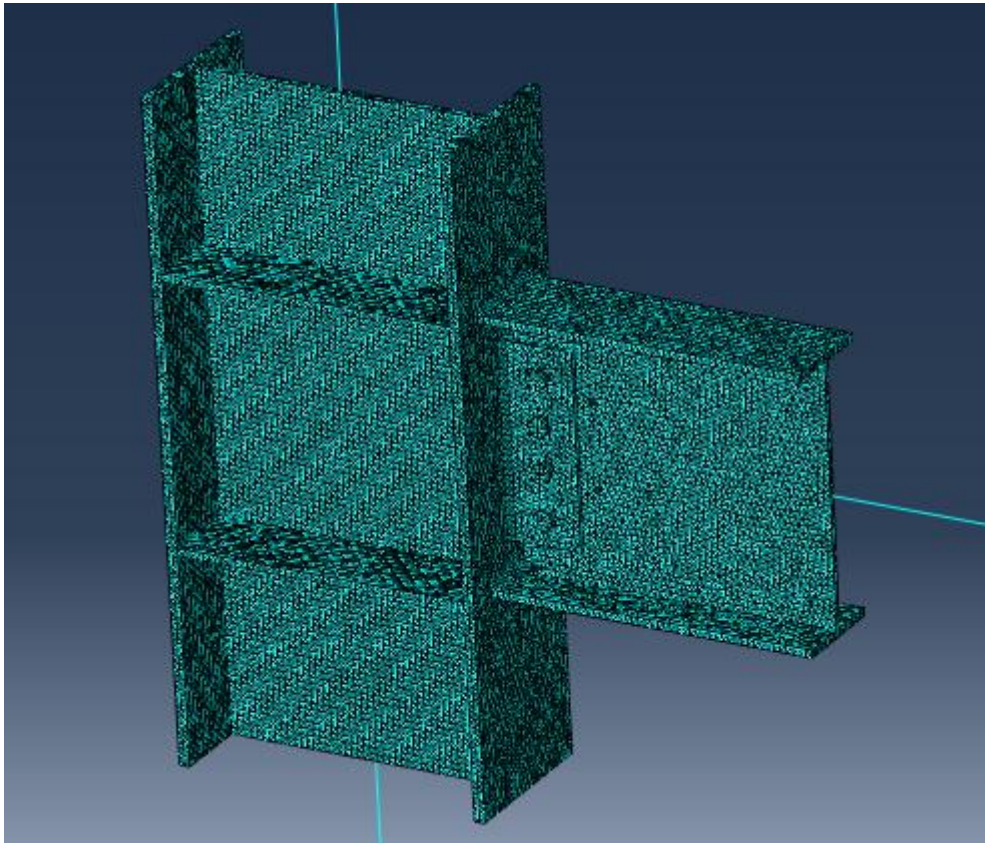
Σχήμα 6.29 : Ορισμός του Kinematic coupling στα άκρα του κόμβου στα σημεία σύνδεσης με τον υπόλοιπο φορέα

Στη συνέχεια θα πρέπει να προσδιορισθούν τα φορτία που θα ασκηθούν στο πλαίσιο. Όσον αφορά τα κατακόρυφα, αυτά είναι το ίδιο βάρος του φορέα και το κατανεμημένο φορτίο 42kN/m που ασκείται κατά μήκος κάθε δοκού. Έπειτα έχουμε τις δυναμικές φορτίσεις που προκύπτουν από τους σεισμούς του Northridge και της Αθήνας.



**Σχήμα 6.30 :** Εφαρμογή κατακόρυφων μόνιμων φορτίων του φορέα

Στο **Mesh Module** ορίζονται ο τύπος, η μορφή και το μέγεθος του στοιχείου διακριτοποίησης.



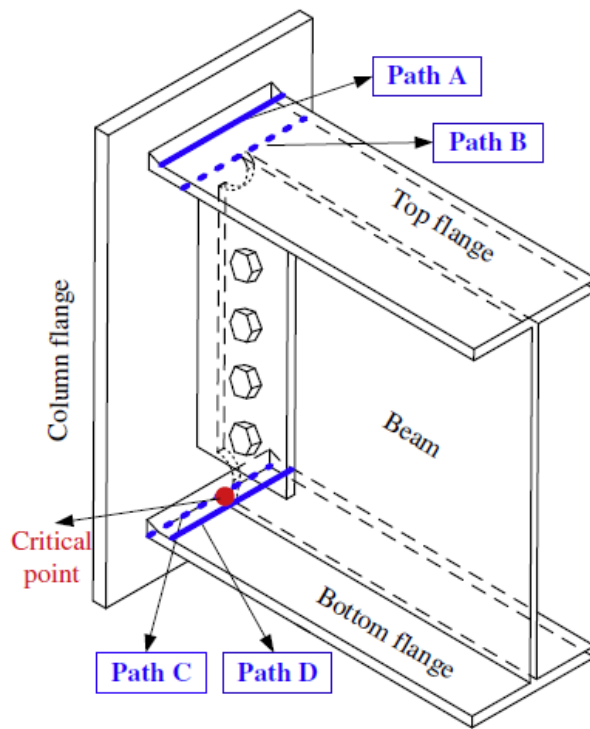
**Σχήμα 6.31** : Η σύνδεση μετά από διακριτοποίηση (mesh)

### 6.5.2 Εύρεση της κρίσιμης περιοχής της σύνδεσης

Στην εργασία των H.Zhou et al., στόχος είναι να βρεθεί ο δείκτης κόπωσης  $F_{cyclic}$  με βάση το CVGM κριτήριο. Για να πραγματοποιηθεί αυτό, απαιτείται μία υπορουτίνα του ABAQUS ονόματι UARM κωδικοποιημένη σε FORTRAN, προκειμένου να εισάγει το παραπάνω κριτήριο στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων της σύνδεσης δοκού-υποστυλώματος. Για τον υπολογισμό χρησιμοποιείται  $\eta_{monotonic} = 2.501$  για το χάλυβα Q345 και  $\eta_{monotonic} = 2.626$  για το μέταλλο συγκόλλησης και  $\lambda=0.15$ . Με βάση αυτό λοιπόν, ρωγμή λόγω κόπωσης θα προκύψει μόλις ο δείκτης κόπωσης ξεπεράσει το 1.0 .

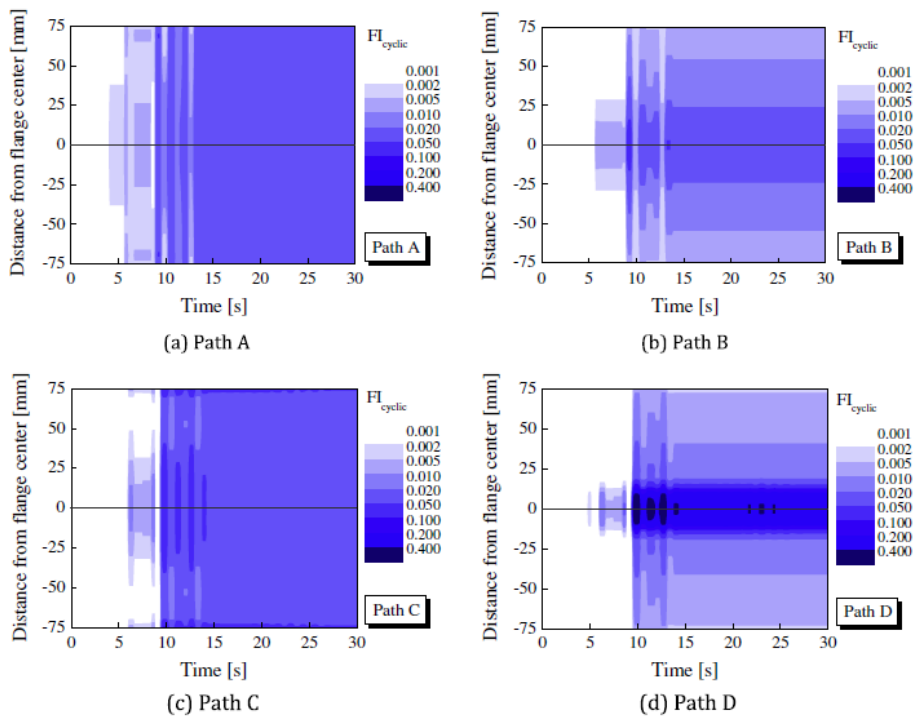
Στο σχήμα, παρουσιάζονται οι πιο ευάλωτες περιοχές κατά μήκος της δοκού, όπως αυτές εντοπίστηκαν μέσα από καθολική-τοπική ανάλυση. Το Path A αντιπροσωπεύει το άκρο της συγκόλλησης του πάνω μέρους της δοκού και το Path C δείχνει τη ρίζα της συγκόλλησης στο κάτω μέρος της δοκού. Τα Path B και D διαπερνούν τα άκρα των οπών πρόσβασης στις συγκολλήσεις στις εσωτερικές μεριές του πάνω και κάτω μέρους της δοκού αντίστοιχα.





Σχήμα 6.32 : Ευάλωτες περιοχές σε αστοχία κατά μήκος των τμημάτων της δοκού

Η χρονοϊστορία του δείκτη αστοχίας  $FI_{cyclic}$  για κάθε σημείο κατά μήκος των σχεδιασμένων διαδρομών φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 6.33 : Χρονοϊστορία δείκτη αστοχίας στα τέσσερα Paths

Είναι ξεκάθαρο από το σχήμα ότι ο δείκτης αστοχίας είναι λίγο μεγαλύτερος στα άκρα απ' ό τι στο κέντρο των τμημάτων της δοκού κατά μήκος των Paths A και C. Αντίθετα κατά μήκος των Paths B και D ο μέγιστος δείκτης αστοχίας προκύπτει στο άκρο της οπής πρόσβασης στη συγκόλληση στο κέντρο του τμήματος της δοκού.

Συμπερασματικά, κατά μήκος των διαδρομών A και C, τα άκρα των τμημάτων δοκού είναι πιο κρίσιμα σε αστοχία από τα κεντρικά. Με βάση τις διαδρομές B και D, τα κέντρα των τμημάτων δοκού διατηρούν τις μεγαλύτερες πιθανότητες αστοχίας εξαιτίας των γεωμετρικών ασυνεχειών που υπάρχουν λόγω των οπών πρόσβασης στις συγκολλήσεις. Τα κρίσιμα σημεία των Paths C,D έχουν σχετικά υψηλότερα επίπεδα δείκτη αστοχίας σε σύγκριση με των A,B, εννοώντας ότι αστοχίες λόγω κόπωσης είναι πιο πιθανές να συμβούν στο κάτω μέρος της δοκού υπό οριζόντια σεισμικά φορτία. Ανάμεσα στις τοποθεσίες των τεσσάρων διαδρομών, το άκρο της οπής πρόσβασης στο κάτω μέρος της δοκού είναι το πιο κρίσιμο σημείο σε κόπωση για τη σύνδεση. Βέβαια ο δείκτης αστοχίας για κάθε σημείο παραμένει κάτω από 1.0, πράγμα που σημαίνει ότι δεν πρόκειται να συμβεί καμία αστοχία σε μια σύνδεση που έχει υποβληθεί στο σεισμό του Northridge.

### **6.5.3 Εναλλακτική προσέγγιση για την εύρεση της κρίσιμης περιοχής της σύνδεσης**

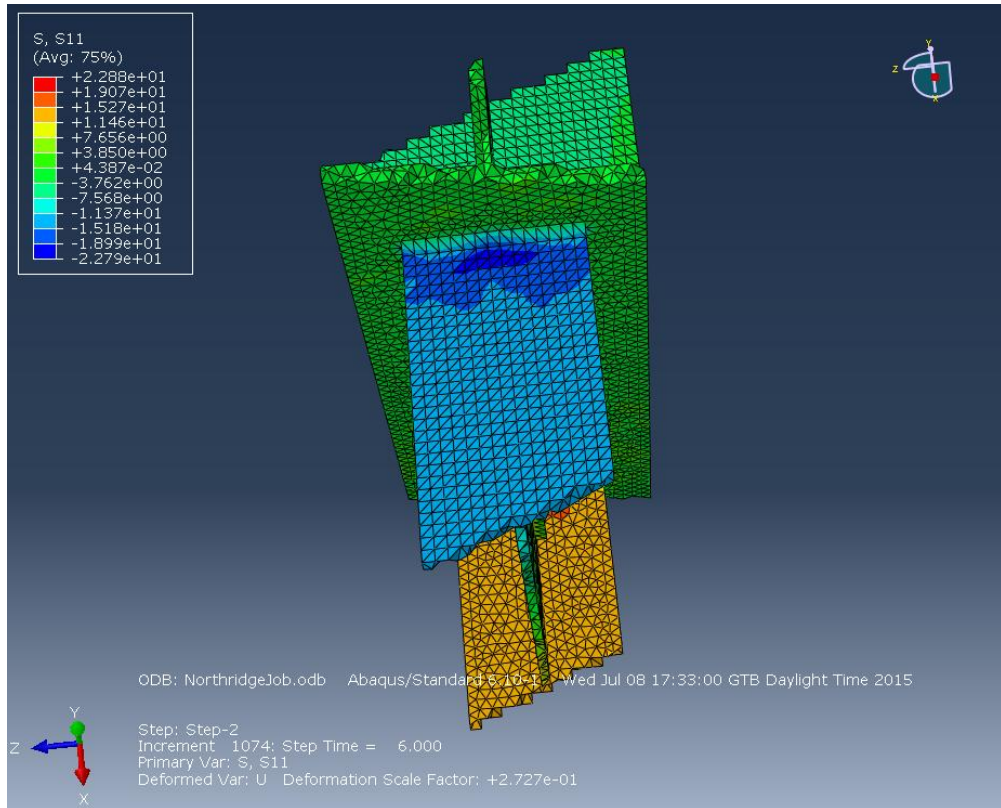
Ο H.Zhou κατέδειξε στην έρευνα του ότι ακολουθώντας τη μέθοδο με το δείκτη αστοχίας, κρίσιμο σημείο για τη σύνδεση προκύπτει το μέσο του Path D.

Στην παρούσα μελέτη, λοιπόν, υποβάλλουμε το κτίριο και τη σύνδεση στις δυναμικές φορτίσεις του σεισμού του Northridge και του σεισμού της Αθήνας. Από αυτές τις αναλύσεις, μας ενδιαφέρει να βρούμε τις τάσεις και τις παραμορφώσεις στις κρίσιμες διαδρομές, προκειμένου να μπορεί να γίνει μια σύγκριση τόσο μεταξύ των δύο εν λόγω σεισμών αλλά και με τα αποτελέσματα της εργασίας του H.Zhou.

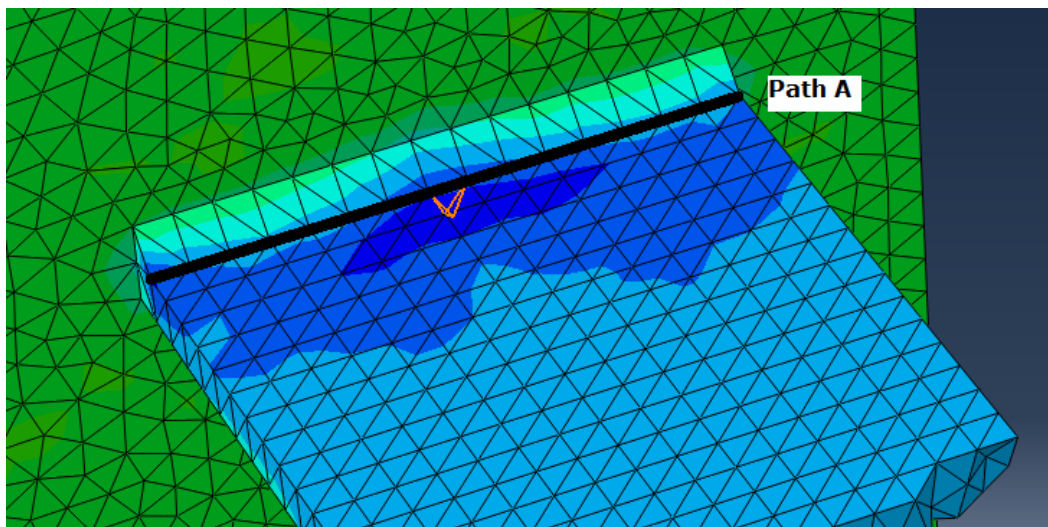
Αφού δημιουργήθηκε σε προηγούμενο βήμα το μοντέλο της σύνδεσης στο ABAQUS, υποβλήθηκε στο σεισμό του Northridge και στο σεισμό της Αθήνας. Η εξέταση του μοντέλου έγινε πάνω στην κύρια τάση S11, την παραμόρφωση E11 και την πλαστική παραμόρφωση PE11. Επιπλέον γίνεται και έλεγχος των τάσεων Mises για να φανεί σε τι βαθμό έχουμε φτάσει σε διαρροή και αστοχία. (Στα διαγράμματα τάσεων-χρόνου οι μονάδες των τάσεων είναι  $kN/cm^2$ )

Για όλες τις αναλύσεις που διεξήχθησαν, χρησιμοποιήθηκαν 4 σημεία της σύνδεσης, ένα για το κάθε Path. Τα 4 αυτά σημεία παρουσιάζονται ακολούθως:

- **Path A**

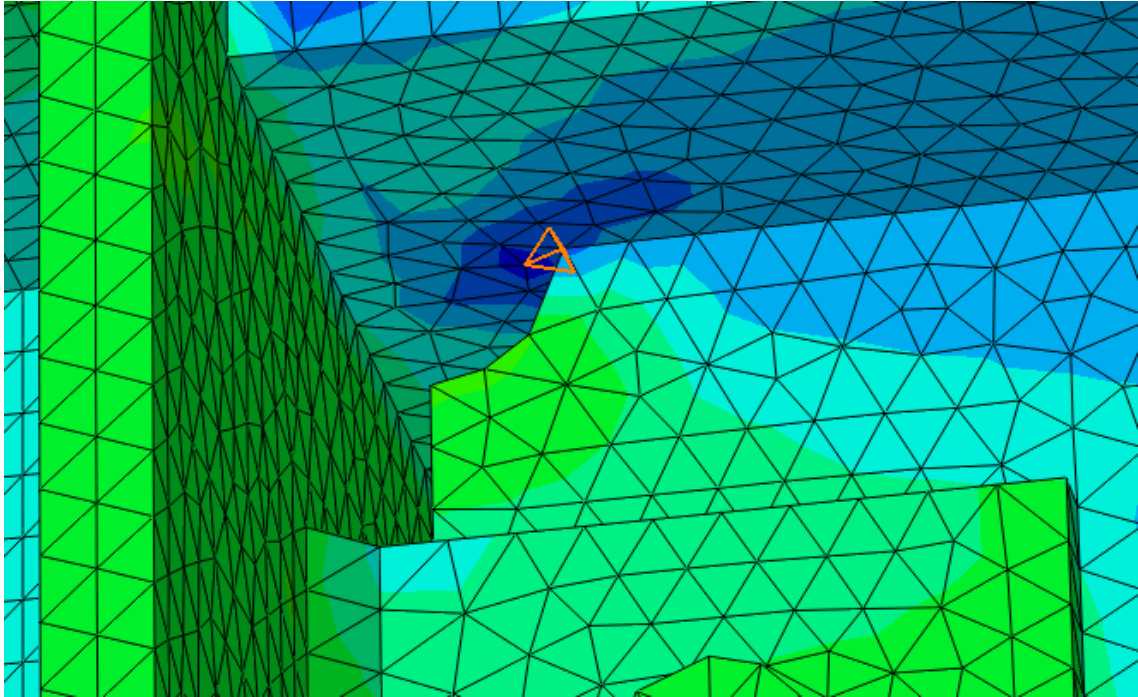


**Σχήμα 6.34 :** Το Path A του κόμβου

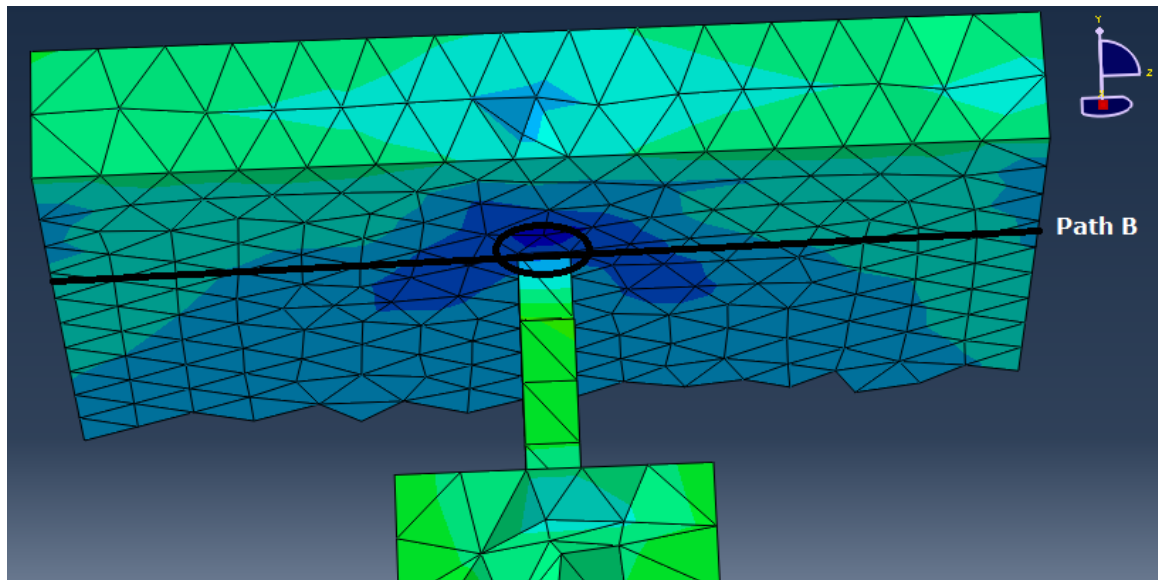


**Σχήμα 6.35:** Το Path A και ένα στοιχείο αυτού με κωδικό 153494

- Path B

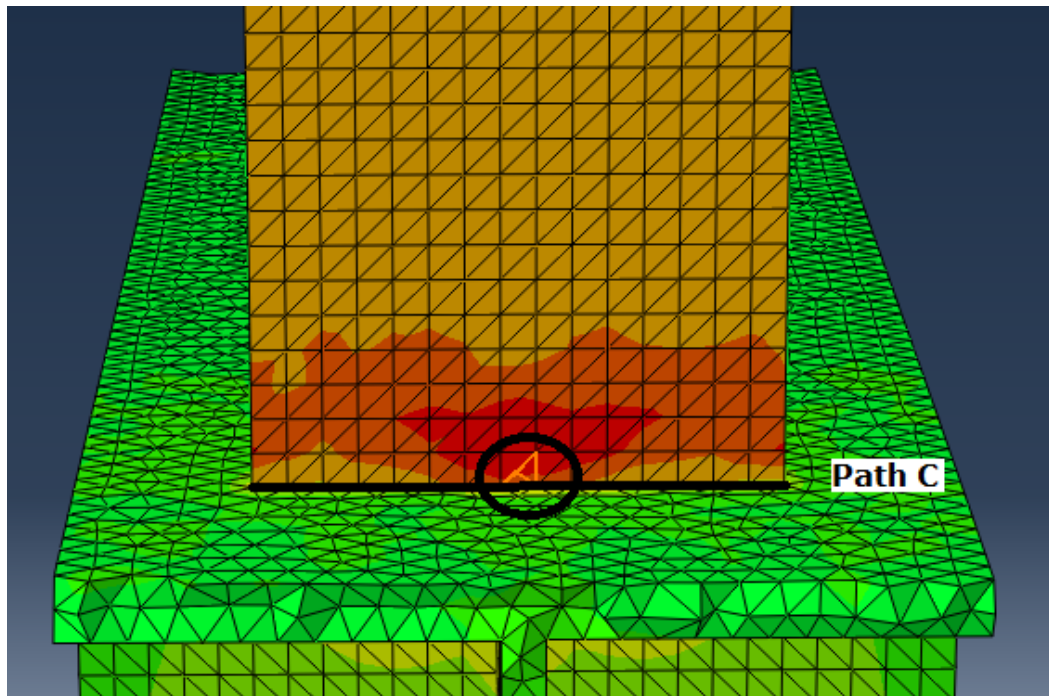


Σχήμα 6.36 : Το στοιχείο 153694 του Path B του κόμβου



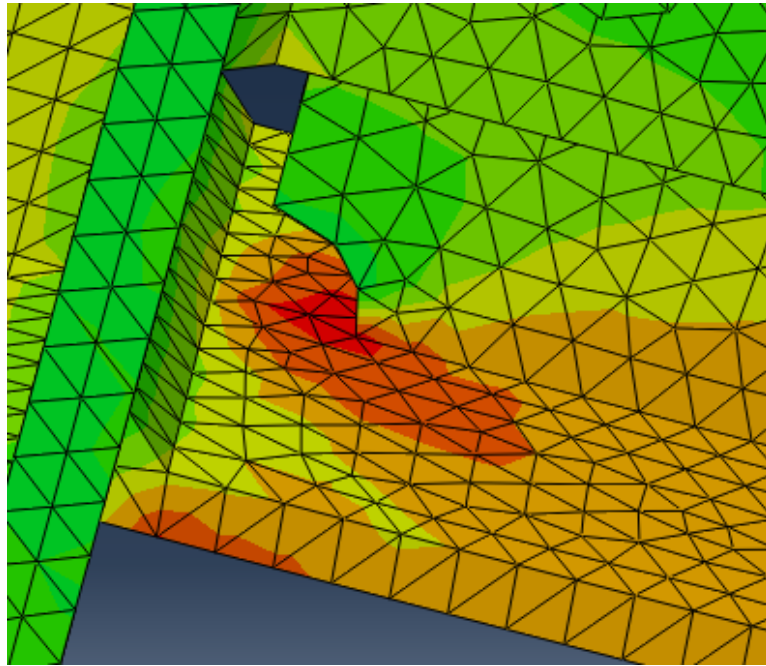
Σχήμα 6.37: Το Path B της σύνδεσης

- Path C

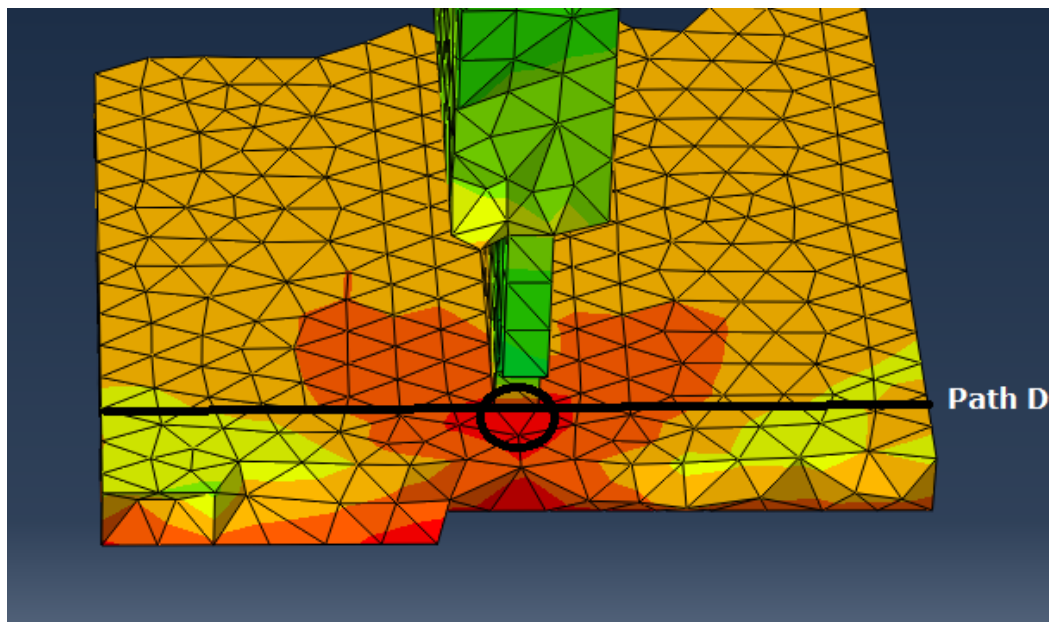


Σχήμα 33 : Το Path C και το στοιχείο του 153061

- Path D



Σχήμα 6.39 : Η περιοχή του Path D

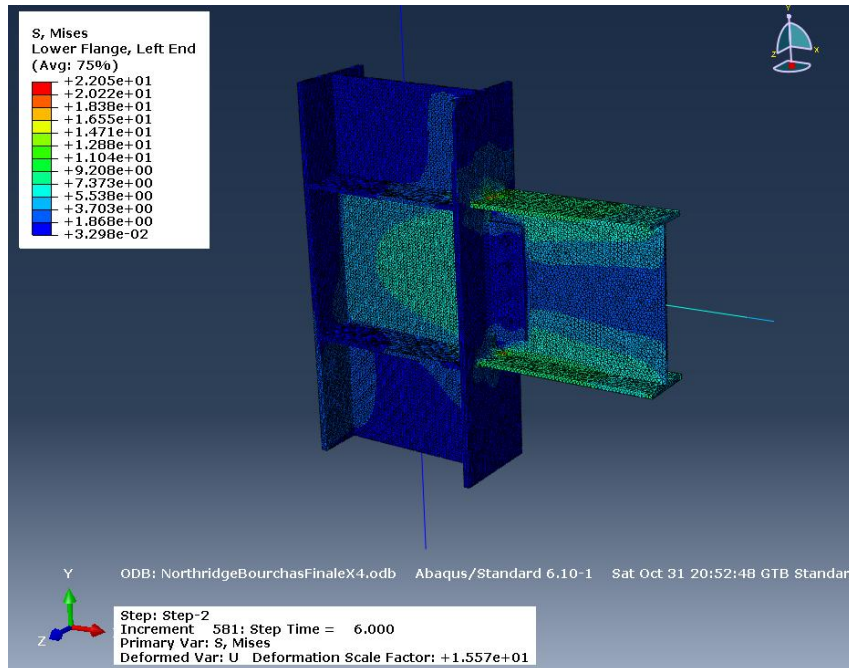


Σχήμα 6.40 : Το Path D και το στοιχείο του 69204

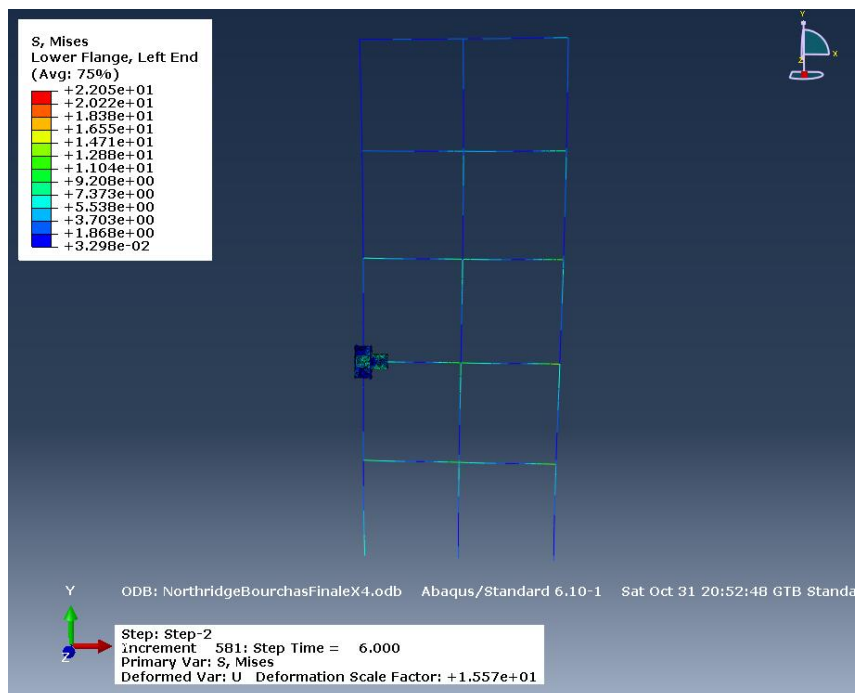
### 6.5.3.1 Αποτελέσματα του σεισμού του Northridge

Τα κάτωθι αποτελέσματα λήφθηκαν στο τέλος της σεισμικής φόρτισης του Northridge ( $t = 6.00 \text{ sec}$ )

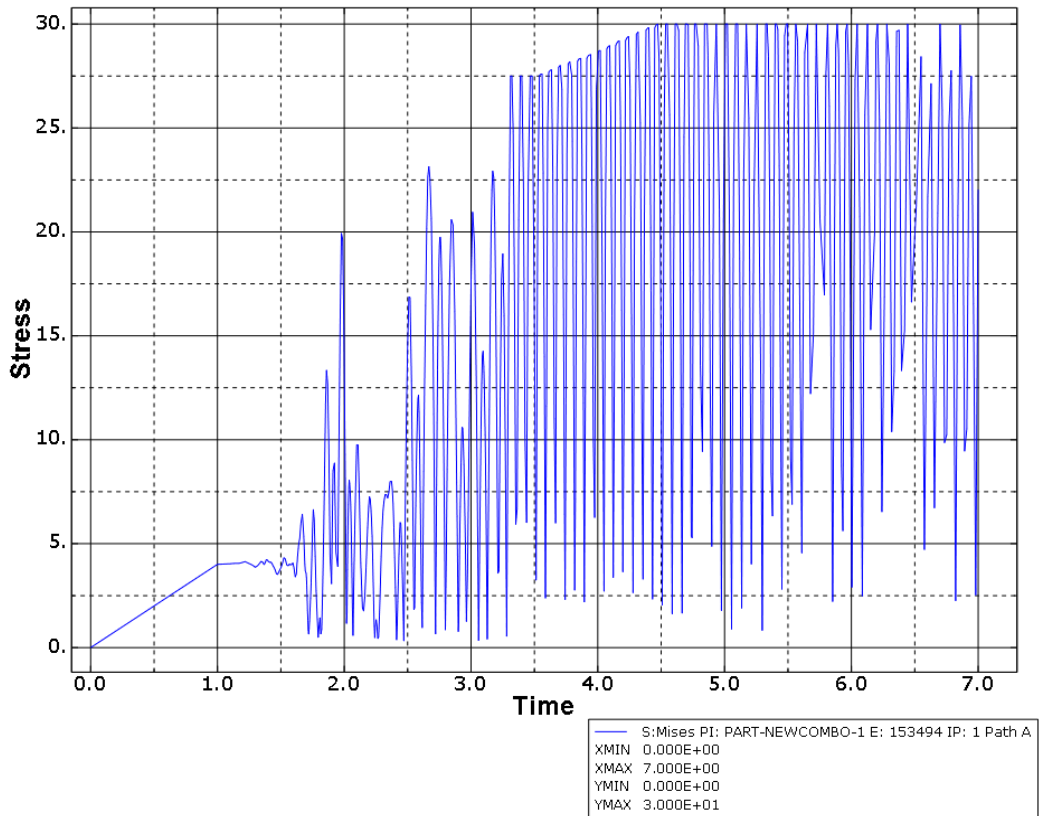
#### ❖ Τάση von Mises



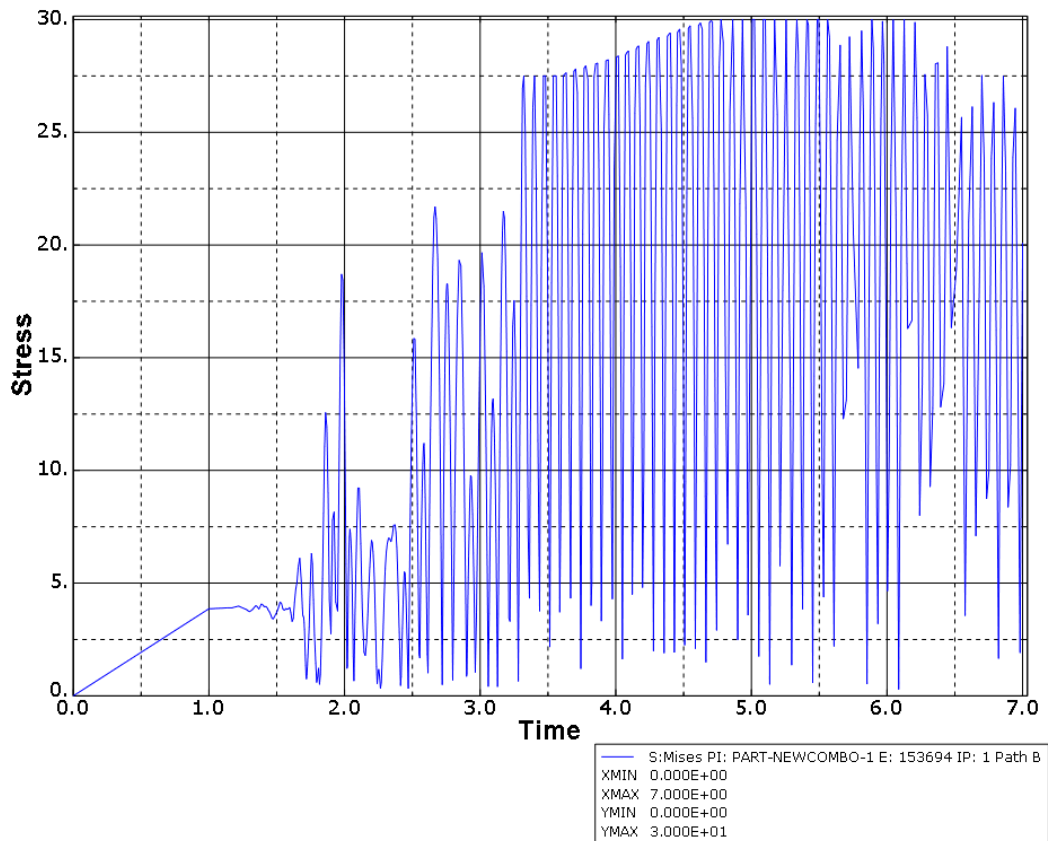
Σχήμα 6.41 : Κόμβος υπό την επίδραση της τάσης von Mises (Northridge)



Σχήμα 6.42: Φορέας υπό την επίδραση της τάσης von Mises (Northridge)

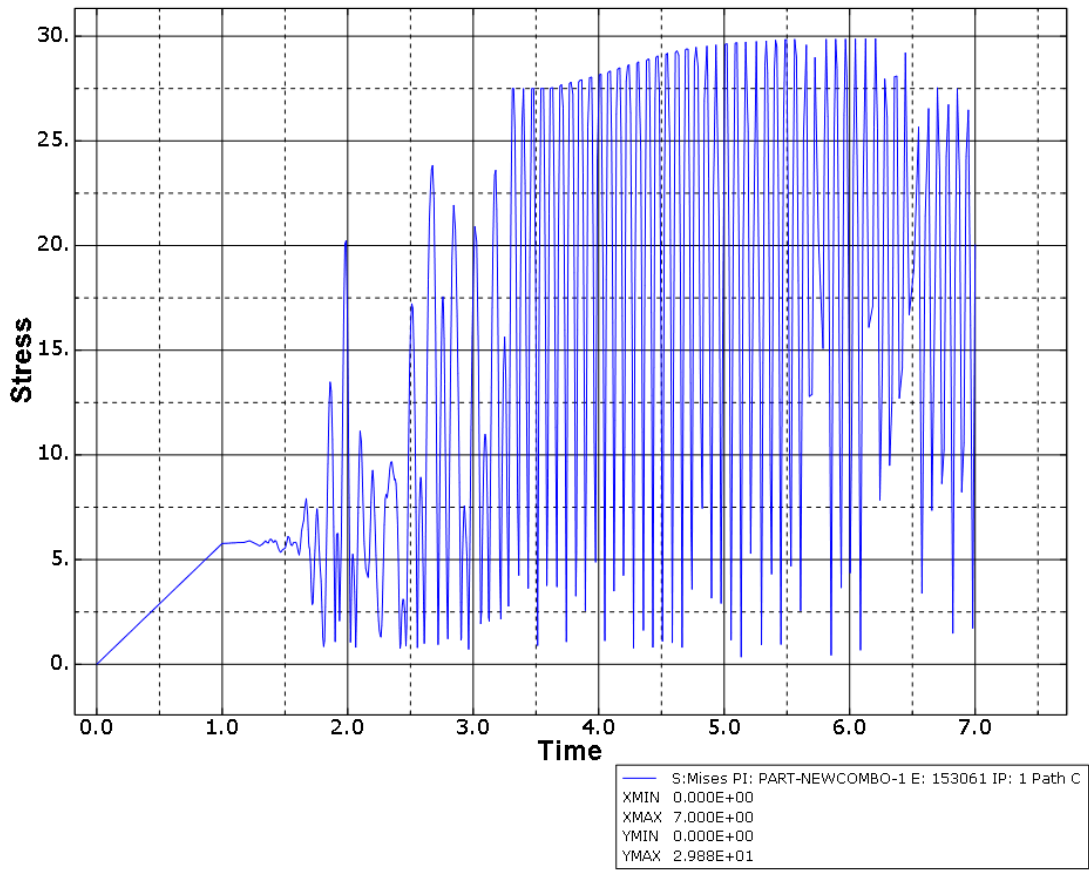


Σχήμα 6.43 : Διάγραμμα τάσης von Mises-χρόνου για το Path A (Northridge)

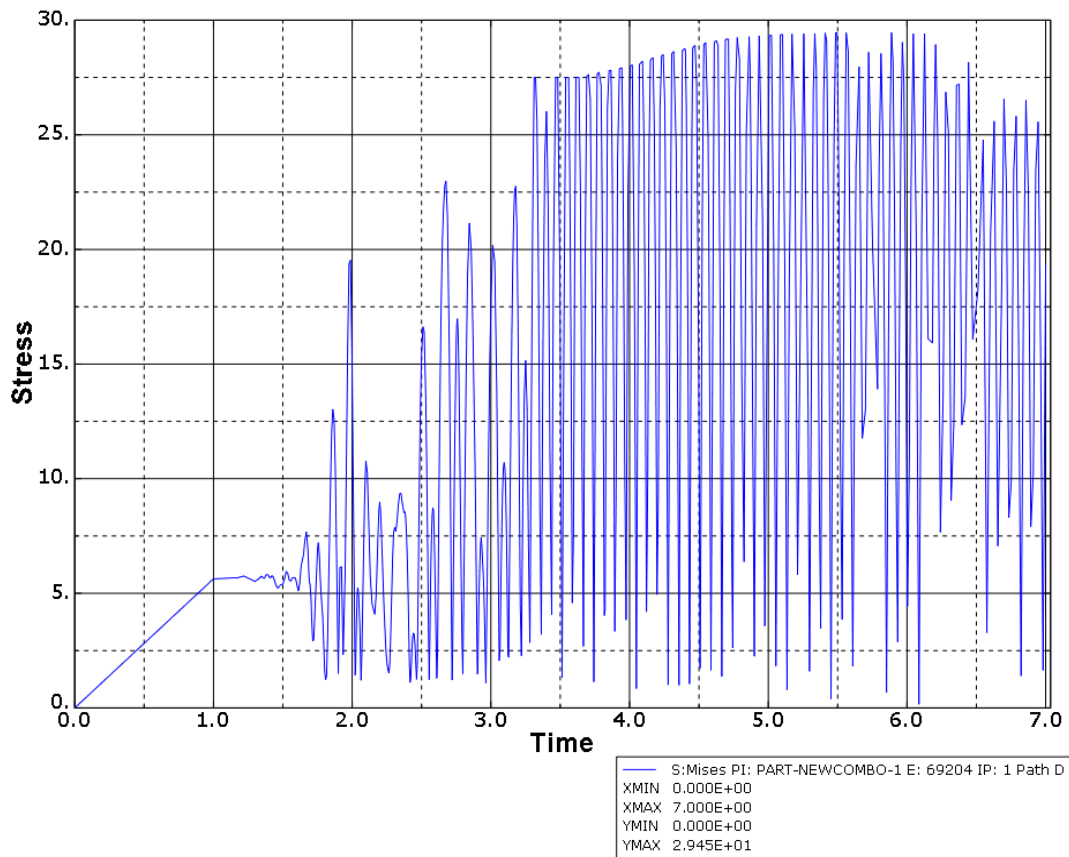


Σχήμα 6.44 : Διάγραμμα τάσης von Mises-χρόνου για το Path B (Northridge)



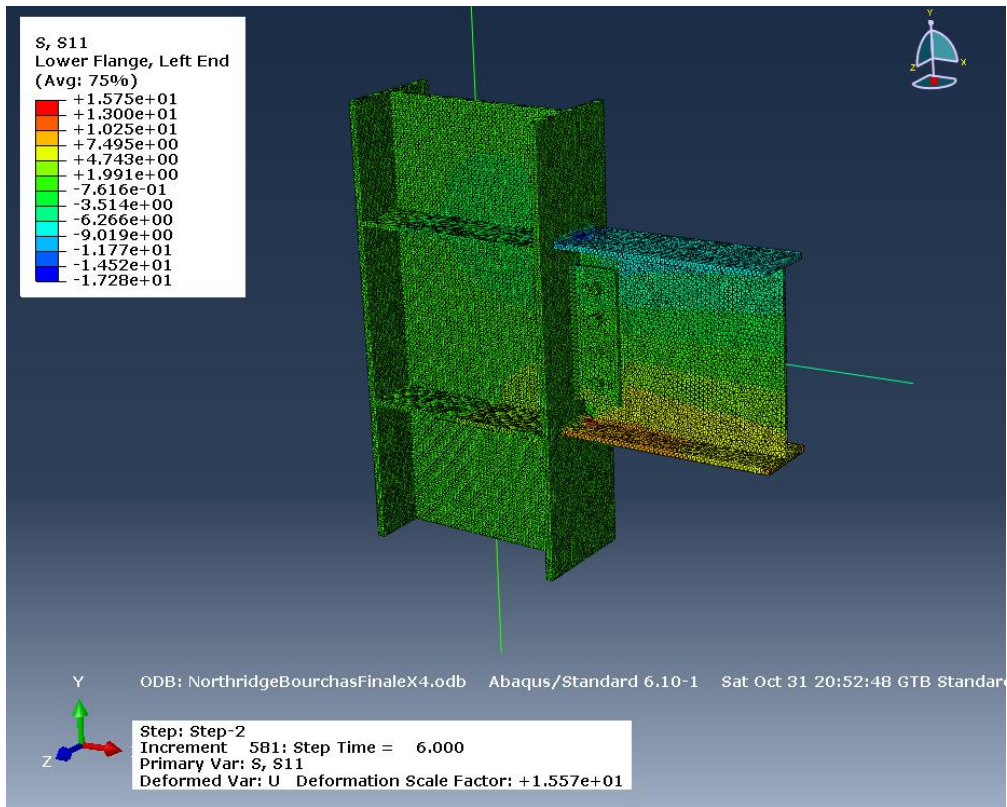


Σχήμα 6.45: Διάγραμμα τάσης von Mises-χρόνου για το Path C (Northridge)

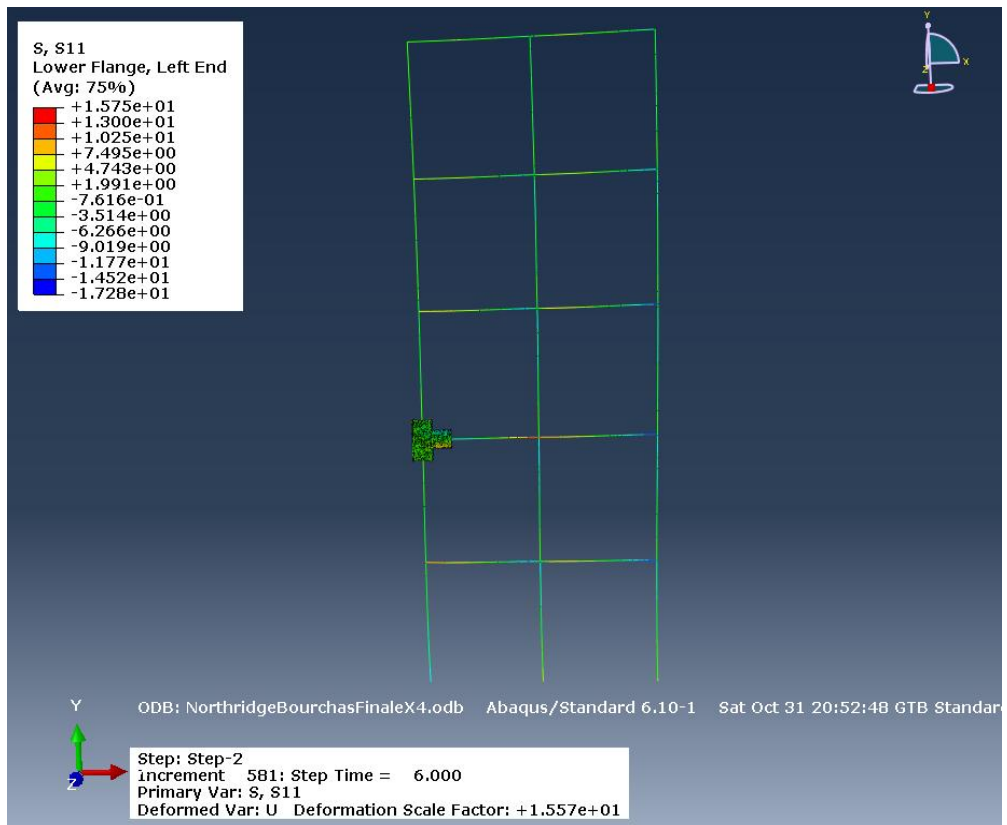


Σχήμα 6.46: Διάγραμμα τάσης von Mises-χρόνου για το Path D (Northridge)

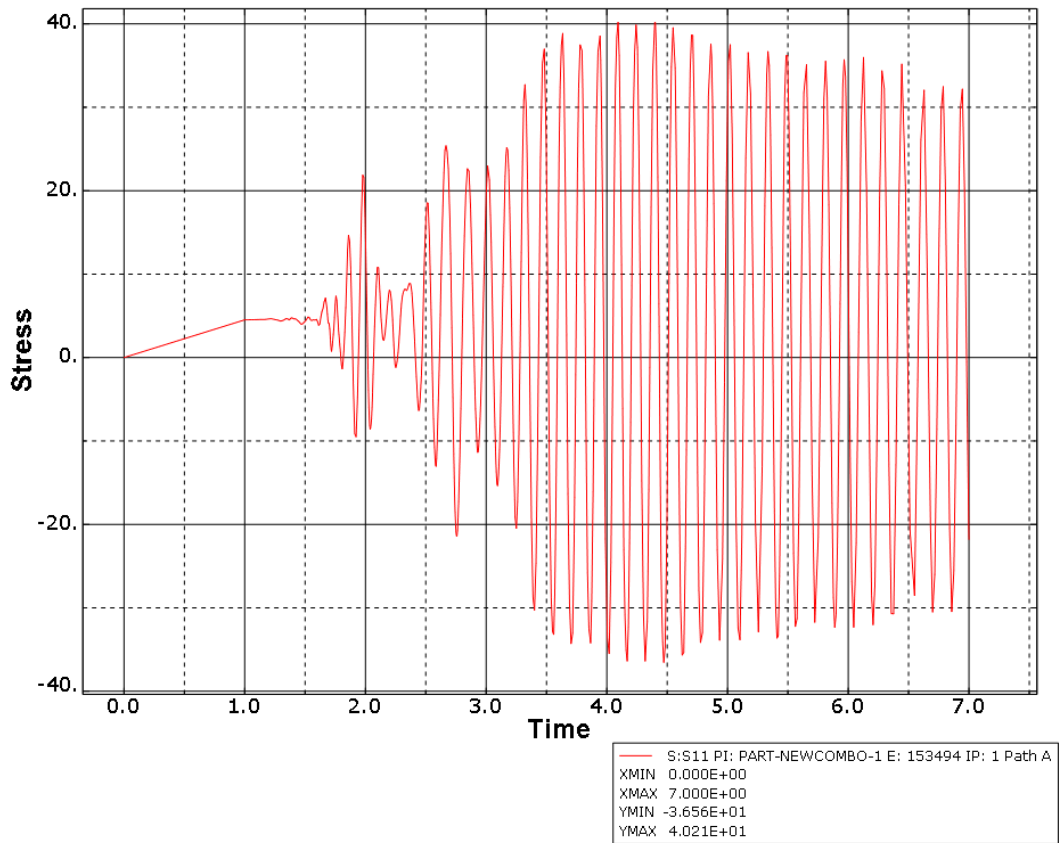
❖ Ορθή τάση S11



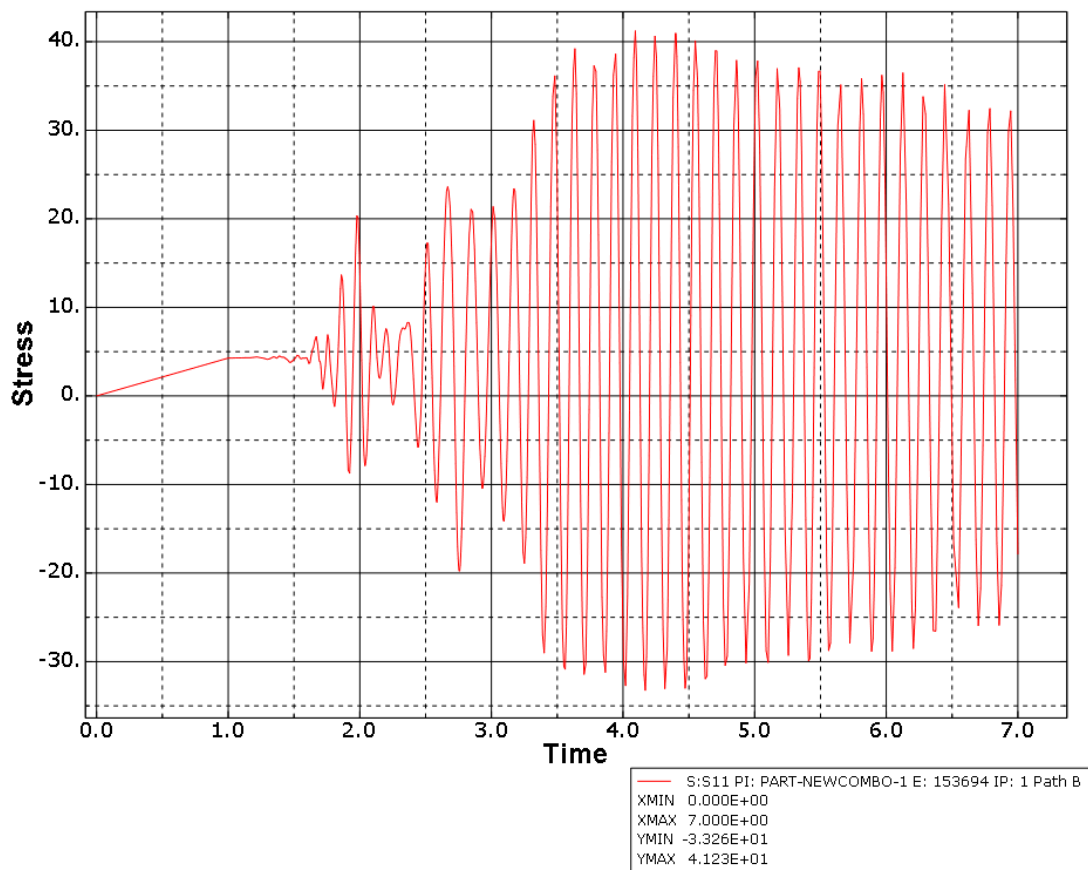
Σχήμα 6.47 : Κόμβος υπό την επίδραση της τάσης S11 (Northridge)



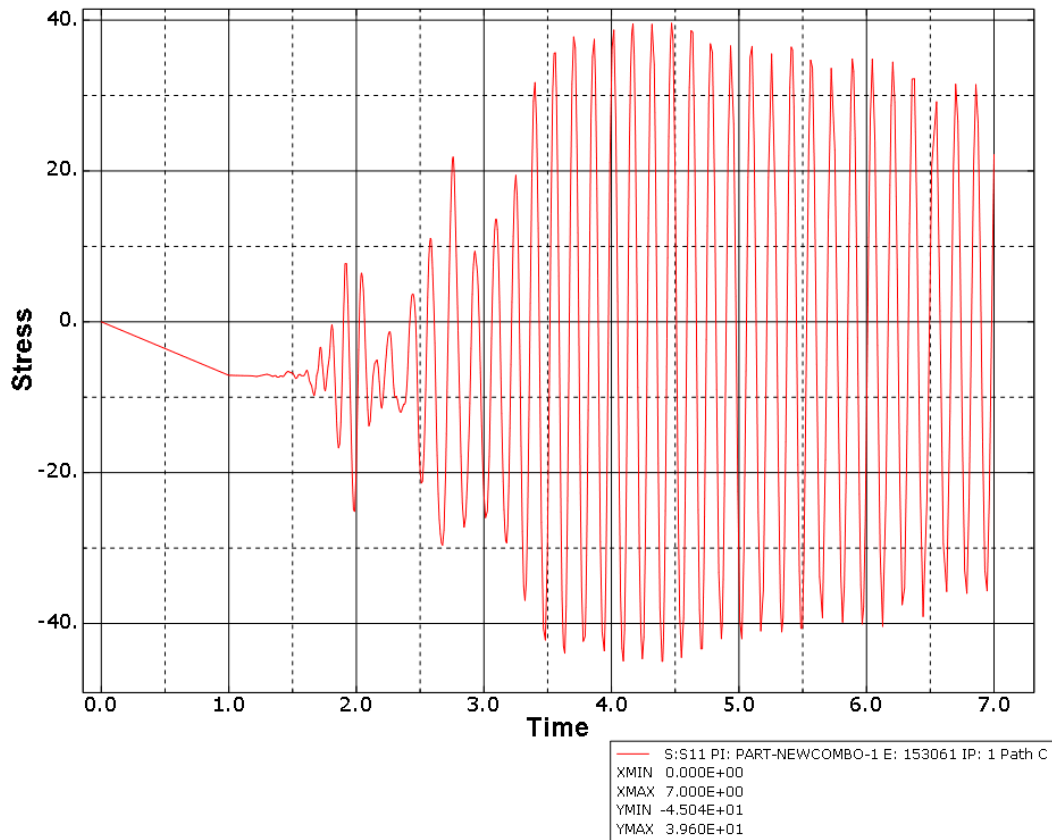
Σχήμα 6.48: Φορέας υπό την επίδραση της τάσης S11 (Northridge)



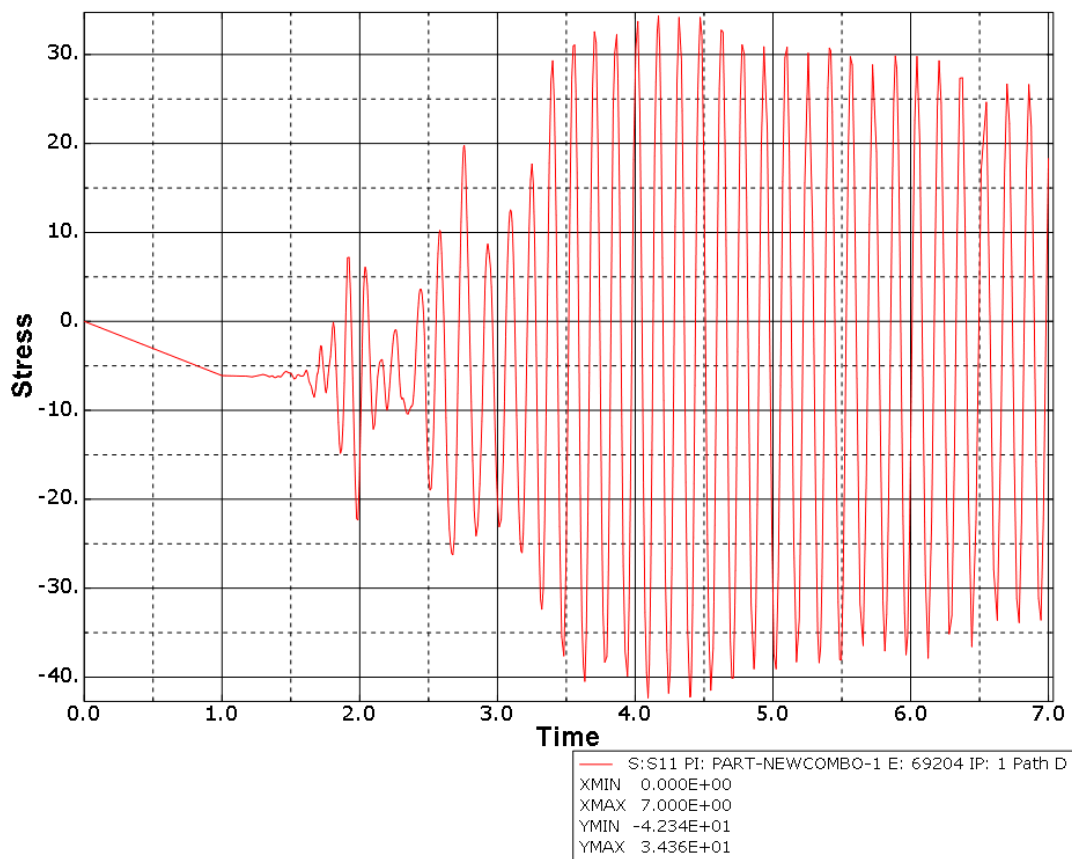
Σχήμα 6.49 : Διάγραμμα τάσης -χρόνου για το Path A (Northridge)



Σχήμα 6.50: Διάγραμμα τάσης -χρόνου για το Path B (Northridge)

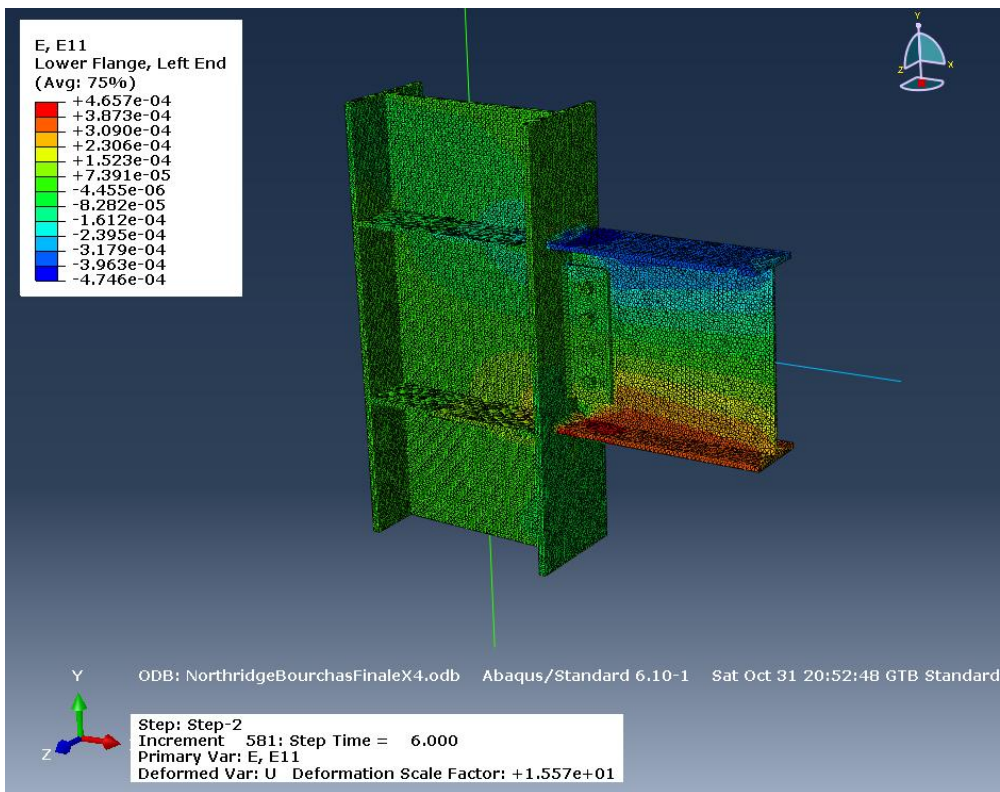


Σχήμα 6.51 : Διάγραμμα τάσης -χρόνου για το Path C (Northridge)

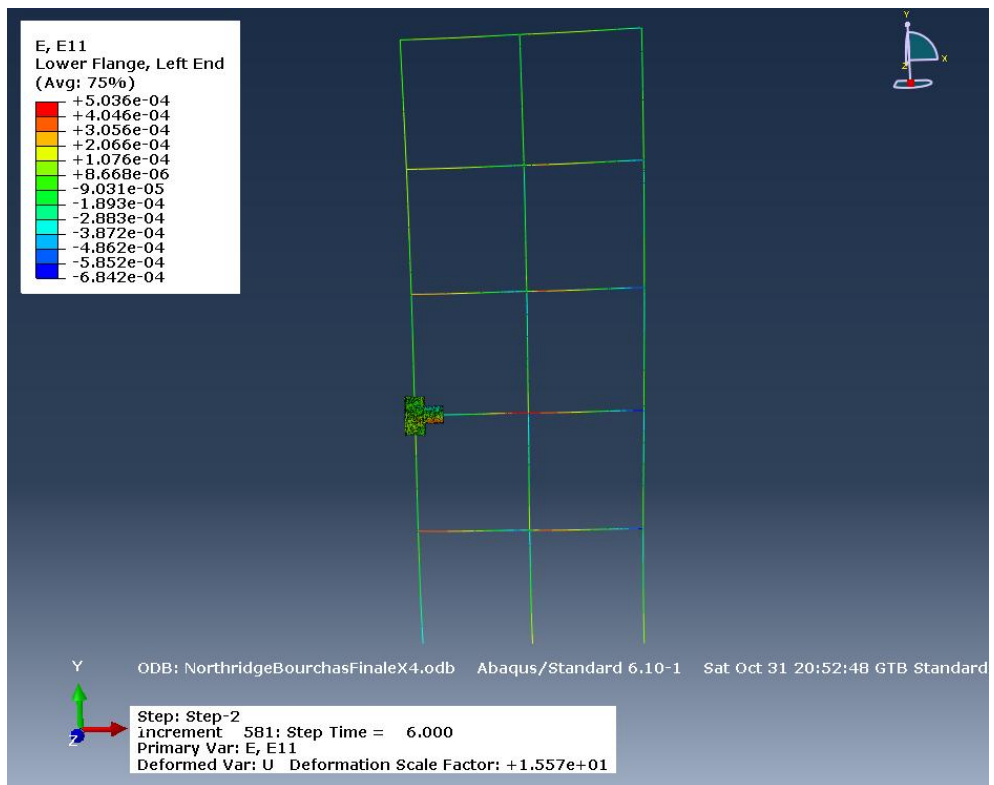


Σχήμα 6.52 : Διάγραμμα τάσης -χρόνου για το Path D (Northridge)

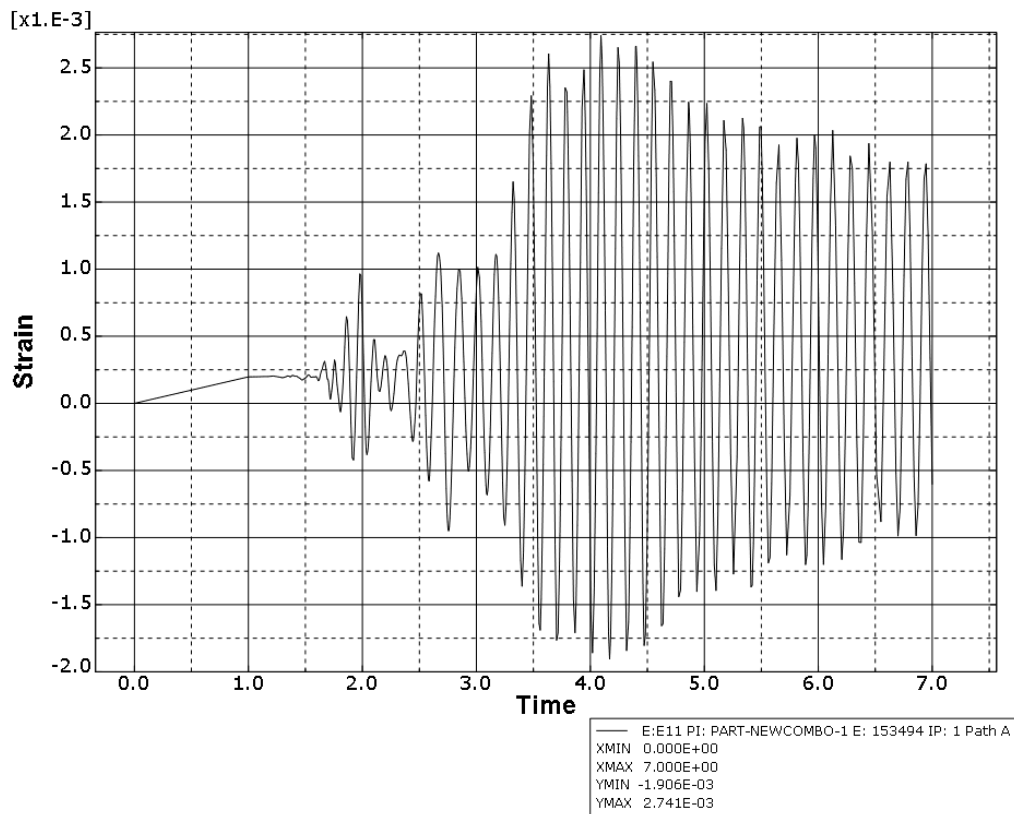
❖ Κόρια παραμόρφωση E11



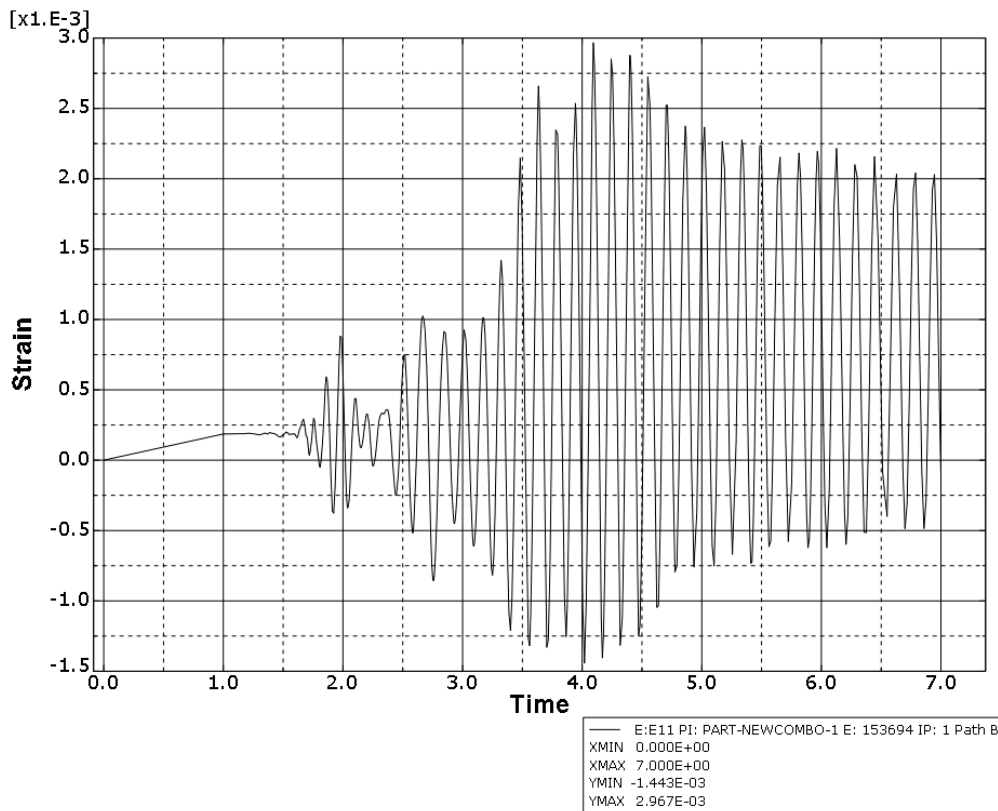
Σχήμα 6.53 : Κόμβος υπό την επίδραση της παραμόρφωσης E11 (Northridge)



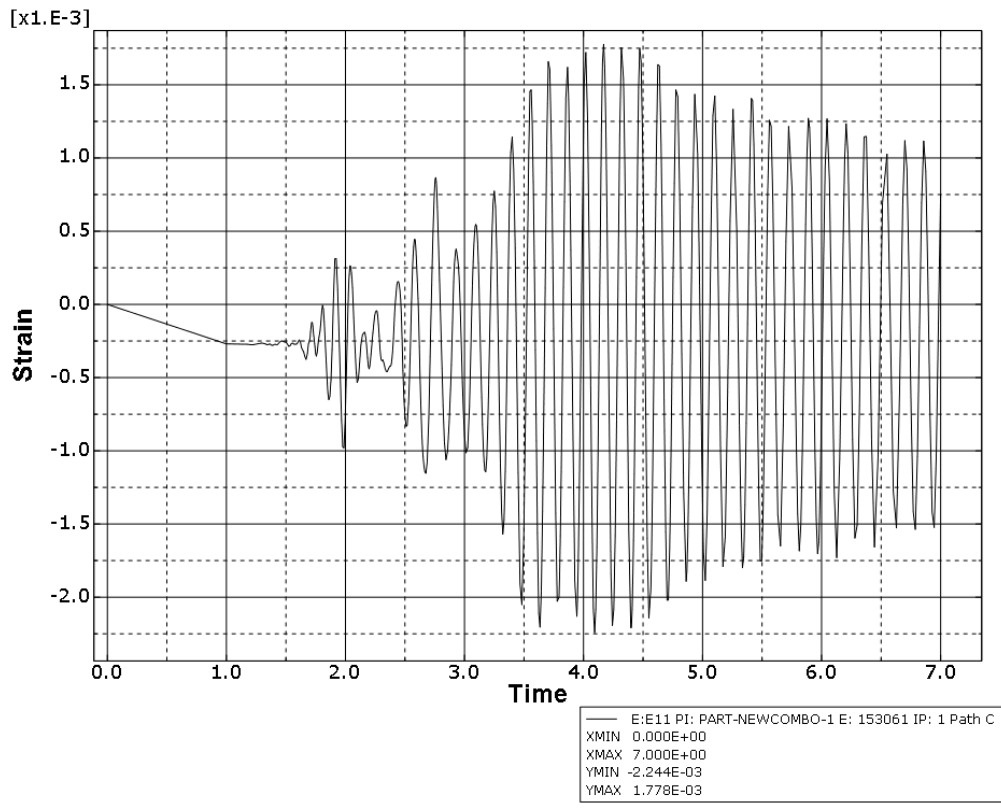
Σχήμα 6.54 : Φορέας υπό την επίδραση της παραμόρφωσης E11 (Northridge)



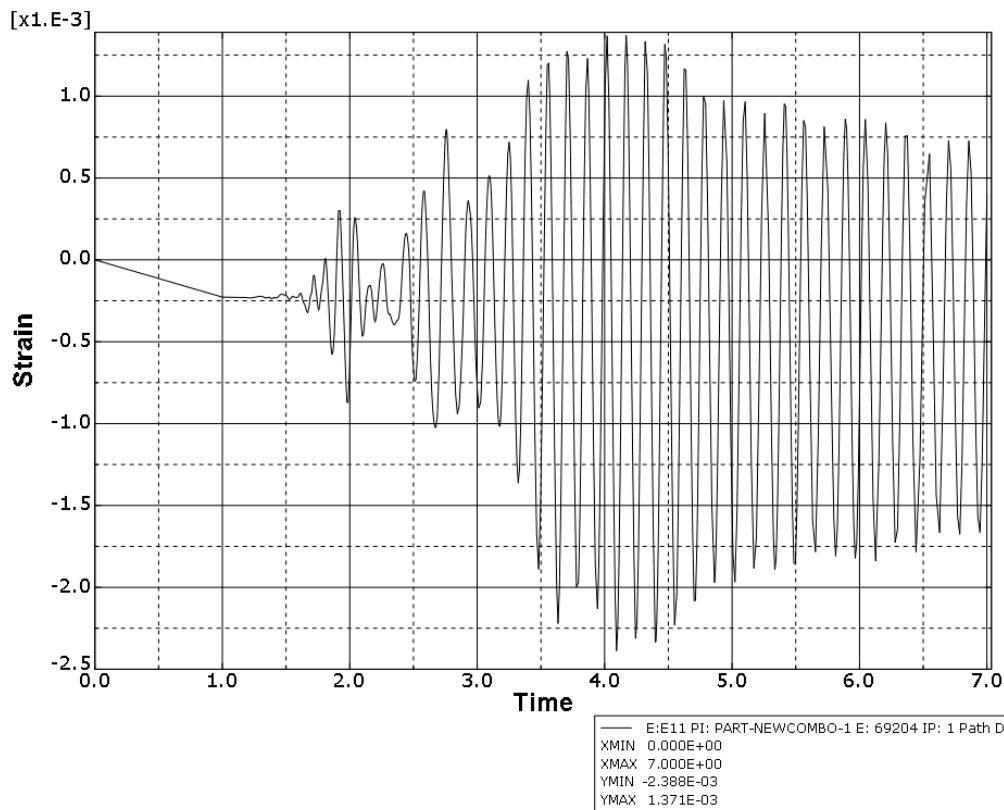
Σχήμα 6.55 : Διάγραμμα παραμόρφωσης -χρόνου για το Path A (Northridge)



Σχήμα 6.56 : Διάγραμμα παραμόρφωσης -χρόνου για το Path B (Northridge)

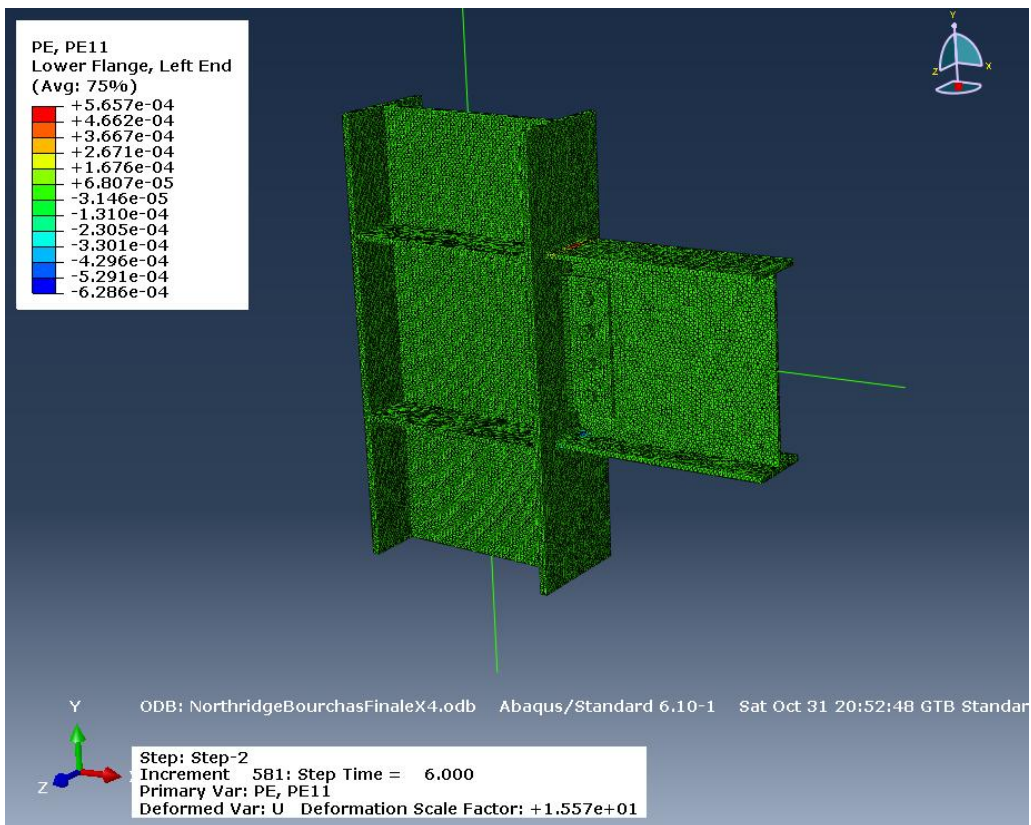


Σχήμα 6.57 : Διάγραμμα παραμόρφωσης -χρόνου για το Path C (Northridge)

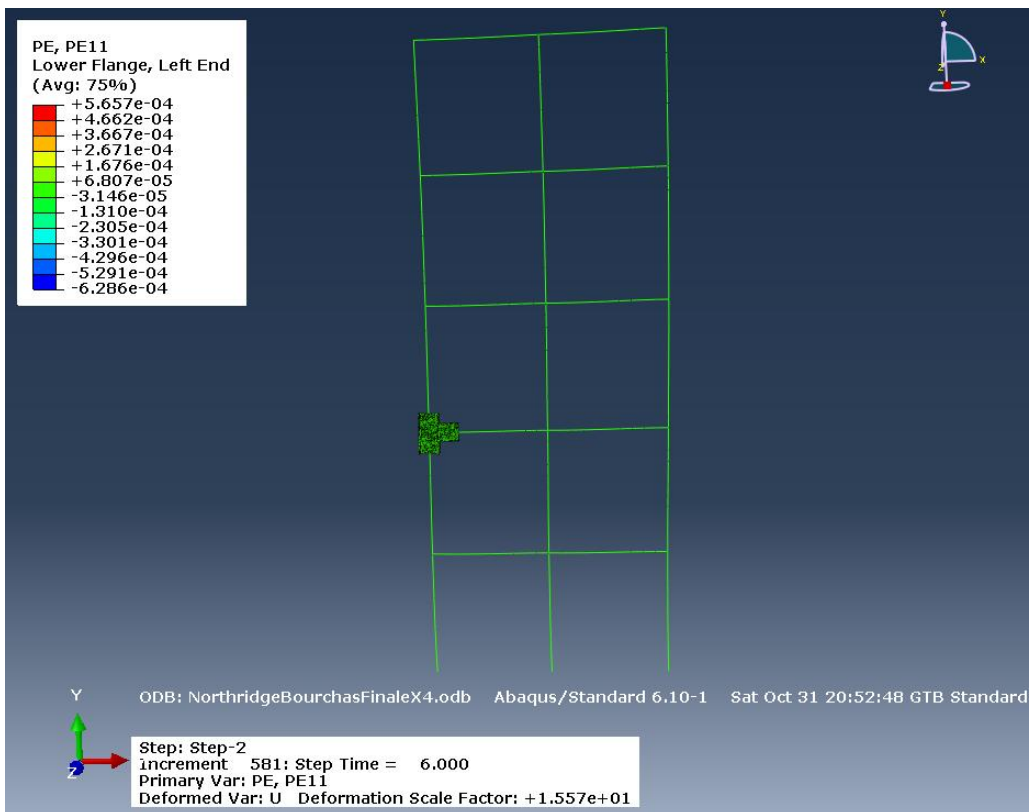


Σχήμα 6.58 : Διάγραμμα παραμόρφωσης -χρόνου για το Path D (Northridge)

❖ Πλαστική παραμόρφωση PE11

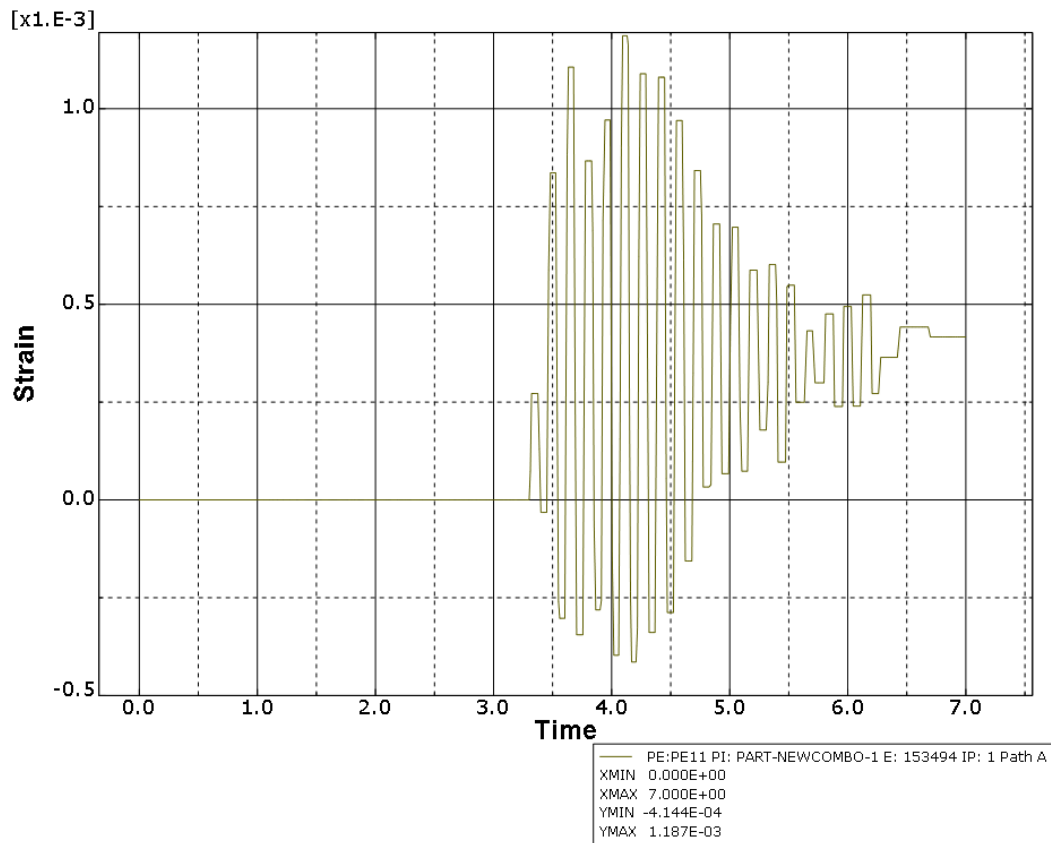


Σχήμα 6.59 : Κόμβος σε συνθήκες πλαστικής παραμόρφωσης PE11 (Northridge)

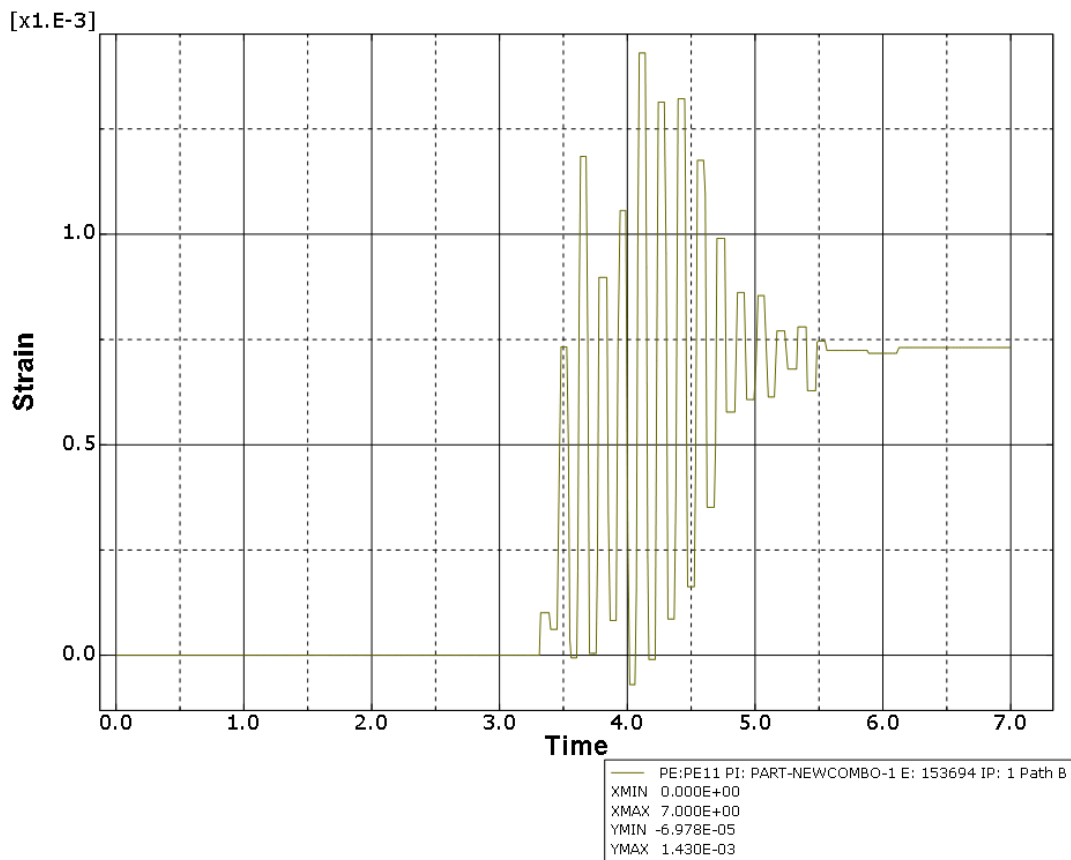


Σχήμα 6.60 : Φορέας σε συνθήκες πλαστικής παραμόρφωσης PE11 (Northridge)

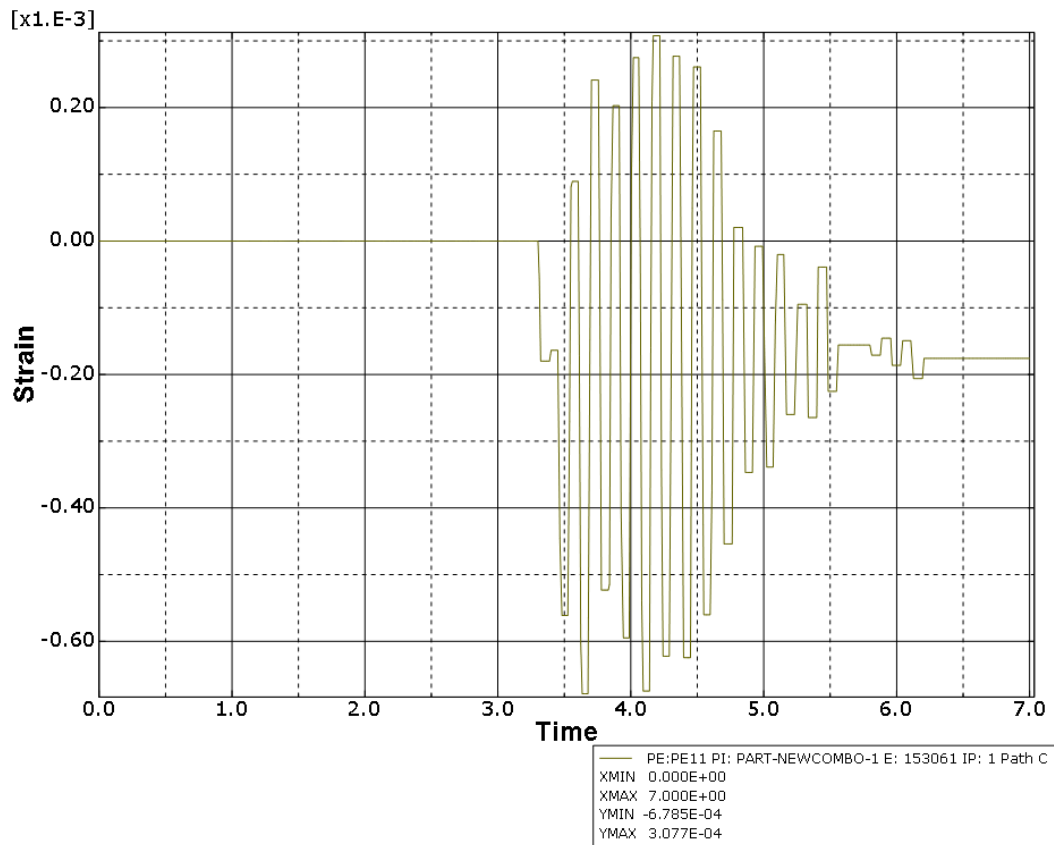




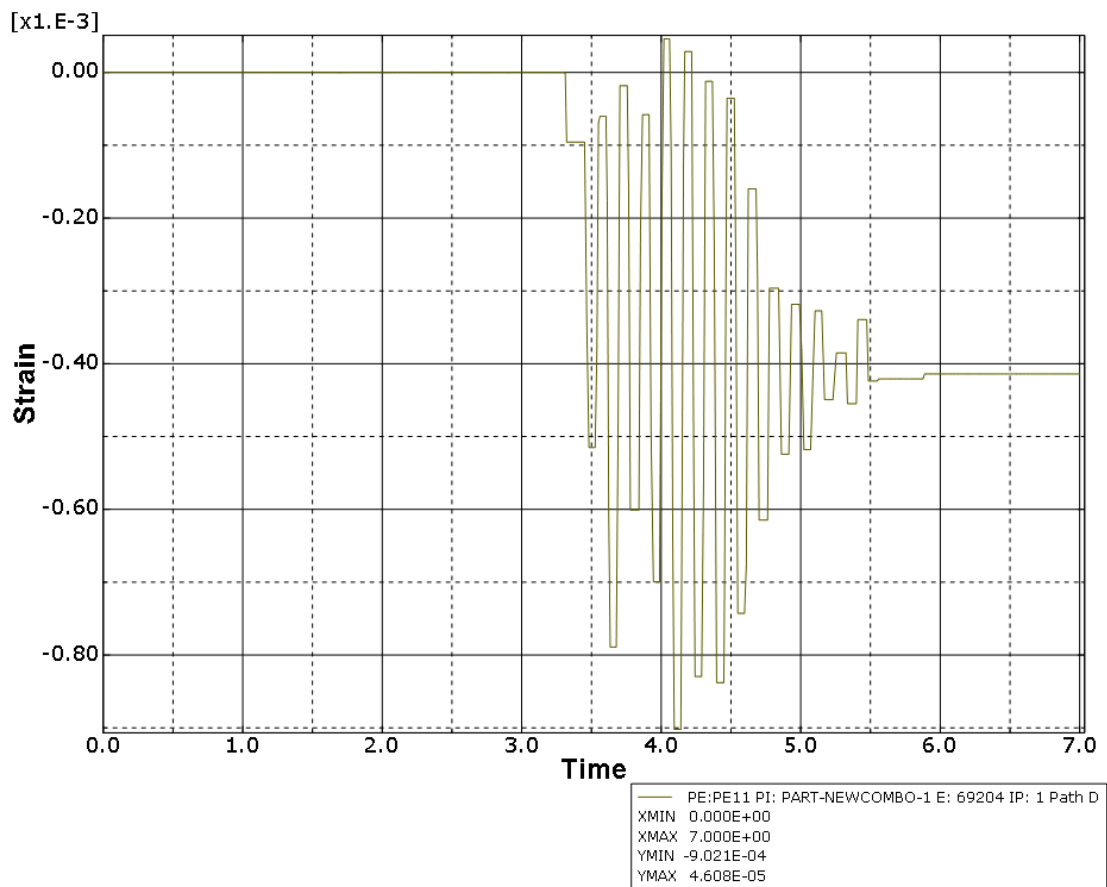
Σχήμα 6.61 : Διάγραμμα πλαστικής παραμόρφωσης -χρόνου για το Path A (Northridge)



Σχήμα 6.62 : Διάγραμμα πλαστικής παραμόρφωσης -χρόνου για το Path B (Northridge)



Σχήμα 6.63 : Διάγραμμα πλαστικής παραμόρφωσης -χρόνου για το Path C (Northridge)

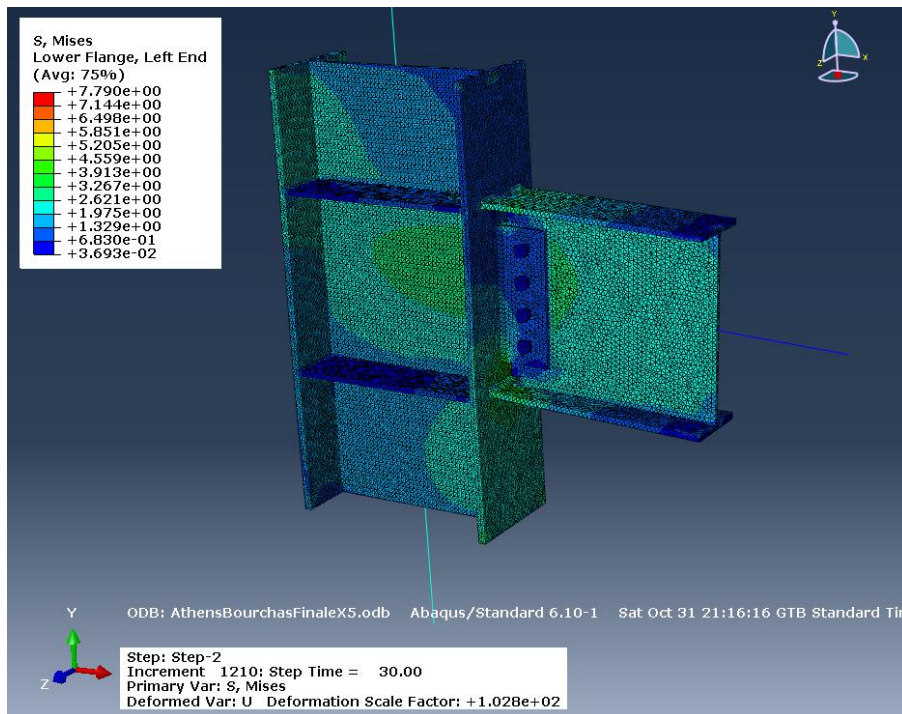


Σχήμα 6.64 : Διάγραμμα πλαστικής παραμόρφωσης -χρόνου για το Path D (Northridge)

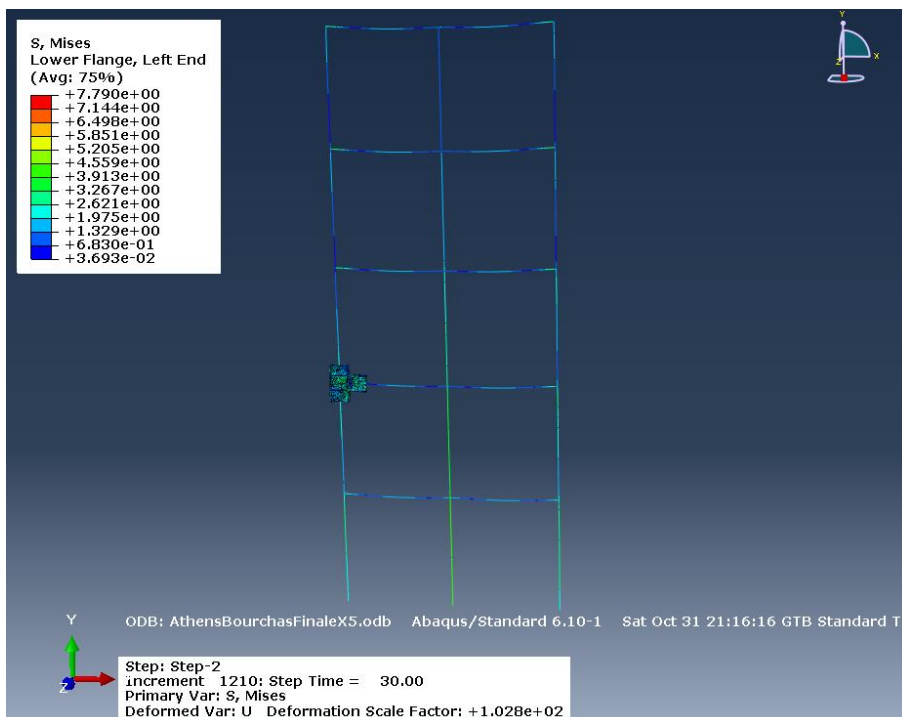
### 6.5.3.2 Αποτελέσματα του σεισμού της Αθήνας

Τα κάτωθι αποτελέσματα λήφθηκαν μετά το τέλος της σεισμικής φόρτισης της Αθήνας στα 30 sec.

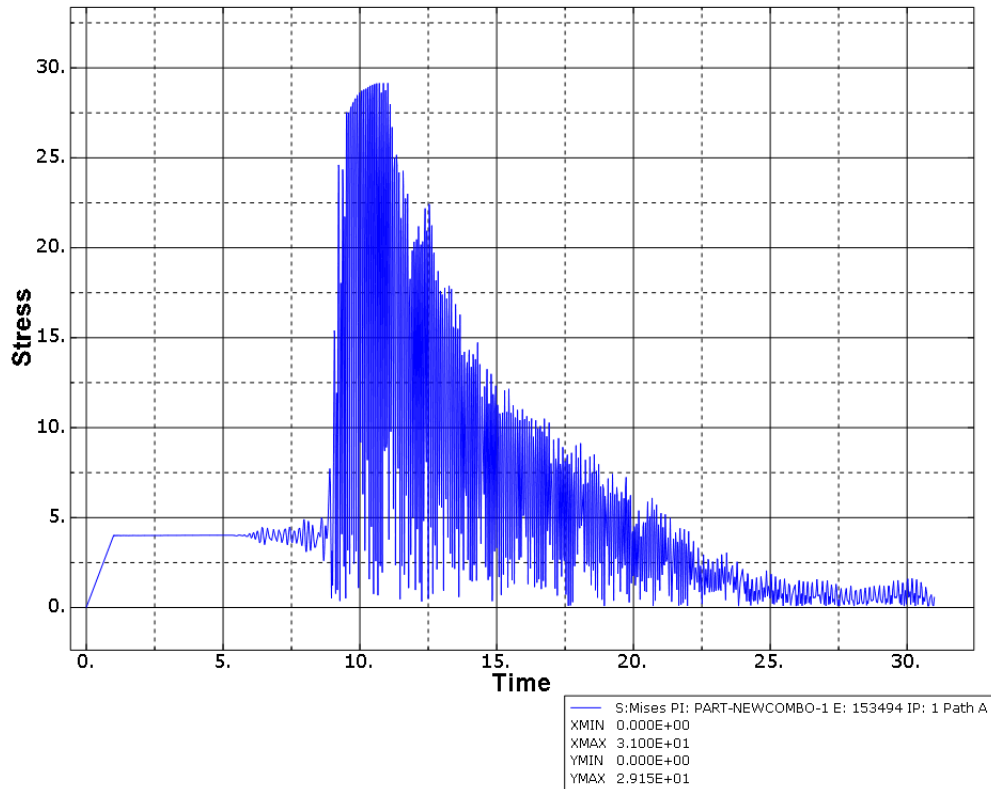
❖ Τάση von Mises



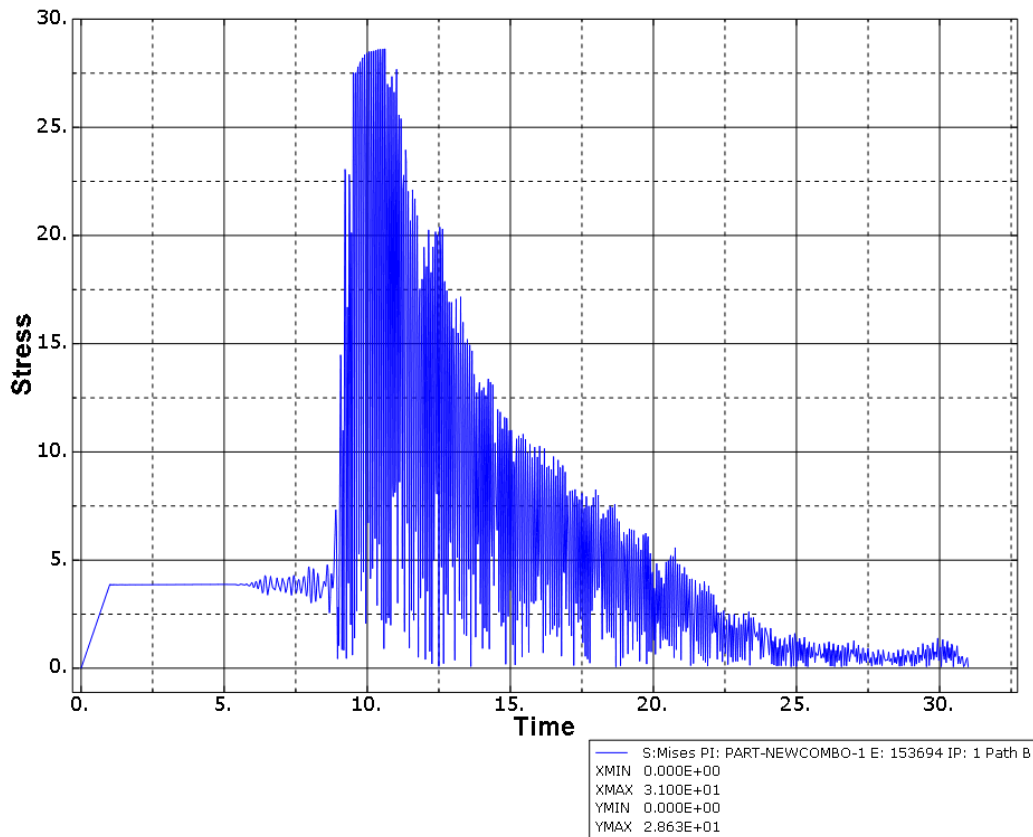
Σχήμα 6.65 : Κόμβος υπό την επίδραση της τάσης von Mises (Αθήνα)



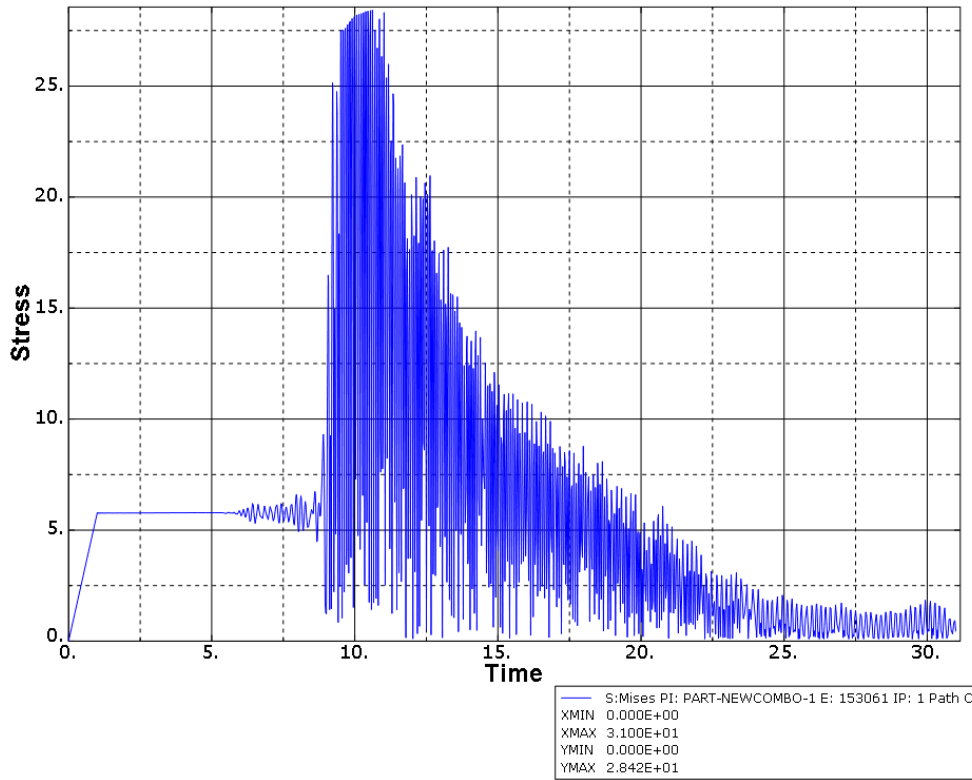
Σχήμα 6.66 : Φορέας υπό την επίδραση της τάσης von Mises (Αθήνα)



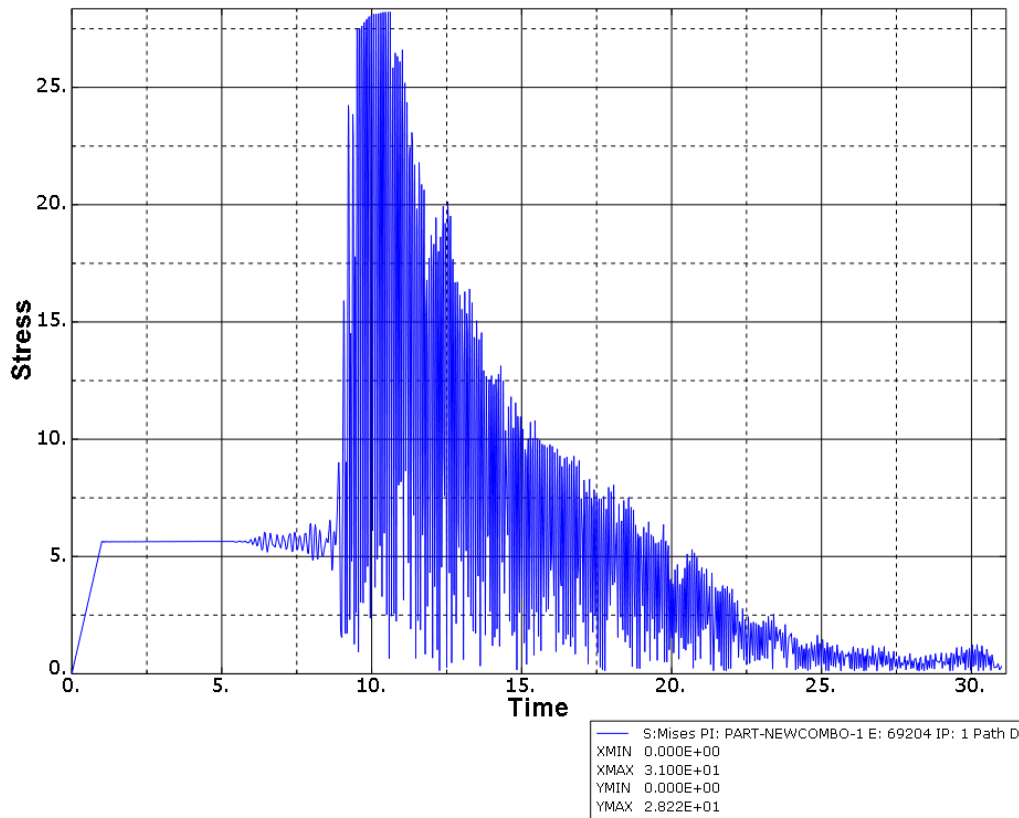
Σχήμα 6.67 : Διάγραμμα τάσης von Mises-χρόνου για το Path A (Αθήνα)



Σχήμα 6.68 : Διάγραμμα τάσης von Mises-χρόνου για το Path B (Αθήνα)

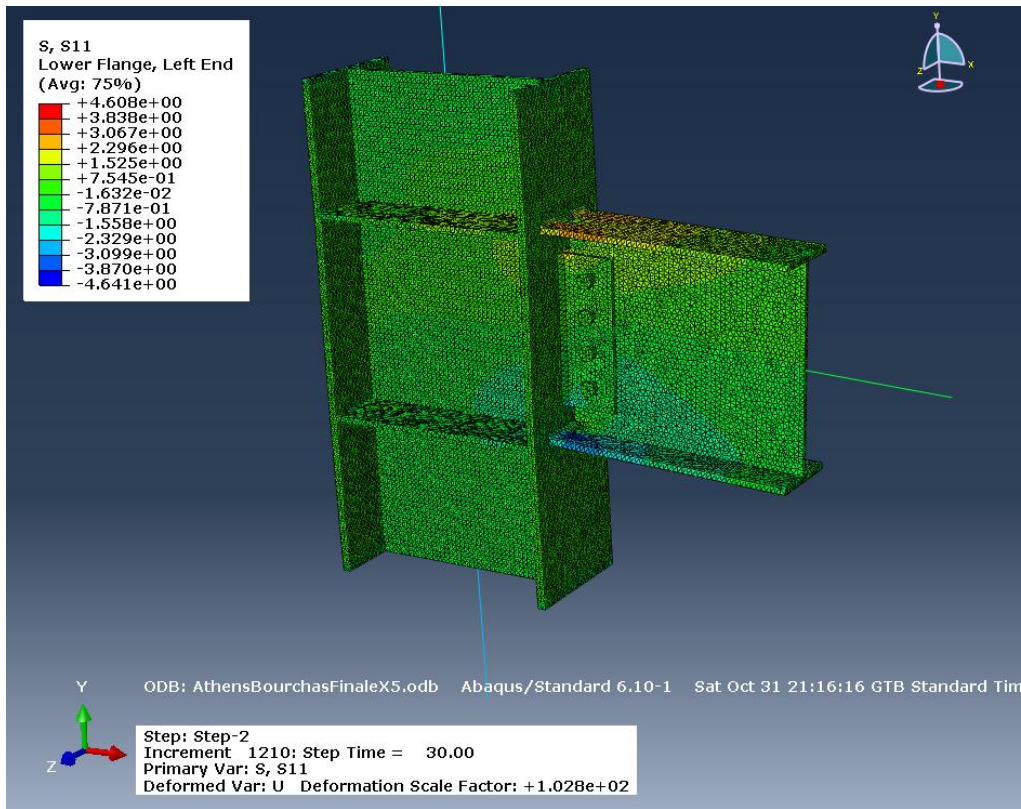


Σχήμα 6.69 : Διάγραμμα τάσης von Mises-χρόνου για το Path C (Αθήνα)

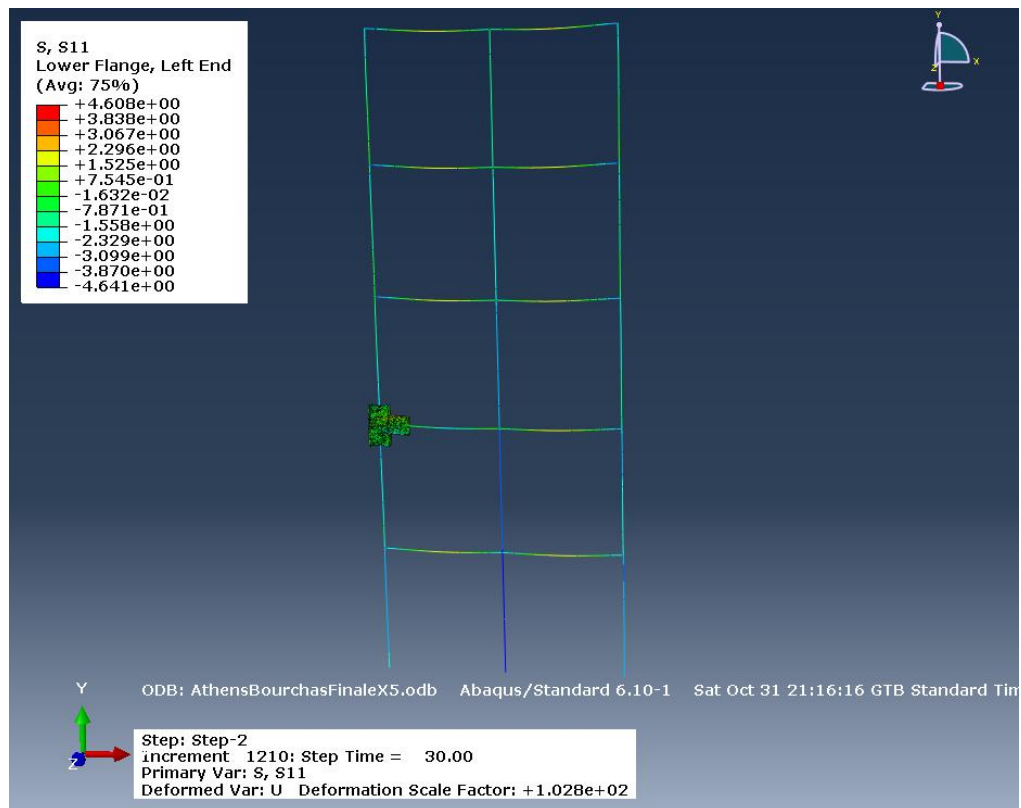


Σχήμα 6.70 : Διάγραμμα τάσης von Mises-χρόνου για το Path A (Αθήνα)

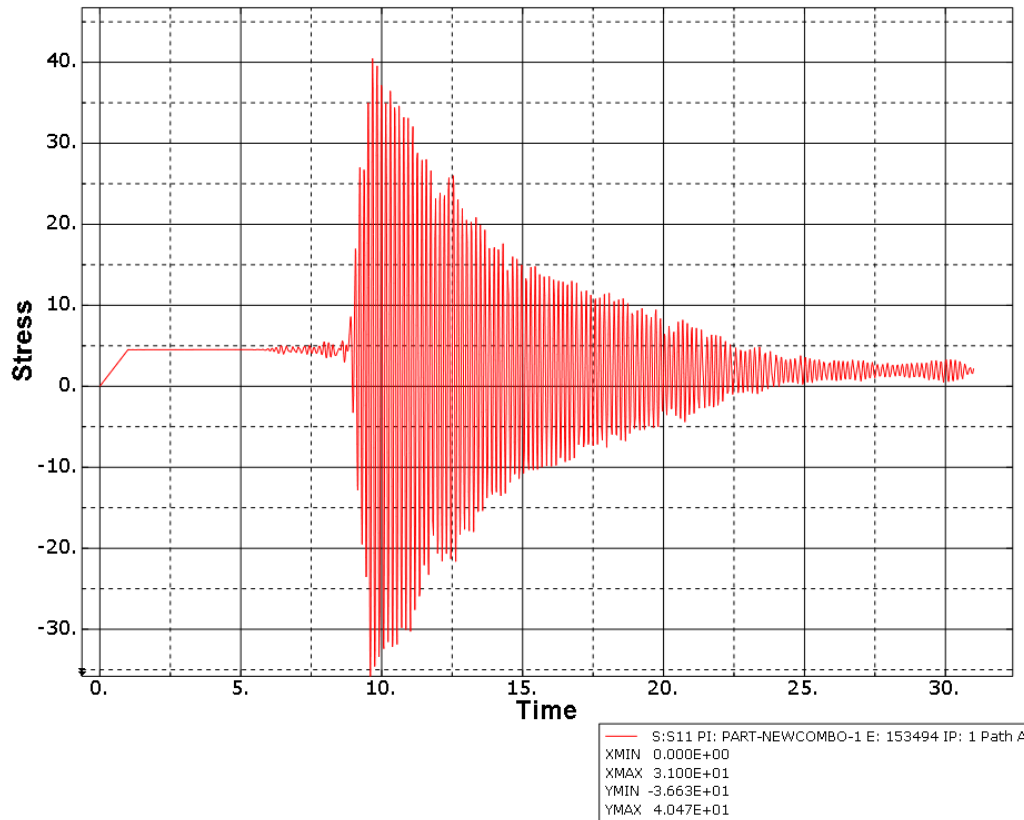
❖ Ορθή τάση S11



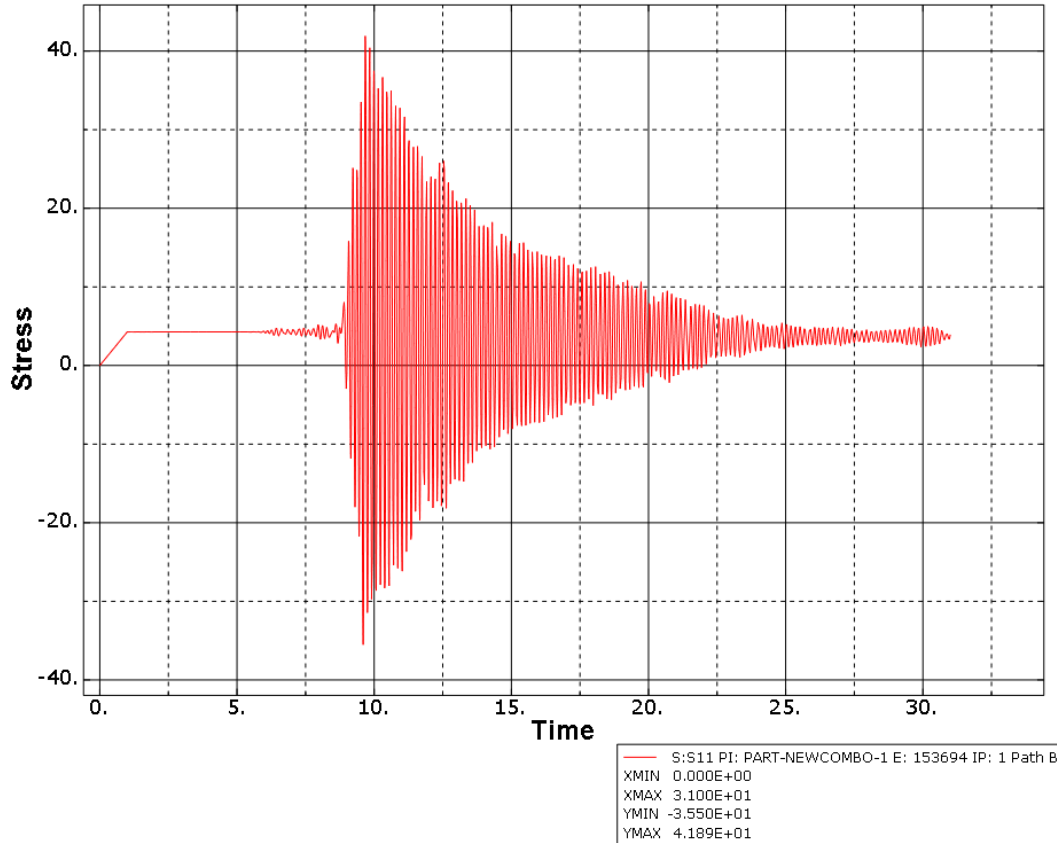
Σχήμα 6.71 : Κόμβος υπό την επίδραση της τάσης S11 (Αθήνα)



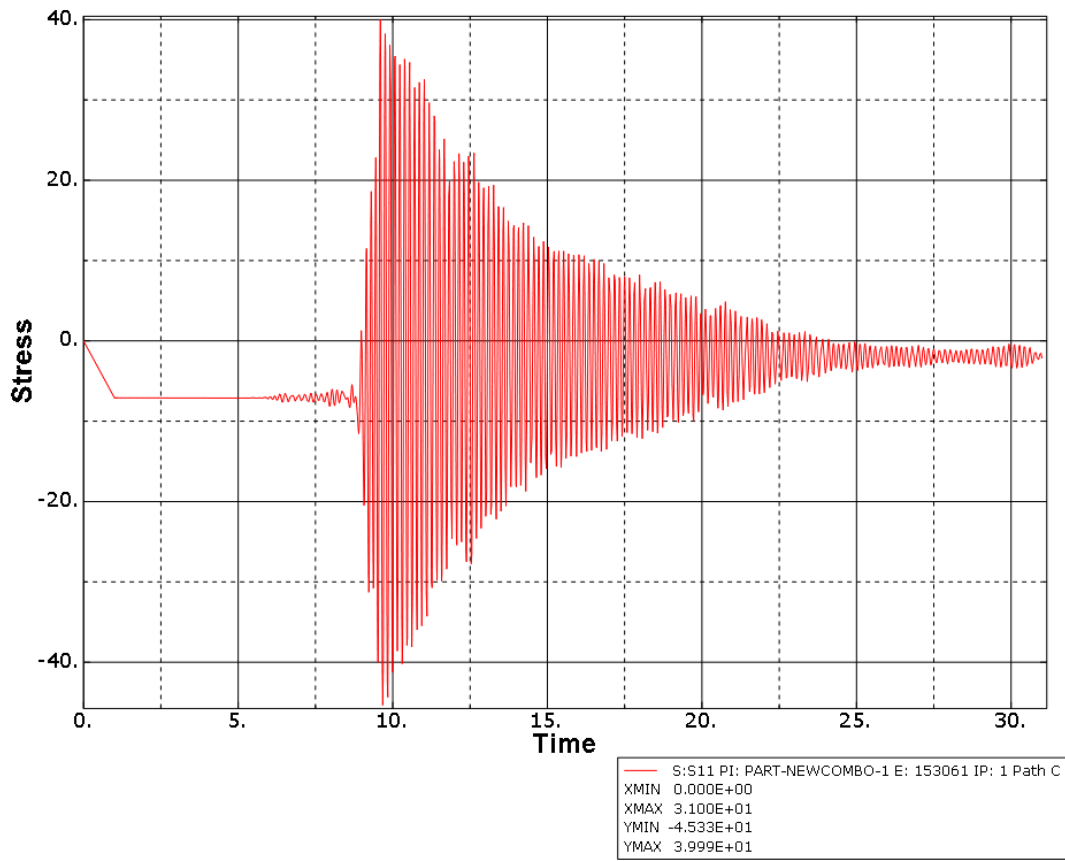
Σχήμα 6.72 : Φορέας υπό την επίδραση της τάσης S11 (Αθήνα)



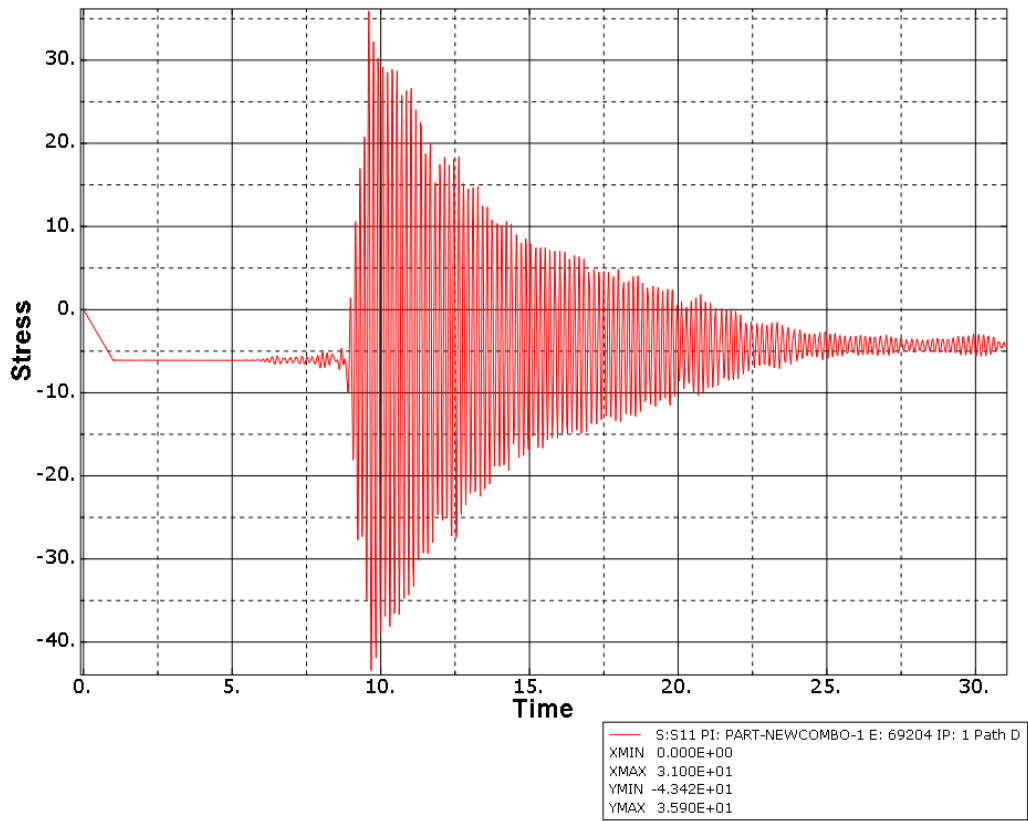
**Σχήμα 6.73 :** Διάγραμμα τάσης -χρόνου για το Path A (Αθήνα)



**Σχήμα 6.74:** Διάγραμμα τάσης -χρόνου για το Path B (Αθήνα)



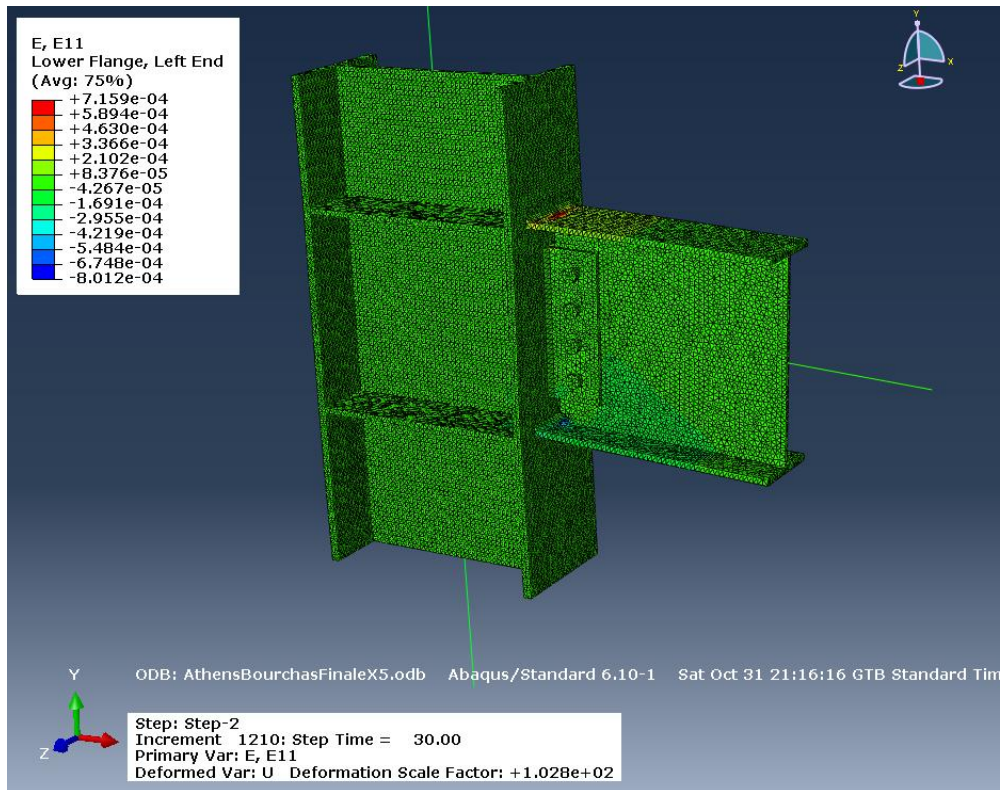
Σχήμα 6.75 : Διάγραμμα τάσης -χρόνου για το Path C (Αθήνα)



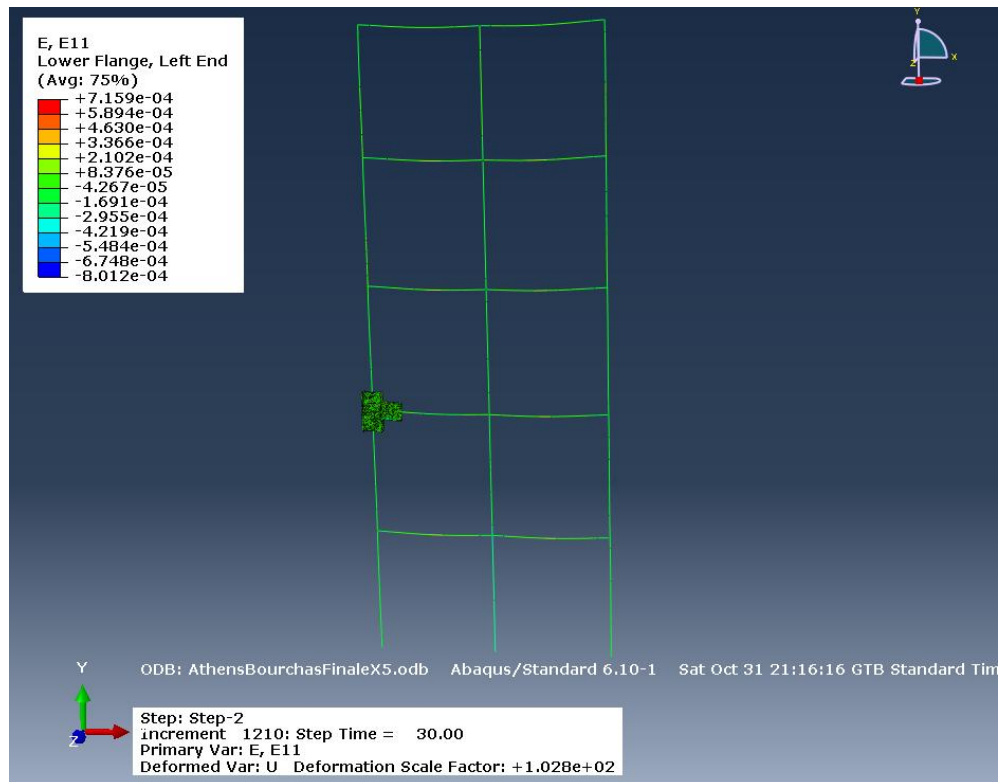
Σχήμα 6.76 : Διάγραμμα τάσης -χρόνου για το Path D (Αθήνα)



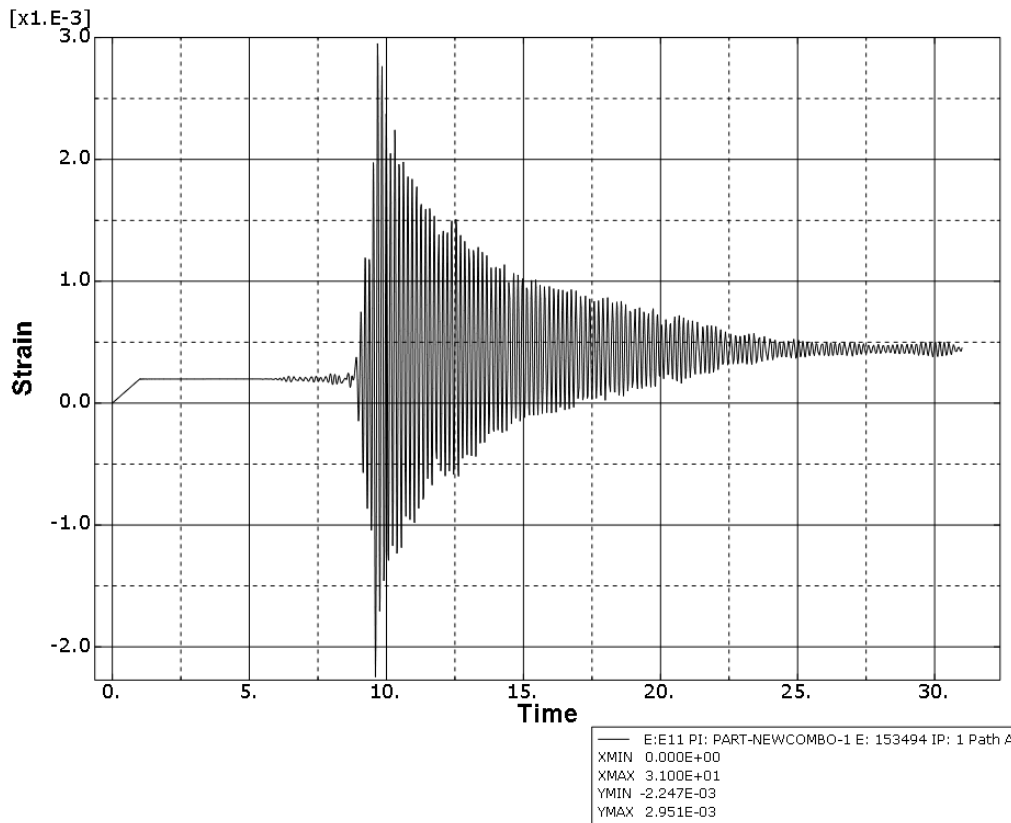
❖ Κύρια παραμόρφωση E11



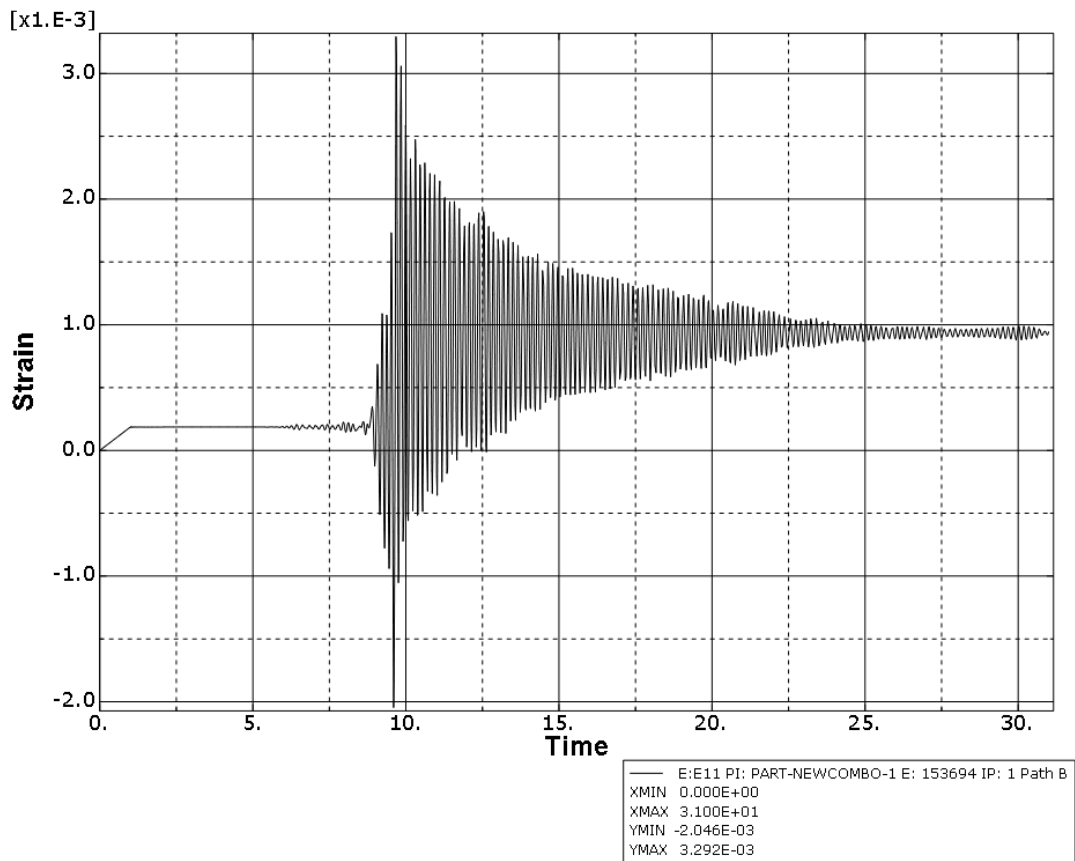
Σχήμα 6.77 : Κόμβος υπό την επίδραση της παραμόρφωσης E11 (Αθήνα)



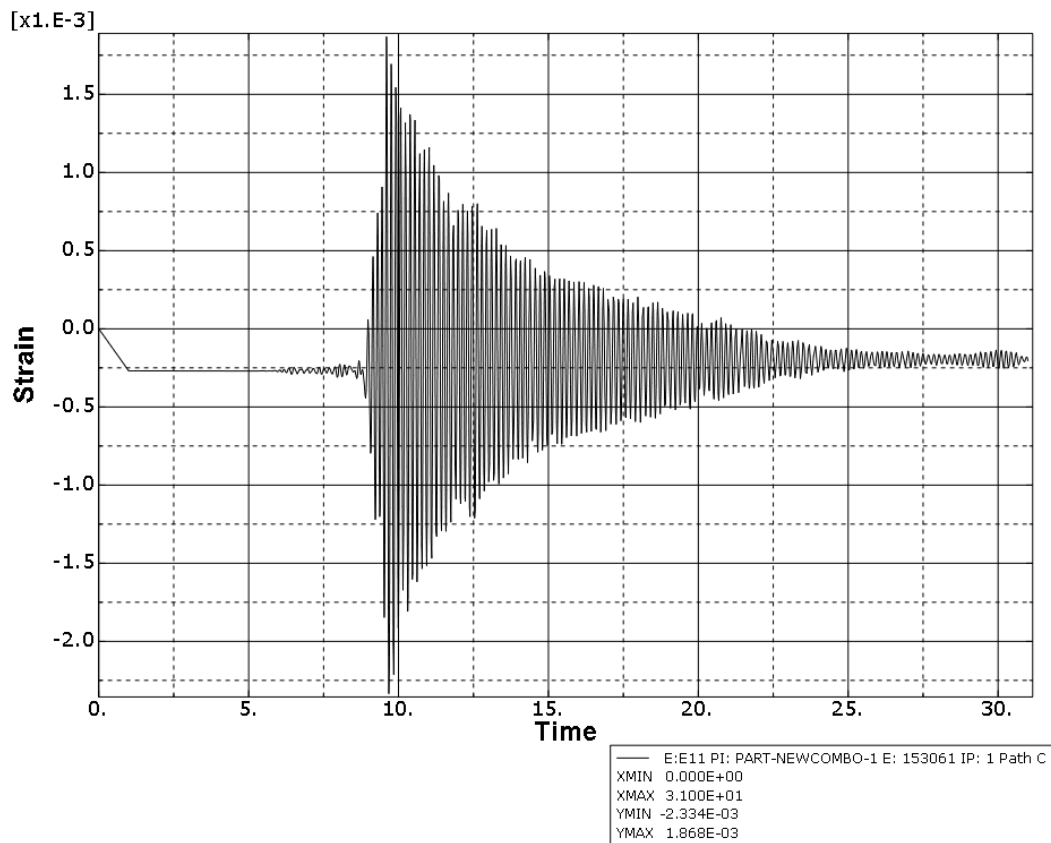
Σχήμα 6.78 : Φορέας υπό την επίδραση της παραμόρφωσης E11 (Αθήνα)



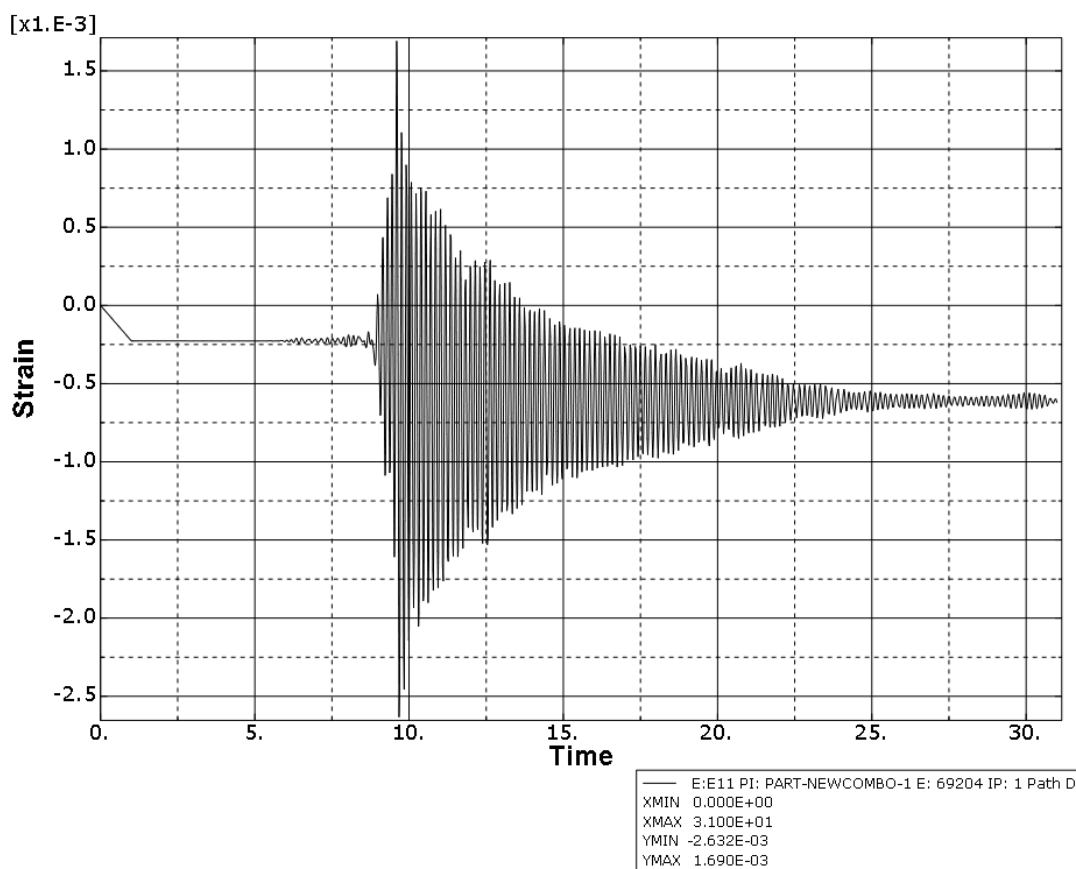
Σχήμα 6.79 : Διάγραμμα παραμόρφωσης -χρόνου για το Path A (Αθήνα)



Σχήμα 6.80 : Διάγραμμα παραμόρφωσης -χρόνου για το Path B (Αθήνα)

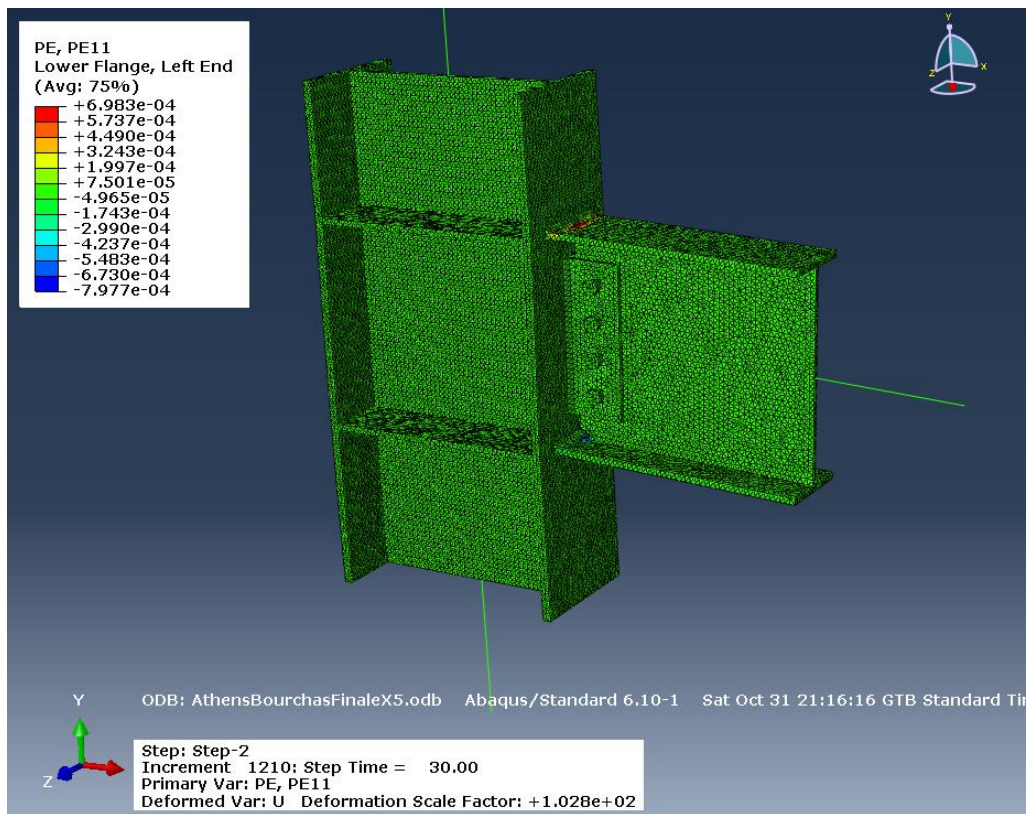


Σχήμα 6.81 : Διάγραμμα παραμόρφωσης -χρόνου για το Path C (Αθήνα)

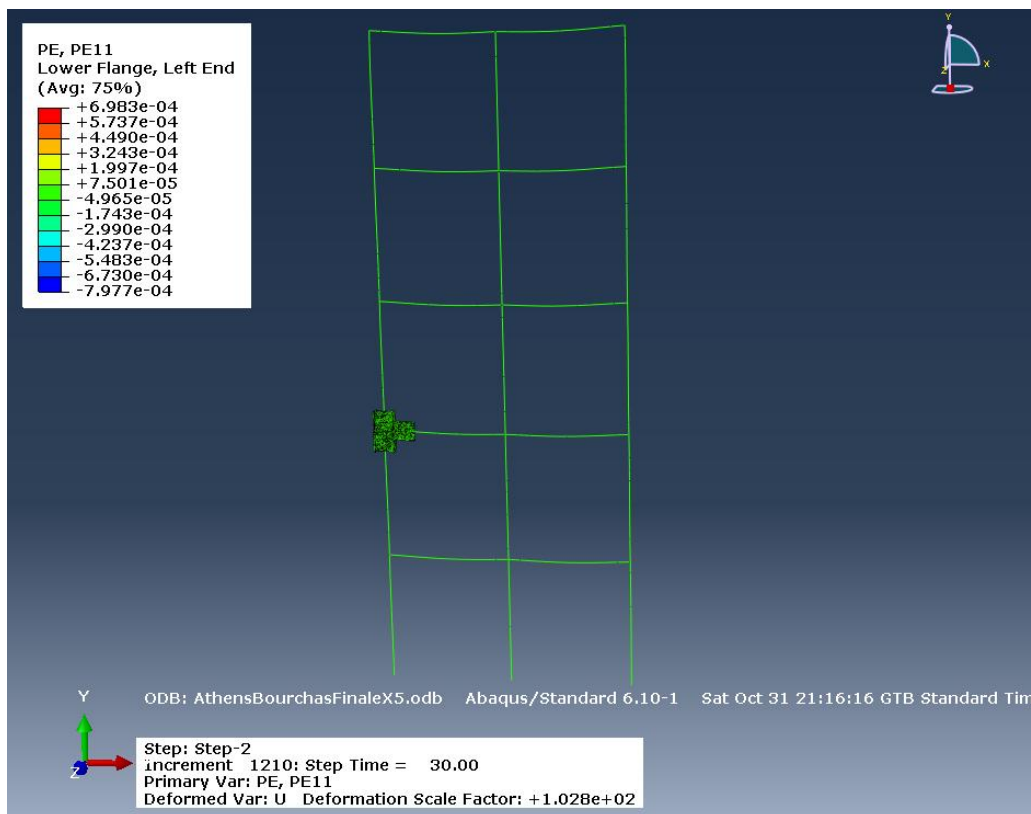


Σχήμα 6.82: Διάγραμμα παραμόρφωσης -χρόνου για το Path D (Αθήνα)

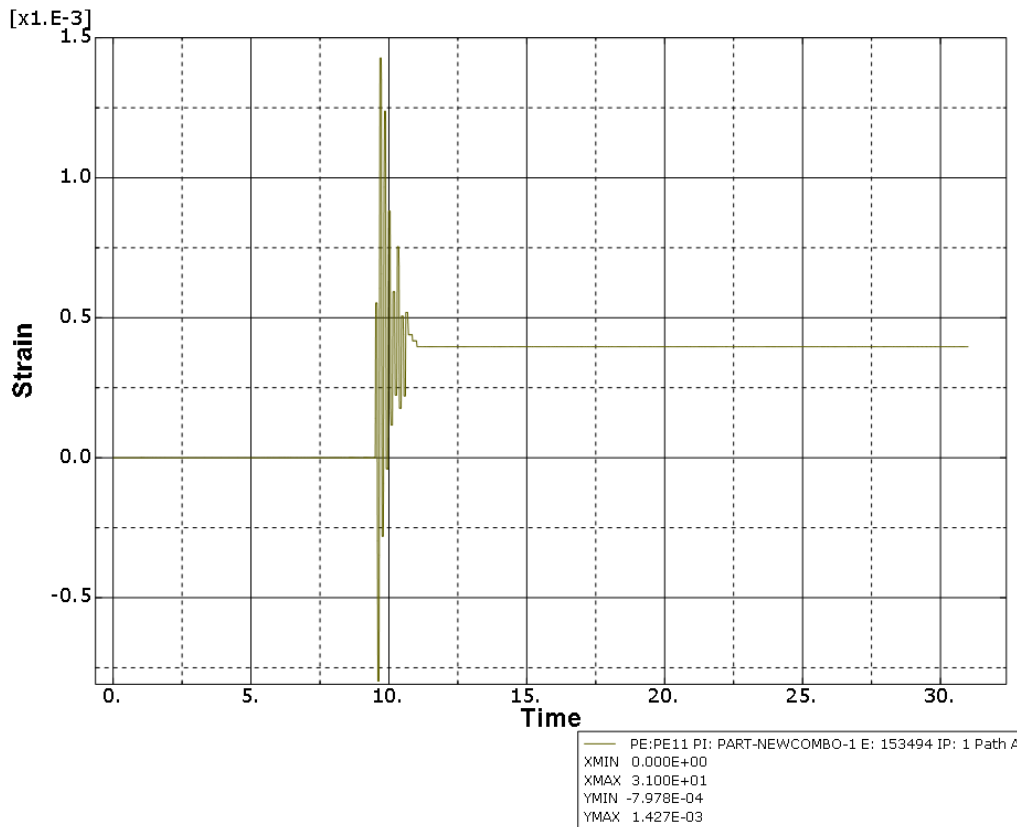
❖ Πλαστική παραμόρφωση PE11



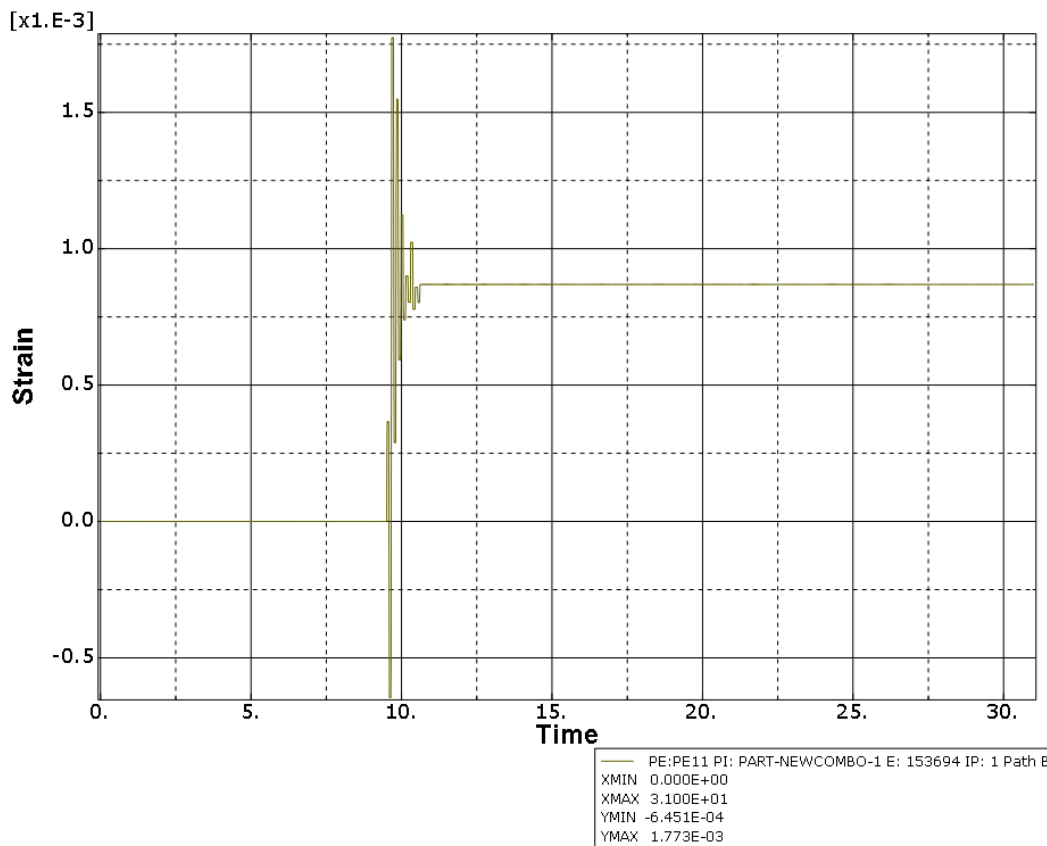
Σχήμα 6.83: Κόμβος υπό την επίδραση της πλαστικής παραμόρφωσης PE11 (Αθήνα)



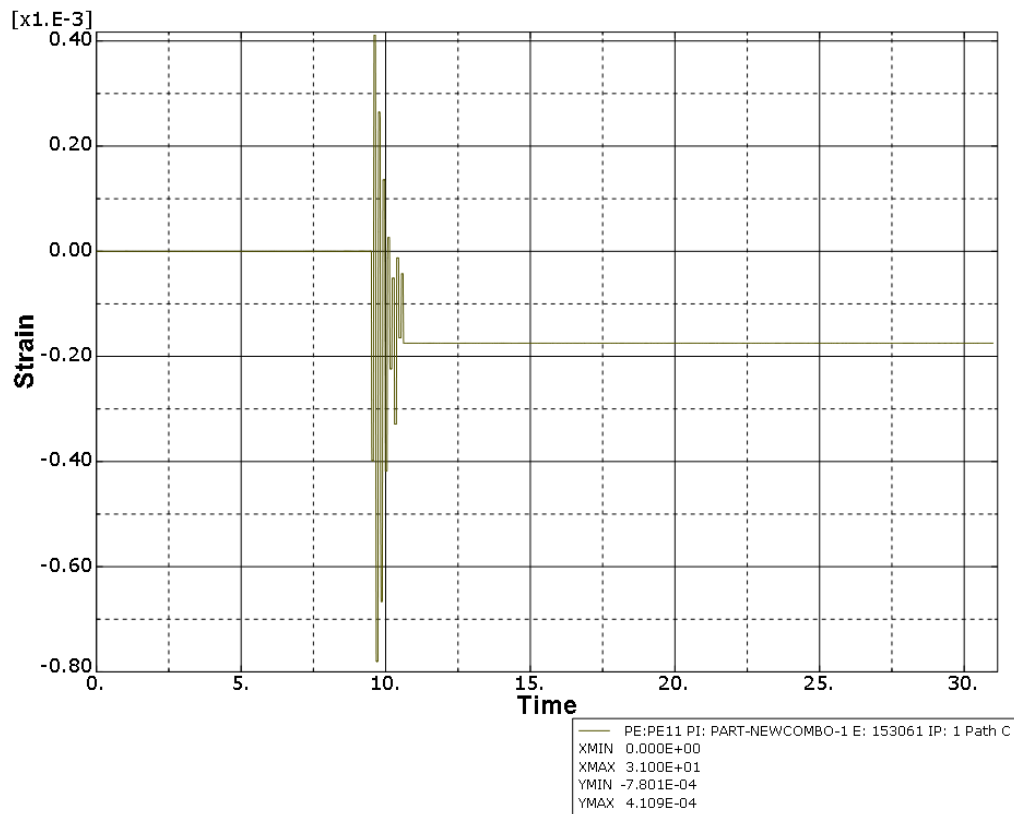
Σχήμα 6.84: Φορέας υπό την επίδραση της πλαστικής παραμόρφωσης PE11 (Αθήνα)



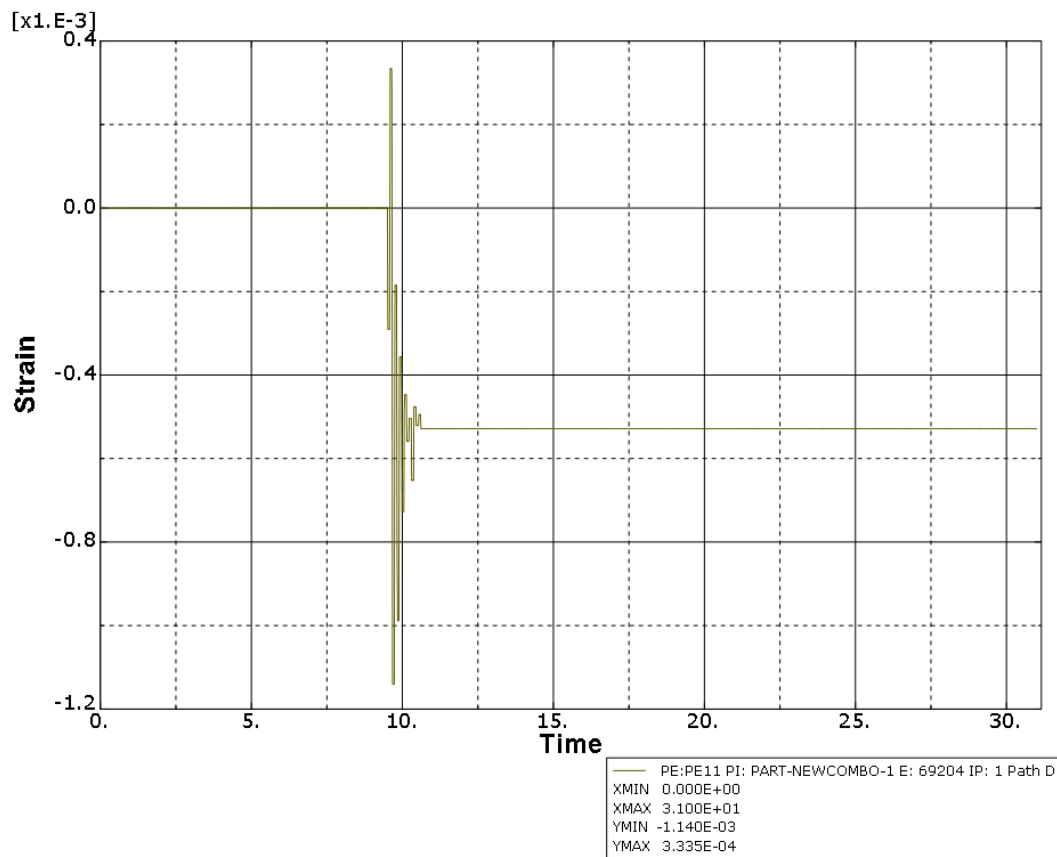
Σχήμα 6.85: Διάγραμμα πλαστικής παραμόρφωσης -χρόνου για το Path A (Αθήνα)



Σχήμα 6.86: Διάγραμμα πλαστικής παραμόρφωσης -χρόνου για το Path B (Αθήνα)



Σχήμα 6.87 : Διάγραμμα πλαστικής παραμόρφωσης -χρόνου για το Path C (Αθήνα)



Σχήμα 6.88 : Διάγραμμα πλαστικής παραμόρφωσης -χρόνου για το Path D (Αθήνα)

### 6.5.3.3 Εύρεση της ιδιοπεριόδου της κατασκευής

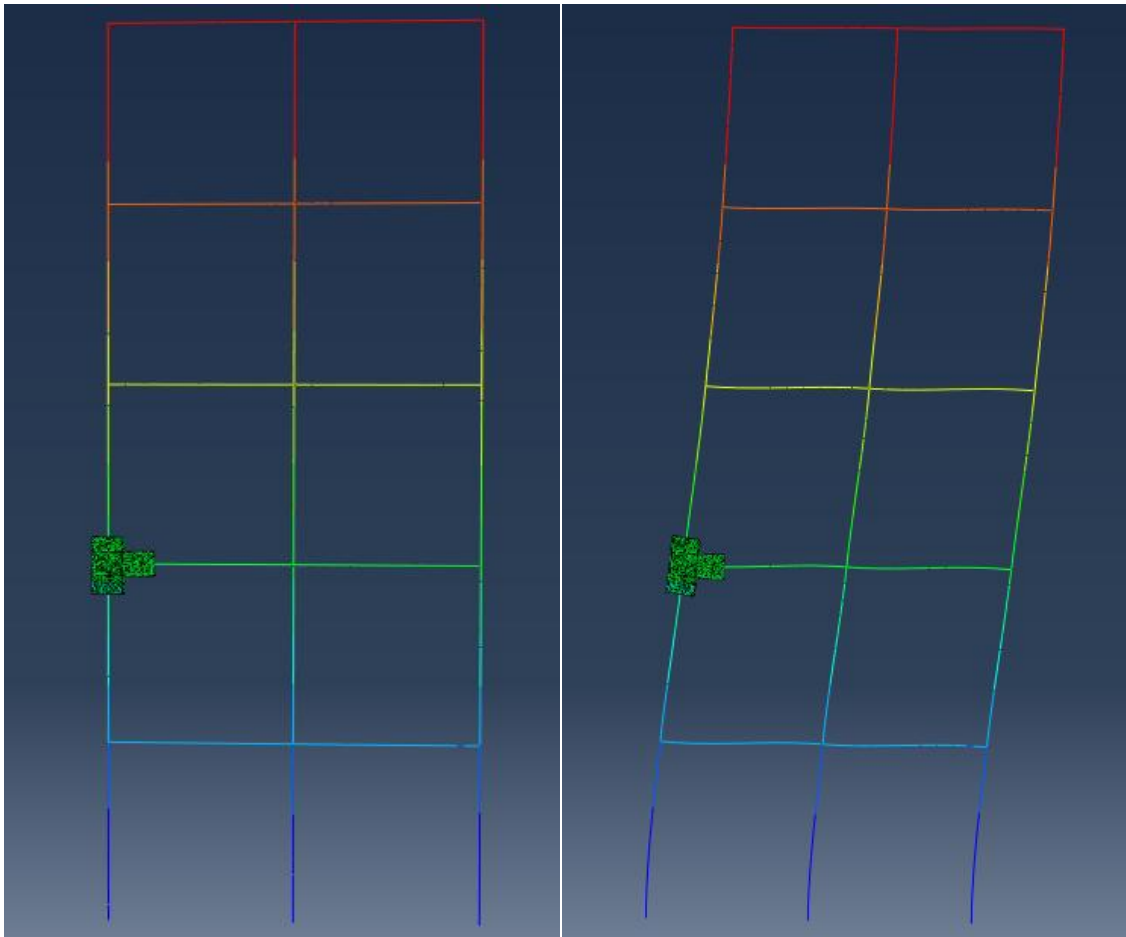
Έπειτα από δυναμική ανάλυση που πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια του ABAQUS, προέκυψε ότι η 6<sup>η</sup> ιδιομορφή συγκεντρώνει το μεγαλύτερο ποσοστό δράσας μάζας, άρα είναι και η σημαντικότερη .

με συχνότητα  $f = 6.6292 \text{ cycles/time}$

και

περίοδο  $T = 1/f = 0.1508 \text{ sec.}$

Η μετακίνηση του πλαισίου γίνεται κατά τον άξονα x.



Σχήμα 6.89 : Το κτίριο και η 6<sup>η</sup> ιδιομορφή

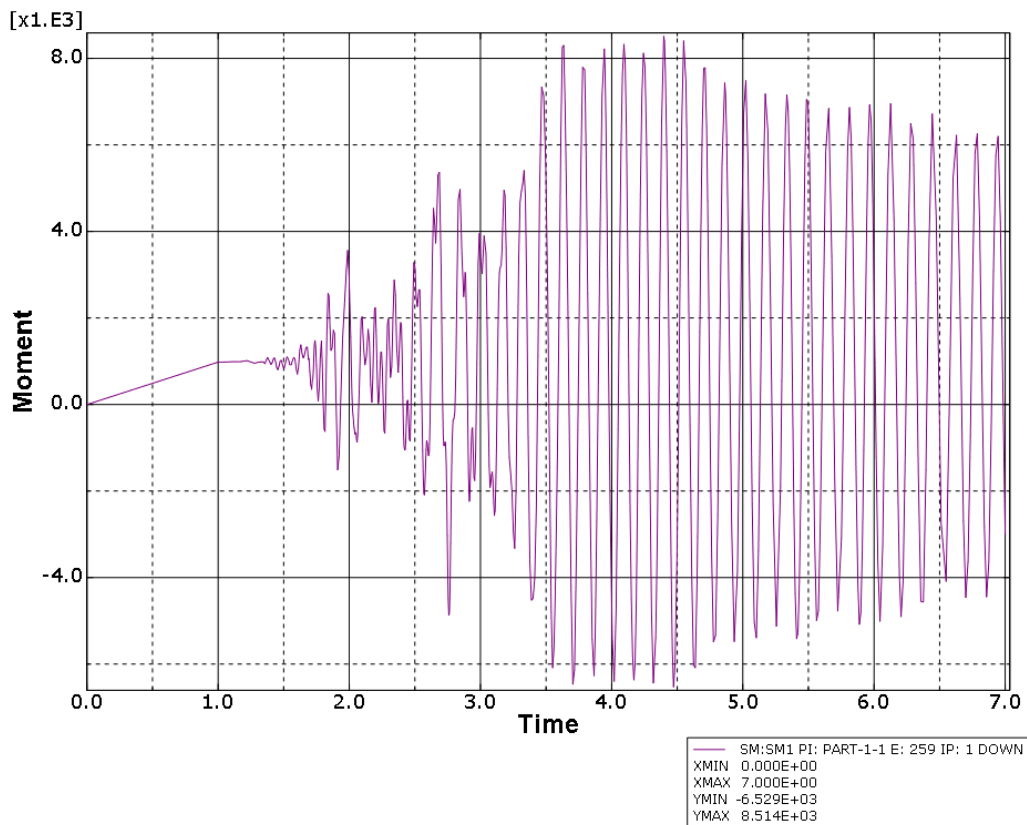
### 6.5.3.4 Εύρεση των ροπών των μελών που συνδέονται με τον κόμβο

Ύστερα από τις αναλύσεις που προηγήθηκαν, για λόγους περαιτέρω έρευνας βρήκαμε τις ροπές των μελών με τα οποία συνδέεται ο κόμβος.

Τα μέλη αυτά τα ονομάσαμε DOWN, RIGHT, UP ανάλογα με το σημείο που βρίσκεται το μέλος.

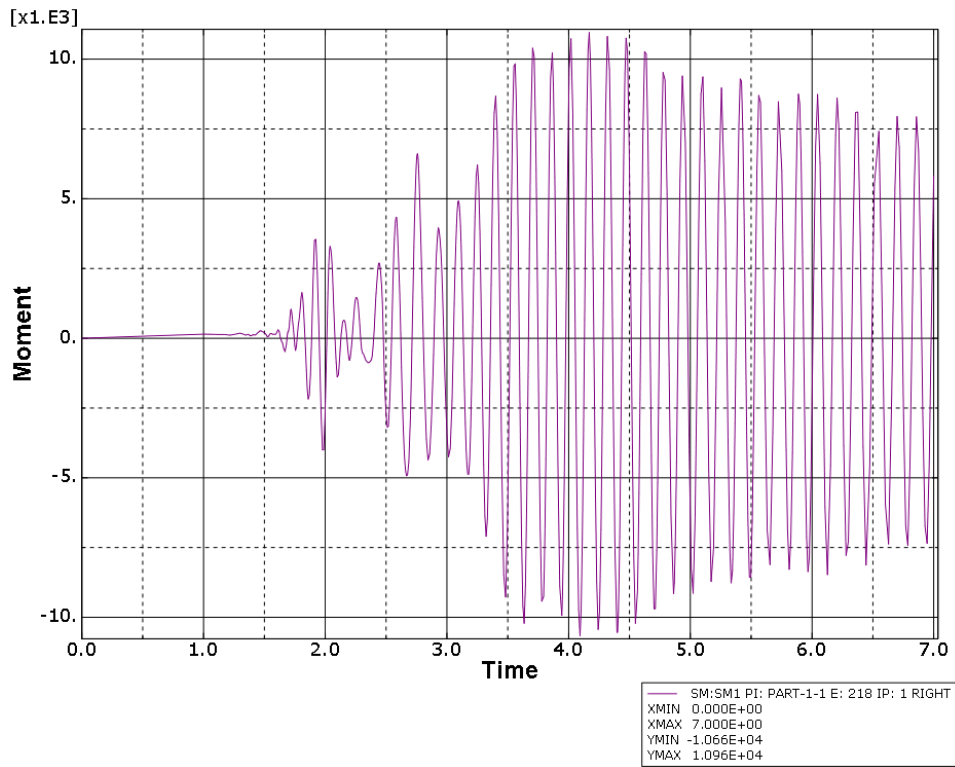
Οι ροπές που βρέθηκαν είναι δύο καμπτικές, SM1 και SM2 και μία στρεπτική SM3 και για τους δύο σεισμούς, Northridge και Αθήνας.

#### ❖ Northridge SM1

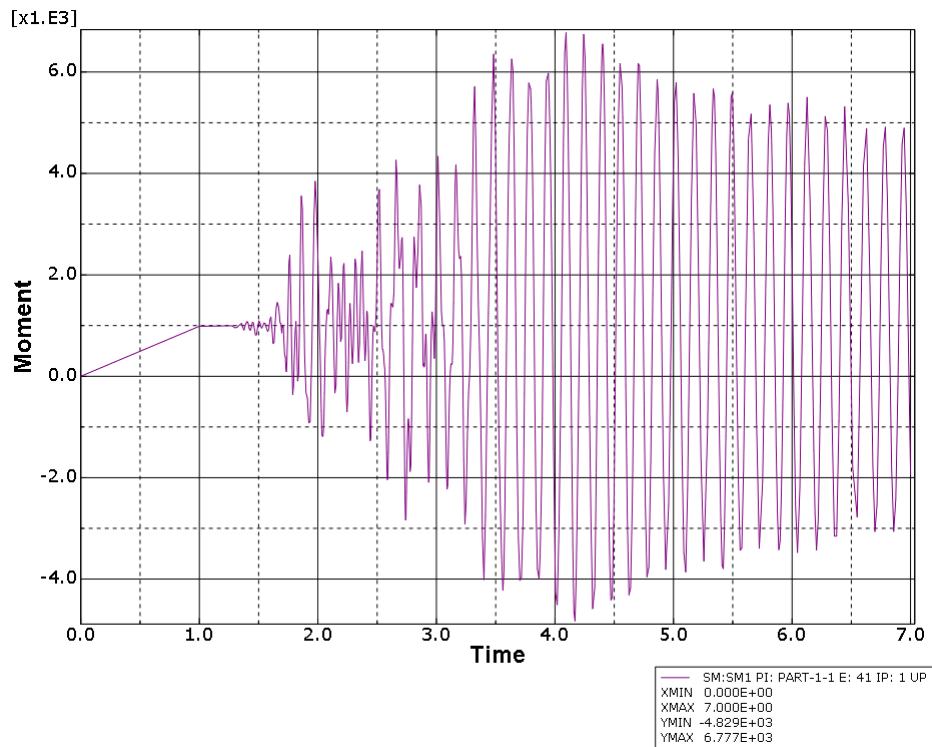


Σχήμα 6.90 : Ροπή SM1 του κάτω μέλους (Northridge)



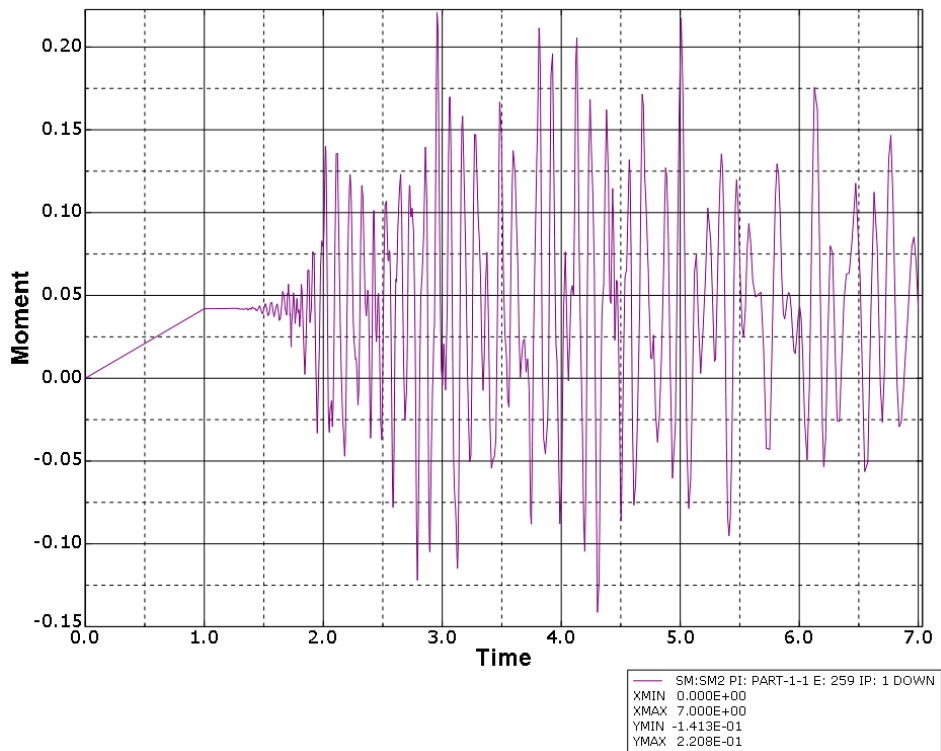


**Σχήμα 6.91 :** Ροπή SM1 του δεξιού μέλους (Northridge)

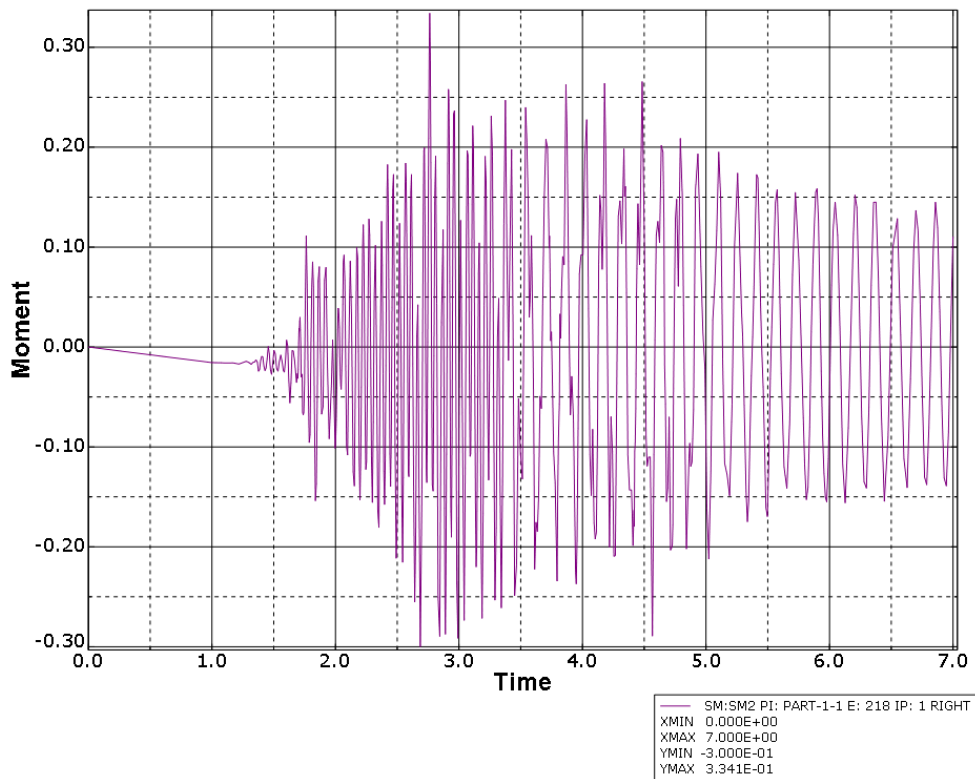


**Σχήμα 6.92 :** Ροπή SM1 του πάνω μέλους (Northridge)

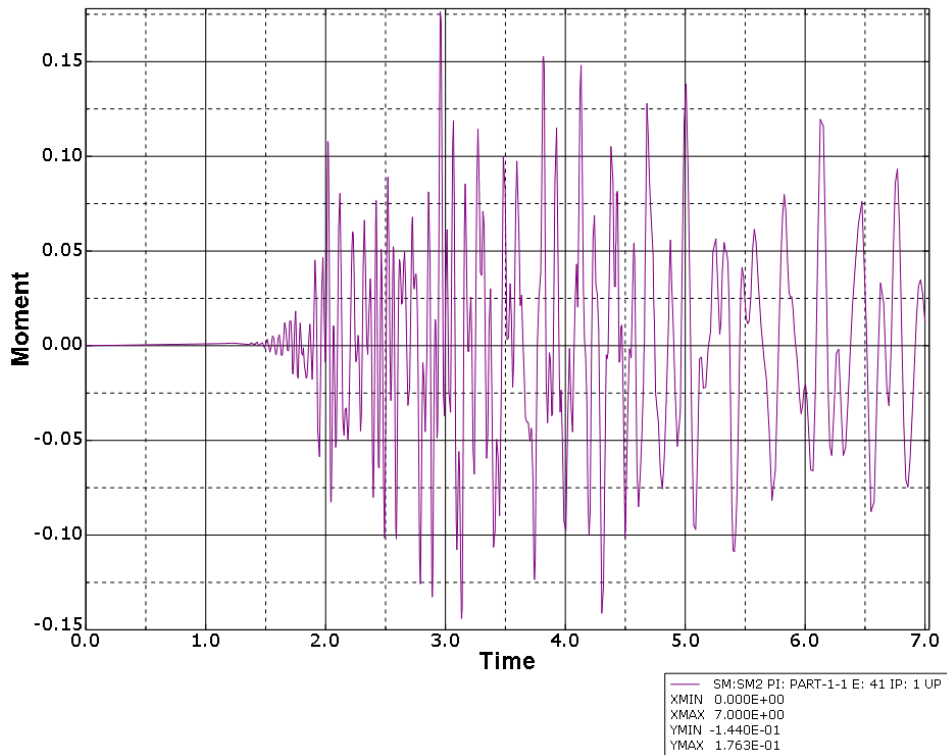
❖ Northridge SM2



Σχήμα 6.93 : Ροπή SM2 του κάτω μέλους (Northridge)

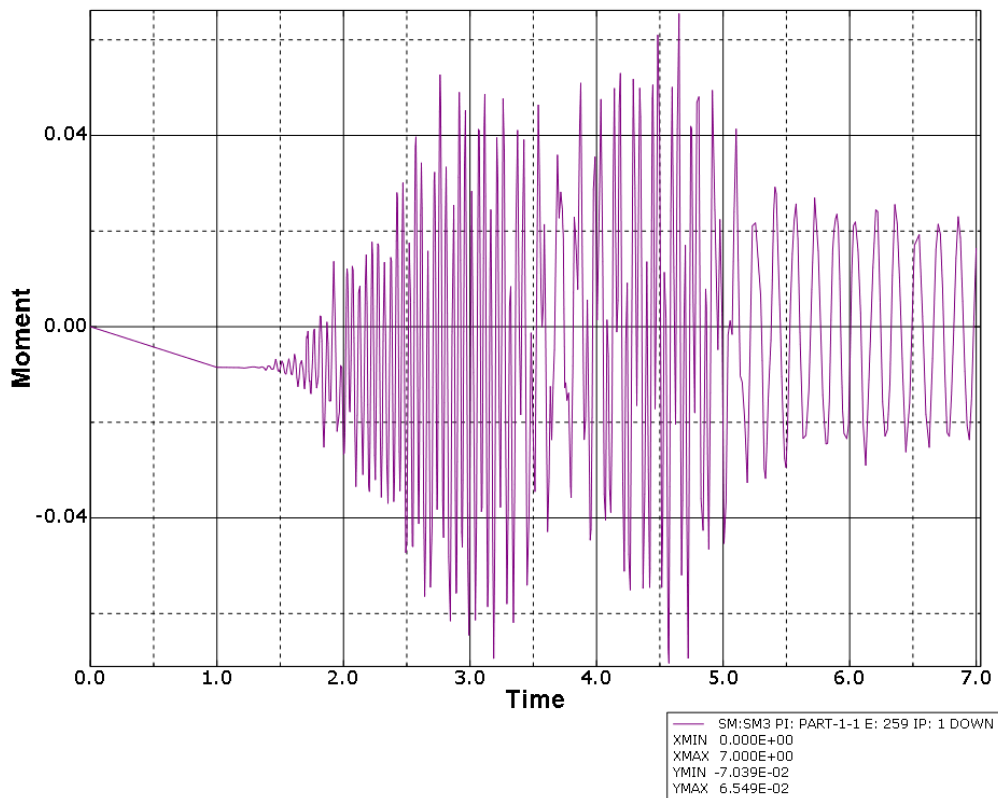


Σχήμα 6.94 : Ροπή SM2 του δεξιού μέλους (Northridge)

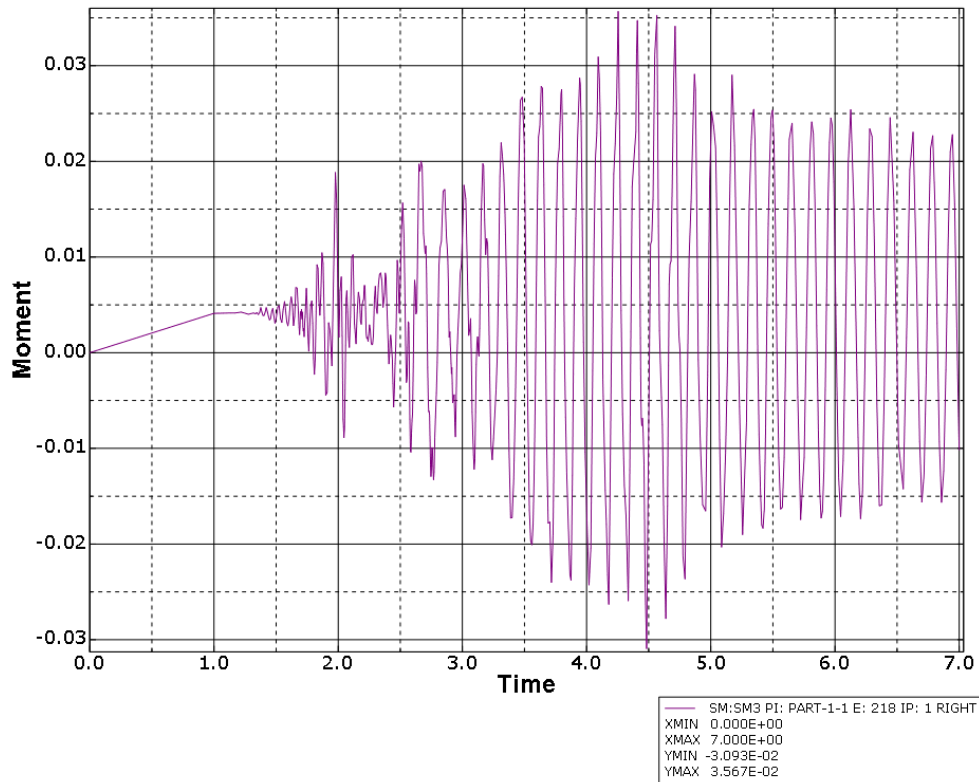


Σχήμα 6.95 : Ροπή SM2 του πάνω μέλους (Northridge)

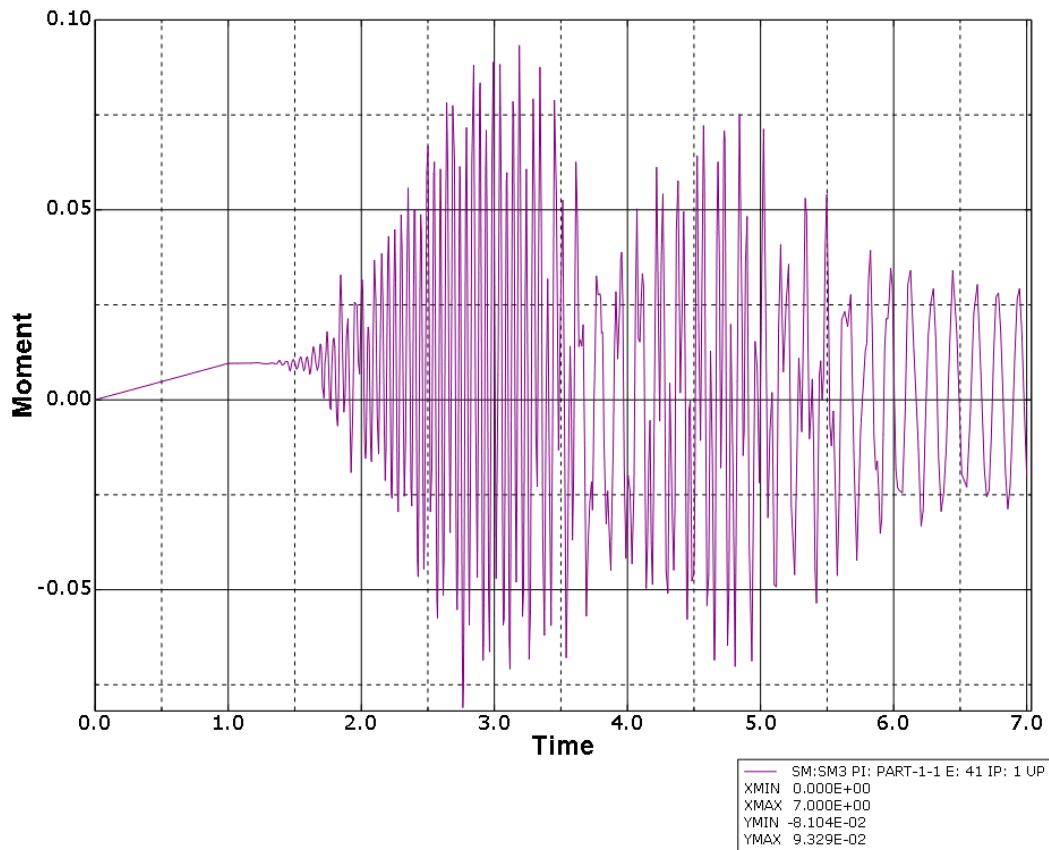
❖ Northridge SM3



Σχήμα 6.96 : Ροπή SM3 του κάτω μέλους (Northridge)

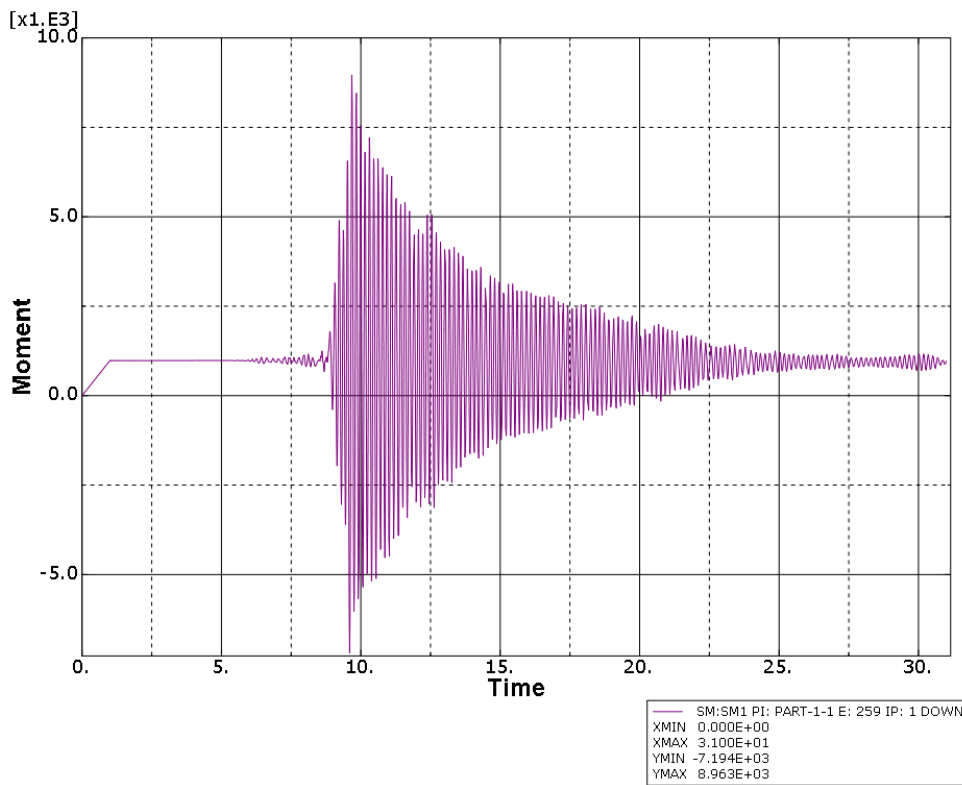


Σχήμα 6.97 : Ροπή SM3 του δεξιού μέλους (Northridge)

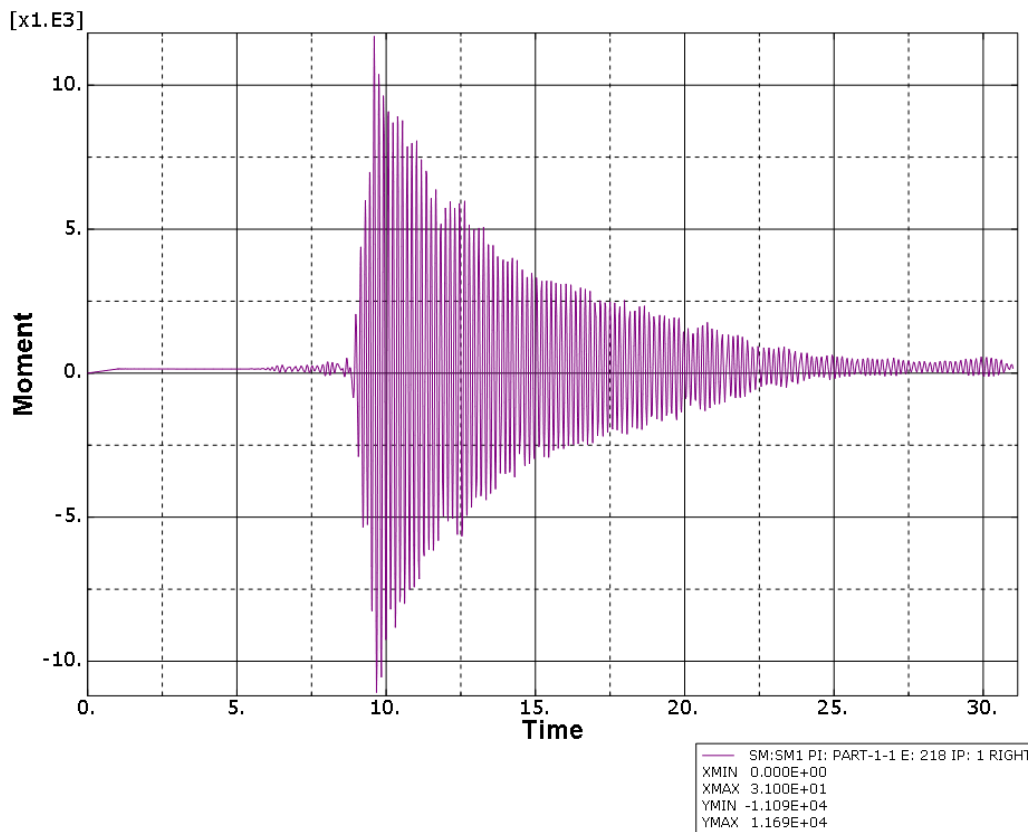


Σχήμα 6.98 : Ροπή SM3 του πάνω μέλους (Northridge)

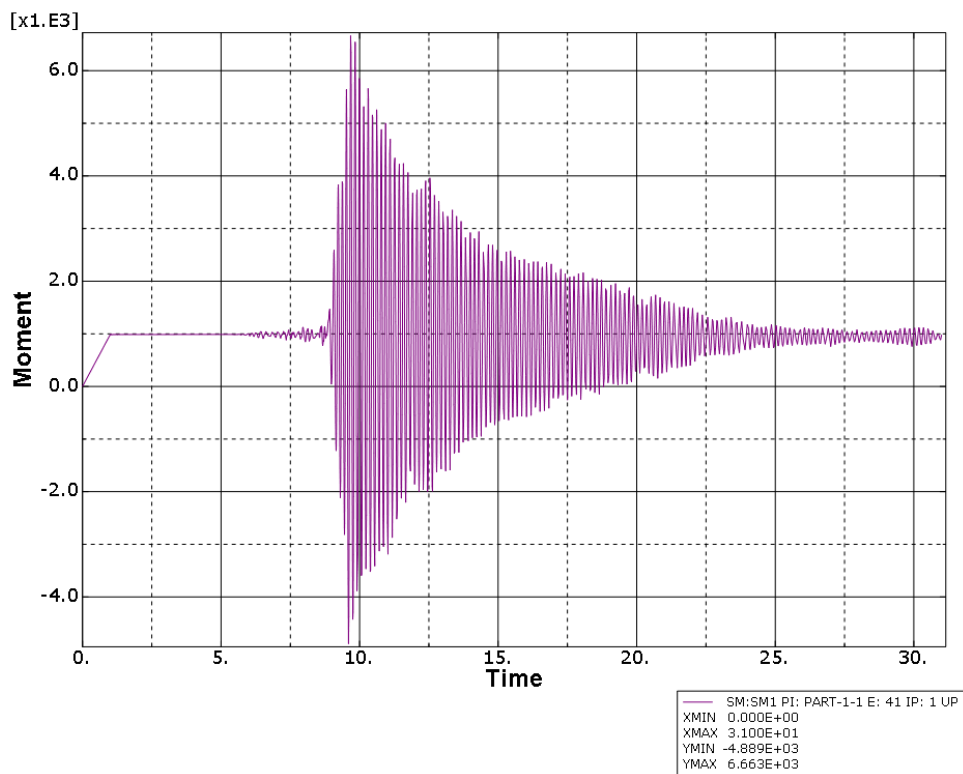
❖ Αθήνα SM1



Σχήμα 6.99 : Ροπή SM1 του κάτω μέλους (Αθήνα)

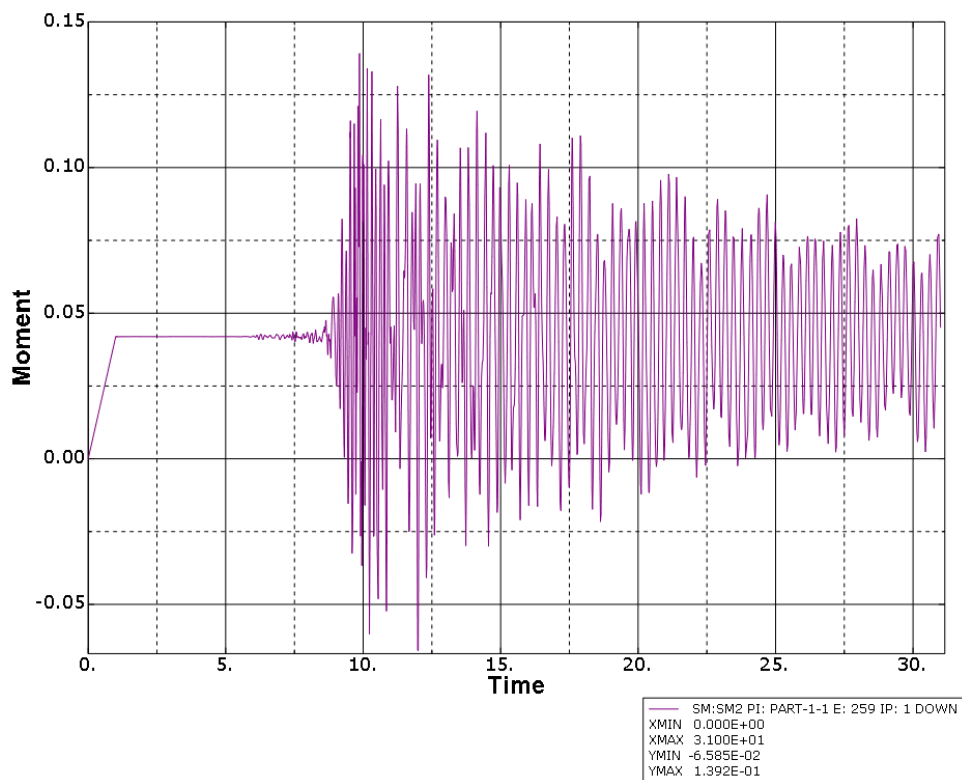


Σχήμα 6.100 : Ροπή SM1 του δεξιού μέλους (Αθήνα)

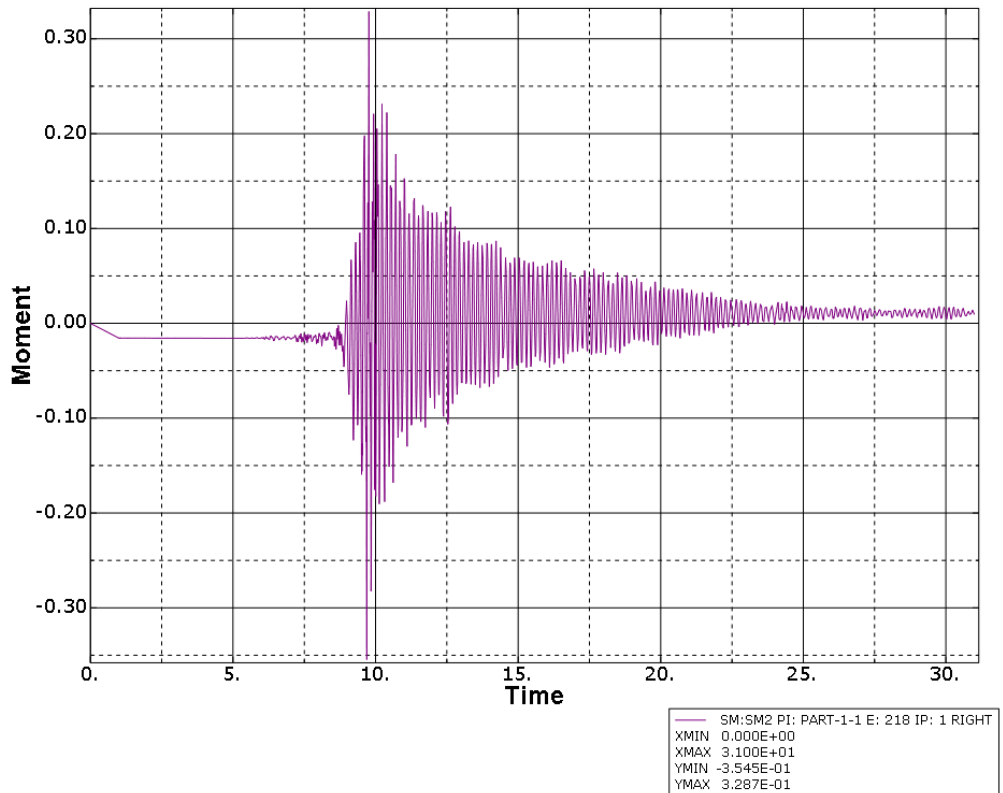


Σχήμα 6.101 : Ροπή SM1 του πάνω μέλους (Αθήνα)

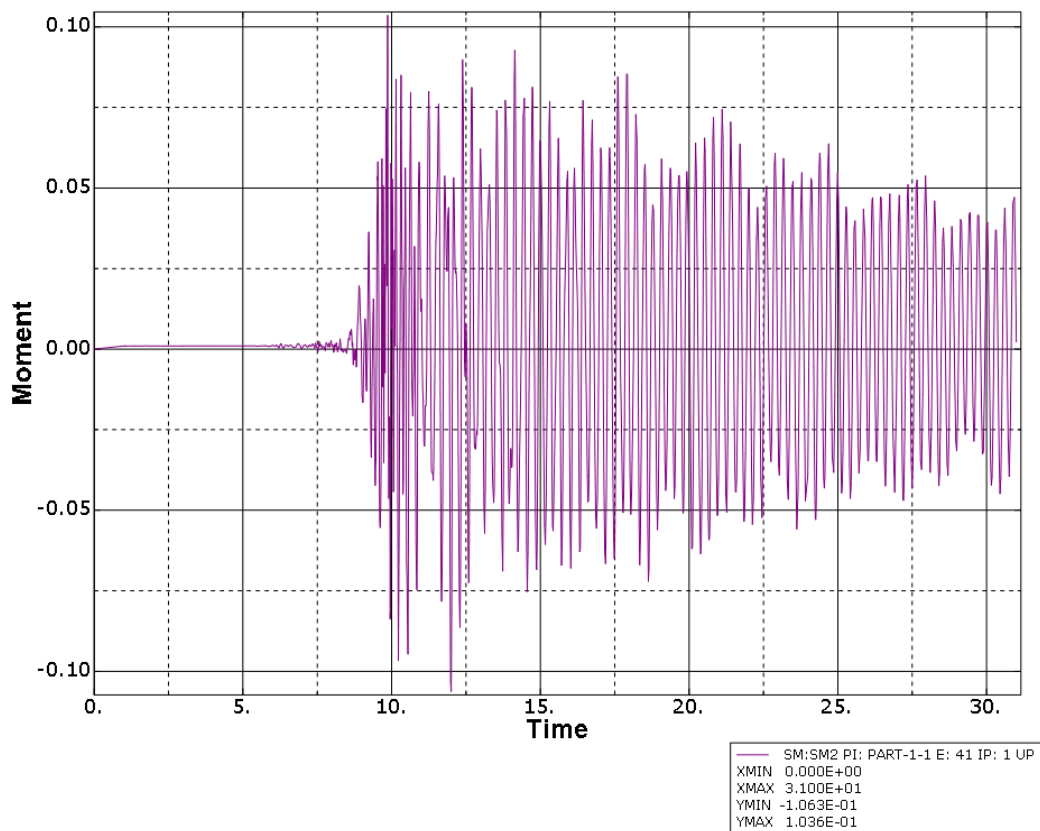
❖ Αθήνα SM2



Σχήμα 6.102 : Ροπή SM2 του κάτω μέλους (Αθήνα)

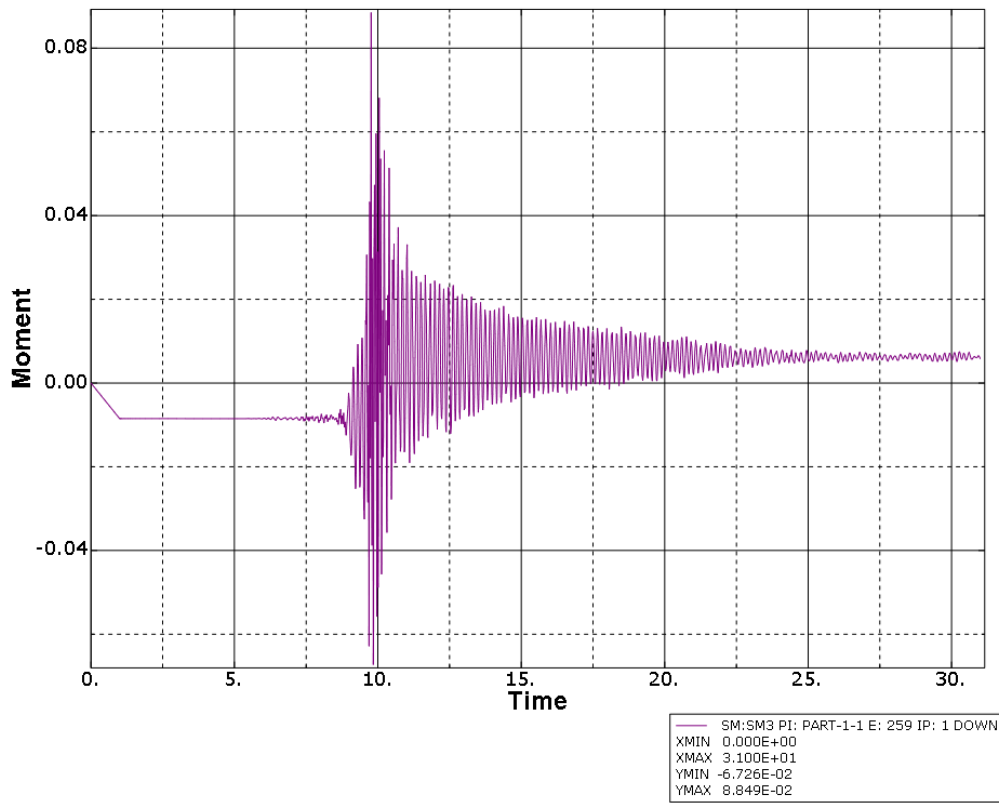


Σχήμα 6.103 : Ροπή SM2 του δεξιού μέλους (Αθήνα)

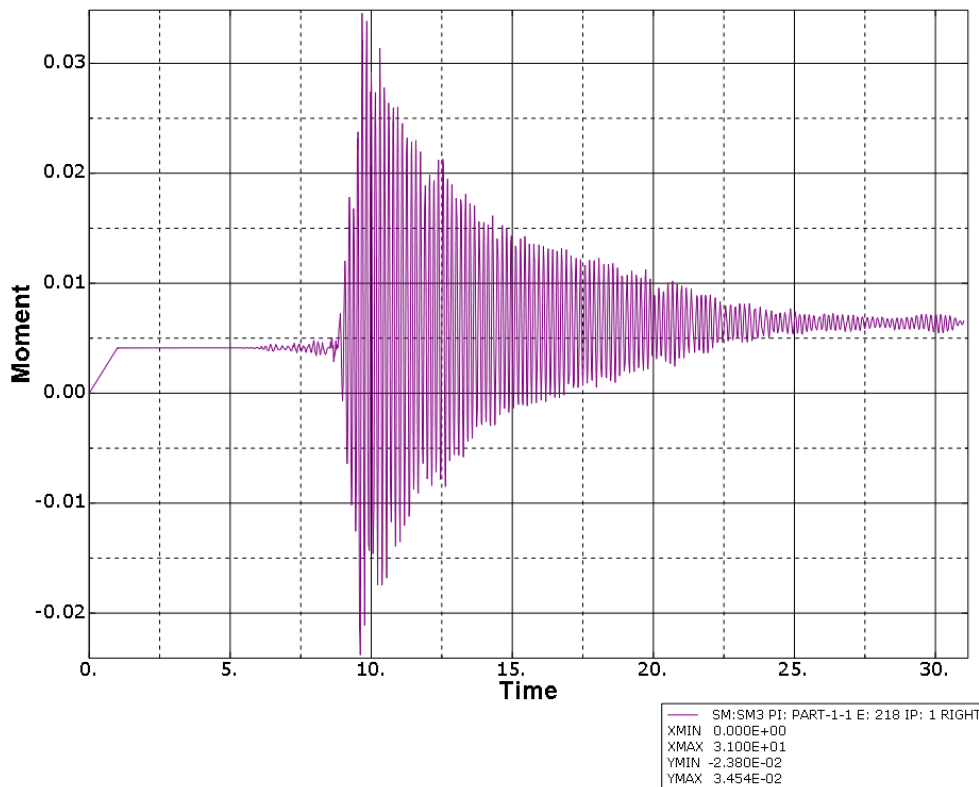


Σχήμα 6.104 : Ροπή SM1 του κάτω μέλους (Αθήνα)

❖ Αθήνα SM3

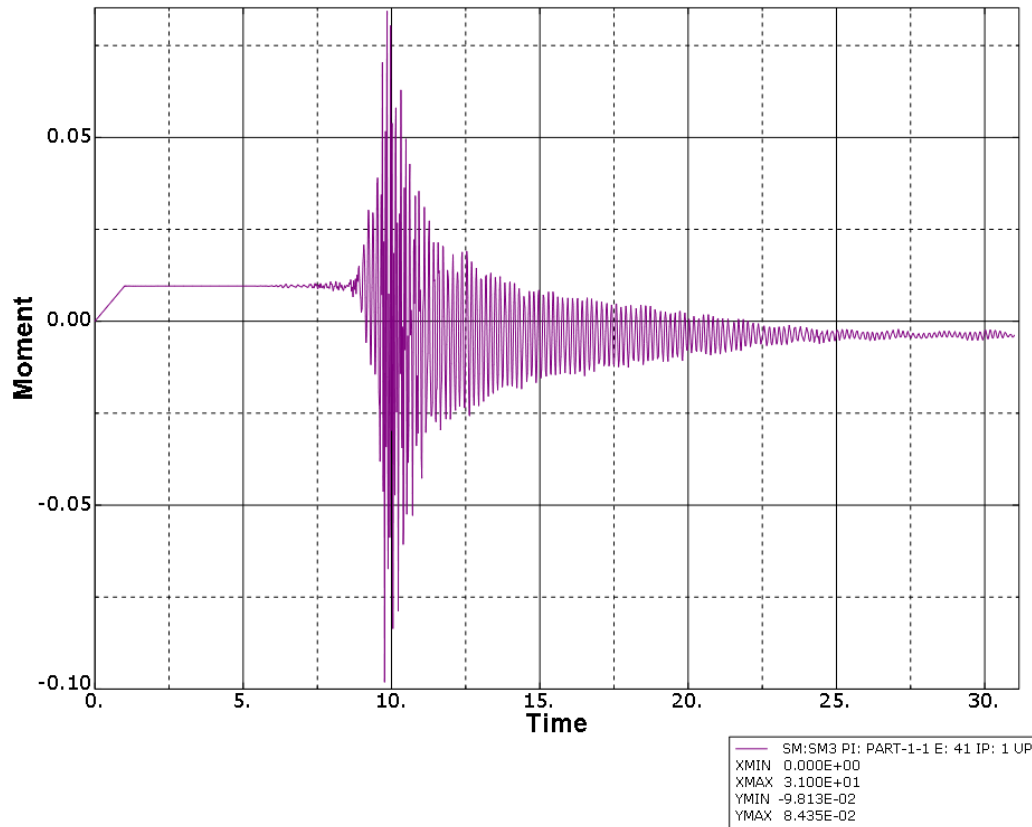


Σχήμα 6.105 : Ροπή SM3 του κάτω μέλους (Αθήνα)



Σχήμα 6.106 : Ροπή SM3 του δεξιού μέλους (Αθήνα)





Σχήμα 6.107 : Ροπή SM1 του πάνω μέλους (Αθήνα)

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7**

---

### **ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΕΠΙΛΟΓΟΣ**

## 7.1 Γενικά

Στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας παρουσιάστηκε μια μεθοδολογία προκειμένου να γίνει εφικτή η πρόβλεψη της δημιουργίας ρωγμών σε συγκολλητούς κόμβους δοκών-υποστυλωμάτων που υπόκεινται σε ανακυκλιζόμενες φορτίσεις. Η ενασχόληση με το αντικείμενο της ολιγοκυκλικής κόπωσης οδήγησε σε συμπεράσματα αρκετά ενδιαφέροντα όσον αφορά την απόκριση των κόμβων στους υπό εξέταση σεισμούς, του Northridge και της Αθήνας, όπως και αποδεικνύει την αναγκαιότητα για συνεχή έλεγχο των κατασκευών από χάλυβα σε κόπωση.

## 7.2 Συμπεράσματα από τους σεισμούς του Northridge και της Αθήνας

- ❖ Από τα διαγράμματα τάσεων von Mises-χρόνου παρατηρούμε ότι και στους δύο σεισμούς, παρατηρείται υπέρβαση του ορίου αστοχίας και μάλιστα στο Northridge φτάνουμε οριακά στο όριο αστοχίας. Έτσι δικαιολογείται και η ύπαρξη πλαστικών παραμορφώσεων.
- ❖ Εξαρχής γνωρίζουμε ότι οι κύριες τάσεις συγκριτικά με τις παραμορφώσεις δεν είναι το πιο αντιπροσωπευτικό κριτήριο για να προβλεφθεί κάποια πιθανή αστοχία. Παρόλα αυτά, ο έλεγχος γίνεται και παρατηρείται η μέγιστη συγκέντρωση τάσεων στο Path C και στις δύο σεισμικές φορτίσεις. Αυτό έρχεται να συμφωνήσει εν μέρει με τη διαπίστωση που έγινε στην έρευνα του H.Zhou ότι τα κρίσιμα σημεία των Paths C,D έχουν σχετικά υψηλότερα επίπεδα δείκτη αστοχίας σε σύγκριση με των A,B, εννοώντας ότι αστοχίες λόγω κόπωσης είναι πιο πιθανές να συμβούν στο κάτω μέρος της δοκού υπό οριζόντια σεισμικά φορτία.
- ❖ Όσον αφορά τις παραμορφώσεις, ξεκινάμε πρώτα από τις ολικές (κύριες) παραμορφώσεις. Για Αθήνα και Northridge βρίσκουμε το ίδιο αποτέλεσμα, ότι δηλαδή η μέγιστη παραμόρφωση σημειώνεται στο Path B, στην οπή που υπάρχει στο πάνω μέρος της δοκού για να γίνει η συγκόλληση.
- ❖ Στο σεισμό του Northridge, η μέγιστη πλαστική παραμόρφωση εμφανίζεται στο Path A, ενώ στο σεισμό της Αθήνας στο Path B (όπως και οι ολικές παραμορφώσεις). Βέβαια αυτό που μας ενδιαφέρει περισσότερο στις πλαστικές παραμορφώσεις δεν είναι τόσο τα μέγιστα, όσο το γεγονός ότι στο τέλος των διεγέρσεων παρατηρούνται παραμένουσες πλαστικές παραμορφώσεις και μάλιστα σταθερές.
- ❖ Το γεγονός ότι όλες οι παραμορφώσεις, κύριες ή πλαστικές, είναι μικρότερες του 2% μας δείχνει ότι δεν παρατηρείται κάπου αστοχία.

Να ληφθεί ωστόσο υπόψη ότι στο πλαίσιακό σύστημα που έχουμε δεν έχουμε εισάγει κάποιον μηχανισμό απόσβεσης, πράγμα που δικαιολογεί ως ένα βαθμό την ύπαρξη παραμορφώσεων στο τέλος.

- ❖ Από τα διαγράμματα των ροπών, συνάδει το συμπέρασμα πως η σημαντική ροπή που καταπονεί κάθε μέλος πάνω, κάτω και δεξιά είναι η καμπτική SM1 , καθώς οι υπόλοιπες κινούνται στα όρια του μηδενός.

Με βάση τις μετρήσεις και τα αποτελέσματα, καταλήγουμε ότι μπορούμε μεν να δείξουμε ποια σημεία καταπονούνται περισσότερο αλλά δεν μπορούμε με σιγουριά να δείξουμε ποιο θα είναι αυτό που θα είναι κρίσιμο και ίσως αποβεί μοιραίο σε περίπτωση αστοχίας.

Τέλος πρέπει να σημειωθεί ότι τα αποτελέσματα λήφθηκαν, έχοντας κάνει scale-up στην ένταση των σεισμών προκειμένου να έχουμε τα επιθυμητά αποτελέσματα, πρακτική η οποία υιοθετήθηκε από την εργασία του H.Zhou.







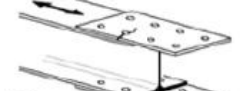


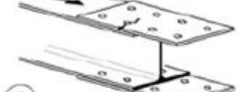

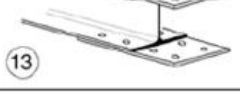


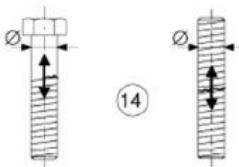
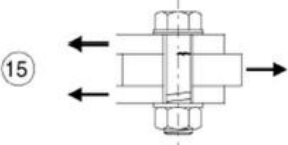
# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

---

## ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΛΕΠΤΟΜΕΡΕΙΩΝ

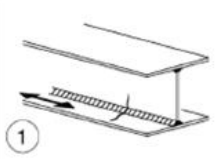
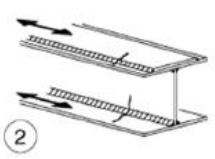
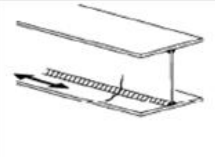
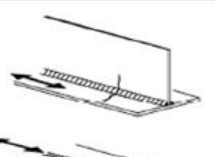
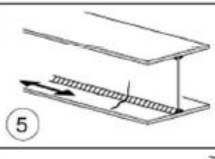
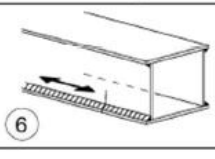
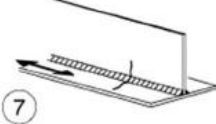
Πίνακας Α.1.: Επίπεδα μέλη και κοχλιωτές συνδέσεις

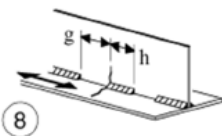

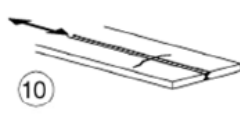

Κατηγορία λεπτομερ.	Κατασκευαστική λεπτομέρεια	Περιγραφή	Απαιτήσεις
160	<p><b>ΣΗΜΕΙΩΣΗ</b> Η καμπύλη αντοχής σε κόπωση που αντιστοιχεί στην κατηγορία 160 είναι η υψηλότερη. Καμιά λεπτομέρεια δεν μπορεί να επιτύχει καλύτερη αντοχή κόπωσης για οποιοδήποτε αριθμό κύκλων.</p> 	<p><u>Ελατά και πρεσαριστά προϊόντα:</u></p> <p>1) Ελάσματα και λάμες 2) Ελατές διατομές 3) Μη συγκολλητές ορθογωνικές ή κυκλικές κοίλες διατομές</p>	<p><u>Λεπτομέρειες 1) έως 3):</u></p> <p>Αιχμηρές ακμές, επιφανειακά ελαττώματα και σφάλματα έλασης πρέπει να αφαιρούνται με λείανση μέχρις απομακρύνσεως και ομαλής μετάβασης.</p>
140		<p><u>Ελάσματα που κόβονται με ψαλίδισμό ή φλόγα:</u></p> <p>4) Μηχανική κοπή υλικού με φλόγα ή ψαλίδισμό και ακόλουθος καθαρισμός.</p> <p>5) Υλικό που κόβεται μηχανικά με φλόγα και με χεϊλή κοπής με ρηχές και κανονικές εγκοπές ή χειρωνακτική κοπή με φλόγα, και ακόλουθη επεξεργασία για την εξάλειψη ατελειών κοπής. Μηχανική κοπή υλικού με φλόγα κατά τις προδιαγραφές EN 1090.</p>	<p>4) Όλες οι ορατές εγκοπές στα άκρα θα εξαλειφονται. Οι περιοχές κοπής θα κατεργάζονται ή θα λειαίνονται και θα αφαιρούνται όλα τα γρέζια. Όλες οι μηχανικές εγκοπές π.χ. από λείανση, θα πρέπει να είναι παράλληλες στις τάσεις.</p> <p><u>Λεπτομέρειες 4) και 5):</u></p> <p>- Εισέγυστες γωνίες θα λειαίνονται (κλίση <math>\leq 1/4</math>) ή θα υπολογίζονται με κατάλληλους συντελεστές συγκέντρωσης τάσεων.</p> <p>- Όχι επιδιόρθωση με επανασυγκόλληση.</p>
125		<p>6) και 7) Ελατά και πρεσαριστά προϊόντα όπως στις λεπτομ. 1), 2), 3)</p>	<p><u>Λεπτομέρειες 6) και 7):</u></p> <p>Η <math>\Delta t</math> υπολογίζεται από:</p> $\tau = \frac{V S(t)}{I t}$
100 m = 5			
<p>Για τις λεπτομέρειες 1 – 5 από αντιδιαβρωτικό χάλυβα να χρησιμοποιείται η αμέσως χαμηλότερη κατηγορία.</p>			
Κατηγορία λεπτομερ.	Κατασκευαστική λεπτομέρεια	Περιγραφή	Απαιτήσεις
112		<p>8) Συμμετρική δίτημητη σύνδεση με προεντεταμένους κοχλίες υψηλής αντοχής.</p>	<p>8) Η <math>\Delta s</math> να υπολογίζεται για την πλήρη διατομή.</p>
		<p>8) Συμμετρική δίτημητη σύνδεση με κανονικούς κοχλίες.</p>	<p>8) ... πλήρη διατομή.</p>
		<p>9) Δίτημητη σύνδεση με εφαρμοσμένους κοχλίες.</p>	<p>9) ... καθαρή διατομή.</p>
		<p>9) Δίτημητη σύνδεση με μη προεντεταμένους ψεκασμένους κοχλίες.</p>	<p>9) ... καθαρή διατομή.</p>
90		<p>10) Μονότημητη σύνδεση με προεντεταμένους κοχλίες υψηλής αντοχής.</p>	<p>10) ... πλήρη διατομή.</p>
		<p>10) Μονότημητη σύνδεση με κανονικούς κοχλίες.</p>	<p>10) ... πλήρη διατομή.</p>
		<p>11) Δομικό στοιχείο με οπές υπό κάμψη και αξονική δύναμη</p>	<p>11) ... καθαρή διατομή.</p>
80		<p>12) Μονότημητη σύνδεση με εφαρμοσμένους κοχλίες.</p>	<p>12) ... καθαρή διατομή.</p>
		<p>12) Μονότημητη σύνδεση με μη προεντεταμένους ψεκασμένους κοχλίες.</p>	<p>12) ... καθαρή διατομή.</p>
50		<p>13) Μονότημητη ή δίτημητη συμμετρική σύνδεση με μη προεντεταμένους κοχλίες σε κανονικές οπές. Όχι ανακύκλιση φορτίων.</p>	<p>13) ... καθαρή διατομή.</p>

Κατηγορία λεπτομερ.	Κατασκευαστική λεπτομέρεια	Περιγραφή	Απαιτήσεις
50	<p>Επίδραση πάχους για <math>t &gt; 30\text{mm}</math>: <math>k_s = (30/t)^{0.25}</math></p>  <p>14</p>	<p>14) Κοχλίες και ραροί υποεφελκυσμό με σπείρωμα από έλαση ή κοπή. Για μεγάλες διαμέτρους (αγκύρια) η επίδραση πάχους λαμβάνεται υπόψη με τον <math>k_s</math>.</p>	<p>14) Η <math>\Delta\sigma</math> υπολογίζεται με την εφελκυσμένη διατομή του κοχλία. Εφελκυσμός και κάμψη λόγω δυνάμεων μοχλού ή κάμψη από άλλες αιτίες πρέπει να λαμβάνονται υπόψη. Για προεντεταμένους κοχλίες, η απομείωση του εύρους τάσεων μπορεί να λαμβάνεται υπόψη.</p>
100 $m=5$	 <p>15</p>	<p><u>Μονότιμητοι ή δίτιμητοι κοχλίες</u> Σπείρωμα όχι στην επιφ. διάτμ. 15) -Εφηρμοσμένοι κοχλίες -Κανονικοί κοχλίες χωρίς ανακύλιση φορτίων (ποιότητας 5.6, 8.8 ή 10.9)</p>	<p>15) Η <math>\Delta\tau</math> υπολογίζεται με τη διατομή κορμού του κοχλία.</p>



Πίνακας Α.2.: Συγκολλητές διατομές

Κατηγορία λεπτομερ.	Κατασκευαστική λεπτομέρεια	Περιγραφή	Απαιτήσεις
125	 	<u>Συνεχείς διαμήκειες ραφές:</u> 1) Αυτόματες αμφίπλευρες εσωραφές. 2) Αυτόματες εξωραφές. Ελεγχος αρμοκαλύπτρων βάσει λεπτομ. 6) ή 7) του Πίνακα 8.5.	<u>Λεπτομέρειες 1) και 2):</u> Απαγορεύεται θέση αρχής/τέλους εκτός εάν η επισκευή γίνεται από ειδικό και ακολουθεί έλεγχος καλής εκτέλεσης της επισκευής.
112	 	3) Αυτόματες αμφίπλευρες εσωραφές ή εξωραφές με ενδιάμεσες στάσεις. 4) Αυτόματες μονόπλευρες εσωραφές, με συνεχές υπόθεμα, αλλά χωρίς ενδιάμεσες στάσεις.	4) Όταν η λεπτομέρεια αυτή έχει ενδιάμεσες στάσεις να χρησιμοποιείται η κατηγορία 100.
100	 	5) Χειροποίητες εσωραφές ή εξωραφές. 6) Χειροποίητες ή αυτόματες μονόπλευρες εσωραφές, ειδικά για κλειστές διατομές	5), 6) Απαιτείται τέλεια συναρμογή πέλματος-κορμιού. Προετοιμασία ακμής κορμιού ώστε να φαίνεται και να πληρώνεται επαρκώς η ρίζα για την αποφυγή τοπικής αστοχίας.
100		7) Χειροποίητες ή αυτόματες εσωραφές ή εξωραφές για κατηγορίες 1) έως 6).	7) Η αρχική κατηγορία μπορεί να αποκατασταθεί με λείανση από ειδικό για την εξάλειψη όλων των εμφανών ατελειών και επαρκή έλεγχο.


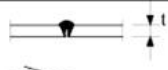


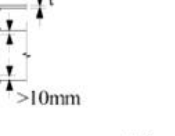

Κατηγορία λεπτομερ.	Κατασκευαστική λεπτομέρεια	Περιγραφή	Απαιτήσεις
80	 $g/h \leq 2,5$	8) Διακοπτόμενες διαμήκειες εξωραφές.	8) Η Δσ βασίζεται στην ορθή τάση του πέλματος.
71		9) Διαμήκειες εσωραφές, εξωραφές ή διακοπτόμενες ραφές με οπή συναρμογής ύψους όχι μεγαλύτερο από 60mm. Για οπές συναρμογής με ύψος > 60 mm βλ. λεπτ. 1) στον Πίνακα 8.4	9) Η Δσ βασίζεται στην ορθή τάση του πέλματος.
125		10) Διαμήκειες εσωραφές, αμφίπλευρη έγκραση ρίζας παράλληλα στο φορτίο, 100% NDT	
112		10) Χωρίς λείανση και ενδιάμεσες στάσεις	
90		10) με ενδιάμεσες στάσεις	
140		11) Διαμήκειες αυτόματες εξωραφές με ή χωρίς ενδιάμεσες στάσεις σε κοίλες διατομές	11) Ελεύθερες ατελειών πέραν των ανοχών της EN 1090. Πάχος τοιχώματος $t \leq 12,5 \text{ mm}$ .
125		11) Διαμήκειες αυτόματες εξωραφές με ή χωρίς ενδιάμεσες στάσεις σε κοίλες διατομές	11) Πάχος τοιχώματος $t > 12,5 \text{ mm}$ .
90		11) με ενδιάμεσες στάσεις	

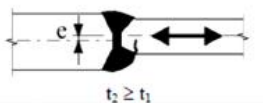
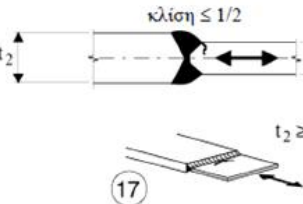
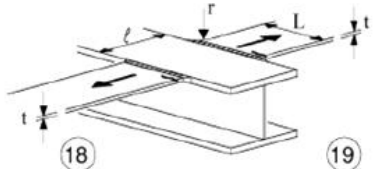
Για τις λεπτομέρειες 1 έως 11 με πλήρως μηχανική μόρφωση ραφών ισχύουν τα ανάλογα των κατηγοριών με αυτόματη μόρφωση ραφών.

Πίνακας Α.3 : Εγκάρσιες εσωραφές



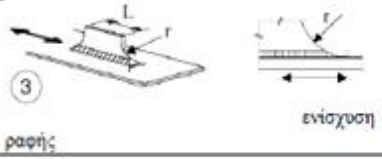
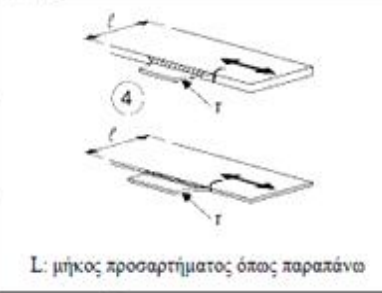

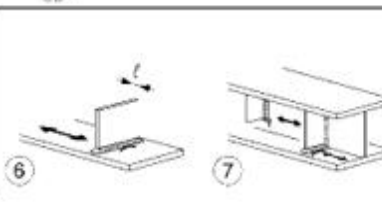
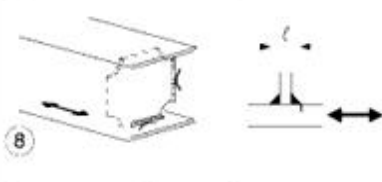

Κατηγορία λεπτομερ.	Κατασκευαστική λεπτομέρεια	Περιγραφή	Απαιτήσεις
112	<p>Επιρροή κλίμακας για <math>t &gt; 25\text{mm}</math>: <math>k_s = (25/t)^{0.2}</math></p>	<p>Άνευ υποθέματος στη ρίζα:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Εγκάρσιες επεκτάσεις σε λεπίδες και ελάσματα.</li> <li>2) Επεκτάσεις κορμών και πελμάτων σε δοκούς προ της συναρμολόγησης.</li> <li>3) Πλήρης αποκατάσταση ελατών διατομών με εσωραφές χωρίς οπές συναρμογής.</li> <li>4) Εγκάρσιες επεκτάσεις σε λεπίδες ή ελάσματα μεταβλητού πλάτους ή πάχους, με κλίση <math>\leq 1/4</math>.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Όλες οι ραφές με έγκausη ρίζας παράλληλα στη διεύθυνση του βέλους.</li> <li>- Χρήση και στη συνέχεια αφαίρεση υποθέματος, έγκausη ρίζας στις ακμές κατά τη διεύθυνση των τάσεων.</li> <li>- Αμφίπλευρη συγκόλληση; έλεγχος με μη καταστροφικές μεθόδους.</li> </ul> <p><u>Λεπτομέρεια 3):</u> Μόνο για ενώσεις ελατών διατομών, κοπή και επανασυγκόλληση.</p>
90	<p>Επιρροή κλίμακας για <math>t &gt; 25\text{mm}</math>: <math>k_s = (25/t)^{0.2}</math></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>5) Εγκάρσιες επεκτάσεις σε λεπίδες ή ελάσματα.</li> <li>6) Πλήρης αποκατάσταση ελατών διατομών με εσωραφές χωρίς οπές συναρμογής.</li> <li>7) Εγκάρσιες επεκτάσεις σε λεπίδες ή ελάσματα μεταβλητού πλάτους ή πάχους, με κλίση <math>\leq 1/4</math>.</li> </ol> <p>Επεξεργασία ραφών ώστε να είναι ελεύθερες εγκοπών.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ύψος κοιλότητας ραφής όχι μεγαλύτερο από το 10% του πλάτους, με ομαλή συναρμογή στην επιφάνεια ελάσματος.</li> <li>- Χρήση και στη συνέχεια αφαίρεση υποθέματος, έγκausη ρίζας στις ακμές ελατά τη διεύθυνση των τάσεων.</li> <li>- Αμφίπλευρη συγκόλληση; έλεγχος με μη καταστροφικές μεθόδους.</li> </ul> <p><u>Λεπτομέρειες 5 και 7:</u> Συγκόλληση σε επίπεδη θέση.</p>

Κατηγορία λεπτομερ.	Κατασκευαστική λεπτομέρεια	Περιγραφή	Απαιτήσεις
90	<p>Επιρροή κλίμακας για <math>t &gt; 25\text{mm}</math>: <math>k_s = (25/t)^{0.2}</math></p>	<p>8) Ως εις λεπτομέρεια 3) αλλά με οπές συναρμογής.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Όλες οι ραφές με έγκausη ρίζας παράλληλα στη διεύθυνση του βέλους.</li> <li>- Χρήση και στη συνέχεια αφαίρεση υποθέματος, έγκausη ρίζας στις ακμές κατά τη διεύθυνση των τάσεων.</li> <li>- Αμφίπλευρη συγκόλληση; έλεγχος με μη καταστροφικές μεθόδους.</li> <li>- Ελατές διατομές των αυτών διαστάσεων, χωρίς ατέλειες συναρμογής.</li> </ul>
80	<p>Επιρροή κλίμακας για <math>t &gt; 25\text{mm}</math>: <math>k_s = (25/t)^{0.2}</math></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>9) Εγκάρσιες επεκτάσεις σε συγκολλητές δοκούς άνευ οπών συναρμογής.</li> <li>10) Πλήρης αποκατάσταση ελατών διατομών με εσωραφές και με οπές συναρμογής.</li> <li>11) Εγκάρσιες επεκτάσεις σε λεπίδες, ελάσματα, ελατές ή συγκολλητές διατομές.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ύψος κοιλότητας ραφής όχι μεγαλύτερο από το 20% του πλάτους, με ομαλή συναρμογή στην επιφάνεια ελάσματος.</li> <li>- Όχι έγκausη ρίζας</li> <li>- Χρήση και στη συνέχεια αφαίρεση υποθέματος, έγκausη ρίζας στις ακμές κατά τη διεύθυνση των τάσεων.</li> <li>- Αμφίπλευρη συγκόλληση; έλεγχος με μη καταστροφικές μεθόδους.</li> </ul> <p><u>Λεπτομέρεια 10:</u> Ύψος κοιλότητας ραφής όχι μεγαλύτερο από το 10% του πλάτους, με ομαλή συναρμογή στην επιφάνεια ελάσματος.</p>

Κατηγορία λεπτομερ.	Κατασκευαστική λεπτομέρεια	Περιγραφή	Απαιτήσεις
63		12) Πλήρης αποκατάσταση ελατών διατομών με εσωραφές χωρίς οπές συναρμογής.	- Χρήση και στη συνέχεια αφαίρεση υποθέματος, έγκαιση ρίζας στις ακμές κατά τη διεύθυνση των τάσεων. - Αμφίπλευρη συγκόλληση.
36		13) Μονόπλευρες εσωραφές.	13) Άνευ υποθέματος.
71	Επιρροή κλίμακας για $t > 25\text{mm}$ : $k_s = (25/t)^{0.2}$ 	13) Μονόπλευρες εσωραφές όπου η πλήρης διείσδυση ελέγχεται με μη καταστροφικές μεθόδους.	
71	Επιρροή κλίμακας για $t > 25\text{mm}$ : $k_s = (25/t)^{0.2}$  	<u>Με υπόθεμα:</u> 14) Εγκάρσια ένωση. 15) Εγκάρσιες εσωραφές μεταβλητού πλάτους ή πάχους, με κλίση $\leq 1/4$ . Ισχύει επίσης για καμπύλες λεπίδες.	<u>Λεπτομέρειες 14) και 15):</u> Οι εξωραφές υποθέματος θα σταματούν $\geq 10\text{mm}$ από τις ακμές του εντεινόμενου ελάσματος. Ραφές σταθεροποίησης εντός του περικλειόμενου σχήματος εσωραφών.
50	Επιρροή κλίμακας για $t > 25\text{mm}$ : $k_s = (25/t)^{0.2}$ 	16) Εγκάρσιες εσωραφές σε μόνιμο υπόθεμα μεταβλητού πάχους ή πλάτους με κλίση $\leq 1/4$ . Ομοίως για καμπύλες λεπίδες.	16) Όταν οι εξωραφές του υποθέματος σταματούν $< 10\text{mm}$ από τις ακμές, ή εάν εξασφαλίζεται ομαλή συναρμογή


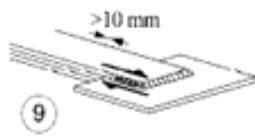
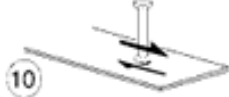




Κατηγορία λεπτομερ.	Κατασκευαστική λεπτομέρεια	Περιγραφή	Απαιτήσεις
71	Επιρροή κλίμακας για $t > 25\text{mm}$ με/ή θεωρήση εκκεντρότητας: $k_s = \left(\frac{25}{t_1}\right)^{0.2} \left/ \left(1 + \frac{6e}{t_1} \frac{t_1^{1.5}}{t_1^{1.5} + t_2^{1.5}}\right)\right.$  $t_2 \geq t_1$	 κλίση $\leq 1/2$ $t_2 \geq t_1$ 17) Εγκάρσιες εσωραφές διαφορετικά πάχη χωρίς μετάβαση, αξονική ευθυγράμμια.	
Ως εις Λεπτομ. 1) στον Πίνακα 8.5		18) Εγκάρσιες εσωραφές σε διασταυρούμενα πέγματα.	<u>Λεπτομέρειες 18) και 19)</u> Η αντοχή σε κόπωση του συνεχούς στοιχείου πρέπει να ελεγχθεί σύμφωνα με Πίνακα 8.4, λεπτομ. 4) ή λεπτομ. 5).
Ως εις Λεπτομ. 4) στον Πίνακα 8.4		19) Με ακτίνια συναρμογής ως εις Πίνακα 8.4, λεπτομέρεια 4)	

Πίνακας Α.4.: Προσαρτήματα ραφών και ενισχύσεις

Κατηγορία λεπτομερ.	Κατασκευαστική λεπτομέρεια	Περιγραφή	Απαιτήσεις
80	$L \leq 50\text{mm}$		<p><u>Διαμήκη προσαρτήματα:</u></p> <p>1) Η κατηγορία λεπτομέρειας μεταβάλλεται ανάλογα με το μήκος L του προσαρτήματος.</p>
71	$50 < L \leq 80\text{mm}$		
63	$80 < L \leq 100\text{mm}$		
56	$L > 100\text{mm}$		
71	$L > 100\text{mm}$ $\alpha < 45^\circ$		2) Διαμήκη προσαρτήματα σε ελάσματα ή σαλίνες.
80	$r > 150\text{mm}$	 <p>ραφής</p> <p>ένισχυση</p>	<p>3) Προσαρτήματα με διαμήκη εξοφαφή και ακτίνα συναρμογής: ενισχυμένο άκρο ραφής (πλήρης διείσδυση); μήκος ενίσχυσης ραφής <math>&gt; r</math>.</p>
90	$\frac{r}{L} \geq \frac{1}{3}$ ή $r > 150\text{mm}$	 <p>L: μήκος προσαρτήματος όπως παραπάνω</p>	<p>4) Προσαρτούμενα ελάσματα, συγκολλούμενα στην άκρη ελάσματος ή πέλματος.</p>
71	$\frac{1}{6} < \frac{r}{L} < \frac{1}{3}$		
50	$\frac{r}{L} < \frac{1}{6}$		
40			5) Όπως τα συγκολλητά, χωρίς ακτίνα συναρμογής.
80	$\xi \leq 50\text{mm}$		<p><u>Εγκάρσια προσαρτήματα:</u></p> <p>6) Συγκολλούμενα σε έλασμα.</p> <p>7) Κατακόρυφες ενισχύσεις συγκολλούμενες σε ελατή ή συγκολλητή δοκό.</p>
71	$50 < \xi \leq 80\text{mm}$		<p>8) Διαφράγματα συγκολλούμενα σε πέλματα ή κορμούς. Πιθανόν να μην εφαρμόζεται σε μικρές κοίλες διατομές.</p> <p>Οι τιμές ισχύουν επίσης για δακτυλιοειδείς ενισχύσεις.</p>
80			9) Επίδραση διαμητικών ήλων στο βασικό υλικό.

Πίνακας Α.5.: Φέρουσες συγκολλητές συνδέσεις

Κατηγορία λεπτομέρ.	Κατασκευαστική λεπτομέρεια		Περιγραφή	Απαιτήσεις
80	$l \leq 50 \text{ mm}$	όλα τα $t$	<p><u>Σταυροειδείς και Ταυ συνδέσεις:</u></p> <p>1) Αστοχία ποδός σε ραφές πλήρους διείσδυσης και σε όλες τις ενώσεις με ραφές μερικής διείσδυσης.</p> <p>2) Αστοχία ποδός από την ακμή του προσαρτήματος, με υψηλές τάσεις στα άκρα ραφής λόγω τοπικής παραμόρφωσης του ελάσματος.</p> <p>3) Αστοχία ρίζας σε μερικής διείσδυσης ραφές ή εξοραφές και σε εσφαραφές πλήρους διείσδυσης ενόσεων Ταυ.</p> <p>4) με εξοραφή.</p> <p>5) με εξοραφή.</p> <p><u>Ελάσματα ενίσχυσης ελατών και συγκολλητών διατομών:</u></p> <p>6) Ζώνες άκρων απλών ή πολλαπλών ενισχυτικών ελασμάτων, με ή χωρίς εγκάρσιες ραφές συγκόλλησης στα άκρα.</p> <p>7) Ελάσματα ενίσχυσης ελατών και συγκολλητών διατομών. Σε ελάχιστο μήκος ενίσχυσης της ραφής.</p>	<p>1) Πιστοποιημένη ότι είναι ελεύθερη ασυνεχιών ή κατόπιν ελέγχου με ευθυγραμμία πέραν των ανοχών της EN 1090.</p> <p>2) Για το υπολογισμό της <math>\Delta\sigma</math>, να λαμβάνεται η τροποποιημένη ονομαστική τάση.</p> <p>3) Σε ενώσεις μερικής διείσδυσης απαιτούνται 2 έλεγχοι κόπωσης. Πρώτα, υπολογίζεται ρηγμάτωση ρίζας με τι τάσεις της Παρ. 5, με κατηγορία 36* για <math>\Delta\sigma_w</math> και κατηγορία 80 για <math>\Delta\sigma_t</math>. Κατόπιν, ελέγχεται ρηγμάτωση ποδός προσδιορίζοντας την <math>\Delta\sigma</math> στο φέρον έλασμα.</p> <p><u>Λεπτομέρειες 1) έως 3):</u> Η μη ευθυγραμμία των φερόντων ελασμάτων να μην υπερβαίνει το 15 % του πάχους του ενδιάμεσου ελάσματος.</p> <p>4) Η <math>\Delta\sigma</math> στο βασικό έλασμα υπολογίζεται βάσει της διατομής του σχήματος.</p> <p>5) Η <math>\Delta\sigma</math> υπολογίζεται στα υπερκαλυπτόμενα ελάσματα.</p> <p><u>Λεπτομέρειες 4) και 5):</u> - Τέλος ραφών πλέον των 10 mm από την ακμή του ελάσματος. - Αστοχία ραφής σε διάτμηση θα ελέγχεται βάσει λεπτομ. 8).</p> <p>6) Για έλασμα ενίσχυσης πλατύτερο του πέλματος, απαιτείται εγκάρσια ραφή στα άκρα. Η ραφή θα εφαρμόζεται προσεκτικά για την απομάκρυνση του υποθέματος. Ελάχιστο μήκος ελάσματος ενίσχυσης 300 mm. Για επιρροή κλίμακας βραχύτερου ελάσματος βλέπε Λεπτομ. 1).</p> <p>7) Εγκάρσιο άκρο ραφής με έκταση ρίζας. Επιπλέον, εάν <math>t_c \geq 20 \text{ mm}</math>, μέταλο άκρου ελάσματος με κλίση <math>&lt; 1/4</math>.</p>
71	$50 < l \leq 80$	όλα τα $t$		
63	$80 < l \leq 100$	όλα τα $t$		
56	$100 < l \leq 120$	όλα τα $t$		
56	$l > 120$	$t \leq 20$		
50	$120 < l \leq 200$ $l > 200$	$t > 20$ $20 < t \leq 30$		
45	$200 < l \leq 300$ $l > 300$	$t > 30$ $30 < t \leq 50$		
40	$l > 300$	$t > 50$		
Ως εις Λεπτομ. 1) στον Πίνακα 8.5	<p>εύκαμπτο έλασμα</p>		2) Αστοχία ποδός από την ακμή του προσαρτήματος, με υψηλές τάσεις στα άκρα ραφής λόγω τοπικής παραμόρφωσης του ελάσματος.	
36*			3) Αστοχία ρίζας σε μερικής διείσδυσης ραφές ή εξοραφές και σε εσφαραφές πλήρους διείσδυσης ενόσεων Ταυ.	
Ως εις Λεπτομ. 1) στον Πίνακα 8.5	<p>εντενόμενη διατομή στο βασικό έλασμα: κλίση = 1/2</p>		4) με εξοραφή.	4) Η $\Delta\sigma$ στο βασικό έλασμα υπολογίζεται βάσει της διατομής του σχήματος.
45*			5) με εξοραφή.	5) Η $\Delta\sigma$ υπολογίζεται στα υπερκαλυπτόμενα ελάσματα.
56*	$t_c \leq t$	$t_c \leq t$	<p><u>Ελάσματα ενίσχυσης ελατών και συγκολλητών διατομών:</u></p> <p>6) Ζώνες άκρων απλών ή πολλαπλών ενισχυτικών ελασμάτων, με ή χωρίς εγκάρσιες ραφές συγκόλλησης στα άκρα.</p>	<p>6) Για έλασμα ενίσχυσης πλατύτερο του πέλματος, απαιτείται εγκάρσια ραφή στα άκρα. Η ραφή θα εφαρμόζεται προσεκτικά για την απομάκρυνση του υποθέματος. Ελάχιστο μήκος ελάσματος ενίσχυσης 300 mm. Για επιρροή κλίμακας βραχύτερου ελάσματος βλέπε Λεπτομ. 1).</p>
50	$20 < t_c \leq 30$	$t_c \leq 20$		
45	$30 < t_c \leq 50$	$20 < t_c \leq 30$		
40	$t_c > 50$	$30 < t_c \leq 50$		
36	-	$t_c > 50$		
56	<p>εγκάρσια ενίσχυση ραφής άκρου</p>			

<p>80 m=5</p>	 <p>8</p>  <p>9 &gt;10 mm</p>	<p>8) Συνεχής εξωραφής μεταφέρουσες διατμητική ροή, όπως ραφές κορμού-πέλματος σε συγκολλητές διατομές.</p> <p>9) Ένωση υπερέκλυσης με εξωραφής.</p>	<p>8) Η <math>\Delta\epsilon</math> υπολογίζεται με το πάχος λαϊμού της ραφής.</p> <p>9) Η <math>\Delta\epsilon</math> υπολογίζεται από το πάχος λαϊμού της ραφής και το συνολικό μήκος της. Τέλος ραφών πλέον των 10 mm από την άκρη ελάσματος, βλ. επίσης 4) και 5) παραπάνω.</p>
<p>βλ. EN 1994-2 (90 m=8)</p>	 <p>10</p>	<p><u>Συγκολλητοί διατμητικοί ήλοι:</u></p> <p>10) Για σύμμικτες εφαρμογές</p>	<p>10) Η <math>\Delta\epsilon</math> υπολογίζεται βάσει της ονομαστικής διαμέτρου του ήλου.</p>
<p>71</p>	 <p>11</p>  <p>12</p>	<p>11) Σύνδεση πέλματος-σαλιόνα με 80% της πλήρους διείσδυσης εσωραφής.</p>	<p>11) Πόδας ραφής. Η <math>\Delta\sigma</math> υπολογίζεται στον σαλιόνα.</p>
<p>40</p>	 <p>12</p>  <p>12</p>	<p>12) Σύνδεση πέλματος-σαλιόνα με εξωραφής.</p>	<p>12) Η <math>\Delta\sigma</math> υπολογίζεται στον σαλιόνα.</p>



## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β**

---

# **ΤΟ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ ΤΗΣ ΜΠΣ- Η ΜΕΘΟΔΟΣ RAYLEIGH-RITZ**



## B.1 Εισαγωγή

Το πρώτο στάδιο της ανάλυσης ενός μηχανικού συστήματος συνίσταται στη μαθηματική προσομοίωσή του. Σε δεύτερη φάση διατυπώνονται και επιλύονται οι εξισώσεις ισορροπίας του ισοδύναμου συστήματος και τέλος ακολουθεί η ερμηνεία των αποτελεσμάτων της ανάλυσης. Τα μηχανικά συστήματα διακρίνονται σε *διακριτά* και σε *συνεχή*, η δε απόκριση των διακριτών συστημάτων περιγράφεται από την επίλυση ενός πεπερασμένου αριθμού μεταβλητών. Τα σημαντικότερα είδη διακριτών συστημάτων είναι

α) *Σταθερής κατάστασης*, τα οποία είναι ανεξάρτητα του χρόνου (για παράδειγμα ελαστικό ελατήριο με σταθερή φόρτιση, σύστημα σταθερής μετάδοσης θερμότητας, υδραυλικό δίκτυο, δίκτυο συνεχούς ρεύματος, ελατήριο με μη-γραμμική απόκριση)

β) *Μετάδοσης ή δυναμικά*. Η απόκριση των συστημάτων αυτών εξαρτάται από τον χρόνο. Στην περίπτωση αυτή η ανάλυση συνίσταται στον προσδιορισμό των τιμών των μεταβλητών για κάθε χρόνο  $t$  (για παράδειγμα έλασμα υπό κρουστικό φορτίο, μετάδοση θερμότητας σε κλειστό σύστημα με διάφορους τρόπους, κλπ).

γ) *Ιδιοτιμών*. Στα προβλήματα ιδιοτιμών περιλαμβάνονται περιπτώσεις που υπάγονται και στις δύο παραπάνω κατηγορίες και χαρακτηρίζονται από την μετάβαση του συστήματος από μία αρχική κατάσταση ισορροπίας σε μία δεύτερη ή τρίτη, κάθε μία από τις οποίες επίσης αποτελεί μέρος της γενικής λύσης του προβλήματος. Τα προβλήματα ιδιοτιμών χαρακτηρίζονται γενικά από την ύπαρξη πολλών λύσεων, συνήθως όμως για πρακτικούς λόγους μας ενδιαφέρει μόνο μία από αυτές (για παράδειγμα λυγισμός δοκών, ελασμάτων, συχνότητες ιδιοταλάντωσης ηλεκτρικού πεδίου).

Η απόκριση των συνεχών συστημάτων εκφράζεται με διαφορικές εξισώσεις οι οποίες επιλύονται μόνο σε ορισμένες απλές περιπτώσεις οριακών συνθηκών. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιούνται αριθμητικές μέθοδοι με τις οποίες αποκτώνται (προσεγγιστικές) λύσεις με την αναγωγή των συνεχών προβλημάτων σε διακριτά.

Η επιτυχία της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων (ΜΠΣ) έγκειται στο ότι συστηματική προσομοίωση επιτρέπει την εφαρμογή των συμβατικών μεθόδων ανάλυσης σε πολύ σύνθετα προβλήματα.

Τα διακριτά συστήματα χαρακτηρίζονται από πεπερασμένο αριθμό βαθμών ελευθερίας, η δε διαδικασία ανάλυσης ακολουθεί τα παρακάτω βήματα

1. Προσομοίωση συστήματος με ένα σύνολο στοιχείων
2. Εξασφάλιση συνθηκών ισορροπίας στο εσωτερικό κάθε στοιχείου, για κάθε κατηγορία στοιχείων
3. Συγκρότηση του συνόλου των στοιχείων με βάση τις απαιτήσεις της ισορροπίας μεταξύ των στοιχείων, για τη διατύπωση του συστήματος των εξισώσεων ισορροπίας
4. Επίλυση του συστήματος εξισώσεων ισορροπίας λαμβάνοντας υπόψη τις συνθήκες της ισορροπίας στο εσωτερικό των στοιχείων.

Η παραπάνω διαδικασία ισχύει για όλα τα είδη των διακριτών συστημάτων.

Στην περίπτωση των συνεχών συστημάτων τα στάδια επίλυσης είναι τα ίδια με τα παραπάνω, τώρα όμως γίνεται αναφορά σε ένα ή περισσότερα στοιχεία για να αποκτηθούν οι συνθήκες ισορροπίας στο εσωτερικό κάθε στοιχείου, του συμβιβαστού και των απαιτήσεων της ισορροπίας μεταξύ των στοιχείων. Οι διαφορικές εξισώσεις πρέπει να ισχύουν σε όλο το χώρο και να πληρούν τις οριακές συνθήκες.

Στα δυναμικά προβλήματα πρέπει επίσης να ικανοποιούνται και οι αρχικές συνθήκες.

Η διατύπωση των διαφορικών εξισώσεων γίνεται με δύο τρόπους:

1. Εφαρμόζοντας τις συνθήκες στατικής (ή δυναμικής) ισορροπίας, και θεωρώντας τις δυνάμεις (ροπές) που ασκούνται στην κατασκευή ή
2. Με χρήση του λογισμού των μεταβολών

Η πρώτη μέθοδος οδηγεί σε διαφορικές εξισώσεις οι οποίες επιλύονται με ανάλογες διαδικασίες. Η γενική μορφή της δευτεροβάθμιας μερικής διαφορικής εξίσωσης στο επίπεδο  $(x, y)$  είναι:

$$A(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \varphi \left( x, y, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (1)$$

όπου  $u$  είναι άγνωστη, εξαρτημένη, καταστατική μεταβλητή. Η εξίσωση καλείται *ελλειπτική*, *παραβολική* ή *υπερβολική*, αναλόγως των τιμών των συντελεστών  $A$ ,  $B$  και  $C$ , δηλαδή:

$$\begin{aligned} B^2 - 4AC &< 0 \rightarrow \text{ελλειπτική} \\ &= 0 \rightarrow \text{παραβολική} \\ &> 0 \rightarrow \text{υπερβολική} \end{aligned}$$

Παραδείγματα αποτελούν οι εξισώσεις Laplace, μετάδοσης θερμότητας και μετάδοσης κυμάτων (ηχητικών, τασικών) αντίστοιχα.

## B.2 Η μέθοδος του λογισμού των μεταβολών

Η αρχή της *στάσιμης δυναμικής ενέργειας* ισχύει για συντηρητικά συστήματα και ορίζει ότι:

*Από τις επιτρεπόμενες διατάξεις ενός συντηρητικού συστήματος, υφίσταται στάσιμο της δυναμικής ενέργειας για εκείνες που ικανοποιούν τις εξισώσεις ισορροπίας, εφόσον οι μεταβολές των μετατοπίσεων είναι επιτρεπτές.*

Ένα σύστημα καλείται *συντηρητικό* εάν η εσωτερική (παραμορφωσιακή) ενέργεια και το δυναμικό των εξωτερικών φορτίων είναι ανεξάρτητα της τελικής μετατόπισής του. Θα πρέπει δηλαδή και τα δύο μεγέθη να είναι συντηρητικά για να εξασφαλισθεί ότι το σύστημα είναι συντηρητικό. Παράδειγμα συντηρητικού συστήματος είναι ελαστικό ελατήριο πακτωμένο στο ένα άκρο και το οποίο φέρει φορτίο  $F$  στο άλλο. Εάν μετά την επιβολή του φορτίου παραμένουν μόνιμες παραμορφώσεις το σύστημα είναι μη-συντηρητικό.

Κατά τη θεωρία των μεταβολών υπολογίζεται το *συναρτησιακό*  $\Pi$  του συστήματος και προσδιορίζεται το στάσιμο όπου  $\delta\Pi=0$ . Στη γραμμική ελαστική ανάλυση παραμορφώσιμων σωμάτων υπό την επίδραση γενικευμένων εξωτερικών φορτίων το συναρτησιακό  $\Pi$  εκφράζει τη συνολική δυναμική ενέργεια του συστήματος και δίνεται από τη σχέση:

$$\Pi = U - W \quad (2)$$

Στην παραπάνω σχέση  $U$  είναι η *ενέργεια παραμόρφωσης* και  $W$  είναι το *δυναμικό των εξωτερικών φορτίων*. Εάν εφαρμοσθεί η αρχή της στάσιμης δυναμικής ενέργειας σε σύστημα με μεγάλο αριθμό βαθμών ελευθερίας ισχύει:

$$\delta\Pi = \frac{\partial\Pi}{\partial U_1} dU_1 + \frac{\partial\Pi}{\partial U_2} dU_2 + \dots + \frac{\partial\Pi}{\partial U_n} dU_n = 0 \quad (3)$$

όπου  $U_1, U_2, \dots, U_n$  είναι καταστατικές μεταβλητές (μετατοπίσεις, περιστροφές) αντίστοιχων βαθμών ελευθερίας. Το σώμα ισορροπεί όταν  $\delta\Pi=0$  για κάθε επιτρεπόμενη μεταβολή της διάταξης. Αυτό είναι εφικτό μόνον όταν οι συντελεστές των  $dU_i$  μηδενίζονται για κάθε περίπτωση ξεχωριστά. Άρα, για  $i=1, 2, 3, \dots, n$ ,

$$\frac{\partial\Pi}{\partial U_i} = 0 \quad \left[ \frac{\partial\Pi}{\partial \mathbf{U}} \right] = \mathbf{0} \quad (4)$$

Η συνθήκη η οποία απαιτείται για την εύρεση των συναρτήσεων μπορεί να γραφεί και ως:

$$\delta\Pi=0 \quad (5)$$

όπου το  $\delta$  συμβολίζει *τυχαία δυνατή μεταβολή* της καταστατικής μεταβλητής (που ικανοποιεί τις οριακές συνθήκες). Οι δεύτερες παράγωγοι του συναρτησιακού  $\Pi$  ως προς τις καταστατικές μεταβλητές αντιστοιχούν σε *ακρότατα*. Η μέθοδος του λογισμού των μεταβολών αποτελεί ισχυρό όπλο για την επίλυση πολλών προβλημάτων επειδή οι οριακές συνθήκες που αντιστοιχούν σε δυνάμεις και (ή) ροπές περιλαμβάνονται στη διατύπωση της λύσης. Οι οριακές συνθήκες διακρίνονται σε:

- *Αναγκαίες (ή ουσιώδεις)* δηλ. μετατοπίσεις και περιστροφές
- *Φυσικές (ή δυνάμεων)* δηλ. δυνάμεις και ροπές

Η διαδικασία επίλυσης προβλημάτων με τη χρήση του λογισμού των μεταβολών ακολουθεί την εξής διαδικασία:

1. Διατυπώνεται το συναρτησιακό  $\Pi$
2. Προσδιορίζονται οι γεωμετρικές οριακές συνθήκες
3. Εφαρμόζεται η συνθήκη  $\delta\Pi = 0$  (ή  $\partial\Pi/\partial U_i = 0$ ), για να ληφθούν οι διαφορικές εξισώσεις και οι φυσικές οριακές συνθήκες του προβλήματος.

## B.2.1 Η αρχή του στάσιμου της δυναμικής ενέργειας και η αρχή των δυνατών έργων

Εύκολα μπορούμε να δείξουμε για ένα γραμμικό ελαστικό συνεχές μέσο ότι η αρχή των δυνατών έργων οδηγεί σε ταυτόσημη διατύπωση των εξισώσεων ισορροπίας με αυτή της αρχής του στάσιμου της δυναμικής ενέργειας.

Το συναρτησιακό  $\Pi$  γραμμικού ελαστικού μέσου δίνεται από τη σχέση:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon} dV - \int_V \mathbf{U}^T \mathbf{f}^B dV - \int_S \mathbf{U}^{ST} \mathbf{f}^S dS - \sum_i \mathbf{U}^{iT} \mathbf{F}^i \quad (6)$$

και  $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon}$ . Θέτουμε  $\delta \Pi / \delta U_i = 0$  (ή  $\delta \Pi = 0$ ) και εφόσον το  $\mathbf{E}$  είναι συμμετρικό μητρώο έχουμε:

$$\int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon} dV = \int_V \delta \mathbf{U}^T \mathbf{f}^B dV + \int_S \delta \mathbf{U}^{ST} \mathbf{f}^S dS + \sum_i \delta \mathbf{U}^{iT} \mathbf{F}^i \quad (7)$$

Για να υπολογισθεί το  $\Pi$  στην Σχέση (6) οι μετατοπίσεις πρέπει να πληρούν τις γεωμετρικές (αναγκαίες) οριακές συνθήκες. Άρα στην Σχέση (7) θεωρούνται μεταβολές των μετατοπίσεων οι οποίες ικανοποιούν τις αναγκαίες οριακές συνθήκες όπως και οι αντίστοιχες μεταβολές των παραμορφώσεων. Συνεπώς η θεώρηση του στάσιμου του συναρτησιακού  $\Pi$  είναι αντίστοιχη με την εφαρμογή της αρχής των δυνατών έργων και μπορούμε να θέσουμε:

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}, \quad \delta \mathbf{U} = \bar{\mathbf{U}}, \quad \delta \mathbf{U}^S = \bar{\mathbf{U}}^S, \quad \delta \mathbf{U}^i = \bar{\mathbf{U}}^i \quad (8)$$

και επομένως η Σχέση (7) ταυτίζεται με την αρχή των δυνατών έργων. Στο σημείο αυτό πρέπει να τονισθεί ότι οι δυνατές παραμορφώσεις που περιλαμβάνονται στη Σχέση (7) αντιστοιχούν στις επιβαλλόμενες σωματειακές και επιφανειακές δυνατές μετατοπίσεις, και ότι αυτές μπορούν να είναι οποιοδήποτε σύνολο συμβιβαστών μετατοπίσεων που ικανοποιούν τις γεωμετρικές οριακές συνθήκες. Η Σχέση (7) εκφράζει την γενική συνθήκη ισορροπίας και για διάφορες δυνατές μετατοπίσεις λαμβάνονται διαφορετικές εξισώσεις ισορροπίας. Η σχέση αυτή περιλαμβάνει όμως και τις συνθήκες του γεωμετρικού συμβιβαστού και τις καταστατικές εξισώσεις του υλικού, εφόσον εφαρμοσθεί κατάλληλα η αρχή των δυνατών έργων. Οι μετατοπίσεις δηλαδή πρέπει να είναι συνεχείς και συμβιβαστές και πρέπει επίσης να ικανοποιούν όλες τις οριακές συνθήκες, οι δε τάσεις πρέπει να δίνονται από τις αντίστοιχες καταστατικές εξισώσεις για δεδομένες παραμορφώσεις. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι η αρχή των δυνατών έργων περικλείει όλες τις (αναγκαίες) συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται για την επίλυση των προβλημάτων μηχανικής.

## B.2.2 Ιδιότητες του μητρώου ακαμψίας της κατασκευής

Ισχύουν τα παρακάτω:

1. Συστήματα με γραμμική σχέση φορτίου-μετατόπισης έχουν συμμετρικό μητρώο ακαμψίας,  $\mathbf{K}_{ij} = \mathbf{K}_{ji}$ . Αυτό προκύπτει από το ότι κάθε ζεύγος όρων του μητρώου ακαμψίας που είναι συμμετρικά διατεταγμένο ως προς την κύρια διαγώνιο προέρχεται από τον ίδιο όρο του συναρτησιακού  $\Pi$ . Οι όροι αυτοί έχουν μορφή (σταθερά)  $(\mathbf{U}_i \mathbf{U}_j)$ . Άρα,

$$\mathbf{K}_{ij} = \partial^2 \Pi / \partial \mathbf{U}_i \partial \mathbf{U}_j = \partial^2 \Pi / \partial \mathbf{U}_j \partial \mathbf{U}_i = \mathbf{K}_{ji} \quad (9)$$

2. Εάν  $\mathbf{U}_i$  είναι κομβικές μετατοπίσεις (ή περιστροφές) οι σχέσεις:

$$\partial \Pi / \partial \mathbf{U}_i = \mathbf{0} \quad (10)$$

συνιστούν εξισώσεις ισορροπίας κόμβων στην κατεύθυνση  $\mathbf{U}_i$ .

3. Η στατική αοριστία δεν επηρεάζει την διαδικασία ούτε περιπλέκει την επίλυση του προβλήματος.

4. Εάν η παραμορφωσιακή ενέργεια  $U$  είναι μηδέν τότε είτε  $\mathbf{U}=\mathbf{0}$  είτε έχουμε συμπεριφορά άκαμπτου σώματος. Εάν αποκλεισθεί το δεύτερο, τότε:

$$(1/2)\mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} > 0 \quad (11)$$

για  $\mathbf{U}$  διάφορο του μηδενός. Άρα το  $\mathbf{K}$  είναι θετικά ορισμένο μητρώο.

5. Οι αναγκαίες συνθήκες περιλαμβάνονται στο συναρτησιακό ενώ οι φυσικές συνθήκες απορρέουν από την τελική λύση του προβλήματος.

Εκτός της αρχής της ελάχιστης δυναμικής ενέργειας της, η διατύπωση του συναρτησιακού για προβλήματα μηχανικής μπορεί να γίνει με βάση τις παρακάτω μεταβολικές αρχές:

- Την αρχή της ελάχιστης συμπληρωματικής ενέργειας,
- Την αρχή των Hellinger-Reissner και
- Την αρχή των Hu-Washizu

Σε ορισμένες περιπτώσεις είναι δυνατόν να ισχύουν περισσότερες από μία μεταβολικές αρχές.

Ένα από τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα της μεθόδου των μεταβολών σε σύγκριση με τη διαφορική διατύπωση είναι ότι για προσεγγιστικές λύσεις, μπορεί να γίνει χρήση μεγαλύτερου αριθμού δοκιμαστικών συναρτήσεων (μετατοπίσεων). Αυτό συμβαίνει διότι δεν απαιτείται οι συναρτήσεις αυτές να πληρούν το σύνολο των οριακών συνθηκών.

## B.3 Η μέθοδος Rayleigh-Ritz

Περί το 1870 ο Rayleigh έκανε χρήση προσεγγιστικού πεδίου ενός βαθμού ελευθερίας για να προσδιορίσει τις μετατοπίσεις ταλαντευόμενου σώματος, ενώ το 1909 ο Ritz ανέπτυξε ένα ακριβέστερο προσεγγιστικό πεδίο κάνοντας χρήση περισσότερων συναρτήσεων, έτσι ώστε να ικανοποιούνται και οι αναγκαίες οριακές συνθήκες. Παρακάτω θα περιγραφεί η εφαρμογή της μεθόδου για σώμα υπό στατική φόρτιση.

Θεωρούμε ελαστικό σώμα επί του οποίου ασκούνται φορτία και αναπτύσσονται πεδία τάσεων και μετατοπίσεων. Η μετατόπιση κάθε ενός σημείου του σώματος περιγράφεται από τις συνισταμένες της  $u$ ,  $v$  και  $w$  στις κατευθύνσεις του συστήματος αναφοράς,  $Ox$ ,  $Oy$  και  $Oz$ . Μία λύση Rayleigh-Ritz βασίζεται σε προσεγγίσεις των πεδίων των μετατοπίσεων με απειροστές σειρές, κάθε δε όρος της σειράς είναι συνάρτηση των συντεταγμένων του σημείου και έχει άγνωστο μέγεθος  $a_i$ . Τα  $a_i$  θεωρούνται γενικευμένες συντεταγμένες. Έχουμε:

$$\begin{aligned} u &= \sum_{i=1}^l a_i f_i \\ v &= \sum_{i=l+1}^m a_i f_i \\ w &= \sum_{i=m+1}^n a_i f_i \end{aligned} \quad (12)$$

Οι συναρτήσεις  $f_i$  πρέπει να είναι επιτρεπτές, πρέπει δηλαδή να πληρούν τις συνθήκες γεωμετρικού συμβιβαστού και τις αναγκαίες οριακές συνθήκες. Κατά κανόνα οι συναρτήσεις αυτές εκφράζονται με πολυωνυμική μορφή και για τη διατύπωση μίας συγκεκριμένης λύσης χρησιμοποιείται ένας πεπερασμένος αριθμός όρων κάθε σειράς. Οι βαθμοί ελευθερίας του προβλήματος αντιστοιχούν στα μεγέθη  $a_i$ , τα οποία υπολογίζονται αντικαθιστώντας τις σχέσεις (6) στις σχέσεις γεωμετρικού συμβιβαστού:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial y \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (13)$$

απ' όπου υπολογίζονται οι παραμορφώσεις  $\varepsilon$ . Ακολούθως χρησιμοποιείται το συναρτησιακό  $\Pi$ , το οποίο εξαρτάται πλέον από τις τιμές των συντελεστών  $a_i$ . Κάνοντας χρήση της αρχής της ελάχιστης δυναμικής ενέργειας η ισορροπία του σώματος ορίζεται από το σύστημα των αλγεβρικών εξισώσεων:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_i} = 0 \quad \text{για } i = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

Επιλύοντας τις εξισώσεις (14) για συγκεκριμένες τιμές των  $a_i$  αποκτώνται τα πεδία των μετατοπίσεων  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$ , και  $\mathbf{w}$ . Η παραγωγή των πεδίων  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$ , και  $\mathbf{w}$  οδηγεί σε σχέσεις για τις παραμορφώσεις, και από αυτές αποκτώνται τα πεδία των τάσεων σε κάθε σημείο του σώματος. Για προβλήματα μηχανικής οι σχέσεις (14) κατά κανόνα διατυπώνονται ως μητρωικές εξισώσεις.

Οι λύσεις που αποκτώνται με τη μέθοδο Rayleigh-Ritz είναι προσεγγιστικές, διότι οι συναρτήσεις κατά κανόνα δεν είναι ικανές να αναπαραστήσουν με απόλυτη ακρίβεια τις πραγματικές μετατοπίσεις. Η διαδικασία επίλυσης συνίσταται α) στην επιλογή της κατηγορίας των δοκιμαστικών συναρτήσεων με επιτρεπτές λύσεις για το συγκεκριμένο πρόβλημα και β) την εφαρμογή κριτηρίου για την επιλογή της βέλτιστης μορφής των δοκιμαστικών συναρτήσεων. Για προβλήματα μηχανικής θέτουμε  $\delta\Pi=0$ .

Το συναρτησιακό  $\Pi$  εκφράζει την ενεργειακή ισορροπία ελαστικού σώματος υπό την επίδραση καταναμημένων και συγκεντρωμένων φορτίων:

$$\Pi = \int_V \left[ \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon}_o + \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma}_o \right] dV - \int_V \mathbf{U}^T \mathbf{f}^b dV - \int_S \mathbf{U}_s^T \mathbf{f}^s dS - \mathbf{D}^T \mathbf{F} \quad (15)$$

Το πρώτο ολοκλήρωμα στην παραπάνω σχέση αντιστοιχεί στην παραμορφωσιακή ενέργεια ανά μονάδα όγκου του σώματος, και περιλαμβάνει την παραμορφωσιακή ενέργεια που οφείλεται στις εξωτερικές φορτίσεις και αυτήν που οφείλεται στα αρχικά παραμορφωσιακά και εντατικά πεδία. Το δεύτερο ολοκλήρωμα αντιστοιχεί στο έργο αδρανειακών φορτίων (κίνηση άκαμπτου σώματος) ενώ το τρίτο ολοκλήρωμα αντιστοιχεί στο έργο επιφανειακών φορτίων. Ο τελευταίος όρος αντιστοιχεί στο έργο των συγκεντρωμένων φορτίων,  $\mathbf{F}$ .

Συνήθως επιλέγονται πολυωνυμικές μορφές για τα προσεγγιστικά πεδία ενώ μπορούν να χρησιμοποιηθούν και ημιτονικές ή συνημιτονικές συναρτήσεις. Για να προσδιορισθεί ο καλύτερος συνδυασμός δοκιμαστικών συναρτήσεων πρέπει να γίνουν προκαταρκτικοί υπολογισμοί διότι δεν υπάρχουν γενικοί κανόνες. Εάν για κάποιο συγκεκριμένο πρόβλημα αποκτάται μία σειρά λύσεων, για κάθε μία από τις οποίες προστίθεται ένας όρος στο προσεγγιστικό πεδίο, αναμένουμε σύγκλιση των αποτελεσμάτων στη ακριβή λύση ( $\Pi$ , μετατοπίσεις, τάσεις). Αποτελεί αναγκαία συνθήκη για την σύγκλιση των αποτελεσμάτων η σειρά των όρων να είναι *πλήρης*.

Η πληρότητα εξασφαλίζεται εάν οι ακριβείς μετατοπίσεις και οι παράγωγοί τους που περιλαμβάνονται στο συναρτησιακό  $\Pi$  προσεγγίζονται κατά βούληση προσθέτοντας νέους όρους στη δοκιμαστική συνάρτηση. Οι πολυωνυμικές σειρές είναι πλήρεις εάν η τάξη τους είναι επαρκώς υψηλή και δεν λείπουν όροι. Για να εξασφαλίζεται πληρότητα πρέπει να περιλαμβάνονται και οι όροι χαμηλότερης τάξης, διότι διαφορετικά δεν θα επιτευχθεί προσέγγιση στο σωστό πεδίο τιμών όσο μεγάλος και να είναι ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων όρων. Πρέπει επίσης να μην παραλείπονται όροι.

Η λύση που προκύπτει είτε είναι απόλυτα ακριβής είτε προσδίδει στην κατασκευή πλεονάζουσα ακαμψία. Αυτό συμβαίνει διότι το μαθηματικό πρότυπο επιτρέπει την

παραμόρφωση της κατασκευής με ένα περιορισμένο αριθμό μορφών, που εξαρτώνται από την υπέρθεση του πεπερασμένου αριθμού των επιλεγμένων συναρτήσεων  $f_i$  που περιλαμβάνονται στο υποτιθέμενο πεδίο. Αυτό που συμβαίνει είναι ότι το δοκιμαστικό πεδίο υποχρεώνει την κατασκευή να παραμορφωθεί σύμφωνα με τις μορφές που περιέχει. Το έργο των εξωτερικών δυνάμεων που αυξάνει σταδιακά από το μηδέν στο  $F$  δίνεται από τη σχέση  $W = \mathbf{U}^T \mathbf{F} / 2$  εάν η συμπεριφορά είναι γραμμική ελαστική. Το προσεγγιστικό πεδίο  $U$  είναι τέτοιο ώστε το έργο  $W$  να είναι λιγότερο της προσδοκώμενης (θεωρητικής) τιμής. Αυτό δεν σημαίνει ότι γίνεται υποεκτίμηση για κάθε  $U_i$ , στην περίπτωση όμως που το εξωτερικό φορτίο είναι συγκεντρωμένο, η προκύπτουσα μετατόπιση συνιστά κάτω όριο της σωστής τιμής.

Από τη σχέση  $U=W$  συμπεραίνουμε ότι στην προσεγγιστική λύση γίνεται υποεκτίμηση της παραμορφωσιακής ενέργειας (όταν επιβάλλονται φορτία). Στην περίπτωση όμως που επιβάλλονται μετατοπίσεις, γίνεται υπερεκτίμηση της παραμορφωσιακής ενέργειας διότι πρόσθετο φορτίο απαιτείται για την επίτευξη των προδιαγραφόμενων μετατοπίσεων. Όταν προδιαγράφονται μετατοπίσεις και δυνάμεις η παραμορφωσιακή ενέργεια μπορεί να υπερεκτιμάται ή να υποεκτιμάται.

Επειδή οι τάσεις υπολογίζονται από τις μετατοπίσεις, για την άκαμπτη κατασκευή οι τάσεις κατά κανόνα θα υποεκτιμώνται. Εάν όμως εξετάσουμε τα αποτελέσματα άλλων περιπτώσεων βλέπουμε ότι σε άλλα σημεία της κατασκευής οι τάσεις είναι μικρότερες των πραγματικών ενώ σε άλλα είναι μεγαλύτερα. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι γενικός κανόνας δεν υπάρχει για την επίδραση του προσεγγιστικού πεδίου στις τάσεις.

## B.4 Συναρτησιακά, εξισώσεις Euler και πεπερασμένα στοιχεία

Αναφέρθηκε προηγουμένως ότι σε προβλήματα μηχανικής για την διατύπωση του συναρτησιακού μπορεί να γίνει χρήση περισσότερων της μίας μεταβολικής αρχής (αρχή της ελάχιστης δυναμικής ενέργειας, αρχή της ελάχιστης συμπληρωματικής ενέργειας, αρχή του Reissner κ.ά.).

Για το συναρτησιακό  $\Pi$  δύο εξαρτημένων μεταβλητών  $u=u(x, y)$ ,  $v=v(x, y)$  με ανεξάρτητες μεταβλητές  $x$  και  $y$  (καρτεσιανές συντεταγμένες) που εκφράζεται γενικά με τη μορφή:

$$\Pi = \iint F(x, y, u, v, u_x, u_y, v_x, v_y, \dots, v_{yy}) dx dy \quad (16)$$

υποθέτουμε ότι η  $F$  δεν περιλαμβάνει παραγώγους με βαθμό μεγαλύτερο του δεύτερου. Τότε, αποδεικνύεται ότι υπάρχει ένας ίσος αριθμός εξισώσεων με τον αριθμό των εξαρτημένων μεταβλητών πεδίου. Οι εξισώσεις αυτές καλούνται εξισώσεις Euler και συνιστούν τις διαφορικές εξισώσεις του φυσικού προβλήματος.

Οι εξισώσεις Euler αποκτώνται με τη μέθοδο των μεταβολών και για το γενικευμένο συναρτησιακό  $\Pi$  της Σχέσης (16) έχουν την παρακάτω μορφή:



$$\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial u_y} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial F}{\partial u_{xx}} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{\partial F}{\partial u_{xy}} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \frac{\partial F}{\partial u_{yy}} = 0 \quad (17.a)$$

$$\frac{\partial F}{\partial v} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial v_y} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial F}{\partial v_{xx}} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{\partial F}{\partial v_{xy}} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \frac{\partial F}{\partial v_{yy}} = 0 \quad (17.b)$$

Η Σχέση (16) καλείται *ασθενής μορφή* (weak form) ενώ οι σχέσεις (17.a-b) καλούνται *ισχυρή ή κύρια μορφή* διατύπωσης του φυσικού προβλήματος.

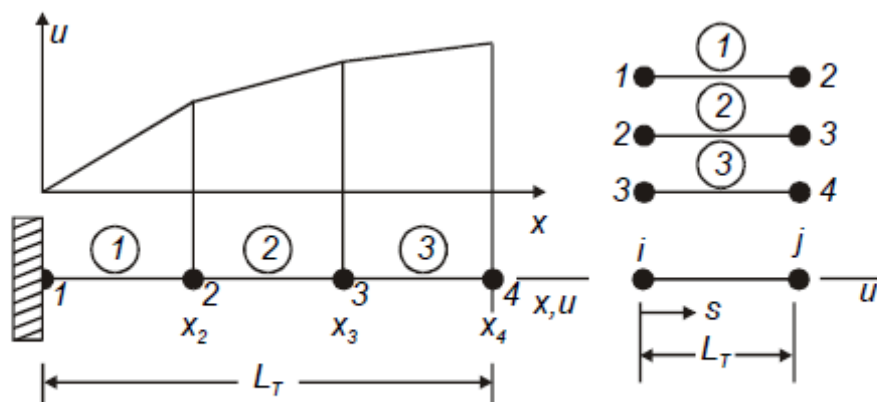
Βλέπουμε λοιπόν ότι είναι δυνατό να διατυπωθεί η λύση ενός φυσικού προβλήματος ακολουθώντας τη μέθοδο Rayleigh-Ritz έτσι ώστε το συναρτησιακό  $\Pi$  που περιγράφει το πρόβλημα να συνδυασθεί με τις δοκιμαστικές συναρτήσεις που περιγράφουν τη συμπεριφορά κάθε στοιχείου (πεδία μετατοπίσεων). Συνδυάζοντας κατάλληλα τα παραπάνω αποκτώνται οι ιδιότητες των στοιχείων για το συγκεκριμένο πρόβλημα και οι εξισώσεις που περιγράφουν τη συμπεριφορά του σώματος.

Για να αποκτηθούν τέλος αριθμητικά αποτελέσματα πρέπει να επιλεγούν:

- Η μορφή του στοιχείου (επίπεδο, στερεό, τριγωνικό, τετράπλευρο κλπ)
- Ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας σε κάθε κόμβο
- Η κατανομή των κόμβων σε κάθε στοιχείο
- Η συνάρτηση μορφής του στοιχείου

## B.5 Πολυωνυμικά πεδία με συνέχεια κατά τμήματα

Θα επιδιώξουμε τώρα να δείξουμε πως μπορούμε να διατυπώσουμε το πεδίο των μετατοπίσεων με μετατοπίσεις  $u$  αντί των συντελεστών  $a_i$ . Η χρήση των  $u$  σε συνάρτηση με πολυωνυμικά πεδία με τμηματική συνέχεια καταλήγει σε μία διατύπωση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων που μπορεί εύκολα να κωδικοποιηθεί σε υπολογιστή.



(α) Δοκός με αξονικό φορτίο

(β) Γενεσιουργό στοιχείο

Σχήμα B.5-1 : Πεδία μετατοπίσεων σε δοκό υποδιαιρεμένη σε τρία στοιχεία

Αρχικά κάνουμε χρήση των  $\alpha_i$  και μετά τις αντικαθιστούμε με συναρτήσεις των βαθμών ελευθερίας  $u$  στους κόμβους της κατασκευής. Θεωρούμε τη δοκό του Σχήματος (B.1).

Το επιβαλλόμενο φορτίο ασκείται κατά μήκος του άξονα της δοκού. Οι επαγόμενες μετατοπίσεις  $u$  στο διάστημα  $x=0$  έως  $x=L$  δίνονται προσεγγιστικά ως τρία γραμμικά πεδία:

$$u = a_1 + a_2x \quad 0 \leq x \leq x_2 \quad (18.a)$$

$$u = a_3 + a_4x \quad x_2 \leq x \leq x_3 \quad (18.b)$$

$$u = a_5 + a_6x \quad x_3 \leq x \leq x_4 \quad (18.c)$$

όπου οι  $a_i$  είναι βαθμοί ελευθερίας που πρέπει να προσδιορισθούν. Για να είναι επιτρεπτό το παραπάνω πεδίο θα πρέπει  $u=0$  για  $x=0$ , επίσης δε πρέπει η μετατόπιση  $u$  που προκύπτει από τις Σχέσεις (18.a) και (18.b) να είναι η ίδια στο σημείο  $x_2$ , η δε μετατόπιση που προκύπτει από τις Σχέσεις (18.b) και (18.c) να είναι η ίδια με αυτή στο σημείο  $x_3$ . Από τις τρεις αυτές συνθήκες προκύπτει ότι  $a_1 = 0$ ,  $a_3 = (a_2 - a_4)x_2$  και  $a_5 = (a_2 - a_4)x_2 + (a_4 - a_6)x_3$ . Άρα,

$$u = a_2x \quad 0 \leq x \leq x_2 \quad (19.a)$$

$$u = a_2x_2 + a_4(x - x_2) \quad x_2 \leq x \leq x_3 \quad (19.b)$$

$$u = a_2x_2 + a_4(x_3 - x_4) + a_6(x - x_3) \quad x_3 \leq x \leq x_4 \quad (19.c)$$

Η παραπάνω διαδικασία έχει μειονεκτήματα. Κατά πρώτο, οι συντελεστές  $a_i$  δεν έχουν φυσική έννοια και κατά δεύτερο η μετάβαση από τις Σχέσεις (19.a) στις Σχέσεις (19.b) και ο προσδιορισμός των συντελεστών  $a_i$  από τις σχέσεις  $\partial\Pi/\partial a_i = 0$  δεν κωδικοποιείται εύκολα στον υπολογιστή. Τα μειονεκτήματα αυτά αποφεύγονται εάν εκφρασθούν τα προσεγγιστικά πεδία συναρτήσεων των βαθμών ελευθερίας στους κόμβους. Η διαδικασία περιγράφεται παρακάτω.

#### Μητρώο συνάρτησης μορφής

Θεωρούμε το γενεσιουργό στοιχείο του Σχήματος (B.1.β). Η μετατόπιση  $u$  θεωρείται ότι μεταβάλλεται γραμμικά με τη συντεταγμένη  $s$ . Το πεδίο των μετατοπίσεων πρέπει να αποδίδει τις τιμές  $u = u_i$  και  $u = u_j$  στα δύο άκρα. Μπορούμε τότε να συντάξουμε την παρακάτω σχέση:

$$u = \frac{L-s}{L}u_i + \frac{s}{L}u_j \quad (20)$$

ή

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{u}$$

όπου

$$\mathbf{N} = \left[ \frac{L-s}{L} \quad \frac{s}{L} \right] \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix}$$

Το μητρώο  $N$  καλείται *μητρώο συνάρτησης μορφής* (*shape function matrix*) ενώ οι όροι του καλούνται *συναρτήσεις μορφής* ή *παρεμβολής* (*shape (interpolation) function*) και περιγράφουν πως μεταβάλλονται οι μετατοπίσεις  $u$  όταν ο αντίστοιχος βαθμός ελευθερίας είναι ίσος με τη μονάδα ενώ οι άλλοι είναι ίσοι με το μηδέν, συναρτήσει της ανεξάρτητης μεταβλητής  $x$ . Στις πιο απλές περιπτώσεις μπορούμε συνήθως να συντάξουμε απ' ευθείας τις συναρτήσεις μορφής.

Ας θεωρήσουμε ξανά το γενεσιουργό στοιχείο του σχήματος. Επιλέγουμε το γραμμικό πεδίο:

$$u = a_1 + a_2 s$$

ή

$$\mathbf{u} = [1 \quad s] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Το πεδίο αυτό πρέπει να λάβει τιμές  $u = u_i$  για  $s = 0$  και  $u = u_j$  για  $s = L$ .

$$\begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

ή

$$\mathbf{u} = \mathbf{A} \quad (22)$$

Επιλύοντας ως προς  $\mathbf{a}$  και αντικαθιστώντας στην  $\mathbf{u}$  καταλήγουμε στην παρακάτω μορφή:

$$\mathbf{a} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{u} \quad \text{και} \quad \mathbf{u} = [1 \quad s] \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix} \quad (23)$$

Το μητρώο συνάρτησης μορφής  $N$  είναι τότε:

$$N = [1 \quad s] \mathbf{A}^{-1} = [1 \quad s] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/L & 1/L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L-s & s \\ L & L \end{bmatrix} \quad (24)$$

Σε όλα τα στοιχεία οι μετατοπίσεις μεταβάλλονται γραμμικά δεν έχουν όμως τις ίδιες τιμές διότι οι συντεταγμένες των άκρων και τα μήκη  $L$  διαφέρουν για κάθε στοιχείο.

## B.6 Η ΜΠΣ βασιζόμενη στη μέθοδο Rayleigh-Ritz

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να θεωρηθεί ως μια εφαρμογή της μεθόδου Rayleigh-Ritz, όταν το προσεγγιστικό πεδίο παρεμβάλλεται τμηματικά μεταξύ βαθμών ελευθερίας που αποτελούν κομβικές τιμές του πεδίου. Ο τρόπος διατύπωσης της λύσης θα δειχθεί με βάση το προηγούμενο παράδειγμα. Όπως και προηγουμένως, συντάσσουμε το συναρτησιακό  $\Pi (=U-W)$ , θεωρούμε  $\delta\Pi=0$  και στη συνέχεια επιλύουμε τις εξισώσεις  $\mathbf{KU}=\mathbf{F}$  ως προς τις μετατοπίσεις  $\mathbf{U}$ . Στα προγράμματα H/Y η παραπάνω μητρική εξίσωση συντάσσεται απευθείας, χωρίς να γίνει χρήση του συναρτησιακού.

*Μητρώο ακαμψίας στοιχείου*

Θεωρούμε ένα στοιχείο-δοκό μήκους  $L$  που κείται στον άξονα  $Ox$ . Η παραμόρφωση ισούται με  $\varepsilon_x = \partial u / \partial x = \partial u / \partial s$ . Τότε, έχουμε

$$\varepsilon_x = \mathbf{B}\mathbf{u}$$

όπου

$$\mathbf{B} = \frac{d}{ds} \mathbf{N} = \begin{bmatrix} -1/L & 1/L \end{bmatrix} \quad (25)$$

Το  $\mathbf{B}$  είναι το *μητρώο γεωμετρικού συμβιβαστού*. (geometrical compatibility matrix). Για  $L = L_T$  και  $dx = ds$ , η ενέργεια παραμόρφωσης ενός στοιχείου είναι:

$$U = \int_0^L \frac{1}{2} E \varepsilon_x^2 A ds = \frac{1}{2} \int_0^L \varepsilon_x^T A E \varepsilon_x ds \quad (26)$$

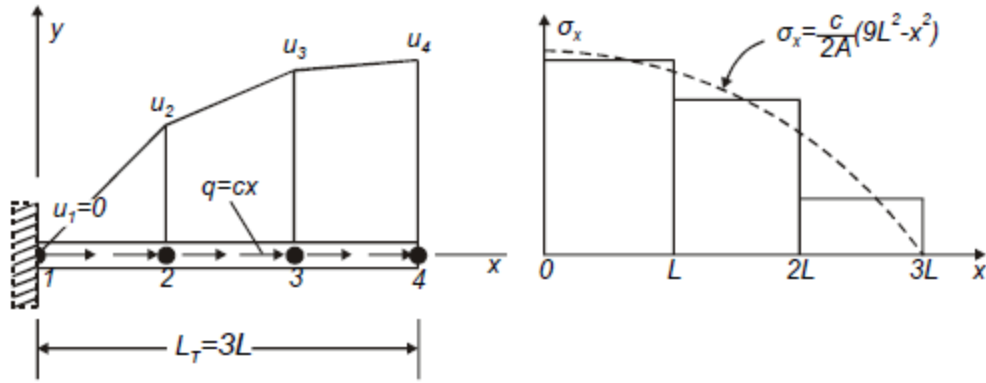
Γράφουμε το γινόμενο  $\varepsilon_x^2$  ως  $\varepsilon_x \varepsilon_x^T$  για διευκόλυνση της παραγωγίσιμης μητρώων που ακολουθεί. Από τις σχέσεις (25) και (26) και τη μητρική σχέση  $\mathbf{Nu} = \mathbf{u}^T \mathbf{N}^T$  έχουμε,

$$U = (1/2) \mathbf{u}^T \mathbf{k}\mathbf{u}$$

όπου

$$\mathbf{k} = \int_0^L \mathbf{B}^T \mathbf{E} \mathbf{A} \mathbf{B} ds$$

Εάν  $EA = \text{σταθερά}$ , το μητρώο ακαμψίας  $2 \times 2$  είναι ταυτόσημο με αυτό του στοιχείου-δοκού.



Σχήμα Β.6-1 : Προσεγγιστική και ακριβής λύση στο πρόβλημα της δοκού

### Φορτία

Το δυναμικό των εξωτερικών φορτίων είναι :

$$W = - \int_0^L \mathbf{u} \mathbf{F}_x A ds = - \int_0^L \mathbf{u}^T \mathbf{q} ds \quad (28)$$

Από τις Σχέσεις (20) και (28)

$$\mathbf{W} = -\mathbf{u}^T \mathbf{f}_e \quad \text{όπου} \quad \mathbf{f}_e = \int_0^L \mathbf{N}^T \mathbf{q} ds \quad (29)$$

Το μητρώο  $\mathbf{f}_e$  καλείται *μητρώο συμβατών δυνάμεων (compatible force matrix)* και περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο τα κατανεμημένα φορτία ασκούνται στους κόμβους έτσι ώστε να είναι συμβατά με το πεδίο των μετατοπίσεων.

Θεωρούμε λοιπόν ότι  $q = cx$  (γραμμική μεταβολή του εξωτερικού φορτίου). Στα στοιχεία 1, 2 και 3  $q = cx$ ,  $q = c(x_2 + s)$  και  $q = c(x_3 + s)$ . Εάν τα στοιχεία έχουν όλα μήκος ,

$$\mathbf{f}_{e1} = \frac{cL^2}{6} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (30.a)$$

$$\mathbf{f}_{e2} = \frac{cL^2}{6} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (30.b)$$

$$\mathbf{f}_{e3} = \frac{cL^2}{6} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} \quad (30.c)$$

### Εξισώσεις ισορροπίας της κατασκευής

Το ολικό δυναμικό της κατασκευής είναι το άθροισμα των συναρτησιακών των τριών στοιχείων,

$$\Pi = U - W = U_1 + U_2 + U_3 - W_1 - W_2 - W_3 \quad (31)$$

Διευρύνονται τα μητρώα κάθε στοιχείου στο επίπεδο της κατασκευής έτσι ώστε το μητρώο των μετατοπίσεων  $\mathbf{u}$  αντικαθίσταται από το μητρώο  $\mathbf{U}$ , που περιλαμβάνει όλους τους βαθμούς ελευθερίας της κατασκευής.

$$\begin{aligned} \Pi = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T & \left[ \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \right] \mathbf{U} \\ & - \mathbf{U}^T \left[ \frac{cL^2}{6} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{cL^2}{6} \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{cL^2}{6} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 7 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right] \end{aligned} \quad (32)$$

όπου  $F_1$  είναι η αντίδραση στο σημείο στήριξης  $x=0$ . Οι τέσσερις συνθήκες  $\partial\Pi/\partial U_i$  αποδίδουν τέσσερις μητρικές εξισώσεις  $\mathbf{KU}=\mathbf{F}$ . Οι σχέσεις αυτές αποκτώνται με τους κανόνες παραγωγίσις της μητρικής άλγεβρας. Οι τέσσερις αυτές σχέσεις γράφονται ως εξής:

$$\frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 12 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Η αναγκαία οριακή συνθήκη  $U_1 = 0$  επιβάλλεται αφαιρώντας την πρώτη σειρά και την πρώτη στήλη. Επιλύοντας τις υπόλοιπες εξισώσεις αποκτώνται λύσεις για τους υπόλοιπους βαθμούς ελευθερίας  $U_2, U_3$  και  $U_4$ . Το διάνυσμα των λύσεων είναι:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \frac{cL^3}{3EA} \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \\ 23 \\ 27 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Οι μετατοπίσεις αυτές αντιστοιχούν στα σημεία  $x=0, L, 2L, 3L$  και δείχνονται στο Σχήμα (B.2). Συγκρίνοντας με την ακριβή λύση βλέπουμε ότι οι μετατοπίσεις στους κόμβους συμπίπτουν με την ακριβή λύση. Στα περισσότερα προβλήματα όμως αυτό δεν συμβαίνει. Μεταξύ των κόμβων η προσεγγιστική λύση δεν συμπίπτει με την ακριβή λύση, διότι η μεν πρώτη βασίζεται σε γραμμική παρεμβολή ενώ η δεύτερη είναι τρίτου βαθμού. Για παράδειγμα, στο σημείο  $x = 3L/2$  έχουμε  $U = 6cL^3/EA$  και  $U = 6.1875cL^3/EA$  για την προσεγγιστική και την ακριβή λύση αντίστοιχα.

Η κατανομή των τάσεων αποκτάται κάνοντας χρήση της Σχέσης (25). Έχουμε:

$$\boldsymbol{\sigma}_x = \mathbf{E}\boldsymbol{\varepsilon}_x = \mathbf{E}\mathbf{B}\mathbf{u} = \frac{E}{L}[-1 \quad 1]\mathbf{u} \quad (35)$$

Η παραπάνω σχέση εφαρμοζόμενη στα τρία στοιχεία αποδίδει τα πεδία των τάσεων που περιλαμβάνονται στο Σχήμα (B.2). Παρατηρούμε τις απότομες αλλαγές και την σχετικά μεγαλύτερη έλλειψη ακρίβειας σε σχέση με τις μετατοπίσεις. Οι απότομες αυτές αλλαγές παρατηρούνται πάντοτε όταν το προσεγγιστικό πεδίο των μετατοπίσεων είναι γραμμικό.

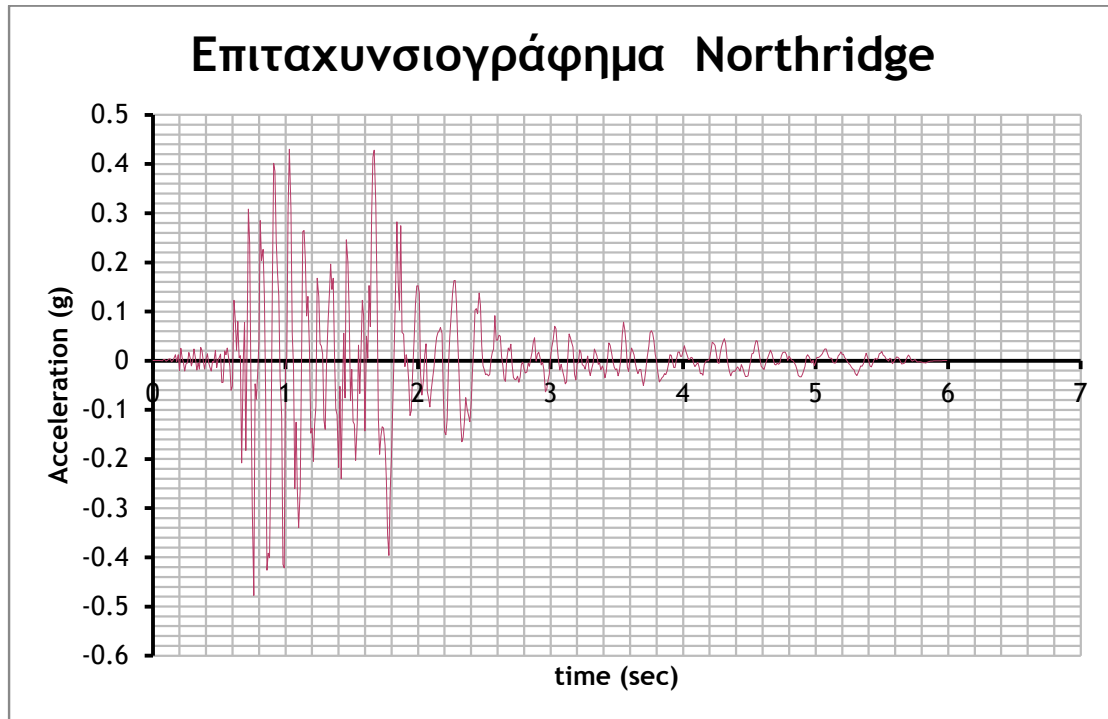
## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ**

---

# **ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΙΟΓΡΑΦΗΜΑΤΑ ΣΕΙΣΜΩΝ**

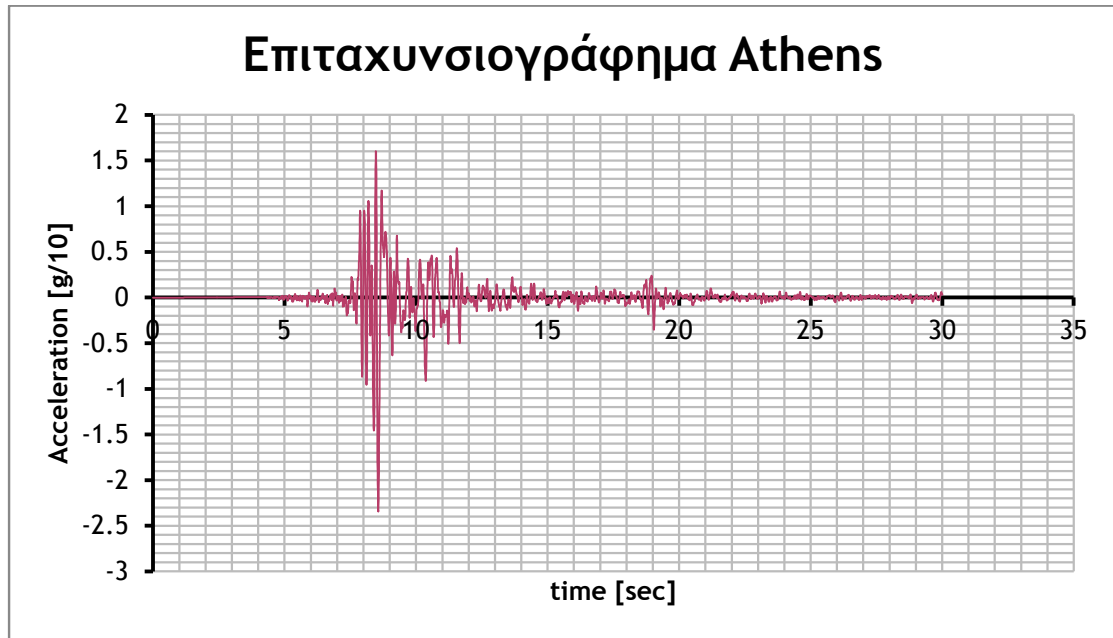


## Γ.1 Σεισμός Northridge



Η καταγραφή που χρησιμοποιήθηκε έχει την ονομασία NORTHHR/MUL279 και πραγματοποιήθηκε στο σταθμό Beverly Hills-Mulhol. Η διάρκεια της ήταν 6 δευτερόλεπτα (sec) και η μέγιστη επιτάχυνση εδάφους που παρατηρήθηκε ήταν 0.43g στο 1.03 sec.

## Γ.2 Σεισμός Αθήνας



Η καταγραφή πραγματοποιήθηκε σε σταθμό που υπήρχε στο Σύνταγμα της Αθήνας. Η μέτρηση διαρκεί 30 δευτερόλεπτα (sec) και η μέγιστη επιτάχυνση εδάφους ήταν 0.231g και σημειώθηκε στο 8.57 sec

Σημείωση: Οι διαφορές που παρατηρούνται ανάμεσα στα επιταχυνσιογραφήματα του Κεφαλαίου 3 με τα επιταχυνσιογραφήματα του Παραρτήματος οφείλονται στο γεγονός ότι οι καταγραφές των σεισμών στο Κεφάλαιο 3 πραγματοποιήθηκαν σε διαφορετικά σημεία από αυτά που χρησιμοποιήθηκαν στην εργασία.



## Βιβλιογραφία

- [1] Zhou H. ,Wang Y. , Yang L. , Shi Y. *Seismic low-cycle fatigue evaluation of welded beam-to-column connections in steel moment frames through global–local analysis*. International Journal of Fatigue, 2014.
- [2] Κυρζίδης Μ.Ι.Σ. , *Σχεδιασμός πλαισίων από χάλυβα με τη χρήση καμπυλών ολιγοκυκλικής κόπωσης*, 2009.
- [3] Βάγιας Ι.Κ. , *Σημειώσεις κόπωσης*, 2012.
- [4] Γεωργαντζίνος Σ.Κ. , *Μηχανική συμπεριφορά υλικών*.
- [5] Θανάσουλας Η.Δ. , *Κόπωση συνδέσεων σε πυλώνες ανεμογεννητριών*, 2014.
- [6] Ge HB, Kang L. *A damage index-based evaluation method for predicting the ductile crack initiation in steel structures*. J Earthquake Eng, 2012.
- [7] Coffin Jr LF. *A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal*. Trans ASME, 1954.
- [8] Nastar N, Anderson JC, Brandow GE, et al. *Effects of low-cycle fatigue on a 10-storey steel building*. Struct Des Tall Spec Build, 2010.
- [9] Nastar N, Brandow G, Anderson J, et al. *The effects of low-cycle fatigue in steel structures*. Forensic Eng, 2012.
- [10] Palmgren AG. *Die Lebensdauer von Kugellagern (life length of roller bearings)*.VDI Z, 1924.
- [11] Miner MA. *Cumulative damage in fatigue*. J Appl Mech – Trans ASME, 1945.
- [12] Krawinkler H, Zohrei M. *Cumulative damage in steel structures subjected to earthquake ground motions*. Comput Struct, 1983.
- [13] Downing SD, Socie DF. *Simple rainflow counting algorithms*. Int J Fatigue, 1982.
- [14] Γαντές Χ. , *Σιδηρές Κατασκευές Ι, Διάλεξη 2 για δομικό χάλυβα*, ΕΜΚ, ΕΜΠ, 2013.
- [15] Τζογαδώρος Π. , *Επίδραση του βαθμού παραμόρφωσης στη σεισμική συμπεριφορά μεταλλικών πλαισίων*, 2005.
- [16] Γαντές Χ. , *Επιστημονικό σεμινάριο ‘Χαλύβδινες και σύμμικτες κατασκευές’*, 2009.
- [17] EN 1993-1-8, Ευρωκώδικας 3. Σχεδιασμός κατασκευών από χάλυβα- Μέρος 1.8 , Σχεδιασμός κόμβων, 2003.
- [18] EN 1998-1, Ευρωκώδικας 8. Σχεδιασμός κατασκευών για σεισμική απόκριση, 2004.
- [19] Bathe K.J. *Finite Element Procedures*. Prentice Hall Inc, New Jersey, 1996.
- [20] Κοζάνης Σ. , *Ανάπτυξη προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων με εφαρμογές σε τρισδιάστατα προβλήματα μη γραμμικής συμπεριφοράς*, 1996.
- [21] Καρύδης Π.Α. , *Υπολογιστικές Μέθοδοι και Εφαρμογές σε Ναυπηγικές Κατασκευές, Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων, Βασικές έννοιες*.
- [22] Miller DK. *Lessons learned from the Northridge earthquake*. Eng Struct , 1998.
- [23] lee.civil.ntua.gr
- [24] [www.geodifis.com](http://www.geodifis.com)
- [25] en.wikipedia.org
- [26] [www.theatlantic.com](http://www.theatlantic.com)
- [27] [www.enet.gr](http://www.enet.gr)
- [28] [www.newsit.gr](http://www.newsit.gr)

- [29] [www.iefimerida.gr](http://www.iefimerida.gr)
- [30] ABAQUS. Standard user's manual version 6.4. Providence, RI: Hibbitt, Karlsson & Sorensen Inc.; 2004.
- [31] Kanvinde AM, Deierlein GG. *Cyclic void growth model to assess ductile fracture initiation in structural steels due to ultra low cycle fatigue*. J Struct Eng , 2007.
- [32] Rice JR, Tracey DM. *On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields*. J Mech Phys Solid, 1969.
- [33] Hancock JW, Mackenzie AC. *On the mechanics of ductile failure in highstrength steel subjected to multi-axial stress-states*. J Mech Phys Solid, 1976.
- [34] Καρύδης Π.Α. , *Υπολογιστικές Μέθοδοι και Εφαρμογές σε Ναυπηγικές Κατασκευές, Το θεωρητικό υπόβαθρο της ΜΠΣ: μέθοδος Rayleigh-Ritz*