



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ  
ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΥΡΕΣΗ ΤΗΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΔΙΕΙΣΔΥΣΗΣ  
ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΣΕ ΔΙΚΤΥΑ  
ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΜΕ ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΤΑ ΕΠΙΤΡΕΠΤΑ ΟΡΙΑ  
ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΤΑΣΗΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΙΩΑΝΝΑ ΛΑΛΟΥ**

**Επιβλέποντες:** Νικόλαος Δ. Χατζηαργυρίου  
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Οκτώβριος 2015





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ  
ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΥΡΕΣΗ ΤΗΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΔΙΕΙΣΔΥΣΗΣ  
ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΣΕ ΔΙΚΤΥΑ  
ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΜΕ ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΤΑ ΕΠΙΤΡΕΠΤΑ ΟΡΙΑ  
ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΤΑΣΗΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΙΩΑΝΝΑ ΛΑΛΟΥ**

**Επιβλέποντες:** Νικόλαος Δ. Χατζηαργυρίου  
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την .....<sup>1</sup> Οκτωβρίου 2015.

.....  
Ν. Χατζηαργυρίου  
Καθηγητής ΕΜΠ

.....  
Σ. Παπαθανασίου  
Αναπλ. Καθηγητής ΕΜΠ

.....  
Π. Γεωργιλάκης  
Επίκουρος ΕΜΠ

Αθήνα, Οκτώβριος 2015

.....

Ιωάννα Λάλου

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών  
Ε.Μ.Π.

Copyright © Ιωάννα Λάλου, 2015.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε κατά το ακαδημαϊκό έτος 2014-2015 στον τομέα Ηλεκτρικής Ισχύος της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του ΕΜΠ.

Αντικείμενο της εργασίας είναι η εφαρμογή της πιθανοτικής ροής φορτίου για την εύρεση της μέγιστης διείσδυσης φωτοβολταϊκών συστημάτων σε Δίκτυα Διανομής με κριτήριο τα επιτρεπτά όρια τάσης.

Υπεύθυνος κατά την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας ήταν ο Καθηγητής κ. Ν. Χατζηαργυρίου, στον οποίο οφείλω ιδιαίτερες ευχαριστίες για την ανάθεσή της.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Διδάκτορα κ. Α. Αναστασιάδη για τις πολύτιμες συμβουλές και την καθοδήγηση που μου παρείχε κατά την εκπόνηση της εργασίας καθώς και για την απρόσκοπτη πρόσβαση στο ερευνητικό του έργο (π.χ. υπολογιστικά προγράμματα, επιστημονικά κείμενα κ.τ.λ., αναφορά [1]).

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω και τους γονείς μου για τη στήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια των σπουδών μου.

Αθήνα, Οκτώβριος 2015

**Ιωάννα Λάλου**



## Περίληψη

Τα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ) λειτουργούν με πολλές αβεβαιότητες όπως η διακύμανση του φορτίου. Η αξιολόγηση της επίδρασης των αβεβαιοτήτων στην διαχείριση των ΣΗΕ είναι υψίστης σημασίας στον σχεδιασμό και τη λειτουργία των συστημάτων. Η ντετερμινιστική ροή φορτίου (DLF) χρησιμοποιείται για να αναλύσει και να εκτιμήσει το σχεδιασμό και τη λειτουργία των ΣΗΕ σε καθημερινή βάση. Η ντετερμινιστική ροή φορτίου χρησιμοποιεί συγκεκριμένες τιμές παραγωγής ενέργειας και ζήτησης φορτίου ενός επιλεγμένου δικτύου προκειμένου να υπολογίσει τις καταστάσεις του συστήματος και τις ροές ισχύος. Για αυτό το λόγο η ντετερμινιστική ροή φορτίου αγνοεί τις αβεβαιότητες στα ΣΗΕ.

Τα μοντέρνα ΣΗΕ με τη διείσδυση διεσπαρμένης παραγωγής, όπως τα φωτοβολταϊκά, εισάγουν επιπρόσθετες ενεργειακές διακυμάνσεις σε ένα ΣΗΕ εξαιτίας της ανεξέλεγκτης πηγής τους. Για αυτό το λόγο, η ντετερμινιστική προσέγγιση δεν είναι επαρκής για την ανάλυσή τους. Προκειμένου να λάβουμε υπόψη τις αβεβαιότητες, διαφορετικές μαθηματικές προσεγγίσεις για την ανάλυση της αβεβαιότητας μπορούν να χρησιμοποιηθούν, όπως η πιθανοτική προσέγγιση.

Σε αυτή τη διπλωματική εξετάστηκαν οι τρόποι αντιμετώπισης της πτώσης τάσης που παρουσιάζεται σε μια Γραμμή Διανομής Μ.Τ. και κυρίως ο υπολογισμός της μέγιστης διείσδυσης Φ/Β συστημάτων στο Δίκτυο, εφαρμόζοντας την πιθανοτική ροή φορτίου (μέθοδο Monte Carlo 10000 επαναλήψεων) με κριτήριο τα όρια διακύμανσης στους ζυγούς του συστήματος να είναι εντός των προκαθορισμένων ορίων. Αρχικά τα προβλήματα τάσης αντιμετωπίστηκαν σε σχέση με το αρχικό δίκτυο με ενίσχυση γραμμών, εισαγωγή πυκνωτών αντιστάθμισης καθώς και με χρήση των ενδιάμεσων λήψεων του μετασχηματιστή ισχύος.

Κατόπιν για την αντιμετώπιση των προβλημάτων τάσης καθώς και για τον υπολογισμό της μέγιστης διείσδυσης φωτοβολταϊκών μονάδων, λαμβάνοντας υπόψη ότι πρέπει να τηρούνται τα όρια διακύμανσης των τάσεων στους ζυγούς του συστήματος, θεωρήσαμε τις παραγωγές των φωτοβολταϊκών σαν τυχαίες μεταβλητές με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας την κανονική κατανομή, με μια μέση τιμή και μια τυπική απόκλιση της τάξεως του 10%. Θεωρήσαμε ότι έχουμε ομοιόμορφη αύξηση της εγκατεστημένης ισχύος των Φ/Β (PV) μονάδων. Στην παρούσα μελέτη εξετάστηκαν 9 σενάρια, με το τελευταίο να αναφέρεται σε μέγιστη διείσδυση εγκατεστημένης ισχύος από PV ίσης με 20MWp. Επίσης, η χρονική περίοδος μελέτης του κάθε σεναρίου αναφερόταν στο καλοκαίρι όπου παρατηρείται και η μέγιστη ζήτηση φορτίου. Σε κάθε σενάριο εφαρμόστηκε η πιθανοτική ροή φορτίου με τη μέθοδο Monte Carlo (10.000 επαναλήψεις). Έτσι, εύκολα υπολογίσουμε τις μέσες τιμές των τάσεων καθώς και τις τυπικές αποκλίσεις. Σημειωτέον ότι όλες οι κατανομές θεωρήθηκαν κανονικές ( $N(\mu, \sigma)$ ).

Συνοψίζοντας, το εν λόγω πρόβλημα μπορεί να επεκταθεί σε οποιοδήποτε δίκτυο διανομής με διαφορετικά φορτία και παραγωγές, σε διαφορετικές θέσεις με όλους τους δυνατούς συνδυασμούς και η εύρεση της μέγιστης διείσδυσης των μονάδων διεσπαρμένης παραγωγής να προκύψει και σε συνάρτηση με την ενίσχυση του δικτύου, την βέλτιστη τοποθέτηση πυκνωτών, την εισαγωγή ρυθμιστών τάσεως καθώς και με την εναλλαγή των ενδιάμεσων λήψεων του Μ/Σ ισχύος.

## Abstract

Power system operates with many uncertainties such as load variations. The evaluation of the impacts of the uncertainties on power system operation is of utmost importance in power system planning and operation. The Deterministic Load Flow (DLF) is used to analyze and assess the planning and operating of power systems on a daily routine. DLF uses specific values of power generations and load demands of a selected network configuration to calculate system states and power flows. Therefore, DLF ignores the uncertainties in the power systems.

Modern power systems with integration of Dispersed Generation (DG) units, such as and photovoltaic systems, introduce additional power fluctuations into the system due to their uncontrollable prime sources.

Therefore, the deterministic approach is not sufficient for the analysis of modern power systems. In order to take the uncertainties into consideration, different mathematical approaches for uncertainty analysis can be used, such as the probabilistic approach.

In this work, were analyzed the methods of anticipating the voltage drop which occurs in a MV line distribution and in particular the calculation of the maximum penetration of PV systems on the network, using the Probabilistic Load Flow (method Monte Carlo 10000 repetitions) on the basis that the fluctuation limits of the system to be within the prescribed limits. Initially the voltage problems anticipated for the original network with replacing MV lines, introduction of capacitors compensation and use of intermediate taps of power adapter.

Then to deal with problems of voltage as well as for the calculation of the maximum penetration of photovoltaic units, taking into account that must be within the limits of voltage variation of the system, the production of photovoltaic was considered to be as random variables with reference probability density the normal distribution, with a mean value and a standard deviation of 10 %. We considered that we have simultaneous increase in installed capacity of PV units The present study refers to 9 scenarios, with the last reported in maximum penetration installed power from PV equal to 20MWp. Also, the period of study for each scenario was in summer where there is the maximum demand load. In each scenario it was implemented the Probabilistic load flow, with the method Monte Carlo (10,000 iterations). So, easily were calculated the average values of voltage as well as the standard deviations. It should be noted that all distributions were considered normal .

To sum up, this problem can be extended to any distribution network with different loads and productions, in different locations with all the possible combinations and find the maximum penetration of Dispersed Generation (DG) units, to occur along with the strengthening of the network, the optimal positioning of capacitors, the introduction voltage regulators and with a rotation of the intermediate shots of M/S power. It is interesting to apply different analytical methods of Probabilistic load flow to find the final results beyond than method Monte Carlo.



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ

### ΣΥΓΚΡΟΤΗΣΗ ΚΑΙ ΤΙΣ ΑΡΧΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

- 1.1. ΔΟΜΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ
- 1.2. ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ
- 1.3. ΦΟΡΤΙΑ
- 1.4. ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ
  - 1.4.1. Ροή Ισχύος και Ενέργειας
  - 1.4.2. Έλεγχος Φορτίου – Συχνότητας
  - 1.4.3. Ευστάθεια Λειτουργίας Συστήματος
  - 1.4.4. Άεργος ισχύς και τάσεις συστήματος
- 1.5. ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ
- 1.6. ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΑΙ ΜΕΣΑ ΠΡΟΣΤΑΣΙΑΣ
- 1.7. ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ
  - 1.7.1. Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας από ανανεώσιμες πηγές

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ Σ.Η.Ε.

- 2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ
- 2.2. ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ
  - 2.2.1. Μέθοδος Gauss – Seidel
  - 2.2.2. Μέθοδος Newton – Raphson
  - 2.2.3. Ταχεία Αποζευγμένη Μέθοδος Ροής Φορτίου

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ Σ.Η.Ε.

- 3.1. ΓΕΝΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ
- 3.2 ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ
  - 3.2.1. Σκοπός της Πιθανοτικής Ροής Φορτίου
  - 3.2.2. Πρακτικές Εφαρμογές της Μεθόδου
- 3.3 ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ
- 3.4 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ – MONTE CARLO

### 3.5 ΠΟΛΥΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ PLF

#### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**

#### **ΕΥΡΕΣΗ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΔΙΕΙΣΔΥΣΗΣ ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΣΕ ΔΙΚΤΥΑ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΜΕ ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΤΑ ΕΠΙΤΡΕΠΤΑ ΟΡΙΑ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΤΑΣΗΣ**

##### 4.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

##### 4.2. ΘΕΩΡΙΑ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΤΑΣΕΩΣ ΣΤΑ ΔΙΚΤΥΑ Μ.Τ.

##### 4.3. ΜΕΛΕΤΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΤΑΣΕΩΣ ΣΤΗ ΓΡΑΜΜΗ ΔΙΑΝΟΜΗΣ Μ.Τ.

##### 4.3.1. Μέγιστη Διείσδυση Φ/Β Μονάδων Παραγωγής Ισχύος με Κριτήριο τα Επιτρεπτά Όρια Διακύμανσης Τάσεως

### **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ**

#### **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α**

#### **ΘΕΩΡΗΜΑ ΚΕΝΤΡΙΚΟΥ ΟΡΙΟΥ-ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΤΙΜΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ MONTE CARLO ΤΥΧΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΤΡΟΠΟΙ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΟΥΣ**

##### **A.1. ΘΕΩΡΗΜΑ ΚΕΝΤΡΙΚΟΥ ΟΡΙΟΥ**

##### **A.2. ΘΕΩΡΗΜΑ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΤΙΜΗΣ**

##### **A.3. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ MONTE CARLO**

##### **B.2. ΤΥΧΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΤΡΟΠΟΙ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΟΥΣ**

##### **B.2.1. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών**

##### **B.2.2. Ομοιόμορφα Κατανεμημένοι Τυχαίοι Αριθμοί**

##### **B.2.3. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών από Δεδομένη Συνάρτηση Κατανομής**

##### **B.2.4. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών υπό Δέσμευση**

##### **B.3. ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ MONTE CARLO**

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1**  
**ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ**  
**ΣΥΓΚΡΟΤΗΣΗ ΚΑΙ ΤΙΣ ΑΡΧΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ**  
**ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ**

**1.1. ΔΟΜΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ**

Σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας (ΣΗΕ) είναι το σύνολο των εγκαταστάσεων και μέσων, τα οποία χρησιμεύουν στην εξυπηρέτηση των αναγκών ενός συνόλου καταναλωτών σε ηλεκτρική ενέργεια. Προορισμός ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας είναι η ικανοποίηση της ενεργού και αέργου ισχύος που απαιτείται για τα διάφορα συνδεδεμένα φορτία στο σύστημα. Το σύστημα πρέπει να έχει μελετηθεί και να λειτουργεί σωστά και να ικανοποιεί τις ακόλουθες απαιτήσεις:

Α. Πρέπει να παρέχει ηλεκτρική ενέργεια οπουδήποτε υπάρχει ζήτηση.

Β. Η ζήτηση πραγματικής και αέργου ισχύος μεταβάλλεται με το χρόνο, και το σύστημα πρέπει να μπορεί να ικανοποιεί αυτή τη συνεχώς μεταβαλλόμενη ζήτηση.

Γ. Η παρεχόμενη ενέργεια πρέπει να ικανοποιεί ορισμένους όρους ποιότητας. Τρεις βασικοί παράγοντες συνιστούν την ποιότητα αυτή: 1. σταθερή συχνότητα, 2. σταθερή τάση, 3. υψηλή αξιοπιστία τροφοδοτήσεως

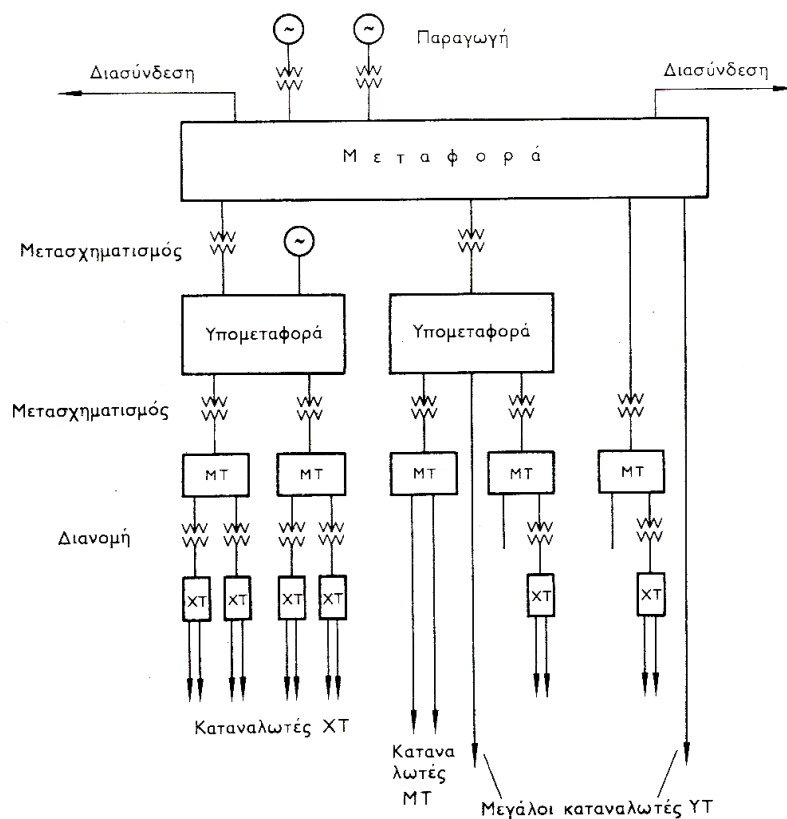
Δ. Η ενέργεια πρέπει να παρέχεται με τα ελάχιστα οικονομικά και οικολογικά κόστη.

Δεδομένου ότι η εξυπηρέτηση των αναγκών σε ηλεκτρική ενέργεια ενός συνόλου καταναλωτών προϋποθέτει τις διακεκριμένες φάσεις της παραγωγής, της μεταφοράς και της διανομής, σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας είναι δυνατόν να διακριθούν τα εξής ειδικότερα συστήματα: το «Σύστημα Παραγωγής», το «Σύστημα Διασυνδέσεως και Μεταφοράς» και το «Σύστημα Διανομής». Το Σύστημα Παραγωγής περιλαμβάνει τους σταθμούς παραγωγής, όπου παράγεται το ηλεκτρικό ρεύμα, μαζί με τους υποσταθμούς ανυψώσεως της τάσης για τη μεταφορά του υπό υψηλή τάση. Το Σύστημα Μεταφοράς περιλαμβάνει τα δίκτυα των γραμμών υψηλής τάσης, τους υποσταθμούς ζεύξεως των δικτύων αυτών, τους υποσταθμούς μετασχηματισμού μεταξύ των διαφόρων τάσεων του δικτύου, και τους υποσταθμούς υποβιβασμού της τάσεως σε μέση τάση προς τροφοδότηση των δικτύων διανομής. Με το σύστημα μεταφοράς, η ηλεκτρική ενέργεια μεταφέρεται από τους σταθμούς παραγωγής προς τις περιοχές καταναλώσεως. Το Σύστημα Διανομής περιλαμβάνει τα δίκτυα διανομής μέσης και χαμηλής τάσεως – μερικές φορές όμως και υψηλής τάσεως – στα οποία δίκτυα υπάγονται και οι υποσταθμοί διανομής μέσω των οποίων η μέση τάση υποβιβάζεται σε

χαμηλή τάση. Με τα δίκτυα διανομής η ηλεκτρική ενέργεια διανέμεται στις μικρότερες περιοχές φορτίου, και παρέχεται στους καταναλωτές μέσης κι χαμηλής τάσης.

Ένα σύστημα παραγωγής και μεταφοράς μπορεί να λειτουργεί μεμονωμένο ή διασυνδεδεμένο με ένα ή περισσότερα άλλα γειτονικά συστήματα. Η διασύνδεση γίνεται συνήθως σε επίπεδο εθνικών συστημάτων, και προσφέρει ορισμένα τεχνικά και οικονομικά πλεονεκτήματα στη λειτουργία του κάθε συστήματος.

Η βασική δομή του συστήματος παριστάνεται στο σχήμα 1.1.1.



Σχήμα 1.1.1.: Βασική δομή ενός ΣΗΕ

## 1.2. ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

Τρία γενικά, αλλά βασικά, χαρακτηριστικά σχεδιάσεως και αναφοράς ενός ηλεκτρικού δικτύου είναι η *Τάση*, η *Ισχύς Βραχυκυκλώσεως* και η *Στάθμη Μονώσεως* αυτού. Τάση του δικτύου είναι η μέγιστη τάση λειτουργίας των ηλεκτρικών γραμμών. Ισχύς βραχυκυκλώσεως του δικτύου είναι η συμβατική ισχύς που αντιστοιχεί στη μέγιστη ισχύ, η οποία αποδίδεται στο δίκτυο σε περίπτωση τριφασικού βραχυκυκλώματος μέσα σε αυτό. Η στάθμη μονώσεως του δικτύου αναφέρεται συνήθως στην τιμή

της κρουστικής αντοχής αυτού, δηλαδή της διηλεκτρικής αντοχής της μονώσεως του εξοπλισμού των υποσταθμών σε κρουστικές υπερτάσεις τυποποιημένης μορφής.

### **1.3. ΦΟΡΤΙΑ**

Γενικά, ο όρος φορτίο θα αναφέρεται σε μία συσκευή ή συγκρότημα συσκευών που τροφοδοτούνται με ηλεκτρική ενέργεια από το σύστημα. Στην πραγματικότητα οι συσκευές των φορτίων ποικίλουν από μία λάμπα φωτισμού νύκτας λίγων watt ως ένα κινητήρα επαγωγικό πολλών MW. Ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας κατάλληλα σχεδιασμένο μπορεί να παρέχει ενέργεια σε όλα αυτά τα διάφορα φορτία. Τα διάφορα φορτία μπορούν να καταταγούν στις εξής κατηγορίες :

1. Κινητήρες (πάσης φύσεως και τύπου)
2. Συσκευές θερμάνσεως
3. Ηλεκτρικές συσκευές
4. Φωτιστικά σώματα

Από ηλεκτρική άποψη υπάρχουν τεράστιες διαφορές μεταξύ των διαφόρων φορτίων σε ότι αφορά το μέγεθος, τη συμμετρία (μονοφασικό ή τριφασικό), τη σταθερότητα (ως προς το χρόνο, τη συχνότητα και την τάση), και την περίοδο λειτουργίας (συστηματική ή τυχαία λειτουργία).

### **1.4. ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ**

Η λειτουργία ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας πρέπει να είναι καλή και ασφαλής, οι δύο δε αυτές έννοιες χαρακτηρίζουν τις κανονικές συνθήκες λειτουργίας του δικτύου. Ο όρος καλή λειτουργία αφορά περισσότερο τους καταναλωτές, ο δε όρος ασφαλής το σύστημα. Η ηλεκτρική ενέργεια παρέχεται από το ηλεκτρικό σύστημα στους καταναλωτές υπό ορισμένη τάση, της οποίας η τιμή πρέπει να τηρείται μέσα σε προκαθορισμένα συμβατικά όρια. Τα παραδεκτά όρια διακυμάνσεως της παρεχόμενης τάσης στην περιοχή του καταναλωτή είναι  $\pm 5\%$  επί της ονομαστικής τιμής της τάσεως, δηλαδή προκειμένου για XT επί των 230V. Ως καλή λειτουργία του δικτύου, θεωρείται εκείνη κατά την οποία η παροχή προς τους καταναλωτές είναι απρόσκοπτη και η τάση τροφοδοτήσεως τηρείται μέσα στα συμβατικά όρια. Κατά τη λειτουργία του συστήματος οι εγκαταστάσεις του υφίστανται διηλεκτρικές, θερμικές και δυναμικές καταπονήσεις. Η ασφαλής λειτουργία απαιτεί, να μπορούν οι εγκαταστάσεις και ο εξοπλισμός του όλου συστήματος να υφίστανται ακίνδυνα τις ανωτέρω λειτουργικές καταπονήσεις, και οι τελευταίες να τηρούνται μέσα στα προκαθορισμένα για την ασφάλεια του δικτύου όρια.

#### **1.4.1. Ροή Ισχύος και Ενέργειας**

Η ισχύς αποτελεί βασικό μέτρο, το οποίο είναι φυσικό σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας να χαρακτηρίζει το μέγεθος και την ικανότητα, τόσο του συστήματος ολόκληρου, όσο και κάθε στοιχείου της εγκατάστασής του, όπως επίσης και του καταναλωτή. Η ηλεκτρική ισχύς ισούται γενικώς με το γινόμενο της τάσεως και του ρεύματος. Ενώ όμως στο συνεχές ρεύμα η ισχύς είναι μια και σχετίζεται με την ωμική αντίσταση του κυκλώματος, η ύπαρξη αυτεπαγωγών και χωρητικοτήτων σε ένα ηλεκτρικό σύστημα εναλλασσόμενου ρεύματος δημιουργεί δύο μορφές ισχύος, την *ενεργό* ή *πραγματική ισχύ* και την *άεργο ισχύ* ή *ισχύ αντιδράσεως*.

#### **1.4.2. Έλεγχος Φορτίου – Συχνότητας**

Τα όρια διακυμάνσεως της συχνότητας πρέπει να είναι πολύ στενά, για διάφορους ειδικούς λόγους, όπως είναι η σημασία της σταθερής ταχύτητας των κινητήρων και των ωρολογιακών μηχανισμών, καθώς και για γενικότερους λόγους όπως ο έλεγχος της όλης λειτουργίας του συστήματος. Ο τελευταίος λόγος είναι και ο σοβαρότερος όλων. Ασυνήθιστες αποκλίσεις της συχνότητας δείχνουν ότι κάποια ανωμαλία συμβαίνει στο σύστημα. Στα σύγχρονα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας η σταθερότητα της συχνότητας διατηρείται υπό κανονικές συνθήκες μέσα σε  $\pm 0,05$  Hz.

#### **1.4.3. Ευστάθεια Λειτουργίας Συστήματος**

Συναφής με τον έλεγχο φορτίου – συχνότητας είναι η έννοια της ευστάθειας του συστήματος. Το σύστημα χαρακτηρίζεται σαν ευσταθές, όταν, υφιστάμενο, ενώ λειτουργεί σε ορισμένη μόνιμη κατάσταση, μία διαταραχή από οποιαδήποτε αιτία τείνει να επανέλθει σε μόνιμη κατάσταση λειτουργίας, είτε την αρχική, είτε άλλη. Αντίθετα, εάν αυτό τείνει να μην επανέλθει πλέον σε κατάσταση μόνιμης λειτουργίας χαρακτηρίζεται σαν ασταθές.

#### **1.4.4. Άεργος ισχύς και τάσεις συστήματος**

Όπως η σταθερότητα της συχνότητας εξασφαλίζει ότι υπάρχει ισορροπία της ενεργού ισχύος στο σύστημα, έτσι και σταθερές τάσεις ζυγών εξασφαλίζουν ισορροπία μεταξύ παραγόμενης και καταναλισκόμενης αέργου ισχύος.

Έτσι, για να διατηρηθεί το μέγεθος της τάσης σταθερό σε κάθε ζυγό θα πρέπει οι μεταβολές της αέργου ισχύος να αντισταθμίζονται τοπικά ώστε να μην απαιτείται μεταφορά αέργου ισχύος από τη γραμμή και συνεπώς επίδραση της τάσεως. Η τοπική παραγωγή αέργου ισχύος επιτυγχάνεται με στατούς πυκνωτές σύγχρονους πυκνωτές εν παραλλήλω. Αυτή χρειάζεται επειδή τα φορτία είναι

επαγωγικά και υπάρχει η τάση όταν αυξάνουν τα φορτία να πέφτει η τάση των ζυγών. Το αντίθετο συμβαίνει όταν ελαττώνονται τα φορτία π.χ. την νύκτα. Στην περίπτωση αυτή πολλές φορές χρειάζεται αντιστάθμιση των γραμμών με εγκάρσια πηνία. Τέλος, η διατήρηση της τάσεως επιτυγχάνεται, εκτός από τα παραπάνω, με ρύθμιση της στα συστήματα διεγέρσεως των γεννητριών και στους μετασχηματιστές ανυψώσεως και υποβιβασμού.

### **1.5. ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ**

Κατά τη λειτουργία ενός συστήματος δημιουργούνται πολλές φορές ανώμαλες συνθήκες, που οφείλονται είτε σε βλάβες αυτού, είτε σε εξωτερικά τυχαία αίτια, ή σε ατμοσφαιρικές επιδράσεις.

Οι ανώμαλες συνθήκες αποτελούν μεταβατικές καταστάσεις λειτουργίας του συστήματος – σε αντίθεση με την κανονική ή μόνιμη κατάσταση – κατά τις οποίες στο σύστημα εκδηλώνονται μεταβατικά φαινόμενα ταχείας ή βραδείας εξελίξεως, αναλόγως της περιπτώσεως. Κατά τα μεταβατικά αυτά φαινόμενα δημιουργούνται ταλαντώσεις τάσεων και εντάσεων στο σύστημα, κατά τις οποίες τα μεγέθη αυτά είναι δυνατόν να αποκτήσουν τιμές επικίνδυνες για την ασφάλεια του συστήματος.

Τα βραχυκυκλώματα αποτελούν τις συνηθέστερες ανωμαλίες ενός ηλεκτρικού δικτύου και οφείλονται είτε σε βλάβες των εγκαταστάσεων, ή του εξοπλισμού αυτού, ή σε επιδράσεις εξωτερικών αιτιών, κυρίως ατμοσφαιρικών.

Όπως τα βραχυκυκλώματα αποτελούν ανώμαλες υπερεντάσεις οι οποίες καταπονούν θερμικά και δυναμικά τους αγωγούς των δικτύων, οι υπερτάσεις αποτελούν ανώμαλες τάσεις, πολλαπλάσιου μεγέθους των τάσεων λειτουργίας, οι οποίες αντίστοιχα καταπονούν διηλεκτρικά τις μονώσεις αυτών. Αυτές διακρίνονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες, αναλόγως προελεύσεως, τις *ατμοσφαιρικές* ή *εξωτερικές* και τις *λειτουργικές* ή *εσωτερικές* υπερτάσεις.

### **1.6. ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΑΙ ΜΕΣΑ ΠΡΟΣΤΑΣΙΑΣ**

Το σύστημα προστασίας ενός ηλεκτρικού δικτύου είναι το βασικότερο από τα βοηθητικά συστήματα, με τα οποία είναι εφοδιασμένο το δίκτυο και αποσκοπεί στην προστασία του από τις ανώμαλες καταστάσεις, οι οποίες παρουσιάζονται κατά τη λειτουργία του και κυρίως από τα βραχυκυκλώματα.

Κατηγορίες και είδη προστασιών έναντι βραχυκυκλωμάτων υπάρχουν πολλά, από τα οποία αναφέρονται τα βασικότερα: *Προστασία αποστάσεως* (γραμμές μεταφοράς), *Προστασία υπερεντάσεως* (γεννήτριες, μετασχηματιστές, γραμμές διανομής ΜΤ, κ.α.), *Διαφορική προστασία* (μετασχηματιστές, καλώδια, γεννήτριες, ζυγοί), *Προστασία συγκρίσεως φάσεων* (γραμμές μεταφοράς), *Προστασία Buch – holtz* (μετασχηματιστές, κ.α.), *Προστασία υπερθερμάνσεως* (μετασχηματιστές, κ.α.).

Τα κύρια όργανα προστασίας είναι οι *ηλεκτρονόμοι* ή *ρελαί*, οι *διακόπτες ισχύος* ή *αυτόματοι διακόπτες* και οι *ασφάλειες*. Βασικοί τύποι διακοπών ισχύος υψηλής τάσεως είναι οι διακόπτες: *ελαίου*, *πεπιεσμένου αέρος* και *εξαφθοριούχου θείου*. Επίσης, ένα μέσο προστασίας του δικτύου από τις υπερτάσεις είναι το *αλεξικέραυνο*.

## **1.7. ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ**

Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας ονομάζεται η διαδικασία που απαιτείται για την μετατροπή μιας μορφής πρωτογενούς ενέργειας σε ηλεκτρική. Σήμερα χρησιμοποιείται κυρίως η μετατροπή κάποιας άλλης μορφής πρώτα σε μηχανική (κινητήριες μηχανές, στρόβιλοι) και στη συνέχεια σε ηλεκτρική μέσω των γεννητριών. Το σύνολο της ηλεκτρικής ενέργειας που παρέχεται στον καταναλωτή σήμερα προέρχεται κυρίως από θερμοηλεκτρικούς σταθμούς με την καύση ορυκτών καυσίμων (άνθρακας, λιγνίτης, πετρέλαιο, φυσικό αέριο), από υδροηλεκτρικούς σταθμούς με τη ροή ή την πτώση των υδάτων, από πυρηνικούς σταθμούς με την πυρηνική σχάση και τα τελευταία χρόνια με μεγαλύτερη ένταση από σταθμούς ανανεώσιμων πηγών ενέργειας όπως είναι ο άνεμος (αιολική ενέργεια), τα θαλάσσια κύματα, η ηλιακή ενέργεια, η γεωθερμία, η βιομάζα κ.λ.π.

### **1.7.1. Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας από ανανεώσιμες πηγές**

Με βάση τις υφιστάμενες σήμερα τεχνολογίες, ο πιο οικολογικός τρόπος παραγωγής ενέργειας είναι από ανανεώσιμες πηγές ενέργειας. Ειδικότερα για κάθε μία από αυτές σημειώνονται τα εξής:

Η αιολική ενέργεια αξιοποιείται μέσω των «Ανεμογεννητριών» οι οποίες μετατρέπουν την κινητική ενέργεια του ανέμου σε ηλεκτρική. Η αιολική ενέργεια είναι σήμερα η ευρύτερα αξιοποιούμενη και η μόνη με την οποία παράγεται ηλεκτρική ενέργεια σε τιμές συγκρίσιμες με των συμβατικών πηγών και σε μεγάλες σχετικά ισχύς.



Η ηλιακή ενέργεια αξιοποιείται είτε, συνηθέστερα, μέσω των Φωτοβολταϊκών γεννητριών, οι οποίες μετατρέπουν απ'ευθείας την ηλιακή ενέργεια σε ηλεκτρική είτε, σπανιότερα, με τη συγκέντρωση των ηλιακών ακτινών μέσω ηλιακών συλλεκτών ώστε να επιτευχθούν υψηλές θερμοκρασίες και τελικά η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Η ηλιακή ενέργεια αξιοποιείται με κόστος συγκρίσιμο με των συμβατικών πηγών, μόνο για τη θέρμανση νερού με «Ηλιακούς θερμοσίφωνες». Για την παραγωγή ηλεκτρικού ρεύματος μέσω φωτοβολταϊκών στοιχείων το κόστος της ενέργειας σήμερα παραμένει υψηλότερο από αυτό των συμβατικών πηγών.

Με τα «Μικρά Υδροηλεκτρικά» γίνεται συνήθως εκμετάλλευση υδάτινων ρευμάτων, για τα οποία δεν απαιτούνται μεγάλα έργα αποθηκείσεως (φράγματα κ.λπ.). Η αποδοτικότητά τους σχετίζεται άμεσα με τις υπάρχουσες εδαφο-υδρολογικές συνθήκες. Η συμβολή τους στις ενεργειακές ανάγκες μιας περιοχής μπορεί να είναι σημαντική, οπωσδήποτε όμως σε εθνικό επίπεδο είναι περιορισμένη.

Οι κυψέλες καυσίμου μετατρέπουν απ'ευθείας τη χημική ενέργεια σε ηλεκτρική, με την χρήση κατάλληλων διατάξεων και ηλεκτρολυτών. Η εμπορική τους εφαρμογή δεν έχει ακόμα προχωρήσει.

Η κινητική ενέργεια των Θαλάσσιων κυμάτων, γίνεται προσπάθεια να μετατραπεί σε ηλεκτρική, μέσω κατάλληλων διατάξεων όμως παραμένει σε πειραματικό στάδιο.

Η γεωθερμική ενέργεια, είναι γενικά η θερμότητα εσωτερικών στρωμάτων της γης, η οποία γίνεται εκμεταλλεύσιμη όταν υπάρχουν κατάλληλες γεωλογικές συνθήκες.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ Σ.Η.Ε.

#### 2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η δομή και η λειτουργία ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας είναι δύο διαφορετικές πλευρές της τεχνικής των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Από άποψη λειτουργίας του ολοκληρωμένου συστήματος διακρίνουμε τη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας ή κανονική λειτουργία και τη μεταβατική και ασύμμετρη κατάσταση λειτουργίας ή γενικότερα μη κανονική ή ανώμαλη λειτουργία.

Θα ασχοληθούμε με την ανάλυση σταθερής κατάστασης ενός αλληλοσυνδεδεμένου συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας κατά τη διάρκεια μιας κανονικής εφαρμογής. Το σύστημα θεωρείται ότι δουλεύει κάτω από εξισορροπημένες συνθήκες και αναπαρίσταται από ένα μονοφασικό δίκτυο. Το δίκτυο περιέχει εκατοντάδες κόμβους και κλάδους με σύνθετες αντιστάσεις εκφρασμένες σε α.μ. τιμές σε ένα κοινό MVA σύστημα.

Οι εξισώσεις δικτύου μπορούν να διατυπωθούν συστηματικά με διάφορους τρόπους. Παρόλα αυτά πιο συχνά χρησιμοποιείται η μέθοδος τάσεων-κόμβων, η οποία είναι η πιο κατάλληλη για τις περισσότερες αναλύσεις συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Η διατύπωση των εξισώσεων του δικτύου στην μορφή του πίνακα αγωγιμοτήτων καταλήγει σε σύνθετες γραμμικές ταυτόσημες αλγεβρικές εξισώσεις όσον αφορά τα ρεύματα των κόμβων. Όταν τα ρεύματα στους κόμβους είναι συγκεκριμένα, το σύνολο των γραμμικών εξισώσεων μπορεί να επιλυθεί για τις τάσεις των κόμβων. Παρόλα αυτά, σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας, γνωστές είναι οι ισχύς και πιο σπάνια τα ρεύματα. Γι' αυτό τον λόγο οι εξισώσεις που προκύπτουν για τις ισχύς, γνωστές ως εξισώσεις ροής ισχύος, είναι μη γραμμικές και πρέπει να λυθούν με επαναληπτικές μεθόδους. Η μελέτη της ροής ισχύος, που συχνά αναφέρεται και ως ροή φορτίου, αποτελεί την θεμελίωση της ανάλυσης και του σχεδιασμού των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Είναι απαραίτητη για τον σχεδιασμό, την λειτουργία, τον οικονομικό προγραμματισμό και την ανταλλαγή ισχύος μεταξύ των μονάδων.

Η μελέτη των ροών φορτίου συνιστάται στον υπολογισμό των ισχύων και τάσεων σε κάθε κόμβο ενός δικτύου, για δεδομένες συνθήκες. Οι γραμμές παριστάνονται με κυκλώματα- Π, με ανηγμένες παραμέτρους και τα φορτία θεωρούνται συμμετρικά. Εάν τα φορτία μπορούσαν να παρασταθούν με

σταθερές σύνθετες αγωγιμότητες, και οι γεννήτριες, σαν πηγές πίσω από αντιστάσεις, θα ήταν δυνατή μία άμεση λύση του προβλήματος.

Γενικά, όμως τα φορτία ορίζονται ως ισχύς πραγματικές και άεργες και οι γεννήτριες επίσης από τις παραγόμενες ισχύς και τις τάσεις ζυγού. Βάσει αυτών των χαρακτηριστικών, ορίζονται για τις μελέτες ρών φορτίου οι ακόλουθοι τρεις χαρακτηριστικοί τύποι ζυγών:

- Ζυγοί φορτίου, στους οποίους είναι γνωστές οι ισχύς ζήτησεως, ή φορτίου και άγνωστη η τάση (κατά μέγεθος και γωνία)

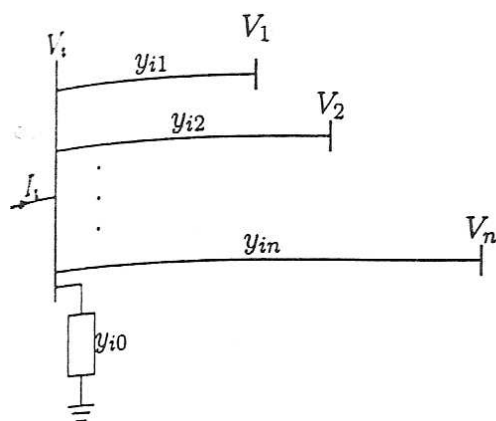
- Ζυγοί παραγωγής, όπου είναι γνωστά, η παραγόμενη ενεργός ισχύς και το μέτρο της τάσης και προσδιορίζονται η άεργος ισχύς και η γωνία της τάσης.

- Ζυγός ταλάντωσης, ή ζυγός αναφοράς, ο οποίος είναι ζυγός παραγωγής, χρησιμοποιούμενος για να αντισταθμίσει τις απώλειες του δικτύου, που δεν είναι γνωστές εξ αρχής και γενικά για άμεση αντιμετώπιση των μεταβολών ισχύος. Στον ζυγό αυτόν επιβάλλεται σταθερή τάση κατά μέτρο και γωνία και προσδιορίζονται οι ισχύς παραγωγής.

- Άλλοι συνδυασμοί ζυγών είναι επίσης δυνατόν να προκύψουν κατά περίπτωση.

## 2.2. ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

Θεωρούμε έναν τυπικό ζυγό ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2.1.



Σχήμα 2.2.1: Τυπικός ζυγός ενός Σ.Η.Ε.

Οι γραμμές μεταφοράς παριστάνονται με το ισοδύναμο  $\pi$  μοντέλο, ενώ οι αντιστάσεις έχουν μετατραπεί σε α.μ. τιμές. Η εφαρμογή του νόμου Kirchoff δίνει :

$$\begin{aligned}
 I_i &= y_{i0}V_i + y_{i1}(V_i - V_1) + y_{i2}(V_i - V_2) + \dots + y_{in}(V_i - V_n) = \\
 &= (y_{i0} + y_{i1} + y_{i2} + \dots + y_{in})V_i - y_{i1}V_1 - y_{i2}V_2 - \dots - y_{in}V_n
 \end{aligned} \quad (2.2.1)$$

ή

$$I_i = V_i \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \quad j \neq i \quad (2.2.2)$$

Για τις ισχύς στο ζυγό  $i$  ισχύει:

$$P_i + jQ_i = V_i I_i^* \quad (2.2.3)$$

ή

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \quad (2.2.4)$$

Αντικαθιστώντας το  $I_i$  έχουμε:

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = V_i \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \quad j \neq i \quad (2.2.5)$$

Από την παραπάνω σχέση καταλήγουμε σε ένα σύστημα από αλγεβρικές μη γραμμικές εξισώσεις που πρέπει να λυθούν με επαναληπτικές μεθόδους.

### 2.2.1. Μέθοδος Gauss – Seidel

Στην μελέτη ροής ισχύος είναι απαραίτητο να λυθούν δυο σύνολα μη γραμμικών εξισώσεων (σχέση 2.2.5) για δύο άγνωστες μεταβλητές σε κάθε κόμβο. Με την μέθοδο Gauss – Seidel λύνουμε ως προς  $V_i$  και έχουμε :

$$V_i^{(k+1)} = \frac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} + \frac{\sum y_{ij} V_j^{(k)}}{\sum y_{ij}} \quad j \neq i \quad (2.2.6)$$

όπου  $y_{ij}$  είναι η παρούσα αγωγιμότητα σε α.μ. τιμή

$P_i^{sch}$  και  $Q_i^{sch}$  είναι η πραγματική και η φαινόμενη ισχύς του δικτύου σε α.μ. τιμές.

Το ρεύμα εισόδου στον ζυγό  $i$  θεωρείται θετικό. Για αυτό, για τους ζυγούς στους οποίους έχουμε έγχυση ενεργού και άεργου ισχύος, όπως στους ζυγούς παραγωγής (generators), τα  $P_i^{sch}$  και  $Q_i^{sch}$  έχουν θετικές τιμές. Για τους ζυγούς φορτίου όπου η ενεργός και η άεργος ισχύς εξέρχονται ή λαμβάνονται, τα  $P_i^{sch}$  και  $Q_i^{sch}$  έχουν αρνητικές τιμές. Επιλύοντας ως προς  $P_i$  και  $Q_i$  έχουμε:

$$P_i^{(k+1)} = \left\{ V_i^{*(k)} \left[ V_i^{(k)} \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j^{(k)} \right] \right\} \quad j \neq i \quad (2.2.7)$$

$$Q_i^{(k+1)} = - \left\{ V_i^{*(k)} \left[ V_i^{(k)} \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j^{(k)} \right] \right\} \quad j \neq i \quad (2.2.8)$$

Τα μη διαγώνια στοιχεία της μήτρας αγωγιμοτήτων  $Y_{bus}$  είναι  $Y_{ij} = -y_{ij}$  και τα διαγώνια στοιχεία είναι  $Y_{ii} = \sum y_{ij}$ . Επομένως έχουμε :

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\frac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} - \sum_{j \neq i} Y_{ij} V_j^{(k)}}{Y_{ii}} \quad (2.2.9)$$

και

$$P_i^{(k+1)} = \left\{ V_i^{*(k)} \left[ V_i^{(k)} Y_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j^{(k)} \right] \right\} \quad j \neq i \quad (2.2.10)$$

$$Q_i^{(k+1)} = - \left\{ V_i^{*(k)} \left[ V_i^{(k)} Y_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j^{(k)} \right] \right\} \quad j \neq i \quad (2.2.11)$$

όπου το  $\mathbf{Y}_{ii}$  περιλαμβάνει τις αγωγιμότητες που γειώνονται στον εν λόγω ζυγό  $i$ .

Αφού και οι δύο συνιστώσες της τάσης έχουν προσδιοριστεί για τον ζυγό αναφοράς, υπάρχουν  $2(n-1)$  εξισώσεις οι οποίες πρέπει να επιλυθούν με επαναληπτικό τρόπο. Υπό κανονικές συνθήκες λειτουργίας, το μέγεθος της τάσης είναι κοντά στο 1 α.μ. ή κοντά στο μέγεθος της τάσης του ζυγού αναφοράς. Το μέγεθος της τάσης στους ζυγούς φορτίου έχει τιμή λίγο μικρότερη από ότι στο ζυγό αναφοράς, εξαρτώμενη από την ζήτηση άεργου ισχύος, ενώ η προγραμματισμένη τάση στο ζυγό παραγωγής έχει τιμή λίγο μεγαλύτερη. Επίσης η γωνία της φάσης στους ζυγούς φορτίου έχει τιμή μικρότερη από την γωνία αναφοράς σύμφωνα με την ζήτηση ενεργού ισχύος, ενώ η γωνία της φάσης στο ζυγό παραγωγής έχει τιμή μεγαλύτερη από την τιμή αναφοράς, εξαρτώμενη από το ποσό της εγχεόμενης ενεργού ισχύος στο ζυγό.

Για τους ζυγούς  $P-Q$ , οι ενεργές και άεργες ισχύς  $P_i^{sch}$  και  $Q_i^{sch}$  είναι γνωστές. Αρχίζοντας με μια αρχική εκτίμηση, η σχέση 2.2.9 επιλύεται για τις πραγματικές και φανταστικές συνιστώσες της τάσης. Για τους  $P-V$  ζυγούς όπου τα  $P_i^{sch}$  και  $|V_i|$  είναι γνωστά, λύνουμε πρώτα ως προς  $Q_i^{(k+1)}$  και στην συνέχεια λύνουμε την 2.2.9 ως προς  $V_i^{(k+1)}$ . Ωστόσο, αφού το μέτρο της τάσης  $|V_i|$  έχει καθοριστεί, διατηρείται μόνο το φανταστικό μέρος της  $V_i^{(k+1)}$ , ενώ το πραγματικό μέρος επιλέγεται έτσι ώστε να ικανοποιείται:

$$(e_i^{(k+1)})^2 + (f_i^{(k+1)})^2 = |V_i|^2 \quad (2.2.12)$$

ή

$$e_i^{(k+1)} = \sqrt{|V_i|^2 - (f_i^{(k+1)})^2} \quad (2.2.13)$$

όπου  $e_i^{(k+1)}$  και  $f_i^{(k+1)}$  είναι το πραγματικό και φανταστικό μέρος της τάσης  $V_i^{(k+1)}$  στην επαναληπτική διαδικασία.

Ο βαθμός σύγκλισης αυξάνεται χρησιμοποιώντας έναν παράγοντα επιτάχυνσης στην προσεγγιστική λύση που λαμβάνεται μετά από κάθε επανάληψη.

$$V_i^{(k+1)} = V_i^{(k)} + a(V_{i\text{calc}}^{(k)} - V_i^{(k)}) \quad (2.2.14)$$

όπου  $\alpha$  είναι ο παράγοντας επιτάχυνσης. Η τιμή του εξαρτάται από το σύστημα. Η κλίμακα του 1.3 – 1.7 θεωρείται ικανοποιητική για τυπικά συστήματα.

Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι οι τιμές που προκύπτουν από τις επαναλήψεις για τα πραγματικά και φανταστικά μέρη των τάσεων των ζυγών να ικανοποιούν μια συγκεκριμένη ακρίβεια.

$$|e_i^{(k+1)} - e_i^{(k)}| \leq \epsilon \quad (2.2.15)$$

$$|f_i^{(k+1)} - f_i^{(k)}| \leq \epsilon$$

Για να είναι το σφάλμα της ισχύος μικρό και αποδεκτό, πρέπει να υπάρχει ένα όριο και για τις δύο συνιστώσες της τάσης. Μια ακρίβεια τάσης της κλίμακας του 0.00001 ως 0.00005α.μ. είναι ικανοποιητική. Συνεχίζουμε τις επαναλήψεις μέχρι η τιμή του μεγαλύτερου στοιχείου στις στήλες των  $\Delta P$  και  $\Delta Q$  να είναι μικρότερη από μια συγκεκριμένη τιμή. Ένα τυπικό σφάλμα έχει τιμή της τάξης του 0.001α.μ. Εάν η λύση συγκλίνει, τότε οι ενεργές και άεργες ισχύς του δικτύου υπολογίζονται από τις σχέσεις 2.2.10 και 2.2.11.

### 2.2.2. Μέθοδος Newton – Raphson

Λόγω του τετραγωνικού βαθμού σύγκλισης η μέθοδος Newton είναι μαθηματικά ανώτερη της μεθόδου Gauss-Seidel και είναι λιγότερο επιρρεπής σε αποκλίσεις λόγω απρόοπτων προβλημάτων. Για μεγάλα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας η μέθοδος Newton–Raphson είναι πιο αποτελεσματική και πρακτική. Ο αριθμός των επαναλήψεων που απαιτείται για να αποκτήσουμε μια λύση, είναι ανεξάρτητος από το μέγεθος του συστήματος, αλλά απαιτείται πιο λειτουργική αξιολόγηση σε κάθε επανάληψη. Αφού στο πρόβλημα ροής ισχύος η ενεργός ισχύς και το μέτρο της τάσης είναι καθορισμένες για τους ζυγούς που ελέγχονται από τις τάσεις, η εξίσωση ροής ισχύος μετασχηματίζεται σε πολική μορφή. Για ένα τυπικό ζυγό του συστήματος που εικονίζεται στο σχήμα 2.2.1., το ρεύμα που εισέρχεται στο ζυγό  $i$  δίνεται από την εξίσωση 2.2.2. Αυτή η εξίσωση μπορεί να γραφεί ξανά λαμβάνοντας υπόψη την μήτρα αγωγιμοτήτων ως εξής:

$$I_i = \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \quad (2.2.16)$$



Όπου στην εξίσωση αυτή, το  $j$  περιλαμβάνει το ζυγό  $i$ . Σε πολική μορφή η εξίσωση γράφεται:

$$I_i = \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| < \theta_{ij} + \delta_j \quad (2.2.17)$$

Η μιγαδική ισχύς στο ζυγό  $i$  είναι:

$$P_i - jQ_i = V_i^* I_i \quad (2.2.18)$$

Αντικαθιστώντας από την (2.2.17) το  $I_i$  στην (2.2.18) έχουμε:

$$P_i - jQ_i = |V_i| < -\delta_i \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| < \theta_{ij} + \delta_j \quad (2.2.19)$$

Χωρίζοντας τα πραγματικά και φανταστικά μέρη έχουμε

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.2.20)$$

$$Q_i = -\sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.2.21)$$

Οι εξισώσεις 2.2.20 και 2.2.21 αποτελούν ένα σύνολο από μη γραμμικές αλγεβρικές εξισώσεις ανεξάρτητων μεταβλητών, όπου οι τιμές των τάσεων είναι σε α.μ. τιμές και γωνίες φάσης σε rad. Έχουμε δύο εξισώσεις για κάθε ζυγό φορτίου, οι οποίες δίνονται από τις σχέσεις 2.2.20 και 2.2.21, και μία εξίσωση για κάθε ζυγό σταθερής τάσης (PV), που δίνεται από την 2.2.20. Αναπτύσσοντας τις 2.2.20 και 2.2.21 σε σειρά Taylor για την αρχική εκτίμηση και παραλείποντας όλους τους όρους μεγαλύτερης τάξης καταλήγουμε στο παρακάτω σύνολο γραμμικών εξισώσεων:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta P_n^{(k)} \\ \Delta Q_1^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta Q_n^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1^{(k)}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial P_1^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_1^{(k)}}{\partial |V_1|} & \dots & \frac{\partial P_1^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial |V_1|} & \dots & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \frac{\partial Q_1^{(k)}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial Q_1^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_1^{(k)}}{\partial |V_1|} & \dots & \frac{\partial Q_1^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial |V_1|} & \dots & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta_1^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta \delta_n^{(k)} \\ \Delta |V_1^{(k)}| \\ \vdots \\ \Delta |V_n^{(k)}| \end{bmatrix} \quad (2.2.22)$$

Στην παραπάνω εξίσωση, δεν συμπεριλαμβάνεται ο όρος που αφορά το ζυγό αναφοράς. Ο Ιακωβιανός πίνακας δίνει την γραμμική σχέση μεταξύ των μικρών αλλαγών στην γωνία της τάσης  $\Delta \delta_i^{(k)}$  και στην τιμή της τάσης  $\Delta |V_i^{(k)}|$  με τις αλλαγές στην πραγματική και άεργο ισχύ  $\Delta P_i^{(k)}$  και  $\Delta Q_i^{(k)}$ . Τα στοιχεία του Ιακωβιανού πίνακα είναι οι μερικές παράγωγοι των εξισώσεων 2.2.20 και 2.2.21, υπολογισμένες στα  $\Delta \delta_i^{(k)}$  και  $\Delta |V_i^{(k)}|$ . Σε ποιο σύντομη μορφή μπορεί να γραφεί ως εξής :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad (2.2.23)$$

Για ζυγούς PV, τα μέτρα των τάσεων είναι γνωστά. Επομένως, αν m ζυγοί του συστήματος είναι ελεγχόμενης τάσης, τότε m εξισώσεις που περιλαμβάνουν τα ΔQ και ΔV και τις αντίστοιχες στήλες του Ιακωβιανού πίνακα, διαγράφονται. Έτσι, υπάρχουν n – 1 περιορισμοί πραγματικής ισχύος και n – 1 – m περιορισμοί άεργου ισχύος, και ο Ιακωβιανός πίνακας είναι τάξης ( 2n – 2 - m ) × ( 2n – 2 - m ). Ο πίνακας J<sub>1</sub> είναι τάξης ( n – 1 ) × ( n – 1 ), ο πίνακας J<sub>2</sub> είναι τάξης ( n – 1 ) × ( n – 1 – m ), ο J<sub>3</sub> τάξης ( n – 1 – m ) × ( n – 1 ) και ο J<sub>4</sub> τάξης ( n – 1 – m ) × ( n – 1 – m ).

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα J<sub>1</sub> είναι :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j \neq i} |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.2.24)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad j \neq i \quad (2.2.25)$$

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα  $J_2$  είναι :

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = 2|V_i| |Y_{ii}| \cos \theta_{ii} + \sum_{j \neq i} |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.2.26)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad j \neq i \quad (2.2.27)$$

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα  $J_3$  είναι :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j \neq i} |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.2.28)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad j \neq i \quad (2.2.29)$$

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα  $J_4$  είναι :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -2|V_i| |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} - \sum_{j \neq i} |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.2.30)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad j \neq i \quad (2.2.31)$$

Οι όροι  $\Delta P_i^{(k)}$  και  $\Delta Q_i^{(k)}$  είναι η διαφορά μεταξύ των αρχικών (επιθυμητών ή προγραμματισμένων) και υπολογιζόμενων τιμών, γνωστών σαν υπόλοιπα ισχύος, και δίνονται από:

$$\Delta P_i^{(k)} = P_i^{sch} - P_i^{(k)} \quad (2.2.32)$$

$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_i^{sch} - Q_i^{(k)} \quad (2.2.33)$$

Οι νέες εκτιμήσεις των τάσεων των ζυγών είναι :

$$\delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta \delta_i^{(k)} \quad (2.2.34)$$

$$|V_i^{(k+1)}| = |V_i^{(k)}| + \Delta |V_i^{(k)}| \quad (2.2.35)$$

Η διαδικασία για τη λύση των εξισώσεων ροής φορτίου με τη μέθοδο Newton- Raphson είναι η ακόλουθη:

1. Για τους ζυγούς φορτίου, όπου οι ισχύς  $P_i^{sch}$  και  $Q_i^{sch}$  είναι γνωστές, το μέτρο των τάσεων και οι γωνίες των φάσεων τίθενται ίσες με τις τιμές των ζυγών αναφοράς ή 1.0 και 0.0 αντίστοιχα, δηλαδή  $|V_i^{(0)}| = 1.0$  και  $\delta_i^{(0)} = 0.0$ . Για τους ζυγούς PV, όπου τα  $|V_i|$  και  $P_i^{sch}$  είναι γνωστά, οι γωνίες των φάσεων τίθενται ίσες με τη φάση του ζυγού αναφοράς ή 0, δηλαδή  $\delta_i^{(0)} = 0$ .
2. Για ζυγούς φορτίου, οι  $P_i^{(k)}$  και  $Q_i^{(k)}$  υπολογίζονται από τις σχέσεις (2.2.20) και (2.2.21), ενώ οι  $\Delta P_i^{(k)}$  και  $\Delta Q_i^{(k)}$  υπολογίζονται από τις σχέσεις (2.2.32) και (2.2.33).
3. Για ζυγούς PV, οι  $P_i^{(k)}$  και  $\Delta P_i^{(k)}$  υπολογίζονται από τις σχέσεις (2.2.20) και (2.2.21) αντίστοιχα.
4. Τα στοιχεία του Ιακωβιανού πίνακα ( $J_1, J_2, J_3, J_4$ ) υπολογίζονται από τις (2.2.24) - (2.2.31).
5. Η γραμμική εξίσωση (2.2.22) λύνεται απευθείας με τη μέθοδο της τριγωνοποίησης και απαλοιφής Gauss.
6. Τα νέα μέτρα των τάσεων και οι νέες γωνίες φάσεων υπολογίζονται από τις (2.2.34) και (2.2.35).

7. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι οι  $\Delta P_i^{(k)}$  και  $\Delta Q_i^{(k)}$  να είναι μικρότερες από την προσδιορισμένη ακρίβεια, δηλαδή :

$$|\Delta P_i^{(k)}| \leq \varepsilon \quad (2.2.36)$$

$$|\Delta Q_i^{(k)}| \leq \varepsilon$$

### 2.2.3. Ταχεία Αποζευγμένη Μέθοδος Ροής Φορτίου

Οι γραμμές μεταφοράς ενός συστήματος ισχύος έχουν πολύ μεγάλο λόγο X/R. Για ένα τέτοιο σύστημα, οι μεταβολές της πραγματικής ισχύος  $\Delta P$  είναι λιγότερο ευαίσθητες σε μεταβολές του μέτρου της τάσης και περισσότερο ευαίσθητες σε μεταβολές στη φάση των γωνιών  $\Delta\delta$ . Ομοίως, η άεργος ισχύς είναι λιγότερο ευαίσθητη σε αλλαγές στη γωνία και είναι σχεδόν ανεξάρτητες σε μεταβολές του μέτρου της τάσης. Επομένως, είναι λογικό οι πίνακες  $J_2$  και  $J_3$  του Ιακωβιανού πίνακα να τίθενται ίσοι με 0. Έτσι, η σχέση (2.2.23) γίνεται:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta|V| \end{bmatrix} \quad (2.2.37)$$

ή

$$\Delta P = J_1 \Delta\delta = \left[ \frac{\partial P}{\partial \delta} \right] \Delta\delta \quad (2.2.38)$$

$$\Delta Q = J_4 \Delta|V| = \left[ \frac{\partial Q}{\partial |V|} \right] \Delta|V| \quad (2.2.39)$$

Οι σχέσεις (2.2.38) και (2.2.39) δείχνουν ότι η εξίσωση (2.2.37) διαχωρίζεται σε δύο αποζευγμένες εξισώσεις που απαιτούν σημαντικά λιγότερο χρόνο για να λυθούν συγκριτικά με το χρόνο που απαιτείται για τη λύση της (2.2.23). Επιπλέον, μπορεί να γίνει σημαντική απλοποίηση αν εξαλείψουμε την ανάγκη να υπολογιστούν ξανά οι πίνακες  $J_1$  και  $J_4$  κατά τη διάρκεια κάθε επανάληψης. Η διαδικασία αυτή καταλήγει στις αποζευγμένες εξισώσεις ροής φορτίου που αναπτύχθηκαν από τους Stott και Alsac. Τα διαγώνια στοιχεία του  $J_1$  που περιγράφονται από τη σχέση (2.2.24) μπορούν να γραφτούν ως :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} \quad (2.2.40)$$

Αντικαθιστώντας τον πρώτο όρο της παραπάνω εξίσωσης με  $-Q_i$ , όπως προκύπτει από την (2.2.20), έχουμε :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -Q_i - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} = -Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \quad (2.2.41)$$

όπου  $B_{ii} = |Y_{ii}| \sin \theta_{ii}$  είναι το φανταστικό μέρος των διαγώνιων στοιχείων της μήτρας αγωγιμότητας.  $B_{ii}$  είναι το άθροισμα των επιδεκτικότητας όλων των στοιχείων που συνδέονται στο ζυγό i. Σε ένα τυπικό σύστημα ισχύος, για την αυτό-επιδεκτικότητα ισχύει ότι  $B_{ii} \gg Q_i$ , και επομένως μπορούμε να αγνοήσουμε την  $Q_i$ . Περαιτέρω απλοποίηση πραγματοποιείται με τη θεώρηση ότι  $|V_i|^2 \approx |V_i|$  η οποία οδηγεί στην:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -|V_i| B_{ii} \quad (2.2.42)$$

Υπό κανονικές συνθήκες, η διαφορά  $\delta_j - \delta_i$  είναι αρκετά μικρή. Έτσι, θεωρώντας στη σχέση (2.2.25) ότι  $\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j \approx \theta_{ij}$ , τα μη διαγώνια στοιχεία του  $J_1$  προκύπτουν από τη σχέση:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| B_{ij} \quad (2.2.43)$$

Περαιτέρω απλοποίηση προκύπτει θεωρώντας ότι  $|V_j| \approx 1$ :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| B_{ij} \quad (2.2.44)$$

Ομοίως, τα διαγώνια στοιχεία του  $J_4$  που περιγράφονται από την (2.2.30) μπορούν να γραφτούν ως:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i| |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} - \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.2.45)$$

Αντικαθιστώντας τον δεύτερο όρο της παραπάνω εξίσωσης με  $-Q_i$ , όπως προκύπτει από την (2.2.21), έχουμε:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i| |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} + Q_i \quad (2.2.46)$$

Όπως και προηγουμένως, αφού  $B_{ii} = |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} \gg Q_i$ , το  $Q_i$  μπορεί να αμεληθεί και η (2.2.30) γίνεται:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i| B_{ii} \quad (2.2.47)$$

Ομοίως, θεωρώντας ότι  $\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j \approx \theta_{ij}$ , η (2.2.31) γίνεται :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i| B_{ij} \quad (2.2.48)$$

Με τις υποθέσεις αυτές, οι εξισώσεις (2.2.38) και (2.2.39) παίρνουν την παρακάτω μορφή:

$$\frac{\Delta P}{|V_i|} = -B' \Delta \delta \quad (2.2.49)$$

$$\frac{\Delta Q}{|V_i|} = -B'' \Delta |V| \quad (2.2.50)$$

Οι πίνακες  $B'$  και  $B''$  είναι τα φανταστικά μέρη της μήτρας αγωγιμότητας  $Y_{bus}$ . Αφού τα στοιχεία αυτού του πίνακα είναι σταθερά, πρέπει να τριγωνοποιηθούν και να εισαχθούν μία μόνο φορά στην αρχή της επανάληψης. Η τάξη του πίνακα  $B'$  είναι  $(n - 1)$ . Για ζυγούς PV όπου τα  $|V_i|$  και  $P_i$  είναι προσδιορισμένα, ενώ το  $Q_i$  όχι, η αντίστοιχη γραμμή και στήλη του  $Y_{bus}$  απαλείφονται. Έτσι, ο πίνακας  $B''$  έχει τάξη  $(n - 1 - m)$ , όπου  $m$  είναι ο αριθμός των ζυγών PV. Επομένως, στον

αλγόριθμο της ταχείας αποζευγμένης μεθόδου ροής φορτίου οι μεταβολές στο μέτρο της τάσης και στη φάση είναι :

$$\Delta \delta = -[B']^{-1} \frac{\Delta P}{|V|} \quad (2.2.51)$$

$$\Delta |V| = -[B'']^{-1} \frac{\Delta Q}{|V|} \quad (2.2.52)$$

Η ταχεία αποζευγμένη μέθοδος ροής φορτίου απαιτεί περισσότερες επαναλήψεις από τη μέθοδο Newton-Raphson, αλλά απαιτεί σημαντικά λιγότερο χρόνο για κάθε επανάληψη και η επίλυση της ροής φορτίου πραγματοποιείται πολύ γρήγορα. Η τεχνική αυτή είναι πολύ χρήσιμη στην ανάλυση ενδεχόμενων διαταραχών όπου το πλήθος των διακοπών πρέπει να προσομοιωθεί ή η επίλυση της ροής φορτίου πρέπει να ελεγχθεί on-line.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ Σ.Η.Ε.

#### 3.1 ΓΕΝΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ

Η πιθανοτική ροή φορτίου μπορεί να οριστεί ως μία μέθοδος επίλυσης προβλημάτων ροής φορτίου που λαμβάνει υπόψη την αβεβαιότητα και τη στατιστική φύση των δεδομένων μεγεθών, δηλαδή των φορτίων και της παραγωγής, και υπολογίζει τα άγνωστα μεγέθη ως τυχαίες μεταβλητές με μία μέση τιμή, τυπική απόκλιση και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Είναι ένας τρόπος υπολογισμού όλων των πιθανών καταστάσεων του συστήματος, που αντιστοιχούν σε όλες τις δυνατές στατιστικές μεταβολές των φορτίων και της παραγωγής.

Η αβεβαιότητα των φορτίων οφείλεται κυρίως στην αβεβαιότητα των στατιστικών δεδομένων και στην αβεβαιότητα να προσαρμοστεί τελείως στα στατιστικά δεδομένα η αναλυτική συνάρτηση που χρησιμοποιείται κατά την πρόβλεψη.

Η αβεβαιότητα της παραγωγής μπορεί να οφείλεται είτε σε προβλεπόμενους παράγοντες όπως λόγω χειρισμού ή συντήρησης είτε σε απρόβλεπτους παράγοντες όπως λόγω βλάβης. Σε περιπτώσεις ανανεώσιμων πηγών πρωτογενούς ενέργειας η αβεβαιότητα οφείλεται στη στοχαστική φύση των καιρικών συνθηκών, όπως για παράδειγμα η αβεβαιότητα της παραγωγής ανεμογεννήτριας οφείλεται στην αβεβαιότητα του ανέμου. Ο βαθμός αβεβαιότητας αυξάνεται όσο απομακρύνεται η χρονική στιγμή της πρόβλεψης από τη χρονική στιγμή της μέτρησης. Κατά τη χρονική στιγμή της μέτρησης η αβεβαιότητα των φορτίων και της παραγωγής οφείλεται αποκλειστικά στο σφάλμα μέτρησης.

Σύμφωνα με την ντετερμινιστική μέθοδο, η επίλυση ροών φορτίου απαιτεί συγκεκριμένες τιμές δεδομένων και τα αποτελέσματα που επιτυγχάνονται (διάνυσμα κατάστασης) αντιστοιχούν αποκλειστικά στο συγκεκριμένο σύστημα δεδομένων (διάνυσμα εισόδου και διάνυσμα ελέγχου). Κάθε αλλαγή των δεδομένων απαιτεί καινούρια επίλυση για τον υπολογισμό της νέας κατάστασης. Για να ληφθούν υπόψη όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί μεταβολής των φορτίων και της παραγωγής απαιτείται η επίλυση υπερβολικά μεγάλου πλήθους ντετερμινιστικών ροών φορτίου.

Για συστήματα με  $N$  ζυγούς και  $k$  μόνο διαφορετικές τιμές φορτίων σε κάθε ζυγό απαιτείται η επίλυση  $k^N$  ροών φορτίου, π.χ. σε ένα σύστημα  $N=100$  ζυγών και  $k=4$  διαφορετικών τιμών φορτίου σε κάθε ζυγό απαιτούνται  $4^{100} \approx 10^{60}$  ροές φορτίου. Η εκτίμηση τόσο μεγάλου πλήθους αποτελεσμάτων ροής φορτίου για την εύρεση της μέσης τιμής, της τυπικής απόκλισης και τον σχεδιασμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας των ζητούμενων μεγεθών είναι πρακτικά αδύνατη.

Στην πιθανοτική ανάλυση ροής φορτίου, ως δεδομένα θεωρούνται οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των φορτίων και της παραγωγής στο σύστημα και ζητείται ο υπολογισμός των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας του μέτρου και των γωνιών των τάσεων, των ενεργών και αέργων ροών ισχύος στις γραμμές του δικτύου, των απωλειών κ.λ.π. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προβλήματος της πιθανοτικής ροής φορτίου μπορεί να είναι αναλυτικές, αριθμητικές ή συνδυασμός και των δύο. Οι αριθμητικές μέθοδοι έχουν το πλεονέκτημα ότι είναι απλές και εφαρμόζονται χωρίς καμία παραδοχή, ενώ οι αναλυτικές επειδή χρησιμοποιούν πιο σύνθετη μοντελοποίηση συνήθως απαιτούν να γίνουν σοβαρές παραδοχές και απλοποιήσεις που έχουν επίδραση στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων, γι αυτό και στην παρούσα μέθοδο, θα χρησιμοποιηθεί μία αριθμητική μέθοδος επίλυσης της πιθανοτικής ροής φορτίου (Monte Carlo).

Η αριθμητική μέθοδος Monte-Carlo συνίσταται στην επαναληπτική διαδικασία της επίλυσης του ίδιου προβλήματος ντετερμινιστικά, με συγκεκριμένες πάντα τιμές δεδομένων σε κάθε επίλυση. Η επιλογή των τιμών των δεδομένων γίνεται τυχαία με βάση την πιθανοτική κατανομή που ακολουθεί το κάθε μέγεθος. Για το σκοπό αυτό απαιτείται μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών μεταξύ 0 και 1 και με κατάλληλο μετασχηματισμό λαμβάνονται οι αντίστοιχοι τυχαίοι αριθμοί των δεδομένων έχοντας υπόψη την πιθανοτική κατανομή που ακολουθεί η κάθε μεταβλητή. Τα διαδοχικά αποτελέσματα που προκύπτουν από την ντετερμινιστική επίλυση ροής φορτίου, αποτελούν πιθανές καταστάσεις του ίδιου συστήματος και συνθέτουν τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των ζητούμενων μεγεθών. Θεωρητικά δεν υπάρχουν περιοριστικές παραδοχές στην μέθοδο Monte-Carlo. Κατά την επίλυση μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ακριβείς μη γραμμικές εξισώσεις ροής φορτίου, να θεωρηθεί εξάρτηση μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών, καθώς επίσης και διαφορετική τοπολογία δικτύου και διαφορετικές τιμές στις παραμέτρους ελέγχου του συστήματος. Έτσι αποτελεί ένα τρόπο ελέγχου της ακρίβειας και της ορθότητας των παραδοχών των αναλυτικών μεθόδων πιθανοτικής ροής φορτίου που χρησιμοποιούνται. Η ακρίβεια της μεθόδου είναι ανάλογη του αριθμού των διαδοχικών επιλύσεων που θεωρούνται. Συνήθως μια αξιόπιστη ανάλυση απαιτεί μερικές χιλιάδες

διαφορετικές επιλύσεις. Έτσι, το μειονέκτημα της μεθόδου Monte-Carlo είναι το πλήθος των αριθμών που χρειάζεται να επεξεργαστούν για να δοθούν αξιόπιστα αποτελέσματα.

Για να ξεπεραστούν τα πιο πάνω προβλήματα, μπορούν να εφαρμοστούν αναλυτικές μέθοδοι στην επίλυση της πιθανοτικής ροής φορτίου. Η βασικότερη παραδοχή που γίνεται σε όλες τις αναλυτικές μεθόδους είναι η γραμμικότητα των εξισώσεων ροής φορτίου γύρω από κάποιο συγκεκριμένο λειτουργικό σημείο, συνήθως γύρω από την αναμενόμενη τιμή. Η παραδοχή αυτή οδηγεί σε αποτελέσματα ικανοποιητικής ακρίβειας μόνο για την περιοχή γύρω από το συγκεκριμένο λειτουργικό σημείο. Όσο αυξάνεται η αβεβαιότητα των δεδομένων, ή όσο εντονότερη είναι η μη γραμμικότητα των εξισώσεων τόσο η μοντελοποίηση των αναλυτικών μεθόδων γίνεται πολυπλοκότερη για να διατηρήσει ικανοποιητική ακρίβεια των αποτελεσμάτων ιδιαίτερα στα άκρα των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας. Η θεώρηση εξαρτημένων μεταβλητών, η γραμμικοποίηση σε διαφορετικά λειτουργικά σημεία, η μεταβλητή τοπολογία δικτύου και η οικονομική κατανομή των γεννητριών του συστήματος είναι προβλήματα που καθιστούν την μοντελοποίηση των αναλυτικών μεθόδων ακόμη πιο πολύπλοκη. Στις περιπτώσεις αυτές μπορεί να εφαρμοστεί ένας συνδυασμός αναλυτικών και αριθμητικών μεθόδων για να ενσωματώσει κατά το δυνατόν τα πλεονεκτήματα και των δύο μεθόδων και να δώσει αποτελέσματα με ικανοποιητική ακρίβεια και ταχύτητα ταυτόχρονα.

## **3.2 ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ**

### **3.2.1. Σκοπός της Πιθανοτικής Ροής Φορτίου**

#### **A) Πλεονεκτήματα – Μειονεκτήματα**

Τα βασικά πλεονεκτήματα της πιθανοτικής μεθόδου είναι :

- α. Το αυξημένο πλήθος πληροφοριών που αποκομίζονται για την ικανοποιητική λειτουργία ή τον σχεδιασμό του συστήματος.
- β. Η εύκολη εκτίμηση των αποτελεσμάτων.
- γ. Η δυνατότητα απεικόνισης των επιθυμητών συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας με γραφικές παραστάσεις.
- δ. Η δυνατότητα εξαγωγής των ντετερμινιστικών αποτελεσμάτων μέσω της πιθανοτικής μεθόδου.

Τα μειονεκτήματα και οι δυσκολίες που παρουσιάζει είναι :

- α. Η αναγκαία γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου γύρω από κάποιο σημείο που απέχει πολύ ή λίγο από το λειτουργικό σημείο του συστήματος. Τα αποτελέσματα είναι περισσότερο ακριβή γύρω από αυτό το σημείο και λιγότερο ακριβή όσο απομακρύνονται από αυτό.
- β. Η αύξηση του αριθμού των δεδομένων σε σχέση με τη ντετερμινιστική μέθοδο και η δυσκολία προσδιορισμού τους με στατιστικές παραμέτρους.
- γ. Το μεγάλο πλήθος σημείων που συνιστά τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των αγνώστων μεγεθών και καθιστά αναγκαία τη χρησιμοποίηση αριθμητικής μεθόδου για την παράστασή τους.

#### B) Διατύπωση του προβλήματος

Η γενική διατύπωση του προβλήματος πιθανοτικής ροής φορτίου είναι η εξής :

Δίνονται :

- α. Η τοπολογία του δικτύου N-ζυγών, (M ζυγοί φορτίου) L-γραμμών, T-μετασχηματιστών και οι παράμετροι των στοιχείων του: αντιστάσεις γραμμών  $R_{ij}$ , επαγωγικές ή χωρητικές αντιδράσεις γραμμών  $X_{ij}$ , λήψεις μετασχηματιστών t. Η πιθανότητα αυτών των στοιχείων είναι μονάδα.
- β.  $R_1$  συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας των πραγματικών εγχύσεων στους ζυγούς του δικτύου ( $R_1 \geq N$ ).
- γ.  $R_2$  συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας των άεργων εγχύσεων στους ζυγούς φορτίου (PQ) του δικτύου ( $R_2 \geq M$ ).

Προσδιορίζονται :

- α. Η μέση τιμή και τυπική απόκλιση των πραγματικών και άεργων εγχύσεων, των πραγματικών και άεργων ροών ισχύος στις γραμμές και στα στοιχεία αντισταθμίσεως, των τάσεων στους ζυγούς φορτίου ( PQ ) και των γωνιών.
- β. Η μέση τιμή, η τυπική απόκλιση και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του ισοζυγίου της ισχύος στο σύστημα.
- γ. Οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των γωνιών, των τάσεων των πραγματικών και άεργων ροών ισχύος.
- δ. Οι συντελεστές ευαισθησίας των γραμμών.

### 3.2.2. Πρακτικές Εφαρμογές της Μεθόδου

A) Η μορφή των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας που προσδιορίζονται από μία πιθανοτική ροή φορτίου παρέχει της ακόλουθες πληροφορίες :

- i. Ποια είναι η πιο πιθανή τιμή ροής φορτίου σε μία γραμμή ή τάσεως σε ένα ζυγό PQ. Η τιμή αυτή μπορεί να διαφέρει από την αναμενόμενη τιμή λόγω της μη κανονικής μορφής της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας.
- ii. Ποια είναι η πιθανότητα να ξεπεράσει η ροή μιας γραμμής το όριο αντοχής της ή η πιθανότητα να κυμαίνεται η τιμή της σε κάποιο διάστημα γύρω από μία ορισμένη τιμή.
- iii. Ποια είναι η πιθανότητα να μην ικανοποιούνται οι περιορισμοί της τάσεως σε κάποιο ζυγό.
- iv. Ποια είναι η πρακτικά δυνατή έκταση τιμών των τάσεων ή της ροής ισχύος ώστε να γίνει κατάλληλη επιλογή του αριθμού, της ικανότητας και της τοπολογίας των γραμμών ενός συστήματος.
- v. Ποιο ποσοστό από όλες τις δυνατές τιμές της ροής σε κάποια γραμμή βρίσκεται στην οικονομικά επιθυμητή περιοχή τιμών.

### 3.3 ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Το πρόβλημα της ροής φορτίου μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά από δύο συστήματα μη γραμμικών εξισώσεων της μορφής:

$$Y = g(X) \quad (3.3.1)$$

$$Z = h(X) \quad (3.3.2)$$

όπου:  $Y$  το διάνυσμα εισόδου

$X$  το διάνυσμα κατάστασης

$Z$  το διάνυσμα εξόδου

και  $g, h$  μη γραμμικές διανυσματικές συναρτήσεις

Το διάνυσμα  $Y$  αντιπροσωπεύει τις ενεργές εγχύσεις σε όλους τους ζυγούς (PQ και PV), εκτός του ζυγού αναφοράς και τις άεργες εγχύσεις στους ζυγούς φορτίου (PQ), το διάνυσμα  $X$  αντιπροσωπεύει το μέτρο των τάσεων και τις γωνίες των τάσεων και τέλος το διάνυσμα  $Z$  αντιπροσωπεύει όλα τα μεγέθη που μπορούν να υπολογιστούν από το διάνυσμα κατάστασης, όπως ενεργές και άεργες ροές ισχύος, απώλειες κ.λ.π..

Στο στάδιο αυτό, λόγω των φυσικών δυσκολιών του προβλήματος είναι απαραίτητο να γίνουν ορισμένες παραδοχές:

- Οι τυχαίες μεταβλητές θεωρούνται ανεξάρτητες μεταξύ τους.
- Η τοπολογία του δικτύου θεωρείται σταθερή (με πιθανότητα μονάδα).
- Οι συναρτήσεις  $g$  και  $h$  πρέπει να γραμμικοποιηθούν γύρω από κάποιο λειτουργικό σημείο, συνήθως την αναμενόμενη τιμή.

Αν  $Y_o$  είναι η αναμενόμενη τιμή του διανύσματος των δεδομένων εγχύσεων ισχύος  $Y$  (στην περίπτωση μας είναι η μέση τιμή) και το διάνυσμα κατάστασης  $X_o$  τέτοιο ώστε να ικανοποιεί την διανυσματική εξίσωση:

$$Y_o = g(X_o) \quad (3.3.3)$$

τότε το διάνυσμα  $X_o$  μπορεί να προκύψει από την επίλυση μιας ντετερμινιστικής ροής φορτίου όπου τα δεδομένα είναι οι αναμενόμενες τιμές των στοιχείων του διανύσματος  $Y$ . Το διάνυσμα  $X_o$  είναι μια εκτίμηση της αναμενόμενης τιμής του τυχαίου διανύσματος  $X$  (εδώ χρησιμοποιείται η μέση τιμή αυτού που προκύπτει από την Monte Carlo όταν αυτή υλοποιηθεί για τις μέσες τιμές των κατανομών της ενεργού και αέργου ισχύος). Ομοίως το διάνυσμα  $Z_o$ , που ικανοποιεί την διανυσματική εξίσωση:

$$Z_o = h(X_o) \quad (3.3.4)$$

αποτελεί εκτίμηση της αναμενόμενης τιμής του τυχαίου διανύσματος  $Z$  (και πάλι η μέση τιμή αυτού που προκύπτει από την Monte- Carlo).

Η γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου (3.3.1) και (3.3.2) γύρω από τα σημεία  $(X_o, Y_o)$  και  $(Z_o, X_o)$ , δηλαδή γύρω από την αναμενόμενη τιμή, δίνει:

$$Y \approx g(X_o) + J(X - X_o) \quad (3.3.5)$$

$$Z \approx h(X_o) + K(X - X_o) \quad (3.3.6)$$

όπου:

$$J = \frac{\partial g}{\partial X} \Big|_{X = X_o} \quad \text{η Ιακωβιανή της } g \text{ στο σημείο } X_o \quad (3.3.7)$$

και

$$K = \frac{\partial h}{\partial X} \Big|_{X = X_o} \quad \text{η Ιακωβιανή της } h \text{ στο σημείο } X_o \quad (3.3.8)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (3.3.3) και (3.3.4) στις (3.3.5) και (3.3.6) προκύπτει:

$$Y = Y_o + J(X - X_o) \quad (3.3.9)$$

$$Z = Z_o + K(X - X_o) \quad (3.3.10)$$

Η επίλυση των εξισώσεων (3.3.9) και (3.3.10) ως προς το διάνυσμα κατάστασης και το διάνυσμα εξόδου δίνει:

$$X = X_o + J^{-1}(Y - Y_o) \quad (3.3.11)$$

$$Z = Z_o + KJ^{-1}(Y - Y_o) \quad (3.3.12)$$

ή ακόμα

$$X = X'_o + AY \quad (3.3.13)$$

$$Z = Z'_o + BY \quad (3.3.14)$$

όπου

$$A = J^{-1}, \quad X'_o = X_o - AY_o$$

$$B = KA, \quad Z'_o = Z_o + BY_o$$

Για την επίλυση των παραπάνω εξισώσεων είναι απαραίτητος ο υπολογισμός των πινάκων J και K. Ο πρώτος πίνακας αποτελεί τον ιακωβιανό πίνακα που έχει ήδη υπολογιστεί από την σχέση (2.2.22). Σε αυτήν την διπλωματική γίνεται για πρώτη φορά υπολογισμός του πίνακα K ο οποίος αποτελείται από τις παραγώγους του μεγέθους Z ως προς το αρχικό διάνυσμα X.

$$\begin{bmatrix} \Delta Z_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta Z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta Z_1}{\Delta X_1} & \dots & \frac{\Delta Z_1}{\Delta X_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\Delta Z_n}{\Delta X_1} & \dots & \frac{\Delta Z_n}{\Delta X_n} \end{bmatrix} \cdot J^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta X_n \end{bmatrix} \quad (3.3.15)$$

Συγκεκριμένα η μεταβλητή  $Z$  αντιπροσωπεύει την ροή ισχύος πάνω στις γραμμές και το διάνυσμα  $X$  το διάνυσμα των άγνωστων μεγεθών γωνιών και τάσεων όπως και στην ιακωβιανή. Άρα ο πίνακας που προκύπτει είναι:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mathcal{P}_{ij}}{\theta \delta_2} & \dots & \frac{\mathcal{P}_{ij}}{\theta \delta_n} \bigg| \frac{\mathcal{P}_{ij}}{\theta V_2} & \dots & \frac{\mathcal{P}_{ij}}{\theta V_n} \end{bmatrix} \cdot J^{-1} \cdot \begin{bmatrix} P_2 & P_{2,o} \\ \vdots & \vdots \\ P_n & P_{n,o} \\ Q_2 & Q_{2,o} \\ \vdots & \vdots \\ Q_n & Q_{n,o} \end{bmatrix} \quad (3.3.16)$$

Για τον υπολογισμό της ροής ισχύος σε μία γραμμή χρησιμοποιούμε τον τύπο:

$$S_{ij} = \tilde{V}_i^* \tilde{I}_{ij} \quad (3.3.17)$$

Και αφού αναφερόμαστε στην ενεργό ισχύ:

$$P_{ij} = \text{Real}\{S_{ij}\} = \text{Real}\{\tilde{V}_i^* \tilde{I}_{ij}\} \quad (3.3.18)$$

Δεδομένου ότι:

$$\tilde{I}_{ij}^* = (\tilde{V}_i^* - a\tilde{V}_j^*) \frac{y^*}{a^2} + \frac{Bc^*}{a^2} \tilde{V}_i^* \quad (3.3.19)$$

Όπου  $a$ : η λήψη του αντίστοιχου μετασχηματιστή

Προκύπτει μετά την αντικατάσταση:



$$\begin{aligned}
P_{ij} &= \text{Real}\{S_{ij}\} = \text{Real}\{\tilde{V}_i * \tilde{I}_{ij}\} = \\
&\frac{|\tilde{V}_i|^2}{a^2} \text{Real}\{y^*\} - |\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \cos \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} + \\
&|\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \cos \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - |\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \sin \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - \\
&|\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \sin \theta_i c \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} + \frac{|\tilde{V}_i|^2}{a^2} \text{Real}\{Bc^*\}
\end{aligned} \tag{3.3.20}$$

Αντίστοιχα μπορούν να υπολογιστούν οι παράγωγοι της παραπάνω συνάρτησης ως προς τα μεγέθη που εμφανίζονται.

- Παραγωγή ως προς  $\theta_i$

$$\begin{aligned}
\frac{\theta P_{ij}}{\theta \theta_i} &= |\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \sin \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} - \\
&|\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \sin \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - |\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \cos \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - \\
&|\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \cos \theta_i c \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a}
\end{aligned} \tag{3.3.21}$$

- Παραγωγή ως προς  $\theta_j$

$$\begin{aligned}
\frac{\theta P_{ij}}{\theta \theta_j} &= |\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \cos \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} + \\
&|\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \cos \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} + |\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \sin \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - \\
&|\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \sin \theta_i c \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a}
\end{aligned} \tag{3.3.22}$$

- Παραγωγή ως προς  $|\tilde{V}_i|$

$$\begin{aligned}
\frac{\theta P_{ij}}{\theta |\tilde{V}_i|} &= \frac{2|\tilde{V}_i|}{a^2} \text{Real}\{y^*\} - |\tilde{V}_j| \cos \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} + \\
&|\tilde{V}_j| \cos \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - |\tilde{V}_j| \sin \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - \\
&|\tilde{V}_j| \sin \theta_i c \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} + \frac{2|\tilde{V}_i|}{a^2} \text{Real}\{Bc^*\}
\end{aligned} \tag{3.3.23}$$

- Παραγωγή ως προς  $|\tilde{V}_j|$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{ij}}{\partial |\tilde{V}_j|} &= -|\tilde{V}_i| \cos \theta_i \cos \theta_j \frac{\operatorname{Re} al\{y^*\}}{a} + \\ &|\tilde{V}_i| \cos \theta_i \sin \theta_j \frac{\operatorname{Re} al\{jy^*\}}{a} - |\tilde{V}_i| \sin \theta_i \cos \theta_j \frac{\operatorname{Re} al\{jy^*\}}{a} - \\ &|\tilde{V}_i| \sin \theta_i \sin \theta_j \frac{\operatorname{Re} al\{y^*\}}{a} \end{aligned} \quad (3.3.24)$$

Οι υπόλοιπες παράγωγοι ως προς τα άλλα μεγέθη θα είναι μηδέν. Άρα σε κάθε γραμμή το πολύ τέσσερις όροι θα είναι μη μηδενικοί. Οι αντίστοιχοι παράγωγοι της ροής ισχύος  $P_{ji}$  προκύπτουν απλά αν στις παραπάνω παραγώγους αντικαταστήσουμε το  $i$  με το  $j$  και αντίστροφα.

Αντίστοιχα προκύπτει και η αναλυτική μορφή της εξίσωσης (3.3.11) με τον ιακωβιανό πίνακα όπως έχει υπολογιστεί και στο Κεφάλαιο 2.

$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \\ |V_2| \\ \vdots \\ |V_n| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{2,o} \\ \vdots \\ \delta_{n,o} \\ |V_{2,o}| \\ \vdots \\ |V_{n,o}| \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial |V_n|} \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_n|} \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} P_2 & P_{2,o} \\ \vdots & \vdots \\ P_n & P_{n,o} \\ Q_2 & Q_{2,o} \\ \vdots & \vdots \\ Q_n & Q_{n,o} \end{bmatrix}$$

Οι εξισώσεις (3.3.13) και (3.3.14) μπορούν να εκφραστούν στην αναλυτική τους μορφή ως:

$$X_i = X'_{oi} + \sum_{j=1}^m a_{ij} Y_j \quad (3.3.25)$$

$$Z_i = Z'_{oi} + \sum_{j=1}^m b_{kj} Y_j \quad (3.3.26)$$

Όπου

$$i=1,2,\dots,n$$

$$k=1,2,\dots,l$$

$$j=1,2,\dots,m$$

$n$  η διάσταση του διανύσματος κατάστασης  $X$

$m$  η διάσταση του διανύσματος δεδομένων  $Y$

$l$  η διάσταση του διανύσματος ζητούμενων  $Z$

$a_{ij}$  στοιχείο του πίνακα των συντελεστών ευαισθησίας  $A$

$b_{kj}$  στοιχείο του πίνακα των συντελεστών ευαισθησίας  $B$

Έτσι οι εξισώσεις (3.3.25) και (3.3.26) δείχνουν ότι κάθε τυχαία μεταβλητή των διανυσμάτων  $X$  και  $Z$  εκφράζεται ως αλγεβρικό άθροισμα των ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών του διανύσματος  $Y$  με συντελεστές βαρύτητας κατάλληλα υπολογισμένους από τους συντελεστές ευαισθησίας. Επομένως οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών των διανυσμάτων  $X$  και  $Z$  μπορούν να υπολογιστούν από τη μαθηματική συνέλιξη των δεδομένων συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας των φορτίων και της παραγωγής οι οποίες ακολουθούν τις γνωστές κατανομές πιθανότητας. Π.χ. για το Διάνυσμα Κατάστασης,  $X$  όπου  $f$  εκφράζει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ενώ το σύμβολο  $*$  την πράξη της συνέλιξης, ισχύει:

$$f(X_i) = f(Y_1 - Y_{10}) * f(Y_2 - Y_{20}) * \dots * f(Y_n - Y_{n0}) \quad (3.3.27)$$

### 3.4 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ – MONTE CARLO

Η αριθμητική προσέγγιση υιοθετεί την μέθοδο *Monte-Carlo* (MC) η οποία συνίσταται στην επαναληπτική διαδικασία της επίλυσης του ίδιου προβλήματος ντετερμινιστικά, με συγκεκριμένες πάντα τιμές δεδομένων σε κάθε επίλυση (διαφορετικούς συνδυασμούς τιμών ισχύος). Το κύριο χαρακτηριστικό της μεθόδου MC είναι η παραγωγή τυχαίων αριθμών (Παράρτημα Α). Θεωρητικά δεν υπάρχουν περιοριστικές παραδοχές στην μέθοδο Monte-Carlo. Κατά την επίλυση μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ακριβείς μη γραμμικές εξισώσεις ροής φορτίου, σχέσεις (3.4.1)-(3.4.2), να θεωρηθεί εξάρτηση μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών, καθώς επίσης και διαφορετική τοπολογία δικτύου και διαφορετικές τιμές στις παραμέτρους ελέγχου του συστήματος. Έτσι, αποτελεί ένα τρόπο ελέγχου της ακρίβειας και της ορθότητας των παραδοχών των αναλυτικών μεθόδων PLF που χρησιμοποιούνται. Η ακρίβεια της μεθόδου είναι ανάλογη του αριθμού των διαδοχικών επιλύσεων

που θεωρούνται. Συνήθως, μια αξιόπιστη ανάλυση απαιτεί μερικές χιλιάδες διαφορετικές επιλύσεις. Έτσι, το μειονέκτημα της μεθόδου Monte-Carlo είναι το πλήθος των επαναλήψεων για να δοθούν αξιόπιστα αποτελέσματα πράγμα που όπως είναι λογικό επηρεάζει αρνητικά και τον χρόνο εκτέλεσης.

$$P_i = U_i \sum_{k=1}^n U_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (3.4.1)$$

$$Q_i = U_i \sum_{k=1}^n U_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (3.4.2)$$

$$P_{ik} = -t_{ik} G_{ik} U_i^2 + U_i U_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (3.4.3)$$

$$Q_{ik} = t_{ik} B_{ik} U_i^2 - B_{ik} U_i^2 + U_i U_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (3.4.4)$$

$$Q_{i(sh)} = U_i^2 B_{i(sh)} \quad (3.4.5)$$

όπου  $P_i$  και  $Q_i$  είναι η ενεργός και η άεργος ισχύς του δικτύου στον ζυγό  $i$ ,  $P_{ik}$  και  $Q_{ik}$  είναι η ενεργός και η άεργος έγχυση (παραγωγή-ζήτηση) στη γραμμή  $ik$  από τη μεριά του ζυγού  $i$ ,  $U_i$  και  $U_k$  είναι η τάση στον ζυγό  $i$  και  $k$ ,  $\theta_{ik}$  είναι η διαφορά των γωνιών των τάσεων στους ζυγούς  $i$  και  $k$ ,  $G_{ik}$  και  $B_{ik}$  είναι το πραγματικό και το φανταστικό μέρος του αντίστοιχου πίνακα αγωγιμοτήτων του εξεταζόμενου κάθε φορά ΣΗΕ. Τέλος,  $Q_{i(sh)}$ , και  $B_{i(sh)}$  είναι η άεργος ισχύς αντιστάθμισης και η εγκάρσια χωρητική αγωγιμότητα του ζυγού  $i$ , αντίστοιχα.

### 3.5 ΠΟΛΥΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ PLF

Επειδή οι μη γραμμικές εξισώσεις ροής φορτίου γραμμικοποιούνται γύρω από τη μέση τιμή, η ακρίβεια των αποτελεσμάτων χειροτερεύει όταν οι τιμές των μεταβλητών ισχύος που εισάγονται είναι μακριά από τις αντίστοιχες μέσες τιμές. Τα σφάλματα συνήθως αντικατοπτρίζονται στις ακραίες «περιοχές» των αποτελεσμάτων. Αυτό μπορεί σημαντικά να επηρεάσει την λήψη μιας απόφασης. Έτσι, διαφορετικές μέθοδοι έχουν προταθεί ώστε να αμβλυνθούν τα σφάλματα που προκαλούνται από τη γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου. Δύο τυπικές λύσεις είναι η PLF χρησιμοποιώντας πολυγραμμικοποίηση και η τετραγωνική PLF.

Η πολυγραμμικοποίηση της PLF γραμμικοποιεί τις εξισώσεις ροής φορτίου γύρω από σημεία εκτός της μέσης τιμής των δεδομένων εισόδου,  $Y$ . Γύρω από κάθε σημείο γραμμικοποίησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια τεχνική συνέλιξης για την εύρεση των πιθανοτικών κατανομών των αποτελεσμάτων και αυτές συνδυαζόμενες σωστά να δώσουν τα τελικά αποτελέσματα. Το σημείο κλειδί είναι να βρεθούν τα σωστά σημεία γραμμικοποίησης, για παράδειγμα το μέγιστο και το

ελάχιστο των τυχαίων μεταβλητών εξόδου. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί μέσω ενός αλγορίθμου ροής φορτίου ο οποίος μεγιστοποιεί (ή ελαχιστοποιεί) για παράδειγμα τις παραπάνω γραμμικές εξισώσεις. Θεωρητικά η μέγιστη (ή ελάχιστη) τιμή μιας μεταβλητής κανονικής κατανομής  $Y_j$  είναι ίση με  $\infty$  (ή  $-\infty$ ) η οποία δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να συμπεριληφθούν η μέγιστη ή η ελάχιστη τιμή του  $X$ . Αυτό μπορεί να επιλυθεί περικόπτοντας την κατανομή σε κάθε (κανονική κατανομή) μεταβλητή εισόδου έτσι ώστε να συμπεριλαμβάνεται το διάστημα  $\pm 3\sigma$  όπου  $\sigma$  είναι η τυπική απόκλιση.

Άλλα σημεία γραμμικοποίησης μεταξύ της μέσης τιμής και της μέγιστης (ή της ελάχιστης) τιμής μπορούν να βρεθούν με παρόμοιο τρόπο ορίζοντας ένα συντελεστή αποκοπής,  $\beta$  στις κανονικής κατανομής μεταβλητές εισόδου. Φαίνεται ότι η ομοιότητα μεταξύ των αποτελεσμάτων από την πολυγραμμικοποιημένη PLF και αυτών από την μέθοδο MC είναι σημαντικά βελτιωμένη σε σχέση με την παραδοσιακή γραμμικοποίηση.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### **ΕΥΡΕΣΗ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΔΙΕΙΣΔΥΣΗΣ ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΣΕ ΔΙΚΤΥΑ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΜΕ ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΤΑ ΕΠΙΤΡΕΠΤΑ ΟΡΙΑ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΤΑΣΗΣ**

#### **4.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

Στην εν λόγω μελέτη θα εξετασθούν οι τρόποι αντιμετώπισης της πτώσης τάσης που παρουσιάζεται σε μια Γραμμή Διανομής Μ.Τ. [12] και κυρίως ο υπολογισμός της μέγιστης διείσδυσης Φ/Β συστημάτων στο Δίκτυο εφαρμόζοντας την πιθανοτική ροή φορτίου (μέθοδο Monte Carlo 10.000 επαναλήψεων) με κριτήριο τα όρια διακύμανσης στους ζυγούς του συστήματος να είναι εντός των προκαθορισμένων ορίων.

Τα στοιχεία της Γραμμή Διανομής Μ.Τ. παρουσιάζονται στον παρακάτω Πίνακα Ι.

Πίνακας Ι.

<b>ΓΡΑΜΜΗ ΔΙΑΝΟΜΗΣ Μ.Τ.</b>	
<b>ΟΝΟΜΑΣΤ.ΤΑΣΗ ΓΡΑΜΜΗΣ σε kV =</b>	20
<b>ΣΥΝΤΕΛ. ΦΟΡΤΙΟΥ ΓΡΑΜ. F =</b>	0,4
<b>ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΤ. ΦΟΡΤΙΟ ΣΕ Ampere=</b>	300
<b>ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΕΤ. ΦΟΡΤΙΟ ΣΕ Ampere=</b>	35

Η Γραμμή Διανομής Μ.Τ. αποτελείται από 13 ζυγούς, όπου ο Ζυγός Αναφοράς ή Ταλάντωσης (Slack Bus) αντιστοιχεί στο ζυγό που φέρει τον αριθμό 1. Οι υπόλοιποι ζυγοί είναι Ζυγοί Φορτίου (PQ). Αναλυτικά, τα δεδομένα του Δικτύου αναγράφονται στους ακόλουθους Πίνακες (Πίνακας II, Πίνακας III) και στο Σχήμα Ι.

Πίνακας II

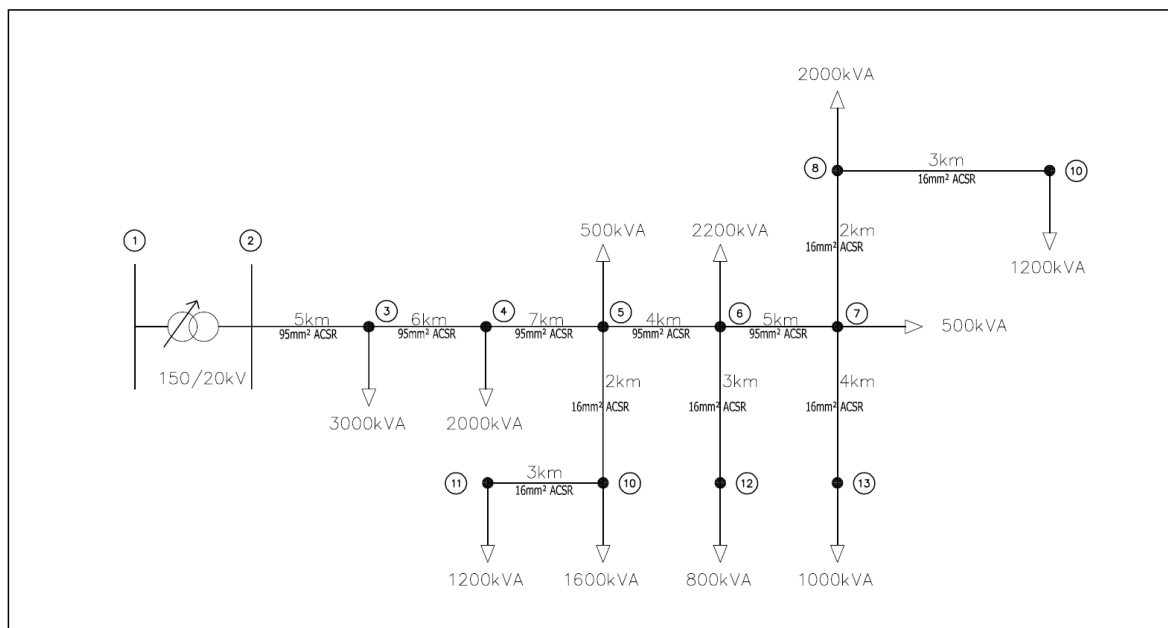
Bus	Bus (code)	V (pu)	Angle (pu)	S (MVA)	cosφ	P (MW)	Q (MVAR)
1	1	1	0	0	0.9	0	0
2	0	1	0	0	0.9	0	0
3	0	1	0	3	0.9	2.7	1.305
4	0	1	0	2	0.9	1.8	0.87
5	0	1	0	0.5	0.9	0.45	0.217
6	0	1	0	2.2	0.9	1.98	0.957
7	0	1	0	0.5	0.9	0.45	0.217
8	0	1	0	2	0.9	1.8	0.87
9	0	1	0	1.2	0.9	1.08	0.522
10	0	1	0	1.6	0.9	1.44	0.696
11	0	1	0	1.2	0.9	1.08	0.522
12	0	1	0	0.8	0.9	0.72	0.348
13	0	1	0	1	0.9	0.9	0.435

Πίνακας III

Bus (nl)	Bus (nr)	R (pu)	X (pu)	½ B (pu)	1for lines > 1 or < 1 tr. tap	Cable cross section	Bus Distance (km)
1	2	0.0	0.3	0	1	95ACSR	0
2	3	0.26875	0.4175	0	1	95ACSR	5
3	4	0.3225	0.501	0	1	95ACSR	6
4	5	0.37625	0.5845	0	1	95ACSR	7
5	6	0.215	0.334	0	1	95ACSR	9
6	7	0.26875	0.4175	0	1	95ACSR	5
7	8	0.634	0.211	0	1	95ACSR	2
8	9	0.951	0.3165	0	1	95ACSR	3
5	10	0.634	0.211	0	1	16ACSR	2
10	11	0.951	0.3165	0	1	16ACSR	3
6	12	0.951	0.3165	0	1	16ACSR	3
7	13	1.268	0.422	0	1	16ACSR	4



## ΣΧΗΜΑ Ι. Το εξεταζόμενο δίκτυο διανομής ΜΤ



### 4.2. ΘΕΩΡΙΑ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΤΑΣΕΩΣ ΣΤΑ ΔΙΚΤΥΑ Μ.Τ.

Σε ένα Δίκτυο Μ.Τ. διακρίνουμε τις εξής τάσεις:

- Την ονομαστική Τάση του Δικτύου  $U_n$
- Τη μέγιστη  $U_{max}$  και την ελάχιστη  $U_{min}$ .

Δε λαμβάνονται υπόψη οι πολύ μικρής διάρκειας ακραίες τιμές της τάσεως, αλλά ο μέσος όρος τιμών εντός χρονικού διαστήματος 5 λεπτών περίπου

- Η μέση τιμή τάσεως  $U_m = 0,5 * (U_{max} + U_{min})$
- Η διακύμανση της τάσεως  $\Delta U$ . Αυτή είναι η διαφορά μεταξύ μέγιστης και ελάχιστης τάσεως, στο δεδομένο σημείο του δικτύου, εκφραζόμενη σαν ποσοστό της ονομαστικής τάσεως.

$$\Delta U = 100 * \{ (U_{max} - U_{min}) / U_n \} \% \quad \text{ή} \quad \Delta U = \pm 100 * \{ (U_{max} - U_{min}) / 2U_n \} \%$$

- Σχετική απόκλιση τάσεως « $\sigma$ » (σε σχέση με την ονομαστική  $U_n$ ) είναι η διαφορά της στιγμιαίας τιμής της τάσεως από την ονομαστική, εκφρασμένη σε ποσοστό επί της ονομαστικής

$$\sigma = \{ (U - U_n) / U_n \} \%$$

Οι κανονισμοί καλής λειτουργίας επιβάλλουν να ισχύουν συγχρόνως οι εξής δύο συνθήκες:

1. Η μέση τιμή της τάσεως  $U_{\mu}$ , σε όλα τα σημεία του δικτύου, δεν πρέπει να αποκλίνει από την ονομαστική τάση του δικτύου πέραν του  $\pm 5\%$

Δηλαδή:  $0,95U_n \leq U_{\mu} \leq 1,05U_n$

Για 15kV:  $14,25U_n \leq U_{\mu} \leq 15,75U_n$

Για 20kV:  $19U_n \leq U_{\mu} \leq 21,05U_n$

2. Η διακύμανση της τάσεως από την αντίστοιχη μέση τιμή, δεν πρέπει να αποκλίνει πέραν του  $\pm 3\%$  (ποσοστό επί της κανονικής). Αυτό σημαίνει ότι η τάση σε οποιοδήποτε σημείο πρέπει να βρίσκεται μέσα στη ζώνη  $U_{\mu} \pm 3\%$

Για 15kV :  $U_{\mu} - 0,45kV \leq U \leq U_{\mu} + 0,45kV$

Για 20kV :  $U_{\mu} - 0,6kV \leq U \leq U_{\mu} + 0,6kV$

Τόσο η μέση τιμή της τάσεως, όσο και η απόκλιση αυτής περί την μέση τιμή, δίδονται από προγράμματα H/Y, λαμβάνοντας υπόψη τα μέγιστα και τα ελάχιστα φορτία του δικτύου σε μια χρονική περίοδο. Προκειμένου να τηρηθούν οι «απαιτήσεις τάσεως», διατίθενται τα εξής μέτρα:

- i. Ρύθμιση τάσεως των ζυγών MT των Y/Σ Y/T/MT
- ii. Εγκατάσταση ρυθμιστών τάσεως (P/T) σε κάποια σημεία του δικτύου
- iii. Εγκατάσταση πυκνωτών σε κάποια σημεία του δικτύου, σταθερών η αποξεύξιμων
- iv. Εκλογή της θέσης των μεταγωγέων (tap changers) των M/Σ Διανομής
- v. Αλλαγή τάσεως από 15kV σε 20 kV, όπου δεν έχει γίνει.

#### 4.3. ΜΕΛΕΤΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΤΑΣΕΩΣ ΣΤΗ ΓΡΑΜΜΗ ΔΙΑΝΟΜΗΣ Μ.Τ.

Η μελέτη επικεντρώθηκε στην καλοκαιρινή περίοδο και συγκεκριμένα την ώρα του μέγιστου φορτίου. Με βάση τα δεδομένα που παρουσιάζονται στους ανωτέρω Πίνακες και με δεδομένο ότι το Δίκτυο βρίσκεται σε μια αγροτική-ημιαστική περιοχή, εφαρμόζοντας τη μέθοδο Newton-Raphson, εξάγονται τα ακόλουθα αποτελέσματα για την τάση των ζυγών του Δικτύου

#### Περίπτωση 1<sup>η</sup> : Αρχική Κατάσταση Δικτύου

Line Flow and Losses

--Line--	Power at bus & line flow	--Line loss--	Transformer
from to	MW Mvar MVA	MW Mvar	tap

1	6.15162 3.53301 7.09398		
2	6.15162 3.53301 7.09398	0.00000 0.15097	

2 0.00000 0.00000 0.00000  
 1 -6.15162 -3.38203 7.02001 0.00000 0.15097  
 3 6.15162 3.38203 7.02001 0.13525 0.21010

3 -1.08000 -0.52200 1.19953  
 2 -6.01637 -3.17193 6.80131 0.13525 0.21010  
 4 4.93637 2.64993 5.60267 0.11013 0.17109

4 -0.72000 -0.34800 0.79969  
 3 -4.82624 -2.47884 5.42561 0.11013 0.17109  
 5 4.10624 2.13084 4.62619 0.09341 0.14512

5 -0.16000 -0.08680 0.18203  
 4 -4.01282 -1.98572 4.47726 0.09341 0.14512  
 6 2.83195 1.40744 3.16240 0.02663 0.04137  
 10 1.02088 0.49149 1.13303 0.01008 0.00335

6 -0.79200 -0.38280 0.87966  
 5 -2.80532 -1.36606 3.12025 0.02663 0.04137  
 7 1.72407 0.84365 1.91942 0.01260 0.01957  
 12 0.28925 0.13962 0.32118 0.00125 0.00042

7 -0.18000 -0.08680 0.19984  
 6 -1.71147 -0.82408 1.89954 0.01260 0.01957  
 8 1.16880 0.56239 1.29707 0.01386 0.00461  
 13 0.36267 0.17489 0.40264 0.00267 0.00089

8 -0.72000 -0.34800 0.79969  
 7 -1.15495 -0.55778 1.28258 0.01386 0.00461  
 9 0.43495 0.20978 0.48289 0.00295 0.00098

9 -0.43200 -0.20880 0.47981  
 8 -0.43200 -0.20880 0.47981 0.00295 0.00098

10 -0.57600 -0.27840 0.63975  
 5 -1.01080 -0.48813 1.12249 0.01008 0.00335  
 11 0.43480 0.20973 0.48274 0.00280 0.00093

11 -0.43200 -0.20880 0.47981  
 10 -0.43200 -0.20880 0.47981 0.00280 0.00093

12 -0.28800 -0.13920 0.31988  
 6 -0.28800 -0.13920 0.31988 0.00125 0.00042

13 -0.36000 -0.17400 0.39984  
 7 -0.36000 -0.17400 0.39984 0.00267 0.00089

Total loss 0.41162 0.74941

Power Flow Solution by Newton-Raphson Method

Maximum Power Mismatch = 3.61696e-014

No. of Iterations = 5

Bus No.	Voltage Mag.	Voltage Angle Degree	Load MW	Load Mvar	Generation MW	Generation Mvar	Injected Mvar
1	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	6.151617	3.533005	0.000000
2	0.989573	-1.068589	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
3	0.958744	-2.070755	1.080000	0.522000	0.000000	0.000000	0.000000
4	0.928446	-3.112605	0.720000	0.348000	0.000000	0.000000	0.000000
5	0.898555	-4.210409	0.160000	0.086800	0.000000	0.000000	0.000000
6	0.886577	-4.673068	0.792000	0.382800	0.000000	0.000000	0.000000
7	0.877395	-5.036247	0.180000	0.086800	0.000000	0.000000	0.000000
8	0.867598	-4.953498	0.720000	0.348000	0.000000	0.000000	0.000000
9	0.862065	-4.906124	0.432000	0.208800	0.000000	0.000000	0.000000
10	0.890199	-4.141504	0.576000	0.278400	0.000000	0.000000	0.000000
11	0.884809	-4.096520	0.432000	0.208800	0.000000	0.000000	0.000000
12	0.882976	-4.642893	0.288000	0.139200	0.000000	0.000000	0.000000
13	0.871313	-4.984749	0.360000	0.174000	0.000000	0.000000	0.000000
Total			5.740000	2.783600	6.151617	3.533005	0.000000

Με δεδομένο ότι τα αποδεκτά όρια διακύμανσης της τάσης θα πρέπει να κυμαίνονται εντός του  $\pm 8\%$  (βλέπε και ανωτέρω παράγραφο) της ονομαστικής τιμής της τάσης, παρατηρούμε ότι οι τάσεις στους ζυγούς 5,6,7,8,9,10,11,12,13 βρίσκονται εκτός των αποδεκτών ορίων. Συνεπώς θα πρέπει να αντιμετωπιστεί το φαινόμενο αυτό, προκειμένου να επανέλθει το Δίκτυο στην εύρυθμη λειτουργία του.

Οι τρόποι αντιμετώπισης της Πτώσης Τάσης Δικτύου συνίστανται αναφορικά ως ακολούθως:

- Αντικατάσταση Γραμμών ή ενίσχυση Γραμμών
- Αντιστάθμιση με τη χρήση συστοιχίας πυκνωτών (Υπάρχει θεωρία για τη βέλτιστη τοποθέτηση των πυκνωτών η οποία όμως δεν αποτελεί αντικείμενο της παρούσας εργασίας.)
- Χρήση Ρυθμιστή Τάσης
- Χρήση Μετασχηματιστή με Taps

### **Περίπτωση 2<sup>η</sup> : Αντικατάσταση Γραμμών Δικτύου**

Αντικαθιστούμε τους αγωγούς 16ACSR των γραμμών 5-10, 10-11, 6-12, 7-13 με αγωγό 95 ACSR και παρατηρούμε ακολούθως τις Πτώσης Τάσης στο εξεταζόμενο Δίκτυο.

#### Line Flow and Losses

--Line--		Power at bus & line flow			--Line loss--		Transformer
from	to	MW	Mvar	MVA	MW	Mvar	tap
1		6.13526	3.52739	7.07700			
	2	6.13526	3.52739	7.07700	0.00000	0.15025	
2		0.00000	0.00000	0.00000			
	1	-6.13526	-3.37714	7.00332	0.00000	0.15025	
	3	6.13526	3.37714	7.00332	0.13460	0.20910	
3		-1.08000	-0.52200	1.19953			
	2	-6.00066	-3.16804	6.78560	0.13460	0.20910	
	4	4.92066	2.64604	5.58698	0.10950	0.17010	
4		-0.72000	-0.34800	0.79969			
	3	-4.81116	-2.47593	5.41087	0.10950	0.17010	
	5	4.09116	2.12793	4.61147	0.09279	0.14415	
5		-0.16000	-0.08680	0.18203			
	4	-3.99837	-1.98379	4.46345	0.09279	0.14415	
	6	2.81750	1.40550	3.14861	0.02638	0.04099	
	10	1.02087	0.49148	1.13302	0.01007	0.00335	
6		-0.79200	-0.38280	0.87966			

5 -2.79111 -1.36452 3.10680 0.02638 0.04099  
 7 1.70987 0.84210 1.90599 0.01241 0.01928  
 12 0.28925 0.13962 0.32118 0.00125 0.00042

7 -0.18000 -0.08680 0.19984  
 6 -1.69745 -0.82282 1.88637 0.01241 0.01928  
 8 1.15479 0.56113 1.28390 0.00230 0.00357  
 13 0.36267 0.17489 0.40263 0.00267 0.00089

8 -0.72000 -0.34800 0.79969  
 7 -1.15249 -0.55756 1.28027 0.00230 0.00357  
 9 0.43249 0.20956 0.48058 0.00049 0.00076

9 -0.43200 -0.20880 0.47981  
 8 -0.43200 -0.20880 0.47981 0.00049 0.00076

10 -0.57600 -0.27840 0.63975  
 5 -1.01080 -0.48813 1.12249 0.01007 0.00335  
 11 0.43480 0.20973 0.48274 0.00280 0.00093

11 -0.43200 -0.20880 0.47981  
 10 -0.43200 -0.20880 0.47981 0.00280 0.00093

12 -0.28800 -0.13920 0.31988  
 6 -0.28800 -0.13920 0.31988 0.00125 0.00042

13 -0.36000 -0.17400 0.39984  
 7 -0.36000 -0.17400 0.39984 0.00267 0.00089

Total loss 0.39526 0.74379

Power Flow Solution by Newton-Raphson Method

Maximum Power Mismatch = 1.45604e-014

No. of Iterations = 5

Bus No.	Voltage Mag.	Voltage Degree	Load MW	Load Mvar	Generation MW	Generation Mvar	Injected Mvar
1	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	6.135257	3.527390	0.000000
2	0.989589	-1.065729	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
3	0.958825	-2.064464	1.080000	0.522000	0.000000	0.000000	0.000000

4	0.928600	-3.101794	0.720000	0.348000	0.000000	0.000000	0.000000
5	0.898793	-4.193823	0.160000	0.086800	0.000000	0.000000	0.000000
6	0.886859	-4.653042	0.792000	0.382800	0.000000	0.000000	0.000000
7	0.877730	-5.011909	0.180000	0.086800	0.000000	0.000000	0.000000
8	0.875250	-5.110750	0.720000	0.348000	0.000000	0.000000	0.000000
9	0.873853	-5.166595	0.432000	0.208800	0.000000	0.000000	0.000000
10	0.890439	-4.124955	0.576000	0.278400	0.000000	0.000000	0.000000
11	0.885050	-4.079995	0.432000	0.208800	0.000000	0.000000	0.000000
12	0.883259	-4.622887	0.288000	0.139200	0.000000	0.000000	0.000000
13	0.871651	-4.960451	0.360000	0.174000	0.000000	0.000000	0.000000

Total                    5.740000 2.783600 6.135257 3.527390 0.000000

Παρατηρούμε ότι η βελτίωση στις Πτώσεις Τάσεις του Δικτύου που επιτεύχθηκε με την Αντικατάσταση Γραμμών ήταν ανεπαίσθητη.

### **Περίπτωση 3<sup>η</sup> : Προσθήκη Πυκνωτών Αντιστάθμισης στο Δίκτυο της 2<sup>ης</sup> Περίπτωσης**

Εισάγουμε Συστοιχίες Πυκνωτών Αντιστάθμισης 900kVA στο Δίκτυο που έχει εφαρμοστεί η αντικατάσταση Γραμμών, και ακολούθως παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του σεναρίου της τοποθέτησης Πυκνωτών, λαμβάνοντας υπόψη τα θερμικά όρια των γραμμών και την οδηγία του ΔΕΔΔΗΕ ότι μπορούν να τοποθετηθούν μέχρι και 3 συστοιχίες πυκνωτών των 900kVA.

#### Line Flow and Losses

	--Line-- Power at bus & line flow			--Line loss--		Transformer		
	from	to	MW	Mvar	MVA	MW	Mvar	tap
1			6.03266	0.63030	6.06550			
2			6.03266	0.63030	6.06550	0.00000	0.11037	
2			0.00000	0.00000	0.00000			
1			-6.03266	-0.51992	6.05503	0.00000	0.11037	
3			6.03266	0.51992	6.05503	0.09887	0.15360	
3			-1.08000	-0.52200	1.19953			
2			-5.93379	-0.36633	5.94508	0.09887	0.15360	
4			4.85379	-0.15567	4.85628	0.07917	0.12299	

4	-0.72000	0.55200	0.90725		
3	-4.77462	0.27866	4.78274	0.07917	0.12299
5	4.05462	0.27334	4.06382	0.06668	0.10359
5	-0.16000	0.81320	0.82879		
4	-3.98794	-0.16975	3.99155	0.06668	0.10359
6	2.80840	0.49191	2.85116	0.01944	0.03020
10	1.01954	0.49104	1.13162	0.00903	0.00301
6	-0.79200	0.51720	0.94592		
5	-2.78896	-0.46170	2.82692	0.01944	0.03020
7	1.70785	0.83933	1.90295	0.01101	0.01711
12	0.28911	0.13957	0.32104	0.00111	0.00037
7	-0.18000	-0.08680	0.19984		
6	-1.69684	-0.82223	1.88555	0.01101	0.01711
8	1.15447	0.56064	1.28340	0.00204	0.00317
13	0.36237	0.17479	0.40232	0.00237	0.00079
8	-0.72000	-0.34800	0.79969		
7	-1.15243	-0.55747	1.28018	0.00204	0.00317
9	0.43243	0.20947	0.48049	0.00043	0.00067
9	-0.43200	-0.20880	0.47981		
8	-0.43200	-0.20880	0.47981	0.00043	0.00067
10	-0.57600	-0.27840	0.63975		
5	-1.01050	-0.48803	1.12218	0.00903	0.00301
11	0.43450	0.20963	0.48243	0.00250	0.00083
11	-0.43200	-0.20880	0.47981		
10	-0.43200	-0.20880	0.47981	0.00250	0.00083
12	-0.28800	-0.13920	0.31988		
6	-0.28800	-0.13920	0.31988	0.00111	0.00037
13	-0.36000	-0.17400	0.39984		
7	-0.36000	-0.17400	0.39984	0.00237	0.00079
Total loss			0.29266	0.54670	



Power Flow Solution by Newton-Raphson Method

Maximum Power Mismatch = 3.01777e-015

No. of Iterations = 5

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	-----Load-----		---Generation---		Injected
			MW	Mvar	MW	Mvar	Mvar
1	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	6.032662	0.630296	0.000000
2	0.998273	-1.038789	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
3	0.980148	-2.431952	1.080000	0.522000	0.000000	0.000000	0.000000
4	0.965305	-3.935128	0.720000	0.348000	0.000000	0.000000	0.900000
5	0.948137	-5.354507	0.160000	0.086800	0.000000	0.000000	0.900000
6	0.940077	-5.889498	0.792000	0.382800	0.000000	0.000000	0.900000
7	0.931481	-6.208448	0.180000	0.086800	0.000000	0.000000	0.000000
8	0.929145	-6.296183	0.720000	0.348000	0.000000	0.000000	0.000000
9	0.927830	-6.345728	0.432000	0.208800	0.000000	0.000000	0.000000
10	0.940227	-5.292680	0.576000	0.278400	0.000000	0.000000	0.000000
11	0.935127	-5.252381	0.432000	0.208800	0.000000	0.000000	0.000000
12	0.936682	-5.862672	0.288000	0.139200	0.000000	0.000000	0.000000
13	0.925757	-6.162793	0.360000	0.174000	0.000000	0.000000	0.000000
Total			5.740000	2.783600	6.032662	0.630296	2.700000

Παρατηρούμε ότι η βελτίωση στις Πτώσεις Τάσεις του Δικτύου που επιτεύχθηκε ήταν εντός των επιτρεπτών ορίων, με μικρότερη την Τάση στον ζυγό 13.

**Περίπτωση 4<sup>η</sup>: Χρήση των Ενδιάμεσων Λήψεων του Μετασχηματιστή Ισχύος στη Σύνδεση 1-2**

Line Flow and Losses

--Line--	Power at bus & line flow			--Line loss--		Transformer
from to	MW	Mvar	MVA	MW	Mvar	tap
1	6.00050	0.57036	6.02755			
2	6.00050	0.57036	6.02755	0.00000	0.09837	0.95000
2	0.00000	0.00000	0.00000			
1	-6.00050	-0.47200	6.01903	0.00000	0.09837	
3	6.00050	0.47200	6.01903	0.08812	0.13689	

3 -1.08000 -0.52200 1.19953  
 2 -5.91238 -0.33510 5.92187 0.08812 0.13689  
 4 4.83238 -0.18690 4.83599 0.07052 0.10955  
  
 4 -0.72000 0.55200 0.90725  
 3 -4.76186 0.29645 4.77108 0.07052 0.10955  
 5 4.04186 0.25555 4.04993 0.05928 0.09209  
  
 5 -0.16000 0.81320 0.82879  
 4 -3.98258 -0.16346 3.98593 0.05928 0.09209  
 6 2.80432 0.48604 2.84613 0.01727 0.02683  
 10 1.01826 0.49061 1.13029 0.00803 0.00267  
  
 6 -0.79200 0.51720 0.94592  
 5 -2.78705 -0.45921 2.82463 0.01727 0.02683  
 7 1.70606 0.83689 1.90027 0.00977 0.01518  
 12 0.28899 0.13953 0.32091 0.00099 0.00033  
  
 7 -0.18000 -0.08680 0.19984  
 6 -1.69629 -0.82171 1.88484 0.00977 0.01518  
 8 1.15419 0.56021 1.28296 0.00181 0.00281  
 13 0.36210 0.17470 0.40204 0.00210 0.00070  
  
 8 -0.72000 -0.34800 0.79969  
 7 -1.15238 -0.55739 1.28011 0.00181 0.00281  
 9 0.43238 0.20939 0.48042 0.00038 0.00059  
  
 9 -0.43200 -0.20880 0.47981  
 8 -0.43200 -0.20880 0.47981 0.00038 0.00059  
  
 10 -0.57600 -0.27840 0.63975  
 5 -1.01023 -0.48794 1.12189 0.00803 0.00267  
 11 0.43423 0.20954 0.48214 0.00223 0.00074

11 -0.43200 -0.20880 0.47981  
 10 -0.43200 -0.20880 0.47981 0.00223 0.00074

12 -0.28800 -0.13920 0.31988  
 6 -0.28800 -0.13920 0.31988 0.00099 0.00033

13 -0.36000 -0.17400 0.39984  
 7 -0.36000 -0.17400 0.39984 0.00210 0.00070

Total loss 0.26050 0.48676

Power Flow Solution by Newton-Raphson Method

Maximum Power Mismatch = 2.56999e-015

No. of Iterations = 5

Bus No.	Voltage Mag.	Voltage Degree	Load MW	Load Mvar	Generation MW	Generation Mvar	Injected Mvar
1	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	6.000500	0.570365	0.000000
2	1.051145	-0.932205	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
3	1.034176	-2.185858	1.080000	0.522000	0.000000	0.000000	0.000000
4	1.020294	-3.533335	0.720000	0.348000	0.000000	0.000000	0.900000
5	1.004171	-4.800826	0.160000	0.086800	0.000000	0.000000	0.900000
6	0.996585	-5.277261	0.792000	0.382800	0.000000	0.000000	0.900000
7	0.988490	-5.560724	0.180000	0.086800	0.000000	0.000000	0.000000
8	0.986289	-5.638609	0.720000	0.348000	0.000000	0.000000	0.000000
9	0.985051	-5.682572	0.432000	0.208800	0.000000	0.000000	0.000000
10	0.996712	-4.745757	0.576000	0.278400	0.000000	0.000000	0.000000
11	0.991903	-4.709918	0.432000	0.208800	0.000000	0.000000	0.000000
12	0.993384	-5.253401	0.288000	0.139200	0.000000	0.000000	0.000000
13	0.983100	-5.520211	0.360000	0.174000	0.000000	0.000000	0.000000
Total			5.740000	2.783600	6.000500	0.570365	2.700000

Παρατηρούμε μια σημαντική βελτίωση σε όλες τις τάσεις των ζυγών του συστήματος.

#### **4.3.1. Μέγιστη Διείσδυση Φ/Β Μονάδων Παραγωγής Ισχύος με Κριτήριο τα Επιτρεπτά Όρια Διακύμανσης Τάσεως**

##### **Παραγωγή Φ/Β (PV)**

Για την αντιμετώπιση των προβλημάτων τάσης καθώς και για τον υπολογισμό της μέγιστης διείσδυσης φωτοβολταϊκών μονάδων ώστε να τηρούνται τα όρια διακύμανσης των τάσεων στους ζυγούς του συστήματος, θεωρούμε τις παραγωγές των φωτοβολταϊκών σαν τυχαίες μεταβλητές με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας την κανονική κατανομή με μια μέση τιμή και μια τυπική απόκλιση της τάξεως του 10%. Οι παραγωγές έχουν τοποθετηθεί στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13, αντιστοίχως. Θεωρούμε ότι έχουμε ομοιόμορφη αύξηση της εγκατεστημένης ισχύος των μονάδων Φ/Β (PV) και μάλιστα κάθε φορά της τάξεως των 500kWp. Δηλαδή, σε κάθε σενάριο που θα εξεταστεί παρακάτω η συνολική διείσδυση εγκατεστημένης ισχύος των μονάδων PV θα είναι  $5*500=2,5\text{MWp}$ . Στην παρούσα μελέτη εξετάζονται 9 σενάρια όπου το τελευταίο αναφέρεται σε μέγιστη διείσδυση εγκατεστημένης ισχύος από PV ίσης με 20MWp (4MWp κάθε μονάδα παραγωγής Φ/Β (PV)). Επίσης, η χρονική περίοδος μελέτης του κάθε σεναρίου αναφέρεται στο καλοκαίρι όπου παρατηρείται και η μέγιστη ζήτηση φορτίου.

Σε κάθε σενάριο εφαρμόζουμε την πιθανοτική ροή φορτίου με τη μέθοδο Monte Carlo (10000 επαναλήψεις). Έτσι, εύκολα υπολογίσουμε τις μέσες τιμές των τάσεων καθώς και τις τυπικές αποκλίσεις. Σημειώτεον ότι όλες οι κατανομές θεωρούνται κανονικές ( $N(\mu, \sigma)$ ).

##### **Φορτία Ζήτησης**

Στην περίπτωση αυτή τα φορτία ζήτησης θεωρούνται ότι έχουν τις τιμές που αναφέρθηκαν σε προηγούμενη παράγραφο.

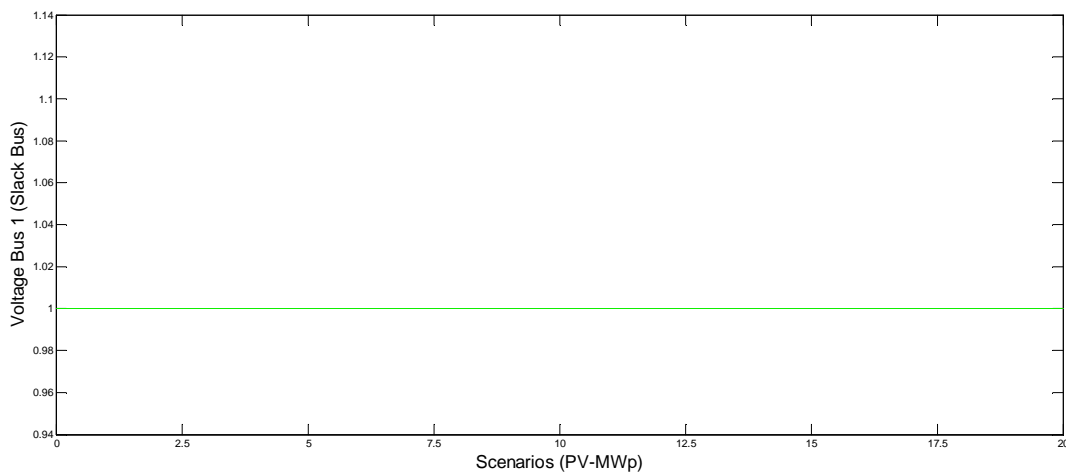
Τα δεδομένα, επομένως, των φορτίων ζήτησης και παραγωγής δίνονται παρακάτω.

Δεδομένα παραγωγής και φορτίου ζήτησης στους ζυγούς του συστήματος

pd1=normrnd(0,0);	qd1=0.484*pd1;	pg1=normrnd(0,0);
pd2=normrnd(0,0);	qd2=0.484*pd2;	pg2=normrnd(0,0);
pd3=normrnd(2.7*0.4,0);	qd3=0.484*pd3;	pg3=normrnd(0,0);
pd4=normrnd(1.8*0.4,0);	qd4=0.484*pd4;	pg4=normrnd(1, 0.1);
pd5=normrnd(0.45*0.4,0);	qd5=0.484*pd5;	pg5=normrnd(0,0,0);
pd6=normrnd(1.98*0.4,0);	qd6=0.484*pd6;	pg6=normrnd(1, 0.1);
pd7=normrnd(0.45*0.4,0);	qd7=0.484*pd7;	pg7=normrnd(0,0,0);
pd8=normrnd(1.80*0.4,0);	qd8=0.484*pd8;	pg8=normrnd(0,0,0);
pd9=normrnd(1.08*0.4,0);	qd9=0.484*pd9;	pg9=normrnd(1, 0.1);
pd10=normrnd(1.44*0.4,0);	qd10=0.484*pd10;	pg10=normrnd(0,0,0);
pd11=normrnd(1.08*0.4,0);	qd11=0.484*pd11;	pg11=normrnd(1, 0.1);
pd12=normrnd(0.72*0.4,0);	qd12=0.484*pd12;	pg12=normrnd(0,0,0);
pd13=normrnd(0.90*0.4,0);	qd13=0.484*pd13;	pg13=normrnd(1, 0.1);

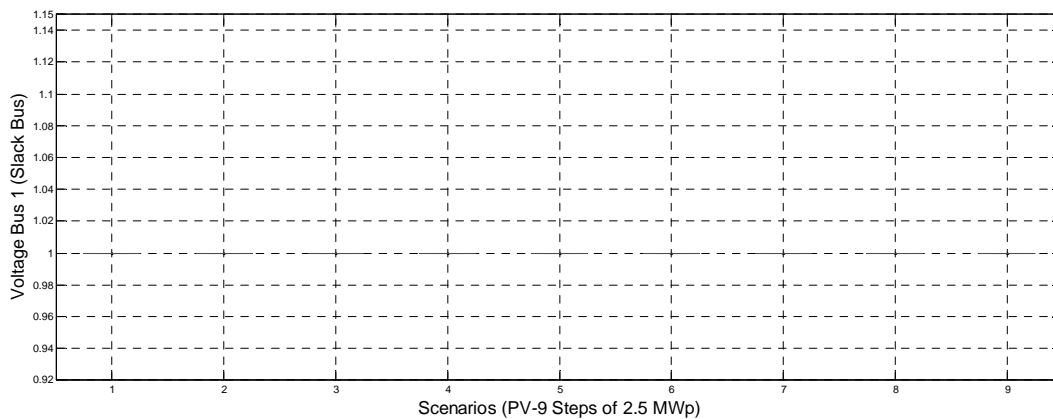
## Α. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΕ ΣΤΑΘΕΡΑ ΦΟΡΤΙΑ ΖΗΤΗΣΗΣ

### ΖΥΓΟΣ 1



**Σχήμα 4.3.1.A.**

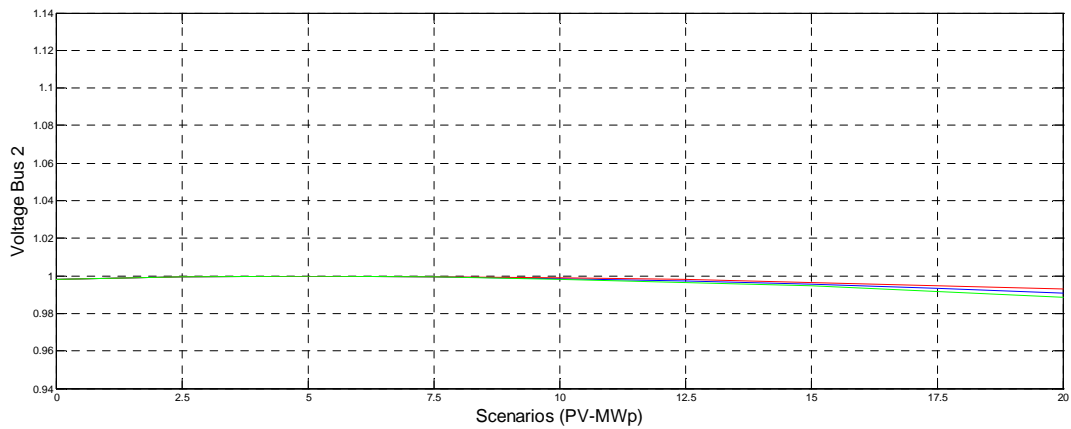
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 1 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.2.A**

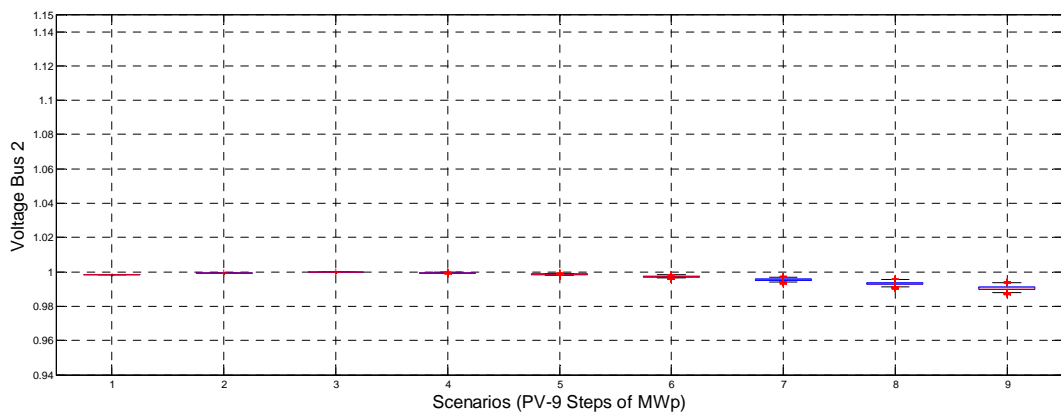
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 1 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 2



**Σχήμα 4.3.3.Α**

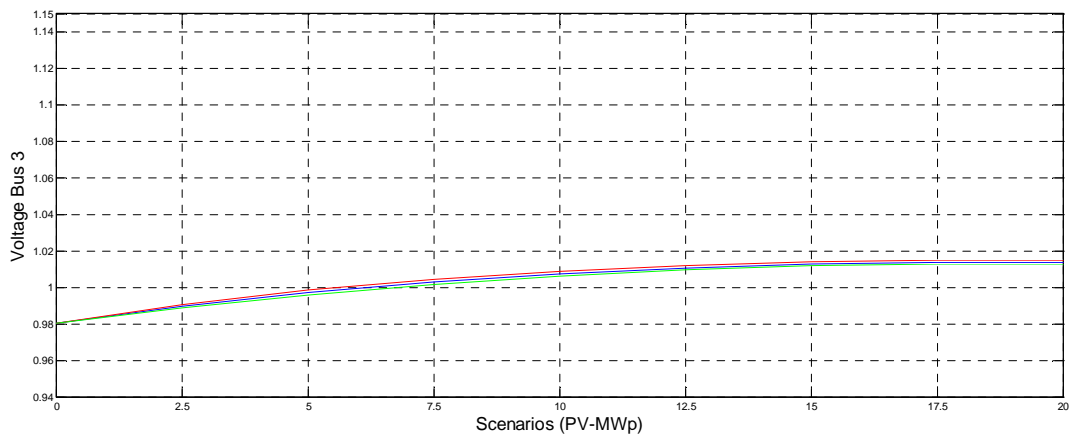
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 2 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.4.Α**

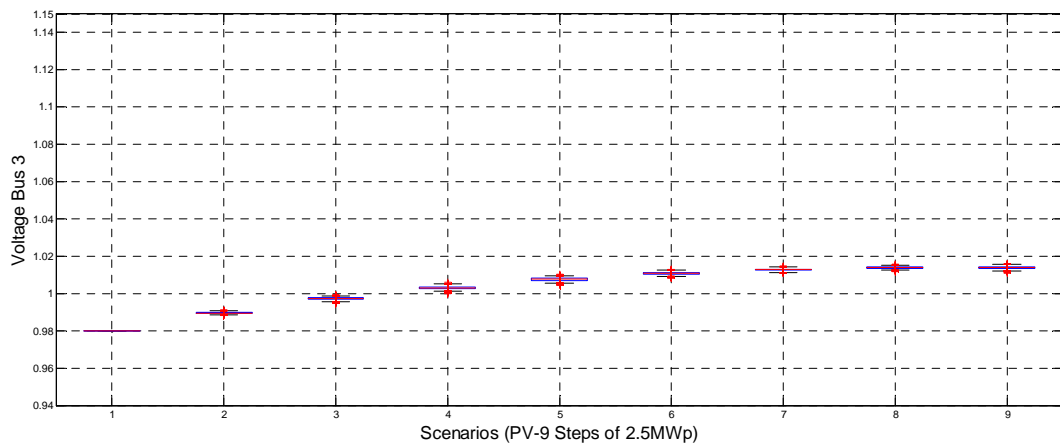
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 2 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

### ΖΥΓΟΣ 3



**Σχήμα 4.3.5.A**

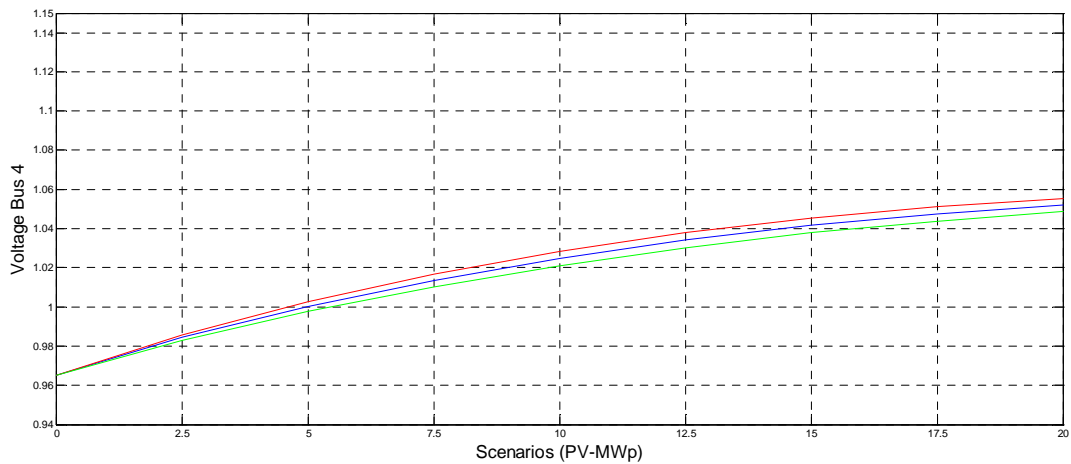
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 3 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.6.A**

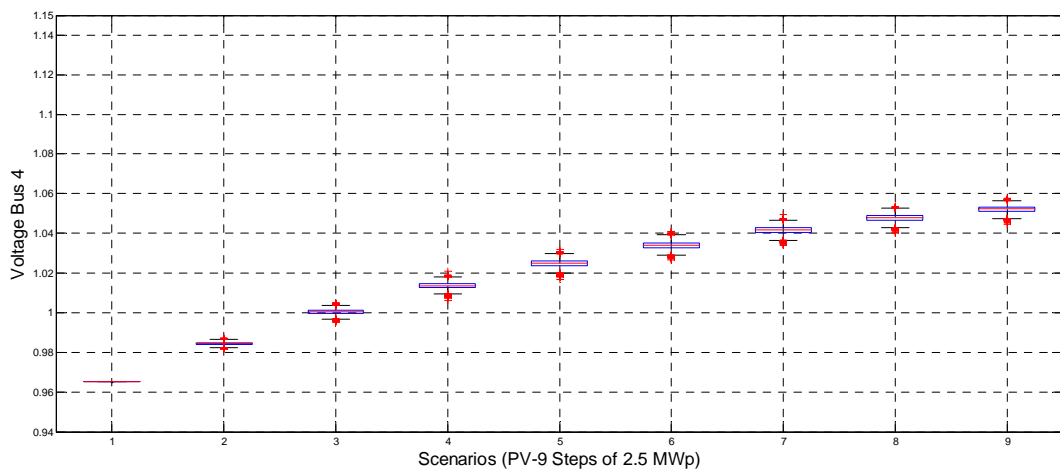
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 3 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 4



**Σχήμα 4.3.7.A**

Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 4 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.

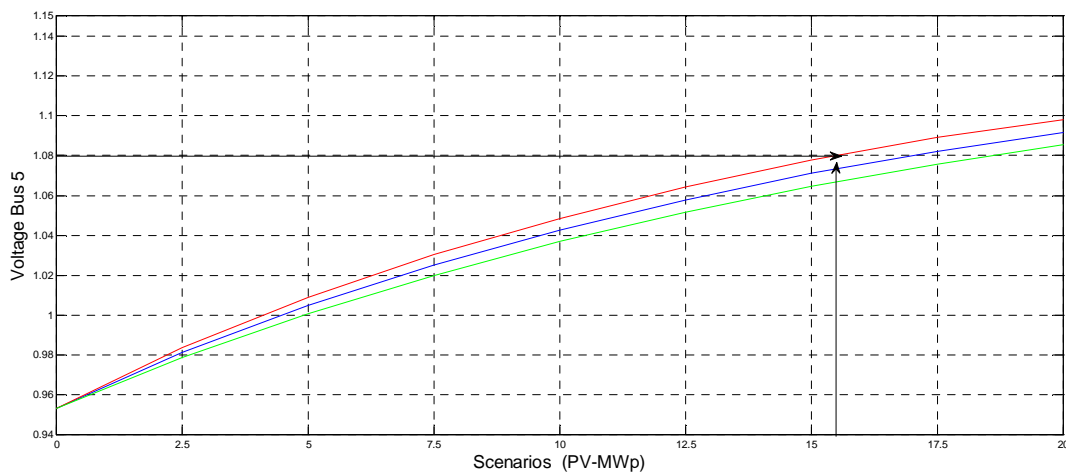


**Σχήμα 4.3.8.A**

Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 4 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

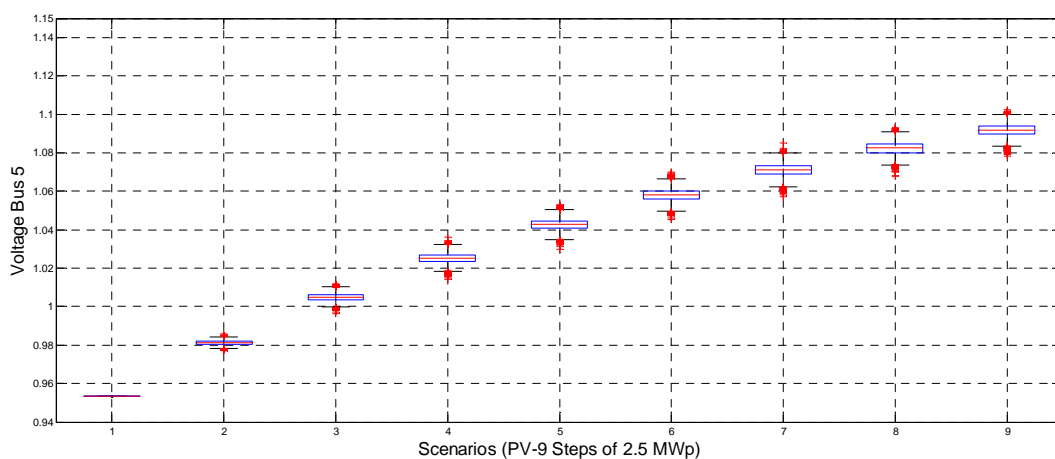


## ΖΥΓΟΣ 5



**Σχήμα 4.3.9.A**

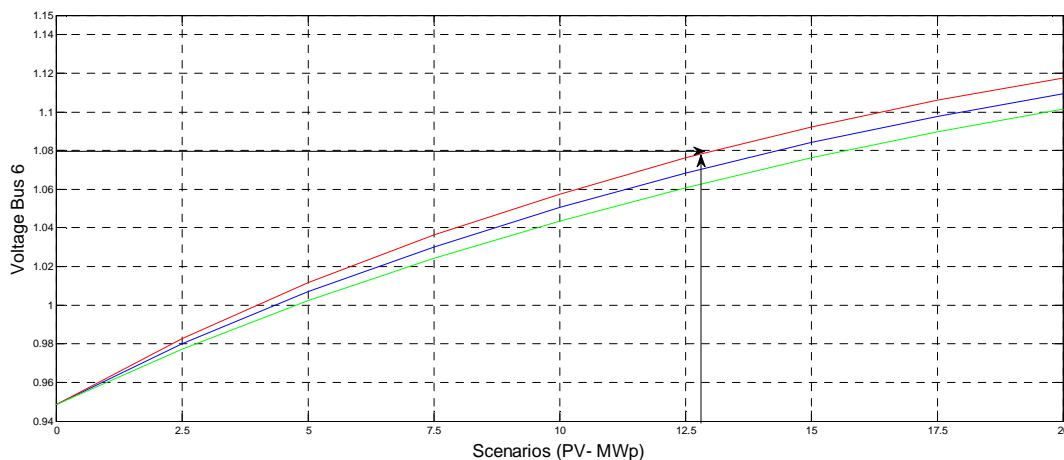
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 5 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.10.A**

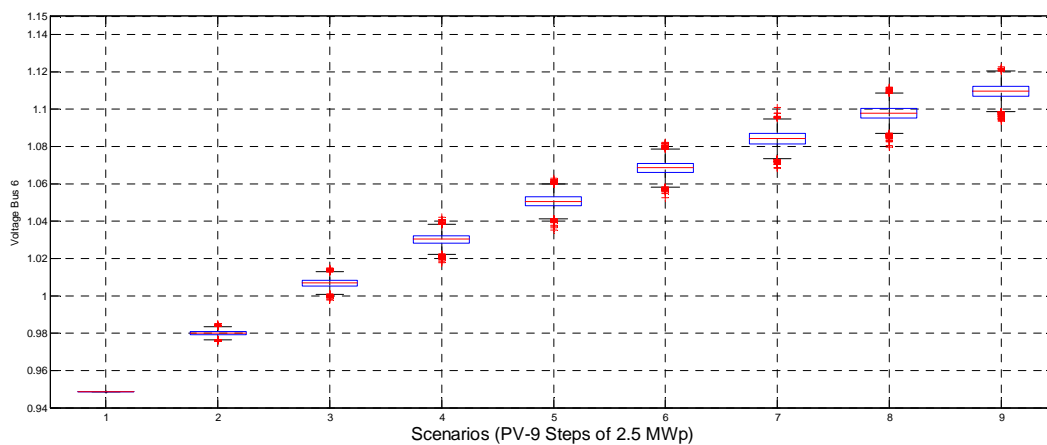
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 5 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 6



**Σχήμα 4.3.11.A**

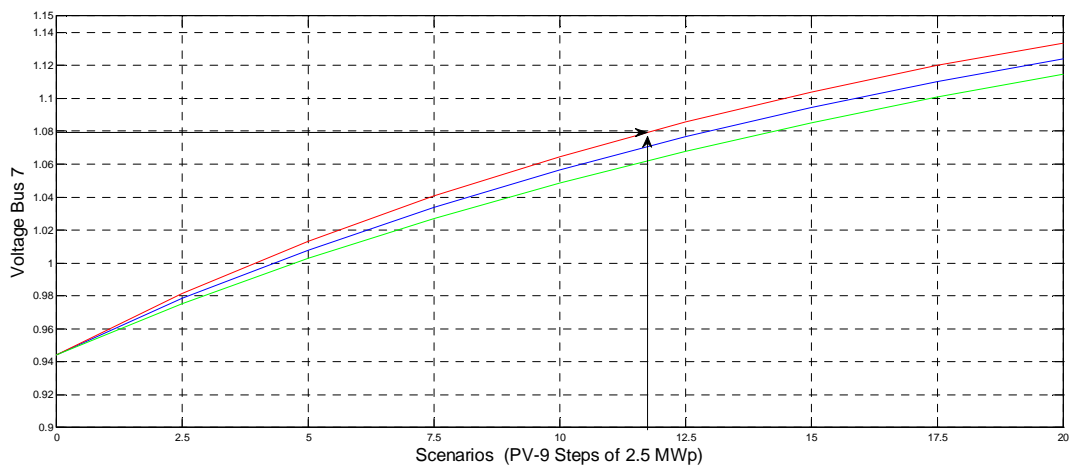
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 6 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.12.A**

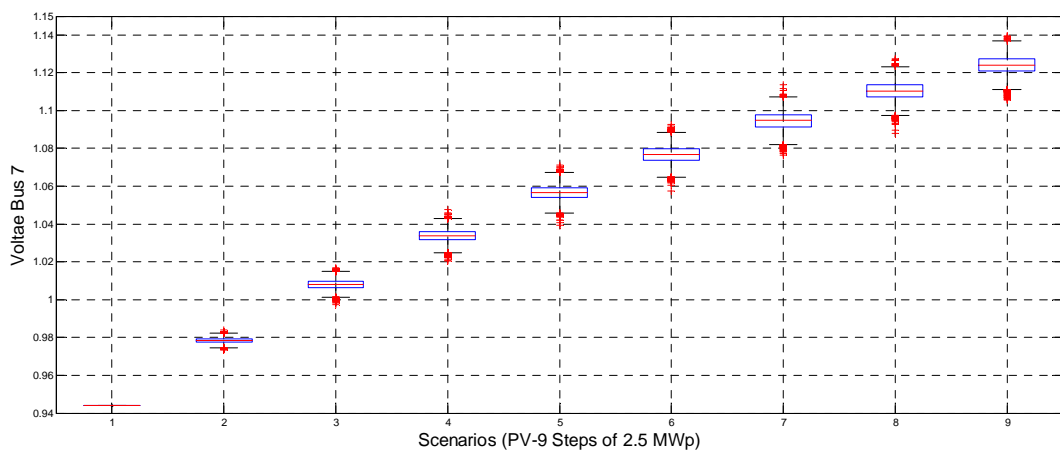
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 6 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 7



**Σχήμα 4.3.13.A**

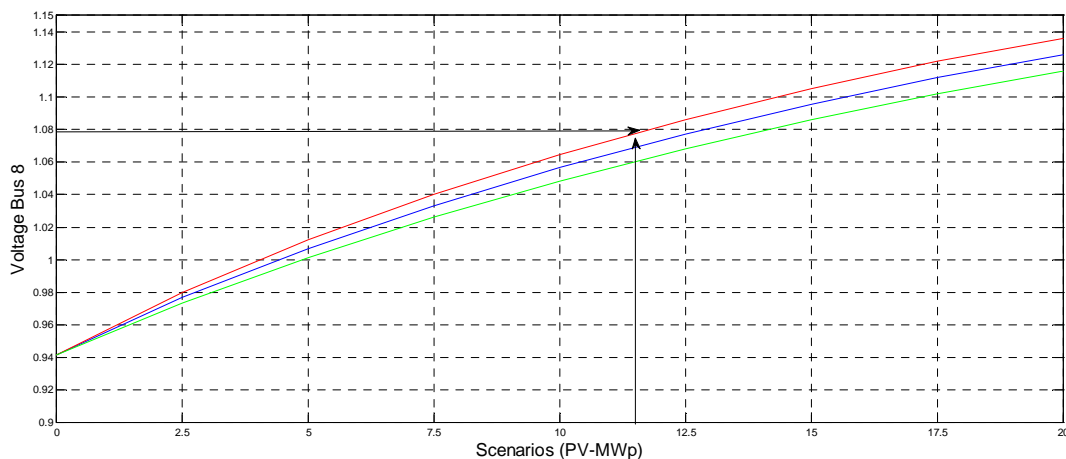
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 7 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.14.A**

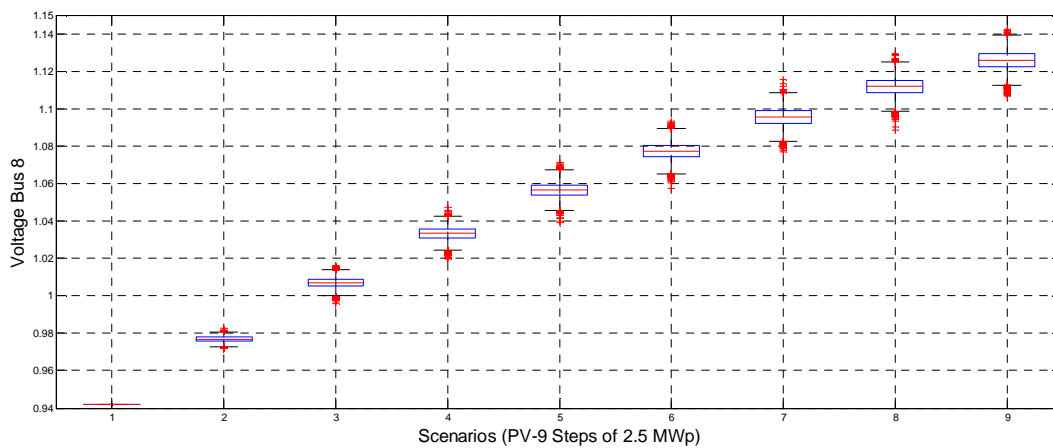
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 7 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 8



**Σχήμα 4.3.15.A**

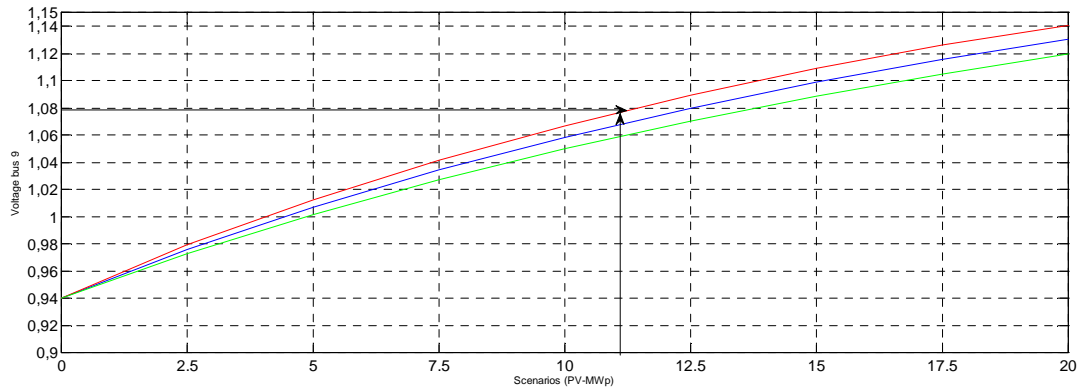
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 8 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.16.A**

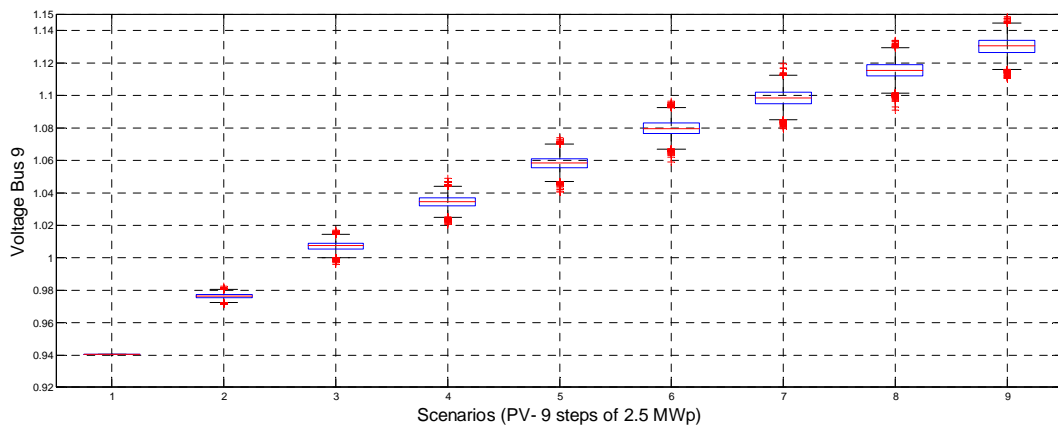
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 8 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 9



**Σχήμα 4.3.17.A**

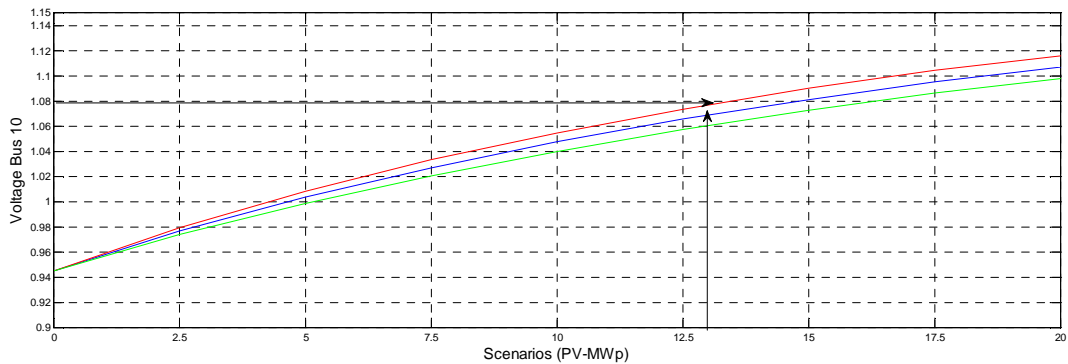
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 9 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.18.A**

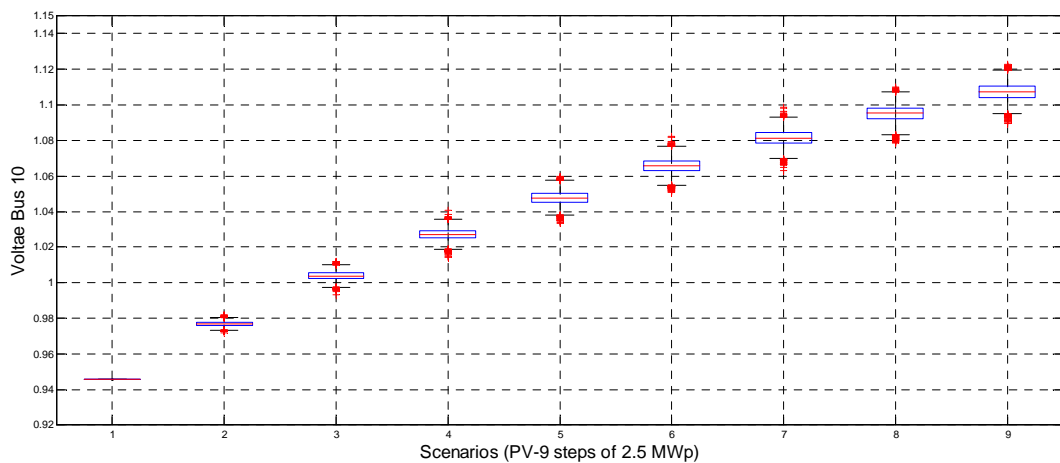
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 9 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 10



**Σχήμα 4.3.19.A**

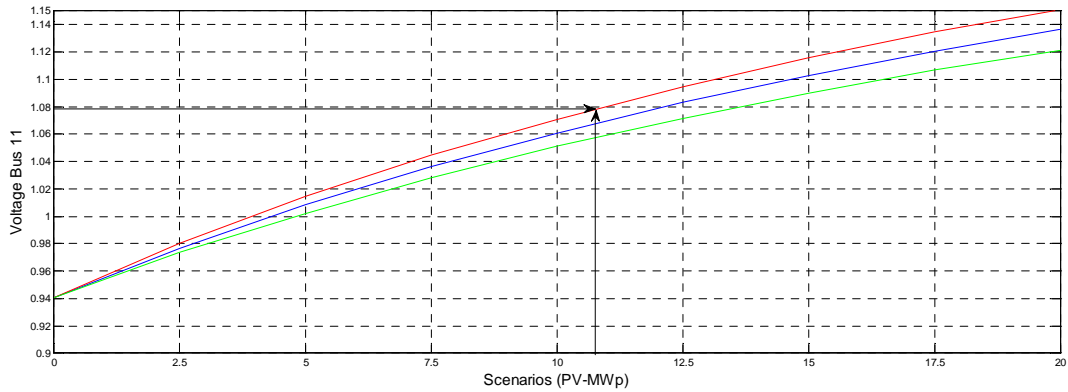
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 10 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.20.A**

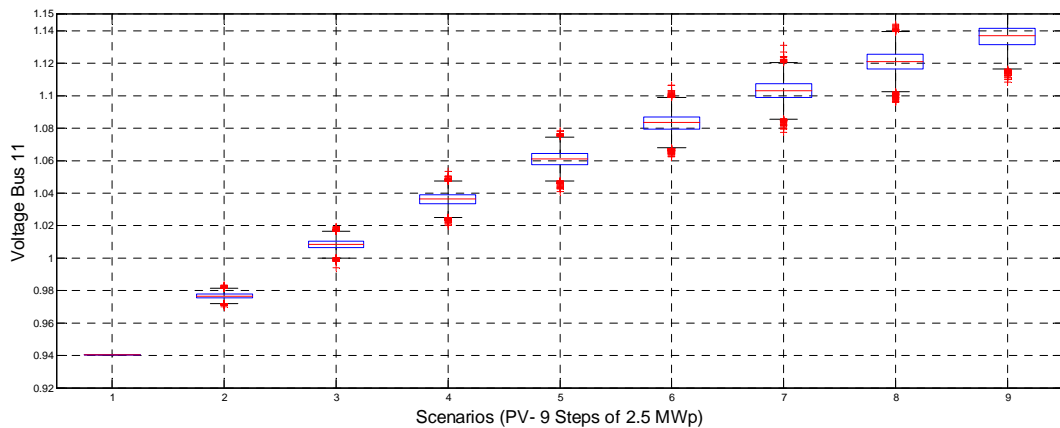
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 10 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## **ZYΓΟΣ 11**



**Σχήμα 4.3.21.A**

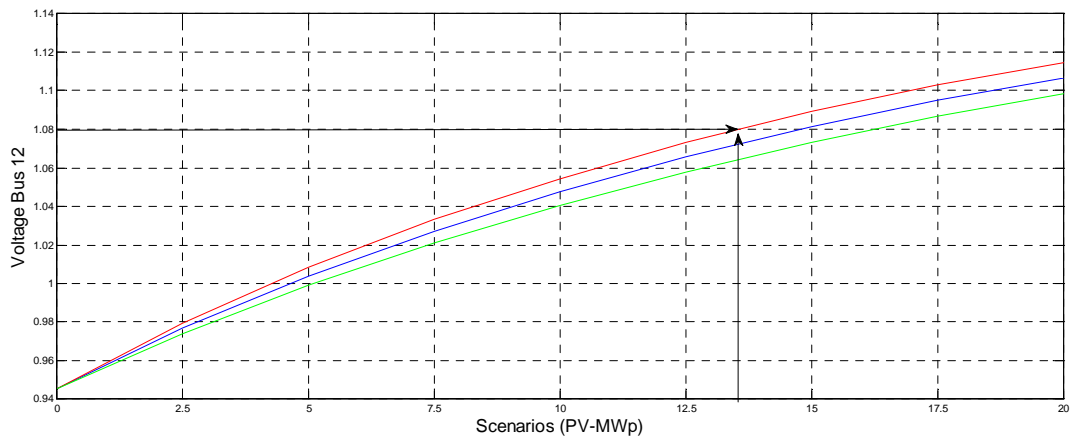
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 11 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.22.A**

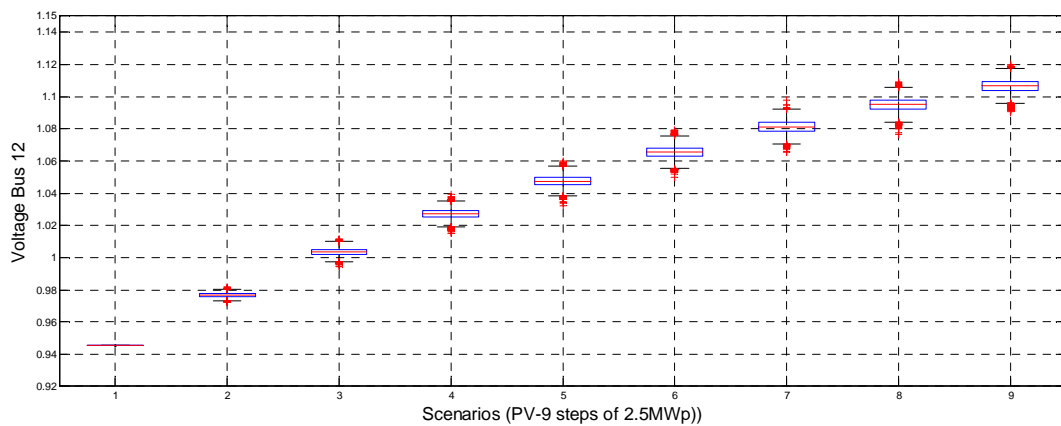
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 11 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 12



**Σχήμα 4.3.23.A**

Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 12 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.

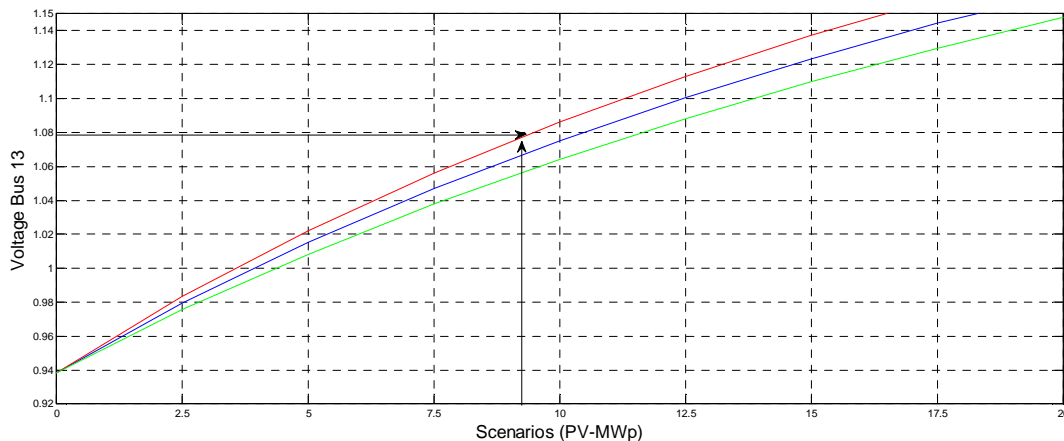


**Σχήμα 4.3.24.A**

Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 12 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

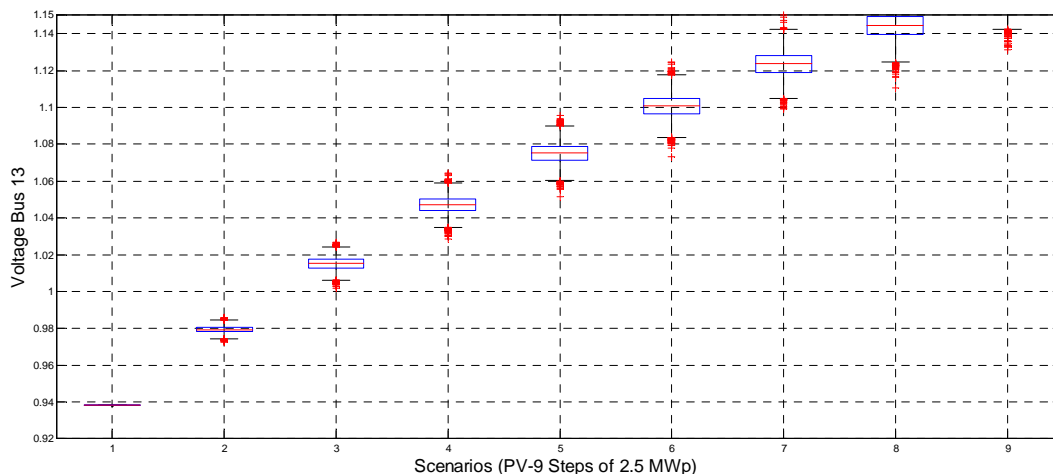


## ΖΥΓΟΣ 13



**Σχήμα 4.3.25.A**

Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 13 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.26.A**

Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 13 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## Συμπεράσματα

Παρατηρούμε ότι ο Ζυγός 13 έχει το μεγαλύτερο πρόβλημα τάσης το οποίο παρουσιάζεται μεταξύ των σεναρίων 4 και 5. Άρα, η μέγιστη διείσδυση των Φ/Β για τις δεδομένες συνθήκες του δικτύου είναι περίπου 9MW. Αν τα σεναρία που εξετάζουμε με τις αρχικές υποθέσεις είναι αυστηρά καθορισμένα τότε η μόνη λύση είναι αυτή του 4<sup>ου</sup> σεναρίου, δηλαδή διείσδυση 7,5MW ή 1,5MW εγκατάσταση Φ/Β μονάδων στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13.

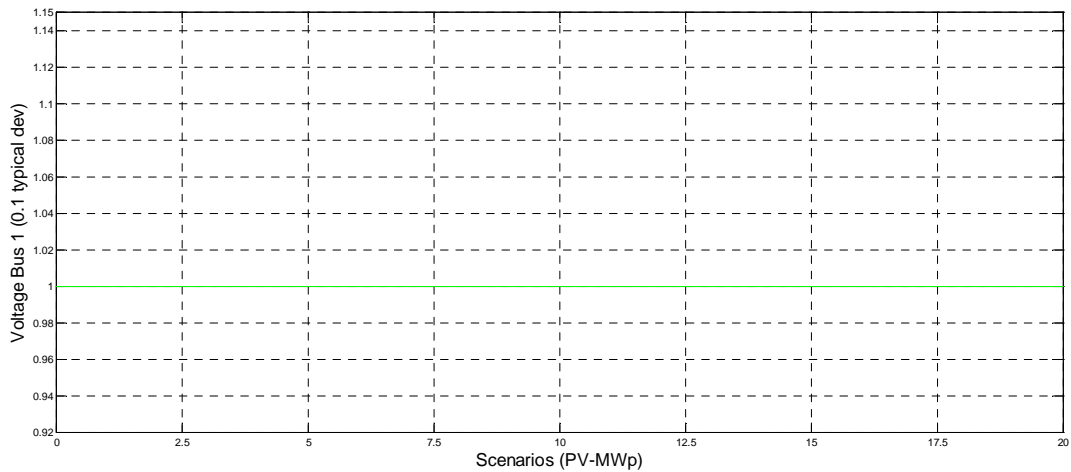
## **B. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΕ ΜΕΤΑΒΛΗΤΑ ΦΟΡΤΙΑ ΖΗΤΗΣΗΣ ΤΥΠΙΚΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ**

### **10%**

Δεδομένα παραγωγής και φορτίου ζήτησης στους ζυγούς του συστήματος

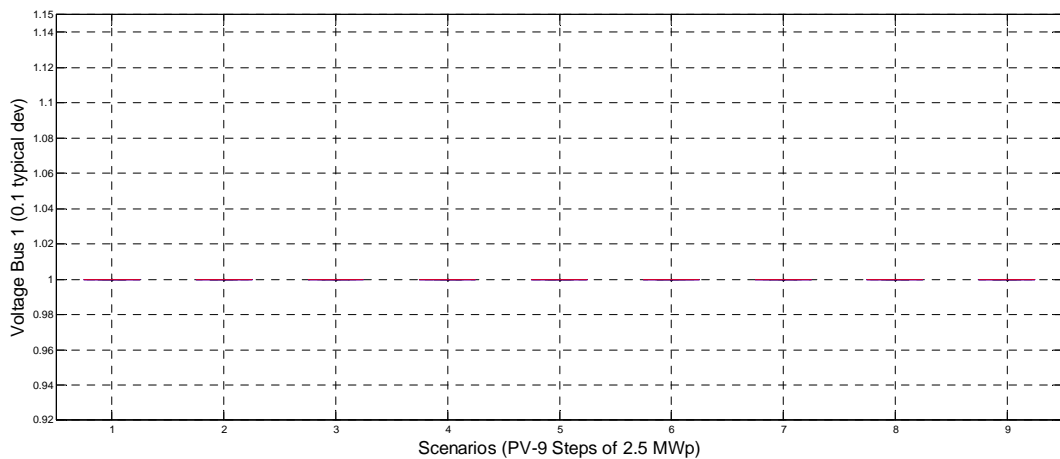
pd1=normrnd(0,0.1);	qd1=0.484*pd1;	pg1=normrnd(0,0);
pd2=normrnd(0,0.1);	qd2=0.484*pd2;	pg2=normrnd(0,0);
pd3=normrnd(2.7*0.4,0.1);	qd3=0.484*pd3;	pg3=normrnd(0,0);
pd4=normrnd(1.8*0.4,0.1);	qd4=0.484*pd4;	pg4=normrnd(1, 0.1);
pd5=normrnd(0.45*0.4,0.1);	qd5=0.484*pd5;	pg5=normrnd(0,0.0);
pd6=normrnd(1.98*0.4,0.1);	qd6=0.484*pd6;	pg6=normrnd(1, 0.1);
pd7=normrnd(0.45*0.4,0.1);	qd7=0.484*pd7;	pg7=normrnd(0,0.0);
pd8=normrnd(1.80*0.4,0.1);	qd8=0.484*pd8;	pg8=normrnd(0,0.0);
pd9=normrnd(1.08*0.4,0.1);	qd9=0.484*pd9;	pg9=normrnd(1, 0.1);
pd10=normrnd(1.44*0.4,0.1);	qd10=0.484*pd10;	pg10=normrnd(0,0.0);
pd11=normrnd(1.08*0.4,0.1);	qd11=0.484*pd11;	pg11=normrnd(1, 0.1);
pd12=normrnd(0.72*0.4,0.1);	qd12=0.484*pd12;	pg12=normrnd(0,0.0);
pd13=normrnd(0.90*0.4,0.1);	qd13=0.484*pd13;	pg13=normrnd(1, 0.1);

## ΖΥΓΟΣ 1



**Σχήμα 4.3.1.B**

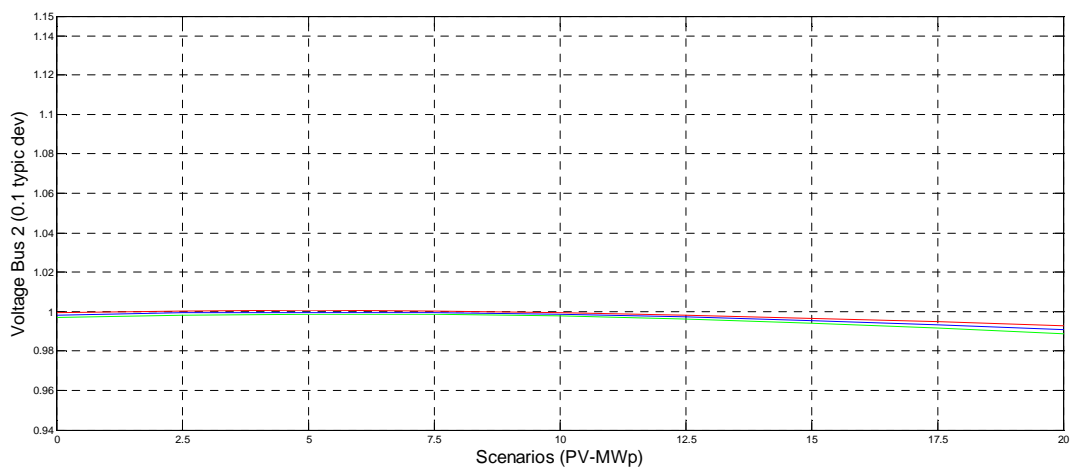
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 1 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.2.B**

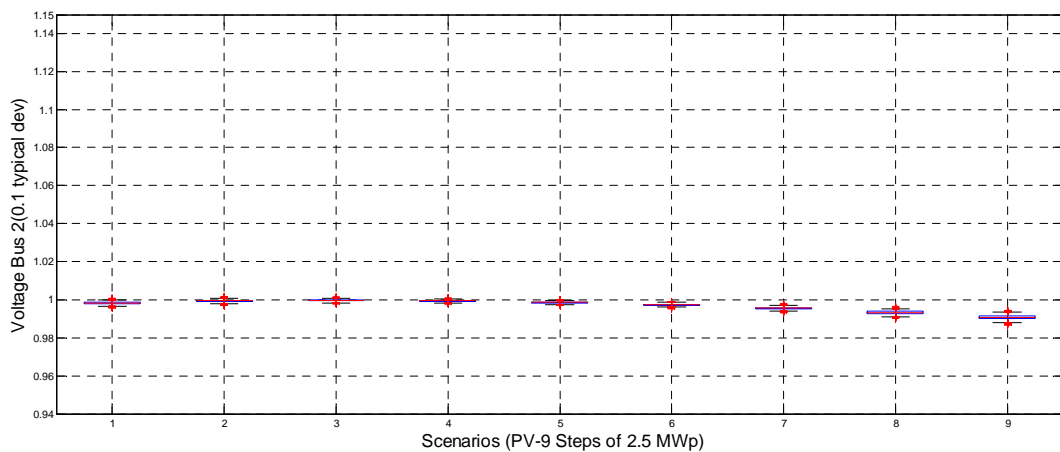
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 1 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 2



**Σχήμα 4.3.3.B**

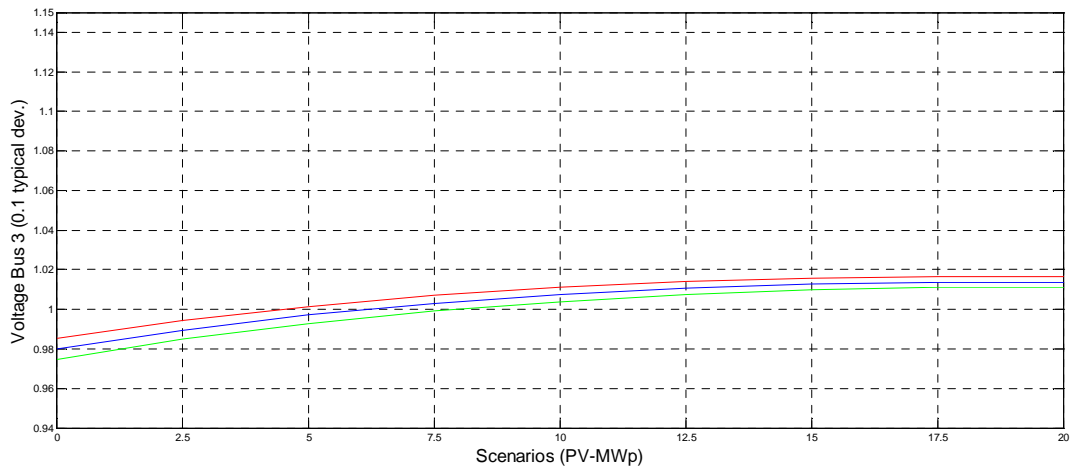
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 2 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.4.B**

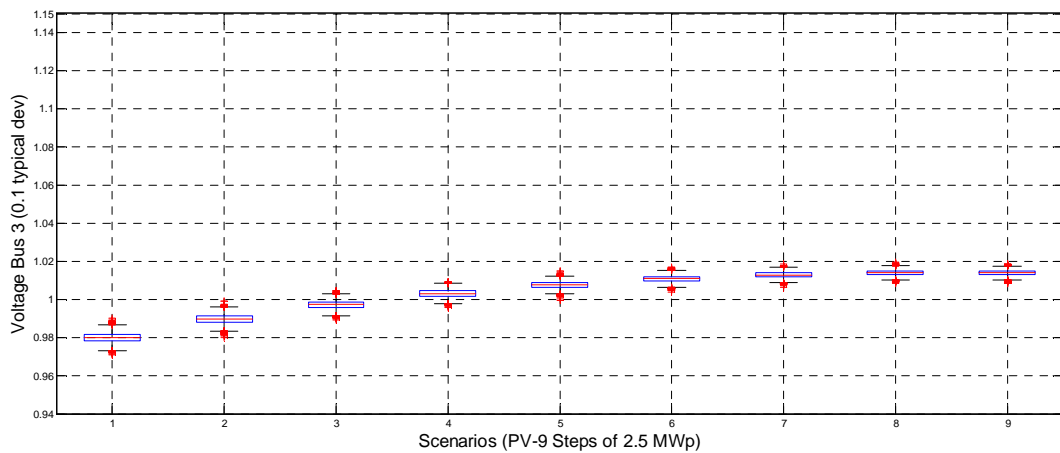
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 2 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 3



**Σχήμα 4.3.5.B**

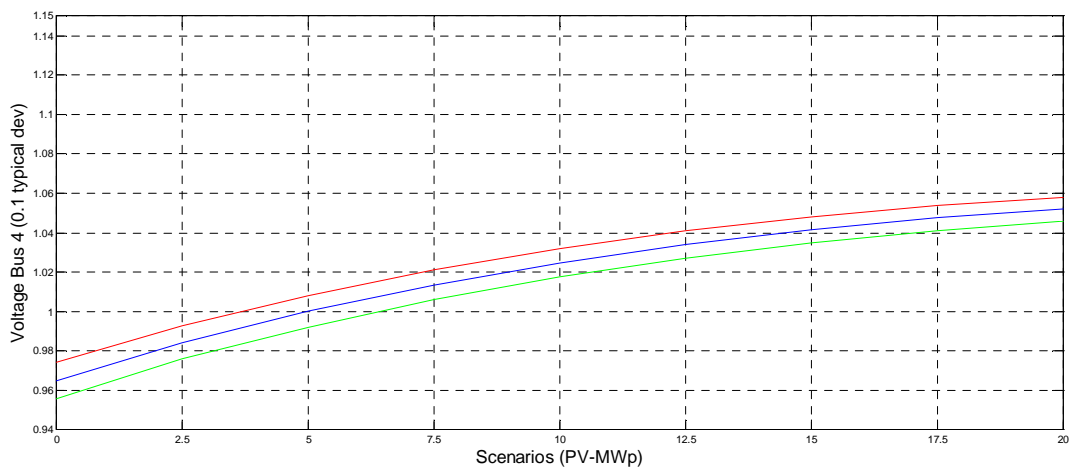
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 3 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.6.B**

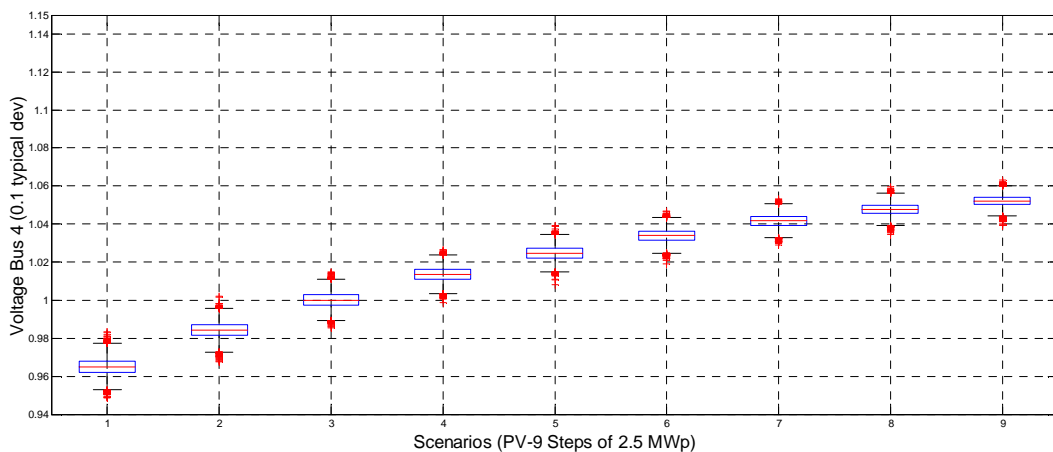
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 3 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 4



**Σχήμα 4.3.7.B**

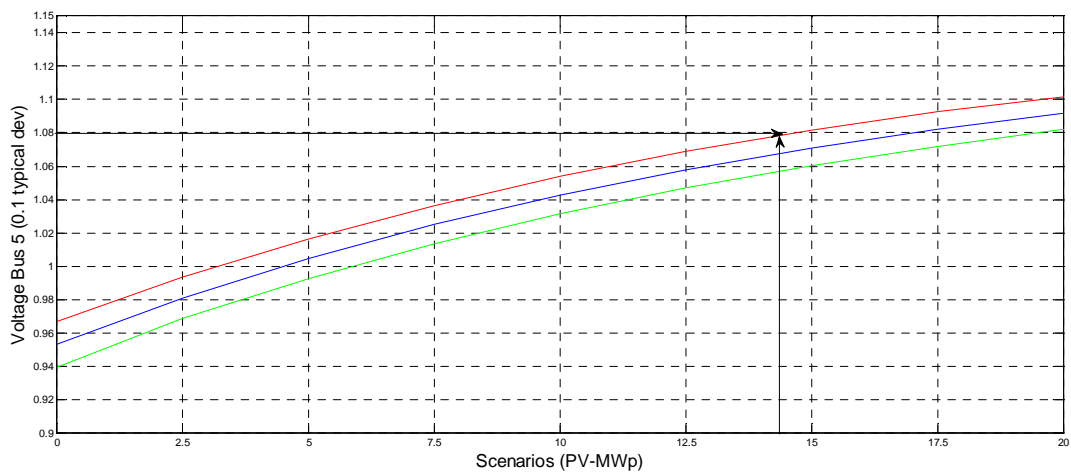
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 4 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.8.B**

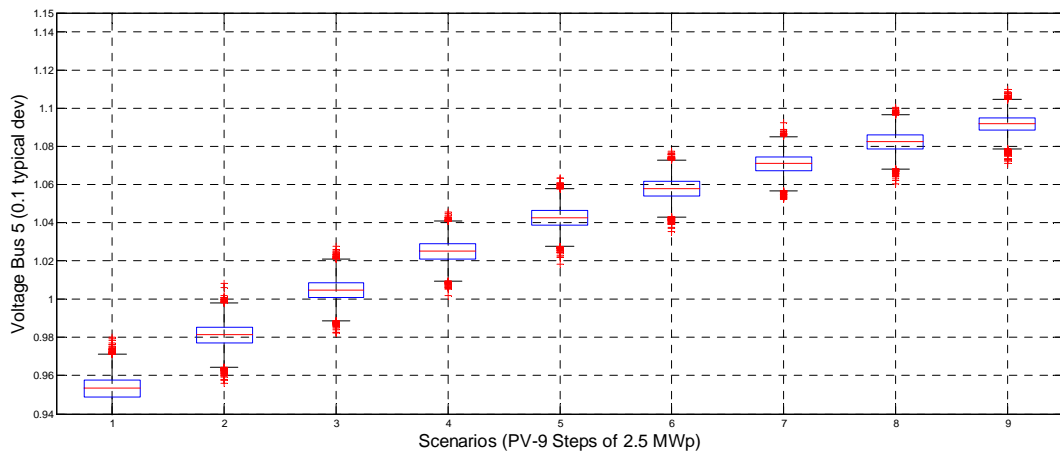
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 4 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 5



**Σχήμα 4.3.9.B**

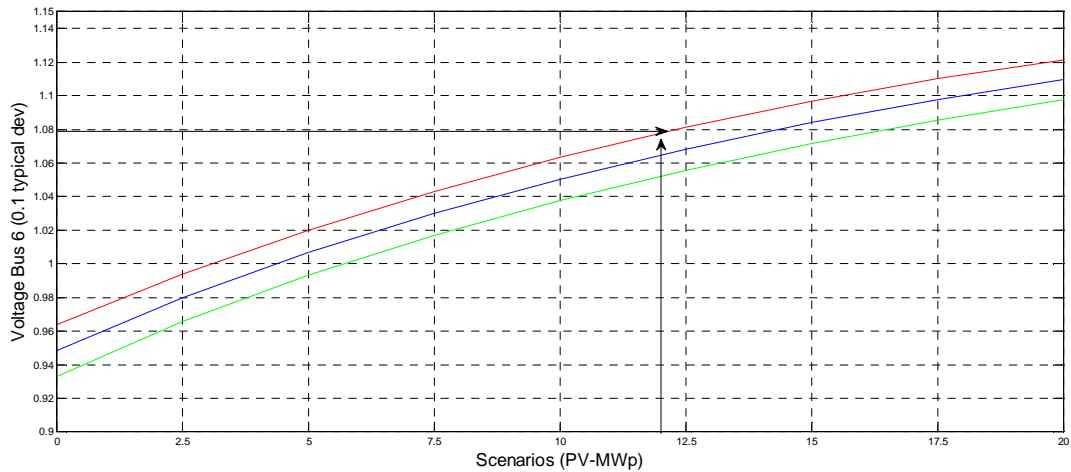
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 5 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.10.B**

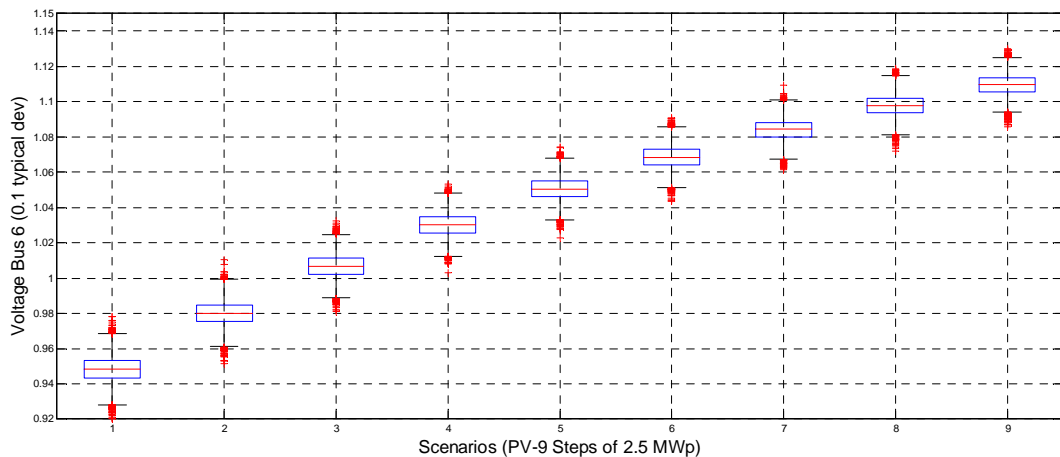
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 5 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 6



**Σχήμα 4.3.11.B**

Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 6 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.

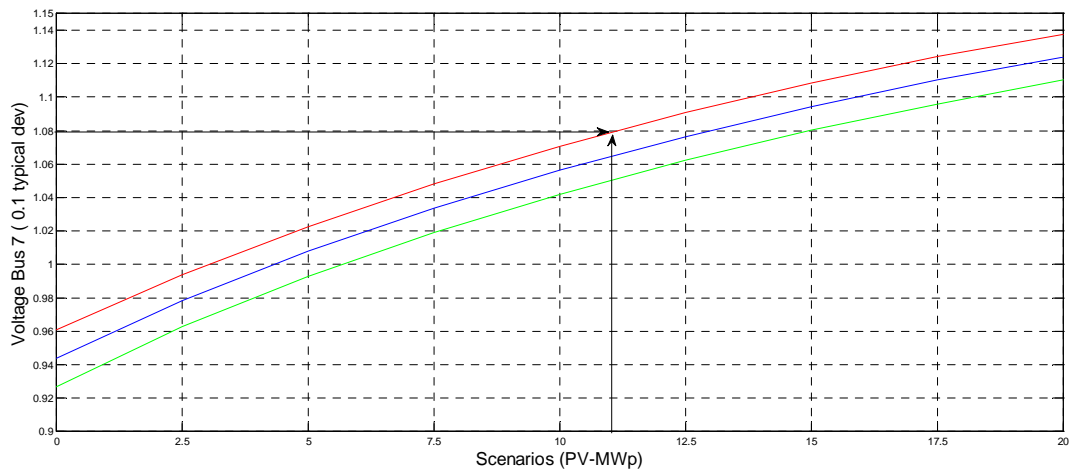


**Σχήμα 4.3.12.B**

Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 6 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

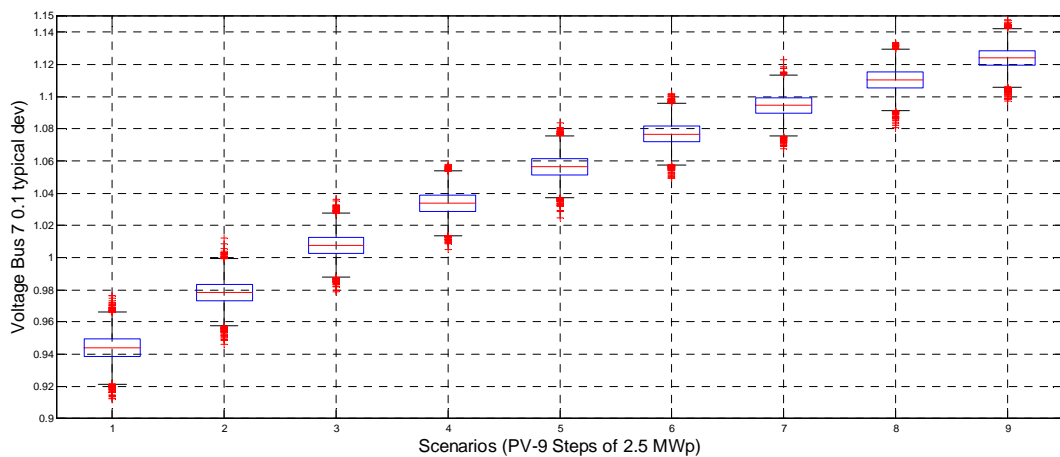


## ΖΥΓΟΣ 7



**Σχήμα 4.3.13.B**

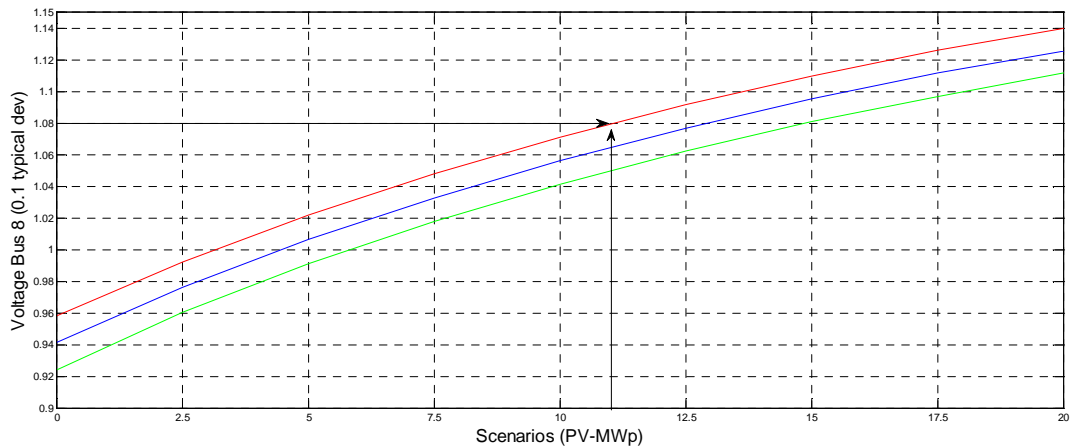
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 7 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.14.B**

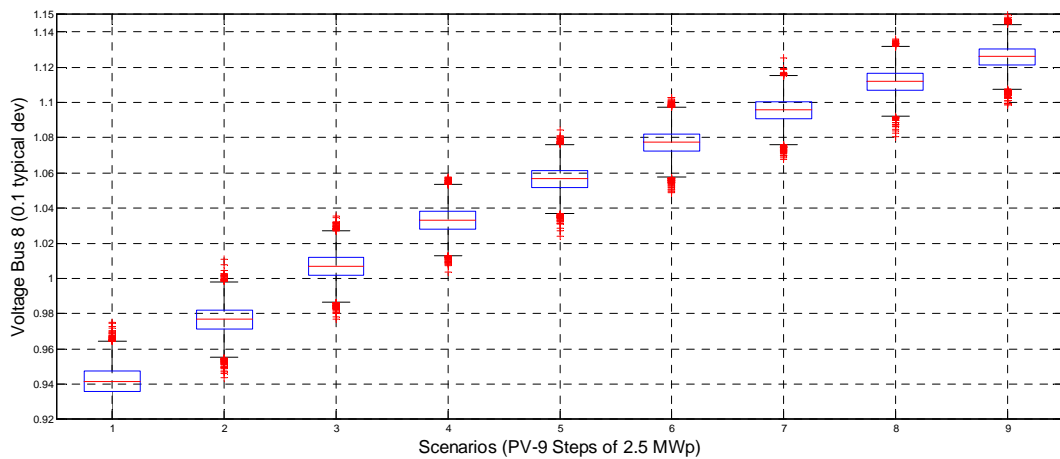
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 7 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## **ΖΥΓΟΣ 8**



**Σχήμα 4.3.15.B**

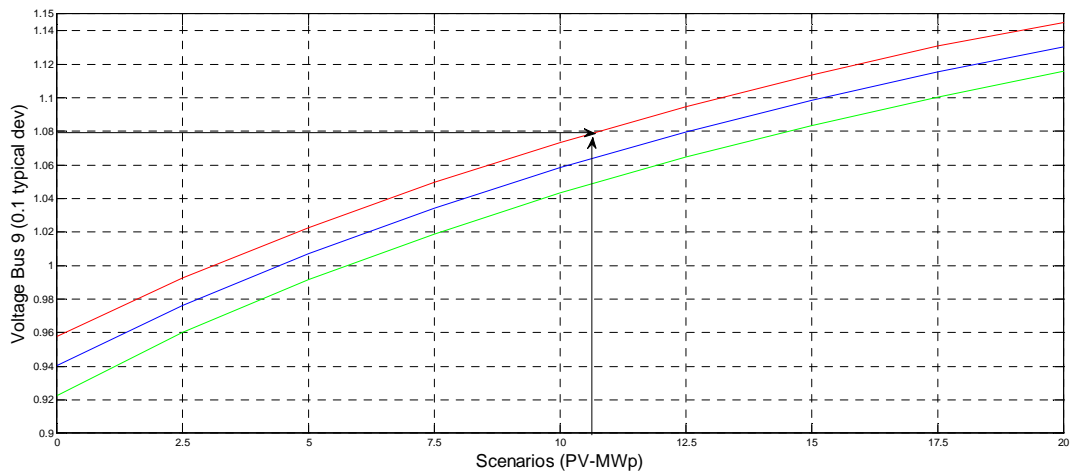
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 8 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.16.B**

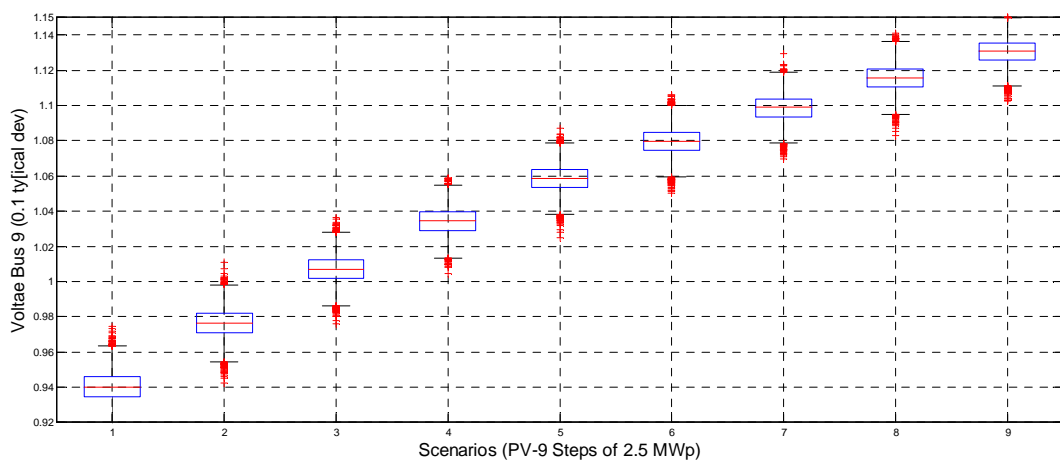
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 8 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 9



**Σχήμα 4.3.17.B**

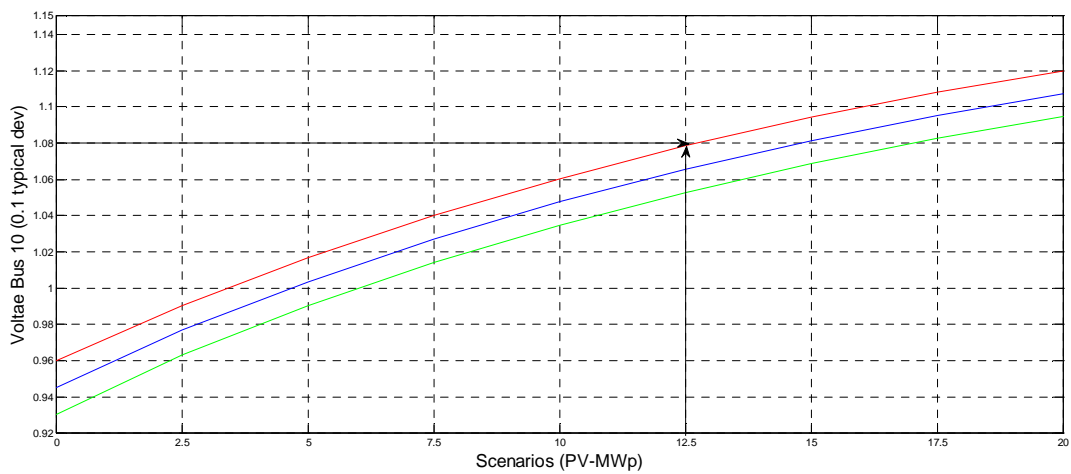
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 9 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.18.B**

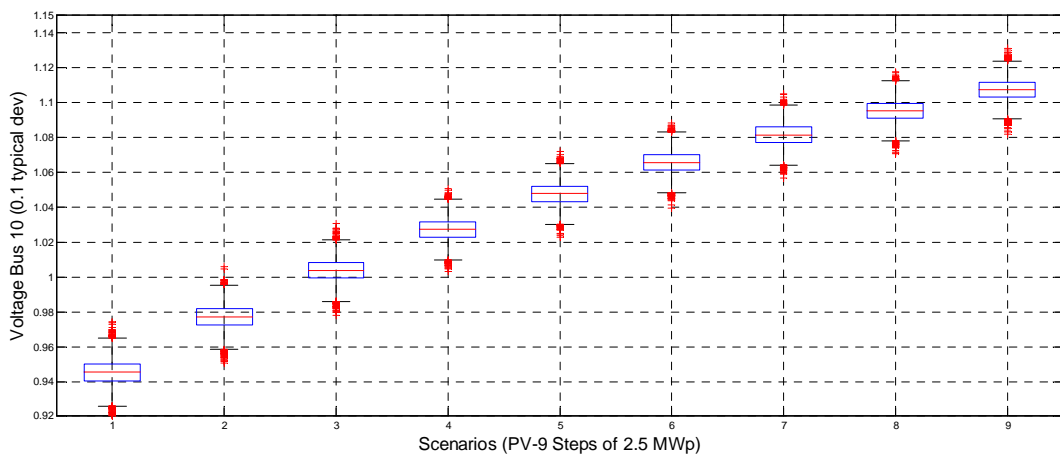
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 9 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/B στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 10



**Σχήμα 4.3.19.B**

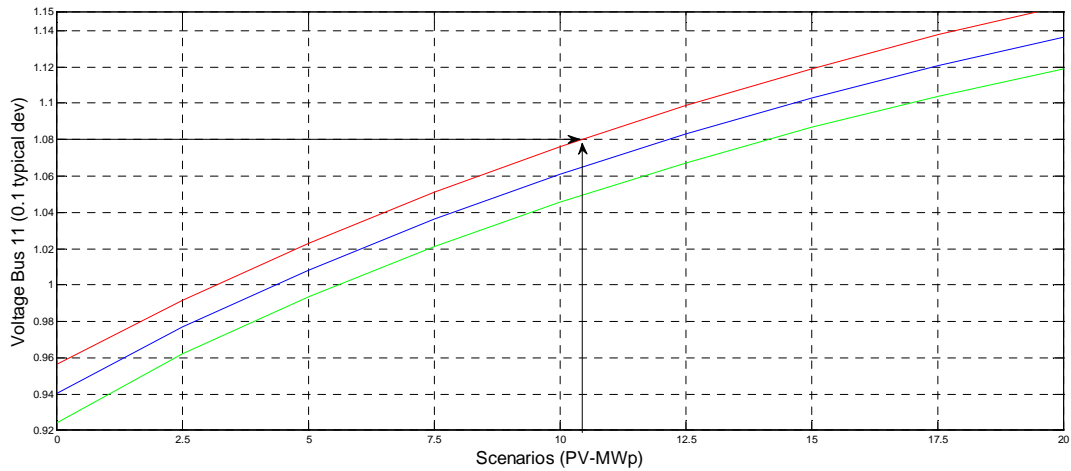
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 10 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.20.B**

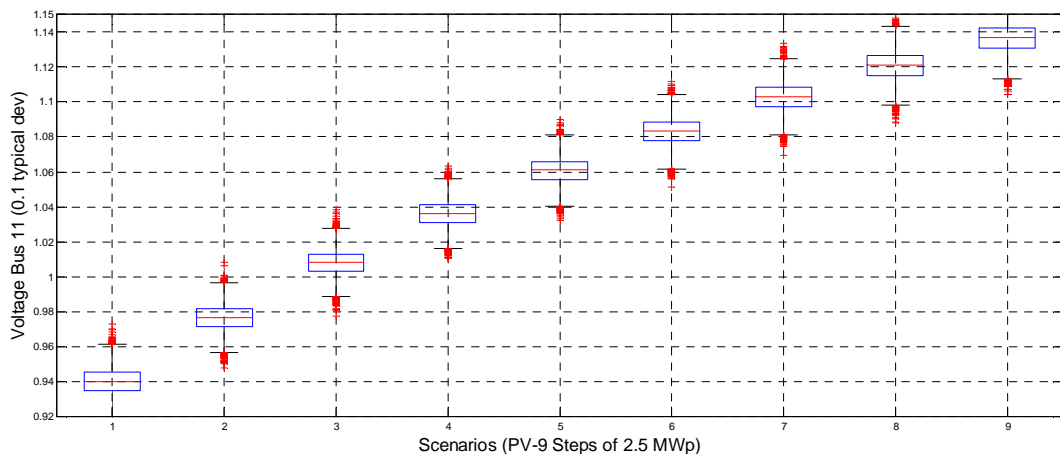
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 10 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 11



**Σχήμα 4.3.21.B**

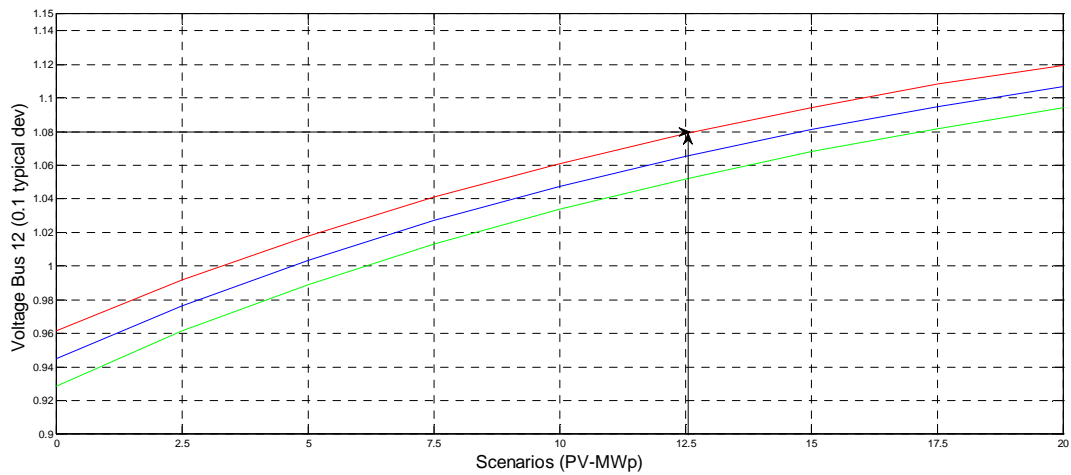
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 11 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.22.B**

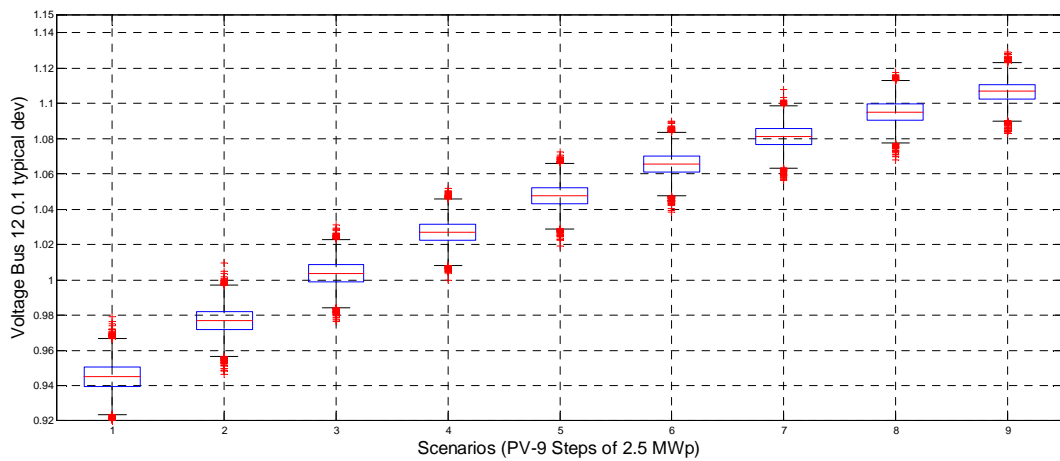
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 11 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 12



**Σχήμα 4.3.23.B**

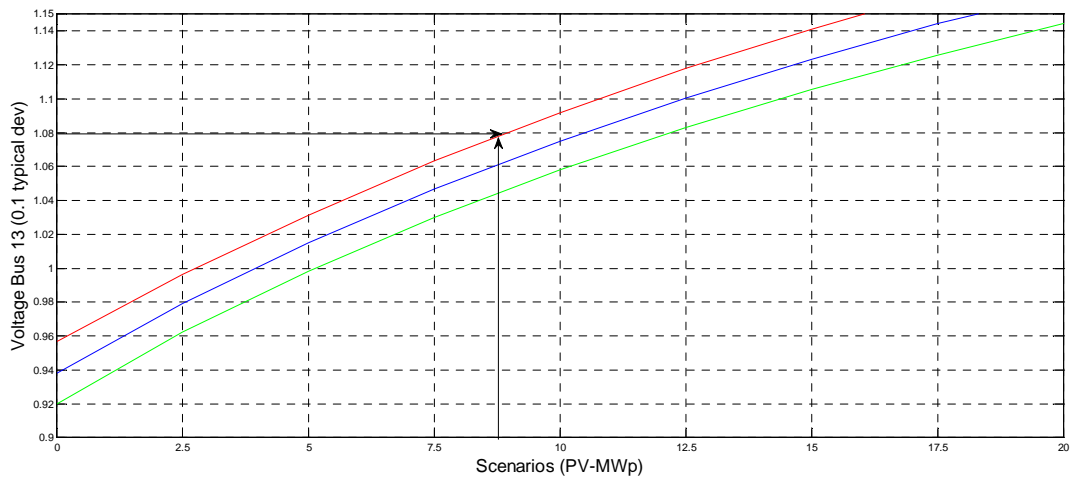
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 12 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.24.B**

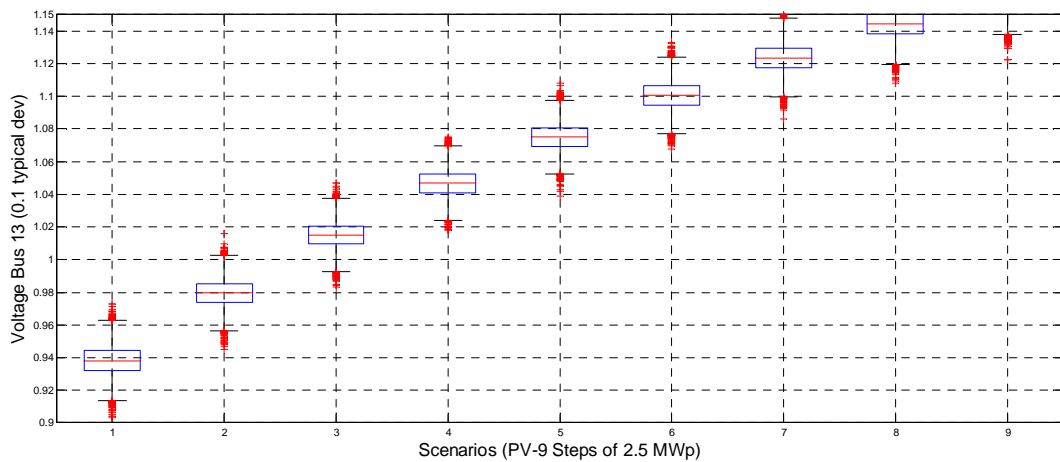
Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 12 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## ΖΥΓΟΣ 13



**Σχήμα 4.3.25.B**

Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 13 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στη μέση τιμή της τάσης, η κόκκινη και η πράσινη σε διάστημα εμπιστοσύνης 90%.



**Σχήμα 4.3.26.B**

Μεταβολή της τάσης του Ζυγού 13 για τα 9 διαφορετικά σενάρια διείσδυσης Φ/Β στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13. Το μπλε ορθογώνιο αντιστοιχεί στο 68% των τιμών γύρω από τη μέση τιμή, οι μαύρες γραμμές στο 90% των τιμών γύρω από τη μέση, οι υπόλοιπες τιμές βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης.

## Συμπεράσματα

Παρατηρούμε ότι ο ζυγός 13 έχει το μεγαλύτερο πρόβλημα τάσης το οποίο παρουσιάζεται μεταξύ των σεναρίων 4 και 5. Άρα, η μέγιστη διείσδυση των Φ/Β για τις δεδομένες συνθήκες του δικτύου είναι περίπου 8,75MW. Αν τα σενάρια που εξετάζουμε με τις αρχικές υποθέσεις είναι αυστηρά καθορισμένα τότε η μόνη λύση είναι αυτή του 4<sup>ου</sup> σεναρίου, δηλαδή διείσδυση 7,5MW ή 1,5MW εγκατάσταση Φ/Β μονάδων στους ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13.

## Σύγκριση μεταξύ των δύο περιπτώσεων

Παρατηρούμε ότι όταν ληφθεί υπόψη η διακύμανση του φορτίου ζήτησης επηρεάζεται η συνολική τιμή διείσδυσης Φ/Β. Για την περίπτωση μας μια διακύμανση των φορτίων ζήτησης τυπικής απόκλισης 10% γύρω από τις μέσες τιμές έχει σαν αποτέλεσμα την μείωση της διείσδυσης των Φ/Β της τάξεως του:  $((9-8,75)/9)*100\%=2,77\%$ .

**Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις διαπιστώθηκε ότι τηρούνται τα θερμικά όρια των γραμμών. Ενδεικτικά για την 1<sup>η</sup> περίπτωση μελέτης παρατίθεται ο παρακάτω πίνακας για τη μέση ισχύ κάθε γραμμής του δικτύου.**

Σενάρια	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	5-10	10-11	6-12	7-13
1	6,052896	6,052896	4,873345	4,073526	2,805512	1,01941	1,705408	0,28909	1,154407	0,362303	0,43242	0,434477
2	3,338223	3,338192	2,228009	1,991594	1,281835	0,51223	0,696426	0,289009	0,653577	-0,13849	-0,06718	-0,06706
3	0,777627	0,777626	-0,30416	-0,02384	-0,21862	0,012379	-0,29939	0,288967	0,153639	-0,63334	-0,56673	-0,56519
4	-1,64851	-1,64853	-2,7363	-1,98088	-1,69995	-0,47765	-1,28667	0,288938	-0,34563	-1,12529	-1,06624	-1,05665
5	-3,95755	-3,95755	-5,08077	-3,8837	-3,15801	-0,96158	-2,2612	0,288887	-0,84562	-1,6082	-1,56666	-1,54462
6	-6,17591	-6,17591	-7,36161	-5,75227	-4,60254	-1,44758	-3,22965	0,288858	-1,33981	-2,09465	-2,06183	-2,03719
7	-8,2829	-8,2829	-9,55506	-7,56328	-6,02927	-1,91353	-4,18015	0,288833	-1,83342	-2,567	-2,55682	-2,51164
8	-10,3315	-10,3315	-11,715	-9,3706	-7,46676	-2,38616	-5,14657	0,288812	-2,33425	-3,05177	-3,05941	-2,99499
9	-12,2609	-12,2609	-13,7761	-11,102	-8,85724	-2,84576	-6,07869	0,288795	-2,82368	-3,51611	-3,55092	-3,46704



## ΤΕΛΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην εν λόγω μελέτη εξετάστηκαν οι τρόποι αντιμετώπισης της πτώσης τάσης που παρουσιάζεται σε μια Γραμμή Διανομής Μ.Τ. και κυρίως ο υπολογισμός της μέγιστης διείσδυσης Φ/Β συστημάτων στο Δίκτυο, εφαρμόζοντας την πιθανοτική ροή φορτίου (μέθοδο Monte Carlo 10000 επαναλήψεων) με κριτήριο τα όρια διακύμανσης στους ζυγούς του συστήματος να είναι εντός των προκαθορισμένων ορίων.

Αρχικά τα προβλήματα τάσης αντιμετωπίστηκαν σε σχέση με το αρχικό δίκτυο με ενίσχυση γραμμών, εισαγωγή πυκνωτών αντιστάθμισης καθώς και με χρήση των ενδιάμεσων λήψεων του μετασχηματιστή ισχύος.

Κατόπιν για την αντιμετώπιση των προβλημάτων τάσης καθώς και για τον υπολογισμό της μέγιστης διείσδυσης φωτοβολταϊκών μονάδων, λαμβάνοντας υπόψη ότι πρέπει να τηρούνται τα όρια διακύμανσης των τάσεων στους ζυγούς του συστήματος, θεωρήσαμε τις παραγωγές των φωτοβολταϊκών σαν τυχαίες μεταβλητές με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας την κανονική κατανομή, με μια μέση τιμή και μια τυπική απόκλιση της τάξεως του 10%. Οι παραγωγές τοποθετήθηκαν στους Ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13, αντιστοίχως. Θεωρήσαμε ότι έχουμε ομοιόμορφη αύξηση της εγκατεστημένης ισχύος των Φ/Β (PV) μονάδων και μάλιστα κάθε φορά της τάξεως των 500kWp. Δηλαδή, σε κάθε σενάριο που εξετάστηκε, η συνολική διείσδυση εγκατεστημένης ισχύος των μονάδων PV ήταν της τάξεως των  $5 \cdot 500 = 2,5 \text{ MWp}$ . Στην παρούσα μελέτη εξετάστηκαν 9 σενάρια, με το τελευταίο να αναφέρεται σε μέγιστη διείσδυση εγκατεστημένης ισχύος από PV ίσης με 20MWp (4MWp κάθε μονάδα παραγωγής PV). Επίσης, η χρονική περίοδος μελέτης του κάθε σεναρίου αναφερόταν στο καλοκαίρι όπου παρατηρείται και η μέγιστη ζήτηση φορτίου.

Σε κάθε σενάριο εφαρμόστηκε η πιθανοτική ροή φορτίου με τη μέθοδο Monte Carlo (10.000 επαναλήψεις). Έτσι, εύκολα υπολογίσουμε τις μέσες τιμές των τάσεων καθώς και τις τυπικές αποκλίσεις. Σημειώτεον ότι όλες οι κατανομές θεωρήθηκαν κανονικές ( $N(\mu, \sigma)$ ).

Παρατηρήσαμε ότι ο ζυγός 13 έχει το μεγαλύτερο πρόβλημα τάσης το οποίο παρουσιάζεται μεταξύ των σεναρίων 4 και 5. Συνεπώς, η μέγιστη διείσδυση των Φ/Β για τις δεδομένες συνθήκες του δικτύου είναι περίπου 8,75MW. Με δεδομένο ότι τα σενάρια που εξετάσαμε, με τις αρχικές υποθέσεις είναι αυστηρά καθορισμένα, τότε ο μόνος τρόπος επίλυσης του προβλήματος ήταν αυτός

του 4<sup>ου</sup> σεναρίου, δηλαδή διείσδυση 7,5MW ή 1,5MW εγκατάσταση Φ/Β μονάδων στους ζυγούς 4, 6, 9, 11, 13.

#### **Σύγκριση μεταξύ των δύο περιπτώσεων**

Παρατηρήσαμε ότι όταν ληφθεί υπόψη η διακύμανση του φορτίου ζήτησης, επηρεάζεται η συνολική τιμή διείσδυσης Φ/Β. Για την περίπτωσή μας, μια διακύμανση των φορτίων ζήτησης τυπικής απόκλισης 10% γύρω από τις μέσες τιμές είχε σαν αποτέλεσμα την μείωση της διείσδυσης των Φ/Β της τάξεως του:  $((9-8,75)/9)*100\%=2,77\%$ .

Συνοψίζοντας, το εν λόγω πρόβλημα μπορεί να επεκταθεί σε οποιοδήποτε δίκτυο διανομής με διαφορετικά φορτία και παραγωγές, σε διαφορετικές θέσεις με όλους τους δυνατούς συνδυασμούς και η εύρεση της μέγιστης διείσδυσης των μονάδων διεσπαρμένης παραγωγής να προκύψει και σε συνάρτηση με την ενίσχυση του δικτύου, την βέλτιστη τοποθέτηση πυκνωτών, την εισαγωγή ρυθμιστών τάσεως καθώς και με την εναλλαγή των ενδιάμεσων λήψεων του Μ/Σ ισχύος. Ενδιαφέρον παρουσιάζει και η εφαρμογή διαφορετικών αναλυτικών μεθόδων πιθανοτικής ροής φορτίου για την εύρεση των τελικών αποτελεσμάτων πέραν της μεθόδου Monte Carlo.

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ**

- [1]. Αναστασιάδης Ανέστης, “Συμβολή στην Διαχείριση Μικροδικτύων Ηλεκτρικής Ενέργειας με Ενσωμάτωση Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας και Συστημάτων Συμπααραγωγής Ηλεκτρισμού και Θερμότητας”, Διδακτορική Διατριβή, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχ. & Μηχ. Υπολογιστών, ΕΜΠ, Δεκέμβριος 2014.
- [2]. Κ. Βουρνάς και Γ. Κονταξής, “Εισαγωγή στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας”, Εκδόσεις Ε.Μ.Π., Αθήνα 2006.
- [3]. Π. Ντοκόπουλος, “Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας, Τόμος Ι”, Εκδόσεις Παρατηρητής, Θεσσαλονίκη 1986.
- [4]. N. Jenkins, R. Allan, P. Crossley, D. Kirschen and G. Strbac, “*Embedded Generation*,” London: The Institution of Electrical Engineers (IEE), 2000.
- [5]. G. J. Anders, “*Probability Concepts In Electric Power Systems*”, New York, Wiley, 1990.
- [6]. P. Chen, Z. Chen, and B. Bak-Jensen, “*Probabilistic Load Flow: A Review*”, DRPT2008, 6-9 April 2008 Nanjing China.
- [7]. Θεόκλητος Σ. Καρακατσάνης, “Συμβολή της Πιθανοτικής Ροής Φορτίου Στον Έλεγχο Λειτουργίας Των Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας”, Διδακτορική Διατριβή, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών, Τομέας Ηλεκτρικής Ισχύος, ΕΜΠ Αθήνα 1995.
- [8]. Καρακατσάνης Σ. Θεόκλητος, “Πιθανοτική Ροή Φορτίου”, Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών, Τομέας Ηλεκτρικής Ισχύος, ΕΜΠ Αθήνα 1986.
- [9]. B. Borkowska, “*Probabilistic Load Flow*”, IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS93, pp. 752-759, 1974.

- [10]. R. N. Allan, B. Borkowska and C. H. Grigg, "*Probabilistic Analysis Of Power Flows*", Proceedings of the Institution of Electrical Engineers (London), vol. 121, no. 12, pp. 1551-1556, Dec. 1974.
- [11]. R. N. Allan and M. R. G. Alshakarchi, "*Probabilistic AC Load Flow*", Proc. Inst. Elect. Eng., vol. 123, pp. 531-536, 1976.
- [12]. Δ.Ε.Η., Κεφ.8,Τμήμα 2,ΟΔΗΓΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ ΔΙΑΝΟΜΗΣ, Άρθρο 2- ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΤΑΣΕΩΣ ΣΤΑ ΔΙΚΤΥΑ ΜΤ.Site: [www.deddie.gr](http://www.deddie.gr) .
- [13]. Ευάγγελος Ν. Διαλυνάς, "*Προσομοίωση Monte-Carlo*", Πανεπιστημιακές Σημειώσεις ΕΜΠ, Αθήνα, Οκτώβριος
- [14]. Γ. Γιαννουλάτος, "*Μελέτη Πιθανοτικής Ροής Φορτίου Στο Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας Της Κρήτης Και Σύγκριση Των Μεθόδων*", Διπλωματική Εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, *Επιβλέποντες Καθ. Ν. Χατζηαργυρίου, Υ.Δ. Α. Αναστασιάδης*, 2013.
- [15]. Βορέαδη Α. Ελισάβετ, «Πιθανοτική προσομοίωση συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας», Διπλωματική Εργασία, Αθήνα Ιούλιος 2009. Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών, Τομέας Ηλεκτρικής Ισχύος, Ε.Μ.Π

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

### **ΘΕΩΡΗΜΑ ΚΕΝΤΡΙΚΟΥ ΟΡΙΟΥ-ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΤΙΜΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΟΝΤΕ CARLO<sup>[13]</sup> ΤΥΧΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΤΡΟΠΟΙ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΟΥΣ**

#### **A.1. ΘΕΩΡΗΜΑ ΚΕΝΤΡΙΚΟΥ ΟΡΙΟΥ**

Αν έχουμε δυο ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με κανονική κατανομή  $X$  και  $Y$  τότε εύκολα αποδεικνύεται ότι το άθροισμά τους είναι τυχαία μεταβλητή με κανονική επίσης κατανομή. Αν λοιπόν  $X + Y = Z$ , τότε η τυχαία μεταβλητή  $Z$  έχει και αυτή κανονική κατανομή με διασπορά και μέση τιμή :

$$\sigma_Z^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 \quad (\text{A.1})$$

$$\bar{Z} = \bar{X} + \bar{Y} \quad (\text{A.2})$$

Αν επεκτείνουμε τα παραπάνω για  $n$  ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με κανονική κατανομή, θα προκύψει ότι το άθροισμα των τυχαίων μεταβλητών είναι επίσης κανονική κατανομή με

$$\sigma_Z^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2 \quad (\text{A.3})$$

$$\bar{Z} = \bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_n \quad (\text{A.4})$$

#### **A.2. ΘΕΩΡΗΜΑ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΤΙΜΗΣ**

Το άθροισμα ενός μεγάλου αριθμού ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών που δίνεται από τη σχέση

$Z = \frac{1}{\sqrt{n}} [X_1 + X_2 + \dots + X_n]$  τείνει σε τυχαία μεταβλητή με κανονική κατανομή, ανεξάρτητα από το

είδος των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας (κατανομών) των τυχαίων μεταβλητών  $X_i$ .

### A.3. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ MONTE CARLO

Η ανάλυση της αξιοπιστίας σύνθετων τεχνολογικών συστημάτων έχει αρχίσει να έχει όλο και περισσότερο ενδιαφέρον, τόσο για τους σχεδιαστές, όσο και για τους χειριστές τέτοιων συστημάτων. Για αυτό τον σκοπό, αρκετά προγράμματα υπολογιστών έχουν αναπτυχθεί με όλο και περισσότερο εκλεπτυσμένες μεθόδους μοντελοποίησης και προσέγγισης, τα οποία προορίζονται για γενικές ή συγκεκριμένες εφαρμογές. Στην πορεία της ανάπτυξης προς την κατεύθυνση αυτή έπρεπε να αντιμετωπιστούν τεράστιες δυσκολίες, οι οποίες ουσιαστικά εμφανίζονται στους τομείς της μοντελοποίησης, της συγκέντρωσης πληροφοριών και της προσομοίωσης με τον υπολογιστή. Το θεμελιώδες πρόβλημα αποδείχτηκε πως είναι η επίτευξη ισορροπίας ανάμεσα σε ένα όσο γίνεται πιο ρεαλιστικό μοντέλο και στον αντίστοιχο όγκο υπολογισμών που αυτό χρειάζεται να επιλυθεί, έτσι ώστε να είναι δυνατόν να λαμβάνονται αποτελέσματα σε αποδεκτά χρονικά όρια.

Με την πάροδο του χρόνου, έχουν αναπτυχθεί δύο κύριες μεθοδολογίες για τον υπολογισμό της αξιοπιστίας σύνθετων τεχνολογικών συστημάτων. Η πρώτη, που αναπτύχθηκε ευρέως στην Β. Αμερική και σε αρκετές χώρες της Ευρώπης, είναι αναλυτική μεθοδολογία και βασίζεται στην απαρίθμηση και ανάλυση των καταστάσεων του συστήματος που μπορεί να οδηγήσουν σε μια κατάσταση βλάβης του. Η δεύτερη μεθοδολογία, που εφαρμόζεται κυρίως στην Ιταλία, Γαλλία και Βραζιλία, στηρίζεται στη μέθοδο προσομοίωσης Monte-Carlo των διαδικασιών που λαμβάνουν χώρα στο σύστημα. Και οι δύο αυτές μεθοδολογίες έχουν πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Η αναλυτική μεθοδολογία έχει μεγάλη ευκολία να ανιχνεύει σπάνια, αλλά σημαντικά ενδεχόμενα βλαβών και μπορεί να θεωρηθεί ως μία τυπική μέθοδος για τον προσδιορισμό συγκεκριμένων βλαβών στα συστήματα. Η δεύτερη μεθοδολογία χειρίζεται με μεγαλύτερη ακρίβεια τις συχνές βλάβες, που συμβαίνουν στα στοιχεία του συστήματος οι οποίες, όμως, μπορεί να μην προκαλούν βλάβη του συστήματος, διότι παρακάμπτονται με τη χρήση άλλων στοιχείων του συστήματος. Επιπρόσθετα, η μέθοδος της προσομοίωσης πρέπει να εφαρμόζεται σε όλες τις περιπτώσεις που χρειάζεται να αναλυθεί η χρονολογική σειρά των ενδεχομένων, όπως στους υδροηλεκτρικούς σταθμούς παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας όπου αποθηκεύονται ποσότητες νερού, και όταν υπάρχουν σύνθετες αλληλεξαρτήσεις μεταξύ των διαφόρων παραμέτρων του συστήματος. Είναι σημαντικό να κατανοηθεί ότι ο κόπος που απαιτείται για τους υπολογισμούς εφαρμόζοντας τη μεθοδολογία της προσομοίωσης, εξαρτάται πολύ λίγο από το μέγεθος του συστήματος, σε σχέση με την αντίστοιχη εξάρτηση της αναλυτικής μεθοδολογίας.

Η ανάλυση αξιοπιστίας σύνθετων και μεγάλων τεχνολογικών συστημάτων απαιτεί ένα μεγάλο χρόνο υπολογισμών, εφαρμόζοντας αμφότερες τις μεθοδολογίες. Γι' αυτό το λόγο έχουν γίνει μεγάλες προσπάθειες για να μειωθεί αυτός ο κόπος. Στην αναλυτική μεθοδολογία, αυτές οι προσπάθειες οδήγησαν στην ανάπτυξη μεθόδων μείωσης του αριθμού καταστάσεων που συνεκτιμώνται, με την εφαρμογή ειδικών κριτηρίων και στην ανάπτυξη μεθόδων διαβάθμισης του συνόλου των καταστάσεων σύμφωνα με τη σοβαρότητα της επίδρασής τους στο σύστημα και συνεπώς την

απαλοιφή από την ανάλυση αυτών που έχουν χαμηλή διαβάθμιση. Στη μεθοδολογία προσομοίωσης αναπτύχθηκαν διάφορες τεχνικές μείωσης της διασποράς, που στοχεύουν στη μείωση της αβεβαιότητας που σχετίζεται με το πεπερασμένο μέγεθος των δειγμάτων και συνεπώς επιτρέπουν τον τερματισμό της προσομοίωσης ταχύτερα, χωρίς να γίνεται συμβιβασμός στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

Η προσομοίωση Monte – Carlo ασχολείται με τη δημιουργία ενός πιθανοτικού μοντέλου του συστήματος που μελετάται (χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα ηλεκτρονικού υπολογιστή). Όταν αναπτυχθεί αυτό το μοντέλο πραγματοποιείται ένας πολύ μεγάλος αριθμός επαναλήψεων της επίλυσης του μοντέλου στον υπολογιστή, ενώ στο τέλος κάθε μίας από τις οποίες καταγράφονται τα αποτελέσματα που ευρίσκονται.

Είναι φανερό λοιπόν ότι η μεθοδολογία Monte – Carlo είναι πάρα πολύ εύκολο να εφαρμοστεί, ιδιαίτερα σε συστήματα που είναι πολύ πολύπλοκα και πολύ μεγάλα για να λυθούν με την αναλυτική μεθοδολογία. Όπως τα περισσότερα προβλήματα αναλύσεως της αξιοπιστίας συστημάτων καταλήγουν σε προσομοιώσεις για τον προσδιορισμό σπανίων περιπτώσεων και από αυτή τη θεώρηση η προσομοίωση Monte – Carlo οδηγεί σε εξαιρετικά μεγάλη σπατάλη χρόνου υπολογισμών. Για παράδειγμα, αν για κάποιο σύστημα είναι γνωστό ότι η πιθανότητα μίας κατάστασης ανεπιθύμητης λειτουργίας του είναι ίση με  $10^{-5}$ , τότε  $10^4$  επαναλήψεις θα μπορούσαν να καταλήξουν στο αποτέλεσμα ότι το σύστημα δεν θα πάθει βλάβη και θα μπορούσαν να οδηγήσουν στο συμπέρασμα ότι το σύστημα είναι απόλυτα ασφαλές. Κατά μέσο όρο, με τη μεθοδολογία Monte – Carlo, θα χρειάζονταν  $10^5$  επαναλήψεις για να παρουσιαστεί μία περίπτωση βλάβης του συστήματος και απαιτούνται τουλάχιστον  $10^7$  επαναλήψεις για να παράγουν ένα αποτέλεσμα με σημαντική πιθανότητα σφάλματος.

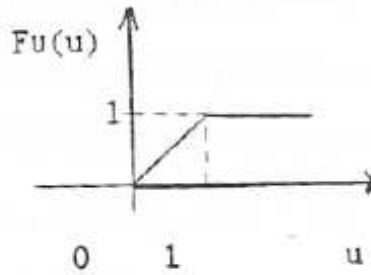
## **B.2. ΤΥΧΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΤΡΟΠΟΙ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΟΥΣ**

### **B.2.1. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών**

Κάθε προσέγγιση με τη χρήση της μεθόδου Monte-Carlo προϋποθέτει τη δημιουργία των κατάλληλων τιμών των τυχαίων μεταβλητών που θα χρησιμοποιηθούν, σε συμφωνία με την αντίστοιχη συνάρτηση κατανομής που προτείνεται για το μοντέλο. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί συστηματικά για κάθε μεταβλητή που έχουμε, παράγοντας πρώτα ομοιόμορφα κατανεμημένους τυχαίους αριθμούς στο διάστημα από 0 έως 1 και στη συνέχεια, μέσω κατάλληλων μετασχηματισμών, να παράγεται το αντίστοιχο σύνολο τυχαίων αριθμών με τη δεδομένη συνάρτηση κατανομής. Τα κύρια βήματα της μεθόδου φαίνονται με τη βοήθεια του παραδείγματος:

Ας θεωρήσουμε τη συνάρτηση κατανομής  $F_U(u)$  της τυποποιημένης ομοιόμορφης μεταβλητής  $u$ , η οποία ορίζεται από τη σχέση:

$$F_U(u) = \begin{cases} 0 & \text{για } u < 0 \\ u & \text{για } 0 \leq u \leq 1 \\ 1 & \text{για } u > 1 \end{cases}$$



και ότι αναζητείται η τιμή του  $x$ , έτσι ώστε  $F_X(x) = u$ . Η τιμή της μεταβλητής  $x$  βρίσκεται από τον υπολογισμό της αντίστροφης συνάρτησης:

$$x = F_X^{-1}(u) \quad (\text{B.1})$$

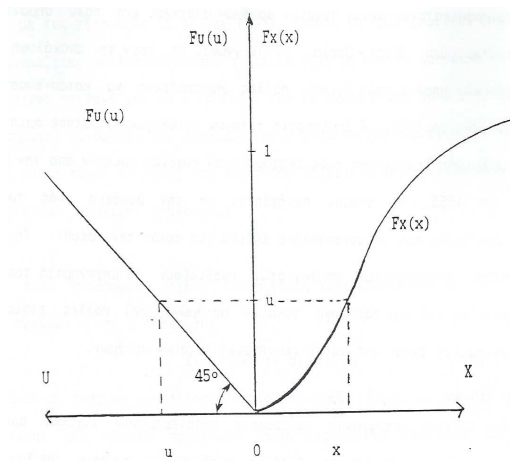
Εάν  $U$  είναι μία τιμή της  $U$ , η αντίστοιχη τιμή της  $X$  που λαμβάνεται θεωρώντας την παραπάνω εξίσωση (B.1) θα έχει την αθροιστική πιθανότητα:

$$P(X \leq x) = P[F_X^{-1}(U) \leq x] = P[U \leq F_X(x)] = F_U[F_X(x)] = F_X(x) \quad (\text{B.2})$$

που σημαίνει ότι εάν  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$  είναι ένα σύνολο τιμών της  $U$ , το αντίστοιχο σύνολο τιμών που λαμβάνεται θεωρώντας την παραπάνω εξίσωση (B.2) είναι:

$$x_i = F_X^{-1}(u_i), i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{B.3})$$

και θα έχει την επιθυμητή συνάρτηση κατανομής  $F_X(x)$ . Η σχέση μεταξύ των  $u$  και  $x$  φαίνεται γραφικά στο παρακάτω σχήμα B.2.1.



Σχήμα B.2.1. Μέθοδος παραγωγής τυχαίων αριθμών



### B.2.2. Ομοιόμορφα Κατανεμημένοι Τυχαίοι Αριθμοί

Όπως φαίνεται από τη συλλογιστική που οδήγησε στην εξίσωση (B.3), η παραγωγή ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών αποτελεί ένα πολύ σημαντικό βήμα στην προσομοίωση Monte – Carlo. Είναι γνωστό ότι πριν την ανακάλυψη των πρώτων ηλεκτρονικών υπολογιστών έγιναν πολλές προσπάθειες να κατασκευαστούν κατάλογοι τυχαίων αριθμών. Η δημιουργία τέτοιων καταλόγων σταμάτησε οριστικά μετά από τη μνημειώδη δημοσίευση ενός εκατομμυρίου τυχαίων αριθμών από την Rand Corporation το 1955, οι οποίοι παρήχθησαν με τη βοήθεια ενός τροχού ηλεκτρονικής ρουλέτας που κατασκευάστηκε ειδικά για αυτό το σκοπό. Σήμερα, οι κατασκευαστές ηλεκτρονικών υπολογιστών εφοδιάζουν τα μηχανήματά τους με εσωτερικές ρουτίνες για την παραγωγή τυχαίων αριθμών, ενώ πολλές εταιρείες αναπτύξεως λογισμικού έχουν αναπτύξει γεννήτριες τυχαίων αριθμών.

Όλες οι μέθοδοι παραγωγής ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών στηρίζονται σε υπολογισμούς με τη βοήθεια αναδρομικών σχέσεων υπολοίπων (modulo  $m$ ) που προκύπτουν από ένα γραμμικό μετασχηματισμό. Η εσωτερική παραγωγή αριθμών που χρησιμοποιείται περισσότερο σήμερα είναι η πολλαπλασιαστική μέθοδος σύγκλισης στην οποία τα υπόλοιπα διαδοχικών δυνάμεων ενός αριθμού  $x$  αποτελούν τους διαδοχικούς αριθμούς σε μία σειρά τυχαίων αριθμών, δηλαδή:

$$x_i = x^i \pmod{m} \quad (\text{B.4})$$

Αυτή η μέθοδος είναι δύσκολο να εφαρμοστεί σε πολλούς υπολογιστές, διότι καταλήγει στην ύψωση ενός αριθμού σε μεγάλες δυνάμεις (π.χ. εάν χρειάζονται 100.000 τυχαίοι αριθμοί, ο τελευταίος θα υπολογιστεί ως  $x^{100.000} \pmod{m}$ ). Όμως έχει αποδειχτεί ότι μία ισοδύναμη σχέση είναι η ακόλουθη:

$$x_i = \rho x_{i-1} \pmod{m} \quad (\text{B.5})$$

όπου  $\rho$  μια σταθερά. Σε αυτήν την περίπτωση οι ζητούμενοι αριθμοί λαμβάνονται από τη σχέση:

$$u_i = x_i / m \quad (\text{B.6})$$

Όταν πρόκειται να χρησιμοποιηθεί μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών όπως αυτή που ορίζεται με τις εξισώσεις (B.2.5) και (B.2.6), πρέπει να προσδιοριστεί η παράμετρος  $\rho$  που ονομάζεται πολλαπλασιαστικής, η αρχική τιμή  $x_0$  και το υπόλοιπο  $m$ . Σήμερα, η συνηθέστερη επιλογή για το  $m$  ορίζεται από τη σχέση  $m = r^s$ , όπου  $r$  είναι η βάση του συστήματος αρίθμησης που χρησιμοποιεί ο αντίστοιχος υπολογιστής (συνήθως 2, 10 ή 16) και  $s$  είναι το μήκος της λέξης που δέχεται ο υπολογιστής, έτσι ώστε να επιτυγχάνονται ταχύτεροι υπολογισμοί.

Μία άλλη αναδρομική σχέση που συνήθως χρησιμοποιείται για τη δημιουργία τυχαίων αριθμών είναι η ακόλουθη:

$$x_i = (\rho x_{i-1} + b)(\text{mod } m) \quad (\text{B.7})$$

όπου  $b$  είναι ένας μη αρνητικός ακέραιος αριθμός. Είναι φανερό ότι η εξίσωση (B.2.5) είναι μία ειδική περίπτωση αυτής της σχέσης, όταν  $b = 0$ . Σε δυαδικούς υπολογιστές έχουν χρησιμοποιηθεί οι τιμές  $\rho = 129$ ,  $b = 1$  και  $m = 2^{35}$ .

Στην πραγματικότητα, οι τυχαίοι αριθμοί που παράγονται με τις παραπάνω διαδικασίες, μπορούν να αναπαραχθούν ακριβώς οι ίδιοι και για το λόγο αυτό αποτελούν ένα αιτιοκρατικό σύνολο. Εάν εφαρμοστούν αυστηρά οι ορισμοί, τέτοιοι αριθμοί δεν είναι ακριβώς τυχαίοι και γι' αυτό το λόγο ονομάζονται ψευδό-τυχαίοι αριθμοί. Πάντως, αν και η παραπάνω διαδικασία είναι βέβαια αιτιοκρατική, μπορεί να αποδειχτεί ότι οι αριθμοί που παράγονται χρησιμοποιώντας μεγάλες τιμές του  $m$  παρουσιάζονται ομοιόμορφα κατανομημένοι και στατιστικά ανεξάρτητοι.

### B.2.3. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών από Δεδομένη Συνάρτηση Κατανομής

Η εφαρμογή της εξίσωσης (B.3) μπορεί να παράγει τυχαίους αριθμούς οι οποίοι είναι ομοιόμορφα κατανομημένοι και αντιστοιχούν σε μία θεωρούμενη κατανομή. Η εξίσωση (B.3) απαιτεί τον προσδιορισμό της αντίστροφης συνάρτησης από τη συνάρτηση κατανομής, και για το λόγο αυτό, αυτή η μέθοδος είναι γνωστή σαν μέθοδος του αντίστροφου μετασχηματισμού και μπορεί να εφαρμοστεί πάρα πολύ εύκολα στις περιπτώσεις που η αντίστροφη συνάρτηση κατανομής έχει μία αναλυτική έκφραση.

Για παράδειγμα, ας υποθεθεί ότι έχει δημιουργηθεί μία σειρά  $u_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , ομοιόμορφα κατανομημένων τυχαίων αριθμών. Στη συνέχεια αναφέρονται παραδείγματα συνεχών συναρτήσεων κατανομής στις οποίες μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα η μέθοδος του αντίστροφου μετασχηματισμού:

A) Εκθετική κατανομή: Η συνάρτηση κατανομής είναι η:

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0 \quad (\text{B.8})$$

Θεωρώντας την αντίστροφη αυτής της συνάρτησης μπορούν να παραχθούν εκθετικά κατανομημένοι τυχαίοι αριθμοί από την εξίσωση:

$$x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - u_i) = -\frac{1}{\lambda} \ln u_i \quad (\text{B.9})$$

όπου στην παραπάνω σχέση χρησιμοποιήθηκε η διαπίστωση πως εάν οι αριθμοί  $u$  είναι ομοιόμορφα κατανομημένοι, ομοιόμορφα κατανομημένοι θα είναι και οι αριθμοί  $1 - u$ .

B) Κατανομή Erlang: Μπορεί να αποδειχτεί ότι τα αθροίσματα  $N$  ανεξάρτητων τυχαίων αριθμών που ακολουθούν την εκθετική κατανομή με μέσο  $(n/\lambda)$  και έχουν παράμετρο σχήματος ίση με  $n$ .

Είναι φανερό, ότι ένας τυχαίος αριθμός που αντιστοιχεί στην κατανομή Erland προσδιορίζεται από το άθροισμα  $n$  εκθετικά κατανεμημένων τυχαίων αριθμών, δηλαδή από τη σχέση:

$$x_i = \sum_{k=1}^n \frac{\ln u_i}{-\lambda} = -\frac{1}{\lambda} \ln \prod_{k=1}^n u_k \quad (\text{B.10})$$

Γ) Κατανομή Ακρότατης Τιμής τύπου I: Η συνάρτηση κατανομής δίνεται από τη σχέση:

$$F_X(x) = \exp[-e^{-\alpha(x-\beta)}] \quad (\text{B.11})$$

όπου  $\beta$  είναι η πιο πιθανή τιμή της  $X$  και  $\alpha$  είναι η παράμετρος σχήματος. Θεωρώντας την αντίστροφη συνάρτησή της, παράγονται τυχαίοι αριθμοί που ακολουθούν αυτήν την κατανομή, εφαρμόζοντας την ακόλουθη σχέση:

$$x_i = \beta - \frac{1}{\alpha} \ln[\ln(\frac{1}{u})] \quad (\text{B.12})$$

Δ) Κατανομή μέγιστης τιμής: Αν υποθέσουμε ότι  $Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , όπου  $X_i$  είναι ανεξάρτητες μεταβλητές και πανομοιότυπα κατανεμημένες σύμφωνα με τη συνάρτηση κατανομής  $F_X(x)$ . Η συνάρτηση κατανομής των  $Y_n$  δίνεται από τη σχέση:

$$F_{Y_n}(y) = [F_X(y)]^n \quad (\text{B.13})$$

Έτσι οι τυχαίοι αριθμοί με κατανομή  $F_{Y_n}(y)$  παράγονται από τη σχέση:

$$y_i = F_X^{-1}(u_i^{\frac{1}{n}}) \quad (\text{B.14})$$

Ένας μεγαλύτερος αριθμός παραδειγμάτων με την εφαρμογή γνωστών και ευρέως χρησιμοποιούμενων κατανομών μπορεί να ευρεθεί στη σχετική βιβλιογραφία.

Ένας άλλος τρόπος προσέγγισης του προβλήματος παραγωγής τυχαίων αριθμών, που μπορεί να αποδειχθεί πολύ χρήσιμος σε πολλές πραγματικές εφαρμογές ανάλυσης συστημάτων, είναι η διακριτοποίηση των συνεχών συναρτήσεων κατανομής. Σε τέτοιες περιπτώσεις εφαρμόζονται τεχνικές παραγωγής τυχαίων αριθμών, παρόμοιες με αυτή που περιγράφεται στη συνέχεια.

Στην περίπτωση των διακριτών τυχαίων μεταβλητών η διαδικασία αντιστροφής πρέπει να γίνει αριθμητικά. Έτσι η διαδικασία προσδιορισμού ενός τυχαίου αριθμού από κάποια δεδομένη συνάρτηση κατανομής, μπορεί να γενικευθεί ως ακολούθως:

Αν  $u$  είναι ένας τυχαίος αριθμός από μια τυποποιημένη ομοιόμορφα κατανομή ο αντίστοιχος τυχαίος αριθμός  $x$ , επιλεγμένος από ένα σύνολο πιθανών τιμών  $x_1, x_2, \dots$  μιας τυχαίας μεταβλητής  $X$  είναι αυτός που ικανοποιεί τη σχέση:

$$F_x(x_i - 1) < u \leq F_x(x_i) \quad (\text{B.15})$$

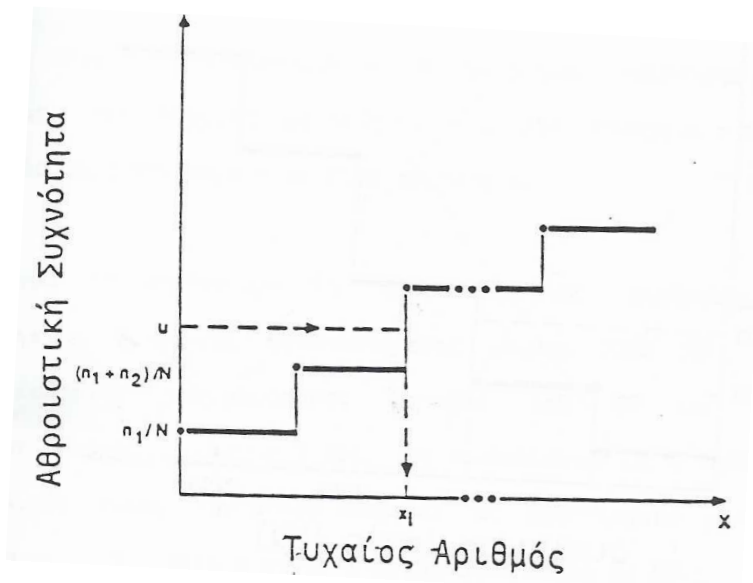
Σε αυτή τη μέθοδο απαιτείται ο υπολογισμός της συνάρτησης κατανομής για όλες τις πιθανές τιμές της τυχαίας μεταβλητής και στη συνέχεια η επιλογή του κατάλληλου  $x_i$  κάθε φορά που παράγεται ένας αριθμός  $u$ .

Οι στατιστικές πληροφορίες που είναι διαθέσιμες για πολλές αναλύσεις πρακτικών συστημάτων δίνονται συνήθως σε μια μορφή ιστογραμμάτων. Σε αυτές τις περιπτώσεις οι τυχαίοι αριθμοί που μπορούν να παραχθούν από την αντίστοιχη συνάρτηση κατανομής μπορούν να ληφθούν, χωρίς να χρειάζεται ο υπολογισμός αυτής της ίδιας της συνάρτησης κατανομής. Πράγματι, ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν  $J$  διαστήματα στο ιστόγραμμα με το διάστημα  $i$  να έχει  $n_i$  παρατηρήσεις. Έστω ακόμα ότι το  $i$  διάστημα έχει όρια τις τιμές  $a_{i-1}$  και  $a_i$  της τυχαίας μεταβλητής  $X$ .

Συμβολίζοντας με  $x_i$  την αντιπροσωπευτική τιμή της  $X$  μέσα σε αυτό το διάστημα [π.χ.  $x_i = (a_{i-1} + a_i)/2$ ], μπορούμε να παραστήσουμε την συνάρτηση κατανομής του  $X$  με μια βαθμωτή συνάρτηση αθροιστικής συχνότητας :

$$F_x(x_i) = \begin{cases} 0, & x_i < a_0 \\ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^i n_j, & a_0 \leq x_i < a_j \\ 1, & x_i \geq a_j \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

όπου  $N$  είναι ο συνολικός αριθμός παρατηρήσεων. Η γραφική παράστασή της φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα Β.2.2.: Βαθμωτή Συνάρτηση αθροιστικής κατανομής

Αντικαθιστώντας την παραπάνω συνάρτηση στην εξίσωση (B.15) και πολλαπλασιάζοντας όλα τα μέλη επί  $N$  λαμβάνουμε:

$$0 < Nu - \sum_{j=1}^{i-1} n_j \leq n_i \quad (\text{B.17})$$

όπου για καλύτερη παρουσίαση και χωρίς μείωση της γενικότητας θα υποθέσουμε ότι η  $u$  έχει σχεδιαστεί στο ανοιχτό διάστημα  $(0, 1)$ .

Η μέθοδος του αντίστροφου μετασχηματισμού μπορεί να αποδειχθεί χρονοβόρα όταν ο αριθμός των διαστημάτων είναι μεγάλος, ή στην περίπτωση της διωνυμικής κατανομής, όταν η αντίστοιχη παράμετρος  $n$  λαμβάνει μεγάλες τιμές. Όμως οι περισσότερο χρησιμοποιούμενες κατανομές σε πολλές αναλύσεις πρακτικών συστημάτων είναι η διωνυμική κατανομή και η κατανομή Poisson. Αυτές οι κατανομές μπορούν σε ορισμένες περιπτώσεις να προσεγγισθούν από αντίστοιχες κανονικές κατανομές. Για  $np > 10$  και  $p \geq 0.5$  ή  $n(1-p) > 10$  και  $p < 0.5$  μπορεί να αποδειχθεί ότι μια διωνυμική τυχαία μεταβλητή  $X$  προσεγγίζει τη μεταβλητή της κανονικής κατανομής με μέσο  $(np, 0.5)$  και διασπορά  $(np, 1-p)$ . Έτσι, για τον καθορισμό μιας τιμής  $x$  από μια διωνυμική κατανομή, μπορεί πρώτα να παραχθεί μια τιμή  $y$  από μια κανονική κατανομή  $N[np - 0.5, np(1-p)]$  και στη συνέχεια να εξετασθούν οι ακόλουθες συνθήκες :

- i. Αν  $y \leq 0$ , τότε θέτουμε  $x = 0$
- ii. Αν  $y \geq n$ , τότε θέτουμε  $x = n$
- iii. Αν  $0 < y < n$ , τότε στρογγυλοποιούμε το  $y$  στον πλησιέστερο ακέραιο και θέτουμε  $x$  ίσο προς αυτόν τον ακέραιο.

Στην περίπτωση της κατανομής Poisson, αν το  $\lambda$  είναι μεγάλο (έστω  $\lambda > 10$ ), μπορεί να θεωρηθεί μια κανονική κατανομή με μέσο  $(\lambda - 0.5)$  και διασπορά  $\sqrt{\lambda}$ . Όπως και στην περίπτωση της διωνυμικής κατανομής, πρώτα παράγουμε μια «κανονική» μεταβλητή  $y$  και μετά εξετάζονται τα ακόλουθα :

- i. Αν  $y \leq 0$ , τότε θέτουμε  $x = 0$
- ii. Αν  $y > 0$ , τότε στρογγυλοποιούμε το  $y$  στον πλησιέστερο ακέραιο και θέτουμε  $x$  ίσο προς αυτόν τον ακέραιο.

#### B.2.4. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών υπό Δέσμευση

Μια από τις κύριες δυσκολίες που έχουν σχέση με την εφαρμογή των αναλυτικών μεθόδων σε πιθανοτικές μελέτες συστημάτων είναι ότι οι τυχαίες μεταβλητές συχνά δεν είναι ανεξάρτητες με αποτέλεσμα να πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι από κοινού συναρτήσεις κατανομής. Αυτό το γεγονός δημιουργεί επιπρόσθετες δυσκολίες στο ήδη περίπλοκο πρόβλημα και για αυτό το λόγο στην πλειοψηφία των αναλυτικών προσεγγίσεων προϋποτίθεται η ανεξαρτησία των τυχαίων μεταβλητών. Όμως, η μέθοδος Monte-Carlo έχει τη δυνατότητα να χειρισθεί την από κοινού συνάρτηση κατανομής.

Εάν οι τυχαίες μεταβλητές  $X_1, X_2, \dots, X_n$  είναι εξαρτημένες, η από κοινού συνάρτηση κατανομής τους μπορεί να εκφρασθεί σαν:

$$F_{x_1, \dots, x_n}(x_1, \dots, x_n) = F_{x_1}(x_1)F_{x_2}(x_2 | x_1) \dots F_{x_n}(x_n | x_1, \dots, x_{n-1}) \quad (\text{B.18})$$

όπου  $F_{x_1}(x_1)$  και  $F_{x_k}(x_k | x_1, \dots, x_{k-1})$  είναι η περιθώρια και δεσμευμένη κατανομή των  $X_1$  και  $X_k$  αντίστοιχα.

Στην περίπτωση των εξαρτημένων τυχαίων μεταβλητών, οι ζητούμενοι τυχαίοι αριθμοί δεν μπορούν να παράγονται ανεξάρτητα για κάθε μεταβλητή. Αλλά με τη χρήση της κατάλληλης εξίσωσης μπορεί να παραχθεί το ζητούμενο σύνολο των τυχαίων αριθμών με βάση τους ακόλουθους συλλογισμούς: Ας υποθέσουμε ότι έχει παραχθεί ένα σύνολο ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$ . Η τιμή του  $x_1$  μπορεί να καθοριστεί ανεξάρτητα, από τη σχέση :

$$x_1 = F_{x_1}^{-1}(u_1) \quad (\text{B.19})$$

Με αυτήν την τιμή του  $x_1$ , η συνάρτηση  $F_{x_2}(x_2 | x_1)$  είναι μία συνάρτηση μόνο του  $x_2$  και συνεπώς μια τιμή  $x_2$  μπορεί να καθοριστεί από τη σχέση :

$$x_2 = F_{x_2}^{-1}(x_2 | x_1) \quad (\text{B.20})$$

Με όμοιο τρόπο, χρησιμοποιώντας τις τιμές  $x_1, \dots, x_{n-1}$  που έχουν ήδη ευρεθεί, μπορεί να

προσδιοριστεί η τιμή  $x_n$  από τη σχέση :

$$x_n = F_{x_n}^{-1}(u_n | x_1, \dots, x_{n-1}) \quad (\text{B.21})$$

Με αυτόν τον τρόπο το ζητούμενο σύνολο των εξαρτημένων τυχαίων αριθμών  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  μπορεί να προσδιορισθεί από αναδρομικές σχέσεις. Όπως φαίνεται από τις παραπάνω σχέσεις η μέθοδος θα είναι ικανοποιητική εάν η περιθώρια και η δεσμευμένη συνάρτηση κατανομής μπορούν να αντιστραφούν αναλυτικά.

### B.3. ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ MONTE CARLO

Η προσομοίωση Monte Carlo είναι μια συνθετική διαδικασία δειγματοληψίας που πραγματοποιείται από ψηφιακό υπολογιστή. Σε οποιοδήποτε δειγματοληπτικό πείραμα, η ακρίβεια των αποτελεσμάτων αυξάνεται με τον αριθμό των δειγμάτων, επομένως η ακρίβεια της μεθόδου Monte Carlo θα εξαρτάται από τον αριθμό των προσομοιώσεων. Θεωρούμε λοιπόν, το συγκεκριμένο πρόβλημα υπολογισμού της μέσης τιμής της εξαρτημένης μεταβλητής  $Y$ . Υποθέτουμε ότι παρήγαμε  $n$  τιμές  $y_1, \dots, y_n$  της  $Y$  και υπολογίσαμε την μέση τιμή του δείγματος

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (\text{B.22})$$

Η μέση τιμή του δείγματος είναι μια τυχαία μεταβλητή και πρέπει η διακύμανσή της να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη. Η διασπορά της  $\bar{y}$  δίνεται ως εξής:

$$E\left[\left(\bar{y} - \mu_Y\right)^2\right] = \frac{\sigma_Y^2}{n} \quad (\text{B.23})$$

όπου  $\mu_Y$  και  $\sigma_Y$  είναι η μέση τιμή του πληθυσμού και η τυπική απόκλιση αντίστοιχα.

Παρατηρούμε, ότι το σφάλμα στον υπολογισμό της μέσης τιμής είναι αντιστρόφως ανάλογο του  $\sqrt{n}$ , και για να βελτιώσουμε την εκτίμηση κατά ένα παράγοντα της τάξης του 2, θα πρέπει να αυξήσουμε το μέγεθος του δείγματος κατά 4. Ο Shooman (1968) απέδειξε ότι στις μελέτες αξιοπιστίας των συστημάτων, ο απαιτούμενος αριθμός των προσομοιώσεων ώστε να επιτευχθεί ένας δεδομένος βαθμός ακρίβειας, είναι ανεξάρτητος του μεγέθους του συστήματος, αλλά εξαρτάται από το βαθμό αξιοπιστίας του συστήματος που μελετάται. Προσεγγίζοντας την διωνυμική κατανομή με την κανονική, ανέπτυξε την ακόλουθη έκφραση για το εκατοστιαίο σφάλμα:

$$\pm \%error = 200 \sqrt{\frac{1 - p_F}{np_F}} \quad (\text{B.24})$$

όπου  $p_F$  είναι η υπολογισθείσα πιθανότητα σφάλματος και  $n$  το μέγεθος του δείγματος. Η εξίσωση (B.24) παρέχει μια κλίμακα όπου το ποσοστό του σφάλματος της πιθανότητας αποτυχίας, μπορεί να αναμένεται να βρεθεί στο 95% του χρόνου.

Ο Wang (1989) ερεύνησε την ακρίβεια της προσομοίωσης Monte Carlo για την εκτίμηση του μέσου χρόνου λειτουργίας των μονάδων παραγωγής. Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι ανωτέρω εκτιμήσεις μπορούν να προσεγγιστούν από κανονικές κατανομές, με τον συντελεστή διακύμανσης να προσεγγίζεται από τον ακόλουθο εμπειρικό τύπο:

$$\delta = 0.007 p \sqrt{r} + 0.045 \quad (\text{B.25})$$

όπου  $p$  η πιθανότητα σφάλματος σε μια μονάδα και  $r$  ο μέσος χρόνος επιδιόρθωσης (σε ώρες). Επίσης, απέδειξε, ότι τα προσεγγιστικά επιθυμητά όρια μπορούν να υπολογιστούν ως εξής:

Έστω :  $\bar{X}$  = η μέση τιμή των  $n$  μηνιαίως προσομοιωμένων χρόνων λειτουργίας

$S$  = η τυπική απόκλιση της μέσης τιμής

Τότε από την εξίσωση (B.25) έχουμε:

$$s = \left( \frac{\bar{X}}{\sqrt{n}} \right) (0.07 \sqrt{r} + 0.045) \quad (\text{B.26})$$

Για ένα σταθμό παραγωγής με  $m$  ανεξάρτητες μονάδες, η μέση τιμή της παραγωγής του σταθμού είναι ίση με το άθροισμα όλων των μέσων τιμών όλων των μονάδων του σταθμού, η τυπική απόκλιση είναι ίση με την ρίζα του αθροίσματος των διασπορών, και το 90% των διαστημάτων εμπιστοσύνης του σταθμού παραγωγής μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση (B.26).