ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΙΙ
ΑΝΑΛΥΣΗΣ, ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Μεθοδολογίες Συγχρονισμένης Βελτιστοποίησης της Δρομολόγησης Στόλου Οχημάτων και Ρύθμισης των Αποθεμάτων στα Σημεία Τελικής Κατανάλωσης

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΤΟΥ ΣΠΟΥΔΑΣΤΗ
ΣΤΑΜΑΤΟΠΟΥΛΟΥ ΑΛΚΙΒΙΑΔΗ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
ΣΑΡΙΜΒΕΗΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ

ΑΘΗΝΑ
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2015

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ II: ΑΝΑΛΥΣΗΣ, ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Μεθοδολογίες Συγχρονισμένης Βελτιστοποίησης της Δρομολόγησης Στόλου Οχημάτων και Ρύθμισης των Αποθεμάτων στα Σημεία Τελικής Κατανάλωσης

Διπλωματική Εργασία του Σπουδαστή: Σταματόπουλου Αλκιβιάδη

Επιβλέπων Καθηγητής: Σαρίμβεης Χαράλαμπος, Αναπληρωτής Καθηγητής

Συνεπίβλεψη: Νικολακόπουλος Αθανάσιος

Τριμελής Επιτροπή: Σαρίμβεης Χαράλαμπος, Αναπληρωτής Καθηγητής
Διακουλάκη Δανάη, Καθηγήτρια
Τσακανίκας Άγγελος, Επίκουρος Καθηγητής

ΑΘΗΝΑ

ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2015

Καθώς η εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας φτάνει στο τέλος της, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Χαράλαμπο Σαρίμβεη και τον κ. Θανάση Νικολακόπουλο για την άριστη συνεργασία που είχαμε καθ' όλη την διάρκειά της. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου αλλά και τους φίλους και συμφοιτητές μου, οι οποίοι με στήριξαν σε όλο αυτό το διάστημα.

Περιεχόμενα

Λίστα Σχημάτων

Λίστα Πινάκων

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία αναπτύχθηκε μεθοδολογία βελτιστοποίησης στο πρόβλημα δρομολόγησης αποθεμάτων υγραερίου με ταυτόχρονη ρύθμιση αποθεμάτων στα σημεία τελικής κατανάλωσης. Η διανομή του υγραερίου γίνετε σε φιάλες, από κεντρικό σημείο διανομής προς αποθήκες πελατών με συγκεκριμένη χωρητικότητα. Το πρόβλημα που αναλύεται αποτελεί βασικό κομμάτι της εφοδιαστικής αλυσίδας και της διοικητικής μέριμνας και αφορά την στρατηγική διαχείρισης των αποθεμάτων του καταναλωτή από τον πωλητή (Vendor Managed Inventory). Τα μαθηματικά μοντέλα που αναπτύχθηκαν ανήκουν στην κατηγορία προβλημάτων μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού. Η δρομολόγηση αποθεμάτων αποτελεί εξέλιξη παλαιότερων και απλούστερων προβλημάτων όπως το «πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή» και το «πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων», των οποίων τα μοντέλα έχουν μετασκευαστεί ώστε να περιγράψουν τα πρωτότυπα προβλήματα της παρούσας εργασίας. Η υπόθεση εργασίας χωρίζεται σε δύο σκέλη.

Το πρώτο σκέλος της υπόθεσης εργασίας αποτελείται από την δημιουργία ενός έγκυρου μοντέλου βελτιστοποίησης του απλού προβλήματος δρομολόγησης αποθεμάτων για διανομή φιαλών υγραερίου σε πολλές περιόδους. Το μοντέλο είναι μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού και εκτός από την παράδοση γεμάτων φιαλών στους πελάτες, προτυποποιεί και τη συλλογή άδειων φιαλών από αυτούς. Οι λύσεις προκύπτουν από αναλυτική μεθοδολογία επίλυσης για την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους που προκύπτει ως άθροισμα τού κόστους αποθεμάτων και του κόστους διανομής.

Στο δεύτερο σκέλος μελετάται το ίδιο πρόβλημα αλλά με ταυτόχρονη χρήση προβλεπτικού μοντέλου με σκοπό την κάλυψη της ανάγκης ρύθμισης των αποθεμάτων στους πελάτες, υπό το πρίσμα της αβεβαιότητας στο προφίλ της ζήτησης. Η παραπάνω ανάγκη πηγάζει από την προσπάθεια γεφύρωσης της ζήτησης με την προσφορά, μείωσης του χρόνου παραμονής των αποθεμάτων στις αποθήκες και ταυτόχρονα μείωσης του κόστους τους. Η μεθοδολογία εξετάστηκε σε τριάντα σενάρια διανομής φιαλών υγραερίου στα οποία μεταβλήθηκαν ο αριθμός των πελατών καθώς και το εύρος του χρονικού ορίζοντα. Στην μέθοδο αυτή εφαρμόστηκε ειδική τεχνική

γραμμικοποίησης των μη γραμμικών όρων της αντικειμενικής συνάρτησης, μειώνοντας έτσι τον απαιτούμενο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης αλλά και αυξάνοντας την βεβαιότητα της βελτιστότητας των λύσεων.

Τα αποτελέσματα καθώς και τα συμπεράσματα που προκύπτουν αναδεικνύουν τα πλεονεκτήματα της χρήσης μεθοδολογίας ρυθμιστικού προβλεπτικού μοντέλου στον έλεγχο δρομολόγησης αποθεμάτων, αφενός με την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους διανομής και αφετέρου με την αποσόβηση του κινδύνου εξάντλησης αποθεμάτων. Ταυτόχρονα η μεθοδολογία αποτελεί ένα εργαλείο διοικητικών αποφάσεων παρέχοντας την δυνατότητα απόδοσης βαρύτητας και ευελιξίας σε προτίμηση ελαχιστοποίησης του συνολικού κόστους ή του ρίσκου εξάντλησης των αποθεμάτων του πελάτη.

Title

Methodology for Synchronous Optimization of Fleet Routing and Inventory Control at the Points of Final Consumption

Case study: Industrial Gas Distribution

ABSTRACT

In the present work an optimization methodology has been developed for the industrial gas inventory routing problem with simultaneous inventory control at the final consumption points. The LPG small tanks are distributed from a central distribution point (depot) to customers of specific storage capacity. The problem discussed is a key part of the supply chain and logistics and applies to the Vendor Managed Inventory strategy. The proposed mathematical models belong to the class of mixed integer linear programming problems. The inventory routing problem is an evolution of earlier and simpler problems like the “travelling salesman problem” and the “vehicle routing problem”. The case study consists of two parts.

The first part of the case study consists of the creation of a valid optimization model for a simple inventory routing problem for the distribution of LPG bottles with the twofold objective of minimizing the transportation and the inventory costs. It is a mixed integer linear programming model, that apart from delivering full bottles to customers, it also models the reverse logistics of the backhauling of the empty bottles. The solutions are produced by an analytical methodology to optimize the total cost incurred as a sum of inventory and distribution cost.

In the second part of the case study tackles the same problem with additional use of a predictive model in order to meet the need for the control of customers’ inventories. This stems from the need to match the demand with supply, avoid shortages, reduce the residence times of stocks in warehouses and at the same time reduce the cost. The methodology was tested in thirty gas distribution scenarios in which the number of customers and the number of periods were varied. Moreover exact linearization techniques were applied

for the non linear terms of the objective function, thus reducing the computational times required and certifying the optimality of the solutions.

The produced results highlight the advantages of using a predictive control model for the optimization of inventory routing problems firstly by minimizing the total distribution cost and secondly by averting the risk of stock out. Moreover, the methodology provides a decision management tool that enables the weighting of choices for targeting the cost minimization or for minimizing the risk of customers' inventory depletion in face of uncertain demand profiles.

1.Εφοδιαστική Αλυσίδα – Logistics

1.1 Εισαγωγή – Ορισμός

Τα τελευταία χρόνια με την ραγδαία ανάπτυξη της τεχνολογίας και της επιστήμης των υπολογιστών, κρίθηκε αναγκαία η αντίστοιχη ανάπτυξη και στο επίπεδο των επιχειρήσεων. Είναι ζωτικής σημασίας λοιπόν η δημιουργία και η χρήση νέων μέσω και διαδικασιών που θα βελτιστοποιούν τις λειτουργίες τους και κατ' επέκταση θα μεγιστοποιούν τα κέρδη τους. Η αναζήτηση αυτή, νέων και πιο αποτελεσματικών στρατηγικών από τις εταιρείες, οφείλεται προφανώς στον έντονο ανταγωνισμό που επικρατεί εδώ και δεκαετίες σε εγχώριο, αλλά και παγκόσμιο επίπεδο.

Ο έντονος ανταγωνισμός στις σημερινές παγκόσμιες αγορές, η εισαγωγή προϊόντων με σύντομο κύκλο ζωής και οι υψηλές προσδοκίες των καταναλωτών ανάγκασαν τις επιχειρήσεις να επενδύσουν και να εστιάσουν την προσοχή τους στην εφοδιαστική αλυσίδα. Αυτό, σε συνδυασμό με τη συνεχιζόμενη πρόοδο στις επικοινωνίες και τις τεχνολογίες μεταφορών υποκίνησαν τη συνεχόμενη εξέλιξη της εφοδιαστικής αλυσίδας και των τεχνικών διαχείρισής της. Με τον όρο Εφοδιαστική Αλυσίδα εννοούμε όχι μόνο τη ροή υλικών από τον προμηθευτή πρώτων υλών ή τον κατασκευαστή μέχρι τον τελικό καταναλωτή, αλλά παράλληλα και τη ροή πληροφοριών μεταξύ των μελών της ίδιας αλυσίδας.

Οι ορισμοί για την εφοδιαστική αλυσίδα ή την διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδας (ΔΕΑ) ποικίλουν. Μερικοί από αυτούς είναι οι εξής:

α)Εφοδιαστική αλυσίδα είναι ένα δίκτυο εσωτερικά συνδεδεμένων επιχειρήσεων που συμμετέχουν στην απώτερη παροχή πακέτων προϊόντων και υπηρεσιών, τα οποία απευθύνονται στους τελικούς καταναλωτές (Harland, 1996)

β) Η διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδας είναι ο συστηματικός, στρατηγικός συντονισμός των παραδοσιακών επιχειρηματικών λειτουργιών μέσα στην επιχείρηση και μεταξύ των επιχειρήσεων μέσα στην εφοδιαστική αλυσίδα, για τους σκοπούς βελτίωσης της μακροπρόθεσμης απόδοσης των μεμονωμένων επιχειρήσεων και της εφοδιαστικής αλυσίδας ως σύνολο. **[3]**

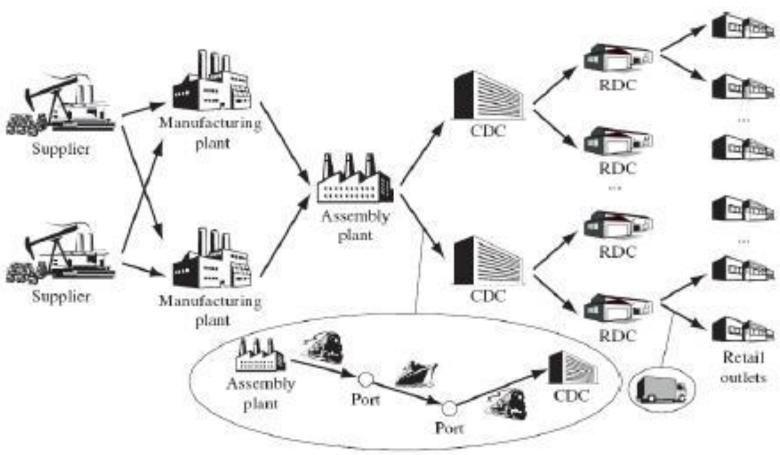
Τα Logistics αποτελούν κομμάτι της εφοδιαστικής αλυσίδας και ορίζοντας ως η διαχείριση της ροής προϊόντων μεταξύ του σημείου προέλευσης τους και του σημείου της κατανάλωσης, ώστε να ανταποκριθεί στις απαιτήσεις των πελατών ή εταιρειών. Οι πόροι που διαχειρίζονται σε επίπεδο υλικοτεχνικής υποδομής μπορεί να περιλαμβάνουν φυσικά στοιχεία, όπως τα τρόφιμα, τα υλικά, τα ζώα, τον εξοπλισμό και τα υγρά, καθώς και αφηρημένα στοιχεία, όπως είναι ο χρόνος και οι πληροφορίες. Τα logistics των φυσικών αντικειμένων συνήθως περιλαμβάνει την ολοκλήρωση της ροής των πληροφοριών, η οποία αποτελείται από των χειρισμό των υλικών, την παραγωγή, τη συσκευασία, την απογραφή, την μεταφορά, την αποθήκευση, και συχνά την ασφάλεια **[4]**.

Η διαχείρισή της γίνεται σε δύο επίπεδα:

• **Επίπεδο προγραμματισμού:** στο επίπεδο αυτό, αναλύονται τα δεδομένα προμηθειών, αναλώσεων παραγωγής, αποθεματοποίησης και πωλήσεων, γίνονται προβλέψεις και πλάνα πάνω στα οποία βασίζεται ο προγραμματισμός.

• **Επίπεδο εκτέλεσης:** στο στάδιο αυτό εκτελείται το πλάνο που έχει καθοριστεί στο

επίπεδο προγραμματισμού και παρακολουθείται η εξέλιξή του βάσει των δεδομένων και πληροφοριών που συλλέγονται από όλο το εύρος της εφοδιαστικής αλυσίδας. Μια τυπική εφοδιαστική αλυσίδα αποτελείται από προμηθευτές, κατασκευαστικά κέντρα, αποθήκες εμπορευμάτων, κέντρα διανομής, πρώτες ύλες και αποθέματα. Οπότε, για να μειωθούν τα κόστη και να βελτιωθούν τα επίπεδα υπηρεσιών, οι πολιτικές που θα ακολουθηθούν πρέπει να λάβουν υπόψη τις αλληλεπιδράσεις στα παραπάνω επίπεδα της εφοδιαστικής αλυσίδας **[1]**.



Σχήμα 1: Απεικόνιση Εφοδιαστικής Αλυσίδας

1.2 Στόχοι

Οι στόχοι της επιτυχημένης διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι οι ακόλουθοι **[2]**.

Α) **Η μείωση του κόστους:** Ελαχιστοποιώντας τα μεταφορικά κόστη και διατηρώντας το επίπεδο εξυπηρέτησης στοχεύοντας στη μεγιστοποίηση του κέρδους.

Β) **Η μείωση του κεφαλαίου που απασχολείται:** Ελαχιστοποιώντας το επενδυόμενο κεφάλαιο, με την απουσία για παράδειγμα αποθηκών και απευθείας αποστολή των προϊόντων, στοχεύουμε στη μεγιστοποίηση της απόδοσης.

Γ) **Η βελτίωση της εξυπηρέτησης:** Η βελτίωση εξυπηρέτησης προς τους πελάτες σχετίζεται συνήθως με την εξυπηρέτηση σε σύντομο χρονικό διάστημα χωρίς να βρίσκονται ποτέ οι πελάτες με λιγότερα προϊόντα από την καθημερινή τους ζήτηση.

1.3 Μεθοδολογία

Η ολοκληρωμένη μεθοδολογία της εφοδιαστικής αλυσίδας ή/και των logistics, που ακολουθείται σε κάθε εφαρμογή περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα **[1,2]**:

Α) Εντοπισμός του προβλήματος και εφαρμογή μεθόδων ανάλυσης για την οριοθέτηση των συστατικών του ή των παραγόντων που το επηρεάζουν και τον προσδιορισμό των στρατηγικών-επιχειρησιακών στόχων και των περιορισμών που το διέπουν.

Β) Μαθηματική (π.χ. γραμμικός-ακέραιος προγραμματισμός ή γραμμές αναμονής) ή συστημική (π.χ. προσομοίωση ή μοντελοποίηση επιχειρησιακών διαδικασιών) προ-τυποποίηση για την ορθολογιστική απεικόνιση του προβλήματος.

Γ) Ανάπτυξη (ή επιλογή υπαρχόντων) τεχνικών επίλυσης των προβλημάτων μέσω μαθηματικού προγραμματισμού, ευρετικών αλγορίθμων ή άλλων υπολογιστικών μεθόδων ώστε να είναι δυνατή η σύγκλιση σε μία εφικτή ή/και βέλτιστη λύση.

Δ) Υλοποίηση των τεχνικών επίλυσης σε κατάλληλη πλατφόρμα που εξαρτάται από την πληροφοριακή υποδομή της αντίστοιχης εταιρείας, την ύπαρξη πακέτων λογισμικού, και τις ανάγκες για αποτελεσματικότητα και ταχύτητα στην εξεύρεση λύσεων.

Ε) Σχεδιασμός και σύνθεση των υποστηρικτικών πληροφοριακών συστημάτων που ενσωματώνουν τις τεχνικές επίλυσης και επιτρέπουν τη διεπαφή των μάνατζερ που πρέπει να λαμβάνουν τις αποφάσεις και των συστημάτων που περιέχουν τα δεδομένα και τις αλγοριθμικές προσεγγίσεις.

2.Μαθηματικός Προγραμματισμός

2.1 Ορισμός – Γενικά στοιχεία

Ο ορισμός που θα μπορούσε να δοθεί στην έννοια του μαθηματικού προγραμματισμού (ή μαθηματικής βελτιστοποίησης) είναι: Η χρήση μαθηματικών σχέσεων και μοντέλων τα οποία βοηθούν στην λήψη αποφάσεων αναδεικνύοντας την καλύτερη δυνατή επιλογή (βέλτιστη λύση) βασισμένα σε επαρκώς ορισμένα κριτήρια. Στην απλούστερη μορφή του ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης αποτελείται από την μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση μιας πραγματικής συνάρτησης, με την συστηματική επιλογή τιμών εισόδου μέσα από ένα σύνολο επιτρεπτών τιμών, και τον υπολογισμό της τιμής της συνάρτησης **[5,6]**.

Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης μπορεί να παρασταθεί με τον ακόλουθο τρόπο:

<u>Δίνετε:</u> μια συνάρτηση f: A → R από κάποιο σύνολο A που ανήκει στους πραγματικούς αριθμούς

<u>Αναζήτησε:</u> ένα x_0 στοιχείο του A έτσι τέτοια ώστε $f(x_0) \leq f(x)$ για κάθε x που ανήκει στο A (ελαχιστοποίηση) ή τέτοιο ώστε $f(x_0) \geq f(x)$ για κάθε x που ανήκει στο A (μεγιστοποίηση).

Τα βασικά χαρακτηριστικά ενός προβλήματος (ή ενός μοντέλου) Μαθηματικού Προγραμματισμού είναι τα ακόλουθα **[6]**:

Μεταβλητές απόφασης: εκφράζουν ουσιαστικά τους αγνώστους του προβλήματος και είναι οι μεταβλητές που ελέγχει ο αποφασίζων, δηλ. εκείνες των οποίων τις τιμές μπορεί να καθορίσει. Το σύνολο των μεταβλητών απόφασης αποτελεί ουσιαστικά το αντικείμενο της διαδικασίας λήψης απόφασης. Η διαδικασία αριστοποίησης αποσκοπεί στο να βρεθούν οι τιμές εκείνες για τις μεταβλητές απόφασης οι οποίες βελτιστοποιούν την αντικειμενική συνάρτηση.

Αντικειμενική συνάρτηση: αποτελεί τη μαθηματική σχέση των μεταβλητών απόφασης που εκφράζει το κριτήριο βελτιστοποίησης. Επιδιώκεται είτε η ελαχιστοποίηση είτε η μεγιστοποίησή της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης. Στα προβλήματα Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού υπάρχουν περισσότερες από μία αντικειμενικές συναρτήσεις (κριτήρια απόφασης), γι αυτό και τα προβλήματα αυτά αναφέρονται και ως προβλήματα διανυσματικής βελτιστοποίησης (vector optimization).

Περιορισμοί: είναι οι μαθηματικές σχέσεις που καθορίζουν τις τιμές που μπορούν να πάρουν οι μεταβλητές απόφασης στη διαδικασία της βελτιστοποίησης. Καθορίζουν δηλαδή το πεδίο ορισμού (εφικτό χωρίο) του προβλήματος. Οι περιορισμοί μπορεί να είναι ισότητες ή ανισότητες.

Παράμετροι: είναι τα εξωγενώς οριζόμενα (εκτός του ελέγχου του αποφασίζοντα) μεγέθη του προβλήματος. Πρόκειται ουσιαστικά για τους γνωστούς όρους του προβλήματος οι οποίοι έχουν σταθερή τιμή στη διαδικασία βελτιστοποίησης. Συνήθως είναι συντελεστές των μεταβλητών απόφασης ή εκφράζουν ποσότητες απαραίτητες στη διαμόρφωση των περιορισμών (π.χ. την απαιτούμενη ζήτηση μιας δραστηριότητας).

2.2 Κατηγορίες Προβλημάτων Μαθηματικού Προγραμματισμού

Τα προβλήματα Μαθηματικού Προγραμματισμού μπορούν να ταξινομηθούν σε διάφορες κατηγορίες ανάλογα με το είδος των μαθηματικών σχέσεων που περιγράφουν το πρόβλημα, το είδος των μεταβλητών απόφασης, το είδος των παραμέτρων και το πλήθος των αντικειμενικών συναρτήσεων. Οι σημαντικότερες κατηγοριοποιήσεις είναι οι ακόλουθες **[7]**:

Όταν οι μαθηματικές σχέσεις που περιγράφουν το πρόβλημα (αντικειμενικές συναρτήσεις και περιορισμοί) είναι γραμμικές ως προς τις μεταβλητές απόφασης τότε το πρόβλημα χαρακτηρίζεται ως πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού (Linear Programming), ενώ αν είναι μη γραμμικές χαρακτηρίζεται ως πρόβλημα Μη Γραμμικού Προγραμματισμού (Non Linear Programming). Τα προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού αποτελούν τη συντριπτική πλειοψηφία των προβλημάτων Μαθηματικών Προγραμματισμού κυρίως λόγω των συγκεκριμένων χαρακτηριστικών τους και την ευκολία επίλυσης τους. Με τη μέθοδο Simplex και τις παραλλαγές της να κυριαρχούν στην επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων εδώ και 60 περίπου χρόνια, προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού με χιλιάδες μεταβλητές απόφασης και περιορισμούς επιλύονται σήμερα σε δευτερόλεπτα. Αντίθετα η επίλυση προβλημάτων Μη Γραμμικού Προγραμματισμού είναι πιο δύσκολη υπόθεση ενώ συνήθως καταλήγει σε τοπικά βέλτιστα τα οποία δεν είναι πάντα και ολικά βέλτιστα. Για τους λόγους αυτούς επιδιώκεται στις περισσότερες περιπτώσεις τα πραγματικά προβλήματα να μοντελοποιούνται ως προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού καταφεύγοντας αρκετές φορές σε προσεγγίσεις μη γραμμικών συστημάτων με γραμμικές σχέσεις. Το παραπάνω πρόβλημα αντιμετωπίστηκε και στην παρούσα εργασία με μεθοδολογία που θα παρουσιαστεί παρακάτω.

Μία άλλη ταξινόμηση είναι ανάλογα με το είδος των μεταβλητών απόφασης αν δηλαδή είναι συνεχείς μεταβλητές ή ακέραιες **[7,8]**. Τα προβλήματα που έχουν μόνο συνεχείς μεταβλητές είναι πιο εύκολο να λυθούν σε σχέση με αυτά που έχουν ακέραιες μεταβλητές. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το εφικτό χωρίο σε ένα πρόβλημα με ακέραιες μεταβλητές παρουσιάζει ασυνέχειες δυσκολεύοντας έτσι κατά πολύ τη διαδικασία επίλυσης. Από την άλλη μεριά όμως η δυνατότητα χρήσης ακεραίων μεταβλητών δίνει τη δυνατότητα μιας πιο ρεαλιστικής μοντελοποίησης της πραγματικότητας και επίσης επεκτείνει σημαντικά το πεδίο εφαρμογής του Μαθηματικού Προγραμματισμού και σε προβλήματα που έχουν συνδυαστικό χαρακτήρα. (συνδυαστική βελτιστοποίηση) τα οποία χωρίς τη χρήση ακεραίων μεταβλητών θα ήταν αδύνατο να λυθούν.

Στο 95% των περιπτώσεων οι ακέραιες μεταβλητές που συναντώνται σε μοντέλα Μαθηματικού Προγραμματισμού είναι δυαδικές μεταβλητές δηλαδή παίρνουν τιμή 0 ή 1. Αν ένα μοντέλο Μαθηματικού Προγραμματισμού έχει αποκλειστικά ακέραιες μεταβλητές χαρακτηρίζεται ως μοντέλο Ακέραιου Προγραμματισμού (Integer Programming). Αν έχει και συνεχείς και ακέραιες μεταβλητές όπως το πρόβλημα της παρούσας εργασίας, χαρακτηρίζεται ως μοντέλο Μικτού Ακέραιου Προγραμματισμού (Mixed Integer Programming) **[7,8]**.

Σε κάποιες περιπτώσεις οι παράμετροι ενός μοντέλου Μαθηματικού Προγραμματισμού μπορεί να μην εκφράζονται με πραγματικούς αριθμούς αλλά με κατανομές πιθανότητας ή με ασαφείς αριθμούς απεικονίζοντας έτσι την αβεβαιότητα ως προς την τιμή τους. Τότε το πρόβλημα ανάγεται αντίστοιχα σε πρόβλημα Στοχαστικού Προγραμματισμού (Stochastic Programming) ή Ασαφούς Προγραμματισμού (Fuzzy Programming). Τα τελευταία χρόνια μάλιστα έχει αρχίσει να απασχολεί ιδιαίτερα η διαχείριση της αβεβαιότητας ως προς τις παραμέτρους ενός μοντέλου ξεφεύγοντας από τις απλές μορφές ανάλυσης ευαισθησίας που μπορεί να προσφέρει και ο Μαθηματικός Προγραμματισμός.

2.3 Μεικτός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός (MILP)

2.3.1 Γενικό Μοντέλο

Όπως αναφέραμε και παραπάνω το πρόβλημα που κληθήκαμε να αντιμετωπίσουμε είναι πρόβλημα μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού. Η μαθηματική μοντελοποίηση ενός τέτοιου προβλήματος παίρνει την ακόλουθη μορφή **[5]**:

Αντικειμενική Συνάρτηση:

$$\text{Minimize or Maximize: } z=f(x)=c_1x_1+c_2x_2+\ldots c_nx_n$$

Υπό τους περιορισμούς:

$$\begin{array}{c}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \ \{\leq,=,\geq\}\ b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \ \{\leq,=,\geq\}\ b_2 \\
\vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \ \{\leq,=,\geq\}\ b_m
\end{array}$$

και

$$x_j\geq 0,\ j=1,2,\ldots.,n \qquad x_j \in \mathbb{Z} \text{ για κάποια } j$$

με *aij, bi, cj* γνωστές σταθερές, ενώ για κάθε περιορισμό μπορεί να ισχύει μόνο μία από τις σχέσεις ≤, =, ≥.

2.3.2 Προϋποθέσεις Γραμμικού Προγραμματισμού

Υπάρχουν κάποιες προϋποθέσεις (ή αλλιώς υποθέσεις/assumptions) που θα πρέπει να ικανοποιούνται, προκειμένου να χρησιμοποιηθούν οι τεχνικές του γραμμικού προγραμματισμού για την επίλυση προβλημάτων **[5,7]**. Αυτές είναι οι εξής:

1. Γραμμικότητα (Linearity)
2. Αναλογικότητα (Proportionality)
3. Προσθετικότητα (Additivity)
4. Διαιρετότητα (Divisibility)
5. Βεβαιότητα - Προσδιορισμένοι Συντελεστές (Certainty)

Η γραμμικότητα αφορά το γεγονός πως η αντικειμενική συνάρτηση, αλλά και οι διάφοροι περιορισμοί θα πρέπει να είναι 1ου βαθμού συναρτήσεις ως προς τις μεταβλητές απόφασης x_j. Σε αντίθετη περίπτωση θα έχουμε μοντέλο μη γραμμικού προγραμματισμού.

Η αναλογικότητα είναι μία υπόθεση που αφορά την αντικειμενική συνάρτηση αλλά και τις μεταβλητές. Είναι συνηθισμένο φαινόμενο να συναντούμε μη γραμμικά προβλήματα, στην περίπτωση που η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και η χρησιμοποίηση των διαθέσιμων μέσων δεν είναι ανάλογα ποσά ως προς τις ποσότητες της κάθε μεταβλητής. Εάν όμως η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι το άθροισμα των ατομικών συνεισφορών κάθε μεταβλητής και αν το αριστερό μέρος κάθε περιορισμού ισούται με το άθροισμα της συμβολής κάθε μεταβλητής στο μοντέλο, τότε ικανοποιείται η συνθήκη της αναλογικότητας.

Σχετικά με την υπόθεση της προσθετικότητας, απαιτούμε από κάθε συνάρτηση του γραμμικού μοντέλου μας (είτε πρόκειται για την αντικειμενική συνάρτηση, είτε για τους περιορισμούς που έχουμε) να προκύπτει ότι το συνολικό κέρδος από τις δραστηριότητες x_j ισούται με το συνολικό άθροισμα των επί μέρους κερδών της κάθε δραστηριότητας.

Η απαίτηση της διαιρετότητας μας ορίζει πως κάθε μεταβλητή απόφασης σε ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού μπορεί να πάρει οποιαδήποτε ρητή τιμή, αρκεί να ικανοποιούνται οι περιορισμοί του μοντέλου. Στην περίπτωση που δεν ικανοποιείται αυτή η προϋπόθεση, χρησιμοποιούμε την τεχνική του ακέραιου προγραμματισμού, όπως θα δούμε εκτενώς παρακάτω.

Τέλος, μία ακόμη εξίσου σημαντική προϋπόθεση για την εφαρμογή της θεωρίας του γραμμικού προγραμματισμού, είναι και αυτή της βεβαιότητας, που μας ορίζει πως οι τιμές των παραμέτρων πρέπει να είναι απολύτως γνωστές σταθερές. Επειδή όμως, τα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού, συνήθως, χρησιμοποιούνται για την σωστή λήψη μελλοντικών αποφάσεων, είναι επόμενο πως και οι παραπάνω παράμετροι επιλέγονται βασιζόμενοι σε μετέπειτα καταστάσεις, κάτι που έχει ως αποτέλεσμα να μην υπάρχει απόλυτη βεβαιότητα για αυτές.

3.Προβλήματα Δρομολόγησης (TSP-VRP-IRP)

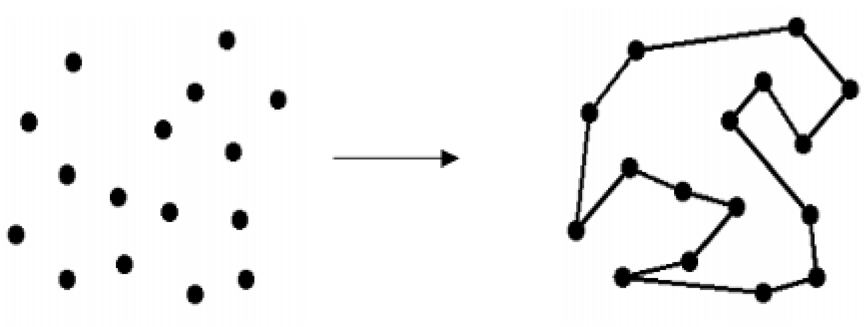
3.1 Πρόβλημα περιοδεύοντος πωλητή (Travelling Salesman Problem)

3.1.1 Ορισμός – Γενικά Στοιχεία

Το πρόβλημα περιοδεύοντος πωλητή είναι ένα κομμάτι του ευρύτερου προβλήματος της παρούσας εργασίας με το οποίο θα ασχοληθούμε εκτενώς και γι αυτό το λόγο είναι χρήσιμο να γίνει μια σύντομη περιγραφή του.

Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή αφορά την εύρεση της συντομότερης (σε χρόνο, απόσταση ή άλλο κόστος) διαδρομής για ένα όχημα (ή πωλητή) με αφετηρία κάποιο σημείο, π.χ. ένα κέντρο διανομής, κι επιστροφή στο ίδιο σημείο αφού επισκεφθεί ένα σταθερό αριθμό πελατών, ακριβώς μια φορά τον καθένα **[9]**. Θα θεωρήσουμε ότι τα κόστη είναι συμμετρικά, δηλαδή ότι το ίδιο κόστος απαιτείται για το ταξίδι από την πόλη A στην πόλη B και το αντίθετο. Πρακτικά, αν οι πόλεις είναι n, τότε έχουμε επιλογές για το ποια θα είναι η δεύτερη πόλη, για την τρίτη κ.ο.κ.. Πολλαπλασιάζοντας τις επιλογές αυτές και διαιρώντας με το 2 (καθώς δεν έχει σημασία η φορά της διαδρομής εφ’ όσον θεωρήσαμε τα κόστη συμμετρικά) θα έχουμε $(n-1)!/2=((n-1)\times(n-2)\times\ldots\times3\times2\times1)/2$ διαδρομές, οπότε αθροίζοντας τα κόστη επιλέγουμε το ελάχιστο.

Η περιγραφή του προβλήματος μπορεί να μοιάζει απλοϊκή, αλλά είναι ένα από πιο πολύπλοκα που αντιμετωπίζει η επιστημονική κοινότητα, ενώ, καμία εφικτή λύση για την γενική μορφή του προβλήματος δεν έχει βρεθεί ακόμη. Ας προσπαθήσουμε να φανταστούμε τον αριθμό των διαδρομών που θα προκύψει για ένα πρόβλημα εκατοντάδων ή χιλιάδων πόλεων. Είναι αδύνατο να τις ελέγξουμε όλες και να επιλέξουμε αυτή με το ελάχιστο άθροισμα. Το πρόβλημα κατατάσσεται στα NP – Hard Problems (Non-deterministic Polynomial-time hard) **[9,11]**. Παρ’ όλη την δυσκολία του προβλήματος, ένας μεγάλος αριθμός ευρετικών (heuristic) και άλλων μεθόδων είναι γνωστός, με αποτέλεσμα να είναι δυνατή η επίλυση ενός προβλήματος χιλιάδων πόλεων. Φυσικά οι εφαρμογές του προβλήματος επεκτείνονται σε ποικίλα προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας, όπως θα δούμε και παρακάτω, σε προβλήματα λογιστικής, ακόμη και στην κατασκευή μικροεπεξεργαστών. Με κατάλληλες τροποποιήσεις, συναντάται σε ακόμη περισσότερους τομείς, όπως σε προβλήματα τοποθέτησης δορυφόρων, στην τοποθέτηση (εγκατάσταση) καλωδίων και, γενικότερα, στην χημεία, στην βιολογία και στην φυσική. Η δυσκολία αντιμετώπισής του αυξάνεται ακόμη περισσότερο αν προστεθούν και άλλοι περιορισμοί, πόρων ή χρονικού περιθωρίου, για παράδειγμα.



Σχήμα 2: Αναπαράσταση και Επίλυση του προβλήματος TSP

3.1.2 Μαθηματικό Μοντέλο

Για τη δημιουργία του μαθηματικού μοντέλου, οι κόμβοι θεωρούνται ότι ανήκουν σε ένα μη-διατεταγμένο γράφημα που είναι πλήρες. Έστω $i = 1, \ldots, n$ οι κόμβοι των πελατών και $i = 0$ ο κόμβος αφετηρίας. Από την υπόθεση, κάθε μη-διατεταγμένο ζεύγος $\{i, j\}$ με $i \neq j$, $i = 0, \ldots, n$, $j = 0, \ldots, n$, αντιστοιχεί σε ένα σύνδεσμο ή ακμή του γραφήματος. Σε κάθε τέτοιο σύνδεσμο αντιστοιχίζουμε ένα σταθμό cij που είναι ίσο με το κόστος της διαδρομής του οχήματος από το i στο j ή αντίστροφα. Επειδή ένας τέτοιος σύνδεσμος δεν αντιστοιχεί πάντοτε σε κάποιο φυσικό τμήμα δρόμου γίνεται η υπόθεση ότι τα σταθμά έχουν υπολογισθεί έτσι ώστε ν' αντιστοιχούν στην διαδρομή ελαχίστου κόστους μεταξύ των δύο κόμβων, οπότε ικανοποιούν τις δύο συνθήκες **[9]** :

1. Συμμετρία: $c_{ij} = c_{ji}$, $i \neq j$, $i = 0,\ldots,n$, $j = 0,\ldots,n$

2. Τριγωνική ανισότητα: $c_{ij} \leq c_{ik} + c_{kj}$, $i \neq j \neq k$, $i = 0,\ldots,n$, $j = 0,\ldots,n$, $k = 1,\ldots,n$.

οι οποίες υπό αυτές τις συνθήκες είναι φυσιολογικές, καθώς η μεν πρώτη ανεξαρτητοποιεί το κόστος του απευθείας ταξιδιού μεταξύ i και j από την κατεύθυνση, ενώ η δεύτερη διατυπώνει ότι ο συντομότερος δρόμος μεταξύ δύο σημείων είναι απευθείας.

Αν ορίσουμε τη δυαδική μεταβλητή x ως εξής:

$$x = \begin{cases} 1, & \text{αν πάμε απο την πόλη } i \text{ στην πόλη } j \\ 0, & \text{σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση} \end{cases}$$

Τότε το TSP μπορεί να διαμορφωθεί:

$$min \quad \sum_{i=0}^{n} \sum_{\substack{j=0 \\ i \neq j}}^{n} c_{ij} x_{ij} \tag{1}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} x_{ij} = 1 \qquad i = 0, \dots, n \tag{2}$$

$$\sum_{\substack{i=0 \\ i \neq j}}^{n} x_{ij} = 1 \qquad j = 0, \dots, n \tag{3}$$

$$\sum_{i \in \mathbb{C}} \sum_{i \in \mathbb{C}} x_{ij} \quad \geq 1, \forall \mathbb{C} \subset \{1, \dots, n\}, \mathbb{C} \neq \emptyset \tag{4}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \forall i, \forall j, i \neq j \tag{5}$$

Ο περιορισμός (2) επιβάλλει στην λύση να έχει δύο συνδέσμους σε κάθε κόμβο, έτσι ώστε το όχημα να εισέλθει κατά μήκος του ενός και να εξέλθει κατά μήκος του άλλου ενώ ο περιορισμός (3) αποβλέπει στην εξάλειψη κυκλικών διαδρομών (υποκύκλων) που δεν διέρχονται απ’ όλους τους κόμβους απαιτώντας από κάθε εν δυνάμει υπόκυκλο, που αντιπροσωπεύεται από ένα κατάλληλο μη- κενό υποσύνολο *C* των κόμβων, να διαθέτει στη λύση τουλάχιστον ένα σύνδεσμο που οδηγεί στο συμπληρωματικό του υποσύνολο *C = {1,…, n}**C*.

3.2 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Vehicle Routing Problem)

3.2.1 Ορισμός – Γενικά Στοιχεία

Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP) αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα και πιο μελετημένα προβλήματα διανομής της συνδυαστικής βελτιστοποίησης και σε μερικές περιπτώσεις σχετίζεται με το Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή (TSP). Για το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (VRP), ένας στόλος οχημάτων είναι διαθέσιμος στο κέντρο διανομής. Αυτά τα οχήματα πρέπει να επισκεφτούν πολλά σημεία παράδοσης, ενώ συγχρόνως πρέπει να ικανοποιούν τους περιορισμούς χρόνου και χωρητικότητας[11,15].

Για την επίλυση του γενικού προβλήματος είναι απαραίτητη η γνώση των παρακάτω πληροφοριών:

- Το μέγεθος του στόλου που χρησιμοποιείται από την εταιρία
- Οι συντεταγμένες στις οποίες βρίσκονται οι πελάτες
- Οι ποσότητες των αγαθών (demand),ενδεχομένως ακόμα και διαφορετικού είδους, που πρέπει να παραδοθούν ή να συλλεχθούν από κάθε πελάτη

Το πρόβλημα μπορεί να τροποποιηθεί εάν μας ενδιαφέρουν τα:

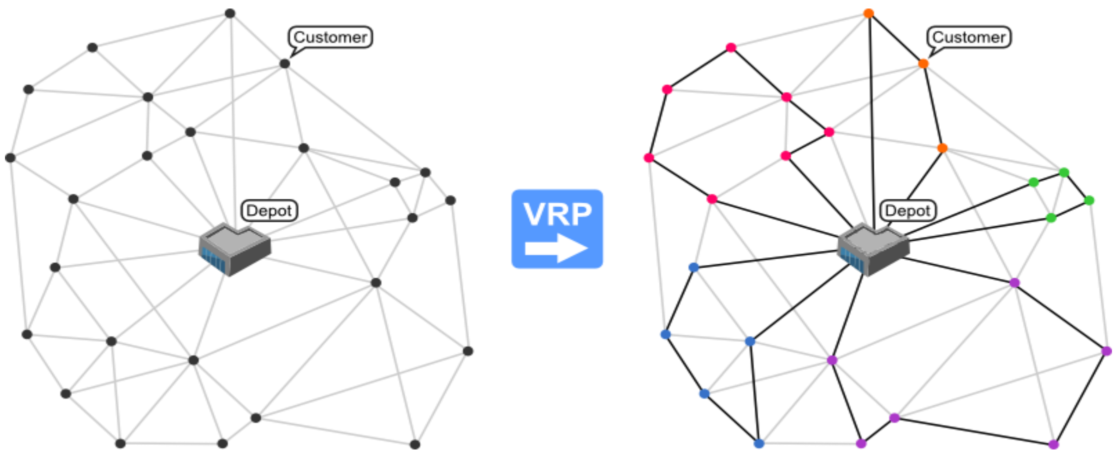
- Τα χρονικά διαστήματα **[15]** (time windows) κατά τη διάρκεια της ημέρας στις οποίες ο πελάτης μπορεί να εξυπηρετηθεί (όπως για παράδειγμα εξαιτίας συγκεκριμένων περιόδων κατά τις οποίες η εταιρεία του πελάτη λειτουργεί ή η τοποθεσία του είναι προσπελάσιμη βάσει συγκοινωνιακών περιορισμών).
- Διαφορετικά είδη οχήματος που μπορούν να χρησιμοποιηθούν

Επιπλέον περιορισμοί που θα πρέπει να ικανοποιούνται από τις διαδρομές οι οποίοι μπορούν να σχετίζονται με τα οχήματα (αριθμό και είδος), την φύση των αγαθών που μεταφέρονται (units ή bulk), από την ποιότητα εξυπηρέτησης και άλλα χαρακτηριστικά των πελατών. Μερικοί από τους βασικού περιορισμού που πρέπει να πληρούνται είναι:

- Σε κάθε ξεχωριστή διαδρομή η ποσότητα που μεταφέρει το όχημα δεν μπορεί να ξεπερνάει την χωρητικότητά του.

- Μπορεί να υπάρχουν πελάτες που να ζητούν μόνο διανομή προϊόντων, άλλοι που να ζητάνε μόνο παραλαβή από αυτούς διαφόρων προϊόντων, και άλλοι θα μπορούν να ζητάνε και τα δύο.
- Μια παραλλαγή του παραπάνω προβλήματος, είναι οι πελάτες που θέλουν να προμηθευτούν προϊόντα να εξυπηρετηθούν πρώτα, ενώ οι υπόλοιποι να εξυπηρετηθούν στη συνέχεια.
- Οι οδηγοί μπορεί να δουλεύουν μόνο κάποια συγκεκριμένη χρονική περίοδο.
- Τα οχήματα μπορεί να μεταφέρουν παραπάνω από ένα προϊόντα.

Το δίκτυο των διαδρομών που χρησιμοποιείται για τη μεταφορά των αγαθών περιγράφεται γενικά μέσω ενός γραφήματος του οποίου τα τόξα (arcs) αντιστοιχούν σε τμήματα δρόμου και οι κόμβοι (vertices) στις τοποθεσίες των πελατών. Τα τόξα μπορεί να είναι μονής ή διπλής κατεύθυνσης, αναλόγως του αν μπορούν να διασχιστούν μόνο προς μία κατεύθυνση (που μπορεί να οφείλεται στους ισχύοντες κυκλοφοριακούς περιορισμούς) ή όχι. Κάθε τόξο σχετίζεται με ένα κόστος το οποίο αντιστοιχεί στο μήκος του και το χρόνο που απαιτείται για να διασχίσει κάποιο όχημα **[16]**. Ο χρόνος βέβαια, εξαρτάται από το είδος του οχήματος ή την χρονική περίοδο κατά την οποία πραγματοποιείται η διέλευση. Η εκτίμηση του συνολικού κόστους των διαδρομών και ο έλεγχος των περιορισμών που προκύπτουν σε αυτές απαιτεί τη γνώση του κόστους (travel cost) και του χρόνου (travel time) που απαιτείται για να διανυθεί η απόσταση μεταξύ ενός ζεύγους πελατών ή μεταξύ πελάτη και αποθήκης. Το τελικό γράφημα των διαδρομών είναι συνήθως πολύ αραιό αλλά γενικά μετασχηματίζεται σε ένα πλήρες γράφημα (complete graph) του οποίου οι κόμβοι είναι οι τοποθεσίες που αντιστοιχούν στους πελάτες και στις αποθήκες. Για κάθε ζεύγος κόμβων *i* και *j* του πλήρους γραφήματος σχηματίζεται ένα τόξο (*i; j*) του οποίου το κόστος *cij* αντιστοιχεί στο κόστος της συντομότερης διαδρομής που ξεκινά από τον κόμβο *i* και καταλήγει στον κόμβο *j* του γραφήματος του οδικού δικτύου. Αντίστοιχα ο χρόνος *tij* που σχετίζεται με το τόξο (*i; j*) του πλήρους γραφήματος υπολογίζεται από το άθροισμα των χρόνων των τόξων που ανήκουν στη συντομότερη διαδρομή από τον κόμβο *i* στον *j* στο γράφημα του οδικού δικτύου.



Σχήμα 3: Αναπαράσταση και Επίλυση του VRP

Οι στόχοι που τίθενται στην περίπτωση επίλυσης των προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων είναι οι ακόλουθοι:

- Η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους μεταφοράς των προϊόντων, το οποίο εξαρτάται από τη συνολική διανυθείσα απόσταση ή από το συνολικό χρόνο που απαιτείται για τη μεταφορά των προϊόντων και του παγίου κόστους το οποίο σχετίζεται με τον αριθμό των οχημάτων και των οδηγών που θα χρησιμοποιηθούν για τη μοντελοποίηση του προβλήματος.
- Η ελαχιστοποίηση του αριθμού των οχημάτων που απαιτούνται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών.
- Η ισορροπία μεταξύ των διαδρομών που θα προκύψουν στο τελικό μοντέλο σχετικά με τις ώρες που απαιτούνται για να διανυθούν αυτές ή μεταξύ των φορτίων που αντιστοιχούν σε κάθε διαδρομή.
- Η ελαχιστοποίηση των ποινών που αφορούν μερική ικανοποίηση των πελατών. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε οποιοδήποτε συνδυασμό των παραπάνω στόχων, στον οποίο η σημαντικότητα του καθενός στόχου ορίζεται με τη χρήση βαρών.

3.2.2 Μαθηματικό Μοντέλο

Το απλό VRP είναι ένα πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού. Έστω οι κόμβοι $i = 0,1, 2,\dots,n$ αντιπροσωπεύουν τους πελάτες και με $i = 0$ συμβολίζεται η αποθήκη. Κάθε πελάτης i έχει ζήτηση di ποσότητα προϊόντων (η ζήτηση του κόμβου 0,δηλαδή της αποθήκης είναι $d_0 = 0$) και το κόστος μετάβασης από τον πελάτη i στον j ορίζεται ως c_{ij} . Η εταιρεία διαθέτει K οχήματα για τις μεταφορές, ενώ η χωρητικότητα κάθε οχήματος συμβολίζεται με Q. Ζητείται να ελαχιστοποιηθεί η παρακάτω συνάρτηση **[11,12,15]**:

$$min \qquad \sum_{k=1}^{K}\sum_{i=0}^{n}\sum_{\substack{j=0\\ i\neq j}}^{n} c_{ij}x_{ijk} \tag{1}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} x_{ij} = 1 \qquad i = 0, \dots, n \tag{2}$$

$$\sum_{k=1}^{K}\sum_{j=0}^{n} x_{0jv} = K \tag{3}$$

$$\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} d_i x_{ijk} \le Q, \qquad \forall k \in \{1, \dots, K\} \tag{4}$$

$$\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=0}^{n} x_{ijv} = 1 \qquad \forall j \in \{1, \dots, n\} \tag{5}$$

$$\sum_{j=0}^{n} x_{ijk} - \sum_{j=0}^{n} x_{ijk} = 0, \qquad \forall i \in \{0, \dots, n\}, \forall k \in \{0, \dots, K\} \tag{6}$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\}, \qquad \forall k \in \{1, \dots, K\}, \forall i \in \{0, \dots, n\}, \forall j \in \{0, \dots, n\}, \tag{7}$$

Ο περιορισμός (3) εκφράζει ότι από την αποθήκη φεύγουν K οχήματα. Τα οχήματα έχουν χωρητικότητα ίση με Q, σύμφωνα με τον περιορισμό (4).Οι περιορισμοί (2) και (6) εξασφαλίζουν ότι ο κάθε κόμβος επισκέπτεται μία μόνο φορά και ότι το όχημα που εισέρχεται σε ένα κόμβο είναι το ίδιο με εκείνο που εξέρχεται από αυτόν. Ο περιορισμός (5) αφαιρεί κάθε φορά μια διαδρομή που ολοκληρώνεται. Τέλος, ο περιορισμός (7) δείχνει ότι όλες οι μεταβλητές απόφασης είναι δυαδικές.

3.3 Πρόβλημα Δρομολόγησης Αποθεμάτων (Inventory Routing Problem)

3.3.1 Ορισμός – Γενικά Στοιχεία

Σε ένα παραδοσιακό σύστημα πελάτη-προμηθευτή, ο πελάτης παραγγέλνει αγαθά από τον προμηθευτή, όταν το πλήθος των προϊόντων στον πελάτη πέσει κάτω από ένα προκαθορισμένο επίπεδο. Ο προμηθευτής συλλέγει παραγγελίες από πολλούς πελάτες και στη συνέχεια λύνει ένα πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων για τους πελάτες που έχουν κάνει παραγγελία. Το πρόβλημα με αυτή την προσέγγιση είναι ότι ο προμηθευτής δε μπορεί να έχει τον έλεγχο των παραγγελιών, άρα, δε μπορεί να ελέγξει πότε θα επισκεφτεί κάποιους πελάτες και με αυτό τον τρόπο το συνολικό κόστος και ιδιαίτερα το κόστος διανομής αυξάνεται υπέρογκα.

Στις αρχές της δεκαετίας του ογδόντα, μια νέα προσέγγιση η οποία ονομάζεται διαχείριση αποθεμάτων από τους πωλητές (vendor managed inventory) άρχισε να γίνεται δημοφιλής. Στη συγκεκριμένη προσέγγιση, ο πωλητής έχει τον απόλυτο έλεγχο του ανεφοδιασμού των αποθεμάτων των πελατών και έτσι θα μπορούσαν πολύ εύκολα να μειωθούν οι μεταφορές και να μειωθεί το κόστος διανομής. Σε αυτή τη προσέγγιση, τόσο οι αποφάσεις ανεφοδιασμού των πελατών, όσο και οι αποφάσεις δρομολόγησης των οχημάτων λαμβάνονται από τον πωλητή. Η εφαρμογή της διαχείρισης των αποθεμάτων από τους πωλητές δημιουργεί πλεονεκτήματα τόσο για τον πωλητή όσο και για τους πελάτες του. Ο πωλητής ελαχιστοποιεί τα κόστη του οργανώνοντας καλύτερα τις παραδόσεις στους διάφορους πελάτες, ενώ οι πελάτες δεν ανησυχούν πλέον για τη διαχείριση των αποθεμάτων τους. Το μόνο σημείο που πρέπει να προσέξει ο πωλητής είναι να μη μείνουν κάποιοι πελάτες κάποια στιγμή χωρίς αποθέματα **[10]**.

Ουσιαστικά, το Πρόβλημα Δρομολόγησης Αποθεμάτων (IRP) είναι μια εμπλουτισμένη εκδοχή του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP) που περιέχει και την αποθεματοποίηση. Το πρόβλημα αυτό, πραγματεύεται την επαναλαμβανόμενη διανομή ενός μόνο προϊόντος, από μία αποθήκη, σε ένα σύνολο n πελατών, για ένα δεδομένο χρονικό ορίζοντα T. Οι πελάτες καταναλώνουν το προϊόν με δεδομένο ρυθμό d και έχουν τη δυνατότητα να διατηρούν δικά τους αποθέματα του προϊόντος μέχρι ένα μέγιστο D. Ένας στόλος από K όμοια οχήματα με χωρητικότητα Q, είναι διαθέσιμος για την διανομή των προϊόντων. Ο σκοπός είναι να καθορισθεί το δρομολόγιο με τέτοιο τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται το κόστος αποθεματοποίησης και το κόστος δρομολόγησης, χωρίς να δημιουργεί έλλειμμα αποθεμάτων σε κάποιο πελάτη. Για το λόγο αυτό, οι βασικές αποφάσεις που πρέπει να παρθούν είναι οι παρακάτω **[10]**:

- Πότε θα εξυπηρετηθεί ένας πελάτης.
- Πόση ποσότητα πρέπει να διανεμηθεί στον πελάτη ανά μονάδα χρόνου.
- Ποιες διαδρομές θα πρέπει να ακολουθηθούν.

3.3.2 Μαθηματικό Μοντέλο

Η μοντελοποίηση του προβλήματος μπορεί να περιγραφεί με όρους θεωρίας γραφημάτων ως ακολούθως. Έστω ότι έχουμε ένα πλήρες γράφημα $G = (V,A)$, όπου $V = \{0,1,\dots, n\}$ είναι το σύνολο των κόμβων και $A = \{(i, j) : i, j \in V; i \neq j\}$ είναι το σύνολο των τόξων που συνδέουν τους κόμβους μεταξύ τους. Ο κόμβος 0 αντιστοιχεί στην αποθήκη και οι υπόλοιποι κόμβοι αντιστοιχούν στους πελάτες. Η αποθήκη λειτουργεί σαν χώρος στάθμευσης και ανεφοδιασμού για τα οχήματα. Κόστος φόρτωσης ή εκφόρτωσης των οχημάτων και κόστος αποθεματοποίησης στην αποθήκη δεν λαμβάνεται υπόψη. Κάθε δρομολόγιο ξεκινάει από την αποθήκη και καταλήγει σε αυτήν. Επίσης, αν κάποια ημέρα $t = \{1,2,\dots, T\}$ το επίπεδο του αποθέματος κάποιου πελάτη i πέσει στο μηδέν θεωρείται ότι θα εξυπηρετηθεί αμέσως από κάποιο όχημα, συνεπώς δεν λαμβάνεται υπόψη κόστος έλλειψης λόγω καθυστερημένης άφιξης οχήματος.

Σε κάθε πελάτη $i = \{1,2,\dots, n\}$ αντιστοιχεί σταθερή ζήτηση προϊόντος di ανά ημέρα και κόστος αποθεματοποίησης h_i. Ένα μη αρνητικό κόστος c_{ij} αντιπροσωπεύει το κόστος διαδρομής από τον κόμβο i στον κόμβο j. Τα δεδομένα για τους κόμβους είναι οι συντεταγμένες τους, οπότε το c_{ij} είναι η Ευκλείδεια Απόσταση. Τα τόξα θεωρούνται μη προσανατολισμένα οπότε ισχύει $c_{ij} = c_{ij}$. Όλοι οι πελάτες έχουν αποθήκη επαρκούς χωρητικότητας $D_i=Td_i$ έτσι ώστε να μπορούν να κρατήσουν απόθεμα για ολόκληρο τον χρονικό ορίζοντα T που αναφέρει το πρόβλημα. Για κάθε μέρα $t = \{1,2,\dots, T\}$, κάθε πελάτης μπορεί να εξυπηρετηθεί το πολύ μια φορά, από οποιοδήποτε όχημα K, για να παραλάβει ποσότητα προϊόντος το πολύ ίση με Di. Η ποσότητα των προϊόντων που μπορεί να μεταφέρει κάθε όχημα δεν μπορεί να ξεπεράσει τη συνολική χωρητικότητα του Q. Ο στόχος του προβλήματος είναι να καθοριστούν κατάλληλα δρομολόγια και κατάλληλες ποσότητες των προϊόντων που θα παραδοθούν στους πελάτες, για κάθε ημέρα, ώστε να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος μεταφοράς και αποθεματοποίησης **[10,12,14]**.

Για την μαθηματική μοντελοποίηση θα γίνει χρήση των παρακάτω μεταβλητών:

Έστω x_{ijk} μια δυαδική μεταβλητή η οποία παίρνει την τιμή 1, αν και μόνο αν ο κόμβος *j* επισκέπτεται αμέσως μετά τον κόμβο *i* $(i \neq j)$, την ημέρα *t*, από το όχημα *K*. Η μεταβλητή q_{it} αντιπροσωπεύει την ποσότητα του προϊόντος που παραδίδεται στον πελάτη *i*, την ημέρα *t* και είναι σε κάθε περίπτωση ακέραιο πολλαπλάσιο της ημερήσιας ζήτησης του πελάτη *i*. Το επίπεδο αποθέματος ενός πελάτη *i*, την ημέρα t, αμέσως πριν τον ανεφοδιασμό του είναι ίσο με sb_{it}. Η δυαδική μεταβλητή z_{it} είναι ίση με 1, αν και μόνο αν ο πελάτης *i* παραλαμβάνει κάποια ποσότητα προϊόντων την ημέρα *t* $(q_{i,t} \geq 0)$. Η δυαδική μεταβλητή e_{it} είναι ίση με 1, αν το απόθεμα του πελάτη i αμέσως μετά τον ανεφοδιασμό, την ημέρα t, είναι μεγαλύτερο του μηδενός $(sbit \geq 0)$ και ίση με μηδέν αν $sb_{it} = 0$. Η μοντελοποίηση του προβλήματος είναι η εξής:

$$\min \qquad \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}(sb_{it} + q_{it} - d_i/2)h_i + \sum_{k=1}^{K}\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} c_{ij}x_{ijtk}$$

(1)

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ijtk} - \sum_{p=0}^{n} x_{jptk} = 0 \qquad j = 0, \dots, N, t = 1, \dots, T, k = 1, \dots, K$$

(2)

$$\sum_{j=0}^{n} x_{0jtk} \leq 1 \qquad i = 0, \dots, N, t = 1, \dots, T, k = 1, \dots, K$$

(3)

$$y_{ijt}^{v} - q_v x_{ijt}^{v} \geq 0 \qquad i = 0, \dots, N, j = 0, \dots, N, t = 1, \dots, T\ v = 1, \dots, V$$

(4)

$$\sum_{\substack{l=0\\l\neq i}}^{N} y_{lit}^{v} - \sum_{\substack{k=0\\k\neq 1}}^{N} y_{ikt}^{v} \geq 0 \qquad i = 0, \dots, N, t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, V$$

(5)

$$I_{it-1} - I_{it} + \sum_{v=1}^{V} \left(\sum_{\substack{l=0\\l\neq i}}^{N} y_{lit}^{v} - \sum_{\substack{k=0\\k\neq i}}^{N} y_{ikt}^{v} \right) = d_{it}$$

(6)

$$0 \leq I_{it} \leq C_i \quad i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T$$

(7)

$$x_{ijt}^{v} \in \{0,1\}, \qquad i = 0, \dots, N, j = 0, \dots, N, t = 1, \dots, T \; v = 1, \dots, V$$

(8)

<u>4. Ρύθμιση Προβλεπτικού Μοντέλου (MPC)</u>

4.1 Εισαγωγή στη Ρύθμιση προβλεπτικού μοντέλου

Η Ρύθμιση Προβλεπτικού Μοντέλου αναπτύχθηκε στα τέλη της δεκαετίας του εβδομήντα και συνεχίζει να αναπτύσσεται από τότε. Ο όρος Ρύθμιση προβλεπτικού Μοντέλου (MPC) δεν προσδιορίζει μια συγκεκριμένη στρατηγική ελέγχου, αλλά ένα ευρύ φάσμα τεχνικών, οι οποίες χρησιμοποιούν ένα μοντέλο πρόβλεψης της ενίοτε διεργασίας για την κατασκευή του κανόνα ρύθμισης ελαχιστοποιώντας παράλληλα μια αντικειμενική συνάρτηση. Αυτού του είδους ο σχεδιασμός οδηγεί σε ρυθμιστές, οι οποίοι έχουν παρόμοια δομή και παρουσιάζουν ικανοποιητικούς βαθμούς ελευθερίας. Οι βασικές αρχές που διέπουν συνήθως τις τεχνικές προβλεπτικού ελέγχου είναι:

- χρήση ενός μοντέλου για την πρόβλεψη της εξόδου της διεργασίας σε μελλοντικές χρονικές στιγμές (χρονικός ορίζοντας),
- υπολογισμό μιας ακολουθίας σημάτων ελέγχου ελαχιστοποιώντας μια αντικειμενική συνάρτηση,
- στρατηγική μετατόπισης, έτσι ώστε κάθε στιγμή ο χρονικός ορίζοντας να μετατοπίζεται προς το μέλλον, μια διαδικασία που συνεπάγεται την εφαρμογή του αρχικού μόνο βήματος ελέγχου της ακολουθίας βημάτων ελέγχου που υπολογίζεται σε κάθε βήμα.

Οι δυο βασικότερες διαφορές ανάμεσα στους διάφορους αλγόριθμους MPC είναι το μοντέλο που χρησιμοποιείται για την περιγραφή της διεργασίας και του θορύβου και η αντικειμενική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση. Αυτή η μορφή ρύθμισης είναι ιδιαίτερα πρόσφορη για πολλές εφαρμογές και γι’ αυτό ιδιαίτερα ελκυστική προς μελέτη στον ακαδημαϊκό και βιομηχανικό χώρο. Σήμερα υπάρχουν πολλές εφαρμογές προβλεπτικού ελέγχου, οι οποίες αντικατοπτρίζουν την επιτυχία της συγκεκριμένης μεθόδου, όχι μόνο στη χημική βιομηχανία, αλλά σε ένα ευρύ φάσμα διεργασιών, το οποίο εκτείνεται από τους ρομποτικούς χειριστές έως την κλινική αναισθησία. Η καλή επίδοση αυτών των εφαρμογών απεικονίζει την δυνατότητα της μεθόδου MPC να επιτυγχάνει υψηλής απόδοσης συστήματα ελέγχου ικανά να λειτουργήσουν για μεγάλα χρονικά διαστήματα με σχεδόν καμιά άλλη μεσολάβηση.

4.2 Πλεονεκτήματα Μεθόδου MPC

Ταυτόχρονα η μέθοδος MPC παρουσιάζει μια σειρά από πλεονεκτήματα έναντι των άλλων μεθόδων, από τα οποία τα κυριότερα είναι τα εξής:

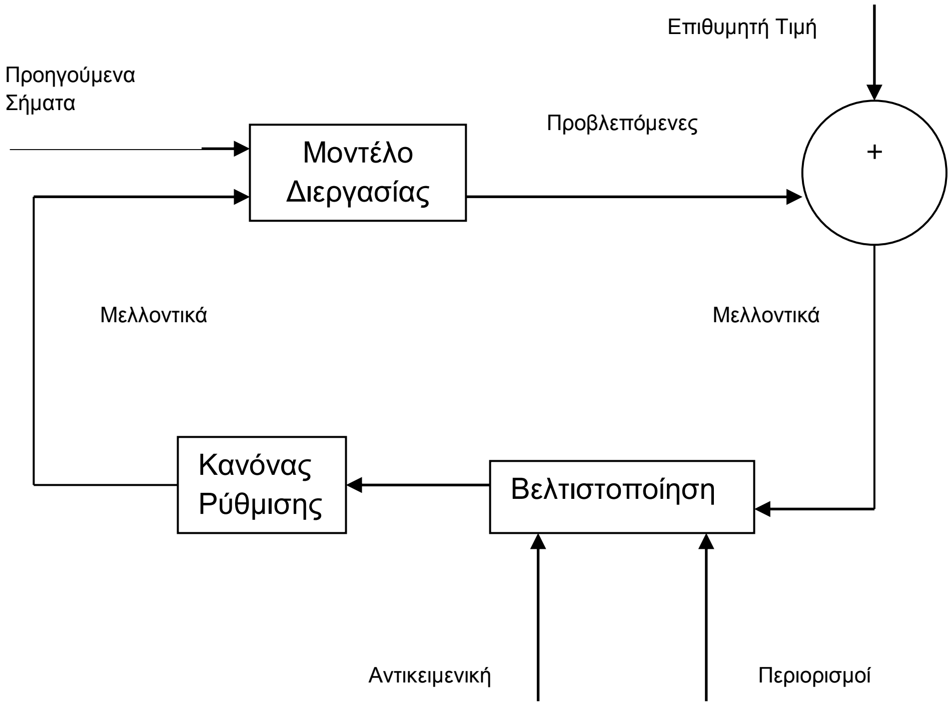
- είναι ιδιαίτερα ελκυστική για χρήση από προσωπικό με περιορισμένη γνώση προχωρημένης ρύθμισης, διότι οι αρχές της είναι απλές και ταυτόχρονα η βαθμονόμηση του ρυθμιστή είναι σχετικά εύκολη,
- μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη ρύθμιση ενός μεγάλου φάσματος διεργασιών, που παρουσιάζουν είτε σχετικά απλή, είτε ιδιαίτερα πολύπλοκη δυναμική συμπεριφορά, συμπεριλαμβανομένων συστημάτων με μεγάλες χρονικές καθυστερήσεις ή αστάθειες,
- η περίπτωση πολυμεταβλητού συστήματος μπορεί να αντιμετωπισθεί με ευκολία,
- αντεπεξέρχεται με ευκολία στους νεκρούς χρόνους που παρουσιάζονται στο σύστημα,
- είναι πολύ χρήσιμη, όταν η μελλοντική επιθυμητή συμπεριφορά του συστήματος (π.χ. ρομποτικοί βραχίονες) είναι εκ των προτέρων γνωστή,
- σε γραμμικές μεθόδους MPC, ο ρυθμιστής που προκύπτει βασίζεται σε έναν εύκολα εφαρμόσιμο, γραμμικό κανόνα ρύθμισης,
- οι επεκτάσεις που αφορούν την εισαγωγή περιορισμών είναι θεωρητικά απλές και επιτρέπουν την συστηματική εισαγωγή τους κατά την διαδικασία σχεδιασμού,
- συστήνει μια ρύθμιση προς τα εμπρός κατά ένα φυσικό τρόπο με σκοπό να εξαλείψει μετρήσιμες διαταραχές.

Γενικά, η μεθοδολογία MPC έχει αναδειχθεί ως μια κατάλληλη ρυθμιστική στρατηγική ιδιαίτερα για περιπτώσεις βιομηχανικών συστημάτων παρά την σχετικά μη ικανοποιητική ύπαρξη θεωρητικών αποτελεσμάτων σε κάποια κρίσιμα σημεία ,όπως η ευστάθεια **[18]**.

4.3 Μέθοδος Ρύθμισης Προβλεπτικού Μοντέλου

Όλοι οι αλγόριθμοι MPC κατέχουν κοινά στοιχεία, για τα οποία μπορούν να γίνουν διαφορετικές επιλογές καταλήγοντας έτσι σε διαφορετικούς αλγόριθμους. Αυτά τα στοιχεία είναι:

- Το μοντέλο πρόβλεψης
- Η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί
- Η διαμόρφωση του κανόνα ελέγχου



Σχήμα 3: Βασική δομή συστήματος Ρύθμισης Προβλεπτικού Μοντέλου

4.3.1 Μοντέλο Πρόβλεψης

Το μοντέλο πρόβλεψης αποτελεί τον ακρογωνιαίο λίθο κάθε αλγόριθμου που βασίζεται στην μεθοδολογία MPC. Ένας ολοκληρωμένος σχεδιασμός θα πρέπει να περιλαμβάνει τους απαραίτητους μηχανισμούς για την επιλογή του καλύτερου δυνατού μοντέλου, το οποίο θα πρέπει να περιγράφει την δυναμική του συστήματος, να είναι ικανό για τον υπολογισμό των προβλέψεων, να είναι διαισθητικό και να επιτρέπει περαιτέρω θεωρητική ανάλυση. Η χρήση του μοντέλου της διεργασίας καθορίζεται από την ανάγκη για τον υπολογισμό των προβλεπόμενων τιμών των μεταβλητών εξόδου στις μελλοντικές χρονικές στιγμές $\hat{y}(t+k/t)$.

Οι διάφορες στρατηγικές MPC χρησιμοποιούν ποικίλα μοντέλα κατά την προσπάθεια αναπαράστασης της σχέσης μεταξύ των μεταβλητών εξόδου και εισόδου. Βέβαια, μερικές μόνο από τις μεταβλητές εισόδου είναι μεταβλητές εκ χειρισμού, ενώ οι υπόλοιπες μπορούν να θεωρηθούν ως μεταβλητές διαταραχών οι οποίες είναι δυνατό να υπεισέλθουν στον σχεδιασμό με κάποιο μοντέλο διαταραχών. Ένα τέτοιο μοντέλο θα πρέπει να περιγράφει όσο το δυνατό καλύτερα την συμπεριφορά που δεν εξαρτάται από την βασική διεργασία αλλά από τις διάφορες μετρήσιμες και μη μετρήσιμες διαταραχές αλλά και τον ενδεχόμενο θόρυβο. Το μοντέλο πρόβλεψης μπορεί να διαχωριστεί σε δύο μέρη: το βασικό μοντέλο πρόβλεψης και το μοντέλο διαταραχών. Αμφότερα τα δύο μέρη απαιτούνται για την διαδικασία πρόβλεψης. Πρακτικά, στις μεθοδολογίες MPC μπορούμε να συναντήσουμε κάθε δυνατή διαδικασία μοντελοποίησης μίας διεργασίας, παρακάτω όμως παρουσιάζονται οι πιο διαδεδομένες **[18]**.

4.3.2 Αντικειμενική Συνάρτηση

Οι διάφοροι αλγόριθμοι που βασίζονται στην Ρύθμιση Προβλεπτικού Μοντέλου προτείνουν ποικίλες μορφές της αντικειμενικής συνάρτησης για την κατασκευή του κανόνα ρύθμισης του συστήματος. Γενικά, ο βασικός στόχος είναι σι προβλεπόμενες τιμές στον εξεταζόμενο χρονικό ορίζοντα να ακολουθούν ένα καθορισμένο σήμα αναφοράς y_{sp}**,** και ταυτόχρονα ο απαραίτητος ρυθμιστικός φόρτος να ελαχιστοποιείται. Η γενική έκφραση για μια τέτοια αντικειμενική συνάρτηση θα είναι:

$$J(nh, nc) = \sum_{j=1}^{nh} \delta(j) \cdot [\hat{y}(t+j/t) - y_{sp}(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{nc} \lambda(j) \cdot [\Delta u(t+j-1)]^2$$

Σε κάποιες μεθόδους ο δεύτερος όρος, ο οποίος αναφέρεται στην διαδοχικές διαφορές των τιμών των ρυθμιστικών δράσεων, δεν λαμβάνεται υπόψη, ενώ σε άλλες χρησιμοποιούνται κατευθείαν οι τιμές των μεταβλητών εισόδου (και όχι η διαφορά τους) **[19]**.

Στην αντικειμενική συνάρτηση υπεισέρχονται τα παρακάτω στοιχεία:

- **Παράμετροι Σχεδιασμού**

Η παράμετρος *nh* είναι ο ορίζοντας πρόβλεψης και η παράμετρος *nc* είναι ο ορίζοντας ελέγχου, ο οποίος δεν είναι ανάγκη να συμπίπτει με τον ορίζοντα πρόβλεψης. Η έννοια της παραμέτρου *nh* είναι διαισθητική. Σηματοδοτεί τα όρια της χρονικής περιόδου κατά την οποία επιθυμούμε η απόκριση να συγκλίνει προς την επιθυμητή τιμή. Έτσι, εφόσον δεν υπάρχει καμιά σημασία για το αν υπάρχουν σφάλματα τις αρχικές χρονικές στιγμές, μπορούμε να επιλέξουμε μία μεγάλη τιμή για το *nh***.** Το γεγονός αυτό θα προκαλέσει μία ομαλή απόκριση.

Οι συντελεστές *δ(j)* και *λ(j)* είναι ακολουθίες οι οποίες καθορίζουν την μελλοντική συμπεριφορά, συνήθως χρησιμοποιούμε σταθερές τιμές ή εκθετικές συχνότητες. Για παράδειγμα είναι δυνατόν να καθορίσουμε μία εκθετική επιρροή του *δ(j)* για τον μελλοντικό χρονικό ορίζοντα χρησιμοποιώντας την έκφραση:

$$\delta(j) = \alpha^{nh-1}$$

Αποδίδοντας μία τιμή στο α μεταξύ 0 και 1, τα σφάλματα τα οποία υφίστανται πολύ αργότερα της χρονικής στιγμής t ελαχιστοποιούνται σε μεγαλύτερο βαθμό από αυτά που βρίσκονται χρονικά πλησιέστερα αυτής, ομαλοποιώντας με αυτό τον τρόπο το σήμα ελέγχου με λιγότερο ρυθμιστικό φόρτο. Αν από την άλλη μεριά, $\alpha > 1$ τα πρώτα σφάλματα λαμβάνονται ιδιαίτερα υπόψη, γεγονός που οδηγεί σε μία περισσότερο επιθετική ρυθμιστική συμπεριφορά.

- **Περιορισμοί**

Στην πράξη όλες οι διεργασίες υπόκεινται σε περιορισμούς. Οι μηχανισμοί κίνησης του ρυθμιστή έχουν ένα περιορισμένο εύρος δράσης καθώς επίσης και ένα καθορισμένο ρυθμό κίνησης, όπως στην περίπτωση των βαλβίδων, των οποίων η κίνηση περιορίζεται από την τελείως ανοιχτή ή κλειστή θέση και από τον ρυθμό αντίδρασης τους. Διάφοροι άλλοι λόγοι όπως κατασκευαστικοί, ασφάλειας και προστασίας του περιβάλλοντος αλλά ακόμα και λόγοι οι οποίοι εξαρτώνται από την εμβέλεια των διαφόρων αισθητηρίων οργάνων, μπορούν να είναι η αιτία για περιορισμούς στις μεταβλητές του συστήματος όπως η στάθμη στις δεξαμενές, η ροή σε αγωγούς ή υψηλή θερμοκρασία ή πίεση. Επιπρόσθετα, οι συνθήκες λειτουργίας θα πρέπει να καθορίζονται από την τομή (ταυτόχρονη ικανοποίηση) συγκεκριμένων περιορισμών για βασικούς οικονομικούς λόγους, οπότε το σύστημα ρύθμισης θα πρέπει να λειτουργεί κοντά σε αυτά τα όρια.

Όλοι σι παραπάνω λόγοι καθιστούν αναγκαία την παρουσία περιορισμών στην υπό ελαχιστοποίηση αντικειμενική συνάρτηση.

$$u_{min} \leq u(t) \leq u_{max} \qquad \text{για κάθε } t$$

$$\Delta u_{min} \leq u(t)-u(t-1) \leq \Delta u_{max} \qquad \text{για κάθε } t$$

$$y_{min} \leq y(t) \leq y_{max} \qquad \text{για κάθε } t$$

Συμπεριλαμβάνοντας τους παραπάνω περιορισμούς στην αντικειμενική συνάρτηση η ελαχιστοποίηση γίνεται περισσότερο πολύπλοκή, έτσι ώστε η λύση δεν είναι δυνατό να βρεθεί με σαφήνεια όπως στην περίπτωση ελαχιστοποίησης χωρίς περιορισμούς.

5. Υπόθεση Εργασίας

5.1 Μοντελοποίηση προβλήματος δρομολόγησης αποθεμάτων υγραερίου

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα μελετάμε την διανομή υγραερίου αερίου από μία υποθετική αποθήκη, ονομαζόμενη 0, σε ένα αριθμό κόμβων – πελατών που επισημαίνονται με δείκτες από *1,…,N*. Κάθε πελάτης *i* αντιμετωπίζει μια διαφορετική τιμή ζήτησης d_{it} για ένα μεμονωμένο στοιχείο ανά χρονική περίοδο t (ημέρα / εβδομάδα/…). Οι παραδόσεις στους πελάτες *1 ,. . ., N* γίνονται με ένα ετερογενή στόλο οχημάτων V, το καθένα με χωρητικότητα εκκίνησης q_V από την αποθήκη στην αρχή κάθε περιόδου. Κάθε όχημα πρέπει να επιστρέψει στην αποθήκη στο τέλος της περιόδου, και δεν μπορεί να κάνει περαιτέρω παραδόσεις στην ίδια περίοδο. Σε αυτό το μοντέλο, θεωρούμε την περίπτωση κατά την οποία μίσθωση συμπληρωματικών οχήματα κατά τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα σχεδιασμού δεν αποτελεί επιλογή, και υποτίθεται ότι ο στόλος των οχημάτων παραμένει αμετάβλητος.

Στην προκειμένη περίπτωση μελετήθηκαν και συγκρίθηκαν δύο εκδοχές μοντέλων **[12,15]**. Στην πρώτη το πρόβλημα IRP προσπαθήσαμε να επιλυθεί με την απλή μέθοδο εξισώσεων που το περιγράφουν ενώ στην δεύτερη περίπτωση ενσωματώθηκε η μέθοδος ρύθμισης προβλεπτικού μοντέλου (MPC). Σε κάθε ένα από τα δύο μοντέλα δημιουργήθηκαν σενάρια για την μελέτη διαφόρων παραμέτρων όπως οι ποσότητες των inventories, κατά πόσο επηρεάζετε το κόστος από την εισαγωγή pickups στο μοντέλο μας αλλά και εάν το προβλεπτικό μοντέλο ελέγχου μας δίνει εκτός από σενάρια που παρέχουν στους πελάτες μεγαλύτερη δυνατότητα καταμέτρησης του αποθέματος ασφαλείας αλλά και πιο οικονομικές επιλογές. Τα παραπάνω μελετήθηκαν για αριθμό τριών τεσσάρων και πέντε πελατών αλλά και σε βάθος χρόνου σχεδιασμού δύο, τριών, τεσσάρων, έξι και δώδεκα περιόδων. (αυτές συμβολίζουν τον διαχωρισμό ενός ημερολογιακού έτους σε εξάμηνα, τετράμηνα και ούτω καθεξής).

5.1.1 Ονοματολογία σεναρίων

Τα σενάρια λόγο του αυξημένου αριθμού τους έπρεπε να κατονομαστούν με ακρίβεια για την εύκολη αποθήκευσης τους καθώς και ανάγνωσης στο μέλλον. Η κωδική ονομασία αποτελείται από τρεις δυάδες αριθμών και γραμμάτων. Το πρώτο γράμμα καθορίζει εάν το μοντέλο είναι χωρίς η με την χρησιμοποίηση της μεθόδου MPC, και ο αριθμός που το συνοδεύει εάν υπάρχει υπολογισμός pickups ή όχι. Έτσι με A θέτουμε το απλό γενικό μοντέλο χωρίς ρύθμιση προβλεπτικού μοντέλου και με B την περίπτωση που υπάρχει το ρυθμιστικό προβλεπτικό μοντέλο (MPC). Αντίστοιχα με 1 συμβολίζετε το σενάριο χωρίς pickups ενώ με 2 το σενάριο με pickups.

Στην συνέχεια ακολουθείται το γράμμα N με τον αντίστοιχο αριθμό πελατών *{3,4,5}* και μετά το T με τον αντίστοιχο αριθμό χρονικών περιόδων *{2,3,4,6,12}.* Έτσι το σενάριο με όνομα **B2_N4_T6** αναφέρετε στην εξής περίπτωση: Πρόβλημα δρομολόγησης αποθεμάτων με την χρησιμοποίηση pickups καθώς και του ρυθμιστικού προβλεπτικού μοντέλου, για τέσσερεις πελάτες και έξι χρονικές περιόδους.

5.2 Βελτιστοποίηση Προβλήματος Δρομολόγησης Αποθεμάτων Με Ταυτόχρονη Προτυποποίηση της Συλλογής Άδειων Φιαλών Υγραερίου από τους Κόμβους (πελάτες)

Σε αυτή την περίπτωση κάθε πελάτης i διατηρεί τη δική του απογραφή αποθήκης μέχρι και την μέγιστη χωρητικότητα C_i και αναλαμβάνει το κόστος μεταφοράς των αποθεμάτων h_i ανά περίοδο και ανά μονάδα αντικειμένου. Στο πρόβλημα μας δεν μελετάται η περίπτωση έλλειψης αποθέματος η οποία κοστολογείται με ειδική ποινή ανά ποσότητα προϊόντος. Ακόμα υποθέτουμε ότι η αποθήκη διαθέτει επαρκή προμήθεια των ειδών που μπορεί να καλύψει τις απαιτήσεις όλων των πελατών σε όλο τον ορίζοντα σχεδιασμού. Ο ορίζοντας προγραμματισμού θεωρεί T περιόδους **[14,15]**. Ο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος μεταφοράς και αποθήκευσης .

Θεωρούμε μια ακέραια μεταβλητή x^{v}_{ijt} , η οποία ισούται με 1 αν το αυτοκίνητο ταξιδεύει από το i στο j την περίοδο t, και 0 αν δεν το κάνει. Το ποσό που μεταφέρεται (δηλαδή το φορτίο του οχήματος) για το παραπάνω ταξίδι εκπροσωπείται από y^v_{ijt}. Στο i πελάτη, η απογραφή της αποθήκη στο τέλος του χρόνου t είναι I_{it}. Στην περίπτωση που κάνουμε και καταγραφή των επιστροφών (pickups) P_{iv}, υπολογίζουμε τις ποσότητες των άδειων φιαλών ανά πελάτη που επιστρέφουν στην αποθήκη πηγή (depot) οι οποίες υπόκεινται και στους περιορισμούς αποθήκευσης των οχημάτων αλλά και των κόμβων **[12]**.

Η μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος είναι η εξής:

$$\min \qquad \sum_{t=1}^{T}\left[\sum_{i=0}^{N}\sum_{\substack{j=0\\ j\neq 1}}^{N}\sum_{v=0}^{V} c_{ij}\, x_{ijt}^{v} + \sum_{i=1}^{N}(h_i I_{it})\right] \tag{1}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{\substack{j=0\\ j\neq 1}}^{N} x_{ijt}^{v} \leq 1 \qquad i=0,\dots,N, t=1,\dots,T, v=1,\dots,V \tag{2}$$

$$\sum_{\substack{k=0\\ k\neq i}}^{N} x_{ikt}^{v} - \sum_{\substack{l=0\\ l\neq i}}^{N} x_{lit}^{v} = 0 \qquad i=0,\dots,N, t=1,\dots,T, v=1,\dots,V \tag{3}$$

$$y_{ijt}^{v} - q_v x_{ijt}^{v} \leq 0 \qquad i=0,\dots,N, j=0,\dots,N, t=1,\dots,T\ v=1,\dots,V \tag{4}$$

$$\sum_{\substack{l=0\\ l\neq i}}^{N} y_{lit}^{v} - \sum_{\substack{k=0\\ k\neq 1}}^{N} y_{ikt}^{v} \geq 0 \qquad i=0,\dots,N, t=1,\dots,T, v=1,\dots,V \tag{5}$$

$$I_{it-1} - I_{it} + \sum_{v=1}^{V}\left(\sum_{\substack{l=0\\ l\neq i}}^{N} y_{lit}^{v} - \sum_{\substack{k=0\\ k\neq i}}^{N} y_{ikt}^{v}\right) = d_{it} \tag{6}$$

$$P_{ijt}^{v} - q_v x_{ijt}^{v} \leq 0 \quad i=0,\dots,N, j=0,\dots,N, t=1,\dots,T\ v=1,\dots,V \tag{7}$$

$$\sum_{\substack{l=0\\ l\neq i}}^{N} P_{lit}^{v} - \sum_{\substack{k=0\\ k\neq 1}}^{N} P_{ikt}^{v} \geq 0 \qquad i = 0, \dots, N, t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, V$$

(8)

$$EI_{i,t} = EI_{i,t-1} - \sum_{v=1}^{V} \left(\sum_{\substack{l=0\\ l\neq i}}^{N} P_{lit}^{v} - \sum_{\substack{k=0\\ k\neq i}}^{N} P_{ikt}^{v} \right) + d_{i,t}$$

(9)

$$y_{ijt}^{v} + P_{ijt}^{v} \leq Q$$

(10)

$$y_{v,i,\{n+1\},t} = 0 \qquad i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T$$

(11)

$$P, k_{k,\{0\},j,y} \qquad i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T$$

(12)

$$0 \leq I_{it}, \quad 0 \leq P_{v,i,j,t} \qquad i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T$$

(13)

$$x_{ijt}^{v} \in \{0,1\}, \qquad i = 0, \dots, N, j = 0, \dots, N, t = 1, \dots, T\ v = 1, \dots, V$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (1) ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος των διαδρομών και της αποθήκευσης .Ο περιορισμός (2) δηλώνει ότι ένα όχημα θα επισκεφθεί ένα κόμβο μέχρι μία φορά μέσα σε μία χρονική περίοδο και ο περιορισμός (3) εξασφαλίζει την συνέχεια της διαδρομής. Οι περιορισμοί (4,7) εξασφαλίζουν ότι η ποσότητα που μεταφέρθηκε μεταξύ δύο κόμβων θα είναι μηδέν όταν δεν έχει υπάρχει όχημα μεταξύ των δύο αυτών κόμβων, και ότι η ποσότητα που μεταφέρθηκε είναι μικρότερη ή ίση με την χωρητικότητα του οχήματος. Οι περιορισμοί (5,8) μαζί με άλλα στοιχεία του μοντέλου εξασφαλίζουν ότι η αποτελεσματική λύση δεν θα περιέχει «παρακάμψεις». Τέλος ο περιορισμός (6) είναι το ισοζύγιο μεταξύ γεμάτων και άδειων φιαλών του πελάτη *i* στο τέλος της περιόδου *t*, ενώ σύμφωνα με τον περιορισμό χωρητικότητας (9), όταν ένα όχημα φεύγει από έναν πελάτη το συνολικό φορτίο πρέπει να είναι ίσο η λιγότερο με την συνολική χωρητικότητα *Q*.**[11,12,14]**

5.3 Στρατηγική Ρύθμιση Προβλεπτικού Μοντέλου για το Πρόβλημα IRP

Οι διευθυντές εφοδιαστικής αλυσίδας επιθυμούν να εξισορροπήσουν τη μεγιστοποίηση των κερδών με ελαχιστοποίηση του κινδύνου. Ένας τρόπος για να ελαχιστοποιηθεί ο κίνδυνος είναι να κρατηθεί κάποιο ρυθμιστικό απόθεμα, έτσι ώστε η αλυσίδα εφοδιασμού να μπορεί να ανταποκριθεί στις επείγουσες παραγγελίες ή αιχμές της ζήτησης.

Έχουμε υιοθετήσει τη στρατηγική MPC **[18]**, που παρουσιάζεται στο Σχήμα 4, με τα ακόλουθα βήματα:

i. Οι μελλοντικές εκροές για την πρόβλεψη ορίζοντα Np, οι προβλεπόμενες σε κάθε χρονική στιγμή t χρησιμοποιώντας το μοντέλο της παραπάνω διεργασίας (5.2.1 / 2-13).

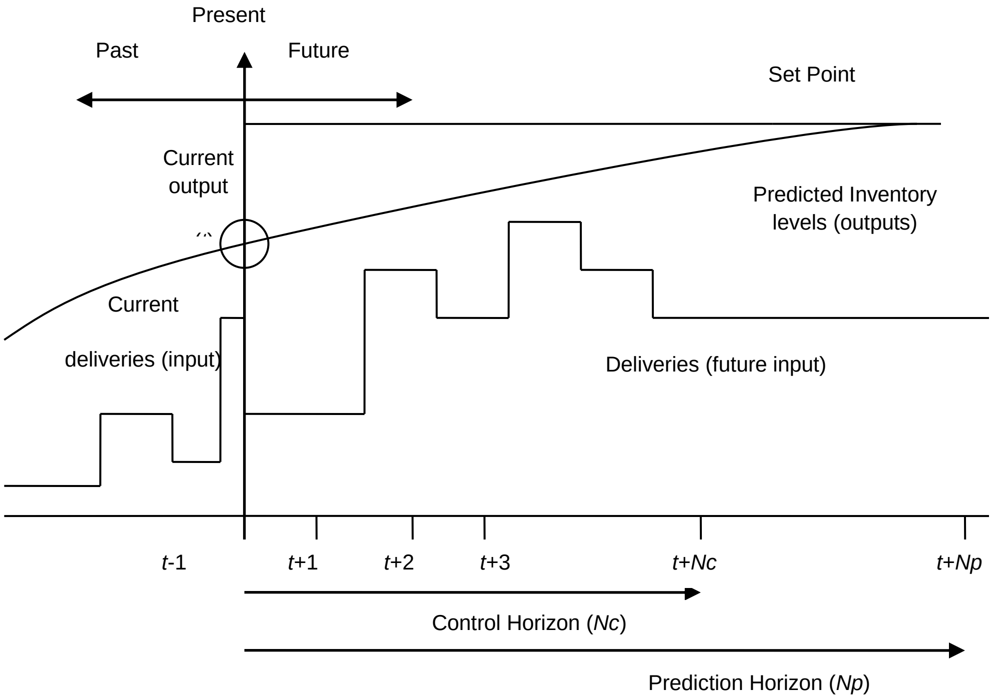
ii. Το σύνολο των μελλοντικών σημάτων ελέγχου υπολογίζεται βελτιστοποιώντας ένα ισορροπημένο σημείο ρύθμισης κριτήριου εντοπισμού (τετραγωνική συνάρτηση) και το κριτήριο του οικονομικού κόστους(1).

iii. Το σήμα ελέγχου *u (t | t)* (παραδόσεις) αποστέλλεται στη διαδικασία, ενώ οι μέλλουσες υπολογισμένες παραδόσεις απορρίπτονται , επειδή κατά την επόμενη στιγμή δειγματοληψίας, η στιγμή *y (t + 1)* είναι ήδη γνωστή και το στάδιο 1 επαναλαμβάνεται με τη νέα αυτή τιμή και όλες οι σειρές ανανεώνονται. Έτσι, η *u (t + 1 | t + 1)* υπολογίζονται με την έννοια υποχωρούντος ορίζοντα.

Η βασική δομή της στρατηγικής που χρησιμοποιείται φαίνεται στο Σχήμα 5. Το μοντέλο (2-13) χρησιμοποιείται για να προβλέψει τις μελλοντικές απογραφές, με βάση την προηγούμενη τιμή, τις τρέχουσες τιμές και τις προτεινόμενες βέλτιστες μελλοντικές ενέργειες παράδοσης. Αυτές οι δράσεις υπολογίζονται από το βελτιστοποιητή λαμβάνοντας υπόψη το κόστος λειτουργίας καθώς και τους περιορισμούς. Χρησιμοποιούμε μια αναπαράσταση κατάστασης χώρου του συστήματος:

$$x^{+} = Ax + Bu - B_d d$$

στην οποία x∈ $\mathbf{Z}^{\mathbf{N}}$ είναι η κατάσταση του συστήματος, δηλαδή οι αποθήκες των πελατών
[I₁ I₂ … I_N]', *u*∈ $\boldsymbol{Z}^{\boldsymbol{N}}$ είναι η μεταβλητή εκ χειρισμού , δηλαδή οι παραδοτέες ποσότητες
[u₁ u₂ … u_N]', όπου $u_i = \sum_{v=1}^{V}\left(\sum_{\substack{l=0\\ l\neq i}}^{N} y_{lit}^{v} - \sum_{\substack{k=0\\ k\neq i}}^{N} y_{ikt}^{v}\right)$ και *d*∈ $\boldsymbol{Z}^{\boldsymbol{N}}$ είναι οι διαταραχές του συστήματος, δηλαδή η ζήτηση των πελατών *[d₁ d₂ … d_N]'*.



Σχήμα 4: Στρατηγική Ρύθμισης Προβλεπτικού Μοντέλου

Οι έξοδοι είναι οι ίδιες οι μεταβλητές κατάστασης y≡x. Για την ονομαστική διαταραχή (ζήτηση) d_s, υποθέτοντας την σταθερότητα του συστήματος **[17]**, υιοθετούμε το μοντέλο της σε απευθείας σύνδεσης τερματικού περιορισμού προβλήματος MPC (14).

Με την εξίσωση $g^c(x(j)) = \sum_{i=0}^{N}\sum_{\substack{j=0\\ j\neq 1}}^{N}\sum_{v=0}^{V} c_{ij}\, x_{ijt}^{v} + \sum_{i=1}^{N} h_i I_i$ αναπαριστούμε το κόστος μεταφοράς και αποθήκευσης .

Με την εξίσωση $g^t(x(t)) = \frac{1}{2}(x_t - x_{t,s})' P_t (x_t - x_{j,s})$ περιγράφουμε το κόστος παρακολούθησης, με την παράμετρο P για το κόστος παρακολούθησης των αποθεμάτων ασφαλείας x_s και των στοχευόμενων παραδόσεων u_s. Ο συντελεστής a και (1-a), όπου a∈[0,1] είναι μια σταθερά στάθμισης που ανατίθεται στο οικονομικό κόστος ή στο κόστος παρακολούθησης αντίστοιχα.

$$min \qquad \sum_{t=0}^{Np-1}[ag^c(x(j),u(j)) + (1-a)\, g^t(x(t),u(t))]$$

(14)

$$s.t \qquad x(t+1) = Ax(t) + Bu\,(t) - B_d d(t), \;\; t \in \{0,\dots,Np-1\}$$

5.4 Γραμμικοποίηση Μη Γραμμικών Όρων της Αντικειμενικής Συνάρτησης

Όπως είχε αναφερθεί και στο θεωρητικό υπόβαθρο, η επίλυση προβλημάτων πού έχουν μη γραμμική αντικειμενική συνάρτηση ή περιορισμούς, οδηγεί σε δυσκολία επίλυσης ή τοπικά βέλτιστα. Γι αυτόν τον λόγο γίνεται προσπάθεια προσέγγισης των μη γραμμικών συστημάτων με γραμμικές σχέσεις.

Στο πρόβλημα μας με την χρήση του προβλεπτικού μοντέλου ρύθμισης η αντικειμενική συνάρτηση περιέχει τον παρακάτω μη γραμμικό όρο:

$$\frac{1}{2}(x_t - x_{t,s})'P_t(x_t - x_{j,s})$$

ο οποίος μπορεί να αντικατασταθεί με τον παρακάτω:

$$\frac{1}{2}\sum_{\iota=1}^{N}\left[diag(P)_i(x_t^2 - 2x_t x_{j,s} + x_{j,s}^2)\right]$$

Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι ο παραπάνω μετασχηματισμός είναι εφικτός γιατί ο πίνακας P είναι διαγώνιος (κάτι που δεν συμβαίνει σε όλες τις περιπτώσεις MPC)

Θέτοντας: $q_{1,t} = x_t^2$ *και* $q_{2,t} = x_t$

Έχουμε ότι $g^t(x(t)) = \frac{1}{2}\sum_{\iota=1}^{N}\left[diag(P)_i\left(q_{1,j,t}^2 - 2q_{2,j,t}x_{j,s} + x_{j,s}^2\right)\right]$

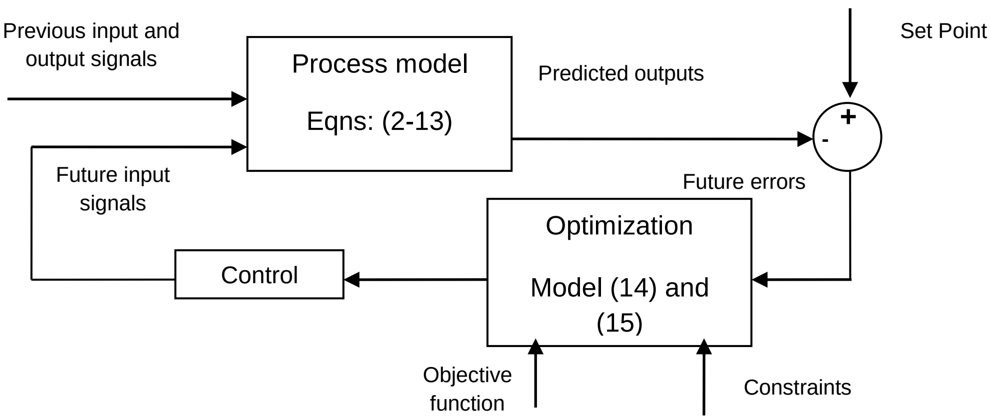
(15)

με $q_{2,t} = y_{1,t} + 2y_{2,t} + \dots + 120y_{20,t}$ ($x_t \leq 120$)

και $q_{1,t} = y_{1,t} + 4y_{2,t} + \dots + 14400y_{20,t}$

$$\sum_{k=1}^{120} y_{k,t} \le 1, \quad y_{k,t} \in \{0,1\}$$

όπου $x_{i,t} = I_{i,t}$



Σχήμα 5: Δομή στρατηγικής ρυθμιστικού μοντέλου για το πρόβλημα δρομολόγησης αποθεμάτων

5.5 Σχεδιασμός Υπολογιστικών Πειραμάτων

Σε όλα τα σενάρια οι πελάτες τοποθετήθηκαν σε ένα τετράγωνο 20x20 μονάδων απόστασης και οι συντεταγμένες τους παράχθηκαν χρησιμοποιώντας την κανονική κατανομή μέσα σε αυτά τα όρια. Η αποθήκη (depot) βρίσκετε στην μέση του τετραγώνου. Το μοναδιαίο κόστος αποθήκευσης αλλά και μεταφοράς θεωρήθηκε ίσο με ένα για όλους τους πελάτες και το μέγιστο όριο αποθήκευσης ίσο με 250 αντικείμενα. Όλοι οι πελάτες ξεκινάνε με ένα αρχικό αριθμό 20 φιαλών αερίου. Η ζήτηση για κάθε πελάτη παράχθηκε χρησιμοποιώντας την κανονική κατανομή από 25 έως 50 αντικείμενα την εκάστοτε χρονική περίοδο t και τυπική απόκλιση ίση με 1. Η συνολική χωρητικότητα των οχημάτων θεωρήθηκε ίση με 120 μονάδες. Στην μέθοδο A2 και B2 που υπάρχει η παραλαβή άδειων φιαλών από κάθε πελάτη, θεωρήσαμε ότι υπήρχε και κάποια αρχική ποσότητα pickups η οποία ήταν 5 ή 10 φιάλες.

Στα σενάρια Β1 και Β2 που χρησιμοποιούμε την μέθοδο ρυθμιστικού μοντέλου έγιναν και οι παρακάτω επιπρόσθετες υποθέσεις όσων αφορά τις αρχικές παραμέτρους των πειραμάτων. Ο συντελεστής στάθμισης «α» πήρε τις ακόλουθες τιμές {0, 0.2, 0.5, 0.8, 0.9, 1}. Ακόμα για κάθε πελάτη *i* τα αποθέματα ασφαλείας θεωρήθηκαν ίσα με την ονομαστική ζήτηση (d_n).

5.6 Μέθοδος καταγραφής αποτελεσμάτων

Για την εύρεση των βέλτιστων λύσεων για τα προαναφερθέντα σενάρια έγινε χρήση του επιλύτη CPLEX και η γλώσσα κωδικοποίησης του GAMS **[20]**. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται αρχικά με πρωταρχικό κριτήριο το συνολικό κόστος κάθε σεναρίου (καθώς και τον διαχωρισμό του σε κόστος αποθήκευσης και κόστος μεταφοράς). Ταυτόχρονα γίνεται και αναφορά στις παραδόσεις (ή και τις παραλαβές στις περιπτώσεις Α2 και Β2).

Στους πίνακες του κεφαλαίου Α του παραρτήματος παρουσιάζονται τα συνολικά κόστη καθώς και τα δρομολόγια που έκαναν τα οχήματα για κάθε σενάριο που δεν εμπεριείχε την μέθοδο ρύθμισης προβλεπτικού μοντέλου. Ταυτόχρονα επεξηγείται και το ποσό των παραδόσεων για κάθε πελάτη *i* κάθε χρονική περίοδο *t*.

Στο κεφάλαιο Β του παραρτήματος παρουσιάζονται αρχικά τα αποτελέσματα για τα σενάρια που μελετήθηκαν τα οποία περιείχαν και την μέθοδο MPC. Υπάρχει πλήρης καταγραφή του συνολικού κόστους κάθε σεναρίου καθώς και σύγκριση του ανάλογα με την μεταβολή του συντελεστή στάθμισης «α». Στην συνέχεια υπάρχουν διαγράμματα που αποτυπώνουν την μεταβολή του πραγματικού κόστους αλλά και του ρίσκου εξάντλησης των αποθεμάτων των πελατών σε σχέση με τον «α».

Τέλος στο κεφάλαιο Γ του παραρτήματος υπάρχουν για κάθε σενάριο τα προφίλ των καταγραφών αποθεμάτων και πως αυτά μεταβάλλονται συναρτήσει του «α», ξεκινώντας από το 1 (χωρίς ρύθμιση) και καταλήγοντας στο 0. Στο παρακάτω κεφάλαιο υπάρχει επεξήγηση και σχολιασμός των αποτελεσμάτων.

6. Αποτελέσματα

6.1 Συνολικό κόστος των σεναρίων του προβλήματος απλής βελτιστοποίησης χωρίς την χρήση ρύθμισης

Τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα κόστους για όλα τα σενάρια τύπου A φαίνονται παρακάτω.

Σενάριο	Συνολικό κόστος	Συνολικό Κόστος/μήνα
A1_N3_T2	99	49,5
A1_N3_T3	156	52,0
A1_N3_T4	209	52,3
A1_N3_T6	321	53,5
A1_N3_T12	644	53,7
A1_N4_T2	100	50,0
A1_N4_T3	164	54,7
A1_N4_T4	189	47,3
A1_N4_T6	284	47,3
A1_N4_T12	650	54,2
A1_N5_T2	168	84,0
A1_N5_T3	256	85,3
A1_N5_T4	445	111,3
A1_N5_T6	553	92,2
A1_N5_T12	1094	91,2
A2_N3_T2	99	49,5
A2_N3_T3	154	51,3
A2_N3_T4	214	53,5
A2_N3_T6	319	53,2
A2_N3_T12	642	53,5
A2_N4_T2	100	50,0
A2_N4_T3	168	56,0
A2_N4_T4	189	47,3
A2_N4_T6	288	48,0
A2_N4_T12	647	53,9
A2_N5_T2	168	84,0
A2_N5_T3	238	79,3
A2_N5_T4	393	98,3
A2_N5_T6	407	15,7
A2_N5_T12	721	60,1

Πίνακας 1: Συνολικό και ανά μήνα κόστος για όλα τα σενάρια

Παρατηρούμαι ότι η γενική τάση είναι το συνολικό κόστος να αυξάνετε με την αύξηση των πελατών καθώς και με την αύξηση των χρονικών περιόδων πράγμα τελείως λογικό. Η βασική όμως παρατήρηση είναι ότι σε όλα τα Α σενάρια μεγαλώνει το συνολικό μηνιαίο κόστος όσο μεγαλώνει και ο αριθμός των περιόδων, με αποτέλεσμα να συναντάμε το μεγαλύτερο συνολικό μηνιαίο κόστος για *T=12*. Τα παραπάνω αποτελέσματα και μαζί με αυτά που συναντάμε στους πίνακες του κεφαλαίου Α του παραρτήματος αποτελούν θετικές ενδείξεις για την αποτελεσματικότητα του μοντέλου στην μείωση του κόστους και των δρομολογίων των οχημάτων.

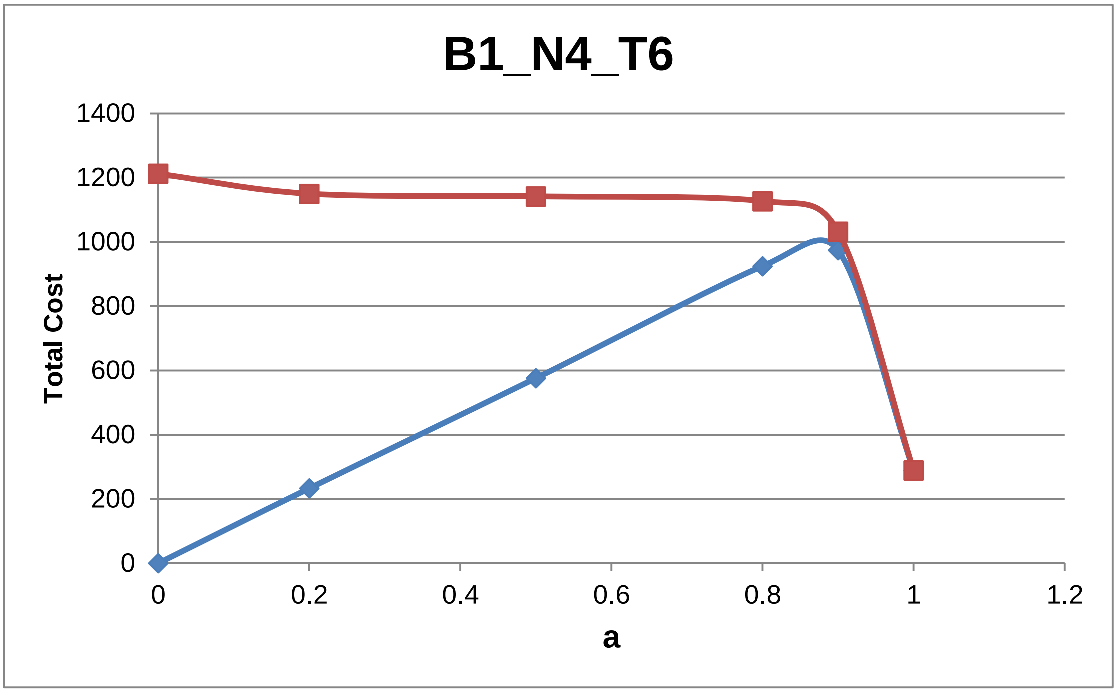
6.2 Σύγκριση συνολικού κόστους με συντελεστή στάθμισης «α»

Στα προβλήματα Β1 και Β2 ήταν πολύ σημαντικό να δούμε πως αλλάζει το συνολικό κόστος σε σχέση με τον συντελεστή «α». Αυτό δίνει την δυνατότητα επιλογής στρατηγικών αποφάσεων καθώς συνδυάζει την μείωση του κόστους με την εμπιστοσύνη που δείχνουν οι πελάτες στο πρόσωπο της εταιρείας (αποθήκης). Τα συνολικά κόστη καταγράφηκαν για έξι διαφορετικές τιμές του α {0, 0.2, 0.5, 0.8, 0.9, 1} όπου α=1 είναι χωρίς καθόλου ρύθμιση ενώ για α=0 το σύστημα είναι τελείως ρυθμισμένο.

Παρακάτω φαίνεται ένα παράδειγμα (B1_N4_T6) του οποίου τα αποτελέσματα ακολουθούν πλήρων την τάση την οποία υπάρχει σε όλα τα σενάρια. Στον πίνακα (αλλά και στο διάγραμμα) υπάρχει η διαφοροποίηση του του Total Cost και του Real Total Cost. To real total cost είναι το πραγματικό κόστος δρομολόγησης και αποθήκευση των αποθεμάτων του εκάστοτε σεναρίου, ενώ το Total Cost αποτελεί ένα “λογιστικό” κόστος στο οποίο συνυπολογίζεται και το ρίσκο να εξαντληθούν τα αποθέματα στην αποθήκη του πελάτη εάν το σύστημα δεν είναι καλός ρυθμισμένο.

B1_N4_T6					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	378	834	0	1212
0,2	233,2	314	836	4	1150
0,5	576	312	830	10	1142
0,8	924,6	340	787	115	1127
0,9	974	300	732	452	1032
1	289	288	1	29819	289

Πίνακας 2: Συνολικά κόστη για όλους τους συντελεστές στάθμισης . Σενάριο B1_N4_T6



Σχήμα 6: Σύγκριση συνολικού κόστους με συντελεστή στάθμισης «α». Σενάριο B1_N4_T6

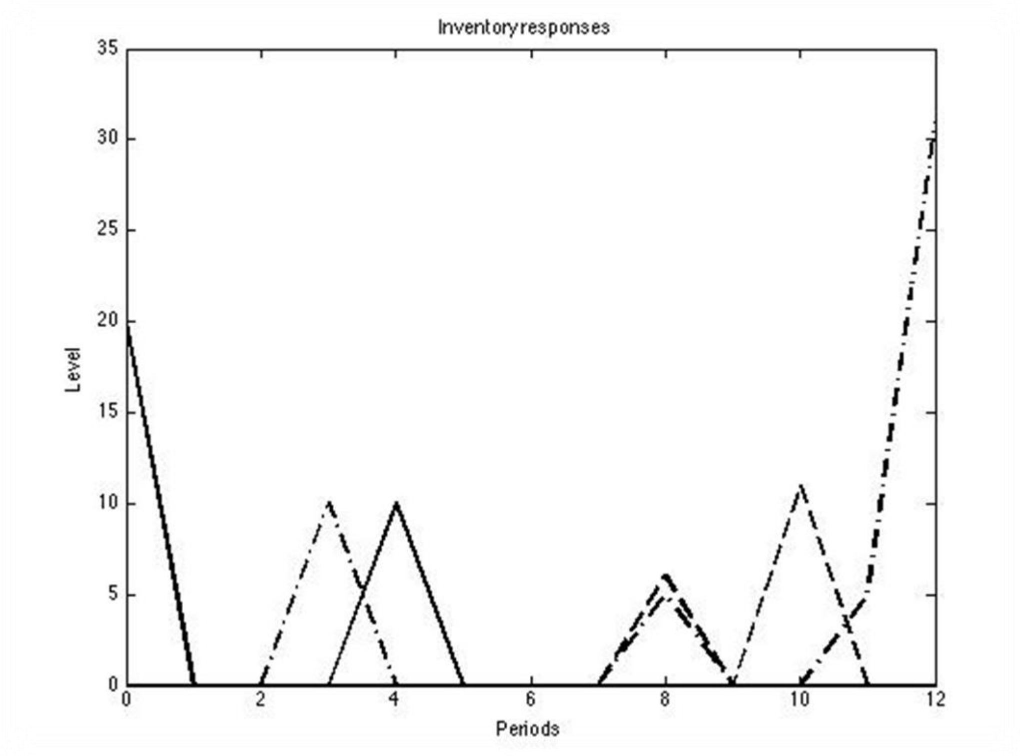
Όσο πιο αριστερά στο διάγραμμα κινούμαστε στον άξονα του «α» τόσο λιγότερο ρυθμισμένο είναι το σύστημα. Παρατηρούμε ότι η γραμμή που αντιπροσωπεύει το πραγματικό κόστος μειώνεται όσο συμβαίνει αυτό, ενώ η γραμμή του ρίσκου εξάντλησης αποθεμάτων αυξάνεται. Για α=1 οι τιμές συμπίπτουν καθώς ο συντελεστή βαρύτητας της παρακολούθησης των αποθεμάτων ασφαλείας, άρα και ο δεύτερος όρος της αντικειμενικής συνάρτησης κόστους μηδενίζεται.

Οι πίνακες αποτελεσμάτων με τα αντίστοιχα διαγράμματα των υπόλοιπων σεναρίων βρίσκονται στο κεφάλαιο Β του παραρτήματος.

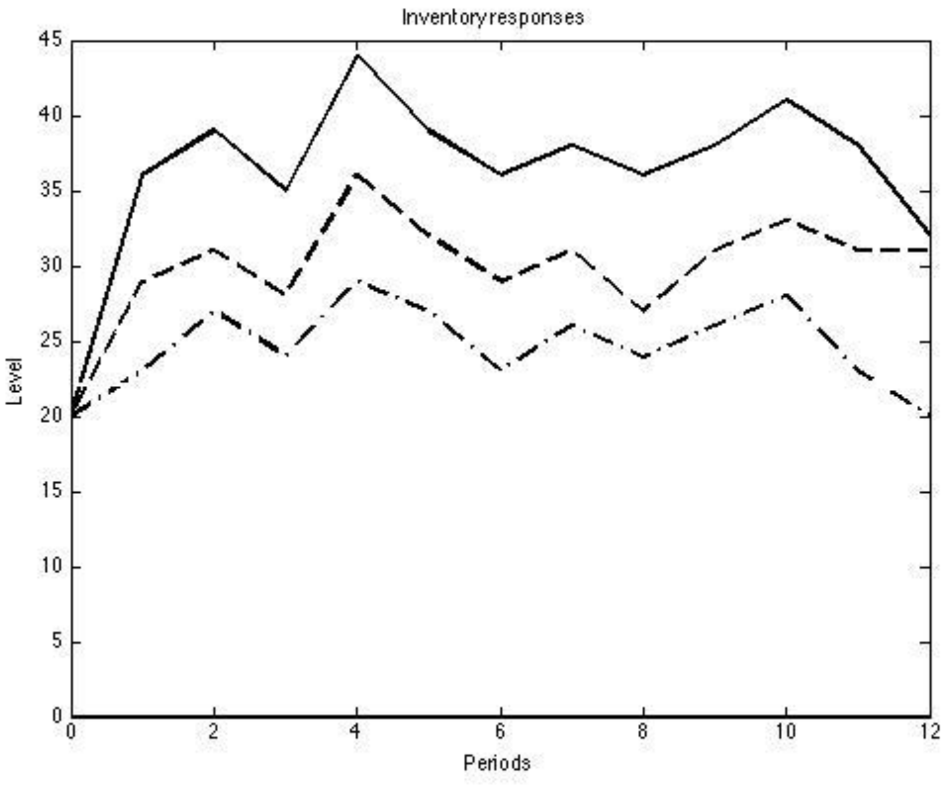
6.3 Αποκρίσεις αποθεμάτων σε συνάρτηση με τον συντελεστή στάθμισης «α»

Η μέθοδος MPC χρησιμοποιήθηκε για να ισορροπήσει όσο το δυνατόν γίνετε τις ανωμαλίες που μπορεί να παρουσιάσει η μελλοντική ζήτηση σε έναν πελάτη, έτσι ώστε αυτός να μπορεί να την καλύψει χωρίς όμως να αυξάνει το κόστος αποθήκευσης το οποίο έχει. Όπως αναφέραμε και παραπάνω στο κεφάλαιο 4 και 6 ο συντελεστής «α» ρυθμίζει το που θέλουμε να δώσει έμφαση η συνάρτηση κόστους. Ανάλογα με την τιμή του «α» λοιπόν θα μεταβάλλονται οι τιμές του κόστους καθώς και οι τιμές των απογραφών (inventories) σε κάθε πελάτη κάθε χρονική στιγμή. Το α παίρνει τιμές μεταξύ του 0 και του 1. Εμείς μελετήσαμε τις περιπτώσεις στις οποίες παίρνει τις τιμές {0, 0.2, 0.5, 0.8, 0.9, 1}. Όσο οι τιμές προσεγγίζουν το 1 τόσο λιγότερο ρυθμισμένο είναι το σύστημα και τόσο μεγαλύτερες διακυμάνσεις εμφανίζονται. Αντίθετα όσο οι τιμές προσεγγίζουν το 0 τόσο καλύτερη ρύθμιση των αποθεμάτων υπάρχει και μάλιστα αυτή επιτυγχάνετε και πιο νωρίς.

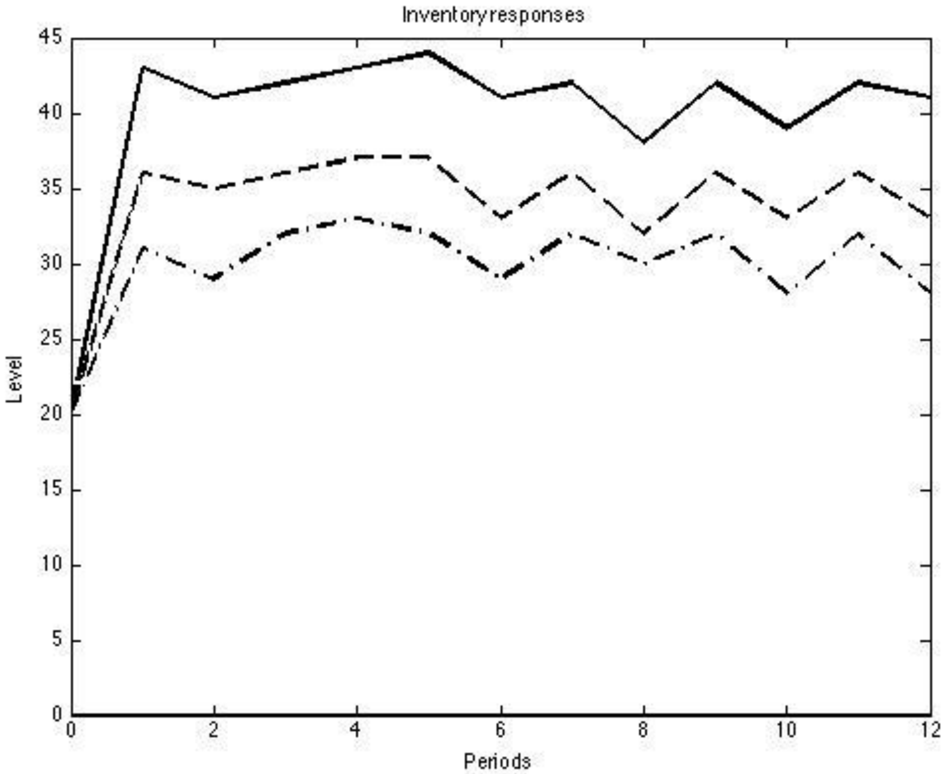
Παρακάτω φαίνεται ένα παράδειγμα (B1_N3_T12) του οποίου τα αποτελέσματα ακολουθούν πλήρων την τάση την οποία υπάρχει σχεδόν σε όλα τα σενάρια.



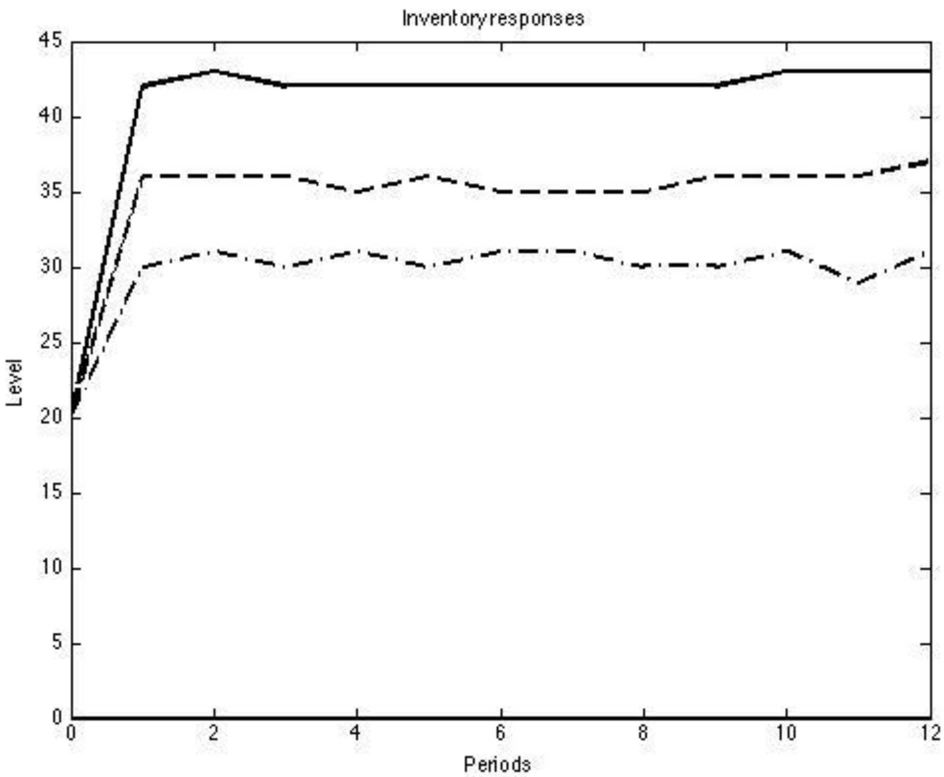
Σχήμα 7: B1_N3_T12 με α=1 (No Control)



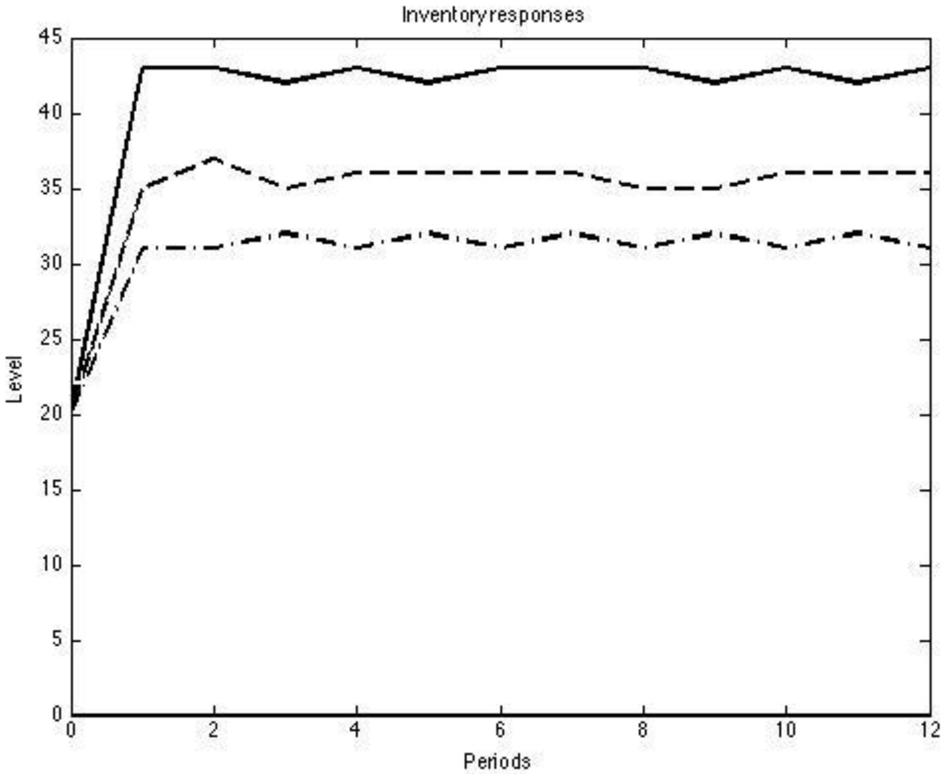
Σχήμα 8: B1_N3_T12 με α=0.9



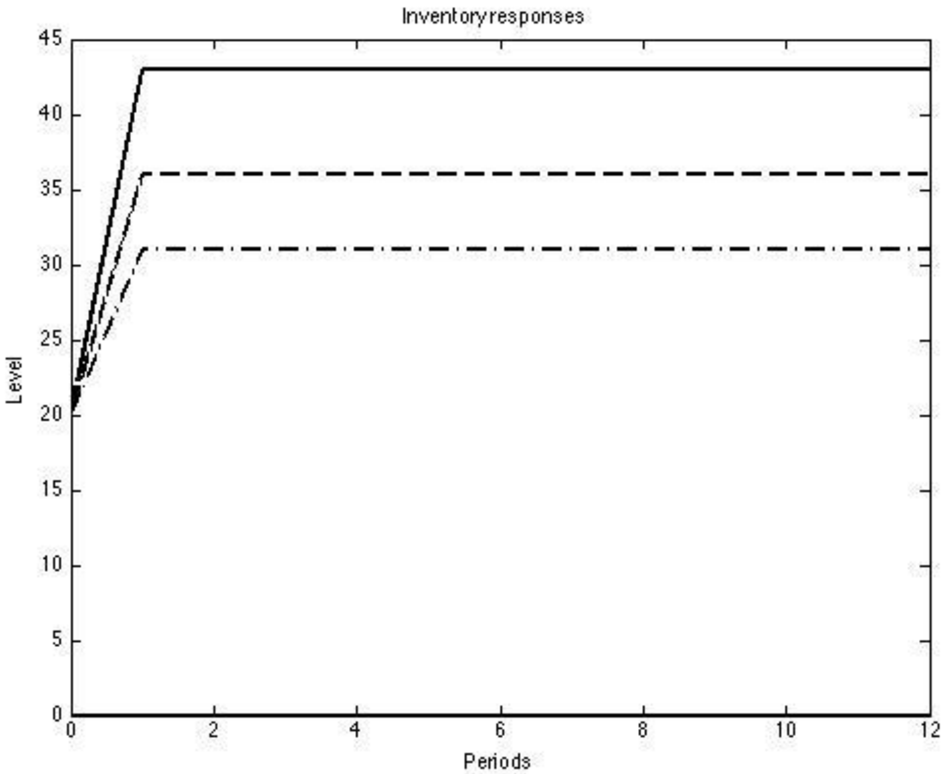
Σχήμα 10: B1_N3_T12 με α=0.8



Σχήμα 9: B1_N3_T12 με α=0.5



Σχήμα 11: B1_N3_T12 με α=0.2



Σχήμα 12: B1_N3_T12 με α=0

Παρατηρούμαι ότι το σύστημα μας ρυθμίζεται απόλυτα και μάλιστα μέσα σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα για όταν τα α είναι ίσα με το μηδέν ή το προσεγγίζουν. Σε άλλες περιπτώσεις στις οποίες υπάρχουν μόνο δύο χρονικές περίοδοι μελέτης το σύστημα επανέρχεται σε ισορροπία των inventories σχεδόν ακαριαία.

Τα διαγράμματα όλων των σεναρίων για κάθε έναν από τους έξι διαφορετικούς συντελεστές στάθμισης βρίσκονται στο κεφάλαιο Γ του παραρτήματος.

7.Συμπεράσματα και Μελλοντικές Κατευθύνσεις

Στην παρούσα εργασία διατυπώθηκαν και μοντελοποιήθηκαν προβλήματα δρομολόγησης και ρύθμισης αποθεμάτων. Τα προτεινόμενα μοντέλα αφορούν σε δυο σκέλη, με το πρώτο να έχει στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους διανομής και αποθεμάτων ενώ το δεύτερο την ελαχιστοποίηση του ρίσκου εξάντλησης των αποθεμάτων μέσω της ρύθμισής τους σε αποδεκτά επίπεδα ασφαλείας. Και για τα δυο σκέλη παράχθηκε τεχνητά μια σειρά σεναρίων. Για το πρώτο σκέλος προβλημάτων οι περιπτώσεις ορίζονται ντετερμινιστικά, δίνοντας μας όλες τις απαιτούμενες λεπτομέρειες για την βελτιστοποίηση του προβλήματος χωρίς, και με, την συλλογή (pickups) των άδειων φιαλών υγραερίου από τους πελάτες. Στο δεύτερο σκέλος τα σενάρια που παράχθηκαν συνδυάζουν την ντετερμινιστική σκοπιά αντιμετώπισης του προβλήματος καθώς και ένα δυναμικό μοντέλο πρόβλεψης για το πολυπεριοδικό πρόβλημα δρομολόγησης αποθεμάτων, όπου λαμβάνεται υπόψη η αβεβαιότητα στο προφίλ της ζήτησης. Από τα αποτελέσματα φαίνεται ότι η προτεινόμενη στρατηγική του προβλεπτικού ρυθμιστικού μοντέλου, μπορεί να οδηγήσει κυρίως σε σταθεροποίηση της εφοδιαστικής αλυσίδας, (έχοντας πάντα αποθήκες έτοιμες να καλύψουν τις ανάγκες σε όλες τις πιθανές ανωμαλίες της ζήτησης), και σε κάποιες περιπτώσεις ακόμα και σε μείωση του συνολικού κόστους. Αυτό σημαίνει ότι η ρύθμιση προβλεπτικού μοντέλου ενώ χρησιμοποιείται ήδη στην επίλυση προβλημάτων διαχείρισης αποθεμάτων θα πρέπει να μπει πιο ενεργά στον κλάδο καθώς μπορεί να προσφέρει τα μέγιστα στα υπάρχον προβλήματα παράγοντας βέλτιστες λύσεις και για την δρομολόγηση των οχημάτων.

Όμως όπως αναφέρθηκε και παραπάνω τα προβλήματα που πραγματεύονται στην παρούσα εργασία θεωρούνται NP-hard καθώς ο αριθμός των πιθανών δρομολογίων για ένα πρόβλημα που προσεγγίζει την πραγματικότητα (π.χ. 100 πελάτες) είναι τόσο μεγάλος που για την επίλυση του θα έπρεπε να χρησιμοποιηθεί ένα ευρετικός (heuristic) αλγόριθμος. Αυτό είναι κάτι το οποίο προτείνεται να γίνει σε μελλοντική έρευνα του θέματος με ταυτόχρονη ένταξη στο πρόβλημα των χρονικών παραθύρων που γίνονται οι παραδόσεις στους πελάτες (time windows) έτσι ώστε το πρόβλημα να προσεγγίσει όσο το δυνατών περισσότερο την πραγματικότητα.

<u>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</u>

[1] Ιωάννης Μαρινάκης και Αθανάσιος Μυγδαλάς. *Σχεδιασμός και Βελτιστοποίηση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας*. Εκδόσεις σοφία, Θεσσαλονίκη, 2008

[2] Κολέτσος Ι., Στογιάννης Δ. (2012). *Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα*, εκδ. Συμεών

[3] Mentzer, J.T. et al. (2001): Defining Supply Chain Management, in: Journal of Business Logistics, Vol. 22, No. 2, 2001, pp. 1–25

[4] V. Misra, M.I. Kahn, U.K. Singh, Supply Chain Management Systems: Architecture, Design and Vision, North American Business Press 2010

[5] Σίσκος, Γ. *Γραμμικός Προγραμματισμός.* Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών : Αθήνα, 1998.

[6] Eudoxus Systems Ltd., LP Training, “What is Mathematical Programming?” (http://www.eudoxus.com/)

[7] Article by Science Daily, “Mathematical Model

[8] G.Cornevelis van Kooten, “Introduction to Mathematical and Linear Programming

[9] Campbell Ann, Clarke Lloyd, Kleywegt Anton, Savelsbergh Martin (1997). The Inventory Routing Problem

[10] Chien T., Balakrishnan A. and Wong R. (1989). An integrated inventory allocation and vehicle routing problem. *Transportation Science*.

[11] Tamer F. Abdelmaguid , Maged M. Dessouky , Fernando Ordσpez (2008) Heuristic approaches for the inventory-routing problem with backlogging.

[12] Fengqi You, Jose M. Pinto, Elisabet Cap_on, Ignacio E. Grossmann, Nikhil Arora, and Larry Megan. “Optimal Distribution-Inventory Planning of Industrial Gases. Fast Computational Strategies for Large-Scale Problems”

[13] Kleywegt, A.J., Nori, V.S., Savelsbergh, M.W.P. (2002) The stochastic inventory routing problem with direct deliveries. Transportation Science, 36 (1), pp. 94-118.

[14] Nikolakopoulos, A. and Sarimveis, H. (2006). A Heuristic Approach to the Vehicle

Routing Problem with Time Windows and Simultaneous Pick-up and Delivery. Proceedings of the Odysseus 2006, Third International Workshop on Freight Transportation and Logistics, p.263-266.

[15] Nikolakopoulos, A. (2015) A Metaheuristic Reconstruction Algorithm for Solving
Bi-level Vehicle Routing Problems with Backhauls for Army Rapid Fielding, Springer
Operations Research/ Computer Science Interfaces Series, 56, pp. 141-157

[16] Amrit, R., Rawlings, J.B., Angeli, D. (2011) Economic optimization using model predictive control with a terminal cost. Annual Reviews in Control, 35 (2), pp. 178 - 186.

[17] Camacho E.F. and Bordons C. (1999), Model Predictive Control, Springer

[18] D. W. Clarke, Application of Generalized Predictive Control to Industrial Processes. IEEE Control Systems Magazine, 122: 49-55, 1988.

[19] McCarl, Bruce A. *McCarl GAMS User Guide.* Texas, 2008

Παράρτημα

Α. Πίνακες κόστους και δρομολόγησης των υπό μελέτη σεναρίων χωρίς MPC

A1_N3_T2

Total Cost	99
Transportation Cost	99
Inventory Cost	0

YD(i) \ t	1	2
1	12	34
2	30	49
3	15	36

Vehicle 1: X(I,j) \ t	1	2
0.3	0	1
0.4	1	0
1.4	0	1
3.1	0	1

Vehicle 2: X(I,j) \ t	1	2
0.2	0	1
0.3	1	0
1.2	1	0
2.4	1	1
3.1	1	0

A1_N3_T3

Total Cost	156
Transportation Cost	147
Inventory Cost	9

YD(i) \ t	1	2	3
1	11	32	31
2	16	37	36
3	22	51	33

Vehicle 1: X(I,j) \ t	1	2	3
0.1		1	
0.4	1		1
1.3		1	
3.4		1	

Vehicle 2: X(I,j) \ t	1	2	3
0.2	1	1	1
1.3			1
1.4	1		
2.1			1
2.3	1		
2.4		1	
3.1	1		
3.4			1

A1_N3_T4

Total Cost	209
Transportation Cost	209
Inventory Cost	0

YD(i) \ t	1	2	3	4
1	24	44	44	45
2	18	36	38	38
3	19	36	37	36

Vehicle 1: X(I,j) \ t	1	2	3	4
0.2	1			
0.3		1	1	1
1.3	1			
1.4		1	1	1
2.1	1			
3.1		1	1	1
3.4	1			

Vehicle 1: X(I,j) \ t	1	2	3	4
0.2		1	1	1
0.4	1			
2.4		1	1	1

A1_N3_T6

Total Cost	321
Transportation Cost	321
Inventory Cost	0

YD(i) \ t	1	2	3	4	5	6
1	30	49	50	49	49	50
2	24	44	45	44	45	45
3	29	50	50	49	49	49

Vehicle 1: X(I,j) \ t	1	2	3	4	5	6
0.3		1	1	1	1	1
0.4	1					
1.4		1	1		1	1
3.1		1	1		1	1
3.4				1		

Vehicle 1: X(I,j) \ t	1	2	3	4	5	6
0.1				1		
0.2	1	1	1		1	1
1.2				1		
1.3	1					
2.1	1					
2.4		1	1	1	1	1
3.4	1					

A1_N3_T12

Total Cost	644
Transportation Cost	573
Inventory Cost	71

YD(i) \ t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	11	32	31	32	31	41	21	30	31	31	62	
2	16	46	27	36	35	36	36	46	26	37	36	36
3	22	42	42	51	51	43	43	42	43	45	38	41

Vehicle 1: X(I,j) \ t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1											1	
0.2		1	1		1	1	1	1		1		
0.3				1								
0.4	1								1			1
1.3			1		1		1				1	
1.4		1		1								
2.1		1	1		1		1					
2.4						1		1		1		
3.1				1								
3.4			1		1		1				1	

Vehicle 1: X(I,j) \ t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1						1		1				
0.2	1			1							1	1
0.3		1							1	1		
0.4			1		1		1					
1.2									1			
1.3	1					1		1				
1.4										1		
2.1	1											
2.3												1
2.4				1					1		1	
3.1									1	1		
3.4	1	1				1		1				1

Πίνακας Α. 1: Αποτελέσματα Κόστους και Δρομολόγησης των Σεναρίων A1_N3 για κάθε T = {2,3,4,6,12}

A1_N4_T2

Total Cost	Transportation Cost	Inventory Cost
100	92	8

YD(i)	t = 1	t = 2
1	8	28
2	30	34
3	17	37
4	9	29

Vehicle 1 X(I,j)	t = 1	t = 2
0.1	1	0
0.2	0	1
1.2	1	0
2.3	1	0
2.4	0	1
3.4	1	0
3.5	0	1
4.3	0	1
4.5	1	0

Vehicle 2 X(I,j)	t = 1	t = 2
0.1	0	1
0.5	1	0
1.5	0	1

A1_N4_T3

Total Cost	Transportation Cost	Inventory Cost
164	164	0

YD(i)	t = 1	t = 2	t = 3
1	27	46	47
2	27	47	48
3	30	50	50
4	5	50	26

Vehicle 1 X(I,j)	t = 1	t = 2	t = 3
0.2	1		
0.3		1	
0.4			1
1.5	1		
2.4	1		
3.1	1		
3.4		1	
3.5			1
4.3	1		1
4.5		1	

Vehicle 2 X(I,j)	t = 1	t = 2	t = 3
0.2		1	1
0.5	1		
1.5		1	1
2.1		1	1

A1_N4_T4

Total Cost	Transportation Cost	Inventory Cost
189	188	1

YD(i)	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4
1	20	40	40	40
2	12	31	32	30
3	22	41	42	43
4	7	27	26	27

Vehicle 1 X(I,j)	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4
0.1		1	1	1
0.2	1			
1.5	1	1	1	1
2.3	1			
3.4	1			
4.1	1			

Vehicle 1 X(I,j)	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4
0.2		1	1	
0.3				1
0.5	1			
2.3			1	
2.4		1		
2.5				1
3.4			1	1
3.5		1		
4.2				1
4.3		1		
4.5			1	

A1_N4_T6

Total Cost	Transportation Cost	Inventory Cost
284	284	0

YD(i)	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6
1	21	41	40	40	40	41
2	4	24	25	24	25	25
3	20	40	40	39	40	40
4	15	34	33	34	34	34

Vehicle 1 X(I,j)	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6
0.1			1		1	
0.2		1				1
0.3				1		
0.5	1					
1.5			1		1	
2.3						1
2.4		1				
2.5				1		
3.4				1		1
3.5		1				
4.2				1		
4.3		1				
4.5						1

Vehicle 1 X(I,j)	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6
0.1		1		1		1
0.2	1				1	
0.3			1			
1.5	1	1		1		1
2.4	1				1	
2.5			1			
3.1	1					
3.4			1			
3.5					1	
4.2			1			
4.3	1				1	

A1_N3_T12

Total Cost	Transportation Cost	Inventory Cost
650	620	30

YD(i)	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9	t = 10	t = 11	t = 12
1	9	30	30	30	30	30	30	30	30	31	30	31
2	35	45	56	41	49	49	51	47	55	47	47	47
3	7	27	28	31	24	27	27	26	26	27	27	27
4	7	28	28	28	27	27	27	27	26	26	26	26

Vehicle 1 X(I,j)	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9	t = 10	t = 11	t = 12
0.1			1		1	1		1	1	1	1	1
0.2		1										
0.3				1								
0.4							1					
0.5	1											
1.2						1			1			
1.4			1									
1.5					1			1		1	1	1
2.4		1										
2.5				1		1			1			
3.4				1								
3.5		1	1				1					
4.2				1								
4.3		1	1				1					

Vehicle 1 X(I,j)	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9	t = 10	t = 11	t = 12
0.1		1		1							1	1
0.2			1		1		1	1		1		
0.4	1					1			1			
0.5												
1.5	1	1		1			1					
2.1	1						1					
2.3											1	1
2.4					1			1		1		
2.5			1									
3.2	1											
3.4											1	1
3.5								1	1	1		
4.3	1				1	1		1	1	1		
4.5					1	1					1	1

Πίνακας Α. 2: Αποτελέσματα Κόστους και Δρομολόγησης των Σεναρίων A1_N4 για κάθε T = {2,3,4,6,12}

A1_N5_T2

Total Cost	168
Transportation Cost	166
Inventory Cost	2

YD(i)	t=1	t=2
1	24	43
2	20	39
3	11	26
4	20	38
5	11	31

Vehicle 1 X(I,j)	t=1	t=2
0.2	0	1
0.6	1	0
2.4	0	1
4.6	0	1

Vehicle 2 X(I,j)	t=1	t=2
0.2	1	0
0.3	0	1
1.5	1	0
1.6	0	1
2.1	1	0
3.4	1	0
3.5	0	1
4.6	1	0
5.1	0	1
5.3	1	0

A1_N5_T3

Total Cost	256
Transportation Cost	256
Inventory Cost	0

YD(i)	t=1	t=2	t=3
1	12	32	32
2	25	44	44
3	5	25	25
4	5	26	26
5	22	42	41

Vehicle 1 X(I,j)	t=1	t=2	t=3
0.4		1	1
0.6	1		
2.6		1	1
4.2		1	1

Vehicle 2 X(I,j)	t=1	t=2	t=3
0.4	1		
0.5		1	1
1.3		1	1
1.5	1		
2.6	1		
3.1	1		
3.6		1	1
4.3	1		
5.1		1	1
5.2	1		

A1_N5_T4

Total Cost	445
Transportation Cost	346
Inventory Cost	99

YD(i)	t=1	t=2	t=3	t=4
1	19	39	38	39
2	18	37	55	19
3	27	63	32	48
4	71		45	45
5	23	61	30	42

Vehicle 1 X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4
0.3		1		1
0.4	1		1	
2.6		1	1	
3.2		1		
3.4				1
4.2			1	
4.6	1			1

Vehicle 1 X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4
0.1		1		
0.2	1			1
0.3			1	
1.3	1			
1.5		1	1	1
2.1				1
2.5	1			
3.1			1	
3.6	1			
5.1	1			
5.6		1	1	1

A1_N5_T6

Total Cost	553
Transportation Cost	543
Inventory Cost	10

YD(i)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6
1	11	23	27	27	27	26
2	14	34	34	34	34	34
3	14	37	33	32	34	33
4	42	42	42	42	42	42
5	20	40	40	41	39	40
				0		

Vehicle 1 X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6
0.1	1					
0.2		1				
0.3					1	
0.4			1	1		1
1.5	1					
1.6					1	
2.4		1				
2.6			1	1		1
3.5					1	
4.2			1	1		1
4.6		1				
5.1					1	
5.6	1					

Vehicle 1 X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6
0.1				1		
0.3	1	1	1			1
0.4					1	
1.5				1		
1.6		1	1			1
2.6	1				1	
3.4	1					
3.5		1	1			1
3.6				1		
4.2	1				1	
5.1		1	1			1
5.3				1		

A1_N5_T12

Total Cost	1094
Transportation Cost	1060
Inventory Cost	34

YD(i)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10	t=11	t=12
1	7	32	25	23	25	27	27	27	27	26	27	28
2	29	48	48	49	49	49	49	48	49	48	49	49
3	8	29	29	32	30	29	25	39	28	30	27	28
4	10	32	31	31	31	30	31	32	30	31	31	30
5	31	39	46	45	45	44	48	43	45	44	46	44

Vehicle 1 X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10	t=11	t=12
0.2											1	
0.3				1				1		1		1
0.4			1						1			
0.5		1			1	1	1					
0.6	1											
1.3							1					
1.5				1	1	1				1		1
1.6		1						1				
2.4											1	
2.6			1						1			
3.1		1		1						1		1
3.5								1				
3.6					1	1	1					
4.2			1						1			
4.6											1	
5.1					1	1	1	1				
5.3		1										
5.6				1						1		1

Vehicle 1 X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10	t=11	t=12
0.1			1									
0.2							1	1				1
0.3	1											
0.4		1		1	1	1				1		
0.5									1		1	
1.3									1		1	
1.4	1											
1.5			1									
2.4							1	1				1
2.6	1	1		1	1	1				1		
3.5	1											
3.6			1						1		1	
4.2	1			1	1	1				1		
4.6		1					1	1				1
5.1	1								1		1	
5.3			1									

Πίνακας A. 3: Αποτελέσματα Κόστους και Δρομολόγησης των Σεναρίων A1_N5 για κάθε T = {2,3,4,6,12}

A1_N5_T2

Total Cost	168
Transportation Cost	166
Inventory Cost	2

YD(i)	t=1	t=2
1	24	43
2	20	39
3	11	26
4	20	38
5	11	31

Vehicle 1

X(I,j)	t=1	t=2
0.2	0	1
0.6	1	0
2.4	0	1
4.6	0	1

Vehicle 2

X(I,j)	t=1	t=2
0.2	1	0
0.3	0	1
1.5	1	0
1.6	0	1
2.1	1	0
3.4	1	0
3.5	0	1
4.6	1	0
5.1	0	1
5.3	1	0

A1_N5_T3

Total Cost	256
Transportation Cost	256
Inventory Cost	0

YD(i)	t=1	t=2	t=3
1	12	32	32
2	25	44	44
3	5	25	25
4	5	26	26
5	22	42	41

Vehicle 1

X(I,j)	t=1	t=2	t=3
0.4		1	1
0.6	1		
2.6		1	1
4.2		1	1

Vehicle 2

X(I,j)	t=1	t=2	t=3
0.4	1		
0.5		1	1
1.3		1	1
1.5	1		
2.6	1		
3.1	1		
3.6		1	1
4.3	1		
5.1		1	1
5.2	1		

A1_N5_T4

Total Cost	445
Transportation Cost	346
Inventory Cost	99

YD(i)	t=1	t=2	t=3	t=4
1	19	39	38	39
2	18	37	55	19
3	27	63	32	48
4	71		45	45
5	23	61	30	42

Vehicle 1

X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4
0.3		1		1
0.4	1		1	
2.6		1	1	
3.2		1		
3.4				1
4.2			1	
4.6	1			1

Vehicle 1

X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4
0.1		1		
0.2	1			1
0.3			1	
1.3	1			
1.5		1	1	1
2.1				1
2.5	1			
3.1			1	
3.6	1			
5.1	1			
5.6		1	1	1

A1_N5_T6

Total Cost	553
Transportation Cost	543
Inventory Cost	10

YD(i)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6
1	11	23	27	27	27	26
2	14	34	34	34	34	34
3	14	37	33	32	34	33
4	42	42	42	42	42	42
5	20	40	40	41	39	40

0

Vehicle 1

X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6
0.1	1					
0.2		1				
0.3					1	
0.4			1	1		1
1.5	1					
1.6					1	
2.4		1				
2.6			1	1		1
3.5					1	
4.2			1	1		1
4.6		1				
5.1					1	
5.6	1					

Vehicle 1

X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6
0.1				1		
0.3	1	1	1			1
0.4					1	
1.5				1		
1.6		1	1			1
2.6	1				1	
3.4	1					
3.5		1	1			1
3.6				1		
4.2	1				1	
5.1		1	1			1
5.3				1		

A1_N5_T12

Total Cost	1094
Transportation Cost	1060
Inventory Cost	34

YD(i)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10	t=11	t=12
1	7	32	25	23	25	27	27	27	27	26	27	28
2	29	48	48	49	49	49	49	48	49	48	49	49
3	8	29	29	32	30	29	25	39	28	30	27	28
4	10	32	31	31	31	30	31	32	30	31	31	30
5	31	39	46	45	45	44	48	43	45	44	46	44

Vehicle 1

X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10	t=11	t=12
0.2											1	
0.3				1				1		1		1
0.4			1						1			
0.5		1			1	1	1					
0.6	1											
1.3							1					
1.5				1	1	1				1		1
1.6		1						1				
2.4											1	
2.6			1						1			
3.1		1		1						1		1
3.5								1				
3.6					1	1	1					
4.2			1						1			
4.6											1	
5.1					1	1	1	1				
5.3		1										
5.6				1						1		1

Vehicle 1

X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10	t=11	t=12
0.1			1									
0.2							1	1				1
0.3	1											
0.4		1		1	1	1				1		
0.5									1		1	
1.3									1		1	
1.4	1											
1.5			1									
2.4							1	1				1
2.6	1	1		1	1	1				1		
3.5	1											
3.6			1						1		1	
4.2	1			1	1	1				1		
4.6		1					1	1				1
5.1	1								1		1	
5.3			1									

Πίνακας Α. 4:Αποτελέσματα Κόστους και Δρομολόγησης των Σεναρίων A2_N3 για κάθε Τ = {2,3,4,6,12}

A2_N3_T2

A2_N3_T2	
Total Cost	99
Transportation Cost	99
Inventory Cost	0

YD(i)	t = 1	2
1	12	34
2	30	49
3	15	36

Vehicle 1 X(I,j)	t = 1	2
0.3	1	1
1.2	1	0
1.4	0	1
2.4	1	0
3.1	1	1

Vehicle 2 X(I,j)	t = 1	2
0.2	0	1
0.4	1	0
2.4	0	1

P Iv(i)	t = 1	2
1	10	42
2		50
3	10	45

A2_N3_T3

A2_N3_T3	
Total Cost	154
Transportation Cost	143
Inventory Cost	11

YD(i)	t = 1	2	3
1	11	32	31
2	27	26	36
3	22	42	42

Vehicle 1 X(I,j)	t = 1	2	3
0.2			1
0.3	1		
0.4		1	
1.2	1		
2.4	1		1
3.1	1		

Vehicle 2 X(I,j)	t = 1	2	3
0.1			1
0.3		1	
0.4	1		
1.2		1	
1.3			1
2.4		1	
3.1		1	
3.4			1

P Iv(i)	t = 1	2	3
1		31	63
2		36	73
3		42	84

A2_N3_T4

A2_N3_T4	
Total Cost	214
Transportation Cost	198
Inventory Cost	16

YD(i)	t = 1	2	3	4
1	24	44	44	45
2	18	36	38	38
3	35	20	37	36

Vehicle 1 X(I,j)	t = 1	2	3	4
0.1			1	
0.2				1
0.3		1		
0.4	1			
1.2		1		
1.3			1	
2.4		1		1
3.1		1		
3.4			1	

Vehicle 1 X(I,j)	t = 1	2	3	4
0.1				1
0.2			1	
0.3	1			
0.4		1		
1.2	1			
1.3				1
2.4	1		1	
3.1	1			
3.4				1

P Iv(i)	t = 1	2	3	4
1	10	54	98	142
2		38	74	112
3	10	49	85	122

A2_N3_T6

A2_N3_T6	
Total Cost	319
Transportation Cost	319
Inventory Cost	0

YD(i)	t = 1	2	3	4	5	6
1	30	49	50	49	49	50
2	24	44	45	44	45	45
3	29	50	50	49	49	41

Vehicle 1 X(I,j)	t = 1	2	3	4	5	6
0.1						1
0.2		1	1	1		
0.3	1				1	
1.2	1					
1.3						1
1.4					1	
2.4	1	1	1	1		
3.1	1				1	
3.4						1

Vehicle 1 X(I,j)	t = 1	2	3	4	5	6
0.1		1	1			
0.2					1	1
0.3				1		
0.4	1					
1.3		1	1			
1.4				1		
2.4					1	1
3.1				1		
3.4		1	1			

P Iv(i)	t = 1	2	3	4	5	6
1	10	60	109	159	201	250
2			44	89	133	178
3	10			50	99	148

A2_N3_T12

A2_N3_T12	
Total Cost	642
Transportation Cost	573
Inventory Cost	69

YD(i)	t = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	11	32	63		31	31	31	30	31	31	31	31
2	16	37	36	36	36	36	44	28	36	35	28	36
3	33	31	42	43	51	33	43	42	43	42	41	41

Vehicle 1 X(I,j)	t = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.2		1	1	1	1		1			1		1
0.3						1			1			
0.4	1							1			1	
1.3		1				1						
1.4			1		1				1			
2.1		1	1			1						
2.3				1								
2.4							1		1	1		1
3.1					1							
3.4		1		1		1						

Vehicle 1 X(I,j)	t = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.2	1				1				1		1	
0.3			1				1	1		1		1
0.4		1		1		1						
1.2								1				
1.3	1										1	
1.4							1			1		1
2.1	1										1	
2.4					1			1	1			
3.1							1	1		1		1
3.4	1		1								1	

P Iv(i)	t = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	10	41		31	34	65	96	127	157	188	219	250
2	5	41	78	114	150	186	169	205	141	177	214	250
3	10		42	28		41	84	127	169	212	209	250

Πίνακας Α. 5:Αποτελέσματα Κόστους και Δρομολόγησης των Σεναρίων A2_N4 για κάθε T = {2,3,4,6,12}

A2_N_T2

Total Cost	168
Transportation Cost	166
Inventory Cost	2

YD(i)	t=1	t=2
1	24	43
2	20	39
3	9	28
4	20	38
5	13	29

Vehicle 1 X(I,j)	t=1	t=2
0.3		1
0.6	1	
1.6		1
3.5		1
5.1		1

Vehicle 2 X(I,j)	t=1	t=2
0.4	1	1
1.2	1	
2.6	1	1
3.5	1	
4.2		1

P_Iv(i)	t=1	t=2
1	10	54
2		40
3	10	39
4	5	45
5	10	41

A2_N5_T3

Total Cost	238
Transportation Cost	238
Inventory Cost	0

YD(i)	t=1	t=2	t=3
1	12	32	32
2	25	45	43
3	5	26	24
4	5	52	
5	22	42	41

Vehicle 1 X(I,j)	t=1	t=2	t=3
0.2	1	1	1
1.5	1		
2.1	1		
2.4		1	
2.6			1
3.4	1		
4.6	1	1	
5.3	1		

Vehicle 2 X(I,j)	t=1	t=2	t=3
0.5		1	1
0.6	1		
1.3		1	1
3.6		1	1
5.1		1	1

P_Iv(i)	t=1	t=2	t=3
1	10	42	74
2	5	50	94
3	10		25
4			26
5	10	52	94

A2_N5_T4

Total Cost	393
Transportation Cost	326
Inventory Cost	67

YD(i)	t=1	t=2	t=3	t=4
1	31	27	38	39
2	26	29	37	37
3	74		63	33
4	25	91		45
5	23	44	61	28

Vehicle 1 X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4
0.1			1	
0.3	1			
0.4		1		1
1.5			1	
2.6	1			1
3.2	1			
4.2				1
4.6		1		
5.6			1	

Vehicle 1 X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4
0.1	1			
0.2			1	
0.5		1		1
1.2		1		
1.3				1
1.5	1			
2.3			1	
2.6		1		
3.6			1	1
4.6	1			
5.1		1		1
5.4	1			

P_Iv(i)	t=1	t=2	t=3	t=4
1	10	49	88	156
2			37	74
3	10	57	104	152
4		45	91	136
5	10	53	97	142

A2_N5_T6

Total Cost	407
Transportation Cost	324
Inventory Cost	83

YD(i)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6
1	9	66		66		
2	14	34	34	34	36	32
3	53		66		64	
4	64		100		68	
5	20	100		100		

Vehicle 1 X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6
0.2	1			1		1
0.4			1		1	
0.5		1				
1.5	1					
1.6				1		
2.1	1			1		
2.6						1
3.6	1					
4.6			1		1	
5.3	1					
5.6		1				

Vehicle 1 X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6
0.1		1				
0.3			1		1	
0.4	1					
0.5				1		
0.6						1
1.2		1				
2.6		1	1		1	
3.2			1		1	
4.6	1					
5.6				1		

P_Iv(i)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6
1			27	88	115	142
2	5	66			34	68
3		34	68	102	136	170
4	5	47	89	131	173	215
5		40	80	120	160	200

A2_N5_T12

Total Cost	721
Transportation Cost	607
Inventory Cost	114

YD(i)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10	t=11	t=12
1	7	32	100				100			62		
2	29	100	7	38	98		100		56	38	98	
3	37		88		100			100				
4	68		5	62		100			100			15
5	52	68		100		100		100		100		

Vehicle 1 X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10	t=11	t=12
0.1							1			1		
0.2		1	1		1							
0.3	1											
0.4				1					1			1
0.5						1		1				
0.6											1	
1.2										1		
1.6	1						1					
2.3			1									
2.6		1		1	1					1		
3.4			1									
3.5	1											
4.2				1								
4.6			1						1			1
5.1	1											
5.6						1		1				

Vehicle 1 X(I,j)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10	t=11	t=12
0.1		1	1									
0.2							1		1		1	
0.3					1			1				
0.4	1					1						
0.5				1						1		
0.6												1
1.5		1										
1.6			1									
2.6	1						1	1	1		1	
3.2								1				
3.6					1							
4.2	1											
4.6						1						
5.6		1		1						1		

P_Iv(i)	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10	t=11	t=12
1	10	37	9	36	62	87	114	141	168	195	221	248
2	10		48	51		49	98	56	104	153	101	150
3	10	38	67	96	48	77	106	135	165	193	222	250
4		30	62	93	124	65	95	126	158	188	219	250
5	10	55	100	91	136	81	125	70	114	159	205	250

Πίνακας Α. 6: Αποτελέσματα Κόστους και Δρομολόγησης των Σεναρίων A2_N5 για κάθε T = {2,3,4,6,12}

B. Αποτελέσματα Κόστους για τα σενάρια με χρήση MPC

B1_N3_T2					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	112	238	0	350
0,2	69,6	110	238	0	348
0,5	182	112	237	15	349
0,8	275,2	110	222	48	332
0,9	302,8	110	203	211	313
1	163	85	78	6790	163

B1_N3_T3					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	165	363	0	528
0,2	105,6	165	363	0	528
0,5	266	167	357	8	524
0,8	419	167	350	27	517
0,9	476,3	156	333	362	489
1	171	171	0	14991	171

B1_N3_T4					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	224	476	0	700
0,2	140,8	220	476	2	696
0,5	372,5	209	469	67	678
0,8	548	220	448	68	668
0,9	612,6	224	439	159	663
1	220	220	0	18996	220

B1_N3_T6					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	32	346	850	32	1196
0,2	283,6	334	844	60	1178
0,5	620	336	836	68	1172
0,8	956,2	340	819	145	1159
0,9	1049,6	338	770	524	1108
1	331	330	1	40865	331

B1_N3_T12					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	722	1320	0	2042
0,2	407,4	678	1323	9	2001
0,5	998	668	1305	23	1973
0,8	1542	616	1246	262	1862
0,9	1670,4	594	1145	1053	1739
1	691	630	61	45497	691

B.1.

B1_N4_T2					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	148	272	0	420
0,2	80	120	272	2	392
0,5	196	120	270	2	390
0,8	307,2	120	256	32	376
0,9	368,2	120	276	118	396
1	260	108	152	5742	260

B1_N4_T3					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	13	208	403	13	611
0,2	129,8	194	403	13	597
0,5	304	180	398	30	578
0,8	477,8	194	381	89	575
0,9	518,8	194	354	256	548
1	396	168	228	5114	396

B1_N4_T4					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	268	560	0	828
0,2	160,6	230	561	3	791
0,5	379	192	544	22	736
0,8	591,2	192	530	68	722
0,9	661,2	204	480	456	684
1	222	218	4	19928	222

B1_N4_T6					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	378	834	0	1212
0,2	233,2	314	836	4	1150
0,5	576	312	830	10	1142
0,8	924,6	340	787	115	1127
0,9	974	300	732	452	1032
1	289	288	1	29819	289

B1_N4_T12					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	802	1584	0	2386
0,2	481,2	688	1574	36	2262
0,5	1186	688	1572	112	2260
0,8	1763	636	1519	195	2155
0,9	1950,8	652	1389	1139	2041
1	775	728	47	53333	775

B2_N3_T2					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	114	238	0	352
0,2	69,6	110	238	0	348
0,5	175	112	235	3	347
0,8	284,6	99	211	183	310
0,9	305,1	103	193	387	296
1	170	71	99	6231	170

B2_N3_T3					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	183	355	0	538
0,2	104,8	167	357	0	524
0,5	261	165	355	2	520
0,8	409,4	156	328	111	484
0,9	433,8	143	321	162	464
1	177	177	0	14655	177

B2_N3_T4					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	232	476	0	708
0,2	140,6	222	477	1	699
0,5	350	222	470	8	692
0,8	548	220	452	52	672
0,9	609,8	222	439	149	661
1	220	220	0	19540	220

B2_N3_T6					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	13	358	709	13	1067
0,2	229,8	332	701	29	1033
0,5	542	340	699	45	1039
0,8	828	336	678	84	1014
0,9	912,6	332	640	378	972
1	330	330	0	29310	330

B2_N3_T12					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	662	1428	0	2090
0,2	434	682	1440	12	2122
0,5	1044	660	1416	12	2076
0,8	1651,6	618	1392	218	2010
0,9	1786,2	604	1231	1347	1835
1	676	544	132	53184	676

B2_N4_T2					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	172	272	0	444
0,2	82,2	134	273	1	407
0,5	197	120	269	5	389
0,8	311	108	269	47	377
0,9	338,6	104	204	614	308
1	266	122	144	6572	266

B2_N4_T3					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	239	208	476	239	684
0,2	325,2	194	476	239	670
0,5	472,5	208	474	263	682
0,8	600,4	208	469	294	677
0,9	631,1	182	448	641	630
1	483	156	327	7184	483

B2_N4_T4					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	282	560	0	842
0,2	156,6	204	559	5	763
0,5	377	192	556	6	748
0,8	605,6	204	530	92	734
0,9	644,8	192	486	346	678
1	251	230	21	19195	251

B2_N4_T6					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	392	846	0	1238
0,2	241	338	847	5	1185
0,5	582	312	833	19	1145
0,8	905,4	300	795	147	1095
0,9	974,4	288	734	546	1022
1	288	288	0	30990	288

B2_N4_T12					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	846	1608	0	2454
0,2	469	686	1599	15	2285
0,5	1152	674	1595	35	2269
0,8	1813,4	660	1543	255	2203
0,9	1944,4	612	1378	1534	1990
1	695	662	33	55135	695

B2_N5_T2					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	93	362	0	455
0,2	92,6	60	367	9	427
0,5	212	60	358	6	418
0,8	331,4	60	337	69	397
0,9	360	60	315	225	375
1	207	59	148	7340	207

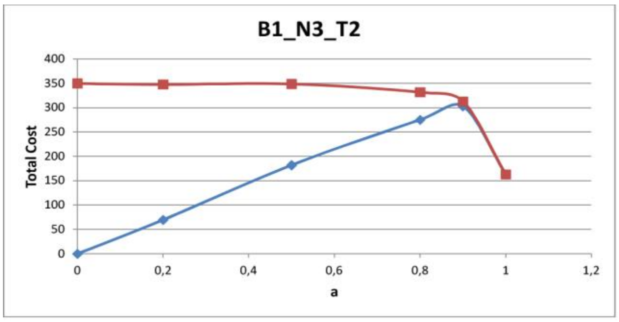
B2_N5_T3					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	135	507	0	642
0,2	122	94	504	3	598
0,5	308,5	105	497	15	602
0,8	466,4	91	477	60	568
0,9	509	91	445	266	536
1	100	90	10	17789	100

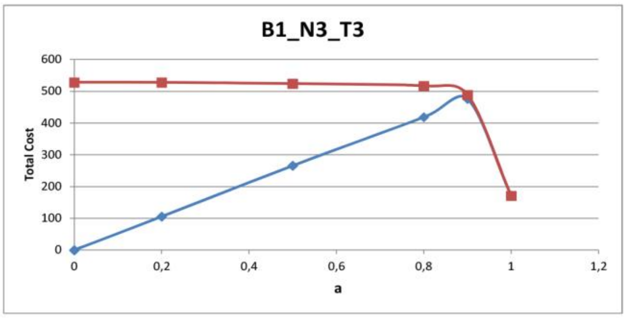
B2_N5_T4					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	3	201	849	3	1050
0,2	199,8	124	847	7	971
0,5	503	152	841	13	993
0,8	762,6	120	815	73	935
0,9	835,2	120	764	396	884
1	144	123	21	35189	144

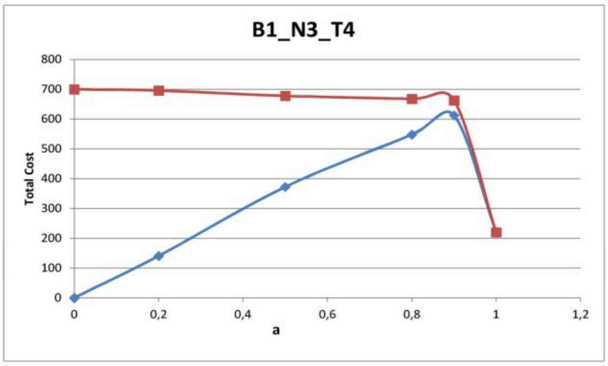
B2_N5_T6					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	292	1056	0	1348
0,2	249,6	181	1055	3	1236
0,5	638,5	195	1042	40	1237
0,8	984,4	190	1012	114	1202
0,9	1076,2	184	943	619	1127
1	199	196	3	37737	199

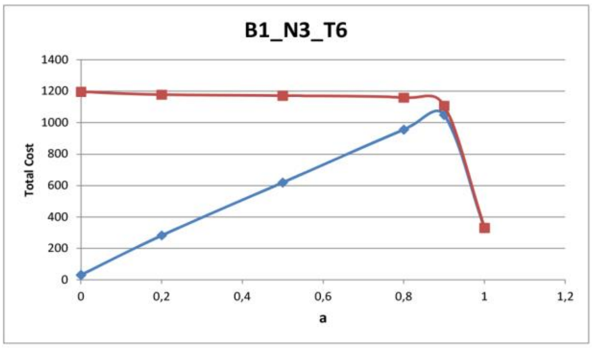
B2_N5_T12					
a	Total Cost	Transportation_Cost	Inventory_Cost	Tracking_Safety_Cost	Real Total Cost
0	0	611	2160	0	2771
0,2	514	398	2156	4	2554
0,5	1288,5	387	2126	64	2513
0,8	1988,4	365	2064	226	2429
0,9	2246,8	382	1925	1705	2307
1	374	374	0	82320	374

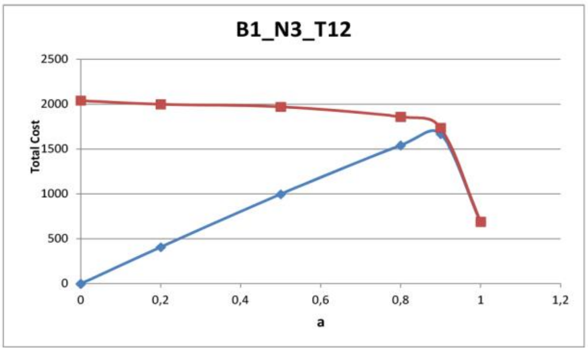
B.2.

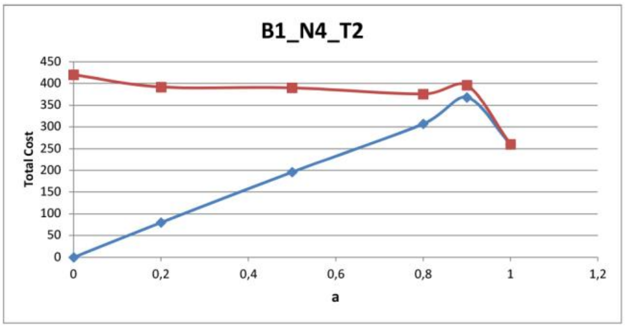

B1_N3_T2
Total Cost
400
350
300
250
200
150
100
50
0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
a

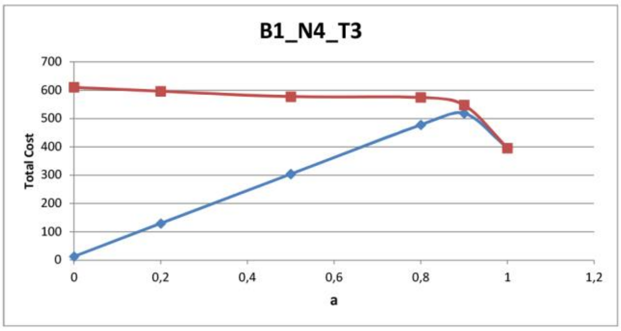

B1_N3_T3
Total Cost
600
500
400
300
200
100
0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
a

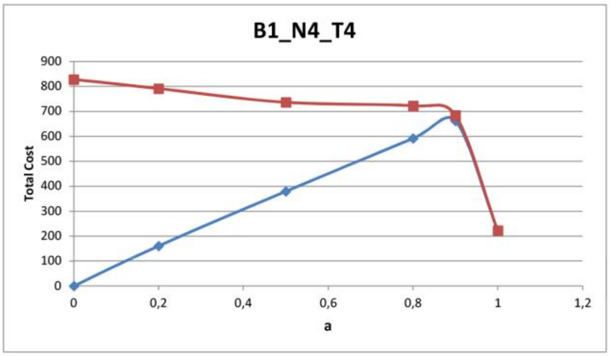

B1_N3_T4
Total Cost
800
700
600
500
400
300
200
100
0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
a

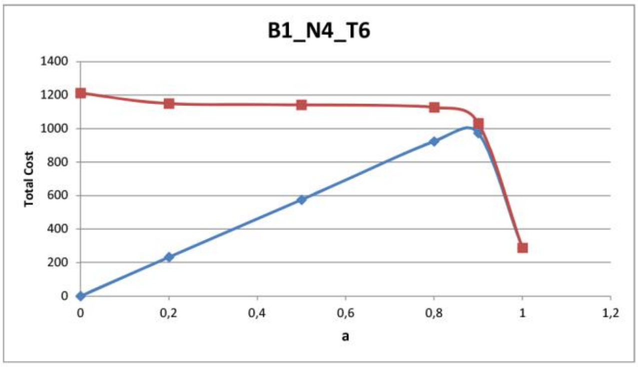

B1_N3_T6
Total Cost
1400
1200
1000
800
600
400
200
0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
a

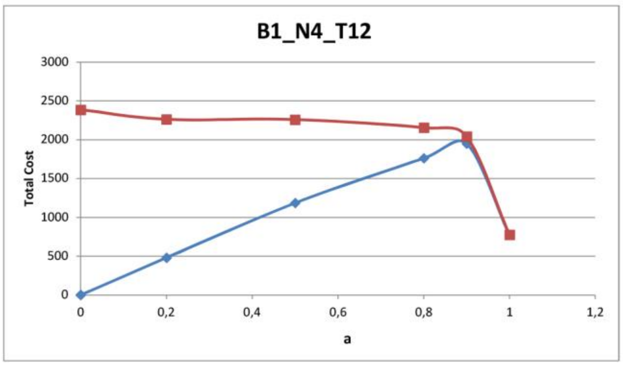

B1_N3_T12
Total Cost
2500
2000
1500
1000
500
0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
a

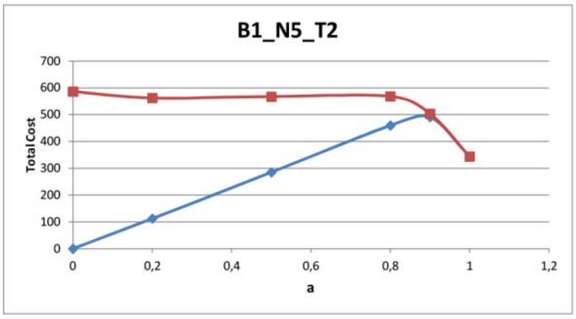

B1_N4_T2
450
400
350
300
250
200
150
100
50
0
Total Cost
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
a


B1_N4_T3
700
600
500
400
300
200
100
0
Total Cost
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
a

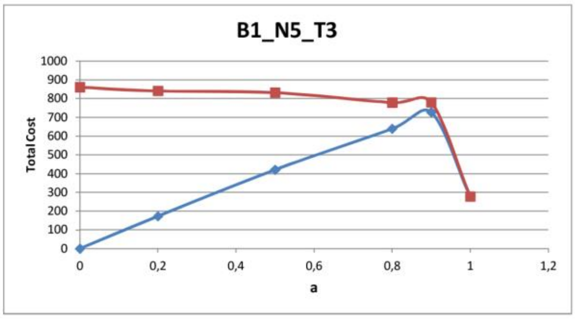

B1_N4_T4
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
Total Cost
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
a


B1_N4_T6
1400
1200
1000
800
600
400
200
0
Total Cost
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
a

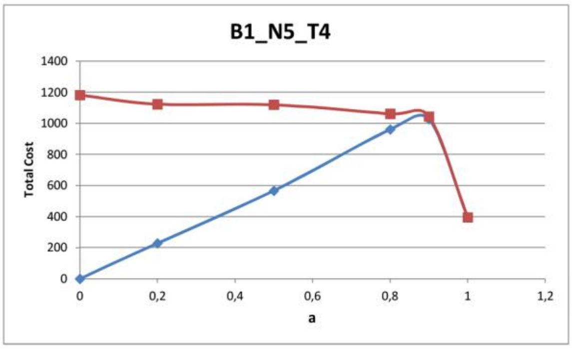

B1_N4_T12
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
Total Cost
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
a



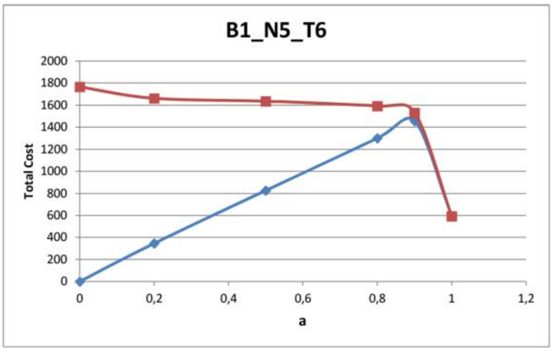
B1_N5_T2
Total Cost
a



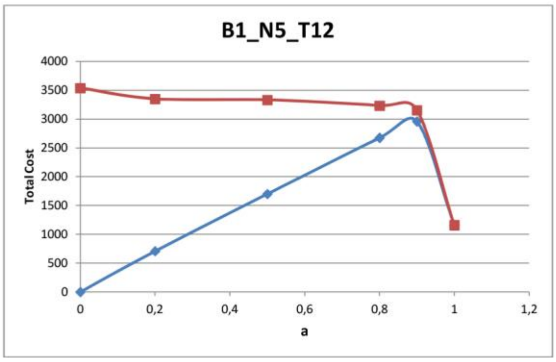
B1_N5_T3
Total Cost
a



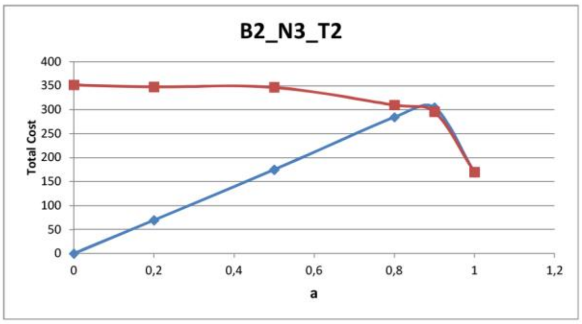
B1_N5_T4
Total Cost
a

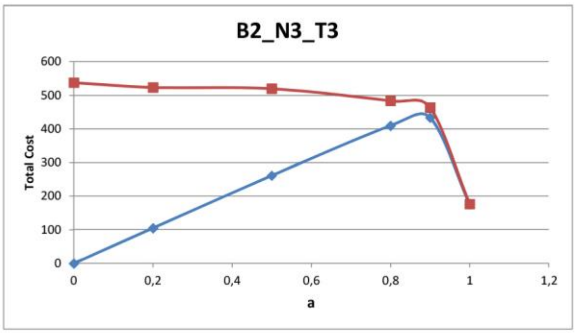


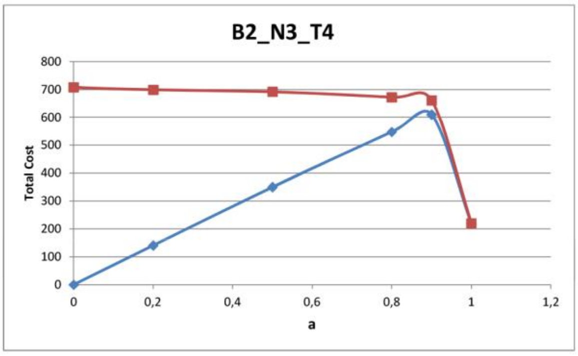
B1_N5_T6
Total Cost
a

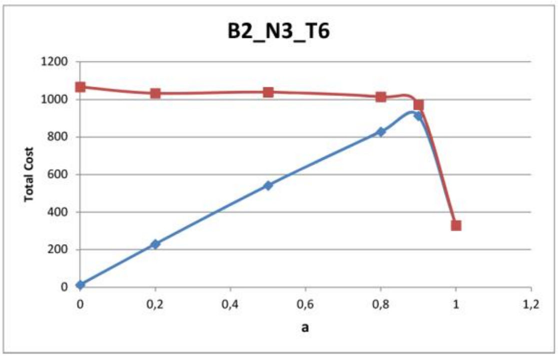


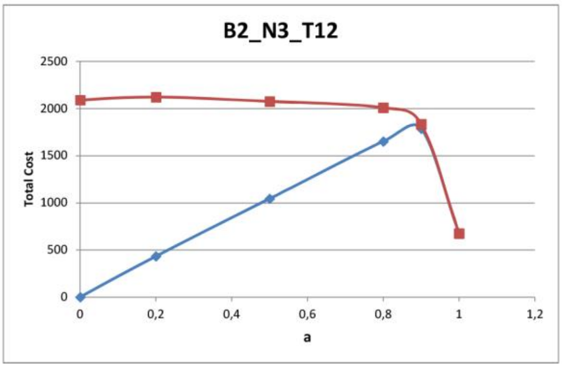
B1_N5_T12
Total Cost
a

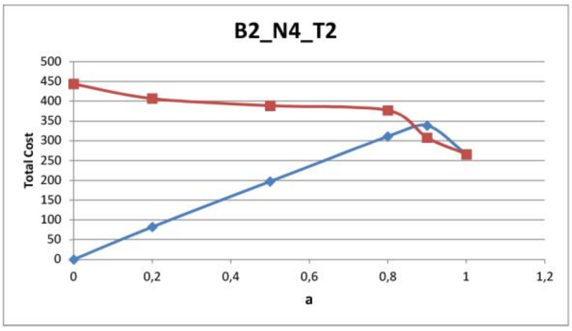

B2_N3_T2
Total Cost
a
0
50
100
150
200
250
300
350
400
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2

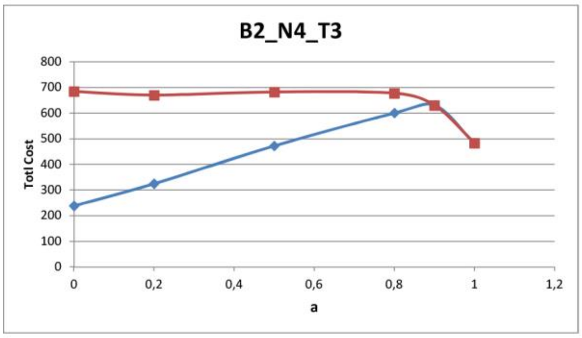

B2_N3_T3
Total Cost
a
0
100
200
300
400
500
600
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2

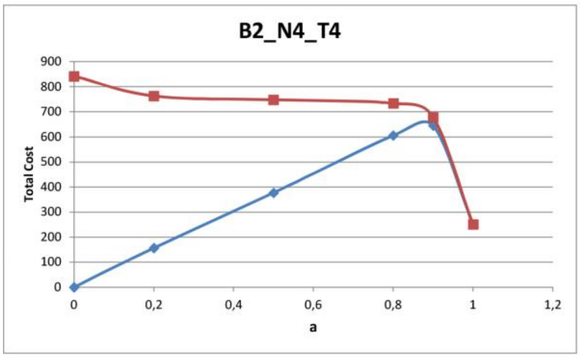

B2_N3_T4
Total Cost
a
0
100
200
300
400
500
600
700
800
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2

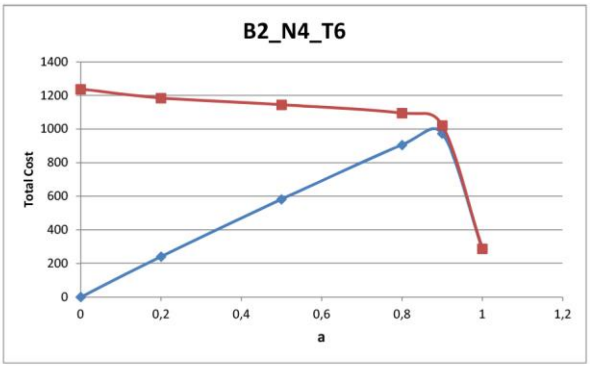

B2_N3_T6
Total Cost
a
0
200
400
600
800
1000
1200
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2

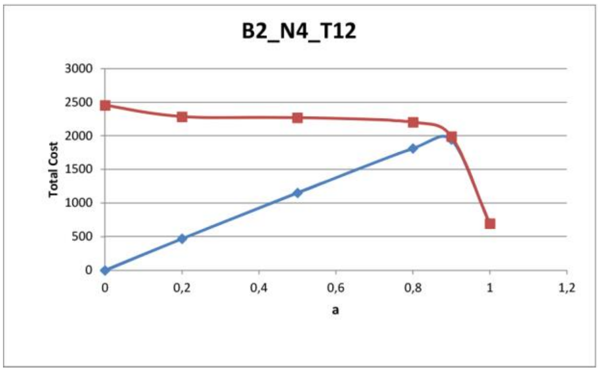

B2_N3_T12
Total Cost
a
0
500
1000
1500
2000
2500
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2

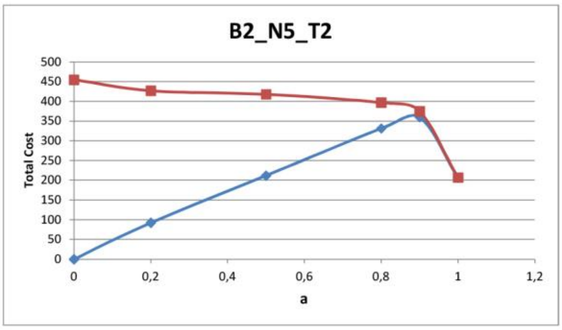

B2_N4_T2
500
450
400
350
300
250
200
150
100
50
0
Total Cost
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
a

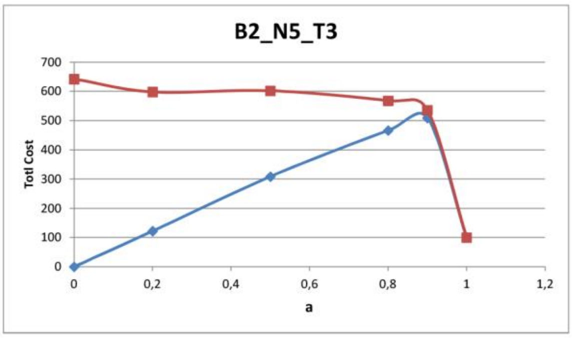

B2_N4_T3
800
700
600
500
400
300
200
100
0
Totl Cost
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
a

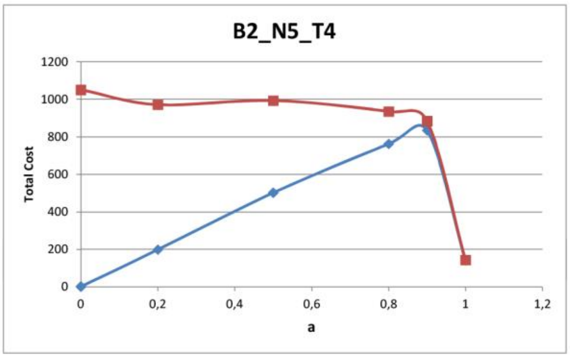

B2_N4_T4
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
Total Cost
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
a

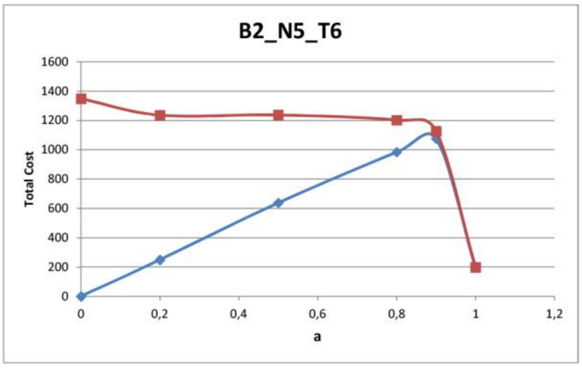

B2_N4_T6
1400
1200
1000
800
600
400
200
0
Total Cost
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
a

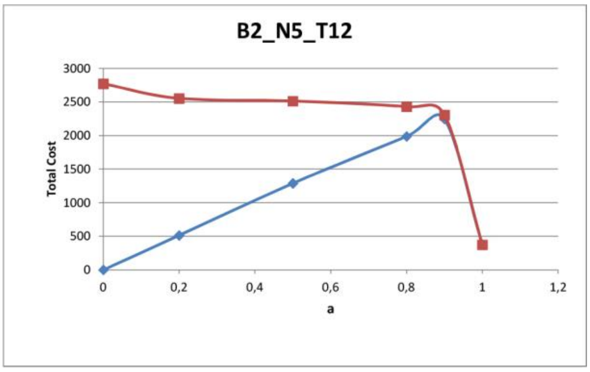

B2_N4_T12
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
Total Cost
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
a


B2_N5_T2
Total Cost
a


B2_N5_T3
Totl Cost
a

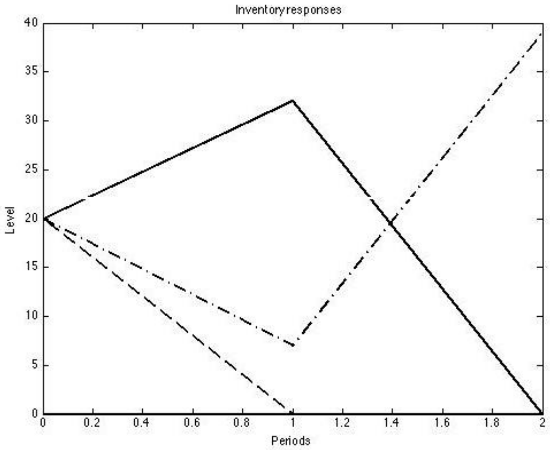

B2_N5_T4
Total Cost
a


B2_N5_T6
Total Cost
a

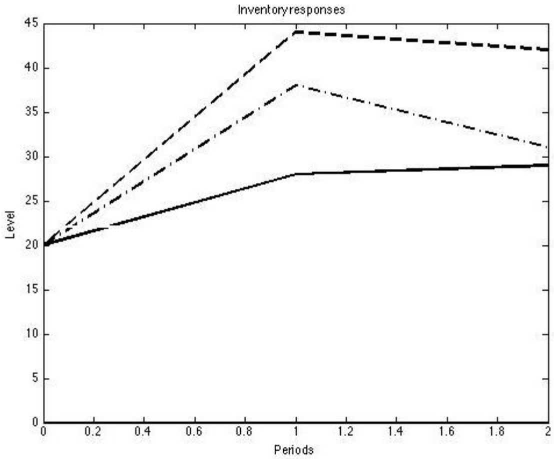

B2_N5_T12
Totl Cost
a

Γ. Προφίλ αποθεμάτων για όλα τα σενάρια με χρήση MPC

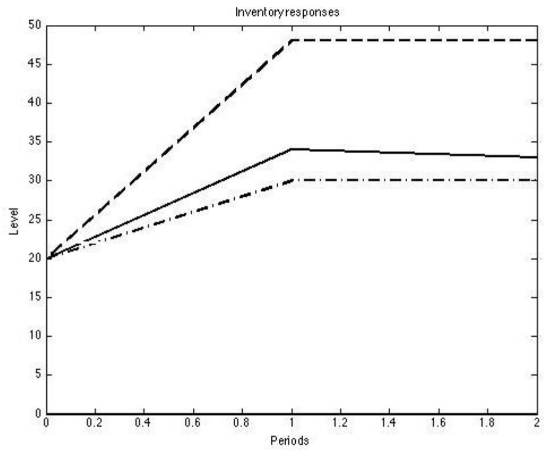
B1 N3 T2



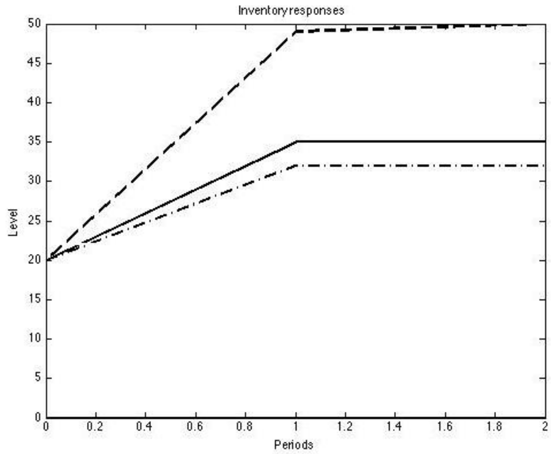
B1 N3 T2 α ίσο 1 (no control)



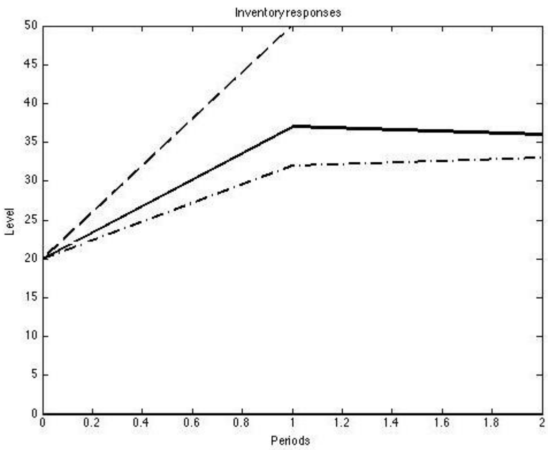
B1 N3 T2 α ίσο 0.9



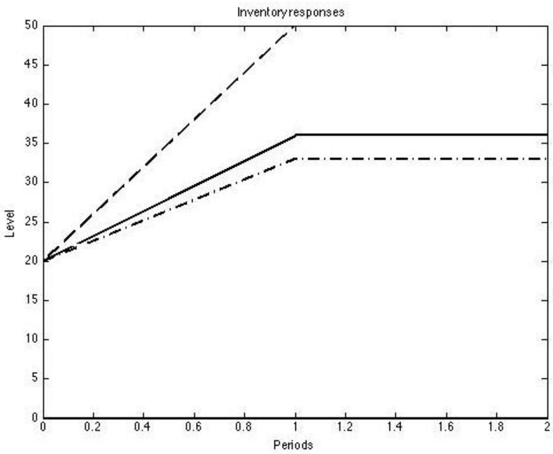
B1 N3 T2 α ίσο 0.8



B1 N3 T2 α ίσο 0.5

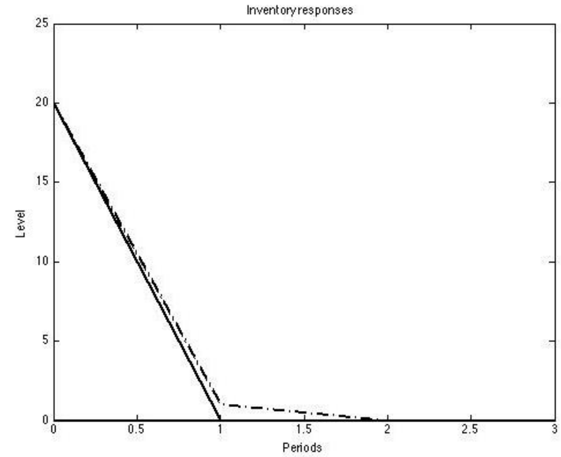


B1 N3 T2 α ίσο 0.2

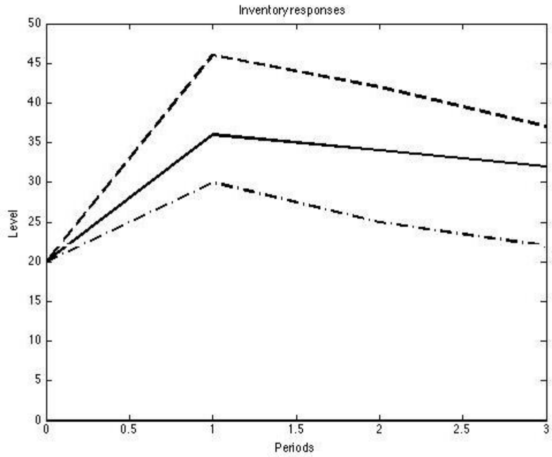


B1 N3 T2 α ίσο 0

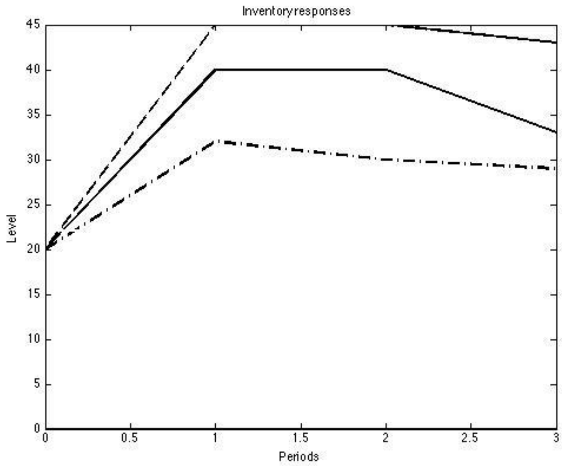
B1 N3 T3



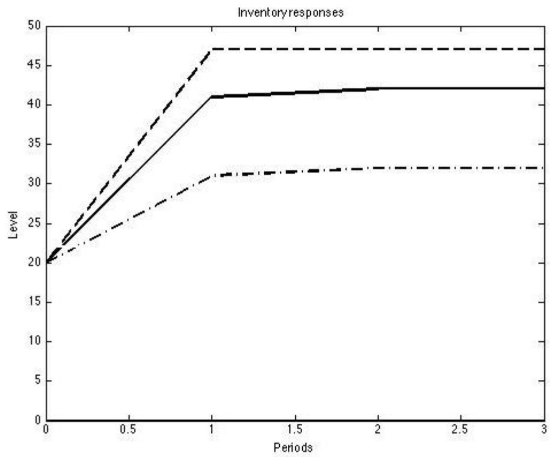
B1 N3 T3 α ίσο 1 (no control)



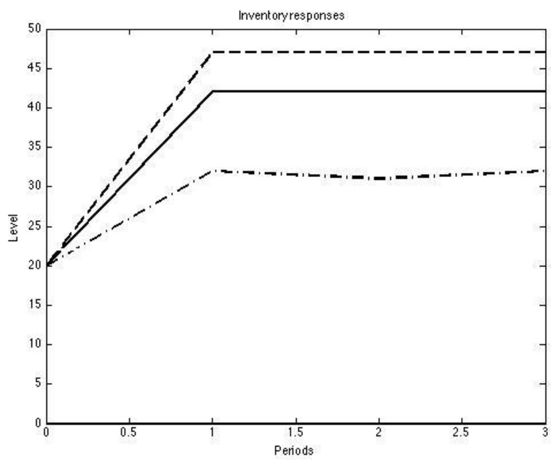
B1 N3 T3 α ίσο 0.9



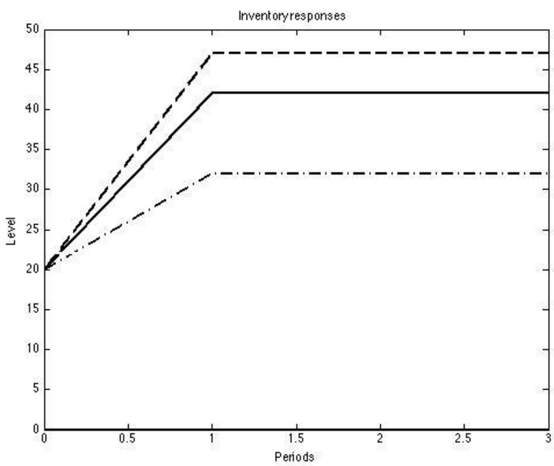
B1 N3 T3 α ίσο 0.8



B1 N3 T3 α ίσο 0.5

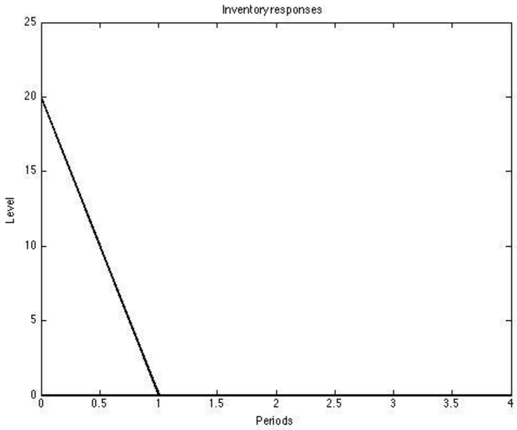


B1 N3 T3 α ίσο 0.2

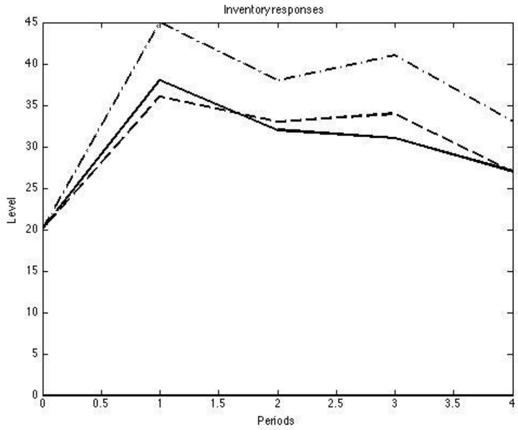


B1 N3 T3 α ίσο 0

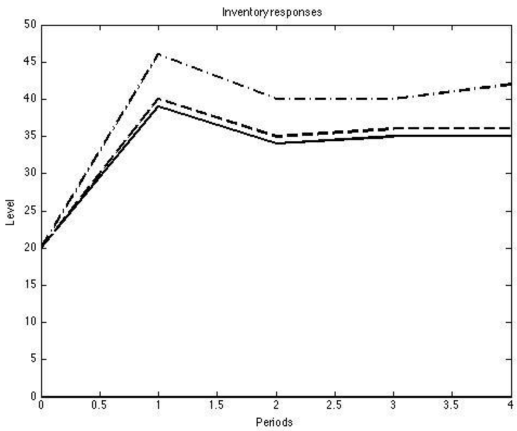
B1 N3 T4



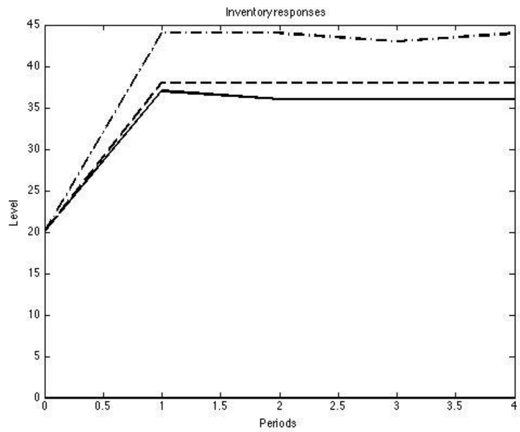
B1 N3 T4 α ίσο 1 (no control)



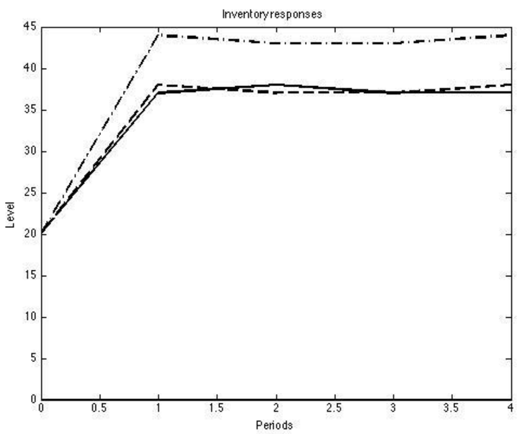
B1 N3 T4 α ίσο 0.9



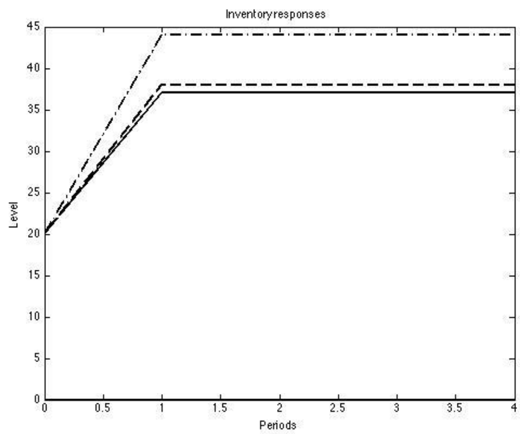
B1 N3 T4 α ίσο 0.8



B1 N3 T4 α ίσο 0.5

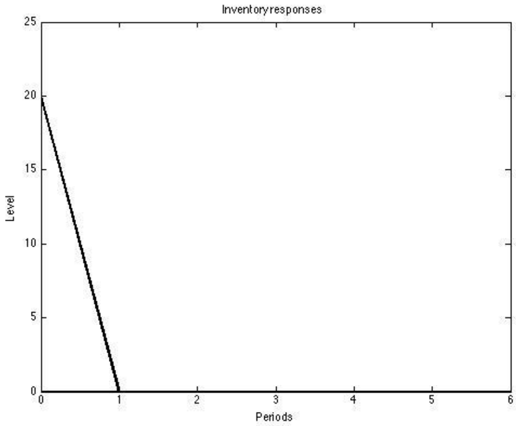


B1 N3 T4 α ίσο 0.2

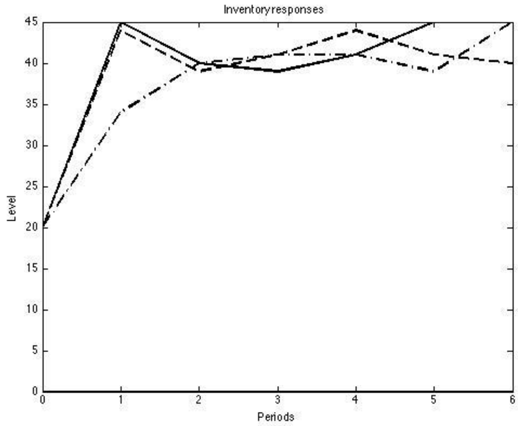


B1 N3 T4 α ίσο 0

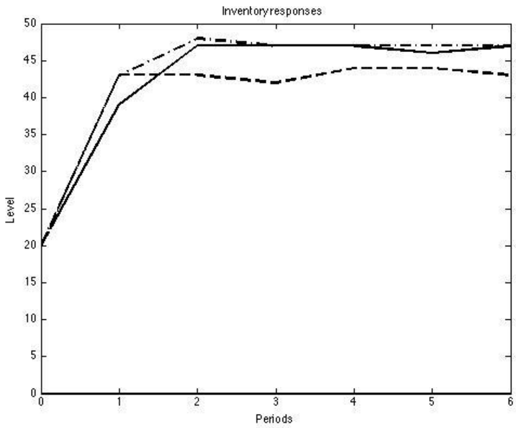
B1 N3 T6



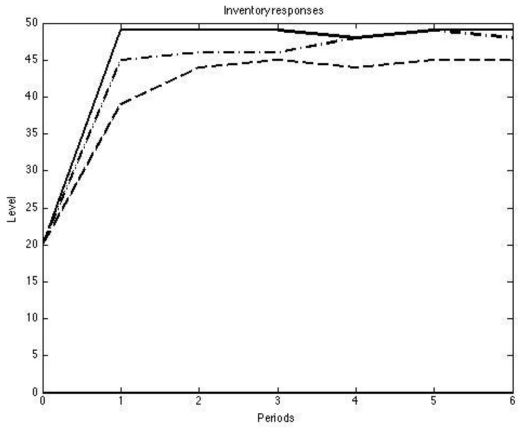
B1 N3 T6 α ίσο 1 (no control)



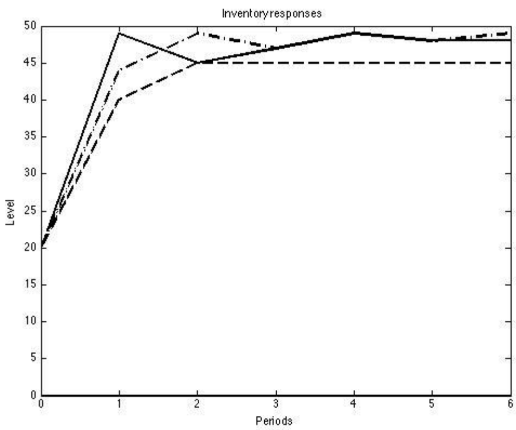
B1 N3 T6 α ίσο 0.9



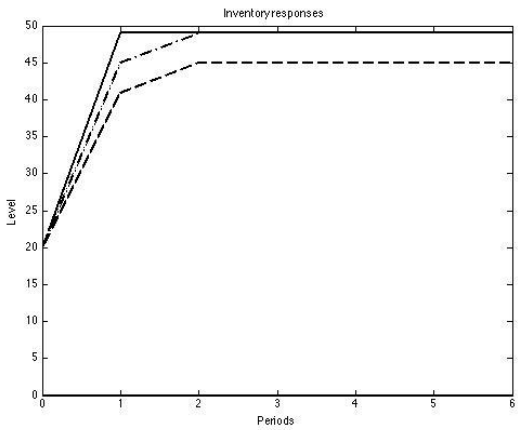
B1 N3 T6 α ίσο 0.8



B1 N3 T6 α ίσο 0.5

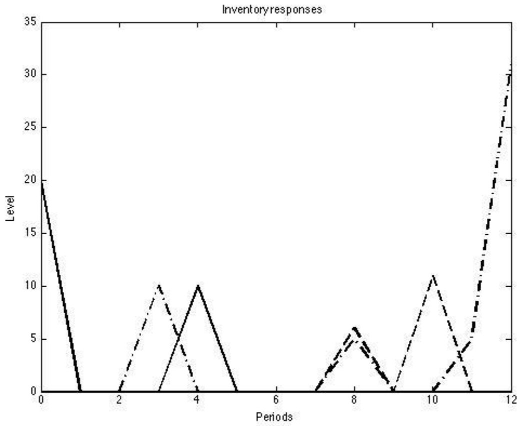


B1 N3 T6 α ίσο 0.2

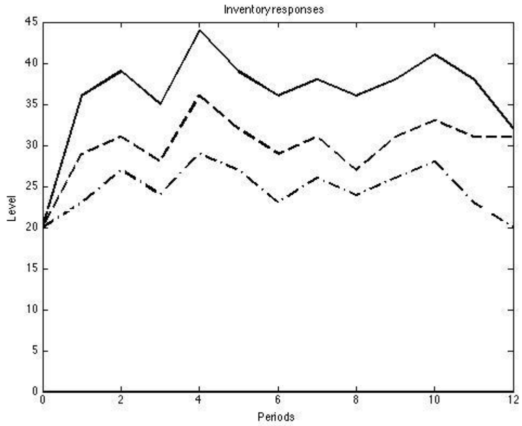


B1 N3 T6 α ίσο 0

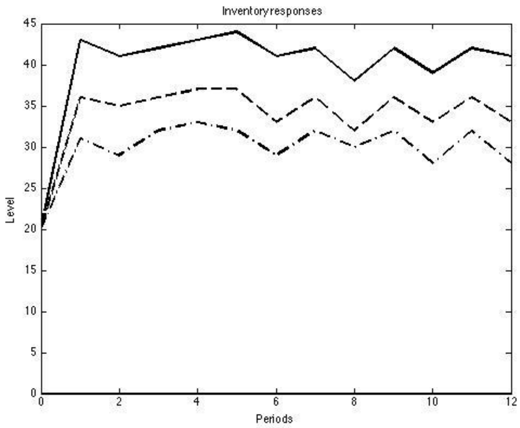
B1 N3 T12



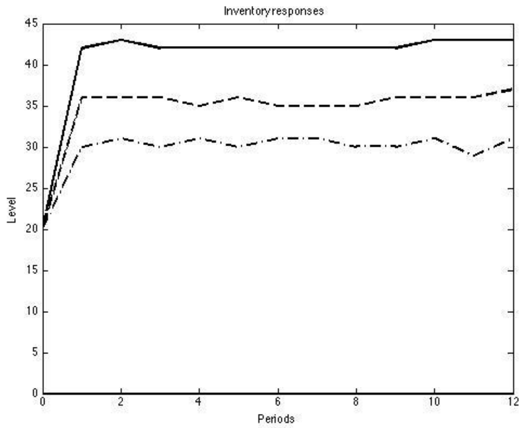
B1 N3 T12 α ίσο 1 (no control)



B1 N3 T12 α ίσο 0.9

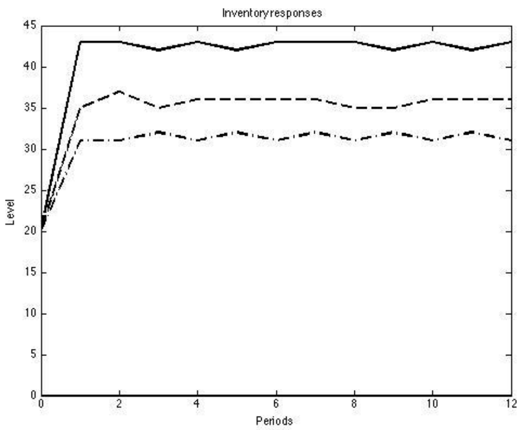


B1 N3 T12 α ίσο 0.8

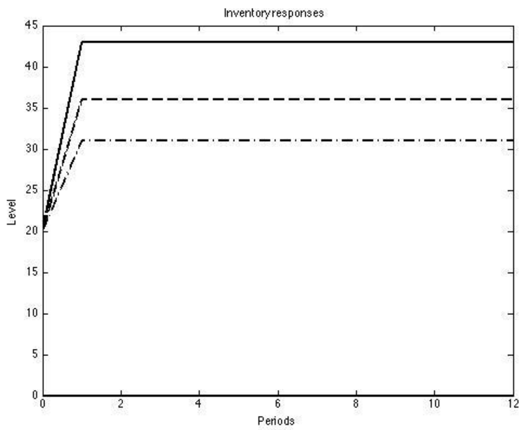


B1 N3 T12 α ίσο 0.5

,

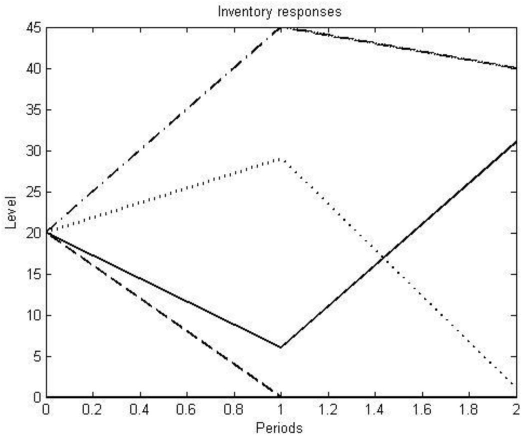


B1 N3 T12 α ίσο 0.2

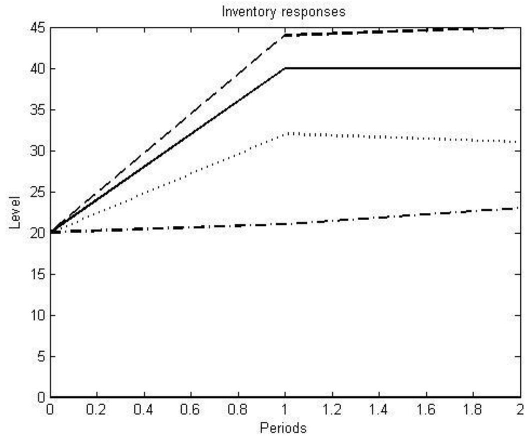


B1 N3 T12 α ίσο 0

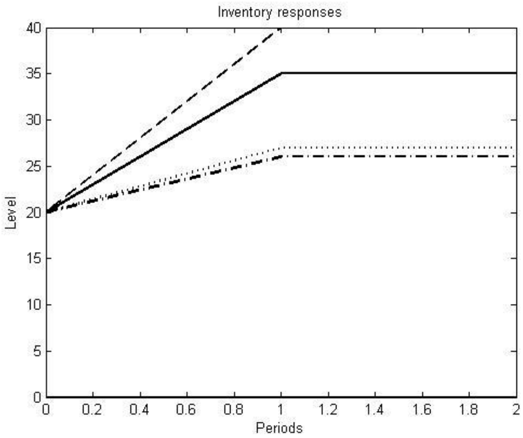
B1 N4 T2



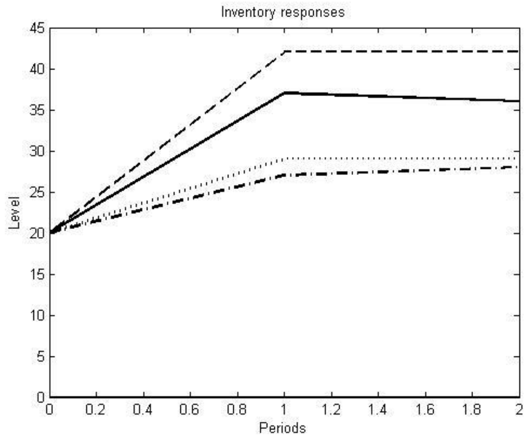
B1 N4 T2 α ίσο 1 (no control)



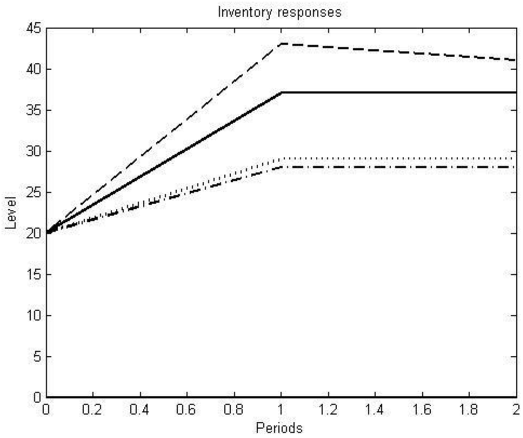
B1 N4 T2 α ίσο 0.9



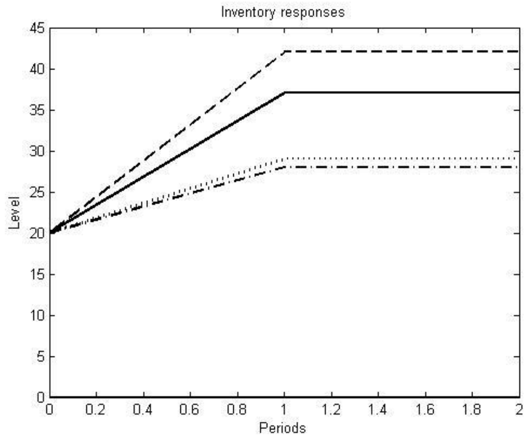
B1 N4 T2 α ίσο 0.8



B1 N4 T2 α ίσο 0.5

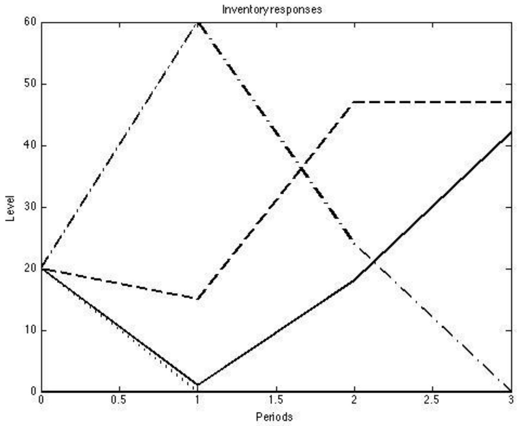


B1 N4 T2 α ίσο 0.2

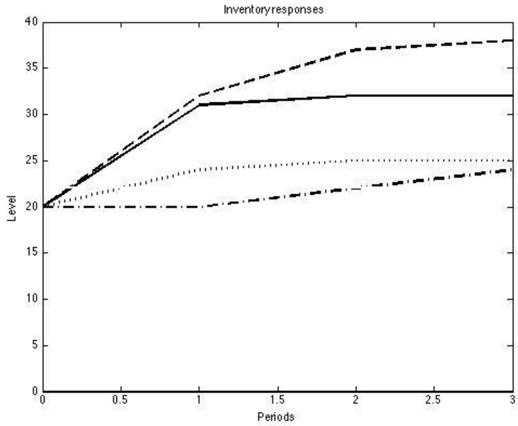


B1 N4 T2 α ίσο 0

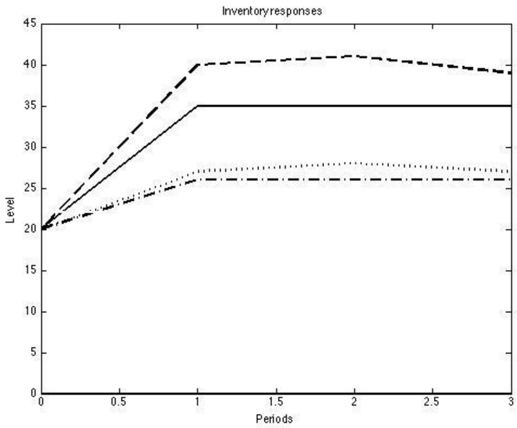
B1 N4 T3



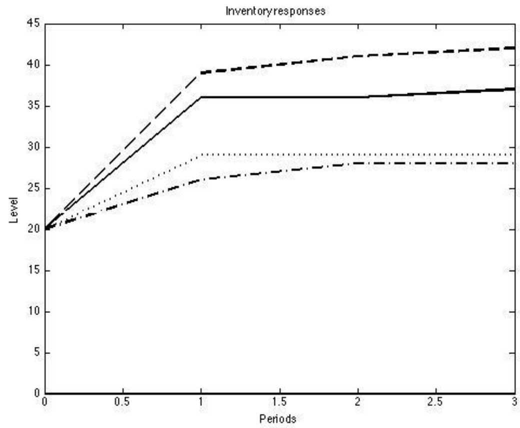
B1 N4 T3 α ίσο 1 (no control)



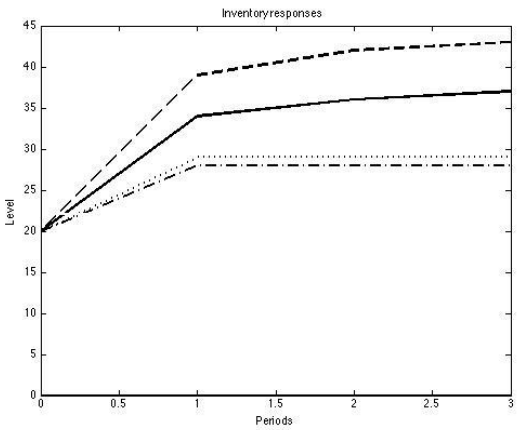
B1 N4 T3 α ίσο 0.9



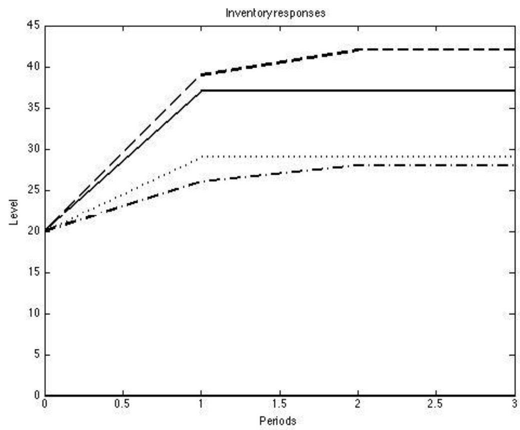
B1 N4 T3 α ίσο 0.8



B1 N4 T3 α ίσο 0.5

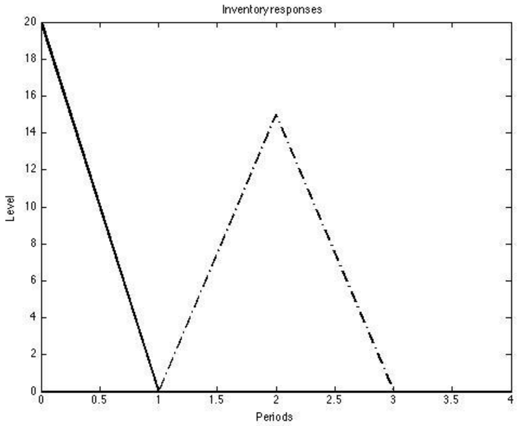


B1 N4 T3 α ίσο 0.2

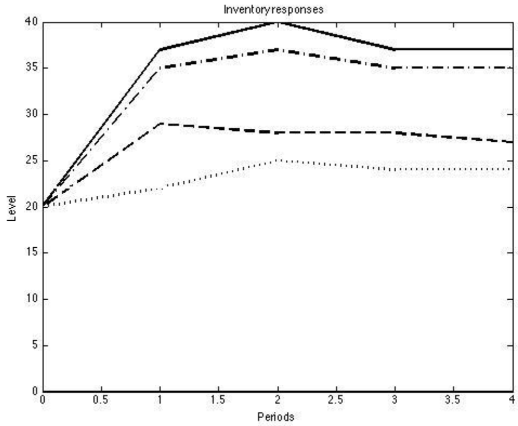


B1 N4 T3 α ίσο 0

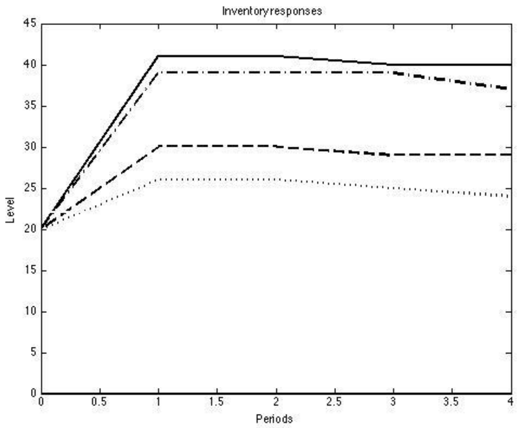
B1 N4 T4



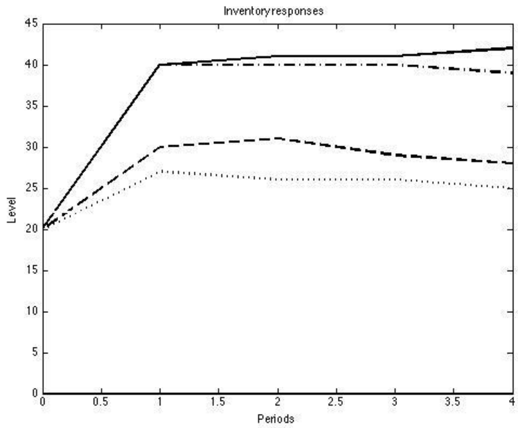
B1 N4 T4 α ίσο 1 (no control)



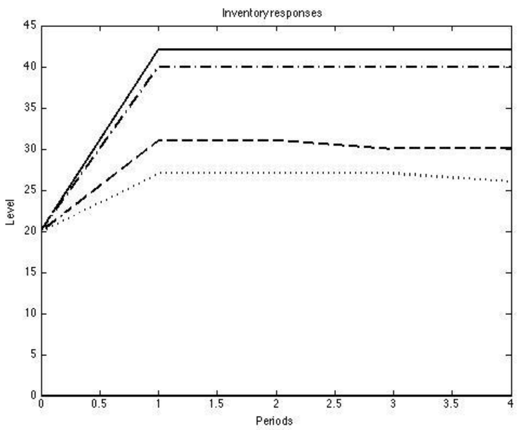
B1 N4 T4 α ίσο 0.9



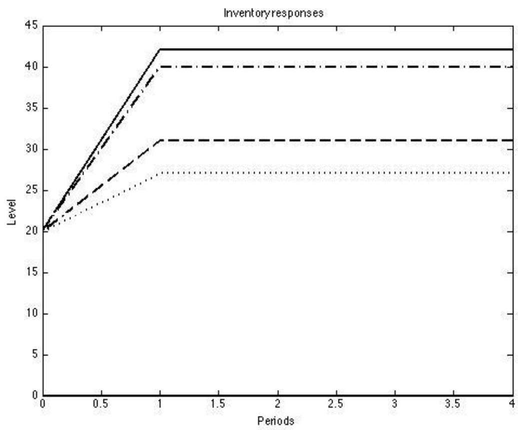
B1 N4 T4 α ίσο 0.8



B1 N4 T4 α ίσο 0.5

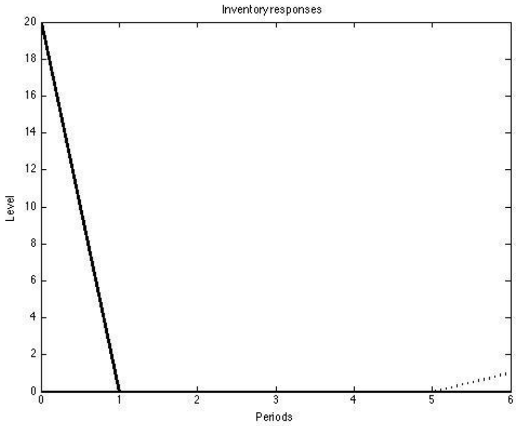


B1 N4 T4 α ίσο 0.2

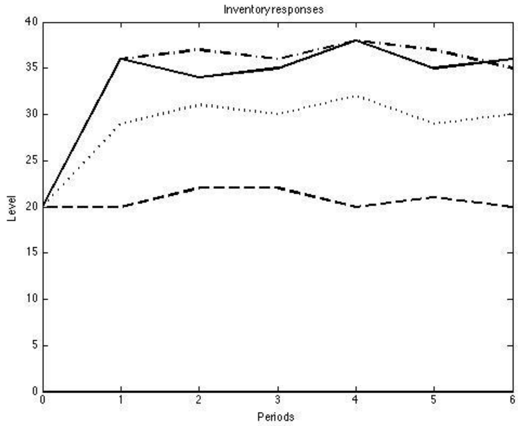


B1 N4 T4 α ίσο 0

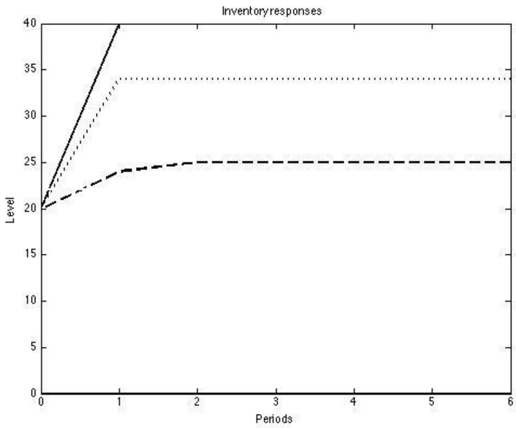
B1 N4 T6



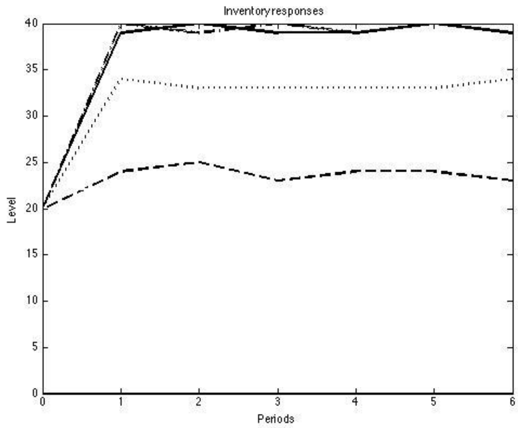
B1 N4 T6 α ίσο 1 (no control)



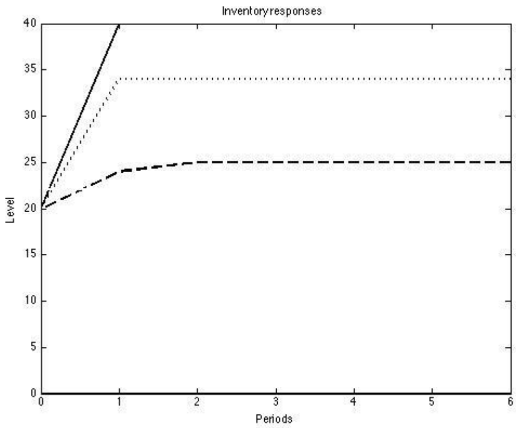
B1 N4 T6 α ίσο 0.9



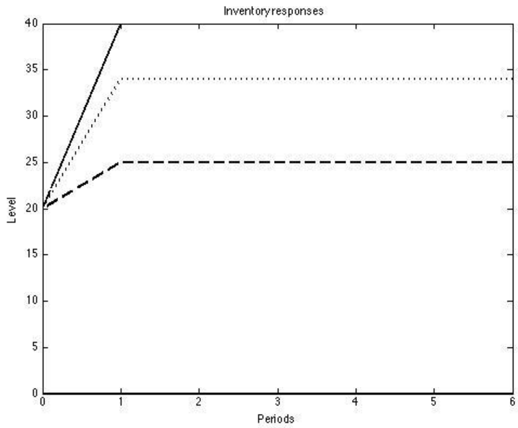
B1 N4 T6 α ίσο 0.8



B1 N4 T6 α ίσο 0.5

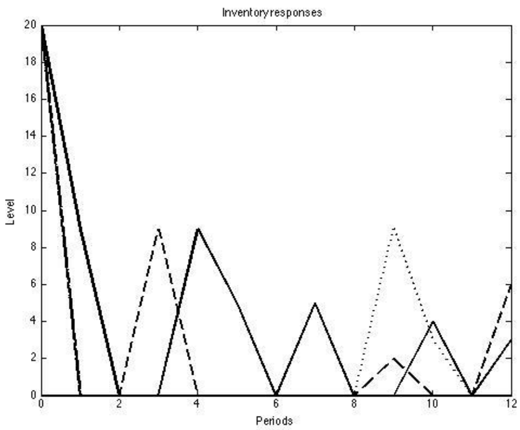


B1 N4 T6 α ίσο 0.2

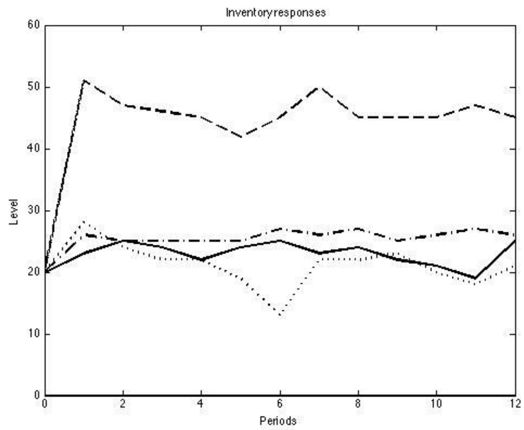


B1 N4 T6 α ίσο 0

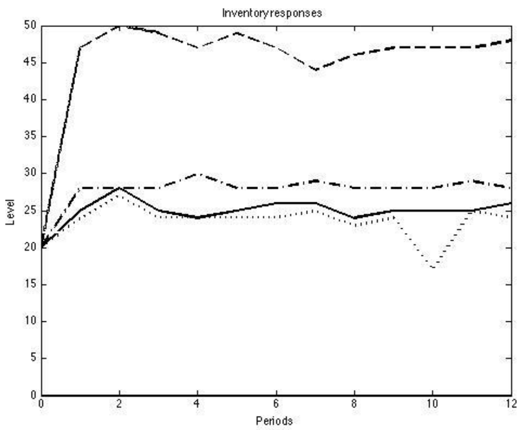
B1 N4 T12



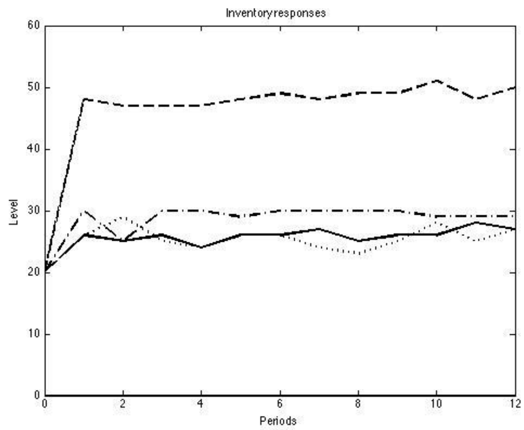
B1 N4 T12 α ίσο 1 (no control)



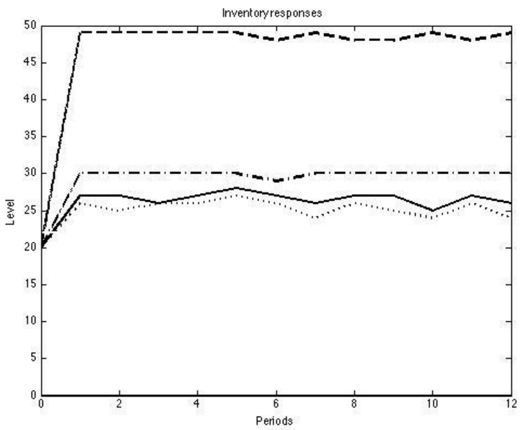
B1 N4 T12 α ίσο 0.9



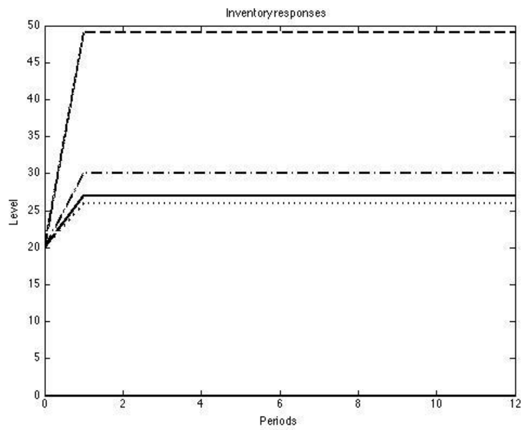
B1 N4 T12 α ίσο 0.8



B1 N4 T12 α ίσο 0.5

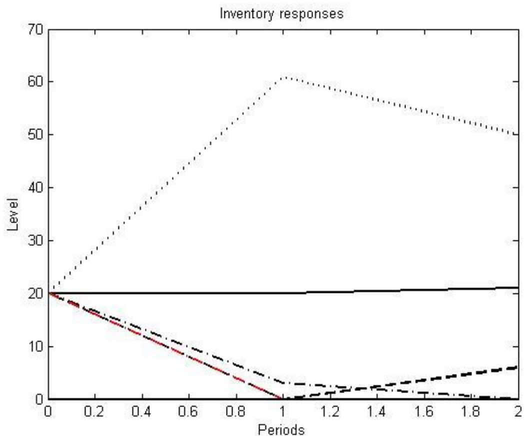


B1 N4 T12 α ίσο 0.2

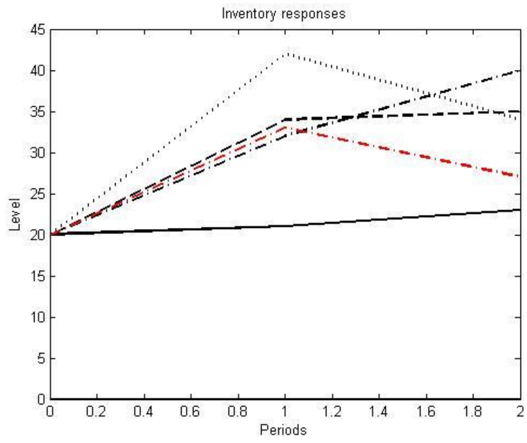


B1 N4 T12 α ίσο 0

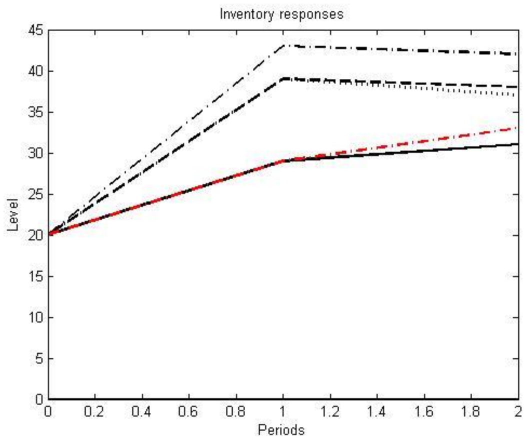
B1 N5 T2



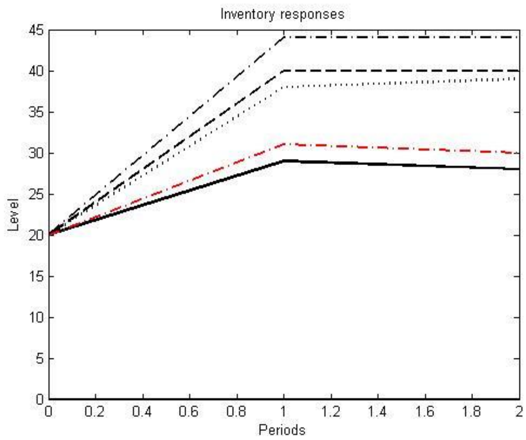
B1 N5 T2 α ίσο 1 (no control)



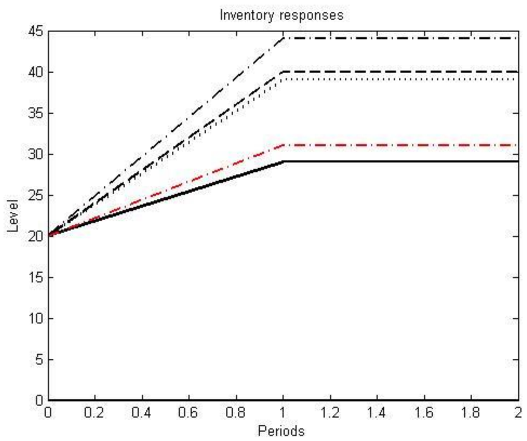
B1 N5 T2 α ίσο 0.9



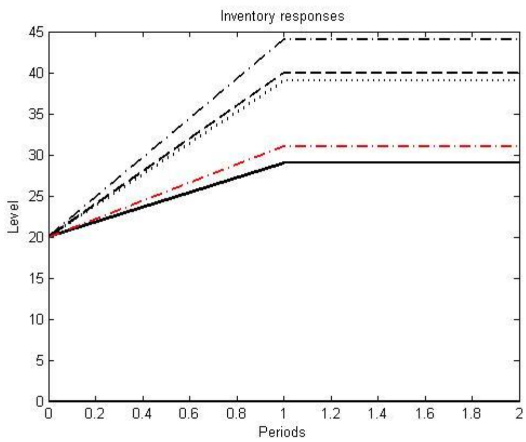
B1 N5 T2 α ίσο 0.8



B1 N5 T2 α ίσο 0.5

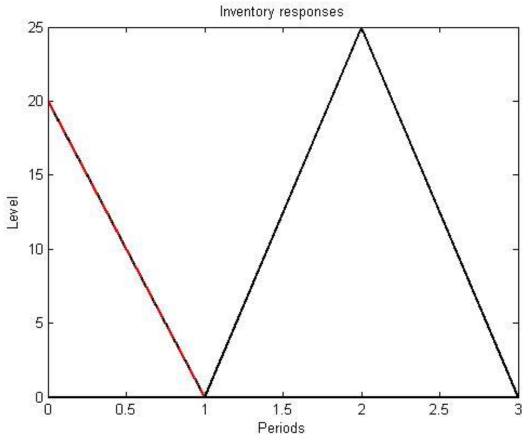


B1 N5 T2 α ίσο 0.2

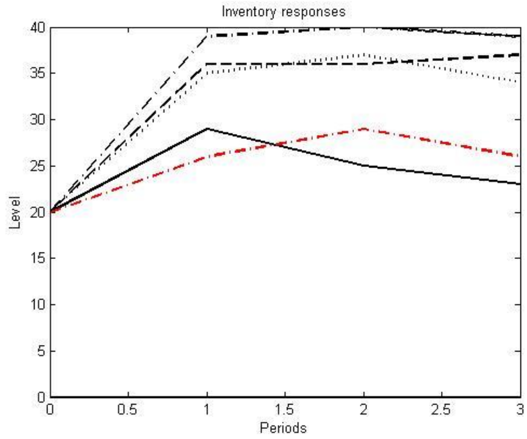


B1 N5 T2 α ίσο 0

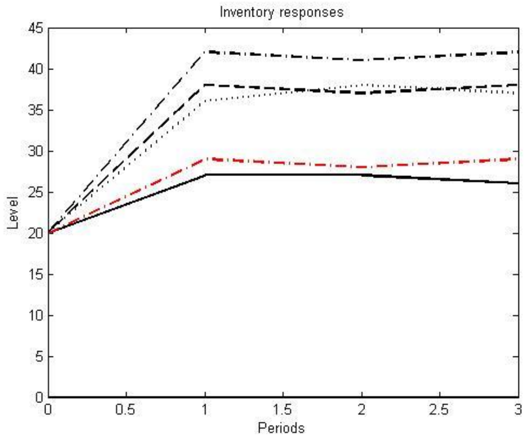
B1 N5 T3



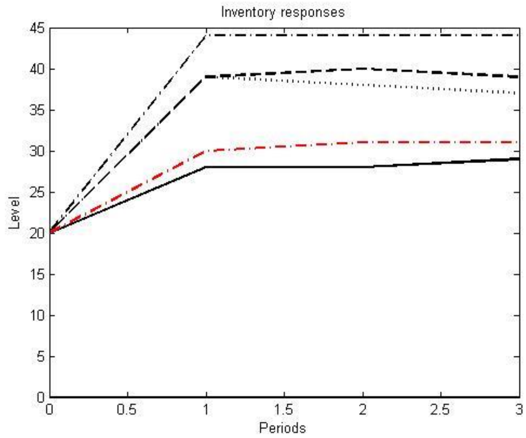
B1 N5 T3 α ίσο 1 (no control)



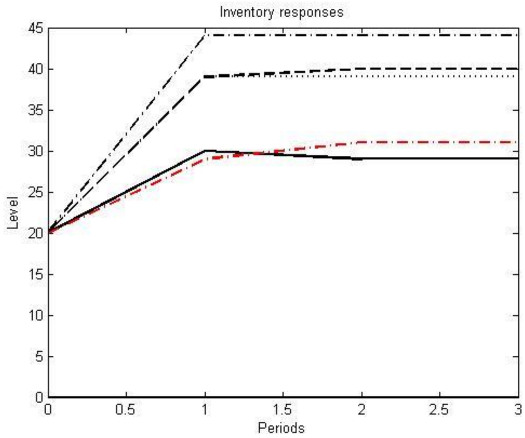
B1 N5 T3 α ίσο 0.9



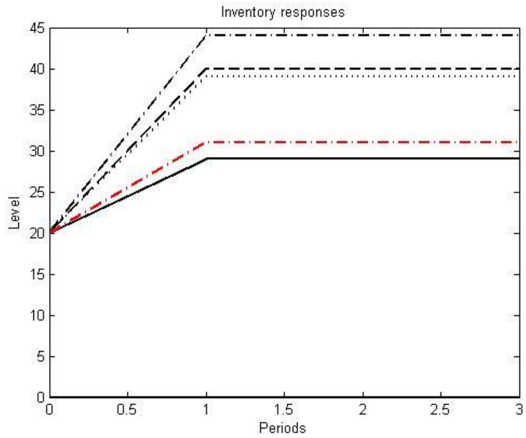
B1 N5 T3 α ίσο 0.8



B1 N5 T3 α ίσο 0.5

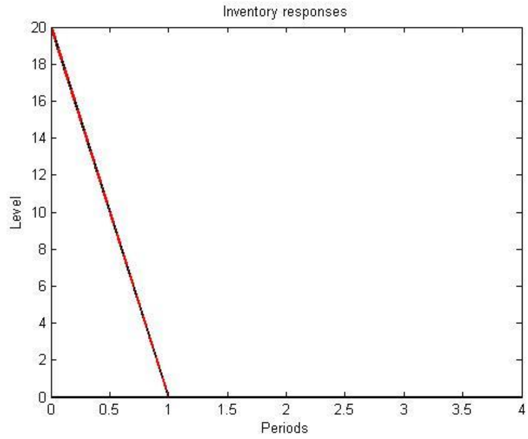


B1 N5 T3 α ίσο 0.2

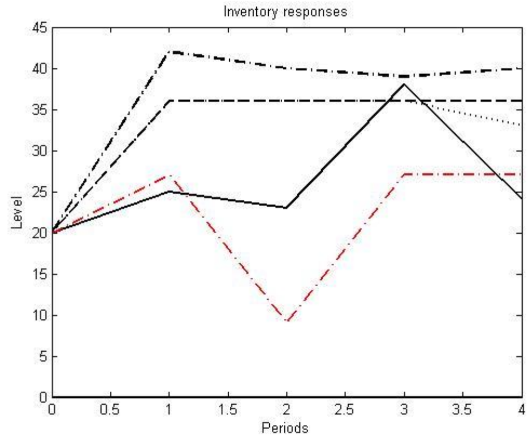


B1 N5 T3 α ίσο 0

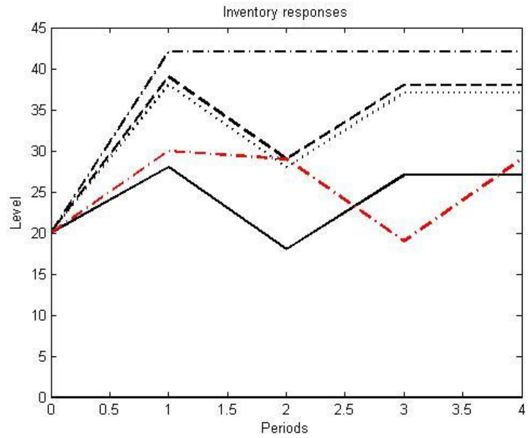
B1 N5 T4



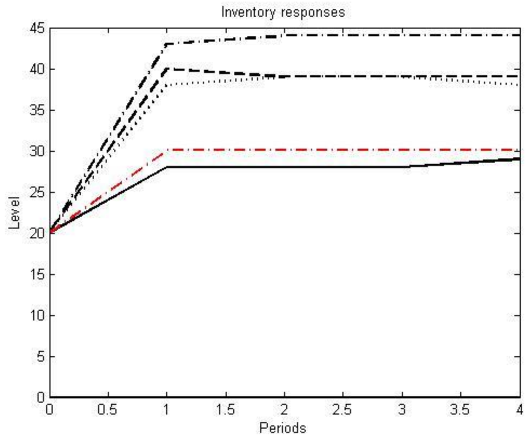
B1 N5 T4 α ίσο 1 (no control)



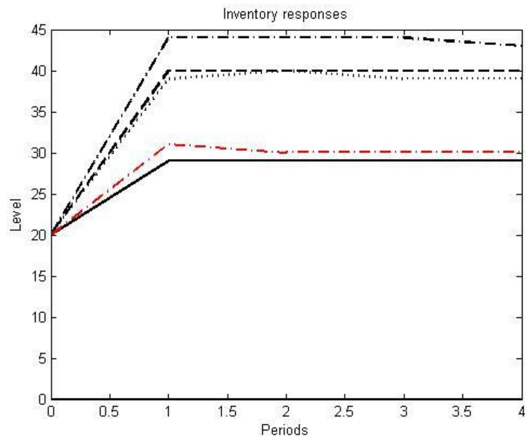
B1 N5 T4 α ίσο 0.9



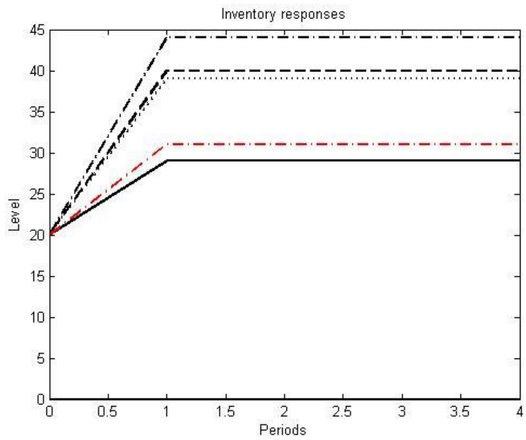
B1 N5 T4 α ίσο 0.8



B1 N5 T4 α ίσο 0.5

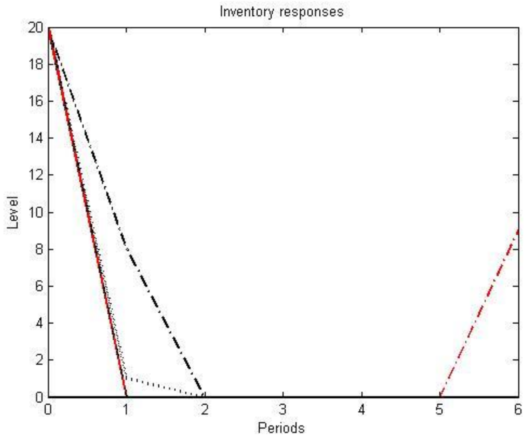


B1 N5 T4 α ίσο 0.2

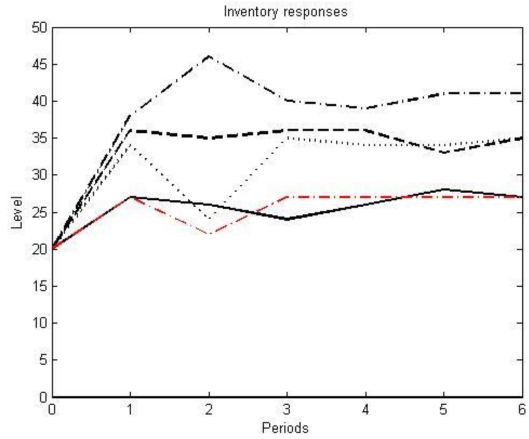


B1 N5 T4 α ίσο 0

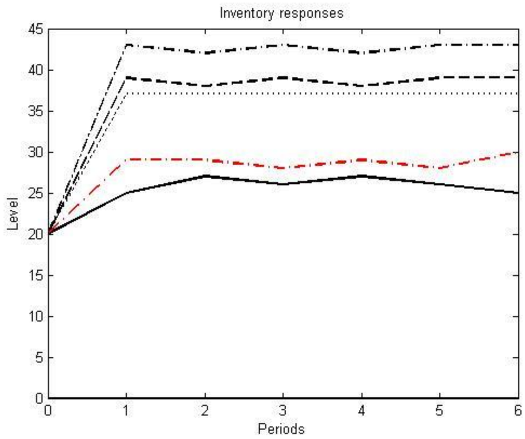
B1 N5 T6



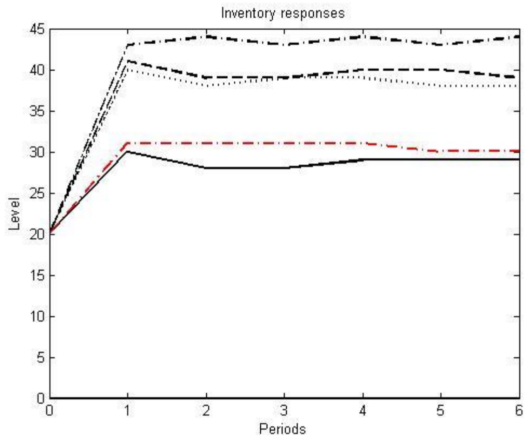
B1 N5 T6 α ίσο 1 (no control)



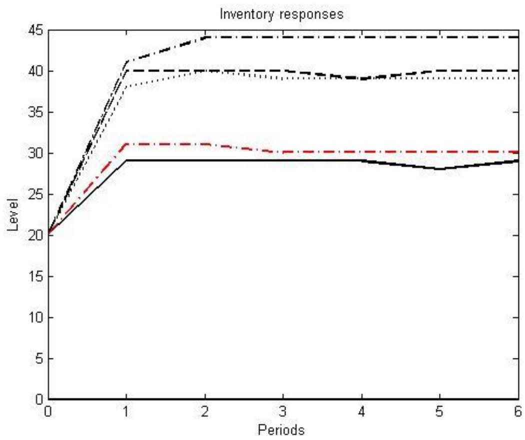
B1 N5 T6 α ίσο 0.9



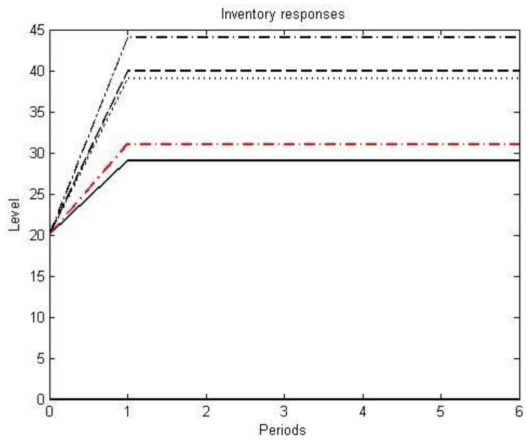
B1 N5 T6 α ίσο 0.8



B1 N5 T6 α ίσο 0.5

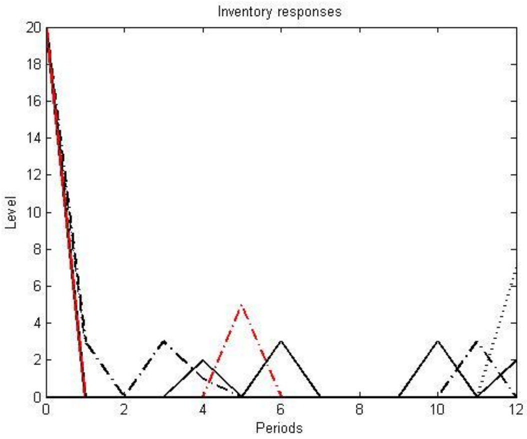


B1 N5 T6 α ίσο 0.2

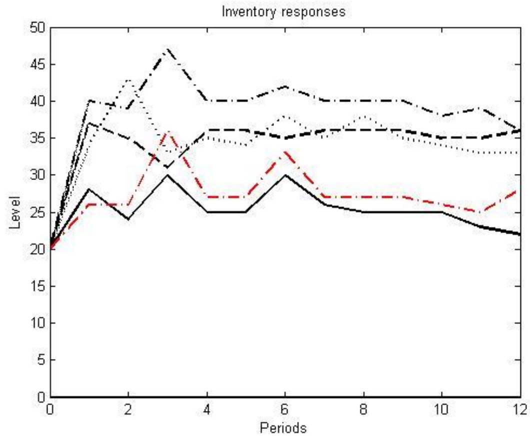


B1 N5 T6 α ίσο 0

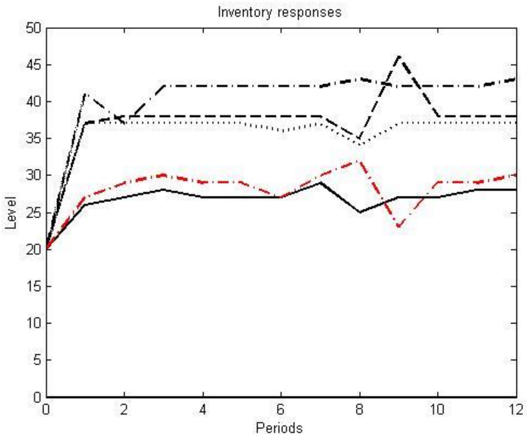
B1 N5 T12



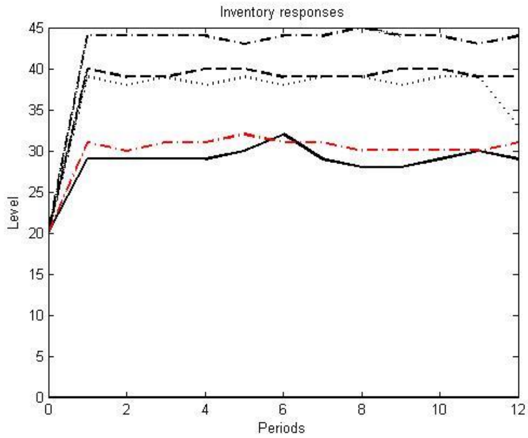
B1 N5 T12 α ίσο 1 (no control)



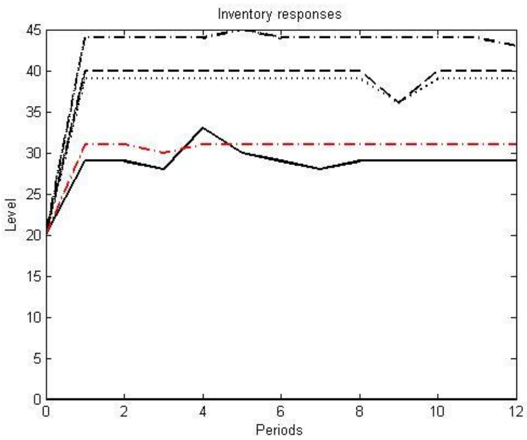
B1 N5 T12 α ίσο 0.9



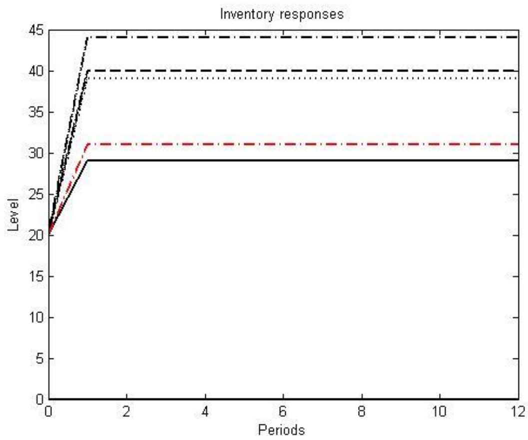
B1 N5 T12 α ίσο 0.8



B1 N5 T12 α ίσο 0.5

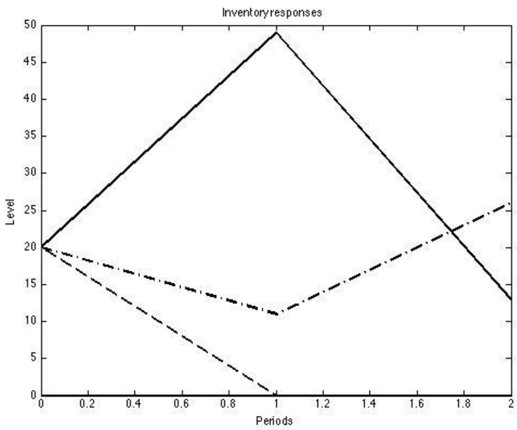


B1 N5 T12 α ίσο 0.2

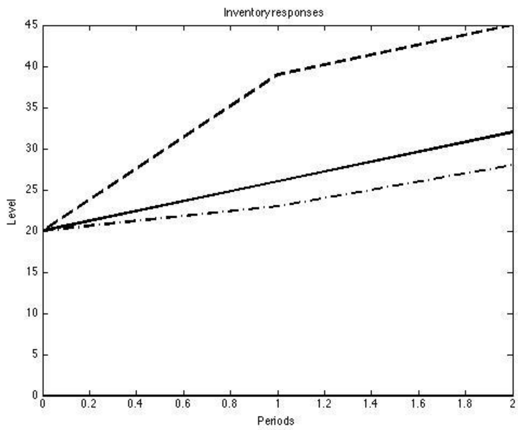


B1 N5 T12 α ίσο 0

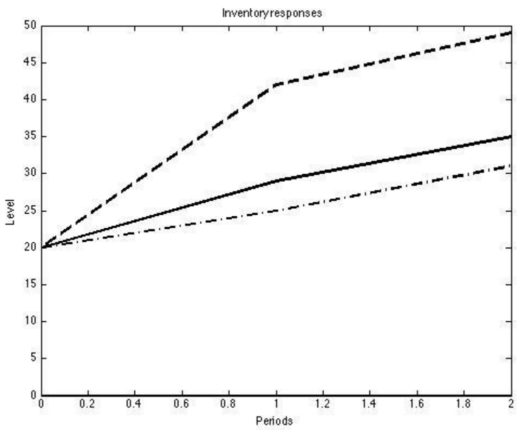
B2 N3 T2



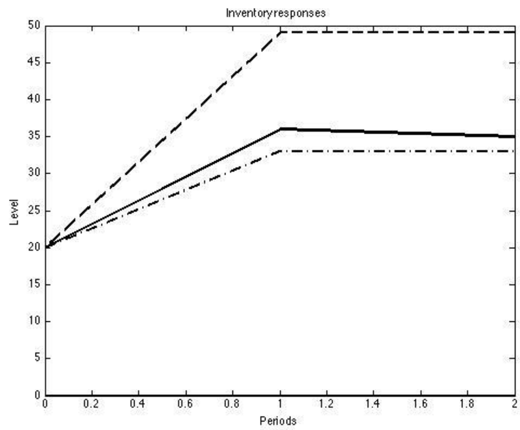
B2 N3 T2 α ίσο 1 (no control)



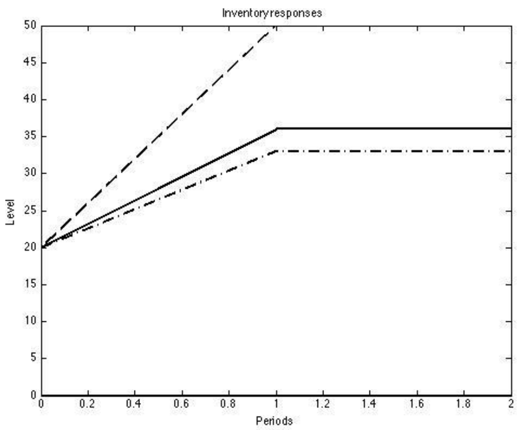
B2 N3 T2 α ίσο 0.9



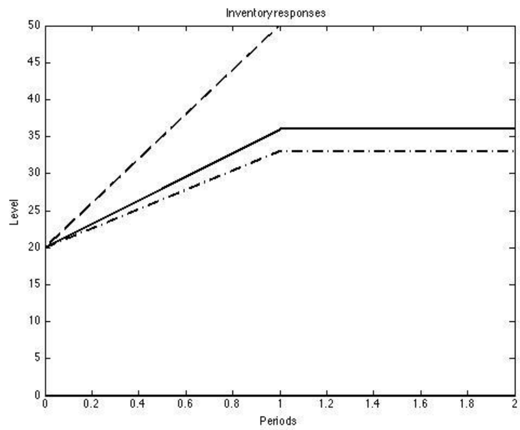
B2 N3 T2 α ίσο 0.8



B2 N3 T2 α ίσο 0.5

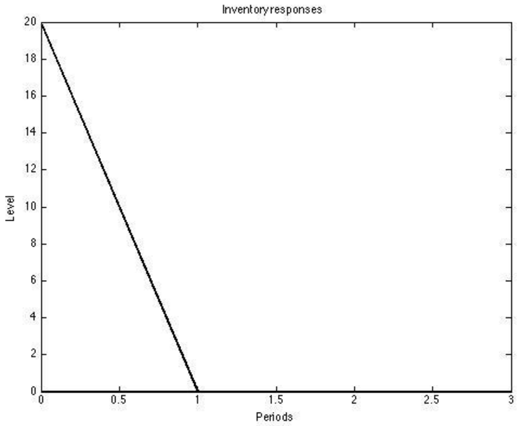


B2 N3 T2 α ίσο 0.2

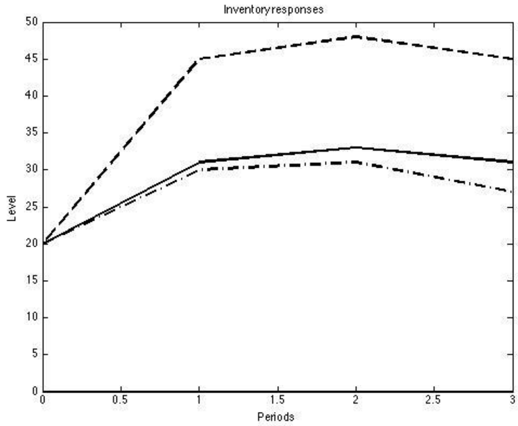


B2 N3 T2 α ίσο 0

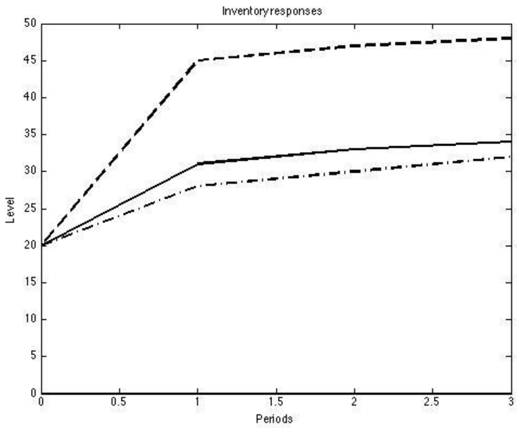
B2 N3 T3



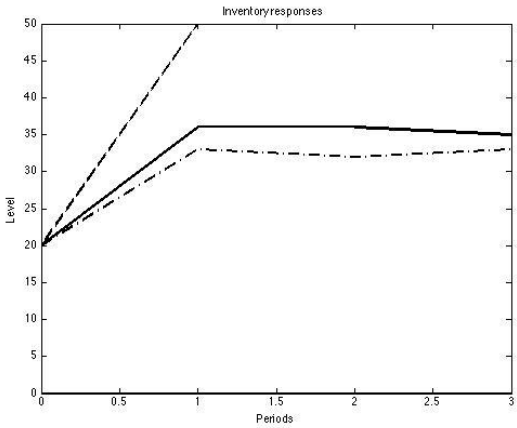
B2 N3 T3 α ίσο 1 (no control)



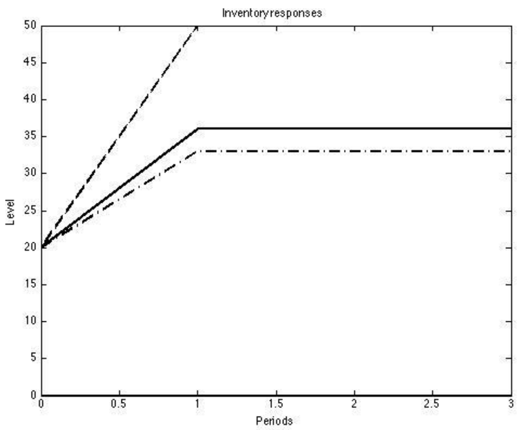
B2 N3 T3 α ίσο 0.9



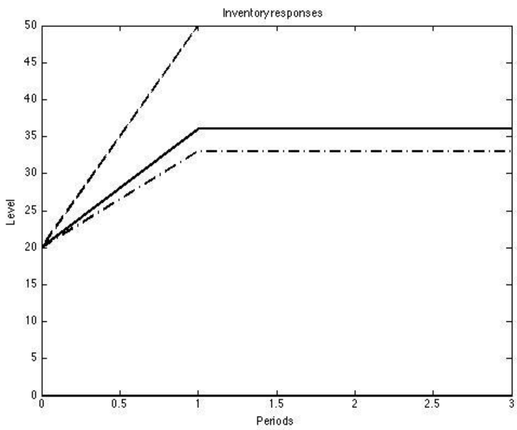
B2 N3 T3 α ίσο 0.8



B2 N3 T3 α ίσο 0.5

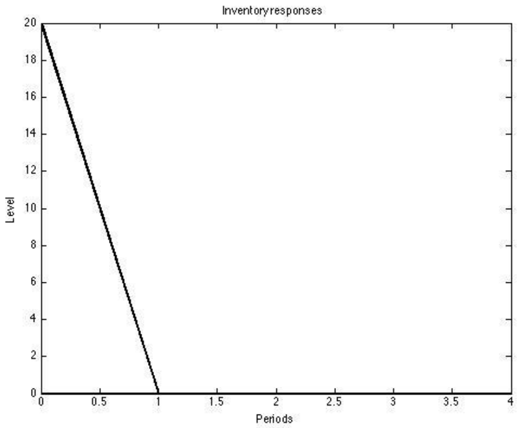


B2 N3 T3 α ίσο 0.2

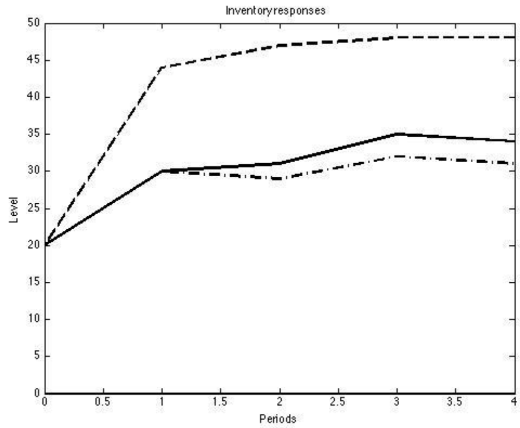


B2 N3 T3 α ίσο 0

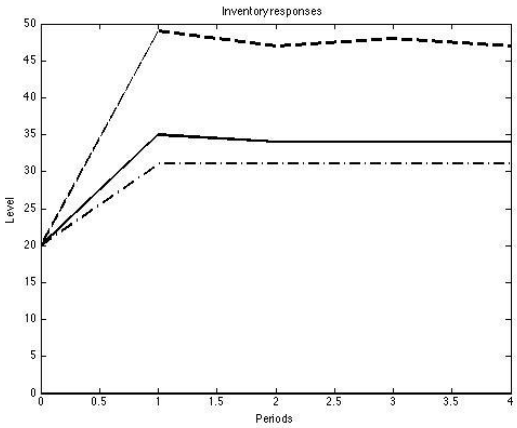
B2 N3 T4



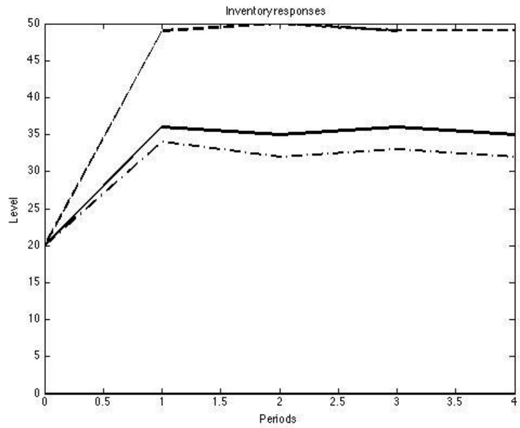
B2 N3 T4 α ίσο 1 (no control)



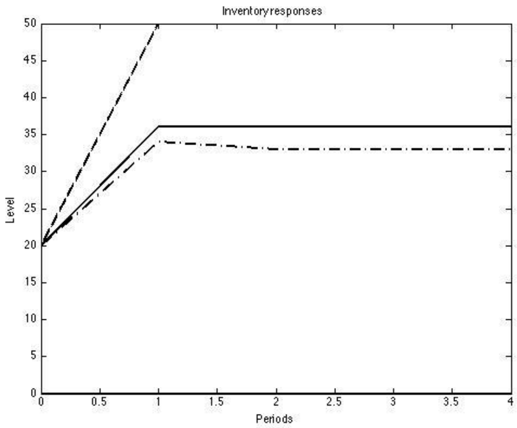
B2 N3 T4 α ίσο 0.9



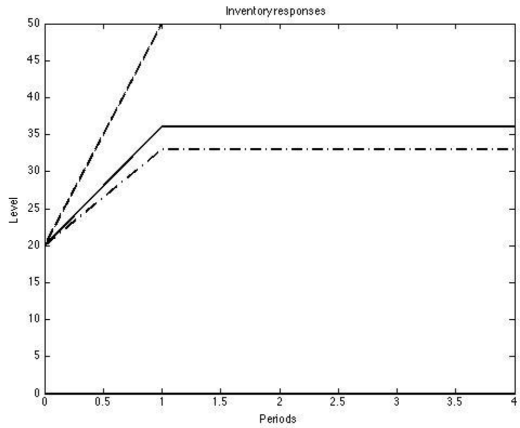
B2 N3 T4 α ίσο 0.8



B2 N3 T4 α ίσο 0.5

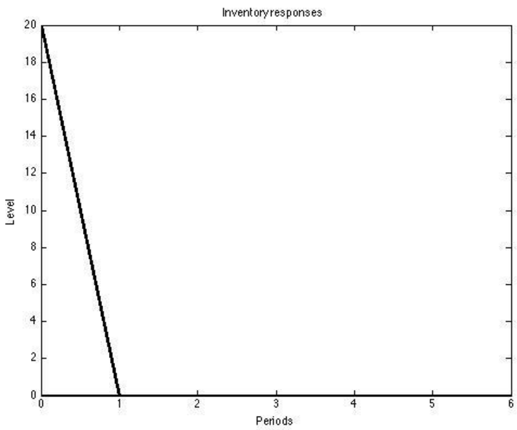


B2 N3 T4 α ίσο 0.2

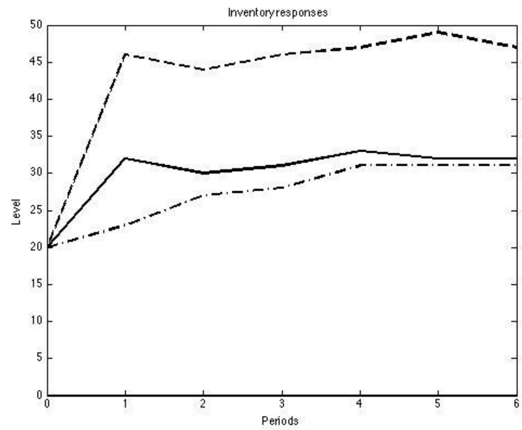


B2 N3 T4 α ίσο 0

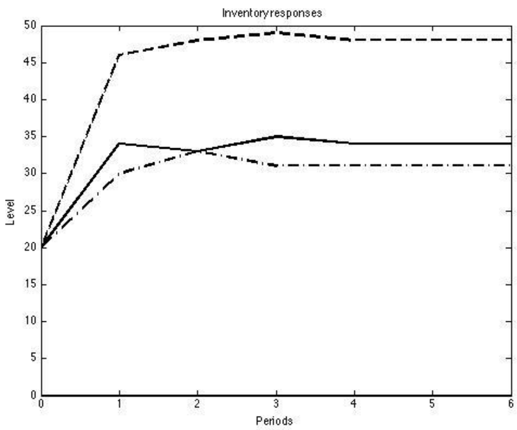
B2 N3 T6



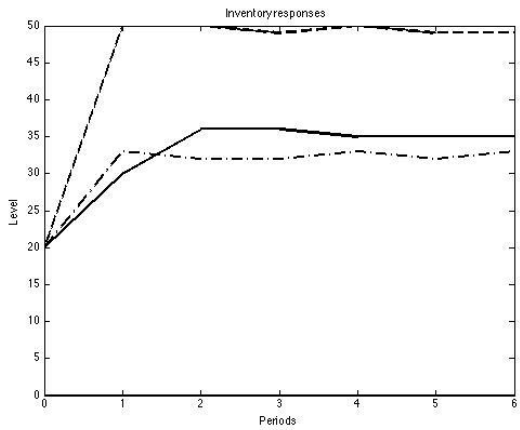
B2 N3 T6 α ίσο 1 (no control)



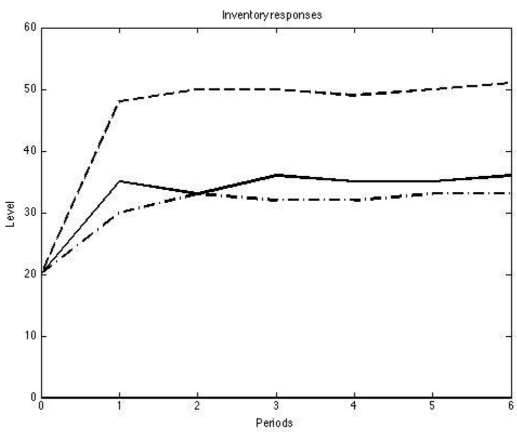
B2 N3 T6 α ίσο 0.9



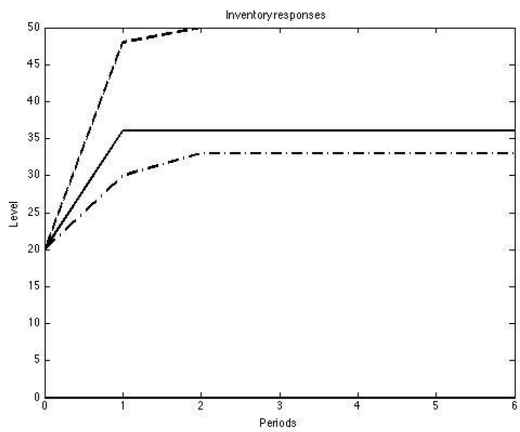
B2 N3 T6 α ίσο 0.8



B2 N3 T6 α ίσο 0.5

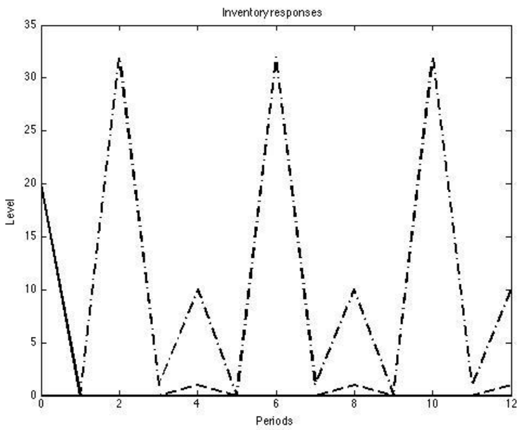


B2 N3 T6 α ίσο 0.2

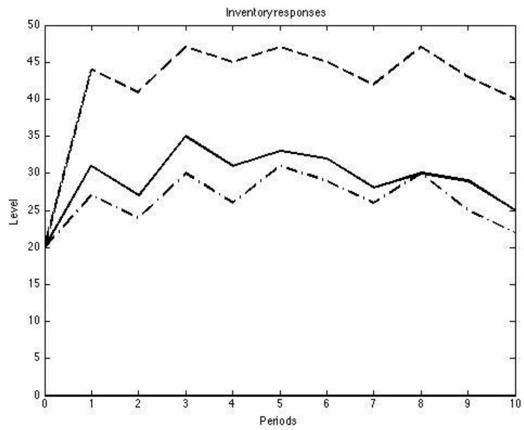


B2 N3 T6 α ίσο 0

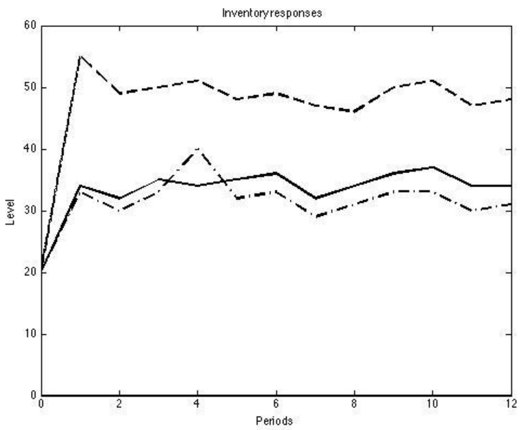
B2 N3 T12



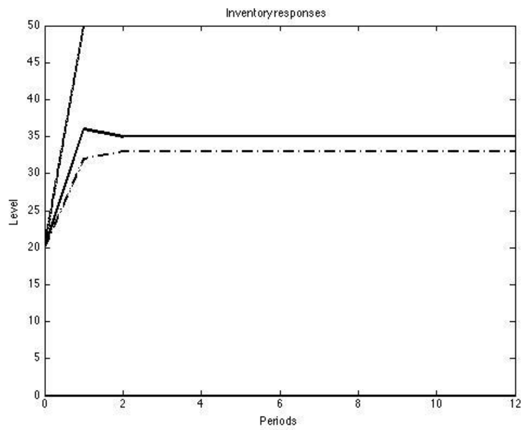
B2 N3 T12 α ίσο 1 (no control)



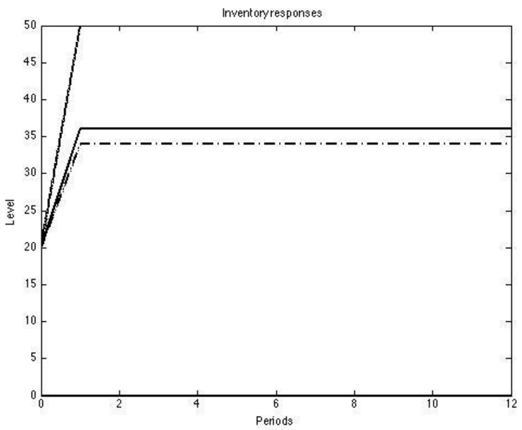
B2 N3 T12 α ίσο 0.9



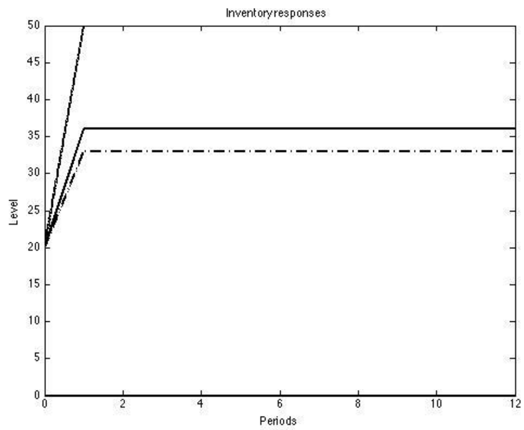
B2 N3 T12 α ίσο 0.8



B2 N3 T12 α ίσο 0.5

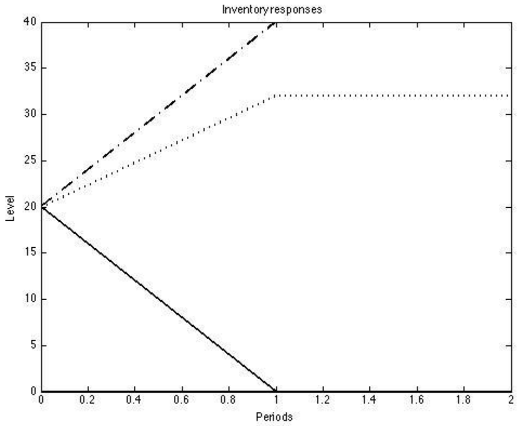


B2 N3 T12 α ίσο 0.2

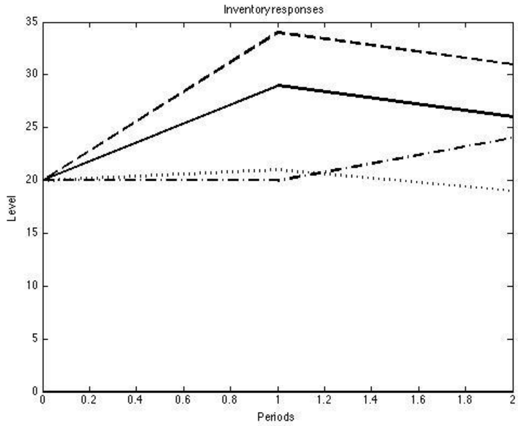


B2 N3 T12 α ίσο 0

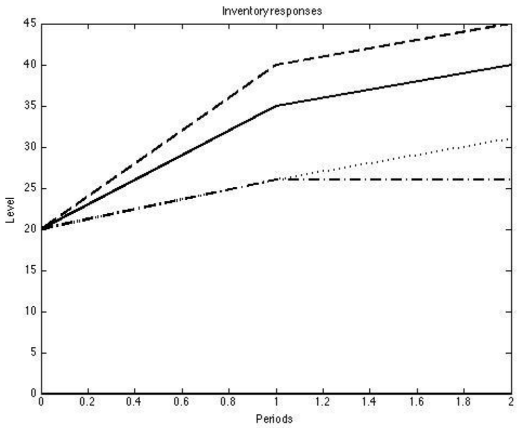
B2 N4 T2



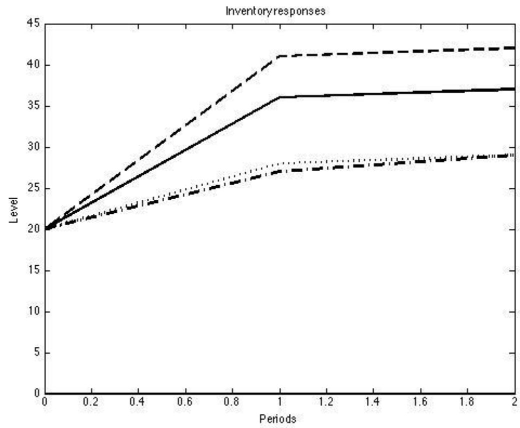
B2 N4 T2 α ίσο 1 (no control)



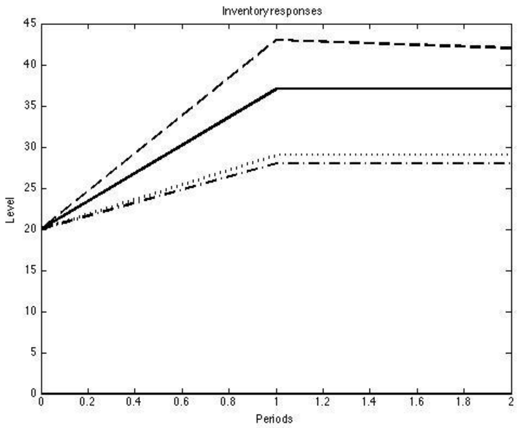
B2 N4 T2 α ίσο 0.9



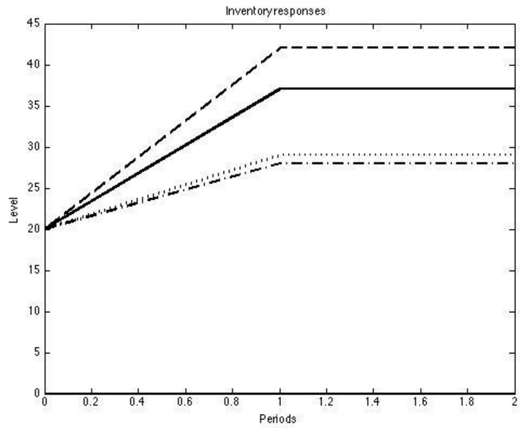
B2 N4 T2 α ίσο 0.8



B2 N4 T2 α ίσο 0.5

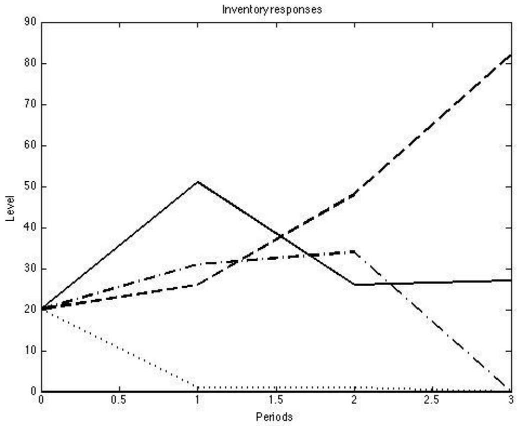


B2 N4 T2 α ίσο 0.2

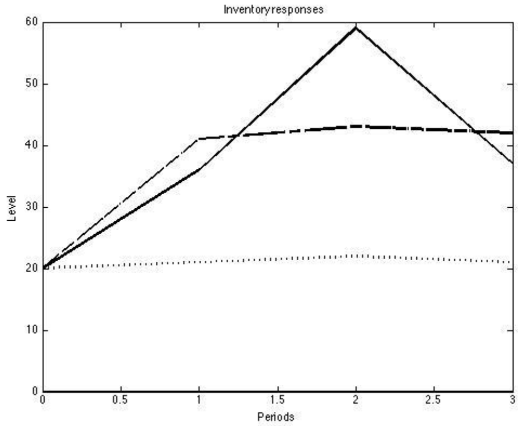


B2 N4 T2 α ίσο 0

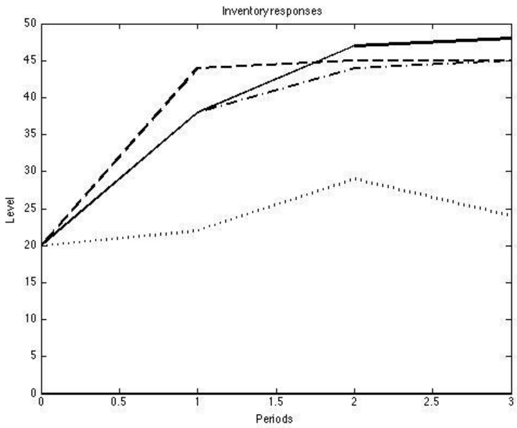
B2 N4 T3



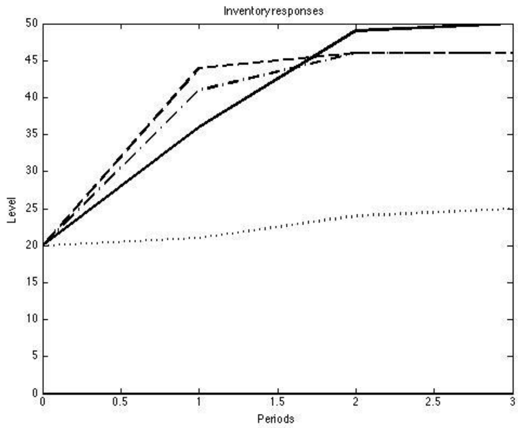
B2 N4 T3 α ίσο 1 (no control)



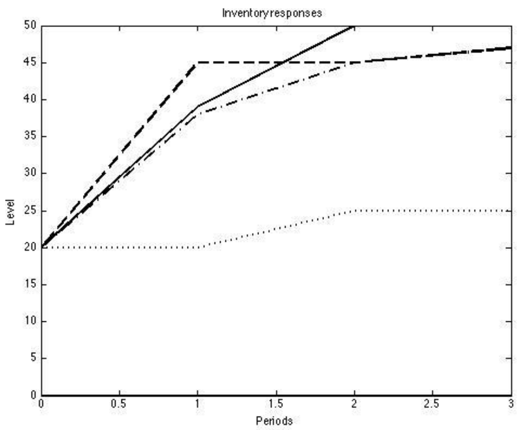
B2 N4 T3 α ίσο 0.9



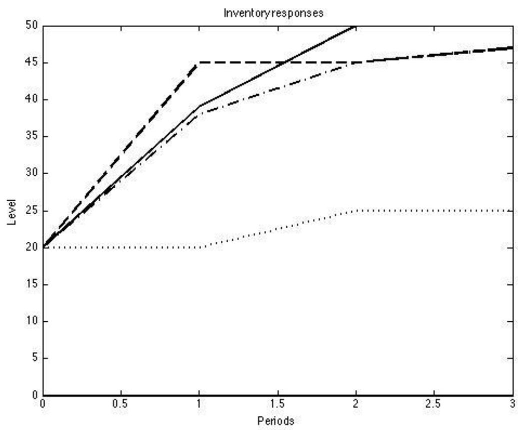
B2 N4 T3 α ίσο 0.8



B2 N4 T3 α ίσο 0.5

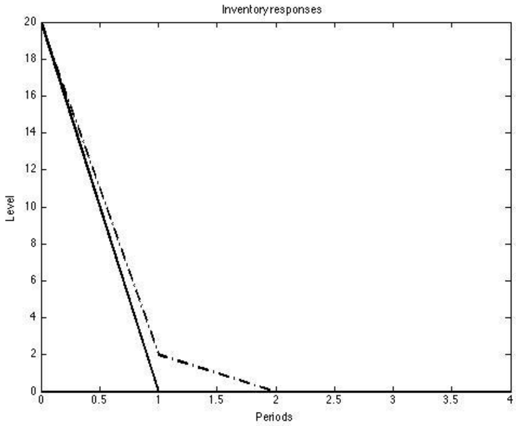


B2 N4 T3 α ίσο 0.2

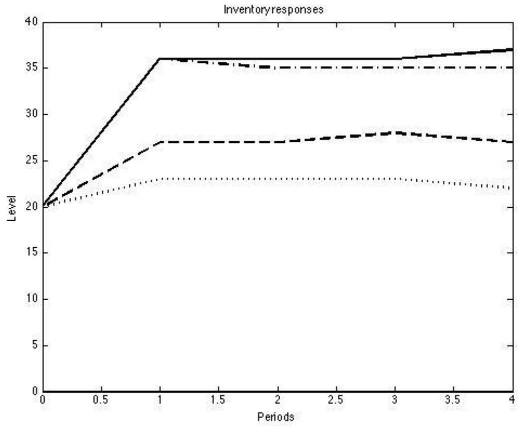


B2 N4 T3 α ίσο 0

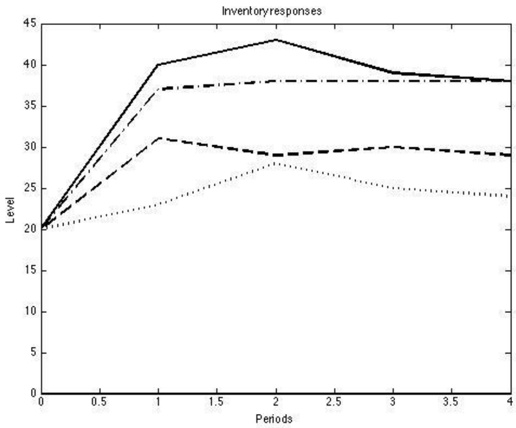
B2 N4 T4



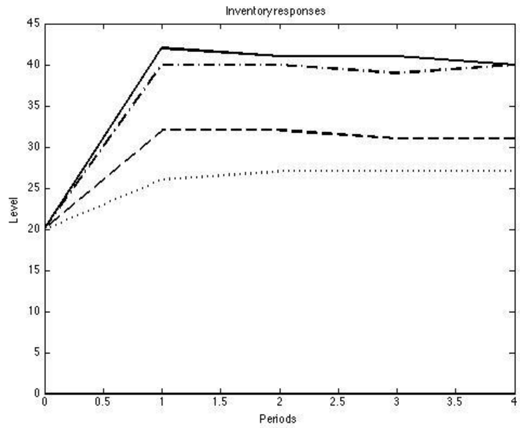
B2 N4 T4 α ίσο 1 (no control)



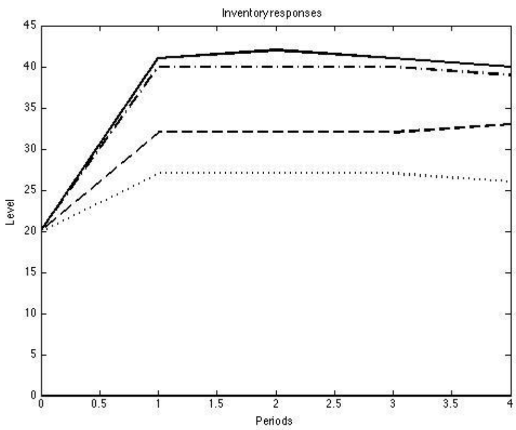
B2 N4 T4 α ίσο 0.9



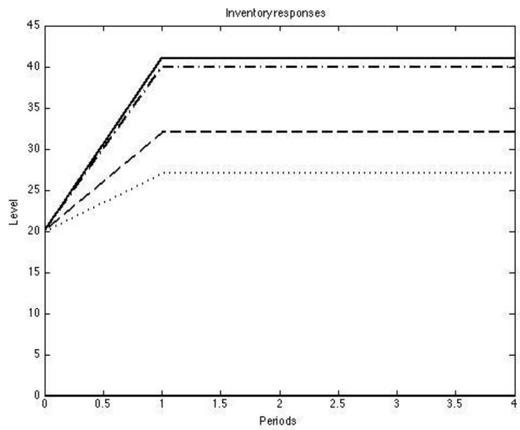
B2 N4 T4 α ίσο 0.8



B2 N4 T4 α ίσο 0.5

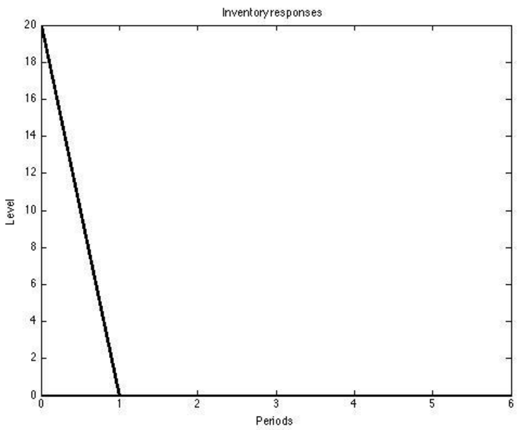


B2 N4 T4 α ίσο 0.2

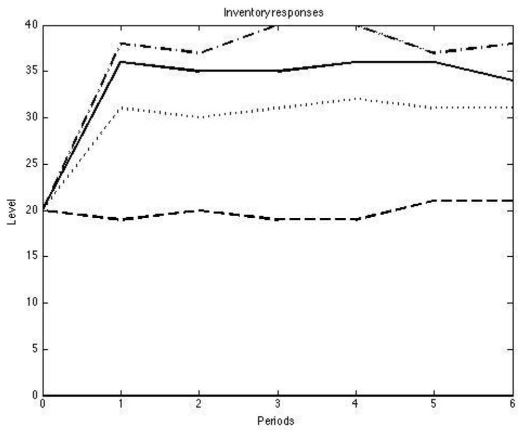


B2 N4 T4 α ίσο 0

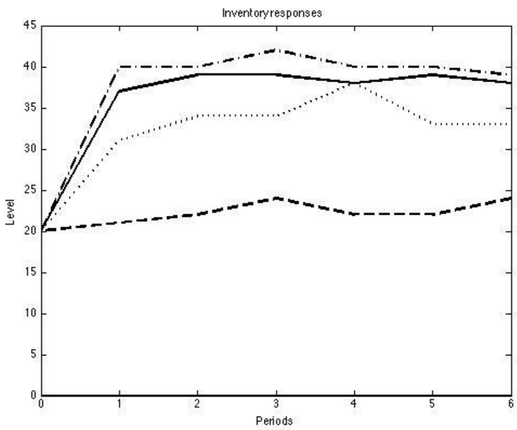
B2 N4 T6



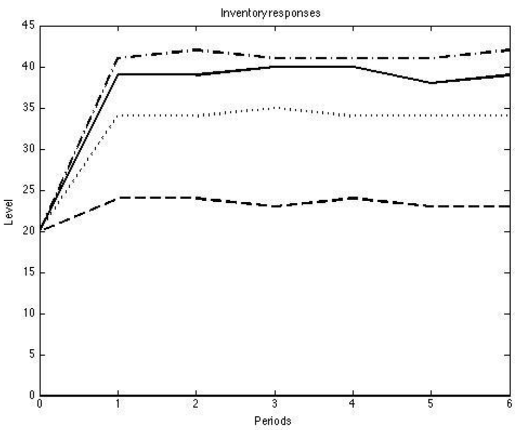
B2 N4 T6 α ίσο 1 (no control)



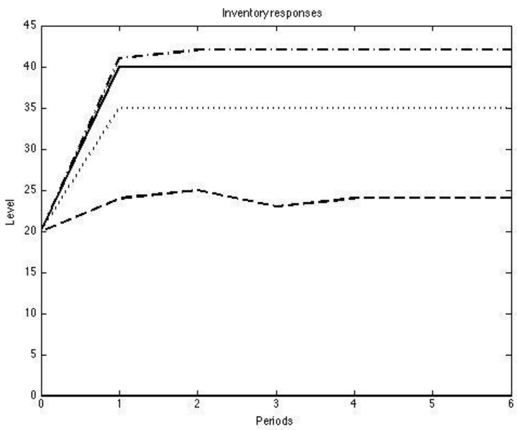
B2 N4 T4 α ίσο 0.9



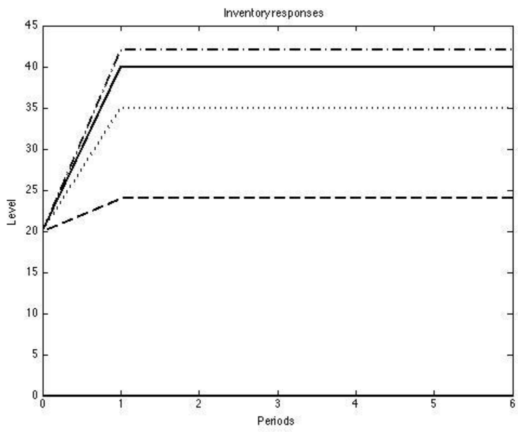
B2 N4 T4 α ίσο 0.8



B2 N4 T4 α ίσο 0.5

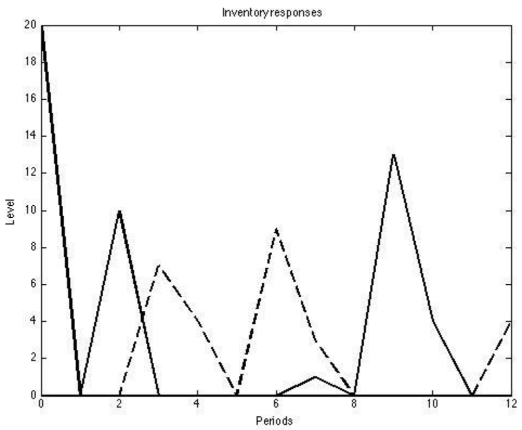


B2 N4 T4 α ίσο 0.2

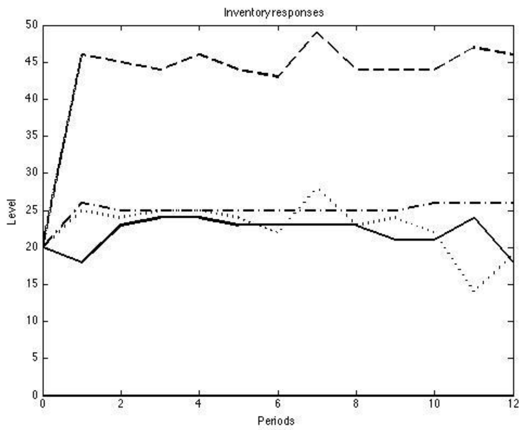


B2 N4 T4 α ίσο 0

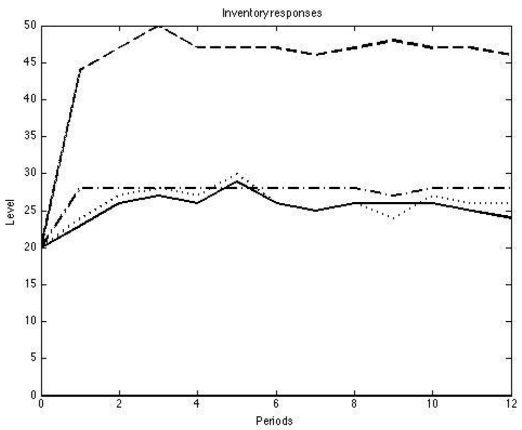
B2 N4 T12



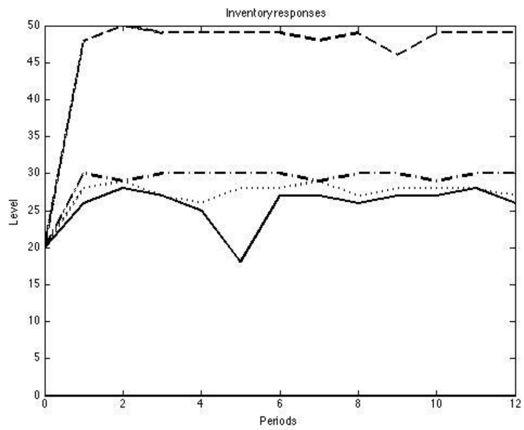
B2 N4 T12 α ίσο 1 (no control)



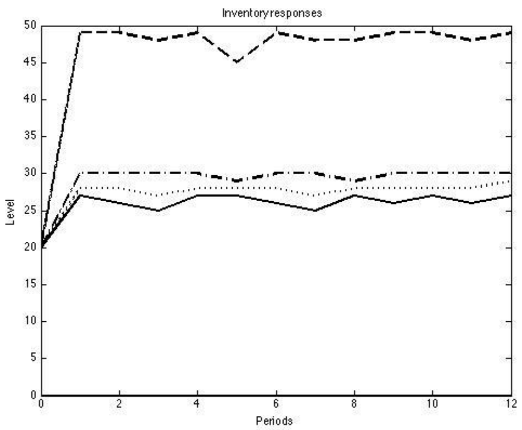
B2 N4 T12 α ίσο 0.9



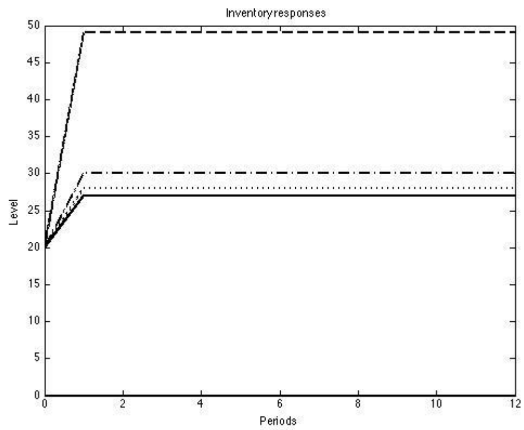
B2 N4 T12 α ίσο 0.8



B2 N4 T12 α ίσο 0.5

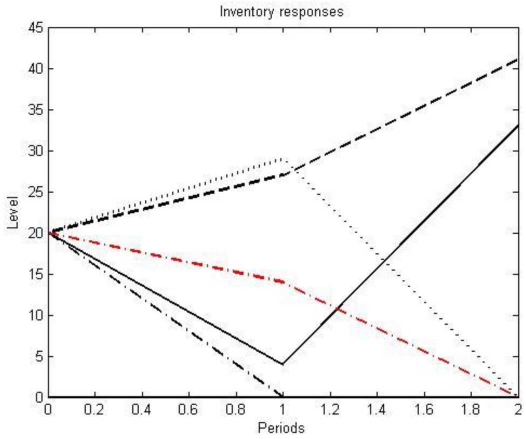


B2 N4 T12 α ίσο 0.2

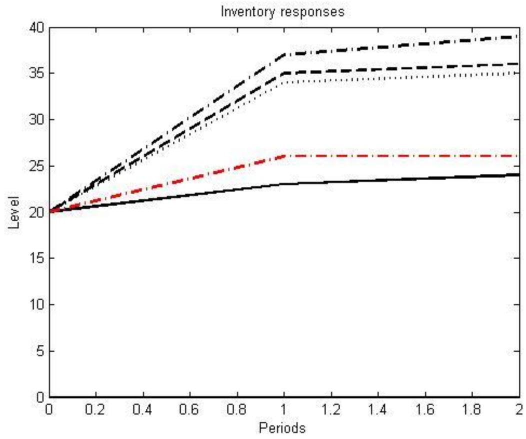


B2 N4 T12 α ίσο 0

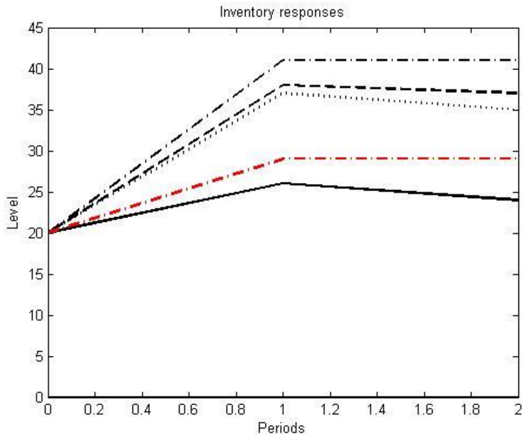
B2 N5 T2



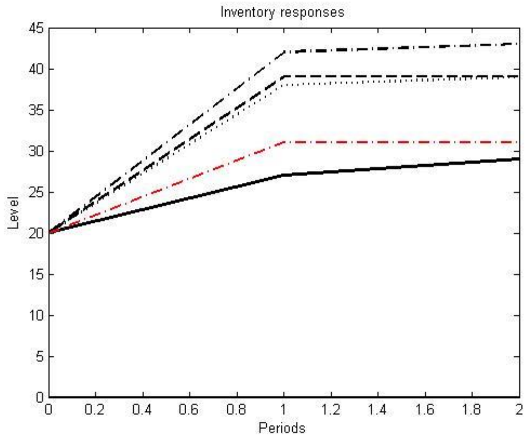
B2 N5 T2 α ίσο 1 (no control)



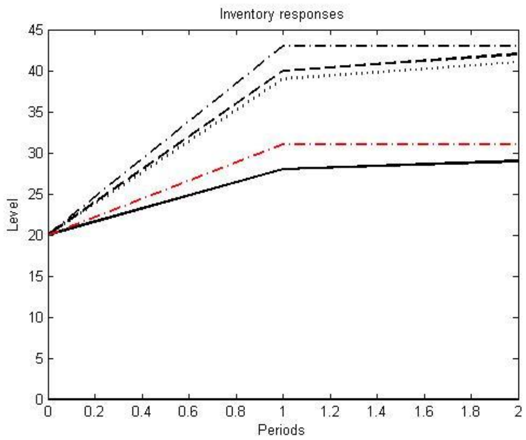
B2 N5 T2 α ίσο 0.9



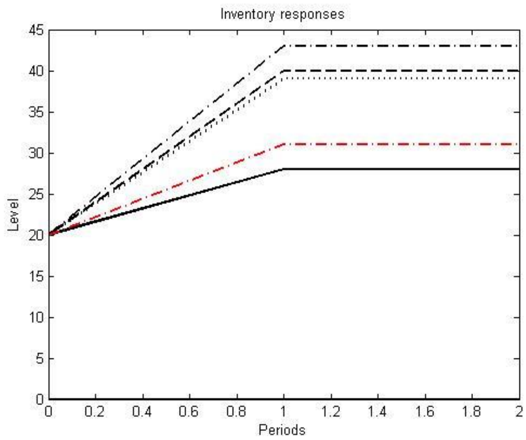
B2 N5 T2 α ίσο 0.8



B2 N5 T2 α ίσο 0.5

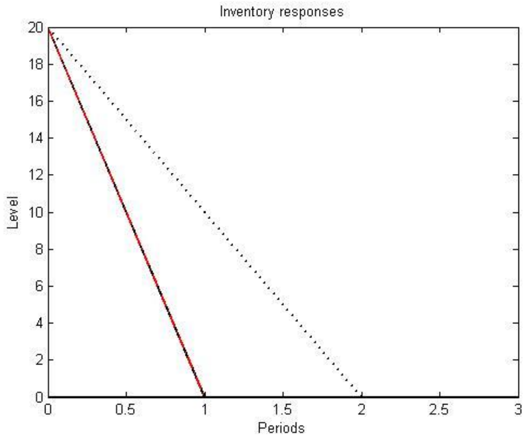


B2 N5 T2 α ίσο 0.2

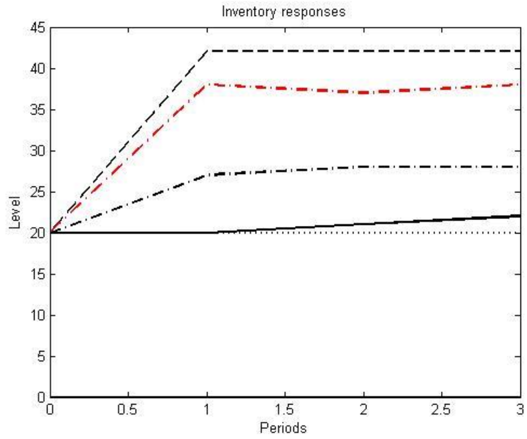


B2 N5 T2 α ίσο 0

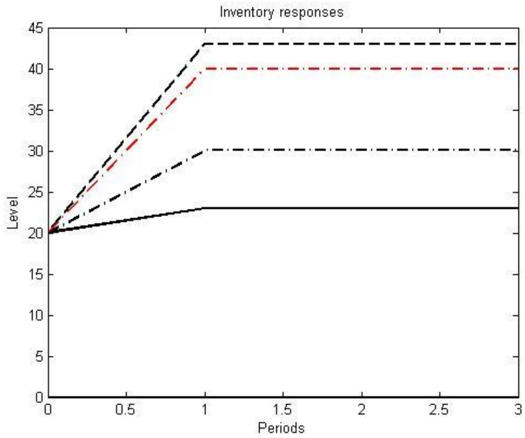
B2 N5 T3



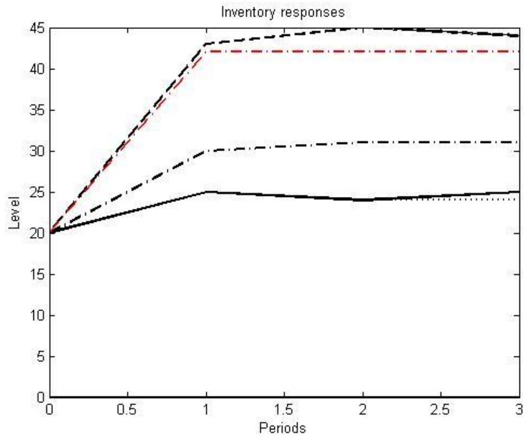
B2 N5 T3 α ίσο 1 (no control)



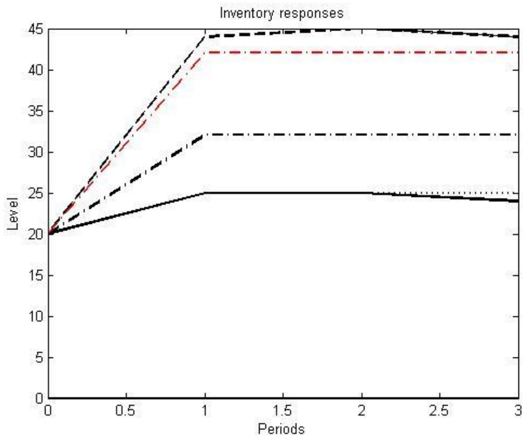
B2 N5 T3 α ίσο 0.9



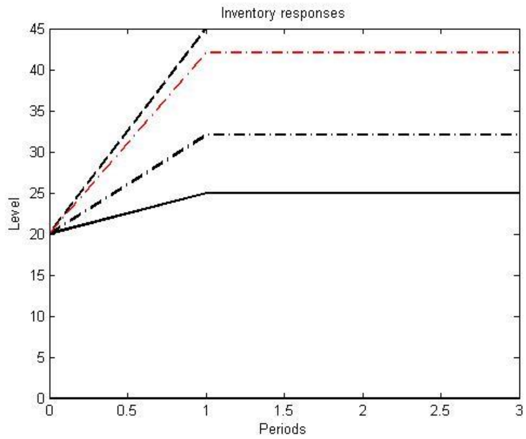
B2 N5 T3 α ίσο 0.8



B2 N5 T3 α ίσο 0.5

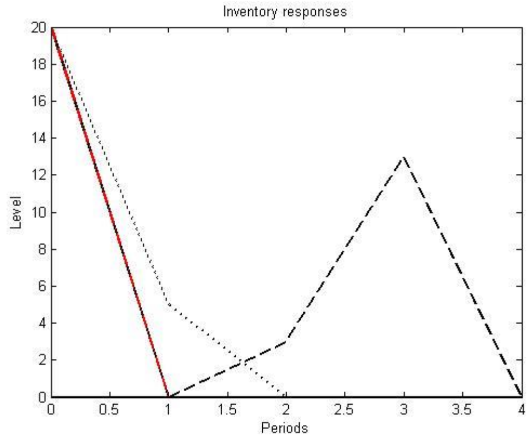


B2 N5 T3 α ίσο 0.2

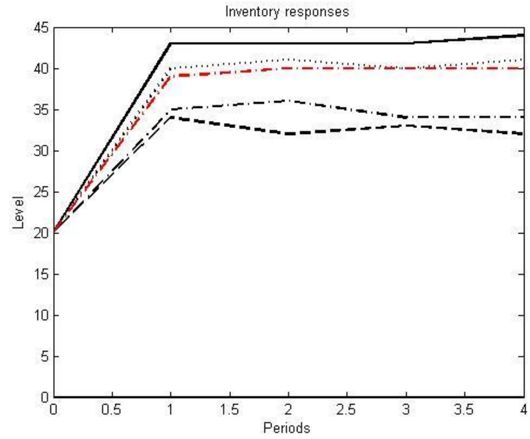


B2 N5 T3 α ίσο 0

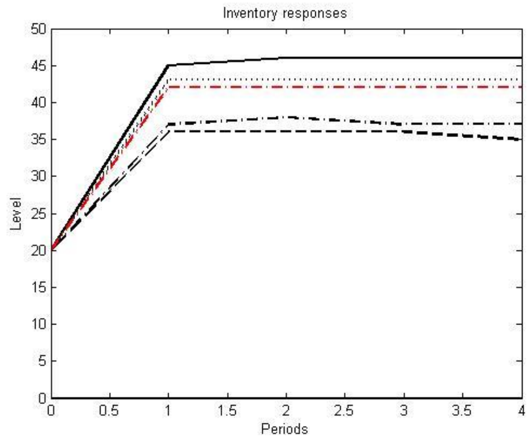
B2 N5 T4



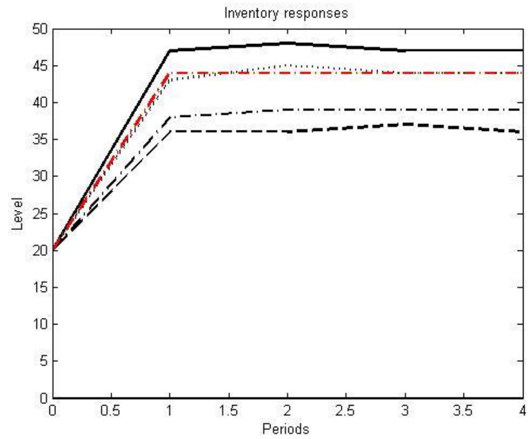
B2 N5 T4 α ίσο 1 (no control)



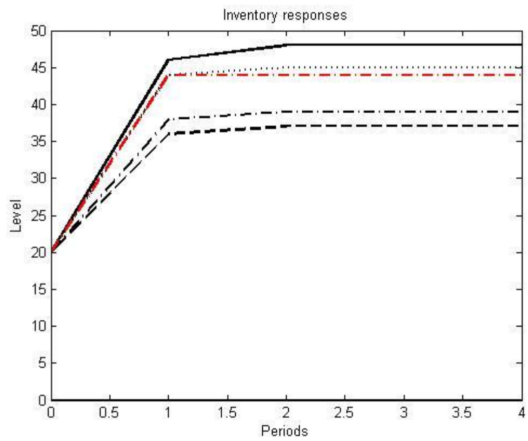
B2 N5 T4 α ίσο 0.9



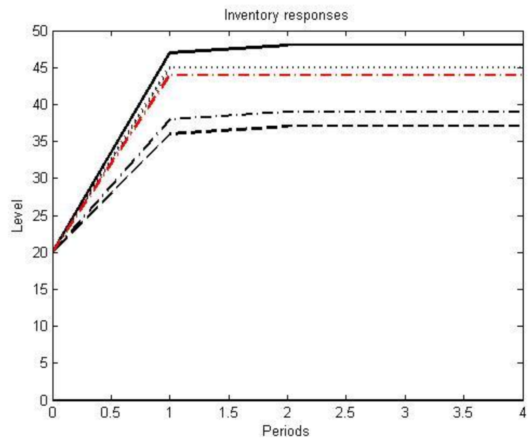
B2 N5 T4 α ίσο 0.8



B2 N5 T4 α ίσο 0.5

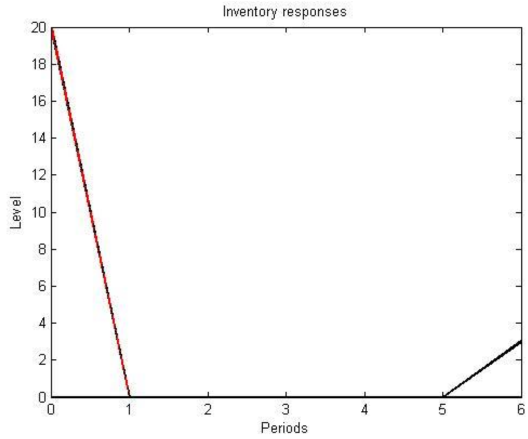


B2 N5 T4 α ίσο 0.2

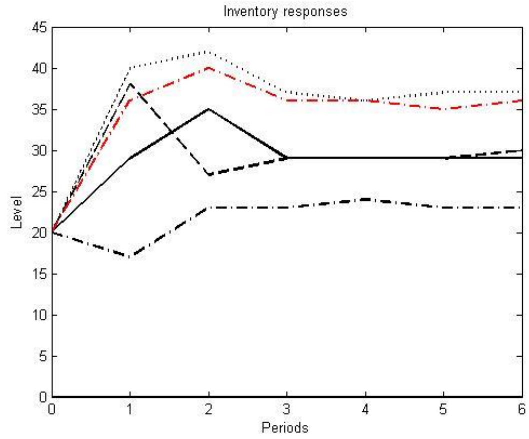


B2 N5 T4 α ίσο 0

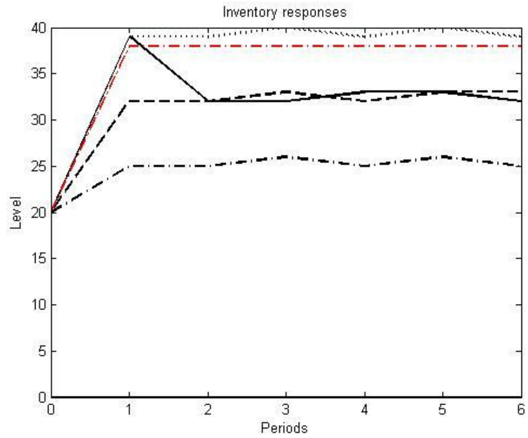
B2 N5 T6



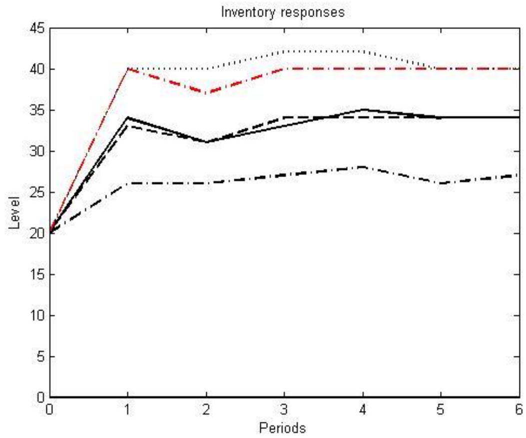
B2 N5 T6 α ίσο 1 (no control)



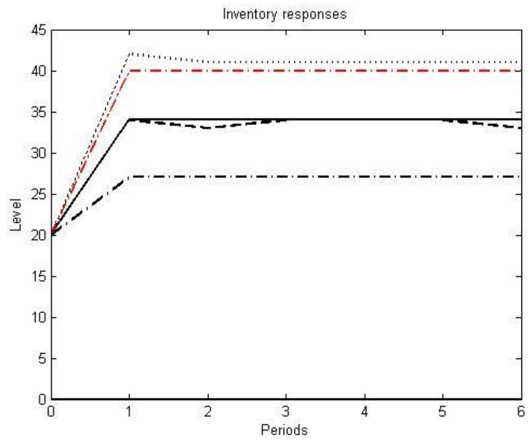
B2 N5 T6 α ίσο 0.9



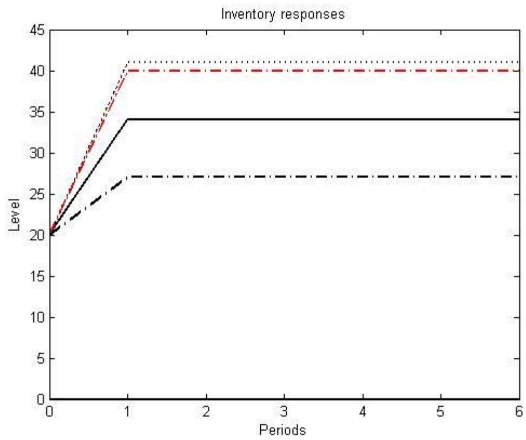
B2 N5 T6 α ίσο 0.8



B2 N5 T6 α ίσο 0.5

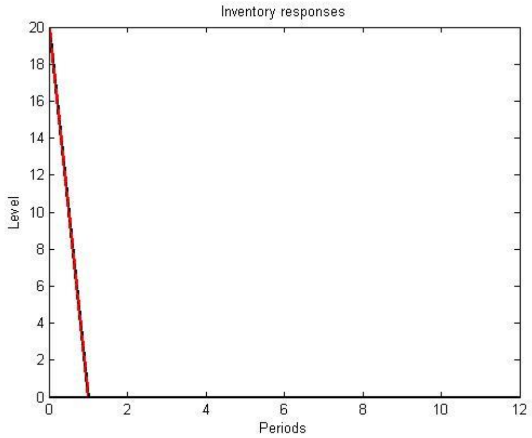


B2 N5 T6 α ίσο 0.2

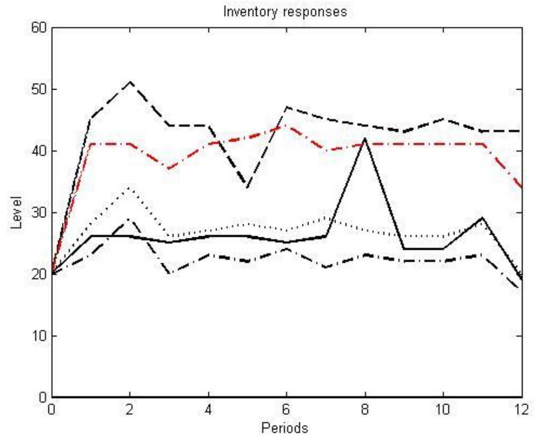


B2 N5 T6 α ίσο 0

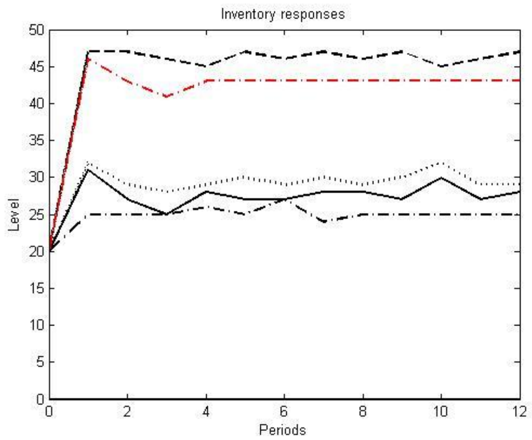
B2 N5 T12



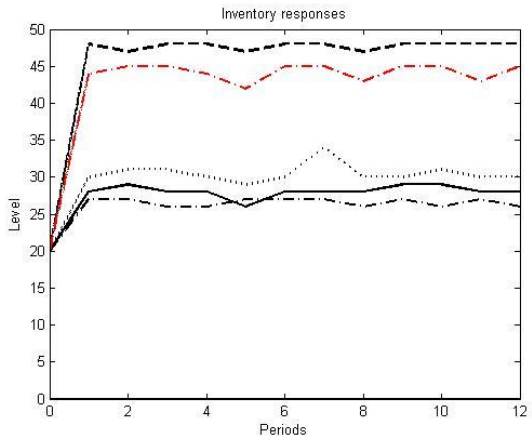
B2 N5 T12 α ίσο 1 (no control)



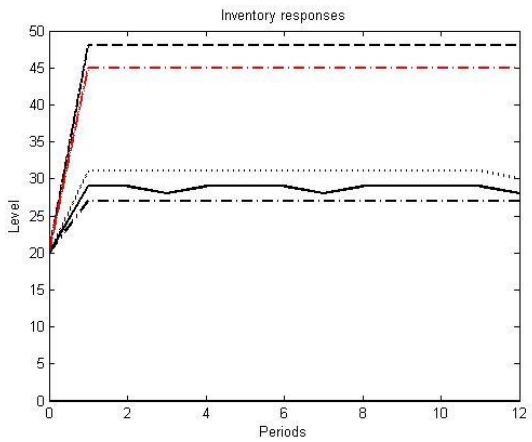
B2 N5 T12 α ίσο 0.9



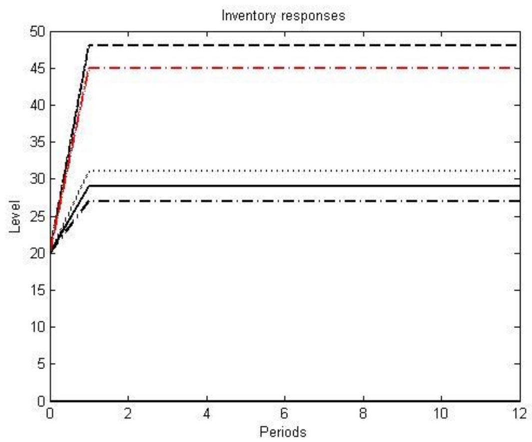
B2 N5 T12 α ίσο 0.8



B2 N5 T12 α ίσο 0.5



B2 N5 T12 α ίσο 0.2



B2 N5 T12 α ίσο 0

Δ. Η γλώσσα μοντελοποίησης Gams

Δ.1 Εισαγωγή

Το Γενικό Αλγεβρικό Σύστημα Μοντέλου GAMS (General Algebraic Modeling System) σχεδιάζεται για την ανάλυση γραμμικών, μη γραμμικών εφαρμογών αλλά και μικτών προβλημάτων βελτιστοποίησης ακέραιων αριθμών. Το σύστημα είναι ιδιαίτερα χρήσιμο γιατί επιτρέπει στο χρήστη να επικεντρωθεί στο πρόβλημα του μοντέλου με το να καταστήσει την οργάνωσή του απλή. Ο χρήστης μπορεί να αλλάξει τη διατύπωση γρήγορα και εύκολα μετατρέποντας ένα γραμμικό πρόβλημα σε μη γραμμικό χωρίς μεγάλη δυσκολία. Η γλώσσα, που χρησιμοποιεί το GAMS, είναι τυπικά παρόμοια με τις συνήθως χρησιμοποιημένες γλώσσες προγραμματισμού[20].

Χρησιμοποιώντας το GAMS, τα στοιχεία εισάγονται μόνο μια φορά με τη γνωστή μορφή καταλόγων και πινάκων. Όλοι οι περιορισμοί του προβλήματος καθώς και η αντικειμενική συνάρτηση εισάγονται σε μια δήλωση και το GAMS παράγει αυτόματα περιορισμό για κάθε εξίσωση και αφήνει το χρήστη να κάνει τις εξαιρέσεις σε περιπτώσεις όπου η γενικότητα δεν επιδιώκεται. Ο σχεδιασμός στο GAMS έχει ενσωματώσει τις έννοιες, που προέρχονται από τη θεωρία βάσεων δεδομένων και το μαθηματικό προγραμματισμό και προσπαθεί να συγχωνεύσει αυτές τις ιδέες να ανταποκριθούν στις ανάγκες των σχεδιασμών των μοντέλων. Η σχετική θεωρία βάσεων δεδομένων παρέχει ένα δομημένο πλαίσιο για τις γενικές ικανότητες οργάνωσης και μετασχηματισμού των στοιχείων του μοντέλου και σε συνδυασμό με το μαθηματικό προγραμματισμό που προσφέρει ποικίλες μεθόδους βοηθούν στην επίλυση δύσκολων προβλημάτων.

Ο κώδικας GAMS είναι σχεδιασμένος ώστε να:

- Παρέχει μια αλγεβρικά βασισμένη και υψηλού επιπέδου γλώσσα για την παρουσίαση μεγάλων και πολύπλοκων μοντέλων,
- Επιτρέπει αλλαγές στο μοντέλο σχεδιασμού με απλότητα και ασφάλεια,
- Δηλώνονται σαφώς οι αλγεβρικών σχέσεις,

- Παρέχει ένα περιβάλλον, όπου ο χρήστης να μπορεί να αναπτύξει το μοντέλο του με ένα μικρό σύνολο δεδομένων και στη συνέχεια την επέκταση του σε ένα ευρύτερο και ορθό πλαίσιο,
- Επιτρέπει τη χρήση περισσότερων μεταβλητών, εξισώσεων, ονόματα δεικτών, σχολίων και ορισμών δεδομένων, τα οποία συνοδεύονται από υπολογισμούς δημιουργώντας ένα τεκμηριωμένο και αυτόνομο αρχείο,
- Αυτοματοποιεί τη μοντελοποίηση με τους υπολογισμούς δεδομένων, την ορθή διόρθωση των δηλώσεων, τον έλεγχο των λαθών, την διασύνδεση με επιλυτές και την αποθήκευση λύσεων,
- Μετατρέπει εύκολα το μοντέλο από γραμμικό σε μη γραμμικό,
- Διευκολύνει την εισαγωγή και εξαγωγή δεδομένων από και προς διαφορετικά πακέτα υπολογιστών,
- Παρέχει πρότυπα μοντέλα, τα οποία βοηθούν το χρήστη, μέσω βιβλιοθήκης πληροφοριών. (Mc Carl 2008).

Δ.2 Δομή Μοντέλου GAMS – Σύνταξη

Παρακάτω παρουσιάζεται η δομή ενός μοντέλου GAMS καθώς και βασικά σύνταξης του κώδικα **[20]**.

<u>Inputs – Είσοδοι</u>

- Sets – Σύνολα
    - Declaration –Δήλωση
    - Assignment of members – Καθορισμός των μελών
- Data (parameters, tables, scalar) –Δεδομένα (παράμετροι, πίνακες)
    - Declaration –Δήλωση
    - Assignment of values – Καθορισμός των τιμών
- Variables – Μεταβλητές
    - Declaration –Δήλωση
    - Assignment of type – Καθορισμός του είδους

- Assignment of initial values and/or bounds **(optional)**
- Equations – Εξισώσεις
    - Declaration –Δήλωση
    - Definition – Ορισμός
- Model and Solve statement – Δήλωση μοντέλου επίλυσης

- Display statement **(optional) –** Προαιρετική δήλωση εμφάνισης

<u>Outputs - Έξοδοι</u>

- Echo Print – Αποτύπωση προγράμματος
- Symbol Reference Maps – Χάρτες Αναφοράς Συμβόλων
- Equation Listings – Λίστα Εξισώσεων
- Status Reports - Αναφορά Κατάστασης
- Results – Αποτελέσματα

Ε. Κώδικας Gams που χρησιμοποιήθηκε για την μοντελοποίηση

Παρακάτω παρατίθεται ο κώδικας σε γλώσσα Gams που χρησιμοποιήθηκε για την μοντελοποίηση των προβλημάτων. Ο κώδικας που παρατίθεται χρησιμοποιήθηκε για την λύση των σεναρίων τύπου B με pick ups. Ο λόγος που παρατίθεται το συγκεκριμένο κομμάτι είναι ότι εμπεριέχει όλα τα τμήματα που χρησιμοποιήθηκαν και για τα υπόλοιπα σενάρια.

```
*Multi-period VIRP with inventories and inv costs and pick ups
*The same nominal demand for every period
*tracking inventories is weighted
*zero inventory at the last period
*with FinalInventory equal to the targeted safety stock


sets
i    "nodes"      /0 * 5/,
k    "vehicles"   /1 * 2/,
t    "periods"    /1 * 6/,
bi   "binary set" /1 * 120/;

alias(i,j,jj);
alias(t,per);

scalars Q "capacity" /120/
        h "inventory unit cost" /1/;

parameter a /1/;

parameters

Cust_Cap(i) max storage capacity of each customer /0 999999, 1 250, 2 250, 3 250, 4 999999/
coef_1(bi) binary_coefficients
/1 1, 2 2, 3 3, 4 4, 5 5, 6 6, 7 7, 8 8, 9 9, 10 10, 11 11, 12 12, 13 13, 14 14, 15 15, 16 16, 17 17, 18 18, 19 19, 20 20, 21  21,
22 22,23 23,24 24,25 25,26  26,27 27,28  28,29 29,30 30,31 31,32 32,33 33,34 34,35 35,36  36,37 37,38 38,39 39,40 40,41 41,42 42,
```

```
43 43,44 44,45 45,46 46,47 47,48 48,49 49,50 50,51 51,52 52,53 53,54
54,55 55,56 56,57 57,58 58,59 59,60 60,61 61,62 62,63 63,
64 64,65 65,66 66,67 67,68 68,69 69,70 70,71 71,72 72,73 73,74 74,75
75,76 76,77 77,78 78,79 79,80 80,81 81,82 82,83 83,84 84,
85 85,86 86,87 87,88 88,89 89,90 90,91 91,92 92,93 93,94 94,95 95,96
96,97 97,98 98,99 99,100 100,101 101,102 102,103 103,104 104,
105 105,106 106,107 107,108 108,109 109,110 110,111 111,112 112,113
113,114 114,115 115,116 116,117 117,118 118,119 119,120 120/,

coef_2(bi);
coef_2(bi) = coef_1(bi)**2;

parameters
         dr(i,t) "real consumption of node i in period t"
/0.1 0, 1.1 41, 2.1 24, 3.1 40, 4.1 35,  5.1 0
 0.2 0, 1.2 41, 2.2 24, 3.2 40, 4.2 34,  5.2 0
 0.3 0, 1.3 40, 2.3 25, 3.3 40, 4.3 33,  5.3 0
 0.4 0, 1.4 40, 2.4 24, 3.4 39, 4.4 34,  5.4 0
 0.5 0, 1.5 40, 2.5 25, 3.5 40, 4.5 34,  5.5 0
 0.6 0, 1.6 41, 2.6 25, 3.6 40, 4.6 34,  5.6 0/,


          d(i,t) "consumption of node i in period t"
/0.1 0, 1.1 41, 2.1 24, 3.1 40, 4.1 35,  5.1 0
 0.2 0, 1.2 41, 2.2 24, 3.2 40, 4.2 34,  5.2 0
 0.3 0, 1.3 40, 2.3 25, 3.3 40, 4.3 34,  5.3 0
 0.4 0, 1.4 40, 2.4 25, 3.4 40, 4.4 34,  5.4 0
 0.5 0, 1.5 40, 2.5 25, 3.5 40, 4.5 34,  5.5 0
 0.6 0, 1.6 40, 2.6 25, 3.6 40, 4.6 34,  5.6 0/,

 dn(i) "the nominal consumption of customer i"
/0 0, 1 40, 2 25, 3 40, 4 34, 5 0/,

          dc(i) "the current consumption of customer i"
/0 0, 1 41, 2 24, 3 40, 4 35, 5 0/,

           Iv_0(j) "initial inventories of full  tanks at customer j"
/0 0
 1 20
 2 20
 3 20
 4 20
 5 0/,
```

```
          PIv_0(j) "initial inventories of empty  tanks at customer j"
/0 0
 1 10
 2 5
 3 10
 4 5
 5 0/,

          tss(i)      "targeted safety stock for customer i"
/0 0
 1 42
 2 24
 3 40
 4 35
 5 0/,



          tss2(i)   ;
          tss2(i) = tss(i)**2 ;

parameters

         P(i)         "The targeting cost of the safety stock"
/0 0
 1 2
 2 2
 3 2
 4 2
 5 0/,

         R(i)         "The targeting cost of the targeted deliveries "
/0 0
 1 0
 2 0
 3 0
 4 0
 5 0/,

        u_s(i)           "The targeted delivery for each customer i"
/0 0
 1 42
 2 24
```

```
 3 40
 4 35
 5 0/
;



table c(i,j) "i to j transportation cost"
   0       1       2       3        4       5
0   0       2       14      16       15      0
1   2       0       12      14       13      2
2   14      12      0       14       13      14
3   16      14      14      0        1       16
4   15      13      13      1        0       15
5   0       2       14      16       15      0   ;

*c(i,j) = c(i,j)+10;

free variables     Total_cost
                   cost
                   cost1
                   Inventory_cost;

integer variables  Del(k,i,j,t)     "Delivery load of full tanks on k leaving i and
going to j in period t"
                   Pic(k,i,j,t)      "Delivery load of empty tanks on k leaving i and
going to j in period t"
                   Iv0(i)          "Initial inventory"
                   Consumption(i,t) "Initial Consumption"

integer variable  Iv(i,t)           "The inventory of full  tanks at customer i, at
the end of period t"
                  PIv(i,t)          "The inventory of empty tanks at customer i, at the
end of period t"


variable                  Iv_lin_1(i,t)       "Iv^2 - 2*Iv*tss + tss^2 = Iv_lin_1 -
2*Iv_lin_2*tss + tss^2"
                  Iv_lin_2(i,t)


integer variables Yd(j,t)          "The number of full tanks delivered to node j
in period t"
```

```
           Pick(j,t)       "The number of empty tanks picked up form node j
in period t"

free variables    tracking_deliveries_cost  "selfexplained"
            tracking_safetyInventories_cost "selfexplained"
            transportation_cost;

binary variables   x(k,i,j,t) "link of k from i to j in period t"
            y(bi,i,t)  "binaries for the x = y_1 + 4*y_2 + ... + 400*y_20";

equations
obj             "min total DISTANCE cost"
Nocycles(k,i,j,t) "forbits cyclic route"
Ndl(k,j,t)       "no link from node n+1 to 0"
Ndl2(k,i,t)      "the same"
Const2(i,t)      "constraint 2"
Const3(k,j,t)    "constraint 3"
Const4(k,t)      "constraint 4"
Const5(k,t)      "constraint 5"
Const6(k,i,j,t)  "constraint 6"
Const7(k,i,j,t)  "constraint 7"
Const7b(j,t)
obj2

DeliveryConstraint_initial(j,t)
DeliveryConstraint(j,t)

PickupConstraint_initial(j,t)
PickupConstraint(j,t)

const15(k,i,j,t)
const15b(k,i,j,t)
const15c(k,i,j,t)

Ydeq_initial(j,t)
Ydeq(j,t)

Pickeq(j,t)

FinalInentories(j,t)
obj0 transportation cost
obj1 inventory cost

*obj3 the tracking of deliveries cost
```

```
obj4 the tracking of safety inventories cost
Initial_inv(i)
Initial_Consumption(i,t)

BinaryConstraint(i,t)

LinearizatioConstraint_1(i,t)

LinearizatioConstraint_2(i,t)

LinearizatioConstraint_3(i,t)
CustStorageCapacity(i,t)
;

*THE OBJECTIVE FUNCTIONS
obj..
Total_cost =e= a*(transportation_cost + Inventory_cost) + (1-
a)*(tracking_safetyInventories_cost);

obj0..
transportation_cost =e= sum((k,i,j,t), x(k,i,j,t)*c(i,j));

obj1..
Inventory_cost =e= sum((i,t), Iv(i,t)*h);


obj2..
cost1 =e= sum((k,i,j,t), x(k,i,j,t)*c(i,j));

*obj3..
*tracking_deliveries_cost =e= 1/2*sum((i,t),R(i)*(Yd(i,t)- u_s(i)));

obj4..
tracking_safetyInventories_cost =e= 1/2*sum((i,t),P(i)*(Iv_lin_1(i,t) -
2*Iv_lin_2(i,t)*tss(i) + tss2(i)));

*Cyclic route are forbidden (i.e. from one node to itself) ;
Nocycles(k,i,j,t)$(ord(i) eq ord(j))..
x(k,i,j,t) =e= 0;

*There is no link from i = n+1 (depot) to i = 0 (depot);
Ndl(k,j,t)..
x(k,'5',j,t) =e= 0;
Ndl2(k,i,t)..
```

```
x(k,i,'0',t) =e= 0;

*The assignment of the service of each customer is
*restricted to exactly one vehicle. Constrain (2);
Const2(i,t)$(ord(i) ne 1 and ord(i) ne card(i))..
sum((k,j),x(k,i,j,t))=l=1;

*When a vehicle leaves the depot it must return to it
*and if a vehicle reaches a customer it must leave the same customer
*and continue its route. Constraints:(3-5);
Const3(k,j,t)$(ord(j) ne 1 and ord(j) ne card(i))..
sum(i,x(k,i,j,t)) =e= sum(jj,x(k,j,jj,t));

*Every vehicle must leave the depot
Const4(k,t)..
sum(j$(ord(j) ne 1),x(k,'0',j,t)) =e= 1;

*Every vehicle must return to the depot
Const5(k,t)..
sum((i,j)$(ord(i) ne card(i) and ord(j) eq card(i)),x(k,i,j,t)) =e= 1;

*When a vehicle leaves a customer the total load
*must be less than or equal to the capacity. Constraint: (6)
Const6(k,i,j,t)..
Del(k,i,j,t) =l= Q;

*The vehicle must be empty when returning to the depot 1
Const7(k,i,j,t)$(ord(j) eq card(j))..
Del(k,i,j,t)=e=0;

*The vehicle must be empty when returning to the depot 2
Const7b(j,t)$(ord(j) eq card(j))..
Yd(j,t)=e=0;




*Initial Inventories of full tanks
**********************************
DeliveryConstraint_initial(j,t)$(ord(t)eq 1 and ord(j) gt 1 and ord(j) lt card(j))..
Iv(j,'1') =e= sum(k, (sum(i,Del(k,i,j,'1'))-sum(jj, Del(k,j,jj,'1'))))+Iv_0(j)-d(j,'1');

*Inventory of full tanks at node j at the end of period t
```

```
*****************************************************
DeliveryConstraint(j,t)$(ord(t) gt 1 and ord(j) gt 1 and ord(j) lt card(j))..
Iv(j,t)  =e= sum(k, (sum(i,Del(k,i,j,t))-sum(jj,Del(k,j,jj,t))))+Iv(j,t-1)- d(j,t) ;




*Initial Inventories of empty tanks
********************************
PickupConstraint_initial(j,t)$(ord(t)eq 1 and ord(j) gt 1 and ord(j) lt card(j))..
PIv(j,'1')  =e=  -  sum(k,  (sum(jj,  Pic(k,j,jj,'1'))  -   sum(i,Pic(k,i,j,'1'))))  +
PIv_0(j);

*Inventory of empty tanks at node j at the end of period t
*****************************************************
PickupConstraint(j,t)$(ord(t) gt 1 and ord(j) gt 1 and ord(j) lt card(j))..
PIv(j,t)  =e= - sum(k, (sum(jj,Pic(k,j,jj,t)) -  sum(i,Pic(k,i,j,t)))) + PIv(j,t-1) +
d(j,t-1) ;




const15(k,i,j,t)..
Del(k,i,j,t) - x(k,i,j,t)*Q =l= 0;

const15b(k,i,j,t)..
Pic(k,i,j,t) - x(k,i,j,t)*Q =l= 0;

const15c(k,i,j,t)..
Pic(k,i,j,t)+ Del(k,i,j,t) - x(k,i,j,t)*Q =l= 0;


*Yd(j,t) the number of full tanks delivered to node j in period t
Ydeq_initial(j,t)$(ord(j) eq 1 and ord(j) eq card(j))..
Yd(j,t) =e=0;

*Yd(j,t) the number of full tanks delivered to node j  in period t
Ydeq(j,t)$(ord(j) gt 1 and ord(j) lt card(j))..
Yd(j,t) =e=  sum(k,(sum(i,Del(k,i,j,t))-sum(jj,Del(k,j,jj,t))));



*Pick(j,t) the number of empty tanks picked from node j in period t
Pickeq(j,t)$(ord(j) gt 1 and ord(j) lt card(j))..
```

```
Pick(j,t) =e=  sum(k,(sum(jj,Pic(k,j,jj,t)) - sum(i,Pic(k,i,j,t))));



*max storage capacity of each customer
CustStorageCapacity(i,t)$(ord(i) ne 1 and ord(i) ne card(i))..
PIv(i,t) + Iv(i,t) =l= Cust_Cap(i);



FinalInentories(j,t)$(ord(t) eq card(t))..
Iv(j,t)=e=tss(j);

Initial_inv(i)..
Iv0(i) =e= Iv_0(i);

Initial_Consumption(i,t)..
Consumption(i,t) =e= d(i,t);

BinaryConstraint(i,t)..
sum(bi,y(bi,i,t)) =l= 1;

LinearizatioConstraint_1(i,t)..
Iv_lin_2(i,t) =e= Iv(i,t);

LinearizatioConstraint_2(i,t)..
Iv_lin_1(i,t) =e= sum(bi,y(bi,i,t)*coef_2(bi));

LinearizatioConstraint_3(i,t)..
Iv_lin_2(i,t) =e= sum(bi,y(bi,i,t)*coef_1(bi));

model B2_N4_T6 /all/;
B2_N4_T6.iterlim = 1000000000;
B2_N4_T6.reslim = 1000000000;
solve B2_N4_T6 using mip minimizing Total_cost;
option solprint = on;
display Total_cost.l, transportation_cost.l, Inventory_cost.l,
tracking_safetyInventories_cost.l, x.l, d, Iv_0, Yd.l, Iv.l, PIv_0, Pick.l, PIv.l,
Del.l, Iv_lin_1.l, Iv_lin_2.l;
*display Total_cost.l, transportation_cost.l, Inventory_cost.l, x.l, d, Iv_0,
Yd.l, Iv.l, Del.l;


*$ontext
```

```
file results_of_B2_N4_T6 /results_of_B2_N4_T6.dat/ ;
put results_of_B2_N4_T6 ;
*put loop((i,t)$(ord(t) eq 1 and ord(i) ne 1 and ord(i) ne card(i)), put i.tl,
@12,  Iv.l(i,t) /);

scalar iter ;
scalar pt ;

*loop (per$(ord(per) gt 1),
*loop (per$(ord(per) lt 3),
loop (per,
d(i,'1')  =  dr(i,per);
Iv_0(i)   =  Iv.l(i,'1');
display Total_cost.l, transportation_cost.l, Inventory_cost.l,
tracking_safetyInventories_cost.l, x.l, d, Iv_0, Yd.l, Iv.l, Del.l;
display d  , Iv_0

solve B2_N4_T6 using mip minimizing Total_cost;

put loop((i,t)$(ord(t) eq 1 and ord(i) ne 1 and ord(i) ne card(i)), put i.tl,
@12,  Iv.l(i,t) /);
) ;

*$offtext
```