

[Type text]



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΕΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Μέθοδοι κρυογονικής ψύξης με χρήση Ήλιου

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

ΤΣΙΛΙΚΗ ΝΙΚΟΛΑΟΥ

Επιβλέπων: Εμμανουήλ Ρογδάκης

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα Ιούνιος 2015

[Type text]

Πρόλογος

Οι εφαρμογές του ήλιου στην ψύξη είναι πολλές και ευρέως διαδεδομένες. Ειδικά στην κρυογονική ψύξη, έχουμε κατά κόρον χρήση του ήλιου για να πετύχουμε τόσο χαμηλές θερμοκρασίες, της τάξεως των mK. Αυτό επιτυγχάνεται με την ιδιότητα του ήλιου ^4He να συμπεριφέρεται ως υπερρευστό σε τόσο χαμηλές θερμοκρασίες. Αυτό που ονομάζουμε ως υπερρευστό είναι μία ιδιαίτερη φάση του ήλιου με την οποία ασχολείται η παρούσα εργασία, και την οποία εκμεταλλευόμαστε για την ροή, απόρριψη και απορρόφηση θερμότητας στην κρυογονική ψύξη. Πέραν αυτών υπάρχουν μέχρι στιγμής δύο δυνατοί τρόποι ή αλλιώς μέθοδοι που μπορούν να εκμεταλλευτούν αυτό το χαρακτηριστικό. Η πρώτη είναι η χρήση μίας μηχανής Stirling, ή όπως ονομάζεται SSR, δηλαδή Superfluid Stirling Regenerator (Αναγεννητής Στίρλινγκ με χρήση υπερρευστού). Η δεύτερη μέθοδος είναι η γνωστή ψύξη με διάλυση που εκμεταλλεύεται το φαινόμενο του υπερρευστού στις δύο παραμαγνητικές αντλίες που έχει, γνωστές ως κυλίνδρους. Η παρούσα διπλωματική εργασία θα ασχοληθεί κυρίως με τη δεύτερη μέθοδο και θα αναλύσει τα χαρακτηριστικά της, όπως και την διεκπεραίωση ενός μοναδικού υπολογιστικού θέματος στις δύο παραμαγνητικές αντλίες που εκμεταλλεύονται το φαινόμενο του υπερρευστού.

Αθήνα, Ιούνιος 2015

Τσιλίκης Νικόλαος

Introduction

The applications of helium in refrigeration are many and widely used. Especially in cryogenics we have mostly the use of helium to achieve temperatures as low as mK. This can be achieved through the use of ^4He , which behaves as a superfluid in such low temperatures. What we call as superfluid is a unique phase of helium with which we will be concerned in this present work. We are exploiting the characteristics of superfluid helium to achieve the right flow, rejection and absorption of heat in our cryogenic process. Besides that we have till this day two existing methods that exploit superfluid phase attributes. The first one is the use of a Stirling machine, otherwise known as SSR or Superfluid Stirling Regenerator. The second one is the widely used and known method of dilution refrigerator, which exploits the superfluid phenomenon for the operation of its two magnetic pumps, known as cylinders. The present presentation will be deeply concerned with the second method of dilution refrigerator and

[Type text]

will analyse its characteristics,like the execution of a unique computational work that relates the function of superfluid helium inside the two magnetic pumps.

Athens,June 2015

Tsilikis Nikolaos

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 : Συνοπτική παρουσίαση της κρυογονικής και της μεθόδου SSR	9
1.1 Εισαγωγή στη κρυογονική επιστήμη.....	9
1.2 Εισαγωγική περιγραφή των Stirling ψυκτικών μηχανών	11
1.3 Περιγραφή των SSR κρυογονικών μηχανών	15
1.4 Διάγραμμα φάσης ενός τυπικού Ψύκτη SSR	21
1.5 Περιγραφή των εξαρτημάτων μίας SSR και των διαφοροποιήσεών της.....	24
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΤΡΟΠΟΥ ΧΡΗΣΗΣ ΥΠΕΡΡΕΥΣΤΟΥ ΜΕ ΜΗΧΑΝΗ STIRLING	29
2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)	29
2.2 Μοντελοποίηση, σχεδιασμός και απόδοση των εναλλακτών θερμότητας σε SSR	55
2.3 Κώδικας επαλήθευσης της θεωρίας του Schmidt	64
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 : περιγραφή της μεθόδου ψύξης με Διάλυση	67
3.1 Ψύξη με Διάλυση (διάχυση).....	67
3.2 Περιγραφή και θεώρηση του υπερρευστού $^3\text{He}-^4\text{He}$	70
3.3 Ιδιότητες $^4\text{He}-^3\text{He}$	79
3.4 Υγρά Fermi και η θερμοδυναμική συμπεριφορά	87
3.5 Τρόπος λειτουργίας ψύξης με διάλυση με SR	94
3.6 Παραδείγματα ψυκτικών κρυογονικών μηχανών	102
3.7 Στατιστική θεώρηση της συμπεριφοράς του υπερρευστού και βασικές αρχές της στατιστικής.....	111
3.8 Στατιστική θεώρηση της ενεργειακής κατάστασης	117
3.9 Το θεώρημα Boltzmann	121
3.10 Ψυκτική ισχύς και ενθαλπία	124
3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του	127
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 : Περιγραφή του συστήματος ψύξης με διάλυση και θερμοδυναμικών ιδιοτήτων	158
4.1 Σύσταση και ιδιότητες του υπερρευστού	158
4.2 Επεξήγηση των φάσεων διάλυσης και των διεργασιών	167
4.3 Αναλυτικές σχέσεις και αλγόριθμοι για τις τέσσερις διεργασίες στη διάλυση.....	177
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 : Παρουσίαση και επίλυση του υπολογιστικού μέρους για τις τέσσερις διεργασίες.....	183
5.1 Υπολογιστικό μέρος και παράθεση διαγραμμάτων	183
5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο.....	193
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 : Επίλογος και συνοπτική σύγκριση των δύο μεθόδων	219

[Type text]

6.1 Συμπεράσματα πάνω στους δύο τρόπους κρυογονικής ψύξης	219
---	-----

[Type text]

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει αντικείμενο την περιγραφή και παρουσίαση δύο εξειδικευμένων μορφών ψύξης. Της ψύξης με υπερρευστό σε Stirling μηχανή γνωστό και ως SSR και την ψύξη με διάλυση με χρήση πάλι υπερρευστού μίγματος ^3He - ^4He . Κοινό σημείο της διπλωματικής θα είναι η βιβλιογραφική παρουσίαση και των δύο μεθόδων και ειδικά οι ιδιότητες του υπερρευστού καθώς και οι μαθηματικοί νόμοι που το διέπουν, δηλαδή μία εμβάθυνση στην στατιστική που περιγράφει ένα υπερρευστό. Επίσης για την πρώτη από τις δύο μεθόδους με χρήση υπερρευστού θα επαληθευθεί το μαθηματικό μοντέλο που διέπει αυτή τη μέθοδο με τη χρήση κώδικα υπολογιστικά. Για τη δεύτερη μέθοδο πάλι υπολογιστικά θα βρεθούν τα μεγέθη των συγκεντρώσεως συναρτήσεως του χρόνου και οι ενθαλπικές καταστάσεις στις διάφορες διεργασίες. Συνοπτικά αναφέρεται πως θα ασχοληθεί η παρούσα εργασία ειδικά με την ψύξη με διάλυση. Ειδικότερα θα αναλυθεί και σχολιασθεί το υπολογιστικό μοντέλο που διέπει τη ροή υπερρευστού ανάμεσα στους δύο κυλίνδρους του συστήματος που χρησιμεύουν ως μαγνητικές αντλίες. Να επισημανθεί ότι στην παρούσα βιβλιογραφία είναι η πρώτη φορά που πραγματώνεται το συγκεκριμένο υπολογιστικό μοντέλο καθώς και τα αποτελέσματα που το διέπουν, και τα οποία θα σχολιασθούν εκτενώς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 : Συνοπτική παρουσίαση της κρυογονικής και της μεθόδου SSR

1.1 Εισαγωγή στη κρυογονική επιστήμη

Κρυογονική είναι οποιαδήποτε μέθοδος χρησιμοποιείται για την επίτευξη πολύ χαμηλών θερμοκρασιών, οι οποίες είναι τεχνικά αδύνατο να πραγματοποιηθούν με τα σημερινά συμβατικά μέσα ψύξης και κατάψυξης. Επομένως η προσπάθεια και μελέτη που έγινε κυρίως από τις δεκαετίες 50' και 60' και κατόπιν οδήγησε στην δημιουργία του ομώνυμου κλάδου της επιστήμης της κρυογενικής. Η κρυογονική ασχολείται στα εύρη θερμοκρασιών κάτω των -150°C (123 K). Η κρυογονική παρουσιάζει ένα ευρύ φάσμα επιστημονικών και βιομηχανικών κυρίως δραστηριοτήτων, όπως:

- στην ιατρική (ειδικά στη πειραματική ιατρική, στη χειρουργική, στη διατήρηση μοσχευμάτων, οργάνων, στην ιατροδικαστική, κτλ)
- στα ηλεκτρονικά, όπου ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η εκμετάλλευση του φαινομένου της υπεραγωγιμότητας, δηλαδή ο μηδενισμός της ωμικής αντίστασης του υλικού, κάτι που επιτυγχάνεται στις λεγόμενες κρίσιμες θερμοκρασίες (της τάξης για τα περισσότερα υλικά με αυτόν που θα διαπραγματευτούμε με τον κρυογεννητή Stirling), με ευρύτερες εφαρμογές στην κρυοηλεκτρονική (διαστημικές εφαρμογές, αστρονομικά όργανα, κτλ). Στα παραπάνω αν προστεθεί και το ενδιαφέρον στη μετάδοση της ηλεκτρικής ενέργειας, δηλαδή στις ζημιολόγες (από πλευράς ενέργειας-κόστους) μεγάλες θερμοκρασίες που αναπτύσσονται στις καλωδιακές συνδέσεις.
- στη πυρηνική τεχνολογία, όπου εδώ τονίζεται η ανάγκη ψύξης των υλικών ενός πυρηνικού αντιδραστήρα, όπου μπορεί να εμφανιστούν και θερμοκρασίες της τάξης των 2600 K. Ειδική μέριμνα και σημασία δίνεται τα τελευταία χρόνια κυρίως από τη NASA σε ειδικά κρυογενικά συστήματα στους προωθητήρες της διαστημικής μηχανής (πχ δορυφόρου), τα γνωστά και ως NCPS.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 1.1 Εισαγωγή στη κρυογονική επιστήμη

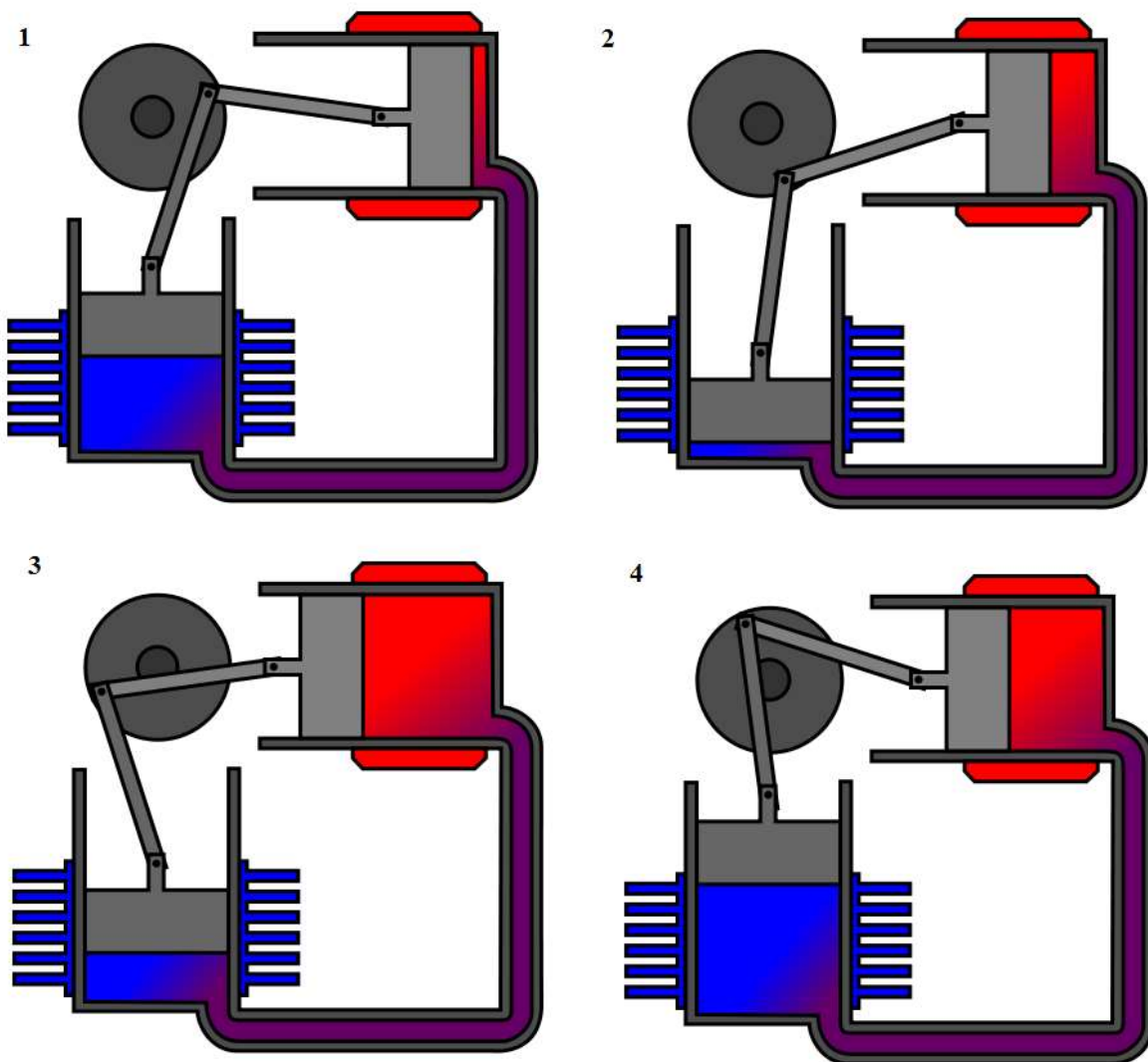
- για ευρύτερες επιστημονικές χρήσεις,πχ σε μέσα συντήρησης αρκετά χαμηλών θερμοκρασιών,όπως ανάμεσα στα τοιχώματα ενός δοχείου Dewar,ιδιαίτερα χρήσιμο στα επιστημονικά πειράματα.
- στη φαρμακευτική,όπως για την κατάψυξη μεγάλων ποσοτήτων βιολογικών υλικών(μυελλού,βλαστοκυττάρων,ιστών,κτλ),όπου δίνεται μεγάλη έμφαση λόγου του ευπαθούς του προϊόντος,των μεγάλων ποσοτήτων και της ειδικής καταστάσεώς του στο εμπόριο,στην ακριβέστατη διατήρηση της θερμοκρασίας.
- στην επιστήμη και τεχνολογία/βιομηχανία της κατεργασιμότητας και συντήρησης υλικών,όπου το υλικό(συνήθως μέταλλο) καταψύχεται σε θερμοκρασίες της τάξης των 80-90 K,με υγρό υδρογόνο,προς βελτίωση των μηχανικών ιδιοτήτων του(εδώ όμως θα ασχοληθούμε με θερμοκρασίες της τάξης των mK,οπότε δεν υπάρχει εφαρμογή των SSR εδώ).
- στον τομέα των κατασκευών,ειδικά των μικροκατασκευών και ευαίσθητων εξαρτημάτων,όταν η κρυόψυξη με εκμετάλλευση του φαινομένου της συστολής του υλικού οδηγεί σε ικανοποιητικές συναρμογές εξαρτημάτων,χωρίς να αναγκαστούμε να καταφύγουμε σε μεθόδους θέρμανσης,με ανεπιθύμητα επακόλουθα όπως μείωση της σκληρότητας,αντοχής,διάκρεια ζωής(KΔΖ),πχ στα εξαρτήματα ενός δορυφόρου ή ενός αυτοκινήτου(πχ στους δακτύλιους του εμβόλου)
- τέλος υπάρχει και μία αρκετά γνωστή(και τεχνολογικά αμφιλεγόμενη) σκοπιά της κρυοκατάψυξης ανθρώπων,με μέχρι στιγμής μοναδικό(και σοβαρό) αντικείμενο τα διαστημικά ταξίδια,λόγω των απαγορευτικά τεράστιων,χρονοβόρων και δαπανηρών.

Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για κρυογονική ψύξη είναι συνήθως:

ο ψύκτης διαλύματος,ο καταψύκτης με ατμοποίηση(κατά βάση χρησιμοποιούνται τα ^3He και N_2),η μαγνητική κρυόψυξη(δηλαδή η έκθεση σε μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο) και τέλος το αντικείμενο της παρούσας εργασίας,δουλαδή η κρυόψυξη με μηχανή Stirling.,κάνοντας χρήση υπερρευστού,δηλαδή η λεγόμενη και SSR.Από τους παραπάνω κρυοκαταψύκτεςΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 : Συνοπτική παρουσίαση της κρυογονικής και της μεθόδου SSRΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 : Συνοπτική παρουσίαση της κρυογονικής και της μεθόδου SSR ο SSR διαθέτει κάποια συγκεκριμένα πλεονεκτήματα που τον καθιστούν ιδανικότερο προς χρήση από τις άλλες μεθόδους.Αυτά μπορούν να συνοψιστούν:στο χαμηλότερο κόστος,στη μη απαίτηση της μόνωσης των αντλιών,στη μη δημιουργία υψηλών μαγνητικών πεδίων και σε θέματα απαίτησης χαμηλής ψυκτικής ισχύος.

1.2 Εισαγωγική περιγραφή των Stirling ψυκτικών μηχανών

Οι μηχανές Stirling είναι κυρίως πιο γνωστές από την εφαρμογή τους ως μονάδα παροχής ισχύος κίνησης, δηλαδή μετατροπής της θερμικής ενέργειας που προσδίδεται από μία οποιαδήποτε πηγή (πχ γεωθερμική, ηλιακή, συμπαραγωγής, κτλ) σε περιστροφική, με ενδιάμεση μετατροπή της κινητικής των δύο εμβόλων που απαρτίζουν μία μηχανή Stirling, και της κίνησης του διωστήρα στην περιστροφική του στροφάλου και στορφαλοφόρου άξονος. Παρακάτω φαίνεται μία εικόνα αυτής της μηχανής στα διάφορα στάδια της



Στο στάδιο 1 με 2 έχουμε την ισόθερμη εκτόνωση του ρευστού καθώς λαμβάνει θερμότητα από το θερμοδοχείο υψηλής θερμοκρασίας, T_h .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 1.2 Εισαγωγική περιγραφή των Stirling ψυκτικών μηχανών

Στο στάδιο 2 με 3 έχουμε ισόχωρη μεταβολή, και πρόσδοση θερμότητας στον αναγεννητή (δηλαδή αποθηκευμένης θερμότητας που προσδίδεται στο στάδιο 4 με 1), με αποτέλεσμα τη μείωση της θερμοκρασίας του ρευστού σε T_c , που βρίσκεται πλέον στο μεγαλύτερο μέρος στο ψυχρό κύλινδρο.

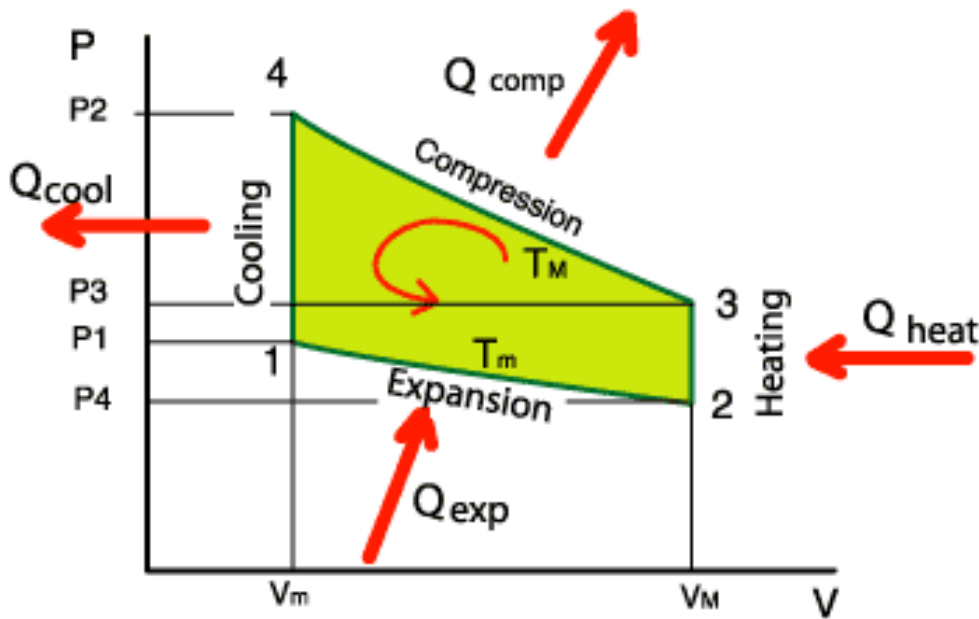
Στο στάδιο 3 με 4 έχουμε τώρα την αντίστοιχη ισόθερμη συμπίεση στο θερμό μέρος, καθώς αποβάλλεται θερμότητα στο θερμοδοχείο χαμηλής θερμοκρασίας, T_c .

Στο στάδιο 4 με 1 έχουμε ισόχωρη μεταβολή, με αύξηση της θερμοκρασίας σε T_h , και φυσικά πρόσδοση αυτή τη φορά θερμότητας από τον αναγεννητή, όπου προηγουμένως είχε αποθηκευτεί.

Και ο ενεργειακός κύκλος επαναλαμβάνεται, όπου στόχος είναι η κίνηση του εμβόλου-στροφάλου με αξιοποίηση της παραγόμενης περιστροφικής κίνησης. Η παραπάνω περιγραφή αφορά τον εξιδανικευμένο ιδανικό κύκλο Stirling. Αντιστρέφοντας τις διεργασίες λαμβάνουμε το ψυκτικό κύκλο Stirling (καθώς πρόκειται για αντιστρεπτή διεργασία), όπου η βασική ενεργειακή διαφορά είναι ότι δεν προσδίδουμε θερμικά ενέργεια, αλλά προσδίδουμε μηχανικά, δηλαδή μέσω της κίνησης του εμβόλου. Αυτό προσομοιάζει την αντίστοιχη λειτουργία ενός ψυκτικού κύκλου στη λειτουργία του συμπιεστή (κομπρέσορα). Όπως και με κάθε βασική αρχή στη ψύξη-κατάψυξη, εκμεταλλευόμαστε τη πρόσδοση θερμότητας από ένα χώρο (T_c), στον Ατμοποιητή, προκειμένου να ρίξουμε τη θερμοκρασία αυτού του χώρου σε ένα επιθυμητό επίπεδο, η οποία για τη παρούσα εργασία αφορά την περιοχή των milli Kelvin. Ενώ κατόπιν επιτυγχάνεται η συμπύκνωση σε υψηλή θερμοκρασία, με την αποβολή θερμότητας σε έναν εξωτερικό χώρο, με θερμοκρασία T_h .

Στο ψυκτικό κύκλο Stirling (SR-Stirling Refrigerator), που έχουμε δύο κυλίνδρους σε διαφορετικές θερμοκρασίες, έναν στο χαμηλό επίπεδο, T_c , και έναν στο αντίστοιχο υψηλό θερμοκρασιακό πεδίο, T_h , έχουμε αντίστοιχα την πρόσδοση θερμότητας στο ρευστό από το ψυχρό μέρος, και την απόδοση θερμότητας από το ρευστό στο θερμό μέρος. Για τη κρυογεννική διεργασία ψύξης, όπου χρησιμοποιείται συνήθως το ήλιο, ^3He και ^4He , λόγω των χαμηλών θερμοκρασιών (κάτω του 1 K), έχουμε την υγροποίηση του ρευστού. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η απεικόνιση της μεταβολής του ιδανικού ψυκτικού κύκλου Stirling.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 1.2 Εισαγωγική περιγραφή των Stirling ψυκτικών μηχανών



Επεξηγήσεις:

Q_{cool} : αποβαλλόμενη θερμότητα, ψυκτική ισχύς

Q_{heat} : προσδιδόμενη θερμότητα

Q_{comp} : έργο συμπίεσης

Q_{exp} : έργο διαστολής

Στάδιο 1 με 2: έχουμε εκτόνωση (πτώση της πίεσης) ισοθερμοκρασιακά, σε $T_m (T_c)$ και πρόσδοση θερμότητας από τη κρύα πηγή (δηλαδή το μέρος του κυλίνδρου με χαμηλή θερμοκρασία)

Στάδιο 2 με 3: κατόπιν το ρευστό θερμαίνεται από την αποθηκευμένη θερμότητα στον αναγεννητή, και συνεπώς την ισόχωρη συμπίεσή του, και την αύξηση της θερμοκρασίας του στην υψηλή, $T_m (T_h)$

Στάδιο 3 με 4: ισοθερμοκρασιακή (T_h) συμπίεση και αποβολή θερμότητας στο θερμό μέρος (πχ συνθήκες εργαστηριακού χώρου)

Στάδιο 4 με 1: ισόχωρη ψύξη (τώρα το ρευστό έχει οδηγηθεί με αποτόνωση στο ψυχρό μέρος του κυλίνδρου), και **πρόσδοση της ψυκτικής ισχύος**.

Τα παραπάνω αφορούν τον ιδεατό κύκλο SR. Στον πραγματικό κύκλο οι παραπάνω ισόχωρες ευθείες έχουν καμπύλη πορεία, καθώς τα έμβολα (σε ψυχρό και θερμό

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 1.2 Εισαγωγική περιγραφή των Stirling ψυκτικών μηχανών

κύλινδρο) διαγράφουν μία προεία που προσιδιάζει σε αρμονική ταλάντωση και όχι ασυνεχείς μεταβολές(δηλαδή στα άκρα του παραπάνω διαγράμματος-1,2,3,4).Επίσης το ρευστό δεν διαθέτει μία απόλυτα ισοθερμοκρασιακή κατανομή στους δύο κυλίνδρους(κάτω από θερμό και πάνω από ψυχρό έμβολο).Επιπλέον η παραπάνω απλοική διάταξη ενισχύεται με τη προσθήκη εναλλακτών. Τέλος το ίδιο το ρευστό δε συμπεριφέρεται σε όλα τα θερμοκρασιακά έυρη και συγκεντρώσεις ³H ως ιδανικό ρευστό.Για το τελευταίο θα γίνει εκτενής αναφορά μετέπειτα.

1.3 Περιγραφή των SSR κρυογονικών μηχανών

Η SSR σε σχέση με τις άλλες κρυογεννητικές μεθόδους επιτυγχάνουν κάπως μεγαλύτερες θερμοκρασίες, της τάξης των 338 mK για τις τριβάθμιες, και ακόμη μεγαλύτερες για τις παλιότερες (προ του 2000) διβάθμιες και μονοβάθμιες.

Το ρευστό που χρησιμοποιείται σε μία SSR είναι κυρίως μίγμα ^3He με ^4He . Ο λόγος χρήσης αυτών των δύο ισotόπων του He είναι οι εξής:

Για θερμοκρασίες, $T \leq 2.17 \text{ K}$, το ^4He το οποίο σε ανώτερη θερμοκρασία έχει συνεκτικότητα, χωρίζεται σε δύο φάσεις, μία με συνεκτικότητα (αναλόγως μειωμένη με θερμοκρασία) και μία με μηδενική συνεκτικότητα, η οποία φάση του ρευστού ονομάζεται υπερρευστό.

Εδώ να τονιστεί πως υπερρευστό χρησιμοποιεί και η ψύξη με διάλυση, με την οποία θα ασχοληθούμε παρακάτω. Η βασική πάντως διαφορά της SSR με την ψύξη με διάλυση είναι οι θερμοκρασίες που επιτυγχάνουν. Καθώς μέχρι στιγμής η καλύτερη SSR μεταβίας μπορεί να αποδώσει θερμοκρασίες έως και 1 K ενώ η **κρυόψυξη με διάλυση** μπορεί και αποδίδει τόσο χαμηλές θερμοκρασίες όσο και 10 mK.

Υπερρευστότητα, ονομάζεται στον τομέα της επιστήμης και μηχανολογίας, μία κατάσταση στην οποία ένα υγρό ρευστό συμπεριφέρεται με μηδενική συνεκτικότητα. Αυτό σημαίνει ότι παρουσιάζει την ιδιότητα της ίδιας κίνησης και μετατόπισης που αψηφά τους γνωστούς νόμους της βαρύτητας και επίπεδων τάσεων που από μία θερμοκρασία και άνω θα δεχότανε. Αρχικά αυτή η ιδιότητα ανακαλύφθηκε στο υγρό He ($T \leq 4 \text{ K}$). Η πρώτη επιτυχημένη υγροποίηση του He έγινε στις αρχές του προηγούμενου αιώνα από τον Heike Kamerlingh Onnes, ενώ η ανακάλυψη του φαινομένου της υπερρευστότητας έγινε από τον Pyotr Kapitsa, Don Misener και John F. Allen το 1937. Η πιο απλουστευτικά εξήγηση της αιτίας ύπαρξης αυτής του φαινομένου βασίζεται στο γεγονός ότι το ^4He είναι μποζόνιο (δηλαδή συμπεριφέρεται με βάση τις συσχετισείς του Bose) ενώ το ^3He είναι φερμιόνιο (δηλαδή συμπεριφέρεται σε αυτές τις χαμηλές θερμοκρασίες με βάση τη θεωρία του Fermi). Επειδή ακριβώς η δημιουργία των μποζονίων είναι που κρίνει τη μετάβαση στην υπερρευστή περιοχή, και η οποία εξαρτάται από τη θερμοκρασία του ρευστού, έχουμε και αυτή την ανομοιομορφία στα δύο ισotόπα.

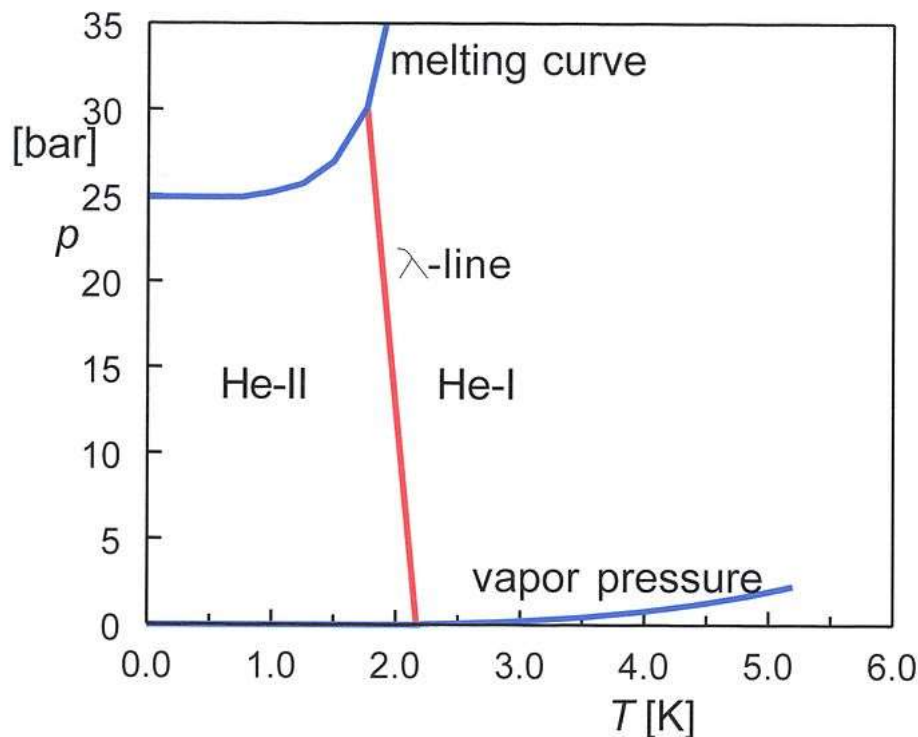
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 1.3 Περιγραφή των SSR κρυογονικών μηχανών

Η επεξήγηση αυτού του φαινομένου για το He και τα ισοτοπά του έχει να κάνει σε μικροσκοπική κλίμακα με τις ενδοατομικές δυνάμεις μεταξύ των ατόμων του He, οι οποίες χαρακτηρίζονται ως αρκετά ασθενείς σε σχέση με άλλα αέρια/ρευστοποιημένα αέρια.

Επομένως έχουμε για τα γνωστά και ευσταθή ισότοπα του He, ^3He και ^4He , τη μετάβαση τους σε υπερρευστή κατάσταση από μία θερμοκρασία/πίεση και κάτω. Ειδικά για αυτά τα δύο ισότοπα, παρατηρείται μία διαφορετική θερμοκρασία μετάβασης σε υπερρευστή κατάσταση, με το ^3He , το οποίο είναι και πιο σπάνιο, μία θερμοκρασία της τάξης των milli Kelvin. Αυτές ακριβώς τις διαφορές στο μίγμα των δύο ισωτόπων είναι που εκμεταλλεύεται και ένα ψυκτικός κύκλος με απορρόφηση, όπου στηρίζεται πάνω στην εκμετάλλευση της ενθαλπίας ανάμειξης, καθώς και στη διαφορά της συγκέντρωσης του ^3He στο ^4He . Επομένως σε θερμοκρασίες κάτω των 2.17 K μέρος του ^4He γίνεται υπερρευστό και λόγω των μηδενικής ύπαρξης συνεκτικότητας (απώλεια διατμητικών τάσεων), μπορεί και διαπερνά και τα πιο μικρές οπές και πορώδη υλικά, το ίδιο όμως δε πρόκειται να γίνει και για το ^3He . Επίσης χαρακτηριστικό της μετάβασης στην υπερρευστή περιοχή για το ^4He , έχουμε μηδενισμό της εντροπίας του, και συνεπώς δε συμμετέχει στο μίγμα καθόλου θερμοδυναμικά.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το διάγραμμα φάσης για το ^4He :

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 1.3 Περιγραφή των SSR κρυογονικών μηχανών



Διάγραμμα 1.1 ,διάγραμμα φάσης He

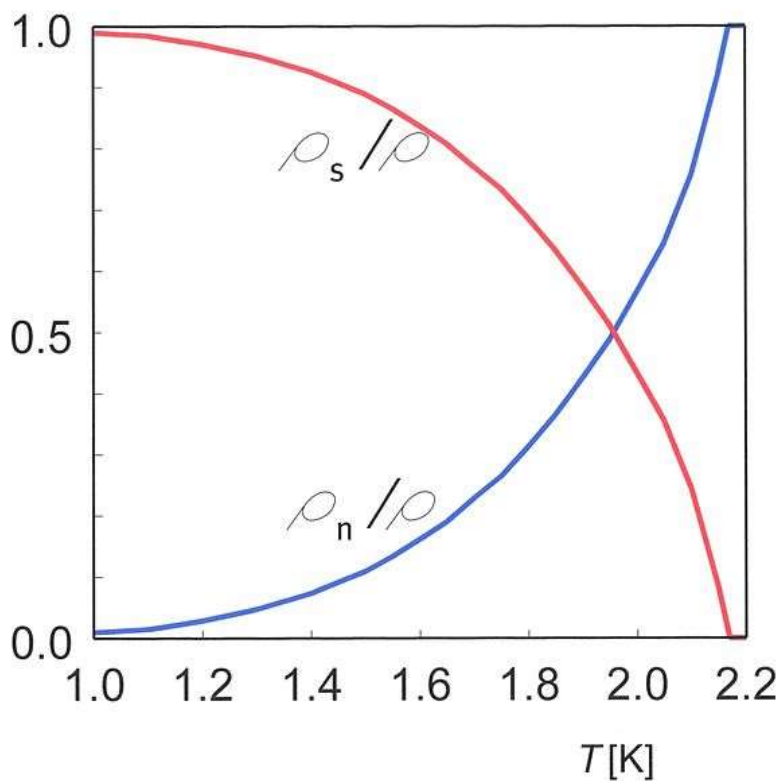
Επεξηγήσεις

Vapor pressure : τάση ατμών

Melting curve : γραμμή τήξης

Όπως φαίνεται και στο διάγραμμα το ^4He για τις πιέσεις (<2 Mpa) που δημιουργούνται σε μία κρυογονική μηχανή, αποκλείεται να έχουμε στερεοποίησή του. Επίσης παρατηρούμε την ύπαρξη μία καμπύλης, συμβολιζόμενη με το γράμμα λ, της καμπύλης-λ. Όντως βλέπουμε για θερμοκρασίες κάτω των 2.15-2.2 K έχουμε την ύπαρξη μίας κατάστασης ύπαρξης δύο συνιστωσών. Μίας συνιστώσας του ρευστού που συμπεριφέρεται ως κανονικό-ιδανικό ρευστό και μίας υπερρευστής (He-II) συνιστώσας του, με μηδενική εντροπία και συνεκτικότητα, και εξαρτάται από τη θερμοκρασία. Επίσης από τη θερμοκρασία εξαρτάται και το κλάσμα όγκου της κάθε συνιστώσας, όπως φαίνεται στο κατώθι σχήμα:

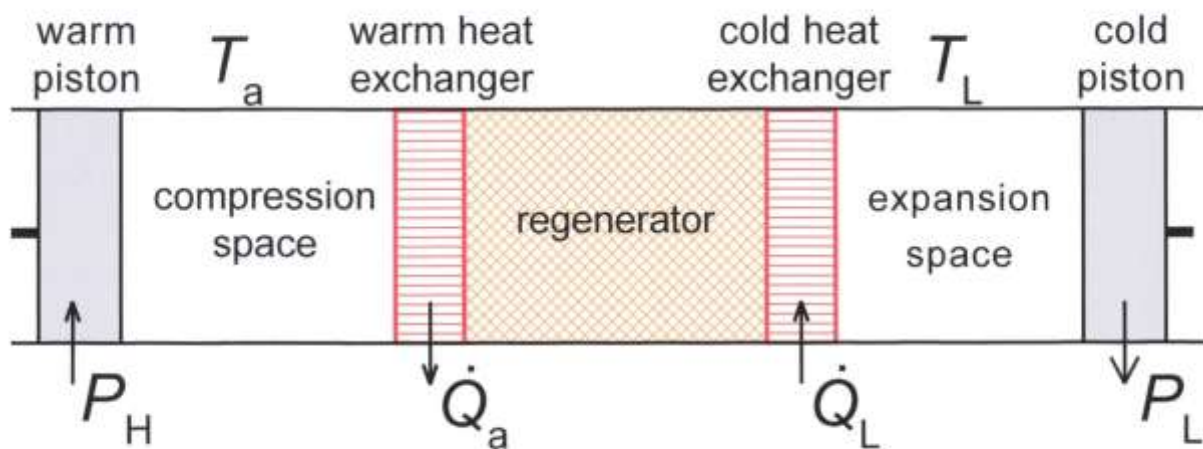
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 1.3 Περιγραφή των SSR κρυογονικών μηχανών



Διάγραμμα 1.2, πικνότητα υπερρευστού και πικνότητα κανονικού

Όπως φαίνεται, η πικνότητα του υπερρευστού κλάσματος, ρ_s , υπερσχύει με τη πτώση της θερμοκρασίας έναντι του ιδανικού, ρ_n .

Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται μία απλουστευτική διάταξη ενός SSR.



Εικόνα 1.3, σχηματική απεικόνιση του αναγεννητή του SSR

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 1.3 Περιγραφή των SSR κρυογονικών μηχανών

Επεξηγήσεις

Warm piston : θερμό πιστόνι (έμβολο)

Compression space : χώρος συμπίεσης

Warm heat exchanger : θερμός εναλλάκτης

Regenerator : αναγεννητής

Cold heat exchanger : ψυχρός εναλλάκτης

Expansion space : χώρος εκτόνωσης

Cold piston : ψυχρό πιστόνι

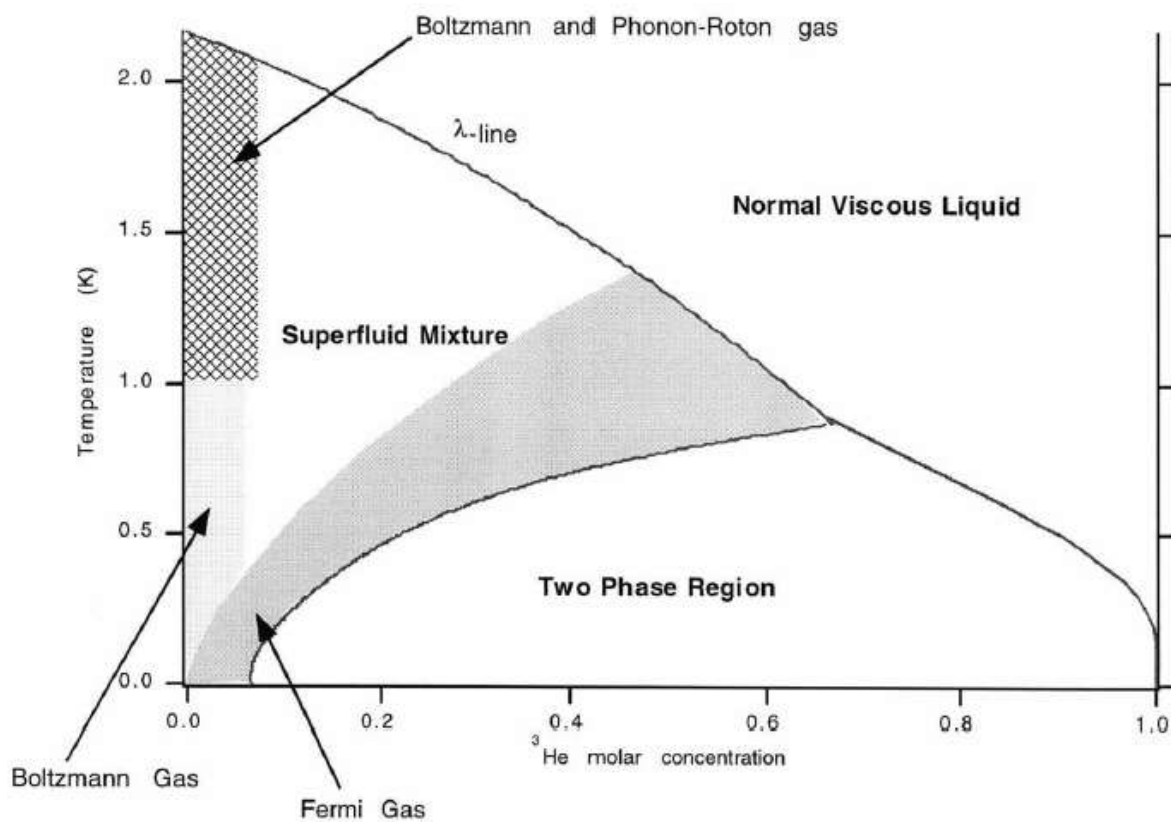
Όπου διακρίνονται τα δύο έμβολα(P_H, P_L) σε θερμό και ψυχρό μέρος(από όπου λαμβάνουμε θερμότητα),τους δύο εναλλάκτες(warm/cold HEX),τους όγκους σάρωσης των δύο εμβόλων,που περικλείονται από κυλίνδρους,και τον αναγεννητή.Ένα εύλογο ερώτημα που δημιουργείται είναι πως τελικά ένας κρυογεννητής-SSR εκμεταλλεύεται το φαινόμενο της υπερρευστότητας και τις διαφορές συγκεντρώσεων(^3He σε ^4He).Καθώς αυτό που επιδιώκουμε είναι η όσο το δυνατόν επίτευξη χαμηλότερης θερμοκρασίας,σημαίνει πως πρέπει να απορροφήσουμε όσο το δυνατόν περισσότερη θερμότητα από το ψυχρό κύλινδρο,και να ρίξουμε έτσι τη θερμοκρασία εκεί.Αύξηση της μεταφοράς θερμότητας(εδώ απαγωγής) με μοριακή διάχυση(μεταφορά μάζας) οδηγεί και σε ανάλογη πτώση της θερμοκρασίας του ψυχρού άκρου.Επομένως όσο αυξάνεται η διάχυση του ^4He τόσο μεγαλύτερη πτώση θερμοκρασίας πετυχαίνουμε,η οποία όμως φτάνει μέχρι ένα σημείο κορεσμού,που εξαρτάται από τη διάχυση του άλλου ισοτόπου,του ^3He .Επομένως υπάρχει μία εξάρτηση από τη ταχύτητα διάχυσης.Αύξηση της περιεκτικότητας του ^4He σε ^3He ,αυξάνει την ψυκτική ισχύ,όμως παράλληλα έχουμε και αύξηση από το συνεκτικό ^3He των απωλειών λόγω συνεκτικότητας,το οποίο οδηγεί σε μία αντίθετη αύξηση(αντιστάθμισμα) της θερμοκρασίας.Έτσι φαίνεται και άμεσα ο περιορισμός που θέτει ένα συμπεριφερόμενο ως ιδανικό αέριο(^3He),στην επίτευξη όσο πιο χαμηλών θερμοκρασιών γίνεται.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 1.3 Περιγραφή των SSR κρυογονικών μηχανών

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 1.4 Διάγραμμα φάσης ενός τυπικού Ψύκτη SSR

1.4 Διάγραμμα φάσης ενός τυπικού Ψύκτη SSR

Τα παραπάνω μπορούν να συνοψισθούν σε ένα διάγραμμα που δείχνει τη σχέση αναλογίας μεταξύ ^3He - ^4He συναρτήσει της θερμοκρασίας.



Διάγραμμα 1.4 , Φάσεις του Ήλιου σε κρυογονικές θερμοκρασίες.

Επεξηγήσεις

Superfluid mixture : υπερρευστό μίγμα

Two Phase Region : διφασική ζώνη

Normal Viscous Liquid : κανονικό συνεκτικό ρευστό

Boltzmann and Phonon-Roton gas : Boltzmann and Phonon-Roton αέριο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 1.4 Διάγραμμα φάσης ενός τυπικού Ψύκτη SSR

Στο παραπάνω διάγραμμα βλέπουμε πως έχουμε τρεις ζώνες για το μίγμα των δύο ισοτόπων. Μία ομογενής περιοχή όπου ισχύουν οι νόμοι πραγματικού αερίου, και τα δύο ρευστά έχουν συνεκτικότητα μη-μηδενική. Μία διφασική περιοχή που αφορά σχεδόν όλο το εύρος συγκεντρώσεων, και για θερμοκρασίες κάτω του 1 K. Τέλος μία περιοχή που φτάνει μέχρι το 60% στη συγκέντρωση ^3He , και χαρακτηρίζει τα έυρη θερμοκρασιών που στοχεύει η κρυόψυξη με SSR. Στη τελευταία ζώνη όμως δεν στην οποία λειτουργεί ο SSR, δεν είναι μία ομοιογενής ζώνη, αλλά η συμπεριφορά της εξαρτάται οσμωτικής πίεσης (δηλαδή της πίεσης που χρειάζεται να ξεπεράσει ένας καθαρός διαλύτης ^4He προκειμένου να εισέλθει στο μίγμα, μέσω του πορώσους υλικού των εμβόλων, στο μίγμα $^3\text{He}-^4\text{He}$). Η οσμωτική πίεση δεν υπακούει σε αυτή τη περιοχή σε έναν και μόνο θερμοδυναμικό νόμο, αλλά όπως φαίνεται υπάρχουν τρεις υποπεριοχές όπου ισχύουν αντίστοιχα: ο νόμος του Fermi, ο νόμος Boltzmann και Boltzmann/Phono-Roton.

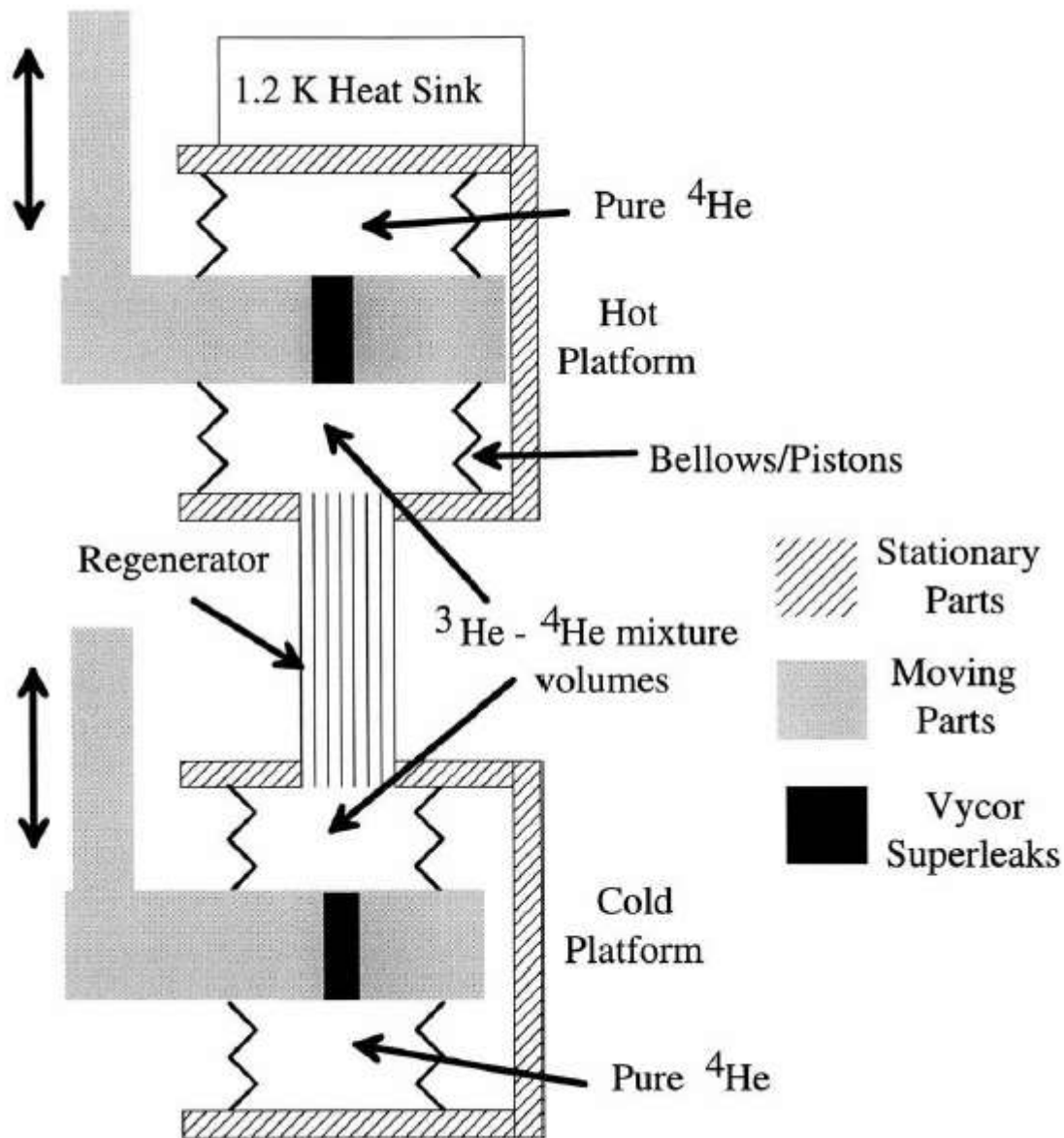
Στους παραπάνω περιορισμούς υπεισέρχονται και δευτερεύοντες μηχανικοί περιορισμοί, όπως τα συστήματα για την επίτευξη κενού, το σύστημα περιορισμού κραδασμών και ταλαντώσεων και το σύστημα διαχείρισης και μετρήσεων των αερίων συνιστωσών, όπως τα ροόμετρα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 1.4 Διάγραμμα φάσης ενός τυπικού Ψύκτη SSR

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 1.5 Περιγραφή των εξαρτημάτων μίας SSR και των διαφοροποιήσεών της

1.5 Περιγραφή των εξαρτημάτων μίας SSR και των διαφοροποιήσεών της

Η πρώτη μηχανή(πρωτότυπη) SSR κατασκευάστηκε από τους Kotsubo και Swift το 1990, και εικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:



Εικόνα 1.5 , σχηματική απεικόνιση μηχανής SSR

Επεξηγήσεις

Heat Sink : Ψύκτρα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 1.5 Περιγραφή των εξαρτημάτων μίας SSR και των διαφοροποιήσεών της

Hot Platform : Θερμή πλατφόρμα

Regenerator : Αναγεννητής

Cold Platform : Ψυχρή πλατφόρμα

Bellows : Φουσητήρες

Stationary Parts : Ακίνητα μέρη

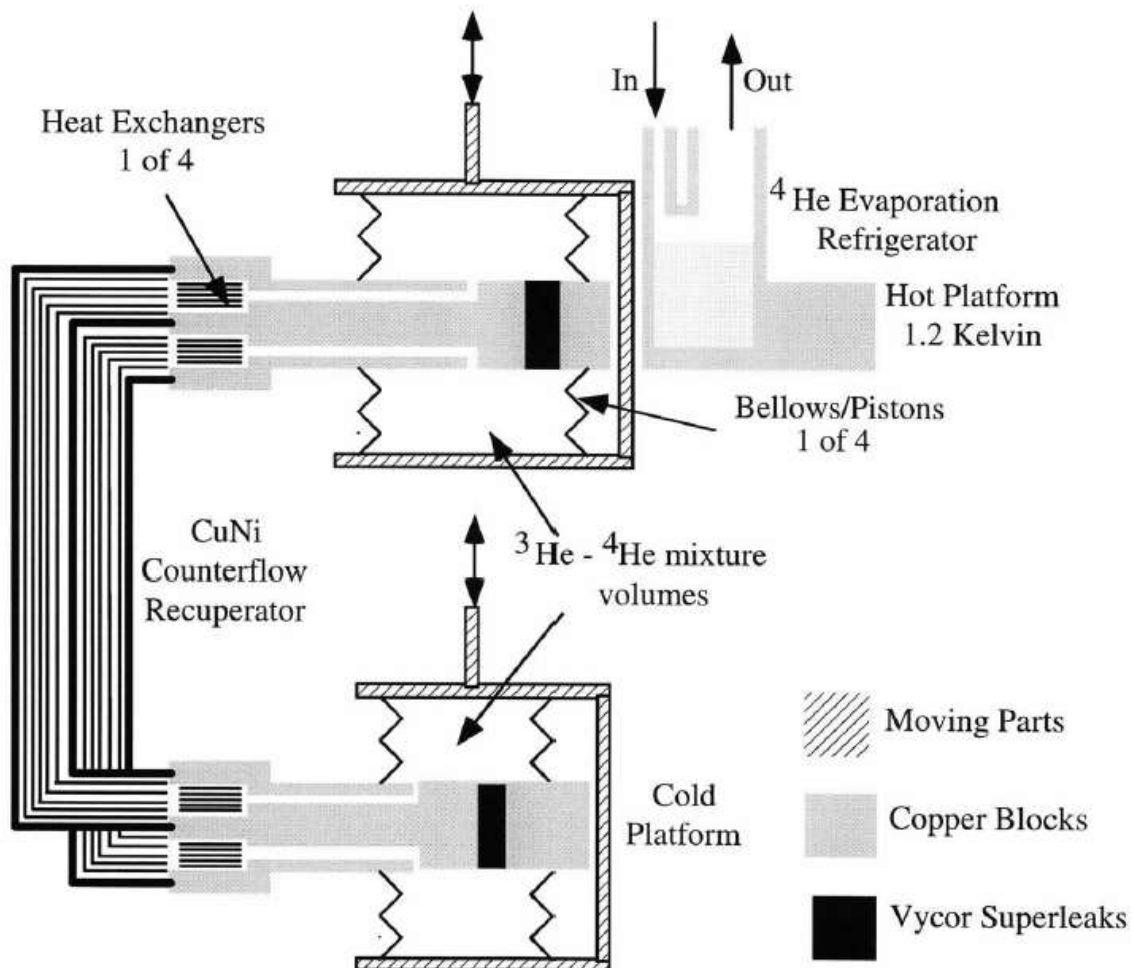
Moving Parts : Κινούμενα μέρη

Vycor Superleaks : Υπεροπές Vycor

Όπου το ρόλο του πορώδους υλικού σε κάθε έμβολο, τον αναλαμβάνει οι μικροπές διαρροής του υλικού Vycor. Αυτό το υλικό επιτρέπει τη διαρροή του ^4He στην άλλη πλευρά των δύο εμβόλων, από το μίγμα $^4\text{He}-^3\text{He}$. Το γυαλί Vycor, χρησιμοποιείται λόγω της μεγάλης αντίστασης που προβάλλει σε περίπτωση θερμικού σοκ. Η συστασή του είναι πυρίτιο και τριοξείδιο του βορίου, B_2O_3 . Αυτή η επιλογή του υλικού, γίνεται επίσης λόγω της αδιαλυτότητάς του, λόγω του πυριτίου, και λόγω της πορώδους ιδιότητάς του. Έτσι το υπερρευστό, ^4He , διαπερνάει τις οπές του Vycor, για θερμοκρασίες κάτω των 2 K, ενώ παραμένει μία ποσοτητά του στο μίγμα με ^3He , οπότε εκμεταλλευόμαστε τη συμπεριφορά του ως προς το αδρανές ^4He . Δηλαδή το ^3He , ακολουθεί το θερμοδυναμικό του κύκλο, συμπιεζόμενο και αποτνωμένο, μόνο του. Οπότε μία SSR, στηρίζει τη λειτουργία της πάνω στη θερμοδυναμική ιδιότητα του ^3He να ψυχθεί κάτω του 1 K. Η SSR των δύο παραπάνω επιστημόνων χρησιμοποιεί το ^3He ως το ρευστό εκείνο με τη μεγαλύτερη ειδική θερμοχωρητικότητα, σε χαμηλές στροφές (0.25 rpm) και συγκεντρώσεις του ^3He , γύρω στο 12%. Μειονέκτημα όμως αυτής της SSR μηχανής είναι η περιορισμένη απόδοσή της, καθώς ^3He καταφέρνει και διαπερνά μέσω του Vycor, δηλαδή έχουμε μία ανεπιθύμητη διάχυση, και αυτό λόγω της μεγάλης ειδικής θερμοχωρητικότητας του και μικρής αγωγιμότητάς του. Αυτό επίσης εξηγείται και λόγω της μείωσης του λόγου [θερμικό βάθος εισχώρησης]·[επιφάνεια κυλίνδρων-αναγεννητή, ο οποίος ισούται με τη πραγματική ειδική θερμοχωρητικότητα. Επομένως μείωση του θερμικού βάθους, μειώνει τη πραγματική ειδική θερμοχωρητικότητα, και συνεπώς και το βαθμός απόδοσης της SSR.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 1.5 Περιγραφή των εξαρτημάτων μίας SSR και των διαφοροποιήσεών της

Με βάση επομένως των προβλημάτων της SSR του Kotsubo/Swift, ο Swift και ο Brisson, δημιούργησαν μία παραλλαγή της, την παλινδρομική SSR. Το σχήμα αυτής φαίνεται παρακάτω:



Εικόνα 1.6 , παλινδρομική SSR

Επεξηγήσεις

Heat Exchangers : Εναλλάκτες

Counterflow Recuperator : Αναγεννητής αντιρροής

Mixture volumes : Όγκοι ανάμιξης

Evaporation Refrigerator : Ατμοποιητής

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 1.5 Περιγραφή των εξαρτημάτων μίας SSR και των διαφοροποιήσεών της

Η παραπάνω παραλλαγή,είναι στην ουσία δύο ξεχωριστές SSR,οι οποίες λειτουργούν με διαφορά φάσης περίπου 180° μεταξύ τους.Η αναγέννηση γίνεται με τους με έναν εναλλάκτη αντιρροής,από κράμμα Cu/Ni.Στην παραπάνω μηχανή βλέπουμε πως η μεταφορά θερμότητας γίνεται κατεξοχήν με συναγωγή και όχι με διάχυση,όπως ήταν η πρωτότυπη SSR των Katsubo-Swift.Επίσης η νέα μηχανή επιτρέπει μεγαλύτερες ταχύτητες περιστροφής και την επίτευξη μεγαλύτερης ψυκτικής ισχύος,άμεση συνέπειας της αντιμετώπισης της διάχυσης ^3He στο υπερρευστό ^4He .Παρουσιάζει όμως το μειονέκτημα της μικρής ειδικής θερμοχωρητικότητας στον αναγεννητή(εναλλάκτης αντιρροής).Επομένως μπορούμε να κάνουμε τώρα κάποιες συγκρίσεις ως προς τις δύο SSR,συναρτήσει των κατασκευαστικών τους παραμέτρων(όγκος σάρωσης,καθαρός όγκος,κτλ)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 1.5 Περιγραφή των εξαρτημάτων μίας SSR και των διαφοροποιήσεών της

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΤΡΟΠΟΥ ΧΡΗΣΗΣ ΥΠΕΡΡΕΥΣΤΟΥ ΜΕ ΜΗΧΑΝΗ STIRLING

2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)

Η ανάλυση της RSSR βασίζεται στην πρωτοπόρα ανάλυση του Schmidt, πάνω στη μεταφορά θερμότητας σε μηχανές Stirling, το λεγόμενο μοντέλο του Schmidt. Το συγκεκριμένο μοντέλο αναπτύχθηκε πάνω σε δύο παραδοχές:

1) Γραμμική πτώση της θερμοκρασίας από το ένα άκρο του αναγεννητή (hot piston) στο άλλο άκρο, το ψυχρό.

2) Στην τέλεια ημιτονοειδής κίνηση των εμβόλων, κάτι που πρακτικά δεν ισχύει, λόγω ταλαντωτικών συμπεριφορών του ρευστού (διαφορά φάσης).

Η ανάλυση του μοντέλου, περιλαμβάνει την αναγκαία αδιαστατοποίηση, της ψυκτικής ισχύος, της αποβαλλόμενης θερμότητας και των αντίστοιχων τεχνικών έργων. Οπότε καταλήγει στις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{Q_c}{f \cdot N \cdot R \cdot T_c} = \frac{\pi}{s \cdot \sqrt{1-b^2}} \cdot \frac{1-\sqrt{1-b^2}}{b} \cdot \sin(\beta - \alpha) \quad (2.1.1)$$

,που αφορά την ανηγμένη ψυκτική ισχύς ($Q_c/fNRT_c$).

$$\frac{Q_h}{f \cdot N \cdot R \cdot T_c} = -\frac{\pi}{s \cdot \sqrt{1-b^2}} \cdot \frac{1-\sqrt{1-b^2}}{b} \cdot \frac{v_t}{v_{swc}} \cdot \frac{v_{swh}}{v_t} \cdot \sin(\beta) \quad (2.1.2)$$

,που αφορά την αποβαλλόμενη ανηγμένη θερμοροή.

$$\frac{W_t}{f \cdot N \cdot R \cdot T_c} = \frac{\pi}{s \cdot \sqrt{1-b^2}} \cdot \frac{1-\sqrt{1-b^2}}{b} \cdot \left[\frac{v_t}{v_{swc}} \cdot \frac{v_{swh}}{v_t} \cdot \sin(\beta - \alpha) + \sin(\beta) \right] \quad (2.1.3)$$

,που αφορά την ανηγμένη προσδιδόμενη ισχύς στην SSR, δηλαδή στην κίνηση των εμβόλων από ηλεκτροκινητήρα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)

Στις παραπάνω σχέσεις τα b, β και α αφορούν σταθερές χρήσιμες για την εύρεση των ανηγμένων μεγεθών, f είναι η σχετική συχνότητα που αφορά τη μηχανή Stirling, R η γνωστή θερμοδυναμική σταθερά και T_c η κρίσιμη θερμοκρασία του συστήματος.

Στις παραπάνω σχέσεις έχουμε τους εξής όγκους της μηχανής:

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ	ΟΡΙΣΜΟΣ
V_t	ολικός όγκος του SSR
V_{swh}	όγκος σάρωσης του θερμού εμβόλου
V_{swc}	όγκος σάρωσης του ψυχρού εμβόλου
V_{clh}	καθαρός όγκος του θερμού εμβόλου
V_{clc}	καθαρός όγκος του ψυχρού εμβόλου
V_h	συνολικός όγκος θερμού κυλίνδρου
V_c	συνολικός όγκος ψυχρού κυλίνδρου
V_r	όγκος του αναγεννητή

από τα παραπάνω εξάγεται ότι πρέπει να ισχύει:

$$\begin{aligned} V_h &= V_{swh} + V_{clh} \\ V_c &= V_{swc} + V_{clc} \end{aligned} \quad (2.1.4)$$

Επίσης ισχύουν και οι εξής σχέσεις:

$$\tan(\beta) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos \alpha + \frac{V_{swh}}{V_t} \cdot \frac{V_t}{V_{swc}} \cdot \frac{T_c}{T_h}} \quad (2.1.5)$$

$$S = \frac{1}{2} + \frac{V_{clc}}{V_t} \cdot \frac{V_t}{V_{swc}} + \frac{V_r}{V_t} \cdot \frac{V_t}{V_{swc}} \cdot \frac{\ln \frac{T_h}{T_c}}{\frac{T_h}{T_c} - 1} + \frac{V_{clh}}{V_t} \cdot \frac{V_t}{V_{swc}} \cdot \frac{T_c}{T_h} + \frac{1}{2} \cdot \frac{V_{swh}}{V_t} \cdot \frac{V_t}{V_{swc}} \cdot \frac{T_c}{T_h} \quad (2.1.6)$$

$$b = \frac{C}{S} \quad (2.1.7)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)

όπου με α συμβολίζεται η διαφορά φάσης ως προς την παλινδρομική κίνηση των δύο εμβόλων, ψυχρού και θερμού, και λαμβάνεται συνήθως 90° ($\pi/2$)

Οι παραπάνω σχέσεις επομένως μας δίνουν διάφορους συσχετισμούς ανάμεσα σε κατασκευαστικές παραμέτρους, δηλαδή τους όγκους, με ανεξάρτητη παράμετρο το λόγο της διαφοράς των δύο θερμοκρασιών:

$$x = \frac{T_c}{T_h}, 0 \leq x \leq 1 \quad (2.1.8)$$

Φυσικά η ψυχρή θερμοκρασία για να προσεγγίσει τη θερμή, T_h , είναι πολύ δύσκολο να επιτευχθεί, καθώς υπάρχει ένα κατώτερο όριο θερμοκρασιακής διαφοράς για την παραγωγή ψυκτικής ισχύος. Επομένως είναι μία ακραία ιδεατή κατάσταση, όπως και η άπειρη μεταξύ τους διαφορά. Τα παραπάνω μπορούν να τα επεξεργαστούμε με κατάλληλο κώδικα ως προς την εξαρτημένη μεταβλητή (ισχύς/έργο).

Ο κώδικας που γράφτηκε για τις παραπάνω σχέσεις υπολόγισε **ψυκτικό έργο (cooling power)**, **ρυθμός αποβολής θερμότητας (heat rejection rate)** και **τεχνικό έργο (power input)**. Επίσης έγιναν οι εξής παραδοχές για την ευκολότερη εύρεση των μεγεθών:

$$\frac{V_r}{V_t} = c_1, \frac{V_{swh}}{V_{swc}} = c_2, \frac{V_{clh}}{V_{swh}} = c_3, \frac{V_{clc}}{V_{swc}} = c_4, \frac{T_c}{T_h} = c_5, \frac{V_t}{V_{swc}} = c_6 \quad (2.1.9)$$

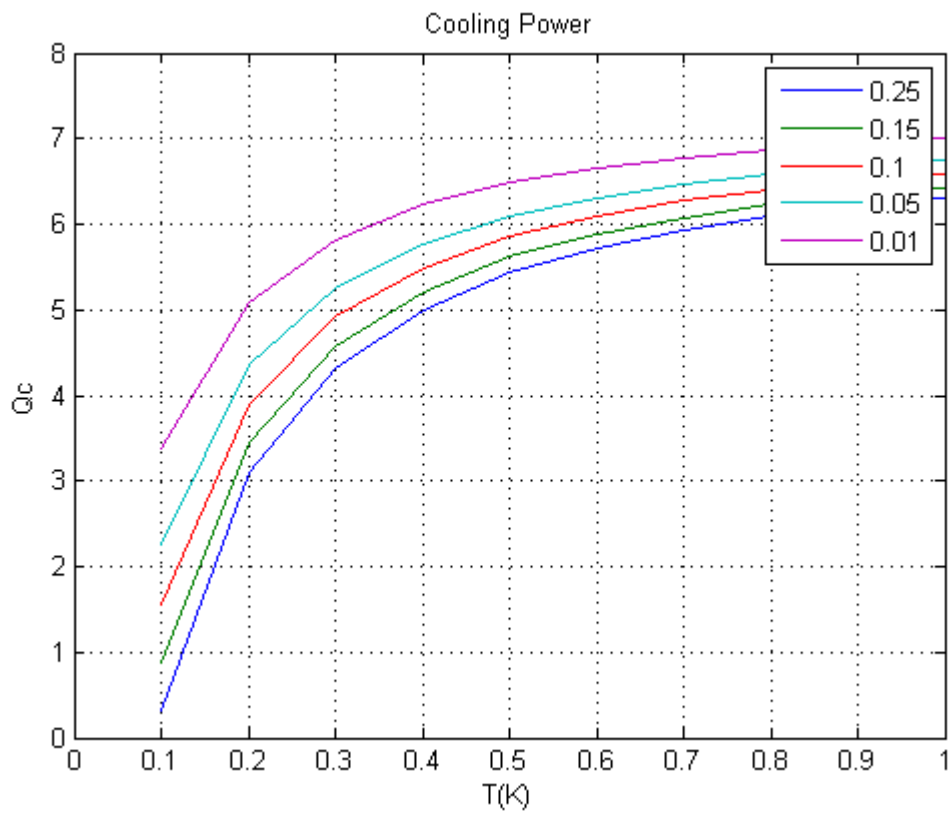
Και το α έλαβε την τιμή $\pi/2$.

Ο κώδικας που γράφτηκε παρατίθεται στο τέλος. Επομένως βγάζουμε για τις εξής αρχικά τιμές: $\frac{V_{swh}}{V_{swc}} = 1, \frac{V_{clh}}{V_{swh}} = \frac{V_{clc}}{V_{swc}} = 0.01$ και με βάση ένα περιορισμένο εύρος τιμών για το μέγεθος

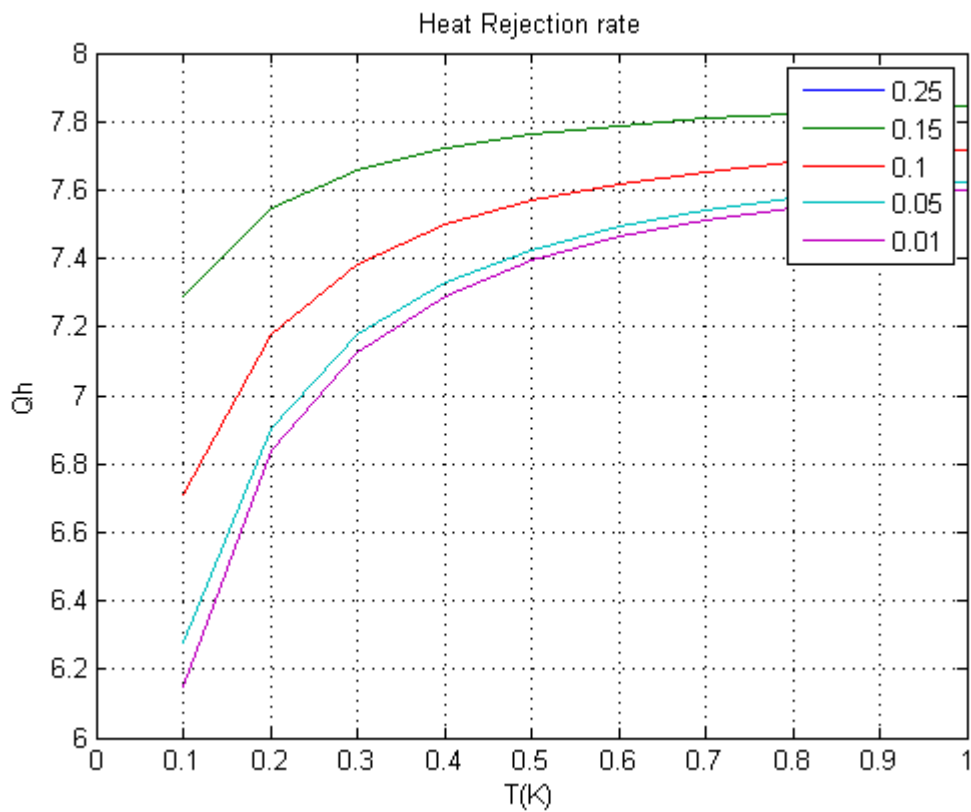
$$\frac{V_r}{V_t}$$

Για τιμή λοιπόν της σταθεράς $c_3 = 0.01$ έχουμε τα εξής διαγράμματα:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)

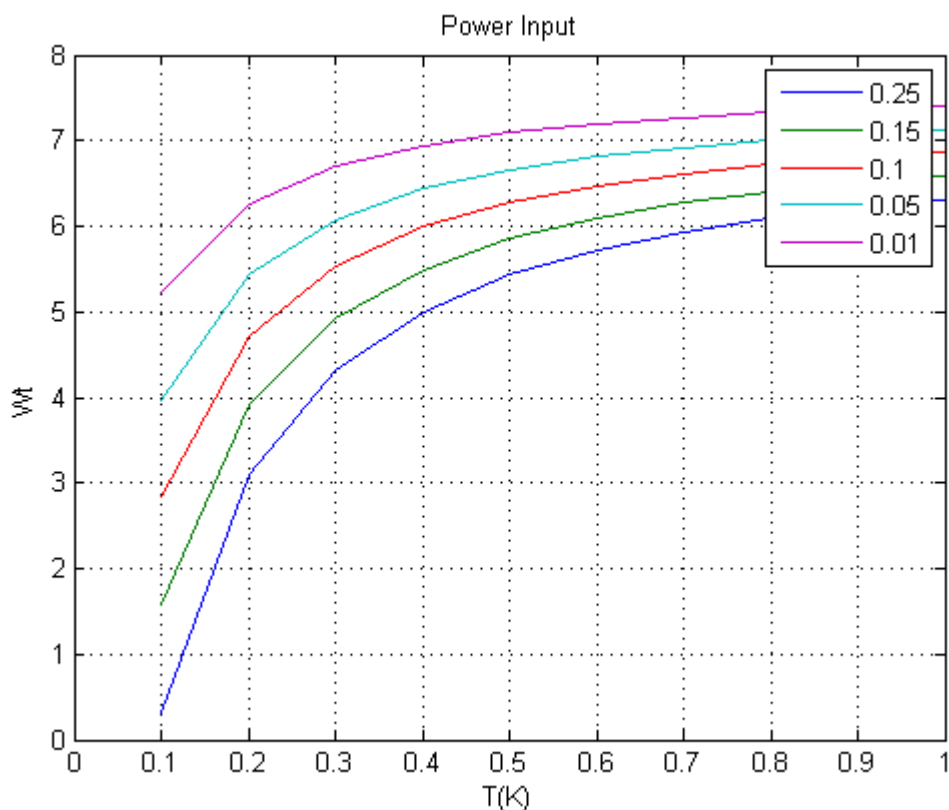


Διάγραμμα 2.1 , ανηγμένη ψυκτική ισχύς



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)

Διάγραμμα 2.2 , ανηγμένη αποβαλλόμενη ισχύς

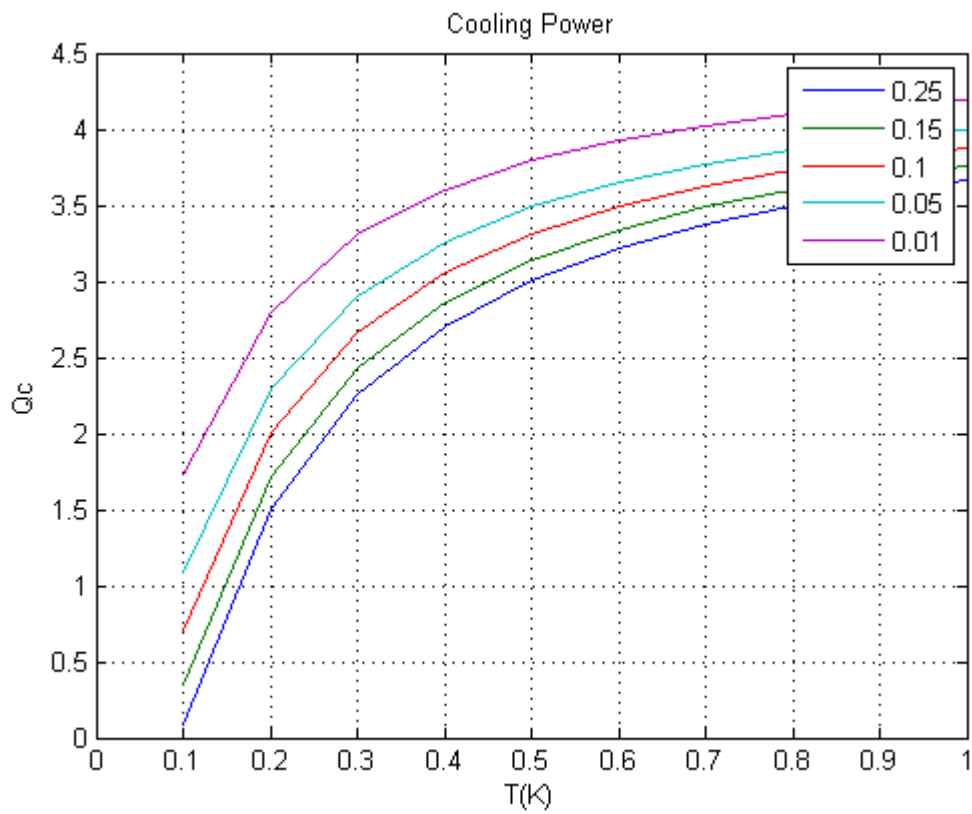


Διάγραμμα 2.3 , ανηγμένη προσδιδόμενη ισχύς

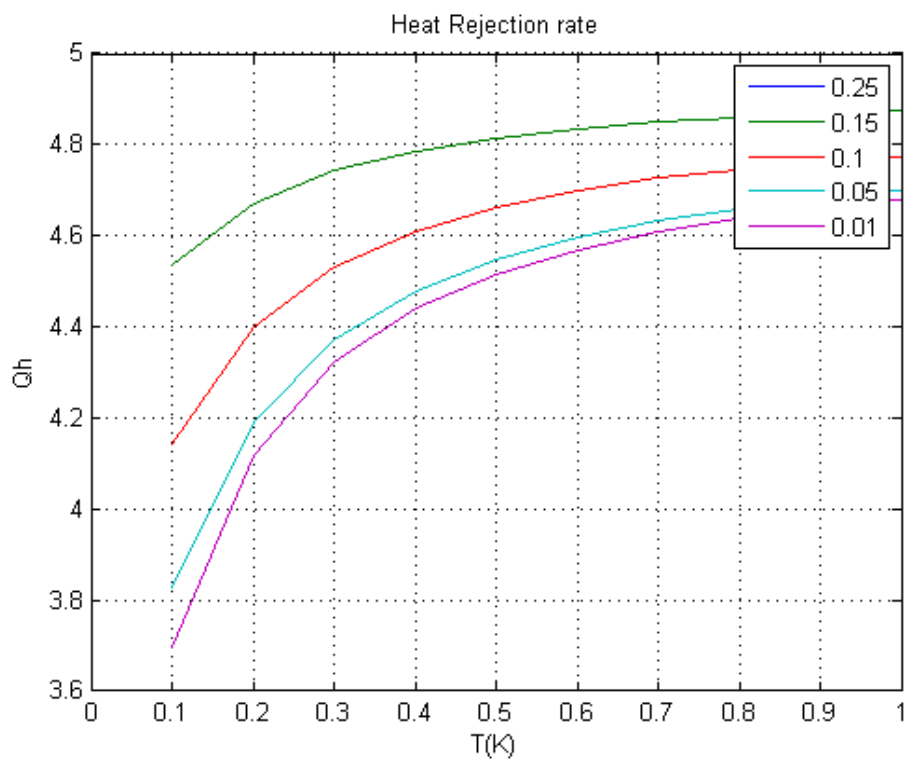
Από όπου παρατηρούμε καταρχάς ότι με την αύξηση της επιφάνειας του εναλλάκτη με αναγέννηση έχουμε και την αντίστοιχη μείωση στην ψυκτική ισχύος και το αποδιδόμενο ανηγμένο έργο. Μία επίδραση που βλέπουμε πως φθίνει με την αύξηση της θερμοκρασίας. Σε υψηλότερους λόγους θερμοκρασίας πετυχαίνουμε μία σταθεροποίηση και ανεξαρτησία σταδιακά από τον όγκο του εναλλάκτη ως προς το συνολικό όγκο. Επίσης μέχρι λόγους ψυχρής προς θερμής επιφάνειας θερμοκρασίες, T_c/T_h έχουμε μία εκθετικά ανάλογη άυξηση μέχρι και 0.5.

Για τιμή λοιπόν της σταθεράς $c_3 = 0.05$ έχουμε τα εξής διαγράμματα:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)

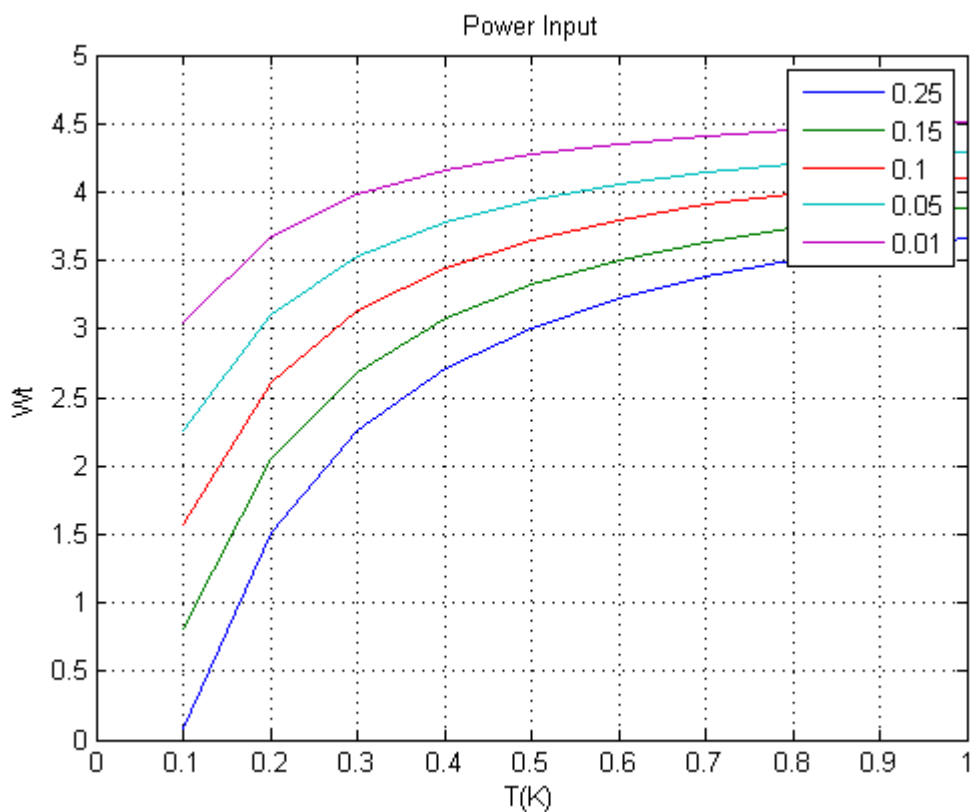


Διάγραμμα 2.4 , ανηγμένη ψυκτική ισχύς



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)

Διάγραμμα 2.25, ανηγμένη αποβαλλόμενη ισχύς



Διάγραμμα 2.6 , ανηγμένη προσδιδόμενη ισχύς

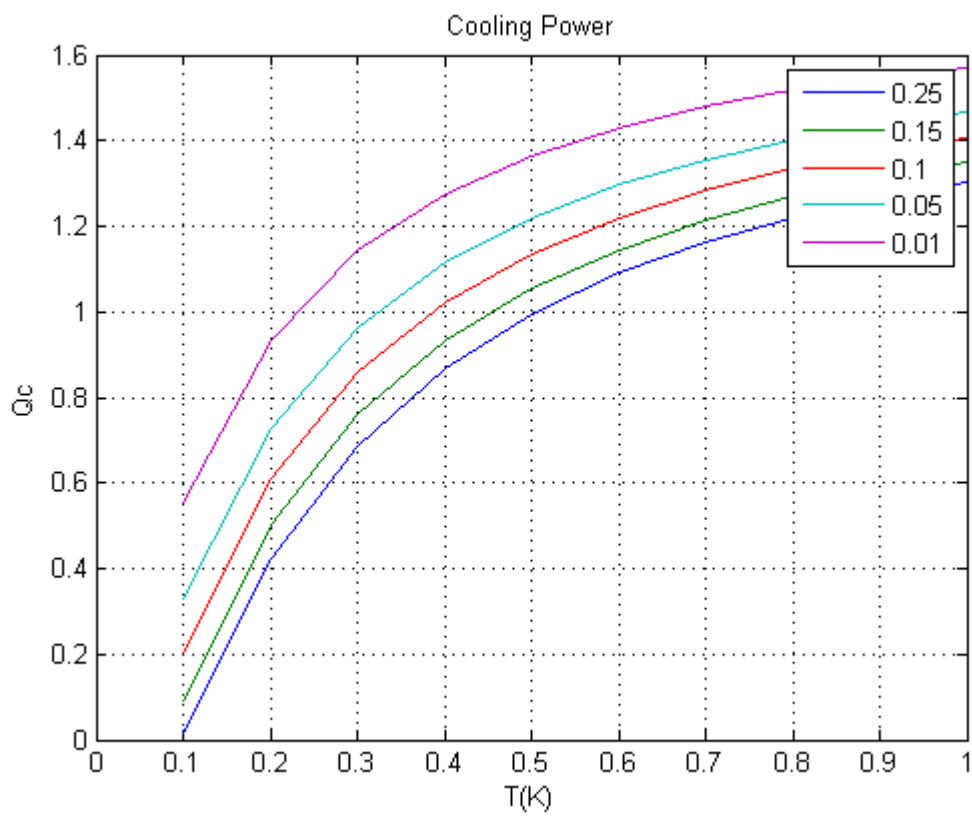
Όπου ξεκάθαρα επιβεβαιώνονται όσα ειπώθηκαν παραπάνω συν το γεγονός ότι πλέον έχουμε και μία ανάλογη μείωση της ψυκτικής ισχύος .Επίσης με την αύξηση του καθαρού όγκου(clearance volume) προς τον όγκο σάρωσης έχουμε μείωση της ψυκτικής ισχύος

καθεαυτής,καθώς βλέπουμε πως για ίδιο λόγο $\frac{T_c}{T_h} = 0.5$ τώρα πετυχαίνουμε ένα εύρος

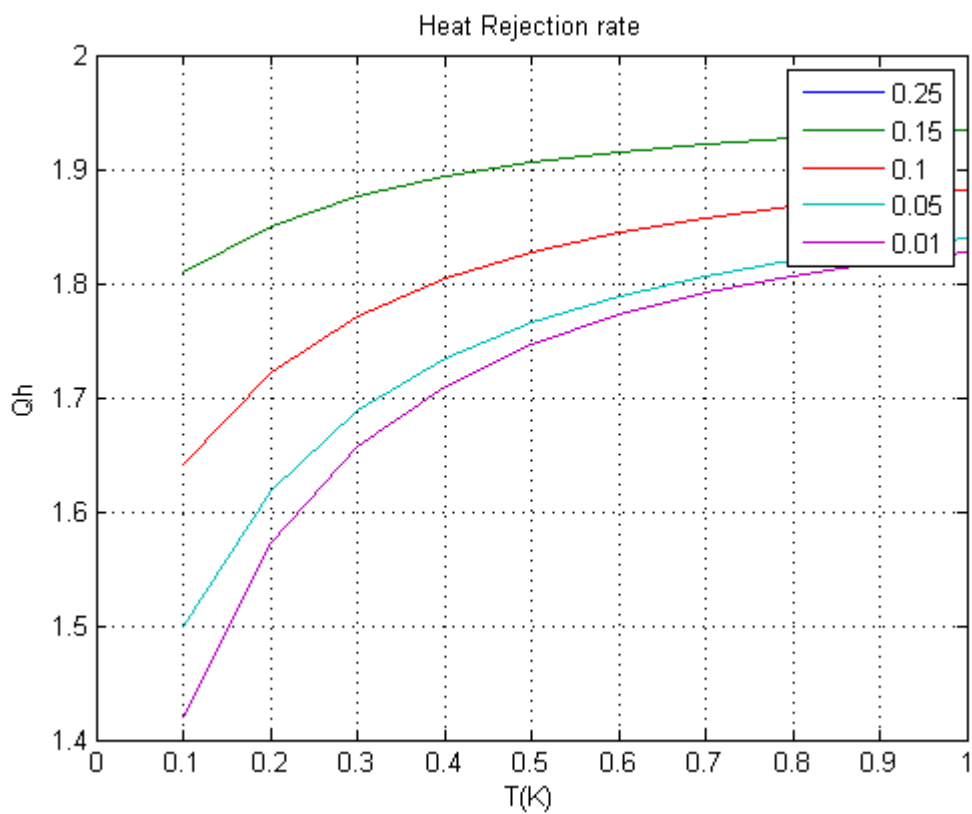
ανηγμένης $Q_c = 3$ μέχρι 4 ενώ πριν το αντίστοιχο εύρος ήταν από 5.5 μέχρι 7.

Ακριβώς τα ίδια θα δούμε και για $c_3 = 0.2$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)

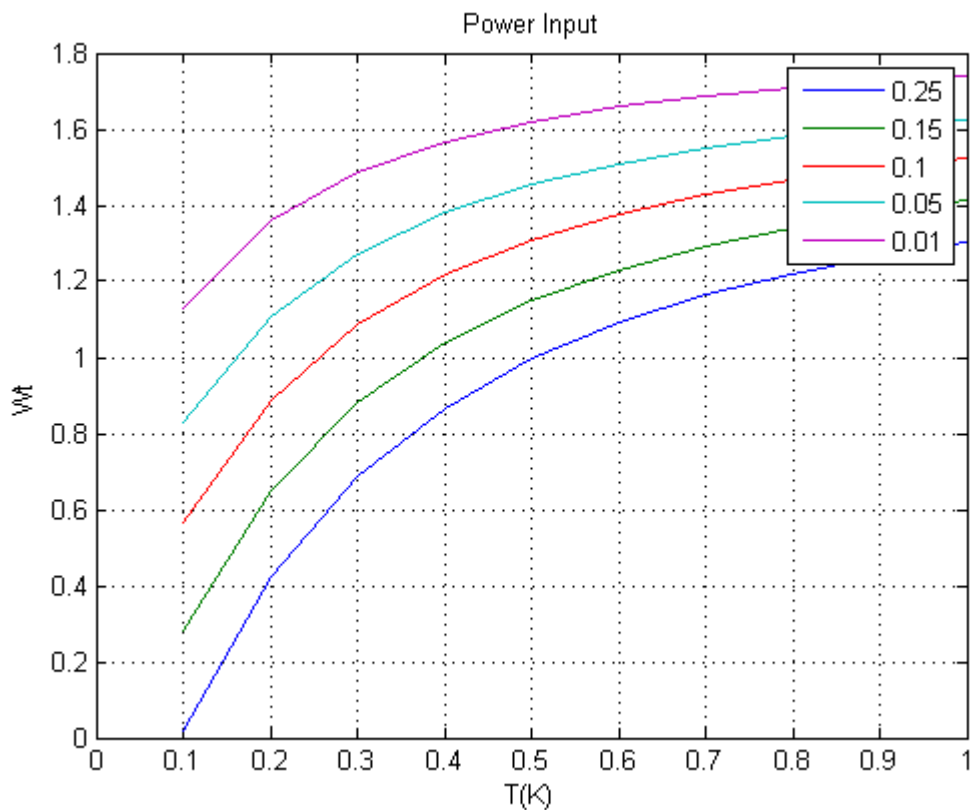


Διάγραμμα 2.7 , ανηγμένη ψυκτική ισχύς



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)

Διάγραμμα 2.8 , ανηγμένη αποβαλλόμενη ισχύς



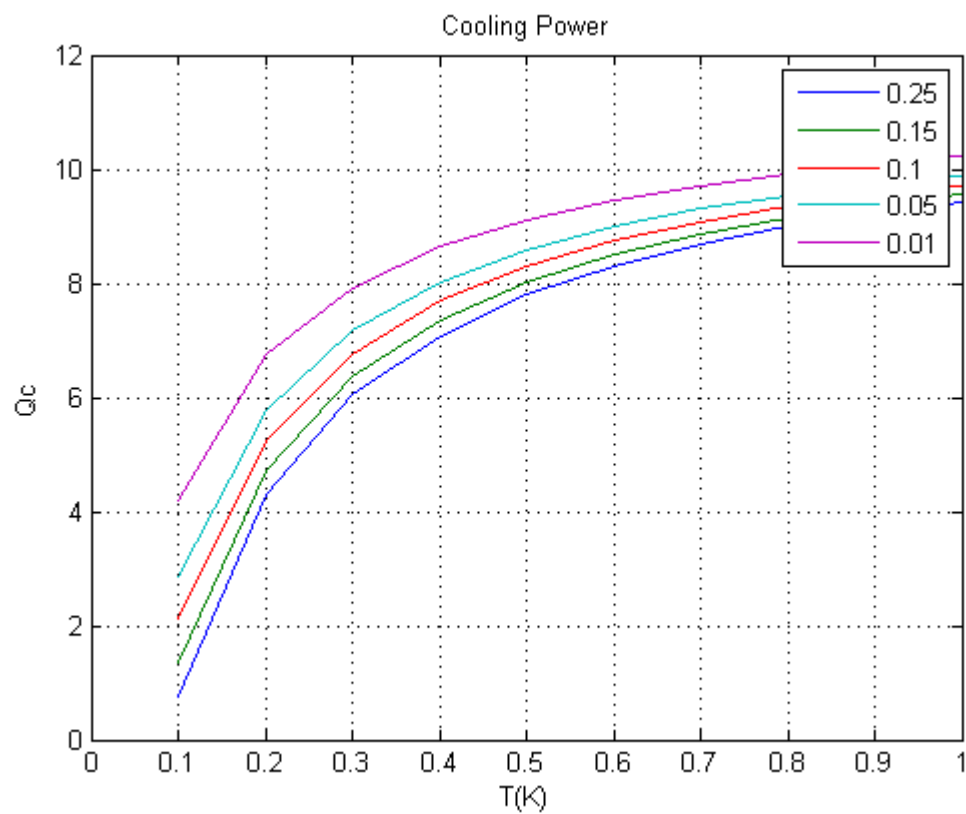
Διάγραμμα 2.9 , ανηγμένη προσδιδόμενη ισχύς

Όπου όντως φαίνεται η ανάλογη μείωση κάθε φοράς της ψυκτικής ισχύος, της αποβαλλόμενης θερμότητας και του τεχνικού έργου, αυξάνοντας τον καθαρό όγκο.

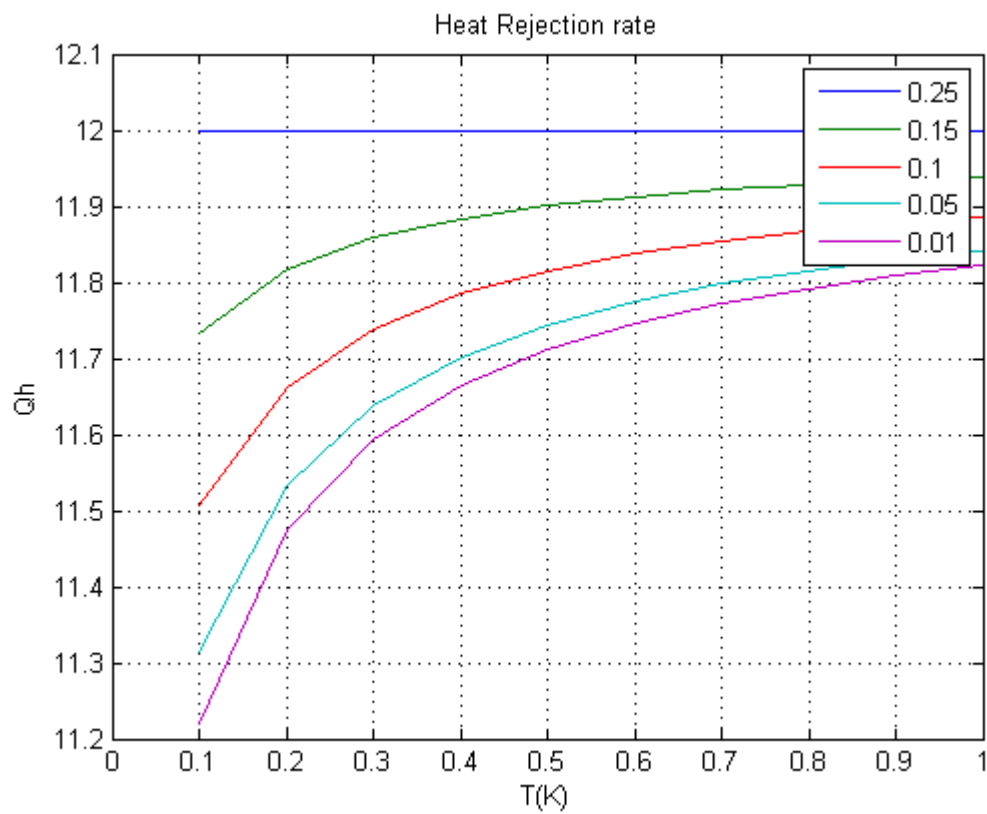
Μπορούμε να δούμε επίσης τι γίνεται αν αυξήσουμε το λόγο όγκου του θερμού κυλίνδρου προς όγκο του ψυχρού μέρους του συστήματος.

1) $V_{swh}/V_{swc} = 0.5$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)

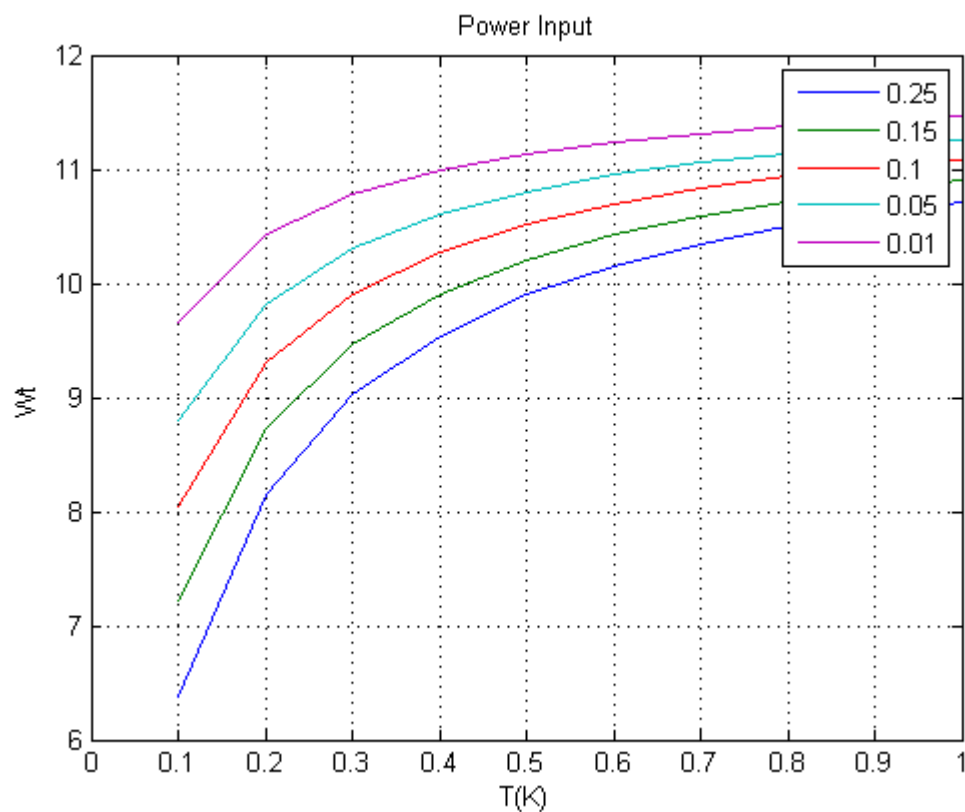


Διάγραμμα 2.10 , ανηγμένη ψυκτική ισχύς



Διάγραμμα 2.11 , ανηγμένη αποβαλλόμενη ισχύς

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)

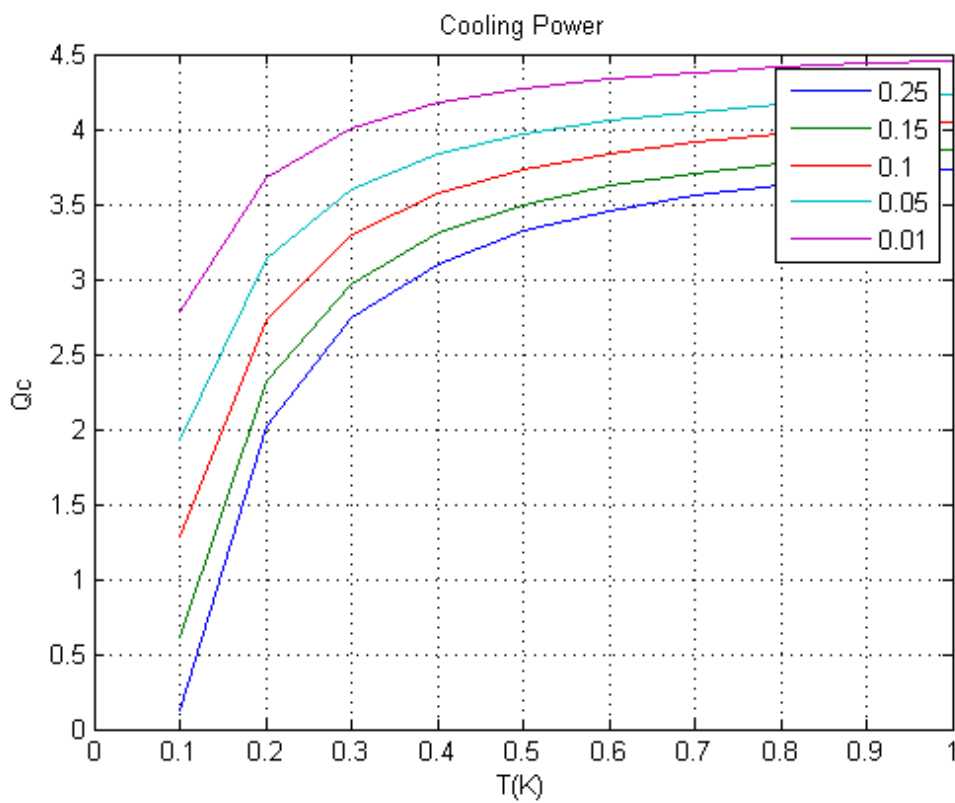


Διάγραμμα 2.12 , ανηγμένη προσδιδόμενη ισχύς

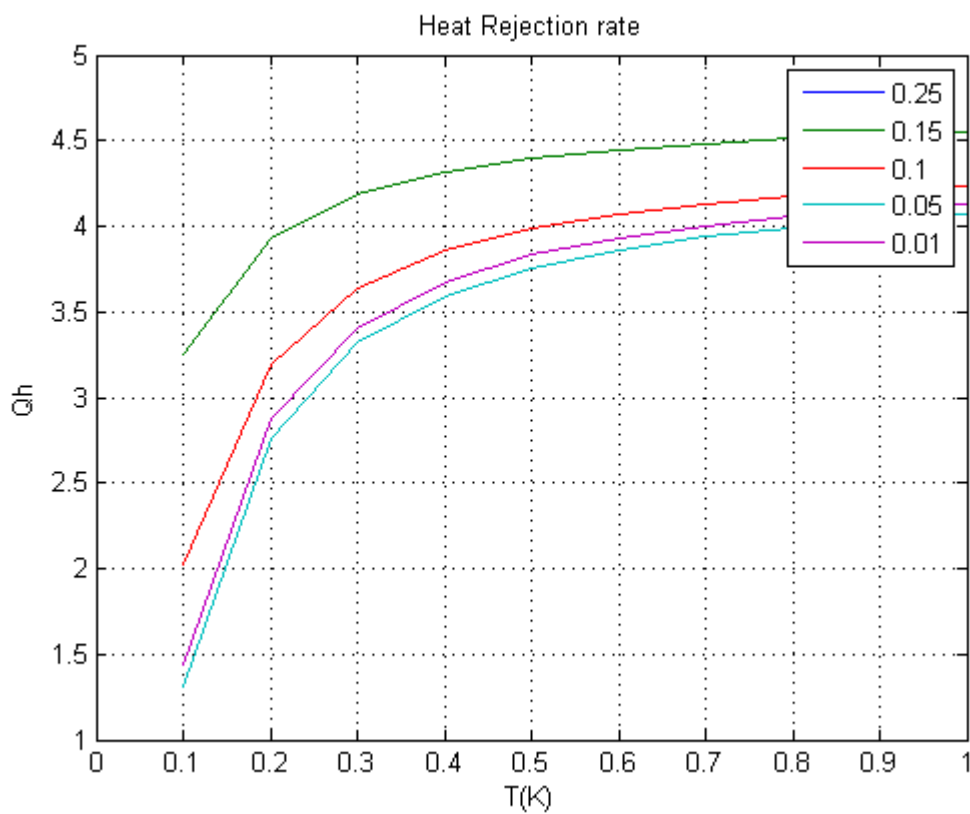
Βλέπουμε πάλι ότι μειώνοντας αυτόν τον λόγο, για λόγο θερμοκρασίας ίσο με 0.5 έχουμε τώρα εύρη ανηγμένης ψυκτικής ισχύος ίσα με 8 με 10 ενώ πριν είχαμε 5.5 με 7. Άρα η μείωση του V_{swh}/V_{swc} επιφέρει και αύξηση της ψυκτικής ισχύος και του τεχνικού έργου.

2) $V_{swh}/V_{swc} = 2$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)

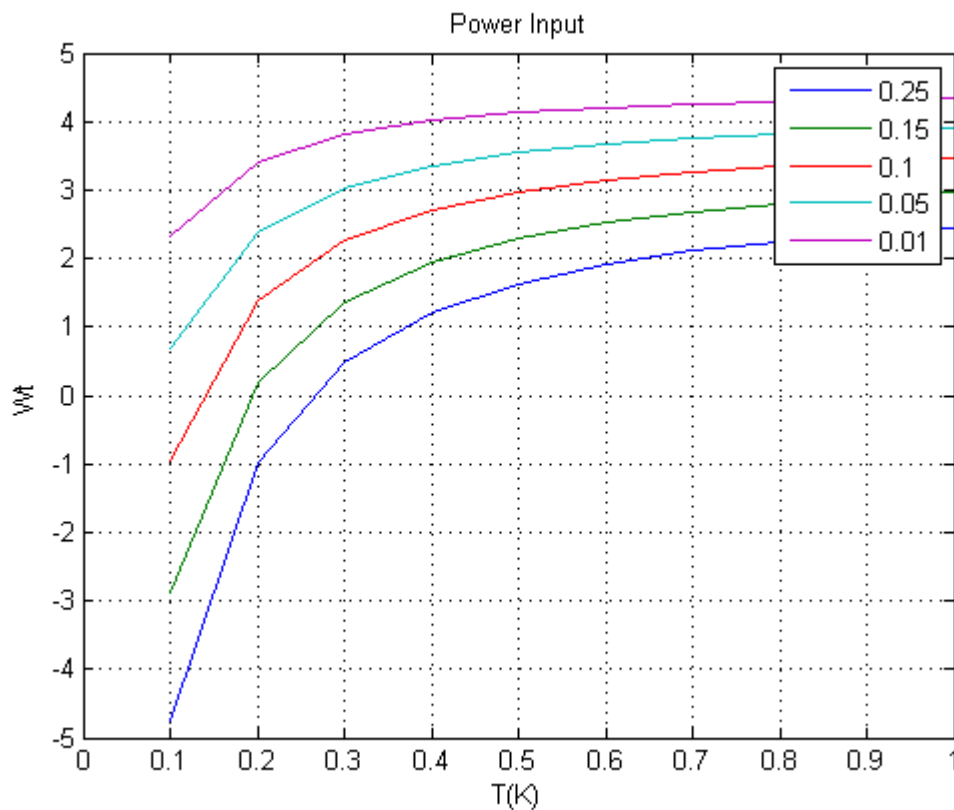


Διάγραμμα 2.13 , ανηγμένη ψυκτική ισχύς



Διάγραμμα 2.14 , ανηγμένη αποβαλλόμενη ισχύς

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)



Διάγραμμα 2.15 , ανηγμένη προσδιδομένη ισχύς

Τώρα με αύξηση από $c_2=1$ σε $c_2=2$ βλέπουμε τη μείωση της ψυκτικής ισχύος για την οποία έγινε λόγος πριν.

Αυτό που μας μένει να επιβεβαιώσουμε τώρα είναι οι ανηγμένες πιέσεις μέσα στην

SSR, δηλαδή η μέση, $\frac{P_{mean} V_t}{NRT_c}$ και τα αντίστοιχα μέγιστα και ελαχιστά της, που δίνονται

από τις σχέσεις:

$$\frac{P_{mean} V_t}{NRT_c} = \frac{1}{s \cdot \sqrt{1-b^2}} \cdot \frac{V_t}{V_{swc}}$$

$$\frac{P_{max} V_t}{NRT_c} = \frac{P_{mean} V_t}{NRT_c} \sqrt{\frac{1+b}{1-b}} \quad (2.1.10)$$

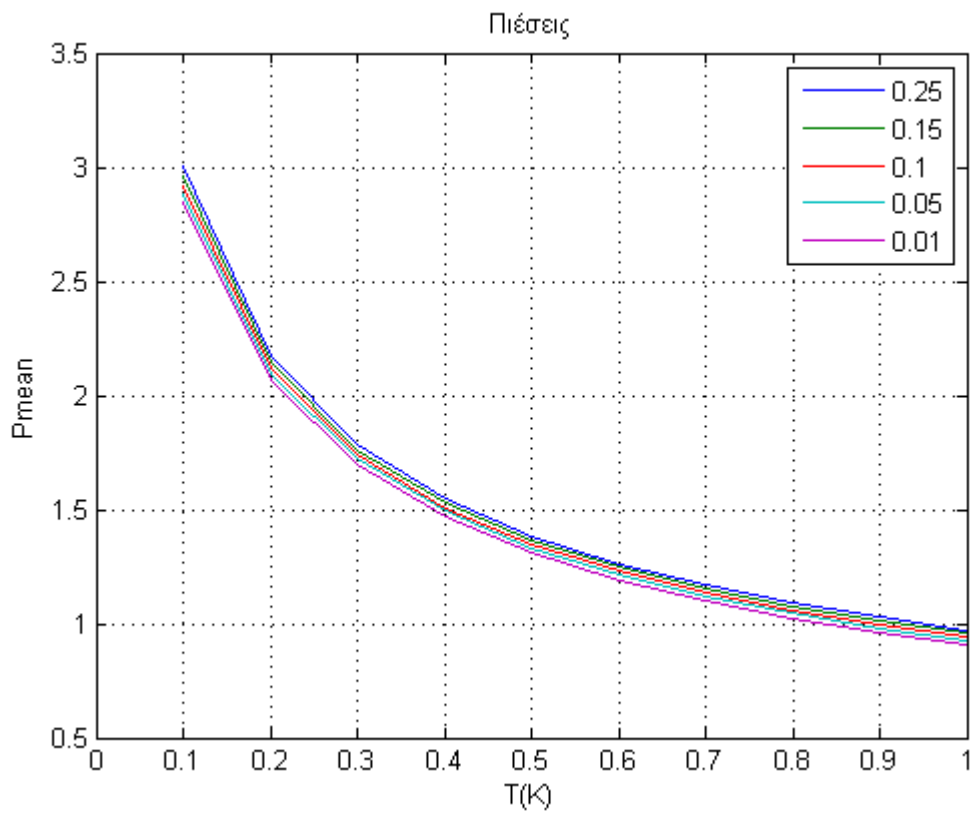
$$\frac{P_{min} V_t}{NRT_c} = \frac{P_{mean} V_t}{NRT_c} \sqrt{\frac{1-b}{1+b}}$$

Όπου υπενθυμίζουμε ότι $\frac{V_t}{V_{swc}} = c_6$

Οπότε και βρίσκουμε για

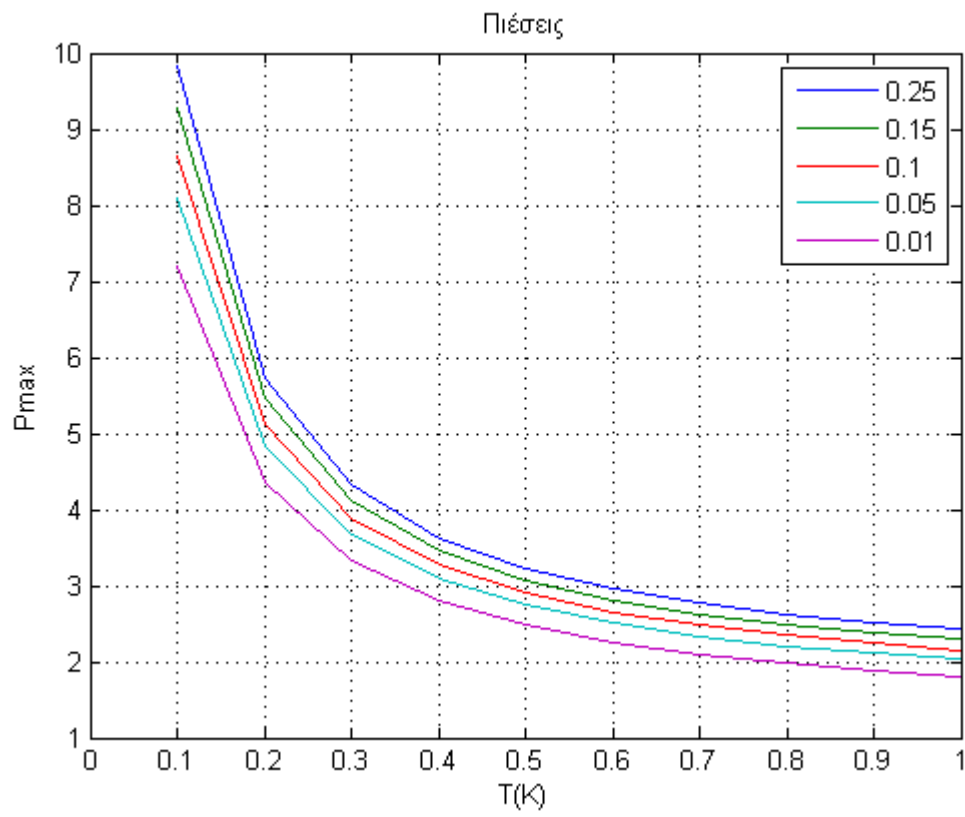
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)

$$c_3 = 0.01$$



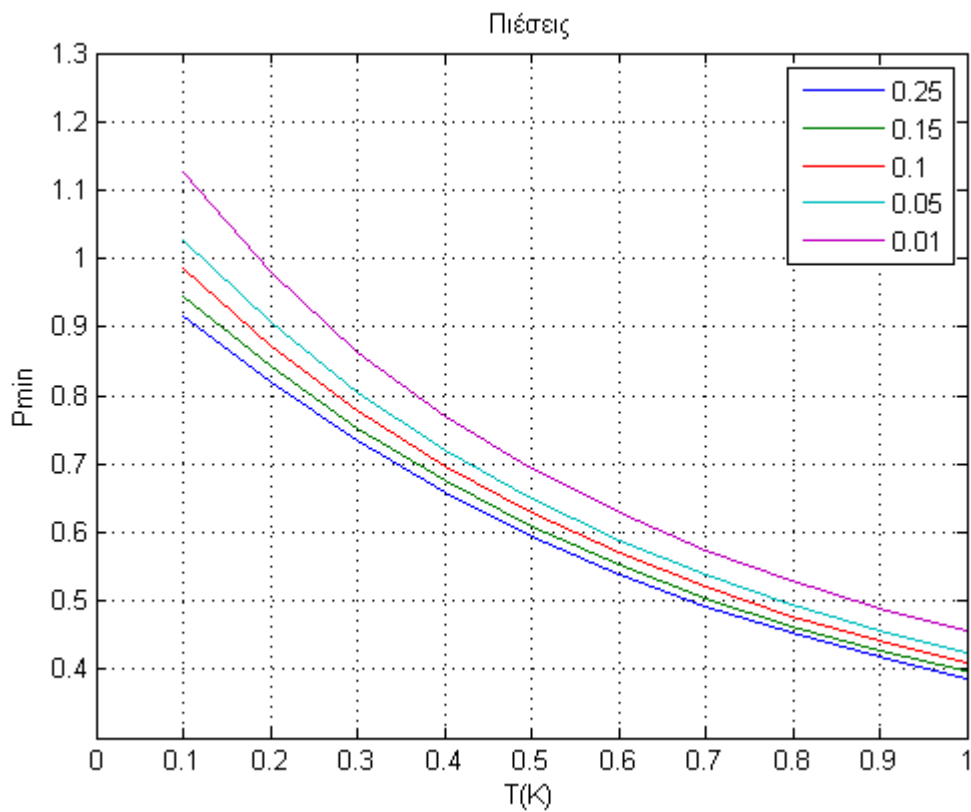
Διάγραμμα 2.16 , μέση πίεση

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)



Διάγραμμα 2.17 , μέγιστη πίεση

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)

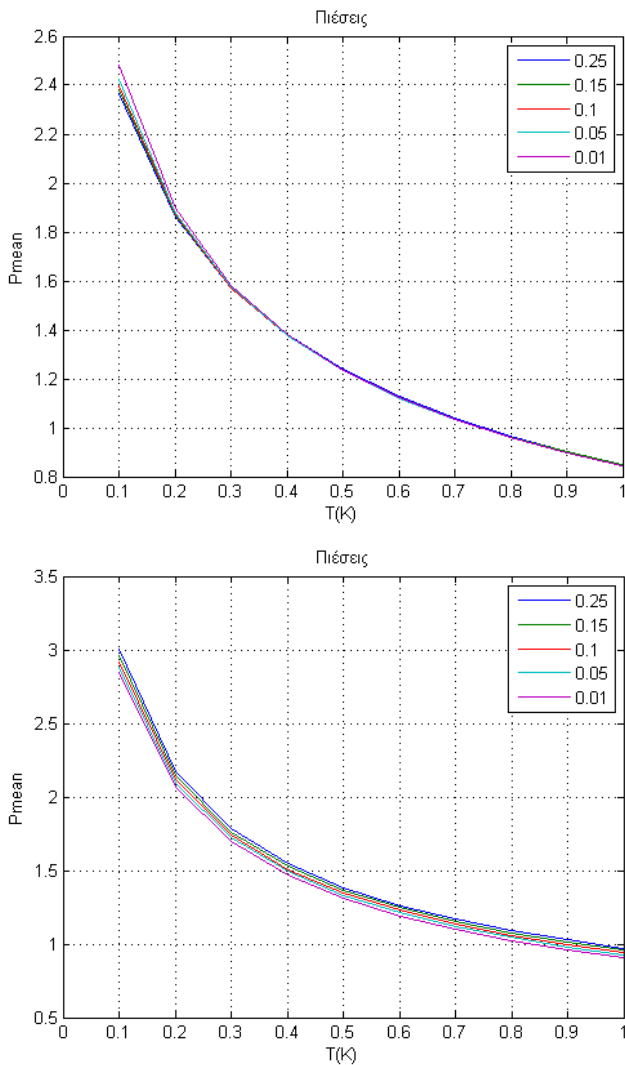


Διάγραμμα 2.18 , ελάχιστη πίεση

Οπότε και παρατηρούμε την εκθετική μείωση της πίεσεως συναρτήσει του λόγου θερμοκρασιών. Πράγμα λογικό γιατί όσο πιο κοντά είναι η T_c στην T_h τόσο πιο μικρές θα είναι και οι αναμενόμενες μέγιστες και ελάχιστες πιέσεις που θα προκύψουν.

Ας δούμε και τι γίνεται άμα αυξήσουμε τη σταθερά

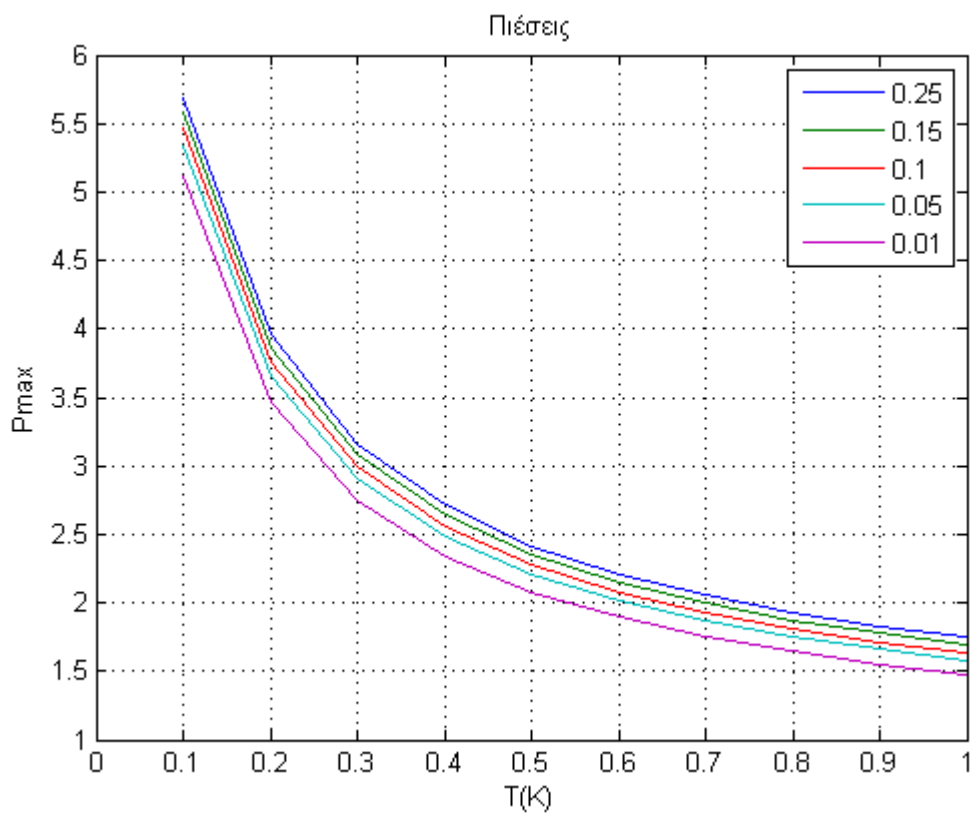
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)



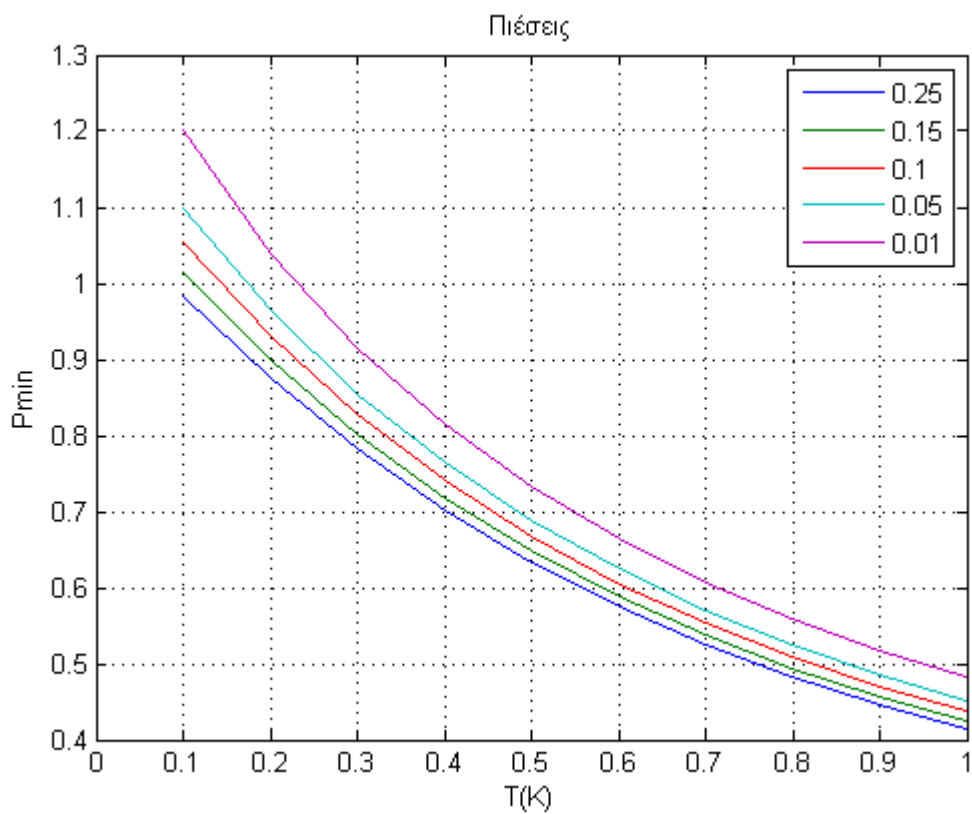
Διάγραμμα 2.19 , σύγκριση με αλλαγή σταθεράς

Βλέπουμε συγκρίνοντας τις δύο μέσες πιέσεις ότι για μεγαλύτερη διαφορά μεταξύ καθαρού όγκου στο θερμό και ψυχρό έμβολο και όγκου σάρωσης παρατηρούνται και μεγαλύτερες ανηγμένες πιέσεις. Το ίδιο φαίνεται και για τη μέγιστη και ελάχιστη:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)



Διάγραμμα 2.20 , μέγιστη πίεση

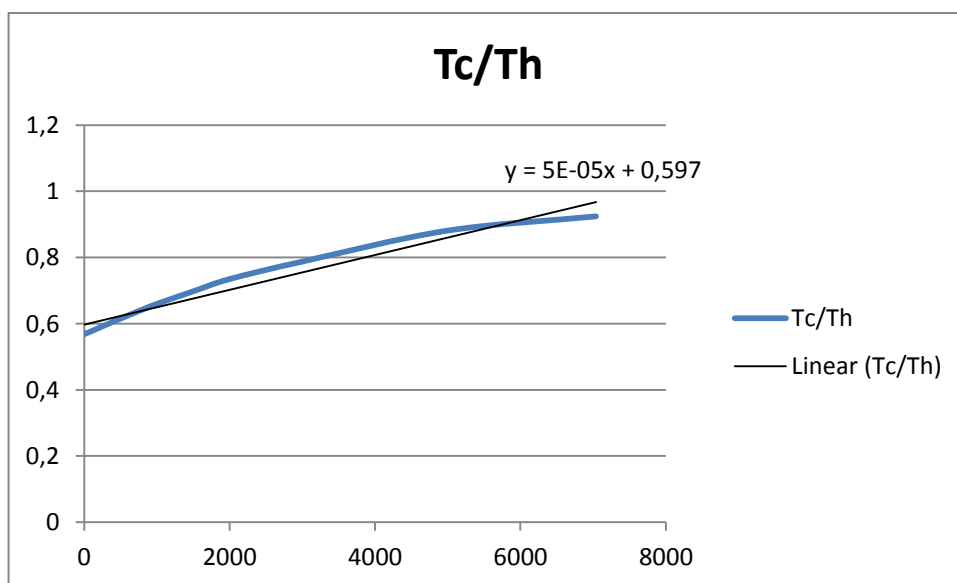


ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)

Διάγραμμα 2.21 , ελάχιστη πίεση

Στα παρακάτω διαγράμματα βλέπουμε τις αντίστοιχες πειραματικές τιμές που βρέθηκαν για τους λόγους θερμοκρασιών αλλά και τις αντίστοιχες σχέσεις που διέπουν τα πειραματικά δεδομένα σε σχέση με το απλό μοντέλο Schmidt. Τα πειραματικά δεδομένα αφορούν για δύο διαφορετικά μεγέθη ανοίγματος του ψυχρού εμβόλου, για εκτόπιση ίση με 0.98 cm και κατόπιν 0.69 cm. Επίσης θεωρούμε ότι το ποσοστό του ^3He στο μίγμα είναι 1.5 %.

Για περίοδο ίση με 10 sec

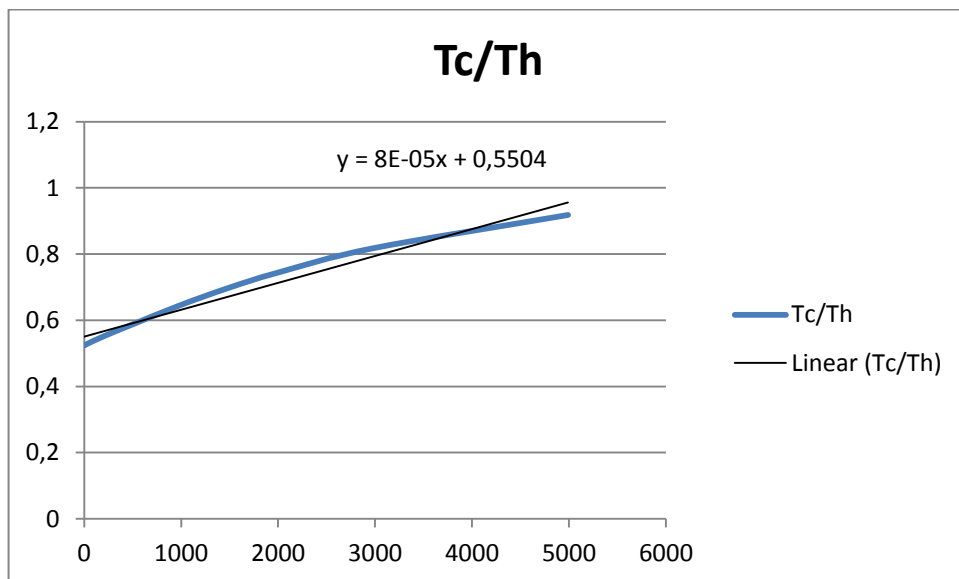


Διάγραμμα 2.22 , λόγος θερμοκρασιών και ψυκτικής ισχύος

Όπου βλέπουμε ότι ισχύει : $\frac{T_c}{T_h} = 5 \cdot 10^{-5} \cdot Q + 0.597$ (2.1.11)

Για εκτόπιση εμβόλου ίση με 0.69 cm βρήκαμε αντίστοιχα

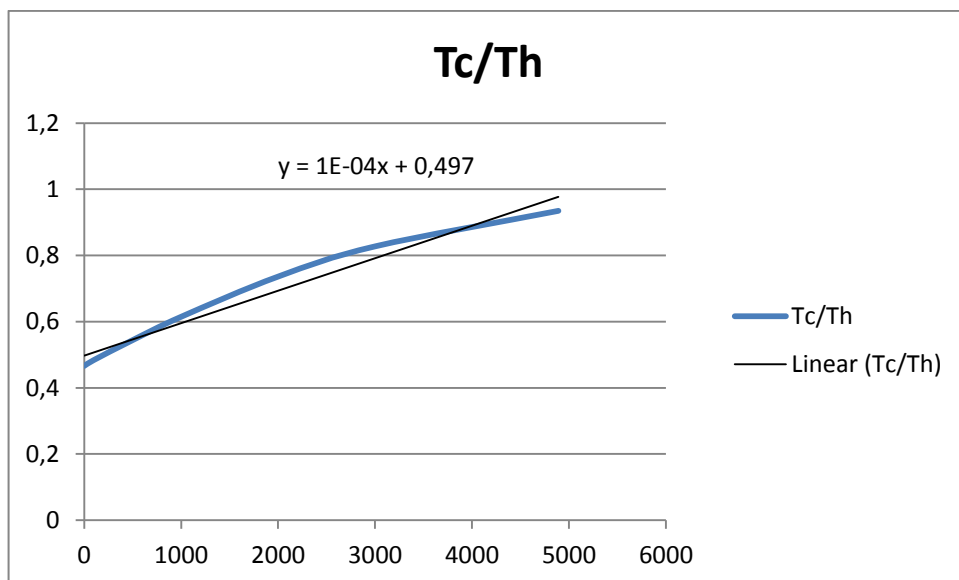
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)



Διάγραμμα 2.23 , λόγος θερμοκρασιών και ψυκτικής ισχύος

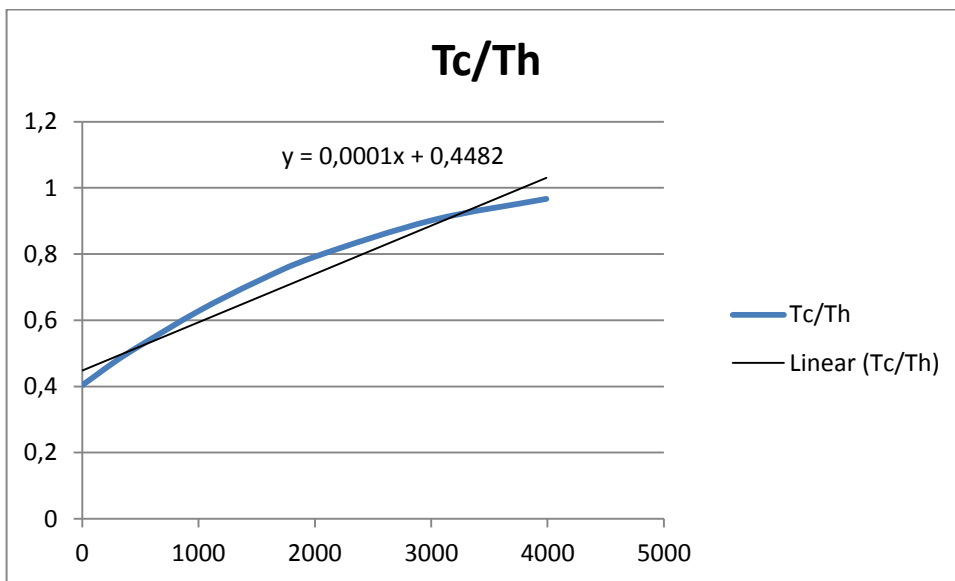
Όπου βλέπουμε ότι για μείωση του διελκυστήρα σε μήκος έχουμε για την ίδια συχνότητα αμελητέα μείωση της τάξης. Για την ακρίβεια η διαφορά κλίσεων είναι μόλις 3 ενώ αρχίζουν και από κοινά σημεία σχεδόν. Άρα εξακριβώνουμε έτσι την ανεξαρτησία ως προς το μήκος διαδρομής του ψυχρού εμβόλου.

Για περίοδο ίση με 15 sec.



Διάγραμμα 2.24 , λόγος θερμοκρασιών και ψυκτικής ισχύος

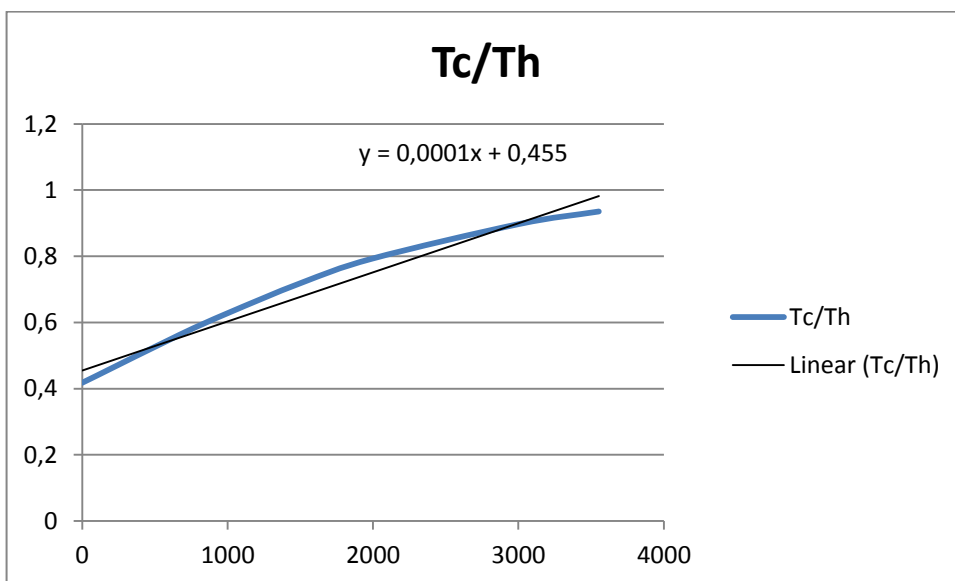
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)



Διάγραμμα 2.25 , λόγος θερμοκρασιών και ψυκτικής ισχύος

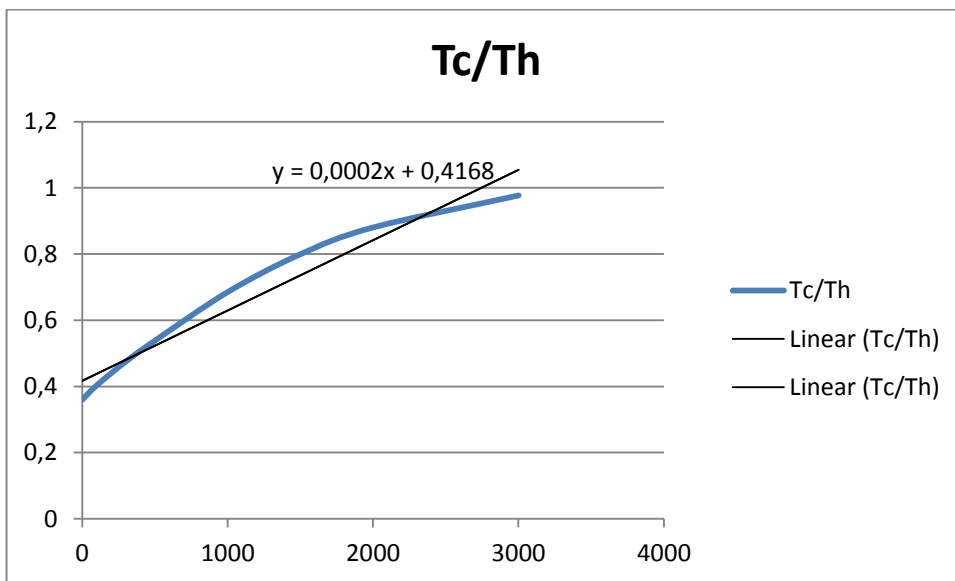
Άρα βλέπουμε ότι το ίδιο ισχύει και με την αύξηση της συχνότητας.

Για περίοδο ίση με 20 sec.



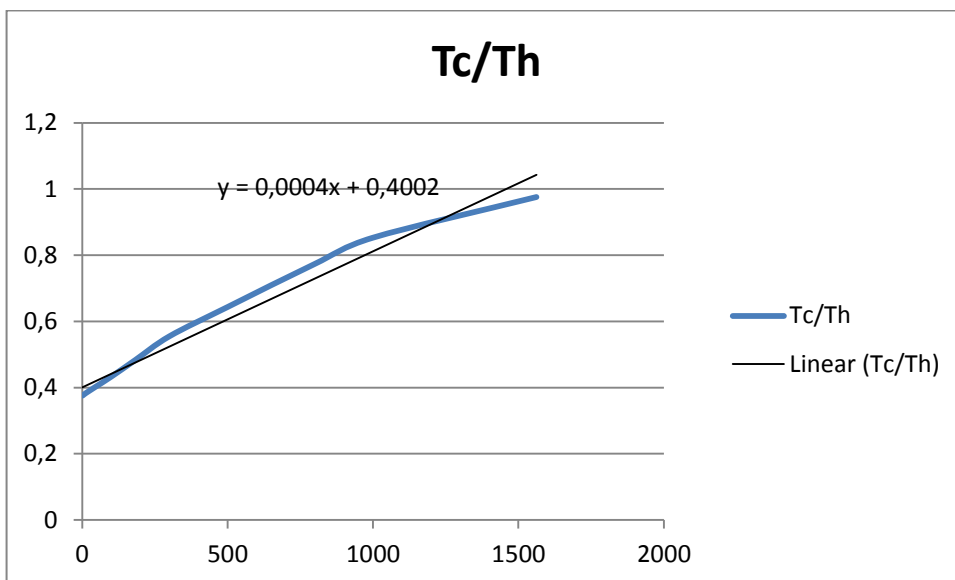
Διάγραμμα 2.26 , λόγος θερμοκρασιών και ψυκτικής ισχύος

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)



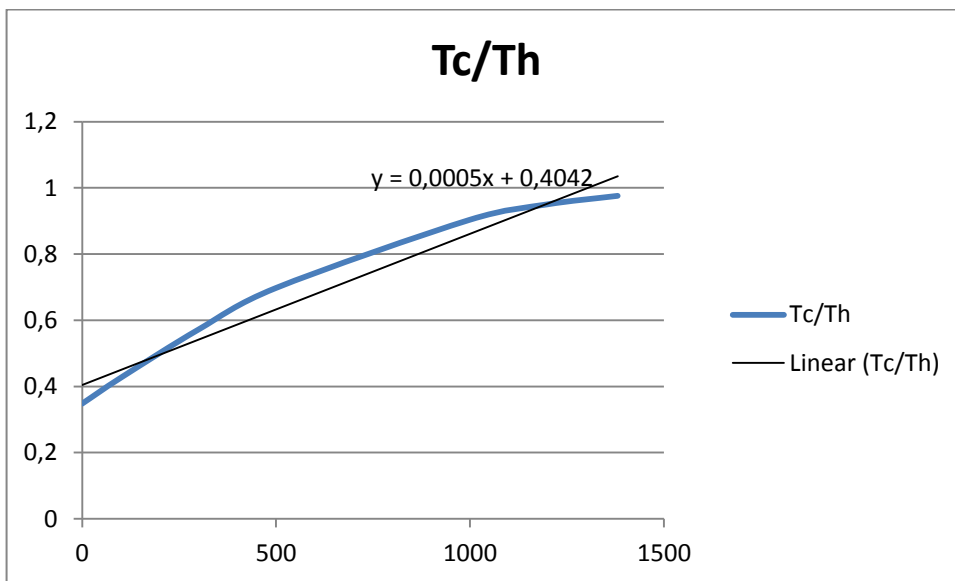
Διάγραμμα 2.27 , λόγος θερμοκρασιών και ψυκτικής ισχύος

Για περίοδο ίση με 44 sec.



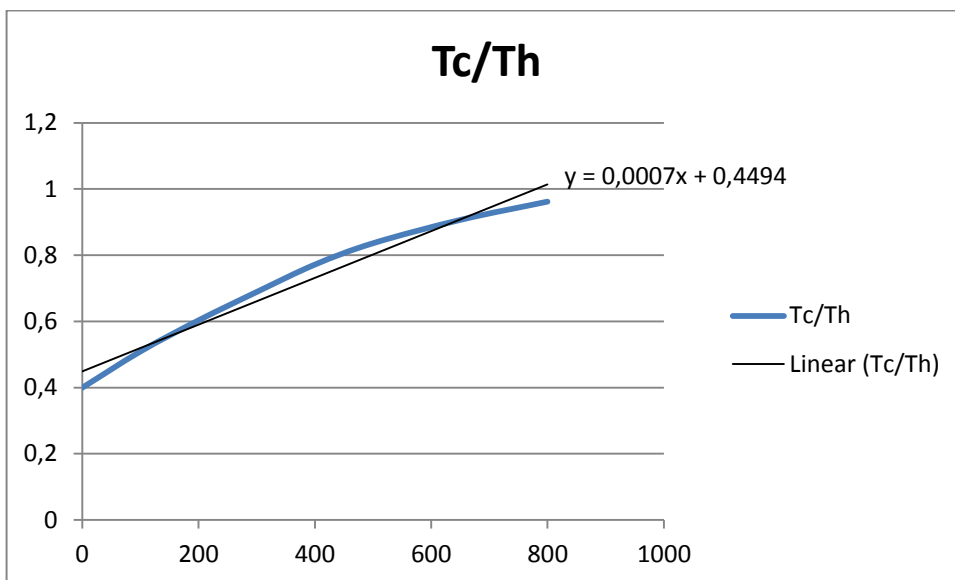
Διάγραμμα 2.28 , λόγος θερμοκρασιών και ψυκτικής ισχύος

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)



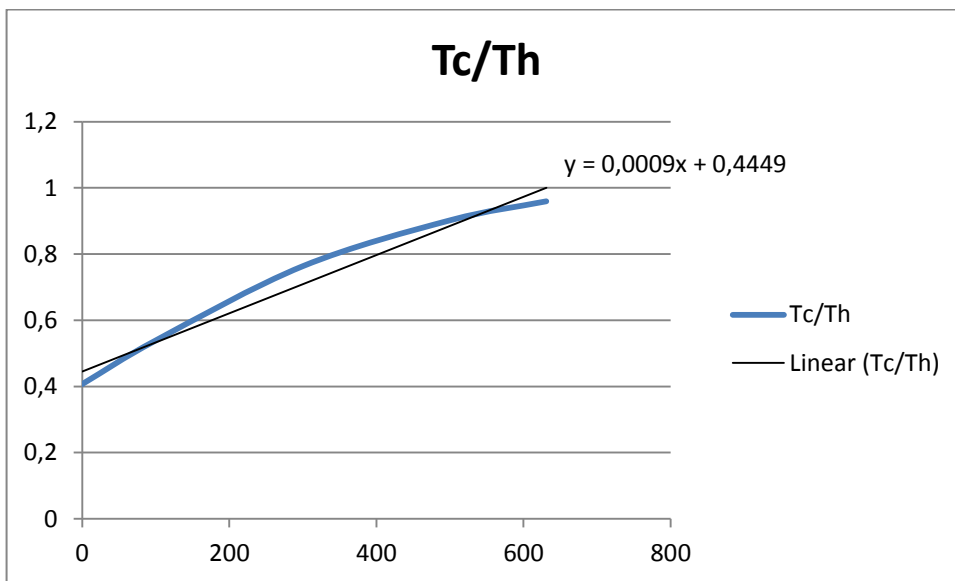
Διάγραμμα 2.29 , λόγος θερμοκρασιών και ψυκτικής ισχύος

Για περίοδο ίση με 80 sec.



Διάγραμμα 2.30 , λόγος θερμοκρασιών και ψυκτικής ισχύος

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)



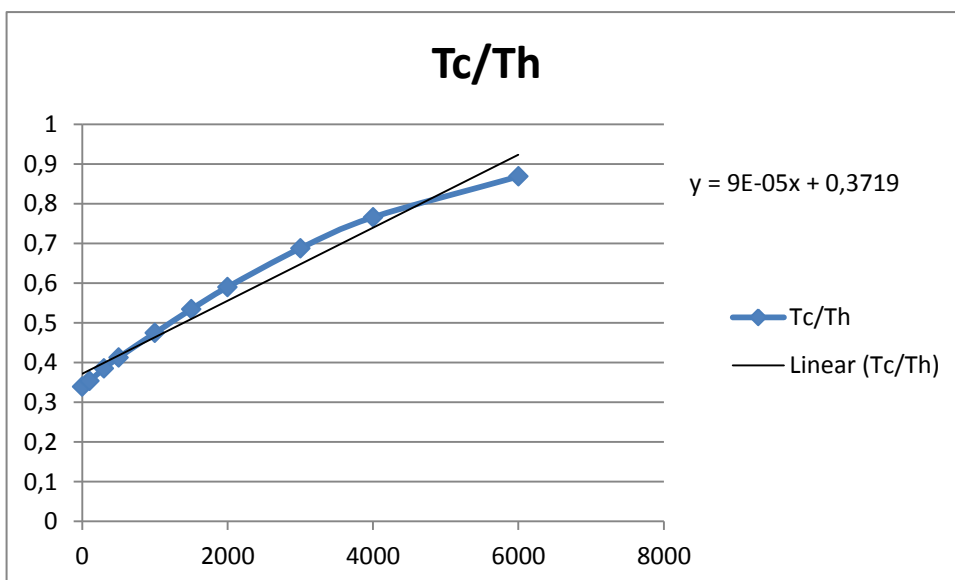
Διάγραμμα 2.31 , λόγος θερμοκρασιών και ψυκτικής ισχύος

Από τα παραπάνω εξάγεται συνεπώς η ανεξαρτησία ως προς τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά ψυχρού και θερμού εμβόλου για τις διάφορες συχνότητες περιστροφής των στροφάλων.

Τώρα θα δούμε ποια είναι η επιρροή για αύξηση της περιεκτικότητας του μίγματος σε ^3He και τι ακριβώς συνεπάγεται αυτό για εκτόπισμα ίσο με 1 cm, δηλαδή σχεδόν το ίδιο.

Για 3% και 0.98 εκτόπιση του ψυχρού μέρους του εμβόλου έχουμε ανάλογα:

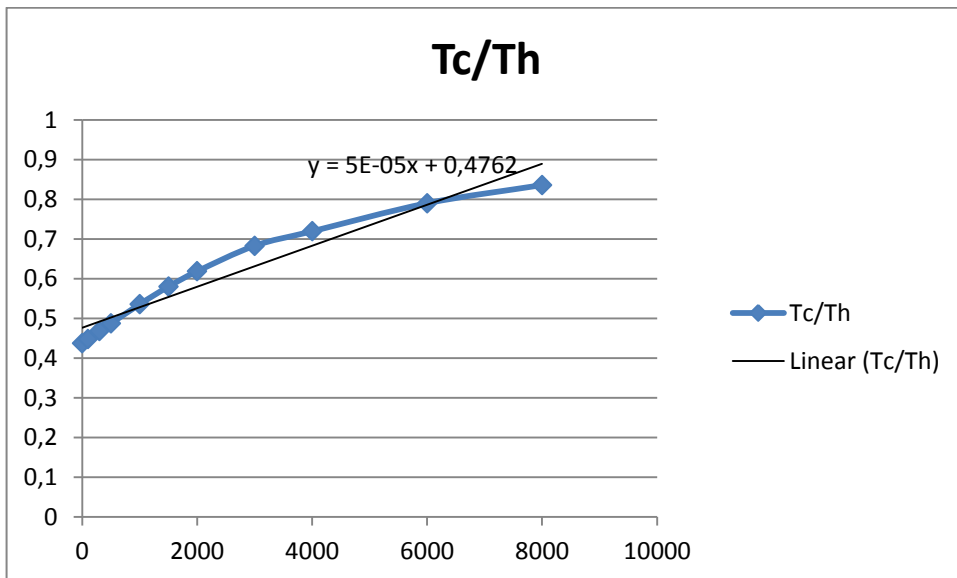
$$T_h = 1.2 \text{ K}$$



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)

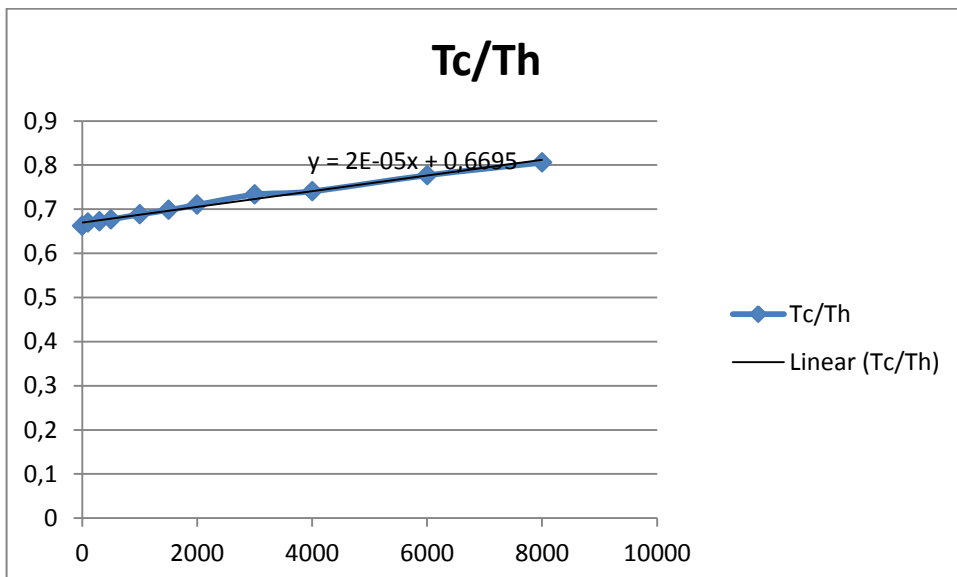
Διάγραμμα 2.32 , λόγος θερμοκρασιών και ψυκτικής ισχύος

$T_h=1.4$ K



Διάγραμμα 2.33 , λόγος θερμοκρασιών και ψυκτικής ισχύος

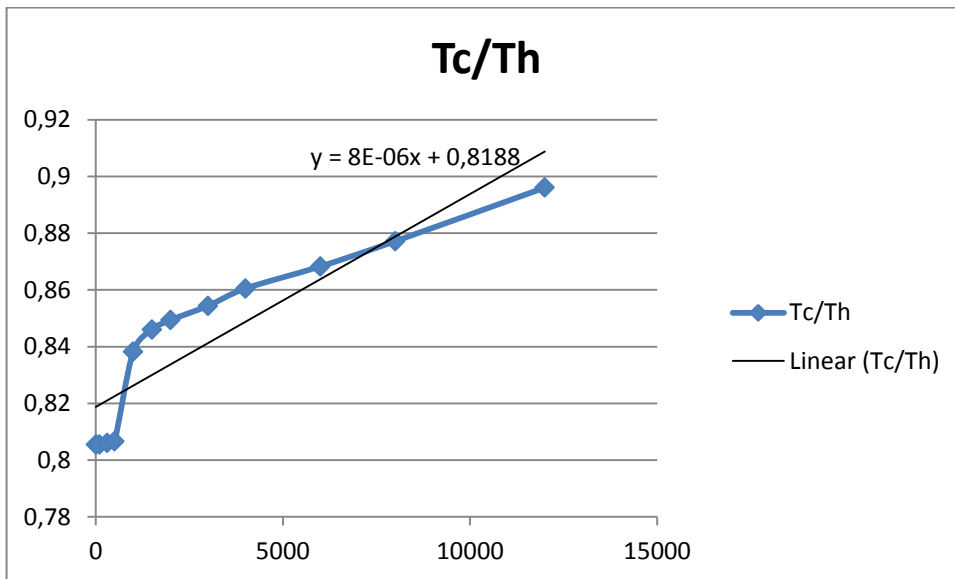
$T_h=1.6$ K



Διάγραμμα 2.34 , λόγος θερμοκρασιών και ψυκτικής ισχύος

$T_h=1.799$ K

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.1 SSR με αναγέννηση (RSSR)



Διάγραμμα 2.35 , λόγος θερμοκρασιών και ψυκτικής ισχύος

Παρατηρούμε αναλόγως με πριν πάλι μία αύξηση της ψυκτικής ισχύος, Q , με την αύξηση του θερμού άκρου του SSR, T_h . Επίσης βλέπουμε ότι με την αύξηση του λόγου θερμοκρασιών τείνει να μειωθεί ο ρυθμός αύξησης της ψυκτικής ισχύος. **Τέλος βλέπουμε το προφανές δηλαδή με την αύξηση της συγκέντρωσεως του He αυξήθηκε και η ψυκτική ισχύς.**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.2 Μοντελοποίηση,σχεδιασμός και απόδοση των εναλλακτών θερμότητας σε SSR

2.2 Μοντελοποίηση,σχεδιασμός και απόδοση των εναλλακτών θερμότητας σε SSR

Όστε ο SSR να κατασκευασθεί ο ως κρυοψύκτης υψηλότερη ψυκτική ιχύς και χαμηλότερες απόλυτες θερμοκρασίες πρέπει να επιτευχθούν.Το κύριο εμπόδιο σε αυτό αποτελεί η υψηλή συνοριακή αντίσταση Karitza.Η αντίσταση αυτή κυριαρχεί σε όλο το φάσμα μεταφοράς θερμότητας στους HEX (εναλλάκτες θερμότητας),στις τόσο χαμηλές θερμοκρασίες.Η αντιμετώπιση επομένως έγκειται στα κατασκευαστικά στοιχεία δηλαδή στη χρήση φρυγμένων μεταλλικών εναλλακτών για την αύξηση της θερμοκιτικής επαφής.Τα μέταλλά πάντα επιλέγονταν σε αυτή τη κατασκευή για την υψηλή τους θερμική αγωγιμότητα.Δυστυχώς αυτό συνεπάγεται και μεγάλο όγκο στη κατασκευή τους επομένως δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν στους SSR με απόδοση υψηλής ψυκτικής ισχύος.Ο μεγάλος όγκος της μηχανής συνεπάγεται και μειωμένη ταλάντωση πίεσης και συνεπώς ψυκτικής ισχύος.Κάτι που όπως θα δούμε δεν έχουμε στους ψύκτες με διάλυση.Ο τρόπος με τον οποίον αντιμετωπίζεται αυτό το πρόβλημα είναι με τη χρήση πλαστικών υλικών έναντι μεταλλικών.Πειραματικά βρέθηκε ότι η αντίσταση Karitza ανάμεσα στο He και στα πλαστικά είναι δέκα φορές μικρότερη από ότι στα μεταλλικά και επίσης ότι οι πλαστικές μεμβράνες επιτρέπουν κατά πολύ καλύτερη μεταφορά θερμότητας.Επομένως για την παρούσα μελέτη θα γίνει χρήση πλαστικών αναγεννητών Karton.Σε σχέση με τους μεταλλικούς αναγεννητές μπορούμε γενικά να αναφέρουμε τα εξής πλεονεκτήματα:

- 1)Καλύτερος συντελεστής μεταφοράς θερμότητας**
- 2)Μικρότερη κατασκευή αξονικά δηλαδή μεγαλύτερες αποδόσεις.**
- 3)Χαμηλότερο κόστος έως και 10 φορές σε σχέση με μεταλλικό ιδίου μεγέθους.**
- 4)Ευκολότερη κατασκευή.**

Όπως πριν ειπώθηκε δυστυχώς για υψηλή ψυκτική ισχύς αντιμετωπίζουμε και υψηλότερα προβλήματα στους πλαστικούς εναλλάκτες.Ειδικότερα έχουμε την εμφάνιση υψηλών θερμικών τάσεων προκαλούμενη από την διαφορά της θερμικής διαστολής ανάμεσα σε πλαστικά και μεταλλικά μέρη.Τη χρήση ιδιαίτερα λεπτών πλαστικών μεμβρανών στην κατασκευή των εναλλακτών και την ανάγκη της ομοιόμορφης ροής μέσα από τις υπεροπές για την διατήρηση της υψηλής ψυκτικής ισχύος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.2 Μοντελοποίηση, σχεδιασμός και απόδοση των εναλλακτών θερμότητας σε SSR

Ένα πλαστικός Karton αποτελείται από τρία μέρη.

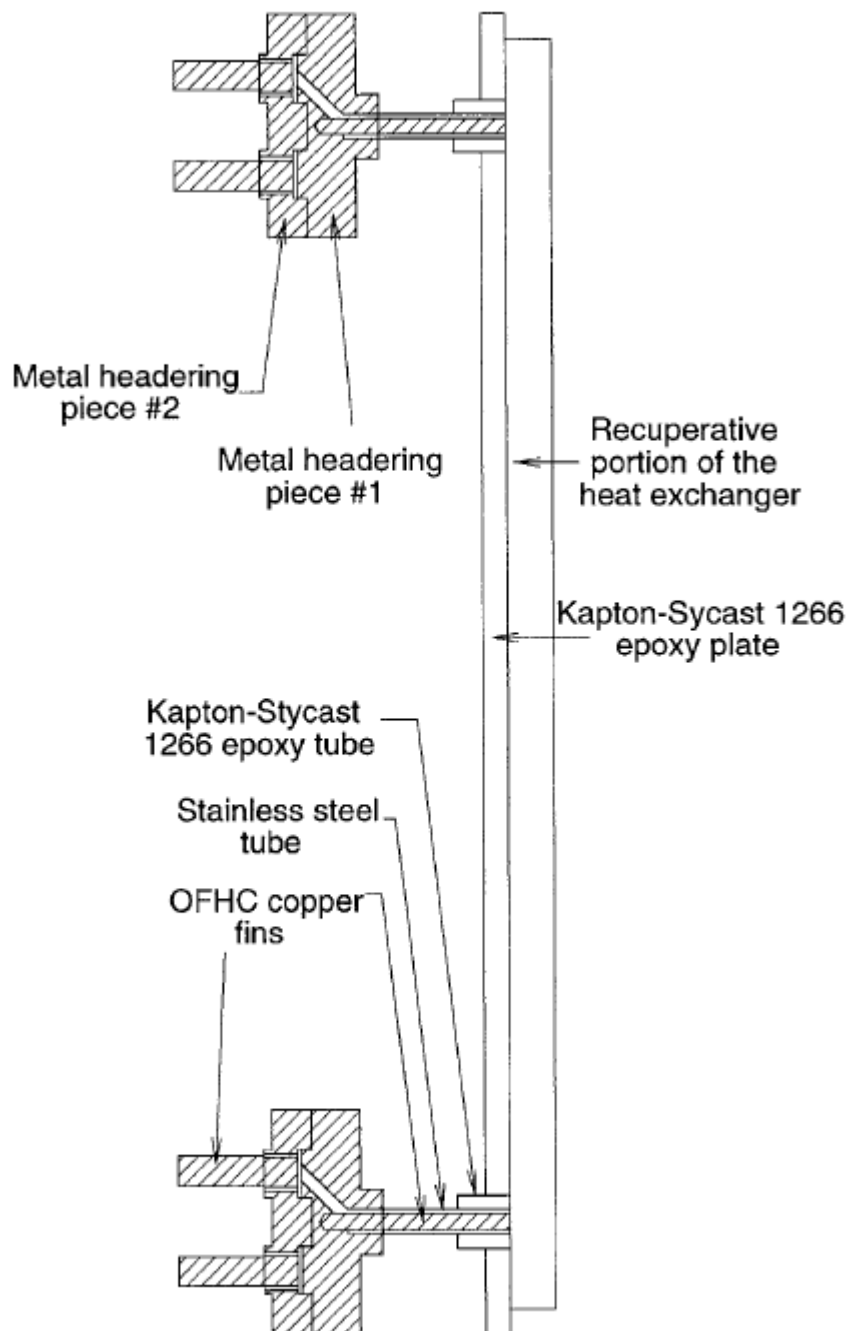
1)Την μεταλλική κεφαλή

2)Το σκελετό Karton-Stycast 1266

3)Το κομμάτι της αναγέννησης.

Η μεταλλική κεφαλή κατασκευάζεται από δύο κατεργασμένα κομμάτια από χαλκό OFHC συγκολλημένο σε ανοξείδωτους χαλύβδινους σωλήνες. Τα δύο κομμάτια συνενώνονται μαζί με τη χρήση δαχτυλιδίου. Επίσης προστίθενται χάλκινα πτερύγια τα οποία αυξάνουν τον όγκο του SSR. Τα παραπάνω επιτρέπουν την καλύτερη δυνατή σύνδεση του αναγεννητή με το υπόλοιπο μέρος του SSR.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.2 Μοντελοποίηση, σχεδιασμός και απόδοση των εναλλακτών θερμότητας σε SSR



Εικόνα 2.36 , μεταλλική κεφαλή Stycast

Επεξηγήσεις

Metal headering : μεταλλική κεφαλή

Recuperative portion of the heat exchanger : Κομμάτι αναγέννησης του εναλλάκτη

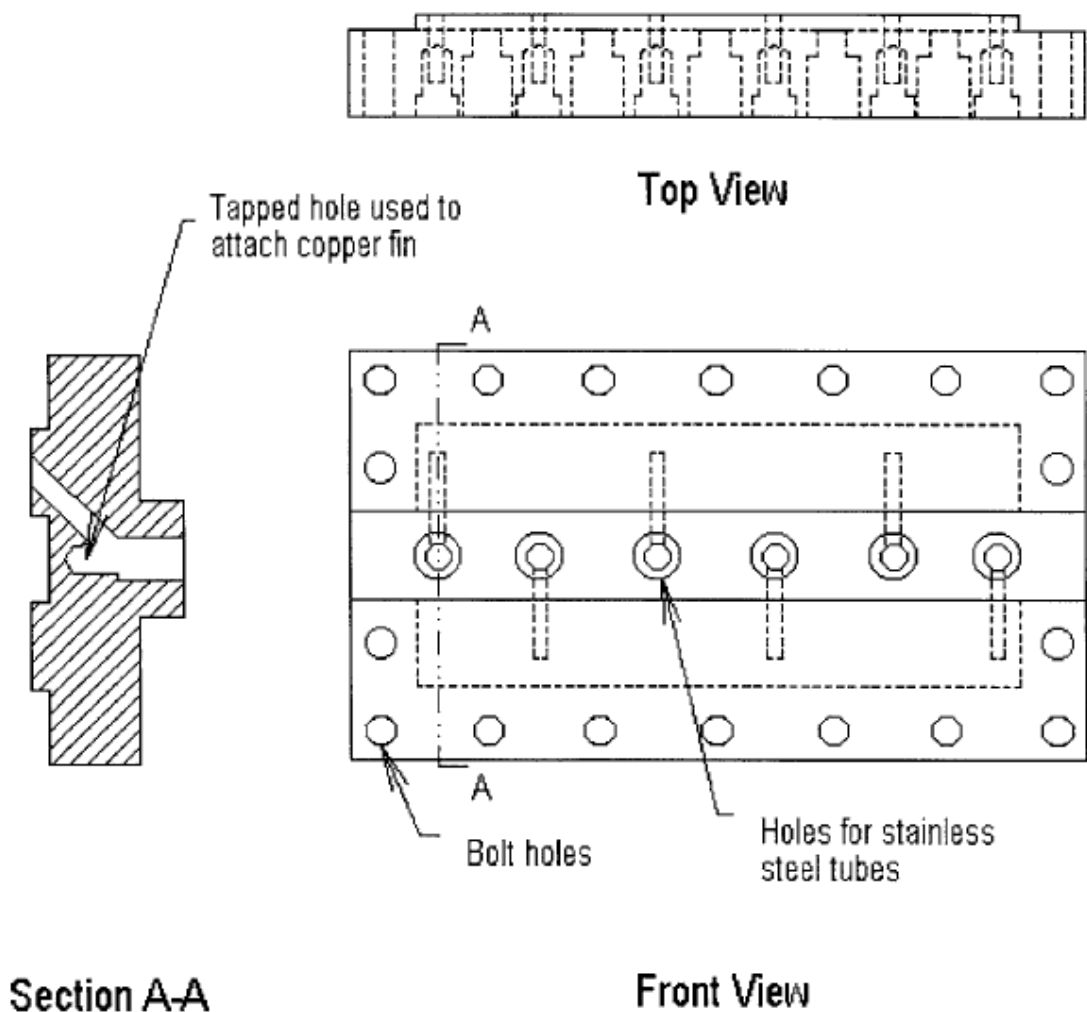
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.2 Μοντελοποίηση, σχεδιασμός και απόδοση των εναλλακτών θερμότητας σε SSR

Karpon-Stycast epoxy plate : Karpon-Stycast εποξική πλάκα

Karpon-Stycast epoxy tube : Karpon-Stycast εποξικό σωλήνας

Stainless steel tube : Σωλήνωση από ανοξείδωτο χάλυβα

OFHC copper fins : OFHC χάλκινα πτερύγια



Εικόνα 2.37 , μεταλλική κεφαλή Stycast πρόσοψη και τομή

Επεξηγήσεις

Tapped hole used to attach copper fin : οπή σπειρώματος για την προσαρμογή των χάλκινων πτερυγίων

Top View : άνω όψη

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.2 Μοντελοποίηση, σχεδιασμός και απόδοση των εναλλακτών θερμότητας σε SSR

Front View : πρόσοψη

Bolt holes : οπές σπειρωμάτων

Holes for stainless steel tubes : οπές για σωληνώσεις από ανοξείδωτο χάλυβα

Ο Kapton-Stycast 1266 αποτελείται από μία Kapton εποξική πλάκα μέσα στην οποία συγκολλούνται οι σωληνώσεις. Όπως φαίνεται και από το παραπάνω σχήμα οι μεταλλικές κεφαλές συγκολλούνται στον σκελετό Stycast. Αυτή η μεταλλική κατασκευή μέσα στον πλαστικό σκελετό επιτρέπει στον αναγεννητή να αντέξει τις μεγαλύτερες θερμικές τάσεις λόγω της μετάβασης από την μεταλλική κατασκευή των κεφαλών στο πλαστικό μέρος του εναλλάκτη. Επίσης λόγω της κατά πολύ μεγαλύτερης θερμικής συστολής του πλαστικού από το μεταλλικό μέρος πετυχαίνουμε τη σύσφιξη των δύο μερών με μία τέτοια κατασκευή. Ένα ακόμη ενδιαφέρον μέρος της όλης κατασκευής είναι οι σωληνώσεις από ανοξείδωτο χάλυβα. Αυτές γίνονται όσο το δυνατό πιο λεπτές. Αυτά τα λεπτά τοιχωματά τους επιτρέπουν τη κάμψη του καθώς η πλάκα Kapton συστέλλεται ή διαστέλεται.

Το δεύτερο κομμάτι που μας ενδιαφέρει είναι η θεωρητική απόδοση του αναγεννητή αυτού. Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι η συσχετισή τους ως προς την πτώση πίεσης, $\frac{\Delta P}{P}$ και Ntu. Παρακάτω δίνεται ένας πίνακας με τις απαραίτητες παραμετρικές μεταβλητές που μας ενδιαφέρουν για την απόδοση του εναλλάκτη.

Symbol	Definition
N	Number of flow passages per recuperator half
$w = 2.38 \text{ mm}$	Width of a flow passage
$h = 127 \mu\text{m}$	Height of a flow passage
$L = 20 \text{ cm}$	Length of a flow passage
$t = 25 \mu\text{m}$	Thickness of Kapton film between counterflowing streams
$A_{\text{Kapton}} = 10 \text{ cm}^2$	Total Kapton cross sectional area perpendicular to the flow passages
$A_{\text{heat}} \approx 2NwL$	Surface area available for heat transfer between counterflowing streams
$D_h = \frac{2wt}{w+h}$	Hydraulic diameter of flow passage

Πίνακας 2.1 , περιγραφή γεωμετρικών στοιχείων του εναλλάκτη

Επεξηγήσεις

N : αριθμός οπών ροής για τον κάθε αναγεννητή

w : πλάτος του περάσματος ροής

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.2 Μοντελοποίηση, σχεδιασμός και απόδοση των εναλλακτών θερμότητας σε SSR

h : ύψος του περάσματος ροής

L : μήκος του περάσματος ροής

t : πάχος της στρώσης Karton ανάμεσα στα δύο ρεύματα αντιρροής

A_{karton} : Συνολική επιφάνεια διατομής Karton κάθετα στο ρεύμα ροής

A_{heat} : Συνολική επιφάνεια διαθέσιμη για συναλλαγή θερμότητας ανάμεσα στα δύο ρεύματα αντιρροής

D_h : υδραυλική διάμετρος

Το N μπορεί να πάρει κατασκευαστικά τιμές από 25 μέχρι 100 με βάση τα σημερινά δεδομένα. Ακόμη έχουμε την ογκομετρική παροχή του αναγεννητή, $Q = 4 \text{ cm}^3/\text{sec}$ όπου μπορούμε μοριακά να πάρουμε:

$$V_m = \frac{27.58}{x} + 7.60 + 1.65 \cdot x^2, \frac{\text{cm}^3}{\text{mole}^3 \text{He}},$$

$$\text{Re} = \frac{3 \cdot Q \cdot D_h}{N \cdot w \cdot h \cdot V_m \cdot \mu} \quad (2.2.1)$$

$$\Delta P = \frac{12 \mu Q L}{N w h^3}$$

Όπου για τη συνεκτικότητα για μία θερμοκρασία της τάξης των 2 mK έχουμε την εύρεση από τη σχέση: $\mu = \frac{0.05 \cdot 10^{-6}}{T^2} = 0.0125, \text{Pa} - \text{secK}^2$ (2.2.2)

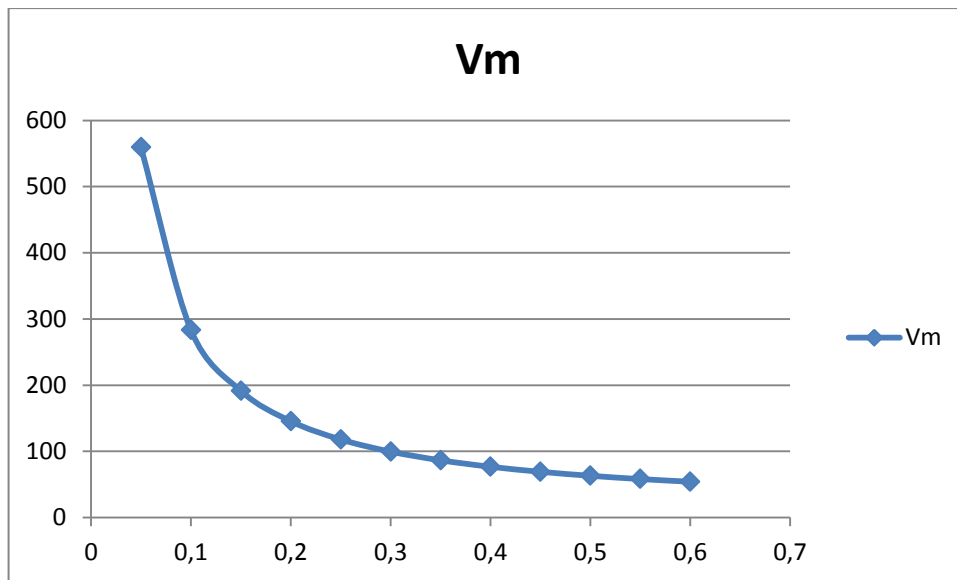
Επομένως μπορούμε να δούμε τι γίνεται για ένα εύρος συγκεντρώσεων από 0%(που θεωρητικά δεν υπάρχει) μέχρι 6%. Το N το θεωρούμε ίσο με 100 που είναι το μέγιστο.

x	V_m	Re	ΔP
0,05		559,2041	22,96132
0,1		283,4165	45,30458
0,15		191,5038	67,04862
0,2		145,566	88,20785
0,25		118,0231	108,7928
0,3		99,68183	128,8105
0,35		86,60213	148,265
0,4		76,814	167,1579

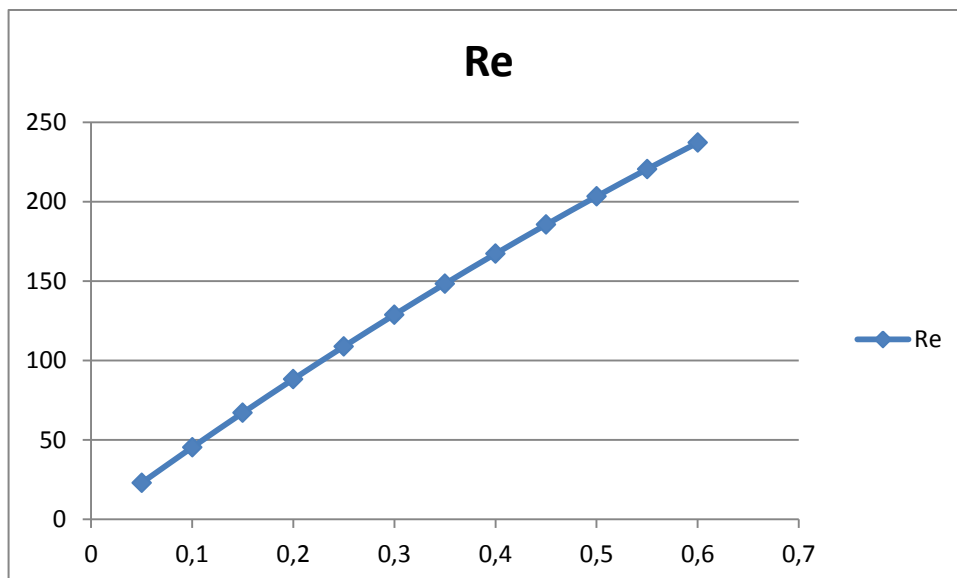
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.2 Μοντελοποίηση, σχεδιασμός και απόδοση των εναλλακτών θερμότητας σε SSR

0,45	69,22301	185,4884	246,1462
0,5	63,1725	203,254	246,1462
0,55	58,24458	220,4508	246,1462
0,6	54,16067	237,0736	246,1462

Και έχουμε για τον αριθμό Re και την ογκομετρική παροχή.



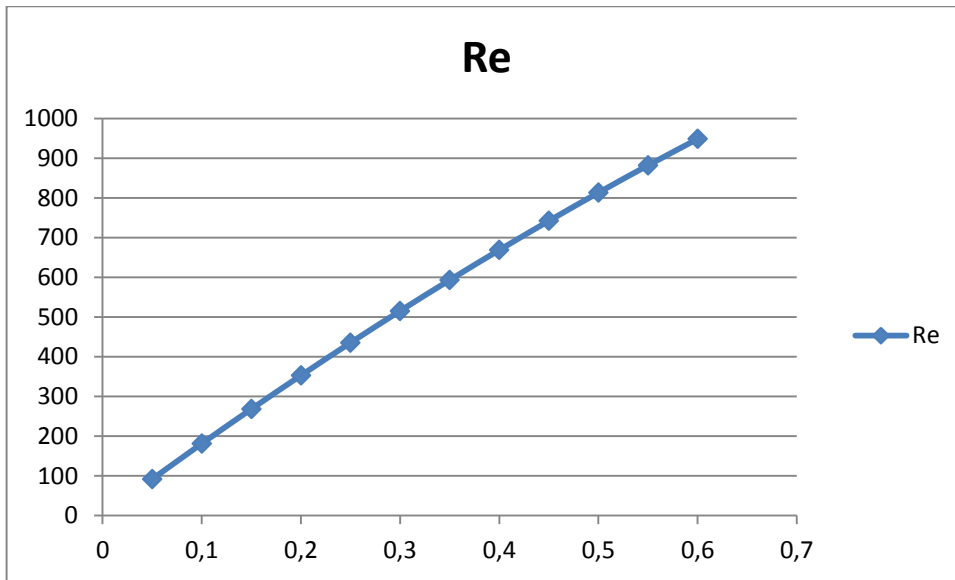
Διάγραμμα 2.38 , ογκομετρική παροχή συναρτήσει συγκέντρωσης



Διάγραμμα 2.39 , αριθμός Re συναρτήσει συγκεντρώσεως

Μειώνοντας τον αριθμό των οπών βλέπουμε πως ο αριθμός Re αυξάνεται αναλόγως.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.2 Μοντελοποίηση, σχεδιασμός και απόδοση των εναλλακτών θερμότητας σε SSR



Διάγραμμα 2.40 , αριθμός Re συναρτήσει συγκεντρώσεως

Το επόμενο που μας ενδιαφέρει να βρούμε όπως ειπώθηκε και προηγουμένως είναι η μεταφορά θερμότητας, Ntu , η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$Ntu = \frac{U \cdot A_{heat}}{m_c} \quad (2.2.3) \text{ όπου με } U \text{ έχουμε τη συνολική θερμική διαπερατότητα και } A_{heat} \text{ η}$$

επιφάνεια συναλλαγής του εναλλάκτη. Αυτή βρίσκεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{U} = \frac{2}{U_{fluid}} + \frac{1}{U_{wall}} + \frac{2}{U_{Kapitza}} \quad (2.2.4)$$

Για την αντίσταση Kapitza ισχύει $U_{Kapitza} = 1428 \cdot T^3 = 1.1424 \cdot 10^{-5}, W / m^2 K$ (2.2.5) για $T=2 \text{ mK}$.

$$\text{Για την αντίσταση } U_{wall} \text{ ισχύει: } U_{wall} = \frac{K_{Kapton}}{t} = \frac{0.002 \cdot T}{t} \quad (2.2.6)$$

Τέλος η U_{fluid} δίνεται από τη σχέση:

$$U_{fluid} = \frac{5.385 \cdot k_{fluid}}{h/2} = \frac{0.2154}{h/2} \quad (2.2.7)$$

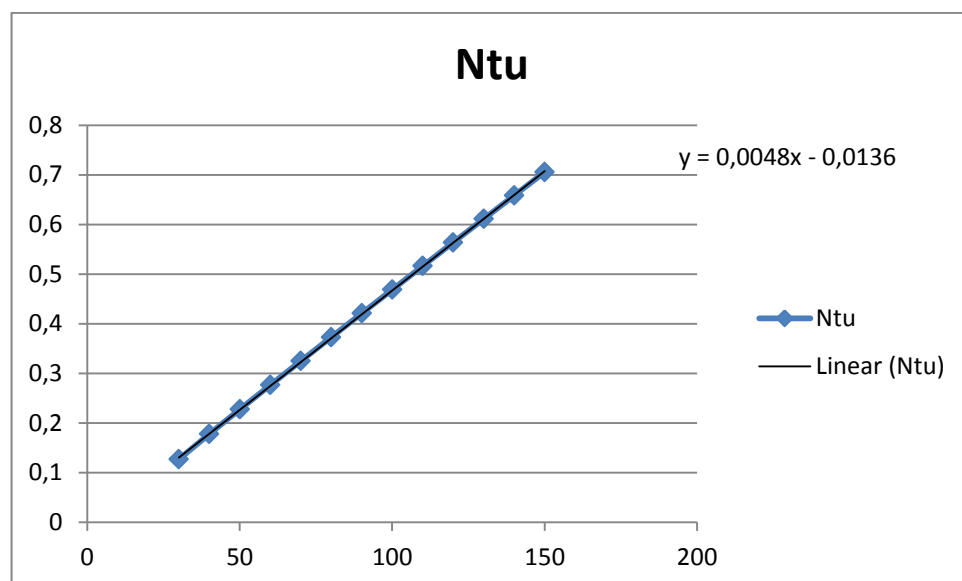
Δυστυχώς οι παραπάνω σχέσεις ισχύουν στο εύρος θερμοκρασιών $T=30-150 \text{ mK}$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.2 Μοντελοποίηση, σχεδιασμός και απόδοση των εναλλακτών θερμότητας σε SSR

Άρα μπορούμε να δούμε τι συμβαίνει σε αυτά τα εύρη θερμοκρασιών.

T	Ufluid	Uwall	Ukapitza	1/U	Kkaptan	U	Ntu
30	3,392126	0,0024	0,038556	469,1289	0,00006	0,002132	0,126831
40	3,392126	0,0032	0,091392	334,9734	0,00008	0,002985	0,177626
50	3,392126	0,004	0,1785	261,7941	0,0001	0,00382	0,227278
60	3,392126	0,0048	0,308448	215,407	0,00012	0,004642	0,276221
70	3,392126	0,0056	0,489804	183,2443	0,00014	0,005457	0,324703
80	3,392126	0,0064	0,731136	159,5751	0,00016	0,006267	0,372865
90	3,392126	0,0072	1,041012	141,3997	0,00018	0,007072	0,420793
100	3,392126	0,008	1,428	126,9902	0,0002	0,007875	0,46854
110	3,392126	0,0088	1,900668	115,2782	0,00022	0,008675	0,516143
120	3,392126	0,0096	2,467584	105,5668	0,00024	0,009473	0,563624
130	3,392126	0,0104	3,137316	97,38093	0,00026	0,010269	0,611003
140	3,392126	0,0112	3,918432	90,38572	0,00028	0,011064	0,65829
150	3,392126	0,012	4,8195	84,33791	0,0003	0,011857	0,705495

Επίσης διαγραμματικά βρίσκουμε για το Ntu:



Διάγραμμα 2.41 , αριθμός Ntu συναρτήσει θερμοκρασίας

Όπου βλέπουμε ότι με την αύξηση της θερμοκρασίας έχουμε και την αντίστοιχη και αναμενόμενη αύξηση της ψυκτικής ισχύος.

2.3 Κώδικας επαλήθευσης της θεωρίας του Schmidt

Εδώ φαίνεται ο κώδικας με τον οποίον βρέθηκαν τα άνω μεγέθη.

```

%Vr/Vt%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Με c συμβολίζονται σταθερές για την διευκόλυνση επίλυσης
του αλγορίθμου.
c1=zeros(1,5);
c1=[0.01,0.05,0.1,0.15,0.25];
%Tc/Th%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%5
c5=zeros(1,11);
c5(1)=0;
dn=0.1;
for i=2:11
    c5(i)=c5(i-1)+dn;
end
%Vswh/Vswc%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
c2=2;
%Vclh/Vswh%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
c3=0.10;
%Vclc/Vswc%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
c4=c3;
%α=π/2%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
a=pi/2;
%εύρεση της β%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
bb=zeros(1,length(c5));
for i=1:length(c5)
    bb(i)=1/(sin(a)/(cos(a)+c2*c5(i)));
    bb(i)=atan(bb(i));
end
%εύρεση της Vt/Vswc%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
c6=zeros(1,length(c1));
for i=1:length(c1)
    c6(i)=-(0.5*c2*(1+c4)+c4)/(c1(i)-1);
end
%εύρεση της παράστασης s%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
s=zeros(length(c1),length(c5));
for i=1:length(c1)
    for j=1:length(c5)
        s(i,j)=0.5+c4+c1(i)*c6(i)*log(1/c5(j))/((1/c5(j))-
1)+c2*c4*c5(j)+0.5*c2*c5(j);
    end
end

```


ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.3 Κώδικας επαλήθευσης της θεωρίας του Schmidt

```
%εύρεση της παράστασης c%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
c=zeros(1,length(c5));
for i=1:length(c5)
    c(i)=0.5*sqrt(1+2*c2*cos(a)+(c2*c5(i))^2);
end
%εύρεση της παράστασης b=c/s%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
b=zeros(length(c1),length(c5));
for i=1:length(c1)
    for j=1:length(c5)
        b(i,j)=c(j)/s(i,j);
    end
end
%εύρεση της Qc%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Qc=zeros(length(c1),length(c5));
for i=1:length(c1)
    for j=1:length(c5)
        Qc(i,j)=pi*(1-sqrt(1-(b(i,j)^2)))*sin(bb(i)-
a)/b(i,j);
        Qc(i,j)=Qc(i,j)/(s(i,j)*sqrt(1-(b(i,j)^2)))+5;
    end
end
figure(1);
plot(c5,Qc);
grid on;
xlabel T(K);
ylabel Qc;
legend('0.25','0.15','0.1','0.05','0.01');
title 'Cooling Power';
%heat rejection rate,Qh%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Qh=zeros(length(c1),length(c5));
for i=1:length(c1)
    for j=1:length(c5)
        Qh(i,j)=pi*(1-sqrt(1-(b(i,j)^2)))*sin(bb(i))/b(i,j);
        Qh(i,j)=-Qh(i,j)*c2/(s(i,j)*sqrt(1-(b(i,j)^2)))+5;
    end
end
figure(2);
plot(c5,Qh);
grid on;
xlabel T(K);
ylabel Qh;
legend('0.25','0.15','0.1','0.05','0.01');
title 'Heat Rejection rate';
%Power Input,Wt%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Wt=zeros(length(c1),length(c5));
for i=1:length(c1)
```

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 2.3 Κώδικας επαλήθευσης της θεωρίας του Schmidt

```
    for j=1:length(c5)
        Wt(i,j)=pi*(1-sqrt(1-(b(i,j)^2)))*(c2*sin(bb(i)-
a)+sin(bb(i)));
        Wt(i,j)=Wt(i,j)/((s(i,j)*sqrt(1-
(b(i,j)^2)))*b(i,j))+5;
    end
end
figure(3);
plot(c5,Wt);
grid on;
xlabel T(K);
ylabel Wt;
legend('0.25','0.15','0.1','0.05','0.01');
title 'Power Input';
%Πιέσεις%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
pmid=zeros(length(c1),length(c5));
pmax=zeros(length(c1),length(c5));
pmin=zeros(length(c1),length(c5));
for i=1:length(c1)
    for j=1:length(c5)
        pmid(i,j)=c6(i)/(s(i,j)*sqrt(1-b(i,j)^2));
        pmax(i,j)=pmid(i,j)*sqrt((1+b(i,j))/(1-b(i,j)));
        pmin(i,j)=pmid(i,j)*sqrt((1-b(i,j))/(1+b(i,j)));
    end
end
figure(4);
plot(c5,pmid);
grid on;
xlabel T(K);
ylabel Pmean;
legend('0.25','0.15','0.1','0.05','0.01');
title 'Πιέσεις';
figure(5);
plot(c5,pmax);
grid on;
xlabel T(K);
ylabel Pmax;
legend('0.25','0.15','0.1','0.05','0.01');
title 'Πιέσεις';
figure(6);
plot(c5,pmin);
grid on;
xlabel T(K);
ylabel Pmin;
legend('0.25','0.15','0.1','0.05','0.01');
title 'Πιέσεις';
```

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 : περιγραφή της μεθόδου ψύξης με Διάλυση

3.1 Ψύξη με Διάλυση (διάχυση)

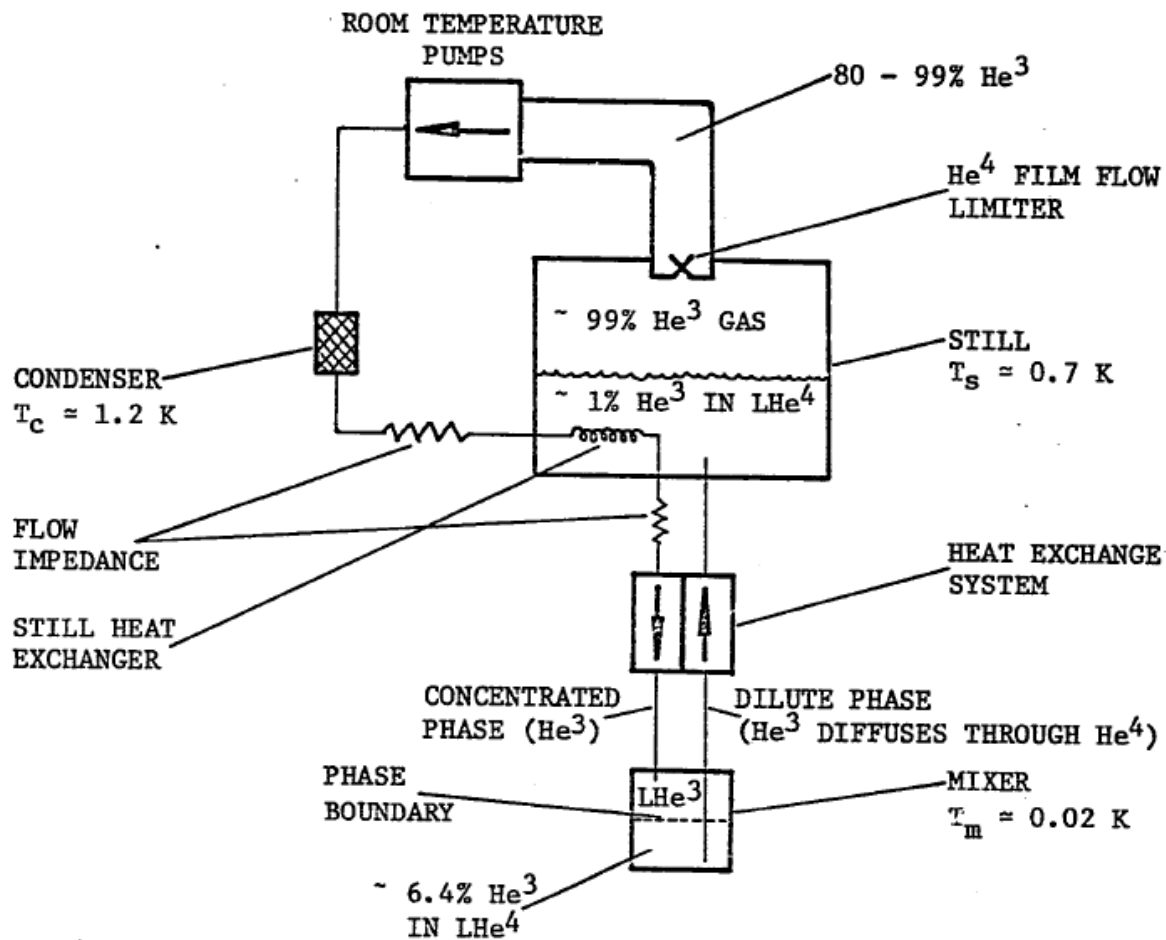
Η διεργασία αυτή πρωτοξεκίνησε το 1951 από τον H.London. Πρόκειται για τη δεύτερη πιο διαδεδομένη βιομηχανική χρήση του υπερρευστού στην ψύξη στις τάξεις των mK. Οι χαμηλότερες δυνατές θερμοκρασίες που επιτεύχθηκαν με τη χρήση υγροποιημένου He^4 είναι της τάξεως των 0.71 K με τη χρήση αντλιών διάχυσης. Εμάς μας ενδιαφέρει η επίτευξη θερμοκρασιών στις τάξεις των mK. Εδώ εντοπίζονται δύο βασικά προβλήματα με υγρό He^4 . Στους 0.71 K η τάση ατμών είναι μόλις 2.7 μ και δεύτερον η παρουσία ενός επιφανειακού φιλμ από υπερρευστό He^4 . Αυτό το φιλμ, στρώση, διαρρέει τα τοιχώματα του κρυοψύκτη μέχρι που φθάνει μία μέγιστη θερμοκρασία και εξατμίζεται. Αν οι αντλίες διάχυσης δεν είναι ικανοποιητικά μεγάλες, μέρος του εξατμισθέντος He^4 θα επιστρέψει ως αέριο πλέον πίσω στο υγρό ήλιο διευκολύνοντας τη διαρροή θερμότητας. Επομένως για την επίτευξη πολύ χαμηλών θερμοκρασιών είτε πρέπει να χρησιμοποιήσουμε πολύ μεγάλες αντλίες διάχυσης ώστε να αφαιρεθεί ο ατμός αυτός είτε ένας περιορισμός πρέπει να τεθεί ώστε να περιοριστεί η ροή του αεριοποιηθέντος φιλμ πίσω στο υγροποιημένο He^4 .

Για το δεύτερο στοιχείο του κρυοψύκτη με διάλυση, του He^3 , αυτό υγροποιήθηκε για πρώτη φορά το 1948. Με την κατάλληλη άντληση υγροποιημένου He^3 (LHe^3) σε έναν σωστά σχεδιασμένο κρυοψύκτη θερμοκρασίες της τάξεως των 200 mK μπορούν να επιτευχθούν. Το He^3 δεν έχει υπερρευστή φάση και επομένως δεν έχουμε την εμφάνιση του προβλήματος με τη στρώση υπερρευστού που δημιουργείται στο He^4 . Επίσης έχουμε και κατά πολύ μεγαλύτερη τάση ατμών. Μόλις το 1960 εφευρέθηκε τελικώς η ψύξη με τη μέθοδο της διάλυσης. Δηλαδή την επαναρροή He^3 και την εκμετάλλευση της υπερρευστής φάσης του He^4 .

Εδώ θα γίνει μία περιληπτική αναφορά στη βασική εφαρμογή της ψύξης με υπερρευστό (SR). Καταρχάς σε θερμοκρασίες τόσο χαμηλές όσο στο εύρος 2.7 K με 1.3 K αλλά και σε κατώτερες του 1.3 K που για διάφορους βιομηχανικούς και επιστημονικούς λόγους όπως αναφέρθηκε προτύτερα θέλουμε να πετύχουμε είναι αδύνατη η συμβατικής μορφής **ψύξη με ατμοποίηση**. Για τόσο χαμηλές θερμοκρασίες το ^4He δεν μπορεί να ατμοποιηθεί καθώς η πίεση ατμών του δεν το επιτρέπει. Στην πραγματικότητα ένα πολύ ασήμαντο ποσό του θα ατμοποιηθεί αφαιρώντας έτσι θερμότητα που δεν επαρκεί για τις

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.1 Ψύξη με Διάλυση (διάχυση)

κρυογονικές θερμοκρασίες που θέλουμε να επιτύχουμε. Παρακάτω φαίνεται μία τυπική διάταξη ψύξης με διάλυση:



Εικόνα 3.1 , σχηματική απεικόνιση ψυκτικού συστήματος διάλυσης

Επεξηγήσεις

Condenser : συμπυκνωτής

Flow impedance : πέδηση ροής

Still heat exchanger : εναλλάκτης για το δοχείο ηρεμίας

Concentrated phase : συγκεντρωμένη φάση

Phase boundary : όριο φάσης

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.1 Ψύξη με Διάλυση (διάχυση)

Dilute phase : διαλυμένη φάση

Heat exchange system : σύστημα εναλλάκτη

Mixer : δοχείο ανάμιξης

Still : δοχείο ηρεμίας

Film flow limiter : επίστρωση περιορισμού ροής

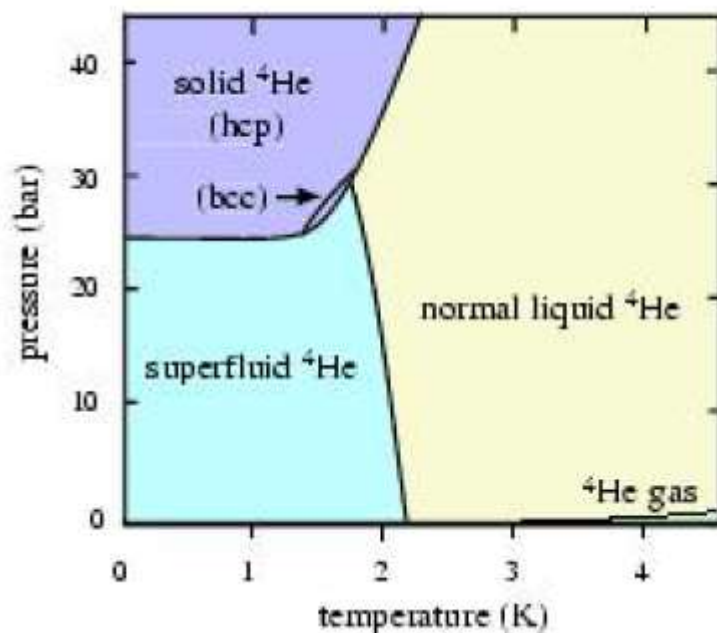
Room temperature pumps : αντλίες σε θερμοκρασία περιβάλλοντος

Η περιγραφή των μερών θα γίνει αναλυτικότερα παρακάτω αλλά μπορούμε να κάνουμε μία αρχική εκτενή αναφορά και ειδικά στο θερμοδυναμικό κομμάτι. Όπως βλέπουμε έχουμε ένα δοχείο ανάμιξης (still) με 1% He^3 . Αυτό αντλείται από μία αντλία σε θερμοκρασία περιβάλλοντος (room temperature pump) όπου και συμπιέζεται, κατόπιν συμπυκνώνεται στον συμπυκνωτή (condenser) σε θερμοκρασία περίπου 1.2 K. Για να διατηρηθεί σε υγρή μορφή παρεμβάλλονται κατόπιν πολλές αντιστάσεις στη ροή (flow impedance). Έτσι πετυχαίνουμε σταθερή επανροή He^3 στο μίγμα. Εδώ βλέπουμε πως έχουμε μία σταθερή επομένως ροή ατμοποίησης του He^3 στο δοχείο και επομένως λανθάνουσας θερμότητας+

Αυτός ο περιορισμός λοιπόν υπερσκελίζεται με τη χρήση όχι καθαρού ^4He αλλά με μείγμα ^4He - ^3He , όπου πετυχαίνουμε την ψύξη με την ατμοποίηση του ^3He στο μίγμα. Για να γίνει κατανοητή η διαδικασία αυτή θα αναφερθούν αρχικά οι ιδιότητες αυτού του μίγματος.

3.2 Περιγραφή και θεώρηση του υπερρευστού ^3He - ^4He

Πρωτού προχωρήσουμε σε εκτενέστερη ανάλυση για τη χρήση του υπερρευστού σε ένα κύκλο Stirling και κατόπιν σε μία ψυκτική μηχανή με διάλυση καλό θα ήταν να γίνει μία εκτενής αναφορά στο υπερρευστό καθώς και τους στατιστικούς νόμους που το διέπουν. Όταν το ^4He ψύχεται σε θερμοκρασίες κάτω των 2.17 K, δηλαδή κρυογονικές θερμοκρασίες τότε συμπεριφέρεται ως υπερρευστό, μία κατάσταση της ύλης διαφορετική από κάθε άλλο υγρό, καθώς έχει μηδενική συνεκτικότητα κάτι που ήδη έχει αναφερθεί. Επομένως τα μόρια του ^3He δεν θα αντιμετωπίσουν κανενός είδους τριβή μέσα στο μίγμα με ^4He . Επίσης να τονισθεί ότι σε τέτοιες θερμοκρασίες οι περισσότερες αέριες ουσίες στερεοποιούνται όχι όμως και το ^4He το οποίο παραμένει υγρό μέχρι και τους 0 K. Το μόνο πράγμα που μπορεί να το κάνει στερεό από υγρό είναι η αύξηση της πίεσης. Παρακάτω φαίνεται το διάγραμμα φάσης του ^4He :



Διάγραμμα 3.2 , φάσεις του He

Επεξηγήσεις

Solid ^4He : στερεό ήλιο

Superfluid ^4He : υπερρευστό ήλιο

Normal liquid ^4He : κανονικό άεριο ήλιο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.2 Περιγραφή και θεώρηση του υπερρευστού ^3He - ^4He

Όπου παρατηρούμε ότι για τις συνήθεις πιέσεις κάτω των 25 bar έχουμε υγρό ^4He και κάτω των 2.3 K την αναμενόμενη συμπεριφορά του ως υπερρευστό.

Όπως ειπώθηκε βασικό στοιχείο προσδιορισμού της κατάστασης ενός υπερρευστού είναι η μη συνεκτικότητα του. Σε κάθε υγρό μίγμα, τα μόρια του ενός στοιχείου θα έχουν κάποια ενέργεια. Αυτή η ενέργεια τους προσδίδει κίνηση και συνεπώς τη δυνατότητα να διεγείρονται στο μίγμα, δηλαδή τη σύγκρουση με τα μόρια του ^3He . Αν αυτές οι συγκρούσεις είναι αρκετά ασθενείς δεν θα παρατηρηθεί καμία διέγερση. Αυτό συνδέεται άμεσα με το ενεργειακό επίπεδο του ^3He καθώς αν το ενεργειακό επίπεδο στο μίγμα είναι χαμηλό στα μόρια δεν θα υπάρξει και η ανάλογη διέγερση και συνεπώς και η ανάλογη συνεκτικότητα, ειδικά τα μόρια θα αναγκάζονται να προσδώσουν και να απορροφήσουν κατόπιν λόγω διάχυσης κάποια ενέργεια. Συνεχίζοντας στον ορισμό της διέγερσης αυτής που διακρίνει το υπερρευστό από ένα άλλο κανονικό αέριο θα αναφερθεί η συσχέτισή της με την ενέργεια και ορμή που έχει ένα μόριο, σχέσεις που περιγράφονται ως **εξισώσεις της διασποράς**. Για παράδειγμα για ένα μόριο με μάζα m

$$E = \frac{p^2}{2 \cdot m} \quad (3.2.1)$$

στο κενό, ενέργεια E και ορμή p , έχουμε: (3.2.1) κατά αναλογία με την γνωστή σχέση για την κινητική ενέργεια, γνωστή και ως εξίσωση της διασποράς του μορίου. Για παράδειγμα αν το μόριο ήταν φωνόνιο τότε η σχέση θα ήταν $E = p \cdot c$, όπου c η ταχύτητα του ήχου. Η παραπάνω εξίσωση από μόνη της θέτει περιορισμού στις δυνατές τιμές E και p . Δηλαδή για να έχουμε ένα μόριο με ακριβής ορμή p , πράγμα που σημαίνει και αν θα έχουμε την **κατάλληλη ταχύτητα και συνεπώς αντίδραση που καθορίζει τη συνεκτικότητα για το αν θα είναι υπερρευστό**, θα πρέπει να έχουμε μία ακριβής ενέργεια E . Δηλαδή ένα συγκεκριμένο ενεργειακό επίπεδο E . Έτσι στο υπερρευστό όλη η ουσία εντοπίζεται στην κινητική των μορίων του, στην ακριβής ταχύτητα που θα κινούνται τα μόρια ^3He στο μίγμα και την ανάλογη διεγερσή τους. Σε ένα στοιχειώδες μόριο με βάση την αρχή διατήρησης της ορμής και ενέργειας έχει βρεθεί τελικώς ότι πρέπει για μία αρχική ταχύτητα του μορίου ίση με u να ισχύει:

$$u \geq \frac{E}{p} \quad (3.2.2)$$

Άμα ισχύει η παραπάνω σχέση τότε ένα μόριο μπορεί ενεργειακά να παράγει διέγερση μέσα σε ένα μίγμα. Ισχύει όμως και η σχέση της διασποράς του μορίου:

$$E = \frac{p^2}{2 \cdot m} \quad (3.2.3)$$

Άρα έχουμε μία ελάχιστα δυνατή τιμή ταχύτητας για διέγερση: $u_L = \left(\frac{E}{\rho}\right)_{\min}$ (3.2.4), άμα η ταχύτητα είναι μικρότερη αυτής της τιμής τότε το μόριο δεν μπορεί να παράγει το αντίστοιχο ενεργειακό επίπεδο η καλύτερα να μεταπηδήσει σε αυτό και συνεπώς δεν θα υπάρξει συνεκτικότητα άρα χαρακτηρίζεται ως υπερρευστό. Άρα βασική μοριακή συνθήκη για να είναι ένα υγρό(εξού και ο δείκτης L) υπερρευστό είναι η:

$$u \leq u_L \quad (3.2.5)$$

Αυτή η οριακή ταχύτητα του ρευστού ονομάζεται και ταχύτητα Landau, η αλλιώς **κρίσιμη ταχύτητα Landau**. Συνδυάζοντας τώρα με την προηγούμενη σχέση: $u \geq \frac{E}{\rho}$ (3.2.6)

Πρέπει η ταχύτητα να ικανοποιεί την εξής ανισότητα:

$$\frac{E}{\rho} \leq u \leq u_L \quad (3.2.7)$$

Με άλλα λόγια να είναι μεγαλύτερη η ταχύτητα του μορίου από τον **λόγο διέγερσης και μικρότερη της ταχύτητας Landau**. Αυτό σημαίνει ότι για να πετύχουμε διέγερση για ένα μόριο θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη η ταχύτητα από την ποσότητα E/ρ . Άρα από τα παραπάνω εξαγάγουμε το συμπέρασμα πως ένα ρευστό **συμπεριφέρεται ως υπερρευστό όταν η ποσότητα E/ρ δεν είναι μηδενική**. Αν είναι μηδενική τότε σίγουρα δεν είναι υπερρευστό.

Γενικότερα οι τρόποι με τους οποίους μπορεί ένα μόριο να παράγει διέγερση είναι είτε με κρούση είτε με παραγωγή φωνονίου. Όπως ήδη έχει αναφερθεί οι σχέσεις διασποράς γιαυτό είναι οι εξής:

$$E = \frac{p^2}{2m} \quad (3.2.8)$$

$$\frac{E}{p} = \frac{p}{2m}$$

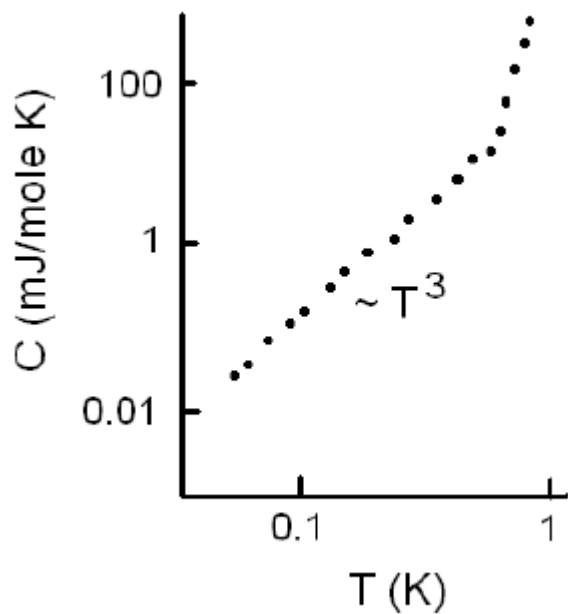
Άρα βλέπουμε πως ο λόγος διέγερσης, E/p , εξαρτάται άμεσα από την ορμή του μορίου, και η ελάχιστη τιμή είναι η μηδενική για $p = 0$. Τότε όμως και η ταχύτητα Landau πέρνει την τιμή 0, άρα επιβεβαιώνεται αυτό που αναφέρθηκε προηγουμένως. Άμα η ελάχιστη τιμή μηδενισθεί τότε έχουμε να κάνουμε με **κανονικό αέριο και όχι υπερρευστό**. Τα ίδια ισχύουν και για την περίπτωση του φωνονίου, όπου οι αναλογίες γίνονται ως προς την ταχύτητα του φωτός, c . Συγκεκριμένα έχουμε τις εξής αναλογίες:

$$E = p \cdot c$$

$$\frac{E}{p} = c \quad (3.2.9)$$

Εδώ βλέπουμε πως ο λόγος E/p είναι σταθερός άρα υπάρχει μία μόνο δυνατή τιμή, αυτή της c . Άρα τότε και η ταχύτητα u_l θα πάρει την τιμή c . Άρα όσο το μόριο δεν κινείται ταχύτερα από το φώς το υγρό είναι υπερρευστό. Εδώ να σημειωθεί ότι τα φωνόνια δεν αναφέρθηκαν τυχαία καθώς συμβάλλουν κατά κύριο λόγο στον καθορισμό της ειδικής θερμοχωρητικότητας, C , του ^4He σε θερμοκρασία T . Αυτό φαίνεται και στο παρακάτω διάγραμμα:

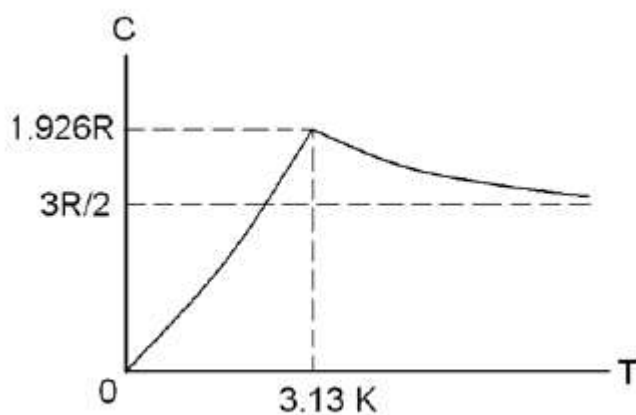
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.2 Περιγραφή και θεώρηση του υπερρευστού ^3He - ^4He



Διάγραμμα 3.3 , θερμοχωρητικότητα συναρτήσει της θερμοκρασίας

Πειραματικά για την ταχύτητα Landau να αναφερθεί ότι έχει βρεθεί ότι μέχρι $u_L=45$ m/s η συνεκτικότητα παραμένει μηδενική ενώ άνω αυτής της τιμής έχουμε δυσανάλογα μεγάλη αύξηση της συνεκτικότητας και συνεπώς συμπεριφοράς ως κανονικού αερίου.

Μία άλλη μέθοδος για να ερμηνεύσουμε και να αναγνωρίσουμε αν ένα ρευστό ανήκει στην κατηγορία των υπερρευστών είναι η μέθοδος του **συμπυκνώματος Bose-Einstein (BEC)**. Καταρχάς το ^4He είναι βωσόνιο άρα υπόκειται στην παραπάνω μέθοδο. Αυτό που μας ενδιαφέρει εδώ είναι η λεγόμενη **θερμοκρασία μεταστροφής** σε υπερρευστό. Πειραματικά βρέθηκε ότι:



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.2 Περιγραφή και θεώρηση του υπερρευστού ^3He - ^4He

Διάγραμμα 3.4 , θερμοχωρητικότητα συναρτήσει θερμοκρασίας μεταστροφής

Δηλαδή στους 3.13 K και κάτω έχουμε υπερρευστό, και για $C = 1.926 \cdot R$, άρα αυτό που μας ενδιαφέρει είναι να υπολογίσουμε την ειδική θερμοχωρητικότητα για τη μέθοδο BEC. Αυτό μπορεί να γίνει όπως υπέδειξε ο London κατά βήματα:

- 1) Βρίσκοντας την θερμοκρασία στην οποία αρχίζει η συμπύκνωση κατά Bose.
- 2) Την αλλαγή στο πλήθος των ατόμων με τη θερμοκρασία
- 3) Την ειδική θερμοχωρητικότητα κάτω από τη θερμοκρασία συμπυκνώσεως

Αφού όπως είπαμε το ^4He συμπεριφέρεται ως βοσώνιο, η ενεργειακή του κατανομή δίνεται από την λεγόμενη **κατανομή Bose-Einstein**, ίση με:

$$n(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{g(\varepsilon)d\varepsilon}{\exp((\varepsilon - \mu)/k_B T) - 1} \quad (3.2.10)$$

Με τη χρήση της άνω σχέσης μπορούμε να υπολογίσουμε τη θερμοκρασία στην οποία τα βοσώνια, δηλαδή ^4He , συμπυκνώνονται σε BEC. Πρώτο πράγμα που πρέπει να βρούμε είναι την πυκνότητα των βοσωνίων. Αυτή δίνεται από τη σχέση:

$$g(\varepsilon) = \frac{4 \cdot m \cdot \pi \cdot V}{h^3} (2m\varepsilon)^{1/2} \quad (3.2.11)$$

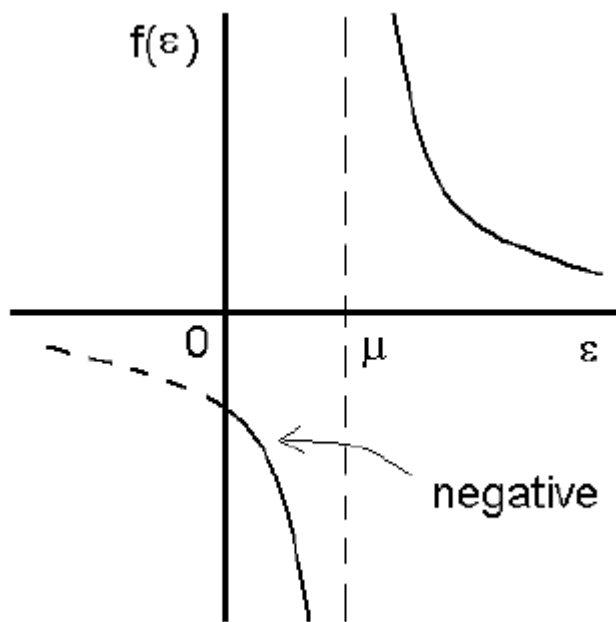
Επομένως με αντικατάσταση της προηγούμενης στην αρχική βρίσκουμε:

$$N = \int_0^\infty \frac{g(\varepsilon)d\varepsilon}{\exp((\varepsilon - \mu)/k_B T) - 1} \quad (3.2.12)$$

Η παραπάνω σχέση είναι δύσκολο να επιλυθεί αναλυτικά άρα θα προτιμηθεί μία προσεγγιστική μέθοδος, για κρυογονικές θερμοκρασίες, $T \ll T_c$. Με μ στην παραπάνω σχέση έχουμε συμβολίσει το **χημικό δυναμικό**. Έστω για αρχή ότι το χημικό δυναμικό εξαρτάται από τη θερμοκρασία, δηλαδή είναι $\mu = \mu(T)$. Επίσης για λόγους ευκολίας θέτουμε όλη την παράσταση εντός του ολοκλήρωματος ως $f(\varepsilon)$ ή:

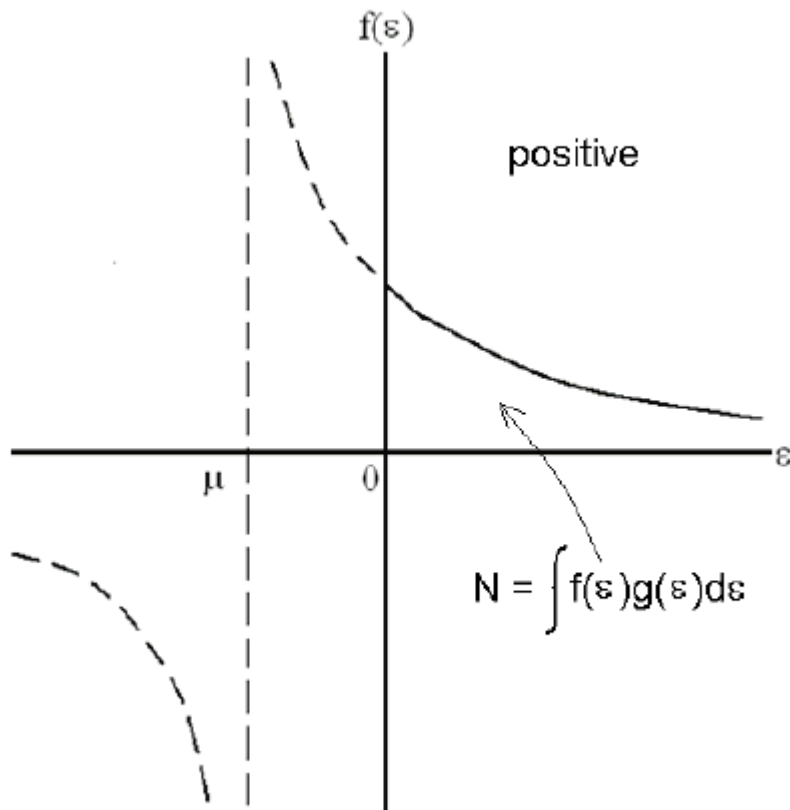
$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\exp((\varepsilon - \mu)/k_B T) - 1} \quad (3.2.13)$$

Έτσι διαγραμματικά βρίσκουμε:



Διάγραμμα 3.4 , κατανομή Bose-Einstein

Δηλαδή αν το μ είναι θετικό τότε η $f(\epsilon)$ είναι αρνητική για ένα σύνολο ενεργειών ϵ . Δηλαδή τότε κάποιες καταστάσεις T θα έχουν αρνητικό αριθμό μορίων πράγμα αδύνατο. Άρα αναγκαστικά το μ είναι θετική ποσότητα και θα περιοριστούμε με βάση το παραπάνω διάγραμμα στη θετική περιοχή ενεργειών, η όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 3.5 , κατανομή Bose-Einstein

Όπου όπως βλέπουμε θα περιοριστούμε στην περιοχή δεξιά του 0. Άρα και με βάση το γράφημα όσο πέφτει η T τόσο η ποσότητα $f(\epsilon)$ θα μειώνεται. Τότε όμως και ο αριθμός των μορίων θα μειώνεται πράγμα πάλι αδύνατο. Άρα το χημικό δυναμικό δεν μπορεί να πάρει θετική τιμή. Επομένως βγάζουμε μετά από όλα αυτά ότι στις χαμηλές κρυογονικές θερμοκρασίες που μας ενδιαφέρουν ο αριθμός των μορίων λαμβάνει την εξής μορφή:

$$N_{ex} = \int_0^{\infty} \frac{g(\epsilon)d\epsilon}{\exp((\epsilon - \mu) / k_B T) - 1} \quad (3.2.14)$$

Οπότε με χρήση των προηγούμενων σχέσεων και ολοκλήρωσης λαμβάνουμε την εξής εξίσωση:

$$N_{ex} = \left(\frac{2\pi m k_B T}{h^2}\right)^{3/2} \cdot 2.612, V \quad (3.2.15)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.2 Περιγραφή και θεώρηση του υπερρευστού ^3He - ^4He

Από την παραπάνω σχέση βλέπουμε ότι ο συνολικός αριθμός των ατόμων μειώνεται με την θερμοκρασία T , δηλαδή ότι εξαφανίζονται. Στην παραπάνω εξίσωση να τεθεί επίσης ο περιορισμός ότι αφορά μόνο άτομα με θετικό ενεργειακό επίπεδο, και όχι $\varepsilon = 0$. Άρα αυτά που στην ουσία θεωρούμε ότι εξαφανίζονται είναι αυτά που μεταβαίνουν σε μηδενικό ενεργειακό επίπεδο από θετικό. Άρα αυτό υποδηλώνεται με τον δείκτη n_{ex} , που υποδηλώνει τα άτομα με θετικό ενεργειακό επίπεδο, δηλαδή $\varepsilon > 0$, ή σε διέγερση. Έτσι ο αριθμός αυτών που τους μηδενίζεται η ενέργεια κάθε φορά είναι $(N - N_{ex})$, και η βασική συνθήκη για να έχουμε συμπύκνωση είναι λοιπόν όταν: $N_{ex} = N$

Συνεπώς λαμβάνοντας υπόψη όλα τα παραπάνω φθάνουμε στην **θερμοκρασία συμπυκνώσεως Bose-Einstein**:

$$T_{BE} = \frac{h^2}{2\pi m k_B} \cdot \left(\frac{N}{2.612V}\right)^{2/3} \quad (3.2.16)$$

Και αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση το N, k_B, V και m για το ήλιο βρίσκω ότι:

$$T_{BE} = 3.13K$$

Πολύ κοντά με τη θερμοκρασία των 2.18 K που θα δούμε παρακάτω στην οποία το υγρό ^4He αρχίζει και συμπεριφέρεται ως υπερρευστό. Τώρα το επόμενο που μας ενδιαφέρει είναι να υπολογίσουμε την C , την ειδική θερμοχωρητικότητα. Για να βρεθεί πρώτα πρέπει να υπολογίσουμε την συνολική εσωτερική ενέργεια η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$U = \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon g(\varepsilon) d\varepsilon}{\exp(\varepsilon / k_B T) - 1} \rightarrow U = 0.7704 \cdot k_B \cdot N \cdot \frac{T^{5/2}}{T_{BE}^{3/2}} \quad (3.2.17)$$

Και επομένως βρίσκουμε για την ειδική θερμοχωρητικότητα, C :

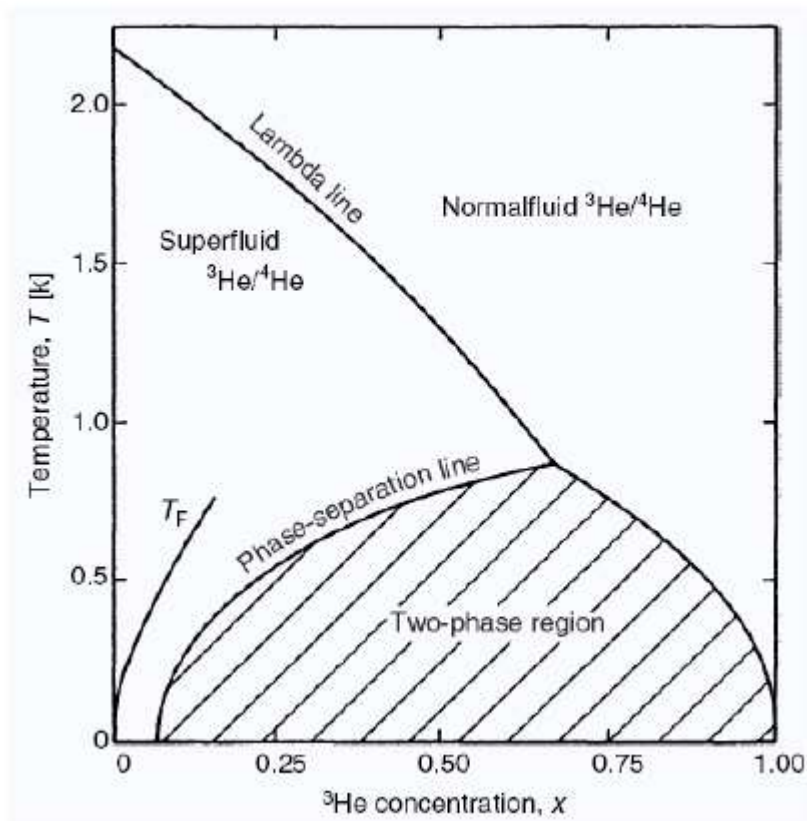
$$C = 1.926 \cdot k_B \cdot N \cdot \left(\frac{T}{T_{BE}}\right)^{3/2} \quad (3.2.18)$$

Όπου η μέγιστη δυνατή τιμή βλέπουμε πως είναι: $C_{max} = 1.926 \cdot k_B \cdot N$ για $T = T_{BE}$ όταν και ισχύει η συνθήκη Bose $N_{ex} = N$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.3 Ιδιότητες ^4He - ^3He

Η παραπάνω σχέση ισχύει μόνο για $T \leq T_{\text{BE}}$.

3.3 Ιδιότητες ^4He - ^3He



Διάγραμμα 3.6 , φάσεις του He και διφασική περιοχή

Επεξηγήσεις

Two-phase region : διφασική περιοχή

Superfluid $^3\text{He}/^4\text{He}$: υπερρευστό

Phase-separation line : γραμμή διαχωρισμού φάσης

Normalfluid $^3\text{He}/^4\text{He}$: κανονικό αέριο

Labda line : γραμμή λάμδα

^3He concentration : συγκέντρωση ^3He

Temperature : θερμοκρασία

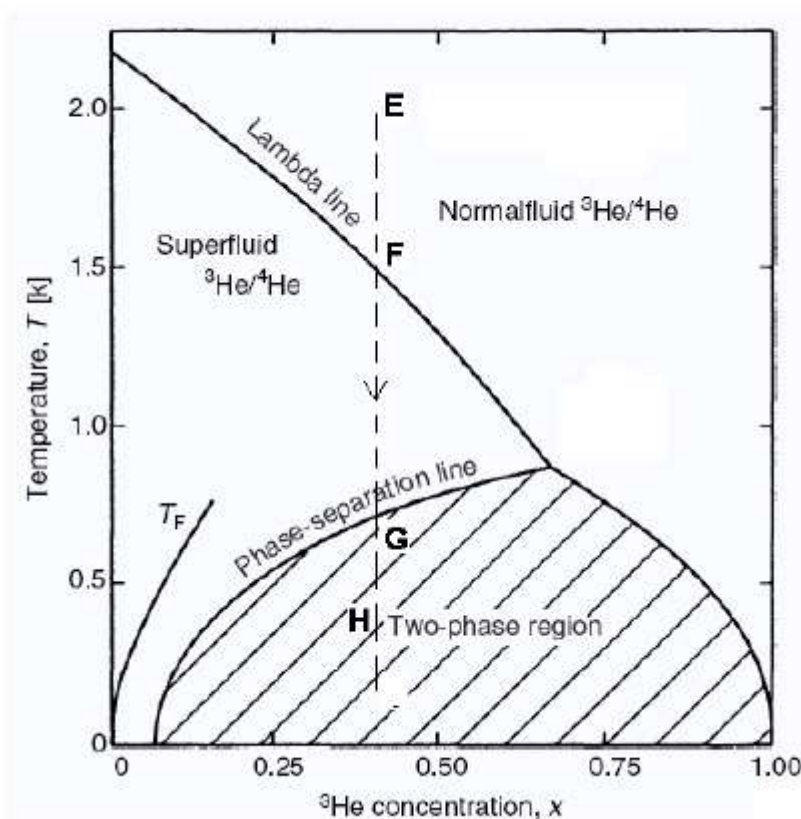
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.3 Ιδιότητες $^4\text{He}-^3\text{He}$

Καθώς φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα του μίγματος $^4\text{He}-^3\text{He}$ για τις κρυογονικές θερμοκρασίες κάτω των 2.7 K έχουμε δύο ευδιάκριτες περιοχές,την περιοχή του υπερρευστού.Δηλαδή για θερμοκρασίες κάτω των 2.2 K και την ανάλογη συγκέντρωση του διαλύτη ^3He ,και για συγκεντρώσεις και θερμοκρασίες που ορίζουν τη δεύτερη περιοχή,τη περιοχή που το μίγμα συμπεριφέρεται ως κανονικό αέριο,και συνεπώς υπόκειται στους γνωστούς θερμοδυναμικούς νόμους.

Όπως φαίνεται και στο παραπάνω διάγραμμα όλα είναι συνάρτηση της αναλογίας του ^3He στο ^4He και της θερμοκρασίας που θέλουμε να επιτύχουμε.Επομένως για μέγιστη συγκέντρωση ^3He ίση με 70% περίπου έχουμε την πιο ακραία περιοχή του υπερρευστού.Η εικονιζόμενη γραμμή λ επομένως δείχνει αυτή τη μετάβαση η $\lambda=\lambda(x,T)$.Για μηδενική συγκέντρωση ^4He δηλαδή για καθαρό μείγμα ^3He έχουμε για όλο το θερμοκρασιακό φάσμα κάτω των 2.2 K να ισχύουν οι ιδιότητες του υπερρευστού.Αντιθέτως εκεί που έχουμε καθαρό ^4He έχουμε οριακά να ισχύουν οι νόμοι του θερμοδυναμικά κανονικού αερίου.Επίσης παρατηρούμε και μία διαγραμμισμένη περιοχή κάτω του 1 K,οριζόμενη στο μέγιστο από την τομή τριών καμπυλών,μεταξύ τους και της λ-καμπύλης.Αυτό υποδηλώνει ότι για καθαρό ^3He δεν είναι απόλυτη η συμπεριφορά του ως κανονικό αέριο.

Αναλυτικότερα μπορούμε να δούμε τι γίνεται αν κρατήσουμε για παράδειγμα σταθερή την αναλογία διαλύτη στο μίγμα,με βάση το παρακάτω διάγραμμα.

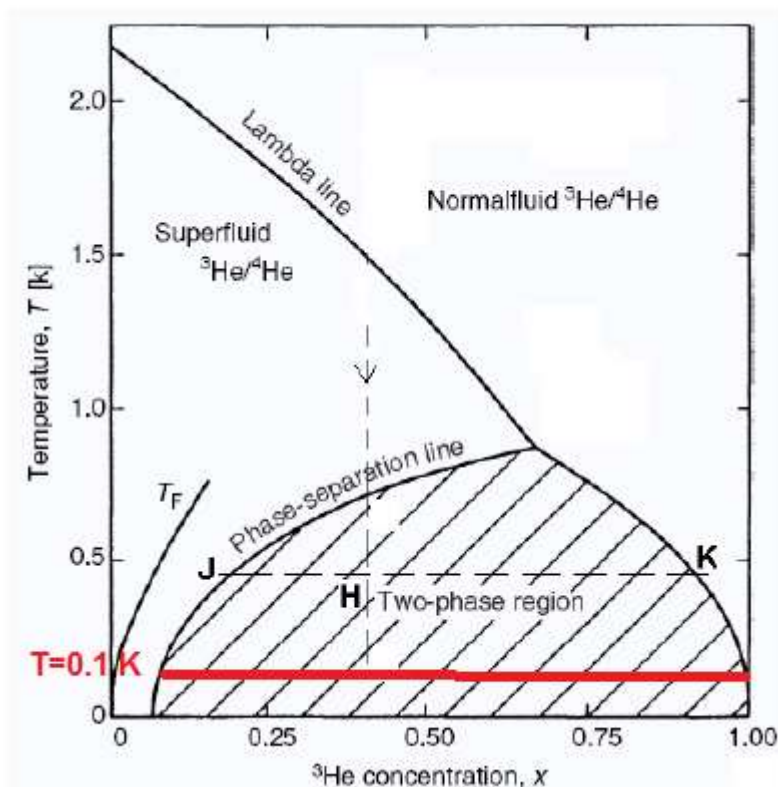
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.3 Ιδιότητες ^4He - ^3He



Διάγραμμα 3.7 , φάσεις του He και επεξήγηση των περιοχών

Ξεκινώντας όπως φαίνεται από το σημείο E, στους $T=2$ K έχουμε την ισχύ των ιδιοτήτων του κανονικού αερίου. Ελαττώνοντας την θερμοκρασία περιβάλλοντος τότε τέμνουμε τη καμπύλη-λ οπότε μεταβαίνουμε στην περιοχή του υπερρευστού, όπου δεν ισχύουν οι παραπάνω ιδιότητες. Ελαττώνοντας και άλλο την θερμοκρασία φτάνουμε στην καμπύλη **διαχωρισμού φάσης**. Τώρα το ζήτημα είναι τι θα συμβεί στο μίγμα αν ελαττωθεί και άλλο η θερμοκρασία. Η συγκεκριμένη περιοχή διαχωρισμού, η λεγόμενη **διφασική περιοχή**, σημαίνει ότι είναι αδύνατο να υπάρξει μίγμα με τέτοια σύσταση και σε τέτοια θερμοκρασία. Το μόνο που είναι δυνατό σε αυτή τη περιοχή είναι να έχουμε μία μόνο από τις δύο φάσεις του, δηλαδή είτε ως κανονικό αέριο στην οριζόντια δεξιά τομή είτε ως υπερρευστό στην οριζόντια αριστερή τομή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.3 Ιδιότητες ^4He - ^3He



Διάγραμμα 3.8 , φάσεις του He και επεξήγηση των περιοχών

Δηλαδή είτε στο σημείο J είτε στο σημείο K, άρα θα έχουμε δύο φάσεις στις οποίες το μίγμα θα διαχωριστεί. Αυτές οι δύο φάσεις η επίπεδα θα έχουν το πρώτο μία συγκέντρωση ^3He στο J, δηλαδή την χαμηλότερη δυνατή, και το αντίθετο με το σημείο K. Στο σημείο εκείνο όπου έχουμε τη χαμηλότερη συγκέντρωση, δηλαδή το J, το ονομάζουμε **διαλυόμενη φάση** ενώ το σημείο K με τη μεγαλύτερη συγκέντρωση το ονομάζουμε **συμπυκνωμένη φάση**. Επειδή επομένως το ^3He έχει χαμηλότερη πυκνότητα ως αέριο από το ^4He , θα ανέλθει πάνω από αυτό, δηλαδή η συμπυκνωμένη φάση που έχει μικρότερη πυκνότητα από την διαλυόμενη φάση θα επιπλέει της δεύτερης χωριστά. Έτσι έχουμε το διαχωρισμό του κανονικού αερίου μίγματος από το υπερρευστό μίγμα.

Επίσης από το παραπάνω διάγραμμα διαφαίνεται και κάτι ακόμη, πως από μία θερμοκρασία και κάτω, περίπου στους $T = 0.1$ K, η γραμμή διαχωρισμού φάσης τείνει σε κάθετο με αποτέλεσμα η μόνη δυνατή συγκέντρωση που μπορούμε να πετύχουμε για ^3He να είναι το ελάχιστο 6.6%. Πιο κάτω αδυνατούμε να έχουμε. Το ίδιο παρατηρούμε ότι

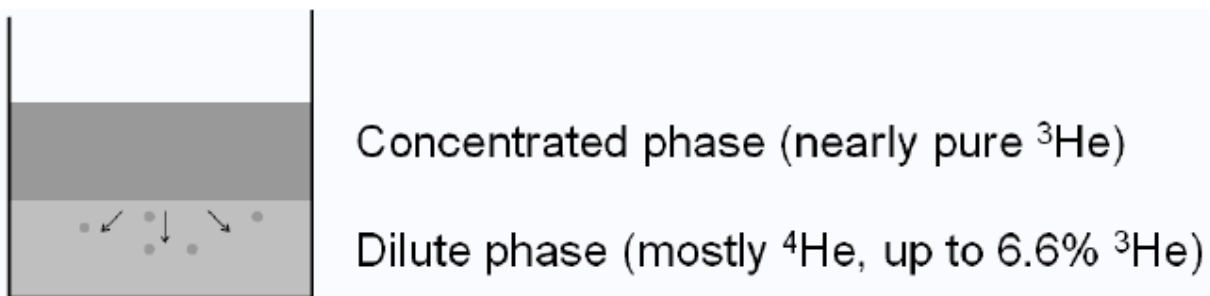
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.3 Ιδιότητες ^4He - ^3He

συμβαίνει και με τη συμπυκνωμένη φάση όπου πάλι η καμπύλη τείνει σε κάθετο, με αποτέλεσμα να έχουμε σχεδόν καθαρό ^3He ($x=100\%$).

Έτσι όταν θέλουμε να πετύχουμε θερμοκρασίες τόσο χαμηλές, κρυογονικά, όσο το απόλυτο μηδέν, $T=0\text{ K}$, η διαλυτότητα του ^3He θα παραμείνει στο $x=6.6\%$.

Επομένως αυτή είναι η ιδιότητα του ^3He που εκμεταλλευόμαστε για να πετύχουμε τόσο χαμηλές θερμοκρασίες, $T \leq 1.3\text{ K}$, που διαφορετικά με απλή ψύξη με ατμοποίηση αδυνατούμε. Δηλαδή χρησιμοποιούμε ψύξη με διάλυση.

Συνεπώς λόγω της διαφοράς πυκνοτήτων και των περιορισμών του διαγράμματος θα έχουμε το ελαφρύτερο καθαρό ^3He να επιπλέει του ^4He και σταδιακά να διαχέεται σε αυτό, δηλαδή από τη συγκεντρωμένη φάση έχουμε διάχυση στη συμπυκνωμένη φάση. Ακριβώς όμως όπως ειπώθηκε προηγουμένως είναι αυτή η διάχυση που κάνει δυνατή την ψύξη πράγμα που δεν μπορούμε να καταφέρουμε στη συμβατή ψύξη με ατμοποιητή για τόσο χαμηλές θερμοκρασίες περιβάλλοντος. Ως μίγμα με την διάχυση του ^3He στο ^4He υπερσεκλίζουμε τους περιορισμούς της πίεσης ατμών και επομένως η θερμοκρασία πέφτει. Εξού και ο ορισμός της ως **ψύξη με διάχυση**.



Εικόνα 3.9 , σχηματική απεικόνιση της μοριακής διάχυσης

Επεξηγήσεις

Concentrated phase : συγκεντρωμένη φάση (καθαρό ^3He)

Dilute phase : διαλυμένη φάση (κυρίως ^4He , μέχρι 6.6% ^3He)

Επομένως έχουμε διάχυση του ^3He στο ^4He , κάτι που όπως είδαμε από το διάγραμμα θα συνεχίσει να συμβαίνει μέχρι το ^3He στο ^4He φτάσει τον ακραίο περιορισμό του 6.6%

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.3 Ιδιότητες ^4He - ^3He

στο μίγμα. Τότε είναι και που η διάχυση σταματάει να λαμβάνει χώρο. Για να συνεχίσουμε να ψύχουμε (δηλαδή να ρίξουμε τη θερμοκρασία) θα πρέπει με βάση τον περιορισμό να αφαιρέσουμε ^3He από το μίγμα.

Εδώ να αναφερθεί ότι η πίεσης ατμών του He μειώνεται εκθετικά με την θερμοκρασία. Επομένως όσο εμείς θα μειώνουμε την P_{sat} τόσο περισσότερο εκθετικά θα πέφτει και η T .

Αυτό που περισσότερο μας ενδιαφέρει όταν έχουμε να κάνουμε με ψύξη και ειδικά με κατάψυξη, υπόψυξη και κρυόψυξη είναι ένα μέγεθος σύγκρισης και αποδοτικότητας του τρόπου με τον οποίο λαμβάνει χώρα η ψύξη. Αυτό το μέγεθος είναι η **ψυκτική ισχύς** ή $Q \propto P \propto e^{-1/T}$ (3.3.1) όπου με Q θεωρούμε την ψυκτική ισχύς.

Αυτή όπως ειπώθηκε είναι το αναγκαίο μέτρο απόδοσης για την αξιολόγηση της κρυόψυξης, και βλέπουμε πως όντως με την μείωση της θερμοκρασίας έχουμε μία εκθετική μείωση της ισχύος.

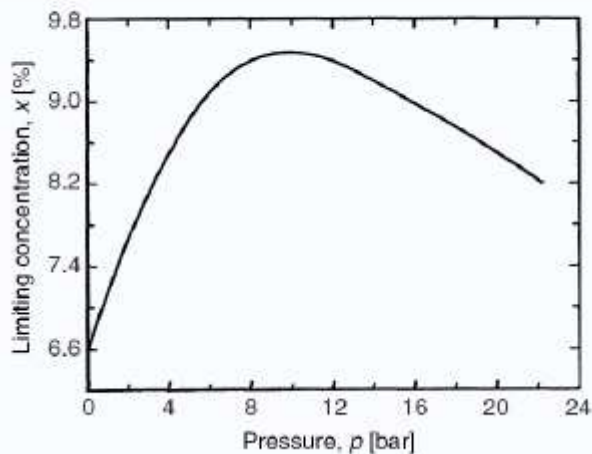
Εδώ που μιλάμε για ψύξη με διάχυση το ικανό μέτρο σύγκρισης είναι ο ρυθμός της διάχυσης του ^3He στο μίγμα που βρίσκεται στη συμπυκνωμένη φάση από την επιπλέον συγκεντρωμένη φάση, δηλαδή το x .

Επομένως για να προσδιορίσουμε το ρυθμό αφαίρεσης θερμότητας, Q , πρέπει να θεωρήσουμε ένα νέο μέγεθος το **ρυθμό μεταβολής διάχυσης** ή ΔH .

Εδώ κατά αναλογία με πριν έχουμε: $Q \propto x \cdot \Delta H \propto T^2$ (3.3.2)

Άρα όπως τονίσθηκε και πριν υπάρχει άμεση εξάρτηση από την περιεκτικότητα της συμπυκνωμένης φάσης σε ^3He , δηλαδή άμεση εξάρτηση από το ρυθμό διάχυσης, ο οποίος με τη σειρά του εξαρτάται από την πίεση, P .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.3 Ιδιότητες ^4He - ^3He



Διάγραμμα 3.10 , διάγραμμα της συμπυκνωμένης φάσης και της εξαρτήσεως από την πίεση

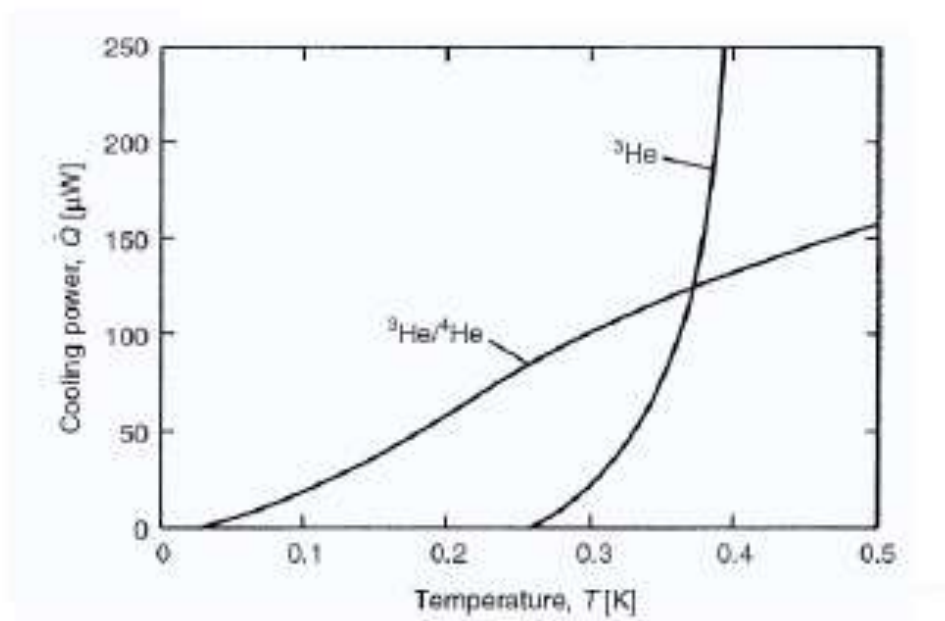
Επεξηγήσεις

Limiting concentration : μέγιστη συγκέντρωση ^3He

Το παραπάνω διάγραμμα περνάει ένα βήμα πιο πέρα, γιατί όπως αρχικά ειπώθηκε υπάρχει ο περιορισμός λόγω της διαγραμμισμένης περιοχής να μην μπορεί να διαλυθεί περισσότερο από 6.6% στη συμπυκνωμένη φάση ^3He . Αυξάνοντας όμως την πίεση, P , μπορούμε να αυξήσουμε τη ποσότητα x , άρα και την αποδιδόμενη ψυκτική ισχύς όπως βλέπουμε από την πιο πάνω σχέση, δηλαδή το Q .

Αυτό όμως μπορεί να γίνει μέχρι κάποιο όριο που αντιστοιχεί περίπου στα $P=10$ bar. Κατόπιν έχουμε πτώση της ψυκτικής ισχύος και όχι αύξηση. Ολοκληρώνοντας αναλύσαμε το λόγο για τον οποίο σε κρυογονικές θερμοκρασίες δεν μπορούμε να κάνουμε χρήση του απλού ψυκτικού συστήματος με ατμοποίηση και αναγκαζόμαστε να χρησιμοποιήσουμε υπερρευστό. Αυτό φυσικά φαίνεται και στην σύγκριση των δύο μεθόδων από το παρακάτω διάγραμμα όπου προφανώς φαίνεται η υπεροχή του SR από την απλή μέθοδο με ατμοποίηση σε θερμοκρασίες μικρότερες του 1 K.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.3 Ιδιότητες ^4He - ^3He



Διάγραμμα 3.11 , ψυκτική ισχύς συναρτήσει θερμοκρασίας

Επεξηγήσεις

Cooling power : ψυκτική ισχύς

Δηλαδή μέχρι των 0.4 K συμφέρει το υπερρευστό και η μέθοδος ψύξης με διάχυση από πλευράς ψυκτικής ισχύος.

Στα προηγούμενα έγινε αναφορά για την **μεταβολή θερμότητας μίξης** η οποία άμεσα συνδέεται με την ψυκτική ισχύς, Q .

Το μίγμα της συμπυκνωμένης η διαλυμένης φάσης θεωρούμαι πως συμπεριφέρεται όπως ένα υγρό μίγμα Fermi, παρότι αέριο. Καταρχάς να γίνει μία σύντομη αναφορά στο τι είναι ένα υγρό Fermi και πως συμπεριφέρεται.

Υπάρχουν πολλές γενικά ιδιότητες του υγρού ήλιου που είναι σημαντικές για την επιτυχής σχεδίας και λειτουργία του κρυοψύκτη με διάλυση. Όπως ήδη έχει αναφερθεί η αραιότερη και ελαφρότερη φάση He^3 επιπλέει στη φάση του ^4He .

3.4 Υγρά Fermi και η θερμοδυναμική συμπεριφορά

3.4 Υγρά Fermi και η θερμοδυναμική συμπεριφορά

Καταρχάς φερμιόνιο είναι στην μοριακή φυσική κάθε άτομο που η συμπεριφορά του χαρακτηρίζεται και περιγράφεται από τις στατιστικές εξισώσεις Fermi-Dirac. Τα φερμιόνια συμπεριλαμβάνουν όλα τα κουάρκ και λεπτόνια καθώς και κάθε σύνθετο μόριο το οποίο περιλαμβάνει στο σύνολό του ένα περιττό αριθμό από κουάρκ και λεπτόνια καθώς επίσης και βαρυόνια και νουκλεόνια. Ένα φερμιόνιο μπορεί να είναι ένα στοιχειώδες μόριο όπως ένα ηλεκτρόνιο, και αυτό να τονισθεί γιατί ακριβώς αυτή η δυνατότητα συσχέτισης της θερμοχωρητικότητας των ηλεκτρονίων εκμεταλλευόμαστε για το μίγμα ${}^3\text{He}-{}^4\text{He}$. Επίσης μπορεί να είναι ένα σύνθετο μόριο όπως ένα πρωτόνιο, και αυτό δεν μας αφορά για την κρυογονική ψύξη. Κάθε μόριο έχει μία μοναδική τιμή της περιστροφής του γύρω από τον εαυτό του. Το ίδιο ισχύει και για το ${}^3\text{He}$. Κάτι ακόμη που ισχύει για τα φερμιόνια πέραν του χαρακτηριστικού της περιστροφής είναι ότι μόνο ένα φερμιόνιο μπορεί να καταλάβει ένα ειδική κβαντική κατάσταση σε κάθε χρονική στιγμή. Άρα αυτό προειδεάζει για την στατιστική κατανομή των φερμιονίων και τις εξισώσεις που διέπουν την καταστασή τους. Τα φερμιόνια γενικώς συσχετίζονται με την ύλη, όπως τα αέρια ή υγρά και εκεί είναι που έχουν χρήση στην κρυόψυξη.

Το ${}^3\text{He}$ θεωρείται ένα τριατομικό μόριο συνεπώς εμπίπτει στην κατηγορία των σύνθετων μορίων ή φερμιονίων. Οι στατιστικές σχέσεις και η **ιδιοπεριστροφή** είναι τα καθοριστικά στοιχεία. Ειδικά το ${}^3\text{He}$ συντίθεται από δύο πρωτόνια, ένα νετρόνιο και δύο ηλεκτρόνια, αριθμός περιττός.

Όσο για τη θεωρία του Fermi αυτή περιγράφει την αλληλεπίδραση των φερμιονίων συνήθως σε μέταλλα για τις τόσες χαμηλές θερμοκρασίες όπως αυτές κάτω του 1.5K. Η στατιστική αυτή θεωρία εξηγεί γιατί κάποιες από τις ιδιότητες των αντιδρώντων φερμιονίων σε ένα σύστημα όπως το εδώ διφασικό, είναι πολύ κοντά σε αυτές ενός αέριου Fermi. Πέρα από τα μέταλλα η δεύτερη πιο διαδεδομένη εφαρμογή της θεωρίας αφορά το υγρό και όχι αέριο ${}^3\text{He}$ σε αυτές τις τόσο χαμηλές θερμοκρασίες (όπου και λογικά βρίσκεται στην υγρή φάση). Στις κρυογονικές θερμοκρασίες που μας ενδιαφέρουν το υγρό ${}^3\text{He}$ συμπεριφέρεται όπως ένα υγρό Fermi, όχι όμως σε τόσο χαμηλές θερμοκρασίες ώστε να βρίσκεται στην υπερρευστή του κατάσταση όπως είδαμε σε προηγούμενα διαγράμματα.

3.4 Υγρά Fermi και η θερμοδυναμική συμπεριφορά

Έχοντας περιγράψει τι είναι υγρό Fermi γνωρίζουμε πειραματικά ότι η **θερμοχωρητικότητα** του ${}^3\text{He}$ δίνεται από την σχέση:

$$C_3 = \frac{\pi^2 \cdot T}{2 \cdot T_F} \cdot R, T \ll T_F \quad (3.4.1)$$

Όπου ως C_3 υποδηλώνεται η θερμοχωρητικότητα του.

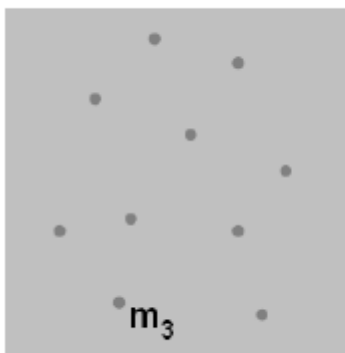
Ομοίως και η ενέργεια Fermi:

$$E_F = \frac{h^2}{2m_3} \left(\frac{3\pi^2 N}{V} \right)^{2/3} \quad (3.4.2)$$

Όπου ως m_3 υποδηλώνεται η μάζα του ${}^3\text{He}$.

Εδώ αντιμετωπίζεται ένα πρόβλημα με τη φόρμουλα Fermi για τα ηλεκτρόνια καθώς η ίδια βασίζεται στην υπόθεση ότι μεταξύ τους δεν αλληλεπιδρούν, όπως τονίστηκε παραπάνω ότι σε κάθε χρονική στιγμή μόνο ένα φερμιόνιο μπορεί να έχει μία μοναδική ενεργειακή κατάσταση. Εδώ όμως που έχουμε διάχυση ${}^3\text{He}$ σε ${}^4\text{He}$ κάτι τέτοιο προφανώς και δεν συμβαίνει άρα πρόκειται για μία παραδοχή της θεωρίας του Fermi που κάνουμε. Αυτό γιατί στην συμπυκνωμένη η διαλυμένη φάση, στο κατώτερο στρώμα βρίσκονται μεταξύ τους τα δύο διαφορετικά μόρια πολύ κοντά ενώ στη συγκεντρωμένη φάση με καθαρό ${}^3\text{He}$ τα ίδια μόρια μεταξύ τους αλληλεπιδρούν. Για να αποφύγουμε επομένως την επίδραση των μορίων ${}^4\text{He}$ στη διαλυμένη φάση κάνουμε την εξής σημαντική παραδοχή. Θεωρούμε ότι το μίγμα ${}^4\text{He}$ - ${}^3\text{He}$ είναι το αντίστοιχο με μόρια ${}^3\text{He}$ σε κενό, με αναλογία τώρα:

$$m_3^{initial} = 2.5 \cdot m_3 \quad (3.4.3)$$



=



3.4 Υγρά Fermi και η θερμοδυναμική συμπεριφορά

Εικόνα 3.12 , απεικόνιση του μοριακού ισοδύναμου

Άρα για 6.6% συγκέντρωση ${}^3\text{He}$ θα έχουμε το ανάλογο της παραπάνω εξίσωσης ως:

$m_3^{initial} = 2.45 \cdot m_3$,η νέα μάζα του ${}^3\text{He}$ την ονομάζουμε **ενεργή μάζα** ή m^* .

Παραπάνω είχε αναφερθεί η σχέση $c_3 = \frac{\pi^2 \cdot T}{2 \cdot T_F} \cdot R, T \ll T_F$ (3.4.5) η οποία έχει μέσα της

μία θερμοκρασία,την T και την θερμοκρασία Fermi, T_F ,για τις οποίες πρέπει να ισχύει ο περιορισμός, $T \ll T_F$.Εμάς μας ενδιαφέρει η T του υγρού μίγματος άρα και αυτή θα είναι κατά πολύ μικρότερη από την T_F .Επομένως για εύρη επιθυμητών θερμοκρασιών κοντά στο απόλυτο μηδέν, $T=0$ K,δηλαδή θερμοκρασίες $T=0.05-0.3$ K η θερμοκρασία Fermi, T_F ,θα είναι κοντά στα εύρη 1-1.5 K.Πράγμα λογικό καθώς η ψύξη με διάλυση λειτουργεί σε θερμοκρασίες κάτω του 0.1 K.

Επιστρέφοντας πίσω στην εύρεση της σχέσεως που συνδέεται με την ψυκτική ισχύ,δηλαδή την εύρεση μίας σχέσεως για την μεταβολή θερμότητας μίξης πρέπει να αναφερθούν πρώτα κάποια άλλα θερμοδυναμικά μεγέθη που κρίνονται αναγκαία.Η διάχυση μορίων ${}^3\text{He}$ στην συμπυκνωμένη η διαλυμένη φάση θεωρείται από μόνη της ως μία συμβατική αλλαγή φάσης.Επομένως κάπου στην χρονική περάτωση αυτής θα επέλθει θερμοδυναμικά η ισορροπία η **ισορροπία φάσης**.Η αναγκαία συνθήκη γιαυτό περιλαμβάνει το μέγεθος του ονομαζόμενου **χημικού δυναμικού** η μ .Καταρχάς τι είναι χημικό δυναμικό;

Χημικό δυναμικό η αλλιώς γνωστό ως σχετική ελεύθερη μοριακή ενέργεια είναι μίας μορφής ενέργεια δυναμικού η οποία μπορεί να απορροφηθεί η εκλυθεί κατά τη διάρκεια μίας χημικής αντιδράσεως η αλλαγής φάσεως.Πράγμα που εδώ συμβαίνει με τη διάχυση ${}^3\text{He}$ σε ${}^4\text{He}$,δηλαδή αλλαγή φάσεως.Το χημικό δυναμικό, μ ,επομένως σε ένα μίγμα μπορεί να εξακριβωθεί από την κλίση της ελεύθερης ενέργειας του συστήματος,η,σε σχέση με την μοριακή διάχυση.Επομένως πρόκειται για την μερική παράγωγο της ελεύθερης ενέργειας σε σχέση με τη συγκέντρωση στο μίγμα του ${}^3\text{He}$,υπό σταθερή θερμοκρασία και πίεση,όπως εδώ θα χρειαστεί.Γενικά για τις εξισώσεις και θεωρία Fermi το χημικό δυναμικό ορίζεται σε ένα σύστημα ηλεκτρονίων στο απόλυτο μηδέν ως **ενέργεια Fermi**.

Επομένως για να έχουμε θερμοδυναμικά ισορροπία πρέπει να ισχύει ότι:

3.4 Υγρά Fermi και η θερμοδυναμική συμπεριφορά

$$\mu_c = \mu_D \quad (\alpha.1) \quad (3.4.6)$$

Δηλαδή το χημικό δυναμικό της συγκεντρωμένης φάσης να ισούται με το χημικό δυναμικό της διαλυμένης φάσης, όπου και έχουμε την διάχυση ${}^3\text{He}$.

Ο ορισμός του χημικού δυναμικού η ενέργειας Fermi δίνεται από την γενική σχέση:

$$\mu = H - T \cdot S \quad (3.4.7)$$

Όπου:

H = η γραμμομοριακή ενθαλπία της φάσης

S = η γραμμομοριακή εντροπία της φάσης του μίγματος.

Από τους γνωστούς θερμοδυναμικούς νόμους για την ενθαλπία του μίγματος ισχύει:

$$H = U + p \cdot V \quad (3.4.8)$$

Όπου:

U = η εσωτερική ενέργεια του μίγματος

P = η πίεση

V = ο όγκος

Άρα :

$$\begin{aligned} \mu &= H - T \cdot S = U + p \cdot V - T \cdot S \rightarrow \\ \Delta\mu &= (\Delta U + p \cdot \Delta V) - T \cdot \Delta S = 0 \end{aligned} \quad (3.4.9)$$

Όπου p και T θεωρούνται δεδομένα και σταθερά και για τις δύο φάσεις/στρώματα. Επομένως η συνθήκη ισορροπίας είναι:

$$\Delta U + p \cdot \Delta V - T \cdot \Delta S = 0 \quad (\alpha.2) \quad (3.4.10)$$

Το οποίο σημαίνει ότι η ολική ενέργεια ενός μολ της μίας φάσης παραμένει η ίδια όταν αλλάζει στη δεύτερη φάση το μίγμα. Εάν λοιπόν ικανοποιείται η παραπάνω συνθήκη τότε οι **δύο φάσεις βρίσκονται σε ισορροπία**. Αν από την άλλη στην αλλαγή από τη μία φάση στην άλλη έχουμε κάποια απορρόφηση ή έκλυση ενέργειας η παραπάνω σχέση δεν ικανοποιείται και δεν έχουμε ισορροπία.

Επιστρέφοντας τώρα στην αρχική συνθήκη ισορροπίας, την $\alpha.1$, δηλαδή $\mu_c = \mu_D$

3.4 Υγρά Fermi και η θερμοδυναμική συμπεριφορά

και επειδή
$$\begin{aligned} \mu = H - T \cdot S &\rightarrow H_C - TS_C = H_D - TS_D \rightarrow \\ H_D - H_C &= TS_D - TS_C \end{aligned}$$

επομένως η ποσότητα $H_D - H_C = \Delta H$ (3.4.11) είναι η **μεταβολή θερμότητας της μίξης** όπως ειπώθηκε προηγουμένως σχετίζεται με την ψυκτική ικανότητα. Επειδή η θερμοκρασία T είναι δεδομένη και με βάση την παραδοχή σταθερή μας μένει να βρεθεί η ποσότητα: $S_D - S_C$, δηλαδή η εντροπία και των δύο φάσεων.

Εν συνεχεία θα χρειαστούμε τον πρώτο νόμο της Θερμοδυναμικής:

$$dQ = dU + dW = dU \quad (3.4.12)$$
 όπου dW είναι το μηχανικό έργο οφειλόμενο σε συστολή ή διαστολή άρα και μηδενικό. Επομένως ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας ισούτε με την εσωτερική ενέργεια, και λαμβάνουμε:

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{dU}{T} \rightarrow S = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{dU}{T} = \int \frac{CdT}{T} = \int \frac{C}{T} dT \quad (\alpha.3)$$
 όπου με C συμβολίζουμε την ειδική θερμοχωρητικότητα όπως έχει αναφερθεί προηγουμένως ως C_3 .

Άρα η εντροπία, S , είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας, T , εφόσον όμως μάθουμε τη τιμή ή τιμές λαμβάνει η ειδική θερμοχωρητικότητα, C . Οι τιμές που λαμβάνει εξαρτώνται από τη φάση στην οποία βρίσκεται, συνεπώς από την περιεκτικότητα σε ^3He . Πειραματικές μετρήσεις έδειξαν ότι αυτή για τη συγκεντρωμένη φάση συσχετίζεται με την ακόλουθη συνάρτηση:

$$C_3 = 22 \cdot T, J / (molK) \quad (3.4.13)$$

Άρα με βάση τη σχέση $\alpha.3$ θα έχουμε για τη συγκεντρωμένη φάση:

$$S_C = \int_0^T \frac{C_3(T')}{T'} dT' = \int_0^T 22 dT' = 22T \quad (3.4.14)$$

Καθόμοιω τρόπο βρίσκουμε την εντροπία και για την διαλυμένη φάση, όμως εδώ έχουμε το πρόβλημα ότι δεν έχουμε αμιγές ^3He αλλά μία συγκέντρωση που μπορεί να κυμαίνεται μέχρι το μέγιστο 6.6%. Προηγουμένως όμως είχαμε καταλήξει στη σχέση:

$$C_3 = \frac{\pi^2 \cdot T}{2 \cdot T_F} R \quad (3.4.15)$$

Από την οποία σχέση κατλήγουμε στην εξής για τη διαλυμένη φάση:

3.4 Υγρά Fermi και η θερμοδυναμική συμπεριφορά

$$C_3 = 106 \cdot T, J / (molK) \quad (3.4.16)$$

$$\text{Άρα αντικαθιστώντας: } S_D = \int_0^T \frac{C_3(T')}{T'} dT' = \int_0^T 106 dT' = 106T \quad (3.4.17)$$

Επομένως καταλήγουμε σε δύο συναρτήσεις της εντροπίας για κάθε φάση:

$$\begin{aligned} S_C &= 22 \cdot T \\ S_D &= 106 \cdot T \end{aligned} \quad (3.4.18)$$

Άρα με αντικατάσταση στην αρχική σχέση της διαφοράς εντροπιών λαμβάνουμε:

$$H_D - H_C = T \cdot (S_D - S_C) = T \cdot (106T - 22T) = 84 \cdot T^2 > 0 \quad (3.4.19)$$

Παρατηρούμε από το αποτέλεσμα ότι είναι μία θετική ποσότητα δηλαδή η διαφορά ενεργειακά της διαλυμένης από τη συγκεντρωμένη φάση είναι θετική. Άρα η διάχυση μορίων ^3He σε ^4He προσδίδει θερμότητα στο σύστημα. **Ακριβώς αυτό είναι το σημαντικό και ουσιώδες από την αρχή για τη μεταβολή θερμότητας στο μίγμα, η πρόσδοση θερμότητας ή απαγωγή από το έξω περιβάλλον, δηλαδή ψύξη.** Αυτό το σημείο με τα προηγούμενα μπορεί να συνοψισθεί στην βασική αρχή για να πετύχουμε τόσο χαμηλές κρυογονικές θερμοκρασίες που με συμβατική ψύξη με ατμοποίηση δεν μπορούμε να πετύχουμε στις τάξεις των mK. Όταν εισάγουμε στην διαλυμένη φάση με καθαρό ^4He το ^3He καταστρέφουμε την θερμοδυναμική ισορροπία, κάτι που βλέπουμε και από το αρχικό διάγραμμα με τη διαγραμμισμένη περιοχή, μετακινούμενοι στην περιοχή του υπερρευστού αριστερά. Για να επαναφέρουμε την ισορροπία το ^3He θα πρέπει να φύγει από την πλούσια σε 100% ^3He περιοχή στην πλούσια σε ^4He περιοχή. Για να γίνει αυτό χρειάζεται ενέργεια, δηλαδή για να περάσει το σύνορο των δύο φάσεων. Η πλούσια σε ^3He φάση θα εξασφαλίσει αυτό το ^3He που θα χρειαστεί να περάσει στη διαλυμένη φάση και να αποκτήσει αυτή την ενέργεια υπό μορφή θερμότητας από τα τοιχώματα του δοχείου στο οποίο βρίσκονται οι δύο φάσεις. Τα τοιχώματα αυτά **βρίσκονται σε θερμική επαφή με οτιδήποτε εμείς θα επιδιώξουμε να κρυοψύξουμε/καταψύξουμε.** Τότε αυτό το ^3He θα διασχίσει το όριο των φάσεων στην πλούσια σε ^4He περιοχή επαναφέροντας την ισορροπία, και εμείς κατόπιν θα αφαιρέσουμε ^3He από τη διαλυμένη περιοχή για να διαταράξουμε την ισορροπία, και ούτω καθεξής για την παραγωγή κρυόψυξης.

Επομένως επιστρέφοντας στην ψυκτική ισχύς που δίνεται από τη σχέση:

3.4 Υγρά Fermi και η θερμοδυναμική συμπεριφορά

$$dQ = dS \cdot T \rightarrow Q = n_3 \cdot \Delta H = n_3 \cdot (H_D - H_C) = 84 \cdot n_3 \cdot T^2, \text{Watt} \quad (3.4.20)$$

Όπου με n_3 ορίζεται ο ρυθμός διάχυσης γραμμομορίων στο χρόνο ${}^3\text{He}$, που διαχέονται από τη συγκεντρωμένη φάση στη διαλυμένη φάση.

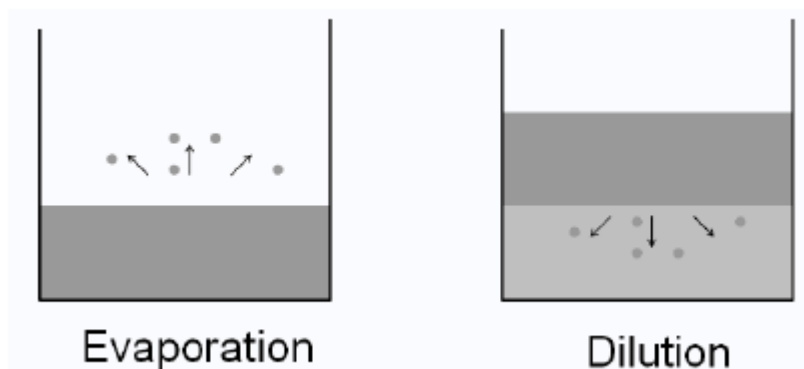
Επομένως η ψυκτική ισχύς είναι εκθετικά στο τετράγωνο ανάλογη της **ψυκτικής ισχύος**, σχέση η οποία ισχύει στις περιοχές θερμοκρασίας που μας ενδιαφέρει δηλαδή της τάξεως των mK.

Στο επόμενο σημείο θα ασχοληθούμε με το πως αυτά τα θεωρητικά πράγματα σε ένα υγρό μίγμα υπερρευστού και υγρού Fermi μπορεί τεχνικά να υλοποιηθεί και με ποιες τεχνολογικές συνθήκες και περιορισμούς στη βιομηχανία.

3.5 Τρόπος λειτουργίας ψύξης με διάλυση με SR

Καταρχάς η ψύξη με ανάμιξη/διάχυση είναι κάτι ανάλογο όπως ειπώθηκε της ψύξης με ατμοποίηση σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίες της τάξεως των mK.

Παρακάτω παρουσιάζεται εποπτικά το κάθε στάδιο στον τρόπο λειτουργίας μίας τέτοιας κρυόψυξης.



Εικόνα 3.13, αντιστοιχία τρόπου ψύξης με διάχυση με ψύξη με ατμοποίηση

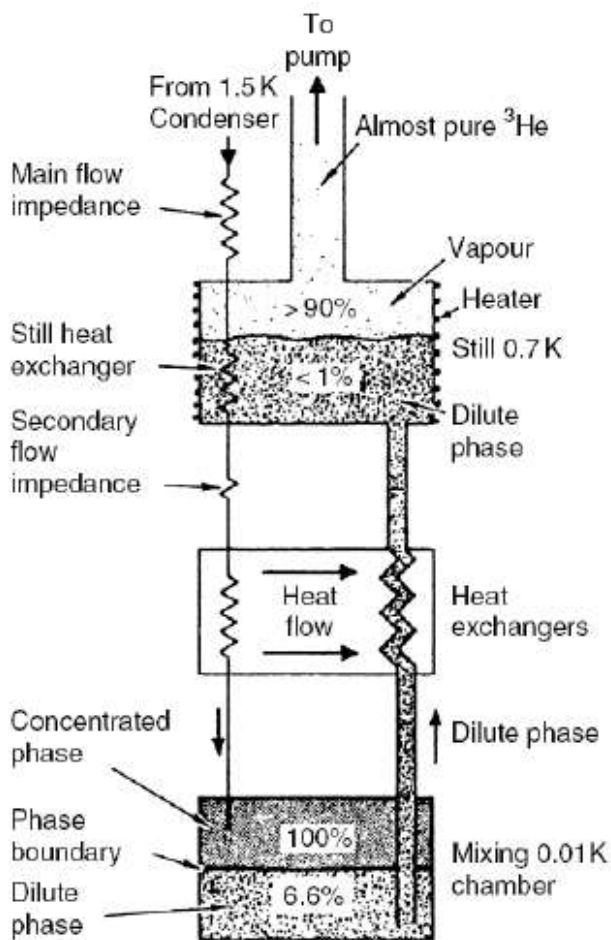
Επεξηγήσεις

Evaporation : ατμοποίηση

Dilution : διάλυση

Αρχικά φαίνεται η αναλογία με την ψύξη με ατμοποίηση δηλαδή η εκμετάλλευση της ιδιότητας του ^3He να απορροφά θερμότητα στην αναμικτή του με το ^4He ως υπερρευστό σε συγκεντρώσεις κάτω του 6.6%. Άρα πρέπει να διατηρούμε συνεχώς αυτό το όριο συγκέντρωσης, επειδή συνεχώς θα έχουμε τη διάχυση περισσότερων μορίων από τη συγκεντρωμένη φάση στη διαλυμένη. Αυτό γίνεται με την άντληση ή απομάκρυνση της πλεονάζουσας ποσότητας ^3He από τη διαλυμένη φάση. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται συνολικά η εγκατάσταση ψύξης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.5 Τρόπος λειτουργίας ψύξης με διάλυση με SR



Εικόνα 3.14 , σχηματική απεικόνιση της όλης διάταξης της ψύξης με διάλυση

Επεξηγήσεις

Main flow impedance : κύρια πέδηση ροής

Still heat exchanger : εναλλάκτης στο δοχείο ηρεμίας

Secondary flow impedance : δευτερεύουσα πέδηση ροής

Concentrated phase : συγκεντρωμένη φάση

Phase boundary : όριο διαχωρισμού φάσεων

Dilute phase : διαλυμένη φάση

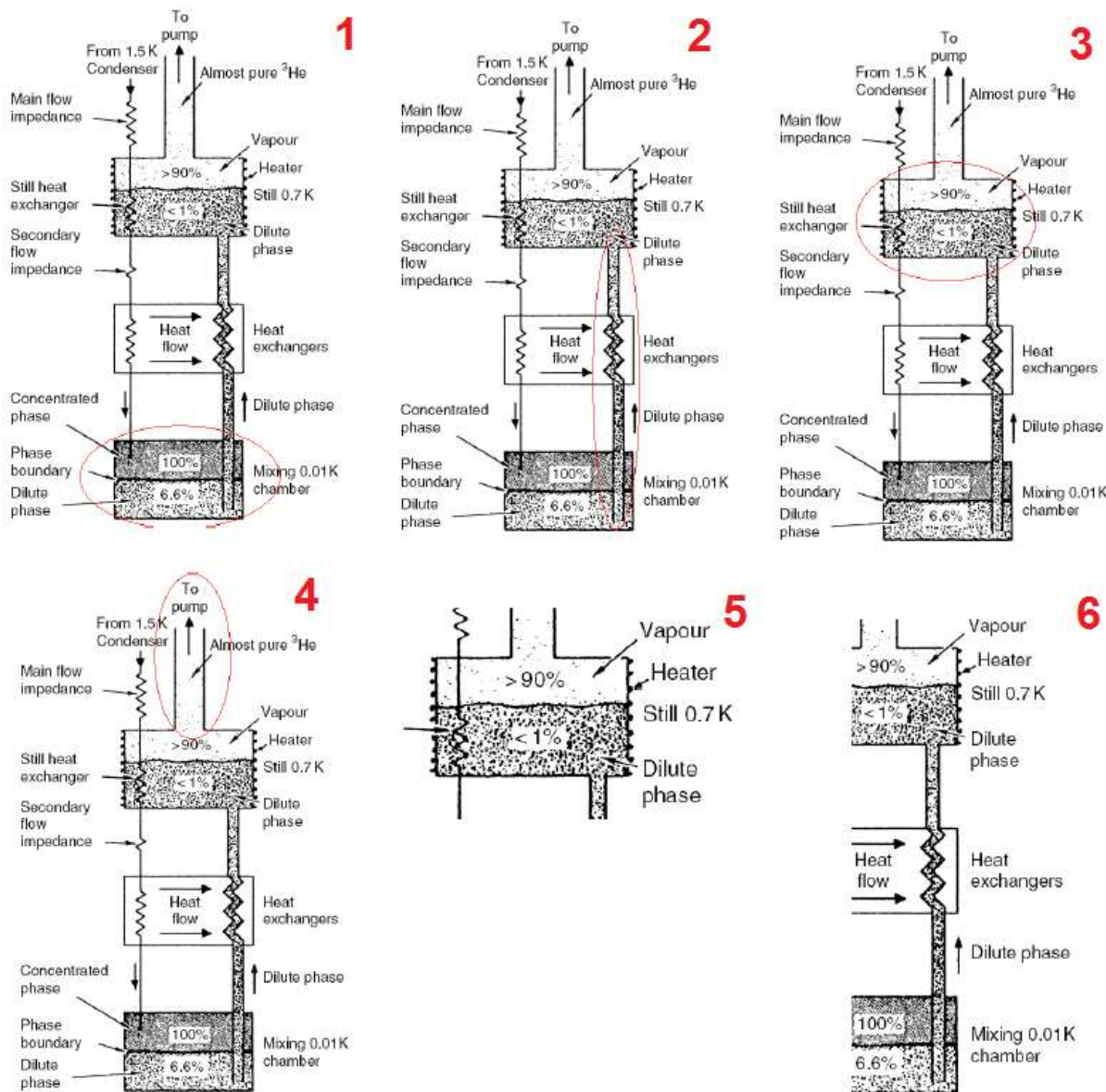
Vapour : ατμός

Heater : εξωτερικός θερμαντήρας

Mixing chamber : δοχείο ανάμιξης

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.5 Τρόπος λειτουργίας ψύξης με διάλυση με SR

Ενώ τα στάδια φαίνονται συγκεντρωτικά στις παρακάτω εικόνες:



Εικόνα 3.15 ,σηματική απεικόνιση των διάφορων σταδίων της ψύξης με διάλυση

ΣΤΑΔΙΟ 1 : Στο πρώτο στάδιο φαίνεται αυτό που περιγράψαμε πρώτα δηλαδή η παραγωγή ψύξης με διάχυση του υπερρευστού στο μίγμα.

ΣΤΑΔΙΟ 2 : Εδώ φαίνεται η σωλήνωση με την οποία αντλείται η πλεονάζουσα ($>6.6\%$) ποσότητα ^3He από το μίγμα. Αυτό επιτυγχάνεται με τη διαφορά πίεσης των δύο δοχείων όπου στο άνω δοχείο λεγόμενο και **δοχείο ηρεμίας** ή **αποσταγκτήρας** έχουμε σαφώς μικρότερη πίεση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.5 Τρόπος λειτουργίας ψύξης με διάλυση με SR

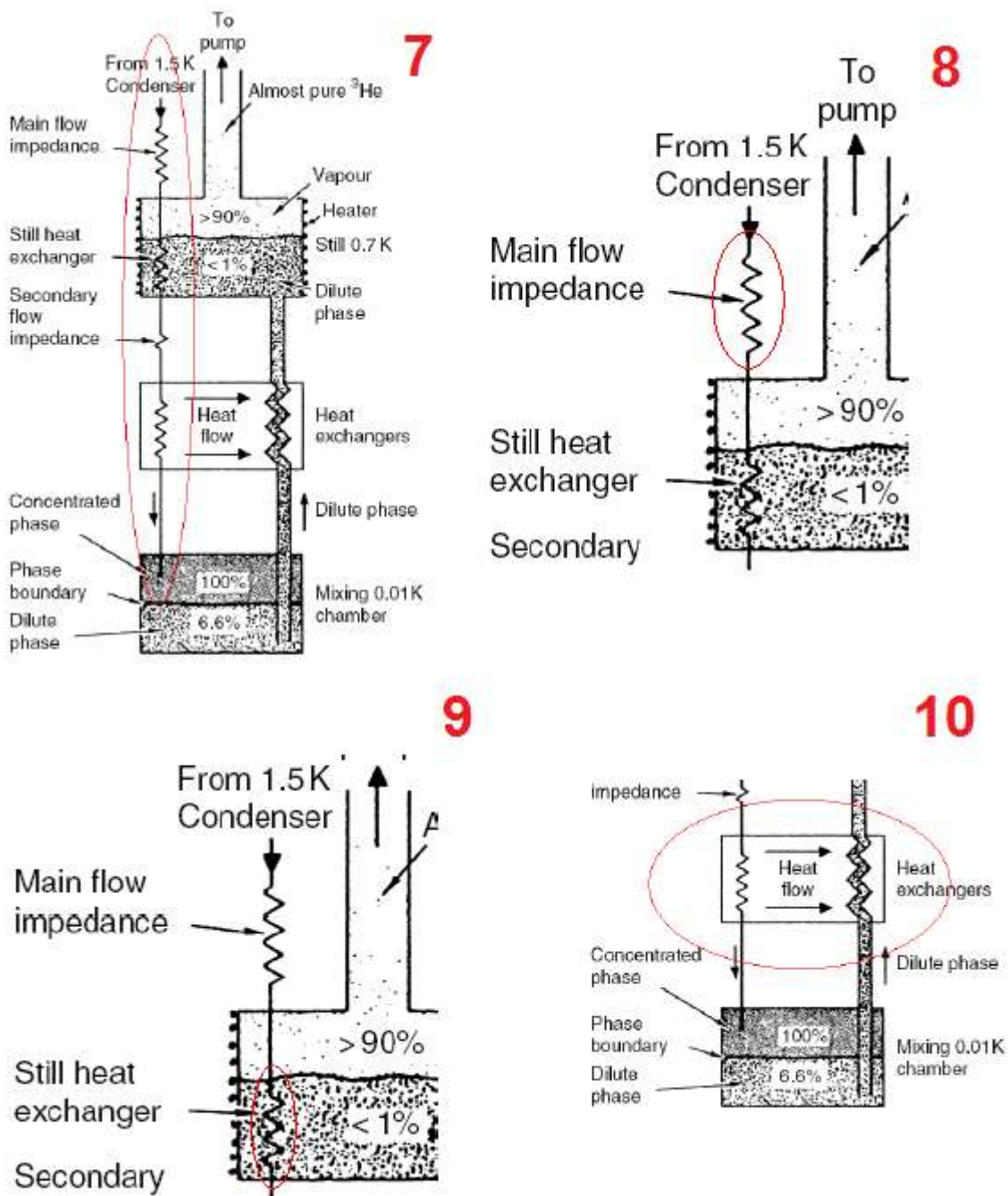
ΣΤΑΔΙΟ 3 : Εισέρχεται στον αποσταγκτήρα όπου και τον γεμίζει μερικώς.

ΣΤΑΔΙΟ 4 : Το δοχείο ηρεμίας συνδέεται με μία αντλία από την οποία θα αντληθεί το ^3He .

ΣΤΑΔΙΟ 5 : Εδώ φαίνεται αναλυτικότερα η διεργασία που λαμβάνει χώρα και πως γίνεται η άντληση. Συγκεκριμένα στο δοχείο ηρεμίας έχουμε μία μεγαλύτερη θερμοκρασία από το κάτω δοχείο στους 0.7 K άρα το ^3He θα εξατμιστεί κάτι ανάλογο με την κλασματική απόσταξη όπου στο μίγμα που αναρροφάται και περιέχει και ^4He , το ^3He έχει το χαμηλότερο σημείο βρασμού. Άρα ο ατμός θα είναι κατά βάση ^3He και θα αναρροφηθεί από την αντλία.

ΣΤΑΔΙΟ 6 : Άρα καθώς αναρροφάται ^3He η συγκέντρωσή του στο μίγμα που κάθετα λιγοστεύει και συνεχώς αναπληρώνεται από τη διαλυμένη φάση, ακριβώς αυτό που θέλουμε για να πετύχουμε συνεχώς μία συγκέντρωση κάτω του 6.6%.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.5 Τρόπος λειτουργίας ψύξης με διάλυση με SR



Εικόνα 3.16 , σχηματική απεικόνιση των επιμέρους μερών του συστήματος

ΣΤΑΔΙΟ 7 : Για να πετύχουμε αυτή τη συνεχή ροή ^3He πρέπει συνεπώς να απορροφάμαι και να αναπληρώνουμε. Το αναρροφούμενο από την αντλία επιστρέφει σταδιακά στο μίγμα, στη συγκεντρωμένη φάση, όπου και εκεί πρέπει να διατηρήσουμε την ποσότητα σταθερή. Αυτό γίνεται με τη σωλήνωση που σημειώνεται με κόκκινο στο σχήμα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.5 Τρόπος λειτουργίας ψύξης με διάλυση με SR

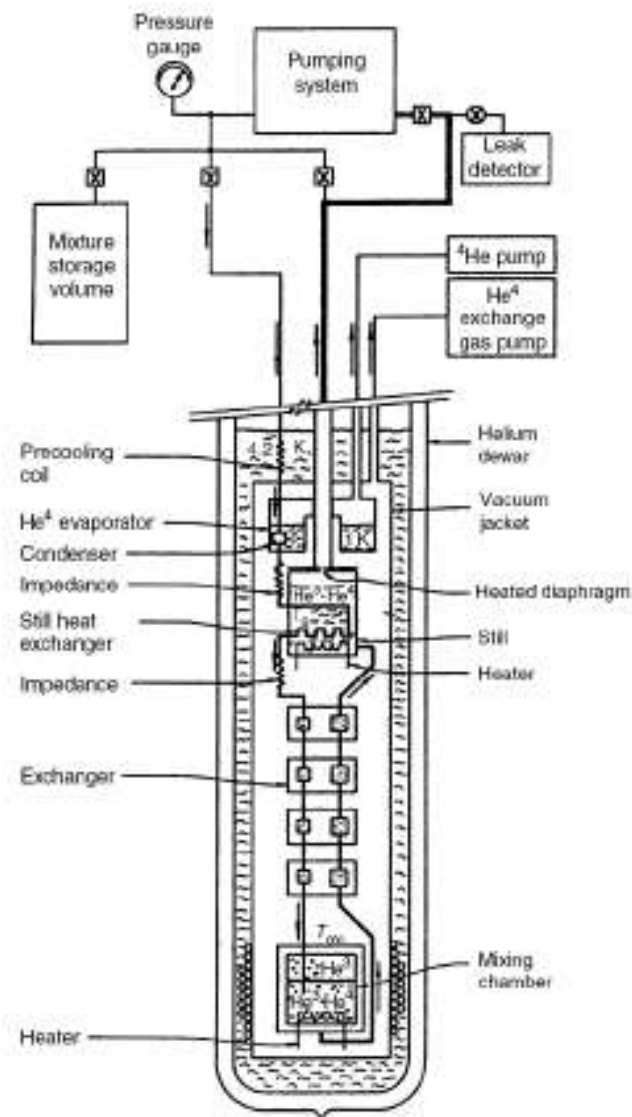
ΣΤΑΔΙΟ 8 : Αυτή η αναπλήρωση όμως δεν γίνεται άμεσα, γιατί άλλη θερμοκρασία και πίεση έχει στην αρχή της αναρρόφησης και μάλιστα μεγαλύτερη και άλλη στο τέλος. Επομένως για να το υγροποιήσουμε συμπεριλαμβάνουμε μία πέδηση που θα ρίξει αισθητά τη πίεση ώστε να γυρίσει υγροποιημένο το ^3He στη συγκεντρωμένη φάση. Στο σχήμα σημειώνεται ως αντίσταση.

ΣΤΑΔΙΟ 9 : Κατόπιν επειδή η θερμοκρασία του ανακτώμενου ^3He είναι σαφώς μεγαλύτερη από αυτή του κάτω δοχείου χρησιμοποιούμε έναν εναλλάκτη θερμότητας (HEX) και έτσι κερδίζουμε δύο πράγματα.

ΣΤΑΔΙΟ 10 : Από τη μία ψύχουμε το εισερχόμενο στη συγκεντρωμένη φάση ρεύμα ^3He και από την άλλη θερμαίνουμε αυτό που απορροφάται από τη διαλυμένη φάση. Αυτές οι δύο διεργασίες είναι πολύ σημαντικές γιατί εξασφαλίζουν μεγαλύτερη αποδοτικότητα σε χρόνο που θα χρειαζόνταν να ψυχθεί εντός του δοχείου. Επομένως ο κρυοψύκτης μας δηλαδή το διφασικό δοχείο ψύχεται κατά πολύ γρηγορότερα, και να πιάσει πιο γρήγορα τις επιθυμητές χαμηλές θερμοκρασίες.

Συγκεντρωτικά όλη η κατασκευή του συστήματος ψύξης με διάλυση φαίνεται εδώ:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.5 Τρόπος λειτουργίας ψύξης με διάλυση με SR



Εικόνα 3.17 , συγκεντρωτική απεικόνιση της όλης διατάξεως του συστήματος ψύξης με διάλυση

Επεξηγήσεις

Mixture storage volume : δοχείο ανάμιξης και αποθήκευσης

Pumping system : σύστημα αντλιών

Leak detector : ανιχνευτής διαρροής

^4He pump : αντλία ^4He

Precooling coil : σπείρα πρόψυξης

Impedance : πέδηση

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.5 Τρόπος λειτουργίας ψύξης με διάλυση με SR

Heater : θερμαντήρας

Heated diaphragm : θερμαινόμενο διάφραγμα

Vacuum jacket : περίβλημα κενού

3.6 Παραδείγματα ψυκτικών κρυογονικών μηχανών

Παραπάνω φαίνεται και το σύστημα με τις αντλίες καθώς και το περιβάλλον που θα ψύξουμε. Παρακάτω βλέπουμε εικόνες από τις λίγες συσκευές τέτοιας ψύξης με διάλυση ^3He που έχουν κατασκευαστεί. Οι χρήσεις τους είναι μικτές, για καθαρά επιστημονικούς λόγους, όπως στον τομέα της βιολογίας και ιατρικής η και βιομηχανικούς, όπως στον τομέα κατασκευής υπολογιστών. Αριθμητικά:

- 1) **Ultra High Vacuum Cryogen-free Dilution Refrigerator – TritonUHV** της Oxford Instruments, αυστηρώς σχεδιασμένη για εφαρμογές UHV (υπερκενού)



Εικόνα 3.18 , παράδειγμα κρυοψύκτη με διάλυση

- 2) Από την ίδια εταιρία **Cryogen Free Dilution Refrigerator** ,ο οποίος δίνει τη δυνατότητα για ξηρή διάλυση για κρυόψυξη έως και 10 mK.



Εικόνα 3.19 , παράδειγμα κρυοψύκτη με διάλυση

- 3)** Από την ελβετική εταιρία Teco Rene γνωστή για κρυογονικές συσκευές και μετρητικά συστήματα στον τομέα της κρυογονικής. Συγκεκριμένα οι καταψύκτες της φθάνουν εύρη θερμοκρασιών της τάξης κάτω των 10 mK με ψυκτική ισχύς από τα 150 μ W έως 400 μ W.

Το μοντέλο JDR-100 από την ίδια εταιρία



Εικόνα 3.20 , παράδειγμα κρυοψύκτη με διάλυση

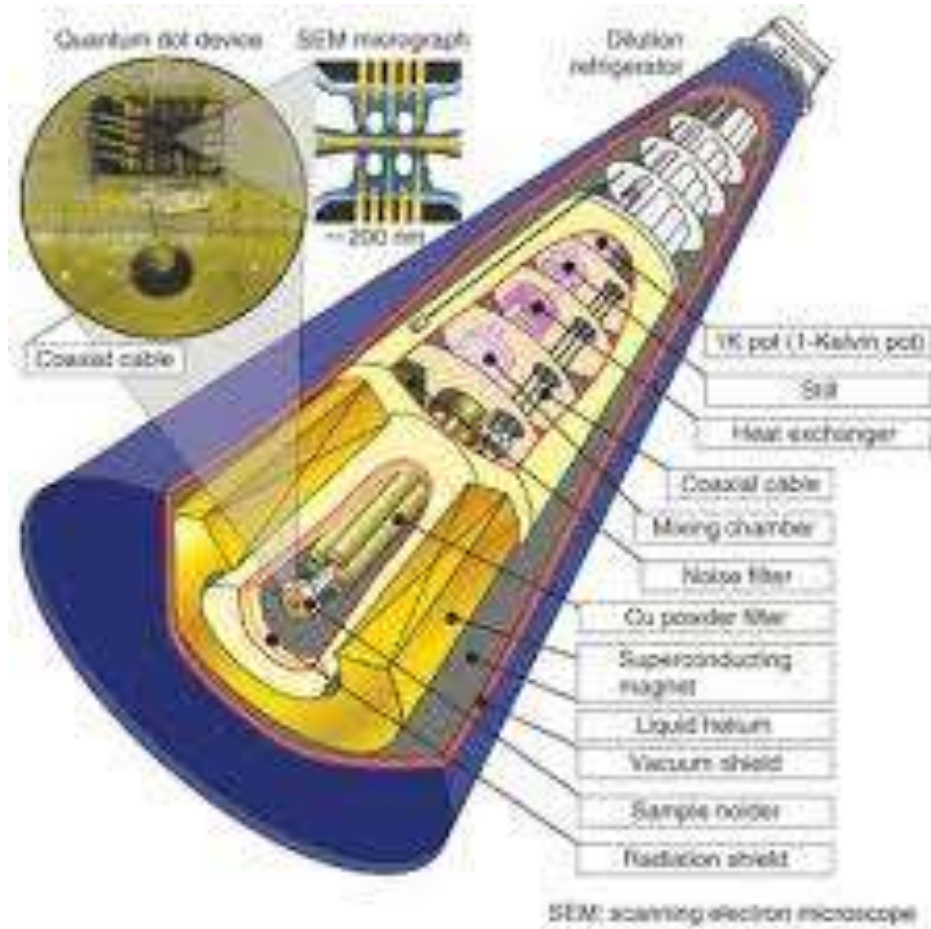
- 4) Άλλη μία αρκετά γνωστή και διαπρεπής εταιρία στον τομέα κρυογονικής και ψύξης είναι η αμερικάνικη JANIS ,ανάμεσα στα μοντέλα της και το παρακάτω

Το JDR-500



Εικόνα 3.21 , παράδειγμα κρυοψύκτη με διάλυση

5) Ο παρακάτω είναι επιστημονικής χρήσης από το πανεπιστήμιο Fujisawa



Εικόνα 3.22 , παράδειγμα κρυοψύκτη με διάλυση όπου γίνεται εμφανής το εσωτερικό της ψυκτικής μηχανής.

Επεξηγήσεις

1 K pot : δοχείο 1 K

Still : δοχείο ηρεμίας

Heat exchanger : εναλλάκτης

Coaxial cable : ομοαξονικό καλώδιο

Mixing chamber : δοχείο/θάλαμος ανάμιξης

Noise filter : φίλτρο θορύβου

Cu powder filter : φίλτρο χαλκού

Superconducting magnet : υπεραγώγιμος μαγνήτης

Liquid Helium : υγρό ήλιο

Vacuum shield : ασπίδα κενού

Sample holder : δειγματολήπτης

Radiation shield : κάλυμμα ακτινοβολίας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.6 Παραδείγματα ψυκτικών κρυογονικών μηχανών

6) Τέλος της αμερικάνικης Blueforce company που ειδικεύεται στον τομέα κατασκευής τέτοιων κρυογονικών συσκευών για βιομηχανική και επιστημονική χρήση. Παρακάτω φαίνονται δύο τέτοιες συσκευές από την εταιρία. Συγκεκριμένα η εταιρία κυκλοφορεί τριών ειδών καθαρά με βάση τη γεωμετρική τους κατασκευή και τοποθέτηση: BF-LD, BF-SD και BF-Horizontal.



BF-LD



BF-SD



BF-Horizontal

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.6 Παραδείγματα ψυκτικών κρυογονικών μηχανών



Εικόνα 3.23 , παράδειγμα κρυοψύκτη με διάλυση σε πειραματικό στάδιο
Και ενδεικτικά μπορούμε να δούμε ένα φύλο κατασκευής και ισχύος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.6 Παραδείγματα ψυκτικών κρυογονικών μηχανών

	Guaranteed	Typical
BF-SD250 LD250		
Base temperature	10 mK	< 9 mK
Cooling power mixing chamber @ 100 mK	250 μ W	350 μ W
Cool-down time to base temperature SD	18 hrs	16 hrs
Cool-down time to base temperature LD	24 hrs	21 hrs
BF-SD400 LD400		
Base temperature	10 mK	< 8 mK
Cooling power mixing chamber @ 100 mK	400 μ W	500 μ W
Cool-down time to base temperature SD	18 hrs	16 hrs
Cool-down time to base temperature LD	24 hrs	21 hrs
Mixing chamber diameter	SD Series LD Series	
	150mm	290mm

Παρατηρούμε πως τα συνήθη εύρη χρήσης είναι για επίτευξη θερμοκρασιών γύρω στα 10 mK.

Τώρα συνοπτικά θα επαναληφθούν οι πιο χρήσιμες σχέσεις που χρησιμοποιούνται για ένα υγρό Fermi:

Η ενέργεια Fermi $E_F = \frac{h^2}{2 \cdot m} \cdot \left(\frac{3 \cdot \pi^2 \cdot N}{V}\right)^{2/3}$ (3.6.1) όπου για το κάθε μέγεθος

m είναι η ενεργός μάζα ίση με $2.78 \cdot m = 2.78 \cdot (3 \cdot u)$ όπως έχει ήδη αναφερθεί.

N είναι ο αριθμός Avogadro = 4.0026 gr

V η γραμμωριακή μάζα του ^3He .

Η θερμοκρασία Fermi T_F

$$T_F = \frac{E_F}{k_B} \quad (3.6.2)$$

Όπου k_B είναι η σταθερά Boltzmann ίση με $1.380 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$.

Εδώ έχουμε το βασικό κανόνα για να είναι ένα υγρό Fermi, δηλαδή να υπακούει στην συνθήκη : $T \ll T_F$.

Η ειδική θερμοχωρητικότητα C_3

$$C_3 = \frac{\pi^2 \cdot T \cdot R}{2 \cdot T_F} \quad (3.6.3)$$

Και όταν θέλουμε να προσεγγίζει σε συμπεριφορά το κανονικό αέριο τότε πρέπει

να εξισώνεται με την ποσότητα: $C_3 = \frac{5}{2} \cdot R$ (3.6.4)

Επίσης ισχύουν οι σχέσεις όταν προσεγγίζει το κανονικό αέριο

$$\Delta H = T \cdot (C_D - C_C) \quad (3.6.5)$$

Ενώ για την ψυκτική ισχύς ισχύει η αναλογία:

$$Q = 84 \cdot n_3 \cdot T^2 \propto x \cdot \Delta H \propto \frac{r_D}{x_D^{2/3}} - \frac{r_C}{x_C^{2/3}} \quad (3.6.6)$$

Όπου r είναι ο λόγος της ενεργού μάζας και x η συγκεντρώση ^3He στην κάθε φάση. Εδώ να αναφερθεί ότι για τη συγκεντρωμένη φάση έχουμε $x_C=1$ ενώ για την διαλυμένη έχουμε αντιστοίχως $x_D = 0.066$ το μέγιστο. Στα επόμενα θα γίνει μία εισαγωγή στην αναγκαία στατιστική με την οποία αναπτύσσεται η θεωρία του Fermi και εξηγείται η συμπεριφορά του υπερρευστού, σε έναν ψύκτη με διάλυση η σε μία μηχανή Stirling που συνδυάζει τα προηγούμενα, δηλαδή ενός μίγματος με υπερρευστό ^3He .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.7 Στατιστική θεώρηση της συμπεριφοράς του υπερρευστού και βασικές αρχές της στατιστικής

3.7 Στατιστική θεώρηση της συμπεριφοράς του υπερρευστού και βασικές αρχές της στατιστικής

Γενικά η επιστήμη της στατιστικής διαπραγματεύεται με πιθανότητες, την πιθανότητα γενικά να συμβεί μία κατάσταση. Αυτό είναι και το σημείο που μας χρησιμεύει στην θερμοδυναμική και μοριακή φυσική όταν ασχολούμαστε με ένα υπερρευστό η υγρό Fermi. Για ένα υγρό μας ενδιαφέρει η ενεργειακή του κατάσταση που όπως εξηγήσαμε πριν με τη θεωρία Fermi μας ενδιαφέρει η ενεργειακή κατάσταση του μίγματος και δη του ^3He στη διαλυμένη φάση. Το κάθε μόριο ^3He μεταβαίνοντας από τη συγκεντρωμένη στη διαλυμένη φάση αποκτά ένα συγκεκριμένο ενεργειακό επίπεδο από ένα προηγούμενο, απορροφώντας θερμότητα και έτσι παράγεται ψύξη. Αυτές οι δύο ενεργειακές καταστάσεις και η μεταπήδηση της μίας στην άλλη είναι κάτι το προβλεπόμενο και όχι ακριβές. Εμείς αυτό που θέλουμε να κάνουμε είναι να τις εκτιμήσουμε και αυτό γίνεται επομένως στατιστικά. Θέλουμε επομένως να ξέρουμε την **πιθανότητα** ένα μόριο να βρίσκεται σε μία συγκεκριμένη ενεργειακή κατάσταση σε κάθε επίπεδο (συγκεντρωμένη και διαλυμένη φάση και καθώς και σε κάθε συγκέντρωση). Έχοντας την πληροφορία για το ενεργειακό επίπεδο κάθε μορίου ^3He μπορούμε κατόπιν να υπολογίσουμε τον πληθυσμό των μορίων του στο μίγμα, την ειδική θερμοχωρητικότητα, C_3 , κτλ.

Στατιστικά αυτό γίνεται με την χρήση στατιστικών κατανομών, όπως εδώ θα γίνει με την κατανομή Boltzmann.

Γενικά στη θεωρία των πιθανοτήτων έχουμε ένα εύρος ένα σύνολο αλλιώς πιθανών ενεργειακών καταστάσεων που μπορεί κάθε φορά να συμβούν. Υπάρχει το ενδεχόμενο ένα μόριο ^3He να μεταβεί σε μία ενεργειακή κατάσταση διαφορετική από αυτή που εκτιμήσαμε ακριβώς γιατί οι πιθανότητες είναι ενδεχόμενα ενεργειακής κατάστασης που μπορεί να συμβούν.

Ο γενικός ορισμός της πιθανότητας είναι ένα σύνολο γεγονότων ή καταστάσεων εδώ προς τον αριθμό που συνέβη μία κατάσταση που εμάς μας ενδιαφέρει.

$$P(x) = \frac{x}{n} \quad (3.7.1)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.7 Στατιστική θεώρηση της συμπεριφοράς του υπερρευστού και βασικές αρχές της στατιστικής

Όπου βλέπουμε ότι $P(x)$ είναι η πιθανότητα να μας τύχει, να συμβεί δηλαδή το ενδεχόμενο x , και n ο συνολικός αριθμός που διεξάγαμε το πείραμα ή ο συνολικός αριθμός που έτυχαν όλα τα δυνατά ενδεχόμενα. Για παράδειγμα έστω ότι κάναμε 100 μετρήσεις για τις ενεργειακές καταστάσεις σε 100 μόρια ${}^3\text{He}$ που είναι ακριβώς ίδια, τότε το n ισούται με 100. Και έστω ότι βρήκαμε ότι οι συνολικές φορές που έχει ενέργεια Fermi, $E_F = 5 \cdot 10^{-23}$ είναι στις 50 φορές από τις 100, άρα το ενδεχόμενο $E_F = 5 \cdot 10^{-23}$ συμβαίνει τις μισές φορές ή τις 50, άρα $P(50) = 0.5 = 50\%$.

Στη στατιστική άμα θέλαμε να δούμε με σημαντική ακρίβεια τι συμβαίνει θα κάναμε όχι μόνο 100 μετρήσεις αλλά θα τις επαναλαμβάναμε για N φορές, δηλαδή ένα σύνολο $\{100, 100, 100, \dots, 100\}$ το οποίο θα μας δώσει με σημαντική ακρίβεια την πραγματική πιθανότητα να έχουμε την ενέργεια που ζητάμε για ένα μόριο. Θα μπορούσαμε όμως σε ένα σύνολο να έχουμε δείγματα ανομοιομορφα για να αποκλείσουμε την επιρροή του αριθμού του δείγματος, δηλαδή κάτι ανάλογο όπως $\{100, 90, 45, \dots, 4\}$. Αυτό που βρίσκουμε πάντα είναι μία πιθανότητα, αλλά πριν από αυτό μας ενδιαφέρουν δύο πολύ σημαντικά στατιστικά μεγέθη, **η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση**.

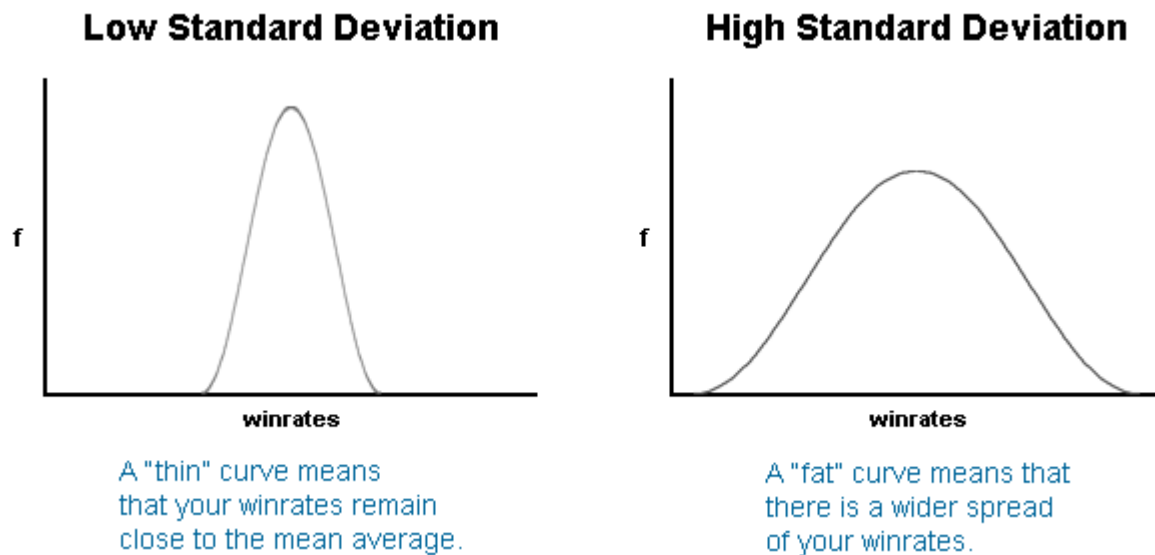
Η μέση τιμή μας δείχνει ποια τιμή συμβαίνει πιο συχνά, η λεγόμενη και ως αντιπροσωπευτική τιμή για ένα δείγμα συμβολιζόμενη ως μ . Και η τυπική απόκλιση που μας δείχνει πόσο οι υπόλοιπες τιμές του δείγματος απέχουν από τη μέση τιμή, δηλαδή μία κατανομή απόκλισης, συμβολιζόμενη με τη σειρά της ως σ . Οι αντίστοιχες σχέσεις που δίνουν μ και σ είναι:

$$\mu = \sum x \cdot P(x), i=1 \dots n \quad (3.7.2)$$

$$\sigma = \sqrt{\sum (x - \mu)^2 P(x)} \quad (3.7.3)$$

Επομένως η τυπική απόκλιση και η μέση τιμή έχουν σχέση με τις καταστάσεις η **μακροκαταστάσεις** στις οποίες μπορεί να βρεθεί ένα μόριο ${}^3\text{He}$ και ειδικά για την τυπική απόκλιση το πόσο αποκλείει από τη μέση τιμή της πιο αντιπροσωπευτικής μακροκατάστασης. Άρα μία μεγάλη τυπική απόκλιση σημαίνει μία απλώμενη ευρεία κατανομή με τις τιμές να λαμβάνουν ένα μεγάλο πλήθος τιμών ενώ μία μικρή σ το ακριβώς αντίθετο, όπως και φαίνεται στα δύο παρακάτω σχήματα:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.7 Στατιστική θεώρηση της συμπεριφοράς του υπερρευστού και βασικές αρχές της στατιστικής



Διάγραμμα 3.24 , στατιστική κατανομή

Επεξηγήσεις

Low standard deviation : χαμηλής τυπικής αποκλίσεως

High standard deviation : υψηλής τυπικής αποκλίσεως

Παρατηρούμε ότι στη μικρή σ έχουμε μία απότομη κορυφή ενώ στη μεγάλη σ έχουμε χαμηλότερη κορυφή δηλαδή λιγότερες τιμές του δείγματος στη μέση τιμή. Τα παραπάνω διαγράμματα που έχουν συχνότητα και κατανομή λέγονται ιστογράμματα.

Συνήθως αυτό που μας ενδιαφέρει στην μοριακή στατιστική είναι ένα πιθανοσύνολο με δύο δυνατά ενδεχόμενα, δηλαδή η επίτευξη ή όχι μίας ενεργειακής καταστάσεως. Μία ενδιαφέρουσα και χρήσιμη κατανομή είναι η **δυωνομική κατανομή** που μπορεί να μας δώσει μόνο δύο δυνατά ενδεχόμενα, με παραμέτρους τα p (πιθανότητα θετικού ενδεχομένου), q (πιθανότητα αρνητικού ενδεχομένου) και n (σύνολο φορών που λάβαμε θετικό ενδεχόμενο) καθώς και N (συνολικές φορές που διεξήγαμε τη μέτρηση-πείραμα). Θεωρείται ακόμα και ως συνάρτηση επιτυχίας/αποτυχίας να λάβουμε μία ενέργεια Fermi από ένα μόριο ^3He . Ο τύπος αυτής της κατανομής δίνεται από τη σχέση: $P(x) = N \cdot C_n \cdot p^n \cdot q^{N-n}$

Και αντίστοιχα η μέση τιμή της και τυπική απόκλιση:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.7 Στατιστική θεώρηση της συμπεριφοράς του υπερρευστού και βασικές αρχές της στατιστικής

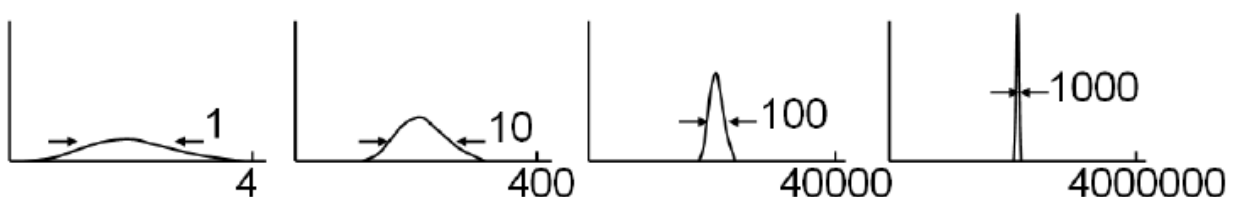
$$\mu = \sum_{x=0}^N x \cdot P(x) = N \cdot p \quad (3.7.4)$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{x=0}^N (x - \mu)^2 P(x)} = \sqrt{Npq}$$

Όταν έχουμε να κάνουμε με μόρια προφανώς έχουμε να κάνουμε και με μεγάλους αριθμούς, δηλαδή μεγάλες τιμές του N. Αυτό μετράει αρκετά καθώς όσο η τιμή του δείγματος μεγαλώνει τόσο πιο κοντά περνάμε στη μέση τιμή, μ , δηλαδή τόσο πιο πολύ οι τιμές του δείγματος προσεγγίζουν τη μέση τιμή και επομένως το σ , δηλαδή η τυπική απόκλιση μικραίνει. Ενδεικτικά μπορούμε να δούμε στον παρακάτω πίνακα για μία δυωνομική κατανομή τι συμβαίνει. Επαναλαμβάνουμε ότι στη δυωνομική δύο είναι τα ενδεχόμενα άρα

$p = q = 50\%$.

N	$\sigma = \sqrt{Npq}$
4	1
400	10
40000	100
4000000	1000



Παρατηρούμε πόσο απότομη επομένως γίνεται η κατανομή για διαφορετικές τιμές του N, μεγαλύτερος ο αριθμός όλο και πιο στενή και απότομη η κατανομή.

Όταν έχουμε να κάνουμε με μόρια αναμενόμενη είναι και μία στενή κατανομή με μεγάλη συχνότητα στη μέση τιμή, καθώς ο αριθμός των μορίων τείνει στο άπειρο, δηλαδή πολύ μεγάλες τιμές του N. Ειδικά στη μοριακή στατιστική για το υπερρευστό υγρό του Fermi μας ενδιαφέρει η δυωνομική κατανομή καθώς συνήθως έχουμε δύο πιθανά ενδεχόμενα, ένα να έχουμε υψηλή ενεργειακή κατάσταση για το

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.7 Στατιστική θεώρηση της συμπεριφοράς του υπερρευστού και βασικές αρχές της στατιστικής

μόριο και ένα να έχουμε μία χαμηλή. Κάθε φορά του πειράματος, δηλαδή για $i=1\dots N$ θεωρούμε ότι ασχολούμαστε και με ένα διαφορετικό μόριο (αφού όλα είναι ίδια), και όπως είδαμε στις εξισώσεις Fermi όσο υψηλότερο το ενεργειακό επίπεδο τόσο υψηλότερη και η θερμοκρασία και η ψυκτική ισχύς.

Θα μπορούσαμε εδώ να δούμε ένα παράδειγμα σχετικά με την ενεργειακή κατάσταση ενός μορίου ^3He . Ας υποθέσουμε ότι ακολουθώντας δυωνυμική κατανομή το πείραμα διεξάγεται 10 φορές και οι πιθανότητες για κάθε ενδεχόμενο να τύχει το μόριο να αποκτήσει την ενεργειακή κατάσταση, E_F , που θέλουμε και έστω ότι έχουμε τα κατωθην αποτελέσματα από το πείραμα :

x	P(x)
0	0,05
1	0,1
2	0,1
3	0,1
4	0,1
5	0,1
6	0,1
7	0,1
8	0,1
9	0,1
10	0,05
TOTAL	1

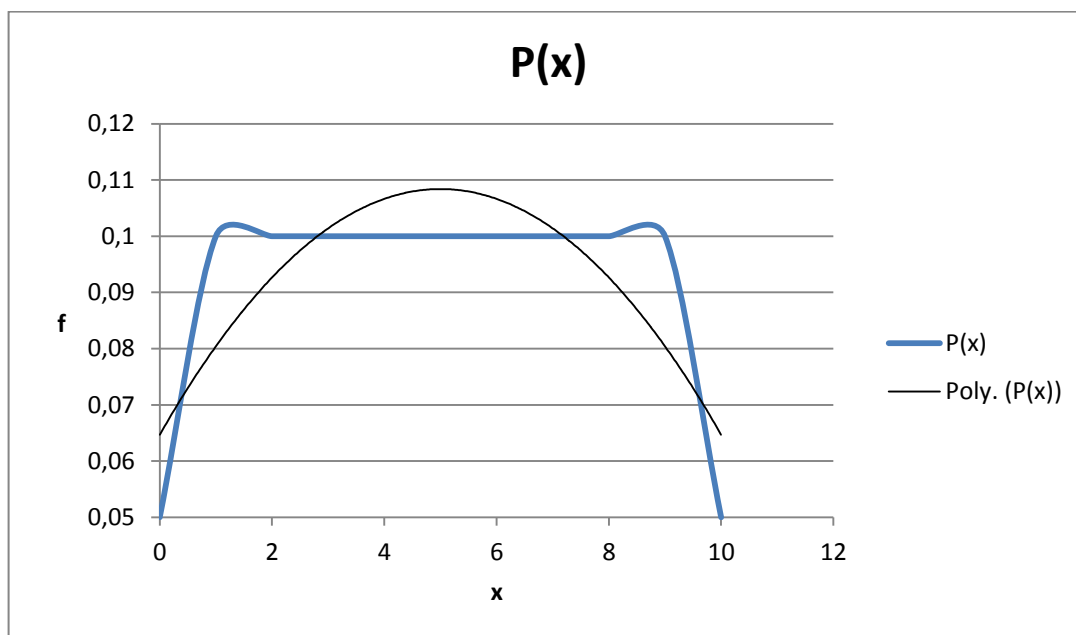
Το οποίο σημαίνει ότι για παράδειγμα το ενδεχόμενο να τύχει να έχουμε στα 10 μόρια που εξετάσαμε την πιθανότητα να έχει τη συγκεκριμένη E_F είναι για 2 από τις 10 φορές μόλις 10%. Για καθόλου από τα 10 μόρια μόλις 5%.

Επομένως στατιστικά βγάζουμε τα κατώθι για μέση τιμή και τυπική απόκλιση:

binomial distribution					
x	P(x)	xP(x)	x-μ	(x-μ) ²	
0	0,05	0	-5	25	1,25
1	0,1	0,1	-4	16	1,6
2	0,1	0,2	-3	9	0,9
3	0,1	0,3	-2	4	0,4
4	0,1	0,4	-1	1	0,1
5	0,1	0,5	0	0	0

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.7 Στατιστική θεώρηση της συμπεριφοράς του υπερρευστού και βασικές αρχές της στατιστικής

6	0,1	0,6	1	1	0,1
7	0,1	0,7	2	4	0,4
8	0,1	0,8	3	9	0,9
9	0,1	0,9	4	16	1,6
10	0,05	0,5	5	25	1,25
TOTAL	1				8,5
	$\mu = \sum xP(x)$	5	$\sigma =$	2,915	



Διάγραμμα 3.25 , σχετική συχνότητα συναρτήσεως συγκεντρώσεως

Άρα $\mu = 5$,το οποίο σημαίνει ότι η μέση τιμή του δείγματος είναι να έχουμε στα 5 από τα 10 μόρια ^3He την ενέργεια που ζητάμε.Αυτό θεωρείται δεδομένο και όχι ενδεχόμενο.Ενώ η τυπική απόκλιση $\sigma = 2.915$ δηλαδή έχουμε ένα μεγάλο εύρος.Τα οποία και τα βλέπουμε στο άνωθεν ιστόγραμμα.

3.8 Στατιστική θεώρηση της ενεργειακής κατάστασης

Στην πραγματικότητα τα μόρια του ^3He μπορούν να έχουν μία οποιαδήποτε ενεργειακή κατάσταση. Ο συμβολισμός που εδώ θα ακολουθήσουμε για την ενεργειακή κατάσταση είναι ε (ενέργεια). Μπορούμε επομένως να έχουμε δύο, τρεις ή και χίλιες ενεργειακές καταστάσεις. Για παράδειγμα για τρεις ενεργειακές καταστάσεις θα έχουμε το σύνολο $[\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3]$. Αυτές οι πιθανές ενεργειακές καταστάσεις με τη σειρά τους μπορούν να αφορούν ένα μέγεθος ή σύνολο 2 μορίων ^3He η και παραπάνω. Έστω για παράδειγμα ότι έχουμε 2 μόρια, άρα το σύνολο είναι $N=2$. Με βάση τα παραπάνω επομένως μπορούμε να ορίσουμε τις κατώθι καταστάσεις.

Μακροκατάσταση που αφορά πόσα μόρια έχουμε σε κάθε ενεργειακή κατάσταση. Για παράδειγμα μπορούμε να έχουμε και τα 2 μόρια στην ενεργειακή κατάσταση ε_1 , και κανένα στις άλλες δύο. Αυτό δηλώνεται στατιστικά ως $(2,0,0)$. Θα μπορούσαμε να έχουμε ένα στην ε_2 και ένα στην ε_3 τότε αυτό δηλώνεται ως $(0,1,1)$. Η μακροκατάσταση επομένως έχει τη γενική μορφή:

$$(n_1, n_2, n_3)$$

Όπου με βάση τους περιορισμούς του πειράματος, δηλαδή του αριθμού των μορίων θα πρέπει να ισχύει: $N = n_1 + n_2 + n_3$

Μικροκατάσταση από την άλλη είναι σε ποια ενεργειακή κατάσταση έχουμε το κάθε μόριο. Αφού στο παράδειγμα αναφερόμαστε σε δύο μόρια, αν και τα δύο είναι στην ενεργειακή κατάσταση ε_1 τότε αυτά σε μικροκατάσταση δηλώνονται ως $[\varepsilon_1, \varepsilon_1]$. Επομένως η μικροκατάσταση συμπεριλαμβάνεται στη μακροκατάσταση. Στην πραγματικότητα μπορούμε να έχουμε σχεδόν άπειρες ενεργειακές καταστάσεις καθώς δεν μιλάμε για διακριτές τιμές, αλλά με τη χρήση της δυωνυμικής κατανομής αποφεύγεται αυτό το εμπόδιο.

Σε γενικές γραμμές για ένα σύστημα με n_i μακροκαταστάσεις ο αριθμός των μικροκαταστάσεων δίνεται από τη σχέση:

$$\Omega = \frac{N!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_N!} \quad (3.8.1)$$

Όπου με N συμβολίζεται ο συνολικός αριθμός των μορίων. Αυτό που μας ενδιαφέρει όπως ήδη έχει αναφερθεί είναι η ενεργειακή κατάσταση των μορίων, επομένως και η εσωτερική τους ενέργεια, και η συνολική εσωτερική ενέργεια του συστήματος. Για ένα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.8 Στατιστική θεώρηση της ενεργειακής κατάστασης

κλειστό μονωμένο σύστημα αυτή ξέρουμε πως παραμένει σταθερή άρα δε μένει παρά να τη εκτιμήσουμε.

Όταν γενικά έχουμε n_1 μόρια με ενεργειακή κατάσταση ε_1 τότε η συνολική ενέργεια του μορίου είναι $n_1 \cdot \varepsilon_1$, άρα γενικώς θα είναι:

$$U = \sum n_i \cdot \varepsilon_i \quad (3.8.2)$$

Από τα παραπάνω διεξάγουμε επομένως τους εξής δύο περιορισμούς, πρώτον ότι ο συνολικός αριθμός των μορίων του δειγματος που θα λάβουμε είναι σταθερός πράγμα λογικό και το ίδιο ισχύει και για την συνολική εσωτερική ενέργεια, U , καθώς το ενεργειακό σύστημα θεωρείται κλειστό. Επειδή η U άμεσα συσχετίζεται αναλογικά με το Ω τότε εμάς αυτό που μας ενδιαφέρει για την κρυογονική ψύξη είναι η άμεση μεγιστοποίηση της ψυκτικής ισχύος άρα και της ενέργειας συνεπώς δε και της εσωτερικής ενέργειας, άρα και του συνολικού αριθμού των μικροκαταστάσεων, Ω . Αυτή η μεγιστοποίηση μπορεί να δοθεί αναλυτικά με τα εξής βήματα:

1. Αντί να μεγιστοποιήσουμε το Ω μεγιστοποιούμε το $\ln \Omega$.
2. Αυτό το κάνουμε γιατί διευκολύνει έτσι τον υπολογισμό των παραγοντικών καθώς μπορεί να έχουμε να κάνουμε με πολύ μεγάλους αριθμούς μορίων, και έτσι χρειάζεται για την περεταίρω χρήση του θεωρήματος Stirling.
3. Χρησιμοποιούμε τη συνάρτηση Lagrange: $\ln \Omega + \lambda_1 \cdot N + \lambda_2 \cdot U$ (α.4)

Με λ_1 και λ_2 ονομάζουμε τους πολλαπλασιαστές lagrange.

4. Διακριτοποιούμε και παραγωγίζουμε κάθε όρο της παραπάνω συνάρτησης (α.4) ως προς n_i .
5. Αφού παραγωγίσουμε θέτουμε την ποσότητα ίση με μηδέν και λύνουμε για λ_1, λ_2 και n_i .
6. Τέλος βρίσκουμε τη ζητούμενη μακροκατάσταση (n_1, n_2, \dots) .

Όσο για το θεώρημα Stirling αυτό μας βοηθάει όταν έχουμε να κάνουμε με δυσθεώρητα μεγάλους αριθμούς μορίων, οπότε ισχύει:

$$\ln N! = N \cdot \ln N - N \quad (3.8.3)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.8 Στατιστική θεώρηση της ενεργειακής κατάστασης

Οπότε γίνεται εμφανής η ευκολία με την οποία πλέον υπολογίζονται τα παραγοντικά. Όπως ειπώθηκε πρέπει να μεγιστοποιηθεί η ποσότητα (α.4).

Ξέρουμε ότι : $N = n_1 + n_2 + \dots + n_i + \dots + n_N \rightarrow$
 $\frac{dN}{dn_i} = 1$ αφού παραγωγίσουμε μερικώς ως

προς μία από της μακροκαταστάσεις. Έτσι βρίσκουμε για τον δεύτερο όρο $\lambda_1 \cdot N$ ότι ισούται με λ_1 .

Συνεχίζουμε με τον τρίτο όρο $\lambda_2 \cdot U$ όπου ομοίως έχουμε:

$$U = n_1 \varepsilon_1 + n_2 \varepsilon_2 + \dots + n_i \cdot \varepsilon_i + \dots \rightarrow \frac{dU}{dn_i} = \varepsilon_i \quad (3.8.4)$$

Τέλος μας έμεινε η ποσότητα $\ln \Omega$. Για αυτήν θα χρειαστούμε το θεώρημα Stirling που αναφέρθηκε προηγουμένως, οπότε έχουμε διαδοχικά:

$$\Omega = \frac{N!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_i! \cdot \dots} \rightarrow \ln \Omega = \ln N! - (\ln n_1! - \ln n_2! - \dots - \ln n_i! - \dots)$$

$$\rightarrow \ln \Omega = (N \ln N - N) - (n_1 \ln n_1 - n_1) - (n_2 \ln n_2 - n_2) - \dots - (n_i \ln n_i - n_i) - \dots \quad (3.8.5)$$

$$\rightarrow \frac{d \ln \Omega}{dn_i} = -\ln n_i$$

Άρα συνοπτικά βρήκαμε για κάθε όρο:

$$\frac{dN}{dn_i} = 1, \frac{dU}{dn_i} = \varepsilon_i, \frac{d \ln \Omega}{dn_i} = -\ln n_i \quad (3.8.6)$$

Και επομένως η παράσταση που θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε, (α.4), γίνεται:

$$\frac{d \ln \Omega}{dn_i} + \lambda_1 \cdot \frac{dN}{dn_i} + \lambda_2 \cdot \frac{dU}{dn_i} = 0 \rightarrow$$

$$-\ln n_i + \lambda_1 + \lambda_2 \cdot \varepsilon_i = 0 \quad (3.8.7)$$

Λύνοντας βρίσκουμε : $n_i = e^{\lambda_1 + \lambda_2 \cdot \varepsilon_i} = A \cdot e^{\lambda_2 \cdot \varepsilon_i}$, $A = e^{\lambda_1}$ όπου το A χρησιμοποιήθηκε για ευκολία αντί του λ_1 . Άρα χρειάζεται να βρούμε αυτούς τους δύο όρους: A, λ_2 .

Από προηγούμενη συνθήκη είχαμε βρεί ότι πρέπει οπωσδήποτε να ισχύει:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.8 Στατιστική θεώρηση της ενεργειακής κατάστασης

$$N = \sum n_i \rightarrow N = \sum A \cdot e^{\lambda_2 \cdot \varepsilon_i} \rightarrow A = \frac{N}{\sum e^{\lambda_2 \cdot \varepsilon_i}} \quad (3.8.8)$$

Επομένως απαλλαχτήκαμε από το λ_1 και το μόνο που μένει είναι να βρούμε το λ_2 .

Πάλι από την απαίτηση σταθερής ενέργειας άρα και σταθερής εσωτερικής ενέργειας λόγω κλειστού συστήματος, πρέπει να ισχύει:

$$U = \sum n_i \cdot \varepsilon_i \rightarrow U = \sum A \cdot \varepsilon_i \cdot e^{\lambda_2 \cdot \varepsilon_i} \quad (3.8.9)$$

Οπότε συνολικά η παράσταση γίνεται καθαρά μία σύνθετη εξίσωση συναρτήσει του λ_2 . Δυστυχώς είναι σε τόσο περίπλοκη μορφή που με καμία μέθοδο της αριθμητικής ανάλυσης δε θα βρούμε γρήγορα μία λύση. Έτσι αναγκαζόμαστε να λάβουμε μία διαφορετική τροπή και να κάνουμε περισσότερο χρήση των θερμοδυναμικών αξιωμάτων. Έτσι οδηγούμαστε στο θεώρημα Boltzmann.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.9 Το θεώρημα Boltzmann

3.9 Το θεώρημα Boltzmann

Αντί λοιπόν αν λύσουμε άμεσα με το λ_2 μπορούμε να το βρούμε με ένα θερμοδυναμικά

ανάλογο, δηλαδή την ισότητα: $\lambda_2 = -\frac{1}{k_B \cdot T}$ (α.5) (3.9.1)

Όπου με k_B έχουμε τη σταθερά Boltzmann ίση με $1.380 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ και με T τη θερμοκρασία.

Όπως γνωρίζουμε η θερμότητα που απορροφάται ισούται με $dQ = dU = T \cdot dS$ (3.9.2)

Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι η μεγιστοποίηση της παράστασης:

$$d(\ln\Omega) + \lambda_1 \cdot dN + \lambda_2 \cdot dU \quad (3.9.3)$$

Επομένως κάνουμε την εξής υπόθεση γιαυτό ότι το N είναι σταθερό ενώ η εσωτερική ενέργεια μεταβάλλεται ελάχιστα κατά λίγο δηλαδή. Άρα στην παραπάνω παράσταση η ποσότης dN θα μηδενιστεί και η ποσότης dU λόγω της άνω σχέσεως γίνεται :

$$dU = -\frac{1}{\lambda_2} \cdot d(\ln\Omega) \quad (3.9.4)$$

Άρα τελικώς με τις ανάλογες αντικαταστάσεις φθάνουμε στην εξής σχέση $n_i = A \cdot e^{-\frac{\epsilon_i}{k_B \cdot T}}$ (α.6) (3.9.5) όπου βλέπουμε ότι αυτή είναι και η λύση για το βέλτιστο αριθμό μακροκαταστάσεων σε διαφορετικά ενεργειακά επίπεδα. Η (α.6) εξίσωση επομένως καλείται **κατανομή Boltzmann**. Για την εντροπία τώρα γνωρίζουμε πως ισχύει η σχέση: $dU = T \cdot dS \rightarrow S = k_B \cdot \ln\Omega$ άλλο ένα χρήσιμο μέγεθος για την αξιολόγηση και περιγραφής της απόδοσης του συστήματος. Τα παραπάνω μπορούμε να τα συνοψίσουμε με ένα απλό παράδειγμα με συνηθισμένες τιμές για μόρια ^3He για ενέργεια και φυσικά στις χαμηλές θερμοκρασίες T που μας ενδιαφέρουν. Έτσι στον παρακάτω πίνακα βλέπουμε πως έχουμε τυπικές τιμές ενέργειας ϵ_i για

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.9 Το θεώρημα Boltzmann

$N=100000$ μόρια ^3He και για θερμοκρασία $T = 0.01 \text{ K}$ ή $T = 10 \text{ mK}$, και μας ενδιαφέρει να βρούμε τα αντίστοιχα ποσοστά που αντιστοιχούν σε κάθε ενεργειακό επίπεδο. Ο μεγάλος αυτός αριθμός N των μορίων είναι τόσο μεγάλος αυτό μας βοηθάει να υποθέσουμε ότι η πιθανότητα για κάθε ενεργειακό επίπεδο να συμβεί δίνεται από την κατανομή Boltzmann. Άρα έστω ότι έχουμε:

#	$E_i \text{ [J]}$
1	1E-23
2	3E-23
3	3E-23
4	3E-23
5	3E-23
6	3E-23
7	1E-23
8	2E-23
9	5E-24
10	4,5E-23

Επομένως το επόμενο βήμα είναι να βρούμε την ποσότητα A από τις εξισώσεις Boltzmann η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$A = \frac{N}{\sum e^{\lambda_2 \cdot E_i}} \text{ άρα χρειάζεται να βρούμε πρώτα μία ακόμη ποσότητα}$$

το λ_2 το οποίο δίνεται από τη σχέση : $\lambda_2 = -\frac{1}{k_B \cdot T} = -7.2464 \cdot 10^{24}$ (3.9.6) άρα μπορούμε να βρούμε το A .

$$\text{Άρα ο αριθμός των μορίων σε κάθε φάση είναι : } n_i = A \cdot \exp\left(-\frac{E_i}{k_B \cdot T}\right) \text{ (3.9.7)}$$

Κατόπιν μπορούμε να βρούμε την **εσωτερική ενέργεια** κάθε ενεργειακού επιπέδου και στο τέλος τη συνολική εσωτερική ενέργεια από τις σχέσεις:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.9 Το θεώρημα Boltzmann

$$U_i = n_i \cdot \varepsilon_i \quad (3.9.8)$$

$$U = \sum U_i$$

Κατόπιν μπορούμε να βρούμε τα αντίστοιχα ποσοστά σε κάθε ενεργειακό επίπεδο από

την εξής σχέση: $P(n_i) = \frac{\exp(-\varepsilon_i / k_B T)}{\sum \exp(-\varepsilon_i / k_B T)}, \%$ (3.9.9)

Επομένως συνοπτικά σε έναν πίνακα:

#	ε_i	$\lambda^2 \cdot \varepsilon_i$	$\exp(\lambda^2 \varepsilon_i)$	$\varepsilon_i / k_B T$	$\exp(\varepsilon_i / k_B T)$	n_i	U_i	$P(n_i)$
1	1E-23	-72,4637681	3,38365E-32	-72,4637681	3,38365E-32	1,83947E-11	1,83947E-34	1,83947E-16
2	3E-23	-217,391304	3,87397E-95	-217,391304	3,87397E-95	2,10602E-74	6,31807E-97	2,10602E-79
3	3E-23	-217,391304	3,87397E-95	-217,391304	3,87397E-95	2,10602E-74	6,31807E-97	2,10602E-79
4	3E-23	-217,391304	3,87397E-95	-217,391304	3,87397E-95	2,10602E-74	6,31807E-97	2,10602E-79
5	3E-23	-217,391304	3,87397E-95	-217,391304	3,87397E-95	2,10602E-74	6,31807E-97	2,10602E-79
6	3E-23	-217,391304	3,87397E-95	-217,391304	3,87397E-95	2,10602E-74	6,31807E-97	2,10602E-79
7	1E-23	-72,4637681	3,38365E-32	-72,4637681	3,38365E-32	1,83947E-11	1,83947E-34	1,83947E-16
8	2E-23	-144,927536	1,14491E-63	-144,927536	1,14491E-63	6,22412E-43	1,24482E-65	6,22412E-48
9	5E-24	-36,2318841	1,83947E-16	-36,2318841	1,83947E-16	100000	5E-19	1
10	4,5E-23	-326,086957	2,4112E-142	-326,086957	2,4112E-142	1,3108E-121	5,8987E-144	1,3108E-126
	A=	5,43635E+20	1,83947E-16		1,83947E-16	100000		
$\lambda^2=$	-7,24638E+24							
$k_B=$	1,38E-23							
T=	0,01							
N=	100000							

Από τον παραπάνω πίνακα βλέπουμε ότι το σύνολο των μορίων βρίσκονται σε ενεργειακή κατάσταση ίση με $0.5 \cdot 10^{-23}$ Joule. Εδώ να τονισθεί ότι δεν υπάρχει τέτοιο πράγμα ως πιθανότητα 1 απλώς η ακρίβεια την στρογγυλοποιεί στο 1, στην ουσία η πιθανότητα $P(n_i=100000)$ έχει σαφώς και την μεγαλύτερη εσωτερική ενέργεια, αφού το πλήθος των μορίων ^3He βρίσκονται σε αυτό το ενεργειακό επίπεδο.

3.10 Ψυκτική ισχύς και ενθαλπία

Αυτό που μας ενδιαφέρει στην ψύξη με διάλυση είναι η ψυκτική ισχύς. Αυτό μεταφράζεται πέραν της στατιστικής καταστάσεως σε όρους ενθαλπιακής καταστάσεως, δηλαδή μας ενδιαφέρει το μέγεθος της ενθαλπίας. Η ενθαλπία του καθαρού ηλίου δίνεται από τη σχέση:

$$H^0(T) = \int_0^T C_p^0(T) dT \quad (3.10.1) \quad \text{όπου βλέπουμε τη γνωστή ειδική θερμοχωρητικότητα}$$

υπό σταθερή πίεση, C. Για καθαρό He^3 και He^4 έχει αποδειχθεί ότι: $C_4 \ll C_3$.

Αυτό συνεπάγεται ότι στη διαλυμένη φάση που έχουμε μεγάλη συγκέντρωση He^3 θα έχουμε και μεγάλη ειδική θερμοχωρητικότητα. Το He^3 όπως έχει ήδη ειπωθεί συμπεριφέρεται ως κανονικό αέριο στους 0.2 με 0.5 K που μας ενδιαφέρει συνήθως. Ειδικότερα έχουν βρεθεί και ισχύουν οι εξής σχέσεις:

$$C_3(X, T) = \frac{\pi^2 RT}{2T_F(X)}$$

$$S_3(X, T) = S_F(X, T) = \int_0^T \frac{C_V(X, T)}{T} dT$$

$$H_3(X, T) = TS_3(X, T) + \mu_3(X, T) \quad (3.10.2)$$

$$Q/n = H_D(X, T) - H_C(T)$$

$$\rightarrow Q/n = T(S_D(X, T) - S_C(T))$$

Όπου T_F είναι η γνωστή ήδη θερμοκρασία Fermi και H_D και H_C οι γνωστές ενθαλπίες στη διαλυμένη και συγκεντρωμένη φάση. Με τις κατάλληλες αντικαταστάσεις φτάνουμε στο σημείο όπου έχουμε για την H_D :

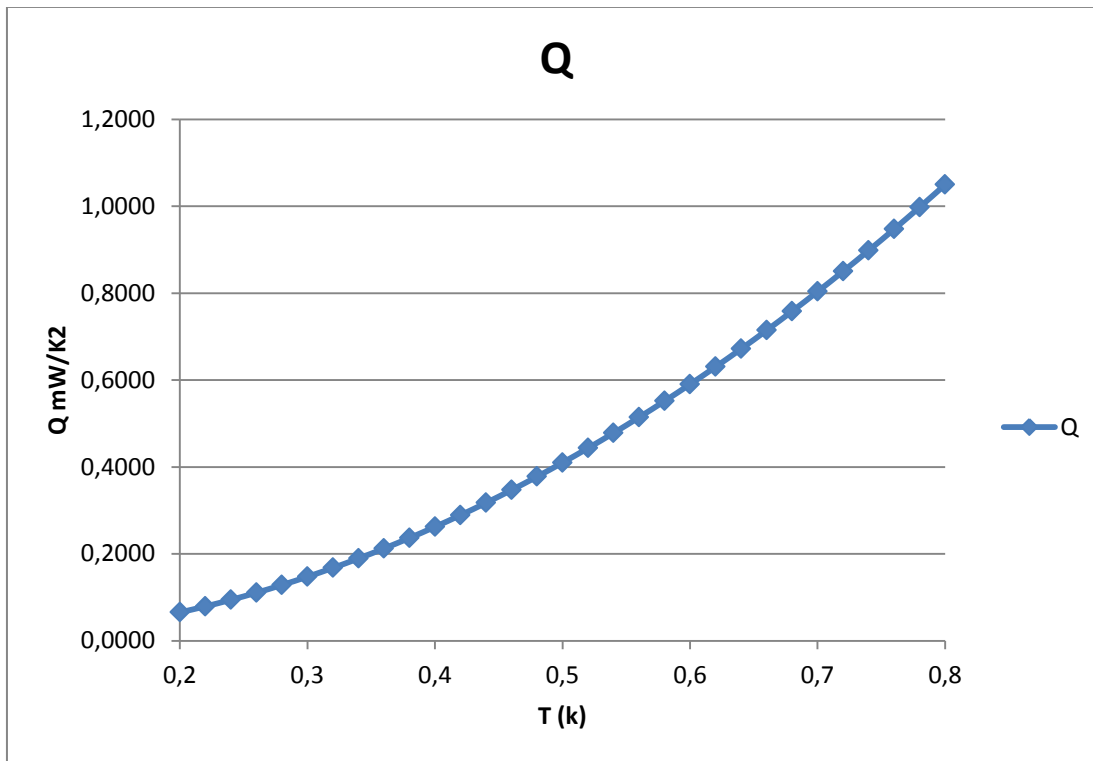
$$H_D = 94.7 \cdot T^2, J / \text{moleK}^2 \quad (3.10.3)$$

$$Q/n = 82.2 \cdot T^2, J / \text{moleK}^2 \rightarrow Q = 1.64 \cdot T^2, Wm / K^2$$

Για $n = 0.01995 \text{ mole}$

Εδώ μπορούμε να δούμε τι γίνεται στα θερμοκρασιακά πλαίσια, $T = 0.2 - 0.8 \text{ K}$

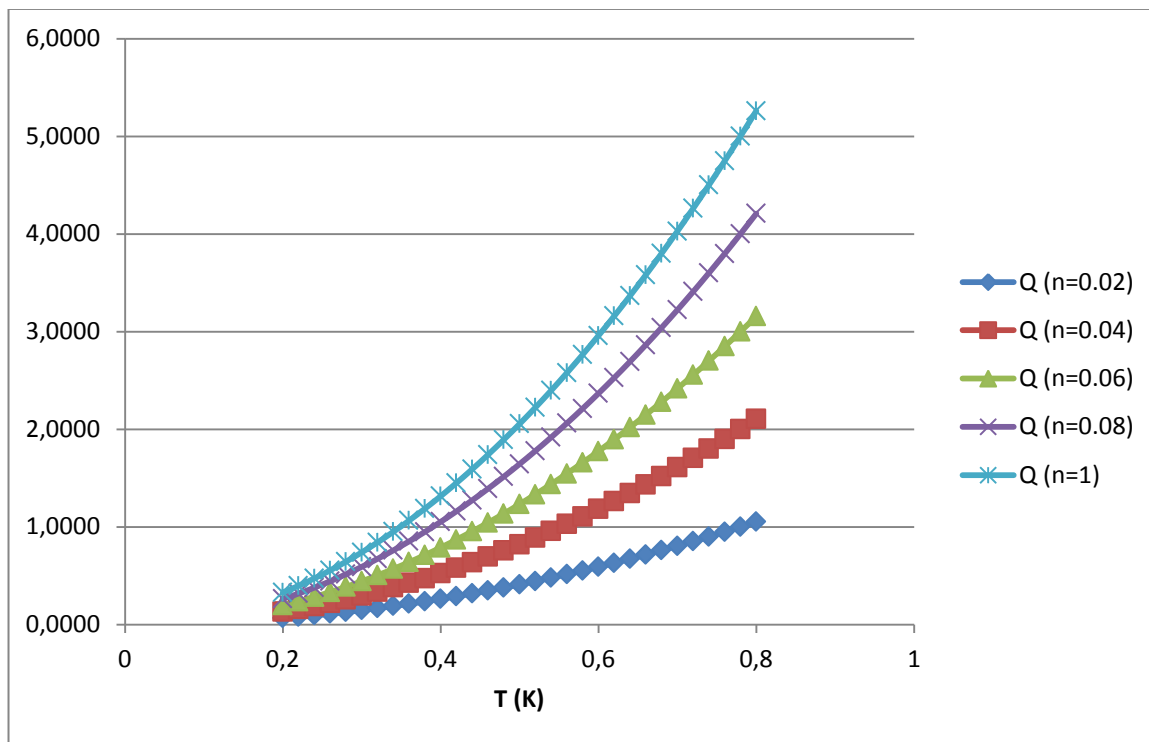
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.10 Ψυκτική ισχύς και ενθαλπία



Διάγραμμα 3.26 , ψυκτική ισχύς συναρτήσει θερμοκρασίας

Ας δούμε τι γίνεται άμα αυξήσουμε τη γραμμομοριακή συγκέντρωση,επομένως για διάφορες τιμές:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.10 Ψυκτική ισχύς και ενθαλπία



Διάγραμμα 3.27 , ψυκτική ισχύς για μεταβλητές συγκεντρώσεις

Είναι εμφανής η **αύξηση της ψυκτικής ισχύος με την γραμμομοριακή παροχή n**. Το βλέπουμε αυτό σε τέτοιο βαθμό με αναλογικό σχεδόν πενταπλασιασμό της Q.

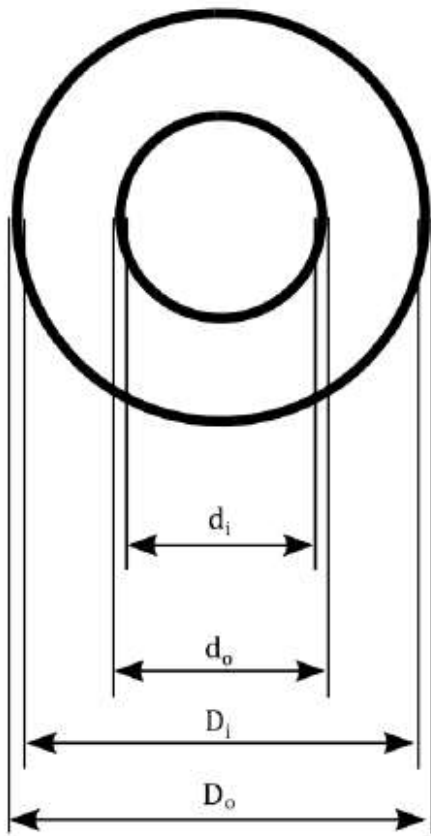
Το επόμενο πράγμα που μας ενδιαφέρει είναι το θέμα της απόδοσης του **αναγεννητή**. Ο αναγεννητής στην ψύξη με διάχυση όπως ήδη έχει αναφερθεί παίζει ουσιώδες ρόλο. Και οι δύο φάσεις, διαλυμένη και συγκεντρωμένη διέπονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$n_3 C_3 \frac{dT}{dx} = A \left(K \frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{dK}{dT} \left(\frac{dT}{dx} \right)^2 \right) - \frac{d\sigma}{dx} \int_{T_b}^T \frac{dT}{R} + n V_m^2 n_3^2 \frac{dz}{dx} \quad (3.10.4)$$

$$n_3 C_3 \frac{dT_c}{dx} = n_3 C_3(X) \frac{dT_D}{dx}$$

3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του

Ο εναλλάκτης θερμότητας που μας ενδιαφέρει φέρει σωληνώσεις της παρακάτω μορφής:

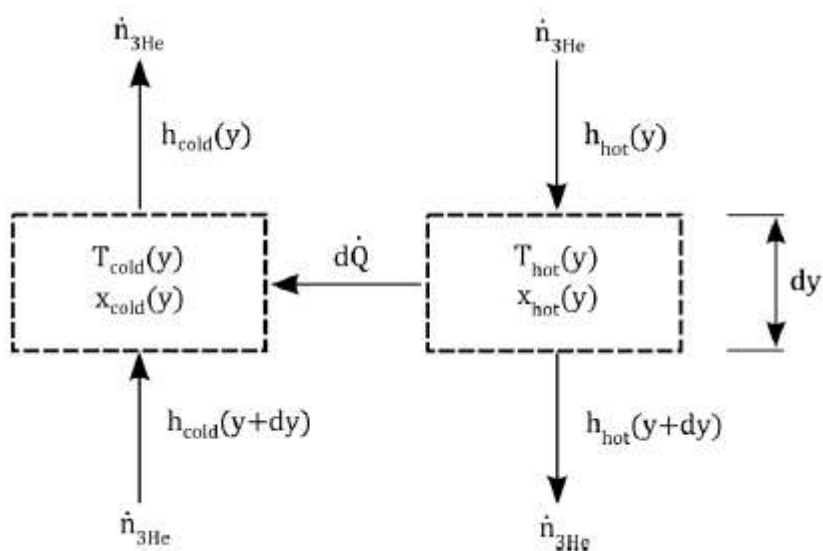
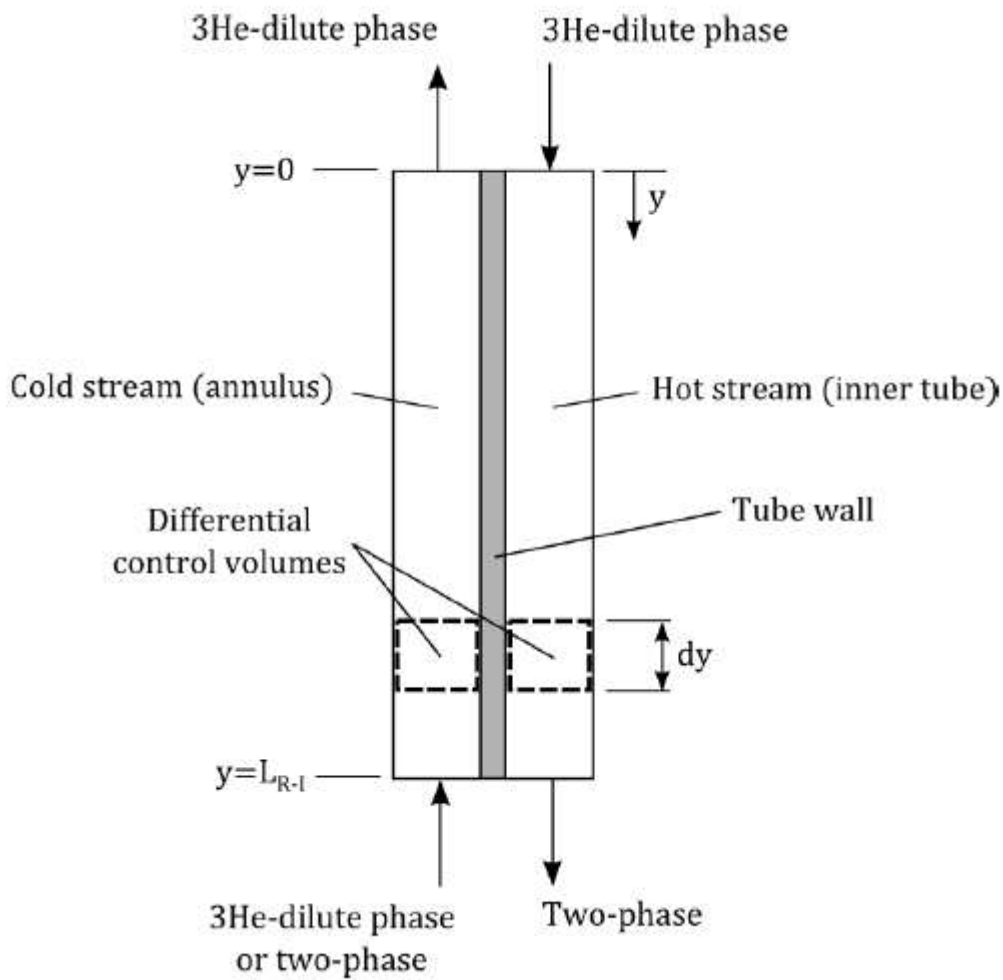


Εικόνα 3.28 , πρόσοψη του εναλλάκτη στη ψύξη με διάλυση και γεωμετρικά χαρακτηριστικά

Η διαστασιολόγηση όπως θα δούμε έχει σημαντική επίπτωση στη διαμόρφωση των ενθαλιπών και συνεπώς στην ψυκτική ισχύς του όλου συστήματος. Αντικείμενο της παρούσας μελέτης είναι η εξέταση της διαστασιολόγησης. Γενικά ισχύει:

$D_h = D_i - d_o$ (3.11.1) για την υδραυλική διάμετρο. Παρακάτω φαίνεται και σχηματικά η διάταξη καθώς και ο όγκος αναφοράς που μας ενδιαφέρει:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του

Εικόνα 3.29 , σχηματική απεικόνιση των όγκων συναλλαγής θερμότητας και διαφοράς θερμοκρασίας

Επεξηγήσεις

Cold Stream : ψυχρό ρεύμα

Hot Stream : θερμό ρεύμα

Differential control volumes : πεπερασμένοι διαφορικοί όγκοι

Tube Wall : τοίχωμα σωλήνωσης εναλλάκτη

Όπως βλέπουμε είναι αντιρροής και έχουμε την αναμενόμενη μετάδοση θερμότητας από το θερμό ρεύμα στο ψυχρό όπως είχε αναλυθεί σε προηγούμενο σημείο της παρούσας μελέτης. Ισχύει γενικώς:

$$\frac{dH_{cold}}{dy} = UA(T_{hot}(y) - T_{cold}(y)) \quad (3.11.2) \quad \text{όπου εδώ έχουμε τη μεταβολή της ενθαλπίας του}$$

ψυχρού ρεύματος που μας ενδιαφέρει. Με U έχουμε συμβολίσει τη συνολική θερμική διαπερατότητα στον όγκο αναφοράς και με A την επιφάνεια αυτή. Μία άλλη συνηθισμένη μορφή της παραπάνω εξίσωσης είναι η:

$$\frac{d(n_3 h_{cold})}{dy} = UA[T_{hot}(y) - T_{cold}(y)] \quad (3.11.3) \quad , \text{εδώ μπορεί να γίνει περαιτέρω απλοποίηση}$$

αν αναλογιστούμε ότι σε σταθερού χρόνου καταστάσεις έχουμε και σταθερή γραμμομοριακή παροχή, n_3 , και συνεπώς βγαίνει από την παράγωγο.

Για την ποσότητα UA ισχύει πάλι η σχέση:

$$UA = \frac{1}{\frac{1}{h_i(x_{hot})\pi d_i} + \frac{\ln(\frac{d_o}{d_i})}{2\pi k_{ss}} + \frac{1}{h_o(x_{cold})\pi d_o}} \quad (3.11.4) \quad \text{όπου γίνεται εμφανής η επιρροή της}$$

κατασκευαστικής παραμέτρου του εναλλάκτη. Δηλαδή ο αρχικός σχεδιασμός του επιδρά στην τελική απόδοση του συστήματος όπως είχε νωρίτερα αναφερθεί. Επίσης έχουμε και επίδραση από τις συγκεντρώσεις, x , στα δύο ρεύματα αντιρροής. Εδώ ως h_o εννοεί την τοπική σταθερά συναγωγιμότητας και με k_{ss} την ανάλογη σταθερά αγωγιμότητας του

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του

ανοξειδωτου χάλυβα.Εδώ μπορεί να γίνει δοκιμή για διάφορα είδη υλικών πέραν του χάλυβα καθώς και για τον ίδιο το χάλυβα.Με δεδομένες τις κατασκευαστικές παραμέτρους βρίσκουμε επομένως την εξής απλοποιημένη σχέση:

$$\frac{d(h_{cold})}{dy} = \frac{UA(x_{hot}, x_{cold})}{n_3} \cdot [T_{hot}(y) - T_{cold}(y)] \quad (3.11.5)$$

Η παραπάνω έκφραση μπορεί να τροποποιηθεί στην εξής με την απλή αρχή της θερμοδυναμικής, $h = c \cdot T$:

$$\frac{d[c(T_{cold}(y), \mu_{4,cold}) \cdot T_{cold}(y)]}{dy} = \frac{UA(x_{hot}, x_{cold})}{n_3} \cdot [T_{hot}(y) - T_{cold}(y)] \quad (3.11.6)$$

Όπου για τις συγκεντρώσεις πάλι ισχύει:

$$\begin{aligned} x_{cold} &= x_{cold}(T_{cold}(y), \mu_{4Hecold}) \\ x_{hot} &= x_{hot}(T_{hot}(y), \mu_{4Hecold}) \end{aligned} \quad (3.11.7)$$

Αντικαθιστώντας επομένως στην παραπάνω εξίσωση βρίσκουμε:

$$\frac{d[c(T_{cold}(y), \mu_{4,cold}) \cdot T_{cold}(y)]}{dy} = \frac{UA(T_{hot}(y), \mu_{4Hehot}, T_{cold}(y), \mu_{4Hecold})}{n_3} \cdot [T_{hot}(y) - T_{cold}(y)] \quad (3.11.8)$$

Δηλαδή έχουμε μία διαφορική εξίσωση που είναι συνάρτηση των θερμοκρασιών και συγκεντρώσεων.Ακριβώς τα ίδια μπορούμε να εφαρμόσουμε και για το θερμό ρεύμα αντιρροής και βρίσκουμε καθ'όμοιο τρόπο:

$$\frac{d[c(T_{hot}(y), \mu_{4,hot}) \cdot T_{hot}(y)]}{dy} = \frac{UA(T_{hot}(y), \mu_{4Hehot}, T_{cold}(y), \mu_{4Hecold})}{n_3} \cdot [T_{hot}(y) - T_{cold}(y)] \quad (3.11.9)$$

Όπου με $\mu_{4Hecold}$ και μ_{4Hehot} έχουν ορισθεί αντίστοιχα το χημικό δυναμικό.Επομένως οι διαφορικές εξισώσεις μπορούν να λυθούν σε ολόκληρο το μήκος του αναγεννητή, L.

Επίσης έχει γίνει χρήση της ειδικής συναγωγιμότητας, h.Αυτή βρίσκεται από την αντίστοιχη σχέση και για τα δύο ρεύματα:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του

$$h_{hot}(x_{hot}) = Nu_{hot} \frac{k_{He}(x_{hot})}{d_i} = 5.74 \frac{k_{He}(x_{hot})}{d_i} \quad (3.11.10) \text{ έτσι βρίσκουμε και το } h.$$

$$h_{cold}(x_{cold}) = Nu_{cold} \frac{k_{He}(x_{cold})}{d_i} = 4.43 \frac{k_{He}(x_{cold})}{d_i}$$

Από τις δύο παραπάνω σχέσεις μας μένει η ειδική αγωγιμότητα, k_{He} , η οποία βρίσκεται από τη σχέση: $k_{He}(x) = 0.00145 \cdot x^{-1.167}$ (3.11.11)

Οι παραπάνω εξισώσεις καταρχάς παρατηρούμε ότι αφορούν την y διάσταση και εξαρτώνται από τις εξής μεταβλητές: $T_{cold}(y), T_{hot}(y), x_c(y), x_h(y)$

Άρα μπορούμε περιληπτικά να τις ανάγουμε στις εξής δύο εξισώσεις για θερμό και ψυχρό ρεύμα αντίστοιχα:

$$\frac{dh_{cold}}{dy} = \frac{UA}{n_3} \cdot [T_{hot} - T_{cold}] = f_{hot}(y, h_{cold}, h_{hot}) \quad (3.11.12)$$

$$\frac{dh_{hot}}{dy} = \frac{UA}{n_3} \cdot [T_{hot} - T_{cold}] = f_{cold}(y, h_{cold}, h_{hot})$$

Όπου

$$T_{hot} = \frac{h_{hot}}{c_{hot}}, T_{cold} = \frac{h_{cold}}{c_{cold}} \quad (3.11.13)$$

Και επίσης ισχύει

$$D_H = D_i - d_o = 0.5 \cdot D_i \quad (3.11.14)$$

Η επίλυση ενός τέτοιου συστήματος γίνεται με χρήση της Runge-Kutta 4^{ης} τάξης. Όπου οι συντελεστές τις θα είναι οι εξής:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του

$$h_{cold} = h_{c,i+1} = h_{c,i} + \frac{1}{6} \cdot (k_{c1} + 2k_{c2} + 2k_{c3} + k_{c4})$$

$$h_{hot} = h_{h,i+1} = h_{h,i} + \frac{1}{6} \cdot (k_{h1} + 2k_{h2} + 2k_{h3} + k_{h4})$$

$$k_{c1} = dy \cdot f_c(y_i, h_{ci}, h_{hi})$$

$$k_{h1} = dy \cdot f_h(y_i, h_{ci}, h_{hi})$$

$$k_{c2} = dy \cdot f_c\left(y_i + \frac{dy}{2}, h_{ci} + \frac{k_{c1}}{2}, h_{hi} + \frac{k_{h1}}{2}\right)$$

$$k_{h2} = dy \cdot f_h\left(y_i + \frac{dy}{2}, h_{ci} + \frac{k_{c1}}{2}, h_{hi} + \frac{k_{h1}}{2}\right)$$

$$k_{c3} = dy \cdot f_c\left(y_i + \frac{dy}{2}, h_{ci} + \frac{k_{c2}}{2}, h_{hi} + \frac{k_{h2}}{2}\right)$$

$$k_{h3} = dy \cdot f_h\left(y_i + \frac{dy}{2}, h_{ci} + \frac{k_{c2}}{2}, h_{hi} + \frac{k_{h2}}{2}\right)$$

$$k_{c4} = dy \cdot f_c(y_{i+1}, h_{ci} + k_{c3}, h_{hi} + k_{h3})$$

$$k_{h4} = dy \cdot f_h(y_{i+1}, h_{ci} + k_{c3}, h_{hi} + k_{h3})$$

Παρακάτω φαίνεται ο κώδικας που μπορεί να υπολογίσει τις ενθαλπίες:

`% sinthikes gia y=0`

`Tc(1)=0.2;`

`Th(1)=1.2;`

`cph=1.05;`

`cpc=1.0;`

`hh(1)=Th(1)/cph;`

`hc(1)=Tc(1)/cpc;`

`y(1)=0;`

`N=101;`

`dy=1/(N-1);`

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του

```
for i=1:N-1;

    kh1=dy*fhot(hh(i),hc(i));

    kc1=kh1;

    kh2=dy*fhot(hh(i)+kh1/2,hc(i)+kc1/2);

    kc2=kh2;

    kh3=dy*fhot(hh(i)+kh2/2,hc(i)+kc2/2);

    kc3=kh3;

    kh4=dy*fhot(hh(i)+kh3,hc(i)+kc3);

    kc4=kh4;

    hh(i+1)=hh(i)+(kh1+2*kh2+2*kh3+kh4)/6;

    hc(i+1)=hc(i)+(kc1+2*kc2+2*kc3+kc4)/6;

    Th(i+1)=hh(i+1)/cph;

    Tc(i+1)=hc(i+1)/cpc;

    y(i+1)=i*dy;

end

%plot

figure(1)

grid on

plot(y(:),Th(:),'-b')

figure(2)

plot(y(:),Tc(:),'-r')

hold on
```

Συνάρτηση ευρέσεως ενθαλπίας

```
function [fh] = fhot( hhot,hcold )
```

%ειδικές θερμοχωρητικότητες θερμού και ψυχρού άκρου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του

$c_{ph}=1.05;$

$c_{pc}=1.0;$

%συγκέντρωση θερμού και ψυχρού άκρου

$x_{hot}=0.03;$

$x_{cold}=0.06;$

%γραμμομοριακή παροχή

$n=100 \cdot 10^{-6};$

%γεωμετρικές σταθερές και ειδική αγωγιμότητα

$k_s=1;$

$D_i=0.5;$

$d_o=0.5 \cdot D_i;$

$d_i=0.49 \cdot D_i;$

$D_h=0.5 \cdot D_i;$

%αριθμοί Nusselt για τα δύο άκρα

$Nu_{hot}=5.74;$

$Nu_{cold}=4.33;$

$Thot=h_{hot}/c_{ph};$

$Tcold=h_{cold}/c_{pc};$

%θερμική αγωγιμότητα

$k_h=0.00145 \cdot x_{hot}^{-1.167};$

$k_c=0.00145 \cdot x_{cold}^{-1.167};$

$h_i=Nu_{hot} \cdot k_h/d_i;$

$h_o=Nu_{cold} \cdot k_c/D_h;$

%θερμική διαπερατότητα και επιφάνεια A συναλλαγής

$UA=\pi / (1/(h_i \cdot d_i) + \log(d_o/d_i)/(2 \cdot k_s) + 1/(h_o \cdot d_o));$

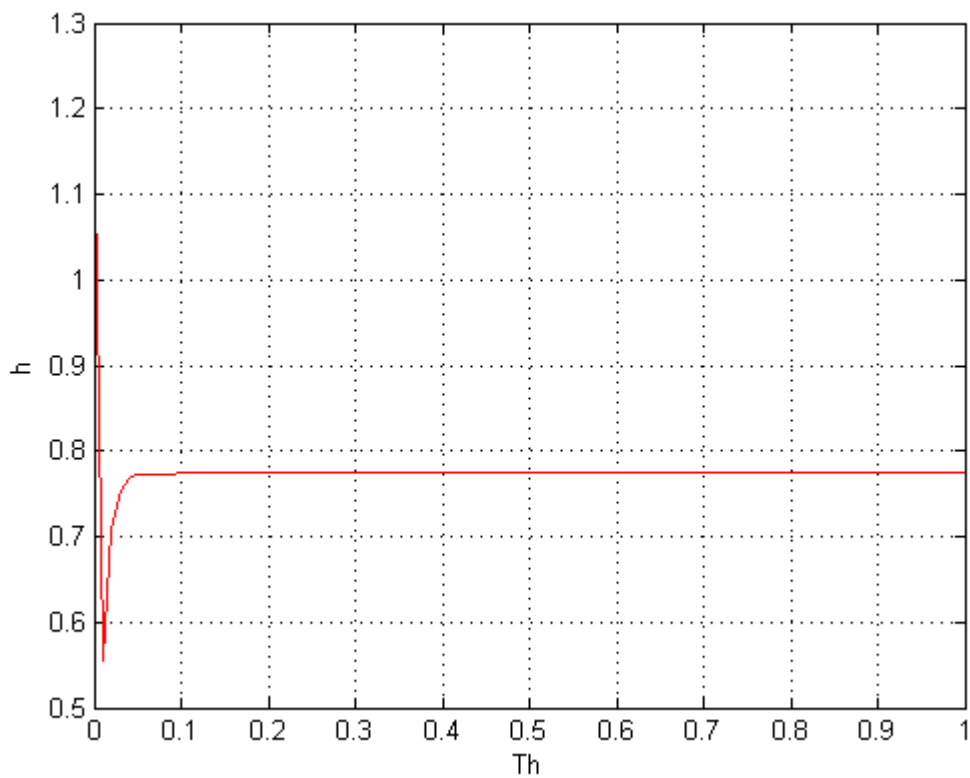
$f_h=(UA/n) \cdot (Thot-Tcold);$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του

end

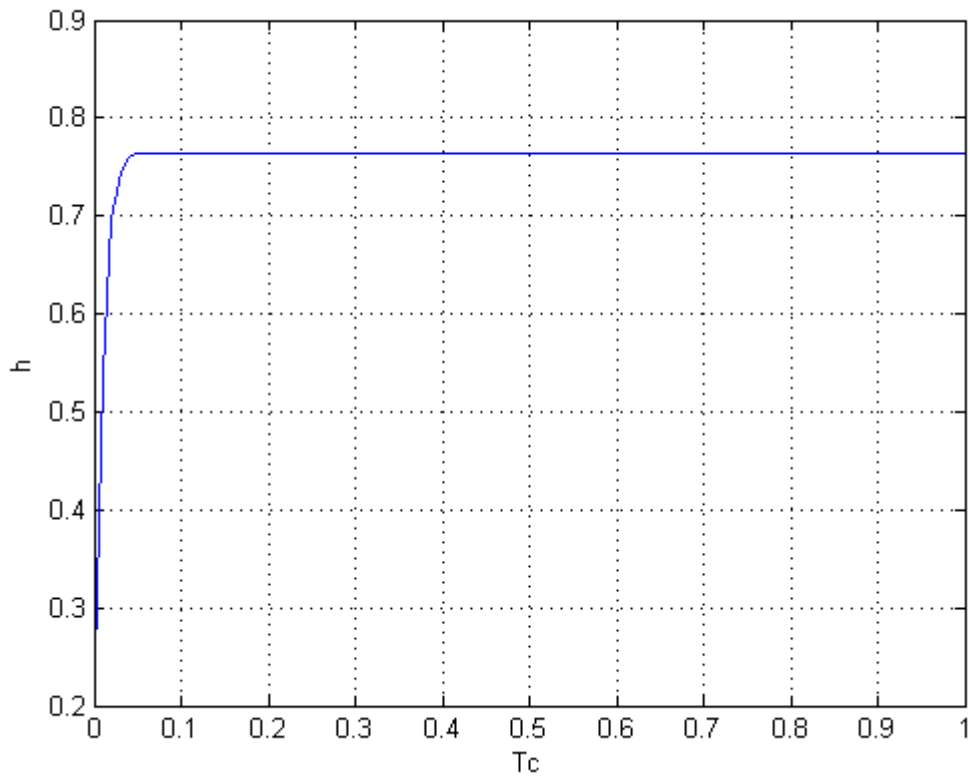
Έτσι μπορούμε να δούμε τη συμπεριφορά της ενθαλπίας για $T_h = 1.2$ K και $T_c = 0.2$ K για διάφορα υλικά:

Ανοξείδωτος Χάλυβας



Διάγραμμα 3.30 , ενθαλπιακή κατάσταση για ανοξείδωτο χάλυβα

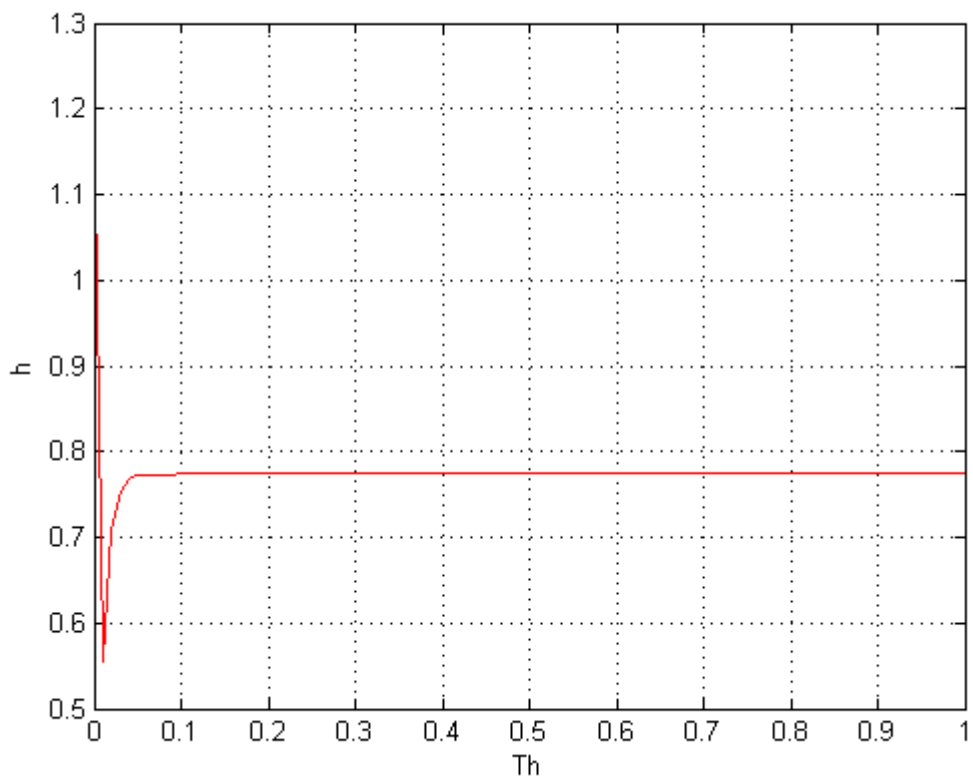
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του



Διάγραμμα 3.31 , ενθαλπιακή κατάσταση για ανοξείδωτο χάλυβ

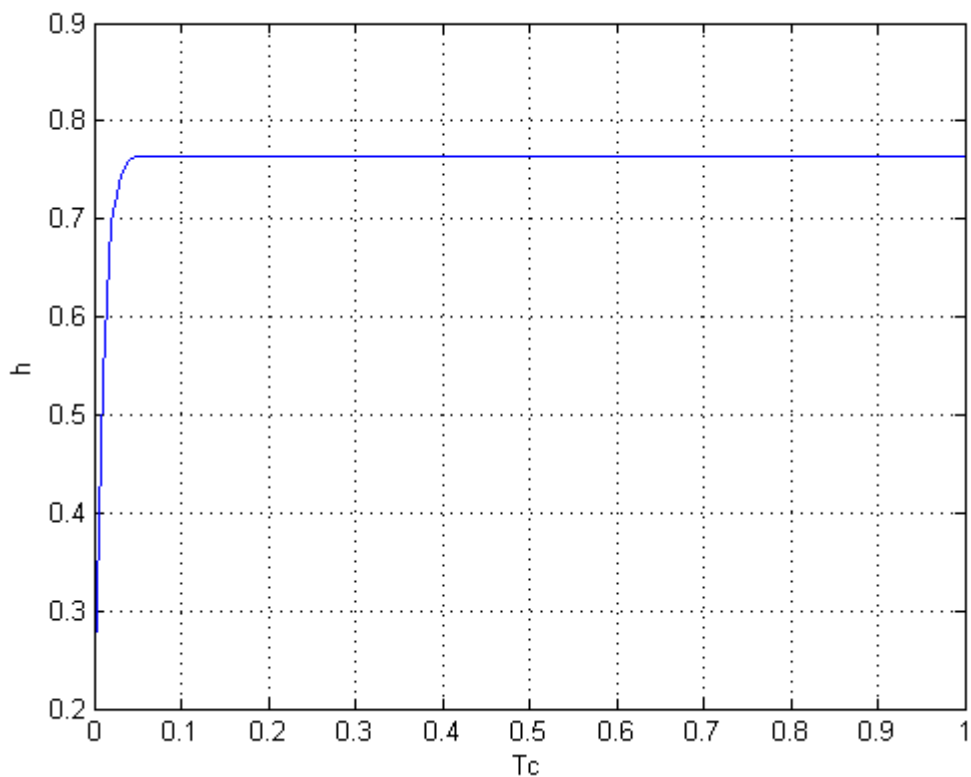
Απλός Χάλυβας (carbon steel)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του



Διάγραμμα 3.32 , ενθαλπιακή κατάσταση για απλό χάλυβα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του

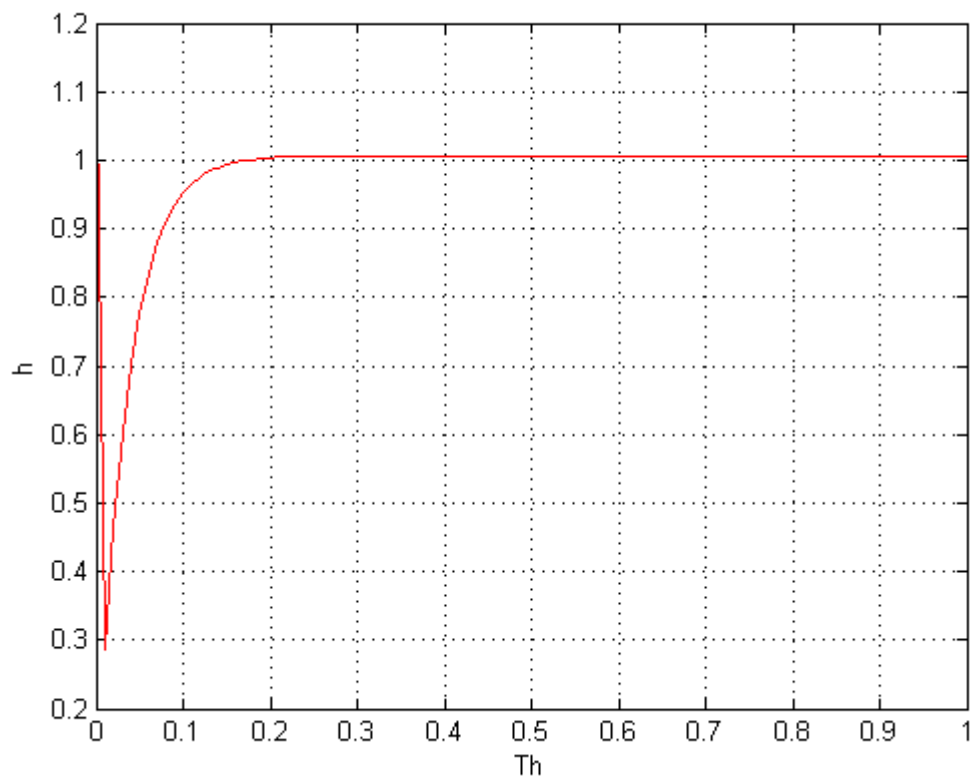


Διάγραμμα 3.33 , ενθαλπιακή κατάσταση για απλό χάλυβα

Ήδη παρατηρούμε μία συμπεριφορά πτώσης της ενθαλπίας στο θερμό άκρο για εύρος της τάξεως των mK και απότομη αύξηση συμπεριφορά που δεν την βλέπουμε στο ψυχρό άκρο. Ας δούμε τι γίνεται με ένα πολύ πιο σκληρό και ανθεκτικό υλικό που δεν χρησιμοποιείται στην κατασκευή αναγεννητή όπως το τιτάνιο.

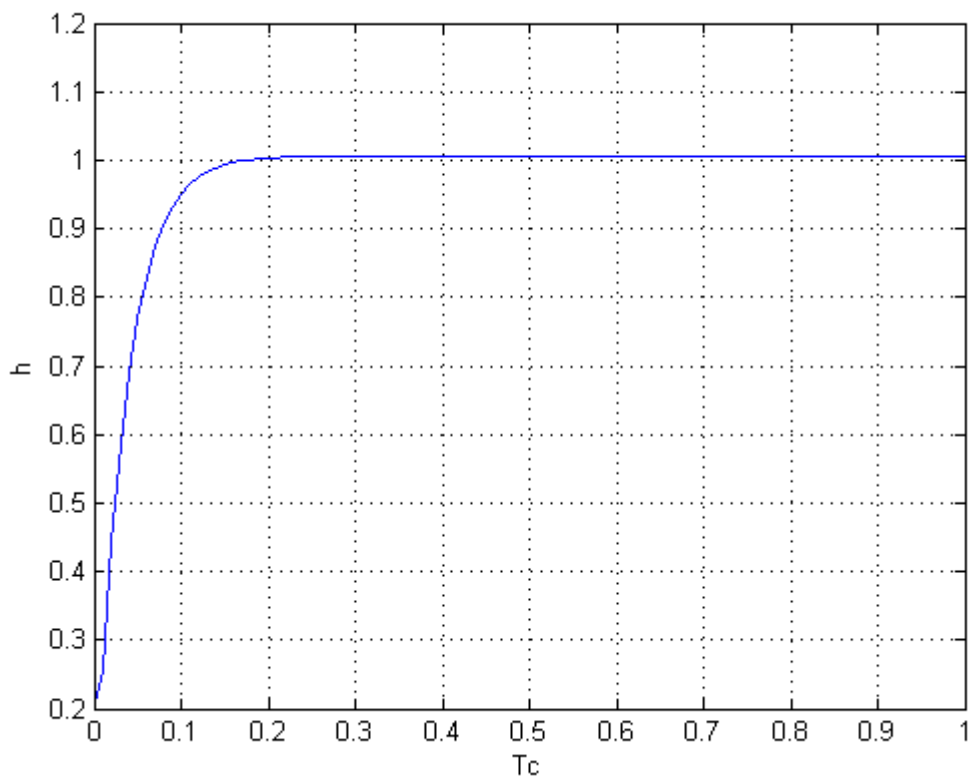
Τιτάνιο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του



Διάγραμμα 3.34 , ενθαλπιακή κατάσταση για τιτάνιο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του

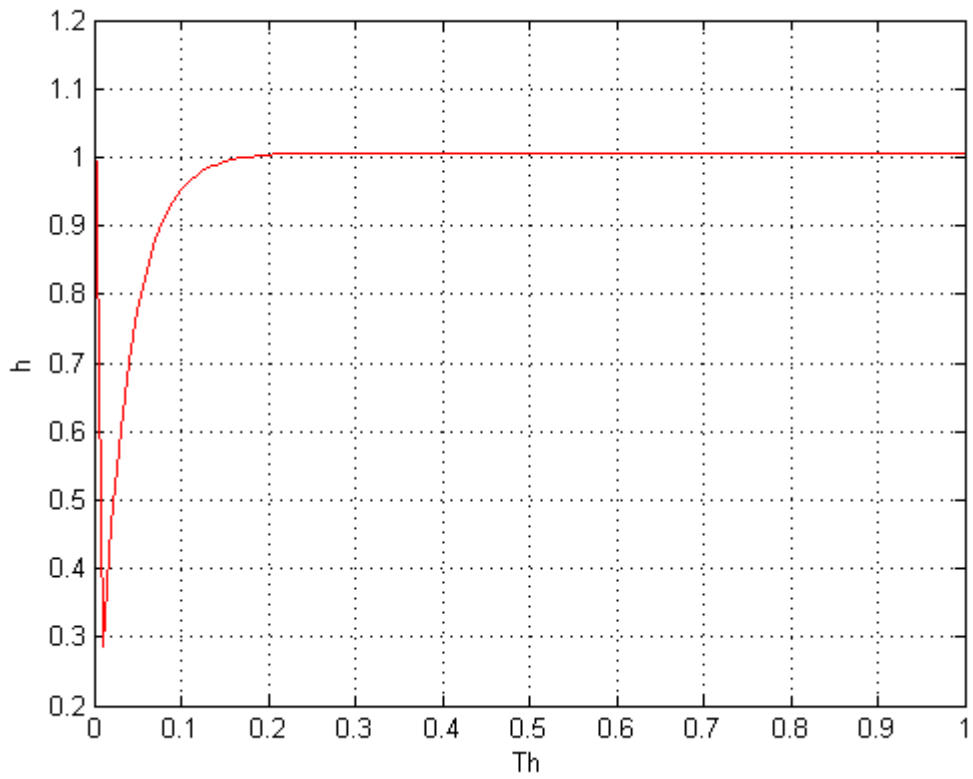


Διάγραμμα 3.35 , ενθαλπιακή κατάσταση για τιτάνιο

Γίνεται εμφανής η τεράστια διαφορά στη χρήση των δύο υλικών καθώς το τιτάνιο αν και κοστολογικά αδύνατον προσφέρει πολύ καλύτερες τιμές και απ'τομες αυξήσεις της ενθαλπίας.

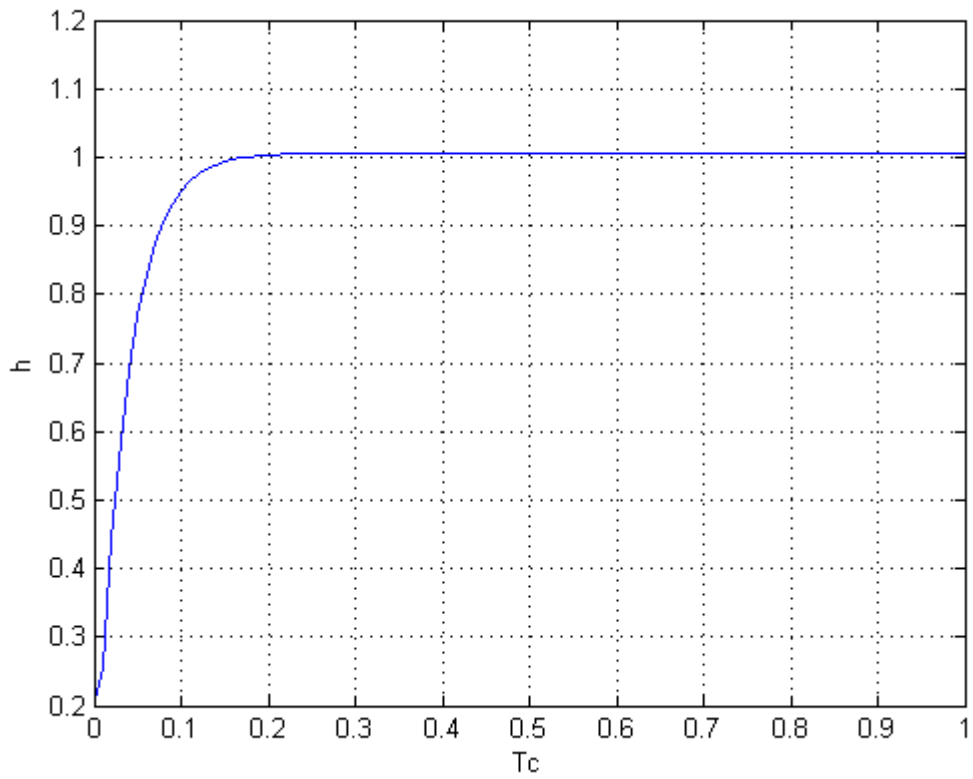
Μόλυβδος

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του



Διάγραμμα 3.35 , ενθαλπιακή κατάσταση για μόλυβδο

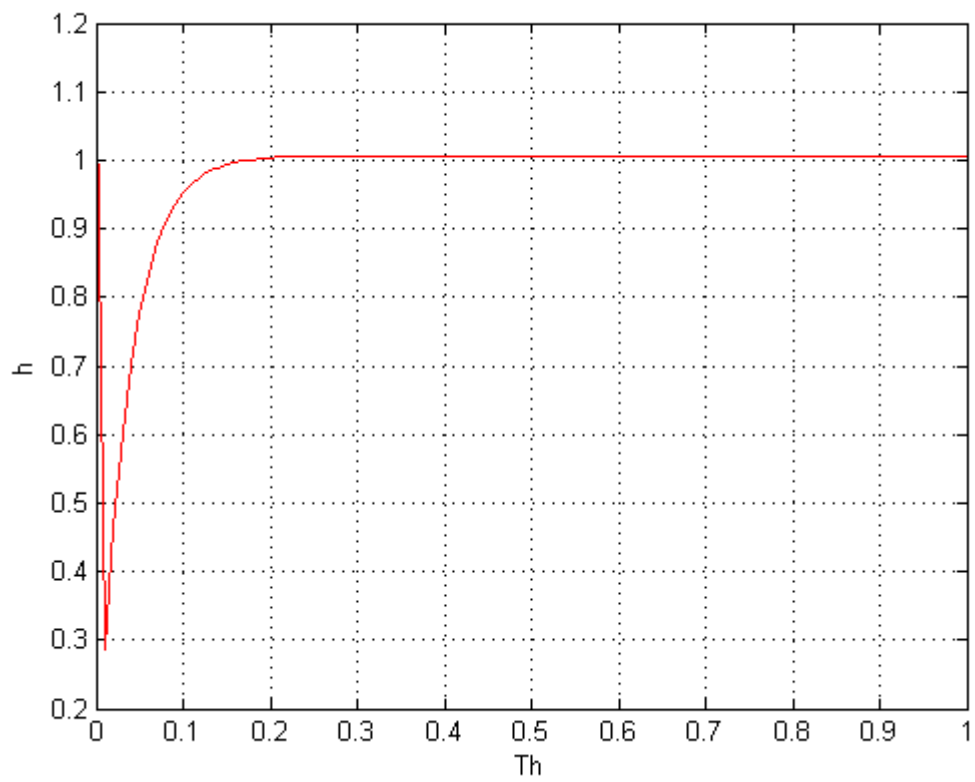
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του



Διάγραμμα 3.36 , ενθαλπιακή κατάσταση για μόλυβδο

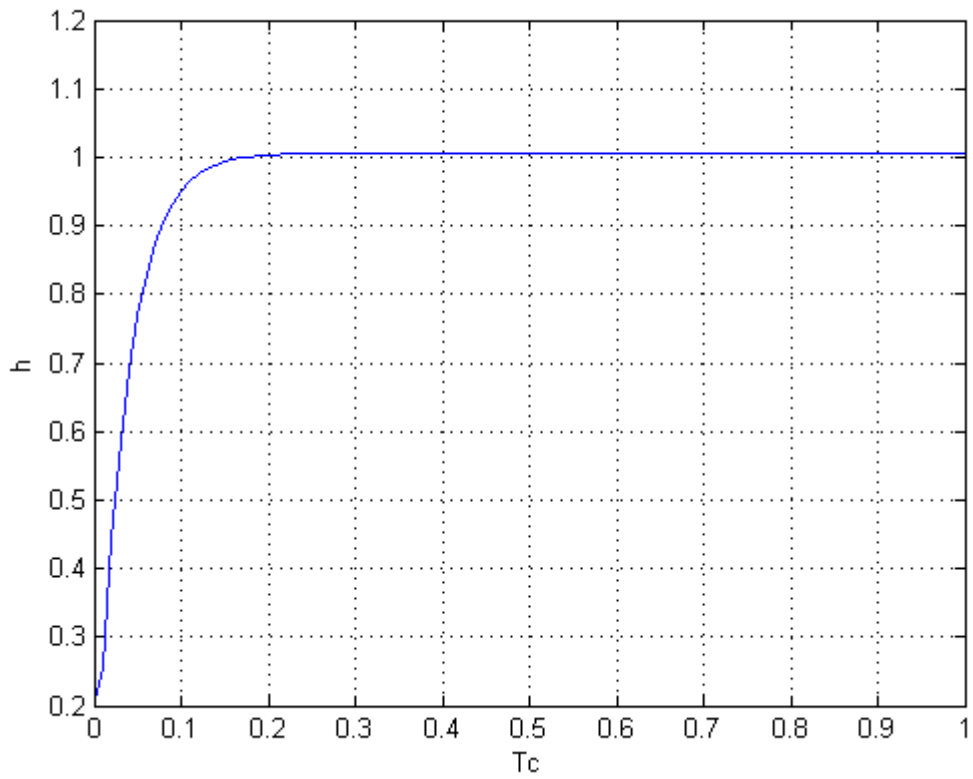
Βολφράμιο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του



Διάγραμμα 3.37 , ενθαλπιακή κατάσταση για βολφράμιο

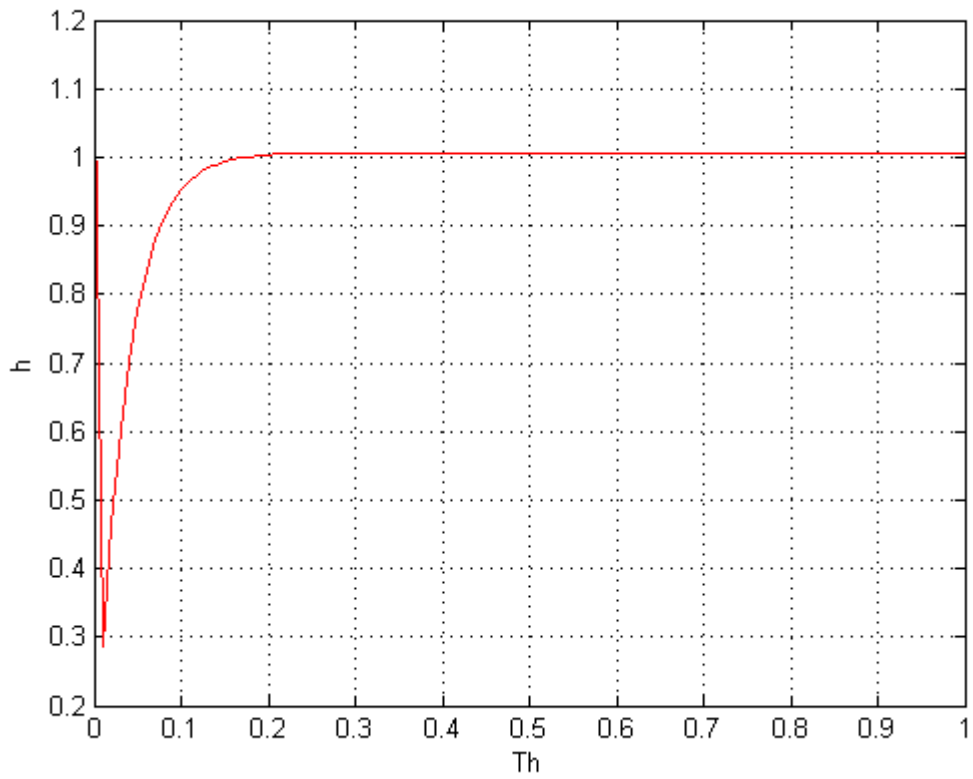
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του



Διάγραμμα 3.38 , ενθαλπιακή κατάσταση για βολφράμιο

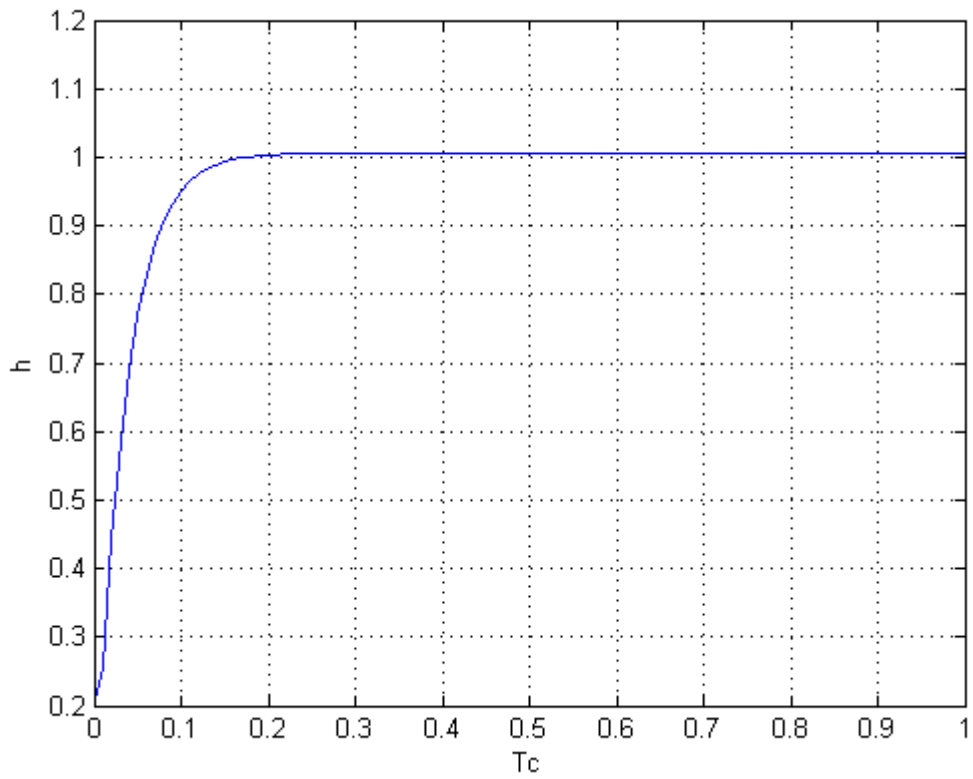
Χαλκός

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του



Διάγραμμα 3.39 , ενθαλπιακή κατάσταση για χαλκό

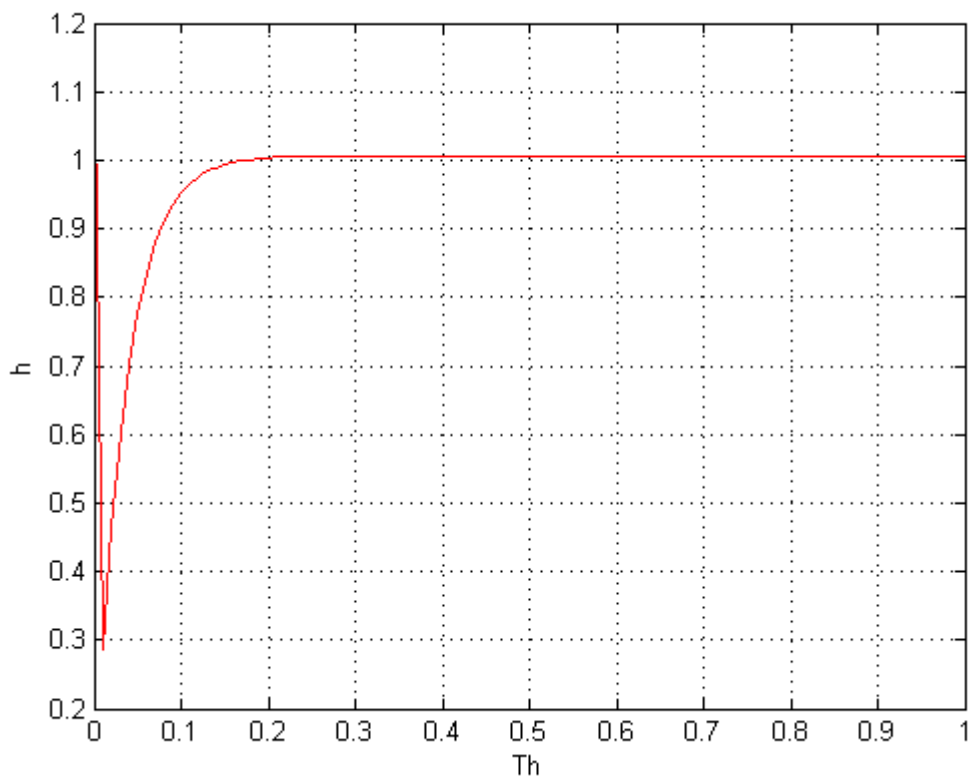
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του



Διάγραμμα 3.40 , ενθαλπιακή κατάσταση για χαλκό

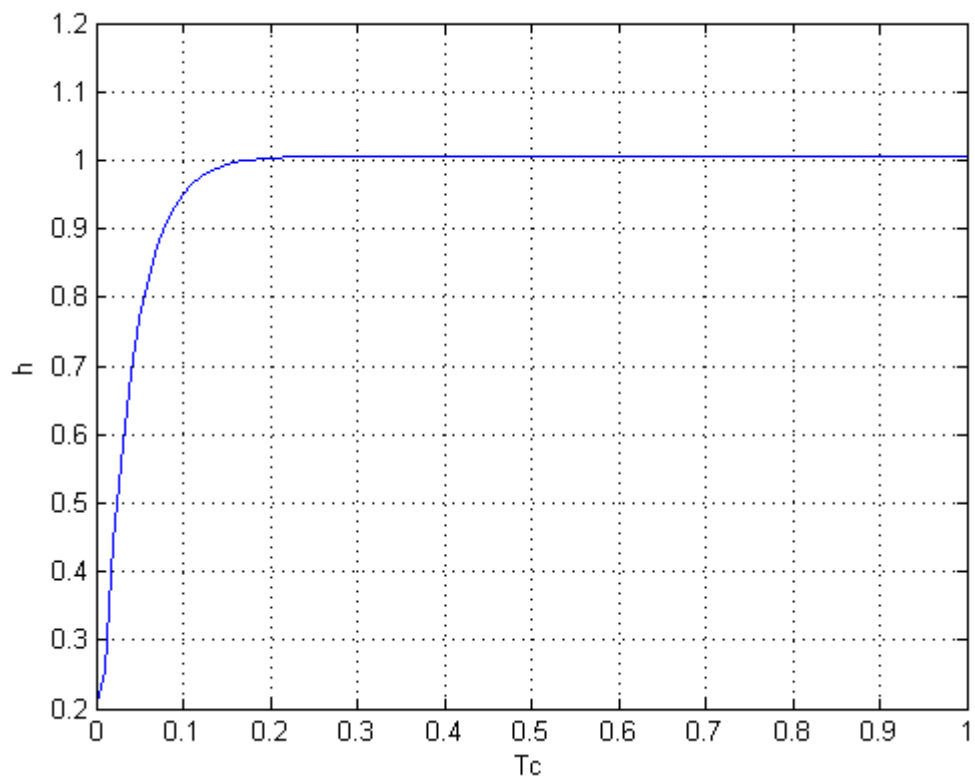
Άργυρος

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του



Διάγραμμα 3.40 , ενθαλπιακή κατάσταση για άργυρο

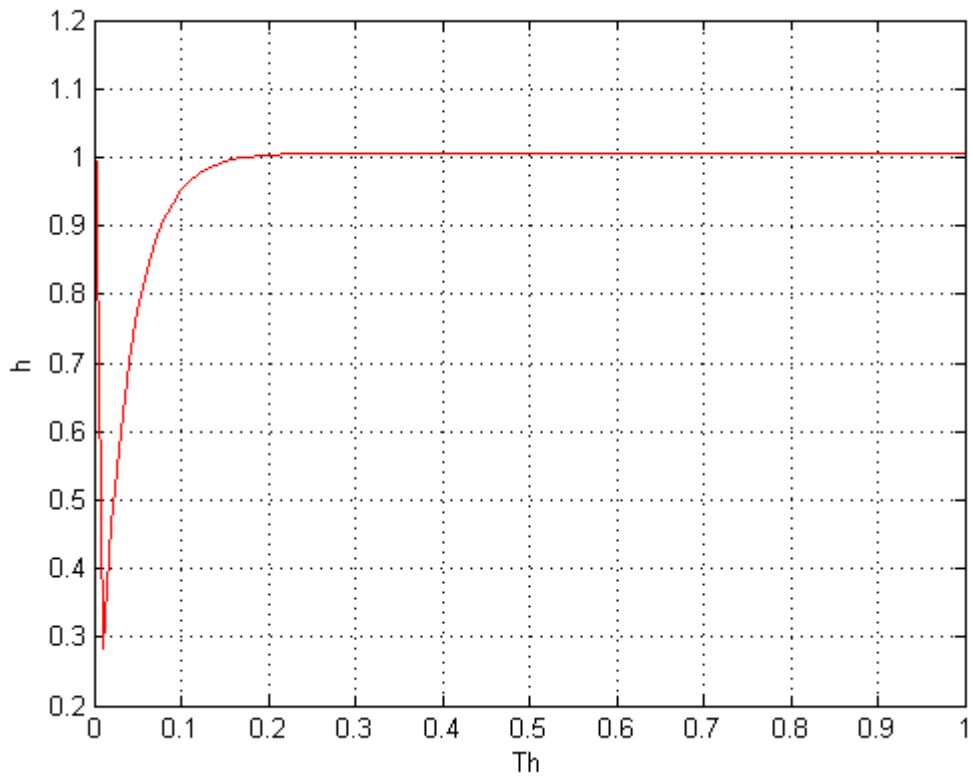
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του



Διάγραμμα 3.41 , ενθαλπιακή κατάσταση για άργυρο

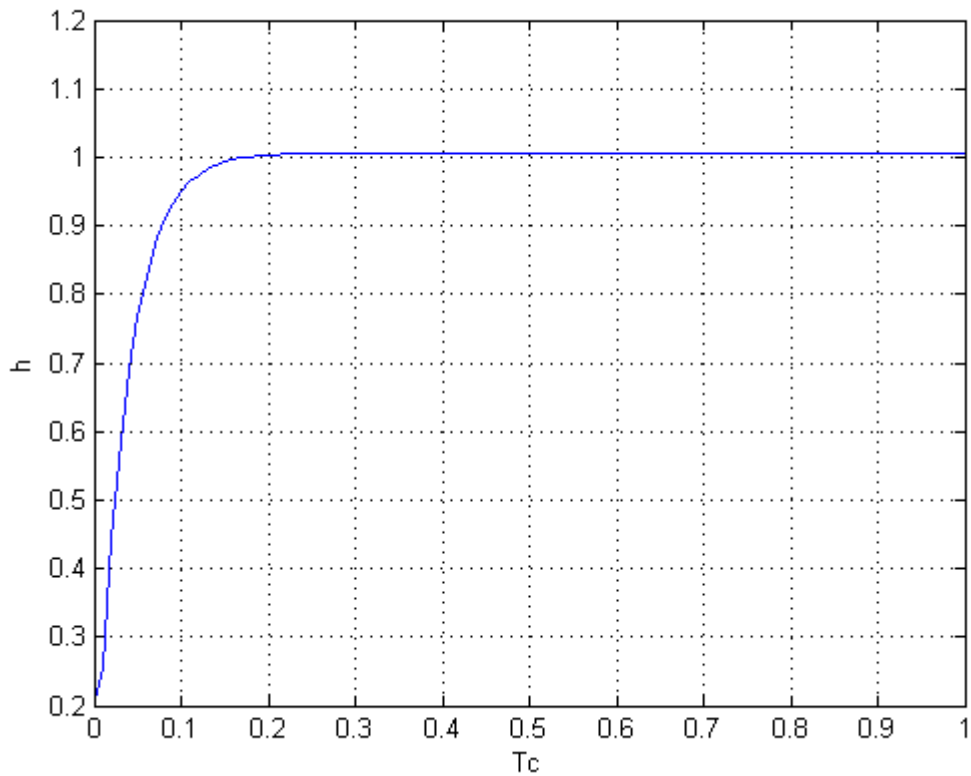
Πολυμερές μεγάλης πυκνότητας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του



Διάγραμμα 3.42 , ενθαλπιακή κατάσταση για πολυμερές μεγάλης πυκνότητας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του

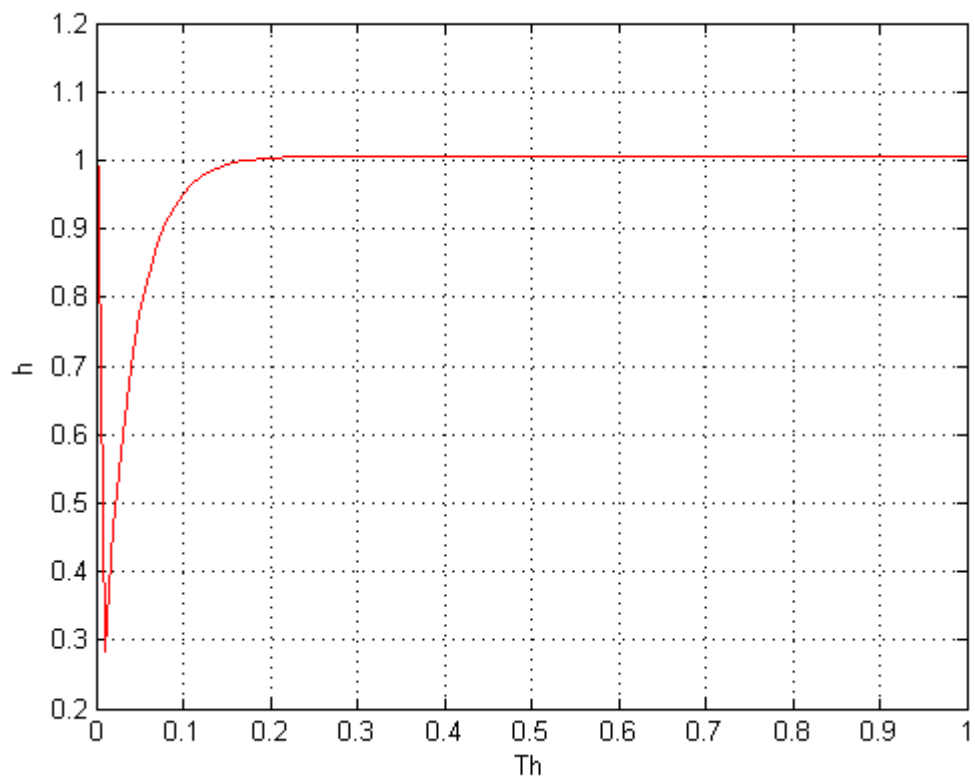


Διάγραμμα 3.43 , ενθαλπιακή κατάσταση για πολυμερές μεγάλης πυκνότητας

Βλέπουμε ότι με τη χρήση πλαστικού έχουμε πάλι αρκετά καλή απόδοση.

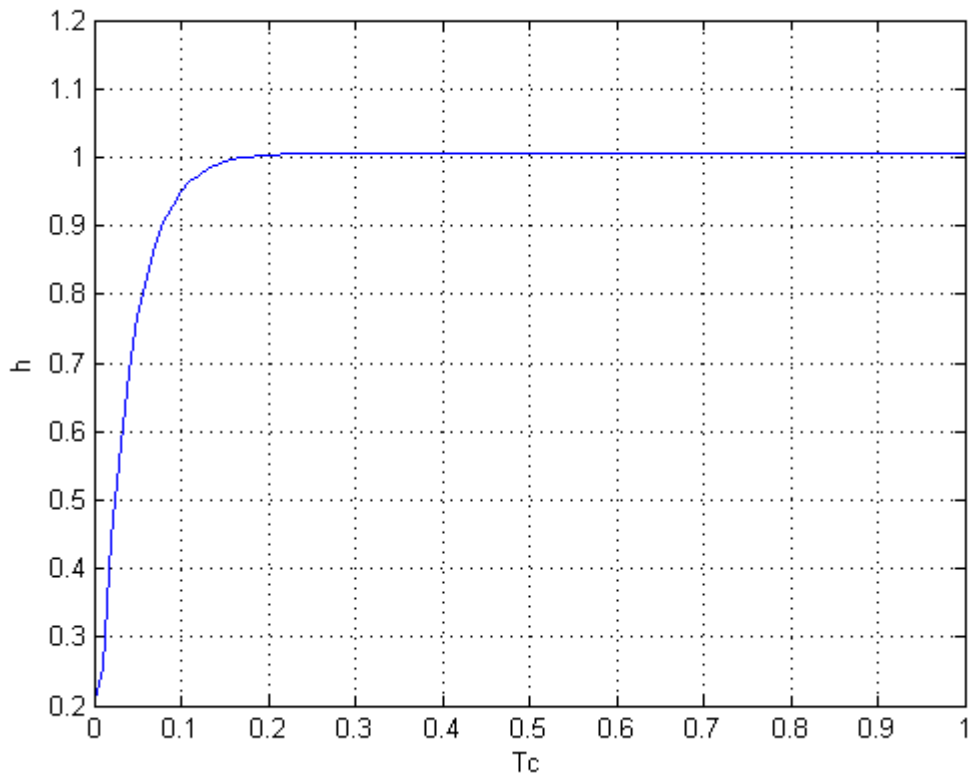
Πολυμερές μικρής πυκνότητας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του



Διάγραμμα 3.44 , ενθαλπιακή κατάσταση για πολυμερές μικρής πυκνότητας

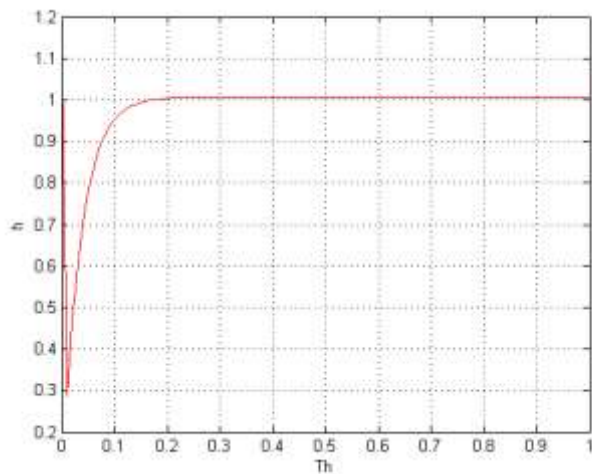
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του



Διάγραμμα 3.45 , ενθαλπιακή κατάσταση για πολυμερές μικρής πυκνότητας

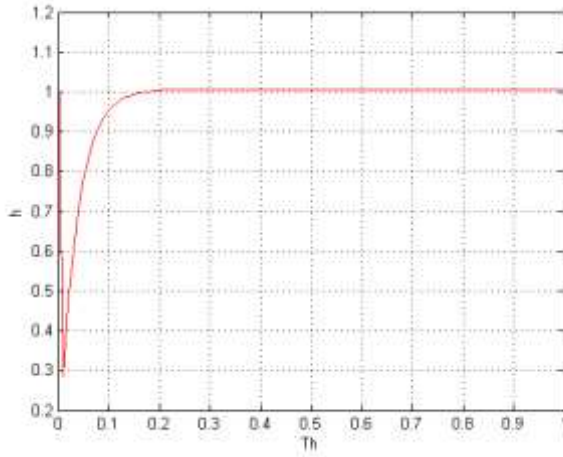
Ας δούμε τώρα τι γίνεται για ανοξείδωτο χάλυβα αν μεταβάλλουμε τις άλλες παραμέτρους όπως το D_i .Οπότε βλέπουμε διαδοχικά:

$D_i = 0.002 \text{ mm}$

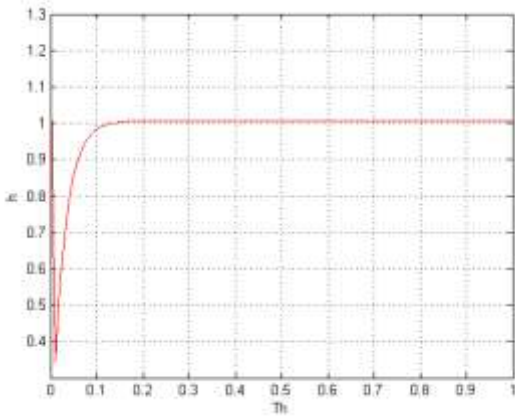


ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του

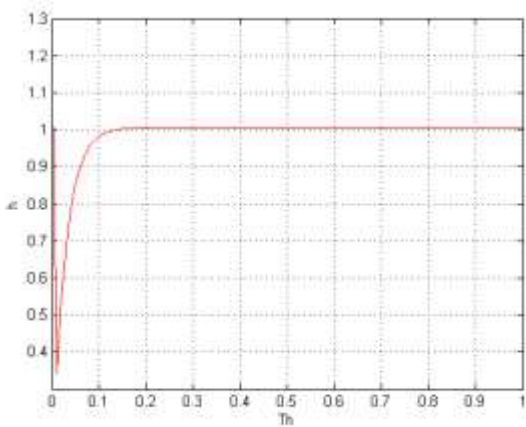
$D_i = 0.003 \text{ mm}$



$D_i = 0.004 \text{ mm}$

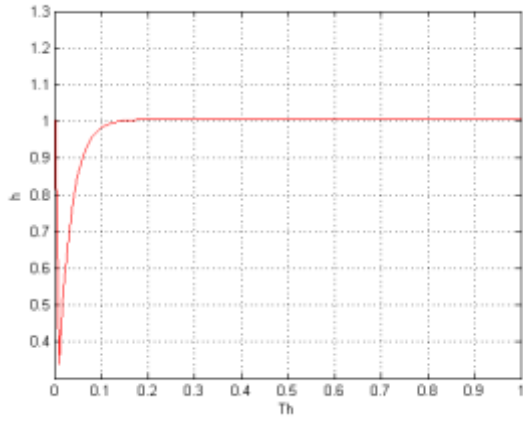


$D_i = 0.005 \text{ mm}$

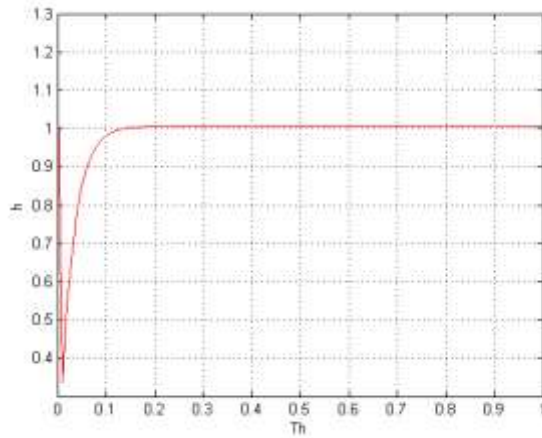


ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του

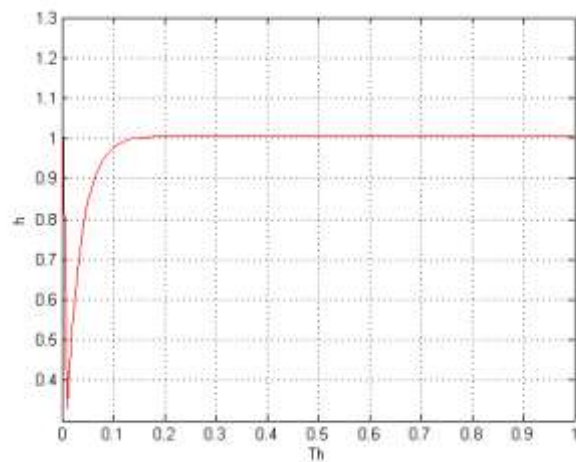
$D_i = 0.006 \text{ mm}$



$D_i = 0.007 \text{ mm}$

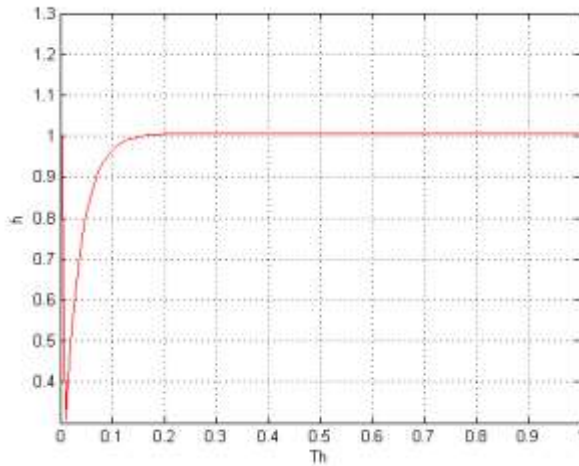


$D_i = 0.010 \text{ mm}$

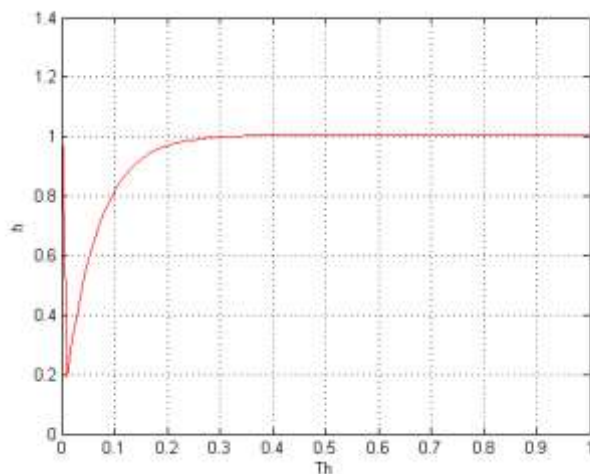


ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του

$D_i = 0.020 \text{ mm}$



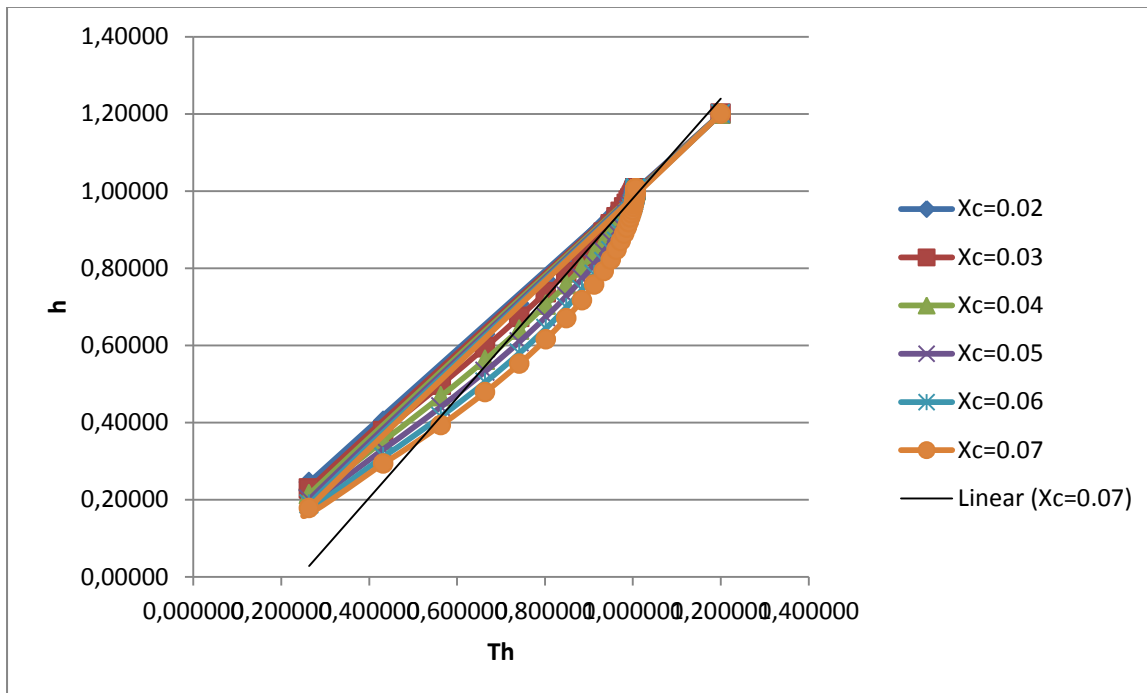
$D_i = 0.100 \text{ mm}$



Διάγραμμα 3.46 – 3.54 , μεταβολή της ενθαλπιακής καταστάσεως συναρτήσει της διαμέτρου

Βλέπουμε ότι από ένα μέγεθος διαμέτρου και μετά έχει λίγη επιρροή στην απόδοση του αναγεννητή. Αυτό συμβαίνει για $D_i > 4 \text{ mm}$. Φυσικά με την αύξηση της διαμέτρου αυξάνουν και οι διάφορες απώλειες πράγμα που φαίνεται στο μεγαλύτερο ρυθμό μείωσης στην αρχή. Ας δούμε τώρα πως επηρεάζεται το συστήμα μας με μεταβολές στις συγκεντρώσεις x_c και x_h .

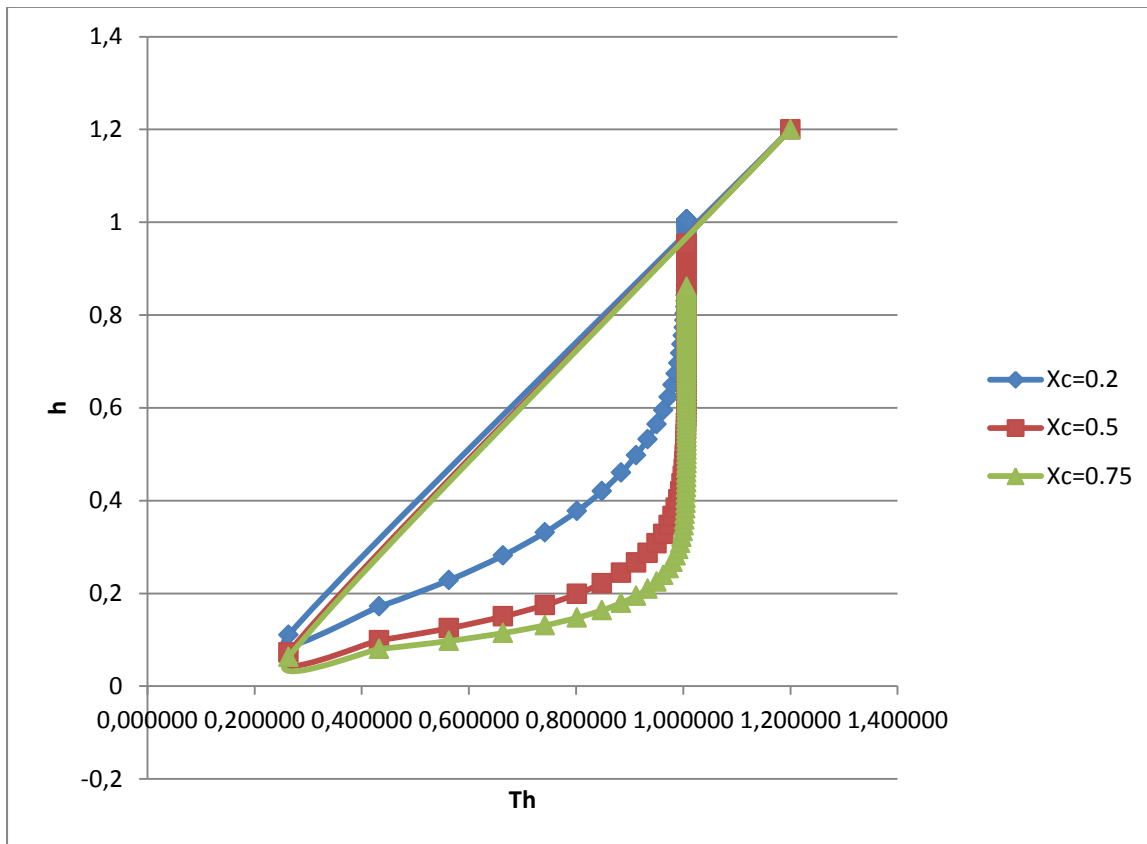
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του



Διάγραμμα 3.55 , μεταβολή της ενθαλπίας συναρτήσει της συγκέντρωσης και θερμοκρασίας για το θερμό μέρος

Οπότε και παρατηρούμε μία αναμενόμενη πτώση της ενθαλπίας με την αύξηση της συγκέντρωσης στο κρύο άκρο για $x_h = 10\%$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 3.11 Διαστασιολόγηση του εναλλάκτη και αποδοσή του

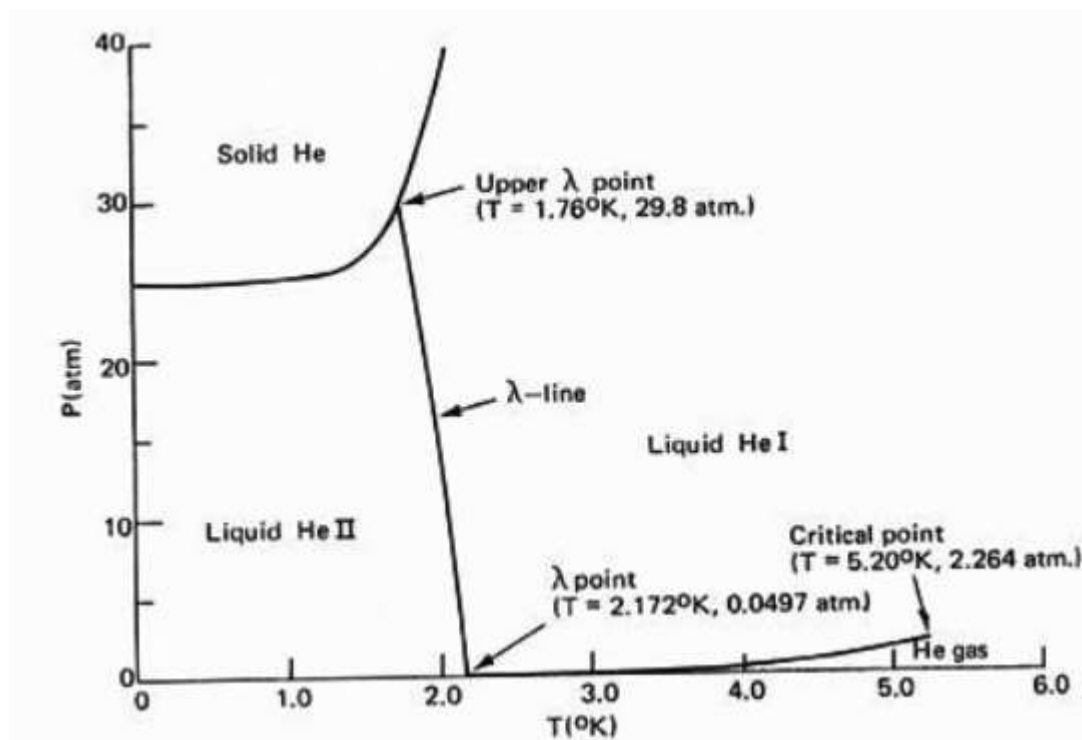


Διάγραμμα 3.55 , μεταβολή της ενθαλπίας συναρτήσει της συγκέντρωσης και θερμοκρασίας για το ψυχρό μέρος

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 : Περιγραφή του συστήματος ψύξης με διάλυση και θερμοδυναμικών ιδιοτήτων

4.1 Σύσταση και ιδιότητες του υπερρευστού

Το πρώτο και βασικό στοιχείο του μίγματος όπως έχει ήδη αναφερθεί είναι το ${}^4\text{He}$ ένα αέριο στοιχείο που το συναντάμε συνήθως σε κοιτάσματα φυσικού αερίου και το οποίο διαφεύγει προς την ατμόσφαιρα. Παρακάτω φαίνεται ένα διάγραμμα φάσης για το ${}^4\text{He}$ όπου μπορούμε να εξάγουμε τα εξής σημαντικά συμπεράσματα:



Διάγραμμα 4.1 , διάγραμμα φάσης του υπερρευστού

Επεξηγήσεις

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.1 Σύσταση και ιδιότητες του υπερρευστού

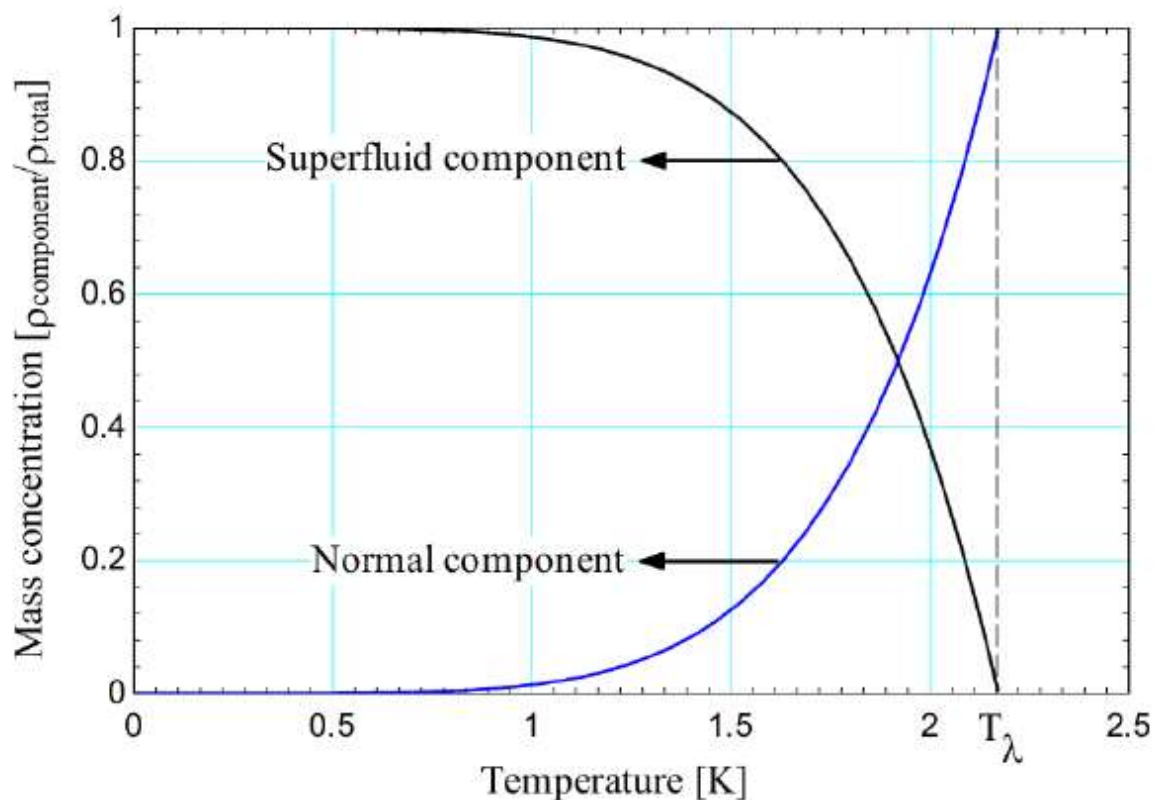
Solid He : στερεό ήλιο

Liquid He : υγρό ήλιο

Critical point : κρίσιμο σημείο

Βλέπουμε ξανά μία σημαντική καμπύλη,την καμπύλη-λ.Αυτή εξαρτάται από δύο παράγοντες από θερμοκρασία και πίεση.Βλέπουμε ότι για θερμοκρασίες σχεδόν χαμηλότερες των 2 K έχουμε μία υγρή φάση του ^4He ,τη φάση II,ενώ για μεγαλύτερες σχεδόν θερμοκρασίες την φάση I.Στη φάση I το υγρό συμπεριφέρεται ως **κανονικό νευτώνιο υγρό**,αντιθέτως στη φάση II συμπεριφέρεται ως υπερρευστό όπως ήδη έχει αναφερθεί.Η διαφορά τους έγκειται στη μοριακή απουσία συνεκτικότητας στη φάση II και στην άπειρη σχεδόν θερμική αγωγιμότητα.Ακριβώς αυτό το στοιχείο είναι που και εκμεταλλευόμαστε στην ψύξη με διάλυση,καθώς η παντελή έλλειψη συνεκτικότητας μας βοηθάει όταν διαχέουμε ^3He σε ^4He να τα διαχωρίζουμε κατόπιν,καθώς λόγω μηδενικής αντίστασης τα μόρια ^4He θα περάσουν από οποιαδήποτε μικρή οπή.Αυτή ακριβώς την ιδιότητα την είδαμε και στον SSR.Αυτή όμως η μετάβαση από κανονικό αέριο σε υπερρευστό δεν είναι τόσο απόλυτη όσο φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα στην πραγματικότητα ακόμα και κάτω των 2 K θα έχουμε ένα μέρος του ^4He να συμπεριφέρεται ως κανονικό αέριο,δηλαδή μία συνιστώσα κανονικού αερίου,όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.1 Σύσταση και ιδιότητες του υπερρευστού



Διάγραμμα 4.2 , συνιστώσες του ήλιου-υπερρευστού και κανονικού αερίου

Επεξηγήσεις

Superfluid component : συνιστώσα υπερρευστού

Normal component : συνιστώσα που συμπεριφέρεται ως κανονικό αέριο

Mass concentration : συγκέντρωση μάζας

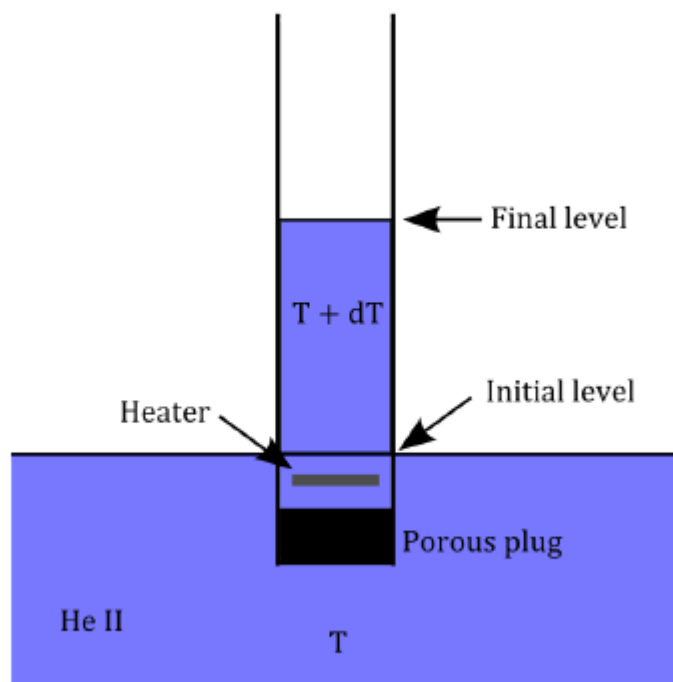
Temperature : θερμοκρασία

Βλέπουμε ότι έχουμε μία εκθετική μείωση της συνιστώσας του κανονικού αερίου, όπου από το μέγιστο για 2.177 K φθάνουμε στον μηδενισμό της για περίπου 1 K. Επομένως για θερμοκρασίες της τάξεως των mK έχουμε να κάνουμε με καθαρό υπερρευστό.

Ένα σημαντικό που ήδη τονίσθηκε προηγουμένως χαρακτηριστικό είναι η έλλειψη αντίστασης για το υπερρευστό ⁴He δηλαδή η απουσία συνεκτικότητας που αυτό αυτή

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.1 Σύσταση και ιδιότητες του υπερρευστού

ακριβώς την ιδιότητα εκμεταλλευόμαστε εδώ ειδικά στον κρυοψύκτη με διάλυση ψυχρού κύκλου που θα αναλυθεί εδώ. Επομένως ενώ ένα κανονικό ρευστό δεν μπορεί να εισέλθει από μία πολύ μικρής διαμέτρου οπή (της τάξεως των nm) αυτό δε συμβαίνει και για το υπερρευστό. Και εδώ είναι που εκμεταλλευόμαστε ένα φαινόμενο που μπορούμε να δημιουργήσουμε, το λεγόμενο και **θερμομηχανικό φαινόμενο**. Αυτό το καταλαβαίνουμε καλύτερα με βάση το παρακάτω σχήμα:



Εικόνα 4.3 , απεικόνιση του θερμομηχανικού φαινομένου

Επεξηγήσεις

Heater : θερμαντήρας

Final Level : αρχικό επίπεδο υγρού Φέρμι

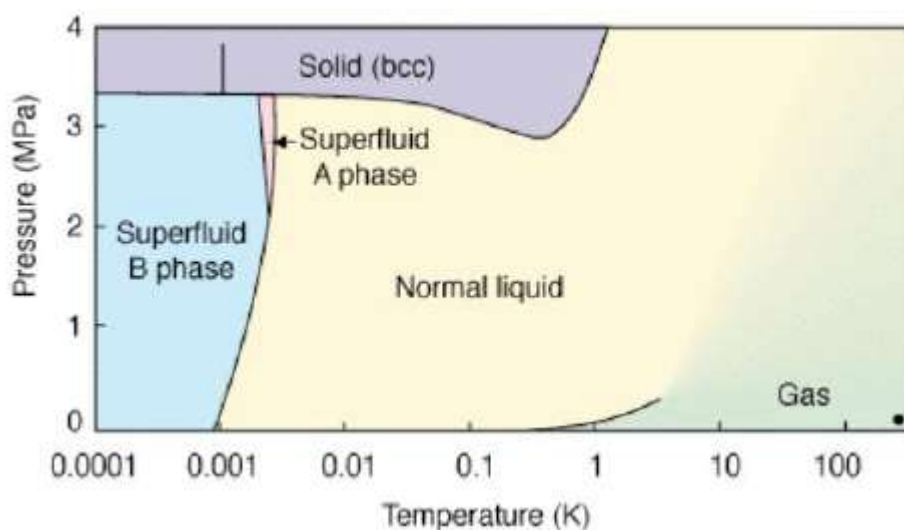
Initial Level : τελικό επίπεδο υγρού Φέρμι

Porous plug : πορώδες βύσμα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.1 Σύσταση και ιδιότητες του υπερρευστού

Όπως φαίνεται έχουμε υγρό ^4He σε ένα αρχικό επίπεδο που διαπερνά ελεύθερα ένα πορώδες υλικό που κανονικά σε μεγαλύτερες θερμοκρασίες δε θα μπορούσε να το διαπεράσει. Ακριβώς από πάνω έχουμε εμβαπτίσει μία αντίσταση. Θερμαίνοντας η αντίσταση ανεβάζει τη θερμοκρασία στο γύρω μέρος του υγρού υπερρευστού ^4He αναγκάζοντάς το να γίνει κανονικό αέριο. τότε όμως αυτό το μέρος δεν μπορεί να διαπεράσει τις οπές και συνεπώς θα συσσωρευτεί πάνω στο υπερρευστό (με ανάλογες συνιστώσες υπερρευστού-κανονικού ενδιάμεσα). Έτσι θα αρχίσει η στάθμη να ανεβαίνει μέχρι ένα σημείο. Ακριβώς αυτή την ιδιότητα θα εκμεταλλευτούμε.

Το δεύτερο βασικό στοιχείο στο μίγμα που ήδη έχει αναλυθεί είναι το ^3He για το οποίο το διάγραμμα φάσης είναι το εξής:



Διάγραμμα 4.4 , διάγραμμα φάσης του ^3He

Επεξηγήσεις

Superfluid B phase : B φάση υπερρευστού

Superfluid A phase : A φάση υπερρευστού

Normal liquid : κανονικό αέριο

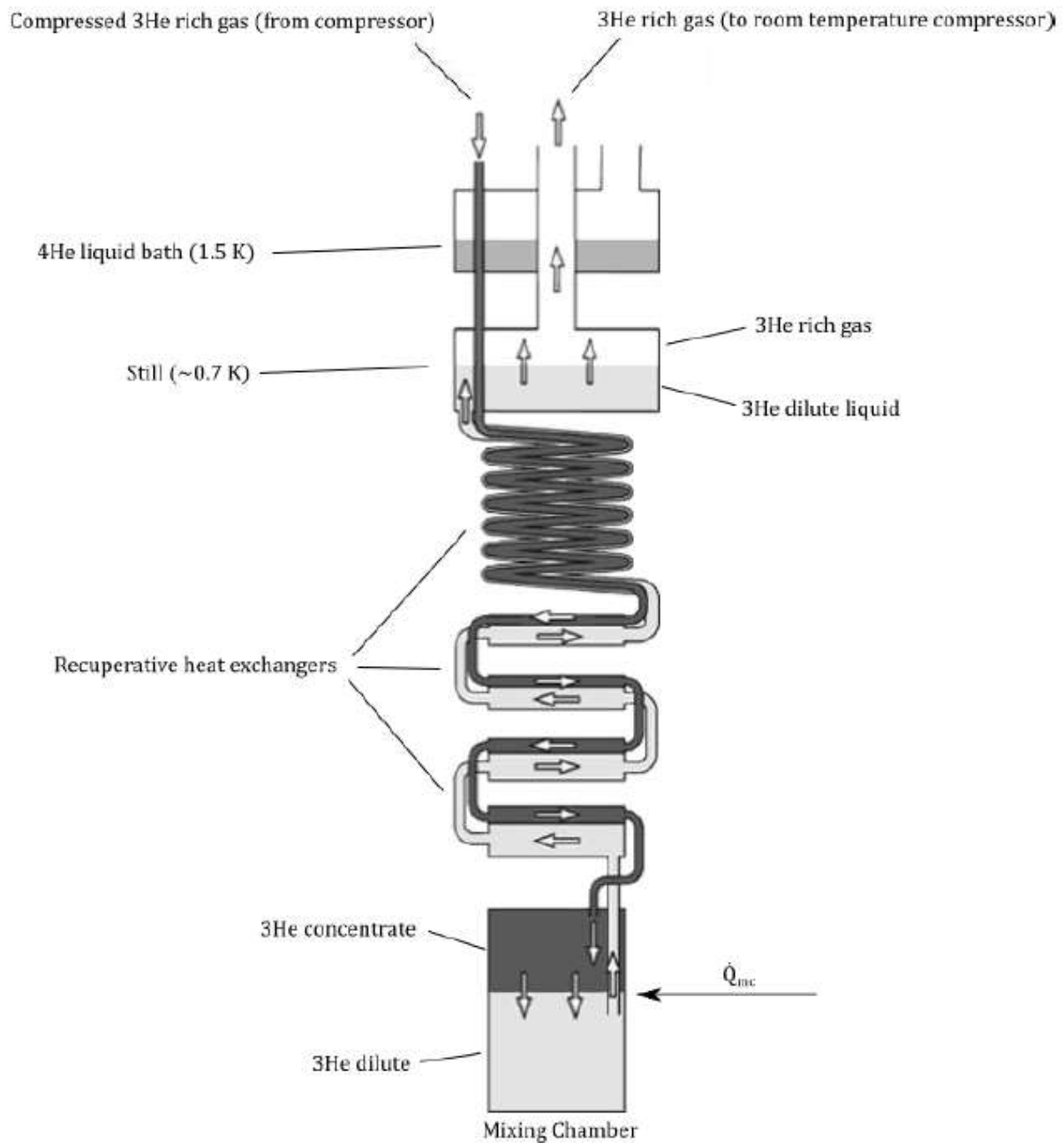
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.1 Σύσταση και ιδιότητες του υπερρευστού

Gas,Solid : αέριο,στερεό

Παρατηρούμε ότι πρακτικά το ^3He δεν μπορεί να συμπεριφερθεί ως υπερρευστό παρά μόνο για θερμοκρασίες κάτω του 1 mK. Άρα αυτή τη βασική διαφορά θα εκμεταλλευτούμε για την παρουσίαση του κρυοψύκτη με διάλυση σε μίγμα ^3He - ^4He .

Κατόπιν θα δούμε αναλυτικά πως λειτουργεί μία ψυκτική μηχανή με διάλυση, παρακάτω φαίνεται το απλοποιημένο σχήμα μίας τέτοιας μηχανής. Ήδη έχουν γίνει κάποιες σύντομες περιγραφές στο πως λειτουργεί τώρα θα δούμε αναλυτικά τη λειτουργία:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.1 Σύσταση και ιδιότητες του υπερρευστού



Εικόνα 4.5 , απεικόνιση της όλης εγκατάστασης

Επεξηγήσεις

Mixing Chamber : δοχείο ανάμιξης

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.1 Σύσταση και ιδιότητες του υπερρευστού

^3He concentrate : συγκεντρωμένη φάση

^3He dilute : διαλυμένη φάση

Recuperative heat exchangers : εναλλάκτες με αναγέννηση

Still : δοχείο ηρεμίας

^3He dilute liquid : διαλυμένη υγρή φάση

^3He rich gas : φάση πλούσια σε αέριο ήλιο

Compressed ^3He rich gas : συμπιεσμένο μίγμα πλούσιο σε ^3He

Όπως έχει ήδη αναφερθεί η ψύξη με διάλυση χρησιμοποιεί την ενδοθερμική μίξη της συγκεντρωμένης φάσης ^3He με τη διαλυμένη φάση του για να προσδώσει θερμοκρασίες κοντά στο απόλυτο μηδέν.

Πρώτα όπως φαίνεται εισάγουμε σε μεγάλη πίεση ^3He , στο θερμό μέρος της μηχανής μας όπου και εκτονώνεται και συμπυκνώνεται διαχέοντας θερμότητα σε ένα λουτρό ^4He βρίσκεται στους 1.5 K. Μετά τη συμπύκνωση η συγκεντρωμένη φάση υποψύχεται και άλλο από το αντιρροής ρεύμα ^3He που επιστρέφει από το δοχείο ανάμιξης διαμέσου των εναλλακτών με αναγέννηση. Κατόπιν τούτου επιστρέφει με πολύ χαμηλότερη θερμοκρασία στο δοχείο ανάμιξης, όπου και έχουμε τη συγκεντρωμένη φάση να επιπλέει, καθώς ήδη έχει αναφερθεί, της διαλυμένης φάσης. Οπότε και τα μόρια του ^3He διαχέονται στη διαλυμένη φάση υπερρευστού, μία διαδικασία ενδοθερμική με την οποία απορροφάται θερμότητα και ρίχνουμε εκτός την θερμοκρασία. Κατόπιν έχουμε έξοδο του πλεονάζοντος ($\geq 6.6\%$) ^3He σε κατάσταση υπερρευστού διαμέσου του αναγεννητή HEX οπότε και ψύχει το κατά αντιρροή εισερχόμενο ^3He . Κατόπιν εισέρχεται στο δοχείο ηρεμίας όπου και έχουμε $T=700$ mK, εκεί ατμοποιείται το ^3He από το μίγμα και έτσι επιτυγχάνουμε διαχωρισμό, με το αέριο να είναι κατά 90% καθαρό ^3He . Το οποίο αργότερα φθάνει τη θερμοκρασία περιβάλλοντος και εισέρχεται στο συμπιεστή.

Όπως βλέπουμε έχουμε έναν συνεχή κύκλο διεργασιών ψύξης, υπάρχουν όμως και κάποια μειονεκτήματα σε αυτό που σχετίζονται με πιθανά προβλήματα που μπορεί να

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.1 Σύσταση και ιδιότητες του υπερρευστού

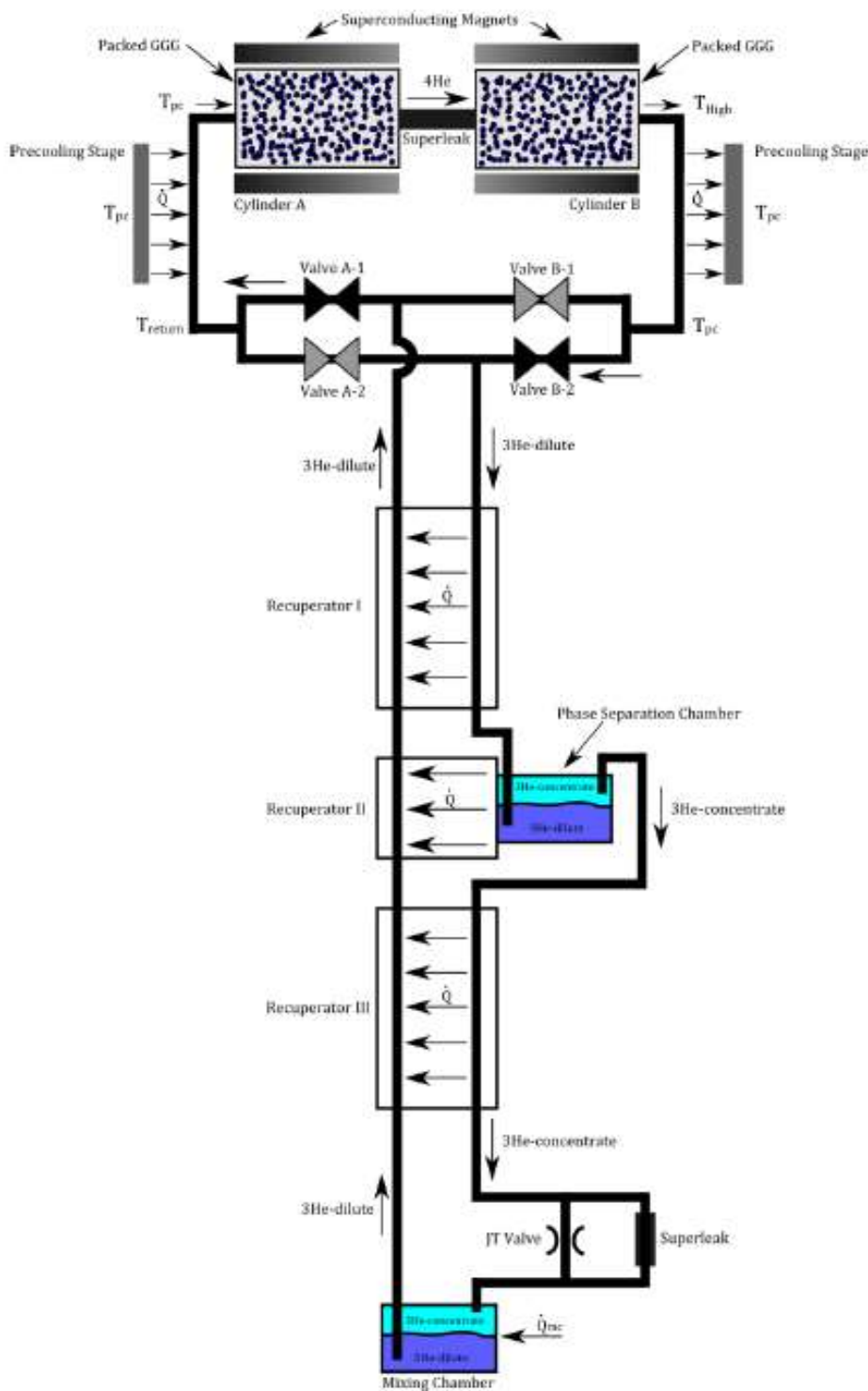
παρουσιάσει η χρήση του συμπιεστή. Κατά τα άλλα είναι η ιδανική μέθοδος για επίτευξη τόσο χαμηλών θερμοκρασιών. Ακριβώς όμως αυτά τα μειονεκτήματα έρχεται να υπερκαλύψει η **ψύξη με διάλυση ψυχρού κύκλου**.

Αυτό που εκμεταλλεύεται αυτής της μορφής η ψύξη είναι την αντικατάσταση του συμπιεστή. Αντί να ατμοποιούμε το ${}^3\text{He}$ συμπιεζοντάς το κατόπιν σε μεγάλες θερμοκρασίες και συμπυκνωνοντάς το με χρήση ${}^4\text{He}$ για να παράγουμε τη συγκεντρωμένη φάση, ο ψυχρός κύκλος διατηρεί το μίγμα στην υγρή του μορφή. Αυτό επιτυγχάνεται με έξυπνη εκμετάλλευση των υπεροπών (πολύ μικής διαμέτρου οπών) και του θερμομηχανικού φαινομένου για να σχηματιστεί η συγκεντρωμένη φάση του ${}^3\text{He}$ από το μίγμα που επιστρέφει. Δε χρειαζόμαστε επομένως μηχανικά μέρη όπως του συμπιεστή καθώς το θερμομηχανικό φαινόμενο από μόνο του δημιουργεί κλίσεις πίεσεως στο υγρό μίγμα απλώς προκαλώντας θερμοκρασιακές μεταβολές στις οπές. Αυτές οι θερμοκρασιακές μεταβολές μπορούν να επιτευχθούν για την ψύξη και θέρμανση αντίστοιχα του ηλίου με παραμαγνητικά υλικά, όπως το παραμαγνητικό άλας, του οποίου οι επιτυγχανόμενες θερμοκρασίες μπορούν να ελεγχθούν με την εφαρμογή ενός μαγνητικού πεδίου. Επομένως αποφεύγουμε και τη χρήση του δοχείου ηρεμίας παρά διάφορες βαλβίδες για τον έλεγχο της ροής του ήλιου καθώς και ένα ακόμη δοχείο για τον διαχωρισμό της συγκεντρωμένης από τη διαλυμένη φάση πριν την είσοδο στο δοχείο ανάμιξης.

4.2 Επεξήγηση των φάσεων διάλυσης και των διεργασιών

Παρακάτω φαίνεται σχηματικά η παράσταση ενός κρυοψύκτη με διάλυση ψυχρού κύκλου όπου βλέπουμε πως απουσιάζει η διαδικασία ατμοποίησης και τη θέση της έχει ένα σύστημα βαλβιδών και υπεραγωγίμων μαγνητών και παραμαγνητικού άλατος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.2 Επεξήγηση των φάσεων διάλυσης και των διεργασιών



Εικόνα 4.6 , απεικόνιση του τρόπου λειτουργίας του συστήματος διάλυσης και των μαγνητικών αντλιών καθώς και των στραγγαλιστικών βαλβίδων

Επεξήγηση

Superconducting magnets : υπεραγώγιμοι μαγνήτες

Cylinder A/B : κύλινδρος A/B

Packed GGG : παραμαγνητικό υλικό GGG

Precooling Stage : βαθμίδα πρόψυξης

Valve A-1/A-2/B-1/B-2 : βαλβίδες ρύθμισης ροής υπερρευστού A-1/A-2/B-1/B-2

Recuperator I/II /III: αναγεννητής I/II/III

Phase separation chamber : δοχείου διαχωρισμού φάσεως

Superleak : υπεροπή

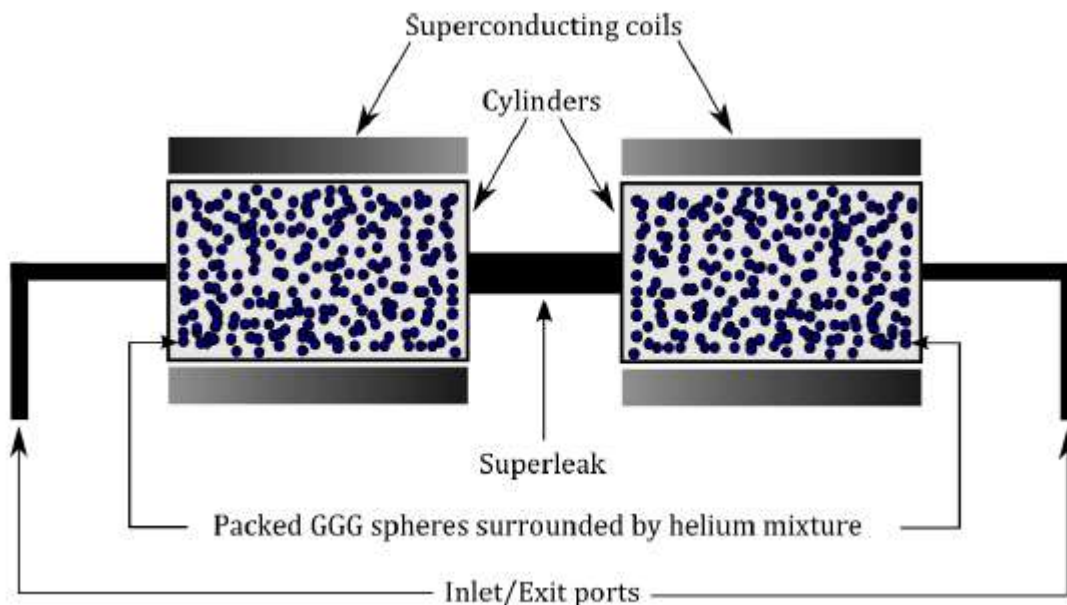
Mixing chamber : δοχείο ανάμιξης

Συνοπτικά μπορούμε να αναφέρουμε ότι το υγρό ^3He φεύγει από το δοχείο ανάμιξης στη διαλυμένη φάση που βρίσκεται,εισερχόμενο σταδιακά σε τρεις εναλλάκτες από όπου του προσδίδεται θερμότητα κατ'αντιρροή.Το ρόλο του ατμοποιητή και συμπιεστή έχει αντικαταστήσει μία **αναστρέψιμη μαγνητική αντλία υπερρευστού**.Αυτή η αντλία χρησιμοποιεί το θερμομηχανικό φαινόμενο(αλλιώς φαινόμενο του κρουνού) ώστε να διαχωρίσει τα δύο ισότοπα του He και να επιτυγχάνει την κυκλοφορία του μίγματος χωρίς την ανάγκη όπως είπαμε της ατμοποίησης του ^3He από το υγρό μίγμα και κατόπιν της συμπιεσεώς του σε συμπιεστή.Αυτή η μαγνητική αντλία προμηθεύει και αφαιρεί θερμότητα από το μίγμα ηλίου με τον καθορισμό της εντροπίας του παραμαγνητικού άλατος,τοποθετημένο σε θερμική αγωγή με το ήλιο,μέσω της εκμετάλλευσης του εφαρμοζόμενου μαγνητικού πεδίου.Επίσης παρατηρούμε ότι εφαπτόμενα της αντλίας είναι δύο εναλλάκτες θερμότητας οι οποίοι επιτρέπουν την πρόσδοση και απόρριψη θερμότητας από το μίγμα ήλιου.Επίσης παρατηρούμε ένα σετ τεσσάρων βαλβιδών.Η χρήση τους οφείλεται στο γεγονός ότι η ροή του μίγματος ηλίου παραγόμενη από τη μαγνητική αντλία παρουσιάζει ταλαντώσεις στο χρόνο εξαιτίας του μαγνητικού πεδίου που εφαρμόζεται στους δύο κυλίνδρους.Επομένως χρειαζόμαστε το σετ βαλβιδών ώστε να ανορθώνουμε κάθε χρονική στιγμή τη ροή μίγματος και να παρέχουν τη συνεχή ροή μίγματος ηλίου για το υπόλοιπο σύστημα.Κατόπιν μετά και το δεύτερο εναλλάκτη με αναγέννηση έχουμε ένα δοχείο διαχωρισμού,όπου διαχωρίζουμε τη συγκεντρωμένη

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.2 Επεξήγηση των φάσεων διάλυσης και των διεργασιών

φάση από τη διαλυμένη,την οποία συγκεντρωμένη θα επαναχρησιμοποιήσουμε,όπως είχαμε δει και στο απλό σύστημα ψύξης με διάλυση.Κατόπιν η συγκεντρωμένη φάση εισέρχεται μίας βαλβίδας Joule Thomson (JT) σε παραλληλία με μία υπεροπή όπου έχουμε εκτόνωση του μίγματος ενώ διατηρούμε σταθερό το χημικό δυναμικό.Μετάπειτα η συγκεντρωμένη φάση εισέρχεται το δοχείο ανάμιξης και επαναλαμβάνεται η διαδικασία.

Παρακάτω θα γίνει μία εκτενής εξήγηση γιατί κάνουμε χρήση της μαγνητική αντλίας και του παραμαγνητικού άλατος,όπως φαίνεται στο σχήμα:



Εικόνα 4.7 , σχηματική απεικόνιση των μαγνητικών αντλιών

Επεξήγηση

Inlet/Exit ports : είσοδος/έξοδος μίγματος

Superconducting coils : υπεραγωγικά πηνία

Έχουμε δύο κυλίνδρους μονωμένους από ανοξείδωτο χάλυβα,όπου μέσα έχουμε ένα πηνίο να περικυκλώνει το παραμαγνητικό άλας ή GGG για την περίπτωση μας.Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι η ανάπτυξη κλίσης πίεσης,δηλαδή η δημιουργία υπερπίεσης εντός του αριστερού κυλίνδρου και υποπίεσης στον δεξί,όπου συνδέονται με μία υπεροπή,η οποία θα επιτρέπει στο υπερρευστό να την διαπεράσει.Η μεγάλη κλίση πίεσης θα ωθεί

συνεχώς το μίγμα από το έναν κύλινδρο στον άλλον και συνεπώς θα αντικαταστήσει τον συμπίεστή. Αυτό σημαίνει δηλαδή ότι θα εκμεταλλευτούμε το θερμομηχανικό φαινόμενο η φαινόμενο του κρουνού, όπου θερμαίνοντας μετατρέπουμε μέρος του υπερρευστού σε κανονικό πιεζοντάς το προς τα δεξιά, στον άλλο κύλινδρο. Άρα θα πρέπει να αυξήσουμε τη θερμοκρασία στον αριστερό κύλινδρο. Το μαγνητοκαλορικό φαινόμενο ακριβώς μας λέει ότι ασκώντας μαγνητική δύναμη μέσω των πηνίων στο μαγνητικό άλας, του αυξάνουμε την εντροπία μεταβάλλοντας έτσι την θερμοκρασία δημιουργώντας την ανάλογη κλίση θερμοκρασίας και την ανάλογη κλίση πίεσης. Αυξάνοντας την ένταση του μαγνητικού πεδίου, B , αυξάνουμε τη θερμοκρασία και μειώνουμε την εντροπία. Μείωση της εντροπίας σημαίνει πολύ απλά την αποβολή θερμότητας από το παραμαγνητικό άλας, G_{GG} , δηλαδή την πρόσδοση θερμότητας στο μίγμα. Από την άλλη μείωση της έντασης, B , σημαίνει αύξηση της εντροπίας για το G_{GG} , άρα και απορρόφηση θερμότητας από το μίγμα, καθώς όπως είπαμε είναι μονωμένοι οι δύο κύλινδροι.

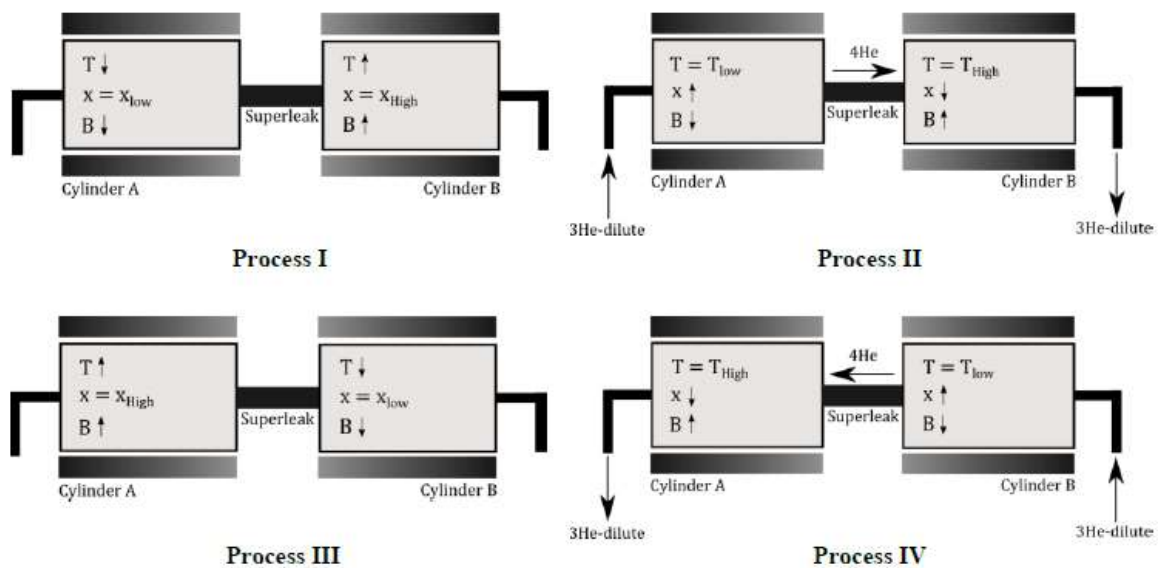
Επειδή το σύστημα είναι ένα κλειστό, μονωμένο τότε θα ισχύει και η ανάλογη σχέση για την απορρόφηση η αποβολή θερμότητας από το παραμαγνητικό άλας:

$$Q = -T \cdot dS_{GGG} \quad (4.2.1)$$

Άρα ο έλεγχος της εντροπίας του G_{GG} σε κάθε κύλινδρο με την επιβολή του ανόλογου μαγνητικού πεδίου επιτρέπει στη μαγνητική αντλία να δημιουργήσει μία θερμοκρασία κλίση στην υπεροπή, δημιουργώντας έτσι το φαινόμενο του κρουνού, δηλαδή θερμαίνοντας το μίγμα ηλίου. Ταυτόχρονα στον δεξιά κύλινδρο θα γίνεται το αντίθετο με αφαίρεση θερμότητας, δηλαδή με μείωση της B .

Η διαδικασία αυτή με την οποία δημιουργούνται οι αντίστοιχες κλίσεις θερμοκρασιών και άρα και πιέσεων περιγράφονται παρακάτω με τη βοήθεια του ανάλογου σχήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.2 Επεξήγηση των φάσεων διάλυσης και των διεργασιών

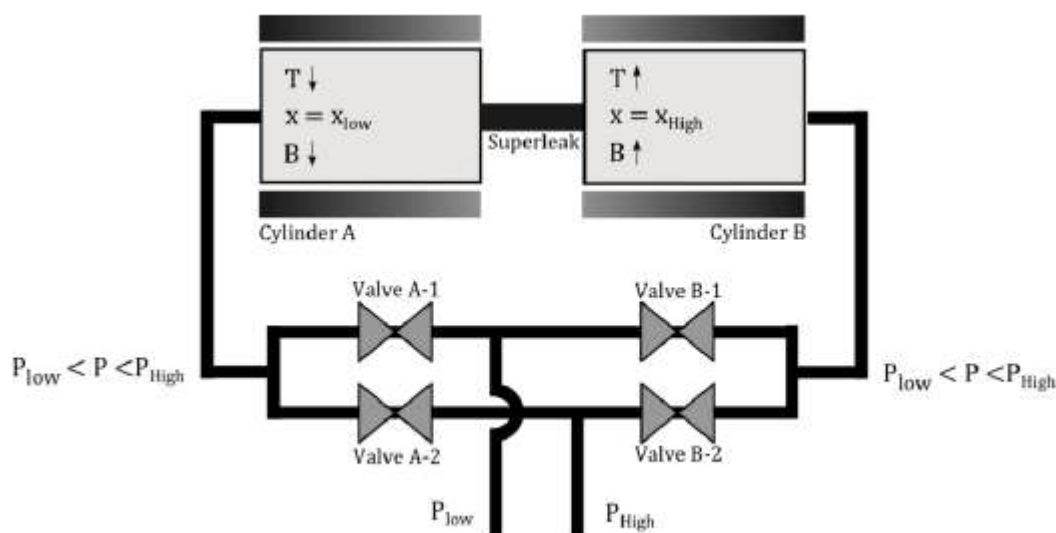


Εικόνα 4.8 , απεικόνιση των τεσσάρων διεργασιών λειτουργίας

Στο αρχικό στάδιο έχουμε τη χαμηλότερη δυνατή συγκέντρωση ^3He στον κύλινδρο A και τη μεγαλύτερη δυνατή θερμοκρασία. Στο δεύτερο κύλινδρο, B, έχουμε το ακριβώς αντίθετο. Εμείς αυτό που θέλουμε να κάνουμε για να πετύχουμε διαφορά πίεσης με το φαινόμενο του κρουνού είναι την αύξηση της θερμοκρασίας στο κύλινδρο B, κάτι που το πετυχαίνουμε με αύξηση του B, δηλαδή την απομάκρυνση θερμότητας από το άλας, ενώ ταυτόχρονα μειώνουμε την B στον κύλινδρο A, για να μειώσουμε τη θερμοκρασία. Οι ποσότητες ^3He και για τους δύο κυλίνδρους παραμένουν μέχρι στιγμής σταθερές, καθώς το ήλιο εμποδίζεται από το να βγεί ή να εισέλθει στους κυλίνδρους από τις βαλβίδες που είχαμε δει προηγουμένως. Επίσης η υπεροπή εμποδίζει κάθε μετακίνηση του ^3He μεταξύ των κυλίνδρων. Στο επόμενο στάδιο έχουμε διατήρηση των θερμοκρασιών σταθερών, και έχουμε ελεύθερη τη μετακίνηση για το ήλιο, δηλαδή την εξοδό του από τον κύλινδρο B. Η έξοδος αυτή στον κύλινδρο αναπληρώνεται από υπερρευστό ^4He που θα περάσει πλέον ελεύθερα από τις οπές. Επίσης θα έχουμε επιστροφή του ^3He του συστήματος στον κύλινδρο A. Έτσι έχουμε καθαρά την αντικατάσταση του ^3He στον κύλινδρο B με υπερρευστό ^4He , ενώ το ακριβώς αντίθετο συμβαίνει στον κυλινδρο A από όπου χάνουμε το υπερρευστό και αναπληρώνεται συνεχώς με ^3He . Τώρα αυτό που κάνουμε είναι να αυξήσουμε την ένταση B στον δεύτερο κύλινδρο και να την μειώσουμε στον πρώτο, A. Εδώ σε αντίθεση με το πρώτο στάδιο I, όπου γινότανε χρήση της μεταφοράς θερμότητας από το GGG για τη ρύθμιση της θερμοκρασίας, αυτή η διεργασία

χρησιμοποιεί την μεταφορά θερμότητας για να διατηρήσει τις θερμοκρασίες του GGG και του ήλιου καθώς το ρεύμα συναγωγής του μίγματος μεταφέρει ενέργεια εντός και εκτός των κυλίνδρων. Στη συνέχεια θα γίνει μία εκτενής αναφορά στις στραγγαλιστικές βαλβίδες που χρησιμοποιούμε σε ένα κρουψύκτη με διάλυση. Για να λειτουργήσουμε ένα κρουψύκτη με διάλυση συνεχώς, η παλλόμενη ροή της διαλυμένης φάσης He^3 που διέρχεται από τη μαγνητική αντλία πρέπει να ανορθωθεί πριν σταλεί στα επόμενα μέρη του ψυκτικού μας κύκλου. Ένα σετ τεσσάρων βαλβίδων χρησιμοποιείται πριν τον εναλλάκτη για να επιτύχει αυτή την ανόρθωση. Στα παρακάτω σχήμα βλέπουμε τη διάταξη αυτών των στραγγαλιστικών βαλβίδων:

ΔΙΕΡΓΑΣΙΑ I

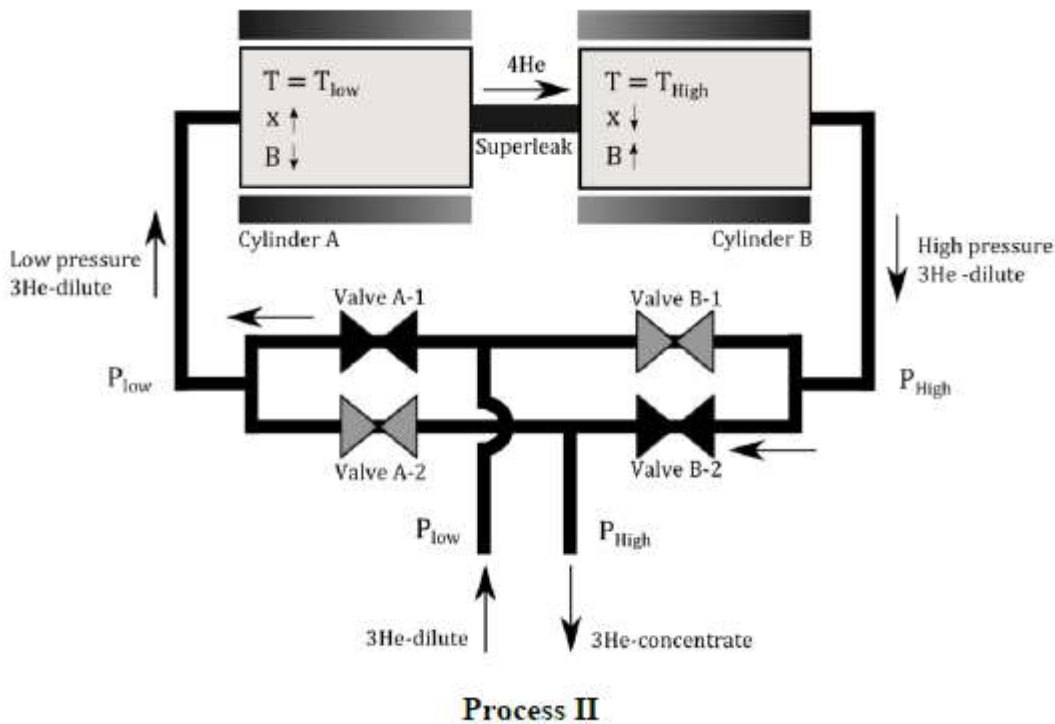


Εικόνα 4.9 , Διεργασία I

Όπως φαίνεται από το παραπάνω σχήμα οι βαλβίδες A-1 και B-1 ανοίγουν μόνο όταν η αντίστοιχη πίεση στον κύλινδρο A η B είναι μικρότερη ή ίση από την αντίστοιχη μικρότερη δυνατή πίεση της διαλυμένης φάσης του He^3 που επιστρέφει στην αντλία. Οι βαλβίδες A-2 και B-2 αντίστοιχα ανοίγουν μόνο όταν η πίεση στον αντίστοιχο κύλινδρο A η B είναι μεγαλύτερη ή ίση από αυτή του ρεύματος μεγάλης πίεσης He^3 της διαλυμένης φάσης, που επιστρέφει στο δοχείο ανάμιξης (still). Κατά τη διεργασία I κατά την οποία και οι δύο κύλινδροι A και B παρουσιάζουν μεταβολή στη θερμοκρασία και την πίεση υπό σταθερή συγκέντρωση, όλες οι βαλβίδες μένουν κλειστές, παγιδεύοντας το ήλιο να μπει μέσα στους κυλίνδρους A και B. Έτσι η πίεση αυξάνεται στον κύλινδρο B και είναι κατά

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.2 Επεξήγηση των φάσεων διάλυσης και των διεργασιών

πολύ μεγαλύτερη από αυτή του επιστρεφόμενου χαμηλής πίεσης He^3 της διαλυμένης φάσης. Η βαλβίδα B-1 παραμένει κλεισμένη κατά τη διεργασία αυτή για να εμποδίσει την ροή από τον υψηλής θερμοκρασίας κύλινδρο στην επιστρεφόμενη ροή χαμηλής πίεσης της διαλυμένης φάσης. Παρότι η πίεση στον κύλινδρο B είναι μεγαλύτερη από το ρεύμα χαμηλής πίεσης είναι ακόμη μικρότερη από το ρεύμα μεγάλης πίεσης, έτσι ώστε η βαλβίδα B-2 να χρειάζεται να παραμείνει και αυτή κλειστή. Ο τρόπος λειτουργίας των βαλβίδων A-1 και A-2 είναι ακριβώς το ανάποδο του τρόπου λειτουργίας για τον κύλινδρο B, καθώς ο κύλινδρος A μειώνεται σε θερμοκρασία και πίεση, κατά τη διεργασία I. Σε αυτή τη περίπτωση η βαλβίδα A-1 παραμένει κλειστή επειδή η πίεση στον κύλινδρο A δεν έχει πέσει κάτω από την πίεση του ρεύματος χαμηλής πίεσης της διαλυμένης φάσης, ενώ η βαλβίδα A-2 είναι κλειστή παρομοίως για να εμποδίσει τη ροή του ρεύματος υψηλής πίεσης της διαλυμένης φάσης στον κύλινδρο A.



Εικόνα 4.10 , διεργασία II

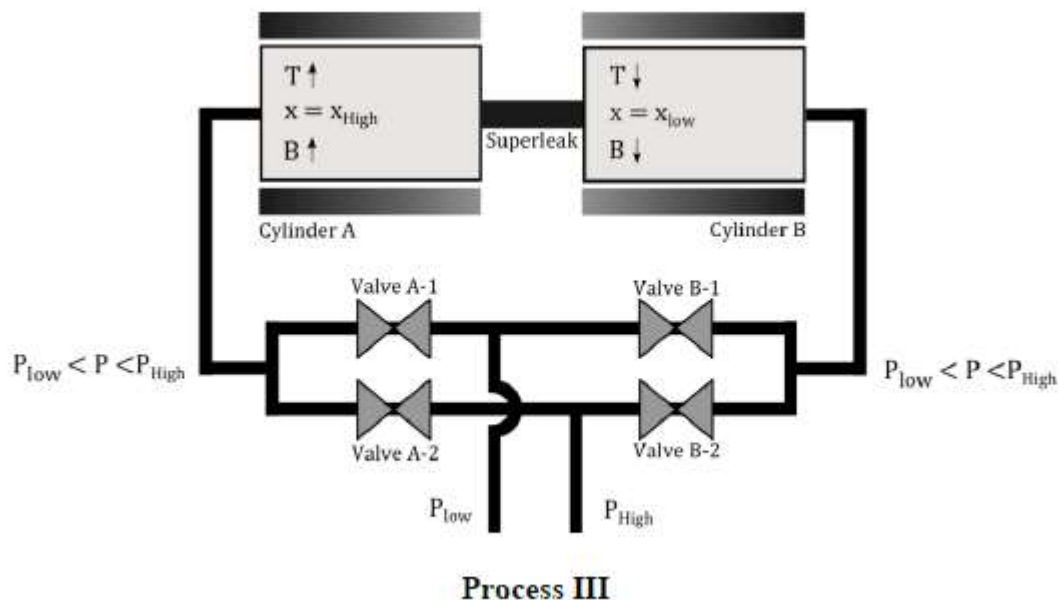
ΔΙΕΡΓΑΣΙΑ 2

Κατά τη δεύτερη διεργασία έχουμε σταθερές θερμοκρασίες και πιέσεις έτσι ώστε μία βαλβίδα σχετιζόμενη με τον κάθε κύλινδρο να παραμένει ανοιχτή ώστε να επιτρέπει τη

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.2 Επεξήγηση των φάσεων διάλυσης και των διεργασιών

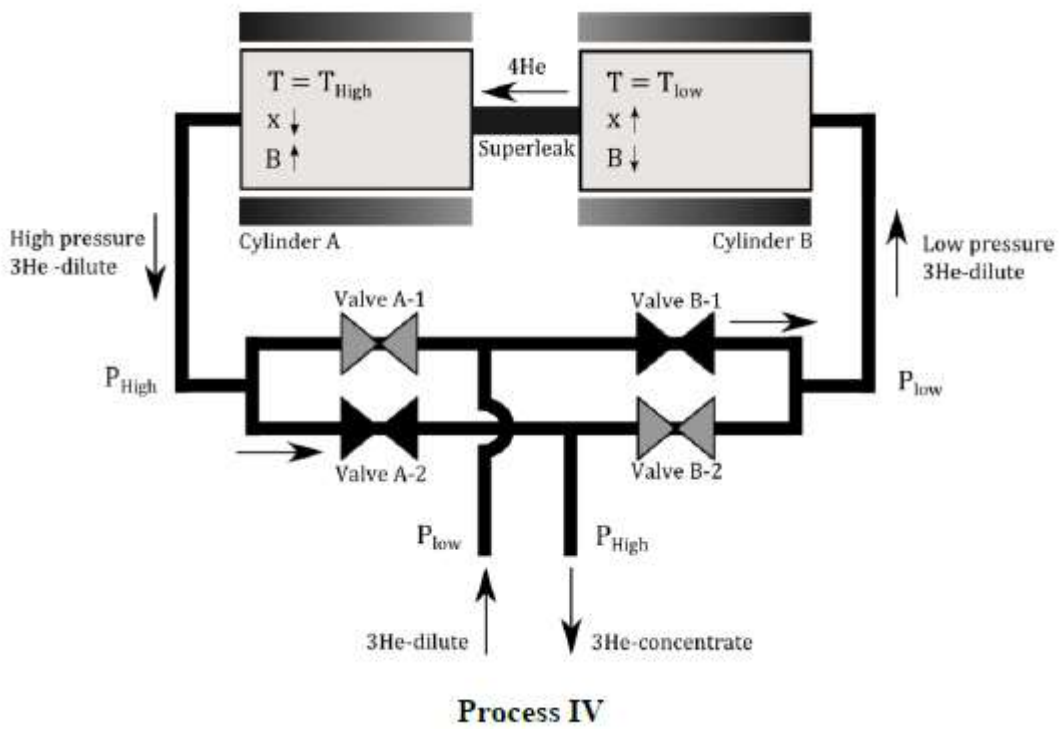
ροή από τον κύλινδρο Β στον κύλινδρο Α. Κατά τη διάρκεια αυτής της διεργασίας οι βαλβίδες Β-2 και Α-1 παραμένουν ανοιχτές, επιτρέποντας στο ρεύμα υψηλής πίεσης της διαλυμένης φάσης να ρέει από τον κύλινδρο Β στην πλευρά υψηλής πίεσης του ψυκτικού κύκλου. Την ίδια στιγμή το χαμηλής πίεσης ρεύμα της διαλυμένης φάσης επιστρέφει στον κύλινδρο Α. Οι βαλβίδες Β-1 και Α-2 παραμένουν κλειστές για να εμποδίσουν το ρεύμα υψηλής πίεσης της διαλυμένης φάσης από τον κύλινδρο Β να αναμιχθεί με το ρεύμα χαμηλής πίεσης που επιστρέφει στον κύλινδρο Α.

Κατά τον ίδιο τρόπο εξηγούνται και οι λειτουργίες των βαλβιδών στις υπόλοιπες δύο διεργασίες.



Εικόνα 4.11 , διεργασία III

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.2 Επεξήγηση των φάσεων διάλυσης και των διεργασιών



Εικόνα 4.12 , διεργασία IV

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.3 Αναλυτικές σχέσεις και αλγόριθμοι για τις τέσσερις διεργασίες στη διάλυση

4.3 Αναλυτικές σχέσεις και αλγόριθμοι για τις τέσσερις διεργασίες στη διάλυση

Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι η κατάσταση των συγκεντρώσεων συναρτήσει του χρόνου που μπορούν να εξηγήσουν τι συμβαίνει στη κάθε διεργασία χωριστά. Μας ενδιαφέρει η μεταβολή της συγκεντρώσεως σε μία συνολικά σταθερή μεταβολή του χρόνου για ένα δεδομένο μαγνητικό πεδίο.

ΔΙΕΡΓΑΣΙΑ Ι

Η γενική εξίσωση που διέπει έναν πεπερασμένο όγκο για μία είσοδο και μία έξοδο είναι:

$$n_{3Hein} s_{Hein} - n_{3Heout} s_{Heout} + \frac{Q}{T_{boundary}} + S_{gen} = \frac{dS_{cv}}{dt} \quad (4.3.1)$$

Όπου με s συμβολίζεται η γνωστή ειδική εντροπία. Κατά την πρώτη διεργασία επειδή είναι κλειστές οι βαλβίδες έχουμε τις εξής συνθήκες.

1. Κανένα He δεν εισέρχεται ή εξέρχεται από τον όγκο αναφοράς.

2. Δε λαμβάνει χώρα καμία μεταφορά θερμότητας με το περιβάλλον.

3. Οι κλίσεις θερμοκρασιακής μεταβολής μέσα στον όγκο αναφοράς είναι αμελητέες και συνεπώς η διεργασία είναι αναστρέψιμη και δεν έχουμε παραγωγή εντροπίας, δηλαδή

$$S_{gen} = \frac{dS_{cv}}{dt} = 0. \text{ Όπως γνωρίζουμε στον κύλινδρο B έχουμε παραμαγνητικό υλικό GGG το}$$

οποίο δημιουργεί μαγνητικό πεδίο και παράγει εντροπία, dS_{ggg} . Έτσι για να έχουμε συνολικά παραγόμενη εντροπία ίση με 0 πρέπει η μείωση της εντροπίας του GGG λόγω αύξησης του B να ακολουθείται και από μία ανάλογη αντίθετη αύξηση της εντροπίας στο μίγμα He. Με άλλα λόγια έχουμε μεταφορά εντροπίας από τις σφαίρες του υλικού GGG στο μίγμα He.

Η εντροπία του He είναι μία συνάρτηση της συγκέντρωσης και της θερμοκρασίας δηλαδή:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.3 Αναλυτικές σχέσεις και αλγόριθμοι για τις τέσσερις διεργασίες στη διάλυση

$$s_{He} = s_{He}(x, T) \quad (4.3.2)$$

Και επίσης ισχύουν οι εξής σχέσεις:

$$s_{ggg} = s_{ggg}(B, T) = R \left[\frac{x_c}{2J} \coth\left(\frac{x_c}{2J}\right) - \frac{(2J+1)x_c}{2J} \coth\left(\frac{(2J+1)x_c}{2J}\right) + \ln\left[\frac{\sinh\left(\frac{(2J+1)x_c}{2J}\right)}{\sinh\left(\frac{x_c}{2J}\right)}\right] \right]$$

$$x_c = \frac{\beta J g}{kT} \sqrt{b^2 + B^2}$$

$$R = 8.314 \text{ J / K mol}, \beta = 9.274 \cdot 10^{-24} \text{ J / T}, k = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J / K}, b = 0.481T, J = 3.5, g = 2 \quad (4.3.3)$$

Άρα η μηδενική παραγωγή εντροπίας συνεπάγεται την εξής σχέση:

$$0 = \frac{d(n_{3He,i} s_{He}(x))}{dt} + \frac{d(n_{GGG} s_{GGG}(B, T))}{dt} \rightarrow \quad (4.3.4)$$

$$0 = n_{3He} \int_i^{ii} \frac{d(s_{He}(x, T))}{dt} + n_{GGG} \int_i^{ii} \frac{d(s_{GGG}(B, T))}{dt}$$

Καθώς ο χρόνος t αναφέρεται από την κατάσταση i στη ii. Όπου επίσης έχουμε

$$n_{3He} = \frac{\gamma V_{cyl}}{V_{3He}}, \quad \text{άρα } n_{3He} = n_{3He}(x, V_{cyl}, \gamma) \quad (4.3.5)$$

$$V_{3He} = \left(\frac{27.58}{x} + 7.60x + 1.65x^2 \right) 10^{-6}$$

Για τη μοριακή μεταβολή του υλικού GGG ισχύει

$$n_{GGG} = \frac{(1-\gamma)V_{cyl}\rho_{GGG}}{MM_{GGG}}, \rho_{GGG} = 7080, MM_{GGG} = 1.01235 \quad (4.3.6)$$

Άρα γενικώς ισχύει:

$$0 = n_{3He}(x, V_{cyl}, \gamma)[s_{He}(x, T) - s_{He}(x, T)] + n_{GGG}(V_{cyl}, \gamma)[s_{GGG}(B_{ii}, T_{ii}) - s_{GGG}(B_i, T_i)]$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.3 Αναλυτικές σχέσεις και αλγόριθμοι για τις τέσσερις διεργασίες στη διάλυση

Άρα με δεδομένα τα κατασκευαστικά στοιχεία της παραμαγνητικής αντλίας έχουμε την όλη εξάρτηση από το χρόνο, τη θερμοκρασία και τις συγκεντρώσεις.

ΔΙΕΡΓΑΣΙΑ III

Θα αναφερθούμε στην τρίτη κατά σειρά διεργασία και όχι στη δεύτερη γιατί η τρίτη είναι το ακριβώς αντίστροφο της πρώτης. Εδώ έχουμε αντιστροφή του μαγνητικού

πεδίου. Πάλι

$$S_{gen} = \frac{dS_{cv}}{dt} = 0 \rightarrow 0 = \frac{d(n_{3He,iii} s_{He}(x_{iii}, T))}{dt} + \frac{d(n_{GGG} s_{GGG})}{dt} \quad (4.3.7)$$

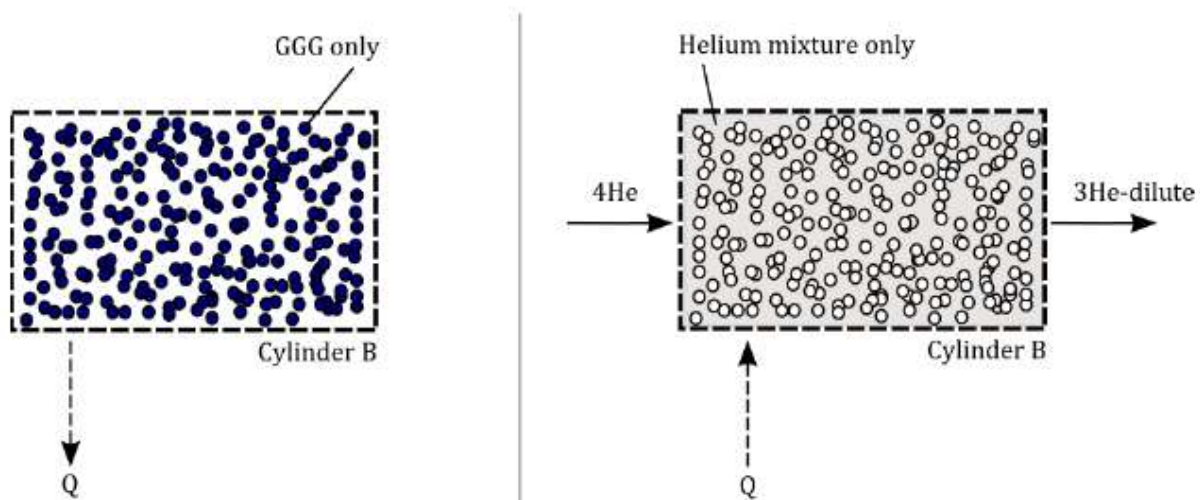
$$\rightarrow 0 = n_{3He,iii} \int_{iii}^{iv} \frac{d(s_{He}(x, T))}{dt} + n_{GGG} \int_{iii}^{iv} \frac{d(s_{GGG}(B, T))}{dt}$$

Άρα με αντικατάσταση στην αρχική σχέση παίρνουμε:

$$0 = n_{3He,iii}(x, V_{cyl}, \gamma) [s_{He,iii}(T_{iv}) - s_{He,iii}(T_{iii})] + n_{GGG}(V_{cyl}, \gamma) [s_{GGG}(B_{iv}, T_{iv}) - s_{GGG}(B_{iii}, T_{iii})]$$

ΔΙΕΡΓΑΣΙΑ II

Εδώ έχουμε σταθερή θερμοκρασία και άντληση He.



Εικόνα 4.13 , απεικόνιση της μοριακής κατάστασης στον κύλινδρο B

Επεξηγήσεις

Helium mixture only : μόνο μίγμα ήλιου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.3 Αναλυτικές σχέσεις και αλγόριθμοι για τις τέσσερις διεργασίες στη διάλυση

GGG only : μόνο παραμαγνητικό υλικό

Όπως βλέπουμε έχουμε μία μεταφορά θερμότητας από το παραμαγνητικό GGG στο He. Σε αντίθεση με τις διεργασίες I και III, η διεργασία II έχει ροή συναγωγιμότητας του He που εισέρχεται και βγαίνει από τον κύλινδρο. Καθώς έχουμε το καθαρό He⁴ να αναπληρώνει το μίγμα He³-He⁴ που βγαίνει από την υπεροπή, έτσι έχουμε μεταφορά μάζας και συνεπώς έχουμε μεταβολή της εντροπίας. Εδώ επομένως θα υποθέσουμε δύο όγκους αναφοράς, έναν για το He και έναν για το GGG. Εδώ θα μας χρησιμέψουν οι εξής σχέσεις:

$$h_{os} = h_{He} = \left(\frac{1-x}{x}\right) \mu_{4He} \quad (4.3.8) \text{ για την οσμωτική ενθαλπία}$$

$$n_{3He,in} h_{os,in} + n_{4He,in} \mu_{4He} - n_{3He,out} h_{os,out} - n_{4He,out} \mu_{4He} + Q = \frac{dU_{He}}{dt} \quad (4.3.9)$$

Και επίσης λόγω παραδοχής πρέπει να ισχύει:

$$\frac{dn_{He}}{dt} = 0 = n_{4He,in} + n_{3He,in} - n_{4He,out} - n_{3He,out} \quad (4.3.10)$$

Επομένως έχουμε για το υπερρευστό He⁴ που αναπληρώνει το μίγμα:

$$n_{4He,in} = n_{4Heout} + n_{3Heout} \quad (4.3.11)$$

Για την παραγόμενη εντροπία ισχύει:

$$S_{gen} - \frac{Q}{T_{ii}} = \frac{dS_{GGG}}{dt} \text{ και η γενική εξίσωση παίρνει τη μορφή:}$$

$$\begin{aligned} \frac{dn_{3He,cyl}}{dt} [\mu_{4He}(x, T_{ii}) - h_{os,out}(x, T_{ii})] - T_{ii} n_{GGG} \frac{d[s_{GGG}(B, T_{ii})]}{dt} \\ = \frac{d[n_{3Hecyl} \cdot u_{He}]}{dt} = \frac{d[n_{3Hecyl} h_{He}]}{dt} \end{aligned} \quad (4.3.12)$$

Όπου έχουμε σταθερές συνθήκες όγκου και πίεσης άρα:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.3 Αναλυτικές σχέσεις και αλγόριθμοι για τις τέσσερις διεργασίες στη διάλυση

$$dh = du + d(pV) = du$$

Επομένως ολοκληρώνοντας έχουμε:

$$\int_{ii}^{iii} \frac{dn_{3He}}{dt} [\mu_{4Hein} - h_{os,out}] - \int_{ii}^{iii} T_{ii} n_{GGG} \frac{d(s_{GGG}(B, T_{ii}))}{dt} = \int_{ii}^{iii} \frac{d[n_{3He} u_{He}]}{dt} \quad (4.3.13)$$

ΔΙΕΡΓΑΣΙΑ IV

Για την τέταρτη διεργασία έχουμε ότι ίσχυε για την πρώτη και Τρίτη δηλαδή το ανάστροφο και επομένως ισχύουν ανάλογες σχέσεις.

$$\int_{iv}^i \frac{dn_{3Hecyl}}{dt} [h_{os,in} - \mu_{4He}] - \int_{iv}^i T_{iv} n_{GGG} \frac{d[s_{GGG}]}{dt} = \int_{iv}^i \frac{d[n_{3He} u_{He}]}{dt} \quad (4.3.14)$$

Εδώ θα αναφερθούν επίσης και οι εξής συνθήκες για:

$$\begin{aligned} T_{ii} = T_{iii} = T_{high} \quad \text{και} \quad X_i = X_{ii} = X_{high} \quad \text{και} \quad B_i = B_{min} \\ T_{iv} = T_i = T_{low} \quad \text{και} \quad X_{iii} = X_{iv} = X_{low} \quad \text{και} \quad B_{iii} = B_{max} \end{aligned}$$

Για την δημιουργία και εκτέλεση του κώδικα είναι χρήσιμη η παράθεση του παρακάτω πίνακα:

Equation (and associated process)	Design parameters		Controllable operating parameters			Unknown variables		
						¹ B _{ii}	X _{high}	T _{low}
3.12 (I)	V _{cyl}	γ	B _{min}	T _{high}		B _{ii}	X _{high}	T _{low}
3.29 (II)	V _{cyl}	γ	B(t) _{II}	T _{high}		x(t) _{II}		
3.16 (III)	V _{cyl}	γ	B _{max}	² X _{low}	T _{high}	B _{iv}	T _{low}	
3.46 (IV)	V _{cyl}	γ	T _{pc}			T _{low}	x(t) _{IV}	B(t) _{IV}

Πίνακας 4.1 , παραμετροποίηση του προβλήματος-ζητούμενα και δεδομένα του αλγορίθμου

Επεξηγήσεις

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 4.3 Αναλυτικές σχέσεις και αλγόριθμοι για τις τέσσερις διεργασίες στη διάλυση

Equation (and associated process) : αντίστοιχη εξίσωση και διεργασία

Design parameters : παράμετροι σχεδίασης (σταθεροί)

Controllable operating parameters : ελεγχόμενες παράμετροι

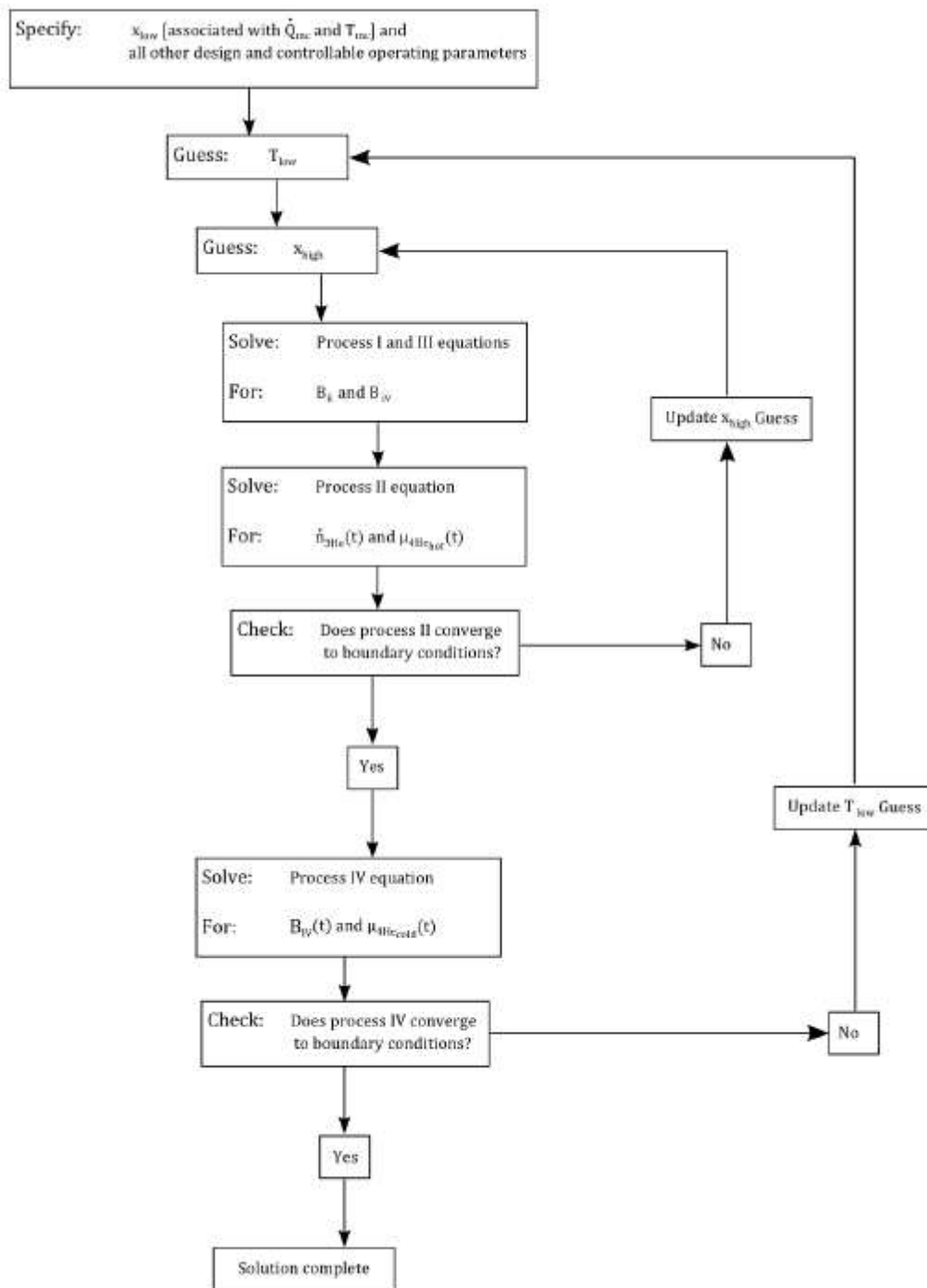
Unknown variables : άγνωστες μεταβλητές

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 : Παρουσίαση και επίλυση του υπολογιστικού μέρους για τις τέσσερις διεργασίες

5.1 Υπολογιστικό μέρος και παράθεση διαγραμμάτων

Όπου βλέπουμε για κάθε διεργασία τι θεωρούμε σταθερό η γνωστό και τι βρίσκουμε. Ο αλγόριθμος επίλυσης του κώδικα βασίζεται στο παρακάτω διάγραμμα:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.1 Υπολογιστικό μέρος και παράθεση διαγραμμάτων



Διάγραμμα 5.1, αλγόριθμος επίλυσης του προβλήματος στις τέσσερις διεργασίες Όπου για κάθε χρονικό βήμα υποθέτουμε γνωστή τη χαμηλή θερμοκρασία, T_{low} και τη μεγάλη συγκέντρωση εκ των δύο κυλίνδρων A και B, x_{high} .

Επεξήγηση του αλγορίθμου:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.1 Υπολογιστικό μέρος και παράθεση διαγραμμάτων

Υποθέτουμε T_{low} και X_{xigh} και στον εξωτερικό βρόγχο όπως φαίνεται λύνουμε τη διεργασία IV για ευρεθέν από τον εσωτερικό βρόγχο B_{IV} . Στον δε εσωτερικό βρόγχο υπολογίζουμε τις διεργασίες I, II και III και υπολογίζουμε τα αντίστοιχα B και n.

Οπότε μπορούμε με βάση των παραπάνω αλγόριθμο να δούμε πως **μεταβάλλονται οι συγκεντρώσεις x συναρτήσει του χρόνου t**. Παρακάτω φαίνεται ο κώδικας που υλοποιεί τα άνω:

```
%Stathera gia kathe mixani
%όγκος κυλίνδρου B%
Vcyl=0.1;
g=0.1;
%dedomena analoga me leitourgia
Bmin=1;
%ελάχιστη μαγνητική ένταση%
Bmax=3;
%μέγιστη μαγνητική ένταση&
Thigh=0.4;
%μέγιστη θερμοκρασία%
xL=0.2;
%ελάχιστη αρχική συγκέντρωση%
%guess-----
-----
xh=0.6;
%μέγιστη αρχική συγκέντρωση%
TLow=0.1;
%ελάχιστη αρχική θερμοκρασία%
%-----
dx1=111;
dx2=111;
TLow=TLow+0.01;
while dx2 > 0.1
    xh=xh+0.01;
%Process I kai III
Bi=Bmin;
xI=xh;
xII=xh;
TI=TLow;
TII=Thigh;
%επίλυση του συστήματος εύρεση του Bii%
fun = @(Bii) propI(Bii,Bi,xI,TI,TII,Vcyl,g);
BII = fzero(fun,Bi)
```

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.1 Υπολογιστικό μέρος και παράθεση διαγραμμάτων

```
xIII=xL;
TIV=TLow;
xIV=xL;
TIII=Thigh;
BIII=Bmax;
%επίλυση του συστήματος εύρεση του Biv%
fun = @(BIV) propI(BIV,BIII,xIII,TIII,TIV,Vcyl,g);
BIV = fzero(fun,BIII)
tII=2;
dB=(BIII-BII)/10;
dt=tII/10;
x1=xII;
B1=BII;
T=TII;
xi2(1)=x1;
for k=2:11
    t2(k)=k*dt;
    B2=B1+dB;
    fun = @(x2) propIII(x2,x1,T,B1,B2,Vcyl,g);
    x2 = fzero(fun,x1);
    B1=B2;

    if x2 < xL
        x1=x1-0.1
        xi2(k)=x1;
    else
        xi2(k)=x2;
        x1=x2
    end
end

dx2= abs(x2-xL);
end
tIII=2;
dB=(Bi-BIV)/10;
dt=tIII/10;
x1=xIV;
B1=BIV;
T=TIV;
xi4(1)=x1;
for k=2:11
    t4(k)=k*dt;
    B2=B1+dB;
    fun = @(x2) propIV(x2,x1,T,B1,B2,Vcyl,g);
```

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.1 Υπολογιστικό μέρος και παράθεση διαγραμμάτων

```
x2 = fzero(fun,x1);
B1=B2;
xi4(k)=x2;
x1=x2;
end
dx1=abs(x2-xh);
figure(1);
plot(t2,xi2);
xlabel t;
ylabel 'xLow';
grid on;
xi4=abs(xi4);
figure(2);
plot(t4,xi4);
xlabel t;
ylabel 'xhigh';
grid on;
```

Με τις ακόλουθες συναρτήσεις:

```
function [y] = propI(Bii,Bi,xI,TI,TII,Vcyl,g)
%
rggg=7080;
MMggg=1.01235;
nggg=(1-g)*Vcyl*rggg/MMggg;
%Μοριακή παροχή 3He
n3=funn3he(xI,Vcyl,g);
sI=funshe(xI,TI);
sII=funshe(xI,TII);
%εύρεση εντροπίας στη διεργασία II
sgggII=funsggg(Bii,TII);
%εύρεση εντροπίας στη διεργασία I
sgggI=funsggg(Bi,TI);
y=n3*(sII-sI)+nggg*(sgggII-sgggI);
end
```

Η οποία υπολογίζει τα $B_i - B_{ii}$

```
function [ y ] = propIII(x2,x1,T,B1,B2,Vcyl,g)
%Stathera gia kathe mixani
```

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.1 Υπολογιστικό μέρος και παράθεση διαγραμμάτων

```
rggg=7080;  
%γραμμομετρική παροχή και γραμμομετρικό βάρος MMggg  
MMggg=1.01235;  
nggg=(1-g)*Vcyl*rggg/MMggg;  
%παροχή ηλίου 4He  
mhe4=-2.7811*T^2+0.182*T - 0.0938;  
y=(funn3he(x2,Vcyl,g)-funn3he(x1,Vcyl,g))*(mhe4-  
calchos(x1,T))-T*nggg*(funsggg(B2,T)-funsggg(B1,T)) ...  
-(funn3he(x2,Vcyl,g)*calch(x2,T)-  
%Εύρεση ενθαλπίας 3He  
funn3he(x1,Vcyl,g)*calch(x1,T));  
end
```

```
function [ y ] = propIV(x2,x1,T,B1,B2,Vcyl,g)  
%  
rggg=7080;  
MMggg=1.01235;  
nggg=(1-g)*Vcyl*rggg/MMggg;  
%Θερμοκρασία κρίσιμου σημείου  
Tp=0.1;  
%Παροχή μάζας 4He  
mhe4=-2.7811*T^2+0.182*T - 0.0938;  
y=(funn3he(x2,Vcyl,g)-funn3he(x1,Vcyl,g))*(mhe4-  
calchos(x1,Tp))-T*nggg*(funsggg(B2,T)-funsggg(B1,T)) ...  
-(funn3he(x2,Vcyl,g)*calch(x2,T)-  
%Εύρεση ενθαλπίας 3He  
funn3he(x1,Vcyl,g)*calch(x1,T));  
end
```

υπολογισμός της ενθαλπίας για κάθε διεργασία

```
function [h] = calch(x,T)  
%Ιδιότητες κρίσιμου σημείου  
xt=0.674;  
Tt=0.867;  
%Σταθερές  
xs1=xt-0.209148*(T-Tt)/(T-Tt-0.080280)+0.960222*(T-  
Tt)+0.549920*(T-Tt)^2;  
xs2=xt+0.31617*(T-Tt)^3-0.180743*(T-Tt)^2-0.746805*(T-Tt);  
h1=9.2839*T^2 - 3.8742*T + 0.4994;  
h2=2.8069*T^2 + 3.2394*T - 0.4535;  
%Εύρεση ενθαλπίας
```

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.1 Υπολογιστικό μέρος και παράθεση διαγραμμάτων

```
h=(xs2-x)*h1/(xs2-xs1)+(x-xs1)*h2/(xs2-xs1);  
end
```

υπολογισμός οσμωτικής ενθαλπίας

```
function [hos] = calchos(x,T)  
xt=0.674;  
Tt=0.867;  
xs1=xt-0.209148*(T-Tt)/(T-Tt-0.080280)+0.960222*(T-  
Tt)+0.549920*(T-Tt)^2;  
xs2=xt+0.31617*(T-Tt)^3-0.180743*(T-Tt)^2-0.746805*(T-Tt);  
h1= 9.2839*T^2 - 3.8742*T + 0.4994;  
h2=2.8069*T^2 + 3.2394*T - 0.4535;  
mhe4=-2.7811*T^2+0.182*T - 0.0938;  
h=(xs2-x)*h1/(xs2-xs1)+(x-xs1)*h2/(xs2-xs1);  
%οσμωτική ενθαλπία  
hos=h+(1-x)*mhe4/x;  
end
```

συνάρτηση ευρέσεως γραμμομοριακής παροχής ³He

```
function [ n3he ] = funn3he(x,Vcyl,g)  
ni=10^(-6)*(27.58/x+7.6*x+1.65*x^2);  
%Vcyl όγκος κυλίνδρου 2  
n3he=g*Vcyl/ni;  
end
```

συνάρτηση ευρέσεως εντροπίας

```
function [ sggg ] = funsggg(B,T)  
%Σταθερά μεγέθη αμετάβλητα  
R=8.314;  
b=9.274*10^(-24);  
k=1.381*10^(-23);  
bb=0.481;  
J=3.5;  
gi=2;  
%περιεκτικότητα κρίσιμου σημείου  
xc=b*J*gi*sqrt(bb^2+B^2)/(k*T);  
sggg= xc*coth(xc/(2*J)/(2*J));  
sggg=sggg-((2*J+1)*xc/(2*J))*coth((2*J+1)*xc/(2*J));  
sggg=sggg+log(sinh((2*J+1)*xc/(2*J))/sinh(xc/(2*J)));  
sggg=R*sggg;  
end
```

συνάρτηση ευρέσεως εντροπίας

```
function [ she ] = funshe(x,T)  
%x=0.9  
%T=0.5  
xt=0.674;
```

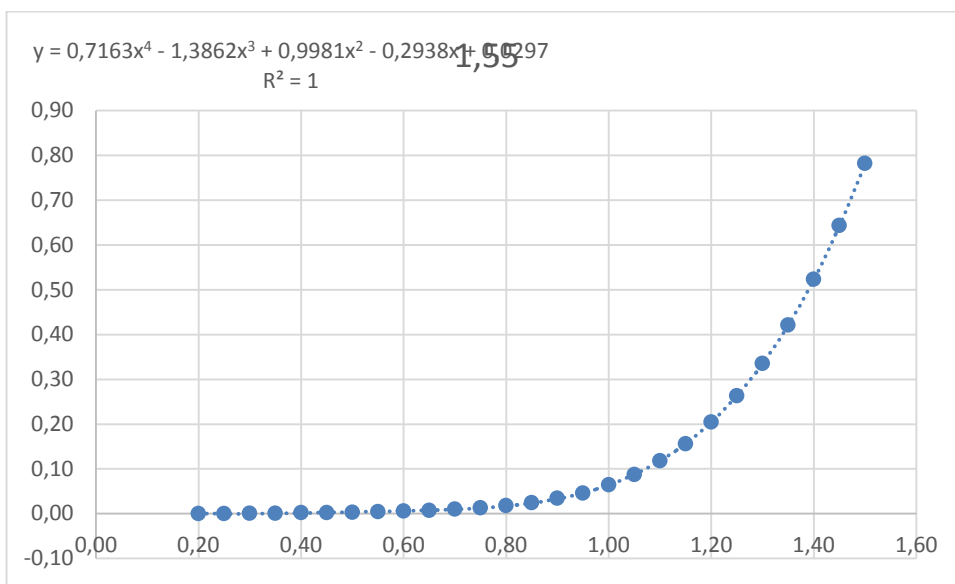
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.1 Υπολογιστικό μέρος και παράθεση διαγραμμάτων

```

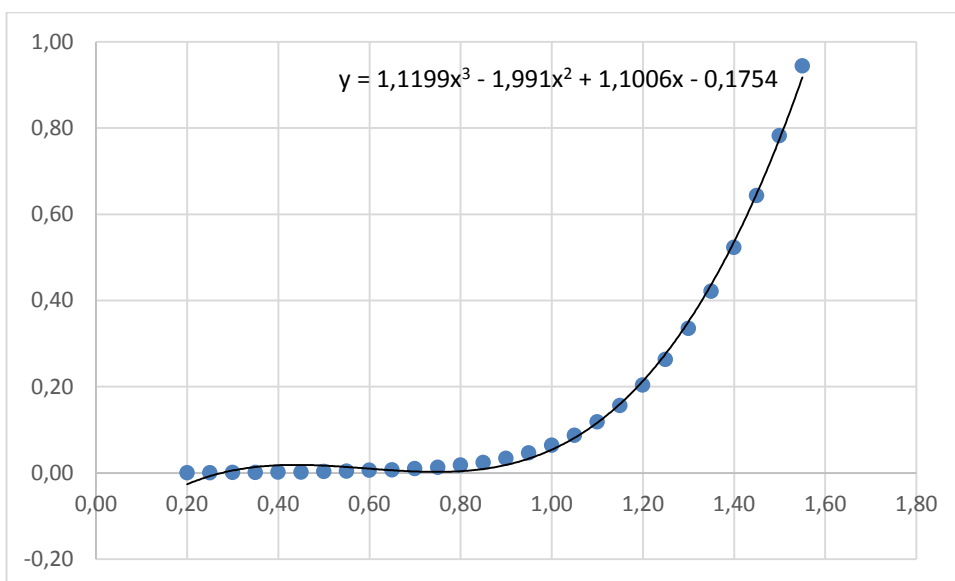
Tt=0.867;
xs=xt-0.209148*(T-Tt)/(T-Tt-0.080280)+0.960222*(T-
Tt)+0.549920*(T-Tt)^2;
s30=1.8449*x^4 - 4.7074*x^3 + 4.3834*x^2 - 1.6795*x + 0.2133;
ss=13.6*T^2-1.15*T + 1.008;_
she=(x-xs)*(s30-ss)/(1-xs)+ss;
end

```

Για τις συγκεντρώσεις x_{s1} και x_{s2} βρήκαμε από πειραματικά δεδομένα ότι βγαίνουν από το παρακάτω διάγραμμα συναρτήσει της θερμοκρασίας T:



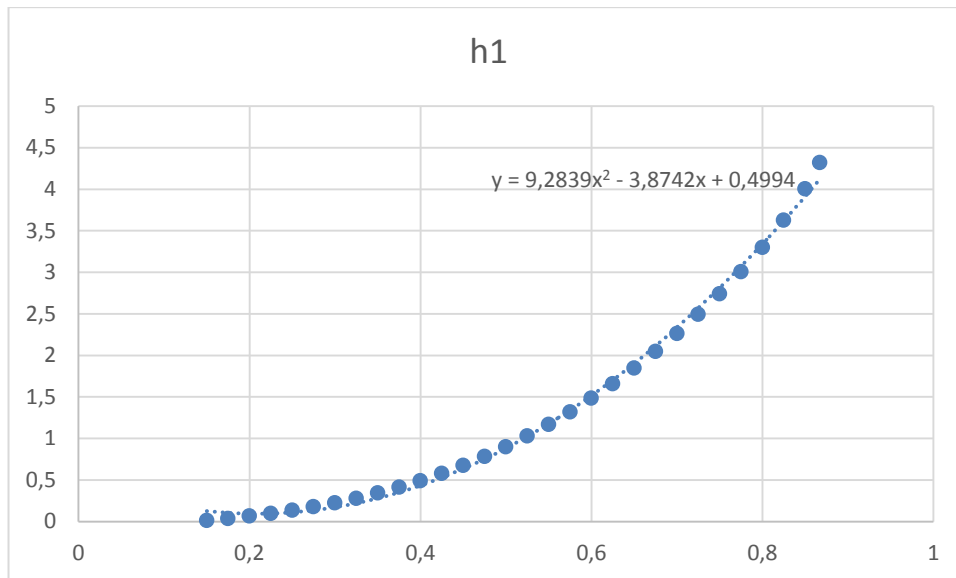
Διάγραμμα 5.2 , πειραματικά δεδομένα για το x_{s1}



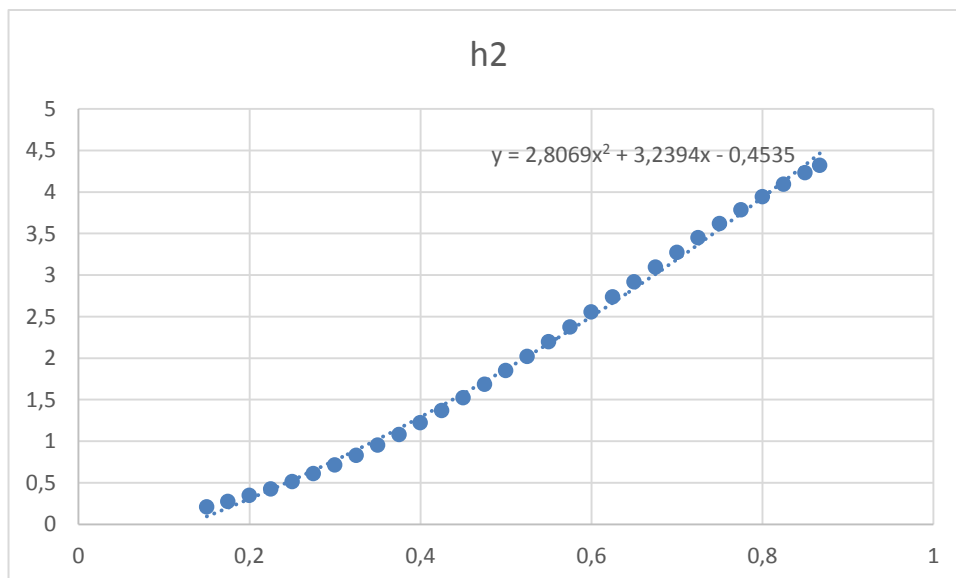
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.1 Υπολογιστικό μέρος και παράθεση διαγραμμάτων

Διάγραμμα 5.3 , πειραματικά δεδομένα για το x_{s2}

Και πάλι από πειραματικά δεδομένα για τα h_{s1} και h_{s2} ισχύουν αντίστοιχα:



Διάγραμμα 5.4 , πειραματικά δεδομένα για το h_1



Διάγραμμα 5.5 , πειραματικά δεδομένα για το h_2

Και θα μεταβάλλουμε τα δεδομένα μας με βάση τον ακόλουθο πίνακα:

Σταθερά	Μεταβολές
V_{cyl}	0.5 m^3 0.5-1-1.5-2-2.5-3

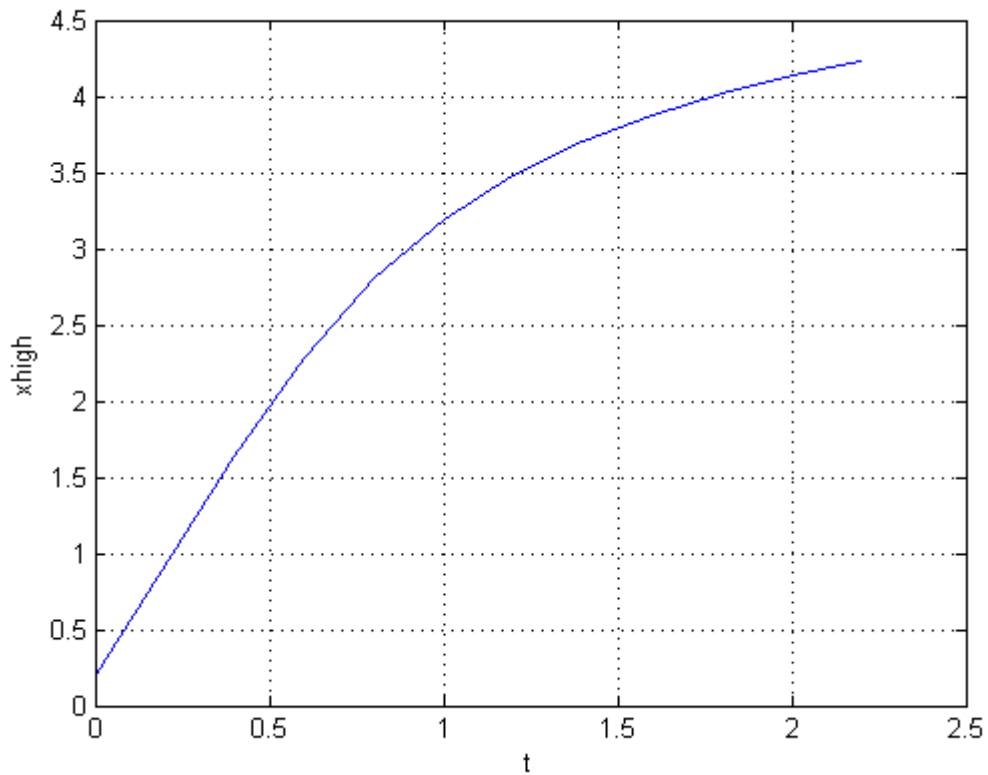
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.1 Υπολογιστικό μέρος και παράθεση διαγραμμάτων

B_{min}	1 T	
B_{max}	3 T	
x_L	0.1	0.1-0.15-0.2-0.25-0.3
x_h	0.6	0.6-0.65-0.7-0.75-0.8
T_{low}	100 mK	100-150-200-250
T_{high}	400 mK	300-400

Πίνακας 5.1 , αρχικές τιμές και εύρη ζητούμενων μεταβλητών

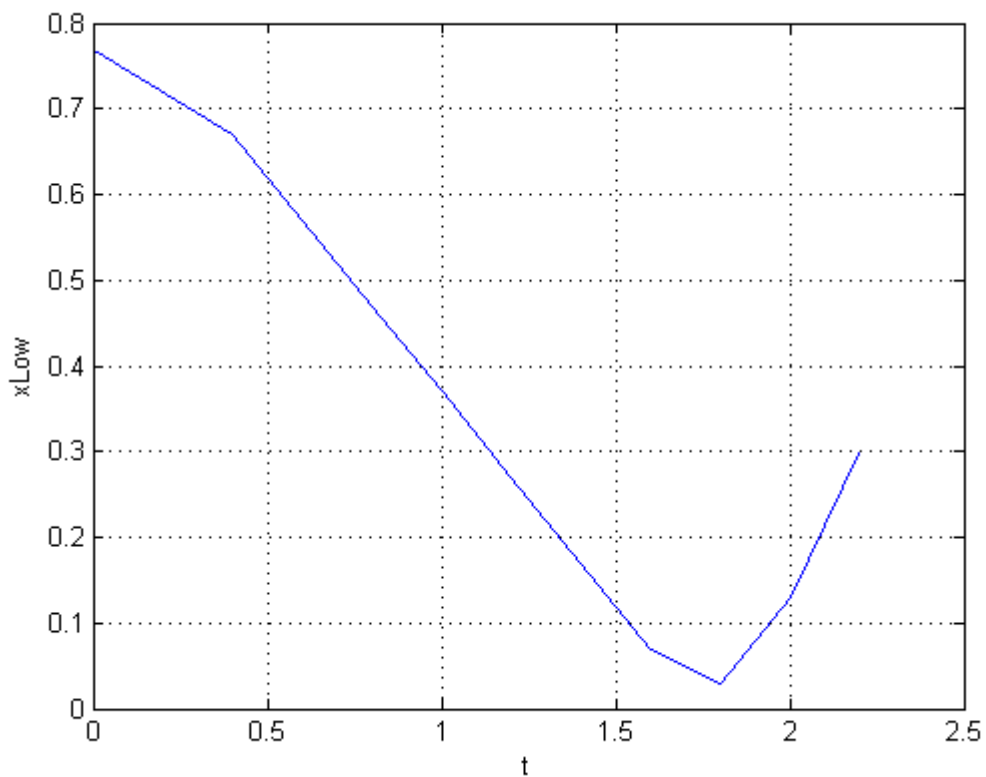
5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο

Άρα για $V_{cyl}=0.5 \text{ m}^3$ και με τις αρχικές τιμές έχουμε:



Διάγραμμα 5.6 , $x_{high} - t$

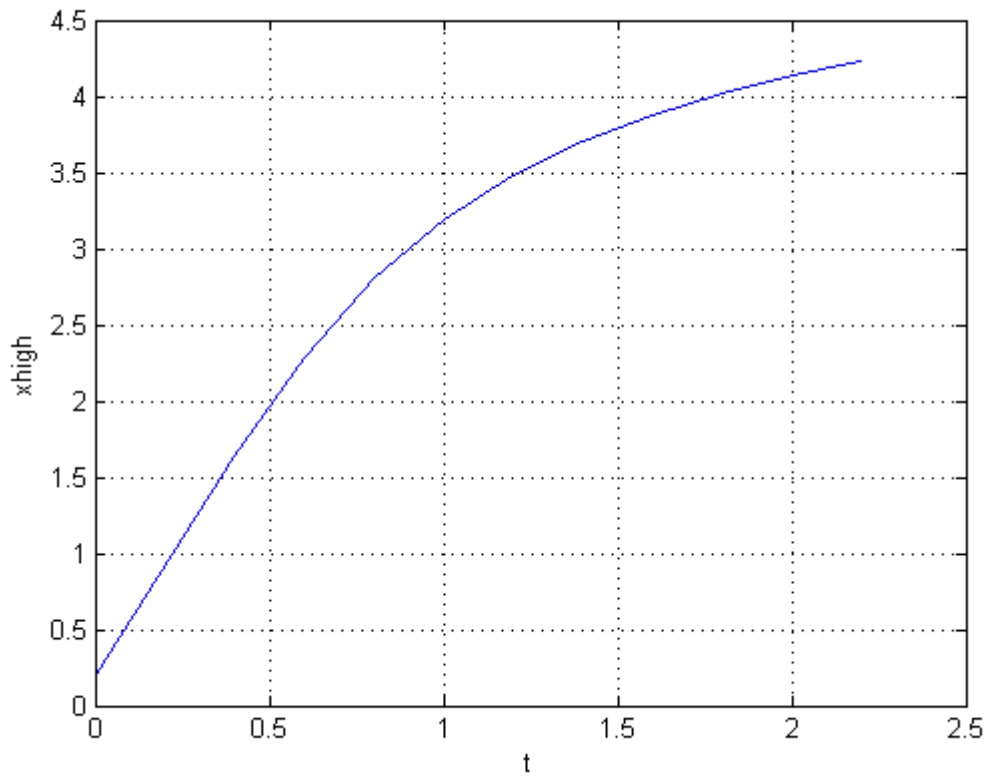
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο



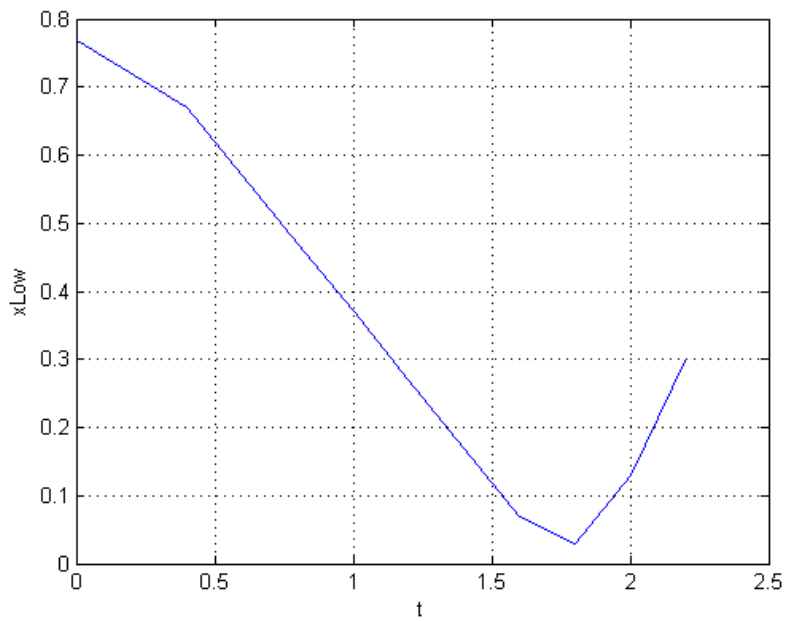
Διάγραμμα 5.7 , $x_{low} - t$

Όπου σαφώς φαίνονται οι τέσσερις διακυμάνσεις στη μεταβολή των συγκεντρώσεων με βάση το χρόνο όσες δηλαδή και οι τέσσερις διεργασίες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο



Διάγραμμα 5.8 , $x_{high} - t$

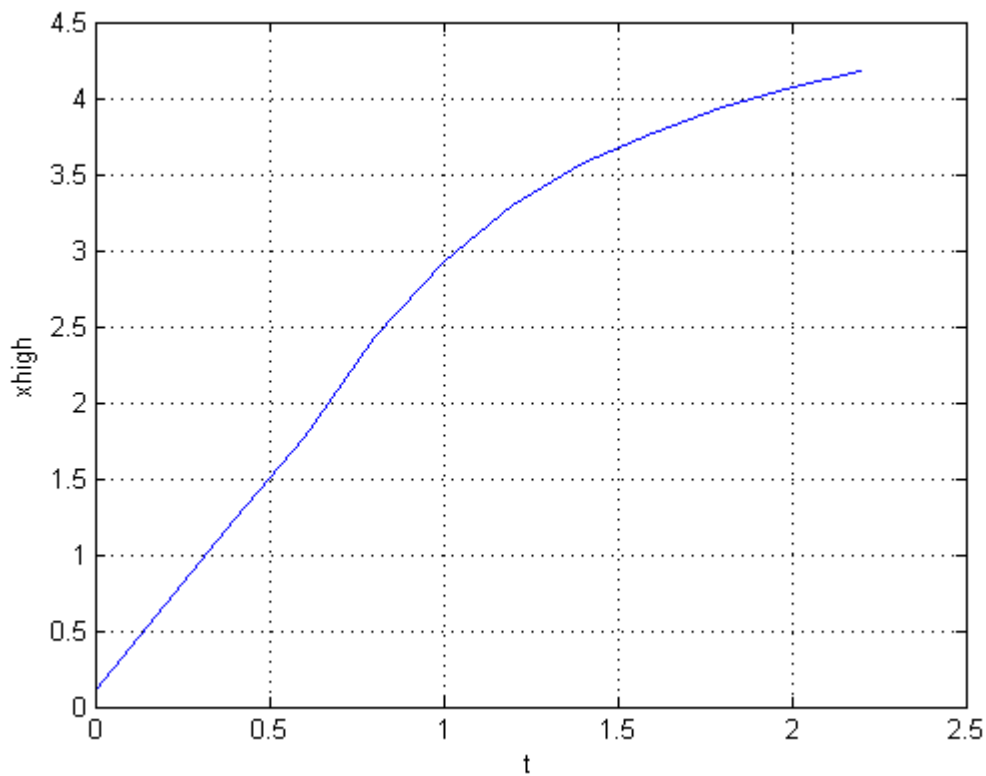


Διάγραμμα 5.9 , $x_{low} - t$

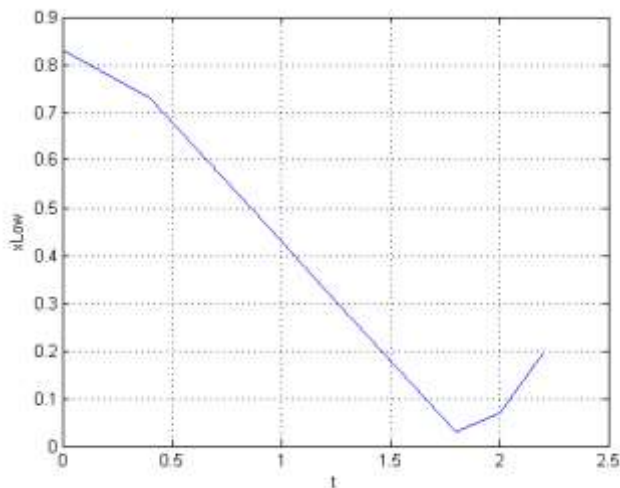
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο

Εδώ βλέπουμε πως η μεταβολή του όγκου δεν επηρεάζει τις συγκεντρώσεις στη μεταβολή τους με το χρόνο.

$$\chi_L = 0.1 \text{ (10\%)}$$

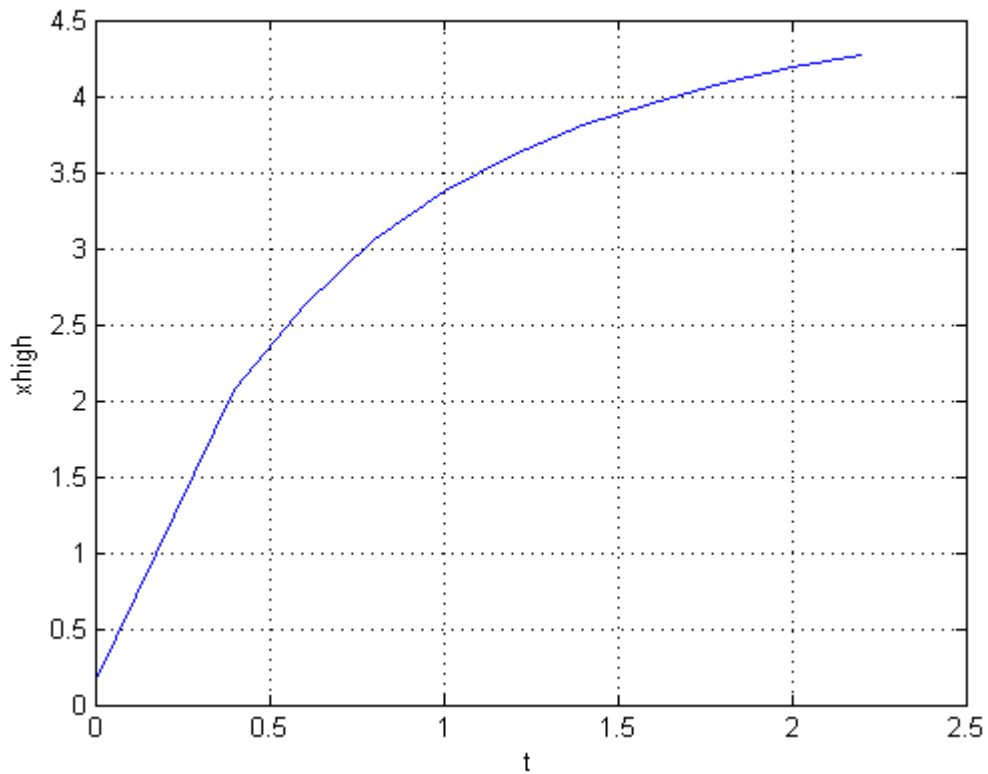


Διάγραμμα 5.10 , $x_{high} - t$



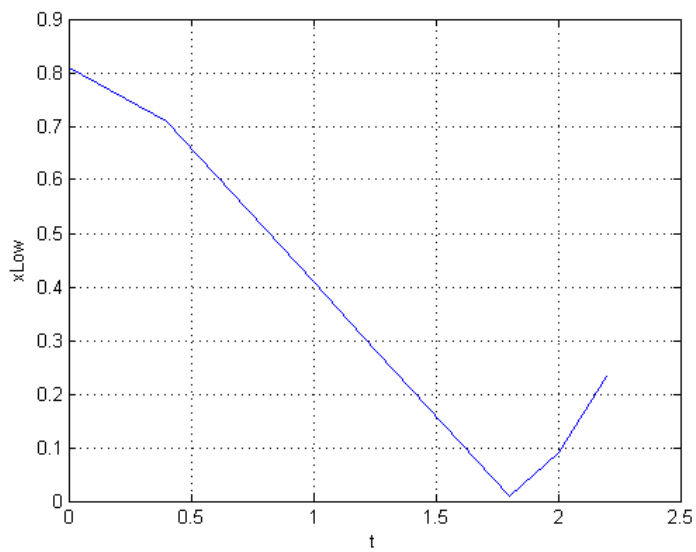
Διάγραμμα 5.11 , $x_{low} - t$

$X_L = 0.15$ (15%)



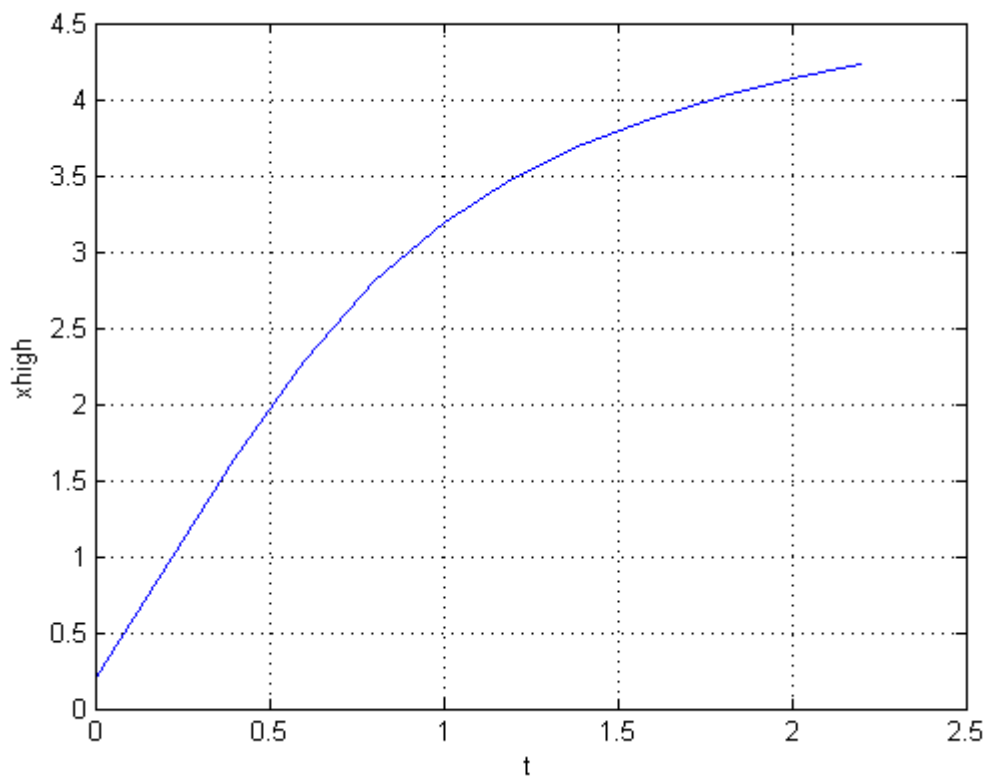
Διάγραμμα 5.12 , $x_{high} - t$, παρατηρούμε πως με αύξηση των χαμηλών συγκεντρώσεων αρχικά έχουμε και μία απότομη αύξηση των συγκεντρώσεων με το χρόνο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο



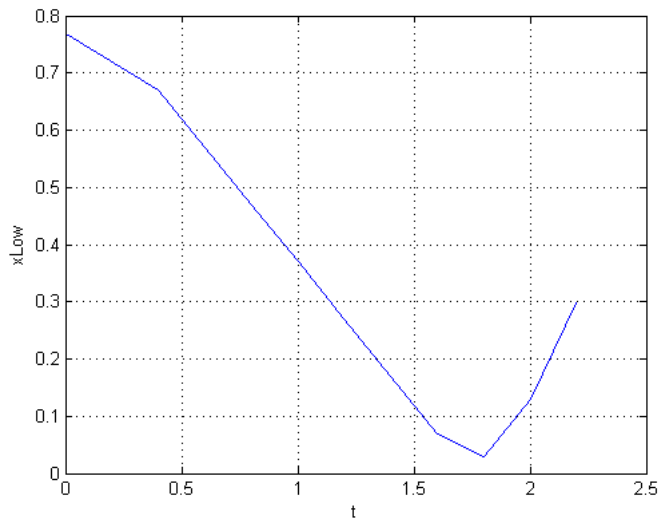
Διάγραμμα 5.13 , $x_{low} - t$

$\chi_L = 0.2$ (20%)



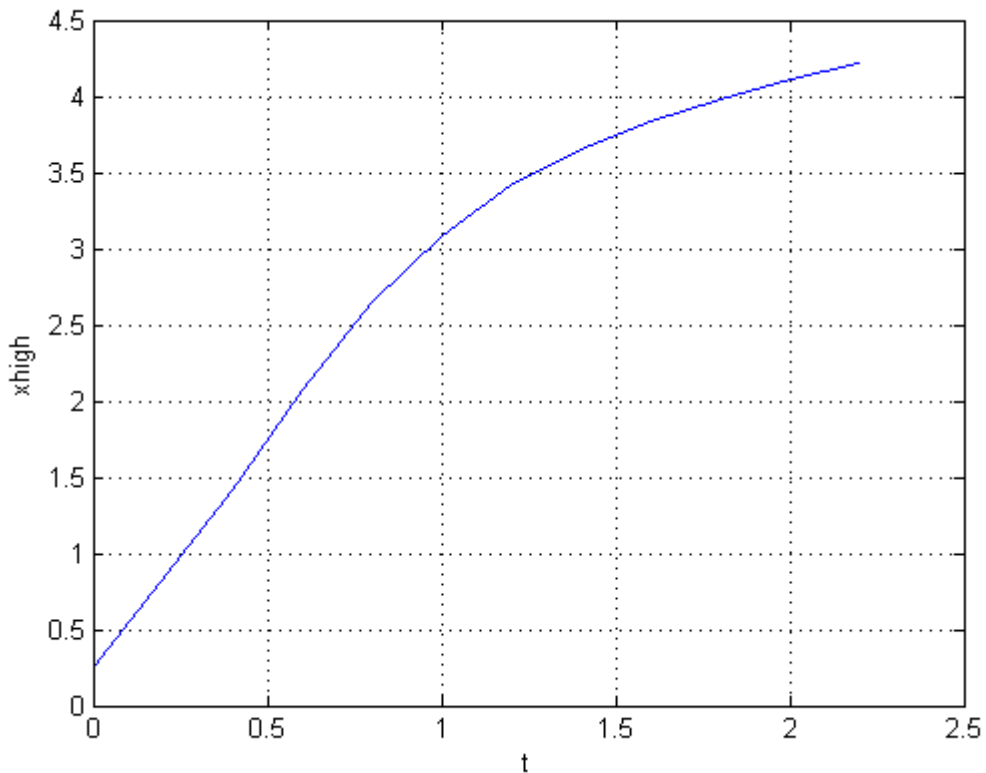
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο

Διάγραμμα 5.14 , $x_{high} - t$, με την αύξηση της συγκέντρωσεως πετυχαίνουμε μεγαλύτερες μεταβολές στ χρόνο.

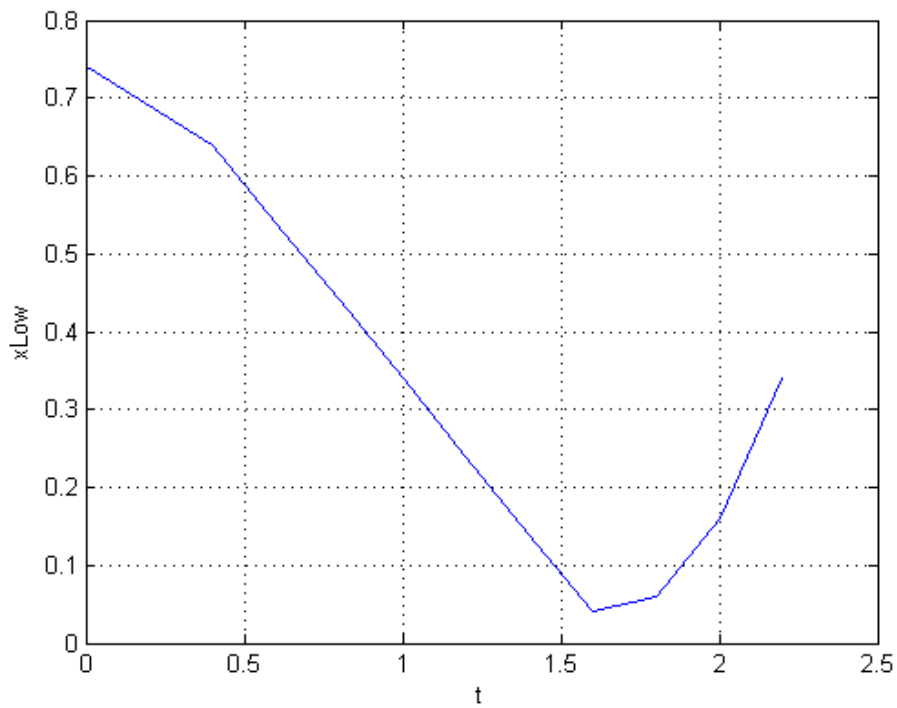


Διάγραμμα 5.15 , $x_{low} - t$

$X_L = 0.25$ (25%)



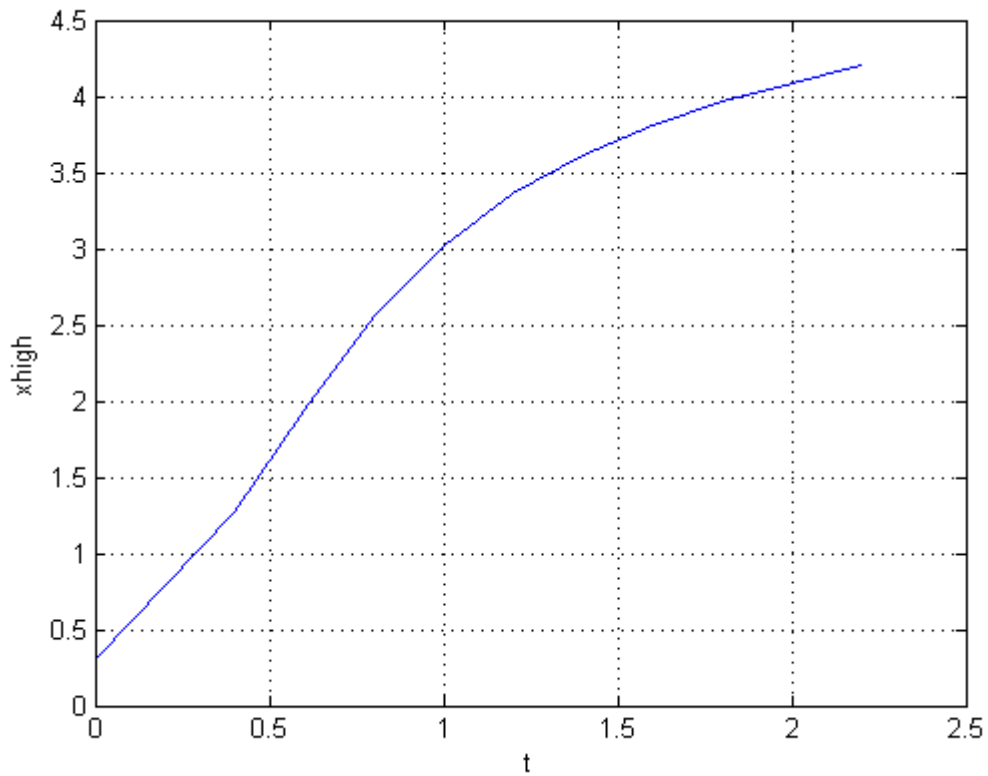
Διάγραμμα 5.16 , $x_{high} - t$



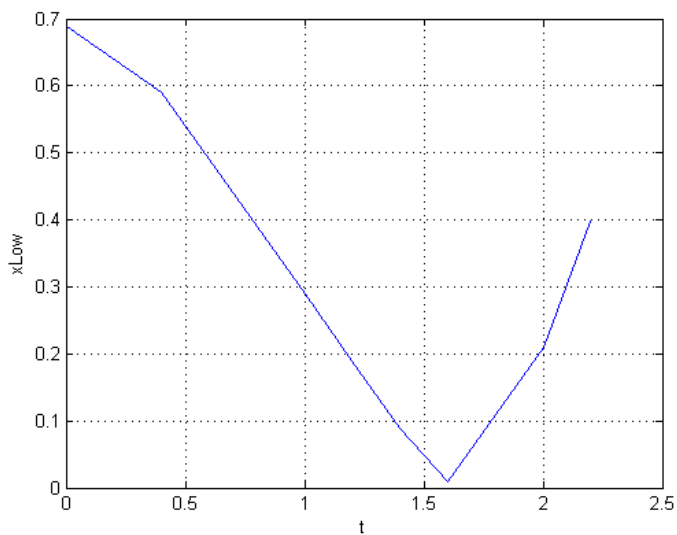
Διάγραμμα 5.17 , $x_{low} - t$

$X_L = 0.3$ (30%)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο



Διάγραμμα 5.18 , $x_{high} - t$



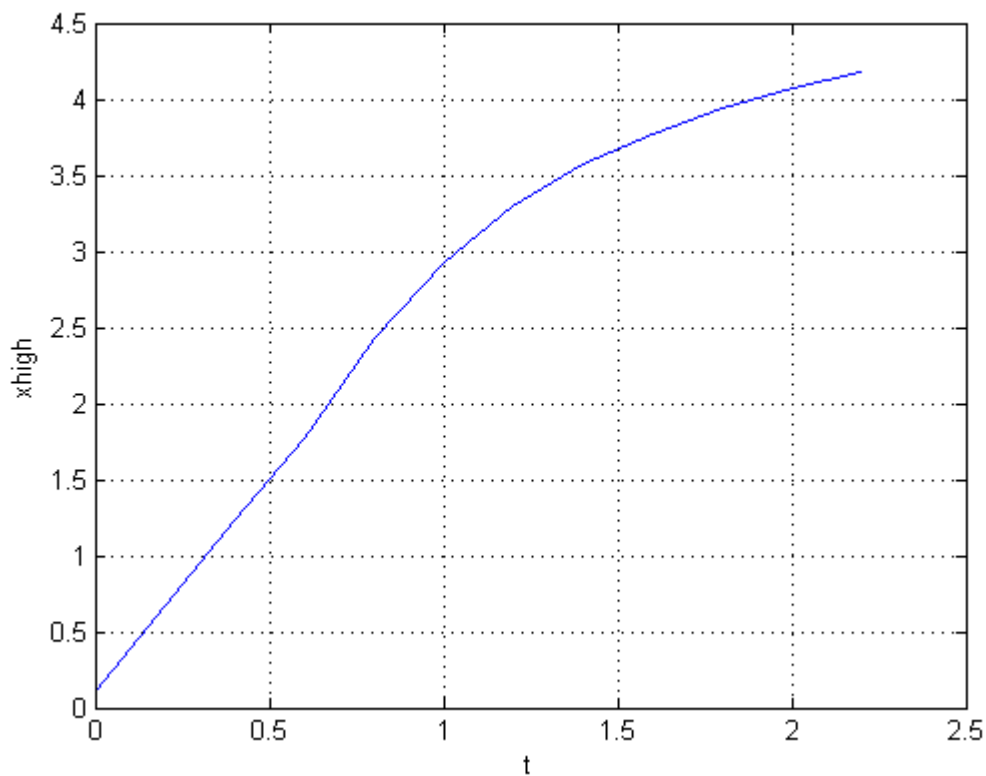
Διάγραμμα 5.19 , $x_{low} - t$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο

Επομένως για τις υψηλές συγκεντρώσεις x_{high} βλέπουμε μία διακύμανση μεταξύ 10% και 30% με κορυφή το 20%. Άρα σε χαμηλές αρχικές συγκεντρώσεις η διακύμανση των συγκεντρώσεων με το χρόνο μεγιστοποιείται για 20% περίπου. Ακριβώς την ίδια συμπεριφορά βλέπουμε και για τις αρχικές χαμηλές συγκεντρώσεις, x_{Low} .

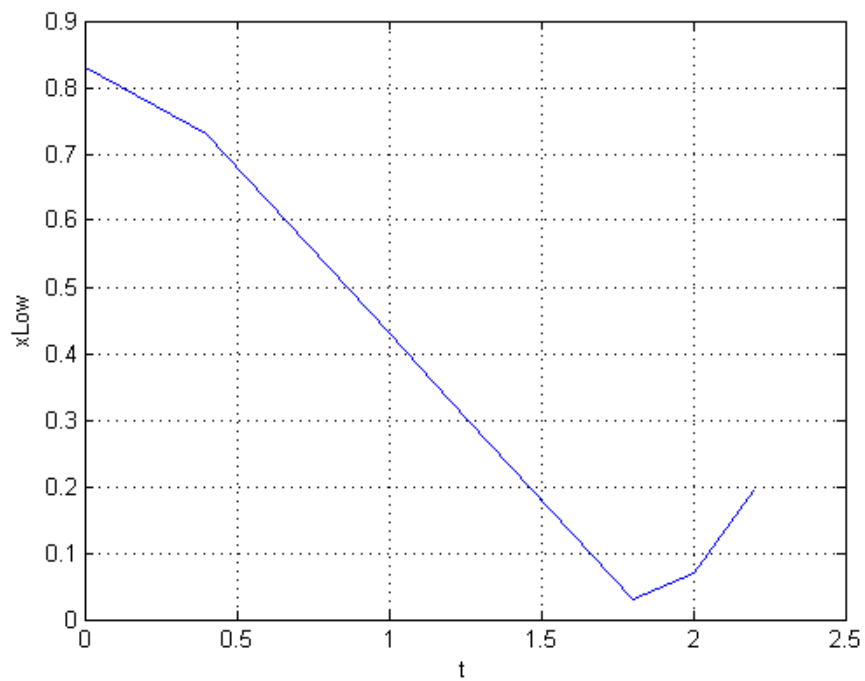
Ας δούμε τι γίνεται άμα πειράξουμε την δεδομένη αρχική συγκέντρωση x_h .

$$X_h = 0.6 \text{ (60\%)}$$



Διάγραμμα 5.20 , $x_{\text{high}} - t$

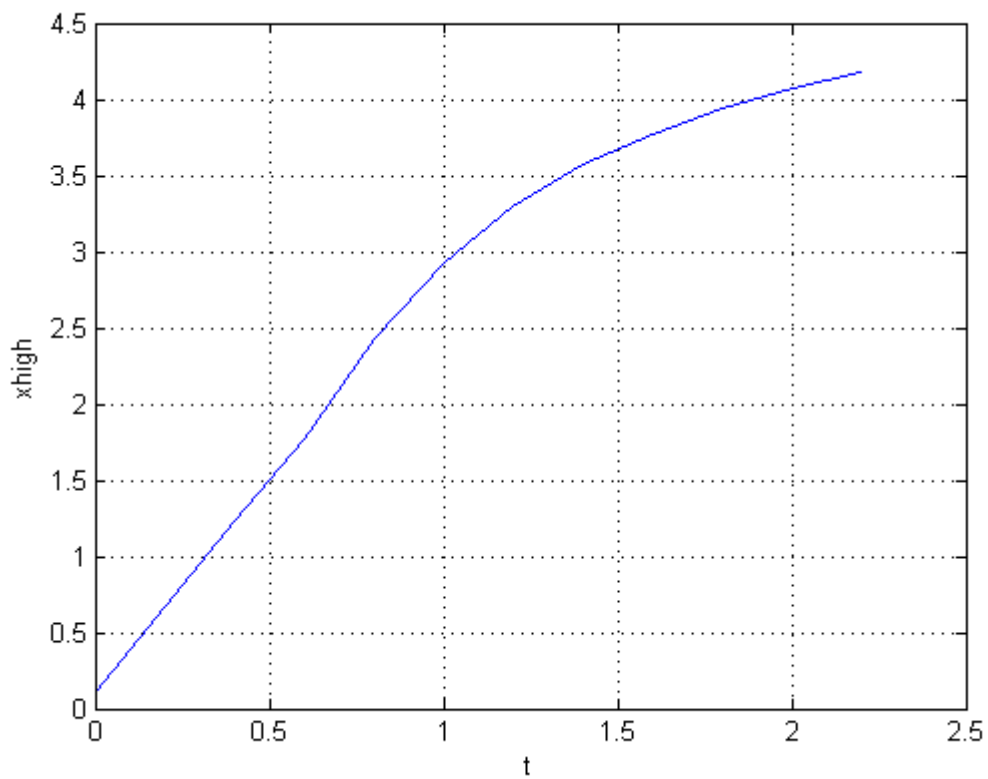
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο



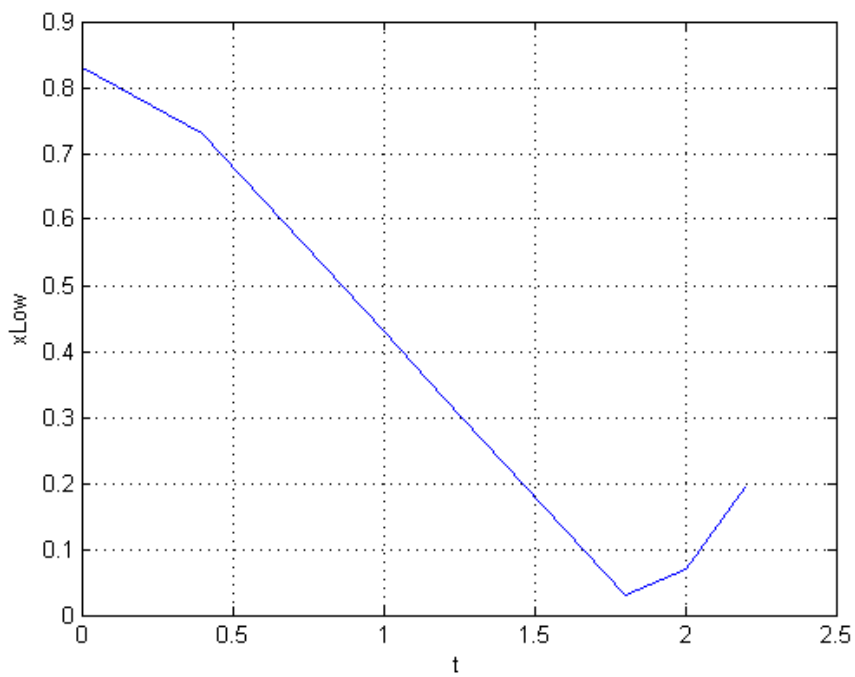
Διάγραμμα 5.21 , $x_{low} - t$

$$X_h = 0.65 \text{ (65\%)}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο

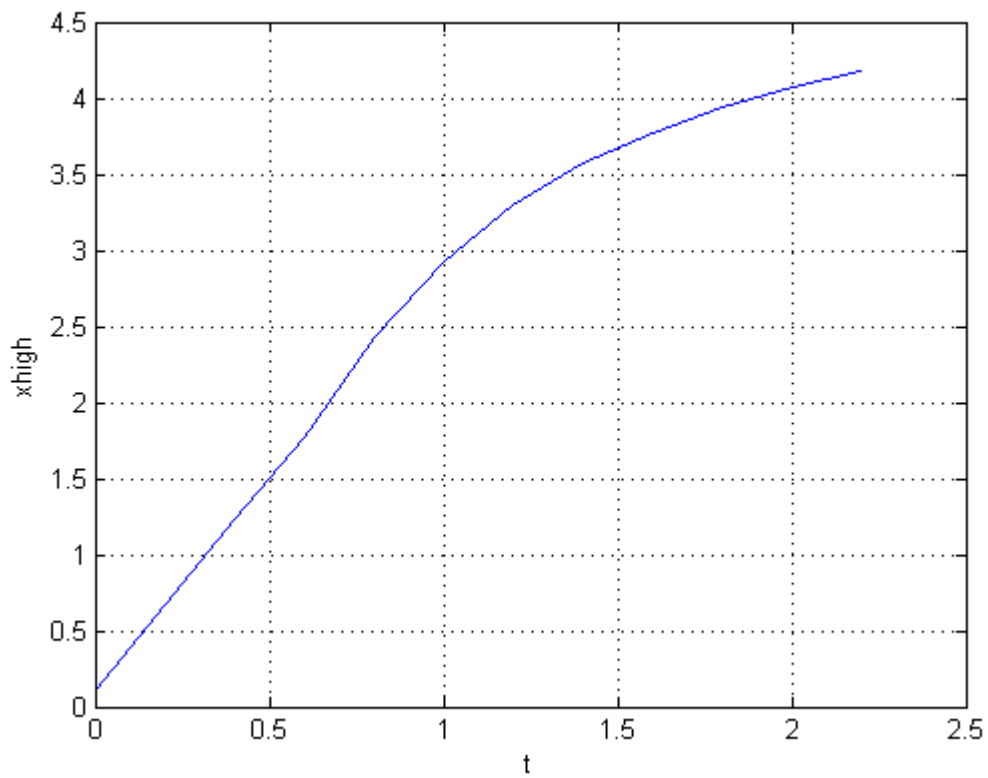


Διάγραμμα 5.22 , $x_{high} - t$



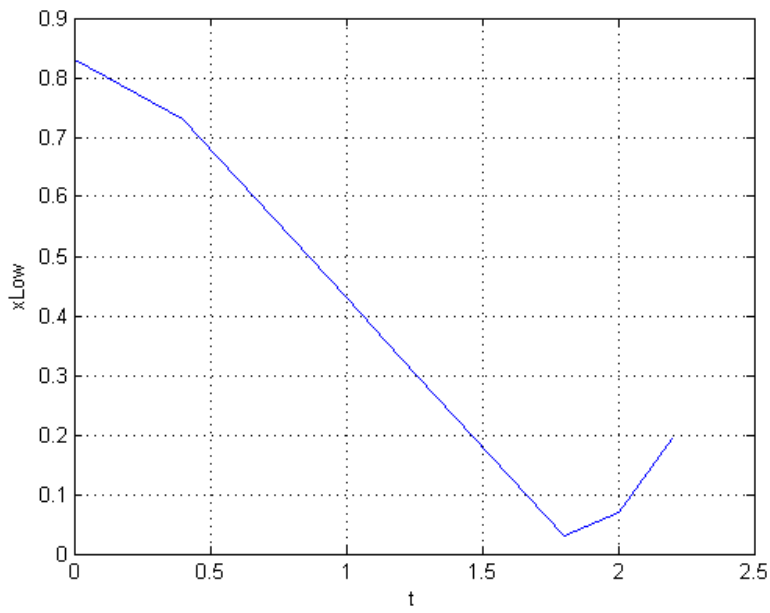
Διάγραμμα 5.23 , $x_{low} - t$

$X_h = 0.7$ (70%)



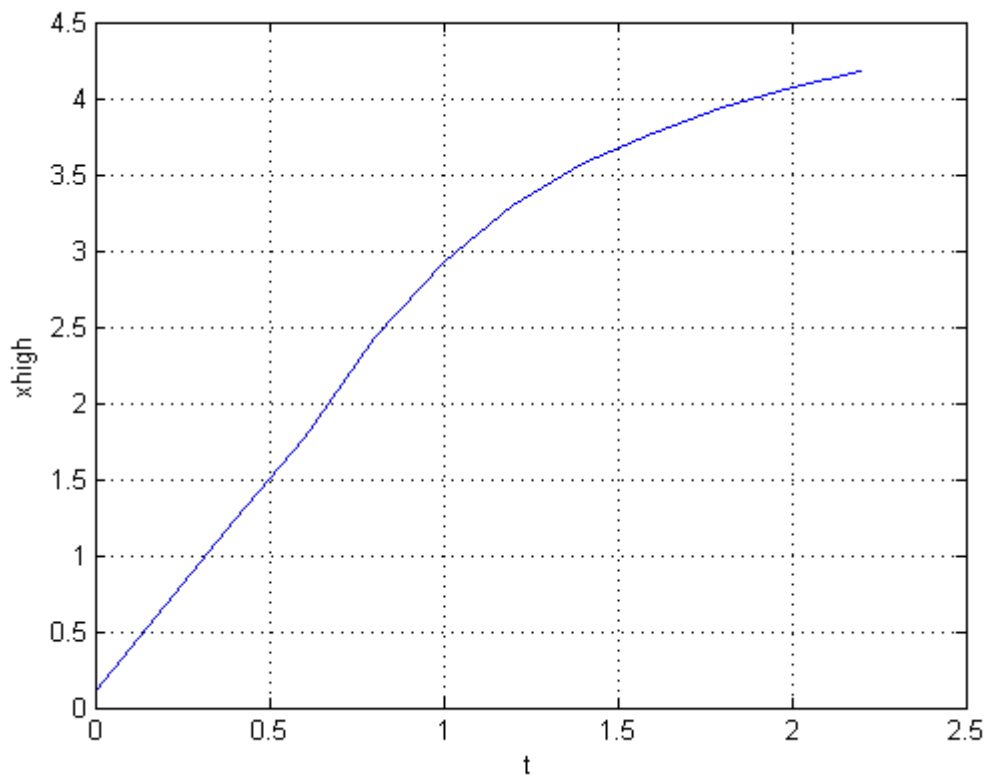
Διάγραμμα 5.24 , $x_{high} - t$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο

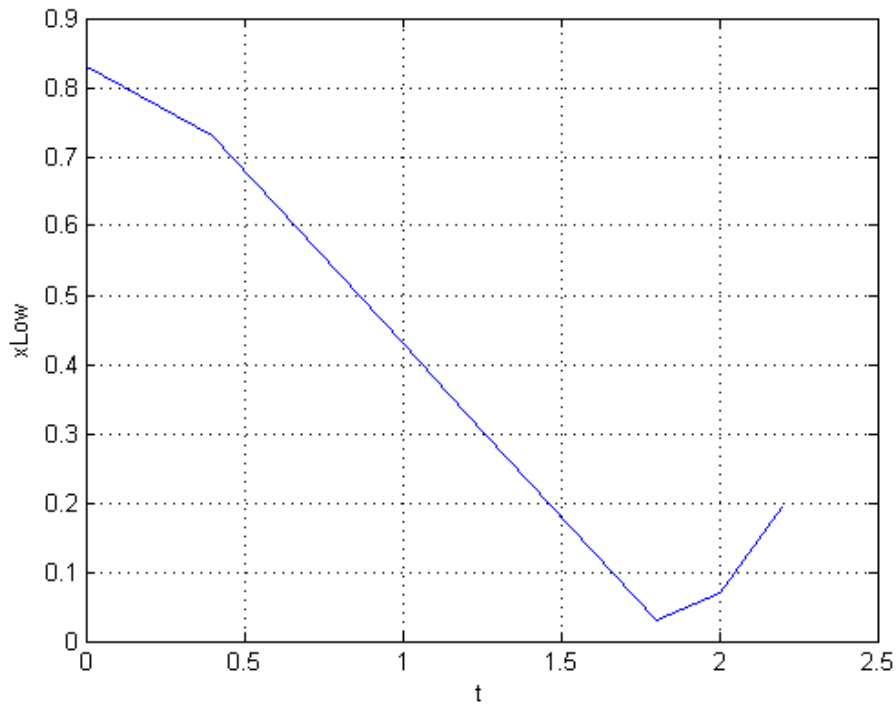


Διάγραμμα 5.25 , $x_{low} - t$

$X_h = 0.75$ (75%)



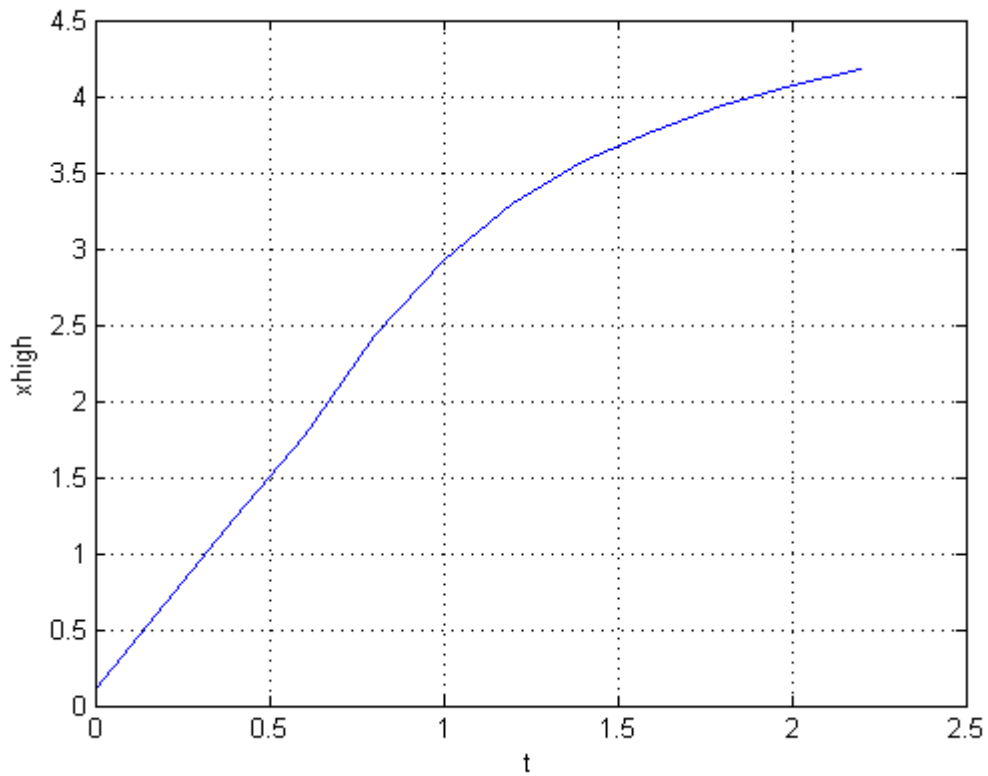
Διάγραμμα 5.26 , $x_{high} - t$



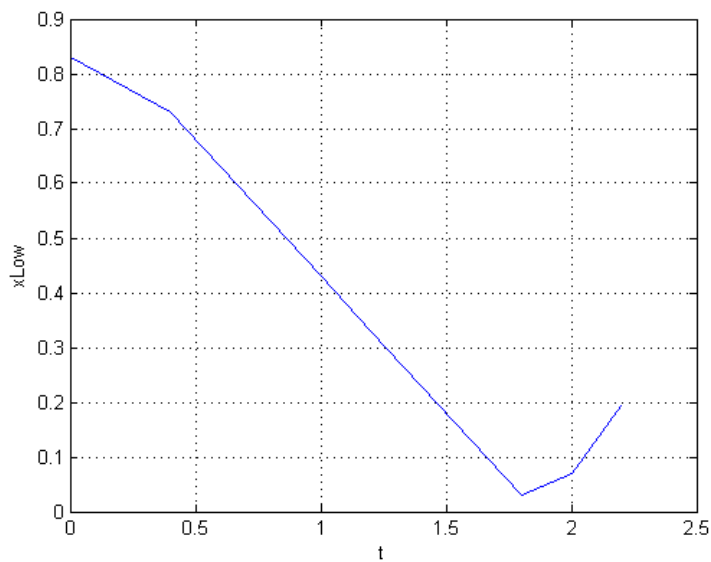
Διάγραμμα 5.27 , $x_{low} - t$

$X_h = 0.8$ (80%)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο



Διάγραμμα 5.28 , $x_{high} - t$

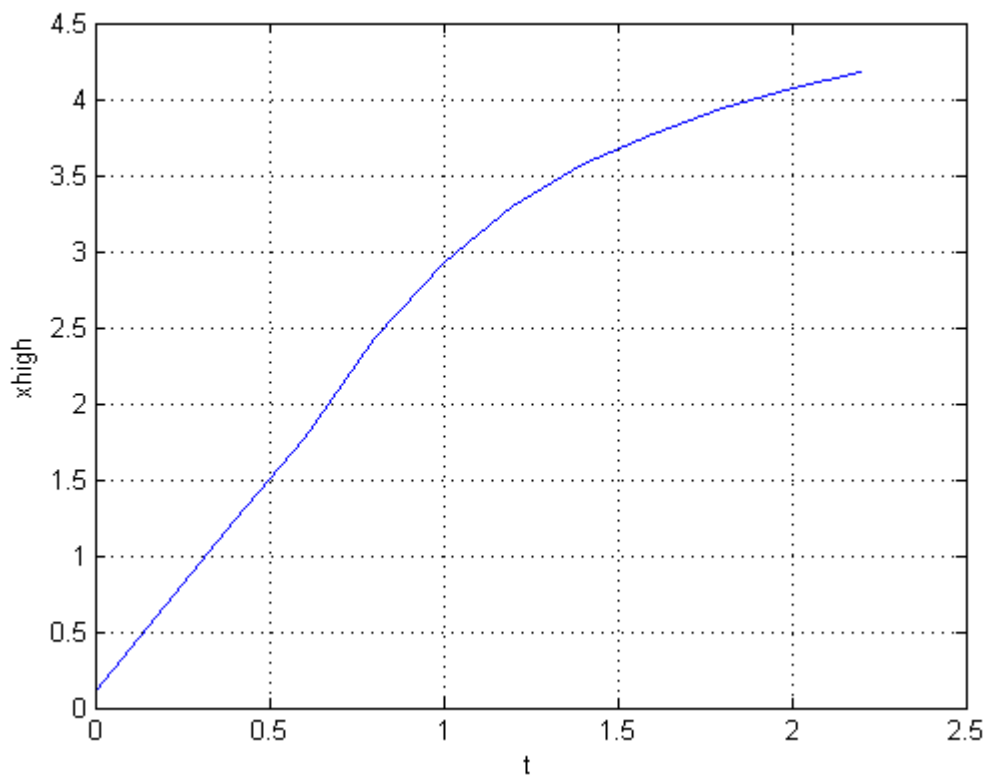


Διάγραμμα 5.29 , $x_{low} - t$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο

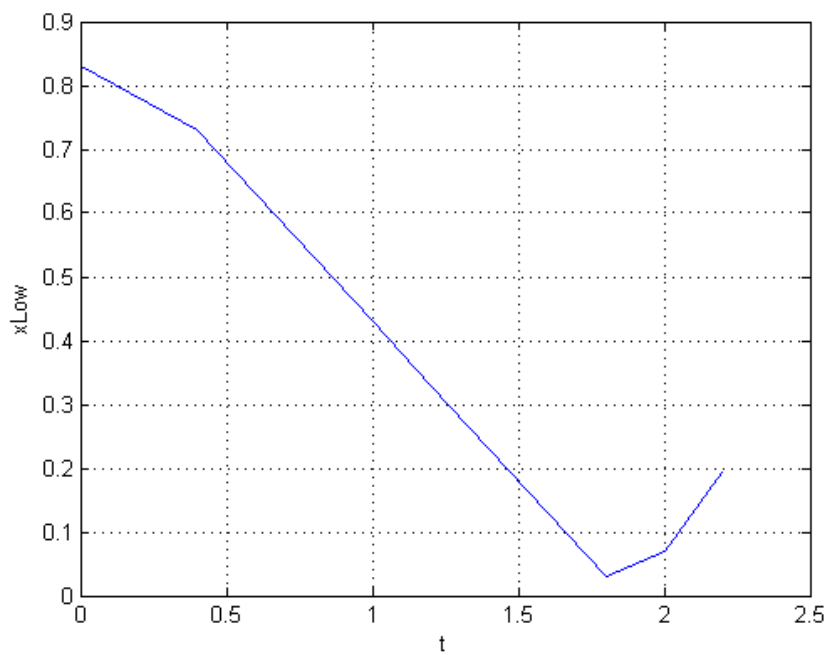
Εδώ πάλι βλέπουμε πως με την αύξηση της αρχικής υψηλής συγκέντρωσης x_{high} έχουμε μία ελαφρά μείωση των υψηλών συγκεντρώσεων με το χρόνο και μηδενική επίδραση στις χαμηλές συγκεντρώσεις. Ας δούμε τώρα τι γίνεται άμα πειράξουμε τις αρχικές χαμηλές θερμοκρασίες για τις αρχικές δεδομένες συνθήκες.

$$T_{\text{low}} = 100 \text{ mK}$$



Διάγραμμα 5.30 , $x_{\text{high}} - t$

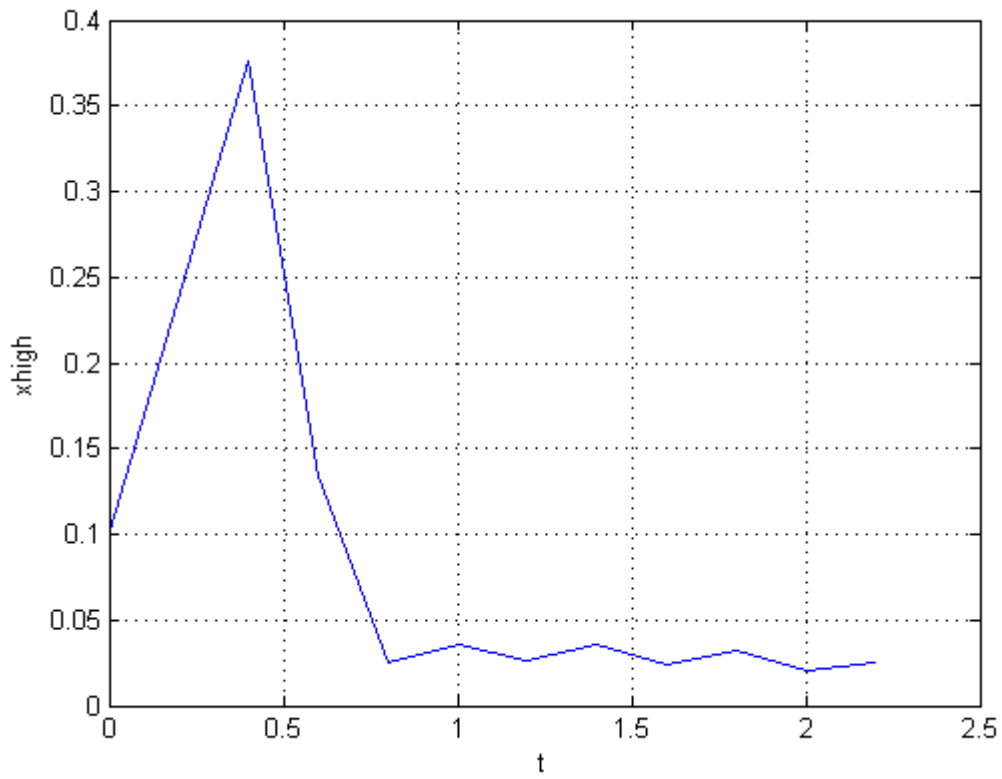
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο



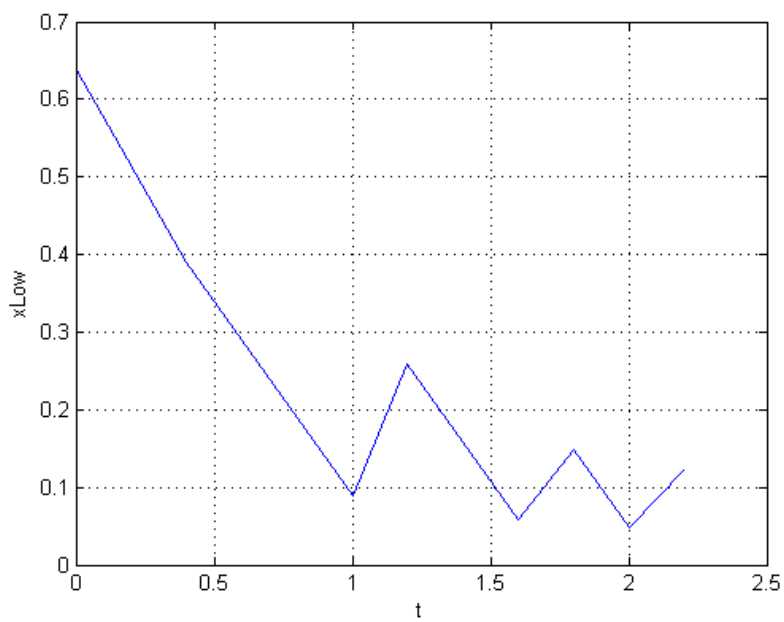
Διάγραμμα 5.31 , $x_{low} - t$

$T_{low} = 150 \text{ mK}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο



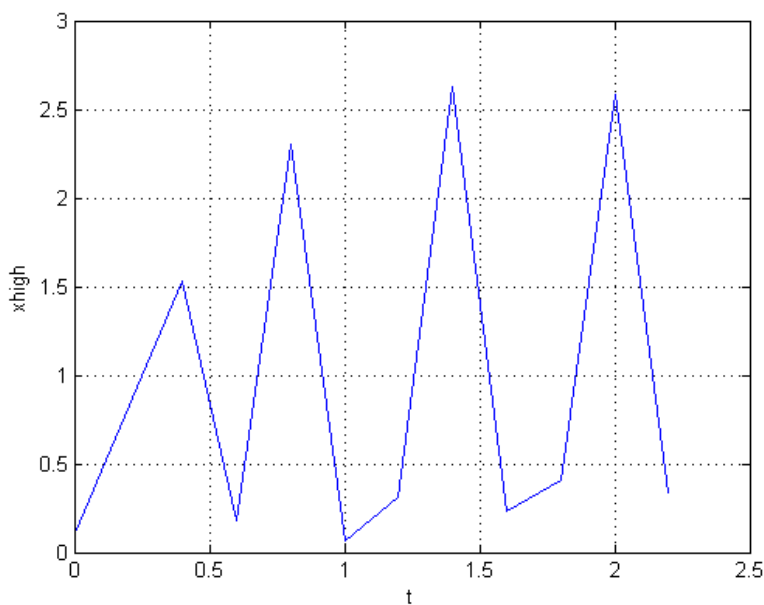
Διάγραμμα 5.32 , $x_{high} - t$



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο

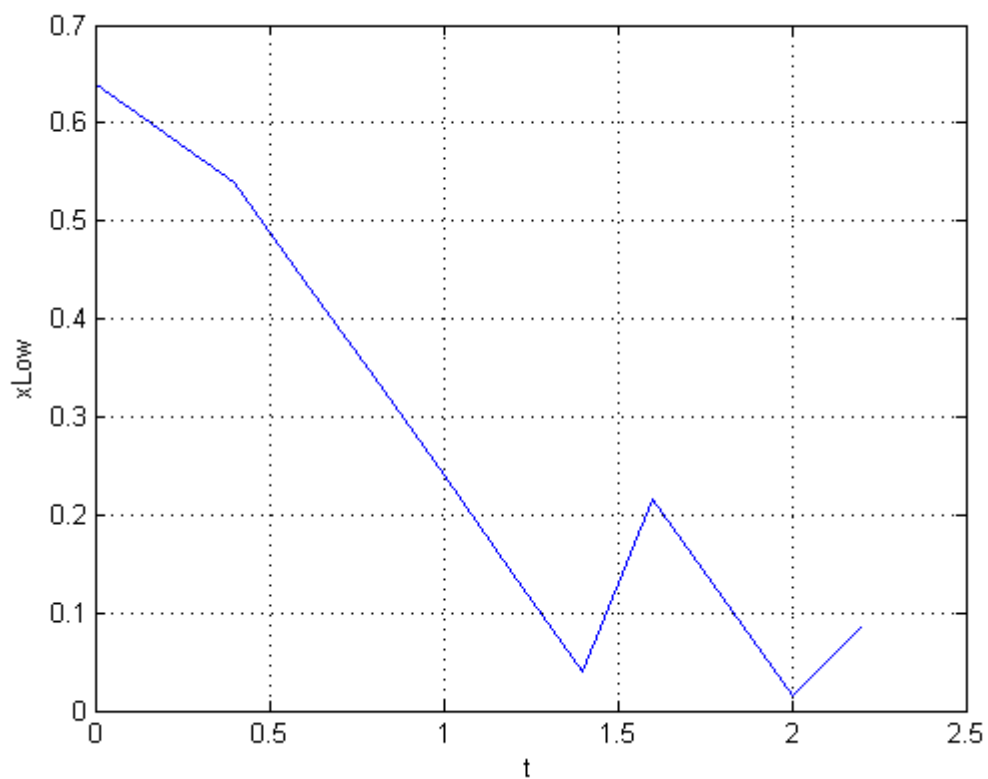
Διάγραμμα 5.33 , $x_{low} - t$, γίνεται εμφανής η πτώση της συγκεντρώσεως διαδοχικά στις τέσσερις διεργασίες με το χρόνο, με εμφανείς διαφορές λόγω αυξήσεως της θερμοκρασίας T_{low} σε σχέση με πριν.

$$T_{low} = 200 \text{ mK}$$



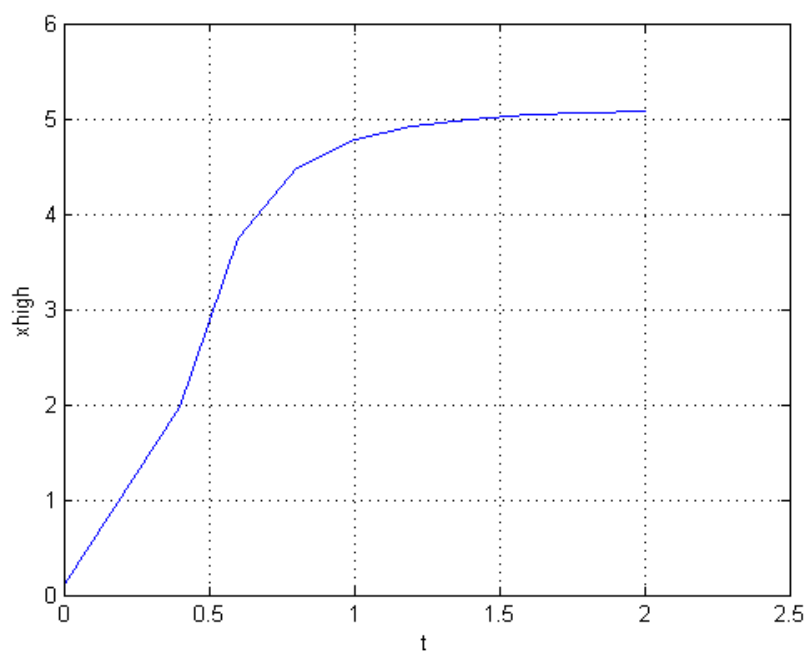
Διάγραμμα 5.34 , $x_{high} - t$, υπερβολικά απότομες αλλαγές ενδεικτικό της τυρβώδους καταστάσεως στις τέσσερις διεργασίες

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο

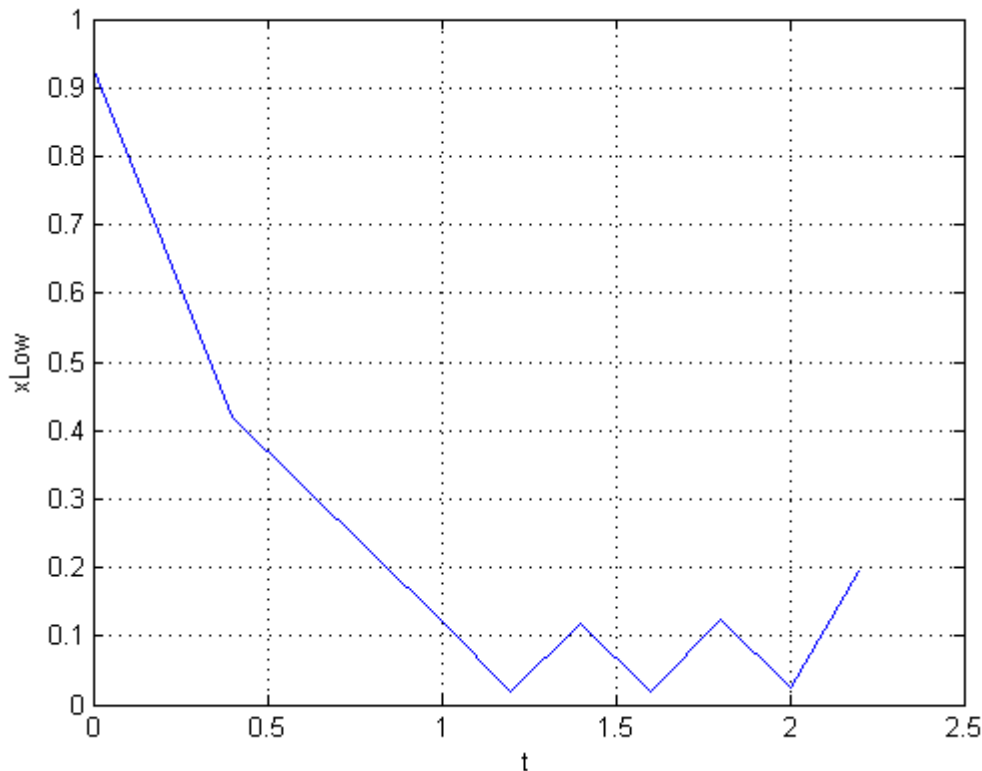


Διάγραμμα 5.35 , $x_{low} - t$

$T_{low} = 250 \text{ mK}$



Διάγραμμα 5.36 , $x_{high} - t$



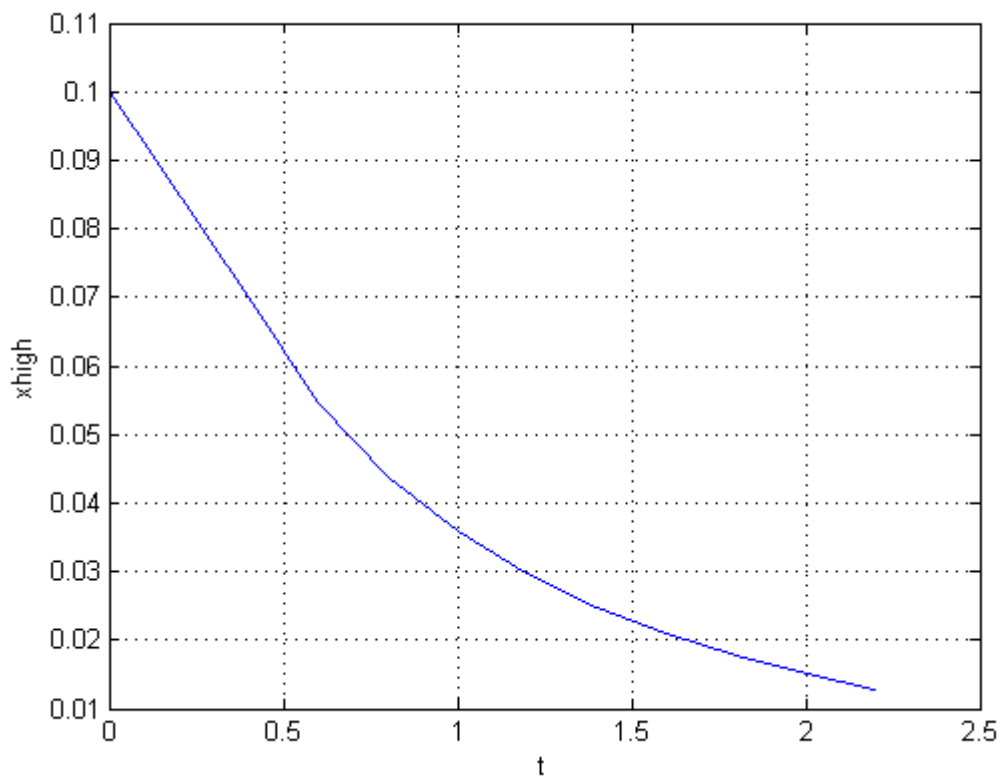
Διάγραμμα 5.37 , $x_{low} - t$

Εδώ βλέπουμε πλέον ξεκάθαρα πως όταν στενεύει η διαφορά θερμοκρασία μεταξύ χαμηλής αρχικής και υψηλής αρχικής έχουμε μία απότομη μείωση των συγκεντρώσεων. Παρατηρούμε επίσης πως για $T_{low,initial} = 150-200$ mK έχουμε την εμφάνιση μίας ταλαντωτικής ή τυρβώδους συμπεριφοράς στη μεταβολή των συγκεντρώσεων με το χρόνο η οποία εξομαλύνεται κατόπιν αλλά δεν εξαφανίζεται.

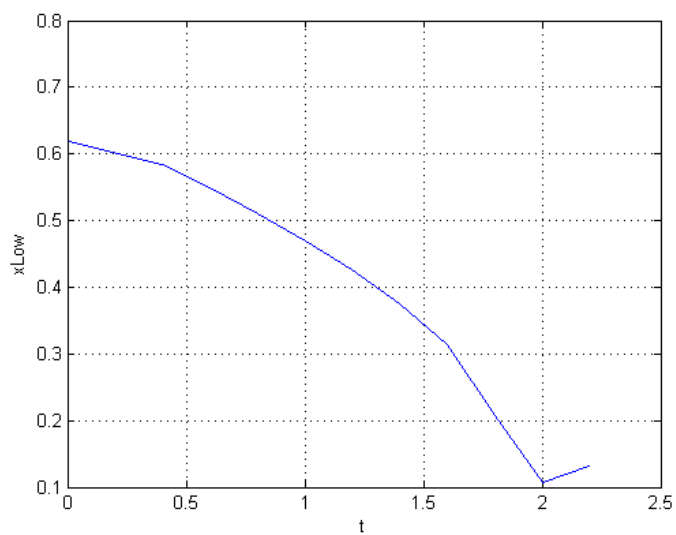
Παρομοίως ας δούμε τι γίνεται άμα πειράξουμε το σύστημα ως προς την αρχική υψηλή θερμοκρασία, T_{high} για δεδομένο T_{low} . Εδώ να τονισθεί πως το σύστημα **δεν συγκλίνει για αρχικά θερμοκρασιακά όρια άνω των 400 K και κάτω των 300 K**. Έτσι θα περιορισθούμε σε αυτό μικρό θερμοκρασιακό εύρος αρχικής μεγάλης θερμοκρασίας και όπως σωστά έγινε πριν η μικρή T_{low} είναι πάντα μικρότερη.

$$T_{high} = 300 \text{ mK}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 5.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων με παραμετρικό έλεγχο

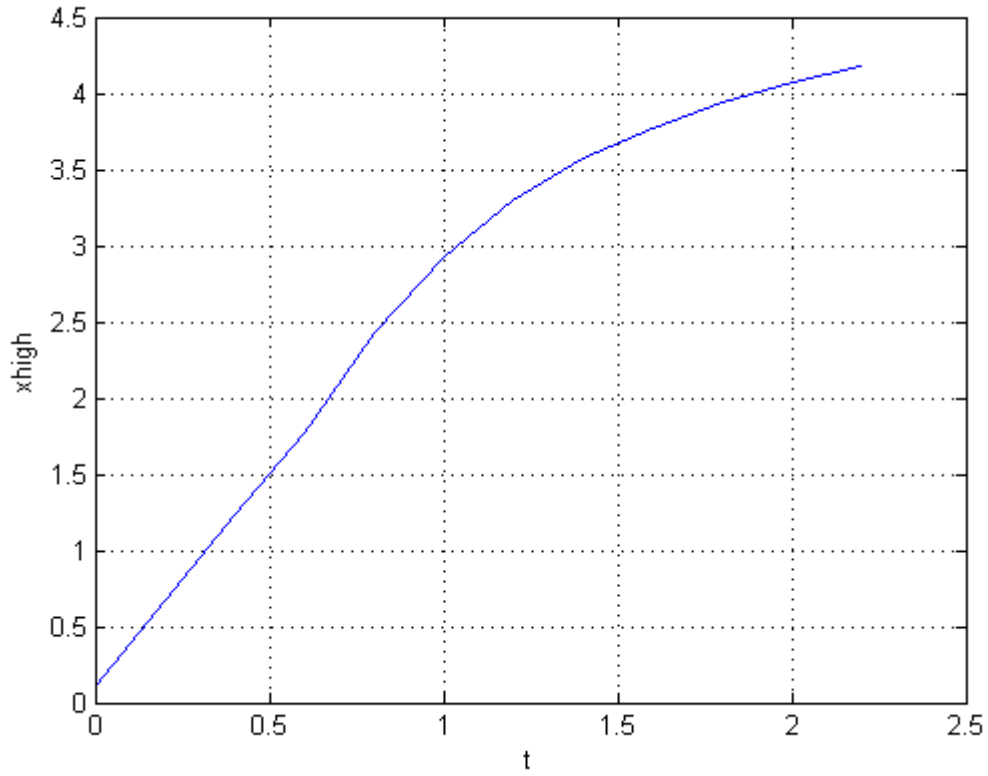


Διάγραμμα 5.38 , $x_{high} - t$

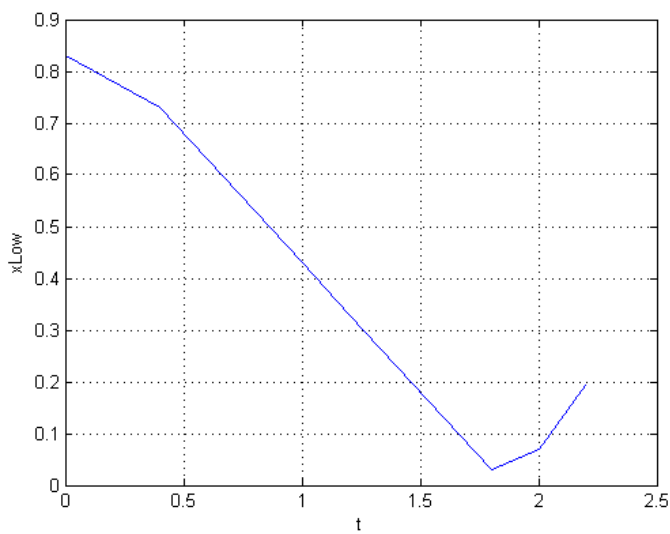


Διάγραμμα 5.39 , $x_{low} - t$

$T_{\text{high}} = 400 \text{ mK}$



Διάγραμμα 5.40 , $x_{\text{high}} - t$, παρατηρούμε την αντιστροφή της συμπεριφοράς



Διάγραμμα 5.41 , $x_{low} - t$, η συμπεριφορά παραμένει σχεδόν ίδια με πιο απότομη κλίση.

Παρατηρούμε ότι από το πέρασμα από το ένα αρχικό θερμοκρασιακό όριο στο άλλο έχουμε αντιστροφή της συμπεριφοράς ως προς την μεταβολή των συγκεντρώσεων με το χρόνο για τις υψηλές συγκεντρώσεις και μείωση με το χρόνο για τις χαμηλές συγκεντρώσεις. Εδώ να τονισθεί πως καθόλη τη διάρκεια του προβλήματος η μαγνητική ένταση B παραμένει σταθερή ως προς τα δύο οριά της διαφορετικά δε θα συγκλίνει ο αλγόριθμός.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 : Επίλογος και συνοπτική σύγκριση των δύο μεθόδων

6.1 Συμπεράσματα πάνω στους δύο τρόπους κρυογονικής ψύξης

Ασχοληθήκαμε με δύο τρόπους ψύξης με τις μηχανές SSR και με τις κρυοψυκτικές μηχανές με διάλυση ^3He . Είναι φανερό ότι από πλευράς ισχύος οι SSR υπερεισχύουν καθώς παρότι είναι για μεγαλύτερες του 1 K θερμοκρασίες είναι μηχανικά πιο αποδοτικές και κοστολογικά λιγότερο

ακριβές. Επίσης δεν χρειάζονται αντλίες όπως στην ψύξη με διάλυση και τους αγωγούς για συνεχή απορρόφηση και επανακυκλοφορία του ^3He το οποίο συνεπάγεται επιπλέον ισχύς. Χρειάζεται επομένως πολύ λιγότερα kWatt από την ψύξη με διάλυση για να δουλέψει. Επίσης έχει ένα σημαντικό πλεονέκτημα για τις διαστημικές εφαρμογές όπου μπορεί να δουλέψει άψογα σε περιβάλλον μηδενικής βαρύτητας.

Από την άλλη όμως η **ψύξη με διάλυση ^3He** μας δίνει τη δυνατότητα να πετύχουμε τόσο χαμηλές θερμοκρασίες όσο της τάξεως κοντά στο απόλυτο μηδέν επίσης δεν έχει ιδιαίτερα βαρύ εξοπλισμό και είναι σχετικά αθόρυβη και αρκετά μικρές ως μηχανές, εύκολες προς εγκατάσταση. Επίσης να τονισθεί ότι είναι αρκετά συνήθης ο συνδυασμός τους με απομαγνητικές ψυκτικές μηχανές στον επιστημονικό τομέα, καθώς όπως ήδη ειπώθηκε πετυχαίνουν τόσο χαμηλές θερμοκρασίες όσο της τάξης των 1-2 mK για αρκετά μεγάλα χρονικά διαστήματα. Από τα παραπάνω γίνεται κατανοητό ότι σε πολλές εφαρμογές χρειαζόμαστε μία ψυκτική μηχανή τέτοια που να πετυχαίνει πολύ μικρές θερμοκρασίες, και η απάντηση σε αυτή την ανάγκη είναι η **ψύξη με διάλυση**. Συνεπώς η διπλωματική αυτή εργασία θα εστιάσει σε αυτές τις ψυκτικές μηχανές εφεξής.

Επομένως όταν θέλουμε να πετύχουμε θερμοκρασίες της τάξεως των mK, όπως για διαστημικές εφαρμογές ή και βιολογικές χρειαζόμαστε έναν κρυοψυκτή τέτοιο που να πετυχαίνει δύο πράγματα. Το πρώτο είναι η ελαχιστοποίηση της κατώτερης δυνατής θερμοκρασίας που θέλουμε να παράγει και το δεύτερο να μεγιστοποιεί την ψυκτική ισχύς σε αυτή τη χαμηλή θερμοκρασία. Θα μελετήσουμε επομένως μία ψυκτική μηχανή

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 6.1 Συμπεράσματα πάνω στους δύο τρόπους κρυογονικής ψύξης

με διάλυση ^3He - ^4He η οποία θα πετυχαίνει τα μέγιστα και στις δύο αυτές απαιτήσεις. Ήδη έχει γίνει μία σύντομη περιγραφή της ψύξης με διάλυση καθαρά για να τονιστούν οι διαφορές της με την άλλη πιο συχνή ψύξη Stirling που κάνει χρήση υπερρευστού. Παρακάτω θα γίνει μία εκτενής και αναλυτική περιγραφή.

Statistics and Low Temperature Physics the dilution refrigerator ,dr K.Hock

Statistics and Low Temperature Physics superfluid ,dr K.Hock

Statistics and Low Temperature Physics basic statistical mechanics ,dr K.Hock

The development of High Cooling Power and Low Ultimate Temperature SSR ,d
A.Patel

Design and Test of a 1.8K Liquid Helium Refrigerator

Thermodynamic Modeling of a ^3He - ^4He Cold Cycle Dilution Refrigerator ,dr
B.Mueller

A ^3He - ^4He Dilution Refrigerator , Federson D.

A ^3He - ^4He Dilution Refrigerator System ,Kenneth N.

<http://en.wikipedia.org/wiki/Superfluidity>

http://en.wikipedia.org/wiki/Superfluid_helium-4

http://en.wikipedia.org/wiki/Applications_of_the_Stirling_engine

<http://en.wikipedia.org/wiki/Cryocooler>

<http://www.robertstirlingengine.com/cold.php>

Thermodynamic properties of liquid ^3He - ^4He mixtures between 0.15 K and 1.8 K,
J.Brisson

http://en.wikipedia.org/wiki/Dilution_refrigerator

<http://www.oxford-instruments.com/products/cryogenic-environments/dilution-refrigerator/cryogen-free-dilution-refrigerators>

Τα διαγράμματα και οι εικόνες προέρχονται από την άνω βιβλιογραφία,πλην των υπολογισθέντων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 6.1 Συμπεράσματα πάνω στους δύο τρόπους κρυογονικής ψύξης