



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ  
ΔΙΑΝΟΜΗΣ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ  
ΣΟΥΡΛΙΓΚΑΣ – ΠΕΤΡΟΥ Κ. ΑΠΟΣΤΟΛΟΣ**

**Επιβλέπων:** Νικόλαος Χατζηαργυρίου  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2015





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

## ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΔΙΑΝΟΜΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΣΟΥΡΛΙΓΚΑΣ – ΠΕΤΡΟΥ Κ. ΑΠΟΣΤΟΛΟΣ

**Επιβλέπων:** Νικόλαος Χατζηαργυρίου  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 13<sup>η</sup> Ιουλίου 2015

.....	.....	.....
Νικόλαος Χατζηαργυρίου	Σταύρος Παπαθανασίου	Πάυλος Γεωργιλάκης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.	Αναπληρωτής Καθηγητής	Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
ΣΟΥΡΛΙΓΚΑΣ – ΠΕΤΡΟΥ Κ. ΑΠΟΣΤΟΛΟΣ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

**Copyright © Σουρλιγκας – Πέτρου Κ. Απόστολος, 2015**

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

---

Τα τελευταία χρόνια, η ανάγκη για κατανόηση και πληρη πρόβλεψη των στοιχείων ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας οδήγησε στην εμβάθυνση στην πιθανοτική ροή φορτίου των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Με τα περιβαλλοντικά θέματα να βρίσκονται στο προσκήνιο, επιτάσσεται η παραγωγή ενέργειας από ανανεώσιμες πηγές, με αποτέλεσμα η αβεβαιότητα που διέπει την παραγόμενη ενέργεια να μεγαλώνει. Συνεπώς, η πιθανοτική προσέγγιση της ανάλυσης των ροών φορτίου αποτελεί επιτακτική ανάγκη για τον σωστό σχεδιασμό των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας καθώς και για την ασφαλή και οικονομική τους λειτουργία.

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι η υλοποίηση της θεωρίας που έχει αναπτυχθεί τα τελευταία χρόνια γύρω από την πιθανοτική ροή φορτίου ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας στο οποίο υπάρχει εκτεταμένη διείσδυση διεσπαρμένης παραγωγής και στη συνέχεια η δημιουργία ενός Γραφικού Περιβάλλοντος Χρήστη για την εκτέλεση μεθόδων επίλυσης πιθανοτικής ροής φορτίου. Η υλοποίηση αυτή θα γίνει με προσομοιώσεις σε προγραμματιστικό περιβάλλον (Matlab).

Σε αντίθεση με την ντετερμινιστική μέθοδο ροής φορτίου η οποία βασίζεται σε ακριβείς τιμές για τα φορτία, τις παραγωγές και γενικότερα για τις μεταβλητές του δικτύου, η πιθανοτική ροή φορτίου λαμβάνει υπόψη την αβεβαιότητα και τη στατιστική φύση των δεδομένων μεγεθών, δηλαδή των φορτίων και της παραγωγής. Συγκεκριμένα θα παρουσιαστούν μέθοδοι μελέτης μιας ροής φορτίου όπως η γραμμικοποίηση γύρω από την μέση τιμή, οι αναλυτικές μέθοδοι πυκνότητας πιθανότητας Gram – Charlier και Cornish – Fisher και η Μέθοδος Εκτίμησης Σημείων. Οι μέθοδοι αυτές έχουν αναλυθεί και προσομοιωθεί σε διάφορα συστήματα αποτελέσματα των οποίων είναι διαθέσιμα στην βιβλιογραφία.

Οι μέθοδοι αυτές θα εφαρμοστούν σε ένα πραγματικό δίκτυο όπου υπάρχει έντονη διείσδυση διεσπαρμένης παραγωγής και θα συγκριθούν τόσο μεταξύ τους, όσο και με την αριθμητική μέθοδο Monte Carlo. Συγκεκριμένα η μελέτη θα γίνει στο δίκτυο της Σπερχειάδας. Η σύγκριση αυτή θα δείξει τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της κάθε μεθόδου ανάλογα με τα στοιχεία που μελετώνται, αλλά και την ακρίβεια της κάθε μίας μεθόδου. Έτσι θα μπορέσουμε να βγάλουμε χρήσιμα συμπεράσματα ως προς την χρήση της κάθε μεθόδου ανάλογα την εφαρμογή.

Τέλος, θα υλοποιηθεί ένα Γραφικό Περιβάλλον Χρήστη για την εισαγωγή δεδομένων και εκτέλεση δύο βασικών μεθόδων επίλυσης πιθανοτικής ροής φορτίου, της Monte-Carlo και της Μεθόδου Εκτίμησης Σημείων. Το Περιβάλλον αυτό θα εξεταστεί για την ορθή λειτουργία του τόσο σε μία απλή εφαρμογή σε ένα δίκτυο 14 ζυγών όσο και στη μελέτη που έγινε για το δίκτυο της Σπερχειάδας.

---

**Λέξεις - κλειδιά:** Πιθανοτική ροή φορτίου, Monte-Carlo, γραμμικοποίηση, Gram - Charlier, Cornish – Fisher, Μέθοδος Εκτίμησης Σημείων, κατανομές μεγεθών, σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας, δίκτυο Σπερχειάδας, Γραφικό Περιβάλλον Χρήστη

## ABSTRACT

---

In the past few years, the need for comprehension and full prediction of the elements of power electric systems led to an in-depth research of the probabilistic load flow method employed in power electric systems. While environmental issues are at the forefront, the production of energy from renewable energy sources (RES) has become very popular. Therefore, the uncertainty that characterizes the generating power is even bigger. As a result, the probabilistic approach to load flow analysis is imperative for the proper planning of power systems and for their safer and more economic operation.

The purpose of this thesis is the implementation of the theory that has been developed over the last years around the Probabilistic Load Flow of an electric system in which there is big penetration of renewable energy and then the creation of a Graphical User Interface (GUI) in order to perform probabilistic load flow solving methods. This implementation will take place in the programming environment of Matlab.

Unlike the deterministic load flow method which is based in accurate values for the loads, generations and generally for the variables of the network, the probabilistic method takes under consideration the uncertainty and the statistical nature of the variables, i.e of the loads and the generations. More specific, there will be developed study methods as the linearization around the medium value, the analytical methods of probabilistic density as Gram – Charlier and Cornish Fisher and the Point-Estimate Method. These methods have been developed and have been simulated in different systems and the results are available in the bibliography.

These methods will be developed in a real energy system, which has big penetration of renewable generation, and will be compared with each other as well as with the Monte Carlo method. More specific, the study will be made for the energy system of Sperxeiada. The comparison will show the advantages and disadvantages of each method, depending on values that are examined, and its accuracy. By this way we will make some useful conclusions about each method depending on the application.

Finally, a Graphical User Interface will be implemented for data entry and execution of two basic probabilistic load flow solving methods, the Monte-Carlo Method and the Point-Estimate Method. The GUI will be examined about its proper functioning on both a simple application of a 14-bus network and the study of Sperxeiada's energy system.

---

**Keywords:** Probabilistic Load Flow, Monte-Carlo Simulation, Linearization, Gram-Charleir, Cornish – Fisher, Point-Estimate Method, Distribution of variables, power electric system, Sperxeiada energy system, Graphical User Interface



## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

---

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε κατά το ακαδημαϊκό έτος 2014–2015 στον τομέα Ηλεκτρικής Ισχύος της σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Ε.Μ.Π.

Αντικείμενο της εργασίας είναι η μελέτη πιθανοτικής ροής φορτίου στο σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας της Σπερχειάδας και σύγκριση μεθόδων και σε δεύτερο στάδιο η δημιουργία ενός Γραφικού Περιβάλλοντος Χρήστη για την εκτέλεση των μεθόδων. Η μελέτη αυτή πραγματοποιήθηκε με την προσομοίωση του συστήματος σε υπολογιστή, με σκοπό τον υπολογισμό των κατανομών που διέπουν τα στοιχεία του.

Υπεύθυνος κατά την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας ήταν ο Καθηγητής κ. Ν. Χατζηαργυρίου, στον οποίο οφείλω ιδιαίτερες ευχαριστίες για την ανάθεση της.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κ. Ανέστη Αναστασιάδη, διδάκτορα Ε.Μ.Π., για την βοήθεια, την καθοδήγηση και την υποστήριξη που μου παρείχε κατά την εκπόνηση της εργασίας.

Αθήνα, Ιούλιος 2015

Απόστολος Κ. Σουρλίγκας – Πέτρου



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΣΥΓΚΡΟΤΗΣΗ ΚΑΙ ΑΡΧΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

1.1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	i
1.1.1.	Σκοπός και απαιτήσεις.....	i
1.1.2.	Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας .....	i
1.2.	ΔΟΜΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ.....	2
1.3.	ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ.....	4
1.4.	ΦΟΡΤΙΑ .....	4
1.5.	ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ .....	5
1.5.1.	Ροή Ισχύος και Ενέργειας .....	5
1.5.2.	Μηχανισμός Φορτίου – Συχνότητας.....	6
1.5.3.	Ευστάθεια Λειτουργίας Συστήματος.....	6
1.5.4.	Άεργος ισχύς και τάσεις συστήματος.....	7
1.6.	ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ .....	7
1.7.	ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΑΙ ΜΕΣΑ ΠΡΟΣΤΑΣΙΑΣ.....	8

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

2.1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	9
2.2.	ΜΕΛΕΤΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ .....	10
2.2.1.	Μεταβλητές του συστήματος .....	10
2.3.	Εξισώσεις ροών φορτίου .....	11
2.3.1.	Μέθοδος Gauss – Seidel.....	12
2.3.2.	Μέθοδος Newton – Raphson.....	15
2.3.3.	Ταχεία Αποζευγμένη Μέθοδος Ροής Φορτίου.....	19

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ Σ.Η.Ε.

3.1.	ΓΕΝΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ .....	23
3.1.1.	Ιστορική Ανάπτυξη του Θέματος.....	25
3.2.	ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ .....	28
3.3.	ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	30
3.4.	ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΣΥΝΕΛΙΞΗΣ .....	36
3.5.	ΘΕΩΡΗΣΗ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ.....	39
3.6.	ΠΟΛΥΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΜΕΝΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ .....	42

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΤΟ ΔΙΚΤΥΟ ΤΗΣ ΣΠΕΡΧΕΙΑΔΑΣ

4.1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	49
4.2.	ΣΕΝΑΡΙΟ Α.....	50
4.2.1.	Περιγραφή.....	50

4.2.2.	Παρουσίαση Αποτελεσμάτων .....	52
4.2.3.	Παρατηρήσεις-Σχόλια .....	78
4.3.	ΣΕΝΑΡΙΟ Β.....	80
4.3.1.	Περιγραφή.....	80
4.3.2.	Παρουσίαση Αποτελεσμάτων .....	83
4.3.3.	Παρατηρήσεις-Σχόλια .....	96

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**

### **ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΓΡΑΦΙΚΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ ΧΡΗΣΤΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ**

5.1	ΓΡΑΦΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ.....	98
5.2.1	Επίλυση με Monte-Carlo .....	102
5.2.2	Επίλυση με 3-Point Estimate Method.....	105
5.3	ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΟΡΘΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΜΕΘΟΔΟΥ .....	106
5.3.1	Περιγραφή.....	106
5.3.2	Παρουσίαση αποτελεσμάτων.....	109
5.3.3	Παρατηρήσεις – Σχόλια .....	115
5.4	ΕΝΤΑΞΗ ΣΕΝΑΡΙΟΥ Β ΔΙΚΤΥΟΥ ΣΠΕΡΧΕΙΑΔΑΣ .....	115

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6**

### **ΕΠΙΛΟΓΟΣ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**

6.1	ΓΕΝΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ.....	130
6.1	ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ.....	130
6.1.1	Μέθοδος Monte – Carlo .....	130
6.1.2	Μέθοδος Γραμμικοποίησης με συνέλιξη .....	131
6.1.3	Μέθοδος Cornish – Fisher.....	131
6.1.4	Μέθοδος Gram-Charlier .....	132
6.1.5	Μέθοδος Εκτίμησης με χρήση 3 σημείων.....	132
6.2	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....	133
6.3	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΜΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΞΕΤΑΣΗ .....	134
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	136

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α**

### **ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ MONTE CARLO**

A.1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	139
A.2.	ΤΥΧΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΤΡΟΠΟΙ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΟΥΣ .....	139
A.2.1.	Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών .....	139
A.2.2.	Ομοιόμορφα Κατανομημένοι Τυχαίοι Αριθμοί .....	141
A.2.3.	Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών από Δεδομένη Συνάρτηση Κατανομής .....	143
A.2.4.	Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών υπό Δέσμευση .....	147
A.3.	ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ MONTE CARLO.....	148

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β**

### **ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΥΝΕΛΙΞΗΣ**

B.1.	ΣΥΝΕΛΙΞΗ ΚΑΝΟΝΙΚΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ .....	151
B.2.	ΣΥΝΕΛΙΞΗ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ .....	153
B.2.1.	Συνέλιξη κανονικής και διακριτής κατανομής.....	156

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ**

### **ΕΠΕΚΤΑΣΗ CORNISH - FISHER**

Γ.1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	162
------	----------------	-----

Γ.2.	ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ.....	163
Γ.2.1.	Υπολογισμός ροπών (Moments) .....	163
Γ.2.2.	Ορισμός των Αθροισμάτων (Cumulants) .....	163
Γ.2.3.	Σχέση μεταξύ των Ροπών και των Αθροισμάτων.....	164
Γ.2.4.	Ιδιότητες των Αθροισμάτων.....	165
Γ.3.	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ CORNISH – FISHER .....	166
Γ.4.	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΕΘΟΔΟΥ .....	172
Γ.4.1.	Ποιοτικά αποτελέσματα.....	172
Γ.5.	ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ .....	173

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ**

### **ΕΠΕΚΤΑΣΗ GRAM - CHARLIER**

Δ.1.	ΕΠΕΚΤΑΣΗ GRAM-CHARLIER.....	174
Δ.2.	ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ .....	175
Δ.3.	ΓΡΑΦΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	175

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε**

### **ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΣΗΜΕΙΩΝ**

Ε.1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	177
Ε.2.	ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΗΣ ΜΕΣ_3.....	178
Ε.3.	ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ.....	179
Ε.4.	ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ .....	182
Ε.5.	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΓΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ .....	186
Ε.6.	ΣΥΝΟΨΗ ΤΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ 2 ΚΑΙ 3 ΣΗΜΕΙΩΝ .....	189

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΣΤ**

### **ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΚΤΥΟΥ ΣΠΕΡΧΕΙΑΔΑΣ**

ΣΤ.1.	ΔΙΚΤΥΟ ΣΕΝΑΡΙΟΥ Α.....	192
ΣΤ.2.	ΔΙΚΤΥΟ ΣΕΝΑΡΙΟΥ Β.....	207

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1.1 Βασική δομή ενός ΣΗΕ .....	4
Σχήμα 2.1 Χαρακτηριστικά μεγέθη ενός ζυγού.....	11
Σχήμα 2.2 Τυπικός ζυγός ενός Σ.Η.Ε .....	11
Σχήμα 3.3 Σύνθεση τελικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας.....	47
Σχήμα 3.4 Αντιμετώπιση περιπτώσεων έντονης μη γραμμικότητας.....	48
Σχήμα 4.1 Μονογραμμικό feeder 102 ζυγών.....	50
Σχήμα 4.2 Τάση ζυγού 254 κατά την αρχική λειτουργία .....	53
Σχήμα 4.3 Τάση ζυγού 254 με σύνδεση 283-95 .....	53
Σχήμα 4.4 Τάση ζυγού 254 με τομή στη γραμμή 15-31 feeder 102 ζυγών.....	54
Σχήμα 4.5 Τάση ζυγού 254 με τομή στη γραμμή 236-239 feeder 327 ζυγών.....	54
Σχήμα 4.6 Τάση ζυγού 254 με χρήση tap changer .....	55
Σχήμα 4.7 Τάση ζυγού 254 με χρήση tap changer και σύνδεση 283-95 .....	55
Σχήμα 4.8 Τάση ζυγού 265 κατά την αρχική λειτουργία .....	56
Σχήμα 4.9 Τάση ζυγού 265 με σύνδεση 283-95 .....	56
Σχήμα 4.10 Τάση ζυγού 265 με τομή στη γραμμή 15-31 feeder 102 ζυγών.....	57
Σχήμα 4.11 Τάση ζυγού 265 με τομή στη γραμμή 236-239 feeder 327 ζυγών.....	57
Σχήμα 4.12 Τάση ζυγού 265 με χρήση tap changer .....	58
Σχήμα 4.13 Τάση ζυγού 265 με χρήση tap changer και σύνδεση 283-95 .....	58
Σχήμα 4.14 Τάση ζυγού 283 κατά την αρχική λειτουργία .....	59
Σχήμα 4.15 Τάση ζυγού 283 με σύνδεση 283-95 .....	59
Σχήμα 4.16 Τάση ζυγού 283 με τομή στη γραμμή 15-31 feeder 102 ζυγών.....	60
Σχήμα 4.17 Τάση ζυγού 283 με τομή στη γραμμή 236-239.....	60
Σχήμα 4.18 Τάση ζυγού 283 με χρήση tap changer .....	61
Σχήμα 4.19 Τάση ζυγού 283 με χρήση tap changer και σύνδεση 283-95 .....	61
Σχήμα 4.20 Γωνία ζυγού 254 κατά την αρχική λειτουργία .....	62
Σχήμα 4.21 Γωνία ζυγού 254 με σύνδεση 283-95 .....	62
Σχήμα 4.22 Γωνία ζυγού 254 με τομή στη γραμμή 15-31 feeder 102 ζυγών.....	63
Σχήμα 4.23 Γωνία ζυγού 254 με τομή στη γραμμή 236-239 feeder 327 ζυγών.....	63
Σχήμα 4.24 Γωνία ζυγού 254 με χρήση tap changer .....	64
Σχήμα 4.25 Γωνία ζυγού 254 με χρήση tap changer και σύνδεση 283-95 .....	64
Σχήμα 4.26 Γωνία ζυγού 283 κατά την αρχική λειτουργία .....	65
Σχήμα 4.27 Γωνία ζυγού 283 με σύνδεση 283-95 .....	65
Σχήμα 4.28 Γωνία ζυγού 283 με τομή στην γραμμή 15-31 feeder 102 ζυγών.....	66
Σχήμα 4.29 Γωνία ζυγού 283 με τομή στη γραμμή 236-239 feeder 327 ζυγών.....	66
Σχήμα 4.30 Γωνία ζυγού 283 με χρήση tap changer .....	67
Σχήμα 4.31 Γωνία ζυγού 283 με χρήση tap changer και σύνδεση 283-95 .....	67
Σχήμα 4.32 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-3 κατά την αρχική λειτουργία.....	68
Σχήμα 4.33 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-3 με σύνδεση 283-95 .....	68
Σχήμα 4.34 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-3 με τομή στη γραμμή 15-31 feeder 102 ζυγών .	69
Σχήμα 4.35 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-3 με τομή στη γραμμή 236-239 feeder 327 ζυγών .....	69
Σχήμα 4.36 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-3 με χρήση tap changer.....	70
Σχήμα 4.37 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-3 με χρήση tap changer και σύνδεση 283-95 .....	70
Σχήμα 4.38 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-328 κατά την αρχική λειτουργία.....	71
Σχήμα 4.39 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-328 με σύνδεση 283-95 .....	71

Σχήμα 4.40 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-328 με τομή στη γραμμή 15-31 feeder 102 ζυγών	72
Σχήμα 4.41 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-328 με τομή στη γραμμή 236-239 feeder 327 ζυγών	72
Σχήμα 4.42 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-328 με χρήση tap changer	73
Σχήμα 4.43 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-328 με χρήση tap changer και σύνδεση 283-95	73
Σχήμα 4.44 Ροή Ισχύος Γραμμής σύνδεσης κατά την προσθήκη	74
Σχήμα 4.45 Ροή Ισχύος Γραμμής σύνδεσης με τομή στη γραμμή 15-31 feeder 102 ζυγών	74
Σχήμα 4.46 Ροή Ισχύος Γραμμής σύνδεσης με τομή στη γραμμή 236-239 feeder 327 ζυγών	75
Σχήμα 4.47 Ροή Ισχύος Γραμμής σύνδεσης με χρήση tap changer	75
Σχήμα 4.48 Παραγωγές 47 σημείων για Φωτοβολταϊκά ζυγών 45 και 96	81
Σχήμα 4.49 Διακριτό φορτίο ζυγού 42	82
Σχήμα 4.50 Παραγωγή ζυγού 46	83
Σχήμα 4.51 Τάση ζυγού 39 κατά την αρχική λειτουργία	84
Σχήμα 4.52 Τάση ζυγού 39 με προσθήκη διακριτού φορτίου	84
Σχήμα 4.53 Τάση ζυγού 39 με προσθήκη διακριτού φορτίου και παραγωγής Γάμμα	85
Σχήμα 4.54 Τάση ζυγού 39 με προσθήκη διακριτού φορτίου και αντιστάθμιση	85
Σχήμα 4.55 Τάση ζυγού 42 κατά την αρχική λειτουργία	86
Σχήμα 4.56 Τάση ζυγού 42 με προσθήκη διακριτού φορτίου	86
Σχήμα 4.57 Τάση ζυγού 42 με προσθήκη διακριτού φορτίου και παραγωγής Γάμμα	87
Σχήμα 4.58 Τάση ζυγού 42 με προσθήκη διακριτού φορτίου και αντιστάθμιση	87
Σχήμα 4.59 Γωνία ζυγού 39 κατά την αρχική λειτουργία	88
Σχήμα 4.60 Γωνία ζυγού 39 με προσθήκη διακριτού φορτίου	88
Σχήμα 4.61 Γωνία ζυγού 39 με προσθήκη διακριτού φορτίου και παραγωγής Γάμμα	89
Σχήμα 4.62 Γωνία ζυγού 39 με προσθήκη διακριτού φορτίου και αντιστάθμιση	89
Σχήμα 4.63 Γωνία ζυγού 42 κατά την αρχική λειτουργία	90
Σχήμα 4.64 Γωνία ζυγού 42 με προσθήκη διακριτού φορτίου	90
Σχήμα 4.65 Γωνία ζυγού 42 με προσθήκη διακριτού φορτίου και παραγωγής Γάμμα	91
Σχήμα 4.66 Γωνία ζυγού 42 με προσθήκη διακριτού φορτίου και αντιστάθμιση	91
Σχήμα 4.67 Ροή Ισχύος Γραμμής 1-2 κατά την αρχική λειτουργία	92
Σχήμα 4.68 Ροή Ισχύος Γραμμής 1-2 με προσθήκη διακριτού φορτίου	92
Σχήμα 4.69 Ροή Ισχύος Γραμμής 1-2 με προσθήκη διακριτού φορτίου και παραγωγής Γάμμα	93
Σχήμα 4.70 Ροή Ισχύος Γραμμής 1-2 με προσθήκη διακριτού φορτίου και αντιστάθμιση	93
Σχήμα 4.71 Ροή Ισχύος Γραμμής 39-46 με προσθήκη διακριτού φορτίου και κατανομής Γάμμα	94
Σχήμα 5.1 Αρχικό περιβάλλον GUI	98
Σχήμα 5.2 Μενού εισόδου δεδομένων ζυγών	99
Σχήμα 5.3 Μενού εισόδου δεδομένων γραμμών	99
Σχήμα 5.4 Μενού επιλογής κατανομών παραγωγής / ζήτησης (1/2)	100
Σχήμα 5.5 Μενού επιλογής κατανομών παραγωγής / ζήτησης (2/2)	100
Σχήμα 5.6 Πεδία εισαγωγής τιμών κατανομής	101
Σχήμα 5.7 Επιλογή δεδομένων μετρήσεων	101

Σχήμα 5.8 Ειδοποίηση καταχώρησης δεδομένων μετρήσεων.....	102
Σχήμα 5.9 Επιλογή Μεθόδου Επίλυσης .....	102
Σχήμα 5.10 Περιβάλλον μεθόδου Monte-Carlo .....	103
Σχήμα 5.11 Πεδίο αναγραφής χρόνου εκτέλεσης.....	103
Σχήμα 5.12 Μενού επιλογής αποτελεσμάτων .....	104
Σχήμα 5.13 Περιβάλλον κατά την παρουσίαση αποτελεσμάτων .....	104
Σχήμα 5.14 Μενού επιλογών ζυγού-ισχύος.....	105
Σχήμα 5.15 Μήνυμα αχρησιμοποίητων επιλογών .....	105
Σχήμα 5.16 Περιβάλλον μεθόδου ME3Σ.....	106
Σχήμα 5.17 Δίκτυο IEEE 14 .....	107
Σχήμα 5.18 Παραγωγή στον ζυγό 9.....	108
Σχήμα 5.19 PDF Τάση-Γωνία ζυγού 14 .....	109
Σχήμα 5.20 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 9 .....	110
Σχήμα 5.21 CDF Έγχυση Ισχύος ζυγού 4.....	110
Σχήμα 5.22 PDF Έγχυση Ισχύος Ζυγού 4 .....	111
Σχήμα 5.23 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και Ολικών απωλειών (ενεργός ισχύς) 111	
Σχήμα 5.23 PDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και Ολικών απωλειών (άεργος ισχύς)..	112
Σχήμα 5.24 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 14.....	112
Σχήμα 5.25 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 9 .....	113
Σχήμα 5.26 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και Ολικών απωλειών (ενεργός ισχύς) 113	
Σχήμα 5.27 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και Ολικών απωλειών (άεργος ισχύς) .	114
Σχήμα 5.28 PDF Τάση-Γωνία ζυγού 39 .....	116
Σχήμα 5.29 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 42.....	116
Σχήμα 5.30 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και ολικών απώλειων (ενεργός ισχύς). 117	
Σχήμα 5.31 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 39.....	117
Σχήμα 5.32 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 42.....	118
Σχήμα 5.33 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και ολικών απώλειων (ενεργός ισχύς). 118	
Σχήμα 5.34 PDF Τάση-Γωνία ζυγού 39 .....	119
Σχήμα 5.35 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 42.....	119
Σχήμα 5.36 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και ολικών απώλειων (ενεργός ισχύς). 120	
Σχήμα 5.37 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 39.....	120
Σχήμα 5.38 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 42.....	121
Σχήμα 5.39 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και ολικών απώλειων (ενεργός ισχύς). 121	
Σχήμα 5.40 PDF Τάση-Γωνία ζυγού 39 .....	122
Σχήμα 5.41 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 39.....	122
Σχήμα 5.42 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και ολικών απώλειων (ενεργός ισχύς). 123	
Σχήμα 5.43 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 39.....	123
Σχήμα 5.44 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 42.....	124
Σχήμα 5.45 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και ολικών απώλειων (ενεργός ισχύς). 124	
Σχήμα 5.46 PDF Τάση-Γωνία ζυγού 39 .....	125
Σχήμα 5.47 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 42.....	125
Σχήμα 5.48 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και ολικών απώλειων (ενεργός ισχύς). 126	
Σχήμα 5.49 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 39.....	126
Σχήμα 5.50 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 42.....	127
Σχήμα 5.51 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και ολικών απώλειων (ενεργός ισχύς). 127	
Σχήμα A.2.1 Μέθοδος παραγωγής τυχαίων αριθμών .....	141
Σχήμα A.2.2 Βαθμωτή Συνάρτηση αθροιστικής κατανομής.....	146
Σχήμα B.2.1 Συνέλιξη δύο διακριτών κατανομών .....	155







# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## ΣΥΓΚΡΟΤΗΣΗ ΚΑΙ ΑΡΧΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

### 1.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

#### 1.1.1. Σκοπός και απαιτήσεις

Ο προορισμός ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας (ΣΗΕ) είναι η παροχή ηλεκτρικής ενέργειας σε μια εξυπηρετούμενη περιοχή καταναλώσεως. Το σύστημα πρέπει να έχει μελετηθεί και να ικανοποιεί της ακόλουθες προδιαγραφές:

- a) Πρέπει να παρέχει ηλεκτρική ενέργεια οπουδήποτε υπάρχει ζήτηση.
- b) Η ζήτηση πραγματικής και αέργου ισχύος μεταβάλλεται συνεχώς με το χρόνο, και το σύστημα πρέπει να είναι μπορεί να ικανοποιεί συνεχώς αυτή τη μεταβαλλόμενη ζήτηση.
- c) Η παρεχόμενη ενέργεια πρέπει να ικανοποιεί ορισμένους όρους ποιότητας. Τρεις βασικοί παράγοντες συνιστούν την ποιότητα αυτή: 1) σταθερή συχνότητα, 2) σταθερή τάση, 3) υψηλή αξιοπιστία τροφοδότησης.
- d) Η ενέργεια πρέπει να παρέχεται με τα ελάχιστα οικονομικά και οικολογικά κόστη, ειδικότερα στις μέρες μας που η οικονομία σε συνδυασμό με την προστασία του περιβάλλοντος αποτελούν πρώτη προτεραιότητα.

#### 1.1.2. Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας

Η ηλεκτρική ενέργεια η οποία παρέχεται στο σύστημα, δεν βρίσκεται σε αυτή τη μορφή στη φύση. Μετασχηματίζεται από άλλες μορφές ενέργειας όπως για παράδειγμα είναι η μηχανική ή η χημική. Το σύνολο της ηλεκτρικής ενέργειας που παρέχεται στον καταναλωτή σήμερα παράγεται κυρίως από θερμοηλεκτρικούς σταθμούς με την καύση ορυκτών καυσίμων (άνθρακας, λιγνίτης, πετρέλαια, φυσικό αέριο), από υδροηλεκτρικούς σταθμούς με τη ροή ή την πτώση των υδάτων, από πυρηνικούς σταθμούς με την πυρηνική σχάση και τα τελευταία χρόνια με μεγαλύτερη ένταση από σταθμούς ανανεώσιμων πηγών ενέργειας όπως είναι ο άνεμος (αιολική ενέργεια), τα θαλάσσια κύματα, η ηλιακή ενέργεια, η γεωθερμία, η βιομάζα κ.λ.π.

Οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας είναι ο πιο οικολογικός τρόπος παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας και τα τελευταία χρόνια όλο και μεγαλύτερα τμήματα παραγωγής βασίζονται σε αυτές. Συνοπτικά οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας εμφανίζονται με τις ακόλουθες μορφές:

A) *Αιολική ενέργεια* η οποία αξιοποιείται μέσω των «Ανεμογεννητριών» οι οποίες μετατρέπουν την κινητική ενέργεια του ανέμου σε ηλεκτρική.

B) *Ηλιακή ενέργεια* η οποία αξιοποιείται είτε μέσω των Φωτοβολταϊκών γεννητριών, οι οποίες μετατρέπουν απ' ευθείας την ηλιακή ενέργεια σε ηλεκτρική είτε με τη συγκέντρωση των ηλιακών ακτινών μέσω ηλιακών συλλεκτών ώστε να επιτευχθούν υψηλές θερμοκρασίες και τελικά η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας.

Γ) *Υδροηλεκτρική ενέργεια* η οποία αξιοποιείται με «Μικρά Υδροηλεκτρικά» και γίνεται συνήθως εκμετάλλευση υδάτινων ρευμάτων, για τα οποία δεν απαιτούνται μεγάλα έργα αποθηκείσεως (φράγματα κ.λπ.).

Δ) *Κυψέλες καυσίμου* η οποίες μετατρέπουν απ' ευθείας τη χημική ενέργεια σε ηλεκτρική, με την χρήση κατάλληλων διατάξεων και ηλεκτρολυτών.

E) *Κινητική ενέργεια* των Θαλάσσιων κυμάτων, γίνεται προσπάθεια να μετατραπεί σε ηλεκτρική, μέσω κατάλληλων διατάξεων όμως παραμένει σε πειραματικό στάδιο.

ΣΤ) *Γεωθερμική ενέργεια* η οποία είναι η θερμότητα εσωτερικών στρωμάτων της γης, στην οποία γίνεται εκμεταλλεύσιμη όταν υπάρχουν κατάλληλες γεωλογικές συνθήκες.

## **1.2. ΔΟΜΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ**

Σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας είναι το σύνολο των εγκαταστάσεων και μέσων, τα οποία χρησιμεύουν στην εξυπηρέτηση των αναγκών ενός συνόλου καταναλωτών σε ηλεκτρική ενέργεια [2].

Η δομή του συστήματος έχει πρωτεύουσα σημασία για τη γεωγραφική διαθεσιμότητα της ηλεκτρικής ενέργειας. Η ιδιότητα, η οποία χαρακτηρίζει τη δομή του συστήματος περισσότερο από κάθε άλλη είναι το μέγεθος του συστήματος. Η δομή και η σύνθεση του συστήματος εξαρτώνται κατά κύριο λόγο από το μέγεθος

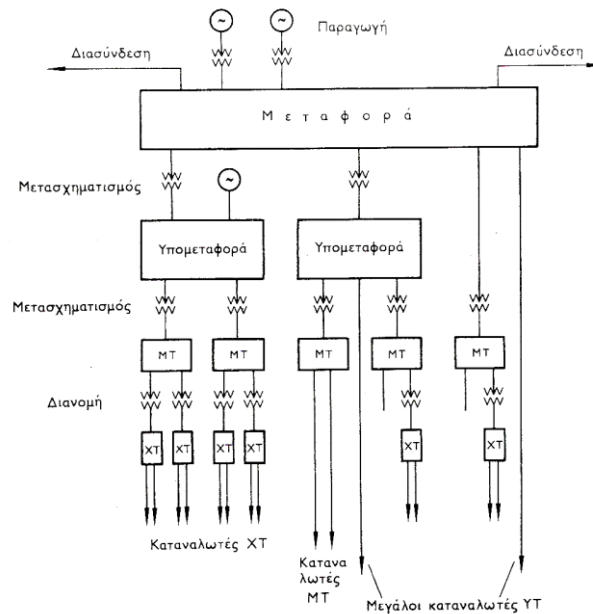
του. Οπωσδήποτε όμως ακόμη και το μικρότερο σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας είναι ένα ηλεκτρικό δίκτυο πολύπλοκο.

Δεδομένου ότι η εξυπηρέτηση των αναγκών σε ηλεκτρική ενέργεια ενός συνόλου καταναλωτών προϋποθέτει τις διακεκριμένες φάσεις της παραγωγής, της μεταφοράς και της διανομής, σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας είναι δυνατόν να διακριθούν τα εξής ειδικότερα συστήματα: το «Σύστημα Παραγωγής», το «Σύστημα Διασυνδέσεως και Μεταφοράς» και το «Σύστημα Διανομής». Το Σύστημα Παραγωγής περιλαμβάνει τους σταθμούς παραγωγής, όπου παράγεται το ηλεκτρικό ρεύμα, μαζί με τους υποσταθμούς ανυψώσεως της τάσης για τη μεταφορά του υπό υψηλή τάση. Το Σύστημα Μεταφοράς περιλαμβάνει τα δίκτυα των γραμμών υψηλής τάσης, τους υποσταθμούς ζεύξεως των δικτύων αυτών, τους υποσταθμούς μετασχηματισμού μεταξύ των διαφόρων τάσεων του δικτύου, και τους υποσταθμούς υποβιβασμού της τάσεως σε μέση τάση προς τροφοδότηση των δικτύων διανομής. Με το σύστημα μεταφοράς, η ηλεκτρική ενέργεια μεταφέρεται από τους σταθμούς παραγωγής προς τις περιοχές καταναλώσεως. Το Σύστημα Διανομής περιλαμβάνει τα δίκτυα διανομής μέσης και χαμηλής τάσεως – μερικές φορές όμως και υψηλής τάσεως – στα οποία δίκτυα υπάγονται και οι υποσταθμοί διανομής μέσω των οποίων η μέση τάση υποβιβάζεται σε χαμηλή τάση. Με τα δίκτυα διανομής η ηλεκτρική ενέργεια διανέμεται στις μικρότερες περιοχές φορτίου, και παρέχεται στους καταναλωτές μέσης κι χαμηλής τάσης.

Ένα σύστημα παραγωγής και μεταφοράς μπορεί να λειτουργεί μεμονωμένο ή διασυνδεδεμένο με ένα ή περισσότερα άλλα γειτονικά συστήματα. Η διασύνδεση γίνεται συνήθως σε επίπεδο εθνικών συστημάτων, και προσφέρει ορισμένα τεχνικά και οικονομικά πλεονεκτήματα στη λειτουργία του κάθε συστήματος.

Η βασική δομή του συστήματος παριστάνεται στο σχήμα 1.1.

## Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής



Σχήμα 1.1: Βασική δομή ενός ΣΗΕ

### 1.3. ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

Τρία γενικά, αλλά βασικά, χαρακτηριστικά σχεδιάσεως και αναφοράς ενός ηλεκτρικού δικτύου είναι η *Τάση*, η *Ισχύς Βραχυκυκλώσεως* και η *Στάθμη Μονώσεως* αυτού. Τάση του δικτύου είναι η μέγιστη τάση λειτουργίας των ηλεκτρικών γραμμών. Ισχύς βραχυκυκλώσεως του δικτύου είναι η συμβατική ισχύς που αντιστοιχεί στη μέγιστη ισχύ, η οποία αποδίδεται στο δίκτυο σε περίπτωση τριφασικού βραχυκυκλώματος μέσα σε αυτό. Η στάθμη μονώσεως του δικτύου αναφέρεται συνήθως στην τιμή της κρουστικής αντοχής αυτού, δηλαδή της διηλεκτρικής αντοχής της μονώσεως του εξοπλισμού των υποσταθμών σε κρουστικές υπερτάσεις τυποποιημένης μορφής.

### 1.4. ΦΟΡΤΙΑ

Γενικά, ο όρος φορτίο θα αναφέρεται σε μία συσκευή ή συγκρότημα συσκευών που τροφοδοτούνται με ηλεκτρική ενέργεια από το σύστημα. Στην πραγματικότητα οι συσκευές των φορτίων ποικίλουν από μία λάμπα φωτισμού νύκτας λίγων watt ως ένα κινητήρα επαγωγικό πολλών MW. Ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας κατάλληλα σχεδιασμένο μπορεί να παρέχει ενέργεια σε όλα αυτά τα διάφορα φορτία. Τα διάφορα φορτία μπορούν να καταταγούν στις εξής κατηγορίες :

1. Κινητήρες (πάσης φύσεως και τύπου)
2. Συσσκευές θερμάνσεως
3. Ηλεκτρικές συσκευές
4. Φωτιστικά σώματα

Από ηλεκτρική άποψη υπάρχουν τεράστιες διαφορές μεταξύ των διαφόρων φορτίων σε ότι αφορά το μέγεθος, τη συμμετρία (μονοφασικό ή τριφασικό), τη σταθερότητα (ως προς το χρόνο, τη συχνότητα και την τάση), και την περίοδο λειτουργίας (συστηματική ή τυχαία λειτουργία).

### **1.5. ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ**

Η λειτουργία ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας πρέπει να είναι καλή και ασφαλής, οι δύο δε αυτές έννοιες χαρακτηρίζουν τις κανονικές συνθήκες λειτουργίας του δικτύου. Ο όρος καλή λειτουργία αφορά περισσότερο τους καταναλωτές, ο δε όρος ασφαλής το σύστημα. Η ηλεκτρική ενέργεια παρέχεται από το ηλεκτρικό σύστημα στους καταναλωτές υπό ορισμένη τάση, της οποίας η τιμή πρέπει να τηρείται μέσα σε προκαθορισμένα συμβατικά όρια. Τα παραδεκτά όρια διακυμάνσεως της παρεχόμενης τάσης στην περιοχή του καταναλωτή είναι  $\pm 5\%$  επί της ονομαστικής τιμής της τάσεως, δηλαδή προκειμένου για ΧΤ επί των 230V. Ως καλή λειτουργία του δικτύου, θεωρείται εκείνη κατά την οποία η παροχή προς τους καταναλωτές είναι απρόσκοπτη και η τάση τροφοδοτήσεως τηρείται μέσα στα συμβατικά όρια. Κατά τη λειτουργία του συστήματος οι εγκαταστάσεις του υφίστανται διηλεκτρικές, θερμικές και δυναμικές καταπονήσεις. Η ασφαλής λειτουργία απαιτεί, να μπορούν οι εγκαταστάσεις και ο εξοπλισμός του όλου συστήματος να υφίστανται ακίνδυνα τις ανωτέρω λειτουργικές καταπονήσεις, και οι τελευταίες να τηρούνται μέσα στα προκαθορισμένα για την ασφάλεια του δικτύου όρια.

#### **1.5.1. Ροή Ισχύος και Ενέργειας**

Η ισχύς αποτελεί βασικό μέτρο, το οποίο είναι φυσικό σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας να χαρακτηρίζει το μέγεθος και την ικανότητα, τόσο του συστήματος ολόκληρου, όσο και κάθε στοιχείου της εγκαταστάσεως αυτού, όπως επίσης και του καταναλωτή. Η ηλεκτρική ισχύς ισούται γενικώς με το γινόμενο της τάσεως και του ρεύματος. Ενώ όμως στο συνεχές ρεύμα η ισχύς είναι μια και σχετίζεται με την ωμική αντίσταση του κυκλώματος, η ύπαρξη αυτεπαγωγών και χωρητικοτήτων σε ένα ηλεκτρικό σύστημα εναλλασσόμενου ρεύματος δημιουργεί δύο μορφές ισχύος, την ενεργό ή πραγματική ισχύ και την άεργο ισχύ ή ισχύ αντιδράσεως. Η ενεργός ισχύς είναι και η σπουδαιότερη από τις δυο. Για να παραχθεί

όμως και να διατεθεί ενεργός ισχύς σε ένα ηλεκτρικό σύστημα εναλλασσομένου ρεύματος, απαιτείται η ταυτόχρονη παραγωγή και διάθεση αντίστοιχης αέργου ισχύος.

### **1.5.2. Μηχανισμός Φορτίου – Συχνότητας**

Τα όρια διακυμάνσεως της συχνότητας πρέπει να είναι πολύ στενά, για διάφορους ειδικούς λόγους, όπως είναι η σημασία της σταθερής ταχύτητας των κινητήρων και των ωρολογιακών μηχανισμών, καθώς και για γενικότερους λόγους όπως ο έλεγχος της όλης λειτουργίας του συστήματος. Ο τελευταίος λόγος είναι και ο σοβαρότερος όλων. Ασυνήθιστες αποκλίσεις της συχνότητας δείχνουν ότι κάποια ανωμαλία συμβαίνει στο σύστημα. Στα σύγχρονα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας η σταθερότητα της συχνότητας διατηρείται υπό κανονικές συνθήκες μέσα σε  $\pm 0,05$  Hz [2].

### **1.5.3. Ευστάθεια Λειτουργίας Συστήματος**

Συναφής με την ισορροπία φορτίου – συχνότητας είναι η έννοια της ευστάθειας του συστήματος. Η ευστάθεια είναι μία βασική ιδιότητα, η οποία πρέπει να διέπει τη λειτουργία ενός συστήματος παραγωγής και μεταφοράς και η οποία αποκτά τόσο μεγαλύτερη σπουδαιότητα, όσο πιο εκτεταμένο είναι το σύστημα, ή όσοες περισσότερες διασυνδέσεις με γειτονικά συστήματα έχει. Το σύστημα χαρακτηρίζεται σαν ευσταθές, όταν, υφιστάμενο, ενώ λειτουργεί σε ορισμένη μόνιμη κατάσταση, μία διαταραχή από οποιαδήποτε αιτία τείνει να επανέλθει σε μόνιμη κατάσταση λειτουργίας, είτε την αρχική, είτε άλλη. Αντίθετα, εάν αυτό τείνει να μην επανέλθει πλέον σε κατάσταση μόνιμης λειτουργίας χαρακτηρίζεται σαν ασταθές. Μόνιμη κατάσταση λειτουργίας χαρακτηρίζεται η συνήθης κατάσταση λειτουργίας του συστήματος, κατά την οποία αυτό εκτελεί τον προορισμό του, δηλαδή παράγει, μεταφέρει και διανέμει σε κάθε στιγμή τη ζητούμενη κατά την ίδια στιγμή από την κατανάλωση ισχύ.



#### **1.5.4. Άεργος ισχύς και τάσεις συστήματος**

Όπως η σταθερότητα της συχνότητας εξασφαλίζει ότι υπάρχει ισορροπία της ενεργού ισχύος στο σύστημα, έτσι και σταθερές τάσεις ζυγών εξασφαλίζουν ισορροπία μεταξύ παραγόμενης και καταναλισκόμενης αέργου ισχύος.

Για να διατηρηθεί το μέγεθος της τάσης σταθερό σε κάθε ζυγό θα πρέπει οι μεταβολές της αέργου ισχύος να αντισταθμίζονται τοπικά ώστε να μην απαιτείται μεταφορά αέργου ισχύος από τη γραμμή και συνεπώς επίδραση της τάσεως. Η τοπική παραγωγή αέργου ισχύος επιτυγχάνεται με στατούς πυκνωτές σύγχρονους πυκνωτές εν παραλλήλω. Αυτή χρειάζεται επειδή τα φορτία είναι επαγωγικά και υπάρχει η τάση όταν αυξάνουν τα φορτία να πέφτει η τάση των ζυγών. Το αντίθετο συμβαίνει όταν ελαττώνονται τα φορτία π.χ. την νύκτα. Στην περίπτωση αυτή πολλές φορές χρειάζεται αντιστάθμιση των γραμμών με εγκάρσια πηνία. Τέλος, η διατήρηση της τάσεως επιτυγχάνεται, εκτός από τα παραπάνω, με ρύθμιση της στα συστήματα διεγέρσεως των γεννητριών και στους μετασχηματιστές ανυψώσεως και υποβιβασμού.

#### **1.6. ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ**

Κατά τη λειτουργία ενός συστήματος δημιουργούνται πολλές φορές ανώμαλες συνθήκες, που οφείλονται είτε σε βλάβες αυτού, είτε σε εξωτερικά τυχαία αίτια, ή σε ατμοσφαιρικές επιδράσεις.

Οι ανώμαλες συνθήκες αποτελούν μεταβατικές καταστάσεις λειτουργίας του συστήματος – σε αντίθεση με την κανονική ή μόνιμη κατάσταση – κατά τις οποίες στο σύστημα εκδηλώνονται μεταβατικά φαινόμενα ταχείας ή βραδείας εξελίξεως, αναλόγως της περιπτώσεως. Κατά τα μεταβατικά αυτά φαινόμενα δημιουργούνται ταλαντώσεις τάσεων και εντάσεων στο σύστημα, κατά τις οποίες τα μεγέθη αυτά είναι δυνατόν να αποκτήσουν τιμές επικίνδυνες για την ασφάλεια του συστήματος.

Τα βραχυκυκλώματα αποτελούν τις συνηθέστερες ανωμαλίες ενός ηλεκτρικού δικτύου και οφείλονται είτε σε βλάβες των εγκαταστάσεων, ή του εξοπλισμού αυτού, ή σε επιδράσεις εξωτερικών αιτιών, κυρίως ατμοσφαιρικών.

Όπως τα βραχυκυκλώματα αποτελούν ανώμαλες υπερεντάσεις οι οποίες καταπονούν θερμικά και δυναμικά τους αγωγούς των δικτύων, οι υπερτάσεις αποτελούν ανώμαλες τάσεις, πολλαπλάσιου μεγέθους των τάσεων λειτουργίας, οι οποίες αντίστοιχα καταπονούν διηλεκτρικά τις μονώσεις αυτών. Αυτές διακρίνονται

σε δύο μεγάλες κατηγορίες, αναλόγως προελεύσεως, τις *ατμοσφαιρικές* ή *εξωτερικές* και τις *λειτουργικές* ή *εσωτερικές* υπερτάσεις.

#### **1.7. ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΑΙ ΜΕΣΑ ΠΡΟΣΤΑΣΙΑΣ**

Το σύστημα προστασίας ενός ηλεκτρικού δικτύου είναι το βασικότερο από τα βοηθητικά συστήματα, με τα οποία είναι εφοδιασμένο το δίκτυο και αποσκοπεί στην προστασία του από τις ανώμαλες καταστάσεις, οι οποίες παρουσιάζονται κατά τη λειτουργία του και κυρίως από τα βραχυκυκλώματα.

Κατηγορίες και είδη προστασιών έναντι βραχυκυκλωμάτων υπάρχουν πολλά, από τα οποία αναφέρονται τα βασικότερα: *Προστασία αποστάσεως* (γραμμές μεταφοράς), *Προστασία υπερεντάσεως* (γεννήτριες, μετασχηματιστές, γραμμές διανομής ΜΤ, κ.α.), *Διαφορική προστασία* (μετασχηματιστές, καλώδια, γεννήτριες, ζυγοί), *Προστασία συγκρίσεως φάσεων* (γραμμές μεταφοράς), *Προστασία Buch – holtz* (μετασχηματιστές, κ.α.), *Προστασία υπερθερμάνσεως* (μετασχηματιστές, κ.α.).

Τα κύρια όργανα προστασίας είναι οι *ηλεκτρονόμοι* ή *ρελαί*, οι *διακόπτες ισχύος* ή *αυτόματοι διακόπτες* και οι *ασφάλειες*. Βασικοί τύποι διακοπών ισχύος υψηλής τάσεως είναι οι *διακόπτες: ελαίου, πεπιεσμένου αέρος και εξαφθοριούχου θείου*. Επίσης, ένα μέσο προστασίας του δικτύου από τις υπερτάσεις είναι το *αλεξικέραυνο* [2].

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

#### 2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η δομή και η λειτουργία ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας είναι δυο διαφορετικές πλευρές της τεχνικής των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Αυτό γίνεται εύκολα κατανοητό αφού για να εξυπηρετηθεί ο σκοπός ενός συστήματος, που είναι η ικανοποίηση καταναλωτών σε ηλεκτρική ενέργεια, απαιτείται η σωστή λειτουργία του, η οποία εξαρτάται κατά κύριο λόγο από τη δομή του. Από άποψη λειτουργίας του ολοκληρωμένου συστήματος διακρίνουμε τη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας ή κανονική λειτουργία και τη μεταβατική και ασύμμετρη κατάσταση λειτουργίας ή γενικότερα μη κανονική ή ανώμαλη λειτουργία.

Το πρόβλημα των ροών φορτίου συνίσταται στον προσδιορισμό των μεταβλητών του συστήματος (ισχύων, ρευμάτων, τάσεων), σε μια δεδομένη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας.

Η μελέτη του κεφαλαίου θα εστιαστεί στην ανάλυση της σταθερής κατάστασης ενός αλληλοσυνδεδεμένου συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας κατά τη διάρκεια μιας κανονικής εφαρμογής. Το σύστημα θεωρείται ότι δουλεύει κάτω από εξισορροπημένες συνθήκες και αναπαρίσταται από ένα μονοφασικό δίκτυο. Το δίκτυο περιέχει εκατοντάδες κόμβους και κλάδους με σύνθετες αντιστάσεις εκφρασμένες σε α.μ. τιμές σε ένα κοινό MVA σύστημα.

Οι εξισώσεις δικτύου μπορούν να διατυπωθούν συστηματικά με διάφορους τρόπους. Πιο συχνά χρησιμοποιείται η μέθοδος τάσεων-κόμβων, η οποία είναι η πιο κατάλληλη για τις περισσότερες αναλύσεις συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Η διατύπωση των εξισώσεων του δικτύου στην μορφή του πίνακα αγωγιμοτήτων καταλήγει σε σύνθετες γραμμικές ταυτόσημες αλγεβρικές εξισώσεις όσον αφορά τα ρεύματα των κόμβων. Όταν τα ρεύματα στους κόμβους είναι συγκεκριμένα, το σύνολο των γραμμικών εξισώσεων μπορεί να επιλυθεί για τις τάσεις των κόμβων.

Παρόλα αυτά, σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας, γνωστές είναι οι ισχύς και πιο σπάνια τα ρεύματα. Γι' αυτό τον λόγο οι εξισώσεις που προκύπτουν για τις ισχύς, γνωστές ως εξισώσεις ροής ισχύος, είναι μη γραμμικές και πρέπει να λυθούν με επαναληπτικές μεθόδους. Η μελέτη της ροής ισχύος, που συχνά αναφέρεται και ως ροή φορτίου, αποτελεί την θεμελίωση της ανάλυσης και του σχεδιασμού των

συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Είναι απαραίτητη για τον σχεδιασμό, την λειτουργία, τον οικονομικό προγραμματισμό και την ανταλλαγή ισχύος μεταξύ των μονάδων.

## **2.2. ΜΕΛΕΤΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ**

Η μελέτη των ροών φορτίου συνιστάται στον υπολογισμό των ισχύων και τάσεων σε κάθε κόμβο ενός δικτύου, για δεδομένες συνθήκες [2]. Οι γραμμές παριστάνονται με κυκλώματα- Π, με ανηγμένες παραμέτρους και τα φορτία θεωρούνται συμμετρικά. Εάν τα φορτία μπορούσαν να παρασταθούν με σταθερές σύνθετες αγωγιμότητες, και οι γεννήτριες, σαν πηγές πίσω από αντιστάσεις, θα ήταν δυνατή μία άμεση λύση του προβλήματος.

Γενικά, όμως τα φορτία ορίζονται ως ισχύς πραγματικές και άεργες και οι γεννήτριες επίσης από τις παραγόμενες ισχύς και τις τάσεις ζυγού. Βάσει αυτών των χαρακτηριστικών, ορίζονται για τις μελέτες ροών φορτίου οι ακόλουθοι τρεις χαρακτηριστικοί τύποι ζυγών:

- *Ζυγοί φορτίου*, στους οποίους είναι γνωστές οι ισχύς ζητήσεως, ή φορτίου και άγνωστη η τάση (κατά μέγεθος και γωνία)

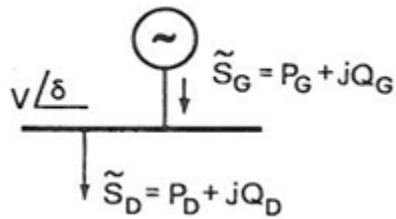
- *Ζυγοί παραγωγής*, όπου είναι γνωστά, η παραγόμενη ενεργός ισχύς και το μέτρο της τάσης και προσδιορίζονται η άεργος ισχύς και η γωνία της τάσης.

- *Ζυγός ταλάντωσης*, ή *ζυγός αναφοράς*, ο οποίος είναι ζυγός παραγωγής, χρησιμοποιούμενος για να αντισταθμίσει τις απώλειες του δικτύου, που δεν είναι γνωστές εξ αρχής και γενικά για άμεση αντιμετώπιση των μεταβολών ισχύος. Στον ζυγό αυτόν επιβάλλεται σταθερή τάση κατά μέτρο και γωνία και προσδιορίζονται οι ισχύς παραγωγής.

Άλλοι συνδυασμοί ζυγών είναι επίσης δυνατόν να προκύψουν κατά περίπτωση.

### **2.2.1. Μεταβλητές του συστήματος**

Θεωρώντας τη γενική περίπτωση ενός ζυγού του συστήματος με παραγωγή και φορτίο, διακρίνουμε τα ακόλουθα 6 μεγέθη (σχήμα 2.1)

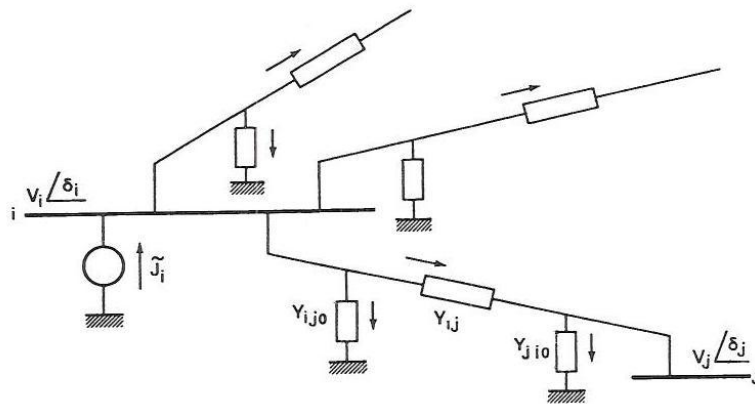


Σχήμα 2.1: Χαρακτηριστικά μεγέθη ενός ζυγού

- Τα φορτία ή μεταβλητές ζήτησης ( $P_D$ ,  $Q_D$ ), τα οποία χαρακτηρίζονται και σαν μεταβλητές διαταραχής. Είναι ανεξάρτητα μεγέθη.
- Οι ισχείς παραγωγής ( $P_G$ ,  $Q_G$ ), οι οποίες χαρακτηρίζονται και σαν μεταβλητές ελέγχου.
- Οι τάσεις και οι γωνίες ( $V$ ,  $\delta$ ), οι οποίες ονομάζονται μεταβλητές καταστάσεως και οι οποίες είναι εξαρτημένες μεταβλητές.

### 2.3. Εξισώσεις ροών φορτίου

Θεωρούμε έναν τυπικό ζυγό ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2.



Σχήμα 2.2: Τυπικός ζυγός ενός Σ.Η.Ε

Οι γραμμές μεταφοράς παριστάνονται με το ισοδύναμο  $\pi$  μοντέλο, ενώ οι αντιστάσεις έχουν μετατραπεί σε α.μ. τιμές. Η εφαρμογή του νόμου Kirchoff δίνει :

$$\begin{aligned}
 I_i &= y_{i0}V_i + y_{i1}(V_i - V_1) + y_{i2}(V_i - V_2) + \dots + y_{in}(V_i - V_n) = \\
 &= (y_{i0} + y_{i1} + y_{i2} + \dots + y_{in})V_i - y_{i1}V_1 - y_{i2}V_2 - \dots - y_{in}V_n
 \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$I_i = V_i \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \quad j \neq i \quad (2.2)$$

Για τις ισχύς στο ζυγό  $i$  ισχύει:

$$P_i + jQ_i = V_i I_i^* \quad (2.3)$$

ή

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \quad (2.4)$$

Αντικαθιστώντας το  $I_i$  έχουμε:

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = V_i \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \quad j \neq i \quad (2.5)$$

Από την παραπάνω σχέση καταλήγουμε σε ένα σύστημα από αλγεβρικές μη γραμμικές εξισώσεις που πρέπει να λυθούν με επαναληπτικές μεθόδους.

### 2.3.1. Μέθοδος Gauss – Seidel

Στην μελέτη ροής ισχύος είναι απαραίτητο να λυθούν δυο σύνολα μη γραμμικών εξισώσεων (σχέση 2.5) για δύο άγνωστες μεταβλητές σε κάθε κόμβο. Με την μέθοδο Gauss – Seidel λύνουμε ως προς  $V_i$  και έχουμε :

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\frac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} + \sum y_{ij} V_j^{(k)}}{\sum y_{ij}} \quad j \neq i \quad (2.6)$$

όπου  $y_{ij}$  είναι η παρούσα αγωγιμότητα σε α.μ. τιμή

$P_i^{sch}$  και  $Q_i^{sch}$  είναι η πραγματική και η φαινόμενη ισχύς του δικτύου σε α.μ. τιμές.

Το ρεύμα εισόδου στον ζυγό  $i$  θεωρείται θετικό. Για αυτό, για τους ζυγούς στους οποίους έχουμε έγχυση ενεργού και άεργου ισχύος, όπως στους ζυγούς παραγωγής (generators), τα  $P_i^{sch}$  και  $Q_i^{sch}$  έχουν θετικές τιμές. Για τους ζυγούς

φορτίου όπου η ενεργός και η άεργος ισχύς εξέρχονται ή λαμβάνονται, τα  $P_i^{sch}$  και  $Q_i^{sch}$  έχουν αρνητικές τιμές. Επιλύοντας ως προς  $P_i$  και  $Q_i$  έχουμε:

$$P_i^{(k+1)} = \left\{ V_i^{*(k)} \left[ V_i^{(k)} \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j^{(k)} \right] \right\} \quad j \neq i \quad (2.7)$$

$$Q_i^{(k+1)} = - \left\{ V_i^{*(k)} \left[ V_i^{(k)} \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j^{(k)} \right] \right\} \quad j \neq i \quad (2.8)$$

Τα μη διαγώνια στοιχεία της μήτρας αγωγιμοτήτων  $Y_{bus}$  είναι  $Y_{ij} = -y_{ij}$  και τα διαγώνια στοιχεία είναι  $Y_{ii} = \sum y_{ij}$ . Επομένως έχουμε :

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\frac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} - \sum_{j \neq i} Y_{ij} V_j^{(k)}}{Y_{ii}} \quad (2.9)$$

και

$$P_i^{(k+1)} = \left\{ V_i^{*(k)} \left[ V_i^{(k)} Y_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j^{(k)} \right] \right\} \quad j \neq i \quad (2.10)$$

$$Q_i^{(k+1)} = - \left\{ V_i^{*(k)} \left[ V_i^{(k)} Y_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j^{(k)} \right] \right\} \quad j \neq i \quad (2.11)$$

όπου το  $Y_{ii}$  περιλαμβάνει τις αγωγιμότητες που γειώνονται στον εν λόγω ζυγό  $i$ .

Αφού και οι δύο συνιστώσες της τάσης έχουν προσδιοριστεί για τον ζυγό αναφοράς, υπάρχουν  $2(n-1)$  εξισώσεις οι οποίες πρέπει να επιλυθούν με επαναληπτικό τρόπο. Υπό κανονικές συνθήκες λειτουργίας, το μέγεθος της τάσης είναι κοντά στο 1 α.μ. ή κοντά στο μέγεθος της τάσης του ζυγού αναφοράς. Το μέγεθος της τάσης στους ζυγούς φορτίου έχει τιμή λίγο μικρότερη από ότι στο ζυγό αναφοράς, εξαρτώμενη από την ζήτηση άεργου ισχύος, ενώ η προγραμματισμένη τάση στο ζυγό παραγωγής έχει τιμή λίγο μεγαλύτερη. Επίσης η γωνία της φάσης στους ζυγούς φορτίου έχει τιμή μικρότερη από την γωνία αναφοράς σύμφωνα με την ζήτηση ενεργού ισχύος, ενώ η γωνία της φάσης στο ζυγό παραγωγής έχει τιμή μεγαλύτερη από την τιμή αναφοράς, εξαρτώμενη από το ποσό της εγχεόμενης ενεργού ισχύος στο ζυγό.

Για τους ζυγούς  $P-Q$ , οι ενεργές και άεργες ισχύς  $P_i^{sch}$  και  $Q_i^{sch}$  είναι γνωστές. Αρχίζοντας με μια αρχική εκτίμηση, η σχέση 2.9 επιλύεται για τις πραγματικές και φανταστικές συνιστώσες της τάσης. Για τους  $P-V$  ζυγούς όπου τα  $P_i^{sch}$  και  $|V_i|$  είναι γνωστά, λύνουμε πρώτα ως προς  $Q_i^{(k+1)}$  και στην συνέχεια

λύνουμε την 2.9 ως προς  $V_i^{(k+1)}$ . Ωστόσο, αφού το μέτρο της τάσης  $|V_i|$  έχει καθορισθεί, διατηρείται μόνο το φανταστικό μέρος της  $V_i^{(k+1)}$ , ενώ το πραγματικό μέρος επιλέγεται έτσι ώστε να ικανοποιείται:

$$(e_i^{(k+1)})^2 + (f_i^{(k+1)})^2 = |V_i|^2 \quad (2.12)$$

ή

$$e_i^{(k+1)} = \sqrt{|V_i|^2 - (f_i^{(k+1)})^2} \quad (2.13)$$

όπου  $e_i^{(k+1)}$  και  $f_i^{(k+1)}$  είναι το πραγματικό και φανταστικό μέρος της τάσης  $V_i^{(k+1)}$  στην επαναληπτική διαδικασία.

Ο βαθμός σύγκλισης αυξάνεται χρησιμοποιώντας έναν παράγοντα επιτάχυνσης στην προσεγγιστική λύση που λαμβάνεται μετά από κάθε επανάληψη.

$$V_i^{(k+1)} = V_i^{(k)} + a(V_{i\text{ cal}}^{(k)} - V_i^{(k)}) \quad (2.14)$$

όπου  $a$  είναι ο παράγοντας επιτάχυνσης. Η τιμή του εξαρτάται από το σύστημα. Η κλίμακα του 1.3 – 1.7 θεωρείται ικανοποιητική για τυπικά συστήματα.

Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι οι τιμές που προκύπτουν από τις επαναλήψεις για τα πραγματικά και φανταστικά μέρη των τάσεων των ζυγών να ικανοποιούν μια συγκεκριμένη ακρίβεια.

$$|e_i^{(k+1)} - e_i^{(k)}| \leq \epsilon \quad (2.15)$$

$$|f_i^{(k+1)} - f_i^{(k)}| \leq \epsilon$$

Για να είναι το σφάλμα της ισχύος μικρό και αποδεκτό, πρέπει να υπάρχει ένα όριο και για τις δύο συνιστώσες της τάσης. Μια ακρίβεια τάσης της κλίμακας του 0.00001 ως 0.00005α.μ. είναι ικανοποιητική. Συνεχίζουμε τις επαναλήψεις μέχρι η τιμή του μεγαλύτερου στοιχείου στις στήλες των  $\Delta P$  και  $\Delta Q$  να είναι μικρότερη από μια συγκεκριμένη τιμή. Ένα τυπικό σφάλμα έχει τιμή της τάξης του 0.001α.μ. Εάν η λύση συγκλίνει, τότε οι ενεργές και άεργες ισχύς του δικτύου υπολογίζονται από τις σχέσεις 2.10 και 2.11.



### 2.3.2. Μέθοδος Newton – Raphson

Λόγω του τετραγωνικού βαθμού σύγκλισης η μέθοδος Newton είναι μαθηματικά ανώτερη της μεθόδου Gauss-Seidel και είναι λιγότερο επιρρεπής σε αποκλίσεις λόγω απρόοπτων προβλημάτων. Για μεγάλα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας η μέθοδος Newton–Raphson είναι πιο αποτελεσματική και πρακτική. Ο αριθμός των επαναλήψεων που απαιτείται για να αποκτήσουμε μια λύση, είναι ανεξάρτητος από το μέγεθος του συστήματος, αλλά απαιτείται πιο λειτουργική αξιολόγηση σε κάθε επανάληψη. Αφού στο πρόβλημα ροής ισχύος η ενεργός ισχύς και το μέτρο της τάσης είναι καθορισμένες για τους ζυγούς που ελέγχονται από τις τάσεις, η εξίσωση ροής ισχύος μετασχηματίζεται σε πολική μορφή. Για ένα τυπικό ζυγό του συστήματος που εικονίζεται στο σχήμα 2.2., το ρεύμα που εισέρχεται στο ζυγό  $i$  δίνεται από την εξίσωση 2.2. Αυτή η εξίσωση μπορεί να γραφεί ξανά λαμβάνοντας υπόψη την μήτρα αγωγιμοτήτων ως εξής:

$$I_i = \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \quad (2.16)$$

Όπου στην εξίσωση αυτή, το  $j$  περιλαμβάνει το ζυγό  $i$ . Σε πολική μορφή η εξίσωση γράφεται:

$$I_i = \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| < \theta_{ij} + \delta_j \quad (2.17)$$

Η μιγαδική ισχύς στο ζυγό  $i$  είναι:

$$P_i - jQ_i = V_i^* I_i \quad (2.18)$$

Αντικαθιστώντας από την (2.17) το  $I_i$  στην (2.18) έχουμε:

$$P_i - jQ_i = |V_i| < -\delta_i \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| < \theta_{ij} + \delta_j \quad (2.19)$$

Χωρίζοντας τα πραγματικά και φανταστικά μέρη έχουμε

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.20)$$

$$Q_i = -\sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.21)$$

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

Οι εξισώσεις 2.20 και 2.21 αποτελούν ένα σύνολο από μη γραμμικές αλγεβρικές εξισώσεις ανεξάρτητων μεταβλητών, όπου οι τιμές των τάσεων είναι σε α.μ. τιμές και γωνίες φάσης σε rad. Έχουμε δύο εξισώσεις για κάθε ζυγό φορτίου, οι οποίες δίνονται από τις σχέσεις 2.20 και 2.21, και μία εξίσωση για κάθε ζυγό σταθερής τάσης (PV), που δίνεται από την 2.20. Αναπτύσσοντας τις 2.20 και 2.21 σε σειρά Taylor για την αρχική εκτίμηση και παραλείποντας όλους τους όρους μεγαλύτερης τάξης καταλήγουμε στο παρακάτω σύνολο γραμμικών εξισώσεων:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta P_n^{(k)} \\ \Delta Q_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta Q_n^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \hline \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta \delta_n^{(k)} \\ \Delta |V_2^{(k)}| \\ \vdots \\ \Delta |V_n^{(k)}| \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Στην παραπάνω εξίσωση, ο ζυγός 1 θεωρείται ο ζυγός αναφοράς. Ο Ιακωβιανός πίνακας δίνει την γραμμική σχέση μεταξύ των μικρών αλλαγών στην γωνία της τάσης  $\Delta \delta_i^{(k)}$  και στην τιμή της τάσης  $\Delta |V_i^{(k)}|$  με τις αλλαγές στην πραγματική και άεργο ισχύ  $\Delta P_i^{(k)}$  και  $\Delta Q_i^{(k)}$ . Τα στοιχεία του Ιακωβιανού πίνακα είναι οι μερικές παράγωγοι των εξισώσεων 2.20 και 2.21, υπολογισμένες στα  $\Delta \delta_i^{(k)}$  και  $\Delta |V_i^{(k)}|$ . Σε ποιο σύντομη μορφή μπορεί να γραφεί ως εξής :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Για ζυγούς PV, τα μέτρα των τάσεων είναι γνωστά. Επομένως, αν m ζυγοί του συστήματος είναι ελεγχόμενης τάσης, τότε m εξισώσεις που περιλαμβάνουν τα ΔQ και ΔV και τις αντίστοιχες στήλες του Ιακωβιανού πίνακα, διαγράφονται. Έτσι, υπάρχουν n – 1 περιορισμοί πραγματικής ισχύος και n – 1 – m περιορισμοί άεργου ισχύος, και ο Ιακωβιανός πίνακας είναι τάξης ( 2n – 2 - m ) × ( 2n - 2 - m ). Ο πίνακας

$J_1$  είναι τάξης  $(n-1) \times (n-1)$ , ο πίνακας  $J_2$  είναι τάξης  $(n-1) \times (n-1-m)$ , ο  $J_3$  τάξης  $(n-1-m) \times (n-1)$  και ο  $J_4$  τάξης  $(n-1-m) \times (n-1-m)$ .

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα  $J_1$  είναι :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j \neq i} |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad j \neq i \quad (2.25)$$

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα  $J_2$  είναι :

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = 2 |V_i| |Y_{ii}| \cos \theta_{ii} + \sum_{j \neq i} |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad j \neq i \quad (2.27)$$

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα  $J_3$  είναι :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j \neq i} |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad j \neq i \quad (2.29)$$

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα  $J_4$  είναι :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -2 |V_i| |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} - \sum_{j \neq i} |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad j \neq i \quad (2.31)$$

### Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής

Οι όροι  $\Delta P_i^{(k)}$  και  $\Delta Q_i^{(k)}$  είναι η διαφορά μεταξύ των αρχικών (επιθυμητών 'η προγραμματισμένων) και υπολογιζόμενων τιμών, γνωστών σαν υπόλοιπα ισχύος, και δίνονται από:

$$\Delta P_i^{(k)} = P_i^{sch} - P_i^{(k)} \quad (2.32)$$

$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_i^{sch} - Q_i^{(k)} \quad (2.33)$$

Οι νέες εκτιμήσεις των τάσεων των ζυγών είναι :

$$\delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta \delta_i^{(k)} \quad (2.34)$$

$$|V_i^{(k+1)}| = |V_i^{(k)}| + \Delta |V_i^{(k)}| \quad (2.35)$$

Η διαδικασία για τη λύση των εξισώσεων ροής φορτίου με τη μέθοδο Newton-Raphson είναι η ακόλουθη:

1. Για τους ζυγούς φορτίου, όπου οι ισχύς  $P_i^{sch}$  και  $Q_i^{sch}$  είναι γνωστές, το μέτρο των τάσεων και οι γωνίες των φάσεων τίθενται ίσες με τις τιμές των ζυγών αναφοράς ή 1.0 και 0.0 αντίστοιχα, δηλαδή  $|V_i^{(0)}| = 1.0$  και  $\delta_i^{(0)} = 0.0$ . Για τους ζυγούς PV, όπου τα  $|V_i|$  και  $P_i^{sch}$  είναι γνωστά, οι γωνίες των φάσεων τίθενται ίσες με τη φάση του ζυγού αναφοράς ή 0, δηλαδή  $\delta_i^{(0)} = 0$ .
2. Για ζυγούς φορτίου, οι  $P_i^{(k)}$  και  $Q_i^{(k)}$  υπολογίζονται από τις σχέσεις (2.20) και (2.21), ενώ οι  $\Delta P_i^{(k)}$  και  $\Delta Q_i^{(k)}$  υπολογίζονται από τις σχέσεις (2.32) και (2.33).
3. Για ζυγούς PV, οι  $P_i^{(k)}$  και  $\Delta P_i^{(k)}$  υπολογίζονται από τις σχέσεις (2.20) και (2.21) αντίστοιχα.

4. Τα στοιχεία του Ιακωβιανού πίνακα ( $J_1, J_2, J_3, J_4$ ) υπολογίζονται από τις (2.24) - (2.31).
5. Η γραμμική εξίσωση (2.22) λύνεται απευθείας με τη μέθοδο της τριγωνοποίησης και απαλοιφής Gauss.
6. Τα νέα μέτρα των τάσεων και οι νέες γωνίες φάσεων υπολογίζονται από τις (2.34) και (2.35).
7. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι οι  $\Delta P_i^{(k)}$  και  $\Delta Q_i^{(k)}$  να είναι μικρότερες από την προσδιορισμένη ακρίβεια, δηλαδή :

$$|\Delta P_i^{(k)}| \leq \varepsilon \quad (2.36)$$

$$|\Delta Q_i^{(k)}| \leq \varepsilon$$

### 2.3.3. Ταχεία Αποζευγμένη Μέθοδος Ροής Φορτίου

Οι γραμμές μεταφοράς ενός συστήματος ισχύος έχουν πολύ μεγάλο λόγο  $X/R$ . Για ένα τέτοιο σύστημα, οι μεταβολές της πραγματικής ισχύος  $\Delta P$  είναι λιγότερο ευαίσθητες σε μεταβολές του μέτρου της τάσης και περισσότερο ευαίσθητες σε μεταβολές στη φάση των γωνιών  $\Delta\delta$ . Ομοίως, η άεργος ισχύς είναι λιγότερο ευαίσθητη σε αλλαγές στη γωνία και είναι σχεδόν ανεξάρτητες σε μεταβολές του μέτρου της τάσης. Επομένως, είναι λογικό οι πίνακες  $J_2$  και  $J_3$  του Ιακωβιανού πίνακα να τίθενται ίσοι με 0. Έτσι, η σχέση (2.23) γίνεται:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta|V| \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

ή

$$\Delta P = J_1 \Delta\delta = \left[ \frac{\partial P}{\partial \delta} \right] \Delta\delta \quad (2.38)$$

$$\Delta Q = J_4 \Delta|V| = \left[ \frac{\partial Q}{\partial |V|} \right] \Delta|V| \quad (2.39)$$

### Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής

Οι σχέσεις (2.38) και (2.39) δείχνουν ότι η εξίσωση (2.37) διαχωρίζεται σε δύο αποζευγμένες εξισώσεις που απαιτούν σημαντικά λιγότερο χρόνο για να λυθούν συγκριτικά με το χρόνο που απαιτείται για τη λύση της (2.23). Επιπλέον, μπορεί να γίνει σημαντική απλοποίηση αν εξαλείψουμε την ανάγκη να υπολογιστούν ξανά οι πίνακες  $J_1$  και  $J_4$  κατά τη διάρκεια κάθε επανάληψης. Η διαδικασία αυτή καταλήγει στις αποζευγμένες εξισώσεις ροής φορτίου που αναπτύχθηκαν από τους Stott και Alsac. Τα διαγώνια στοιχεία του  $J_1$  που περιγράφονται από τη σχέση (2.24) μπορούν να γραφτούν ως :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} \quad (2.40)$$

Αντικαθιστώντας τον πρώτο όρο της παραπάνω εξίσωσης με  $-Q_i$ , όπως προκύπτει από την (2.20), έχουμε :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -Q_i - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} = -Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \quad (2.41)$$

όπου  $B_{ii} = |Y_{ii}| \sin \theta_{ii}$  είναι το φανταστικό μέρος των διαγώνιων στοιχείων της μήτρας αγωγιμότητας.  $B_{ii}$  είναι το άθροισμα των επιδεκτικότητων όλων των στοιχείων που συνδέονται στο ζυγό  $i$ . Σε ένα τυπικό σύστημα ισχύος, για την αυτό-επιδεκτικότητα ισχύει ότι  $B_{ii} \gg Q_i$ , και επομένως μπορούμε να αγνοήσουμε την  $Q_i$ . Περαιτέρω απλοποίηση πραγματοποιείται με τη θεώρηση ότι  $|V_i|^2 \approx |V_i|$  η οποία οδηγεί στην:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -|V_i| B_{ii} \quad (2.42)$$

Υπό κανονικές συνθήκες, η διαφορά  $\delta_j - \delta_i$  είναι αρκετά μικρή. Έτσι, θεωρώντας στη σχέση (2.2.25) ότι  $\theta_{ii} - \delta_i + \delta_j \approx \theta_{ii}$ , τα μη διαγώνια στοιχεία του  $J_1$  προκύπτουν από τη σχέση:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| B_{ij} \quad (2.43)$$

Περαιτέρω απλοποίηση προκύπτει θεωρώντας ότι  $|V_j| \approx 1$ :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| B_{ij} \quad (2.44)$$

Ομοίως, τα διαγώνια στοιχεία του  $J_4$  που περιγράφονται από την (2.30) μπορούν να γραφτούν ως:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i| |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} - \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.45)$$

Αντικαθιστώντας τον δεύτερο όρο της παραπάνω εξίσωσης με  $-Q_i$ , όπως προκύπτει από την (2.21), έχουμε:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i| |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} + Q_i \quad (2.46)$$

Όπως και προηγουμένως, αφού  $B_{ii} = |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} \gg Q_i$ , το  $Q_i$  μπορεί να αμεληθεί και η (2.30) γίνεται:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i| B_{ii} \quad (2.47)$$

Ομοίως, θεωρώντας ότι  $\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j \approx \theta_{ij}$ , η (2.2.31) γίνεται :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i| B_{ij} \quad (2.48)$$

### Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής

Με τις υποθέσεις αυτές, οι εξισώσεις (2.38) και (2.39) παίρνουν την παρακάτω μορφή:

$$\frac{\Delta P}{|V_i|} = -B' \Delta \delta \quad (2.49)$$

$$\frac{\Delta Q}{|V_i|} = -B'' \Delta |V| \quad (2.50)$$

Οι πίνακες  $B'$  και  $B''$  είναι τα φανταστικά μέρη της μήτρας αγωγιμότητας  $Y_{bus}$ . Αφού τα στοιχεία αυτού του πίνακα είναι σταθερά, πρέπει να τριγωνοποιηθούν και να εισαχθούν μία μόνο φορά στην αρχή της επανάληψης. Η τάξη του πίνακα  $B'$  είναι  $(n - 1)$ . Για ζυγούς PV όπου τα  $|V_i|$  και  $P_i$  είναι προσδιορισμένα, ενώ το  $Q_i$  όχι, η αντίστοιχη γραμμή και στήλη του  $Y_{bus}$  απαλείφονται. Έτσι, ο πίνακας  $B''$  έχει τάξη  $(n - 1 - m)$ , όπου  $m$  είναι ο αριθμός των ζυγών PV. Επομένως, στον αλγόριθμο της ταχείας αποζευγμένης μεθόδου ροής φορτίου οι μεταβολές στο μέτρο της τάσης και στη φάση είναι :

$$\Delta \delta = -[B']^{-1} \frac{\Delta P}{|V|} \quad (2.51)$$

$$\Delta |V| = -[B'']^{-1} \frac{\Delta Q}{|V|} \quad (2.52)$$

Η ταχεία αποζευγμένη μέθοδος ροής φορτίου απαιτεί περισσότερες επαναλήψεις από τη μέθοδο Newton - Raphson, αλλά απαιτεί σημαντικά λιγότερο χρόνο για κάθε επανάληψη και η επίλυση της ροής φορτίου πραγματοποιείται πολύ γρήγορα. Η τεχνική αυτή είναι πολύ χρήσιμη στην ανάλυση ενδεχόμενων διαταραχών όπου το πλήθος των διακοπών πρέπει να προσομοιωθεί ή η επίλυση της ροής φορτίου πρέπει να ελεγχθεί on-line.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ Σ.Η.Ε.

#### 3.1. ΓΕΝΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ

Η πιθανοτική ροή φορτίου μπορεί να οριστεί ως μία μέθοδος επίλυσης προβλημάτων ροής φορτίου που λαμβάνει υπόψη την αβεβαιότητα και τη στατιστική φύση των δεδομένων μεγεθών, δηλαδή των φορτίων και της παραγωγής. Υπολογίζει τα άγνωστα μεγέθη ως τυχαίες μεταβλητές με μία μέση τιμή, τυπική απόκλιση και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Είναι ένας τρόπος υπολογισμού όλων των πιθανών καταστάσεων του συστήματος, που αντιστοιχούν σε όλες τις δυνατές στατιστικές μεταβολές των φορτίων και της παραγωγής μέσω μίας μόνο ανάλυσης ροής φορτίου.

Η αβεβαιότητα αυτή υπάρχει καθώς τόσο τα φορτία, όσο και η παραγωγές παρουσιάζουν στατιστικό χαρακτήρα, που εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη γεωγραφική περιοχή καθώς και από την ώρα ζήτησης. Συνεπώς η αναλυτική επίλυση των ροών φορτίου αδυνατεί να προσεγγίσει πλήρως το ζήτημα καθώς δεν μπορεί να υπάρξει μια ακριβής πρόβλεψη των δεδομένων μεγεθών.

Η αβεβαιότητα της παραγωγής μπορεί να οφείλεται είτε σε προβλεπόμενους παράγοντες όπως λόγω χειρισμού ή συντήρησης είτε σε απρόβλεπτους παράγοντες όπως λόγω βλάβης. Σε περιπτώσεις ανανεώσιμων πηγών πρωτογενούς ενέργειας η αβεβαιότητα οφείλεται στη στοχαστική φύση των καιρικών συνθηκών, όπως για παράδειγμα η αβεβαιότητα της παραγωγής ανεμογεννήτριας οφείλεται στην αβεβαιότητα του ανέμου. Ο βαθμός αβεβαιότητας αυξάνεται όσο απομακρύνεται η χρονική στιγμή της πρόβλεψης από τη χρονική στιγμή της μέτρησης. Κατά τη χρονική στιγμή της μέτρησης η αβεβαιότητα των φορτίων και της παραγωγής οφείλεται αποκλειστικά στο σφάλμα μέτρησης.

Σύμφωνα με την ντετερμινιστική μέθοδο, η επίλυση ροών φορτίου απαιτεί συγκεκριμένες τιμές δεδομένων και τα αποτελέσματα που επιτυγχάνονται (διάνυσμα κατάστασης) αντιστοιχούν αποκλειστικά στο συγκεκριμένο σύστημα δεδομένων (διάνυσμα εισόδου και διάνυσμα ελέγχου). Κάθε αλλαγή των δεδομένων απαιτεί καινούρια επίλυση για τον υπολογισμό της νέας κατάστασης. Για να ληφθούν υπόψη

όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί μεταβολής των φορτίων και της παραγωγής απαιτείται η επίλυση υπερβολικά μεγάλου πλήθους ντετερμινιστικών ρών φορτίου.

Για συστήματα με  $N$  ζυγούς και  $k$  μόνο διαφορετικές τιμές φορτίων σε κάθε ζυγό απαιτείται η επίλυση  $k^N$  ρών φορτίου, π.χ. σε ένα σύστημα  $N=100$  ζυγών και  $k=4$  διαφορετικών τιμών φορτίου σε κάθε ζυγό απαιτούνται  $4^{100} \approx 10^{60}$  ρές φορτίου. Η εκτίμηση τόσο μεγάλου πλήθους αποτελεσμάτων ροής φορτίου για την εύρεση της μέσης τιμής, της τυπικής απόκλισης και τον σχεδιασμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας των ζητούμενων μεγεθών είναι πρακτικά αδύνατη.

Στην πιθανοτική ανάλυση ροής φορτίου, ως δεδομένα θεωρούνται οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των φορτίων και της παραγωγής στο σύστημα και ζητείται ο υπολογισμός των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας του μέτρου και των γωνιών των τάσεων, των ενεργών και αέργων ρών ισχύος στις γραμμές του δικτύου, των απωλειών κ.λ.π. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προβλήματος της πιθανοτικής ροής φορτίου μπορεί να είναι αναλυτικές, αριθμητικές ή συνδυασμός και των δύο. Οι αριθμητικοί μέθοδοι έχουν το πλεονέκτημα ότι είναι απλές και εφαρμόζονται χωρίς καμία παραδοχή, ενώ οι αναλυτικές επειδή χρησιμοποιούν πιο σύνθετη μοντελοποίηση συνήθως απαιτούν να γίνουν σοβαρές παραδοχές και απλοποιήσεις που έχουν επίδραση στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

Η αριθμητική μέθοδος Monte-Carlo συνίσταται στην επαναληπτική διαδικασία της επίλυσης του ίδιου προβλήματος ντετερμινιστικά, με συγκεκριμένες πάντα τιμές δεδομένων σε κάθε επίλυση. Η επιλογή των τιμών των δεδομένων γίνεται τυχαία με βάση την πιθανοτική κατανομή που ακολουθεί το κάθε μέγεθος. Για το σκοπό αυτό απαιτείται μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών μεταξύ 0 και 1 και με κατάλληλο μετασχηματισμό λαμβάνονται οι αντίστοιχοι τυχαίοι αριθμοί των δεδομένων έχοντας υπόψη την πιθανοτική κατανομή που ακολουθεί η κάθε μεταβλητή. Τα διαδοχικά αποτελέσματα που προκύπτουν από την ντετερμινιστική επίλυση ροής φορτίου, αποτελούν πιθανές καταστάσεις του ίδιου συστήματος και συνθέτουν τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των ζητούμενων μεγεθών. Θεωρητικά δεν υπάρχουν περιοριστικές παραδοχές στην μέθοδο Monte-Carlo. Κατά την επίλυση μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ακριβείς μη γραμμικές εξισώσεις ροής φορτίου, να θεωρηθεί εξάρτηση μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών, καθώς επίσης και διαφορετική τοπολογία δικτύου και διαφορετικές τιμές στις παραμέτρους ελέγχου του συστήματος. Έτσι αποτελεί ένα τρόπο ελέγχου της ακρίβειας και της ορθότητας των παραδοχών των αναλυτικών μεθόδων πιθανοτικής ροής φορτίου που χρησιμοποιούνται. Η ακρίβεια

της μεθόδου είναι ανάλογη του αριθμού των διαδοχικών επιλύσεων που θεωρούνται. Συνήθως μια αξιόπιστη ανάλυση απαιτεί μερικές χιλιάδες διαφορετικές επιλύσεις. Έτσι, το μειονέκτημα της μεθόδου Monte-Carlo είναι το πλήθος των αριθμών που χρειάζεται να επεξεργαστούν για να δοθούν αξιόπιστα αποτελέσματα.

Για να ξεπεραστούν τα πιο πάνω προβλήματα, μπορούν να εφαρμοστούν αναλυτικές μέθοδοι στην επίλυση της πιθανοτικής ροής φορτίου. Η βασικότερη παραδοχή που γίνεται σε όλες τις αναλυτικές μεθόδους είναι η γραμμικότητα των εξισώσεων ροής φορτίου γύρω από κάποιο συγκεκριμένο λειτουργικό σημείο, συνήθως γύρω από την αναμενόμενη τιμή. Η παραδοχή αυτή οδηγεί σε αποτελέσματα ικανοποιητικής ακρίβειας μόνο για την περιοχή γύρω από το συγκεκριμένο λειτουργικό σημείο. Όσο αυξάνεται η αβεβαιότητα των δεδομένων, ή όσο εντονότερη είναι η μη γραμμικότητα των εξισώσεων τόσο η μοντελοποίηση των αναλυτικών μεθόδων γίνεται πολυπλοκότερη για να διατηρήσει ικανοποιητική ακρίβεια των αποτελεσμάτων ιδιαίτερα στα άκρα των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας. Η θεώρηση εξαρτημένων μεταβλητών, η γραμμικοποίηση σε διαφορετικά λειτουργικά σημεία, η μεταβλητή τοπολογία δικτύου και η οικονομική κατανομή των γεννητριών του συστήματος είναι προβλήματα που καθιστούν την μοντελοποίηση των αναλυτικών μεθόδων ακόμη πιο πολύπλοκη. Στις περιπτώσεις αυτές μπορεί να εφαρμοστεί ένας συνδυασμός αναλυτικών και αριθμητικών μεθόδων για να ενσωματώσει κατά το δυνατόν τα πλεονεκτήματα και των δύο μεθόδων και να δώσει αποτελέσματα με ικανοποιητική ακρίβεια και ταχύτητα ταυτόχρονα.

### 3.1.1. Ιστορική Ανάπτυξη του Θέματος

Η πιθανοτική ή στοχαστική θεώρηση μόνιμων και μεταβατικών καταστάσεων συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας έχει εφαρμοστεί σχετικά πρόσφατα σε προβλήματα ροής φορτίου και βρίσκεται σε εξέλιξη στην αντιμετώπιση προβλημάτων εκτίμησης καταστάσεως, βραχυκυκλωμάτων, ιεράρχησης διαταραχών, υπολογισμού κόστους παραγωγής κλπ.

Η πρώτη επιτυχημένη προσπάθεια αντιμετώπισης του προβλήματος ροής φορτίου με πιθανοτικό τρόπο γίνεται το 1973 από τη Barbara Borkowska. Η μέθοδος βασίζεται στη D.C. ανάλυση ροής φορτίου και τα δεδομένα δίνονται με τη μορφή συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας για τα φορτία και την παραγωγή κάθε ζυγού. Οι συναρτήσεις αυτές είναι η κανονική, η διωνυμική και η διακριτή κατανομή. Ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε υπολογίζει τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της

### Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής

πραγματικής ροής οποιασδήποτε γραμμής, και του ισοζυγίου ισχύος στο ζυγό αναφοράς του συστήματος. Η βασική υπόθεση που διατυπώνεται για την εφαρμογή συνελικτικών τεχνικών είναι η ανεξαρτησία των τυχαίων μεταβλητών του προβλήματος.

Το 1974 διατυπώνεται από τους Allan, Borkowska και Grigg η ίδια διατύπωση της πιθανοτικής μεθόδου αλλά με περισσότερη έμφαση στις πρακτικές εφαρμογές της. Πραγματοποιείται εκτεταμένη ανάλυση των αποτελεσμάτων ενός συστήματος 15 ζυγών για να φανεί η τεράστια διαφορά πληροφοριών που αποκτώνται με την πιθανοτική ροή φορτίου σε σχέση με την ντετερμινιστική ανάλυση.

Το 1975 οι Dorazo, Klitin και Sasson αναπτύσσουν με διαφορετικό τρόπο τη στοχαστική ροή φορτίου, όπως την ονόμασαν, χρησιμοποιώντας για τους υπολογισμούς τον πίνακα συμμεταβλητότητας που είχε εφαρμοστεί με αποδοτικό τρόπο στο πρόβλημα εκτίμησης κατάστασης. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στο Κεντρικό Οριακό Θεώρημα και θεωρεί ότι οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση ροής φορτίου ακολουθούν κανονική κατανομή. Έτσι τα δεδομένα και τα αποτελέσματα αντιπροσωπεύονται μόνο από την αναμενόμενη τιμή και την τυπική απόκλισή τους. Επίσης, στη ίδια διατύπωση παρουσιάζεται μία μέθοδος "περιοριστικών περιοχών", για την αντιμετώπιση του γεγονότος ότι το συνολικό φορτίο ή η παραγωγή σε ένα σύστημα είναι γνωστά με περισσότερη ακρίβεια από εκείνη που αντιστοιχεί στην απλή υπόθεση της ανεξαρτησίας των τυχαίων μεταβλητών.

Οι Heydt και Katz το 1975 αναπτύσσουν με στατιστικό τρόπο τη θεωρία των συνδεδεμένων συστημάτων. Η αβεβαιότητα των φορτίων σε συνδυασμό με την πιθανή μη διαθεσιμότητα των μονάδων παραγωγής προκαλούν αβεβαιότητα ως προς το μέγεθος της αλληλεπίδρασης με τα γειτονικά συστήματα. Στη διατύπωση αυτή γίνεται η υπόθεση ότι οι γραμμικοί περιορισμοί της παραγωγής που θεωρούνται, ακολουθούν κανονική κατανομή και χρησιμοποιείται επίλυση με γραμμικό προγραμματισμό.

Το 1976 διατυπώνεται από τους Allan και Shakarchi μία επέκταση της πιθανοτικής D.C. ροής φορτίου σύμφωνα με τη βασική θεμελίωση της Borkowska. Η μέθοδος χρησιμοποιεί δύο ισοδύναμες μεταξύ τους μορφές γραμμικοποίησης των εξισώσεων ροής φορτίου και τα δεδομένα είναι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας πραγματικών και αέργων φορτίων και παραγωγής στους ζυγούς. Ο αλγόριθμος είναι σε θέση να υπολογίζει τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των πραγματικών και αέργων ροών ισχύος, των τάσεων και των αέργων εγχύσεων. Για την

πραγματοποίηση των συνελίξεων εφαρμόζονται οι αριθμητικές τεχνικές που δημοσιεύονται τον ίδιο χρόνο.

Τον επόμενο χρόνο, 1977, διατυπώνονται δύο ακόμη μορφές γραμμικοποίησης των εξισώσεων ροής φορτίου από τους Allan και Shakarchi. Οι εξισώσεις γραμμικοποιούνται γύρω από την περιοχή της αναμενόμενης τιμής των δεδομένων και είναι περισσότερο ακριβείς από τις σχέσεις των προηγούμενων γραμμικοποιήσεων γιατί βασίζονται σε λιγότερες υποθέσεις. Η τέταρτη γραμμικοποίηση μάλιστα δεν θεωρεί απόζευξη μεταξύ πραγματικής και άεργου ισχύος.

Το 1977 επίσης, οι ίδιοι συγγραφείς δημοσιεύουν τις εργασίες τους σχετικά με τον τρόπο που μπορεί να υπολογιστεί και να συμπεριληφθεί στην ανάλυση της πιθανοτικής A.C. ροής φορτίου η υπόθεση της γραμμικής θετικής ή αρνητικής εξάρτησης των εγχύσεων ισχύος ενός συστήματος. Στην ανάλυση που ακολουθεί υπογραμμίζεται η επίδραση της εξάρτησης μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών στην τυπική απόκλιση των αποτελεσμάτων και στο σχήμα των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας. Η δημοσίευση αυτή αποτελεί επέκταση της εργασίας που προηγήθηκε από τους Allan, Grigg, Newey και Simmons, για την εφαρμογή ολικής ή μερικής συσχέτισης μεταξύ των δεδομένων τυχαίων μεταβλητών στην πιθανοτική D.C. ανάλυση. Το μοντέλο πιθανοτικής ροής φορτίου με χρήση εξαρτημένων τυχαίων μεταβλητών μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη λειτουργική ανάλυση συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας και στη βραχυπρόθεσμη λήψη αποφάσεων, όπου η υπόθεση της ανεξαρτησίας μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών δεν ισχύει.

Για την πιθανότητα απώλειας γραμμής και γενικότερα μεταβολής στην τοπολογία του συστήματος προτείνονται δύο διατυπώσεις, μία από τον Aboytes το 1977 και η άλλη από τους Allan, Grigg και Prato-Garciato 1978. Η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της ροής σε κάποιο στοιχείο του δικτύου, δίνεται ως άθροισμα με διαφορετικούς συντελεστές βαρύτητας όλων των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας των ροών που αντιστοιχούν σε κάθε μία τοπολογία του συστήματος που αναλύεται. Η πρώτη διατύπωση παρουσιάζει ορισμένα μειονεκτήματα, τα οποία επισημαίνονται από τους Leite da Silva, Allan, Soares και Arienti. Αυτά είναι :α) η υπόθεση ότι το άθροισμα όλων των θεωρούμενων τοπολογιών είναι μονάδα, πράγμα που οδηγεί σε εξωπραγματικά αποτελέσματα σε περιπτώσεις όπου το γινόμενο του αριθμού των στοιχείων επί την αβεβαιότητα του κάθε στοιχείου πλησιάζει τη μονάδα, και β) το γεγονός ότι χρησιμοποιείται η υπόθεση

της κανονικής κατανομής των αποτελεσμάτων. Στη δεύτερη διατύπωση έχει θεωρηθεί και ορισμένος αριθμός πιθανών διαταραχών δευτέρας τάξεως.

Το 1980 μελετάται από τον Armando Martins Leite da Silva, η αποδοτικότητα υπολογισμού σε χρόνο, μνήμη, ακρίβεια και απλότητα των πιθανοτικών μεθόδων. Διερευνούνται αναλυτικά με χρήση της μη γραμμικής και της γραμμικοποιημένης μεθόδου Monte Carlo, που βασίζεται στην ανάλυση και αξιολόγηση μεγάλου πλήθους ροών φορτίου, όλες οι προτεινόμενες πιθανοτικές μέθοδοι και διαπιστώνεται η επίδραση της μη γραμμικότητας των εξισώσεων ροής φορτίου στα αποτελέσματα. Αποδεικνύεται έτσι η ανακρίβεια της υπόθεσης ότι οι άγνωστες τυχαίες μεταβλητές ακολουθούν κανονική κατανομή. Παράλληλα, προτείνεται μία νέα μέθοδος ροής φορτίου που παρά το γεγονός ότι χρησιμοποιεί γραμμικοποιημένα πρότυπα λαμβάνει υπόψη την επίδραση της μη γραμμικότητας των εξισώσεων και δημοσιεύεται το 1981. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στη δυνατότητα μεταβολής του σημείου γραμμικοποίησης των εξισώσεων έτσι ώστε να υπολογίζονται με μεγαλύτερη ακρίβεια τα άκρα των υπολογιζόμενων συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας. Χρησιμοποιείται επίσης ένας καινούριος αλγόριθμος για την πραγματοποίηση των συνελίξεων, ο ταχύς μετασχηματισμός Fourier (F.F.T) που εκμεταλλεύεται ορισμένες ιδιότητες των εκθετικών συναρτήσεων και ανάγει τη συνέλιξη σε περιορισμένο πολλαπλασιασμό διακριτών τομών στο πεδίο της συχνότητας. Η τεχνική αυτή αποδεικνύεται ότι είναι πολύ πιο γρήγορη και πιο ακριβής από την τεχνική της συμβατικής συνέλιξης που βασίζεται στις ιδιότητες του μετασχηματισμού Laplace.

Το 1984 οι A.M. Leite da Silva, Arienti και Allan τελειοποιούν τη πιθανοτική μέθοδο ροής φορτίου που θεωρεί εξάρτηση μεταξύ των δεδομένων εγχύσεων των ζυγών για την εφαρμογή της σε προβλήματα ισοζυγίου ισχύος στο σύστημα, λαμβάνοντας υπόψη οικονομικούς και λειτουργικούς περιορισμούς.

Τέλος το 1985 οι A.M. Leite da Silva, Allan, Soares και Arienti, επεκτείνουν τη διατύπωση των Allan, Grigg και Garcia για τη μεταβλητή τοπολογία του δικτύου έτσι ώστε να εφαρμόζεται στην πιθανοτική A.C. ανάλυση.

### **3.2. ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ**

Η μελέτη της ροής φορτίου με την αναλυτική μέθοδο απαιτεί, όπως αναφέρθηκε και προηγούμενα συγκεκριμένες τιμές μεγεθών, όπως είναι οι τάσεις και οι ισχείς. Επειδή όμως τα μεγέθη αυτά είτε είναι φορτία είτε παραγωγές μεταβάλλονται συνεχώς με το χρόνο, η εφαρμογή της αναλυτικής μεθόδου για να

ληφθούν υπ όψιν όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί φορτίων και παραγωγής απαιτεί ένα μεγάλο πλήθος ντετερμινιστικών εξισώσεων ροής φορτίου. Για παράδειγμα:

Ένα συστήματα με  $N$  ζυγούς και  $K$  διαφορετικές τιμές φορτίων σε κάθε ζυγό απαιτούνται  $K^N$  ροές φορτίου π.χ.

$$\begin{array}{llll} \text{Αν } N = 10 & \text{και} & K = 2 & 2^{10} \approx 10^3 \\ & & K = 4 & 4^{10} \approx 10^6 \\ \text{Αν } N = 100 & \text{και} & K = 2 & 2^{100} \approx 10^{30} \\ & & K = 4 & 4^{100} \approx 10^{60} \end{array}$$

Επειδή η λήψη ενός τόσο μεγάλου δείγματος τιμών είναι πρακτικά αδύνατη, λαμβάνεται ένα μικρότερο δείγμα τιμών, για την εύρεση της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης, οι τιμές του εξαρτάται από τον εκάστοτε μελετητή. Συνεπώς το δείγμα δεν μπορεί να είναι αντικειμενικό και αξιόπιστο.

Αντίθετα, η πιθανοτική ροή φορτίου λαμβάνει υπόψη όλους τους δυνατούς συνδυασμούς μεταβολών των φορτίων και της παραγωγής με μία μόνο επίλυση. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στη στατιστική θεώρηση των φορτίων και της παραγωγής των οποίων τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας θεωρεί δεδομένες. Σκοπός της πιθανοτικής ροής φορτίου είναι ο υπολογισμός της μέσης τιμής, της τυπικής απόκλισης και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας των αγνώστων μεγεθών. Τα αποτελέσματα αυτά αποτελούν τη σύνθεση όλων των πιθανών αποτελεσμάτων που αντιστοιχούν στα δεδομένα, και δίνουν απάντηση σε πολλά πρακτικά προβλήματα.

Επιγραμματικά επισημαίνονται τα πλεονεκτήματα – μειονεκτήματα της πιθανοτικής ροής φορτίου σε σχέση με τις ντετερμινιστικές μεθόδους.

#### Πλεονεκτήματα:

- Αυξημένο πλήθος πληροφοριών για την ικανοποιητική λειτουργία ή τον σχεδιασμό του συστήματος.
- Η εύκολη εκτίμηση των αποτελεσμάτων.
- Η δυνατότητα απεικόνισης των επιθυμητών συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας με γραφικές παραστάσεις.
- Η δυνατότητα εξαγωγής των ντετερμινιστικών αποτελεσμάτων μέσω της πιθανοτικής μεθόδου.

Μειονεκτήματα:

- Η αναγκαία γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου γύρω από κάποιο σημείο που απέχει πολύ ή λίγο από το λειτουργικό σημείο του συστήματος. Τα αποτελέσματα είναι περισσότερο ακριβή γύρω από αυτό το σημείο και λιγότερο ακριβή όσο απομακρύνονται από αυτό.
- Η αύξηση του αριθμού των δεδομένων σε σχέση με τη ντετερμινιστική μέθοδο και η δυσκολία προσδιορισμού τους με στατιστικές παραμέτρους.
- Το μεγάλο πλήθος σημείων που συνιστά τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των αγνώστων μεγεθών και καθιστά αναγκαία τη χρησιμοποίηση αριθμητικής μεθόδου για την παράστασή τους.

**3.3. ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ**

Το πρόβλημα της ροής φορτίου μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά από δύο συστήματα μη γραμμικών εξισώσεων της μορφής:

$$Y = g(X) \quad (3.1)$$

$$Z = h(X) \quad (3.2)$$

όπου:  $Y$  το διάνυσμα εισόδου

$X$  το διάνυσμα κατάστασης

$Z$  το διάνυσμα εξόδου

και  $g, h$  μη γραμμικές διανυσματικές συναρτήσεις

Το διάνυσμα  $Y$  αντιπροσωπεύει τις ενεργές εγχύσεις σε όλους τους ζυγούς (PQ και PV), εκτός του ζυγού αναφοράς και τις άεργες εγχύσεις στους ζυγούς φορτίου (PQ), το διάνυσμα  $X$  αντιπροσωπεύει το μέτρο των τάσεων και τις γωνίες των τάσεων και τέλος το διάνυσμα  $Z$  αντιπροσωπεύει όλα τα μεγέθη που μπορούν να υπολογιστούν από το διάνυσμα κατάστασης, όπως ενεργές και άεργες ροές ισχύος, απώλειες κ.λ.π..

Στο σημείο αυτό, λόγω των φυσικών δυσκολιών του προβλήματος είναι απαραίτητο να γίνουν ορισμένες παραδοχές:

- Οι τυχαίες μεταβλητές θεωρούνται ανεξάρτητες μεταξύ τους.
- Η τοπολογία του δικτύου θεωρείται σταθερή (με πιθανότητα μονάδα).
- Οι συναρτήσεις  $g$  και  $h$  πρέπει να γραμμικοποιηθούν γύρω από κάποιο λειτουργικό σημείο, συνήθως την αναμενόμενη τιμή.



Αν  $Y_o$  είναι η αναμενόμενη τιμή του διανύσματος των δεδομένων εγχύσεων ισχύος  $Y$  (στην περίπτωση μας είναι η μέση τιμή) και το διάνυσμα κατάστασης  $X_o$  τέτοιο ώστε να ικανοποιεί την διανυσματική εξίσωση:

$$Y_o = g(X_o) \quad (3.3)$$

τότε το διάνυσμα  $X_o$  μπορεί να προκύψει από την επίλυση μιας ντετερμινιστικής ροής φορτίου όπου τα δεδομένα είναι οι αναμενόμενες τιμές των στοιχείων του διανύσματος  $Y$ . Το διάνυσμα  $X_o$  είναι μια εκτίμηση της αναμενόμενης τιμής του τυχαίου διανύσματος  $X$  (εδώ χρησιμοποιείται η μέση τιμή αυτού που προκύπτει από την Monte – Carlo όταν αυτή υλοποιηθεί για τις μέσες τιμές των κατανομών της ενεργού και αέργου ισχύος). Ομοίως το διάνυσμα  $Z_o$ , που ικανοποιεί την διανυσματική εξίσωση:

$$Z_o = h(X_o) \quad (3.4)$$

αποτελεί εκτίμηση της αναμενόμενης τιμής του τυχαίου διανύσματος  $Z$  (και πάλι η μέση τιμή αυτού που προκύπτει από την Monte – Carlo ).

Η γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου (3.1) και (3.2) γύρω από τα σημεία  $(X_o, Y_o)$  και  $(Z_o, X_o)$ , δηλαδή γύρω από την αναμενόμενη τιμή, δίνει:

$$Y \approx g(X_o) + J(X - X_o) \quad (3.5)$$

$$Z \approx h(X_o) + K(X - X_o) \quad (3.6)$$

όπου:

$$J = \left. \frac{\partial g}{\partial X} \right|_{X = X_o} \quad \text{η Ιακωβιανή της } g \text{ στο σημείο } X_o \quad (3.7)$$

και

$$K = \left. \frac{\partial h}{\partial X} \right|_{X = X_o} \quad \text{η Ιακωβιανή της } h \text{ στο σημείο } X_o \quad (3.8)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (3.3) και (3.4) στις (3.5) και (3.6) προκύπτει:

$$Y = Y_o + J(X - X_o) \quad (3.9)$$

$$Z = Z_o + K(X - X_o) \quad (3.10)$$

Η επίλυση των εξισώσεων (3.9) και (3.10) ως προς το διάνυσμα κατάστασης και το διάνυσμα εξόδου δίνει:

$$X = X_o + J^{-1}(Y - Y_o) \quad (3.11)$$

$$Z = Z_o + KJ^{-1}(Y - Y_o) \quad (3.12)$$

ή ακόμα  $X = X'_o + AY \quad (3.13)$

$$Z = Z'_o + BY \quad (3.14)$$

όπου  $A = J^{-1}, X'_o = X_o - AY_o$

$$B = KA, Z'_o = Z_o + BY_o$$

Για την επίλυση των παραπάνω εξισώσεων είναι απαραίτητος ο υπολογισμός των πινάκων J και K. Ο πρώτος πίνακας αποτελεί τον ιακωβιανό πίνακα που έχει ήδη υπολογιστεί από την σχέση (2.22). Γίνεται επίσης και ο υπολογισμός του πίνακα K ο οποίος αποτελείται από τις παραγώγους του μεγέθους Z ως προς το αρχικό διάνυσμα X.

$$\begin{bmatrix} \Delta Z_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta Z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta Z_1}{\Delta X_1} & \dots & \frac{\Delta Z_1}{\Delta X_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\Delta Z_n}{\Delta X_1} & \dots & \frac{\Delta Z_n}{\Delta X_n} \end{bmatrix} \cdot J^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta X_n \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Συγκεκριμένα η μεταβλητή Z αντιπροσωπεύει την ροή ισχύος πάνω στις γραμμές και το διάνυσμα X το διάνυσμα των άγνωστων μεγεθών γωνιών και τάσεων όπως και στην ιακωβιανή. Άρα ο πίνακας που προκύπτει είναι:

$$[\Delta P_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_n} \Big| \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_n} \end{bmatrix} \cdot J^{-1} \cdot \begin{bmatrix} P_2 & P_{2,o} \\ \vdots & \vdots \\ P_n & P_{n,o} \\ Q_2 & Q_{2,o} \\ \vdots & \vdots \\ Q_n & Q_{n,o} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Για τον υπολογισμό της ροής ισχύος σε μία γραμμή χρησιμοποιούμε τον τύπο:

$$S_{ij} = \tilde{V}_i^* * \tilde{I}_{ij} \quad (3.17)$$

Και αφού αναφερόμαστε στην ενεργό ισχύ:

$$P_{ij} = \text{Real}\{S_{ij}\} = \text{Real}\{\tilde{V}_i^* * \tilde{I}_{ij}\} \quad (3.18)$$

Με δεδομένο ότι:

$$\tilde{I}_{ij}^* = (\tilde{V}_i^* - a\tilde{V}_j^*) \frac{y^*}{a^2} + \frac{Bc^*}{a^2} \tilde{V}_i^* \quad (3.19)$$

Όπου α: η λήψη του αντίστοιχου μετασχηματιστή

Προκύπτει:

$$\begin{aligned} P_{ij} = \text{Real}\{S_{ij}\} &= \text{Real}\{\tilde{V}_i^* * \tilde{I}_{ij}\} = \\ & \frac{|\tilde{V}_i|^2}{a^2} \text{Real}\{y^*\} - |\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \cos\theta_i \cos\theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} + \\ & |\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \cos\theta_i \sin\theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - |\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \sin\theta_i \cos\theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - \\ & |\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \sin\theta_i \sin\theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} + \frac{|\tilde{V}_i|^2}{a^2} \text{Real}\{Bc^*\} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Αντίστοιχα μπορούν να υπολογιστούν οι παράγωγοι της παραπάνω συνάρτησης ως προς τα μεγέθη που εμφανίζονται.

- Παραγωγή ως προς  $\theta_i$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i} &= |\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \sin\theta_i \cos\theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} - \\ & |\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \sin\theta_i \sin\theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - |\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \cos\theta_i \cos\theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - \\ & |\tilde{V}_i||\tilde{V}_j| \cos\theta_i \sin\theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} \end{aligned} \quad (3.21)$$

- Παραγωγή ως προς  $\theta_j$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_j} &= |\tilde{V}_i| |\tilde{V}_j| \cos \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} + \\ &|\tilde{V}_i| |\tilde{V}_j| \cos \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} + |\tilde{V}_i| |\tilde{V}_j| \sin \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - \\ &|\tilde{V}_i| |\tilde{V}_j| \sin \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} \end{aligned} \quad (3.22)$$

- Παραγωγή ως προς  $|\tilde{V}_i|$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{ij}}{\partial |\tilde{V}_i|} &= \frac{2|\tilde{V}_i|}{a^2} \text{Real}\{y^*\} - |\tilde{V}_j| \cos \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} + \\ &|\tilde{V}_j| \cos \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - |\tilde{V}_j| \sin \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - \\ &|\tilde{V}_j| \sin \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} + \frac{2|\tilde{V}_i|}{a^2} \text{Real}\{Bc^*\} \end{aligned} \quad (3.23)$$

- Παραγωγή ως προς  $|\tilde{V}_j|$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{ij}}{\partial |\tilde{V}_j|} &= -|\tilde{V}_i| \cos \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} + \\ &|\tilde{V}_i| \cos \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - |\tilde{V}_i| \sin \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - \\ &|\tilde{V}_i| \sin \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Οι υπόλοιπες παράγωγοι ως προς τα άλλα μεγέθη θα είναι μηδέν. Άρα σε κάθε γραμμή το πολύ τέσσερις όροι θα είναι μη μηδενικοί. Οι αντίστοιχοι παράγωγοι της ροής ισχύος  $P_{ji}$  προκύπτουν απλά αν στις παραπάνω παραγωγούς αντικαταστήσουμε το  $i$  με το  $j$  και αντίστροφα.

Αντίστοιχα προκύπτει και η αναλυτική μορφή της εξίσωσης (3.11) με τον ιακωβιανό πίνακα όπως έχει υπολογιστεί και στο Κεφάλαιο 2.

$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \\ |V_2| \\ \vdots \\ |V_n| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{2,o} \\ \vdots \\ \delta_{n,o} \\ |V_{2,o}| \\ \vdots \\ |V_{n,o}| \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \\ \hline \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} P_2 & P_{2,o} \\ \vdots & \vdots \\ P_n & P_{n,o} \\ Q_2 & Q_{2,o} \\ \vdots & \vdots \\ Q_n & Q_{n,o} \end{bmatrix}$$

Οι εξισώσεις (3.13) και (3.14) μπορούν να εκφραστούν στην αναλυτική τους μορφή ως:

$$X_i = X'_{oi} + \sum_{j=1}^m a_{ij} Y_j \tag{3.25}$$

$$Z_i = Z'_{oi} + \sum_{j=1}^m b_{kj} Y_j \tag{3.26}$$

Όπου

$i=1,2,\dots,n$

$k=1,2,\dots,l$

$j=1,2,\dots,m$

$n$ : η διάσταση του διανύσματος κατάστασης  $X$

$m$ : η διάσταση του διανύσματος δεδομένων  $Y$

$l$ : η διάσταση του διανύσματος ζητούμενων  $Z$

$a_{ij}$ : στοιχείο του πίνακα των συντελεστών ευαισθησίας  $A$

$b_{kj}$ : στοιχείο του πίνακα των συντελεστών ευαισθησίας  $B$

Έτσι οι εξισώσεις (3.25) και (3.26) δείχνουν ότι κάθε τυχαία μεταβλητή των διανυσμάτων  $X$  και  $Z$  εκφράζεται ως αλγεβρικό άθροισμα των ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών του διανύσματος  $Y$  με συντελεστές βαρύτητας κατάλληλα υπολογισμένους από τους συντελεστές ευαισθησίας. Επομένως οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών των διανυσμάτων  $X$  και  $Z$  μπορούν να υπολογιστούν από τη μαθηματική συνέλιξη των δεδομένων συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας των φορτίων και της παραγωγής οι οποίες ακολουθούν τις γνωστές κατανομές πιθανότητας.

### 3.4. ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΣΥΝΕΛΙΞΗΣ

Οι προηγούμενες συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας συνελίσσονται σύμφωνα με την εξίσωση (B.17) του Παραρτήματος Β, για τον υπολογισμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας των ζητούμενων μεταβλητών.

Το τυχαίο διάνυσμα  $Y$  αποτελείται από κανονικές και διακριτές κατανομές που αντιπροσωπεύουν τις μεταβολές ή την αβεβαιότητα των φορτίων της παραγωγής στο σύστημα. Η συμβατική μέθοδος για την πραγματοποίηση της συνέλιξης στηρίζεται στον μετασχηματισμό Laplace και υπολογίζει δύο ισοδύναμες κατανομές μία για όλες τις κανονικές κατανομές και μία για όλες τις διακριτές, και κατόπιν συνελίσσει τις δύο αυτές κατανομές μεταξύ τους για τον υπολογισμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας των ζητούμενων τυχαίων μεταβλητών.

Η ισοδύναμη κανονική κατανομή μπορεί εύκολα να υπολογιστεί από τις αναμενόμενες τιμές και τις τυπικές αποκλίσεις όλων των κανονικών κατανομών:

$$\text{Αν} \quad f_1 = N(\mu_1, \sigma_1) \quad (3.27)$$

$$f_2 = N(\mu_2, \sigma_2) \quad (3.28)$$

$$\text{και} \quad f_n = a_1 f_1 * a_2 f_2 \quad (3.29)$$

όπου  $\mu$  και  $\sigma$  αντιπροσωπεύουν την αναμενόμενη τιμή και την τυπική απόκλιση αντίστοιχα τότε:

$$f_n = N(\mu_n, \sigma_n) \quad (3.30)$$

$$\text{όπου} \quad \mu_n = a_1 \mu_1 + a_2 \mu_2 \quad \text{και} \quad \sigma_n = \sqrt{(a_1 \sigma_1)^2 + (a_2 \sigma_2)^2}$$

Το βασικό πρόβλημα είναι ο υπολογισμός της ισοδύναμης διακριτής κατανομής λόγω του μεγάλου αριθμού των διακριτών τιμών με τις οποίες παριστάνεται. Για παράδειγμα όταν μια διακριτή συνάρτηση που παριστάνεται με  $r$  διακριτές τιμές συνελίσσεται με μία άλλη διακριτή συνάρτηση που παριστάνεται με  $s$  διακριτές τιμές, η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας θα αντιπροσωπεύεται από  $(rxs)$  διακριτές τιμές. Η διαδικασία αυτή είναι χρονοβόρα και γίνεται μη πρακτική όταν ο αριθμός των διακριτών συναρτήσεων στο σύστημα είναι μεγάλος.

$$\text{Αν} \quad f_1(x_1) = \sum_{i=1}^r p_i \delta(x_1 - W_i) \quad (3.31)$$

$$f_2(x_2) = \sum_{j=1}^s p'_j \delta(x_2 - W'_j) \quad (3.32)$$

$$\text{και} \quad f_D(x) = a_1 f_1 * a_2 f_2 \quad (3.33)$$

$$\text{τότε} \quad f_D(x) = \sum_{k=1}^t g_k \delta(x - h_k) \quad (3.34)$$

$$\text{όπου} \quad t = r \times s$$

$$g_k = p_i \cdot x p'_j$$

$$\text{και} \quad h_k = a_1 W_i + a_2 W'_j$$

για όλα τα διατεταγμένα ζεύγη (i,j):  $i=1, \dots, r$  και  $j=1, \dots, s$ .

Το πρόβλημα του μεγάλου αριθμού των διακριτών τιμών της τελικής ισοδύναμης διακριτής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας λύνεται αν καθορισθεί εκ των προτέρων ο επιθυμητός αριθμός N των διακριτών τιμών με τις οποίες θα αντιπροσωπευθεί. Για το σκοπό αυτό προσδιορίζονται τα άκρα της τελικής διακριτής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας και το διάστημα των πιθανών τιμών διαιρείται σε N-1 διαστήματα. Αν κατά τη διάρκεια της συνέλιξης κάποιου διαστήματος από τα προηγούμενα N-1 διαμοιράζεται μεταξύ σταθερών ακραίων σημείων του διαστήματος αντιστρόφως ανάλογα της απόστασης της από αυτά.

Η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που αποτελεί τη συνέλιξη της ισοδύναμης κανονικής κατανομής με την ισοδύναμη διακριτή κατανομή δίνεται από τη σχέση:

$$f_x(x) = f_n(x_n) * f_D(x_D) \quad (3.35)$$

$$\text{και} \quad f_x(x) = \sum_{k=1}^t \frac{g_k}{\sqrt{2\pi\sigma_n}} e^{-\frac{[x-(\mu_n+h_k)]^2}{2\sigma_n^2}} \quad (3.36)$$

Η συνάρτηση αυτή είναι γραμμικός συνδυασμός t κανονικών κατανομών συναρτήσεων με μέση τιμή  $\mu_n+h_k$ , και τυπική απόκλιση,  $\sigma_n$  η κάθε μία, που

συμβάλουν στο άθροισμα ανάλογα με το συντελεστή  $g_k$  όπου  $k=1,2,\dots,t$ , που αποτελεί τις θέσεις των διακριτών τιμών.

Πολλές προσπάθειες έχουν γίνει για να αναπτυχθούν τεχνικές που επιτρέπουν την πραγματοποίηση της συνέλιξης με μεγαλύτερη ακρίβεια και λιγότερο χρόνο υπολογισμού. Η τελευταία τεχνική που εφαρμόζεται στην πιθανοτική ανάλυση ροών φορτίου βασίζεται στον ταχύ μετασχηματισμό Fourier. Ο ταχύς μετασχηματισμός Fourier εκμεταλλεύεται ορισμένες ιδιότητες των εκθετικών συναρτήσεων για να δώσει μια γρήγορη και ακριβή παρουσίαση μιας συνάρτησης στο πεδίο της συχνότητας.

Για μια δεδομένη συνεχή απεριοδική συνάρτηση  $f(y)$ , που ορίζεται στο διάστημα  $T=1/f$  δίνεται η μιγαδική συνάρτηση  $S(\omega)$  στο πεδίο της συχνότητας.

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y)e^{-j\omega y} dy \quad (3.37)$$

Και ο αντίστροφος μετασχηματισμός είναι:

$$f(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)e^{j\omega y} d\omega \quad (3.38)$$

Όπου  $\omega=2\pi f=2\pi/T$

Αν η συνάρτηση  $f(y)$  είναι μια διακριτή ή διακριτοποιημένη συνάρτηση με  $N$  διακριτές τιμές σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους θα ισχύει:

$$f(y) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \delta(y - k\Delta y) \quad (3.39)$$

Και η εφαρμογή του μετασχηματισμού Fourier θα δώσει:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{N-1} a_k \delta(y - k\Delta y) e^{-j\omega y} dy = \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{-j\omega k\Delta y} \quad (3.40)$$

Η  $S(\omega)$  είναι μια περιοδική συνάρτηση με περίοδο  $T = \frac{2\pi}{\Delta y} = N\Delta\omega$  και η παράσταση της με  $N$  διακριτά σημεία είναι:

$$S(n\Delta\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{-j\omega k\Delta y} \Rightarrow S(n) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k W^{-nk} \quad (3.41)$$

Όπου  $W = e^{j\frac{2\pi}{N}}$  και  $n=0,1,2,\dots,N-1$

Η μαθηματική συνέλιξη στο πεδίο του χρόνου, μετατρέπεται στο πεδίο της συχνότητας σε απλό πολλαπλασιασμό.



$$\text{Έτσι ισχύει: } f(y) = f_1(y) * f_2(y) \Leftrightarrow S(n) = S_1(n) \cdot S_2(n) \quad (3.42)$$

Αφού πραγματοποιηθεί η συνέλιξη στο πεδίο της συχνότητας, ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier δίνει αντίστοιχα την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f(y)$  με  $N$  διακριτά σημεία από την σχέση (3.4.13) όπου:

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S(n) W^{nk} \quad (3.43)$$

### 3.5. ΘΕΩΡΗΣΗ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

Στη διατύπωση του προβλήματος της πιθανοτικής ροής φορτίου έγινε η παραδοχή ότι οι τυχαίες μεταβλητές που αντιπροσωπεύουν τα φορτία και την παραγωγή στους ζυγούς του συστήματος είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Η παραδοχή αυτή είναι σωστότερη όσο απομακρύνεται η χρονική στιγμή της πρόβλεψης φορτίων από την παρούσα χρονική στιγμή. Στη βραχυπρόθεσμη όμως πρόβλεψη φορτίων και σε εφαρμογές της πιθανοτικής ροής φορτίου στον προγραμματισμό λειτουργίας συστήματος η παραδοχή αυτή ισχύει λιγότερο ή και καθόλου. Στις περιπτώσεις αυτές είναι αναγκαία η θεώρηση εξάρτησης μεταξύ των μεταβλητών όπως αναπτύσσεται πιο κάτω.

Οι λόγοι της συσχέτισης μεταξύ των φορτίων και της παραγωγής μπορεί να οφείλονται σε διάφορους παράγοντες όπως:

- *Συσχέτιση φορτίου-φορτίου:* Τα φορτία που βρίσκονται σε γειτονικούς ζυγούς έχουν την τάση να αυξάνονται ή να μειώνονται με τον ίδιο τρόπο. Έχουν δηλαδή οι γειτονικοί ζυγοί κάποιο βαθμό συσχέτισης που οφείλεται σε κοινούς παράγοντες, όπως καιρικές συνθήκες (θερμοκρασία, βροχή, άνεμος, ηλιοφάνεια κ.λ.π.), κοινωνικές συνθήκες της περιοχής (ώρες εργασίας, αθλητικά γεγονότα, αγροτικές ασχολίες, τηλεοπτικά προγράμματα κ.λ.π.). Όταν τα φορτία σε δύο ή περισσότερους ζυγούς αυξάνονται και μειώνονται μαζί υπάρχει θετική συσχέτιση, ενώ όταν ένα φορτίο αυξάνεται και κάποιο άλλο μειώνεται υπάρχει αρνητική συσχέτιση.
- *Συσχέτιση παραγωγής-παραγωγής:* Συνήθως σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας που αποτελείται από πολλές ομάδες γεννητριών είναι επιθυμητό η παραγωγή μιας συγκεκριμένης περιοχής ή η συνολική παραγωγή του συστήματος να διατηρείται σταθερή. Έτσι, όταν η παραγωγή μιας γεννήτριας μειωθεί για διάφορους λόγους, θα πρέπει η παραγωγή των άλλων γεννητριών να αυξηθεί μέσα στα επιτρεπόμενα όρια για την παραλαβή του φορτίου. Η

συσχέτιση αυτή επομένως είναι αρνητική. Η παραγωγή επίσης των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας ακολουθεί τις μεταβολές του ανέμου ή της ηλιοφάνειας και σε γειτονικούς ζυγούς η συσχέτιση είναι θετική.

- *Συσχέτιση παραγωγής-φορτίου:* Η παραγωγή μιας περιοχής σε ένα σύστημα είναι προγραμματισμένη να καλύψει το φορτίο της περιοχής, και συνήθως η ηλεκτρική ενέργεια παράγεται τη στιγμή που χρειάζεται. Η συσχέτιση που υπάρχει επομένως μεταξύ παραγωγής και φορτίου είναι θετική δηλαδή όταν το φορτίο αυξάνεται ή μειώνεται, αυξάνεται ή μειώνεται αντίστοιχα και η παραγωγή.

Έστω δύο τυχαίες μεταβλητές  $X$  και  $Y$ . Η συνδιασπορά των δύο αυτών τυχαίων μεταβλητών ορίζεται από τη σχέση:

$$n_{xy} = E\{(X - \mu_x)(Y - \mu_y)\} = E\{XY\} - \mu_x \mu_y \quad (3.44)$$

όπου  $E\{*\}$  παριστάνει την αναμενόμενη τιμή.

Αν οι τυχαίες μεταβλητές  $X$  και  $Y$  είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους τότε:

$$E\{XY\} = E\{X\}E\{Y\} = \mu_x \mu_y \text{ και } n_{xy} = 0 \quad (3.45)$$

Αν οι τυχαίες μεταβλητές  $X$  και  $Y$  είναι ολικά γραμμικά εξαρτημένες θα ισχύει:

$$Y = aX + b \quad (3.46)$$

$$\text{και } \mu_y = a\mu_x + b \quad (3.47)$$

$$\text{Επίσης, } \sigma_x^2 = E\{(X - \mu_x)^2\} = E\{X^2\} - \mu_x^2 \quad (3.48)$$

και

$$\sigma_y^2 = E\{(Y - \mu_y)^2\} = E\{(aX + b - a\mu_x - b)^2\} = a^2 E\{(X - \mu_x)^2\} = a^2 \sigma_x^2 \quad (3.49)$$

$$\text{Άρα } \sigma_y = +a\sigma_x \text{ για θετική συσχέτιση } (\alpha > 0) \quad (3.50)$$

$$\sigma_y = -a\sigma_x \text{ για αρνητική συσχέτιση } (\alpha < 0) \quad (3.51)$$

Σύμφωνα με τις πιο πάνω εξισώσεις για την περίπτωση της ολικής γραμμικής εξάρτησης μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών  $X$  και  $Y$  με διαδοχικές αντικαταστάσεις θα ισχύει:

$$E\{XY\} = E\{aX^2 + bX\} = aE\{X^2\} + b\mu_x = a\sigma_x^2 + a\mu_x^2 + b\mu_x = a\sigma_x^2 + \mu_x \mu_y \quad (3.52)$$

$$\text{και } n_{xy} = a\sigma_x^2 \quad (3.53)$$

$$\text{Άρα } n_{xy} = +\sigma_x \sigma_y \text{ για θετική συσχέτιση } (\alpha > 0) \quad (3.54)$$

$$n_{xy} = -\sigma_x \sigma_y \text{ για αρνητική συσχέτιση } (\alpha < 0) \quad (3.55)$$

Γενικά για την συνδιασπορά ισχύει:

$$-\sigma_x \sigma_y \leq n_{xy} \leq +\sigma_x \sigma_y \quad (3.56)$$

Ο συντελεστής συσχέτισης δίνει το βαθμό της γραμμικής εξάρτησης μεταξύ των δύο τυχαίων μεταβλητών  $X$  και  $Y$  και ορίζεται από τη σχέση:

$$\gamma_{xy} = \frac{n_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (3.57)$$

Είναι αδιάστατος αριθμός και γενικά ισχύει:

$$-1 \leq \gamma_{xy} \leq 1 \quad (3.58)$$

Όταν οι τυχαίες μεταβλητές  $X$  και  $Y$  είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, τότε  $\gamma_{xy} = 0$ . Όταν είναι ολικά θετικά συσχετισμένες, τότε  $\gamma_{xy} = 1$  και όταν είναι ολικά αρνητικά συσχετισμένες  $\gamma_{xy} = -1$ .

Αν η θεώρηση της ολικής γραμμικής εξάρτησης δεν ισχύει μεταξύ των μεταβλητών  $X$  και  $Y$  όπως δίνεται στην εξίσωση (3.46), τότε μπορεί να θεωρηθεί μερική γραμμική εξάρτηση όπως αναπτύσσεται πιο κάτω:

Η τυχαία μεταβλητή  $Y$  μπορεί να χωριστεί σε δύο τυχαίες μεταβλητές  $Y'$  και  $Y''$  έτσι ώστε  $Y=Y'+Y''$  όπου  $Y'$  ολικά γραμμικά εξαρτημένη με την τυχαία μεταβλητή  $X$  και ακολουθεί την εξίσωση (3.46), και  $Y''$  ανεξάρτητη τυχαία μεταβλητή με μηδενική μέση τιμή που αντιπροσωπεύει με την τυπική της απόκλιση τις τυχαίες μεταβολές γύρω από την τιμή  $Y'$ .

Έτσι η εξίσωση (3.46) γίνεται:

$$Y = aX + b + Y'' \quad (3.59)$$

Σύμφωνα με την πιο πάνω ανάλυση για να συμπεριληφθούν εξαρτημένες μεταβλητές στην πιθανοτική ροή φορτίου, θεωρείται ότι η κάθε ομάδα εξαρτημένων μεταβλητών είναι ανεξάρτητη από όλες τις άλλες ομάδες εξαρτημένων μεταβλητών και επίσης ανεξάρτητη από όλες τις άλλες ανεξάρτητες μεταβλητές συμπεριλαμβανομένων και των πρόσθετων μεταβλητών  $Y''$  για την θεώρηση μη γραμμικής εξάρτησης.

Στον υπολογισμό της ισοδύναμης κανονικής κατανομής που δίνεται στη σχέση (3.47) όταν οι τυχαίες μεταβλητές θεωρηθούν ολικά γραμμικά εξαρτημένες η ισοδύναμη αναμενόμενη τιμή  $\mu_n$  δίνεται πάλι από την σχέση:

$$\mu_n = a_1 \mu_1 + a_2 \mu_2 \quad (3.60)$$

Ενώ η ισοδύναμη τυπική απόκλιση  $\sigma_n$  θα δίνεται τώρα από τη σχέση:

$$\sigma_n = a_1 \sigma_1 + a_2 \sigma_2 \quad \text{για ολική θετική συσχέτιση} \quad (3.61)$$

$$\text{και } \sigma_n = a_1\sigma_1 - a_2\sigma_2 \quad \text{για ολική αρνητική συσχέτιση} \quad (3.62)$$

Ας σημειωθεί ότι γενικά ισχύει:

$$\sigma_1 - \sigma_2 < \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} < \sigma_1 + \sigma_2 \quad (3.63)$$

Είναι επομένως εμφανής η επίδραση της θεώρησης εξαρτημένων μεταβλητών στο εύρος της αβεβαιότητας των τελικών συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας.

Έστω ότι στο διάνυσμα δεδομένων  $Y$  υπάρχει γραμμική εξάρτηση μεταξύ του  $\mu$ -ιστού και του  $\nu$ -ιστού στοιχείου, της μορφής:

$$Y_\mu = aY_\nu + b + Y_\mu'' \quad (3.64)$$

Όπου  $a$  και  $b$  παράμετροι της γραμμικής εξάρτησης

Τότε οι εξισώσεις της πιθανοτικής ροής φορτίου (3.58) και (3.59) στην αναλυτική τους μορφή μπορούν να ξαναγραφούν ως εξής:

$$X_i = X_{oi}'' + \sum_{j=1}^m a'_{ij} Y_j + a_{i\mu} Y_\mu'' \quad (3.65)$$

$$Z_i = Z_{oi}'' + \sum_{j=1}^m b'_{kj} Y_j + b_{k\mu} Y_\mu'' \quad (3.66)$$

$$\text{Όπου } a'_{ij} = a_{ij}, \quad b'_{kj} = b_{kj} \quad \text{για } j \neq \mu, \nu$$

$$a'_{i\mu} = b'_{k\mu} = 0$$

$$a'_{i\nu} = \alpha_{i\nu} + a\alpha_{i\mu}, \quad b'_{k\nu} = b_{k\nu} + ab_{k\mu}$$

$$X_{oi}'' = X'_{oi} + \alpha_{i\mu} b, \quad Z_{ok}'' = Z'_{ok} + b_{k\mu} b$$

Έτσι, για τη θεώρηση γραμμικών εξαρτημένων μεταβλητών στην πιθανοτική ανάλυση ροών φορτίου απαιτείται απλώς η τροποποίηση των ήδη υπολογισμένων συντελεστών ευαισθησίας για την περίπτωση των ανεξάρτητων μεταβλητών, σύμφωνα με τις εξισώσεις (3.65) και (3.66).

### 3.6. ΠΟΛΥΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΜΕΝΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ

Στην πιθανοτική ροή φορτίου, όπως αναφέρθηκε παραπάνω απαιτείται γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου γύρω από κάποιο λειτουργικό σημείο. Το σημείο αυτό είναι συνήθως σε περιοχή γύρω από την αναμενόμενη τιμή. Η διαδικασία αυτή έχει το μειονέκτημα ότι δίνει ακριβή αποτελέσματα γύρω από αυτό το σημείο ενώ τα άκρα των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας υπολογίζονται με τόσο μικρότερη ακρίβεια όσο μεγαλύτερη είναι η απόστασή τους από το σημείο

γραμμικοποίησης. Ταυτόχρονα όσο πιο έντονη είναι η μη γραμμική μορφή των εξισώσεων όπως π.χ. στον υπολογισμό των αέργων συναρτήσεων πιθανότητας τόσο μικρότερη είναι η ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

Υπάρχουν όμως πολλές περιπτώσεις που ενδιαφέρει η ακρίβεια των ακραίων τιμών για την εξαγωγή πρακτικών συμπερασμάτων. Για παράδειγμα η πιθανότητα η τάση σε κάποιο ζυγό να ξεπεράσει τα επιθυμητά λειτουργικά της όρια ή η πιθανότητα αέργης υπερφορτίσεως κάποιας γεννήτριας ή ακόμα η πιθανότητα η ροή ισχύος σε μια γραμμή να ξεπεράσει το επιτρεπόμενο όριο φόρτισής της.

Για το λόγο αυτό εφαρμόζεται η πολυγραμμικοποίηση, η οποία είναι η πιθανοτική ροή φορτίου με πολλαπλά σημεία γραμμικοποίησης, και παρέχει τη δυνατότητα αλλαγής του σημείου γραμμικοποίησης των εξισώσεων ροής φορτίου σε όλη την έκταση των πιθανών τιμών που μπορεί να λάβουν οι μεταβλητές τους συστήματος. Έτσι διαπιστώνετε η επίδραση της μη γραμμικότητας των εξισώσεων ροής φορτίου στα αποτελέσματα.

Έστω ότι ζητείται η μέγιστη ή ελάχιστη τιμή του στοιχείου  $X_i$  του διανύσματος  $X$  γνωρίζοντας ότι τα στοιχεία του διανύσματος  $Y$  παίρνουν τιμές σε δεδομένα διαστήματα. Ο υπολογισμός αυτός απαιτεί την ανακυκλωτική επίλυση του συστήματος γραμμικών εξισώσεων (3.11) και (3.12), θεωρώντας ως πρώτο σημείο γραμμικοποίησης το  $(Y_0, X_0)$ . Κάθε στοιχείο  $X_i$  του διανύσματος κατάστασης  $X$  δίνεται ως:

$$X_i = X_{0i} + \sum_{j=1}^m a_{ij} (Y_j - Y_{0j}) \quad (3.67)$$

όπου  $a_{ij}$  στοιχείο του πίνακα συντελεστών ευαισθησίας  $A$ .

Το διάνυσμα  $Y_L$  που παράγει τη μέγιστη τιμή  $X_i$  αποτελείται από τις μέγιστες τιμές των εγχύσεων αν ο συντελεστής ευαισθησίας  $a_{ij}$  είναι θετικός ενώ αν είναι αρνητικός από τις ελάχιστες τιμές των εγχύσεων. Οι τιμές αυτές αντιστοιχούν στις ακραίες τιμές των διακριτών ή διωνυμικών κατανομών που χρησιμοποιούνται για την παράσταση των εγχύσεων. Οι τιμές των κανονικών κατανομών εκτείνονται θεωρητικά ως το  $\pm\infty$  και έτσι για τον υπολογισμό του διανύσματος  $Y_L$  απαιτείται κατάλληλη αποκοπή όλων των κανονικών κατανομών. Η αποκοπή αυτή της κάθε κανονικής κατανομής οφείλει να γίνει έτσι ώστε:

- να αποκοπεί το ίδιο ποσοστό πιθανών τιμών από την κάθε μια κανονική κατανομή που συμμετέχει στη συνέλιξη, και

### Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής

- η τελική ισοδύναμη κανονική κατανομή να εκτείνεται στο διάστημα  $\pm 3\sigma_n$  γύρω από την αναμενόμενη τιμή.

Έτσι αν η κάθε κανονική κατανομή  $j$  εκτείνεται στο διάστημα  $\pm \alpha \sigma_j$  γύρω από την αναμενόμενη τιμή της, όπου  $\alpha$  κατάλληλος συντελεστής αποκοπής θα πρέπει να ισχύει:

$$\alpha \alpha_1 \sigma_1 + \alpha \alpha_2 \sigma_2 + \dots + \alpha \alpha_r \sigma_r = 3\sigma_n \quad (3.68)$$

και:

$$\alpha = \frac{3\sigma_n}{\sum_{j=1}^r \sigma_j} = 3 \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^r \sigma_j^2}}{\sum_{j=1}^r \sigma_j} \quad (3.69)$$

όπου  $r$  ο αριθμός των κανονικών κατανομών που συνελίσσονται,  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_j, \dots, \sigma_r$  οι τυπικές αποκλίσεις και  $\alpha_j$  οι συντελεστές ευαισθησίας.

Επειδή οι συντελεστές ευαισθησίας ανανεώνονται σε κάθε ανακύκλωση πρέπει να ανανεώνεται και ο συντελεστής  $\alpha$  και όταν η διαδικασία συγκλίνει, τείνει σε μία σταθερή τιμή, που γενικά είναι μικρότερη ή ίση του τρία.

Έτσι, μετά τον υπολογισμό του διανύσματος  $Y_L$  η μέγιστη τιμή  $X_i$  του μέγιστου διανύσματος κατάστασης  $X_M$ , δίνεται από την αναλυτική σχέση:

$$X_{i(\max)} = X_{oi} + \sum_{j=1}^m a_{ij} (Y_{Lj} - Y_{oi}) \quad (3.70)$$

και το διάνυσμα  $X_M$  σε μητρική μορφή ως εξής:

$$X_M = X_O + A(Y_L - Y_O) \quad (3.71)$$

Το σημείο  $(X_M, Y_L)$  δεν ικανοποιεί την εξίσωση ροής φορτίου (3.1) και έτσι υπολογίζεται ένα καινούριο διάνυσμα  $Y_M$  τέτοιο ώστε να ικανοποιεί την εξίσωση:

$$Y_M = g(X_M) \quad (3.72)$$

Το νέο σημείο  $(X_M, Y_M)$  χρησιμοποιείται ως δεύτερο σημείο γραμμικοποίησης των εξισώσεων ροής φορτίου και η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται και προσδιορίζεται το ανανεωμένο διάνυσμα  $X_M$ , μέχρι να επέλθει σύγκλιση.

Όμοια υπολογίζεται και η μέγιστη ή ελάχιστη τιμή του διανύσματος  $Z$  των ζητούμενων μεταβλητών, γραμμικοποιώντας τις εξισώσεις ροής φορτίου (3.1) και

(3.2) γύρω από το σημείο  $(Y_M, X_M, Z_M)$  και επιλύοντας ανακυκλωτικά την εξίσωση (3.12):

$$Z_i = Z_{Mi} + \sum_{j=1}^m b_{ij} (Y_j - Y_{Mj}) \quad (3.73)$$

όπου  $b_{ij}$  στοιχείο του πίνακα των συντελεστών ευαισθησίας  $B$ .

Όπως έχει αναφερθεί το διάνυσμα  $Y_L$  αποτελείται από τις ακραίες τιμές (μέγιστες ή ελάχιστες) των δεδομένων μεταβλητών (εγχύσεων), ανάλογα με το πρόσημο των συντελεστών ευαισθησίας. Όταν ο βαθμός μη γραμμικότητας των εξισώσεων ροής φορτίου δεν είναι μεγάλος, οι συντελεστές ευαισθησίας δεν αλλάζουν πρόσημο κατά την διάρκεια της διαδικασίας σύγκλισης. Αυτό σημαίνει ότι η ανακυκλωτική διαδικασία συγκλίνει στη μέγιστη (ή ελάχιστη) τιμή, χρησιμοποιώντας συνεχώς τα ίδια ακραία σημεία στο διάνυσμα  $Y_L$  σε κάθε ανακύκλωση.

Σε ορισμένες περιπτώσεις όμως, κυρίως σε μερικές τάσεις και άεργες ροές ισχύος, όπου ο βαθμός μη γραμμικότητας των εξισώσεων ροής φορτίου είναι πολύ μεγάλος, είναι πιθανό ο συντελεστής ευαισθησίας που αντιστοιχεί σε κάποιο στοιχείο  $Y_j$  του διανύσματος  $Y_L$  να αλλάζει πρόσημο από μία ανακύκλωση στην άλλη. Στις περιπτώσεις αυτές δεν είναι δυνατό να προσδιοριστεί ποια ακραία τιμή συντελεί στην μέγιστη (ή ελάχιστη) τιμή της μεταβλητής  $X_j$  ή  $Z_i$  που ζητείται ο υπολογισμός της.

Έτσι για να ξεπεραστούν τα πιο πάνω προβλήματα κατά τη διαδικασία σύγκλισης οι συντελεστές ευαισθησίας που αλλάζουν πρόσημο σταθεροποιούνται μετά από δύο ή τρεις ανακυκλώσεις σε μια ενδιάμεση τιμή και η διαδικασία σύγκλισης συνεχίζεται κανονικά. Αυτό σημαίνει ότι όχι μόνο οι ακραίες τιμές των στοιχείων του διανύσματος δεδομένων συντελούν στην μέγιστη (ή ελάχιστη) τιμή της μεταβλητής που ζητείται ο υπολογισμός της, αλλά επίσης και κάποιες ενδιάμεσες τιμές, ιδιαίτερα σε περιοχές με έντονη μη γραμμικότητα.

Σύμφωνα με την πιο πάνω αναλυτική μέθοδο πιθανοτικής ροής φορτίου των άκρων, μπορούν να προσδιοριστούν και ενδιάμεσα σημεία γραμμικοποίησης των εξισώσεων ροής φορτίου, μεταξύ  $Y_{0j}$  και  $Y_{j-max}$  ή μεταξύ  $Y_{j-min}$  και  $Y_{0j}$ , αν θεωρηθεί κατάλληλη ποσοστιαία αποκοπή των διαστημάτων των δεδομένων μεταβλητών  $Y_j$  όπως δίνεται στις εξισώσεις που ακολουθούν:

$$Y'_{j-max} = Y_{0j}(1 - \beta) + \beta Y_{j-max} \quad (3.74)$$

$$Y'_{j-min} = Y_{Oj}(\beta - 1) - \beta Y_{j-min} \quad (3.75)$$

όπου  $\beta$  κατάλληλος συντελεστής αποκοπής ανηγμένος στη μονάδα.

Έτσι για  $\beta = 1$  συμμετέχει στην πιθανοτική ροή φορτίου των άκρων ολόκληρο το αρχικό διάστημα και πετυχαίνετε γραμμικοποίηση στις ακραίες τιμές (μέγιστο ή ελάχιστο), ανάλογα με την πλευρά που επιλέγεται κάθε φορά, ενώ για  $\beta = 0$  αποκόπτεται ολόκληρο το αρχικό διάστημα και πετυχαίνετε γραμμικοποίηση γύρω από την αναμενόμενη τιμή.

Η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των ζητούμενων μεγεθών προκύπτει από τον κατάλληλο συνδυασμό των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας που υπολογίζονται για τα διάφορα σημεία γραμμικοποίησης και που η κάθε μία είναι περισσότερο ακριβής γύρω από το δικό της σημείο γραμμικοποίησης. Ιδιαίτερη προσοχή θα πρέπει να δοθεί στα σημεία προσαρμογής των συναρτήσεων μεταξύ τους καθώς και στην απαίτηση της αθροιστικής πιθανότητας της τελικής συνάρτησης να παραμένει μονάδα.

Με αυτό τον τρόπο, η σύνθεση της τελικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας γίνεται όπως φαίνεται στο σχήμα 3.3, για την περίπτωση των  $N = 5$  σημείων γραμμικοποίησης, όπου:

- Η συνάρτηση που προκύπτει από την αναμενόμενη τιμή ισχύει μεταξύ των σημείων  $P_1$  και  $P_2$ .
- Η συνάρτηση που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση γύρω από το 50% της μέγιστης τιμής ισχύει μεταξύ των σημείων  $P_2$  και  $P_4$ .
- Η συνάρτηση που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση γύρω από το 50% της ελάχιστης τιμής ισχύει μεταξύ των σημείων  $P_1$  και  $P_3$ .
- Η συνάρτηση που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση γύρω από τη μέγιστη τιμή ισχύει πάνω από το σημείο  $P_4$  και τέλος
- Η συνάρτηση που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση γύρω από τη ελάχιστη τιμή ισχύει πάνω από το σημείο  $P_3$ .

και:

$$P_1 = \frac{P(0\%) + P_{min}(50\%)}{2}$$

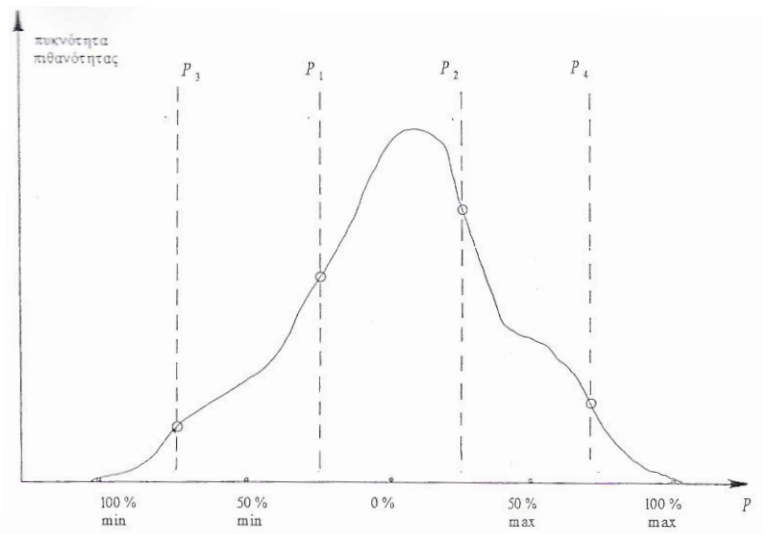


$$P_2 = \frac{P(0\%) + P_{max}(50\%)}{2}$$

(3.76)

$$P_3 = \frac{P_{min}(50\%) + P_{min}(100\%)}{2}$$

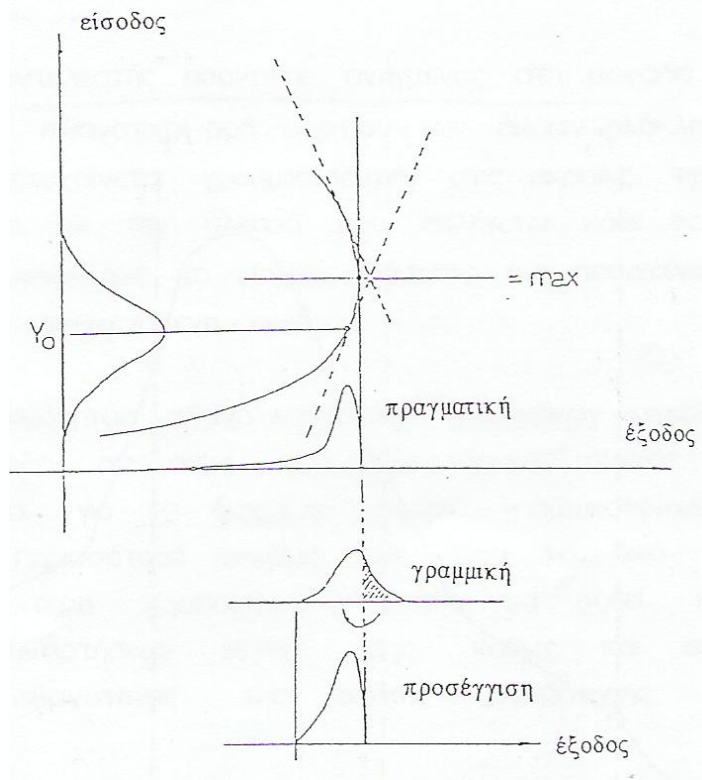
$$P_4 = \frac{P_{max}(50\%) + P_{max}(100\%)}{2}$$



**Σχήμα 3.3: Σύνθεση τελικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας**

Συνεπώς, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας κάποιας μεταβλητής του διανύσματος εξόδου παρουσιάζει έντονη μη γραμμικότητα αν η μέγιστη ή ελάχιστη τιμή της δίνεται για αποκοπή 50% ή ακόμα περισσότερο για αποκοπή 0%.

Στις περιπτώσεις αυτές για να προσδιοριστεί μια προσεγγιστική λύση ακολουθείται η τεχνική της αντιστροφής που παρουσιάζεται παραστατικά στο σχήμα 3.4. Έτσι, αν κατά την διαδικασία σύγκλισης σε κάποιο από τα σημεία γραμμικοποίησης, που θεωρείται για παράδειγμα ότι δίνεται με αποκοπή των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας των μεταβλητών εισόδου στο 50%, παρατηρηθεί συνεχιζόμενη αλλαγή πρόσημου κάποιων συντελεστών ευαισθησίας, τότε κατά τη σύνθεση της τελικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας οι τιμές της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας που προσδιορίζονται γύρω από αυτό το σημείο αντιστρέφονται όπως φαίνεται στο σχήμα 3.4.



**Σχήμα 3.4: Αντιμετώπιση περιπτώσεων έντονης μη γραμμικότητας**

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΤΟ ΔΙΚΤΥΟ ΤΗΣ ΣΠΕΡΧΕΙΑΔΑΣ

#### 4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

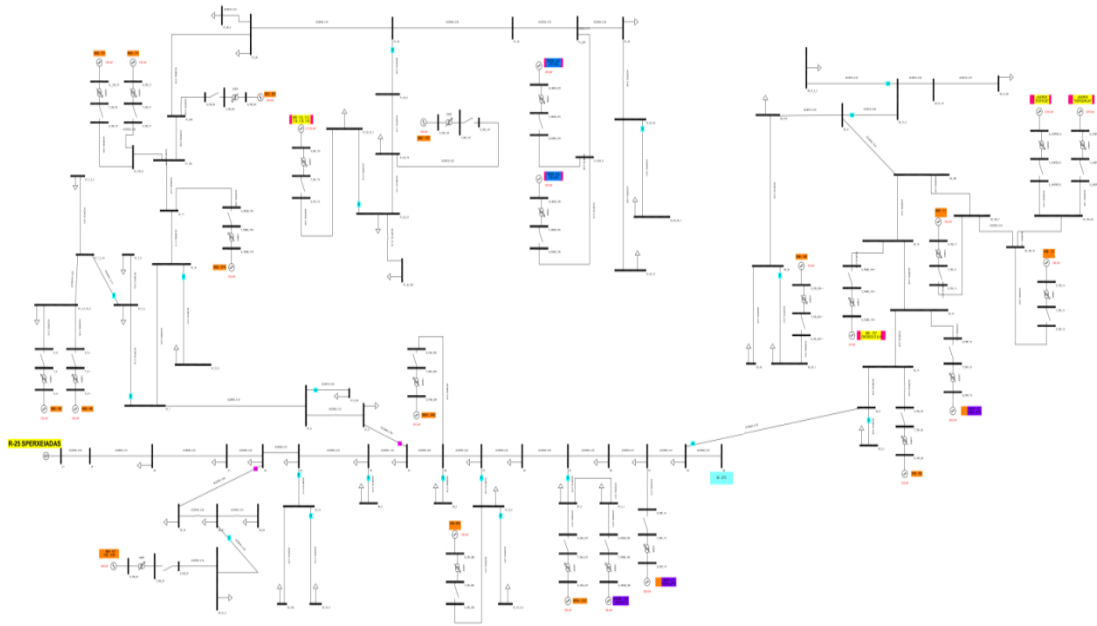
Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται παρουσίαση και μελέτη του δικτύου της Σπερχειάδας. Συγκεκριμένα θα γίνει μελέτη σε δύο διαφορετικά σενάρια, με χρήση διάφορων μεθόδων πιθανοτικής ροής φορτίου, σε συγκεκριμένους ζυγούς για την τάση και την γωνία καθώς και σε συγκεκριμένες γραμμές μεταφοράς ως προς τις ροές ισχύος τους.

Ο βασικός σκοπός της μελέτης αυτής είναι η αξιολόγηση και σύγκριση διαφόρων μεθόδων πιθανοτικής ροής φορτίου σε πραγματικό δίκτυο και με πραγματικά δεδομένα, με κύρια κριτήρια την αξιοπιστία και τον χρόνο υλοποίησης. Ταυτόχρονα εξετάζεται καθεαυτώ το δίκτυο της Σπερχειάδας σε διάφορες καταστάσεις και γίνεται αξιολόγηση της επίδρασης διάφορων μεθόδων βελτίωσης των καταστάσεων αυτών.

Η μελέτη θα εστιάσει σε 2 feeder, 102 και 327 ζυγών αντίστοιχα. Όλοι οι ζυγοί εκτός του slack bus θεωρούνται ζυγοί φορτίου. Υπάρχει έντονη παρουσία διεσπαρμένης παραγωγής από Φωτοβολταϊκά, συγκεκριμένα υπάρχουν 49 Φ/Β στον feeder 327 ζυγών και 6 στον feeder 102 ζυγών.

Τα δεδομένα των ζυγών και των γραμμών παρουσιάζονται στο Παράρτημα ΣΤ. Παρακάτω φαίνεται ο feeder 102 ζυγών.

## Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής



Σχήμα 4.1 Μονογραμμικό feeder 102 ζυγών

### 4.2 ΣΕΝΑΡΙΟ Α

#### 4.2.1 Περιγραφή

Στο σενάριο αυτό εξετάζουμε τους 2 feeder σε μία κατάσταση κατά την οποία οι παραγωγές των φωτοβολταϊκών είναι σε χαμηλά επίπεδα ενώ οι ζητήσεις των φορτίων είναι αυξημένες. Αυτό για παράδειγμα θα μπορούσε να συμβεί σε μία μεσημεριανή ώρα καλοκαιρινής ημέρα όπου υπάρχει συννεφιά.

Για τα φορτία, έχοντας τις ονομαστικές τους τιμές για τη μέγιστη ζήτηση, θεωρούμε τυπική απόκλιση 10% εφόσον μιλάμε για μελέτη σε βραχυχρόνιο επίπεδο. Αντίστοιχα, για τα φωτοβολταϊκά υπολογίστηκαν οι μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις των παραγωγών την 10 π.μ. για το διάστημα 26 Μαρτίου-8 Μαΐου.

Σαν βάση για την μελέτη χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Monte-Carlo [Παράρτημα Α]. Η μέθοδος Monte-Carlo είναι μία επαναλήπτική μέθοδος όπου δίνονται διαφορετικές τιμές σε μία μεταβλητή και προκύπτουν οι μεταβολές στις μεταβλητές που εξετάζουμε. Για καλύτερη ακρίβεια εκτελέστηκε η μέθοδος τόσο για 1000 όσο και για 5000 επαναλήψεις, εφόσον οι μεταβλητές με αβεβαιότητα είναι πάρα πολλές.

Στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος της γραμμικοποίησης στην οποία, η συνέλιξη αντικαθιστά τις επαναλήψεις που πραγματοποιεί η μέθοδος Monte-Carlo

καθώς πραγματοποιεί όλους τους πιθανούς συνδυασμούς μεταξύ των μεταβλητών (των πιθανών φορτίων και παραγωγών στο σύστημα) κάτι που είναι πρακτικώς αδύνατο να γίνει με την Monte-Carlo λόγω της αυξημένης πολυπλοκότητας και του τεράστιου αριθμού των επαναλήψεων. Στην γραμμικοποίηση χρησιμοποιήθηκαν κανονικές τιμές με μέση τιμή και τυπική απόκλιση που προέκυπταν από τις μετρήσεις. Τα διανύσματα τιμών που προκύπτουν, στη συνέχεια συνελίσσονται σύμφωνα με τον τύπο (B-17) του Παραρτήματος Β όπου οι συντελεστές  $a_i$  προκύπτουν από τους τύπους (3.15) και (3.16) αντίστοιχα εάν πρόκειται για το διάνυσμα των γωνιών και των τάσεων ή εάν πρόκειται για το διάνυσμα των ροών ισχύος στις γραμμές. Από τις συνελίξεις προκύπτουν οι κατανομές των μεταβλητών που αναφέραμε.

Τέλος, χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος εκτίμησης με 3 σημεία [Παράρτημα Ε]. Στη μέθοδο αυτή επιλέγονται επιλεγμένα σημεία από κάθε μεταβλητή που έχει αβεβαιότητα και εκτελείται επομένως μικρότερος αριθμός επαναλήψεων σε σχέση με την Monte-Carlo. Σημαντικό είναι ότι για όλες τις μεταβλητές αρκεί να δώσουμε τα στοιχεία των μετρήσεων για να υπολογιστούν τα σημεία που θα χρησιμοποιηθούν και συνεπώς οι παραδοχές που χρειάζεται να γίνουν είναι λιγότερες σε σχέση με τη γραμμικοποίηση (όπου θεωρούνται κανονικές κατανομές).

Για την υλοποίηση της παρούσας μελέτης χρησιμοποιήθηκε το προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab.

Σκοπός στο συγκεκριμένο σενάριο είναι να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα που υπάρχει στην αρχική κατάσταση στις τάσεις αρκετών ζυγών του feeder με τους 327 ζυγούς. Πρόβλημα συγκεκριμένα εντοπίζεται ιδιαίτερα σε ζυγούς πέραν του 250 έως και τον 283 που αποτελεί τον πλέον απομακρισμένο από τον slack bus ζυγό. Αντίθετα ο feeder των 102 ζυγών, επειδή οι παραγωγές των φωτοβολταϊκών του αρκούν σε μεγάλο βαθμό για την κάλυψη του επιπέδου ζήτησης, δεν έχει πρόβλημα. Οι τρόποι αντιμετώπισης που εξετάζονται είναι οι ακόλουθοι:

- Σύνδεση των 2 feeder με γραμμή στο τέλος τους (ο ζυγός 283 του μεγάλου feeder συνδέεται με τον ζυγό 95 του μικρού feeder). Έτσι δημιουργείται ροή ισχύος από τον feeder 102 ζυγών απ'ευθείας στους ζυγούς του feeder 327 ζυγών που παρουσιάζουν προβλήματα.
- Συνδυασμός της ανωτέρω σύνδεσης με τομή του δικτύου στη γραμμή που συνδέει τους ζυγούς 15 και 31 του feeder 102 ζυγών. Με αυτόν τον τρόπο η

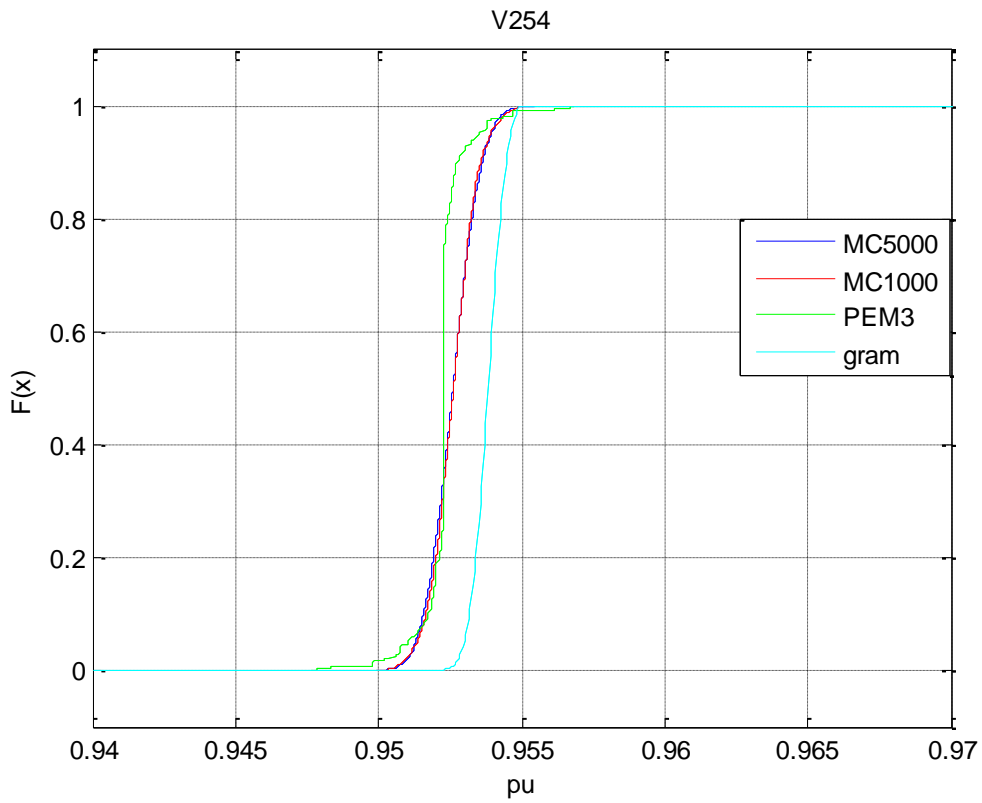
### Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής

παραπάνω ροή ισχύος γίνεται ακόμα μεγαλύτερη, καθώς ένα τμήμα του feeder 102 ζυγών έχει συνδεθεί άμεσα και αποκλειστικά με το προβληματικό τμήμα.

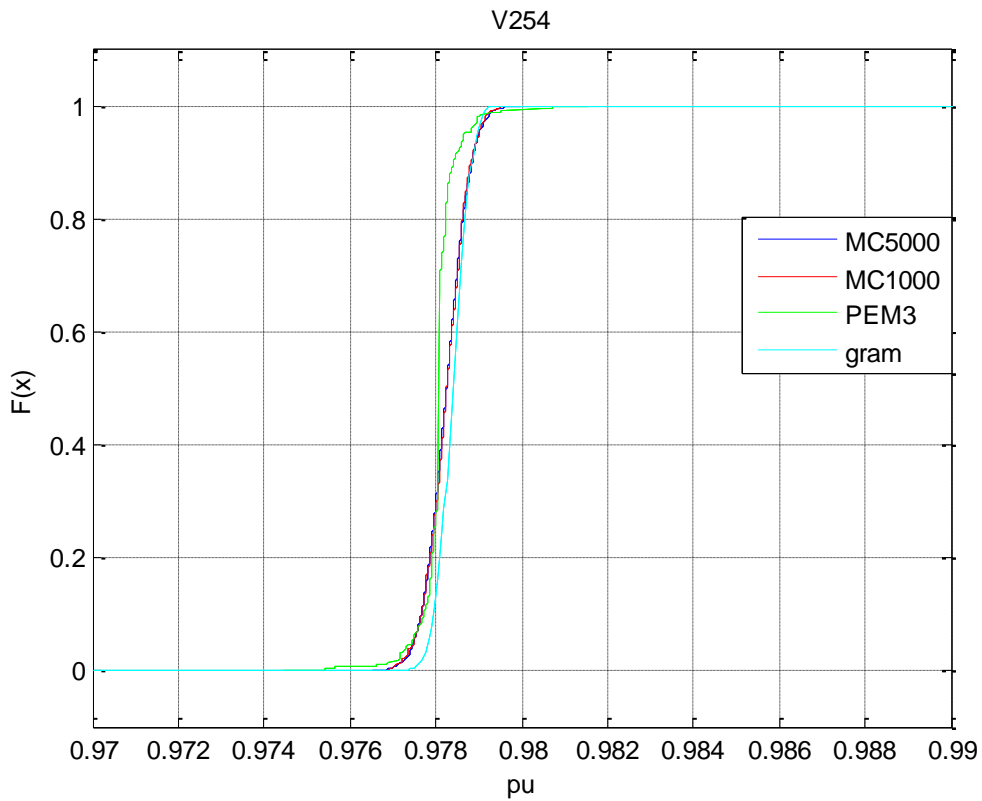
- Συνδυασμός της σύνδεσης με τομή του δικτύου στη γραμμή που συνδέει τους ζυγούς 236 και 239 του feeder 327 ζυγών. Με αυτόν τον τρόπο το προβληματικό κομμάτι γίνεται αποκλειστικό τμήμα του ισχυρού feeder.
- Χρήση tap changer στο πρωτεύων του μετασχηματιστή που συνδέει τους ζυγούς 1-2 (0.98).
- Συνδυασμός του ανωτέρω tap changer με την σύνδεση των feeder στους ίδιους με πριν ζυγούς.

#### **4.2.2 Παρουσίαση Αποτελεσμάτων**

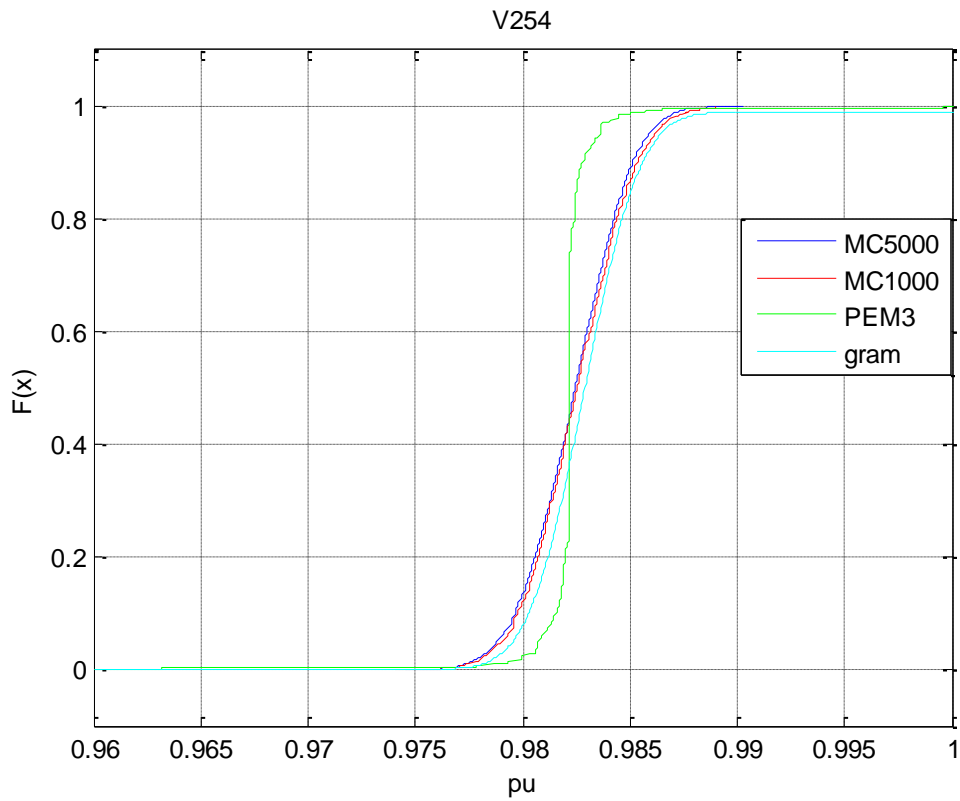
Παρακάτω ακολουθούν διαγράμματα με τα αποτελέσματα που προκύπτουν σε σημαντικούς ζυγούς και γραμμές για την αρχική κατάσταση και τους πέντε τρόπους αντιμετώπισης που ορίστηκαν.



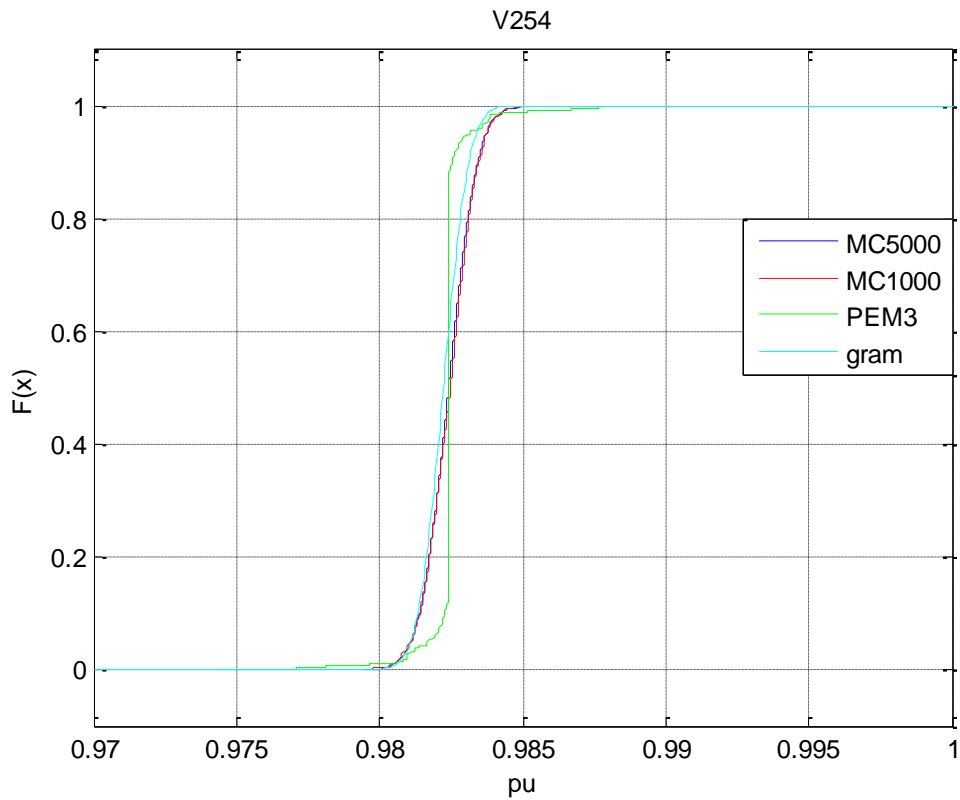
Σχήμα 4.2 Τάση ζυγού 254 κατά την αρχική λειτουργία



Σχήμα 4.3 Τάση ζυγού 254 με σύνδεση 283-95

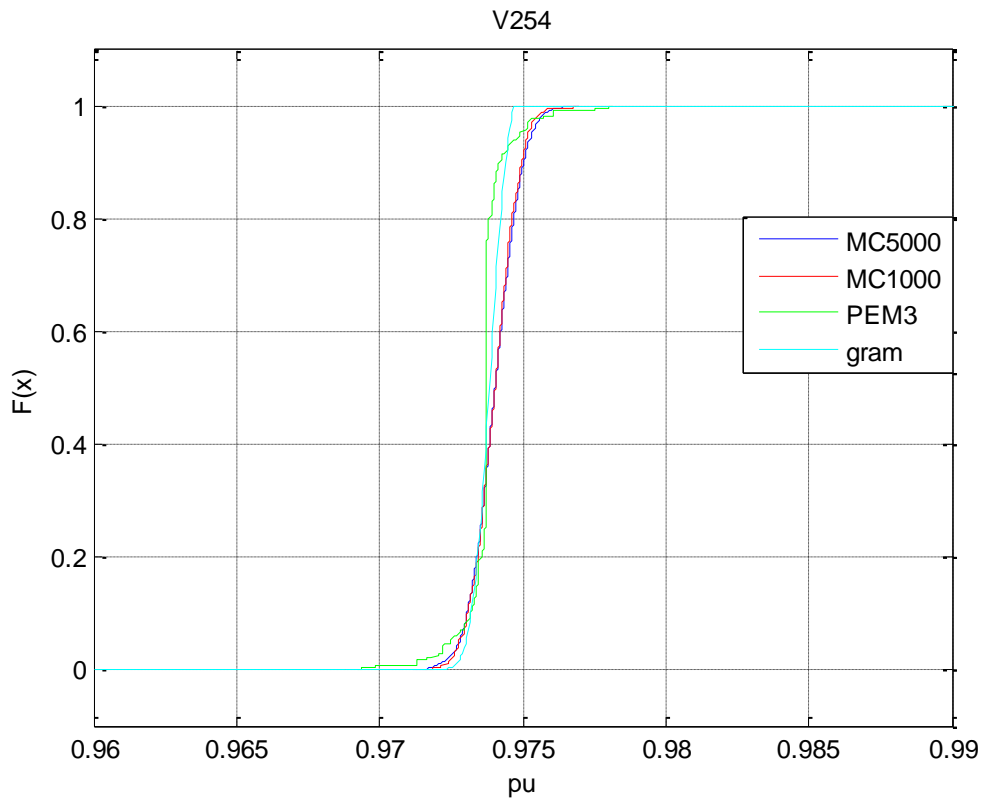


**Σχήμα 4.4 Τάση ζυγού 254 με τομή στη γραμμή 15-31 feeder 102 ζυγών**

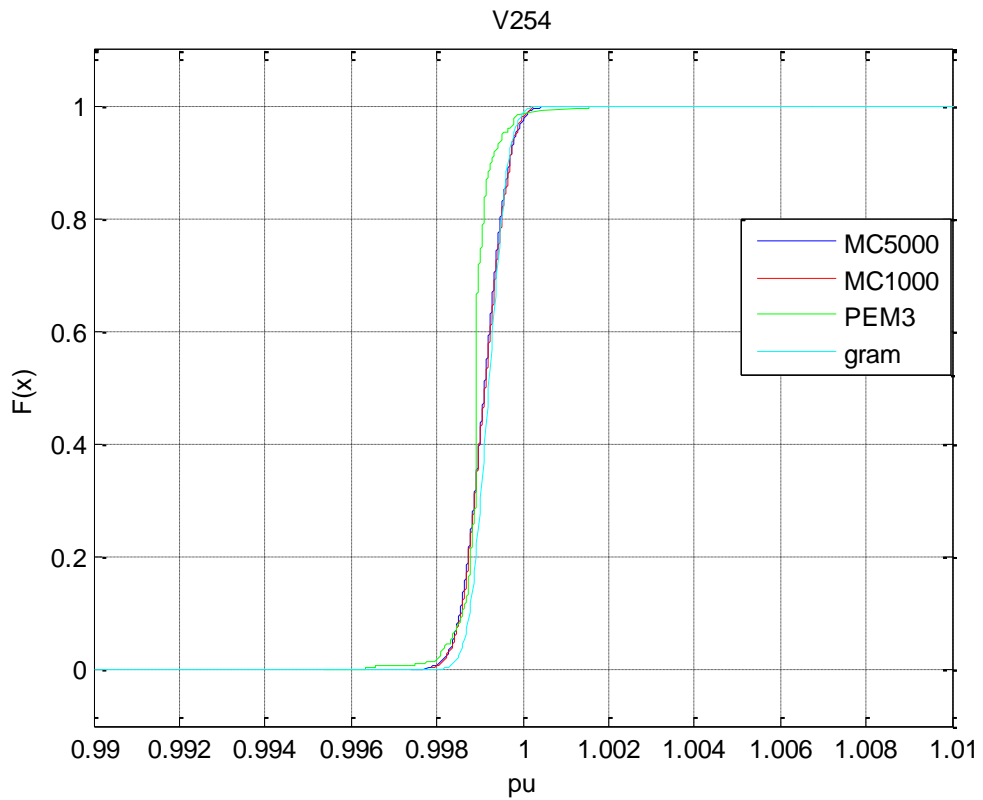


**Σχήμα 4.5 Τάση ζυγού 254 με τομή στη γραμμή 236-239 feeder 327 ζυγών**

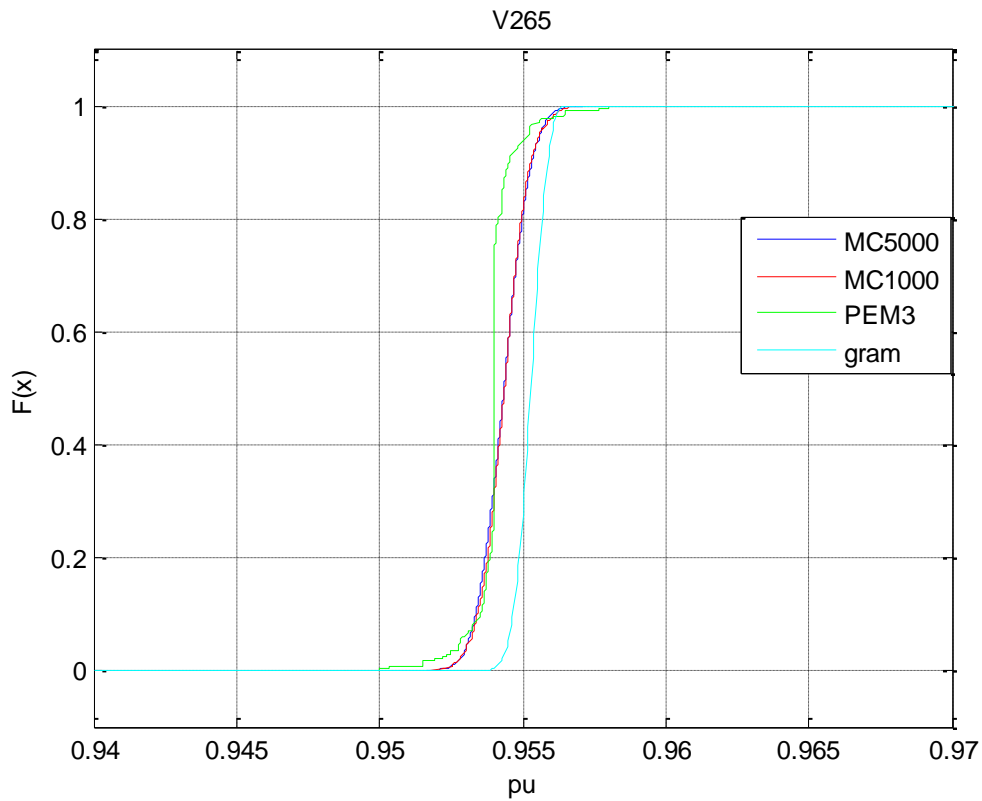




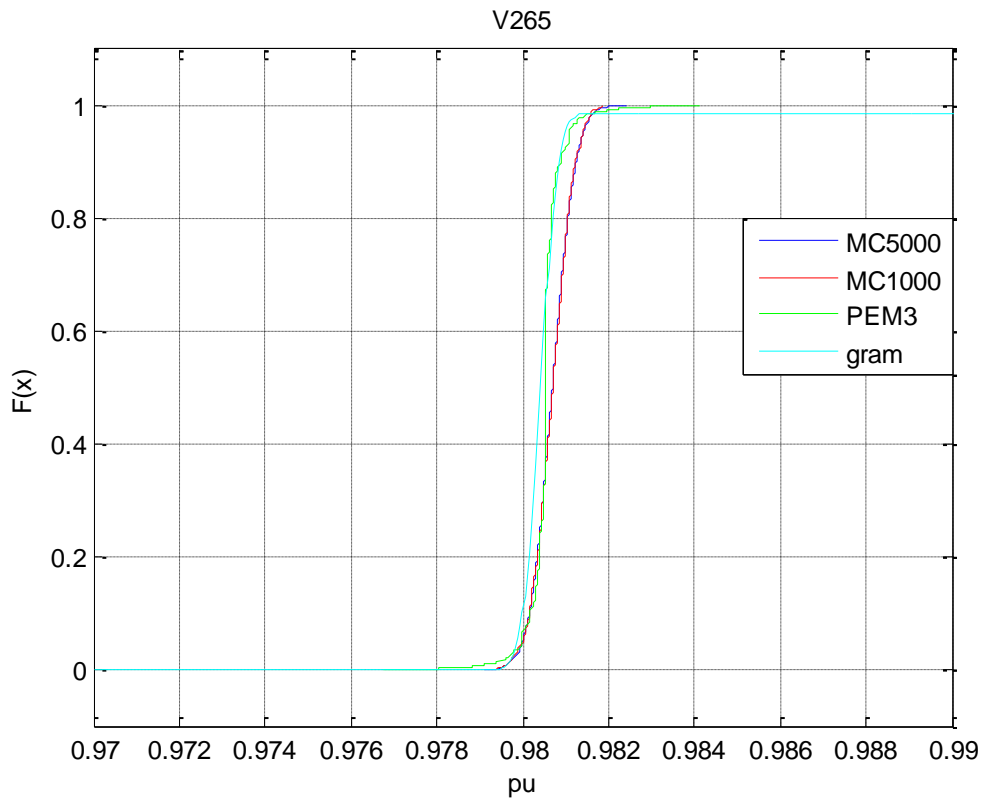
Σχήμα 4.6 Τάση ζυγού 254 με χρήση tap changer



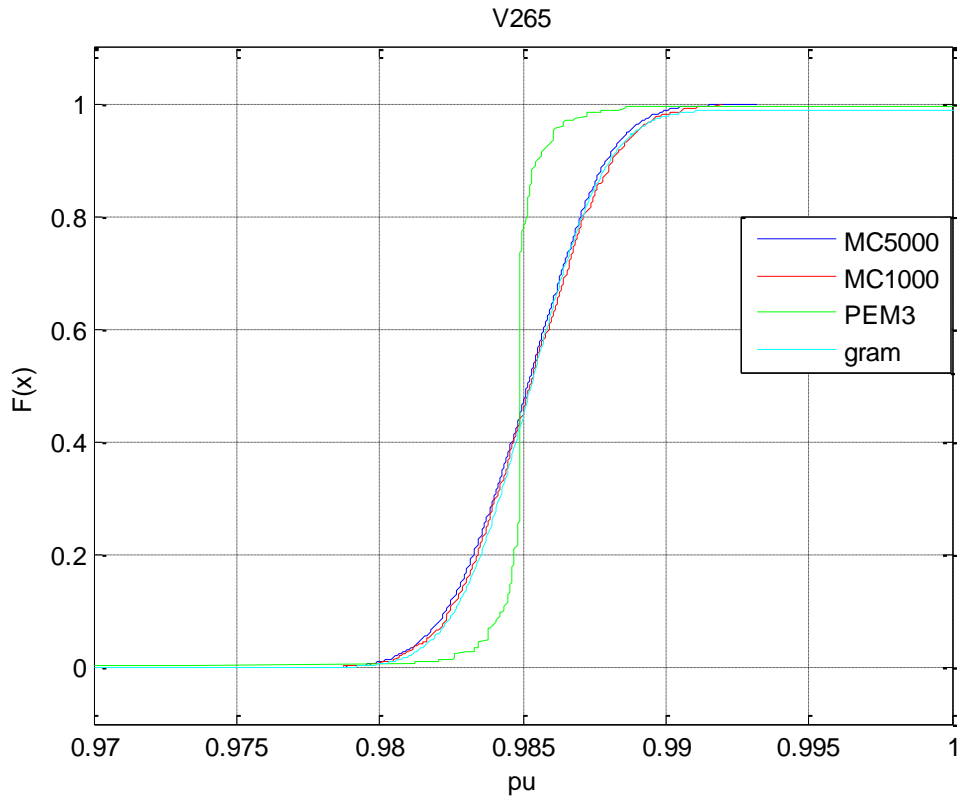
Σχήμα 4.7 Τάση ζυγού 254 με χρήση tap changer και σύνδεση 283-95



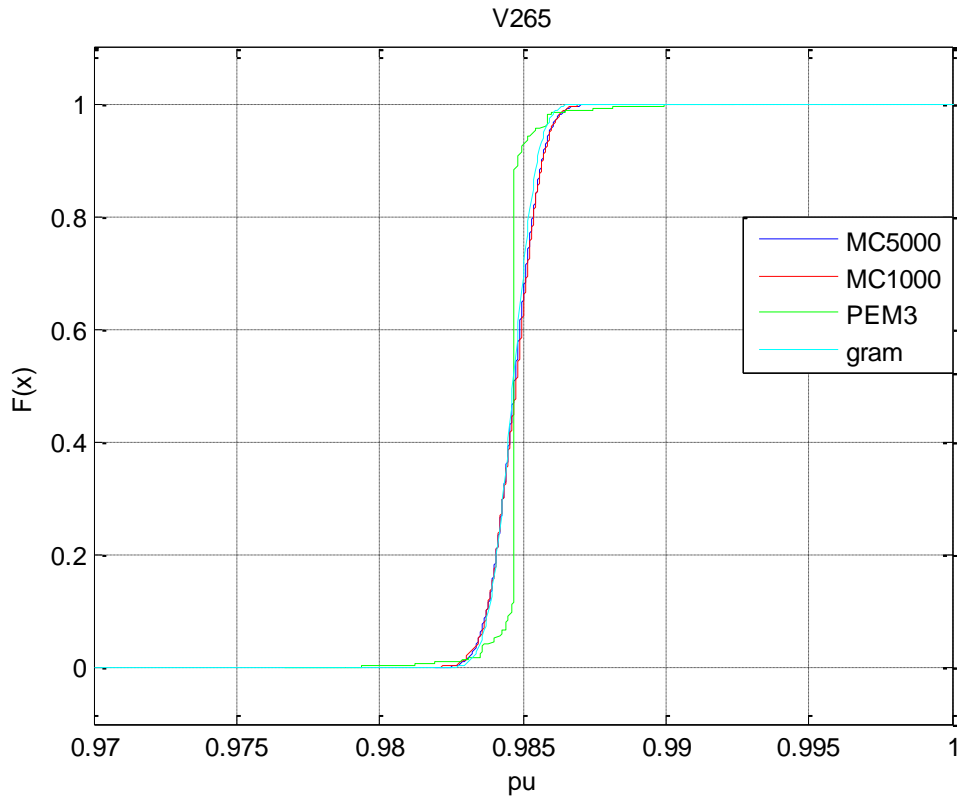
**Σχήμα 4.8 Τάση ζυγού 265 κατά την αρχική λειτουργία**



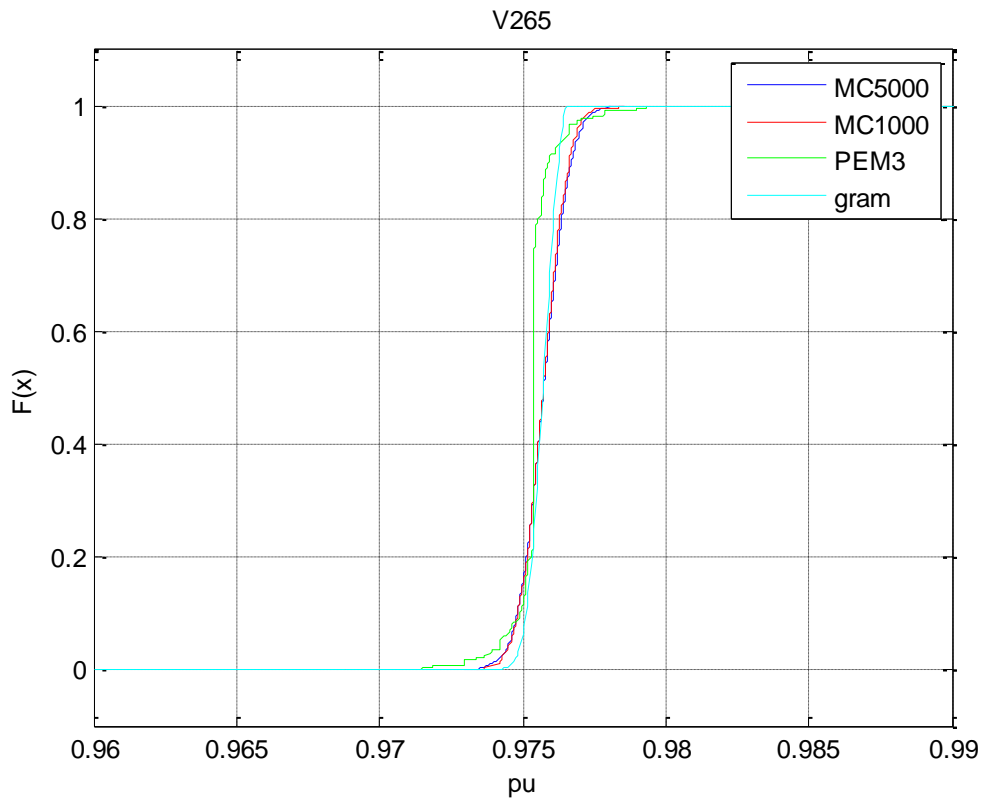
**Σχήμα 4.9 Τάση ζυγού 265 με σύνδεση 283-95**



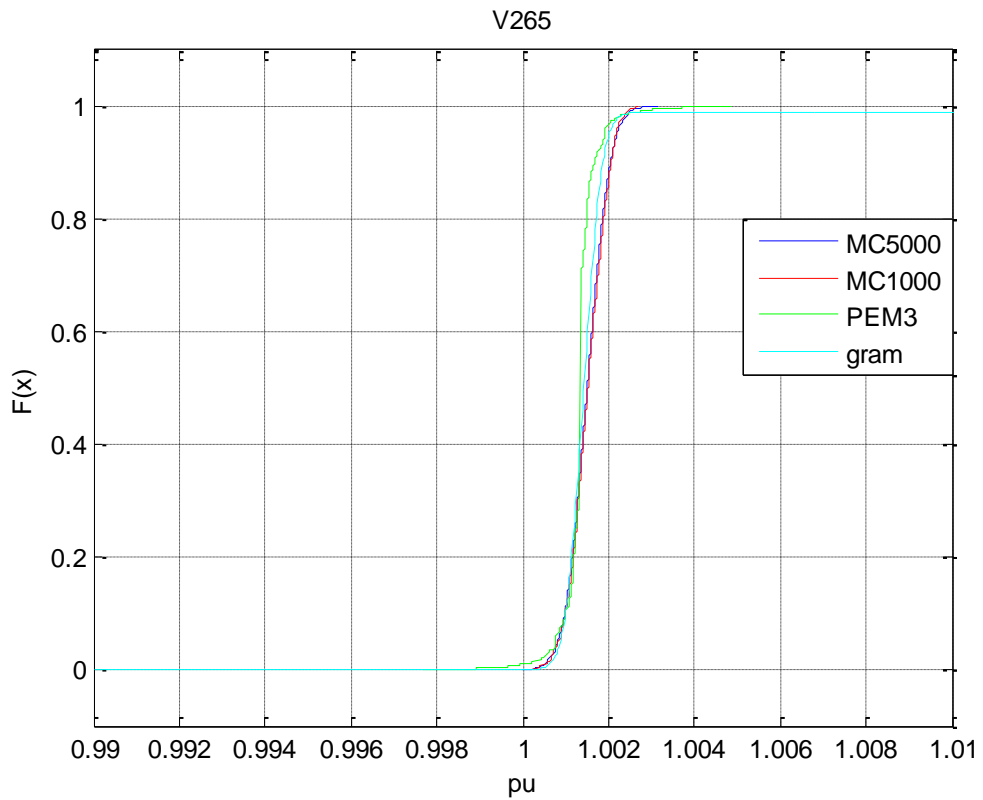
Σχήμα 4.10 Τάση ζυγού 265 με τομή στη γραμμή 15-31 feeder 102 ζυγών



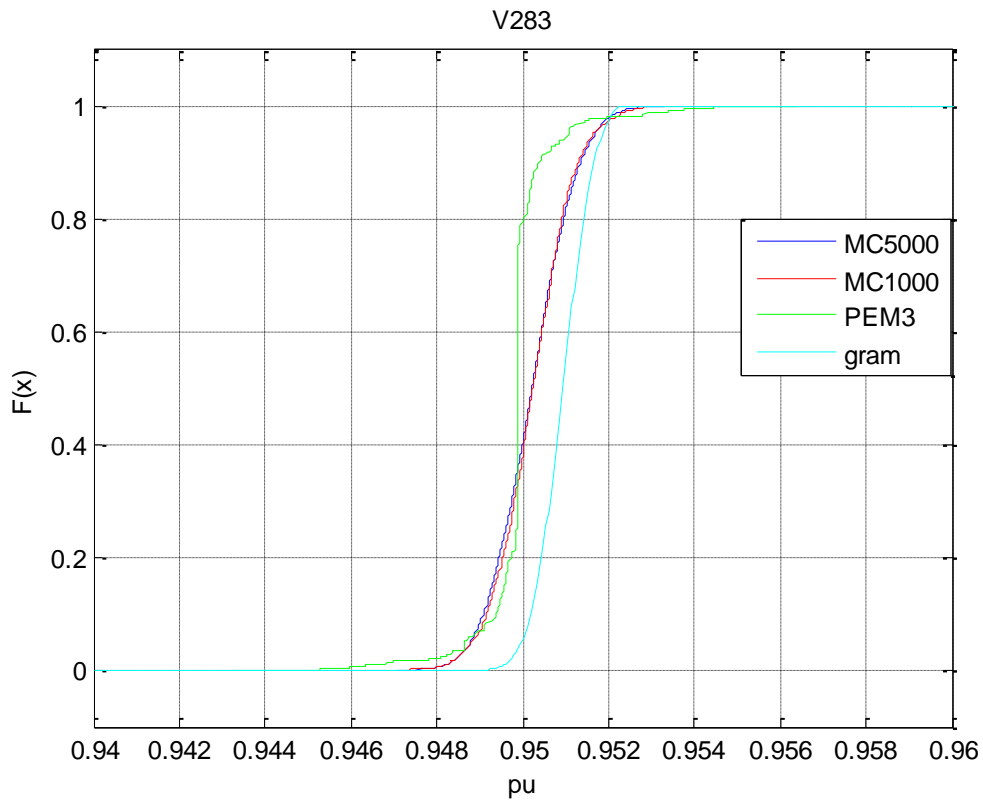
Σχήμα 4.11 Τάση ζυγού 265 με τομή στη γραμμή 236-239 feeder 327 ζυγών



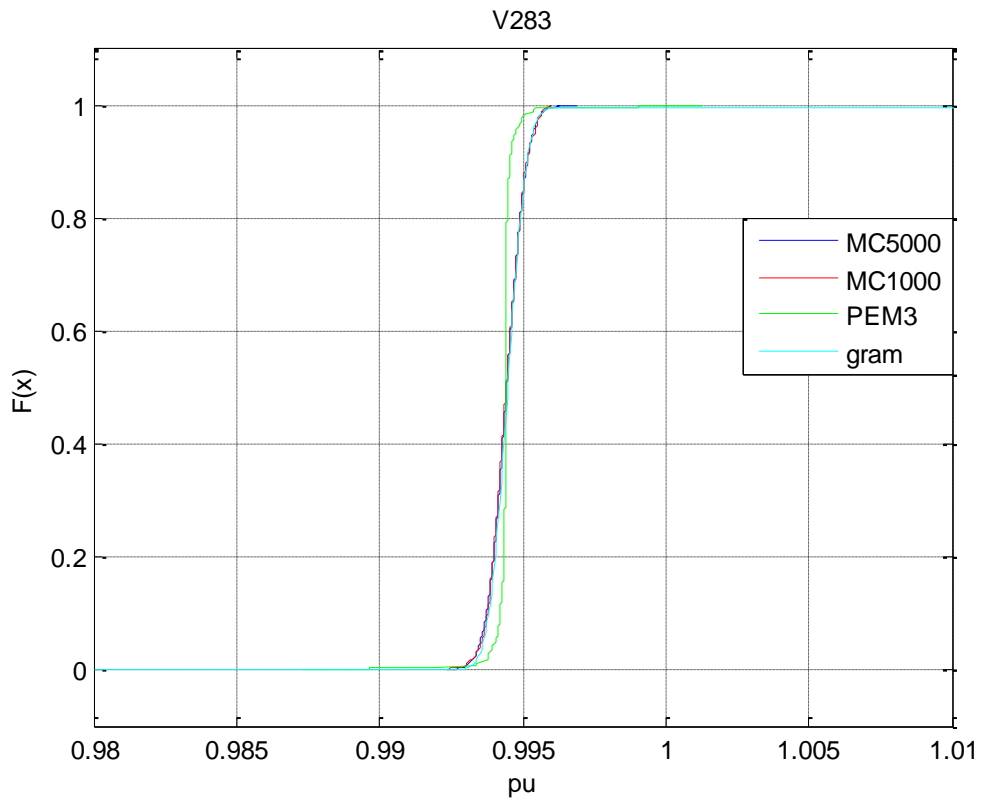
**Σχήμα 4.12 Τάση ζυγού 265 με χρήση tap changer**



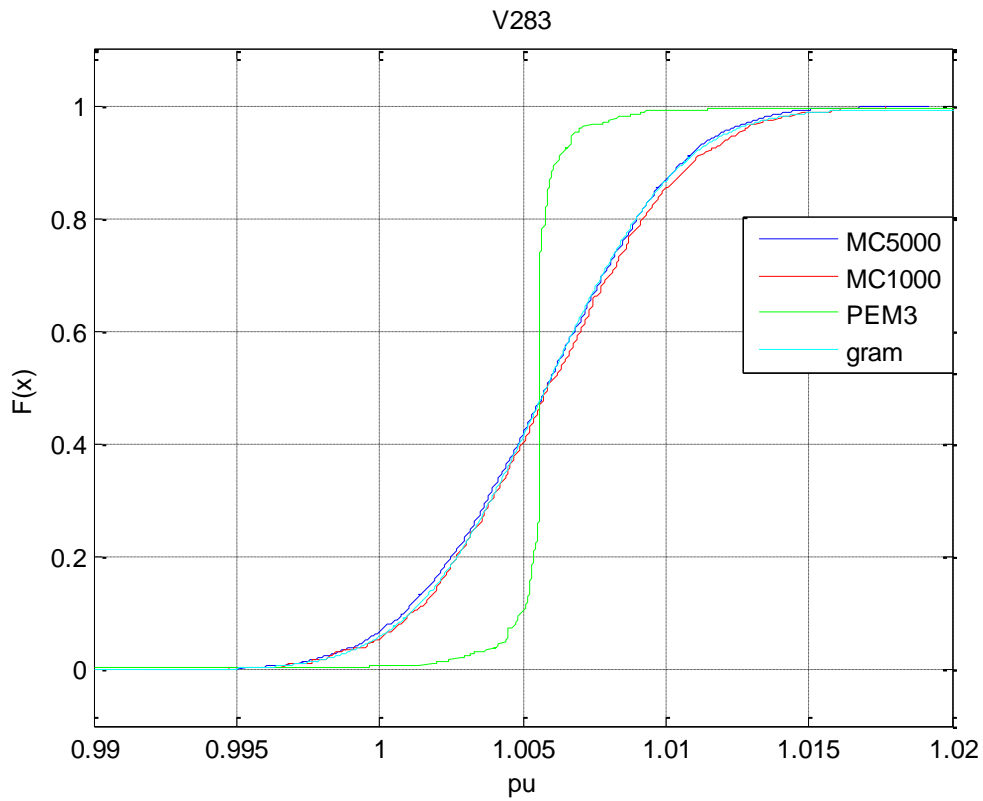
**Σχήμα 4.13 Τάση ζυγού 265 με χρήση tap changer και σύνδεση 283-95**



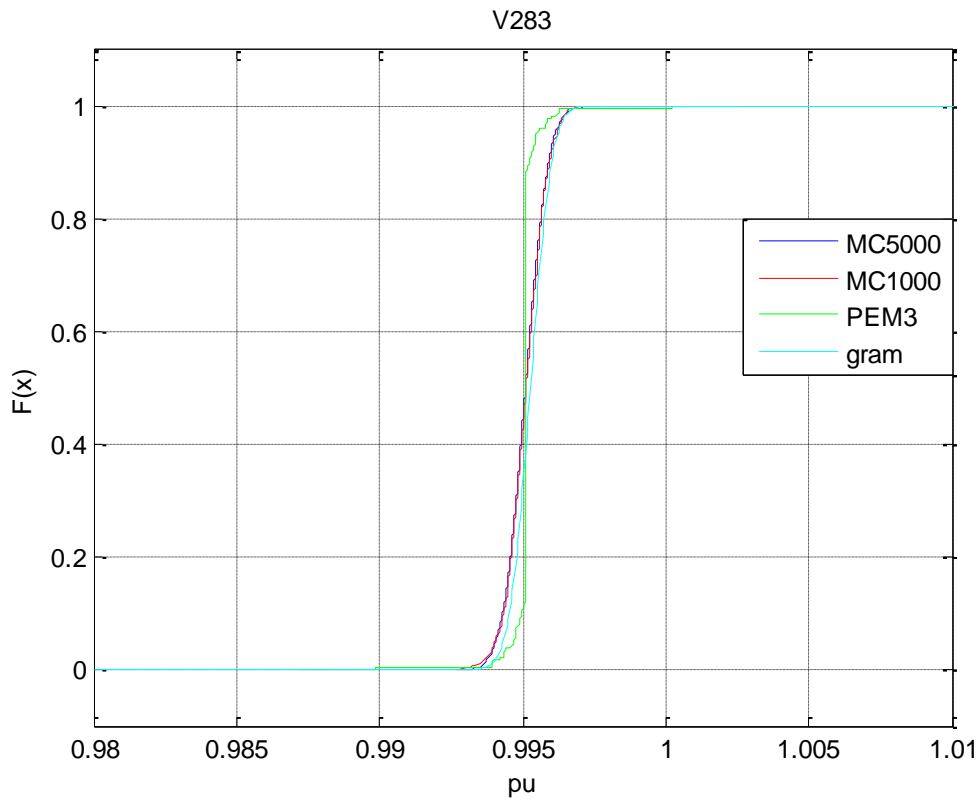
Σχήμα 4.14 Τάση ζυγού 283 κατά την αρχική λειτουργία



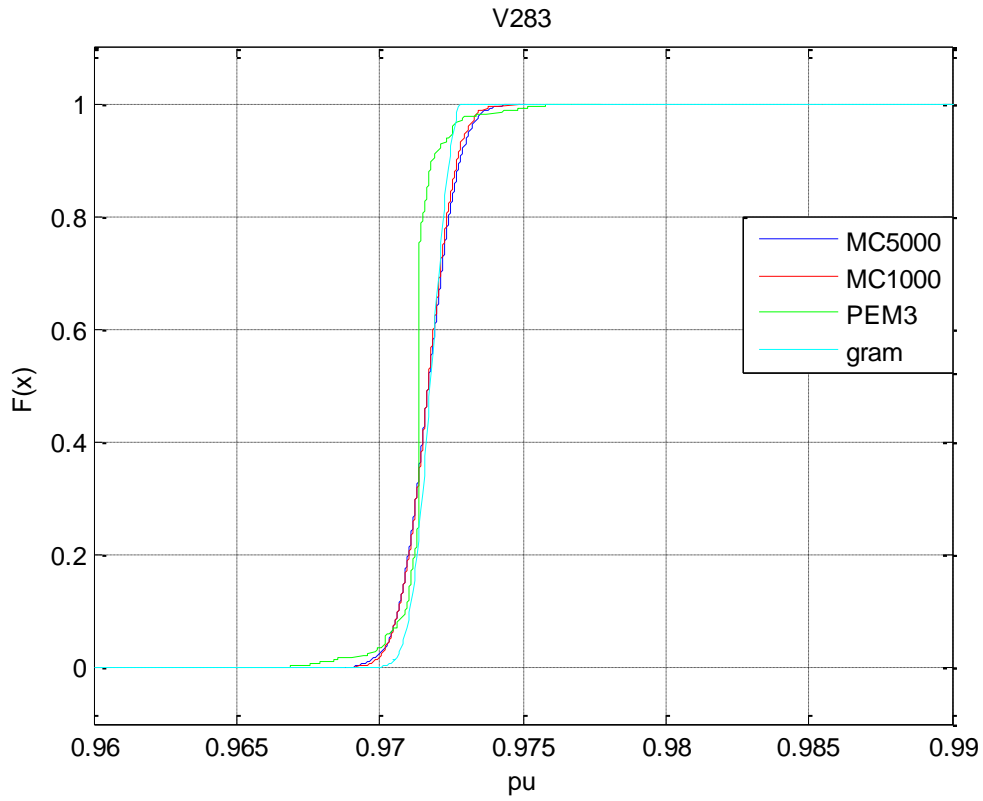
Σχήμα 4.15 Τάση ζυγού 283 με σύνδεση 283-95



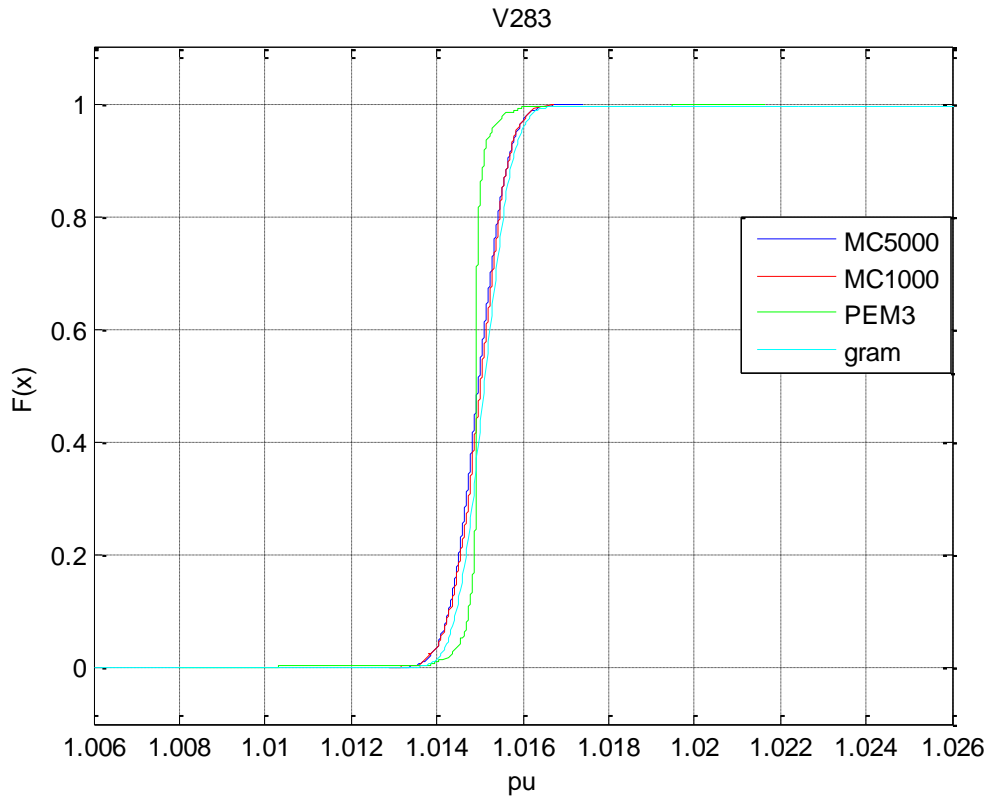
**Σχήμα 4.16 Τάση ζυγού 283 με τομή στη γραμμή 15-31 feeder 102 ζυγών**



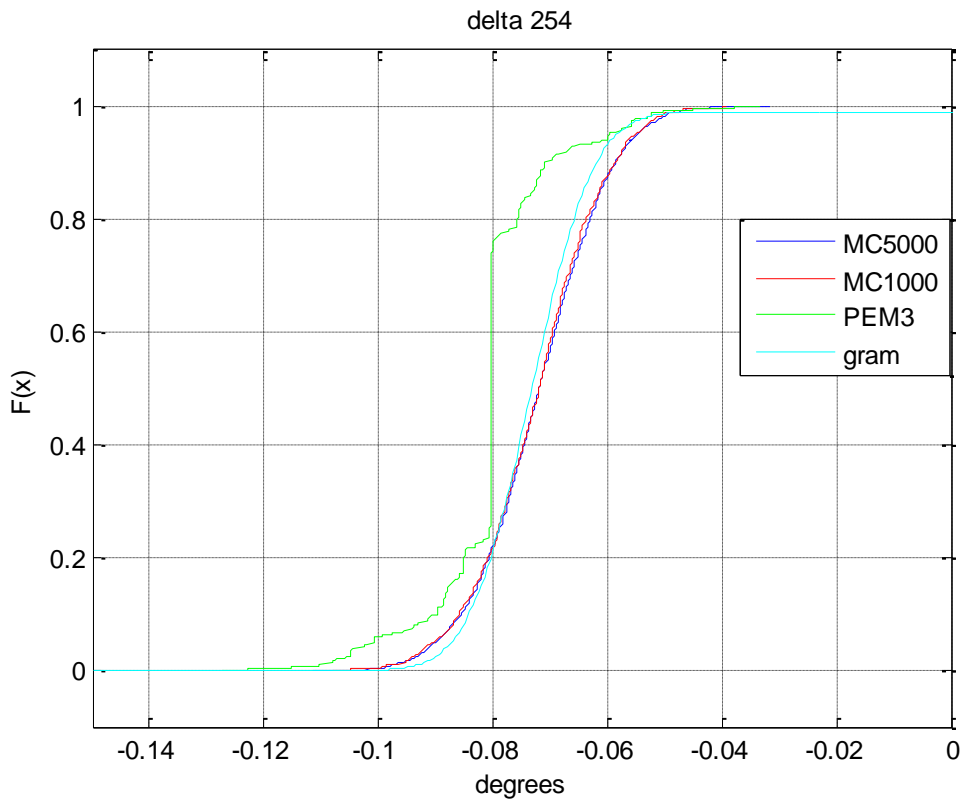
**Σχήμα 4.17 Τάση ζυγού 283 με τομή στη γραμμή 236-239**



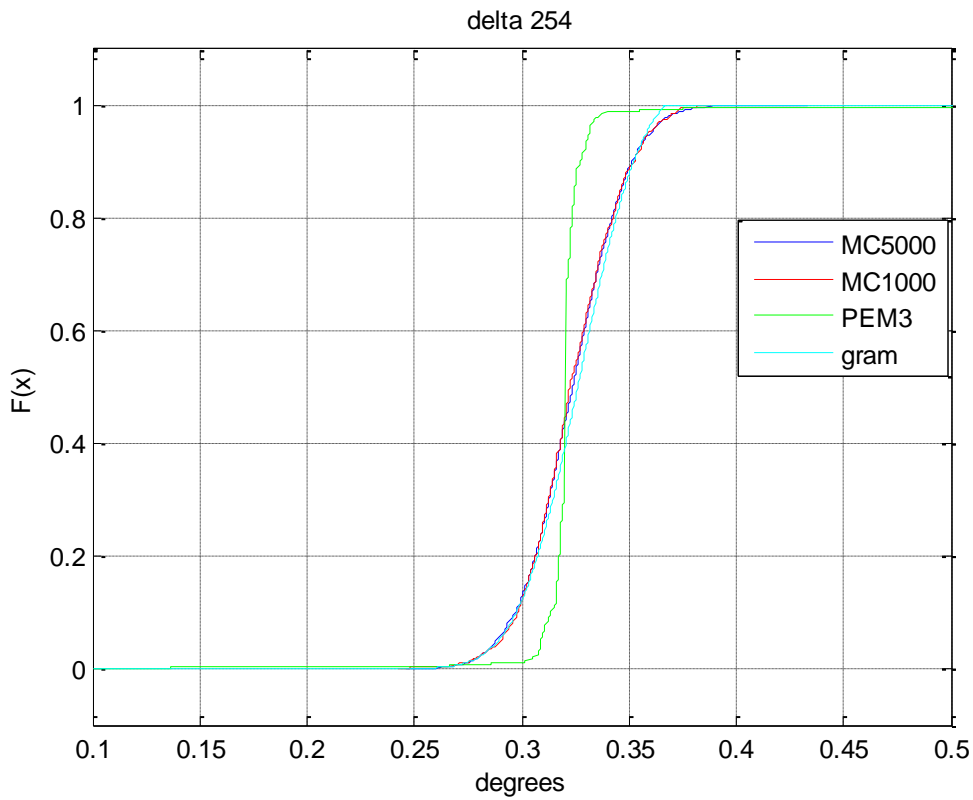
Σχήμα 4.18 Τάση ζυγού 283 με χρήση tap changer



Σχήμα 4.19 Τάση ζυγού 283 με χρήση tap changer και σύνδεση 283-95

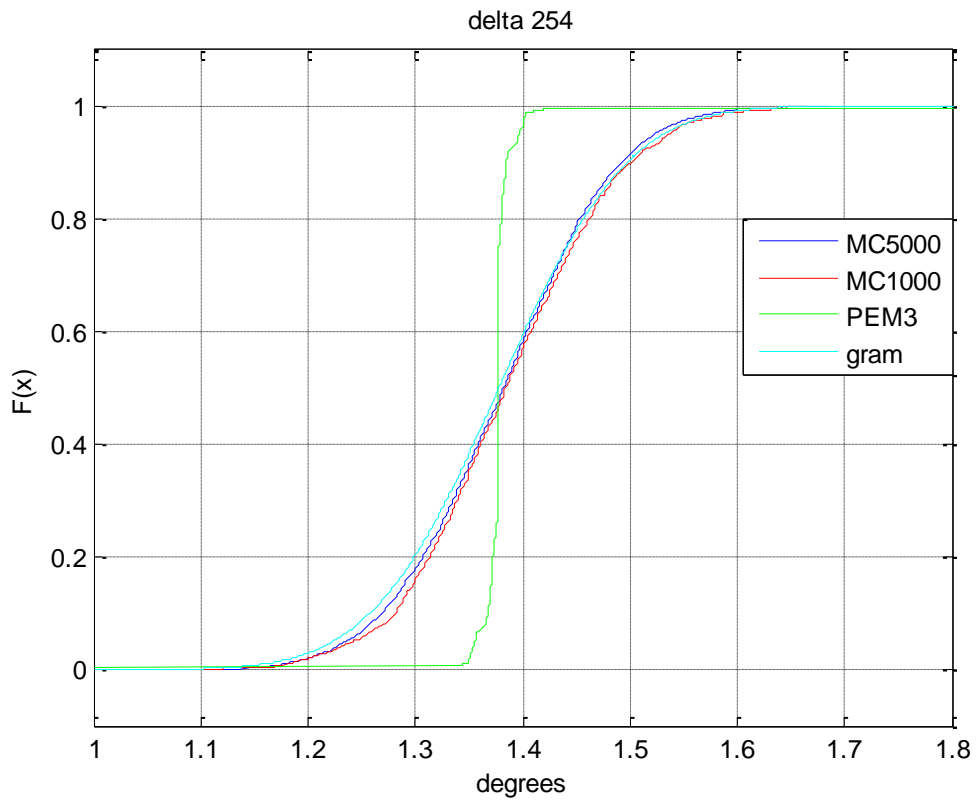


**Σχήμα 4.20 Γωνία ζυγού 254 κατά την αρχική λειτουργία**

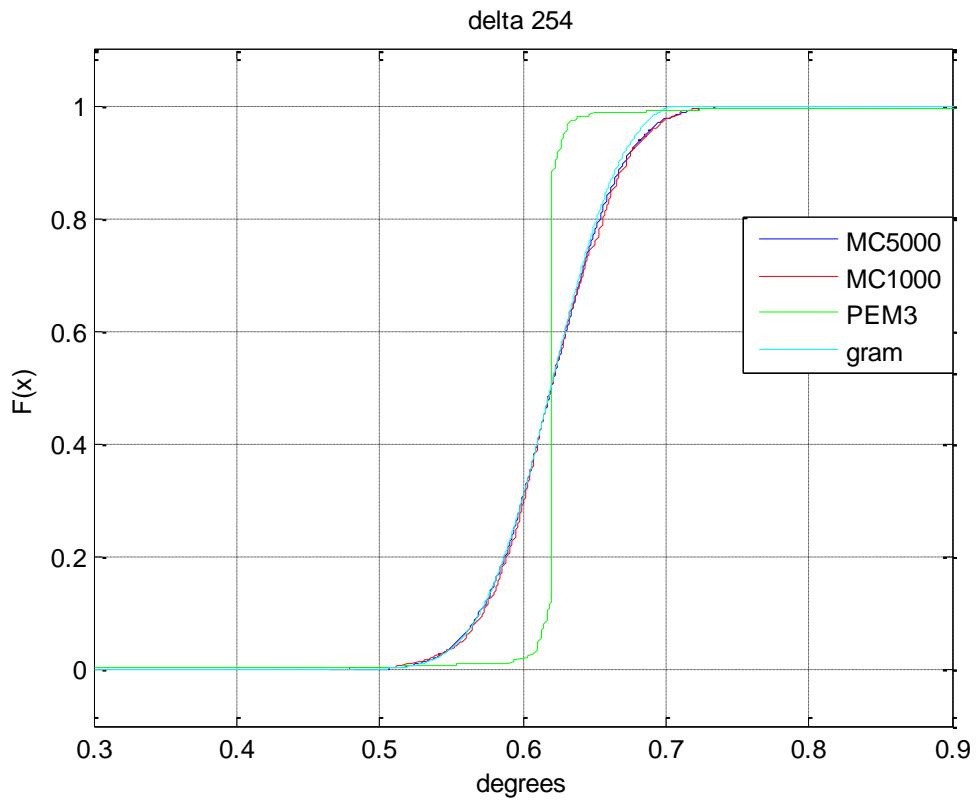


**Σχήμα 4.21 Γωνία ζυγού 254 με σύνδεση 283-95**

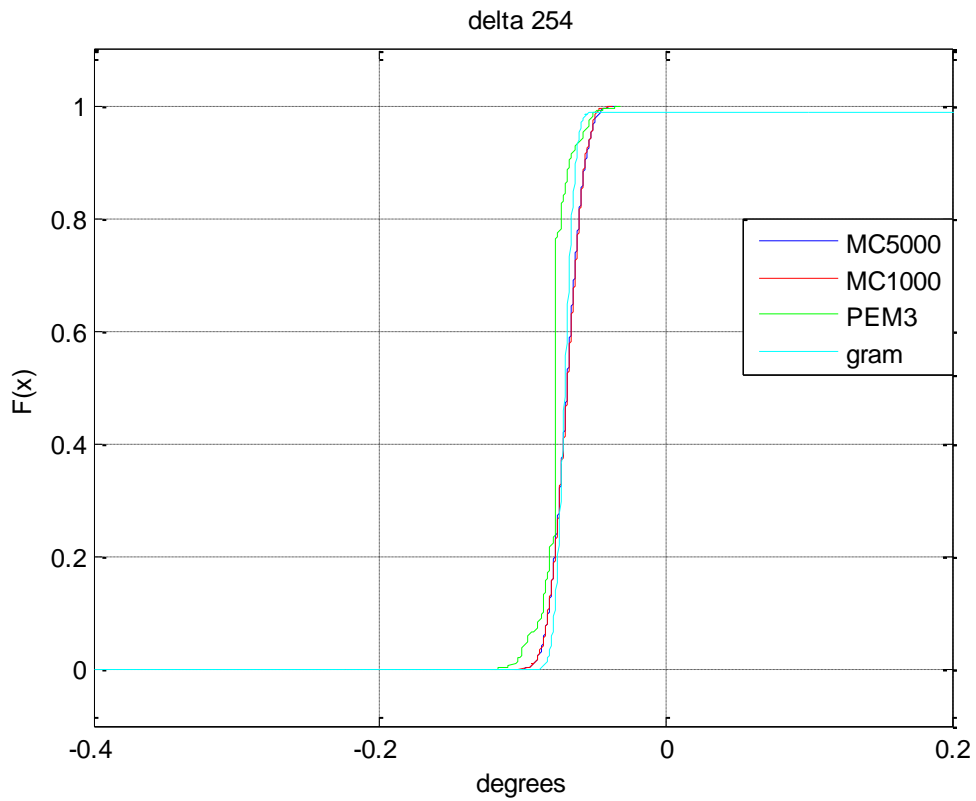




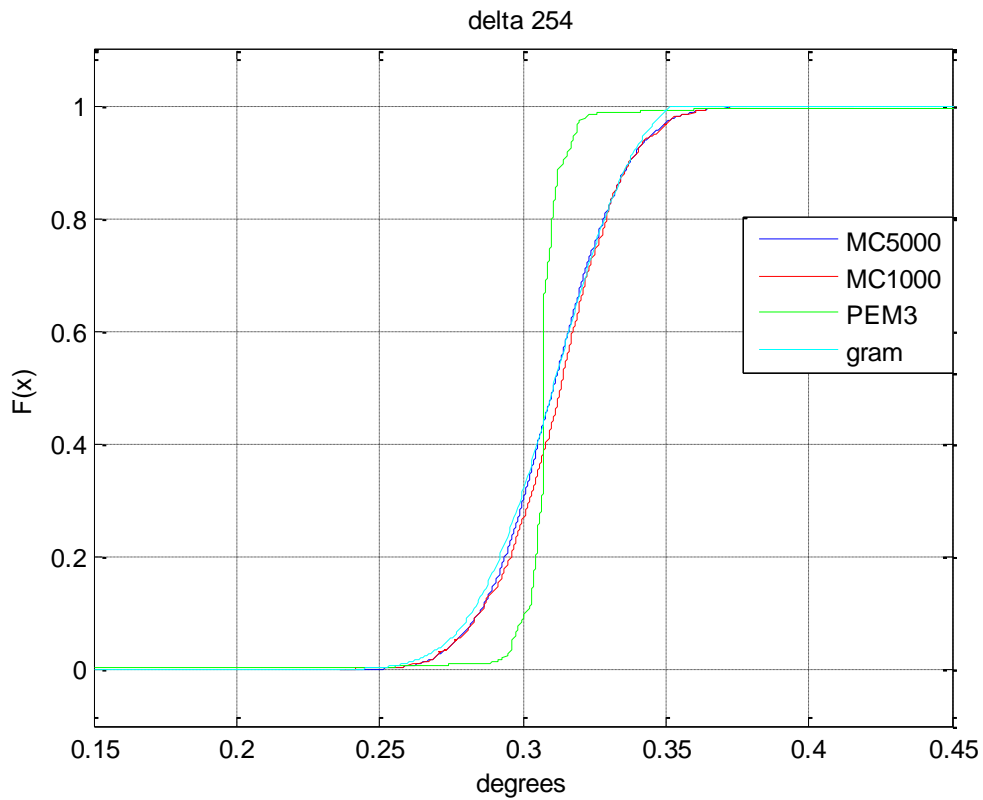
Σχήμα 4.22 Γωνία ζυγού 254 με τομή στη γραμμή 15-31 feeder 102 ζυγών



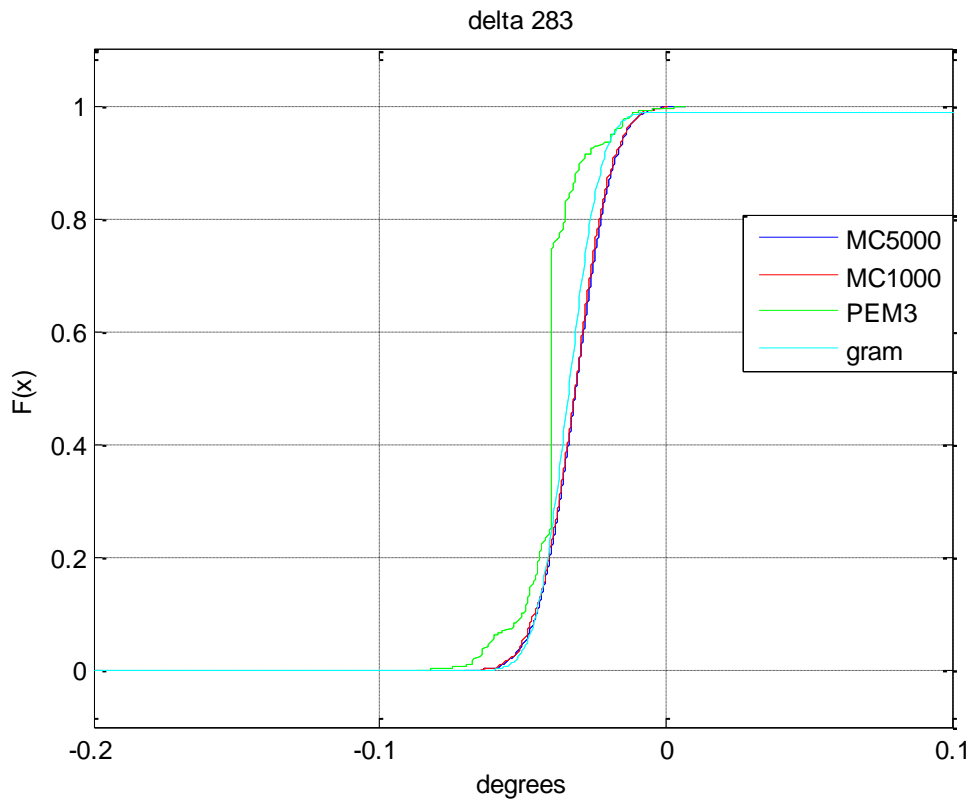
Σχήμα 4.23 Γωνία ζυγού 254 με τομή στη γραμμή 236-239 feeder 327 ζυγών



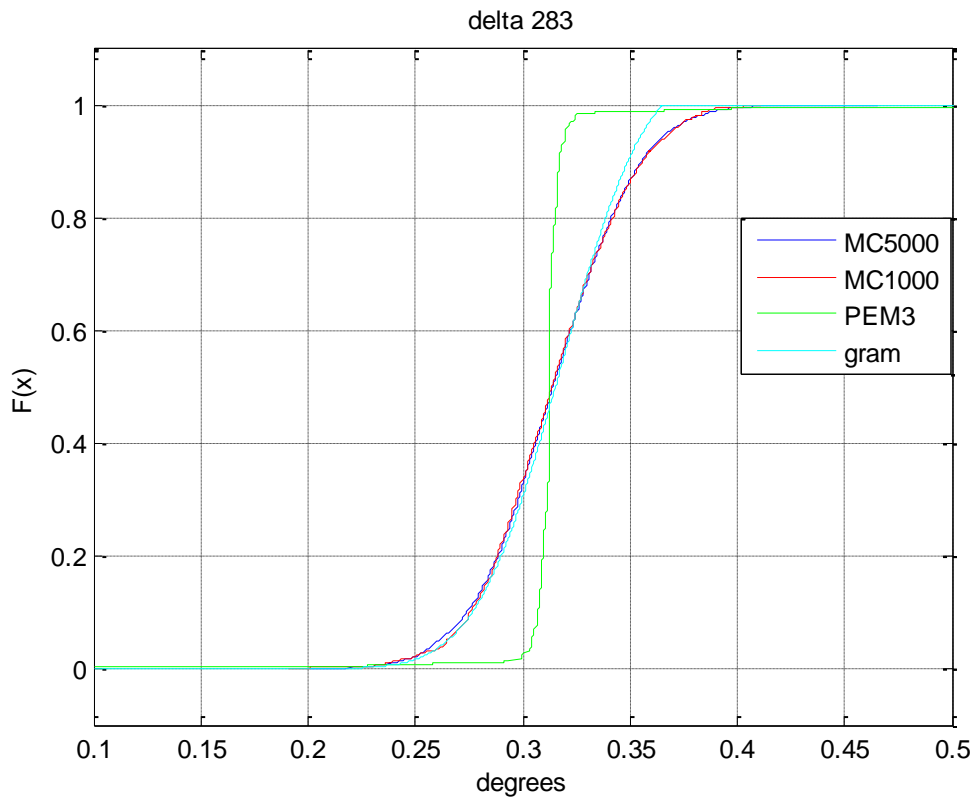
**Σχήμα 4.24 Γωνία ζυγού 254 με χρήση tap changer**



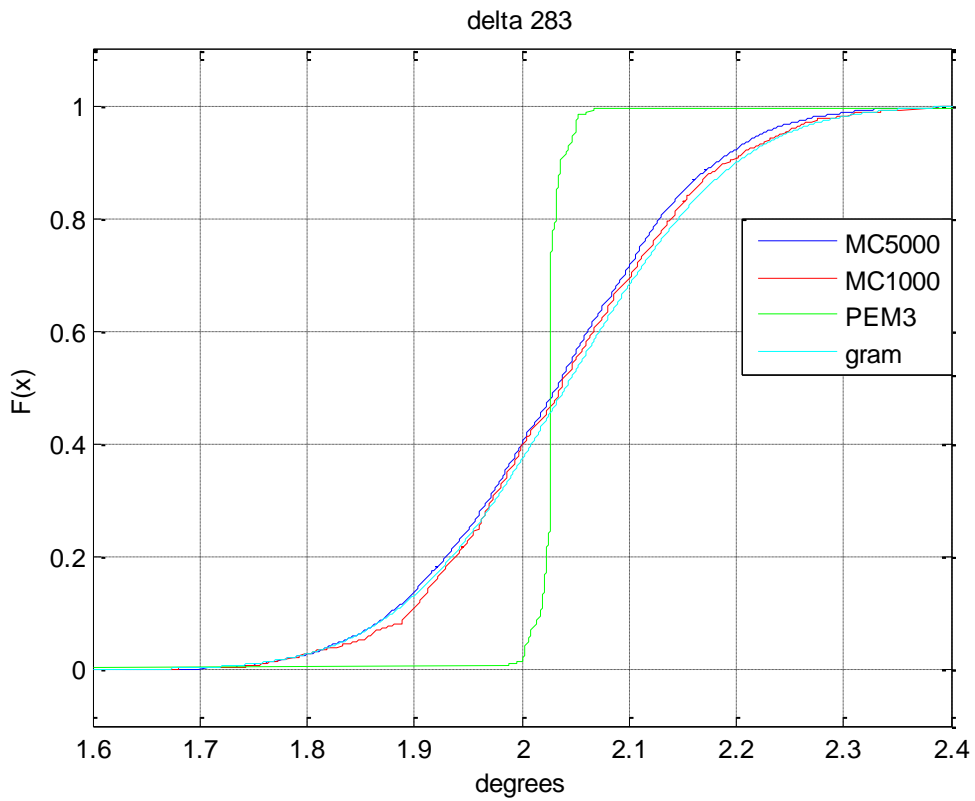
**Σχήμα 4.25 Γωνία ζυγού 254 με χρήση tap changer και σύνδεση 283-95**



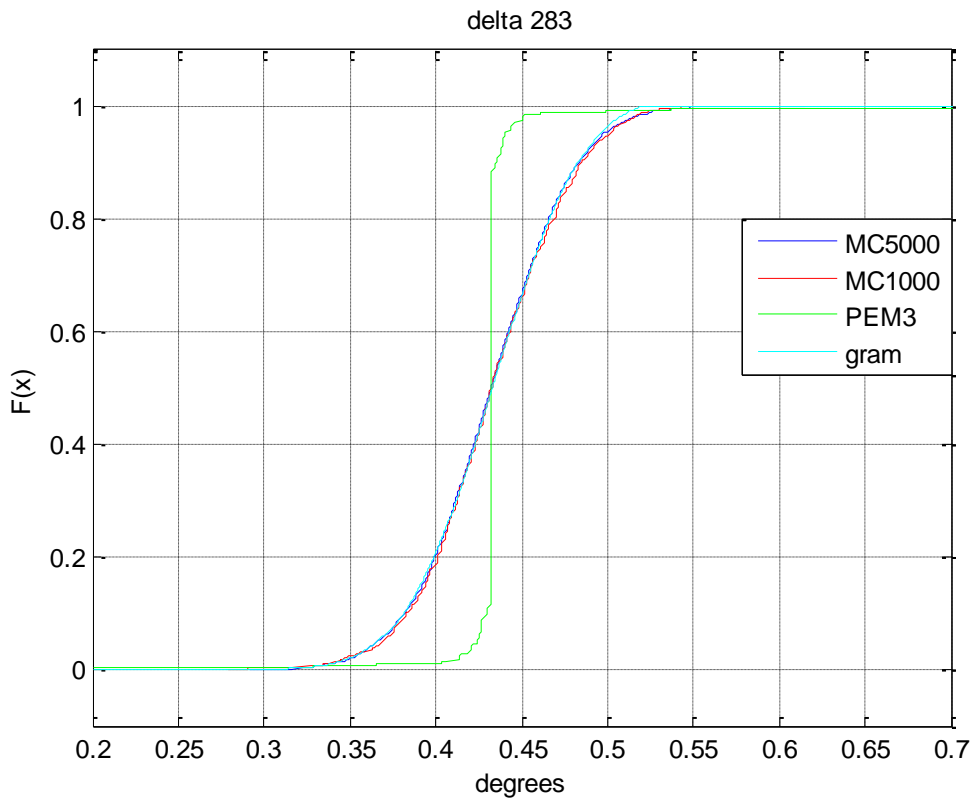
Σχήμα 4.26 Γωνία ζυγού 283 κατά την αρχική λειτουργία



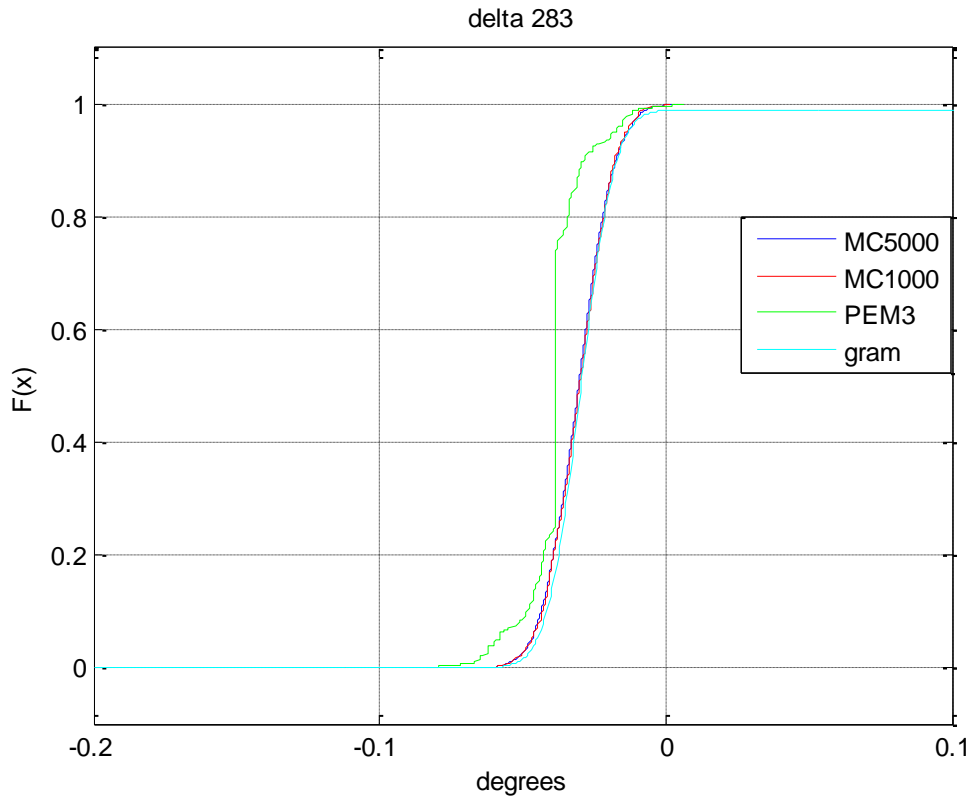
Σχήμα 4.27 Γωνία ζυγού 283 με σύνδεση 283-95



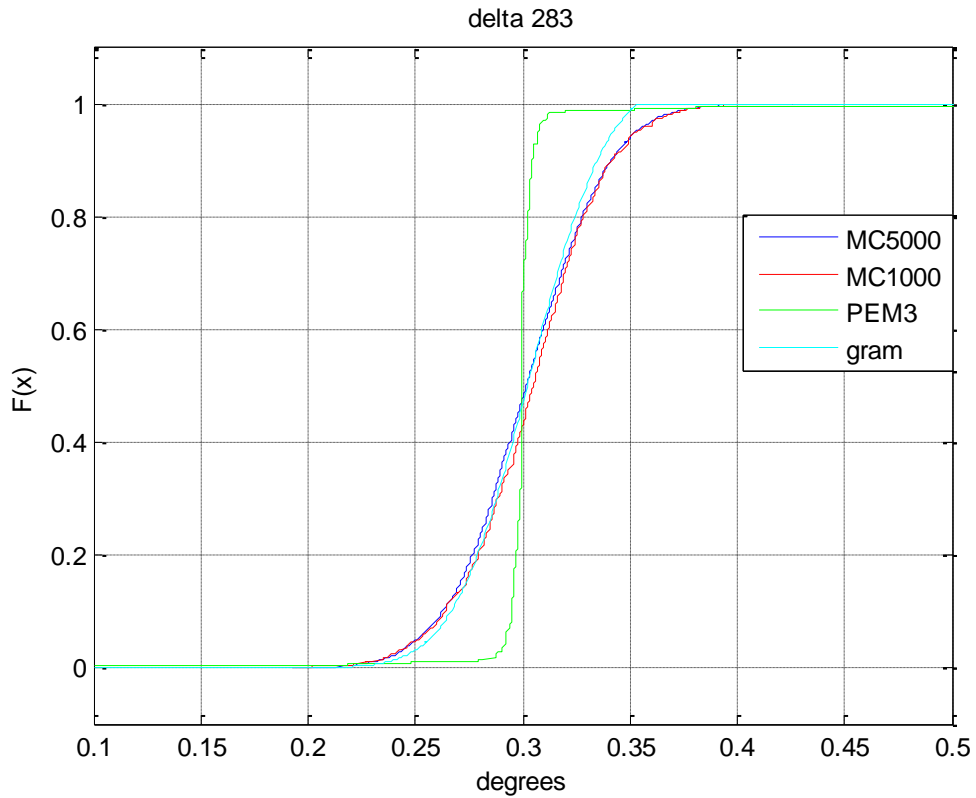
**Σχήμα 4.28 Γωνία ζυγού 283 με τομή στην γραμμή 15-31 feeder 102 ζυγών**



**Σχήμα 4.29 Γωνία ζυγού 283 με τομή στη γραμμή 236-239 feeder 327 ζυγών**

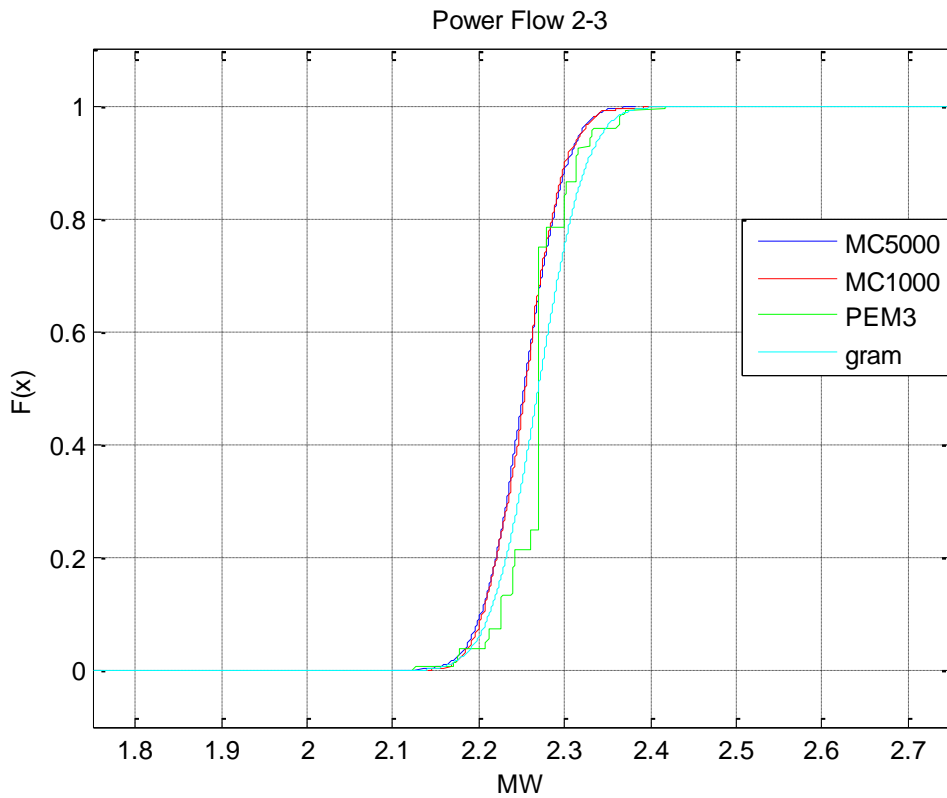


Σχήμα 4.30 Γωνία ζυγού 283 με χρήση tap changer

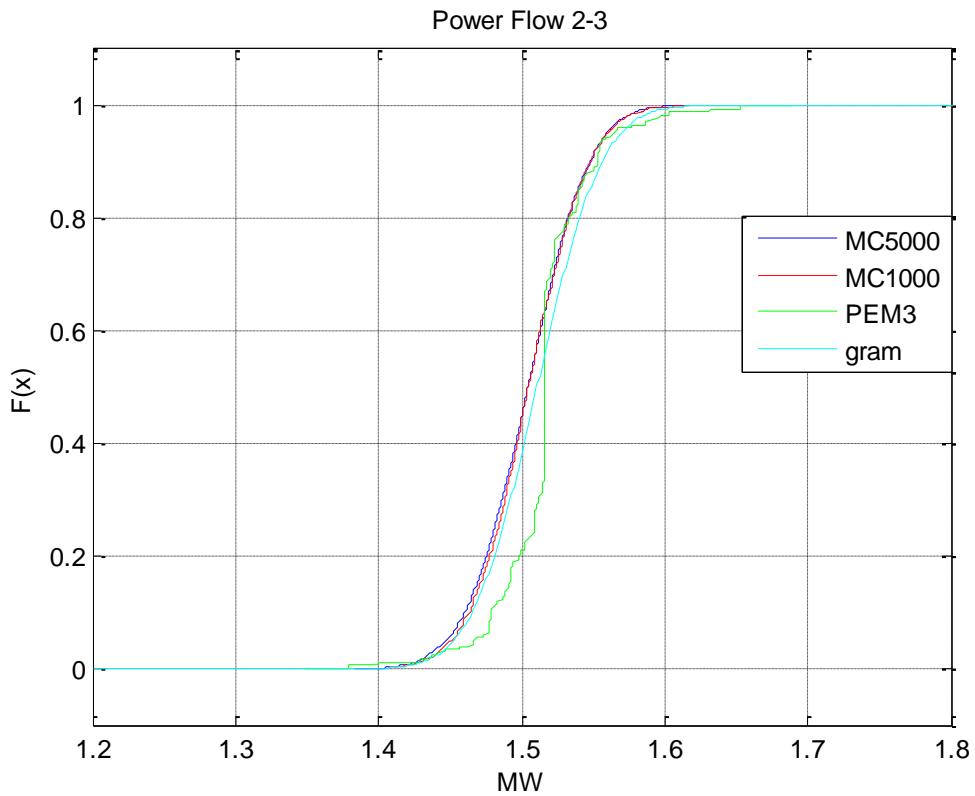


Σχήμα 4.31 Γωνία ζυγού 283 με χρήση tap changer και σύνδεση 283-95

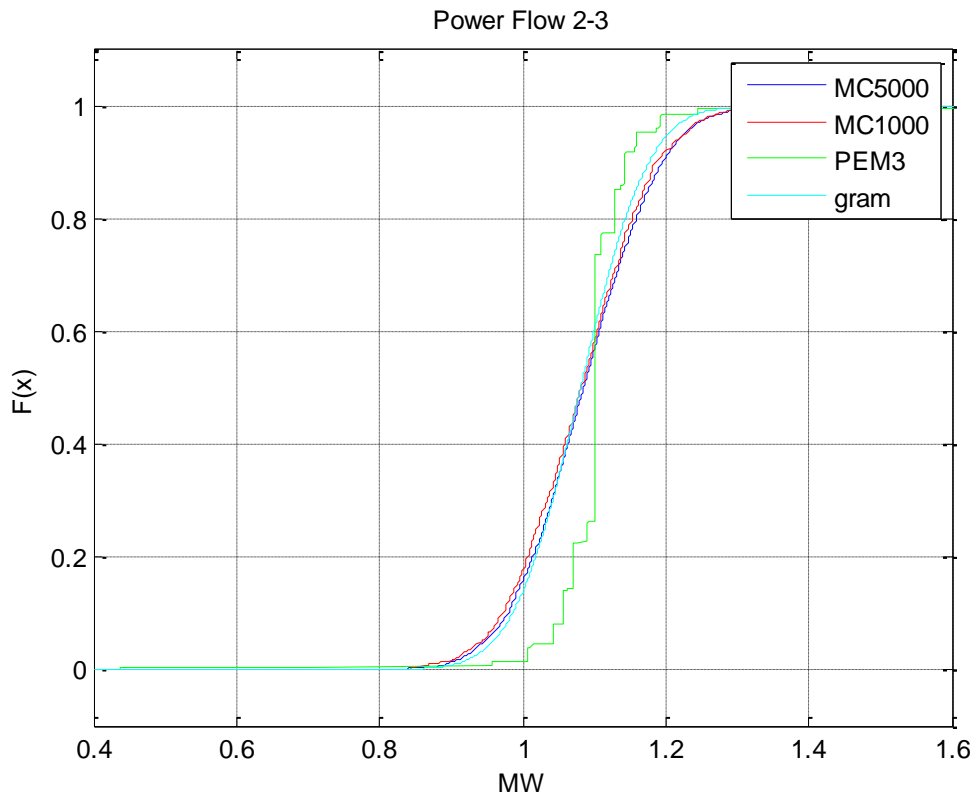
**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**



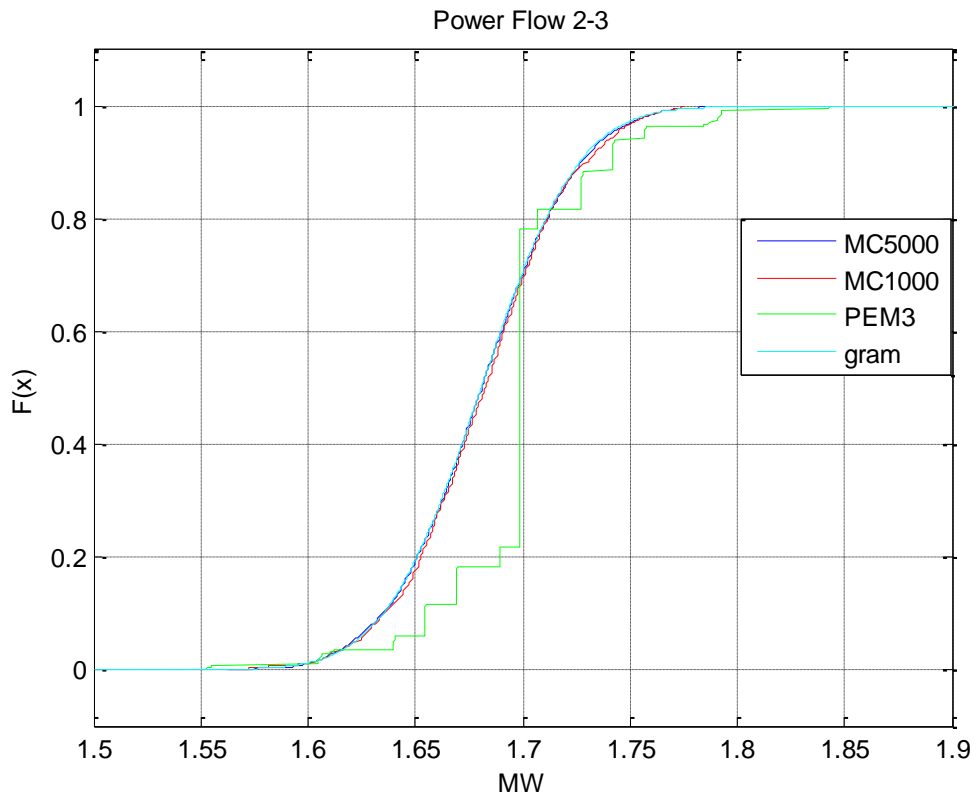
**Σχήμα 4.32 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-3 κατά την αρχική λειτουργία**



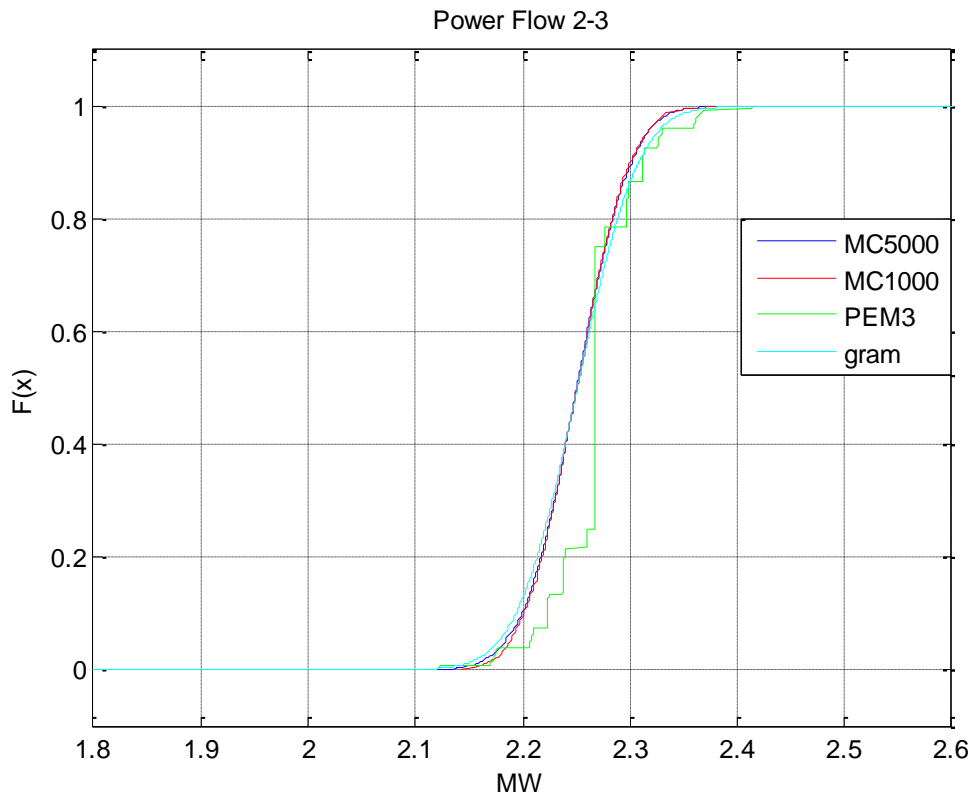
**Σχήμα 4.33 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-3 με σύνδεση 283-95**



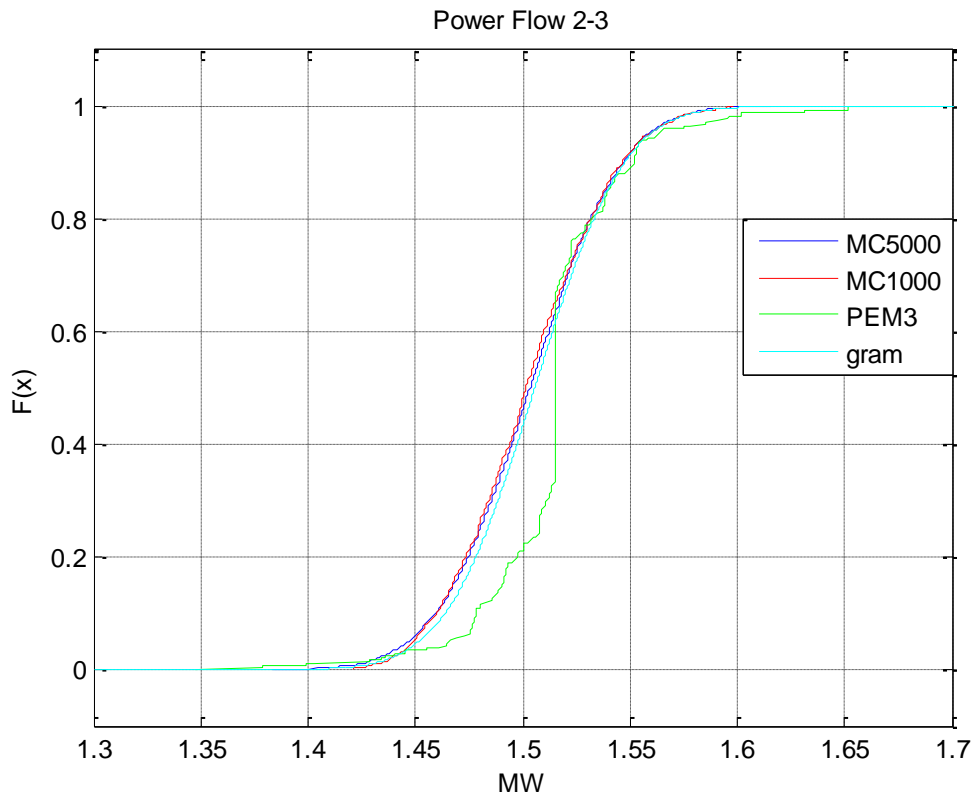
Σχήμα 4.34 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-3 με τομή στη γραμμή 15-31 feeder 102 ζυγών



Σχήμα 4.35 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-3 με τομή στη γραμμή 236-239 feeder 327 ζυγών

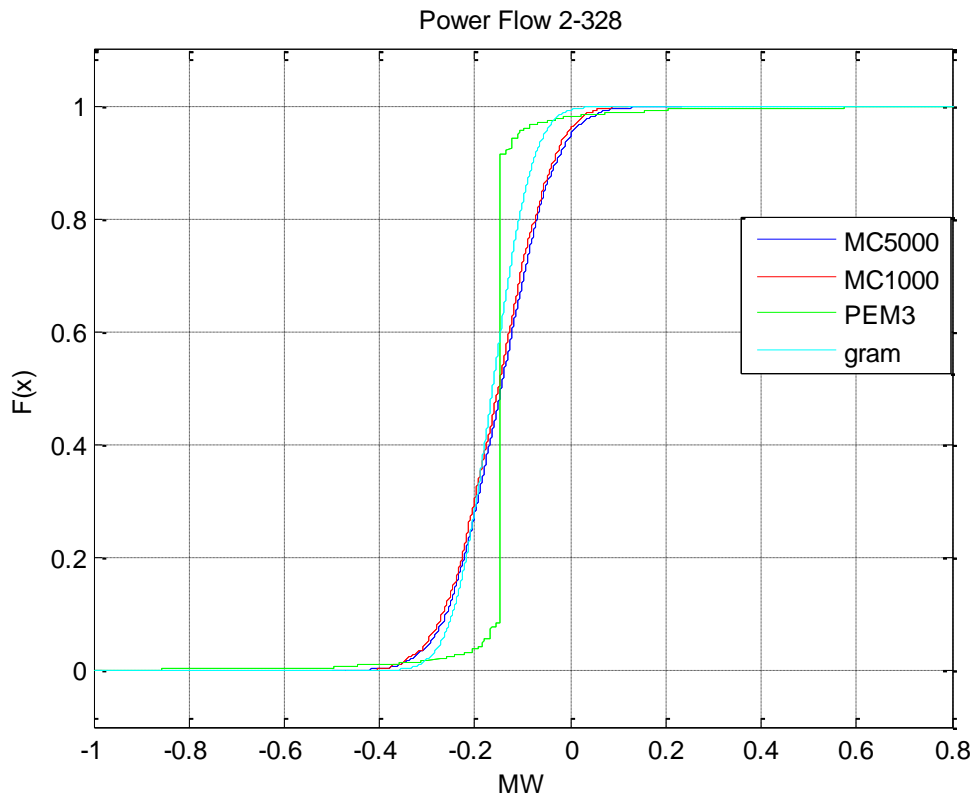


**Σχήμα 4.36 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-3 με χρήση tap changer**

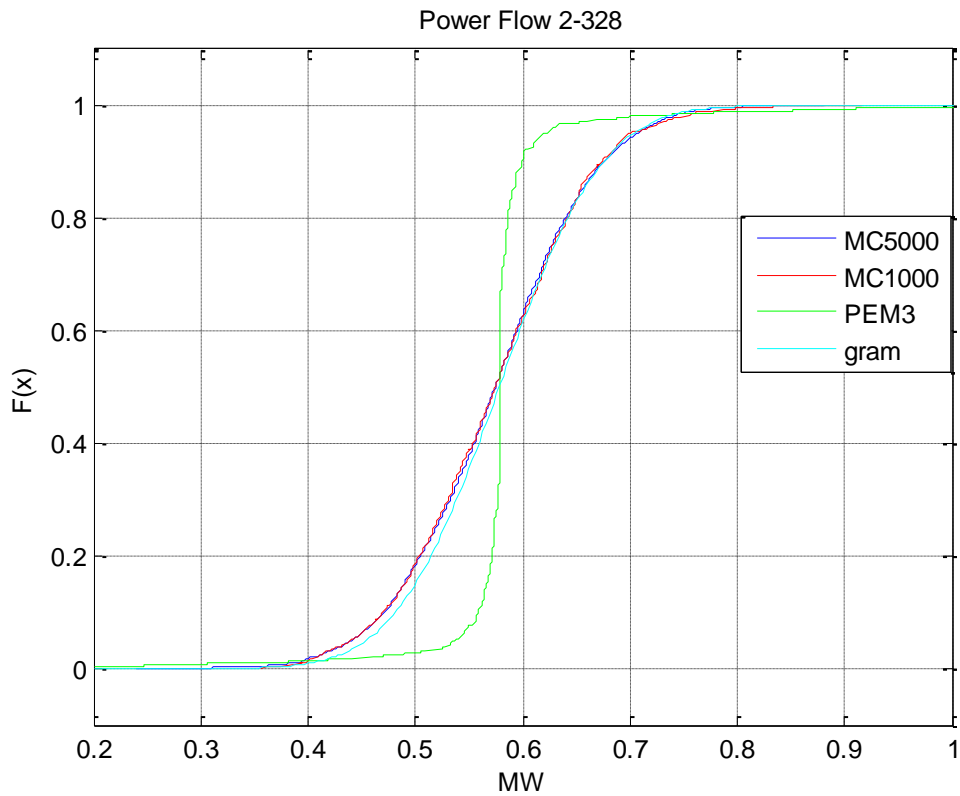


**Σχήμα 4.37 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-3 με χρήση tap changer και σύνδεση 283-95**

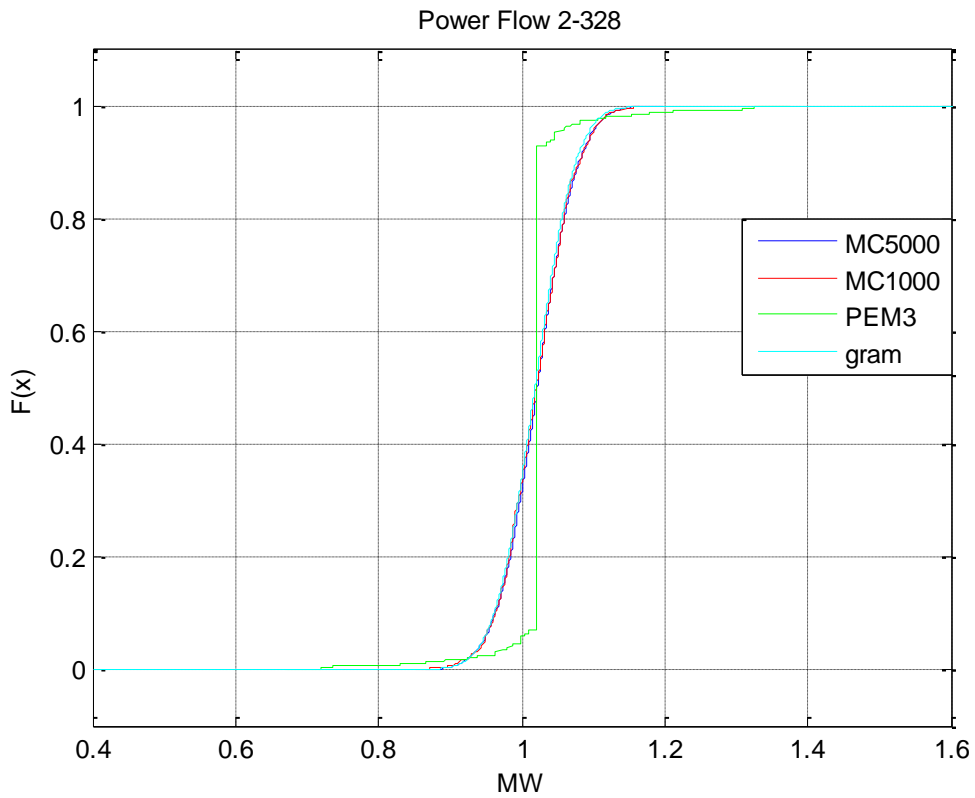




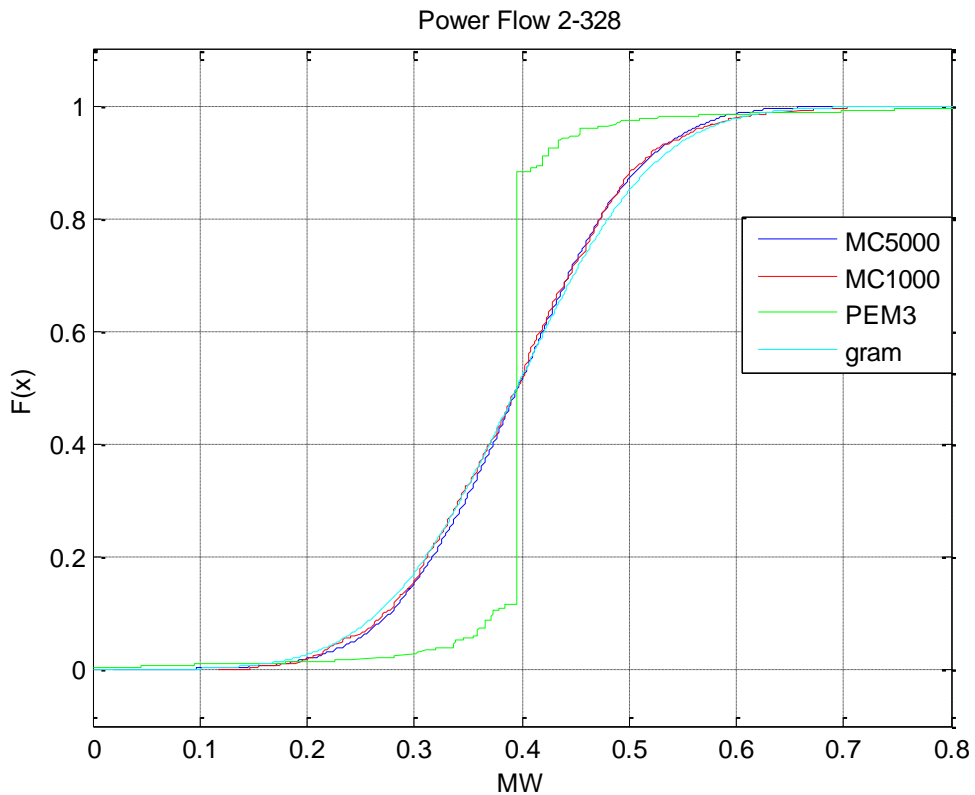
Σχήμα 4.38 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-328 κατά την αρχική λειτουργία



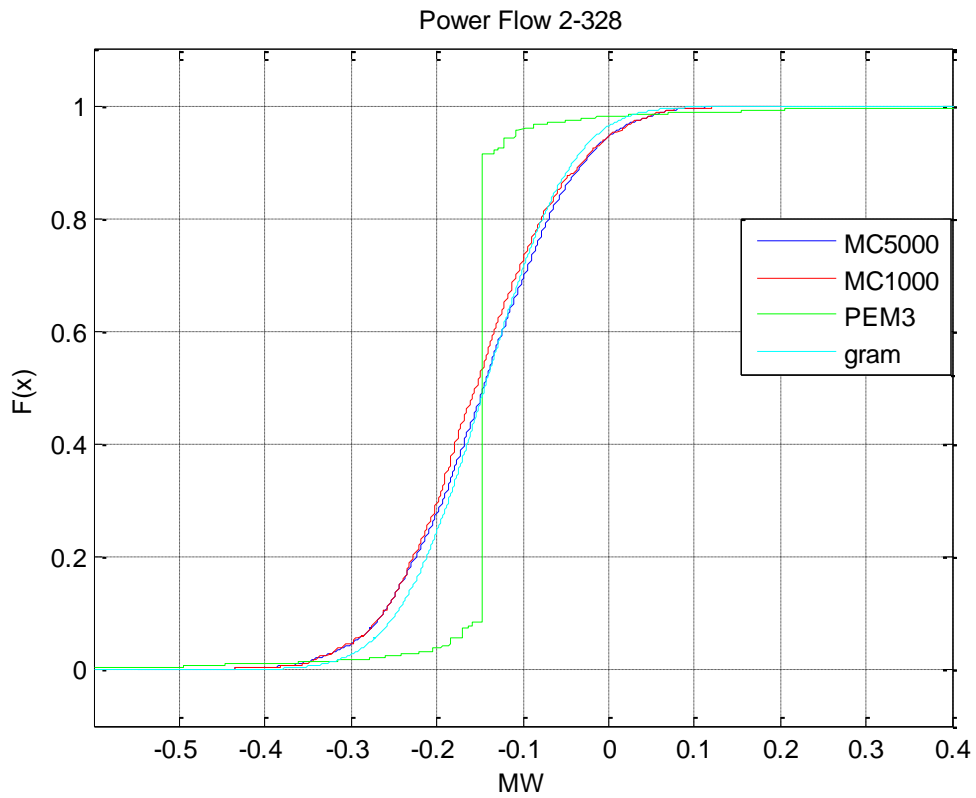
Σχήμα 4.39 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-328 με σύνδεση 283-95



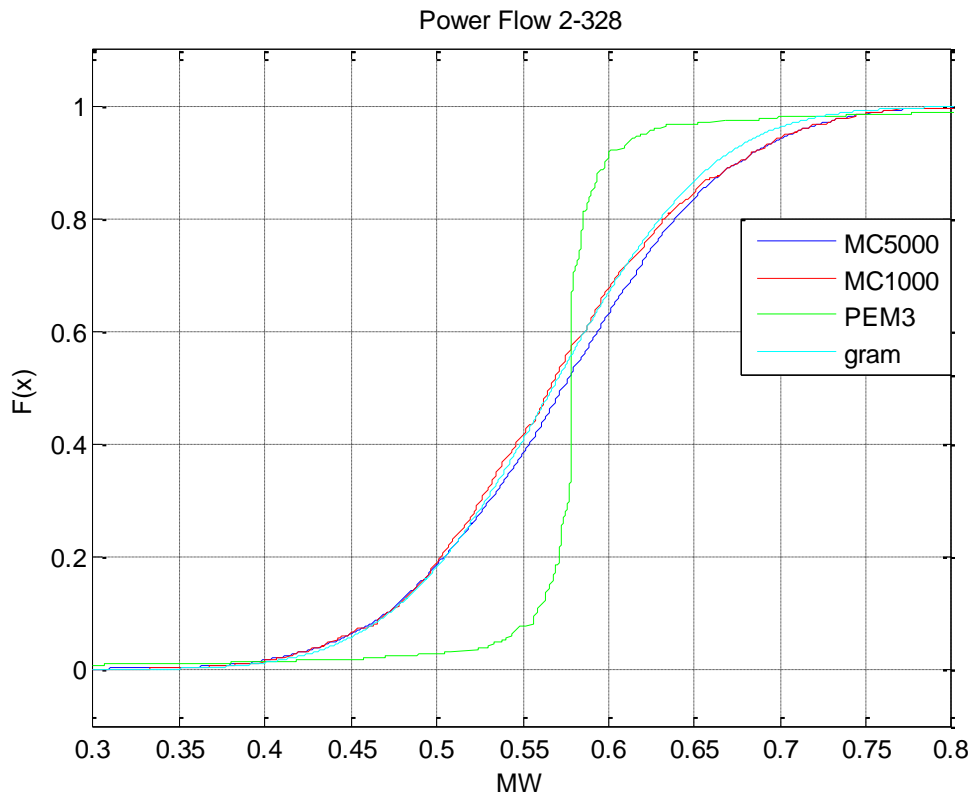
**Σχήμα 4.40 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-328 με τομή στη γραμμή 15-31 feeder 102 ζυγών**



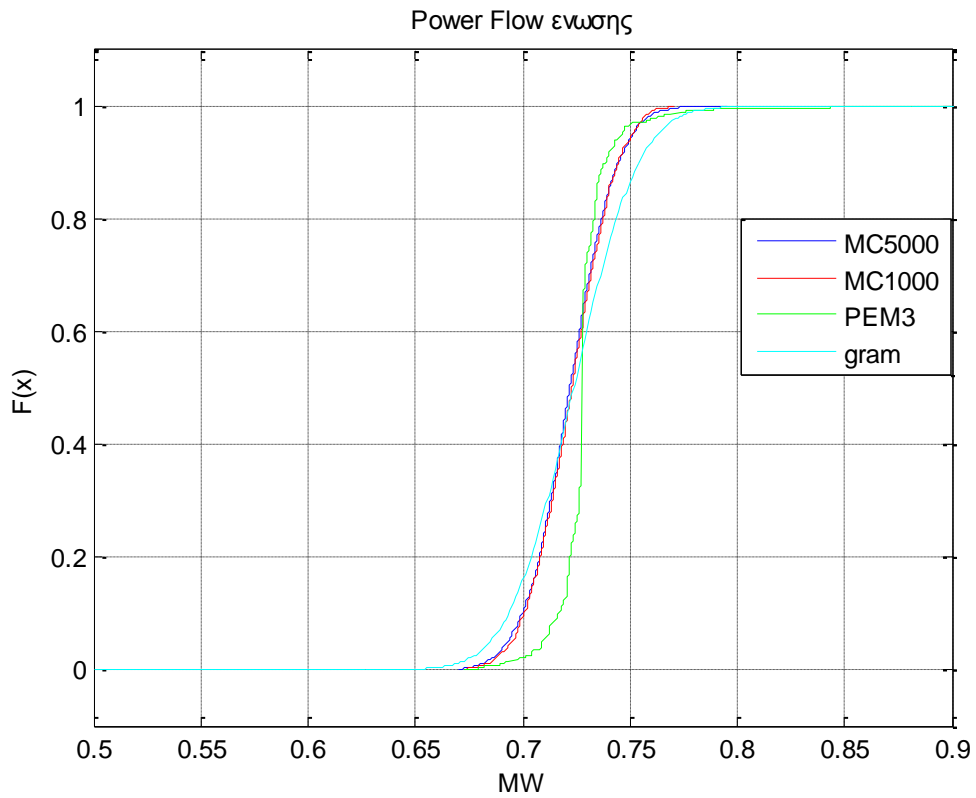
**Σχήμα 4.41 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-328 με τομή στη γραμμή 236-239 feeder 327 ζυγών**



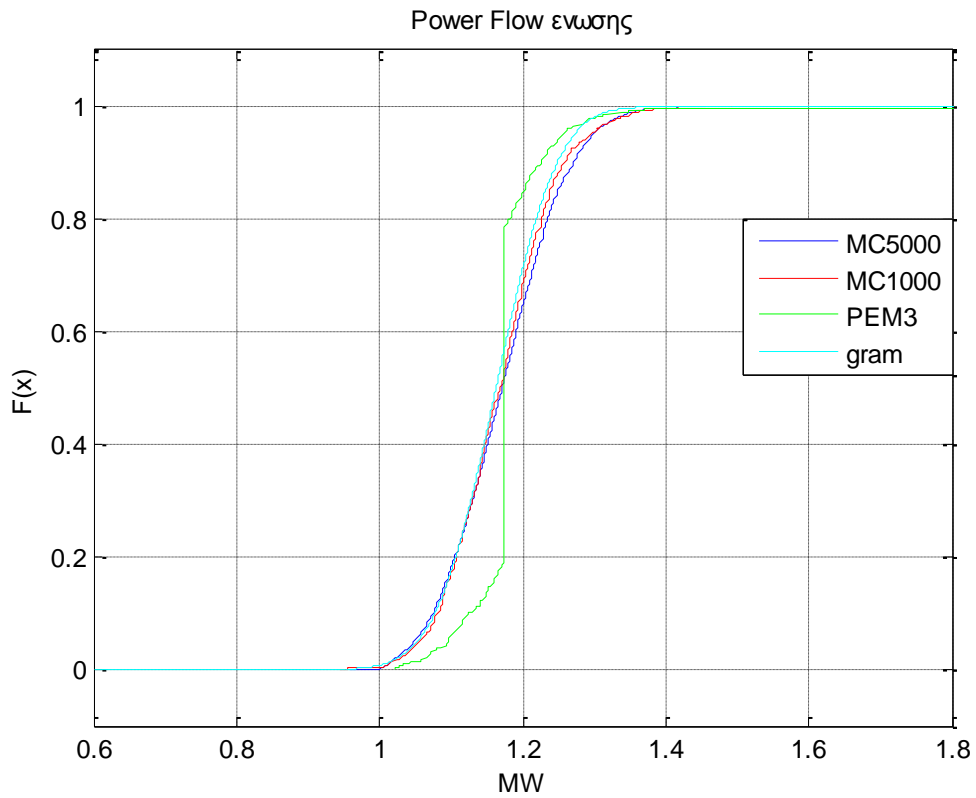
Σχήμα 4.42 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-328 με χρήση tap changer



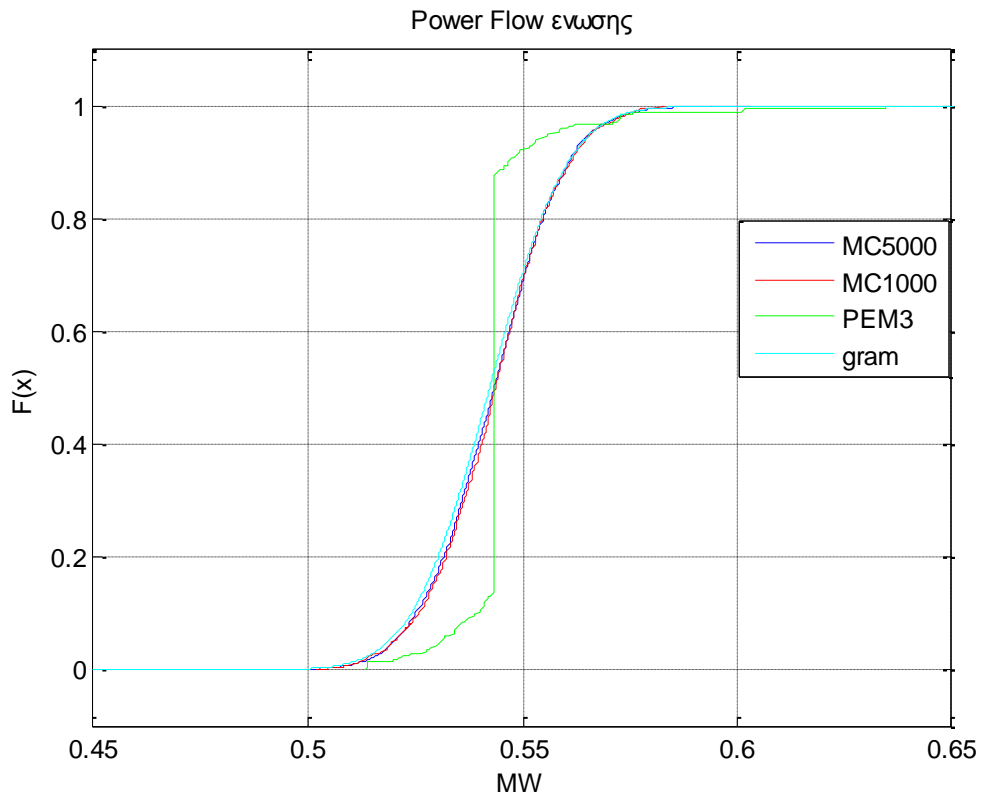
Σχήμα 4.43 Ροή Ισχύος Γραμμής 2-328 με χρήση tap changer και σύνδεση 283-95



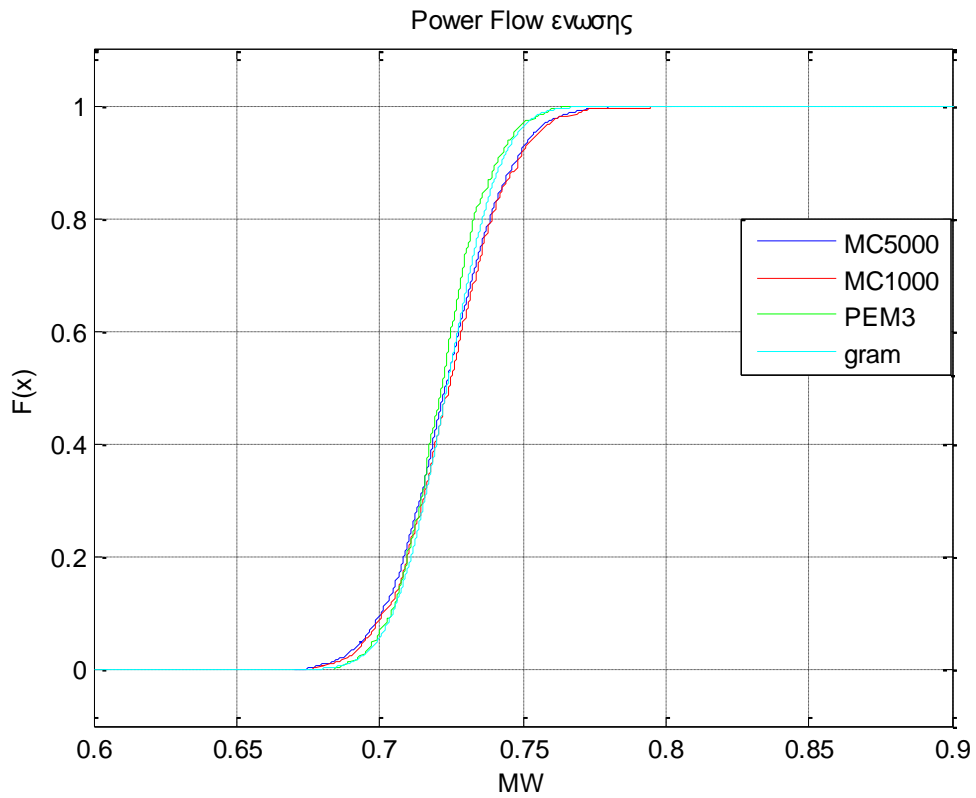
**Σχήμα 4.44 Ροή Ισχύος Γραμμής σύνδεσης κατά την προσθήκη**



**Σχήμα 4.45 Ροή Ισχύος Γραμμής σύνδεσης με τομή στη γραμμή 15-31 feeder 102 ζυγών**



Σχήμα 4.46 Ροή Ισχύος Γραμμής σύνδεσης με τομή στη γραμμή 236-239 feeder 327 ζυγών



Σχήμα 4.47 Ροή Ισχύος Γραμμής σύνδεσης με χρήση tap changer

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

**Πίνακας 4.1: Αποτελέσματα σεναρίου Α τάσεων-γωνιών**

	MC 1000		MC 5000		PEM 3		Gram	
V254	μ	σ	μ	Σ	μ	σ	μ	σ
Αρχική	0.9526	0.00077	0.9526	0.00079	0.9523	0.0008	0.9538	0.0008
Σύνδεση	0.9782	0.00045	0.9782	0.00046	0.9781	0.00046	0.9784	0.0003
Τομή 15-31	0.9826	0.0022	0.9824	0.0021	0.9822	0.0021	0.983	0.0025
Τομή 236-239	0.9824	0.00081	0.9824	0.0008	0.9824	0.0008	0.9822	0.0006
Tap	0.974	0.00073	0.974	0.00078	0.9737	0.00078	0.9738	0.0008
Tap+σύνδεση	0.9991	0.00044	0.9991	0.00045	0.9989	0.00045	0.999	0.0005
<b>V265</b>								
Αρχική	0.9544	0.00074	0.9543	0.00076	0.954	0.00077	0.9553	0.00072
Σύνδεση	0.9807	0.00041	0.9807	0.00042	0.9805	0.00043	0.9804	0.0002
Τομή 15-31	0.9853	0.0022	0.9852	0.0022	0.9849	0.0022	0.985	0.002
Τομή 236-239	0.9847	0.00077	0.9847	0.00076	0.9847	0.00076	0.9847	0.006
Tap	0.9757	0.0007	0.9758	0.00074	0.9754	0.00075	0.9767	0.008
Tap+σύνδεση	1.0015	0.00041	1.0015	0.00042	1.0013	0.00042	1.0015	0.0005
<b>V283</b>								
Αρχική	0.9502	0.00086	0.9502	0.00088	0.9499	0.00088	0.9509	0.0009
Σύνδεση	0.9944	0.00056	0.9944	0.00056	0.9944	0.00055	0.9945	0.0004
Τομή 15-31	1.006	0.0039	1.0058	0.0038	1.0056	0.0038	1.006	0.003
Τομή 236-239	0.9951	0.00064	0.9951	0.00063	0.9951	0.00062	0.9973	0.005
Tap	0.9717	0.00081	0.9717	0.00086	0.9714	0.00086	0.9718	0.007
Tap+σύνδεση	1.015	0.00054	1.015	0.00054	1.0149	0.00054	1.015	0.0005
<b>delta 254</b>								
Αρχική	-0.0723	0.0105	-0.072	0.0105	-0.0803	0.0105	-0.07	0.011
Σύνδεση	0.3239	0.0212	0.324	0.0215	0.3205	0.0212	0.3263	0.023
Τομή 15-31	1.3869	0.0883	1.3811	0.0872	1.3762	0.0875	1.378	0.085
Τομή 236-239	0.6212	0.0399	0.6204	0.0396	0.6202	0.039	0.6183	0.032
Tap	-0.069	0.01	-0.0691	0.0101	-0.0771	0.0101	-0.07	0.012
Tap+σύνδεση	0.3122	0.0206	0.311	0.0206	0.3075	0.0203	0.3108	0.02
<b>delta 283</b>								
Αρχική	-0.0319	0.0107	-0.0315	0.0106	-0.0398	0.0106	-0.034	0.011
Σύνδεση	0.3145	0.0317	0.3145	0.0319	0.3122	0.0315	0.313	0.0029
Τομή 15-31	2.0383	0.1197	2.0304	0.1183	2.0267	0.1188	2.039	0.012
Τομή 236-239	0.4335	0.0402	0.4326	0.0398	0.4323	0.0392	0.4331	0.037
Tap	-0.0302	0.01	-0.0305	0.0101	-0.0284	0.0102	-0.0295	0.01
Tap+σύνδεση	0.3039	0.0307	0.3021	0.0307	0.2998	0.0302	0.302	0.03

Πίνακας 4.2: Αποτελέσματα σεναρίου Α ροών ισχύος γραμμών

	MC 1000		MC 5000		PEM 3		Gram	
Ροή 2-3	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
Αρχική	2.2538	0.0382	2.253	0.0392	2.2702	0.0393	2.27	0.04
Σύνδεση	1.5053	0.0331	1.5041	0.034	1.5159	0.0334	1.506	0.03
Τομή 15-31	1.0811	0.0859	1.0863	0.0845	1.1003	0.0848	1.088	0.087
Τομή 236-239	1.6821	0.0359	1.6811	0.0358	1.6982	0.0359	1.681	0.032
Tap	2.251	0.0383	2.2504	0.0395	2.268	0.0392	2.251	0.03
Tap+σύνδεση	1.5027	0.0331	1.5032	0.0338	1.515	0.0334	1.506	0.033
<b>Ροή 2-328</b>								
Αρχική	-0.1525	0.089	-0.1457	0.0906	-0.1456	0.0911	-0.1632	0.102
Σύνδεση	0.5738	0.0811	0.5734	0.0805	0.579	0.0801	0.577	0.07
Τομή 15-31	1.0208	0.0461	1.0218	0.0455	1.0216	0.463	1.019	0.04
Τομή 236-239	0.3945	0.0962	0.3956	0.0931	0.396	0.0928	0.3956	0.102
Tap	-0.1518	0.0906	-0.1464	0.0916	-0.1461	0.0911	-0.1442	0.07
Tap+σύνδεση	0.5683	0.0795	0.5727	0.0803	0.5783	0.0802	0.5675	0.08
<b>Ροή σύνδεσης</b>								
Σύνδεση	0.722	0.0174	0.7228	0.0169	0.7283	0.0145	0.724	0.02
Τομή 15-31	1.1693	0.0721	1.1722	0.0756	1.1787	0.0697	1.163	0.075
Τομή 236-239	0.5434	0.0137	0.5432	0.0139	0.544	0.0108	0.5423	0.015
Tap+σύνδεση	0.725	0.0182	0.7235	0.0181	0.7219	0.0145	0.7235	0.016

### Χρόνοι Υπολογισμών

Στον πίνακα 4.3 που ακολουθεί παρουσιάζονται συγκεντρωμένα αποτελέσματα των μέσων χρόνων υπολογισμού για κάθε μέθοδο

Πίνακας 4.3 Χρόνοι υπολογισμού ανά εφαρμογή

	Αρχική	Σύνδεση	Τομή 15-31	Τομή 236-239	Tap	Tap+σύνδεση
Μέθοδος	Χρόνος (min)	Χρόνος (min)	Χρόνος (min)	Χρόνος (min)	Χρόνος (min)	Χρόνος (min)
MC 1000	88.5	76.2	76.5	81.48	86.4	76.9
MC 5000	263.6	265.4	275.5	281.22	283.83	275.33
3PEM	58.33	57.45	57.1	57.25	56.95	56.3
Gram	2.6	2.53	2.5	2.44	2.45	2.38

#### 4.2.3 Παρατηρήσεις-Σχόλια

##### Παρατηρήσεις επί των μεθόδων

Στην προηγούμενη ενότητα αναπτύχθηκαν πλήρως οι ακόλουθες μέθοδοι πιθανοτικής ροής φορτίου:

- Monte-Carlo (1000 σημείων) με χρήση αναλυτικών εκφράσεων
- Monte-Carlo (5000 σημείων) με χρήση αναλυτικών εκφράσεων
- Γραμμικοποίηση με χρήση κανονικών κατανομών
- Μέθοδος Εκτίμησης με χρήση 3 Σημείων

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα, παρατηρούμε ότι οι μέθοδοι παρουσιάζουν ικανοποιητικά αποτελέσματα συγκριτικά με τις πραγματικές τιμές των μεγεθών. Συγκεκριμένα παρατηρούμε ότι υπάρχει πολύ μεγάλη σύγκλιση στις τιμές γύρω από τη μέση τιμή, ενώ για τα άκρα των κατανομών, ανάλογα με το υπό εξέταση μέγεθος, παρατηρείται μερική απόκλιση.

Μεγαλύτερη απόκλιση παρουσιάζει η γραμμικοποίηση με συνέλιξη με χρήση κανονικών κατανομών, γεγονός αναμενόμενο καθώς η παραδοχή ότι τα δεδομένα παραγωγών και ζητήσεων ακολουθούν κανονική κατανομή οδήγησε σε μη ικανοποιητική «προσομοίωση» των ουρών.

Έχοντας σαν κριτήριο τον χρόνο υπολογισμού των μεγεθών ανά μέθοδο, όπως ήταν αναμενόμενο περισσότερος χρόνος υπολογισμού απαιτήθηκε για την μέθοδο Monte-Carlo, κάνοντας την μέθοδο την λιγότερο αποδοτική. Δεύτερη λιγότερο αποδοτική είναι η μέθοδος εκτίμησης με χρήση 3 σημείων, η οποία λόγω των πολλών πιθανοτικών μεγεθών που υπάρχουν στο δίκτυο απαιτεί χρόνο εκτέλεσης σχεδόν συγκρίσιμο με την Monte-Carlo 1000 σημείων. Την μεγαλύτερη αποδοτικότητα την παρουσιάζει η γραμμικοποίηση, με χρόνο υπολογισμού της τάξης των 2-3 λεπτών.



### Παρατηρήσεις επί του δικτύου

Συγκρίνοντας σε πρώτο στάδιο τις τιμές των τάσεων στους ζυγούς που έχουν πρόβλημα, βλέπουμε ότι και στις πέντε προτεινόμενες μεθόδους επίλυσης οι τάσεις περνάνε σε αποδεκτό επίπεδο τιμών ( $1\pm 3\%$  ρυ). Στην περίπτωση της σύνδεσης των δύο feeder, είτε έχουμε επιπλέον χρησιμοποίηση τομών είτε όχι, βλέπουμε ότι οι ζυγοί στο τέλος του μεγάλου feeder πλέον δεν έχουν το πρόβλημα, καθώς υπάρχει απ' ευθείας ροή ισχύος από τον μικρότερο feeder, αλλά αντίθετα σε χαμηλότερα επίπεδα τάσεων κινούνται πιο «εσωτερικοί» ζυγοί.

Ο τρόπος αντιμετώπισης με χρήση σύνδεσης που παρουσιάζει τα καλύτερα αποτελέσματα είναι ο συνδυασμός της σύνδεσης των δύο feeder με την τομή από την πλευρά του ισχυρότερου feeder των 102 ζυγών. Από όλα τα πιθανά σενάρια καλύτερα αποτελέσματα βέβαια παρουσιάζει ο συνδυασμός tap changer και σύνδεσης των δύο feeder, ενώ η απλή χρήση tap changer ενώ παρουσιάζει τα χειρότερα αποτελέσματα, οδηγεί σε αποδεκτά επίπεδα τιμών και είναι η πλέον εύκολη στην υλοποίηση.

Στο κομμάτι των ροών ισχύος των γραμμών, δύο γρήγορα και εύλογα συμπεράσματα είναι αφενός ότι το άθροισμα των ροών των γραμμών 2-3 και 2-328 ισούται πάντα με 2.10 MW (δλδ την έγχυση από τον slack bus) και αφετέρου ότι οι ροές ισχύος για τα σενάρια με tap changer είναι πανομοιότυπες με τα αντίστοιχα χωρίς τον tap changer.

Επιπλέον παρατηρούμε ότι μετά την σύνδεση των δύο feeder, αυξάνεται η ισχύς που απαιτεί ο feeder 102 ζυγών (Ροή 2-328 από -0.15 MW γίνεται 0.57 MW) και αντίστοιχα μειώνεται η ισχύς που απαιτεί ο feeder 327 ζυγών (Ροή 2-3 από 2.25 MW γίνεται 1.5 MW). Το γεγονός αυτό προφανώς οφείλεται στην επιπλέον ροή ισχύος που δημιουργείται μεταξύ των δύο feeder από την σύνδεση τους. Στο βέλτιστο σενάριο μάλιστα (τομή από την πλευρά του feeder 102 ζυγών), η ισχύς που απαιτείται από τους δύο feeder σχεδόν εξισώνεται (Ροή 2-3 1.08 MW και Ροή 2-328 1.02 MW).

### 4.3 ΣΕΝΑΡΙΟ Β

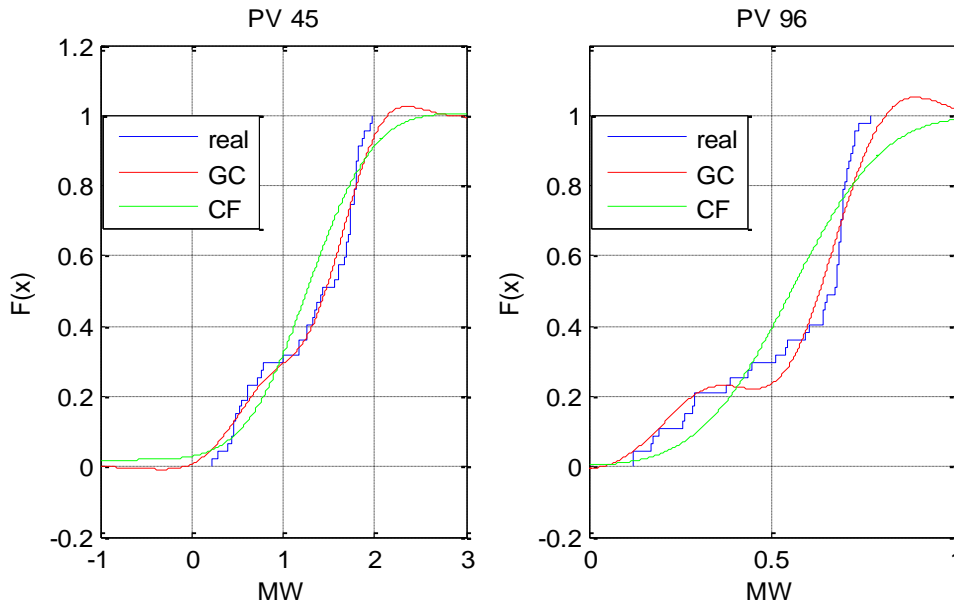
#### 4.3.1 Περιγραφή

Στο δεύτερο σενάριο σκοπός είναι να εστιάσουμε σε δυσκολότερες στην προσέγγιση κατανομές που δεν αξιοποιήθηκαν προηγουμένως. Συγκεκριμένα θα μελετηθούν αποτελέσματα μετρήσεων, διακριτή κατανομή καθώς και κατανομή gamma.

Η μελέτη θα γίνει στον feeder 102 ζυγών που όπως φάνηκε στο προηγούμενο σενάριο είναι και ο ισχυρότερος. Τα φορτία θεωρούνται και πάλι ότι ακολουθούν την κανονική κατανομή με τυπική απόκλιση 10% (βραχυχρόνια μελέτη). Οι μέσες τιμές όμως θεωρήθηκαν ότι βρίσκονται στο 65% της μέγιστης καθώς η εστίαση γίνεται στην περίπτωση εισαγωγής μίας μεγάλης μονάδας φορτίου υπό κανονικές συνθήκες.

Για τις παραγωγές των φωτοβολταϊκών θα χρησιμοποιηθούν οι μετρήσεις που υπάρχουν για το διάστημα 26 Μαρτίου-8 Μαΐου την 12μμ. Σε αντίθεση με πριν υπολογίζεται η κατανομή που ακολουθούν οι μετρήσεις και δεν γίνεται η θεώρηση ότι ακολουθούν την κανονική κατανομή με δεδομένη μέση τιμή και τυπική απόκλιση.

Για παράδειγμα, παρακάτω παρουσιάζονται οι κατανομές δύο φωτοβολταϊκών σε μορφή CDF (Cumulative Density Function), τόσο από τις μετρήσεις όσο και από τις δύο μεθόδους υπολογισμού των αναλυτικών εκφράσεων των διανυσμάτων αυτών (Cornish-Fisher και Gram-Charlier).



Σχήμα 4.48 Παραγωγές 47 σημείων για Φωτοβολταϊκά ζυγών 45 και 96

Όπως φαίνεται από το παραπάνω διάγραμμα, οι ουρές των διαγραμμάτων των αναλυτικών εκφράσεων Cornish-Fisher και Gram-Charlier ξεφεύγουν από τα όρια των πραγματικών τιμών  $[0-1]$ . Στην πραγματικότητα αυτό είναι αδύνατο για μία κατανομή. Το φαινόμενο αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι οι αναλυτικές αυτές μέθοδοι είναι μαθηματικά μοντέλα τα οποία προσομοιώνουν κατανομές ανεξάρτητα από την φυσική ερμηνεία τους. Έτσι πρέπει να δίνεται μεγάλη προσοχή κατά την εκάστοτε εφαρμογή. Προφανώς αποκλίσεις που προκύπτουν στα αποτελέσματα με χρήση των παραπάνω μεθόδων σε μεγάλο βαθμό θα οφείλονται στο φαινόμενο αυτό.

Σε σχέση με το Σενάριο A, θα χρησιμοποιηθούν ξανά οι μέθοδοι Monte-Carlo και Μέθοδος Εκτίμησης με 3 σημεία. Όμως, αντί της γραμμικοποίησης γύρω από τη μέση τιμή για κανονικές κατανομές, χρησιμοποιείται η μέθοδος της γραμμικοποίησης με χρήση των Gram-Charlier και Cornish-Fisher. Δηλαδή εδώ συνελίσσονται οι αναλυτικές εκφράσεις που προκύπτουν για τις κατανομές μέσα από τις μεθόδους αυτές.

Σκοπός του σεναρίου αυτού είναι η μελέτη των επιπτώσεων εισαγωγής ενός μεγάλου διακριτού φορτίου στο δίκτυο (ζυγός 42) καθώς και 2 τρόποι αντιμετώπισης του προβλήματος που προκύπτει, και συγκεκριμένα:

- Εισαγωγή παραγωγής ΑΠΕ στον ζυγό 46 που ακολουθεί κατανομή  $\text{Gamma}(\alpha=3, \beta=0.5)$
- Αντιστάθμιση αέργου ισχύος 2 MVA<sub>r</sub> στο διακριτό φορτίο.

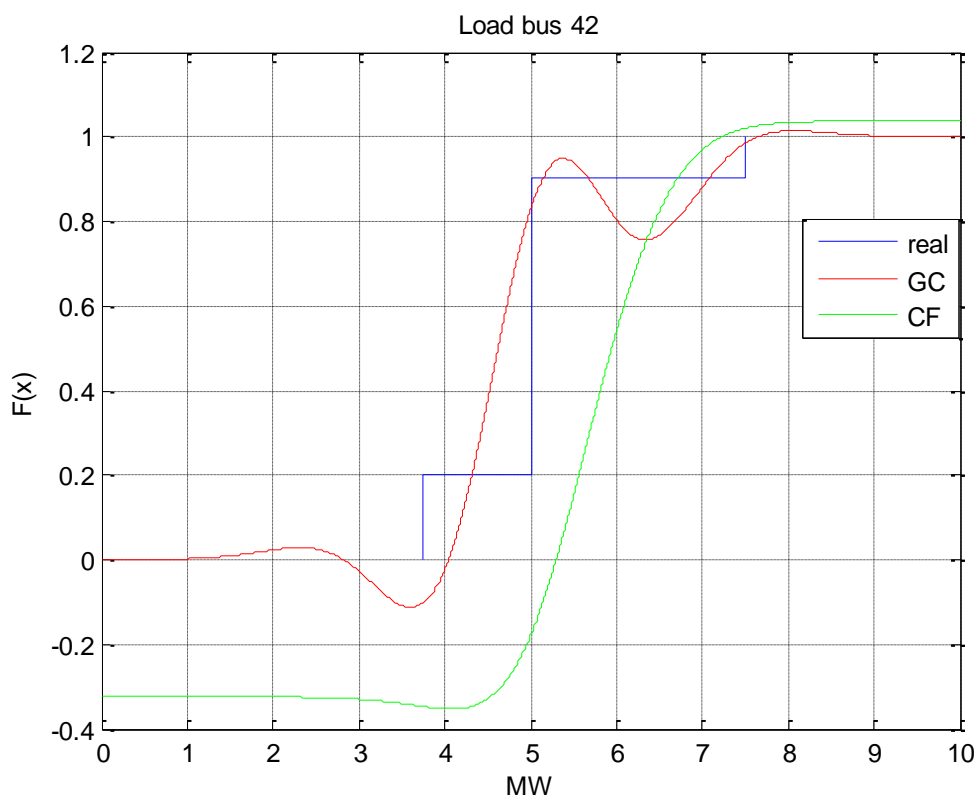
### Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής

Το διακριτό φορτίο που εισάγεται θα έχει μεγάλες τιμές έτσι ώστε να οδηγεί τις τιμές των τάσεων των ζυγών σε χαμηλές επίπεδα. Σκοπός μας εδώ άλλωστε είναι η συμπεριφορά των μεθόδων πιθανοτικής ροής φορτίου στις ουρές μίας διακριτής κατανομής και όχι η καθεαυτή αντιμετώπιση του προβλήματος που δημιουργείται στο δίκτυο (όπως στο Σενάριο Α).

Το διακριτό φορτίο αποτελείται από 3 ξεχωριστές τιμές με τις αντίστοιχες πιθανότητες:

- 20% 3.75 MW
- 70% 5.00 MW
- 10% 7.50 MW

Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η CDF της διακριτής κατανομής του φορτίου καθώς και οι προσεγγίσεις από τις μεθόδους Gram-Charlier και Cornish-Fisher.

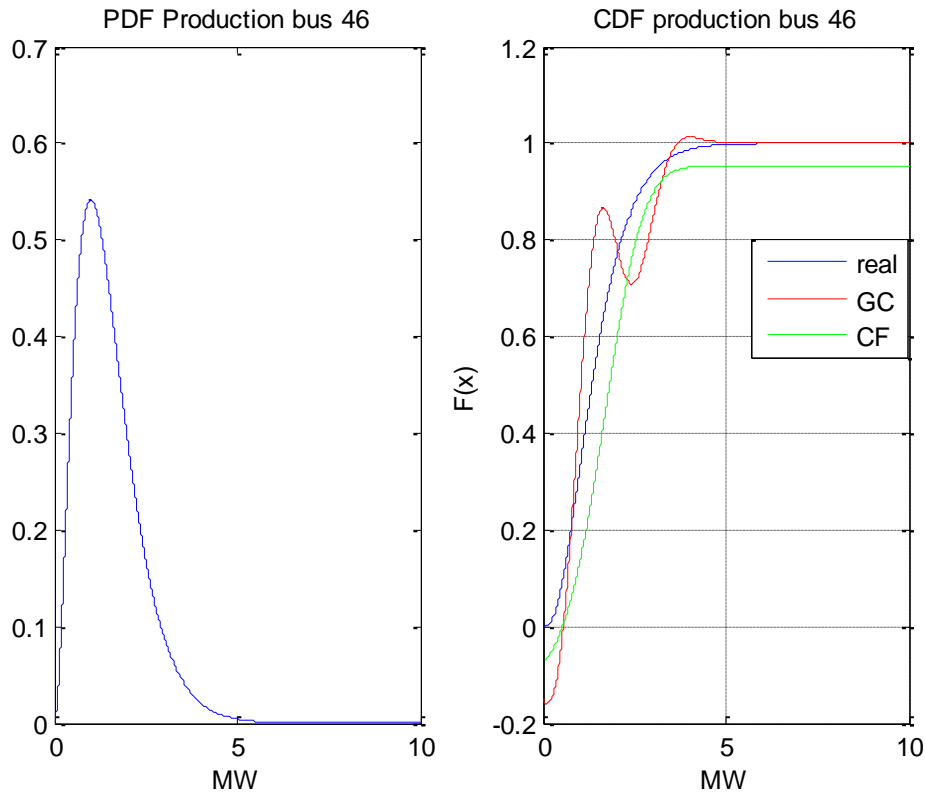


Σχήμα 4.49 Διακριτό φορτίο ζυγού 42

Παρατηρούμε ότι επειδή έχουμε πολύ λίγες διαφορετικές τιμές οι 2 αναλυτικές μέθοδοι παρουσιάζουν ακόμα εντονότερες αποκλίσεις στα άκρα των κατανομών, φτάνοντας σε τιμές με αρνητική πιθανότητα για το φορτίο (δηλαδή στις

ροές φορτίου θα φαίνεται ως επιπλέον παραγωγή). Γίνεται φανερό λοιπόν ότι οι αποκλίσεις που θα πρέπει να περιμένουμε με τη χρήση των δύο αυτών μεθόδων στα άκρα των κατανομών θα είναι αρκετά μεγάλες.

Ακόμη η κατανομή Gamma σε μορφή PDF και CDF μαζί με τις αναλυτικές μεθόδους φαίνεται παρακάτω.

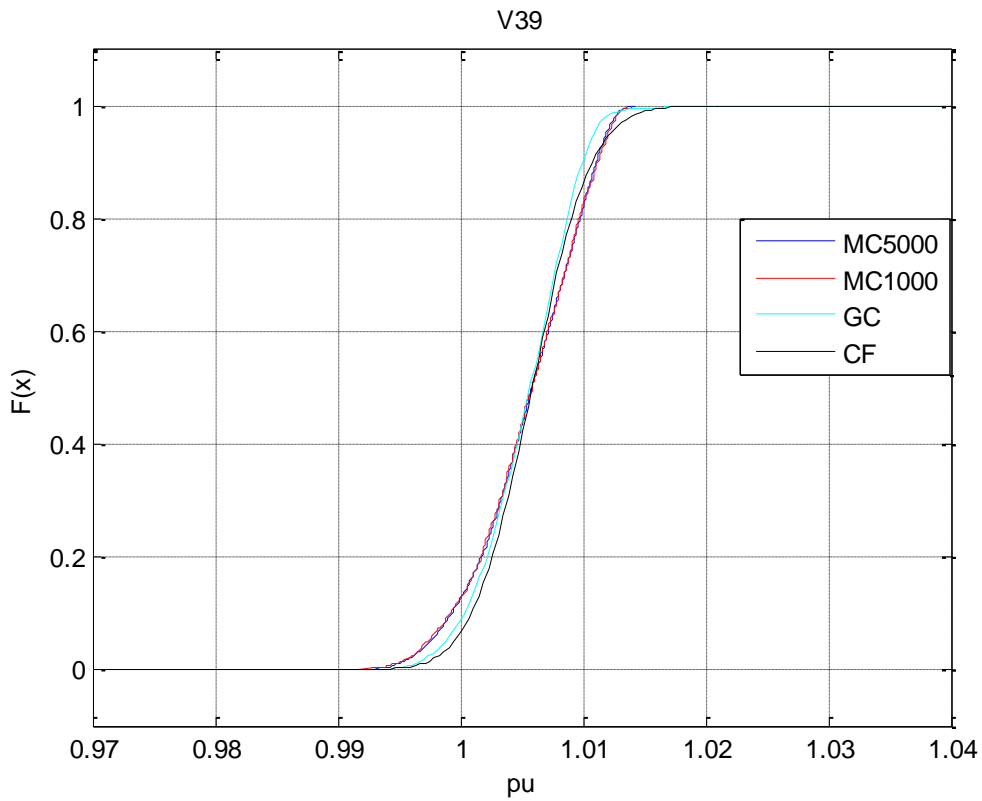


Σχήμα 4.50 Παραγωγή ζυγού 46

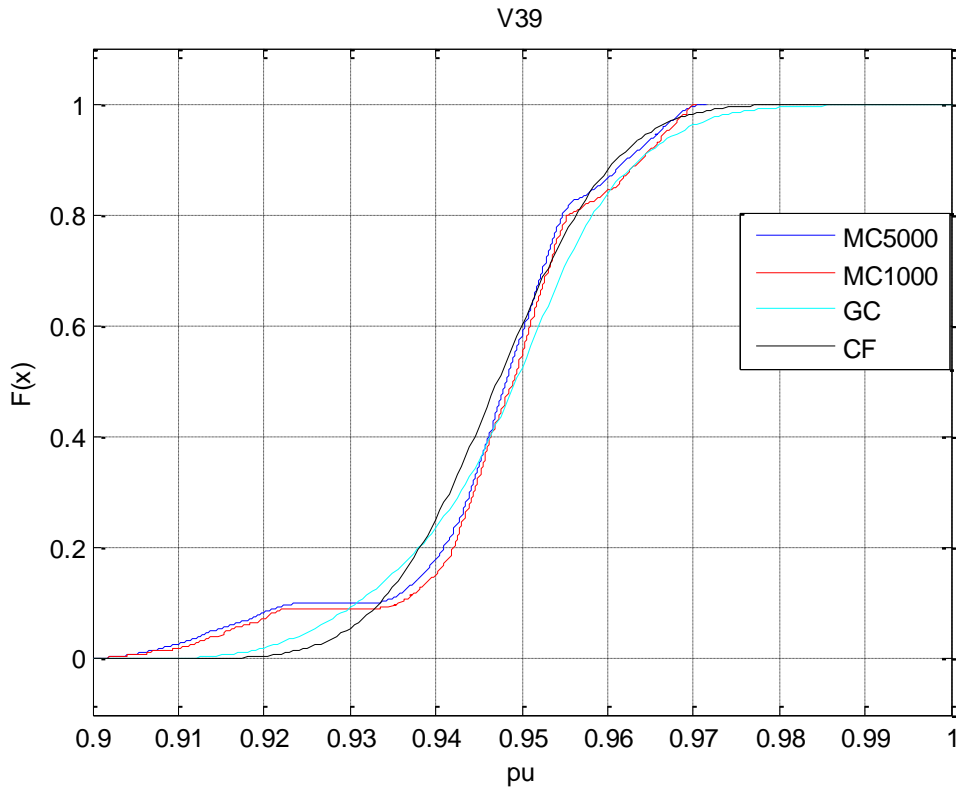
Παρομοίως με πριν παρατηρούνται αποκλίσεις στις «ουρές» των κατανομών, αρκετά εντονότερες για την μέθοδο Gram-Charlier στην συγκεκριμένη περίπτωση.

#### 4.3.2 Παρουσίαση Αποτελεσμάτων

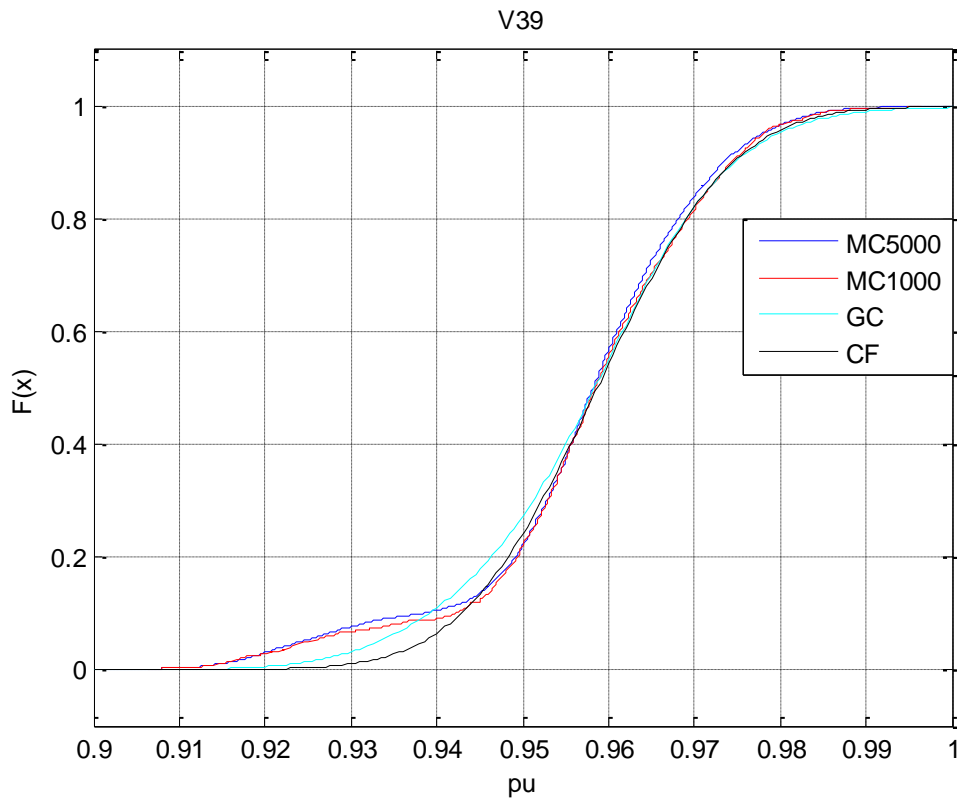
Παρακάτω ακολουθούν διαγράμματα με τα αποτελέσματα που προκύπτουν σε σημαντικούς ζυγούς και γραμμές για την αρχική κατάσταση, την προσθήκη του διακριτού φορτίου και τους δύο τρόπους αντιμετώπισης που εξετάστηκαν.



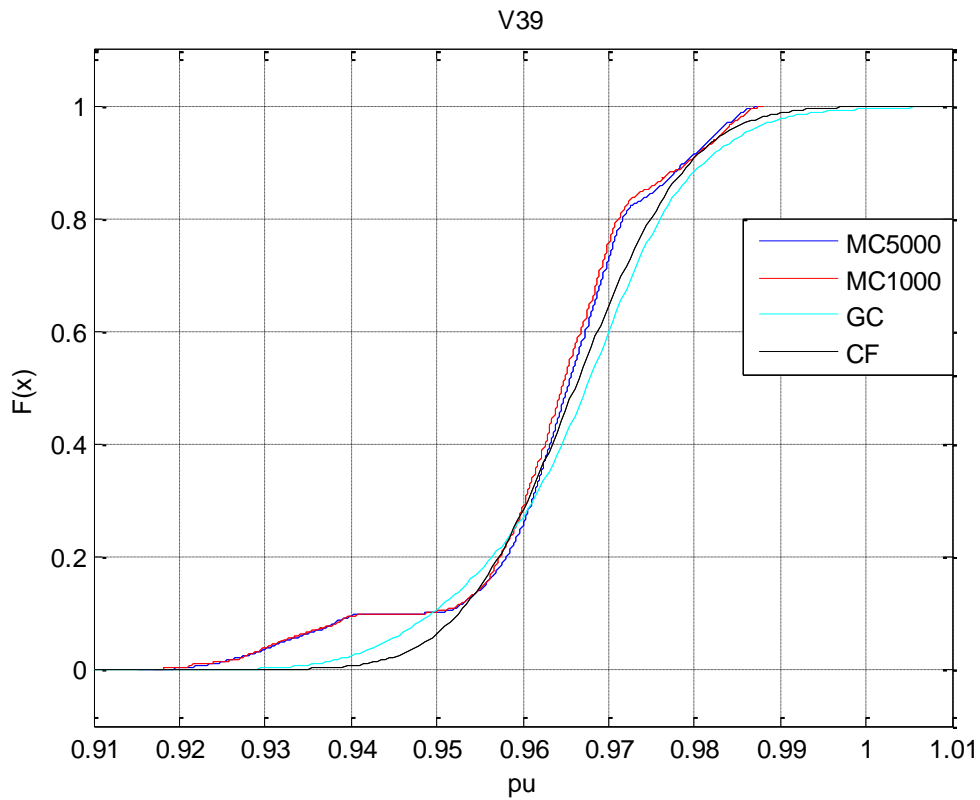
**Σχήμα 4.51 Τάση ζυγού 39 κατά την αρχική λειτουργία**



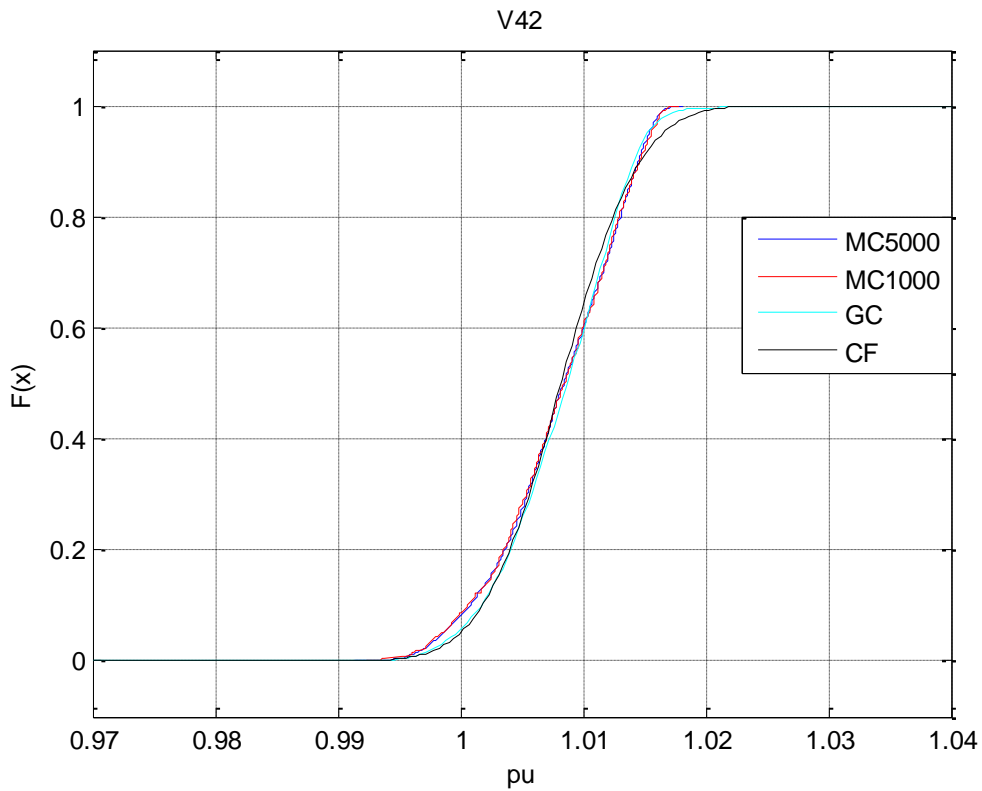
**Σχήμα 4.52 Τάση ζυγού 39 με προσθήκη διακριτού φορτίου**



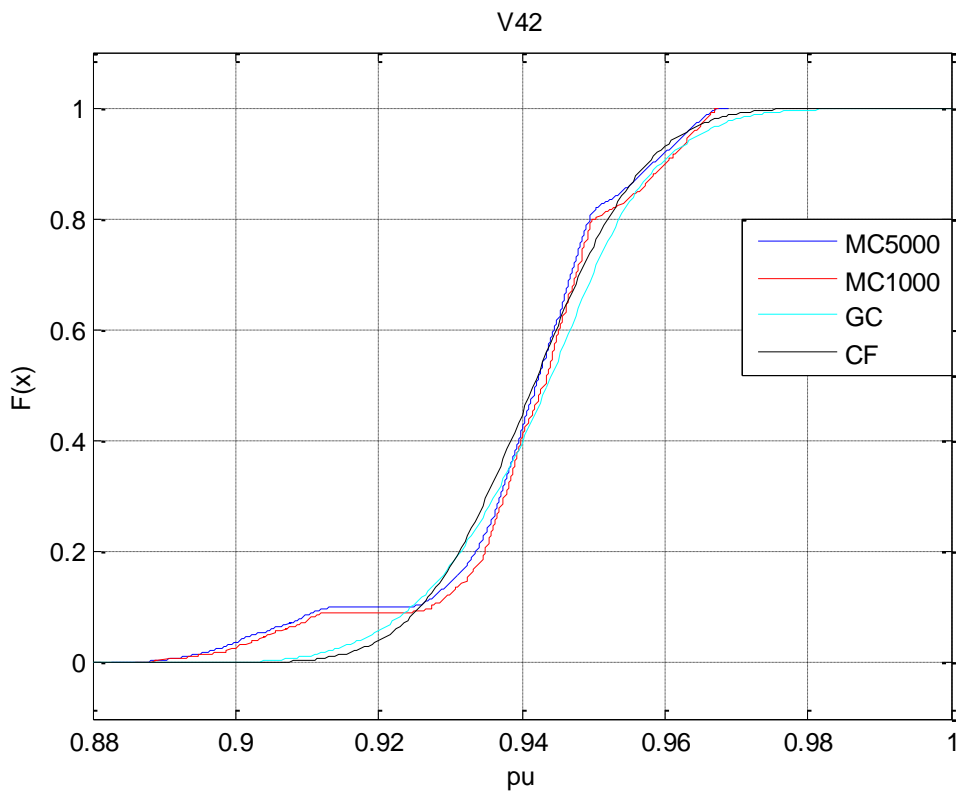
Σχήμα 4.53 Τάση ζυγού 39 με προσθήκη διακριτού φορτίου και παραγωγής Γάμμα



Σχήμα 4.54 Τάση ζυγού 39 με προσθήκη διακριτού φορτίου και αντιστάθμιση

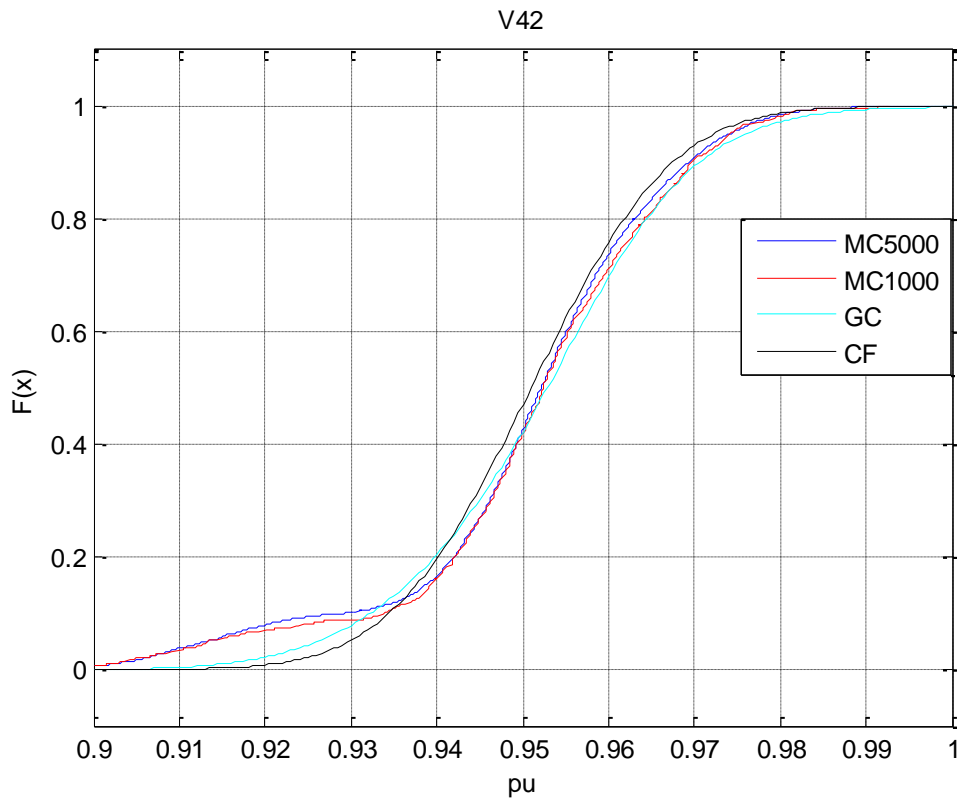


**Σχήμα 4.55 Τάση ζυγού 42 κατά την αρχική λειτουργία**

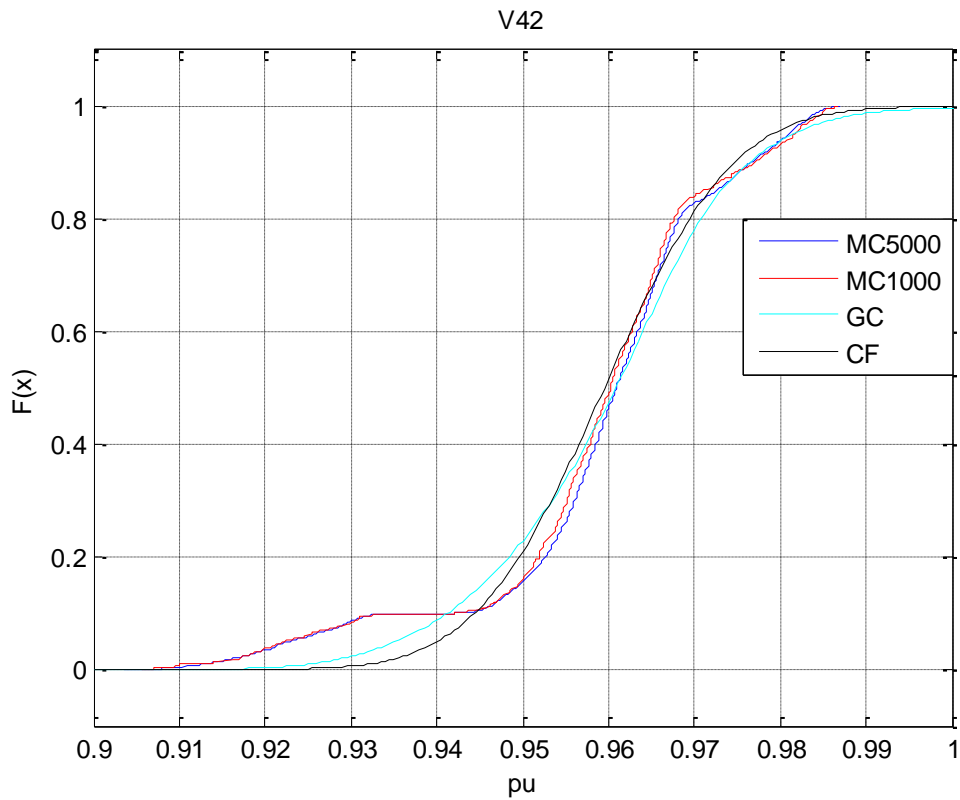


**Σχήμα 4.56 Τάση ζυγού 42 με προσθήκη διακριτού φορτίου**

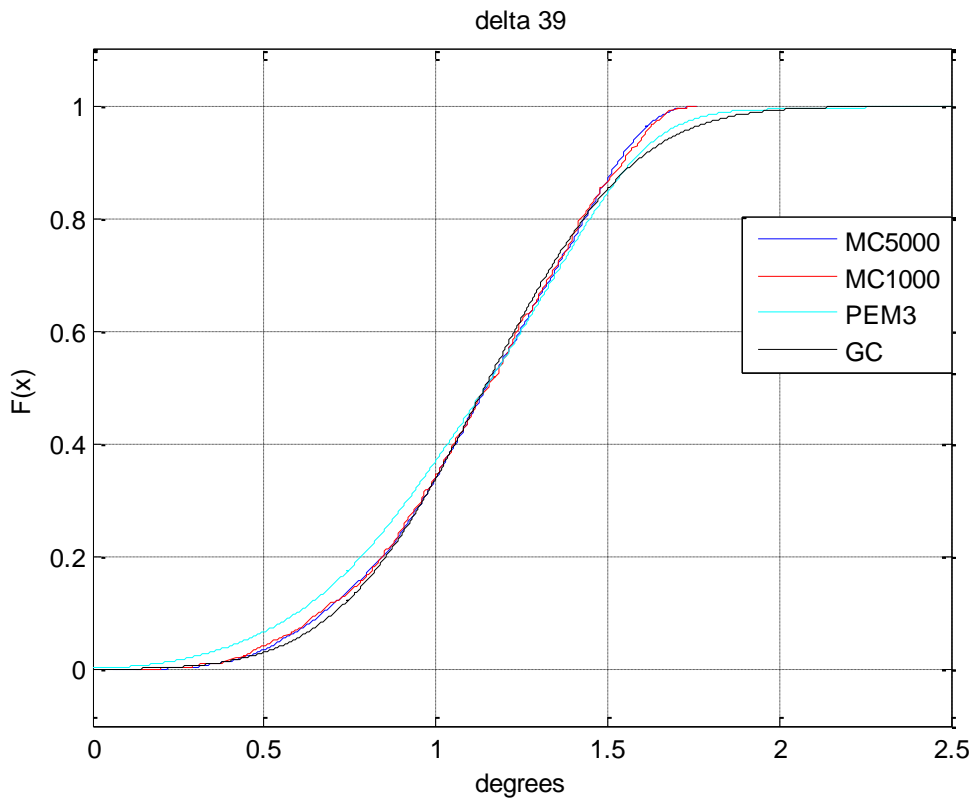




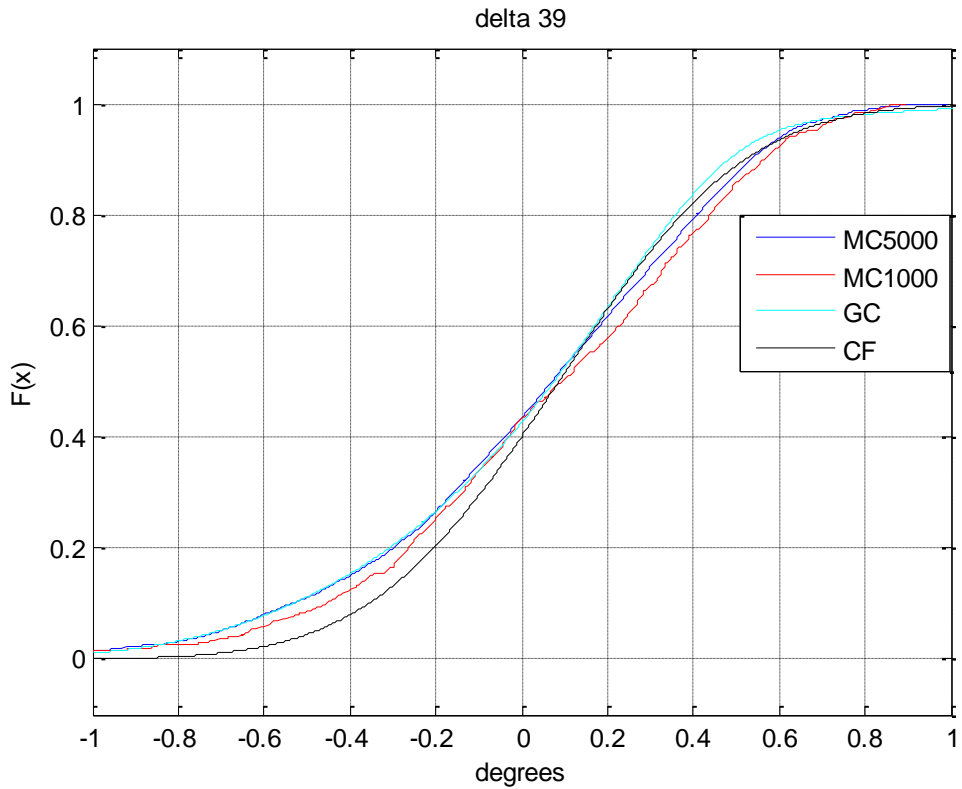
Σχήμα 4.57 Τάση ζυγού 42 με προσθήκη διακριτού φορτίου και παραγωγής Γάμμα



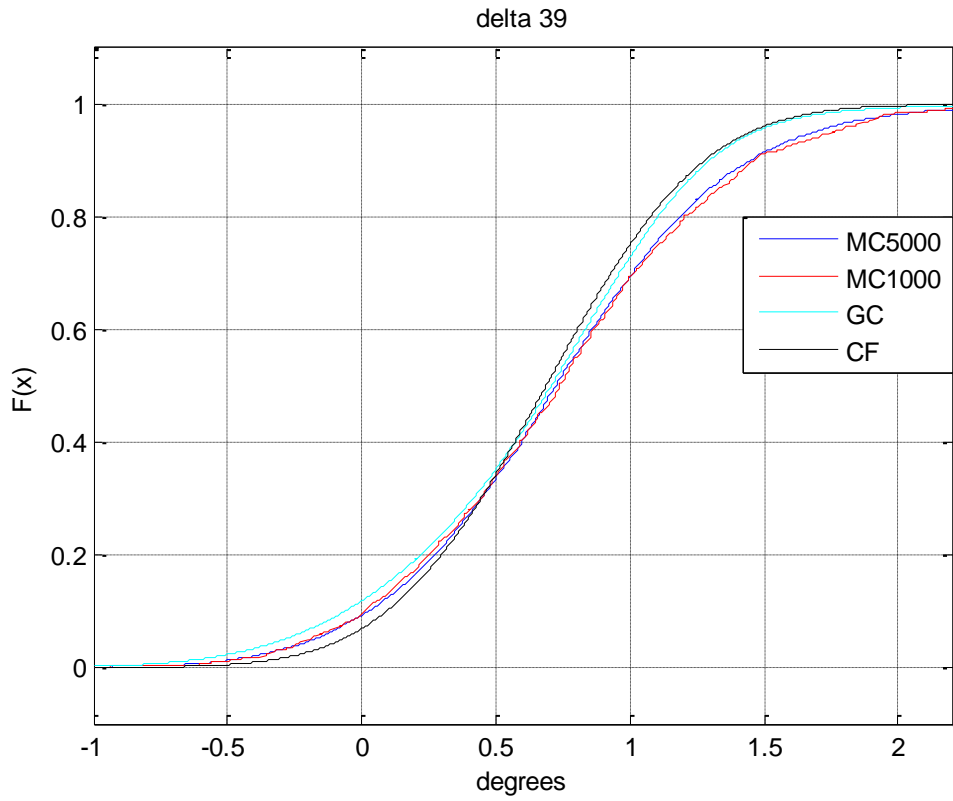
Σχήμα 4.58 Τάση ζυγού 42 με προσθήκη διακριτού φορτίου και αντιστάθμιση



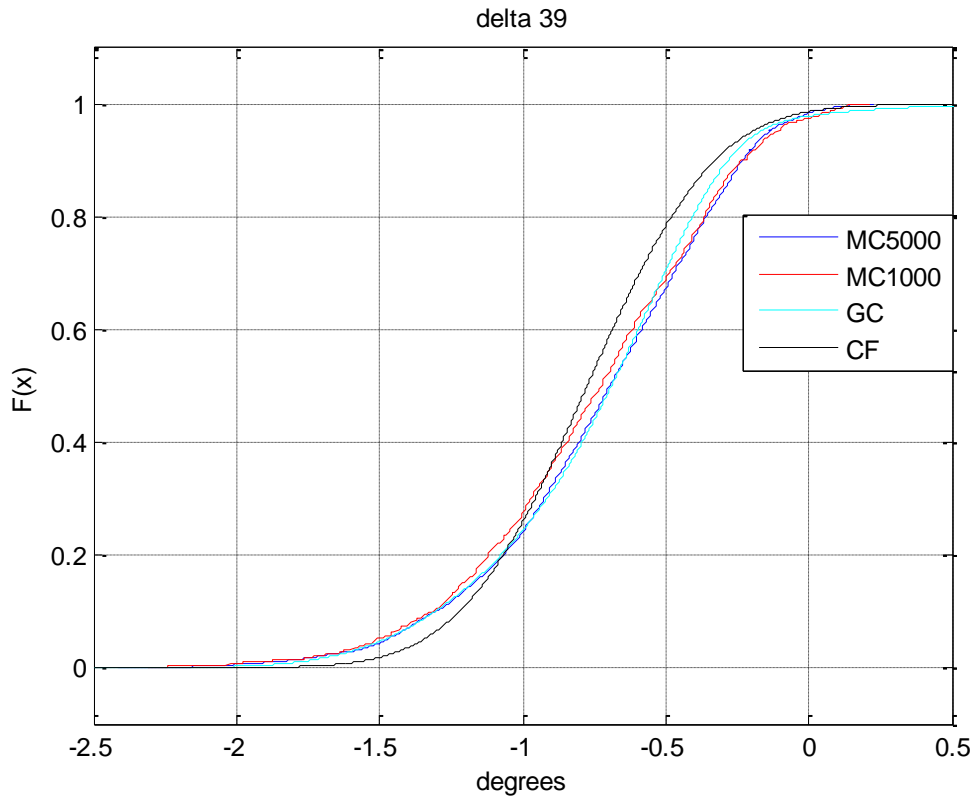
**Σχήμα 4.59 Γωνία ζυγού 39 κατά την αρχική λειτουργία**



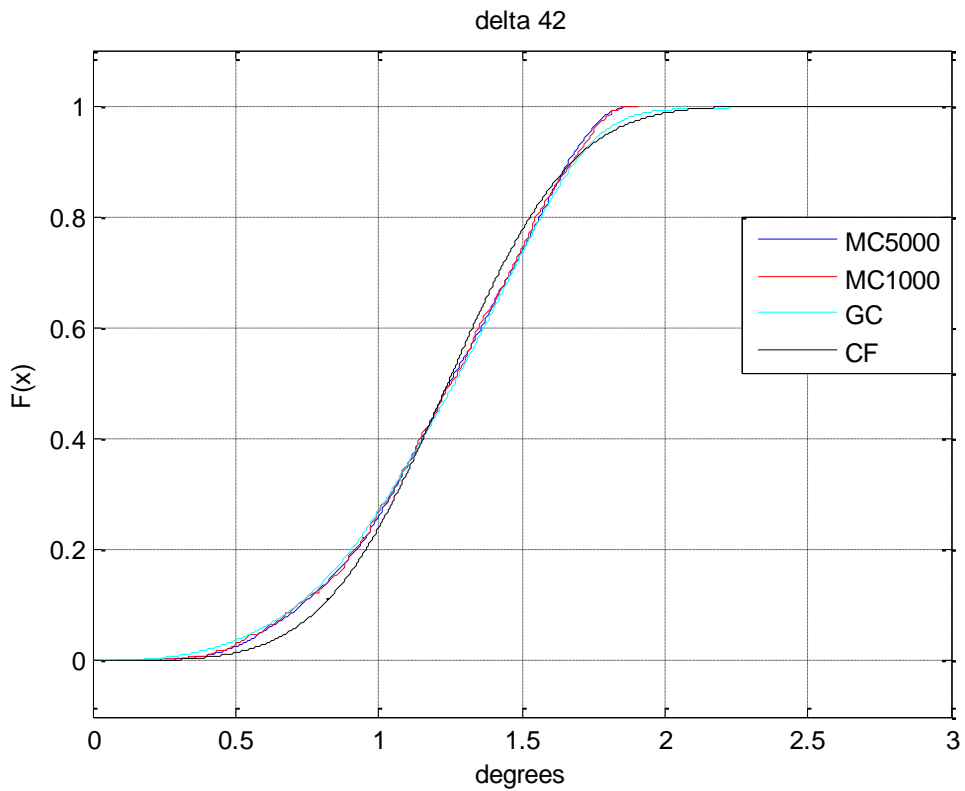
**Σχήμα 4.60 Γωνία ζυγού 39 με προσθήκη διακριτού φορτίου**



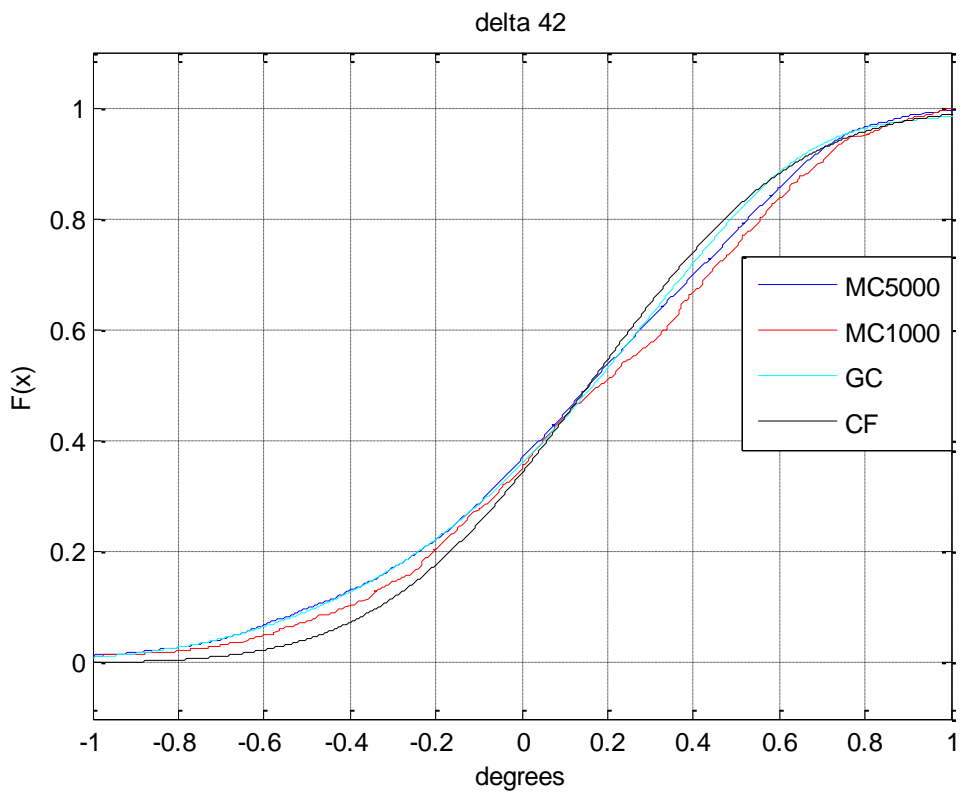
Σχήμα 4.61 Γωνία ζυγού 39 με προσθήκη διακριτού φορτίου και παραγωγής Γάμμα



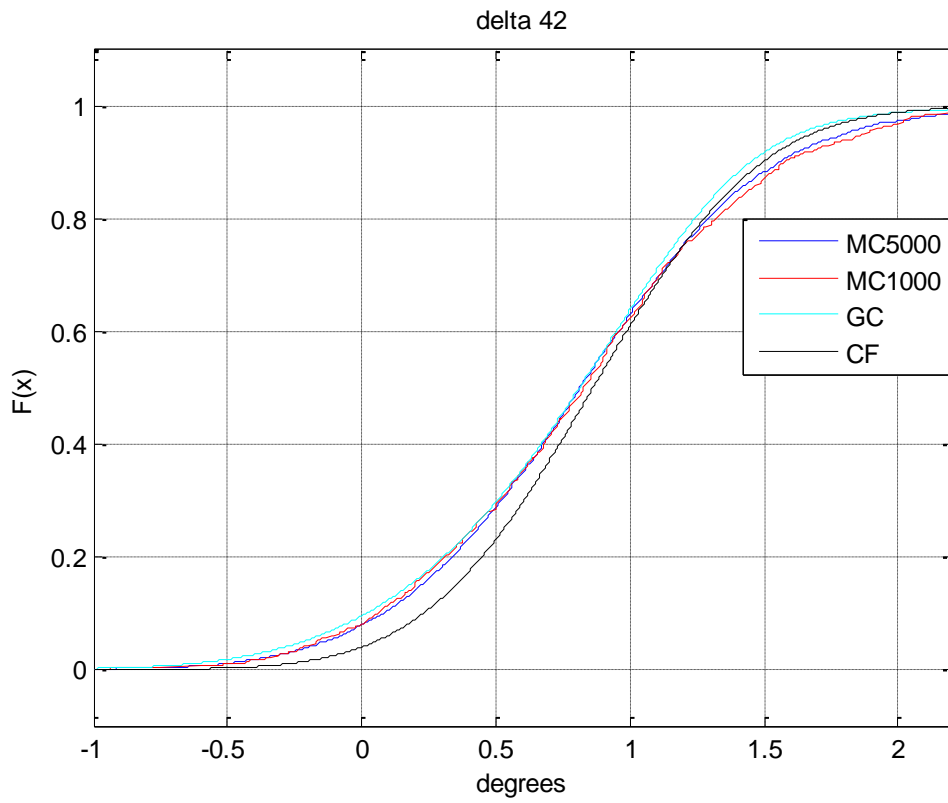
Σχήμα 4.62 Γωνία ζυγού 39 με προσθήκη διακριτού φορτίου και αντιστάθμιση



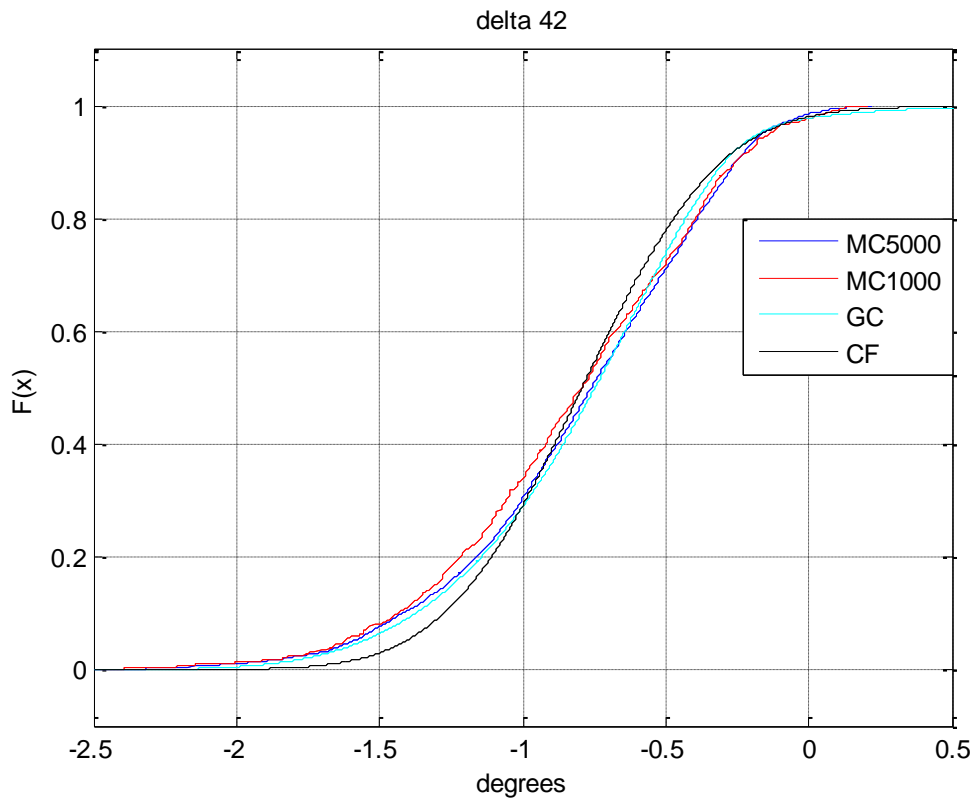
**Σχήμα 4.63 Γωνία ζυγού 42 κατά την αρχική λειτουργία**



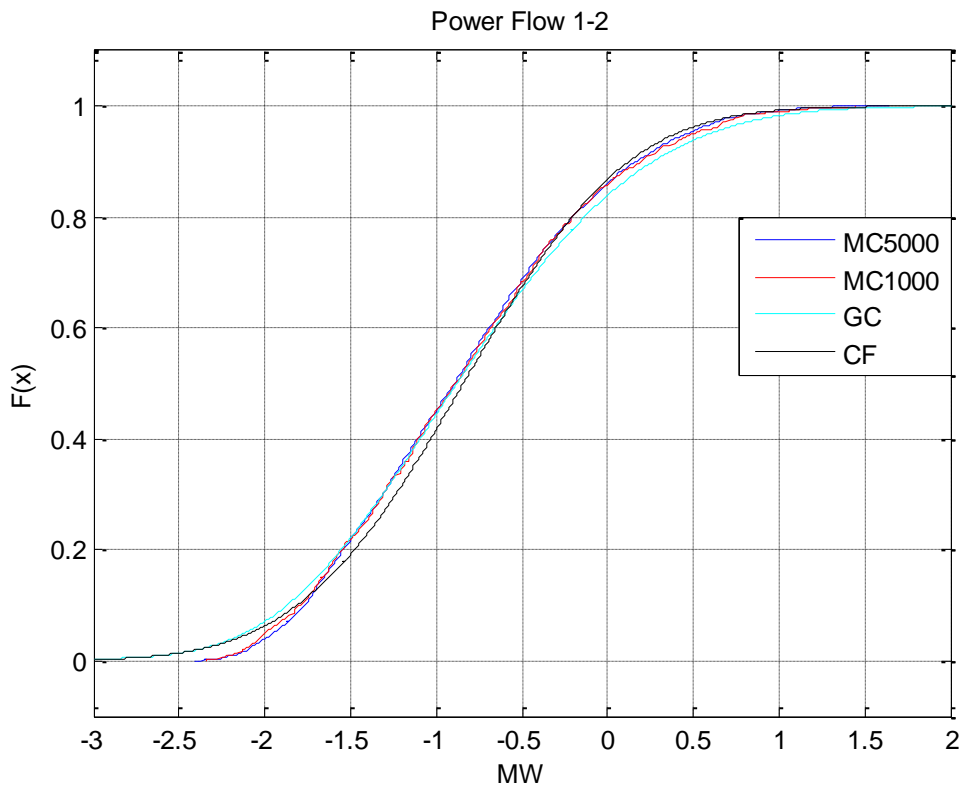
**Σχήμα 4.64 Γωνία ζυγού 42 με προσθήκη διακριτού φορτίου**



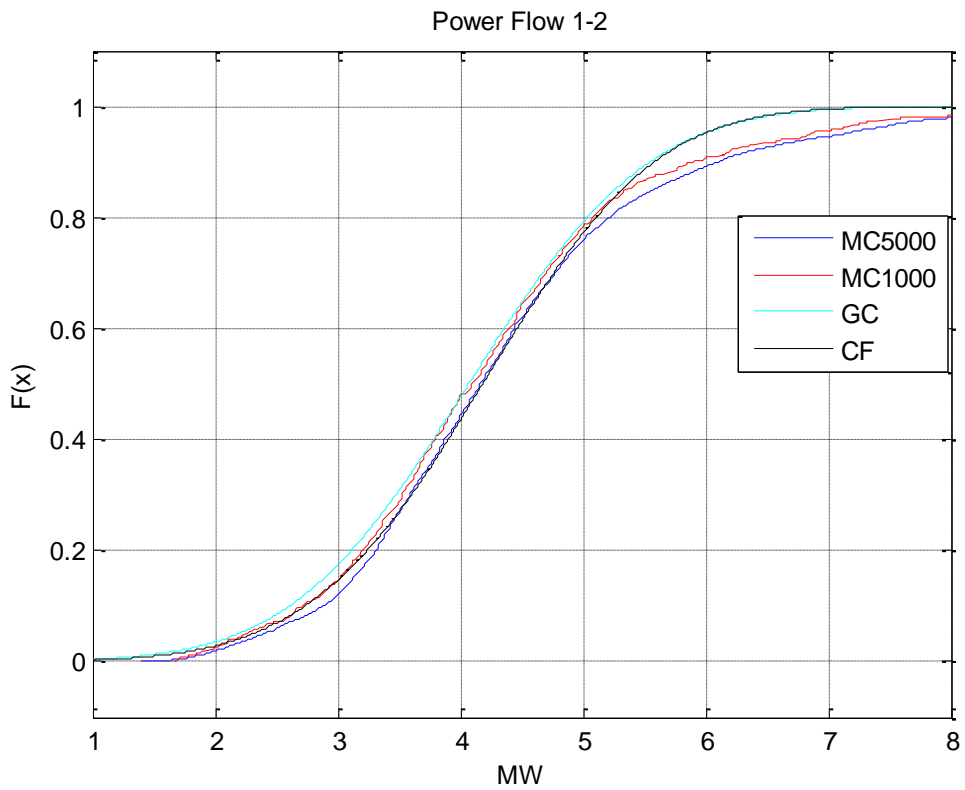
Σχήμα 4.65 Γωνία ζυγού 42 με προσθήκη διακριτού φορτίου και παραγωγής Γάμμα



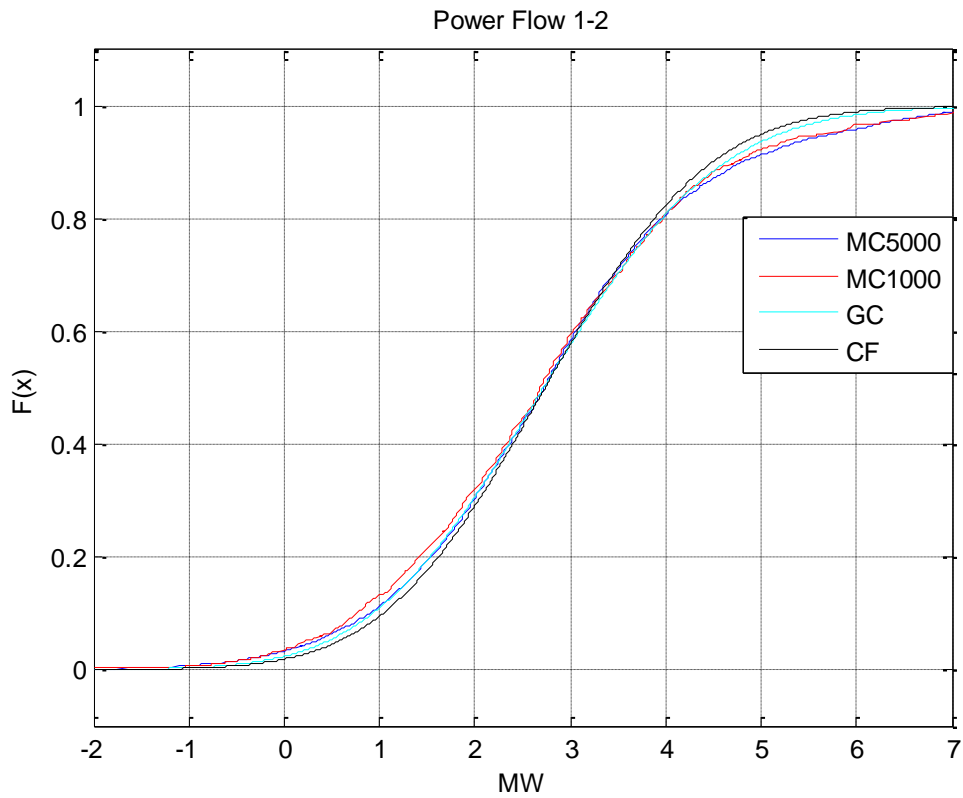
Σχήμα 4.66 Γωνία ζυγού 42 με προσθήκη διακριτού φορτίου και αντιστάθμιση



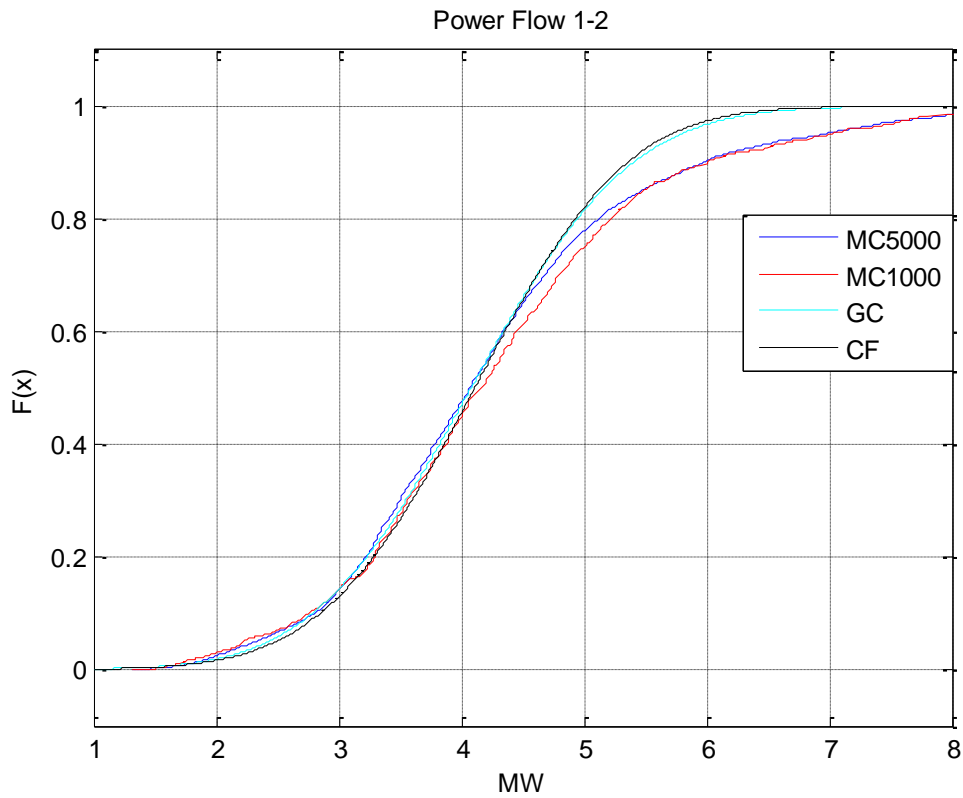
**Σχήμα 4.67 Ροή Ισχύος Γραμμής 1-2 κατά την αρχική λειτουργία**



**Σχήμα 4.68 Ροή Ισχύος Γραμμής 1-2 με προσθήκη διακριτού φορτίου**

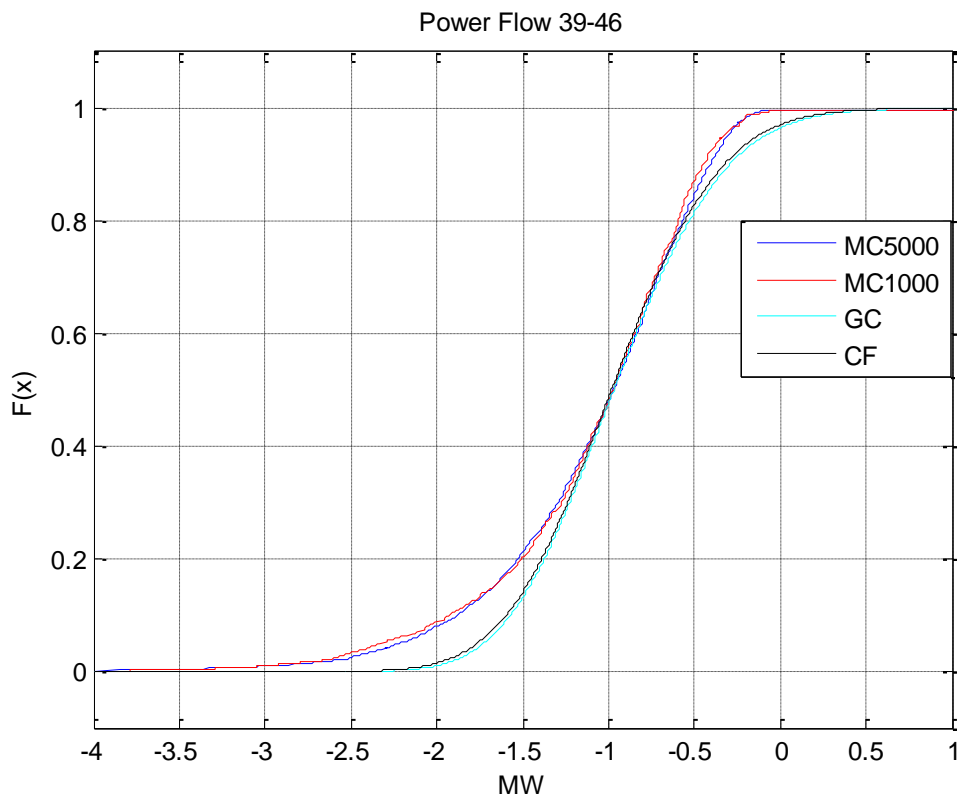


Σχήμα 4.69 Ροή Ισχύος Γραμμής 1-2 με προσθήκη διακριτού φορτίου και παραγωγής Γάμμα



Σχήμα 4.70 Ροή Ισχύος Γραμμής 1-2 με προσθήκη διακριτού φορτίου και αντιστάθμιση

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**



Σχήμα 4.71 Ροή Ισχύος Γραμμής 39-46 με προσθήκη διακριτού φορτίου και κατανομής Γάμμα

Πίνακας 4.4: Αποτελέσματα Τάσεων-Γωνιών ζυγών και ροών ισχύος γραμμών

	MC 1000		MC 5000		PEM 3		Gram		Cornish	
V39	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\Sigma$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$
Αρχική	1.0055	0.0045	1.0055	0.0044	1.0058	0.0043	1.005	0.004	1.0055	0.004
Διακριτό Φορτίο	0.9476	0.0133	0.9466	0.0136	0.9471	0.0132	0.949	0.01	0.947	0.009
Διακριτό+Γάμμα	0.9576	0.0144	0.957	0.0146	0.9583	0.0141	0.958	0.01	0.958	0.01
Διακριτό + Αντιστάθμιση	0.9632	0.0131	0.9637	0.0131	0.964	0.0129	0.9675	0.01	0.966	0.01
V42										
Αρχική	1.0081	0.0052	1.0081	0.0051	1.0084	0.0051	1.009	0.004	1.008	0.006
Διακριτό Φορτίο	0.9413	0.0153	0.9401	0.0156	0.9407	0.0153	0.944	0.013	0.942	0.01
Διακριτό+Γάμμα	0.9513	0.0163	0.9506	0.0165	0.952	0.016	0.953	0.01	0.951	0.01
Διακριτό + Αντιστάθμιση	0.9585	0.0151	0.959	0.0151	0.9594	0.0129	0.961	0.01	0.9595	0.01
delta 39										
Αρχική	1.1241	0.3259	1.1261	0.3213	1.1449	0.3172	1.14	0.27	1.13	0.28
Διακριτό Φορτίο	0.0688	0.4085	0.0365	0.4149	0.063	0.4095	0.075	0.34	0.087	0.38
Διακριτό+Γάμμα	0.7417	0.5742	0.7361	0.5659	0.7864	0.5612	0.705	0.45	0.69	0.42



Διακριτό + Αντιστάθμιση	-0.7553	0.4293	-0.7307	0.4159	-0.698	0.4027	-0.6885	0.31	-0.774	0.34
<b>delta 42</b>										
Αρχική	1.225	0.3547	1.2267	0.3501	1.2468	0.3454	1.265	0.36	1.242	0.375
Διακριτό Φορτίο	0.158	0.4376	0.1237	0.4441	0.1519	0.4375	0.168	0.4	0.1565	0.38
Διακριτό+Γάμμα	0.8249	0.5955	0.8211	0.5859	0.8735	0.5859	0.815	0.5	0.862	0.45
Διακριτό + Αντιστάθμιση	-0.8231	0.4621	-0.7962	0.4476	-0.7722	0.4428	-0.748	0.35	-0.792	0.35
<b>Ροή 1-2</b>										
Αρχική	-0.8427	0.7511	-0.844	0.7358	-0.8957	0.7284	-0.88	0.75	-0.84	0.67
Διακριτό Φορτίο	4.2309	1.3101	4.3376	1.3373	4.2626	1.3109	4.068	0.98	4.18	0.95
Διακριτό+Γάμμα	2.7434	1.5928	2.7908	1.5861	2.6371	1.5572	2.71	1.3	2.73	1.26
Διακριτό + Αντιστάθμιση	4.3001	1.3358	4.2379	1.3134	4.1826	1.301	4.078	0.88	4.11	0.9
<b>Ροή 39-46</b>										
Διακριτό+Γάμμα	-1.0825	0.6558	-1.0723	0.6345	-1.0966	0.6028	-1.02	0.47	-1.03	0.49

### Χρόνοι Υπολογισμών

Στον πίνακα 4.5 που ακολουθεί παρουσιάζονται συγκεντρωμένα αποτελέσματα των μέσων χρόνων υπολογισμού για κάθε μέθοδο

Πίνακας 4.5 Χρόνοι υπολογισμού ανά εφαρμογή

	Αρχική	Διακριτό	Διακριτό+Γάμμα	Διακριτό + Αντιστάθμιση
Μέθοδος	Χρονος(sec)	Χρονος(sec)	Χρονος(sec)	Χρονος(sec)
MC 1000	334.78	310.71	309.54	300.78
MC5000	1533.4	1677.3	1543.1	1622.9
3PEM	45.17	59.65	51.85	49.55
Gram-Charlier	15.2	17.4	18.2	17.3
Cornish-Fisher	16.5	18.4	20.2	17.6

### 4.3.3 Παρατηρήσεις-Σχόλια

#### Παρατηρήσεις επί των μεθόδων

Στην προηγούμενη ενότητα αναπτύχθηκαν πλήρως οι ακόλουθες μέθοδοι πιθανοτικής ροής φορτίου:

- Monte-Carlo (1000 σημείων) με χρήση αναλυτικών εκφράσεων
- Monte-Carlo (5000 σημείων) με χρήση αναλυτικών εκφράσεων
- Γραμμικοποίηση με χρήση αναλυτικών εκφράσεων από Gram-Charlier
- Γραμμικοποίηση με χρήση αναλυτικών εκφράσεων από Cornish-Fisher
- Μέθοδος Εκτίμησης με χρήση 3 Σημείων

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα, παρατηρούμε ότι οι μέθοδοι παρουσιάζουν ικανοποιητικά αποτελέσματα συγκριτικά με τις πραγματικές τιμές των μεγεθών. Συγκεκριμένα παρατηρούμε ότι υπάρχει πολύ μεγάλη σύγκλιση στις τιμές γύρω από τη μέση τιμή, ενώ για τα άκρα των κατανομών, ανάλογα με το υπό εξέταση μέγεθος, παρατηρείται μερική απόκλιση.

Μεγαλύτερες αποκλίσεις παρουσιάζουν οι μέθοδοι γραμμικοποίησης με συνέλιξη με χρήση των αναλυτικών εκφράσεων, γεγονός απολύτως αναμενόμενο καθώς όπως παρουσιάστηκε και στο κεφάλαιο 4.3.1 στις παραγωγές των Φωτοβολταϊκών, της κατανομής Γάμμα και του διακριτού φορτίου η προσομοίωση των «ουρών» των κατανομών δεν είναι ικανοποιητική. Αντίθετα σε ορισμένες περιπτώσεις λαμβάνουμε ακόμη και αρνητικές τιμές, γεγονός που δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι οι αναλυτικές εκφράσεις σαν την Cornish-Fisher και την Gram-Charlier είναι μαθηματικά μοντέλα προσομοίωσης κατανομών. Συνεπώς η χρήση τους πρέπει να προσαρμόζεται ανά εφαρμογή.

Έχοντας σαν κριτήριο τον χρόνο υπολογισμού των μεγεθών ανά μέθοδο, όπως ήταν αναμενόμενο περισσότερος χρόνος υπολογισμού απαιτήθηκε για την μέθοδο

Monte-Carlo, κάνοντας την μέθοδο την λιγότερο αποδοτική. Δεύτερη λιγότερο αποδοτική είναι η μέθοδος εκτίμησης με χρήση 3 σημείων, η οποία όμως εδώ λόγω των πολύ λιγότερων αβεβαιοτήτων που υπάρχουν στο δίκτυο απαιτεί πολύ λιγότερο χρόνο εκτέλεσης σε σχέση με το Σενάριο Α, και συγκεκριμένα λιγότερο από 1 λεπτό. Την μεγαλύτερη αποδοτικότητα την παρουσιάζουν οι μέθοδοι της γραμμικοποίησης, απαιτώντας μόλις μερικά δευτερόλεπτα.

### **Παρατηρήσεις επί του δικτύου**

Αρχικά παρατηρούμε ότι η είσοδος του διακριτού φορτίου οδηγεί τις τάσεις του δικτύου σε πολύ χαμηλά επίπεδα. Ακόμα και με τις δύο μεθόδους που προτείνονται δεν υπάρχει πλήρης αντιμετώπιση του προβλήματος. Παρόλα αυτά, η αντιστάθμιση μέσω αέργου ισχύος είναι σαφώς αποδοτικότερη μέθοδος οδηγώντας σε αποτελέσματα εγγύτερα στα αποδεκτά όρια.

Ενδιαφέρον ακόμη στα αποτελέσματα παρουσιάζει ότι η ροή ισχύος από των ζυγό 46 όταν εγκαθίσταται η παραγωγή είναι σχεδόν αποκλειστικά προς τη μεριά του διακριτού φορτίου (1.08 από τα 1.5 MW που παράγονται κατά μέσο όρο). Τέλος, η μεταβολή στις τιμές των γωνιών όταν κάνουμε αντιστάθμιση με άεργο ισχύ είναι χαρακτηριστική.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΓΡΑΦΙΚΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ ΧΡΗΣΤΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

#### 5.1 ΓΡΑΦΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Ανοίγοντας ο χρήστης βλέπει αυτή την οθόνη. Αρχικά ορίζει τον αριθμό ζυγών και γραμμών και τον καταχωρεί πατώντας στα αντίστοιχα κουμπιά (“buses”- “lines”).

Welcome to Probabilistic Load Flow Calculation Software

Insert Number of Buses and Lines:  Buses  Lines

Insert Network Data:

Select Generation-Load, Bus and Distribution Type, then click OK:

Pgen:  Generation or Demand

Bus1:  Bus selection

Distribution type:  Distribution type

Constant Normal Weibull Discrete Time Series Other

m:  shape:  Possibility:

s:  scale:  Value:

Select Method to be used:

To access user's manual click 'HELP'

Σχήμα 5.1 Αρχικό περιβάλλον GUI

Στη συνέχεια, πατώντας το “Busdata” και το “Linedata” του ανοίγουν οι αρχικοποιημένοι πίνακες των δεδομένων για τους ζυγούς και τις γραμμές, όπου καταχωρούνται όλα τα δεδομένα με την ορθή σειρά. Θεωρούμε ισχύ βάσης τα 100MVA.

Σειρά καταχώρησης δεδομένων ζυγών:

Bus No	Bus code	Voltage Mag.	Angle Degree	---Load---		-----Generator-----				Injected Mvar	
				MW	Mvar	MW	Mvar	Qmin	Qmax		
busdata_input <14x11 double>											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
3	3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
4	4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5	5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
6	6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
7	7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
8	8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	9	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
10	10	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
11	11	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
12	12	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
13	13	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
14	14	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Σχήμα 5.2 Μενού εισόδου δεδομένων ζυγών

Στην στήλη 2 (bus code) το 1 επιλέγεται για τον slack bus, ενώ το 2 αφορά ζυγό PV και το 0 ζυγό PQ. Οι στήλες 5-6-7-8 του πίνακα που αφορούν παραγωγές και φορτία αφήνονται να συμπληρωθούν σε επόμενο βήμα, εφόσον μιλάμε για πιθανοτικά μεγέθη.

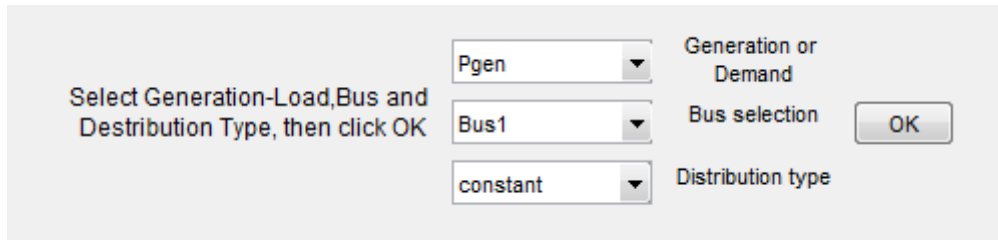
Αντίστοιχα για τις γραμμές του δικτύου συμπληρώνονται τα δεδομένα με την εξής σειρά:

Bus nr	bus nr	R p.u.	X p.u.	1/2 B p.u.	= 1 for lines > 1 or < 1 tr. tap at bus nr	
linedata_input <20x6 double>						
	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0	1
5	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	0	1
7	0	0	0	0	0	1
8	0	0	0	0	0	1
9	0	0	0	0	0	1
10	0	0	0	0	0	1
11	0	0	0	0	0	1
12	0	0	0	0	0	1
13	0	0	0	0	0	1
14	0	0	0	0	0	1
15	0	0	0	0	0	1
16	0	0	0	0	0	1
17	0	0	0	0	0	1
18	0	0	0	0	0	1
19	0	0	0	0	0	1
20	0	0	0	0	0	1

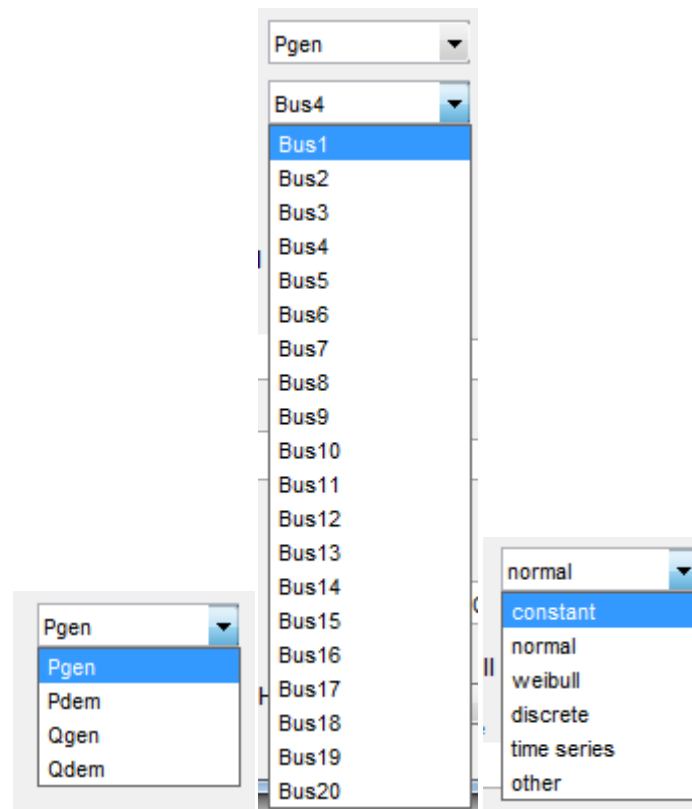
Σχήμα 5.3 Μενού εισόδου δεδομένων γραμμών

## Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής

Στη συνέχεια δίνονται οι κατανομές για όλες τις παραγωγές και τα φορτία. Επιλέγουμε αρχικά αν αναφερόμαστε σε παραγωγή ή ζήτηση (ενεργό ή άεργο), στη συνέχεια τον ζυγό στον οποίο αναφερόμαστε και τέλος το είδος της κατανομής και πατάμε «OK».



Σχήμα 5.4 Μενού επιλογής κατανομών παραγωγής / ζήτησης (1/2)



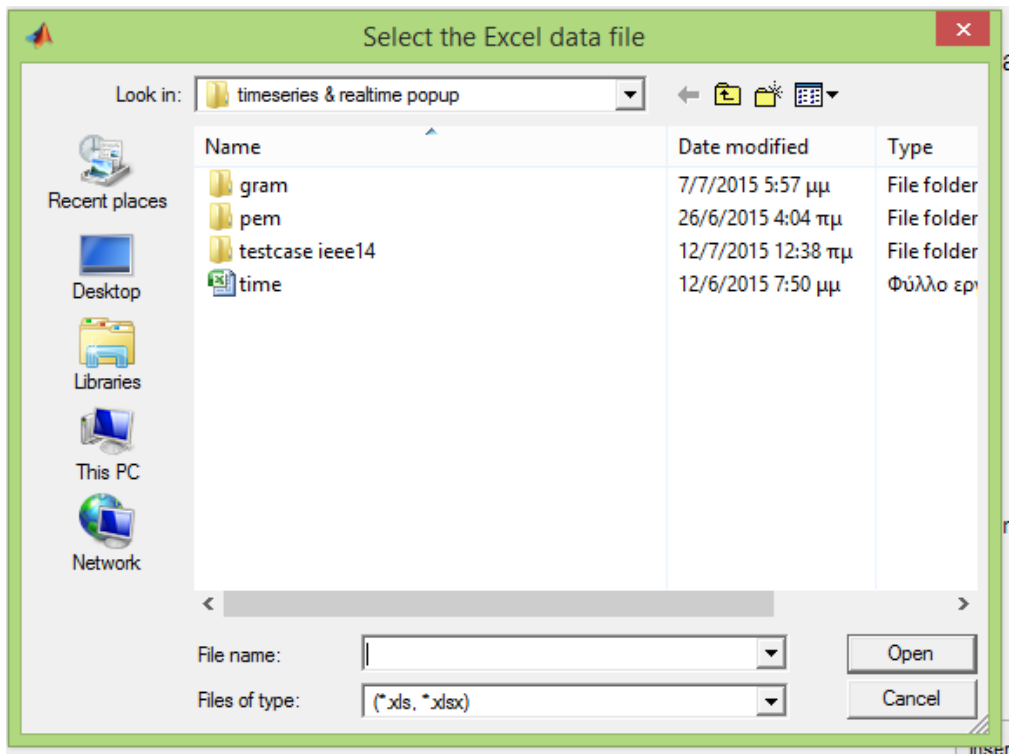
Σχήμα 5.5 Μενού επιλογής κατανομών παραγωγής / ζήτησης (2/2)

Πατώντας ok, το αντίστοιχο πεδίο που αντιστοιχεί στην κατανομή που πρόκειται να καταχωρηθεί γίνεται πράσινο. Μόλις συμπληρωθεί το πεδίο πατάμε "Insert Distribution" και αντιστοίχως συνεχίζουμε μέχρι να ολοκληρώσουμε την καταχώρηση όλων των κατανομών.

Constant	Normal	Weibull	Discrete				
0	m 0	shape 0	Probability				
	s 0	scale 1	0	0	0	0	0
			Value				
			0	0	0	0	0

Σχήμα 5.6 Πεδία εισαγωγής τιμών κατανομής

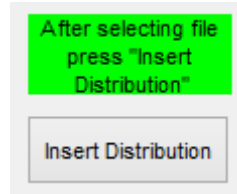
Ακόμη, υπάρχει η δυνατότητα να δοθούν ως είσοδος για κατανομή αποτέλεσμα μετρήσεων. Σε αυτή την περίπτωση, επιλέγοντας το “time series” και πατώντας “OK”, ανοίγει ένα νέο παράθυρο απ’ όπου ο χρήστης μπορεί να επιλέξει το “.xls” ή “.xlsx” στο οποίο είναι αποθηκευμένες οι μετρήσεις.



Σχήμα 5.7 Επιλογή δεδομένων μετρήσεων

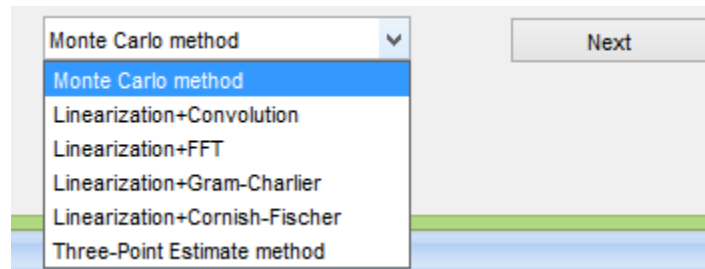
Μόλις επιλεγεί το αρχείο, ο χρήστης πατώντας “Insert Distribution” ολοκληρώνει την καταχώρηση και μπορεί να προχωρήσει σε επόμενες κατανομές (βγαίνει και σχετικό μήνυμα που τον ενημερώνει)

## Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής



Σχήμα 5.8 Ειδοποίηση καταχώρησης δεδομένων μετρήσεων

Μετά την επιτυχή ολοκλήρωση όλων των κατανομών, επιλέγουμε τη μέθοδο επίλυσης και πατάμε "Next".



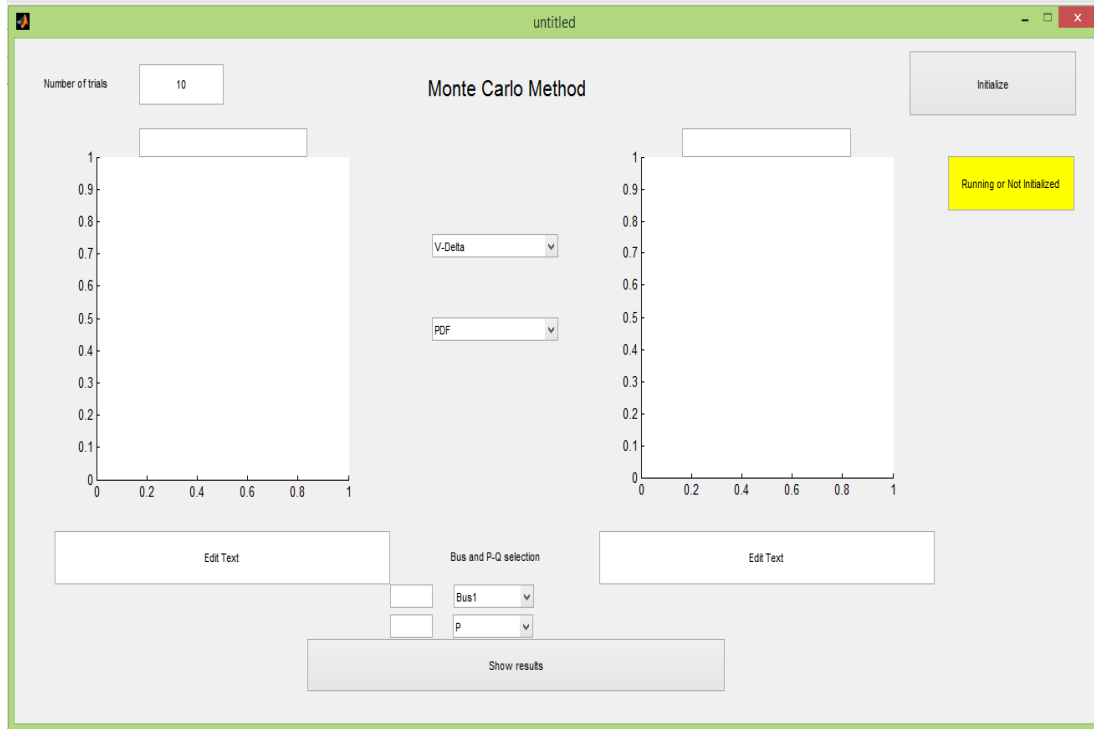
Σχήμα 5.9 Επιλογή Μεθόδου Επίλυσης

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας έχουν ολοκληρωθεί οι μέθοδοι Monte-Carlo και η μέθοδος Εκτίμησης 3 Σημείων.

### 5.2.1 Επίλυση με Monte-Carlo

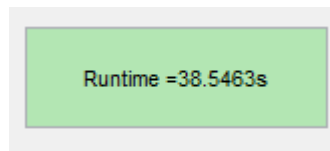
Ανοίγοντας το μενού, βρισκόμαστε σε κατάσταση αναμονής και περιμένουμε από το χρήστη να επιλέξει αριθμό επαναλήψεων.





Σχήμα 5.10 Περιβάλλον μεθόδου Monte-Carlo

Επιλέγοντας και πατώντας “Initialize” τρέχουν οι επαναλήψεις και το αρχικά κίτρινο πλαίσιο που ανέγραφε “Running or Not Initialized” πρασινίζει και φαίνεται ο χρόνος εκτέλεσης της μεθόδου.



Σχήμα 5.11 Πεδίο αναγραφής χρόνου εκτέλεσης

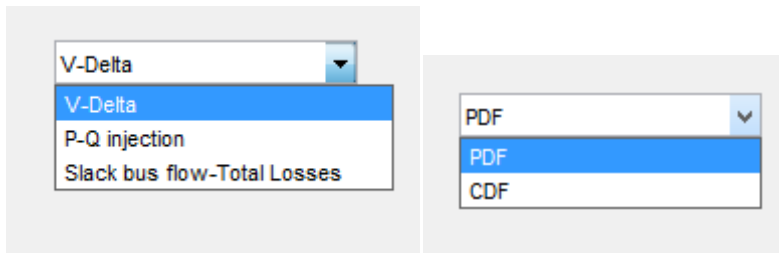
Σε περίπτωση που επιλεγεί νέος αριθμός επαναλήψεων της μεθόδου, το πλαίσιο παίρνει κίτρινο χρώμα ξανά μέχρι να ολοκληρωθεί η εκτέλεση του προγράμματος.

Κατόπιν στον χρήστη δίνεται η δυνατότητα επιλογής ανάμεσα σε τρία «πακέτα» αποτελεσμάτων:

- α) Τάση Ζυγού-Γωνία Ζυγού
- β) Ενεργές και Άεργες Εγχύσεις σε κάθε Ζυγό,
- γ) Ροή ισχύος του slack bus και συνολικές απώλειες

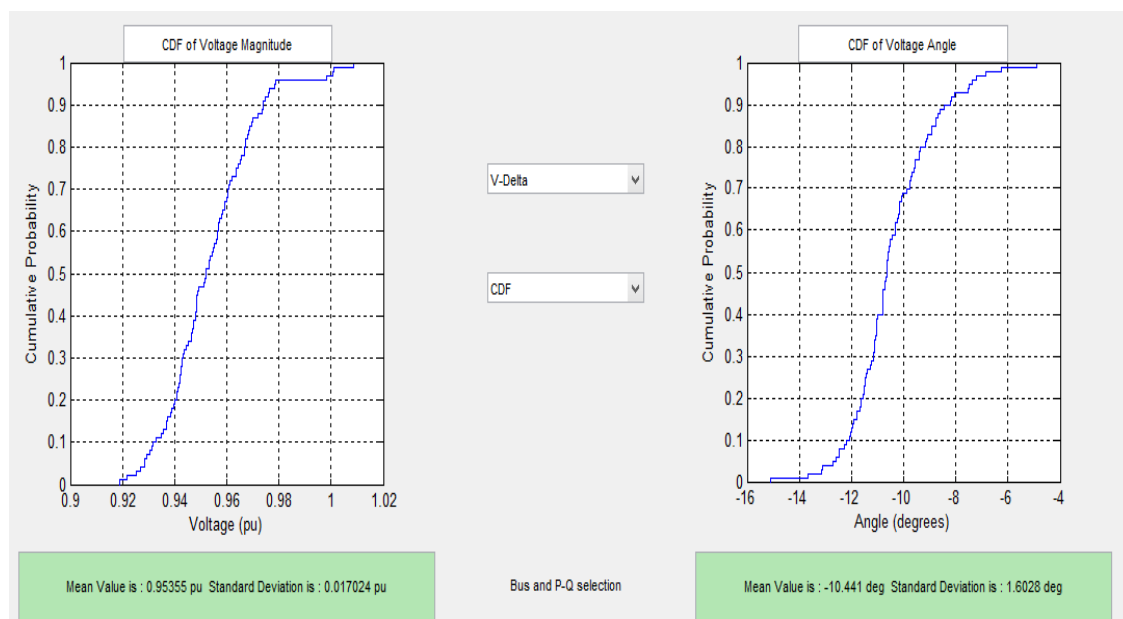
## Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής

Επίσης κάθε φορά υπάρχει η δυνατότητα επιλογής ανάμεσα στην Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας(PDF) και στην Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής (CDF).



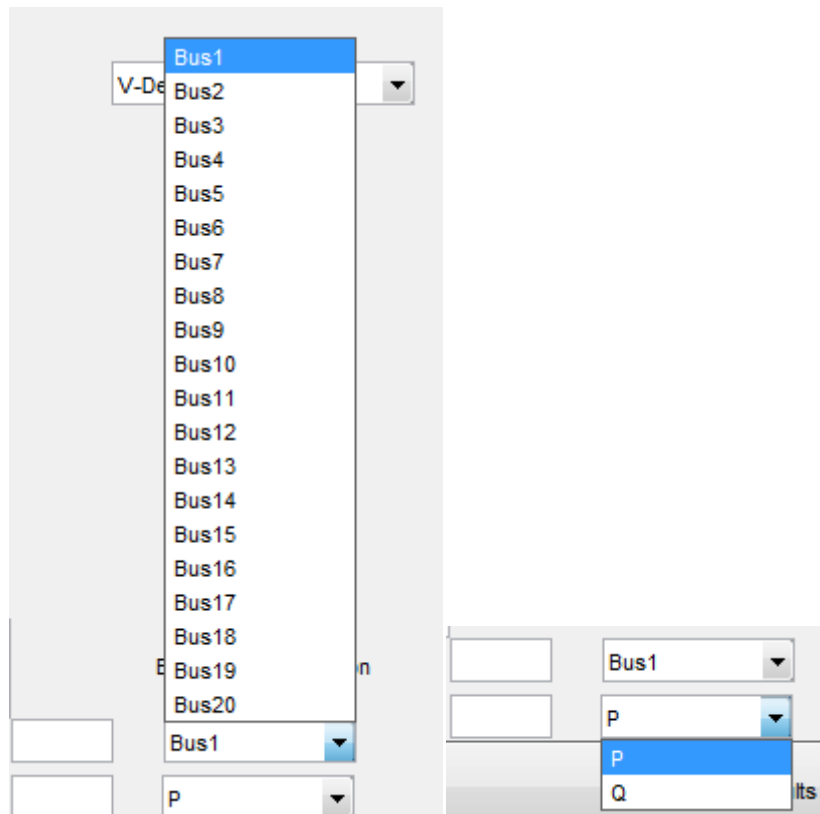
Σχήμα 5.12 Μενού επιλογής αποτελεσμάτων

Επιλέγοντας ένα από τα τρία πακέτα και πατώντας “Show results”, δημιουργούνται τίτλοι άνωθεν του κάθε διαγράμματος και εμφανίζονται κάποια αρχικά αποτελέσματα. Κάτω από κάθε διάγραμμα εμφανίζεται η μέση και η τυπική απόκλιση της συγκεκριμένης κατανομής.



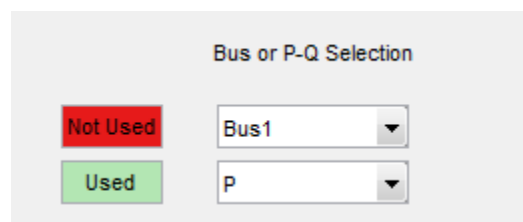
Σχήμα 5.13 Περιβάλλον κατά την παρουσίαση αποτελεσμάτων

Ακόμη, κάτω από κάθε διάγραμμα υπάρχουν δύο popup menu, που δίνουν στον χρήστη την δυνατότητα να επιλέξει τον επιθυμητό ζυγό που θέλει να δει, καθώς και την ενεργό ή άεργο ισχύ (στην περίπτωση απωλειών ή έγχυσης ισχύος).



Σχήμα 5.14 Μενού επιλογών ζυγού-ισχύος

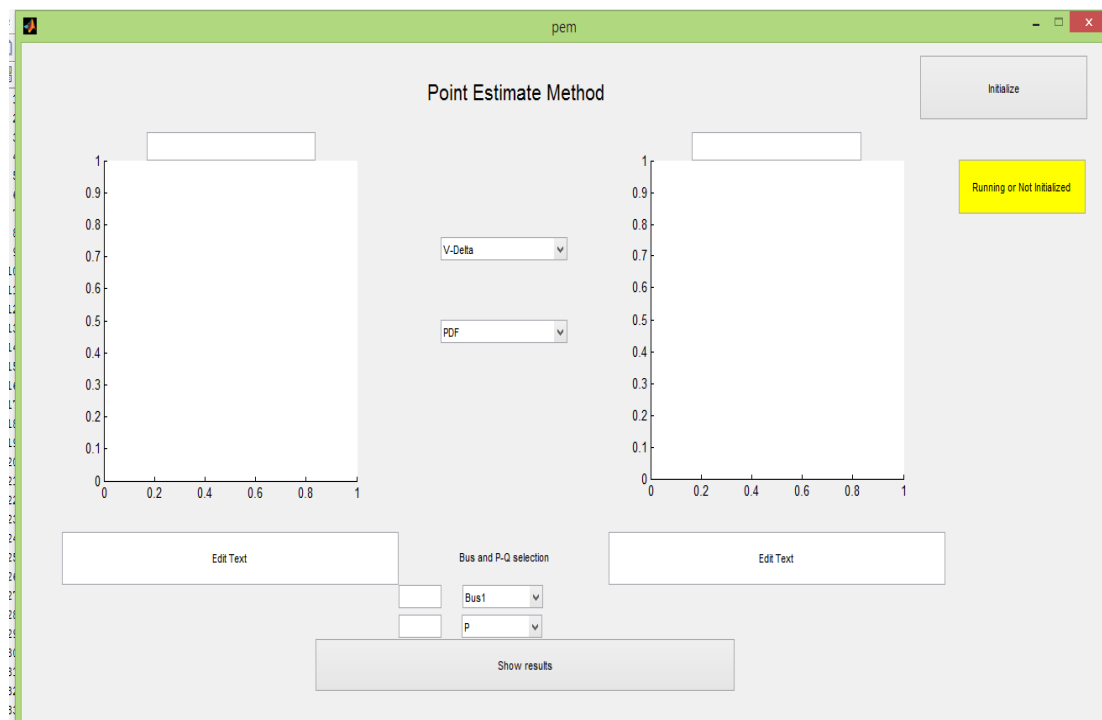
Σε περίπτωση που το ένα εκ των δύο popur είναι αχρειαστο, ο χρήστης θα βλέπει προειδοποιητικό μήνυμα , αν και σε κάθε τέτοια περίπτωση δεν θα δημιουργείται σφάλμα απλά η έξοδος θα παραμένει αμετάβλητη. Για παράδειγμα,



Σχήμα 5.15 Μήνυμα αχρησιμοποίητων επιλογών

### 5.2.2 Επίλυση με 3-Point Estimate Method

Το μενού του προγράμματος είναι το ίδιο με το προηγούμενο, με τη μόνη διαφορά ότι δεν χρειάζεται να δοθεί αριθμός επαναλήψεων. Πατώντας "Initialize" εκτελείται η μέθοδος και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται όπως πριν.



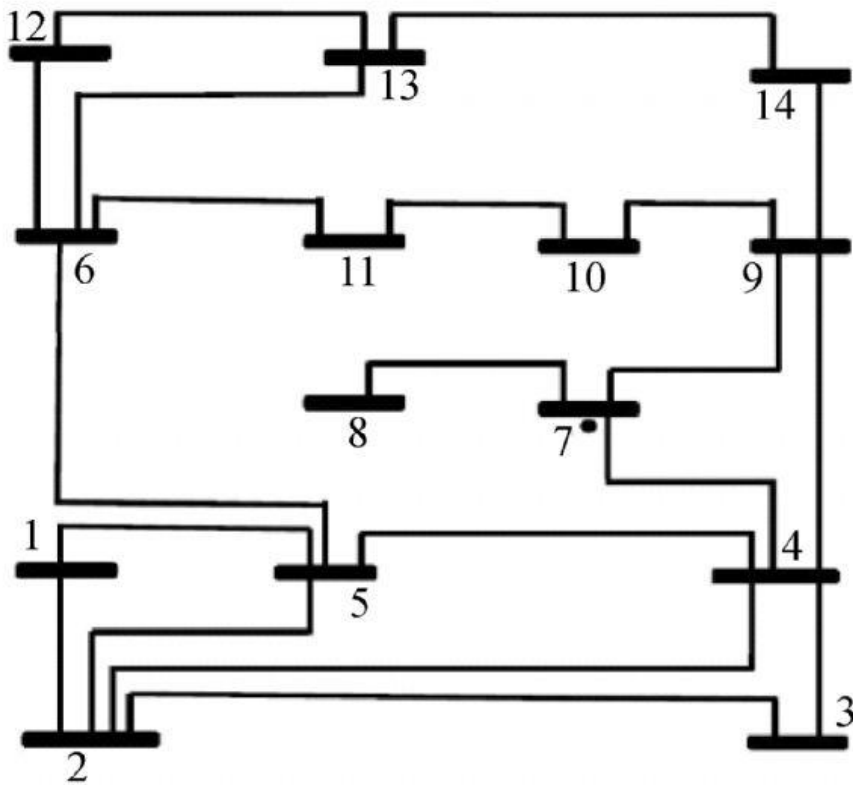
**Σχήμα 5.16 Περιβάλλον μεθόδου ΜΕ3Σ**

Στις γραφικές παραστάσεις εικονίζονται τα αποτελέσματα των επαναλήψεων που εκτελέστηκαν και όχι οι πιθανοτικές κατανομές. Αντίθετα η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση που αναγράφεται είναι η τιμή που υπολογίστηκε από το πρόγραμμα και ανταποκρίνεται στην πραγματική κατανομή του μεγέθους.

### **5.3 ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΟΡΘΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΜΕΘΟΔΟΥ**

#### **5.3.1 Περιγραφή**

Για να επαληθεύσουμε την ορθή λειτουργία των προγραμμάτων καθώς και την επικοινωνία μεταξύ στο πεδίο καταχώρησης των δεδομένων και στο πεδίο εκτέλεσης των μεθόδων επίλυσης αρχικά επιλέξαμε ένα μικρό δίκτυο 14 ζυγών, το οποίο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 5.17 Δίκτυο IEEE 14

Ακόμη τα δεδομένα των γραμμών μεταφοράς του δικτύου φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 5.1 Δεδομένα γραμμών μεταφοράς δικτύου IEEE 14

```

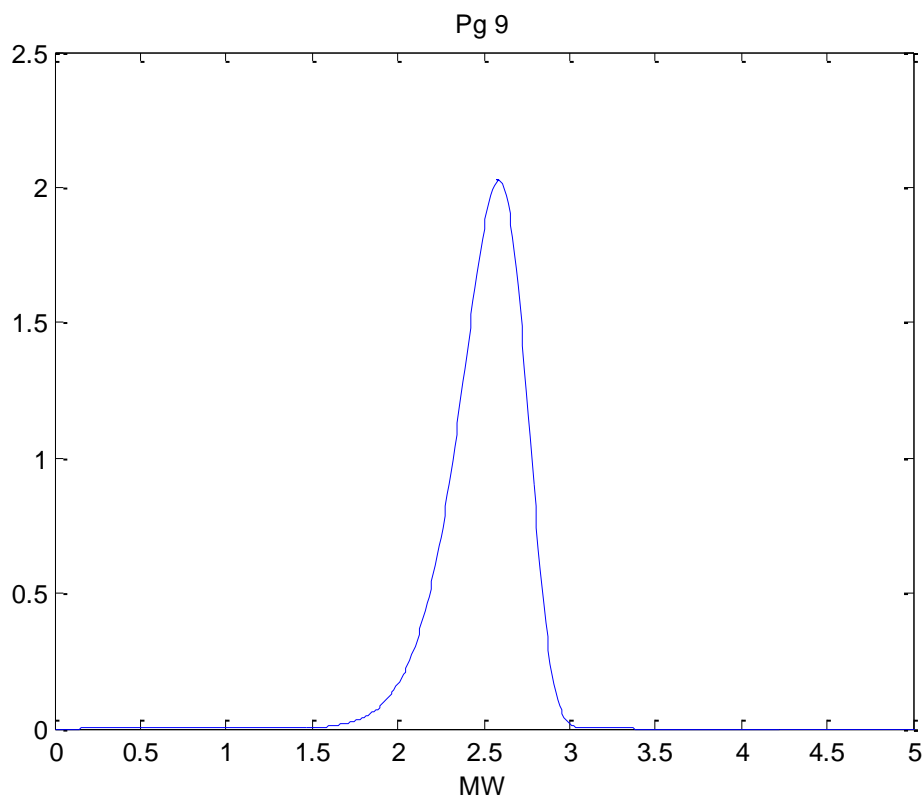
%      Bus bus  R      X      1/2 B      = 1 for lines
%      nl  nr  p.u.   p.u.   p.u.      > 1 or < 1 tr. tap at bus nl
linedata=[1  2    0.01938  0.05917  0.02640  1
            1  5    0.05403  0.22304  0.02640  1
            2  3    0.04699  0.19797  0.02190  1
            2  4    0.05811  0.17632  0.01870  1
            2  5    0.05695  0.17388  0.01700  1
            3  4    0.06701  0.17103  0.01730  1
            4  5    0.01335  0.04211  0.00640  1
            4  7    0.0      0.20912  0.0      0.98
            4  9    0.0      0.55618  0.0      0.97
            5  6    0.0      0.25202  0.0      0.93
            6  11   0.09498  0.19890  0.0      1
            6  12   0.12291  0.25581  0.0      1
            6  13   0.06615  0.13027  0.0      1
            7  8    0.0      0.17615  0.0      1
            7  9    0.0      0.11001  0.0      1
            9  10   0.03181  0.08450  0.0      1
            9  14   0.12711  0.27038  0.0      1
            10 11   0.08205  0.19207  0.0      1
            12 13   0.22092  0.19988  0.0      1
            13 14   0.17093  0.34802  0.0      1];

```

### Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής

Αποφασίστηκε να δωθούν ως είσοδοι όλα οι πιθανές μορφές κατανομών που δέχεται το περιβάλλον ως εισόδους και συγκεκριμένα:

- Η παραγωγή στον ζυγό 2 θεωρείται σταθερή και ίση με 18.3 MW.
- Η παραγωγή στον ζυγό 4 προκύπτει από δεδομένα μετρήσεων και συγκεκριμένα από τις 12 παρακάτω τιμές:  
10.0 15.0 19.0 23.0 32.0 15.0 17.0 12.0 11.0 28.0 13.0  
15.0
- Η παραγωγή στον ζυγό 9 θεωρείται ότι ακολουθεί κατανομή weibull με scale parameter=2.6 και shape parameter=14.3 και είναι η παρακάτω:



Σχήμα 5.18 Παραγωγή στον ζυγό 9

- Η ζήτηση στον ζυγό 14 ακολουθεί διακριτή κατανομή με τις παρακάτω τιμές
  - 20% 2 MW
  - 60% 6 MW
  - 20% 10 MW
- Για όλα τα υπόλοιπα φορτία έγινε η θεώρηση ότι ακολουθούν κανονική κατανομή με τυπική απόκλιση 10% και τις μέσες τιμές που φαίνονται στο παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 5.2: Μέσες τιμές κατανομών φορτίων που ακολουθούν κανονική κατανομή

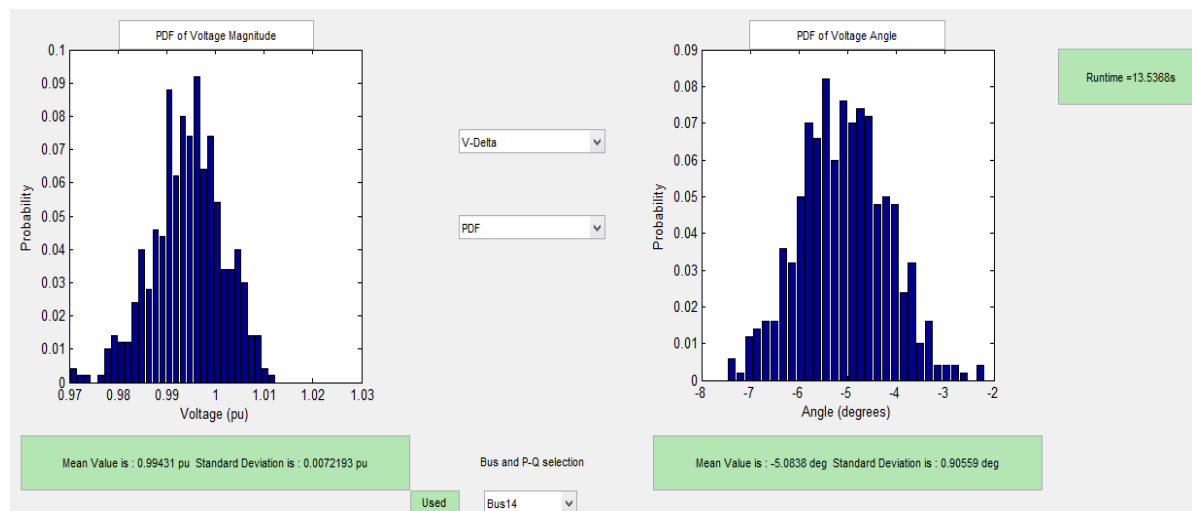
Pd 3	Pd 4	Pd 5	Pd 6	Pd 9	Pd 10	Pd 11	Pd 12	Pd 13
37.8	22.1	7.6	11.2	8.7	9.0	3.5	6.1	4.5

Ακόμη για όλα τα φορτία θεωρήθηκε ότι ο συντελεστής ισχύος είναι 0.85.

### 5.3.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων

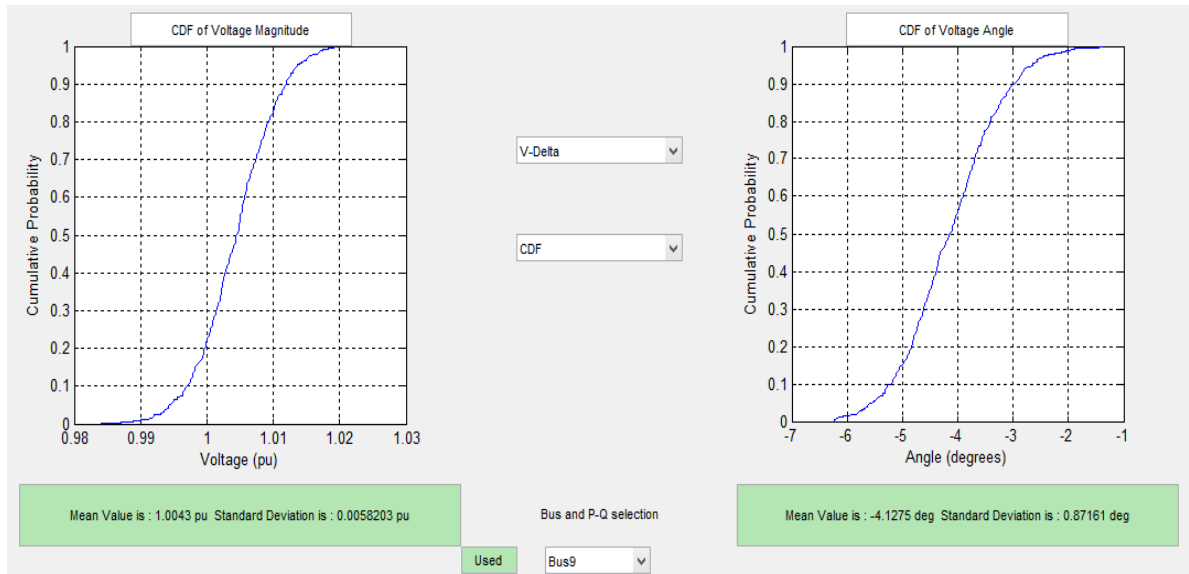
Παρακάτω ακολουθούν διαγράμματα για σημαντικά μεγέθη του δικτύου μέσω του Γραφικού περιβάλλοντος που υλοποιήθηκε, τόσο με την μεθοδο Monte-Carlo όσο και την μέθοδο Εκτίμησης με 3 σημεία:

#### Monte-Carlo

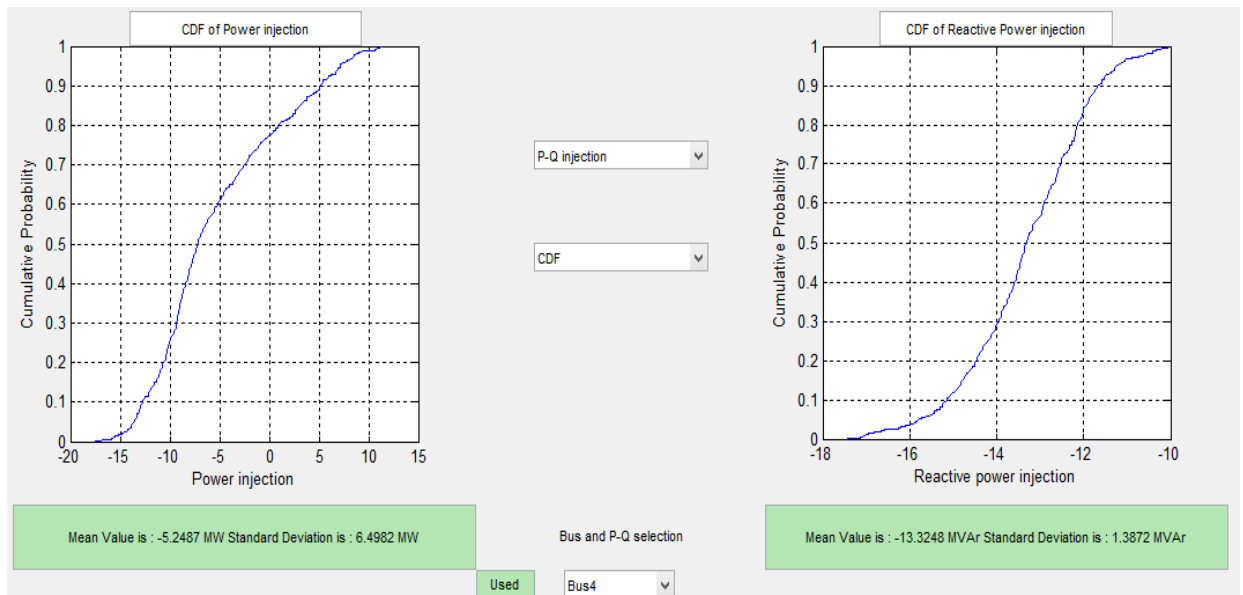


Σχήμα 5.19 PDF Τάση-Γωνία ζυγού 14

## Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής

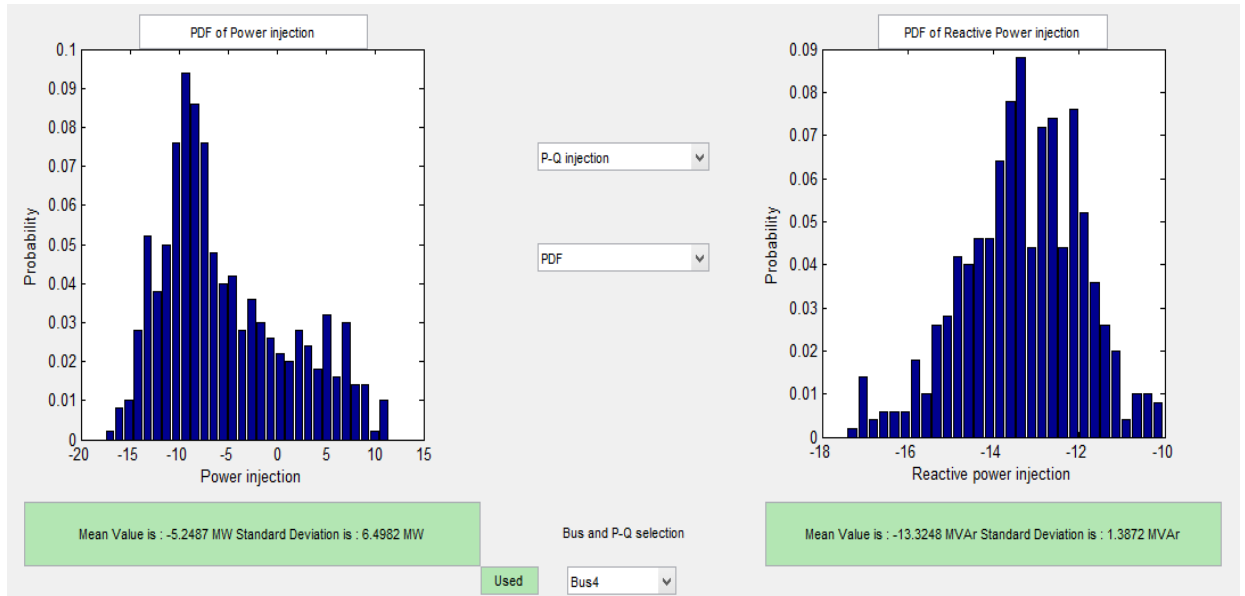


Σχήμα 5.20 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 9

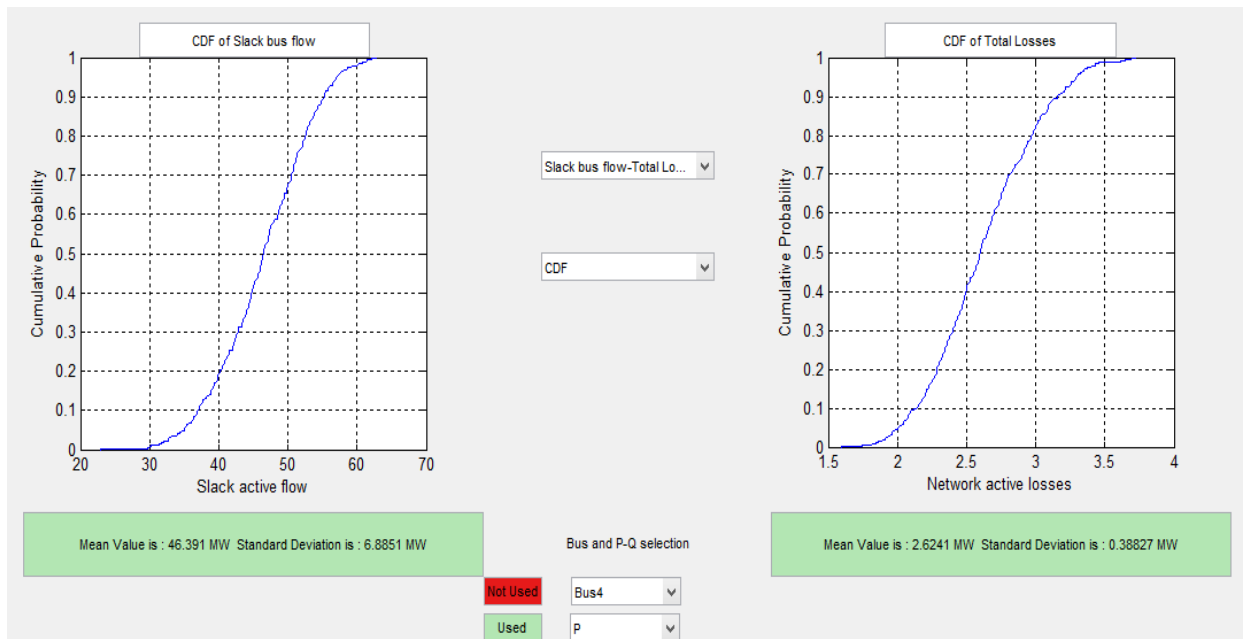


Σχήμα 5.21 CDF Έγχυση Ισχύος ζυγού 4



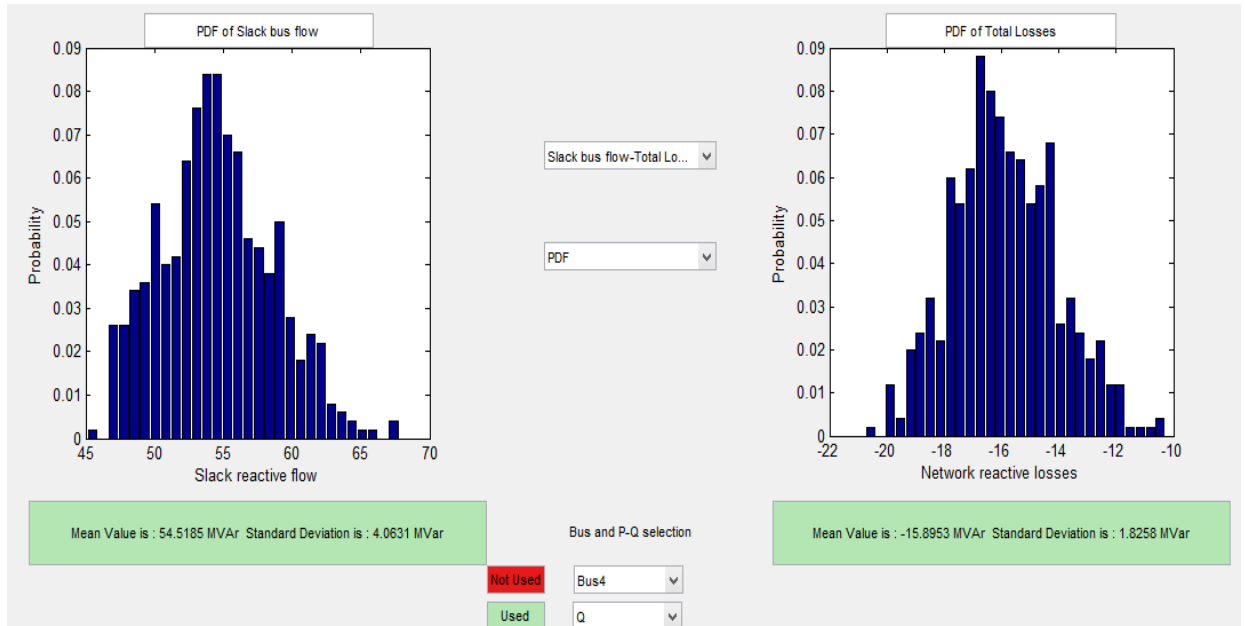


Σχήμα 5.22 PDF Έγχυσης Ισχύος Ζυγού 4



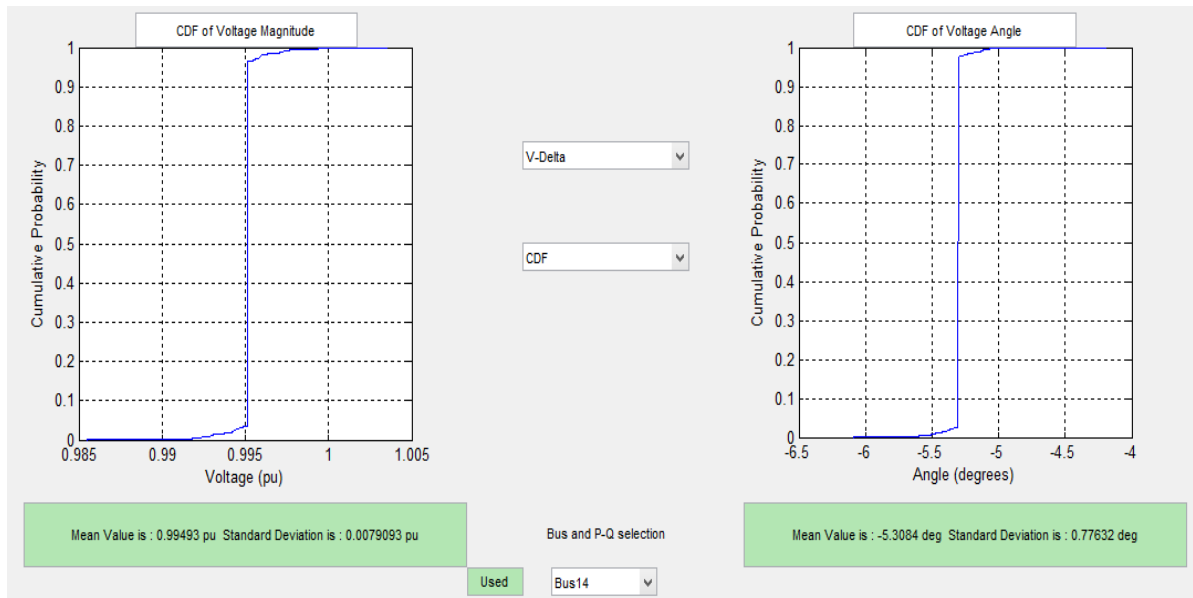
Σχήμα 5.23 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και Ολικών απωλειών (ενεργός ισχύς)

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

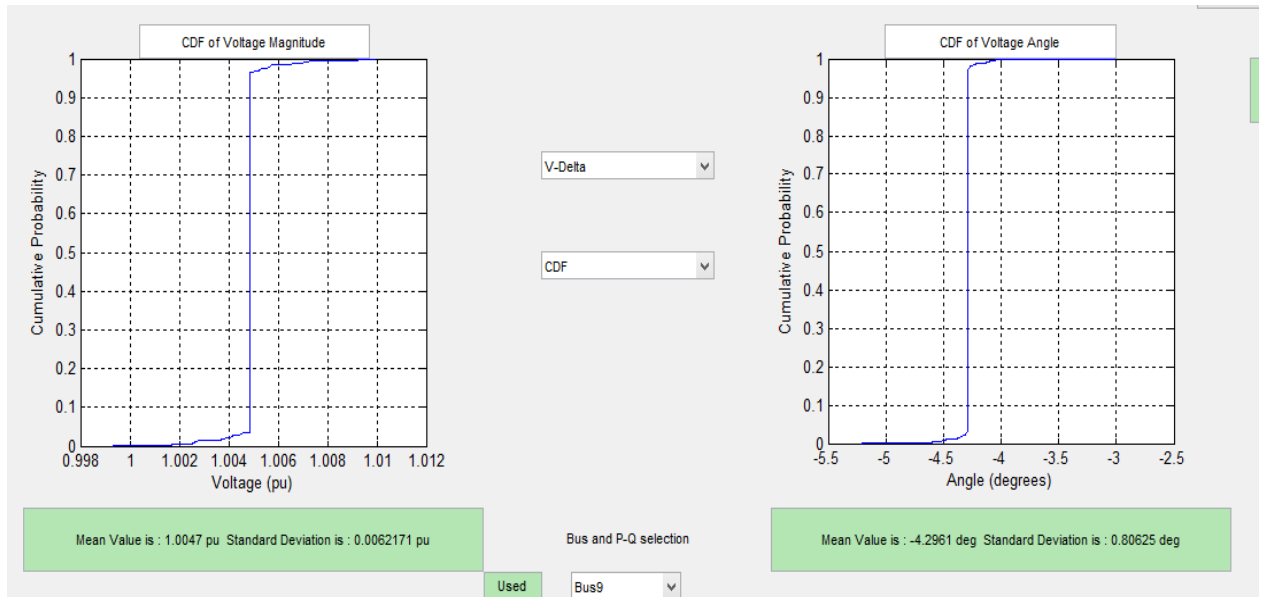


**Σχήμα 5.23 PDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και Ολικών απωλειών (άεργος ισχύς)**

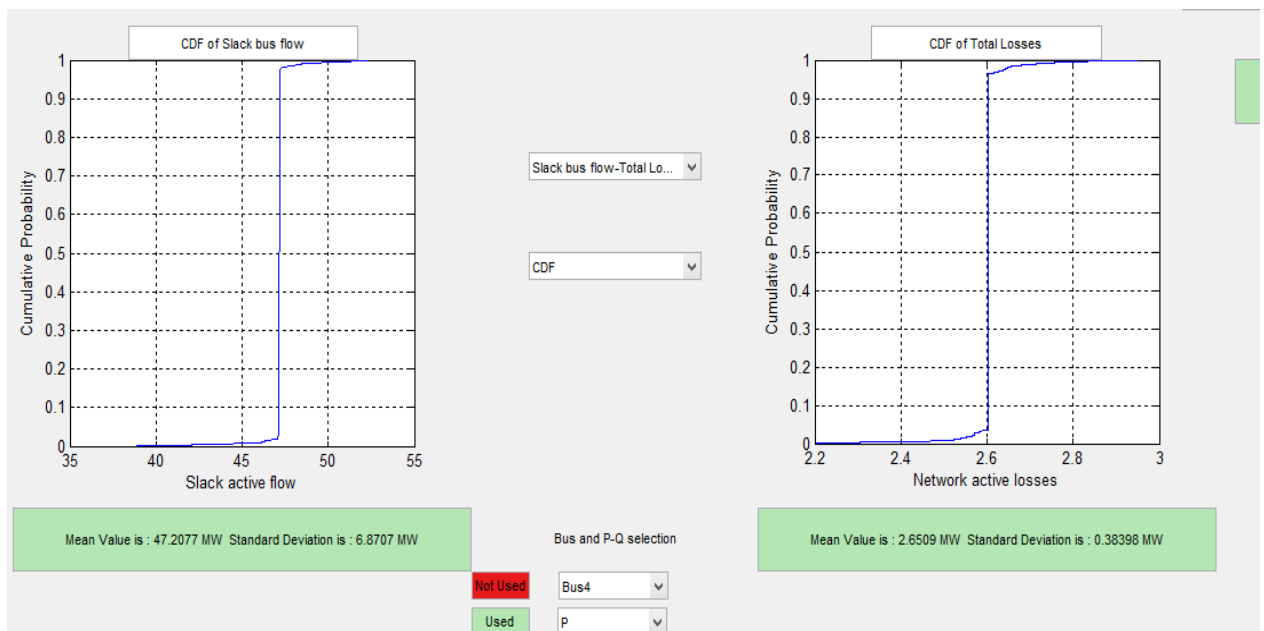
**3-Point Estimate Method**



**Σχήμα 5.24 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 14**

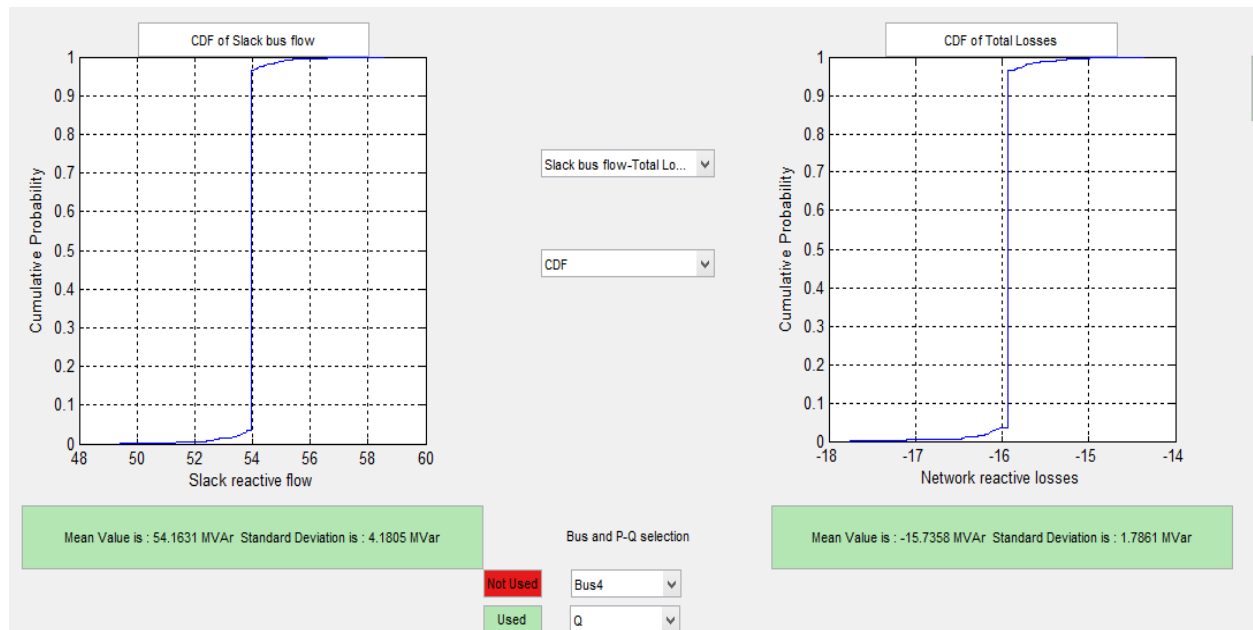


Σχήμα 5.25 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 9



Σχήμα 5.26 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και Ολικών απωλειών (ενεργός ισχύς)

## Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής



**Σχήμα 5.27 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και Ολικών απωλειών (άεργος ισχύς)**

**Πίνακας 5.3: Αποτελέσματα μεθόδων Monte-Carlo – 3PEM**

	Monte-Carlo 5000		3PEM	
	μ	σ	μ	σ
<b>V4</b>	0.99582	0.0047	0.996	0.0045
<b>delta 4</b>	-2.5939	0.4688	-2.614	0.453
<b>V9</b>	1.0043	0.0058	1.0047	0.0062
<b>delta 9</b>	-4.1275	0.87161	-4.2961	0.806
<b>V14</b>	0.9943	0.0072	0.9949	0.0079
<b>delta 14</b>	-5.0838	0.90559	-5.3084	0.776
<b>Pinj 4</b>	-5.2487	6.4982	-5.794	6.423
<b>P slack</b>	46.39	6.885	47.208	6.87
<b>Q slack</b>	54.518	4.063	54.1631	4.18
<b>P loss</b>	2.624	0.388	2.651	0.384
<b>Q loss</b>	-15.895	1.826	-15.73	1.786
<b>runtime</b>	135 sec		19.52 sec	

### **5.3.3 Παρατηρήσεις – Σχόλια**

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν προηγουμένως, παρατηρούμε ότι η ένταξη των μεθόδων στο γραφικό περιβάλλον έχει γίνει επιτυχώς χωρίς να παρουσιάζονται προβλήματα. Παρατηρούμε για παραδειγμα ότι για τον ζυγό 14 είναι εμφανής η ύπαρξη του διακριτού φορτίου, ιδιαίτερα στις χαμηλότερες τιμές.

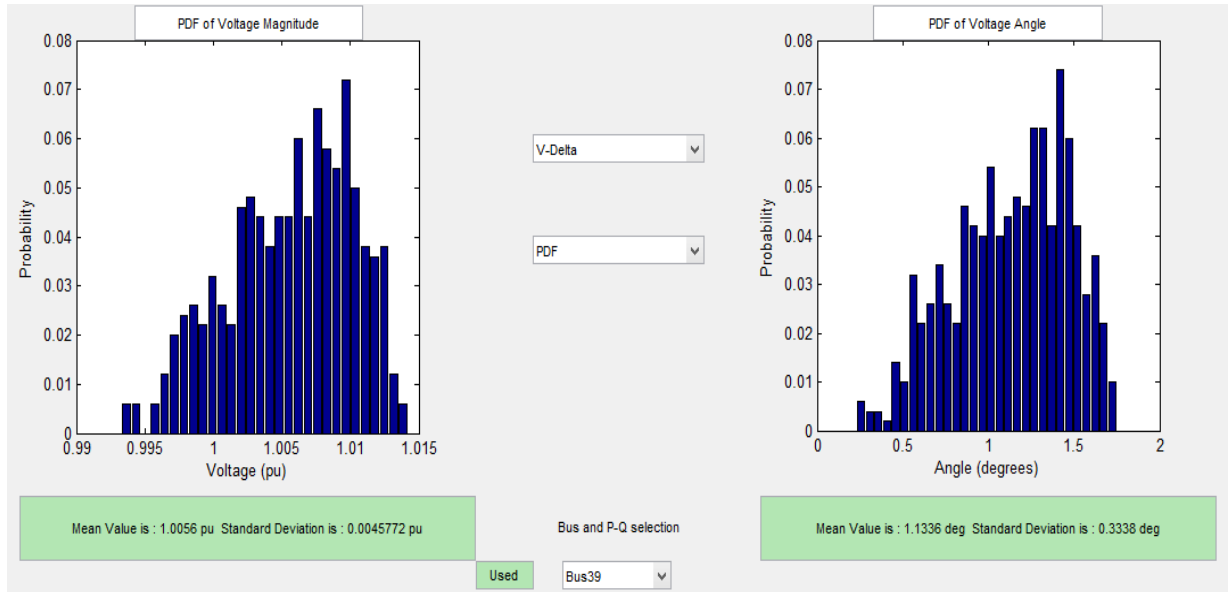
Επιπλέον, οι δύο μέθοδοι δεν παρουσιάζουν σοβαρές διαφορές στα αποτελέσματα που δίνουν (ενδεικτικό για την επιτυχή ένταξη των μεθόδων). Τέλος, σε ότι αφορά τους χρόνους εκτέλεσης των μεθόδων, αυτοί παραμένουν σε φυσιολογικές τιμές χωρίς να προκύπτουν μη αναμενόμενες καθυστερήσεις.

### **5.4 ΕΝΤΑΞΗ ΣΕΝΑΡΙΟΥ Β ΔΙΚΤΥΟΥ ΣΠΕΡΧΕΙΑΔΑΣ**

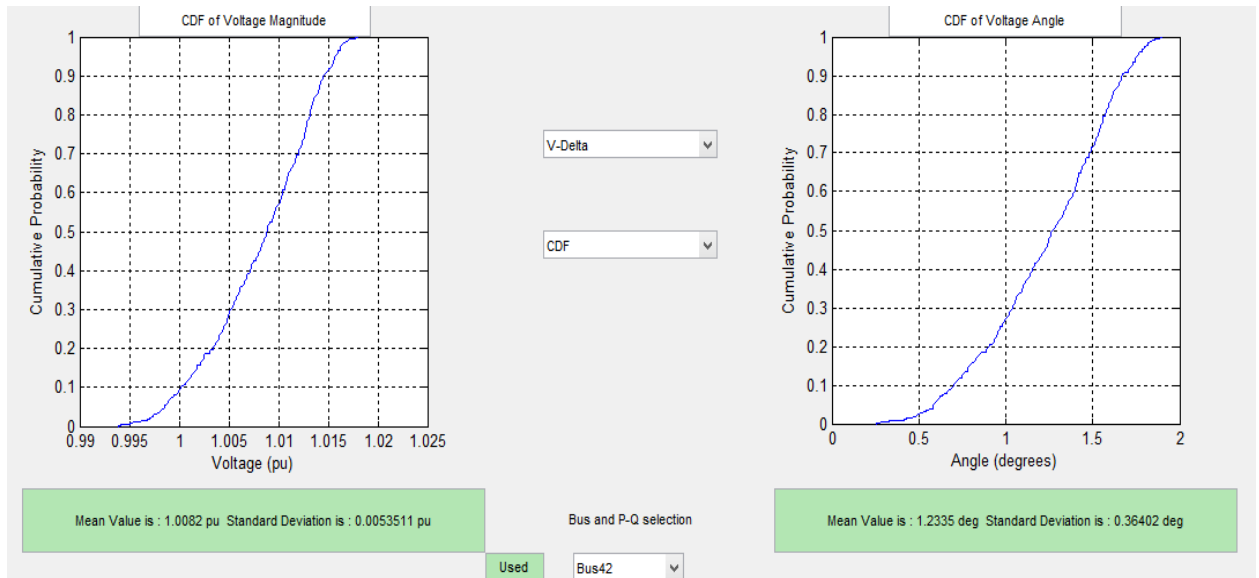
Σαν δεύτερο σενάριο ελέγχου της ορθότητας του προγράμματος, επιλέχθηκε μία μελέτη που είχε γίνει ήδη σε περιβάλλον Matlab και υπήρχαν διαθέσιμα αποτελέσματα για την πραγματοποίηση του ελέγχου, και συγκεκριμένα υλοποιήθηκε το Σενάριο Β ακριβώς όπως παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 4.

Ακολουθούν διαγράμματα για τα μεγέθη που είχαν εξεταστεί και στο προηγούμενο κεφάλαιο, με σκοπό εν τέλει τη σύγκριση των αποτελεσμάτων και τον εντοπισμό πιθανών προβλημάτων που προκύπτουν.

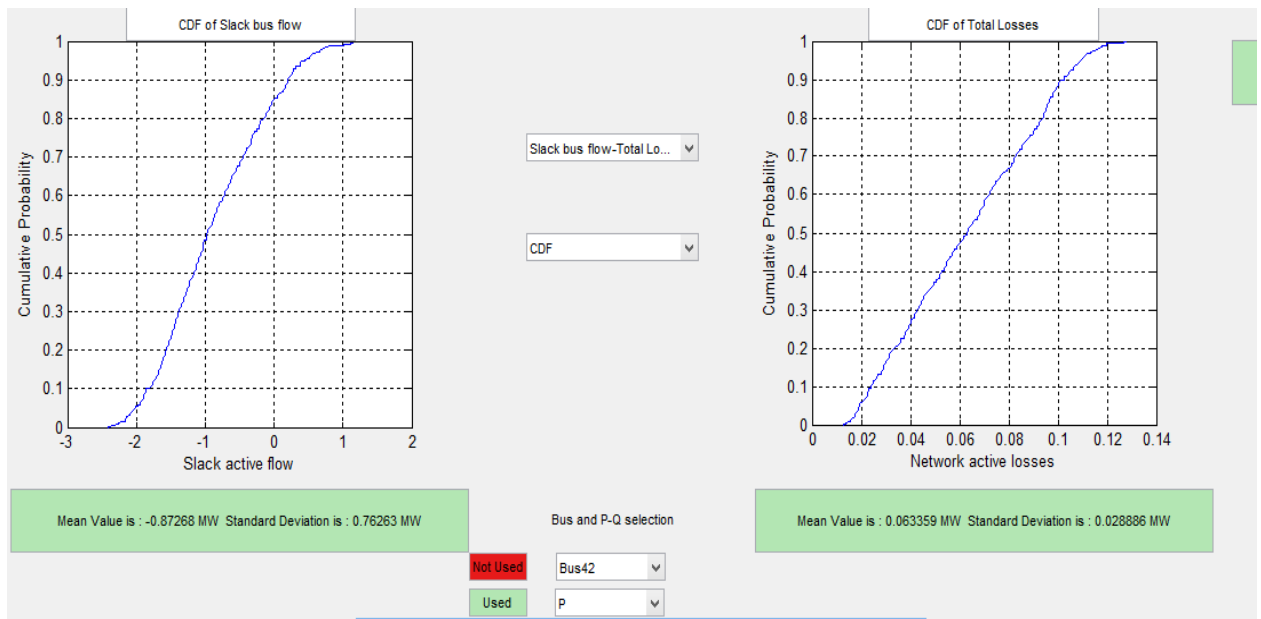
- Αρχική κατάσταση - μέθοδος Monte-Carlo



**Σχήμα 5.28 PDF Τάση-Γωνία ζυγού 39**

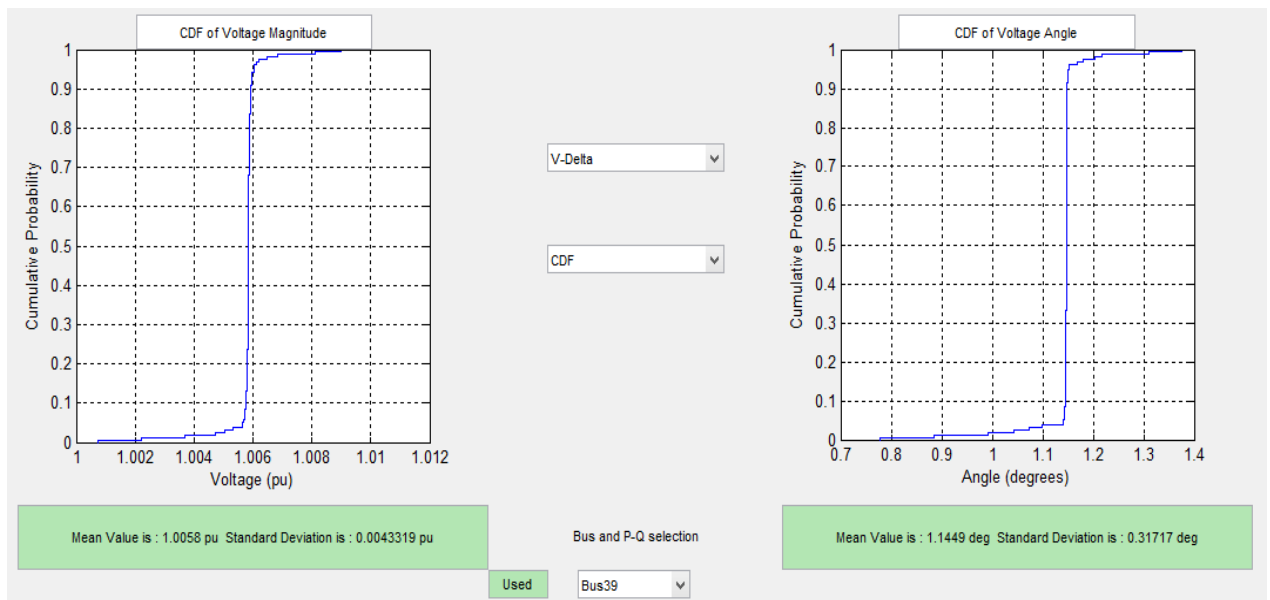


**Σχήμα 5.29 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 42**



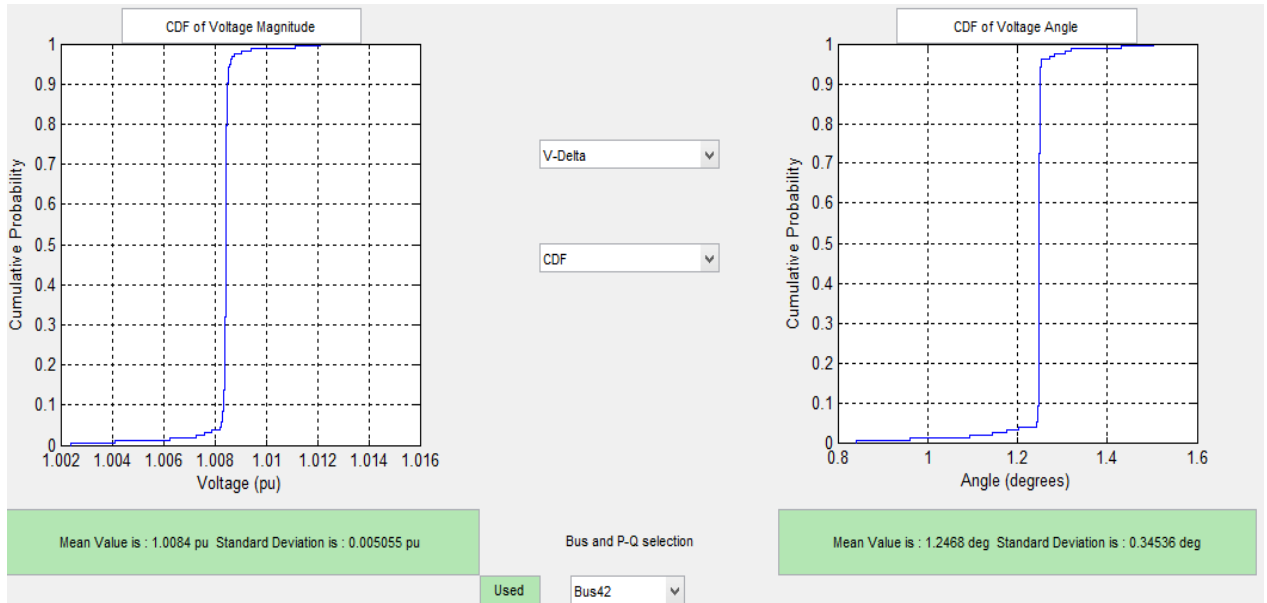
Σχήμα 5.30 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και ολικών απώλειων (ενεργός ισχύς)

- Αρχική κατάσταση – μέθοδος εκτίμησης με χρήση 3 σημείων

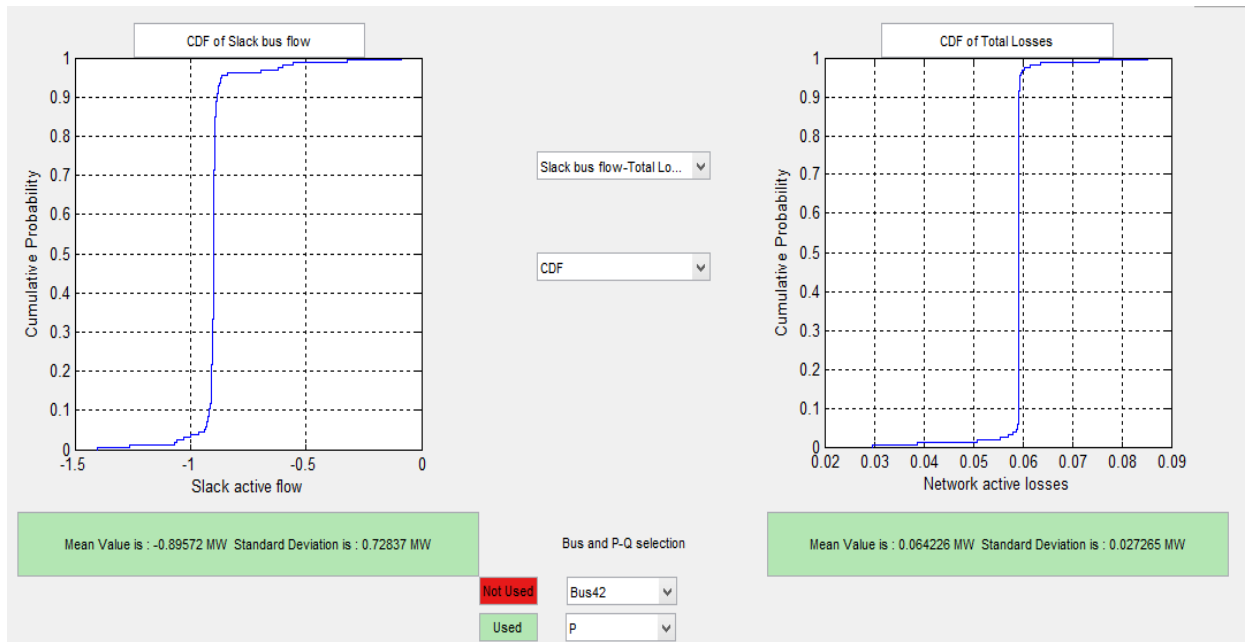


Σχήμα 5.31 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 39

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**



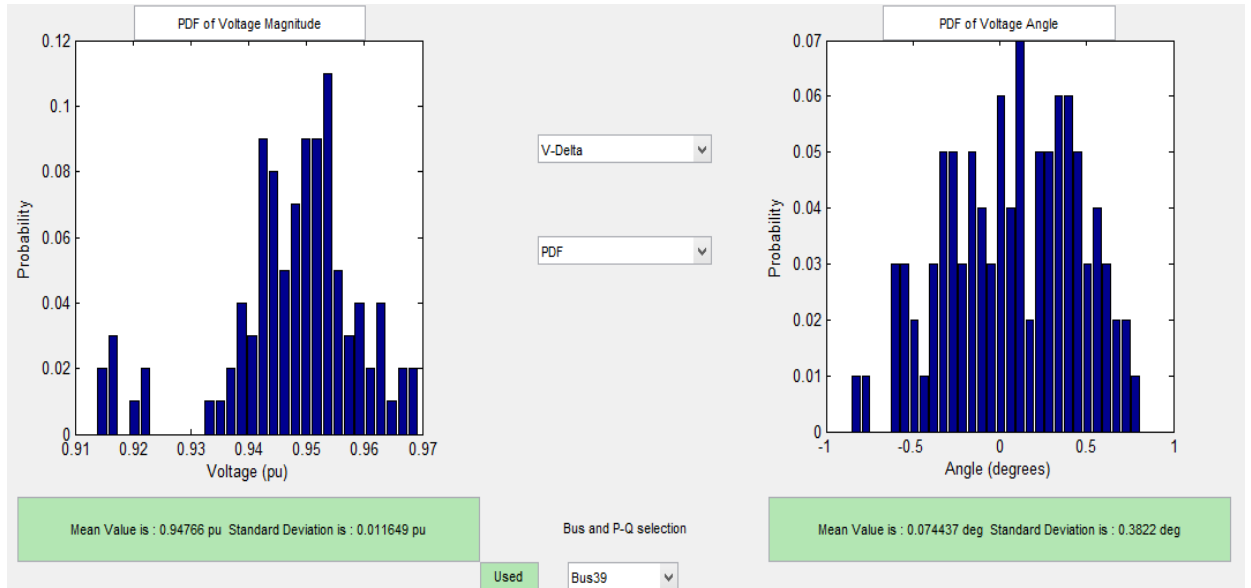
**Σχήμα 5.32 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 42**



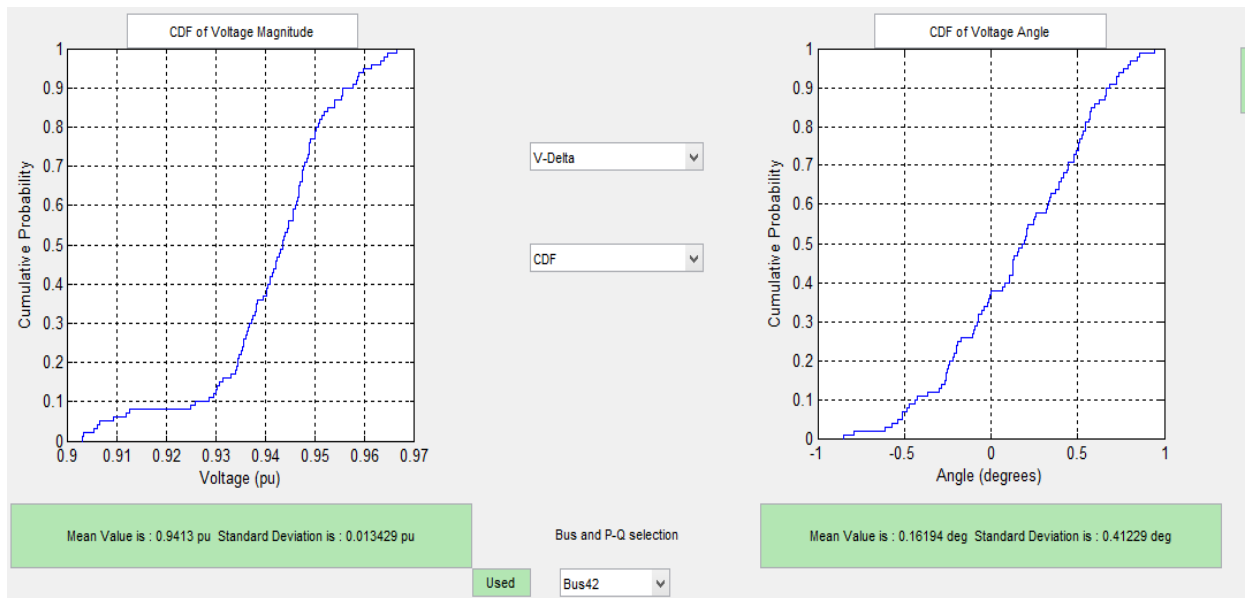
**Σχήμα 5.33 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και ολικών απώλειων (ενεργός ισχύς)**



- Προσθήκη διακριτού φορτίου – μέθοδος Monte-Carlo

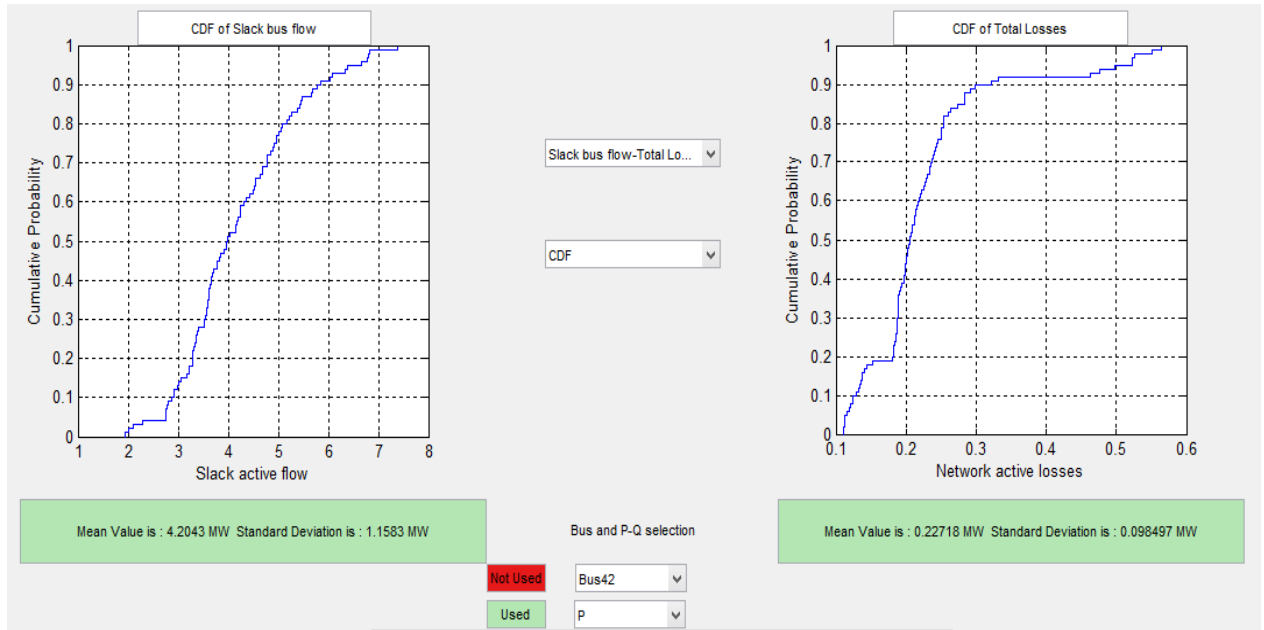


Σχήμα 5.34 PDF Τάση-Γωνία ζυγού 39



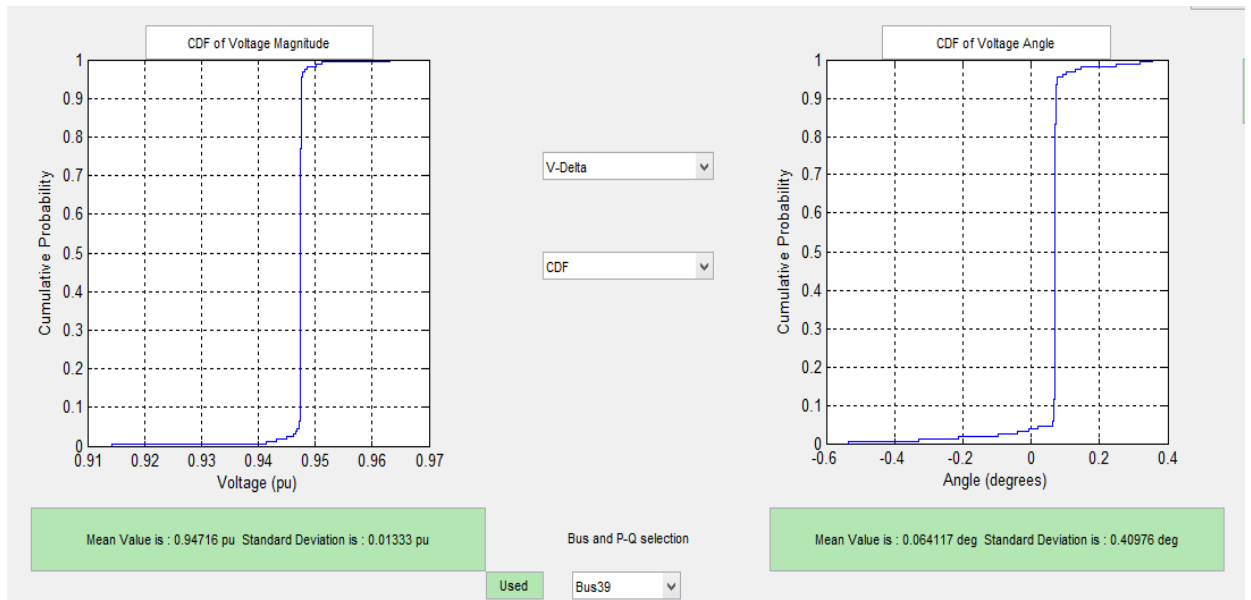
Σχήμα 5.35 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 42

## Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής

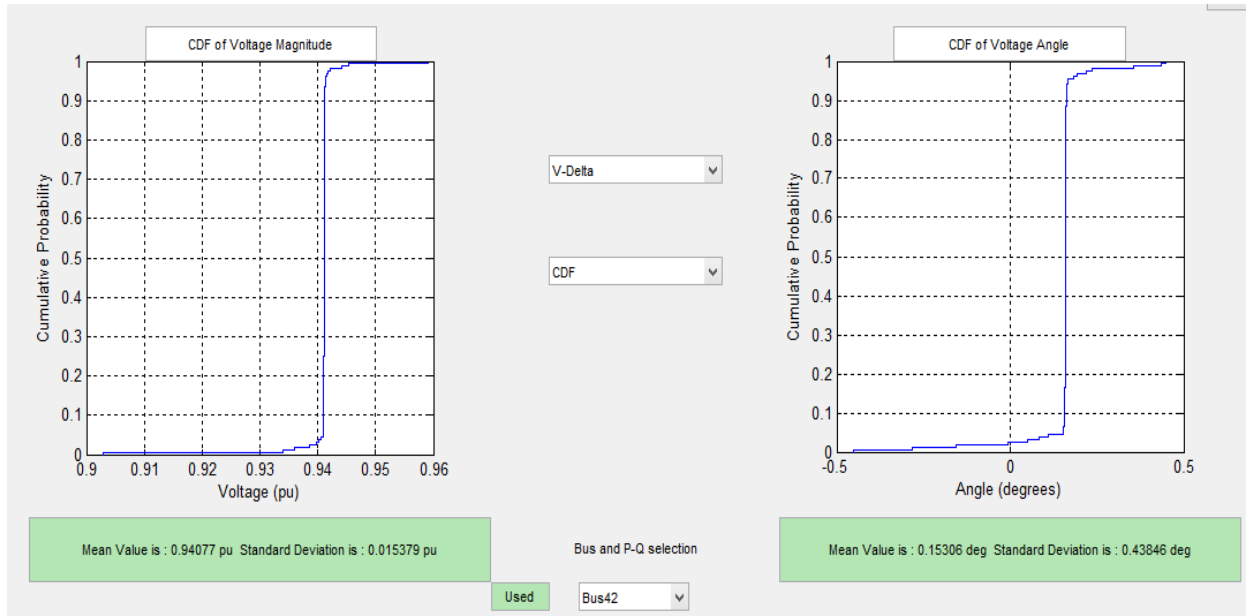


Σχήμα 5.36 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και ολικών απώλειων (ενεργός ισχύς)

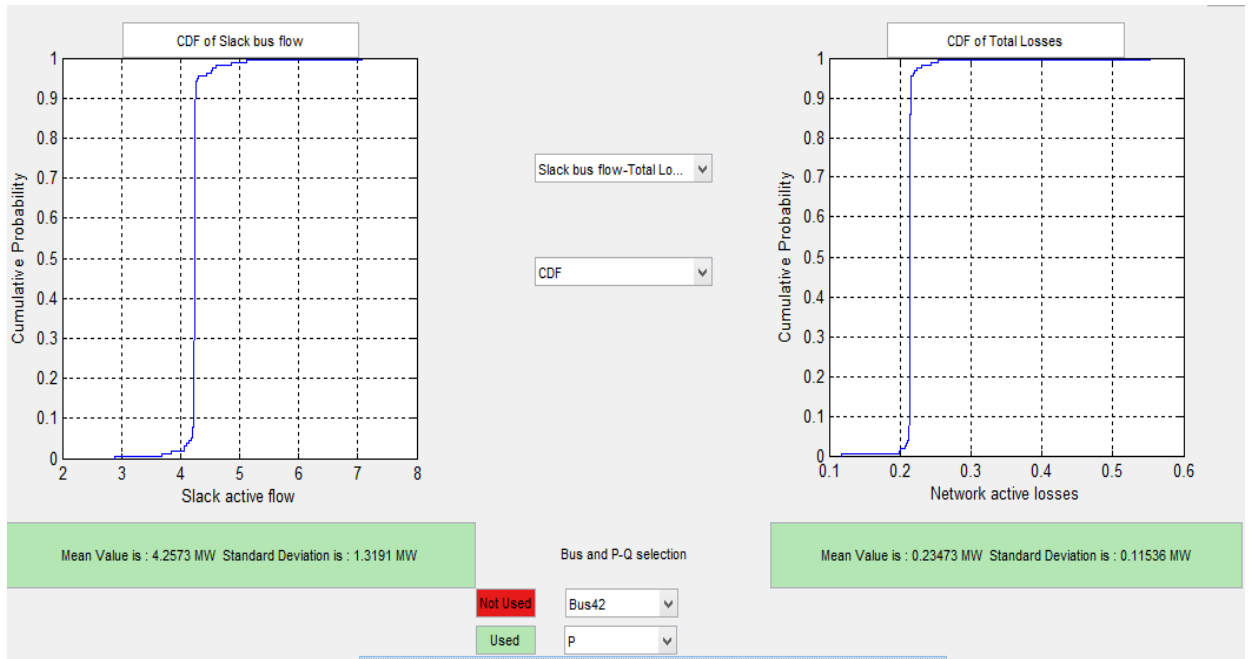
- Προσθήκη διακριτού φορτίου – μέθοδος εκτίμησης με χρήση 3 σημείων



Σχήμα 5.37 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 39

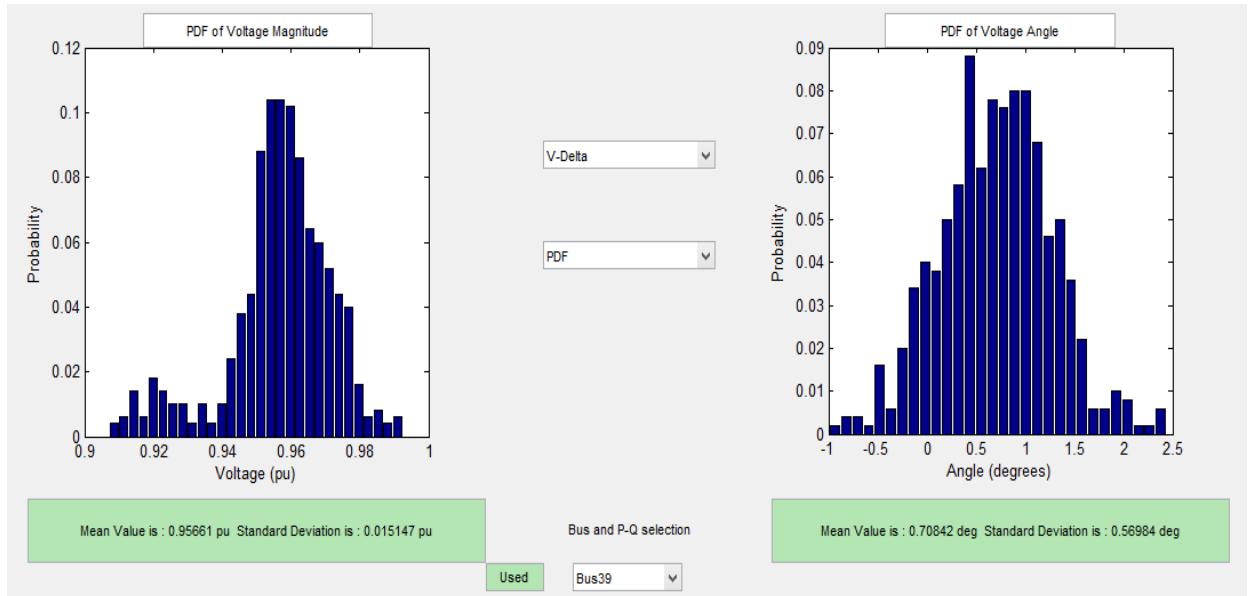


Σχήμα 5.38 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 42

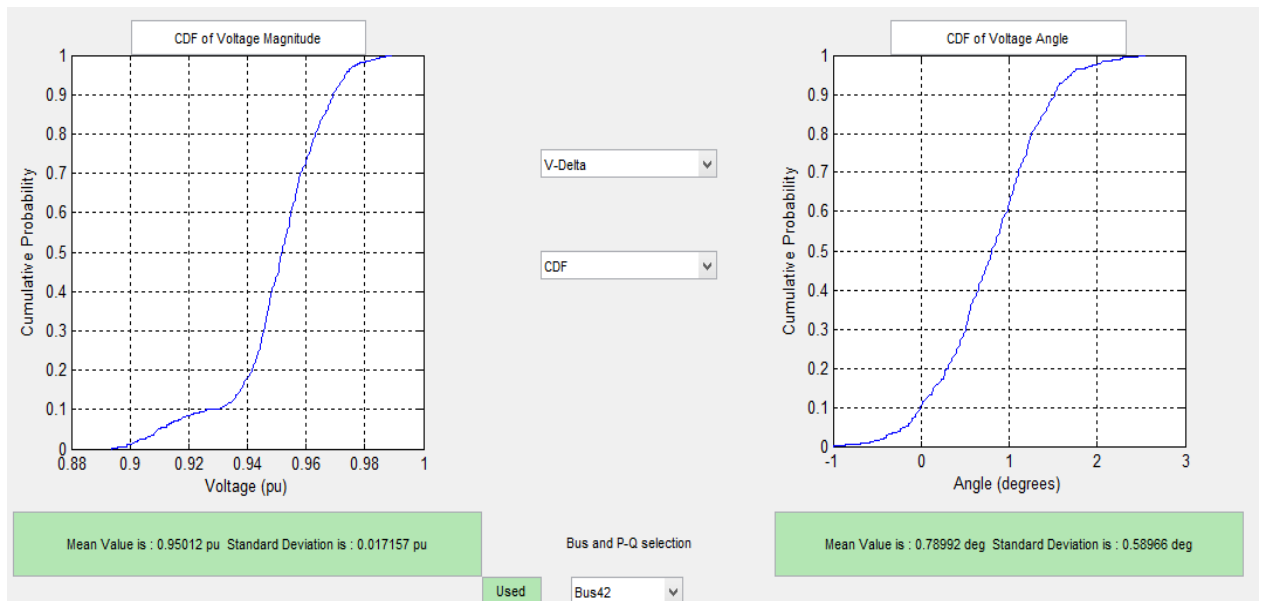


Σχήμα 5.39 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και ολικών απώλειων (ενεργός ισχύς)

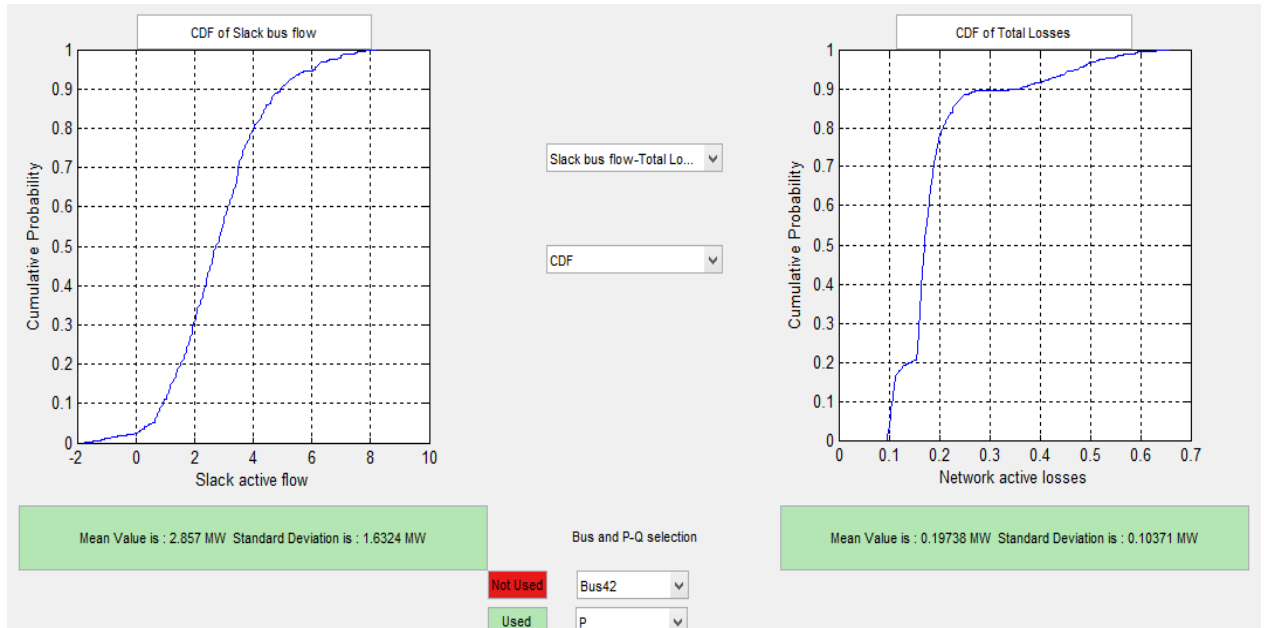
- Προσθήκη διακριτού φορτίου και παραγωγής Γάμμα – μέθοδος Monte-Carlo



**Σχήμα 5.40 PDF Τάση-Γωνία ζυγού 39**

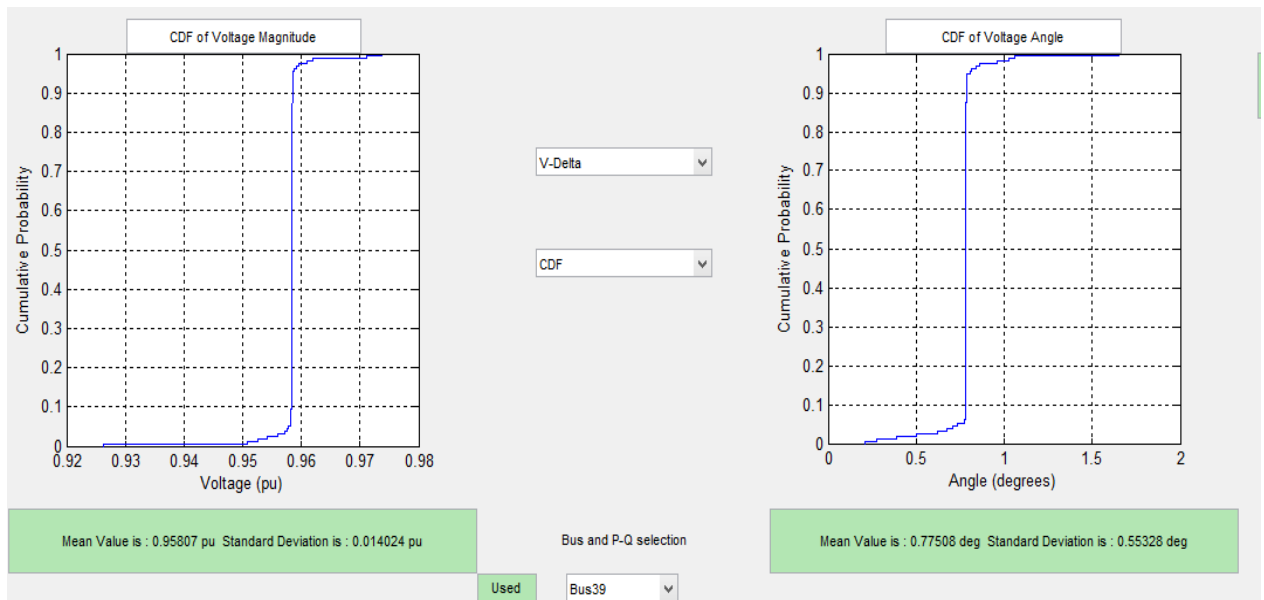


**Σχήμα 5.41 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 39**



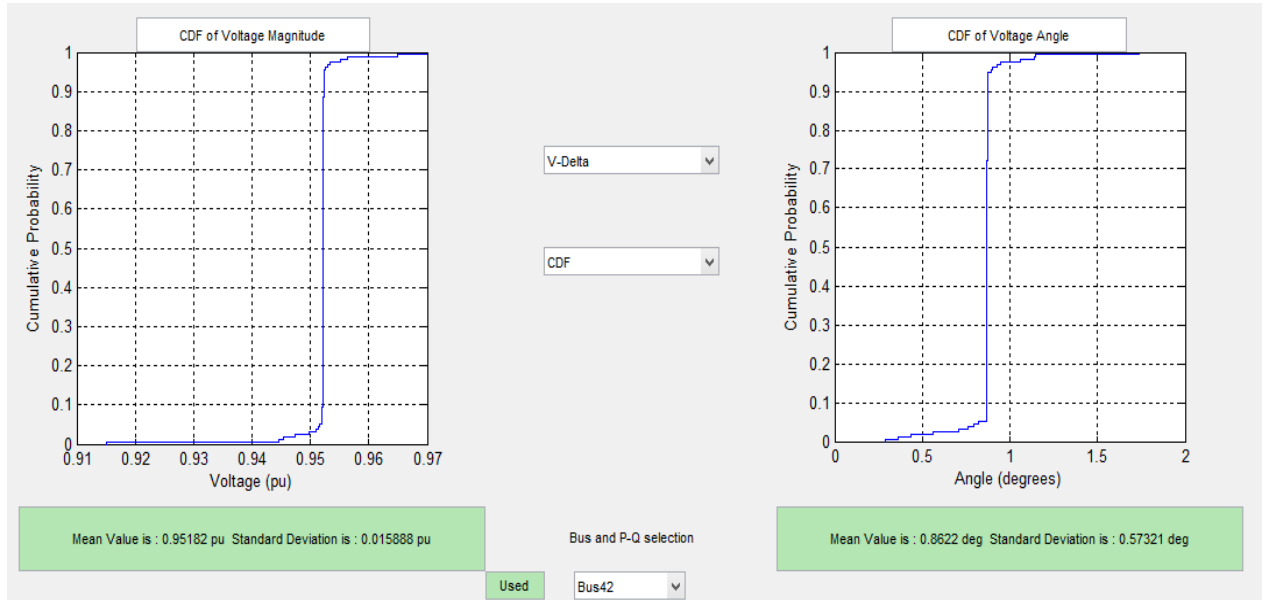
Σχήμα 5.42 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και ολικών απώλειων (ενεργός ισχύς)

- Προσθήκη διακριτού φορτίου και παραγωγής Γάμμα – 3PEM

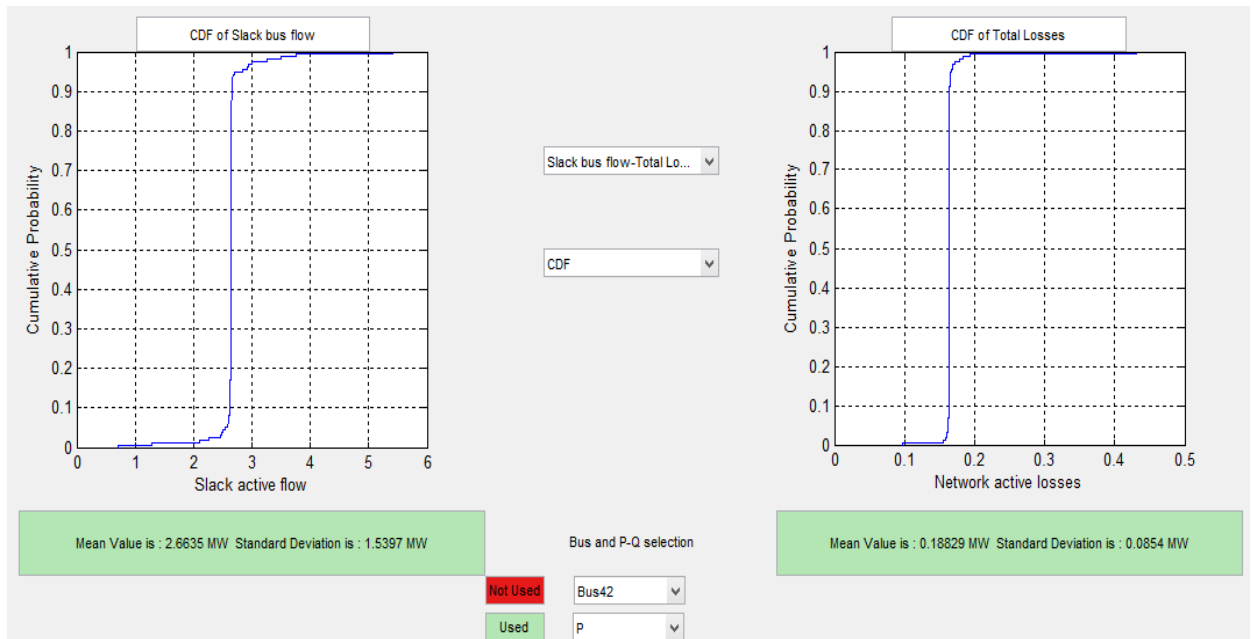


Σχήμα 5.43 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 39

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

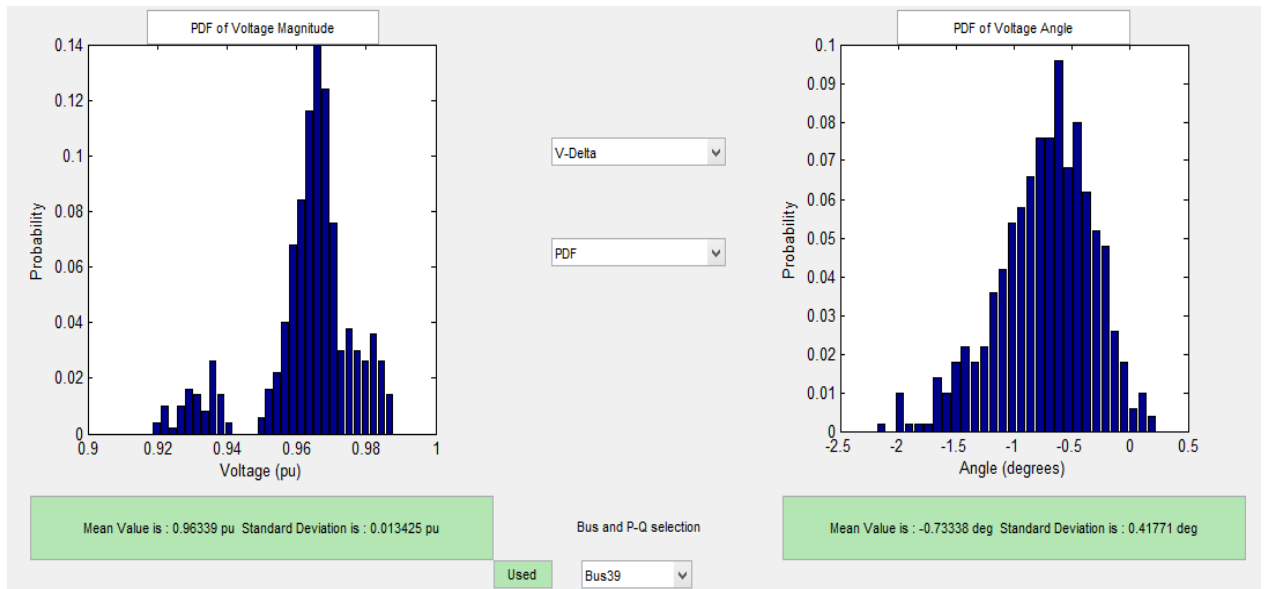


**Σχήμα 5.44 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 42**

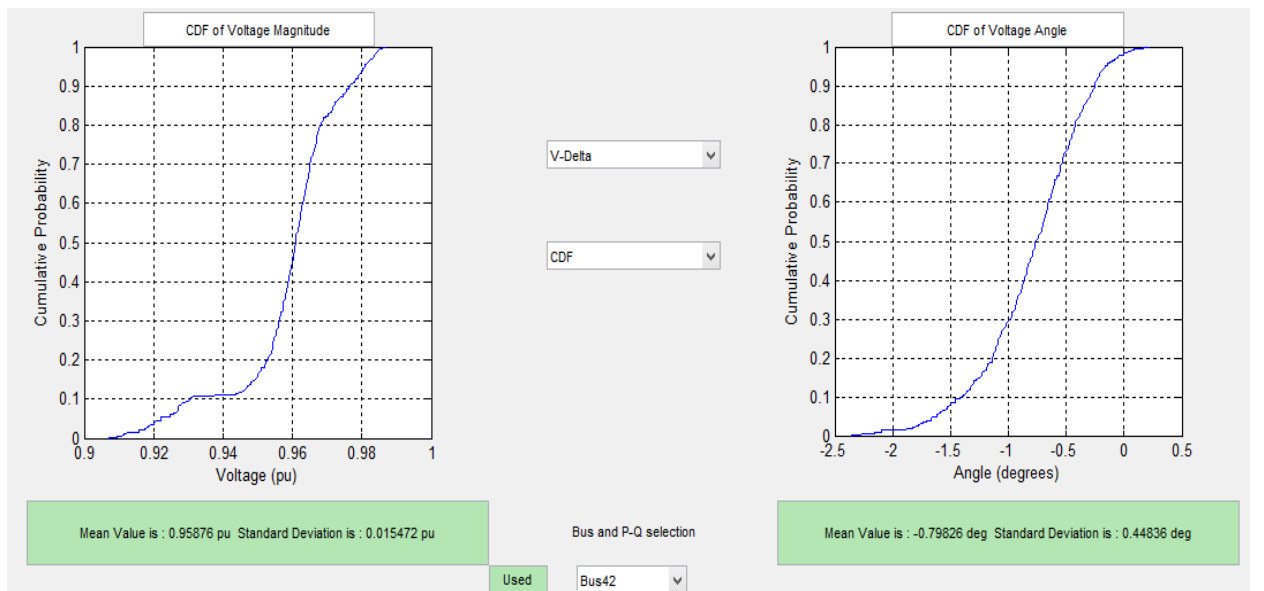


**Σχήμα 5.45 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και ολικών απώλειων (ενεργός ισχύς)**

- Προσθήκη διακριτού φορτίου και αντιστάθμισης αέργου – μέθοδος Monte-Carlo

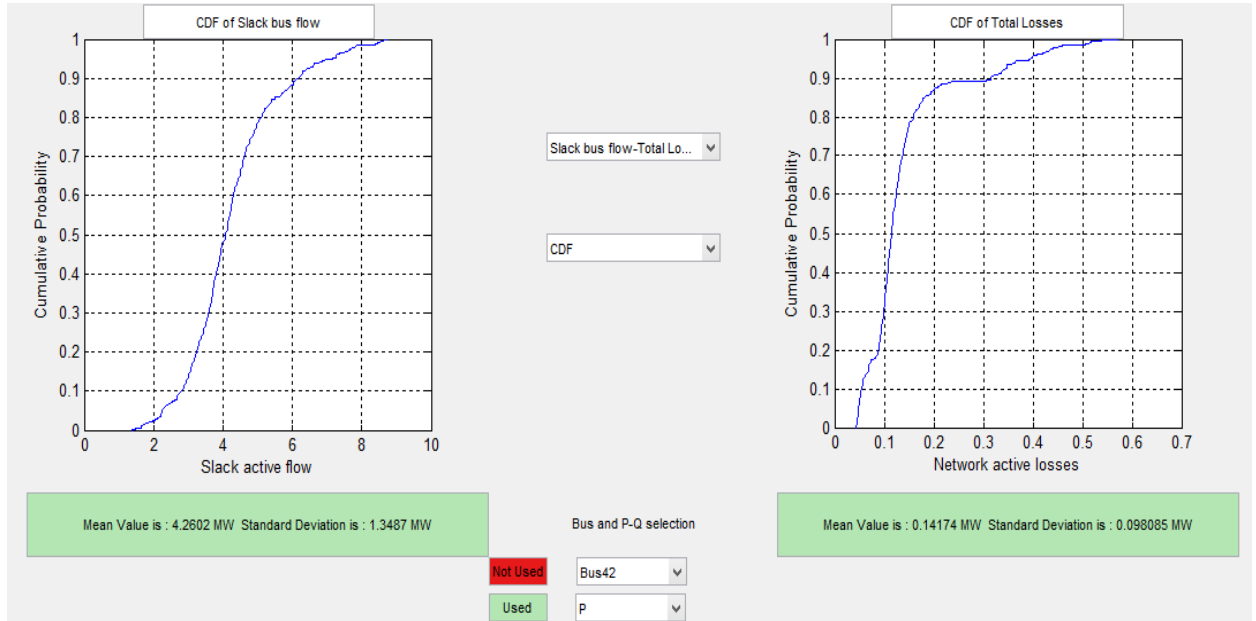


Σχήμα 5.46 PDF Τάση-Γωνία ζυγού 39



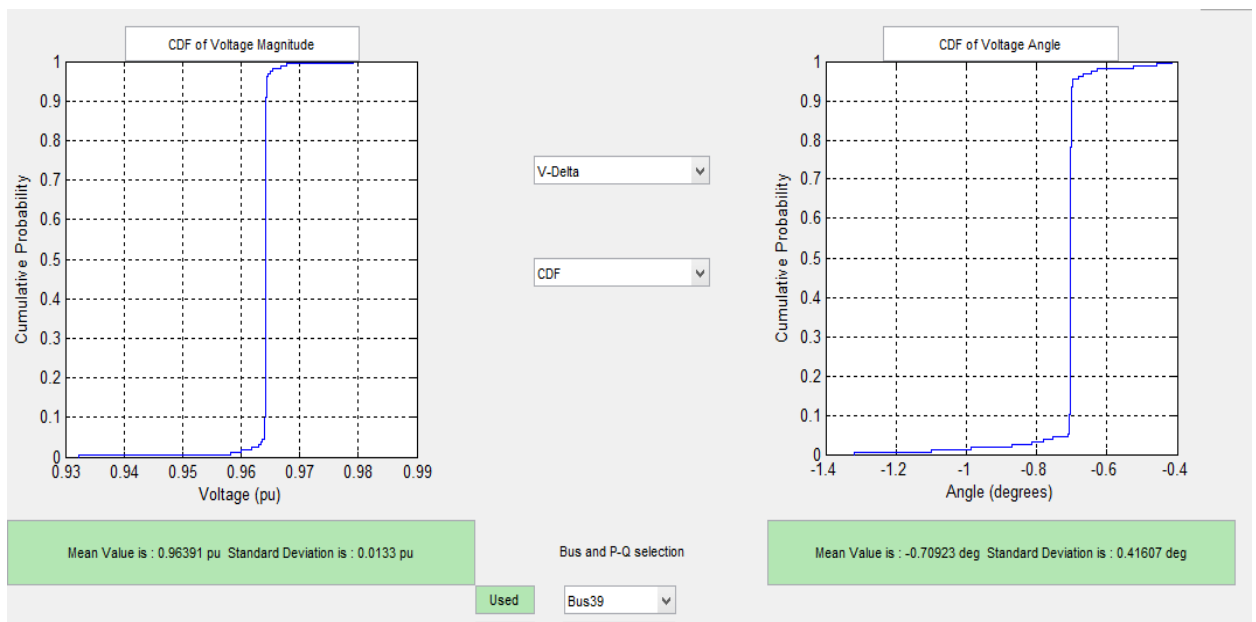
Σχήμα 5.47 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 42

## Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής



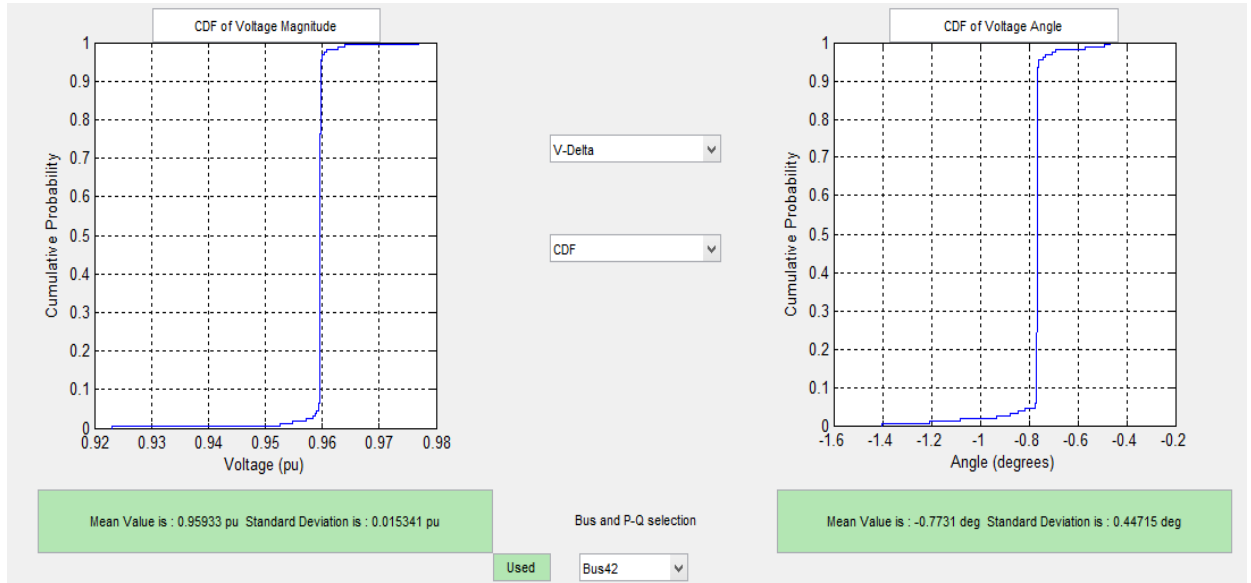
Σχήμα 5.48 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και ολικών απώλειων (ενεργός ισχύς)

- Προσθήκη διακριτού φορτίου και αντιστάθμισης ισχύος – 3PEM

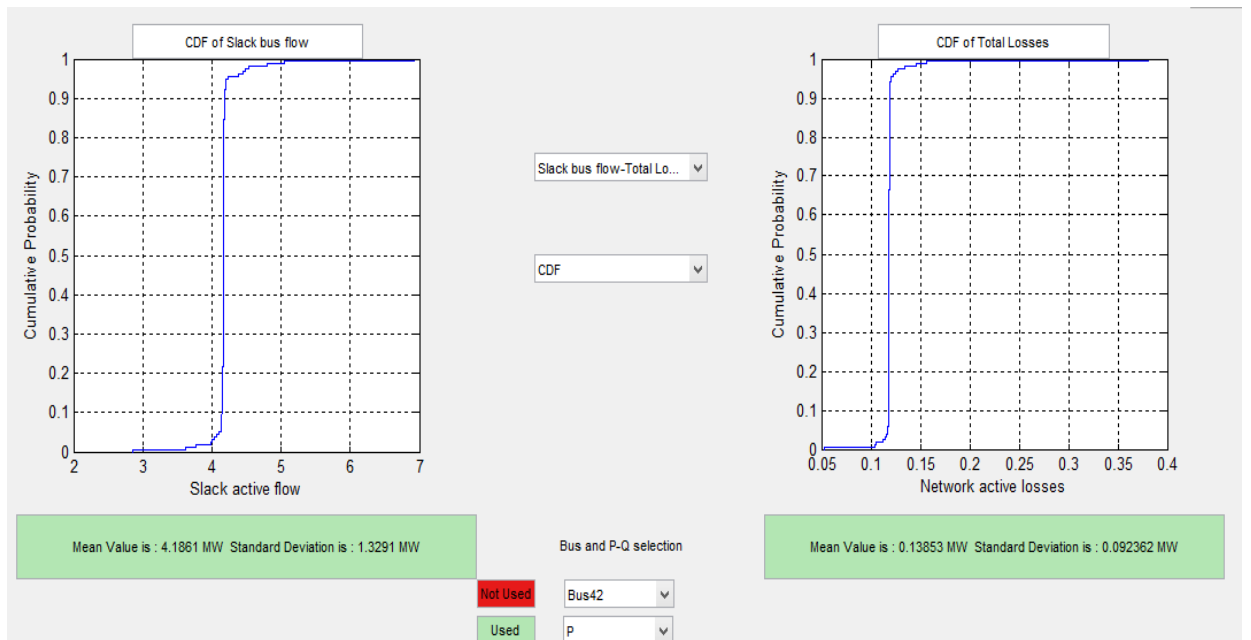


Σχήμα 5.49 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 39





Σχήμα 5.50 CDF Τάση-Γωνία ζυγού 42



Σχήμα 5.51 CDF Ροής Ισχύος Γραμμής 1-2 και ολικών απώλειων (ενεργός ισχύς)

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

**Πίνακας 5.4: Αποτελέσματα και σύγκριση με κεφάλαιο 4.3**

	MC 5000		PEM 3		MC 5000 (GUI)		PEM 3(GUI)	
V39	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
Αρχική	1.0055	0.0044	1.0058	0.0043	1.0056	0.0046	1.0058	0.0043
Διακριτό Φορτίο	0.9466	0.0136	0.9471	0.0132	0.9477	0.0116	0.9472	0.0133
Διακριτό+Γάμμα	0.957	0.0146	0.9583	0.0141	0.9566	0.0151	0.9581	0.014
Διακριτό + Αντιστάθμιση	0.9637	0.0131	0.964	0.0129	0.9634	0.0134	0.9639	0.0133
<b>V42</b>								
Αρχική	1.0081	0.0051	1.0084	0.0051	1.0082	0.0053	1.0084	0.0051
Διακριτό Φορτίο	0.9401	0.0156	0.9407	0.0153	0.9413	0.0134	0.94077	0.0154
Διακριτό+Γάμμα	0.9506	0.0165	0.952	0.016	0.9502	0.0172	0.9518	0.0159
Διακριτό + Αντιστάθμιση	0.959	0.0151	0.9594	0.0129	0.9588	0.0155	0.9593	0.0153
<b>delta 39</b>								
Αρχική	1.1261	0.3213	1.1449	0.3172	1.1336	0.3338	1.1449	0.3172
Διακριτό Φορτίο	0.0365	0.4149	0.063	0.4095	0.07443	0.3822	0.064	0.4098
Διακριτό+Γάμμα	0.7361	0.5659	0.7864	0.5612	0.7084	0.5698	0.7751	0.5533
Διακριτό + Αντιστάθμιση	-0.7307	0.4159	-0.698	0.4027	-0.7334	0.418	-0.7092	0.416
<b>delta 42</b>								
Αρχική	1.2267	0.3501	1.2468	0.3454	1.2335	0.364	1.2468	0.3454
Διακριτό Φορτίο	0.1237	0.4441	0.1519	0.4375	0.1619	0.4123	0.153	0.4385
Διακριτό+Γάμμα	0.8211	0.5859	0.8735	0.5859	0.7899	0.5897	0.8622	0.5732
Διακριτό + Αντιστάθμιση	-0.7962	0.4476	-0.7722	0.4428	-0.7983	0.4484	-0.7731	0.4472
<b>Ροή 1-2</b>								
Αρχική	-0.844	0.7358	-0.8957	0.7284	-0.8727	0.7626	-0.8957	0.7284
Διακριτό Φορτίο	4.3376	1.3373	4.2626	1.3109	4.2043	1.1583	4.2473	1.3191
Διακριτό+Γάμμα	2.7908	1.5861	2.6371	1.5572	2.857	1.6324	2.6635	1.5397
Διακριτό + Αντιστάθμιση	4.2379	1.3134	4.1826	1.301	4.2602	1.3487	4.186	1.329

Πίνακας 5.5: Χρόνοι υπολογισμού και σύγκριση με κεφάλαιο 4.3

	Αρχική	Διακριτό	Διακριτό+Γάμμα	Διακριτό + Αντιστάθμιση
Μέθοδος	Χρονος(sec)	Χρονος(sec)	Χρονος(sec)	Χρονος(sec)
MC5000	1533.4	1677.3	1543.1	1622.9
3PEM	45.17	59.65	51.85	49.55
MC5000 (GUI)	1359.1	1422.7	1435.5	1421.5
3PEM (GUI)	43.39	49.5	50.2	49.4

Σύμφωνα με τους παραπάνω πίνακες παρατηρούμε ότι οι υλοποιημένες μέθοδοι παρουσιάζουν πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα σε σύγκριση με τα αποτελέσματα του κεφάλαιου 4, τόσο από άποψη μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης όσο και από πλευράς χρόνου εκτέλεσης των συγκεκριμένων προγραμμάτων.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

### ΕΠΙΛΟΓΟΣ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

#### 6.1 ΓΕΝΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ

Η μελέτη της ροής φορτίου ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας είναι ένα σύνθετο πρόβλημα των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Αυτό γιατί οι περισσότερες παράμετροι του συστήματος, όπως οι εγχύσεις ισχύος στους ζυγούς, οι παράμετροι των γραμμών αλλά και η ίδια η τοπολογία του συστήματος, είναι μεγέθη τα οποία τα χαρακτηρίζει αβεβαιότητα. Δηλαδή ένα σύστημα παρουσιάζει στατιστικό χαρακτήρα και ως αποτέλεσμα οι παράμετροι του δεν μπορούν να χαρακτηριστούν ως σταθερές αλλά ως τυχαίες μεταβλητές. Συνεπώς, το πρόβλημα της ροής φορτίου πρέπει να μελετηθεί πιθανοτικά, λαμβάνοντας τις παραμέτρους του συστήματος ως κατανομές.

Πάνω στο πρόβλημα της μοντελοποίησης των κατανομών, έχουν γίνει πολλές μελέτες και έχουν προταθεί πολλές μέθοδοι. Στην παρούσα διπλωματική αναπτύσσονται σε πραγματικό Δίκτυο και συγκεκριμένα στο Δίκτυο Ηλεκτρικής Ενέργειας της Σπερχειάδας οι ακόλουθες μέθοδοι:

- *Monte – Carlo*
- *Γραμμικοποίηση με χρήση συνελίξεων*
- *Cornish – Fisher*
- *Gram - Charlier*
- *Μέθοδος Εκτίμησης με χρήση 3 σημείων*

#### 6.1 ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται στο σύνολο τους οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν με σκοπό την εύρεση και αναφορά των πλεονεκτημάτων και μειονεκτημάτων τους.

##### 6.1.1 Μέθοδος Monte – Carlo

Η μέθοδος Monte – Carlo αποτελεί την πλήρη προσομοίωση του συστήματος. Η μέθοδος αυτή επιλύεται επαναληπτικά και χρησιμοποιεί συγκεκριμένες τιμές για τα δεδομένα της. Σε κάθε επίλυση της μεθόδου έχουμε την

ακριβή τιμή κάθε μεγέθους που σχετίζεται με το σύστημα καθώς επιλύονται όλες οι εξισώσεις που το διέπουν. Αυτό αποτελεί και το μεγαλύτερο πλεονέκτημα της.

Από την άλλη πλευρά, η ανάγκη επίλυσης μεγάλου πλήθους εξισώσεων στη μέθοδο Monte-Carlo την καθιστά μη αποδοτική καθώς ο χρόνος υπολογισμού είναι μεγάλος. Το γεγονός αυτό είναι σημαντικό όταν οι επαναλήψεις που απαιτούνται είναι πολλές. Σε αυτήν την περίπτωση εκτελούνται λιγότερες επαναλήψεις με επιλεκτικές τιμές γεγονός που επηρεάζει την ακρίβεια του αποτελέσματος. Η μέθοδος Monte-Carlo, δηλαδή, μπορεί να δώσει αξιόπιστα και γρήγορα αποτελέσματα όταν πρόκειται να επιλύσει απλό σύστημα που απαιτεί λίγες επαναλήψεις. Σε αντίθετη περίπτωση προκειμένου τα αποτελέσματα να είναι άμεσα αξιοποιήσιμα θα πρέπει να μειώσουμε τις επαναλήψεις, άρα και δεδομένα, γεγονός που μειώνει την αξιοπιστία της μεθόδου.

### 6.1.2 Μέθοδος Γραμμικοποίησης με συνέλιξη

Στη μέθοδο της γραμμικοποίησης χρησιμοποιείται η συνέλιξη. Έτσι οι κατανομές των επιθυμητών μεγεθών υπολογίζονται από τις υπάρχουσες κατανομές και τις σχέσεις που περιγράφηκαν οι κατανομές αυτές. Με τη συνέλιξη λαμβάνονται υπ όψιν όλα τα δεδομένα που διαθέτουμε και τα αποτελέσματα προκύπτουν σε αρκετά σύντομο χρονικό διάστημα, ειδικά σε σχέση με την μέθοδο Monte – Carlo.

Η μέθοδος της γραμμικοποίησης βασίζεται σε απλούστευση των εξισώσεων που επιλύει η Monte-Carlo μέσω του αναπτύγματος Taylor γεγονός που από μόνο του συνηγορεί σε μείωση της ακρίβειας των αποτελεσμάτων κυρίως στα άκρα των κατανομών αν η γραμμικοποίηση γίνεται γύρω από τη μέση τιμή. Η συνέλιξη μπορεί να υπολογιστεί με δύο τρόπους, το συνεχή και τον διακριτό. Σε αυτήν την εργασία επιλέχθηκε η διακριτή μέθοδος καθώς το μέγεθος των δεδομένων και η πολυπλοκότητα των εξισώσεων κατέστησαν αδύνατον να χρησιμοποιηθεί ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier για τη συνεχή συνέλιξη των συναρτήσεων των δεδομένων. Η διακριτή συνέλιξη όμως εισήγαγε νέα προβλήματα. Η απόφαση για το μέγεθος του διαστήματος που χωρίζει τις διακριτές τιμές που χρησιμοποιούνται στη συνέλιξη παίζει καθοριστικό ρόλο στην ακρίβεια και την ταχύτητα υλοποίησης της μεθόδου.

### 6.1.3 Μέθοδος Cornish – Fisher

Η μέθοδος Cornish – Fisher είναι μια αριθμητική μέθοδος η οποία μπορεί να υπολογίσει τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (pdf) και τη συνάρτηση κατανομής (cdf) ενός μεγέθους. Το μέγεθος αυτό μπορεί να είναι τυχαία κατανομή -

συνεχής ή διακριτή- ακόμα και με μικρό αριθμό σημείων. Η μέθοδος χρησιμοποιεί τις ιδιότητες των αθροισμάτων καθώς και μια γνωστή κατανομή βάσης, συνήθως την κανονική κατανομή, ενώ ταυτόχρονα αποφεύγει την χρήση συνελίξεων, γεγονός που την καθιστά εύχρηστη, γρήγορη και αποδοτική. Το γεγονός αυτό την καθιστά σαν μέθοδο πολύ σημαντική για μελέτες ροών φορτίου, αλλά και γενικότερα σε μελέτες όπου απαιτείται ο σχεδιασμός τυχαίων κατανομών.

Η Cornish – Fisher παρουσιάζει μεγαλύτερη ακρίβεια στο μέσο των τιμών και μικρότερη ακρίβεια στα άκρα. Επίσης μπορεί να χάσει σε ακρίβεια αν σαν κατανομή βάσης χρησιμοποιηθεί κάποια άλλη, από την κανονική  $N(0,1)$  κατανομή.

#### **6.1.4 Μέθοδος Gram-Charlier**

Η μέθοδος Gram-Charlier όπως και η Cornish – Fisher είναι μία αριθμητική μέθοδος που υπολογίζει τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και την αθροιστική συνάρτηση κατανομής ενός μεγέθους με διακριτή κατανομή πιθανότητας συνδυάζοντας την έννοια των αθροισμάτων προκειμένου να αποφεύγει το σύνθετο υπολογισμό συνελίξεων που χρησιμοποιούν άλλες μέθοδοι.

Ένα μειονέκτημα της μεθόδου είναι η αδυναμία της να προσεγγίσει μία συνάρτηση από λίγα σημεία, γεγονός που δημιουργεί σημαντικά προβλήματα όταν πρόκειται για συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που πρέπει να πληρεί κάποιους όρους όπως π.χ. να είναι πάντα θετική. Επίσης, παρατηρούμε έλλειψη ακρίβειας στα άκρα των κατανομών που υπολογίζει η Gram-Charlier ακόμα και στην 3ης τάξης συνάρτηση που θεωρείται πιο αξιόπιστη.

#### **6.1.5 Μέθοδος Εκτίμησης με χρήση 3 σημείων**

Πρόκειται για μία απλή και εύχρηστη μέθοδο η οποία προσεγγίζει τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των στοχαστικών μεταβλητών χρησιμοποιώντας μόνο τις 4 πρώτες κεντρικές ροπές (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, λοξότητα, κύρτωση), μεγέθη που είναι εύκολο να υπολογιστούν. Έτσι δεν χρειάζονται πολλά δεδομένα για την εκτέλεση.

Για  $n$  αριθμό τυχαίων παραμέτρων χρειάζονται  $3n$  ντετερμινιστικές ροές φορτίου. Το γεγονός ότι χρησιμοποιούνται οι μη γραμμικές εξισώσεις ροών φορτίου αποτελεί σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου έναντι προηγούμενων που απαιτούν τη γραμμικοποίησή τους γύρω από ένα ή περισσότερα σημεία. Έτσι η μέθοδος εκτίμησης 3 σημείων αποτελεί μία εύκολη στη χρήση πιθανοτική μέθοδο η εφαρμογή της οποίας απαιτεί εκτέλεση απλών αριθμητικών πράξεων. Σημαντικό πλεονέκτημα

της είναι η δυνατότητα εξαγωγής αποτελέσματος με μεγάλη ακρίβεια σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα.

## 6.2 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από την συνολική ανάλυση που παρατέθηκε μπορούμε να συμπεράνουμε ότι είναι δύσκολο να προταθεί μια συγκεκριμένη μέθοδος για την επίλυση της πιθανοτικής ροής φορτίου που να ικανοποιεί όλες τις περιπτώσεις. Η επιλογή αυτή θα πρέπει να γίνεται ανάλογα με το εκάστοτε σύστημα και τις προϋποθέσεις της μελέτης, δηλαδή, την επιθυμητή ακρίβεια και τον χρόνο που διατίθεται.

Η Monte – Carlo δίνει ακριβή αποτελέσματα για κάθε δίκτυο. Ειδικά σε πάρα πολύ μεγάλα συστήματα είναι η μόνη λύση έστω και αν απαιτείται αρκετός χρόνος. Αυτό διότι με τη μέθοδο της γραμμικοποίησης οι συνελίξεις που θα απαιτηθούν ίσως δεν δώσουν ποτέ αποτέλεσμα. Η χρήση της Monte – Carlo σε μικρά συστήματα, με απλές συνδέσεις και λίγα δεδομένα, αποτελεί την ιδανική λύση, καθώς παρέχει ακριβή αποτελέσματα σε μικρό χρόνο. Σε περίπτωση όμως μεγάλου δικτύου και μεγάλου όγκου δεδομένων, στην προσπάθεια να παραβλεφθεί το πρόβλημα των συνελίξεων, προτείνεται η μέθοδος της γραμμικοποίησης με εφαρμογή των Cornish – Fisher και Gram – Charlier. Η γραμμικοποίηση γίνεται γύρω από τη μέση τιμή για μια αρχική εκτίμηση των ζητούμενων μεγεθών και περαιτέρω γραμμικοποίηση σε σημεία των άκρων των κατανομών ώστε να προβλεφθεί με μεγαλύτερη ακρίβεια η συμπεριφορά του δικτύου στις ακραίες καταστάσεις.

Επιπλέον, γίνεται εμφανές ότι η μέθοδος Cornish – Fisher παρουσιάζει καλύτερη προσέγγιση στις επιθυμητές μεταβλητές από την Gram – Charlier ακόμα και όταν το πλήθος των σημείων είναι μικρό. Αυτό φαίνεται ακόμα καλύτερα στα άκρα μιας κατανομής όπου έτσι και αλλιώς η Gram – Charlier υστερεί σε ακρίβεια. Η ακρίβεια της Cornish – Fisher όμως μπορεί να μειωθεί όταν η υπό εξέταση μεταβλητή παρουσιάζει πολλές διακυμάνσεις στην μορφή της.

Σε ότι αφορά την Μέθοδο Εκτίμησης 3 Σημείων, σύμφωνα με τα αποτελέσματα αποτελεί μάλλον την βέλτιστη επιλογή για την εξαγωγή συμπερασμάτων για τα βασικά μεγέθη της κατανομής του ζητούμενου μεγέθους με σημαντική ακρίβεια και σε σύντομο χρόνο, υπό την προϋπόθεση ότι ο αριθμός των τυχαίων παραμέτρων δεν είναι αρκετά μεγάλος. Βασικό της μειονέκτημα είναι ότι υπολογίζονται αποκλειστικά οι ροπές των αγνώστων μεγεθών και δεν υπάρχει η δυνατότητα αποτύπωσης της μορφής της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας. Μία υποτυπώδης αναπαράσταση γίνεται μέσω των 3η σημείων που υπολογίζονται από

την ντετερμινιστική ροή φορτίου, όπως επιχειρήθηκε και στην συγκεκριμένη εργασία, αλλά προφανώς δεν είναι αρκετό.

Τέλος, η δημιουργία του Γραφικού Περιβάλλοντος Χρήστη δίνει τη δυνατότητα της άμεσης οπτικοποίησης πολλών σημαντικών αποτελεσμάτων της πιθανοτικής ροής φορτίου με τρόπο άμεσο και εύχρηστο. Πολύ σημαντικό ότι ο χρήστης μπορεί μέσω απλοϊκών διαδικασιών να μελετήσει την πιθανοτική ροή φορτίου, χωρίς να χρειάζεται σχεδόν καθόλου γνώσεις προγραμματισμού.

### **6.3 ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΞΕΤΑΣΗ**

Όπως ήταν αναμενόμενο, δεν είναι δυνατόν σε μια διπλωματική να λυθούν όλα τα ζητήματα που σχετίζονται με την πιθανοτική ροή φορτίου. Στην παρούσα διπλωματική, προκειμένου να εξακριβωθεί η ορθότητα των χρησιμοποιούμενων προγραμμάτων έγιναν ορισμένες απλουστεύσεις, οι οποίες ίσως θέλουν περισσότερη ανάλυση σε πραγματικά συστήματα. Παρόλα αυτά, με δεδομένη πλέον την ορθότητα των προγραμμάτων, μπορεί το θέμα αυτό να αναπτυχθεί περαιτέρω εισάγοντας περισσότερες παραμέτρους.

Επιπλέον, μια σημαντική παράμετρος η οποία μπορεί να ληφθεί υπ όψιν, είναι η εξάρτηση των μεταβλητών, και ιδιαίτερα των παραγωγών ανανεώσιμων πηγών ενέργειας (αιολικά πάρκα, φωτοβολταϊκά κλπ). Το θέμα αυτό είναι αρκετά πολύπλοκο αφού υπάρχουν πολλά είδη εξάρτησης, που σχετίζονται με τη μορφολογία του συστήματος, την γεωγραφική του θέση, αλλά τα είδη των μεταβλητών. Στην εργασία αυτή οι κατανομές θεωρήθηκαν ανεξάρτητες, γεγονός που είναι σπάνιο για ένα πραγματικό σύστημα. Δεδομένης της εξάρτησης, η συνέλιξη ενδεχομένως δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί προκειμένου να υπολογιστούν οι ζητούμενες κατανομές. Η υλοποίηση τέτοιων συναρτήσεων καθίσταται δυσκολότερη καθώς τα μαθηματικά που απαιτούνται για την περιγραφή των εξισώσεων είναι πολύπλοκα.

Επίσης, όσον αφορά τις μεθόδους υπολογισμού, η γραμμικοποίηση γύρω από τη μέση τιμή που υλοποιήθηκε μας παρέχει ακριβή αποτελέσματα γύρω από αυτή την τιμή των κατανομών όπου παρουσιάζονται και οι μεγαλύτερες πιθανότητες εμφάνισης των τιμών. Για να έχουμε όμως πλήρη και ακριβή εικόνα των κατανομών, κυρίως στα άκρα, απαιτείται γραμμικοποίηση γύρω από ενδιάμεσες τιμές των κατανομών. Η τελική κατανομή των ζητούμενων μεγεθών θα προκύψει από όλες τις κατανομές που θα δημιουργηθούν από τις διάφορες γραμμικοποιήσεις.



Μία επέκταση που θα μπορούσε να γίνει είναι θεωρηθούν περισσότερα στοιχεία των δικτύων ως αβέβαιες παράμετροι. Γνωρίζουμε ότι γραμμές μεταφοράς, μονάδες παραγωγής ή και άλλα επιμέρους στοιχεία ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, όπως για παράδειγμα μετασχηματιστές, συχνά τίθενται εκτός λειτουργίας λόγω βλαβών ή προγραμματισμένων διακοπών για καθαρισμό, συντήρηση, αντικατάσταση κ.λπ.. Συνεπώς, παράλληλα με τα στοιχεία που λαμβάνονται ως τυχαίες μεταβλητές στην παρούσα διπλωματική, υπάρχουν και αρκετά που ενώ εδώ έχουν θεωρηθεί σταθερά στην πραγματικότητα δεν είναι.

Στο κομμάτι του Γραφικού Περιβάλλοντος Χρήστη υπάρχουν πολλές βελτιώσεις που θα μπορούσαν να υλοποιηθούν σε μεταγενέστερο στάδιο. Για παράδειγμα, στο πεδίο που αναγράφονται τα μεγέθη της κατανομής ακριβώς κάτω από την γραφική της παράσταση, θα μπορούσαν να προστεθούν οι ροπές 3<sup>ης</sup> και 4<sup>ης</sup> τάξης καθώς και η αναγραφή τιμών επιλεγμένων εκατοστημόριων (1%, 5%, 95%, 99% ) έτσι ώστε να δίνεται στον χρήστη μία ακόμα καλύτερη εικόνα για τις τιμές και την συμπεριφορά της κατανομής στα άκρα της.

Επιπλέον, θα μπορούσε να υπάρξει βελτίωση του περιβάλλοντος για την μέθοδο εκτίμησης σημείου, επιτυγχάνοντας η γραφική παράσταση να αντιστοιχεί στην πραγματική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του μεγέθους.

Η ένταξη στο πακέτο ακόμα μία μεθόδου (πχ γραμμικοποίηση με χρήση Cornish-Fisher) θα μπορούσε επίσης να αποτελέσει αντικείμενο μελλοντικής μελέτης. Τέλος, πολύ σημαντική προσθήκη θα ήταν η δυνατότητα παράλληλης παρουσίασης διαφορετικών μεθόδων πιθανοτικής ροής φορτίου τόσο σε επίπεδο αριθμητικών αποτελεσμάτων όσο και διαγραμμάτων, δίνοντας τη δυνατότητα στο χρήστη να έχει άμεση και αποτελεσματική δυνατότητα σύγκρισης μεταξύ των μεθόδων που επέλεξε.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

---

- [1]. Γιαννουλάτος Ι. Ιωάννης, «Μελέτη Πιθανοτικής Ροής Φορτίου με τη Μεθοδο Cornish – Fisher σε Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας με Διεισδυση Ηλεκτρικων Αυτοκινητων», Διπλωματική Εργασία, Αθήνα Ιούλιος 2010. Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών, Τομέας Ηλεκτρικής Ισχύος, Ε.Μ.Π. Επιβλέποντες: Καθ. Ν. Χατζηαργυρίου, Υ.Δ. Α. Αναστασιάδης.
- [2]. Β. Κ. Παπαδιάς, «Ανάλυση Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας: Μόνιμη κατάσταση λειτουργίας (τόμος 1)», Αθήνα Εκδόσεις Ε.Μ.Π, 1985
- [3]. Κ. Βουρνάς, Γ. Κονταξής, «Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας», Αθήνα Εκδόσεις Ε.Μ.Π, 2001
- [4]. Στ. Παπαθανασίου, «Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας», Αθήνα Εκδόσεις Ε.Μ.Π, 2008.
- [5]. Μιχ. Π. Παπαδόπουλος, «Παραγωγή Ηλεκτρικής Ενέργειας από Ανανεώσιμες Πηγές», Αθήνα, Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 1997
- [6]. Ευάγγελος Ν. Διαλυνάς , Καθηγητής Ε.Μ.Π., «Προσομοίωση Monte-Carlo», Αθήνα, Οκτώβριος 1996.
- [7]. Βορεάδη Α. Ελισάβετ, «Πιθανοτική προσομοίωση συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας», Διπλωματική Εργασία, Αθήνα Ιούλιος 2009. Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών, Τομέας Ηλεκτρικής Ισχύος, Ε.Μ.Π. Επιβλέποντες: Καθ. Ν. Χατζηαργυρίου, Υ.Δ. Α. Αναστασιάδης.
- [8]. Άνδρου Α. Ευστρατία, «Πιθανοτική Ροή Φορτίου σε Δίκτυο Χαμηλής Τάσης με Διεσπαρμένη Παραγωγή», Διπλωματική Εργασία, Αθήνα 2008, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών, Τομέας Ηλεκτρικής Ισχύος, ΕΜΠ.
- [9]. Julio Usaola, «Probabilistic load flow in systems with high wind power penetration», Departamento de Ingenieria Eletrica, Univeridad Carlos III de Madrid, August 2008
- [10]. Stefan R. Jaschke, “The Cornish-Fisher-Expansion in the Context of Delta-Gamma-Normal Approximations”, Weierstraß - Institut für Angewandte Analysis und Stochastik, Mohrenstraße 39, 10117 Berlin, Germany, ([stefan@jaschke-net.de](mailto:stefan@jaschke-net.de)), Version 1.41, December 4, 2001
- [11]. G. W. Hill and A. W. Davis, “Generalized Asymptotic Expansions of Cornish – Fisher Type”, The Annals of Mathematical Statistics 1968, Vol. 39, No.4, 1264-1273, C.S.I.R.O , Adelaide

- [12]. Bruce Schmeiser , “Methods for Modeling and Generating Probabilistic Components in Digital Computer Simulation when the Standard Distribution adequate”, Southern Methodistic Univercity
- [13]. Yan-Gang Zhao and Tetsuro Ono, “Third – Moment Standardization for Structural Realiability Analysis”, Journal of Structural Engineering, June 2000.
- [14]. <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>
- [15]. Kendall M.G., Stuart A, “The Advanced Theory of Statistics”. Vol. I. Charles Griffin & Co. Ltd., London 1958
- [16]. Usaola J. “Probabilistic load flow with wind production uncertainty using cumulants and Cornish-Fisher expansion.” Proceedings of the 2008 PSCC, Glasgow (UK), July 2008.
- [17]. Elderton W. P. and Johnson N. L., “Systems of Frequency Curves” , Cambridge University press, Cambridge , 1969.
- [18]. Johnson N. L., Kotz S. “Distribution of Statistics: Continuous Univariate Distributions – I “, Wiley, New York , 1970.
- [19]. Ord J. K., “ Families of Frequency Distributions”, Hafner, New York, 1972
- [20]. Lee, Y. S. and Lin, T. K., “Correction to algorithm AS269: Higher-order Cornish Fisher expansion”, Applied Statistics 42: {268-269}, (1993).
- [21]. John G. Vlachogiannis, “Probabilistic Constrained Load Flow Considering Integration of Wind Power Generation and Electric Vehicles”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol 24, No.4, November 2009.
- [22]. Adan, I., and Resing, J., “Queueing theory,” available at: <http://www.win.tue.nl/~iadan/queueing.pdf> , Department of Mathematics and Computing Science, Eindhoven University of Technology, The Netherlands, 2002.
- [23]. Ανέστης Αναστασιάδης, "Σημειώσεις Πιθανοτικής Ροής Φορτίου σε ΣΗΕ με Αριθμητικές και Αναλυτικές Μεθόδους", Ερευνητικές Δραστηριότητες, Εργαστήριο Ηλεκτρικής Ισχύος, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχ. & Μηχ. Υπολογιστών, ΕΜΠ, 2006-2009.
- [24]. Βαμβουκάκης Ι. Κωνσταντίνος, «Πιθανοτική Ροή Φορτίου με τη Μέθοδο Εκτίμησης Τριών Σημείων – Εφαρμογή στο Δίκτυο της Κρήτης», Διπλωματική Εργασία, Αθήνα Φεβρουάριος 2012 Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών, Τομέας Ηλεκτρικής Ισχύος, Ε.Μ.Π. Επιβλέποντες: Καθ. Ν. Χατζηαργυρίου, Υ.Δ. Α. Αναστασιάδης.
- [25]. Γιαννουλάτος Ι. Ιωάννης, «Μελέτη Πιθανοτικής Ροής Φορτίου στο Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας της Κρήτης και Σύγκριση των Μεθόδων», Μεταπτυχιακή Εργασία, Αθήνα Σεπτέμβριος 2013 ΔΠΜΣ: Παραγωγή και Διαχείριση

Ενέργειας, Τομέας Ηλεκτρικής Ισχύος, Ε.Μ.Π. Επιβλέποντες: Καθ Ν. Χατζηαργυρίου, Υ.Δ. Α.Αναστασιάδης.

- [26]. <http://www.mathworks.com/discovery/matlab-gui.html>
- [27]. <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/24861-41-complete-gui-examples>
- [28]. H. Yu, C. Y. Chung, K. P. Wong, H. W. Lee , and J. H. Zhang, “Probabilistic Load Flow Evaluation With Hybrid Latin Hypercube Sampling and Cholesky Decomposition”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol 24, No 2, May 2009

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

### ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ MONTE CARLO

#### A.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η προσομοίωση Monte – Carlo ασχολείται με τη δημιουργία ενός πιθανοτικού μοντέλου του συστήματος που μελετάται (χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα ηλεκτρονικού υπολογιστή). Όταν αναπτυχθεί αυτό το μοντέλο πραγματοποιείται ένας πολύ μεγάλος αριθμός επαναλήψεων της επίλυσης του μοντέλου στον υπολογιστή, ενώ στο τέλος κάθε μίας από τις οποίες καταγράφονται τα αποτελέσματα που ευρίσκονται.

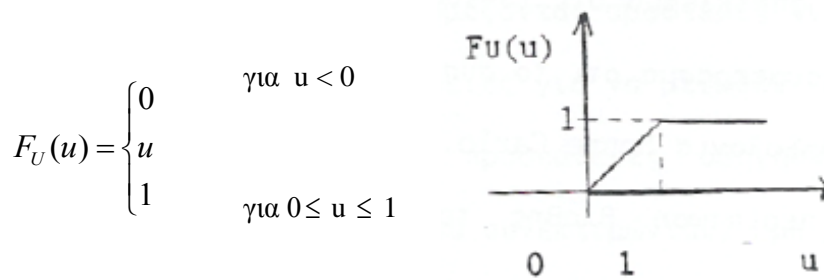
Είναι φανερό λοιπόν ότι η μεθοδολογία Monte – Carlo είναι πάρα πολύ εύκολο να εφαρμοστεί, ιδιαίτερα σε συστήματα που είναι πολύ πολύπλοκα και πολύ μεγάλα για να λυθούν με την αναλυτική μεθοδολογία. Η μεθοδολογία αυτή μπορεί να οδηγήσει σε πολύ ακριβή αποτελέσματα. Παρόλα αυτά, απαιτεί εξαιρετικά μεγάλο χρόνο υπολογιστικής διαδικασίας ειδικά σε μεγάλα και πολύπλοκα συστήματα.

#### A.2. ΤΥΧΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΤΡΟΠΟΙ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΟΥΣ

##### A.2.1. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών

Κάθε προσέγγιση με τη χρήση της μεθόδου Monte-Carlo προϋποθέτει τη δημιουργία των κατάλληλων τιμών των τυχαίων μεταβλητών που θα χρησιμοποιηθούν, σε συμφωνία με την αντίστοιχη συνάρτηση κατανομής που προτείνεται για το μοντέλο. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί συστηματικά για κάθε μεταβλητή που έχουμε, παράγοντας πρώτα ομοιόμορφα κατανεμημένους τυχαίους αριθμούς στο διάστημα από 0 έως 1 και στη συνέχεια, μέσω κατάλληλων μετασχηματισμών, να παράγεται το αντίστοιχο σύνολο τυχαίων αριθμών με τη δεδομένη συνάρτηση κατανομής. Τα κύρια βήματα της μεθόδου φαίνονται με τη βοήθεια του παραδείγματος:

Ας θεωρήσουμε τη συνάρτηση κατανομής  $F_U(u)$  της τυποποιημένης ομοιόμορφης μεταβλητής  $u$ , η οποία ορίζεται από τη σχέση:



και ότι αναζητείται η τιμή του  $x$ , έτσι ώστε  $F_X(x) = u$ . Η τιμή της μεταβλητής  $x$  βρίσκεται από τον υπολογισμό της αντίστροφης συνάρτησης:

$$x = F_X^{-1}(u) \quad (\text{A.1})$$

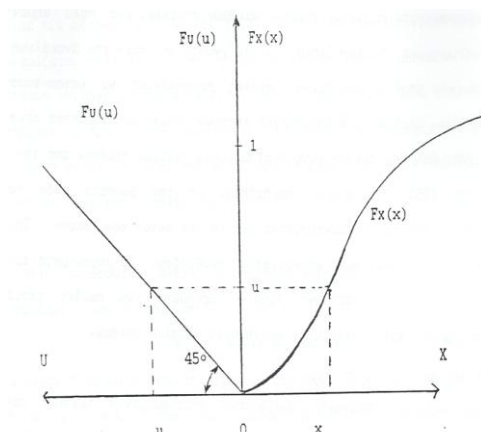
Εάν  $U$  είναι μία τιμή της  $U$ , η αντίστοιχη τιμή της  $X$  που λαμβάνεται θεωρώντας την παραπάνω εξίσωση (A.1) θα έχει την αθροιστική πιθανότητα:

$$P(X \leq x) = P[F_X^{-1}(U) \leq x] = P[U \leq F_X(x)] = F_U[F_X(x)] = F_X(x) \quad (\text{A.2})$$

που σημαίνει ότι εάν  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$  είναι ένα σύνολο τιμών της  $U$ , το αντίστοιχο σύνολο τιμών που λαμβάνεται θεωρώντας την παραπάνω εξίσωση (A.2) είναι:

$$x_i = F_X^{-1}(u_i), i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{A.3})$$

και θα έχει την επιθυμητή συνάρτηση κατανομής  $F_X(x)$ . Η σχέση μεταξύ των  $u$  και  $x$  φαίνεται γραφικά στο παρακάτω σχήμα A.2.1.



Σχήμα Α.2.1. Μέθοδος παραγωγής τυχαίων αριθμών

### A.2.2. Ομοιόμορφα Κατανεμημένοι Τυχαίοι Αριθμοί

Όπως φαίνεται από τη συλλογιστική που οδήγησε στην εξίσωση (Α.3), η παραγωγή ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών αποτελεί ένα πολύ σημαντικό βήμα στην προσομοίωση Monte – Carlo. Είναι γνωστό ότι πριν την ανακάλυψη των πρώτων ηλεκτρονικών υπολογιστών έγιναν πολλές προσπάθειες να κατασκευαστούν κατάλογοι τυχαίων αριθμών. Η δημιουργία τέτοιων καταλόγων σταμάτησε οριστικά μετά από τη μνημειώδη δημοσίευση ενός εκατομμυρίου τυχαίων αριθμών από την Rand Corporation το 1955, οι οποίοι παρήχθησαν με τη βοήθεια ενός τροχού ηλεκτρονικής ρουλέτας που κατασκευάστηκε ειδικά για αυτό το σκοπό. Σήμερα, οι κατασκευαστές ηλεκτρονικών υπολογιστών εφοδιάζουν τα μηχανήματά τους με εσωτερικές ρουτίνες για την παραγωγή τυχαίων αριθμών, ενώ πολλές εταιρείες αναπτύξεως λογισμικού έχουν αναπτύξει γεννήτριες τυχαίων αριθμών.

Όλες οι μέθοδοι παραγωγής ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών στηρίζονται σε υπολογισμούς με τη βοήθεια αναδρομικών σχέσεων υπολογισμού υπολοίπων (modulo  $m$ ) που προκύπτουν από ένα γραμμικό μετασχηματισμό. Η εσωτερική παραγωγή αριθμών που χρησιμοποιείται περισσότερο σήμερα είναι η πολλαπλασιαστική μέθοδος σύγκλισης στην οποία τα υπόλοιπα διαδοχικών δυνάμεων ενός αριθμού  $x$  αποτελούν τους διαδοχικούς αριθμούς σε μία σειρά τυχαίων αριθμών, δηλαδή:

$$x_i = x^i \pmod{m} \quad (\text{A.4})$$

Αυτή η μέθοδος είναι δύσκολο να εφαρμοστεί σε πολλούς υπολογιστές, διότι καταλήγει στην ύψωση ενός αριθμού σε μεγάλες δυνάμεις (π.χ. εάν χρειάζονται 100.000 τυχαίοι αριθμοί, ο τελευταίος θα υπολογιστεί ως  $x^{100.000} \pmod{m}$ ). Όμως έχει αποδειχτεί ότι μία ισοδύναμη σχέση είναι η ακόλουθη:

$$x_i = \rho x_{i-1} \pmod{m} \quad (\text{A.5})$$

όπου  $\rho$  μια σταθερά. Σε αυτήν την περίπτωση οι ζητούμενοι αριθμοί λαμβάνονται από τη σχέση:

$$u_i = x_i / m \quad (\text{A.6})$$

Όταν πρόκειται να χρησιμοποιηθεί μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών όπως αυτή που ορίζεται με τις εξισώσεις (A.2.5) και (A.2.6), πρέπει να προσδιοριστεί η παράμετρος  $\rho$  που ονομάζεται πολλαπλασιαστής, η αρχική τιμή  $x_0$  και το υπόλοιπο  $m$ . Σήμερα, η συνηθέστερη επιλογή για το  $m$  ορίζεται από τη σχέση  $m = r^s$ , όπου  $r$  είναι η βάση του συστήματος αρίθμησης που χρησιμοποιεί ο αντίστοιχος υπολογιστής (συνήθως 2, 10 ή 16) και  $s$  είναι το μήκος της λέξης που δέχεται ο υπολογιστής, έτσι ώστε να επιτυγχάνονται ταχύτεροι υπολογισμοί.

Μία άλλη αναδρομική σχέση που συνήθως χρησιμοποιείται για τη δημιουργία τυχαίων αριθμών είναι η ακόλουθη:

$$x_i = (\rho x_{i-1} + b) \pmod{m} \quad (\text{A.7})$$

όπου  $b$  είναι ένας μη αρνητικός ακέραιος αριθμός. Είναι φανερό ότι η εξίσωση (A.2.5) είναι μία ειδική περίπτωση αυτής της σχέσης, όταν  $b = 0$ . Σε δυαδικούς υπολογιστές έχουν χρησιμοποιηθεί οι τιμές  $\rho = 129$ ,  $b = 1$  και  $m = 2^{35}$ .

Στην πραγματικότητα, οι τυχαίοι αριθμοί που παράγονται με τις παραπάνω διαδικασίες, μπορούν να αναπαραχθούν ακριβώς οι ίδιοι και για το λόγο αυτό αποτελούν ένα αιτιοκρατικό σύνολο. Εάν εφαρμοστούν αυστηρά οι ορισμοί, τέτοιοι αριθμοί δεν είναι ακριβώς τυχαίοι και γι' αυτό το λόγο ονομάζονται ψευδο-τυχαίοι αριθμοί. Πάντως, αν και η παραπάνω διαδικασία είναι βέβαια αιτιοκρατική, μπορεί να αποδειχτεί ότι οι αριθμοί που παράγονται χρησιμοποιώντας μεγάλες τιμές του  $m$  παρουσιάζονται ομοιόμορφα κατανεμημένοι και στατιστικά ανεξάρτητοι.



### A.2.3. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών από Δεδομένη Συνάρτηση Κατανομής

Η εφαρμογή της εξίσωσης (A.3) μπορεί να παράγει τυχαίους αριθμούς οι οποίοι είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι και αντιστοιχούν σε μία θεωρούμενη κατανομή. Η εξίσωση (A.3) απαιτεί τον προσδιορισμό της αντίστροφης συνάρτησης από τη συνάρτηση κατανομής, και για το λόγο αυτό, αυτή η μέθοδος είναι γνωστή σαν μέθοδος του αντίστροφου μετασχηματισμού και μπορεί να εφαρμοστεί πάρα πολύ εύκολα στις περιπτώσεις που η αντίστροφη συνάρτηση κατανομής έχει μία αναλυτική έκφραση.

Για παράδειγμα, ας υποτεθεί ότι έχει δημιουργηθεί μία σειρά  $u_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών. Στη συνέχεια αναφέρονται παραδείγματα συνεχών συναρτήσεων κατανομής στις οποίες μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα η μέθοδος του αντίστροφου μετασχηματισμού:

A) Εκθετική κατανομή: Η συνάρτηση κατανομής είναι η:

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0 \quad (\text{A.8})$$

Θεωρώντας την αντίστροφη αυτής της συνάρτησης μπορούν να παραχθούν εκθετικά κατανεμημένοι τυχαίοι αριθμοί από την εξίσωση:

$$x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - u_i) = -\frac{1}{\lambda} \ln u_i \quad (\text{A.9})$$

όπου στην παραπάνω σχέση χρησιμοποιήθηκε η διαπίστωση πως εάν οι αριθμοί  $u$  είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι, ομοιόμορφα κατανεμημένοι θα είναι και οι αριθμοί  $1 - u$ .

B) Κατανομή Erlang: Μπορεί να αποδειχτεί ότι τα αθροίσματα  $N$  ανεξάρτητων τυχαίων αριθμών που ακολουθούν την εκθετική κατανομή με μέσο ( $n/\lambda$ ) και έχουν παράμετρο σχήματος ίση με  $n$ . Είναι φανερό, ότι ένας τυχαίος αριθμός που αντιστοιχεί στην κατανομή Erlang προσδιορίζεται από το άθροισμα  $n$  εκθετικά κατανεμημένων τυχαίων αριθμών, δηλαδή από τη σχέση:

$$x_i = \sum_{k=1}^n \frac{\ln u_i}{-\lambda} = -\frac{1}{\lambda} \ln \prod_{k=1}^n u_k \quad (\text{A.10})$$

Γ) Κατανομή Ακρότατης Τιμής τύπου I: Η συνάρτηση κατανομής δίνεται από τη σχέση:

$$F_X(x) = \exp[-e^{-\alpha(x-\beta)}] \quad (\text{A.11})$$

όπου  $\beta$  είναι η πιο πιθανή τιμή της  $X$  και  $\alpha$  είναι η παράμετρος σχήματος. Θεωρώντας την αντίστροφη συνάρτησή της, παράγονται τυχαίοι αριθμοί που ακολουθούν αυτήν την κατανομή, εφαρμόζοντας την ακόλουθη σχέση:

$$x_i = \beta - \frac{1}{\alpha} \ln[\ln(\frac{1}{u})] \quad (\text{A.12})$$

Δ) Κατανομή μέγιστης τιμής: Αν υποθέσουμε ότι  $Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , όπου  $X_i$  είναι ανεξάρτητες μεταβλητές και πανομοιότυπα κατανεμημένες σύμφωνα με τη συνάρτηση κατανομής  $F_X(x)$ . Η συνάρτηση κατανομής των  $Y_n$  δίνεται από τη σχέση:

$$F_{Y_n}(y) = [F_X(y)]^n \quad (\text{A.13})$$

Έτσι οι τυχαίοι αριθμοί με κατανομή  $F_{Y_n}(y)$  παράγονται από τη σχέση:

$$y_i = F_X^{-1}(u_i^{\frac{1}{n}}) \quad (\text{A.14})$$

Ένας μεγαλύτερος αριθμός παραδειγμάτων με την εφαρμογή γνωστών και ευρέως χρησιμοποιούμενων κατανομών μπορεί να ευρεθεί στη σχετική βιβλιογραφία.

Ένας άλλος τρόπος προσέγγισης του προβλήματος παραγωγής τυχαίων αριθμών, που μπορεί να αποδειχθεί πολύ χρήσιμος σε πολλές πραγματικές εφαρμογές ανάλυσης συστημάτων, είναι η διακριτοποίηση των συνεχών συναρτήσεων κατανομής. Σε τέτοιες περιπτώσεις εφαρμόζονται τεχνικές παραγωγής

τυχαίων αριθμών, παρόμοιες με αυτή που περιγράφεται στη συνέχεια.

Στην περίπτωση των διακριτών τυχαίων μεταβλητών η διαδικασία αντιστροφής πρέπει να γίνει αριθμητικά. Έτσι η διαδικασία προσδιορισμού ενός τυχαίου αριθμού από κάποια δεδομένη συνάρτηση κατανομής, μπορεί να γενικευθεί ως ακολούθως:

Αν  $u$  είναι ένας τυχαίος αριθμός από μια τυποποιημένη ομοιόμορφα κατανομή ο αντίστοιχος τυχαίος αριθμός  $x$ , επιλεγμένος από ένα σύνολο πιθανών τιμών  $x_1, x_2, \dots$  μιας τυχαίας μεταβλητής  $X$  είναι αυτός που ικανοποιεί τη σχέση:

$$F_x(x_{i-1}) < u \leq F_x(x_i) \quad (\text{A.15})$$

Σε αυτή τη μέθοδο απαιτείται ο υπολογισμός της συνάρτησης κατανομής για όλες τις πιθανές τιμές της τυχαίας μεταβλητής και στη συνέχεια η επιλογή του κατάλληλου  $x_i$  κάθε φορά που παράγεται ένας αριθμός  $u$ .

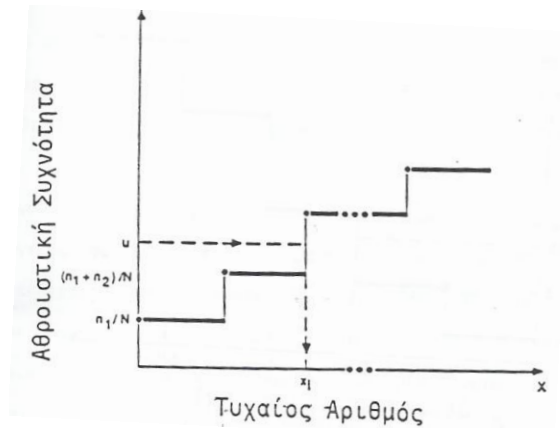
Οι στατιστικές πληροφορίες που είναι διαθέσιμες για πολλές αναλύσεις πρακτικών συστημάτων δίνονται συνήθως σε μια μορφή ιστογραμμάτων. Σε αυτές τις περιπτώσεις οι τυχαίοι αριθμοί που μπορούν να παραχθούν από την αντίστοιχη συνάρτηση κατανομής μπορούν να ληφθούν, χωρίς να χρειάζεται ο υπολογισμός αυτής της ίδιας της συνάρτησης κατανομής. Πράγματι, ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν  $J$  διαστήματα στο ιστογράμμα με το διάστημα  $i$  να έχει  $n_i$  παρατηρήσεις. Έστω ακόμα ότι το  $i$  διάστημα έχει όρια τις τιμές  $a_{i-1}$  και  $a_i$  της τυχαίας μεταβλητής  $X$ .

Συμβολίζοντας με  $x_i$  την αντιπροσωπευτική τιμή της  $X$  μέσα σε αυτό το διάστημα [π.χ.  $x_i = (a_{i-1} + a_i)/2$ ], μπορούμε να παραστήσουμε την συνάρτηση κατανομής του  $X$  με μια βαθμωτή συνάρτηση αθροιστικής συχνότητας :

$$F_x(x_i) = \begin{cases} 0, & x_i < a_0 \\ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^i n_j, & a_0 \leq x_i < a_j \\ 1, & x_i \geq a_j \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

όπου  $N$  είναι ο συνολικός αριθμός παρατηρήσεων.

Η γραφική παράστασή της φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



**Σχήμα Α.2.2.: Βαθμωτή Συνάρτηση αθροιστικής κατανομής**

Αντικαθιστώντας την παραπάνω συνάρτηση στην εξίσωση (Α.15) και πολλαπλασιάζοντας όλα τα μέλη επί  $N$  λαμβάνουμε:

$$0 < Nu - \sum_{j=1}^{i-1} n_j \leq n_i \quad (\text{A.17})$$

όπου για καλύτερη παρουσίαση και χωρίς μείωση της γενικότητας θα υποθέσουμε ότι η  $u$  έχει σχεδιαστεί στο ανοιχτό διάστημα  $(0, 1)$ .

Η μέθοδος του αντίστροφου μετασχηματισμού μπορεί να αποδειχθεί χρονοβόρα όταν ο αριθμός των διαστημάτων είναι μεγάλος, ή στην περίπτωση της διωνυμικής κατανομής, όταν η αντίστοιχη παράμετρος  $n$  λαμβάνει μεγάλες τιμές. Όμως οι περισσότερο χρησιμοποιούμενες κατανομές σε πολλές αναλύσεις πρακτικών συστημάτων είναι η διωνυμική κατανομή και η κατανομή Poisson. Αυτές οι κατανομές μπορούν σε ορισμένες περιπτώσεις να προσεγγισθούν από αντίστοιχες κανονικές κατανομές. Για  $np > 10$  και  $p \geq 0.5$  ή  $n(1-p) > 10$  και  $p < 0.5$  μπορεί να αποδειχθεί ότι μια διωνυμική τυχαία μεταβλητή  $X$  προσεγγίζει τη μεταβλητή της κανονικής κατανομής με μέσο  $(np, 0.5)$  και διασπορά  $(np, 1-p)$ . Έτσι, για τον καθορισμό μιας τιμής  $x$  από μια διωνυμική κατανομή, μπορεί πρώτα να παραχθεί μια τιμή  $y$  από μια κανονική κατανομή  $N[np - 0.5, np(1-p)]$  και στη συνέχεια να εξετασθούν οι ακόλουθες συνθήκες :

- i. Αν  $y \leq 0$ , τότε θέτουμε  $x = 0$
- ii. Αν  $y \geq n$ , τότε θέτουμε  $x = n$
- iii. Αν  $0 < y < n$ , τότε στρογγυλοποιούμε το  $y$  στον πλησιέστερο ακέραιο και

θέτουμε  $x$  ίσο προς αυτόν τον ακέραιο.

Στην περίπτωση της κατανομής Poisson, αν το  $\lambda$  είναι μεγάλο (έστω  $\lambda > 10$ ), μπορεί να θεωρηθεί μια κανονική κατανομή με μέσο  $(\lambda - 0.5)$  και διασπορά  $\sqrt{\lambda}$ . Όπως και στην περίπτωση της διωνυμικής κατανομής, πρώτα παράγουμε μια «κανονική» μεταβλητή  $y$  και μετά εξετάζονται τα ακόλουθα :

- i. Αν  $y \leq 0$ , τότε θέτουμε  $x = 0$
- ii. Αν  $y > 0$ , τότε στρογγυλοποιούμε το  $y$  στον πλησιέστερο ακέραιο και θέτουμε  $x$  ίσο προς αυτόν τον ακέραιο.

#### A.2.4. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών υπό Δέσμευση

Μια από τις κύριες δυσκολίες που έχουν σχέση με την εφαρμογή των αναλυτικών μεθόδων σε πιθανοτικές μελέτες συστημάτων είναι ότι οι τυχαίες μεταβλητές συχνά δεν είναι ανεξάρτητες με αποτέλεσμα να πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι από κοινού συναρτήσεις κατανομής. Αυτό το γεγονός δημιουργεί επιπρόσθετες δυσκολίες στο ήδη περίπλοκο πρόβλημα και για αυτό το λόγο στην πλειοψηφία των αναλυτικών προσεγγίσεων προϋποτίθεται η ανεξαρτησία των τυχαίων μεταβλητών. Όμως, η μέθοδος Monte-Carlo έχει τη δυνατότητα να χειρισθεί την από κοινού συνάρτηση κατανομής.

Εάν οι τυχαίες μεταβλητές  $X_1, X_2, \dots, X_n$  είναι εξαρτημένες, η από κοινού συνάρτηση κατανομής τους μπορεί να εκφρασθεί σαν:

$$F_{x_1, \dots, x_n}(x_1, \dots, x_n) = F_{x_1}(x_1)F_{x_2}(x_2 | x_1) \dots F_{x_n}(x_n | x_1, \dots, x_{n-1}) \quad (A.18)$$

όπου  $F_{x_1}(x_1)$  και  $F_{x_k}(x_k | x_1, \dots, x_{k-1})$  είναι η περιθώρια και δεσμευμένη κατανομή των  $X_1$  και  $X_k$  αντίστοιχα.

Στην περίπτωση των εξαρτημένων τυχαίων μεταβλητών, οι ζητούμενοι τυχαίοι αριθμοί δεν μπορούν να παράγονται ανεξάρτητα για κάθε μεταβλητή. Αλλά με τη χρήση της κατάλληλης εξίσωσης μπορεί να παραχθεί το ζητούμενο σύνολο των τυχαίων αριθμών με βάση τους ακόλουθους συλλογισμούς:

Ας υποθέσουμε ότι έχει παραχθεί ένα σύνολο ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$ . Η τιμή του  $x_1$  μπορεί να καθοριστεί ανεξάρτητα, από τη σχέση :

$$x_1 = F_{x_1}^{-1}(u_1) \quad (\text{A.19})$$

Με αυτήν την τιμή του  $x_1$ , η συνάρτηση  $F_{x_2}(x_2 | x_1)$  είναι μία συνάρτηση μόνο του  $x_2$  και συνεπώς μια τιμή  $x_2$  μπορεί να καθορισθεί από τη σχέση :

$$x_2 = F_{x_2}^{-1}(x_2 | x_1) \quad (\text{A.20})$$

Με όμοιο τρόπο, χρησιμοποιώντας τις τιμές  $x_1, \dots, x_{n-1}$  που έχουν ήδη ευρεθεί, μπορεί να προσδιορισθεί η τιμή  $x_n$  από τη σχέση :

$$x_n = F_{x_n}^{-1}(u_n | x_1, \dots, x_{n-1}) \quad (\text{A.21})$$

Με αυτόν τον τρόπο το ζητούμενο σύνολο των εξαρτημένων τυχαίων αριθμών  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  μπορεί να προσδιορισθεί από αναδρομικές σχέσεις. Όπως φαίνεται από τις παραπάνω σχέσεις η μέθοδος θα είναι ικανοποιητική εάν η περιθώρια και η δεσμευμένη συνάρτηση κατανομής μπορούν να αντιστραφούν αναλυτικά.

### **A.3. ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ MONTE CARLO**

Η προσομοίωση Monte Carlo είναι μια συνθετική διαδικασία δειγματοληψίας που πραγματοποιείται από ψηφιακό υπολογιστή. Σε οποιοδήποτε δειγματοληπτικό πείραμα, η ακρίβεια των αποτελεσμάτων αυξάνεται με τον αριθμό των δειγμάτων, επομένως η ακρίβεια της μεθόδου Monte Carlo θα εξαρτάται από τον αριθμό των προσομοιώσεων. Θεωρούμε λοιπόν, το συγκεκριμένο πρόβλημα υπολογισμού της μέσης τιμής της εξαρτημένης μεταβλητής  $Y$ . Υποθέτουμε ότι παρήγαμε  $n$  τιμές  $y_1, \dots, y_n$  της  $Y$  και υπολογίσαμε την μέση τιμή του δείγματος

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (\text{A.22})$$

Η μέση τιμή του δείγματος είναι μια τυχαία μεταβλητή και πρέπει η διακύμανσή της να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη. Η διασπορά της  $\bar{y}$  δίνεται ως εξής:

$$E\left[\left(\bar{y} - \mu_Y\right)^2\right] = \frac{\sigma_Y^2}{n} \quad (\text{A.23})$$

όπου  $\mu_Y$  και  $\sigma_Y$  είναι η μέση τιμή του πληθυσμού και η τυπική απόκλιση αντίστοιχα.

Παρατηρούμε, ότι το σφάλμα στον υπολογισμό της μέσης τιμής είναι αντιστρόφως ανάλογο του  $\sqrt{n}$ , και για να βελτιώσουμε την εκτίμηση κατά ένα παράγοντα της τάξης του 2, θα πρέπει να αυξήσουμε το μέγεθος του δείγματος κατά 4. Ο Shooman (1968) απέδειξε ότι στις μελέτες αξιοπιστίας των συστημάτων, ο απαιτούμενος αριθμός των προσομοιώσεων ώστε να επιτευχθεί ένας δεδομένος βαθμός ακρίβειας, είναι ανεξάρτητος του μεγέθους του συστήματος, αλλά εξαρτάται από το βαθμό αξιοπιστίας του συστήματος που μελετάται. Προσεγγίζοντας την διωνυμική κατανομή με την κανονική, ανέπτυξε την ακόλουθη έκφραση για το εκατοστιαίο σφάλμα:

$$\pm \%error = 200 \sqrt{\frac{1 - p_F}{np_F}} \quad (\text{A.24})$$

όπου  $p_F$  είναι η υπολογισθείσα πιθανότητα σφάλματος και  $n$  το μέγεθος του δείγματος. Η εξίσωση (A.24) παρέχει μια κλίμακα όπου το ποσοστό του σφάλματος της πιθανότητας αποτυχίας, μπορεί να αναμένεται να βρεθεί στο 95% του χρόνου.

Ο Wang (1989) ερεύνησε την ακρίβεια της προσομοίωσης Monte Carlo για την εκτίμηση του μέσου χρόνου λειτουργίας των μονάδων παραγωγής. Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι ανωτέρω εκτιμήσεις μπορούν να προσεγγιστούν από κανονικές κατανομές, με τον συντελεστή διακύμανσης να προσεγγίζεται από τον ακόλουθο εμπειρικό τύπο:

$$\delta = 0.007p\sqrt{r} + 0.045 \quad (\text{A.25})$$

όπου  $p$  η πιθανότητα σφάλματος σε μια μονάδα και  $r$  ο μέσος χρόνος επιδιόρθωσης (σε ώρες). Επίσης, απέδειξε, ότι τα προσεγγιστικά επιθυμητά όρια μπορούν να υπολογιστούν ως εξής:

Έστω :  $\bar{X}$  = η μέση τιμή των  $n$  μηνιαίως προσομοιωμένων χρόνων λειτουργίας

$S$  = η τυπική απόκλιση της μέσης τιμής

Τότε από την εξίσωση (A.25) έχουμε:

$$S = (\bar{X} / \sqrt{n})(0.07\sqrt{r} + 0.045) \quad (\text{A.26})$$

Για ένα σταθμό παραγωγής με  $m$  ανεξάρτητες μονάδες, η μέση τιμή της παραγωγής του σταθμού είναι ίση με το άθροισμα όλων των μέσων τιμών όλων των μονάδων του σταθμού, η τυπική απόκλιση είναι ίση με την ρίζα του αθροίσματος των διασπορών, και το 90% των διαστημάτων εμπιστοσύνης του σταθμού παραγωγής μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση (A.26).



## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

### ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΥΝΕΛΙΞΗΣ

#### Β.1. ΣΥΝΕΛΙΞΗ ΚΑΝΟΝΙΚΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ

Έστω οι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές  $X_1$  και  $X_2$  που ακολουθούν κανονική κατανομή, με συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας  $f_1(X_1)$  και  $f_2(X_2)$

αντίστοιχα. Τότε λόγω της σχέσης  $f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$  με  $x, \mu \in \mathbb{R}, \sigma > 0$  ισχύει:

$$f_1(X_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} e^{-\frac{(X_1-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} \quad (\text{B.1})$$

$$f_2(X_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{(X_2-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}} \quad (\text{B.2})$$

Η τυχαία μεταβλητή  $X_N$  που δίνεται ως  $X_N = a_1X_1 + a_2X_2$  έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_N(X_N)$

$$f_N(X_N) = f_1(a_1X_1) * f_2(a_2X_2) \quad (\text{B.3})$$

Η τυχαία μεταβλητή  $a_iX_i$  ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή  $a_i\mu_i$  και τυπική απόκλιση  $a_i^2\sigma_i^2$ , όπου  $a_i$  ο συντελεστής ευαισθησίας του ζυγού  $i$ . Ο μετασχηματισμός Laplace μιας συνάρτησης  $f(t)$  ορίζεται ως

$$f(S) = L\{f(t)\} := \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \quad (\text{B.4})$$

και ισχύει

$$L\{f(t_1) * f(t_2)\} = L\{f(t_1)\} \cdot L\{f(t_2)\} \quad (\text{B.5})$$

Βάσει της ιδιότητας (B.3) η σχέση (B.5) γίνεται :

$$L\{f_N(X_N)\} = L\{f_1(a_1 X_1)\} \cdot L\{f_2(a_2 X_2)\} \quad (\text{B.6})$$

όπου

$$L\{f_1(a_1 X_1)\} = e^{-\left(a_1 \mu_1 s - \frac{1}{2} a_1^2 \sigma_1^2 s^2\right)} \quad (\text{B.7})$$

$$L\{f_2(a_2 X_2)\} = e^{-\left(a_2 \mu_2 s - \frac{1}{2} a_2^2 \sigma_2^2 s^2\right)} \quad (\text{B.8})$$

$$\text{Άρα } L\{f_2(a_2 X_2)\} = e^{-\left(a_1 \mu_1 + a_2 \mu_2\right) s - \frac{1}{2} \left(a_1^2 \sigma_1^2 + a_2^2 \sigma_2^2\right) s^2} = e^{-\left(\mu_N s - \frac{1}{2} \sigma_N^2 s^2\right)} \quad (\text{B.9})$$

$$\text{όπου } \mu_N = \alpha_1 \mu_1 + \alpha_2 \mu_2 \quad \text{και} \quad \sigma_N^2 = \alpha_1^2 \sigma_1^2 + \alpha_2^2 \sigma_2^2 \quad (\text{B.10})$$

Η εξίσωση (B.7) οδηγεί στον υπολογισμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας  $f_N(X_N)$  της τυχαίας μεταβλητής  $X_N$ , που ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή  $\mu_N$  και τυπική απόκλιση  $\sigma_N$  :

$$f_N(X_N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_N} e^{-\frac{(X_N - \mu_N)^2}{2\sigma_N^2}} \quad (\text{B.11})$$

Η συνέλιξη  $r$  ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών κανονικής κατανομής δίνεται από τη σχέση (B.10)

$$\text{όπου } \mu_N = \sum_{i=1}^r a_i \mu_i \quad \text{και} \quad \sigma_N^2 = \sum_{i=1}^r a_i^2 \sigma_i^2 \quad (\text{B.12})$$

**B.2. ΣΥΝΕΛΙΞΗ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ**

Έστω οι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές  $X_1$  και  $X_2$  που ακολουθούν διακριτή ή διωνυμική κατανομή, με συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας  $f_1(X_1)$  και  $f_2(X_2)$  αντίστοιχα. Η διωνυμική κατανομή αποτελείται από  $n+1$  διακριτές τιμές όπου  $n$  ο αριθμός των ανεξάρτητων όμοιων γεννητριών. Αφού υπολογιστούν οι τιμές αυτές και οι αντίστοιχες πιθανότητες τους, η διωνυμική κατανομή αντιμετωπίζεται ως διακριτή.

Το βασικό πρόβλημα είναι ο υπολογισμός της ισοδύναμης διακριτής κατανομής λόγω του μεγάλου αριθμού των διακριτών τιμών με τις οποίες παριστάνεται. Για παράδειγμα όταν μια διακριτή συνάρτηση που παριστάνεται με  $\nu$  διακριτές τιμές συνελίσσεται με μια άλλη διακριτή συνάρτηση που παριστάνεται με  $\nu'$  διακριτές τιμές η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας θα αντιπροσωπεύεται από  $(\nu \times \nu')$  διακριτές τιμές. Η διαδικασία αυτή είναι χρονοβόρα και γίνεται μη πρακτική όταν ο αριθμός των διακριτών συναρτήσεων στο σύστημα είναι μεγάλος.

Λόγω της σχέσης  $f_x(x) = \sum_{i=1}^{\nu} P_i \delta(x - W_i)$  ισχύει :

$$f_1(X_1) = \sum_{i=1}^{\nu} P_i \delta(X_1 - W_i) \tag{B.13}$$

$$f_2(X_2) = \sum_{j=1}^{\nu'} P_j' \delta(X_2 - W_j') \tag{B.14}$$

Η τυχαία μεταβλητή  $X_D$  που δίνεται ως

$$X_D = a_1 X_1 + a_2 X_2 \tag{B.15}$$

έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_D(X_D)$

$$f_D(X_D) = f_1(a_1 X_1) * f_2(a_2 X_2) \tag{B.16}$$

όπου  $f_1(a_1 X_1) = \sum_{i=1}^{\nu} P_i \delta(X_1 - a_1 W_i)$  και  $f_2(a_2 X_2) = \sum_{j=1}^{\nu'} P_j' \delta(X_2 - a_2 W_j')$  (B.17)

και ισχύει

$$L\{f_D(X_D)\} = L\{f_1(a_1 X_1)\} \cdot L\{f_2(a_2 X_2)\} \tag{B.18}$$

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

$$\text{όπου } L\{f_1(a_1 X_1)\} = \sum_{i=1}^{\nu} P_i e^{-a_1 W_i s} \quad (\text{B.19})$$

$$L\{f_2(a_2 X_2)\} = \sum_{j=1}^{\nu'} P_j' e^{-a_2 W_j' s} \quad (\text{B.20})$$

$$\begin{aligned} \text{Άρα } L\{f_D(X_D)\} &= (P_1 e^{-a_1 W_1 s} + P_2 e^{-a_1 W_2 s} + \dots + P_\nu e^{-a_1 W_\nu s}) \\ &\quad \times (P_1' e^{-a_2 W_1' s} + P_2' e^{-a_2 W_2' s} + \dots + P_{\nu'}' e^{-a_2 W_{\nu'}' s}) \\ &= \sum_{k=1}^t G_k e^{-H_k s} \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

$$\text{όπου } t = \nu \times \nu' \quad (\text{B.22})$$

$$G_k = P_i \times P_j' \quad (\text{B.23})$$

$$H_k = a_1 W_i + a_2 W_j' \quad (\text{B.24})$$

Για όλα τα διατεταγμένα ζεύγη  $(i, j)$

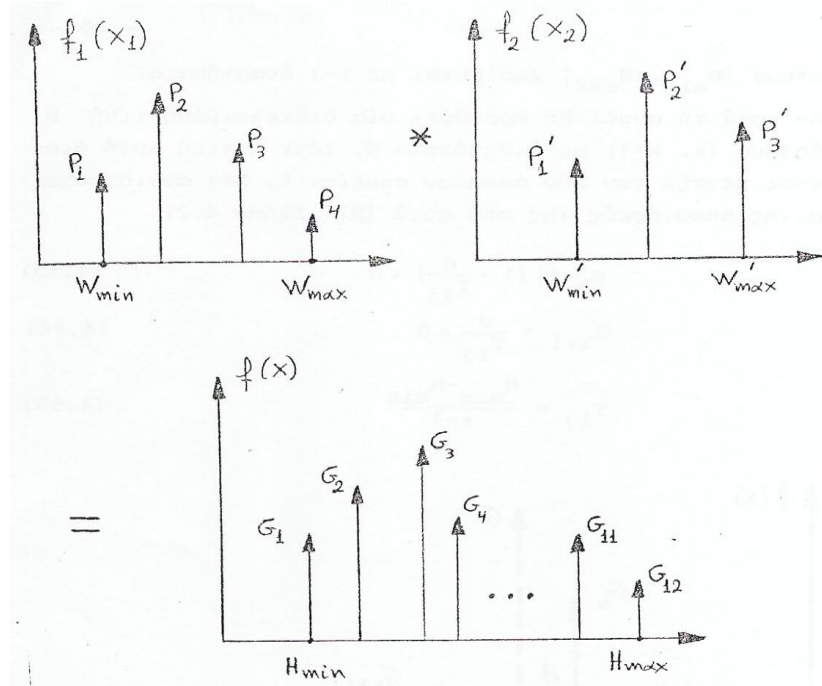
$$i = 1, \dots, \nu \quad j = 1, \dots, \nu'$$

Η εξίσωση (B.21) οδηγεί στον υπολογισμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας  $f_D(X_D)$  της τυχαίας μεταβλητής  $X_D$ , που ακολουθεί διακριτή κατανομή με  $t$  διακεκριμένες τιμές.

$$f_D(X_D) = \sum_{k=1}^t G_k \delta(X_D - H_k) \quad (\text{B.25})$$

Η συνέλιξη  $r$  ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών διακριτής κατανομής απαιτεί τον υπολογισμό όλων των  $G_k$  και των αντίστοιχων  $H_k$  για  $k = (1, \dots, t)$  όπου  $t = \nu_1 \times \nu_2 \times \dots \times \nu_k \times \dots \times \nu_r$  και  $\nu_k$  ο αριθμός των διακεκριμένων τιμών της  $k$  διακριτής κατανομής.

Έστω ότι συνελίσσονται 10 διακριτές κατανομές με 4 διακεκριμένες τιμές η κάθε μια. Τότε η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας αποτελείται από  $4^{10} = 1.048.576$  διακεκριμένες τιμές.



Σχήμα Β.2.1. : Συνέλιξη δύο διακριτών κατανομών

Δημιουργείται έτσι πρόβλημα μνήμης και χρόνου υπολογισμού που λύνεται αν καθοριστεί εκ των προτέρων ο επιθυμητός αριθμός  $t$  των διακεκριμένων τιμών με τις οποίες θα αντιπροσωπευθεί η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.

Οι τιμές της συνέλιξης δύο διακριτών κατανομών εκτείνονται στο διάστημα  $|H_{min}, H_{max}|$

$$H_{min} = W_{min} + W'_{min} \tag{B.26}$$

$$H_{max} = W_{max} + W'_{max} \tag{B.27}$$

και

$$W_{min} = \min\{a_1W_1, a_1W_2, \dots, a_1W_v\} \tag{B.28}$$

$$W'_{min} = \min\{a_2W'_1, a_2W'_2, \dots, a_2W'_v\} \tag{B.29}$$

$$W_{max} = \max\{a_1W_1, a_1W_2, \dots, a_1W_v\} \tag{B.30}$$

$$W'_{max} = \max\{a_2W'_1, a_2W'_2, \dots, a_2W'_v\} \tag{B.31}$$

Το διάστημα  $|H_{min}, H_{max}|$  χωρίζεται σε  $t-1$  διαστήματα.

Αν κατά τη συνέλιξη προκύψει μια διακεκριμένη τιμή  $H$  στο διάστημα  $(k, k+1)$  με πιθανότητα  $G$ , τότε η τιμή αυτή διαμοιράζεται μεταξύ των δύο ακραίων

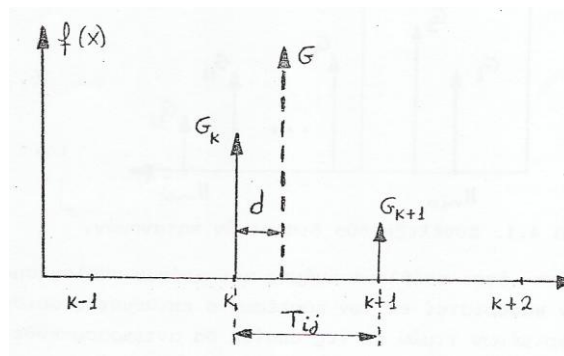
σημείων  $(k, k+1)$  αντιστρόφως ανάλογα της αποστάσεως της από αυτά. (Σχήμα B.2.2)

$$G_k = \left(1 - \frac{d}{T_{ij}}\right) \times G \quad (\text{B.32})$$

$$G_k = \frac{d}{T_{ij}} \times G \quad (\text{B.33})$$

όπου

$$T_{ij} = \frac{H_{\max} - H_{\min}}{t-1} \quad (\text{B.34})$$



**Σχήμα B.2.2.: Διαμοιρασμός μιας διακεκριμένης τιμής**

### **B.2.1. Συνέλιξη κανονικής και διακριτής κατανομής**

Σύμφωνα με τις δύο προηγούμενες παραγράφους, συνελίσσονται όλες οι τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν κανονική κατανομή δίνοντας τη γενική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_N(X_N)$  κανονικής κατανομής, και όλες οι τυχαίες μεταβλητές που δεν ακολουθούν κανονική κατανομή (διακριτή, διωνυμική, Weibull) δίνοντας τη γενική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_D(X_D)$  διακριτής κατανομής.

Η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δίνεται ως

$$f_X(X) = f_N(X_N) * f_D(X_D) \quad (\text{B.35})$$

Εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό Laplace ισχύει

$$L\{f_X(X)\} = L\{f_N(X_N)\} \cdot L\{f_D(X_D)\} \quad (\text{B.36})$$

όπου  $L\{f_N(X_N)\}$  δίνεται στη σχέση (B.9)

$L\{f_D(X_D)\}$  δίνεται στη σχέση (B.10)

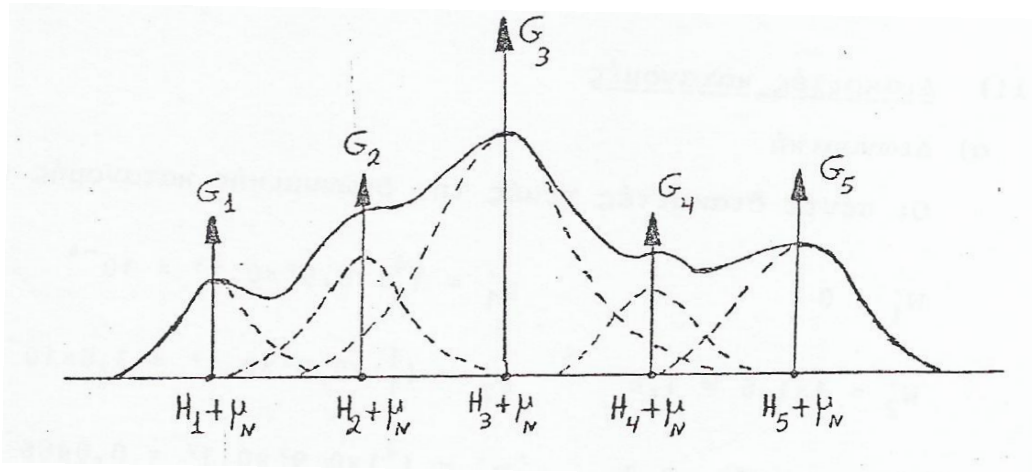
Άρα :

$$L\{f_X(X)\} = \sum_{k=1}^t G_k e^{-|(\mu_N+H_k)s-\frac{1}{2}\sigma_N^2s^2|} \quad (B.37)$$

Ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace της  $L\{f_X(X)\}$  οδηγεί στην εξίσωση

$$f_X(X) = \sum_{k=1}^t \frac{G_k}{\sqrt{2\pi\sigma_N^2}} e^{-\frac{|X-(\mu_N+H_k)|^2}{2\sigma_N^2}} \quad (B.38)$$

Η συνάρτηση αυτή είναι γραμμικώς συνδυασμός  $t$  κανονικών συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας, με μέση τιμή  $\mu_N + H_k$ , τυπική απόκλιση  $\sigma_N$ , που συμβάλλουν στο άθροισμα ανάλογα με τον συντελεστή  $G_k$  όπου  $k = 1, 2, \dots, t$ .



Σχήμα Β.2.3. : Η  $f_X(X)$  ως άθροισμα  $t$  κανονικών συναρτήσεων

Πολλές προσπάθειες έχουν γίνει για να αναπτυχθούν τεχνικές που επιτρέπουν την πραγματοποίηση της συνέλιξης με μεγαλύτερη ακρίβεια και λιγότερο χρόνο υπολογισμού. Η τελευταία τεχνική που εφαρμόζεται στην πιθανοτική ανάλυση ροών φορτίου βασίζεται στον ταχύ μετασχηματισμό Fourier (FFT). Ο ταχύς μετασχηματισμός Fourier εκμεταλλεύεται ορισμένες ιδιότητες των εκθετικών συναρτήσεων για να δώσει μια γρήγορη και ακριβή παρουσίαση μιας συνάρτησης στο πεδίο της συχνότητας.

### Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής

Για μια δεδομένη συνεχή απεριοδική συνάρτηση  $f(y)$ , που ορίζεται στο διάστημα  $T = 1/f$  δίνεται η μιγαδική συνάρτηση  $S(\omega)$  στο πεδίο της συχνότητας

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y)e^{-j\omega y} dy \quad (\text{B.39})$$

και ο αντίστροφος μετασχηματισμός είναι :

$$f(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)e^{j\omega y} d\omega \quad (\text{B.40})$$

όπου 
$$\omega = 2\pi f = 2\pi/T$$

Αν η συνάρτηση  $f(y)$  είναι μια διακριτή ή διακριτοποιημένη συνάρτηση με  $N$  διακριτές τιμές σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους θα ισχύει :

$$f(y) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \delta(y - k\Delta y) \quad (\text{B.41})$$

και η εφαρμογή του μετασχηματισμού Fourier θα δώσει :

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{N-1} a_k \delta(y - k\Delta y) e^{-j\omega y} dy = \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{-j\omega k\Delta y} \quad (\text{B.42})$$

Η  $S(\omega)$  είναι μια περιοδική συνάρτηση με περίοδο  $T = \frac{2\pi}{\Delta y} = 2N\Delta\omega$  και η παράστασή της με  $N$  διακριτά σημεία είναι :

$$S(n\Delta\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{-j\omega k\Delta y} \Rightarrow S(n) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k W^{-nk} \quad (\text{B.43})$$

όπου 
$$W = e^{j\frac{2\pi}{N}}$$
 και  $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$

Η μαθηματική συνέλιξη στο πεδίο του χρόνου, μετατρέπεται στο πεδίο της συχνότητας σε απλό πολλαπλασιασμό.

Έτσι ισχύει :

$$f(y) = f_1(y) * f_2(y) \Leftrightarrow S(n) = S_1(n) \cdot S_2(n) \quad (\text{B.44})$$

Αφού πραγματοποιηθεί η συνέλιξη στο πεδίο της συχνότητας, ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier δίνει αντίστοιχα την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f(y)$  με  $N$  διακριτά σημεία από την σχέση (B.41) όπου :



$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S(n) W^{nk} \quad (\text{B.45})$$

Ο ταχύς μετασχηματισμός Fourier έχει ως σκοπό τη μείωση των απαιτούμενων μιγαδικών πολλαπλασιασμών και προσθέσεων για τον υπολογισμό των πινάκων  $S(n)$  και  $a_k$  από τις εξισώσεις (B.42) και (B.45). Κανονικά απαιτείται να πραγματοποιηθούν  $N^2$  μιγαδικοί πολλαπλασιασμοί και  $N(N - 1)$  προσθέσεις. Λόγω της περιοδικότητας της (B.42) ισχύει :

$$W^{-nk} = W^{-nk \bmod N} \quad (\text{B.46})$$

Αν  $N = 2^M$ , ο αλγόριθμος του ταχέως μετασχηματισμού Fourier είναι μια διαδικασία παραγοντοποίησης του πίνακα  $N \times N$  σε  $M$  πίνακες διαστάσεων  $N \times N$  ο καθένας έτσι ώστε στον κάθε παραγοντοποιημένο πίνακα να ελαχιστοποιείται ο αριθμός των απαιτούμενων μιγαδικών πολλαπλασιασμών και προσθέσεων. Έτσι αποδεικνύεται ότι με τον ταχύ μετασχηματισμό Fourier απαιτούνται συνολικά  $NM/2$  μιγαδικοί πολλαπλασιασμοί αντί για  $N^2$  και  $NM$  προσθέσεις αντί για  $N(N - 1)$ . Αν θεωρηθεί ότι ο απαιτούμενος χρόνος υπολογισμού είναι ανάλογος του αριθμού των πολλαπλασιασμών, τότε η αναλογία στον χρόνο υπολογισμού μεταξύ του συμβατικού και του ταχέως μετασχηματισμού Fourier είναι περίπου  $2^N/M$ , όπου  $M$  ακέραιος αριθμός συνήθως για τις απαιτήσεις της πιθανοτικής ανάλυσης ρών φορτίου.

Ο αλγόριθμος του ταχέως μετασχηματισμού Fourier όπως αναπτύχθηκε πιο πάνω εφαρμόζεται μόνο σε διακριτές ή διακριτοποιημένες συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας. Έτσι, μετά τον υπολογισμό της ισοδύναμης κανονικής κατανομής, απαιτείται η διακριτοποίησή της σύμφωνα με τους παρακάτω κανόνες :

- Η ισοδύναμη κανονική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας αποκόπτεται σε προκαθορισμένο αριθμό τυπικών αποκλίσεων, συνήθως  $\pm 3 \times \sigma_n$  που δίνει μια ικανοποιητική απεικόνιση του 99% των πιθανών τιμών της. Ο απαιτούμενος αριθμός διακριτών τιμών για την παράστασή της καθορίζεται στη συνέχεια.
- Η τιμή της πιθανότητας  $a_k$  στη θέση  $y_k = \frac{y_1 + y_2}{2}$  υπολογίζεται από τη σχέση  $a_k = P\{y = y_k\} = P\{y \leq y_2\} - P\{y < y_1\}$  έτσι ώστε να αντιστοιχεί στην επιφάνεια της κανονικής κατανομής μεταξύ των σημείων  $y_1$  και  $y_2$ .

### Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής

- Η τιμή της πιθανότητας  $a_k$  διαιρείται με την επιφάνεια της αποκομμένης κανονικής κατανομής μεταξύ των σημείων  $y_{min} = y_n - 3 \times \sigma_n$  και  $y_{max} = y_n + 3 \times \sigma_n$ , έτσι ώστε η αθροιστική πιθανότητα της αποκομμένης και διακριτοποιημένης ισοδύναμης κανονικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας να παραμένει μονάδα.
- Λόγω της συμμετρίας της κανονικής κατανομής μπορεί να θεωρηθεί για τους πιο πάνω υπολογισμούς μόνο το μισό τμήμα της.

Μετά την διακριτοποίησή της η ισοδύναμη κανονική κατανομή αντιμετωπίζεται στην συνέλιξη με τον αλγόριθμο του ταχέως μετασχηματισμού Fourier ως μια απλή διακριτή κατανομή με ορισμένο αριθμό διακριτών τιμών.

Η διαδικασία της συνέλιξης πραγματοποιείται διαδοχικά με δύο μόνο συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας σε κάθε βήμα. Αν σε κάποιο βήμα της διαδικασίας η  $f_{ij} = f_i(a_i y_i) * f_j(a_j y_j)$  αντιπροσωπεύει την συνέλιξη των συναρτήσεων  $f_i$  και  $f_j$  που ορίζονται στα διαστήματα  $T_i$  και  $T_j$  αντίστοιχα, τότε θα ορίζεται στο διάστημα :

$$T_{ij} = |a_i|T_i + |a_j|T_j = [z_{min}, z_{max}] \quad (B.47)$$

όπου

$$z_{min} = \begin{array}{ll} a_i y_{i(\min)} + a_j y_{j(\min)} & a_i > 0, a_j > 0 \\ a_i y_{i(\min)} + a_j y_{j(\max)} & a_i > 0, a_j < 0 \\ a_i y_{i(\max)} + a_j y_{j(\min)} & a_i < 0, a_j > 0 \\ a_i y_{i(\max)} + a_j y_{j(\max)} & a_i < 0, a_j < 0 \end{array}$$

και

$$z_{max} = \begin{array}{ll} a_i y_{i(\max)} + a_j y_{j(\max)} & a_i > 0, a_j > 0 \\ a_i y_{i(\max)} + a_j y_{j(\min)} & a_i > 0, a_j < 0 \\ a_i y_{i(\min)} + a_j y_{j(\max)} & a_i < 0, a_j > 0 \\ a_i y_{i(\min)} + a_j y_{j(\min)} & a_i < 0, a_j < 0 \end{array}$$

Έστω ότι το τελικό διάστημα  $T$  που αντιστοιχεί στην τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, οφείλει να παρασταθεί με  $N = 2^M$  διακριτά σημεία. Τότε ο αριθμός  $N_{ij}$  των διακριτών σημείων που απαιτούνται για την παράσταση του διαστήματος  $T_{ij}$  της συνέλιξης σε κάποιο βήμα θα δίνεται από τις σχέσεις που ακολουθούν :

$$N'_{ij} = \left( 2^M \cdot \frac{T_{ij}}{T} \right) + 1 \quad (B.48)$$

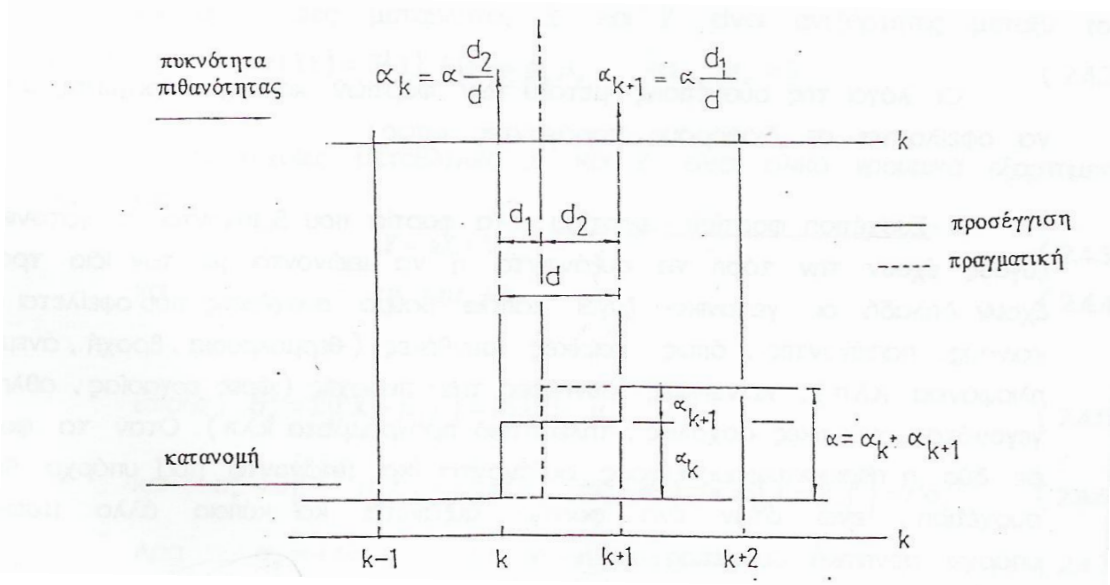
$$M'_{ij} = \log N'_{ij} \quad (B.49)$$

$$M_{ij} = \text{INTEGER}(M'_{ij}) + 1 \quad (B.50)$$

$$N_{ij} = 2^{M_{ij}} \quad (B.51)$$

Στη σχέση (B.48) θεωρείται ένα επιπλέον σημείο για να μην υπάρχει πιθανότητα να χαθεί μέρος της τελευταίας διακριτής τιμής που διαμοιράζεται στα ακραία σημεία του διαστήματος  $T_{ij}$ .

Το διάστημα  $T_{ij}$  χωρίζεται σε  $N_{ij} - 1$  διαστήματα. Αν κατά τη διάρκεια της συνέλιξης προκύψει μια διακριτή τιμή στο διάστημα  $k, k + 1$  αντιστρόφως ανάλογα της απόστασής της από αυτά, όπως φαίνεται στο σχήμα Β.2.4.



Σχήμα Β.2.4.: Διαμοιρασμός μιας διακριτής τιμής

Οι συναρτήσεις μαθηματικά μπορούν να συνελιχθούν με οποιαδήποτε σειρά. Από τις σχέσεις όμως (B.48) και (B.41) φαίνεται ότι ο αριθμός των απαιτούμενων διακριτών σημείων για την παράσταση μιας συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας αυξάνεται ανάλογα με τις περιόδους  $T_i$  και  $T_j$  και η αποδοτικότητα του αλγορίθμου του ταχέως μετασχηματισμού Fourier αυξάνεται όσο ο αριθμός των σημείων είναι μικρότερος. Έτσι είναι πιο αποδοτικό να συνελίσσονται διαδοχικά οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας ανάλογα με το εύρος της περιόδου τους, ξεκινώντας από εκείνες με το μικρότερο εύρος και συνεπώς και τον μικρότερο αριθμό διακριτών σημείων.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

### ΕΠΕΚΤΑΣΗ CORNISH - FISHER

#### Γ.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Κατά τον σχεδιασμό των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας, απαιτείται ο υπολογισμός της ισχύος που ρέει ανάμεσα στους ζυγούς. Το ζήτημα αυτό μπορεί να επιλυθεί ντετερμινιστικά, μια διαδικασία που απαιτεί ακριβείς τιμές για τα φορτία, την παραγωγή και τις γενικότερες μεταβλητές του συστήματος.

Τα τελευταία χρόνια υπάρχει μεγάλη εξάπλωση της διεσπαρμένης παραγωγής, η οποία εισέρχεται στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας. Η παραγωγή αυτή έχει αυξήσει σε μεγάλο βαθμό την αβεβαιότητα σε ένα δίκτυο. Αυτό γιατί η διεσπαρμένη παραγωγή, όπως για παράδειγμα ένα αιολικό πάρκο, δεν ακολουθεί συγκεκριμένες κατανομές για την περιγραφή των παραμέτρων του, αλλά τυχαίες.

Συνεπώς η εφαρμογή των ντετερμινιστικών μεθόδων θα απαιτούσε συμβατικούς υπολογισμούς με τυχαίες τιμές για φορτία, παραγωγές και λοιπές μεταβλητές, κάτι το οποίο και λόγω της υπολογιστικής πολυπλοκότητας των μεθόδων, δείχνει μη πρακτικό. Η πιθανοτική ροή φορτίου από την άλλη, μπορεί να προσεγγίσει καλύτερα το πρόβλημα ροής των συστημάτων.

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, παρουσιάζεται η επέκταση μιας μαθηματικής μεθόδου προσέγγισης, η οποία μπορεί να προσεγγίσει με καλά αποτελέσματα την ροή φορτίου σε ένα δίκτυο.

Η μέθοδος αυτή παρουσιάστηκε για πρώτη φορά από τους Cornish και Fisher το 1958 [14] αλλά χρησιμοποιήθηκε και από πολλούς άλλους για την μελέτη τόσο ενεργειακών όσο και οικονομικών θεμάτων ([8], [9], [10], [11], [12], [15]).

Η μέθοδος αυτή για την υλοποίηση της χρησιμοποιεί την θεωρία των αθροισμάτων (cumulants) σε συνδυασμό με γνωστά στατιστικά μεγέθη και κατανομές. Η βασική αρχή της είναι παρόμοια με την επέκταση Gram – Charlier [6].

Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται ο υπολογισμός της συνάρτησης κατανομής (cdf) αλλά και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (pdf) ροών ισχύος σε συστήματα, με μικρή υπολογιστική διαδικασία. Το γεγονός αυτό οφείλεται στις ιδιότητες των αθροισμάτων, τα οποία θα παρουσιαστούν παρακάτω. Η μέθοδος αυτή παρουσιάζει πολύ καλή προσέγγιση στη μέθοδο Monte Carlo ([5]), την οποία χρησιμοποιούμε ως αναφορά σε τέτοιες περιπτώσεις. Συνεπώς με μια τέτοια μέθοδο, που συνδυάζει καλά αποτελέσματα και μικρή διαδικασία υπολογισμού, ο σχεδιασμός

των συστημάτων μπορεί να απλουστευθεί αρκετά αφού μπορούν να προσεγγιστούν οι παράμετροι αυτών με μεγαλύτερη ευκολία και ακρίβεια σε σχέση με τη χρήση άλλων μεθόδων.

## Γ.2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

### Γ.2.1. Υπολογισμός ροπών (Moments)

Εάν, για έναν θετικό ακέραιο αριθμό  $u$ , η συνάρτηση  $x^u$  είναι ολοκληρώσιμη ως προς την  $F(x)$  τότε το ολοκλήρωμα αυτής από  $(-\infty, +\infty)$  δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\alpha_u = E(\xi^u) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^u dF(x) \quad (\Gamma.1)$$

Το ολοκλήρωμα αυτό καλείται η ροπή τάξης  $u$  ή  $u$ -οστή ροπή της κατανομής. Οι ροπές γύρω από το μέσο όρο  $m$ , καλούνται κεντρικές ροπές (central moments):

$$\mu_u = E[(\xi - m)^u] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m)^u dF(x) \quad (\Gamma.2)$$

Στην περίπτωση μιας γραμμικής συνάρτησης  $\eta = c\xi + b$ , η  $u$ -οστή ροπή της μεταβλητής  $\eta$  δίνεται από την έκφραση :

$$\alpha'_u = E[(c\xi + b)^u] = c^u \alpha_u + \binom{u}{1} c^{u-1} b \alpha_{u-1} + \dots + b^u \quad (\Gamma.3)$$

### Γ.2.2. Ορισμός των Αθροισμάτων (Cumulants)

Λαμβάνουμε μια συνάρτηση της μορφής  $e^{it\xi}$ , η οποία είναι μια συνάρτηση της πραγματικής μεταβλητής  $t$ , και καλείται χαρακτηριστική συνάρτηση της μεταβλητής  $\xi$ . Η μέση τιμή της συνάρτησης αυτής θα γραφτεί ως:

$$\varphi(t) = E(e^{it\xi}) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{itx} dF(x) \quad (\Gamma.4)$$

Εάν η  $k$ -οστή ροπή της κατανομής αυτής υπάρχει, η χαρακτηριστική συνάρτηση μπορεί να αναπτυχθεί με σειρές MacLaurin για μικρές τιμές του  $t$ :

$$\varphi(t) = 1 + \sum_1^k \frac{\alpha_u}{u!} (it)^u + o(t^k) \quad (\Gamma.5)$$

$$\log \varphi(t) = \sum_1^k \frac{K_u}{u!} (it)^u + o(t^k) \quad (\Gamma.6)$$

Οι συντελεστές  $\kappa_\nu$  εισήχθησαν από τον Thiele και καλούνται ημι-σταθερές ή αθροίσματα της κατανομής.

Τα αθροίσματα  $\kappa'_\nu$  μιας γραμμικής συνάρτησης  $\eta = ax + b$  λαμβάνονται από την παρακάτω σχέση:

$$\log \left[ e^{bit} \varphi(at) \right] = \sum_1^k \frac{\kappa'_\nu}{\nu!} (it)^\nu + o(t^k) \quad (\Gamma.7)$$

Επομένως:

$$\kappa'_1 = a\kappa_1 + b \quad \text{και} \quad \kappa'_\nu = a^\nu \kappa_\nu \quad \text{για} \quad \nu > 1 \quad (\Gamma.8)$$

### Γ.2.3. Σχέση μεταξύ των Ροπών και των Αθροισμάτων

Για να παρασταθεί η σχέση μεταξύ των ροπών και των αθροισμάτων αντικαθιστούμε την έκφραση της  $\varphi(t)$  από την (Γ.5) στην (Γ.6). Έτσι:

$$\log \left( 1 + \sum_1^k \frac{\alpha_\nu}{\nu!} (it)^\nu \right) = \sum_1^k \frac{\kappa_\nu}{\nu!} (it)^\nu + o(t^k) \quad (\Gamma.9)$$

Διαπιστώνεται δηλαδή ότι τα αθροίσματα  $\kappa_n$  είναι πολυώνυμα των ροπών  $a_1, \dots, a_n$ , και αντίστροφα.

Η σχέση των αθροισμάτων ως προς τις ροπές μπορεί να γραφεί ως:

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \alpha_1 = m \\ \kappa_2 &= \alpha_2 - \alpha_1^2 \\ \kappa_3 &= \alpha_3 - 3\alpha_1\alpha_2 + 2\alpha_1^3 \\ \kappa_4 &= \alpha_4 - 3\alpha_2^2 - 4\alpha_1\alpha_3 + 12\alpha_1^2\alpha_2 - 6\alpha_1^4 \\ &\dots \end{aligned} \quad (\Gamma.10)$$

Όπου με  $m$  δηλώνεται η μέση τιμή.

Τα αθροίσματα  $\kappa_\nu$  μπορούν να γραφούν και σε σχέση με τις κεντρικές ροπές  $\mu_\nu$ . Η σχέση αυτή είναι η ακόλουθη:

$$x = 0 \quad (\Gamma.11)$$

όπου  $\sigma$  η τυπική απόκλιση.

Αντίστροφα:

$$\begin{aligned}
 \mu_1 &= 0 \\
 \mu_2 &= \kappa_2 = \sigma^2 \\
 \mu_3 &= \kappa_3 \\
 \mu_4 &= \kappa_4 + 3\kappa_2^2 \\
 \mu_5 &= \kappa_5 + 10\kappa_2\kappa_3 \\
 \mu_6 &= \kappa_6 + 15\kappa_2\kappa_4 + 10\kappa_3^2 + 15\kappa_2^3 \\
 &\dots
 \end{aligned}
 \tag{Γ.12}$$

**Γ.2.4. Ιδιότητες των Αθροισμάτων**

Έστω  $\xi$  και  $\eta$  είναι οι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με γνωστή τη συνάρτηση αθροιστικής πυκνότητας πιθανότητας  $F_1$  και  $F_2$ . Η αθροιστική συνάρτηση  $F(x)$  του αθροίσματος των δύο ανεξάρτητων μεταβλητών δίνεται από :

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(x-z) dF_2(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_2(x-z) dF_1(z)
 \tag{Γ.13}$$

$$F(x) = F_1(x) * F_2(x)
 \tag{Γ.14}$$

Για το άθροισμα  $\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n$ , η ανεξάρτητων μεταβλητών, η αθροιστική συνάρτηση θα είναι:

$$F(x) = F_1(x) * F_2(x) * \dots * F_n(x)
 \tag{Γ.15}$$

Έστω  $\varphi_1(t)$ ,  $\varphi_2(t)$  και  $\varphi(t)$  οι χαρακτηριστικές συναρτήσεις των  $\xi$ ,  $\eta$  και  $\xi+\eta$  αντίστοιχα. Τότε:

$$\varphi(t) = E[e^{it(\xi+\eta)}] = E[e^{it\xi}] * E[e^{it\eta}] = \varphi_1(t) * \varphi_2(t)
 \tag{Γ.16}$$

Εάν  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  είναι ανεξάρτητες μεταβλητές με χαρακτηριστικές συναρτήσεις  $\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)$ , τότε η χαρακτηριστική συνάρτηση  $\varphi(t)$  του αθροίσματος  $\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n$  θα είναι:

$$\varphi(t) = \varphi_1(t) * \varphi_2(t) * \dots * \varphi_n(t)
 \tag{Γ.17}$$

Το θεώρημα πολλαπλασιασμού για τις χαρακτηριστικές συναρτήσεις δίνει:

$$\log \varphi(t) = \log \varphi_1(t) + \log \varphi_2(t) + \dots + \log \varphi_n(t)
 \tag{Γ.18}$$

Επομένως:

$$\kappa_v = \kappa_v^1 + \kappa_v^2 + \dots + \kappa_v^n \quad (\Gamma.19)$$

Σύμφωνα με την (Γ.11) παρατηρούμε ότι:

$$m = m_1 + m_2 + \dots + m_n$$
$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2$$

### Γ.3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ CORNISH – FISHER

Για να επιτευχθεί ικανοποιητική προσέγγιση σημείων μια τυχαίας μεταβλητής με άγνωστη κατανομή χρησιμοποιείται η τεχνική συναρτήσεων. Η γενική τεχνική των συναρτήσεων αυτών έχει ως στόχο τη δημιουργία της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (cdf), μιας άγνωστης τυχαίας μεταβλητής, μέσα από μια σειρά από όρους οι οποίοι βασίζονται σε μια αρχική κατανομή που χρησιμοποιείται ως βάση.

Στην τεχνική αυτή, η χρήση ολόκληρης της κατανομής βάσης μπορεί να δώσει ακριβώς τα σημεία της επιθυμητής κατανομής. Παρόλα αυτά, η χρήση και μόνο μερικών όρων αυτής μπορεί να δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Η κατανομή βάσης η οποία συνήθως χρησιμοποιείται είναι η κανονική κατανομή και συγκεκριμένα η κανονική  $N(0,1)$  κατανομή με μέση τιμή  $\mu=0$  και τυπική απόκλιση  $\sigma=1$ . Μπορούν όμως, να χρησιμοποιηθούν και άλλες κατανομές, όπως η Γάμμα.

Τέτοιες τεχνικές μπορούν να βρεθούν με περισσότερες λεπτομέρειες στα Elderton – Johnson [16], Johnson – Kotz [17] και Ord [18]. Στην ενότητα αυτή θα συζητηθεί μόνο η περίπτωση της επέκτασης Cornish – Fisher.

Ο σκοπός της γενικευμένης επέκτασης της Cornish – Fisher είναι να προσεγγίσει μια επιθυμητή τυχαία κατανομή με τη χρήση ήδη γνωστών κατανομών [9]. Πιο συγκεκριμένα αν ονομάσουμε  $F$  μια τυχαία άγνωστη κατανομή τότε ο σκοπός της επέκτασης αυτής είναι να προσεγγίσουμε μια ποσότητα  $a$  (quantile- $a$ ) της  $F$  κατανομής αναλύοντας την σε όρους της ήδη γνωστής κατανομής  $\Phi$ . Ουσιαστικά σκοπός είναι η προσέγγιση της αλυσωτής συνάρτησης  $F^{-1} \circ \Phi$ . Η ανάπτυξη της συνάρτησης  $F^{-1} \circ \Phi$  σε παράγωγα των  $F$  και  $\Phi$  είναι το θεώρημα αντιστροφής του Lagrange (Whittaker and Watson; 1920, p.133). Αυτό δείχνει ότι αν μια συνάρτηση  $s \rightarrow t$  μπορεί να οριστεί από την εξίσωση

$$t = c + s \cdot h(t) \quad (\Gamma.20)$$



για κάποια σταθερή  $c$ , και με  $h$  μια αναλυτική συνάρτηση στο σημείο  $t = c$ , τότε κάθε αναλυτική συνάρτηση  $f(t)$  μπορεί να αναπτυχθεί σε δυναμοσειρές στο όριο του  $s = 0$  (δηλ.  $t = c$ ) ως εξής:

$$f(t) = f(c) + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{s^r}{r!} D^{r-1}[f' \cdot h^r](c) \quad (\Gamma.21),$$

όπου ο όρος  $D$  συμβολίζει τον παράγοντα διαφορίσης. Για μια δοσμένη πιθανότητα θεωρώ πιθανότητα  $c := a$ ,  $f := \Phi^{-1}$  και  $h := (\Phi - F) \circ \Phi^{-1}$ . Τότε από την παραπάνω συνάρτηση προκύπτει ότι:

$$\Phi^{-1}(t) = \Phi^{-1}(a) + \sum_{r=1}^{\infty} (-1)^r \frac{s^r}{r!} D^{r-1}[(F - \Phi)^r / \phi \circ \Phi^{-1}](a) \quad (\Gamma.22)$$

Αν στην εξίσωση (Γ.20) αντικαταστήσουμε  $s = 1$  τότε προκύπτει ότι  $\Phi^{-1}(t) = F^{-1}(a)$ . Επιπρόσθετα αν για απλοποίηση θεωρήσω  $x := F^{-1}(a)$  και  $z := \Phi^{-1}(a)$  τότε η συνάρτηση (Γ.22) μπορεί να πάρει τη μορφή:

$$x = z + \sum_{r=1}^{\infty} (-1)^r \frac{1}{r!} D^{r-1}[(F - \Phi)^r / \phi \circ \Phi^{-1}](\Phi(z)) \quad (\Gamma.23)$$

Συνεχίζοντας την απλοποίηση, με  $a := (F - \Phi) / \phi$  η προηγούμενη συνάρτηση γράφεται ως εξής:

$$x = z + \sum_{r=1}^{\infty} (-1)^r \frac{1}{r!} D_{(r-1)}[a^r](z) \quad (\Gamma.24)$$

όπου  $D_{(r)} = (D + \frac{\phi'}{\phi})(D + 2\frac{\phi'}{\phi}) \dots (D + r\frac{\phi'}{\phi})$  με  $D_{(0)}$  να αποτελεί τον ταυτοτικό παράγοντα.

Η συνάρτηση (Γ.24) εκφράζει τη σχέση ανάμεσα σε μια ποσότητα  $x$  της κατανομής  $F$  σε όρους μια ποσότητας  $z$  μιας κατανομής  $\Phi$ . Η συνάρτηση αυτή αποτελεί τη γενικευμένη επέκταση Cornish – Fisher.

Ένα πολύ σημαντικό βήμα στην επέκταση αυτή είναι η επιλογή μιας συγκεκριμένης συνάρτησης  $\Phi$  για το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα, καθώς και η ανάπτυξη μια σειράς για την συνάρτηση  $a$ . Η κλασική συνάρτηση *Cornish – Fisher* σαν συνάρτηση βάσης  $\Phi$  χρησιμοποιεί την κανονική  $N(0,1)$  κατανομή.

Η συνάρτηση  $a$ , αναπτύσσεται σε σειρά *Gram – Charlier* [6] με τους όρους της να αναδιατάσσονται όπως θα εξηγηθεί παρακάτω.

Η βασική ιδέα με τη χρήση της σειράς *Gram – Charlier* είναι η ανάπτυξη του λόγου των γενέτειρων συναρτήσεων του  $V$  ( $M(t) = Ee^{tV}$ ) και της κανονικής  $N(0,1)$  κατανομής ( $e^{-t^2/2}$ ) σε δυναμοσειρές σε περιοχή του μηδενός:

$$M(t)e^{-t^2/2} = \sum_{k=0}^{\infty} c_k t^k \quad (\Gamma.25)$$

Στην παραπάνω σχέση,  $c_k$  είναι οι συντελεστές *Gram – Charlier*. Με τη χρήση του αντίστροφου μετασχηματισμού Fourier μπορεί αντίστοιχα να προκύψει η μορφή της σειράς της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (pdf):

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k (-1)^k \phi^{(k)}(x) \quad (\Gamma.26)$$

καθώς και της συνάρτησης κατανομής (cdf):

$$F(x) = \Phi(x) - \sum_{k=1}^{\infty} c_k (-1)^{k-1} \phi^{(k-1)}(x) \quad (\Gamma.27)$$

Με  $\phi$  και  $\Phi$  τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας και κατανομής αντίστοιχα της  $N(0,1)$  κανονικής κατανομής. Τα παράγωγα της κανονικής κατανομής είναι:

$$(-1)^k \phi^{(k)}(x) = \phi(x) H_k(x)$$

όπου  $H_k$  είναι τα πολυώνυμα Hermite [1].

Οι συντελεστές *Gram – Charlier* μπορούν να μετατραπούν σε συντελεστές Fourier της συνάρτησης  $f(x) / \phi(x)$  όπου μπορεί να γραφεί ότι:

$$f(x) / \phi(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k H_k(x) \quad (\Gamma.28)$$

Σε όρους της γενικευμένης επέκτασης Cornish – Fisher (Γ.23), η σχέση (2.27) γίνεται:

$$a(z) = - \sum_{k=1}^{\infty} c_k H_{k-1}(z) \quad (\Gamma.29)$$

Συνδέοντας το αποτέλεσμα αυτό με την εξίσωση (Γ.23), παίρνουμε ένα άπειρο άθροισμα όρων, οι οποίοι συμπίπτουν με τους όρους της κλασσικής συνάρτησης Cornish – Fisher. Ο τρόπος με τον οποίο οι όροι αυτοί αναδιατάσσονται προκύπτει από το κεντρικό οριακό θεώρημα.

Αν υποθεθεί ότι η τυχαία μεταβλητή  $V$  έχει κανονικοποιηθεί (κεντρικές ροπές  $\kappa_1 = 0$   $\kappa_2 = 1$ ) και θεωρηθεί ότι το κανονικοποιημένο άθροισμα ανεξάρτητων τυχαίων

μεταβλητών  $V_i$  με κατανομή  $F$ ,  $S_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n V_i$  τότε η ροπογεννήτρια της μεταβλητής

$S_n$  είναι:

$$M_n(t) = M(t/\sqrt{n})^n = e^{t^2/2} \left( \sum_{k=0}^{\infty} c_k t^k n^{-k/2} \right)^n \quad (\Gamma.30)$$

Από την σχέση αυτή φαίνεται ότι κ-οστός Gram-Charlier συντελεστής  $c_k(n)$  της μεταβλητής  $S_n$  είναι μια πολυωνυμική σχέση του όρου  $n^{-1/2}$  περιλαμβάνοντας τους συντελεστές  $c_i$  μέχρι  $i = k$ .

Αν οι όροι της κανονικής Cornish-Fisher συνάρτησης

$$x = z + \sum_{r=1}^{\infty} (-1)^r \frac{1}{r!} D_{(r-1)} \left[ \left( - \sum_{k=1}^{\infty} c_k H_{k-1}(z) \right)^r \right] (z) \quad (\Gamma.31)$$

ταξινομηθούν κατά δυνάμεις του όρου  $n^{-1/2}$ , η κλασική σειρά Cornish-Fisher μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$x = z + \sum_{k=1}^{\infty} n^{-k/2} \xi_k(z) \quad (\Gamma.32)$$

όπου  $\xi_k(z)$  είναι το σύνολο όλων των όρων της κ-οστής δύναμης του  $n^{-1/2}$ .

Η άμεση έκφραση των όρων  $\xi_k$  σε όρους των αθροισμάτων  $\kappa_r$  είναι μια δύσκολη διαδικασία. Για το λόγο αυτό ο Lee ανέπτυξε μια επαναληπτική μέθοδο για το κ-οστό  $\xi_k$  στην επέκταση Cornish - Fisher, η οποία εφαρμόζεται στον αλγόριθμο AS269 [19].

Σύμφωνα με αυτή:

$$\xi_k(H) = a_k H^{*(k+1)} - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{j}{k} (\xi_{k-j}(H) - \xi_{k-j}) * (\xi_j - a_j H^{*(j+1)}) * H \quad (\Gamma.33)$$

Όπου  $a_k = \frac{\kappa_{k+2}}{(k+2)!}$  και  $\xi_k(H)$  είναι μια πολυωνυμική σχέση των πολυωνύμων Hermite (H).

Απλουστεύοντας την παραπάνω ανάλυση, μπορούμε να πούμε πως όταν η άγνωστη τυχαία μεταβλητή  $\{F_n\}$ , μπορεί να χαρακτηριστεί σαν μια ακολουθία από συναρτήσεις κατανομής με παράμετρο το  $n$ , και οι οποίες με την αύξηση του  $n$  προσεγγίζουν την

κανονική κατανομή  $\Phi$ , τότε για  $\{L\} = \{l_r = \kappa_r - \delta_r, r = 1, 2, \dots\}$ , και  $\delta_r = 1$  αν  $r=2$ , αλλιώς  $\delta_r = 0$  μπορεί να γραφεί το ακόλουθο [12]:

$$F(x) \approx \Phi(x) - \varphi(x) \sum_{r=1}^{\infty} M_r(x, L) \quad (\Gamma.34)$$

Οι παρακάτω δυο σχέσεις δείχνουν την σχέση της γνωστής ως προς την άγνωστη κατανομή και αντίστροφα.

$$z = \Phi^{-1}[F(x)] \approx x - \sum_{r=1}^{\infty} N_r(x, L) \quad (\Gamma.35)$$

$$x = F_n^{-1}[\Phi(z)] \approx z + \sum_{r=1}^{\infty} P_r(z, L) \quad (\Gamma.36)$$

Όπου η  $\Phi$  είναι η συνάρτηση κατανομής (cdf) της τυχαίας μεταβλητής που χρησιμοποιείται ως βάση και  $\varphi$  αντίστοιχα είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της. Η ποσότητα  $z$  δηλώνει την τυχαία μεταβλητή της  $\Phi$ , ενώ η ποσότητα  $x$  την μεταβλητή της κατανομής  $F$ . Στην βιβλιογραφία οι εξισώσεις (Γ.34) και (Γ.36) αναφέρονται ως Edgeworth και Cornish - Fisher συναρτήσεις. Αντίθετα η εξίσωση (Γ.35) αναφέρεται σαν αντίστροφη συνάρτηση Cornish – Fisher.

Χωρίς βλάβη της γενικότητας αν χρησιμοποιήσουμε την γενικευμένη μεταβλητή  $x_s = \frac{x - \mu}{\sigma}$  τότε η τιμή των  $l_1$  και  $l_2$  γίνεται ίση με το μηδέν και οι συναρτήσεις (Γ.34) - (Γ.36) γράφονται πάλι, σε συνάρτηση του  $x_s$  και των αθροισμάτων  $K = \kappa_r$ ,  $r > 2$ , με αποτέλεσμα τα πολυώνυμα να παρουσιάσουν μεγάλη απλοποίηση. Χρησιμοποιούμε τα τέσσερα πρώτα πολυώνυμα της Edgeworth Cornish – Fisher.

Έτσι και τέσσερα πολυώνυμα  $M_r(x, K)$  γράφονται ως εξής:

$$\begin{aligned} M_1(x, K) &= \frac{1}{6} h_2 \kappa_3 \\ M_2(x, K) &= \frac{1}{24} h_3 \kappa_4 + \frac{1}{72} h_5 \kappa_3^2 \\ M_3(x, K) &= \frac{1}{120} h_4 \kappa_5 + \frac{1}{144} h_6 \kappa_3 \kappa_4 + \frac{1}{1296} h_8 \kappa_3^3 \\ M_4(x, K) &= \frac{1}{720} h_5 \kappa_6 + \frac{1}{5760} h_7 (5 \kappa_4^2 + 8 \kappa_3 \kappa_5) + \frac{1}{1728} h_9 \kappa_3^2 \kappa_4 + \frac{1}{31104} h_{11} \kappa_3^4 \end{aligned} \quad (\Gamma.37)$$

Στις συναρτήσεις αυτές τα  $h_j$  είναι τα πολυώνυμα Hermite  $j$ -στης τάξης τα οποία

εκφράζονται ως  $h_j = (-1)^j \varphi(x) \frac{d^j \varphi(x)}{dx^j}$ .

Αντίστοιχα τα τέσσερα πρώτα πολυώνυμα της αντίστροφης συνάρτησης Cornish – Fisher (Γ.35) γράφονται ως εξής:

$$N_1(x, K) = \frac{1}{6} \kappa_3 (x^2 - 1) \quad (\Gamma.38)$$

$$N_2(x, K) = \frac{1}{24} \kappa_4 (x^3 - 3x) - \frac{1}{36} \kappa_3^2 (4x^3 - 7x)$$

$$N_3(x, K) = \frac{1}{120} \kappa_5 (x^4 - 6x^2 + 3) - \frac{1}{144} \kappa_3 \kappa_4 (11x^4 - 42x^2 + 15) + \frac{1}{648} \kappa_3^3 (69x^4 - 187x^2 + 52)$$

$$N_4(x, K) = \frac{1}{720} \kappa_6 (x^5 - 10x^3 + 15x) - \frac{1}{384} \kappa_4^2 (5x^5 - 32x^3 + 35x) - \frac{1}{360} \kappa_3 \kappa_5 (7x^5 - 48x^3 + 51x) \\ + \frac{1}{864} \kappa_3^2 \kappa_4 (111x^5 - 547x^3 + 456x) - \frac{1}{7776} \kappa_3^4 (948x^5 - 3628x^3 + 2473x)$$

Τέλος τα τέσσερα πολυώνυμα  $P_1(u, K)$  που εμφανίζονται στην συνάρτηση (Γ.36) μπορούν να εκφραστούν ως εξής:

$$P_1(z, K) = \frac{1}{6} \kappa_3 (z^2 - 1)$$

$$P_2(z, K) = \frac{1}{24} \kappa_4 (z^3 - 3z) - \frac{1}{36} \kappa_3^2 (2z^3 - 5z) \quad (\Gamma.39)$$

$$P_3(z, K) = \frac{1}{120} \kappa_5 (z^4 - 6z^2 + 3) - \frac{1}{24} \kappa_3 \kappa_4 (z^4 - 5z^2 + 2) + \frac{1}{324} \kappa_3^3 (12z^4 - 53z^2 + 17)$$

$$P_4(z, K) = \frac{1}{720} \kappa_6 (z^5 - 10z^3 + 15z) - \frac{1}{384} \kappa_4^2 (3z^5 - 24z^3 + 29z) + \frac{1}{180} \kappa_3 \kappa_5 (2z^5 - 17z^3 + 21z) \\ + \frac{1}{288} \kappa_3^2 \kappa_4 (14z^5 - 103z^3 + 107z) - \frac{1}{7776} \kappa_3^4 (252z^5 - 1688z^3 + 1511z)$$

Οι μορφές αυτές είναι ισοδύναμες.

Η τελική μορφή της απλοποιημένης συνάρτησης που χρησιμοποιείται στην επέκταση αυτή με την χρήση των πέντε πρώτων αθροισμάτων γράφεται ως εξής [11]:

$$\begin{aligned} x = & z + \frac{1}{6}(z^2 - 1)\kappa_3 + \frac{1}{24}(z^3 - 3z)\kappa_4 - \frac{1}{36}(2z^3 - 5z)\kappa_3^2 + \frac{1}{120}(z^4 - 6z^2 + 3)\kappa_5 \\ & - \frac{1}{24}(z^4 - 5z^2 + 2)\kappa_3\kappa_4 + \frac{1}{324}(12z^4 - 53z^2 + 17)\kappa_3^3 - \frac{1}{384}(3z^5 - 24z^3 + 29z)\kappa_4^2 \\ & + \frac{1}{288}(14z^5 - 103z^3 + 107z)\kappa_3^2\kappa_4 - \frac{1}{7776}(252z^5 - 1688z^3 + 1511z)\kappa_3^4 + \dots \end{aligned} \quad (\Gamma.40)$$

Όπου όπως αναφέραμε  $z$  είναι η τυχαία μεταβλητή της  $N(0,1)$  κανονικής κατανομής,  $\kappa_i \{i=1,2,\dots\}$  είναι τα αθροίσματα (cumulants) της επιθυμητής κατανομής.

Η επιθυμητή μεταβλητή που προκύπτει από παραπάνω προσέγγιση είναι η:

$$y = \kappa_1 + \sqrt{\kappa_2} \cdot x \quad (\Gamma.41)$$

Οι Cornish και Fisher δίνουν μέχρι και όρους μέχρι και το όγδοο cumulant στην επέκτασή τους.

Στις τεχνικές επέκτασης, η σύγκλιση είναι γρήγορη όταν η επιθυμητή κατανομή είναι παρόμοιας μορφής με την κατανομή βάσης. Παρόλα αυτά μεγαλύτεροι όροι μπορούν να χαλάσουν την σύγκλιση αυτή.

#### **Γ.4. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΕΘΟΔΟΥ**

##### **Γ.4.1. Ποιοτικά αποτελέσματα**

Παρατηρώντας την συνάρτηση Cornish-Fisher μπορούμε άμεσα να εξάγουμε κάποια ποιοτικά χαρακτηριστικά.

- Αν  $F_m$  είναι μια ακολουθία κατανομών που συγκλίνουν στην κανονική κατανομή  $\Phi$ , η μέθοδος Cornish-Fisher παρουσιάζει καλύτερη προσέγγιση (ασυμπτωτική για  $m \rightarrow \infty$ ) από ότι η κανονική προσέγγιση.
- Οι προσεγγίσιμες συναρτήσεις  $\tilde{F}$  και  $\tilde{F}^{-1} \circ \Phi$  δεν είναι απαραίτητα μονότονες.
- Η μέθοδος Cornish-Fisher κατά τη σύγκλιση της γίνεται όλο και λιγότερο αξιόπιστη για τιμές των quantiles  $a \rightarrow 0$  ή  $a \rightarrow 1$ . Δηλαδή η προσέγγιση της συνάρτησης  $\tilde{F}$  παρουσιάζει «λάθος» συμπεριφορά στα άκρα (στην «ουρά»).
- Η μέθοδος Cornish-Fisher δεν είναι απαραίτητο να συγκλίνει αυξάνοντας το όριο προσέγγισης  $k$ , για μια συνάρτηση κατανομής  $F$ .

### Γ.5. ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

Η επέκταση Cornish – Fisher, όπως αναφέρθηκε και στην παραπάνω ανάλυση, χρησιμοποιείται για να δημιουργηθεί μια ολοκληρωμένη και συγκεκριμένη κατανομή μια άγνωστης τυχαίας μεταβλητής.

Παρακάτω φαίνεται με απλά βήματα η διαδικασία με την οποία υλοποιείται η Cornish – Fisher για οποιαδήποτε κατανομή, με κατανομή βάσης την κανονική  $N(0,1)$  κατανομή.

1. Υπολογίζονται οι ροπές της άγνωστης τυχαίας μεταβλητής από τις σχέσεις (Γ.1) και (Γ.2).
2. Υπολογίζονται τα αθροίσματα της άγνωστης τυχαίας μεταβλητής, συναρτήσει των ροπών της, από τη σχέση (Γ.11).
3. Λαμβάνεται ένα πλήθος δειγμάτων που ακολουθούν την κανονική κατανομή  $N(0,1)$ . Όσο μεγαλύτερο το πλήθος τόσο καλύτερη η μορφή της επιθυμητής καμπύλης.
4. Αντικαθίστανται τα παραπάνω στην τελική μορφή της εξίσωσης Cornish – Fisher, που δίνεται στη σχέση (Γ.40).
5. Το επιθυμητό αποτέλεσμα λαμβάνεται από τη σχέση (Γ.41).

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ

### ΕΠΕΚΤΑΣΗ GRAM - CHARLIER

#### Δ.1. ΕΠΕΚΤΑΣΗ GRAM-CHARLIER

Ας θεωρήσουμε μία οποιαδήποτε τυχαία μεταβλητή  $\xi$  με μια συνεχή κατανομή με μέση τιμή  $m$  και τυπική απόκλιση  $\sigma$ . Για την κανονικοποιημένη μεταβλητή  $\frac{\xi - m}{\sigma}$ , η αθροιστική συνάρτηση και η συνάρτηση πυκνότητας ορίζονται ως  $F(x)$  και  $f(x)$  αντίστοιχα.

Σύμφωνα με την επέκταση Gram-Charlier, οι αθροιστικές συναρτήσεις και συναρτήσεις πυκνότητας μπορούν να γραφτούν ως:

$$F(x) = \Phi(x) + \frac{c_1}{1!} \phi'(x) + \frac{c_2}{2!} \phi''(x) + \frac{c_3}{3!} \phi^{(3)}(x) + \dots \quad (\Delta.21)$$

$$f(x) = \varphi(x) + \frac{c_1}{1!} \varphi'(x) + \frac{c_2}{2!} \varphi''(x) + \frac{c_3}{3!} \varphi^{(3)}(x) + \dots \quad (\Delta.22)$$

όπου  $\Phi(x)$  και  $\varphi(x)$  αντιπροσωπεύουν την αθροιστική συνάρτηση κατανομής (CDF) και τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF) της κανονικής κατανομής με  $m = 0$  και  $\sigma = 1$ . Οι  $c_v$  είναι οι σταθεροί συντελεστές:

$$\begin{aligned} c_0 &= 1 \\ c_1 &= c_2 = 0 \\ c_3 &= -\frac{\mu_3}{\sigma^3} \\ c_4 &= \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 \\ c_5 &= -\frac{\mu_5}{\sigma^5} + 10\frac{\mu_3}{\sigma^3} \\ c_6 &= \frac{\mu_6}{\sigma^6} - 15\frac{\mu_4}{\sigma^4} + 30 \\ &\dots \end{aligned} \quad (\Delta.23)$$



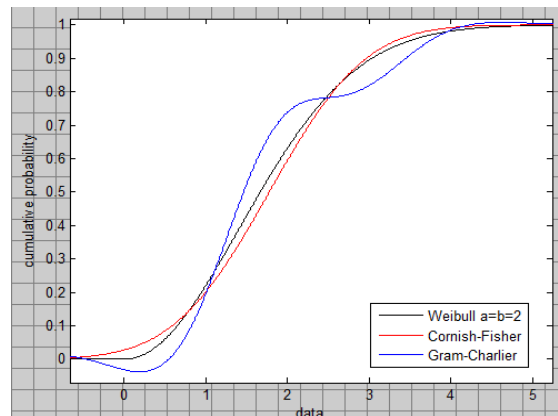
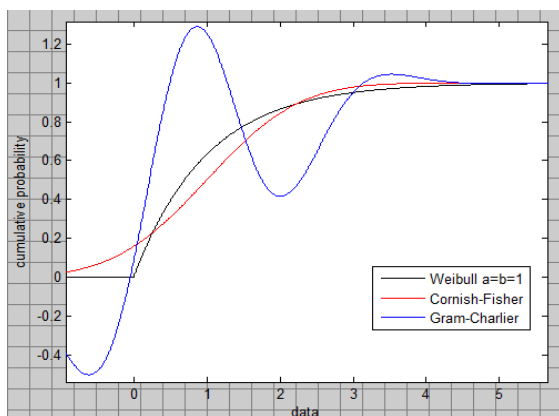
### Δ.2. ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

Με βάση τις ανωτέρω θεωρίες, η διαδικασία υπολογισμού PDF των ρών γραμμών συνοψίζεται ως εξής:

- 1) Λαμβάνοντας υπόψη την πιθανοτική περιγραφή της παραγωγής και του φορτίου, υπολογίζουμε τις ροπές της εγχεόμενης ενεργού ισχύος σύμφωνα με την (Γ.1).
- 2) Υπολογίζουμε τα αθροίσματα της εγχεόμενης ισχύος από τη σχέση μεταξύ των αθροισμάτων και των ροπών σύμφωνα με την (Γ.10).
- 3) Υπολογίζουμε τις κεντρικές ροπές κάθε γραμμής σύμφωνα με την (Γ.12).
- 4) Υπολογίζουμε τους συντελεστές της επέκτασης Gram-Charlier σύμφωνα με την (Δ.23)
- 5) Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των ρών των γραμμών μπορούν προκύψουν τώρα από τις σχέσεις (Δ.21) και (ΣΤ.22) αντίστοιχα.

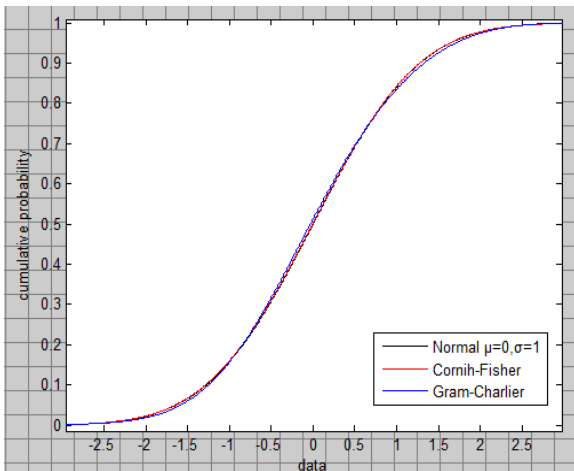
### Δ.3. ΓΡΑΦΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται κάποια γραφικά παραδείγματα της προσέγγισης γνωστών κατανομών με την μέθοδο Cornish – Fisher καθώς και η σύγκριση της με την μέθοδο Gram – Charlier.

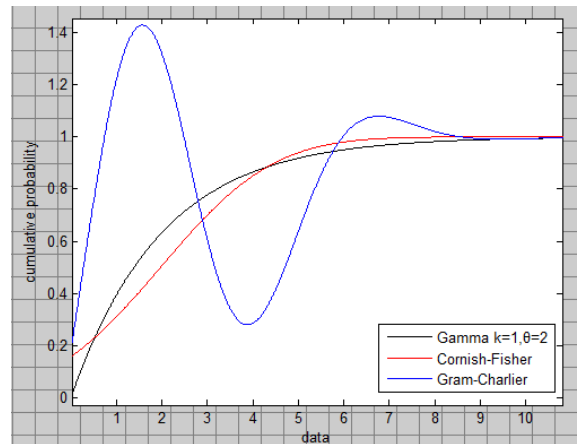


**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

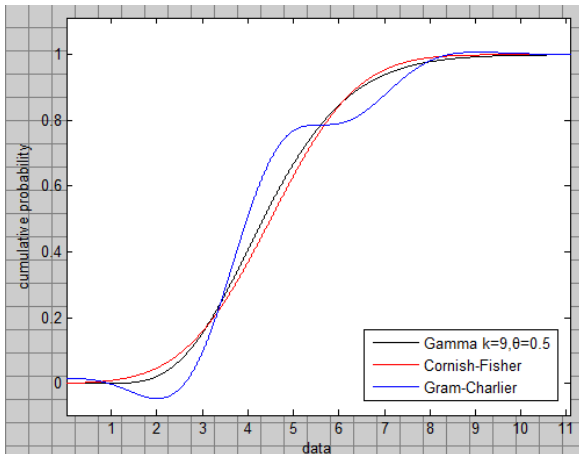
**Σχήμα Δ.1: Weibull  $a=b=1$ , Co-Fi, Gr-Ch**



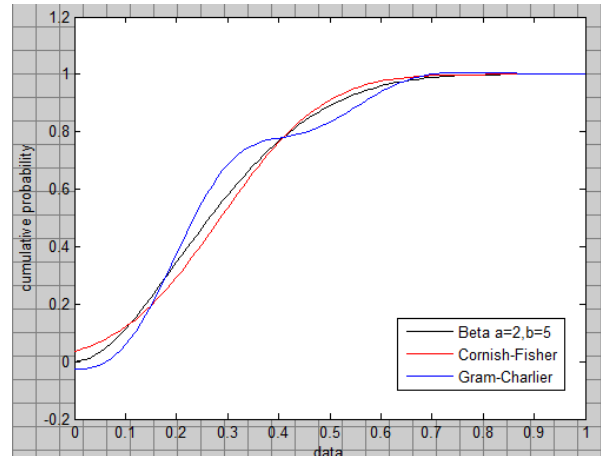
**Σχήμα Δ.2: Weibull  $a=b=2$ , Co-Fi, Gr-Ch**



**Σχήμα Δ.3: Normal  $m=0, s=1$ , Co-Fi, Gr-Ch**

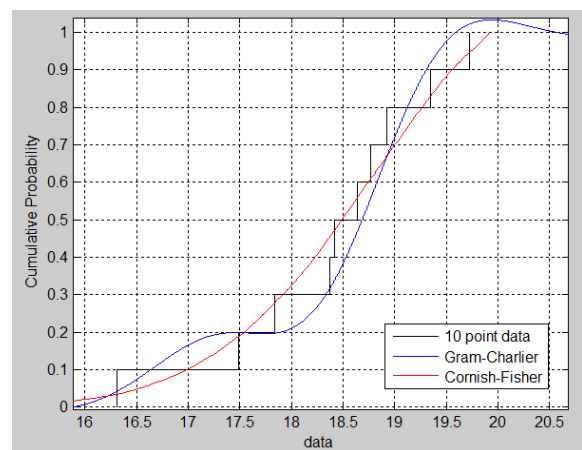
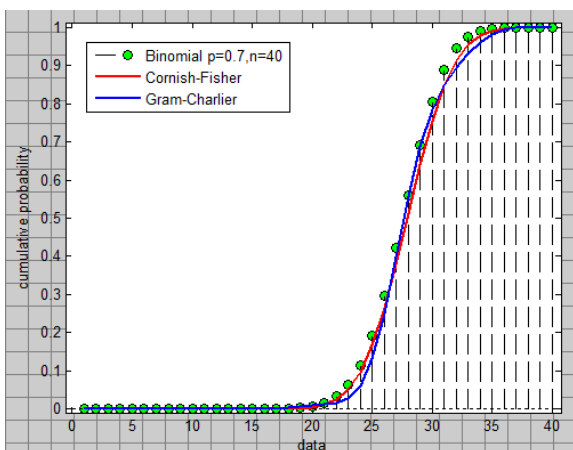


**Σχήμα Δ.4: Gamma  $\kappa=1, \theta=2$ , Co-Fi, Gr-Ch**



**Σχήμα Δ.5: Gamma  $\kappa=9, \theta=0.5$ , Co-Fi, Gr-Ch**

**Σχήμα Δ.6: Beta  $a=2, b=5$ , Co-Fi, Gr-Ch**



**Σχήμα Δ.7: Binomial  $p=0.7, n=40$ , Co-Fi, Gr-Ch**

**Σχήμα Δ.8: 10 point data, Co-Fi, Gr-Ch**

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε

### ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΣΗΜΕΙΩΝ

#### Ε.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

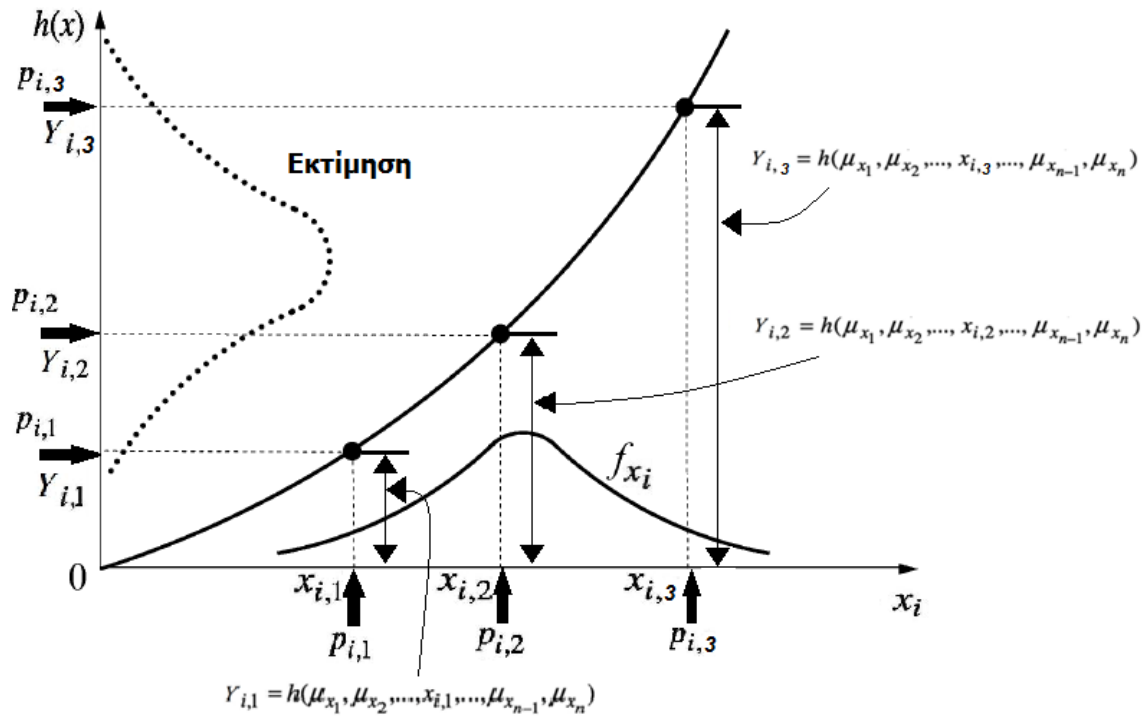
Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται μία μέθοδος πιθανοτικής ανάλυσης ροής φορτίου η οποία είναι σημαντικά πιο απλή, γρήγορη και εύκολη στη χρήση της συγκριτικά με τις περισσότερες που ήδη χρησιμοποιούνται. Η ιδέα της μεθόδου σε πολύ πρώιμο στάδιο αρχικά αναπτύχθηκε από τον D.H.Evans το 1967 και 1972, [35], [36] και στη συνέχεια περισσότερο αναλυτικά και τεκμηριωμένα από τον Emilio Rosenblueth το 1975 και 1981, [37], [38]. Στη πορεία εξελίχθηκε και προσαρμόστηκε κατάλληλα για την επίλυση προβλημάτων διάφορων κατηγοριών.

Συγκεκριμένα με την εν λόγω μέθοδο είναι δυνατός ο υπολογισμός των στατιστικών ροπών μίας τυχαίας μεταβλητής η οποία είναι συνάρτηση μίας ή πολλών τυχαίων μεταβλητών. Με βάση αυτή τη μέθοδο, οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών αντικαθίστανται από ένα σύνολο σημείων όπου σε κάθε ένα από αυτά τα σημεία αντιστοιχίζεται η τιμή της πιθανότητας εμφάνισής του. Για τον λόγο αυτό αποκαλείται *Μέθοδος Εκτίμησης Σημείων* (ΜΕΣ.). Ο αριθμός των σημείων που θα αποτελούν την εκτίμηση της συνάρτησης κατανομής της κάθε τυχαίας μεταβλητής ποικίλλει ανάλογα με την ακρίβεια που απαιτεί το πρόβλημα για το οποίο εφαρμόζεται η μέθοδος. Για τη *ΜΕΣ Δύο Σημείων* (ΜΕΣ\_2), όταν στο πρόβλημα υπάρχουν  $n$  τυχαίες μεταβλητές, χρησιμοποιούνται  $2^n$  συγκεντρώσεις πιθανότητας τοποθετημένες σε  $2^n$  σημεία για να αντικαταστήσουν την αρχική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που παρουσιάζουν οι τυχαίες μεταβλητές, αντιστοιχίζοντας τις ροπές έως και τρίτης τάξης. Αντίστοιχα για τη Μέθοδο Εκτίμησης Τριών Σημείων (ΜΕΣ\_3) χρησιμοποιούνται  $3^n$  συγκεντρώσεις πιθανότητας τοποθετημένες σε  $3^n$  σημεία για να αντικαταστήσουν την αρχική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που παρουσιάζουν οι τυχαίες μεταβλητές, αντιστοιχίζοντας τις ροπές έως και τέταρτης τάξης. Βέβαια, όπως είναι αναμενόμενο, όσο λιγότερα σημεία χρησιμοποιηθούν, η επίλυση γίνεται όλο και ταχύτερη θυσιάζοντας όμως παράλληλα την ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

Συνεπώς, για τη ΜΕΣ ουσιαστικά αρκεί μόνο η γνώση των κεντρικών ροπών των τριών (για την ΜΕΣ\_2) και τεσσάρων (για την ΜΕΣ\_3) πρώτων τάξεων των τυχαίων μεταβλητών, δηλαδή της μέσης τιμής, της τυπικής απόκλισης, της λοξότητας (ή λόξωσης) και της κύρτωσης, οι οποίες μπορούν να υπολογιστούν άμεσα από την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής. Από τη στιγμή που οι τιμές των παραπάνω μεγεθών είναι γνωστές, ο υπολογισμός των κεντρικών ροπών της άγνωστης μεταβλητής απαιτεί μόνο απλές αριθμητικές πράξεις. Συμπερασματικά, πρόκειται για μία μέθοδο απλή, καθόλου χρονοβόρα η οποία μπορεί να εφαρμοστεί για την επίλυση μεγάλης γκάμας προβλημάτων.

## **E.2 ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΗΣ ΜΕΣ\_3**

Θεωρούμε τη ΜΕΣ\_3, σχήμα E.1. Η pdf κάθε τυχαίας μεταβλητής αντικαθίσταται με τρεις (3) τιμές και τρεις (3) αντίστοιχες πιθανότητες εμφάνισης αυτών των τιμών. Συγκεκριμένα, έστω μία τυχαία μεταβλητή,  $Y$  η οποία είναι συνάρτηση  $n$  τυχαίων μεταβλητών  $x_i$ , δηλαδή  $Y=h(\mathbf{x})$ . Για κάθε τυχαία μεταβλητή  $x_i$  υπολογίζουμε τρία (3) εκτιμώμενα σημεία  $x_{i,1}, x_{i,2}, x_{i,3}$  με τις αντίστοιχες πιθανότητες εμφάνισης  $p_{i,1}, p_{i,2}, p_{i,3}$ . Στη συνέχεια, δημιουργούμε ένα σύνολο με όλα τα πιθανά διανύσματα  $\mathbf{x}$ , ένα για κάθε εκτιμώμενη τιμή  $x_{i,j}$  ( $j=1,2,3$ ), θεωρώντας για τις υπόλοιπες τυχαίες  $n-1$  τυχαίες μεταβλητές ότι είναι ίσες με τις μέσες τιμές τους. Έχουμε, δηλαδή,  $3^n$  διανύσματα της μορφής  $(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{i,j}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)$ , όπου  $\mu_i$  είναι η μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής  $x_i$  και για καθένα από αυτά μπορούμε να υπολογίσουμε μία εκτίμηση  $Y_i$  του μεγέθους  $Y$  μέσω της συνάρτησης  $h$ , το οποίο θα παρουσιάζει πιθανότητα εμφάνισης αντίστοιχα  $p_{i,j}$ . Έτσι, τελικά, έχουμε ένα σύνολο  $3^n$  πιθανών τιμών για το  $Y$  με γνωστή την πιθανότητα για την εκάστοτε τιμή. Η ίδια λογική εφαρμόζεται και για τη μέθοδο δύο σημείων (ΜΕΣ\_2).



Σχήμα Ε.1. Βασική Ιδέα της ΜΕΣ\_3.

**Ε.3 ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ**

Έστω μία ποσότητα  $Z$  η οποία είναι συνάρτηση της μεταβλητής  $X$ ,  $Z = h(X)$ , όπου  $X$  είναι μία τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_X(x)$ . Έστω ότι  $\mu_X$  και  $\sigma_X$  είναι η μέση τιμή και τυπική απόκλιση του  $X$ . Επίσης, έστω  $M'_j(X)$  είναι η κεντρική ροπή  $j$  τάξης του  $X$ ,

$$M'_j(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^j f_X(x) dx \quad (E.1)$$

και έστω  $\lambda_{X,j}$  ο λόγος  $M'_j(X)$  προς  $\sigma_X^j$ ,  $j = 1,2,3, \dots$ ,

$$\lambda_{X,j} = M'_j(X) / (\sigma_X)^j \quad (E.2)$$

όπου  $\lambda_{X,1}$  ισούται με 0,  $\lambda_{X,2}$  ισούται με 1 και  $\lambda_{X,3}$  και  $\lambda_{X,4}$  είναι ο συντελεστής λοξότητας και κύρτωσης του  $X$  αντίστοιχα.

Η ανάπτυξη της  $h(X)$  σε σειρά Taylor γύρω από τη  $\mu_X$  είναι:

$$h(X) = h(\mu_X) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X)(x - \mu_X)^j \quad (E.3)$$

όπου  $h^j(\bullet)$ ,  $j = 1, 2, \dots$  εκφράζει την παράγωγο  $j$  τάξης της  $h(\bullet)$  ως προς  $x$ .

Η μέση τιμή του  $Z$  μπορεί να υπολογιστεί λαμβάνοντας την εκτίμηση της παραπάνω εξίσωσης που καταλήγει στην

$$\mu_Z = E(h(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x)f(x)dx = h(\mu_X) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X)\lambda_{X,j}\sigma_X^j \quad (E.4)$$

όπου  $E(\bullet)$  εκφράζει την εκτίμηση.

Έστω  $x_i = \mu_X + \xi_i\sigma_X$ , εκφράζει την  $i$  συγκέντρωση του  $x$ . Για την απλούστερη μέθοδο εκτίμησης 2 σημείων ισχύει ότι  $i = 1, 2$ , όπου  $\xi_1$  και  $\xi_2$  σταθερές που πρέπει να υπολογιστούν. Έστω  $p_i$  η πιθανότητα της συγκέντρωσης  $x_i$ ,  $i = 1, 2$ . Πολλαπλασιάζοντας την εξ.(E.3) επί  $p_i$  με  $x = x_i$ ,  $i = 1, 2$  και αθροίζοντας, καταλήγουμε στην

$$p_1h(x_1) + p_2h(x_2) = h(\mu_X)(p_1 + p_2) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X)(p_1\xi_1^j + p_2\xi_2^j)\sigma_X^j \quad (E.5)$$

Προσεγγίζοντας την ακριβή μέση τιμή του  $Z$  που εκφράζεται στην εξίσωση (E.4) από τη σχέση  $p_1h(x_1) + p_2h(x_2)$ , μπορούμε να συνδυάσουμε τους τέσσερις πρώτους όρους του δεξιού μέρους της εξίσωσης (E.4) και (E.5) (π.χ. συνδυάζοντας τις ροπές μέχρι και τρίτης τάξης) καταλήγουμε στο εξής:

$$\sum_{i=1}^k p_i\xi_i^j = M_j'(X)/\sigma_X^j = \lambda_{X,j} \quad (E.6)$$

$j = 0, \dots, 2k - 1$ , όπου  $k = 2$ .

Το παραπάνω είναι ένα σύστημα τεσσάρων εξισώσεων με τέσσερις αγνώστους ( $p_i$  και  $\xi_i$ ,  $i = 1, 2$ ). Η λύση του συστήματος είναι

$$\xi_i = \frac{\lambda_{X,3}}{2} + (-1)^{3-i} \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_{X,3}}{2}\right)^2} \quad (E.7)$$

$$\text{και } p_i = (-1)^i \xi_{3-i} / \zeta \quad (E.8)$$

$$\text{όπου } \zeta = \xi_1 - \xi_2 = 2\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_{x,3}}{2}\right)^2}$$

Αντίστοιχα για τη Μ.Ε.3 Σημείων έχουμε τις σχέσεις

$$p_i = (\xi_j \xi_k + 1) / ((\xi_j - \xi_i)(\xi_k - \xi_i)), \quad i, j, k = 1, 2, 3$$

$$i \neq j \neq k \neq i,$$

όπου  $\xi_i, i=1,2,3$  είναι οι ρίζες του τρίτης τάξης πολυωνύμου που ακολουθεί

$$d_3 \xi^3 + d_2 \xi^2 + d_1 \xi + d_0 = 0$$

όπου

$$d_3 = \lambda_{x,4} - (1 + \lambda_{x,3}^2)$$

$$d_2 = \lambda_{x,3}(\lambda_{x,4} + 1) - \lambda_{x,5}$$

$$d_1 = \lambda_{x,3} - (\lambda_{x,5} + \lambda_{x,3}) + \lambda_{x,4}(1 - \lambda_{x,4})$$

$$d_0 = \lambda_{x,5} - \lambda_{x,3}(2\lambda_{x,4} - \lambda_{x,3}^2)$$

Από τις εξ. (Ε.5) και (Ε.6) έχουμε ότι

$$\begin{aligned} h(\mu_X) + \sum_{j=1}^3 \frac{1}{j!} h^j(\mu_X) \lambda_{X,j} \sigma_X^j \\ = p_1 h(x_1) + p_2 h(x_2) - \sum_{i=4}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X) (p_1 \xi_1^j + p_2 \xi_2^j) \sigma_X^i \end{aligned} \quad (E.9)$$

Αντικαθιστώντας την εξ. (Ε.9) στην (Ε.4) παίρνουμε την

$$\mu_Z = p_1 h(x_1) + p_2 h(x_2) - \sum_{i=4}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X) (\lambda_{X,j} - (p_1 \xi_1^j + p_2 \xi_2^j)) \sigma_X^j \quad (E.10)$$

Συνοπτικά,

$$\mu_Z \cong p_1 h(x_1) + p_2 h(x_2) \quad (E.11)$$

η οποία είναι μια προσέγγιση τρίτης τάξης. Στην εξίσωση (Ε.11) το '≅' σημαίνει ίσο εκτός για όρους τέταρτης κ άνω τάξης. Εάν  $h^j(\bullet), j = 4, 5, \dots$ , είναι ίσο με μηδέν (π.χ. εάν η  $h(x)$  είναι πολυώνυμο τρίτης τάξης), η Μ.Ε.Σ. δίνει ακριβή λύση για την  $\mu_Z$ . Ομοίως, μπορούμε να δείξουμε ότι η ροπή δεύτερης τάξης του  $Z$  μπορεί να εκτιμηθεί μέσω της σχέσης

$$E(Z^2) \cong p_1(h(x_1))^2 + p_2(h(x_2))^2. \quad (E.12)$$

Η τυπική απόκλιση υπολογίζεται τότε από τη σχέση

$$\sigma_Z = \sqrt{E(Z^2) - [E(Z)]^2} \quad (E.13)$$

Αν χρησιμοποιήσουμε μέθοδο  $m$  σημείων συγκέντρωσης με πιθανότητα  $p_i$  για το  $x_i$ , συνδυάζοντας τις ροπές των πρώτων  $2m - 1$  τάξεων της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας του  $X$ . Αποδεικνύεται ομοίως ότι

$$\mu_Z = \sum_{i=1}^m p_i h(x_i) - \sum_{j=2m}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X) (\lambda_{X,j} - \sum_{i=1}^m p_i \xi_i^j) \sigma_X^j \quad (E.14)$$

Η προσέγγιση του  $\mu_Z$  χρησιμοποιώντας  $m$  σημεία είναι

$$\mu_Z \cong \sum_{i=1}^m p_i h(x_i), \quad (E.15)$$

η οποία είναι μια προσέγγιση  $2m - 1$  τάξης. Η Μ.Ε.Σ.  $m$  σημείων δίνει ακριβή λύση για τη  $\mu_Z$  και τη  $\sigma_X$  εάν η  $h(x)$  είναι πολυώνυμο μικρότερης από  $m$  και  $2m$  τάξης αντίστοιχα. Αξίζει να σημειωθεί ότι συχνά η χρήση μικρού αριθμού σημείων μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένο υπολογισμό της  $\mu_Z$  και της  $\sigma_X$  και συνεπώς προτείνεται χρήση όσο το δυνατόν περισσότερων σημείων.

#### **E.4 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ**

Έστω μία τυχαία μεταβλητή  $Z = h(\mathbf{X}) = h(X_1, X_2, \dots, X_n)$  η οποία είναι συνάρτηση των  $n$  τυχαίων μεταβλητών  $X_k$ , όπου  $k=1,2,\dots,n$ . Έστω ότι  $\mu_{Xk}$  και  $\sigma_{Xk}$  είναι η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της τυχαίας μεταβλητής  $X_k$  με pdf την  $f_{Xk}$ . Επίσης, έστω  $M'_j(X_k)$  είναι η κεντρική ροπή  $j$  τάξης της  $X_k$ , όπου  $j = 1,2,3, \dots$  με:

$$M'_j(X_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x_k - \mu_k)^j f_{Xk}(x) dx \quad (E.16)$$

και έστω  $\lambda_{k,j}$  ο λόγος  $M'_j(X_k)$  προς  $\sigma_{Xk}^j$ :

$$\lambda_{k,j} = M'_j(X_k) / (\sigma_{Xk})^j \quad (E.17)$$

όπου  $\lambda_{k,1}$  ισούται με 0,  $\lambda_{k,2}$  ισούται με 1 και  $\lambda_{k,3}$  και  $\lambda_{k,4}$  είναι ο συντελεστής λοξότητας και κύρτωσης της τυχαίας μεταβλητής  $X_k$ , αντίστοιχα.



Η ανάπτυξη της συνάρτησης  $h(X)$  σε σειρά Taylor γύρω από τις μέσες τιμές των τυχαίων μεταβλητών  $\mathbf{X}$  είναι:

$$Z_c = h_c(X_1, X_2, \dots, X_n) = h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) (x_k - \mu_{x_k})^j \quad (E.18)$$

όπου  $h^j(\bullet)$ ,  $i = 1, 2, \dots, \infty$  εκφράζει την παράγωγο  $j$  τάξης της  $h(\bullet)$  ως προς  $x$ .

Η μέση τιμή του  $Z_c$  μπορεί να υπολογιστεί σύμφωνα με τον ορισμό της μέσης τιμής μιας τυχαίας μεταβλητής:

$$\begin{aligned} \mu_{Z_c} = E(Z_c) &= h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \\ &+ \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times \int_{-\infty}^{+\infty} (x_k - \mu_{x_k})^j f_{X_k}(x) dx \\ &= h_j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times M'_j(X_k) = \\ &= h_j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h^i(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \lambda_{k,j}(\sigma_{X_k})^j \quad (E.19) \end{aligned}$$

Έστω,  $p_{k,i}$  εκφράζει τη συγκέντρωση (ή το βάρος) του διανύσματος  $(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)$  όπου  $x_{k,i} = \mu_k + \xi_{k,i} \sigma_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ ,  $i = 1, 2$  (για ΜΕ2Σ). Οι μεταβλητές  $p_{k,i}$  και  $\xi_{k,i}$  πρέπει να υπολογιστούν. Για αυτό το λόγο πολλαπλασιάζουμε την (5.18) επί  $p_{k,i}$  με  $x_k = x_{k,i}$  για κάθε τυχαία μεταβλητή  $x_k$  και αθροίζοντας καταλήγουμε στην

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n) \\ &= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^2 \frac{1}{j!} h_c^{(j)}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,j} \times (x_{k,j} - \mu_k)^j \\ &= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \\ &\quad + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^2 \frac{1}{j!} h_c^{(j)}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,i} \times (\mu_k + \xi_{k,i} \sigma_k - \mu_k)^j \end{aligned}$$

$$= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^2 \frac{1}{j!} h_c^{(j)}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,i} \times (\xi_{k,i})^j (\sigma_{k,i})^j \quad (E.20)$$

Προσεγγίζοντας τη μέση τιμή του  $Z_c$  με  $\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)$  από την εξ (E.20), μπορούμε να συνδυάσουμε τα τέσσερα πρώτα μέρη του δεξιού μέλους της (E.19) και της (E.20) (παίρνοντας τις ροπές έως και 3ης τάξης του  $X_k$ ) και καταλήγουμε σε ένα σύστημα εξισώσεων:

$$\sum_{i=1}^2 p_{k,i} (\xi_{k,i})^j = \lambda_{k,j} \quad (E.21)$$

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} = 1 \quad (E.22)$$

$$\sum_{i=1}^m p_{k,i} = 1/n \quad (E.23)$$

όπου ,  $j = 1,2,3$ , (ροπές έως 3ης τάξης)

$i = 1,2$  , (για ΜΕ2Σ)

$k = 1,2, \dots, n$  (οι τυχαίες μεταβλητές)

Η λύση του παραπάνω συστήματος είναι η εξής:

$$\xi_{k,i} = \frac{\lambda_{k,3}}{2} + (-1)^{3-i} \sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2} \quad (E.24)$$

$i = 1,2$  και  $k = 1,2, \dots, n$

$$p_{k,i} = (-1)^i \xi_{k,3-i} / \zeta_k \quad (E.25)$$

όπου  $\zeta_k = 2 \sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2}$

Αντίστοιχα για τη ΜΕ3Σ ημείων έχουμε τις σχέσεις

$$\xi_{k,i} = \lambda_{k,3} / 2 + (-1)^{3-i} \sqrt{\lambda_{k,4} - 3\lambda_{k,3}^2 / 4} \quad i = 1,2$$

$$\xi_{k,3} = 0$$

$$p_{k,i} = (-1)^{3-i} / (\xi_{k,i} (\xi_{k,1} - \xi_{k,2})) \quad i = 1, 2$$

$$p_{k,3} = \frac{1}{n} - p_{k,1} - p_{k,2} = \frac{1}{n} - \frac{1}{\lambda_{k,4} - \lambda_{k,3}^2}$$

Για να ελέγξουμε το κατά πόσο η μέθοδος προσεγγίζει την πραγματική μέση τιμή του  $Z_c$  αντικαθιστούμε τις (Ε.21) και (Ε.22) στη (Ε.20) και έχουμε

$$E(Z_c) = h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) - \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^3 \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times \lambda_{k,j}(\sigma_{X_k})^j + \sum_{j=4}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,i} \times (\xi_{k,i})^j (\sigma_{X_k})^j \quad (E.26)$$

Η οποία μπορεί να γραφεί ως

$$h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^3 \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times \lambda_{k,j}(\sigma_{X_k})^j = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)) + \sum_{j=4}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,i} \times (\xi_{k,i})^j (\sigma_{X_k})^j \quad (E.27)$$

Και καταλήγουμε τελικά ότι

$$\begin{aligned}
 E(Z_c) &= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)) \\
 &\quad - \sum_{j=4}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 \frac{1}{j!} h^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,i} \times (\xi_{k,i})^j (\sigma_{X_k})^j \\
 &\quad + \sum_{j=4}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times \lambda_{k,j} (\sigma_{X_k})^j \\
 &= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)) \\
 &\quad + \sum_{j=4}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times \left[ \lambda_{k,j} - \sum_{i=1}^2 p_{k,i} (\xi_{k,i})^j \right] \times (\sigma_{X_k})^j
 \end{aligned}
 \tag{E.28}$$

Παρατηρούμε ότι η  $\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))$  δίνει μια προσέγγιση τρίτης τάξης μέσης τιμής. Εάν η  $h_c(x)$  είναι πολυώνυμο τρίτης τάξης τότε η Μ.Ε.Σ. δίνει ακριβή λύση για την  $\mu_Z$ .

Η ροπές  $j$  τάξης μπορούν να υπολογιστούν μέσω της σχέσης

$$E(Z^j) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))^j \tag{E.29}$$

Παρατηρούμε ότι η παραπάνω μέθοδος και στις δύο περιπτώσεις, της συνάρτησης μίας αλλά και των πολλών μεταβλητών, απαιτεί απλές αριθμητικές πράξεις. Το γνωστός χρειάζεται μόνο να είναι οι ροπές των τριών πρώτων τάξεων των κατανομών και άμεσα υπολογίζονται οι ροπές του ζητούμενου μεγέθους.

## **E.5 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΓΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ**

Οι μελέτες της πιθανοτικής ροής φορτίου μοντελοποιούν τις εγχύσεις ισχύος στους ζυγούς, τα φορτία, τις παραμέτρους των γραμμών και την τοπολογία του δικτύου και πραγματοποιούν υπολογισμούς της ροής φορτίου λαμβάνοντας υπόψη τους συγκεκριμένους παράγοντες αβεβαιότητας. Τα σοβαρότερα θέματα που αντιμετωπίζει κανείς κατά την προσομοίωση αυτή είναι η αποτελεσματικότητα και η ορθότητα των αποτελεσμάτων.

Η μέθοδος που αναλύθηκε παραπάνω μπορεί πολύ εύκολα να προσαρμοστεί ώστε να επιλυθεί η πιθανοτική ροή φορτίου. Στη μέθοδο που θα παρουσιαστεί

παρακάτω, λαμβάνεται υπόψη η αβεβαιότητα των εγχύσεων ισχύος στους ζυγούς, όπως επίσης και των παραμέτρων των ζυγών. Η τοπολογία που δικτύου θεωρείται ότι παραμένει σταθερή. Βέβαια, δοθείσας της πιθανότητας που διέπει κάθε εναλλακτική διάρθρωση του δικτύου, εύκολα ο αλγόριθμος τροποποιείται ώστε να ληφθεί υπόψη και αυτή. Όπως έχει ήδη σημειωθεί, η μέθοδος αυτή παρέχει υψηλή αποτελεσματικότητα όπως και ορθότητα. Σε αυτή την υποενότητα θα παρουσιαστεί αναλυτικά και βήμα προς βήμα η μελέτη του προβλήματος της πιθανοτικής ροής φορτίου με τη μέθοδο 2 και 3 σημείων.

Το πρόβλημα της πιθανοτικής ροής φορτίου διατυπώνεται ως εξής

$$Y = g(X, L) \quad (E.30)$$

$$Z = h(X, L) \quad (E.31)$$

όπου  $Y$  το διάνυσμα των εγχύσεων ισχύος

$X$  το διάνυσμα κατάστασης

$L$  το διάνυσμα των παραμέτρων των γραμμών

$Z$  το διάνυσμα των ροών ισχύος στις γραμμές

$g, h$  μη γραμμικές εξισώσεις της ροής φορτίου

Στην συγκεκριμένη μέθοδο θεωρούμε ότι η μεταβλητή  $x_k$  εκφράζει την έγχυση ενεργού ή άεργου ισχύος στο ζυγό  $k$ , η οποία είναι μία τυχαία μεταβλητή με γνωστή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_{p_k}$ . Αντί για τη χρησιμοποίηση της  $f_{p_k}$  κατά την επίλυση της ροής φορτίου, η προτεινόμενη μέθοδος την αντικαθιστά χρησιμοποιώντας, δύο τιμές του  $x_k$ , τις  $x_{k,1}$  και  $x_{k,2}$  (ME2Σημείων), τρεις τιμές του  $x_k$ , τις  $x_{k,1}$ ,  $x_{k,2}$  και  $x_{k,3}$  (ME3Σημείων) οι οποίες υπολογίζονται από τη σχέση:

$$x_{k,i} = \mu_k + \xi_{k,i}\sigma_k, \quad (E.32)$$

όπου  $\mu_k$  και  $\sigma_k$  η μέση τιμή και τυπική απόκλιση της  $f_{p_k}$  αντίστοιχα,

το  $\xi_{k,i}$  υπολογίζεται (όπως δείχθηκε και προηγουμένως) από την σχέση

$$\xi_{k,i} = \frac{\lambda_{k,3}}{2} + (-1)^{3-i} \sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2} \quad (E.33)$$

$i = 1,2$  και  $k = 1,2, \dots, n$

όπου  $\lambda_{k,3}$  ο συντελεστής λοξότητας της  $f_{p_k}$ , δηλαδή  $\lambda_{k,3} = \frac{E[(x_k - \mu_k)^3]}{(\sigma_k)^3}$

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

Η πιθανότητα της συγκέντρωσης  $x_{k,i}$  εκφράζεται από την ποσότητα  $p_{k,i}$  που υπολογίζεται από τη σχέση

$$p_{k,i} = (-1)^i \xi_{k,3-i} / \zeta_k \quad (E.34)$$

όπου  $\zeta_k = 2 \sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2}$

Η ροπή  $j$  τάξης του άγνωστου μεγέθους  $Z$  μπορεί να υπολογιστεί μέσω της σχέσης

$$E(Z^j) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))^j \quad (E.35)$$

Συγκεκριμένα για τη μέση τιμή του  $Z$  ισχύει

$$\mu_{Z,i} = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n) \quad (E.36)$$

Για τον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης του  $Z$  χρησιμοποιώ τις σχέσεις

$$E(Z^2) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))^2 \quad (E.37)$$

$$\sigma_{Z_i} = \sqrt{\text{var}(Z_i)} = \sqrt{E(Z_i^2) - [E(Z_i)]^2} \quad (E.38)$$

Αντίστοιχα για στη ΜΕ3σημείων το  $\xi_{k,i}$  υπολογίζεται ως εξής:

$$\xi_{k,i} = \lambda_{k,3} / 2 + (-1)^{3-i} \sqrt{\lambda_{k,4} - 3\lambda_{k,3}^2 / 4} \quad i = 1,2$$

$$\xi_{k,3} = 0$$

και  $k = 1,2, \dots, n$

όπου  $\lambda_{k,3}$  ο συντελεστής λοξότητας της  $f_{p_k}$ , δηλαδή  $\lambda_{k,3} = \frac{E[(x_k - \mu_k)^3]}{(\sigma_k)^3}$  και  $\lambda_{k,4}$  ο συντελεστής κύρτωσης της  $f_{p_k}$ , δηλαδή  $\lambda_{k,4} = \frac{E[(x_k - \mu_k)^4]}{(\sigma_k)^4}$

Η πιθανότητα της συγκέντρωσης  $x_{k,i}$  εκφράζεται από την ποσότητα  $p_{k,i}$  που υπολογίζεται από τη σχέση

$$p_{k,i} = (-1)^{3-i} / (\xi_{k,i} (\xi_{k,1} - \xi_{k,2})) \quad i = 1,2$$

$$p_{k,3} = \frac{1}{n} - p_{k,1} - p_{k,2} = \frac{1}{n} - \frac{1}{\lambda_{k,4} - \lambda_{k,3}^2}$$

Η ροπή  $j$  τάξης του άγνωστου μεγέθους  $Z$  μπορεί να υπολογιστεί μέσω της σχέσης

$$E(Z^j) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^3 p_{k,i} \times (h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))^j$$

Συγκεκριμένα για τη μέση τιμή του  $Z$  ισχύει

$$\mu_{Z,i} = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^3 p_{k,i} \times h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)$$

Για τον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης του  $Z$  χρησιμοποιώ τις σχέσεις

$$E(Z^2) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^3 p_{k,i} \times (h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))^2$$

$$\sigma_{Z_i} = \sqrt{\text{var}(Z_i)} = \sqrt{E(Z_i^2) - [E(Z_i)]^2}$$

## E.6 ΣΥΝΟΨΗ ΤΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ 2 ΚΑΙ 3 ΣΗΜΕΙΩΝ

Συνεπώς, η υπολογιστική διαδικασία της μεθόδου κατά βήματα έχει ως εξής:

- Υπολογισμός των στατιστικών ροπών ως και τρίτης (ME2Σ), τέταρτης (ME3Σ) τάξης των εγχύσεων ενεργού και άεργου ισχύος των ζυγών.
- Υπολογισμός των 2, 3 σημείων που εκτιμούν την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και των αντίστοιχων πιθανοτήτων συγκέντρωσης αυτών
- Για τις τιμές αυτές που υπολογίστηκαν στο παραπάνω βήμα, επιλύονται ντετερμινιστικές ροές φορτίου για δεδομένα του δικτύου  $(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)$ . Έτσι δημιουργείται ένα σύνολο τιμών για τις τάσεις και τις αντίστοιχες γωνίες στους ζυγούς και τις ροές ισχύος στις γραμμές.
- Για καθένα από αυτά τα σύνολα τιμών υπολογίζονται οι ροπές σύμφωνα με τη σχέση (5.35), όπου  $h(\bullet)$  το αποτέλεσμα που προέκυψε από την αντίστοιχη ντετερμινιστική ροή φορτίου.

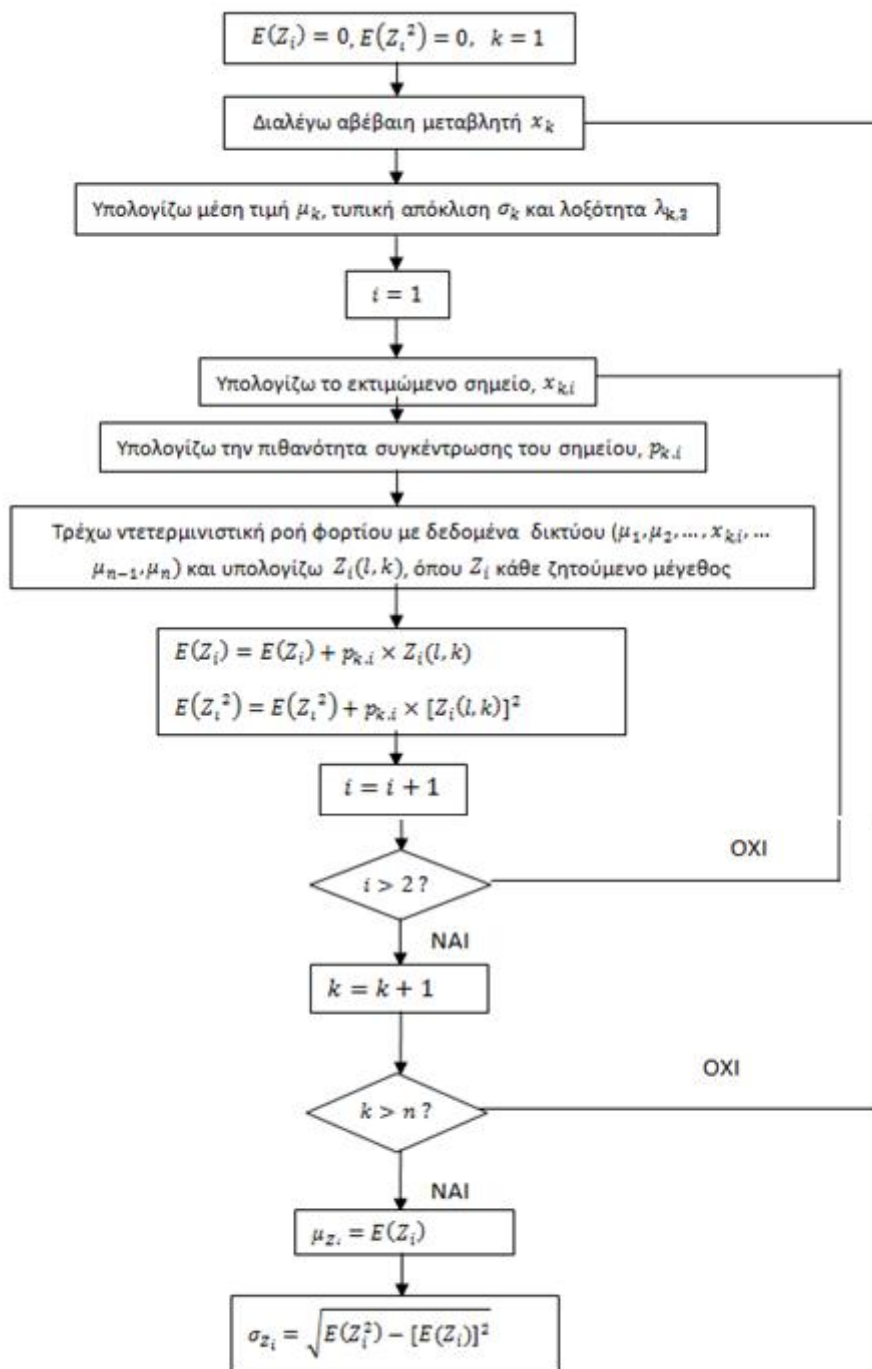
### Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής

- Μέσω των ροπών που υπολογίστηκαν η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (pdf) και η αθροιστική συνάρτηση κατανομής (cdf) μπορούν να υπολογιστούν εύκολα για παράδειγμα μέσω των μεθόδων Gram-Charlier ή Cornish-Fisher .

Όπως παρατηρούμε η μελέτη της πιθανοτικής ροής φορτίου με τη μέθοδο εκτίμησης σημείου αποτελεί μία απλή υπολογιστική διαδικασία. Κατά τη διαδικασία αυτή εκτελούνται απλές αριθμητικές πράξεις. Για ένα δίκτυο με  $n$  τυχαίες παραμέτρους, τις οποίες αποτελούν είτε εγχύσεις ισχύος στους ζυγούς είτε οι παράμετροι στις γραμμές, η συγκεκριμένη μέθοδος πραγματοποιεί  $2n, 3n$  ντετερμινιστικές ροές φορτίου ώστε να καταλήξει στις κατανομές των αγνώστων μεγεθών, δηλαδή των μέτρων και των γωνιών των τάσεων των ζυγών και των ροών ισχύος στις γραμμές του δικτύου. Σημαντικό είναι πως η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί τις μη γραμμικές εξισώσεις ροών φορτίου, γεγονός που συντελεί στην ορθότητα των αποτελεσμάτων και κάνει την εν λόγω μέθοδο να υπερέχει άλλων που απαιτούν γραμμικοποίηση.

Ακολουθεί το διάγραμμα ροής της μεθόδου εκτίμησης δύο σημείων.





Σχήμα Ε.2 Διάγραμμα Ροής ΜΕ2Σ

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΣΤ

### ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΚΤΥΟΥ ΣΠΕΡΧΕΙΑΔΑΣ

#### ΣΤ.1 ΔΙΚΤΥΟ ΣΕΝΑΡΙΟΥ Α

Ο feeder 102 ζυγών τοποθετήθηκε στον πίνακα μετά το περας του feeder των 327 ζυγών (328 και μετά).

Πίνακας ΣΤ.1 Δεδομένα ζυγών (σε παραγωγές και φορτία αναγράφονται οι μέσες τιμές)

Bus No	Bus code	Voltage Mag.	Angle Degree	---Load---		-----Generator-----				Injected Mvar
				MW	Mvar	MW	Mvar	Qmin	Qmax	
busdata=[1	1	1	0	0	0	-500	500	0		
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
36	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
41	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0

42	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
43	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
44	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
45	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
46	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
47	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
48	0	1	0	0.0494		0.0321	0	0	0	0	0	0
49	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
50	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
51	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
52	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
53	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
54	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
55	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
56	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
57	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
58	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
59	0	1	0	0.0329		0.0214	0	0	0	0	0	0
60	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
61	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
62	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
63	0	1	0	0.0494		0.0321	0	0	0	0	0	0
64	0	1	0	0.0823		0.0535	0	0	0	0	0	0
65	0	1	0	0.0823		0.0535	0	0	0	0	0	0
66	0	1	0	0.0823		0.0535	0	0	0	0	0	0
67	0	1	0	0.0527		0.0342	0	0	0	0	0	0
68	0	1	0	0.0527		0.0342	0	0	0	0	0	0
69	0	1	0	0.0247		0.0160	0	0	0	0	0	0
70	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
71	0	1	0	0	0	0	0	0	0			
72	0	1	0	0	0	0	0	0	0			
73	0	1	0	0	0	0	0	0	0			
74	0	1	0	0	0	0	0	0	0			
75	0	1	0	0.0527		0.0342	0	0	0	0	0	0
76	0	1	0	0	0	0	0	0	0			
77	0	1	0	0.0329		0.0214	0	0	0	0	0	0
78	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
79	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
80	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
81	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
82	0	1	0	0.0823		0.0535	0	0	0	0	0	0
83	0	1	0	0	0	0	0	0	0			
84	0	1	0	0	0	0	0	0	0			
85	0	1	0	0.0329		0.0214	0	0	0	0	0	0
86	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0		
87	0	1	0	0	0	0	0	0	0			
88	0	1	0	0.0329		0.0214	0	0	0	0	0	0
89	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
90	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
91	0	1	0	0.0527		0.0342	0	0	0	0	0	0
92	0	1	0	0.0527		0.0342	0	0	0	0	0	0
93	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
94	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
95	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
96	0	1	0	0.0329		0.0214	0	0	0	0	0	0
97	0	1	0	0	0	0	0	0	0			
98	0	1	0	0	0	0	0	0	0			
99	0	1	0	0.0527		0.0342	0	0	0	0	0	0
100	0	1	0	0	0	0	0	0	0			

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

101	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
102	0	1	0	0.0329	0.0214	0	0	0	0	0	0
103	0	1	0	0.0247	0.016	0	0	0	0	0	0
104	0	1	0	0.0329	0.0214	0	0	0	0	0	0
105	0	1	0	0.0329	0.0214	0	0	0	0	0	0
106	0	1	0	0.0165	0.0107	0	0	0	0	0	0
107	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
108	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
109	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
110	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
111	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
112	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
113	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
114	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0
115	0	1	0	0.0165	0.0107	0	0	0	0	0	0
116	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
117	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
118	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0
119	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0
120	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
121	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0
122	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0
123	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
124	0	1	0	0.0165	0.0107	0	0	0	0	0	0
125	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
126	0	1	0	0.0329	0.0214	0	0	0	0	0	0
127	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
128	0	1	0	0.0165	0.0107	0	0	0	0	0	0
129	0	1	0	0.0165	0.0107	0	0	0	0	0	0
130	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
131	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0
132	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
133	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0
134	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0
135	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
136	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
137	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
138	0	1	0	0.0165	0.0107	0	0	0	0	0	0
139	0	1	0	0.0165	0.0107	0	0	0	0	0	0
140	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0	0
141	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0	0
142	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
143	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0
144	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0
145	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
146	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
147	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
148	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0
149	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0
150	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
151	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0
152	0	1	0	0.0165	0.0107	0	0	0	0	0	0
153	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
154	0	1	0	0.0329	0.0214	0	0	0	0	0	0
155	0	1	0	0.0527	0.0342	0	0	0	0	0	0
156	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
157	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
158	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0	0
159	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0	0

160	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
161	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0		
162	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
163	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0		
164	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0		
165	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0		
166	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0		
167	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0		
168	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0		
169	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0		
170	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0		
171	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0		
172	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0		
173	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0		
174	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0		
175	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
176	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
177	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
178	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
179	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
180	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
181	0	1	0	0.0329		0.0214	0	0	0	0	0	0
182	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
183	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
184	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0		
185	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
186	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0		
187	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
188	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0		
189	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
190	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
191	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
192	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
193	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
194	0	1	0	0.0527		0.0342	0	0	0	0	0	0
195	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
196	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
197	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
198	0	1	0	0.0247		0.016	0	0	0	0	0	0
199	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
200	0	1	0	0.0247		0.016	0	0	0	0	0	0
201	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
202	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
203	0	1	0	0.0527		0.0342	0	0	0	0	0	0
204	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0	0
205	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0	0
206	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0	0
207	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
208	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
209	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
210	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
211	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0		
212	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0		
213	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0		
214	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0		
215	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
216	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
217	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
218	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

219	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
220	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
221	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
222	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
223	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
224	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
225	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0	0
226	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
227	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
228	0	1	0	0.0494		0.0321	0	0	0	0	0	0
229	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
230	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
231	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
232	0	1	0	0.0247		0.0160	0	0	0	0	0	0
233	0	1	0	0.0329		0.0214	0	0	0	0	0	0
234	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
235	0	1	0	0.0329		0.0214	0	0	0	0	0	0
236	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
237	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
238	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
239	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
240	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
241	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
242	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
243	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
244	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
245	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
246	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
247	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
248	0	1	0	0.0527		0.0342	0	0	0	0	0	0
249	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
250	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
251	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
252	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
253	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
254	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
255	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
256	0	1	0	0.0494		0.0321	0	0	0	0	0	0
257	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
258	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
259	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
260	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
261	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
262	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
263	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
264	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
265	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
266	0	1	0	0.0329		0.0214	0	0	0	0	0	0
267	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
268	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
269	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
270	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
271	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
272	0	1	0	0.0527		0.0342	0	0	0	0	0	0
273	0	1	0	0.0329		0.0214	0	0	0	0	0	0
274	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
275	0	1	0	0.0329		0.0214	0	0	0	0	0	0
276	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
277	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

278	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
279	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
280	0	1	0	0.0329		0.0214	0	0	0	0	0	0
281	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
282	0	1	0	0.0527		0.0342	0	0	0	0	0	0
283	0	1	0	0.0329		0.0214	0	0	0	0	0	0
284	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
285	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
286	0	1	0	0.0329		0.0214	0	0	0	0	0	0
287	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
288	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
289	0	1	0	0.0329		0.0214	0	0	0	0	0	0
290	0	1	0	0.0527		0.0342	0	0	0	0	0	0
291	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
292	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
293	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
294	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
295	0	1	0	0.0247		0.016	0	0	0	0	0	0
296	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
297	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
298	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0	0	0
299	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
300	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0	0	0
301	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
302	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0	0	0
303	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
304	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
305	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0	0	0
306	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
307	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0	0	0
308	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
309	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
310	0	1	0	0	0	0.025	0	0	0	0	0	0
311	0	1	0	0	0	0.005	0	0	0	0	0	0
312	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
313	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
314	0	1	0	0.0823		0.0535	0	0	0	0	0	0
315	0	1	0	0.0527		0.0342	0	0	0	0	0	0
316	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
317	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
318	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
319	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
320	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
321	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
322	0	1	0	0.0165		0.0.017	0	0	0	0	0	0
323	0	1	0	0.0527		0.0342	0	0	0	0	0	0
324	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
325	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
326	0	1	0	0.0165		0.0107	0	0	0	0	0	0
327	0	1	0	0.0247		0.016	0	0	0	0	0	0
328	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
329	0	1	0	0.0068		0.0044	0	0	0	0	0	0
330	0	1	0	0.0656		0.0426	0	0	0	0	0	0
331	0	1	0	0.0973		0.0633	0	0	0	0	0	0
332	0	1	0	0.0135		0.0088	0	0	0	0	0	0
333	0	1	0	0.0433		0.0281	0	0	0	0	0	0
334	0	1	0	0.1244		0.0809	0	0	0	0	0	0
335	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
336	0	1	0	0.0203		0.0132	0	0	0	0	0	0

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

337	0	1	0	0.0892	0.0580	0	0	0	0	0
338	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
339	0	1	0	0.0101	0.0066	0	0	0	0	0
340	0	1	0	0.0135	0.0088	0	0	0	0	0
341	0	1	0	0.0338	0.0220	0	0	0	0	0
342	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
343	0	1	0	0.2015	0.1309	0	0	0	0	0
344	0	1	0	0.0135	0.0088	0	0	0	0	0
345	0	1	0	0.0487	0.0316	0	0	0	0	0
346	0	1	0	0.0068	0.0044	0	0	0	0	0
347	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
348	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
349	0	1	0	0.1095	0.0712	0	0	0	0	0
350	0	1	0	0.0135	0.0088	0	0	0	0	0
351	0	1	0	0.0554	0.0360	0	0	0	0	0
352	0	1	0	0.0216	0.0141	0	0	0	0	0
353	0	1	0	0	0.1743	0	0	0	0	0
354	0	1	0	0.0135	0.0088	0	0	0	0	0
355	0	1	0	0.0216	0.0141	0	0	0	0	0
356	0	1	0	0	0.1743	0	0	0	0	0
357	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
358	0	1	0	0.0068	0.0044	0	0	0	0	0
359	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
360	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
361	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
362	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
363	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
364	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
365	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
366	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
367	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
368	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
369	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
370	0	1	0	0	0.42	0	0	0	0	0
371	0	1	0	0	0.63	0	0	0	0	0
372	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
373	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
374	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
375	0	1	0	0.0338	0.0220	0	0	0	0	0
376	0	1	0	0.0216	0.0141	0	0	0	0	0
377	0	1	0	0.0135	0.0088	0	0	0	0	0
378	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
379	0	1	0	0.0216	0.0141	0	0	0	0	0
380	0	1	0	0.0216	0.0141	0	0	0	0	0
381	0	1	0	0.0101	0.0066	0	0	0	0	0
382	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
383	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
384	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
385	0	1	0	0.0338	0.0220	0	0	0	0	0
386	0	1	0	0.0237	0.0154	0	0	0	0	0
387	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
388	0	1	0	0.0338	0.0220	0	0	0	0	0
389	0	1	0	0.0554	0.0360	0	0	0	0	0
390	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
391	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
392	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
393	0	1	0	0.0135	0.0088	0	0	0	0	0
394	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
395	0	1	0	0	0.1645	0	0	0	0	0



396	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
397	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
398	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
399	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
400	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
401	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
402	0	1	0	0.0135	0.0088	0	0	0	0	0	0	0
403	0	1	0	0.0216	0.0141	0	0	0	0	0	0	0
404	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
405	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
406	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
407	0	1	0	0.0284	0.0185	0	0	0	0	0	0	0
408	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
409	0	1	0	0.0068	0.0044	0	0	0	0	0	0	0
410	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
411	0	1	0	0.0270	0.0176	0	0	0	0	0	0	0
412	0	1	0	0.0737	0.0479	0	0	0	0	0	0	0
413	0	1	0	0.0135	0.0088	0	0	0	0	0	0	0
414	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
415	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
416	0	1	0	0.0135	0.0088	0	0	0	0	0	0	0
417	0	1	0	0.0068	0.0044	0	0	0	0	0	0	0
418	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
419	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
420	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
421	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
422	0	1	0	0	0.245	0	0	0	0	0	0	0
423	0	1	0	0.0757	0.0492	0	0	0	0	0	0	0
424	0	1	0	0.0216	0.0141	0	0	0	0	0	0	0
425	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
426	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
427	0	1	0	0.0338	0.0220	0	0	0	0	0	0	0
428	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0];	0	0

Αντίστοιχα, τα δεδομένα των γραμμών μεταφοράς:

Πίνακας ΣΤ.2: Δεδομένα γραμμών μεταφοράς

Bus nl	bus nr	R p.u.	X p.u.	1/2 B p.u.	= 1 for lines > 1 or < 1 tr. tap at bus nl
linedata=[					
3	4	0.035475	0.05511	0	1
26	106	0.013948	0.004642	0	1
26	27	0.0112875	0.017535	0	1
27	107	0.1585	0.05275	0	1
27	28	0.0048375	0.007515	0	1
109	116	0.07056	0.0486325	0	1
109	110	0.26945	0.089675	0	1
116	120	0.03384	0.02332375	0	1
116	117	0.002304	0.001588	0	1
120	121	0.00072	0.00049625	0	1
117	118	0.00072	0.00049625	0	1
117	119	0.00072	0.00049625	0	1
110	123	0.065936	0.021944	0	1
110	111	0.062132	0.020678	0	1

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

111	124	0.210488	0.070052	0	1
111	112	0.163889	0.0545435	0	1
107	113	0.003456	0.002382	0	1
107	108	0.109999	0.0366085	0	1
113	114	0.00072	0.00049625	0	1
108	109	0.064351	0.0214165	0	1
108	115	0.040576	0.013504	0	1
28	29	0.005375	0.00835	0	1
28	125	0.1902	0.0633	0	1
126	127	0.19654	0.06541	0	1
127	128	0.118241	0.0393515	0	1
127	130	0.092736	0.063917	0	1
130	131	0.00072	0.00049625	0	1
125	126	0.240603	0.0800745	0	1
125	129	0.005389	0.0017935	0	1
29	132	0.014544	0.01002425	0	1
29	30	0.03789375	0.0588675	0	1
30	31	0.0112875	0.017535	0	1
30	135	0.0317	0.01055	0	1
137	138	0.066253	0.0220495	0	1
137	145	0.033602	0.011183	0	1
135	139	0.01368	0.00942875	0	1
135	136	0.123947	0.0412505	0	1
139	140	0.00072	0.00049625	0	1
139	141	0.00072	0.00049625	0	1
136	137	0.193053	0.0642495	0	1
136	142	0.01008	0.0069475	0	1
142	144	0.00072	0.00049625	0	1
142	143	0.00072	0.00049625	0	1
31	32	0.00564375	0.0087675	0	1
31	146	0.013824	0.009528	0	1
146	150	0.0072	0.0049625	0	1
146	147	0.063792	0.04396775	0	1
150	151	0.00072	0.00049625	0	1
147	149	0.00072	0.00049625	0	1
147	148	0.00072	0.00049625	0	1
32	152	0.077348	0.025742	0	1
32	33	0.0274125	0.042585	0	1
152	153	0.1268	0.0422	0	1
153	154	0.0317	0.01055	0	1
153	155	0.214926	0.071529	0	1
33	156	0.02808	0.01935375	0	1
33	34	0.0134375	0.020875	0	1
156	157	0.0036	0.00248125	0	1
156	160	0.00216	0.00148875	0	1
160	161	0.00072	0.00049625	0	1
157	158	0.00072	0.00049625	0	1
157	159	0.00072	0.00049625	0	1
34	35	0.00080625	0.0012525	0	1
35	162	0.010512	0.00724525	0	1
35	36	0.0026875	0.004175	0	1
36	175	0.05389	0.017935	0	1
36	37	0.0542875	0.084335	0	1
178	189	0.159134	0.052961	0	1
178	179	0.0634	0.0211	0	1
197	198	0.039308	0.013082	0	1
199	197	0.1585	0.05275	0	1
199	201	0.087809	0.0292235	0	1
199	200	0.415587	0.1383105	0	1

201	203	0.07291	0.024265	0	1	
201	202	0.019584	0.013498	0	1	
202	204	0.00144	0.0009925	0	1	
203	206	0.00144	0.0009925	0	1	
189	190	0.065936	0.021944	0	1	
189	191	0.0317	0.01055	0	1	
191	193	0.032651	0.0108665	0	1	
191	192	0.01585	0.005275	0	1	
193	194	0.049536	0.034142	0	1	
193	195	0.07925	0.026375	0	1	
195	197	0.00634	0.00211	0	1	
195	196	0.02853	0.009495	0	1	
179	180	0.574404	0.191166	0	1	
179	207	0.024726	0.008229	0	1	
175	183	0.00648	0.00446625	0	1	
175	176	0.058645	0.0195175	0	1	
183	184	0.00144	0.0009925	0	1	
180	208	0.045216	0.0311645	0	1	
180	181	0.020288	0.006752	0	1	
274	276	0.074495	0.0247925	0	1	
274	275	0.020288	0.006752	0	1	
276	266	0.086541	0.0288015	0	1	
276	277	0.055158	0.018357	0	1	
277	279	0.570917	0.1900055	0	1	
277	284	0.129653	0.0431495	0	1	
279	281	0.6657	0.22155	0	1	
279	280	0.075129	0.0250035	0	1	
281	282	0.121411	0.0404065	0	1	
282	283	0.008242	0.002743	0	1	
216	217	0.008784	0.00605425	0	1	
216	218	0.179136	0.123467	0	1	
208	209	0.036	0.0248125	0	1	
208	231	0.041527	0.0138205	0	1	
231	233	0.01268	0.00422	0	1	
231	232	0.074495	0.0247925	0	1	
218	227	0.063216	0.04357075	0	1	
218	219	0.1268	0.0422	0	1	
223	226	0.044697	0.0148755	0	1	
223	224	0.046368	0.0319585	0	1	
226	234	0.063083	0.0209945	0	1	
219	220	0.018069	0.0060135	0	1	
219	221	0.01902	0.00633	0	1	
221	222	0.034236	0.011394	0	1	
221	223	0.310026	0.103179	0	1	
224	225	0.00144	0.0009925	0	1	
227	229	0.013104	0.00903175	0	1	
227	228	0.012046	0.004009	0	1	
229	230	0.04090375	0.0635435	0	1	
230	235	0.0432	0.029775	0	1	
230	236	0.026875	0.04175	0	1	
236	238	0.264378	0.087987	0	1	
236	239	0.019565	0.030394	0	1	%possible cut
239	245	0.0022575	0.003507	0	1	
239	240	0.006624	0.0045655	0	1	
241	242	0.04902	0.076152	0	1	
241	240	0.034128	0.02352225	0	1	
242	243	0.001584	0.00109175	0	1	
243	244	0.00144	0.0009925	0	1	
245	246	0.389593	0.1296595	0	1	

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

209	215	0.0108	0.00744375	0	1
209	210	0.01512	0.01042125	0	1
210	212	0.144	0.09925	0	1
210	211	0.00144	0.0009925	0	1
210	213	0.00144	0.0009925	0	1
210	214	0.00144	0.0009925	0	1
215	216	0.211248	0.14559975	0	1
246	247	0.050688	0.034936	0	1
246	265	0.091296	0.030384	0	1
248	249	0.01268	0.00422	0	1
249	250	0.087492	0.029118	0	1
249	251	0.162938	0.054227	0	1
251	253	0.19654	0.06541	0	1
251	252	0.013314	0.004431	0	1
247	248	0.39308	0.13082	0	1
253	254	0.014265	0.0047475	0	1
253	255	0.14899	0.049585	0	1
255	256	0.237433	0.0790195	0	1
256	257	0.083054	0.027641	0	1
257	258	0.017424	0.01200925	0	1
258	259	0.04392	0.03027125	0	1
258	260	0.17376975	0.06376425	0	1
265	268	0.276424	0.091996	0	1
265	267	266.976	184.0095	0	1
268	269	0.007925	0.0026375	0	1
268	270	0.140114	0.046631	0	1
270	271	0.054841	0.0182515	0	1
271	273	0.055792	0.018568	0	1
271	272	0.00317	0.001055	0	1
273	274	0.13948	0.04642	0	1
260	263	0.20349	0.07467	0	1
260	261	0.052939	0.0176185	0	1
263	264	0.11807775	0.04332825	0	1
263	262	0.018386	0.006119	0	1
181	182	0.098904	0.032916	0	1
176	185	0.03024	0.0208425	0	1
176	177	0.153745	0.0511675	0	1
185	186	0.00144	0.0009925	0	1
182	291	0.095328	0.0657035	0	1
182	285	0.055792	0.018568	0	1
285	286	0.058011	0.0193065	0	1
285	287	0.010944	0.007543	0	1
287	289	0.004755	0.0015825	0	1
287	288	0.076176	0.05250325	0	1
289	290	0.081469	0.0271135	0	1
291	292	0.00144	0.0009925	0	1
177	187	0.011376	0.00784075	0	1
177	178	0.079567	0.0264805	0	1
187	188	0.00144	0.0009925	0	1
37	293	0.073544	0.024476	0	1
37	38	0.00521375	0.0080995	0	1
293	297	0.001296	0.00089325	0	1
293	294	0.100489	0.0334435	0	1
297	298	0.000144	0.00009925	0	1
294	299	0.00144	0.0009925	0	1
294	295	0.0634	0.0211	0	1
299	300	0.000144	0.00009925	0	1
295	296	0.1268	0.0422	0	1
38	39	0.01091125	0.0169505	0	1

38	301	0.01512	0.01042125	0	1	
301	302	0.00072	0.00049625	0	1	
39	303	0.004755	0.0015825	0	1	
39	40	0.01075	0.0167	0	1	
303	305	0.00072	0.00049625	0	1	
304	303	0.144235	0.0480025	0	1	
40	41	0.03225	0.0501	0	1	
40	306	0.069408	0.0478385	0	1	
306	307	0.144	0.09925	0	1	
41	42	0.00172	0.002672	0	1	
41	308	0.01585	0.005275	0	1	
42	43	0.0869675	0.135103	0	1	
42	309	0.0576	0.0397	0	1	
309	310	0.00072	0.00049625	0	1	
309	311	0.00072	0.00049625	0	1	
43	312	0.022824	0.007596	0	1	
43	44	0.08379625	0.1301765	0	1	
4	58	0.002795	0.004342	0	1	
4	5	0.01854375	0.0288075	0	1	
44	313	0.005706	0.001899	0	1	
44	45	0.0170925	0.026553	0	1	
45	46	0.02370375	0.0368235	0	1	
45	314	0.011729	0.0039035	0	1	
46	47	0.020493	0.0145475	0	1	
47	315	0.00317	0.001055	0	1	
47	48	0.011502	0.008165	0	1	
48	49	0.00405	0.002875	0	1	
49	50	0.1075	0.167	0	1	
5	59	0.058645	0.0195175	0	1	
5	6	0.003225	0.00501	0	1	
50	51	0.0081	0.00575	0	1	
51	52	0.04283875	0.0665495	0	1	
6	60	0.091296	0.030384	0	1	
60	62	0.217462	0.072373	0	1	
60	61	0.0634	0.0211	0	1	
52	325	0.00080625	0.0012525	0	1	
52	316	0.017424	0.01200925	0	1	
52	53	0.0650375	0.101035	0	1	
318	319	0.120384	0.082973	0	1	
318	320	0.078192	0.05389275	0	1	
321	322	0.060336	0.04158575	0	1	
320	321	0.0136525	0.021209	0	1	
316	317	0.0072025	0.011189	0	1	
317	318	0.08352	0.057565	0	1	
7	6	0.001075	0.00167	0	1	
7	8	0.00456875	0.0070975	0	1	
7	63	0.011095	0.0036925	0	1	
8	9	0.02800375	0.0435035	0	1	
53	54	0.01215	0.008625	0	1	
54	55	0.01075	0.0167	0	1	
55	56	0.03982875	0.0618735	0	1	
55	323	0.021556	0.007174	0	1	
56	57	0.23150125	0.3596345	0	1	
56	324	0.110316	0.036714	0	1	
9	10	0.01075	0.0167	0	1	
9	64	0.06023	0.020045	0	1	
10	65	0.011095	0.0036925	0	1	
11	10	0.00542875	0.0084335	0	1	
11	66	0.047867	0.0159305	0	1	

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

11	12	0.01075	0.0167	0	1		
12	67	0.072276	0.024054	0	1		
12	13	0.01075	0.0167	0	1		
13	68	0.01902	0.00633	0	1		
13	14	0.005375	0.00835	0	1		
14	15	0.016125	0.02505	0	1		
14	69	0.064668	0.021522	0	1		
15	70	0.191151	0.0636165	0	1		
15	16	0.01075	0.0167	0	1		
74	75	0.01368	0.00942875	0	1		
74	80	0.112535	0.0374525	0	1		
70	71	0.030115	0.0100225	0	1		
71	72	0.0317	0.01055	0	1		
71	76	0.177837	0.0591855	0	1		
76	77	0.172765	0.0574975	0	1		
76	78	0.041527	0.0138205	0	1		
72	73	0.010368	0.007146	0	1		
73	74	0.082368	0.056771	0	1		
73	79	0.01902	0.00633	0	1		
16	17	0.037625	0.05845	0	1		
16	81	0.01902	0.00633	0	1		
17	18	0.000645	0.001002	0	1		
19	20	0.03821625	0.0593685	0	1		
19	82	0.125215	0.0416725	0	1		
19	18	0.09121375	0.1416995	0	1		
20	21	0.005375	0.00835	0	1		
20	83	0.14328	0.09875375	0	1		
83	84	0.1129905	0.0414615	0	1		
83	87	0.337605	0.1123575	0	1		
87	89	0.195272	0.064988	0	1		
87	88	0.0634	0.0211	0	1		
84	86	0.096624	0.06659675	0	1		
84	85	0.08862525	0.03252075	0	1		
21	90	0.02853	0.009495	0	1		
21	22	0.022575	0.03507	0	1		
22	91	0.337288	0.112252	0	1		
22	23	0.0050525	0.007849	0	1		
91	92	0.168644	0.056126	0	1		
23	93	0.01902	0.00633	0	1		
23	24	0.03251875	0.0505175	0	1		
24	25	0.02305875	0.0358215	0	1		
24	94	0.090979	0.0302785	0	1		
25	95	0.07925	0.026375	0	1		
25	26	0.04907375	0.0762355	0	1		
25	97	0.080518	0.026797	0	1		
95	96	0.164206	0.054649	0	1		
100	105	0.005072	0.001688	0	1		
100	101	0.049135	0.0163525	0	1		
101	102	0.491033	0.1634195	0	1		
97	98	0.086541	0.0288015	0	1		
97	103	0.043429	0.0144535	0	1		
98	99	0.064668	0.021522	0	1		
98	104	0.059913	0.0199395	0	1		
99	100	0.155013	0.0515895	0	1		
1	2	0.001215	0.0008625	0	1	%possible tap	
2	3	0.037625	0.05845	0	1		
163	162	0.00144	0.0009925	0	1		
164	162	0.00144	0.0009925	0	1		
165	162	0.00144	0.0009925	0	1		

166	162	0.00144	0.0009925	0	1	
167	162	0.00144	0.0009925	0	1	
168	162	0.00144	0.0009925	0	1	
169	162	0.00144	0.0009925	0	1	
170	162	0.00144	0.0009925	0	1	
171	162	0.00144	0.0009925	0	1	
172	162	0.00144	0.0009925	0	1	
133	132	0.00072	0.00049625	0	1	
134	132	0.00072	0.00049625	0	1	
205	202	0.00144	0.0009925	0	1	
173	162	0.00144	0.0009925	0	1	
122	120	0.00072	0.00049625	0	1	
174	162	0.00144	0.0009925	0	1	
236	237	0.264378	0.087987	0	1	
277	278	0.570917	0.1900055	0	1	
326	327	0.00144	0.0009925	0	1	
329	330	0.0134375	0.020875	0	1	
329	328	0.12389375	0.1924675	0	1	
330	331	0.02623	0.040748	0	1	
331	343	0.13608	0.09379125	0	1	
332	331	0.02714375	0.0421675	0	1	
332	333	0.01789875	0.0278055	0	1	
332	348	0.041844	0.013926	0	1	
333	351	0.149941	0.0499015	0	1	
333	334	0.05375	0.0835	0	1	
334	335	0.0295625	0.045925	0	1	
335	352	0.00962125	0.0149465	0	1	
335	353	0.009792	0.006749	0	1	
335	336	0.0130075	0.020207	0	1	
336	337	0.02800375	0.0435035	0	1	
336	354	0.115071	0.0382965	0	1	
337	338	0.03225	0.0501	0	1	
338	355	0.071325	0.0237375	0	1	
338	339	0.01058875	0.0164495	0	1	
339	340	0.01118	0.017368	0	1	
340	356	0.001152	0.000794	0	1	
340	341	0.0003225	0.000501	0	1	
341	342	0.0179525	0.027889	0	1	
341	357	0.11304	0.07791125	0	1	%possible cut
343	344	0.348336	0.24008575	0	1	
344	345	0.45	0.31015625	0	1	
344	346	0.037152	0.0256065	0	1	
349	348	0.276107	0.0918905	0	1	
348	350	0.04438	0.01477	0	1	
392	384	0.01634	0.025384	0	1	
392	393	0.098587	0.0328105	0	1	
392	394	0.005805	0.009018	0	1	
394	396	0.067536	0.04654825	0	1	
396	397	0.06696	0.04615125	0	1	
396	400	0.03552875	0.0551935	0	1	
400	401	0.072	0.049625	0	1	
400	402	0.02402625	0.0373245	0	1	
403	402	0.103342	0.034393	0	1	
404	405	0.0044075	0.006847	0	1	
404	408	0.0951	0.03165	0	1	
404	402	0.01843625	0.0286405	0	1	
409	411	0.432705	0.1440075	0	1	
409	410	0.003312	0.00228275	0	1	
408	409	0.404175	0.1345125	0	1	

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

411	413	0.014688	0.0101235	0	1
411	412	3.227377	1.0740955	0	1
405	406	0.111888	0.07711725	0	1
406	407	0.041184	0.0283855	0	1
406	418	0.101088	0.0696735	0	1
418	420	0.010944	0.007543	0	1
418	419	0.059616	0.0410895	0	1
407	415	0.069552	0.04793775	0	1
415	417	0.097488	0.06719225	0	1
415	416	0.004438	0.001477	0	1
381	334	0.026875	0.04175	0	1
381	382	0.005375	0.00835	0	1
423	382	0.205416	0.068364	0	1
384	382	0.005375	0.00835	0	1
384	385	0.05706	0.01899	0	1
385	386	0.166108	0.055282	0	1
385	387	0.053573	0.0178295	0	1
387	389	0.06974	0.02321	0	1
387	388	0.004438	0.001477	0	1
354	424	0.160719	0.0534885	0	1
354	425	0.001152	0.000794	0	1
355	426	0.00144	0.0009925	0	1
427	428	0.00144	0.0009925	0	1
427	355	0.00144	0.0009925	0	1
359	357	0.064944	0.04476175	0	1
359	362	0.006192	0.00426775	0	1
362	364	0.068976	0.04754075	0	1
365	366	0.082224	0.05667175	0	1
365	364	0.00144	0.0009925	0	1
367	369	0.199296	0.137362	0	1
367	368	0.003168	0.0021835	0	1
369	370	0.0108	0.00744375	0	1
366	367	0.035136	0.024217	0	1
372	365	0.084322	0.028063	0	1
372	373	0.1268	0.0422	0	1
372	377	0.01902	0.00633	0	1
374	375	1.574856	0.524124	0	1
373	374	0.1902	0.0633	0	1
376	373	0.072276	0.024054	0	1
377	378	0.113803	0.0378745	0	1
378	379	0.002219	0.0007385	0	1
380	378	0.116656	0.038824	0	1
357	358	0.005706	0.001899	0	1
2	328	0.00005375	0.0000835	0	1
390	389	0.01008	0.0069475	0	1
391	389	0.028512	0.0196515	0	1
414	413	0.000144	0.00009925	0	1
421	366	0.000864	0.0005955	0	1
422	379	0.00144	0.0009925	0	1
360	359	0.070128	0.04833475	0	1
347	346	0.02016	0.013895	0	1
398	397	0.042912	0.0295765	0	1
399	397	0.000144	0.00009925	0	1
363	362	0.018	0.01240625	0	1
395	394	0.039888	0.02749225	0	1
422	364	0.051264	0.035333	0	1
371	369	0.186768	0.12872725	0	1
382	383	0.005375	0.00835	0	1
360	361	0.006192	0.00426775	0	1



```
283 421 0.00144 0.0009925 0 1 %enwsh 283-95
];
```

### ΣΤ.2 ΔΙΚΤΥΟ ΣΕΝΑΡΙΟΥ Β

Τα δεδομένα για τις μέσες τιμές των φορτίων του σεναρίου φαίνονται παρακάτω:

Πίνακας ΣΤ.3 Δεδομένα ζυγών

Bus No	Bus code	Voltage Mag.	Angle Degree	---Load---		-----Generator-----				Injected Mvar
				MW	Mvar	MW	Mvar	Qmin	Qmax	
busdata=[1	1	1	0	0	0	-500	500	0		
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
3	0	1	0	0.011830718	0.007335045	0	0	0	0	0
4	0	1	0	0.11475796	0.071149935	0	0	0	0	0
5	0	1	0	0.170362332	0.105624646	0	0	0	0	0
6	0	1	0	0.023661435	0.01467009	0	0	0	0	0
7	0	1	0	0.075716592	0.046944287	0	0	0	0	0
8	0	1	0	0.217685202	0.134964825	0	0	0	0	0
9	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	1	0	0.035492153	0.022005135	0	0	0	0	0
11	0	1	0	0.156165471	0.096822592	0	0	0	0	0
12	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	1	0	0.017746076	0.011002567	0	0	0	0	0
14	0	1	0	0.023661435	0.01467009	0	0	0	0	0
15	0	1	0	0.059153588	0.036675224	0	0	0	0	0
16	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	1	0	0.352555382	0.218584337	0	0	0	0	0
18	0	1	0	0.023661435	0.01467009	0	0	0	0	0
19	0	1	0	0.085181166	0.052812323	0	0	0	0	0
20	0	1	0	0.011830718	0.007335045	0	0	0	0	0
21	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	1	0	0.191657624	0.118827727	0	0	0	0	0
24	0	1	0	0.023661435	0.01467009	0	0	0	0	0
25	0	1	0	0.097011884	0.060147368	0	0	0	0	0
26	0	1	0	0.037858296	0.023472144	0	0	0	0	0
27	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	1	0	0.023661435	0.01467009	0	0	0	0	0
29	0	1	0	0.037858296	0.023472144	0	0	0	0	0
30	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	1	0	0.011830718	0.007335045	0	0	0	0	0
33	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
36	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
41	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
43	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
44	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

45	0	1	0	0	0	1.2909	0	0	0	0				
46	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
47	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
48	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
49	0	1	0	0.059153588	0.036675224	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	0	1	0	0.037858296	0.023472144	0	0	0	0	0	0	0	0	0
51	0	1	0	0.023661435	0.01467009	0	0	0	0	0	0	0	0	0
52	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
53	0	1	0	0.037858296	0.023472144	0	0	0	0	0	0	0	0	0
54	0	1	0	0.037858296	0.023472144	0	0	0	0	0	0	0	0	0
55	0	1	0	0.017746076	0.011002567	0	0	0	0	0	0	0	0	0
56	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
57	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
58	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
59	0	1	0	0.059153588	0.036675224	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60	0	1	0	0.041407511	0.025672657	0	0	0	0	0	0	0	0	0
61	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
62	0	1	0	0.059153588	0.036675224	0	0	0	0	0	0	0	0	0
63	0	1	0	0.097011884	0.060147368	0	0	0	0	0	0	0	0	0
64	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
65	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
66	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
67	0	1	0	0.023661435	0.01467009	0	0	0	0	0	0	0	0	0
68	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
69	0	1	0	0	0	0.3314	0	0	0	0	0			
70	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
71	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
72	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
73	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
74	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
75	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
76	0	1	0	0.023661435	0.01467009	0	0	0	0	0	0	0	0	0
77	0	1	0	0.037858296	0.023472144	0	0	0	0	0	0	0	0	0
78	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
79	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
80	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
81	0	1	0	0.049689014	0.030807188	0	0	0	0	0	0	0	0	0
82	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
83	0	1	0	0.011830718	0.007335045	0	0	0	0	0	0	0	0	0
84	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
85	0	1	0	0.04732287	0.029340179	0	0	0	0	0	0	0	0	0
86	0	1	0	0.128954821	0.079951989	0	0	0	0	0	0	0	0	0
87	0	1	0	0.023661435	0.01467009	0	0	0	0	0	0	0	0	0
88	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
89	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
90	0	1	0	0.023661435	0.01467009	0	0	0	0	0	0	0	0	0
91	0	1	0	0.011830718	0.007335045	0	0	0	0	0	0	0	0	0
92	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
93	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
94	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
95	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
96	0	1	0	0	0	0.5533	0	0	0	0	0			
97	0	1	0	0.132504036	0.082152502	0	0	0	0	0	0	0	0	0
98	0	1	0	0.037858296	0.023472144	0	0	0	0	0	0	0	0	0
99	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
100	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
101	0	1	0	0.059153588	0.036675224	0	0	0	0	0	0	0	0	0
102	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0]			

Αντίστοιχα, τα δεδομένα των γραμμών μεταφοράς:

Πίνακας ΣΤ.4: Δεδομένα γραμμών μεταφοράς

Bus nl	bus nr	R p.u.	X p.u.	1/2 B p.u.	= 1 for lines > 1 or < 1 tr. tap at bus nl
linedata=[3 4 0.0134375 0.020875 0 1					
3	2	0.12389375	0.1924675	0	1
4	5	0.02623	0.040748	0	1
5	17	0.13608	0.09379125	0	1
6	5	0.02714375	0.0421675	0	1
6	7	0.01789875	0.0278055	0	1
6	22	0.041844	0.013926	0	1
7	25	0.149941	0.0499015	0	1
7	8	0.05375	0.0835	0	1
8	9	0.0295625	0.045925	0	1
9	26	0.00962125	0.0149465	0	1
9	27	0.009792	0.006749	0	1
9	10	0.0130075	0.020207	0	1
10	11	0.02800375	0.0435035	0	1
10	28	0.115071	0.0382965	0	1
11	12	0.03225	0.0501	0	1
12	29	0.071325	0.0237375	0	1
12	13	0.01058875	0.0164495	0	1
13	14	0.01118	0.017368	0	1
14	30	0.001152	0.000794	0	1
14	15	0.0003225	0.000501	0	1
15	16	0.0179525	0.027889	0	1
15	31	0.11304	0.07791125	0	1
17	18	0.348336	0.24008575	0	1
18	19	0.45	0.31015625	0	1
18	20	0.037152	0.0256065	0	1
23	22	0.276107	0.0918905	0	1
22	24	0.04438	0.01477	0	1
66	58	0.01634	0.025384	0	1
66	67	0.098587	0.0328105	0	1
66	68	0.005805	0.009018	0	1
68	70	0.067536	0.04654825	0	1
70	71	0.06696	0.04615125	0	1
70	74	0.03552875	0.0551935	0	1
74	75	0.072	0.049625	0	1
74	76	0.02402625	0.0373245	0	1
77	76	0.103342	0.034393	0	1
78	79	0.0044075	0.006847	0	1
78	82	0.0951	0.03165	0	1
78	76	0.01843625	0.0286405	0	1
83	85	0.432705	0.1440075	0	1
83	84	0.003312	0.00228275	0	1
82	83	0.404175	0.1345125	0	1
85	87	0.014688	0.0101235	0	1
85	86	3.227377	1.0740955	0	1
79	80	0.111888	0.07711725	0	1
80	81	0.041184	0.0283855	0	1
80	92	0.101088	0.0696735	0	1
92	94	0.010944	0.007543	0	1
92	93	0.059616	0.0410895	0	1
81	89	0.069552	0.04793775	0	1
89	91	0.097488	0.06719225	0	1

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

89	90	0.004438	0.001477	0	1
55	8	0.026875	0.04175	0	1
55	56	0.005375	0.00835	0	1
97	56	0.205416	0.068364	0	1
58	56	0.005375	0.00835	0	1
58	59	0.05706	0.01899	0	1
59	60	0.166108	0.055282	0	1
59	61	0.053573	0.0178295	0	1
61	63	0.06974	0.02321	0	1
61	62	0.004438	0.001477	0	1
28	98	0.160719	0.0534885	0	1
28	99	0.001152	0.000794	0	1
29	100	0.00144	0.0009925	0	1
101	102	0.00144	0.0009925	0	1
101	29	0.00144	0.0009925	0	1
33	31	0.064944	0.04476175	0	1
33	36	0.006192	0.00426775	0	1
36	38	0.068976	0.04754075	0	1
39	40	0.082224	0.05667175	0	1
39	38	0.00144	0.0009925	0	1
41	43	0.199296	0.137362	0	1
41	42	0.003168	0.0021835	0	1
43	44	0.0108	0.00744375	0	1
40	41	0.035136	0.024217	0	1
46	39	0.084322	0.028063	0	1
46	47	0.1268	0.0422	0	1
46	51	0.01902	0.00633	0	1
48	49	1.574856	0.524124	0	1
47	48	0.1902	0.0633	0	1
50	47	0.072276	0.024054	0	1
51	52	0.113803	0.0378745	0	1
52	53	0.002219	0.0007385	0	1
54	52	0.116656	0.038824	0	1
31	32	0.005706	0.001899	0	1
1	2	0.00005375	0.0000835	0	1
64	63	0.01008	0.0069475	0	1
65	63	0.028512	0.0196515	0	1
88	87	0.000144	0.00009925	0	1
95	40	0.000864	0.0005955	0	1
96	53	0.00144	0.0009925	0	1
34	33	0.070128	0.04833475	0	1
21	20	0.02016	0.013895	0	1
72	71	0.042912	0.0295765	0	1
73	71	0.000144	0.00009925	0	1
37	36	0.018	0.01240625	0	1
69	68	0.039888	0.02749225	0	1
96	38	0.051264	0.035333	0	1
45	43	0.186768	0.12872725	0	1
56	57	0.005375	0.00835	0	1
34	35	0.006192	0.00426775	0	1];

Τέλος, οι μέτρησεις για τα έξι φωτοβολταϊκά φαίνονται παρακάτω:

Πίνακας ΣΤ.5: Μετρήσεις Φωτοβολταϊκών

PV27	PV30	PV44	PV45	PV69	PV96
0.476	0.471	1.273	1.740	0.395	0.672
0.344	0.348	0.460	0.765	0.409	0.6885
0.49	0.489	1.253	1.730	0.401	0.684
0.46	0.462	1.210	1.675	0.397	0.6765
0.476	0.477	1.220	1.695	0.401	0.6795
0.499	0.497	1.280	1.790	0.415	0.693
0.485	0.487	1.255	1.745	0.409	0.6945
0.506	0.509	1.305	1.805	0.413	0.702
0.499	0.496	1.283	1.830	0.415	0.7095
0.499	0.499	1.285	1.825	0.417	0.7035
0.495	0.495	1.275	1.810	0.41	0.696
0.488	0.486	1.248	1.775	0.403	0.6855
0.468	0.461	0.913	1.320	0.438	0.7395
0.451	0.375	0.693	0.555	0.363	0.6015
0.312	0.317	0.880	1.255	0.24	0.3885
0.344	0.363	1.278	1.610	0.187	0.264
0.48	0.478	1.208	1.685	0.403	0.6795
0.488	0.483	1.250	1.740	0.405	0.684
0.435	0.45	1.085	1.565	0.387	0.645
0.425	0	1.063	1.435	0.391	0.642
0.297	0.354	0.953	1.410	0.26	0.4335
0.199	0.204	0.538	0.780	0.166	0.258
0.154	0.145	0.600	0.725	0.216	0.291
0.474	0.366	0.445	0.455	0.216	0.2865
0.49	0.492	1.265	1.705	0.376	0.6405
0.288	0.207	1.008	1.345	0.452	0.7245
0.444	0.537	0.793	1.260	0.428	0.696
0.5	0	1.300	1.810	0.438	0.708
0.504	0.507	1.278	1.865	0.423	0.714
0.507	0.53	1.330	1.890	0.422	0.7215
0.235	0.152	0.420	0.605	0.425	0.69
0.544	0.462	1.490	1.955	0.423	0.654
0.074	0.074	0.253	0.475	0.098	0.1695
0.484	0.543	0.303	0.400	0.28	0.51
0	0.546	1.405	1.785	0.426	0.7275
0.439	0	1.080	1.375	0.35	0.594
0.089	0.087	0.218	0.285	0.079	0.123
0.107	0	0.295	0.435	0.085	0.123
0.147	0.146	0.410	0.530	0.188	0.282

**Πιθανοτική Ανάλυση Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Διανομής**

0.461	0	1.345	1.615	0.344	0.6885
0.368	0.331	0.850	1.180	0.132	0.192
0.468	0.551	0.288	0.610	0.27	0.4485
0.131	0.135	0.328	0.450	0.109	0.1755
0.536	0.402	1.373	1.980	0.407	0.771
0.232	0.24	1.063	0.215	0.303	0.5445
0.119	0.299	0.360	1.010	0.217	0.3735
0.459	0.348	0.615	1.170	0.342	0.5385