



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
Τομέας Τεχνολογίας των Κατεργασιών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του Λυκάκου Σταύρου

«Μελέτη των μηχανισμών κατάρρευσης κελυφών υβριδικής γεωμετρίας»

“Study of the developed collapse modes during the crushing of shells of hybrid geometry”

Επιβλέπων: Δημήτριος Ε. Μανωλάκος (καθηγητής Ε.Μ.Π.)

ΑΘΗΝΑ, ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2016



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
Τομέας Τεχνολογίας των Κατεργασιών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του Λυκάκου Σταύρου

«Μελέτη των μηχανισμών κατάρρευσης κελυφών υβριδικής γεωμετρίας»

“Study of the developed collapse modes during the crushing of shells of hybrid geometry”

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή στις _____

- 1) Δημήτριος Ε. Μανωλάκος (καθηγητής ΕΜΠ),
- 2) Γεώργιος-Χριστόφορος Βοσνιάκος (καθηγητής ΕΜΠ),
- 3) Άγγελος Μαρκόπουλος (λέκτορας ΕΜΠ),

ΑΘΗΝΑ, ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2016

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Για την επίτευξη της παρούσας εργασίας, η συμβολή ορισμένων ανθρώπων ήταν καθοριστικής σημασίας και η ένδειξη της ευγνωμοσύνης μου πίσω από αυτές τις λέξεις, είναι το λιγότερο που μπορώ να κάνω.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Δ. Ε. Μανωλάκο, για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με αυτό το ενδιαφέρον θέμα. Πέρα από το τυπικό μέρος της συμβολής ενός καθηγητή, το οποίο εκπλήρωσε με τον καλύτερο δυνατό τρόπο, υπήρξε πολύτιμος σύμβουλος σε διάφορα θέματα που αφορούσαν τη ζωή μου και αρωγός σε κάθε μου προσπάθεια, καθ' όλα τα έτη των σπουδών μου στο ΕΜΠ.

Συνεχίζοντας, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Κωστάζο Πρωτεσίλαο (μέλος Ε.ΔΙ.Π.) για τη διεξαγωγή των πειραμάτων, τις συμβουλές του κατά την αριθμητική προσομοίωση και για την προθυμία του να με βοηθήσει σε κάθε δυσκολία που αντιμετώπισα σ' αυτήν την εργασία. Δε θα μπορούσα παραλείψω τον Νικόλαο Μελισσά (τεχνικό προσωπικό) και Κωνσταντίνο Κερασιώτη (μέλος Ε.Τ.Ε.Π.) για τη βοήθειά τους στην πειραματική διαδικασία.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον φιλόλογο Φουρτουνέλη Σπυρίδωνα για την επιμέλεια του τελικού κειμένου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Οι μεταλλικές δομές λεπτού πάχους χρησιμοποιούνται κατά κόρον στη βιομηχανία οχημάτων, οπότε κρίνεται σκόπιμο να διερευνηθεί η ικανότητα τους να απορροφούν ενέργεια, και κατ' επέκταση να προστατεύουν τους επιβάτες/εμπορεύματα σε πιθανή σύγκρουση.

Η μορφή των κελυφών που μελετώνται, χαρακτηρίζεται από τη συνεχή μεταβολή του σχήματος της διατομής τους κατά το αξονικό ύψος. Έχουν δύο παράλληλες βάσεις, μία κυκλική και μία τετραγωνική (διατομή υβριδικής γεωμετρίας). Κάθε δοκίμιο κατασκευάστηκε από δύο συγκολλημένα συμμετρικά φύλλα μαλακού χάλυβα (mild steel) και υποβλήθηκε σε αξονική οιοονεί στατική (quasi-static) θλιπτική φόρτιση σε Universal μηχανή δοκιμών.

Για την προσομοίωση της συμπεριφοράς κατάρρευσης των κελυφών χρησιμοποιήθηκε ο Κώδικας Πεπερασμένων Στοιχείων, LS-DYNA. Μετά την πειραματική τεκμηρίωση της αριθμητικής προσομοίωσης, διενεργήθηκε αριθμητική παραμετρική ανάλυση. Γι' αυτό, δημιουργήθηκαν πρόσθετα αριθμητικά μοντέλα σχήματος κόλουρου κώνου και κόλουρης τετραγωνικής πυραμίδας. Σε κάθε μοντέλο η μεταβλητή παράμετρος ήταν η περίμετρος της μίας βάσης, ενώ το υλικό, το αξονικό ύψος, το πάχος και η περίμετρος της άλλης βάσης, παρέμειναν σταθερά.

Έγινε λεπτομερής σύγκριση μεταξύ των πειραματικών και των αριθμητικών αποτελεσμάτων που προέκυψαν, καθώς και περαιτέρω σχολιασμός επ' αυτών, και εξήχθησαν χρήσιμα συμπεράσματα.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: απορροφητής ενέργειας, λεπτότοιχο κέλυφος, πλαστικός αρμός, αξονική κατάρρευση, τρόπος κατάρρευσης, μοτίβο κατάρρευσης, οιοονεί στατική καταπόνηση, Ls-Dyna, crashworthiness, υβριδική γεωμετρία.

ABSTRACT

Metallic thin-walled structures are extensively used in vehicle industry, thus their ability to absorb energy and therefore to protect passengers/cargo in a possible collision should be investigated.

The form of the shells being studied is characterized by the continuous change of their cross-sectional shape along axial height. They have two parallel bases, the one being circular and the other being square (cross-section of hybrid geometry). Each specimen was built with two welded symmetrical sheets of mild steel and was subjected to axial quasi-static compressive loading in a Universal test machine.

The Finite Element Code Ls-Dyna was used to simulate the crushing behavior of the shells. After the experimental validation of the numerical simulation, a numerical parametric analysis was carried out. For this, additional models of frusta with circular and square cross-section were created. In all numerical models the varying parameter was the perimeter of one base, while the material, the shell thickness, the axial length and the perimeter of the other base remained constant.

A detailed comparison of the obtained experimental and numerical results along with a further discussion on them were conducted and useful concluding remarks were drawn.

KEYWORDS: energy absorber, thin-walled shell, plastic hinge, axial crushing, deformation mode, quasi-static loading, Ls-Dyna, crashworthiness, hybrid geometry.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1. Ατυχήματα	1
1.1.1. Γενικά	1
1.1.2. Στατιστικά στοιχεία σε παγκόσμιο επίπεδο	1
1.1.3. Η κατάσταση στην Ελλάδα	3
1.1.4. Συνέπειες ατυχημάτων στον ανθρώπινο οργανισμό	4
1.2. Crashworthiness (αντοχή σε σύγκρουση)	5

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

2.1. Γενικά	7
2.2. Ls-Dyna	8

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΑΠΟΡΡΟΦΗΤΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ (Energy Absorbers)

3.1. Ορισμός	9
3.2. Γενικές αρχές	9
3.3. Μέθοδοι κατάρρευσης κελυφών λεπτού πάχους	11
3.3.1. Αναστροφή (inversion)	12
3.3.2. Αξονικός διαχωρισμός (tearing/splitting)	12
3.3.3. Πλευρική κατάρρευση (lateral compression/flattening)	13
3.3.4. Πλευρική άσκηση σημειακού φορτίου (lateral indentation)	13
3.3.5. Αξονική κατάρρευση (axial crushing)	13

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

4.1. Γενικά	15
4.2. Ορισμοί-συμπληρωματικές έννοιες	15
4.2.1. Πλαστικός αρμός (plastic hinge)	15
4.2.2. Ροπή πλήρους πλαστικοποίησης (M_p)	16
4.3. Αξονική κατάρρευση σωλήνων κυκλικής διατομής	17
4.3.1. Γενικά	17
4.3.2. Αξονοσυμμετρική κατάρρευση	19
4.3.3. Μη συμμετρικός τρόπος κατάρρευσης	23
4.4. Αξονική κατάρρευση κόλινων τετραγωνικών πυραμίδων	37

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ

5.1. Γενικά	46
5.2. Μηχανή δοκιμής Universal	46
5.3. Σφύρα ελεύθερης πτώσης, ολισθαίνουσα σφύρα και εκκρεμές (Drop hammer, sled and pendulum)	48
5.4. Split Hopkinson pressure bar	50
5.5. Όπλα αερίου (Gas guns) και άλλες τεχνικές	52

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

6.1. Γενικά	53
6.2. Περιγραφή δοκιμών	53
6.3. Μηχανικές ιδιότητες υλικού κατασκευής	54
6.4. Επίδραση της συγκόλλησης στο τελικό έργο απορρόφησης	56
6.5. Ονοματολογία-Διαστάσεις	58

6.6. Πειραματική διάταξη	59
6.7. Δείκτες αξιολόγησης απορροφητών ενέργειας	60
6.8. Πειραματικές συνθήκες	61

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ

7.1. Γενικά	62
7.2. Περιγραφή αριθμητικών μοντέλων	62
7.3. Σχεδιασμός και τοποθέτηση πλέγματος	64
7.4. Εισαγωγή δεδομένων	68
7.5. Επεξεργασία αποτελεσμάτων	75

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

8.1. Γενικά	76
8.2. Σύγκριση δοκιμών-αριθμητικών μοντέλων	76
8.2.1. Κελύφη 100-70	76
8.2.2. Κελύφη 100	86
8.2.3. Σχολιασμός	96
8.3. Παραμετρική ανάλυση	103
8.3.1. Γενικά	103
8.3.2. Πίνακες αποτελεσμάτων	103
8.3.3. Διαγράμματα και σχολιασμός	105
8.4. Συμπεράσματα	110

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	113
---------------------------	-----

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	115
--------------------------	-----

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β	120
--------------------------	-----

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1. Ατυχήματα

1.1.1. Γενικά

Η τεχνολογική πρόοδος έχει οδηγήσει στην αύξηση του πλήθους των οχημάτων, του βάρους τους, των αποστάσεων που διανύουν αλλά και των ταχυτήτων που επιτυγχάνουν. Αυτό πρακτικά σημαίνει πως αν αυτά τα οχήματα συγκρουστούν, θα παρουσιαστούν σοβαρές επιπτώσεις σε ανθρώπους και περιβάλλον [1].

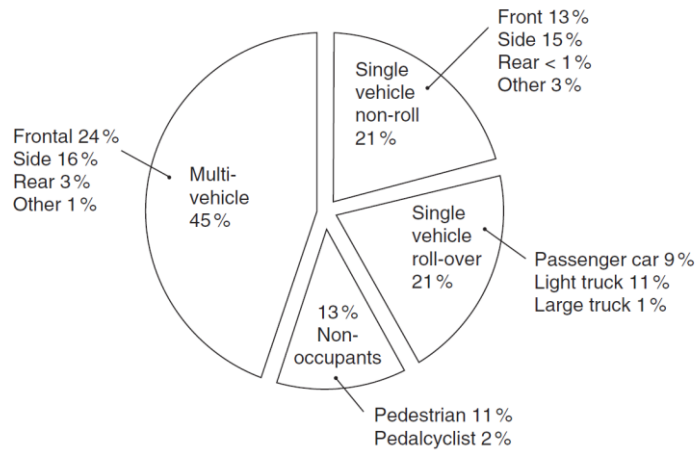
Το παγκόσμιο ενδιαφέρον διαρκώς αυξάνεται όσον αφορά τον ασφαλή σχεδιασμό συστημάτων που έχουν στόχο τη μείωση των ανθρώπινων τραυματισμών/θανάτων, καθώς και των οικονομικών επιπτώσεων που προκύπτουν απ' αυτούς. Η σύγκρουση των οχημάτων είναι ένα ατυχές φαινόμενο αλλά παρουσιάζεται αρκετά συχνά [2].

Με βάση τα παραπάνω, είναι αυτονόητο ότι τα μελλοντικά οχήματα πρέπει να σχεδιάζονται με σκοπό την προστασία των επιβατών, αλλά και των εμπορευμάτων που μεταφέρουν, κατά τη σύγκρουσή τους. Στις μέρες μας υπάρχει η τάση για την παραγωγή ελαφρότερων δομών, που συνεπάγεται αυξημένες σχεδιαστικές απαιτήσεις. Αυτό συμβαίνει διότι ένας από τους τρόπους μείωσης του βάρους είναι η χρήση λιγότερου υλικού, με αποτέλεσμα οι τάσεις λειτουργίας να πλησιάζουν, ολοένα και περισσότερο, στο όριο θραύσης του υλικού [2].

1.1.2. Στατιστικά στοιχεία σε παγκόσμιο επίπεδο

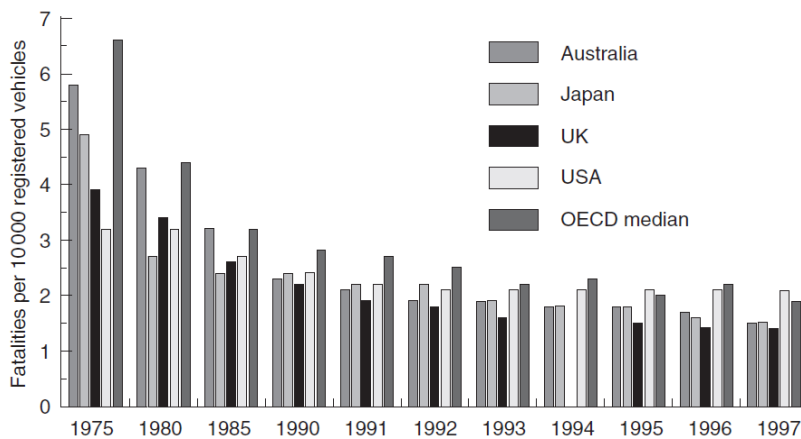
Όπως προαναφέραμε, οι συγκρούσεις των οχημάτων είναι ένα σύνθετο φαινόμενο και αποτελεί σημαντικό πρόβλημα σε παγκόσμια κλίμακα. Όσο μεγαλύτερη συμμετοχή έχει ο ανθρώπινος παράγοντας στην κίνηση του οχήματος, τόσο μεγαλύτερα είναι τα ποσοστά των ατυχημάτων. Συνεπώς τα τροχαία ατυχήματα καταλαμβάνουν με διαφορά την πρώτη θέση, με ενδεικτικό παράδειγμα να αποτελούν οι ΗΠΑ. Εκεί, περίπου το 95% των θανάτων προέρχεται από συγκρούσεις/προσκρούσεις αυτοκινήτων, ενώ μόνο το 4% από συγκρούσεις/προσκρούσεις τρένων και αεροσκαφών μαζί. Η εικόνα 1.1 παρουσιάζει το ποσοστό των θανατηφόρων ατυχημάτων ανά είδος σύγκρουσης οχήματος, το έτος 2000 στις ΗΠΑ [1].

Παρόλο που όλες οι χώρες επιδεικνύουν ενδιαφέρον για την οδική ασφάλεια, διαθέσιμα στατιστικά στοιχεία υπάρχουν μόνο για τα κράτη του ΟΕCD (Organization for Economic Co-Operation and Development). Τα μέλη του ΟΕCD παρέχουν στατιστικά στοιχεία οδικής ασφάλειας στη διεθνή βάση δεδομένων κυκλοφορίας και ατυχημάτων (International Traffic and Accident Database) που εδρεύει στη Γερμανία [1].



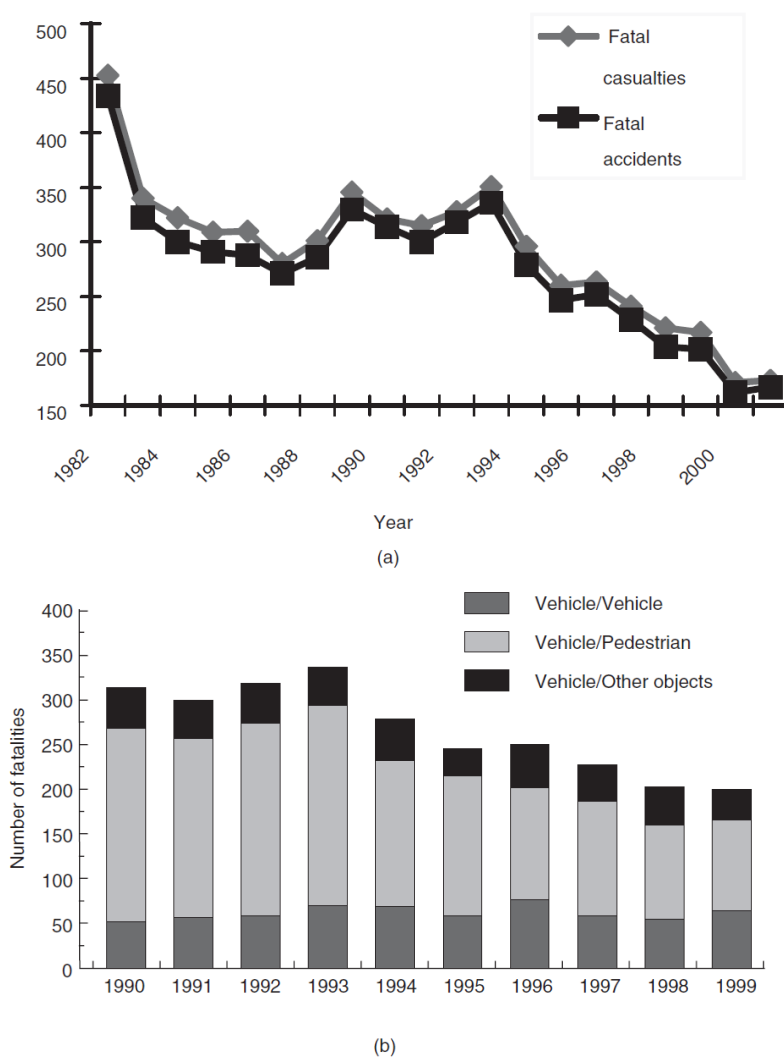
Εικόνα 1.1. Ποσοστό θανατηφόρων ατυχημάτων ανά είδος σύγκρουσης οχήματος, το έτος 2000 στις ΗΠΑ [1].

Το πλήθος των θανάτων ανά 10,000 εγγεγραμμένα οχήματα αποτελεί κατάλληλο δείκτη για τη σύγκριση των θανατηφόρων τροχαίων ατυχημάτων. Το 1997, η διάμεσος αυτού του δείκτη για τα μέλη του OECD ήταν 2.0, σημειώνοντας πτώση 6.7 μονάδες από το 1975. Η χαμηλότερη τιμή παρουσιάστηκε στην Ισλανδία (0.7) ενώ η μέγιστη στην Κορέα (11.1). Στην εικόνα 1.2, παρουσιάζεται η τάση θανάσιμων ατυχημάτων ανά 10,000 οχήματα για επιλεγμένες χώρες του OECD [1].



Εικόνα 1.2. Θανατηφόρα ατυχήματα ανά 10,000 οχήματα για επιλεγμένες χώρες του OECD [1].

Υπάρχει δυνατότητα εύρεσης στατιστικών στοιχείων και για χώρες εκτός OECD. Αυτά τα στοιχεία είναι ελλιπή, αλλά μπορούν να δώσουν μία εικόνα της κατάστασης. Για παράδειγμα, το 2000 στην Κίνα έχασαν τη ζωή τους περίπου 84.000 άνθρωποι από τροχαία ατυχήματα. Μπορεί αρχικά αυτός ο αριθμός να φαίνεται υψηλός εάν συγκριθεί με τον αριθμό των οχημάτων, αλλά σε σχέση με τον πληθυσμό της Κίνας (1.3 δισεκατομμύρια), δεν είναι τόσο. Παρακάτω παρουσιάζονται σε μορφή γραφήματος, στατιστικά στοιχεία θανατηφόρων ατυχημάτων για το Hong Kong [1].



Εικόνα 1.3. Θανατηφόρα ατυχήματα στο Hong Kong: a) πλήθος συμβάντων ανά έτος και b) είδος θανατηφόρου ατυχήματος [1].

1.1.3. Η κατάσταση στην Ελλάδα

Στατιστικά στοιχεία προερχόμενα από την Παγκόσμια Τράπεζα φανερώνουν ότι τα τροχαία ατυχήματα κοστίζουν από 1% έως 3% του ΑΕΠ κάθε χώρας. Ειδικότερα, η Ευρωπαϊκή Ένωση διαθέτει το ποσό των 160 δισ. ευρώ, που αντιστοιχεί σε 2% του ΑΕΠ για το έτος 2015 [3]. Στην Ελλάδα, ετησίως χάνουν τη ζωή τους περίπου 1600 άνθρωποι, με τους σοβαρά τραυματισμένους να στοιχίζουν περίπου 30,000 ευρώ, ενώ αυτοί που τραυματίζονται ελαφρά, 3,000 ευρώ [3]. Στον πίνακα 1.1 παρουσιάζεται ο αριθμός των ατυχημάτων και παθόντων ανά έτος, την περίοδο 2000-2010 [4]. Η χώρα μας δαπανά περισσότερα από 14,000,000 ευρώ σε συντάξεις, νοσηλεία, αποκατάσταση ζημιών κτλ. που προέρχονται από τροχαία ατυχήματα. Αυτά τα χρήματα δεν περιλαμβάνουν τους εργαζόμενους που απασχολούνται για την αντιμετώπιση των παραπάνω συνεπειών (γιατροί, νομικοί, πραγματογνώμονες κτλ.). Τα έξοδα αυτά επιβαρύνουν ακόμα περισσότερο την Ελληνική οικονομία [3].

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.1

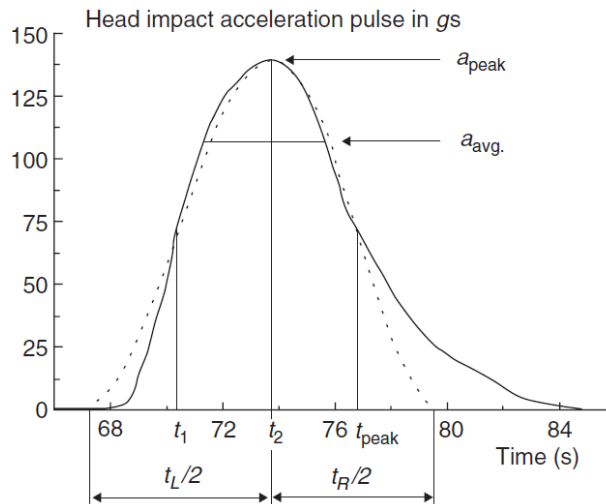
Έτος	ΑΤΥΧΗΜΑΤΑ			ΠΑΘΟΝΤΕΣ		
	Θανατηφόρα	Σοβαρά	Ελαφρά	Νεκροί	Βαριά τραυματίες	Ελαφρά τραυματίες
2000	1,458	2,037	13,261	2,103	4,213	26,166
2001	1,712	2,512	15,446	1,911	3,251	22,758
2002	1,458	2,037	13,261	1,655	2,581	19,625
2003	1,409	1,824	12,514	1,613	2,345	18,218
2004	1,374	2,032	11,993	1,547	2,521	17,254
2005	1,311	1,861	13,488	1,470	2,327	19,133
2006	1,351	1,681	12,620	1,493	19,898	2,056
2007	1,292	1,462	11,872	1,449	18,223	1,812
2008	1,414	1,542	12,035	1,550	1,886	16,685
2009	1,314	1,389	12,072	1,463	1,669	16,683
2010	1,162	1,454	12,456	1,281	1,754	17,024

Πίνακας 1.1. Αριθμός των ατυχημάτων και παθόντων ανά έτος την περίοδο 2000-2010 [4].

Ο Παγκόσμιος Οργανισμός Υγείας κατατάσσει την Ελλάδα στην τρίτη θέση, ανάμεσα στις χώρες της Ευρωπαϊκής Ένωσης, που αφορά θανάτους από τροχαία ατυχήματα, για ηλικίες μέχρι 25 ετών (αντιστοιχεί σε 14 θανάτους ανά 100,000 άτομα). Η Εθνική Στατιστική Υπηρεσία Ελλάδος αναφέρει ότι οι 450 από τους 1600 θανάτους που προαναφέραμε, αφορούν ανθρώπους ηλικίας έως 25 ετών [3].

1.1.4. Συνέπειες ατυχημάτων στον ανθρώπινο οργανισμό

Είναι γνωστό, πως όταν συγκρούεται ένα όχημα, ο χρόνος που μεσολαβεί είναι πολύ μικρός. Προκειμένου να μεταβληθεί η ορμή ($m * u$), στην αρχή παράγεται μία μέση δύναμη (F) που διαρκεί χρόνο (t) και αναπτύσσεται στις συγκρουόμενες επιφάνειες. Αυτή η μέση δύναμη είναι αντιστρόφως ανάλογη προς τον χρόνο διότι ισχύει, ($F = m * u/t$), πράγμα που σημαίνει ότι όσο πιο μικρό είναι το (t) τόσο μεγαλύτερη δύναμη (F) θα προκληθεί. Ανάλογα με το μέγεθος αυτής της δύναμης, θα αναπτυχθεί αντίστοιχη επιβράδυνση στα σώματα των επιβατών (ειδικά στα κεφάλια τους που δε συγκρατούνται από τις ζώνες ασφαλείας). Η εικόνα που ακολουθεί παρουσιάζει την καμπύλη επιβράδυνσης των κεφαλιών των επιβατών σε δοκιμή πρόσκρουσης αυτοκινήτου (crash test) [1].



Εικόνα 1.4. Τυπικός ρυθμός επιβράδυνσης που αναπτύσσεται σε crash test [1].

Η επιβράδυνση μπορεί να προκαλέσει σημαντική ζημιά σε ανθρώπους και κατασκευές. Οι συνέπειες μιας σύγκρουσης οχήματος μπορούν να χωρισθούν στις εξής κατηγορίες [1], [5]:

- A) Τραυματισμός ανθρώπων ή ακόμα και ζώων. Ο τραυματισμός μπορεί να είναι φυσικός ή και ψυχολογικός και αφορά πεζούς η επιβαίνοντες.
- B) Ζημιά που αφορά την κατασκευή. Πέρα από την πλαστική παραμόρφωση ή θραύση του οχήματος, συμπεριλαμβάνονται και καταστροφές από πιθανή πυρκαγιά προερχόμενη από τη σύγκρουση.
- Γ) Ζημιά που αφορά το φορτίο και προέρχεται από τη μεγάλη επιβράδυνση που αναπτύσσεται κατά τη σύγκρουση.
- Δ) Περιβαλλοντική ζημιά (π.χ. η ζημιά στα δέντρα, διαρροές πετρελαίου από σύγκρουση πλοίου κλπ.).

Ειδικά στην περίπτωση A, αν συμβεί σύγκρουση που να επιφέρει μεγάλη επιβράδυνση, είναι πολύ πιθανό τα κεφάλια των επιβατών να προσκρούσουν στο εσωτερικό του οχήματος. Αυτό, καλείται δευτερεύουσα σύγκρουση και μπορεί να αποδειχθεί ιδιαίτερα επικίνδυνη [1].

1.2. Crashworthiness (αντοχή σε σύγκρουση)

Ο όρος Crashworthiness χρησιμοποιήθηκε πρώτη φορά από την αεροδιαστημική βιομηχανία στις αρχές της δεκαετίας του '50 και είναι η ικανότητα μίας κατασκευής και των εξαρτημάτων της να προστατεύει τους επιβάτες κατά τη διάρκεια σύγκρουσης [6]. Υποδηλώνει ένα μέτρο της ικανότητας του οχήματος να παραμορφώνεται πλαστικά κατά τη σύγκρουση διατηρώντας αρκετό ζωτικό χώρο για τους επιβάτες [7].

Αυτό εξετάζεται κατά τη διερεύνηση της ασφάλειας των οχημάτων. Ανάλογα από τη φύση της σύγκρουσης και το εμπλεκόμενο σε αυτή όχημα, χρησιμοποιούνται ποικίλα κριτήρια για να καθοριστεί η αντοχή της κατασκευής σε σύγκρουση (crashworthiness) [6].

Η αντοχή σε σύγκρουση μπορεί να αξιολογηθεί είτε μελλοντικά, δημιουργώντας υπολογιστικά μοντέλα (κάνοντας χρήση λογισμικών πακέτων όπως το LS-DYNA, MSC Dytran, MADYMO) ή πειραματικά, ή εκ των υστέρων, από την ανάλυση των αποτελεσμάτων της συντριβής. Τα διάφορα κριτήρια που χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση της αντοχής σε σύγκρουση μελλοντικά, συμπεριλαμβάνουν τα μοτίβα παραμόρφωσης της δομής, την επιβράδυνση του οχήματος κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης και την πιθανότητα τραυματισμού [6].

Η πιθανότητα τραυματισμού προβλέπεται από μοντέλα που προσομοιάζουν το ανθρώπινο σώμα και προσδιορίζεται με βάση ορισμένων κριτηρίων που λαμβάνονται υπόψη μηχανικές παράμετροι (π.χ. δύναμη, επιτάχυνση, παραμόρφωση κ.α.) που συσχετίζονται με τον κίνδυνο τραυματισμού [6].

Ένα κοινό κριτήριο τραυματισμού είναι το κριτήριο πρόσκρουσης της κεφαλής (Head Impact Criterion). Η εκ των υστέρων αξιολόγηση της αντοχής στις συγκρούσεις προσδιορίζεται από την ανάλυση του κινδύνου τραυματισμού σε πραγματικές περιπτώσεις ατυχημάτων, κάνοντας χρήση στατιστικών τεχνικών με σκοπό τον έλεγχο του μεγάλου πλήθους μεταβλητών που υπάρχουν σε μία σύγκρουση [6]. Στις μέρες μας η αντοχή των οχημάτων σε σύγκρουση αξιολογείται σε τέσσερα ξεχωριστά πεδία. Αυτά είναι η εμπρόσθια αντοχή, η οπίσθια, η πλευρική και τέλος η αντοχή του οχήματος όταν αυτό ανατρέπεται [7].

2. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

2.1. Γενικά

Για την επίλυση τεχνικών προβλημάτων αρχικά κατασκευάζουμε το μαθηματικό μοντέλο κάνοντας κάποιες παραδοχές για την απλούστευση της διαδικασίας. Συνήθως, η τελική μαθηματική έκφραση αποτελείται από διαφορικές εξισώσεις και αρχικές συνθήκες. Σε πολύπλοκα προβλήματα, αυτές οι διαφορικές εξισώσεις είναι δύσκολο να επιλυθούν αναλυτικά και πολλές φορές είναι ακατόρθωτο. Στις περιπτώσεις αυτές, τα προβλήματα λύνονται με αριθμητικές μεθόδους που δίνουν μεν προσεγγιστικές λύσεις αλλά τα αποτελέσματά τους είναι αξιόπιστα. Από τις πιο διαδεδομένες αριθμητικές μεθόδους επίλυσης τεχνικών προβλημάτων είναι η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method) [6], [8].

Η FEM μπορεί να εφαρμοστεί σε όλα τα προβλήματα, γράφοντας ένα γενικό πρόγραμμα με προκαθορισμένες αρχικές συνθήκες. Το σκεπτικό πίσω από αυτήν τη μέθοδο είναι ο διαχωρισμός της υπό εξέταση περιοχής, σε πολλές μικρότερες που ονομάζονται πεπερασμένα στοιχεία. Όταν πρωτοεμφανίστηκε η FEM, το βασικό της μειονέκτημα ήταν η απαίτηση μεγάλης υπολογιστικής ισχύος, όμως στις μέρες μας με τη ραγδαία ανάπτυξη των Η/Υ, αυτό το πρόβλημα έχει μετριαστεί σημαντικά [8].

Επιστήμονες όπως ο Ιωάννης Αργύρης, ο Ray W. Clough, ο Walter Ritz, ο Boris G. Galerkin και άλλοι, έθεσαν τις βάσεις για την εξέλιξη των μητρωικών μεθόδων αριθμητικής επίλυσης διαφορικών εξισώσεων, σε αυτό που ονομάζουμε σήμερα FEM [6].

Βήματα εφαρμογής της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων:

- 1) Σχεδιάζεται η υπό μελέτη γεωμετρία σε πρόγραμμα CAD και πραγματοποιείται το 3D μοντέλο.
- 2) Πραγματοποιείται διαμέριση του μοντέλου και εισάγονται τα απαιτούμενα δεδομένα. Τα προγράμματα που χρησιμοποιούνται γι' αυτήν τη διαδικασία ονομάζονται pre-processors.
- 3) Μετά την εισαγωγή όλων των απαραίτητων δεδομένων ακολουθεί η διαδικασία της επίλυσης του προβλήματος. Αυτή πραγματοποιείται από προγράμματα που ονομάζονται solvers.
- 4) Όταν ολοκληρωθεί η επίλυση του προβλήματος, τα αποτελέσματα εισάγονται σε προγράμματα που ονομάζονται post-processors, ώστε ο μελετητής να δει και να επεξεργαστεί τα αποτελέσματα [6].

Ένα τέτοιο ολοκληρωμένο πακέτο για ανάλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων είναι το LS-DYNA από την εταιρεία Livermore Software Technology Corporation (LSTC).

2.2. Ls-Dyna

Το Ls-Dyna είναι ένα πακέτο προσομοίωσης γενικής χρήσης, την εταιρίας Livermore Software Technology Corporation (LSTC). Καθώς στο πρόγραμμα προστίθενται ολοένα και περισσότερες δυνατότητες για την επίλυση διάφορων προβλημάτων, η βασική του ικανότητα είναι η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων σε μεταβατικά-δυναμικά προβλήματα που παρουσιάζουν έντονη μη γραμμικότητα. Η μη γραμμικότητα συνεπάγεται τουλάχιστον ένα από τα παρακάτω:

- Αλλαγή των συνοριακών συνθηκών κατά την επίλυση του προβλήματος
- Μεγάλες παραμορφώσεις (π.χ. κατάρρευση μεταλλικών κελυφών)
- Μη γραμμικά υλικά που δεν επιδεικνύουν τυπική ελαστική συμπεριφορά

Μεταβατικό δυναμικό φαινόμενο σημαίνει, ανάλυση μικρής διάρκειας γεγονότων που συμβαίνουν σε υψηλές ταχύτητες και οι αδρανειακές δυνάμεις είναι σημαντικές. Τέτοιες εφαρμογές είναι:

- Η σύγκρουση οχημάτων,
- Κατεργασίες υλικών
- Εκρήξεις (π.χ .σε ορυχεία)

Το Ls-Dyna χρησιμοποιείται ευρέως από την αυτοκινητοβιομηχανία για την ανάλυση του σχεδιασμού οχημάτων. Έχει την ικανότητα να προσομοιάζει με ακρίβεια τη σύγκρουση ενός οχήματος, καθώς και να προβλέπει τις επιπτώσεις στους επιβάτες. Με αυτό το πρόγραμμα είναι δυνατή η δοκιμή των σχεδίων ενός αυτοκινήτου χωρίς να κατασκευαστεί πρωτότυπο και να διενεργηθεί crash test, εξοικονομώντας χρήματα και χρόνο.

Όπως αναφέραμε στα βήματα της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων, έτσι και στην περίπτωση του Ls-Dyna, για την επίλυση ενός προβλήματος χρειάζονται τέσσερις συνιστώσες (CAD, pre-processor, solver, post-processor). Η εταιρία LSTC πέρα από τον solver, ανέπτυξε το λογισμικό Ls-PrePost, που περιλαμβάνει τις υπόλοιπες τρεις συνιστώσες. [6], [9].

3. ΑΠΟΡΡΟΦΗΤΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ (Energy Absorbers)

3.1. Ορισμός

Ο απορροφητής ενέργειας είναι ένα σύστημα που μετατρέπει μέρος ή ολόκληρη την κινητική ενέργεια κατά τη σύγκρουση σε άλλη μορφή ενέργειας, όπου ιδανικά δε θα μπορεί να ανακτηθεί. Μη αντιστρεπτή (ανελαστική) ενέργεια μπορεί να υπάρξει σε διάφορες μορφές, όπως είναι η πλαστική παραμόρφωση, η ιξώδης ενέργεια, η ενέργεια τριβής ή η ενέργεια θραύσης [10].

3.2. Γενικές αρχές

Από τη μέχρι τώρα εμπειρία, είναι προφανές ότι ο σχεδιασμός απορροφητών ενέργειας και τα «ενεργό-απορροφητικά» υλικά πρέπει να ταιριάζουν με τον σκοπό και τις συνθήκες που πρόκειται να λειτουργήσουν. Ο σχεδιασμός και η επιλογή μπορούν να ποικίλουν σημαντικά από εφαρμογή σε εφαρμογή, αλλά σε όλες τις περιπτώσεις ο στόχος παραμένει ο ίδιος, η διάχυση της κινητική ενέργειας με έναν ελεγχόμενο τρόπο ή με ένα προκαθορισμένο ρυθμό. Επομένως, ισχύουν μερικές θεμελιώδεις αρχές για όλες τις εφαρμογές τέτοιου είδους και μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν κατευθυντήριες γραμμές για τον σχεδιασμό ενός απορροφητή ενέργειας. Οι κυριότερες παρουσιάζονται παρακάτω [1].

A) Μη αναστρέψιμη μετατροπή ενέργειας

Όπως αναφέραμε και στον ορισμό, η μετατροπή ενέργειας από κατασκευές/υλικά πρέπει να είναι μη αντιστρεπτή, γι' αυτό οι κατασκευές/υλικά πρέπει να είναι σε θέση να μετατρέπουν την περισσότερη από τη κινητική ενέργεια σε μη ελαστική ενέργεια μέσω πλαστικής παραμόρφωσης ή άλλης μορφής διαδικασία διάχυσης.

Γιατί η μετατροπή αυτή πρέπει να είναι μη ελαστική; Αν η αρχική κινητική ενέργεια (ή πιο γενικά η αρχική ενέργεια λόγω της δυναμικής φόρτισης) μετατραπεί σε ελαστική παραμόρφωση της κατασκευής, τότε μετά από την επίτευξη μίας μέγιστης ελαστικής παραμόρφωσης, η αποθηκευμένη ελαστική ενέργεια θα απελευθερωθεί και θα προκαλέσει μετέπειτα ζημία σε αυτό που θα έπρεπε να προστατεύεται [1].

B) Περιορισμένη και σταθερή δύναμη αντίδρασης (reactive force)

Η μέγιστη δύναμη αντίδρασης ενός απορροφητή ενέργειας θα πρέπει να διατηρείται κάτω από ένα όριο, και ιδανικά θα πρέπει να παραμένει σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια της παραμόρφωσης του, καθώς θα παρέχει επαρκή ικανότητα απορρόφησης ενέργειας κατά τη πρόσκρουση. Η μέγιστη δύναμη (και κατ' επέκταση η μέγιστη επιβράδυνση) της κατασκευής/υλικού απορρόφησης ενέργειας πρέπει να κρατηθεί κάτω από ένα όριο από το

οποίο προκαλείται ζημιά ή τραυματισμός, γι' αυτό λοιπόν η δύναμη αντίδρασης πρέπει να παραμένει σταθερή ή σχεδόν σταθερή, ώστε να αποφεύγεται ένας υπερβολικά μεγάλος ρυθμός επιβράδυνσης [1].

Γ) Μεγάλη διαδρομή

Όπως επισημάνθηκε παραπάνω, η δύναμη αντίδρασης για έναν απορροφητή ενέργειας πρέπει να είναι περιορισμένη και σταθερή, αλλά το έργο που προκαλείται από μία δύναμη είναι ίσο με το μέτρο της, πολλαπλασιασμένο με τη μετατόπιση της πάνω στη διεύθυνση που δρα. Γι' αυτό, αν η κατασκευή προορίζεται να απορροφά πολύ ενέργεια, η μετατόπιση (δηλ. η διαδρομή) πρέπει να είναι αρκετά μεγάλη.

Εκτός από την τιμή της δύναμης, οι κατασκευές αυτές πρέπει να αναλύονται και από άποψη διάχυσης κινητικής ενέργειας. Όταν καθοριστεί η αρχική κινητική ενέργεια που θέλουμε να διαχυθεί, όσο περισσότερο χρόνο (t) διαθέτουμε τόσο μικρότερη είναι η δύναμη (F) που αναπτύσσεται. Αυτό οδηγεί στη φράση «αγοράζω απόσταση με τον χρόνο», ένα αξίωμα που πρέπει να ακολουθείται για τη μείωση ζημιάς/τραυματισμού από τη σύγκρουση. Για ομοιόμορφη επιβράδυνση από αρχική ταχύτητα (v) σε στάση, απαιτείται απόσταση ($vt/2$), και είναι αυτή η απόσταση που η δύναμη (F) δρα για τη διάχυση της κινητικής ενέργειας. Όσο μεγαλύτερος είναι ο χρόνος που ασκείται η δύναμη (F), τόσο μικρότερη είναι η δύναμη που απαιτείται και κατά συνέπεια η ζημιά/τραυματισμός [1].

Δ) Σταθερός και επαναλαμβανόμενος τρόπος παραμόρφωσης

Για την αντιμετώπιση αβέβαιων συνθηκών φόρτισης, ο τρόπος παραμόρφωσης και η ικανότητα διάχυσης ενέργειας του απορροφητή πρέπει να είναι σταθερά και επαναλαμβανόμενα έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η αξιοπιστία της κατασκευής.

Θα πρέπει να αναμένεται, ότι τα εξωτερικά δυναμικά φορτία που πρόκειται να δράσουν στις κατασκευές/υλικά απορρόφησης ενέργειας, είναι μεγάλης αβεβαιότητας ως προς το μέγεθος, το χρόνο δράσης, την κατεύθυνση και την κατανομή τους. Ως εκ τούτου, οι κατασκευές/υλικά θα πρέπει να κατέχουν σταθερό και επαναλαμβανόμενο τρόπο παραμόρφωσης που θα είναι ανθεκτικός στις παραπάνω αβεβαιότητες της φόρτισης, αλλά ταυτόχρονα θα πρέπει να εξασφαλίζουν την απαιτούμενη ικανότητα απορρόφησης ενέργειας [1].

Ε) Χαμηλό βάρος και υψηλή ειδική απορρόφηση ενέργειας

Το στοιχείο απορρόφησης ενέργειας πρέπει να είναι ελαφρύ και να διαθέτει μεγάλη ικανότητα διάχυσης ενέργειας (δηλ. διάχυση ανά μονάδα βάρους), που είναι ζωτικής σημασίας για απορροφητές ενέργειας τοποθετημένους σε οχήματα και συσκευές που εξασφαλίζουν την ασφάλεια του ανθρώπου.

Τα σχέδια κατασκευής αυτοκινήτων τροποποιούνται συχνά με σκοπό τη βελτίωση της παθητικής τους ασφάλειας. Κάνοντας αυτό, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη η πιθανή αύξηση βάρους, γιατί η μεταβολή στο βάρος συνεπάγεται και ομόσημη μεταβολή στην κατανάλωση καυσίμου άρα και μεγαλύτερη μόλυνση του περιβάλλοντος. Για διάφορες βοηθητικές, προστατευτικές συσκευές, το χαμηλό βάρος είναι μια εξαιρετικά σημαντική σχεδιαστική παράμετρος. Για παράδειγμα, σήμερα ένα τυπικό κράνος ποδηλάτου που είναι διαθέσιμο στην αγορά ζυγίζει 250-300g, αλλά οι αναβάτες θα επιθυμούσαν ένα νέο τύπο κράνους που θα ζυγίζει κάτω από 200g.

Ανάμεσα σε πολλά υποψήφια υλικά για την απορρόφηση ενέργειας, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα κυψελωτά που αποτελούνται από ένα υλικό βάσης (π.χ. πολυμερές ή αλουμίνιο) και αέρα στις σχηματιζόμενες κυψέλες. Χάρη στο πορώδες τους είναι ελαφρύτερα από τα ομογενή υλικά, ενώ κάποιες φορές εμφανίζουν μεγαλύτερη δυσκαμψία και αντοχή ανά μονάδα όγκου. Με άλλα λόγια, σε σχέση με το υλικό βάσης, η μείωση σε μηχανικές ιδιότητες που παρουσιάζουν είναι συχνά μικρότερη από τη μείωση του βάρους [11]. Στην πραγματικότητα, σε ότι αφορά την απορρόφηση ενέργειας, το πορώδες χαρακτηριστικό είναι επιθυμητό δεδομένου ότι μπορεί να δώσει μια μεγάλη διαδρομή και σχεδόν σταθερή δύναμη αντίδρασης [1].

ΣΤ) Εύκολη εγκατάσταση και χαμηλό κόστος

Η παραγωγή, η εγκατάσταση και η συντήρηση τέτοιων απορροφητών ενέργειας πρέπει να είναι εύκολη και αποδοτική από άποψη κόστους.

Στον σημερινό ανταγωνιστικό κόσμο, ο σχεδιασμός ενός απορροφητή ενέργειας είναι πάντα περιορισμένος από τον διαθέσιμο προϋπολογισμό. Γι' αυτό, όλες οι προστατευτικές κατασκευές πρέπει να λειτουργούν εντός οικονομικών ορίων. Αυτό ισχύει ιδιαίτερα για συσκευές απορρόφησης ενέργειας που είναι συνήθως μίας χρήσης. (δηλ. άπαξ και παραμορφωθούν απορρίπτονται και αντικαθίστανται) [1].

Στις επόμενες υποπαραγράφους, θα ασχοληθούμε μόνο με τους απορροφητές ενέργειας που μετατρέπουν την κινητική ενέργεια σε πλαστικό έργο (δηλ. μέσω της παραμόρφωσης του υλικού από το οποίο είναι κατασκευασμένοι).

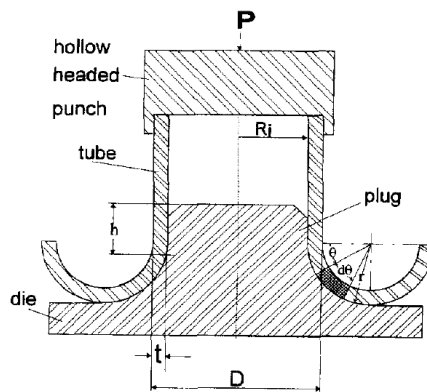
3.3. Μέθοδοι κατάρρευσης κελυφών λεπτού πάχους

Τα λεπτότοιχα κελύφη μπορούν να μετατρέψουν την κινητική ενέργεια σε πλαστικό έργο καταρρέοντας με διάφορους τρόπους. Οι κυριότερες παρουσιάζονται στην επόμενη σελίδα.

3.3.1. Αναστροφή (inversion)

Εσωτερική αναστροφή είναι η διαδικασία που μετατρέπει την εξωτερική επιφάνεια ενός κυκλικού σωλήνα από όλκιμο υλικό σε εσωτερική. Η αντίστροφη διαδικασία, δηλ. η μετατροπή της εσωτερικής επιφάνειας σε εξωτερική, ονομάζεται εξωτερική αναστροφή. Στις δύο παραπάνω περιπτώσεις η παραμόρφωση επιτυγχάνεται με την επιβολή αξονικού θλιπτικού φορτίου [2].

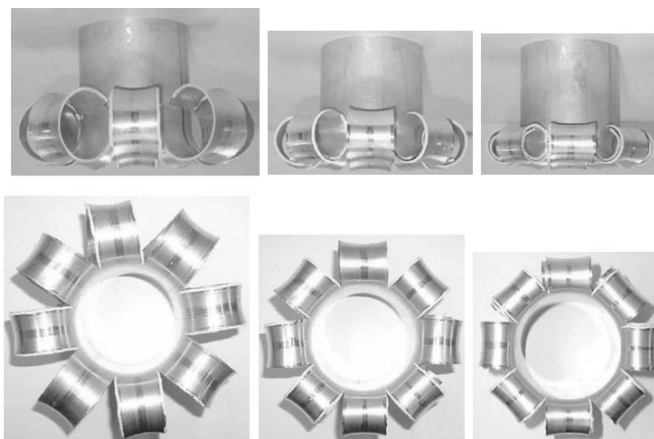
Κύριο πλεονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι η σταθερή δύναμη αντίδρασης καθ' όλη τη διάρκεια της κατάρρευσης. Περιορισμός υπάρχει από την ακτίνα της μήτρας, αν είναι μικρή θα συμβεί προοδευτικός λυγισμός, ενώ αν είναι μεγαλύτερη από ένα όριο τότε θα συμβεί απόσχιση (tearing/splitting) του σωλήνα [2]. Η μέθοδος αυτή πρωτοπαρουσιάστηκε από την General Motors το 1969 [12]. Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζεται η σχηματική αναπαράσταση της αναστροφής σωλήνα σε τομή [13].



Εικόνα 3.1. Σχηματική αναπαράσταση της αναστροφής σωλήνα σε τομή [13].

3.3.2. Αξονικός διαχωρισμός (tearing/splitting)

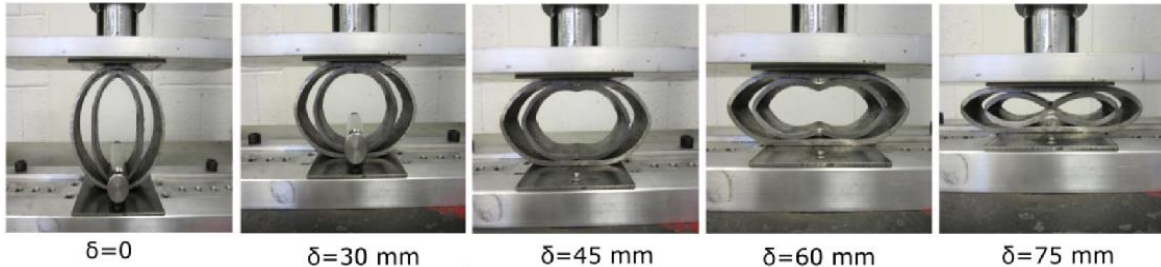
Είναι ειδική περίπτωση της αναστροφής όταν η ακτίνα της μήτρας είναι αρκετά μεγάλη. Στην περίπτωση αυτή αντί για αναστροφή προκαλείται απόσχιση. Στην εικόνα 3.2 παρουσιάζεται ο αξονικός διαχωρισμός σωλήνα κυκλικής διατομής [14].



Εικόνα 3.2. Αξονικός διαχωρισμός σωλήνα κυκλικής διατομής [14].

3.3.3. Πλευρική κατάρρευση (lateral compression/flattening)

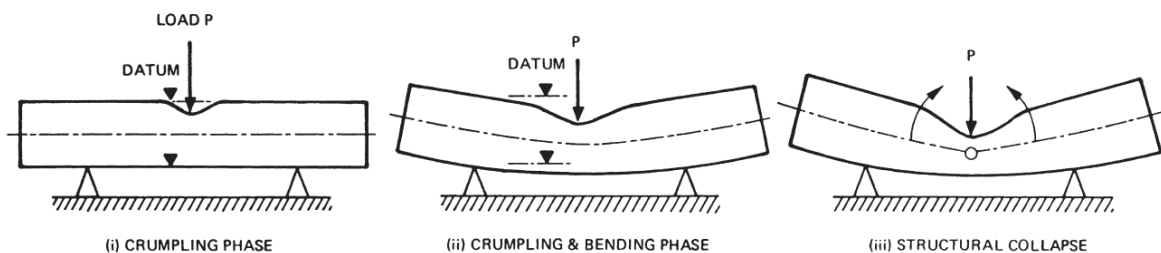
Είναι η πλευρική άσκηση φορτίου καθ' όλο το μήκος του κελύφους μέχρι την τελική κατάρρευση. Η εικόνα 3.3 δείχνει την προοδευτική πλευρική κατάρρευση σωλήνα τετραγωνικής διατομής.



Εικόνα 3.3. Προοδευτική πλευρική κατάρρευση σωλήνων κυκλικής διατομής [15].

3.3.4. Πλευρική άσκηση σημειακού φορτίου (lateral indentation)

Είναι υποπερίπτωση του παραπάνω τρόπου κατάρρευσης. Στην περίπτωση αυτή το πλευρικό φορτίο ασκείται σε ένα σημείο του κελύφους και όχι ομοιόμορφα σε όλο του το μήκος. Στην εικόνα που ακολουθεί παρουσιάζεται η σχηματική αναπαράσταση πλευρικής άσκησης σημειακού φορτίου σε απλά εδραζόμενο σωλήνα.

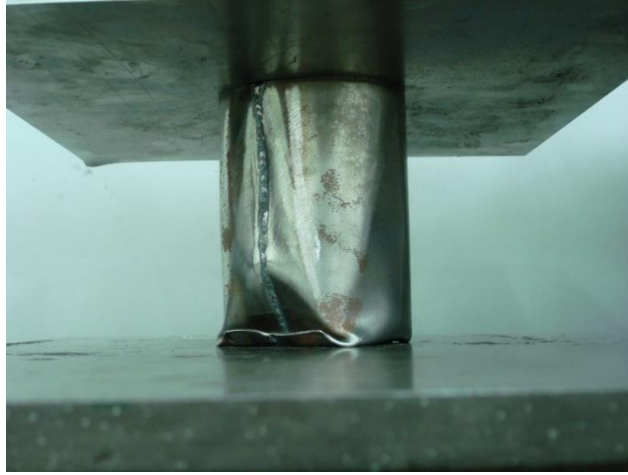


Εικόνα 3.4. Σχηματική αναπαράσταση πλευρικής άσκησης σημειακού φορτίου σε απλά εδραζόμενο σωλήνα [16].

3.3.5. Αξονική κατάρρευση (axial crushing)

Όπως στην περίπτωση της αναστροφής και του αξονικού διαχωρισμού, έτσι και στην περίπτωση της αξονικής κατάρρευσης το θλιπτικό φορτίο ασκείται αξονικά με τη μόνη διαφορά ότι στην κατάρρευση του κελύφους δε συμμετέχει η μήτρα. Στην εικόνα 3.5 παρουσιάζεται η αξονική κατάρρευση λεπτότοιχου κελύφους υπό την επενέργεια θλιπτικού φορτίου από universal μηχανή δοκιμών.

Η παραπάνω μέθοδος επιλέχθηκε για τη διερεύνηση του τρόπου κατάρρευσης και την ικανότητα απορρόφησης ενέργειας των λεπτότοιχων κελυφών της παρούσας εργασίας. Συνεπώς από εδώ και πέρα θα αναφερόμαστε μόνο σ' αυτήν τη μέθοδο κατάρρευσης.



Εικόνα 3.5. Αξονική κατάρρευση λεπτότοιχου κελύφους.

4. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

4.1. Γενικά

Όπως ήδη έχει αναφερθεί, η προσοχή μας εστιάζεται σε απορροφητές ενέργειας που μετατρέπουν την κινητική ενέργεια σε πλαστικό έργο και έχουν ευρεία εφαρμογή στη βιομηχανία κατασκευής οχημάτων. Σκοπός τους είναι η προστασία των επιβατών και των εμπορευμάτων από ενδεχόμενη σύγκρουση.

Στην παρούσα εργασία μελετάται η αξονική κατάρρευση λεπτότοιχου κελύφους υβριδικής γεωμετρίας. Η κάτω βάση είναι τετραγωνικής μορφής ενώ η άνω, κυκλικής. Εκτός από το σχήμα, που μεταβάλλεται καθ' ύψος του κελύφους, μεταβάλλεται και το εμβαδόν της διατομής του.

Μέχρι σήμερα δεν έχουν μελετηθεί οι μηχανισμοί κατάρρευσης αυτής της δομής, έτσι τα θεωρητικά στοιχεία που παρουσιάζονται παρακάτω, και είναι απαραίτητα για την κατανόηση του φαινομένου, αφορούν τους κυκλικούς σωλήνες και τις κόλουμες τετραγωνικές πυραμίδες.

4.2. Ορισμοί - συμπληρωματικές έννοιες

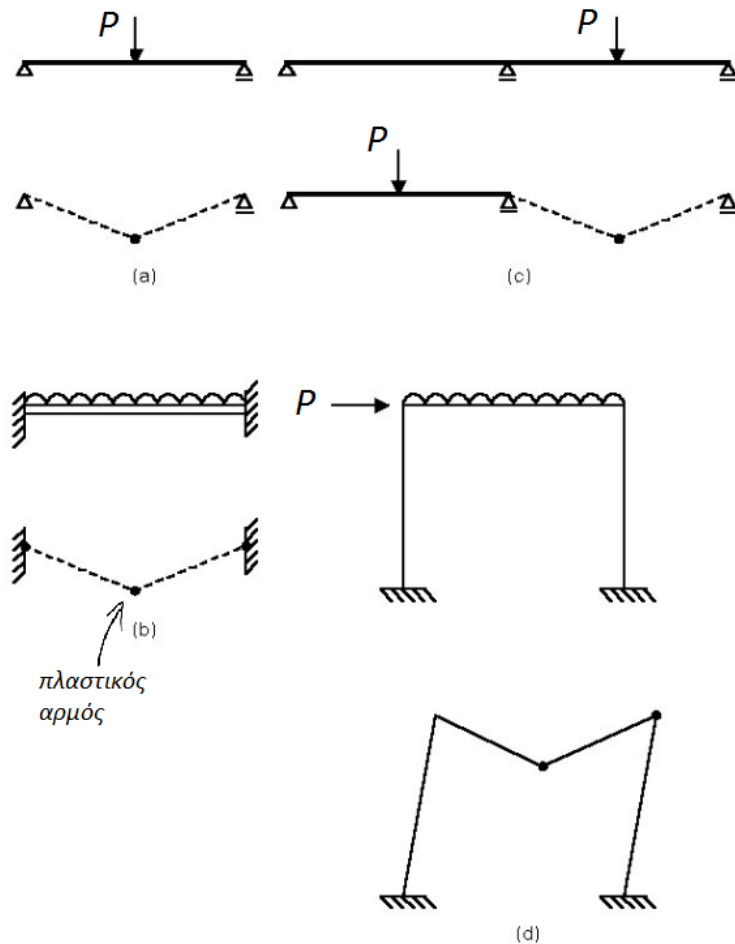
4.2.1. Πλαστικός αρμός (plastic hinge)

Στην Οριακή Ανάλυση δομικών φορέων που καταπονούνται σε κάμψη, θεωρείται ότι μία απότομη μετάβαση από την ελαστική στην ιδεωδώς πλαστική συμπεριφορά παρουσιάζεται όταν επιτευχθεί μία συγκεκριμένη τιμή της καμπτικής ροπής, γνωστή ως ροπή πλήρους πλαστικοποίησης (M_p). Η συμπεριφορά του φορέα μέχρι την (M_p) θεωρείται ελαστική, και όταν αγγίζει αυτή την τιμή, σχηματίζεται ένας πλαστικός αρμός.

Σε αντίθεση με άρθρωση χωρίς τριβή που επιτρέπει ελεύθερη περιστροφή, θεωρείται ότι ο πλαστικός αρμός επιτρέπει μεγάλες περιστροφές με σταθερή ανθιστάμενη ροπή, τη ροπή πλήρους πλαστικοποίησης (M_p).

Οι πλαστικοί αρμοί εκτείνονται σε μικρά μήκη επάνω στον φορέα. Οι πραγματικές τιμές εξαρτώνται από τη διατομή και την κατανομή του φορτίου. Λεπτομερής ανάλυση έχει δείξει ότι είναι αρκετά ακριβές να θεωρηθούν οι φορείς άκαμπτοι-ιδεωδώς πλαστικοί, με την πλαστικότητα να περιορίζεται σε σημεία/γραμμές αρμών (σημεία για γραμμικούς φορείς και γραμμές για επιφανειακούς).

Εισάγοντας την έννοια του πλαστικού αρμού σε ένα οριακό φορτίο ενός στατικά ορισμένου φορέα, δημιουργείται ένας κινηματικός μηχανισμός που επιτρέπει μία μη φραγμένη μετατόπιση του αρχικά απαραμόρφωτου φορέα. Το παραπάνω είναι γνωστό ως μηχανισμός κατάρρευσης και για να δημιουργηθεί πρέπει για κάθε βαθμό στατικής αοριστίας να προστεθεί ένας επιπλέον πλαστικός αρμός [6].



Εικόνα 4.1. Μηχανισμοί κατάρρευσης με τη δημιουργία πλαστικών αρμών [17].

4.2.2. Ροπή πλήρους πλαστικοποίησης (M_p)

Η ροπή πλήρους πλαστικοποίησης ορίζεται ως η ροπή που ολόκληρη η διατομή του φορέα έχει φτάσει στο όριο διαρροής. Για γραμμικούς φορείς αυτό το όριο είναι το όριο διαρροής σε μονοαξονικό εφελκυσμό (σ_y), ενώ για τους επιφανειακούς φορείς χρησιμοποιείται το ισοδύναμο όριο διαρροής $\sigma_0 = 2/\sqrt{3}\sigma_y$, προερχόμενο από το κριτήριο διαρροής Von Mises για επίπεδη παραμορφωσιακή κατάσταση.

Αυτή η θεωρητική μέγιστη καμπτική ροπή που η διατομή αντιστέκεται υπό την επενέργεια κάποιου κρίσιμου φορτίου, συνοδεύεται από τον σχηματισμό πλ. αρμού, και όποιο φορτίο μεγαλύτερο από αυτό θα καταλήξει σε άπειρη πλαστική παραμόρφωση της διατομής. Πρακτικά τα περισσότερα υλικά παρουσιάζουν το φαινόμενο της κράτνσης το οποίο οδηγεί σε αυξανόμενη στιβαρότητα και ροπή. Αυτό είναι μικρής σημασίας, διότι η εκτροπή που συμβαίνει όταν υπερβούμε το όριο διαρροής θεωρείται σαν σημείο αστοχίας του φορέα. Η ροπή πλήρους πλαστικοποίησης υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$M_p = \sigma_0 \int_{t_1}^{t_2} y \, dy,$$

όπου,

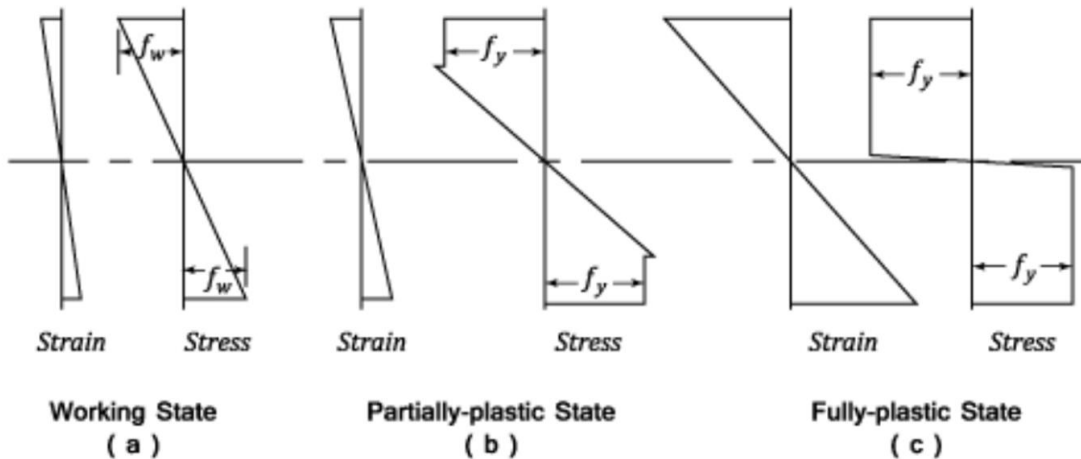
$\sigma_0 = \sigma_y$: όριο διαρροής σε μονοαξονικό εφελκυσμό, για γραμμικούς φορείς,

$\sigma_0 = 2/\sqrt{3} \sigma_y$: ισοδύναμο όριο διαρροής, για επιφανειακούς φορείς,

y : απόσταση από τον ουδέτερο επίπεδο,

t_1, t_2 : αποστάσεις από το ουδέτερο επίπεδο και $(t_1 + t_2) = t$: πάχος φορέα.

Η ροπή πλήρους πλαστικοποίησης για μια δεδομένη διατομή είναι πάντα μεγαλύτερη από τη ροπή διαρροής, (την καμπτική ροπή που ένα μέρος της διατομής αγγίζει το όριο διαρροής ενώ η υπόλοιπη, έχει μικρότερη τάση) [6], [18].



Εικόνα 4.2. (a), (b), (c) Πορεία πλαστικοποίησης συμμετρικής διατομής [19].

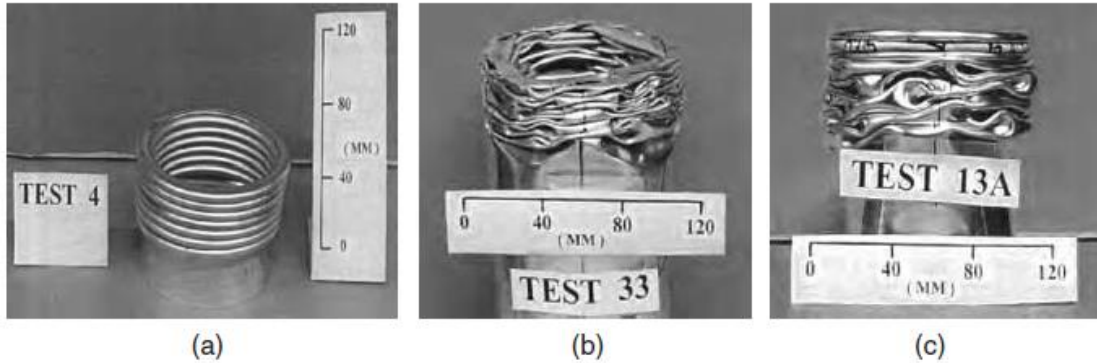
4.3. Αξονική κατάρρευση σωλήνων κυκλικής διατομής

4.3.1. Γενικά

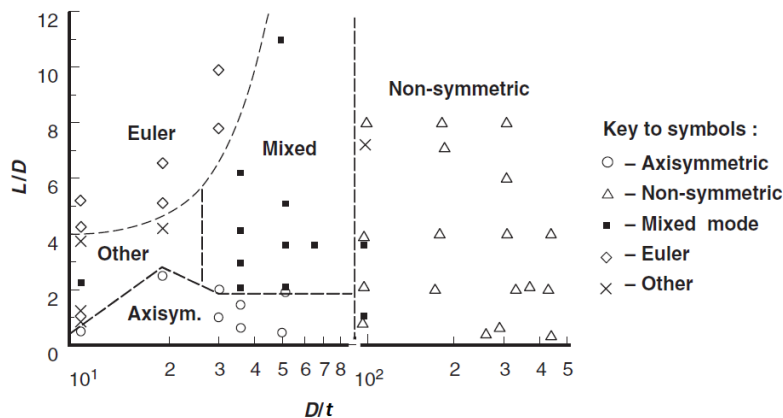
Όταν σε έναν κυκλικό λεπτότοιχο σωλήνα ασκείται αξονικό θλιπτικό φορτίο, καταρρέει με αξονοσυμμετρικό (axisymmetrically) ή μη συμμετρικό (non-symmetrically) τρόπο (ή μοτίβο, ή μορφή) που εξαρτάται από τον λόγο της διαμέτρου προς το πάχος του (D/t). Ο αξονοσυμμετρικός τρόπος κατάρρευσης είναι γνωστός και ως δαχτυλίδι (ring mode) ή φουσαρμόνικα (concertina mode), ενώ ο μη συμμετρικός είναι γνωστός ως διαμάντι (diamond mode). Στην εικόνα 4.3a φαίνεται ο αξονοσυμμετρικός τρόπος κατάρρευσης, ενώ στην 4.3b ο μη συμμετρικός. Το μοτίβο κατάρρευσης διαμαντιού χαρακτηρίζεται από τον αριθμό των περιφερειακών λοβών που στις περισσότερες περιπτώσεις κυμαίνεται μεταξύ δύο και πέντε [1]. Για συγκεκριμένες τιμές του (D/t) σε ένα σωλήνα, μπορεί η κατάρρευση να ξεκινήσει με μοτίβο δαχτυλιδιού και να αλλάξει σε μοτίβο διαμαντιού, δηλαδή, παρουσιάζουν έναν μικτό τρόπο κατάρρευσης, βλ. εικόνα 4.3c.

Βάση πολλών πειραμάτων με σωλήνες διαφόρων διαστάσεων, μπορεί να εξαχθεί ένα διάγραμμα κατάταξης του τρόπου κατάρρευσης ανάλογα με το υλικό από το οποίο είναι κατασκευασμένοι [20]. Η εικόνα 4.4 παρουσιάζει ένα τέτοιο διάγραμμα. Σε γενικές γραμμές το μοτίβο κατάρρευσης διαμαντιού συμβαίνει για λόγο (D/t) μεγαλύτερο του 80.

Για (D/t) μικρότερο του 50 και λόγο μήκους προς το πάχος (L/t) μικρότερο του 2, παρουσιάζεται το μοτίβο δαχτυλιδιού, ενώ για το ίδιο (D/t) αλλά με (L/t) μεγαλύτερο του 2 εμφανίζεται ο μικτός τρόπος κατάρρευσης. Τέλος, για κυλίνδρους με μεγάλο μήκος συμβαίνει ο λυγισμός τύπου Euler [1].



Εικόνα 4.3. Τρόποι κατάρρευσης κυκλικών σωλήνων: (a) δαχτυλιδιού, (b) διαμαντιού, (c) μικτός [1].

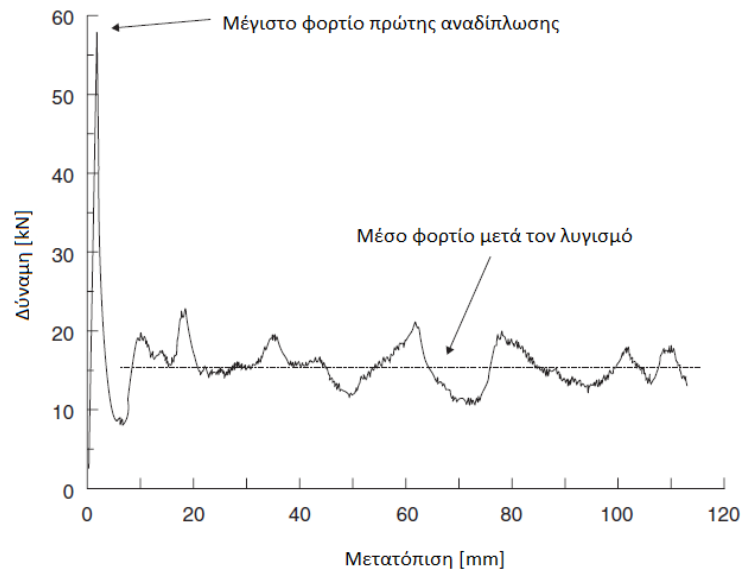


Εικόνα 4.4. Διάγραμμα κατάταξης τρόπου κατάρρευσης κυκλικών σωλήνων από αλουμίνιο [20].

Μία τυπική καμπύλη φορτίου-μετατόπισης, προερχόμενη από την αξονοσυμμετρική κατάρρευση σωλήνα αλουμινίου, παρουσιάζεται στην εικόνα 4.5. Το αξονικό φορτίο αγγίζει ένα αρχικό μέγιστο, ακολουθεί απότομη πτώση και μετά παρουσιάζει διακυμάνσεις. Αυτές οι διακυμάνσεις είναι αποτέλεσμα της δημιουργίας επιτυχών πτυχώσεων/λοβών και κάθε μεταγενέστερο τοπικό μέγιστο (peak) αντιστοιχεί στην έναρξη της διαδικασίας αναδίπλωσης.

Ωστόσο, μερικές φορές παρουσιάζεται ένα δευτερεύον μέγιστο ενδιάμεσα σε δύο επιτυχημένα (successive) τοπικά μέγιστα. Η ενέργεια που μετατράπηκε σε πλαστικό έργο είναι απλώς η επιφάνεια κάτω από την καμπύλη, ενώ πολλές φορές για πρακτικούς λόγους χρησιμοποιείται το μέσο φορτίο σαν ένδειξη της ικανότητας απορρόφησης ενέργειας. Ο μη

συμμετρικός τρόπος κατάρρευσης παρουσιάζει παρόμοια χαρακτηριστικά στη καμπύλη φορτίου μετατόπισης [1].

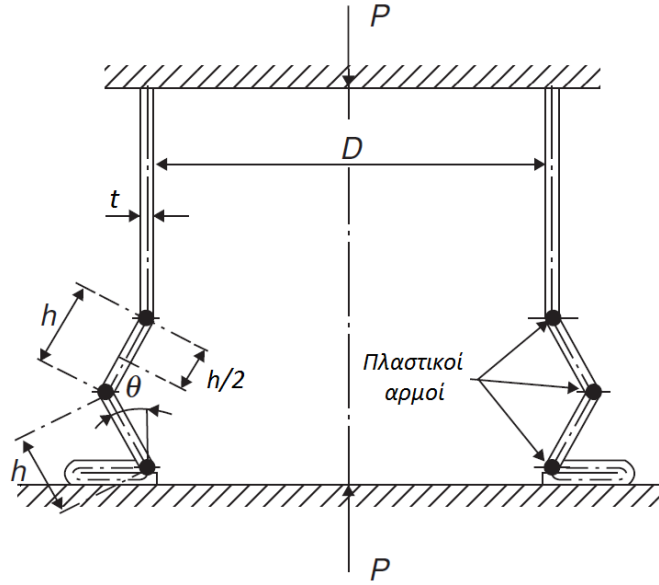


Εικόνα 4.5. Καμπύλη φορτίου-μετατόπισης σωλήνα αλουμινίου που καταρρέει αξονοσυμμετρικά [1].

4.3.2. Αξονοσυμμετρική κατάρρευση

Ο Alexander το 1960 ήταν ο πρώτος που παρουσίασε ένα θεωρητικό μοντέλο για τον αξονοσυμμετρικό τρόπο κατάρρευσης κυκλικών σωλήνων [21]. Η ανάλυση του είναι απλή και έρχεται σε συμφωνία με τα πειραματικά αποτελέσματα. Το μέσο φορτίο προκύπτει από την εξίσωση του εσωτερικού έργου (W_i) με το εξωτερικό (W_e). Το εσωτερικό έργο είναι αυτό που απαιτείται για την πλαστική παραμόρφωση του κελύφους, ενώ το εξωτερικό είναι το μέσο φορτίο πολλαπλασιασμένο με την απόσταση που ενήργησε.

Το μοντέλο αυτό υποθέτει μοτίβο κατάρρευσης φουσαρμόνικα (concertina mode) με ευθείες αναδιπλώσεις (straight-sided convolutions) κάθετες στον άξονα του κελύφους. Μία από αυτές τις αναδιπλώσεις παρουσιάζεται στην εικόνα 4.6. Το έργο που χρειάζεται για να δημιουργηθεί μία τέτοια αναδίπλωση μπορεί να χωρισθεί σε δύο μέρη, το ένα μέρος αφορά την κάμψη του ελάσματος γύρω από τους πλαστικούς αρμούς (hinges) και το άλλο την έκταση του υλικού μεταξύ των αρμών. Για χάρη απλότητας οι ελαστικές παραμορφώσεις, η αλληλεπίδραση κάμψης-εφελκυσμού και η κράτυνση του υλικού αμελούνται, ενώ θεωρούμε άκαμπτο-ιδεωδώς πλαστικό υλικό [21].



Εικόνα 4.6. Μοντέλο Alexander για τον εκτατό τρόπο κατάρρευσης κυκλικού σωλήνα (το σχήμα προέρχεται από την εργασία [21] με τροποποίηση των συμβόλων).

Μαθηματική περιγραφή

Κατά την αύξηση της γωνίας θ κατά $d\theta$, η αύξηση του έργου στους τρεις πλαστικούς αρμούς είναι:

$$dW_1 = 4M_p d\theta \pi(D + h \sin \theta), \quad (4.1)$$

όπου M_p είναι η ροπή πλήρους πλαστικοποίησης ανά μήκος πλαστικού αρμού και θ η γωνία όπως φαίνεται στην εικόνα 4.6. Για στενή ράβδο ισχύει $M_p = Yt^2/4$, όπου Y το όριο διαρροής του υλικού σε μονοαξονικό εφελκυσμό ή θλίψη (υποθέτοντας ότι είναι ίσα). Στην περίπτωσή μας, η «ράβδος» λαμβάνεται πολύ πλατιά καθώς ουσιαστικά παραμορφώνεται υπό συνθήκες επίπεδης παραμορφωσιακής κατάστασης κατά την απειροστή μεταβολή $d\theta$. Κάτω από αυτές τις συνθήκες, αν το υλικό ακολουθεί το κριτήριο διαρροής Von Mises, η τάση διαρροής θα αυξηθεί σε $(2/\sqrt{3}Y)$, και έτσι η ροπή πλήρους πλαστικοποίησης θα ισούται με $(Yt^2)/(2\sqrt{3})$. Συνεπώς η (4.1) παίρνει τη μορφή:

$$dW_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} Yt^2 d\theta (D + h \sin \theta). \quad (4.2)$$

Κατά τη στοιχειώδη αύξηση της γωνίας κατά $d\theta$, η μέση παραμόρφωση για την έκταση του μετάλλου μεταξύ των αρμών είναι :

$$\frac{\pi[D+h \sin(\theta+d\theta)]-\pi[D+h \sin \theta]}{\pi(D+h \sin \theta)} = \frac{h d\theta \cos \theta}{D+h \sin \theta}. \quad (4.3)$$

Η τάση σ' αυτές τις ίνες θα είναι ίση με το όριο διαρροής του μετάλλου σε μονοαξονικό εφελκυσμό Y . Έτσι προκύπτει ότι το στοιχειώδες έργο από την έκτασή τους, που θα είναι:

$$dW_2 = \frac{Yh \, d\theta \cos \theta}{D+h \sin \theta} \pi (D + h \sin \theta) 2ht = 2\pi Yh^2 t \, d\theta \cos \theta. \quad (4.4)$$

Το συνολικό έργο μίας αναδίπλωσης για την αύξηση της θ από 0° σε 90° , είναι:

$$W = \int (dW_1 + dW_2) = \int_0^{\pi/2} \left[\frac{2\pi}{\sqrt{3}} Y t^2 d\theta (D + h \sin \theta) + 2\pi Y h^2 t \, d\theta \cos \theta \right] d\theta. \quad (4.5)$$

Αυτό πρέπει να είναι ίσο με το μέσο φορτίο \bar{P} πολλαπλασιασμένο με τη συνολική του μετατόπιση $2h$ (αμελώντας το πάχος του υλικού). Έτσι ολοκληρώνοντας την εξ. (4.5) καταλήγουμε στην παρακάτω έκφραση για το μέσο φορτίο:

$$\frac{\bar{P}}{Y} = \frac{\pi t^2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\pi D}{2h} + 1 \right) + \pi h t. \quad (4.6)$$

Ο προσδιορισμός του h προκύπτει από την παραγωγή της εξ. (4.6), έτσι έχουμε:

$$h = \sqrt{\frac{\pi D t}{2\sqrt{3}}} \approx 0.953\sqrt{Dt}. \quad (4.7)$$

Ενδιαφέρον έχει να συγκρίνουμε αυτήν την τιμή του h , με αυτήν που προκύπτει από την ελαστική ανάλυση για λυγισμό λεπτών κυλινδρικών κελυφών [22], δηλαδή:

$$h = \frac{\pi\sqrt{Dt}}{2[3(1-\nu^2)]^2} \quad (4.8)$$

όπου ν , ο λόγος Poisson.

Αντικαθιστώντας $\nu = 0.25$ δίνει:

$$h = 1.213\sqrt{Dt} \quad (4.9)$$

Αντικαθιστώντας τώρα $h = k\sqrt{Dt}$ στην εξ. (4.6),

$$\frac{\bar{P}}{Y} = \left(\frac{\pi^2}{2\sqrt{3}} + \pi k \right) t^{1.5} \sqrt{D} + \frac{\pi t^2}{\sqrt{3}}. \quad (4.10)$$

Υποθέτοντας έναν εναλλακτικό τρόπο κατάρρευσης με σχηματισμό των αναδιπλώσεων εσωτερικά αντί για εξωτερικά όπως δείχνει η εικόνα 4.4. Επαναλαμβάνοντας την ίδια διαδικασία, το αποτέλεσμα είναι μία παραλλαγή της εξ. (4.10):

$$\frac{\bar{P}}{Y} = \left(\frac{\pi^2}{2\sqrt{3}} + \pi k \right) t^{1.5} \sqrt{D} - \frac{\pi t^2}{\sqrt{3}}. \quad (4.11)$$

Έχοντας κατά νου την προσεγγιστική φύση αυτής της ανάλυσης, και ότι ο πραγματικός τρόπος παραμόρφωσης βρίσκεται μεταξύ των δύο περιπτώσεων (εσωτερικής και εξωτερικής αναδίπλωσης), φαίνεται λογικό να υιοθετήσουμε τη μέση τιμή των εξ. (4.10) και (4.11), που είναι:

$$\frac{\bar{P}}{Y} = \left(\frac{\pi^2}{2\sqrt{3}} + \pi k \right) t^{1.5} \sqrt{D}. \quad (4.12)$$

Για $k = 0.953$ από την εξ. (4.7) έχουμε:

$$\frac{\bar{P}}{Y} = 5.99 t^{1.5} \sqrt{D}, \quad (4.13)$$

και για $k = 1.213$ από την εξ. (4.9) έχουμε:

$$\frac{\bar{P}}{Y} = 6.16 t^{1.5} \sqrt{D}. \quad (4.14)$$

Έτσι η τελική λύση παίρνει τη μορφή:

$$\bar{P} = KY t^{1.5} \sqrt{D}, \quad (4.15)$$

όπου,

$K \approx 6.08$,

Y : το όριο διαρροής του υλικού (με την υπόθεση ότι είναι ιδεωδώς πλαστικό),

t : το πάχος του κυλίνδρου και

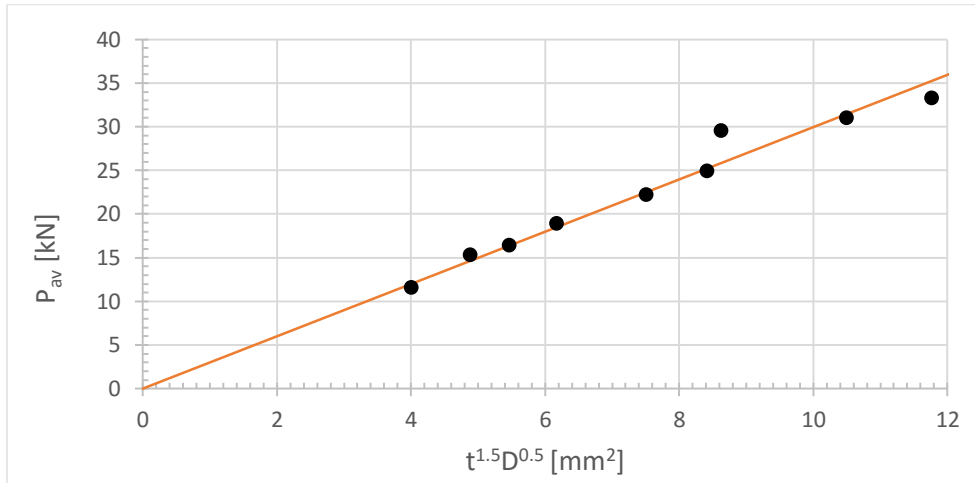
D : η μέση διάμετρος (μέση τιμή της εσωτερικής και εξωτερικής διαμέτρου του κελύφους).

Παρόλο που η παραπάνω ανάλυση είναι αρκετά απλή χωρίς να λαμβάνει υπόψη την υπέρθεση της αξονικής τάσης στο κριτήριο αστοχίας, τον λεπτομερή τρόπο κατάρρευσης και τις συνθήκες ισορροπίας, παρουσιάζει πολύ καλή συμφωνία με τις πειραματικές τιμές του μέσου φορτίου κατάρρευσης. Στον πίνακα 4.1 παρουσιάζονται πειραματικά αποτελέσματα για το μέσο φορτίο κατάρρευσης (P_{av}) σωλήνων από μαλακό χάλυβα. Το διάγραμμα της εικόνας 4.7, δείχνει την πολύ καλή εκτίμηση του μέσου φορτίου κατάρρευσης που παρουσιάζει η ανάλυση που προηγήθηκε, συγκρινόμενη με τα πειραματικά αποτελέσματα του πίνακα 4.1.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1

D [mm]	t [mm]	$t^{1.5} D^{0.5} [mm_{0.75}]$	P_{av} [kN]
36.32	0.76	4.01	11.57
36.32	1.02	6.17	18.95
36.32	1.27	8.63	29.58
53.85	0.76	4.88	15.35
53.85	1.02	7.51	22.20
53.85	1.27	10.50	31.05
67.56	0.76	5.47	16.46
67.56	1.02	8.42	24.95
67.56	1.27	11.76	33.27

Πίνακας 4.1. Πειραματικά αποτελέσματα μέσου φορτίου κατάρρευσης (P_{av}) για σωλήνες από μαλακό χάλυβα (ο πίνακας προέρχεται από το την εργασία [21] με κατάλληλη μετατροπή των μονάδων).



Εικόνα 4.7. Διάγραμμα μέσου φορτίου (P_{av}) με το μέγεθος $t^{1.5}\sqrt{D}$ για σωλήνες από μαλακό χάλυβα διαφόρων διαμέτρων και πάχους (το διάγραμμα προέρχεται από την εργασία [21] με κατάλληλη μετατροπή των μονάδων).

4.3.3. Μη συμμετρικός τρόπος κατάρρευσης

Α) ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ ΥΠΟΠΑΡΑΓΡΑΦΟΥ

c : περιφέρεια του σωλήνα

D : μέση διάμετρος του σωλήνα

R : ακτίνα σωλήνα

t : πάχος σωλήνα

h_0 : αρχικό ύψος σωλήνα

h_1 : ύψος τριγωνικού λοβού

h_s : μήκος σωλήνα μικρότερο του h_1

h : ύψος του σωλήνα που «σάρωσε» ο κινούμενος πλαστικός αρμός

m : πλήθος λοβών/πτυχώσεων στην αξονική κατεύθυνση

n : πλήθος περιφερειακών λοβών/πτυχώσεων

P : στιγμιαίο αξονικό φορτίο

\bar{P} : μέσο φορτίο κατάρρευσης

r, r_1, r_2 : ακτίνες κινούμενου πλαστικού αρμού

r^* : βέλτιστη ακτίνα κινούμενου πλαστικού αρμού

M_p : ροπή πλήρους πλαστικοποίησης ανά μονάδα μήκους

W_p : πλαστικό έργο διάχυσης

$\bar{\sigma}$: μέση τάση κατάρρευσης

σ_y : όριο διαρροής σε μονοαξονική φόρτιση

σ_0 : ενεργό όριο διαρροής (από κριτήριο διαρροής Von Misses και θεώρηση επίπεδης παραμορφωσιακής κατάστασης)

σ_c : όριο διαρροής σε θλίψη

σ_T : όριο διαρροής σε μονοαξονικό εφελκυσμό

θ : γωνία γωνία που σχηματίζει ο κεκλιμένος πλαστικός αρμός με επίπεδο κάθετο στον διαμήκη άξονα του σωλήνα

\bar{af} : απόσταση μεταξύ των επιπέδων μετά την κατάρρευση του σωλήνα (κάτοψη)

\bar{ac} : απόσταση μεταξύ των γωνιών μετά την κατάρρευση του σωλήνα (κάτοψη)

Η παρακάτω ανάλυση λαμβάνει υπόψη της ακόλουθες παραδοχές:

- η παραμόρφωση προκύπτει κυρίως από κάμψη του υλικού του,
- η μέση επιφάνεια παραμένει μη εκτατή ανεξάρτητα από το μέγεθος των παραμορφώσεων,
- τα άκρα του σωλήνα παραμορφώνονται ελεύθερα όπως επιβάλλει ο προβλεπόμενος μηχανισμός κατάρρευσης
- η συμπίεση πραγματοποιείται χωρίς τριβή,
- το υλικό είναι άκαμπτο-ιδεωδώς πλαστικό και
- οι εκφράσεις του μέσου φορτίου μετά τον λυγισμό, βασίζονται στην τελική κατάσταση κατάρρευσης και όχι στο ιστορικό της πλαστικής παραμόρφωσης.

B) ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗ ΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΣ ΥΠΟΨΗ ΤΟΥΣ ΣΤΑΤΙΚΟΥΣ ΠΛΑΣΤΙΚΟΥΣ ΑΡΜΟΥΣ

Βασικός μηχανισμός

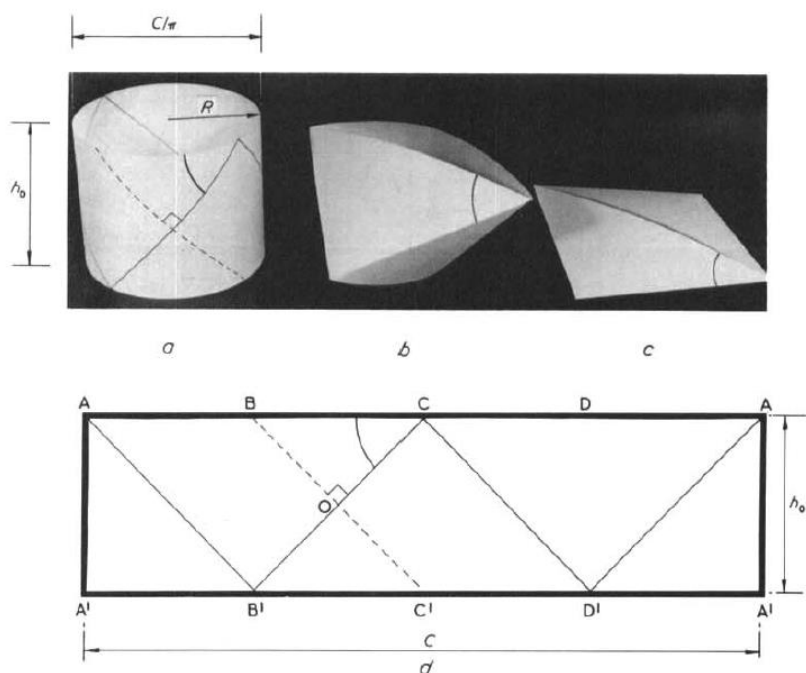
Θεωρούμε την αξονική συμπίεση μεταξύ δύο επίπεδων, άκαμπτων και παράλληλων πλακών σε ορθή γωνία με τον διαμήκη άξονα ενός λεπτού κυκλικού σωλήνα με λόγο περιφέρειας-ύψους $c/h_0 = 4$, βλ. εικόνα 4.8a. Το ανάπτυγμα της επιφάνειας του κυλίνδρου φαίνεται στην εικόνα 4.8d, οι γραμμές AB' , $B'C$, CD' και $D'A$ είναι συνεχείς και οι γωνίες που σχηματίζουν με τις πλευρές του αναπτύγματος είναι $\pm 45^\circ$. Στις γραμμές αυτές θεωρείται ότι σχηματίζονται πλαστικοί αρμοί από την έναρξη της συμπίεσης και παραμένουν μέχρι το τέλος της.

Αρχικά υπάρχουν τέσσερα καμπυλόγραμμα τρίγωνα ($AB'C$, $B'CD'$, $CD'A$ και $D'AB'$) που συνθέτουν την κυλινδρική επιφάνεια. Μετά την πλήρη συμπίεση, γίνονται ισοσκελή και διαχωρίζονται από την τεθλασμένη γραμμή $AB'CD'A$ στην οποία πραγματοποιείται έντονη κάμψη, δηλ. σχηματίζεται γραμμικός πλαστικός αρμός. Μετά το τέλος της διαδικασίας τα επιμέρους ευθύγραμμα τμήματα της $AB'CD'A$ κείτονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

Η πλαστική συμπίεση αποτελείται από δύο μέρη. Το ένα αφορά τη σταδιακή ισοπέδωση (flattening) των καμπυλόγραμμων τριγώνων, που συνεπάγεται τον απειρισμό της ακτίνας καμπυλότητας (R). Το δεύτερο μέρος αφορά την κάμψη γύρω από τους πλαστικούς αρμούς AB' , $B'C$, CD' και $D'A$. Σημαντικό είναι να αναφερθεί ότι η διακεκομμένη γραμμή BOC' που φαίνεται στην εικόνα 4.8d είναι πάντα κάθετη στην $B'C$. Καθώς ο κύλινδρος καταρρέει οι γραμμές BO και OC' ισιώνουν και τελικά συμπίπτουν, πράγμα που σημαίνει ότι η γωνία που κάμπτεται το υλικό γύρω από τους πλαστικούς αρμούς είναι $\pi \text{ rad}$.

Υπολογισμός του μέσου φορτίου μετά τον λυγισμό (post-buckling load)

Οι παρακάτω υπολογισμοί αμελούν τις παραμορφώσεις εξ' αιτίας ορθών και διατμητικών τάσεων, συνεπώς θα θεωρούμε ότι το θλιπτικό φορτίο (P) προκαλεί μόνο κάμψη του υλικού.



Εικόνα 4.8. (a), (b), (c) Χάρτινα μοντέλα που παρουσιάζουν τον μηχανισμό κατάρρευσης δύο λοβών για ένα κυκλικό σωλήνα. (d) Σχηματιζόμενοι πλαστικοί αρμοί στην επιφάνεια του κυλίνδρου [23].

Το έργο για την αφαίρεση της καμπυλότητας του σωλήνα ($1/R$), είναι: $M_p h_0 2\pi$, δηλ. $M_p h_0$ πολλαπλασιασμένο με τη γωνία περιστροφής (2π). Η (M_p) είναι η ροπή πλήρους πλαστικοποίησης ανά μονάδα μήκους για δεδομένο πάχος σωλήνα. Τα καμπυλόγραμμα τρίγωνα περιστρέφονται γύρω από τον πλαστικό αρμό διαγράφοντας γωνία $\pi \text{ rad}$. Συνεπώς, το έργο από την περιστροφή του υλικού γύρω από τους πλαστικούς αρμούς είναι: $4M_p \pi h_0 \text{cosec}(45^\circ)$.

Τελικά, το συνολικό έργο που διαχέεται είναι: $W_p = 2\pi M_p h_0 (1 + 2\sqrt{2})$, η σε άλλη μορφή:

$$\frac{\bar{P}}{2\pi M_p} = \frac{W_p}{2\pi M_p h_0} = 1 + 2\sqrt{2}, \quad (4.16)$$

όπου (\bar{P}) το μέσο φορτίο κατάρρευσης και ισούται με W_p/h_0 .

Αν υποθέσουμε ότι ο λόγος του σωλήνα c/h_0 ήταν $6\sqrt{3}$, βλ. εικόνα 4.8g, θα σχηματίζονταν πλ. αρμοί σε γωνίες $\theta = \pm\pi/6$ με το οριζόντιο επίπεδο. Περιφερειακά θα υπήρχαν τρεις τριγωνικοί λοβοί και η μορφή μετά τη πλήρη κατάρρευση του σωλήνα θα ήταν εξαγωνική, με τις άνω και κάτω κυκλικές ακμές να σχηματίζουν ισόπλευρα τρίγωνα, βλ. εικόνα 4.9f.

Γενικεύοντας τα παραπάνω για n λοβούς, η γωνία θ των αρμών θα ισούται με $\pi/2n$ και το ύψος του ενός τριγώνου (h_1) με $(\frac{c}{2n} \tan \frac{\pi}{2n})$, βλ. εικόνα 4.10. Το συνολικό μήκος των αρμών θα είναι $2nh_0 \text{cosec}(\frac{\pi}{2n})$, ενώ το πλαστικό έργο που απαιτείται για την αφαίρεση της

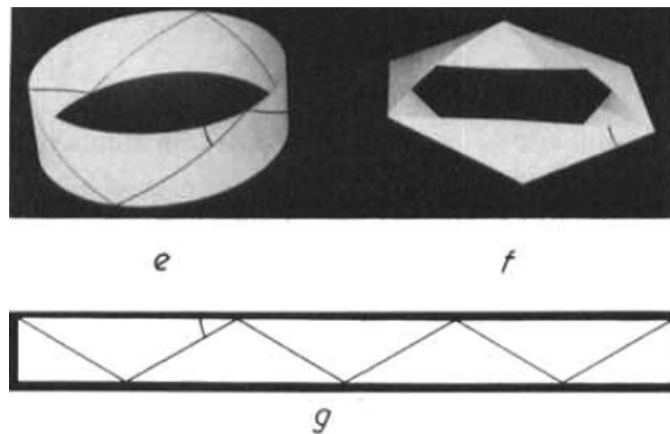
καμπυλότητας της επιφάνειας του κυλίνδρου, θα είναι ίδιο με πριν. Με βάση τα παραπάνω, έχουμε:

$$W_p = 2\pi M_p h_0 + M_p \pi 2n h_0 \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2n}\right)$$

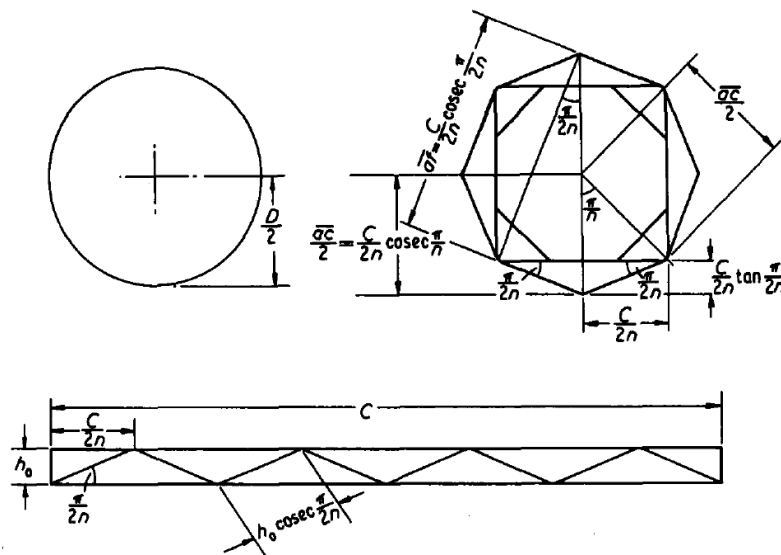
ή καλύτερα στη μορφή:

$$\frac{\bar{P}}{2\pi M_p} = \frac{W_p}{2\pi M_p h_0} = 1 + n \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2n}\right) \quad (4.17)$$

Το πηλίκο της ενέργειας που διαχέεται σε πλαστικό έργο στους αρμούς, προς αυτό που απαιτείται για την αφαίρεση της καμπυλότητας του σωλήνα, είναι $n \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2n}\right)/1$. Για το εξαγωνικό μοτίβο ($n = 3$), παίρνει την τιμή 6 και το τετραγωνικό ($n = 2$), παίρνει την τιμή $2\sqrt{2}$.



Εικόνα 4.9. (e), (f), (g) Μηχανισμός κατάρρευσης τριών λοβών για κυκλικό σωλήνα [23].

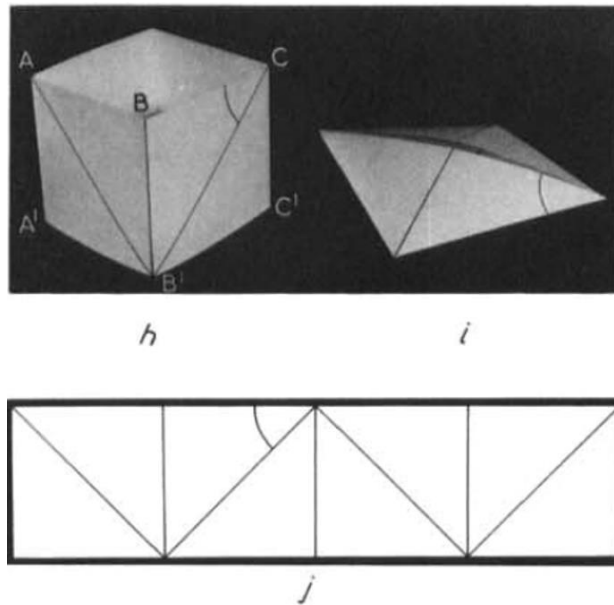


Εικόνα 4.10. Γεωμετρικές συσχετίσεις σωλήνα που καταρρέει με μορφή περιφερειακών λοβών. Παρουσιάζεται η κάτοψη και το ανάπτυγμα της επιφάνειας για την περίπτωση που σχηματίζονται τρεις λοβοί [23].

Σωλήνες με διατομή διαφορετικού σχήματος

Με παρόμοιο τρόπο μπορούν να αντιμετωπιστούν και σωλήνες με διατομή διαφορετικού σχήματος. Για παράδειγμα, ο τετραγωνικός σωλήνας που φαίνεται στην εικόνα 4.11h και έχει αναλογίες $c/h_0 = 4$ (ίδιες με του κυκλικού σωλήνα της εικόνας 4.8a) υποθέτουμε πως καταρρέει σχηματίζοντας δύο λοβούς. Ο μηχανισμός κατάρρευσης που προτείνεται είναι παρόμοιος με αυτόν που εξετάσαμε παραπάνω, με εξαίρεση να αποτελεί το γεγονός ότι όλες οι επιφάνειες είναι αρχικά επίπεδες, και έτσι δε χρειάζεται επιπλέον έργο για την αφαίρεση της καμπυλότητας. Βέβαια αντί για την καμπύλη επιφάνεια υπάρχουν τέσσερις κατακόρυφες γωνίες που θα σχηματιστούν επιπλέον αρμοί (AA', BB' κτλ.) κατά τη κατάρρευση του σωλήνα. Σε αυτούς τους πρόσθετους αρμούς, θα πραγματοποιηθεί περιστροφή υλικού σχηματίζοντας γωνία $\pi/2$ (αρχικά ήταν $\pi/2$ στις γωνίες του σωλήνα και στο τέλος της κατάρρευσης έγινε π).

Το έργο που απαιτείται από τους τέσσερις πρόσθετους πλαστικούς αρμούς είναι $4M_p h_0 \pi/2$, ενώ το συνολικό πλαστικό έργο παραμένει το ίδιο με την περίπτωση του κυκλικού σωλήνα, βλ. εξ. (4.16). Στη συνέχεια, οι αναφορές μας θα περιοριστούν μόνο σε κυκλικούς σωλήνες.



Εικόνα 4.11. (h), (i), (j) Μηχανισμός κατάρρευσης δύο λοβών για ένα τετραγωνικό σωλήνα [23].

Γ) Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΜΗΚΟΥΣ ΤΟΥ ΣΩΛΗΝΑ

Ακέραιος αριθμός λοβών (m) στην αξονική κατεύθυνση

Υποθέτουμε κύλινδρο με λόγο ($\frac{c}{h_0} = 2$), που έχει το διπλάσιο ύψος από αυτόν στην εικόνα 4.8a. Μπορούμε επίσης να φανταστούμε ότι καταρρέει με τέτοιο τρόπο όπως παρουσιάζεται

στην εικόνα 4.12a, δηλ. με τον συνδυασμό δύο επάλληλων τρόπων κατάρρευσης όπως αυτός της εικόνας 4.8a. Το κατώτερο τμήμα είναι ίδιο με το ανώτερο έχοντας περιστραφεί κατά 180°.

Τώρα έχουν δημιουργηθεί δύο λοβοί στην αξονική κατεύθυνση ($m = 2$). Τέτοια ζευγάρια τριγώνων καταλήγουν στον τρόπο κατάρρευσης διαμαντιού (εικόνα 4.12a A'BC'B''). Όταν ο σωλήνας ισοπεδωθεί πλήρως σχηματίζει τέσσερα τετράγωνα πλευράς ($c\sqrt{2}/4$) και δημιουργείται ο περιφερειακός πλαστικός αρμός A'B'C'D'.

Το έργο που διαχέεται σ' αυτόν τον πλαστικό αρμό είναι ($\pi M_p c$), βλ. εικόνα 4.12a. Κάνοντας χρήση της εξ. (4.16) και προσθέτοντας το έργο του περιφερειακού πλαστικού αρμού έχουμε: $W_p = 2\pi M_p h_0(1 + 2\sqrt{2}) + \pi M_p c$, και με αντικατάσταση του $c = 2h_0$ καταλήγουμε στην έκφραση:

$$\frac{\bar{P}}{2\pi M_p} = \frac{W_p}{2\pi M_p h_0} = 2 + 2\sqrt{2} \quad (4.18)$$

Αν αυξηθεί πιο πολύ το μήκος του σωλήνα ώστε να δώσει (m) λοβούς στην αξονική διεύθυνση ($c = 4h_1 = 4h_0/m$), και ($m - 1$) οριζόντιους/περιφερειακούς αρμούς, τότε έχουμε: $W_p = 2\pi M_p h_0(1 + 2\sqrt{2}) + (m - 1)\pi M_p 4h_0/m$, ή

$$\frac{\bar{P}}{2\pi M_p} = \frac{W_p}{2\pi M_p h_0} = 1 + 2\sqrt{2} + 2(m - 1)/m, \quad (4.19)$$

και για σωλήνες με μεγάλο αριθμό λοβών στην αξονική διεύθυνση, η παραπάνω σχέση γίνεται: $\frac{\bar{P}}{2\pi M_p} \rightarrow 3 + 2\sqrt{2} = 5.83$.

Στη γενική μορφή όταν σχηματίζονται (n) λοβοί περιφερειακά και (m) λοβοί αξονικά, βλ. εικόνα 4.8b, ισχύει:

$$\tan \theta = \frac{h_0/m}{c/2n}$$

$$c = \frac{2nh_0}{m} \cot \frac{\pi}{2n}$$

και, κάνοντας χρήση την εξ. (4.17),

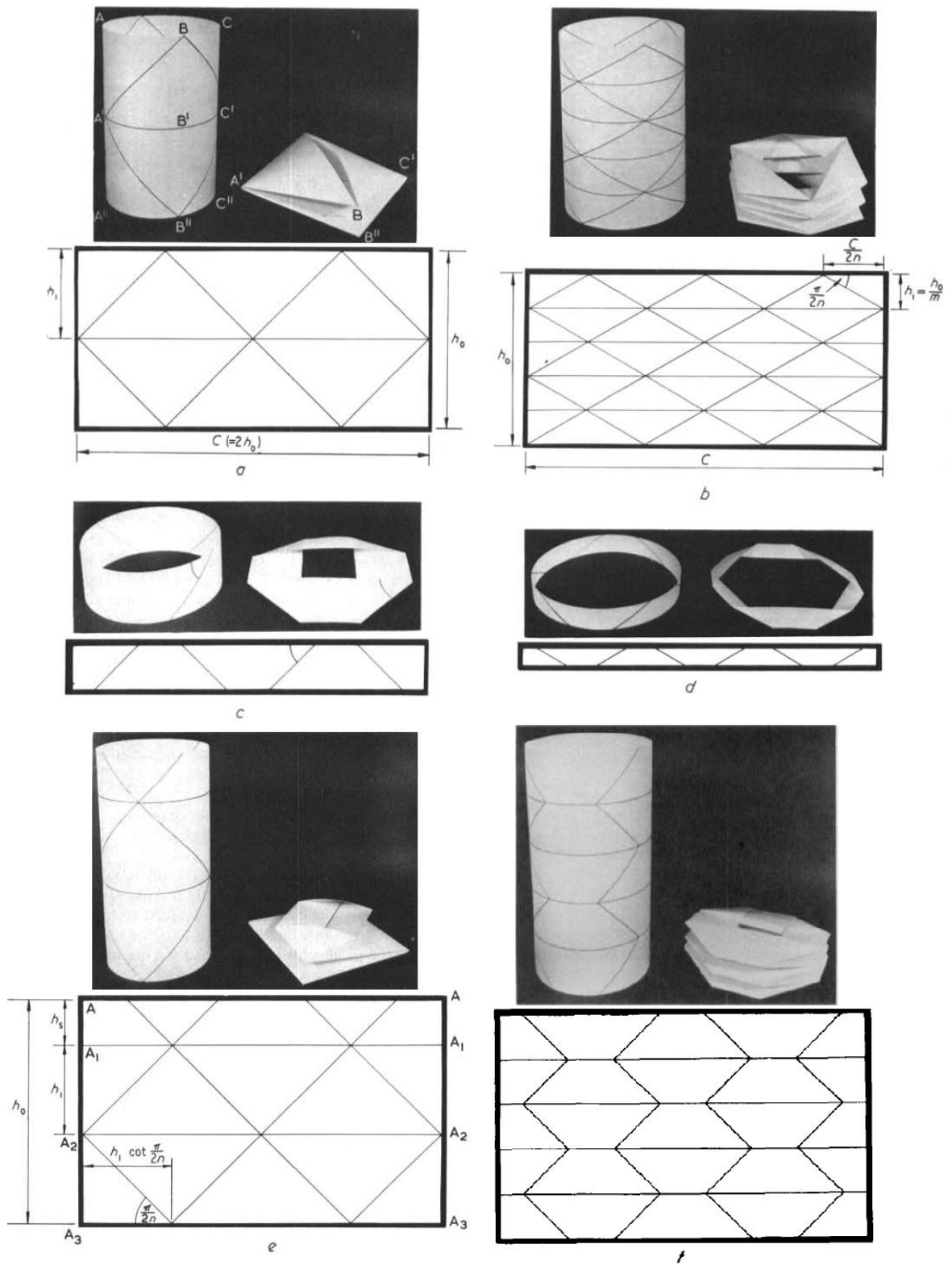
$$\frac{\bar{P}}{2\pi M_p} = 1 + n \operatorname{cosec} \left(\frac{\pi}{2n} \right) + \left(\frac{m-1}{m} \right) n \cot \left(\frac{\pi}{2n} \right), \quad (4.20)$$

ή για σωλήνες με πολλές πτυχώσεις (m),

$$\frac{\bar{P}}{2\pi M_p} \rightarrow 1 + n \operatorname{cosec} \left(\frac{\pi}{2n} \right) + n \cot \left(\frac{\pi}{2n} \right). \quad (4.21)$$

Αν υπάρχουν περισσότεροι από δύο περιφερειακοί λοβοί, το έργο που απαιτείται για την αφαίρεση της καμπυλότητας του σωλήνα είναι λιγότερο από το 10% του έργου που διαχέεται στους πλαστικούς αρμούς. Η συνεισφορά των οριζόντιων αρμών είναι πάντα

σημαντική και πλησιάζει αυτή των κεκλιμένων, όταν αυξάνεται ο αριθμός των αξονικών πτυχώσεων.



Εικόνα 4.12. Τρόποι κατάρρευσης για διάφορα μήκη κυκλικών σωλήνων [23].

Σωλήνες μικρού μήκους ($m < 1$)

Μέχρι τώρα ο μηχανισμός κατάρρευσης που είδαμε αφορούσε σωλήνες με συγκεκριμένο ύψος που αντιστοιχούσε σε ακέραιους αριθμούς (m). Εφαρμόζοντας τον παραπάνω μηχανισμό σε πολύ κοντούς σωλήνες, έχει ως αποτέλεσμα έναν μεγάλο αριθμό λοβών και πλαστικών αρμών, βλ. εικόνα 4.8, 4.9, 4.10 και 4.11. Για κοντούς σωλήνες μπορούν να προταθούν εναλλακτικοί μηχανισμοί κατάρρευσης, που περιλαμβάνουν έναν μικρότερο αριθμό τραπεζοειδών (ή ατελών τριγωνικών) λοβών, βλ. εικόνες 4.12c και 4.12d. Απαιτήσεις συμβατότητας, μεταξύ της απαραμόρφωτης και της τελικής πλήρως παραμορφωμένης κατάστασης, περιορίζουν τις αποδεκτές γωνίες σε $(\pi/2n)$. Αυτό προϋποθέτει ότι ο κυλινδρικός σωλήνας θα ισοπεδωθεί πλήρως και ότι ο μικρότερος αριθμός κεκλιμένων αρμών θα είναι πάλι τέσσερις, αντίστοιχα με την περίπτωση των δύο λοβών ($n = 2$) που συζητήθηκε προηγουμένως.

Η εικόνα 4.12c παρουσιάζει έναν από τους μηχανισμούς με τον οποίο οι κοντοί σωλήνες μπορούν να καταρρεύσουν δημιουργώντας μόνο τέσσερις λοβούς, παρά το γεγονός ότι μπορεί να είναι πιο κοντοί από αυτούς της περίπτωσης 4.9e. Η εικόνα 4.12d δείχνει έναν παρόμοιο μηχανισμό κατάρρευσης με τη δημιουργία τριών περιφερειακών λοβών.

Σε κάθε περίπτωση, το συνολικό μήκος των πλαστικών αρμών υπολογίζεται πάλι από τη σχέση $2nh_0 \text{cosec}(\pi/2n)$, και το μέσο φορτίο μετά τον λυγισμό από την εξ. (4.17). Έτσι, για τον ίδιο σωλήνα, ο μηχανισμός που φαίνεται στην εικόνα 4.12c, ($n = 2$), θα καταλήξει σε χαμηλότερο μέσο φορτίο από ότι από αυτόν που φαίνεται στην εικόνα 4.9e, που έχει μεγαλύτερο αριθμό περιφερειακών λοβών, ($n = 3$).

Μακρύτεροι σωλήνες τυχαίου αζονικού μήκους (m όχι ακέραιος)

Για μακρύτερους σωλήνες που το ύψος τους δεν είναι ακέραιο πολλαπλάσιο (m) του ύψους των λοβών (h_1), ένας πιθανός μηχανισμός παραμόρφωσης φαίνεται στην εικόνα 4.12e. Το ένα μήκος AA_1 , ύψους (h_s), θεωρούμε ότι θα καταρρεύσει σχηματίζοντας τραπεζοειδείς λοβούς, ενώ το υπόλοιπο τριγωνικούς.

Αυτός ο μικρού-μήκους μηχανισμός κατάρρευσης (για το τμήμα AA_1) είναι παρόμοιος με αυτόν που αναφέραμε προηγουμένως για κοντούς σωλήνες, ($m < 1$), μόνο που στην περίπτωση αυτή υπάρχει ένας επιπλέον οριζόντιος αρμός, ο A_1A_1 . Το μήκος του οριζόντιου αρμού είναι $c = \pi D = 2nh_1 \cot \frac{\pi}{2n}$ και η περιστροφή του υλικού γύρω του, είναι $\pi/2$.

Με βάση τα παραπάνω και επιτρέποντας την περιστροφή γύρω από τους πλάγιους (κεκλιμένους) αρμούς, βλ. εξ. (4.17), το μέσο φορτίο κατάρρευσης για αυτό το τμήμα μικρού-μήκους, είναι: $\frac{W_p}{2\pi M_p h_0} = 1 + n \text{cosec} \left(\frac{\pi}{2n} \right) + \frac{\pi D}{4h_s}$, ή

$$\frac{\bar{P}}{2\pi M_p} = 1 + n \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2n}\right) + \frac{nh_1}{2h_s} \cot\left(\frac{\pi}{2n}\right). \quad (4.22)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι το μέσο φορτίο είναι μία συνάρτηση του (h_s) και γίνεται ελάχιστο όταν ($h_s \rightarrow h_1$), όπως αυτό που παράγεται στο κάτω τμήμα του σωλήνα (A_2A_3) και φαίνεται στην εικόνα 4.12ε. Όταν ο σωλήνας είναι αρκετά μακρύς (μεγάλο m) το μέσο φορτίο μετά τον λυγισμό για το τμήμα (A_1A_2) προσεγγίζει την τιμή που δίνει η σχέση (4.21).

Ανάμεσα στους μηχανισμούς κατάρρευσης που μπορούν να προταθούν για οποιοδήποτε μήκος σωλήνα (μη ακέραιο m) είναι αυτός που φαίνεται στην εικόνα 4.12f, όπου ο σωλήνας καταρρέει σε σειρά τραπεζοειδών λοβών.

Για σωλήνα μεγάλου μήκους και τέτοιου μοτίβου κατάρρευσης, το μέσο φορτίο μετά τον λυγισμό προσεγγίζεται από τη σχέση:

$$\frac{\bar{P}}{2\pi M_p} = 1 + n \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2n}\right) + \frac{nh_1}{h_s} \cot\left(\frac{\pi}{2n}\right), \quad (4.23)$$

και θα είναι μεγαλύτερο απ' αυτό της προηγούμενης περίπτωσης, εξ. (4.22). Όταν ($h_s \rightarrow h_1$) η εξ. (4.23) παίρνει την ελάχιστη τιμή. Η τιμή του μέσου φορτίου σχετίζεται άμεσα με το πλήθος των οριζόντιων λοβών, και όσο το πλήθος τους αυξάνεται, τόσο αυξάνεται και το μέσο φορτίο.

Γ) ΠΡΟΟΔΕΥΤΙΚΗ ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗ: ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΤΥΧΩΣΕΩΝ (ΛΟΒΩΝ)

Επιστρέφουμε στον βασικό μηχανισμό κατάρρευσης έχοντας υπόψη τον σχηματισμό πτυχώσεων όπως φαίνεται των εικόνων 4.8 και 4.9. Στην απλούστερη του μορφή, η περιστροφή ξεκινά ταυτόχρονα σε όλους τους κεκλιμένους/λοξούς (inclined) αρμούς και συνεχίζει μέχρι την πλήρη ισοπέδωση του σωλήνα. Καθ' όλη τη διαδικασία της κατάρρευσης οι πλ. αρμοί παραμένουν στην ίδια θέση σχετικά με την περιφέρεια του σωλήνα.

Αρχικά, οι ακμές ABCD και A'B'C'D' είναι ομοεπίπεδες, εικόνα 4.8a, αλλά καθώς οι καμπύλες επιφάνειες ισιώνουν, παύουν να ανήκουν στο ίδιο επίπεδο, εικόνα 4.8b, και τελικά με την πλήρη κατάρρευση του σωλήνα, γίνονται και πάλι ομοεπίπεδες, εικόνα 4.8c. Αυτός ο μηχανισμός κατάρρευσης είναι εφικτός για κοντούς σωλήνες, ωστόσο στα ενδιάμεσα στάδια, εικόνα 4.8b, το φορτίο από τις πλάκες της μηχανής δε θα ασκείται ομοιόμορφα στην άνω και κάτω περιφέρεια του σωλήνα παρά μόνο στις σχηματιζόμενες κορυφές (σημειακά φορτία).

Σε μακρύτερους σωλήνες αυτός ο απλός μηχανισμός κατάρρευσης παρουσιάζει κάποιες δυσκολίες στην εφαρμογή του. Για παράδειγμα, θεωρούμε τον σωλήνα που φαίνεται στην εικόνα 4.12a. Σ' αυτή την περίπτωση, και αν υποθέσουμε ότι η περιστροφή συμβαίνει ταυτόχρονα σε όλους τους πλαστικούς αρμούς, παρουσιάζεται μία ασυνέχεια κατά τα ενδιάμεσα στάδια της διαδικασίας κατάρρευσης. Αυτή εμφανίζεται στο μέσο επίπεδο,

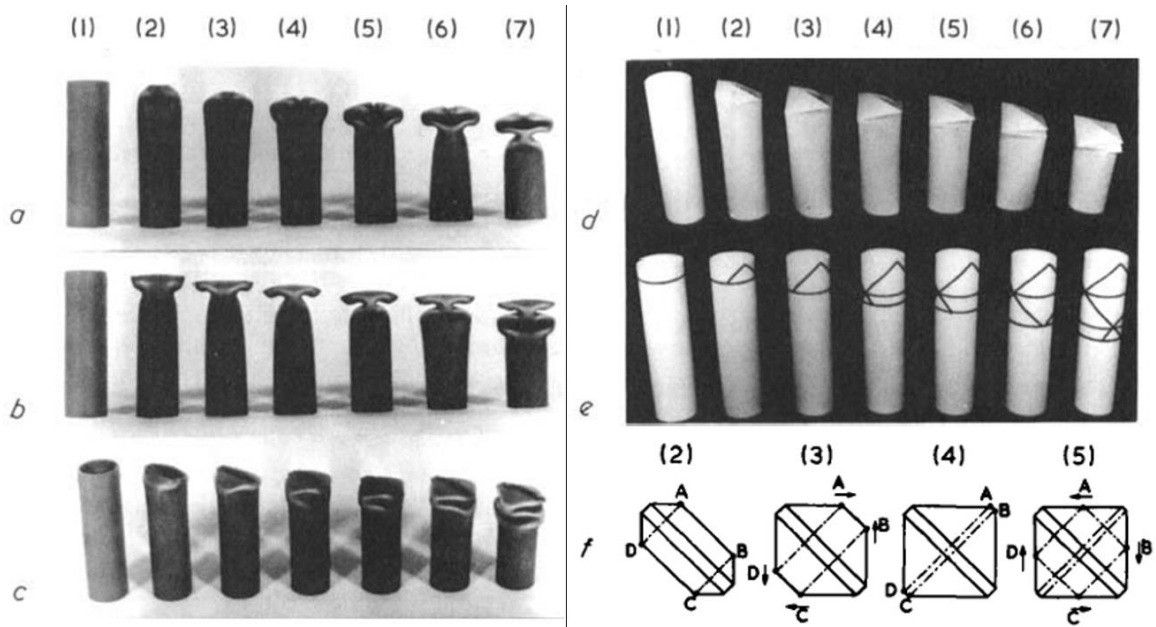
$A'B'C'D'$, μεταξύ των δύο τμημάτων του σωλήνα, AA' και $A'A''$. Είναι προφανές ότι ακόμα και στην πιο απλή μορφή κατάρρευσης σωλήνων μεγάλου μήκους αυτός ο μηχανισμός δεν είναι αποδεκτός.

Στην πραγματικότητα, η περιστροφή υλικού γύρω από τους αρμούς δε συμβαίνει ταυτόχρονα αλλά γίνεται προοδευτικά, ακολουθώντας μια διαδικασία κάμψης και αντίστροφης κάμψης (unbend) που ξεκινά από το ένα άκρο του σωλήνα και διασχίζοντας όλη του την επιφάνεια, καταλήγει στο άλλο.

Ε) ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗ ΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΣ ΥΠΟΨΗ ΤΟΥΣ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟΥΣ ΠΛΑΣΤΙΚΟΥΣ ΑΡΜΟΥΣ

Στην εικόνα 4.13 φαίνεται η διαδικασία παραμόρφωσης που έχει παρατηρηθεί σε άκαμπτους (rigid) σωλήνες κατασκευασμένους από P.V.C., μαζί με την ερμηνεία του μηχανισμού κατάρρευσης που παρουσιάζεται σε μία σειρά χάρτινων.

Με την παρουσία του πρώτου μέγιστου φορτίου, εμφανίζεται ένας περιφερειακός αρμός κοντά στο ένα άκρο του σωλήνα. Το στενό δαχτυλίδι υλικού μεταξύ του πλ. αρμού και του άκρου αυτού, καταρρέει από τον μηχανισμό που συναντήσαμε στους σωλήνες μικρού μήκους, εικόνα 4.12c και δοκίμιο 2 από την εικόνα 4.13.



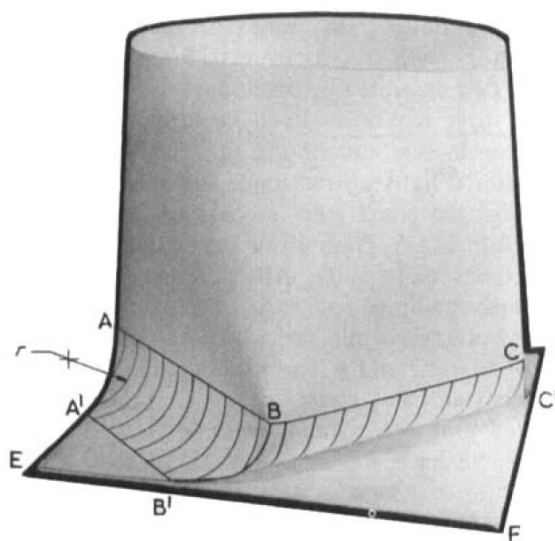
Εικόνα 4.13. (a),(b),(c) Τρεις όψεις από μία σειρά επτά δοκιμίων κατασκευασμένα από άκαμπτο P.V.C. (d) Ισοδύναμα χάρτινα μοντέλα, διπλωμένα κατάλληλα ώστε να παρουσιάζουν τον μη εκτατό τρόπο κατάρρευσης και τη διαδρομή που ακολουθεί ο κινούμενος πλ. αρμός. (e) Απαραμόρφωτοι χάρτινοι σωλήνες με σημειωμένους τους πλ. αρμούς. (f) Κάτοψη που απεικονίζει την κίνηση του πλ. αρμού $ABCD$ [23].

Κατά τη διάρκεια αυτής της πρώτης κατάρρευσης, ο κυκλικός πλ. αρμός γίνεται ορθογωνικός, $ABCD$. Στο επόμενο στάδιο της παραμόρφωσης, ο εν λόγω αρμός αρχίζει να μετακινείται. Οι πλευρές \overline{AB} και \overline{CD} κινούνται προς τα έξω ενώ οι πλευρές \overline{AD} και \overline{BC} κινούνται προς τα μέσα, βλ. εικόνα 4.13 περιπτώσεις d και f. Το συνολικό μήκος του αρμού, $ABCD$, παραμένει σταθερό και ίσο με την περιφέρεια του απαραμόρφωτου σωλήνα. Όταν ολοκληρωθεί ο λοβός, ακολουθεί η αντίθετη διαδικασία, δηλ. οι πλευρές \overline{AB} και \overline{CD} κινούνται προς τα μέσα και οι \overline{AD} και \overline{BC} κινούνται προς τα έξω, για τον σχηματισμό του επόμενου λοβού. Αυτό συνεχίζεται μέχρι να «διέλθει» όλη η αρχική κατακόρυφη καμπύλη επιφάνεια του σωλήνα από τον πλ. αρμό $ABCD$ και τελικά, μόλις ολοκληρωθεί η διαδικασία της κατάρρευσης, να εμφανιστεί σαν οριζόντια επίπεδα διπλωμένα το ένα επάνω στο άλλο.

Κινούμενος πλαστικός αρμός

Ο κινούμενος αρμός είναι ένα σημαντικό χαρακτηριστικό του μηχανισμού κατάρρευσης και απαιτεί λεπτομερή εξέταση. Ένας κινούμενος αρμός, στον οποίο πραγματοποιείται κάμψη και αντίστροφη κάμψη του υλικού, μπορεί να είναι κινηματικά αποδεκτός σε όλα τα στάδια της παραμόρφωσης, βλ. εικόνα 4.13, αλλά δε σημαίνει ότι είναι πάντα αποδεκτός.

Προτείνεται η τοπική παραμόρφωση όπως φαίνεται στην εικόνα 4.14. Εδώ, το υλικό της κυλινδρικής επιφάνειας χάνει την καμπυλότητα του καθώς πλησιάζει την ευθεία γραμμή, AB , και μόλις περάσει από αυτή, κάμπτεται προς τα έξω με μία μικρή ακτίνα καμπυλότητας, (r_1). Μετά, το υλικό ακολουθεί κυκλική πορεία μέχρι να φτάσει τη γραμμή $A'B'$, όπου η αντίστροφη κάμψη τείνει να αφαιρέσει την καμπυλότητα (προερχόμενη από την αρχική κάμψη) και να αφήσει το υλικό επίπεδο μία ακόμα φορά. Καθώς το υλικό που πλησιάζει τη γραμμή BC κάμπτεται προς τα μέσα με μία ακτίνα καμπυλότητας, (r_2), γίνεται επίπεδο όταν φτάσει τη γραμμή $B'C'$.



Εικόνα 4.14. Απλοποιημένο μοντέλο κινούμενου πλαστικού αρμού [23].

Χάριν απλότητας, οι ακτίνες r_1 και r_2 θεωρούνται ίσες, $r_1 = r_2 = r$. Από την εξέταση τομών κάθετων στον διαμήκη άξονα του σωλήνα, διαπιστώνεται ότι οι τομές μεταξύ των δύο κυλινδρικών επιφανειών $AA'B'B$ και $BB'C'C$ είναι ακριβώς μία γωνία ελλειπτικής μορφής, BB' , που κείται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο όπως η πλευρά EF . Αυτές είναι οι διατομές, π.χ. BB' , που σχηματίζονται οι κεκλιμένοι αρμοί. Το υλικό που πλησιάζει τον κινούμενο αρμό κάμπτεται σε γωνίες $\pi/2$ για να σχηματίσει τις γωνίες A, B, C, D και οι λοξοί αρμοί διπλώνουν πλήρως, καλύπτοντας γωνία π όταν το υλικό απομακρύνεται από τον αρμό, δηλ. μετά τη γραμμή $A'B'C'D'$.

Από την παρατήρηση συνεχόμενων τομών διαπιστώνουμε ότι σε όλα τα στάδια μεταξύ A και A' η περίμετρος του πλ. αρμού παραμένει σταθερή με μήκος \overline{ABCD} . Συνεπώς, καθώς το υλικό περνά από την περιοχή μεταξύ των $ABCD$ και $A'B'C'D'$ οι συνθήκες μη εκτατικότητας παραμένουν.

Εκτός από τη μη εκτατικότητα του μέσου επιπέδου, η ανάλυση του βασικού κινούμενου αρμού μπορεί να αντιμετωπιστεί με τρόπο όμοιο με αυτόν της αναστροφής ενός κυλινδρικού σωλήνα. Καθώς το υλικό διέρχεται από τη γραμμή $ABCD$ κάμπτεται με ακτίνα (r). Έτσι αν ένας σωλήνας με ύψος (h) περάσει από τη $ABCD$, η συνολική περιστροφή θα είναι (h/r) και το συνολικό έργο που πραγματοποιείται είναι $cM_p h/r$.

Ένα αντίστοιχο ποσό έργου απαιτείται για να αφαιρεθεί η καμπυλότητα, καθώς το υλικό διέρχεται από τη γραμμή $A'B'C'D'$ και έτσι το συνολικό έργο που πραγματοποιείται από τον κινούμενο αρμό είναι $2cM_p h/r$. Να σημειώσουμε ότι η ακτίνα καμπυλότητας (r), δεν μπορεί να είναι πολύ μικρή διότι το σχετικό έργο θα γίνει πολύ μεγάλο και για το λόγο αυτό, η οξεία κάμψη ($r \rightarrow 0$) που σχετίζεται με έναν αρμό χωρίς τον σχηματισμό κάποιας καμπυλότητας, δεν είναι ικανοποιητική.

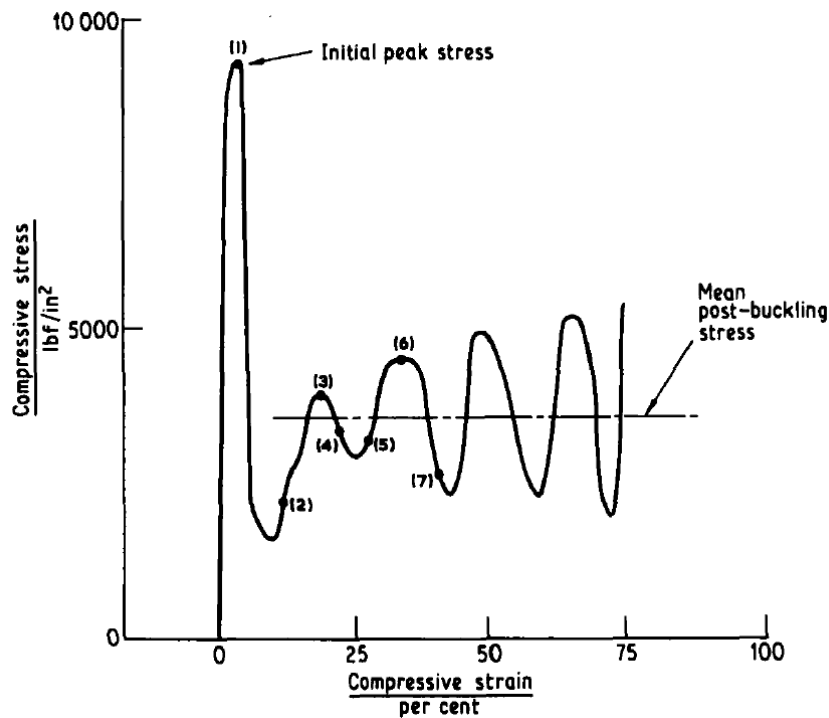
Υποθέτουμε σωλήνα που καταρρέει με μοτίβο διαμαντιού και ότι ο σχηματιζόμενος κινούμενος αρμός διανύει όλο του το μήκος με σταθερή ακτίνα (r). Αν βρούμε το έργο που καταναλώνει ο κινούμενος αρμός και το προσθέσουμε σε αυτό που απαιτείται για την αφαίρεση της καμπυλότητας και τον σχηματισμό λοβών, η εξ. (4.21) δίνει:

$$\frac{W_p}{2\pi M_p h_0} = 1 + n \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2n}\right) + n \cot\left(\frac{\pi}{2n}\right) + \frac{c}{\pi r}, \text{ ή για την περίπτωση κυκλικού σωλήνα,}$$

$$\frac{\bar{P}}{2\pi M_p} = 1 + n \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2n}\right) + n \cot\left(\frac{\pi}{2n}\right) + \frac{D}{r}, \quad (4.24)$$

Καθ' όλη τη διαδικασία παραμόρφωσης η λεπτομερής ανάλυση της περιοχής του κινούμενου αρμού είναι αρκετά περίπλοκη. Ακόμα και στην περίπτωση του απλοποιημένου μηχανισμού που είδαμε παραπάνω, πρέπει να προσδιοριστεί η ακτίνα καμπυλότητας (r), πράγμα καθόλου απλό. Θα πρέπει να ληφθούν υπόψη και άλλοι παράγοντες που περιλαμβάνουν τον τρόπο με τον οποίο η κατεύθυνση της κατακόρυφης κίνησης του πλ. αρμού αναστρέφεται μετά την ολοκλήρωση κάθε αξ. λοβού. Ωστόσο, στον προτεινόμενο μηχανισμό θα ληφθούν δύο επιπλέον απλοποιήσεις που δίνουν μια εικόνα στις λεπτομέρειες της διαδικασίας παραμόρφωσης και του μεγέθους της ακτίνας (r) του κινούμενου αρμού.

Πρώτα θα εξετάσουμε τη φάση της διαδικασίας παραμόρφωσης για την οποία το αξονικό μέσο φορτίο είναι ελάχιστο. Οι εικόνες 4.13 και 4.15 δείχνουν ότι αυτό συμβαίνει όταν τα τοιχώματα του σωλήνα είναι σχεδόν κατακόρυφα όταν πλησιάζουν τον κινούμενο αρμό.



Εικόνα 4.15. Καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης για αξονική, οιονεί στατική συμπίεση λεπτότοιχου σωλήνα. Ο σωλήνας είναι κατασκευασμένος από P.V.C. και ο συνολικός ρυθμός παραμόρφωσης που πραγματοποιείται κατά τη δοκιμή είναι 0.0028 s^{-1} . Τα αριθμημένα σημεία του διαγράμματος αντιστοιχούν στις φάσεις που βρίσκεται το δοκίμιο όπως παρουσιάζονται στην εικόνα 4.13 [23].

Υπολογίζοντας το έργο του σωλήνα που πραγματοποιείται κατά την επιπλέον μικρή κατακόρυφη μετατόπιση του ενός άκρου του, παίρνουμε το στιγμιαίο φορτίο από τη σχέση:

$$\frac{P}{2\pi M_p} = 1 + n \operatorname{cosec} \left(\frac{\pi}{2n} \right) + \frac{D}{r}. \quad (4.25)$$

Αυτό το φορτίο θα είναι ελάχιστο όταν η (r) γίνει μέγιστη. Όμως, παρατηρώντας την εικόνα 4.10, η μέγιστη τιμή της (r) που είναι ικανή να εφάπτεται στο κατακόρυφο αλλά και στο οριζόντιο (μετά την απώλεια της καμπυλότητας του) τμήμα του σωλήνα είναι:

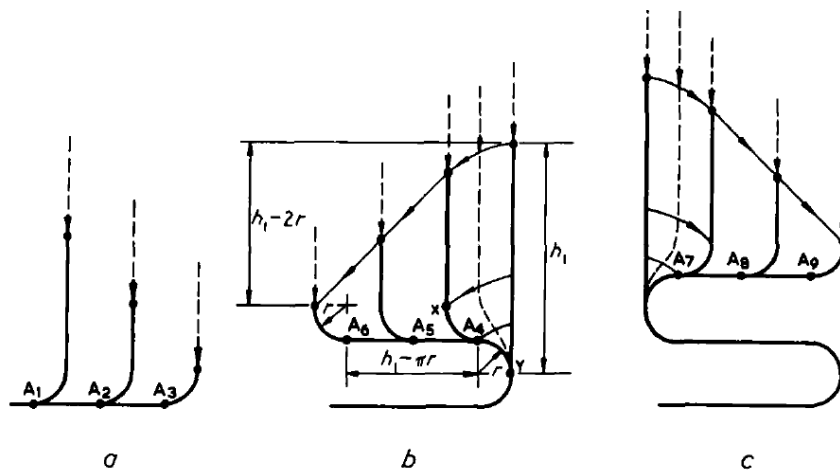
$$r = \frac{\pi D}{2n} \operatorname{cosec} \left(\frac{\pi}{2n} \right) - \frac{D}{2}, \text{ ή καλύτερα,} \quad (4.26)$$

$$\frac{D}{r} = \frac{2}{\left(\frac{\pi}{n} \operatorname{cosec} \left(\frac{\pi}{n} \right) - 1 \right)},$$

για $n = 2, D/r = 0.285$.

Αυτό μπορεί να ληφθεί σαν το μέγιστο όριο για την ακτίνα του κινούμενου πλ. αρμού. Η εξ. (4.25) δεν περιέχει τους όρους που σχετίζονται με τους στατικούς οριζόντιους αρμούς, καθώς δεν έχουν σχηματιστεί σε αυτό το στάδιο.

Ο παρακάτω μηχανισμός περιγράφει τη διαδρομή που ακολουθεί ο κινούμενος αρμός καθώς κινείται προς το εσωτερικό, σχηματίζει στατικό οριζόντιο αρμό, αντιστρέφει την κατεύθυνση του και τέλος κινείται προς τα έξω. Για την απλοποίηση των υπολογισμών, θα υποθεθεί ότι η ακτίνα καμπυλότητας παραμένει σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια της διαδικασίας παραμόρφωσης και ότι το υλικό του σωλήνα προσεγγίζει τον κινούμενο αρμό πάντα κατακόρυφα. Ο μηχανισμός αυτός παρουσιάζεται στην εικόνα 4.16 από μία σειρά σκαριφημάτων που αναπαριστούν τη μέση επιφάνεια του σωλήνα. Αρχικά το τμήμα AB , εικόνα 4.15, κινείται προς τα μέσα ξεκινώντας από το A_1 στο A_2 και μετά στο A_3 , βλ. εικόνα 4.16a. Όταν ο αρμός φτάσει στον άξονα του σωλήνα, η κίνηση του σταματάει από τον απέναντι (συμμετρικό) αρμό CD . Περεταίρω συμπίεση έχει ως αποτέλεσμα το σχηματισμό δύο καμπών ορθής γωνίας (right angle bends), βλ. εικόνα 4.16b. Πάλι, για λόγους απλότητας, θεωρείται ότι καθεμιά από αυτές τις καμπές (bends) έχει ακτίνα καμπυλότητας (r), ίση με αυτή του αρχικού κινούμενου αρμού. Καθώς η συμπίεση συνεχίζεται, ο νέος αρμός κινείται προς τα έξω μέχρι να φτάσει το όριο της διαδρομής του. Όταν σχηματιστούν δύο επιπλέον στατικές καμπές, η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Σημειώστε ότι για τη δημιουργία ενός λοβού μήκους (h_1) με το μηχανισμό αυτό, το θλιπτικό φορτίο έχει μετακινηθεί προς τα κάτω απόσταση ($h_1 - 2r$), ο κινητός πλ. αρμός έχει μετακινηθεί απόσταση ($h_1 - \pi r$) και δύο στατικές καμπές ορθής γωνίας που σχηματίζονται, είναι ισοδύναμες με ένα στατικό πλ. αρμό.



Εικόνα 4.16. Απλοποιημένος κινητός πλ. αρμός που σχηματίζει σταθερό οριζόντιο πλ. αρμό [23].

Γύρω από όλη την περιφέρεια του σωλήνα, το έργο που καταναλώνεται από τον κινούμενο αρμό είναι $2cM_p(h_1 - \pi r)/r$, και για τον σχηματισμό των δύο σταθερών καμπών ορθής γωνίας είναι $2cM_p(\pi/2)$. Το έργο που πραγματοποιείται για την αφαίρεση της καμπυλότητας του σωλήνα είναι $M_p h_1 2\pi$, ενώ το έργο που πραγματοποιείται από τους κεκλιμένους αρμούς θα είναι ελάχιστα μικρότερο από $M_p 2nh_1 \left[\operatorname{cosec} \left(\frac{\pi}{2n} \right) \right] \pi$. Εξισώνοντας αυτές τις ποσότητες με το έργο που πραγματοποιεί το μέσο αξονικό φορτίο (\bar{P}), παίρνουμε την έκφραση:

$$\bar{P}(h_1 - 2r) = \frac{2cM_p(h_1 - \pi r)}{r} + 2cM_p \left(\frac{\pi}{2}\right) + M_p h_1 2\pi + M_p 2nh_1 \left[\operatorname{cosec} \left(\frac{\pi}{2n}\right) \right] \pi.$$

Αντικαθιστώντας $c = \pi D = 2nh_1 \cot\left(\frac{\pi}{2n}\right)$ και κάνοντας τις απαραίτητες απλοποιήσεις, καταλήγουμε στη σχέση:

$$\frac{\bar{P}}{2\pi M_p} = \frac{\frac{D}{r} - n \cot\left(\frac{\pi}{2n}\right) + 1 + n \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2n}\right)}{\left(1 - \frac{2r}{h_1}\right)}, \quad (4.27)$$

η οποία έχει ελάχιστη τιμή για (r) μεταξύ 0 και $h_1/2$. Παραγωγίζοντας την παραπάνω σχέση βρίσκουμε την (r^*) , δηλ. την τιμή της ακτίνας (r) για την οποία το (\bar{P}) γίνεται ελάχιστο. Έτσι έχουμε:

$$r^* = \frac{D}{A} \left[\left(1 + \frac{h_1 A}{2D}\right)^{0.5} - 1 \right] = \frac{D}{A} \left[\left(1 + \frac{\pi A}{4n} \tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)\right)^{0.5} - 1 \right], \quad (4.28)$$

όπου $A = 1 + n \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2n}\right) - n \cot\left(\frac{\pi}{2n}\right)$.

Αντικαθιστώντας την έκφραση της (r^*) στην εξ. (4.27) παρατηρούμε ότι η ποσότητα $(\bar{P}/2\pi M_p)$ είναι συνάρτηση μόνο του (n) , και για $n = 2 \rightarrow r^* = 0.17D$. Η τιμή αυτή είναι μικρότερη από το μέγιστο όριο της (r) από την προηγούμενη ανάλυση, εξ. (4.26), και είναι σε λογική συμφωνία με τις προσεγγιστικές τιμές των ακτινών (r) που παρατηρήθηκαν στους σωλήνες από P.V.C της εικόνας 4.13.

Η ανάλυση αυτής της υποπαραγράφου προέρχεται από την εργασία: Johnson W, Soden PD, Al-Hassani STS. Inextensional collapse of thin-walled tubes under axial compression. J Strain Anal 1977;12-4.

4.4. Αξονική κατάρρευση κόλυρων τετραγωνικών πυραμίδων

A) ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΥ

a : μήκος πλευράς της μεγάλης τετραγωνικής βάσης της τετραγωνικής πυραμίδας (βλ. εικόνα 4.18a)

b_1 : πλάτος λωρίδας σύνδεσης

h : ύψος λοβού (βλ. εικόνα 4.18a)

H : ύψος τραπεζοειδούς έδρας (βλ. εικόνα 4.17b)

l : μήκος κεκλιμένου πλαστικού αρμού (hinge line) (βλ. εικόνα 4.18a για l και l_1)

L : αξονικό ύψος κελύφους

m : πλήθος των ημικυμάτων /πτυχώσεων της πλάκας

M_p : ροπή πλήρους πλαστικοποίησης ανά μονάδα μήκους

n : πλήθος συνδετικών λωρίδων

P : αξονικό φορτίο

\bar{P} : μέσο φορτίο κατάρρευσης μετά τον λυγισμό

P_{max} : αρχικό μέγιστο φορτίο

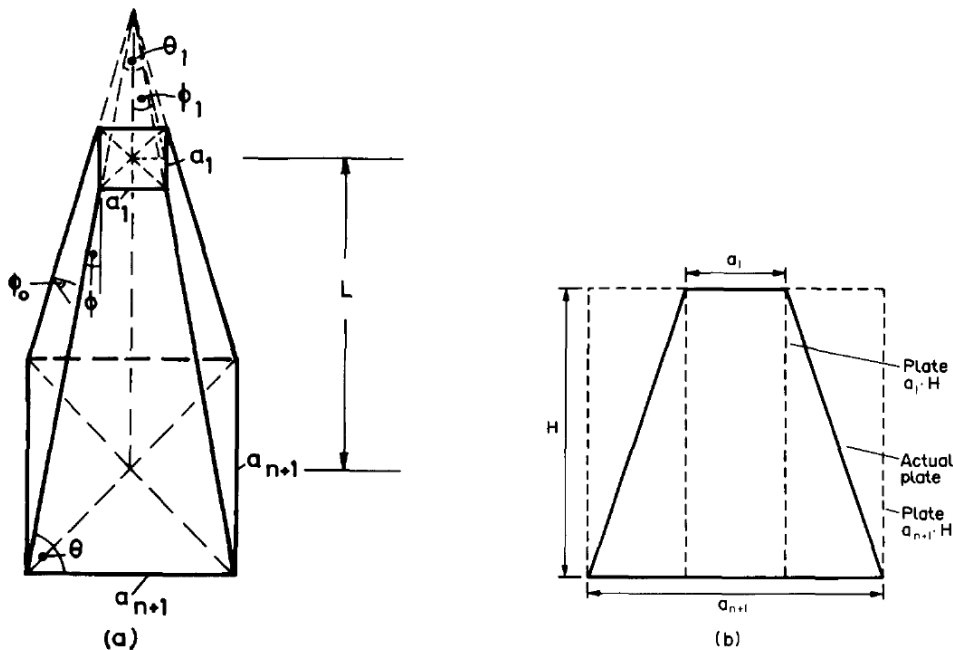
P_γ : τελικό φορτίο διαρροής

- r : ακτίνα καμπυλότητας του κελύφους
- t : πάχος κελύφους
- t_1 : πάχος συνδετικής λωρίδας
- W : πλαστικό έργο διάχυσης
- x : μήκος (βλ. εικόνα 4.18a)
- Y : όριο διαρροής του υλικού
- δ : εκτροπή ή μετακίνηση φορτίου
- θ : γωνία (βλ. εικόνα 4.17a γωνίες θ και θ_1)
- φ : γωνία (βλ. εικόνα 4.17a γωνίες φ , φ_0 και φ_1)

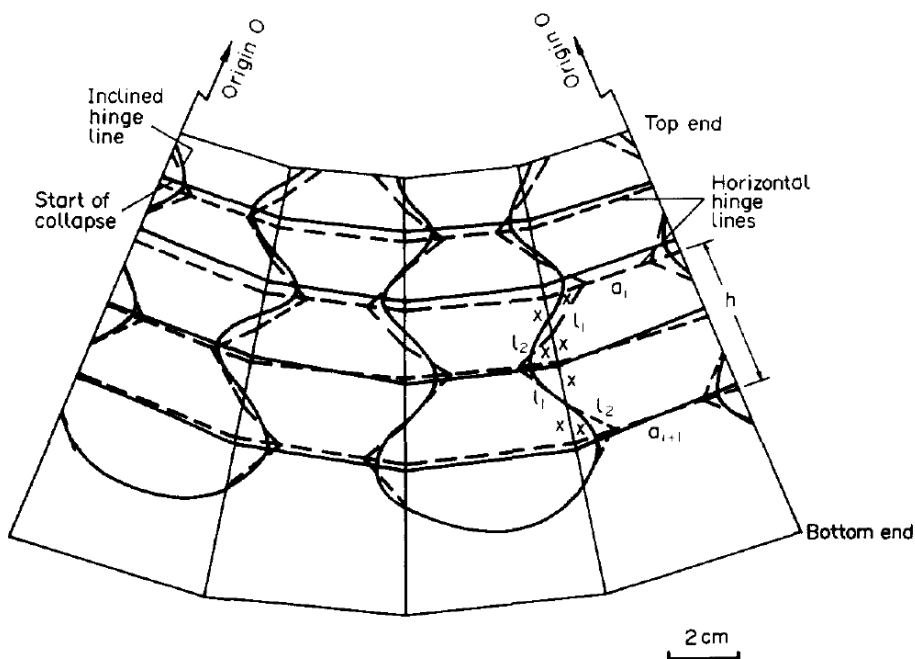
B) ΜΗ ΕΚΤΑΤΟΣ ΤΡΟΠΟΣ ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗΣ

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά μιας τετραγωνικής κόλουρης πυραμίδας φαίνονται στην εικόνα 4.17a. Οι έδρες της έχουν σχήμα τραπέζιο και ύψος (H), όπως φαίνεται στην εικόνα 4.17b. Υποθέτουμε ότι αυτή η έδρα λυγίζει υπό την επίδραση θλιπτικού φορτίου κατά μήκος των πλευρών της, αμελώντας όλα τα καμπτικά φαινόμενα. Αφήνοντας την έδρα να λυγίσει, θα σχηματιστούν $(n + 1)$ τμήματα, που ονομάζονται πλαστικά μήκη ημικύματος (semi-wavelengths). Μεταξύ δύο γειτονικών τμημάτων σχηματίζεται ένας οριζόντιος πλαστικός αρμός. Το μήκος κάθε λοβού είναι (h), βλ. εικόνα 4.18, και λαμβάνεται σταθερό κατά το ύψος (H) της τραπεζοειδούς έδρας, άρα ισχύει:

$$h = H/m \quad (4.29)$$



Εικόνα 4.17: (a) Σκαρίφημα τετραγωνικής πυραμίδας. (b) Μια τραπεζοειδής έδρα της τετραγωνικής κόλουρης πυραμίδας [24].



Εικόνα 4.18: Μοτίβο παραμόρφωσης για τη μη εκτατή κατάρρευση τετραγωνικής κόλουρης πυραμίδας [24].

Η υπόθεση των ισοϋψών τμημάτων (h), επιβεβαιώνεται πειραματικά από την αξονική συμπίεση τετραγωνικών κόλουρων πυραμίδων από PVC, με μικρές γωνίες ημικορυφής.

Θεωρώντας δύο εξιδανικευμένες ορθογωνικές πλάκες διαστάσεων $a_1 \times H$ και $a_{n+1} \times H$, βλ. εικόνα 4.17b, να καταρρέουν πλαστικά υπό την επίδραση επίπεδης (λοξής) φόρτισης, αυτές σχηματίζουν έναν αριθμό πλαστικών ημικυμάτων μήκους $m_1 = H/a_1$ και $m_n = H/a_{n+1}$, αντίστοιχα. Συνεπώς, ο ακριβής αριθμός των ημικυμάτων (m) της τραπεζοειδούς πλάκας, θα είναι ένας ακέραιος μεταξύ δύο οριακών τιμών:

$$m_n < m < m_1 \quad (4.30)$$

Ένα κέλυφος που καταρρέει με αυτόν τον τρόπο, παρουσιάζει δύο είδη πλ. αρμών, τους οριζόντιους και τους κεκλιμένους, οι τελευταίοι «ταλαντώνονται» ως προς τη ραφή σύνδεσης των τραπεζοειδών πλακών (γωνίες της πυραμίδας), βλ. εικόνα 4.18.

Θεωρούμε τη δημιουργία ενός λοβού, π.χ. ο i -οστός λοβός. Οι οριζόντιοι αρμοί σχηματίζονται στο ανώτερο, στο μέσο και το κατώτερο άκρο του λοβού. Η μέγιστη γωνία των κεκλιμένων αρμών με τους οριζόντιους μπορεί να φτάσει τις $\pm 45^\circ$ κατά τη στιγμή της δημιουργίας τους. Καθώς η κατάρρευση συνεχίζεται, τα επίπεδα τμήματα υλικού πάνω και κάτω από τους οριζόντιους αρμούς διπλώνουν σταδιακά αρχίζοντας από την κορυφή του κελύφους (στις περισσότερες περιπτώσεις κελυφών με κωνικότητα, η παραμόρφωση ξεκινά από το στενό άκρο και κατευθύνεται στο φαρδύ). Κατά τον σχηματισμό του λοβού, δύο οριζόντιοι αρμοί στις απέναντι πλευρές κινούνται προς τα έξω, μειώνοντας το μήκος τους, ενώ οι υπόλοιποι δύο κινούνται προς τα μέσα, αυξάνοντας το μήκος τους. Φυσικά, το συνολικό μήκος των οριζόντιων αρμών διατηρείται σταθερό και ίσο με την αρχική περίμετρο του κελύφους σ' αυτό το αξονικό ύψος. Συνεπώς, η μη εκτατικότητα του μέσου επιπέδου διατηρείται και μένει ανεξάρτητη από την υπάρχουσα παραμόρφωση.

Λαμβάνουμε υπόψη τις ακόλουθες παραδοχές, που έχουν γίνει και σε παλαιότερες μελέτες, βλ. [25] και [26]:

- το υλικό είναι άκαμπτο, ιδεωδώς πλαστικό με άπειρη ολκιμότητα,
- οι παραμορφώσεις που είναι συνέπεια των ορθών και διατμητικών τάσεων παραλείπονται μόνο όταν λαμβάνεται υπόψη η κάθετη δράση του φορτίου P,
- η συμπίεση πραγματοποιείται με την απουσία τριβής, συνεπώς τα δύο άκρα του κελύφους έχουν τη δυνατότητα να παραμορφωθούν ελεύθερα σύμφωνα με το μοτίβο παραμόρφωσης,
- το θεωρητικό μοντέλο βασίζεται στο μοτίβο τελικής κατάρρευσης και αμελεί το ιστορικό της πλαστικής παραμόρφωσης,

Έτσι το έργο που διαχέεται στους πλαστικούς αρμούς μπορεί να υπολογιστεί με τον τρόπο που ακολουθεί.

Στατικοί οριζόντιοι αρμοί

Στον άνω οριζόντιο αρμό (εικόνα 4.18), ένα τμήμα του μήκους του, $2(a_i + 2x)$, έχει περιστραφεί προς τα μέσα σχηματίζοντας γωνία $(\pi/2 - \varphi)$ rad, και το υπόλοιπο, $2(a_i - 2x)$, περιστρέφεται προς τα έξω σχηματίζοντας γωνία $(\pi/2 + \varphi)$ rad. Συνεπώς, το πλαστικό έργο που διαχέεται είναι:

$$W_{1u} = M_p \left[2(a_i + 2x) \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) + 2(a_i - 2x) \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right) \right] = 2M_p(\pi a_i - 4\varphi x), \quad (4.31)$$

όπου $M_p = Y \frac{t^2}{4}$ είναι η ροπή πλήρους πλαστικοποίησης ανά μονάδα μήκος για δεδομένο πάχος κελύφους.

Ομοίως, στον αρμό που βρίσκεται πιο κάτω, ένα τμήμα μήκους $2(a_{i+1} + 2x)$ περιστρέφεται προς το εσωτερικό σχηματίζοντας γωνία $(\pi/2 + \varphi)$ rad και ένα τμήμα μήκους $2(a_{i+1} - 2x)$ περιστρέφεται προς τα έξω σχηματίζοντας γωνία $(\pi/2 - \varphi)$ rad. Το έργο που διαχέεται είναι:

$$W_{1l} = 2M_p(\pi a_{i+1} + 4\varphi x). \quad (4.32)$$

Κάθε αρμός στο μέσον (δηλ. μεταξύ των δύο παραπάνω αρμών) περιστρέφεται σχηματίζοντας γωνία π rad, απορροφώντας έργο:

$$W_{1m} = 4M_p \pi \left(\frac{a_{i+1} + a_i}{2} \right) = 2M_p \pi (a_{i+1} + a_i) \quad (4.33)$$

Με βάση τα παραπάνω, μπορούμε να υπολογίσουμε το συνολικό πλαστικό έργο που διαχέεται στους στατικούς οριζόντιους αρμούς, το οποίο είναι:

$$W_1 = W_{1u} + W_{1l} + W_{1m} = 4M_p \pi (a_{i+1} + a_i) \quad (4.34)$$

Κεκλιμένοι αρμοί

Υποθέτοντας, ότι οκτώ αρμοί μήκους $(l_1 + l_2)$ (εικόνα 4.18) περιστρέφονται κατά γωνία $\pi \text{ rad}$, το αντίστοιχο έργο είναι:

$$W_2 = 8\pi M_p(l_1 + l_2) \quad (4.35)$$

όπου $l_1^2 = 2(1 + \cos \theta)x^2$ και $l_2^2 = 2(1 - \cos \theta)x^2$.

Ισοπέδωση (flattening) των αρχικών γωνιών της πυραμίδας

Η αρχική γωνία μεταξύ των διπλανών εδρών της πυραμίδας (φ_0) είναι $\arccos(-\cot^2 \theta)$, βλ. εικόνα 4.17α. Συνεπώς, οι αρχικές γωνίες της πυραμίδας που έγιναν επίπεδες (flattened), κάμφθηκαν κατά γωνία $(\pi - \varphi_0)$, απορροφώντας το ποσό του πλαστικού έργου:

$$W_3 = 4M_p(4x)(\pi - \varphi_0) = 16M_px(\pi - \varphi_0) \quad (4.36)$$

Άρα, βάση της παραπάνω περιγραφής, το συνολικό εσωτερικό έργο που διαχέεται στους στατικούς αρμούς, είναι:

$$W_i = W_1 + W_2 + W_3 = 4M_p\{\pi[a_i + a_{i+1} + 2(l_1 + l_2) + 4x] - 4x\varphi_0\}. \quad (4.37)$$

Αν (W_e) είναι το εξωτερικό έργο για τον λοβό i , τότε:

$$W_e = \bar{P}_i \delta, \quad (4.38)$$

με (δ) συμβολίζουμε τη μετατόπιση του φορτίου και \bar{P}_i είναι θλιπτική δύναμη. Ο συνδυασμός των (4.37) και (4.38) οδηγούν στην παρακάτω εξίσωση που μας δίνει το μέσο φορτίο μετά το λυγισμό, για κάθε λοβό, όταν λαμβάνονται υπόψη μόνο οι στατικοί αρμοί:

$$\bar{P}_i = \frac{4M_p}{\delta} \{\pi[a_i + a_{i+1} + 2(l_1 + l_2) + 4x] - 4x\varphi_0\} \quad (4.39)$$

Κινούμενοι αρμοί

Υποθέτουμε τον μηχανισμό του κινούμενου αρμού και των περιοχών όπου αυτός μετατοπίζεται, βλ. εικόνα 4.19. Μετά από μια διαφορική αύξηση του φορτίου ο κεκλιμένος αρμός $\overline{NN'}$ κινείται προς το $\overline{OO'}$, αναγκάζει τη στοιχειώδη επιφάνεια (dS) να καμφθεί σχηματίζοντας ακτίνα καμπυλότητας (r), και να επανέλθει αμέσως μετά. Το στοιχειώδες πλαστικό έργο (dW_4) που διαχέεται στους μετακινούμενους αρμούς, καθώς σαρώσουν τη στοιχειώδη επιφάνεια (dS) είναι [27]:

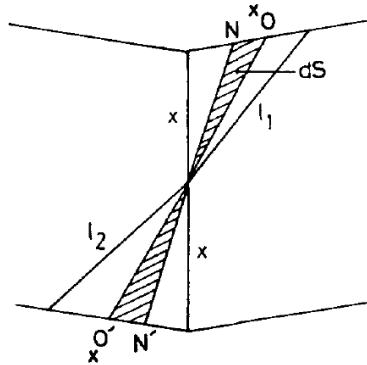
$$dW_4 = 2 \frac{dS}{r} M_p \quad (4.40)$$

Υποθέτοντας σταθερή ακτίνα καμπυλότητας (r) του κινούμενου αρμού σε όλη διάρκεια δημιουργίας του λοβού (i) και ολοκληρώνοντας τη σχέση (4.40), παίρνουμε τη σχέση (4.41):

$$W_4 = 2 \frac{S}{r} M_p \quad (4.41)$$

όπου,

$$S = 2 \left(\frac{1}{2} \frac{h}{4} x \right) = hx \quad (4.42)$$



Εικόνα 4.19: Απλοποιημένος μηχανισμός μετακινούμενου πλαστικού αρμού που παρουσιάζεται στη μη εκτατή κατάρρευση τετραγωνικής πυραμίδας και τετραγωνικού σωλήνα [24].

Από τον συνδυασμό των εξισώσεων (4.41) και (4.42), λαμβάνουμε την:

$$W_4 = 2 \frac{hx}{r} M_p \quad (4.43)$$

Άρα, το συνολικό εσωτερικό πλ. έργο έχοντας λάβει υπόψη τους κινούμενους αρμούς, προκύπτει:

$$W_i = W_1 + W_3 + W_4 = 4M_p \pi (a_i + a_{i+1}) + 16M_p x (\pi - \varphi_0) + \frac{2hx}{r} M_p \quad (4.44)$$

Εάν λάβουμε υπόψη τη δημιουργία καμπυλότητας το εξωτερικό πλ. έργο (W_e) προκύπτει:

$$W_e = \bar{P}_i [h_k - 2r(1 - \sin \varphi)] \quad (4.45)$$

με h_k να συμβολίζει το αξονικό ύψος κάθε λοβού.

Το μέσο αξονικό θλιπτικό φορτίο για την κατάρρευση ενός επιπέδου, προσδιορίζεται θεωρώντας ότι το έργο που παράγεται από τη φόρτιση, απορροφάται πλήρως στους πλ. αρμούς, δηλ. ισχύει $W_e = W_i$. Μετά από πράξεις καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση:

$$\bar{P}_i = \frac{4M_p [\pi(a_i + a_{i+1}) + 4x(\pi - \varphi_0)]}{h_k - 2r(1 + \sin \varphi)} + \frac{2M_p hx}{r[h_k - 2r(1 + \sin \varphi)]} \quad (4.46)$$

Παραγωγίζοντας την (4.46) ως προς (r) και θέτοντάς τη ίση με το μηδέν, προκύπτει η ακτίνα (r^*) που κάνει το (P_i) ελάχιστο:

$$r^* = \frac{1}{A} [-1 \pm \sqrt{\frac{1 + ABh_k}{2(1 + \sin \varphi)}}] \quad (4.47)$$

$$\text{με } A = 4M_p [\pi(a_i + a_{i+1}) + 4x(\pi - \varphi_0)] \quad \text{και } B = 2M_p hx \quad (4.48)$$

Γνωρίζοντας ότι τα δοκίμια έχουν προέλθει από την κάμψη επίπεδου ελάσματος και τη σύνδεσή τους με λωρίδα τους πάχους (t_1) και πλάτους (b_1), χρειάζεται ένα επιπλέον ποσό έργου για την πλαστική παραμόρφωση του συνδέσμου αυτού καθώς σχηματίζεται ο (i) λοβός. Το ποσό αυτό είναι:

$$W_5 = 2\pi b_1 M_{p1} \quad (4.49)$$

Λαμβάνοντας υπόψη το έργο αυτό, οι εξισώσεις (4.39) και (4.46) γίνονται:

$$\bar{P}_i = \frac{4M_p}{\delta} \left\{ \pi \left[a_i + a_{i+1} + 2(l_1 + l_2) + 4x + \frac{b_1 M_{p1}}{2M_p} \right] - 4x\varphi_0 \right\} \quad (4.50)$$

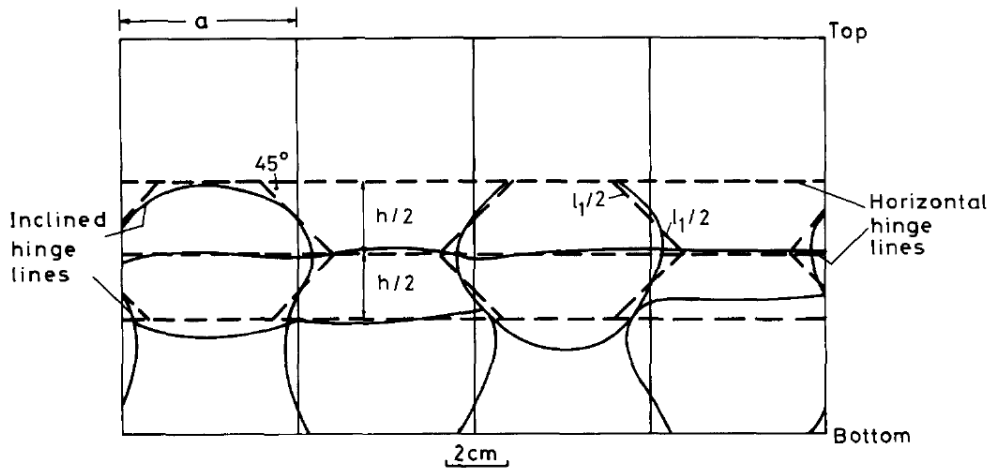
και

$$\bar{P}_i = \frac{4M_p [\pi(a_i + a_{i+1} + b_1 M_{p1}/2M_p) + 4x(\pi - \varphi_0)]}{h_k - 2r(1 + \sin \varphi)} + \frac{2M_p h x}{r[h_k - 2r(1 + \sin \varphi)]} \quad (4.51)$$

Αντίστοιχη μεταβολή παρουσιάζει και η ποσότητα (A):

$$A = 4M_p [\pi(a_i + a_{i+1} + b_1 M_{p1}/2M_p) + 4x(\pi - \varphi_0)] \quad (4.52)$$

Λεπτότοιχες κόλουργες τετραγωνικές πυραμίδες που υπόκεινται σε αξονικό θλιπτικό φορτίο, αν επαναλάβουμε την παραπάνω διαδικασία και αντικαταστήσουμε $\varphi_0 = 0$, καταλήγουμε στην έκφραση για το μέσο φορτίο μετά το λυγισμό που χρειάζεται ένας τετραγωνικός σωλήνας για να καταρρεύσει πλαστικά [27]. Πειραματικές παρατηρήσεις που αφορούν μορφές αξονικής κατάρρευσης σωλήνων τετραγωνικής διατομής παρουσιάζονται παρακάτω για σύγκριση (βλ. εικόνα 4.20). Στην ίδια εικόνα φαίνονται τα ιδεατά μοτίβα των οριζόντιων και κεκλιμένων πλαστικών αρμών σε γωνίες $\pm 45^\circ$ μεταξύ τους.



Εικόνα 4.20: Υποθετικό μοτίβο παραμόρφωσης για τη μη εκτατή κατάρρευση ενός λοβού σε σωλήνα τετραγωνικής διατομής (οι συνεχείς γραμμές αφορούν το πειραματικό μοτίβο, ενώ οι διακεκομμένες το εξιδανικευμένο) [24].

Για το μέσο φορτίο \bar{P}_i μετά το λυγισμό έχουμε:

(i) μόνο στατικοί αρμοί,

$$\bar{P} = \frac{2\pi h M_p (5 + 2\sqrt{2}) + 8\pi b_1 M_{p1}}{\delta} \quad (4.53)$$

και

(ii) στατικοί και κινούμενοι αρμοί,

$$\bar{P} = \frac{10\pi h M_p + 8\pi b_1 M_{p1}}{h-4r} + \frac{h^2 M_p}{r(h-4r)}, \quad (4.54)$$

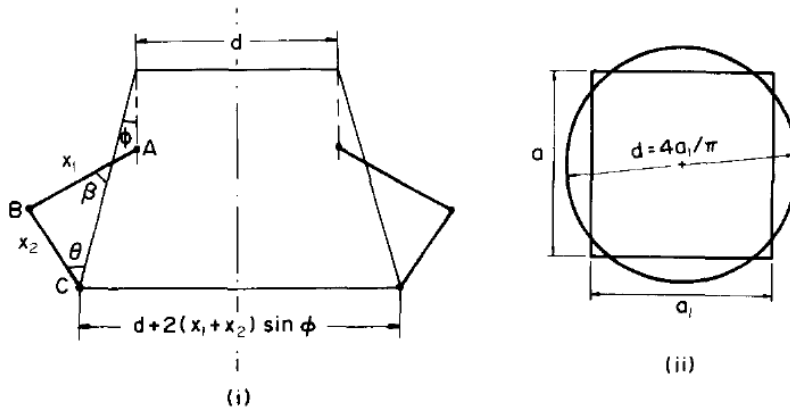
όπου (r) η ακτίνα καμπυλότητας του κινούμενου πλ. αρμού, η οποία δίνεται από εξίσωση:

$$r = \frac{B + \sqrt{B^2 + 2ABh}}{8A} \quad (4.55)$$

$$\text{με } A = 10\pi h M_p + 8\pi b_1 M_{p1} \text{ και } B = h^2 M_p. \quad (4.56)$$

Γ) ΕΚΤΑΤΟΣ ΤΡΟΠΟΣ ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗΣ

Κατά την αξονική κατάρρευση τετραγωνικής πυραμίδας με μεγάλη γωνία ημικορυφής (φ), ο πρώτος λοβός που σχηματίζεται έχει τη μορφή δακτυλίου (ring mode). Οι τέσσερις πλευρές του λοβού αυτού κινούνται προς τα έξω (δηλ. φουσκώνουν), οδηγώντας σε αύξηση των αρχικών διαστάσεων.



Εικόνα 4.21: Εκτατός τρόπος κατάρρευσης τετραγωνικής πυραμίδας υπό την επενέργεια αξονικού θλιπτικού φορτίου [24].

Αυτό το μοτίβο μπορεί να χαρακτηριστεί ως «εκτατό» και παρουσιάζεται καθαρά στην εικόνα 4.21. Η ανάλυση που έχει πραγματοποιηθεί για τα κωνικά κελύφη στο [28], μπορεί, με κατάλληλη τροποποίηση να εφαρμοστεί και στην περίπτωση μας. Κάθε σχηματιζόμενος λοβός είναι σχεδόν ισοδύναμος με το λοβό μιας κυκλικής πυραμίδας, με γωνία ημικορυφής (φ) και περιφέρεια ($\pi d = 4a_1$). Η εξίσωση (25) στο [28] με κατάλληλη τροποποίηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του μέσου φορτίου μετά το λυγισμό για τον πρώτο λοβό που σχηματίζεται στη μικρή βάση της πυραμίδας.

Η τροποποιημένη έκφραση στην περίπτωση αυτή είναι:

$$\bar{P} = 3.8Yt^{1.5} a_1^{0.5} \left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)^{0.5} + 5.7Yt^2 \tan \varphi, \quad (4.57)$$

όπου $d = \frac{4a_1}{\pi}$ (βλ. εικόνα 4.17).

Η ανάλυση αυτής της παραγράφου προέρχεται από την εργασία: Mamalis AG, Manolakos DE, Viegelman GL. The axial crushing of thin PVC tubes and frusta of square cross-section. Int J Impact Engng 1989;8(3):241–64.

5. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ

5.1. Γενικά

Στο προηγούμενο κεφάλαιο είδαμε θεωρητικούς τρόπους για τον υπολογισμό του μέσου φορτίου και υποθέσαμε διάφορους τρόπους (μοτίβα) κατάρρευσης για λεπτότοιχα κελύφη που μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως απορροφητές ενέργειας. Οι παραπάνω μεθοδολογίες επιβεβαιώθηκαν από ένα μεγάλο αριθμό πειραμάτων και έτσι έγιναν ευρέως αποδεκτές. Σε αυτό το κεφάλαιο θα δούμε ποιες είναι οι κυριότερες πειραματικές τεχνικές που χρησιμοποιούνται για τη μελέτη απορροφητών ενέργειας που καταπονούνται σε οιονεί στατικά (quasi-static) και δυναμικά φορτία.

5.2. Μηχανή δοκιμής Universal

Για μια σύγκρουση χαμηλής ταχύτητας, τα μοτίβα της πλαστικής παραμόρφωσης είναι παρόμοια με αυτά που παράγονται με οιονεί στατική (quasi-static) φόρτιση. Είναι βολικό να ξεκινάει η διερεύνηση με τη διεξαγωγή οιονεί στατικών δοκιμών, για δύο λόγους. Πρώτον, γιατί η πειραματική διάταξη είναι απλούστερη από αυτή για τη δοκιμή κρούσης, και δεύτερον, γιατί μας επιτρέπει να παρατηρούμε το ιστορικό της παραμόρφωσης με σχετική ευκολία [1].

Είναι ευρέως γνωστό ότι η πλαστική ενέργεια εξαρτάται από το φορτίο και το ιστορικό της παραμόρφωσης, και όχι μόνο από την τελική παραμόρφωση όπως στην περίπτωση της ελαστικής ενέργειας. Ως εκ τούτου, η συνεχής παρακολούθηση του φορτίου, της μετατόπισης και της παραμόρφωσης σε διάφορες χαρακτηριστικές θέσεις, καθώς επίσης και η παρατήρηση των τελικών δομών, οδηγούν σε πολύ καλύτερη κατανόηση των μηχανισμών της πλαστικής παραμόρφωσης. Τέτοιες πληροφορίες είναι πολύ δύσκολο να αποκτήσουμε από δυναμικές δοκιμές [1].

Οιονεί στατικές δοκιμές εφελκυσμού ή θλίψης μπορούν εύκολα να πραγματοποιηθούν με τη χρήση μίας πρότυπης universal μηχανής δοκιμών (standard universal testing machine). Η κατακόρυφη ταχύτητα της κεφαλής κυμαίνεται μεταξύ 3-5 mm ανά λεπτό. Για μία κατασκευή με χαρακτηριστικό μήκος 100mm, η ταχύτητα των 3mm/min παράγει ολικό ρυθμό παραμόρφωσης (strain rate) της τάξης των $5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, που μπορεί να θεωρηθεί στατικό φορτίο. Στον πίνακα 5.1 παρουσιάζεται η κατηγοριοποίηση των τεχνικών δοκιμής ανάλογα με τον ρυθμό παραμόρφωσης [1].

Ελεγχόμενοι υδραυλικοί σερβοκινητήρες μπορούν να παράγουν ταχύτητες εμβόλου μέχρι 800 mm/min. Αυτό αντιστοιχεί σε έναν ρυθμό παραμόρφωσης της τάξης των 16 s^{-1} για ένα δοκίμιο μήκους 50mm και έτσι με αυτόν τον τρόπο μπορούν να διεξαχθούν μελέτες για την επίδραση του ρυθμού παραμόρφωσης που κυμαίνεται μεταξύ 10^{-4} και 10^{-1} s^{-1} . Η εικόνα 5.1 παρουσιάζει μία Universal μηχανή δοκιμών της εταιρίας MTS [29].

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.1

Strain rate (s ⁻¹)	Common testing methods	Dynamic considerations	
10 ⁷	HIGH-VELOCITY IMPACT – Explosives	SHOCK-WAVE PROPAGATION	Inertial forces important
10 ⁶	– Normal plate impact – Pulsed laser		
10 ⁵	– Exploding foil – Incl. plate impact (pressure-shear)	SHEAR-WAVE PROPAGATION	
10 ⁴	DYNAMIC-HIGH – Taylor anvil tests – Hopkinson bar – Expanding ring	PLASTIC-WAVE PROPAGATION	
10 ³ 10 ²	DYNAMIC-LOW High-velocity hydraulic, or pneumatic machines: cam plastometer	MECHANICAL RESONANCE IN SPECIMEN AND MACHINE IS IMPORTANT	
10 ⁰ 10 ⁻¹	QUASI-STATIC Hydraulic, servo-hydraulic or screw-driven testing machines	TESTS WITH CONSTANT CROSSHEAD VELOCITY STRESS THE SAME THROUGHOUT LENGTH OF SPECIMEN	Inertial forces negligible
10 ⁻² 10 ⁻³ 10 ⁻⁴ 10 ⁻⁵ 10 ⁻⁶ 10 ⁻⁷	CREEP AND STRESS-RELAXATION – Conventional testing machine	VISCOPLASTIC RESPONSE OF METALS	
10 ⁻⁸ 10 ⁻⁹	Creep testers		

Πίνακας 5.1. Κατηγοριοποίηση των τεχνικών δοκιμής ανάλογα με τον ρυθμό παραμόρφωσης [1].



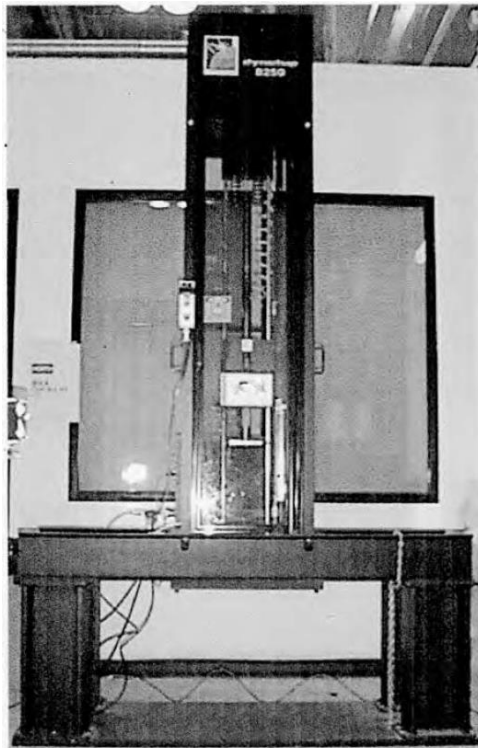
Εικόνα 5.1. Universal μηχανή δοκιμών της εταιρίας MTS [29].

5.3. Σφύρα ελεύθερης πτώσης, ολισθαίνουσα σφύρα και εκκρεμές (Drop hammer, sled and pendulum)

Κρουστικές δοκιμές μπορούν να διεξαχθούν με συσκευές όπως η σφύρα ελεύθερης πτώσης, η ολισθαίνουσα σφύρα και το εκκρεμές. Στην περίπτωση της σφύρας, μάζα ανυψώνεται σε ένα συγκεκριμένο ύψος και στη συνέχεια απελευθερώνεται για να προσκρούσει στην κατασκευή που είναι εδρασμένη στη βάση της. Η μέγιστη ταχύτητα της ελεύθερης πτώσης εξαρτάται από το ύψος που η μάζα απελευθερώνεται διότι η τριβή από τους κατακόρυφους οδηγούς συνήθως ελαχιστοποιείται τοποθετώντας ρουλεμάν. Στο άνω άκρο των οδηγών μπορούν να τοποθετηθούν και άλλα μέσα, όπως διάταξη με πιεσμένο αέρα ή ελατήρια, προκειμένου να προσκρούσει η μάζα στην κατασκευή με μεγαλύτερη ταχύτητα.

Τέτοια συστήματα περιλαμβάνουν ένα επιταχυνσιόμετρο συνδεδεμένο με τη μάζα πρόσκρουσης, μία συσκευή μέτρησης της ταχύτητας της λίγο πριν τη σύγκρουση (συνήθως μετρώντας το χρονικό διάστημα για να ταξιδέψει μία γνωστή απόσταση), ένας μεταλλάκτης μετατόπισης για να καταγράψει τη κίνηση της και μία κυψέλη μέτρησης δύναμης που συνήθως τοποθετείται κάτω από την κατασκευή που πρόκειται να εξετασθεί. Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζεται η σφύρα (Instron Dynatup 8250) που βρίσκεται στο πανεπιστήμιο Επιστήμης και Τεχνολογίας του Hong Kong.

Έχει ύψος περίπου 1.5 μέτρα και μία ρυθμιζόμενη μάζα κρούσης που φτάνει τα 44.89 kg. Όταν επιδρά πάνω της μόνο η βαρύτητα, η ταχύτητα της μάζας κυμαίνεται μεταξύ 0.61-3.66 m/s και μπορεί να αυξηθεί μέχρι τα 13.41 m/s όταν υποστηρίζεται πνευματικά.



Εικόνα 5.2. Σφύρα του πανεπιστημίου του Hong Kong [1].

Η εικόνα 5.3 δείχνει μια άλλη μέθοδο διεξαγωγής δοκιμών κρούσης (impact tests). Η διάταξη αυτή ονομάζεται ολισθαίνουσα σφύρα (sled) και βρίσκεται στο Granfield Impact Centre. Αποτελείται από μία ράμπα, που σχηματίζει γωνία 11° με τον ορίζοντα και ένα φορείο που αιωρείται πάνω της. Με αυτόν τον τρόπο το φορείο κινείται χωρίς τριβές και έχει τη δυνατότητα να πραγματοποιεί επαναλαμβανόμενες προσκρούσεις.

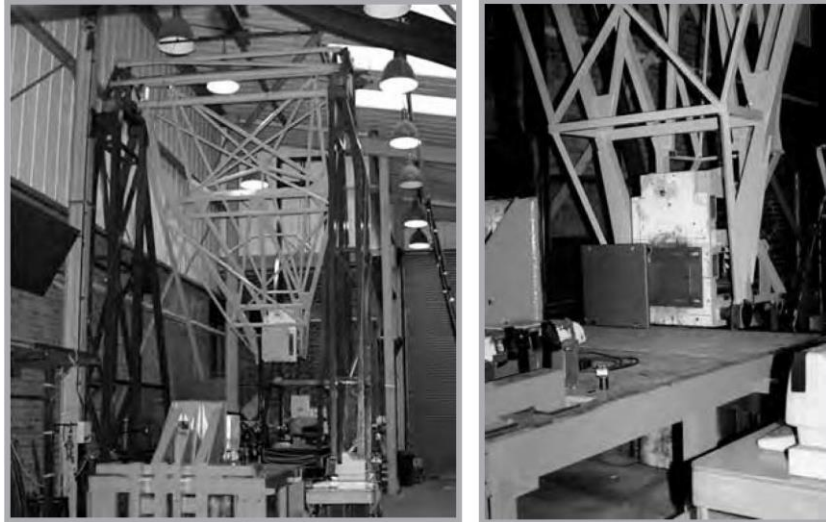
Οι χαμηλές ταχύτητες κρούσης επιτυγχάνονται αποκλειστικά με την επίδραση της βαρύτητας, ενώ για την ανάπτυξη της μέγιστης ταχύτητας (13.5m/s) χρησιμοποιούνται λάστιχα. Η ελάχιστη μάζα που φέρει το φορείο είναι 780 kg και η μέγιστη 2000kg αποδίδοντας μέγιστη ενέργεια κατά την πρόσκρουση, 125kJ.



Εικόνα 5.3. Μηχανή δοκιμών Sled, που βρίσκεται στο κέντρο δοκιμών συγκρούσεων του Cranfield [1].

Το εκκρεμές, με κατάλληλη σχεδίαση του βραχίονα αιώρησης, μπορεί επίσης να παράγει κρουστικά φορτία (impact loads). Ο βραχίονας πρέπει να έχει αρκετά μεγάλο μήκος ώστε η κίνηση της μάζας, από την πρώτη επαφή με το υπό εξέταση δοκίμιο μέχρι το πέρας της κατάρρευσης, να είναι προσεγγιστικά ευθύγραμμη και το μέτωπο κρούσης μονίμως κάθετο. Μία τέτοια διάταξη παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.4 και βρίσκεται στο Cranfield. Μια μεγάλη εγκατάσταση εκκρεμούς αποτελείται από δύο πλευρικά υποστηρίγματα με ένα εκκρεμές να στηρίζεται μεταξύ τους. Η διάταξη έχει ελάχιστη μάζα 1000kg, μέγιστη ταχύτητα 10m/s και μέγιστη ενέργεια 50kJ.

Στις μεθόδους δοκιμών που εξετάστηκαν σ' αυτή την παράγραφο, η ταχύτητα της μάζας μετά την πρόσκρουση δεν παραμένει σταθερή, πράγμα που σημαίνει ότι ο ρυθμός παραμόρφωσης μεταβάλλεται διαρκώς. Αυτό μπορεί να δυσκολεύει τη μελέτη του φαινομένου, αλλά το σημαντικό πλεονέκτημα είναι ότι προσομοιάζονται ικανοποιητικά οι πραγματικές συνθήκες σύγκρουσης των οχημάτων [1].



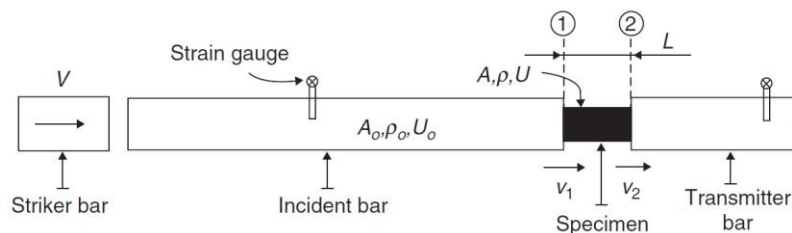
Εικόνα 5.4. Μηχανή δοκιμών τύπου εκκρεμούς που βρίσκεται στο κέντρο δοκιμών συγκρούσεων του Cranfield [1].

5.4. Split Hopkinson pressure bar

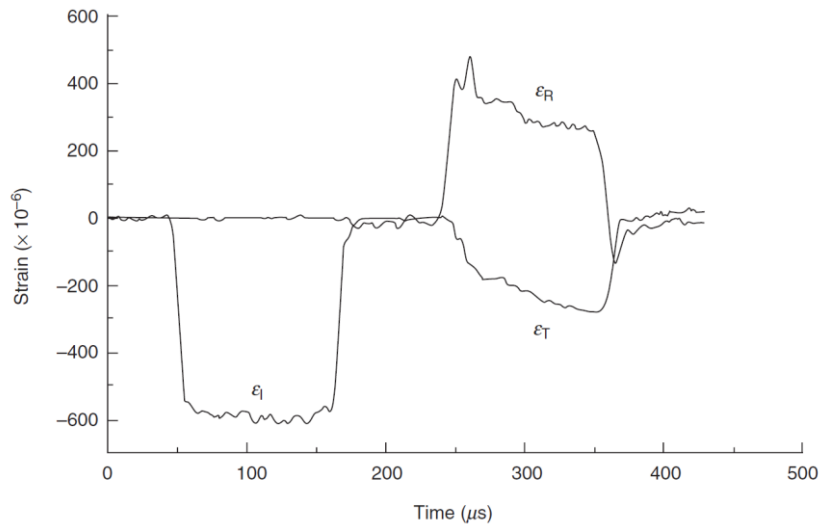
Για ρυθμούς παραμόρφωσης της μεταξύ 10^2 - 10^4 s^{-1} , οι καταστατικές σχέσεις του υλικού (material constitutive relationships) μπορούν να ληφθούν με τη δοκιμή της διαιρούμενης ράβδου πίεσης του Hopkinson (split Hopkinson pressure bar, SHPB). Η εικόνα 5.5 δείχνει ένα σκίτσο αυτή της διάταξης. Η τυπική καταγραφή των σημάτων από τα επιμηκυνσιόμετρα (strain gauges) που είναι τοποθετημένα στη ράβδο, μας επιτρέπει τη δημιουργία της καμπύλης τάσης-παραμόρφωσης, εικόνα 5.6.

Το υπό εξέταση δοκίμιο τοποθετείται μεταξύ της προσπίπτουσας ράβδου και της ράβδου μετάδοσης (transmitter bar). Στη συνέχεια παράγεται ένας ελαστικός παλμός πίεσης που δρα στη προσπίπτουσα ράβδο και το δοκίμιο (διεπαφή 1, βλ. εικόνα 5.5). Ένα μέρος αυτής της ελαστικής τάσης ανακλάται και η υπόλοιπη μεταφέρεται στο δοκίμιο παραμορφώνοντας το πλαστικά.

Ομοίως, στη διεπαφή 2 μεταξύ του δοκίμιου και της ράβδου μετάδοσης (transmitter bar), το τασικό κύμα ανακλάται και ένα μέρος του μεταδίδεται στο δοκίμιο. Αυτή η ανακλώμενη τάση πρέπει να είναι επαρκής διάρκειας. Το διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης του υλικού μπορεί να εξαχθεί από το ιστορικό παραμόρφωσης-χρόνου των δύο ράβδων.

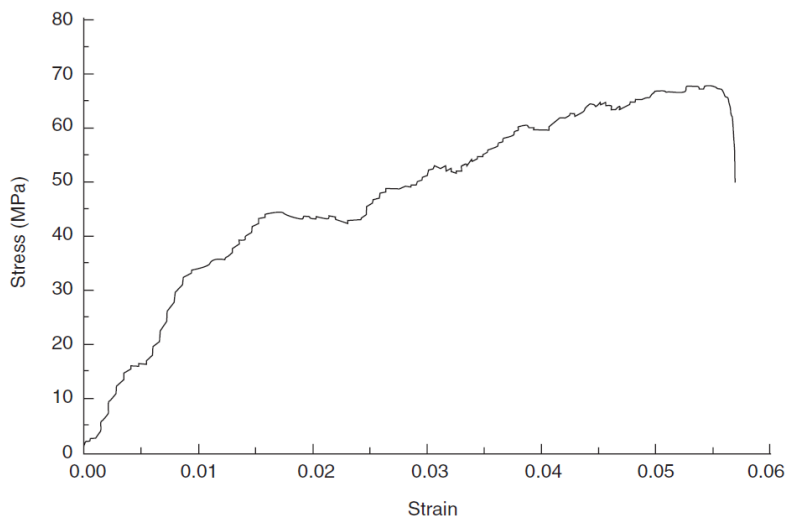


Εικόνα 5.5. Σκαρίφημα της διαιρούμενης ράβδου Hopkinson [1].



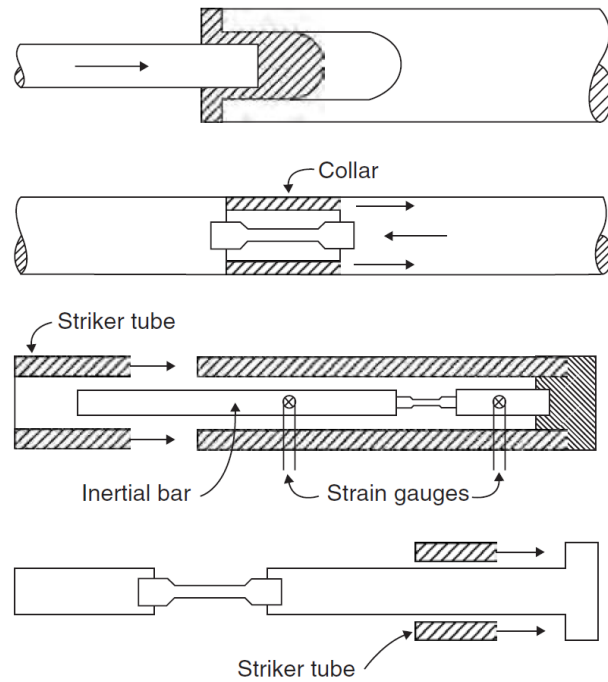
Εικόνα 5.6. Τυπικά σήματα παραμόρφωσης από δοκιμή με τη διαιρούμενη ράβδο πίεσης Hopkinson [1].

Στη εικόνα 5.6, παρουσιάζονται σήματα παραμόρφωσης από τη δοκιμή θερμοσυσσωματωμένου ορείχαλκου με πορώδες 37%. Το δοκίμιο είχε μήκος 6.25mm και διάμετρο 12mm. Η ταχύτητα της προσπίπτουσας ράβδου ήταν 11.63m/s. Η αντίστοιχη καμπύλη τάσης παραμόρφωσης δίνεται στην εικόνα 5.7.



Εικόνα 5.7. Καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης προερχόμενη από τα σήματα της εικόνας 5.6 [1].

Επιπλέον, η διαιρούμενη ράβδος του Hopkinson μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη των ιδιοτήτων του υλικού σε εφελκυσμό, στρέψη και διάτμηση. Μερικά σκίτσα της διάταξης αυτής για δοκιμή σε εφελκυσμό παρουσιάζονται στην εικόνα 5.8. Καμπύλες διατμητικής τάσης - διατμητικής παραμόρφωσης μπορούν να εξαχθούν με τη χρήση στρεπτικής ράβδου [1].



Εικόνα 5.8. Σκαριφήματα με διάφορες μορφές της διαιρούμενης ράβδου Hopkinson [1].

5.5. Όπλα αερίου (Gas guns) και άλλες τεχνικές

Τα όπλα αερίου χρησιμοποιούνται εκτεταμένα για την παραγωγή ταχυτήτων κρούσης από 100 μέχρι 8000m/s. Για τη μελέτη απορροφητών ενέργειας, ένα κοινό όπλο αερίου μίας βαθμίδας είναι επαρκές. Για παράδειγμα, αυτό στο Swinburne έχει μέγιστη ταχύτητα γύρω στα 600m/s. Η κάνη έχει μήκος 6 μέτρα και εσωτερική διάμετρο 12.58mm. Η μέγιστη πίεση λειτουργίας είναι περίπου 15MPa (150bar). Με αυτή τη συσκευή το κυλινδρικό δοκίμιο επιταχύνεται για να προσκρούσει σε ένα άκαμπτο αμόνι. Η μέση τάση ροής για υψηλούς ρυθμούς παραμόρφωσης, μπορεί να καθοριστεί μετρώντας την ταχύτητα πρόσκρουσης και τις διαστάσεις του δοκιμίου μετά το πείραμα. Εφαρμόζοντας την τεχνική αυτή μπορούν να πραγματοποιηθούν ρυθμοί παραμόρφωσης της τάξης των 10^4 s^{-1} .

Όπλα αερίου έχουν χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη πορωδών υλικών σε δυναμική καταπόνηση. Εναλλακτικά, ένας κυκλικής διατομής σωλήνας μπορεί να τοποθετηθεί μέσα στη κάνη και μετά να επιταχυνθεί για να προσκρούσει στο αμόνι, παρουσιάζοντας ποικίλες μορφές λυγισμού και απόσχισης. Στην τελευταία περίπτωση η μέγιστη ταχύτητα φτάνει τα 250 m/s.

Για την ανάπτυξη υψηλότερων ταχυτήτων χρησιμοποιούνται ελαφρά αέρια, όπως το υδρογόνο και το ήλιο, αλλά και όπλα δύο βαθμίδων. Για την παραγωγή δυναμικών φορτίων είναι διαθέσιμες και άλλες τεχνικές, όπως αυτές που κάνουν χρήση εκρηκτικών ή παράγουν επιτάχυνση με ηλεκτρομαγνητισμό [1].

6. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

6.1. Γενικά

Ο σκοπός της πειραματικής διαδικασίας, είναι η μελέτη του μοτίβου κατάρρευσης λεπτότοιχων δοκιμίων, καθώς και η επιβεβαίωση της ορθής αριθμητικής μοντελοποίησης που θα ακολουθήσει.

6.2. Περιγραφή δοκιμίων

Τα δοκίμια είναι κελύφη υβριδικής γεωμετρίας, με ανοικτά άκρα (open-ended cylinder), κατασκευασμένα από φύλλα μαλακού χάλυβα (mild-steel) χαμηλής περιεκτικότητας σε άνθρακα. Ένα τέτοιο δοκίμιο παρουσιάζεται στην εικόνα 6.1. Το σχήμα της διατομής του μεταβάλλεται καθ' ύψος, με την κάτω βάση να έχει σχήμα τετραγωνικό και την άνω, κυκλικό. Σημαντικό είναι να αναφέρουμε, ότι ο διαμήκης άξονας των δοκιμίων διέρχεται από τα δύο κέντρα των βάσεων και είναι κάθετος σε αυτές.

Για να δημιουργηθεί αυτό το ιδιαίτερο σχήμα, κόπηκαν δύο χαλύβδινα ελάσματα, κάμφθηκαν και συγκολλήθηκαν*. Οι δύο συγκολλήσεις ξεκινούν από το μέσο δύο απέναντι πλευρών της τετραγωνικής βάσης και ανεβαίνουν μέχρι την κυκλική βάση διανύοντας τη μικρότερη απόσταση. Σε όλα τα δοκίμια, η εξωτερική επιφάνεια της συγκόλλησης τροχίστηκε με σκοπό να διατηρηθεί το πάχος ομοιόμορφο, ώστε να μην επηρεαστεί τρόπος κατάρρευσης.

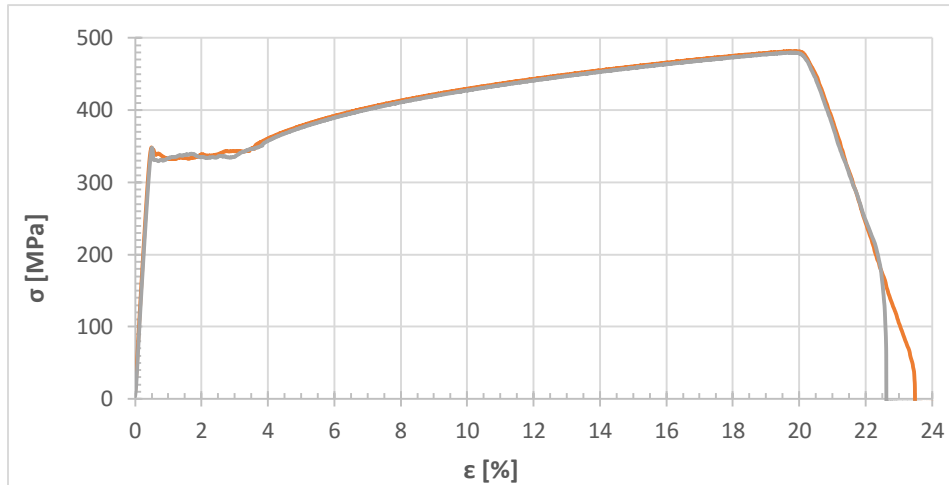


Εικόνα 6.1. Λεπτότοιχο δοκίμιο υβριδικής γεωμετρίας κατασκευασμένο από μαλακό χάλυβα.

* Στην περίπτωση που χρησιμοποιούσαμε ένα έλασμα για τη κατασκευή κάθε δοκιμίου, θα απαιτούσε μία ραφή συγκόλλησης. Αυτό θα σήμαινε απώλεια συμμετρίας στις ιδιότητες του κελύφους με πιθανή επίδραση στον τρόπο κατάρρευσης.

6.3. Μηχανικές ιδιότητες υλικού κατασκευής

Για τον προσδιορισμό των μηχανικών ιδιοτήτων του υλικού κατασκευής, αποσπάστηκαν δύο ορθογωνικά ελάσματα από το ίδιο φύλλο χάλυβα, στη συνέχεια μετρήθηκαν οι διαστάσεις τους και πραγματοποιήθηκε δοκιμή μονοαξονικού εφελκυσμού. Από τα δεδομένα της δοκιμής, κατασκευάστηκαν οι καμπύλες τάσης-παραμόρφωσης που παρουσιάζονται στην εικόνα 6.2. Κρίθηκε σκόπιμο το παραπάνω, γιατί τα ελάσματα έχουν υποστεί σημαντικές καταπονήσεις μέχρι να φτάσουν στην τελική τους μορφή, πράγμα το οποίο μεταβάλλει πολλές από τις αρχικές μηχανικές ιδιότητες του χάλυβα.



Εικόνα 6.2. Καμπύλες τάσης-παραμόρφωσης δύο ελασμάτων από μαλακό χάλυβα. Το διάγραμμα κατασκευάστηκε μετά από δοκιμή μονοαξονικού εφελκυσμού.

Για την παρούσα προσεγγιστική διερεύνηση, οι μικροδιαφορές που παρουσιάζονται στο διάγραμμα της εικόνας 6.2 αμελούνται και έτσι οι δύο καμπύλες αντιμετωπίζονται σαν μία. Ο πίνακας 6.1 περιέχει τις σημαντικότερες μηχανικές ιδιότητες των χαλύβδινων ελασμάτων από τα οποία κατασκευάστηκαν τα δοκίμια. Τα μεγέθη σ_{y1} , σ_{y2} , UTS, ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_{UTS} προέρχονται από το διάγραμμα της εικόνας 6.2, ενώ τα E , ρ , ν , από τη βιβλιογραφία [30].

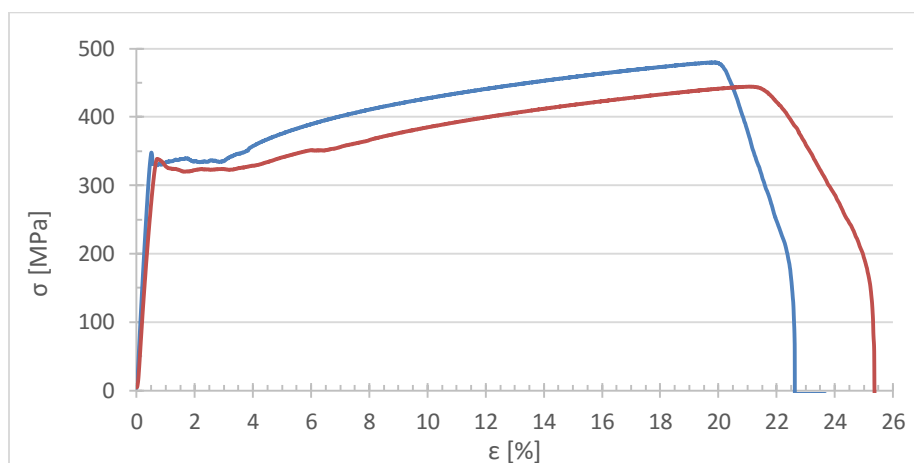
ΠΙΝΑΚΑΣ 6.1

σ_{y1}	347.86	MPa
σ_{y2}	329.33	MPa
UTS	479.81	MPa
ϵ_1	0.51	%
ϵ_2	0.70	%
ϵ_{UTS}	19.77	%
E	205	GPa
ρ	7870	kg/m ³
ν	0.29	

σ_{y1} : άνω όριο διαρροής
 σ_{y2} : κάτω όριο διαρροής
UTS: όριο αντοχής
 ϵ_1 : παραμόρφωση για σ_{y1}
 ϵ_2 : παραμόρφωση για σ_{y2}
 ϵ_{UTS} : παραμόρφωση για UTS
 E : μέτρο ελαστικότητας
 ρ : πυκνότητα
 ν : λόγος Poisson

Πίνακας 6.1. Μηχανικές ιδιότητες του υλικού κατασκευής των δοκίμων, βλ. εικόνα 6.2 και [30].

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, τα κελύφη κατασκευάστηκαν από δύο φύλλα χάλυβα που έχουν συγκολληθεί. Όμως, η περιοχή γύρω από τη συγκόλληση έχει καταπονηθεί θερμικά και έτσι κρίθηκε σκόπιμο να διερευνηθεί κατά πόσο έχουν μεταβληθεί οι μηχανικές της ιδιότητες σε σχέση με το υπόλοιπο υλικό. Έτσι, από ένα όμοιο δοκίμιο αποσπάστηκε μία λεπτή λωρίδα υλικού δίπλα από τη συγκόλληση πλάτους 15mm και στη συνέχεια ακολούθησε δοκιμή μονοαξονικού εφελκυσμού. Από τα δεδομένα κατασκευάστηκε η καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης και μαζί με αυτή για το υλικό που δεν έχει επηρεαστεί θερμικά, τοποθετήθηκαν σε ένα κοινό διάγραμμα για σύγκριση, βλ. εικόνα 6.3.



Εικόνα 6.3. Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης μεταξύ των υλικών a) μακριά από τη συγκόλληση (μπλε χρώμα) και b) δίπλα στη συγκόλληση (κόκκινο χρώμα).

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.2

	Μη θερμικά επηρεασμένο (δείκτης: a)	Θερμικά επηρεασμένο (δείκτης: b)		Ποσοστιαία διαφορά [%]
σ_{y1}	347.86	338.77	MPa	2.61
σ_{y2}	329.33	319.95	MPa	2.85
UTS	479.81	444.48	MPa	7.36
ϵ_1	0.51	0.71	%	39.35
ϵ_2	0.70	1.65	%	136.02
ϵ_{UTS}	19.77	21.11	%	6.76
ϵ_B	22.62	25.36	%	12.11
w	81.27	74.07	MJ/m ³	8.86
σ_m	411.13	374.72	MPa	8.86

σ_{y1} : άνω όριο διαρροής
 σ_{y2} : κάτω όριο διαρροής
 UTS: όριο αντοχής
 ϵ_1 : παραμόρφωση για σ_{y1}
 ϵ_2 : παραμόρφωση για σ_{y2}
 ϵ_{UTS} : παραμόρφωση για UTS
 ϵ_B : παραμόρφωση θραύσης
 w: έργο απορρόφησης ανά μονάδα όγκου μέχρι την ϵ_{UTS} του μη θερμικά επηρεασμένου μετάλλου
 σ_m : μέση τάση (w/ ϵ_{UTS})

Πίνακας 6.2. Μηχανικές ιδιότητες υλικού μακριά και κοντά στη συγκόλληση.

Το διάγραμμα της εικόνας 6.3 δείχνει ότι οι περιοχές κοντά (δείκτης: b) και μακριά (δείκτης: a) από τη συγκόλληση, έχουν μικρή διαφορά στις μηχανικές τους ιδιότητες. Παρακάτω, θα ακολουθήσει μια θεωρητική προσέγγιση για τον προσδιορισμό της επίδρασης που έχει αυτή η διαφορά στο τελικό έργο απορρόφησης, και αν τελικά μπορεί να αμεληθεί η ύπαρξη της συγκόλλησης κατά την αριθμητική προσομοίωση του πειράματος.

6.4. Επίδραση της συγκόλλησης στο τελικό έργο απορρόφησης

Υποθέτουμε μη εκτατό τρόπο κατάρρευσης, πράγμα λογικό αν λάβουμε υπόψη το πάχος του ελάσματος συγκριτικά με τη περίμετρο τυχαίας διατομής του κελύφους, βλ. πίνακα 6.3 (στην επόμενη παράγραφο). Επιπλέον λαμβάνουμε υπόψη μας μόνο τους στατικούς αρμούς για τον υπολογισμό του έργου απορρόφησης. Στην περίπτωση αυτή, γνωρίζουμε από τη θεωρία [23] ότι το έργο απορρόφησης είναι ανάλογο της ροπής πλήρους πλαστικοποίησης (M_p), του μήκους των πλαστικών αρμών (l) και μιας άλλης αδιάστατης ποσότητας, έστω (A), που περιλαμβάνει μεγέθη όπως, γωνίες, ακτίνες καμπυλότητας κτλ. Άρα ισχύει:

$$W = A M_p l, \quad (6.1)$$

όπου:

M_p : ροπή πλήρους πλαστικοποίησης ανά μονάδα μήκους

l : μήκος πλ. αρμών

A : αδιάστατη ποσότητα.

Η σχέση υπολογισμού της (M_p) για την περίπτωση των ελασμάτων είναι:

$$M_p = \sigma_0 \frac{t^2}{4} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_y \frac{t^2}{4}, \quad (6.2)$$

όπου:

σ_0 : ισοδύναμο όριο διαρροής (Von Mises για επίπεδη παραμορφωσιακή κατάσταση).

σ_y : όριο διαρροής σε μονοαξονικό εφελκυσμό

t : πάχος ελάσματος

Σε παλαιότερη μελέτη για την αξονική κατάρρευση κόλουρων πυραμίδων από P.V.C., η σύνδεση των δοκιμών έγινε με τη βοήθεια λεπτής λωρίδας από το ίδιο υλικό. Ωστόσο, δεν παρατηρήθηκε να επηρεάζει το μοτίβο κατάρρευσης το επιπλέον υλικό του συνδέσμου [24]. Κάτι ανάλογο μπορούμε να υποθέσουμε και στη δική μας περίπτωση, πράγμα που σημαίνει ότι το μήκος των πλαστικών αρμών κατά την κατάρρευση ενός δοκιμίου με συγκόλληση, και ενός χωρίς (υποθετικό), θα παραμείνει το ίδιο.

Στη δοκιμή εφελκυσμού που διενεργήθηκε για τον προσδιορισμό των μηχανικών ιδιοτήτων της περιοχής κοντά στη συγκόλληση, τα ελάσματα είχαν πλάτος 15mm. Θεωρούμε ότι η επηρεασμένη επιφάνεια αντιστοιχεί στο διπλάσιο πλάτος των ελασμάτων (ένα από κάθε πλευρά) πολλαπλασιασμένο με το μήκος της συγκόλλησης. Αυτή η περιοχή αντιστοιχεί περίπου στο 10% της συνολικής επιφάνειας κάθε δοκιμίου.

Επίσης, υποθέτουμε ότι σ' αυτό το 10% της επιφάνειας, θα σχηματιστεί το 10% του συνολικού μήκους των πλ. αρμών*. Συνεπώς, μπορούμε να πούμε ότι στο 10% της επιφάνειας του κελύφους δε θα καταναλωθεί περισσότερο από το 10% του συνολικού έργου. Άρα αντικαθιστώντας την εξ. (6.2) στην (6.1) και με βάση αυτά που αναφέραμε σε αυτή τη παράγραφο, έχουμε:

$$W_1 = lA \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{ya} \frac{t^2}{4}, \quad \text{ή καλύτερα,}$$

$$W_1 = C * \sigma_{ya} \quad (6.3)$$

$$W_2 = W_a + W_b = 0.9lA \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{ya} \frac{t^2}{4} + 0.1lA \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{yb} \frac{t^2}{4} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{t^2}{4} lA(0.9\sigma_{ya} + 0.1\sigma_{yb}),$$

ή καλύτερα,

$$W_2 = C(0.9\sigma_{ya} + 0.1\sigma_{yb}), \quad (6.4)$$

με $C = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{t^2}{4} lA,$ και

W_1 : έργο απορρόφησης δοκιμίου χωρίς συγκόλληση

W_2 : έργο απορρόφησης δοκιμίου με συγκόλληση

W_a : έργο απορρόφησης μακριά από τη συγκόλληση

W_b : έργο απορρόφησης στην περιοχή κοντά στη συγκόλληση

σ_{ya} : όριο διαρροής σε μονοαξονικό εφελκυσμό του μετάλλου μακριά από τη συγκόλληση

σ_{yb} : όριο διαρροής σε μονοαξονικό εφελκυσμό του μετάλλου γύρω από την περιοχή της συγκόλλησης

l : μήκος πλ. αρμών

A : αδιάστατη ποσότητα.

Στον πίνακα 6.2 υπολογίσαμε τις μέσες τάσεις για το υλικό μακριά από την περιοχή συγκόλλησης (σ_{ma}) και γι' αυτό που βρίσκεται κοντά (σ_{mb}) της. Θέλοντας να λάβουμε στην ανάλυσή μας τη δυσμενέστερη περίπτωση, υπολογίσαμε τις μέσες τάσεις εκεί που η διαφορά της ενέργειας απορρόφησης κατά τον εφελκυσμό των δύο ελασμάτων ήταν η μεγαλύτερη. Αυτή βρέθηκε να είναι κοντά στην παραμόρφωση που παρουσιάζεται η μέγιστη τάση για το υλικό της περιοχής (a). Από τον πίνακα 6.2 προκύπτει ότι:

$$0.911\sigma_{ma} = \sigma_{mb}. \quad (6.5)$$

* Το σχήμα των δοκιμών μας κοντά στην τετραγωνική βάση μοιάζει με αυτό του τετραγωνικού σωλήνα (ή της τετραγωνικής κόλουρης πυραμίδας, ανάλογα με τη περίμετρο των βάσεων του). Συνεπώς η παραπάνω υπόθεση είναι αρκετά συντηρητική, και το μήκος των στατικών πλ. αρμών θα είναι $\leq 10\%$, αν λάβουμε υπόψη μας ότι οι συγκολλήσεις βρίσκονται σε σημεία μακριά από τις γωνίες της τετραγωνικής βάσης, δηλ. σε σημεία που σχηματίζονται κεκλιμένοι αρμοί σε τετραγωνικούς σωλήνες και κολουρες πυραμίδες [24], [27].

Κάνοντας τώρα την υπόθεση του άκαμπτου-ιδεωδώς πλαστικού υλικού, αντικαθιστούμε στις εξ. (6.3) και (6.4) τις μέσες τάσεις του πίνακα 6.3. ($\sigma_{ya} \rightarrow \sigma_{ma}$ και $\sigma_{yb} \rightarrow \sigma_{mb}$).

$$W_1 = C * \sigma_{ma}, \quad (6.6)$$

$$W_2 = C(0.9\sigma_{ma} + 0.1\sigma_{mb}), \quad (6.7)$$

Τέλος αντικαθιστούμε την (6.5) στην (6.7) και έχουμε:

$$W_2 = C(0.9\sigma_{ma} + 0.1 * 0.911\sigma_{ma}) = 0.991C\sigma_{ma}. \quad (6.8)$$

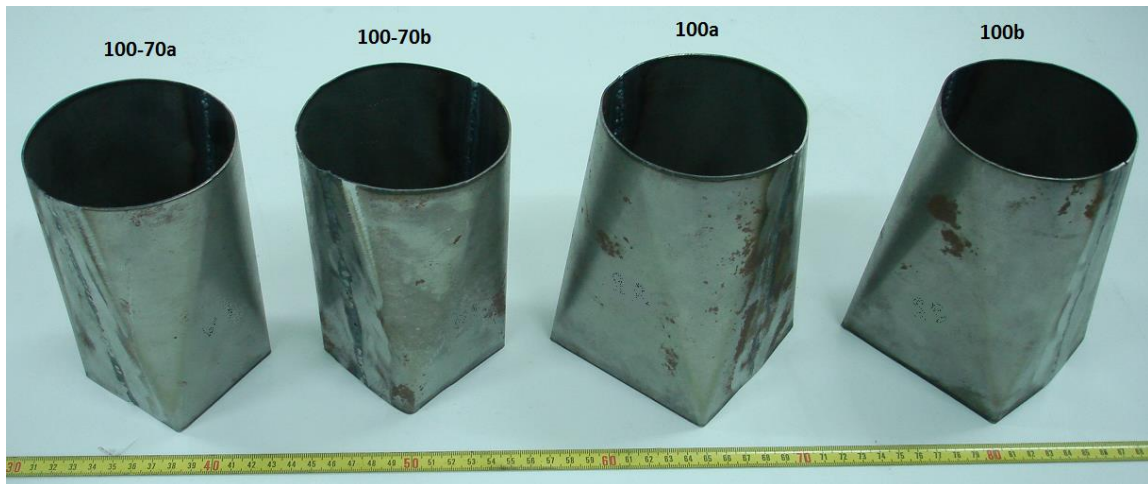
Η ποσοστιαία διαφορά του έργου απορρόφησης μεταξύ ενός δοκιμίου με συγκόλληση και ενός χωρίς, θα ήταν:

$$\frac{W_1 - W_2}{W_1} 100\% = \frac{C\sigma_{ma} - 0.991C\sigma_{ma}}{C\sigma_{ma}} 100\% = 0.9\%, \quad (6.9)$$

Η παραπάνω ανάλυση έγινε με σκοπό να ποσοτικοποιήσουμε την επίδραση της συγκόλλησης στο τελικό έργο απορρόφησης. Από την εξ. (6.9) φαίνεται ότι αυτή η επίδραση είναι πολύ μικρή, και έτσι με ασφάλεια μπορούμε να αμελήσουμε τη συγκόλληση κατά τον σχεδιασμό των αριθμητικών μοντέλων που θα συναντήσουμε στο επόμενο κεφάλαιο.

6.5. Ονοματολογία – Διαστάσεις

Συνολικά κατασκευάστηκαν τέσσερα δοκίμια, ανά δύο με ίδιες ονομαστικές διαστάσεις. Τα δοκίμια μαζί με την κωδική τους ονομασία παρουσιάζονται στην εικόνα 6.4. Ο πρώτος αριθμός συμβολίζει τη διάμετρο της κυκλικής βάσης, ο δεύτερος το μήκος της πλευράς της τετραγωνικής βάσης, ενώ το γράμμα στο τέλος του ονόματός τους, απλώς διαχωρίζει τα δοκίμια με τις ίδιες ονομαστικές διαστάσεις. Στην περίπτωση δοκιμίων με έναν αριθμό στην ονομασία τους, σημαίνει ότι η διάμετρος και το μήκος της τετραγωνικής πλευράς είναι ίσα. Όλοι οι αριθμοί αναφέρονται στις ονομαστικές διαστάσεις των δοκιμίων.



Εικόνα 6.4. Τα τέσσερα δοκίμια της πειραματικής διαδικασίας.

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.3.

	100-70a	100-70b	100a	100b	
L	150				mm
t	1.0				mm
D	100	100	100	100	mm
a	70	70	100	100	mm
r	1.4	1.7	1.7	1.3	mm

Πίνακας 6.3. Διαστάσεις δοκιμίων.

Συμβολισμοί

L: αξονικό ύψος
t: πάχος
D: μέση διάμετρος
a: πλευρά τετραγωνικής βάσης
r: μέση ακτίνα καμπυλότητας των γωνιών της τετραγωνικής βάσης*

Στον πίνακα 6.3 παρουσιάζονται οι διαστάσεις των τεσσάρων δοκιμίων. Όπως φαίνεται κατασκευάστηκαν δύο δοκίμια με διαφορετικές ονομαστικές διαστάσεις (με εξαίρεση το r), πολλαπλότητας 2. Αυτό έγινε με σκοπό την αποφυγή επεξεργασίας και αξιολόγησης δεδομένων, προερχόμενα από δοκίμιο που η πειραματική διαδικασία δεν εξελίχθηκε «ομαλά». Με το «ομαλά», εννοούμε την πειραματική διαδικασία χωρίς την ύπαρξη σφαλμάτων, όπως η αστοχία της συγκόλλησης, η κακή εφαρμογή του δοκιμίου στις πλάκες της μηχανής κτλ. (κάτι ανάλογο παρουσιάστηκε στο δοκίμιο 100a).

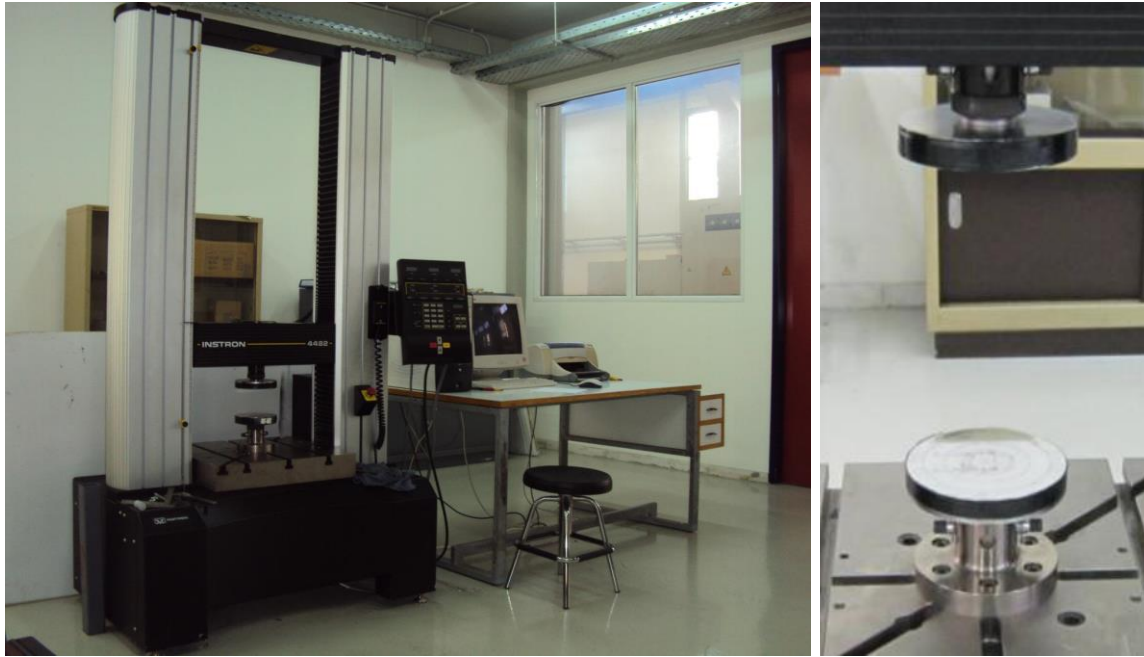
6.6. Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διάταξη αποτελείται από τη Universal μηχανή δοκιμών, έναν H/Y και το λογισμικό της εταιρίας Bluehill που είναι απαραίτητο για την επεξεργασία των δεδομένων, βλ. εικόνα 6.5 (αριστερά). Η Universal μηχανή είναι της εταιρίας Instron και έχει τη δυνατότητα να πραγματοποιεί δοκιμές εφελκυσμού, κάμψης και θλίψης τοποθετώντας τα κατάλληλα εργαλεία. Στην εικόνα 6.5 (δεξιά) φαίνονται τα εργαλεία θλίψης που είναι προσαρμοσμένα στις κεφαλές της μηχανής.

Τεχνικά χαρακτηριστικά της INSTRON 4482 [31]:

- ονομαστικό φορτίο: 10kN
- μέγιστη ταχύτητα κεφαλής: 500 mm/min
- μέγιστο φορτίο στη μέγιστη ταχύτητα: 75kN
- μέγιστη ταχύτητα κεφαλής στο μέγιστο φορτίο: 250 mm/min.

* Η (r), είναι η μέση τιμή των ακτινών καμπυλότητας των τεσσάρων «γωνιών» της τετραγωνικής βάσης κάθε δοκιμίου, και αφορά τη μέση επιφάνεια. Ειδικότερα, αποτυπώθηκε σε χαρτί η κάτω βάση εσωτερικά και εξωτερικά, μετρήθηκαν οι εσωτερικές και εξωτερικές ακτίνες καμπυλότητας κάθε «γωνίας» και υπολογίστηκε ο μέσος όρος των μετρήσεων.



Εικόνα 6.5. (Δεξιά) Η πειραματική διάταξη που βρίσκεται στις εγκαταστάσεις του εργαστηρίου Κατεργασιών των Υλικών του ΕΜΠ. (Αριστερά) Τα εργαλεία θλίψης της INSTRON 4482.

6.7. Δείκτες αξιολόγησης απορροφητών ενέργειας

Αυτή η παράγραφος είναι αφιερωμένη στα μεγέθη που αξιολογούν τη συμπεριφορά των απορροφητών ενέργειας. Σημαντικό είναι να οριστούν τα μεγέθη αυτά γιατί αργότερα θα χρησιμοποιηθούν για τη σύγκριση της συμπεριφοράς των δοκιμίων με τα αρ. μοντέλα, κατά την πειραματική προσομοίωση, αλλά και των αρ. μοντέλων μεταξύ τους, κατά την παραμετρική ανάλυση.

P_{max} : είναι το μέγιστο φορτίο που αναπτύσσεται κατά τη διάρκεια της δοκιμής και είναι συνήθως είναι το πρώτο peak που συναντάμε στο διάγραμμα φορτίου-μετατόπισης. Το φορτίο αυτό είναι ανάλογο με τη μέγιστη επιβράδυνση και έτσι μας ενδιαφέρει να το κρατάμε κάτω από τα επιτρεπτά όρια που επιβάλλει η κάθε εφαρμογή, βλ. παράγραφο 3.2.

W : είναι η συνολική ενέργεια που απορροφήθηκε κατά τη διάρκεια της δοκιμής και αντιπροσωπεύει το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη φορτίου-μετατόπισης, ειδικότερα:

$$W = \int_{\delta_i}^{\delta_f} P d\delta ,$$

όπου:

δ_i : η αρχική κατακόρυφη θέση του εμβόλου όταν αυτό εφάπτεται στο δοκίμιο,

δ_f : η τελική κατακόρυφη θέση του εμβόλου,

$d\delta$: το διαφορικό μήκος μετατόπισης του φορτίου,

P : το στιγμιαίο φορτίο.

Στην πραγματικότητα αυτή η ενέργεια είναι το άθροισμα της ελαστικής και της πλαστικής ενέργειας που δαπανήθηκε για την παραμόρφωση του κελύφους. Στην περίπτωσή μας, για το υλικό και το μέγεθος των παραμορφώσεων που εξετάζουμε, η ελαστική ενέργεια είναι πολύ μικρή ($\approx 2\%$ της συνολικής), και έτσι θεωρούμε ότι η παραπάνω σχέση αντιπροσωπεύει την ενέργεια που μετατράπηκε σε πλαστικό έργο.

P_m : είναι το μέσο φορτίο κατά τη δοκιμή και είναι ενδεικτικό της ενέργειας απορρόφησης για δεδομένη μετακίνηση του εμβόλου, διότι ισχύει:

$$P_m = \frac{W}{\delta_f - \delta_i}$$

CFE (%): είναι ο δείκτης ομοιομορφίας φορτίου (crush force efficiency) και ορίζεται ως ο λόγος του μέσου φορτίου προς το μέγιστο. Όσο πλησιάζει στο 100% τόσο περισσότερη ενέργεια μπορεί να απορροφηθεί για δεδομένο P_{max} , δηλ. για δεδομένο όριο επιβράδυνσης.

$$CFE (\%) = \frac{P_m}{P_{max}} 100\%.$$

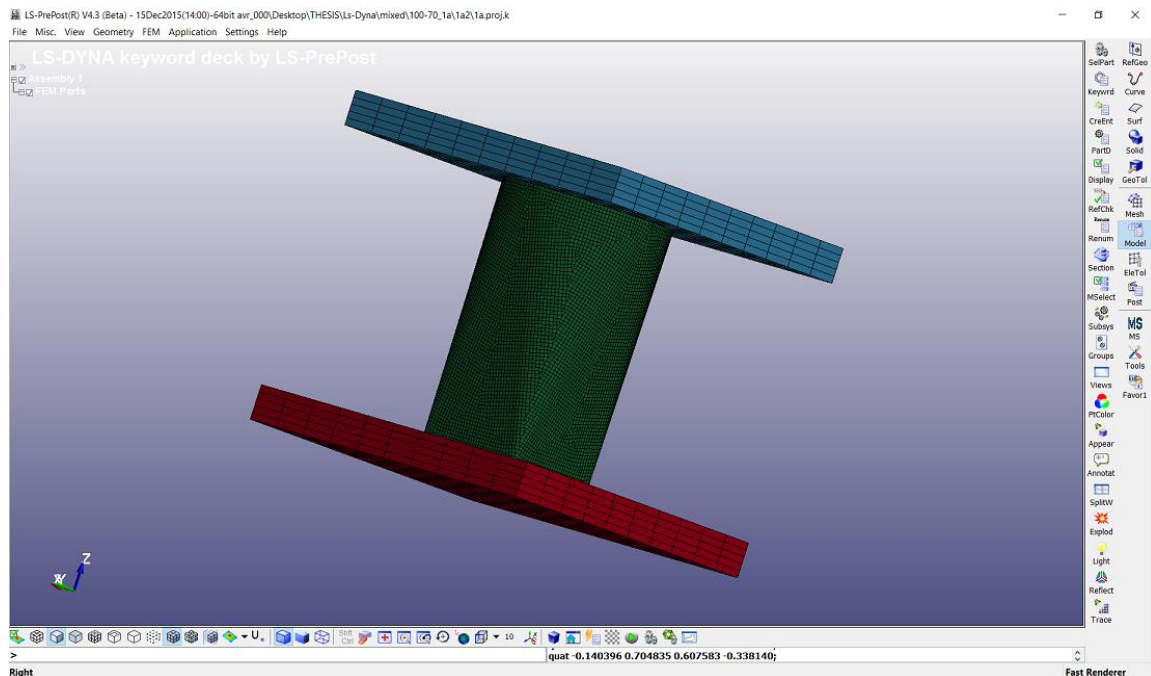
6.8. Πειραματικές συνθήκες

Τα κελύφη είναι τοποθετημένα στη μηχανή δοκιμών με τέτοιο τρόπο ώστε η βάση τους να έχει δεσμευμένο μόνο τον κατακόρυφο βαθμό ελευθερίας. Κατά την αξονική συμπίεση, η (άνω) κινητή κεφαλή έχει ρυθμιστεί να διανύσει απόσταση ίση με $100mm$ (τα $2/3$ του ύψους του δοκιμίου). Το μήκος βράχυνσης των κελυφών επιλέχθηκε έτσι ώστε να είναι επαρκές για τη διεξαγωγή συμπερασμάτων, και ταυτόχρονα όχι υπερβολικό, για να αφορά αποκλειστικά σε μήκος συμπίεσης κελύφους χωρίς να περιλαμβάνει καθόλου (στο τελικό στάδιο) συμπίεση συμπαγούς υλικού. Για όλα τα δοκίμια έχει επιλεγεί κατακόρυφη ταχύτητα εμβόλου $20 mm/min$, που αντιστοιχεί σε ολικό ρυθμό παραμόρφωσης $\dot{\epsilon} = 2.222 * 10^{-3} s^{-1}$ και σύμφωνα με τον πίνακα 5.1, η δοκιμή χαρακτηρίζεται οιονεί στατική.

7. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ

7.1. Γενικά

Η αριθμητική προσομοίωση χωρίζεται σε δύο μέρη, το ένα αφορά τη μοντελοποίηση της πειραματικής διαδικασίας και το άλλο την παραμετρική ανάλυση. Η διαδικασία και στις δύο περιπτώσεις πραγματοποιήθηκε κάνοντας χρήση του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων Ls-Dyna της εταιρίας Livermore Software Technology Corporation (LSTC). Το πακέτο αυτό αποτελείται από τρεις συνιστώσες, τον pre-processor, τον solver και τον post-processor. Στον pre-processor σχεδιάστηκαν τα μοντέλα (CAD), δημιουργήθηκε το πλέγμα και ορίστηκαν παράμετροι όπως, η ταχύτητα της άνω πλάκας, το υλικό των δοκιμίων, οι οριακές συνθήκες κτλ. Στον solver έγινε η επίλυση του προβλήματος και τέλος, στον post-processor πραγματοποιήθηκε η επεξεργασία των αποτελεσμάτων. Στην εικόνα που ακολουθεί φαίνεται το περιβάλλον εργασίας στον Ls-PrePost 4.3 της εταιρίας LSTC.



Εικόνα 7.1. Περιβάλλον εργασίας Ls-PrePost 4.3.

7.2. Περιγραφή αριθμητικών μοντέλων

Όπως η αριθμητική προσομοίωση έτσι και τα αριθμητικά μοντέλα χωρίζονται σε δύο ομάδες, αυτά που θα συγκριθούν με τα πειραματικά δοκίμια (ομάδα 1) και αυτά θα συγκριθούν μεταξύ τους κατά την παραμετρική ανάλυση (ομάδα 2). Σκοπός, και στις δύο περιπτώσεις, είναι η προσομοίωση της αξονικής οιονεί στατικής κατάρρευσης λεπτότοιχων κελυφών από μαλακό χάλυβα.

ΟΜΑΔΑ 1

Στην πρώτη ομάδα, το σχήμα και οι διαστάσεις των μοντέλων είναι ίδιες με τις ονομαστικές διαστάσεις των αντίστοιχων δοκιμίων, βλ. πίνακα 6.3. Εξαίρεση αποτελεί η ακτίνα καμπυλότητας των «γωνιών» των τετραγωνικών βάσεων (r). Στην περίπτωση αυτή, τα αρ. μοντέλα σχεδιάστηκαν με μία μέση (r_m) που προκύπτει από τον μέσο όρο των (r) όλων των δοκιμίων. Η ονομασία των αρ. μοντέλων ακολουθεί αυτά που είπαμε στην παράγραφο 6.5, με τη μόνη διαφορά ότι το τελευταίο γράμμα θα είναι το n (numerical). Συνεπώς τα ονόματα 100-70a, 100-70b, 100a και 100b αναφέρονται στα δοκίμια, ενώ τα 100-70n και 100n στα αρ. μοντέλα.

ΟΜΑΔΑ 2

Σ' αυτή την ομάδα, τα αρ. μοντέλα χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες ανάλογα με το σχήμα της διατομής τους.

α) Τα κελύφη με κυκλική διατομή που τη διατηρούν σε όλο το αξονικό τους ύψος. Αυτή η κατηγορία περιλαμβάνει τους κόλourους κώνους και τους κυκλικούς σωλήνες (δηλ. την οριακή περίπτωση των κόλourων κώνων με γωνία ημικορυφής $\varphi=0$). Η ονομασία των μοντέλων αυτών θα ξεκινάει με το γράμμα c (circular) που συμβολίζει το σχήμα της διατομής τους.

β) Τα κελύφη με τετραγωνική διατομή που τη διατηρούν σε όλο το αξονικό τους ύψος. Η κατηγορία αυτή περιλαμβάνει τις κόλourες πυραμίδες και τους τετραγωνικούς σωλήνες (δηλ. την οριακή περίπτωση κόλourων πυραμίδων με γωνία ημικορυφής $\varphi=0$). Η ονομασία των μοντέλων αυτών θα ξεκινάει με το γράμμα s (square) που συμβολίζει το σχήμα της διατομής τους.

γ) Στην τελευταία κατηγορία ανήκουν τα μοντέλα υβριδικής γεωμετρίας που το σχήμα της διατομής τους μεταβάλλεται καθ' ύψος. Το όνομά τους θα ξεκινάει με το γράμμα h (hybrid) που συμβολίζει την υβριδικού σχήματος διατομή. Αυτή η κατηγορία χωρίζεται σε δύο υποκατηγορίες, ανάλογα με ποια βάση έχει τη μεγαλύτερη περίμετρο. Αν η βάση με τη μεγάλη περίμετρο είναι η κυκλική, το δεύτερο γράμμα του ονόματος τους θα είναι το c, αν είναι η τετραγωνική το δεύτερο γράμμα θα είναι το s, ενώ στην περίπτωση που οι δύο βάσεις έχουν την ίδια περίμετρο, δε θα ακολουθεί δεύτερο γράμμα (αυτό συμβαίνει μόνο σε ένα μοντέλο).

Σε κάθε μοντέλο που ανήκει σε μία από τις παραπάνω κατηγορίες, η ποσότητα που μεταβάλλεται κατά την παραμετρική ανάλυση, είναι η περίμετρος της μίας βάσης (A), βλ. πίνακα 7.1. Το αξονικό ύψος, η (r)*, το υλικό και η περίμετρος της άλλης βάσης (B), παραμένουν σταθερά και ίσα με αυτά της ΟΜΑΔΑΣ 1. Εξαίρεση αποτελεί το πάχος των μοντέλων που αυξήθηκε 10%.

* Προφανώς δεν αφορά τα κελύφη με κυκλική διατομή (c).

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.1

Βάση A [mm]	Βάση B [mm]
314	314
235	
177	
133	
99	

Πίνακας 7.1. Περίμετροι των βάσεων των αριθμητικών μοντέλων της παραμετρικής ανάλυσης.

Όπως φαίνεται στον παραπάνω πίνακα, η μία βάση διατηρεί την περιμέτρο της σταθερή, ενώ η άλλη μειώνεται κατά 20% από την προηγούμενη. Η περιμέτρος σταθερού μήκους ίσου με 314mm, αντιστοιχεί σε διάμετρο 100mm, που είναι ίδια με αυτή των πειραματικών δοκιμίων.

Με βάση τα παραπάνω, μπορούμε να ολοκληρώσουμε την ονοματολογία των μοντέλων της ΟΜΑΔΑΣ 2. Ειδικότερα, η ονομασία κάθε μοντέλου θα αρχίζει με ένα ή δύο γράμματα ανάλογα σε ποια κατηγορία ανήκει και θα τελειώνει με δύο αριθμούς, έναν για τη περιμέτρο κάθε βάσης. Αν η περιμέτρος των δύο βάσεων είναι ίδια, τότε θα παραλείπεται ο δεύτερος αριθμός.

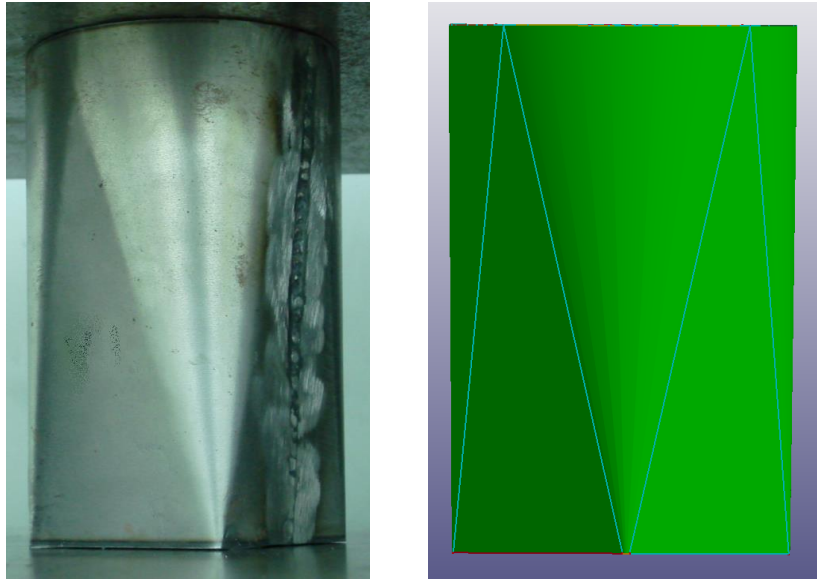
Για παράδειγμα το αρ. μοντέλο με ονομασία, hc314-133, αντιπροσωπεύει το κέλυφος υβριδικής γεωμετρίας, που η μεγάλη του βάση είναι κυκλική με περιμέτρο 314mm και περιμέτρο μικρής βάσης 133mm (προφανώς σχήματος τετραγώνου). Το c314, αντιπροσωπεύει το αρ. μοντέλο κυκλικού σωλήνα με περιμέτρο διατομής 314mm.

Πολλές φορές εξυπηρετεί, αντί για την πλήρη ονομασία του αρ. μοντέλου, να χρησιμοποιούμε μόνο τα γράμματα της κατηγορίας που ανήκει και τον λόγο (λ). Ο λόγος (λ) ορίζεται το πηλίκο της περιμέτρου της μικρής βάσης προς την περιμέτρο της μεγάλης.

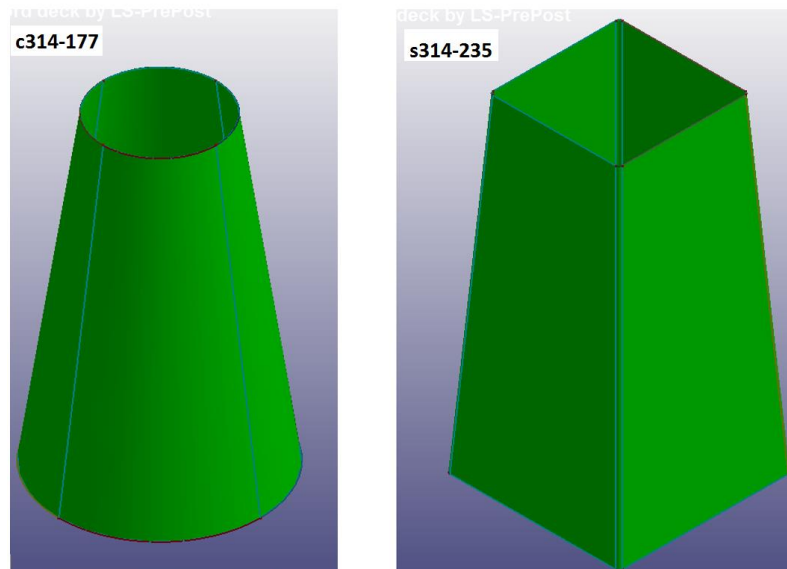
7.3. Σχεδιασμός και τοποθέτηση πλέγματος

Όπως ήδη έχει αναφερθεί, τα δοκίμια που μελετάμε έχουν διατομή που το σχήμα της μεταβάλλεται κατά το αξονικό ύψος. Στο ένα άκρο η διατομή αυτή είναι κυκλική ενώ στο άλλο τετραγωνική. Η μετάβαση αυτή γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να σχηματίζονται τέσσερις επίπεδες ισοσκελές τριγωνικές επιφάνειες, με τη μία γωνία να εφάπτεται στην κυκλική βάση του δοκιμίου, βλ. εικόνα 7.2 (αριστερά). Επιπλέον σημαντικό χαρακτηριστικό, είναι η καμπυλότητα των «γωνιών» της τετραγωνικής βάσης, που προέρχεται από τη διαδικασία κατασκευής (στραντζάρισμα). Στην εικόνα 7.2 παρουσιάζονται το δοκίμιο 100-70a (αριστερά) και αρ. μοντέλο 100-70n (δεξιά).

Για τα κελύφη με διατομή σταθερού σχήματος δεν έχουμε πολλά να πούμε. Η σχεδίαση τους ήταν ιδιαίτερα απλή, βλ. εικόνα 7.3, με μοναδικό σημείο που είναι άξιο να αναφερθεί και αφορά τα αρ. μοντέλα με τετραγωνική διατομή, είναι η διατήρηση της καμπυλότητας των «γωνιών» (r) που συναντήσαμε στις τετραγωνικές βάσεις των δοκιμίων.



Εικόνα 7.2. Δοκίμιο 100-70a (αριστερά) και αρ. μοντέλο 100-70n (δεξιά).

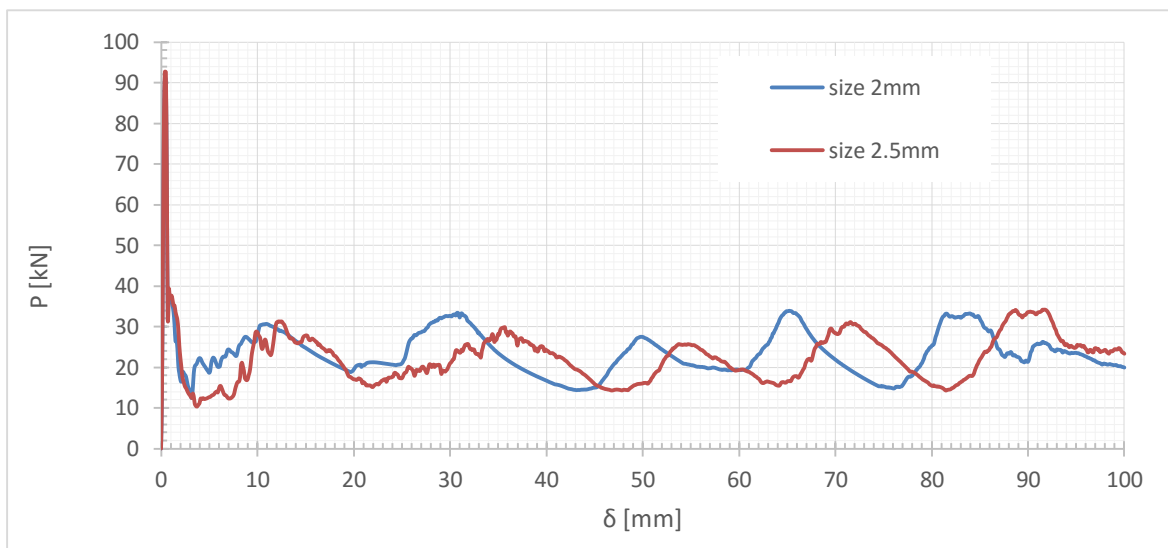
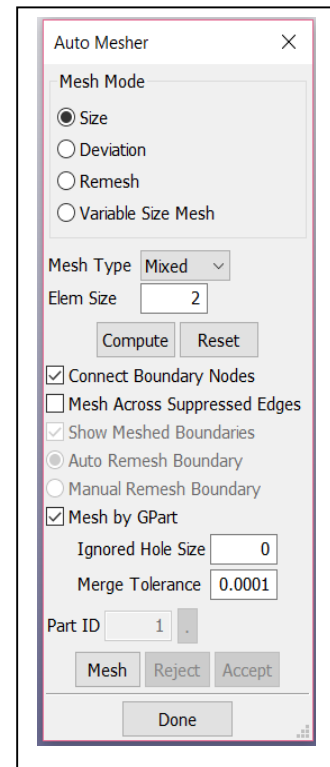


Εικόνα 7.3. Αριθμητικά μοντέλα με διατομή σταθερού σχήματος.

Η διακριτοποίηση έγινε αυτόματα με την εντολή auto mesher επιλέγοντας τις επιφάνειες του μοντέλου (toolbar Ls-PrePost → FEM → ELEMENT AND MESH → AΥΤΟ MESHER). Οι ρυθμίσεις στο αναδυόμενο παράθυρο φαίνονται στην εικόνα της επόμενης σελίδας (δεξιά).

Το μέσο μέγεθος των πεπερασμένων στοιχείων (Π.Σ.) που επιλέχτηκε για τη μοντελοποίηση της πειραματικής διαδικασίας, ήταν 2.5mm, ενώ για την παραμετρική ανάλυση, 2mm. Και οι δύο τιμές είναι επαρκής αν σκεφτεί κανείς ότι το πάχος των δοκιμίων/μοντέλων παίρνει τις τιμές 1.0mm ή 1.1mm. Η επιλογή μικρότερου στοιχείου ήταν απαγορευτική καθώς η αύξηση του χρόνου επίλυσης ήταν δυσανάλογη (π.χ. για μέγεθος Π.Σ. 1mm ο χρόνος επίλυσης ξεπερνούσε τις 150 ώρες).

Ενδεικτικά θα αναφέρουμε την περίπτωση του μοντέλου 100-70n. Η διαφορά στην ενέργεια απορρόφησης με μέγεθος στοιχείου 3mm (≈ 6000 Π.Σ.) και 2mm (≈ 12000 Π.Σ.), ήταν μόνο 1.18%, ενώ αντίθετα ο υπολογιστικός χρόνος ήταν τέσσερις φορές μεγαλύτερος. Αυτό υποδηλώνει ότι η διαδικασία έχει συγκλίνει αρκετά και δεν περιμένουμε σημαντικές διαφορές με επιλογή μικρότερου στοιχείου. Για τις περιπτώσεις με μέγεθος Π.Σ. 2mm και 2.5mm, το διάγραμμα φορτίου-μετατόπισης είχε την ίδια μορφή, με ίδιο αριθμό κορυφών, αλλά διαφορετική φάση. Αυτό δε μας επηρεάζει ιδιαίτερα γιατί το πλήθος των κορυφών, που έχουν άμεση σχέση με τον σχηματισμό λοβών, παραμένουν ίδια, βλ. εικόνα 7.4. Όσον αφορά τη μορφή κατάρρευσης γενικότερα, οι διαφορές που εντοπίζονται είναι μάλλον ασήμαντες και περιορίζονται μόνο στην αισθητική του πράγματος, βλ. εικόνα 7.5.



Εικόνα 7.4. Διάγραμμα φορτίου-μετατόπισης για το μοντέλο 100-70n με διαφορετικό μέγεθος Π.Σ.

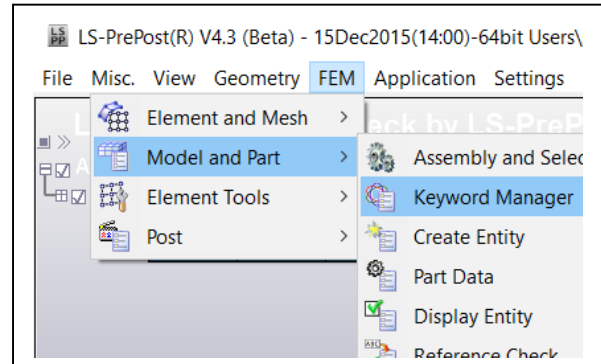
Οι πλάκες θλίψης σχεδιάστηκαν με τετραγωνική μορφή και αρκετά μεγαλύτερες από τις βάσεις των δοκιμίων, ώστε να εξασφαλιστεί η καλή στήριξη καθ' όλη τη διάρκεια της κατάρρευσης, βλ. εικόνα 7.1. Δίνουμε έμφαση σε αυτό, γιατί κατά την πειραματική διαδικασία το δοκίμιο 100a παραμορφώθηκε με τέτοιο τρόπο, ώστε μέρος της άνω βάσης βρέθηκε να μην ακουμπά στην πλάκα θλίψης, με αποτέλεσμα την αποτυχία του πειράματος, εικόνα 7.6 (το πρόβλημα αυτό δεν παρουσιάστηκε στα υπόλοιπα δοκίμια διότι τοποθετήθηκε μία μεγαλύτερη πλάκα προσαρμοσμένη στην αρχική). Εφόσον η μελέτη επικεντρώνεται στο κέλυφος, για τις πλάκες θλίψης επιλέξαμε τη δημιουργία αραιού πλέγματος με σκοπό τη μείωση της απαιτούμενης υπολογιστικής ισχύος, βλ. εικόνα 7.1.

7.4. Εισαγωγή δεδομένων

Το επόμενο στάδιο μετά τον σχεδιασμό των μοντέλων, είναι η εισαγωγή των δεδομένων. Η διαδικασία αυτή είναι κοινή για όλα τα αρ. μοντέλα και ακολουθεί τα εξής βήματα:

- 1) Στη γραμμή εργαλείων του Ls-PrePost 4.3, επιλέγουμε:

FEM → MODEL AND PART → KEYWORD MANAGER.



- 2) Αναδύεται το παράθυρο και επιλέγουμε All (αν δεν είναι επιλεγμένο):

Σημαντικό είναι να αναφερθεί ότι οι μονάδες που δέχεται το πρόγραμμα είναι:

Μήκος: [mm]

Μάζα: [gr]

Χρόνος: [ms]

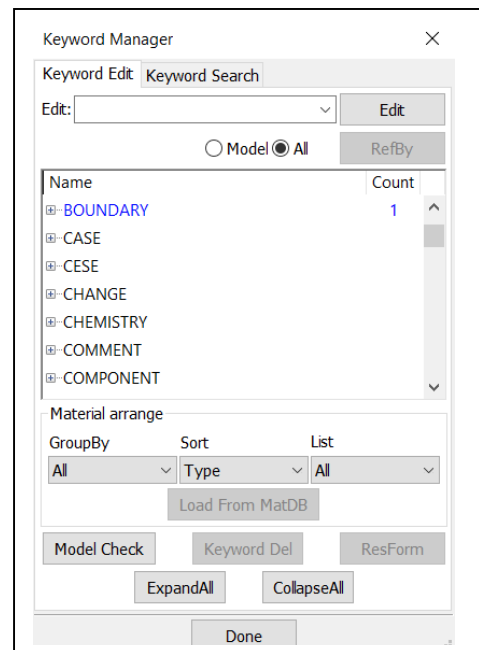
και για τα παράγωγα μεγέθη:

Δύναμη: [N]

Τάση/Πίεση: [MPa]

Πυκνότητα: [gr/mm³]

Από εδώ και πέρα θα επιλέγουμε στοιχεία του KEYWORD MANAGER (KM) και θα εισάγουμε τα δεδομένα μας.



- 3) Επιλογή υλικού για τις πλάκες θλίψης: KM → MAT → 20_RIGID

Κάτω πλάκα

Τοποθετούμε τις ιδιότητες του χάλυβα,

RO: πυκνότητα

E: μέτρο ελαστικότητας

PR: λόγος Poisson

NewID Draw MatDB RefBy Pick Add Accept Delete Default Done 1 kato
2 pano

Use *Parameter (Subsys: 1 6.proj.k) Setting

*MAT_RIGID_(TITLE) (020) (2)

TITLE
kato

1	MID	RO	E	PR	N	COUPLE	M	ALIAS
	1	0.0078500	2.070e+005	0.2900000	0.0	0	0.0	
2	CMO	CON1	CON2					
	1.0	7	7					
3	LCO OR A1	A2	A3	V1	V2	V3		
	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		

Επιλέγουμε επίσης

CMO=1 (οι περιορισμοί να απευθύνονται στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων)
CON1, CON2=7 (δεσμευμένοι όλοι οι βαθμοί ελευθερίας)

Άνω πλάκα

Τα ίδια με την κάτω πλάκα με μόνη διαφορά:

CON1=4 (επιτρέπει την κίνηση κατά άξονα z)

- 4) Επιλογή υλικού κελύφους:
KM→MAT→24_PIECEWISE_LINEAR_PLASTICITY

RO, E, PR όπως προηγουμένως,
SIGY: όριο διαρροής υλικού (στην περίπτωση μας εισάγαμε το κάτω όριο διαρροής*)
EPS1, EPS2...: παραμόρφωση στην πλαστική περιοχή
ES1, ES2...: τάση στην πλαστική περιοχή

Ουσιαστικά τα EPS1, ES1... είναι ζεύγη τιμών τάσης παραμόρφωσης στην πλαστική περιοχή του υλικού. Το πρώτο ζευγάρι είναι (0, SIGY).

NewID Draw MatDB RefBy Pick Add Accept Delete Default Done 3 shell

Use *Parameter (Subsys: 1 m100-33.proj.k) Setting

*MAT_PIECEWISE_LINEAR_PLASTICITY_(TITLE) (024) (1)

1	MID	RO	E	PR	SIGY	ETAN	FAIL	TDEL
	β	0.0078500	2.070e+005	0.2900000	330.00000	0.0	1.000e+021	0.0
2	C	P	LCSS	LCSR	VP	LCE		
	0.0	0.0	0	0	0.0	0		
3	EPS1	EPS2	EPS3	EPS4	EPS5	EPS6	EPS7	EPS8
	0.0	0.0113930	0.0228930	0.0383930	0.0808930	0.1308930	0.1925650	0.2235000
4	ES1	ES2	ES3	ES4	ES5	ES6	ES7	ES8
	330.00000	340.00000	332.50000	365.00000	417.50000	450.00000	479.79999	200.00000

Το υλικό 24 είναι ισότροπο και έτσι κατά την αρ. προσομοίωση δεν λαμβάνεται υπόψη η ανισοτροπία του ελάσματος από το οποίο κατασκευάστηκαν τα δοκίμια, θεωρώντας ότι δεν παίζει σημαντικό ρόλο στο τελικό αποτέλεσμα.

* Όταν το υλικό παρουσιάζει άνω και κάτω όριο διαρροής (όπως στην περίπτωση μας ο μαλακός χάλυβας), για τον υπολογισμό του πλαστικού έργου λαμβάνεται το κάτω ή κάποιες φορές το μέσο όριο διαρροής. Το άνω όριο διαρροής «διαρκει» πολύ μικρό Δε και συνήθως το αμελούμε.

5) Επιλογή 3D Π.Σ. για τις πλάκες θλίψης: KM→ SECTION→ SOLID

Απλώς το ορίζω.

6) Επιλογή 2D Π.Σ. για το κέλυφος: KM→ SECTION→ SHELL

ELFORM=2 (είδος επιφανειακού Π.Σ. Belytschko-Tsay)

NIP=3 (αριθμός σημείων ολοκλήρωσης κατά το πάχος του στοιχείου)

T1=1 ή 1.1 (πάχος Π.Σ. που στην περίπτωσή μας αντιπροσωπεύει και το πάχος του κελύφους)

7) Ορισμός της καμπύλης ταχύτητας της άνω πλάκας: MK→ DEFINE→ CURVE

Εισάγουμε ζεύγη σημείων A1 (χρόνος, ms), O1 (ταχύτητα, mm/ms). Στην περίπτωσή μας θέλουμε η άνω πλάκα να κινείται με σταθερή ταχύτητα (1mm/ms) προς τα αρνητικά του άξονα z. Η ταχύτητα αυτή είναι διαφορετική από αυτή του πειράματος. Παρόλα αυτά είναι αρκετά μικρή ώστε να μη λαμβάνουν χώρα αδρανειακά φαινόμενα και έτσι η καταπόνηση να χαρακτηρίζεται οιονεί στατική (βλ. πίν. 5.1 για $\dot{\epsilon} = 6.67s^{-1}$).

Έτσι τα ζεύγη τιμών είναι: α) A1=0 , O1=-1 και β) A1=100 , O1=-1, στο βήμα 9 θα οριστεί τα σημεία A αντιπροσωπεύουν χρόνο και τα O, ταχύτητα.

(Η απόσταση που θέλουμε να διανύσει η άνω πλάκα είναι 100mm, όπως ακριβώς έγινε και στο πείραμα. Ορίζοντας τα παραπάνω σημεία αυτόματα επιλέγουμε ότι σε 100ms θα πρέπει να σταματήσει).

Keyword Input Form

NewID Draw RefBy Add Accept Delete Default Done 1

Use *Parameter (Subsys: 1 6.proj.k) Setting

*DEFINE_CURVE_(TITLE) (1)

TITLE

LCID	SIDR	SFA	SFO	OFFA	OFFO	DATTYP	LCINT
1	0	1.0000000	1.0000000	0.0	0.0	0	0

Repeated Data by Button and List

A1	O1
0.0	-1.0
1 0.0 -1.0	
2 100.0 -1.0	

Data Pt. 1 Load XYData

SIDR=Stress initialization by dynamic relaxation:
 EQ.0: load curve used in transient analysis only or for other applications,
 EQ.1: load curve used in stress initialization but not transient analysis,
 EQ.2: load curve applies to both initialization and transient analysis.

8) Ορισμός υλικού (MAT) και είδους Π.Σ. (SECTION) σε κάθε PART:
 KM → PART → PART

PID: αριθμός που αντιπροσωπεύει κάθε κομμάτι του μοντέλου μας (άνω πλάκα, κάτω πλάκα, κέλυφος)

SECID: αριθμός που αντιπροσωπεύει κάθε είδος Π.Σ. που ορίσαμε σε προηγούμενα βήματα

MID: αριθμός που αντιπροσωπεύει κάθε υλικό, έτσι όπως ορίστηκε στα προηγούμενα βήματα

Στην περίπτωση μας:

Κάτω πλάκα: PID=1, SECID=1, MID=1

Άνω πλάκα: PID=2, SECID=1, MID=2

Κέλυφος: PID=3, SECID=2, MID=3

NewID Draw RefBy Pick Add Accept Delete Default Done 1 boxsolid 2 boxsolid 3 LSHELL3

Use *Parameter (Subsys: 1 6.proj.k) Setting

*PART_(TITLE) (3)

TITLE

boxsolid

PID	SECID	MID	EOSID	HGID	GRAV	ADPOPT	TMID
1	1	1	0	0	0	0	0

NewID Draw RefBy Pick Add Accept Delete Default Done 1 boxsolid 2 boxsolid 3 LSHELL3

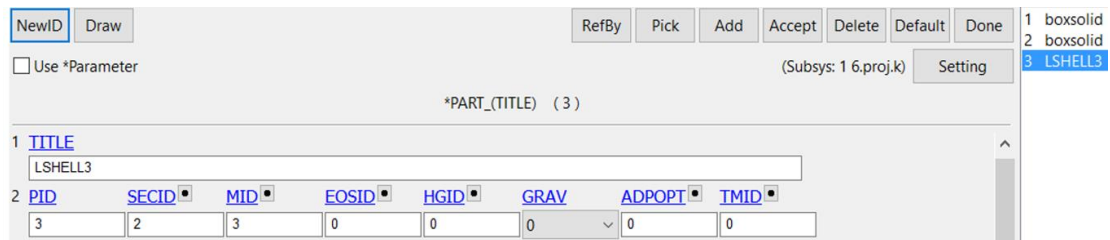
Use *Parameter (Subsys: 1 6.proj.k) Setting

*PART_(TITLE) (3)

TITLE

boxsolid

PID	SECID	MID	EOSID	HGID	GRAV	ADPOPT	TMID
2	1	2	0	0	0	0	0



- 9) Ορισμός κίνησης άνω πλάκας:
 KM → BOUNDARY → PRESCRIBED_MOTION_RIGID

PID: επιλέγουμε το κομμάτι που θέλουμε να κινηθεί

DOF: επιλέγουμε τον βαθμό ελευθερίας που θέλουμε να κινηθεί η πλάκα

VAD: επιλέγουμε τις μονάδες των αξόνων της καμπύλης που ορίσαμε στο βήμα 7

LCID: επιλέγουμε την καμπύλη που ορίσαμε στο βήμα 7

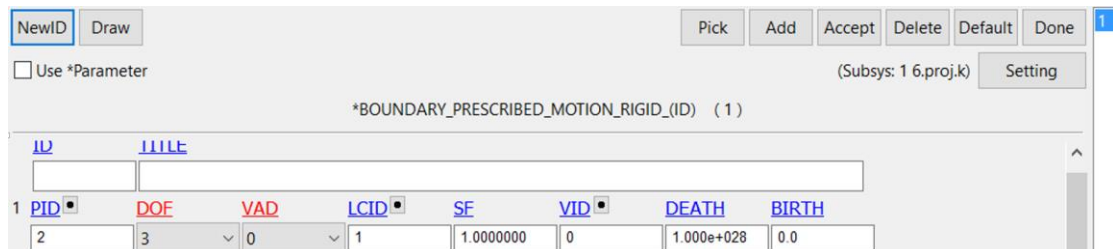
και στην περίπτωση μας

PID=2 (άνω πλάκα)

DOF=3 (κίνηση κατά άξονα z)

VAD=0 (ορίζουμε ότι τα σημεία του βήματος 7, A1 αντιστοιχούν σε χρόνο και τα O1 σε ταχύτητα)

LCID=1 (η καμπύλη του βήματος 7)



- 10) Ορισμός επαφών μεταξύ κελύφους και πλακών:
 KM → CONTACT → NODES_TO_SURFACE

Master: οι πλάκες, Slave: το κέλυφος

Κάτω πλάκα με κέλυφος

SSTYP=3 (η επιλογή θα γίνει με το κομμάτι, by part, για το SSID)

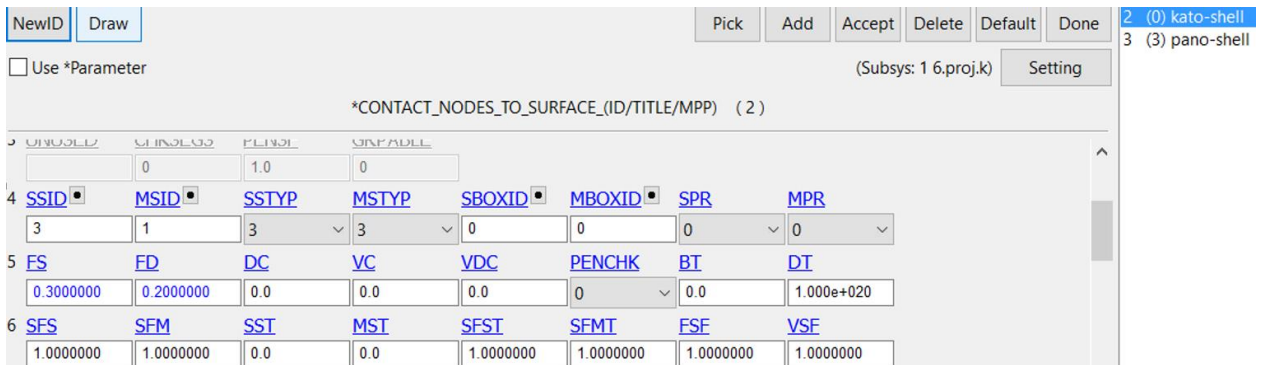
MSTYP=3 (η επιλογή θα γίνει με το κομμάτι, by part, για το MSID)

SSID=3 (το PID του κελύφους)

MSID=1 (το PID της κάτω πλάκας)

FS=0.3 (συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ κάτω πλάκας και κελύφους)

FD=0.2 (συντελεστής δυναμικής τριβής μεταξύ κάτω πλάκας και κελύφους)



Άνω πλάκα με κέλυφος

SSTYP=3 (η επιλογή θα γίνει με το κομμάτι, by part, για το SSID)

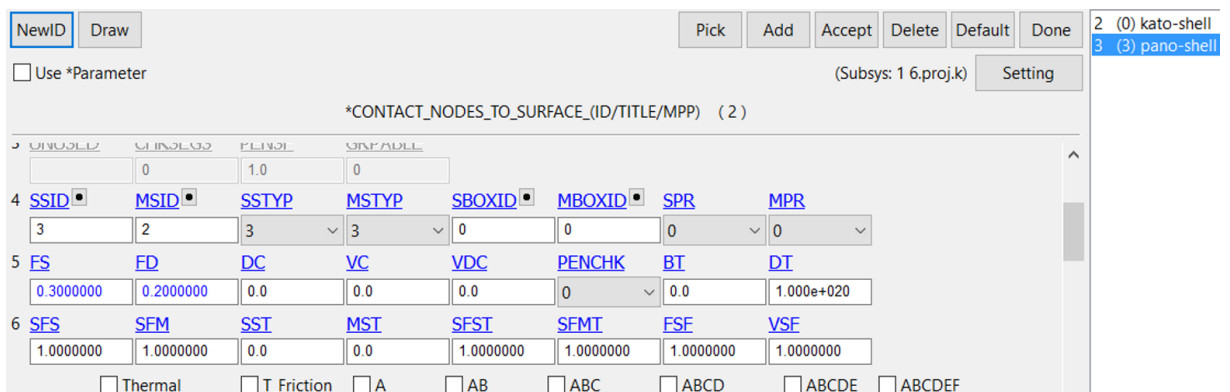
MSTYP=3 (η επιλογή θα γίνει με το κομμάτι, by part, για το MSID)

SSID=3 (το PID του κελύφους)

MSID=2 (το PID της άνω πλάκας)

FS=0.3 (συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ άνω πλάκας και κελύφους)

FD=0.2 (συντελεστής δυναμικής τριβής μεταξύ άνω πλάκας και κελύφους)



Οι τιμές των συντελεστών τριβής είναι κατά προσέγγιση. Κατά την πειραματική διαδικασία τοποθετήθηκαν μεταλλικές προεκτάσεις στις αρχικές πλάκες θλίψης της μηχανής που είχαν αυξημένη επιφανειακή τραχύτητα χωρίς να υπάρχουν διαθέσιμα τεχνικά χαρακτηριστικά.

- 11) Ορισμός επαφών μεταξύ των επιφανειών του ίδιου του κελύφους:
KM→CONTACT→AUTOMATIC_SINGLE_SURFACE

Εδώ επιλέγουμε μόνο slave κομμάτι, δηλ. το κέλυφος.

SSTYP=3 (η επιλογή θα γίνει με το κομμάτι, by part, για το SSID)

SSID=3 (το PID του κελύφους)

FS=0.2 (συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των επιφανειών του κελύφους)

FD=0.15 (συντελεστής δυναμικής τριβής μεταξύ των επιφανειών του κελύφους)

NewID Draw Pick Add Accept Delete Default Done 1 (0) shell

Use *Parameter (Subsys: 1 6.proj.k) Setting

*CONTACT_AUTOMATIC_SINGLE_SURFACE_(ID/TITLE/MPP) (1)

MPP1 MPP2

2	IGNORE	BUCKET	LCBUCKET	NS2TRACK	INITITER	PARMAX	UNUSED	CPARMS
	0	200		3	2	1.0005		0
3	UNUSED	CHKSEGS	PENSE	GRPABLE				
	0		1.0	0				
4	SSID	MSID	SSTYP	MSTYP	SBOXID	MBOXID	SPR	MPR
	3	0	3	0	0	0	0	0
5	FS	FD	DC	VC	VDC	PENCHK	BT	DT
	0.2000000	0.1500000	0.0	0.0	0.0	0	0.0	1.000e+020

12) Ορισμός χρόνου ολοκλήρωσης: KM → CONTROL → TERMINATION

Επιλέγουμε χρόνο τερματισμού: ENDTIM=100

Use *Parameter

*CONTROL_TERMINATION (1)

ENDTIM	ENDCYC	DTMIN	ENDENG	ENDMAS
100.000000	0	0.0	0.0	1.000e+008

13) Στο βήμα αυτό επιλέγουμε τι θέλουμε να μας υπολογίσει και να μας δώσει σαν έξοδο ο SOLVER: KM → DATABASE → ASCII_option

Μαρκάρουμε την επιλογή RCFORC, που μας δίνει τις δυνάμεις* στους κόμβους και στη συνέχεια ορίζουμε το χρονικό διάστημα που θα υπολογίζονται, DT=0.1 ms

<input type="checkbox"/> RBDOUT	DT	BINARY	LCUR	IOOPT
	0.0	0	0	1
<input checked="" type="checkbox"/> RCFORC	DT	BINARY	LCUR	IOOPT
	0.1	0	0	1

14) Τέλος αυτό το βήμα αφορά τη γραφική αναπαράσταση της κατάρρευσης μοντέλου μας: KM → DATABASE → BINARY_D3PLOT

Θέτοντας DT=1, θα λαμβάνουμε στιγμιότυπα της κατάρρευσης ανά 1ms.

Pick Accept Delete Default Done 2

Use *Parameter (Subsys: 1 6.proj.k) Setting

*DATABASE_BINARY_D3PLOT (1)

1	DT	LCDI	BEAM	NPLIC	PSETID
	1.0000000	0	0	0	0
2	IOOPT				
	0				

* Υπολογίζει και άλλα μεγέθη αλλά μας ενδιαφερόμαστε για τις δυνάμεις.

7.5. Επεξεργασία αποτελεσμάτων

Μετά την εισαγωγή των δεδομένων ακολουθεί η επίλυση του προβλήματος, την οποία πραγματοποιεί ο solver. Όταν ολοκληρωθεί η επίλυση ανατρέχουμε στον φάκελο που έχουμε επιλέξει να σωθούν τα παραπάνω και βρίσκουμε το αρχείο d3plot. Ανοίγοντάς το με τον post-processor, είμαστε σε θέση να δούμε την αναπαράσταση του τρόπου κατάρρευσης, αλλά και να δημιουργήσουμε γραφήματα με τα μεγέθη που μας ενδιαφέρουν.

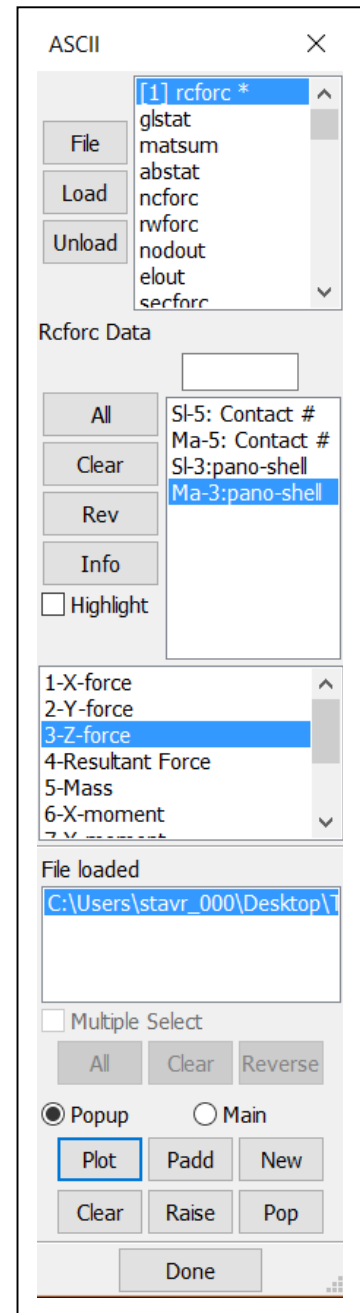
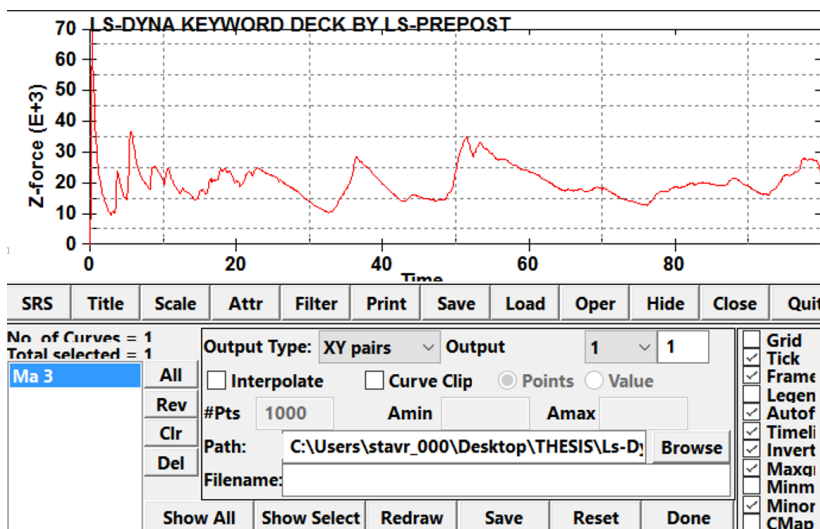
Εμείς ενδιαφερόμαστε να κατασκευάσουμε το διάγραμμα φορτίου-μετατόπισης ώστε να το συγκρίνουμε με αντίστοιχα διαγράμματα από άλλα μοντέλα/δοκίμια. Ο post-processor μας δίνει τη δυνατότητα να κατασκευάσουμε το διάγραμμα φορτίου-χρόνου που στην περίπτωση μας ταυτίζεται με αυτό του φορτίου-μετατόπισης, γιατί επιλέξαμε την ταχύτητα της άνω πλάκας ίση με 1mm/ms. Τα βήματα που ακολουθούμε για να παράγουμε το εν λόγω διάγραμμα, είναι τα ακόλουθα:

- 1) άνοιγμα του αρχείου d3plot με τον post-processor
- 2) toolbar → FEM → Post → ASCII
- 3) στο παράθυρο που άνοιξε επιλέγουμε:
rforce → load → Ma → 3-Z-force → Plot (βλ. Εικόνα δίπλα)

(επιλέξαμε z-force γιατί μας ενδιαφέρουν μόνο οι κατακόρυφες δυνάμεις που δέχονται οι πλάκες).

Επιπλέον, υπάρχει η δυνατότητα αποθήκευσης των σημείων του γραφήματος για μελλοντική επεξεργασία και υπολογισμό των μεγεθών που μας ενδιαφέρουν (P_{max} , W , P_m , CFE). Αυτό γίνεται ως εξής:

SAVE → Output Type: XY pairs → SAVE (βλ. παρακάτω εικόνα)



8. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

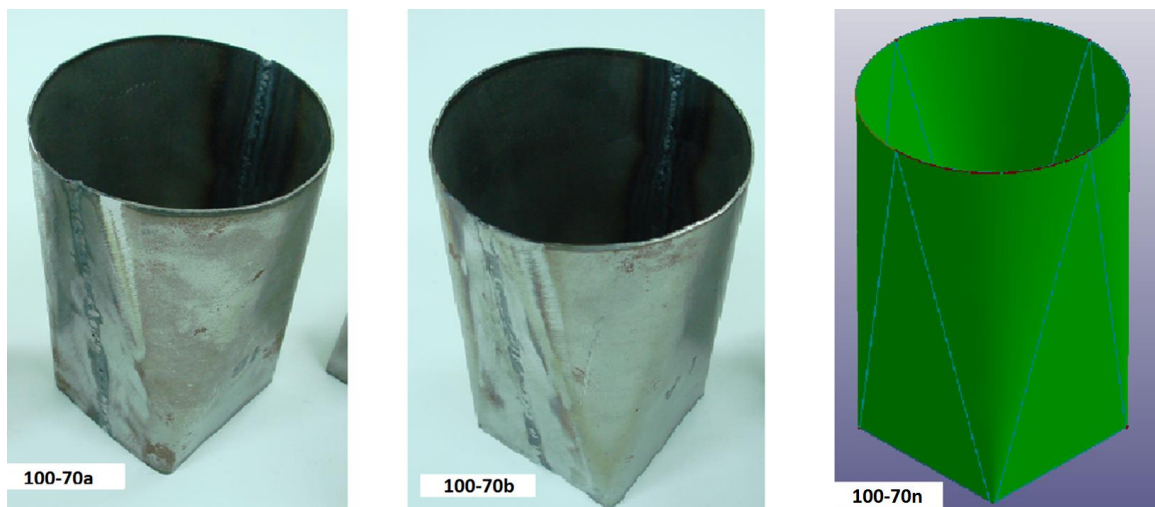
8.1. Γενικά

Το κεφάλαιο αυτό χωρίζεται σε τρία μέρη. Στο πρώτο παρουσιάζονται τα δοκίμια με τα αντίστοιχα αριθμητικά μοντέλα και ακολουθεί η σύγκριση και ο σχολιασμός τους. Εφόσον επιβεβαιωθεί ότι η μοντελοποίηση προσομοιάζει ικανοποιητικά την πειραματική διαδικασία, περνάμε στο δεύτερο μέρος που αφορά την παραμετρική ανάλυση η οποία πραγματοποιείται μόνο αριθμητικά. Σε αυτό το κομμάτι, θα μελετήσουμε την επίδραση που έχει η μεταβολή της περιμέτρου των βάσεων στους δείκτες αξιολόγησης των απορροφητών ενέργειας (βλ. παράγραφο 6.7). Στη συνέχεια, για να υπάρχει μια σφαιρική εικόνα της συμπεριφοράς αυτής της δομής, θα πραγματοποιηθεί σύγκριση με πυραμιδικά και κωνικά αρ. μοντέλα, γεωμετρίες που έχουν μελετηθεί εκτενώς στο παρελθόν. Τέλος, στο τρίτο μέρος θα διεξαχθούν συμπεράσματα και θα αναφερθούν προτάσεις για μελλοντική διερεύνηση των κελυφών υβριδικής γεωμετρίας.

8.2. Σύγκριση δοκιμίων-αριθμητικών μοντέλων

8.2.1. Κελύφη 100-70

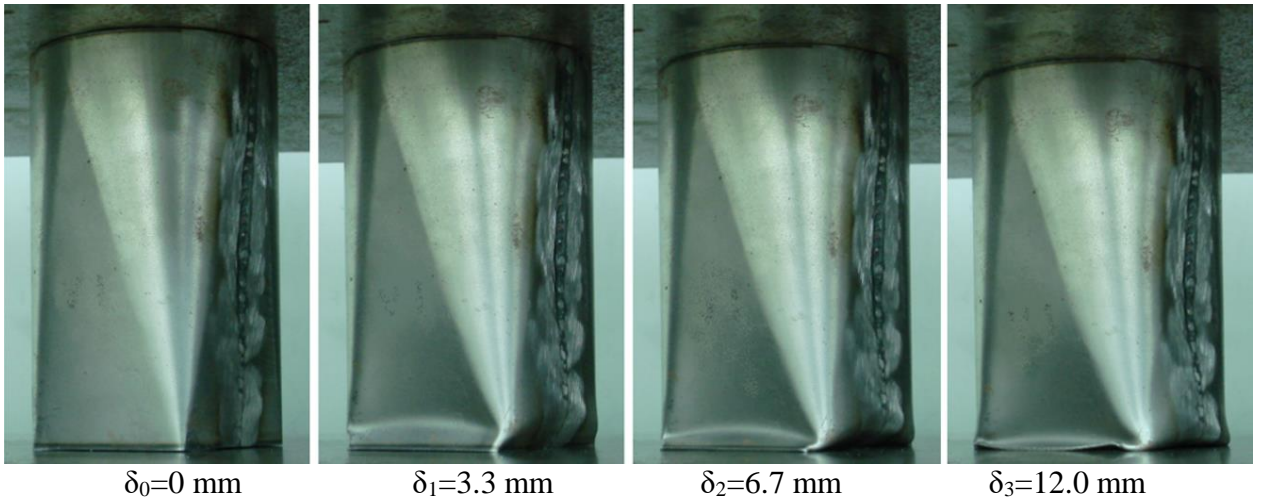
ΑΡΧΙΚΕΣ ΟΨΕΙΣ



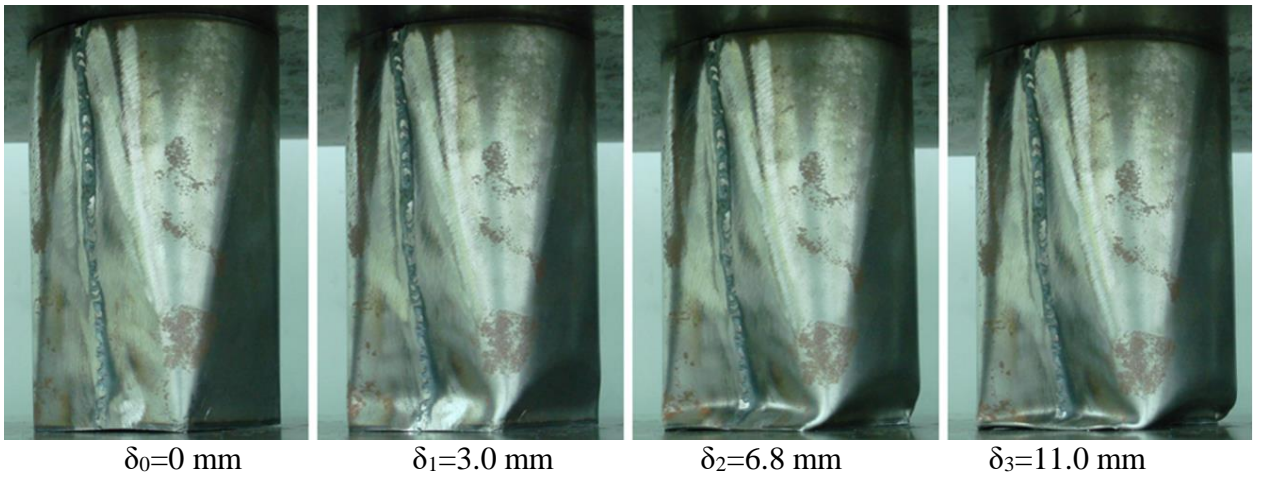
Εικόνα 8.1. Αρχικές όψεις δοκιμίων/αρ. μοντέλου 100-70.

ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΑ ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗΣ

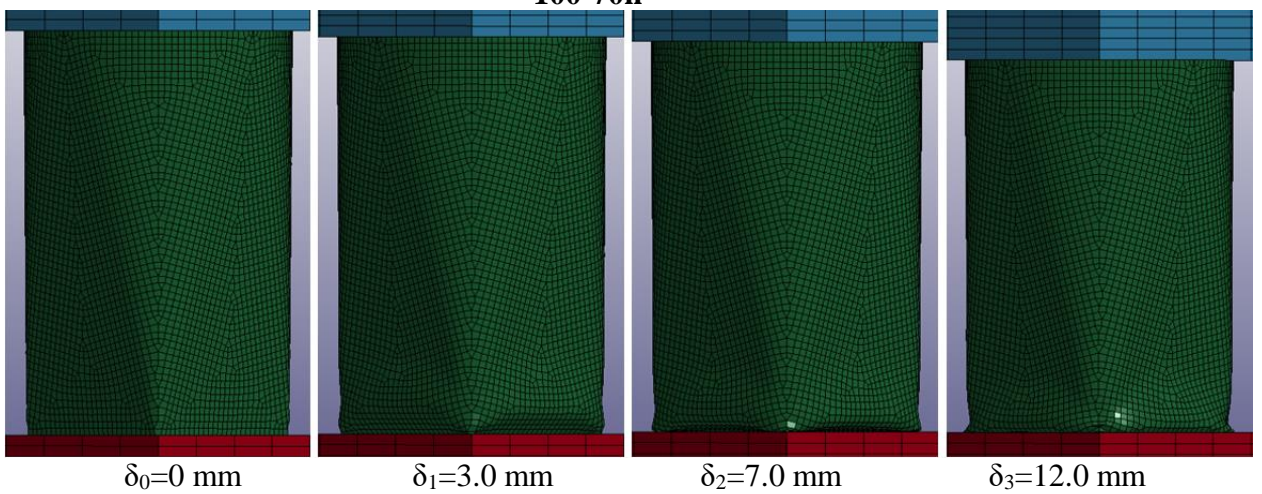
100-70a



100-70b



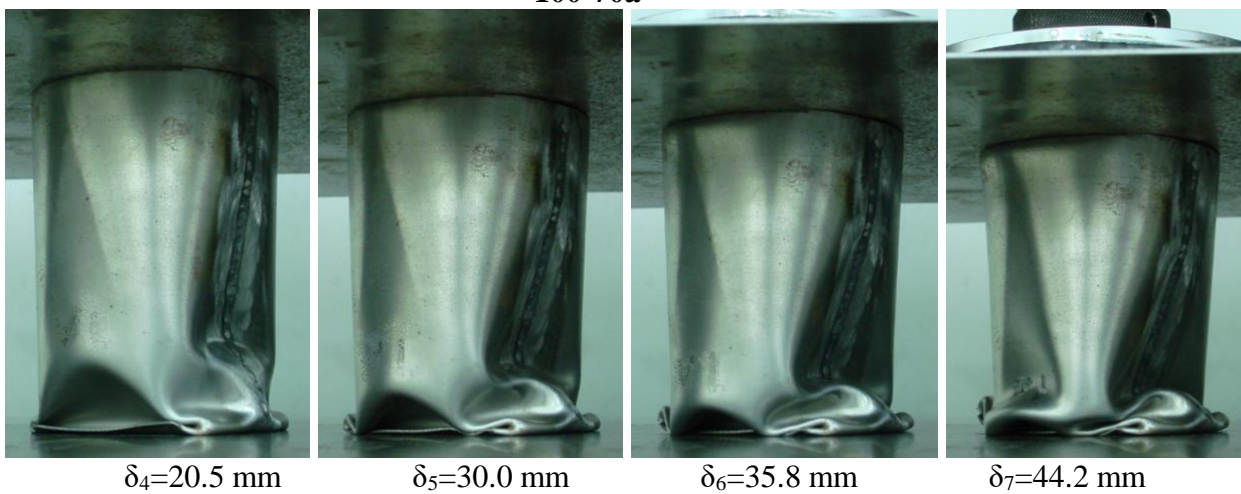
100-70n



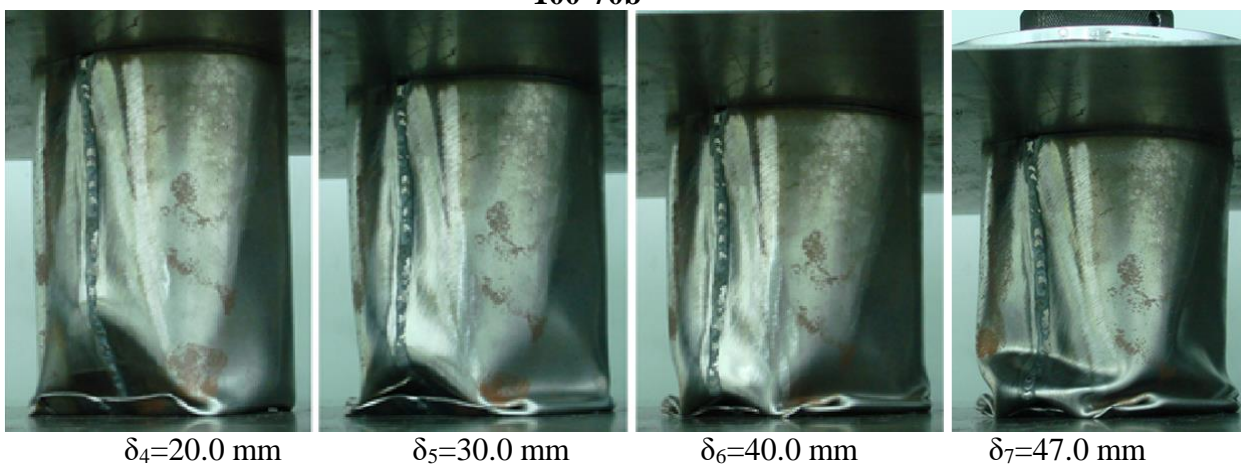
Εικόνα 8.2. Στιγμιότυπα κατάρρευσης δοκιμίων/αρ. μοντέλου 100-70.

ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΙΑ ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗΣ (συνέχεια)

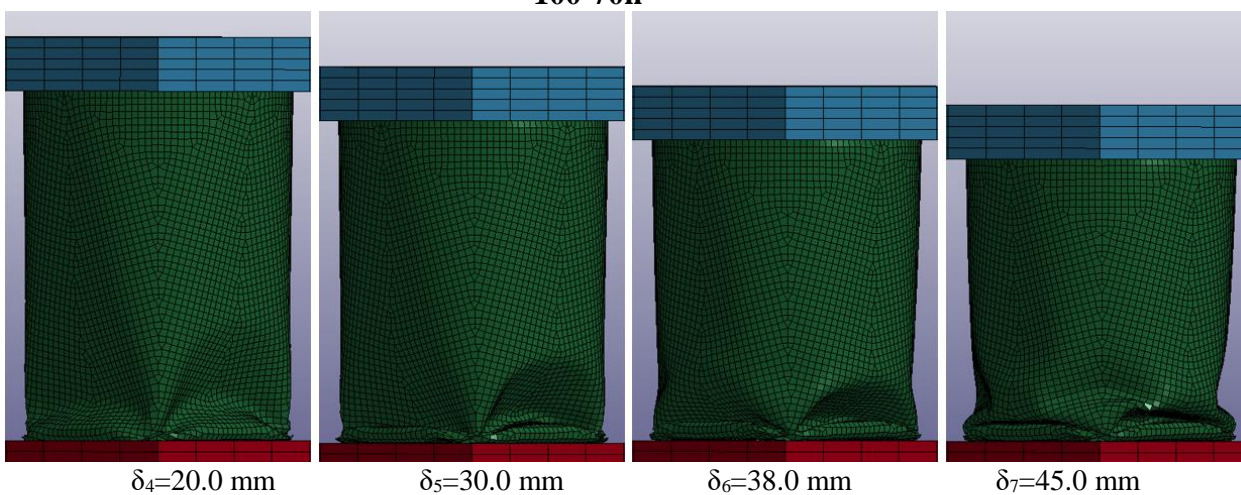
100-70a



100-70b



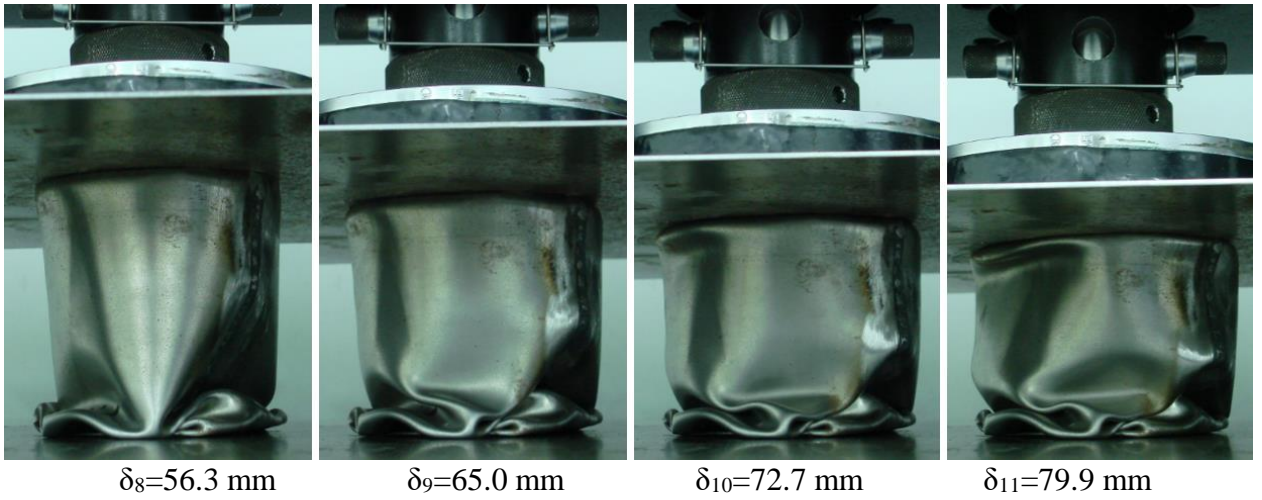
100-70n



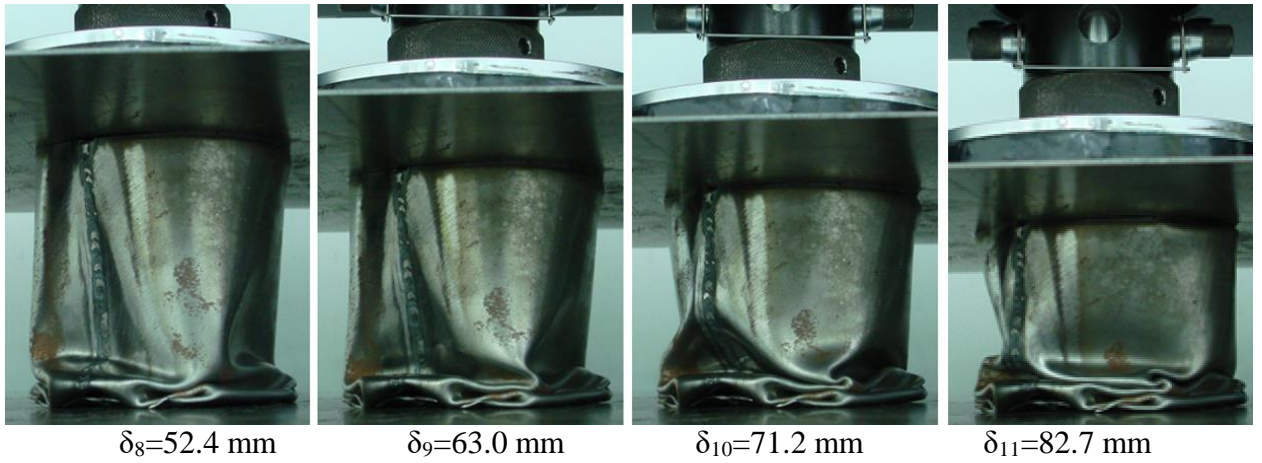
Εικόνα 8.2. Στιγμιότυπα κατάρρευσης δοκιμών/αρ. μοντέλου 100-70 (συνέχεια).

ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΑ ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗΣ (συνέχεια)

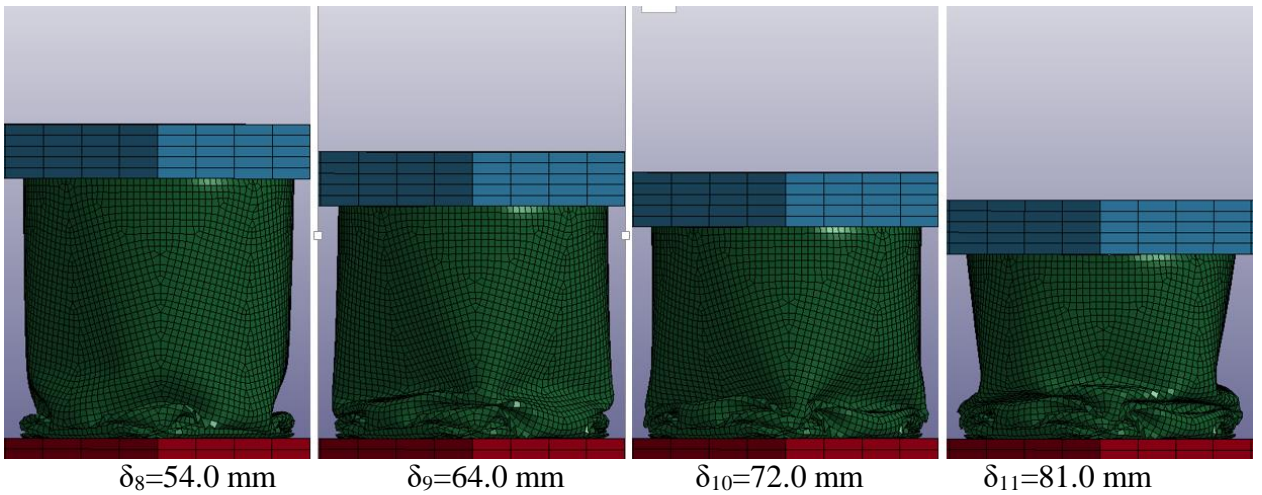
100-70a



100-70b



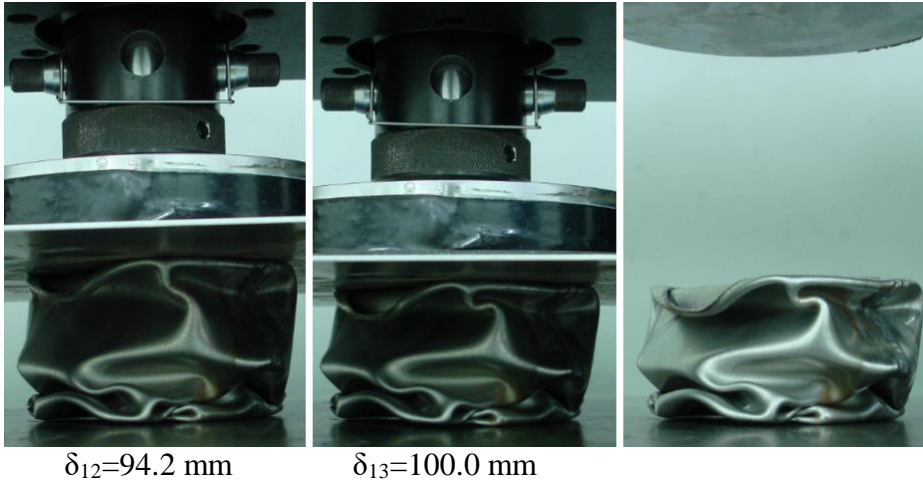
100-70n



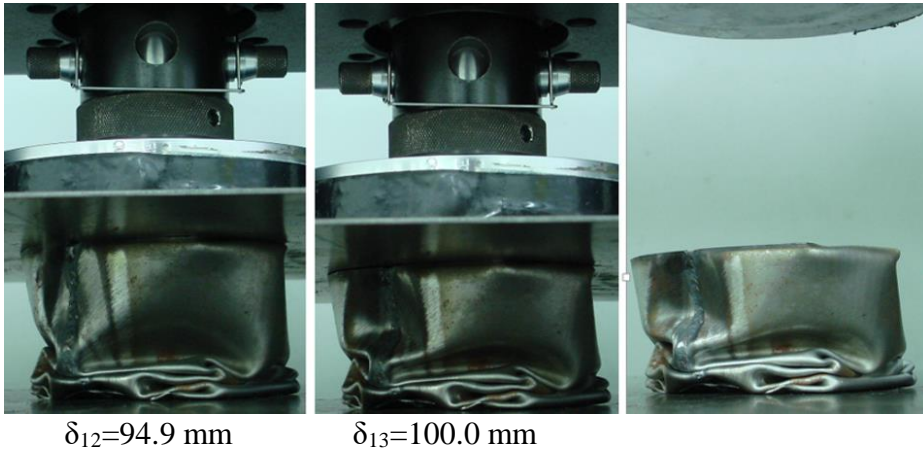
Εικόνα 8.2. Στιγμιότυπα κατάρρευσης δοκιμίων/αρ. μοντέλου 100-70 (συνέχεια).

ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΑ ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗΣ (συνέχεια)

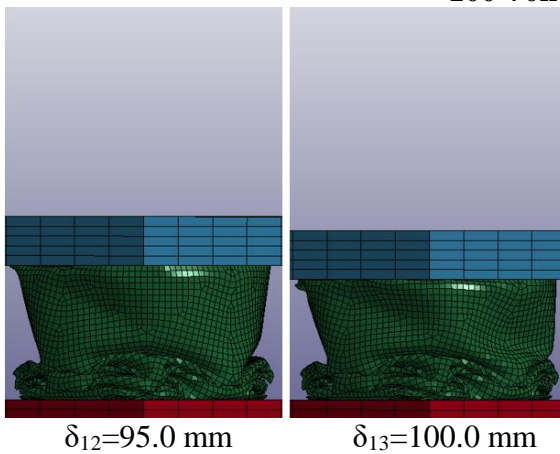
100-70a



100-70b



100-70n



Εικόνα 8.2. Στιγμιότυπα κατάρρευσης δοκιμίων/αρ. μοντέλου 100-70 (συνέχεια).

ΤΕΛΙΚΕΣ ΟΨΕΙΣ



(a)



(b)



(c)

Εικόνα 8.3. Τελικές όψεις δοκιμίων/αρ. μοντέλου 100-70.

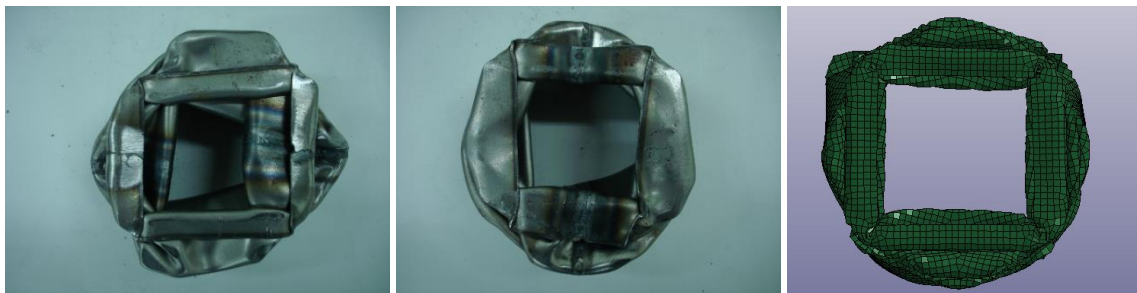
ΤΕΛΙΚΕΣ ΟΨΕΙΣ (συνέχεια)



(d)



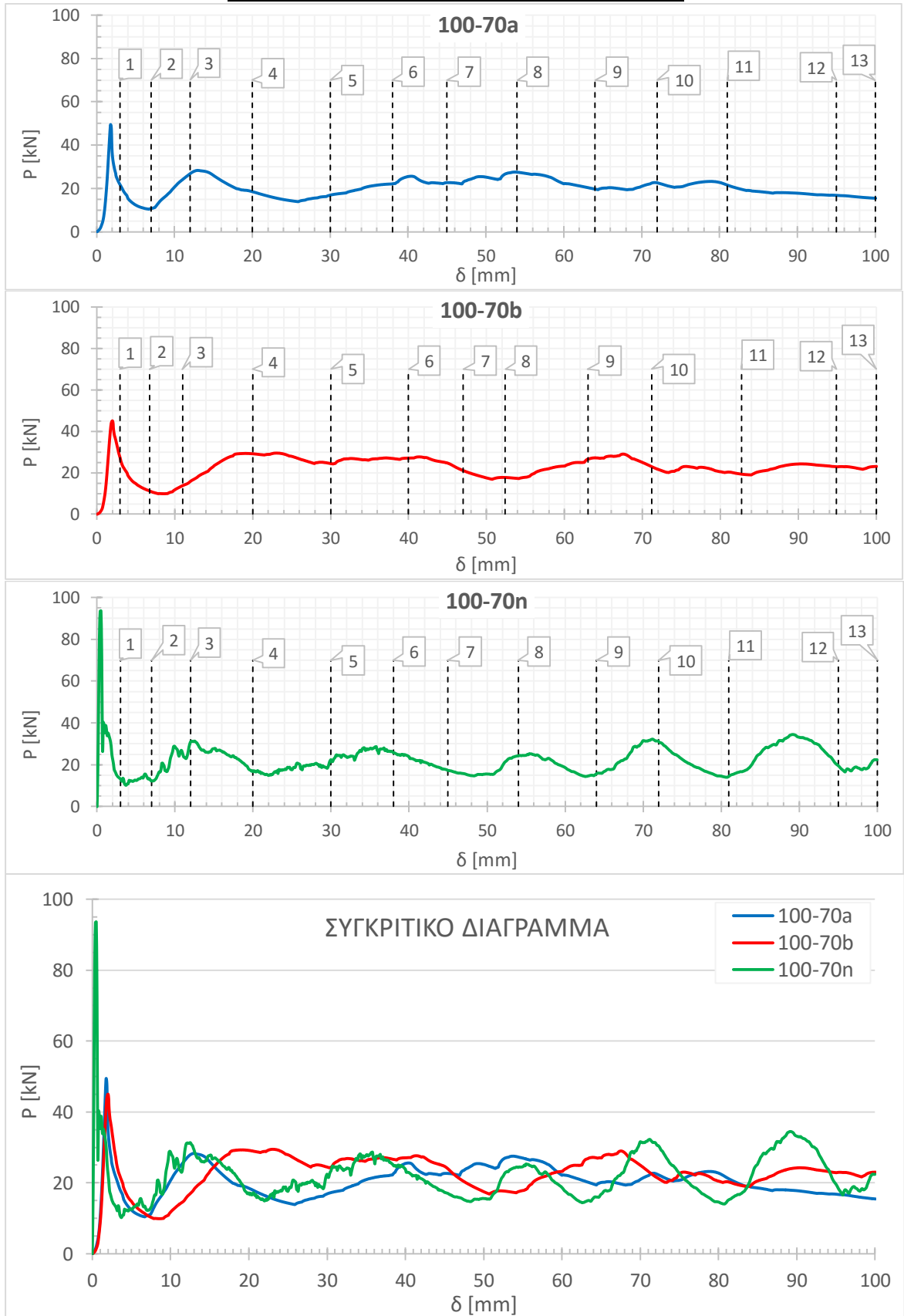
(e)



(f)

Εικόνα 8.3. Τελικές όψεις δοκιμίων/αρ. μοντέλου 100-70 (συνέχεια).

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΦΟΡΤΙΟΥ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ



Εικόνα 8.4. Διαγράμματα φορτίου-μετατόπισης δοκιμών/αρ. μοντέλου 100-70. Οι διακεκομμένες γραμμές αντιπροσωπεύουν τη μετατόπιση για την οποία έχουμε στιγμιότυπο (βλ. εικόνα 8.2).

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.1

	100-70a	100-70b	100-70n	
Pmax	49.45	45.01	93.61	kN
W	2.04	2.28	2.20	kJ
Pm	20.35	22.79	22.00	kN
CFE	41.2	50.6	23.5	%

Πίνακας 8.1. Αποτελέσματα δοκιμών/αρ. μοντέλου 100-70.

ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗΣ

Αναφορά σε σημεία και μετατόπιση εμβόλου (δ), αφορούν τις εικόνες 8.2, 8.4.

→ 100-70a

1^{ος} αξ. λοβός

- Έναρξη σχηματισμού: στο τετραγωνικό άκρο, $\delta \approx 2\text{mm}$.
- Ολοκλήρωση: $\delta \approx 54\text{mm}$.
- Είναι μη εκτατός, με μοτίβο όμοιο της κατάρρευσης τετραγωνικών σωλήνων, βλ. εικόνα 8.3f και 8.5.

2^{ος} αξ. λοβός

- Έναρξη σχηματισμού: $\delta \approx 54\text{mm}$.
- Ολοκλήρωση: με το πέρας της διαδικασίας.
- Μοτίβο: 4D (προσεγγιστικά).

Παρατήρηση

Δημιουργία μικρού μεγέθους αξονοσυμμετρικού δαχτυλιδιού (ring) κοντά στο κυκλικό άκρο (peak στο $\delta \approx 12.5\text{mm}$). Στα πρώτα στάδια του σχηματισμού του είναι εκτατό, όμως μεταξύ των σημείων 10 και 11, όταν «πλησιάζει» ο δεύτερος λοβός ($\delta \approx 79\text{mm}$), μετατρέπεται σε μη εκτατό μοτίβο, εικόνα 8.3b και e. Υπάρχουν σημεία έντονης κάμψης, αλλά δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ολοκληρωμένος αξ. λοβός καθώς δεν εκτείνεται σε όλη την περιφέρεια του κελύφους, βλ. εικόνα 8.3c.

→ 100-70b

1^{ος} αξ. λοβός

- Έναρξη σχηματισμού: στο τετραγωνικό άκρο, $\delta \approx 2\text{mm}$.
- Ολοκλήρωση: $\delta \approx 42\text{mm}$.
- Είναι μη εκτατός, με μοτίβο όμοιο της κατάρρευσης τετραγωνικών σωλήνων, βλ. εικόνα 8.3f και 8.5.

2^{ος} αξ. λοβός

- Έναρξη σχηματισμού: $\delta \approx 42\text{mm}$.
- Ολοκλήρωση: $\delta \approx 90\text{mm}$.
- Μοτίβο: 4D (προσεγγιστικά).

Παρατήρηση

Δεν παρατηρείται 3^{ος} λοβός, όμως οι διαδικασίες για τον σχηματισμό του ξεκινούν μετά από το $\delta \approx 90\text{mm}$. Μεταξύ των σημείων 6 και 7 ($\delta \approx 42\text{mm}$) παρουσιάζεται ένα μικρό μέγεθος δαχτυλίδι (ring mode) στο άνω κυκλικό τμήμα του κελύφους και παραμένει μέχρι το τέλος του πειράματος. Οξεία κάμψη παρατηρείται μόνο σε ένα μέρος της περιφέρειας του κελύφους, βλ. εικόνα 8.3c και d.

→ 100-70n

1^{ος} αξ. λοβός

- Έναρξη σχηματισμού: στο τετραγωνικό άκρο, πρώτο peak στο διάγραμμα (P-δ).
- Ολοκλήρωση: $\delta \approx 36\text{mm}$.
- Οι πλευρές της τετραγωνικής βάσης έχουν περιστραφεί προς το εσωτερικό, πράγμα που δε χαρακτηρίζεται σαν το κλασικό μοτίβο που παρατηρείται κατά την κατάρρευση τετραγωνικών κελυφών, βλ. εικόνα 8.3f και 8.5.
- Μη εκτατός.

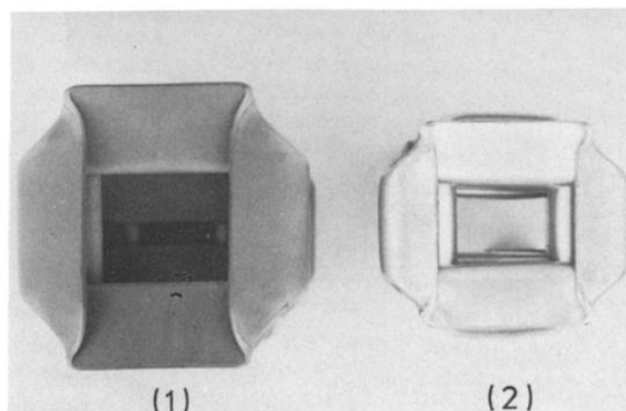
2^{ος} αξ. λοβός

- Έναρξη σχηματισμού: $\delta \approx 36\text{mm}$.
- Ολοκλήρωση: $\delta \approx 71\text{mm}$.
- Μοτίβο: 4D, βλ. εικόνα 8.3e και 8.6.

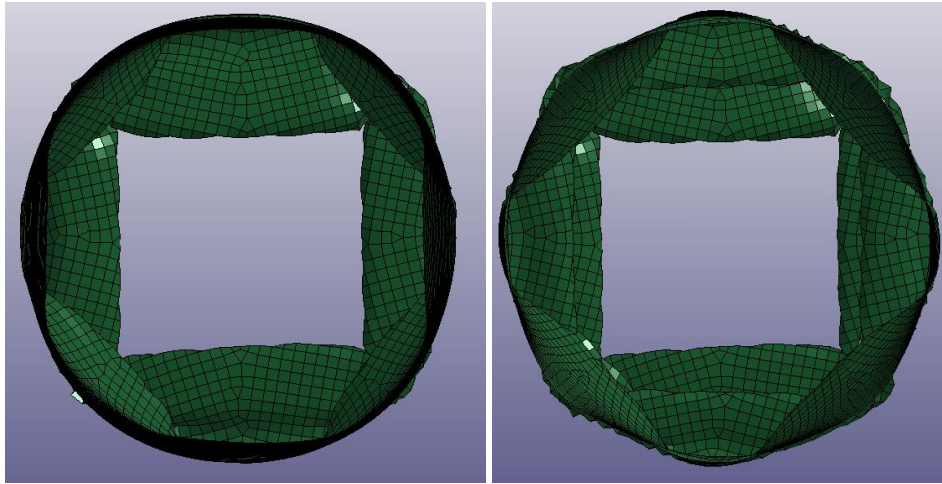
3^{ος} αξ. λοβός (όχι ολοκληρωμένος)

- Έναρξη σχηματισμού: $\delta \approx 71\text{mm}$.
- Στο τέλος της προσομοίωσης έχει σχηματιστεί το μεγαλύτερο μέρος του.
- Μοτίβο: 4D, βλ. εικόνα 8.3e και 8.6.

Τα επίπεδα των 4D λοβών έχουν περιστραφεί κατά 45° (δηλ. κατά π/n rad, όπου n το πλήθος των περιφερειακών λοβών, [23]), βλ. εικόνα 8.3.



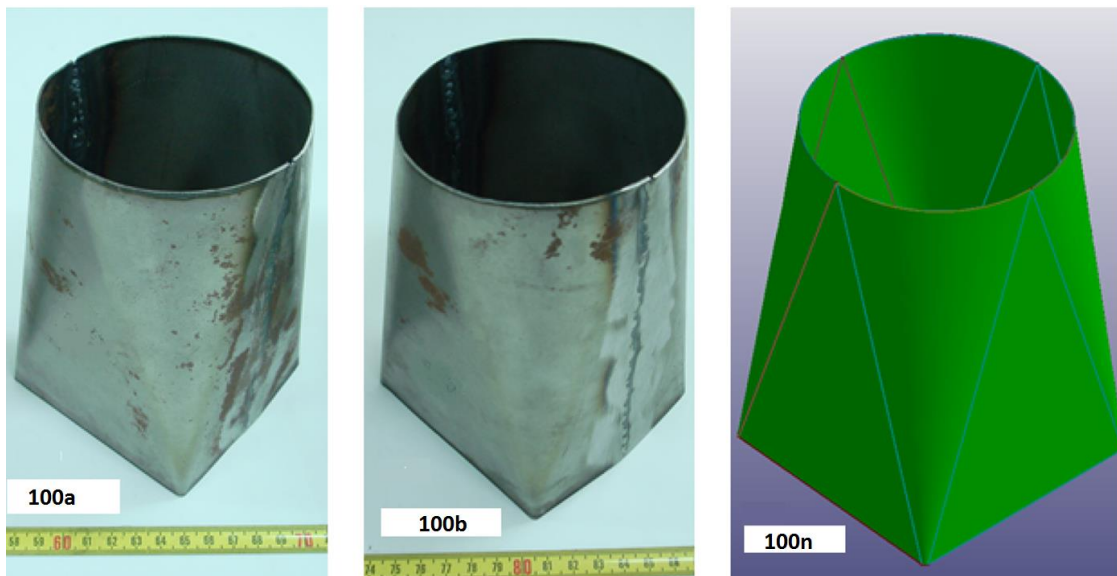
Εικόνα 8.5. Μοτίβο κατάρρευσης τετραγωνικών σωλήνων (κατόψεις) [27].



Εικόνα 8.6. Αρχικά στάδια σχηματισμού 4D λοβών του αρ. μοντέλου 100-70n. Αριστερά, σχηματισμός του 2^{ου} λοβού ($\delta \approx 54\text{mm}$). Δεξιά, σχηματισμός του 3^{ου} λοβού ($\delta \approx 87\text{mm}$).

8.2.2. Κελύφη 100

ΑΡΧΙΚΕΣ ΟΨΕΙΣ



Εικόνα 8.7. Αρχικές όψεις δοκιμίων/αρ. μοντέλου 100.

ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΑ ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗΣ

100a



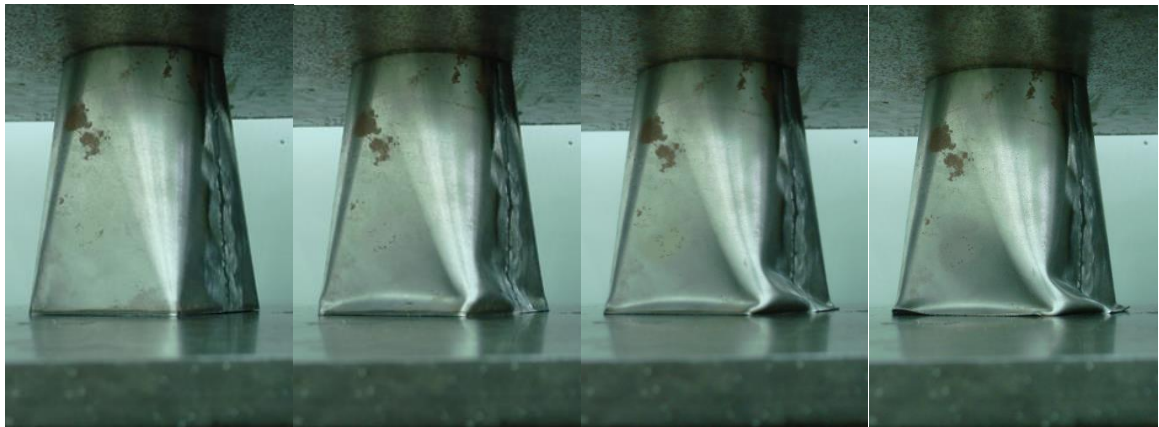
$\delta_0=0$ mm

$\delta_1=3.0$ mm

$\delta_2=6.7$ mm

$\delta_3=12.0$ mm

100b



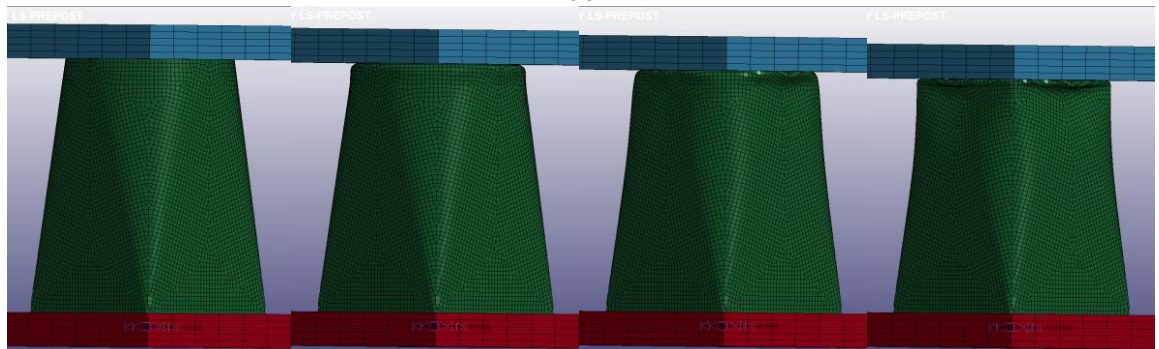
$\delta_0=0$ mm

$\delta_1=3.4$ mm

$\delta_2=7.5$ mm

$\delta_3=12.0$ mm

100n



$\delta_0=0$ mm

$\delta_1=3.0$ mm

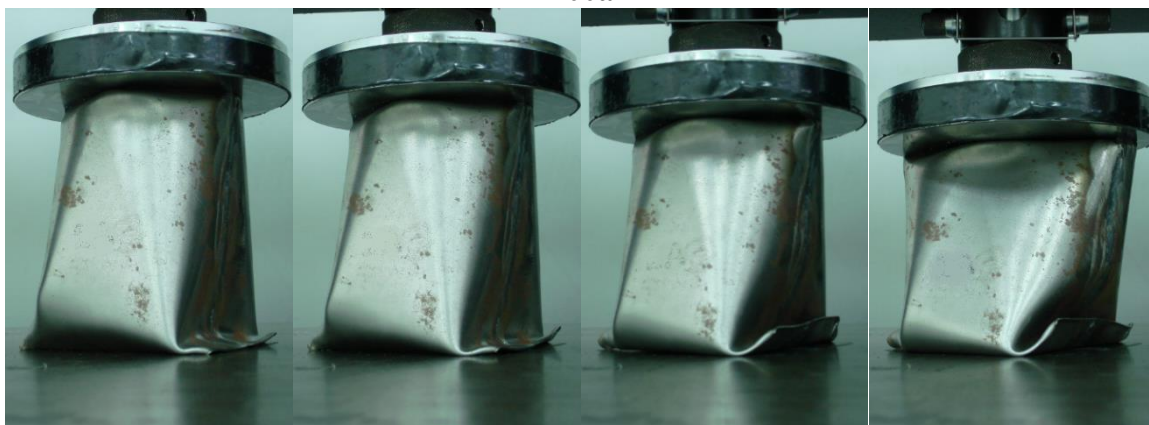
$\delta_2=7.0$ mm

$\delta_3=12.0$ mm

Εικόνα 8.8. Στιγμιότυπα κατάρρευσης δοκιμίων/αρ. μοντέλου 100.

ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΙΑ ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗΣ (συνέχεια)

100a



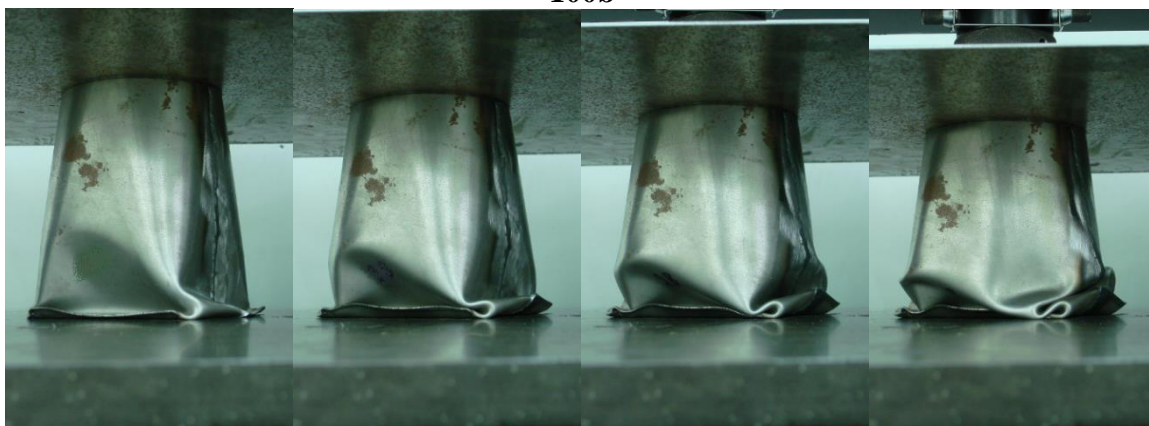
$\delta_4=16.4$ mm

$\delta_5=20.2$ mm

$\delta_6=29.9$ mm

$\delta_7=39.4$ mm

100b



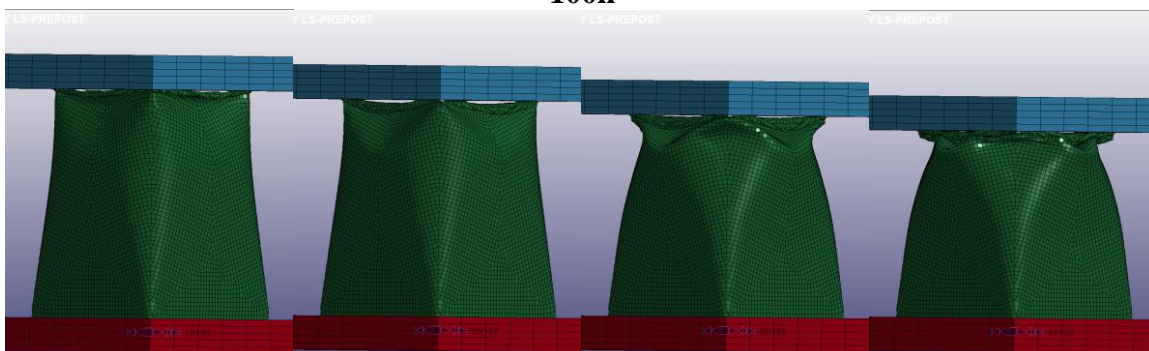
$\delta_4=16.0$ mm

$\delta_5=24.8$ mm

$\delta_6=31.3$ mm

$\delta_7=39.8$ mm

100n



$\delta_4=16.0$ mm

$\delta_5=22.0$ mm

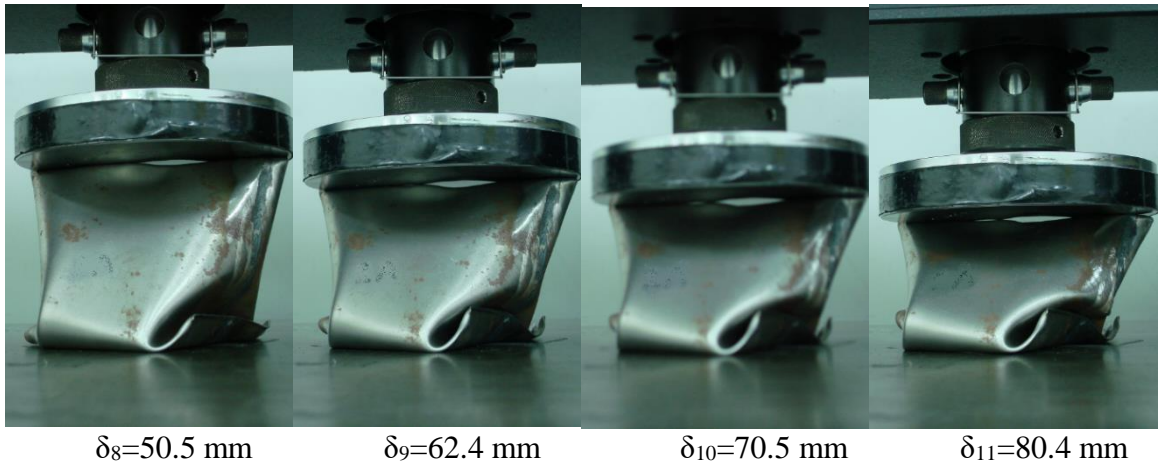
$\delta_6=31.0$ mm

$\delta_7=40.0$ mm

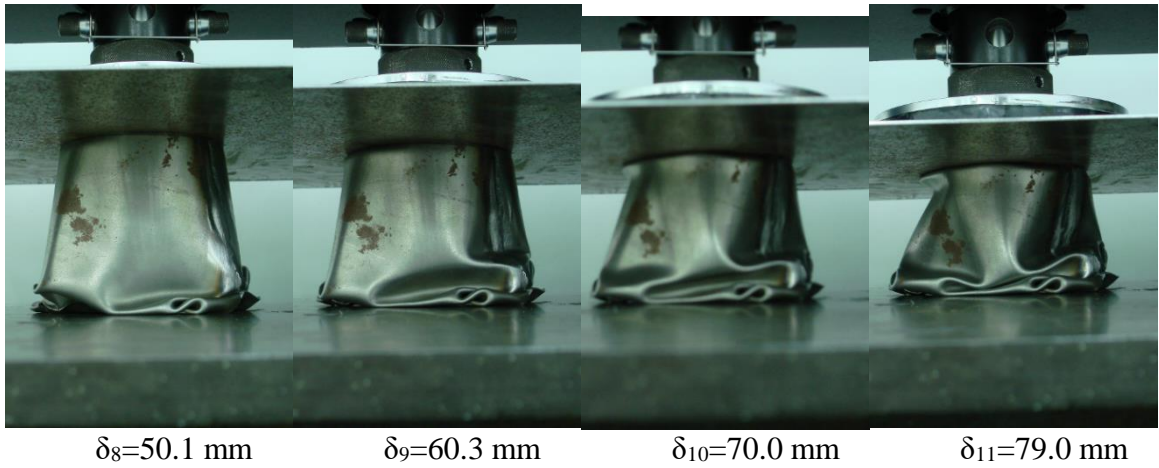
Εικόνα 8.8. Στιγμιότυπα κατάρρευσης δοκιμών/αρ. μοντέλου 100 (συνέχεια).

ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΑ ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗΣ (συνέχεια)

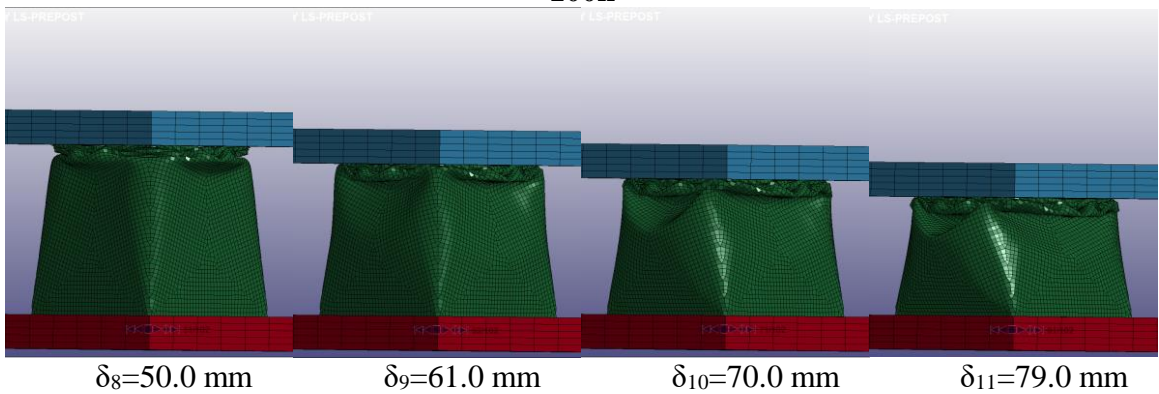
100a



100b



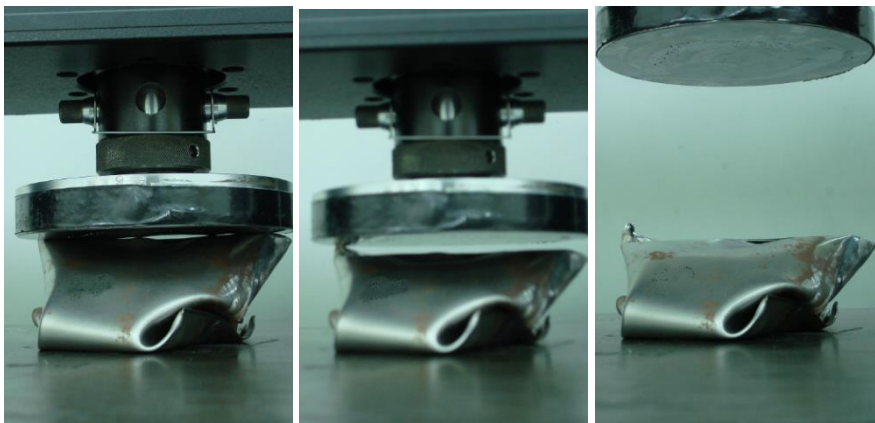
100n



Εικόνα 8.8. Στιγμιότυπα κατάρρευσης δοκιμίων/αρ. μοντέλου 100 (συνέχεια).

ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΑ ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗΣ (συνέχεια)

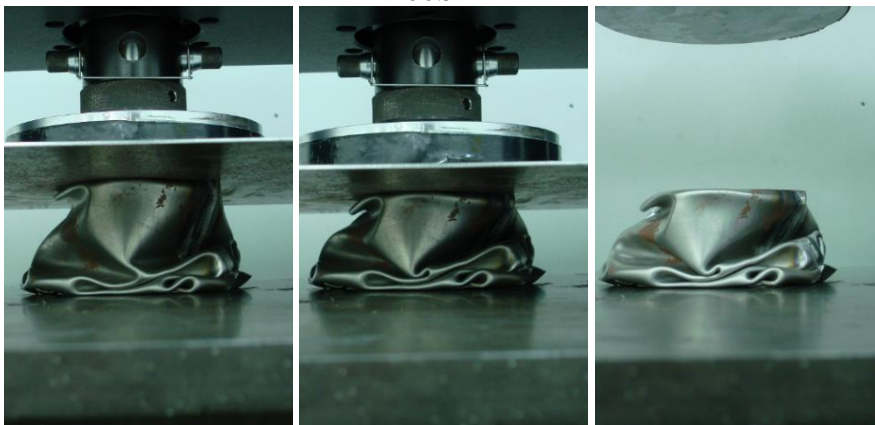
100a



$\delta_{12}=90.6 \text{ mm}$

$\delta_{13}=100.0 \text{ mm}$

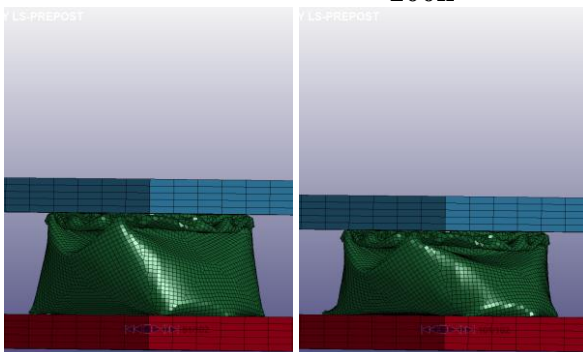
100b



$\delta_{12}=88.5 \text{ mm}$

$\delta_{13}=100.0 \text{ mm}$

100n



$\delta_{12}=90.0 \text{ mm}$

$\delta_{13}=100.0 \text{ mm}$

Εικόνα 8.8. Στιγμιότυπα κατάρρευσης δοκιμίων/αρ. μοντέλου 100 (συνέχεια).

ΤΕΛΙΚΕΣ ΟΨΕΙΣ



(a)



(b)



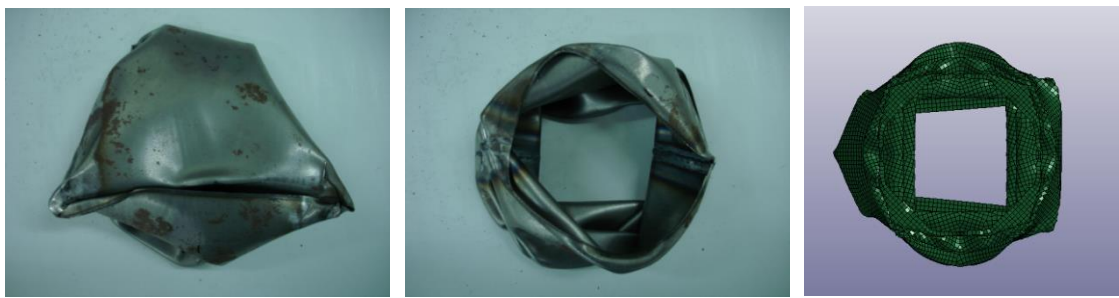
(c)

Εικόνα 8.9. Τελικές όψεις δοκιμίων/αρ. μοντέλου 100.

ΤΕΛΙΚΕΣ ΟΨΕΙΣ (συνέχεια)



(d)



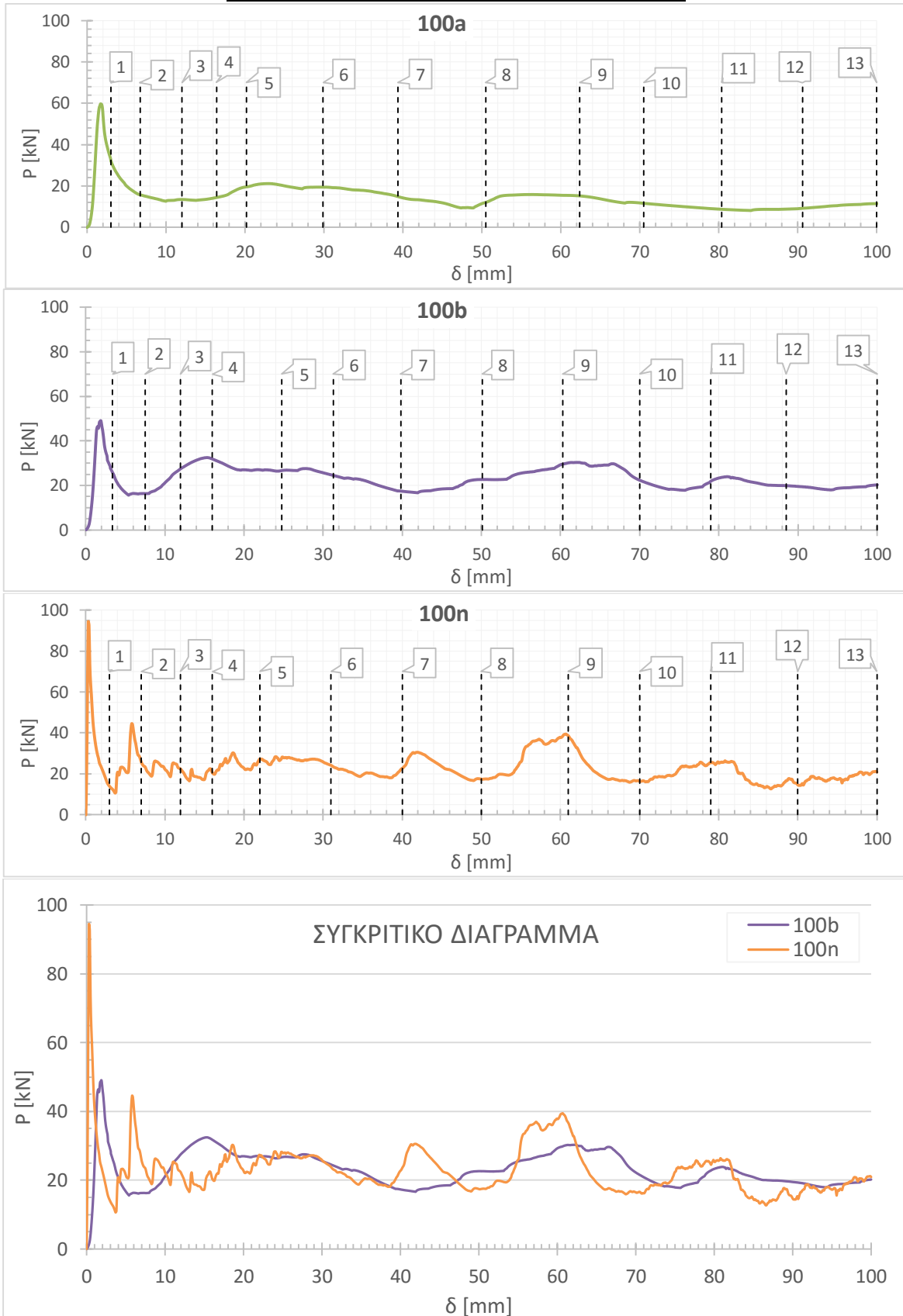
(e)



(f)

Εικόνα 8.9. Τελικές όψεις δοκιμίων/αρ. μοντέλου 100 (συνέχεια).

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΦΟΡΤΙΟΥ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ



Εικόνα 8.10. Διαγράμματα φορτίου-μετατόπισης δοκιμών/αρ μοντέλου 100. Οι διακεκομμένες γραμμές αντιπροσωπεύουν τη μετατόπιση για την οποία έχουμε στιγμιότυπο (βλ. εικόνα 8.8). Στο κατώτερο συγκριτικό διάγραμμα παραλείπεται η καμπύλη του 100a.

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.2

	100a	100b	100n	
Pmax	59.65	49.1	94.36	kN
W	4.45	2.31	2.29	kJ
Pm	14.47	23.1	22.87	kN
CFE	24.3	47.1	24.2	%

Πίνακας 8.2. Πίνακας αποτελεσμάτων για τα δοκίμια/αρ. μοντέλα 100.

ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗΣ

Αναφορά σε σημεία και μετατόπιση εμβόλου (δ), αφορούν τις εικόνες 8.8, 8.10.

→ 100a

Κατά τη διαδικασία του πειράματος, μέρος της κυκλικής βάσης βρέθηκε σε σημείο όπου δεν υπήρχε δυνατότητα να παραλαμβάνει φορτία από την πλάκα θλίψης, $\delta \approx 30\text{mm}$, βλ. εικόνα 8.8. Για τον λόγο αυτό παραλήφθηκε η καμπύλη (P- δ) στο Συγκριτικό διάγραμμα της εικόνας 8.10. Αν και συνολικά η δοκιμή κρίνεται ανεπιτυχής, μπορούν να αναφερθούν δύο χαρακτηριστικά της κατάρρευσης μέχρι το σημείο αυτό.

Το πρώτο είναι η έναρξη της κατάρρευσης από την τετραγωνική βάση (δηλ. από το άκρο με τη μεγαλύτερη περίμετρο), ενώ το δεύτερο, είναι η δημιουργία δαχτυλιδιού κοντά στην κυκλική βάση, $\delta \approx 2\text{mm}$.

→ 100b

1^{ος} αξ. λοβός

- Έναρξη σχηματισμού: στο τετραγωνικό άκρο, $\delta \approx 2\text{mm}$.
- Ολοκλήρωση: μεταξύ των σημείων 9,10 (δεν ολοκληρώθηκε ταυτόχρονα σε όλη την περιφέρεια του κελύφους).
- Παρουσίασε μη εκτατό μοτίβο κατάρρευσης. Η μία πλευρά έχει περιστραφεί προς το εσωτερικό, οι δυο απέναντι προς το εξωτερικό, ενώ ένα μικρό τμήμα της τελευταίας πλευράς έχει περιστραφεί προς εσωτερικό και το υπόλοιπο προς το εξωτερικό, βλ. εικόνα 8.9f και 8.8 σημείο 2.

2^{ος} αξ. λοβός

- Έναρξη σχηματισμού: στην περιοχή των σημείων 9,10 .
- Ολοκλήρωση: με το πέρας της διαδικασίας.
- Μη εκτατός μοτίβου 3D (προσεγγιστικά) , βλ. εικόνα 8.9.

Παρατήρηση

Στο σημείο 5, δηλ. πριν την ολοκλήρωση του πρώτου λοβού και κοντά στην κυκλική βάση, εμφανίζεται ακόμα μία φορά ένα δαχτυλίδι (ring) μικρού μεγέθους. Καθώς το πλησιάζει ο 2^{ος} λοβός, μεταξύ των σημείων 9 και 10, φαίνεται να αλλάζει σε μη εκτατό μοτίβο. Στις

εικόνες 8.9a,b,c φαίνονται 2 ολοκληρωμένοι λοβοί, ενώ στην εικόνα 8.9d παρουσιάζονται τρεις, με τον ανώτερο να είναι μικρού μεγέθους. Εφόσον ο «3^{ος} λοβός» δεν εκτείνεται σε όλη την περιφέρεια του κελύφους, παρά μόνο σε ένα μικρό μέρος της, δεν λαμβάνεται υπόψη και θεωρείται ότι έχουν δημιουργηθεί δύο ολοκληρωμένοι αξ. λοβοί.

→ 100n

1^{ος} αξ. λοβός

- Έναρξη σχηματισμού: στο κυκλικό άκρο, πρώτο peak στο διάγραμμα P-δ.
- Μοτίβου δαχτυλιδιού μέχρι $\delta \approx 6\text{mm}$ (μεταξύ σημείων 1,2).
- Μοτίβου 4D από $\delta \approx 6\text{mm}$ έως $\delta \approx 24\text{mm}$, βλ. εικόνα 8.11.
- Ολοκλήρωση: $\delta \approx 24\text{mm}$.

2^{ος} αξ. λοβός

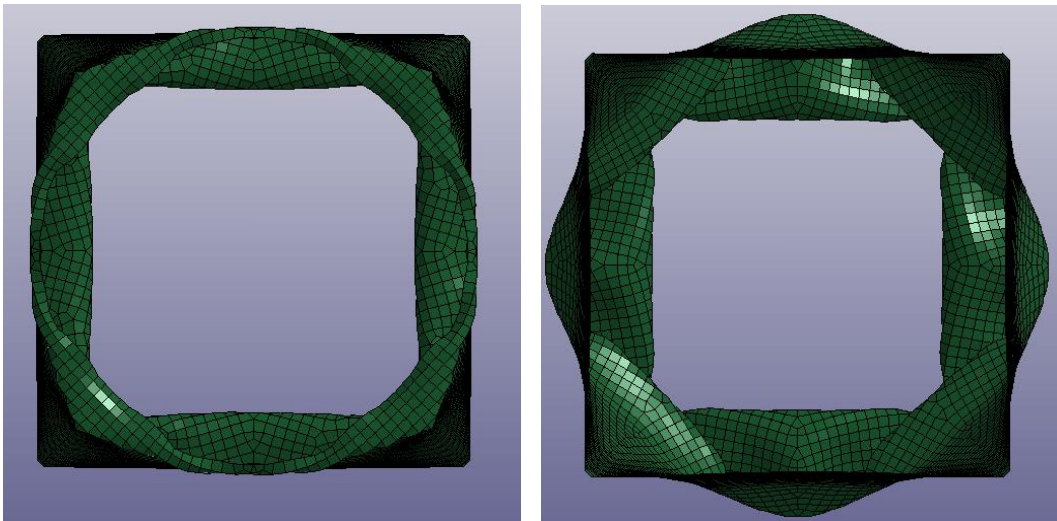
- Έναρξη σχηματισμού: $\delta \approx 24\text{mm}$.
- Μοτίβου 4D, βλ. εικόνα 8.11.
- Ολοκλήρωση: $\delta \approx 58\text{mm}$.

3^{ος} αξ. λοβός (όχι ολοκληρωμένος)

- Έναρξη σχηματισμού: $\delta \approx 58\text{mm}$.
- Δεν ολοκληρώνεται μέχρι το τέλος της προσομοίωσης (έχουν γίνει οι περισσότερες αναδιπλώσεις και το φορτίο έχει πτωτική πορεία), εικόνα 8.9b, c και d.
- Μη εκτατός.

Παρατήρηση

Μετά το τέλος της προσομοίωσης, όλα τα τμήματα της τετραγωνικής βάσης έχουν στραφεί προς το εσωτερικό, βλ. εικόνα 8.9f. Επίσης, στην ίδια εικόνα, σε μία αρχικά ευθύγραμμη πλευρά της βάσης δημιουργήθηκε γωνία.



Εικόνα 8.11. Αρχικά στάδια σχηματισμού 4D λοβών του αρ. μοντέλο 100n. Αριστερά, σχηματισμός του 1^{ου} λοβού ($\delta \approx 17\text{mm}$). Δεξιά, σχηματισμός του 2^{ου} λοβού ($\delta \approx 43\text{mm}$).

8.2.3. Σχολιασμός

ΟΡΙΣΜΟΣ ΜΕΓΕΘΩΝ

Πριν ξεκινήσει ο σχολιασμός, κρίνεται σκόπιμος ο ορισμός κάποιων μεγεθών που θα φανούν χρήσιμα στη σύγκριση των κελυφών υβριδικής γεωμετρίας με κελύφη κυκλικής διατομής από προηγούμενες μελέτες. Τα τελευταία, μαζί με τους τετραγωνικούς σωλήνες και τις τετραγωνικές πυραμίδες, είναι οι πλησιέστερες σχηματικά δομές με αυτή που εξετάζουμε στην παρούσα εργασία. Η σύγκριση εστιάζεται περισσότερο στα κελύφη με κυκλική διατομή διότι παρουσιάζουν περισσότερες μορφές κατάρρευσης (ring, mixed, 3D, 4D κτλ.). Τα κελύφη τετραγωνικής διατομής παρουσιάζουν ένα συγκεκριμένο μοτίβο κατάρρευσης, που φαίνεται να είναι ανεξάρτητο του λόγου πλευράς προς πάχος (a/t) [24], [27] (εξαιρέση αποτελούν οι τετραγωνικές πυραμίδες με μεγάλες γωνίες ημικορυφής, δηλ. με πολύ στενό το ένα άκρο).

→ Ισοδύναμη διάμετρος, D_e :

$$D_e = \frac{c}{\pi},$$

όπου (c) η περίμετρος της διατομής.

→ Μέση ισοδύναμη διάμετρος, \bar{D}_e :

$$\bar{D}_e = \frac{1}{2}(D_{e1} + D_{e2}),$$

όπου, D_{e1} , D_{e2} , οι ισοδύναμες διαμέτροι των βάσεων με τη μεγάλη και μικρή περιφέρεια αντίστοιχα.

→ Ισοδύναμη γωνία ημικορυφής, φ_e :

$$\varphi_e = \arctan\left(\frac{D_{e1} - D_{e2}}{2L}\right),$$

όπου, L , το αξονικό μήκος του κελύφους.

Προφανώς, τα μεγέθη με δείκτη (e) ταυτίζονται με αυτά χωρίς, όταν γίνεται αναφορά σε κυκλικούς σωλήνες.

ΕΝΑΡΞΗ ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗΣ

Σε όλες τις περιπτώσεις των δοκιμών η κατάρρευση άρχισε από το τετραγωνικό άκρο, αμέσως το πρώτο peak στα αντίστοιχα διαγράμματα (P-δ). Αυτό οφείλεται στην

ανομοιόμορφη επιφάνεια της τετραγωνικής βάσης που δεν επιτρέπει την ομαλή κατανομή του φορτίου, βλ. εικόνα 8.12. Καθώς το φορτίο αυξάνεται, οι τάσεις στα τμήματα της βάσης που εφάπτονται στην πλάκα θλίψης αυξάνονται δυσανάλογα, φτάνουν πρώτες στην κρίσιμη τάση ελαστικού λυγισμού, με αποτέλεσμα την έναρξη της κατάρρευσης από εκεί (δρώντας ουσιαστικά σαν μηχανισμός triggering). Βέβαια, ανομοιόμορφη επιφάνεια παρουσίασαν και οι κυκλικές βάσεις, εκεί όμως λόγω του σχήματος τους δε δημιουργήθηκαν «αιχμηρά» τμήματα ώστε να αναπτυχθούν τάσεις ικανές για την έναρξη της κατάρρευσης.

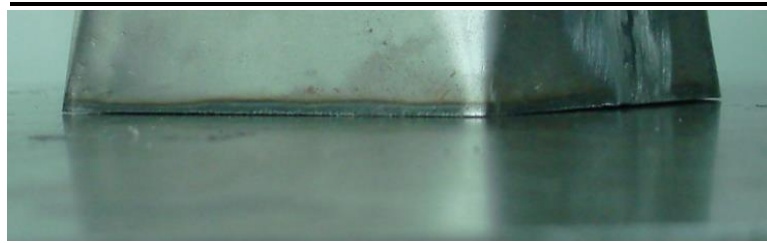
Στην περίπτωση των δοκιμίων 100-70a και b, μια άλλη αιτία που δρα συνδυαστικά με την πρώτη, είναι η μικρότερη περίμετρος της τετραγωνικής βάσης, άρα και επιφάνεια διατομής. Συνεπώς, καθώς το έμβολο κατεβαίνει, το φορτίο αυξάνεται και οι τάσεις στη μικρή (τετραγωνική) βάση φτάνουν πρώτες την κρίσιμη, με επακόλουθο την έναρξη της κατάρρευσης από εκεί. Ο ισχυρισμός αυτός έρχεται σε συμφωνία με ανάλογες μελέτες πυραμιδικών και κωνικών κελυφών σταθερού πάχους, όπου σε όλες τις περιπτώσεις καταρρέει πρώτα το στενό άκρο, [24], [25], [28], [32].

Τα παραπάνω επιβεβαιώνονται και από τα αποτελέσματα των αριθμητικών μοντέλων. Το 100-70n κατέρρευσε πρώτα από το τετραγωνικό άκρο, ενώ το 100n, από το κυκλικό. Δηλαδή, και στις δύο περιπτώσεις η έναρξη της κατάρρευσης παρουσιάστηκε στο «στενό» άκρο ανεξάρτητα από το σχήμα του. Αυτό συμβαίνει διότι η αριθμητική προσομοίωση λαμβάνει υπόψη της τέλεια γεωμετρική δομή, με αποτέλεσμα οι βάσεις των αρ. μοντέλων να είναι λείες και παράλληλες. Εφεξής, όταν αναφερόμαστε στα δοκίμια θα εξαιρεθεί το 100a, λόγω της ανεπιτυχούς δοκιμής.

ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΑΞΟΝΙΚΩΝ ΛΟΒΩΝ

Στα δοκίμια, ο 1^{ος} λοβός είχε το κλασικό μη εκτατό μοτίβο που συναντάμε σε κατάρρευση τετραγωνικών σωλήνων και πυραμίδων. Αυτό το μοτίβο παρουσιάστηκε στο τετραγωνικό άκρο και μένει ανεπηρέαστο από τον λόγο της πλευράς προς το πάχος (a/t), για μέτριου μήκους λεπτότοιχους τετραγωνικούς σωλήνες [27] (στην περίπτωση μας λαμβάνουμε υπόψη τον λόγο αυτό τοπικά, κοντά στην περιοχή της τετραγωνικής βάσης). Εξαιρέση αποτελεί ο πρώτος αξονικός λοβός σε πυραμιδικά κελύφη με μεγάλες γωνίες ημικορυφής (ϕ). Τα τελευταία παρουσιάζουν έναν τρόπο κατάρρευσης κοντά στο στενό άκρο που θα μπορούσε να χαρακτηριστεί εκτατός [24].

Το αρ. μοντέλο 100-70n, παρουσίασε και αυτό μη εκτατό μοτίβο κατά τη δημιουργία του 1^{ου} λοβού, μόνο που στην περίπτωση αυτή, όλες οι πλευρές της τετραγωνικής βάσης κινήθηκαν προς το εσωτερικό, εικόνα 8.3f. Για να γίνει αυτό, οι τέσσερις γωνίες της βάσης χρειάστηκε να διπλώσουν με τέτοιο τρόπο, ώστε να μειωθεί η περίμετρος και να πραγματοποιηθεί αυτό το ασυνήθιστο μοτίβο. Όμοια συμπεριφορά έδειξε και το αρ. μοντέλο 100n κατά τον σχηματισμό του 3^{ου} αξ. λοβού (αν και όχι ολοκληρωμένος) που ήταν ο πλησιέστερος στην τετραγωνική. Ειδικότερα, όλες οι πλευρές της τετραγωνικής βάσης κινήθηκαν προς το εσωτερικό σχηματίζοντας μη εκτατό μοτίβο, ενώ η μία πλευρά σχημάτισε γωνία, εικόνα 8.8f.

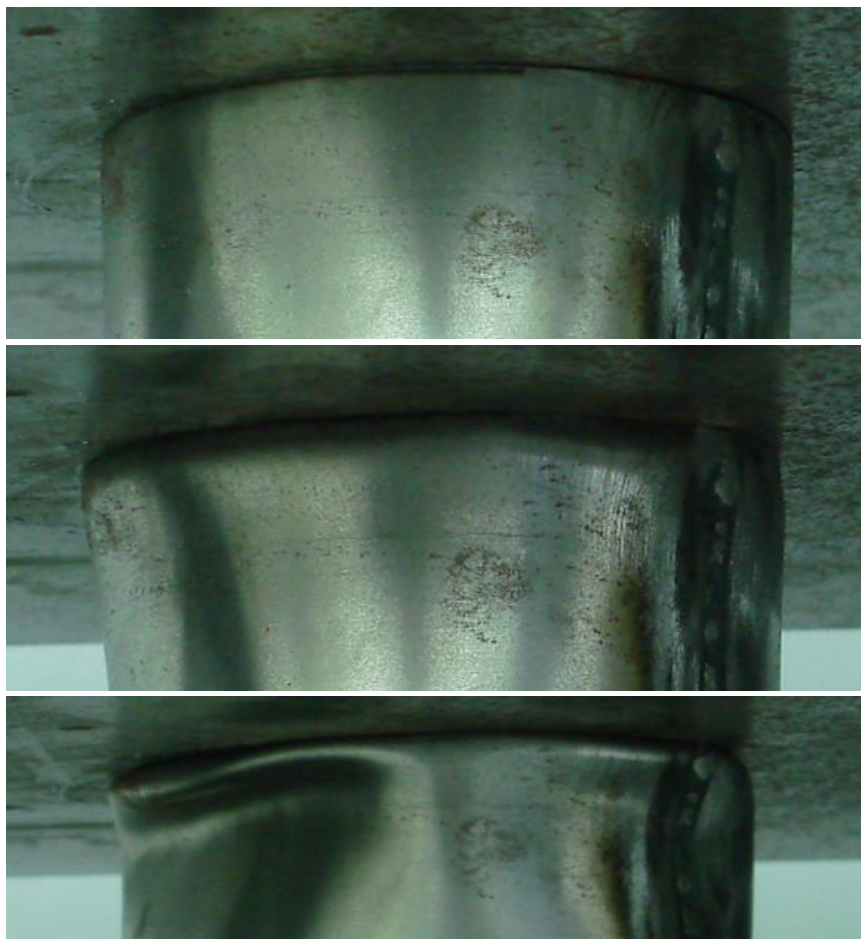
**100-70a****100-70b****100a****100b**

Εικόνα 8.12. Ανομοιόμορφη επιφάνεια τετραγωνικών βάσεων των δοκιμίων.

Σε όλες τις περιπτώσεις ο 2^{ος} λοβός είναι επίσης μη εκτατός μοτίβου διαμαντιού που παρουσιάζουν τα κελύφη με κυκλική διατομή, [23], [25], [32]. Σχηματίζεται πιο κοντά στην κυκλική βάση, με αποτέλεσμα σε εκείνο το ύψος το σχήμα της διατομής να πλησιάζει περισσότερο σε κύκλο. Όσον αφορά τα δοκίμια, ο προσδιορισμός του πλήθους των περιφερειακών λοβών παρουσιάζει κάποιες δυσκολίες λόγω της ανομοιόμορφου τρόπου κατάρρευσης που παρουσίασαν (αίτιο της παραγωγικής τους διαδικασίας). Εφεξής, η κατηγοριοποίηση της μορφής κατάρρευσης των δοκιμίων (σε 3D, 4D κτλ.), θα γίνεται προσεγγιστικά, ανάλογα σε ποιο μοτίβο πλησιάζουν σχηματικά περισσότερο.

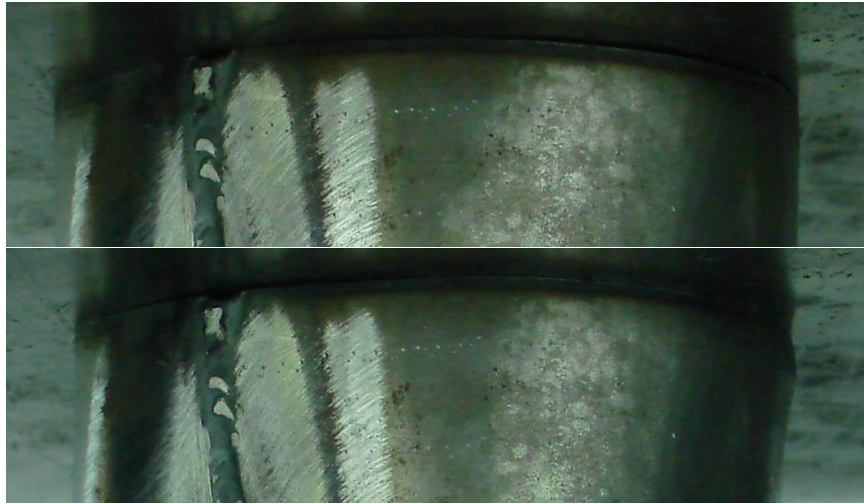
Η μέση ισοδύναμη διάμετρος (\bar{D}_e) των δοκιμίων/αρ. μοντέλου 100-70 είναι 94.5mm και του δοκιμίου/αρ. μοντέλου 100 είναι 113.6mm. Συνεπώς, ο λόγος (\bar{D}_e/t) είναι πάντα μεγαλύτερος του 94.5, ο λόγος (D_e/t) σε τυχαία διατομή δεν είναι ποτέ μικρότερος του 89 και η ισοδύναμη γωνία ημικορυφής (φ_e) ποτέ μεγαλύτερη από 5.2°. Σε κελύφη κυκλικής διατομής με αντίστοιχους λόγους (\bar{D}/t) και γωνίες (φ_e), το σύνηθες μοτίβο που παρουσιάζουν είναι $\geq 4D$, βλ. [25], [32]. Στην περίπτωση μας ο 2^{ος} λοβός των κελυφών (δοκιμίων και αρ. μοντέλων) παρουσίασε αυτό το μοτίβο, με εξαίρεση να αποτελεί το δοκίμιο 100b που εμφάνισε μοτίβο 3D.

Συνεχίζοντας, στην περίπτωση του 100-70a αμέσως μετά το 2^ο peak, στην αντίθετη πλευρά από όπου ξεκίνησε η κατάρρευση και πολύ κοντά στην κυκλική (μεγάλη) βάση, σχηματίστηκε ένα δαχτυλίδι μικρού μεγέθους. Όταν ολοκληρώθηκε 2^{ος} αξ. λοβός, η μορφή του δαχτυλιδιού μετατράπηκε σε μη εκτατό μοτίβο, αλλά σε καμία περίπτωση δε σχηματίστηκε 3^{ος} ολοκληρωμένος αξ. λοβός μέχρι το τέλος της δοκιμής. Η δημιουργία του εντοπίζεται στο διάγραμμα (P-δ) για δ=12.5 mm, βλ. εικόνα 8.4 και εικόνα 8.13 που είναι μεγέθυνση της 8.2 στα σημεία 4, 8 και 11.



Εικόνα 8.13. Σχηματισμός δαχτυλιδιού στο κυκλικό άκρο του δοκιμίου 100-70a. Αποτελεί μεγέθυνση μέρος της εικόνας 8.2 στα σημεία 4 (πάνω), 8 (μέση) και 11 (κάτω).

Αντίστοιχα, στην περίπτωση του δοκιμίου 100-70b, κατά τον σχηματισμό του 2^{ου} αξ. λοβού, μεταξύ των σημείων 6,7, παρουσιάζεται και πάλι ένα μικρό δαχτυλίδι στην κυκλική βάση, βλ. εικόνα 8.14 (αποτελεί μεγέθυνση των εικόνων 8.2 στα σημεία 6 και 7). Στην περίπτωση αυτή, δεν «πλησίασε» αρκετά ο 2^{ος} λοβός και έτσι, δεν κατάφερε να αλλάξει σε μη εκτατό μοτίβο, όμως οι διαδικασίες για την αλλαγή του είχαν ξεκινήσει πριν την ολοκλήρωση του πειράματος, βλ. εικόνα 8.2 σημεία 12 και 13. Το δαχτυλίδι αυτό δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ολοκληρωμένος λοβός, διότι εκτείνεται μόνο σε ένα μικρό μέρος της κυκλικής βάσης και έτσι το δοκίμιο θεωρούμε ότι παρουσίασε μόνο δύο αξ. λοβούς. Το δοκίμιο 100b, εμφάνισε το δαχτυλίδι/«φούσκωμα» πριν την ολοκλήρωση του 1^{ου} λοβού, μεταξύ των σημείων 4, 5, και άλλαξε τη μορφή του σε μη εκτατό μοτίβο στα τελικά στάδια της δοκιμής, βλ. εικόνες 8.15 και 8.8 σημείο 9.



Εικόνα 8.14. Σχηματισμός δαχτυλιδιού στο κυκλικό άκρο του δοκιμίου 100-70b. Αποτελεί μεγέθυνση μέρος της εικόνας 8.2 στα σημεία 6 (πάνω) και 7 (κάτω).



Εικόνα 8.15. Σχηματισμός δαχτυλιδιού στο κυκλικό άκρο του δοκιμίου 100b. Αποτελεί μεγέθυνση μέρος της εικόνας 8.8 στα σημεία 4 (πάνω) και 5 (κάτω).

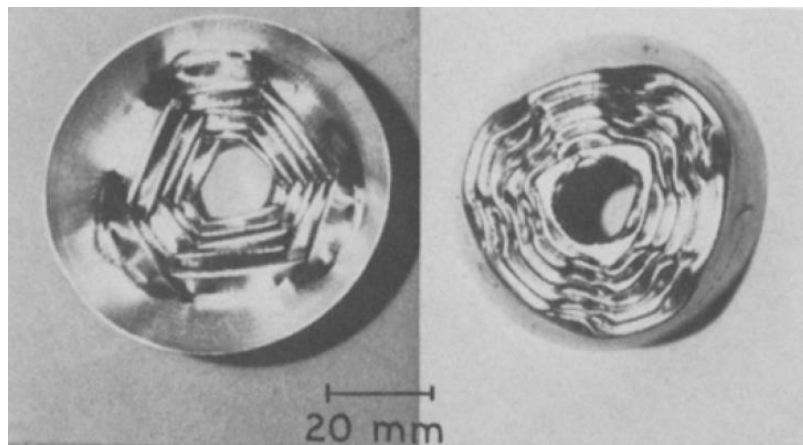
Για τον σχηματισμό του 3^{ου} λοβού (όχι ολοκληρωμένος) στο αρ. μοντέλο 100-70n δεν έχουμε πολλά να πούμε. Είναι μη εκτατός, μορφής 4D και διατηρεί τον αριθμό των περιφερειακών λοβών ίσο με τον αριθμό των πλευρών της τετραγωνικής βάσης, από όπου ξεκίνησε η κατάρρευση. Τέλος, μένει να σχολιάσουμε τον πρώτο λοβό του μοντέλου 100n. Όπως ήδη αναφέραμε, η κατάρρευση ξεκίνησε από το κυκλικό άκρο, το άκρο με τη μικρή περίμετρο, δημιουργώντας αξονοσυμμετρικό δαχτυλίδι αμέσως μετά το πρώτο peak στο αντίστοιχο διάγραμμα (P-δ). Το δαχτυλίδι δε διατήρησε τη μορφή του μέχρι το τέλος της κατάρρευσης αλλά μετατράπηκε πολύ σύντομα σε 4D. Αυτό έγινε στο 2^ο peak και για μετατόπιση του εμβόλου, $\delta \approx 6\text{mm}$, βλ. εικόνα 8.8 και 8.10.

Στο παρελθόν, ανάλογες περιπτώσεις έχουν παρουσιαστεί κατά τη μελέτη κωνικών και κυλινδρικών κελυφών. Σε αυτές τις μελέτες, για αντίστοιχα $\bar{D}/t, \varphi$ (στην περίπτωση μας $\bar{D}_e/t, \varphi_e$) και κατά τα αρχικά στάδια της κατάρρευσης, σχηματίζονταν ένα ή δύο δαχτυλίδια

σε κάθε άκρο του κελύφους. Τα δαχτυλίδια αυτά παρέμεναν μέχρι το τέλος, ή άλλαζαν σε μοτίβο διαμαντιού, βλ. [32]. Ο μηχανισμός αυτός δε φαίνεται να επηρεάζεται από τον λόγο t/\bar{D} , ενώ μπορεί να οφείλεται στην ύπαρξη μεγάλου συντελεστή στατικής τριβής μεταξύ της κυκλικής βάσης και της πλάκας θλίψης. Αυτό είναι απλά μια εικασία και χρήζει περαιτέρω διερεύνησης.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ-ΠΙΝΑΚΕΣ

Τα αρχικά τμήματα των διαγραμμάτων (P-δ) είναι παραπλήσιας μορφής. Ξεκινούν με την εμφάνιση του μέγιστου φορτίου (Pmax), χαρακτηριστικό του ελαστικού λυγισμού και στη συνέχεια παρουσιάζεται απότομη μείωση του φορτίου. Από εκεί και πέρα οι ομοιότητες παύουν να υπάρχουν. Στην περίπτωση των δοκιμών, το φορτίο παρουσιάζει μικρές διακυμάνσεις χωρίς κάποια σαφή περιοδικότητα, που πιθανότατα οφείλεται στις κατασκευαστικές ατέλειες που προκάλεσαν τον «άμορφο» τρόπο κατάρρευσης (βλ. εικόνες 8.3 και 8.9, συγκριτικά με την κατάρρευση του κωνικού κελύφους της εικόνας 8.16*). Τέτοιου είδους κατάρρευση, δεν επιτρέπει τη δημιουργία στιβαρών δομών, ικανές να αντέξουν μια σεβαστή αύξηση του φορτίου, που στη συνέχεια θα καταρρεύσουν απότομα, δημιουργώντας με αυτόν τον τρόπο τις διακυμάνσεις γύρω από το μέσο φορτίο. Οι ατέλειες που αναφέρθηκαν, αφορούν την ανομοιομορφη επιφάνεια των βάσεων, τη διαφορά της καμπυλότητας μεταξύ των γωνιών της τετραγωνικής βάσης, τις συγκολλήσεις, την ανισοτροπία του ελάσματος**, το σχήμα της κυκλικής βάσης (στην περίπτωση των 100-70b και 100b έμοιαζε περισσότερο σε έλλειψη παρά σε κύκλο) και οποιαδήποτε άλλη διαστατική ασυμμετρία. Αυτές οι ατέλειες, επηρεάζουν άμεσα την κατανομή των τάσεων στο κέλυφος και κατ' επέκταση τον τρόπο που αυτό παραμορφώνεται. Σημαντικό είναι να αναφερθεί, ότι κατά την πειραματική διαδικασία η συγκόλληση δεν παρουσίασε ρήξη σε κανένα δοκίμιο.



Εικόνα 8.16. Ομοιόμορφη κατάρρευση 3D κωνικού κελύφους με $\varphi=10^\circ$ και $t/\bar{D}=97.7\text{mm}$ [32].

* Να σημειώσουμε ότι στο κέλυφος αυτό δεν υπάρχουν συγκολλήσεις.

** Το υλικό κατασκευής των δοκιμών είναι ο χάλυβας, που θεωρείται ισότροπο υλικό, όμως οι κοινές διαδικασίες παραγωγής χαλύβδινων ελασμάτων (π.χ. έλαση) εισάγουν κάποιου βαθμού ανισοτροπία.

Από την άλλη μεριά, τα αριθμητικά μοντέλα αναπαριστούν την κατάρρευση ενός κελύφους χωρίς ατέλειες (εκτός αν τις εισάγουμε εμείς κατά τον σχεδιασμό τους), έτσι το φορτίο ελαστικού λυγισμού εμφανίζεται πιο νωρίς*, είναι 100% μεγαλύτερο από αυτό των δοκιμών, παρουσιάζουν ταλαντώσεις στο διάγραμμα (P-δ) και γενικά η κατάρρευσή χαρακτηρίζεται από μεγαλύτερη ομοιομορφία. Παρατηρώντας το διάγραμμα του μοντέλου 100-70n, διαπιστώνουμε αύξηση των ταλαντώσεων με την αύξηση του (δ). Καθώς το έμβολο κατεβαίνει «συναντά» αντίσταση από περισσότερο υλικό, διότι οι διατομές που καταρρέουν έχουν μεγαλύτερη περίμετρο**. Ειδικά σε περιπτώσεις κελυφών με κωνικότητα και πολύ στενή τη μία τους βάση, το (Pmax) παρουσιάζεται αργότερα από το φορτίο ελαστικού λυγισμού (πρώτο peak). Τέλος, στα διαγράμματα (P-δ) των αρ. μοντέλων, ο σχηματισμός των λοβών είναι ξεκάθαρος, και αντιστοιχεί σε δύο peak ανά λοβό, μετά το (Pb).

Τα δοκίμια 100-70a, b παρότι είχαν τις ίδιες ονομαστικές διαστάσεις επέδειξαν μια διαφορά της τάξης του 11% στην ενέργεια απορρόφησης (W) και 19% στον δείκτη CFE. Αυτό πιθανότατα οφείλεται στο γεγονός, ότι κατασκευάστηκαν στο «χέρι» και εμφάνισαν μικροδιαφορές στις διαστάσεις.

Η προσομοίωση έδειξε ικανοποιητικά αποτελέσματα όσον αφορά την ενέργεια απορρόφησης και κατ' επέκταση του μέσου φορτίου (Pm), με τις τιμές να βρίσκονται κοντά στις πειραματικές. Οι διαφορές (δοκιμών-μοντέλου) που εντοπίστηκαν στο μέγιστο φορτίο και κατά συνέπεια στο δείκτη CFE, οφείλονται στην τέλεια δομή που υποθέτει το αρ. μοντέλο. Όπως είπαμε παραπάνω τα αρ. μοντέλα είναι απαλλαγμένα από κατασκευαστικές ατέλειες, οι οποίες πέρα από την επίδραση τους στη μορφή κατάρρευσης, έχουν και μεγάλη επίδραση στο φαινόμενο του ελαστικού λυγισμού.

Σαν συμπέρασμα για την προσομοίωση, μπορούμε να πούμε ότι προέβλεψε το πλήθος των ολοκληρωμένων αξονικών λοβών (ο 3^{ος} λοβός των αρ. μοντέλων ήταν μη ολοκληρωμένος) και υπολόγισε με καλή ακρίβεια τα μεγέθη W, Pm (διαφορά 0.86% μεταξύ του 100n και 100b, ενώ οι τιμές του 100-70n ήταν ενδιάμεσα σ' αυτές των δοκιμών). Από την άλλη πλευρά, έδειξε αδυναμία να προβλέψει τη μορφή κατάρρευσης σε όλες τις περιπτώσεις***, καθώς και τα μεγέθη Pmax, CFE. Η αδυναμία αυτή μπορεί να οφείλεται στην ύπαρξη της συγκόλλησης και γενικά στις κατασκευαστικές ατέλειες των δοκιμών. Αυτό, για να επιβεβαιωθεί θα πρέπει να γίνουν αρκετές δοκιμές με κελύφη πιο προσεκτικής κατασκευής.

* Μια από τις αιτίες είναι η ανομοιομορφία των βάσεων των δοκιμών. Αυτό γιατί συμπίεζονται μόνο τα τμήματα των βάσεων που εφάπτονται στις πλάκες θλίψης, παραμορφώνονται με μικρή αύξηση του φορτίου, και όταν ακουμπήσει ολόκληρη η επιφάνεια των βάσεων τότε μόνο παρουσιάζεται σημαντική αύξηση του φορτίου. Στην περίπτωση των δοκιμών δε συμβαίνει αυτό γιατί λαμβάνουν υπόψη τους τέλεια γεωμετρική δομή, με αποτέλεσμα το φορτίο ελαστικού λυγισμού εμφανίζεται νωρίτερα στο διάγραμμα (P-δ).

** Εμφανίζεται καθαρά και στην περίπτωση του μοντέλου 100n μέχρι δ≈60mm. Για μεγαλύτερα (δ) η κατάρρευση δεν παρουσιάζει την αρχική ομοιομορφία και το φορτίο πέφτει αισθητά.

*** Κανένα μοντέλο δεν κατάφερε να προβλέψει το μοτίβο κατάρρευσης που συναντάμε στους τετραγωνικούς σωλήνες, καθώς και τον 2^ο λοβό του 100b μορφής 3D. Επιπλέον, το μοντέλο 100-70n δεν κατάφερε να προβλέψει το δαχτυλίδι στο κυκλικό άκρο που παρουσίασαν τα αντίστοιχα δοκίμια.

8.3. Παραμετρική ανάλυση

8.3.1. Γενικά

Η διαδικασία που προηγήθηκε επιβεβαίωσε την καλή προσέγγιση των αποτελεσμάτων της αριθμητικής προσομοίωσης, όσον αφορά την απορροφούμενη ενέργεια και το μέσο φορτίο. Στις επόμενες υποπαραγράφους θα μελετηθεί η επίδραση του σχήματος και της περιμέτρου των βάσεων του κελύφους στα μεγέθη αυτά, ενώ στους υπόλοιπους δείκτες αξιολόγησης, απλώς θα σχολιαστεί μόνο η αυξητική/πτωτική τους τάση στη μεταβολή των παραπάνω παραμέτρων. Τέλος, θα γίνει η σύγκριση των κελυφών υβριδικής γεωμετρίας με πυραμιδικά και κωνικά κελύφη.

Υπενθύμιση από την παράγραφο 7.2

c: κελύφη με κυκλική (circular) διατομή. Καταχρηστικά μπορεί να χρησιμοποιείται και ο όρος κωνικά, που θα συμπεριλαμβάνει μαζί με τα υπόλοιπα κελύφη και τον σωλήνα κυκλικής διατομής (κόλουρος κώνος με $\varphi=0$).

s: κελύφη με τετραγωνική (square) διατομή. Καταχρηστικά μπορεί να χρησιμοποιείται και ο όρος πυραμιδικά, που θα συμπεριλαμβάνει μαζί με τα υπόλοιπα κελύφη και τον σωλήνα τετραγωνικής διατομής (κόλουρη πυραμίδα με $\varphi=0$).

hc: κελύφη υβριδικής (hybrid) γεωμετρίας με τη μεγάλη/κυκλική (circular) βάση να έχει σταθερή περίμετρο.

hs: κελύφη υβριδικής (hybrid) γεωμετρίας με τη μεγάλη/τετραγωνική (square) βάση να έχει σταθερή περίμετρο.

Οι/ο αριθμοί/ος στην ονομασία κάθε μοντέλου συμβολίζουν/ει την περίμετρο των βάσεων του.

h: κελύφος με υβριδικής γεωμετρίας και ίδια περίμετρο βάσεων (διότι, $hc_{314}=hs_{314}$).

λ : ο λόγος των περιμέτρων της μικρής προς τη μεγάλη βάση ($\lambda=1$ για τους τετραγωνικούς και κυκλικούς σωλήνες).

8.3.2. Πίνακες αποτελεσμάτων

Στους παρακάτω πίνακες εισάγεται το μέγεθος (Pb) και συμβολίζει το φορτίο ελαστικού λυγισμού. Αυτό το φορτίο αντιπροσωπεύει το πρώτο τοπικό μέγιστο (peak) στο διάγραμμα (P- δ) κάθε αρ. μοντέλου, βλ. παράρτημα Α.

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.3

	c314-99	hc314-99	hs314-99	s314-99	
λ	0.32				
W	2198	2068	2019	1692	J
Pmax	52.5	37.6	39.1	38.1	kN
Pb	36.5	37.6	36.1	38.1	kN
Pm	21.98	20.68	20.19	16.92	kN
CFE	41.8	55.0	51.7	44.5	%

Πίνακας 8.3. Αποτελέσματα αριθμητικής προσομοίωσης για τα κελύφη με $\lambda=0.32$.

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.4

	c314-133	hc314-133	hs314-133	s314-133	
λ	0.42				
W	2421	2262	2117	1710	J
Pmax	59.7	49.4	47.5	50.0	kN
Pb	47.8	49.4	47.5	50.0	kN
Pm	24.21	22.62	21.17	17.10	kN
CFE	40.6	45.7	44.5	34.2	%

Πίνακας 8.4. Αποτελέσματα αριθμητικής προσομοίωσης για τα κελύφη με $\lambda=0.42$.

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.5

	c314-177	hc314-177	hs314-177	s314-177	
λ	0.56				
W	2666	2397	2356	1742	J
Pmax	66.1	64.7	62.2	65.4	kN
Pb	62.4	64.7	62.2	65.4	kN
Pm	26.66	23.97	23.56	17.42	kN
CFE	40.3	37.1	37.9	26.7	%

Πίνακας 8.5. Αποτελέσματα αριθμητικής προσομοίωσης για τα κελύφη με $\lambda=0.56$.

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.6

	c314-235	hc314-235	hs314-235	s314-235	
λ	0.75				
W	2749	2428	2410	1851	J
Pmax	79.8	88.0	79.6	88.9	kN
Pb	79.8	88.0	79.6	88.9	kN
Pm	27.49	24.28	24.10	18.51	kN
CFE	34.4	27.6	30.3	20.8	%

Πίνακας 8.6. Αποτελέσματα αριθμητικής προσομοίωσης για τα κελύφη με $\lambda=0.75$.

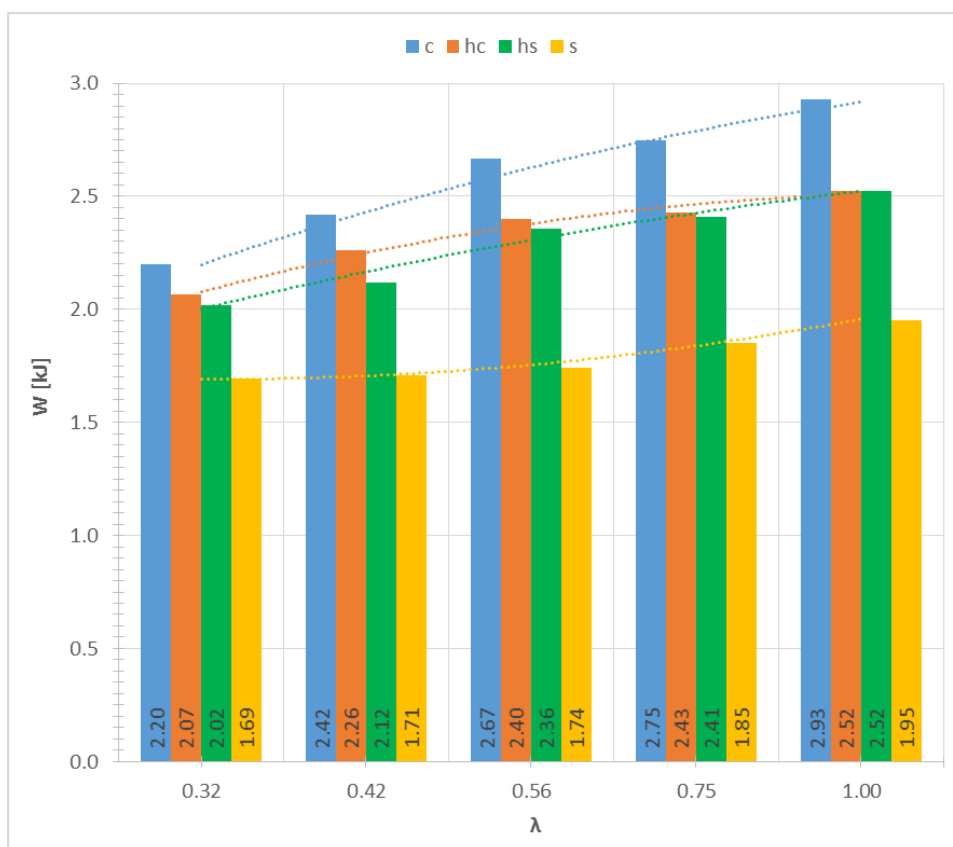
ΠΙΝΑΚΑΣ 8.7

	c314	h314	s314	
λ	1.00			
W	2931	2523	1954	J
Pmax	111.1	112.0	112.5	kN
Pb	111.1	112.0	112.5	kN
Pm	29.31	25.23	19.54	kN
CFE	26.4	22.5	17.4	%

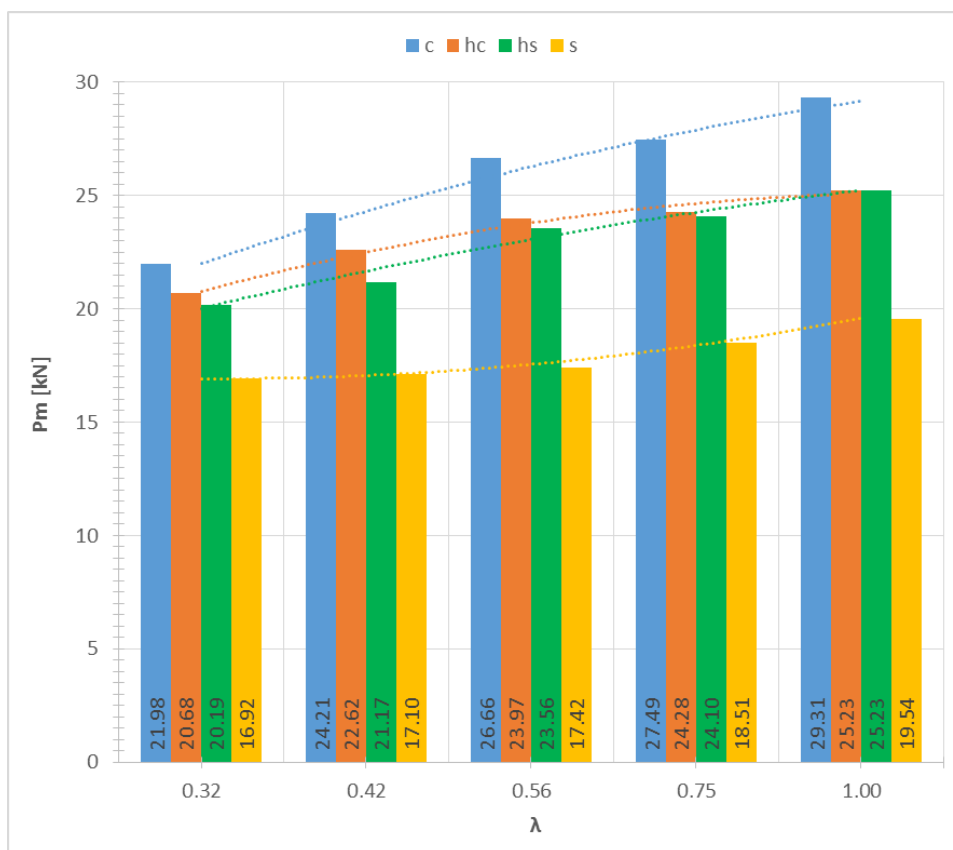
Πίνακας 8.7. Αποτελέσματα αριθμητικής προσομοίωσης για τα κελύφη με $\lambda=1.0$.

8.3.3. Διαγράμματα και σχολιασμός

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ($W-\lambda$) και ($Pm-\lambda$)



Εικόνα 8.17. Διάγραμμα ενέργειας απορρόφησης (W) συναρτήσει του λόγου (λ) για τις διάφορες κατηγορίες κελυφών.



Εικόνα 8.18. Διάγραμμα μέσου φορτίου (Pm) συναρτήσει του λόγου (λ) για τις διάφορες κατηγορίες κελυφών.

Όπως αναφέραμε στην παράγραφο 6.7, το μέσο φορτίο προκύπτει από τη διαίρεση της ενέργειας απορρόφησης με τη συνολική μετατόπιση του εμβόλου. Στην παραμετρική ανάλυση η συνολική μετατόπιση του φορτίου παρέμεινε σταθερή και ίση με την περίπτωση της πειραματικής διαδικασίας (100mm). Συνεπώς, τα δύο παραπάνω διαγράμματα έχουν την ίδια μορφή, με τη μοναδική διαφορά να εντοπίζεται στην κλίμα του κατακόρυφου άξονα. Ως εκ τούτου θα σχολιαστεί μόνο το διάγραμμα (Pm- λ), αλλά ότι αναφερθεί γι' αυτό, θα ισχύει και για το (W- λ).

Στο διάγραμμα της εικόνας 8.18, φαίνεται η αυξητική τάση του μέσου φορτίου με την αύξηση του λόγου (λ). Στην περίπτωση των κελυφών με τετραγωνική διατομή (s), αυτή η αυξητική τάση είναι αμελητέα και οριακά θα μπορούσε να χαρακτηριστεί σταθερή, αλλά σε καμία περίπτωση πτωτική*. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με παλαιότερες μελέτες που παρουσιάζεται μια πτωτική πορεία του μέσου φορτίου με την αύξηση του (λ)**, βλ. παράρτημα Β πίνακα Β.1. και Β.2 προερχόμενοι από τις μελέτες [24] και [31].

Μάλιστα, στην περίπτωση της μελέτης [24], κατά τα τελευταία στάδια της δοκιμής, η συγκόλληση του δοκιμίου 4D αστόχησε. Παρόλα αυτά παρουσίασε μεγαλύτερο μέσο φορτίο από το δοκίμιο 5D, το οποίο είχε αισθητά μικρότερη γωνία ημικουρφής, βλ. πίνακα Β.1 και εικόνες Β.1, Β.2 από το παράρτημα Β.

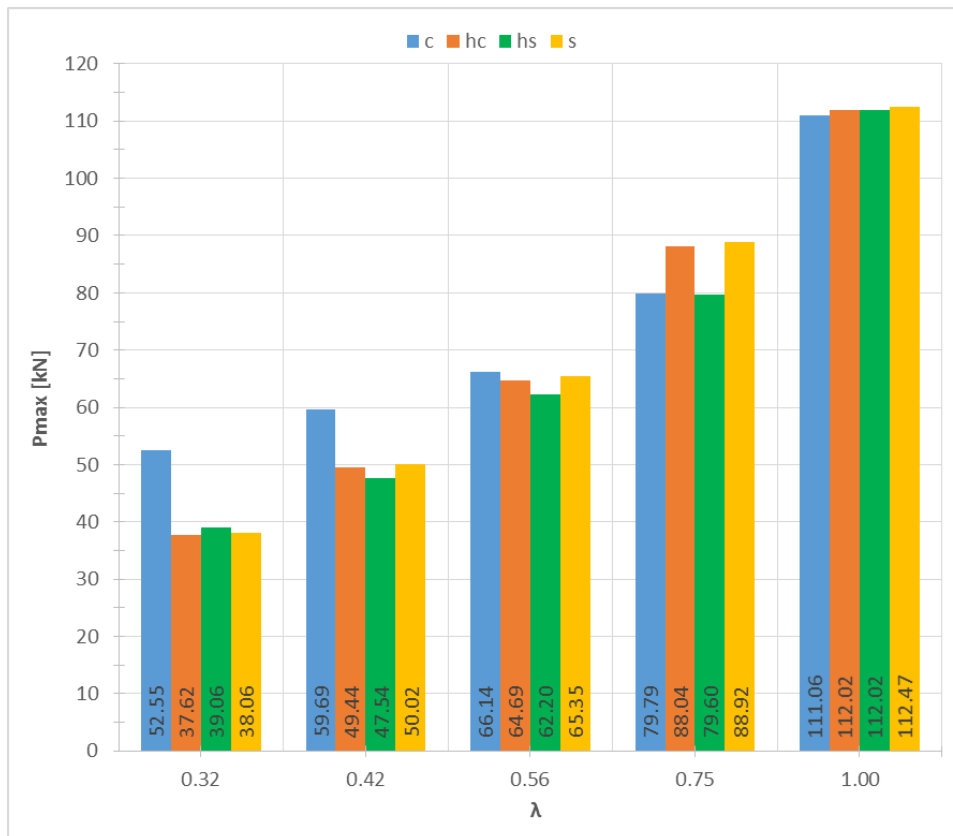
* Η συγκεκριμένη σειρά δοκιμών προσομοιάστηκε δύο φορές με διαφορετικές εκδόσεις του solver. Η ήπια αυξητική τάση του (Pm) με την αύξηση του (λ) παρουσιάστηκε και στις δύο περιπτώσεις.

** Ο λόγος (λ) είναι αντίστοιχος της γωνίας ημικουρφής (ϕ). Αύξηση του (λ) σημαίνει μείωση της (ϕ).

Αντίθετα, η αυξητική τάση του μέσου φορτίου με την αύξηση του (λ), ήταν γνωστή για τα κωνικά κελύφη, ανεξάρτητα αν ο τρόπος κατάρρευσής ήταν μη εκτατός ή εκτατός, βλ. παράρτημα Β πίνακα Β.3 και Β.4 αντίστοιχα. Τα κελύφη υβριδικής διατομής (hc, hs), παρουσιάζουν παρόμοια συμπεριφορά αλλά με πιο ήπια μεταβολή (μικρότερη κλίση στην καμπύλη).

Συνεχίζοντας, βλέπουμε ότι για σταθερό (λ), τα κελύφη (c) παρουσιάζουν το μεγαλύτερο μέσο φορτίο, ακολουθούν τα (hc), τα (hs) και τελευταία τα (s). Ενδιαφέρον προκαλεί το γεγονός ότι πάντα τα (hc), που σχηματικά βρίσκονται πιο κοντά στο κωνικό κέλυφος, απορροφούν μεγαλύτερη ενέργεια από τα (hs), που βρίσκονται σχηματικά στο πυραμιδικό κέλυφος*, όπως τα κωνικά κελύφη απορροφούν περισσότερη ενέργεια από τα πυραμιδικά. Τα υβριδικής γεωμετρίας κελύφη βρίσκονται πάντα εντός των ορίων που θέτουν τα κωνικά και πυραμιδικά κελύφη**.

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ($P_{max}-\lambda$) και ($Pb-\lambda$)



Εικόνα 8.19. Διάγραμμα μέγιστου φορτίου (P_{max}) συναρτήσεως του λόγου (λ) για τις διάφορες κατηγορίες κελυφών.

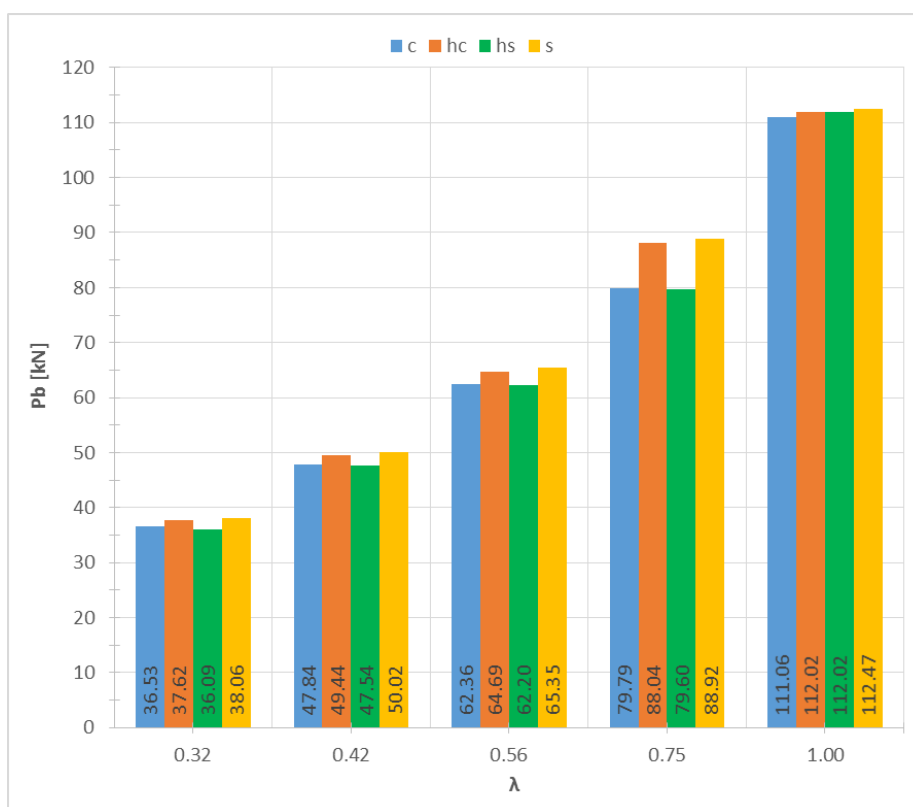
* Τα (hc) έχουν μεγαλύτερο ποσοστό της επιφανείας τους καμπύλο, διότι η μεγάλη τους βάση είναι κυκλική, ενώ τα (hs) έχουν το μεγαλύτερο ποσοστό της επιφανείας τους επίπεδο, διότι η μεγάλη τους βάση αποτελείται από ευθύγραμμα τμήματα (τετραγωνική). Στην περίπτωση του κελύφους (h314), η μισή του επιφάνεια είναι καμπύλη ενώ η μισή είναι επίπεδη. Αυτά επιβεβαιώνονται από τις μετρήσεις των επιφανειών μέσω του Ls-PrePost.

** Αφορά όλα τα διαγράμματα: το (hc) και (hs) με $\lambda=1$ είναι ουσιαστικά το ίδιο κέλυφος, το h314.

Σε όλες τις περιπτώσεις παρατηρείται αύξηση του P_{max} με αύξηση του (λ), βλ. εικόνα 8.19. Αυτό έρχεται σε συμφωνία με μελέτες για κωνικά και πυραμιδικά κελύφη, ανεξάρτητα αν η κατάρρευση ήταν εκτατή ή μη εκτατή, βλ. πίνακες B.1, B.3, B.4 παραρτήματος B. Εξαιρέση αποτελούν τα πυραμιδικά δοκίμια της μελέτης [31]*, βλ. τα υπογραμμισμένα στον πίνακα B.2 του παραρτήματος B.

Συγκρίνοντας τις γεωμετρικές δομές με ίδιο (λ), βλέπουμε ότι για $\lambda=0.32-0.56$ το μέγιστο (P_{max}) παρουσιάζεται από τα κωνικά κελύφη, ενώ για $\lambda=0.75-1.00$, παρουσιάζεται από τα πυραμιδικά κελύφη. Περισσότερα δεν μπορούν να ειπωθούν με βεβαιότητα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα κωνικά κελύφη με $\lambda=0.32-0.56$ και το (hs) με $\lambda=0.32$, εμφανίζουν το (P_{max}) μετά το πρώτο peak του διαγράμματος (P- δ), δηλ. μετά το φορτίο ελαστικού λυγισμού (P_b), βλ. παράρτημα A.

Αν κατασκευάσουμε το διάγραμμα ($P_b-\lambda$), τα πράγματα ξεκαθαρίζουν κάπως, βλ. εικόνα 8.20. Για κάθε δομή ξεχωριστά, η συμπεριφορά παραμένει ίδια όσον αφορά την αύξηση του (P_b) με την αύξηση του (λ). Τώρα όμως, κρατώντας σταθερό το (λ) το μέγιστο (P_b) παρουσιάζεται από το πυραμιδικό (s) κέλυφος, ακολουθεί το (hc), μετά το κωνικό (c) και τελευταίο το (hs). Ειδικά στην περίπτωση $\lambda=1$, ο τετραγωνικός σωλήνας έχει το μεγαλύτερο (P_b), ο κυκλικός έχει το μικρότερο, ενώ το υβριδικό δοκίμιο έχει ενδιάμεση τιμή (για $\lambda=1$ $hc=hs=h$).

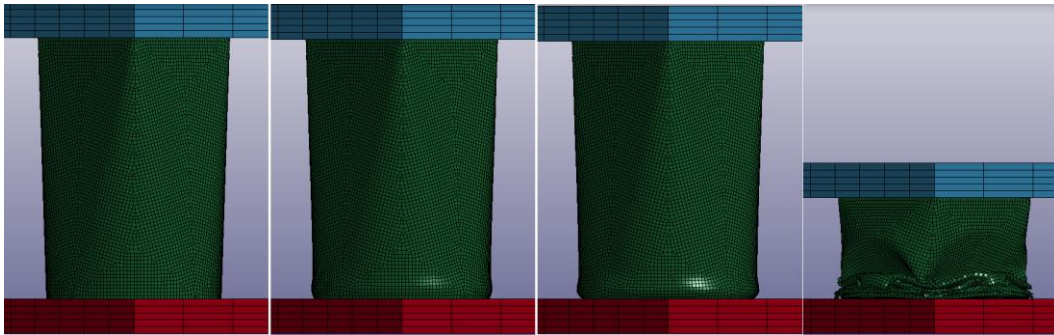


Εικόνα 8.20. Διάγραμμα φορτίου ελαστικού λυγισμού (P_b) συναρτήσει του λόγου (λ) για τις διάφορες κατηγορίες κελυφών.

* Πράγμα που μπορεί να οφείλεται σε τυχαίο γεγονός μιας και μόνο ένα από τα τρία δοκίμια παρουσίασε αυτή τη συμπεριφορά.

Το φορτίο ελαστικού λυγισμού (P_b) των (hc) βρίσκεται πάντα χαμηλότερα από αυτό των (s), και των (hs) πάντα χαμηλότερα από αυτό των (c). Όπως έχουμε αναφέρει στο παρελθόν, η κατάρρευση ξεκινάει από το στενό άκρο. Αν αυτό είναι τετραγωνικής διατομής φαίνεται να παρουσιάζει μεγαλύτερο (P_b) από ότι αν το άκρο είναι κυκλικής διατομής, για το ίδιο (λ). Σε όλες τις περιπτώσεις, τα κελύφη με υβριδική διατομή παρουσιάζουν μικρότερο (P_b) από αυτά με σταθερού σχήματος διατομή, έχοντας όμως το ίδιο σχήμα στενού άκρου (δηλ. από όπου αρχίζει η κατάρρευση).

Ένα άλλο σημείο που υποδηλώνει ότι το τετραγωνικό άκρο χρειάζεται μεγαλύτερο φορτίο για να λυγίσει, είναι η κατάρρευση του ($h314$). Στην περίπτωση αυτή, οι δύο βάσεις έχουν την ίδια περίμετρο* (δηλ. ίδια ποσότητα υλικού να αντιστέκεται στο φορτίο που ασκεί το έμβολο), παρόλα αυτά η κατάρρευση ξεκινάει από το κυκλικό άκρο, βλ. εικόνα 8.21. Μάλιστα η τετραγωνική βάση παραμένει σχεδόν απαραμόρφωτη για το 90% της διαδρομής του εμβόλου, βλ. εικόνα 8.21 δεξιά.



Εικόνα 8.21. Στάδια κατάρρευσης $h314$. Από αριστερά προς τα δεξιά, $\delta=0$, $\delta=1\text{mm}$, $\delta=2\text{mm}$, $\delta=92\text{mm}$.

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ (CFE- λ)

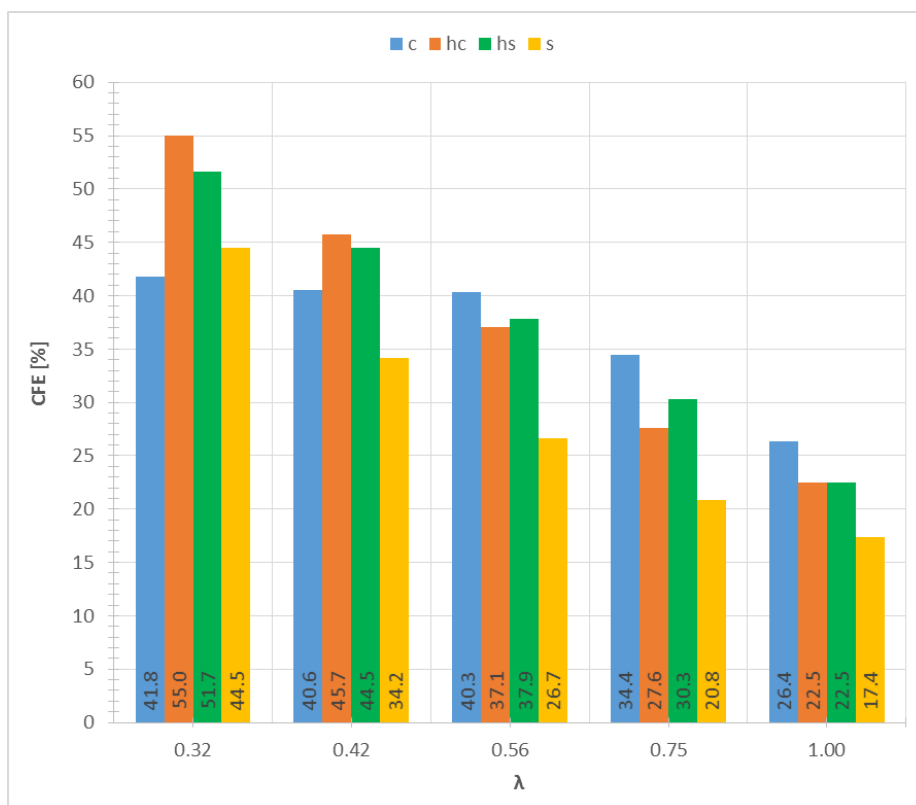
Το τελευταίο διάγραμμα που θα σχολιάσουμε είναι αυτό του συντελεστή ομοιομορφίας CFE, βλ. εικόνα 8.22. Εδώ παρατηρείται μείωση του CFE με την αύξηση του (λ), κάτι το οποίο επιβεβαιώνεται για τα πυραμιδικά και κωνικά κελύφη, βλ. παράρτημα Β πίνακες Β.1, Β.2, Β.4**. Για μικρές τιμές του (λ) και ειδικότερα για $\lambda < 0.5$, παρατηρείται ότι τα μοντέλα υβριδικής γεωμετρίας παρουσιάζουν μεγαλύτερο δείκτη ομοιομορφίας από τα κωνικά/πυραμιδικά κελύφη, ενώ για $\lambda > 0.5$ οι τιμές του CFE βρίσκονται ενδιάμεσα στα όρια που θέτουν οι τιμές των (c) και (s).

Τα υβριδικής γεωμετρίας κελύφη, κάπου στο διάστημα $0.42 < \lambda < 0.56$ ***, φαίνεται να αλλάζουν συμπεριφορά. Για $\lambda \leq 0.42$ τα (hc) να παρουσιάζουν υψηλότερες τιμές του CFE, ενώ για $\lambda \geq 0.56$ τα (hs). Το ίδιο συμβαίνει στα κελύφη με σταθερό σχήμα διατομής (c , s), μόνο που στην περίπτωση αυτή το διάστημα είναι μεταξύ των τιμών $0.32 < \lambda < 0.42$, με τα πυραμιδικά να παρουσιάζουν υψηλότερες τιμές του CFE για $\lambda < 0.42$

* Έγινε δοκιμή και με 1% μικρότερη την περίμετρο του τετραγωνικού άκρου, αλλά και πάλι η κατάρρευση ξεκίνησε από το κυκλικό άκρο.

** Στους πίνακες Β.1 και Β.4, δεν υπάρχει ο συντελεστής CFE αλλά το μέσο και μέγιστο φορτίο. Κάνοντας τη διαίρεση του μέσου φορτίου προς το μέγιστο υπολογίζεται με ευκολία ο CFE.

*** Για τον ακριβή προσδιορισμό του απαιτούνται περισσότερες προσομοιώσεις γύρω από αυτή την περιοχή



Εικόνα 8.22. Διάγραμμα συντελεστή ομοιομορφίας φορτίου (CFE) συναρτήσει του λόγου (λ) για τις διάφορες κατηγορίες κελυφών.

Όπως στην περίπτωση του διαγράμματος (P_b - λ) έτσι και εδώ, βλέπουμε ότι αν σε συγκεκριμένο (λ) το κέλυφος με κυκλική διατομή (c) παρουσιάζει μεγαλύτερο CFE από αυτό με τετραγωνική (s), τότε και το κέλυφος υβριδικής γεωμετρίας με κυκλικό στενό άκρο (hs) παρουσιάζει μεγαλύτερο CFE από το υβριδικής γεωμετρίας με τετραγωνικό στενό άκρο (hc), και το αντίθετο. Εξαίρεση αποτελεί η περίπτωση $\lambda=0.42$.

Παρατήρηση

Το παραπάνω φαινόμενο παρουσιάζεται στα μεγέθη P_{max} , P_b και CFE που τα αρχικά στάδια της κατάρρευσης παίζουν σημαντικό ρόλο. Αυτό συμβαίνει διότι το στενό άκρο των hc μοιάζει πιο πολύ με πυραμίδα, ενώ το στενό άκρο των hs μοιάζει πιο πολύ με κώνο.

8.4.Συμπεράσματα

Σε αυτή την εργασία, το σχήμα του κελύφους που διερευνήθηκε βρίσκεται ανάμεσα στις ήδη γνωστές και αρκετά μελετημένες γεωμετρικές δομές του κόλουρου κώνου και κόλουρης τετραγωνικής πυραμίδας, ή στην περίπτωση του $\lambda=1$, βρίσκεται ανάμεσα στον κυκλικό και τετραγωνικό σωλήνα.

Στην παράγραφο 8.2, παρουσιάστηκαν τα στάδια και η τελική μορφή της κατάρρευσης αυτής της δομής, και διαπιστώθηκε ότι συνδυάζει τα χαρακτηριστικά των κωνικών και

πυραμιδικών κελυφών (δηλ. των κελυφών με διατομή σταθερού σχήματος). Η κατάρρευση των δοκιμίων άρχιζε πάντα από το τετραγωνικό άκρο, άσχετα αν ήταν το φαρδύ ή το στενό, πράγμα που δε συνάδει με τις μελέτες/θεωρία των κελυφών με κωνικότητα (frusta) που αναφέρουν ότι η κατάρρευση ξεκινάει από το στενό άκρο. Αυτό το φαινόμενο, στην περίπτωση που το τετραγωνικό άκρο δεν ήταν το στενό άκρο, αποδόθηκε στην ανομοιομορφία των τετραγωνικών βάσεων, που παρουσίαζε αιχμηρά τμήματα στην περιοχή των γωνιών, με αποτέλεσμα τη συγκέντρωση τάσεων και την έναρξη της κατάρρευσης από εκεί (λειτουργήσε σαν μηχανισμός triggering). Εφόσον σε όλα τα δοκίμια η κατάρρευση ξεκίνησε από την τετραγωνική βάση, ο 1^{ος} λοβός παρουσίασε το μοτίβο που παρουσιάζεται σε κελύφη με τετραγωνική διατομή και παρόμοιο τοπικό λόγο πλευράς προς πάχος (a/t)*. Ο 2^{ος} λοβός είχε τα χαρακτηριστικά που συναντάμε σε κελύφη με κυκλική διατομή, μιας και η κατάρρευση πλησίαζε πιο πολύ στο κυκλικό άκρο. Ειδικότερα, σε όλες τις περιπτώσεις ήταν μορφής (4D) με εξαίρεση να αποτελεί το δοκίμιο 100b, που παρουσίασε μοτίβο (3D).

Όσον αφορά την παραμετρική ανάλυση, τις περισσότερες φορές η συμπεριφορά της υβριδικής γεωμετρικής δομής βρίσκεται ενδιάμεσα σ' αυτή που ορίζουν τα πυραμιδικά και κωνικά κελύφη. Εμφανή εξαίρεση, αποτελεί ο δείκτης ομοιομορφίας φορτίου CFE για μικρά (λ), όπου στην περίπτωση αυτή, παρουσιάζουν σημαντικό πλεονέκτημα έναντι των κελυφών με σταθερού σχήματος διατομή, με τα (h_c) να σημειώνουν υψηλότερες τιμές από τα (h_s). Η υπεροχή αυτή της υβριδικής γεωμετρίας, πιθανότατα οφείλεται στο γεγονός ότι γι' αυτό το εύρος (λ), η μετάβαση από την κυκλική στην τετραγωνική διατομή καθιστά το κέλυφος λιγότερο στιβαρό και πιο ευαίσθητο στον λυγισμό, μη επιτρέποντας στο φορτίο να πάρει τιμές πολύ μεγαλύτερες από το μέσο φορτίο (σε σχέση με τα πυραμιδικά και κωνικά κελύφη). Μιλώντας πάντα για τα υβριδικής γεωμετρίας κελύφη, η αύξηση του (λ) σε όλες τις περιπτώσεις, σήμαινε την αύξηση των (W), (P_m) (P_{max}), (P_b) και πτώση του CFE.

Η γεωμετρική δομή που μελετήθηκε, παρουσιάζει μεγαλύτερη πολυπλοκότητα σχήματος έναντι των κωνικών και πυραμιδικών κελυφών, πράγμα που πιθανότατα ανεβάζει το κόστος παραγωγής, χωρίς ουσιαστικά να εμφανίζει κάποιο σαφές πλεονέκτημα στους περισσότερους δείκτες αξιολόγησης των απορροφητών ενέργειας (W , P_m , P_{max}). Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, εξαίρεση αποτελεί ο συντελεστής CFE για μικρούς λόγους (λ), όπου οι τιμές των κελυφών (h) είναι αρκετά υψηλότερες, παρουσιάζοντας διαφορές 3.9% έως 13.2%. Συνεπώς, αν σε κάποιες εφαρμογές απαιτείται φτηνό υλικό, κέλυφος χωρίς επένδυση (π.χ. πολυμερούς αφρού), μεγάλο δείκτη ομοιομορφίας, μεγάλη κωνικότητα και οι πιθανές διαφορές στο κόστος κατασκευής δεν παίζουν σημαντικό ρόλο, τότε τα κελύφη υβριδικής γεωμετρίας φαίνονται καλή λύση.

* Με τον όρο «τοπικό» λόγο (a/t), δίνεται έμφαση στον λόγο (a/t) κοντά στην περιοχή που παρουσιάζεται ο αξ. λοβός. Αφορμή στάθηκε η μελέτη [24], που αναφέρει ότι σε περιπτώσεις τετραγωνικών πυραμίδων με μεγάλες γωνίες ημικορυφής (φ), παρουσιάστηκε ένας «εκτατός» τρόπος κατάρρευσης κοντά στο στενό άκρο, δηλ. το άκρο με μικρό τοπικό λόγο (a/t). Επίσης, στην περίπτωση της υβριδικής γεωμετρίας ο λόγος (a/t) έχει νόημα μόνο σε διατομές κοντά στην τετραγωνική βάση, μιας και οι διατομές μακριά από αυτήν μοιάζουν περισσότερο σε κύκλο.

Για μελλοντική διερεύνηση αυτής της δομής, προτείνεται μια πειραματική παραμετρική ανάλυση, με δοκίμια όμοια με τα μοντέλα της παρούσας αριθμητικής παραμετρικής ανάλυσης* και πολλαπλότητας >1 . Επίσης, εφόσον τα χαλύβδινα ελάσματα προέρχονται από παραγωγική διαδικασία που εισάγει ανισοτροπία, καλό θα είναι να γνωρίζουμε της μηχανικές τους ιδιότητες σε κάθε κατεύθυνση. Για παράδειγμα, αν το χαλύβδινο φύλλο δημιουργηθεί με έλαση (το πιθανότερο), είναι προτιμότερο η κατεύθυνση της έλασης να είναι αξονική ή εφαπτομενική του τελικού κελύφους. Με αυτόν τον τρόπο πιθανόν να περιορίσουμε την ασύμμετρη κατάρρευση των κελυφών που παρουσιάστηκε κατά την πειραματική διαδικασία

Τέλος, η παραμετρική ανάλυση έγινε με σταθερό λόγο αξονικού ύψους προς περίμετρο μεγάλης βάσης (≈ 2.1) και περιμέτρου μεγάλης βάσης προς πάχος (≈ 285). Έτσι κρίνεται σκόπιμη η διερεύνηση αυτής της δομής και σε διαφορετικούς τέτοιους λόγους, αριθμητικά και πειραματικά. Εφόσον πραγματοποιηθούν τα παραπάνω και αποκτηθεί μια καλύτερη εικόνα για τη συμπεριφορά αυτής των κελυφών υβριδικής γεωμετρίας**, ενδιαφέρον θα προκαλούσε μια μελέτη με όμοια κελύφη και προσθήκη μεταλλικού ή πολυμερούς αφρού στο εσωτερικό τους.

* Το πάχος των αρ. μοντέλων είναι 1.1mm. Αυτό το πάχος πολύ δύσκολα θα βρεθεί σε τυποποιημένο χαλύβδινο έλασμα. Όμως τα αρχεία της αρ. προσομοίωσης είναι συνημμένα στον φάκελο στην εργασίας και πολύ εύκολα αυτή η διάσταση αλλάζει χωρίς να χρειαστεί ο επανασχεδιασμός των μοντέλων.

** Τα συμπεράσματα για τον τρόπο κατάρρευσης βγήκαν έχοντας δεδομένα από λιγοστά δοκίμια χωρίς καλή διαστατική ακρίβεια.

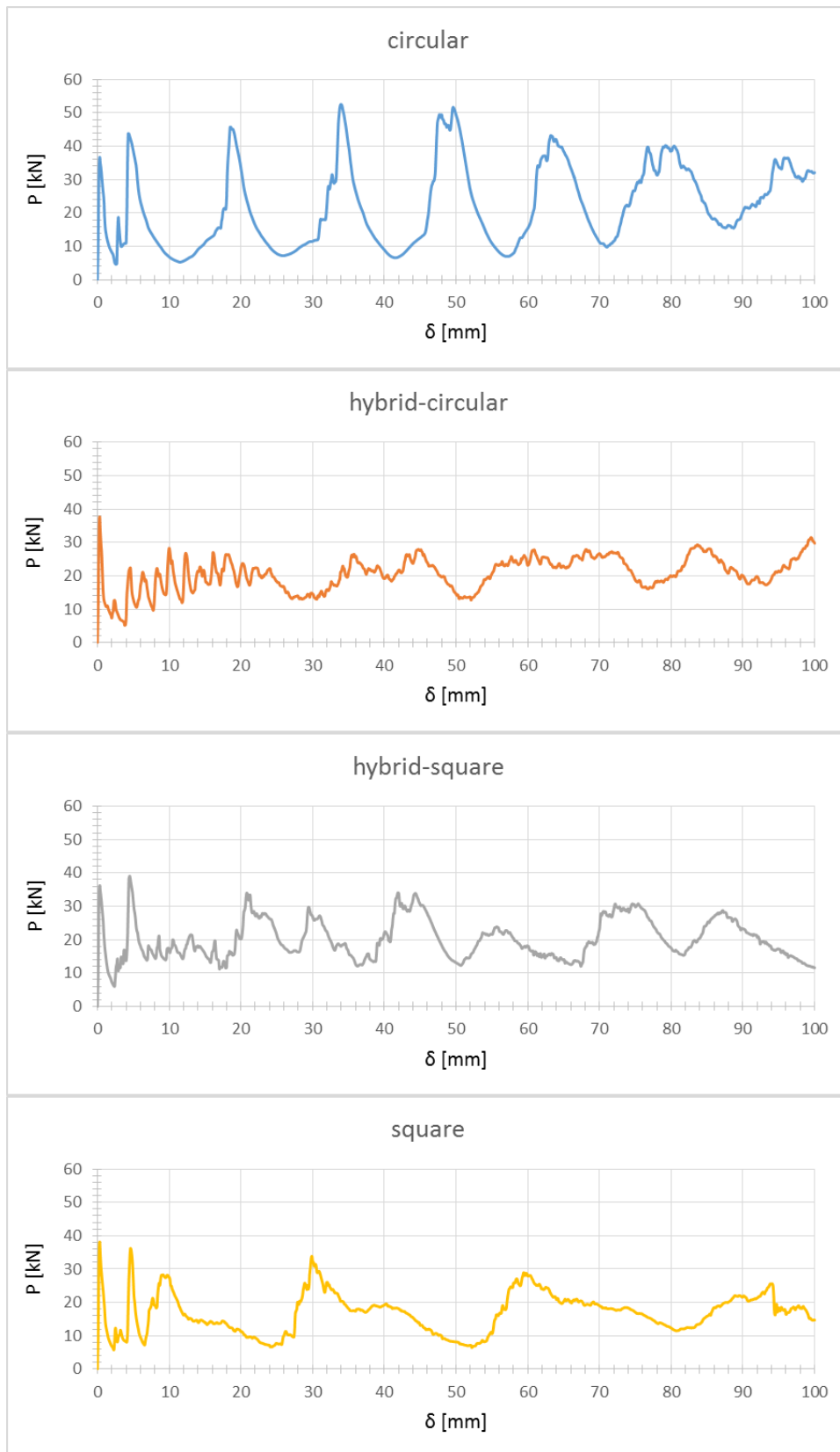
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Lu G, Yu T. Energy Absorption of Structures and Materials. Cambridge: Woodhead Publishing; 2003.
- [2] Alghamdi AAA. Collapsible impact energy absorbers: an overview. *Thin-Walled Structures* 2001;39:189–213.
- [3] <http://www.kathimerini.gr/> (22/8/2010).
- [4] <http://www.astynomia.gr/>
- [5] Johnson W. The elements of crashworthiness: scope and actuality. *Proc Instn Mech Engrs, Part D: J Automobile Engineering* 1990;204:255–73.
- [6] <https://en.wikipedia.org/wiki/>
- [7] <http://web.iitd.ac.in/> (Mukherjee S, Chawla A. Human Tolerance and Crashworthiness. Delhi: IIT)
- [8] Kwon YW, Bang HC. The finite element method using matlab. 2nd ed. New York: CRC Press; 2000.
- [9] <http://www.lstc.com/>
- [10] Olabi AG, Morris Edmund, Hashmi MSJ. Metallic tube type energy absorbers: A synopsis, *Thin-Walled Structures* 2007;45:706–26.
- [11] Gibson LJ, Ashby MF. *Cellular Solids: Structure and Properties*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press; 1997.
- [12] Al-Hassani STS, Johnson W, Lowe WT. Characteristics of inversion tubes under axial loading. *J Mech Engng Sci* 1972;14(6):370-81.
- [13] Miscow P, Al-Qureshi H. Mechanics of static and dynamic inversion processes. *Int J Mech Sci* 1997;39(2):147–61.
- [14] Huang X, Lu G, Yu T. On axial splitting and curling of circular metal tubes. *Int J Mech Sci* 2002;44(11):2369–91.
- [15] Baroutaji A, Gilchrist MD, Olabi AG. Quasi-static, impact and energy absorption of internally nested tubes subjected to lateral loading. *Thin-Walled Structures* 2016;98:337–50.
- [16] Thomas SG, Reid SR, and Johnson W. Large deformations of thin-walled circular tubes under transverse loading – I: An experimental survey of the bending of simply supported tubes under a central load. *Int J Mech Sci* 1976;18:325.
- [17] <http://www.fgg.uni-lj.si/>
- [18] Μανωλάκος ΔΕ. Σημειώσεις του μαθήματος: Κατεργασίες Ι. Αθήνα: Τυπογραφείο ΕΜΠ;2010.
- [19] <http://www.codecogs.com/>
- [20] Andrews KRF, England GL, Ghani E. Classification of the axial collapse of circular tubes under quasi-static loading. *Int J Mech Sci* 1983;25:687–96.
- [21] Alexander JM, An approximate analysis of the collapse of thin cylindrical shells under axial loading. *Quart J Mech Appl Math* 1960;13:10-5.
- [22] Timoshenko SP, Gere JM. *Theory of elastic stability*. New York: McGraw-Hill; 1961.
- [23] Johnson W, Soden PD, Al-Hassani STS. Inextensional collapse of thin-walled tubes under axial compression. *J Strain Anal* 1977;12-4.
- [24] Mamalis AG, Manolakos DE, Viegelhan GL. The axial crushing of thin PVC tubes and frusta of square cross-section. *Int J Impact Engng* 1989;8(3):241–64.

- [25] Mamalis AG, Manolakos DE, Viegelaan GL, Vaxevanidis NM, Johnson W. On the inextensional axial collapse of thin PVC conical shells. *Int J Mech Sci* 1986;28(5):323-35.
- [26] Johnson W, Mamalis AG. *Crashworthiness of Vehicles*. London: Mechanical Engineering Publications; 1978.
- [27] Meng Q, Al-Hassani STS, Soden PD, Axial crushing of square tubes. *Int J Mech Sci* 1983;25(9-10):747-73.
- [28] Mamalis AG, Manolakos DE, Saigal S, Viegelaan GL, Johnson W. Extensible plastic collapse of thin-wall frusta as energy absorbers. *Int J Mech Sci* 1986;28(4): 219-29.
- [29] <http://www.directindustry.com/>
- [30] <http://www.azom.com/>
- [31] Βουρεξάκης Λ. Μελέτη της συμπεριφοράς μη κανονικών λεπτότοιχων πυραμίδων σε αξονική καταπόνηση. Αθήνα: Διπλωματική Εργασία ΕΜΠ; 2015.
- [32] Mamalis AG, Johnson W. The quasi-static crumpling of thin-walled circular cylinders and frusta under axial compression. *Int J Mech Sci* 1983;25(9-10):713-32.

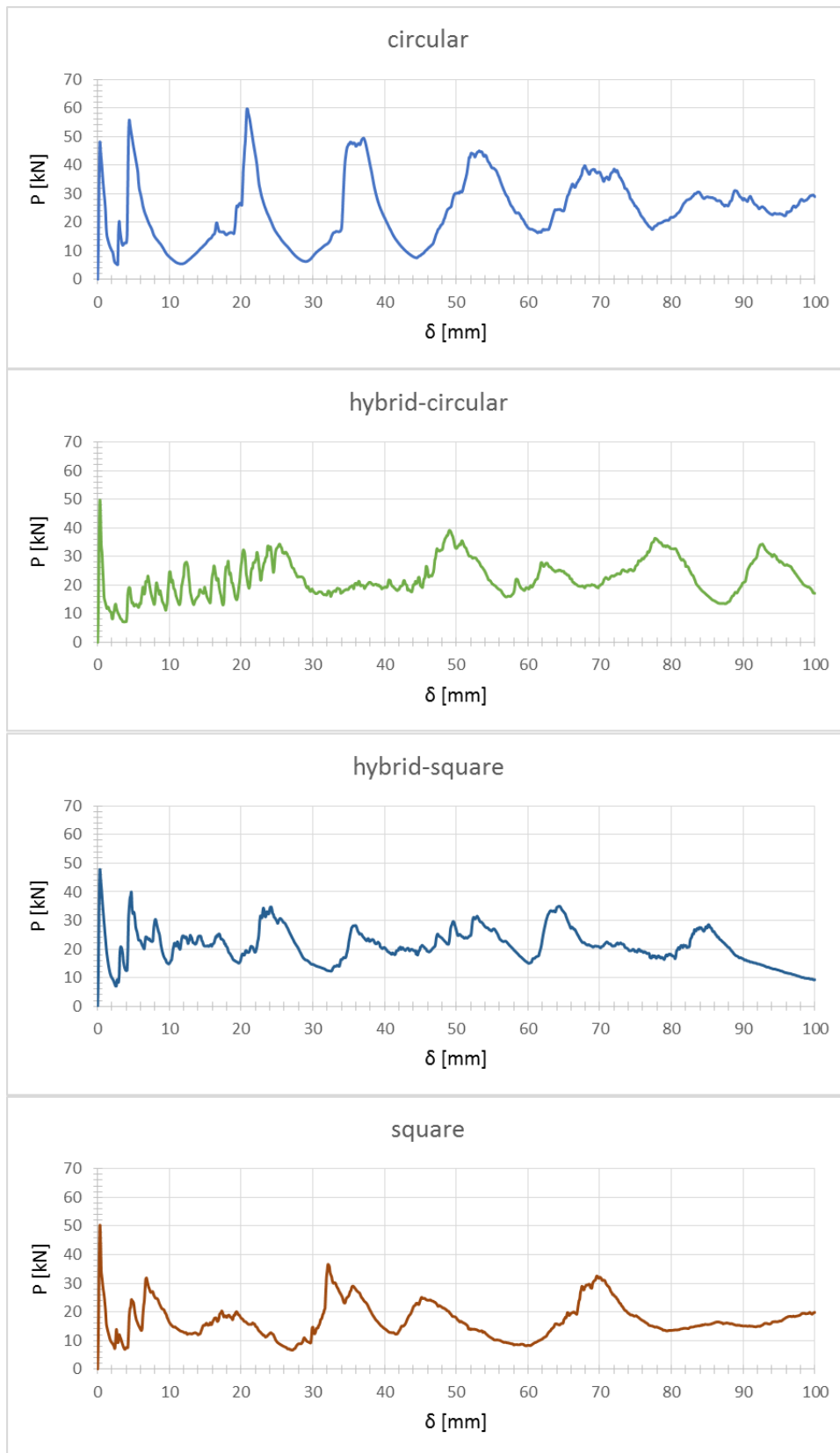
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: Α

$\lambda=0.32$



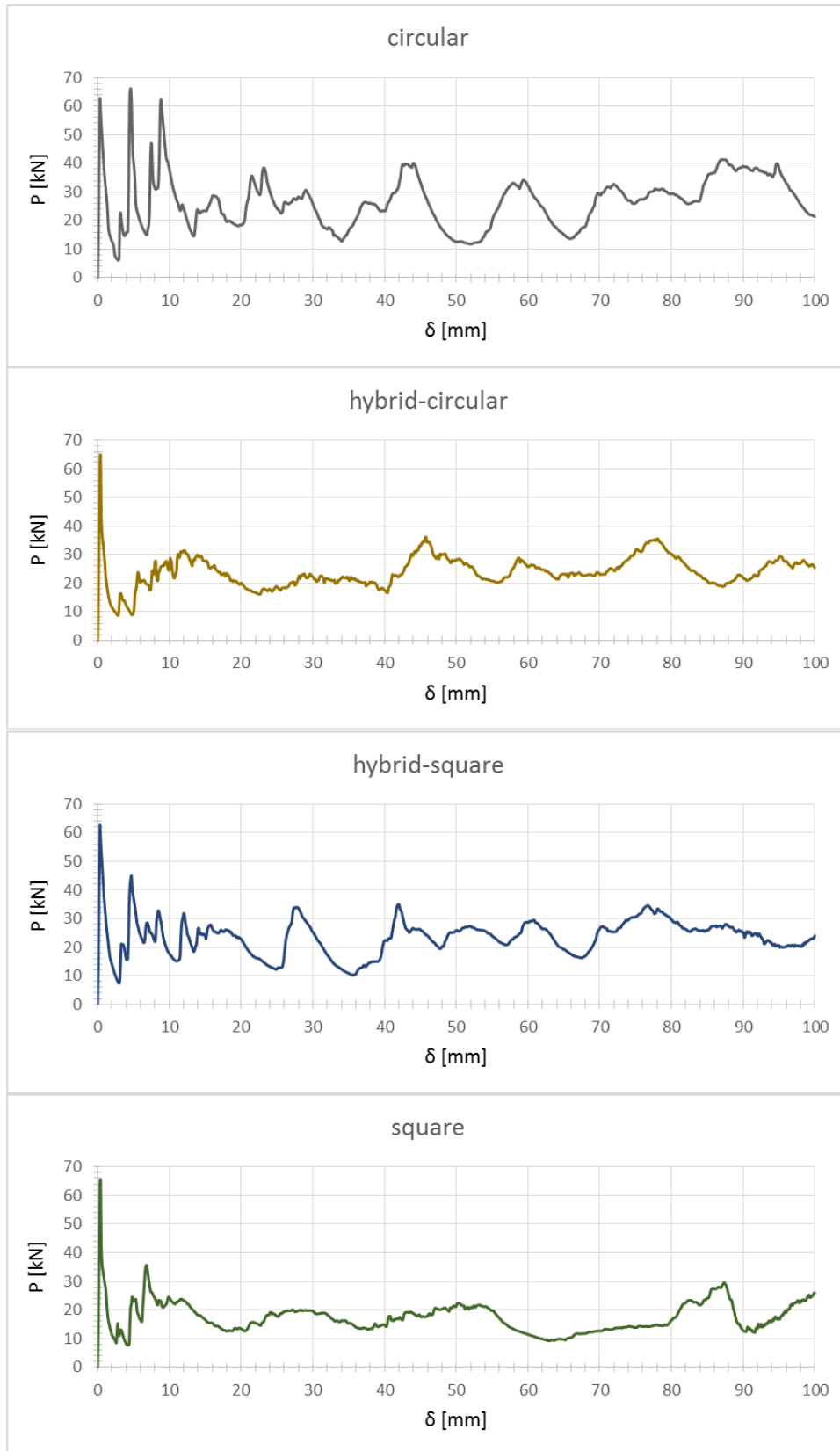
Εικόνα Α.1. Διαγράμματα P- δ για τα κελύφη με $\lambda=0.32$.

$\lambda=0.42$



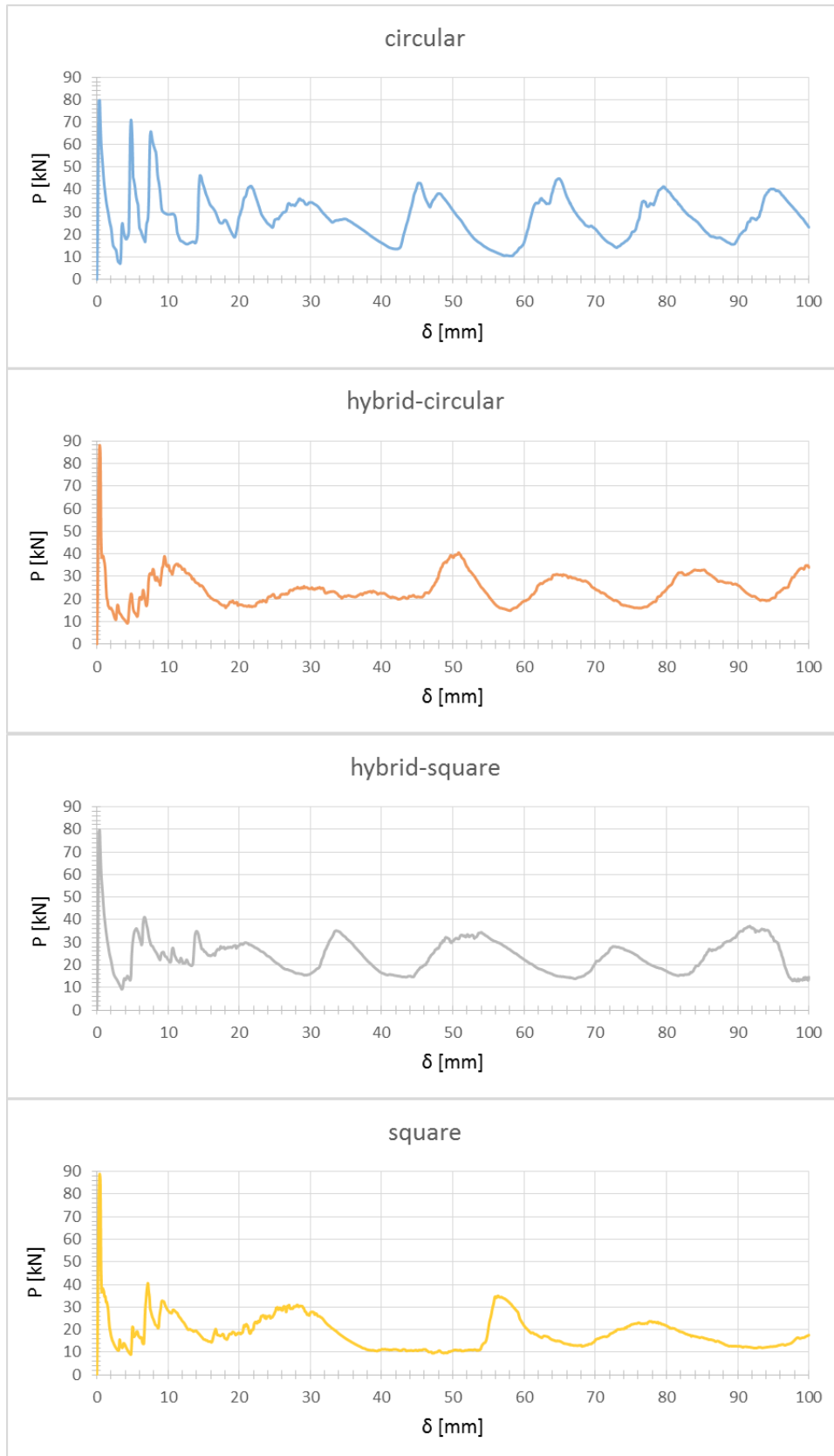
Εικόνα Α.2. Διαγράμματα P-δ για τα κελύφη με $\lambda=0.42$.

$\lambda=0.56$



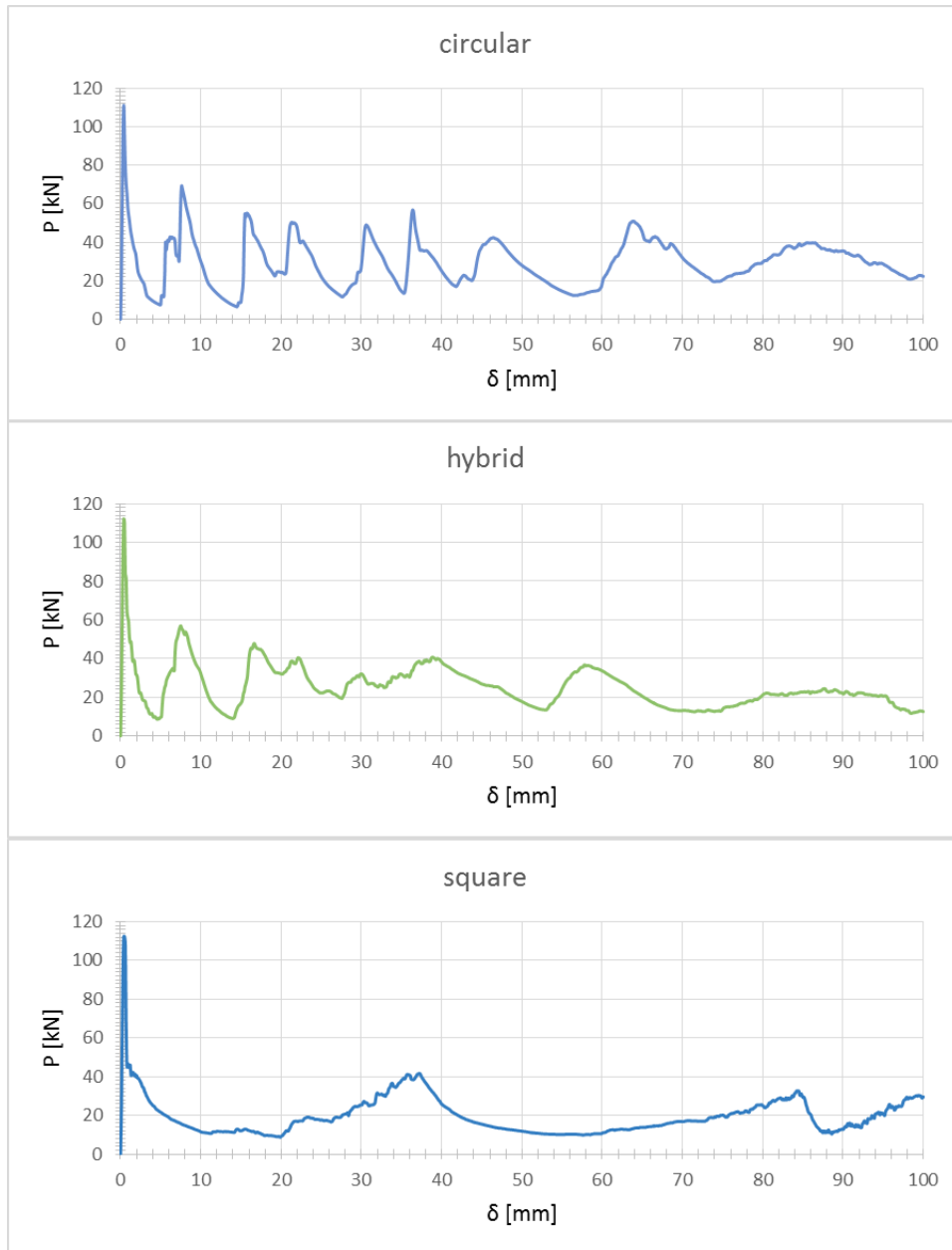
Εικόνα Α.3. Διαγράμματα P- δ για τα κελύφη με $\lambda=0.56$.

$\lambda=0.75$



Εικόνα Α.4. Διαγράμματα P- δ για τα κελύφη με $\lambda=0.75$.

$\lambda=1.0$



Εικόνα Α.5. Διαγράμματα P- δ για τα κελύφη με $\lambda=1.0$.

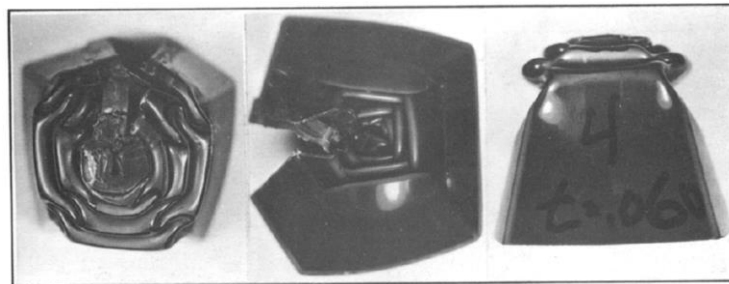
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

ΠΙΝΑΚΑΣ Β.1

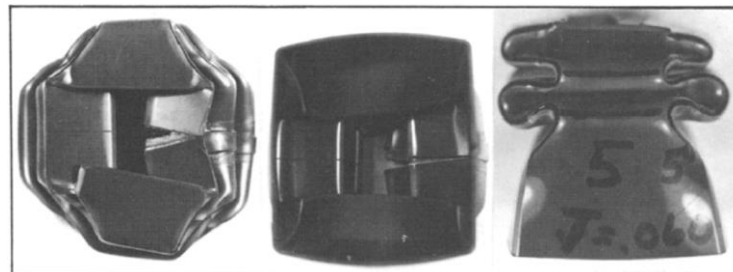
Spec. No.	Bottom dimen. α_1 (mm)		Top dimens α_{n+1} (mm)		Mean Thickness dimen. α^a	Thickness t (mm)	Length L (mm)	Semi-apical angle ϕ (°)	t/α	Buckling load, kN	
	Face	Seam	Face	Seam						Peak load P_{max}	Mean post-buckling load, P
2A	36.7	35.9	56.6	59.2	46.7	1.42	126.0	7	0.030	5.38	2.05
3A	13.6	12.4	59.4	58.3	36.5	1.45	127.9	14	0.040	4.40	2.22
4A	12.1	11.7	57.0	58.8	34.6	0.74	127.8	14	0.021	1.47	0.71
2B	36.2	34.9	53.2	58.3	44.7	1.45	126.4	7	0.032	5.52	2.05
3B	35.9	35.9	56.1	56.1	46.0	0.79	127.2	7	0.017	1.38	0.53
4B	34.3	34.3	55.5	55.5	44.9	0.79	133.5	7	0.018	1.25	0.40
3C	12.6	12.6	57.1	58.4	34.9	1.50	124.7	14	0.043	4.71	2.14
4C	12.3	12.3	56.2	58.1	34.3	0.81	128.0	14	0.024	1.44	0.64
2D	33.7	34.3	55.9	56.5	44.8	0.76	127.0	7	0.017	1.47	0.53
3D	3.3	3.8	54.6	54.0	29.0	0.76	126.4	16	0.026	0.53	0.62
4D	6.4	6.8	58.4	57.4	32.4	1.52	126.9	16	0.047	6.23	4.80
5D	36.2	35.6	58.4	57.8	47.3	1.52	126.4	7	0.032	5.76	2.14

^a $\alpha = (\alpha_1 + \alpha_{n+1})/2$ at a face dimension

Πίνακας Β.1. Συγκεντρωτικά αποτελέσματα πειραμάτων αξονικής οιονεί στατικής κατάρρευσης λεπτότοιχων πυραμιδικών δοκιμίων, κατασκευασμένα από P.V.C. [24].



Εικόνα Β.1. Τελικές όψεις δοκιμίου 4D του πίνακα Β.1, [24].



Εικόνα Β.2. Τελικές όψεις δοκιμίου 5D του πίνακα Β.1, [24].

Ο πίνακας Β.2 παρουσιάζει τα αποτελέσματα της αξονικής οιονεί στατικής κατάρρευσης πυραμιδικών κελυφών τετραγωνικής διατομής από μαλακό χάλυβα. Οι πρώτοι δύο αριθμοί στην ονομασία κάθε δοκιμίου συμβολίζουν τις ονομαστικές διαστάσεις των πλευρών της κάθε βάσης, ενώ ο τρίτος την εκκεντρότητα των δύο βάσεων. Με τον αριθμό 1 συμβολίζεται το κέλυφος με μηδενική εκκεντρότητα. Τα δοκίμια έχουν ύψος 150mm και πάχος 1.5mm [31].

ΠΙΝΑΚΑΣ Β.2

Δοκίμιο	P _{max} (kN)	δ _{P_{max}} (mm)	P _m (kN)	CFE (%)	W (kJ)
40-100-1	60.5	1.9	35.2	58.2	3.5
40-100-2	57.1	1.9	30.7	53.8	3.1
40-100-3	54	2.2	27.8	51.5	2.8
40-100-4	47.1	89.9	27.9	59.2	2.8
40-100-5	47.5	1.1	27.2	58.5	2.7
40-100-6	47.7	1.6	30.9	64.8	3.1
40-100-7	44.1	1.5	25.2	57.1	2.5
40-100-8	49.6	2.1	29.2	58.9	2.9
40-100-9	45.3	1.3	26.6	58.7	2.7
40-100-10	48.3	1.5	28.8	59.6	2.9
50-100-1	52.5	1.7	27.6	52.6	2.8
50-100-2	53.4	1.6	27.5	51.5	2.76
50-100-3	48.2	1.8	34	70.5	3.41
60-100-1	61.7	1.4	26.1	42.3	2.62
60-100-2	63.4	1.7	32.7	51.6	3.27
60-100-3	60.3	1.9	35.1	58.2	3.52

Πίνακας Β.2. Συγκεντρωτικά αποτελέσματα πειραμάτων αξονικής οιονεί στατικής κατάρρευσης πυραμιδικών δοκιμίων (βλ. πίνακα 4.1 σελ. 129 της [31]).

ΠΙΝΑΚΑΣ Β.3

Specimen No.	Shape	Semi apical angle ϕ (°)	Axial length L(mm)	Wall thickness t(mm)	Outside diameter (mm)		D/t	Initial peak P	Buckling load (kN)			Pugsley and Macaulay	
					Top end D	Bottom end d			Mean \bar{D}	Mean \bar{P}	Yield end load** P_Y		Experimental
1	Cylinder	0	127.1	2.39	63.1	63.1	26.4	58.7	35.4	104.8	0.338	0.384	
4	Cylinder	0	127.1	1.27	60.9	60.9	48.0	26.0	11.9	54.7	0.217	0.282	
13	Cylinder	0	127.0	0.89	60.6	60.6	68.1	20.7	8.2	38.4	0.214		0.167
14	Cylinder	0	127.0	0.74	60.0	60.0	81.0	13.3	5.6	31.7	0.177		0.160
10	Cylinder	0	127.0	0.51	59.3	59.3	116.3	6.2	2.4	21.7	0.111		0.148
2	Frustum	5	126.8	2.39	63.6	41.4	22.4	44.7	28.6	67.4	0.425		
5	Frustum	5	127.1	1.27	63.6	41.3	42.2	20.7	10.2	36.7	0.278		
12	Frustum	5	127.1	0.97	63.5	41.3	55.2	14.7	6.6	28.3	0.233		
15	Frustum	5	127.1	0.74	63.5	41.3	72.2	11.4	4.5	21.7	0.207		
11	Frustum	5	127.1	0.51	63.6	41.3	105.1	5.8	1.8	15.0	0.120		
3	Frustum	10	127.1	2.36	63.6	18.7	20.0	22.2	25.9	27.9	0.930		
6	Frustum	10	127.1	1.27	63.6	18.7	36.9	10.9	9.5	16.0	0.594		
9	Frustum	10	127.1	0.48	63.6	18.7	97.7	3.6	2.1	6.3	0.332		
17	Frustum	10	127.2	0.23	63.5	18.6	203.5	1.3	0.7	3.1	0.229		

* Mean outside diameter $\bar{D} = \sqrt{(D^2+d^2)}/2$ where $d = D-2L\tan\phi$ for frusta

** Yield end load: $P_Y = Y\pi t (d-t)$ ($Y = 0.23 \text{ kN/mm}^2$ from Fig. 1)

Πίνακας Β.3. Συγκεντρωτικά αποτελέσματα πειραμάτων αξονικής οιοει στατικής κατάρρευσης λεπτότοιχων δοκιμίων με κυκλική διατομή, κατασκευασμένα από P.V.C. [32].

ΠΙΝΑΚΑΣ Β.4

Specimen No.	Shape	Semi-apical angle (°)	Axial length L (mm)	Wall thickness t (mm)	Outside diameter (mm)		t/\bar{D}	Number of lobes	Initial peak P_{max}	Buckling Load (kN)		\bar{P}/P_Y	P_Y^\dagger
					Top D	Bottom d				Ext.	Theor.		
1 (2)†	Frustum	5	126.8	2.39	63.6	41.4	0.046	1	44.7	31.3	29.5	0.464	67.4
2 (5)	"	5	127.1	1.27	63.6	41.3	0.024	1	20.7	12.2	11.4	0.332	36.7
3 (12)	"	5	127.1	0.97	63.5	41.3	0.019	1	14.7	8.1	7.6	0.286	28.3
4 (15)	"	5	127.1	0.74	63.5	41.3	0.014	1	11.4	5.8	5.1	0.267	21.7
5 (22)	"	5	126.9	1.19	63.6	40.8	0.023	1	52.4	24.8	22.2	0.335	74.1
6 (3)	"	10	127.1	2.36	63.6	18.7	0.057	1	22.2	19.9	20.5	0.713	27.9
7 (6)	"	10	127.1	1.27	63.6	18.7	0.031	1	10.9	7.6	7.9	0.475	16.0
8 (9)	"	10	127.1	0.48	63.6	18.7	0.012	1	3.6	2.2	1.8	0.349	6.3
9 (17)	"	10	127.2	0.23	63.5	18.6	0.006	1	1.3	0.6	0.6	0.194	3.1
10 (24)	"	10	126.8	2.41	63.4	18.9	0.059	1	57.5	48.2	46.2	0.772	62.4
11 (25)	"	10	127.1	1.27	63.4	18.7	0.031	1	30.5	20.1	17.3	0.579	34.7
12 (26)	"	10	127.2	0.48	63.4	18.7	0.012	1	11.1	5.0	4.0	0.365	13.7
13 (29)	"	10	127.1	0.28	63.4	18.4	0.007	1	5.0	2.0	1.8	0.252	7.95
14 (8)	Cone	14.35	120.4	2.60	70.5	10.5	0.064	4	4.9	1.4	1.5	1.217	4.25
15 (9)	"	14.35	122.8	1.50	68.0	5.2	0.041	1	1.4	0.8	0.8	1.304	1.15
16(10)	"	14.35	122.1	1.00	67.0	4.2	0.028	1	0.8	0.8	0.8	1.112	0.72

Πίνακας Β.4. Συγκεντρωτικά αποτελέσματα πειραμάτων αξονικής οιονεί στατικής κατάρρευσης δοκιμίων με κυκλική διατομή, [28].