



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ & ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ & ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ & ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ

**ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΓΙΑ
ΤΗΝ ΑΡΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΕΜΠΟΡΙΚΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΜΕ ΤΗ
ΧΡΗΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΣΙΛΙΓΙΑΝΝΗ ΧΡΙΣΤΙΑΝΑ

Επιβλέπων : Γεώργιος Μαυρωτάς
Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2015



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ & ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ & ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ & ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ

**ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΓΙΑ
ΤΗΝ ΑΡΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΕΜΠΟΡΙΚΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΜΕ ΤΗ
ΧΡΗΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

της

ΤΣΙΛΙΓΙΑΝΝΗ ΧΡΙΣΤΙΑΝΑΣ

Επιβλέπων : Γεώργιος Μαυρωτάς
Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....
Γεώργιος Μαυρωτάς
Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....
Δανάη Διακουλάκη
Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....
Άγγελος Τσακανίκας
Επ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2015

(Υπογραφή)

.....
ΤΣΙΛΙΓΙΑΝΝΗ ΧΡΙΣΤΙΑΝΑ

Διπλωματούχος Χημικός Μηχανικός Ε.Μ.Π.

Copyright © ΤΣΙΛΙΓΙΑΝΝΗ ΧΡΙΣΤΙΑΝΑ 2015

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα. Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Η πολυκριτηριακή αριστοποίηση ως μέρος του μαθηματικού προγραμματισμού αποτελεί σήμερα ευρέως χρησιμοποιούμενο εργαλείο στα οικονομικά, τη στρατηγική σε πολεμικές επιχειρήσεις, τις επενδύσεις, τις μεταφορές, το σχεδιασμό παραγωγικών διεργασιών, την εφοδιαστική αλυσίδα, την επιλογή τεχνολογιών κ.α. Εντοπίζει τις λύσεις, δηλαδή τιμές των μεταβλητών απόφασης, που βελτιστοποιούν πολλά κριτήρια (αντικειμενικές συναρτήσεις) συγχρόνως, ενώ παράλληλα ικανοποιούνται οι βασικές σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών απόφασης που πηγάζουν από τις θεμελιώδεις αρχές του προβλήματος, π.χ. ισοζύγια μάζας και ενέργειας καθώς και άλλοι ανισοτικοί περιορισμοί του πεδίου τιμών που επιβάλλονται από το θεσμικό πλαίσιο, την πολιτική της διοίκησης του έργου κ.α. Στην παρούσα εργασία αναπτύσσεται μαθηματικό πρότυπο, με τη βοήθεια της Σύγχρονης Θεωρίας Χαρτοφυλακίου, που περιγράφει το πρόβλημα κατανομής κεφαλαίου προώθησης προϊόντων σε εναλλακτικές στρατηγικές προώθησης, ανά μάρκα προϊόντος και πελάτη, με στόχο τη μεγιστοποίηση των εσόδων πωλήσεων και τη σύγχρονη ελαχιστοποίηση του κινδύνου. Το πρότυπο εφαρμόζεται σε συνδυασμούς προϊόντων και πελατών της εταιρείας προμηθευτή Procter & Gamble για την αγορά της Ελλάδας. Για την πρώτη αριστοποίηση που πραγματοποιείται, γίνεται χρήση της επαυξημένης μεθόδου ε-περιορισμών (μέθοδος AUGMECON). Στη συνέχεια, με δεδομένη τη βέλτιστη κατανομή ποσοστών κεφαλαίου προώθησης ανά μάρκα προϊόντος και πελάτη αναπτύσσεται μαθηματικό πρότυπο (ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού με μία αντικειμενική συνάρτηση) για τη βελτιστοποίηση κατανομής των επιμέρους κεφαλαίων σε προωθητικές ενέργειες υψηλής ή μεσαίας ακροαματικότητας με κριτήριο τη μεγιστοποίηση της απόδοσης προϊόντος ανά πελάτη. Οι αριστοποιήσεις που περιγράφονται πραγματοποιούνται με τη χρήση του λογισμικού GAMS. Η μέθοδος θέτει σε επιστημονική βάση τον δυναμικό σχεδιασμό στρατηγικής προώθησης προϊόντων που μέχρι σήμερα πραγματοποιείτο με βάση την εμπειρία και υποκειμενικά κριτήρια από το εμπορικό τμήμα της εκάστοτε εταιρίας.

Λέξεις-Κλειδιά: Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου, Πολυκριτηριακή Βελτιστοποίηση, Μαθηματικός Προγραμματισμός, Επιχειρησιακή Έρευνα, Εμπορικό χαρτοφυλάκιο, Διαχείριση, Εμπορικό Πλάνο

ABSTRACT

A vibrant branch of mathematical programming, multiobjective optimization is widely in use nowadays in finance, stock portfolio selection, strategy selection in rival activities, logistics, process optimization, open and closed supply chain, adoption of alternative technologies, etc. It yields the values of the decision variables that optimize several objective functions at the same time, while satisfying the equality constraints stemming from the fundamental principles of the problem at hand and the non-binding constraints that emanate from legal compliance or company policy. The present work develops a mathematical model for the problem of distribution of brand promotion capital to several combinations of brand and wholesale customer, using Markowitz's portfolio selection theory. The optimization problem for maximizing sales and minimizing risk at the same time, is set up and transformed to a linear two criteria problem using the absolute value deviation for expressing the risk and by introducing new variables and constraints. The problem is solved using the augmented ϵ constraint method. Using the optimal values found, i.e. the percentages of brand-customer promotional capital allocation, the mathematical model for allocating the corresponding capital to high awareness and medium awareness actions is developed and the optimization problem is set up as a linear constrained optimization problem with one objective function. The data used in this problem are provided by Procter & Gamble Hellas. The method may be applied in real time and sets the problem of brand-customer promotional activities strategic plan and allocation to various types of activities on a scientific basis, enabling non inferior solutions that are less prone to human errors.

Keywords: Portfolio Management, Markowitz, Multicriteria Optimization, Mathematical Programming, Operations Research, Commercial plan, Management

Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στο πλαίσιο της ολοκλήρωσης των σπουδών μου στη Σχολή Χημικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Το αντικείμενο της εργασίας εντάσσεται στον τομέα της Επιχειρησιακής Έρευνας.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Γιώργο Μαυρωτά για την ανάθεση του θέματος και την έμπρακτη στήριξη σε κάθε στάδιο της εργασίας. Η ιδέα της χρήσης της Σύγχρονης Θεωρίας Χαρτοφυλακίου για τη βελτιστοποίηση εμπορικού χαρτοφυλακίου διερευνάται στη διδακτορική διατριβή του κ. Αναστάσιου Καρακαϊδού, απ'όπου ευγενώς παραχωρήθηκε και το μαθηματικό πρότυπο. Θα ήθελα, λοιπόν, να τον ευχαριστήσω θερμά για την εμπιστοσύνη, την καθοδήγηση και την άριστη συνεργασία. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω την επιστημονική ομάδα του Εργαστηρίου Βιομηχανικής και Ενεργειακής Οικονομίας για την προθυμία και τις συμβουλές, όσες φορές τις χρειάστηκα.

Τέλος, νιώθω την ανάγκη να ευχαριστήσω τους γονείς μου οι οποίοι με ενθαρρύνουν και με στηρίζουν με κάθε δυνατό τρόπο σε όλες μου τις αποφάσεις και προσπάθειες, τα αδέρφια και τους φίλους μου.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή.....	17
1.1 Περιγραφή του προβλήματος.....	17
1.2 Σκοπός και αντικείμενο	19
1.3 Επισκόπηση της Διπλωματικής Εργασίας	19
Κεφάλαιο 2: Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου.....	21
2.1 Το Μοντέλο του Markowitz	21
Κεφάλαιο 3. Ο Κλάδος της Επιχειρησιακής Έρευνας.....	33
3.1 Στάδια Μελέτης της Επιχειρησιακής Έρευνας.....	34
3.2 Ο Μαθηματικός Προγραμματισμός.....	35
3.2.1 Πολυκριτηριακός Μαθηματικός Προγραμματισμός.....	36
3.2.2 Οι τεχνικές εύρεσης εφικτών λύσεων στον Πολυκριτηριακό Προγραμματισμό.....	43
3.2.2.1 Επιλογή πριν την αναζήτηση (a priori articulation of preferences)	43
3.2.2.2 Επιλογή κατά τη διάρκεια της αναζήτησης (progressive articulation of preferences)	46
3.2.2.3 Επιλογή μετά την αναζήτηση (generating techniques-a posteriori articulation of preferences) ...	48
3.2.3 Η μέθοδος των επαυξημένων ε-περιορισμών (AUGMECON).....	52
Κεφάλαιο 4: Μελέτη Περίπτωσης.....	56
4.1 Εταιρεία μελέτης.....	57
4.1.1 Γενικά Στοιχεία	57
4.1.2 Ύψος Πωλήσεων	59
4.1.3 Μετοχή.....	60
4.1.4 Δεδομένα Προβλήματος	62
4.2 Γενικά Στοιχεία για τη συγκρότηση Προωθητικού Πλάνου.....	63
4.2.1 Συγκρότηση προωθητικού πλάνου.....	63
4.2.2 Προωθητικές ενέργειες	63
4.2.3 Προωθητικά μέσα	64
4.3 Αριστοποίηση της κατανομής κεφαλαίου σε συνδυασμούς μάρκας-πελάτη.....	65
4.3.1 Το Μαθηματικό Πρότυπο	65
4.3.1.1 Μεταβλητή Απόφασης.....	65
4.3.1.2 Αντικειμενικές Συναρτήσεις	65
4.3.1.3 Περιορισμοί	73
4.3.2 Μέθοδος Επίλυσης.....	78
4.3.3 Αποτελέσματα πολυκριτηριακής αριστοποίησης	80
4.3.4 Επιλογή Χαρτοφυλακίου	82
Διπλωματική εργασία – Τσιλιγιάννη Χριστιάνα	13

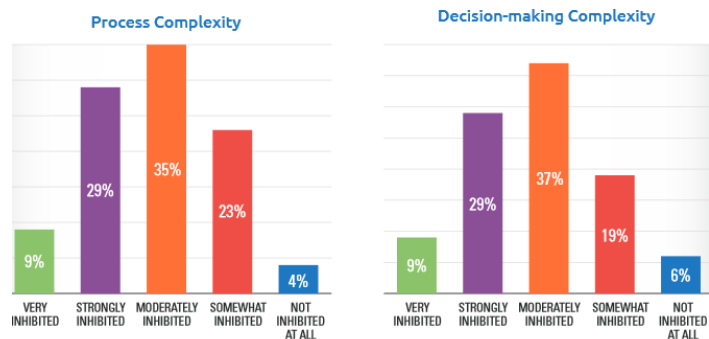
4.4	Αριστοποίηση Χαρτοφυλακίου Προωθητικού Πλάνου.....	83
4.4.1	Γενικά Στοιχεία.....	83
4.4.2	Το Μαθηματικό Πρότυπο	84
4.4.2.1	Μεταβλητές Απόφασης.....	84
4.4.2.2	Αντικειμενική συνάρτηση.....	85
4.4.2.3	Περιορισμοί	87
Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα και προτάσεις		92
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ		94
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ		98
6.1	Κώδικας για την πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση (1 ^η).....	98
6.2	Κώδικας για τη μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση (2 ^η)	102

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1 Περιγραφή του προβλήματος

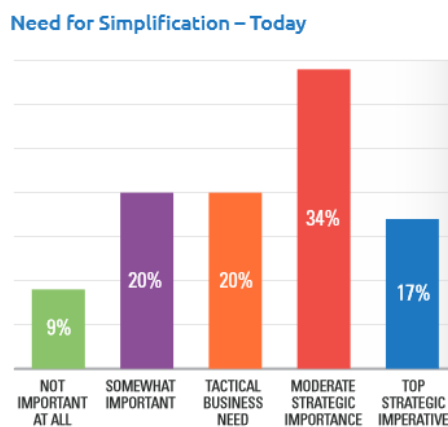
Στο σύγχρονο, ταχέως μεταβαλλόμενο και άκρως ανταγωνιστικό περιβάλλον, μέσα στο οποίο κινούνται οι εταιρείες, κάθε επιχείρηση επιδιώκει να διαφοροποιηθεί από τους ανταγωνιστές της και να αυξήσει το μερίδιο αγοράς της, μέσα στα όρια του παγκόσμιου θεσμικού πλαισίου και της αιφώρου ανάπτυξης. Για το λόγο αυτό, βρίσκονται συνεχώς σε μια αναζήτηση νέων καινοτόμων τεχνολογιών και προϊόντων, ανανεώνουν τη στρατηγική τους και προσαρμοζόμενες στα νέα δεδομένα της παγκόσμιας αγοράς προσπαθούν να λάβουν τις σωστές αποφάσεις και να εδραιωθούν σε αυτή. Μία σημαντική παράμετρος για την πορεία και τη βιωσιμότητα της επιχείρησης είναι η σωστή επενδυτική πολιτική και η κατανομή των διάφορων χρηματικών πόρων σε δραστηριότητες που μακροπρόθεσμα θα ενισχύσουν τη θέση της εταιρείας στην αγορά. Σε αυτή τη διαδικασία, έγκειται και η λήψη αποφάσεων για την κατανομή ενός αρχικού κεφαλαίου σε εναλλακτικές στρατηγικές προώθησης που πραγματοποιείται μέχρι τώρα από το εμπορικό τμήμα της εταιρείας, με βάση τα προηγούμενα δεδομένα, την εμπειρία και τη διαίσθηση του τμήματος. Ωστόσο, όπως είναι γνωστό, στα συστήματα που επηρεάζεται ο ανθρώπινος παράγοντας οι προβλέψεις που βασίζονται στην εμπειρία και τη διαίσθηση μπορεί να είναι υποδεέστερες, δηλαδή μη βελτιστοποιημένες. Παράλληλα, μια τέτοια διαδικασία, προϋποθέτοντας πλήρη συνεννόηση μεταξύ των στελεχών, μπορεί να αποβεί χρονοβόρα ενώ απαιτώντας την ταυτόχρονη αξιολόγηση πολλαπλών κριτηρίων χαρακτηρίζεται πολύπλοκη. Η πολυπλοκότητα είναι ένα από τα ζητήματα που απασχολούν τις σύγχρονες εταιρείες που θέλουν να παραμείνουν ανταγωνιστικές και κυρίαρχες στην αγορά.

Στο διαδικτυακό περιοδικό Knowledge@Wharton, του οικονομικού τμήματος του Πανεπιστημίου της Πενσιλβάνια (Wharton School of the University of Pennsylvania) δημοσιεύτηκε έρευνα χρηματοδοτημένη από την εταιρεία παραγωγής λογισμικού .SAP σχετικά με την πολυπλοκότητα που συναντάται στις σύγχρονες επιχειρήσεις και την ανάγκη άρσης της (Μάρτιος 2015). Στη διεξαγωγή της έρευνας συμμετείχαν 700 ηγετικά στελέχη μεγάλων εταιρειών σε όλο τον κόσμο.



Εικόνα 1: Τα στατιστικά στοιχεία της έρευνας για την πολυπλοκότητα που λειτουργεί ως ανασταλτικός παράγοντας για την αποδοτικότητα της επιχείρησης

Το 74% των ερωτηθέντων απάντησε πως η πολυπλοκότητα στις λειτουργίες της επιχείρησης και τη λήψη αποφάσεων επηρεάζει αρνητικά την ικανότητα της επιχείρησης να επιτύχει τους στόχους που έχει θέσει. Αντίστοιχα, το 51% αυτών δήλωσε πως η απλοποίηση των διαδικασιών μέσα στην επιχείρηση είναι μείζονος σημασίας στρατηγικό εγχείρημα για τους ανώτερους τους ενώ το 67% αυτών θεωρεί ότι μέσα στα επόμενα τρία χρόνια το ζήτημα αυτό θα αποκτήσει ακόμα μεγαλύτερη σημασία.



Εικόνα 2: Τα στατιστικά στοιχεία της έρευνας για την ανάγκη απλοποίησης στις σύγχρονες επιχειρήσεις

Όπως προκύπτει από την έρευνα, το μεγάλο στοίχημα των σύγχρονων εταιρειών για τα επόμενα χρόνια είναι το πέρασμα από τη θεωρία στην πράξη και η εφαρμογή απλοποιημένων διαδικασιών για τη λήψη αποφάσεων και τις λειτουργίες τους.

1.2 Σκοπός και αντικείμενο

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής είναι η κατασκευή ενός εργαλείου με τη χρήση της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου για την αυτοματοποίηση και αριστοποίηση της κατανομής κεφαλαίου προώθησης προϊόντων σε εναλλακτικές στρατηγικές προώθησης, μέσω του μαθηματικού προγραμματισμού. Το μοντέλο κατασκευάζεται για μια εταιρεία-προμηθευτή που εμπορεύεται πολλές μάρκες προϊόντων σε περισσότερους του ενός πελάτες. Για την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας χρησιμοποιήθηκε το προγραμματιστικό περιβάλλον της GAMS (*General Algebraic Modeling System*).

1.3 Επισκόπηση της Διπλωματικής Εργασίας

Στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας γίνεται μια θεωρητική επισκόπηση των βασικών αρχών της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου, όπως αυτή διατυπώθηκε από τον Markowitz. Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στον επιστημονικό κλάδο της επιχειρησιακής έρευνας, του μαθηματικού προγραμματισμού και της πολυκριτηριακής ανάλυσης. Το τέταρτο κεφάλαιο, που είναι και το κυρίως κεφάλαιο της εργασίας, αφιερώνεται στην περιγραφή της εταιρείας στην οποία εφαρμόστηκε το κατασκευασθέν εργαλείο, καθώς και στις δύο αριστοποιήσεις του προβλήματος και τα αποτελέσματά τους. Κατασκευάζονται, λοιπόν, τα μαθηματικά πρότυπα των επιμέρους προβλημάτων-αφ' ενός της κατανομής αρχικού κεφαλαίου σε συνδυασμούς προϊόντων-πελατών και αφετέρου της περαιτέρω κατανομής των εξαχθέντων ποσών σε προωθητικές ενέργειες- και παρατίθενται τα αποτελέσματα των επιλύσεων αυτών. Τέλος, στο πέμπτο κεφάλαιο αναφέρονται τα συμπεράσματα τα οποία προκύπτουν για τη δεδομένη εφαρμογή καθώς και κάποιες προτάσεις για μελλοντική έρευνα και συνέχιση της παρούσας εργασίας.

Κεφάλαιο 2: Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου

Ως χαρτοφυλάκιο ορίζεται το σύνολο από αξιόγραφα και περιουσιακά στοιχεία που έχει ένας επενδυτής στην κατοχή του (2). Στόχος της θεωρίας χαρτοφυλακίου είναι η εύρεση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου, δηλαδή του χαρτοφυλακίου εκείνου με τη μέγιστη δυνατή απόδοση και τον ελάχιστο δυνατό επενδυτικό κίνδυνο σε συνθήκες αβεβαιότητας. Έτσι, με δεδομένα τα χαρακτηριστικά κινδύνου και απόδοσης κάθε αξιόγραφου, διερευνώνται όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί αυτών στα πλαίσια ενός χαρτοφυλακίου, έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η ωφέλεια του επενδυτή.

2.1 Το Μοντέλο του Markowitz

Θεμελιωτής της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου θεωρείται ο Harry Markowitz, δημοσιεύοντας το 1952 στην εφημερίδα «Journal of Finance» το άρθρο με τίτλο «Portfolio Selection». Ακολουθεί το 1959 η έκδοση του βιβλίου «Portfolio Selection» και το 1990 του απονέμεται το βραβείο Nobel οικονομικών.

Σύμφωνα με τον Markowitz, ο επενδυτής επιθυμεί την αύξηση της αναμενόμενης απόδοσης ενός αξιόγραφου, όπως αυτή αντιπροσωπεύει το κέρδος που μπορεί να προκύψει έπειτα από μια χρονική περίοδο, ενώ αντίθετα θεωρεί πως η διακύμανση της τιμής της είναι ένα στοιχείο κινδύνου προς αποφυγή (Markowitz, 1952).

Η υπόθεση ότι ο επενδυτής ενδιαφέρεται μόνο για τη μεγιστοποίηση της αναμενόμενης απόδοσης απορρίπτεται από τον Markowitz, καθώς δεν υπονοεί πως ένα διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο είναι προτιμότερο από όλα τα μη διαφοροποιημένα, εάν αγνοήσουμε τις ατέλειες τις αγορές. Ουσιαστικά, το σημαντικότερο μειονέκτημα της συγκεκριμένης υπόθεσης έγκειται στο γεγονός ότι έχοντας ως απόλυτο κριτήριο την αναμενόμενη απόδοση, αποτυγχάνει να αναδείξει την αξία της διαφοροποίησης στα διάφορα χρεόγραφα. Σύμφωνα με την υπόθεση αυτή, ο επενδυτής πρέπει να επενδύσει όλο του το κεφάλαιο στο χρεόγραφο με τη μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση, ενώ εάν δύο ή περισσότερα αξιόγραφα έχουν την ίδια (ονομαστική) αξία,

τότε οποιοσδήποτε συνδυασμός αυτών δεν διαφέρει από κάποιον άλλον και είναι επιθυμητός, δηλαδή ο επενδυτής είναι αδιάφορος ως προς την επιλογή της επένδυσης. Ένας τέτοιος επενδυτής, λοιπόν, κατά τη σύνθεση χαρτοφυλακίου, θα όφειλε να καταναίμει τους πόρους του σε διαφορετικά χρεόγραφα τα οποία έχουν τη μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση. Η υπόθεση αυτή στηρίζεται στο νόμο των μεγάλων αριθμών, σύμφωνα με τον οποίο εάν ο επενδυτής καταναίμει τους πόρους του με τον προαναφερθέντα τρόπο η τελική απόδοση του χρεογράφου θα είναι ίδια με την αναμενόμενη.

Ωστόσο, για τον Harry Markowitz, οι αποδόσεις των διάφορων χρεογράφων παρουσιάζουν πολύ μεγάλο βαθμό συσχέτισης (η απόδοση δηλαδή του ενός επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό την απόδοση του άλλου) και έτσι η διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου με μοναδικό κριτήριο τη μεγιστοποίηση της αναμενόμενης απόδοσης δεν μπορεί να εξασφαλίσει την εξάλειψη της διακύμανσης. Τα παραπάνω συνοψίζονται στη φράση που ακολουθεί:

«Ένα χαρτοφυλάκιο με μέγιστη αναμενόμενη απόδοση (διαφοροποιημένο ή μη) δεν είναι απαραίτητα αυτό με τη μικρότερη διακύμανση της τιμής. Ένας επενδυτής μπορεί να αυξήσει την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου αυξάνοντας την διακύμανση της τιμής και αντίστροφα, μπορεί να μειώσει τη διακύμανση της τιμής μειώνοντας την αναμενόμενη απόδοση της επένδυσης».

Σύμφωνα με τον Markowitz δηλαδή, η βέλτιστη λύση δεν είναι αυτή στην οποία η αναμενόμενη απόδοση είναι μέγιστη αλλά ούτε και αυτή στην οποία η διακύμανση της τιμής είναι ελάχιστη. Η βέλτιστη λύση βρίσκεται κάπου στη «μέση». Για το λόγο αυτό, ο παραπάνω κανόνας (απόδοσης) απορρίφθηκε και προτάθηκε ο κανόνας της απόδοσης-διακύμανσης (E-V rule).

Η αναμενόμενη απόδοση υπολογίζεται με βάση παρελθοντικά δεδομένα ή με τη χρήση μοντέλων πρόβλεψης. Συνήθως δίνεται ως ποσοστό αύξησης ή μείωσης της τιμής του χρεογράφου. Αν εκτιμάται ότι η αξία ενός χρεογράφου τη χρονική στιγμή t_1 είναι $E(t_1)$ και η αξία του τη χρονική στιγμή t_2 είναι $E(t_2)$, τότε η προσδοκώμενη απόδοση της επένδυσης στο χρεόγραφο θα είναι:

$$R = \frac{E(t_2) - E(t_1)}{t_2 - t_1} \quad (1)$$

Στην πραγματικότητα, η προσδοκώμενη απόδοση υπολογίζεται με βάση ορισμένες προβλέψεις για την απόδοση του χρεογράφου (R_i) και την πιθανότητα που αποδίδεται στο ενδεχόμενο πραγματοποίησης κάθε μίας από αυτές (P_i).

$$R = \sum_i P_i R_i \quad (2)$$

Θεωρώντας χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από n αξιόγραφα με ποσοστό συμμετοχής w_i , τότε η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου εκφράζεται ως ο σταθμισμένος μέσος όρος των αναμενόμενων αποδόσεων των αξιογράφων που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο.

$$R_p = \frac{\sum_{i=1}^n w_i R_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (3)$$

Ο κίνδυνος ή ρίσκο ενός χρεόγραφου εκφράζει την πιθανότητα η μελλοντική πραγματική απόδοση να αποκλίνει από την αναμενόμενη. Το ρίσκο μιας επένδυσης μπορεί να χωριστεί σε συστηματικό και μη συστηματικό. Το συστηματικό ρίσκο οφείλεται σε εξωτερικούς παράγοντες που δε μπορούν να ελεγχθούν από τον επενδυτή και συνεπώς δε μπορεί να εξαλειφθεί. Σχετίζεται με τις οικονομικές, πολιτικές και κοινωνικές συνθήκες που επικρατούν στην εθνική αλλά και τη διεθνή σκηνή, όπου μεγέθη όπως ο πληθωρισμός, η ανεργία, τα επιτόκια κεντρικών τραπεζών, το Ακαθάριστο Εθνικό Προϊόν μιας χώρας κ.α. μπορούν να επηρεάσουν αρνητικά τις αγορές. Αυτό σημαίνει ότι όλες οι επενδύσεις εμπεριέχουν συστηματικό ρίσκο, το οποίο δε μπορεί να εξαλειφθεί. Στην περίπτωση αυτή, οι επενδυτές μπορούν να στραφούν σε κάποιο ασφάλιστρο κινδύνου (risk premium). Το μη συστηματικό ρίσκο, ωστόσο, αναφέρεται στις επιλογές του επενδυτή και επομένως μπορεί να περιοριστεί. Η ΣΘΧ εστιάζει στην εξάλειψη του μη συστηματικού ρίσκου.

Το ρίσκο συνήθως υπολογίζεται μέσω της τυπικής απόκλισης των παρελθοντικών αποδόσεων του χρεογράφου ανά τακτά χρονικά διαστήματα, για μια ορισμένη χρονική περίοδο. Συγκεκριμένα, όσο υψηλότερη είναι η τυπική απόκλιση των δεδομένων αυτών, τόσο μεγαλύτερο είναι το ρίσκο (ο κίνδυνος) μιας ορισμένης επένδυσης. Ο συνηθισμένος τύπος υπολογισμού της τυπικής

Διπλωματική εργασία – Τσιλιγιάννη Χριστιάνα 23

απόκλισης στην περίπτωση που υπάρχουν διαθέσιμες n τιμές για την απόδοση (R_t) από ιστορικά στοιχεία είναι ο εξής:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (R_t - \bar{R})^2} \quad (4)$$

Το συνολικό ρίσκο για κάθε χαρτοφυλάκιο υπολογίζεται με ανάλογο τρόπο, με τη διαφορά ότι εδώ σημαντικό ρόλο παίζει και η συνδιακύμανση των αξιογράφων ανά ζεύγη, με τη χρήση συντελεστών συσχέτισης. Εάν τα χρεόγραφα παρουσιάζουν μεμονωμένο ρίσκο σ_i και οι συντελεστές συσχέτισης δύο χρεογράφων i και j (με $i \neq j$) είναι ρ_{ij} , τότε το συνολικό ρίσκο του χαρτοφυλακίου θα είναι:

$$\sigma_P = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}} \quad (5)$$

Οι συντελεστές συσχέτισης ρ_{ij} μπορούν να υπολογιστούν με χρήση ιστορικών στοιχείων ανά δύο χρεόγραφα. Συγκεκριμένα, για δύο χρεόγραφα i και j , αξιοποιώντας τις καταγεγραμμένες αποδόσεις τους R_{it} και R_{jt} κατά τη χρονική περίοδο $t = 1, \dots, n$, ο συντελεστής συσχέτισης ρ_{ij} υπολογίζεται από τη σχέση που ακολουθεί:

$$\rho_{ij} = \frac{\sum (R_{it} - \bar{R}_i)(R_{jt} - \bar{R}_j)}{\sqrt{\sum (R_{it} - \bar{R}_i)^2 \sum (R_{jt} - \bar{R}_j)^2}} \quad (6)$$

Οι αποδόσεις των χρεογράφων i και j μπορούν να έχουν είτε θετική, είτε αρνητική είτε μηδενική συσχέτιση μεταξύ τους. Όταν δύο χρεόγραφα είναι θετικά συσχετισμένα τότε όσο αυξάνεται η απόδοση του ενός, θα αυξάνεται και η απόδοση του άλλου ενώ όταν γενικά μειώνεται η απόδοση του ενός τότε θα μειώνεται και η απόδοση του άλλου. Στα αρνητικά συσχετισμένα χρεόγραφα έχουμε αντίθετη σχέση των αποδόσεων των αξιογράφων, δηλαδή, η αύξηση της απόδοσης του ενός χρεογράφου συνεπάγεται τη μείωση της απόδοσης του άλλου και αντίστροφα. Τέλος, μηδενική συσχέτιση έχουμε όταν γενικά η απόδοση του ενός χρεογράφου δεν επηρεάζει με κανένα τρόπο την απόδοση του άλλου.

Ειδικότερα:

- **Θετική συσχέτιση** έχουμε όταν η πραγματική απόδοση του χρεογράφου i είναι γενικά μεγαλύτερη από την αναμενόμενη απόδοσή του και ταυτόχρονα η πραγματική απόδοση του χρεογράφου j είναι γενικά μεγαλύτερη από την αναμενόμενη απόδοσή του δηλαδή όταν ισχύει $R_{it} - \bar{R}_i > 0$ και $R_{jt} - \bar{R}_i > 0$. Επιπλέον, θετική συσχέτιση έχουμε στην περίπτωση όπου ισχύει $R_{it} - \bar{R}_i < 0$ και $R_{jt} - \bar{R}_i < 0$.
- **Αρνητική συσχέτιση** έχουμε όταν $R_{it} - \bar{R}_i > 0$ και $R_{jt} - \bar{R}_i < 0$ ή όταν $R_{it} - \bar{R}_i < 0$ και $R_{jt} - \bar{R}_i > 0$.
- **Μηδενική συσχέτιση** έχουμε όταν $R_{it} - \bar{R}_i = 0$ ή $R_{jt} - \bar{R}_i = 0$.

Ο συντελεστής συσχέτισης δύο χρεογράφων παίρνει τιμές από -1 ως 1 και αποτελεί ένα σχετικό στατιστικό μέτρο που περιγράφει τόσο την κατεύθυνση όσο και την ένταση της συσχέτισης των αποδόσεων δύο χρεογράφων. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι ο συντελεστής συσχέτισης είναι καθαρός αριθμός.

Προκειμένου να γίνουν τα παραπάνω κατανοητά, παρατίθενται ακολούθως κάποια παραδείγματα στα οποία φαίνεται καθαρά ο τύπος συσχέτισης μεταξύ των χρεογράφων σε κάθε περίπτωση.

Στην εικόνα 3 απεικονίζονται οι χρηματιστηριακές τιμές του χρυσού (gold) και του ασημιού (silver) από 05/04/2013 έως 01/07/2013. Παρατηρείται η ισχυρή θετική συσχέτιση που παρουσιάζουν τα δύο εμπορεύματα (ο συντελεστής συσχέτισης στην περίπτωση αυτή είναι πολύ κοντά στη μονάδα).



Έικονα 3: Γράφημα χρυσού (gold) και ασημιού (silver). Ισχυρά θετικός συντελεστής συσχέτισης

Στην εικόνα 4 που ακολουθεί απεικονίζονται οι τιμές χρυσού και του χρηματιστηριακού δείκτη S&P500 από 10/08/2012 έως 02/07/2013. Παρατηρώντας το συγκεκριμένο γράφημα είναι φανερή η αρνητική συσχέτιση μεταξύ των δύο.



Έικονα 4: Γράφημα χρυσού και χρηματιστηριακού δείκτη S&P 500. Αρνητικός συντελεστής συσχέτισης

Τέλος, στην εικόνα 5 φαίνονται οι σχεδόν ασυσχέτιστες τιμές του χρυσού (gold) και της ισοτιμίας EUR/USD.



Εικόνα 5: Γράφημα χρυσού και της ισοτιμίας EUR/USD. Σχεδόν μηδενικός συντελεστής συσχέτισης

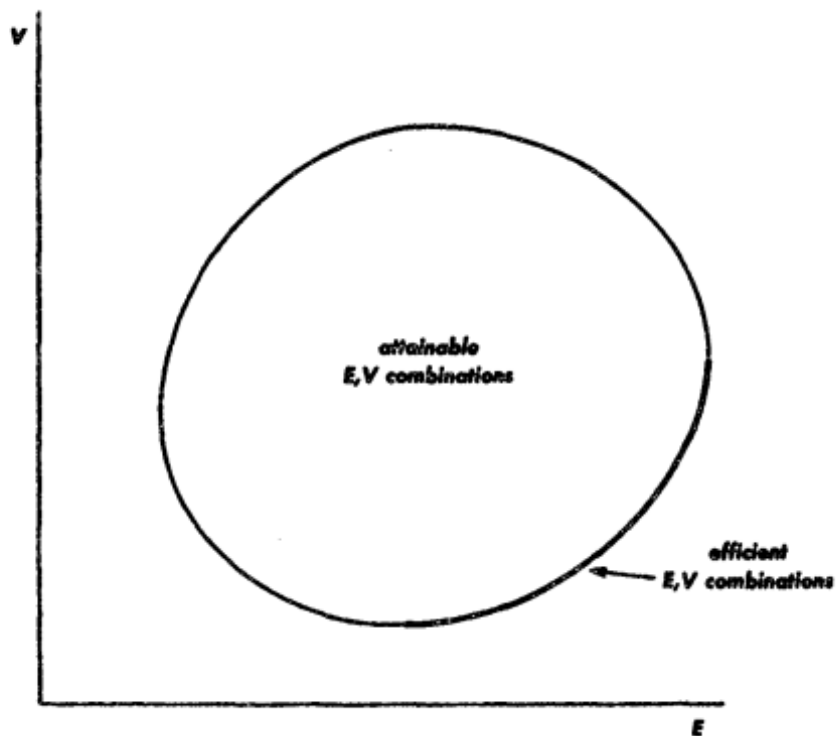
Για συνθήκες με την ίδια πιθανότητα εμφάνισης (μ, σ) ο επενδυτής καλείται να επιλέξει ανάμεσα σε παραπάνω του ενός ζεύγη E, V ανάλογα με την προτίμησή του. Τα ζεύγη E, V που υπολογίζονται είναι ουσιαστικά όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί διαθέσιμων χρεογράφων (attainable E, V combinations).

Ορίζεται ως αποδοτικό χαρτοφυλάκιο εκείνο το οποίο για δεδομένη απόδοση αντιστοιχεί στον ελάχιστο κίνδυνο ή εκείνο το οποίο για δεδομένο κίνδυνο αντιστοιχεί στη μέγιστη απόδοση. Ο κανόνας $E-V$ υποδεικνύει ότι ο επενδυτής θα πρέπει να επιλέξει ένα αποδοτικό χαρτοφυλάκιο.

Με τον παραπάνω κανόνα δεν προκύπτει ένα μόνο αποδοτικό χαρτοφυλάκιο, αλλά ένα σύνολο αποδοτικών χαρτοφυλακίων από τα οποία ο επενδυτής καλείται να επιλέξει με βάση τα προσωπικά του κίνητρα. Συγκεκριμένα, ο επενδυτής μπορεί να επιλέξει ένα συγκεκριμένο επίπεδο απόδοσης που επιθυμεί, αποδεχόμενος το ρίσκο που εμπεριέχεται σε αυτό ή εναλλακτικά, να επιλέξει το

ποσοστό ρίσκου που είναι διατεθειμένος να αποδεχθεί λαμβάνοντας ένα συγκεκριμένο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης.

Στο σχήμα που ακολουθεί απεικονίζονται όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί διαθέσιμων χαρτοφυλακίων (attainable E,V combinations) αλλά και όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί αποδοτικών χαρτοφυλακίων (efficient E,V combinations).



Σχήμα 1: Πιθανοί συνδυασμοί διαθέσιμων και αποδοτικών χαρτοφυλακίων.

Οι βασικές παραδοχές του μοντέλου του Markowitz είναι οι εξής:

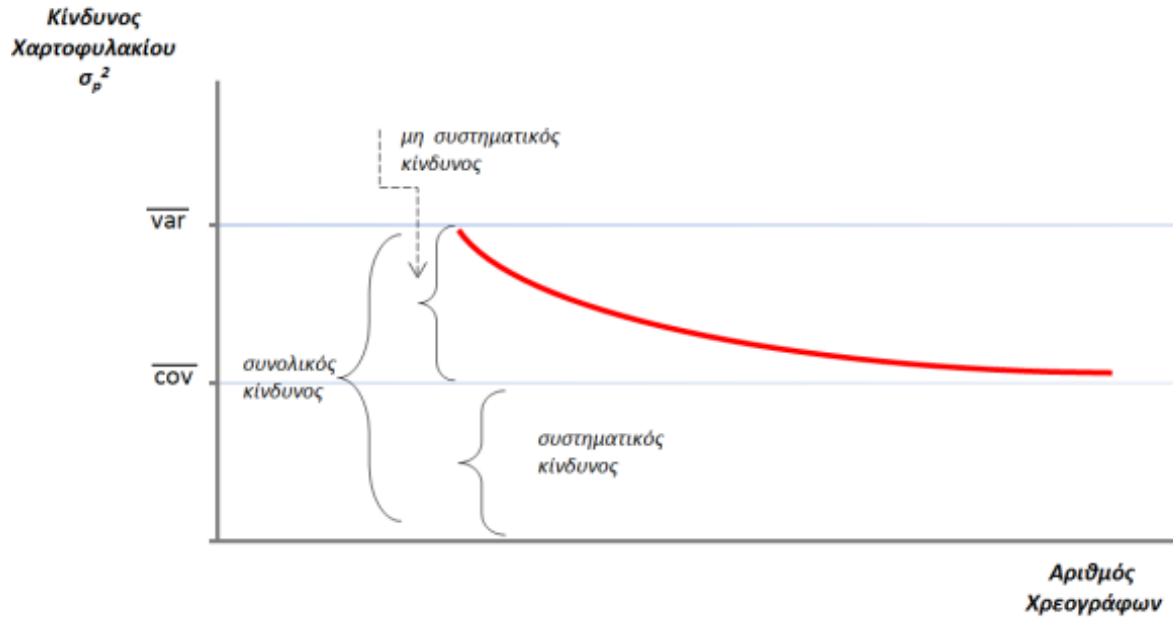
- Όλοι οι επενδυτές αποφασίζουν ορθολογικά με κριτήρια απόφασης την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου που εκφράζεται ως ο μέσος όρος των επιμέρους αποδόσεων των αξιογράφων που το απαρτίζουν και τον επικείμενο κίνδυνο που εκφράζεται με τη σειρά του ως η διακύμανση των προαναφερθεισών αποδόσεων.
- Όλοι οι επενδυτές έχουν τον ίδιο χρονικό ορίζοντα. Δηλαδή αποστρέφονται τον κίνδυνο και θέλουν να μεγιστοποιήσουν την αναμενόμενη χρησιμότητά τους με βάση τον πλούτο τους στο τέλος της κοινής για όλους χρονικής περιόδου.
- Όλοι οι αποφασίζοντες έχουν ταυτόχρονη και ελεύθερη πρόσβαση στις πληροφορίες που σχετίζονται με την αγορά κατά τη λήψη των αποφάσεών τους.
- Τα περιουσιακά στοιχεία είναι απείρως διαιρετά και εύκολα ρευστοποιήσιμα χωρίς κόστος συναλλαγών.

Για τον κάθε επενδυτή η κατά Markowitz αλληλουχία βημάτων για τη λήψη της απόφασης είναι η εξής:

- Εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου για κάθε αξιόγραφο
- Εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου κάθε χαρτοφυλάκιο αξιόγραφων
- Εύρεση των αποδοτικών χαρτοφυλακίων και του αποδοτικού συνόρου
- Κατασκευή καμπυλών αδιαφορίας απόδοσης-κινδύνου για τον επενδυτή
- Προσδιορισμός του βέλτιστου χαρτοφυλακίου

Στη ΣΘΧ ακολουθείται η αρχή της διαφοροποίησης σύμφωνα με την οποία είναι ωφελιμότερο ένας επενδυτής να κατανείμει ένα κεφάλαιο σε επενδύσεις των οποίων οι αποδόσεις έχουν μικρή συσχέτιση, καθώς έτσι αποφεύγεται η αποτυχία του συνόλου του χαρτοφυλακίου στην περίπτωση αποτυχίας του ενός χρεογράφου. Η διαδικασία της διαφοροποίησης είναι ικανή να μειώσει σε

μεγάλο βαθμό το μη συστηματικό κίνδυνο, κάτι το οποίο απεικονίζεται στο διάγραμμα που ακολουθεί:



Σχήμα 2: Κίνδυνος χαρτοφυλακίου συναρτήσει του αριθμού χρεογράφων. Η διαφοροποίηση μειώνει σε μεγάλο βαθμό το μη συστηματικό κίνδυνο.

Αφού υπολογιστούν, λοιπόν, όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί των αξιογράφων δηλαδή όλα τα πιθανά χαρτοφυλάκια, στόχος είναι η επιλογή των αποδοτικών χαρτοφυλακίων, εκείνων δηλαδή με τη μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση για δεδομένο επίπεδο ρίσκου ή ελάχιστο δυνατό ρίσκο για ορισμένη τιμή αναμενόμενης απόδοσης. Από αυτά ο επενδυτής επιλέγει εκείνο που θεωρεί εκείνος βέλτιστο με βάση τις προσωπικές του προτιμήσεις.

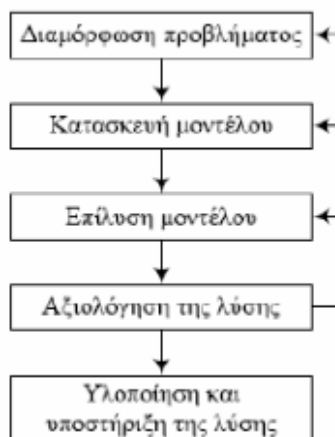
Κεφάλαιο 3. Ο Κλάδος της Επιχειρησιακής Έρευνας

Η έναρξη της δραστηριότητας στον κλάδο της επιχειρησιακής έρευνας χρονολογείται τον Δεύτερο Παγκόσμιο Πόλεμο και τη διαχείριση των πολεμικών και στρατιωτικών επιχειρήσεων. Οι διαθέσιμοι πόροι ήταν περιορισμένοι και έπρεπε να βρεθεί ένας αποδοτικός τρόπος να κατανεμηθούν στις διάφορες πολεμικές επιχειρήσεις αλλά και στις ανταγωνιστικές δραστηριότητες που η καθεμία από αυτές περιελάμβανε. Έτσι, οι Βρετανοί και Αμερικανοί αξιωματούχοι συγκάλεσαν μια διεπιστημονική ομάδα με σκοπό να ερευνήσουν το θέμα κατανομής πόρων στις στρατιωτικές επιχειρήσεις, καθώς και άλλα θέματα τακτικής. Λέγεται ότι οι προσπάθειές τους ήταν καταλυτικές για τη νίκη της αεροναυμαχίας στη Βρετανία, στη μάχη του Βορείου Ατλαντικού κ.ά. Χάριν της επιτυχίας αυτής, το ενδιαφέρον των βιομηχανιών στράφηκε γρήγορα προς το νέο αυτό κλάδο, καθώς ήταν φανερό πως πολλά από τα ζητήματα της βιομηχανίας έμοιαζαν αρκετά με τα στρατιωτικά προβλήματα που είχαν ερευνηθεί. Έτσι, η επιχειρησιακή έρευνα έκανε την είσοδό της στη βιομηχανία, τις επιχειρήσεις και την πολιτική. Το 1951 είχε ήδη εδραιωθεί στη Μεγάλη Βρετανία και ήταν πολύ κοντά στο να εδραιωθεί και στις Ηνωμένες Πολιτείες. Δύο τουλάχιστον ήταν τα βασικά χαρακτηριστικά που διαδραμάτισαν σπουδαίο ρόλο στην ταχεία ανάπτυξη του κλάδου. Αφ' ενός η συνεχώς βελτιούμενη σειρά από διαθέσιμες τεχνικές-εργαλεία για την επιχειρησιακή έρευνα-τα βασικά εργαλεία όπως ο γραμμικός και ο δυναμικός προγραμματισμός είχαν όλα αναπτυχθεί πριν το τέλος της δεκαετίας του '50- και αφ'ετέρου η ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών που διευκόλυνε πολύ τη μελέτη πολυσύνθετων και υπολογιστικά απαιτητικών προβλημάτων (Hillier, Lieberman, 2001) .

Σε μια προσπάθεια ορισμού, θα λέγαμε πως επιχειρησιακή έρευνα καλείται ο επιστημονικός εκείνος κλάδος που ασχολείται με τη μαθηματική μοντελοποίηση και λήψη της βέλτιστης απόφασης για ένα ντετερμινιστικό ή στοχαστικό σύστημα που προκύπτει από την πραγματική ζωή και τις δραστηριότητες του ανθρώπου. Οι εφαρμογές της συναντώνται στους τομείς της πολιτικής, των επιχειρήσεων, της μηχανικής, των φυσικών και κοινωνικών επιστημών και έχουν ως βασικό ζητούμενο την κατανομή περιορισμένων πόρων σε ανταγωνιστικές μεταξύ τους δραστηριότητες.

3.1 Στάδια Μελέτης της Επιχειρησιακής Έρευνας

Τα στάδια μελέτης της επιχειρησιακής έρευνας φαίνονται στο στην ακόλουθη εικόνα (Russel and Ackoff, 1956; Δούμπος, 2004):



Σχήμα 3: Στάδια μελέτης της Επιχειρησιακής Έρευνας

Στο πρώτο στάδιο πραγματοποιείται η διατύπωση του προβλήματος. Συγκεκριμένα, γίνεται καθορισμός των εξής μεγεθών:

- Μεταβλητές απόφασης: Είναι οι άγνωστες μεταβλητές του προβλήματος και αντιπροσωπεύουν εκείνους τους παράγοντες των οποίων τις τιμές ο αποφασίζων καλείται να ορίσει.
- Αντικειμενική συνάρτηση (ΑΣ): Πρόκειται για τον στόχο του προβλήματος, το κριτήριο αξιολόγησης της ποιότητας των πιθανών λύσεων στο πρόβλημα.
- Παράμετροι: Είναι τα στοιχεία του προβλήματος τα οποία επηρεάζουν την τελική λύση, ωστόσο η τιμή τους θεωρείται δεδομένη και δεν επηρεάζεται από τον αποφασίζοντα. Ανάλογα με το είδος των παραμέτρων μπορεί το μοντέλο να χαρακτηριστεί ως προσδιοριστικό, εάν οι τιμές των παραμέτρων είναι συνεχείς τυχαίες μεταβλητές ή στοχαστικό, εάν παρατηρούνται τυχαίες διακυμάνσεις των παραμέτρων.

- Περιορισμοί: Είναι οι μαθηματικές σχέσεις που συνδέουν τις μεταβλητές απόφασης με τις παραμέτρους. Εκφράζουν τεχνικούς, οικονομικούς, λειτουργικούς και μαθηματικούς περιορισμούς που δημιουργούν το εφικτό χωρίο του προβλήματος.

Στο δεύτερο στάδιο γίνεται η κατασκευή του μαθηματικού προτύπου, δηλαδή η μαθηματική αναπαράσταση στην οποία αποτυπώνονται όλες οι μεταβλητές απόφασης, παράμετροι, στόχοι και περιορισμοί.

Στο τρίτο στάδιο πραγματοποιείται η επίλυση του κατασκευασθέντος μοντέλου με την κατάλληλη μαθηματική διαδικασία (μέθοδο, αλγόριθμο), ώστε να προσδιοριστούν οι τιμές των μεταβλητών απόφασης, οι οποίες αντιστοιχούν σε μια εφικτή λύση που βελτιστοποιεί τον στόχο του προβλήματος.

Στο τέταρτο στάδιο αξιολογείται η ποιότητα της λύσης (ευαισθησία, ευστάθεια) συναρτήσει των παραμέτρων του μοντέλου, των υποθέσεων που πραγματοποιήθηκαν και των δεδομένων του προβλήματος, ενώ το πέμπτο και τελευταίο στάδιο αφορά στην υλοποίηση και υποστήριξη (αιτιολόγηση) της ευρεθείσας λύσης.

3.2 Ο Μαθηματικός Προγραμματισμός

Μέθοδοι επίλυσης των προβλημάτων επιχειρησιακής έρευνας είναι ο μαθηματικός προγραμματισμός, τα δένδρα αποφάσεων, η θεωρία παιγνίων κ.ά. Ο μαθηματικός προγραμματισμός θεωρείται μία από τις βασικότερες μεθόδους προσέγγισης, ενώ ανάλογα με τη μαθηματική φύση των σχέσεων ή των μεταβλητών που συμμετέχουν στο πρόβλημα που εξετάζεται, μπορεί να χαρακτηριστεί ως γραμμικός, μη γραμμικός, ακέραιος, μικτός ακέραιος κ.ο.κ. Για παράδειγμα, ο ακέραιος, γραμμικός μαθηματικός προγραμματισμός περιγράφει ένα μοντέλο το οποίο αφορά στη βελτιστοποίηση (μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση) μιας γραμμικής συνάρτησης υπό κάποιους γραμμικούς περιορισμούς, όταν οι μεταβλητές απόφασης παίρνουν ακέραιες τιμές. Από άποψης φυσικής σκοπιάς ασχολείται με το πρόβλημα βέλτιστης κατανομής πεπερασμένων πόρων σε ανταγωνιστικές μεταξύ τους δραστηριότητες, όταν οι μαθηματικές εκφράσεις που μετέχουν στο πρόβλημα είναι γραμμικές και τα αποτελέσματα που λαμβάνονται έχουν ακέραιη τιμή.

3.2.1 Πολυκριτηριακός Μαθηματικός Προγραμματισμός

Τα προβλήματα πολυκριτηριακής απόφασης ανταποκρίνονται καλύτερα σε πολλές προαγματικές περιπτώσεις, καθώς εξετάζουν περισσότερες αντικειμενικές συναρτήσεις ή κριτήρια για μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση σε σχέση με εκείνα του ενός μόνο κριτηρίου. Αν κάποια από τις εναλλακτικές επιλογές έχει την καλύτερη απόδοση ως προς όλα τα κριτήρια απόφασης τότε αποτελεί χωρίς περαιτέρω ανάλυση, την προφανή λύση του προβλήματος. Κάτι τέτοιο όμως σπάνια συμβαίνει, καθώς τα κριτήρια είναι συνήθως αλληλοσυγκρουόμενα στα όρια του χωρίου που αναζητούνται οι βέλτιστες λύσεις. Ουσιαστικά, ο πολυκριτηριακός μαθηματικός προγραμματισμός επιλύει το πρόβλημα της διανυσματικής βελτιστοποίησης που αποτελεί επέκταση της βαθμωτής βελτιστοποίησης την οποία πραγματεύεται ο συμβατικός μαθηματικός προγραμματισμός με μία μόνο αντικειμενική συνάρτηση. Εν γένει για ένα πολυκριτηριακό πρόβλημα, όταν το σύνολο των εναλλακτικών επιλογών είναι διακριτό και ρητά καθορισμένο -με συγκεκριμένες επιλογές που χαρακτηρίζονται από την επίδοσή τους σε κάποια κριτήρια-, τότε το πρόβλημα χαρακτηρίζεται ως πρόβλημα Πολυκριτηριακής Ανάλυσης, ενώ εάν το σύνολο των δυνατών επιλογών δεν δίδεται ρητά αλλά έμμεσα μέσω των τιμών των μεταβλητών απόφασης ενός προβλήματος μαθηματικού προγραμματισμού, τότε το πρόβλημα ανήκει στον Πολυκριτηριακό Μαθηματικό Προγραμματισμό –ΠΚΜΠ (Multiple Objective Mathematical Programming, MOMP).

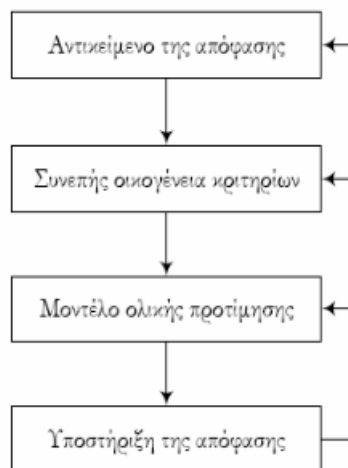


Σχήμα 4: Κλάδοι της Πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων

Τα προβλήματα πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων, έχουν τους εξής ειδικούς στόχους:

- Ανάλυση ανταγωνιστικής φύσης κριτηρίων
- Μοντελοποίηση των προτιμήσεων του αποφασίζοντος
- Εντοπισμός ικανοποιητικών λύσεων

Για την επίτευξη των στόχων αυτών προτάθηκε από τον (Roy, 2013) ένα μεθοδολογικό διάγραμμα το οποίο παρουσιάζεται ακολούθως:



Σχήμα 5: Μεθοδολογικό πλαίσιο πολυκριτηριακής ανάλυσης

Στο πρώτο στάδιο γίνεται ο καθορισμός του συνόλου των εναλλακτικών δραστηριοτήτων. Ο όρος εναλλακτική δραστηριότητα αφορά στην κάθε επιλογή η οποία αποτελεί λύση του προβλήματος και πρέπει να αξιολογηθεί ως προς την καταλληλότητά της. Το σύνολο των εναλλακτικών λύσεων μπορεί να είναι διακριτό ή συνεχές. Αφού έχουν καθοριστεί οι εναλλακτικές δραστηριότητες, προσδιορίζεται η προβληματική της ανάλυσης. Γενικά υπάρχουν τέσσερα είδη προβληματικών, που καλύπτουν το ευρύς σύνολο των πρακτικών περιπτώσεων:

Προβληματική Α (επιλογή, choice): Η προβληματική τύπου α αναφέρεται στην επιλογή μιας ή περισσότερων εναλλακτικών που θεωρούνται ως οι πλέον κατάλληλες. Για παράδειγμα, κατά τη χωροθέτηση ενός εργοστασίου η προβληματική αφορά στην επιλογή της πλέον κατάλληλης τοποθεσίας.

Προβληματική Β (ταξινόμηση, classification/sorting): Η προβληματική τύπου β αναφέρεται στην ταξινόμηση των εναλλακτικών δραστηριοτήτων σε προκαθορισμένες ομοιογενείς κατηγορίες. Για παράδειγμα, κατά την αξιολόγηση μιας αίτησης δανειοδότησης το αντικείμενο της ανάλυσης αφορά στην αξιολόγηση του αιτούντα (επιχείρηση ή ιδιώτη) και την ταξινόμησή του στην κατηγορία των αποδεκτών ή των απορριπτέων αιτήσεων.

Προβληματική Γ (κατάταξη, ranking): Η προβληματική τύπου γ αναφέρεται στην κατάταξη των εναλλακτικών δραστηριοτήτων από τις καλύτερες στις χειρότερες. Για παράδειγμα, κατά την εισαγωγή των μαθητών στην τριτοβάθμια εκπαίδευση απαιτείται η κατάταξή τους βάσει της βαθμολογίας τους στις εισαγωγικές εξετάσεις.

Προβληματική Δ (περιγραφή, description): Η προβληματική τύπου δ αναφέρεται στην περιγραφή των εναλλακτικών δραστηριοτήτων βάσει των επιδόσεών τους στα επιμέρους κριτήρια αξιολόγησης. Η επιλογή της κατάλληλης προβληματικής σχετίζεται αποκλειστικά με τη φύση του προς εξέταση προβλήματος. Δεν αποκλείεται να γίνει συνδυαστική επιλογή περισσότερων της μίας προβληματικής για την καλύτερη αντιμετώπιση ορισμένων προβλημάτων

Στο δεύτερο στάδιο καθορίζεται μια συνεπής οικογένεια κριτηρίων. Ως κριτήριο θεωρείται μια μονότονη συνάρτηση x , δηλωτική των προτιμήσεων του αποφασίζοντος, τέτοια ώστε για κάθε δύο εναλλακτικές x' και x'' να ισχύει:

$$\begin{aligned} x' > x'' &\Leftrightarrow x'Px'' \\ x' = x'' &\Leftrightarrow x'|x'' \end{aligned} \quad (7)$$

Όπου:

- x' και x'' οι επιδόσεις των εναλλακτικών x' και x'' στο κριτήριο X
- P και I είναι αντίστοιχα οι σχέσεις προτίμησης και αδιαφορίας οριζόμενες έτσι ώστε:
 - $x'Px''$ η εναλλακτική της x' προτιμάται της x'' (προτίμηση)
 - $x'|x''$ οι εναλλακτικές x' και x'' είναι ισοδύναμες (αδιαφορία)

Για τη λήψη ορθολογικών αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια, θα πρέπει να διασφαλιστεί ότι το σύνολο των εξεταζόμενων κριτηρίων διαμορφώνει μια συνεπή οικογένεια κριτηρίων. Για να ισχύει αυτό θα πρέπει το σύνολο των εξεταζόμενων κριτηρίων (X_1, X_2, \dots, X_n) να διαθέτει τις κάτωθι ιδιότητες:

- **Μονοτονία**

Ένα σύνολο κριτηρίων διαθέτει την ιδιότητα της μονοτονίας αν και μόνο αν για οποιεσδήποτε εναλλακτικές x' και x'' τέτοιες ώστε $x'_i > x''_i$ για κάποιο κριτήριο X_i και $x'_j = x''_j$ για όλα τα υπόλοιπα κριτήρια X_j ($i \neq j$) συμπεραίνεται ότι $x'Px''$.

- **Επάρκεια**

Ένα σύνολο κριτηρίων διαθέτει την ιδιότητα της επάρκειας αν και μόνο αν για οποιεσδήποτε εναλλακτικές x' και x'' τέτοιες ώστε $x'_i = x''_i$ για όλα τα κριτήρια X_i , συμπεραίνεται ότι $x'|x''$.

- Μη πλεονασμός

Ένα σύνολο κριτηρίων διαθέτει την ιδιότητα του μη πλεονασμού αν και μόνο αν η διαγραφή ενός οποιουδήποτε κριτηρίου X_i οδηγεί σε παραβίαση των ιδιοτήτων της μονοτονίας ή της επάρκειας.

Στο τρίτο στάδιο πραγματοποιείται η κατασκευή και χρήση ενός μοντέλου ολικής προτίμησης. Ως μοντέλο ολικής προτίμησης θεωρείται η σύνθεση όλων των κριτηρίων έτσι ώστε να επιτευχθεί ο στόχος της ανάλυσης ανάλογα με την προβληματική που έχει καθοριστεί. Το μοντέλο ολικής προτίμησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως βάση για:

- Τον προσδιορισμό της συνολικής αξιολόγησης κάθε εναλλακτικής
- Την πραγματοποίηση διμερών συγκρίσεων μεταξύ των εναλλακτικών
- Τη διερεύνηση του συνόλου των εναλλακτικών λύσεων

Η ανάπτυξη του μοντέλου της ολικής προτίμησης μπορεί να πραγματοποιηθεί με δύο τρόπους:

- Μέσω της συνεργασίας αναλυτή και αποφασίζοντα, με τον τελευταίο να αποφασίζει για ένα σύνολο παραμέτρων σχετικών με την πολιτική λήψης αποφάσεων (για παράδειγμα τους συντελεστές στη μέθοδο των βαρών ή την προτεραιότητα των ΑΣ στη λεξικογραφική μέθοδο).
- Αναλύοντας τις αποφάσεις που λαμβάνει ο αποφασίζων έτσι ώστε να αναπτυχθεί το κατάλληλο μοντέλο σύμφωνα με την πολιτική λήψης αποφάσεων του αποφασίζοντα. Η προσέγγιση αυτή μοιάζει αρκετά με τη μέθοδο παλινδρόμησης που συναντάται στο χώρο της στατιστικής.

Στο τέταρτο και τελευταίο στάδιο πραγματοποιείται υποστήριξη της απόφασης και εφαρμογή της στο υπό μελέτη πρόβλημα.

Ένα πρόβλημα πολυκριτηριακού γραμμικού προγραμματισμού έχει την εξής γενική μαθηματική μορφή (Μαυρωτάς, 2000):

$$\max \{c^1 x = z_1\}$$

$$\max \{c^2 x = z_2\}$$

.....

$$\max \{c^p x = z_p\}$$

υπό τους περιορισμούς $x \in S = \{x \in R^n / Ax = b, x \geq 0, b \in R^m\}$

S : το εφικτό χωρίο των περιορισμών

n : ο αριθμός των μεταβλητών

m : ο αριθμός των περιορισμών

p : ο αριθμός των αντικειμενικών συναρτήσεων

c^i : το διάνυσμα γραμμής των συντελεστών της i 'ς αντικειμενικής συνάρτησης

z^i : η τιμή της i 'ς αντικειμενικής συνάρτησης

A : η μήτρα ($m \times n$) των συντελεστών

b : το διάνυσμα ($m \times 1$) των σταθερών όρων (δεξί σκέλος περιορισμών)

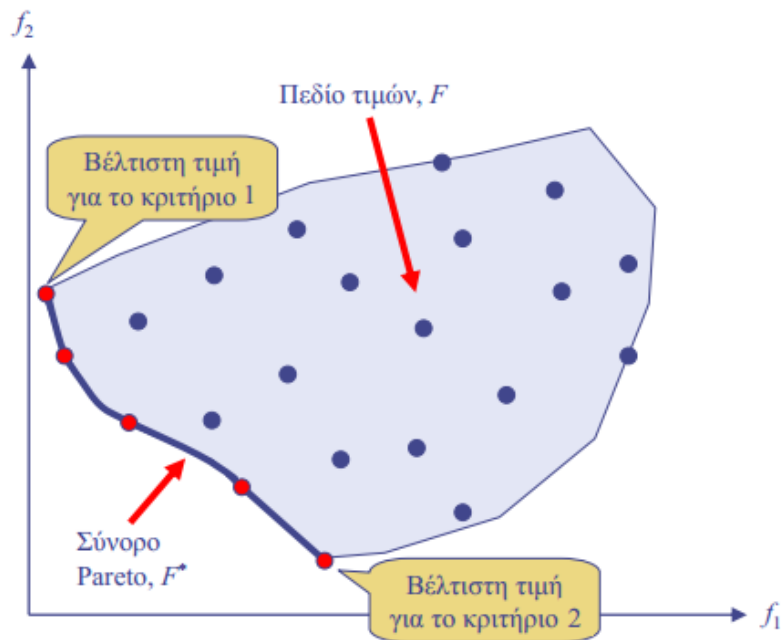
x : το διάνυσμα ($n \times 1$) των μεταβλητών απόφασης

Η επίλυση ενός μονοκριτηριακού προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού (ΓΠ) καταλήγει στην εύρεση της *άριστης λύσης* $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, δηλαδή της εφικτής λύσης που αριστοποιεί τη μοναδική αντικειμενική συνάρτηση. Η αντίστοιχη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι $z^* = c^T x^*$. Το βασικό εργαλείο επίλυσης των προβλημάτων ΓΠ είναι η μέθοδος Simplex που ανέπτυξε ο Dantzig το 1947 (Murtagh, 1981; Ignizio, 1982; Hillier and Lieberman, 1990; Σίσκος 1998) με τις διάφορες τροποποιήσεις που έχει δεχθεί από την γεννησή της ως σήμερα. Ωστόσο, στα προβλήματα πολυκριτηριακού γραμμικού προγραμματισμού (ΠΚΓΠ), επειδή υπάρχουν περισσότερες από μία αλληλοσυγκρουόμενες αντικειμενικές συναρτήσεις, δεν υπάρχει μία λύση που να τις αριστοποιεί συγχρόνως όλες. Η έννοια λοιπόν της *άριστης λύσης* του ΓΠ αντικαθίσταται στον ΠΚΓΠ από αυτήν της *ικανής λύσης* και μαθηματικά ορίζεται ως ακολούθως:

Ικανή λύση (efficient, non-dominated solution): Μία λύση x' ενός προβλήματος ΠΚΓΠ λέγεται *ικανή* (ή κατά Pareto *άριστη*, ή *αποτελεσματική*) αν και μόνο αν $x' \in S$ και δεν υπάρχει άλλη λύση $x \in S$ τέτοια ώστε $c^i x \geq c^i x'$ για κάθε $i=1, 2, \dots, p$ και $c^i x > c^i x'$ για τουλάχιστον ένα i . Κάθε ικανή λύση αντιστοιχεί σε ένα *μη βελτιώσιμο* διάνυσμα στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων, με

την εννοια ότι δεν μπορούμε να βελτιώσουμε την τιμή μιάς αντικειμενικής συνάρτησης χωρίς να χειροτερεύσουμε τουλάχιστον μία από τις άλλες. Ο όρος «ικανή λύση» χρησιμοποιείται επίσης για να εκφράσει και το αντίστοιχο διάνυσμα τιμών των κριτηρίων $\mathbf{z}'=(\mathbf{c}^1\mathbf{x}', \mathbf{c}^2\mathbf{x}', \dots, \mathbf{c}^p\mathbf{x}')$ στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων R^p . Όταν υπάρχει λύση $\mathbf{x} \in S$ τέτοια ώστε $\mathbf{c}^i \mathbf{x} \geq \mathbf{c}^i \mathbf{x}'$ για $i=1, 2, \dots, p$ με τουλάχιστον μία αυστηρή ανισότητα τότε η λύση \mathbf{x} υπερτερεί της \mathbf{x}' και η \mathbf{x}' κυριαρχείται από την \mathbf{x} .

Πιο απλουστευμένα, ένα σημείο αντιστοιχεί σε μία ικανή λύση, εφόσον δεν υπάρχει εφικτό διάνυσμα \mathbf{x} που να μπορεί να βελτιώσει κάποιο κριτήριο, χωρίς ταυτόχρονα να χειροτερέψει τουλάχιστον ένα άλλο. Το σύνολο των ικανών λύσεων καλείται Pareto σύνολο ενώ η απεικόνισή του ορίζει το σύνορο (ή μέτωπο) Pareto ή αλλιώς καμπύλη αντιστάθμισης.



Εικόνα 6: Γεωμετρική απεικόνιση του συνόρου Pareto

Ο όρος σχετικά βέλτιστη λύση περιγράφει την τελική λύση που επιλέγει ο αποφασίζων ανάμεσα στις ικανές λύσεις. Χαρακτηρίζεται σχετικά βέλτιστη έναντι της βέλτιστης που ορίζεται στο μονοκριτηριακό γραμμικό προγραμματισμό καθώς δεν αντιστοιχεί σε ταυτόχρονη βελτιστοποίηση όλων των αντικειμενικών συναρτήσεων. Μια ικανή λύση ενός προβλήματος ΠΚΓΠ, που αντιστοιχεί σε ένα ακραίο σημείο του εφικτού χωρίου του προβλήματος (κορυφή), λέγεται ικανή ακραία λύση ενώ όταν επιπλέον αντιστοιχεί και σε γειτονική κορυφή στο εφικτό

Διπλωματική εργασία – Τσιλιγιάννη Χριστιάνα 42

σύνορο ονομάζεται γειτονική ακραία λύση. Το σύνολο των ικανών ακραίων λύσεων στα προβλήματα ΠΚΓΠ με συνεχείς μεταβλητές απόφασης είναι διασυνεδεμένο, δηλαδή κάθε μία ικανή ακραία λύση έχει τουλάχιστον μία γειτονική ικανή ακραία λύση και πάνω σε αυτήν την ιδιότητα στηρίζονται και οι αλγόριθμοι παραγωγής του συνόλου των ακραίων ικανών λύσεων.

3.2.2 Οι τεχνικές εύρεσης εφικτών λύσεων στον Πολυκριτηριακό Προγραμματισμό

Σύμφωνα με τους Hwang και Masud (Hwang and Masud, 1979) οι μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων πολυκριτηριακού προγραμματισμού μπορούν να χωριστούν σε τρεις κατηγορίες ανάλογα με τη φάση στην οποία καλείται ο αποφασίζων να πάρει την απόφαση, εκφράζοντας τις προτιμήσεις του. Οι τρεις βασικές κατηγορίες αναλύονται ακολούθως:

3.2.2.1 Επιλογή πριν την αναζήτηση (*a priori articulation of preferences*)

Κατά την επιλογή πριν την αναζήτηση, ο αποφασίζων καλείται να εκφράσει τις προτιμήσεις του πριν από την διαδικασία υπολογισμού, είτε καθορίζοντας *a priori* τη σημαντικότητα των κριτηρίων θέτοντας κάποιους συντελεστές βαρύτητας (βάρη) σε αυτά, είτε καθορίζοντας κάποιους στόχους για τα κριτήρια. Η διαδικασία επιλογής, επομένως προηγείται της διαδικασίας της βελτιστοποίησης.

Στη μέθοδο των βαρών, ο αποφασίζων αποδίδει σε κάθε αντικειμενική συνάρτηση (σε κάθε κριτήριο δηλαδή) ένα συντελεστή βαρύτητας ο οποίος συνήθως βρίσκεται στο διάστημα $[0,1]$. Στη συνέχεια, οι επιμέρους αντικειμενικές συναρτήσεις συντίθεται σε μια καθολική αντικειμενική συνάρτηση. Ο τρόπος σύνθεσης έγκειται συνήθως στη δημιουργία του σταθμισμένου αθροίσματος των αντικειμενικών συναρτήσεων έτσι ώστε να διατηρείται η γραμμικότητα του προβλήματος προς επίλυση. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται ουσιαστικά η μετατροπή του πολυκριτηριακού προβλήματος σε μονοκριτηριακό.

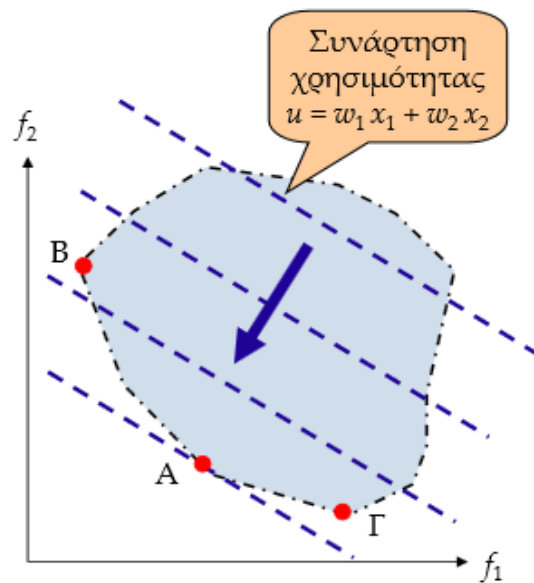
Το πρόβλημα βελτιστοποίησης κατά την εφαρμογή της μεθόδου των βαρών μαθηματικά εκφράζεται ως εξής:

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^m w_i f_i(x) \quad (8)$$

Όπου w_i είναι τα βάρη που επιλέγονται από τον αποφασίζοντα με την παραδοχή ότι $\sum_{i=1}^m w_i = 1$

Στα μειονεκτήματα της μεθόδου συγκαταλέγονται ο αυθαίρετος ορισμός των βαρών και η αδυναμία εύρεσης των μη κυρτών περιοχών του συνόρου Pareto.

Ένα σημαντικό βήμα που πρέπει να γίνει κατά την επιλογή της μεθόδου των βαρών είναι η κανονικοποίηση των συντελεστών στην ίδια κλίμακα, προκειμένου το τελικό σταθμισμένο άθροισμα να αντιστοιχεί στις αρχικές εκτιμήσεις για τη σχετική σημασία των αντικειμενικών συναρτήσεων και να μην επηρεάζεται από τις μονάδες μέτρησης αυτών. Η κανονικοποίηση αυτή είναι απαραίτητη καθώς οι συντελεστές των αντικειμενικών συναρτήσεων μπορεί να διαφέρουν σε τάξεις μεγέθους μεταξύ τους.



Εικόνα 7: Γραφική απεικόνιση της μεθόδου των βαρών (απεικονίζονται πολλαπλές επιλύσεις)

Κατά τη δεύτερη περίπτωση, ο αποφασίζων θέτει a priori στόχους για τα κριτήρια του προβλήματος. Ο Προγραμματισμός Στόχων (Goal Programming) πρωτοεμφανίστηκε με τις εργασίες των Charnes και Cooper το 1957 και το 1961 (Ignizio, 1982). Στον Προγραμματισμό Στόχων επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση των αποστάσεων των διάφορων αντικειμενικών συναρτήσεων από τις προκαθορισμένες τιμές στόχων που επιλέγει ο αποφασίζων. Στη συνέχεια,

πραγματοποιείται ενοποίηση των κριτηρίων σε μια, καθολική αντικειμενική συνάρτηση. Η ενοποίηση αυτή γίνεται συνήθως με χρήση του σταθμισμένου αθροίσματος των αποκλίσεων αυτών. Ο αποφασίζων έχει επίσης τη δυνατότητα να ιεραρχήσει τους στόχους του. Αυτό σημαίνει ότι προκειμένου να ξεκινήσει η διαδικασία επίτευξης του δεύτερου στόχου πρέπει πρώτα να προσεγγισθεί όσο το δυνατόν περισσότερο ο πρώτος στόχος, ενώ για να ξεκινήσει η διαδικασία επίτευξης του τρίτου στόχου πρέπει πρώτα να έχει προσεγγισθεί ο δεύτερος στόχος κ.ο.κ.

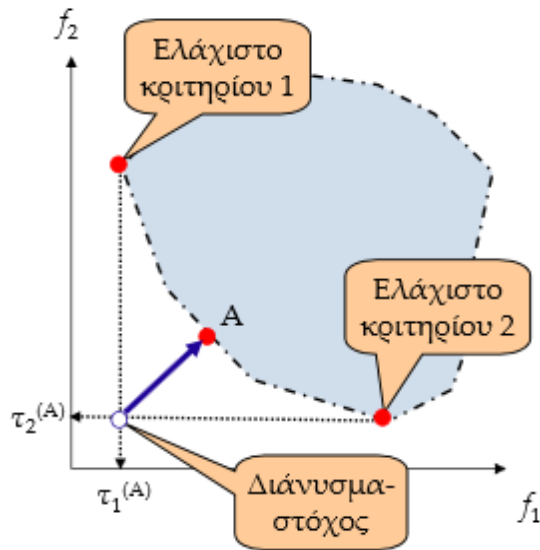
Το πρόβλημα βελτιστοποίησης με χρήση της μεθόδου Προγραμματισμού Στόχων μαθηματικά εκφράζεται ως εξής:

$$\min f(x) = \left(\sum_{i=1}^m w_i [f_i(x) - \tau_i]^p \right)^{1/p} \quad (9)$$

Όπου P η παράμετρος κλίμακας.

Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί ουσιαστικά ένα γεωμετρικό ορισμό της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης, που για $P = 2$ και $w_i = 1$ υποδηλώνει την ευκλείδεια απόσταση των κριτηρίων από τις τιμές-στόχους τ_i . Οι τιμές-στόχοι καθορίζονται ως οι ολικά βέλτιστες τιμές f_i κάθε επιμέρους κριτηρίου (ελαχιστοποίηση της απόστασης από την ουτοπική λύση), ενώ μεταβάλλοντας τις τιμές των w_i και τ_i προκύπτουν λύσεις του προβλήματος που είναι κατά Pareto βέλτιστες.

Στην εικόνα που ακολουθεί γίνεται γραφική απεικόνιση της μεθόδου Προγραμματισμού Στόχων.



Εικόνα 8: Γραφική απεικόνιση της μεθόδου προγραμματισμού στόχων

Η κριτική γύρω από τις αριστιοι μεθόδους επικεντρώνεται στο γεγονός ότι είναι ιδιαίτερα δύσκολο για τον αποφασίζοντα να γνωρίζει από πριν και να έχει τη δυνατότητα να ποσοτικοποιήσει με ακρίβεια (είτε θετώντας στόχους είτε βάρη στις αντικειμενικές συναρτήσεις) τις προτιμήσεις του. Για το λόγο αυτό οι μέθοδοι αυτές δεν χρησιμοποιούνται μεμονωμένα αλλά αποτελούν συνήθως ένα κομμάτι μιας μεγαλύτερης επαναληπτικής διαδικασίας επίλυσης κατά την οποία ο αποφασίζων αποκτά σταδιακά μεγαλύτερη επίγνωση των προτιμήσεών του.

3.2.2.2 Επιλογή κατά τη διάρκεια της αναζήτησης (*progressive articulation of preferences*)

Κατά την επιλογή κατά τη διάρκεια της αναζήτησης υπάρχει συνεχής εναλλαγή φάσεων διαλόγου με τον αποφασίζοντα και φάσεων υπολογισμού του αλγορίθμου. Στις μεθόδους αυτές, ο αποφασίζων καθοδηγεί την αναζήτηση λύσης σταδιακά μέσω των απαντήσεών του. Η βελτιστοποίηση, δηλαδή, είναι στην περίπτωση αυτή μια διαδραστική διαδικασία ανάμεσα στον αναλυτή και το σύστημα ενώ συνήθως παρουσιάζεται σύγκλιση σε μια επιθυμητή λύση μετά από ένα μικρό αριθμό επαναλήψεων. Η αλληλεπίδραση μεταξύ του αναλυτή και του συστήματος συνεχίζεται έως ότου να ικανοποιηθεί κάποιο από τα κριτήρια σύγκλισης και να βρεθεί τελική λύση.

Στο σημείο αυτό παρατίθενται, για λόγους πληρότητας δύο από τις πολλές μεθόδους πολυκριτηριακού γραμμικού προγραμματισμού με έκφραση προτίμησης κατά την επίλυση:

Η μέθοδος STEM (ή αλλιώς Step Method) ανακαλύφθηκε από τους Benayoun, de Montgolfier, Tergny και Laritchev το 1971 (Benayoun et al, 1971) και ήταν η πρώτη αλληλεπιδραστική μέθοδος που προτάθηκε. Σε κάθε επανάληψή της, το εφικτό χωρίο του προβλήματος συρρικνώνεται λόγω της εισαγωγής νέων περιορισμών (από τον αποφασίζοντα) που αφορούν τις τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων. Αυτό που συμβαίνει ουσιαστικά είναι ότι σε κάθε επανάληψη, ο αναλυτής μελετά το αποτελέσματα και καλείται να αποφασίσει ποιες αντικειμενικές συναρτήσεις μπορούν να «χαλαρώσουν» αλλά και ποια είναι η μέγιστη επιτρεπτή ποσότητα που δύναται να θυσιάσει προκειμένου να βελτιώσει τις τιμές των υπόλοιπων κριτηρίων. Έτσι, διαμορφώνεται ένα νέο εφικτό χωρίο λύσεων και στην επόμενη επανάληψη γίνεται χρήση των αντικειμενικών συναρτήσεων που χρήζουν, σύμφωνα με την εκτίμηση του αποφασίζοντα, βελτίωσης. Η επαναληπτική διαδικασία σταματά όταν ο αποφασίζων είναι ικανοποιημένος από τα επίπεδα των τιμών των κριτηρίων της προτεινόμενης λύσης ή όταν δεν είναι σε θέση να θυσιάσει τις επιδόσεις ούτε ενός κριτηρίου προκειμένου να πετύχει καλύτερες επιδόσεις σε κάποια άλλα.

Η μέθοδος των Zions-Wallenius παρουσιάστηκε για πρώτη φορά το 1976 (Ziont and Wallenius, 1976) και μια νεότερη έκδοσή της παρουσιάστηκε το 1983 (Ziont and Wallenius, 1983). Η εν λόγω μέθοδος ξεκινά από μία ικανή λύση που προκύπτει από το σταθμισμένο άθροισμα των αντικειμενικών συναρτήσεων με κάποιους αρχικούς συντελεστές στάθμισης λ_i . Στη συνέχεια ο αποφασίζων καλείται να αποφασίσει για το αν προτιμά την τρέχουσα λύση ή κάποια από τις γειτονικές της. Ανάλογα με την απάντηση διαμορφώνονται ορισμένοι περιορισμοί ως προς του συντελεστές στάθμισης λ_i . Οι περιορισμοί αυτοί συρρικνώνουν τον χώρο από τον οποίο παίρνουν τιμές οι συντελεστές λ_i για την επόμενη επανάληψη. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται ως την τελική σύγκλιση που προκύπτει όταν έχει συρρικνωθεί αρκετά ο χώρος των συντελεστών στάθμισης ώστε να καταλήγει σε μία ακραία ικανή λύση. Η συγκεκριμένη μέθοδος είναι σχετικά περίπλοκη στην υλοποίηση, ωστόσο είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική στο να μειώνει εξ' αρχής τον χώρο των συντελεστών στάθμισης λ_i . Επιπλέον, η συγκεκριμένη μέθοδος παρέχει στον αποφασίζοντα τη δυνατότητα αναθεώρησης των εκτιμήσεών του σε περίπτωση που παρατηρηθούν ασυνέπειες ως προς τις προτιμήσεις του κατά τη διάρκεια της διαδικασίας.

Οι παραπάνω δύο μέθοδοι είναι δυο από τις πρώτες αλληλεπιδραστικές μεθόδους που παρουσιάστηκαν και χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Με την πάροδο του χρόνου εμφανίστηκε πληθώρα άλλων μεθόδων (Interactive Surrogate Worth Tradeoff, Interactive Surrogate Worth Tradeoff, Interactive weighted Tchebycheff κ.ά.) και παραλλαγές αυτών οι οποίες δημιουργήθηκαν προκειμένου να αξιοποιήσουν τη συνεχώς αυξανόμενη υπολογιστική ισχύ που ήταν διαθέσιμη στους ερευνητές αλλά και για να αντιμετωπιστούν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά προβλημάτων που παρουσιάστηκαν κατά καιρούς.

Οι αλληλεπιδραστικές μέθοδοι έχουν το ισχυρό πλεονέκτημα ότι δεν παράγουν το σύνολο όλων των ικανών λύσεων, παρά μόνο αντιπροσωπευτικά δείγματα ικανών λύσεων σε κάθε επανάληψη. Η ιδιότητα αυτή τις καθιστά κατάλληλες για χρήση σε ιδιαίτερα μεγάλα προβλήματα. Επιπλέον, λόγω της επαναληπτικής φύσης της διαδικασίας που ακολουθείται κατά την εκτέλεση αυτών, επιτρέπουν στον αποφασίζοντα να εξερευνήσει βαθύτερα το προς επίλυση πρόβλημα επιτρέποντάς του να συνειδητοποιήσει καλύτερα τις προτιμήσεις του.

Το κυριότερο μειονέκτημα των συγκεκριμένων μεθόδων είναι ότι ο αποφασίζων δε μπορεί να έχει μια πλήρη εικόνα (σύνολο Pareto) ή ακόμη και μια προσέγγιση αυτής. Έτσι, στην περίπτωση των διαδραστικών μεθόδων, η περισσότερο επιθυμητή λύση σε ένα συγκεκριμένο στάδιο του αλγορίθμου είναι ουσιαστικά η περισσότερο επιθυμητή σε σχέση με οποιαδήποτε έχει δει ο αποφασίζων μέχρι το συγκεκριμένο στάδιο.

3.2.2.3 *Επιλογή μετά την αναζήτηση (generating techniques-a posteriori articulation of preferences)*

Στις μεθόδους που ανήκουν σε αυτή την κατηγορία, υπολογίζονται πρώτα οι ικανές λύσεις του προβλήματος (όλες οι ικανές λύσεις ή ένα επαρκές υποσύνολο αυτών) και στη συνέχεια ο αποφασίζων, έχοντας πλήρη εποπτεία αυτών, καλείται να αποφασίσει και να διαλέξει αυτή που τον ικανοποιεί περισσότερο. Αυτές οι μέθοδοι είναι οι λιγότερο δημοφιλείς μέχρι σήμερα κυρίως λόγω της υπολογιστικής πολυπλοκότητας που εμφανίζουν αλλά και λόγω της έλλειψης ευρέως διαθέσιμων λογισμικών. Παρ'όλα αυτά, οι εν λόγω μέθοδοι, παρουσιάζουν κάποια πολύ σημαντικά πλεονεκτήματα έναντι των υπολοίπων. Η διαδικασία επίλυσης στις a posteriori μεθόδους απαρτίζεται από δύο στάδια. Αρχικά γίνεται παραγωγή όλων των ικανών λύσεων και

στη συνέχεια γίνεται ανάμιξη του αποφασίζοντα στη διαδικασία. Αυτό σημαίνει ουσιαστικά ότι ο αποφασίζων καλείται να αποφασίσει έχοντας διαθέσιμα όλα τα δεδομένα του προβλήματος αλλά και των λύσεων. Αποφασίζει δηλαδή γνωρίζοντας το σύνολο Pareto ή ένα επαρκές υποσύνολο αυτού. Έτσι, με δεδομένο ότι καμία πιθανή λύση δεν είναι ανεξερεύνητη, η εμπιστοσύνη του αποφασίζοντα στις δυνάμεις του κατά τη διάρκεια λήψης της απόφασης ενισχύεται σημαντικά.

Οι μέθοδοι παραγωγής μπορούν να χωρισθούν σε δύο βασικές κατηγορίες: αυτές που παράγουν το σύνολο των ακραίων ικανών λύσεων και αυτές που παράγουν, όχι μόνο τις ακραίες ικανές λύσεις αλλά και τις ενδιάμεσες (μή ακραίες) ικανές λύσεις, που βρίσκονται στο εσωτερικό των εδρών ή των ακμών του ικανού συνόρου. Προαπαιτούμενο βέβαια για την παραγωγή του συνόλου των ικανών λύσεων (ακραίων και ενδιάμεσων) είναι η παραγωγή του συνόλου των ακραίων ικανών λύσεων.

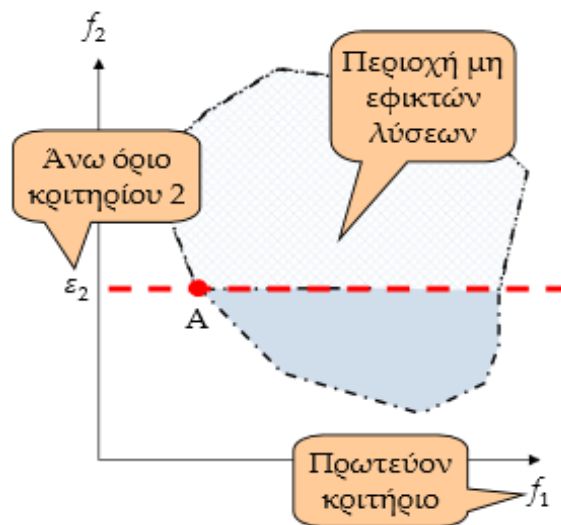
Μια από τις απλούτερες διαδικασίες παραγωγής ακραίων ικανών λύσεων είναι η μέθοδος των συντελεστών στάθμισης (weighting method). Κατά τη διαδικασία αυτή πραγματοποιείται συνεχώς παραμετρική μεταβολή των συντελεστών στάθμισης λ_i και επιλύοντας κάθε φορά το αντίστοιχο πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού επιτυγχάνεται η σάρωση του συνόλου των ακραίων ικανών λύσεων. Η μέθοδος αυτή είναι υπολογιστικά μη απαιτητική συνεπώς για τη χρήση της δεν υπάρχουν ιδιαίτερα αυξημένες απαιτήσεις λογισμικού. Ωστόσο, σε προβλήματα με περισσότερες από δύο αντικειμενικές συναρτήσεις η εφαρμογή της δεν ενδείκνυται καθώς η συνεχής εξέταση των συνδυασμών των συντελεστών στάθμισης λ_i είναι ιδιαίτερα χρονοβόρα. Όπως αναφέρθηκε, οι Pareto βέλτιστες λύσεις προκύπτουν μεταβάλλοντας τους συντελεστές στάθμισης, επομένως για τον εντοπισμό όλων των Pareto βέλτιστων λύσεων απαιτούνται άπειρες επιλύσεις του μετασχηματισμένου μονοκριτηριακού προβλήματος.

Μια άλλη a posteriori μέθοδος είναι αυτή των ε – περιορισμών (e – constraint method). Η μέθοδος αυτή συνίσταται στη βελτιστοποίηση του σπουδαιότερου κατά σειρά κριτηρίου, ενώ τα υπόλοιπα κριτήρια τίθενται στο πρόβλημα ως περιορισμοί που φράσσονται από αντίστοιχα επιτρεπόμενα όρια ε_j . Ουσιαστικά, κατά τη μέθοδο αυτή, επιλέγεται μία αντικειμενική συνάρτηση και οι υπόλοιπες μετατρέπονται σε περιορισμούς του προβλήματος, ανάλογα με την κατεύθυνση της αριστοποίησής τους. Αν δηλαδή μία αντικειμενική συνάρτηση είναι προς μεγιστοποίηση, τότε

μετατρέπεται σε περιορισμό «μεγαλύτερο ή ίσο», ενώ αν πρόκειται να ελαχιστοποιηθεί μετατρέπεται σε περιορισμό «μικρότερο ή ίσο». Η άριστη λύση του προκύπτοντος προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού αποτελεί ικανή λύση, μόνο εάν όλοι οι περιορισμοί που προκύπτουν από τις υπόλοιπες αντικειμενικές συναρτήσεις ικανοποιούνται ως ισότητες (binding constraints). Διαφοροποιώντας το πρωτεύον κριτήριο και μεταβάλλοντας τις τιμές των περιορισμών, προκύπτουν λύσεις που είναι κατά Pareto βέλτιστες. Για την παραγωγή του συνόλου των ικανών λύσεων το βήμα της συστηματικής μεταβολής του δεξιού σκέλους των περιορισμών των αντικειμενικών συναρτήσεων πρέπει να είναι αρκετά μικρό. Όσο μεγαλύτερο είναι το βήμα της συστηματικής μεταβολής του δεξιού σκέλους των περιορισμών των αντικειμενικών συναρτήσεων, τόσο συντομότερη είναι η διαδικασία αλλά και «αραιότερο» το αντιπροσωπευτικό υποσύνολο των ικανών λύσεων.

Το μειονέκτημα της μεθόδου είναι αφ' ενός η προσθήκη επιπλέον περιορισμών στο πρόβλημα και αφ' ετέρου η μη εξασφαλισμένη εύρεση εφικτών λύσεων στην περίπτωση που τα όρια ε_j είναι μη εφικτά ή αυστηρά.

Στο σημείο αυτό ακολουθεί η γραφική αναπαράσταση της περιοχής εφικτών λύσεων με τη μέθοδο ε - περιορισμών.



Εικόνα 9: Μέθοδος ε περιορισμών

Πλεονεκτήματα της μεθόδου ε -constraint έναντι της μεθόδου των βαρών:

Σε γραμμικά προβλήματα βελτιστοποίησης, η μέθοδος των βαρών εφαρμόζεται στην αρχική εφικτή περιοχή και το αποτέλεσμα είναι ένα σύνολο ακραίων ικανών λύσεων (corner solution). Συνέπεια αυτού είναι ότι με τη μέθοδο των βαρών, υπάρχει η πιθανότητα κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου να εκτελούνται περιττές επαναλήψεις υπό την έννοια ότι μπορούν να υπάρχουν πολλοί συνδυασμοί βαρών που καταλήγουν στην ίδια ακραία ικανή λύση. Το πρόβλημα αυτό επιλύεται με τη μέθοδο ϵ – περιορισμών, όπου εκμεταλλευόμαστε σχεδόν κάθε εκτέλεση του αλγορίθμου προκειμένου να γίνει παραγωγή διαφορετικής εφικτής λύσης, καταλήγοντας έτσι σε ένα μεγαλύτερο υποσύνολο των εφικτών λύσεων. Οι κυριότερες διαφορές των δύο μεθόδων συνοψίζονται στα εξής:

1. Με τη μέθοδο των βαρών δεν είναι εφικτή η παραγωγή μη κυρτών ικανών λύσεων σε προβλήματα πολυκριτηριακού ακέрайου και μικτού ακέрайου προγραμματισμού, ενώ με τη μέθοδο των ϵ -περιορισμών το συγκεκριμένο πρόβλημα δεν εμφανίζεται.
2. Στη μέθοδο των βαρών η αναγωγή των αντικειμενικών συναρτήσεων σε μια ενιαία βάση είναι απαραίτητη καθώς η τάξη μεγέθους των αντικειμενικών συναρτήσεων έχει ισχυρή επίδραση στο τελικό αποτέλεσμα. Αντίθετα, στη μέθοδο των ϵ -περιορισμών κάτι τέτοιο δεν είναι απαραίτητο.
3. Ένα επιπλέον πλεονέκτημα της μεθόδου ϵ -περιορισμών είναι ότι είναι δυνατός ο έλεγχος του αριθμού των παραγόμενων εφικτών λύσεων μέσω κατάλληλης προσαρμογής των σημείων πλέγματος σε κάθε μια από τις αντικειμενικές συναρτήσεις, κάτι το οποίο παρουσιάζει ιδιαίτερη δυσκολία με τη μέθοδο των βαρών.

Παρά τα ισχυρά πλεονεκτήματα της μεθόδου ϵ – περιορισμών έναντι της μεθόδου των βαρών, κατά την εφαρμογή της πρώτης υπάρχουν κάποια σημεία τα οποία χρήζουν προσοχής. Ένα από αυτά είναι ο ότι κατά την επίλυση προβλημάτων με αρκετές αντικειμενικές συναρτήσεις (παραπάνω από δύο) ο χρόνος επίλυσης μπορεί να είναι ιδιαίτερα αυξημένος. Επιπλέον, με τη μέθοδο των ϵ – περιορισμών δεν είναι πάντα εγγυημένη η αποδοτικότητα των παραγόμενων λύσεων. Τα προβλήματα αυτά αντιμετωπίζονται με την επαυξημένη μέθοδο ϵ – περιορισμών (AUGMECON), η ανάλυση της οποίας παρατίθεται ακολούθως.

3.2.3 Η μέθοδος των επαυξημένων ε-περιορισμών (AUGMECON)

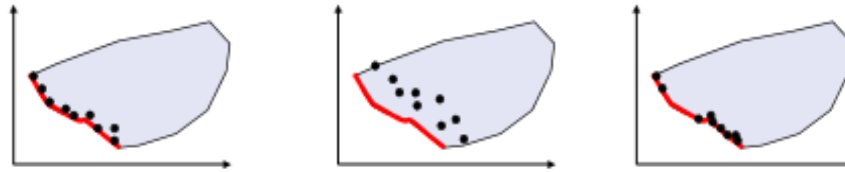
Η επαυξημένη μέθοδος e-constraint εφαρμόζεται ως εξής:

Απο τον πίνακα αποδόσεων (payofftable) βρίσκεται το εύρος για κάθε μία από τις $p-1$ αντικειμενικές συναρτήσεις που πρόκειται να χρησιμοποιηθούν ως περιορισμοί. Έπειτα, χωρίζουμε την i th αντικειμενική συνάρτηση σε q_i ίσα τμήματα χρησιμοποιώντας $q_i - 1$ ενδιάμεσα σημεία πλέγματος. Έτσι έχουμε q_i+1 σημεία που χρησιμοποιούνται ώστε να μεταβάλλεται παραμετρικά το αριστερό μέρος της i th αντικειμενικής συνάρτησης. Ο συνολικός αριθμός των υπολογιστικών εγχειρημάτων είναι $(q_2 + 1) \cdot (q_3 + 1) \cdot \dots \cdot (q_p + 1)$. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο αυτή μπορούμε να ελέγχουμε κάθε φορά την πυκνότητα εμφάνισης των σημείων που απαρτίζουν το σύνολο των μη υποδεέστερων αποδοτικών λύσεων, δίνοντας κατάλληλα τις τιμές στα q_i . Όσο αυξάνεται ο αριθμός των σημείων τόσο πιο πυκνή είναι η απεικόνιση του συνόλου αποδοτικών λύσεων κάτι που όμως αυξάνει το χρόνο υπολογισμού. Εν γένει συνιστάται ένα σημείο βέλτιστης σχέσης ανάμεσα στην πυκνότητα του διαγράμματος και τον υπολογιστικό χρόνο.

Κατά την εφαρμογή της μεθόδου AUGMECON, σε περίπτωση που το πρόβλημα προς επίλυση γίνει αδύνατο πραγματοποιείται έξοδος από την εσωτερική επαναληπτική διαδικασία. Ο αλγόριθμος ξεκινάει με μια πιο χαλαρή εκδοχή των φραγμένων αντικειμενικών συναρτήσεων και περιορίζει τα όρια σταδιακά. Όταν το πρόβλημα καταστεί αδύνατο, συμπεραίνεται ότι δεν υπάρχει ανάγκη περαιτέρω περιορισμού της αντικειμενικής συνάρτησης καθώς κάτι τέτοιο θα οδηγούσε αναπόφευκτα σε αδύνατη λύση. Έτσι, ο αλγόριθμος τερματίζει την εσωτερική επαναληπτική διαδικασία (inner loop) και προχωράει στο επόμενο σημείο πλέγματος της προηγούμενης αντικειμενικής συνάρτησης που αντιστοιχεί στην εξωτερική επαναληπτική διαδικασία (outer loop). Η διαδικασία αυτή μειώνει σημαντικά το χρόνο εκτέλεσης, ιδιαίτερα σε προβλήματα με περισσότερες από τρεις αντικειμενικές συναρτήσεις.

Εν γένει, στη μελέτη των τεχνικών της πολυκριτηριακής ανάλυσης, το ενδιαφέρον στρέφεται πλέον προς τους εξελικτικούς αλγόριθμους, μέσω των οποίων επιδιώκεται ο ταυτόχρονος εντοπισμός αντιπροσωπευτικού δείγματος μη κατώτερων λύσεων με τη διαμόρφωση μιας σύνθετης συνάρτησης που συνήθως περιλαμβάνει:

- Ένα μέτρο κυριαρχίας μέσω του οποίου κάθε υποψήφια λύση κατατάσσεται με βάση τη σχετική θέση της στο πεδίο αποτίμησης, εξασφαλίζοντας έτσι σύγκλιση του πληθυσμού προς το μέτωπο Pareto.
- Ένα μέτρο διασποράς, που ευνοεί την επιλογή λύσεων με τη μικρότερη πυκνότητα πληθυσμού πλησίον τους, έτσι ώστε να εξασφαλίζεται μια ομοιόμορφη κατανομή του τελικού δείγματος στο μέτωπο Pareto.



Εικόνα 10: (α) ομοιόμορφη σύγκλιση του πληθυσμού στο σύνορο Pareto (β) μη σύγκλιση του πληθυσμού στο πραγματικό σύνορο Pareto (γ) η ανομοιόμορφη κατανομή του πληθυσμού στο σύνορο Pareto (γ)

Στην πραγματικότητα, όποια μέθοδος και να χρησιμοποιηθεί, δεν υπάρχει αντικειμενικός τρόπος προσδιορισμού της πλέον συμβιβαστικής λύσης ενός πολυκριτηριακού προβλήματος. Η τελική λύση επιλέγεται μέσα από το σύνολο των κατά Pareto βέλτιστων λύσεων, με βάση την προσωπική κρίση, τη διαίσθηση και την εμπειρία του αποφασίζοντα.

Στην παρούσα εργασία η πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε με τη μέθοδο AUGMECON, όπως αυτή αναλύθηκε παραπάνω, και τη χρήση του λογισμικού GAMS (General Algebraic Modeling System), μιας ευρέως χρησιμοποιούμενη γλώσσα προγραμματισμού (Brooke et al., 1998). Ο κώδικας είναι διαθέσιμος στη βιβλιοθήκη της GAMS με την ανάλυση ενός παραδείγματος και πρόσθετες πληροφορίες εγχειριδίου (Mavrotas, 2007). Ο αναγνώστης της παρούσας διπλωματικής δύναται να χρησιμοποιήσει τη μέθοδο AUGMECON για την επίλυση των δικών του προβλημάτων μεταβάλλοντας μόνο το κομμάτι του κώδικα που σχετίζεται με το παράδειγμα (δηλαδή τις αντικειμενικές συναρτήσεις και τους περιορισμούς), καθώς επίσης και τις παραμέτρους της μεθόδου (αριθμός σημείων πλέγματος ανά αντικειμενική συνάρτηση). Η μέθοδος AUGMECON στη γλώσσα GAMS μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε πολυκριτηριακό γραμμικό προγραμματισμό, σε μικτό – ακέραιο προγραμματισμό ακόμη και σε προβλήματα μη γραμμικού προγραμματισμού.

Κεφάλαιο 4: Μελέτη Περίπτωσης

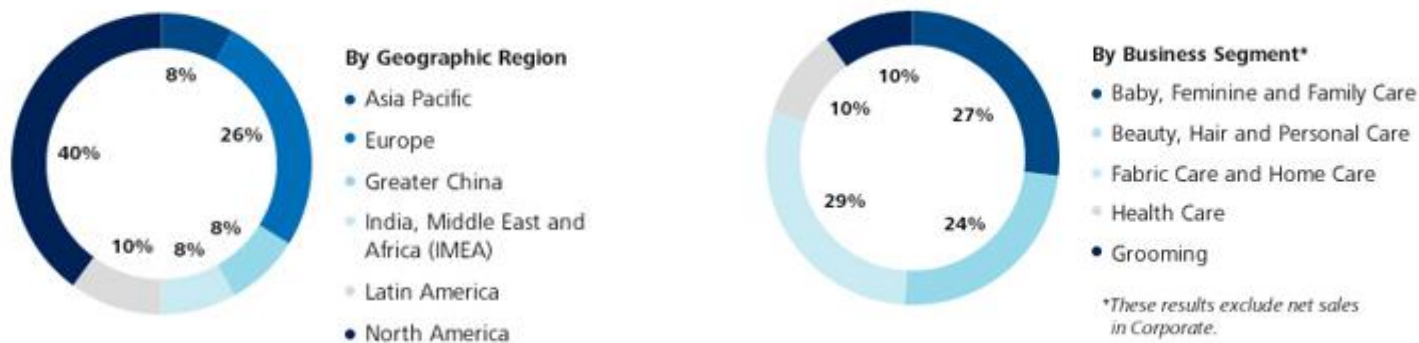
Η σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου (ΣΘΧ) εφαρμόστηκε για πρώτη φορά στον τομέα των οικονομικών, όμως γρήγορα άρχισε να διευρύνεται το πεδίο εφαρμογών της. Με κατάλληλο ορισμό των κατά Markowitz εννοιών για την απόδοση και των κίνδυνο ανάλογα με το εκάστοτε πρόβλημα, η ΣΘΧ χρησιμοποιήθηκε για τη χάραξη ενεργειακής πολιτικής καθώς και για την επενδυτική πολιτική αγοραπωλησιών ακινήτων. Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξερευνάται μια καινοτόμος νέα εφαρμογή της ΣΘΧ στη διαχείριση εμπορικού χαρτοφυλακίου για μια εταιρεία προμηθευτή που ασχολείται με την παραγωγή, τη διανομή και την εμπορεία ταχέως κινούμενων καταναλωτικών προϊόντων (Fast Moving Consumer Goods-FMCG). Πρόκειται για προϊόντα καθημερινής χρήσης και ευρείας κατανάλωσης, όπως σαπουνία, αναψυκτικά, συσκευασμένα τρόφιμα, πλαστικά προϊόντα, προϊόντα οικιακής χρήσης με σχετικά χαμηλή τιμή αγοράς ανά μονάδα προϊόντος αλλά μεγάλο όγκο πωλήσεων. Χαρακτηρίζονται ως ταχέως κινούμενα, καθώς είναι τα προϊόντα με τη μεγαλύτερη κινητικότητα και το μικρότερο χρόνο παραμονής στα ράφια των υπεραγορών (supermarkets). Μερικές από τις βασικές δραστηριότητες των FMCG εταιριών είναι οι πωλήσεις, το μαρκετινγκ, τα χρηματοοικονομικά, η παραγωγή, η εφοδιαστική αλυσίδα και η γενική διαχείριση. Ο κλάδος αυτός θεωρείται σταθερός, διαφοροποιημένος, ενδιαφέρων και ιδιαίτερα κερδοφόρος δεδομένου ότι οι εταιρείες που ανήκουν σε αυτόν έχουν χαμηλό λειτουργικό κόστος, ισχυρά δίκτυα διανομής και ευρύ καταναλωτικό κοινό.

Η δυναμική, αυτοματοποιημένη διαδικασία που μελετάται έχει δύο επίμερους στάδια. Αρχικά πραγματοποιείται η βέλτιστη κατανομή ενός αρχικού χρηματικού κεφαλαίου σε τέσσερις συνδυασμούς μάρκας προϊόντος-πελάτη και εν συνεχεία η βέλτιστη κατανομή αυτών σε προωθητικές ενέργειες. Αντίστοιχα και η παρούσα μελέτη χωρίζεται σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος γίνεται βελτιστοποίηση της κατανομής του αρχικού κεφαλαίου στους τέσσερις συνδυασμούς μάρκας-πελάτη. Επιλέχθηκε ένα δύο επί δύο σύστημα ως απλό, με σκοπό τη δοκιμή του μοντέλου σε ένα σχετικά ασφαλές περιβάλλον. Στο δεύτερο μέρος, χρησιμοποιούνται τα αποτελέσματα του πρώτου ως παράμετροι και κατανέμονται τα χρηματικά ποσά που αναλογούν σε κάθε συνδυασμό στις διαφορετικές προωθητικές ενέργειες.

4.1 Εταιρεία μελέτης

4.1.1 Γενικά Στοιχεία

Η εταιρεία που μελετάται είναι η Procter&Gamble, η μεγαλύτερη εταιρεία FMCGs στον κόσμο. Με 178 χρόνια παρουσίας στην παγκόσμια βιομηχανία ταχέως κινούμενων καταναλωτικών αγαθών, παράγει και εμπορεύεται προϊόντα στον χώρο της μωρουδιακής, γυναικείας και οικογενειακής φροντίδας (20,2 δις δολάρια ετήσιες καθαρές πωλήσεις), της ομορφιάς και της προσωπικής φροντίδας (18,1 δις δολάρια ετήσιες καθαρές πωλήσεις), της ανδρικής περιποίησης και της προσωπικής υγιεινής (15,2 δις δολάρια ετήσιες καθαρές πωλήσεις), καθώς και της οικιακής φροντίδας (22,3 δις δολάρια ετήσιες καθαρές πωλήσεις).



Εικόνα 11: Η παρουσία της εταιρείας ανά γεωγραφική περιοχή και ανά κατηγορία προϊόντων

Reportable Segment	% of Net Sales*	% of Net Earnings*	GBUs (Categories)	Billion Dollar Brands
Beauty, Hair and Personal Care	24%	23%	Skin and Personal Care (Antiperspirant and Deodorant, Personal Cleansing, Skin Care); Cosmetics; Hair Care and Color; Prestige; Salon Professional	Head & Shoulders, Olay, Pantene, SK-II, Wella
Grooming	10%	16%	Shave Care (Female Blades & Razors, Male Blades & Razors, Pre- and Post-Shave Products, Other Shave Care); Electronic Hair Removal	Fusion, Gillette, Mach3, Prestobarba
Health Care	10%	11%	Personal Health Care (Gastrointestinal, Rapid Diagnostics, Respiratory, Vitamins/Minerals/Supplements, Other Personal Health Care); Oral Care (Toothbrush, Toothpaste, Other Oral Care)	Crest, Oral-B, Vicks
Fabric Care and Home Care	29%	24%	Fabric Care (Laundry Additives, Fabric Enhancers, Laundry Detergents); Home Care (Air Care, Dish Care, P&G Professional, Surface Care)	Ariel, Dawn, Downy, Febreze, Gain, Tide
Baby, Feminine and Family Care	27%	26%	Baby Care (Baby Wipes, Diapers and Pants); Feminine Care (Adult Incontinence, Feminine Care); Family Care (Paper Towels, Tissues, Toilet Paper)	Always, Bounty, Charmin, Pampers

Έικονα 12: Δραστηριοποίηση της P&G στις παγκόσμιες αγορές και το ποσοστό επι των καθαρών πωλήσεων και κερδών που καταλαμβάνει ο καθένας.



Έικονα 13: Μερικές από τις πιο σημαντικές μάρκες της P&G

Η εταιρεία λειτουργεί ως προμηθευτής για πελάτες χονδρικής και λιανικής, απασχολεί 110.000 εργαζομένους παγκοσμίως, διαθέτει 29 μονάδες παραγωγής σε 21 διαφορετικές πολιτείες των Η.Π.Α ενώ διαθέτει επιπλέον 100 μονάδες παραγωγής σε άλλες 38 χώρες του κόσμου. Σε αυτές παράγονται 65 διαφορετικές μάρκες προϊόντων και στη συνέχεια διοχετεύονται στις διάφορες αγορές ανά τον κόσμο.

Το 2014 η εταιρεία αποφάσισε να επανασχεδιάσει τη στρατηγική της επικεντρώνοντας τις εργασίες της σε 65 μάρκες προϊόντων και πωλώντας τις υπόλοιπες 100 περίπου (υπεύθυνα για το 1% του ετήσιου τζίρου της). Η στρατηγική της εταιρείας περιλαμβάνει βελτιστοποίηση της παραγωγής αλλά και της διανομής σε όλα τα επίπεδα και σε όλες τις αγορές του κόσμου με σκοπό η P&G να παραμείνει εταιρεία με προϊόντα-ηγέτες και ταυτόχρονα πολύ πιο απλή τόσο στη διαχείριση όσο και στη λειτουργία.

Εκτός των άλλων, η P&G δίνει μεγάλη έμφαση στην καινοτομία και την παραγωγή τεχνολογικά εξελιγμένων προϊόντων, καθώς στόχος της είναι να παραμείνει ηγέτιδα εταιρεία στις διάφορες αγορές και να ακολουθεί συνεχώς τις ανάγκες των καταναλωτών. Για το λόγο αυτό γίνονται συνεχώς επενδύσεις στον τομέα της έρευνας και της ανάπτυξης (Research and Development – R&D). Συγκεκριμένα, το 2013 επενδύθηκαν στον εν λόγω τομέα 1,9 δισεκατομμύρια δολάρια, ενώ τόσο το 2014 όσο και το 2015 το ποσό αυτό ανήλθε σε 2 δισεκατομμύρια δολάρια ανά έτος.

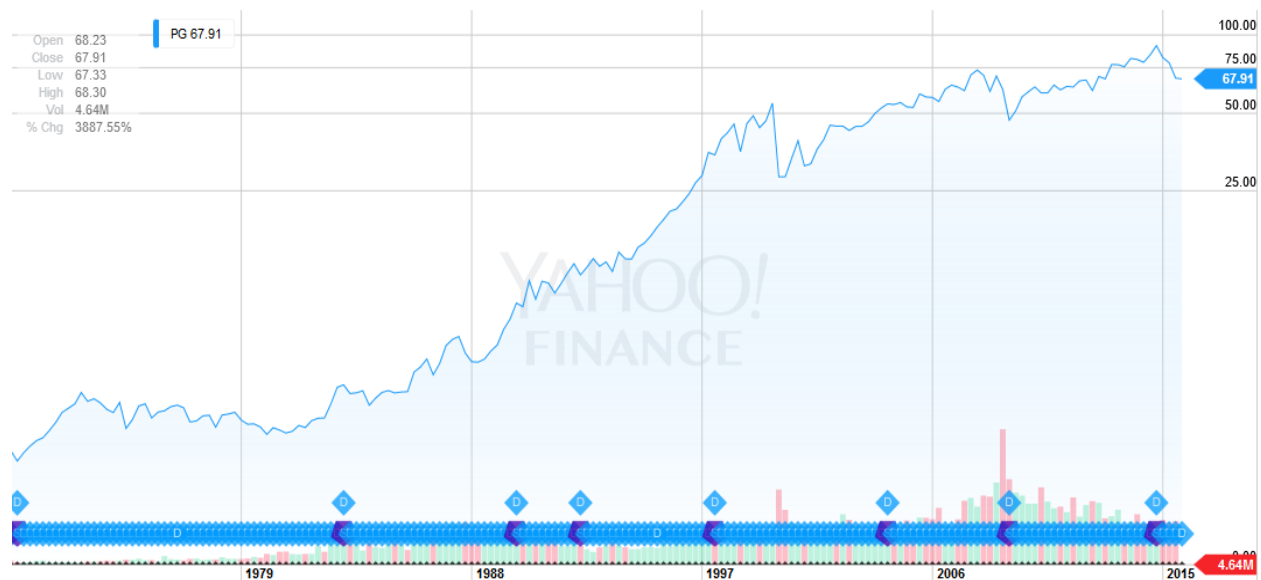
4.1.2 Ύψος Πωλήσεων

Το 2014 η εταιρεία κατέγραψε υψηλές πωλήσεις της τάξης των 80,5 δισεκατομμυρίων δολαρίων ενώ το 2015 εμφανίστηκε μια μείωση 4,2 δισεκατομμυρίων δολαρίων στις πωλήσεις κυρίως λόγω των πολιτικών και οικονομικών αναταραχών στην ευρωπαϊκή αγορά. Η εταιρεία ωστόσο, παρέμεινε σταδιακά σε κερδοφόρο τροχιά καταγράφοντας συνολικά κέρδη 7 δισεκατομμυρίων δολαρίων.

Η P&G δραστηριοποιείται σε 10 διαφορετικές κατηγορίες προϊόντων και κατέχει 21 μάρκες προϊόντων με ετήσιες συνολικές πωλήσεις από 1 ως 10 δισεκατομμύρια δολάρια ανά μάρκα, ενώ κατέχει επίσης 11 μάρκες με συνολικές πωλήσεις 500 εκατομμυρίων δολαρίων έως 1 δισεκατομμύριο δολάρια ανά μάρκα. Αξίζει να σημειωθεί στο σημείο αυτό ότι κάποιες από τις 11 αυτές μάρκες έχουν προοπτική να εδραιώσουν δυναμικά την παρουσία τους στις παγκόσμιες αγορές αυξάνοντας κατακόρυφα την αξία των συνολικών πωλήσεων της εταιρείας.

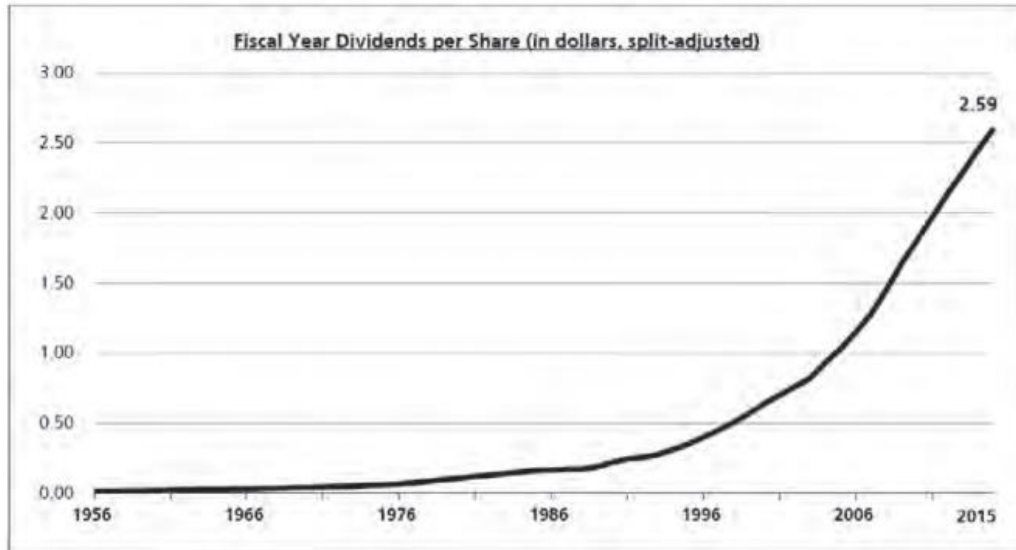
4.1.3 Μετοχή

Η P&G είναι εισηγμένη στο χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης (NewYorkStockExchange – NYSE) και η συνολική αξία των μετοχών της αγγίζει τα 184,2 δισεκατομμύρια δολάρια.(Yahoo Finance, 2015). Η δυναμική παρουσία της στην παγκόσμια αγορά και η συνεχής κερδοφορία της απεικονίζονται άριστα στο διάγραμμα που ακολουθεί και απεικονίζει την τιμή της μετοχής της στο χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης κατά το διάστημα 01/01/1970 ως 14/09/2015. Η P&G είναι επίσης εισηγμένη στο χρηματιστήριο του Παρισιού (Euronext Paris).



Εικόνα 14: Πορεία της P&G στο χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης από το 1970 μέχρι σήμερα

Αξίζει να σημειωθεί, ότι η εν λόγω εταιρεία αποδίδει μερίσματα στους μετόχους της επί 125 συναπτά έτη ενώ τα τελευταία 59 χρόνια αυξάνει κάθε χρόνο τα μερίσματα αυτά κατά 9%. Τα μερίσματα που αποδόθηκαν στους μετόχους στο συγκεκριμένο χρονικό διάστημα απεικονίζονται στο διάγραμμα που ακολουθεί:



(in dollars: split-adjusted)	1956	1966	1976	1986	1996	2006	2015
Dividends per share	\$ 0.01	\$ 0.03	\$ 0.06	\$ 0.16	\$ 0.40	\$ 1.15	\$ 2.59

Εικόνα 15: Απόδοση μερισμάτων στους μετόχους της εταιρείας από το 1956 ως σήμερα

Καθώς η P&G έχει ιδιαίτερα σημαντική παρουσία σε παγκόσμια κλίμακα, είναι αντιμέτωπη καθημερινά με ένα πλήθος συστημικών κινδύνων (us.png.com), οι σημαντικότεροι από τους οποίους είναι οι εξής:

- Διακυμάνσεις των συναλλαγματικών ισοτιμιών μεταξύ των διαφορετικών νομισμάτων.
- Αναταραχές στην παγκόσμια εφοδιαστική αλυσίδα, ως αποτέλεσμα απρόβλεπτων γεγονότων (πόλεμοι, τρομοκρατικά χτυπήματα, καταστροφές λόγω καιρικών φαινομένων)
- Διακυμάνσεις στο κόστος αγαθών αλλά και υπηρεσιών, ως αποτέλεσμα πολιτικών που εφαρμόζονται ανά τον κόσμο

Ως συστημικοί οι ανωτέρω κίνδυνοι δεν μπορούν να προβλεφθούν με ακρίβεια, συνεπώς δεν αποτελούν αντικείμενο προς βελτιστοποίηση. Ωστόσο, ο ανταγωνισμός στον κλάδο των ταχέως κινούμενων καταναλωτικών αγαθών που αυξάνεται με ιλιγγιώδεις ρυθμούς και κατ'επέκταση η σωστή επενδυτική πολιτική είναι κύριο μέλημα των επιχειρήσεων που ανήκουν σε αυτόν. Το ζήτημα αυτό, μάλιστα, επιδέχεται βελτιστοποίησης.



Εικόνα 16: Το λογότυπο της εταιρείας

4.1.4 Δεδομένα Προβλήματος

Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται για το συγκεκριμένο πρόβλημα αφορούν στην αγορά της Νοτιοανατολικής Ευρώπης και συγκεκριμένα στην ελληνική αγορά. Πρόκειται για μια αγορά με υψηλή διαφοροποίηση, έχοντας επιμέρους τόσο premium αγορές (μεγάλο κατά κεφαλήν “καλάθι”), όσο και μεσαίες και χαμηλές. Έτσι, θεωρείται πως αποτελεί μια μικρογραφία της συνολικής ευρωπαϊκής αγοράς και μπορεί να γίνει αναγωγή των αποτελεσμάτων σε αυτήν χωρίς βλάβη της γενικότητας.

Τα δεδομένα για τη μελέτη αντλήθηκαν από την ανεξάρτητη εταιρεία Nielsen και αφορούν τις εβδομαδιαίες τιμές για το μερίδιο αγοράς κατ’ όγκο και καθ’ αξία καθώς και την τιμή ανά στατιστική μονάδα όγκου για 44 εβδομάδες μέσα στο 2011-2013, για κάθε μάρκα προϊόντος και πελάτη καθώς και για ολόκληρη την αγορά. Τα δεδομένα έχουν ως εξής:

1. Brand/Customer (BC) Volume share (ShVol): το ποσοστό του όγκου πωλήσεων σε SUs (στατιστική μονάδα όγκου πωλήσεων) για συγκεκριμένη μάρκα σε συγκεκριμένο πελάτη από το σύνολο του όγκου πωλήσεων στην κατηγορία που ανήκει η μάρκα για τον ίδιο πελάτη, την ίδια περίοδο.

2. Brand/Customer Value share (ShVal): το ποσοστό των προϊόντων μιας μάρκας που πωλήθηκαν σε όρους αξίας (€) σε συγκεκριμένο πελάτη από το σύνολο των προϊόντων που πωλήθηκαν για όλη την κατηγορία, στον ίδιο πελάτη, την ίδια χρονική περίοδο.
3. Price per SU (PpSU): ο όγκος πωλήσεων σε SUs προς τον όγκο πωλήσεων σε όρους αξίας (χιλιάδες €) για το ίδιο προϊόν στον ίδιο πελάτη, για συγκεκριμένη εβδομάδα
4. Το σύνολο του όγκου πωλήσεων σε SUs για μια μάρκα ανά πελάτη ανά εβδομάδα, καθώς και για ολόκληρη την αγορά (MVol)
5. Το σύνολο του όγκου πωλήσεων σε όρους αξίας (χιλιάδες €) για μια μάρκα ανά πελάτη ανά εβδομάδα καθώς και για ολόκληρη την αγορά ανά εβδομάδα (MVal). Στη μαθηματική ανάλυση που ακολουθεί οι όροι αυτοί εκφράζονται ως rbc_{ijt} και rm_t αντίστοιχα.

4.2 Γενικά Στοιχεία για τη συγκρότηση Προωθητικού Πλάνου

4.2.1 Συγκρότηση προωθητικού πλάνου

Κατά τη συγκρότηση ενός εμπορικού πλάνου, το εμπορικό τμήμα της εταιρείας αποφασίζει για το πλήθος και το είδος των προωθητικών δραστηριοτήτων που θα διεξαχθούν για την κάθε μάρκα προϊόντος στον κάθε πελάτη σε τριμηνιαία βάση.

4.2.2 Προωθητικές ενέργειες

Οι προωθητικές ενέργειες χωρίζονται στις σχετιζόμενες με το εκάστοτε κατάσταση ενέργειες (εντός του καταστήματος προωθητικές ενέργειες) και σε αυτές που γίνονται στα πλαίσια της γενικής προώθησης της μάρκας με σκοπό την εξοικείωση του καταναλωτή με αυτή και κατ'επέκταση την ώθησή του στα εμπορικά καταστήματα.

Οι εντός του καταστήματος προωθητικές δραστηριότητες αναφέρονται σε ενέργειες που στόχο έχουν να αυξήσουν τις πωλήσεις των προϊόντων και να δημιουργήσουν μια σχέση αξιοπιστίας με το καταναλωτικό κοινό. Κάθε τέτοια προωθητική δραστηριότητα αντιστοιχεί σε μία έκπτωση στην τιμή ραφίου του προϊόντος. Στην πλειοψηφία των περιπτώσεων, ο προμηθευτής πληρώνει τη διαφορά στην τιμή στον πελάτη στον οποίο εφαρμόζεται η έκπτωση για το συγκεκριμένο

προϊόν και ο πελάτης από τη μεριά του αναλαμβάνει τα έξοδα για την πραγματοποίηση της κάθε προωθητικής δραστηριότητας. Ακολουθεί σχετικό παράδειγμα: Έστω προϊόν Α με τιμή ραφιού 10 € το οποίο πωλείται σε συγκεκριμένο κατάστημα-πελάτη με έκπτωση 30%. Αυτό σημαίνει πως τα 3 € που κερδίζει ο καταναλωτής πληρώνονται στο κατάστημα-πελάτη από τον προμηθευτή. Με άλλα λόγια το κατάστημα-πελάτης εισπράττει θεωρητικά τα 7 € από τον αγοραστή και τα υπόλοιπα 3 € από τον ίδιο τον προμηθευτή. Στην πραγματικότητα αντί για 3 € λαμβάνει από τον προμηθευτή 2,36 € ανά τεμάχιο, θεωρώντας 23% φόρο προστιθέμενης αξίας και 3% περιθώριο κέρδους. Με μια πρώτη ανάγνωση, οι εκπτώτικές ενέργειες φαίνεται να μειώνουν τα καθαρά κέρδη της εταιρείας, ωστόσο μακροπρόθεσμα συστήνουν το προϊόν σε μεγαλύτερο μερίδιο καταναλωτών, αυξάνουν το κέρδος της εταιρείας (για την περίπτωση της θετικής τιμής για το λόγο ποσοστιαίας απόδοσης επένδυσης προς καθαρές πωλήσεις, ROI/NOS) και αποτρέπουν την εξάπλωση των ανταγωνιστών στην αγορά.

Οι γενικές προωθητικές ενέργειες για τη μάρκα στηρίζονται στο marketing και δεν απευθύνονται μόνο στους καταναλωτές που βρίσκονται μια συγκεκριμένη στιγμή μέσα στο κατάστημα-πελάτη, αλλά έχουν ως στόχο να κάνουν τη μάρκα ευρέως γνωστή. Έτσι σε βάθος χρόνου θα αυξηθούν και οι πωλήσεις της μάρκας εντός των καταστημάτων που την εμπορεύονται.

Στην παρούσα εργασία μελετώνται οι σχετιζόμενες με το κατάστημα προωθητικές ενέργειες ως ο ακρογωνιαίος λίθος των επενδύσεων σε μια εταιρεία που εμπορεύεται ταχέως κινούμενα καταναλωτικά αγαθά (FMCGs), αλλά και διότι η απόδοσή τους μπορεί αδιαμφισβήτητα να επαληθευτεί και να ποσοτικοποιηθεί μέσω της εξέλιξης των καθαρών κερδών αλλά και των μεριδίων της εταιρείας σε κάθε κατηγορία προϊόντος.

4.2.3 Προωθητικά μέσα

Τα προωθητικά μέσα μπορούν να χωριστούν σε υψηλής και μεσαίας ακροαματικότητας. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν τα μέσα ενημέρωσης που επικοινωνούν άμεσα την προσφορά στον καταναλωτή όπως η τηλεόραση, το ραδιόφωνο ή τα μέσα κοινωνικής δικτύωσης. Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν όλα τα μέσα που ενημερώνουν για την προσφορά εντός του καταστήματος, όπως φυλλάδια, πανό και ενδεικτικά ταμπελάκια επάνω στα ράφια

4.3 Αριστοποίηση της κατανομής κεφαλαίου σε συνδυασμούς μάρκας-πελάτη

(1^η Βελτιστοποίηση)

Πραγματοποιείται πολυκριτηριακή αριστοποίηση δύο αντικειμενικών συναρτήσεων, με τη μέθοδο AUGMECON. Στην κατά Markowitz ορολογία, ο όρος της απόδοσης αναφέρεται στην αναμενόμενη απόδοση σε χρηματικές μονάδες κάθε συνδυασμού μάρκας-προϊόντος και ο κίνδυνος στην απόκλιση της αναμενόμενης τιμής από την πραγματική. Κατά την ανάπτυξη του μαθηματικού προτύπου παρατίθεται για κάθε σχέση η μορφή της για ένα παράδειγμα δύο προϊόντων σε δύο πελάτες για τρεις χρονικές περιόδους (2x2x3). Υπενθυμίζεται ότι στην παρούσα εργασία έγινε μελέτη παραδείγματος δύο προϊόντων σε δύο πελάτες για T=44 εβδομάδες (2x2x44).

4.3.1 Το Μαθηματικό Πρότυπο

4.3.1.1 Μεταβλητή Απόφασης

Η μεταβλητή απόφασης συμβολίζεται $(BC)_{ij}$ και εκφράζει το κλάσμα ή ποσοστό του αρχικού κεφαλαίου που θα επενδύσει η εταιρεία στη μάρκα i στον πελάτη j . Πρόκειται για συνεχή μεταβλητή που παίρνει τιμές στο διάστημα $(0,1)$.

4.3.1.2 Αντικειμενικές Συναρτήσεις

1) Μεγιστοποίηση της αναμενόμενης απόδοσης ανά μάρκα και ανά πελάτη

$$BCeR = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \overline{rbc}_{ij} (BC)_{ij} \quad (10)$$

Οι μεταβλητές αριστοποίησης είναι τα ποσοστά $(BC)_{ij}$ ενώ ο συντελεστής \overline{rbc}_{ij} , προκύπτει ως ο χρονικός μέσος των αποδόσεων μάρκας ανά πελάτη των T αμέσως προηγούμενων περιόδων:

$$\overline{rbc}_{ij} = E(rbc_{ijt}) = \sum_{t=1}^T \frac{rbc_{ijt}}{T} \quad (11)$$

Η περίοδος λαμβάνεται ίση με μία εβδομάδα, δηλαδή T είναι το σύνολο των εβδομάδων που εξετάστηκαν.

Για το 2x2x3 πρόβλημα:

$$\begin{aligned} \overline{rbc}_{11} &= \frac{rbc_{111} + rbc_{112} + rbc_{113}}{3} \\ \overline{rbc}_{12} &= \frac{rbc_{121} + rbc_{122} + rbc_{123}}{3} \\ \overline{rbc}_{21} &= \frac{rbc_{211} + rbc_{212} + rbc_{213}}{3} \\ \overline{rbc}_{22} &= \frac{rbc_{221} + rbc_{222} + rbc_{223}}{3} \end{aligned} \quad (12)$$

Και η Α.Σ. παίρνει τη μορφή:

$$BCeR = \overline{rbc}_{11}(BC)_{11} + \overline{rbc}_{12}(BC)_{12} + \overline{rbc}_{21}(BC)_{21} + \overline{rbc}_{22}(BC)_{22} \quad (13)$$

II) Ελαχιστοποίηση του πιθανού κινδύνου

$$BsMAD = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (BC)_{ij} (rbc_{ijt} - E(rbc_{ijt})) \right| \quad (14)$$

Και επειδή η αναμενόμενη τιμή στην περίπτωση μας (ισοπίθανα γεγονότα) συμπίπτει με τη μέση τιμή:

$$BsMAD = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (BC)_{ij} (r_{ijt} - \tilde{r}_{ij}) \right| \quad (14\alpha)$$

ή συμβολίζοντας της αποκλίσεις των πωλήσεων από τη μέση τιμή στο διάστημα T περιόδων με a_{ijt} :

$$BsMAD = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (BC)_{ij} a_{ijt} \right| \quad (14\beta)$$

Στην εξίσωση (14) ο κίνδυνος εκφράζεται από την απόλυτη τιμή της διαφοράς μεταξύ του όγκου πωλήσεων, rbc_{ijt} , για κάθε μία από τις προηγούμενες T εβδομάδες και της μέσης τιμής αυτών, $E(rbc_{ijt})$, στο διάστημα των T εβδομάδων. Η αξιολόγηση του κινδύνου κατ' αυτόν τον τρόπο στηρίζεται στη θεώρηση ότι η διαφορά της αναμενόμενης τιμής από την πραγματική χαρακτηρίζεται ως μη συστηματικός κίνδυνος. Για το πρόβλημα 2x2x3 ο κίνδυνος εκφράζεται ως το 1/3 του αθροίσματος των εξής απολύτων τιμών:

$$\begin{aligned} & \left| (BC)_{11} a_{111} + (BC)_{12} a_{121} + (BC)_{21} a_{211} + (BC)_{22} a_{221} \right| \\ & \left| (BC)_{11} a_{112} + (BC)_{12} a_{122} + (BC)_{21} a_{212} + (BC)_{22} a_{222} \right| \\ & \left| (BC)_{11} a_{113} + (BC)_{12} a_{123} + (BC)_{21} a_{213} + (BC)_{22} a_{223} \right| \end{aligned} \quad (15)$$

Κάθε μία από τις προαναφερθείσες απόλυτες τιμές αποτελεί τη σταθμισμένη απόκλιση του συνολικού χαρτοφυλακίου (αφού τα $(BC)_{ij}$ είναι ποσοστά) κατά τη χρονική περίοδο 1, 2 και 3 αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι η ελαχιστοποίηση της απόλυτης τιμής του αθροίσματος $(BC)_{11} a_{11t} + (BC)_{12} a_{12t} + (BC)_{21} a_{21t} + (BC)_{22} a_{22t}$ δεν είναι εν γένει ισοδύναμη με ελαχιστοποίηση

της συνδιακύμανσης των τυχαίων μεταβλητών $(BC)_{ij} r_{ijt}$, η οποία ετέθη στην εργασία του Markowitz (1969) ως μέτρο του ρίσκου τη χρονική περίοδο t , είναι όμως ισοδύναμα, αν οι τυχαίες μεταβλητές $(BC)_{ij} r_{ijt}$ ακολουθούν την κανονική κατανομή (Konno, Yamazaki 1991) διότι στη περίπτωση αυτή τα δύο είναι ευθέως ανάλογα με συντελεστή αναλογίας $(2/\pi)^{0.5}$.

Οι μεταβλητές αριστοποίησης παραμένουν τα ποσοστά $(BC)_{ij}$. Η απόλυτη τιμή στη συνάρτηση αυτή καθιστά το πρόβλημα αριστοποίησης μοντέλο μη γραμμικό. Για να αποφευχθεί η επίλυση μη γραμμικού προβλήματος χρησιμοποιείται ο μετασχηματισμός των Konno και Yamazaki (1991) που το μετατρέπει σε ισοδύναμο γραμμικό με $2 \cdot T$ επιπλέον περιορισμούς. Η ειδική φύση του προβλήματος επέτρεψε στους Feinstein και Tappa να δείξουν ότι το γραμμικό πρόβλημα είναι ισοδύναμο με το πρόβλημα με τους μισούς μόνο περιορισμούς, δηλαδή T περιορισμούς.

Η αρχή του μετασχηματισμού των Konno και Yamazaki επεξηγείται αμέσως στη συνέχεια. Κατόπιν δίνεται ο μετασχηματισμός, το αρχικό ισοδύναμο γραμμικό πρόβλημα των Konno και Yamazaki και το γραμμικό ελαττωμένο πρόβλημα.

Συνοπτική περιγραφή της γραμμικοποίησης με τη μέθοδο των Konno-Yamazaki:

Λήμμα 1. Το πρόβλημα αριστοποίησης

$$\min |x| \tag{16}$$

Είναι ισοδύναμο με το

$$\begin{aligned} \min y \\ \text{Υπό τους περιορισμούς} \\ y + x \geq 0 \\ y - x \geq 0 \end{aligned} \tag{17}$$

Ομοίως το πρόβλημα

$$\min |x_1| + |x_2| \tag{18}$$

Είναι ισοδύναμο με το

$$\min y_1 + y_2$$

Υπό τους περιορισμούς (19)

$$y_1 + x_1 \geq 0$$

$$y_1 - x_1 \geq 0$$

$$y_2 + x_2 \geq 0$$

$$y_2 - x_2 \geq 0$$

Τέλος το πρόβλημα αριστοποίησης ως προς θετικά x_1, x_2

$$\min |x_1 a_{11} + x_2 a_{21}| + |x_1 a_{12} + x_2 a_{22}| \quad (20)$$

είναι ισοδύναμο με το

$$\min y_1 + y_2$$

Υπό τους περιορισμούς (21)

$$y_1 + x_1 a_{11} + x_2 a_{21} \geq 0$$

$$y_1 - x_1 a_{11} - x_2 a_{21} \geq 0$$

$$y_2 + x_1 a_{12} + x_2 a_{22} \geq 0$$

$$y_2 - x_1 a_{12} - x_2 a_{22} \geq 0$$

Επιπλέον αν $a_{11} + a_{12} = 0$, $a_{21} + a_{22} = 0$ το ανωτέρω πρόβλημα είναι ισοδύναμο (Feinstein and Thapa, 1993; Fox), είτε με το πρόβλημα:

$$\min y_1 + y_2$$

Υπό τους περιορισμούς (22)

$$y_1 + x_1 a_{11} + x_2 a_{21} \geq 0$$

$$y_2 + x_1 a_{12} + x_2 a_{22} \geq 0$$

είτε με το πρόβλημα:

$$\min y_1 + y_2$$

Υπό τους περιορισμούς (23)

$$y_1 - x_1 a_{11} - x_2 a_{21} \geq 0$$

$$y_2 - x_1 a_{12} - x_2 a_{22} \geq 0$$

Το ανωτέρω πρόβλημα (20) είναι κατ' ουσίαν το πρόβλημα ελαχιστοποίησης (14) για δύο μεταβλητές απόφασης x_1 και x_2 , λαμβάνοντας υπ' όψη δύο προηγούμενες περιόδους (π.χ εβδομάδες) δηλαδή για $T=2$ με $a(i, j)$ τις αποκλίσεις από τον μέσο όρο κάθε εβδομάδας. Εύκολα το πρόβλημα γενικεύεται για T χρονικές περιόδους και για n μεταβλητές x_i

Ορισμένως: συμβολίζοντας τώρα με x_i τη μεταβλητή απόφασης, (κατανομή ποσού για συγκεκριμένο προϊόν σε συγκεκριμένο πελάτη), με r_{it} τον αντίστοιχο συντελεστή αποδόσεων, και με \tilde{r}_i το χρονικό μέσο όρο των αποδόσεων στο διάστημα T περιόδων, το πρόβλημα επιλογής x_i ώστε

$$\min \sum_{t=1}^T \left| \sum_{i=1}^n (r_{it} - \tilde{r}_i) x_i \right| \quad (24)$$

είναι ισοδύναμο με το πρόβλημα

$$\min \sum_{t=1}^T y_t$$

Υπό τους περιορισμούς (25)

$$y_t + \sum_{i=1}^n (r_{it} - \tilde{r}_i)x_i \geq 0, \quad t = 1, 2, \dots, T$$

$$y_t - \sum_{i=1}^n (r_{it} - \tilde{r}_i)x_i \geq 0, \quad t = 1, 2, \dots, T$$

Και επειδή για το άθροισμα των αποκλίσεων και τη μέση τιμή του ισχύει ότι:

$$\sum_{t=1}^T a_{it} = \sum_{t=1}^T (r_{it} - \tilde{r}_i) = 0 \quad (26)$$

το πρόβλημα (25) είναι ισοδύναμο με το πρόβλημα

$$\min \sum_{t=1}^T y_t$$

Υπό τους περιορισμούς (27)

$$y_t + \sum_{i=1}^n (r_{it} - \tilde{r}_i)x_i \geq 0, \quad t = 1, 2, \dots, T$$

ή με το πρόβλημα

$$\min \sum_{t=1}^T y_t$$

Υπό τους περιορισμούς (28)

$$y_t - \sum_{i=1}^n (r_{it} - \tilde{r}_i)x_i \geq 0, \quad t = 1, 2, \dots, T$$

Με βάση τα παραπάνω θέτουμε το ισοδύναμο πρόβλημα αριστοποίησης με την ονοματολογία που χρησιμοποιούμε στην εργασία αυτή. Ορίζουμε T το πλήθος θετικές, συνεχείς μεταβλητές Z_t που αντιστοιχούν στις απόλυτες τιμές των αποκλίσεων και $2 \cdot T$ το πλήθος περιορισμούς ως ακολούθως:

Αντικειμενική συνάρτηση:

$$\text{Minimize } BsMAD = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Z_t \quad (29)$$

Περιορισμοί:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (BC)_{ij} (rbc_{ijt} - E(rbc_{ijt})) + Z_t \geq 0 \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (30)$$

ή

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (BC)_{ij} (rbc_{ijt} - E(rbc_{ijt})) - Z_t \leq 0 \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (31)$$

Για το πρόβλημα 2x2x3:

$$BsMAD = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3}{3} \quad (32)$$

Περιορισμοί:

$$\begin{aligned} & (BC)_{11}(rbc_{111} - E(rbc_{111})) + (BC)_{12}(rbc_{121} - E(rbc_{121})) + (BC)_{21}(rbc_{211} - E(rbc_{211})) + (BC)_{22}(rbc_{221} - E(rbc_{221})) + Z_1 \geq 0 \\ & (BC)_{11}(rbc_{112} - E(rbc_{112})) + (BC)_{12}(rbc_{122} - E(rbc_{122})) + (BC)_{21}(rbc_{212} - E(rbc_{212})) + (BC)_{22}(rbc_{222} - E(rbc_{222})) + Z_2 \geq 0 \quad (33) \\ & (BC)_{11}(rbc_{113} - E(rbc_{113})) + (BC)_{12}(rbc_{123} - E(rbc_{123})) + (BC)_{21}(rbc_{213} - E(rbc_{213})) + (BC)_{22}(rbc_{223} - E(rbc_{223})) + Z_3 \geq 0 \end{aligned}$$

ή

$$\begin{aligned}
 &(BC)_{11}(rbc_{111} - E(rbc_{111})) + (BC)_{12}(rbc_{121} - E(rbc_{121})) + (BC)_{21}(rbc_{211} - E(rbc_{211})) + (BC)_{22}(rbc_{221} - E(rbc_{221})) - Z_1 \leq 0 \\
 &(BC)_{11}(rbc_{112} - E(rbc_{112})) + (BC)_{12}(rbc_{122} - E(rbc_{122})) + (BC)_{21}(rbc_{212} - E(rbc_{212})) + (BC)_{22}(rbc_{222} - E(rbc_{222})) - Z_2 \leq 0 \quad (34) \\
 &(BC)_{11}(rbc_{113} - E(rbc_{113})) + (BC)_{12}(rbc_{123} - E(rbc_{123})) + (BC)_{21}(rbc_{213} - E(rbc_{213})) + (BC)_{22}(rbc_{223} - E(rbc_{223})) - Z_3 \leq 0
 \end{aligned}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (29) είτε υπό τους περιορισμούς που ορίζονται από την (30) είτε υπό τους περιορισμούς που ορίζονται από τη (31) αφορούν στην περίπτωση που οι τιμές των αποδόσεων ακολουθούν την κανονική κατανομή (κάτι που συνήθως συμβαίνει). Στην παρούσα εργασία θα επιλυθεί το γενικευμένο πρόβλημα και θα χρησιμοποιηθούν και τα δύο σύνολα περιορισμών.

4.3.1.3 Περιορισμοί

(α) Περιορισμοί Νομικής Φύσεως

Ο περιορισμός αυτός χρησιμοποιείται ώστε να εξασφαλιστεί η αντιμετώπιση του κάθε πελάτη από τον προμηθευτή, βάσει της θέσης του στην αγορά. Νομικά αυτό εξασφαλίζεται μέσω νομικών συμβολαίων ενώ οι όροι του νομικού εγγράφου προσδιορίζονται με βάση το μερίδιο αγοράς κάθε πελάτη σε όρους αξίας. Στον πίνακα που ακολουθεί καταγράφεται το μερίδιο αγοράς σε όρους αξίας του περασμένου έτους για τον κάθε πελάτη (Co_j).

Πίνακας 1: Τιμές του μεριδίου αγοράς κάθε πελάτη για το προηγούμενο έτος

Πελάτες	(%) Co_j
Πελάτης Α	21%
Πελάτης Β	11%

$$\sum_{i=1}^n (BC)_{ij} \leq 3,2Co_j \quad \text{για } i=1,\dots,n \quad \text{με } n=2 \quad \text{και } j=1,\dots,m \quad \text{με } m=2 \quad (35)$$

και

$$\sum_{i=1}^n (BC)_{ij} \geq 0,7Co_j \quad \text{για } i=1,\dots,n \quad \text{με } n=2 \quad \text{και } j=1,\dots,m \quad \text{με } m=2 \quad (36)$$

Οι συντελεστές 3,2 και 0,7 στις δύο εξισώσεις προκύπτουν από εμπορικές συμφωνίες μεταξύ της εταιρείας-προμηθευτή και των πελατών.

Για το πρόβλημα 2x2x3:

$$\begin{aligned} 0,7Co_1 &\leq (BC)_{11} + (BC)_{21} \leq 1,3Co_1 \\ 0,7Co_2 &\leq (BC)_{12} + (BC)_{22} \leq 1,3Co_2 \end{aligned} \quad (37)$$

(β) Περιορισμοί Πληρότητας

Με τον περιορισμό αυτό απαιτείται όλο το διαθέσιμο κεφάλαιο να επενδυθεί:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (BC)_{ij} = 1 \text{ για } i = 1, \dots, n \text{ με } n = 2 \text{ και } j = 1, \dots, m \text{ με } m = 2 \quad (38)$$

Για το πρόβλημα 2x2x3:

$$(BC)_{11} + (BC)_{12} + (BC)_{21} + (BC)_{22} = 1 \quad (39)$$

(γ) Περιορισμοί Διαφοροποίησης

Οι περιορισμοί διαφοροποίησης τίθενται ώστε στην κατανομή του κεφαλαίου να ληφθεί υπ' όψιν το συνολικό μερίδιο αγοράς της κάθε μάρκας προϊόντος, Bsh_i και του κάθε πελάτη, Co_j για το προηγούμενο έτος.

$$\sum_{j=1}^m (BC)_{ij} \geq Bsh_i \text{ για } i = 1, \dots, n \text{ με } n = 2 \text{ και } j = 1, \dots, m \text{ με } m = 2 \quad (40)$$

Πίνακας 2: Τιμές του μεριδίου αγοράς κάθε μάρκας για το προηγούμενο έτος

Μάρκα προϊόντος	(%) Bsh_i
Μάρκα Α	35,1%
Μάρκα Β	11,6%

Για τον περιορισμό που αφορά στον πελάτη, τίθεται ένα κατώτατο όριο $\min Co_j$ που προκύπτει ως το 60% του μεριδίου αγοράς του κάθε πελάτη για το προηγούμενο έτος και ο περιορισμός προκύπτει ως εξής:

$$\sum_{i=1}^n (BC)_{ij} \geq \min Co_j \quad \text{για } i=1, \dots, n \quad \text{με } n=2 \quad \text{και } j=1, \dots, m \quad \text{με } m=2 \quad (41)$$

Πίνακας 3: Τιμές του κατώτατου ορίου για τον κάθε πελάτη

Πελάτες	(%) $\min Co_j$
Πελάτης Α	12,6%
Πελάτης Β	6,6%

Για το πρόβλημα 2x2x3:

$$\begin{aligned} (BC)_{11} + (BC)_{21} &\geq \min Co_1 \\ (BC)_{12} + (BC)_{22} &\geq \min Co_2 \end{aligned} \quad (44)$$

(δ) Περιορισμοί Ρίσκου Αγοράς

Στην περίπτωση που μελετάται τίθενται άνω και κάτω όρια για το ποσό του αρχικού κεφαλαίου που αντιστοιχεί σε συνδυασμούς μάρκας—πελάτη με συντελεστή συσχέτισης βήτα μικρότερο της μονάδας. Μια τέτοια τιμή δείχνει ένα χαρτοφυλάκιο ή μια μάρκα με χαμηλότερη μεταβλητότητα από την αγορά, ή ένα μεταβλητό χαρτοφυλάκιο (ή μια μεταβλητή μάρκα) το οποίο δεν παρουσιάζει υψηλό βαθμό συσχέτισης με την αγορά.

Η τιμή του συντελεστή προκύπτει από την εξής σχέση:

$$Be_{ij} = \frac{cov(rb_{ij}, rbm_t)}{VAR(rbm_t)} \quad (45)$$

Όπου η μεταβλητή rbm_t εκφράζει την απόδοση σε όρους αξίας για ολόκληρη την αγορά στον χρόνο t.

Για το πρόβλημα 2x2x3:

$$Be_{11} = \frac{(rb_{111} - \overline{rb_{11}})(rbm_1 - \overline{rbm}) + (rb_{112} - \overline{rb_{11}})(rbm_2 - \overline{rbm}) + (rb_{113} - \overline{rb_{11}})(rbm_3 - \overline{rbm})}{(rbm_1 - \overline{rbm})^2 (rbm_2 - \overline{rbm})^2 (rbm_3 - \overline{rbm})^2}$$

$$Be_{12} = \frac{(rb_{121} - \overline{rb_{12}})(rbm_1 - \overline{rbm}) + (rb_{122} - \overline{rb_{12}})(rbm_2 - \overline{rbm}) + (rb_{123} - \overline{rb_{12}})(rbm_3 - \overline{rbm})}{(rbm_1 - \overline{rbm})^2 (rbm_2 - \overline{rbm})^2 (rbm_3 - \overline{rbm})^2}$$

$$Be_{21} = \frac{(rb_{211} - \overline{rb_{21}})(rbm_1 - \overline{rbm}) + (rb_{212} - \overline{rb_{21}})(rbm_2 - \overline{rbm}) + (rb_{213} - \overline{rb_{21}})(rbm_3 - \overline{rbm})}{(rbm_1 - \overline{rbm})^2 (rbm_2 - \overline{rbm})^2 (rbm_3 - \overline{rbm})^2}$$

$$Be_{22} = \frac{(rb_{221} - \overline{rb_{22}})(rbm_1 - \overline{rbm}) + (rb_{222} - \overline{rb_{22}})(rbm_2 - \overline{rbm}) + (rb_{223} - \overline{rb_{22}})(rbm_3 - \overline{rbm})}{(rbm_1 - \overline{rbm})^2 (rbm_2 - \overline{rbm})^2 (rbm_3 - \overline{rbm})^2}$$

(46)

Υπολογίζονται οι συντελεστές βήτα για τον κάθε συνδυασμό:

Πίνακας 4: Τιμές συντελεστή βήτα για κάθε συνδυασμό μάρκας-πελάτη

$(BC)_{ij}$	Be_{ij}
$(BC)_{11}$	3,31314
$(BC)_{12}$	-0,14421
$(BC)_{21}$	1,26504
$(BC)_{22}$	0,57331

Παρατηρείται πως οι συνδυασμοί με συντελεστή βήτα μικρότερο της μονάδας είναι οι (1,2) και (2,2). Οι περιορισμοί για το άνω και το κάτω όριο ισχύουν για τους συνδυασμούς μάρκας-πελάτη με συντελεστή μικρότερο της μονάδας και διατυπώνονται με βάση στοιχεία της εταιρείας προμηθευτή ως ακολούθως:

$$\begin{aligned} (BC)_{12} + (BC)_{22} &\geq 0,2 \\ (BC)_{12} + (BC)_{22} &\leq 0,4 \end{aligned} \tag{47}$$

(ε) Άλλοι Περιορισμοί

- Κατηγορίας

Οι περιορισμοί αυτοί ορίζουν ένα μέγιστο όριο για ποσό του αρχικού κεφαλαίου που κατανέμεται ανά κατηγορία. Επί παραδείγματι:

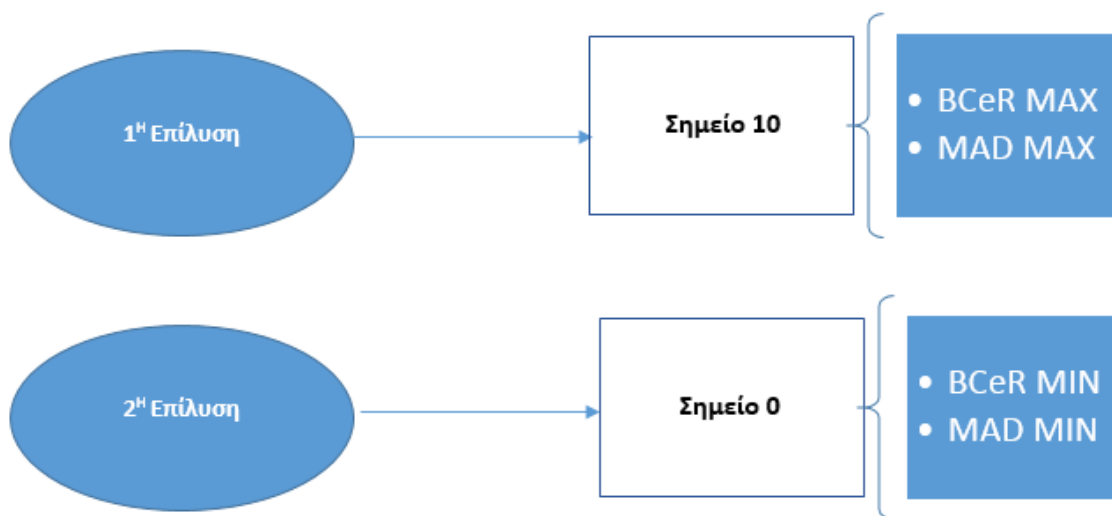
$$\sum_{i=1}^n (BC)_{ij} \leq 0,5 \quad (48)$$

όπου το $i = 1, \dots, n$ συμβολίζει όλα τα προϊόντα συγκεκριμένης κατηγορίας.

Στην παρούσα εργασία τα προϊόντα που εξετάζονται ανήκουν στην ίδια κατηγορία, οπότε ο περιορισμός αυτός δε χρησιμοποιείται.

4.3.2 Μέθοδος Επίλυσης

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα οι αντικειμενικές είναι περισσότερες από μία οπότε θα χρησιμοποιηθεί μέθοδος πολυκριτηριακής αριστοποίησης. Ειδικότερα θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος AUGMECON, όπως αυτή αναλύεται στην εισαγωγή. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, λύνουμε το πρόγραμμα για τη βελτιστοποίηση (μεγιστοποίηση) της πρώτης αντικειμενικής συνάρτησης. Η λύση, έδινε τη βέλτιστη τιμή για την 1^η (μεγαλύτερη) και τη χειρίστη τιμή (μεγαλύτερη) για τη 2^η ΑΣ. Έστω αυτό το σημείο 10. Στη συνέχεια, έγινε η επίλυση για τη βελτιστοποίηση (ελαχιστοποίηση) της 2^{ης} αντικειμενικής συνάρτησης. Η λύση που προέκυψε έδινε τη χειρίστη τιμή (ελάχιστη) για την 1^η ΑΣ και τη βέλτιστη (ελάχιστη) για την 2^η ΑΣ (σημείο 0).



Σχήμα 6: Σχηματική απεικόνιση των δύο πρώτων επαναλήψεων της AUGMECON

Πίνακας 5: Πίνακας αποδόσεων

	$(BC)_{ij}$		$BCeR$	MAD
10	0,622	0,262	25,226	25,958
	0,05	0,066		
0	0,05	0,301	8,399	7,073
	0,599	0,05		

Στη συνέχεια χωρίζουμε το διάστημα μεταξύ της τιμής του MAD MAX και της τιμής του MAD MIN σε 10 ίσα διαστήματα, με αποτέλεσμα να προκύπτουν άλλες 9 τιμές για το MAD πέραν αυτές του μηδενικού (0^{00}) και του δέκατου (10^{00}) σημείου. Λύνουμε επανειλημμένα το πρόγραμμα ορίζοντας κάθε φορά μια τιμή από αυτές των 9 σημείων για το MAD, βελτιστοποιώντας το BCeR.

Έτσι, έχουμε συνολικά 11 σημεία x_i ($MAD_i, BCeR_i$) για το καρτεσιανό σύστημα αξόνων $MAD, BCeR$.

Παράλληλα με την καταγραφή των τιμών των ΑΣ για τα διάφορα σημεία, καταγράφονται και οι τιμές της μεταβλητής απόφασης, $(BC)_{ij}$.

4.3.3 Αποτελέσματα πολυκριτηριακής αριστοποίησης

Τα σημεία που προέκυψαν από την παραπάνω διαδικασία φαίνονται ακολούθως:

Πίνακας 6 : Πίνακας με τις τιμές των ικανών σημείων στα κριτήρια και στη μεταβλητή απόφασης

	$(BC)_{ij}$		$BCeR$	MAD
10	0,622	0,262	25,226	25,958
	0,05	0,066		
9	0,551	0,302	23,752	24,07
	0,097	0,05		
8	0,497	0,302	22,095	22,181
	0,151	0,05		
7	0,443	0,302	20,439	20,293
	0,205	0,05		
6	0,389	0,302	18,782	18,404
	0,259	0,05		
5	0,335	0,302	17,126	16,516
	0,313	0,05		
4	0,281	0,302	15,47	14,627
	0,367	0,05		
3	0,224	0,302	13,748	12,739
	0,424	0,05		
2	0,166	0,302	11,969	10,85
	0,482	0,05		
1	0,108	0,302	10,19	8,962
	0,54	0,05		
0	0,05	0,301	8,399	7,073
	0,599	0,05		

Τα σημεία-λύσεις ορίζουν το σύνολο των εφικτών ή αλλιώς Pareto λύσεων. Ακολούθως φαίνεται το σχετικό διάγραμμα για τις τιμές των δύο κριτηρίων ($MAD, BCeR$).



Εικόνα 17: Διαγραμματική απεικόνιση του Συνόρου Pareto

Τα σημεία με μπλε χρώμα (0 έως 10) είναι αυτά που ανήκουν στο σύνορο Pareto. Αλλάζοντας τις τιμές για το MAD λίγο πάνω και λίγο κάτω από αυτές που αντιστοιχούν στο σύνορο Pareto βλέπουμε τη συμπεριφορά του μοντέλου. Τα πορτοκαλί σημεία βρίσκονται εκτός του συνόρου με MAD μεγαλύτερο του μεγίστου (όπως αυτό προκύπτει από την AUGMECON) και τιμή BCeR ίση με αυτή που αντιστοιχεί στο μέγιστο MAD. Δηλαδή, όσο και να δεχθούμε τη χειροτέρευση της τιμής της 2^{ης} ΑΣ η 1^η δε βελτιώνεται περαιτέρω. Οι λύσεις αυτές καθίστανται υποδεέστερες (weekly efficient), καθώς κυριαρούνται από τη λύση του 10^{ου} σημείου. Κατά την ανάλυση στο κατώτερο άκρο του συνόρου, διαπιστώνουμε πως για τιμές MAD μικρότερες από αυτή που ορίζεται ως ελάχιστη από τη μέθοδο AUGMECON, οι λύσεις που προκύπτουν είναι μη εφικτές. Μέσω αυτής της μικρής μελέτης ευαισθησίας, επαληθεύονται τα άκρα του συνόρου.

Σε ό,τι αφορά τις λύσεις που ανήκουν στο σύνορο Pareto, σύμφωνα με τον ορισμό ισχύει το εξής: Δε γίνεται να βελτιωθεί η τιμή της μίας ΑΣ συνάρτησης χωρίς να χειροτερεύσει η τιμή της άλλης. Αυτό φαίνεται και στο διάγραμμα, καθώς διατρέχοντας τα σημεία από το 0 έως το 10 μπορούμε να παρατηρήσουμε πως ενώ αυξάνεται η απόδοση (βελτιώνεται η τιμή της 1^{ης} ΑΣ) αυξάνεται παράλληλα και ο κίνδυνος (χειροτερεύει η τιμή της 2^{ης} ΑΣ). Αντίστοιχα, εάν παρατηρήσουμε αντίστροφα τα σημεία (από το 10 έως το 0), ενώ μειώνεται ο κίνδυνος (βελτιώνεται η τιμή της 2^{ης} ΑΣ), μειώνεται παράλληλα και η απόδοση (χειροτερεύει η τιμή της 1^{ης} ΑΣ).

4.3.4 Επιλογή Χαρτοφυλακίου

Επιλέγεται η λύση που απεικονίζεται μέσω του 4^{ου} σημείου, ως μια ορθολογική επιλογή, σε σχέση με τις συντηρητικές ή ριψοκίνδυνες επιλογές των ακραίων σημείων του συνόρου. Οι τιμές των δύο αντικειμενικών συναρτήσεων και της μεταβλητής απόφασης για το επιλεχθέν σημείο έχουν ως εξής:

Πίνακας 7: Πίνακας με τις τιμές του σχετικά βέλτιστου σημείου στα κριτήρια και τη μεταβλητή απόφασης

Σημείο	$(BC)_{ij}$		$BCeR$	MAD
4 _ο	0,281	0,302	15,47	14,627
	0,367	0,05		

Θεωρώντας ένα αρχικό κεφάλαιο (IB) ίσο με 500.000 ευρώ, το ποσό που θα πρέπει να δαπανηθεί για τους 4 συνδυασμούς μάρκας προϊόντος-πελάτη ($Cap(BC)_{ij}$) είναι οι ακόλουθες:

Πίνακας 8 : Πίνακας με τις τιμές των τελικών κεφαλαίων ανά συνδυασμό μάρκας-πελάτη

$(BC)_{ij}$	$Cap(BC)_{ij}$ (€)
BC(1,1)	140.500
BC(1,2)	151.000
BC(2,1)	183.500
BC(2,2)	25.000

Για τη συμπλήρωση του ανωτέρω πίνακα έγινε χρήση της σχέσης:

$$Cap(BC)_{ij} = IB \cdot (BC)_{ij} \quad (49)$$

4.4 Αριστοποίηση Χαρτοφυλακίου Προωθητικού Πλάνου

Ο σκοπός είναι να επενδυθεί το διαθέσιμο κεφάλαιο για κάθε συνδυασμό, που έχει προκύψει από την πρώτη αριστοποίηση, σε προωθητικές ενέργειες με τέτοιο τρόπο ώστε να η απόδοση του προωθητικού πλάνου να μεγιστοποιηθεί. Πρόκειται για μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση για ένα πρόβλημα ακέραιου, γραμμικού προγραμματισμού.

4.4.1 Γενικά Στοιχεία

Στα υψηλής ακροαματικότητας μέσα αντιστοιχεί ο δείκτης h (high) και στα μέσης ακροαματικότητας αντιστοιχεί ο δείκτης m (medium) που εμφανίζονται στο μαθηματικό πρότυπο. Κάθε προωθητική ενέργεια υψηλής ή μεσαίας ακροαματικότητας έχει συνδεθεί με δύο χαρακτηριστικά μεγέθη:

- rh_{ijt}, rm_{ijt} μεγέθη τα οποία εκφράζουν το σύνολο του όγκου πωλήσεων σε όρους αξίας (MEUR) για μια μάρκα ανά εβδομάδα (MVal), για την περίπτωση που πραγματοποιήθηκε υψηλής ή μεσαίας ακροαματικότητας προωθητική ενέργεια αντίστοιχα
- rhc_{ij}, rmc_{ij} , μέγεθος το οποίο αναφέρεται σε μέσο κόστος για την προώθηση κάθε εμπορικής δραστηριότητας υψηλής και μεσαίας ακροαματικότητας αντίστοιχα για κάθε συνδυασμό μάρκας-πελάτη. Ο υπολογισμός των μεγεθών αυτών προκύπτει ως εξής:

$$\begin{aligned} rhc_{ij} &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T rcoh_{ijt} \\ rmc_{ij} &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T rcom_{ijt} \end{aligned} \quad (50)$$

όπου τα μεγέθη $rcoh_{ijt}, rcom_{ijt}$ αναφέρονται στο κόστος για τον συγκεκριμένο πελάτη για κάθε εβδομάδα για δραστηριότητα υψηλής και μεσαίας ακροαματικότητας αντίστοιχα. Τα μεγέθη αυτά προκύπτουν με τη σειρά τους ως εξής:

$$\begin{aligned}
rcoh_{ijt} &= (PpSU_{ij}max - PpSUh_{ijt}) (MVol_{tot} \cdot ShVol_{ijt}) \\
rcom_{ijt} &= (PpSU_{ij}max - PpSUM_{ijt}) (MVol_{tot} \cdot ShVol_{ijt})
\end{aligned}
\tag{51}$$

Όπου $PpSU_{ij}max$ είναι η μέγιστη τιμή ανά στατιστική μονάδα κατά τη διάρκεια όλων των περιόδων, $PpSU_{ijt}$ είναι η τιμή ανά στατιστική μονάδα κατά την περίοδο που έλαβε χώρα η προωθητική ενέργεια, $MVol_{tot}$ είναι η συνολική ποσότητα που πωλήθηκε κατά τη συγκεκριμένη περίοδο (ανά εβδομάδα) εκπεφρασμένη σε στατιστικές μονάδες και $ShVol_{ijt}$ είναι το μερίδιο (ποσοστό) επί της συνολικής ποσότητας του συγκεκριμένου συνδυασμού μάρκας – πελάτη κατά το ίδιο χρονικό διάστημα. Η ίδια ακριβώς μέθοδος χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του κόστους για μεσαίας ακροαματικότητας προωθητική ενέργεια ($rmco_{ijt}$).

4.4.2 Το Μαθηματικό Πρότυπο

4.4.2.1 Μεταβλητές Απόφασης

(i) $PPhc_{ij}$ (ii) $PPmc_{ij}$

Οι συγκεκριμένες μεταβλητές παίρνουν ακέραιες τιμές και εκφράζουν το πλήθος των προωθητικών ενεργειών που θα πραγματοποιηθούν για συγκεκριμένη μάρκα προϊόντος σε συγκεκριμένο πελάτη. Η μεταβλητή $PPhc_{ij}$ αναφέρεται σε πλήθος προωθητικών ενεργειών υψηλής ακροαματικότητας και η μεταβλητή $PPmc_{ij}$ σε αντίστοιχες ενέργειες χαμηλής ακροαματικότητας. Οι δείκτες i, j παίρνουν τιμές όπως προηγουμένως.

4.4.2.2 Αντικειμενική συνάρτηση

Μεγιστοποίηση της αναμενόμενης απόδοσης του εμπορικού πλάνου

$$CPeR = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m CPeR_{ij} \quad (52)$$

Η μεταβλητή $CPeR_{ij}$ αναφέρεται στην αναμενόμενη απόδοση του εμπορικού πλάνου προωθητικών ενεργειών για κάθε συνδυασμό μάρκας πελάτη, έχει μονάδες χιλιάδες ευρώ (MEUR) και υπολογίζεται ως εξής:

$$CPeR_{ij} = PPhc_{ij} \overline{Vh_{ij}} + PPmc_{ij} \overline{Vm_{ij}} \quad (53)$$

Οι μεταβλητές $PPhc_{ij}$ και $PPmc_{ij}$ είναι οι μεταβλητές αριστοποίησης. Οι συντελεστές $\overline{Vh_{ij}}$, $\overline{Vm_{ij}}$ αναφέρονται στις ανηγμένες ως προς μια τιμή (που θεωρείται βάση) μέσες τιμές των μεριδίων αγοράς σε αξία για τις περιόδους που διενεργήθηκαν υψηλής και χαμηλής ακροαματικότητας, αντίστοιχα, προωθητικές ενέργειες. Υπολογίζονται ως εξής:

$$\overline{Vh_{ij}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{Vh_{ijt} - Vb_{ij}}{Vb_{ij}} \quad \text{και} \quad \overline{Vm_{ij}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{Vm_{ijt} - Vb_{ij}}{Vb_{ij}} \quad (54)$$

Η μεταβλητή Vb_{ij} αντιστοιχεί στο μερίδιο αγοράς σε όρους αξίας για τη μέγιστη τιμή του μεγέθους $PpSU$ (τιμή κόστους ανά στατιστική μονάδα) για όλο το χρονικό διάστημα που εξετάζεται, ανά μάρκα και ανά πελάτη. Η παραδοχή αυτή γίνεται βάσει της θεώρησης ότι η μέγιστη τιμή ανά στατιστική μονάδα όγκου πωλήσεων αντιστοιχεί στην περίπτωση όπου δεν έχει γίνει εκπωτική ενέργεια άρα κατ'επέκταση ούτε και προωθητική ενέργεια.

Για το 2x2x3 πρόβλημα:

$$\begin{aligned}\overline{Vh_{11}} &= \frac{(Vh_{111} - Vb_{11}) + (Vh_{112} - Vb_{11}) + (Vh_{113} - Vb_{11})}{3Vb_{11}} \\ \overline{Vh_{12}} &= \frac{(Vh_{121} - Vb_{12}) + (Vh_{122} - Vb_{12}) + (Vh_{123} - Vb_{12})}{3Vb_{12}} \\ \overline{Vh_{21}} &= \frac{(Vh_{211} - Vb_{21}) + (Vh_{212} - Vb_{21}) + (Vh_{213} - Vb_{21})}{3Vb_{21}} \\ \overline{Vh_{22}} &= \frac{(Vh_{221} - Vb_{22}) + (Vh_{222} - Vb_{22}) + (Vh_{223} - Vb_{22})}{3Vb_{22}}\end{aligned}\tag{55}$$

και

$$\begin{aligned}\overline{Vm_{11}} &= \frac{(Vm_{111} - Vb_{11}) + (Vm_{112} - Vb_{11}) + (Vm_{113} - Vb_{11})}{3Vb_{11}} \\ \overline{Vm_{12}} &= \frac{(Vm_{121} - Vb_{12}) + (Vm_{122} - Vb_{12}) + (Vm_{123} - Vb_{12})}{3Vb_{12}} \\ \overline{Vm_{21}} &= \frac{(Vm_{211} - Vb_{21}) + (Vm_{212} - Vb_{21}) + (Vm_{213} - Vb_{21})}{3Vb_{21}} \\ \overline{Vm_{22}} &= \frac{(Vm_{221} - Vb_{22}) + (Vm_{222} - Vb_{22}) + (Vm_{223} - Vb_{22})}{3Vb_{22}}\end{aligned}\tag{56}$$

4.4.2.3 Περιορισμοί (α) Περιορισμοί Πληρότητας

Μία προωθητική δραστηριότητα για κάθε συνδυασμό μάρκας-πελατη μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνο εφόσον το ποσό που θα διατεθεί σε αυτή είναι μεγαλύτερο ή ίσο με το κόστος της. Έτσι προκύπτει ο επόμενος περιορισμός:

$$Cap(BC)_{ij} \geq PPhc_{ij}rhco_{ij} + PPmc_{ij}rmco_{ij}, \text{ με } i = 1, \dots, n \text{ και } n=5 \text{ και } j = 1, \dots, m \text{ και } m=5 \quad (57)$$

Για το 2x2 πρόβλημα:

$$\begin{aligned} Cap(BC)_{11} &\geq PPhc_{11}rhco_{11} + PPmc_{11}rmco_{11} \\ Cap(BC)_{12} &\geq PPhc_{12}rhco_{12} + PPmc_{12}rmco_{12} \\ Cap(BC)_{21} &\geq PPhc_{21}rhco_{21} + PPmc_{21}rmco_{21} \\ Cap(BC)_{22} &\geq PPhc_{22}rhco_{22} + PPmc_{22}rmco_{22} \end{aligned} \quad (58)$$

(β) Περιορισμοί Εταιρικής Προτίμησης ως προς τα μέσα προώθησης

Ο περιορισμός αυτός εκφράζει την πολιτική της εταιρείας ως προς τα υψηλής και μεσαίας ακροαματικότητας μέσα προώθησης. Έτσι, μέσω αυτού ο προμηθευτής μπορεί να εκφράσει τις προτιμήσεις του σε σχέση με το είδος των προωθητικών ενεργειών (υψηλής ή χαμηλής ακροαματικότητας) που θέλει να χρησιμοποιήσει. Όσο υψηλότερο είναι το κάτω όριο που θα τεθεί από τον προμηθευτή τόσο πιο ριψοκίνδυνη χαρακτηρίζεται η επιχειρηματική του συμπεριφορά, καθώς έτσι αυξάνεται μεν η αναμενόμενη απόδοση αλλά το ίδιο συμβαίνει και για τον επικείμενο κίνδυνο. Στην περίπτωση που μελετάται, το κάτω όριο είναι της τάξης του 40%, ενώ το άνω όριο ανέρχεται στο 50%. Με λίγα λόγια το ποσό του αρχικού κεφαλαίου που θα αναλογεί σε υψηλής ακροαματικότητας προωθητικές ενέργειες θα είναι ανάμεσα στο 40% και το 50% αυτού. Εν γένει οι υψηλής ακροαματικότητας προωθητικές ενέργειες έχουν αυξημένα λειτουργικά κόστη σε σχέση με τις ενέργειες μεσαίας ακροαματικότητας, ωστόσο προτιμώνται από τους προμηθευτές, καθώς είναι πιο αποδοτικές. Ακολουθεί η μαθηματική έκφραση:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m PPhc_{ij} \geq 0.4 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (PPhc_{ij} + PPmc_{ij})$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m PPhc_{ij} \leq 0.5 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (PPhc_{ij} + PPmc_{ij})$$
(59)

Για το 2x2 πρόβλημα:

$$PPhc_{11} + PPhc_{12} + PPhc_{21} + PPhc_{22} \geq 0.4(PPhc_{11} + PPhc_{12} + PPhc_{21} + PPhc_{22} + PPmc_{11} + PPmc_{12} + PPmc_{21} + PPmc_{22})$$

$$PPhc_{11} + PPhc_{12} + PPhc_{21} + PPhc_{22} \leq 0.5(PPhc_{11} + PPhc_{12} + PPhc_{21} + PPhc_{22} + PPmc_{11} + PPmc_{12} + PPmc_{21} + PPmc_{22})$$
(60)

(γ) Περιορισμοί ανώτατου ορίου αριθμού προωθητικών ενεργειών

Μέσω του περιορισμού αυτού ο αποφασίζων μπορεί να δηλώσει μέγιστο αριθμό προωθητικών ενεργειών που θα ήθελε να διενεργήσει. Οι περιορισμοί αυτοί για τις δύο μεταβλητές απόφασης του προβλήματος ορίζονται μαθηματικά ως ακολούθως:

$$PPhc_{ij} \leq 10$$
(61)

$$PPmc_{ij} \leq 10$$
(62)

Για το 2x2 πρόβλημα:

$$PPhc_{11} \leq 10, PPhc_{12} \leq 10, PPhc_{21} \leq 10, PPhc_{22} \leq 10$$

$$PPmc_{11} \leq 10, PPmc_{12} \leq 10, PPmc_{21} \leq 10, PPmc_{22} \leq 10$$
(63)

4.4.3 Αποτελέσματα 2^{ης} Αριστοποίησης

Τα αποτελέσματα της μονοκριτηριακής αριστοποίησης συγκρότησης προωθητικού πλάνου φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί:

Πίνακας 9: Τιμές των μεταβλητών απόφασης $PPhc_{ij}$ και $PPmc_{ij}$

$PPhc_{ij}$		$PPmc_{ij}$	
0	2	10	6
10	1	3	0

Για την τιμή της ΑΣ: $CPeR=450,293$

Σε δύο από τους τέσσερις συνδυασμούς μάρκας-πελάτη προτείνεται η διεξαγωγή 0 και 10 το πλήθος προωθητικών ενεργειών, δηλαδή οι μεταβλητές παίρνουν τις τιμές των άκρων. Το 0 είναι το κάτω όριο λόγω της θετικής ακέραιας υποχρεωτικά τιμής της μεταβλητής απόφασης και το 10 είναι το άνω όριο που έχει τεθεί από την αποφασίζουσα εταιρεία. Το συγκεκριμένο αποτέλεσμα εμφανίζεται τόσο για την περίπτωση των υψηλής ακροαματικότητας προωθητικών ενεργειών όσο και των μεσαίας, με τη διαφορά ότι αφορούν σε διαφορετικούς συνδυασμούς μάρκας-πελάτη. Αυτό θα μπορούσε να οφείλεται στο γεγονός ότι οι συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης για τους διάφορους συνδυασμούς διαφέρουν κατά πολύ μεταξύ τους.

Επίσης, παρατηρήθηκε, πως αυξάνοντας την τιμή του αρχικού κεφαλαίου που διατίθεται και επομένως των επιμέρους κεφαλαίων για τον κάθε συνδυασμό μάρκας-πελάτη, οι τιμές των μεταβλητών που απέχουν από το άνω όριο αυξάνονται κατά πολύ. Αυτό συμβαίνει καθώς ο πρώτος περιορισμός που απαιτεί το συνολικό κόστος διεξαγωγής των προωθητικών ενεργειών να είναι μικρότερο ή ίσο από το διατιθέμενο κεφάλαιο για τον συνδυασμό, χαλαρώνει και επιτρέπει την εύρεση ακέραιων λύσεων με μεγαλύτερες τιμές.

Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα και προτάσεις

Η μέθοδος που μελετήθηκε στη συγκεκριμένη εργασία εισήγαγε έναν επιστημονικό τρόπο για την επίλυση του ζητήματος κατανομής πόρων σε συνδυασμούς μάρκας-πελάτη και περαιτέρω σε προωθητικές ενέργειες για μια εταιρεία που ανήκει στον κλάδο των FMCGs. Η μελλοντική διερεύνηση του θέματος στο αντικείμενο κινείται στους ακόλουθους άξονες:

- Την προσθήκη ακόμα περισσότερων περιορισμών, καθώς και κριτηρίων απόφασης για την καλύτερη προσέγγιση του πραγματικού προβλήματος
- Τη διεύρυνση του μοντέλου για μεγαλύτερο αριθμό προϊόντων και πελατών
- Τη σύνθεση των δύο επιμέρους προβλημάτων και την ταυτόχρονη επίλυσή τους που θα περιλαμβάνει τουλάχιστον τρεις αντικειμενικές συναρτήσεις, όπως αυτές αναλύθηκαν .
- Την ανάλυση προωθητικού πλάνου συμπεριλαμβανομένων και των ενεργειών χαμηλής ακροαματικότητας
- Τον περαιτέρω επιμερισμό των προωθητικών ενεργειών υψηλής ακροαματικότητας ανά μέσο προώθησης (τηλεόραση, ραδιόφωνο, κοινωνικά δίκτυα)
- Την εφαρμογή του μοντέλου για συντελεστές των οποίων οι τιμές δε θα χαρακτηρίζονται από αβεβαιότητα (τυχαίες μεταβολές), όπως στη συγκεκριμένη περίπτωση, με σκοπό την καλύτερη αξιολόγηση του μοντέλου

Τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από τη μελέτη είναι ορθολογικά και εναρμονισμένα με τις προτιμήσεις της υπό μελέτη εταιρείας. Το μοντέλο, πέραν από αυτή καθ'αυτή την εύρεση των μη υποδεέστερων λύσεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την προσομοίωση πολλών εναλλακτικών σεναρίων και τον προσδιορισμό πολλαπλών λύσεων προς αξιολόγηση από τη διοίκηση της εταιρείας. Η χρησιμότητά του έγκειται επίσης στο γεγονός ότι χρησιμοποιείται σε δυναμικό χρόνο, δηλαδή κάθε περίοδο επίλυσης εισάγονται οι τιμές των συντελεστών των T τελευταίων περιόδων και επιλύεται το πρόβλημα από την αρχή, επιτρέποντας έτσι την προσαρμογή της εταιρείας στο δυναμικό περιβάλλον της αγοράς. Τέτοιου είδους εργαλεία, όπως το κατασκευασθέν, με την προσφορά τους στην αντιμετώπιση της πολυπλοκότητας των Διπλωματική εργασία – Τσιλιγιάννη Χριστιάνα 92

σύγχρονων προβλημάτων και στην αντικειμενοποίησή τους μπορούν να λειτουργήσουν ως αξιόπιστος σύμβουλος για τον άνθρωπο, πριν εκείνος κληθεί να λάβει την τελική απόφαση.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Knowledge@Wharton and SAP, “Simplifying the Future of Work Study” (<http://d1c25a6gwz7q5e.cloudfront.net/reports/2015-03-03-Business-Simplification-2015-The-Unmet-Strategic-Imperative.pdf>)
2. Ευρετήριο Οικονομικών Όρων (<http://www.euretirio.com/xartofylakio-portfolio/>)
3. Harry Markowitz. Portfolio Selection. , The Journal of Finance 1952; 7; 77-91.
4. Στογιάννος Παναγιώτης. Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου στη διαμόρφωση του μίγματος ηλεκτροπαραγωγής στην Ευρωπαϊκή Ένωση. , Σχολή Χημικών Μηχανικών ΕΜΠ, Αθήνα; 2012
5. Μακρής Στυλιανός. Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου και αποτίμηση περυσιακών στοιχείων. , Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών ΕΜΠ, Αθήνα; 2014
6. Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman. Introduction to Operations Research. Holden-Day editions: Stanford University; 2001.
7. Δούμπος Μ, Ζαπουνιδης Κ, Ματσατσίνης Ν.Φ, Γρηγορούδης Ε. Πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων-Μεθοδολογικές προσεγγίσεις και εφαρμογές, , Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών: Αθήνα; 2004.
8. Russell L. Ackoff .The development of Operations Research as a science. , Case Institute of Technology 1956; 4; 265–295.
9. Bernard Roy. Nonconvex optimization and its applications: Multicriteria Methodology for Decision Aiding. Springer Science & Business Media; 2013
10. Παπλά Νεκταρία-Κονδύλω. Πολυκριτηριακή Ανάλυση και Χωροθέτηση Τραπεζικών Καταστημάτων. , Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα; 2009
11. Γεώργιος Μαυρωτάς. Πολυκριτηριακός Προγραμματισμός σε συνθήκες αβεβαιότητας. Κατασκευή Συστήματος Υποστήριξης Αποφάσεων και εφαρμογή στον ενεργειακό σχεδιασμό. , Τμήμα Χημικών Μηχανικών ΕΜΠ, Αθήνα; 2000
12. Jared L. Cohon, David H. Marks. A review and evaluation of multiobjective programming techniques. , Water Resources Research 1975; 11.

13. Ευστρατιάδης Α, Κουτσογιάννης Δ. Πολυκριτηριακή ανάλυση, Διαχείριση Υδατικών Πόρων, Διδακτικές Σημειώσεις για τον Τομέα Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
14. Isermann H. Linear Lexicographic optimization. , Operations-Research-Spektrum 1982; 4; 223-228.
15. A. Brooke, D. Kendrick, A. Meeraus, R.Raman. GAMS: A user's guide. GAMS development corporation: Washington; 1998.
16. George Mavrotas. Effective Implementation of the ϵ -constraint method in Multi-Objective Mathematical Programming Problems. , Elsevier 2009; 213; 455-465.
17. Feinstein C., Thapa M.N., Notes: A Reformulation of a Mean-absolute Deviation Portofolio Optimization Model. Management Science 1993; 39; 1552-1553
18. P&G's official site (2015). Retrieved from <http://us.pg.com/>
19. Yahoo Finance (2015). Retrieved from <http://finance.yahoo.com/q?s=PG>
20. Ignizio J.P. Programming in Single- & Multiple- Objective Systems. Englewood Cliffs, Prentice Hall, New Jersey; 1982.
21. Murtagh B.A. Advanced Linear Programming: Computation and Practice. McGraw-Hill. 1981.
22. Σίσκος Γ, Γραμμικός Προγραμματισμός. Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών: Αθήνα; 1998.
23. Hwang C.L, Masud A. Multiple Objective Decision Making. Methods and Applications: A State of the Art Survey, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 1979; 164.
24. Benayoun R., de Montgolfier, Tergny J., Laritchev O. Linear Programming with Multiple Objective Functions: Step Method (STEM). Mathematical Programming 1; 336-375.
25. Zionts S., Wallenius J. An Interactive Programming Method for Solving the Multiple Criteria Problem. Management Science 22, 652-663.
26. Zionts S., Wallenius J. An Interactive Multiple Pbjective linear Programming for a Class of Underlying Nonlinear Utility Functions. Management Science 29; 519-529.
27. Brooke A., Kendrick D., Meeraus A., GAMS: A User's Guide. San Francisco: The Scientific Press; 1988.

28. Fox M., Further Reduction of the Konno-Yamazaki Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

6.1 Κώδικας για την πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση (1^η)

```
Sets
i brands /A,B/
j customers /A,B/
t time /1*44/

positive variables
BC(i,J) weight of i product in j customer
Y(t) auxiliary variable for MAD
Capital_BC(i,j)

Free variables
BCeR
CPeR
MAD
;

Table e(i,j) the average share return of the ith brand and the jth customer
      A          B
A    32.23984091  18.91354545
B     1.656818182  2.032795455;

Parameter co(j) the value share(%) of the jth customer in total
/A    0.21
B     0.11/;

Parameter bsh(i) the previous fiscal year's average market share of the ith brand
/A    0.351
B     0.116/;
```

Parameter min c(j) the lower bound constraint for the jth customer of all the brands
 /A 0.126
 B 0.0666/;

Table dr(t,i,j) previous deviations from average return (dr)

	A.B	A.B	A.B	A.B
1	-29.27184	-14.51255	4.18518	-0.97980
2	-29.35984	-14.75755	2.65118	-0.75480
3	-29.23584	-13.92555	0.24818	-0.81280
4	-28.28584	-14.94055	1.80818	-1.18880
5	282.37716	-15.07955	-0.05482	-1.07080
6	-27.13684	153.50545	-0.35882	-1.64080
7	-22.02784	11.94545	4.11218	-0.52780
8	-23.74384	11.53345	2.94618	37.16620
9	-28.13584	4.59545	0.51818	-1.43480
10	-24.76684	90.02145	1.45818	-1.13180
11	-25.88384	-14.48455	0.23218	-1.17580
12	-24.38384	-14.03255	1.82118	-0.98080
13	-17.32684	-14.22755	0.09818	-1.07480
14	3.61316	-13.58255	1.96018	-1.17980
15	4.95116	-14.13255	2.03118	-1.34180
16	-12.30884	-13.91755	2.61318	-0.72880
17	-20.69184	-8.90155	3.84018	29.36520
18	-24.91284	-5.25355	-0.22482	-1.86880
19	-22.95584	-7.24555	0.65518	-1.89180
20	220.91916	-13.64955	-0.95982	-1.92880
21	-25.51184	-14.59755	-0.35282	-1.87880
22	-26.68384	54.28645	-0.92882	-1.97080
23	-26.03384	-14.73155	0.31418	-1.86680
24	-25.03684	-13.84955	-0.49382	-1.94080
25	-24.82884	-13.95255	-1.30482	-1.87380
26	-25.61584	-15.24555	-1.36882	-1.94980
27	-24.87584	-14.32655	-1.02282	-1.16080

27	-24.87584	-14.32655	-1.02282	-1.16080
28	118.24216	-12.38055	-1.31582	-1.65280
29	-25.44384	-12.45855	-1.45082	-1.94980
30	-24.04184	64.73745	-1.32382	-1.94980
31	-24.40684	-14.52955	-1.30682	-1.97780
32	-25.70884	-14.81555	-1.47782	-1.92980
33	-22.31684	-1.52655	-1.43382	-1.91880
34	-22.41784	60.29045	-1.35982	-1.98080
35	-21.39184	-1.68255	-1.29382	-1.93880
36	-24.07484	-12.15055	-1.52382	-1.88980
37	-1.87484	-13.08955	-1.42782	-1.95280
38	264.25316	-12.92555	-1.53382	-1.31680
39	-24.77484	-12.02255	-1.40182	-1.93080
40	-24.73984	-13.25555	-1.47382	-1.99280
41	-25.94984	-13.03355	-1.55282	-1.99080
42	-24.11084	-10.20455	-1.55282	-1.88480
43	-20.31284	-13.53555	-1.46182	-1.95980
44	-13.77484	-13.95855	-1.53182	-1.95980

;

Equations

Brand_customer_portfolio_expected_return objective function

Brand_customer_portfolio_semimean_absolute_deviation1(t) objective function

Brand_customer_portfolio_semimean_absolute_deviation2(t) objective function

MAD_definition

Capital_equation(I,J) the final capital to be in invested in each brand and customer

Competitive_legal_up(j)

Competitive_legal_lo(j)

```

Brand_customer_level_completeness
Brand_diversification_adjustment(i)
Customer_diversification_adjustment(j)
Market_risk_adjustment_A
Market_risk_adjustment_B
Non_zero(i,j)
;

Brand_customer_portfolio_expected_return.. BCeR =e= sum((i,j),e(i,j)*BC(i,j));
Brand_customer_portfolio_semimean_absolute_deviation1(t)..sum((i,j), BC(i,j)*dr(t,i,j))+Y(t) =g= 0 ;
Brand_customer_portfolio_semimean_absolute_deviation2(t)..sum((i,j), BC(i,j)*dr(t,i,j))-Y(t) =l= 0 ;
MAD_definition.. sum(t,Y(t))/card(t)=e=MAD;
Competitive_legal_up(j).. sum(i, BC(i,j)) =l= 3.2* co(j);
Competitive_legal_lo(j) .. sum(i, BC(i,j)) =g= 0.7* co(j);
Brand_customer_level_completeness .. sum((i,j), BC(i,j)) =e= 1;
Brand_diversification_adjustment(i) .. sum(j, BC(i,j)) =g= Bsh(i);
Customer_diversification_adjustment(j) .. sum(i, BC(i,j)) =g= min_c(j);
Non_zero(i,j)..BC(i,j) =g= 0.05 ;
Market_risk_adjustment_A.. sum(i,BC(i,"B"))=g= 0.2;
Market_risk_adjustment_B.. sum(i,BC(i,"B"))=l= 0.4;

MAD.up=7;

model Allocation_problem /all/;
solve Allocation_problem using mip maximizing BCeR;
*solve Allocation_problem using mip minimizing MAD;

```

6.2 Κώδικας για τη μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση (2^η)

```
Sets
i brands /A, B/
j customers /A, B/

Integer variables
PPhc(i,j) number of high awareness events for ith brand in jth customer
PPmc(i,j) number of medium awareness events for ith brand in jth customer ;

Free variables
CPeR;

Table valh(i,j) the average value share of the ith brand in the jth customer high awareness tool
      A      B
A  23.842122  15.36398786
B   0         344.547619;

Table valm(i,j) the average value share of the ith brand in the jth customer medium awareness tool
      A      B
A  1.55774  2.07452
B  0.66426  0;

Table rhco(i,j) the cost of high awareness event for the ith brand in the jth customer
      A      B
A  205569   54448
B   0       13946;

Table rmco(i,j) the cost of medium awareness event for the ith brand in the jth customer
      A      B
A   9393    6067
B   242     0;
```

Table Capital_BC(i,j) the allocated amount in the ith brand and the ith customer

	A	B
A	140500	151000
B	183500	25000;

Equations

Customer_promo_plan_evaluation objective function

Customer_promo_plan_completeness(i,j)

MKTNG_plan_strategy_lowerbound

MKTNG_plan_strategy_upperbound

;

Customer_promo_plan_evaluation .. CPeR =e= (sum((i,j), PPhC(i,j)* Valh(i,j)))+(sum((i,j),PPmC(i,j)* Valm(i,j)));

Customer_promo_plan_completeness(i,j) .. Capital_BC(i,j) =g= PPhC(i,j)*rhco(i,j)+PPmC(i,j)*rmco(i,j);

MKTNG_plan_strategy_lowerbound .. sum((i,j) ,PPhC(i,j)) =g= 0.4*sum((i,j), PPhC(i,j)+PPmC(i,j));

MKTNG_plan_strategy_upperbound .. sum((i,j) ,PPhC(i,j)) =l= 0.5*sum((i,j), PPhC(i,j)+PPmC(i,j));

PPhC.up(i,j)=10;

PPmC.up(i,j)=10;

model Promoplan_problem /all/;

solve Promoplan_problem using mIP maximizing CPeR;

