



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ

Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

Διπλωματική Εργασία

**ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΦΟΡΕΩΝ
ΣΩΛΗΝΟΔΙΑΔΡΟΜΩΝ**



Ελένη Κοσμίδου

Επιβλέπων:

Χάρης Γαντές, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

**ΑΘΗΝΑ, ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2015
ΕΜΚ ΔΕ 2015/38**

Ελένη Ι. Κοσμίδου (2015)
Σχεδιασμός μεταλλικών φορέων σωληνοδιαδρόμων
Διπλωματική Εργασία ΕΜΚ ΔΕ 2015/38
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα

Eleni I. Kosmidou (2015)
Design of structural steel pipe racks
Diploma Thesis ΕΜΚ ΔΕ 2015/38
Institute of Steel Structures, National Technical University of Athens, Greece

Copyright © Eleni I. Kosmidou, 2015

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ' ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

No part of these pages, either text or image may be used for any purpose other than personal use. Therefore, reproduction, modification, storage in a retrieval system or retransmission, in any forms or by any mean, electronic, mechanical or otherwise, for reasons other than personal use, is strictly prohibited without prior written permission.



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Διπλωματική Εργασία
ΕΜΚ ΔΕ 2015/38

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΦΟΡΕΩΝ ΣΩΛΗΝΟΔΙΑΔΡΟΜΩΝ

Ελένη Κοσμίδου

Επιβλέπων:

Χάρης Γαντές, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Περίληψη

Με τη πάροδο του χρόνου, η συνεχής αύξηση της κατανάλωσης ενέργειας οδηγεί στην ανάγκη καλύτερης εκμετάλλευσης των διαθέσιμων φυσικών πόρων, όπως πετρελαίου, φυσικού αερίου, νερού ή οποιωνδήποτε άλλων προς μεταφορά υλικών, τα οποία χρησιμοποιούνται σε βιομηχανικές διεργασίες. Για το λόγο αυτό επιλέγεται η κατασκευή μεταλλικών φορέων σωληνοδιαδρόμων, ώστε να υποστηριχθούν οι αγωγοί που μεταφέρουν τα προαναφερόμενα ρευστά (υγρά και αέρια), καθώς και ο απαραίτητος μηχανολογικός εξοπλισμός. Ο σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι να μελετήσει την συμπεριφορά μιας μεταλλικής κατασκευής σωληνοδιαδρόμων, χρησιμοποιώντας κατάλληλο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων, αφού πρώτα ελεγχθεί η ακρίβεια των αποτελεσμάτων του.

Στο πρώτο κεφάλαιο περιγράφεται συνοπτικά ο τύπος της κατασκευής αυτής, καθώς και η στατική της μόνρφωση, η οποία πρέπει να είναι τέτοια ώστε ο μεταλλικός φορέας να προστατεύει τους αγωγούς από ενδεχόμενη αστοχία και να παραλαμβάνει με ασφάλεια τα επιβαλλόμενα φορτία. Στο δεύτερο κεφάλαιο περιγράφονται τα φορτία που θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά τον σχεδιασμό των μεταλλικών φορέων σωληνοδιαδρόμων και παρουσιάζονται κάποιες συνδέσεις των αγωγών πάνω στην φέρουσα κατασκευή. Οι συνδέσεις που παρουσιάζονται σε αυτήν την εργασία είναι ενδεικτικές, καθώς η επιλογή του τρόπου σύνδεσης των αγωγών πάνω στον φορέα εξαρτάται από το υλικό και την διάμετρο του αγωγού, την θερμοκρασία του περιβάλλοντος και των υλικών που μεταφέρουν οι αγωγοί, αλλά και από την στατική λειτουργία όλου του φορέα.

Στο τρίτο κεφάλαιο προσδιορίζεται η οριακή αντοχή μιας κλειστής ορθογωνικής διατομής καθώς και μιας διατομής διπλού ταυ περί τον ισχυρό και τον ασθενή της άξονα, προκειμένου να χρησιμοποιηθούν στις επόμενες αναλύσεις. Εξάγονται αναλυτικές σχέσεις που συσχετίζουν τη ροπή με την καμπυλότητα για διάφορες τιμές αξονικών δυνάμεων στην ελαστική και ελαστοπλαστική περιοχή, θεωρώντας ότι το υλικό συμπεριφέρεται ελαστικά-απολύτως πλαστικά. Οι διατομές υποβάλλονται σε απλή κάμψη περί τον ισχυρό και ασθενή τους άξονα, καθώς και σε ταυτόχρονη κάμψη με αξονική δύναμη και εξάγονται αναλυτικά οι σχέσεις ροπών-καμπυλοτήτων. Ακολουθώντας τα αναλυτικά αποτελέσματα συγκρίνονται με αποτελέσματα αριθμητικών αναλύσεων.

Στους μεταλλικούς φορείς σωληνοδιαδρόμων χρησιμοποιούνται κυρίως διατομές διπλού ταυ. Επειδή ο φορέας που θα μελετηθεί, θα προσομοιωθεί σε λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων, πρέπει να ελεγχθεί κατά πόσο το πρόγραμμα προσεγγίζει ικανοποιητικά ή όχι την οριακή αντοχή της διατομής διπλού ταυ. Στο τέταρτο κεφάλαιο, λοιπόν, συγκρίνονται οι αναλυτικές και οι αριθμητικές λύσεις μιας αμφιέριστης και μιας αμφίπακτης δοκού, καθώς και ενός αμφιαρθρωτού και αμφίπακτου πλαισίου, στα οποία χρησιμοποιείται η συγκεκριμένη διατομή. Στις εφαρμογές αυτές, η διατομή περιγράφεται τόσο με σχέσεις ροπών-καμπυλοτήτων που εξάγονται από το πρόγραμμα Βiaxial, όσο και με την διατομή διπλού ταυ που το πρόγραμμα έχει ως επιλογή, ώστε να ελεγχθεί ποιος από τους δύο τρόπους περιγράφει σε ικανοποιητικό βαθμό την συμπεριφορά της διατομής αυτής. Με αυτό τον τρόπο, θα προσεγγίζεται η πραγματική συμπεριφορά της μεταλλικής κατασκευής και θα αξιολογούνται καλύτερα τα αποτελέσματα των αναλύσεων.

Στο πέμπτο κεφάλαιο μορφώνεται το υπολογιστικό προσομοίωμα του μεταλλικού φορέα σωληνοδιαδρόμων που θα μελετηθεί και παρουσιάζονται οι γραμμικές αναλύσεις λυγισμού, καθώς και οι μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού στις οποίες η κατασκευή υποβάλλεται. Στη κατασκευή χρησιμοποιούνται τόσο διατομές διπλού ταυ, όσο και κοίλες κυκλικές διατομές. Οι διατομές διπλού ταυ περιγράφονται με σχέσεις ροπών-καμπυλοτήτων, ενώ οι κοίλες κυκλικές με την αντίστοιχη διατομή που το πρόγραμμα έχει ως επιλογή. Στο φορέα ασκούνται μόνιμα και σεισμικά φορτία και μέσω των μη γραμμικών αναλύσεων γεωμετρίας και υλικού μελετάται η συμπεριφορά του.

Στο έκτο και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα γενικά συμπεράσματα της εργασίας και γίνονται προτάσεις για την περαιτέρω μελέτη της συμπεριφοράς της μεταλλικής κατασκευής.



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING
DIVISION OF STRUCTURAL ENGINEERING
INSTITUTE OF STEEL STRUCTURES

Diploma Thesis
EMK ΔΕ 2015/38

DESIGN OF STRUCTURAL STEEL PIPE RACKS

Eleni Kosmidou

Supervisor:

Charis Gantes, Professor N.T.U.A.

Abstract

Nowadays, growing energy consumption results in an effort for better exploitation of the available natural resources, like oil, natural gas, water or any other materials to be transferred, that are used in the industrial processes. For this reason, structural steel pipe racks are employed, so as to support the pipes that transfer the aforementioned fluid (liquid and gas) and the associated mechanical equipment. The aim of this diploma thesis is to study the behavior of such steel structures using finite element analysis software, after having verified the accuracy of its results.

In the first chapter, this type structure is briefly described, as well as its structural system, which should be configured in such way that the structure can protect the pipe network from possible failures and resist the applied loads. In the second chapter, design loads for pipe racks are described and typical piping connections on the support structure are presented. These piping connections are indicative, as the way pipes are connected to the support structure depends on the pipe material and diameter, the ambient temperature and the fluid that pipes transfer, as well as the overall structural function.

In the third chapter, the ultimate strength of a solid rectangular section as well as an I-section about its major and minor axis is defined, to be used in subsequent analyses. Analytical formulas are derived that relate moment and curvature for various levels of axial force developing at these sections in the elastic and elastoplastic region and elastic-perfectly plastic material behavior is assumed. The sections are subjected to pure bending and to simultaneous flexure and axial force about their main axes and the relations between the applied bending moment and the curvature are defined. Furthermore, the results are compared to numerical analyses' results.

The sections that are mainly used in structural steel pipe racks are I-sections. Therefore, the way in which the behavior of this section is described by the finite element software that will be used for the numerical simulation of a steel structure should be investigated. In the fourth chapter, analytical solutions for a simply supported and a fixed-fixed I-section beam, as well as for simply supported and fixed-fixed frame are compared to numerical analyses' results. In these applications, the section is described by two methods: i) the bending moment-curvature relationships and ii) the type of I-section

that the software provides. The results of these applications are compared, so as to determine the method that actually describes the behavior of I-sections. Thus, the actual behavior of the steel structure can be approximated in a reliable manner

In the fifth chapter, a computational model of a steel pipe rack is formed and linearized buckling analyses as well as geometrically and materially nonlinear analyses are presented. The sections that are used in this computational model are I-sections and circular hollow sections. The behavior of I-sections is described by bending moment-curvature relationships, while pipes are used to describe the behavior of circular hollow sections. Dead and seismic loads are applied on the steel structure and its behavior is studied.

In the sixth and last chapter, conclusions of the diploma thesis are presented and proposals for the further investigation of the behavior of this steel structure are suggested.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με τη διπλωματική αυτή εργασία ολοκληρώνεται ο κύκλος φοίτησης μου στη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Με την αφορμή αυτή θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου σε όλους όσους έπαιξαν σημαντικό ρόλο κατά τη διάρκεια της 5ετούς φοίτησής μου στο Ίδρυμα.

Καταρχάς θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου κ. Χάρη Γαντέ που ήταν και ο επιβλέπων της διπλωματικής μου εργασίας. Η διαρκής και υποδειγματική καθοδήγηση μαζί με την άριστη επιστημονική του κατάρτιση συνέβαλαν καταλυτικά στην ολοκλήρωση της προσπάθειας μου αυτής.

Επίσης θέλω να ευχαριστήσω θερμά τον κ. Τάσο Αβραάμ, Λέκτορα του τομέα Δομοστατικής του Ε.Μ.Π. και τον κ. Παύλο Θανόπουλο, Λέκτορα του τομέα Δομοστατικής του Ε.Μ.Π. για τη συμμετοχή τους στην εξεταστική επιτροπή της διπλωματικής μου εργασίας.

Για την αμέριστη συμπαράσταση και βοήθεια του καθ' όλη τη διάρκεια της διπλωματικής μου εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον υποψήφιο διδάκτορα Ε.Μ.Π. Ηλία Θανάσουλα.

Για την βοήθεια στη χρήση του προγράμματος Works 2015, Διαξονική Κάμψη θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτορα Ε.Μ.Π. Στέλιο Βερνάρδο.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για τη συμπαράσταση της σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Ελένη Κοσμίδου

Οκτώβριος 2015

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1.1	ΜΕΤΑΛΛΙΚΟΙ ΦΟΡΕΙΣ ΣΩΛΗΝΟΔΙΑΔΡΟΜΩΝ	1
1.2	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ – ΑΝΑΦΟΡΕΣ	6
2	ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΦΟΡΕΩΝ ΣΩΛΗΝΟΔΙΑΔΡΟΜΩΝ.....	7
2.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	7
2.2	ΦΟΡΤΙΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ	8
2.2.1	Μόνιμες δράσεις	8

2.2.2	Μεταβλητές δράσεις	8
2.2.3	Φορτία λόγω θερμότητας.....	9
2.2.4	Σεισμικά φορτία.....	10
2.3	ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΣΥΝΔΕΣΕΩΝ ΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ ΠΑΝΩ ΣΤΟΝ ΦΕΡΟΝΤΑ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟ	12
2.4	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ – ΑΝΑΦΟΡΕΣ	18
3	ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΝΑΛΥΤΙΚΩΝ – ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΑΝΤΟΧΗΣ ΔΙΠΛΟΥ ΤΑΥ	19
3.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	19
3.2	ΚΟΙΛΕΣ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΕΣ ΔΙΑΤΟΜΕΣ	21
3.2.1	Αναλυτική λύση.....	21
3.2.2	Αριθμητική λύση.....	27
3.2.3	Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων	28
3.3	ΔΙΑΤΟΜΗ ΔΙΠΛΟΥ ΤΑΥ	30
3.3.1	Αναλυτική λύση.....	30
3.3.2	Αριθμητική λύση.....	42
3.3.3	Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων	43
3.4	Συμπεράσματα.....	46
4	ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΝΑΛΥΤΙΚΩΝ – ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΛΥΣΕΩΝ ΕΛΑΣΤΟΠΛΑΣΤΙΚΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ	47
4.1	ΑΜΦΙΕΡΕΙΣΤΗ ΔΟΚΟΣ	47
4.1.1	Αναλυτική λύση	47
4.1.1.1	Αναλυτική λύση για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού	49
4.1.1.2	Αναλυτική λύση για κάμψη περί τον ασθενή άξονα της δοκού.....	50
4.1.2	Αριθμητική λύση χρησιμοποιώντας νόμο υλικού	50
4.1.2.1	Αριθμητική λύση για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού	50
4.1.2.2	Αριθμητική λύση για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού	51
4.1.3	Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων	51
4.1.4	Αριθμητική λύση χρησιμοποιώντας σχέσεις ροπών – καμπυλοτήτων	52
4.1.4.1	Αριθμητική λύση για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού	54
4.1.4.2	Αριθμητική λύση για κάμψη περί τον ασθενή άξονα της δοκού	55
4.1.5	Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων για διάφορα επίπεδα αξονικής δύναμης	55
4.1.5.1	Σύγκριση αποτελεσμάτων για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού	55
4.1.5.2	Σύγκριση αποτελεσμάτων για κάμψη περί τον ασθενή άξονα της δοκού	57
4.2	ΑΜΦΙΠΑΚΤΗ ΔΟΚΟΣ	59
4.2.1	Έλεγχος διατομής σε κάμψη χρησιμοποιώντας νόμο υλικού.....	59
4.2.1.1	Αναλυτική λύση	59

4.2.1.2	Αριθμητική λύση	63
4.2.1.3	Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων	64
4.2.2	Έλεγχος διατομής σε κάμψη με αξονική δύναμη χρησιμοποιώντας νόμο υλικού	65
4.2.2.1	Αναλυτική λύση	66
4.2.2.2	Αριθμητική λύση	69
4.2.2.3	Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων.....	69
4.2.3	Έλεγχος διατομής σε κάμψη χρησιμοποιώντας σχέσεις ροπών – καμπυλοτήτων....	73
4.2.3.1	Αναλυτική λύση	73
4.2.3.2	Αριθμητική λύση	73
4.2.3.3	Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων.....	74
4.2.4	Έλεγχος διατομής σε κάμψη με αξονική δύναμη χρησιμοποιώντας σχέσεις ροπών – καμπυλοτήτων	75
4.2.4.1	Αναλυτική λύση	75
4.2.4.2	Αριθμητική λύση	75
4.2.4.3	Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων.....	78
4.3	ΑΜΦΙΑΡΘΡΩΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ	81
4.3.1	Αναλυτική λύση	81
4.3.2	Έλεγχος διατομής χρησιμοποιώντας νόμο υλικού	84
4.3.2.1	Αριθμητική λύση	84
4.3.2.2	Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων	85
4.3.3	Έλεγχος διατομής χρησιμοποιώντας σχέσεις ροπών – καμπυλοτήτων	86
4.3.3.1	Αριθμητική λύση	86
4.3.3.2	Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων	86
4.4	ΑΜΦΙΠΑΚΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ	87
4.4.1	Αναλυτική λύση	87
4.4.2	Έλεγχος διατομής χρησιμοποιώντας νόμο υλικού	94
4.4.2.1	Αριθμητική λύση	94
4.4.2.2	Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων	95
4.4.3	Έλεγχος διατομής χρησιμοποιώντας σχέσεις ροπών – καμπυλοτήτων	97
4.4.3.1	Αριθμητική λύση	97
4.4.3.2	Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων	98
5	ΜΟΡΦΩΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΝΟΣ ΜΕΤΑΛΛΙΚΟΥ ΦΟΡΕΑ ΣΩΛΗΝΟΔΙΑΔΡΟΜΩΝ	101
5.1	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΤΑΛΛΙΚΟΥ ΦΟΡΕΑ.....	101
5.2	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΕΤΑΛΛΙΚΟΥ ΦΟΡΕΑ ΣΩΛΗΝΟΔΙΑΔΡΟΜΩΝ	105
5.2.1	Προσομοίωση μελών.....	105
5.2.1.1	Μέλη διατομής διπλού ταυ	108
5.2.1.2	Μέλη κοίλης κυκλικής διατομής	110

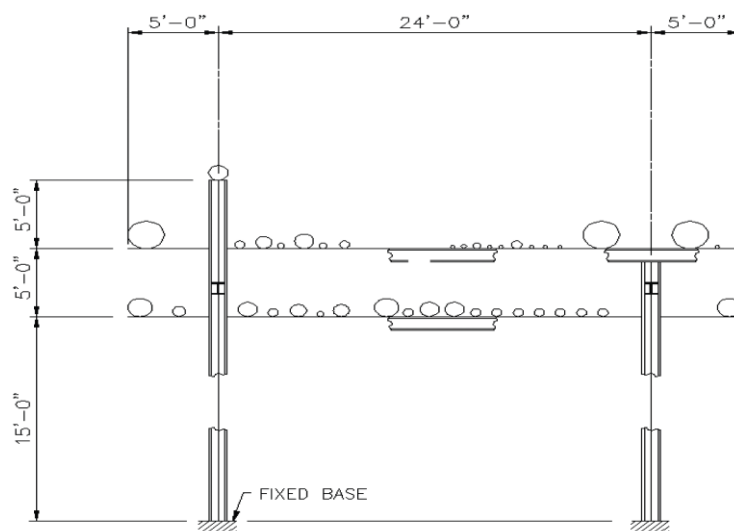
5.2.2 Προσομοίωση συνδέσεων	112
5.3 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΛΥΓΙΣΜΟΥ (LBA)	114
5.3.1 Μόνιμα φορτία	114
5.3.2 Συνδυασμός μονίμων και σεισμικών φορτίων	116
5.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΑΝΑΛΥΣΕΩΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΚΑΙ ΥΛΙΚΟΥ	120
5.4.1 Μόνιμα φορτία	120
5.4.2 Συνδυασμός μονίμων και σεισμικών φορτίων	126
6 ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	135
6.1 ΠΕΡΙΛΗΨΗ	135
6.2 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	136
6.3 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ	137

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 ΜΕΤΑΛΛΙΚΟΙ ΦΟΡΕΙΣ ΣΩΛΗΝΟΔΙΑΔΡΟΜΩΝ

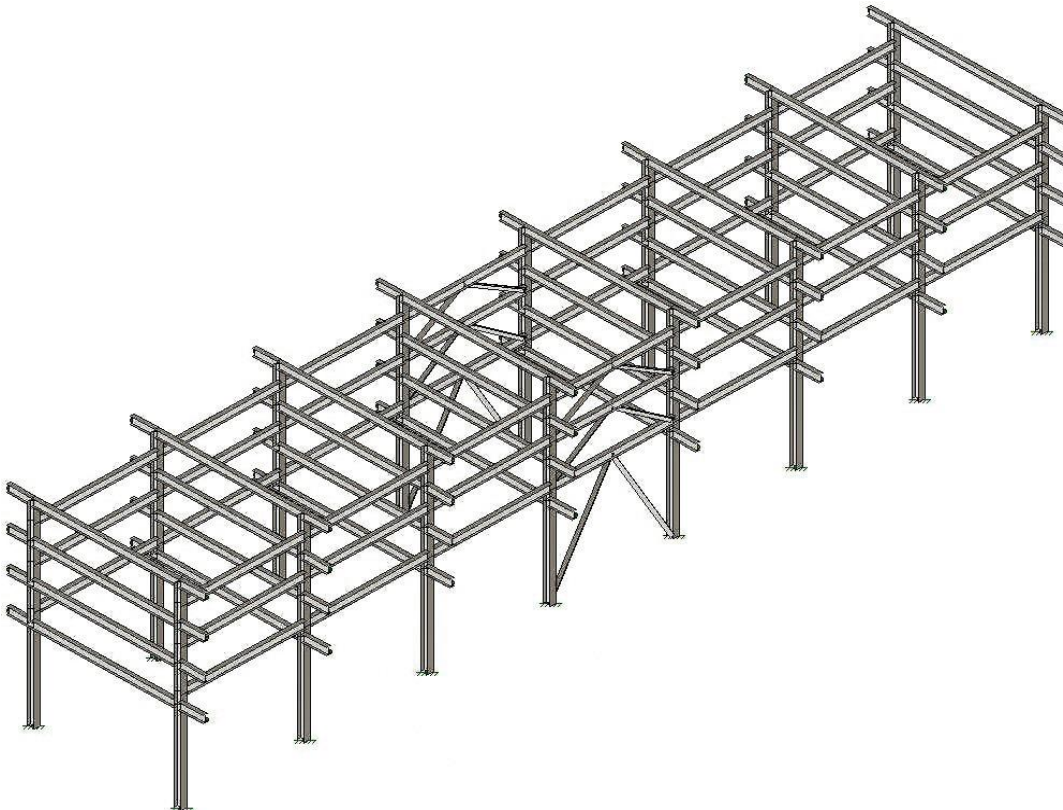
Οι μεταλλικοί φορείς σωληνοδιαδρόμων είναι κατασκευές που χρησιμοποιούνται στην βιομηχανία, όπως σε διυλιστήρια, για να υποστηρίξουν αγωγούς που μεταφέρουν καύσιμο σε υγρή ή αέρια μορφή καθώς και σχάρες καλωδίων.

Οι μεταλλικοί σωληνοδιάδρομοι είναι μεγάλου μήκους κατασκευές και σχετικά στενές κατά πλάτος οι οποίες μεταφέρουν αγωγούς κατά την διαμήκη διεύθυνσή τους. Αποτελούνται από ένα ή περισσότερα μεταλλικά πλαίσια τα οποία κατασκευάζονται από δομικό χάλυβα δομημένα αναλόγως των απαιτήσεων που έχει η βιομηχανία για μεταφορά αγωγών. Η μορφή τους ποικίλλει, καθώς μπορεί να είναι ένα τυπικό πλαίσιο που στηρίζει αγωγούς σε ένα μόνο επίπεδο ή μία σύνθετη κατασκευή η οποία θα πρέπει να στηρίζει αγωγούς σε πολλά επίπεδα καθ' ύψος. Ένα τυπικό εγκάρσιο πλαίσιο ενός μεταλλικού σωληνοδιαδρόμου που χρησιμοποιείται στην βιομηχανία παρουσιάζεται στο Σχήμα 1-1. Η υποστήριξη των αγωγών καθώς και η δυνατότητα πρόσβασης για ενδεχόμενη συντήρηση ή επισκευή τόσο των αγωγών όσο και της μεταλλικής κατασκευής οδηγούν στην ανάγκη κατασκευής αρκετά ανθεκτικών εγκάρσιων πλαισίων. Έτσι, τα εγκάρσια πλαίσια πρέπει να είναι ικανά να φέρουν φορτία βαρύτητας, πλευρικά φορτία από τους αγωγούς ή τον άνεμο καθώς και σεισμικά φορτία.



Σχήμα 1-1: Τυπικό εγκάρσιο πλαίσιο

Υπάρχουν δύο τύποι κατασκευής των εγκαρσίων πλαισίων. Στον πρώτο τρόπο, που είναι και ο πιο συνηθισμένος, υπάρχουν διαμήκεις δοκοί μεταξύ των εγκαρσίων πλαισίων. Αυτές προσφέρουν δυσκαμψία στην διαμήκη διεύθυνση. Επιπλέον, μπορεί να τοποθετούνται κατακόρυφοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας, ώστε μαζί με τις διαμήκεις δοκούς να δημιουργούν ένα ενισχυμένο πλαίσιο που θα αντιστέκεται στα οριζόντια φορτία. Στο Σχήμα 1-2 φαίνεται μία τυπική κατασκευή ενός μεταλλικού σωληνοδιαδρόμου. Στον δεύτερο τρόπο κατασκευής, όμως, δεν υπάρχουν διαμήκεις δοκοί. Την δυνατότητα να αντιστέκεται ο μεταλλικός σωληνοδιάδρομος στα πλευρικά φορτία την προσφέρουν τα υποστυλώματα, που συμπεριφέρονται ως πρόβολοι.



Σχήμα 1-2: Τυπική κατασκευή μεταλλικού σωληνοδιαδρόμου 4 επιπέδων που αποτελείται από 8 εγκάρσια πλαίσια συνδεδεμένα με διαμήκεις δοκούς

Το γεγονός ότι αυτές οι κατασκευές υποστηρίζουν αγωγούς που μεταφέρουν πετρέλαιο ή φυσικό αέριο καθιστά ιδιαίτερη προσοχή στον σχεδιασμό τους, καθώς η συμπεριφορά τους επηρεάζει άμεσα και την συμπεριφορά των αγωγών. Έτσι, οποιαδήποτε ζημιά στην ανωδομή τους μπορεί να είναι επικίνδυνη τόσο για την ανθρώπινη υγεία όσο και για το περιβάλλον. Στο Σχήμα 1-3 φαίνεται η άμεση εξάρτηση των αγωγών από τις μεταλλικές αυτές κατασκευές. Σύμφωνα με πρόσφατες μελέτες, οι ζημιές σε αγωγούς οφείλονται κατά κύριο λόγο στον τρόπο συμπεριφοράς της κατασκευής στην περίπτωση σεισμού. Ωστόσο, οι μεταλλικοί σωληνοδιάδρομοι δεν θεωρούνται κτηριακές κατασκευές ώστε να έχουν ομοιότητες με τις κατασκευές δομικού χάλυβα. Για αυτόν τον λόγο δεν υπάρχουν σαφείς κανονισμοί που να καλύπτουν τις απαιτήσεις σχεδιασμού και αναλύσεων για αυτές τις κατασκευές. Η έλλειψη, λοιπόν, κατάλληλων σεισμικών αναλύσεων και κανόνων σχεδιασμού για τους μεταλλικούς σωληνοδιαδρόμους έχει οδηγήσει τους μελετητές να χρησιμοποιούν σεισμικά πρότυπα που έχουν χρησιμοποιήσει σε άλλες κατασκευές, όπως σε κτήρια και πυρηνικά εργοστάσια.



Σχήμα 1-3 : Άμεση εξάρτηση αγωγών με μεταλλικούς σωληνοδιαδρόμους

Από το σχήμα 1-3 φαίνεται η αλληλεπίδραση των αγωγών με την μεταλλική κατασκευή, καθώς σε πολλά σημεία της ανωδομής ακουμπάνε οι αγωγοί. Επειδή η ταυτόχρονη μοντελοποίηση και ανάλυση των μεταλλικών σωληνοδιαδρόμων με τους αγωγούς είναι περίπλοκη, έχει προταθεί η προσομοίωση τους χωριστά, λαμβανομένων, όμως, κάποιων σχέσεων αλληλεπίδρασης που πρέπει να θεωρήσουν οι μελετητές.



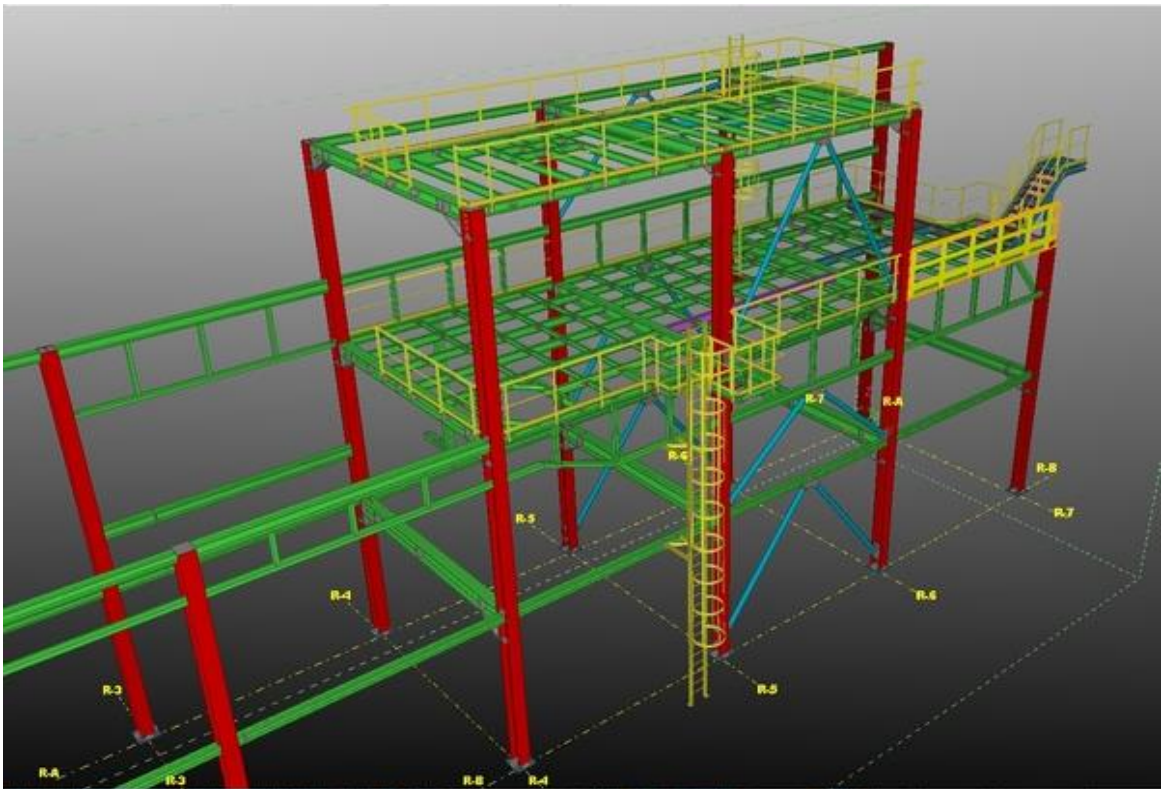
Σχήμα 1-4: Μεταλλικός σωληνοδιάδρομος στο Ντουμπάι [www.dubay.me]



Σχήμα 1-5: Κατασκευή μεταλλικού σωληνοδιαδρόμου [<http://www.csaguirre.com>]



Σχήμα 1-6: Κατασκευή μεταλλικού σωληνοδιαδρόμου [<http://www.safe-harbor.com>]



Σχήμα 1-7: Προσομοίωμα μεταλλικού φορέα σωληνοδιαδρόμων σε λογισμικό [<https://www.behance.net>]



Σχήμα 1-8: Μεταλλικός φορέας σωληνοδιαδρόμων [<http://www.omgkr.it>]

1.2 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ-ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1-1] Richard M. Drake and Robert J. Walter "Design of Structural Steel Pipe Racks", Engineering Journal, Fourth Quarter, 2010
- [1-2] David A. Nelson "Stability analysis of pipe racks for industrial facilities", B.S., Walla Walla University, 2008
- [1-3] Akbar Shahiditabar "Pipe and Pipe Rack Interaction", Vol. 3, No. 5, May 2013
- [1-4] Oreste S. Bursi, Fabrizio Paolacci, Md Shahin Reza "Performance-based analysis of petrochemical piping systems located in earthquake-prone zones", Second European Conference On Earthquake Engineering and Seismology, Istanbul, Aug. 25-29, 2014

2 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΦΟΡΕΩΝ ΣΩΛΗΝΟΔΙΑΔΡΟΜΩΝ

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η παγκόσμια ζήτηση της ενέργειας προβλέπεται ότι θα αυξηθεί ως το 2030 πάνω από 50% και έτσι είναι σημαντικό τα συστήματα σωληνώσεων καθώς και οι μεταλλικοί σωληνοδιαδρόμοι να καλύψουν αυτές τις ανάγκες. Ένα σύστημα σωληνώσεων αποτελείται από πολλά εξαρτήματα καθώς και από διάφορες κατασκευές υποστήριξής τους, με αποτέλεσμα αστοχία σε ένα μόνο εξάρτημα να εμποδίσει την διαδικασία μετάδοσης ενέργειας και να προκληθούν σοβαρές συνέπειες στον τομέα παραγωγής ενέργειας. Έτσι, τέτοιου είδους κατασκευές αξίζουν ιδιαίτερης προσοχής για να διασφαλιστούν από κάποιο τυχηματικό γεγονός, όπως οι σεισμοί. Επομένως, τα συστήματα σωληνώσεων και τα εξαρτήματά τους έχουν διαπιστωθεί ότι είναι ιδιαίτερα επιρρεπή έναντι σεισμού, καθώς κατά την διάρκεια προηγούμενων σεισμών είχαν υποστεί αρκετές ζημιές προκαλώντας σοβαρά ατυχήματα τόσο σε ανθρώπινες ζωές όσο και στο περιβάλλον.

Ο αντισεισμικός σχεδιασμός που χρησιμοποιείται στα συστήματα σωληνώσεων μεταφοράς πετροχημικών βασίζεται κυρίως στην επιτρεπόμενη σχεδιαστική μέθοδο. Ο αντισεισμικός σχεδιασμός των κατασκευών με στάθμες επιτελεστικότητας (Performance-Based design approach) δεν εφαρμόζεται ακόμη σε μεγάλο βαθμό. Ένας από τους κυρίους λόγους που δεν εφαρμόζεται ακόμη είναι η έλλειψη πληροφοριών σχετικά με τον προσδιορισμό των οριακών καταστάσεων αντοχής των σωλήνων και των δομικών μοντέλων. Επιπλέον, οι περισσότεροι αντισεισμικοί κανονισμοί δεν περιέχουν αρκετούς κανόνες και λεπτομέρειες για τον κατάλληλο σχεδιασμό των συστημάτων σωληνώσεων που χρησιμοποιούνται στις βιομηχανίες σε περιοχές με έντονη σεισμικότητα. Για παράδειγμα, ο κανονισμός EN 1998-4 (2006) του Ευρωκώδικα που παρουσιάζει καινούριες ιδέες για τον αντισεισμικό σχεδιασμό βιομηχανικών κατασκευών, δεν παρέχει αρκετές πληροφορίες για τον αντισεισμικό σχεδιασμό σωληνοδιαδρόμων. Έτσι, η έλλειψη βιομηχανικών προδιαγραφών για τον σχεδιασμό και την κατασκευή συστημάτων σωληνώσεων έχει οδηγήσει κάθε οργανισμό στην υιοθέτηση δικών της κανονισμών, των οποίων δεν είναι ξεκάθαρο το θεωρητικό τους υπόβαθρο.



Σχήμα 2-1: Μεταλλικός φορέας σωληνοδιαδρόμου

2.2 ΦΟΡΤΙΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

Στη συγκεκριμένη παράγραφο παρουσιάζονται συνοπτικά τα φορτία που πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά τον σχεδιασμό των μεταλλικών σωληνοδιαδρόμων.

2.2.1 Μόνιμες δράσεις

Ίδια βάρη κατασκευής: Στη συγκεκριμένη κατηγορία ανήκουν μόνο τα ίδια βάρη των υλικών που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του μεταλλικού σωληνοδιαδρόμου, καθώς και των υλικών που χρησιμοποιούνται για την πυρασφάλεια της κατασκευής, ενώ δεν λαμβάνονται υπόψη τα βάρη από τους αγωγούς, τις σχάρες καλωδίων καθώς και του εξοπλισμού που είναι απαραίτητος για την λειτουργία της εγκατάστασης, όπως αντλιών και γεννητριών ηλεκτρικού ρεύματος.

Μόνιμα φορτία λειτουργίας: Ως μόνιμα φορτία λειτουργίας ορίζονται τα φορτία των αγωγών, των μονωτικών υλικών που χρησιμοποιούνται για τους αγωγούς, των σχαρών καλωδίων καθώς και του εξοπλισμού που χρησιμοποιείται για την λειτουργία της εγκατάστασης. Για την περίπτωση των μεταλλικών σωληνοδιαδρόμων υπάρχουν οδηγίες που παρέχονται από την Process Industry Practices, οι οποίες προτείνουν για τους αγωγούς να χρησιμοποιείται ομοιόμορφα κατανενημένο φορτίο με τιμή 40 psf, το οποίο ισοδυναμεί με 40 αγωγούς γεμάτους με νερό, που έχουν διάμετρο 8 ίντσες και είναι τοποθετημένοι ανά 15 ίντσες. Ωστόσο, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και άλλα ομοιόμορφα φορτία, ανάλογα με τις απαιτήσεις της βιομηχανίας και την κρίση του μηχανικού.

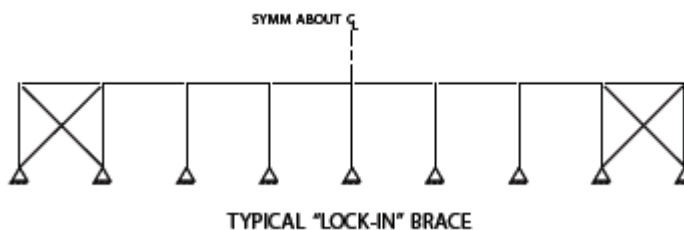
2.2.2 Μεταβλητές δράσεις

Στην κατηγορία αυτή ανήκουν τόσο τα φορτία που προκαλούνται από την χρήση της κατασκευής όσο και τα φορτία ανέμου, χιονιού, πάγου καθώς και βροχής. Όσον αφορά τα φορτία λόγω χρήσεως της κατασκευής, υπάρχουν προδιαγραφές που ορίζουν συγκεκριμένες τιμές φορτίσεων τόσο σε κλιμακοστάσια των σωληνοδιαδρόμων όσο και σε υπερυψωμένους ή μη διαδρόμους. Τα κλιμακοστάσια και οι διάδρομοι αποτελούν σημαντικά τμήματα των συγκεκριμένων κατασκευών, καθώς επιτρέπεται ο έλεγχος, η συντήρηση και η επισκευή τόσο των αγωγών όσο και κάποιων μελών της ανωδομής.

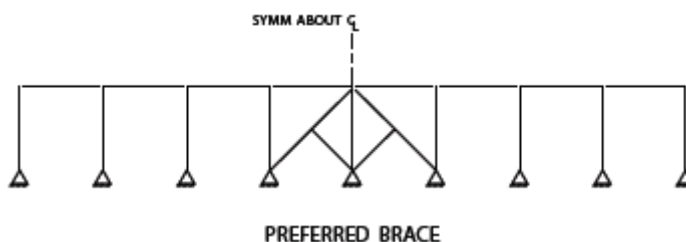
2.2.3 Φορτία λόγω θερμότητας

Οι θερμοκρασιακές εναλλαγές του περιβάλλοντος προκαλούν εντάσεις τόσο στους αγωγούς όσο και στην κατασκευή. Αυτές οι δυνάμεις γενικότερα επιβάλλονται για μεγάλο χρονικό διάστημα εάν οφείλονται σε θερμοκρασιακές μεταβολές του περιβάλλοντος. Εάν, όμως, οι θερμοκρασιακές μεταβολές επηρεάζονται από την θερμοκρασία του καυσίμου που διέρχεται από τους αγωγούς, τότε οι δυνάμεις αυτές εκδηλώνονται ακαριαία. Ειδικά, κατά την έναρξη λειτουργίας της μονάδας παραγωγής, καθώς και κατά την διακοπή της λειτουργίας της, οι συγκεκριμένες εντάσεις επιβάλλονται ακαριαία. Ωστόσο, για ένα μεταλλικό σωληνοδιάδρομο, οι θερμοκρασιακές μεταβολές που οφείλονται σε κλιματικές αλλαγές δεν αποτελούν καθοριστικό παράγοντα για την συμπεριφορά της κατασκευής, καθώς αυτή δεν υποβάλλεται σε σημαντική καταπόνηση. Αντιθέτως, οι θερμοκρασιακές μεταβολές που οφείλονται στο περιεχόμενο των αγωγών προκαλούν δυνάμεις αγκυρώσεως, οι οποίες είναι κρίσιμες για την κατασκευή και για αυτό είναι απαραίτητο να λαμβάνονται υπόψιν κατά τον σχεδιασμό της ανωδομής.

Οι παραμορφώσεις λόγω θερμοκρασιακών μεταβολών (συστολή ή διαστολή) πραγματοποιούνται ως προς το ακλόνητο σημείο της κατασκευής, το οποίο ορίζεται ως το σημείο που διατηρεί μηδενική μετακίνηση για ομοιόμορφη θερμοκρασιακή μεταβολή. Για το λόγο αυτό, η κατασκευή κατακορύφων συνδέσμων δυσκαμψίας στα άκρα του σωληνοδιαδρόμου, οι οποίοι περιορίζουν τις θερμοκρασιακές/θερμικές δυνάμεις, οφείλεται να αποφεύγεται. Στο σχήμα 2-2 παρουσιάζεται μία διάταξη, στην οποία οι κατακόρυφοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας τοποθετούνται στις άκρες της κατασκευής. Αντιθέτως, εάν οι σύνδεσμοι δυσκαμψίας τοποθετούνται στο κέντρο της κατασκευής ή πολύ κοντά σε αυτό, όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 2-3, τότε η κατασκευή συμπεριφέρεται όπως ένα ακορντεόν, καθώς συστέλλεται και διαστέλλεται ολόκληρη και προς τα δύο άκρα της, χωρίς να παρεμποδίζονται οι εντάσεις λόγω θερμοκρασιακών μεταβολών



Σχήμα 2-2: Χρήση κατακορύφων συνδέσμων δυσκαμψίας στα άκρα ενός σωληνοδιαδρόμου – περιορισμός συστολικών και διαστολικών εντάσεων



Σχήμα 2-3: Χρήση κατακορύφων συνδέσμων δυσκαμψίας στο κέντρο της κατασκευής ή πολύ κοντά σε αυτό – συμπεριφορά της κατασκευής ως “ακορντεόν”

Επομένως, στην κατηγορία αυτή διακρίνονται τρία είδη φορτίων που επιβάλλονται σε ένα σωληνοδιάδρομο:

Θερμοκρασιακές δυνάμεις: Προκαλούνται από τον περιορισμό μελών της κατασκευής να συσταλούν ή διασταλούν.

Δυνάμεις αγκυρώσεως των αγωγών: Τα σημεία στα οποία οι αγωγοί αγκυρώνονται, περιορίζουν την μετακίνησή τους σε μία ή περισσότερες κατευθύνσεις και επιτρέπει τη παραμόρφωσή τους σε επιθυμητά σημεία που ο μελετητής ορίζει στη κατασκευή.

Δυνάμεις τριβής: Λόγω των θερμικών διαστολών που έχουν περιγραφεί παραπάνω, οι αγωγοί ολισθαίνουν πάνω σε μέλη της κατασκευής και προκαλούνται δυνάμεις τριβής. Οι δυνάμεις τριβής, ωστόσο, είναι αμελητέες σε σύγκριση με τις δυνάμεις που προκαλούνται από τους αγωγούς λόγω συστολικών και διαστολικών επιδράσεων.

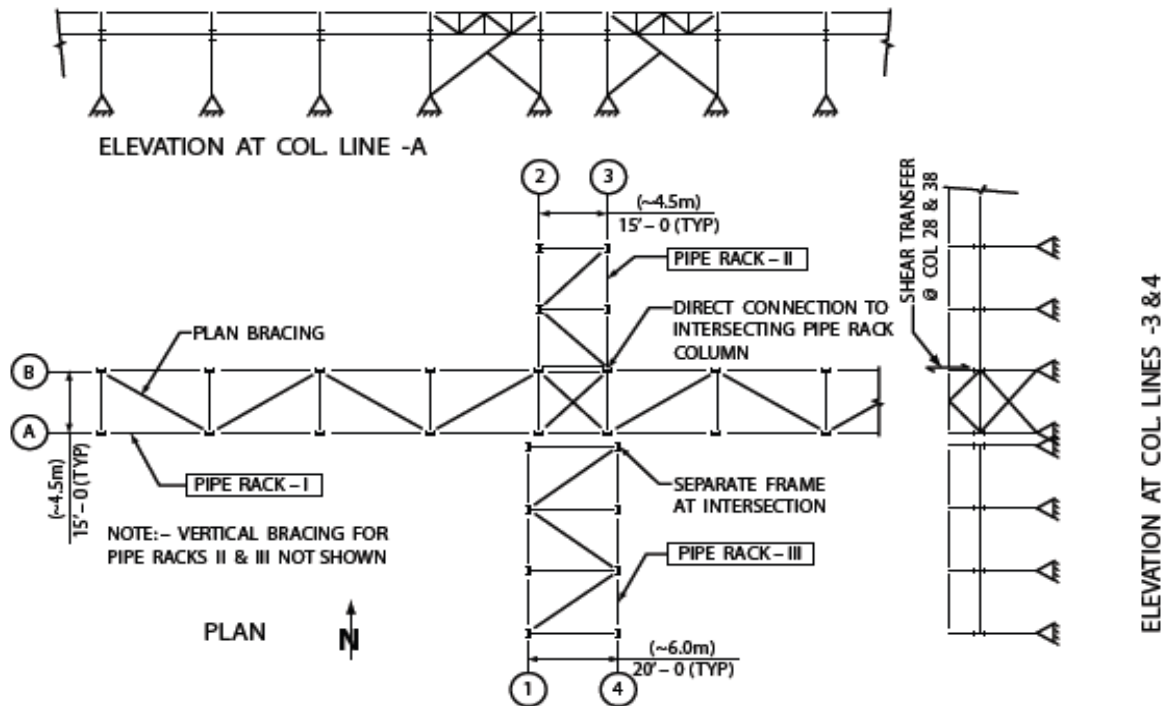
2.2.4 Σεισμικά φορτία

Ο σχεδιασμός της κατασκευής υπό σεισμικές συνθήκες αποτελείται από δύο μέρη: 1) ο σχεδιασμός των συνδέσεων (αγκύρωση με ή χωρίς προένταση) των αγωγών πάνω στην κατασκευή για τα φορτία σεισμού και 2) ο σχεδιασμός της ανωδομής για τα φορτία σεισμού. Οι δύο αυτές περιπτώσεις πρέπει να μελετώνται χωριστά και δεν θα πρέπει να συνδυάζονται. Οι συνδυασμοί των φορτίων που θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά τον σχεδιασμό και την μελέτη των σωληνοδιαδρόμων ορίζονται από προδιαγραφές και κανονισμούς. Βάσει κανονισμών, για τον σχεδιασμό σωληνοδιαδρόμων επιτρέπεται η διαδικασία της ιδιομορφικής ανάλυσης και η γραμμική ανάλυση χρονοϊστορίας. Η δυναμική ανάλυση μπορεί να μην είναι απαραίτητη να πραγματοποιηθεί, εκτός και εάν το καύσιμο που διέρχεται από τους αγωγούς θεωρηθεί επικίνδυνο για το περιβάλλον και τη δημόσια ασφάλεια. Η κατασκευή καλό είναι να χαρακτηρίζεται από συμμετρία και ομοιομορφία.

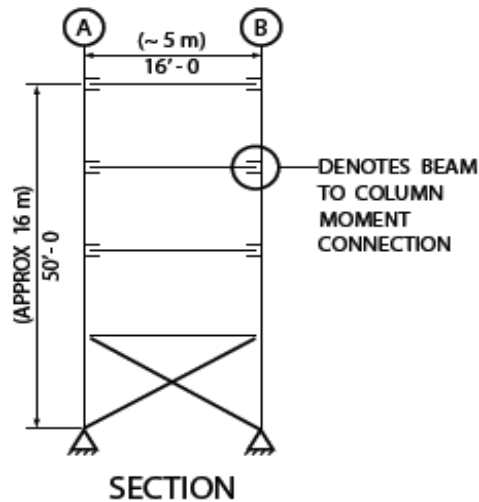
Στον αντισεισμικό σχεδιασμό των σωληνοδιαδρόμων είναι σημαντικό οι αγωγοί να στερεώνονται με σωστό τρόπο πάνω στην κατασκευή. Ο σχεδιασμός των συνδέσεων μεταξύ των αγωγών και των μελών υποστήριξής τους θα πρέπει να γίνεται σύμφωνα με τη σεισμική τέμνουσα βάση, η οποία θα πρέπει να εφαρμόζεται στο κέντρο βάρους των αγωγών και σχετιζόμενη με την δύναμη αυτή εκκεντρότητα θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη κατά τον σχεδιασμό συνδέσεων των αγωγών πάνω στα φέροντα στοιχεία. Σε όλες τις κατασκευές πρέπει να παρέχεται επαρκής ενίσχυση, ώστε να επιτυγχάνεται πλαισιακή λειτουργία και να εξασφαλίζεται σταθερότητα στο φορέα. Οι σύνδεσμοι δυσκαμψίας που συμβάλλουν στην ενίσχυση της κατασκευής είναι:

- 1) Κατακόρυφοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας κατά την διαμήκη διεύθυνση του φορέα, όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 2-4
- 2) Κατακόρυφοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας κατά την εγκάρσια διεύθυνση του φορέα, όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 2-5
- 3) Οριζόντιοι διαγώνιοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας, οι οποίοι παρουσιάζονται στο σχήμα 2-4 ως plan bracing

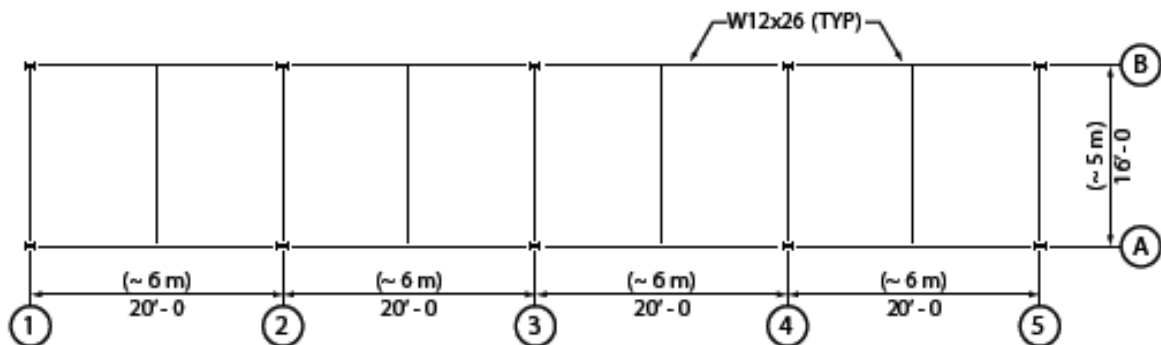
Οι οριζόντιοι και οι διαγώνιοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας καλό είναι να χρησιμοποιούνται σε κατασκευές σωληνοδιαδρόμων με ασθενή πλαισιακή λειτουργία, οι οποίες βρίσκονται σε περιοχές με υψηλή σεισμική επικινδυνότητα. Σκοπός των συνδέσεων αυτών αρχικά είναι για να μεταβιβάζονται τα εφαρμοζόμενα οριζόντια φορτία που προκύπτουν από την αγκύρωση των αγωγών καθώς και των εγκαρσίων οδηγών στην υπόλοιπη κατασκευή. Ωστόσο, οι διαγώνιοι αυτοί σύνδεσμοι μπορούν να παρέχουν οριζόντια διαφραγματική λειτουργία, ώστε να μεταβιβάζονται οι σεισμικές δυνάμεις στους κατακόρυφους συνδέσμους. Επιπλέον, συμβάλλουν στην ενίσχυση των εγκαρσίων πλαισίων από πλευρικά φορτία. Για μεγάλα ανοίγματα, οι διαγώνιοι σύνδεσμοι συμβάλλουν στην ευστάθεια της κατασκευής έναντι στρεπτικών δυνάμεων. Τα εγκάρσια πλαίσια, όμως, καθώς και η αγκύρωση των αγωγών πάνω στον φέρωντα οργανισμό χωρίς προένταση πρέπει να σχεδιάζονται, ώστε να αντιστέκονται στα φορτία του ανέμου, χωρίς την ύπαρξη διαγωνίων συνδέσεων. Επομένως, οι οριζόντιοι σύνδεσμοι δεν χρησιμοποιούνται για να παραλαμβάνουν τα φορτία του ανέμου, ειδικότερα εάν η κατασκευή του σωληνοδιαδρόμου δεν ξεπερνά τα 15 μέτρα.



Σχήμα 2-4: Τυπικό σχέδιο κατασκευής ενός σωληνοδιαδρόμου – κατακόρυφοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας κατά την διαμήκη διεύθυνση



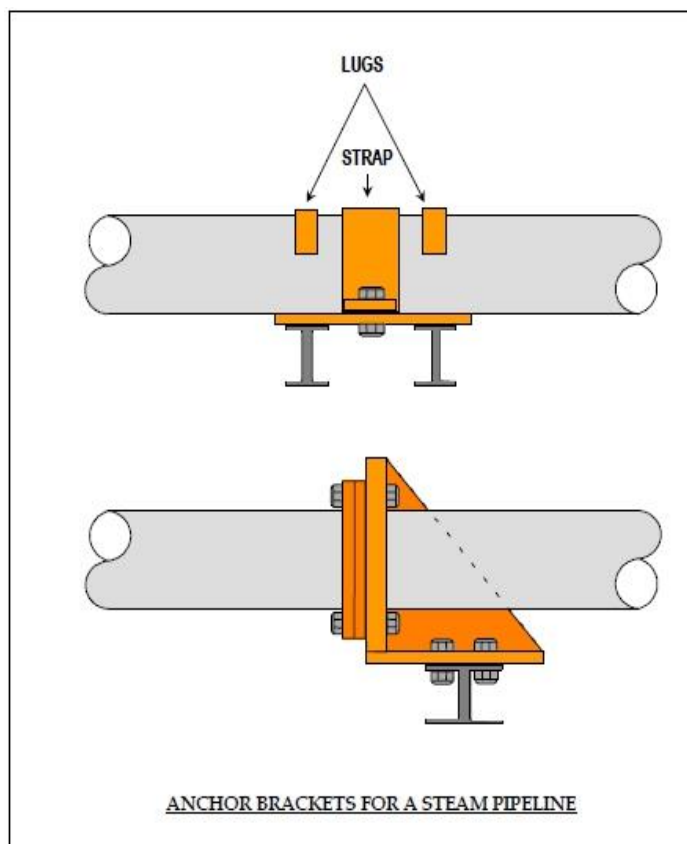
Σχήμα 2-5: Κατακόρυφοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας κατά την εγκάρσια διεύθυνση της κατασκευής – τομή στα σημεία 1, 2, 3, 4 και 5 της κατόψεως του σχήματος 2-6



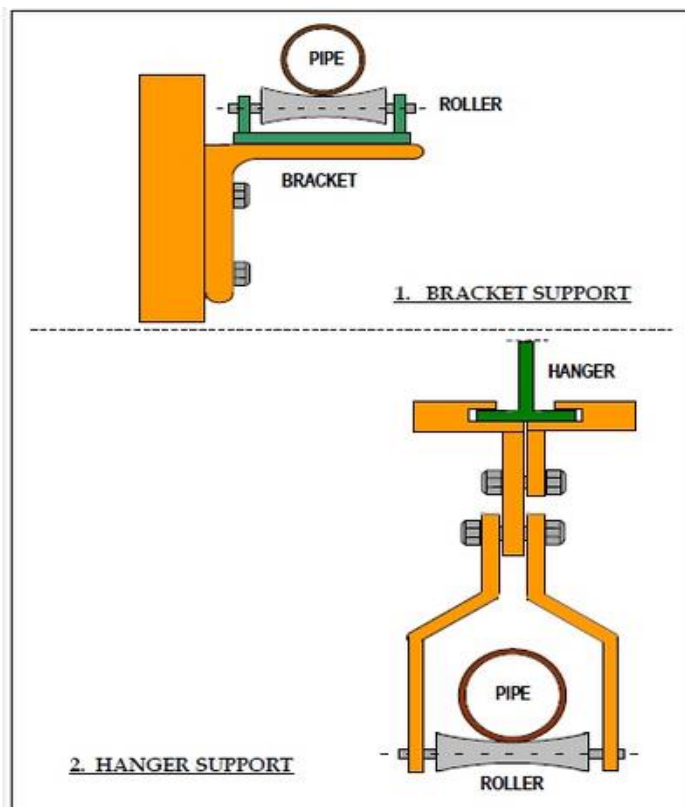
Σχήμα 2-6: Τυπική κάτοψη μιας κατασκευής σωληνοδιαδρόμου

2.3 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΣΥΝΔΕΣΕΩΝ ΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ ΠΑΝΩ ΣΤΟΝ ΦΕΡΟΝΤΑ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟ

Γενικά, οι αγωγοί είναι σχεδιασμένοι να κινούνται ελεύθερα πάνω στην κατασκευή που τους υποστηρίζει κατά την διαμήκη διεύθυνσή της (κατά μήκος του άξονα του αγωγού), με εξαίρεση κάποια σημεία στα οποία περιορίζονται οι μετακινήσεις τους. Δύο τρόποι σταθεροποίησης των αγωγών πάνω στην κατασκευή παρουσιάζονται στο σχήμα 2-7. Φυσικά, υπάρχουν και άλλοι τρόποι αγκυρώσεως, καθώς αυτό εξαρτάται από το υλικό και την διάμετρο του αγωγού, τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος και του περιεχομένου των αγωγών, αλλά και από την στατική λειτουργία όλου του φορέα. Για παράδειγμα, σε κάποιες κατασκευές είναι προτιμότερο οι αγωγοί να μην αγκυρώνονται πάνω στις εγκάρσιες δοκούς, αλλά να προσαρτώνται με συνδέσεις σχήματος U, τα οποία θα επιτρέπουν την ελεύθερη ολίσθηση των αγωγών. Έτσι, με την συγκεκριμένη σύνδεση, οι αγωγοί μπορούν να συστέλλονται και να διαστέλλονται ελεύθερα, χωρίς να επιβαρύνουν την κατασκευή με πρόσθετες εντάσεις, οδηγώντας, όμως, στην ανάπτυξη δυνάμεων τριβής. Στο σχήμα 2-8 παρουσιάζονται δύο άλλοι τρόποι ελεύθερης ολίσθησης των αγωγών πάνω στις δοκούς στήριξής τους. Η επιλογή του τρόπου προσάρτησης των αγωγών πάνω στην κατασκευή απαιτεί μελέτη και σωστή κρίση του μηχανικού, καθώς αυτός θα πρέπει να κρίνει εάν ωφελεί η αγκύρωση των αγωγών πάνω στην κατασκευή και άρα η ανάπτυξη πρόσθετων δυνάμεων στο φορέα με απαίτηση την ενίσχυση όλης της κατασκευής ή θα είναι προτιμότερο η ελεύθερη ολίσθησή τους κατά την διαμήκη έννοια, οδηγώντας στην ανάπτυξη δυνάμεων τριβής. Πάντως πρέπει να σημειωθεί ότι γενικά οι δυνάμεις που αναπτύσσονται λόγω συστολής και διαστολής των αγωγών είναι κρισιμότερες από αυτές λόγω τριβής και έτσι οι δυνάμεις τριβών συνήθως αμελώνται. Ωστόσο, τοπικά φαινόμενα λόγω δυνάμεων τριβής πάνω στις δοκούς που στηρίζουν τους αγωγούς θα πρέπει να λαμβάνονται υπ'όψιν.

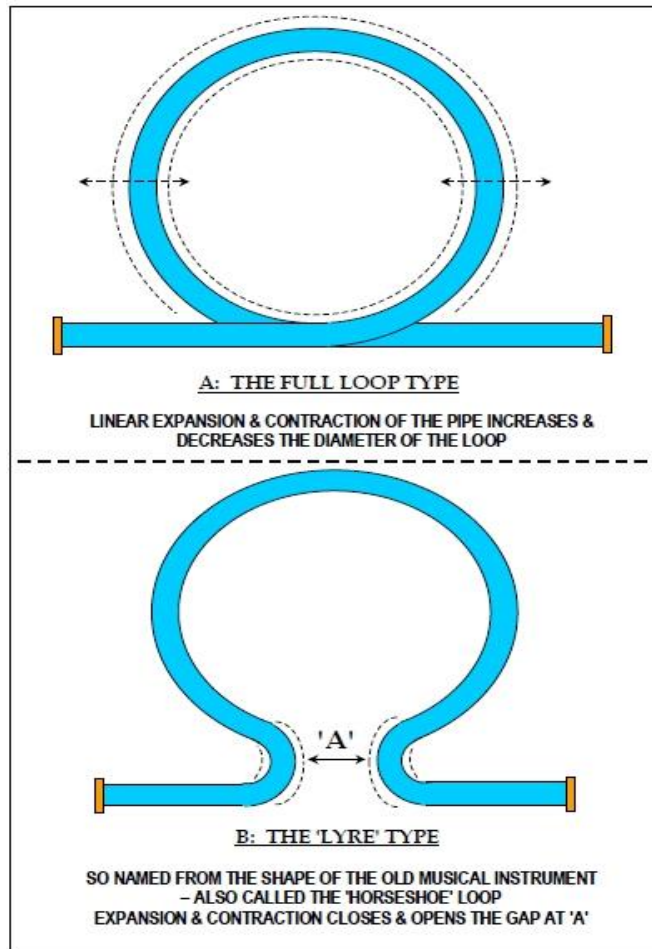


Σχήμα 2-7: Δύο τρόποι αγκυρώσεως των αγωγών μεταφοράς ατμού πάνω στη φέρουσα κατασκευή
 [[http:// articles.compressionjobs.com](http://articles.compressionjobs.com)]



Σχήμα 2-8: Δύο τρόποι ελεύθερης ολίσθησης των αγωγών, επιτρέποντας την συστολή και διαστολή τους κατά την διαμήκη διεύθυνση της κατασκευής [[http:// articles.compressionjobs.com](http://articles.compressionjobs.com)]

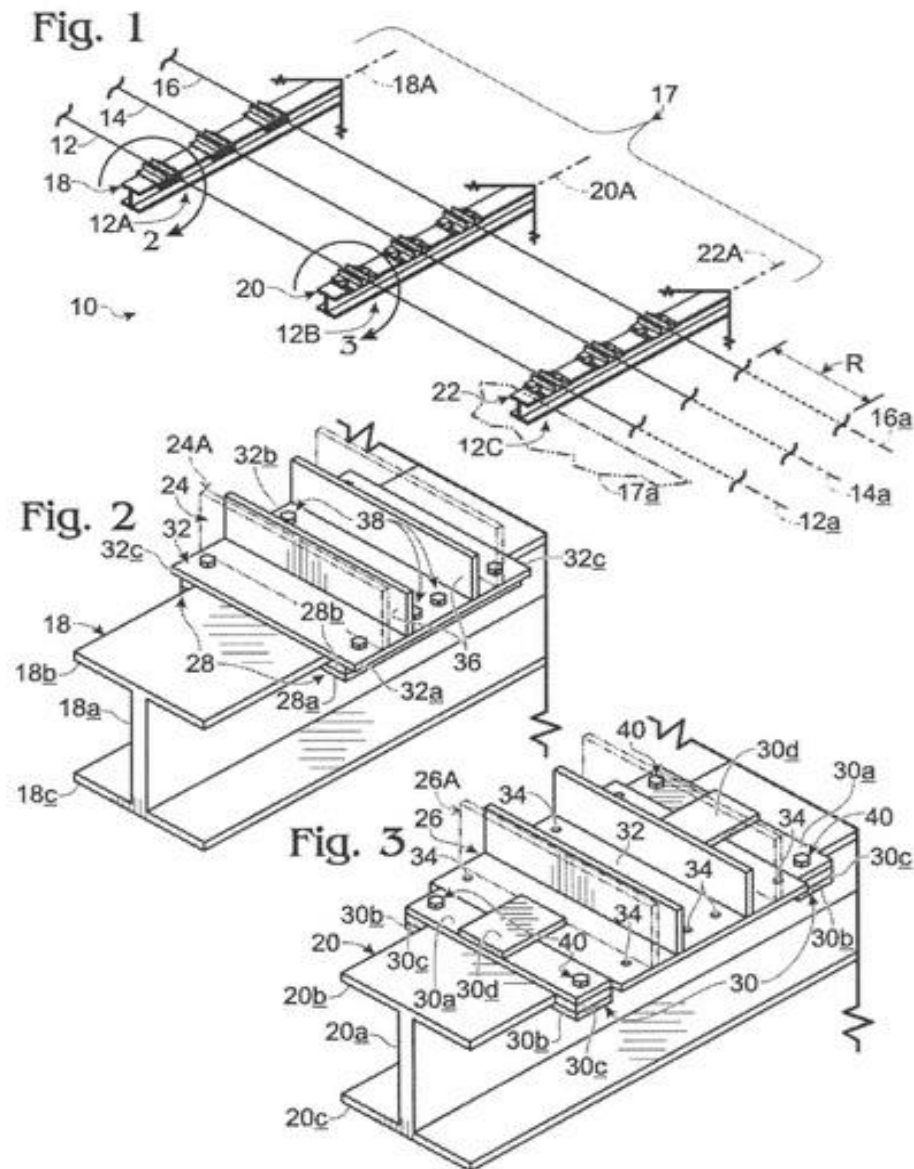
Τα σημεία αγκυρώσεως (pipeline anchor points) στοχεύουν στην προστασία ασθενέστερων τμημάτων της κατασκευής, περιορίζοντας τις μετακινήσεις των αγωγών που προκαλούνται από τον άνεμο ή τις δονήσεις. Ακόμη, οφείλουν να ελέγχουν τις δυνάμεις που οδηγούν σε συστολή ή διαστολή των αγωγών λόγω θερμοκρασιακών μεταβολών τόσο του περιβάλλοντος όσο και του περιεχομένου των αγωγών και για αυτό σχεδιάζονται έτσι ώστε να απορροφούν αυτές τις δυνάμεις. Επιπλέον, σε κάποιες κατασκευές σωληνοδιαδρόμων ενσωματώνονται κάποιοι βρόγχοι διαστολής (expansion loops ή bends), ώστε να ελαχιστοποιούνται οι δυνάμεις που οδηγούν σε μεταβολή του μήκους των αγωγών. Αυτοί οι βρόγχοι χρησιμοποιούνται σε σημεία που ο μηχανικός κρίνει ότι είναι απαραίτητα, ώστε να παραλαμβάνονται οι παραμορφώσεις των αγωγών λόγω συστολοδιαστολικών δυνάμεων, εμποδίζοντας τη μετακίνησή τους τόσο κατά την εγκάρσια όσο και κατά την διαμήκη διεύθυνση της κατασκευής. Χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις αγωγών μεγάλου μήκους, όπου οι συστολικές και διαστολικές παραμορφώσεις είναι σημαντικές και τα ακραία σημεία των αγωγών είναι δεσμευμένα, οπότε δεν μπορούν να παραμορφωθούν ελεύθερα κατά την διαμήκη διεύθυνσή τους. Στο σχήμα 2-9 παρουσιάζονται δύο είδη βρόγχων διαστολής. Η διαστολή και συστολή των αγωγών που οφείλονται σε αλλαγές της θερμοκρασίας του καυσίμου που διέρχεται από τους αγωγούς λαμβάνεται υπ' όψιν κατά τον σχεδιασμό των αγωγών από τους μηχανικούς. Η διακοπή της λειτουργίας των συστημάτων αγωγών και στη συνέχεια η επαναλειτουργία τους μπορεί επίσης να προκαλέσει μετακινήσεις στους αγωγούς, οι οποίες χαρακτηρίζονται κρίσιμότερες σε σχέση με τις θερμοκρασιακές μεταβολές του περιβάλλοντος. Για αυτό το λόγο, χρησιμοποιούνται εγκάρσιοι οδηγοί που περιορίζουν τις πλευρικές μετακινήσεις των αγωγών, οι οποίοι παρουσιάζονται στο σχήμα 2-10.



Σχήμα 2-9: Βρόγχοι διαστολής [[http:// articles.compressionjobs.com](http://articles.compressionjobs.com)]

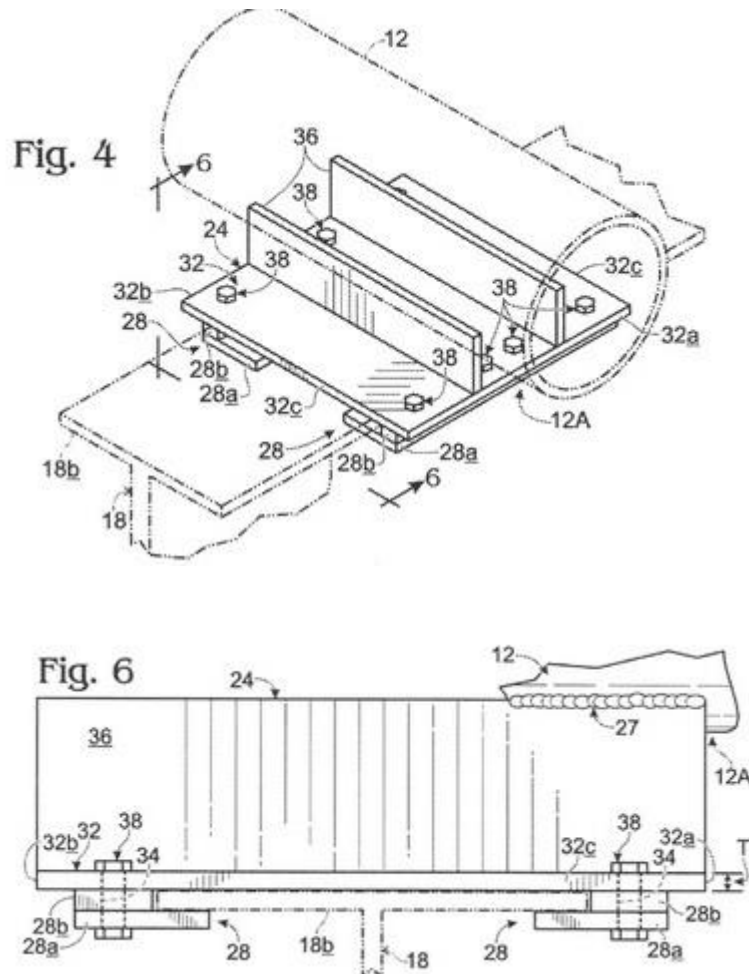
Παρακάτω γίνεται μία περιγραφή δύο τρόπων συνδέσεων ενός αγωγού πάνω σε μία εγκάρσια δοκό μορφής διπλού ταυ: 1) αγκύρωση του αγωγού και 2) εγκάρσιοι οδηγοί που επιτρέπουν την κίνηση του αγωγού κατά την διαμήκη διεύθυνσή του.

Στη φιγούρα 1 του σχήματος 2-11 απεικονίζονται οι αγωγοί (12), (14) και (16) που θα πρέπει να αγκυρωθούν ή να ολισθαίνουν πάνω στις εγκάρσιες δοκούς στήριξής τους (18), (20) και (22). Αρχικά, ο αγωγός 12 συγκολλείται (27) πάνω σε δύο μεταλλικά ελάσματα (λάμες) (36), όπως φαίνεται και στις φιγούρες 6 και 7 των σχημάτων 2-12 και 2-13, τα οποία συγκολλούνται πάνω σε μία μεταλλική φλάτζα (32). Πλέον, η μεταλλική βάση μαζί με τα ελάσματα που έχουν συγκολληθεί πάνω στον αγωγό, αποτελούν ένα ενιαίο σύστημα, το οποίο θα συνδεθεί πάνω στα φέροντα στοιχεία. Ανάλογα με την απαίτηση συμπεριφοράς των σωληνοδιαδρόμων, προτείνονται δύο τρόποι σύνδεσης του συστήματος που περιγράφηκε παραπάνω πάνω στην εγκάρσιες δοκούς (18), (20) και (22), είτε της σύνδεσης αγκυρώσεως που απεικονίζεται στη φιγούρα 2 του σχήματος 2-11, είτε της σύνδεσης με εγκάρσιους οδηγούς που απεικονίζεται στη φιγούρα 3 του ίδιου σχήματος.



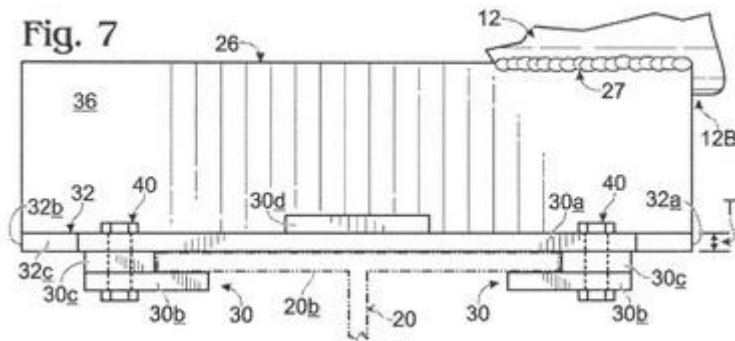
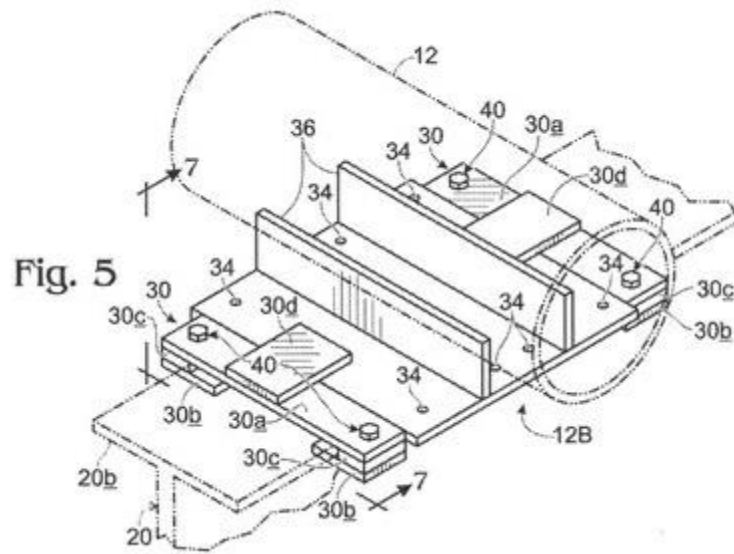
Σχήμα 2-11: Σύνδεση αγωγών πάνω σε μεταλλικές δοκούς διπλού ταυ τύπου αγκυρώσεως (φιγούρα 2) και με εγκάρσιους οδηγούς (φιγούρα 3)

Σύνδεση αγκύρωσης: Στη μεταλλική βάση (32) έχουν ανοιχθεί διαμπερείς οπές, οι οποίες συνδέονται κοχλιωτά με δύο μεταλλικά ελάσματα (φλάτζες) (28), τα οποία τοποθετούνται στο κάτω μέρος του πάνω πέλματος (18b) της εγκάρσιας δοκού (18) και ενδιάμεσά τους υπάρχει ένα άλλο έλασμα (28b), ελαφρώς μικρότερου πάχους από του πέλματος της εγκάρσιας δοκού, έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η σύσφιγξη της βάσεως πάνω στο πέλμα της δοκού. Με το τρόπο αυτό η κοχλίωση δεν επιτρέπει στο σύστημα αγωγού – μεταλλικής βάσης την πλευρική μετακίνηση, ενώ τα ελάσματα κάτω από το πάνω πέλμα του διπλού ταυ εμποδίζουν την κατακόρυφη μετακίνησή του.

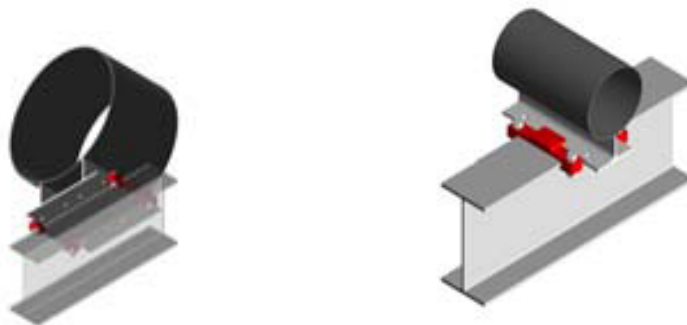


Σχήμα 2-12: Αγκύρωση του αγωγού πάνω στην εγκάρσια δοκό σε όψη (φигούρα 4) και τομή (φигούρα 6)

Εγκάρσιοι οδηγοί: Χρησιμοποιείται το ίδιο σύστημα αγωγού – μεταλλικής βάσης, το οποίο περιγράφηκε προηγουμένως. Η διαφορά με τη προηγούμενη σύνδεση είναι ότι η μεταλλική βάση (32) δεν κοχλιώνεται πάνω στο πέλμα του διπλού ταυ, αλλά συγκρατείται στη θέση του από τους εγκάρσιους οδηγούς. Το σύστημα των οδηγών αποτελείται από δύο μεταλλικά ελάσματα (30a), τα οποία τοποθετούνται κάθετα στο πάνω μέρος του πάνω πέλματος του διπλού ταυ (20b) και τα οποία συνδέονται κοχλιωτά με δύο άλλα ελάσματα (30b), τα οποία τοποθετούνται στο κάτω μέρος του πάνω πέλματος της δοκού (20b). Μεταξύ των ελασμάτων, τοποθετείται ένα τρίτο έλασμα (30c), όπως και στην περιγραφή της προηγούμενης σύνδεσης. Οι εγκάρσιοι οδηγοί εμποδίζουν την πλευρική κίνηση της μεταλλικής βάσης και άρα και του αγωγού, εφόσον έχει επιλεγθεί το έλασμα (30a) να έχει ίδιο πάχος με αυτό της μεταλλικής βάσης. Επιπλέον, κάθετα στα ελάσματα (30a), συγκολλούνται δύο άλλες μεταλλικές λάμες (30d), οι οποίες θα ακουμπάνε πάνω στην μεταλλική βάση (32), εφόσον η βάση (32) έχει ίδιο πάχος με τα ελάσματα (30a) και έτσι θα εμποδίζεται η κατακόρυφη μετακίνηση του συστήματος μεταλλικής βάσης – αγωγού. Έτσι ο αγωγός μπορεί να παραμορφώνεται ελεύθερα κατά την διαμήκη διεύθυνσή του, επιτρέποντας τη συστολή και διαστολή του λόγω θερμοκρασιακών μεταβολών.



Σχήμα 2-13: Εγκάρσιοι οδηγοί σε όψη (φигούρα 5) και τομή (φигούρα 7)



Σχήμα 2-14: Εγκάρσιοι οδηγοί για τον περιορισμό των πλευρικών και κατακορύφων μετακινήσεων των αγωγών [<http://www.conxtech.com>]



Σχήμα 1-15: Εγκάρσια μεταλλικά πλαίσια σωληνοδιαδρόμων

2.3 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ – ΑΝΑΦΟΡΕΣ

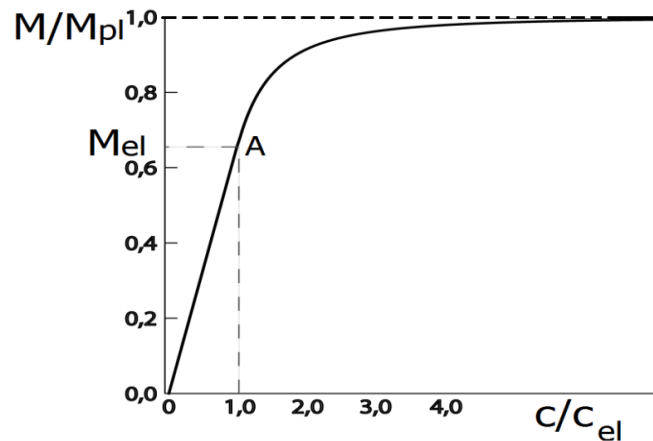
- [2-1] Oreste S. Bursi, Fabrizio Paolacci, Md Shahin Reza "Performance-based analysis of petrochemical piping systems located in earthquake-prone zones", Second European Conference On Earthquake Engineering and Seismology, Istanbul, Aug. 25-29, 2014
- [2-2] Kasi V. Bendapudi, P.E., S.E. "Structural Design of Steel Pipe Support Structure", STRUCTURE magazine, February 2010
- [2-3] Richard M. Drake and Robert J. Walter "Design of Structural Steel Pipe Racks", Engineering Journal, Fourth Quarter, 2010

3 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΝΑΛΥΤΙΚΩΝ – ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΑΝΤΟΧΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΔΙΠΛΟΥ ΤΑΥ

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

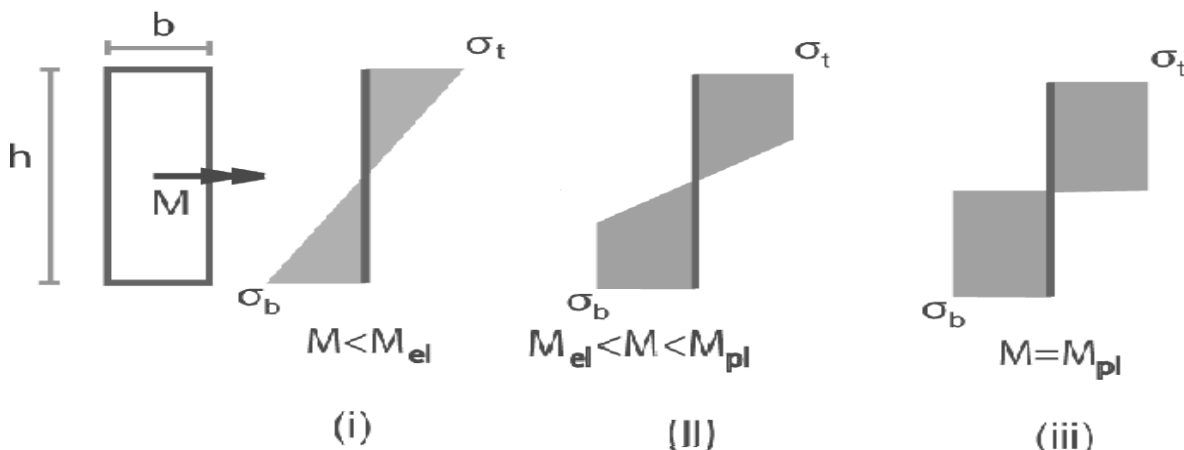
Στο παρόν κεφάλαιο, εξάγονται αναλυτικές σχέσεις που συσχετίζουν τη ροπή με την καμπυλότητα για διάφορες τιμές αξονικών δυνάμεων σε κλειστές ορθογωνικές διατομές, καθώς και σε διατομές διπλού ταυ στην ελαστική και ελαστοπλαστική περιοχή. Θεωρείται ότι η διατομή ακολουθεί την συμπεριφορά ελαστικού-απολύτως πλαστικού υλικού. Έτσι, προσομοιώνεται η σταδιακή μη γραμμική μετάβαση από την πρώτη διαρροή έως την πλήρη πλαστικοποίηση της διατομής. Αυτό δίνει την δυνατότητα πραγματοποίησης ελαστοπλαστικών αναλύσεων σε πλαισιακές κατασκευές χρησιμοποιώντας στοιχεία δοκού. Αρχικά, παρουσιάζονται οι σχέσεις για την περίπτωση των κλειστών ορθογωνικών διατομών και στη συνέχεια για την περίπτωση των περίπλοκων αλλά πιο ρεαλιστικών για τις μεταλλικές κατασκευές διατομών διπλού ταυ.

Ο δρόμος ισορροπίας για μία διατομή που υποβάλλεται σε κάμψη σε κάποιον από τους κύριους άξονές της, γνωστή και ως σχέση μεταξύ επιβαλλόμενης ροπής κάμψεως M και καμπυλότητας c , έχει εκτενώς μελετηθεί. Ο δρόμος ισορροπίας για μία διατομή που είναι συμμετρική ως προς τον άξονα κάμψεως και είναι φτιαγμένη από ελαστοπλαστικό υλικό αποτελείται από δύο τμήματα: το πρώτο περιγράφει την συμπεριφορά της διατομής στην ελαστική περιοχή και είναι γραμμικό, ενώ στο δεύτερο τμήμα οι ακραίες ίνες έχουν διαρρεύσει και η διατομή έχει εισέλθει στην ελαστοπλαστική περιοχή. Η μετάβαση από το πρώτο στο δεύτερο τμήμα συμβαίνει όταν η καμπυλότητα φτάσει μία κρίσιμη τιμή, γνωστή ως c_{el} , όπου οι ακραίες ίνες έχουν διαρρεύσει και η διατομή εξαντλεί την ελαστική ροπή αντοχής. Αυτό παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-1.



Σχήμα 3-1: Δρόμος ισορροπίας κοίλης ορθογωνικής διατομής υπό κάμψη

Η μετάβαση από την ελαστική στην ελαστοπλαστική περιοχή συμβαίνει στο σημείο A, όπου $c=c_{el}$ και $M=M_{el}$. Στην ελαστική περιοχή, οι τάσεις στην διατομή είναι μικρότερες από τις τάσεις διαρροής και ανάλογες των παραμορφώσεων. Στην ελαστοπλαστική περιοχή, οι ακραίες ίνες έχουν φτάσει την τάση διαρροής του υλικού. Καθώς η επιβαλλόμενη ροπή αυξάνεται, σταδιακά η πλαστικοποίηση εξαπλώνεται από τις ακραίες ίνες προς το εσωτερικό της διατομής, έως ότου ολόκληρη η διατομή διαρρεύσει για μία επιβαλλόμενη ροπή, γνωστή ως πλαστική ροπή αντοχής M_{pl} . Η κατανομή των τάσεων για διάφορα στάδια πλαστικοποίησης της διατομής φαίνονται στο Σχήμα 3-2, όπου περιγράφεται (i) η ελαστική περιοχή ($\sigma_t = \sigma_b < f_y$), (ii) η ελαστοπλαστική περιοχή ($\sigma_t = \sigma_b = f_y$) και (iii) η πλήρης πλαστικοποίηση της διατομής, όπου η διατομή έχει φτάσει την πλήρη πλαστική αντοχή της και το υλικό έχει διαρρεύσει σε όλη τη διατομή.



Σχήμα 3-2: Κατανομή τάσεων μιας κοίλης ορθογωνικής διατομής υπό καθαρή κάμψη στην (i) ελαστική περιοχή, (ii) ελαστοπλαστική περιοχή και (iii) πλήρη πλαστική περιοχή.

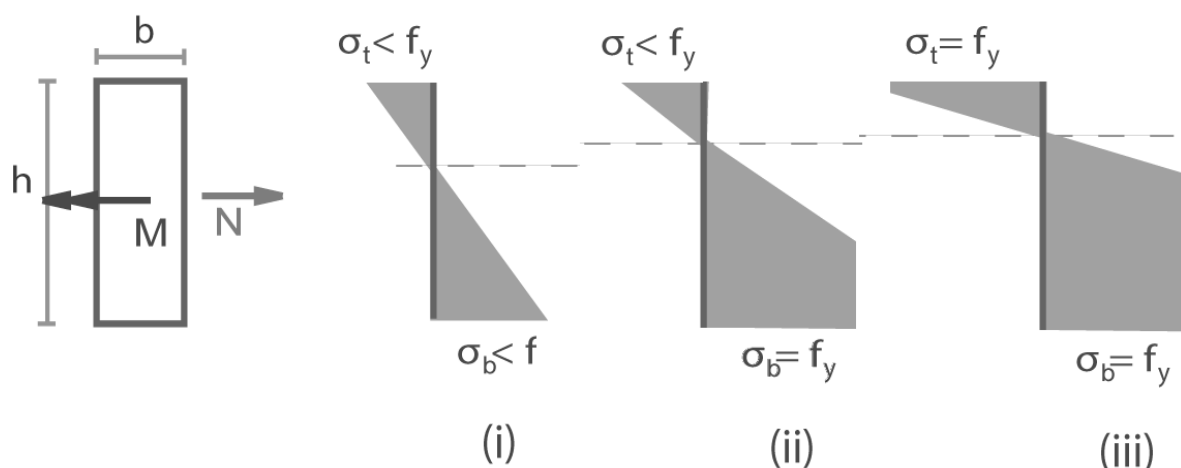
Η συμπεριφορά των διατομών που υποβάλλονται σε ταυτόχρονη κάμψη με αξονική δύναμη διαφέρει από εκείνων που υποβάλλονται μόνο σε καθαρή κάμψη, καθώς (α) η ελαστική και η πλαστική ροπή αντοχής είναι μικρότερες και (β) η πάνω και η κάτω ακραία ίνα δεν διαρρέουν ταυτόχρονα. Η περίπτωση (α) έχει μελετηθεί και έχει ενσωματωθεί σε κανονισμούς. Η περίπτωση (β), όμως, δεν έχει μελετηθεί αρκετά, καθώς δεν σχετίζεται με τις μέγιστες αντοχές σχεδιασμού που οι μηχανικοί χρησιμοποιούν για να σχεδιάσουν τις κατασκευές. Με άλλα λόγια, για τις διατομές που υπόκεινται σε ταυτόχρονη κάμψη και αξονική δύναμη, η ροπή M_{el} που αντιστοιχεί στο σημείο A του δρόμου ισορροπίας που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-1, ταυτίζεται με την πλαστική ροπή M_{pl} , ενώ η υπόλοιπη

καμπύλη από το σημείο A μέχρι το M_{pl} παραλείπεται. Στόχος είναι να βρεθούν αναλυτικές εκφράσεις που θα υπολογίζουν αυτήν την καμπύλη που παραλείπεται, οι οποίες παρουσιάζονται παρακάτω.

3.2 ΚΟΙΛΕΣ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΕΣ ΔΙΑΤΟΜΕΣ

3.2.1 Αναλυτική λύση

Αρχικά, θεωρείται μία κοίλη ορθογωνική διατομή πλάτους b και ύψους h , η οποία αποτελείται από ελαστικό-απολύτως πλαστικό υλικό με μέτρο ελαστικότητας E και τάση διαρροής f_y . Η διατομή υποβάλλεται σε ροπή κάμψης M περί τον ισχυρό του άξονα και αξονική δύναμη N . Για $N=0$, η πάνω και κάτω ακραία ίνα διαρρέουν ταυτόχρονα, για καμπτική ροπή ίση με την ελαστική ροπή αντοχής M_{el} που αντιστοιχεί σε καμπυλότητα ίση με $c=c_{el}$. Όμως για $N \neq 0$ η μία ακραία ίνα διαρρέει πολύ πριν την άλλη. Σε αυτήν την περίπτωση υπάρχουν δύο διαφορετικές τιμές καμπυλοτήτων, την c_1 που αντιστοιχεί στην στιγμή που η μία από τις δύο ακραίες ίνες διαρρέει πρώτη και την c_2 που αντιστοιχεί στην στιγμή που και η δεύτερη ακραία ίνα μπαίνει στην διαρροή. Συνεπώς, η συμπεριφορά της διατομής μπορεί να χωριστεί στις παρακάτω τρεις περιπτώσεις, που φαίνονται στο Σχήμα 3-3.

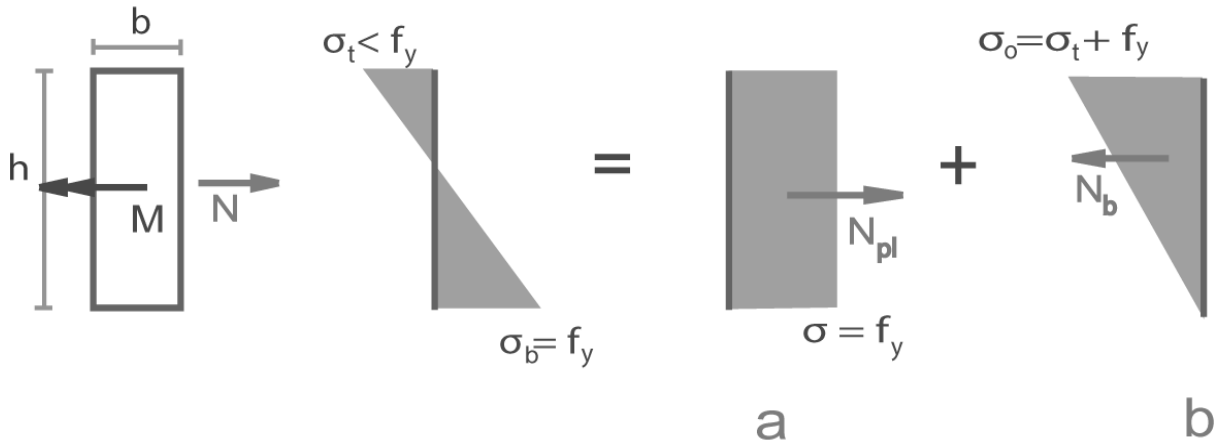


Σχήμα 3-3: Κατανομή τάσεων τριών διαφορετικών περιπτώσεων για κοίλη ορθογωνική διατομή η οποία καταπονείται από κάμψη και αξονική δύναμη

Περίπτωση (i): $-0 < c < c_1$: Σε αυτήν την περίπτωση η διατομή συμπεριφέρεται ελαστικά και η σχέση ροπών-καμπυλοτήτων είναι γραμμική και ανεξάρτητη της αξονικής δύναμης

$$M_i = E \cdot I \cdot c = E \cdot \frac{b \cdot h^3}{12} \cdot c \quad (3.1)$$

Όμως, η τιμή της αξονικής δύναμης επηρεάζει την διάρκεια που η διατομή θα παραμείνει σε αυτή την κατάσταση. Η τάση στην οποία ισχύει $c=c_1$ μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από μία ομοιόμορφη κατανομή τάσεων a με τιμή $\sigma=f_y$ και μία κατανομή τάσεων b η οποία προκύπτει αν αφαιρεθεί η κατανομή a από την συνολική (Σχήμα 3-4). Έτσι, η κατανομή b θα είναι τριγωνική, με τιμή 0 στην μία άκρη όπου πραγματοποιείται διαρροή και την τιμή $\sigma_0=\sigma_t+f_y$ στην άλλη άκρη. Πρέπει να τονιστεί ότι αυτή η διαδικασία δεν είναι υπέρθεση δύο διαφορετικών τασικών καταστάσεων, απλά η κατανομή των τάσεων αναλύεται σε δύο τμήματα που εξετάζονται χωριστά προς διευκόλυνση των υπολογισμών.



Σχήμα 3-4: Κατανομή τάσεων και ανάλυση μιας κοίλης ορθογωνικής διατομής για $c=c_1$

Το τμήμα της κατανομής a δεν προκαλεί ροπή, επομένως η συνολική ροπή που επιβάλλεται στη διατομή ισούται με την ροπή που προκαλείται από το τμήμα b. Η ροπή αυτή υπολογίζεται στην εξίσωση (3.15).

$$M_{el,N} = \frac{b \cdot h \cdot \sigma_0}{2} \left(\frac{h}{2} - \frac{h}{3} \right) = \frac{b \cdot h^2}{12} \cdot \sigma_0 \quad (3.2)$$

Η συνολική αξονική δύναμη N που εφαρμόζεται στην διατομή πρέπει να ισούται με το αποτέλεσμα των αξονικών δυνάμεων των τμημάτων a και b.

Τμήμα a:

$$N_a = f_y \cdot b \cdot h = N_{pl} \quad (3.3)$$

όπου N_{pl} είναι η αξονική δύναμη που προκαλεί πλήρη πλαστικοποίηση στη διατομή.

Τμήμα b:

$$N_b = -\frac{\sigma_0 \cdot b \cdot h}{2} \quad (3.4)$$

$$N_a + N_b = N \Rightarrow \sigma_0 = 2 \cdot f_y \cdot \left(1 - \frac{N}{N_{pl}} \right) \Rightarrow \sigma_0 = 2 \cdot f_y \cdot (1 - n) \quad (3.5)$$

όπου n είναι ο λόγος της επιβαλλόμενης αξονικής δύναμης, N, προς την αξονική δύναμη πλήρους πλαστικοποίησης της διατομής, N_{pl} :

$$n = \frac{N}{N_{pl}} \quad (3.6)$$

Αντικαθιστώντας σ_0 από την εξίσωση (3.5) στην εξίσωση (3.2), παίρνουμε την εξίσωση (3.7).

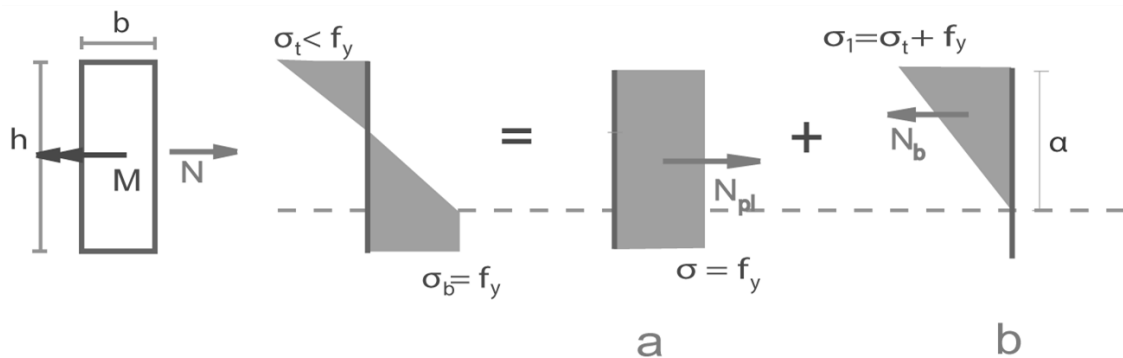
$$M_{el,N} = \frac{b \cdot h^2 \cdot f_y}{6} (1 - n) = 2 \cdot \frac{I \cdot f_y}{h} (1 - n) \quad (3.7)$$

Καθώς αυτή είναι η επιβαλλόμενη ροπή στη διατομή όταν $c=c_1$ και χρησιμοποιώντας την εξίσωση (3.1), υπολογίζεται η τιμή c_1 , η οποία δίνεται από την εξίσωση (3.8):

$$c_1 = 2 \cdot \frac{f_y}{E \cdot h} (1 - n) \quad (3.8)$$

Για $N=0$ υπολογίζεται από τις εξισώσεις (3.6) και (3.7) η ελαστική ροπή M_{el} και η αντίστοιχη τιμή καμπυλότητας c_{el} για διατομές που υπόκεινται μόνο σε κάμψη. Για τιμές καμπυλότητων μεγαλύτερη του c_1 η διατομή εισέρχεται στην περίπτωση (ii).

Περίπτωση (ii): $-c_1 < c < c_2$: Σε αυτήν την περίπτωση μία από τις ακραίες ίνες έχει διαρρεύσει ενώ η άλλη όχι. Η διατομή δεν συμπεριφέρεται πλέον ελαστικά και η σχέση ροής - καμπυλότητας δεν είναι γραμμική. Για να συσχετίσουμε την ροπή M με την καμπυλότητα c , χωρίζουμε πάλι την κατανομή των τάσεων σε δύο τμήματα, a και b , όπως φαίνεται στο Σχήμα 3-5. Παρόμοια με την περίπτωση (i), το τμήμα a είναι μία ομοιόμορφη τασική κατανομή που ισούται με $\sigma=f_y$, ενώ το τμήμα b είναι το αποτέλεσμα αφαίρεσης του τμήματος a από την συνολική κατανομή. Η τιμή a είναι το ύψος της διατομής στο οποίο οι ίνες παραμένουν στην ελαστική περιοχή.



Σχήμα 3-5: Κατανομή τάσεων και ανάλυση μιας κοίλης ορθογωνικής διατομής για $c_1 < c < c_2$

Το τμήμα a δεν προκαλεί επιπλέον ροπή, επομένως η επιβαλλόμενη ροπή στην διατομή ισούται με την ροπή του τμήματος b :

$$M_{ii} = \frac{\sigma_1 \cdot a \cdot b}{2} \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{3} \right) \quad (3.9)$$

Καθώς η ροπή αυξάνεται όσο αυξάνεται η καμπυλότητα, η αξονική δύναμη παραμένει σταθερή. Η αξονική δύναμη του τμήματος a παραμένει η ίδια όπως στην περίπτωση (i) και ισούται με N_{pl} . Επομένως, η αξονική δύναμη του τμήματος b , N_b , πρέπει να είναι ίση με εκείνη των περιπτώσεων (i) και (ii). Για την περίπτωση (ii) έχουμε:

$$N_b = -\frac{\sigma_1 \cdot a \cdot b}{2} \quad (3.10)$$

Θέτοντας το δεξί μέλος της εξίσωσης (3.10) ίσο με το δεξί μέλος της εξίσωσης (3.4) έχουμε:

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_1} = \frac{a}{h} \quad (3.11)$$

Χωρίζοντας μέλη στις εξισώσεις (3.9) και (3.2) και χρησιμοποιώντας την εξίσωση (3.11), παίρνουμε την (3.12):

$$M_{ii} = \left(3 - 2 \cdot \left(\frac{a}{h} \right) \right) \cdot M_{el,N} \quad (3.12)$$

Αυτό που μένει είναι να εκφραστεί το ύψος της ελαστικής περιοχής a σε όρους καμπυλοτήτων c για να εξαχθεί μία σχέση ροπών M και καμπυλοτήτων c . Από τις εξισώσεις (3.17) και (3.18), αντίστοιχα, έχουμε:

$$c_1 = \frac{\sigma_0}{E \cdot h} \quad (3.13)$$

$$c = \frac{\sigma_1}{E \cdot a}$$

(3.14)

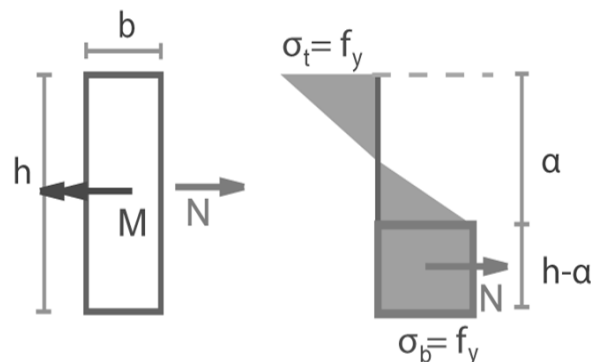
Χωρίζοντας κατά μέλη τις εξισώσεις (3.13) και (3.14) και χρησιμοποιώντας την εξίσωση (3.11), έχουμε:

$$\frac{a}{h} = \sqrt{\frac{c_1}{c}} \quad (3.15)$$

Αντικαθιστώντας την (3.15) στην (3.12) παίρνουμε την σχέση ροπών-καμπυλοτήτων για την περίπτωση (ii), από την οποία φαίνεται ξεκάθαρα η μη γραμμικότητα.

$$M_{ii} = \left(3 - 2 \cdot \sqrt{\frac{c_1}{c}} \right) \cdot M_{el,N} \quad (3.16)$$

Αυτή η περίπτωση τελειώνει όταν $c=c_2$. Η κατανομή των τάσεων σε αυτό το σημείο φαίνεται από το Σχήμα 3-6.



Σχήμα 3-6: Κατανομή τάσεων σε κοίλη ορθογωνική διατομή όταν $c=c_2$

Εφόσον $\sigma_t = \sigma_b = f_y$, η αξονική δύναμη που προκαλείται σε ύψος ελαστικής ζώνης a είναι 0. Επομένως, η αξονική δύναμη πρέπει να ισούται με το αποτέλεσμα των τάσεων σε ύψος διατομής $(h-a)$. Έχουμε:

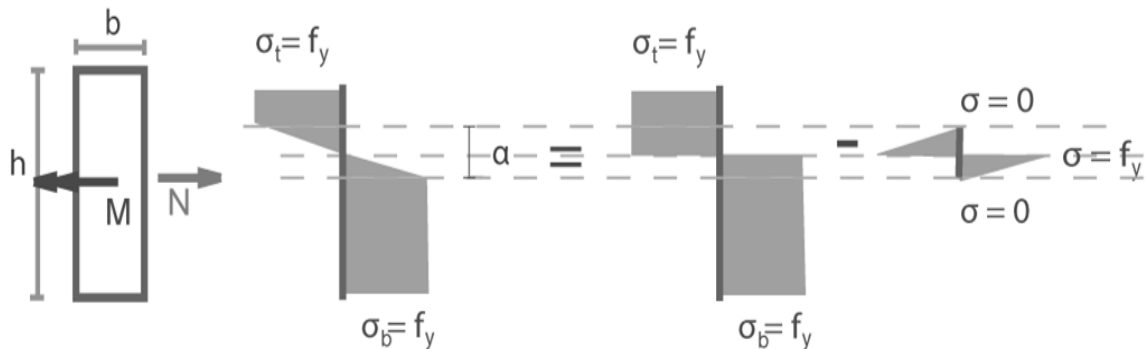
$$N = (h - a) \cdot b \cdot f_y \Rightarrow a = h \cdot (1 - n) \quad (3.17)$$

Έτσι, στο τέλος της περίπτωσης (ii) η καμπυλότητα είναι:

$$c_2 = \frac{2 \cdot f_y}{E \cdot a} = \frac{2 \cdot f_y}{E \cdot h \cdot (1 - n)} \quad (3.18)$$

Η ροπή στο τέλος της περίπτωσης (ii) μπορεί να υπολογιστεί αν αντικατασταθεί η εξίσωση (3.18) στην (3.16).

Περίπτωση (iii) - $c_2 < c$: Για τιμές καμπυλοτήτων μεγαλύτερες από c_2 , έχουν διαρρεύσει και οι δύο ακραίες ίνες και το ύψος της ελαστικής ζώνης a συνεχίζει να μικραίνει, μέχρι η διατομή φτάσει την πλήρη πλαστικοποίησή της, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3-7.



Σχήμα 3-7: Κατανομή τάσεων και ανάλυση σε κοίλη ορθογωνική διατομή για $c_2 < c$.

Σε αυτήν την περίπτωση, η κατανομή των τάσεων μπορεί να εκφραστεί ως η διαφορά της πλαστικής ροπής αντοχής της διατομής, $M_{pl,N}$, η οποία έχει τροποποιηθεί καταλλήλως λόγω της επιβαλλόμενης αξονικής δύναμης και μίας συμμετρικής κατανομής τάσεων με ύψος ελαστικής ζώνης a και τιμές τάσεων $\sigma=0$ στις άκρες και $\sigma=f_y$ στην μέση, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-7. Η πλαστική ροπή αντοχής, $M_{pl,N}$, που έχει απομειωθεί λόγω της αξονικής δύναμης δίνεται στην εξίσωση (3.32).

$$M_{pl,N} = \frac{b \cdot h^2 \cdot f_y}{4} \cdot (1 - n^2) = M_{pl,0} \cdot (1 - n^2) \quad (3.19)$$

Η ροπή που προκαλείται από το τμήμα που αφαιρείται στο Σχήμα 3-7, μπορεί να υπολογιστεί ως:

$$M_s = 2 \cdot \left(b \cdot \frac{a}{4} \cdot f_y \cdot \frac{a}{6} \right) = \frac{b \cdot a^2 \cdot f_y}{12} \quad (3.20)$$

Το ύψος της ελαστικής ζώνης a εκφράζεται ως:

$$c = \frac{2 \cdot f_y}{E \cdot a} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot f_y}{E \cdot c} \quad (3.21)$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (3.19) και (3.21), παίρνουμε την εξίσωση (3.22).

$$M_{iii} = M_{pl,N} - M_s = \frac{b \cdot h^2 \cdot f_y}{4} \cdot (1 - n^2) - \frac{1}{3} \cdot \frac{b \cdot f_y^3}{E^2 \cdot c^2} \quad (3.22)$$

η οποία μπορεί να απλοποιηθεί ως:

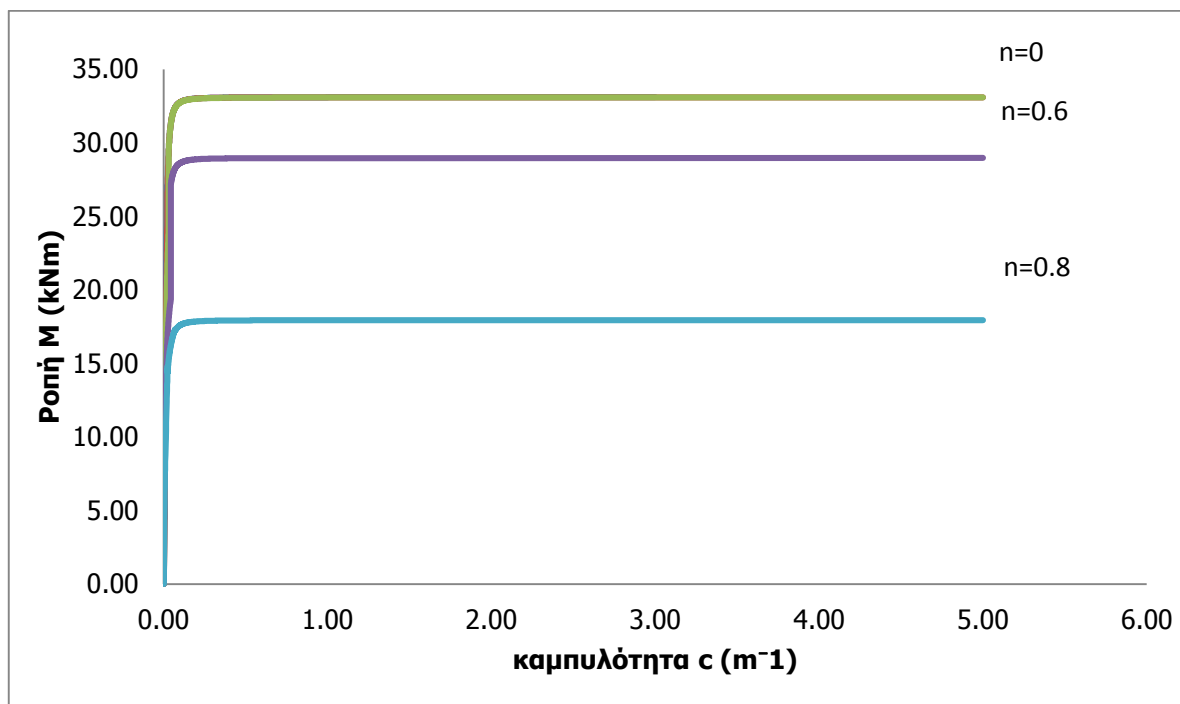
$$M_{iii} = M_{pl,N} - \frac{1}{3} \cdot M_{pl,0} \cdot (1 - n)^2 \cdot \left(\frac{c_2}{c} \right)^2 \quad (3.23)$$

Ο λόγος που παρουσιάστηκαν οι εκφράσεις των αναλυτικών σχέσεων ροπών-καμπυλοτήτων μιας ορθογωνικής διατομής είναι επειδή η διατομή διπλού ταυ για κάμψη περί τον ασθενή άξονα μπορεί να απλοποιηθεί και να προσεγγιστεί ως μία ορθογωνική διατομή. Τα αποτελέσματα των αναλυτικών εκφράσεων παρουσιάζονται παρακάτω, οι οποίες ταυτόχρονα συγκρίνονται με τα αποτελέσματα που προέκυψαν για την ίδια διατομή από το πρόγραμμα *biaxial*.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα ροπών-καμπυλοτήτων για διάφορες τιμές n , όπου

$$n = \frac{N}{N_{pl}}$$

ο λόγος της επιβαλλόμενης αξονικής δύναμης προς την πλαστική αξονική δύναμη, μιας διατομής IPE 300 με χάλυβα S275, μέτρο ελαστικότητας $E=208\text{GPa}$ και λόγο Poisson $\nu=0.3$ χρησιμοποιώντας τις παραπάνω αναλυτικές εκφράσεις που παρουσιάστηκαν για μια κοίλη ορθογωνική διατομή και για κάμψη περί τον ασθενή άξονα της διατομής.

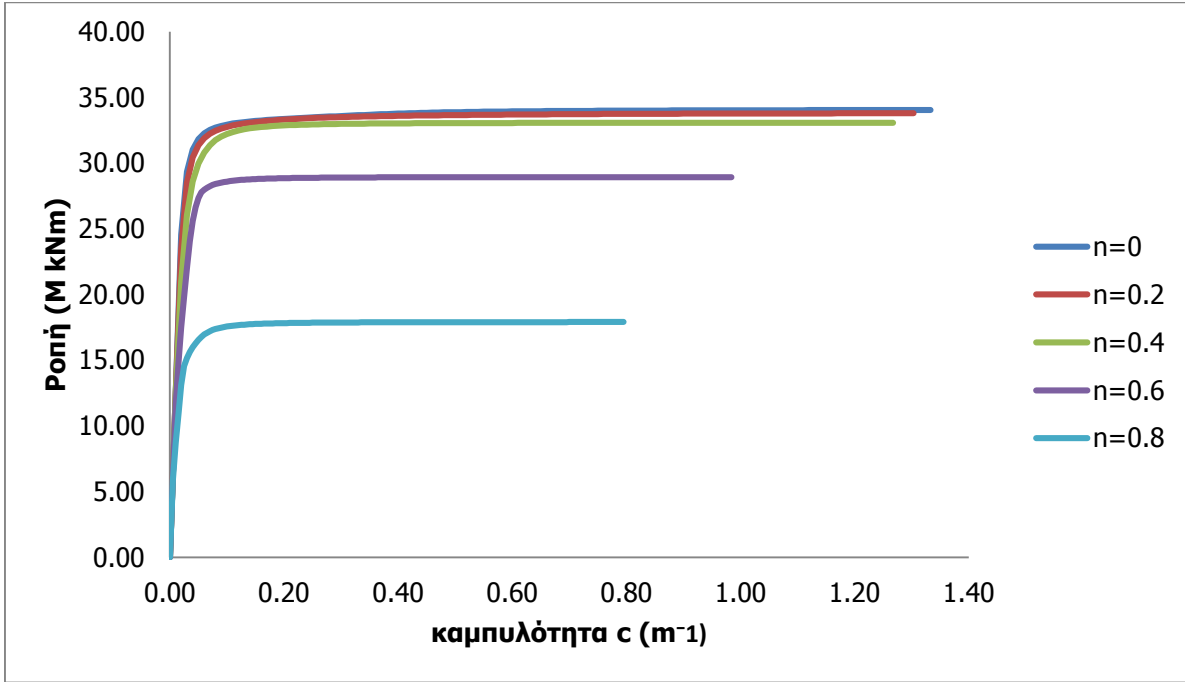


Σχήμα 3-8: Διαγράμματα ροπών-καμπυλοτήτων μιας διατομής διπλού ταυ περί τον ασθενή άξονα για διάφορες τιμές αξονικής δύναμης με την παραδοχή της ορθογωνικής διατομής με αναλυτικές εκφράσεις

Επειδή τα διαγράμματα ροπών-καμπυλοτήτων για τις τιμές $n=0$, $n=0.2$ και $n=0.4$ ταυτίζονται, δεν παρουσιάζονται στο Σχήμα 3-8. Ωστόσο, κατά την σύγκριση τους με τα αποτελέσματα από το biaxial θα παρουσιαστεί κάθε τιμή n ξεχωριστά.

3.2.2 Αριθμητική λύση

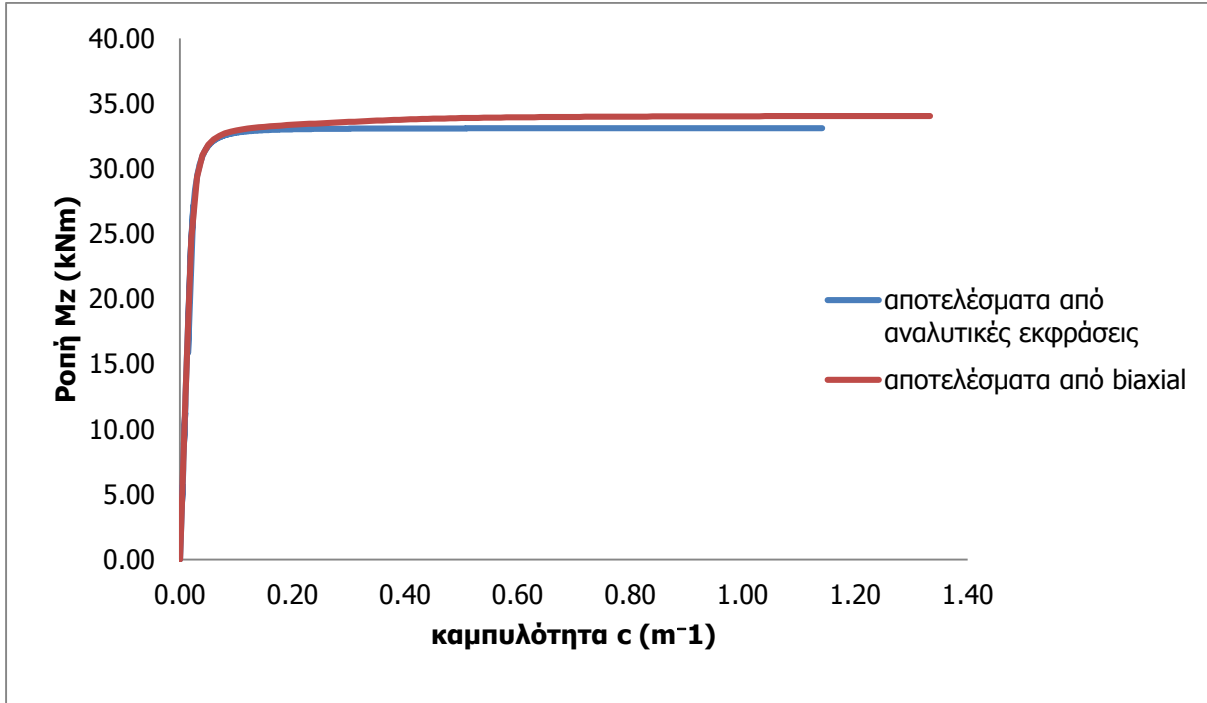
Με την χρήση του προγράμματος Works 2015, Διαξονική Κάμψη (Biaxial) αναλύεται μία IPE 300 σε απλή κάμψη περί τον ασθενή άξονα με αξονική δύναμη. Η διατομή που χρησιμοποιείται αποτελείται από μία κλειστή πολυγωνική γραμμή, αμελώντας τις στρογγυλεμένες άκρες ώστε να μπορέσουμε να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα με αυτά από την αναλυτική λύση. Το διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων του υλικού είναι αρχικά ελαστικό μέχρι την διαρροή του υλικού και στην συνέχεια επιλέγεται οριζόντιος μετελαστικός κλάδος, αμελώντας την κράτυνση του χάλυβα. Το υλικό που εισάγεται είναι χάλυβας S275 με μέτρο ελαστικότητας $E=208GPa$, ώστε να υπολογιστεί το ακριβές διάγραμμα ροπών-καμπυλοτήτων της διατομής. Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα από την ανάλυση της διατομής για διάφορες τιμές αξονικής δύναμης.



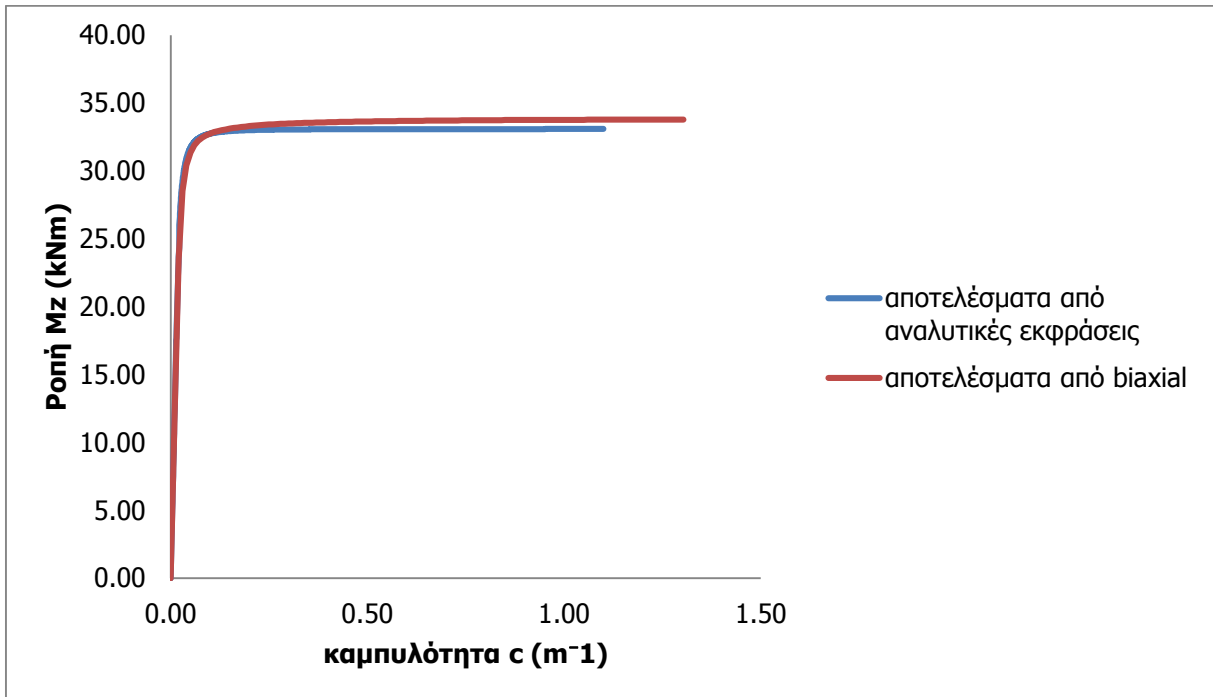
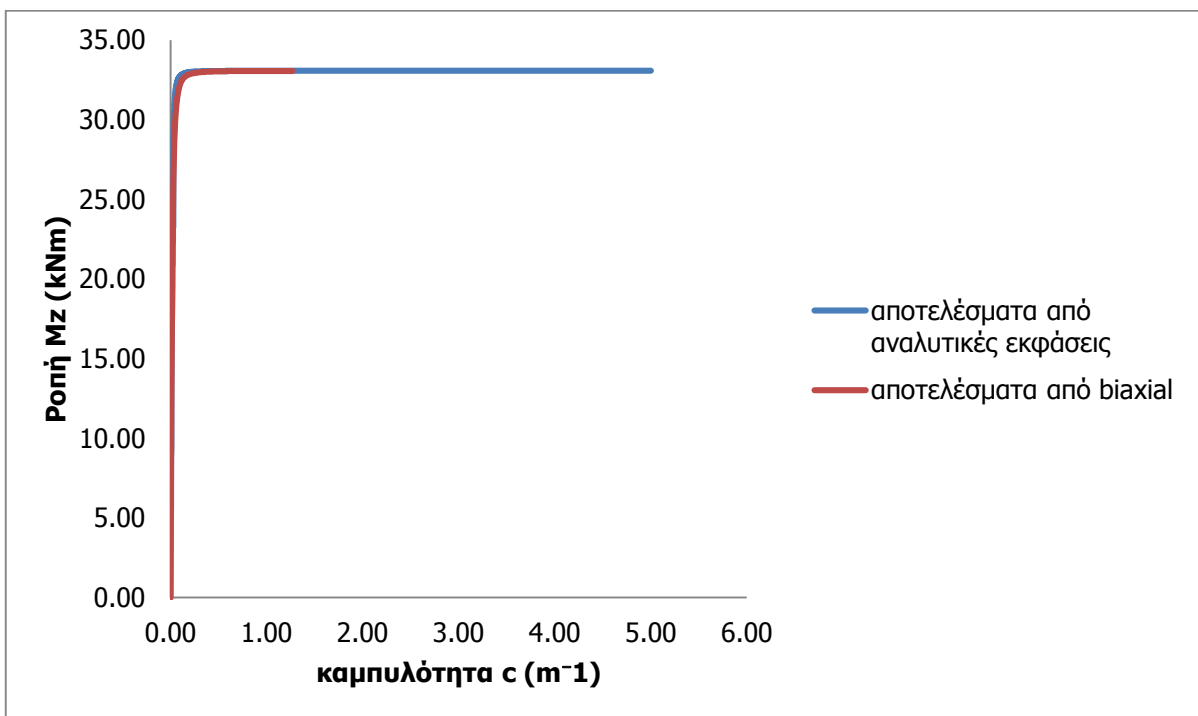
Σχήμα 3-9: Διάγραμμα ροπών-καμπυλοτήτων μιας διατομής διπλού ταυ για διάφορες τιμές n με την αριθμητική λύση

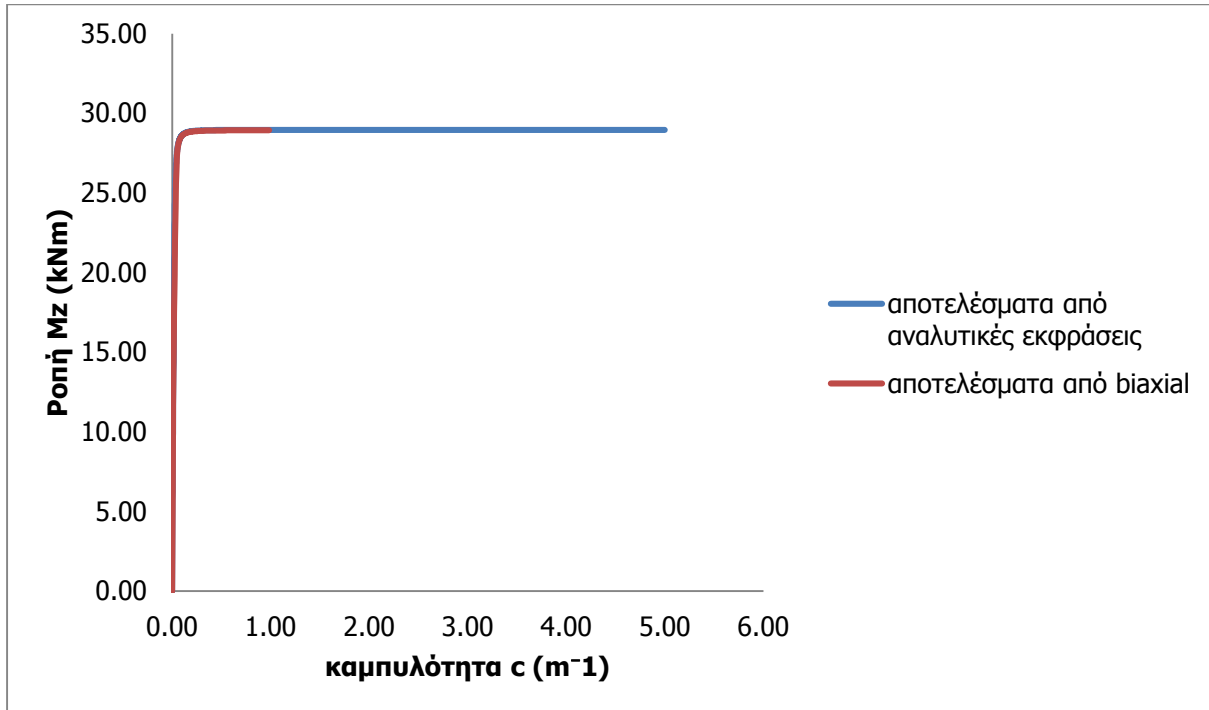
3.2.3 Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων

Στη συνέχεια συγκρίνονται τα αποτελέσματα των αναλυτικών εκφράσεων της IPE 300 με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το πρόγραμμα biaxial για διάφορες τιμές n .

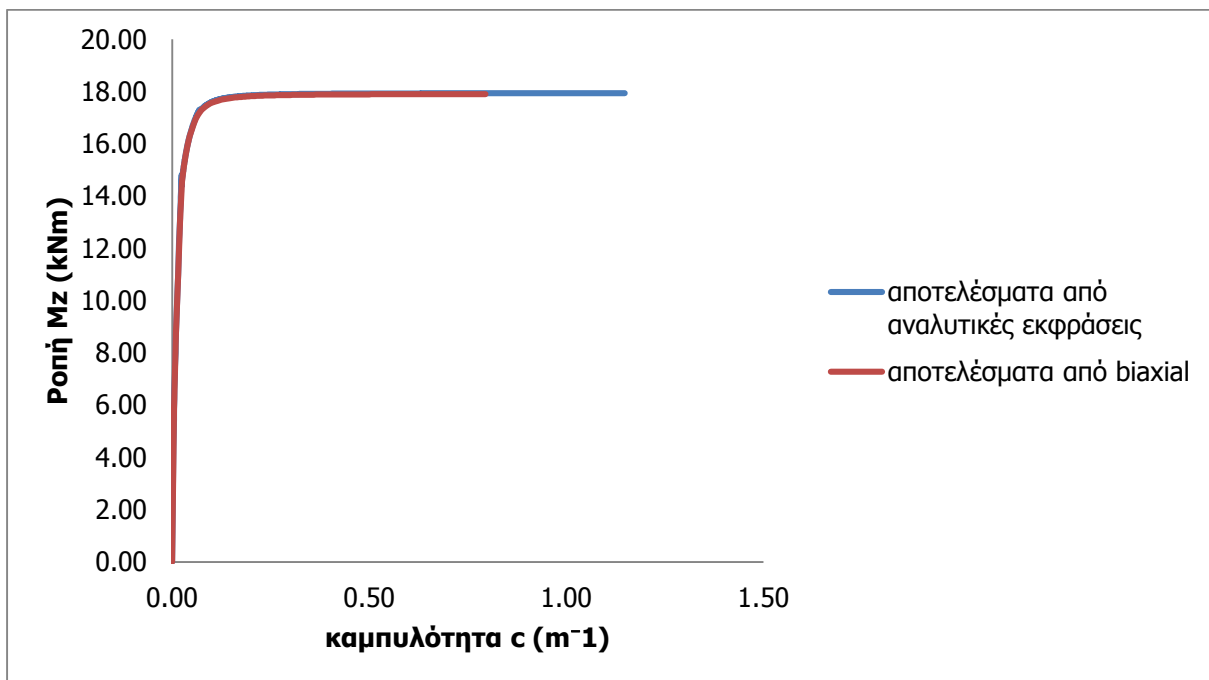


Σχήμα 3-10: Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων για $n=0$

Σχήμα 3-11: Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων για $n=0.2$ Σχήμα 1-12: Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων για $n=0.4$



Σχήμα 3-13: Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων για $n=0.6$



Σχήμα 3-14: Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων για $n=0.8$

Πρέπει να σημειωθεί ότι τα αποτελέσματα αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων για $n=0$ και $n=0.2$ δεν ταυτίζονται πλήρως, ενώ για τιμές $n=0.4$, $n=0.6$ και $n=0.8$ τα αποτελέσματα ταυτίζονται. Ο λόγος που για μικρές τιμές n δεν έχουμε πλήρη ταύτιση είναι ότι για μικρές τιμές επιβαλλόμενης αξονικής δύναμης ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται εντός του κορμού, ο οποίος έχει αμεληθεί στον υπολογισμό των αναλυτικών εκφράσεων, καθώς η διατομή συμπεριφέρεται ως προς τον ασθενή άξονα ως μια διατομή αποτελούμενη από τις δύο λεπίδες των πελμάτων, δηλαδή ως μία ορθογωνική διατομή.

3.3 ΔΙΑΤΟΜΗ ΔΙΠΛΟΥ ΤΑΥ

3.3.1 Αναλυτική λύση

Στη συνέχεια, μελετάται μία διατομή διπλού ταυ με ύψος h και πλάτος πελμάτων b , πάχος κορμού t_w και πελμάτων t_f , η οποία είναι κατασκευασμένη από ελαστικό-απολύτως πλαστικό υλικό με μέτρο ελαστικότητας E , λόγο Poisson $\nu=0.3$ και τάση διαρροής του χάλυβα f_y . Η διατομή επιλέχθηκε να μην έχει στρογγυλεμένες άκρες, όπως είναι οι συνήθεις διατομές διπλού ταυ θερμής ελάσης, καθώς αυτό θα μεγάλωνε τον υπολογιστικό φόρτο χωρίς, όμως, να προσφέρει πολλά σε ακρίβεια και χρησιμότητα. Η διατομή υποβάλλεται σε αξονική δύναμη N και ροπή κάμψης M περί τον ισχυρό άξονά της. Σε αντίθεση με την ορθογωνική διατομή, μία διατομή μορφής διπλού ταυ δεν είναι ομοιόμορφη κατά πλάτος και κατά ύψος. Η ελαστοπλαστική συμπεριφορά ξεκινά όταν η εξωτερική πλευρά του πέλματος που υποβάλλεται σε μεγάλη θλίψη διαρρέυσει. Κατόπιν, ανάλογα με το μέγεθος της αξονικής δύναμης που επιβάλλεται, υπάρχουν δύο περιπτώσεις για να μελετηθούν:

i) Για $N > f_y (bt_f + (h - 2t_f)t_w) \left(1 - \frac{h - 2t_f}{h - t_f}\right)$, η εσωτερική πλευρά του πέλματος που διέρρευσε πρώτο, συνεχίζει να διαρρέει.

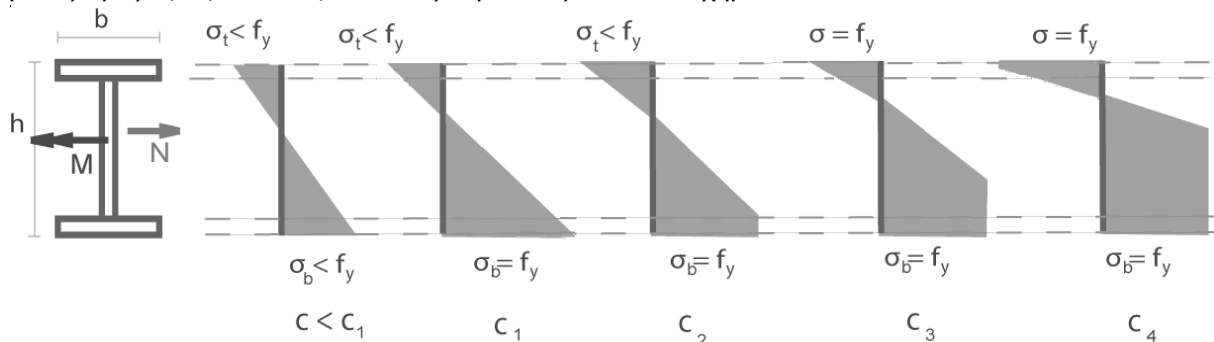
ii) Για $N < f_y (bt_f + (h - 2t_f)t_w) \left(1 - \frac{h - 2t_f}{h - t_f}\right)$, η εξωτερική πλευρά του πέλματος που δεν διέρρευσε πρώτο, στη συνέχεια διαρρέει.

Η δεύτερη περίπτωση εμφανίζεται μόνο όταν επιβάλλονται πολύ μικρές τιμές αξονικής δύναμης. Έτσι, η πρώτη περίπτωση θα μελετηθεί διεξοδικά και θα παρουσιαστεί στη συνέχεια.

Υπάρχουν 4 κρίσιμες τιμές καμπυλότητας:

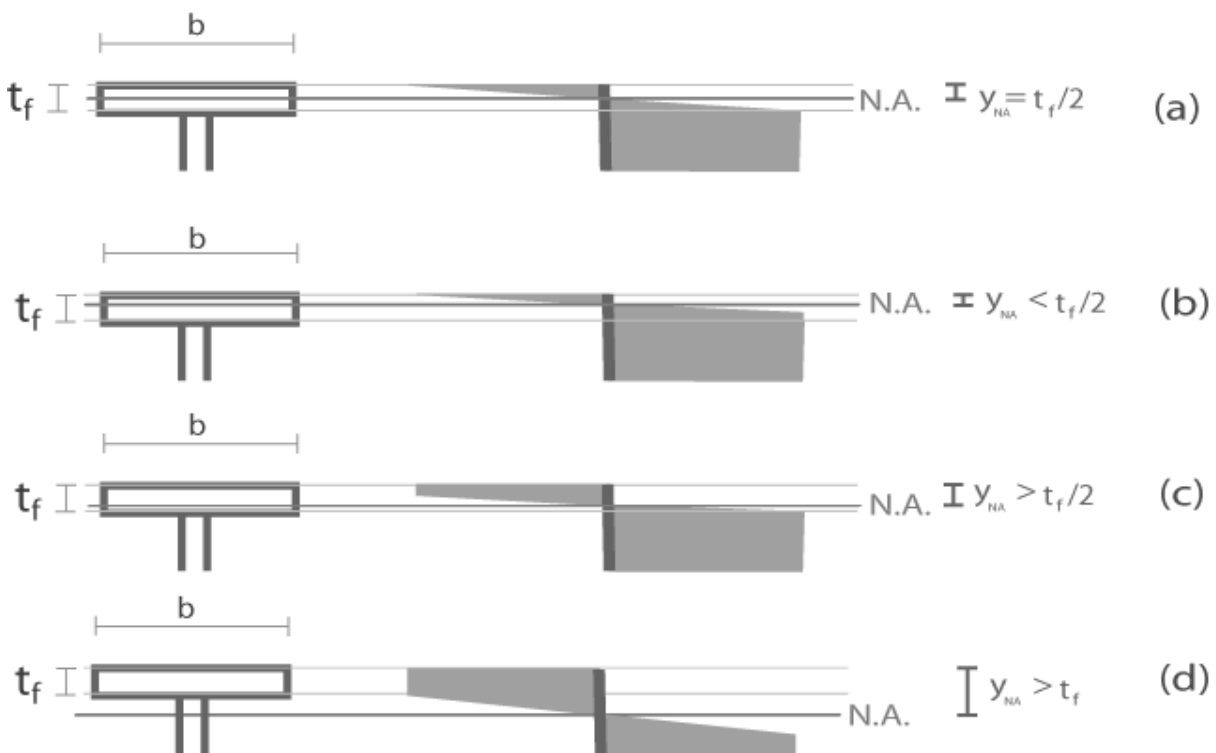
- c_1 , όταν η πρώτη διαρροή πραγματοποιείται στην εξωτερική παρειά σε ένα από τα δύο πέλματα
- c_2 , όταν η εσωτερική παρειά του ίδιου πέλματος φτάνει την τάση διαρροής
- c_3 , όταν η πρώτη παρειά του άλλου πέλματος διαρρέυσει
- c_4 , όταν και η δεύτερη παρειά του άλλου πέλματος φτάσει την τάση διαρροής

Αυτό οδηγεί σε 5 εκφράσεις δρόμων ισορροπίας, ανάλογα με την θέση της καμπυλότητας c σε σχέση με τις τιμές c_1 , c_2 , c_3 και c_4 , οι οποίες παρουσιάζονται στο Σχήμα 3-15.



Σχήμα 3-15: Κατανομή τάσεων σε διατομή διπλού ταυ στις κρίσιμες τιμές καμπυλότητας c_1 , c_2 , c_3 και c_4 . Στη συγκεκριμένη περίπτωση θεωρείται ότι ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται στον κορμό.

Για το πέλμα που διαρρέει πρώτο, είναι σίγουρο ότι η εξωτερική παρειά του θα διαρρέυσει πριν από την εσωτερική του παρειά. Ωστόσο, για το άλλο πέλμα το ποια από τις δύο παρειές, εσωτερική ή εξωτερική, θα διαρρέυσει εξαρτάται από την τελική θέση του πλαστικού ουδέτερου άξονα. Εάν ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται στη μέση του πέλματος, η εσωτερική και η εξωτερική παρειά θα διαρρέυσουν ταυτόχρονα. Εάν ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται πιο κοντά προς το εσωτερικό της διατομής, η εξωτερική παρειά του πέλματος θα διαρρέυσει πριν από την εσωτερική. Τέλος, για την περίπτωση που η αξονική δύναμη είναι πολύ μεγάλη, ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται στην περιοχή μεταξύ του μέσου του πέλματος και της εξωτερικής παρειάς και έτσι διαρρέει πρώτα η εσωτερική παρειά. Οι περιπτώσεις αυτές φαίνονται στο Σχήμα 3-16, στο οποίο παρουσιάζεται το πάνω μέρος της διατομής διπλού ταυ να υποβάλλεται σε ταυτόχρονη κάμψη και αξονική δύναμη. Η τελική θέση του πλαστικού ουδέτερου άξονα παρουσιάζεται για κάθε περίπτωση με την αντίστοιχη κατανομή τάσεων όταν έχουν διαρρέυσει και οι δύο παρειές του πέλματος.



Σχήμα 3-16: Κατανομή τάσεων μιας διατομής διπλού ταυ όταν $c=c_4$ για διάφορες περιπτώσεις θέσεων του πλαστικού ουδέτερου άξονα. Η μεταβλητή y_{na} δείχνει την απόσταση του ουδέτερου άξονα από το πάνω μέρος της διατομής. Μόνο το πάνω μέρος της I-διατομής παρουσιάζεται.

Στη συνέχεια, μελετάται η συμπεριφορά της διατομής διπλού ταυ για τις τέσσερις τιμές καμπυλοτήτων c_1 , c_2 , c_3 και c_4 .

Περίπτωση (i): $-c < c_1$: Σε αυτή την περίπτωση η διατομή συμπεριφέρεται ελαστικά. Η σχέση ροπών-καμπυλοτήτων είναι :

$$M_i = E \cdot I \cdot c \quad (3.24)$$

όπου I είναι η ροπή αδρανείας του ισχυρού άξονα της διατομής. Η ελαστική συμπεριφορά τελειώνει όταν $c=c_1$. Η τιμή c_1 μπορεί να υπολογιστεί αν εξισωθεί η τάση της ακραίας ίνας που αναμένεται να διαρρεύσει με την τάση διαρροής:

$$\sigma_b = \frac{M_{el,N}}{W_{el}} + \frac{N}{A} = f_y \Rightarrow M_{el,N} = (1-n) \cdot f_y \cdot W_{el} \quad (3.25)$$

όπου

$M_{el,N}$ =ελαστική ροπή αντοχής της διατομής

W_{el} =ελαστική ροπή αντίστασης της διατομής περί τον άξονα y

N =επιβαλλόμενη αξονική δύναμη

A =εμβαδόν της πλήρους διατομής

σ_b =τάση της ακραίας ίνας που αναμένεται να διαρρεύσει πρώτη

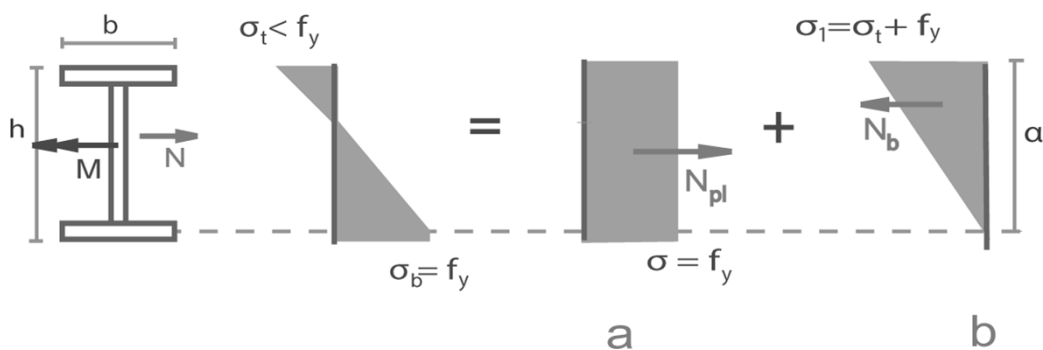
f_y =όριο διαρροής του χάλυβα

$n = \frac{N}{N_{pl}}$, ο λόγος της επιβαλλόμενης αξονικής δύναμης προς την αξονική δύναμη πλήρους πλαστικοποίησης της διατομής

Λαμβάνοντας υπόψιν την εξίσωση (3.24) και γνωρίζοντας ότι $W_{el} = \frac{I}{h/2}$ έχουμε:

$$c_1 = \frac{2 \cdot f_y}{E \cdot h} \cdot (1-n) \quad (3.26)$$

Περίπτωση (ii): – $c_1 \leq c < c_2$: Τώρα η μία μόνο από τις δύο ακραίες ίνες έχει διαρρεύσει. Η συμπεριφορά της διατομής δεν είναι πλέον ελαστική και η σχέση ρομών-καμπυλοτήτων είναι μη γραμμική. Η κατανομή των τάσεων, η οποία παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-17, είναι χωρισμένη σε δύο τμήματα: το τμήμα a που έχει ομοιόμορφη κατανομή τάσεων και το τμήμα b που έχει τριγωνική κατανομή τάσεων.



Σχήμα 3-17: Κατανομή τάσεων και ανάλυση μίας διατομής διπλού ταυ για την περίπτωση (ii)

Το τμήμα a δεν προκαλεί καμπτική ροπή και επομένως, η καμπτική ροπή που αντιστοιχεί σε ολόκληρη την διατομή εξισώνεται με την ροπή που προκύπτει από το τμήμα b . Συγκεκριμένα είναι:

$$c = \frac{\sigma_1}{E \cdot a} \Rightarrow \sigma_1 = c \cdot E \cdot a \quad (3.27)$$

Από ισορροπία δυνάμεων έχουμε:

$$N_b = N_{pl} - N \quad (3.28)$$

Όταν η διατομή φτάσει την διαρροή στο τμήμα b έχουμε:

$$\frac{(b - t_w) \cdot (2\sigma_1 - c \cdot E \cdot t_f) \cdot t_f}{2} + \frac{c \cdot E \cdot (t_f - h + a)^2 (b - t_w)}{2} + \frac{\sigma_1 \cdot \alpha \cdot t_w}{2} = N_b \quad (3.29)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (3.27) και (3.28) στην εξίσωση (3.29) και αλλάζοντας μέλη, παίρνουμε:

$$a^2 E c b - 2(b - t_w) E \cdot (h - 2t_f) \cdot c \cdot a + (b - t_w) E \cdot h \cdot (h - 2t_f) \cdot c - 2(N_{pl} - N) = 0 \quad (3.30)$$

Η εξίσωση (3.30) είναι μία δευτέρου βαθμού πολυωνυμική εξίσωση ως προς την μεταβλητή a. Η μεταβλητή a δείχνει το ύψος της διατομής που έχει μείνει ελαστικό. Λύνοντάς την και απλοποιώντας την παίρνουμε μία έκφραση της μεταβλητής a ως συνάρτηση της καμπυλότητας c, της αξονικής δύναμης N, καθώς και της σταθεράς υλικού και γεωμετρίας.

$$a = \frac{(b - t_w)(h - 2t_f) \cdot c \pm \sqrt{(b - t_w)^2 (h - 2t_f)^2 c^2 - b \cdot c \left[(b - t_w) \cdot h \cdot (h - 2t_f) c - 2 \frac{(N_{pl} - N)}{E} \right]}}{b \cdot c} \quad (3.31)$$

Οι δύο λύσεις της εξίσωσης (3.31) αντιστοιχούν σε αντίθετες τιμές αξονικής δύναμης N, αξονικής δύναμης πλήρους πλαστικοποίησης της διατομής N_{pl} και καμπυλότητας c. Η λύση της εξίσωσης στην οποία ο όρος της τετραγωνικής ρίζας είναι θετικός αντιπροσωπεύει την περίπτωση για την οποία η καμπυλότητα και η αξονική δύναμη είναι προσανατολισμένες σύμφωνα με τη φορά που αρχικά είχε επιλεγεί και επομένως έχουν θετικό μέτρο. Η άλλη ρίζα της εξίσωσης αντιπροσωπεύει την λύση στην οποία η καμπυλότητα και η αξονική δύναμη έχουν φορά αντίθετη από αυτή που αρχικά είχαμε υποθέσει και επομένως έχουν αρνητικό μέτρο. Πράγματι, εάν εφαρμοστεί αξονική δύναμη και καμπυλότητα με αντίθετη φορά από αυτή που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-15, θα πάρουμε ακριβώς την αντίθετη κατανομή των τάσεων, έχοντας την ίδια τιμή της μεταβλητής a. Εφόσον χρησιμοποιούνται οι θετικές τιμές των c, N και N_{pl} , θα συνεχιστούν οι υπολογισμοί με την πρώτη ρίζα της εξίσωσης (3.30).

$$a = \frac{(b - t_w)(h - 2t_f) \cdot c + \sqrt{(b - t_w)^2 (h - 2t_f)^2 c^2 - b \cdot c \left[(b - t_w) \cdot h \cdot (h - 2t_f) c - 2N_{pl} \frac{(1 - n)}{E} \right]}}{b \cdot c} \quad (3.32)$$

Η ροπή του τμήματος b, που όπως αναφέρθηκε παραπάνω, ισοδυναμεί με την ροπή ολόκληρης της διατομής, δίνεται ως:

$$M_{ii} = M_b = \sigma_1 \cdot t_f \cdot (b - t_w) \cdot \left(\frac{h - t_f}{2} \right) - \frac{(b - t_w) \cdot E \cdot t_f^2 \cdot c}{2} \left(\frac{h}{2} - \frac{2t_f}{3} \right) - \frac{c \cdot E \cdot (t_f - h + a)^2 (b - t_w)}{2} \left(h - \frac{(a + t_f)}{2} \right) + \frac{\sigma_1 \cdot \alpha \cdot t_w}{2} \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{3} \right) \quad (3.33)$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (3.33) την τιμή σ_1 από την εξίσωση (3.27), έχουμε:

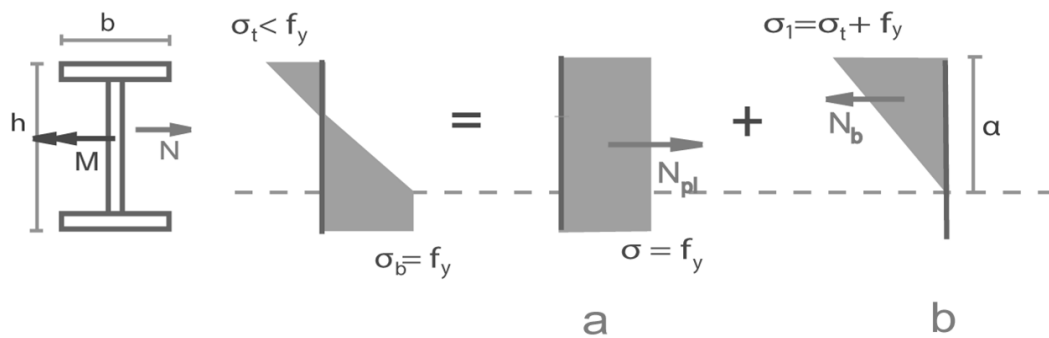
$$M_{ii} = a \cdot c \cdot E \cdot t_f \cdot (b - t_w) \cdot \left(\frac{h - t_f}{2} \right) - c \cdot \frac{(b - t_w) \cdot E \cdot t_f^2}{2} \left(\frac{h}{2} - \frac{2t_f}{3} \right) - c \cdot \frac{E \cdot (t_f - h + a)^2 (b - t_w)}{2} \left[h - \frac{(a + t_f)}{2} \right] + c \cdot \frac{E \cdot a^2 \cdot t_w}{2} \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{3} \right) \quad (3.34)$$

Η εξίσωση (3.34) δίνει την ροπή M στην περίπτωση (ii) ως συνάρτηση της καμπυλότητας c και των σταθερών υλικού και γεωμετρίας. Στην εξίσωση (3.34) δεν γίνεται αντικατάσταση της μεταβλητής a από την εξίσωση (3.32), για λόγους ευκολίας παρουσίασής της. Η περίπτωση (ii) τελειώνει, όταν η

πάνω ακραία ίνα του κάτω πέλματος φτάσει την τάση διαρροής. Η τιμή της καμπυλότητας στην οποία συμβαίνει αυτό, c_2 , μπορεί να υπολογιστεί αν τεθεί $a = h - t_f$ στην εξίσωση (3.32) και λυθεί ως προς c :

$$c_2 = \frac{2N_{pl}(1-n)}{E[(h-t_f)^2 b - (b-t_w) \cdot (h-2t_f)^2]} \quad (3.35)$$

Περίπτωση (iii): – $c_2 \leq c < c_3$: Μία παρόμοια ανάλυση με αυτής της περίπτωσης (ii) παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-18.



Σχήμα 3-18: Κατανομή τάσεων και ανάλυση μιας διατομής διπλού ταυ για την περίπτωση (iii)

Από ισορροπία δυνάμεων στο τμήμα b έχουμε:

$$\frac{(b - t_w) \cdot (2\sigma_1 - c \cdot E \cdot t_f) \cdot t_f}{2} + \frac{\sigma_1 \cdot a \cdot t_w}{2} = N_b \quad (3.36)$$

Αντικαθιστώντας σ_1 και N_b από τις εξισώσεις (3.27) και (3.28) στην εξίσωση (3.36) και αλλάζοντας μέλη έχουμε:

$$a^2 E c t_w + 2(b - t_w) E \cdot t_f \cdot c \cdot a - (b - t_w) E \cdot t_f^2 \cdot c - 2(N_{pl} - N) = 0 \quad (3.37)$$

Λύνοντας την εξίσωση (3.37) ως προς a έχουμε:

$$a = \frac{-(b-t_w)(h-2t_f) \cdot t_f \cdot c \pm \sqrt{(b-t_w)^2 t_f^2 \cdot c^2 + t_w \cdot c \left[(b-t_w) \cdot t_f^2 \cdot c - 2 \frac{(N_{pl} - N)}{E} \right]}}{t_w \cdot c} \quad (3.38)$$

Όπως στην περίπτωση (ii), οι δύο ρίζες της εξίσωσης (3.38) αντιπροσωπεύουν αντίθετες τιμές των c , N και N_{pl} , που δίνουν αντίθετες κατανομές τάσεων με την ίδια τιμή της μεταβλητής a . Θα συνεχιστούν οι υπολογισμοί με την ρίζα που δίνει θετικές τιμές των c , N_{pl} και N :

$$a = \frac{-(b-t_w)(h-2t_f) \cdot t_f \cdot c + \sqrt{(b-t_w)^2 t_f^2 \cdot c^2 + t_w \cdot c \left[(b-t_w) \cdot t_f^2 \cdot c - 2N_{pl} \frac{(1-n)}{E} \right]}}{t_w \cdot c} \quad (3.39)$$

Η ροπή M στο τμήμα b , η οποία είναι ίση με την ροπή όλης της διατομής, δίνεται από:

$$M_{iii} = M_b = \sigma_1 \cdot t_f \cdot (b-t_w) \cdot \left(\frac{h-t_f}{2} \right) - \frac{(b-t_w) \cdot E \cdot t_f^2 \cdot c}{2} \left(\frac{h}{2} - \frac{2t_f}{3} \right) + \frac{\sigma_1 \cdot \alpha \cdot t_w}{2} \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{3} \right) \quad (3.40)$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (3.40) την τιμή σ_1 από την εξίσωση (3.27), έχουμε:

$$M_{iii} = a \cdot c \cdot E \cdot t_f \cdot (b-t_w) \cdot \left(\frac{h-t_f}{2} \right) - \frac{(b-t_w) \cdot E \cdot t_f^2 \cdot c}{2} \left(\frac{h}{2} - \frac{2t_f}{3} \right) + c \cdot \frac{\alpha^2 \cdot E \cdot t_w}{2} \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{3} \right) \quad (3.41)$$

Η εξίσωση (3.41) συνδέει την ροπή με την καμπυλότητα για την περίπτωση (iii), χρησιμοποιώντας την μεταβλητή a από την εξίσωση (3.39). Αυτή η περίπτωση τελειώνει όταν η πάνω ή η κάτω παρειά του πέλματος φτάσει την τάση διαρροής. Προτού προχωρήσουμε στην επόμενη περίπτωση, πρέπει να υπολογίσουμε την καμπυλότητα c_3 , στην οποία τελειώνει αυτή η περίπτωση. Όπως παρουσιάστηκε στο Σχήμα 3-16, η τιμή της καμπυλότητας c_3 εξαρτάται από την τελική θέση του πλαστικού ουδετέρου άξονα.

- Εάν $N \leq (A - 2bt_f) \cdot f_y$, ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται στον κορμό και η εξωτερική παρειά του πέλματος διαρρέει πρώτη. Η καμπυλότητα στην οποία αυτό συμβαίνει, c_3 , μπορεί να υπολογιστεί αν τεθεί $\sigma_1 = 2f_y$ στην εξίσωση (3.27) και λυθεί ως προς c_3 :

$$2f_y = E \cdot a(c_3) \cdot c_3 \quad (3.42)$$

χρησιμοποιώντας το a από την εξίσωση (3.39). Παρόλο που η εξίσωση (3.42) είναι ουσιαστικά μία δευτέρου βαθμού εξίσωση και μπορεί να επιλυθεί αναλυτικά, ο υπολογιστικός όγκος που θα χρειαστεί είναι αρκετός και για αυτό είναι καλύτερο να επιλυθεί αριθμητικά.

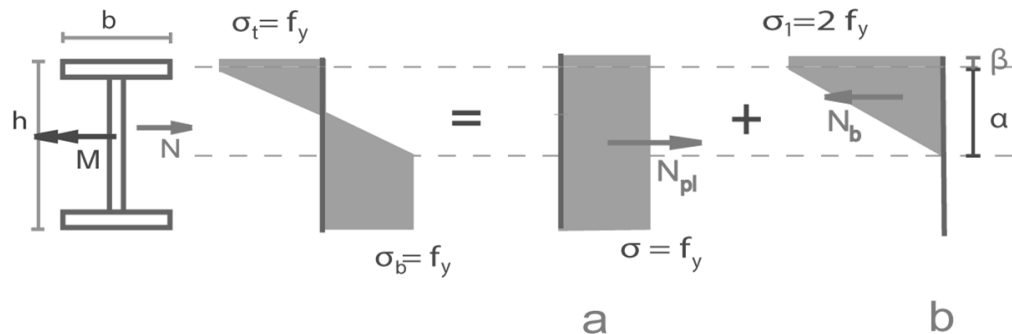
- Εάν $N > (A - 2bt_f) \cdot f_y$, ο ουδέτερος άξονας είναι εντός του πέλματος. Θεωρούνται δύο υποπεριπτώσεις:
 - ο Εάν $N < (A - bt_f) \cdot f_y$, ο ουδέτερος άξονας είναι πιο κοντά στην εσωτερική παρειά του πέλματος και η εξωτερική παρειά διαρρέει πρώτη. Η τιμή της καμπυλότητας, c_3 , στο οποίο συμβαίνει αυτό μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση (3.42).

- Εάν $N \geq (A - bt_f) \cdot f_y$, ο ουδέτερος άξονας είναι πιο κοντά στην εξωτερική παρειά του πέλματος και έτσι διαρρέει πρώτη η εσωτερική παρειά. Η τιμή της καμπυλότητας, c_3 , μπορεί να υπολογιστεί αν τεθεί $a = t_f$ στην εξίσωση (3.37) και λυθεί ως προς c :

$$c_3 = \frac{2N_{pl}(1-n)}{bt_f^2 E} \quad (3.43)$$

Περίπτωση (iv): $-c_3 < c \leq c_4$: Σε αυτή την περίπτωση πραγματοποιείται διαρροή σε πάνω πέλμα. Να σημειωθεί ότι οι δύο παρειές του πάνω πέλματος μπορούν να διαρρεύσουν είτε προς την ίδια κατεύθυνση είτε προς την αντίθετη, ανάλογα με την τελική θέση του πλαστικού ουδέτερου άξονα.

- Εάν $N \leq (A - 2bt_f) \cdot f_y$, ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται στον κορμό και η εξωτερική παρειά του πέλματος διαρρέει πρώτη. Η κατανομή των τάσεων παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-19 ως επαλληλία μιας ομοιόμορφης κατανομής με $\sigma = f_y$ (τμήμα a) και μιας τραπεζοειδούς κατανομής (τμήμα b).



Σχήμα 3-19: Κατανομή τάσεων και ανάλυση για μια διατομή διπλού ταυ για την περίπτωση (iv)

Ακολουθείται η ίδια διαδικασία με εκείνη των προηγούμενων περιπτώσεων. Η μεταβλητή a χρησιμοποιείται για να περιγραφεί το ύψος της ελαστικής περιοχής της διατομής, αλλά επιπλέον χρησιμοποιείται και μία ακόμη μεταβλητή, η μεταβλητή β , για να περιγράψει το ύψος του πέλματος που έχει διαρρεύσει, για αυτό και υπάρχει ο περιορισμός $\beta \leq t_f$. Η σχέση μεταξύ της καμπυλότητας c και της μεταβλητής a δίνεται ως:

$$c = \frac{2 \cdot f_y}{E \cdot a} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot f_y}{E \cdot c} \quad (3.44)$$

Από ισορροπία δυνάμεων έχουμε :

$$N_b = N_{pl} - N \quad (3.45)$$

Από ισορροπία δυνάμεων στο τμήμα b παίρνουμε:

$$N_b = 2 \cdot f_y \cdot b \cdot t_f - \frac{E \cdot b \cdot (t_f - \beta)^2}{2} \cdot c + \frac{(a + \beta - t_f)^2 \cdot E \cdot t_w}{2} \cdot c \quad (3.46)$$

Αντικαθιστώντας την μεταβλητή a και N_b όπως υπολογίστηκαν από τις εξισώσεις (3.44) και (3.45) αντίστοιχα στην (3.46) έχουμε:

$$\frac{(\beta - t_f)^2 \cdot E \cdot (t_w - b) \cdot c}{2} + (\beta - t_f) \cdot 2f_y t_w + \frac{2f_y^2 t_w}{E \cdot c} + 2bt_f f_y - (N_{pl} - N) = 0 \quad (3.47)$$

Η εξίσωση (3.47) είναι μία δευτέρου βαθμού πολυωνυμική εξίσωση ως προς την μεταβλητή β . Λύνοντας ως προς τη μεταβλητή $(\beta - t_f)$ παίρνουμε μία έκφραση του β ως συνάρτηση της καμπυλότητας c , της αξονικής δύναμης N και της σταθεράς υλικού και γεωμετρίας:

$$\beta = t_f + \frac{-2f_y \cdot t_w \pm \sqrt{4f_y^2 \cdot t_w^2 - 2E(t_w - b) \left[\frac{2f_y^2 \cdot t_w}{E \cdot c} + 2f_y b t_f - (N_{pl} - N) \right] c}}{E(t_w - b)c} \quad (3.48)$$

Οι δύο λύσεις που παρουσιάζονται στην εξίσωση (3.48) αντιπροσωπεύουν ακριβώς δύο αντίθετες κατανομές τάσεων με αντίθετες τιμές των c , N , N_{pl} και f_y που δίνουν την ίδια θετική τιμή της μεταβλητής β . Στη συνέχεια, θα συνεχίσουμε τους υπολογισμούς με τις θετικές τιμές αυτών των μεταβλητών.

$$\beta = t_f + \frac{-2f_y \cdot t_w + \sqrt{4f_y^2 \cdot t_w^2 - 2E(t_w - b) \left[\frac{2f_y^2 \cdot t_w}{E \cdot c} + 2f_y \cdot b t_f - N_{pl}(1 - n) \right] c}}{E(t_w - b)c} \quad (3.49)$$

Η ροπή του τμήματος b και επομένως η ροπή όλης της διατομής δίνεται από:

$$M_{iv} = M_b = 2f_y \cdot t_f \cdot b \left(\frac{h - t_f}{2} \right) - c \frac{E(t_f - \beta)^2 b \left(\frac{h}{2} - \frac{2t_f}{3} - \frac{\beta}{3} \right) + c \cdot E(a + \beta - t_f)^2 t_w \left[\frac{h}{2} - t_f - \frac{(a + \beta - t_f)}{3} \right]}{2} \quad (3.50)$$

Αντικαθιστώντας την μεταβλητή a στην εξίσωση (3.50) όπως υπολογίστηκε στην (3.44) παίρνουμε:

$$M_{iv} = 2f_y \cdot t_f \cdot b \left(\frac{h - t_f}{2} \right) - c \frac{E(t_f - \beta)^2 b \left(\frac{h}{2} - \frac{2t_f}{3} - \frac{\beta}{3} \right) + \frac{c \cdot E \left(\frac{2f_y}{E \cdot c} + \beta - t_f \right)^2 t_w \left[\frac{h}{2} - t_f - \frac{\left(\frac{2f_y}{E \cdot c} + \beta - t_f \right)}{3} \right]}{2}}{2} \quad (3.51)$$

όπου η μεταβλητή β δίνεται από την εξίσωση (3.49) ως συνάρτηση της καμπυλότητας c .

Η εξίσωση (3.51) δίνει την σχέση ροπών-καμπυλοτήτων για την περίπτωση (iv) για διατομές διπλού ταυ στις οποίες ο πλαστικός ουδέτερος άξονας βρίσκεται στον κορμό. Η περίπτωση αυτή τελειώνει όταν η εσωτερική παρειά του πέλματος διαρρέψει προς την ίδια κατεύθυνση που διέρρευσε η εξωτερική παρειά του ίδιου πέλματος. Η τιμή της καμπυλότητας c_4 μπορεί να υπολογιστεί αν τεθεί $\beta = t_f$ στην εξίσωση (3.47) και λύνοντας ως προς c :

$$c_4 = \frac{2f_y^2 t_w}{E \cdot [N_{pl}(1 - n) - 2bt_f f_y]} \quad (3.52)$$

- Εάν $N > (A - 2bt_f) \cdot f_y$, ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται στο πέλαμα. Μελετώνται δύο υποπεριπτώσεις:
 - ο Εάν $N < (A - bt_f) \cdot f_y$, ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται πιο κοντά στην εσωτερική παρειά του πέλατος και η εξωτερική παρειά διαρρέει πρώτη, όπως ήταν η περίπτωση που ο ουδέτερος άξονας βρισκόταν στον κορμό της διατομής. Η σχέση των ροπών-καμπυλοτήτων είναι επομένως η ίδια με αυτή που δίνεται από την εξίσωση (3.51). Αυτό που αλλάζει είναι η τιμή της καμπυλότητας c_4 , και έτσι η περίπτωση αυτή τελειώνει όταν η εσωτερική παρειά διαρρεύσει προς την αντίθετη κατεύθυνση με αυτήν που διαρρέει η εξωτερική. Για τιμή καμπυλότητας c_4 , όπως φαίνεται στο Σχήμα 3-20, έχουμε:

$$a + \beta = t_f \tag{3.53}$$



Σχήμα 3-20: Κατανομή τάσεων στο πέλαμα μιας διατομής διπλού ταυ για την περίπτωση (iv) όταν ισχύει $(A - 2bt_f) \cdot f_y < N < (A - bt_f) \cdot f_y$

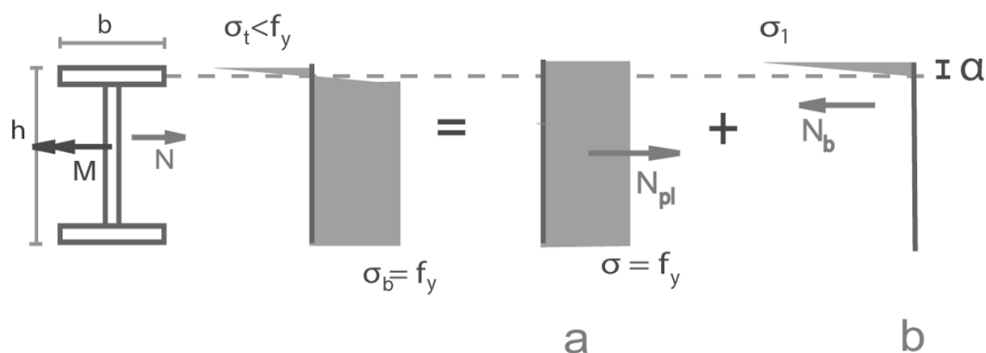
Αντικαθιστώντας $\beta - t_f$ με την μεταβλητή a στην εξίσωση (3.47) έχουμε:

$$\frac{a^2 \cdot E(t_w - b)c}{2} - a \cdot 2f_y \cdot t_w + \frac{2f_y^2 \cdot t_w}{E \cdot c} + 2b \cdot t_f \cdot f_y - (N_{pl} - N) = 0 \tag{3.54}$$

Τώρα αντικαθιστώντας στην εξίσωση (3.54) την μεταβλητή a όπως δίνεται από την (3.44) και λύνοντας ως προς την καμπυλότητα c παίρνουμε:

$$c_4 = \frac{2b \cdot f_y^2}{E[2b \cdot f_y \cdot t_f - N_{pl}(1 - n)]} \tag{3.55}$$

- ο Εάν $N \geq (A - bt_f) \cdot f_y$, ο ουδέτερος άξονας είναι πιο κοντά στην εξωτερική παρειά του πέλατος και έτσι διαρρέει πρώτα η εσωτερική παρειά του. Η κατανομή των τάσεων φαίνεται στο Σχήμα 3-21.



Σχήμα 3-21: Κατανομή τάσεων και ανάλυση μιας διατομής διπλού ταυ για την περίπτωση (iv) όταν ισχύει $N \geq (A - bt_f) \cdot f_y$

Για την καμπυλότητα ισχύει:

$$c = \frac{\sigma_1}{E \cdot a} \Rightarrow \sigma_1 = a \cdot E \cdot c \quad (3.56)$$

Από ισορροπία δυνάμεων στην διατομή ισχύει:

$$N_b = N_{pl} - N = \frac{\sigma_1 \cdot a \cdot b}{2} = \frac{E \cdot a^2 \cdot b \cdot c}{2} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{2N_{pl}(1-n)}{E \cdot b \cdot c}} \quad (3.57)$$

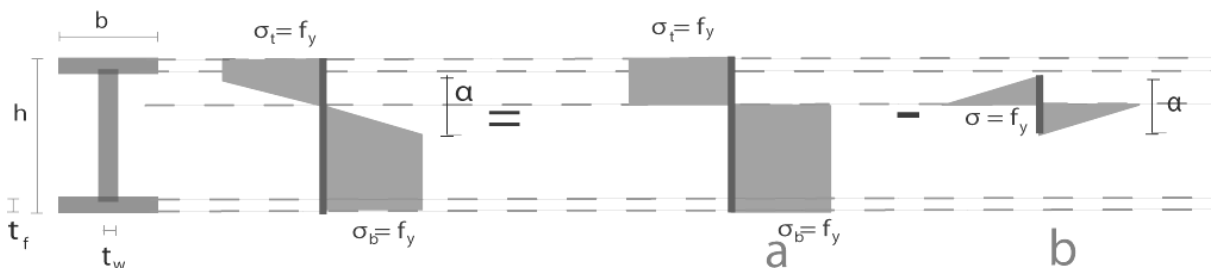
Η ροπή του τμήματος b υπολογίζεται ως:

$$M_{iv} = M_b = \frac{a^2 \cdot b \cdot E \cdot c}{2} \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{3} \right) \quad (3.58)$$

Η τιμή της καμπυλότητας c_4 για αυτή την περίπτωση υπολογίζεται αν τεθεί $\sigma_1 = 2f_y$ στην εξίσωση (3.56) και λύνοντας ως προς c:

$$c_4 = \frac{2f_y^2 b}{E \cdot N_{pl}(1-n)} \quad (3.59)$$

Περίπτωση (v): $-c_4 < c < c_4$: Σε αυτή την περίπτωση η ροπή μπορεί να υπολογιστεί αν αφαιρεθεί από την πλαστική ροπή της διατομής η κατανομή των τάσεων που φαίνεται στο Σχήμα 3-22.



Σχήμα 3-22: Κατανομή τάσεων και ανάλυση για την περίπτωση (v), όταν ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται στον κορμό της διατομής.

Πάλι, μελετώνται δύο περιπτώσεις: εάν ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται στον κορμό της διατομής ή στο πέλμα της.

- Για $N \leq (A - 2bt_f) \cdot f_y$, ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται στον κορμό. Για τις ροπές που προκύπτουν από τα τμήματα a και b έχουμε:

$$M_a = M_{pl,N} \quad (3.60)$$

όπου

$M_{pl,N}$ = απομειωμένη πλαστική ροπή αντοχής της διατομής λόγω της ταυτόχρονης δράσης μιας αξονικής δύναμης N

$$M_b = \frac{t_w \cdot a^2 \cdot f_y}{12} \quad (3.61)$$

Γνωρίζουμε επίσης ότι $c = \frac{2f_y}{E \cdot a} \Rightarrow a = \frac{2f_y}{E \cdot c}$. Αντικαθιστώντας την στην εξίσωση (3.61),

έχουμε:

$$M_b = \frac{t_w \cdot f_y^3}{3 \cdot E^2 \cdot c^2} \quad (3.62)$$

Αφαιρώντας την (3.62) από την (3.60) παίρνουμε:

$$M_v = M_a - M_b = M_{pl,N} - \frac{t_w \cdot f_y^3}{3 \cdot E^2 \cdot c^2} \quad (3.63)$$

Ο όρος $M_{pl,N}$ για μια διατομή διπλού ταυ με τον ουδέτερο άξονα στον κορμό δίνεται ως:

$$M_{pl,N} = M_{pl,0} \cdot \left(1 - n^2 \cdot \frac{A^2}{4t_w \left(bt_f(h - t_f) + t_w \left(\frac{h}{2} - t_f \right)^2 \right)} \right) \quad (3.64)$$

όπου A είναι το εμβαδόν όλης της διατομής και $M_{pl,0} = W_{pl} \cdot f_y$. Αντικαθιστώντας την εξίσωση (3.64) στην (3.63) παίρνουμε:

$$M_v = W_{pl} \cdot f_y \cdot \left\{ 1 - n \cdot \frac{A^2}{4t_w \left[b \cdot t_f(h - t_f) + t_w \left(\frac{h}{2} - t_f \right)^2 \right]} \right\} - \frac{t_w \cdot f_y^3}{3 \cdot E^2 \cdot c^2} \quad (3.65)$$

- Για $N > (A - 2bt_f) \cdot f_y$, ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται εντός του πέλματος. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται για να εξαχθεί η σχέση ροπών-καμπυλοτήτων είναι ίδια με την περίπτωση όπου ο ουδέτερος άξονας βρισκόταν στον κορμό. Αυτό που αλλάζει είναι ο όρος $M_{pl,N}$, που είναι διαφορετικός όταν ο ουδέτερος άξονας είναι μέσα στο πέλμα της διατομής και ο όρος M_b , γιατί η κατανομή των τάσεων του τμήματος b δεν γίνεται στο τμήμα του κορμού αλλά στου πέλματος, για αυτό χρησιμοποιείται το πλάτος της διατομής b αντί για το πλάτος του κορμού t_w . Έτσι έχουμε:

$$M_a = M_{pl,N} \quad (3.66)$$

$$M_b = \frac{b \cdot f_y^3}{3 \cdot E^2 \cdot c^2} \quad (3.67)$$

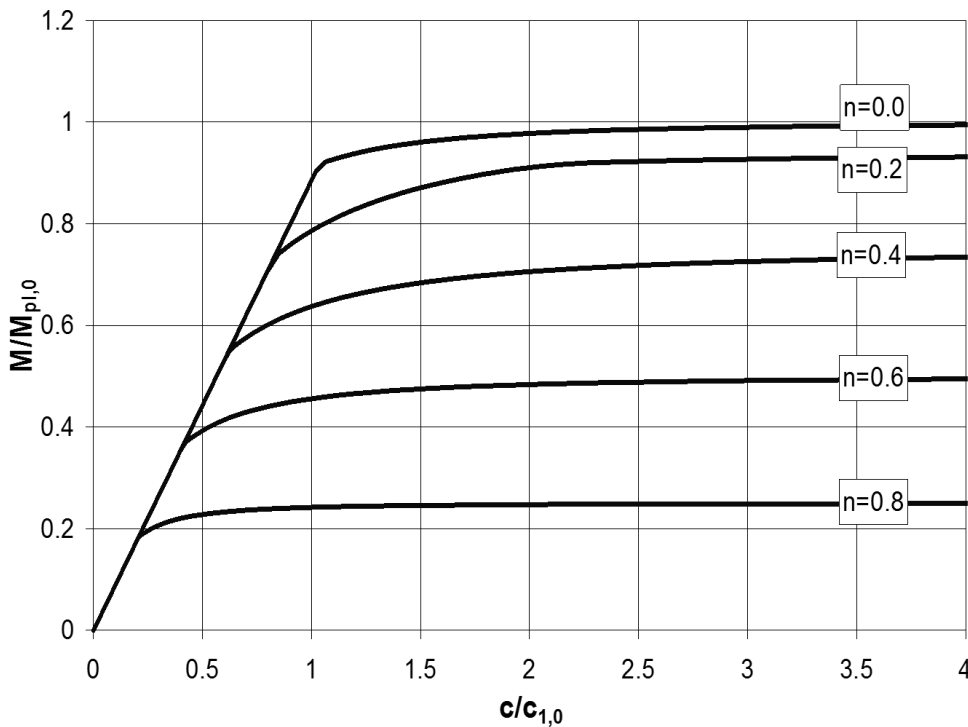
Ο όρος $M_{pl,N}$ για διατομές διπλού ταυ με τον ουδέτερο άξονα να βρίσκεται στο πέλμα είναι γνωστός από την βιβλιογραφία ως:

$$M_{pl,N} = M_{pl,0} \cdot \left\{ 1 - \frac{t_w \cdot d_w^2 + \frac{[n \cdot A - t_w(h - 2t_f)]^2}{b} + 2[n \cdot A - t_w(h - 2t_f)](h - 2t_f)}{4 \left[b \cdot t_f(h - t_f) + t_w \left(\frac{h}{2} - t_f \right)^2 \right]} \right\} \quad (3.68)$$

Επομένως, η σχέση ροπών-καμπυλοτήτων σε αυτή την περίπτωση μπορεί να γραφτεί ως:

$$\begin{aligned}
 M_v &= M_a - M_b = \\
 &= W_{pl} \cdot f_y \left\{ 1 - \frac{t_w \cdot d_w^2 + \frac{[n \cdot A - t_w (h - 2t_f)]^2}{b} + 2[n \cdot A - t_w (h - 2t_f)](h - 2t_f)}{4 \left[b \cdot t_f (h - t_f) + t_w \left(\frac{h}{2} - t_f \right)^2 \right]} \right\} - \frac{b \cdot f_y^3}{3 \cdot E^2 \cdot c^2}
 \end{aligned}
 \tag{3.69}$$

Στο Σχήμα 3-23 παρουσιάζονται οι σχέσεις ροπών-καμπυλοτήτων για μια διατομή IPE 300 για διάφορες τιμές $n = \frac{N}{N_{pl}}$, όπου n ο λόγος της αξονικής δύναμης που επιβάλλεται προς την αξονική δύναμη πλήρους πλαστικοποίησης της διατομής. Όπως ήταν αναμενόμενο, όλες οι καμπύλες ακολουθούν τον ίδιο ελαστικό κλάδο. Όσο πιο μεγάλη είναι η τιμή n , τόσο πιο γρήγορα ο ελαστικός κλάδος μπαίνει στην ελαστοπλαστική περιοχή, δείχνοντας πρόωρη διαρροή υλικού και αντίστοιχα η ροπή αντοχής μειώνεται.



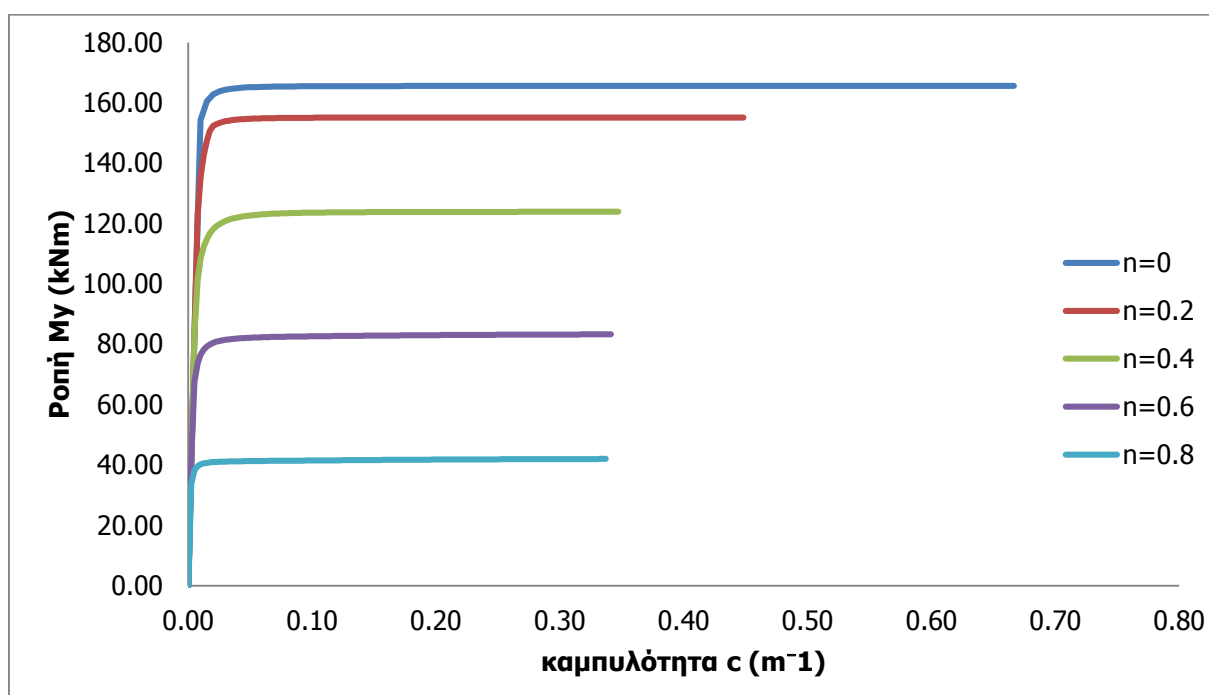
Σχήμα

3-23: Δρόμοι ισοροπίας για διάφορες τιμές n

Τα σημεία όπου η κλίση των καμπύλων αλλάζει απότομα είναι τα σημεία όπου τα πέλματα έχουν διαρρεύσει και η αντοχή της διατομής σε καμπυλότητα είναι περιορισμένη σε σχέση με αυτήν που προσφέρει ο κορμός, ο οποίος έχει μικρότερο πλάτος σε σχέση με αυτόν των πελμάτων. Όσο πιο υψηλή είναι η τιμή του n , τόσο πιο ομαλή είναι η αλλαγή της κλίσης. Αυτό συμβαίνει διότι για μικρή τιμή επιβαλλόμενης αξονικής δύναμης, τα πέλματα διαρρέουν σχεδόν ταυτόχρονα, οδηγώντας σε απότομη μείωση της δυσκαμψίας, σε αντίθεση με την ασύμμετρη κατανομή τάσεων που συμβαίνει για υψηλότερες τιμές επιβαλλόμενης αξονικής δύναμης, η οποία προκαλεί διαρροή σε ένα πέλμα κάθε φορά, με αποτέλεσμα η κλίση της δυσκαμψίας να είναι ομαλότερη.

3.2.2 Αριθμητική λύση

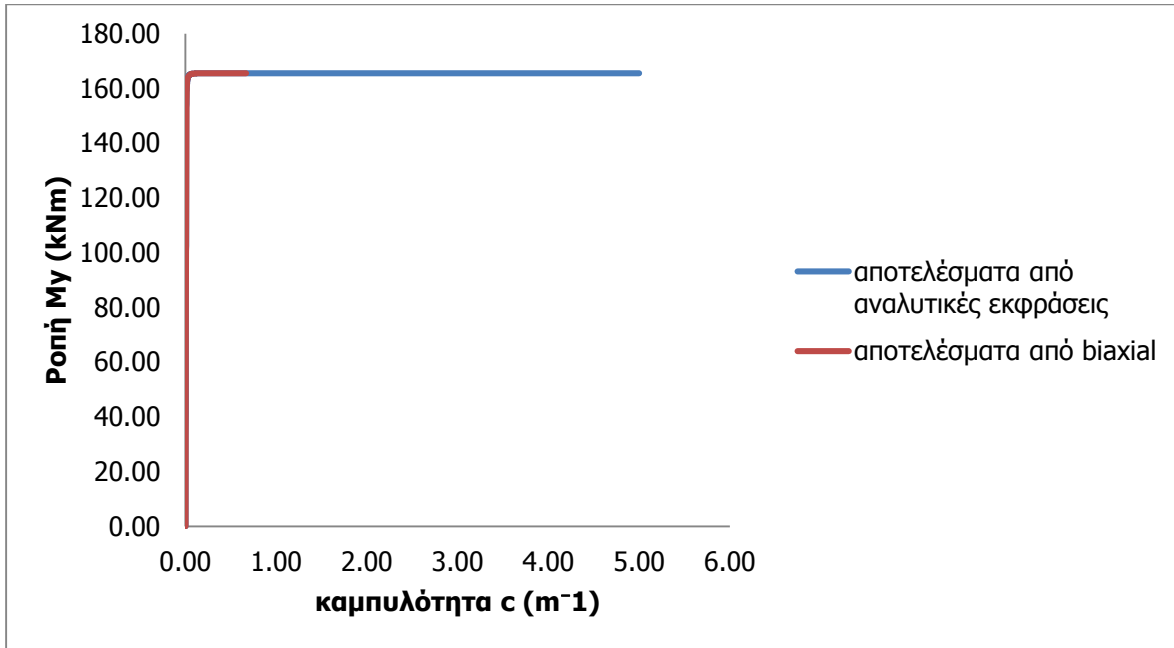
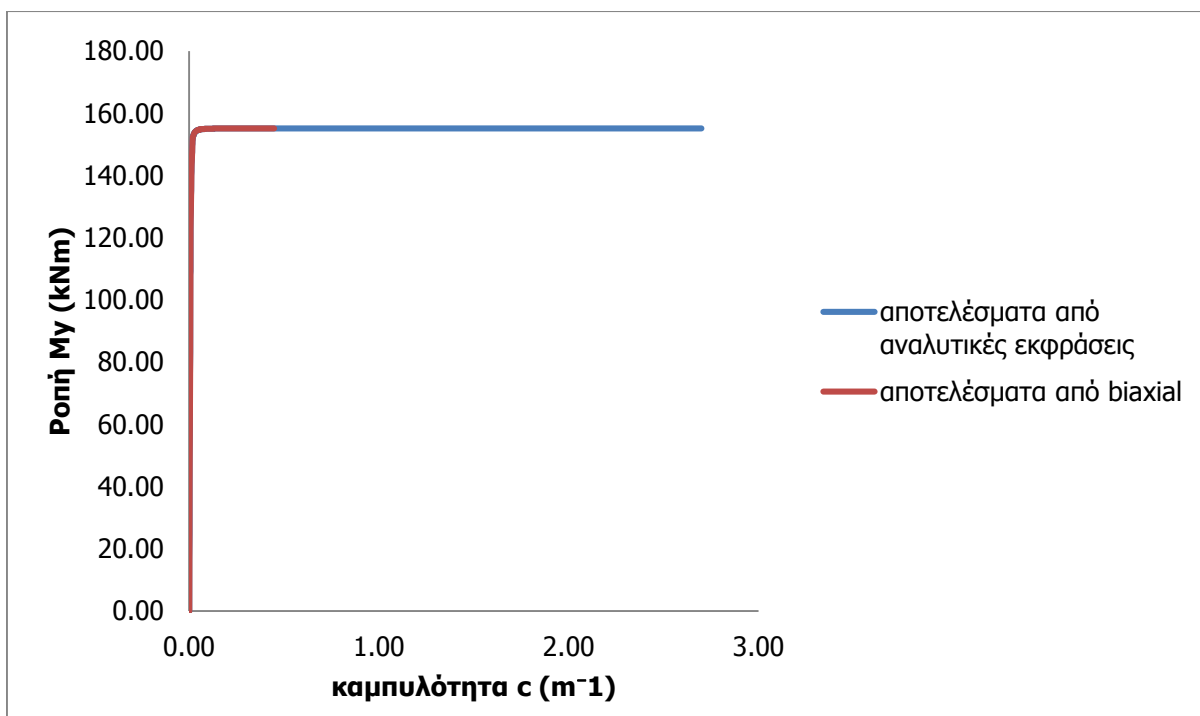
Με την χρήση του προγράμματος Works 2015, Διαξονική Κάμψη/Biaxial αναλύεται μία IPE 300 σε απλή κάμψη περί τον ισχυρό άξονα με αξονική δύναμη. Η διατομή που χρησιμοποιείται αποτελείται από μία κλειστή πολυγωνική γραμμή, αμελώντας τις στρογγυλεμένες άκρες ώστε να μπορέσουμε να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα με αυτά από την αναλυτική λύση. Το διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων του υλικού είναι αρχικά ελαστικό μέχρι την διαρροή του υλικού και στην συνέχεια επιλέγεται οριζόντιος μετελαστικός κλάδος, αμελώντας την κράτυνση του χάλυβα. Το υλικό που εισάγεται είναι χάλυβας S275 με μέτρο ελαστικότητας $E=208\text{GPa}$, ώστε να υπολογιστεί το ακριβές διάγραμμα ροπών-καμπυλοτήτων της διατομής. Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα από την ανάλυση της διατομής για διάφορες τιμές αξονικής δύναμης.

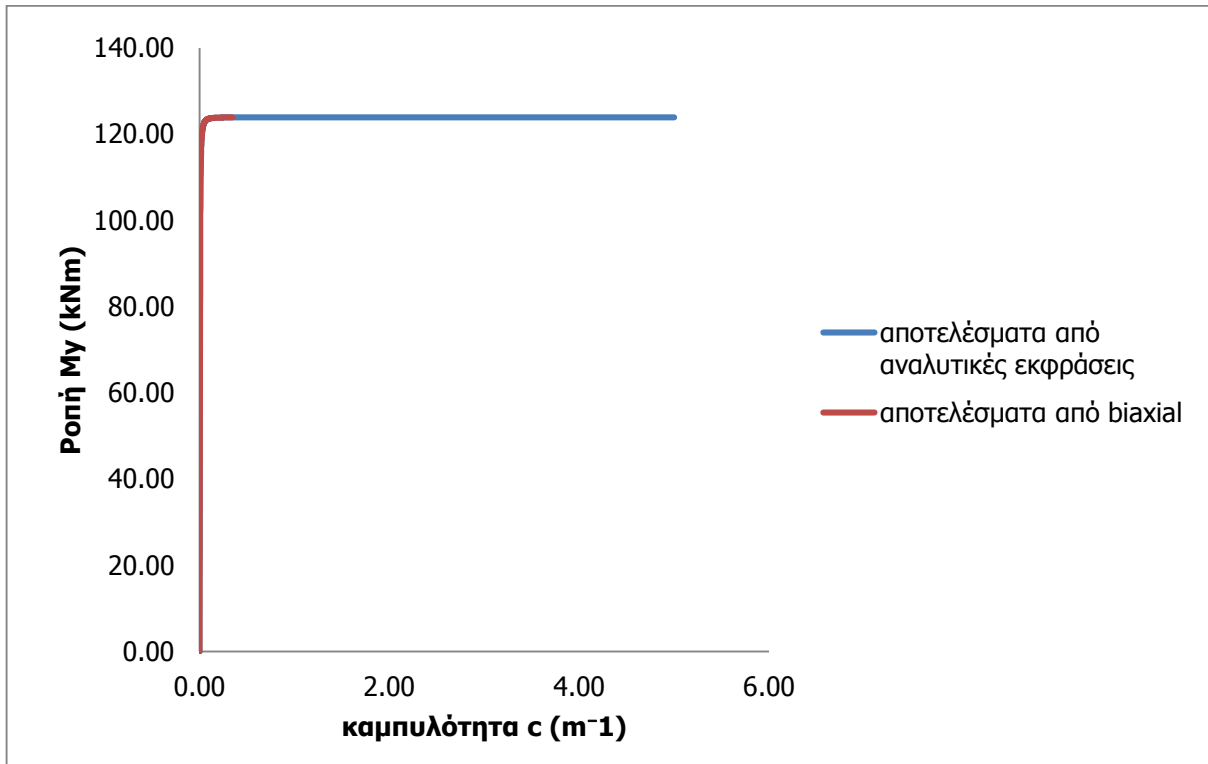
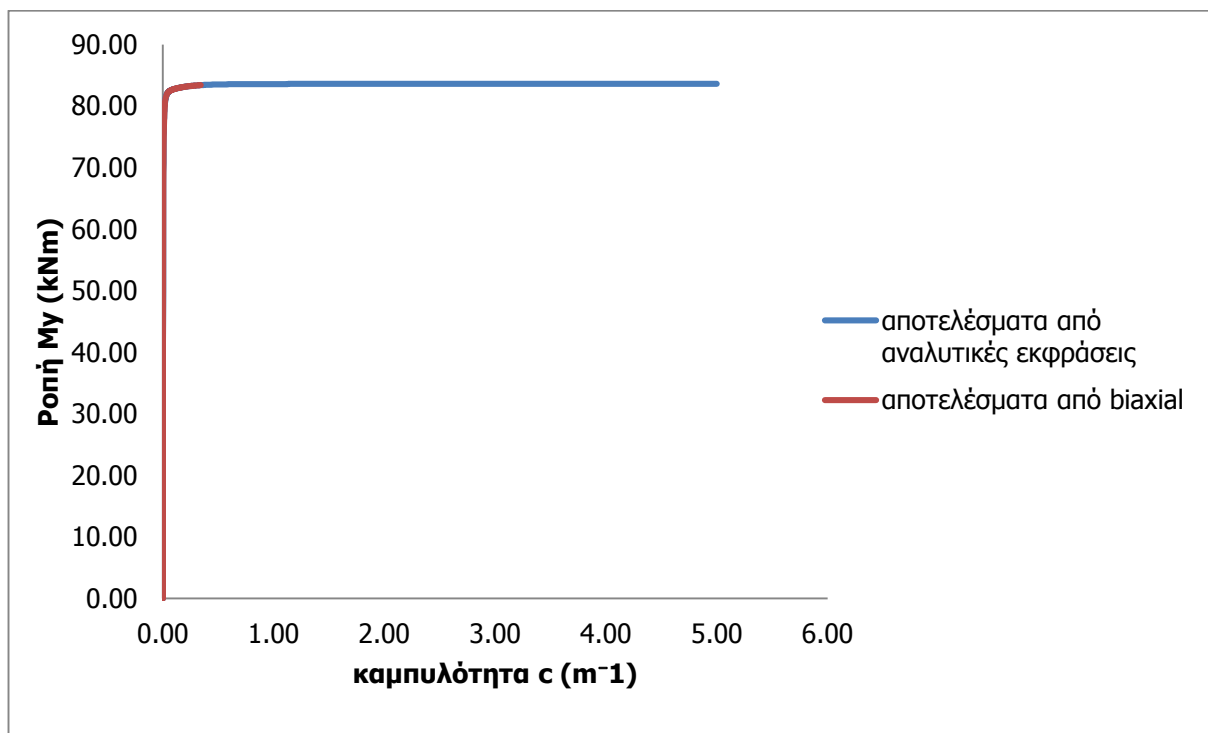


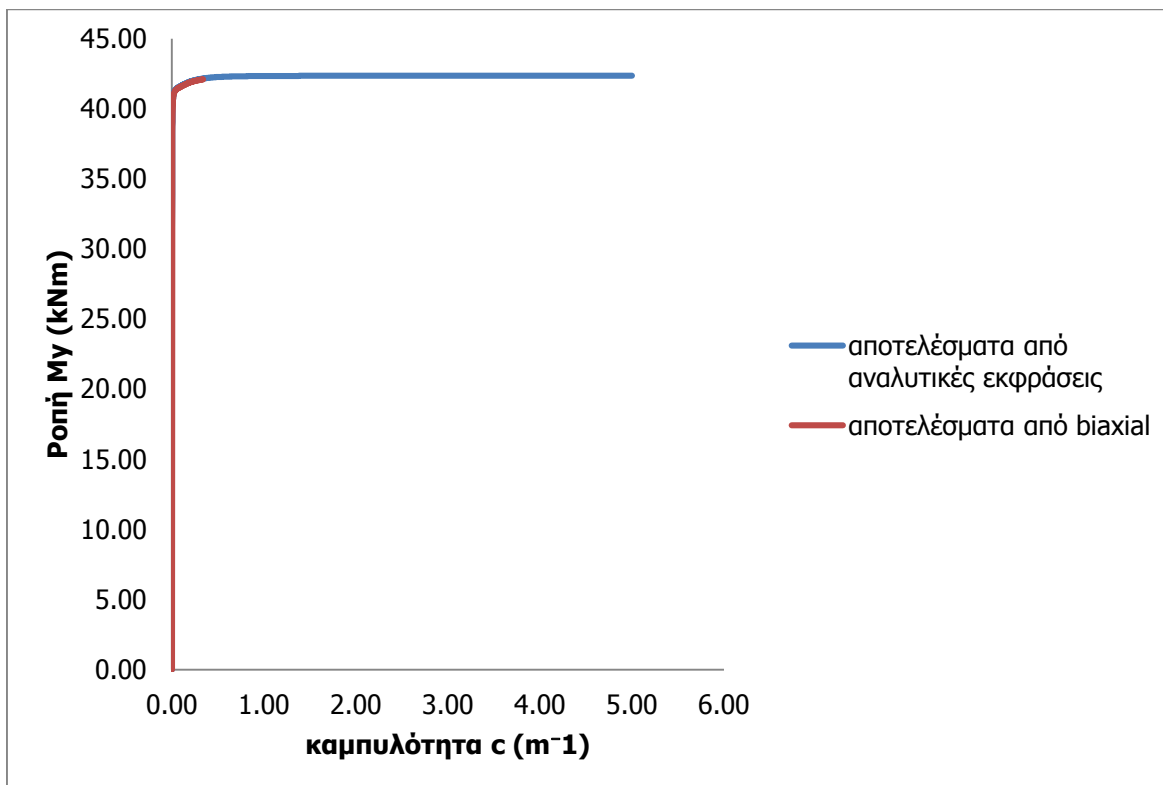
Σχήμα 3-24: Διάγραμμα ροπών-καμπυλοτήτων μιας διατομής διπλού ταυ περί τον ισχυρό άξονα για διάφορες τιμές n

3.2.3 Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων

Στη συνέχεια συγκρίνονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις αναλυτικές εκφράσεις για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της διατομής με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από το πρόγραμμα biaxial για διάφορες τιμές n .

Σχήμα 3-25: Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων για $n=0$ Σχήμα 3-26: Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων για $n=0.2$

Σχήμα 3-27: Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων για $n=0.4$ Σχήμα 3-28: Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων για $n=0.6$



Σχήμα 3-29: Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων για $n=0.8$

3.4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα αποτελέσματα ροπών-καμπυλοτήτων που προκύπτουν από τις αναλυτικές εκφράσεις προσεγγίζουν σε ικανοποιητικό βαθμό τα αριθμητικά αποτελέσματα από το πρόγραμμα *biaxial* τόσο για κάμψη περί τον ισχυρό όσο και περί τον ασθενή άξονα της διατομής διπλού ταυ για διάφορες τιμές επιβαλλόμενης αξονικής δύναμης. Για τις περιπτώσεις μικρής επιβαλλόμενης αξονικής δύναμης τα αριθμητικά αποτελέσματα αποκλίνουν από τα αποτελέσματα των αναλυτικών εκφράσεων περί τον ασθενή άξονα, γιατί στους υπολογισμούς των αναλυτικών σχέσεων έχει αμεληθεί η συνεισφορά του κορμού. Είναι γνωστό ότι για μικρές τιμές αξονικής δύναμης, ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται εντός του κορμού της διατομής και άρα το εμβαδόν του κορμού συμμετέχει στην αντοχή όλης της διατομής. Το εμβαδόν, όμως, αυτό του κορμού είναι πολύ μικρό και άρα μπορεί να αμεληθεί χωρίς να υπάρχουν σημαντικές αποκλίσεις από τα αποτελέσματα εάν είχε συμπεριληφθεί και ο κορμός. Έτσι, για κάμψη περί τον ασθενή άξονα της διατομής χρησιμοποιούνται οι σχέσεις της ορθογωνικής διατομής. Επομένως, για οποιαδήποτε διατομή διπλού ταυ θα χρησιμοποιούνται οι τιμές ροπών-καμπυλοτήτων από το πρόγραμμα *biaxial*, εφόσον αποδείχθηκε ότι τα αποτελέσματα είναι ακριβή και υπολογίζονται πολύ γρήγορα και χωρίς ενδεχόμενο λάθους, σε σχέση με τις αναλυτικές εκφράσεις που για μία διατομή απαιτείται μεγάλος όγκος υπολογισμών και με πιθανότητα λάθους.

4 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΝΑΛΥΤΙΚΩΝ – ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΛΥΣΕΩΝ ΕΛΑΣΤΟΠΛΑΣΤΙΚΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ

Για την μελέτη των μεταλλικών σωληνοδιαδρόμων είναι πολύ σημαντικό να γνωρίζουμε εάν το πρόγραμμα που θα χρησιμοποιηθεί δίνει αποτελέσματα πολύ κοντά στην οριακή αντοχή των διατομών που θα χρησιμοποιηθούν στην ανάλυση. Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να οδηγηθούμε σε ελαφρύτερες και οικονομικότερες κατασκευές με πιο οριακή εκμετάλλευση του υλικού. Επιπλέον, όταν το πρόγραμμα δίνει αποτελέσματα που προσεγγίζουν σε ικανοποιητικό βαθμό την οριακή συμπεριφορά της κατασκευής, έχουμε καλύτερη εκτίμηση των αναμενόμενων αποτελεσμάτων, καθώς προσεγγίζεται η πραγματική συμπεριφορά της.

Συνήθως οι διατομές που χρησιμοποιούνται σε τέτοιου είδους κατασκευές είναι κλειστές ορθογωνικές, κυκλικές ή μορφής διπλού ταύ. Στη συγκεκριμένη εργασία έχει προσομοιωθεί ένα πλαίσιο ενός μεταλλικού φορέα σωληνοδιαδρόμων στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων ADINA με διατομές διπλού ταύ. Για αυτό, στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μιας αμφιέρειστης και μιας αμφίπακτης δοκού, καθώς και ενός αμφιαρθρωτού και αμφίπακτου πλαισίου, στα οποία έχει χρησιμοποιηθεί η συγκεκριμένη διατομή για να ελεγχθεί κατά πόσο το πρόγραμμα πλησιάζει ή όχι την οριακή της αντοχή.

4.1 ΑΜΦΙΕΡΕΙΣΤΗ ΔΟΚΟΣ

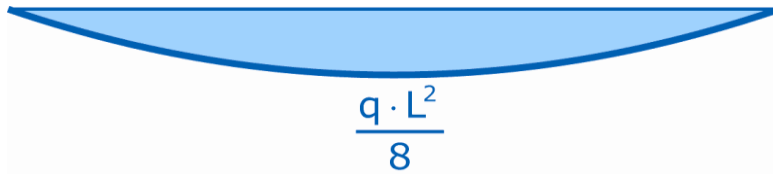
4.1.1 Αναλυτική λύση

Αρχικά μελετάται η περίπτωση της αμφιέρειστης δοκού, ανοίγματος L , κατασκευασμένης από δομικό χάλυβα, με διατομή η οποία έχει πλαστική ροπή αντοχής ίση με M_{pl} και η οποία καταπονείται από εγκάρσιο, ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο q .



Σχήμα 4-1: Αμφιέρειστη δοκός υπό κατανεμημένη εγκάρσια φόρτιση

Θεωρείται ότι η διατομή μπορεί να πλαστικοποιηθεί πλήρως και να παραλαμβάνεται η πλαστική ροπή αντοχής M_{pl} . Μόλις πραγματοποιηθεί η πλήρης πλαστικοποίηση της διατομής, μπορούν να πραγματοποιούνται μεγάλες στρωφικές παραμορφώσεις της διατομής, χωρίς την εμφάνιση φαινομένων τοπικού λυγισμού. Το διάγραμμα καμπτικών ροπών της αμφιέριστης δοκού για μια οποιαδήποτε τιμή q απεικονίζεται στο Σχήμα 4-2.



Σχήμα 4-2: Διάγραμμα καμπτικών ροπών αμφιέριστης δοκού

Το επιβαλλόμενο φορτίο q συνεχώς αυξάνεται, ώσπου θα φτάσει κάποια τιμή q_1 , η οποία προκαλεί στο μέσον ροπή ίση με την πλαστική ροπή αντοχής M_{pl} . Τότε δημιουργείται πλαστική άρθρωση στο μέσον και το νέο διάγραμμα καμπτικών ροπών φαίνεται στο Σχήμα 4-3.

Το φορτίο q_1 υπολογίζεται ως συνάρτηση της πλαστικής ροπής M_{pl} και του ανοίγματος L της αμφιέριστης δοκού με τιμή:

$$M_{pl} = \frac{q_1 \cdot L^2}{8} \quad (4.1)$$

$$q_1 = \frac{8 \cdot M_{pl}}{L^2} \quad (4.2)$$

Όταν σχηματιστεί πλαστική άρθρωση στο μέσον της δοκού δεν μπορεί να παραληφθεί επιπλέον ροπή από την μεσαία διατομή, αλλά μπορεί να στρέφεται ελεύθερα. Το φορτίο q_1 είναι το μέγιστο που μπορεί να επιβληθεί, καθώς έχουν δημιουργηθεί 3 αρθρώσεις επί της ίδιας ευθείας. Πλέον, ο φορέας από ισοστατικός έχει γίνει μηχανισμός και επειδή στη μεσαία διατομή η άρθρωση που έχει δημιουργηθεί είναι πλαστική, λέγεται πλαστικός μηχανισμός κατάρρευσης.

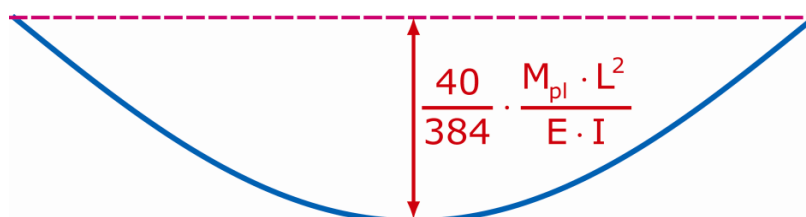


Σχήμα 4-4: Πλαστικός μηχανισμός κατάρρευσης λόγω πλαστικής άρθρωσης στη μεσαία διατομή

Μέχρι το φορτίο q_1 , η δοκός συμπεριφέρεται αμφιέριστα. Με το σχηματισμό της πλαστικής άρθρωσης, το βέλος (δ_1) στο μέσον της δοκού υπολογίζεται από τη σχέση δυσκαμψίας αμφιέριστης δοκού με ελαστική συμπεριφορά και είναι ίσο με:

$$\delta_1 = \frac{5 \cdot q_1 \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{40 \cdot M_{pl} \cdot L^2}{384 \cdot E \cdot I} \quad (4.3)$$

Η παραμορφωμένη κατάσταση της δοκού τη στιγμή που σχηματίζεται πλαστική άρθρωση στο μέσον παρουσιάζεται στο Σχήμα 4-5.



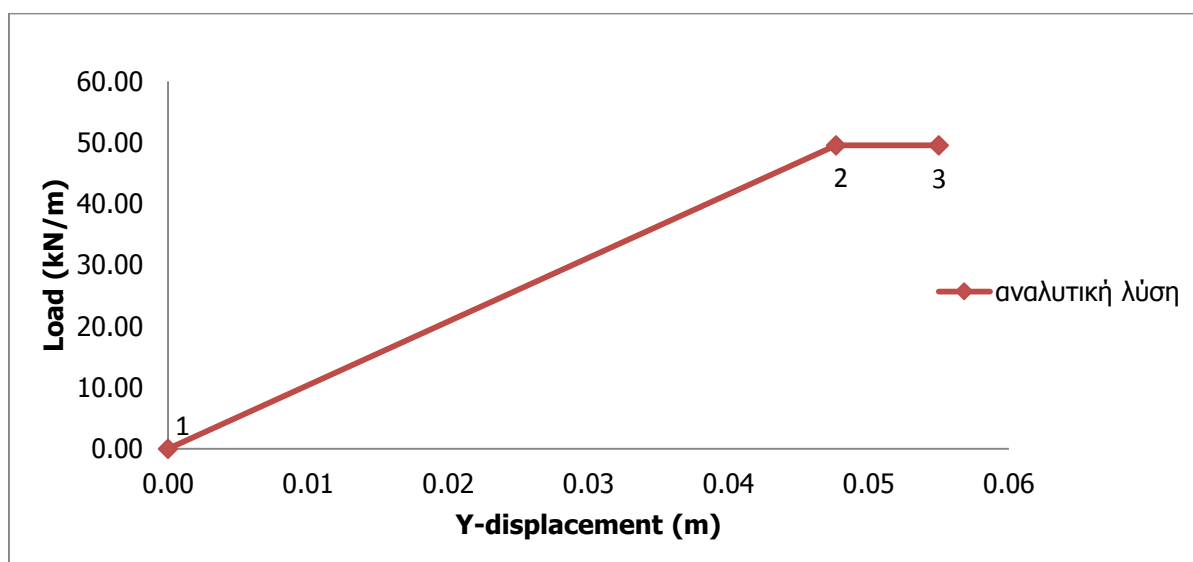
Σχήμα 4-5: Παραμορφωμένη κατάσταση της δοκού κατά τον σχηματισμό πλαστικής άρθρωσης στο μέσον

4.1.1.1 Αναλυτική λύση για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού

Στο Πίνακα 4-1 παρουσιάζεται το επιβαλλόμενο φορτίο q και το βέλος (δ) στο μέσον της δοκού, τα οποία υπολογίζονται από τις εξισώσεις (4.2) και (4.3), όταν χρησιμοποιείται διατομή IPE 300 με πλαστική ροπή αντοχής κατά τον ισχυρό άξονα $M_{pl,y}=223.08\text{kNm}$.

Πίνακας 4-1: Επιβαλλόμενο φορτίο (q) και βέλος (δ) στο μέσον της δοκού

Σημείο	δ (m)	q (kN/m)
1	0	0
2	0.0476	49.57
3	0.05	49.57



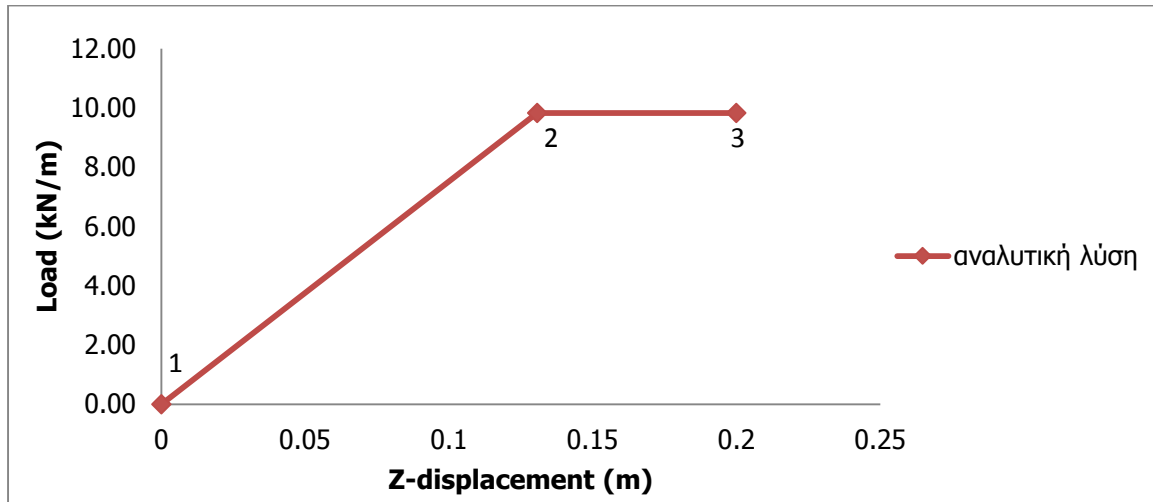
Σχήμα 4-6: Διάγραμμα φορτίου-μετατόπισης στο μέσον της δοκού κατά τον ισχυρό άξονα της δοκού

4.1.1.2 Αναλυτική λύση για κάμψη περί τον ασθενή άξονα της δοκού

Στο πίνακα 4-2 παρουσιάζεται το επιβαλλόμενο φορτίο q και το βέλος (δ) στο μέσον της δοκού, τα οποία υπολογίζονται από τις εξισώσεις (4.2) και (4.3), όταν στην αμφιέριστη δοκό χρησιμοποιείται διατομή IPE 300 με πλαστική ροπή αντοχής κατά τον ασθενή άξονα $M_{pl,z}=44.20\text{kNm}$.

Πίνακας 4-2: Επιβαλλόμενο φορτίο (q_z) και βέλος (δ) στο μέσον της δοκού

Σημείο	δ (m)	q (kN/m)
1	0	0
2	0.1307	9.82
3	0.2	9.82

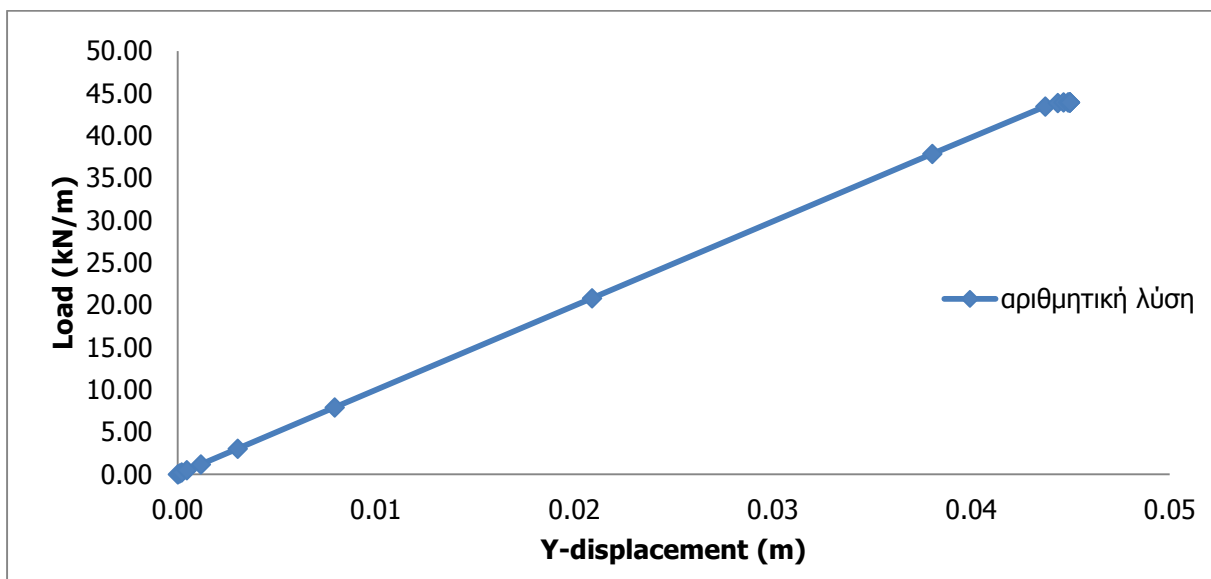


Σχήμα 4-7: Διάγραμμα φορτίου-μετατόπισης στο μέσον της δοκού κατά τον ασθενή άξονα της δοκού

4.1.2 Αριθμητική λύση χρησιμοποιώντας νόμο υλικού

4.1.2.1 Αριθμητική λύση για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού

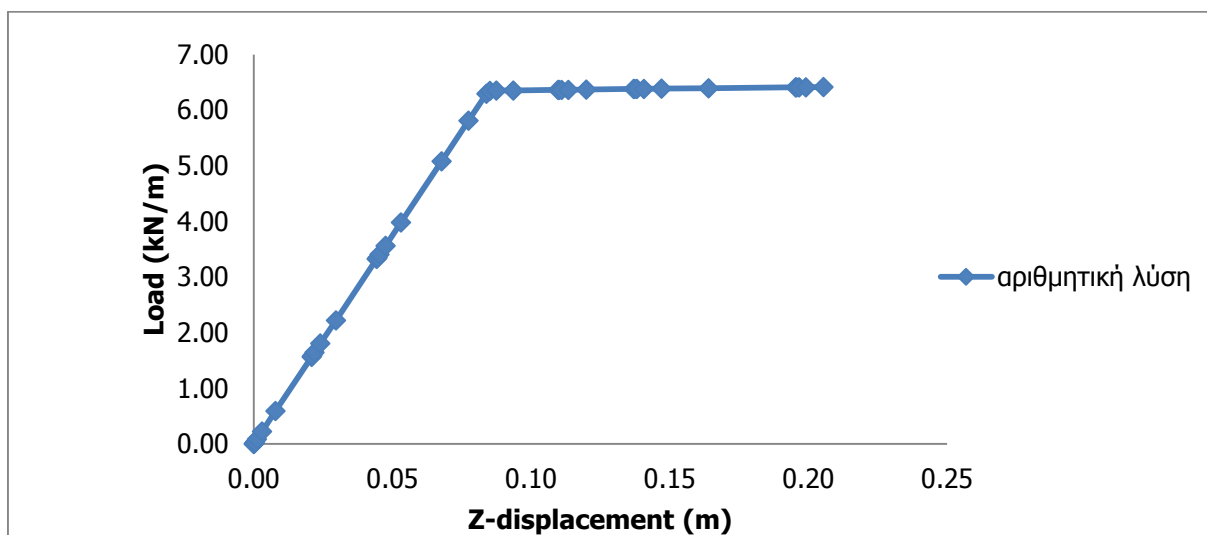
Στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA προσομοιώνεται μία αμφιέριστη δοκός με στοιχεία δοκού (beam elements), ανοίγματος $L=6$ μέτρων, κατασκευασμένη από ελαστικό-απολύτως πλαστικό δομικό χάλυβα S355. Η διατομή που χρησιμοποιήθηκε ήταν IPE 300 η οποία έχει πλαστική ροπή αντοχής κατά τον ισχυρό της άξονα $M_{pl,y}=223.08\text{kNm}$. Το μέτρο ελαστικότητας της δοκού είναι $E=210\text{GPa}$, ο λόγος Poisson $\nu=0.3$ και η δοκός καταπονείται από εγκάρσιο, ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο $q=5\text{kN/m}$. Στο Σχήμα 4-8 παρουσιάζεται ο δρόμος ισορροπίας στο μέσον της δοκού, όπως προέκυψε από τις αναλύσεις.



Σχήμα 4-8: Διάγραμμα φορτίου-μετατόπισης στο μέσον της δοκού κατά τον ισχυρό άξονα

4.1.2.2 Αριθμητική λύση για φορτίο κατά τον ασθενή άξονα της δοκού

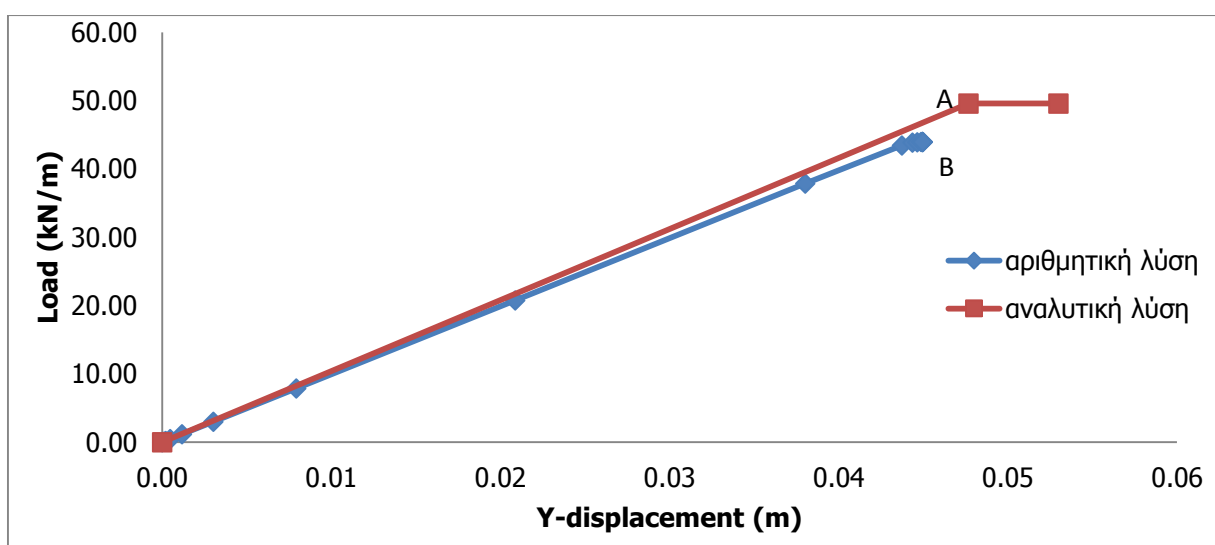
Στη συνέχεια, για την ίδια δοκό με διατομή IPE 300 και με πλαστική ροπή αντοχής κατά τον ασθενή άξονα έγινε ανάλυση με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA, επιβάλλοντας φορτίο $q=5\text{kN/m}$ κατά τον ασθενή άξονά της. Για την προσομοίωση του φορέα χρησιμοποιήθηκαν πεπερασμένα στοιχεία δοκού (beam elements) και για την ανάλυση εφαρμόστηκε η μη γραμμικότητα υλικού επιλέγοντας ελαστικό - απολύτως πλαστικό χάλυβα S355. Στο Σχήμα 4-9 παρουσιάζεται ο δρόμος ισορροπίας στο μέσον της δοκού.



Σχήμα 4-9: Διάγραμμα φορτίου-μετατόπισης στο μέσον της δοκού κατά τον ασθενή άξονα

4.1.3 Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων

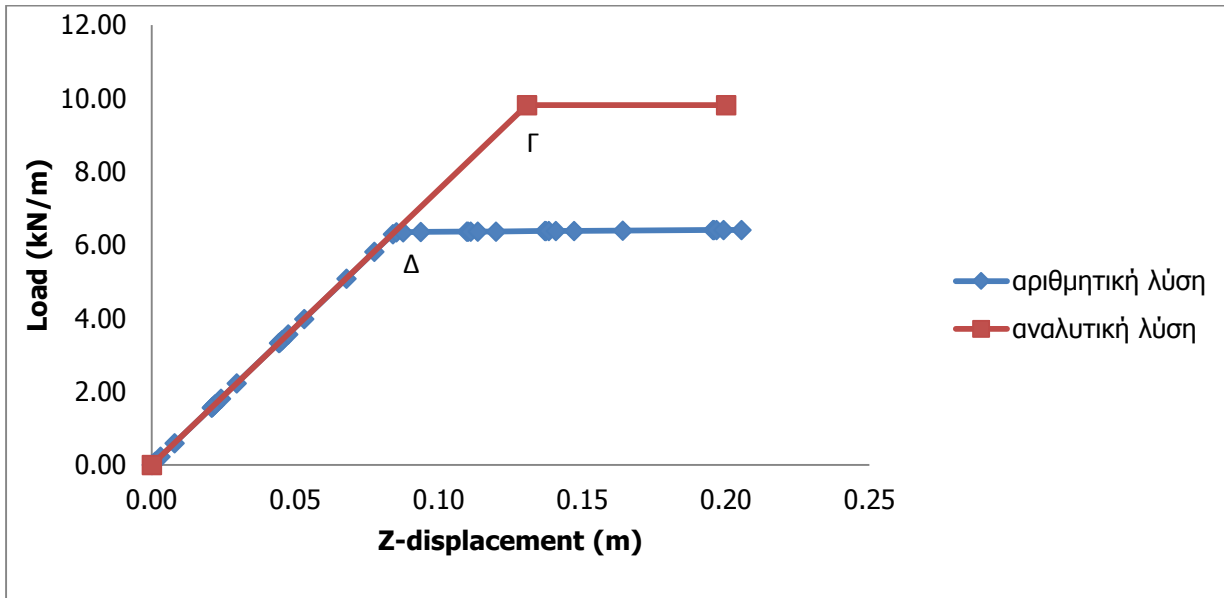
Οι δρόμοι ισορροπίας που προέκυψαν από την αναλυτική προσέγγιση συγκρίνονται με τους αντίστοιχους δρόμους ισορροπίας κατά την αριθμητική προσέγγιση. Παρατηρείται ότι ενώ για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού το αποτέλεσμα από την αναλυτική λύση προσεγγίζεται σε ικανοποιητικό βαθμό από το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA, δεν ισχύει το ίδιο για τα αποτελέσματα κατά τον ασθενή άξονα. Στα Σχήματα 4-10 και 4-11 φαίνονται αυτές οι συγκρίσεις.



Σχήμα 4-10: Διάγραμμα φορτίου-μετατόπισης στο μέσον της δοκού για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα με την αναλυτική και την αριθμητική προσέγγιση

Πίνακας 4-3: Αποτελέσματα αναλυτικής και αριθμητικής λύσης για απλή κάμψη περί τον ισχυρό άξονα

Αναλυτική λύση	A	$\delta=0.048\text{m}$	$q=49.57\text{kN/m}$
Αριθμητική λύση	B	$\delta=0.045\text{m}$	$q=43.90\text{kN/m}$



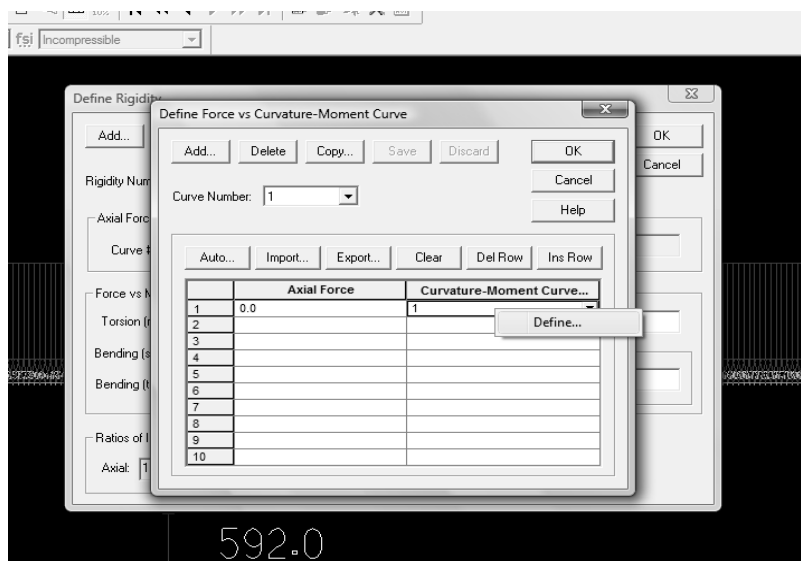
Σχήμα 4-11: Διάγραμμα φορτίου-μετατόπισης στο μέσον της δοκού για κάμψη περί τον ασθενή άξονα με την αναλυτική και την αριθμητική προσέγγιση

Αναλυτική λύση	Γ	$\delta=0.13\text{m}$	$q=9.82\text{kN/m}$
Αριθμητική λύση	Δ	$\delta=0.084\text{m}$	$q=6.30\text{kN/m}$

Πίνακας 4-4: Αποτελέσματα αναλυτικής και αριθμητικής λύσης για απλή κάμψη περί τον ασθενή άξονα

4.1.4 Αριθμητική λύση χρησιμοποιώντας σχέσεις ροπών-καμπυλοτήτων

Στη συνέχεια εισάγεται στο πρόγραμμα biaxial μία διατομή διπλού ταυ IPE 300 και εξάγονται όλες οι τιμές ροπών-καμπυλοτήτων για διάφορες τιμές αξονικής δύναμης. Τα ζεύγη ροπών-καμπυλοτήτων εισάγονται στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA και γίνονται αναλύσεις σε μία αμφιέριστη δοκό, οι οποίες θα συγκριθούν με την αναλυτική λύση που έχει παρουσιαστεί παραπάνω, χωρίς να χρειαστεί η εισαγωγή γεωμετρικών χαρακτηριστικών και νόμου υλικού. Για οποιαδήποτε τιμή αξονικής δύναμης, ο χρήστης μπορεί να εισάγει καμπύλες ροπών-καμπυλοτήτων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4-12 και 4-13. Το λογισμικό, στη συνέχεια, χρησιμοποιεί την κλίση αυτών των καμπυλών, κάνοντας γραμμική παρεμβολή για τιμές αξονικών δυνάμεων ή ροπών που δεν έχουν εισαχθεί, ώστε να πραγματοποιηθεί ανάλυση.



Σχήμα 4-12: Μία καμπύλη ροπών-καμπυλοτήτων αντιστοιχεί σε κάθε τιμή αξονικής δύναμης. Για τιμές αξονικής δύναμης που δεν δίνονται από τον χρήστη, το λογισμικό θα κάνει γραμμική παρεμβολή.

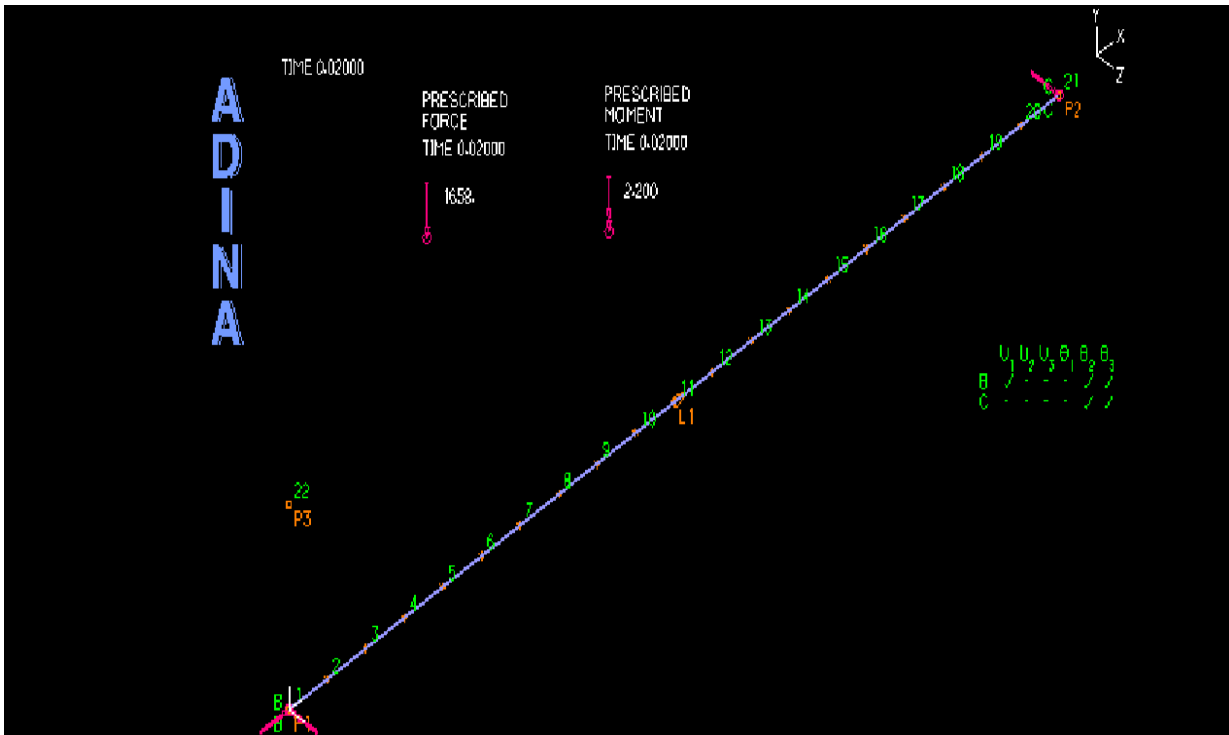


Σχήμα 4-13: Κάθε καμπύλη ροπών-καμπυλοτήτων προσδιορίζεται από ζεύγη τιμών.

Το λογισμικό δέχεται καμπύλες με δυσκαμψία που συνεχώς μειώνεται. Όπου εντοπίζεται σταθερή ή αυξανόμενη δυσκαμψία θα εμφανίζεται η ένδειξη λάθους.

Μόλις προσδιορίστηκε η διατομή, προσομοιώθηκε μία αμφιέριστη δοκός μήκους 6 m με 20 πεπερασμένα στοιχεία (beam elements). Στο ένα άκρο υπήρχε δέσμευση της εγκάρσιας και διαμήκους μετατόπισης, ενώ στο άλλο άκρο υπάρχει δέσμευση μόνο της διαμήκους μετατόπισης.

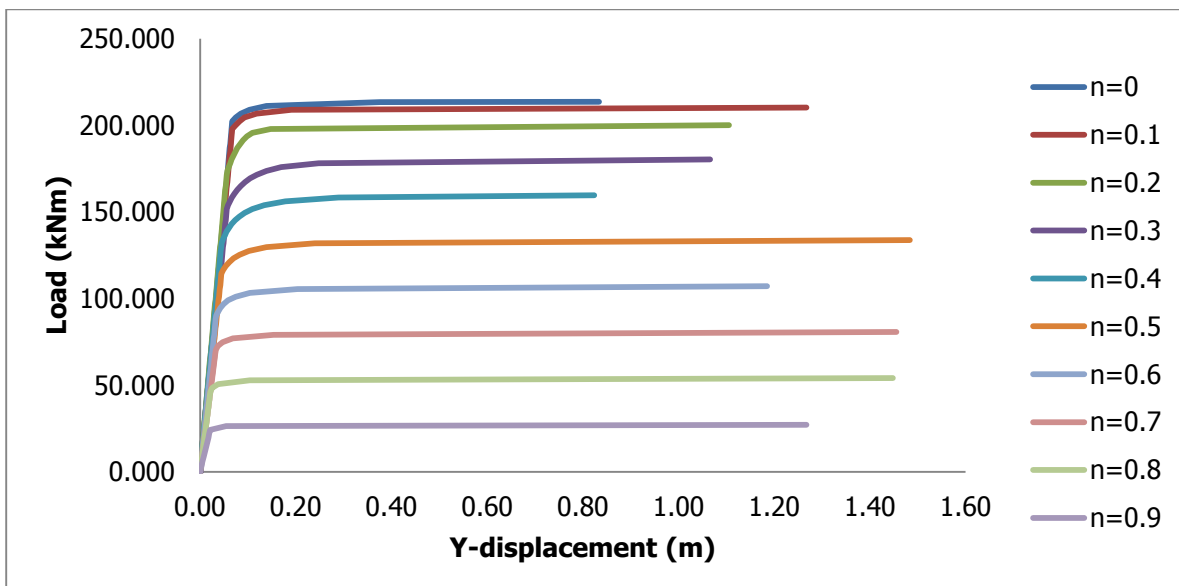
Στη δοκό επιβάλλονται συγκεντρωμένες ροπές στις δύο στηρίξεις, με ανάλογη φορά ώστε να επιτρέπεται η κάμψη κατά τον ισχυρό άξονα της δοκού και κατά τον ασθενή, ενώ στο άκρο που η δοκός έχει δέσμευση κατά την διαμήκη έννοια επιβάλλεται αξονική δύναμη, η οποία έχει σταθερή τιμή. Έτσι, οι συγκεντρωμένες ροπές εισάγονται στο πρόγραμμα ADINA με διαφορετικό time function από ότι η αξονική δύναμη, που παραμένει συνεχώς σταθερή.



Σχήμα 4-14: Προσομοίωση στο πρόγραμμα ADINA μίας αμφιέριστης δοκού με στοιχεία δοκού για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα με την επιβολή αξονικής δύναμης για $n=0.9$

4.1.4.1 Αριθμητική λύση για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού

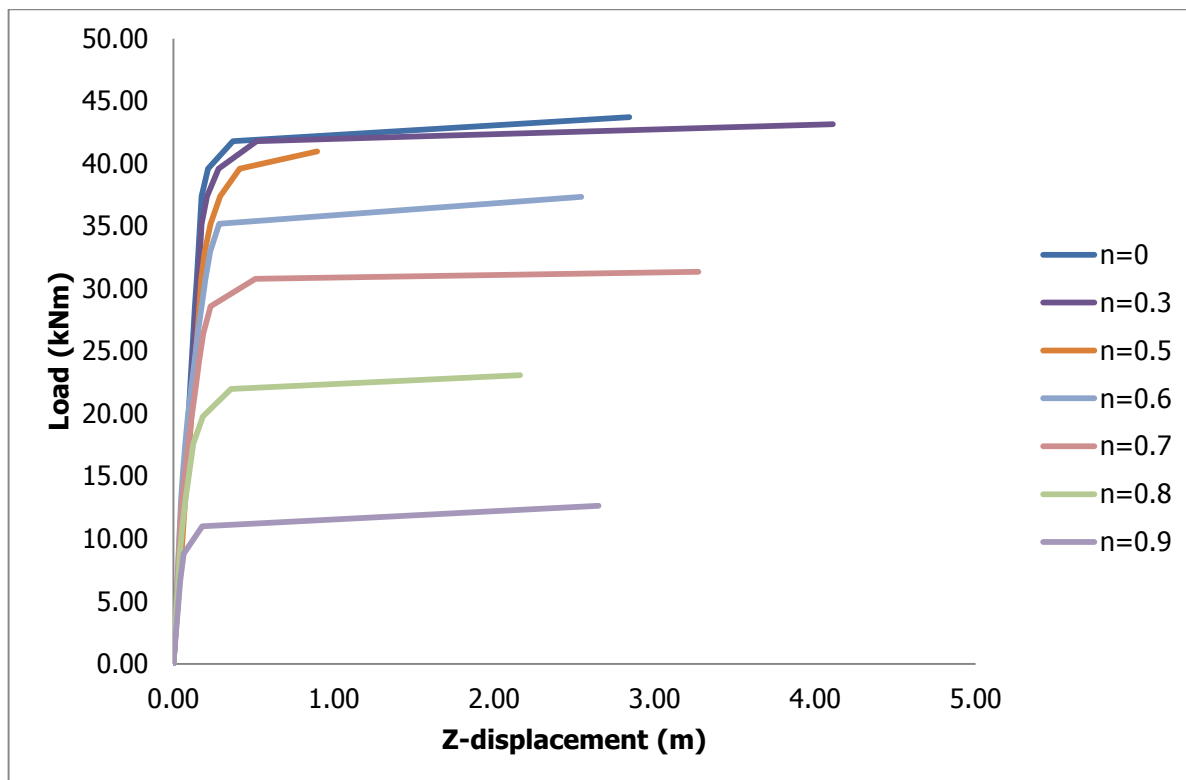
Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για διάφορες τιμές αξονικής δύναμης, όταν η δοκός κάμπτεται κατά τον ισχυρό της άξονα.



Σχήμα 4-15: Αποτελέσματα ροπών-μετακίνησης για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού για διάφορες τιμές αξονικής δύναμης

4.1.4.2 Αριθμητική λύση για κάμψη περί τον ασθενή άξονα

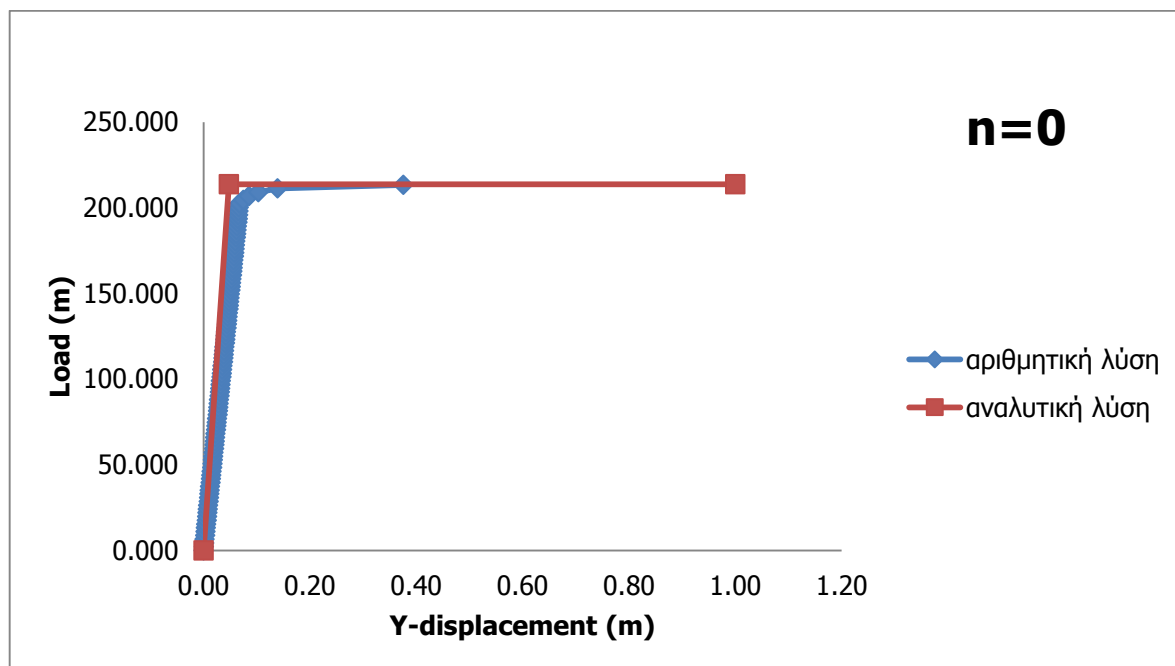
Στο Σχήμα 4-16 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για διάφορες τιμές αξονικής δύναμης, όταν η δοκός κάμπτεται κατά τον ασθενή της άξονα. Οι καμπύλες για $n=0.1$, $n=0.2$ και $n=0.4$ δεν παρουσιάζονται, καθώς ταυτίζονται σχεδόν με τις καμπύλες για $n=0$ και $n=0.3$ και περιπλέκεται το διάγραμμα.



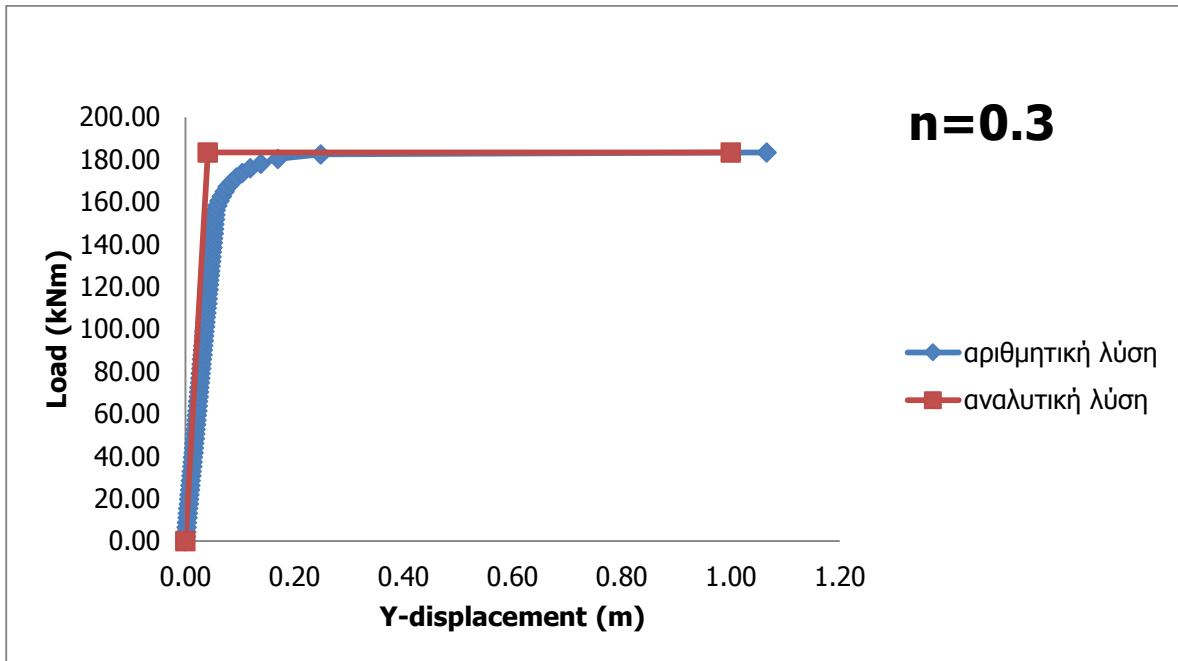
Σχήμα 4-16: Αποτελέσματα ροπών-μετακίνησης για κάμψη περί τον ασθενή άξονα της δοκού για διάφορες τιμές αξονικής δύναμης

4.1.5 Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων για διάφορα επίπεδα αξονικής δύναμης

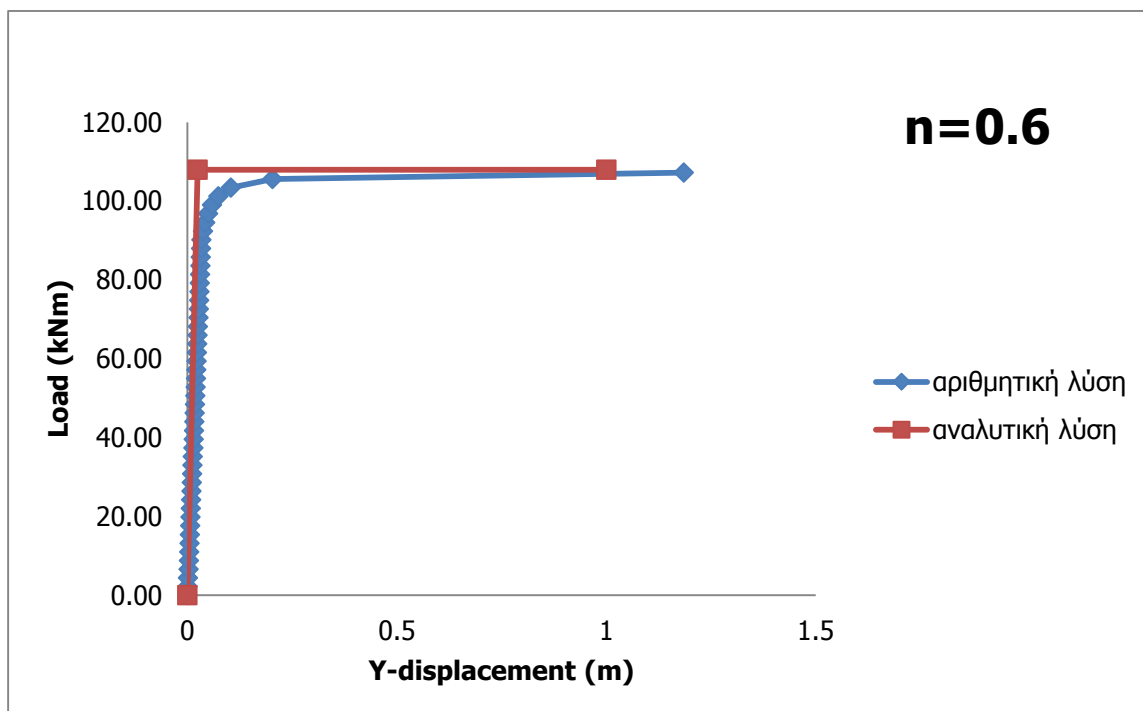
4.1.5.1 Σύγκριση αποτελεσμάτων για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού



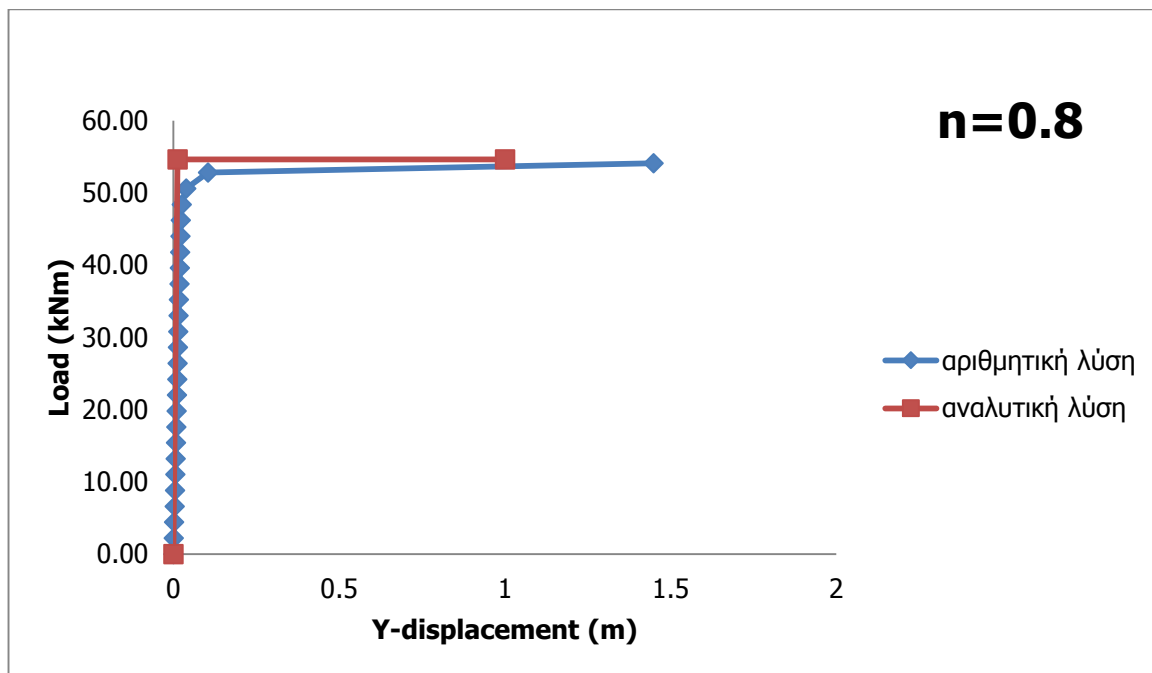
Σχήμα 4-16: Αποτελέσματα ροπής-μετακίνησης για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού με $n=0$



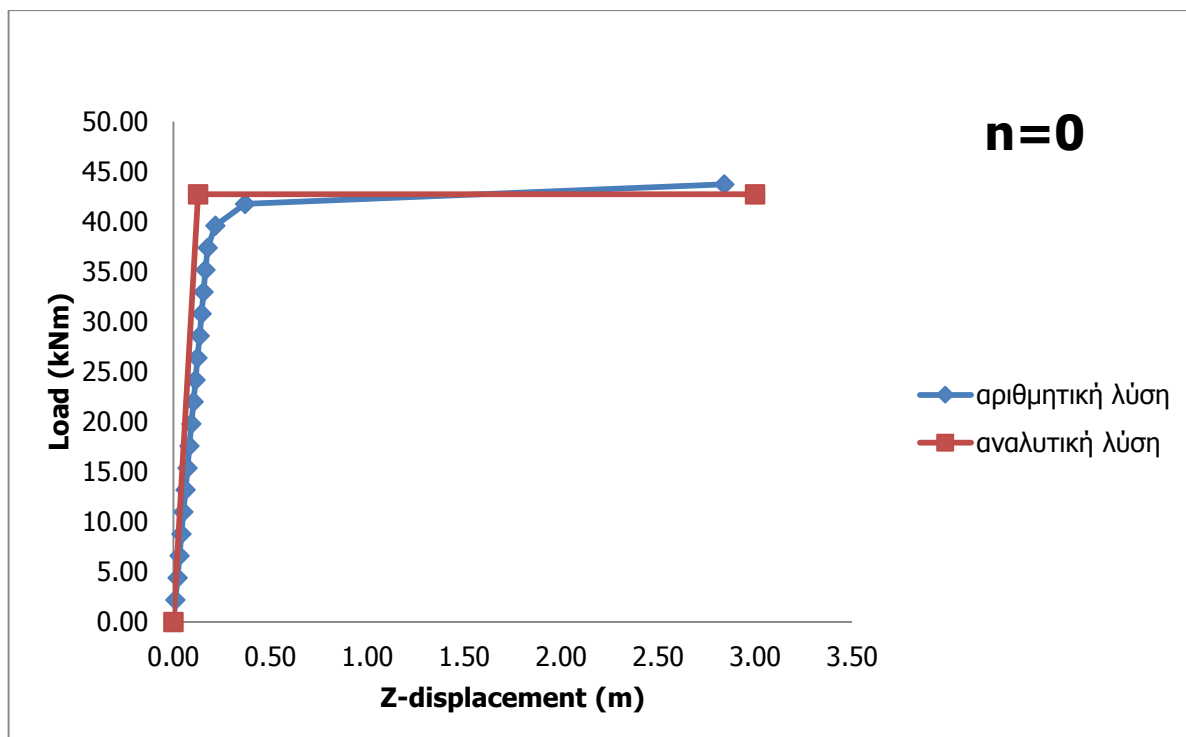
Σχήμα 4-17: Αποτελέσματα ροπής-μετακίνησης για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού με $n=0.3$

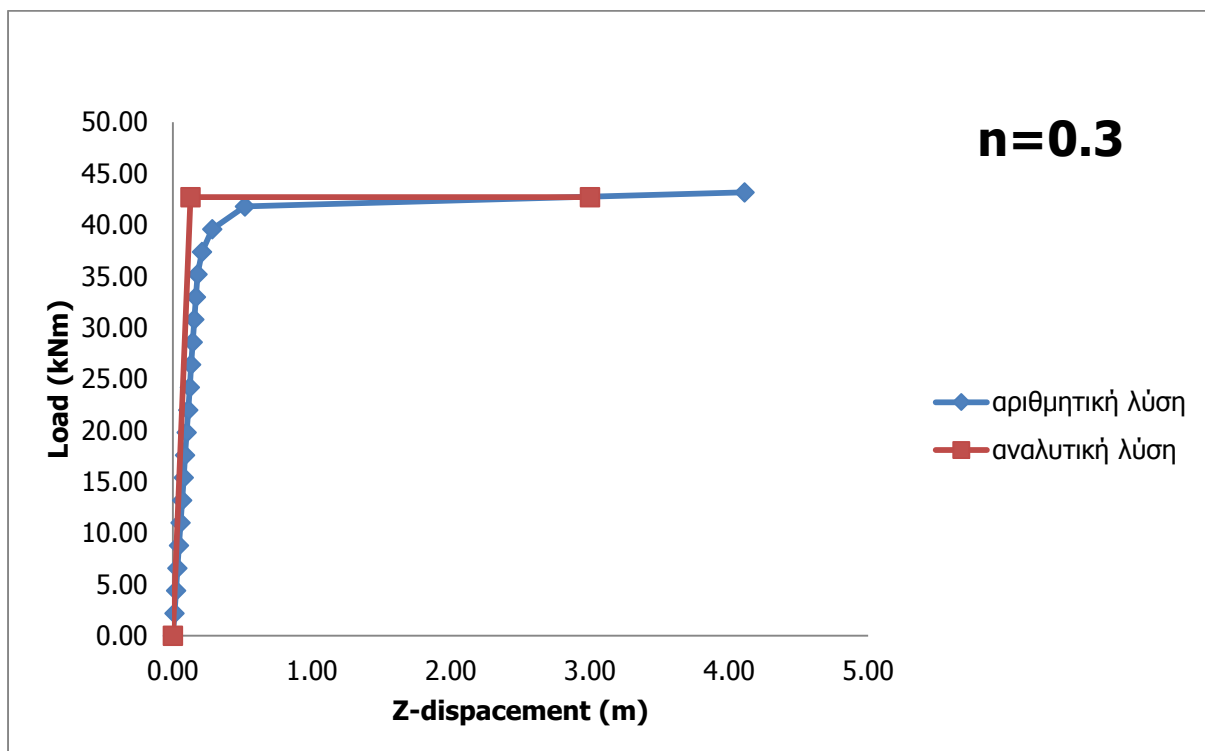


Σχήμα 4-18: Αποτελέσματα ροπής-μετακίνησης για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού με $n=0.6$

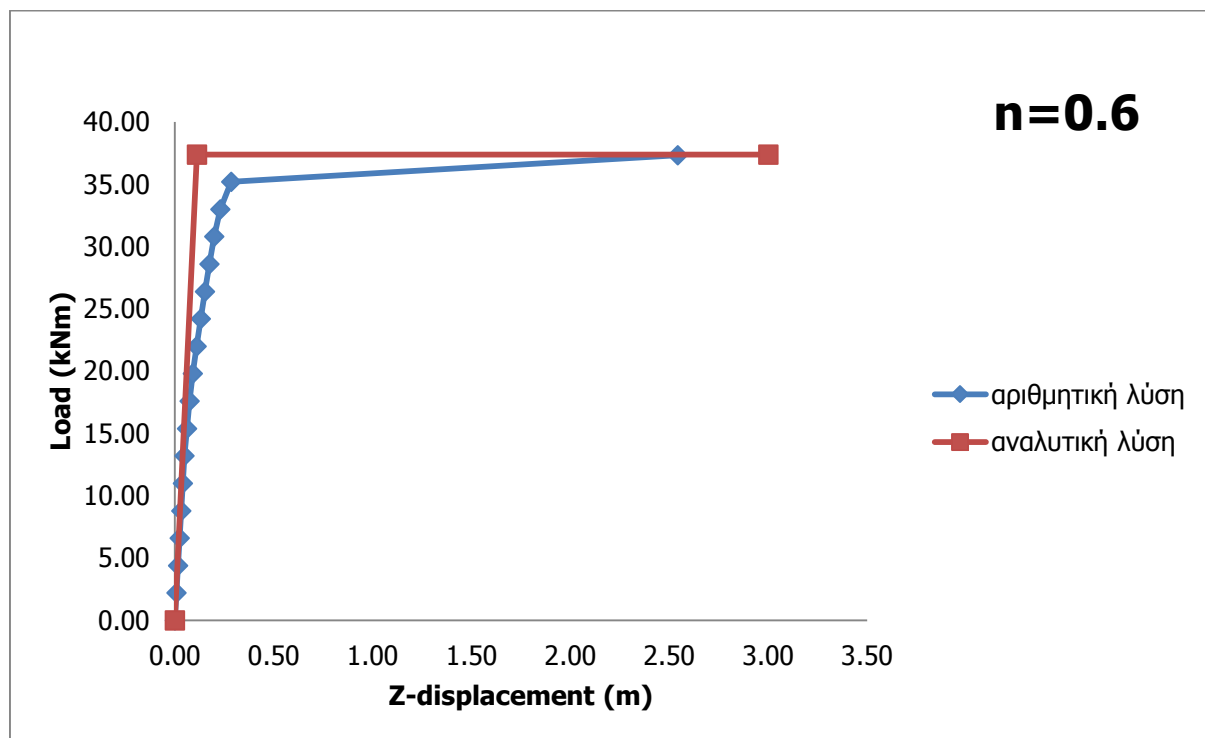
Σχήμα 4-19: Αποτελέσματα ροπής-μετακίνησης για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού με $n=0.8$

4.1.5.2 Σύγκριση αποτελεσμάτων για κάμψη περί τον ασθενή άξονα της δοκού

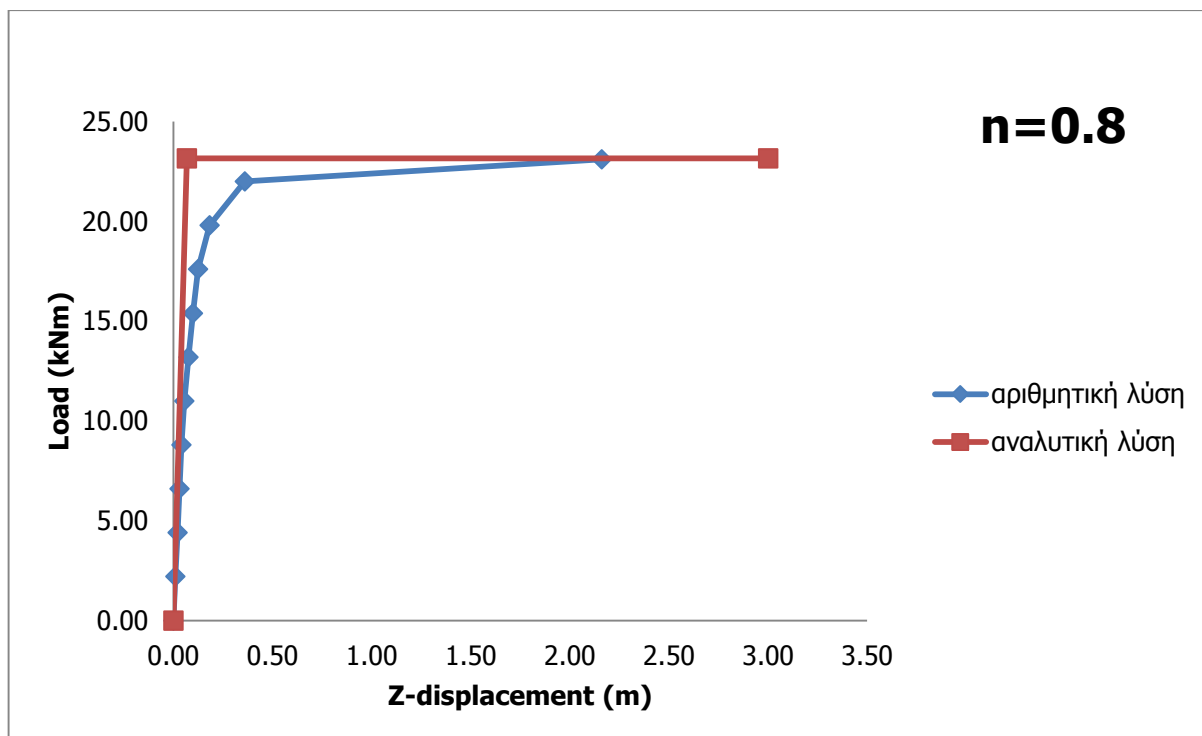
Σχήμα 4-20: Αποτελέσματα ροπής-μετακίνησης για κάμψη περί τον ασθενή άξονα της δοκού με $n=0$



Σχήμα 4-21: Αποτελέσματα ροπής-μετακίνησης για κάμψη περί τον ασθενή άξονα της δοκού με $n=0.3$



Σχήμα 4-22: Αποτελέσματα ροπής-μετακίνησης για κάμψη περί τον ασθενή άξονα της δοκού με $n=0.6$



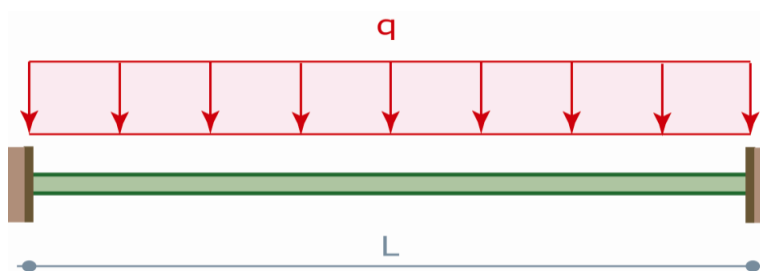
Σχήμα 4-23: Αποτελέσματα ροπή-μετακίνησης για κάμψη περί τον ασθενή άξονα της δοκού με $n=0.8$

4.2 ΑΜΦΙΠΑΚΤΗ ΔΟΚΟΣ

4.2.1 Έλεγχος διατομής σε απλή κάμψη χρησιμοποιώντας νόμο υλικού

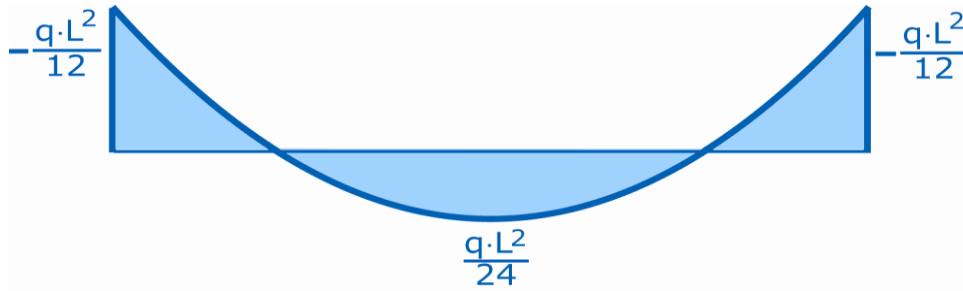
4.2.1.1 Αναλυτική λύση

Στη συνέχεια, εξετάζεται μία αμφίπακτη δοκός, ανοίγματος L , η οποία καταπονείται από εγκάρσιο, ομοιόμορφα κατανομημένο φορτίο q και είναι κατασκευασμένη από δομικό χάλυβα, με διατομή που έχει πλαστική ροπή αντοχής ίση με M_{pl} .



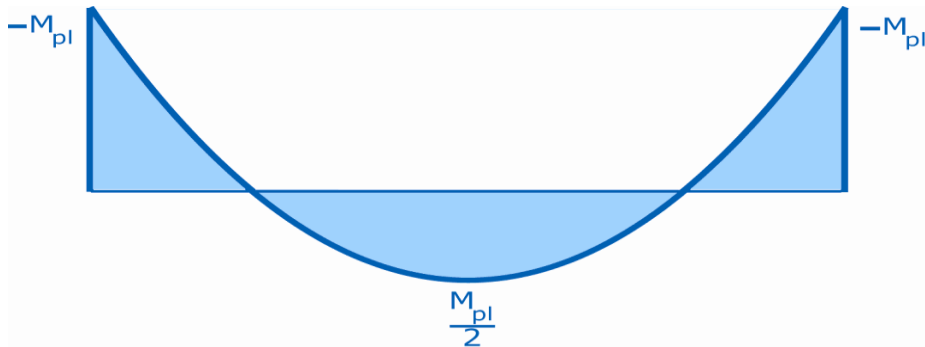
Σχήμα 4-24: Αμφίπακτη δοκός υπό εγκάρσια φόρτιση

Στο Σχήμα 4-25 φαίνεται η κατανομή των καμπτικών ροπών στην αμφίπακτη δοκό.



Σχήμα 4-25: Διάγραμμα καμπτικών ροών αμφίπακτης δοκού

Θεωρείται ότι η διατομή της δοκού είναι τέτοια, ώστε να μπορεί να πραγματοποιηθεί πλήρης πλαστικοποίησή της και να μπορεί να παραλαμβάνεται η πλαστική ροπή αντοχής της M_{pl} . Επιπλέον, όταν πλαστικοποιηθεί πλήρως η διατομή, αυτή μπορεί να στρέφεται ελεύθερα, χωρίς την εμφάνιση φαινομένων τοπικού λυγισμού. Το επιβαλλόμενο φορτίο q συνεχώς αυξάνεται, ώσπου στα δύο άκρα της δοκού σχηματίζονται πλαστικές αρθρώσεις και το διάγραμμα καμπτικών ροών φαίνεται στο Σχήμα 4-26.



Σχήμα 4-26: Διάγραμμα καμπτικών ροών τη στιγμή σχηματισμού πλαστικών αρθρώσεων στα άκρα της δοκού

Όταν πλαστικοποιηθούν πλήρως τα άκρα της δοκού το φορτίο έχει φτάσει την τιμή q_1 , η οποία δίνεται από την εξίσωση (4.4)

$$M_{pl} = \frac{q_1 \cdot L^2}{12} \rightarrow q_1 = \frac{12 \cdot M_{pl}}{L^2} \quad (4.4)$$



Σχήμα 4-27: Πλαστικές αρθρώσεις στα άκρα της δοκού

Οι ακραίες διατομές πλέον δεν μπορούν να παραλάβουν επιπλέον ροπή. Ωστόσο, επειδή η μεσαία διατομή δεν έχει πλήρως πλαστικοποιηθεί, η δοκός μπορεί να παραλάβει μεγαλύτερο φορτίο με

αμφιέριστη λειτουργία. Έτσι, οι ακραίες διατομές συνεχίζουν να παραλαμβάνουν ροπή ίση με την πλαστική ροπή M_{pl} , αλλά πραγματοποιούν για το επιπλέον φορτίο q_2 ελεύθερες στροφές. Το φορτίο q_2 αυξάνεται μέχρι να πλαστικοποιηθεί και η μεσαία διατομή και τότε η συνολική ροπή λόγω q_1 και q_2 γίνει ίση με M_{pl} . Σε αυτό το σημείο δημιουργείται πλαστική άρθρωση στο μέσον της δοκού, οπότε σχηματίζεται πλαστικός μηχανισμός κατάρρευσης. Η τιμή του φορτίου που προκαλεί την επιπλέον ένταση ώστε να πλαστικοποιηθεί και η μεσαία διατομή δίνεται από την εξίσωση (4.5).

$$M_{pl} = \frac{M_{pl}}{2} + \frac{q_2 \cdot L^2}{8} \Rightarrow q_2 = \frac{4 \cdot M_{pl}}{L^2}$$

(4.5)

Το μέγιστο φορτίο που μπορεί να παραληφθεί από την δοκό δίνεται στην εξίσωση (4.6), καθώς έχουν σχηματιστεί τρεις πλαστικές αρθρώσεις επί της ίδιας ευθείας και άρα έχει δημιουργηθεί μηχανισμός κατάρρευσης.

$$q = q_1 + q_2 = \frac{12 \cdot M_{pl}}{L^2} + \frac{4 \cdot M_{pl}}{L^2} = \frac{16 \cdot M_{pl}}{L^2}$$

(4.6)

Για φορτία μικρότερα του q_1 η δοκός συμπεριφέρεται ως αμφίπακτη. Τη στιγμή που πλαστικοποιούνται οι ακραίες διατομές το βέλος δ_1 στο μέσον της δοκού δίνεται από την εξίσωση (4.7).

$$\delta_1 = \frac{q_1 \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{12 \cdot M_{pl} \cdot L^2}{384 \cdot E \cdot I}$$

(4.7)

Όταν στα άκρα της δοκού σχηματιστούν οι δύο πλαστικές αρθρώσεις, η δοκός συμπεριφέρεται ως αμφιέριστη, ενώ κατά τον σχηματισμό της πλαστικής άρθρωσης στο μέσον της δοκού το βέλος δ_2 στο μέσον της δίνεται από την εξίσωση (4.8).

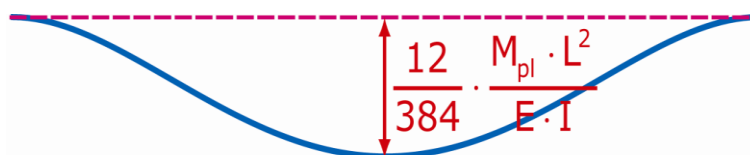
$$\delta_2 = \frac{5 \cdot q_2 \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{20 \cdot M_{pl} \cdot L^2}{384 \cdot E \cdot I}$$

(4.8)

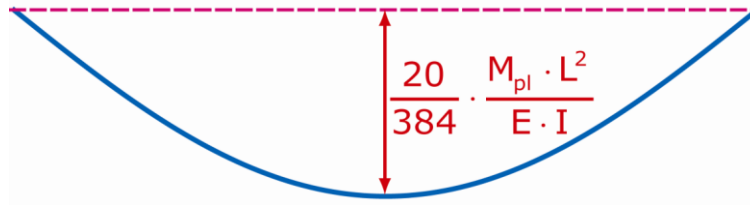
Τέλος, το συνολικό βέλος δ στο μέσον της δοκού όταν σχηματιστεί και η τρίτη πλαστική άρθρωση δίνεται στην εξίσωση (4.9).

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \frac{12 \cdot M_{pl} \cdot L^2}{384 \cdot E \cdot I} + \frac{20 \cdot M_{pl} \cdot L^2}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{32 \cdot M_{pl} \cdot L^2}{384 \cdot E \cdot I}$$

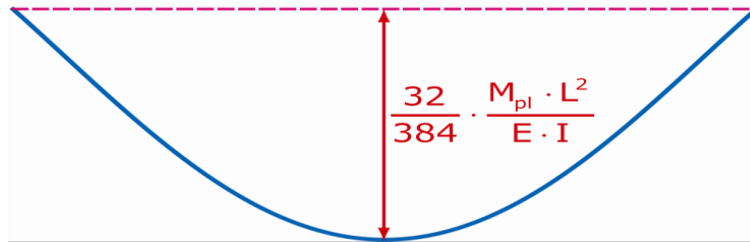
(4.9)



Σχήμα 4-28: Παραμόρφωση για φορτίο q_1 (αμφίπακτη δοκός – σχηματισμός πλαστικών αρθρώσεων στις ακραίες διατομές)

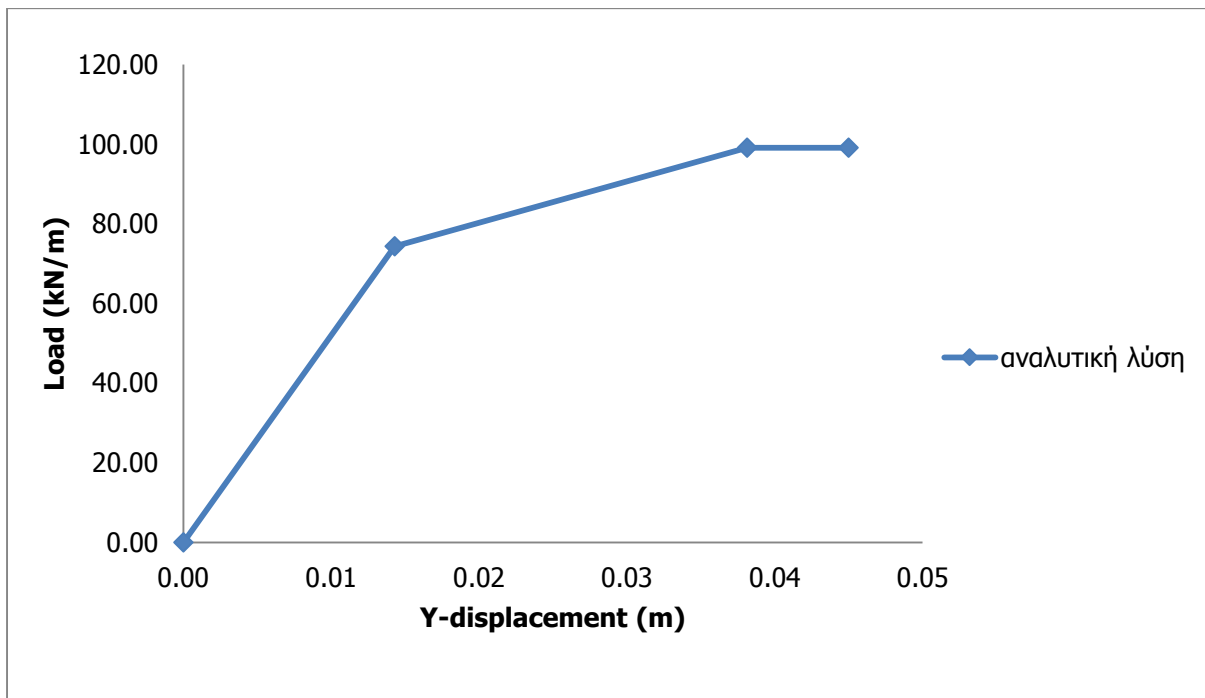


Σχήμα 4-29: Επαυξητική παραμόρφωση για φορτίο q_2 (αμφιέριστη λειτουργία δοκού)

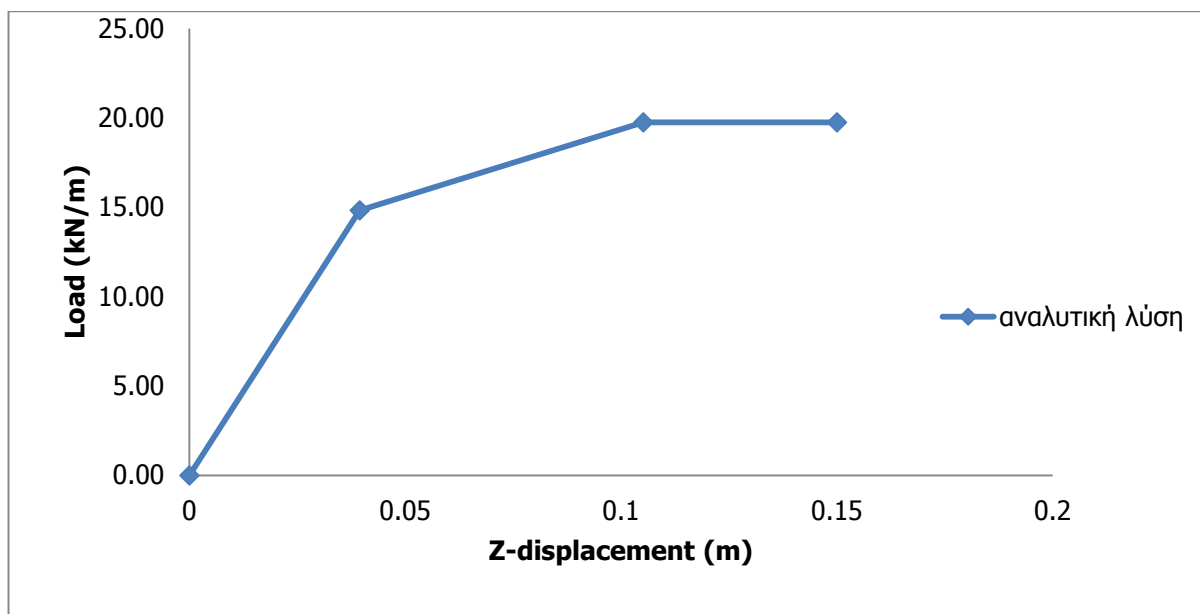


Σχήμα 4-30: Συνολική παραμόρφωση για φορτίο $q=q_1+q_2$

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω εξισώσεις, μελετάται μία αμφίπακτη δοκός ανοίγματος $L=6\text{m}$, κατασκευασμένη από ελαστικό-απολύτως πλαστικό χάλυβα S355, με διατομή IPE 300 η οποία έχει πλαστική ροπή αντοχής κατά τον ισχυρό άξονα 223.08kNm και κατά τον ασθενή της άξονα 44.20kNm . Το μέτρο ελαστικότητας της δοκού είναι $E=210\text{GPa}$ και ο λόγος Poisson $\nu=0.3$. Στις παρακάτω περιπτώσεις παρουσιάζονται οι αναλυτικές λύσεις για κάμψη περί τον ισχυρό και περί τον ασθενή άξονα.



Σχήμα 4-31: Σχέση φορτίου-μετακίνησης για απλή κάμψη περί τον ισχυρό άξονα με αναλυτική προσέγγιση

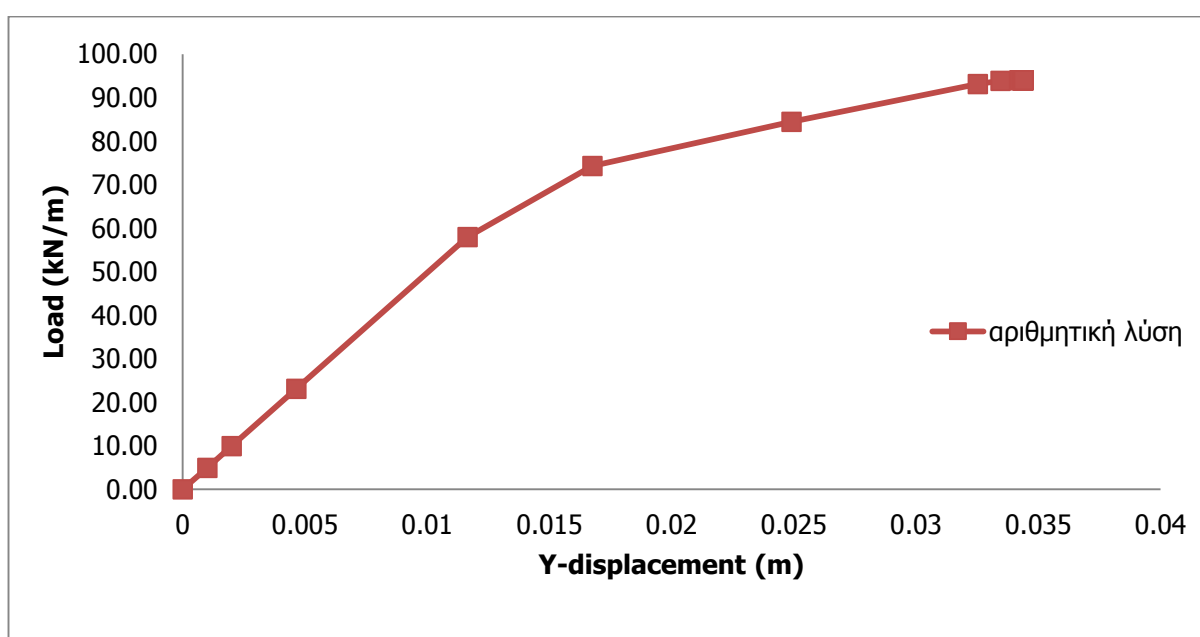


Σχήμα 4-32: Σχέση φορτίου-μετακίνησης για κάμψη περί τον ασθενή άξονα με αναλυτική προσέγγιση

4.2.1.2 Αριθμητική λύση

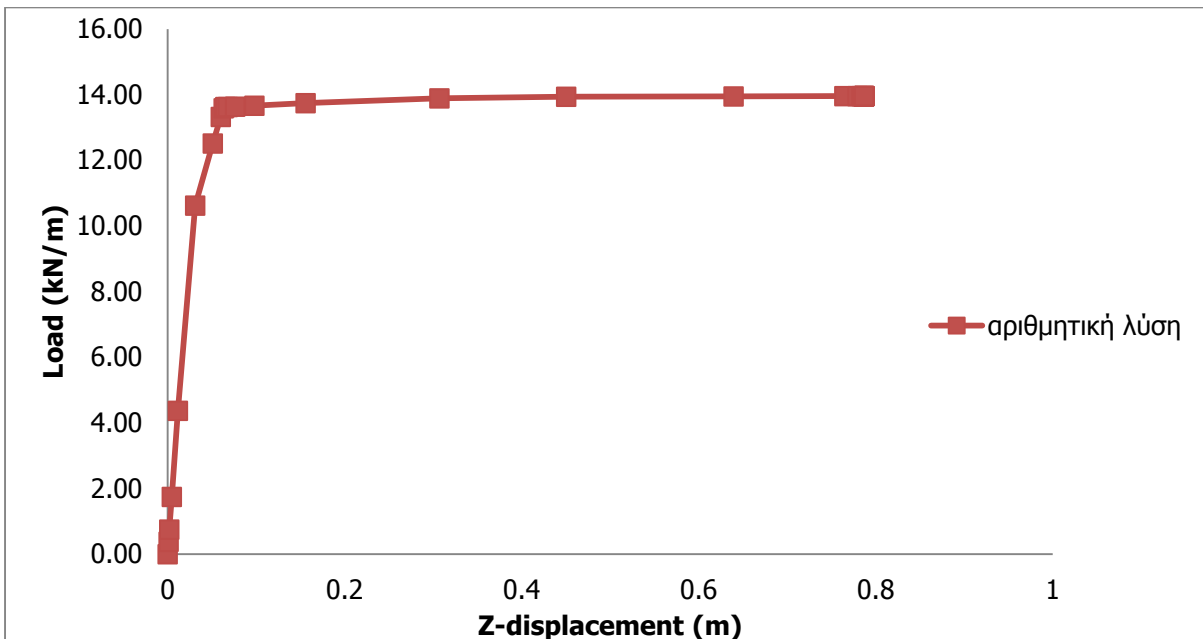
Η περίπτωση της αμφίπακτης δοκού μελετάται αριθμητικά με χρήση του εμπορικού προγράμματος ADINA. Για το σκοπό αυτό προσομοιώνεται μία συνεχής αμφίπακτη δοκός, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 4-24. Η δοκός που μελετάται είναι διατομής IPE 300 και μήκους $L=6\text{m}$, κατασκευασμένη από ελαστικό - απολύτως πλαστικό χάλυβα S355 με μέτρο ελαστικότητας $E=210\text{GPa}$ και λόγο Poisson $\nu=0.30$. Ο φορέας προσομοιώνεται με ραβδωτά πεπερασμένα στοιχεία (beam elements) και διακριτοποιείται ανά 0.30m . Για τη δοκό που προσομοιώνεται στο ADINA εκτελείται μη γραμμική ανάλυση υλικού χωρίς αρχικές ατέλειες με τον αλγόριθμο collapse, όπου υπολογίζεται η σχέση μεταξύ ομοιόμορφου κατανεμημένου φορτίου q και του βέλους δ στο μέσον της δοκού. Στο Σχήμα 4-33 και 4-34 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα απλής κάμψης για τον ισχυρό και ασθενή άξονα της δοκού.

Κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού



Σχήμα 3-33: Σχέση φορτίου-μετακίνησης για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα με αριθμητική προσέγγιση

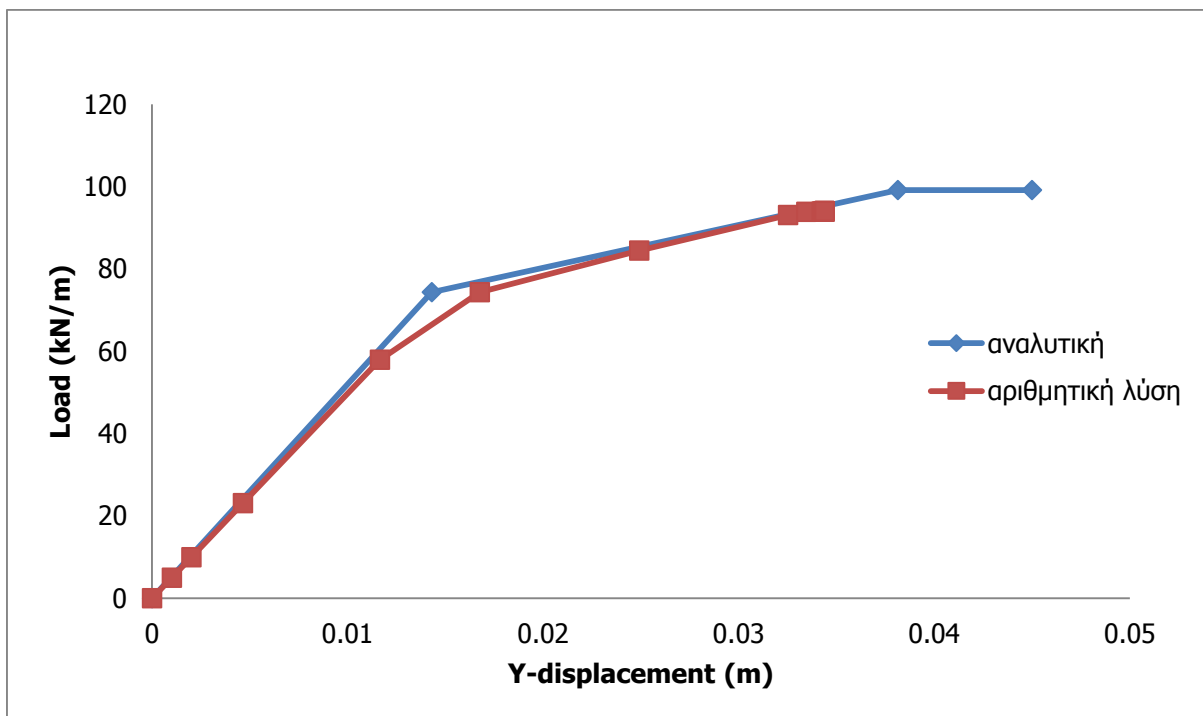
Κάμψη περί τον ασθενή άξονα της δοκού



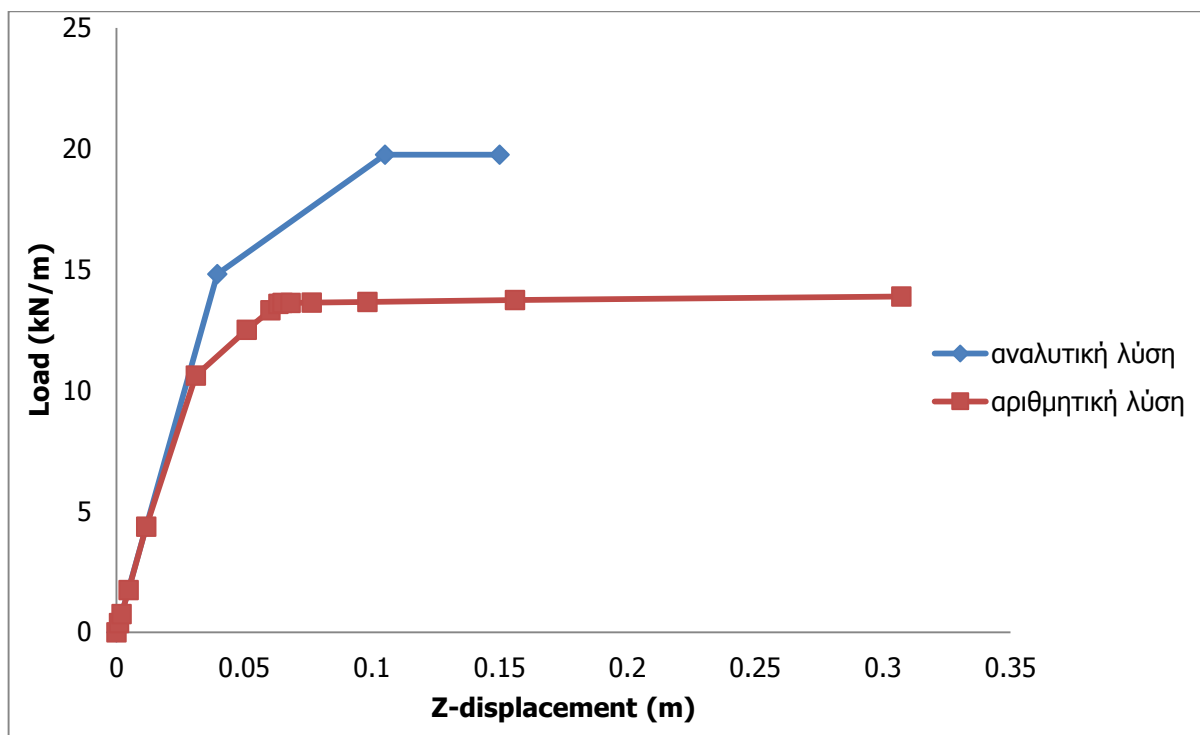
Σχήμα 3-34: Σχέση φορτίου-μετακίνησης για κάμψη περί τον ασθενή άξονα με αριθμητική προσέγγιση

4.2.1.3 Σύγκριση αναλυτικής και αριθμητικής λύσης

Στα Σχήματα 3-35 και 3-36 παρουσιάζονται οι συγκρίσεις της αναλυτικής και αριθμητικής προσέγγισης για την περίπτωση της απλής κάμψης περί τον ισχυρό και ασθενή άξονα.



Σχήμα 4-35: Σύγκριση αναλυτικής και αριθμητικής λύσης για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού

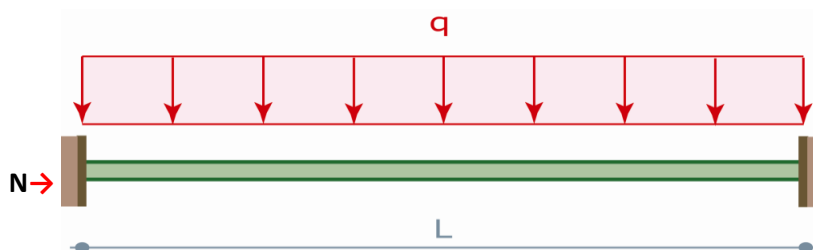


Σχήμα 4-36: Σύγκριση αναλυτικής και αριθμητικής λύσης για κάμψη περί τον ασθενή άξονα της δοκού

4.2.2 Έλεγχος διατομής σε κάμψη με αξονική δύναμη χρησιμοποιώντας νόμο υλικού

4.2.2.1 Αναλυτική λύση

Η ίδια αμφίπακτη δοκός καταπονείται από εγκάρσιο, ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο q και μία αξονική δύναμη N εφαρμοζόμενη στο άκρο της, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4-37.



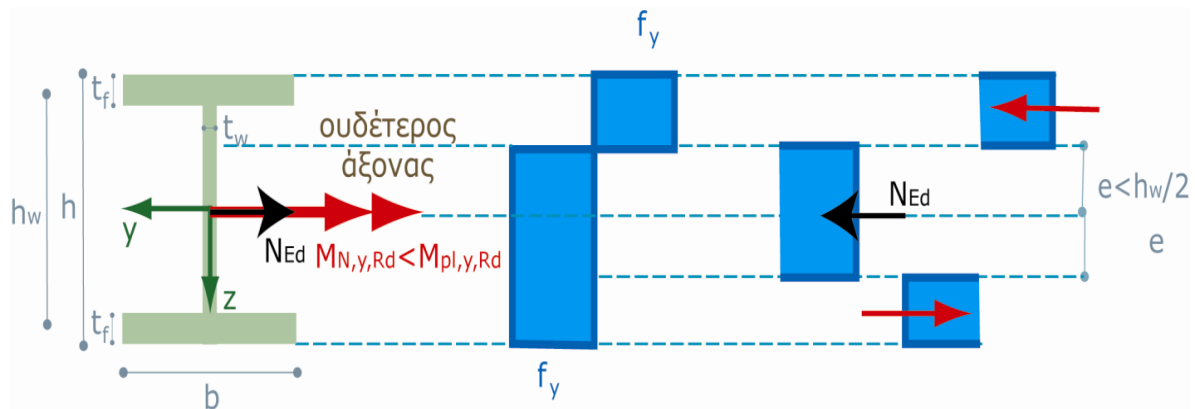
Σχήμα 4-37: Αμφίπακτη δοκός υπό εγκάρσια και αξονική φόρτιση

Σε αυτήν την περίπτωση ισχύουν οι ίδιες εξισώσεις με αυτές του κεφαλαίου 4.2.1.1, τροποποιώντας καταλλήλως την πλαστική ροπή αντοχής λόγω αξονικής δύναμης. Διακρίνονται οι εξής περιπτώσεις:

A) Κάμψη περί τον ισχυρό άξονα με αξονική δύναμη

- i) Όταν ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται εντός του κορμού

Το Σχήμα 4-38 παρουσιάζει την κατάσταση όπου ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται εντός του κορμού της διατομής, όταν επάνω της δρα ροπή κατά τον ισχυρό άξονα με αξονική δύναμη.



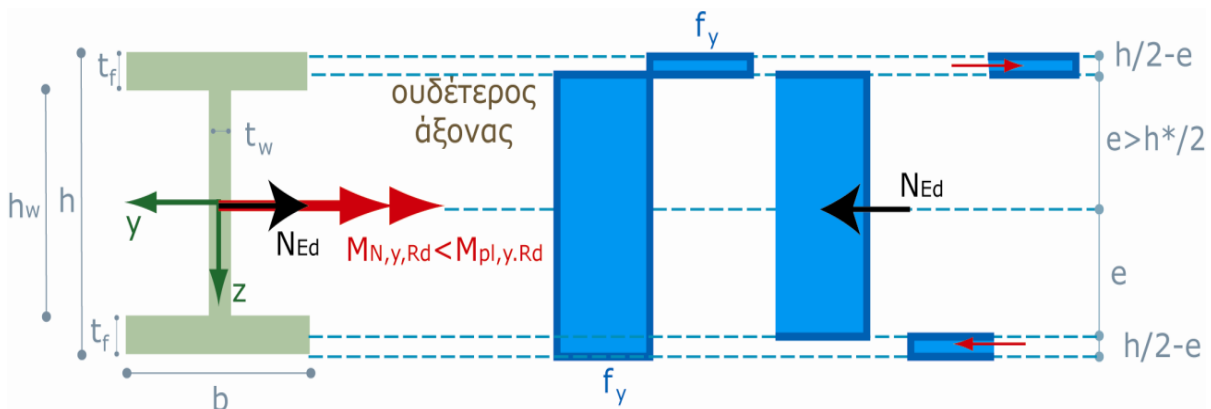
Σχήμα 4-38: Διατομή διπλού ταυ στην οποία ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται εντός του κορμού όταν καταπονείται ταυτόχρονα από ροπή περί τον ισχυρό άξονα και αξονική δύναμη

Τότε, η πλαστική ροπή αντοχής $M_{pl,y,Rd}$ τροποποιείται λόγω αξονικής δύναμης και αντικαθίσταται από την $M_{pl,y,N}$, η οποία δίνεται από την εξίσωση (4.10).

$$M_{pl,y,N} = M_{pl,y,Rd} \cdot \left(1 - \left(\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{A_f}{A} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{t_w}{b} \right)} \right) \right) \quad (4.10)$$

ii) Όταν ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται εκτός του κορμού

Το Σχήμα 4-39 παρουσιάζει την κατάσταση όπου ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται σε ένα από τα πέλματα της διατομής, όταν επάνω της δρα ροπή κατά τον ισχυρό άξονα με αξονική δύναμη.



Σχήμα 4-39: Διατομή διπλού ταυ στην οποία ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται εκτός του κορμού όταν καταπονείται ταυτόχρονα από ροπή και αξονική δύναμη

Σε αυτήν την περίπτωση η πλαστική ροπή αντοχής $M_{pl,Rd}$ τροποποιείται λόγω αξονικής δύναμης και αντικαθίσταται από την $M_{pl,y,N}$, η οποία δίνεται από την εξίσωση (4.11).

$$M_{pl,y,N} = M_{pl,y,Rd} \cdot \left(1 - \frac{\left(\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \right)^2 + \left(\frac{t_w}{b} - 1 \right) \cdot \left(\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} - \frac{A_w}{A} \right)^2}{1 - \left(\frac{A_f}{A} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{t_w}{b} \right)} \right) \quad (4.11)$$

όπου

N_{Ed} = η επιβαλλόμενη αξονική δύναμη

$N_{pl,Rd}$ = η πλαστική αντοχή σχεδιασμού της πλήρους διατομής

A = το εμβαδόν της πλήρους διατομής

A_f = το εμβαδόν των πελμάτων

A_w = το εμβαδόν του κορμού

t_w = το πάχος του κορμού της διατομής

b = το συνολικό πλάτος της διατομής

$M_{pl,y,Rd}$ = η πλαστική ροπή αντοχής της διατομής κατά τον ισχυρό της άξονα

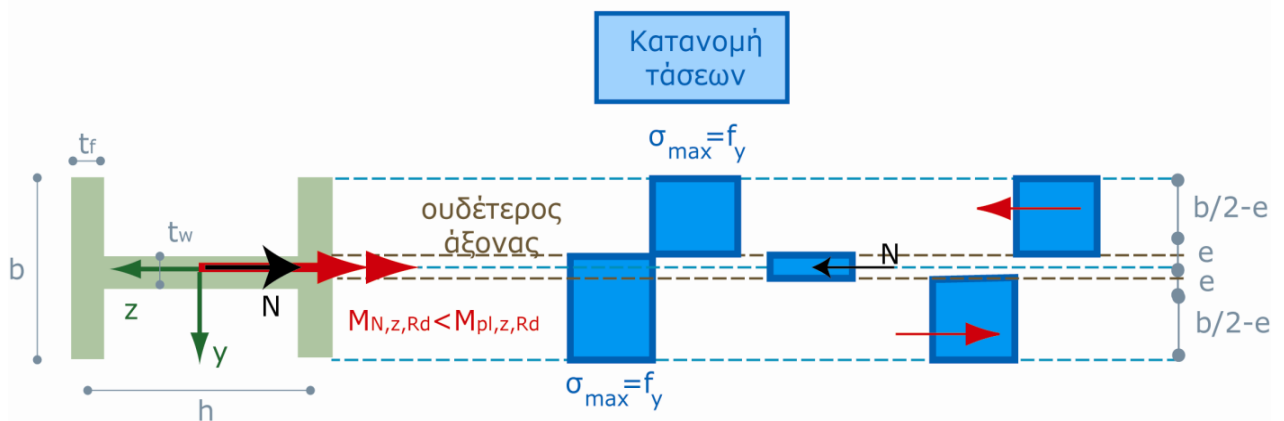
h = το συνολικό ύψος

t_f = το πάχος του πέλματος της διατομής

B) Κάμψη περί τον ασθενή άξονα με αξονική δύναμη

i) Όταν ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται εντός του κορμού

Το Σχήμα 4-40 παρουσιάζει την κατάσταση όπου ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται εντός του κορμού της διατομής, όταν επάνω της δρα ροπή κατά τον ασθενή άξονα με αξονική δύναμη.



Σχήμα 4-40: Διατομή διπλού ταυ στην οποία ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται εντός του κορμού όταν καταπονείται ταυτόχρονα από ροπή περί τον ισχυρό άξονα και αξονική δύναμη

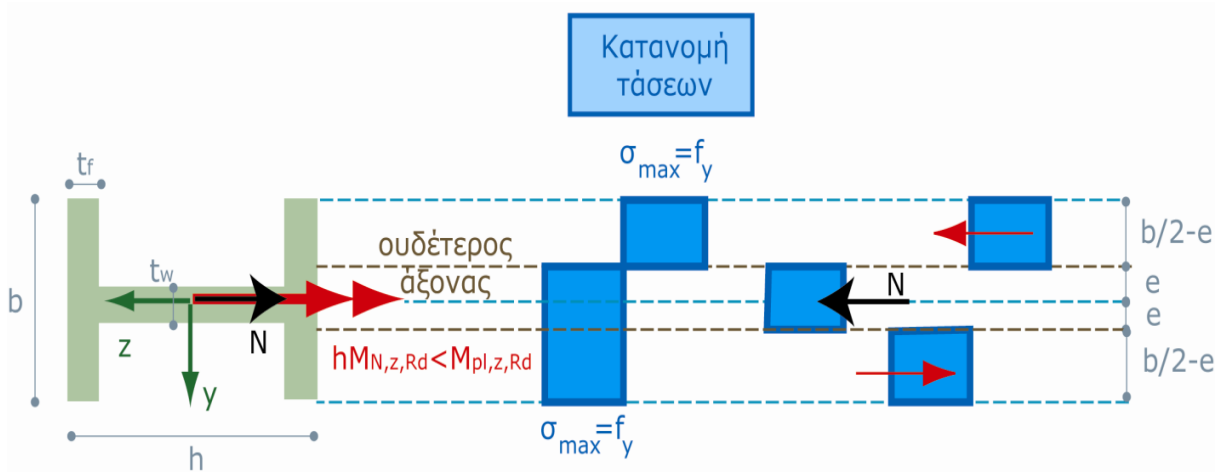
Τότε, η τροποποιημένη λόγω αξονικής δύναμης ροπή αντοχής δίνεται από την εξίσωση (4.12).

$$M_{pl,z,N} = M_{pl,z,Rd} \cdot \left(1 - \left(\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \right)^2 \cdot \left(\frac{A^2}{4 \cdot h^2 \cdot b^2} \right) \right)$$

(4.12)

ii) Όταν ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται εκτός του κορμού

Το Σχήμα 4-41 παρουσιάζει την κατάσταση όπου ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται εκτός του κορμού της διατομής, δηλαδή σε ένα από τα πέλματα, όταν επάνω της δρα ροπή κατά τον ασθενή άξονα με αξονική δύναμη.



Σχήμα 4-41: Διατομή διπλού ταυ στην οποία ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται εκτός του κορμού όταν καταπονείται ταυτόχρονα από ροπή περί τον ισχυρό άξονα και αξονική δύναμη

Η τροποποιημένη ροπή αντοχής σε αυτήν την περίπτωση, λοιπόν, δίνεται από την εξίσωση (4.13).

$$M_{pl,z,N} = M_{pl,z,Rd} \cdot \left(1 - \frac{\left(\left(\frac{NEd}{N_{pl,Rd}} \right) \cdot A - tw \cdot h + 2 \cdot tw \cdot tf \right)^2}{4 \cdot b^2 \cdot tf^2} \right) \quad (4.13)$$

Λόγω των παραπάνω περιπτώσεων, οι σχέσεις που υπολογίζουν το επιβαλλόμενο φορτίο q και του βέλους δ στο μέσον της δοκού τροποποιούνται. Συγκεκριμένα, η αμφίπακτη δοκός συμπεριφέρεται ελαστικά μέχρι οι ακραίες διατομές φτάσουν την πλαστική ροπή αντοχής της δοκού, η οποία έχει τροποποιηθεί καταλλήλως λόγω του αξονικού φορτίου. Αυτό συμβαίνει όταν $q_{cr} = \frac{12 \cdot M_{pl,N}}{l^2}$ και το

βέλος δίνεται από την σχέση $\delta = \frac{ql^4}{384EI}$. Στη συνέχεια, η δοκός συμπεριφέρεται ως αμφιέρειστη.

Δηλαδή για ομοιόμορφο φορτίο $q > q_{cr}$ το βέλος υπολογίζεται από την σχέση $\delta = \frac{q_{cr} l^4}{384EI} + (q - q_{cr}) \frac{5l^4}{384EI}$. Τέλος, όταν και η μεσαία διατομή φτάσει την πλαστική ροπή αντοχής στην οποία έχει συμπεριληφθεί και η αξονική επίδραση, τότε η δοκός αστοχεί. Στο σημείο αυτό το

φορτίο κατάρρευσης είναι $q_{col} = \frac{8 \cdot M_{pl,N}}{l^2} + \frac{2 \cdot q_{cr}}{3}$ και τότε η δοκός δεν μπορεί να παραλάβει άλλο

φορτίο. Αυτή η αδυναμία της δοκού να παραλάβει επιπλέον φορτίο απεικονίζεται με μία ευθεία, οριζόντια γραμμή.

4.2.2.2 Αριθμητική λύση

Στη συνέχεια, έγινε ανάλυση του ίδιου φορέα με τη χρήση του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων ADINA. Στην ανάλυση χρησιμοποιήθηκε η μη γραμμικότητα υλικού χωρίς αρχικές ατέλειες με χάλυβα S355 και πεπερασμένα στοιχεία δοκού (beam elements) για την προσομοίωση του φορέα. Για την ανάλυση χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος collapse, όπου υπολογίζεται η σχέση μεταξύ ομοιόμορφου κατανενημένου φορτίου q και του βέλους δ στο μέσον της δοκού Παρακάτω παρουσιάζεται ο δρόμος ισορροπίας στο μέσον της αμφίπακτης δοκού για απλή κάμψη της δοκού κατά τον ισχυρό της άξονα με αξονικό φορτίο καθώς και για κάμψη της δοκού κατά τον ασθενή της άξονα με αξονικό φορτίο και ταυτόχρονα γίνεται η σύγκριση με τα αποτελέσματα από την αναλυτική προσέγγιση. Στόχος είναι να περιγραφεί η σχέση μεταξύ ομοιόμορφου κατανενημένου φορτίου q και του

βέλους δ στο μέσον της δοκού για τις παρακάτω τιμές $n = \frac{N}{N_{pl}}$:

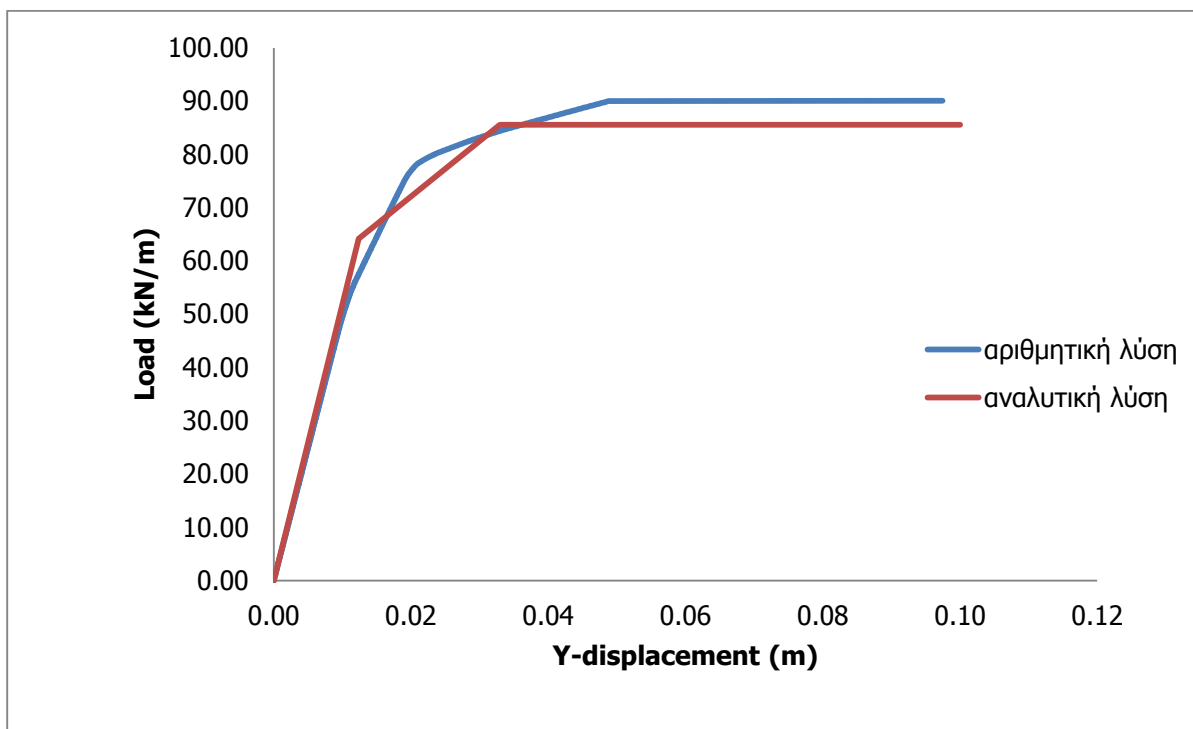
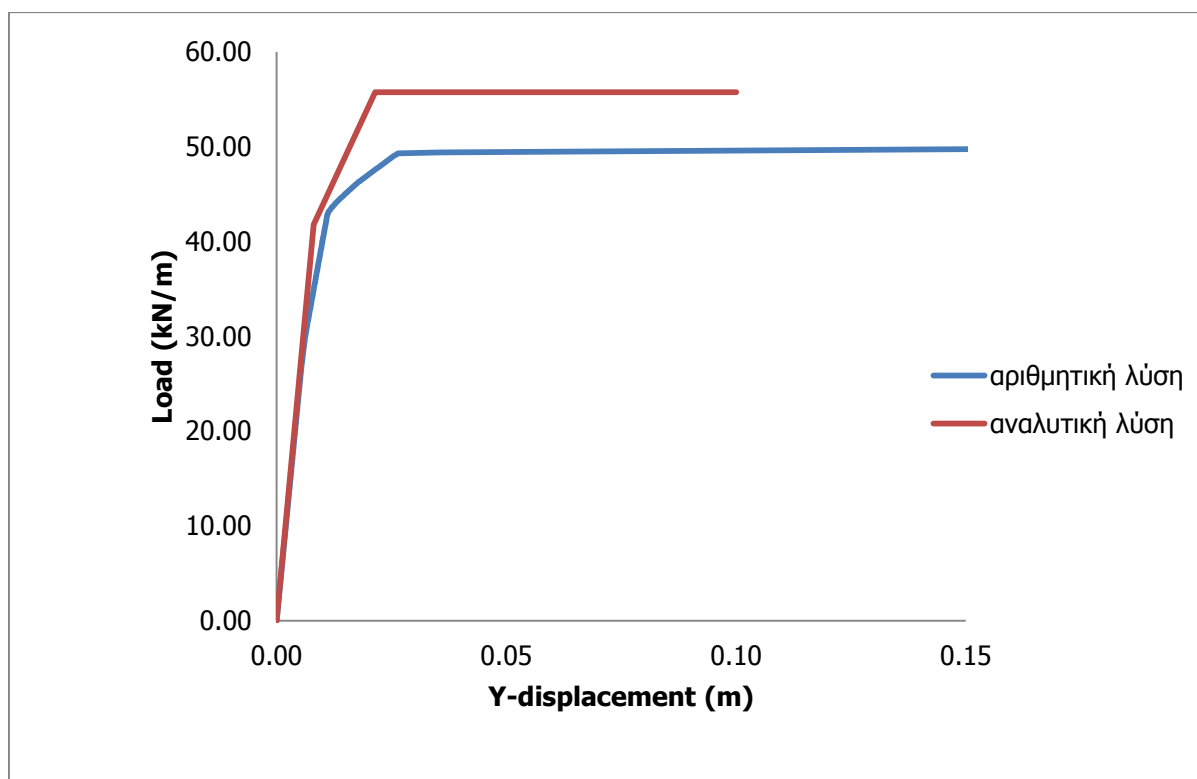
- $n=0.3$ όπου ο πλαστικός ουδέτερος άξονας βρίσκεται στον κορμό
- $n=0.6$ όπου ο πλαστικός ουδέτερος άξονας βρίσκεται στην εσωτερική πλευρά του πέλματος για κάμψη περί τον ισχυρό άξονα, ενώ για κάμψη περί τον ασθενή άξονα βρίσκεται εκτός του κορμού
- $n=0.8$ όπου ο πλαστικός ουδέτερος άξονας βρίσκεται πιο κοντά στην εξωτερική πλευρά του πέλματος για την περίπτωση της κάμψης περί τον ισχυρό άξονα, ενώ για κάμψη περί τον ασθενή άξονα βρίσκεται εκτός του κορμού

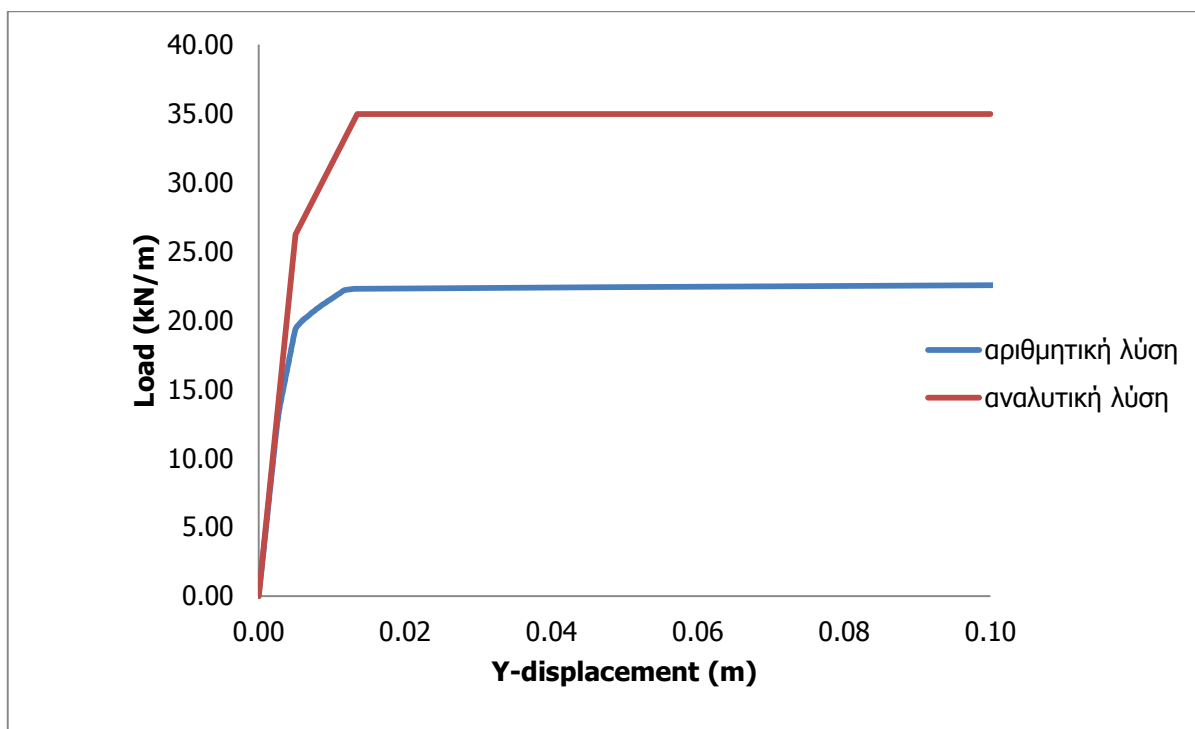
Για τις παραπάνω 3 τιμές n έγιναν αναλύσεις για ομοιόμορφο φορτίο κατά τον άξονα Y ώστε να κάμπτεται η δοκός κατά τον ισχυρό άξονα και στη συνέχεια έγιναν οι αντίστοιχες αναλύσεις για ομοιόμορφο φορτίο q κατά τον άξονα Z ώστε να κάμπτεται κατά τον ασθενή της άξονα.

4.2.2.3 Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων

Κάμψη κατά τον ισχυρό άξονα της δοκού με αξονικό φορτίο

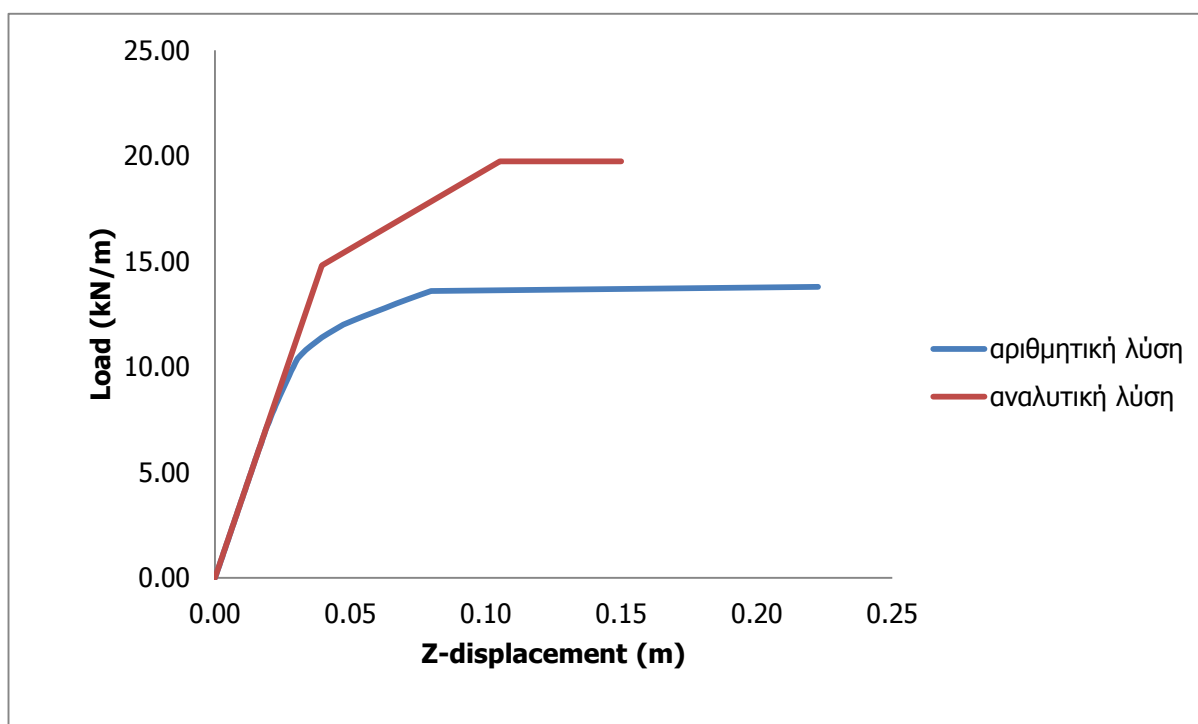
Εφαρμόστηκε φορτίο $q=100\text{kN/m}$ κατά τον άξονα Y της δοκού και αξονικό φορτίο N σύμφωνα με τις 3 περιπτώσεις που αναφέρθηκαν παραπάνω και έγινε ανάλυση για ελαστικό-πλαστικό χάλυβα S355 χωρίς αρχικές ατέλειες. Παρακάτω φαίνονται οι δρόμοι ισορροπίας στο μέσον της αμφίπακτης δοκού για κάμψη περί τον ισχυρό της άξονα με ταυτόχρονη θλίψη για τις 3 περιπτώσεις n . Ταυτόχρονα, συγκρίνονται τα αποτελέσματα από την αναλυτική και την αριθμητική λύση.

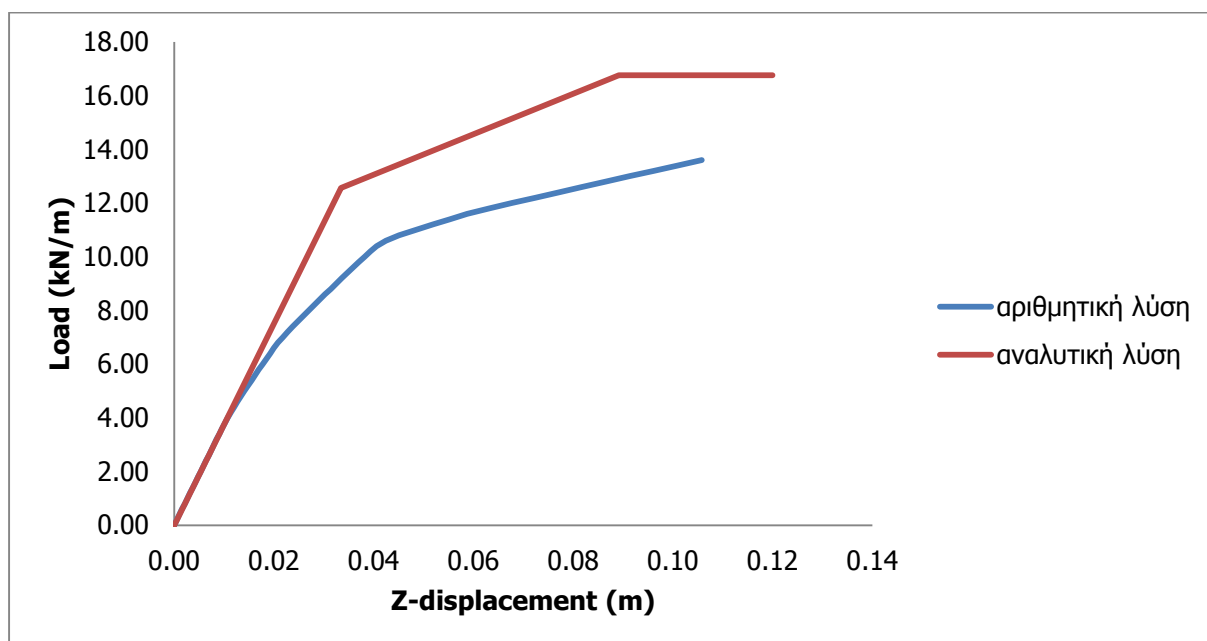
Σχήμα 4-42: Αποτελέσματα για $n=0.3$ Σχήμα 4-43: Αποτελέσματα για $n=0.6$

Σχήμα 4-44: Αποτελέσματα για $n=0.8$

Κάμψη κατά τον ασθενή άξονα της δοκού με αξονικό φορτίο

Στη συνέχεια, τοποθετήθηκε φορτίο $q=20\text{kN/m}$ κατά τον άξονα Z με αξονικό φορτίο N και έγινε μη γραμμική ανάλυση υλικού χωρίς αρχικές ατέλειες με χάλυβα S355. Ο δρόμος ισορροπίας στο μέσον της δοκού φαίνεται παρακάτω για κάμψη περί τον ασθενή άξονα.

Σχήμα 4-45: Αποτελέσματα για $n=0.3$

Σχήμα 4-46: Αποτελέσματα για $n=0.6$

Στην εικόνα 4-46 λόγω έντονης θλίψης το υλικό αστοχεί πριν προλάβει να σχηματιστεί ο οριζόντιος κλάδος που παρατηρείται στα υπόλοιπα διαγράμματα. Επιπλέον, ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε μπορεί να δίνει μόνο ανοδικό κλάδο και όχι καθοδικό, για αυτό η ανάλυση σταμάτησε δίνοντας αυτή την εικόνα φορτίου- μετακίνησης.

Επομένως, η συμπεριφορά μίας διατομής διπλού ταυ με ελαστικό-πλαστικό χάλυβα με χρήση του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων προσεγγίζει αρκετά ικανοποιητικά τα αποτελέσματα από την αναλυτική προσέγγιση για την περίπτωση της απλής κάμψης περί τον ισχυρό άξονα τόσο για την αμφίπακτη όσο και την αμφιέριστη δοκό. Δεν ισχύει, όμως, το ίδιο για την περίπτωση της κάμψης περί τον ασθενή άξονα. Οι συγκρίσεις των αποτελεσμάτων φαίνονται στους Πίνακες 4-5 και 4-6, οι οποίες αφορούν το σημείο μετάβασης από τον ελαστικό στον πλαστικό κλάδο.

Πίνακας 4-5: Σύγκριση αποτελεσμάτων για απλή κάμψη περί τον ισχυρό άξονα

	Αναλυτική προσέγγιση		Αριθμητική προσέγγιση	
	δ (m)	q (kN/m)	δ (m)	q (kN/m)
Αμφιέριστη δοκός	0.048	49.57	0.045	43.9
Αμφίπακτη δοκός	0.038	99.147	0.034	94.02

Πίνακας 4-6: Σύγκριση αποτελεσμάτων για απλή κάμψη περί τον ασθενή άξονα

	Αναλυτική προσέγγιση		Αριθμητική προσέγγιση	
	δ (m)	q (kN/m)	δ (m)	q (kN/m)
Αμφιέριστη δοκός	0.131	9.88	0.087	6.35
Αμφίπακτη δοκός	0.105	19.75	0.063	13.59

4.2.3 Έλεγχος διατομής σε κάμψη χρησιμοποιώντας σχέσεις ροπών- καμπυλοτήτων

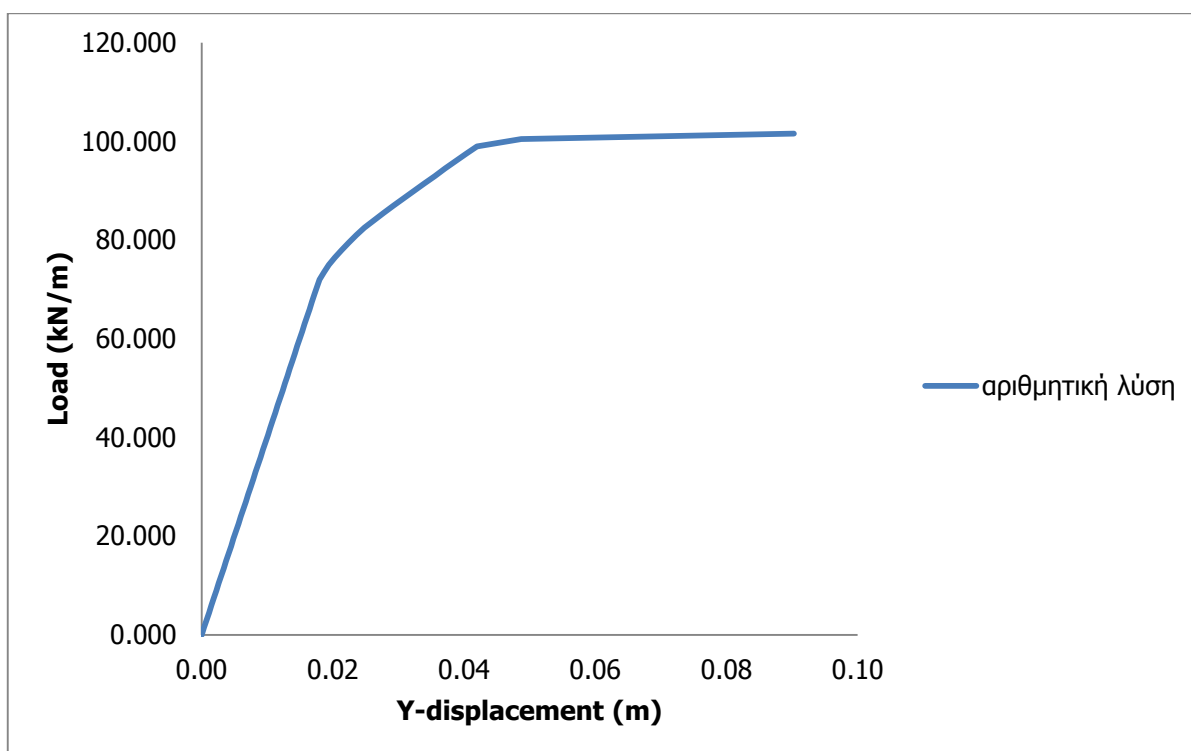
4.2.3.1 Αναλυτική λύση

Η αναλυτική λύση της ίδιας δοκού με μήκος 6m η οποία είναι κατασκευασμένη με διατομή IPE 300 είναι ίδια με εκείνη του κεφαλαίου 4.2.1.1 και για αυτό παραλείπεται.

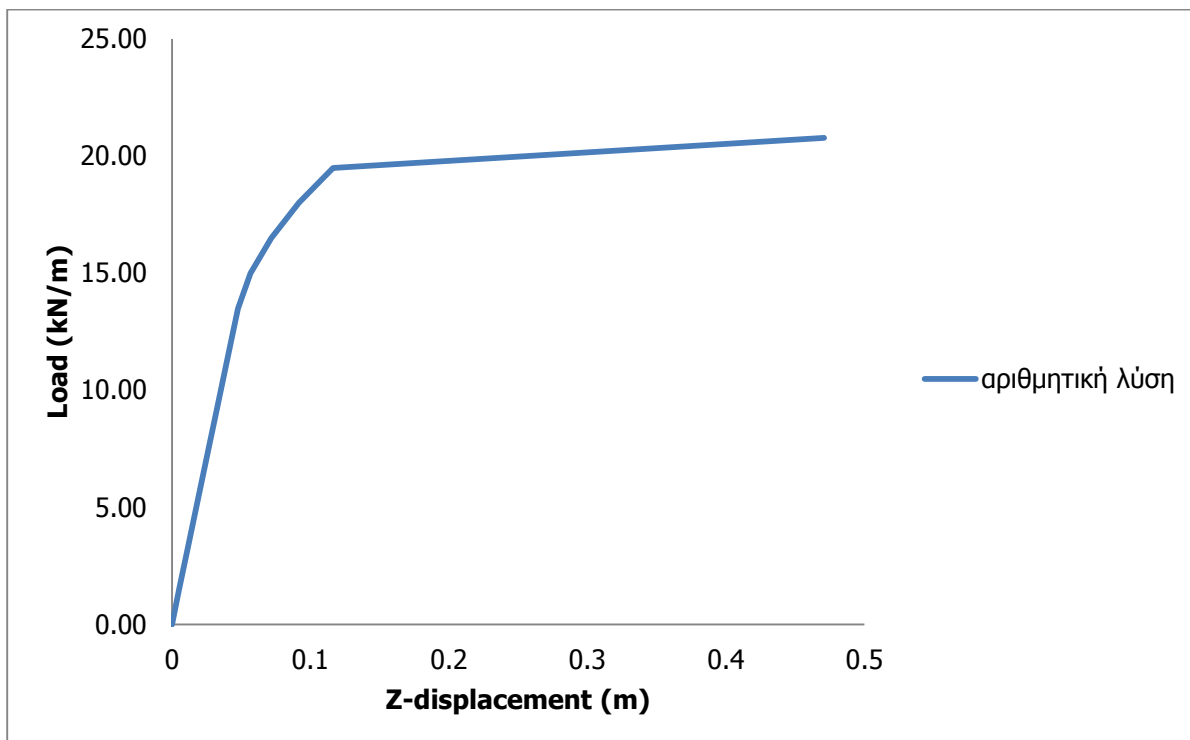
4.2.3.2 Αριθμητική λύση

Στη συνέχεια, εισάγονται στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA οι σχέσεις ροπών-καμπυλοτήτων της διατομής IPE 300, οι οποίες έχουν εξαχθεί από το πρόγραμμα BIAxIAL, για το οποίο έχει γίνει αναφορά στο κεφάλαιο 3. Η διαδικασία είναι ίδια με αυτήν που ακολουθήθηκε για την αμφιέριστη δοκό στο κεφάλαιο 4.1.4. Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για την περίπτωση της απλής κάμψης.

Κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού

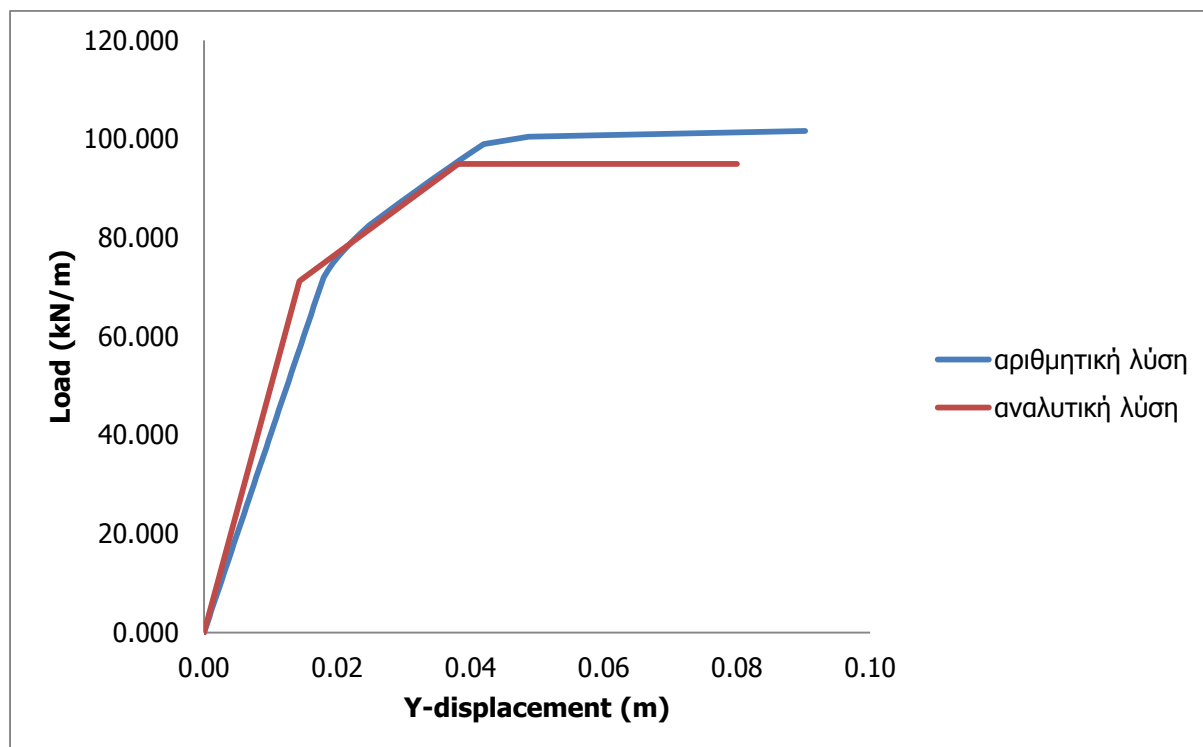


Σχήμα 4-47: Σχέση φορτίου-μετακίνησης για απλή κάμψη περί τον ισχυρό άξονα με αριθμητική προσέγγιση

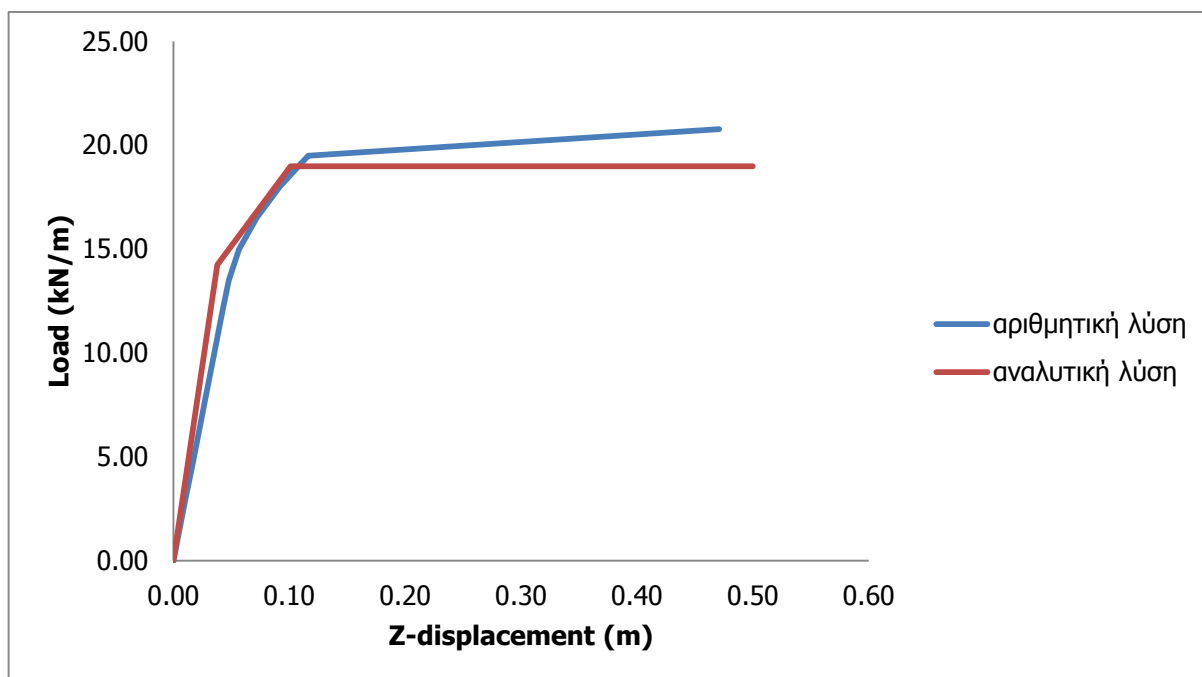
Κάμψη περί τον ασθενή άξονα της δοκού

Σχήμα 4-48: Σχέση φορτίου-μετακίνησης για απλή κάμψη περί τον ασθενή άξονα με αριθμητική προσέγγιση

4.2.3.3 Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων

Κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού

Σχήμα 4-49: Σύγκριση αναλυτικής και αριθμητικής λύσης για απλή κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της δοκού

Κάμψη περι τον ασθενή άξονα της δοκού

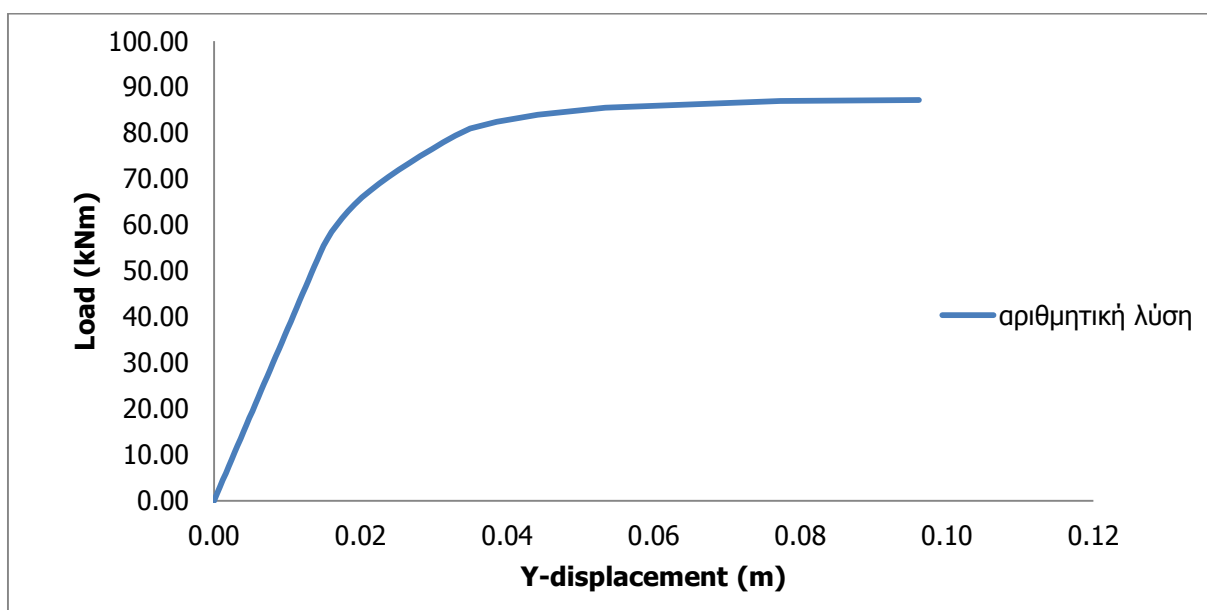
Σχήμα 4-50: Σύγκριση αναλυτικής και αριθμητικής λύσης για απλή κάμψη περι τον ασθενή άξονα της δοκού

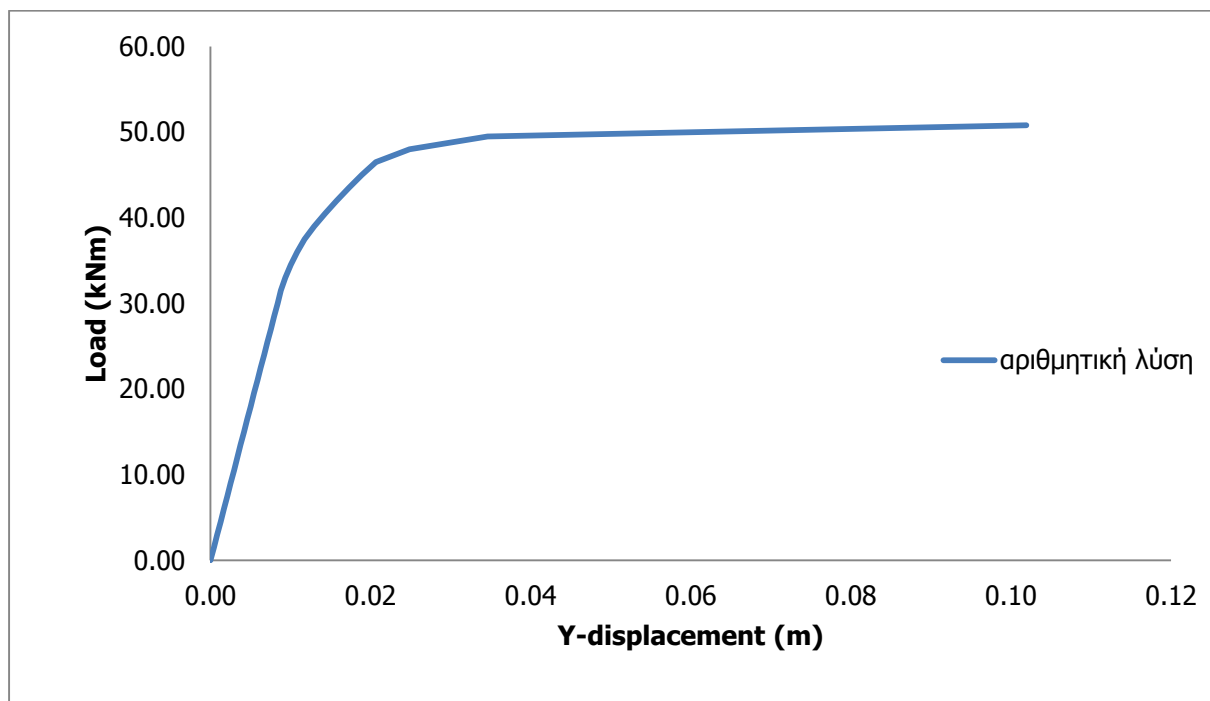
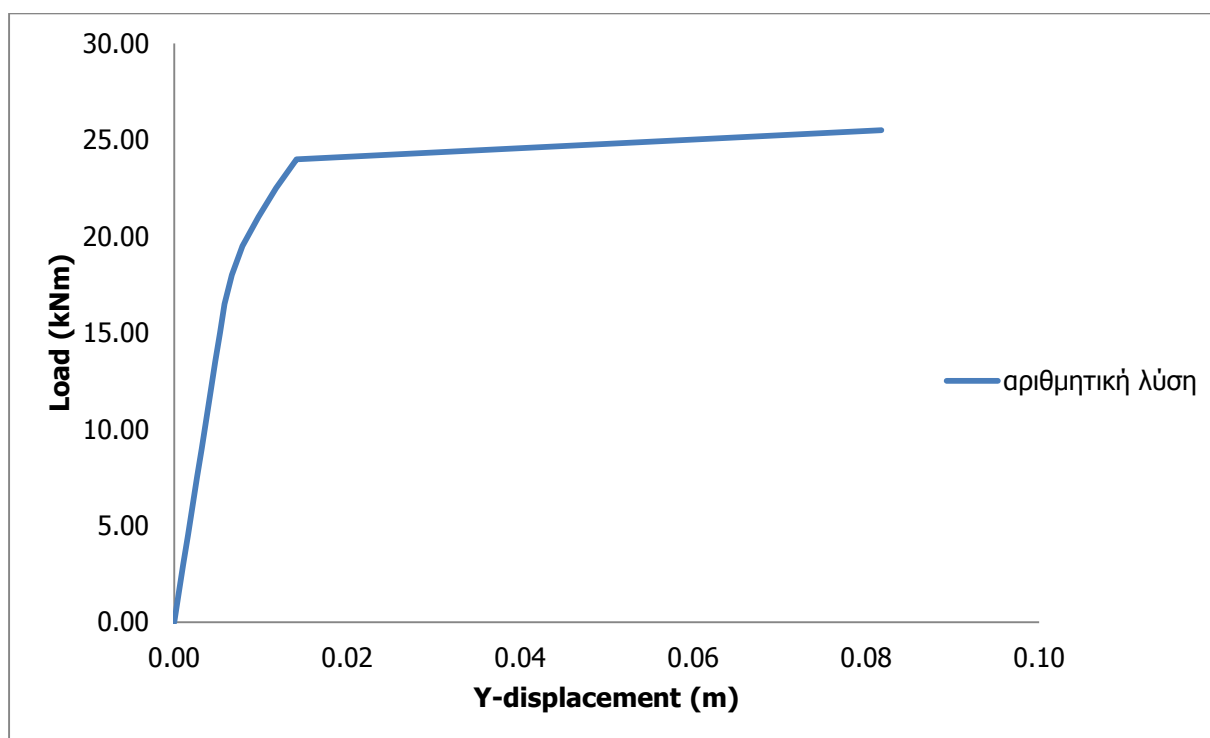
4.2.4 Έλεγχος διατομής σε κάμψη με αξονική δύναμη χρησιμοποιώντας σχέσεις ροπών-καμπυλοτήτων

4.2.4.1 Αναλυτική λύση

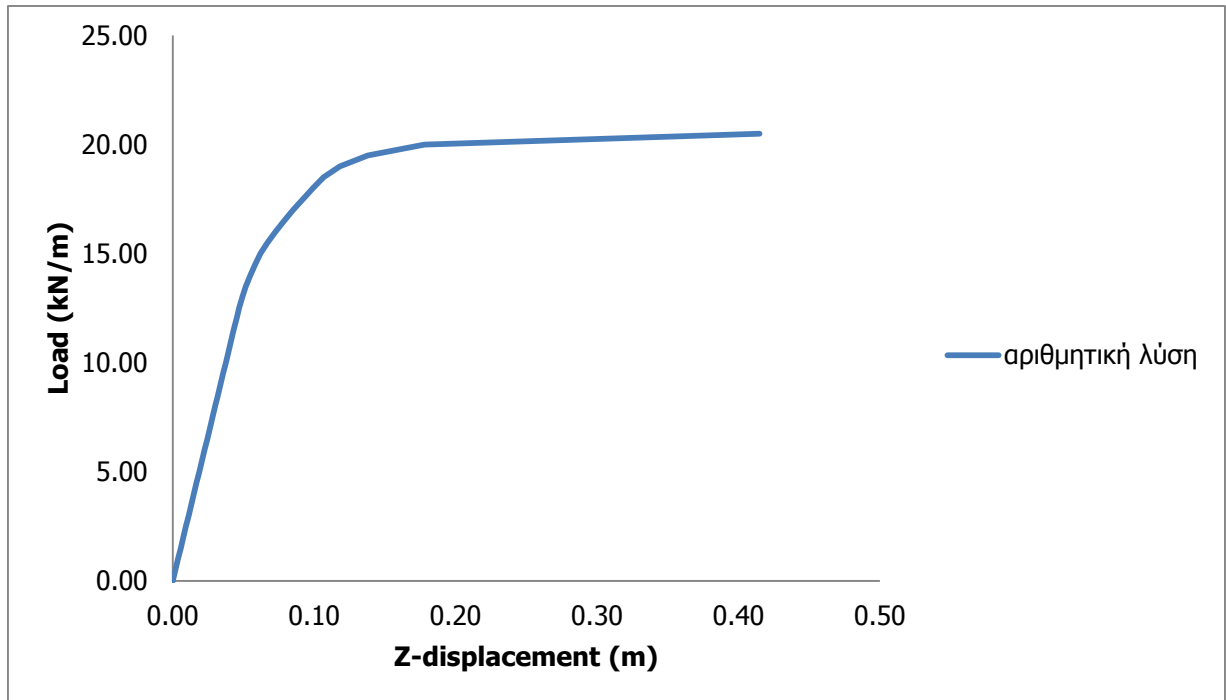
Η αναλυτική λύση της ίδιας δοκού με μήκος 6m η οποία είναι κατασκευασμένη με διατομή IPE 300 είναι ίδια με εκείνη του κεφαλαίου 4.2.1.1 και για αυτό παραλείπεται.

4.2.4.2 Αριθμητική λύση

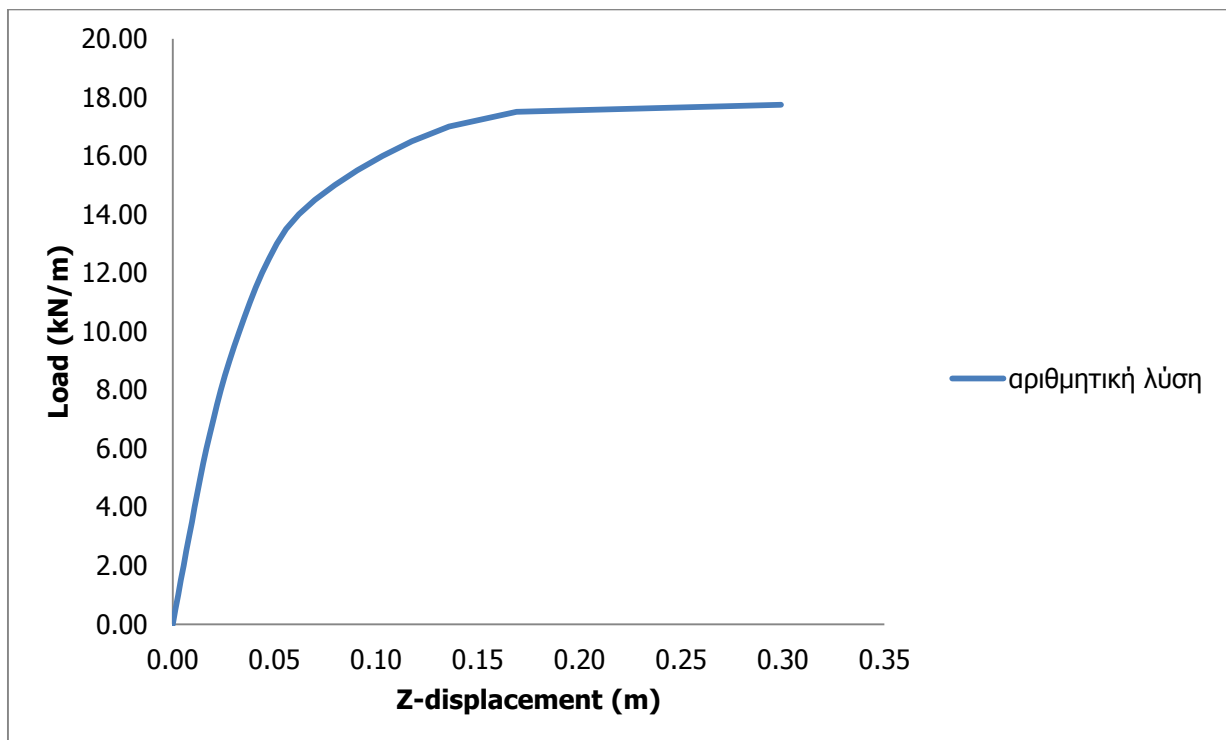
Κάμψη κατά τον ισχυρό άξονα της δοκού με αξονικό φορτίοΣχήμα 4-51: Αποτελέσματα για $n=0.3$

Σχήμα 4-52: Αποτελέσματα για $n=0.6$ Σχήμα 4-53: Αποτελέσματα για $n=0.8$

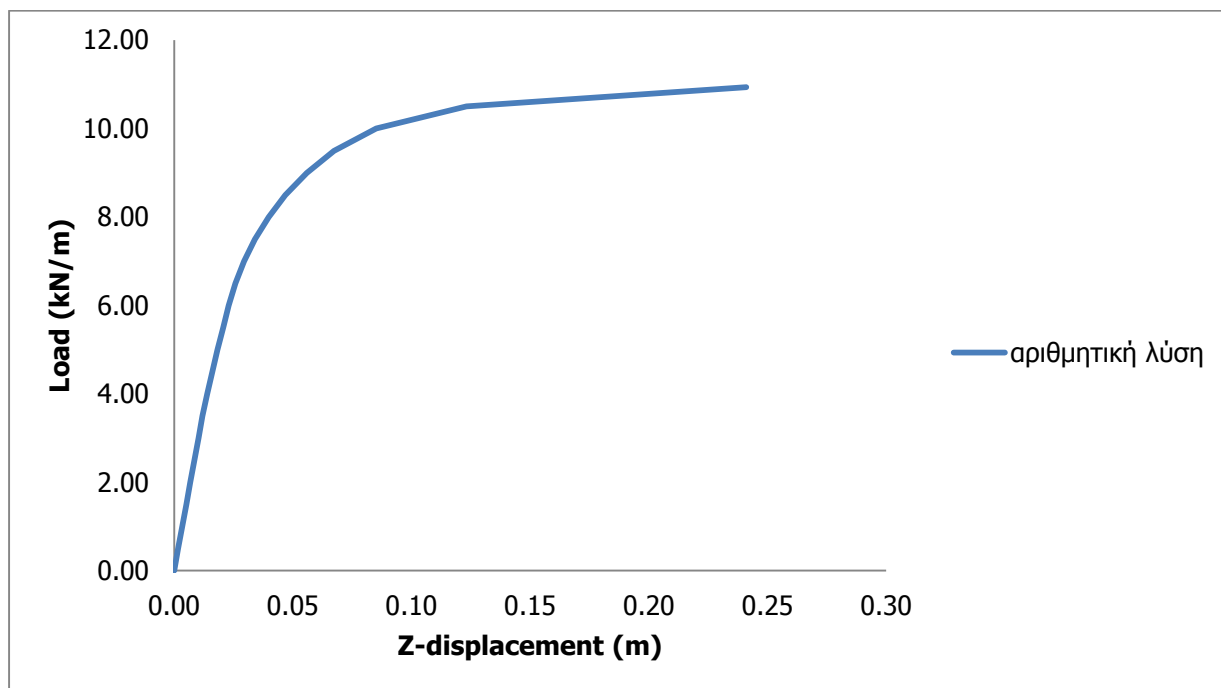
Κάμψη κατά τον ασθενή άξονα της δοκού με αξονικό φορτίο



Σχήμα4-54: Αποτελέσματα για $n=0.3$

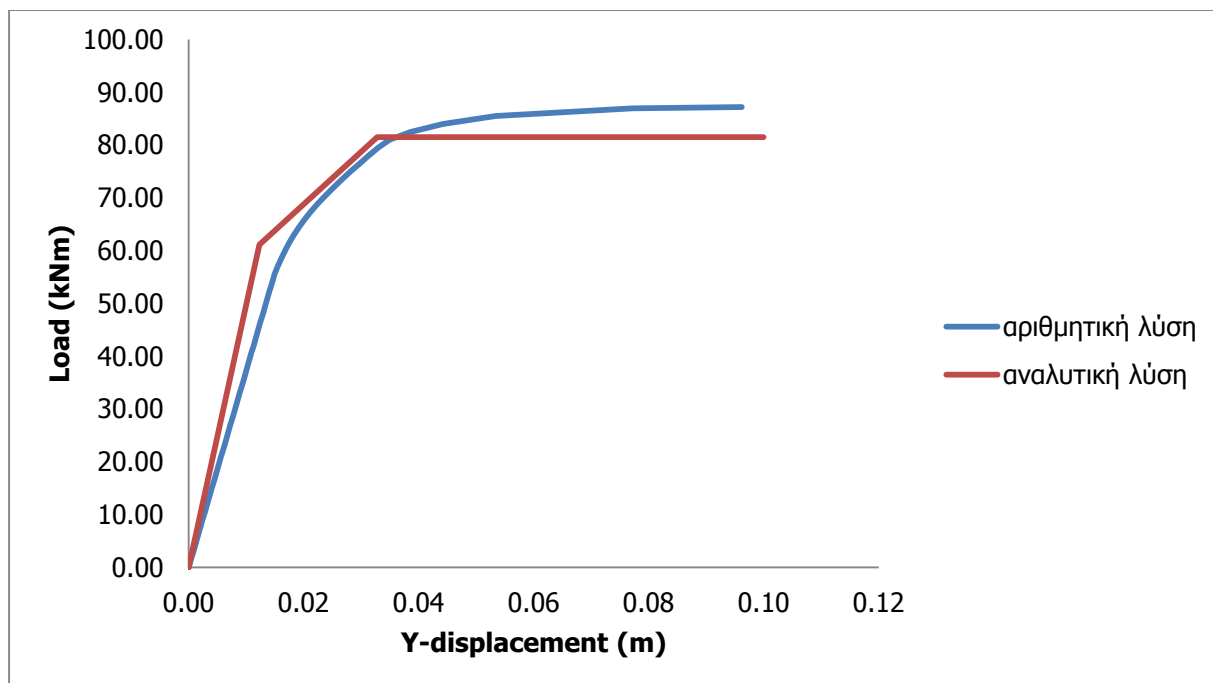


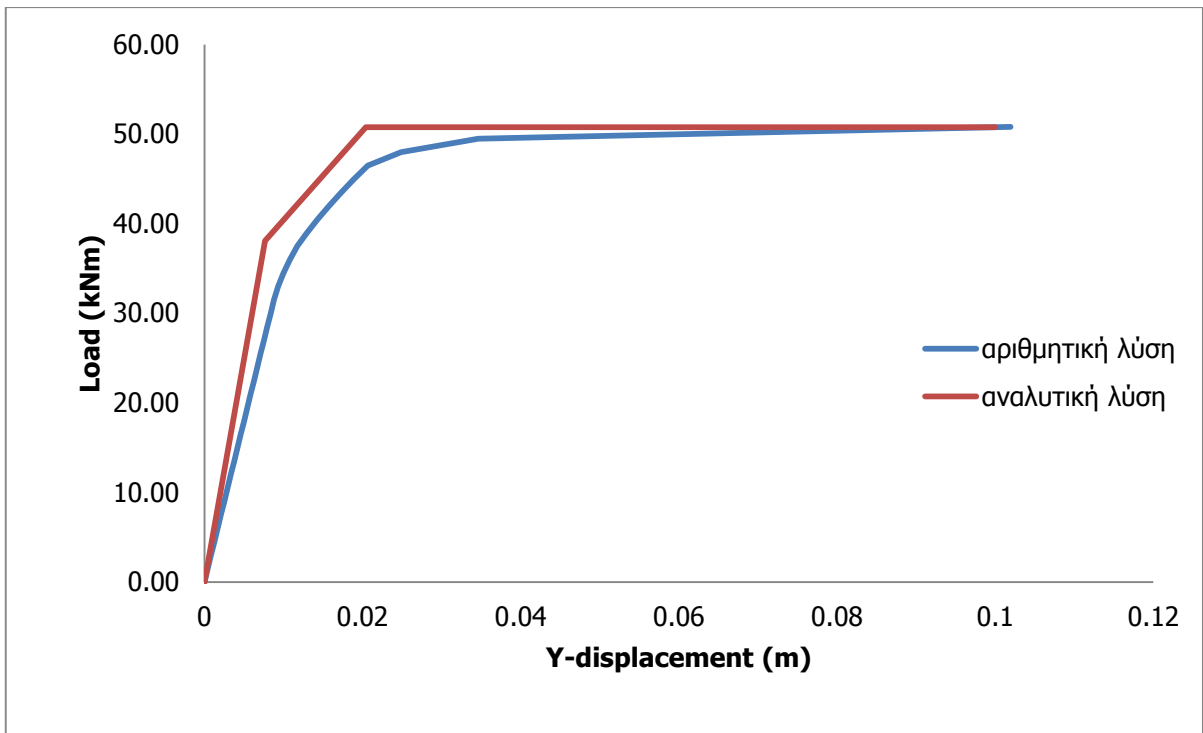
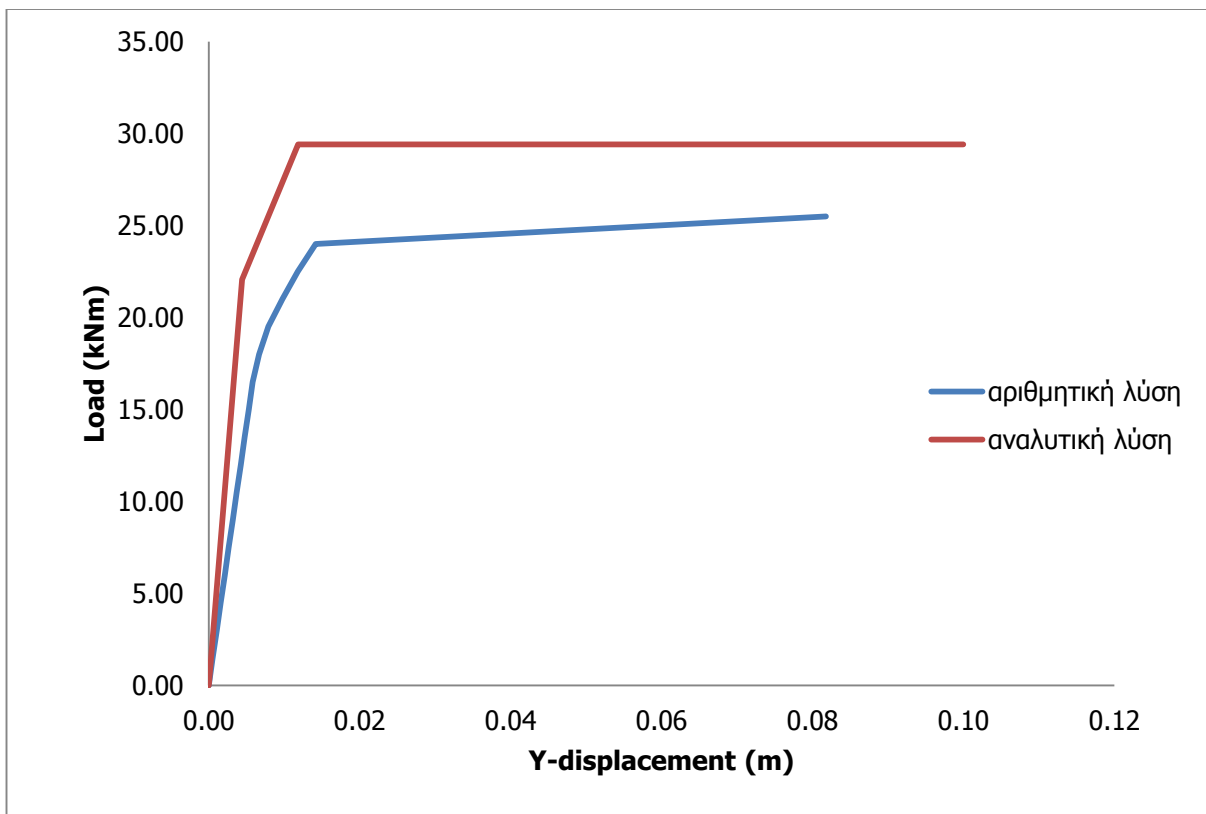
Σχήμα 4-55: Αποτελέσματα για $n=0.6$

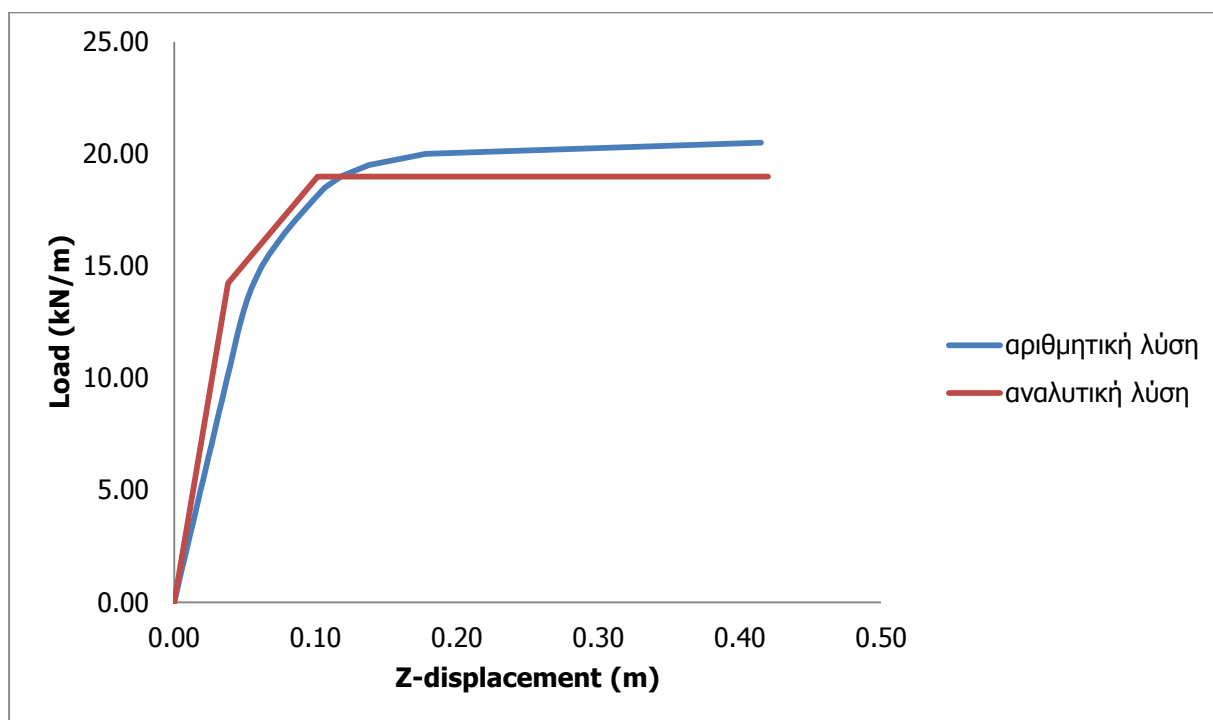
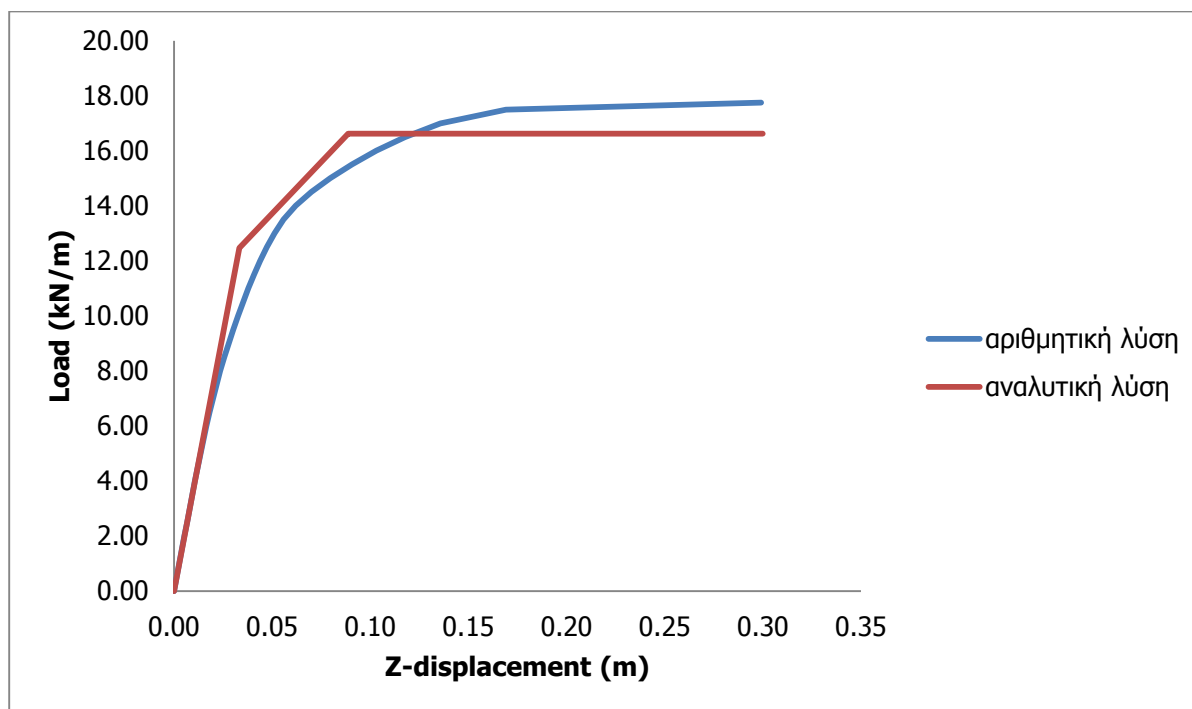
Σχήμα 4-56: Αποτελέσματα για $n=0.8$

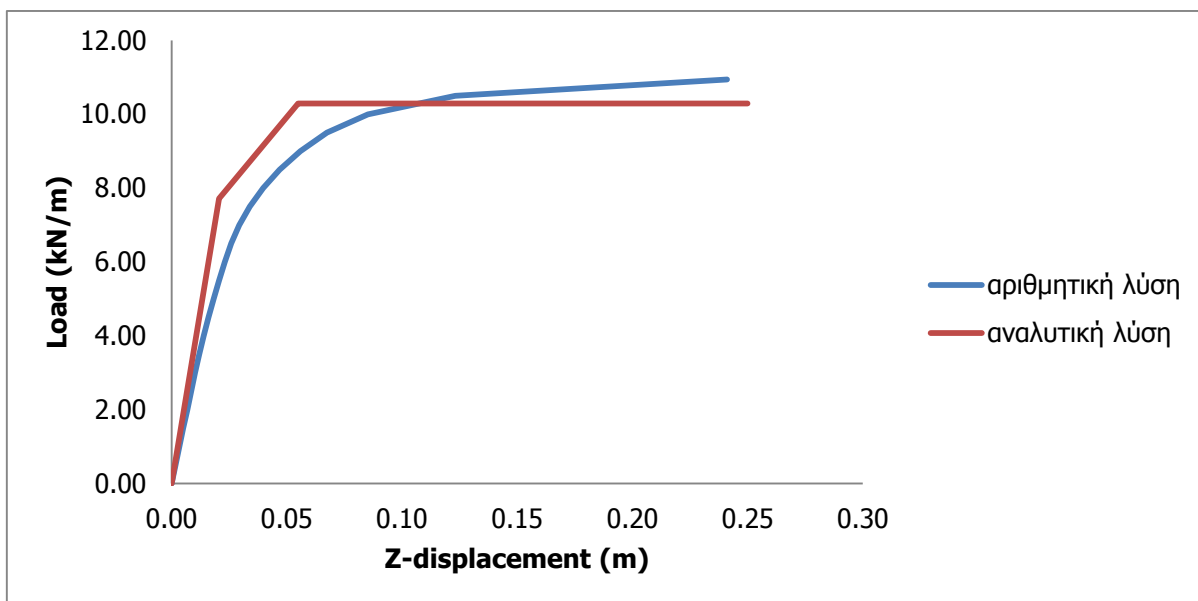
4.2.4.3 Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων

Κάμψη κατά τον ισχυρό άξονα της δοκού με αξονικό φορτίο

Σχήμα 4-57: Αποτελέσματα για $n=0.3$

Σχήμα 4-58: Αποτελέσματα για $n=0.6$ Σχήμα 4-59: Αποτελέσματα για $n=0.8$

Κάμψη κατά τον ασθενή άξονα της δοκού με αξονικό φορτίοΣχήμα 4-60: Αποτελέσματα για $n=0.3$ Σχήμα 4-61: Αποτελέσματα για $n=0.6$

Σχήμα 4-62: Αποτελέσματα για $n=0.8$

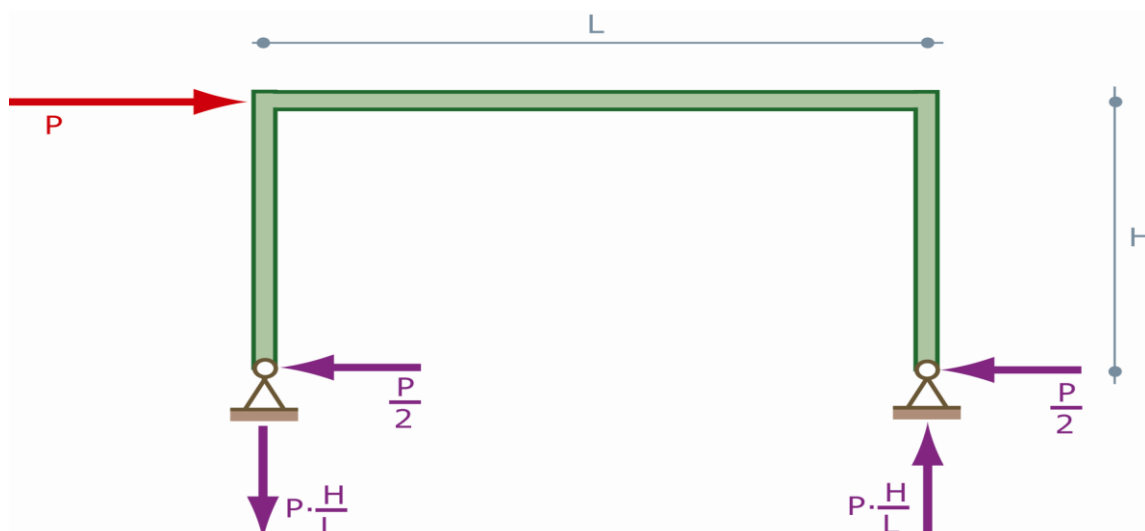
4.3 ΑΜΦΙΑΡΘΡΩΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

4.3.1 Αναλυτική λύση

Στη συνέχεια εξετάζεται ένα αμφιαρθρωτό πλαίσιο ανοίγματος L και ύψους H , το οποίο καταπονείται από συγκεντρωμένο οριζόντιο φορτίο P , που ασκείται στο ζυγώμα. Το πλαίσιο είναι κατασκευασμένο από δομικό χάλυβα, με συμπεριφορά που εξιδανικεύεται ως ελαστική – απολύτως πλαστική. Απλουστευτικά θεωρείται ότι οι διατομές των υποστυλωμάτων και του ζυγώματος έχουν την ίδια πλαστική ροπή αντοχής M_{pl} . Για την στατική συμπεριφορά του πλαισίου ορίζεται ο λόγος k ως:

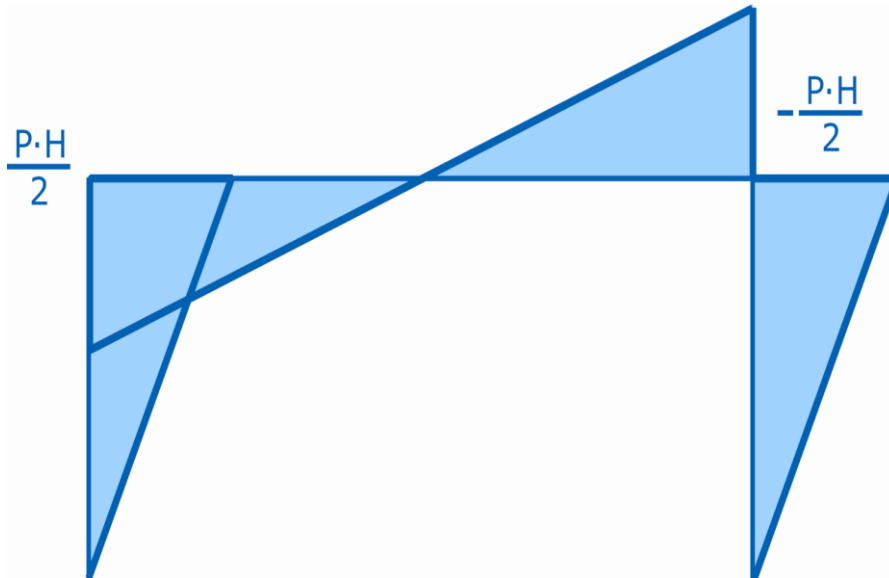
$$k = \frac{I_z}{I_y} \cdot \frac{H}{L} \quad (4.14)$$

όπου I_z και I_y οι εντός του επιπέδου του πλαισίου ροπές αδρανείας των διατομών ζυγώματος και υποστυλωμάτων αντίστοιχα.



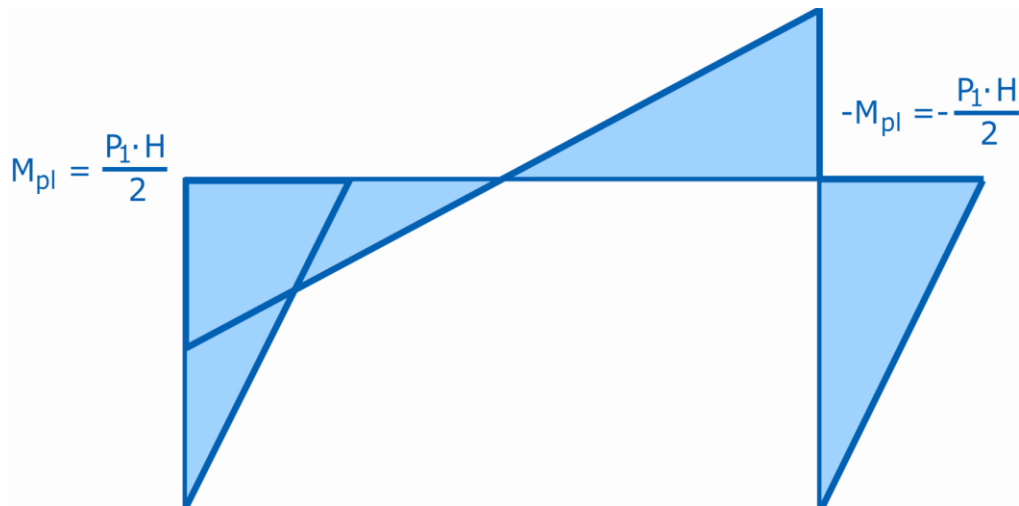
Σχήμα 4-63: Αμφιαρθρωτό πλαίσιο υπό συγκεντρωμένο οριζόντιο φορτίο και αντιδράσεις στηρίξεως

Στο Σχήμα 4-64 απεικονίζεται το διάγραμμα καμπτικών ροών του πλαισίου. Θεωρείται ότι μπορεί να γίνει πλήρης πλαστικοποίηση των διατομών ζυγώματος και υποστυλωμάτων και έτσι να παραλαμβάνεται η πλαστική ροπή αντοχής M_{pl} .



Σχήμα 4-64: Διάγραμμα καμπτικών ροών αμφιαρθρωτού πλαισίου

Ωστόσο, μετά την πλήρη πλαστικοποίηση οι διατομές μπορούν να πραγματοποιούν μεγάλες στροφικές παραμορφώσεις, χωρίς την παρουσία φαινομένων τοπικού λυγισμού. Το επιβαλλόμενο φορτίο P σταδιακά αυξάνεται μέχρι να φτάσει κάποια τιμή P_1 , όπου η ροπή στις γωνίες του πλαισίου θα έχει γίνει ίση με την πλαστική ροπή αντοχής M_{pl} . Σε αυτό το σημείο, το διάγραμμα ροών θα είναι όπως του Σχήματος 4-65, ενώ στις γωνίες του πλαισίου θα έχουν σχηματιστεί πλαστικές αρθρώσεις.

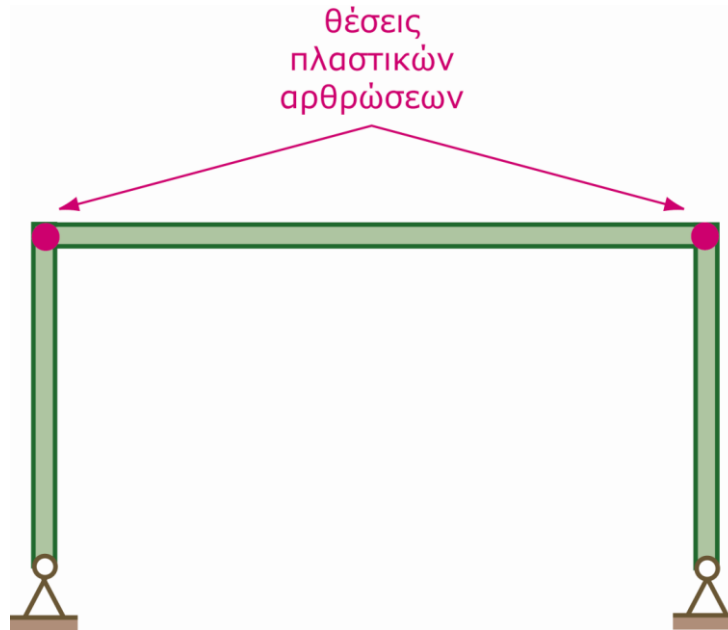


Σχήμα 4-65: Διάγραμμα καμπτικών ροών αμφιαρθρωτού πλαισίου κατά τον σχηματισμό πλαστικών αρθρώσεων στις γωνίες

Τότε, το φορτίο P_1 που προκαλεί αυτή την ένταση υπολογίζεται ως συνάρτηση του ύψους του πλαισίου H και της πλαστικής ροπής αντοχής της διατομής M_{pl} και δίνεται στην εξίσωση (4.15):

$$\frac{H \cdot P_1}{2} = M_{pl} \Rightarrow P_1 = \frac{2 \cdot M_{pl}}{H} \quad (4.15)$$

Πλέον, οι διατομές που βρίσκονται στις γωνίες του πλαισίου δεν μπορούν να παραλαμβάνουν περισσότερη ροπή, αλλά μπορούν να πραγματοποιούν ελεύθερη στροφή. Το μέγιστο φορτίο που μπορεί να παραλάβει το πλαίσιο ισούται με P_1 , καθώς στο φορέα έχουν σχηματιστεί τέσσερις αρθρώσεις, οι δύο κατασκευαστικές αρθρώσεις στις στηρίξεις και οι δύο πλαστικές αρθρώσεις στις γωνίες, όπως απεικονίζονται στο Σχήμα 4-66. Έτσι, στο πλαίσιο έχει σχηματιστεί μηχανισμός κατάρρευσης ορόφου και συγκεκριμένα πλαστικός μηχανισμός κατάρρευσης, εφόσον δύο από τις τέσσερις αρθρώσεις είναι πλαστικές αρθρώσεις.

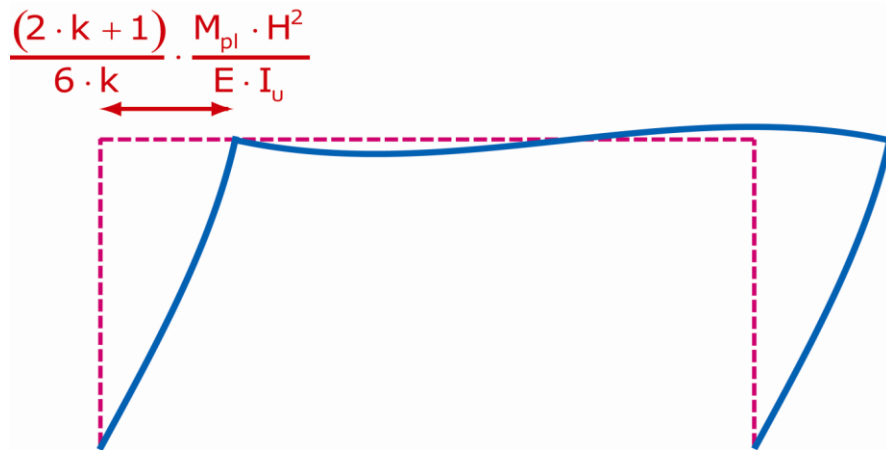


Σχήμα 4-66: Πλαστικός μηχανισμός κατάρρευσης τύπου ορόφου λόγω σχηματισμού πλαστικών αρθρώσεων στις γωνίες του πλαισίου

Μέχρι το φορτίο P_1 η συμπεριφορά του πλαισίου είναι ελαστική. Όταν σχηματιστούν στις γωνίες οι δύο πλαστικές αρθρώσεις, η οριζόντια μετακίνηση του ζυγώματος δ_1 δίνεται από την εξίσωση (4.16):

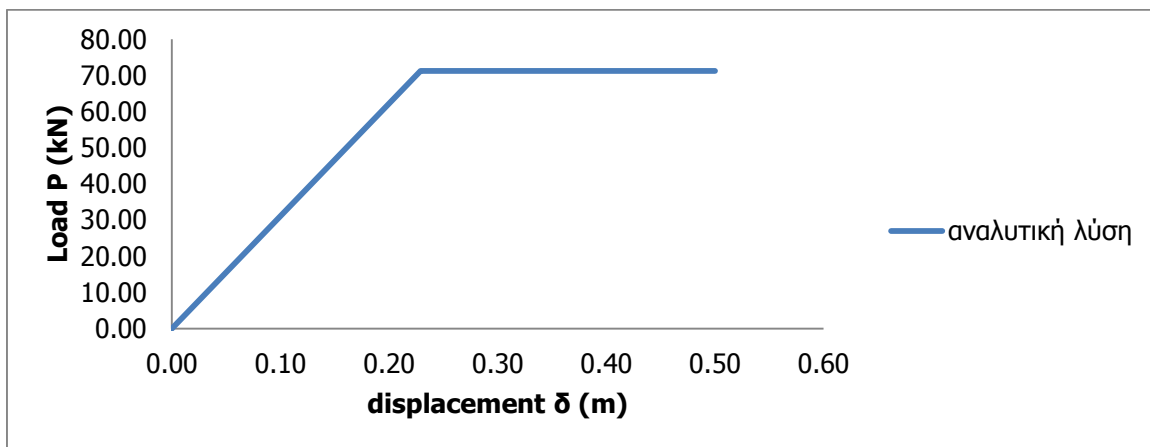
$$\delta_1 = \frac{2 \cdot k + 1}{12 \cdot k} \cdot \frac{P_1 \cdot H^3}{E \cdot I_v} = \frac{2 \cdot k + 1}{6 \cdot k} \cdot \frac{M_{pl} \cdot H^2}{E \cdot I_v} \quad (4.16)$$

Η παραμορφωμένη κατάσταση του πλαισίου όταν επιβάλλεται το φορτίο P_1 και σχηματίζονται οι δύο πλαστικές αρθρώσεις στις γωνίες του πλαισίου δίνεται στο Σχήμα 4-67:



Σχήμα 4-67: Παραμορφωμένη κατάσταση αμφιαρθρωτού πλαισίου κατά τον σχηματισμό των πλαστικών αρθρώσεων στις γωνίες

Στη συνέχεια, κατασκευάζεται το διάγραμμα φορτίου – μετακίνησης για ένα αμφιαρθρωτό πλαίσιο ύψους $H=6\text{m}$ και μήκους $L=6\text{m}$, με διατομή IPE 300 τόσο για το ζύγωμα όσο και για τα υποστυλώματα, ώστε για λόγους απλούστευσης να έχουν την ίδια πλαστική ροπή αντοχής M_{pl} , αλλά και ώστε ο λόγος k να ισούται με την μονάδα. Η ροπή αδρανείας της διατομής IPE 300, αμελώντας τις καμπύλες προσαρμογής, έχει υπολογιστεί $I_z=I_u= 7998.986\text{cm}^4$ και είναι οι εντός του επιπέδου, ροπές αδρανείας των διατομών ζυγώματος και υποστυλωμάτων αντίστοιχα. Ακόμη χρησιμοποιείται ελαστικός-απολύτως πλαστικός χάλυβας S355 με μέτρο ελαστικότητας $E=210\text{GPa}$. Στο Σχήμα 4-68 παρουσιάζεται το διάγραμμα φορτίου (P) -μετακίνησης (δ).



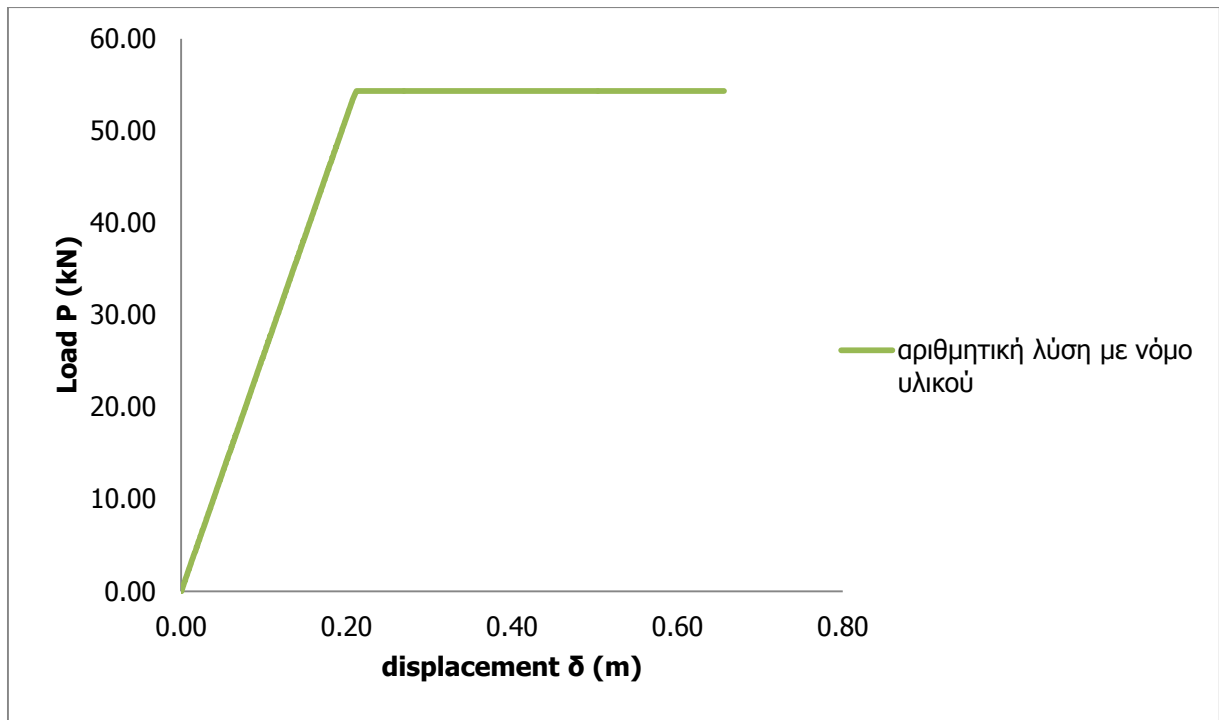
Σχήμα 4-68: Διάγραμμα φορτίου P – μετακίνησης δ ενός αμφιαρθρωτού πλαισίου με αναλυτική προσέγγιση

4.3.2 Έλεγχος διατομής χρησιμοποιώντας νόμο υλικού

4.3.2.1 Αριθμητική λύση

Στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA προσομοιώνεται το ίδιο αμφιαρθρωτό πλαίσιο με στοιχεία δοκού (beam elements), ανοίγματος $L=6$ μέτρων και ύψους $H=6\text{m}$, κατασκευασμένο από ελαστικό-απολύτως πλαστικό δομικό χάλυβα S355. Η διατομή που χρησιμοποιήθηκε ήταν IPE 300 η οποία έχει πλαστική ροπή αντοχής κατά τον ισχυρό της άξονα $M_{pl,y}=223.08\text{kNm}$. Το μέτρο ελαστικότητας του υλικού είναι $E=210\text{GPa}$, ο λόγος Poisson $\nu=0.3$ και το πλαίσιο καταπονείται από συγκεντρωμένο οριζόντιο φορτίο $P=150\text{kN/m}$. Στο Σχήμα 4-69 παρουσιάζεται ο δρόμος ισορροπίας στο σημείο όπου επιβάλλεται το φορτίο, δηλαδή στη μία από τις δύο γωνίες του ζυγώματος του

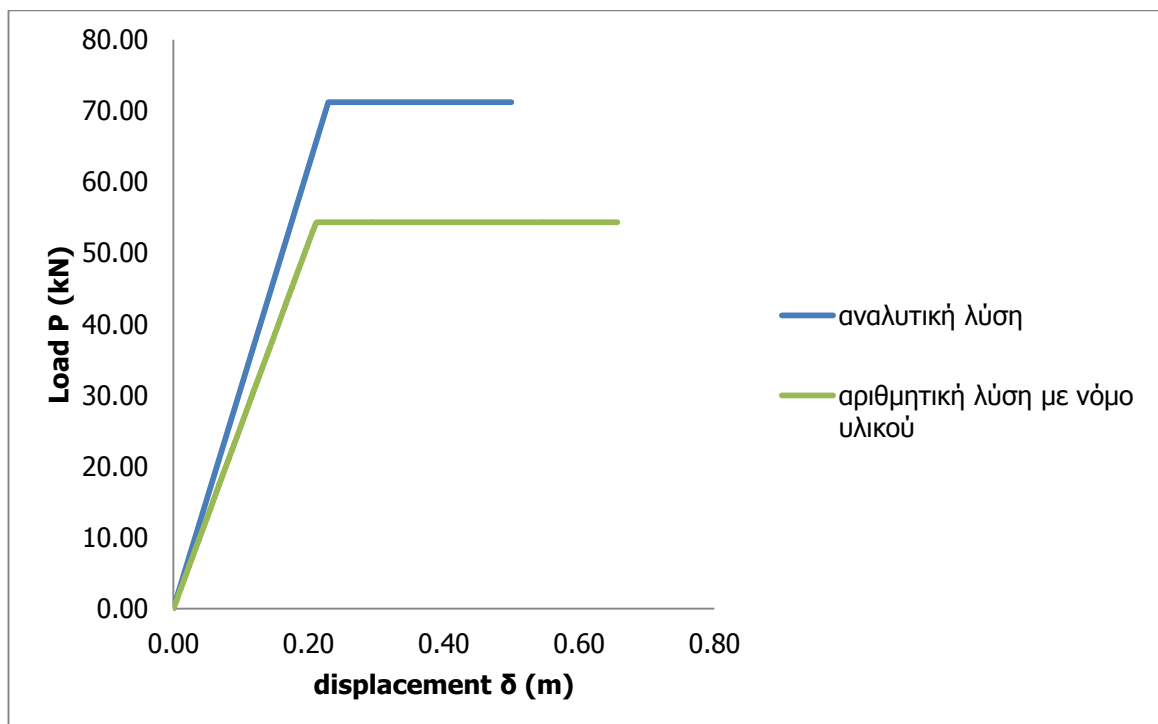
πλαisiού, όπως προέκυψε από την collapse ανάλυση που πραγματοποιήθηκε. Κάθε μέλος του πλαisiού έχει προσομοιωθεί με 20 beam elements.



Σχήμα 4-69: Διάγραμμα φορτίου P – μετακίνησης δ ενός αμφιαρθρωτού πλαisiού με αριθμητική προσέγγιση

4.3.2.2 Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων

Στο Σχήμα 4-70 συγκρίνονται τα αποτελέσματα της αναλυτικής και αριθμητικής λύσης για το αμφιαρθρωτό πλαisiο.

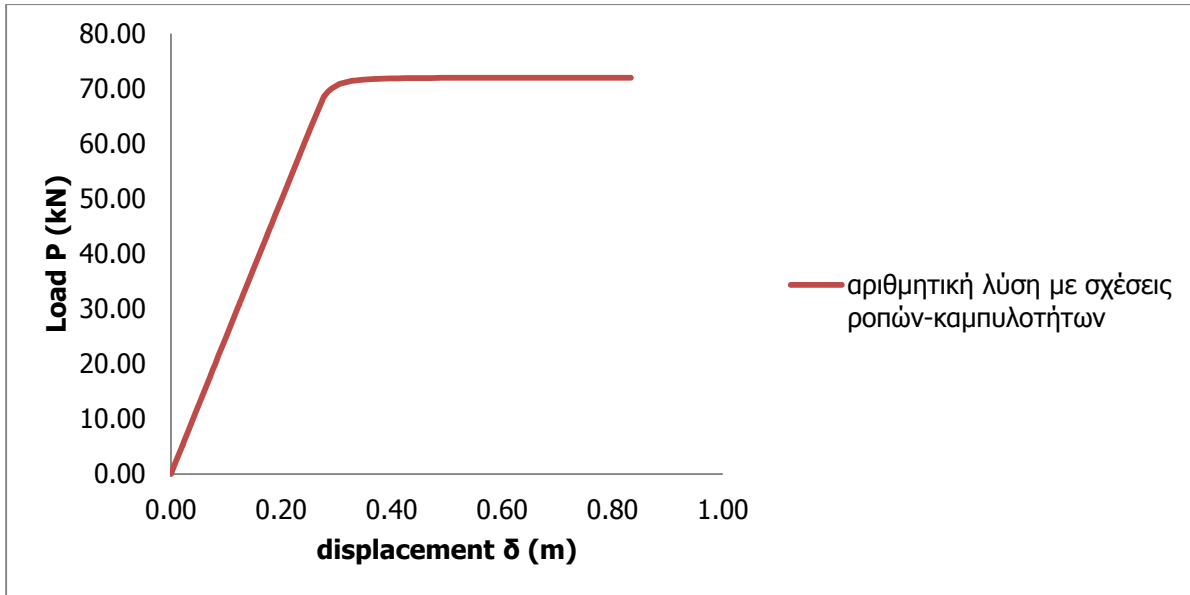


Σχήμα 4-70: Σύγκριση αναλυτικής και αριθμητικής λύσης

4.3.3 Έλεγχος διατομής χρησιμοποιώντας σχέσεις ροπών-καμπυλοτήτων

4.3.3.1 Αριθμητική λύση

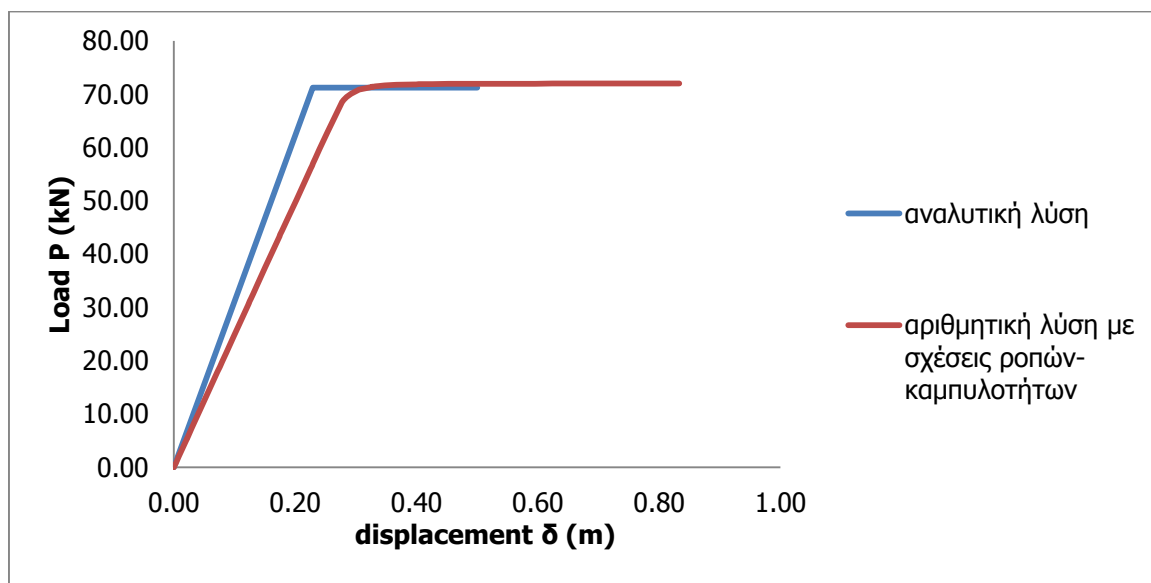
Με την ίδια διαδικασία που έχει περιγραφεί στα προηγούμενα παραδείγματα του ίδιου κεφαλαίου εισάγονται οι τιμές ροπών-καμπυλοτήτων της διατομής IPE 300 στο ADINA, όπως έχουν προκύψει από το πρόγραμμα ΒΙΑΧΙΑΛ. Στο Σχήμα 4-71 παρουσιάζεται ο δρόμος ισορροπίας του σημείου όπου επιβάλλεται το συγκεντρωμένο, οριζόντιο φορτίο στη γωνία του ζυγώματος του πλαισίου, όπως προέκυψε από collapse που πραγματοποιήθηκε.



Σχήμα 4-71: Διάγραμμα φορτίου P – μετακίνησης δ ενός αμφιαρθρωτού πλαισίου με αριθμητική προσέγγιση

4.3.3.2 Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων

Στο Σχήμα 4-72 συγκρίνονται τα αποτελέσματα της αναλυτικής και αριθμητικής λύσης για το αμφιαρθρωτό πλαίσιο.

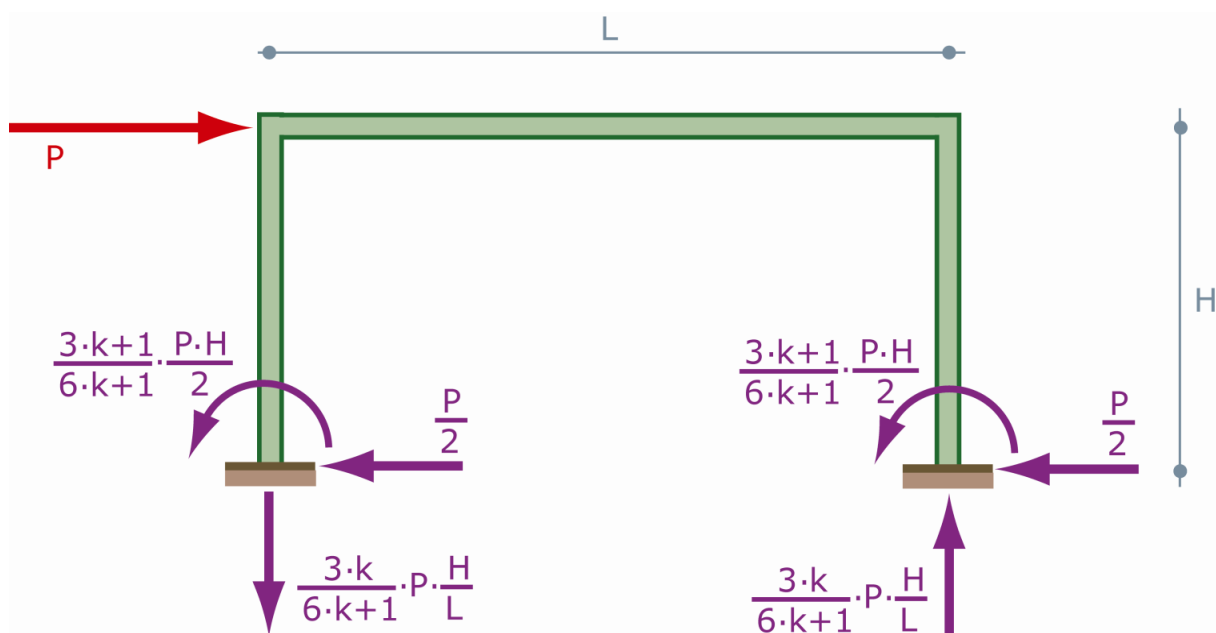


Σχήμα 4-72: Σύγκριση αναλυτικής και αριθμητικής λύσης

4.4 ΑΜΦΙΠΑΚΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

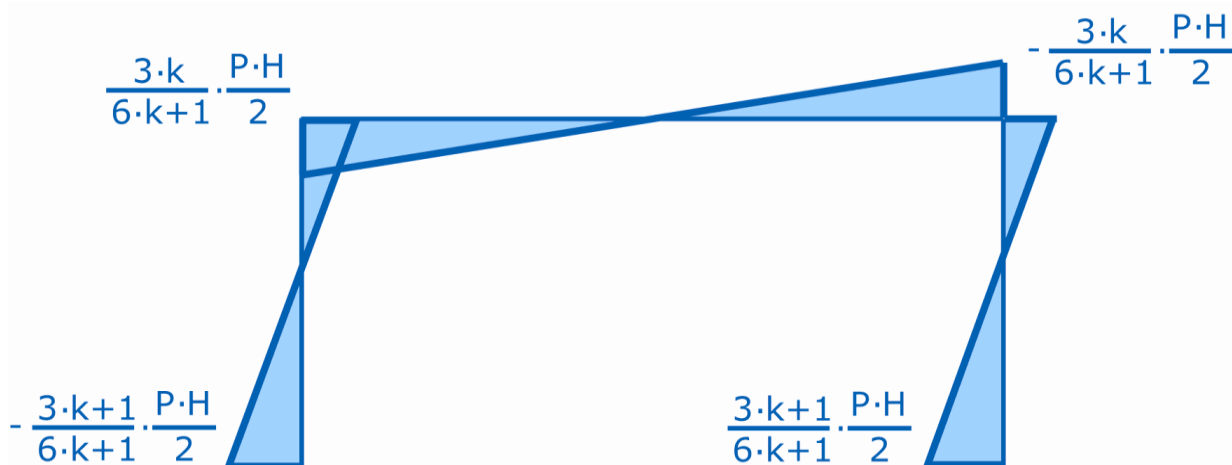
4.4.1 Αναλυτική λύση

Τελευταίο παράδειγμα που μελετήθηκε είναι το αμφίπακτο πλαίσιο που απεικονίζεται στο Σχήμα 4-73, το οποίο έχει τα ίδια χαρακτηριστικά με εκείνα του αμφιαρθρωτού πλαισίου του Σχήματος 4-63, εκτός από τις συνοριακές συνθήκες. Ομοίως, και σε αυτό το παράδειγμα θεωρήθηκε ότι οι διατομές ζυγώματος και υποστυλωμάτων έχουν την ίδια πλαστική ροπή αντοχής M_{pl} , καθώς και ότι οι διαστάσεις L και H του πλαισίου επιλέχθηκαν ίσες, ώστε ο λόγος k να ισούται με την μονάδα. Ακόμη, στο Σχήμα 4-73 απεικονίζονται οι αντιδράσεις στηρίξεως του συγκεκριμένου πλαισίου για τη συγκεκριμένη φόρτιση.



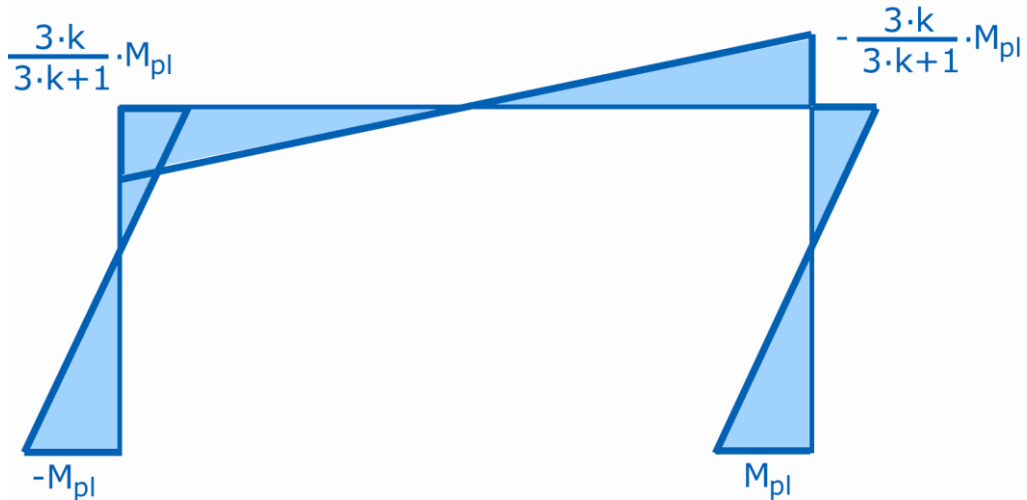
Σχήμα 4-73: Αμφίπακτο πλαίσιο υπό συγκεκριμένο οριζόντιο φορτίο και αντιδράσεις στηρίξεως

Στο Σχήμα 4-74 παρουσιάζεται το διάγραμμα καμπικών ρομών, των οποίων η κατανομή εξαρτάται από την παράμετρο σχετικής δυσκαμψίας ζυγώματος – υποστυλωμάτων k . Ωστόσο, οι ρομές στους πόδες των υποστυλωμάτων είναι σε κάθε περίπτωση μεγαλύτερες από εκείνες στις κορυφές τους.



Σχήμα 4-74: Διάγραμμα καμπικών ρομών αμφίπακτου πλαισίου

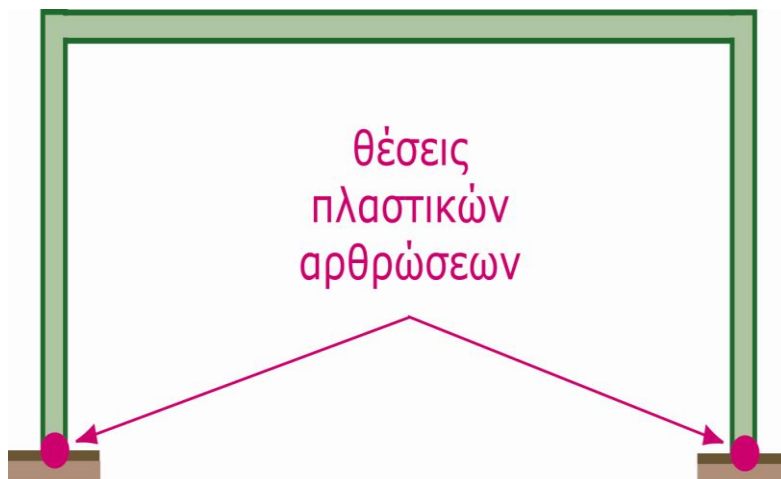
Και σε αυτό το παράδειγμα ισχύει ότι οι διατομές του ζυγώματος καθώς και των υποστυλωμάτων του πλαισίου μπορούν πλήρως να πλαστικοποιηθούν και έτσι να παραλαμβάνεται η πλαστική ροπή αντοχής τους M_{pl} . Επιπλέον, μετά την πλήρη πλαστικοποίησή τους μπορούν να οι διατομές να πραγματοποιούν μεγάλες στροφικές παραμορφώσεις, χωρίς να παρουσιάζονται φαινόμενα τοπικού λυγισμού. Καθώς το επιβαλλόμενο φορτίο P του Σχήματος 4-73 αυξάνεται, φτάνει κάποια τιμή P_1 , όπου το διάγραμμα καμπικών ρομών γίνεται όπως αυτό του Σχήματος 4-75 και σχηματίζονται πλαστικές αρθρώσεις στις δύο στηρίξεις.



Σχήμα 4-75: Διάγραμμα καμπικών ρομών αμφίπακτου πλαισίου κατά τον σχηματισμό των πλαστικών αρθρώσεων στις στηρίξεις

Το φορτίο P_1 που προκαλεί αυτή την ένταση προκύπτει από την συνθήκη πλαστικοποίησης των διατομών στις στηρίξεις και δίνεται ως:

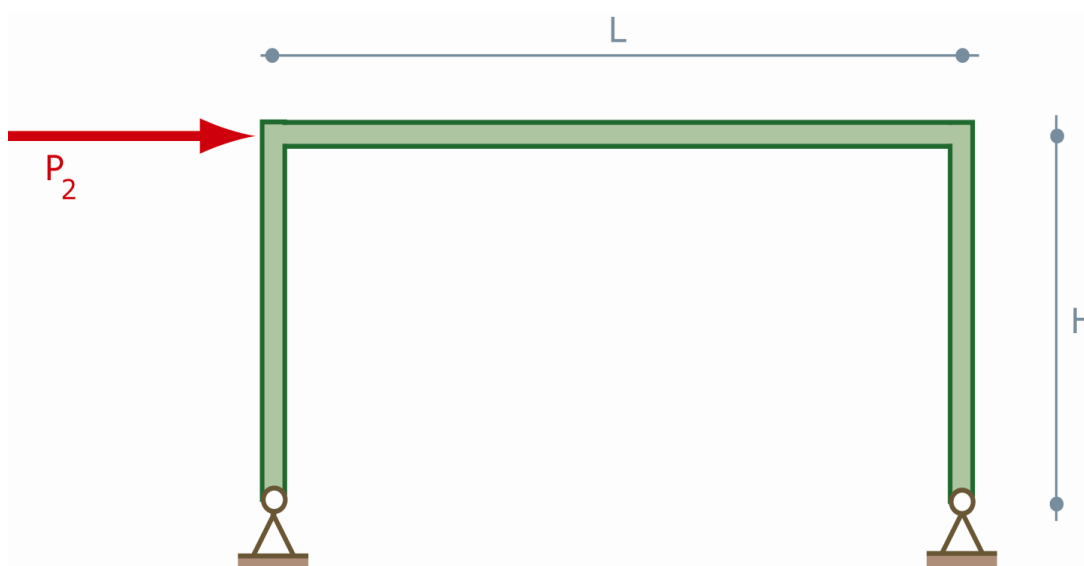
$$\frac{3 \cdot k + 1}{6 \cdot k + 1} \cdot \frac{H \cdot P_1}{2} = M_{pl} \Rightarrow P_1 = \frac{6 \cdot k + 1}{3 \cdot k + 1} \cdot \frac{2 \cdot M_{pl}}{H} \quad (4.17)$$



Σχήμα 4-76: Σχηματισμός πλαστικών αρθρώσεων στις στηρίξεις του πλαισίου

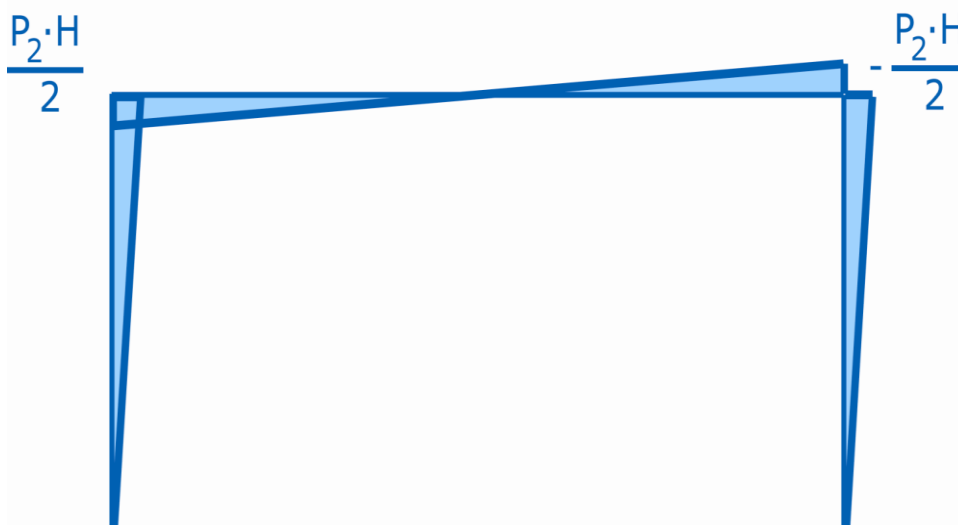
Τώρα ο φορέας από υπερστατικός έχει γίνει ισοστατικός και οι διατομές στις θέσεις των στηρίξεων δεν μπορούν να παραλάβουν επιπλέον ροπή. Ωστόσο, το πλαίσιο έχει δυνατότητα να παραλάβει μεγαλύτερο φορτίο, με αμφιαρθρωτή πλέον λειτουργία, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4-77, όπου οι

διατομές στις θέσεις των στηρίξεων θα παραλαμβάνουν την πλαστική ροπή M_{pl} , αλλά για το επιπλέον αυτό φορτίο P_2 θα πραγματοποιούν ελεύθερες στροφές.

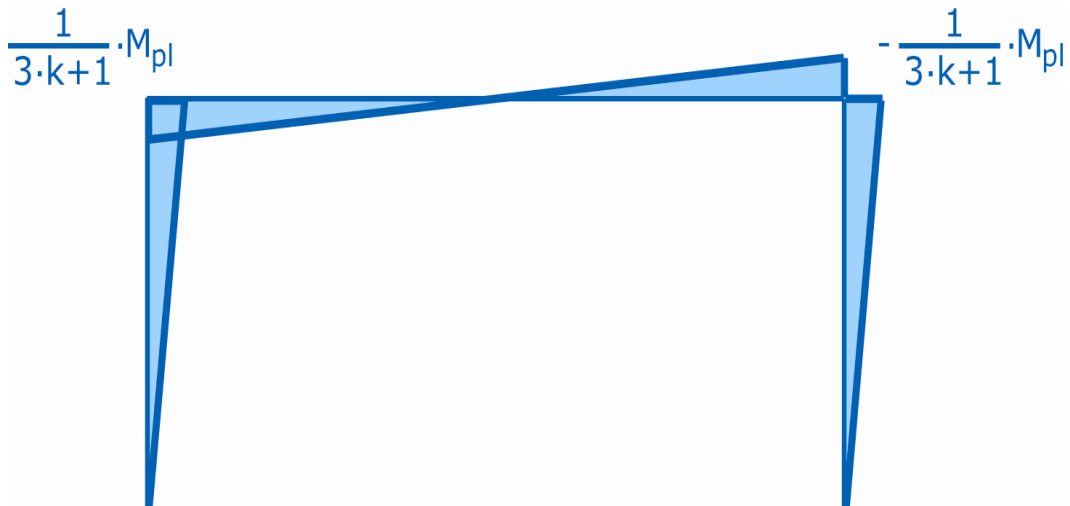


Σχήμα 4-77: Αμφιαρθρωτή λειτουργία του πλαισίου για τα επιπλέον φορτία

Στο Σχήμα 4-78 παρουσιάζεται η κατανομή των καμπτικών ροών για τα επιπλέον φορτία. Σε αυτό το σημείο, η συνολική ροπή κάθε διατομής δίνεται από την επαλληλία του διαγράμματος για αμφίπακτη λειτουργία, όταν επιβάλλεται το φορτίο P_1 (Σχήμα 4-75) και αυτού για αμφιαρθρωτή λειτουργία, όταν επιβάλλεται το φορτίο P_2 (Σχήμα 4-78). Το φορτίο P_2 αυξάνεται μέχρις ότου η συνολική ροπή στις κεφαλές των υποστυλωμάτων φτάσει την πλαστική ροπή αντοχής M_{pl} και πλέον θα σχηματιστούν και εκεί πλαστικές αρθρώσεις, οπότε ο φορέας από ισοστατικός που ήταν θα γίνει μηχανισμός. Στο Σχήμα 4-79 παρουσιάζεται το διάγραμμα επιπλέον ροών λόγω φορτίου P_2 , που οδηγεί σε σχηματισμό πλαστικών αρθρώσεων στις κεφαλές των υποστυλωμάτων.



Σχήμα 4-78: Διάγραμμα καμπτικών ροών του πλαισίου για το επιπλέον φορτίο, μετά τον σχηματισμό των πλαστικών αρθρώσεων στη θέση των στηρίξεων



Σχήμα 4-79: Διάγραμμα καμπτικών ροπών του πλαισίου για το επιπέδον φορτίο, μετά τον σχηματισμό των πλαστικών αρθρώσεων στις κεφαλές των υποστυλωμάτων

Η τιμή του φορτίου P_2 , τη στιγμή που δημιουργηθούν οι δύο πλαστικές αρθρώσεις στις κεφαλές των υποστυλωμάτων δίνεται στην εξίσωση (4.18).

$$\frac{H \cdot P_2}{2} = \frac{M_{pl}}{3 \cdot k + 1} \Rightarrow P_2 = \frac{1}{3 \cdot k + 1} \cdot \frac{2 \cdot M_{pl}}{H} \quad (4.18)$$

Η τιμή του συνολικού φορτίου είναι:

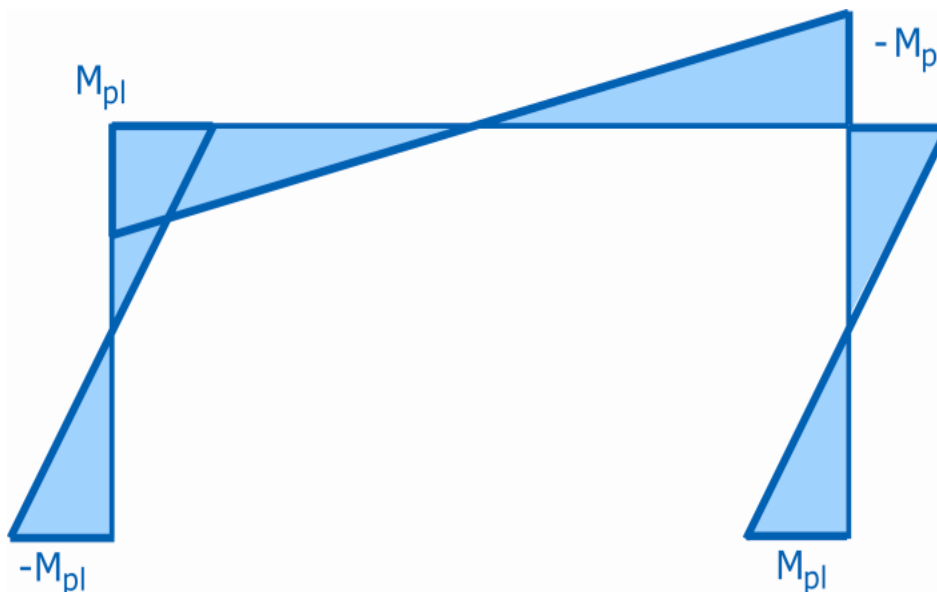
$$P_{max} = P_1 + P_2 = \frac{6 \cdot k + 1}{3 \cdot k + 1} \cdot \frac{2 \cdot M_{pl}}{H} + \frac{1}{3 \cdot k + 1} \cdot \frac{2 \cdot M_{pl}}{H} = \frac{4 \cdot M_{pl}}{H} \quad (4.19)$$

Το φορτίο που δίνεται στην εξίσωση (4.19) είναι το μέγιστο που μπορεί να παραλάβει το πλαίσιο, εφόσον έχουν σχηματιστεί τέσσερις πλαστικές αρθρώσεις, δύο στις στηρίξεις και δύο στις κεφαλές των υποστυλωμάτων. Επομένως, στο πλαίσιο έχει σχηματιστεί μηχανισμός κατάρρευσης τύπου ορόφου και μάλιστα αυτός είναι πλαστικός μηχανισμός κατάρρευσης, δεδομένου ότι και οι τέσσερις αρθρώσεις που περιλαμβάνονται στον μηχανισμό αυτό είναι πλαστικές.



Σχήμα 4-80: Πλαστικός μηχανισμός κατάρρευσης τύπου ορόφου λόγω σχηματισμού τεσσάρων πλαστικών αρθρώσεων

Στο Σχήμα 4-81 παρουσιάζεται το συνολικό διάγραμμα καμπτικών ρομών για το φορτίο P_{max} , το οποίο προκύπτει από επαλληλία των σχημάτων 4-75 και 4-79.



Σχήμα 4-81: Συνολικό διάγραμμα καμπτικών ρομών κατά τον σχηματισμό των πλαστικών αρθρώσεων στις κεφαλές των υποστυλωμάτων

Για φορτία μικρότερα του P_1 , το πλαίσιο παραμορφώνεται ως αμφίπακτο και η οριζόντια μετακίνηση δ του ζυγώματος δίνεται στην εξίσωση (4.20).

$$\delta = \frac{3 \cdot k + 2}{12 \cdot (6 \cdot k + 1)} \cdot \frac{P \cdot H^3}{E \cdot I_v} \quad (4.20)$$

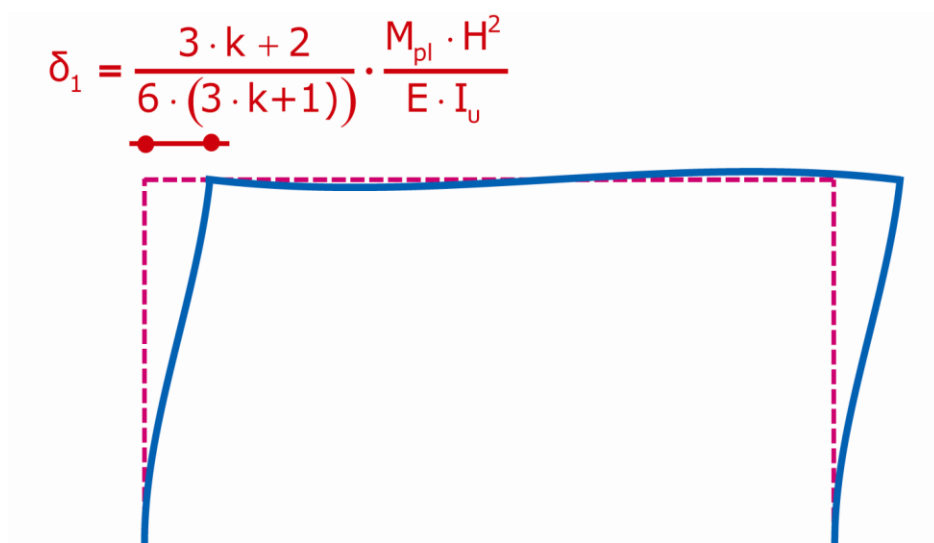
Όταν σχηματίζονται οι δύο πρώτες πλαστικές αρθρώσεις στις θέσεις των στηρίξεων, η οριζόντια μετακίνηση του ζυγώματος αυξάνεται κατά:

$$\delta_2 = \frac{2 \cdot k + 1}{12 \cdot k} \cdot \frac{P_2 \cdot H^3}{E \cdot I_v} = \frac{2 \cdot k + 1}{6 \cdot k \cdot (3 \cdot k + 1)} \cdot \frac{M_{pl} \cdot H^2}{E \cdot I_v} \quad (4.21)$$

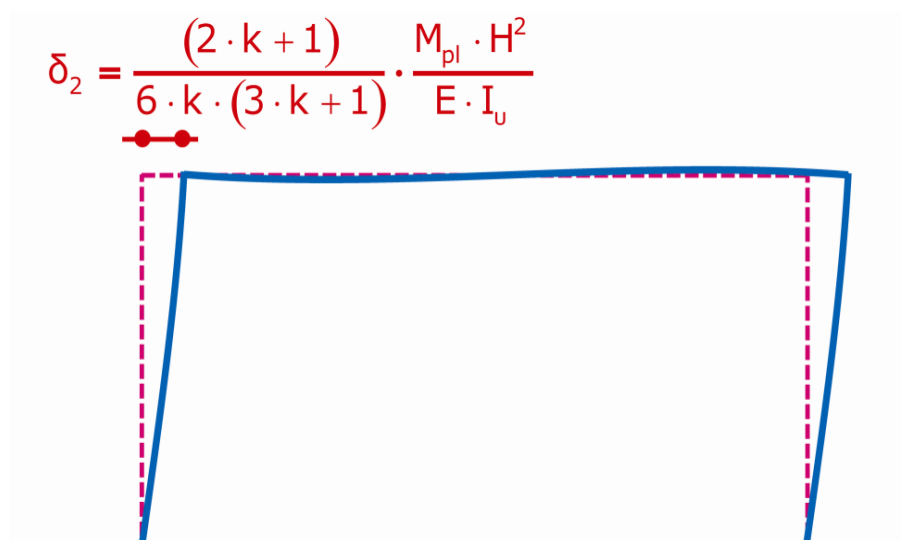
Η συνολική οριζόντια μετακίνηση του ζυγώματος του πλαισίου δ_{max} κατά τον σχηματισμό του πλαστικού μηχανισμού κατάρρευσης δίνεται από την εξίσωση (4.22).

$$\delta_{max} = \delta_1 + \delta_2 = \frac{3 \cdot k + 2}{6 \cdot (3 \cdot k + 1)} \cdot \frac{M_{pl} \cdot H^2}{E \cdot I_v} + \frac{2 \cdot k + 1}{6 \cdot k \cdot (3 \cdot k + 1)} \cdot \frac{M_{pl} \cdot H^2}{E \cdot I_v} = \frac{k + 1}{6 \cdot k} \cdot \frac{M_{pl} \cdot H^2}{E \cdot I_v} \quad (4.22)$$

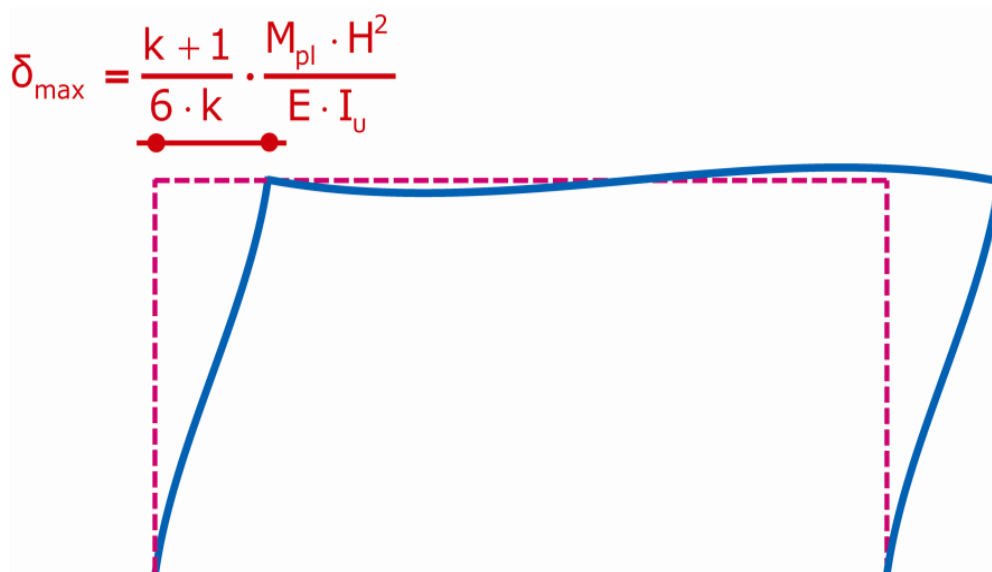
Οι διαδοχικές παραμορφωμένες καταστάσεις του πλαισίου για τις χαρακτηριστικές τιμές του φορτίου παρουσιάζονται στο Σχήμα 4-82.



(α) Παραμόρφωση πλαισίου για φορτίο P_1 (αμφίπακτη λειτουργία πλαισίου – σχηματισμός πλαστικών αρθρώσεων στις θέσεις των στηρίξεων)

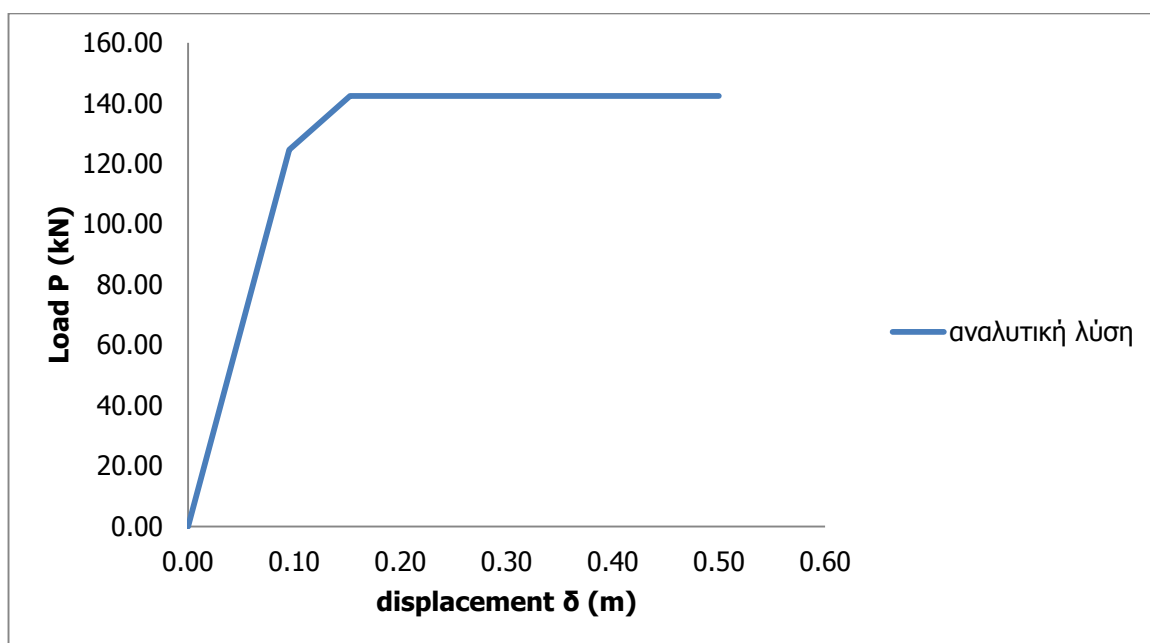


(β) Επαυξητική παραμόρφωση για φορτίο P_2 (αμφιαρθρωτή λειτουργία πλαισίου)



(γ) Συνολική παραμόρφωση πλαισίου για φορτίο P_{\max} (σχηματισμός πλαστικών αρθρώσεων στις κεφαλές των υποστυλωμάτων)

Σχήμα 4-82: Διαδοχικές παραμορφωμένες καταστάσεις του πλαισίου για χαρακτηριστικές τιμές του φορτίου



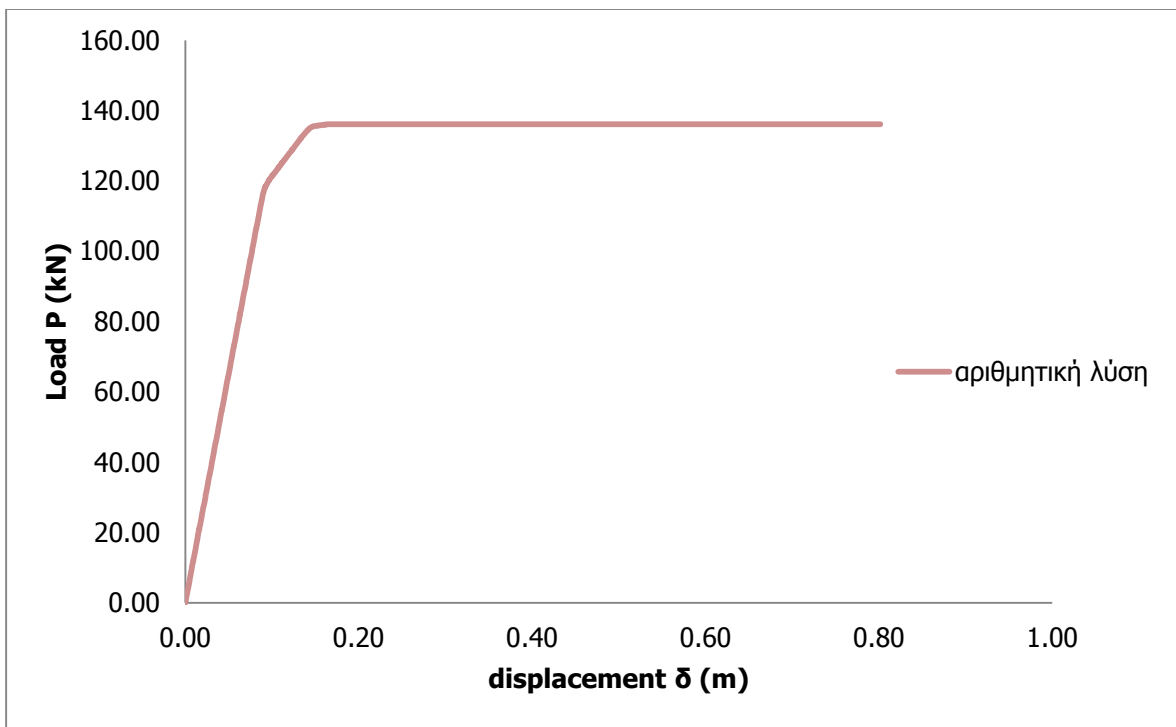
Σχήμα 4-83: Διάγραμμα επιβαλλόμενου φορτίου P – οριζόντιας μετακίνησης δ του ζυγώματος του πλαισίου

Η κλίση του διαγράμματος που απεικονίζεται στο Σχήμα 4-83 αντιπροσωπεύει τη δυσκαμψία του πλαισίου. Επομένως, όταν σχηματιστούν οι δύο πρώτες πλαστικές αρθρώσεις στις στηρίξεις η δυσκαμψία μειώνεται σημαντικά, ενώ όταν σχηματιστούν και οι επόμενες πλαστικές αρθρώσεις στις κεφαλές των υποστυλωμάτων, η δυσκαμψία μηδενίζεται. Αυτή η μεταβολή της δυσκαμψίας συναρτήσει του φορτίου είναι αποτέλεσμα της μη γραμμικότητας του προβλήματος. Μετά τον σχηματισμό των δύο τελικών πλαστικών αρθρώσεων, το διάγραμμα συνεχίζεται οριζόντιο, καθώς το πλαίσιο αδυνατεί να παραλάβει επιπλέον φορτίο λόγω του πλαστικού μηχανισμού κατάρρευσης τύπου ορόφου. Ωστόσο, το πλαίσιο συνεχίζει να παραμορφώνεται υπό σταθερό φορτίο, λόγω της ολκιμότητας του χάλυβα.

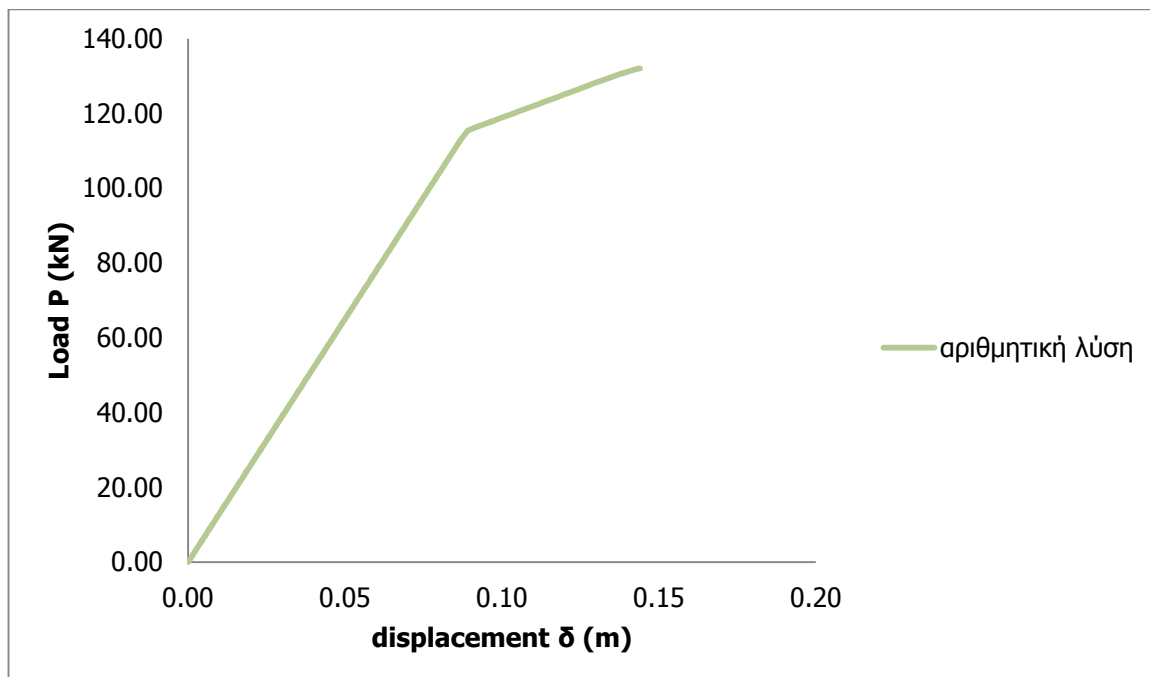
4.4.2 Έλεγχος διατομής χρησιμοποιώντας νόμο υλικού

4.4.2.1 Αριθμητική λύση

Στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA προσομοιώνεται ένα αμφίπακτο πλαίσιο το οποίο έχει τα ίδια χαρακτηριστικά με εκείνα του αμφιαρθρωτού του σχήματος 4-63, με μόνη διαφορά στις συννοριακές συνθήκες. Το πλαίσιο προσομοιώθηκε με στοιχεία δοκού (beam elements), ανοίγματος $L=6$ μέτρων και ύψους $H=6m$, κατασκευασμένο από ελαστικό-απολύτως πλαστικό δομικό χάλυβα S355. Η διατομή που χρησιμοποιήθηκε ήταν IPE 300. Το μέτρο ελαστικότητας του υλικού είναι $E=210GPa$, ο λόγος Poisson $\nu=0.3$ και το πλαίσιο καταπονείται από συγκεντρωμένο οριζόντιο φορτίο $P=150kN/m$. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι δρόμοι ισορροπίας στο σημείο όπου επιβάλλεται το φορτίο, δηλαδή στη μία από τις δύο γωνίες του ζυγώματος του πλαισίου, όπως προέκυψαν από την collapse ανάλυση που πραγματοποιήθηκε. Για την προσομοίωση των μελών του πλαισίου έγινε μία διερεύνηση ως προς τον αριθμό των στοιχείων που χρειάζεται να χρησιμοποιηθούν, ώστε οι αναλύσεις να είναι περισσότερο ακριβείς, τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται παρακάτω.



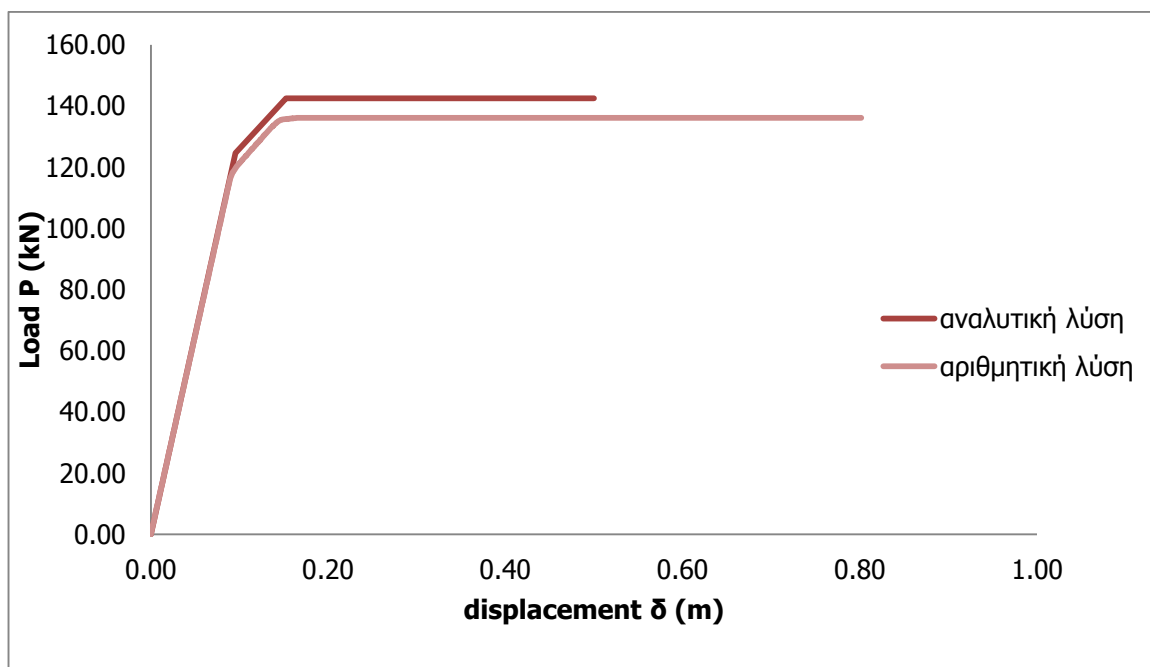
Σχήμα 4-84: Διάγραμμα φορτίου P – οριζόντιας μετακίνησης ζυγώματος δ του πλαισίου με ελαστικό-απολύτως πλαστικό υλικό και με χρήση 20 στοιχείων δοκού για κάθε μέλος του πλαισίου



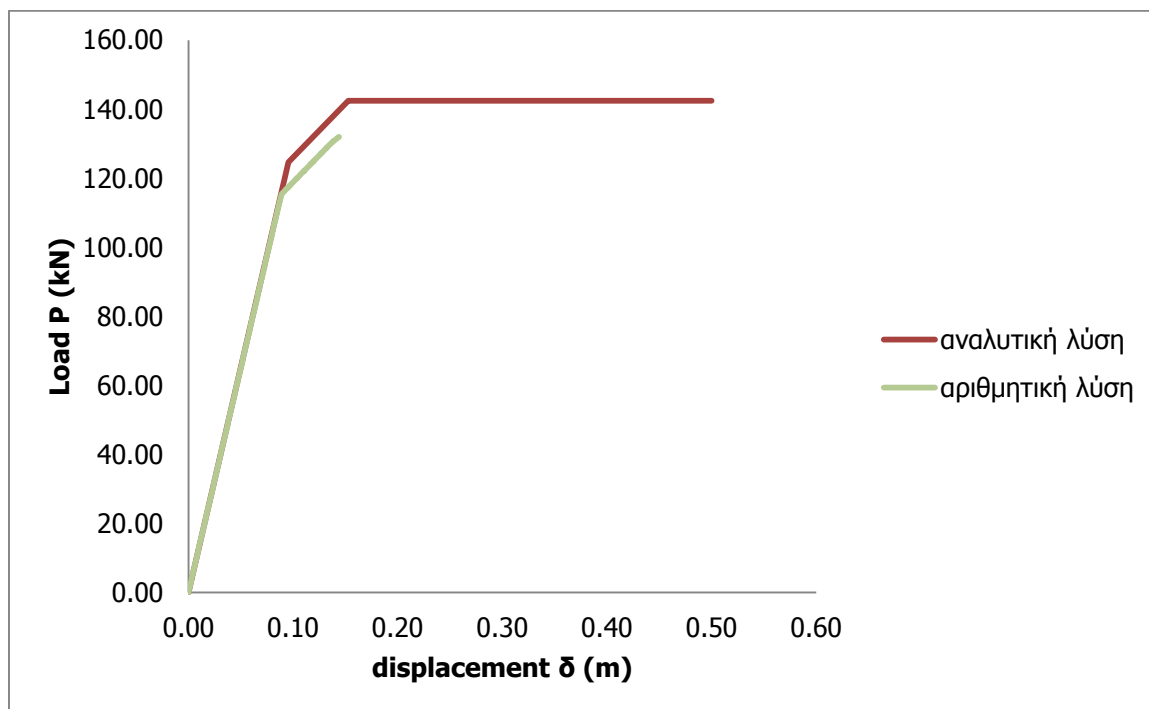
Σχήμα 4-85: : Διάγραμμα φορτίου P – οριζόντιας μετακίνησης ζυγώματος δ του πλαισίου με ελαστικό-απολύτως πλαστικό υλικό και με χρήση 200 στοιχείων δοκού για κάθε μέλος του πλαισίου

4.4.2.2 Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων

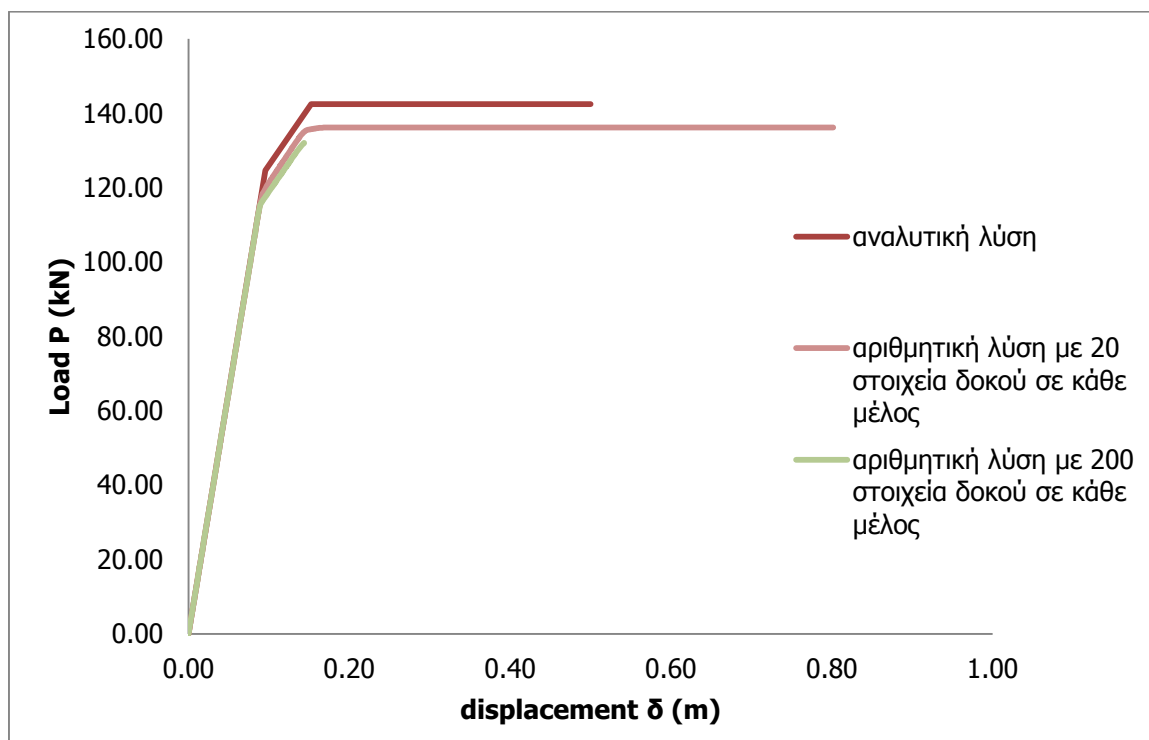
Στα σχήματα 4-86 και 4-87 συγκρίνονται τα αποτελέσματα της αναλυτικής και αριθμητικής λύσης του αμφίπακτου πλαισίου, ενώ στο Σχήμα 4-88 παρουσιάζονται σε κοινό διάγραμμα τα αριθμητικά αποτελέσματα του πλαισίου που έχει προσομοιωθεί με 20 και 200 στοιχεία δοκού, ώστε να διερευνηθεί πόσο επηρεάζει η πυκνότητα του πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων τα αποτελέσματα των αναλύσεων.



Σχήμα 4-86: Σύγκριση αναλυτικής και αριθμητικής λύσης με πλέγμα πεπερασμένων 20 στοιχείων σε κάθε μέλος του πλαισίου



Σχήμα 4-87: Σύγκριση αναλυτικής και αριθμητικής λύσης με πλέγμα πεπερασμένων 200 στοιχείων σε κάθε μέλος του πλαισίου

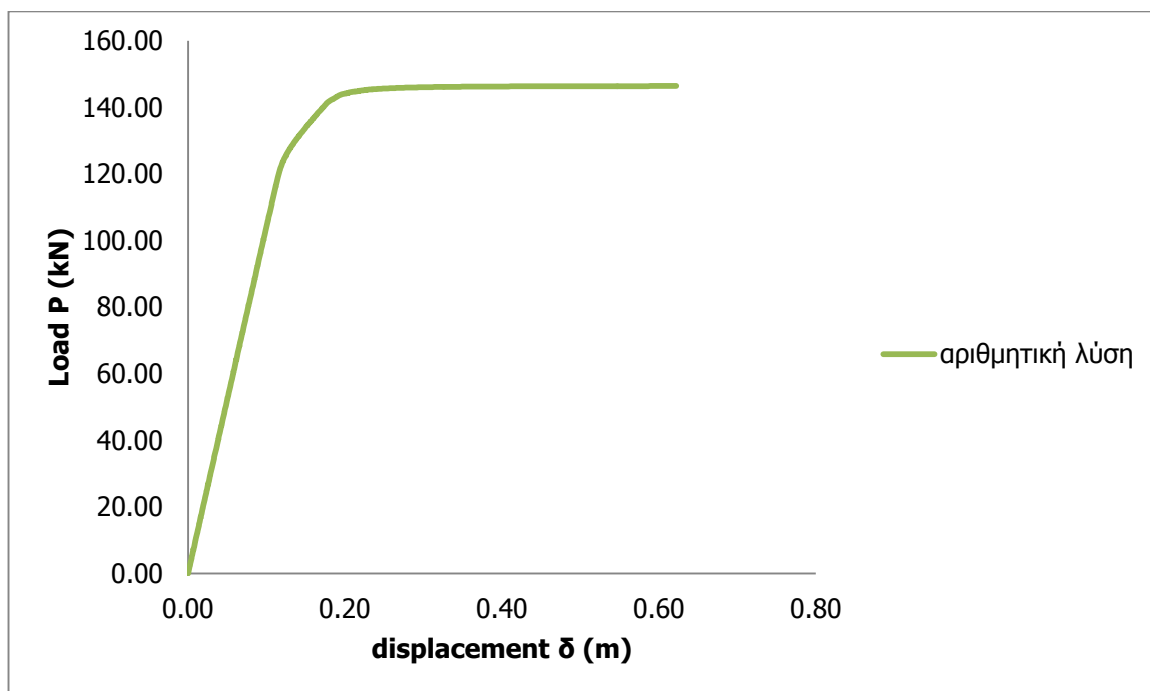


Σχήμα 4-88: Σύγκριση αναλυτικής λύσης και αριθμητικών αποτελεσμάτων

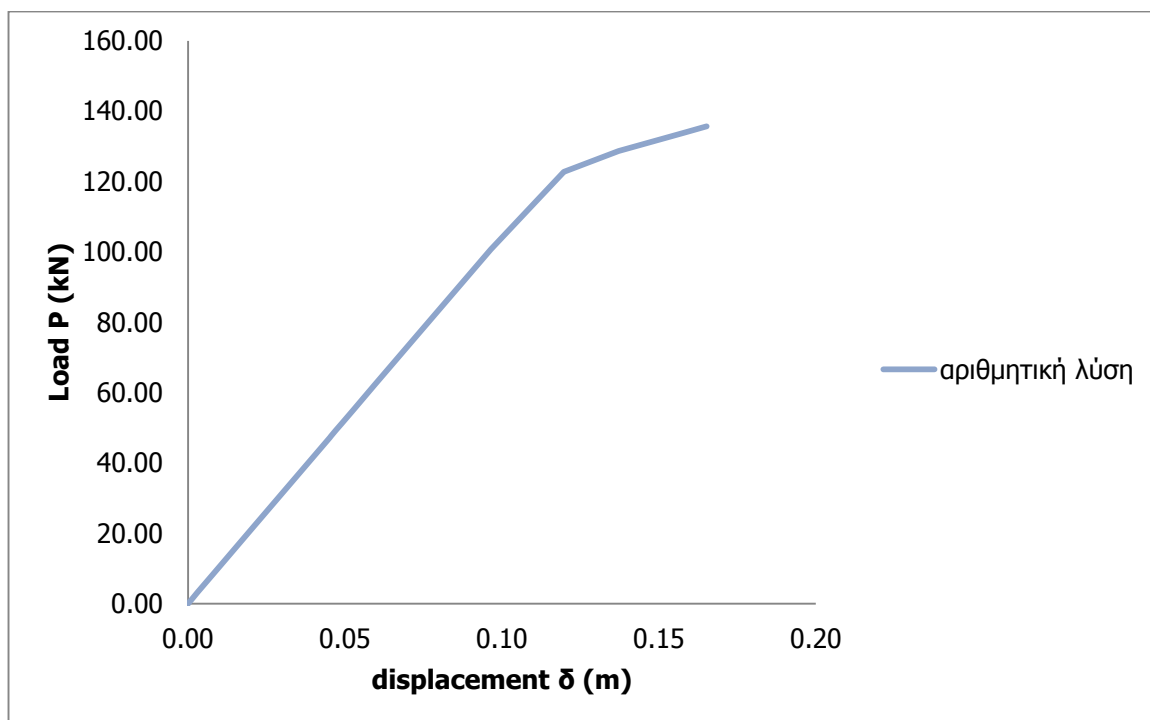
4.4.3 Έλεγχος διατομής χρησιμοποιώντας σχέσεις ροπών-καμπυλοτήτων

4.4.3.1 Αριθμητική λύση

Στη συνέχεια, μελετήθηκε το ίδιο αμφίπακτο πλαίσιο, στο οποίο χρησιμοποιήθηκαν σχέσεις ροπών – καμπυλοτήτων που έχουν εξαχθεί από το πρόγραμμα BIAxIAL, αντί του ελαστικού – απολύτως πλαστικού υλικού.



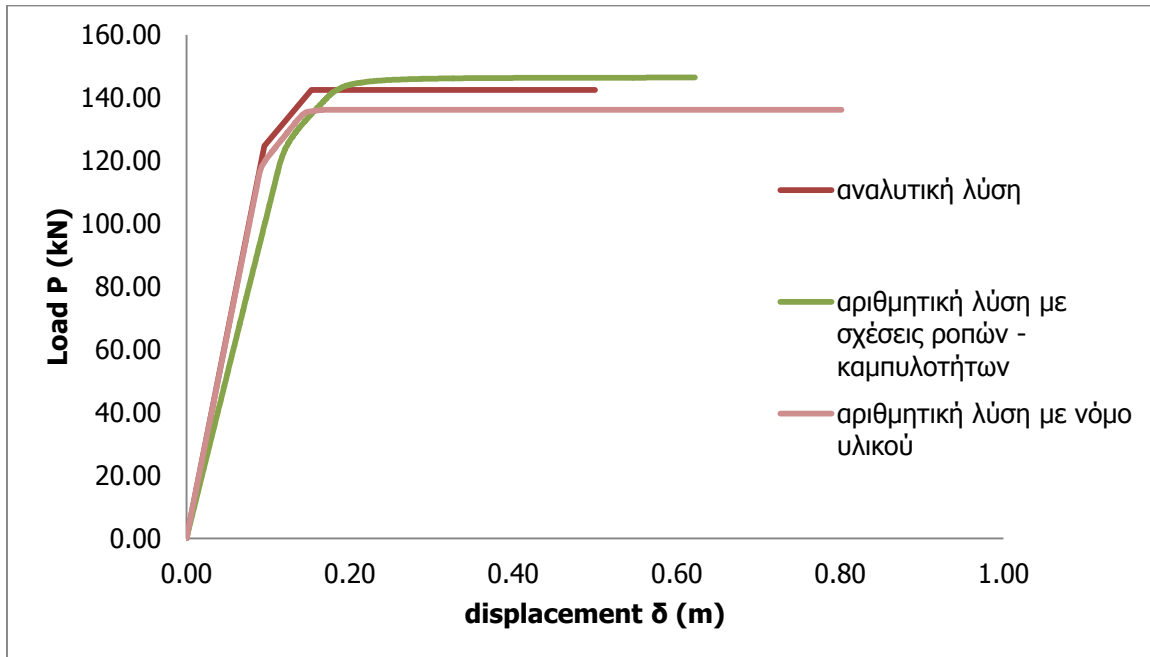
Σχήμα 4-89: Διάγραμμα φορτίου P – οριζόντιας μετακίνησης ζυγώματος δ του πλαισίου με σχέσεις ροπών - καμπυλοτήτων και με χρήση 20 στοιχείων δοκού για κάθε μέλος του πλαισίου



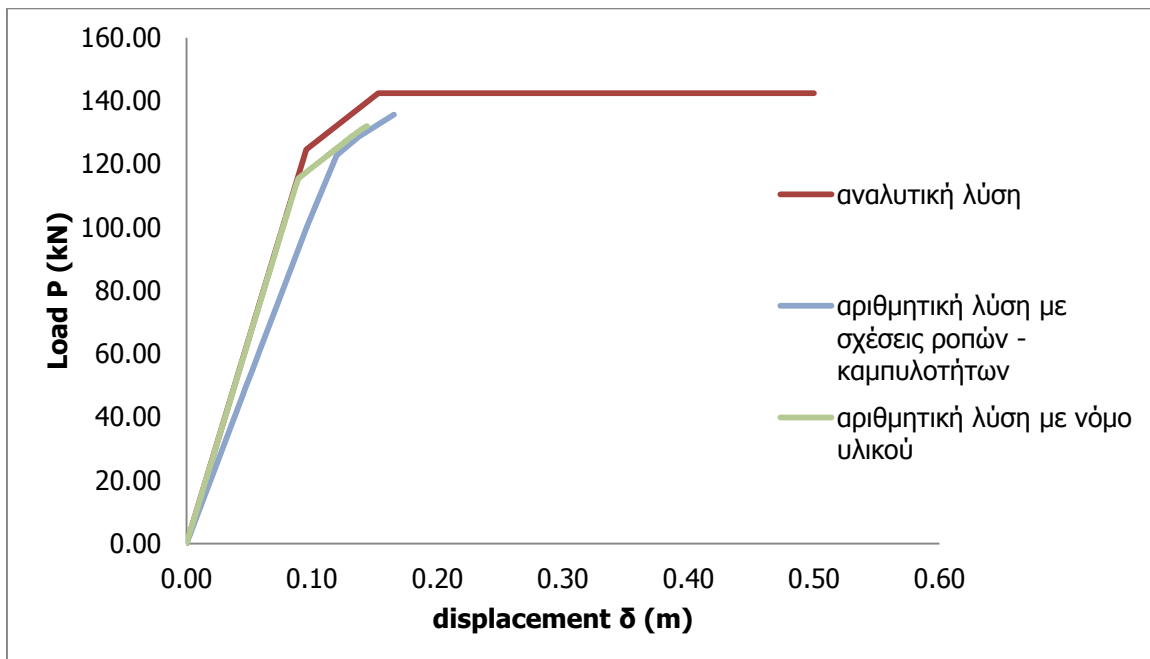
Σχήμα 4-90: Διάγραμμα φορτίου P – οριζόντιας μετακίνησης ζυγώματος δ του πλαισίου με σχέσεις ροπών - καμπυλοτήτων και με χρήση 200 στοιχείων δοκού για κάθε μέλος του πλαισίου

4.4.3.2 Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων

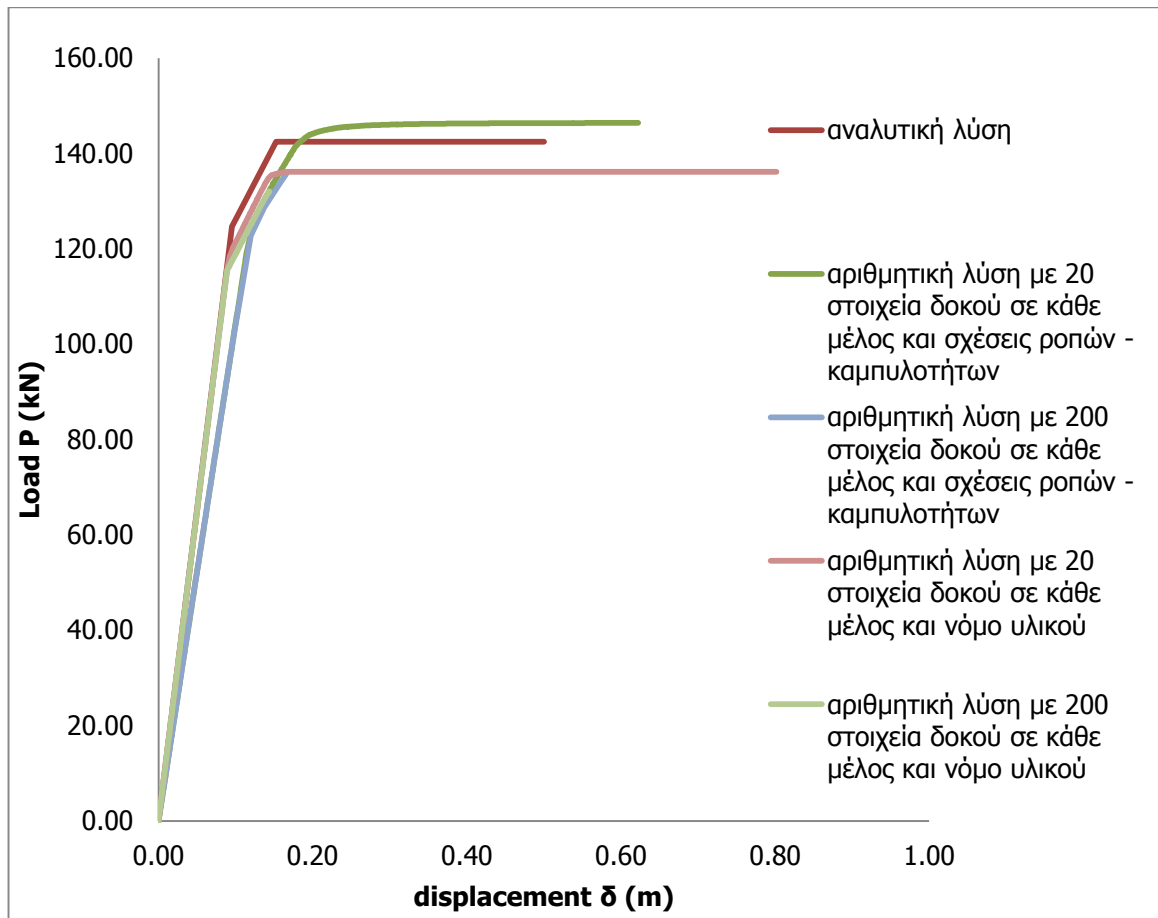
Στα σχήματα 4-91 και 4-92 συγκρίνονται τα αποτελέσματα της αναλυτικής και αριθμητικής λύσης του αμφίπακτου πλαισίου, ενώ στο Σχήμα 4-93 παρουσιάζονται σε κοινό διάγραμμα τα αριθμητικά αποτελέσματα του πλαισίου που έχει προσομοιωθεί με 20 και 200 στοιχεία δοκού τόσο με σχέσεις ροπών – καμπυλοτήτων όσο και με νόμο υλικού, ώστε να διερευνηθεί πόσο επηρεάζει η πυκνότητα του πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων τα αποτελέσματα των αναλύσεων.



Σχήμα 4-91: Σύγκριση αναλυτικής λύσης και αριθμητικών αποτελεσμάτων με χρήση 20 στοιχείων δοκού σε κάθε μέλος του πλαισίου



Σχήμα 4-92: Σύγκριση αναλυτικής λύσης και αριθμητικών αποτελεσμάτων με χρήση 200 στοιχείων δοκού σε κάθε μέλος του πλαισίου

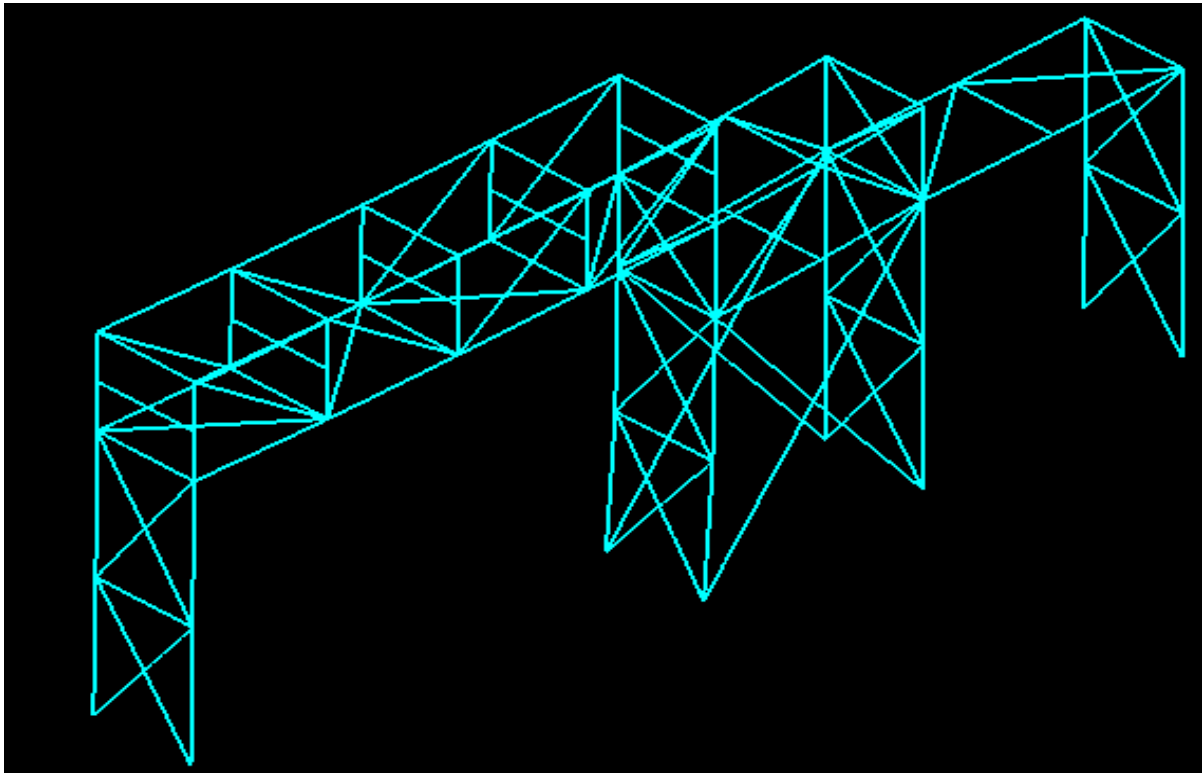


Σχήμα 4-93: Σύγκριση αναλυτικής λύσης και αριθμητικών αποτελεσμάτων

5 ΜΟΡΦΩΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ

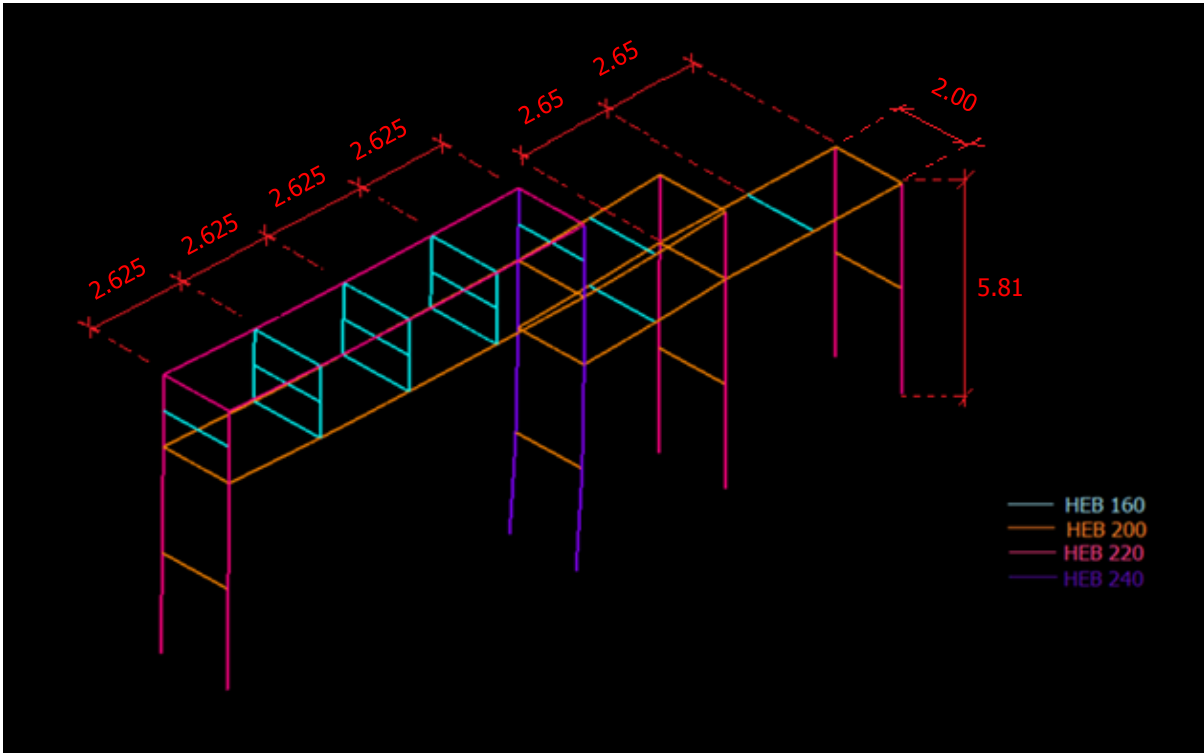
5.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΤΑΛΛΙΚΟΥ ΦΟΡΕΑ

Σκοπός της διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη της συμπεριφοράς μιας μεταλλικής κατασκευής σωληνοδιαδρόμων. Στη συγκεκριμένη παράγραφο περιγράφεται η γεωμετρία του μεταλλικού φορέα που προσομοιώθηκε στο εμπορικό πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA, ώστε να μελετηθεί η συμπεριφορά του, ενώ στις υπόλοιπες παραγράφους του ίδιου κεφαλαίου παρουσιάζονται οι αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν. Λόγω της πολυπλοκότητας του φορέα προτιμάται η περιγραφή του φορέα με χρήση σχεδίων, τα οποία παρουσιάζονται παρακάτω. Ο φορέας που μελετήθηκε παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.

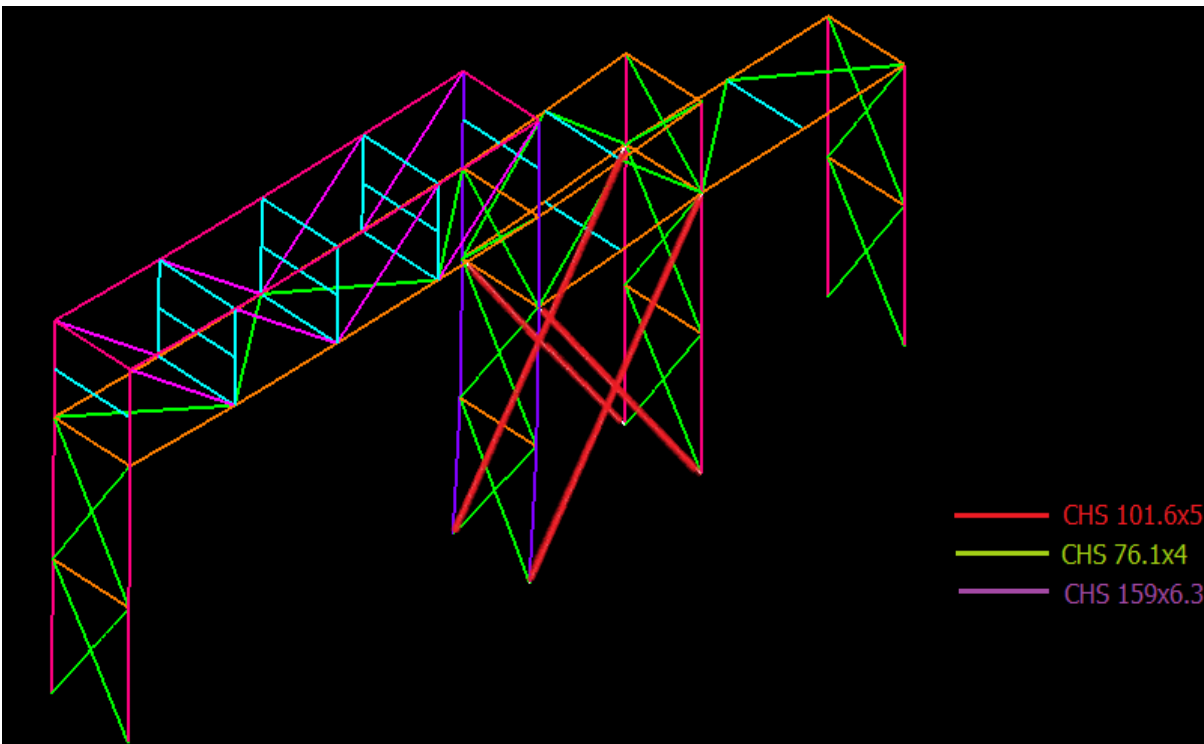


Σχήμα 5-1: Προσομοίωση μεταλλικού φορέα σωληνοδιαδρόμων στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων ADINA 9.0

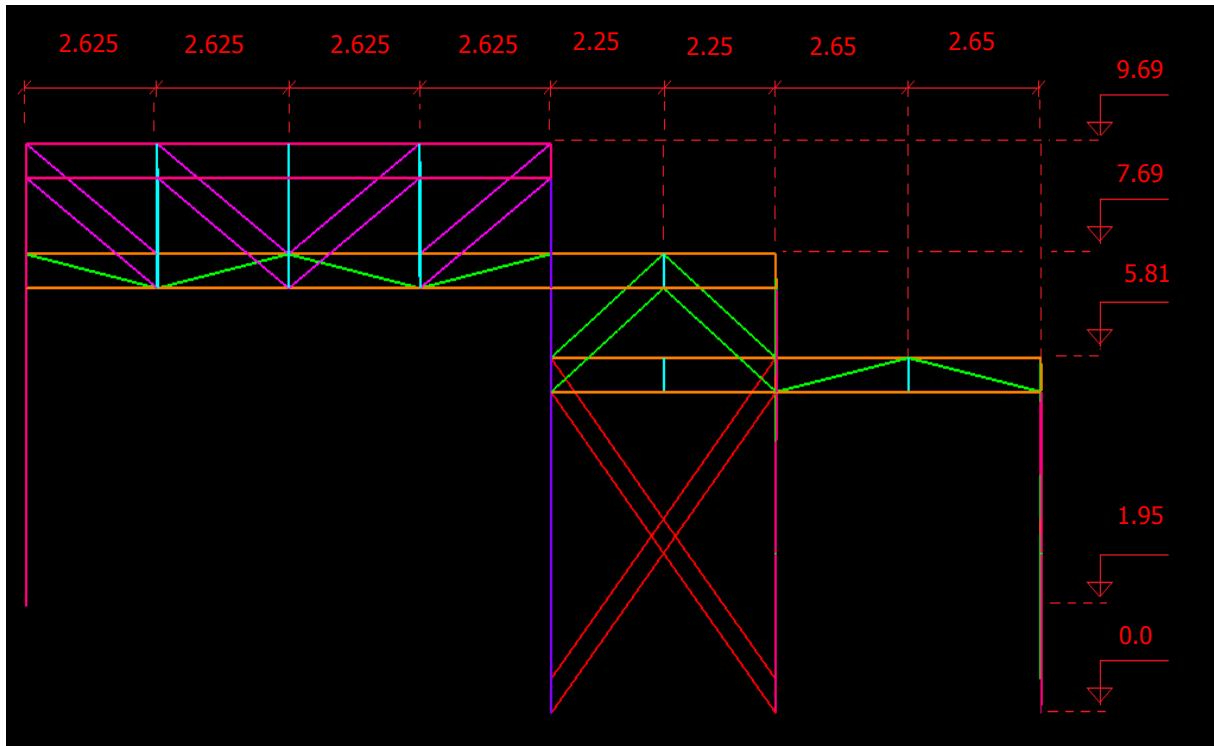
Στη συγκεκριμένη κατασκευή έχουν χρησιμοποιηθεί διατομές διπλού ταυ (HEB), καθώς και κοίλες κυκλικές διατομές (CHS), όπως φαίνεται στο Σχήμα 5-2 και 5-3. Ωστόσο, από το Σχήμα 5-2 έχουν αφαιρεθεί οι διατομές CHS, ώστε να απλοποιηθεί το σχέδιο και να είναι ευανάγνωστο. Παράλληλα στο Σχήμα 5-2 παρουσιάζονται οι αποστάσεις των εγκαρσίων δοκών.



Σχήμα 5-2: Περιγραφή γεωμετρίας φορέα και παρουσίαση μελών στα οποία χρησιμοποιούνται διατομές διπλού ταυ

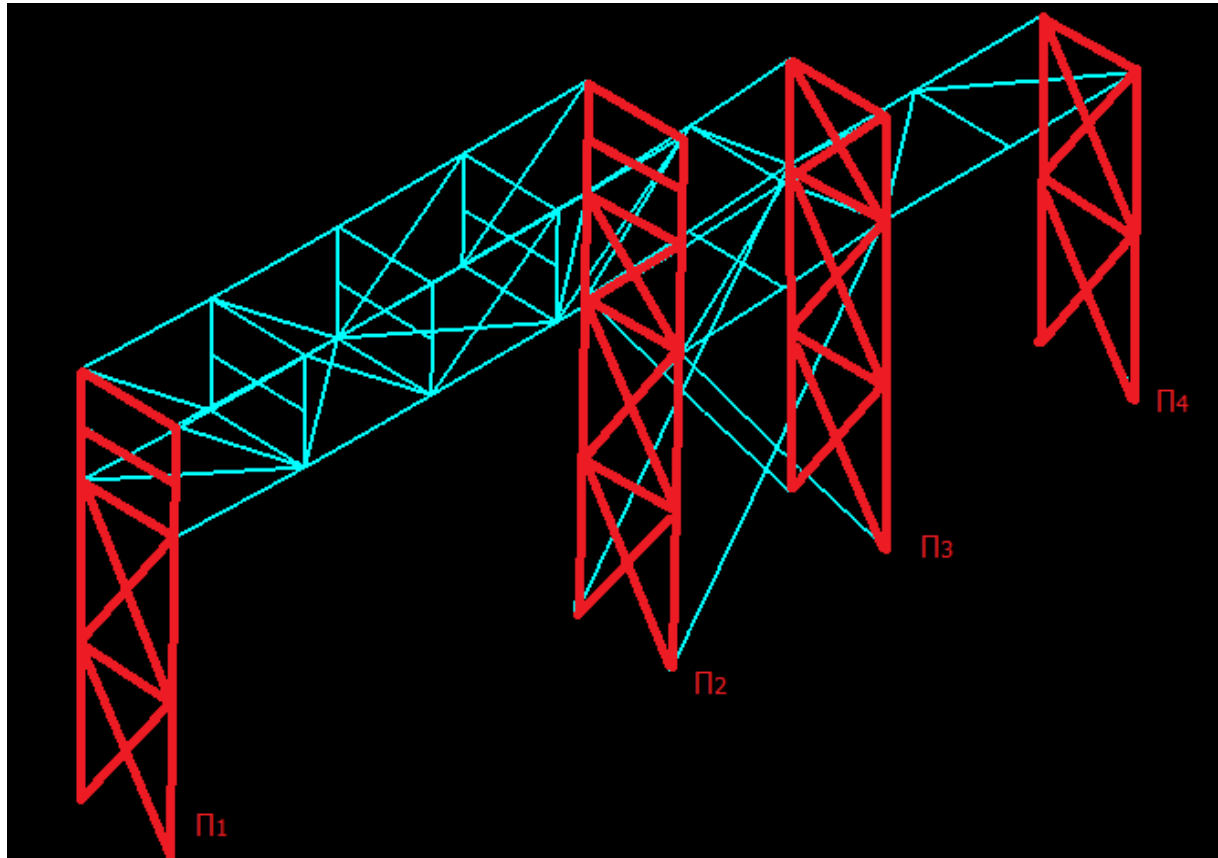


Σχήμα 5-3: Μέλη στα οποία χρησιμοποιούνται κοίλες κυκλικές διατομές

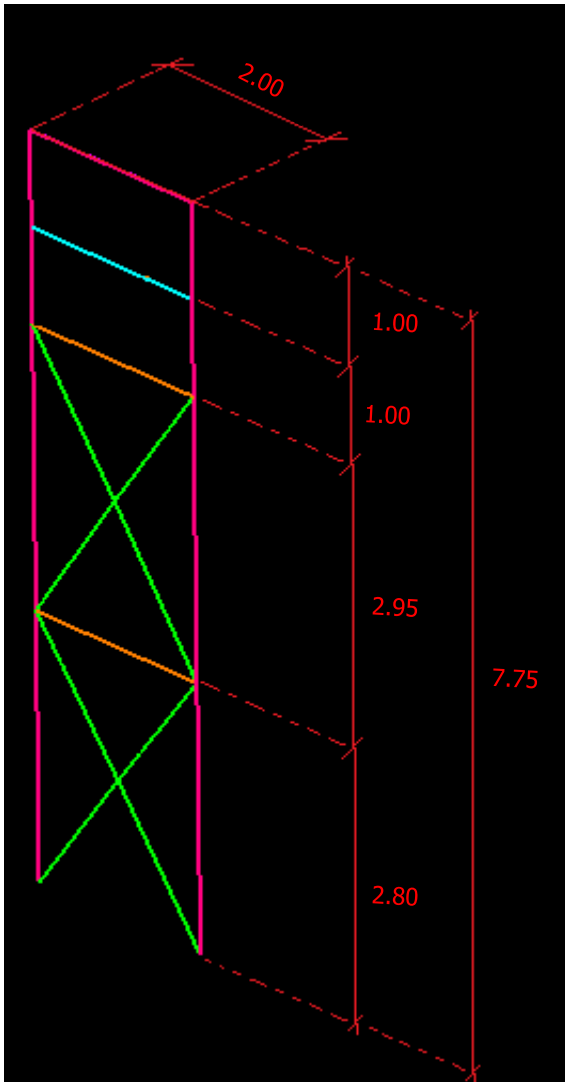


Σχήμα 5-4: Όψη μεταλλικού φορέα κατά την διαμήκη διεύθυνση

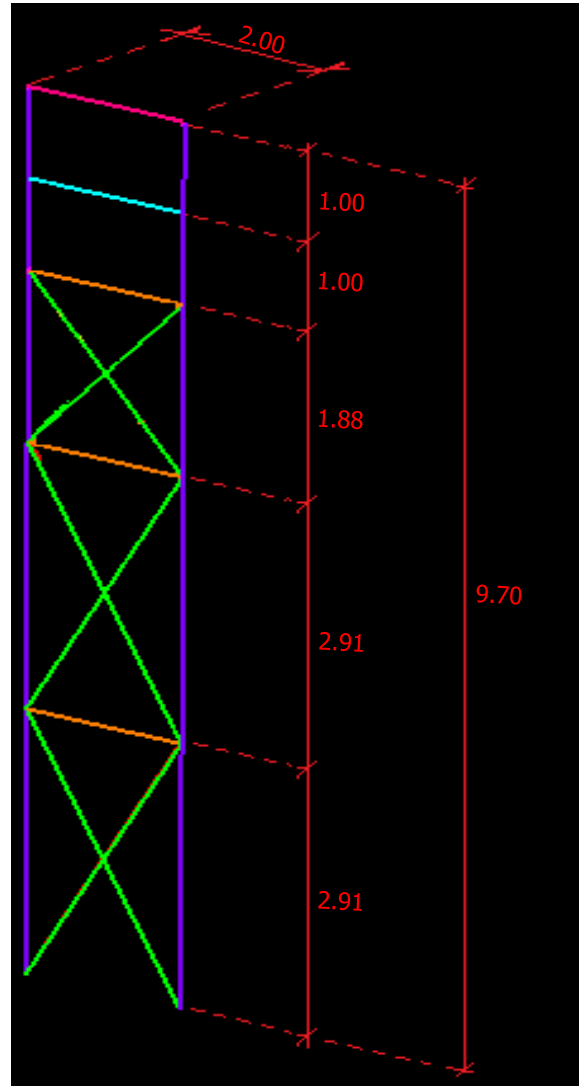
Τέλος, έχουν ονομαστεί στο Σχήμα 5-5 τα τέσσερα πλαίσια του φορέα (Π1, Π2, Π3 και Π4), των οποίων οι διαστάσεις παρουσιάζονται στο Σχήμα 5-6 (περιπτώσεις (α), (β), (γ) και (δ)).



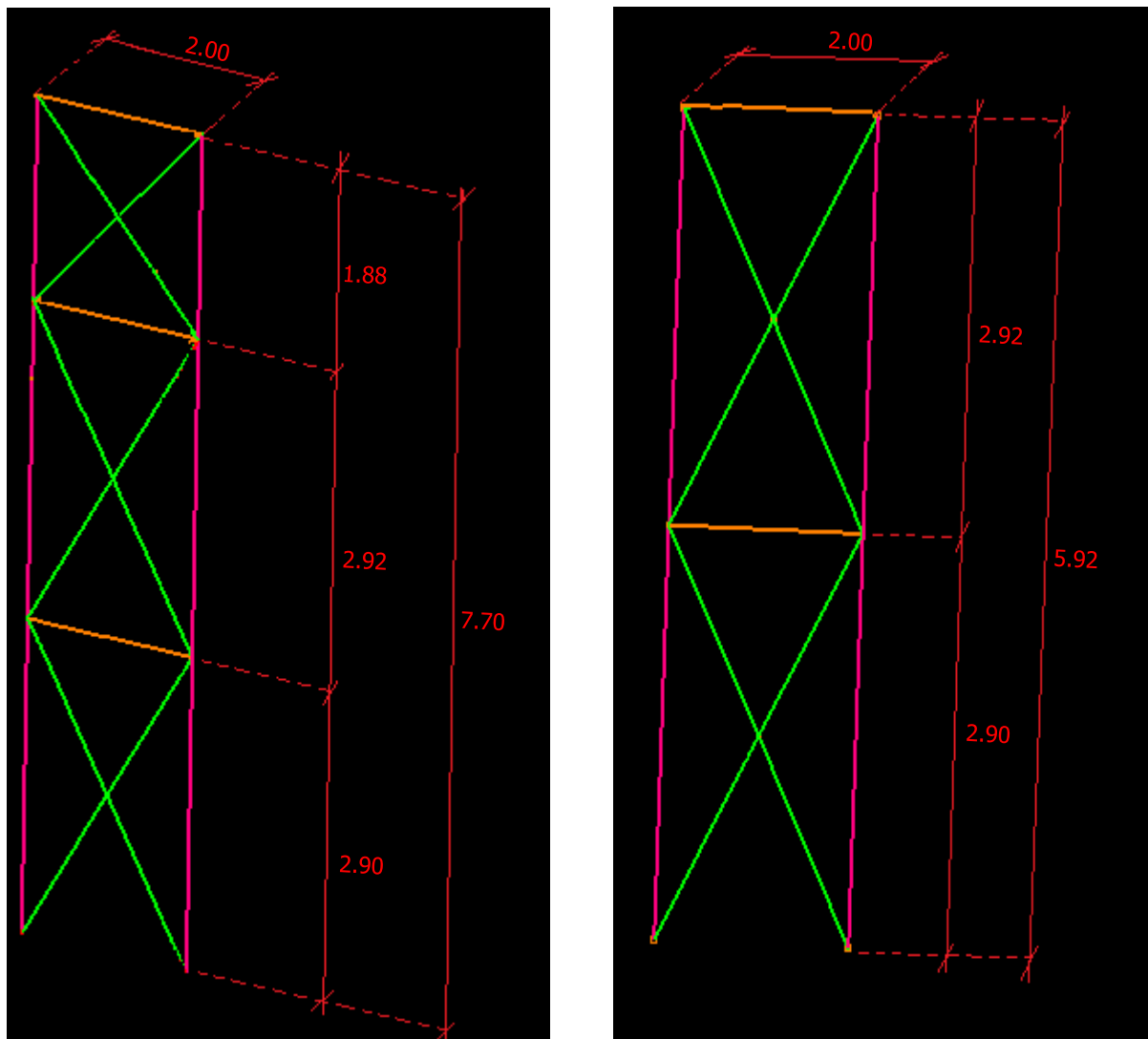
Σχήμα 5-5: Τέσσερα πλαίσια του μεταλλικού φορέα (Π1, Π2, Π3, και Π4)



α) Πλαίσιο Π1



β) Πλαίσιο Π2



γ) Πλαίσιο Π3

δ) Πλαίσιο Π4

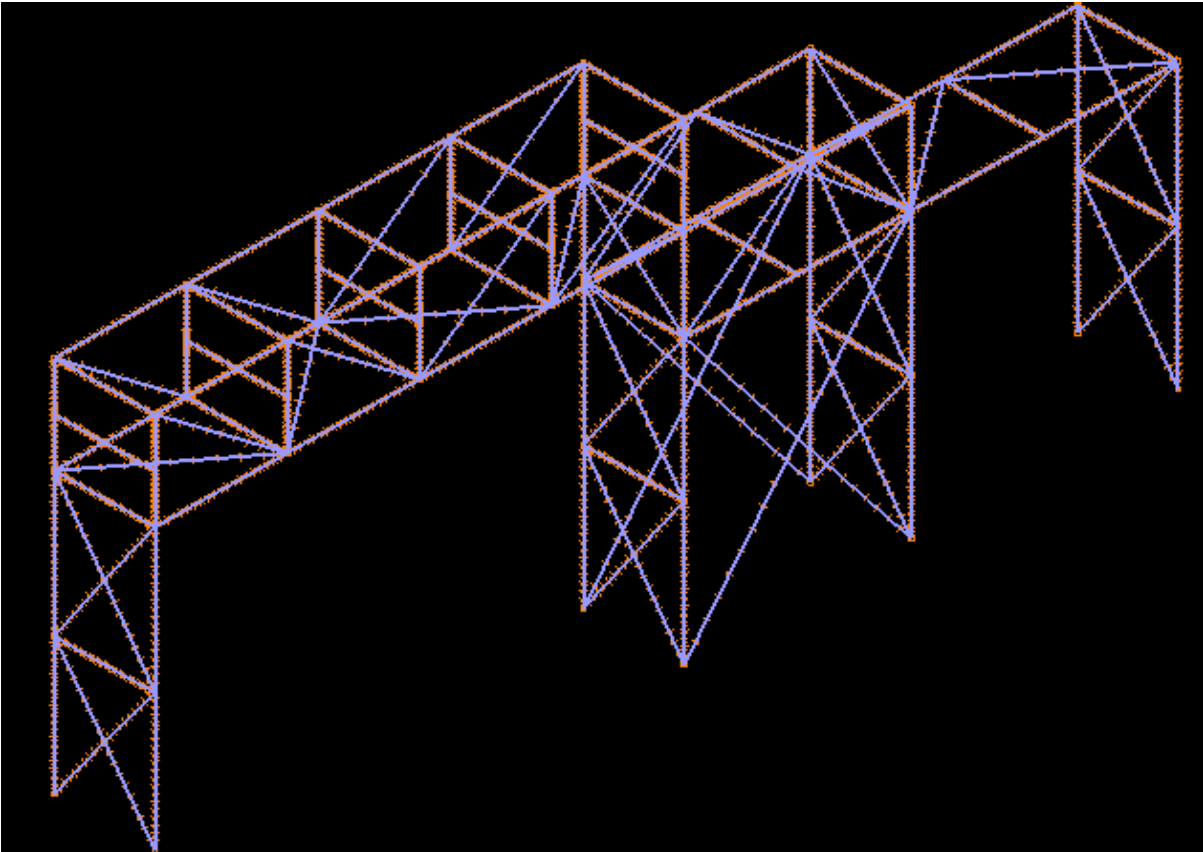
Σχήμα 5-6: Περιγραφή των τεσσάρων πλαισίων του φορέα Π1, Π2, Π3 και Π4

5.2 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ

Η διαστασιολόγηση και ο σχεδιασμός του φορέα, που παρουσιάζεται στο Σχήμα 5-1, έχει ήδη πραγματοποιηθεί σε κάποιο άλλο στατικό πρόγραμμα και έχουν επιλεγθεί οι διατομές των μελών. Επομένως, με δεδομένες τις διατομές των μελών και τα φορτία σχεδιασμού προσομοιώνεται ο ίδιος φορέας στο εμπορικό πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA και πραγματοποιούνται μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού, οι οποίες παρουσιάζονται παρακάτω.

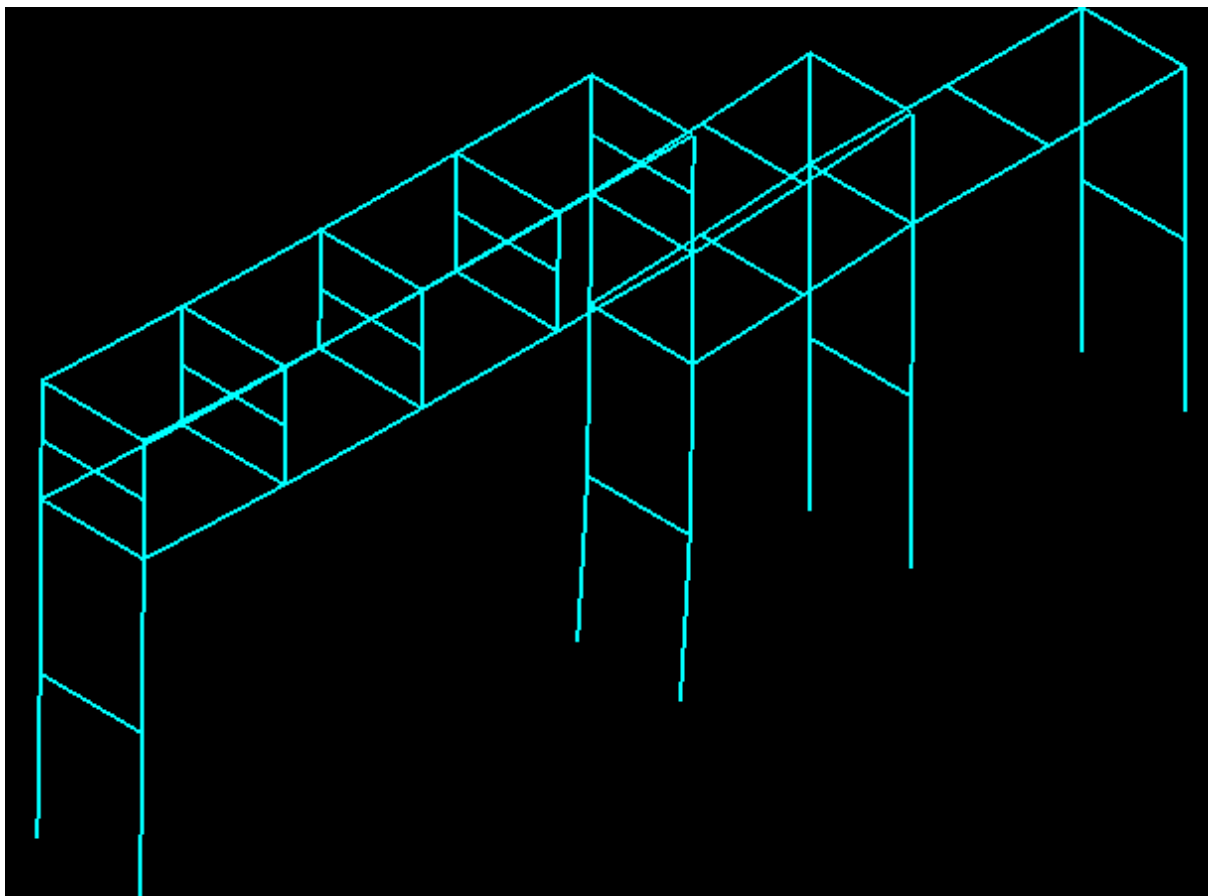
5.2.1 Προσομοίωση μελών

Ο σκοπός της αριθμητικής προσομοίωσης και ανάλυσης του μεταλλικού φορέα σωληνοδιαδρόμων είναι η αποτίμηση της συμπεριφοράς και της απόκρισης του σε μόνιμα και σεισμικά φορτία. Καθίσταται, επομένως, αναγκαία η αξιόπιστη και ταυτόχρονα υπολογιστικά αποτελεσματική προσομοίωση των μελών του φορέα μέσω πεπερασμένων στοιχείων. Επιπλέον, στην παρούσα εργασία δεν μελετάται ο κίνδυνος τοπικού λυγισμού, αλλά μόνο καθολικού. Για το λόγο αυτό, όλα τα μέλη προσομοιώνονται με ραβδωτά πεπερασμένα στοιχεία (beam-type finite element), όπως φαίνεται στο σχήμα 5-7.

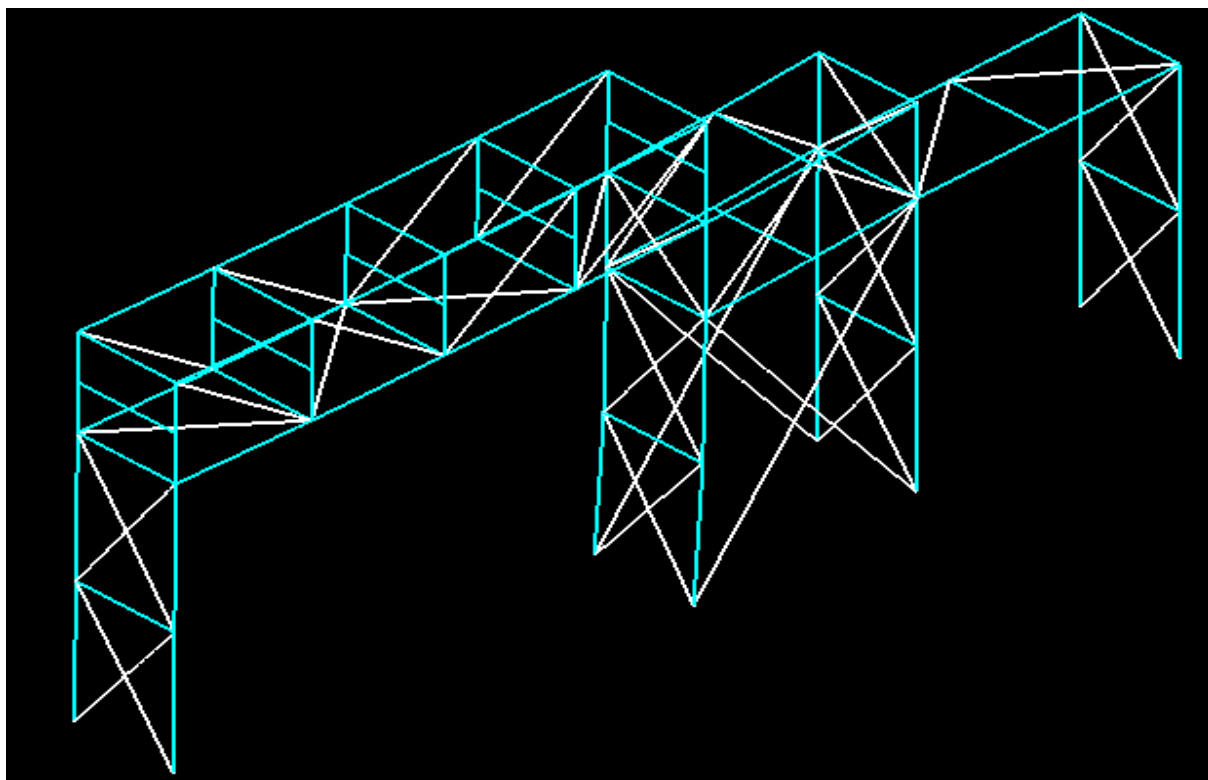


Σχήμα 5-7: Προσομοίωση των μελών του μεταλλικού φορέα σωληνοδιαδρόμων με ραβδωτά πεπερασμένα στοιχεία (beam – type finite element)

Έτσι, οι διατομές διπλού ταυ προσομοιώνονται στο εμπορικό πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA 9.0 μέσω σχέσεων ροπών-καμπυλοτήτων, καθώς στο κεφάλαιο 4 αποδείχθηκε ότι η συμπεριφορά των διατομών μορφής διπλού ταυ περιγράφεται με ικανοποιητική ακρίβεια μέσω σχέσεων ροπών-καμπυλοτήτων σε αντίθεση με την επιλογή διατομής και υλικού. Αντιθέτως, για τις κοίλες κυκλικές διατομές δεν απαιτείται η χρήση σχέσεων ροπών-καμπυλοτήτων, αλλά η χρήση της αντίστοιχης διατομής που έχει ως προεπιλογή το ADINA και ο προσδιορισμός του ελαστικού ή ελαστοπλαστικού υλικού. Συγκεκριμένα, τα μέλη στα οποία για την προσομοίωσή τους χρησιμοποιούνται σχέσεις ροπών-καμπυλοτήτων είναι τα υποστυλώματα και οι δοκοί που απεικονίζονται στο σχήμα 5-8, ενώ στο σχήμα 5-9 παρουσιάζονται οι οριζόντιοι και κατακόρυφοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας για τα οποία χρησιμοποιήθηκαν κοίλες κυκλικές διατομές και ελαστικό-απολύτως πλαστικό υλικό. Για κάθε μέλος που η συμπεριφορά του περιγράφεται από σχέσεις ροπών-καμπυλοτήτων χρησιμοποιήθηκαν 20 πεπερασμένα στοιχεία, ενώ για κάθε μέλος που χρησιμοποιείται ο νόμος υλικού χρησιμοποιούνται 10 πεπερασμένα στοιχεία. Με τον τρόπο αυτό, το μεγαλύτερο μήκος πεπερασμένου στοιχείου δεν ξεπερνάει τα 0.40m.



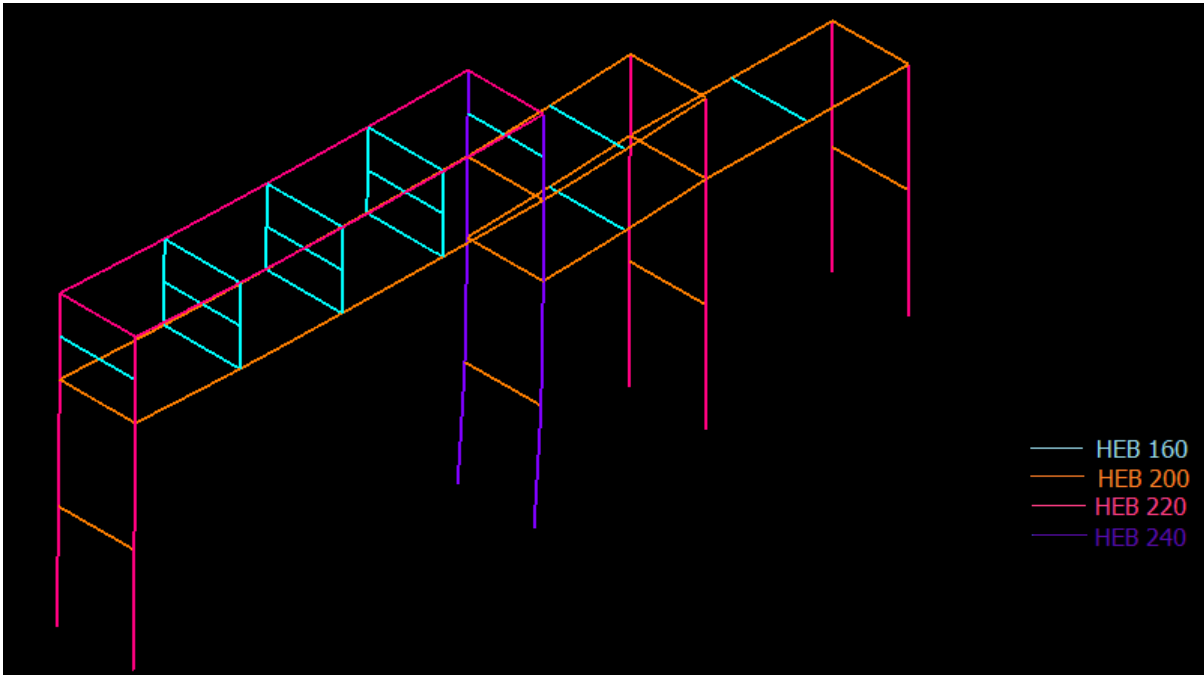
Σχήμα 5-8: Μέλη στα οποία χρησιμοποιούνται διατομές διπλού ταυ



Σχήμα 5-9: Με λευκό χρώμα παρουσιάζονται οι οριζόντιοι και κατακόρυφοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας στους οποίους χρησιμοποιήθηκαν κοίλες κυκλικές διατομές

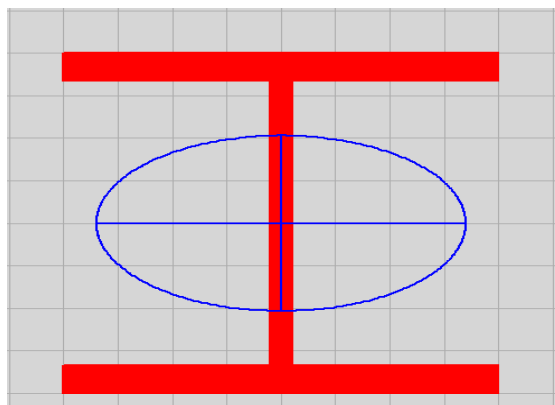
5.2.1.1 Μέλη διατομής διπλού ταυ

Για τα υποστυλώματα και τις δοκούς του φορέα χρησιμοποιούνται διατομές ΗΕΒ, οι οποίες φαίνονται στο Σχήμα 5-10. Από το Σχήμα 5-10 έχουν σκόπιμα αφαιρεθεί οι κοίλες κυκλικές διατομές, ώστε να απλοποιηθεί το σχέδιο και να είναι ευανάγνωστο. Για την προσομοίωση αυτών των μελών δεν χρησιμοποιήθηκαν οι διατομές ΗΕΒ που έχει ως επιλογή το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων ADINA 9.0, αλλά εισήχθησαν οι τιμές ροπών-καμπυλοτήτων για κάθε διατομή χωριστά.

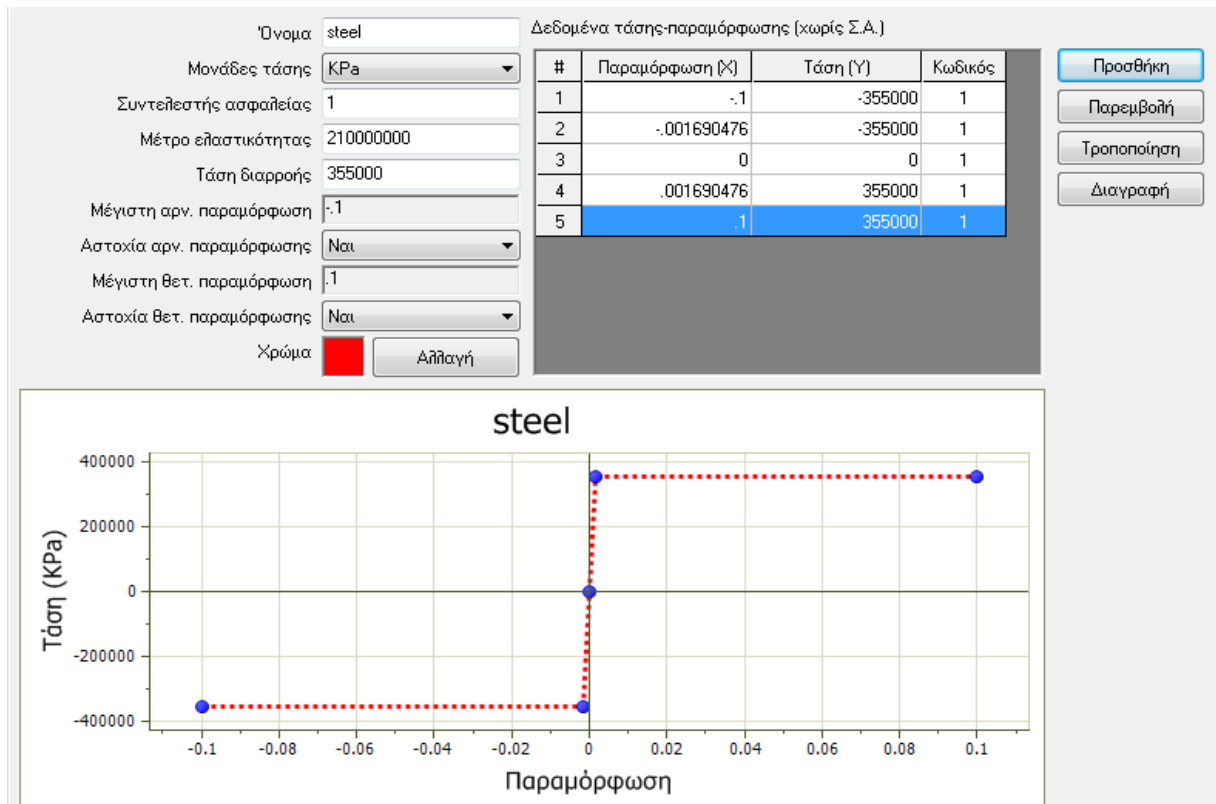


Σχήμα 5-10: Μέλη στα οποία χρησιμοποιούνται διατομές διπλού ταυ

Πιο αναλυτικά, σχεδιάστηκε στο πρόγραμμα AUTOCAD η διατομή διπλού ταυ που επιθυμούμε να υπολογισθούν οι τιμές ροπών-καμπυλοτήτων, αμελώντας τις καμπύλες συναμοργής ώστε να απλοποιηθούν οι υπολογισμοί. Με τον προσανατολισμό της διατομής όπως του σχήματος 5-11 γίνεται ο υπολογισμός των ροπών-καμπυλοτήτων κατά τον ισχυρό της άξονα, ενώ για τον υπολογισμό τους κατά τον ασθενή πρέπει η διατομή να αντιστραφεί. Στη συνέχεια, η διατομή αυτή εισάγεται στο πρόγραμμα Biaxial Bending (Σχήμα 5-11) και ορίζεται ο χάλυβας S355 με μέτρο ελαστικότητας $E=210\text{GPa}$ και λόγο Poisson $\nu=0.3$ (Σχήμα 5-12). Τέλος, επιλέγεται για κάθε επίπεδο αξονικής δύναμης ο υπολογισμός των τιμών ροπών-καμπυλοτήτων, τα οποία θα χρησιμοποιηθούν για να περιγραφεί η διατομή ΗΕΒ στο πρόγραμμα ADINA.

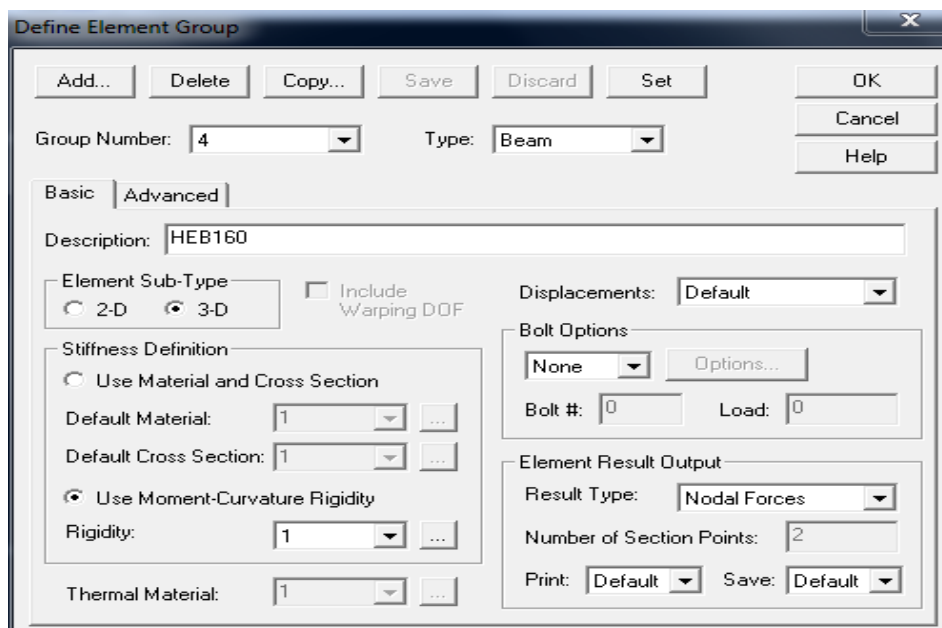


Σχήμα 5-11: Διατομή ΗΕΒ 160 στο πρόγραμμα Biaxial Bending

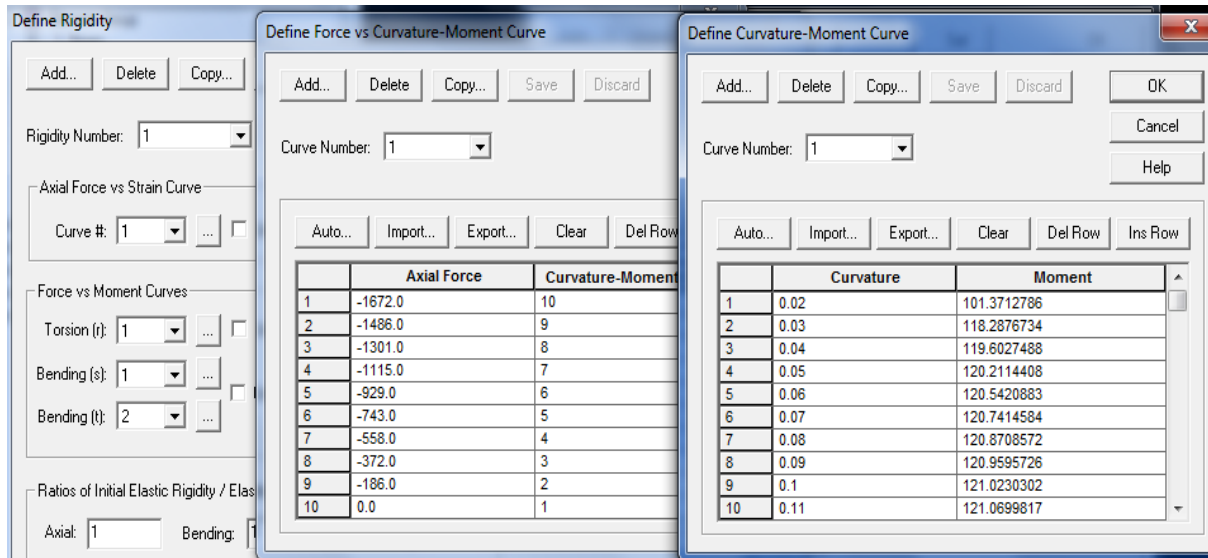


Σχήμα 5-12: Ορισμός υλικού χάλυβα S355 στο πρόγραμμα Biaxial Bending

Έτσι, τα ζεύγη τιμών M-c, αφού υπολογιστούν από το πρόγραμμα biaxial, χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της συμπεριφοράς των διατομών διπλού ταυ στο ADINA, όπως φαίνεται στο σχήμα 5-13 και 5-14.



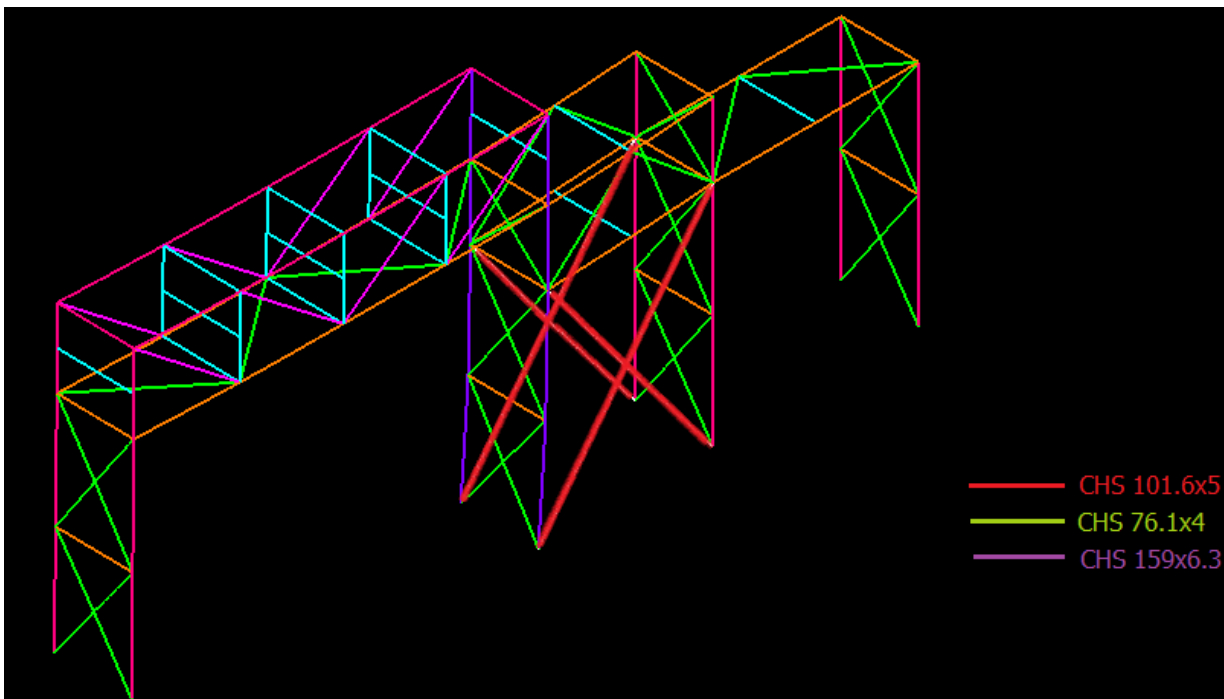
Σχήμα 5-13: Ορισμός διατομών HEB με σχέσεις ροπών-καμπυλοτήτων στο ADINA



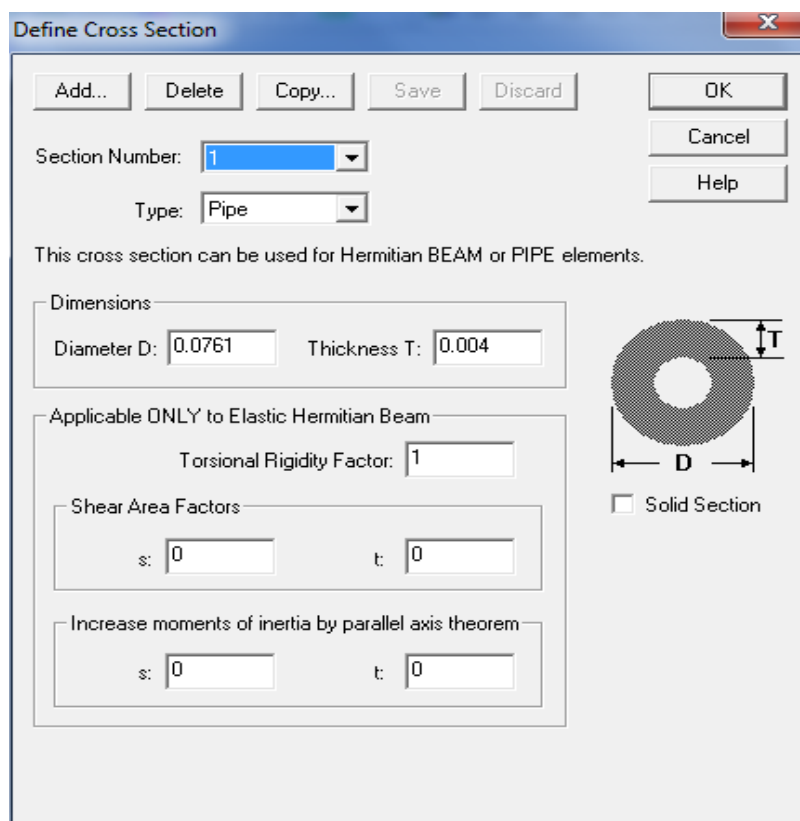
Σχήμα 5-14: Εισαγωγή τιμών ροπών-καμπυλοτήτων για διάφορες τιμές αξονικής δύναμης

5.2.1.2 Μέλη κοίλης κυκλικής διατομής

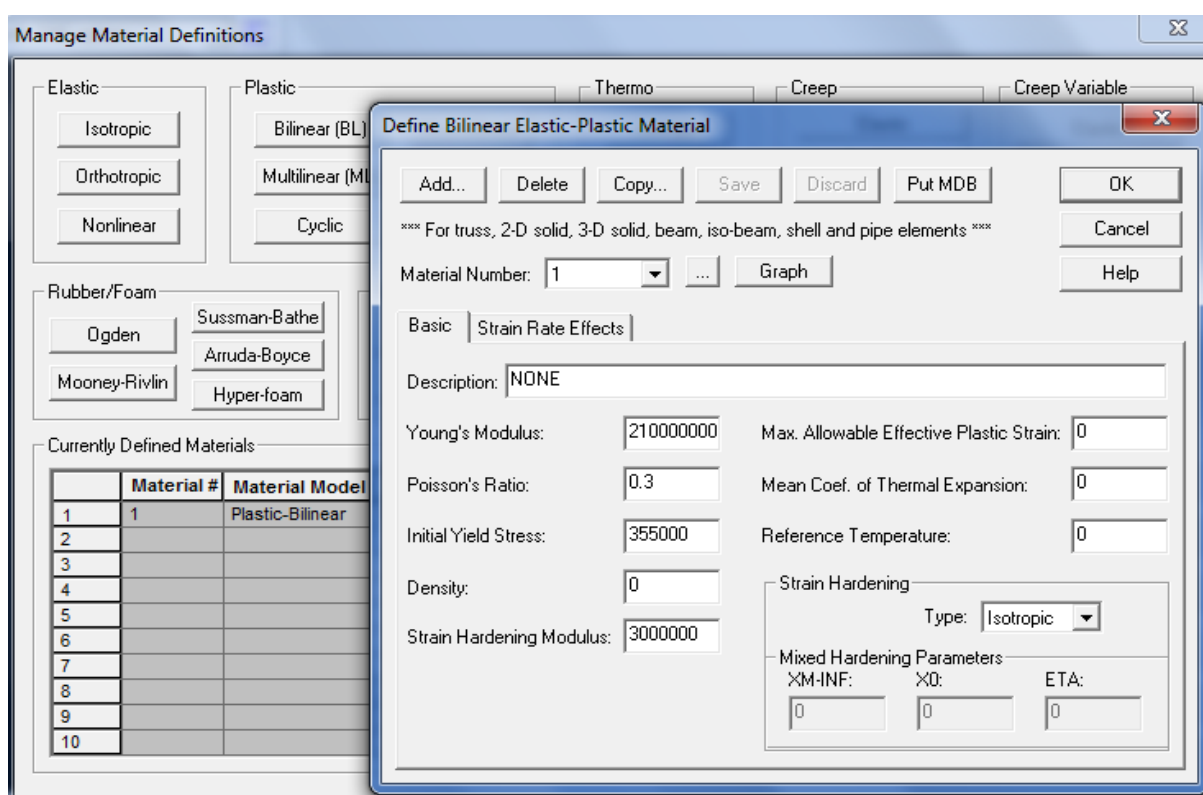
Αντιθέτως, για τους οριζόντιους και κατακόρυφους συνδέσμους δυσκαμψίας, οι οποίοι περιγράφονται στο σχήμα 5-15, χρησιμοποιήθηκε η επιλογή της τυπικής διατομής που υπάρχει στο ADINA και περιγράφεται στο Σχήμα 5-16 με νόμο υλικού ελαστικό – γραμμικώς κρατυνόμενο, του οποίου τα χαρακτηριστικά παρουσιάζονται στο Σχήμα 5-17.



Σχήμα 5-15: Μέλη στα οποία χρησιμοποιούνται κοίλες κυκλικές διατομές



Σχήμα 5-16: Ορισμός κοίλων κυκλικών διατομών (pipe) στο ADINA



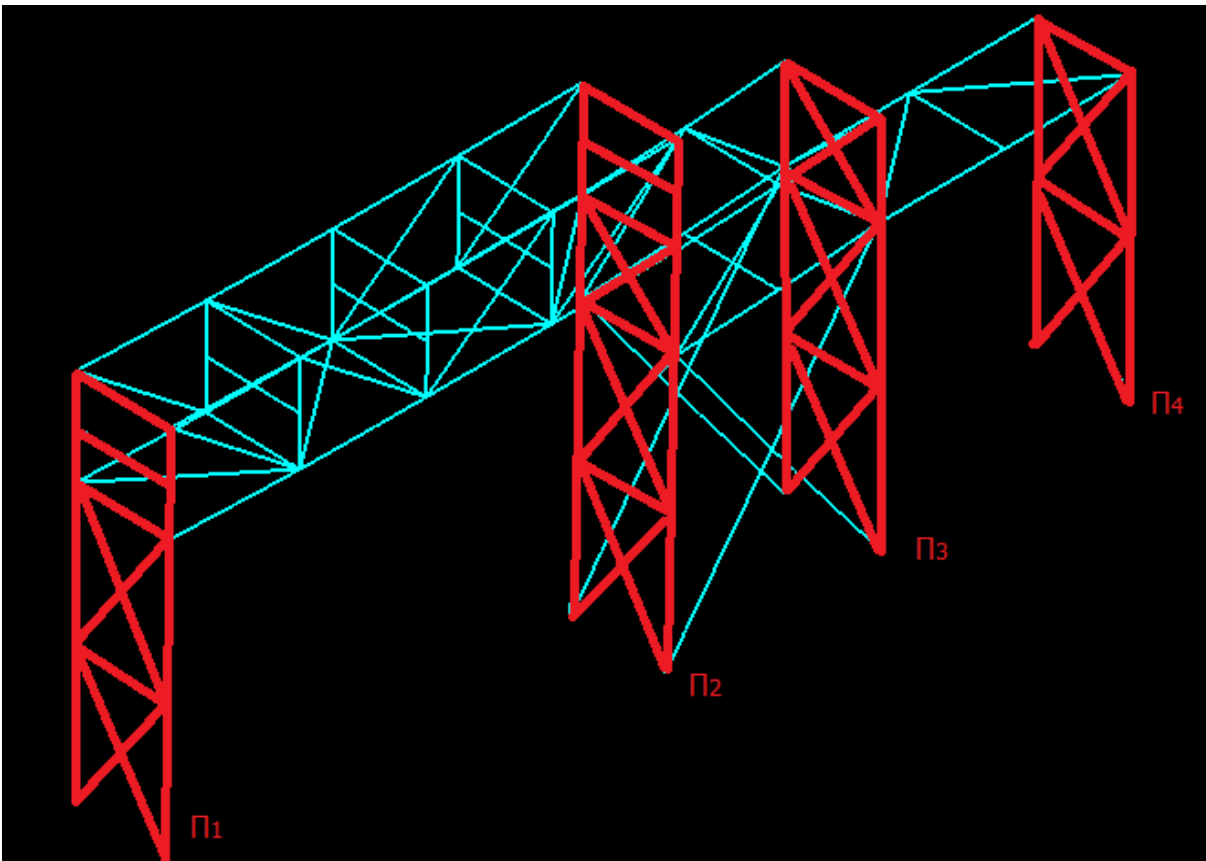
Σχήμα 5-17: Ορισμός ελαστικού-απολύτως πλαστικού υλικού στο ADINA με χάλυβα S355

Το γεγονός ότι στο υλικό χρησιμοποιήθηκε κράτυνση 3GPa, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5-17, οφείλεται στην αδυναμία σύγκλισης του αλγορίθμου κατά την ανάλυση του φορέα με μη γραμμικότητα υλικού.

Η επιλογή της τιμής κράτυνσης του χάλυβα ήταν τυχαία, καθώς βασική επιδίωξη ήταν η σύγκλιση του αλγορίθμου.

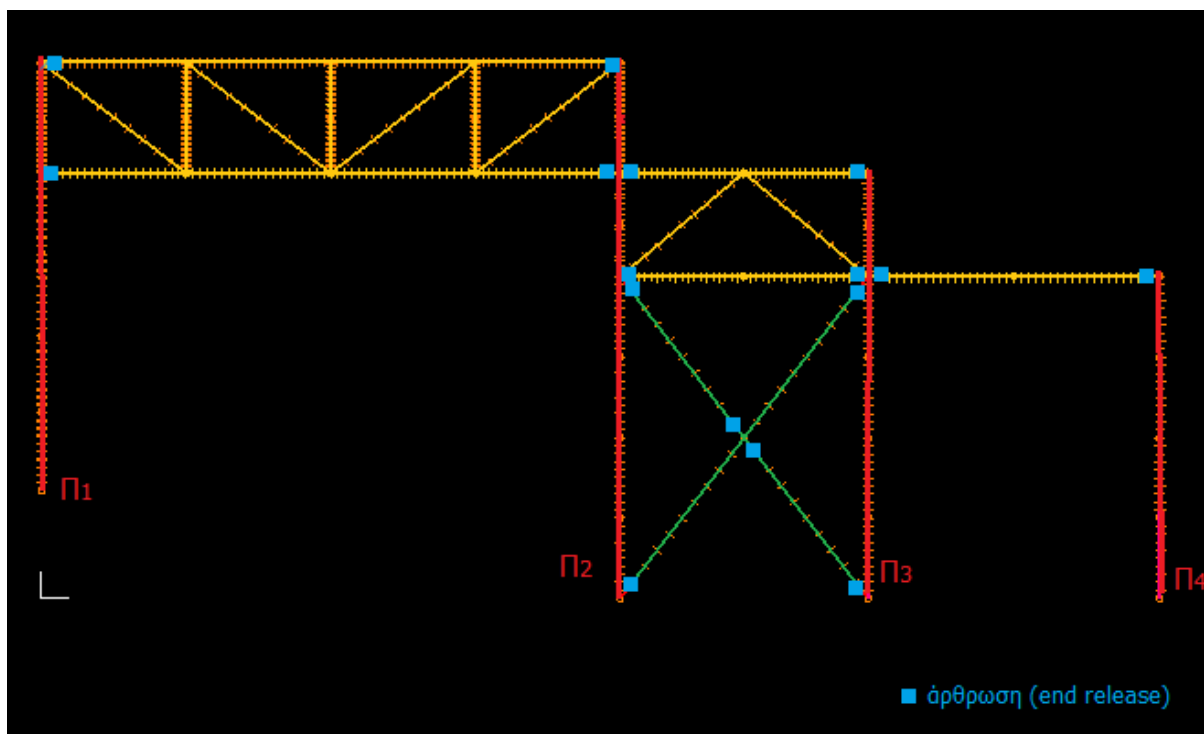
5.2.2 Προσομοίωση συνδέσεων

Για να εξεταστεί η πραγματική συμπεριφορά μιας κατασκευής, πρέπει να προσομοιωθεί στο λογισμικό όπως ακριβώς θα κατασκευαστεί στην πραγματικότητα. Έτσι, πρέπει να εξεταστεί ο τρόπος συνδέσεων των μελών μεταξύ τους, καθώς και ο τρόπος μεταφοράς τους από το εργοστάσιο στο εργοτάξιο. Στο Σχήμα 5-18 παρουσιάζονται με χρώμα κόκκινο τα τέσσερα πλαίσια, τα οποία συγκολλούνται στο εργοστάσιο και μεταφέρονται στο εργοτάξιο, καθώς το πλάτος των πλαισίων είναι 2m και το μέγιστο ύψος των υποστυλωμάτων είναι περίπου 10m.



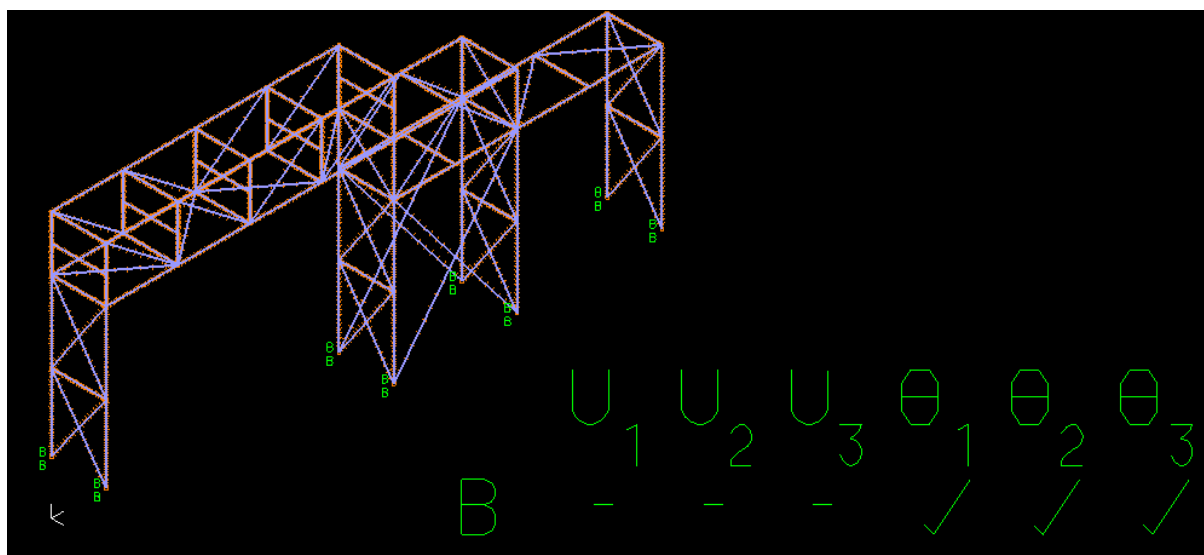
Σχήμα 5-18: Όλα τα μέλη στα τέσσερα πλαίσια του φορέα (Π₁, Π₂, Π₃ και Π₄) είναι μεταξύ τους συγκολλημένα.

Στα πλαίσια Π₁ και Π₂ θα συνδεθούν κοχλιωτά τα δύο τμήματα που στο Σχήμα 5-19 παρουσιάζονται με πορτοκαλί χρώμα. Ωστόσο, τα μέλη στο τμήμα αυτό είναι όλα μεταξύ τους συγκολλημένα και μόνο στα σημεία που συνδέονται με τα δύο πλαίσια (Π₁ και Π₂) υπάρχουν κοχλιωτές συνδέσεις. Στο πρόγραμμα ADINA οι κοχλιωτές συνδέσεις προσομοιώνονται με αρθρώσεις (end releases), ώστε να ελευθερώνονται οι δύο βαθμοί κατά τους οποίους οι δοκοί κάμπτονται κατά τον ισχυρό και ασθενή τους άξονα, αλλά ο στρεπτικός βαθμός ελευθερίας παραμένει δεσμευμένος. Στο Σχήμα 5-19 οι αρθρώσεις παρουσιάζονται με το σύμβολο ■. Οι οριζόντιοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας όπως και οι εγκάρσιες δοκοί συνδέονται κοχλιωτά με τις διαμήκεις δοκούς, ενώ με τον ίδιο τρόπο γίνονται και οι συνδέσεις των άλλων τμημάτων με τα πλαίσια Π₂ και Π₃. Όλα αυτά παρουσιάζονται αναλυτικά στο Σχήμα 5-19.



Σχήμα 5-19: Απεικόνιση των τεσσάρων συγκολλητών πλαισίων, με τα τμήματα που συνδέονται κοχλιωτά πάνω σε αυτά (με πορτοκαλί χρώμα), καθώς και των κοχλιωτών συνδέσεων (με το σύμβολο ■)

Τέλος, τα υποστυλώματα συνδέονται αρθρωτά με το έδαφος, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 5-20.



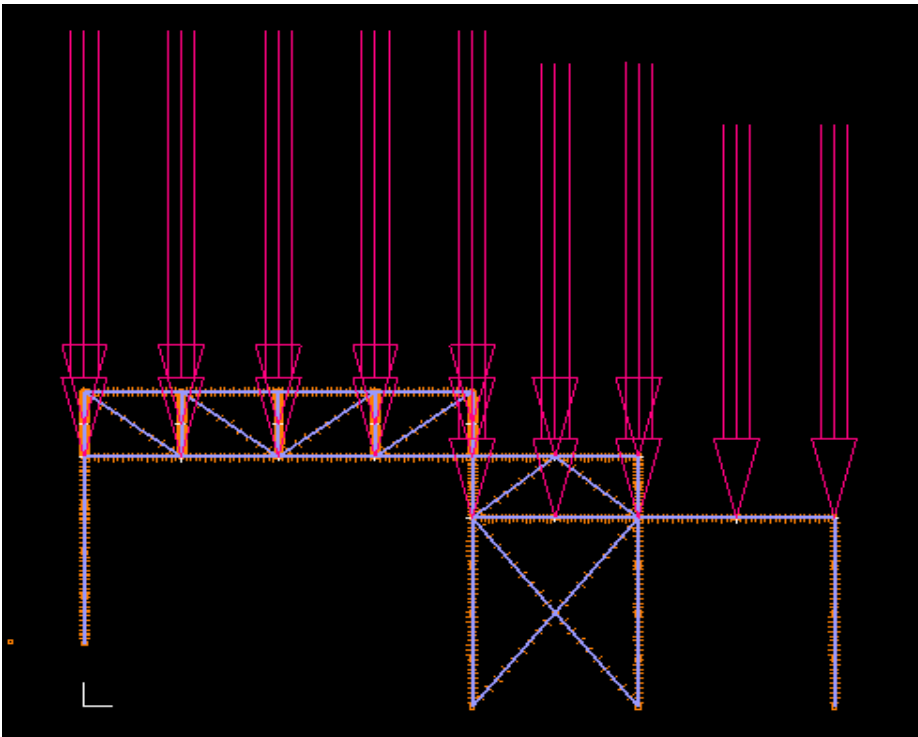
Σχήμα 5-15: Συνοριακές συνθήκες του μεταλλικού φορέα

5.3 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΛΥΓΙΣΜΟΥ (LBA)

Στη παράγραφο αυτή υπολογίζονται τα κρίσιμα φορτία λυγισμού και παρουσιάζονται τα σχήματα ιδιομορφών που προκύπτουν από τη γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με χρήση του προγράμματος ADINA, τόσο για την περίπτωση όπου επιβάλλονται στον φορέα μόνο τα μόνιμα κατακόρυφα φορτία (Σχήμα 5-21), όσο και για ταυτόχρονη επιβολή των μόνιμων και πλευρικών (σεισμικών) φορτίων (Σχήμα 5-25)

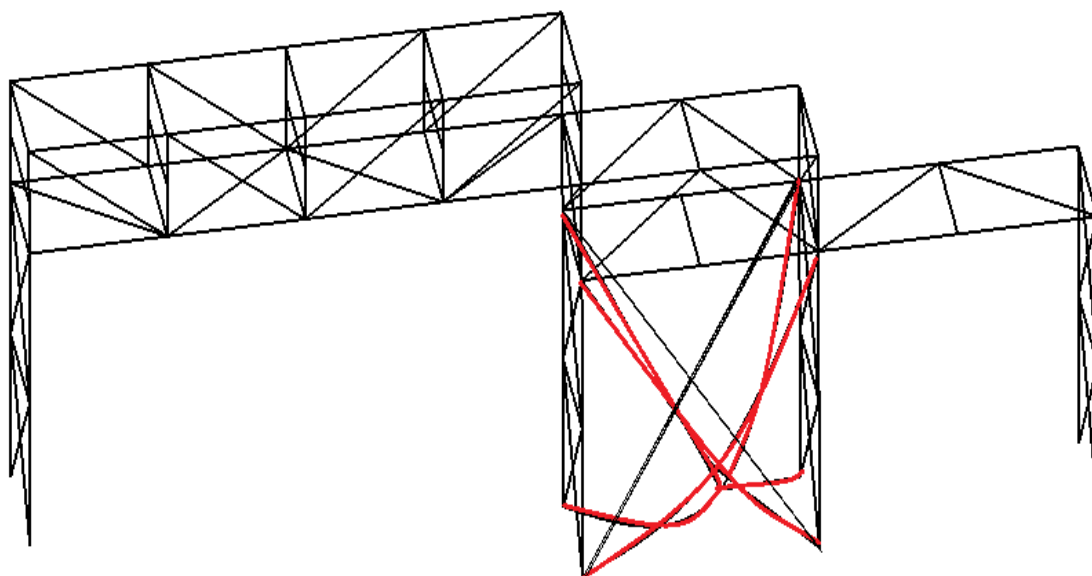
5.3.1 Μόνιμα φορτία

Αρχικά, ο φορέας εξετάστηκε για την περίπτωση όπου επιβάλλονται μόνο τα φορτία των αγωγών, αμελώντας το ίδιο βάρος της κατασκευής. Για την πραγματοποίηση των αναλύσεων θεωρήθηκε ότι τα φορτία αυτά επιβάλλονται ως ομοιόμορφα κατανενημένα πάνω στις εγκάρσιες δοκούς, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5-16, ενώ αμελούνται οι πρόσθετες εντάσεις που προκαλεί η αγκύρωση των αγωγών πάνω στη φέρουσα κατασκευή.



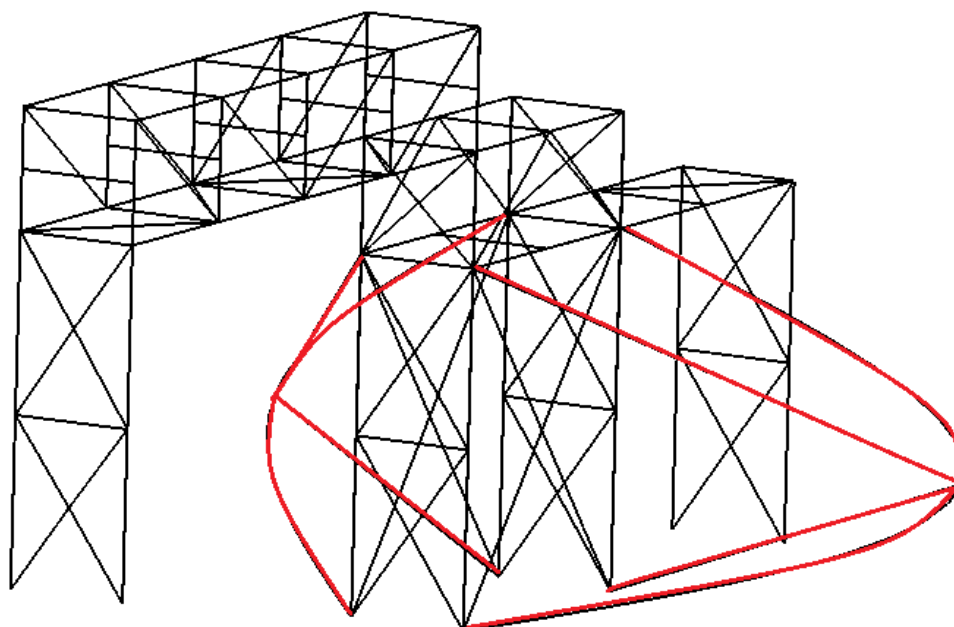
Σχήμα 5-21: Επιβολή ομοιόμορφου κατανενημένου φορτίου στις εγκάρσιες δοκούς

1^η ιδιομορφή λυγισμού: Κρίσιμο κατακόρυφο φορτίο λυγισμού: $P_{cr1}=87.47\text{kN/m}$



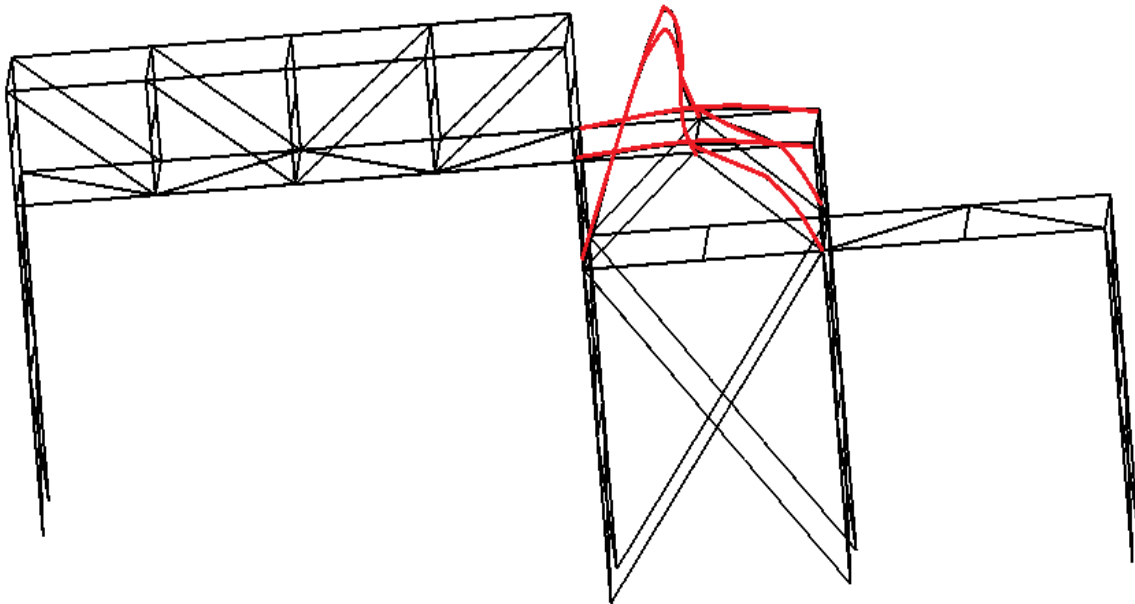
Σχήμα 5-22: 1^η ιδιομορφή λυγισμού

2^η ιδιομορφή λυγισμού: Κρίσιμο κατακόρυφο φορτίο λυγισμού: $P_{cr2}=87.55\text{kN/m}$



Σχήμα 5-23: 2^η ιδιομορφή λυγισμού

3^η ιδιομορφή λυγισμού: Κρίσιμο κατακόρυφο φορτίο λυγισμού: $P_{cr3}=403\text{kN/m}$

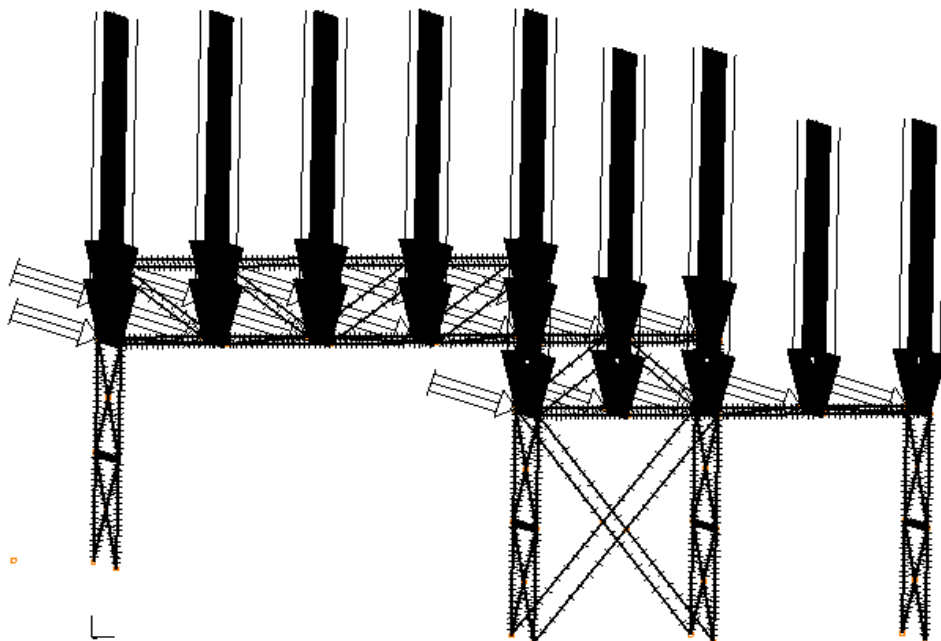


Σχήμα 5-24: 3^η ιδιομορφή λυγισμού

Δεν παρουσιάζονται άλλες ιδιομορφές λυγισμού, καθώς για όλες τις υπόλοιπες ιδιομορφές συνεχίζουν να παραμορφώνονται τα ίδια διαγώνια μέλη με αυτά του Σχήματος 5-24.

5.3.2 Συνδυασμός μόνιμων και σεισμικών φορτίων

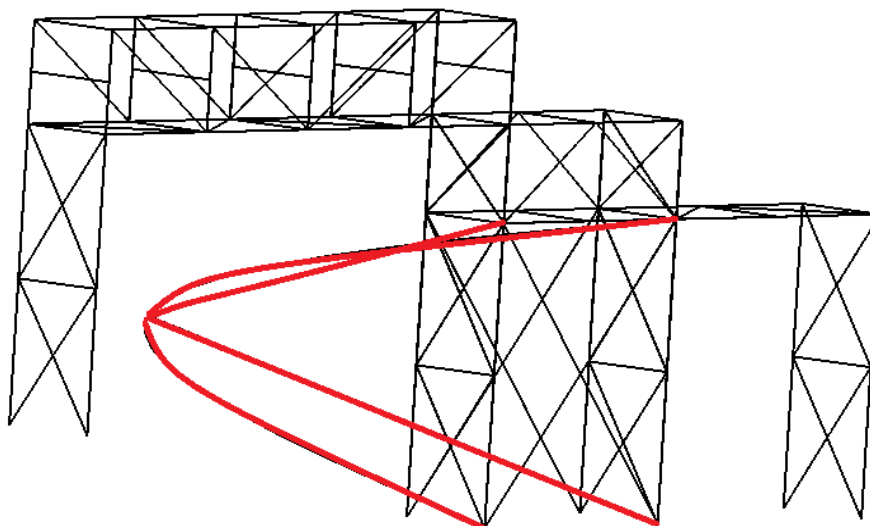
Στη συνέχεια, επιβάλλονται πλευρικά φορτία ως οφειλόμενα σε σεισμό σε συνδυασμό με τα μόνιμα κατακόρυφα. Επιλέγεται τα σεισμικά αυτά φορτία να ασκούνται όπου ασκούνται και τα κατακόρυφα. Στο Σχήμα 5-25 φαίνεται ο συνδυασμός μόνιμων κατακορύφων και σεισμικών φορτίων που ασκούνται πάνω στο φορέα.



Σχήμα 5-25: Συνδυασμός σεισμικών και μόνιμων φορτίων

1^η ιδιομορφή λυγισμού: Κρίσιμο οριζόντιο φορτίο λυγισμού: $P_{cr1}=40.06\text{kN}$

Κρίσιμο κατακόρυφο φορτίο λυγισμού: $P_{cr1}=2.8\text{kN/m}$

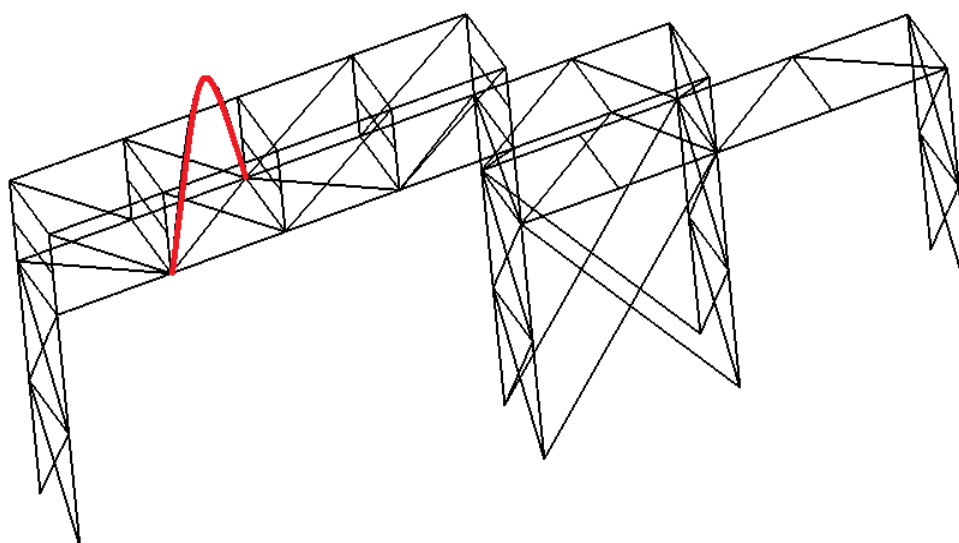


Σχήμα 5-26: 1^η ιδιομορφή λυγισμού

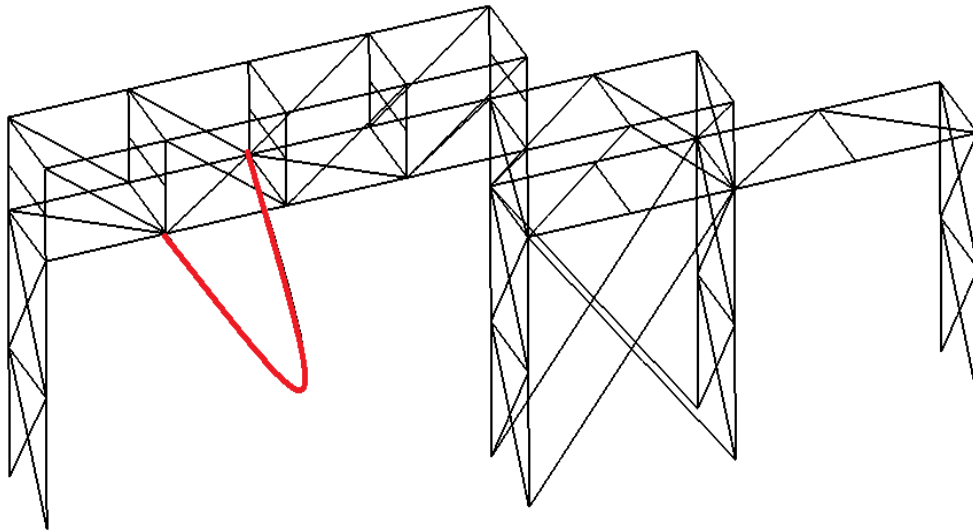
2^η και 3^η ιδιομορφή λυγισμού: Κρίσιμο οριζόντιο φορτίο λυγισμού: $P_{cr2,3}=58.55\text{kN}$

Κρίσιμο κατακόρυφο φορτίο λυγισμού: $P_{cr2,3}=4.1\text{kN/m}$

Στη 2^η και 3^η ιδιομορφή λυγισμού παραμορφώνεται το ίδιο μέλος του φορέα και με τις ίδιες τιμές κρίσιμων φορτίων λυγισμού. Η διαφορά στις δύο αυτές ιδιομορφές είναι ότι το μέλος παραμορφώνεται σε διαφορετικά επίπεδα.



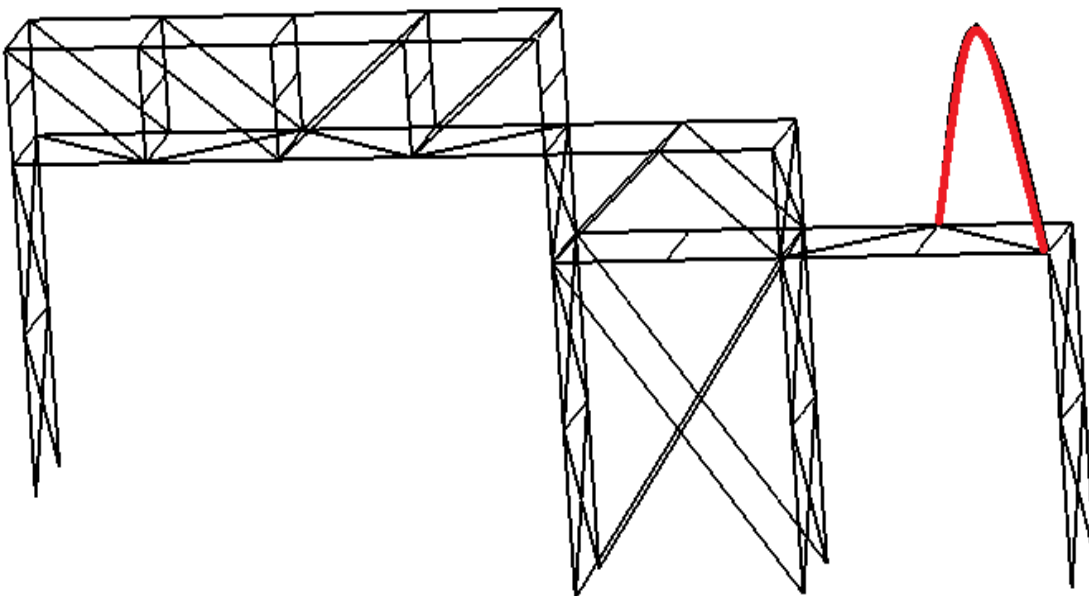
Σχήμα 5-27: 2^η ιδιομορφή λυγισμού

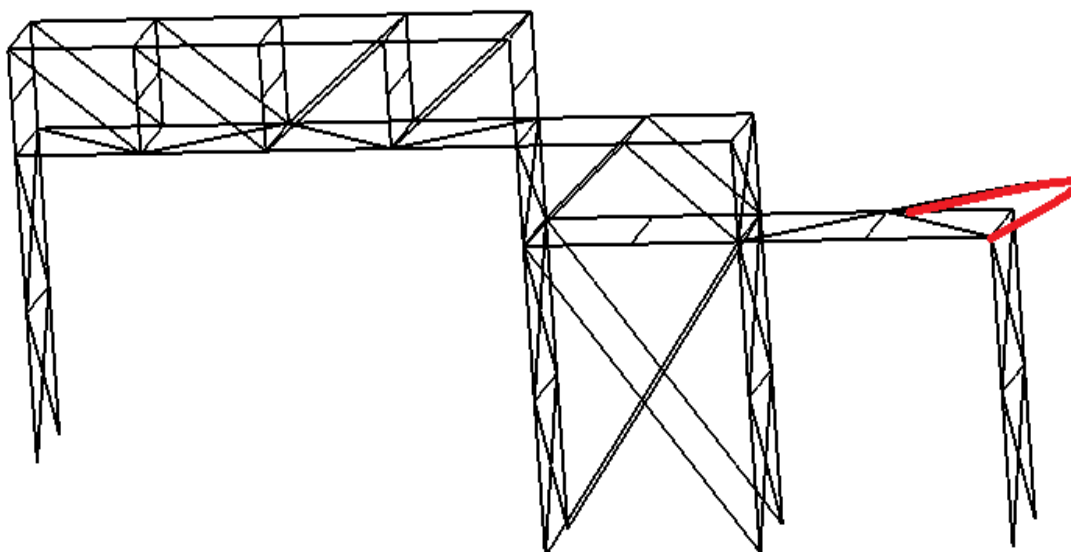
Σχήμα 5-28: 3^η ιδιομορφή λυγισμού

4^η και 5^η ιδιομορφή λυγισμού: Κρίσιμο οριζόντιο φορτίο λυγισμού: $P_{Cr4,5}=71.34\text{kN}$

Κρίσιμο κατακόρυφο φορτίο λυγισμού: $P_{Cr4,5}=4.99\text{kN/m}$

Στη 4^η και 5^η ιδιομορφή λυγισμού παραμορφώνεται το ίδιο μέλος του φορέα και με τις ίδιες τιμές κρίσιμων φορτίων λυγισμού. Η διαφορά στις δύο αυτές ιδιομορφές είναι ότι το μέλος παραμορφώνεται σε διαφορετικά επίπεδα.

Σχήμα 5-29: 4^η ιδιομορφή λυγισμού

Σχήμα 5-30: 5^η ιδιομορφή λυγισμού

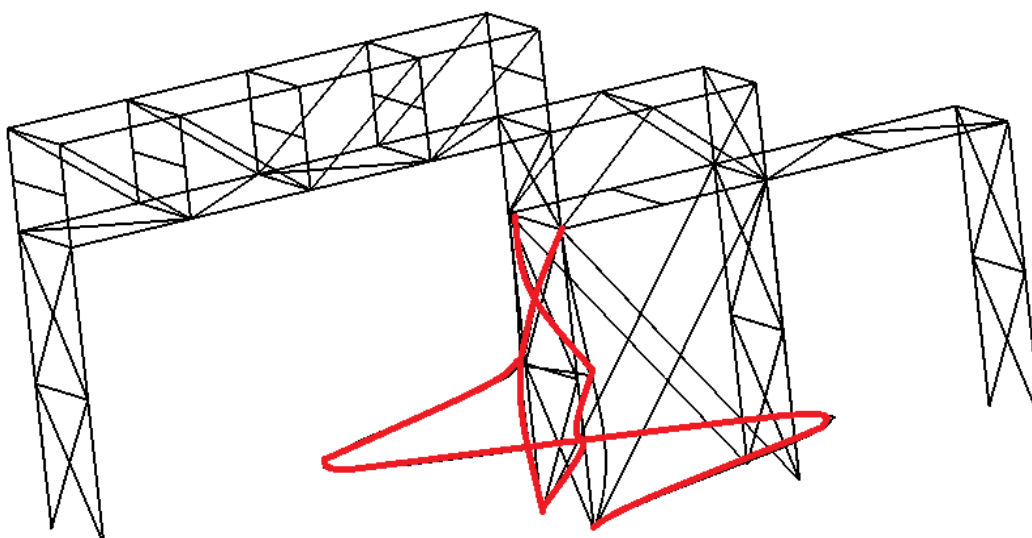
6^η και 7^η ιδιομορφή λυγισμού: Κρίσιμο οριζόντιο φορτίο λυγισμού: $P_{Cr6,7}=75.02\text{kN}$

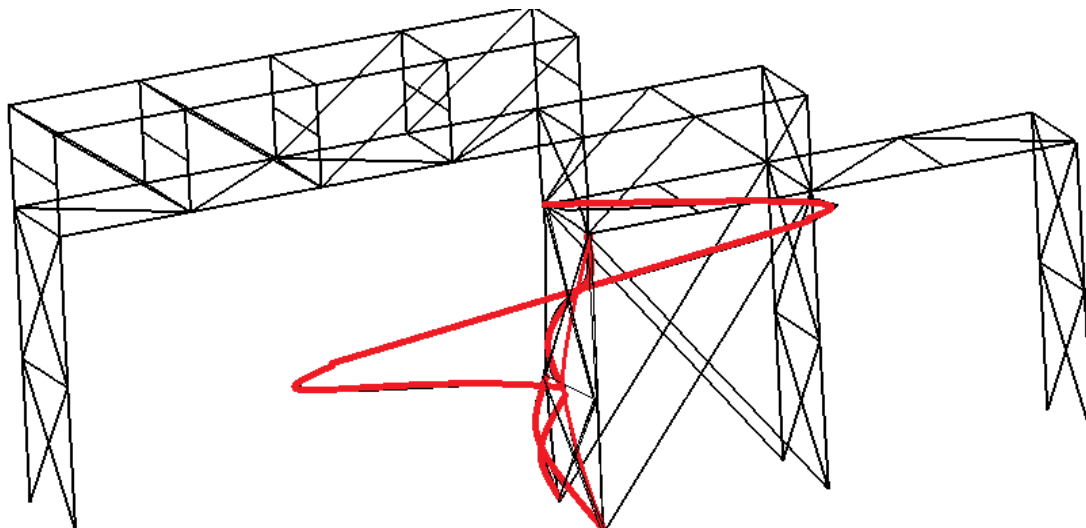
Κρίσιμο κατακόρυφο φορτίο λυγισμού: $P_{Cr6,7}=5.25\text{kN/m}$

Στη περίπτωση αυτή παραμορφώνεται το μέλος που βρίσκεται δίπλα σε αυτό που παραμορφώνεται στη 2^η και 3^η ιδιομορφή και μάλιστα παραμορφώνονται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο. Επομένως, τα ιδιομορφικά σχήματα παραλείπονται.

8^η και 9^η ιδιομορφή λυγισμού: Κρίσιμο οριζόντιο φορτίο λυγισμού: $P_{Cr8,9}=153.7\text{kN}$

Κρίσιμο κατακόρυφο φορτίο λυγισμού: $P_{Cr8,9}=10.76\text{kN/m}$

Σχήμα 5-31: 8^η ιδιομορφή λυγισμού

Σχήμα 5-32: 9^η ιδιομορφή λυγισμού

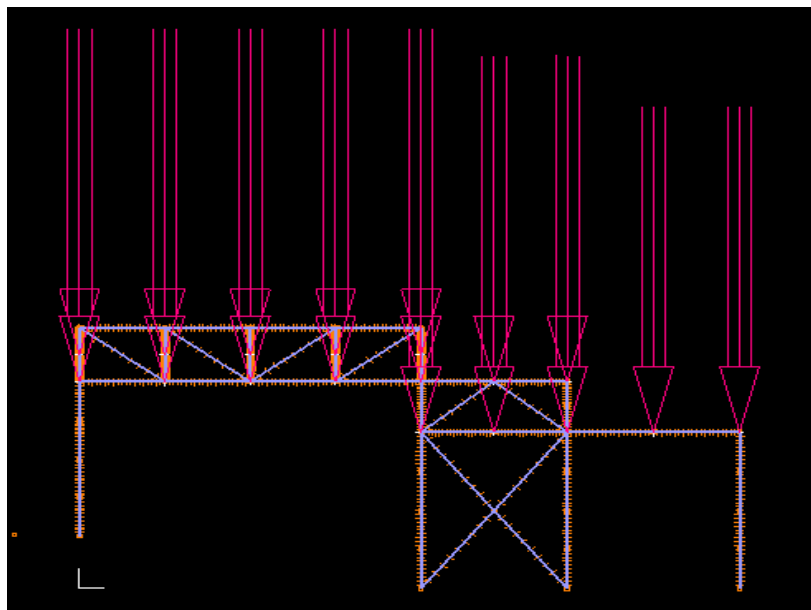
5.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΗ - ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΑΝΑΛΥΣΕΩΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΚΑΙ ΥΛΙΚΟΥ

Τα αποτελέσματα των μη – γραμμικών αναλύσεων παρουσιάζονται συνήθως υπό τη μορφή δρόμων ισορροπίας, όπου στον οριζόντιο άξονα παρουσιάζεται η μετατόπιση μιας χαρακτηριστικής θέσης του φορέα, ενώ στον κατακόρυφο άξονα παρουσιάζεται μία χαρακτηριστική τιμή φορτίου. Ο δρόμος ισορροπίας περιλαμβάνει ζεύγη τιμών φορτίου μετατόπισης για τα οποία ο φορέας ισορροπεί. Στις αναλύσεις που πραγματοποιούνται για την παρούσα εργασία, στον οριζόντιο άξονα παρουσιάζεται η μετακίνηση του σημείου που βρίσκεται στην τομή της διαμήκου δοκού και του υποστυλώματος του πλαισίου Π2 και στον κάθετο άξονα το επιβαλλόμενο κρίσιμο φορτίο. Επίσης, παρουσιάζεται το παραμορφωμένο σχήμα του φορέα για χαρακτηριστικά σημεία του δρόμου ισορροπίας για κάθε εξεταζόμενη περίπτωση. Για τον συγκεκριμένο φορέα επιλέχθηκαν να εξεταστούν δύο περιπτώσεις: όταν στην κατασκευή επιβάλλονται μόνο μόνιμα κατακόρυφα φορτία και όταν επιβάλλονται ταυτόχρονα μόνιμα και σεισμικά φορτία.

Η πραγματοποιούμενη ανάλυση είναι μη-γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού (Geometric and Material Nonlinear Analysis – GMNA), ενώ στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος arc-length (collapse) προκειμένου να “εντοπισθεί” ενδεχόμενη ασταθής ή ευσταθής μεταλυγισμική συμπεριφορά. Στη GMNA οι εξισώσεις ισορροπίας διατυπώνονται στην παραμορφωμένη κατάσταση, η οποία διαφέρει σημαντικά από την απαραμόρφωτη, ενώ ο νόμος του υλικού είναι μη-γραμμικός. Μέσω της GMN ανάλυσης δύναται να περιγραφεί τόσο η λυγισμική, όσο και η μεταλυγισμική συμπεριφορά κατασκευών που είναι ευπαθείς σε λυγισμό και να εκτιμηθεί η αλληλεπίδραση λυγισμού και διαρροής υλικού.

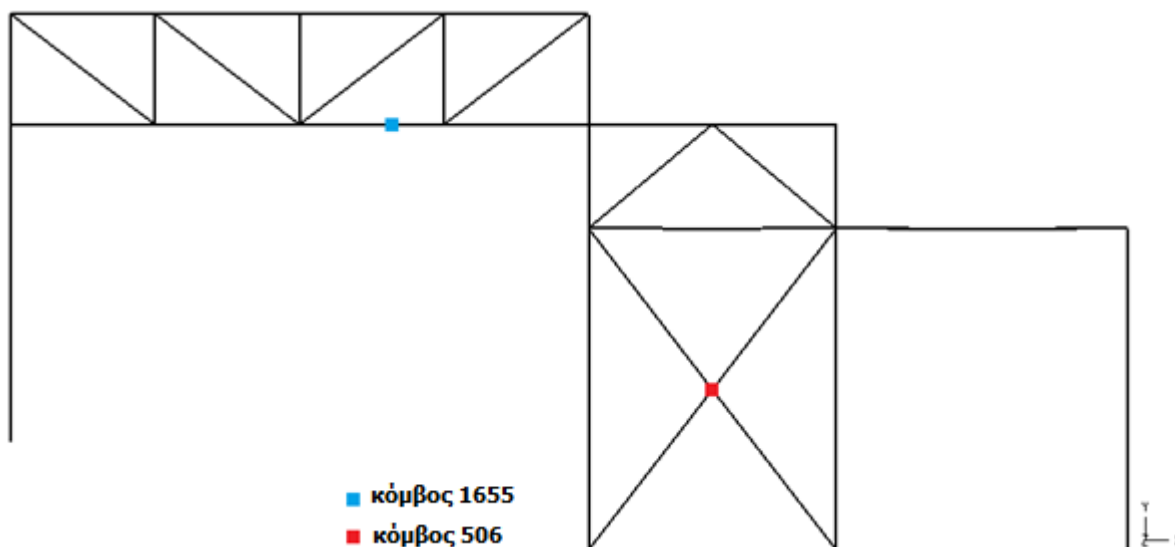
5.4.1 Μόνιμα φορτία

Αρχικά, ο φορέας εξετάστηκε για την περίπτωση όπου επιβάλλονται μόνο τα φορτία των αγωγών, αμελώντας το ίδιο βάρος της κατασκευής. Για την πραγματοποίηση των αναλύσεων θεωρήθηκε ότι τα φορτία αυτά επιβάλλονται ως ομοιόμορφα κατανεμημένα πάνω στις εγκάρσιες δοκούς, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5-33, ενώ αμελούνται οι πρόσθετες εντάσεις που προκαλεί η αγκύρωση των αγωγών πάνω στη φέρουσα κατασκευή. Η κατασκευή είχε σχεδιαστεί για φορτίο αγωγών ίσο με 3kN/m^2 . Σύμφωνα με αυτό, λοιπόν, υπολογίζεται ένα ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο με τιμή 7kN/m , το οποίο εφαρμόζεται πάνω στις εγκάρσιες δοκούς.

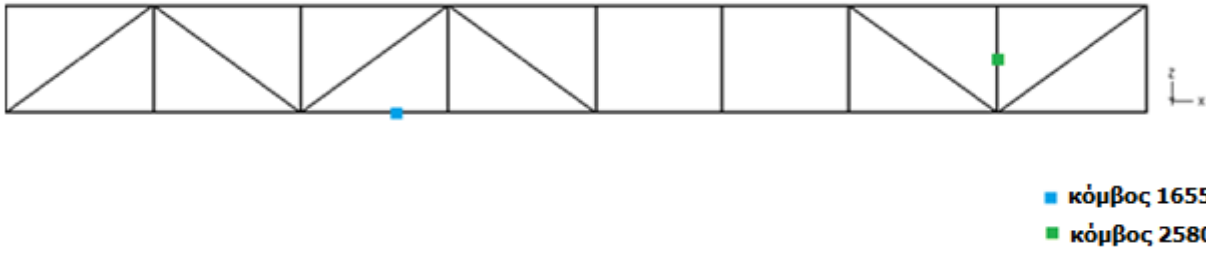


Σχήμα 5-33: Επιβολή ομοιόμορφα κατανεμημένου φορτίου στις εγκάρσιες δοκούς

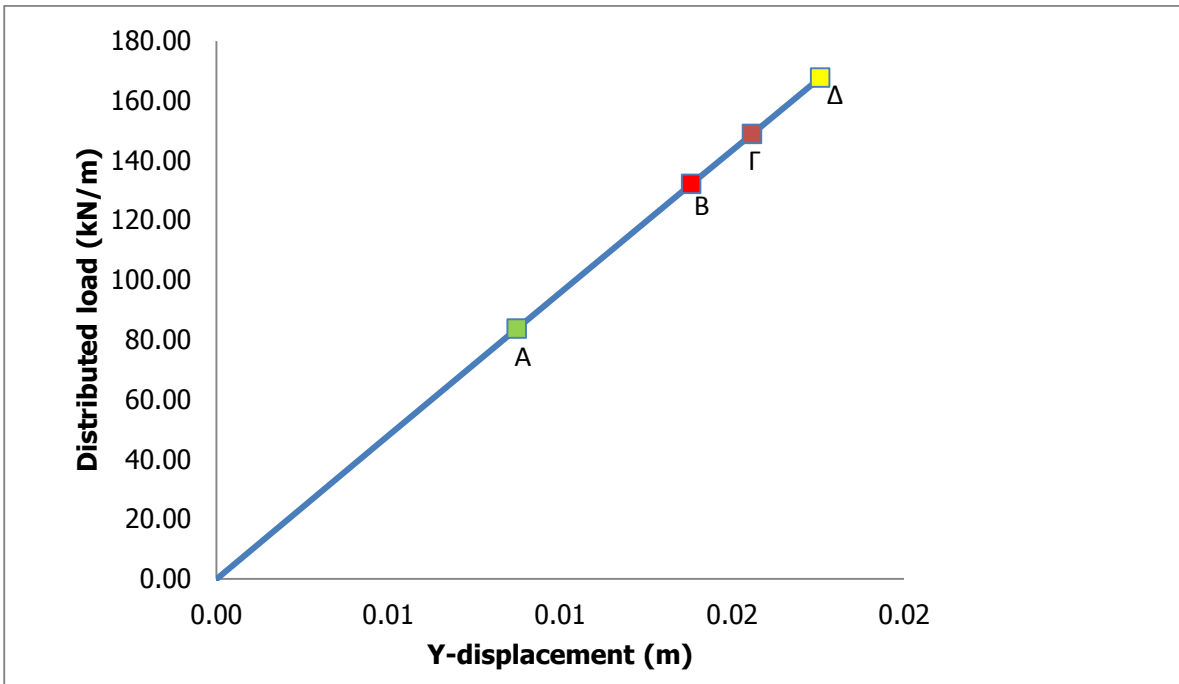
Στο σημείο τομής των μελών του κατακόρυφου σύνδεσμου δυσκαμψίας, κόμβος 506 (Σχήμα 5-34), δίνεται μία πολύ μικρή μετακίνηση κατά την εγκάρσια κατεύθυνση, ώστε να ξεκινήσει η ανάλυση collapse. Το σημείο αυτό ήταν που στην γραμμική ανάλυση λυγισμού (LBA) είχε την μεγαλύτερη παραμόρφωση στην πρώτη κιάλας ιδιομορφή, τόσο για την περίπτωση των μονίμων φορτίων όσο και για την περίπτωση των μονίμων και σεισμικών φορτίων. Έτσι, επιλέχθηκε να δοθεί μία μικρή μετακίνηση σε αυτό το σημείο για να πραγματοποιηθεί η collapse ανάλυση. Επειδή ο φορέας είναι αρκετά σύνθετος, θα εξεταστεί ο δρόμος ισορροπίας όχι μόνο σε ένα σημείο του φορέα, αλλά σε περισσότερα, ώστε να κατανοηθεί η συμπεριφορά της κατασκευής. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι δρόμοι ισορροπίας κάποιων χαρακτηριστικών κόμβων του φορέα (node 1655, node 506 και node 2580), ενώ στο τέλος της παραγράφου γίνεται σχολιασμός των αποτελεσμάτων.



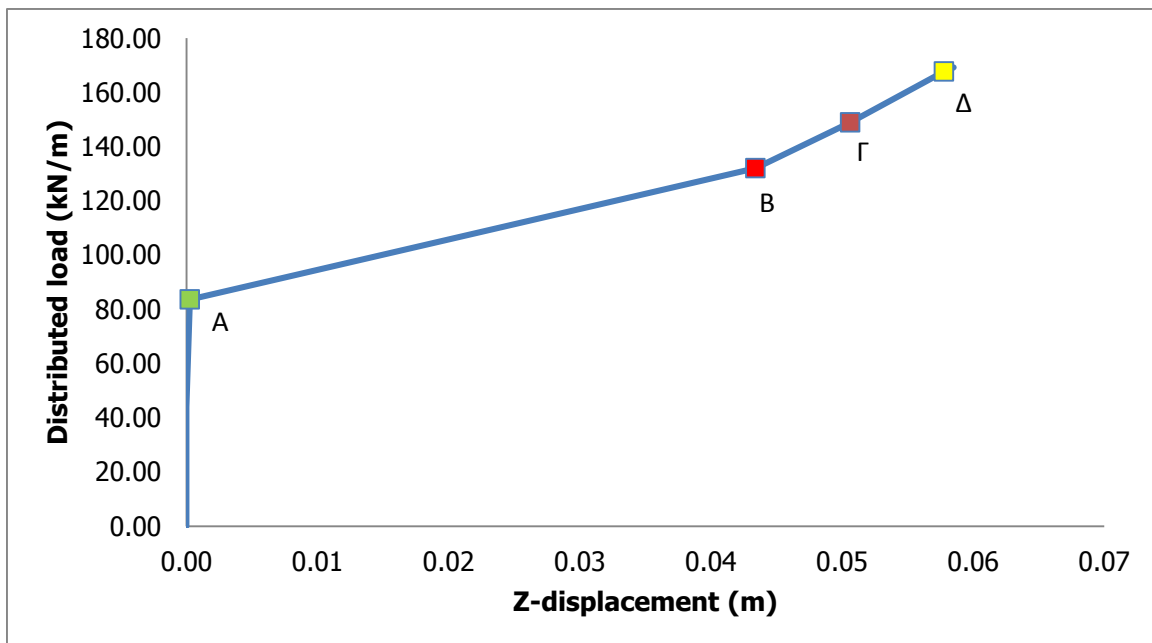
Σχήμα 5-34: Όψη μεταλλικού φορέα



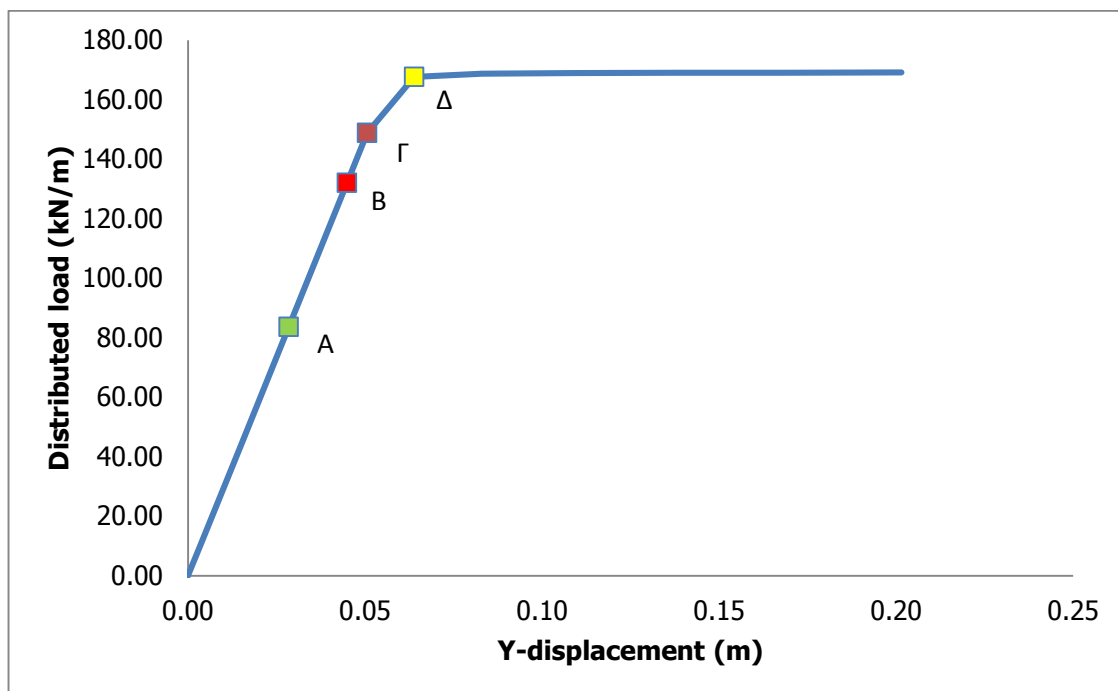
Σχήμα 5-35: Κάτοψη μεταλλικού φορέα



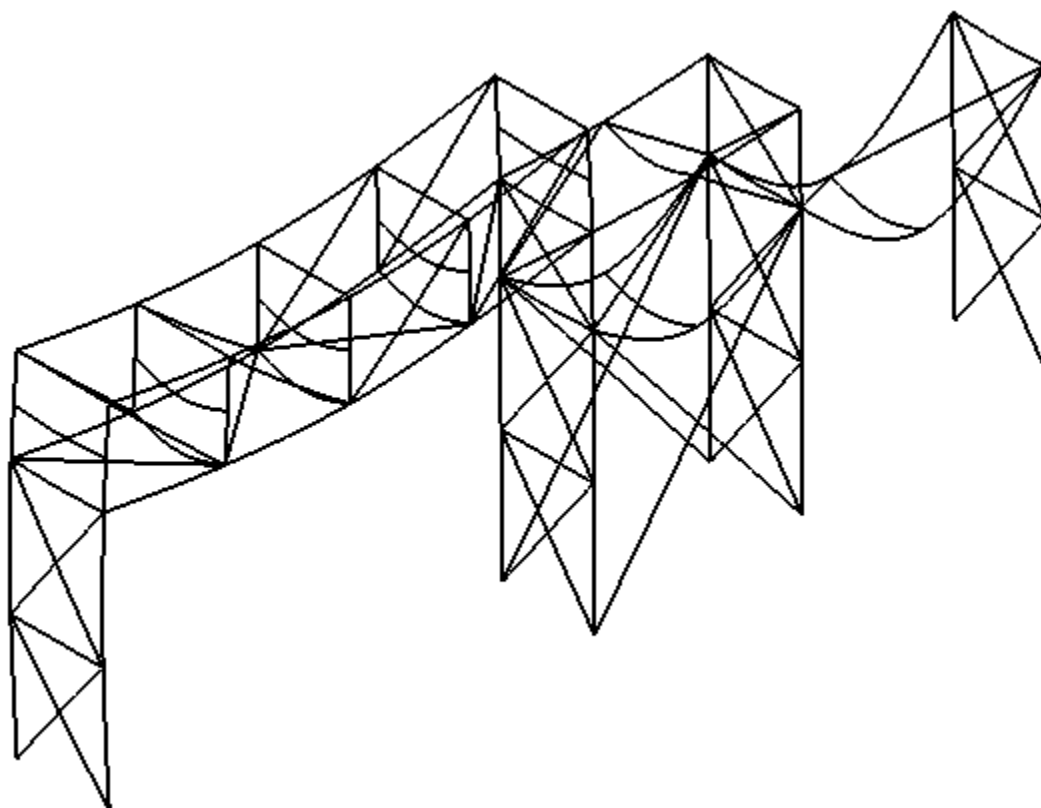
Σχήμα 5-36: Δρόμος ισορροπίας του κόμβου 1655



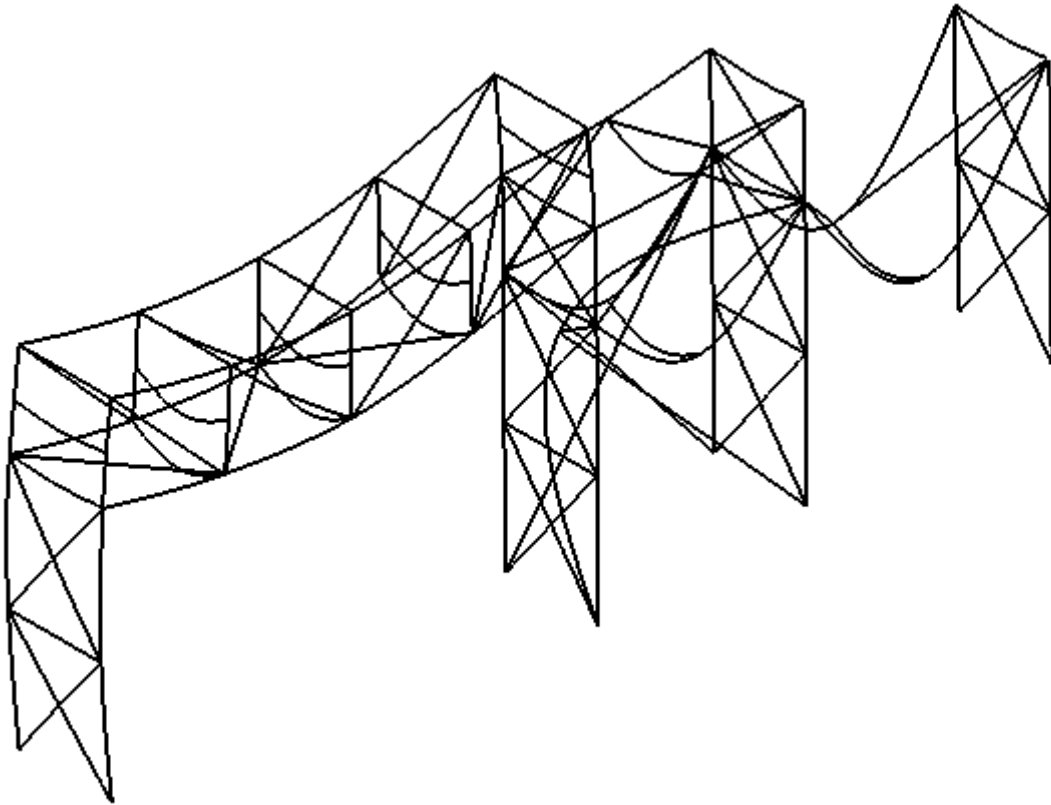
Σχήμα 5-37: Δρόμος ισορροπίας του κόμβου 506



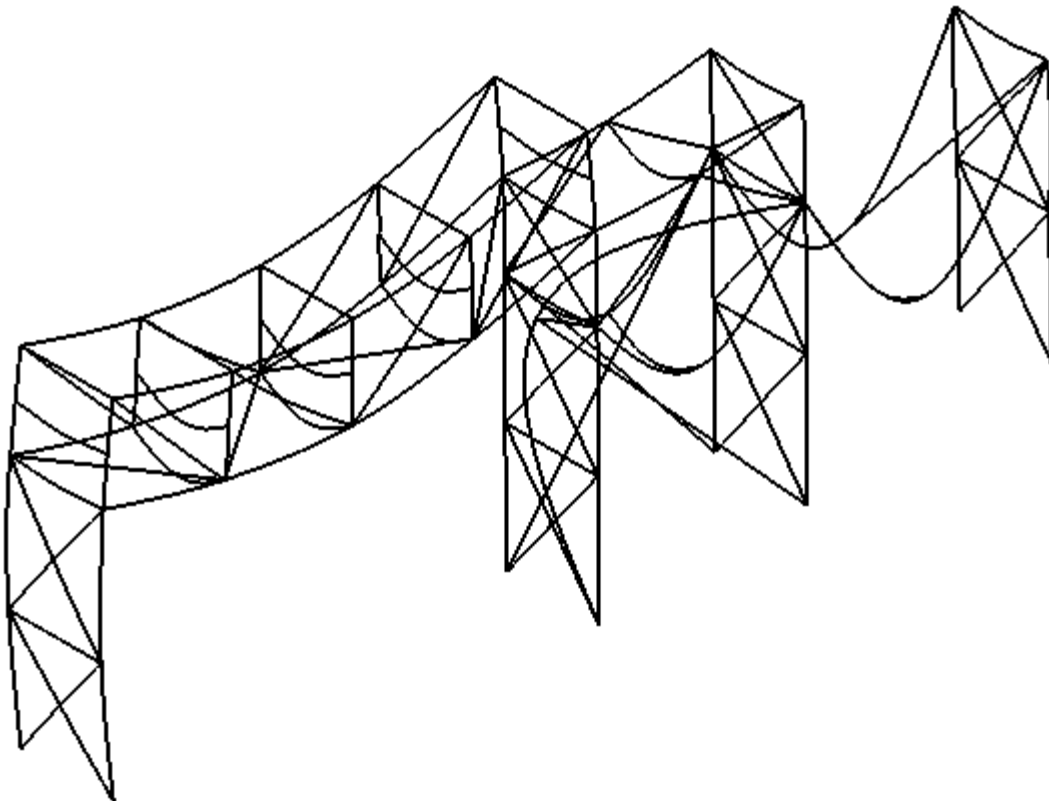
Σχήμα 5-38: Δρόμος ισορροπίας του κόμβου 2580



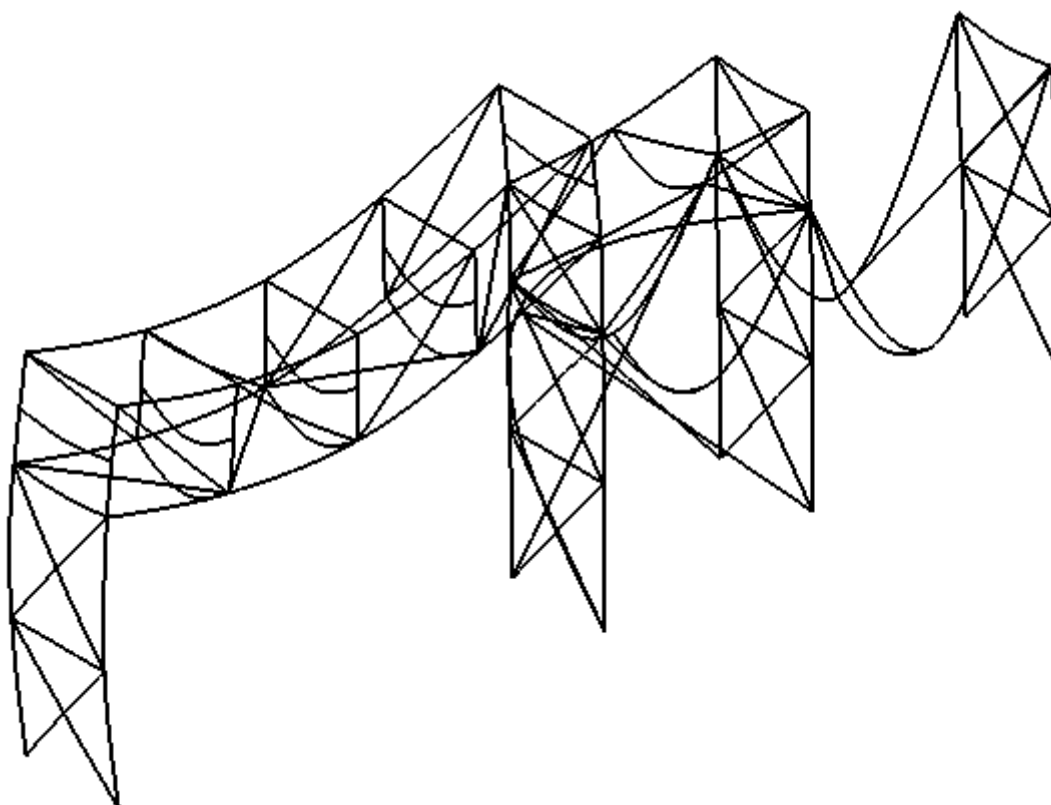
Σχήμα 5-39: Παραμορφωμένη εικόνα του φορέα για το σημείο A



Σχήμα 5-40: Παραμορφωμένη εικόνα του φορέα για το σημείο Β

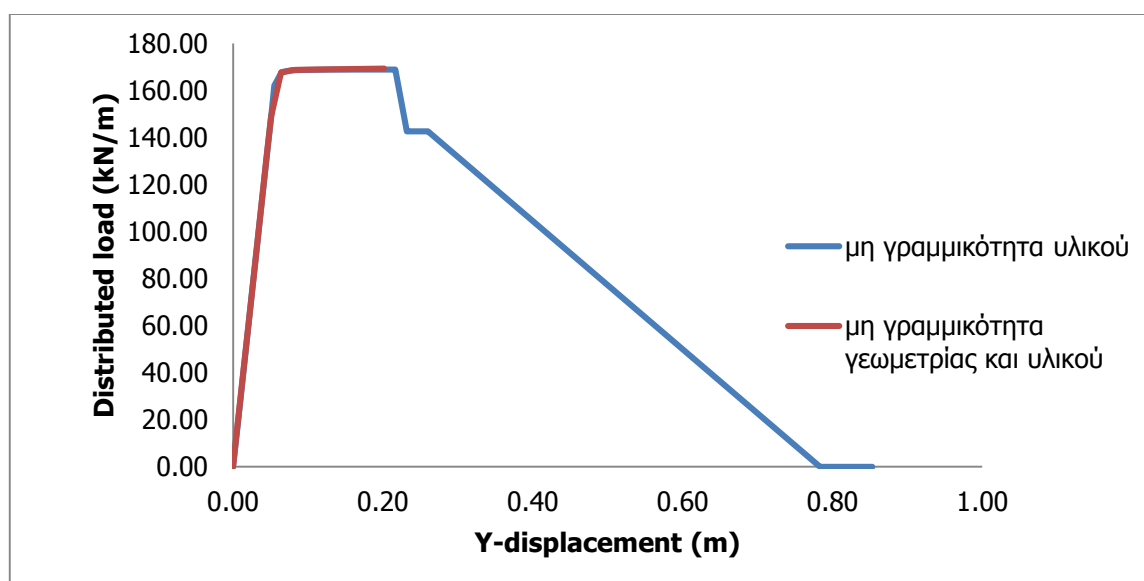


Σχήμα 5-41: Παραμορφωμένη εικόνα του φορέα για το σημείο Γ



Σχήμα 5-42: Παραμορφωμένη εικόνα του φορέα για το σημείο Δ

Εάν, όμως, πραγματοποιηθεί μη γραμμική ανάλυση υλικού μόνο, τότε ο δρόμος ισορροπίας των nodes 506 και 1655 είναι γραμμικός ελαστικός, ενώ του node 2580 παρουσιάζεται στο Σχήμα 5-38. Παρατηρείται ότι μετά το κρίσιμο φορτίο με τιμή 169kN/m, το μέλος συνεχίζει να παραμορφώνεται έντονα με ταυτόχρονη μείωση του φορτίου. Δηλαδή, πέρα το φορτίο αυτό, το μέλος συμπεριφέρεται σαν μία εφελκόμενη ράβδος η οποία έχει χάσει πλέον την αντοχή της και για αυτό με μικρότερη τιμή επιβαλλόμενου φορτίου παραμορφώνεται πιο έντονα. Στο Σχήμα 5-31 συγκρίνονται οι δύο δρόμοι ισορροπίας του node 2580.



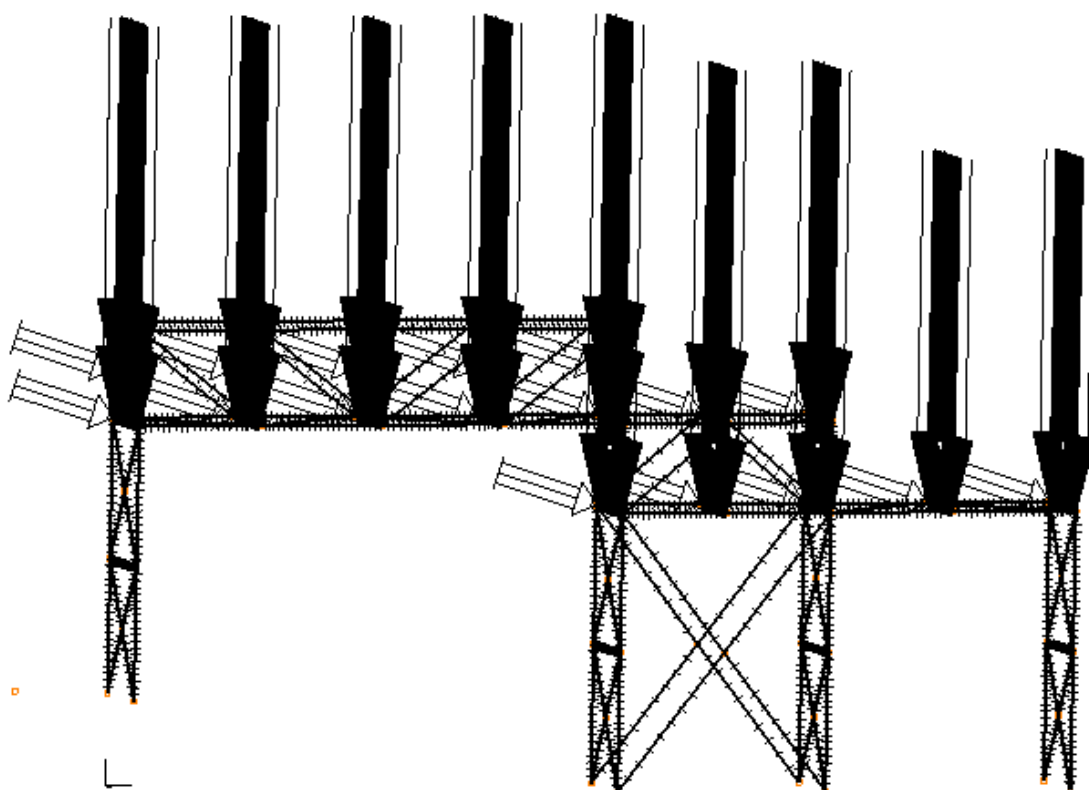
Σχήμα 5-43: Σύγκριση δρόμων ισορροπίας κόμβου 2580

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης για τα μόνιμα κατακόρυφα φορτία μόνο αναδεικνύουν ότι:

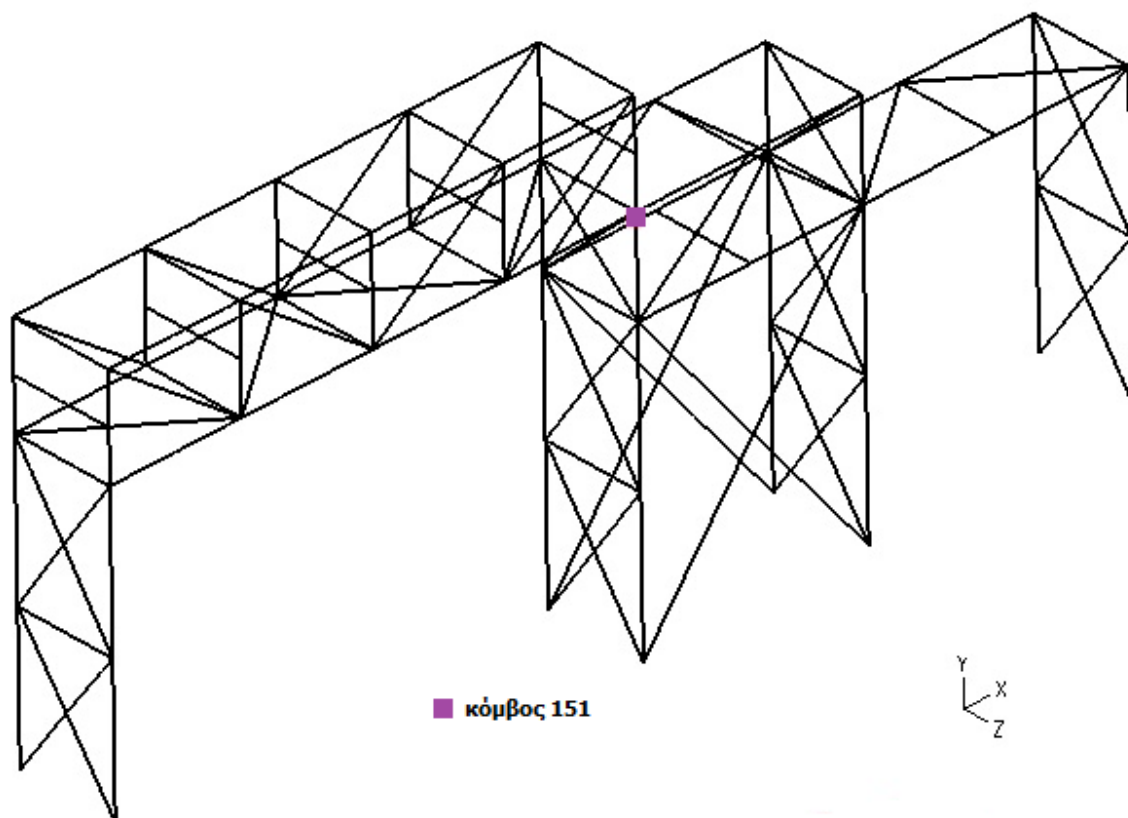
- Το αριστερό τμήμα του φορέα μεταξύ των πλαισίων Π1 και Π2 έχει γραμμική ελαστική συμπεριφορά μέχρι το τέλος της ανάλυσης και δεν επηρεάζεται καθόλου από την συγκεκριμένη φόρτιση.
- Ο κατακόρυφος σύνδεσμος δυσκαμψίας παρουσιάζει μεταλυγισμική αντοχή και χαρακτηρίζεται από ευστάθεια, καθώς ο δρόμος ισορροπίας είναι συνεχώς ανοδικός, έως ότου ολοκληρωθεί η ανάλυση.
- Η συμπεριφορά του δεξιού τμήματος του φορέα, μεταξύ των πλαισίων Π3 και Π4 περιγράφεται από τον δρόμο ισορροπίας του node 2580. Σύμφωνα με αυτόν, λοιπόν, το δεξί τμήμα συμπεριφέρεται αρχικά ελαστικά, μέχρι το σημείο που το υλικό διαρρέει. Από εκεί και πέρα, δεν παραλαμβάνεται άλλο φορτίο, ενώ ο φορέας συνεχίζει να παραμορφώνεται και μάλιστα έντονα. Από το Σχήμα 5-43 φαίνεται ότι καθοριστικό ρόλο στη συμπεριφορά του φορέα παίζει η μη γραμμικότητα της γεωμετρίας, η οποία διακόπτει την ανάλυση πριν τον καθοδικό κλάδο του δρόμου ισορροπίας. Με αυτό τον τρόπο προσδιορίζεται η οριακή αντοχή του φορέα με οριακή τιμή 169.3kN/m.
- Το φορτίο σχεδιασμού για τα μόνιμα κατακόρυφα έχει οριστεί με τιμή 3kN/m², ενώ η οριακή αντοχή του φορέα προκύπτει από τη μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού με οριακό φορτίο 72.56kN/m². Με άλλα λόγια, ο φορέας έχει υπερδιστασιολογηθεί, καθώς μπορεί να παραλαμβάνει πολύ περισσότερο μόνιμο φορτίο σε σχέση με αυτό που πραγματικά έχει σχεδιαστεί. Ωστόσο, να μην παραλείψουμε ότι στον φορέα δεν ασκείται μόνο το φορτίο των αγωγών ως μόνιμο κατακόρυφο φορτίο, αλλά και το ίδιο βάρος της μεταλλικής κατασκευής καθώς και πρόσθετες εντάσεις που προκαλούν στο φορέα οι θερμοκρασιακές μεταβολές του περιβάλλοντος και του περιεχομένου των αγωγών, οι δυνάμεις αγκυρώσεως των αγωγών πάνω στη φέρουσα κατασκευή και οι δυνάμεις τριβής που προκαλούνται λόγω της ολίσθησης των αγωγών πάνω στις εγκάρσιες δοκούς, τα οποία για την συγκεκριμένη εργασία έχουν αμεληθεί.

5.4.2 Συνδυασμός μόνιμων και σεισμικών φορτίων

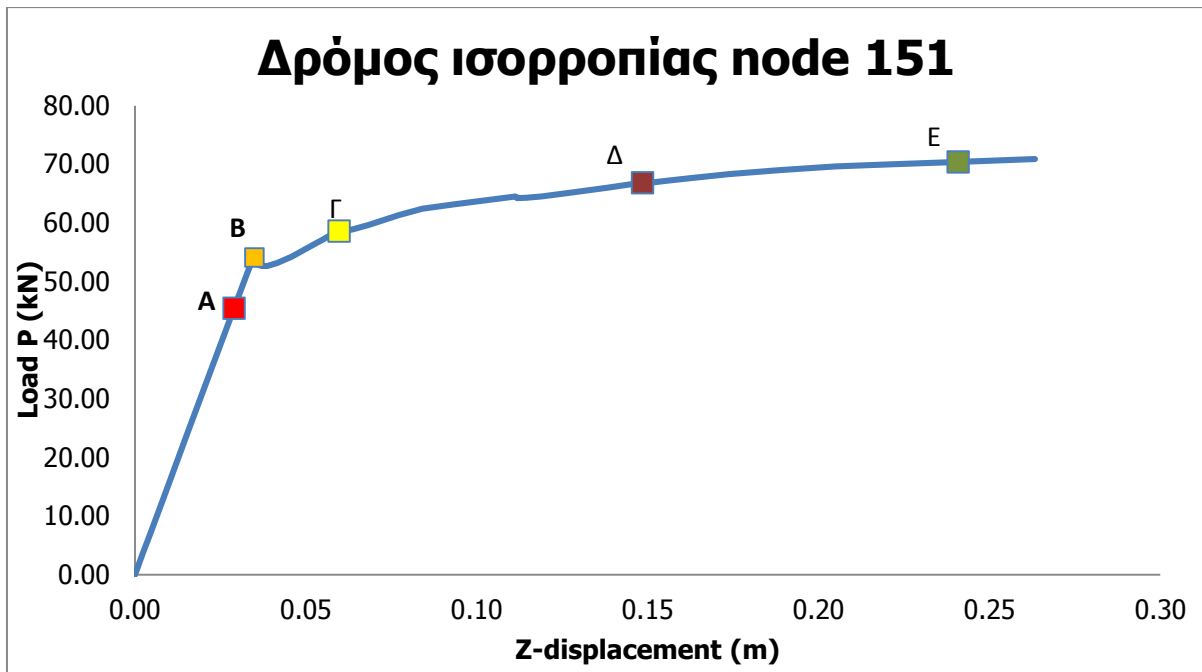
Στη συνέχεια, επιβάλλονται πλευρικά φορτία ως οφειλόμενα σε σεισμό σε συνδυασμό με τα μόνιμα κατακόρυφα. Επιλέγεται τα σεισμικά αυτά φορτία να ασκούνται όπου ασκούνται και τα κατακόρυφα. Στο Σχήμα 5-44 φαίνεται ο συνδυασμός μόνιμων κατακορύφων και σεισμικών φορτίων που ασκούνται πάνω στο φορέα. Η ανάλυση που πραγματοποιήθηκε είναι η collapse με επιλογή η ελεγχόμενη μετακίνηση να δοθεί πάλι στον κόμβο 506, το οποίο είναι πάνω στη τομή των μελών του διαμήκους κατακόρυφου συνδέσμου δυσκαμψίας και για το οποίο η γραμμική ανάλυση λυγισμού (LBA) έδειχνε ότι έχει τη μεγαλύτερη παραμόρφωση. Παρακάτω παρουσιάζεται ο δρόμος ισορροπίας του κόμβου 151, του οποίου η θέση προσδιορίζεται στο Σχήμα 5-45.



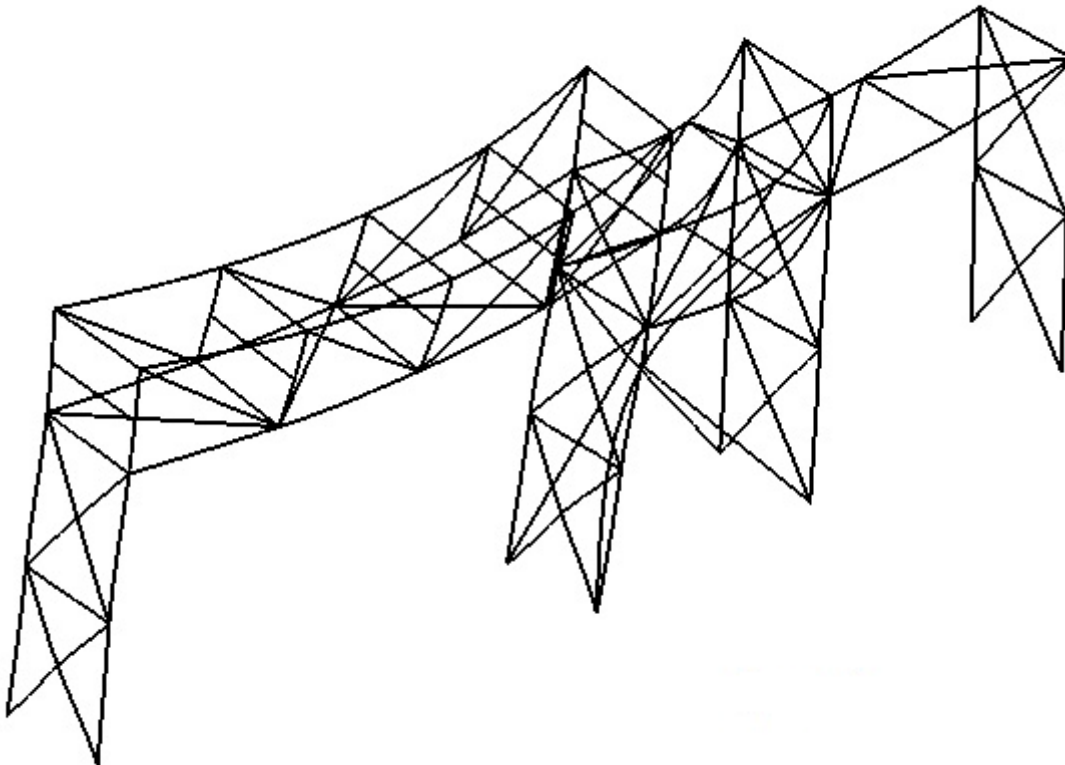
Σχήμα 5-44: Συνδυασμός σεισμικών και μόνιμων φορτίων



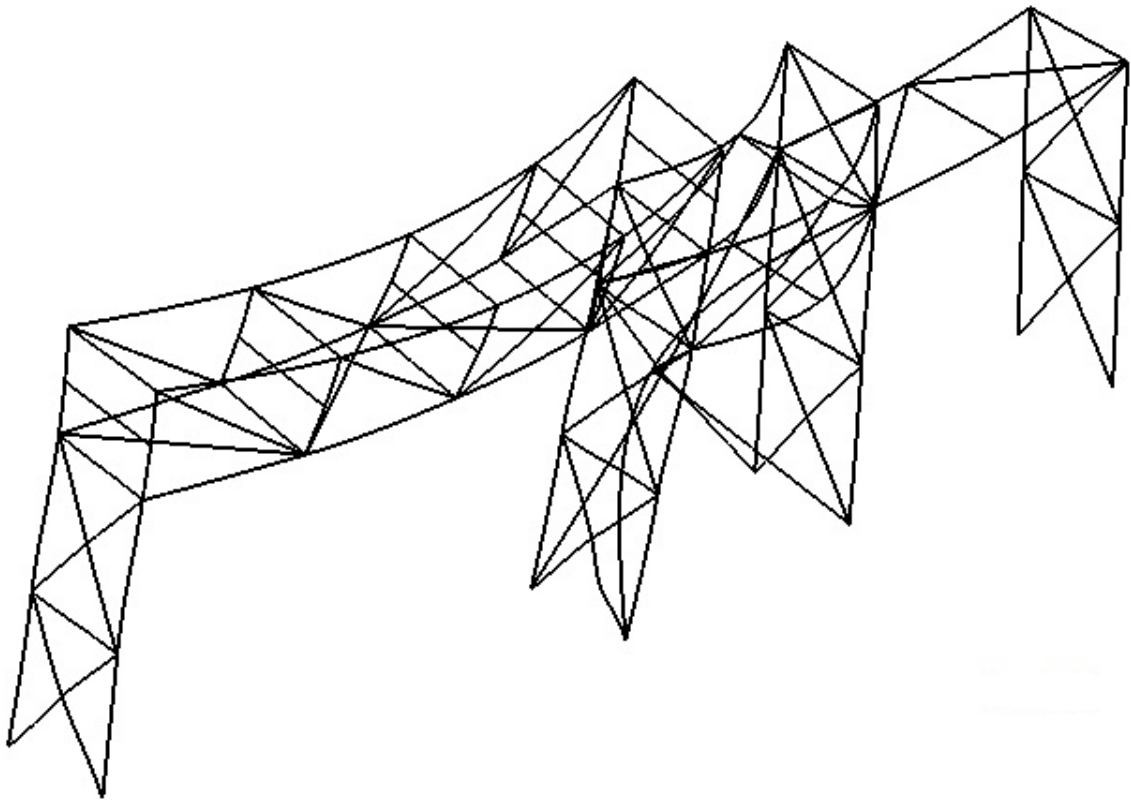
Σχήμα 5-45: Όψη μεταλλικού σημείου και προσδιορισμός του κόμβου 151



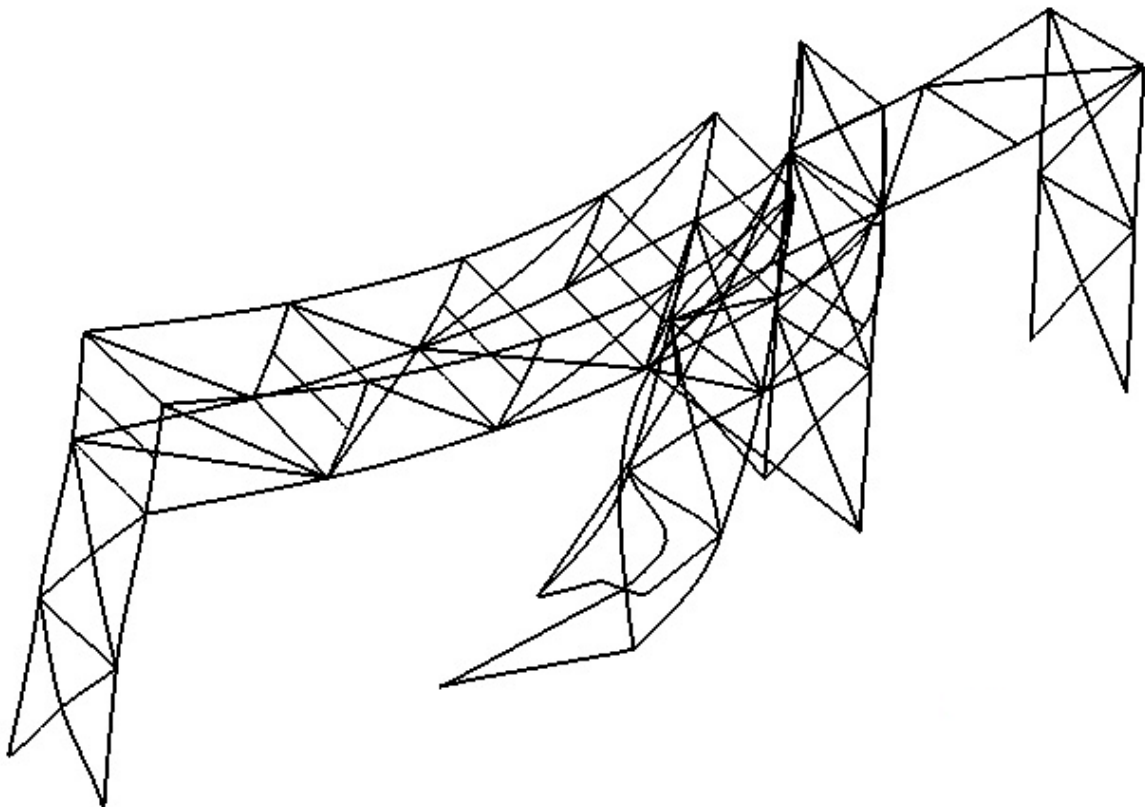
Σχήμα 5-46: Δρόμος ισορροπίας του κόμβου 151



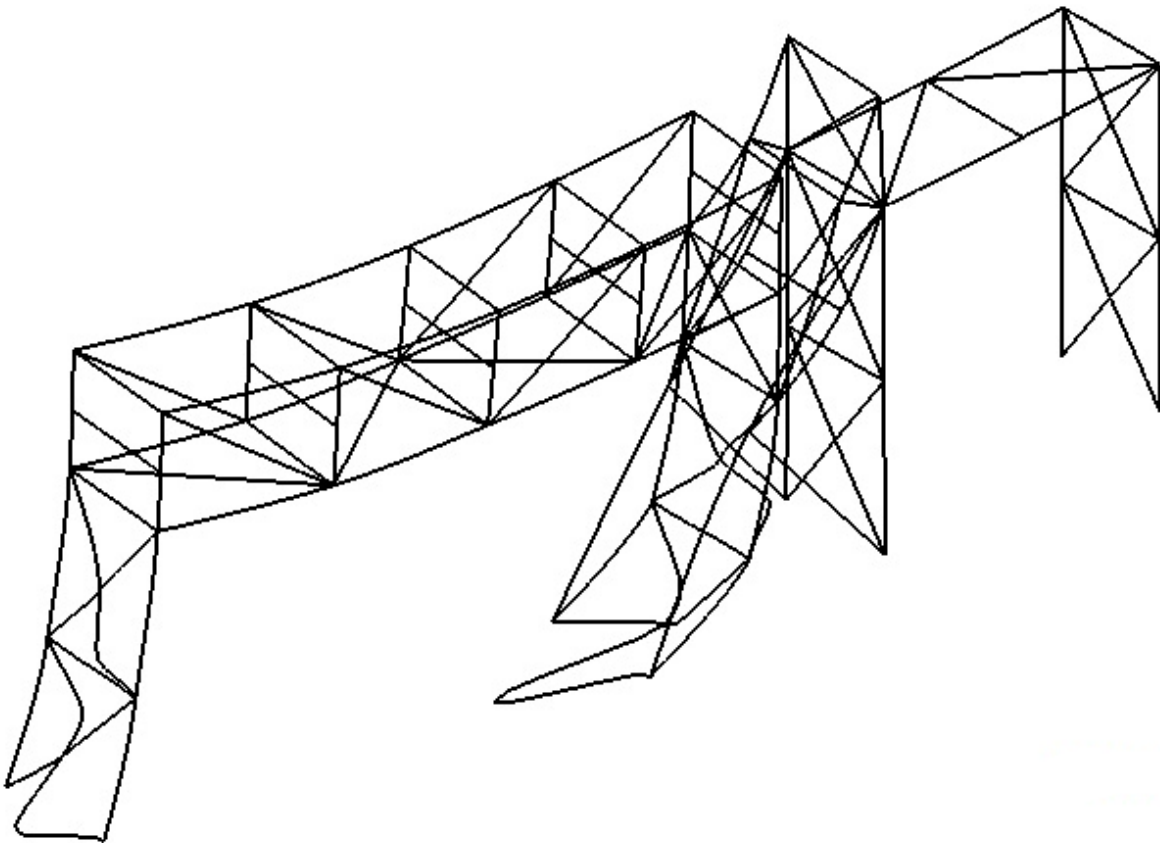
Σχήμα 5-47: Παραμορφωμένη εικόνα του φορέα για το σημείο A



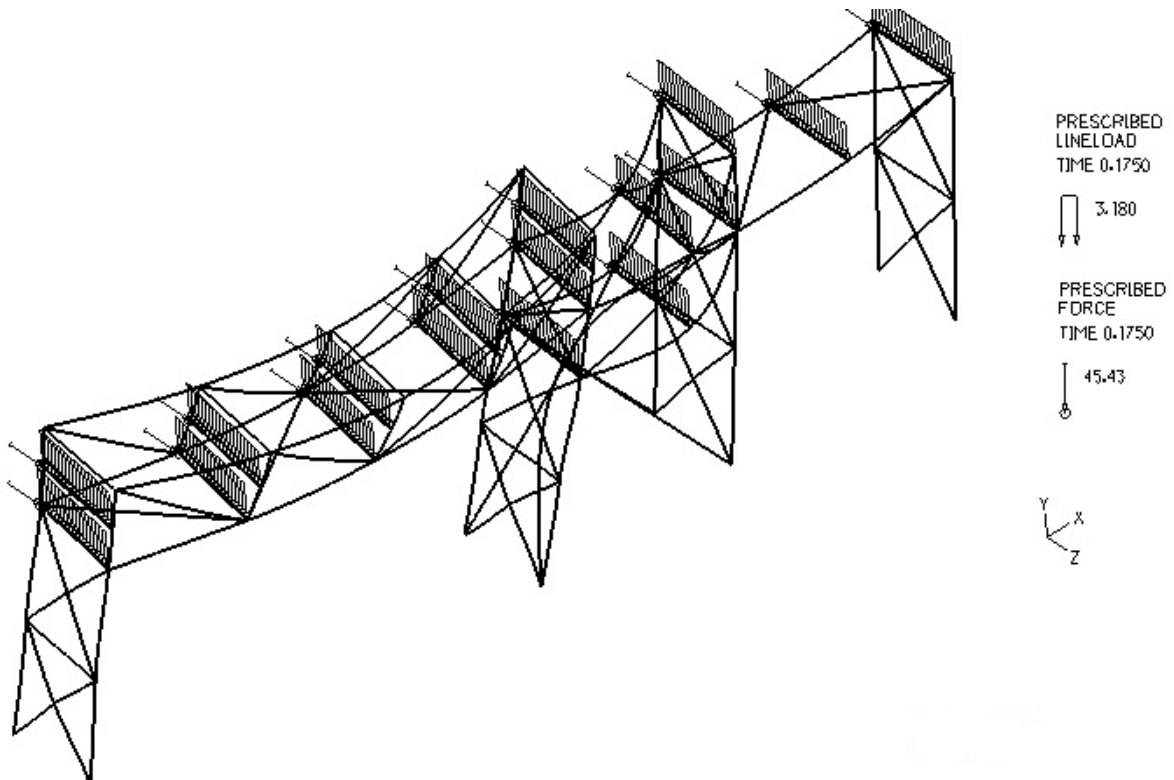
Σχήμα 5-48: Παραμορφωμένη εικόνα του φορέα για το σημείο Β



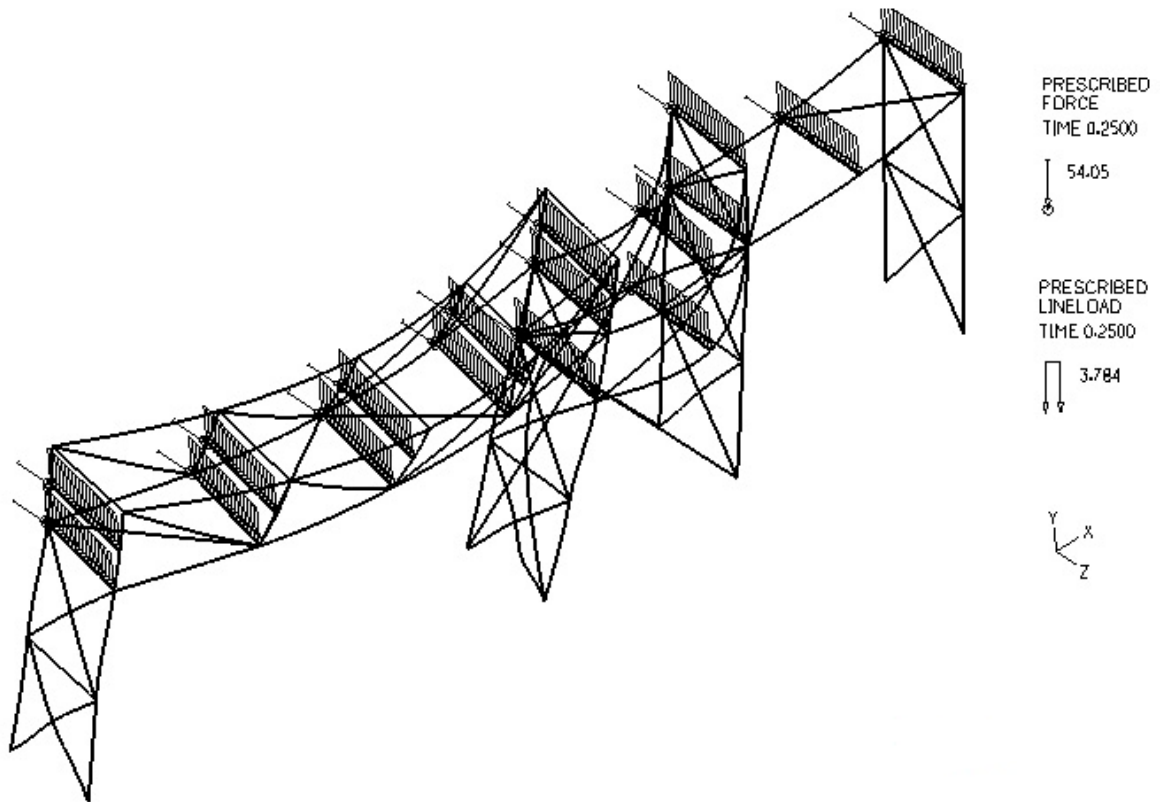
Σχήμα 5-49: Παραμορφωμένη εικόνα του φορέα για το σημείο Γ



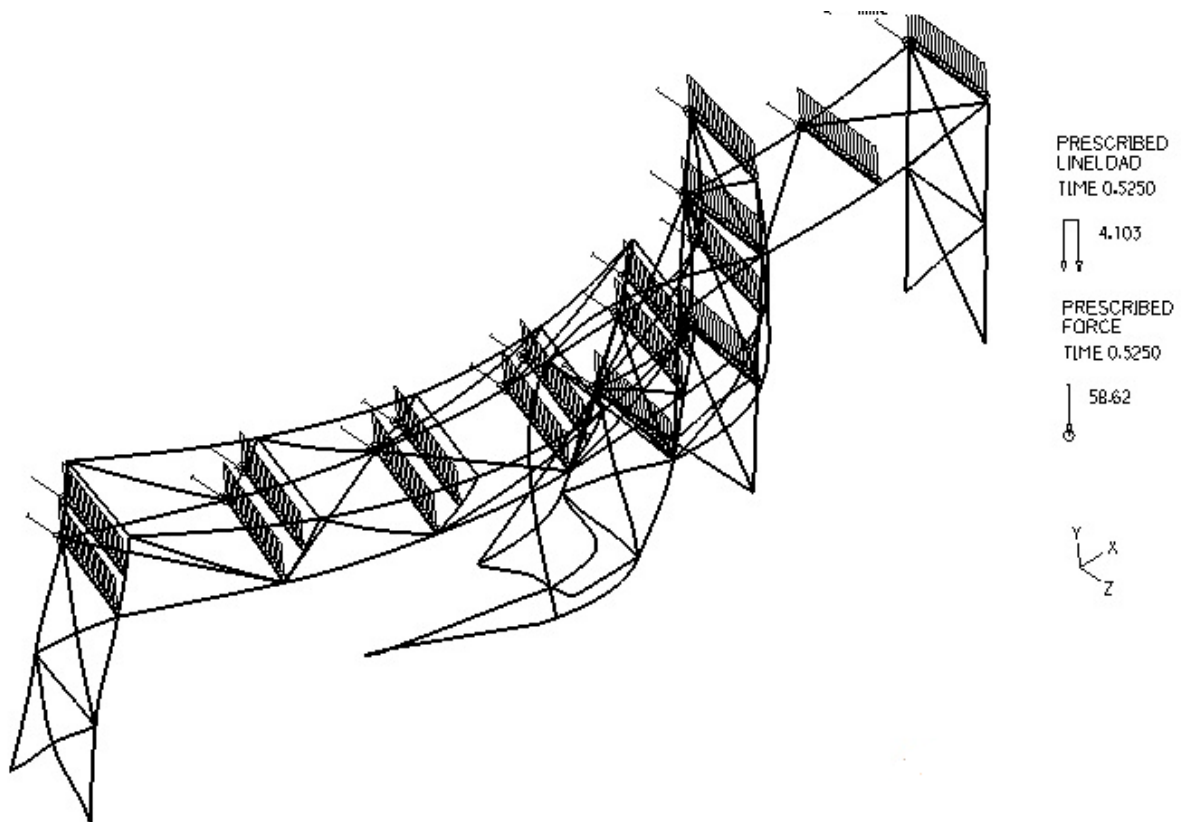
Σχήμα 5-50: Παραμορφωμένη εικόνα του φορέα για το σημείο Δ



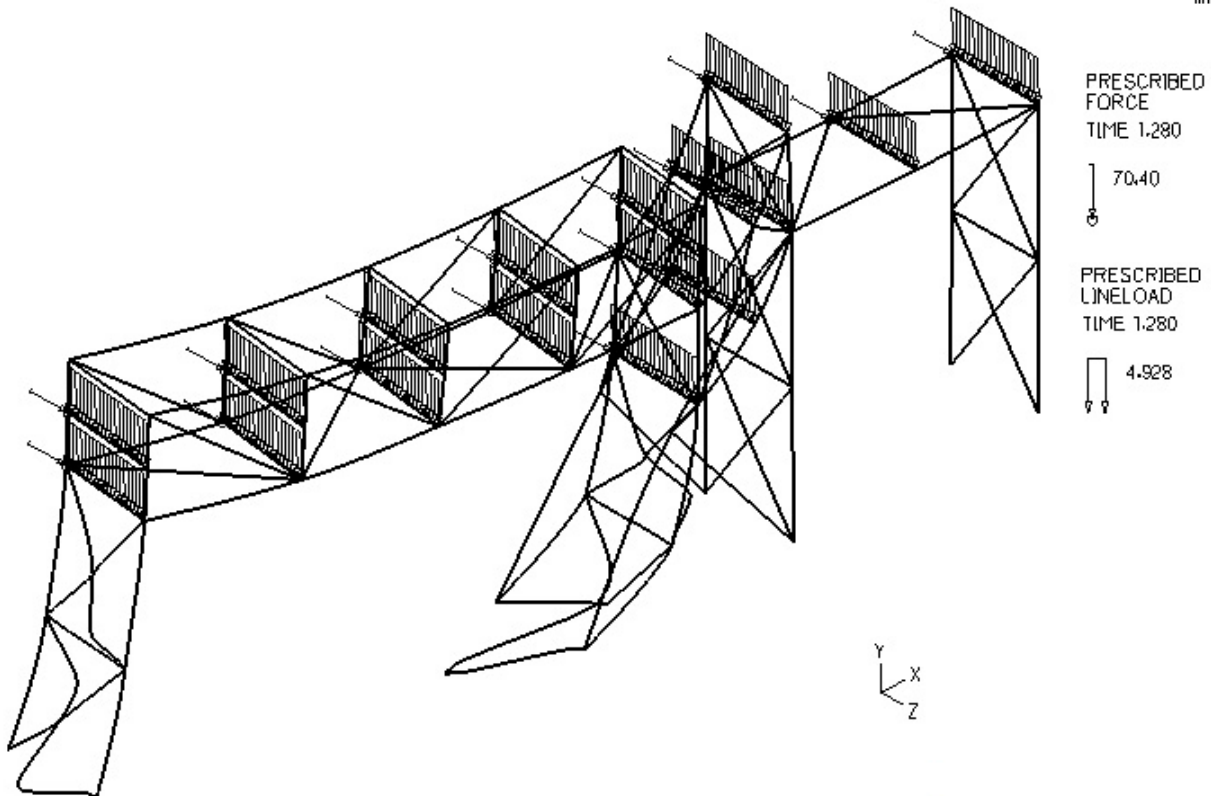
Σχήμα 5-51: Παραμορφωμένη εικόνα του φορέα για το σημείο Α



Σχήμα 5-52: Παραμορφωμένη εικόνα του φορέα για το σημείο Β



Σχήμα 5-53: Παραμορφωμένη εικόνα του φορέα για το σημείο Γ



Σχήμα 5-54: Παραμορφωμένη εικόνα του φορέα για το σημείο Δ

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης για τα μόνιμα κατακόρυφα και σεισμικά φορτία αναδεικνύουν ότι:

- Από τον δρόμο ισορροπίας του Σχήματος 5-46 παρατηρείται ότι μέχρι το σημείο Β οι μετατοπίσεις είναι ανάλογες του φορτίου και η κατάσταση αυτή περιγράφεται με μία ευθεία γραμμή. Για τιμή πλευρικού φορτίου 54.05kN και μετακίνησης κατά την εγκάρσια διεύθυνση 0.035m, όμως, παρατηρείται ότι αλλάζει η μορφή παραμόρφωσης του φορέα, ο οποίος απότομα εγκαταλείπει την ευθύγραμμη κατάσταση και αρχίζει να καμπυλώνεται. Στο σημείο αυτό διαρρέει το υλικό του κατακόρυφου συνδέσμου δυσκαμψίας κατά την εγκάρσια διεύθυνση, που στο Σχήμα 5-45 έχει σχεδιαστεί με κόκκινο χρώμα και ταυτόχρονα λυγίζει το υποστύλωμα του Π2.
- Μετά το σημείο Β, οι μετατοπίσεις παύουν να είναι ανάλογες του φορτίου. Λόγω της έντονης αύξησης των μετατοπίσεων η παραμορφωμένη γεωμετρία του υποστυλώματος διαφέρει σημαντικά από την απαραμόρφωτη. Το είδος μη γραμμικότητας που χαρακτηρίζει τη συγκεκριμένη περίπτωση είναι γεωμετρική μη γραμμικότητα.
- Μεταξύ των σημείων Β και Γ του δρόμου ισορροπίας, το υλικό εξακολουθεί να είναι γραμμικά ελαστικό, διότι δεν έχει ξεπεραστεί ακόμη το όριο διαρροής.
- Στο σημείο Δ βρέθηκε ότι η συμπεριφορά του υλικού γίνεται πλαστική, ενώ οι μετατοπίσεις του φορέα συνεχώς αυξάνονται. Στη συγκεκριμένη περίπτωση εμφανίζεται ταυτόχρονα τόσο γεωμετρική μη γραμμικότητα όσο και μη γραμμικότητα υλικού. Πέραν του σημείου Δ η κλίση του δρόμου ισορροπίας μειώνεται, μέχρι την αστοχία του φορέα.

- Τέλος, το τμήμα του δρόμου ισορροπίας πριν το σημείο Δ λέγεται κύριος δρόμος ισορροπίας, ενώ το υπόλοιπο τμήμα μετά το σημείο αυτό λέγεται δευτερεύων δρόμος ισορροπίας. Το σημείο τομής Β μεταξύ του κύριου και δευτερεύοντα δρόμου ισορροπίας, που αντιστοιχεί και σε απότομη μετάβαση του φορέα από ευθύγραμμη σε καμπυλωμένη μορφή ισορροπίας, ονομάζεται σημείο διακλάδωσης και ο παρατηρούμενος λυγισμός λέγεται και λυγισμός μέσω σημείου διακλάδωσης.

6 ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

6.1 ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν η μελέτη της συμπεριφοράς μιας μεταλλικής κατασκευής σωληνοδιαδρόμων, χρησιμοποιώντας κατάλληλο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων, αφού πρώτα ελέγχθηκε η ακρίβεια των αποτελεσμάτων του.

Αρχικά, περιγράφηκε ο τύπος της κατασκευής αυτής, καθώς και η στατική της μόνωση, η οποία πρέπει να είναι τέτοια, ώστε ο μεταλλικός φορέας να προστατεύει τους αγωγούς από ενδεχόμενη αστοχία και να παραλαμβάνει με ασφάλεια τα επιβαλλόμενα φορτία. Η κατασκευή αυτή χρησιμοποιείται στην βιομηχανία με σκοπό να υποστηριχθούν αγωγοί που μεταφέρουν πετρέλαιο, φυσικό αέριο ή οποιοδήποτε άλλο προς μεταφορά υλικό, που χρησιμοποιείται σε βιομηχανικές διεργασίες. Έτσι, υπάρχει άμεση εξάρτηση των αγωγών από την μεταλλική αυτή κατασκευή και οποιαδήποτε ζημιά στην ανωδομή μπορεί να είναι επικίνδυνη τόσο για την ανθρώπινη υγεία όσο και για το περιβάλλον. Για τον λόγο αυτό απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή κατά τον σχεδιασμό της. Ακόμη, παρουσιάστηκαν τα φορτία που θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά τον σχεδιασμό των μεταλλικών φορέων σωληνοδιαδρόμων, καθώς και κάποιες συνδέσεις των αγωγών πάνω στην φέρουσα κατασκευή. Οι συνδέσεις αυτές ήταν ενδεικτικές, καθώς η επιλογή του τρόπου σύνδεσης των αγωγών πάνω στον φορέα εξαρτάται από το υλικό και την διάμετρο του αγωγού, την θερμοκρασία του περιβάλλοντος και των υλικών που μεταφέρουν οι αγωγοί, αλλά και από την στατική λειτουργία όλου του φορέα.

Για την μελέτη του μεταλλικού φορέα, χρειάστηκε η προσομοίωσή του σε ένα πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων, ενώ για τον σχεδιασμό της κατασκευής χρησιμοποιήθηκαν διατομές διπλού ταυ, καθώς και κοίλες κυκλικές διατομές. Έτσι, για να εκτιμηθεί σωστά η συμπεριφορά της κατασκευής, έπρεπε να ελεγχθεί κατά πόσο το πρόγραμμα προσέγγιζε ικανοποιητικά ή όχι την οριακή αντοχή των παραπάνω διατομών. Η συμπεριφορά της κοίλης κυκλικής διατομής έχει ήδη ελεγχθεί ότι προσεγγίζεται με αρκετή ακρίβεια από το συγκεκριμένο πρόγραμμα και για αυτό δεν ελέγχθηκε στην παρούσα εργασία. Ωστόσο, ο έλεγχος αυτός δεν έχει πραγματοποιηθεί για μια διατομή διπλού ταυ. Για αυτό το λόγο προσδιορίστηκε η συμπεριφορά της συγκεκριμένης διατομής με δύο διαφορετικούς τρόπους και στη συνέχεια πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις σε απλούς φορείς. Ο πρώτος τρόπος ήταν να χρησιμοποιηθεί η διατομή διπλού ταυ που έχει το πρόγραμμα ως επιλογή, ενώ ο δεύτερος τρόπος ήταν να περιγραφεί η συγκεκριμένη διατομή χρησιμοποιώντας σχέσεις ροπών-καμπυλοτήτων. Σχετικά με τον δεύτερο τρόπο, εξήχθησαν οι αναλυτικές σχέσεις που συσχετίζουν τη ροπή με την καμπυλότητα για

διάφορα επίπεδα αξονικής δύναμης στην ελαστική και ελαστοπλαστική περιοχή, θεωρώντας ότι το υλικό συμπεριφέρεται ελαστικά-απολύτως πλαστικά. Για την εξαγωγή αυτών των αναλυτικών εκφράσεων οι διατομές υποβλήθησαν σε απλή κάμψη περί τον ισχυρό και ασθενή τους άξονα, καθώς και σε ταυτόχρονη κάμψη με αξονική δύναμη. Ωστόσο, για κάμψη περί τον ασθενή άξονα της διατομής χρησιμοποιήθηκαν οι σχέσεις της ορθογωνικής διατομής, ώστε να απλοποιηθούν οι υπολογισμοί. Ο λόγος ήταν ότι για μικρές τιμές αξονικής δύναμης, ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται εντός του κορμού της διατομής διπλού ταυ, ενώ το εμβαδόν αυτό του κορμού που συμμετέχει στην αντοχή όλης της διατομής είναι πολύ μικρό και έτσι μπορεί να αμεληθεί χωρίς να υπάρχουν σημαντικές αποκλίσεις από τα αποτελέσματα που θα προέκυπταν εάν αυτός είχε συμπεριληφθεί. Η διαδικασία εξαγωγής των αναλυτικών εκφράσεων ροπής-καμπυλοτήτων για μία μόνο διατομή, όμως, απαιτούσε μεγάλο όγκο υπολογισμών και αρκετό χρόνο. Οπότε, για την συγκεκριμένη μεταλλική κατασκευή, στην οποία χρησιμοποιήθηκαν περισσότερες από μία διατομές, θα έπρεπε να βρεθεί ένας άλλος τρόπος υπολογισμού των σχέσεων ροπών-καμπυλοτήτων. Για αυτό χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα Biaxial, Διαξονική Κάμψη, το οποίο υπολογίζει αριθμητικά τις τιμές ροπών-καμπυλοτήτων. Ακολουθώντας, οι αναλυτικές εκφράσεις συγκρίθηκαν με τα αριθμητικά αποτελέσματα. Έτσι, αποδείχθηκε ότι τα αριθμητικά αποτελέσματα είναι ακριβή και υπολογίζονται πολύ γρήγορα και χωρίς ενδεχόμενο λάθους, σε αντίθεση με τις αναλυτικές εκφράσεις, όπου για μία διατομή απαιτείται μεγάλος όγκος υπολογισμών και με πιθανότητα σφάλματος.

Στη συνέχεια, έπρεπε να ελεγχθεί κατά πόσο το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων, στο οποίο προσομοιώθηκε ο μεταλλικός φορέας, προσέγγιζε ικανοποιητικά ή όχι την οριακή αντοχή της διατομής διπλού ταυ. Για τον λόγο αυτό, λοιπόν, πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις σε απλούς φορείς ελαστοπλαστικής απόκρισης, χρησιμοποιώντας τους δύο τρόπους που περιγράφηκαν στην προηγούμενη παράγραφο. Πιο αναλυτικά, χρησιμοποιήθηκε μία διατομή διπλού ταυ και πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις σε μία αμφιέριστη και αμφίπακτη δοκό, καθώς και σε ένα αμφιαρθρωτό και αμφίπακτο πλαίσιο. Στις εφαρμογές αυτές, η διατομή περιγράφηκε τόσο με σχέσεις ροπών-καμπυλοτήτων που εξήχθησαν από το πρόγραμμα Biaxial, όσο και με την διατομή διπλού ταυ που το πρόγραμμα είχε ως επιλογή και ελέγχθηκε ποιος από τους δύο τρόπους περιέγραφε σε ικανοποιητικό βαθμό την συμπεριφορά της διατομής αυτής. Τα αριθμητικά αποτελέσματα που προέκυψαν από τις συγκεκριμένες εφαρμογές, συγκρίθηκαν με τις αναλυτικές λύσεις. Έτσι, αποδείχθηκε πως η συμπεριφορά μιας διατομής διπλού ταυ, η οποία προσομοιώνεται στο συγκεκριμένο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων με ραβδωτά πεπερασμένα στοιχεία, περιγράφεται με ακρίβεια όταν χρησιμοποιούνται σχέσεις ροπών-καμπυλοτήτων.

Τέλος, μορφώθηκε το υπολογιστικό προσομοίωμα του μεταλλικού φορέα σωληνοδιαδρόμων και πραγματοποιήθηκαν γραμμικές αναλύσεις λυγισμού, καθώς και μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού. Στη κατασκευή χρησιμοποιήθηκαν τόσο διατομές διπλού ταυ, όσο και κοίλες κυκλικές διατομές. Οι διατομές διπλού ταυ περιγράφονταν με σχέσεις ροπών-καμπυλοτήτων, ενώ οι κοίλες κυκλικές διατομές με την αντίστοιχη διατομή που το πρόγραμμα είχε ως επιλογή. Στο φορέα ασκήθηκαν μόνιμα και σεισμικά φορτία και μέσω των μη γραμμικών αναλύσεων γεωμετρίας και υλικού μελετήθηκε η συμπεριφορά του.

6.2 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από την σύγκριση των αναλυτικών εκφράσεων ροπών-καμπυλοτήτων με τα αριθμητικά αποτελέσματα μιας διατομής διπλού ταυ, προέκυψαν σημαντικά συμπεράσματα για τον τρόπο περιγραφής της συγκεκριμένης διατομής. Οι αναλυτικές εκφράσεις δίνουν την δυνατότητα στον μελετητή να παρακολουθεί την συμπεριφορά της διατομής, όταν αυτή υποβάλλεται τόσο σε απλή κάμψη περί τον

ισχυρό και ασθενή της άξονα όσο και σε ταυτόχρονη κάμψη με αξονική δύναμη. Επιπλέον, μέσω των εκφράσεων αυτών υπολογίζονται οι τιμές ροπών-καμπυλοτήτων για οποιαδήποτε διατομή διπλού ταυ, έτσι ώστε να πραγματοποιούνται ελαστοπλαστικές αναλύσεις σε πλαισιακές κατασκευές, οι οποίες προσομοιώνονται με ραβδωτά πεπερασμένα στοιχεία, παρά με στοιχεία κελύφους, με τα οποία αυξάνεται σημαντικά ο υπολογιστικός όγκος των αναλύσεων. Ωστόσο, για την εξαγωγή των αναλυτικών εκφράσεων μίας μόνο διατομής απαιτείται αρκετός χρόνος και υπάρχει αυξημένη πιθανότητα σφάλματος. Για το λόγο αυτό, εξετάστηκε η δυνατότητα υπολογισμού των τιμών ροπών-καμπυλοτήτων αριθμητικά, τα οποία συγκρίθηκαν με τα αποτελέσματα των αναλυτικών εκφράσεων, ώστε να ελεγχθεί η ακρίβειά τους. Έτσι, αποδείχθηκε ότι τα αριθμητικά αποτελέσματα είναι ακριβή και μάλιστα ο υπολογισμός τους πραγματοποιείται πολύ γρήγορα και χωρίς ενδεχόμενο σφάλματος, σε αντίθεση με τα αποτελέσματα από αναλυτικές εκφράσεις.

Οι τιμές αυτές ροπών-καμπυλοτήτων εισάγονται σε πολλά προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων, ώστε να πραγματοποιηθούν ελαστοπλαστικές αναλύσεις σε φορείς που προσομοιώνονται με ραβδωτά πεπερασμένα στοιχεία. Ωστόσο, τα προγράμματα αυτά ενδέχεται να έχουν τη διατομή διπλού ταυ ως έτοιμη επιλογή και να μην χρειάζεται ο υπολογισμός και η εισαγωγή των τιμών ροπών-καμπυλοτήτων από τον μελετητή. Μάλιστα, το πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία είχε διαθέσιμες και τις δύο επιλογές, δηλαδή ο μελετητής μπορεί είτε να εισάγει τις τιμές ροπών-καμπυλοτήτων για τις διατομές διπλού ταυ που αυτός επιθυμεί, είτε να επιλέγει κατευθείαν από το πρόγραμμα τη συγκεκριμένη διατομή. Έτσι, πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις σε απλούς φορείς και με τους δύο τρόπους που αναφέρθηκαν παραπάνω και διαπιστώθηκε ότι η συμπεριφορά μιας διατομής διπλού ταυ, η οποία προσομοιώνεται στο συγκεκριμένο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων με ραβδωτά πεπερασμένα στοιχεία, περιγράφεται με ακρίβεια όταν χρησιμοποιούνται σχέσεις ροπών-καμπυλοτήτων.

Τέλος, από τις μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού που πραγματοποιήθηκαν στον μεταλλικό φορέα, προέκυψαν σημαντικά συμπεράσματα για την συμπεριφορά του. Αρχικά, ο φορέας μελετήθηκε υπό την δράση μόνιμων φορτίων και πραγματοποιήθηκε μη γραμμική ανάλυση υλικού καθώς και μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού. Διαπιστώθηκε πως όταν στον φορέα υποβάλλονταν μόνιμα φορτία, κρισιμότερη ήταν η γεωμετρία παρά το υλικό. Επιπλέον, το φορτίο σχεδιασμού για τα μόνιμα φορτία είχε οριστεί με τιμή 3kN/m^2 , ενώ η οριακή αντοχή του φορέα προέκυψε από τη μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού με οριακό φορτίο 72.56kN/m^2 . Με άλλα λόγια, διαπιστώθηκε πως ο φορέας έχει υπερδιαστασιολογηθεί, όταν του επιβάλλονται μόνο μόνιμα φορτία, καθώς μπορεί να παραλαμβάνει πολύ περισσότερο φορτίο σε σχέση με αυτό που πραγματικά έχει σχεδιαστεί. Επιπλέον, στην κατασκευή επιβλήθηκαν και οριζόντια φορτία, τα οποία προσομοίαζαν τα σεισμικά φορτία και πραγματοποιήθηκε μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού από την οποία προέκυψαν συμπεράσματα για τον τρόπο με τον οποίο συμπεριφέρεται η κατασκευή. Ωστόσο, τα αποτελέσματα των αναλύσεων αυτών πρέπει να συνοδεύονται από εικόνες που παρουσιάζουν την παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα, καθώς και από κατάλληλους δρόμους ισορροπίας, ώστε να είναι κατανοητός ο τρόπος συμπεριφοράς της κατασκευής. Τα αποτελέσματα αυτά, όμως, έχουν ήδη παρουσιαστεί στο κεφάλαιο 5, στο οποίο έχουν γίνει οι παραπάνω αναλύσεις για τα μόνιμα και σεισμικά φορτία και για αυτό δεν θα παρουσιαστούν πάλι σε αυτή την παράγραφο.

6.3 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ

Οι μεταλλικοί φορείς σωληνοδιαδρόμων χρησιμοποιούνται στη βιομηχανία για να υποστηρίξουν αγωγούς που μεταφέρουν πετρέλαιο, φυσικό αέριο ή άλλα υλικά που χρησιμοποιούνται σε βιομηχανικές διεργασίες και οποιαδήποτε ζημιά στην ανωδομή μπορεί να είναι επικίνδυνη τόσο για την ανθρώπινη ζωή όσο και για το ίδιο το περιβάλλον. Για αυτό, θα πρέπει οι φορείς αυτοί να σχεδιάζονται

με μεγάλη προσοχή. Στην παρούσα εργασία, έχει μελετηθεί η συμπεριφορά του μεταλλικού φορέα όταν του επιβάλλονται τα φορτία των αγωγών και τα σεισμικά φορτία. Ωστόσο, στον φορέα επιβάλλονται και άλλα φορτία που θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά τη μελέτη, ώστε να προσεγγίζεται σε ικανοποιητικό βαθμό η πραγματική συμπεριφορά του. Γι' αυτό, θα πρέπει να πραγματοποιηθούν οι μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού λαμβάνοντας υπόψη το ίδιο βάρος της μεταλλικής κατασκευής, καθώς και πρόσθετες εντάσεις που προκαλούν στο φορέα οι θερμοκρασιακές μεταβολές του περιβάλλοντος και του περιεχομένου των αγωγών, οι δυνάμεις αγκυρώσεως των αγωγών πάνω στη φέρουσα κατασκευή και οι δυνάμεις τριβής που προκαλούνται λόγω της ολίσθησης των αγωγών πάνω στις εγκάρσιες δοκούς, τα οποία έχουν αμεληθεί στην συγκεκριμένη εργασία.

Τέλος, ο μεταλλικός φορέας οφείλει να προστατεύει τους αγωγούς από ενδεχόμενη αστοχία. Έτσι, τέτοιου είδους κατασκευές αξίζουν ιδιαίτερης προσοχής για να διασφαλιστούν από κάποιο τυχηματικό γεγονός, όπως οι σεισμοί. Επιπλέον, τα συστήματα σωληνώσεων και τα εξαρτήματα τους έχουν διαπιστωθεί ότι είναι ιδιαίτερα επιρρεπή έναντι σεισμού, καθώς κατά την διάρκεια προηγούμενων σεισμών είχαν υποστεί αρκετές ζημιές, προκαλώντας σοβαρά ατυχήματα τόσο σε ανθρώπινες ζωές όσο και στο περιβάλλον. Γι' αυτό θα πρέπει να μελετάται η συμπεριφορά αυτών των κατασκευών υπό την δράση σεισμικών φορτίων, όταν η εγκατάσταση παραγωγής ενέργειας βρίσκεται σε λειτουργία. Επομένως, θα πρέπει να πραγματοποιηθούν μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού στον συγκεκριμένο φορέα, όταν του επιβάλλονται τα μόνιμα φορτία και σταδιακά θα αυξάνονται τα σεισμικά φορτία. Με αυτό τον τρόπο, θα προσδιοριστεί ένας σεισμικός συντελεστής επιτάχυνσης, ο οποίος θα ορίζεται ως ο λόγος της συνισταμένης των οριζοντίων αντιδράσεων προς τη συνισταμένη των κατακορύφων, από τον οποίο θα συμπεραίνεται εάν η κατασκευή είναι ικανή να παραλαμβάνει με ασφάλεια τα μόνιμα και σεισμικά φορτία, χωρίς να υπάρχει ο κίνδυνος αστοχίας της.