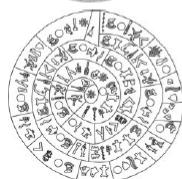




Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο



Ινστιτούτο Ηλεκτρονικής Δομής και Laser
Ιδρυμα Τεχνολογίας και Έρευνας (ITE)

Της περιβλήθη στα πλαίσια της ολοκλήρωσης των απαιτούμενων
για το Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

Μικροσυστήματα και Νανοδιατάξεις

Ποσοτικοποίηση θερμικού νέφους
χαμηλής θερμοκρασίας για την
παραγωγή συμπυκνώματος
Bose-Einstein μέσα σε μαγνητικη παγιδα
τύπου Ioffe-Pritchard

Χριστοδούλου Παναγιώτης

Επιβλέποντες:

Wolf von Klitzing

Γεώργιος Βαρελογιάννης

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2015



Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο



Ινστιτούτο Ηλεκτρονικής Δομής και Laser
Ιδρυμα Τεχνολογίας και Έρευνας (ITE)

Της περιόδου στην οποία αναπτύχθησαν τα πρώτα μεταπτυχιακά πρόγραμματα στην Επιστημονική Κοινότητα της Ελλάδας για την εξέταση της θερμοκρασίας των απαιτούμενων για το Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

Μικροσυστήματα και Νανοδιατάξεις

Ποσοτικοποίηση θερμικού νέφους χαμηλής θερμοκρασίας για την παραγωγή συμπυκνώματος Bose-Einstein μέσα σε μαγνητικη παγιδα τύπου Ioffe-Pritchard

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 24/9/2015

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

.....
Γ. Βαρελογιάννης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
I. Ράπτης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Λ. Τσέτσερης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2015

copyright © Παναγιώτης Χριστοδούλου, 2015
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευτούν ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Από τα πρώτα κιόλας χρόνια της πραγματοποίησης του συμπυκνώματος Bose-Einstein (BEC) μέχρι σήμερα, υπήρξαν υπεράριθμες προσπάθειες να υλοποιηθούν BECs με όσο το δυνατόν μεγαλύτερο αριθμό ατόμων. Παρόλο το μεγάλο ενδιαφέρον, μέχρι σήμερα υπήρξε δύσκολο να βρεθούν οι χρίσιμες παράμετροι για τη μεγιστοποίηση του αριθμού των συμπυκνωμένων ατόμων. Στις περισσότερες περιπτώσεις, η βελτιστοποίηση βασίζεται σε πειραματικές δοκιμές και οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται παραμένουν δίχως να περιγραφούν. Σε άλλες περιπτώσεις, οι ερευνητές κάνουν χρήση της πυκνότητας χώρου φάσης (phase-space density) ως την παράμετρο για αυτήν τη βελτιστοποίηση, η οποία στην πραγματικότητα δεν είναι ο κατάλληλος παράγοντας για την μεγιστοποίηση του αριθμού των ατόμων. Η εργασία αυτή παρουσιάζει τη θεωρητική παραγωγή μιας παραμέτρου, την οποία θα ονομάσουμε Παράγοντα Ποιότητας, για τη βελτιστοποίηση του αριθμού των συμπυκνωμένων ατόμων βασιζόμενη στις θεωρητικές αρχές της ψύξης με χρήση laser και της μαγνητο-οπτικής παγίδευσης καθώς επίσης και της μαγνητικής παγίδευσης και της ψύξης με εξάτμιση σε μία παγίδα του τύπου Ioffe-Pritchard. Η εξαχθείσα παράμετρος λειτουργεί με τον επιθυμητό τρόπο μόνο στην περίπτωση αυτής της παγίδας, καθώς στη διαδικασία παραγωγής της λάβαμε υπόψη μας τη συγκεχριμένη συμπεριφορά της και τη μορφή του δυναμικού που αυτή παρέχει. Παρόλα αυτά, οι βασικές ιδέες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την παραγωγή παρόμοιας παραμέτρου και για διαφορετικές παγίδες. Οι ιδιότητες του Παράγοντα Ποιότητας τον καθιστούν μοναδικό για τους σκοπούς μας. Η αύξουσα εξάρτηση του από τον αριθμό των ατόμων στο συμπύκνωμα τον καθιστά κατάλληλο για τη βελτιστοποίηση της διαδικασίας που οδηγεί στο συμπύκνωμα. Η σταθερή του τιμή καθόλη τη διαδικασία της μαγνητικής παγίδευσης και της εξάτμισης τον καθιστούν υπεύθυνο για την ποσοτικοποίηση του θερμικού νέφους. Η ικανότητα του νέφους να συνεισφέρει μεγάλα συμπυκνώματα εκφράζεται από την τιμή αυτού του παράγοντα. Η ανεξαρτησία του από τις παραμέτρους που καθορίζουν την παγίδα (πάντα έχοντας στο μυαλό ότι πρόκειται για τύπου Ioffe-Pritchard) τον κανουν έναν γενικό παράγοντα για σύγκριση των διάφορων νεφών στο ίδιο στάδιο του πειράματος, σε διαφορετικά στάδια και σε διαφορετικά εργαστήρια. Η εξαγωγή της παραμέτρου ακολουθείται από την πειραματική επιβεβαίωση των ιδιοτήτων της που επιβεβαιώνουν τη χρησιμότητά της, καθώς κι από αποτελέσματα της χρήσης αυτής στο πείραμα. Παρουσιάζονται αποτελέσματα για την ποσοτικοποίηση του νέφους, για την πρόβλεψη του χρίσιμου αριθμού των ατομών κατά την εμφάνιση του συμπυκνώματος ακόμα κι από τα πρώτα στάδια της διαδικασίας, για τη βελτίωση ή ακομα και τη βελτιστοποίηση των διάφορων σταδίων.

λέξεις κλειδιά: συμπύκνωμα Bose-Einstein, βελτιστοποίηση, ποσοτικοποίηση, Παράγοντας Ποιότητας, πρόβλεψη, παγίδα Ioffe-Pritchard, μαγνητο-οπτική παγίδα (MOT), εξάτμιση

Abstract

From the first years of BEC in dilute gases till now, there was a great amount of attempts to reach BECs with as large number of atoms as possible. Despite this interest, until now it has been difficult to find the critical parameters for the maximization of the number of the condensed atoms. In most cases, this maximization is based on trial and error and the methods often remain unmentioned. In other cases, researchers adopt the phase-space density (PSD) as the parameter for this optimization, which in fact is not the appropriate factor in order to maximize the number of the condensed atoms. This thesis presents a theoretical derivation of a parameter, which we call the Quality factor, for the optimization of the number of the condensed atoms based on theoretical principles of laser cooling and magneto-optical trapping as well as magnetic trapping and evaporative cooling in an Ioffe-Pritchard trap. The derived factor works well only in this kind of trap, since in the derivation we kept in mind its special behaviour and the potential it offers. However, the basic ideas can be used in order to extract a similar parameter for other traps, like the TOP-trap, as well. The properties of this Quality factor make it unique for our attempts. Its direct ascending relation with the condensed atom number makes it appropriate for the optimization of the processes which lead to BEC. Its constant value throughout the processes of magnetic trapping and evaporative cooling lays it responsible for the quantification of the thermal cloud. The quality of the cloud to give large BECs is expressed by the value of this Quality factor. Its independence of the trapping parameters (always keeping in mind that we use a Ioffe-Pritchard trap) makes it a global factor for the comparison of the thermal clouds. The derivation of this factor is followed by experimental results that prove and confirm the usefulness of it. Results for the quantification of the cloud in an Ioffe-Pritchard trap, the prediction of the critical atom number when BEC just occurs even from the first stages of cooling, the optimization of the processes of the magneto-optical trapping (MOT), the transfer of the cloud from the MOT to the Ioffe-Pritchard trap and evaporative cooling are presented. Additional properties, like the verification of the correctness of measurements of BEC are discussed.

keywords: BEC optimization, BEC quantification, Quality factor, Prediction, Ioffe-Pritchard trap, Magneto-optical trap (MOT), magnetic trapping and evaporative cooling.

Eυχαριστίες

Many people have supported me throughout the work of this thesis and I would like to thank them for their contribution in many and different ways.

First and foremost, I owe my gratitude to my supervisors, Prof.Georgios Varelogiannis for giving me his advice and the opportunity to be able to work in such an interesting field in the framework of my Master program "Microsystems and Nanostructures" and Dr.Wolf von Klitzing for allowing me to realize this thesis at his laboratory. Dr.Wolf von Klitzing graciously offered me his time and a continuous guidance from the beginning until the final revision of this research.

Without the financial support of the Onassis Foundation, which offered me a scholarship for graduate studies, this work would not have been possible. I would like to take the opportunity to thank the Onassis Foundation for its generosity. I am very honoured to be recipient of this award. Special thanks to Mrs Antigoni Chantzolou who made everything simple during this scholarship.

In the laboratory I had the chance to cooperate with a large number of people, who offered me their knowledge. Dr.Vasiliki Bolpasi, who worked beside me as a post doc, gave me answers to many of my questions regarding the experimental environment, the setup and the processes and helped me decidedly in deriving the experimental results of this thesis. Dr.Daniel Sahagun was the first who transmitted his experimental experience and his working habits that led me to be more efficient. Special thanks to Ph.D. students, Saurabh Pandey and Hector Mas, who made easy my adjustment in a new environment and expressed their ideas for my work.

I would like to thank the three-member committee for their presence in the thesis defence. From the Physics Department I would like to thank all the professors that inspired me all these years with their simple approach in Physics and their advices.

I owe many thanks to a number of people, my family, my friends, that I will express in person.

Περιεχόμενα

Σκιαγραφώντας τη δομή της εργασίας	6
1 Θεωρητικά στοιχεία του συμπυκνώματος Bose-Einstein σε αραιά συστήματα απόμων Ρουβιδίου	8
1.1 Θεωρία του συμπυκνώματος Bose-Einstein (BEC)	8
1.1.1 Η ιδέα του BEC	8
1.1.2 Το συμπύκνωμα Bose-Einstein σε ιδανικό αέριο	10
1.1.3 Το συμπύκνωμα σε ένα ασθενώς αλληλεπιδρών αέριο	13
1.2 BEC σε νέφος ^{87}Rb	15
1.2.1 Γενικές ιδιότητες του ^{87}Rb	17
1.2.2 Νέφος ^{87}Rb μέσα σε χρονομεταβλητό ηλεκτρικό πεδίο	17
1.2.3 Νέφος ^{87}Rb μέσα σε μαγνητικό πεδίο	21
2 Η διαδικασία προς το BEC	23
2.1 Επισκόπηση της διαδικασίας	23
2.2 Ψύξη με χρήση λέιζερ και μαγνητο-οπτική παγίδευση	26
2.2.1 Βασικές αρχές των τεχνικών για την ψύξη και παγίδευση με λέιζερ	27
Α. Δύναμη σκέδασης ακτινοβολίας	27
Β. Οπτική μελάσα (OM)	28
Γ. Μαγνητο-οπτική παγίδευση (MOT)	31
2.2.2 Τα βήματα για την υλοποίηση της ψύξης λέιζερ και της παγίδευσης	35
2D-MOT	35
3D-MOT	36
Συμπιεσμένο MOT και Οπτική μελάσα	37
2.3 Ψύξη με εξάτμιση σε μια μαγνητική παγίδα Ioffe-Pritchard (ΙΙΙ)	39
2.3.1 Βασικές αρχές λειτουργίας της εξάτμισης σε ΙΙΙ μαγνητική παγίδα	40
Α. Αρχές μαγνητικής παγίδευσης	40
Β. Περιγραφή της ΙΙΙ παγίδας	42
Γ. Θεωρητική μελέτη της εξάτμισης	45
2.3.2 Διαδοχικά βήματα για την υλοποίηση της εξάτμισης	49
Φόρτωση της παγίδας - Μέθοδος αντιστοίχισης	49
Συμπίεση της ΙΙΙ παγίδας	50
Εξαναγκασμένη εξάτμιση με χρήση ραδιοσυχνοτήτων RF	52

3 Χαρακτηρισμός του νέφους και των τεχνικών ανίχνευσής του	57
3.1 Κατανομή πυκνότητας του νέφους καθ' όλη τη διαδικασία για την επίτευξη του συμπυκνώματος	58
3.1.1 Προφίλ πυκνότητας στη MOT	58
3.1.2 Προφίλ πυκνότητας στην III μαγνητική παγίδα	60
3.1.3 Προφίλ πυκνότητας στο συμπύκνωμα	63
3.2 Τεχνικές για την καταγραφή και τις μετρήσεις	64
3.2.1 Τεχνική Time of Flight (ToF)	64
Εκτόνωση του θερμικού νέφους	65
Εκτόνωση του συμπυκνώματος	66
3.2.2 Τεχνική της απεικόνισης με απορρόφηση	68
3.3 Μετρήσεις και προσεγγίσεις	69
3.3.1 Εξαγωγή του αριθμού των ατόμων	69
3.3.2 Εξαγωγή της θερμοκρασίας	69
4 Η παραγωγή του παράγοντα ποιότητας για την ποσοτικοποίηση και τη βελτιστοποίηση της διαδικασίας για το BEC	71
4.1 Η χρησιμότητα ενός συντελεστή ποιότητας	71
4.2 Εξαγωγή του συντελεστή ποιότητας	74
4.2.1 Ισοδυναμία της βελτιστοποίησης του αριθμού των συμπυκνωμένων ατόμων με τη βελτιστοποίηση του χρίσμου αριθμού ατόμων	74
4.2.2 Βασικές σχέσεις για την περιγραφή των διαδικασιών κατά την III-παγίδευση	75
4.2.3 Εξαγωγή του παράγοντα ποιότητας στην III παγίδα	77
4.2.4 Επέκταση του συντελεστή ποιότητας στην MOT	81
5 Ιδιότητες του συντελεστή ποιότητας και πειραματική επαλήθευση	84
5.1 Ο συντελεστής ποιότητας και η ποσοτικοποίηση του νέφους	84
5.1.1 Η σταθερότητα του συντελεστή ποιότητας	85
Επαλήθευση των μετρήσεων	88
5.1.2 Η Ανεζαρτησία του συντελεστή ποιότητας από τις παραμέτρους παγίδευσης	89
5.2 Ο συντελεστής ποιότητας και η πρόβλεψη του χρίσμου αριθμού ατόμων	92
5.3 Ο συντελεστής ποιότητας και η βελτιστοποίηση της διαδικασίας	94
5.3.1 Ο συντελεστής ποιότητας και η βελτίωση της MOT	95
5.3.2 Ο συντελεστής ποιότητας και η βελτιστοποίηση στην III μαγνητική παγίδα	97
6 Συμπεράσματα και προοπτικές	99

Σκιαγραφώντας τη δομή της εργασίας

Το συμπύκνωμα Bose-Einstein είναι στενά συνδεμένο με ενδιαφέρουσες θεωρητικές ερωτήσεις και πειραματικές εφαρμογές, συνδέεται με αξιοσημείωτα φαινόμενα χαμηλών θερμοκρασιών, όπως η υπερρευστότητα στο υγρό ήλιο ή η υπεραγωγιμότητα στα στερεά και μπορεί να υλοποιηθεί μόνο ύστερα από τις σύγχρονες εξελίξεις στην πειραματική ατομική φυσική, όπως η ψύξη με χρήση laser, η μαγνητική παγίδευση και η εφαρμογή της εξάτμισης σε χαμηλές θερμοκρασίες. Για όλους αυτούς τους λόγους, η εξερεύνηση του BEC είναι ένα από τα ταχύτερα αναπτυσσόμενα πεδία της ατομικής φυσικής. Πλέον, υπάρχουν πάνω από 100 εργαστήρια που ασχολούνται με το συμπύκνωμα παγκοσμίως. Ανάμεσα στα θέματα αυτών των εργαστηρίων, μπορεί κανές να ξεχωρίσει την εξερεύνηση συστημάτων χαμηλών διαστάσεων, τα οπτικά πλέγματα, τα λέιζερ ατόμων, τη συμβολομετρία κυμάτων ύλης, τις μετρήσεις ακριβείας, τις μεταβάσεις φάσης.

Η συγκεκριμένη εργασία επικεντρώνεται στη βελτιστοποίηση των σταδίων, η διαδοχική εφαρμογή των οποίων τελικά οδηγεί στην εμφάνιση του συμπυκνώματος. Η βελτιστοποίηση αυτή σχετίζεται με την επίτευξη του μέγιστου αριθμού ατόμων στο συμπύκνωμα. Η δομή της εργασίας μπορεί να συνοψισθεί ως εξής:

Στο κεφάλαιο 1 συζητάμε κάποια θεμελιώδη θεωρητικά σημεία που σχετίζονται με την πραγματοποίηση του συμπυκνώματος σε αραιά συστήματα αποτελούμενα από άτομα ρουβιδίου-87. Πιο συγκεκριμένα, στο υποκεφάλαιο 1.1 ύστερα από την περιγραφή στα πλαίσια της θεωρίας μετάβασης φάσης και του φορμαλισμού της δεύτερης κβάντωσης της έννοιας του BEC στη γενικότερη περίπτωση της παρουσίας αλληλεπιδράσεων, επικεντρώνουμε το ενδιαφέρον μας στις ειδικές περιπτώσεις των ιδανικών και ελαφρώς αλληλεπιδρώντων αερίων. Εξάγονται οι τύποι που χαρακτηρίζουν την κρίσιμη θερμοκρασία και εν γένει τη συμπεριφορά των ατόμων σε αυτά τα ειδικά συστήματα. Στο υποκεφάλαιο 1.2 παρουσιάζουμε τις θεμελιώδεις ιδιότητες του ⁸⁷Rb. Συζητάμε, μεταξύ άλλων, τη δομή του σύμφωνα με το κβαντικό μοντέλο για το υδρογόνο, τη δομή λεπτής και υπέρλεπτης υφής του, τους εσωτερικούς και εξωτερικούς βαθμούς ελευθερίας του μεσα σε πεδίο φωτός και σε μαγνητικό πεδίο. Τα αποτελέσματα που θα εξαχθούν θα μας φανούν χρήσιμα στα κεφάλαια που ακολουθούν.

Στο κεφάλαιο 2 περιγράφονται οι βασικες αρχές των τεχνικών που χρησιμοποιούνται για το ψύξιμο και για τη παγίδευση του νέφους ρουβιδίου-87 με τελικό στόχο την επίτευξη του συμπυκνώματος. Ύστερα από τη γενική εποπτεία της συνολικής διαδικασίας στο υποκεφάλαιο 2.1, προχωράμε στο 2.2 στην περιγραφή της πρώτης γενικής μεθόδου, της τεχνης που ονομαζεται ψύξη με χρήση λέιζερ και μαγνητο-οπτική παγίδευση. Αναλύουμε τις θεμελιώδεις

αρχές της παγίδευσης και της ψύξης ενός θερμικού νέφους με τη χρήση λέιζερ και μαγνητικών πεδίων, τους περιορισμούς στη θερμοκρασία, τον αριθμό των ατόμων καθώς και της πυκνότητας τους που συνοδεύουν αυτήν την τεχνική και την πειραματική πραγματοποίηση αυτής με τις διατάξεις που βρίσκονται στο εργαστήριο. Στο υποκεφάλαιο 2.3 παρουσιάζονται οι βασικές αρχές της μαγνητικής παγίδευσης και της ψύξης μεσω της εξάτμισης, της δευτερης γενικής διαδικασίας. Περιγράφουμε διάφορα θέματα που σχετίζονται με την παγίδευση, όπως η θεωρητική περιγραφή και η πραγματοποίηση της παγίδας τύπου Ioffe-Pritchard, η φόρτωση της παγίδας από το προηγούμενο στάδιο, η συμπίεση του νέφους και η εξάτμιση του για την ψύξη του. Παρουσιάζουμε κάποια θεωρητικά και πειραματικά αποτελέσματα που μοντελοποιούν αυτά τα στάδια με τη βοήθεια λογικών υποθέσεων. Τα αποτελέσματα αυτά αποτελούν τη βάση για τη συζήτηση στα υπόλοιπα κεφάλαια.

Το κεφάλαιο 3 περιγράφει το σχήμα και την κατανομή του νέφους κατά τη διάρκεια των διάφορων σταδίων μέχρι την εμφάνιση του συμπυκνώματος καθώς και το σχήμα και την κατανομή των ατόμων μέσα στο ίδιο το συμπύκνωμα. Γνωρίζοντας αυτές τις κατανομές, παρουσιάζουμε τις τεχνικές που χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση των ιδιοτήτων του νέφους και την ανίχνευση του συμπυκνώματος. Οι τεχνικές time-of-flight και απεικόνισης μέσω της απορρόφησης είναι μεταξύ αυτών που θα αναφερθούν.

Μετά την ολοκλήρωση της περιγραφής του πειράματος που οδηγεί στο συμπύκνωμα και των τεχνικών για τη μέτρηση, στο κεφάλαιο 4 αρχίζουμε περιγράφοντας την ανάγκη μιας παραμετρου ιδανικής για τη βελτιστοποίηση των διάφορων σταδίων. Πρώτα, παράγουμε την παράμετρο αυτή κατά τη δευτερη μέθοδο ψύξης, την μαγνητικη παγίδευση και την εξάτμιση, και στη συνέχεια επεκτείνουμε τη χρησιμότητά της στην πρώτη τεχνική, την ψύξη με χρήση λέιζερ.

Στο κεφάλαιο 5 επιβεβαιώνονται οι ιδιότητες του παραχθέντος παραγοντα ποιότητας με τη χρήση της διάταξης του εργαστηρίου. Συγκεκριμένα, αποδεικνύουμε τις σημαντικές ιδιότητες του παράγοντα να παραμένει σταθερός και ανεξάρτητος από τις παραμέτρους παγίδευσης κατά τα στάδια της μαγνητικης παγίδευσης και της εξάτμισης, να έχει άμεση αύξουσα εξάρτηση από τον αριθμό των συμπυκνωμένων ατόμων, να είναι χρήσιμος στην πρόβλεψη καθώς και την μεγιστοποίηση του κρίσιμου αριθμού ατόμων.

Τελικά, στο κεφάλαιο 6 συνοψίζονται τα αποτελέσματα και ο ρόλος της εργασίας αυτής.

Κεφάλαιο 1

Θεωρητικά στοιχεία του συμπυκνώματος Bose-Einstein σε αραιά συστήματα ατόμων Ρουβιδίου

1.1 Θεωρία του συμπυκνώματος Bose-Einstein (BEC)

1.1.1 Η ιδέα του BEC

Ένα από τα βασικά αξιώματα της κβαντικής μηχανικής δηλώνει ότι τα σωματίδια μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες: Τα μποζόνια, τα σωματίδια με ακέραιο σπιν και συμμετρικές κυματοσυναρτήσεις, και τα φερμιόνια, τα σωματίδια με ημιακέραια τιμη του σπιν και αντισυμμετρικές κυματοσυναρτήσεις. Η κβαντική στατιστική αναφέρει ότι τα μποζόνια έχουν αυξημένη πιθανότητα να καταλαμβάνουν μια κβαντική κατάσταση που είναι ήδη κατειλημμένη από κάποιο άλλο μποζόνιο, ενώ η απαγορευτική αρχή του Pauli υπαγορεύει ότι δύο φερμιόνια απαγορεύεται να καταλαμβάνουν την ίδια ιδιοκατάσταση. Στην εργασία αυτή, ενδιαφερόμαστε για συμπυκνώματα Bose-Einstein και, ως εκ τούτου, μποζόνια. Στο πλαίσιο του φορμαλισμού της δεύτερης κβάντωσης [1], τα μποζόνια χαρακτηρίζονται από τις παρακατώ αντικεταθετικές σχέσεις

$$[\hat{\Psi}(r), \hat{\Psi}^\dagger(r')] = \delta(r - r') \quad \text{και} \quad [\hat{\Psi}(r), \hat{\Psi}(r')] = 0 \quad (1.1)$$

όπου $\hat{\Psi}(r)/\hat{\Psi}^\dagger(r)$ είναι οι τελεστές πεδίου που καταστρέφουν/δημιουργούν ένα σωματίδιο στη θέση r του χώρου και δ ειναι η συνάρτηση δέλτα.

Στην πιο γενική περίπτωση της παρουσίας ισχυρών αλληλεπιδράσεων, οι ιδιοσυναρτήσεις της Χαμιλτονιανής δε μπορούν να εκφραστούν ως γινόμενο καταστάσεων ενός σωματιδίου, ακόμη και σε μηδενική θερμοκρασία. Για το λόγο αυτό, πρέπει κανείς να απευθυνθεί στο φορμαλισμό της πιο ευρέως εφαρμόσιμης μήτρας πυκνότητας ενός σωματιδίου, προκειμένου να καθορίσουμε τη φάση του BEC. Η μήτρα πυκνότητας ενός σωματιδίου $n^{(1)}(r, r')$ ορίζεται ως ο τελεστής

$$n^{(1)}(r, r') = < \hat{\Psi}^\dagger(r) \hat{\Psi}(r') > \quad (1.2)$$

η οποία περιλαμβάνει τόσο την περίπτωση μιας καθαρής στατιστικής κατάστασης όσο και ενός μείγματος καθαρών καταστάσεων. Ως ένα σχετικό σχόλιο, μπορεί κανείς να συμπεράνει από την μήτρα πυκνότητας του ενός σώματιδίου τον τελεστή πυκνότητας του συστήματος ως $n(r) = n^{(1)}(r, r)$. Μπορεί εύκολα να αποδειχθεί (βλέπε για παράδειγμα [2][3]) ότι η μήτρα $n^{(1)}$ είναι ερμητιανή και ως εκ τούτου, υπάρχει ένα πλήρες ορθογώνιο σύνολο ιδιοσυναρτήσεων του ενός σωματιδίου ϕ_i με τις αντίστοιχες ιδιοτιμές n_i που την διαγωνοποιεί. Στην αναπαράσταση αυτής της βάσης, η οποία καλείται αναπαράσταση φυσικων τροχιών, η μήτρα πυκνότητα ενός σώματος γράφεται ως

$$n^{(1)}(r, r') = \sum_i n_i \phi_i^*(r) \phi_i(r') \quad (1.3)$$

Με τη χρήση αυτών των συναρτήσεων και των τελεστών που καταστρέφουν ένα σωματίδιο από αυτές τις καταστάσεις $\hat{\alpha}(\phi_i) = \hat{a}_i$, μπορεί κανείς να εκφράσει το τελεστή πεδίου ως

$$\hat{\Psi}(r) = \hat{\Psi}_0(r) + \delta\hat{\Psi}(r) = \phi_0(r) \hat{a}_0 + \sum_{i \neq 0} \phi_i(r) \hat{a}_i \quad (1.4)$$

Το συμπύκνωμα Bose-Einstein ορίζεται ως η φάση που εμφανίζεται όταν μία από τις ιδιοτιμές n_i (αυτή που γράφτηκε παραπάνω ως n_0) γίνεται μακροσκοπικά μεγάλη, της τάξης του αριθμού των ατόμων στο σύστημα N . Το BEC είναι μια μετάβαση φάσης που οφείλεται στη στατιστική των μποζονίων, και όχι στις αλληλεπιδράσεις όπως συμβαίνει στις περισσότερες από τις μεταβάσεις φάσης. Δεδομένου ότι στο BEC ο αριθμός των σωματιδίων που συσσωρεύονται στην κατάσταση φο είναι πολύ μεγαλύτερος της μονάδας ($N_0 = \langle a^\dagger a \rangle \gg 1$), μπορεί κανείς να αντιμετωπίσει ισοδύναμα τη μακροσκοπική συνάρτηση φοαο της $\hat{\Psi}$ ως ένα κλασικό πεδίο

$$\hat{\Psi}(r) = \sqrt{N_0} \phi_0 + \sum_{i \neq 0} \phi_i(r) \hat{a}_i \quad (1.5)$$

Αυτή είναι η λεγόμενη προσέγγιση Bogoliubov[4] και η συνάρτηση $\Psi_0 = \sqrt{N_0} \phi_0$ παίζει το ρόλο της παραμέτρου τάξης του BEC.

Τπάρχουν δύο άλλα βασικά χαρακτηριστικά, εκτός από την παράμετρο τάξης, προκειμένου να περιγραφεί το συμπύκνωμα στο πλαίσιο της θεωρίας μετάβασης φάσεων: Το αυθόρυμητο σπάσιμο συμμετρίας και η τάξη μακράς εμβέλειας του συστήματος. Μπορούμε να παρατηρήσουμε από την εξ.1.3 ότι σε περίπτωση απουσίας του συμπυκνώματος, το σύστημα παραμένει αναλλοίωτο κάτω από τον μετασχηματισμό βαθμίδας. Η ύπαρξη της συμμετρίας βαθμίδας $U(1)$ σημαίνει ότι είναι δυνατός ο πολλαπλασιασμός των ιδιοσυναρτήσεων με έναν αυθαίρετο παράγοντα φάσης e^{ja} χωρίς την αλλαγή οποιασδήποτε φυσικής ιδιότητας. Από την άλλη πλευρά, κατά την εμφάνιση του συμπυκνώματος, η ρητή επιλογή για την τιμή της παραμέτρου τάξης, η οποία είναι ένας μιγαδικός αριθμός και, ως εκ τούτου, έχει μια συγκεκριμένη φάση, οδηγεί στο σπάσιμο της παρούσας συμμετρίας[3][5]. Στην πραγματικότητα, το αυθόρυμητο σπάσιμο συμμετρίας βαθμίδας είναι η αναγκαία και ικανή προϋπόθεση για τη συμπύκνωση Bose-Einstein[6].

Γυρίζουμε τώρα το ενδιαφέρον μας στην έννοια της τάξης μακράς εμβέλειας του συστήματος. Όπως ο Landau [7] πρώτος απέδειξε, η μήτρα πυκνότητας ενός σώματος δεν μηδενίζεται σε μεγάλες αποστάσεις όταν το συμπύκνωμα είναι παρον, αλλά προσεγγίζει την πεπερασμένη τιμή n_0

$$\lim_{r-r' \rightarrow \infty} n^{(1)}(r, r') = \lim_{r \rightarrow \infty} n^{(1)}(r, 0) = n_0 \quad (1.6)$$

Αυτή η συμπεριφορά αναφέρεται ως η μη-διαγώνια τάξη μεγάλης κλίμακας, από τη στιγμή που η $n^{(1)}(r, r')$ καθίσταται μη μηδενική για $r \neq r'$. Αυτή η φόρμουλα είναι ακριβώς το κριτήριο που ο Yang[8] πρότεινε για την παρουσία της συμπύκνωσης. Το αρχικό κριτήριο του γράφεται ως $\lim_{r \rightarrow \infty} n^{(1)}(r, 0) > 0$, που μπορεί να ερμηνευθεί ως μη-διαγώνια τάξη μεγάλης κλίμακας.

1.1.2 Το συμπύκνωμα Bose-Einstein σε ιδανικό αέριο

Η πρώτη θεωρητική πρόβλεψη του συμπυκνώματος δόθηκε από τον Αϊνστάιν[10] σε απάντηση στον Bose για τις στατιστικές ιδιότητες των φωτονίων στην περίπτωση ενός ιδανικού μποζονικού αερίου[9]. Ένα ιδανικό μποζονικό αέριο ορίζεται ως ένα σύστημα N μη-διακρίσιμων μη-αλληλεπιδρώντων σωματιδίων (εκτός από όταν συγκρούονται ελαστικά) υπακούοντας στη στατιστική γνωστή ως στατιστική Bose-Einstein, που προέρχεται από την εξήγηση του Planck για την ακτινοβολία του μέλανος σώματος. Ένα τέτοιο αέριο είναι ένα πλασματικό σύστημα, δεδομένου ότι κάθε ρεαλιστικό αέριο εμφανίζει κάποιο επίπεδο αλληλεπιδράσεων. Ωστόσο, καταφέρνει να περιγράψει σημαντικές βασικές ιδιότητες των πραγματικών μη-ιδανικών BEC.

Στην περίπτωση απουσίας των αλληλεπιδράσεων, η Χαμιλτονιανή ενός ιδανικού αερίου μπορεί να γραφτεί ως το άθροισμα Χαμιλτονιανών του ενός σωματιδίου $H^{(1)} = \frac{p^2}{2m} + V_{\text{ext}}(r)$, ρ είναι η μήτρα ορμής του σωματιδίου, m μάζα του και V_{ext} το εξωτερικό πεδίο που αισθάνεται το σωματίδιο. Ως αποτέλεσμα αυτού, οι ιδιοκαταστάσεις του αερίου μπορούν να εκφραστούν ως το γινόμενο των μονοσωματιδιακών καταστάσεων ϕ_i και επομένως, στην περίπτωση ενός ιδανικού αερίου, το συμπύκνωμα εμφανίζεται όταν υπάρχει μια μακροσκοπική κατάληψη της θεμελιώδους κατάστασης των σωματιδίων του συστήματος.

Χρησιμοποιώντας τους τυπικούς κανόνες της στατιστικής μηχανικής και το μεγάλο κανονικό σύνολο, ή ισοδύναμα τον φορμαλισμό της δεύτερης κβάντωσης για τα ιδανικά αέρια που περιγράφεται από την Χαμιλτονιανή H_{ideal} , ο μέσος αριθμός κατάληψης n_i της κατάστασης ϕ_i που περιγράφει την κατανομή Bose-Einstein είναι

$$n_i = \frac{1}{\exp[(\epsilon_i - \mu)/k_B T] - 1} \quad (1.7)$$

Στην προηγούμενη σχέση, ϵ_i είναι η ιδιοτιμή της $H^{(1)}$ που αντιστοιχεί στα ιδιοσυνάρτηση ϕ_i , T είναι η θερμοκρασία του συνόλου και μ το χημικό δυναμικό του. Η κατανομή Bose-Einstein μπορεί να προκύψει με διάφορους τρόπους, βλέπε για παράδειγμα στο [11].

Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση κατανομής Bose-Einstein, ο συνολικός αριθμός των ατόμων μπορεί να εκτιμηθεί ως

$$N = \sum_{i=0}^{\infty} n_i = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{\exp[(\epsilon_i - \mu)/k_B T] - 1} \quad (1.8)$$

Ωστόσο, είναι πρακτικό για τους υπολογισμούς μας να χρησιμοποιήσουμε μια ημικλασσική προσέγγιση, κατά την οποία οι καταστάσεις μπορεί να υπερηφανούν ότι είναι συνεχείς με πυκνότητα καταστάσεων $D(\epsilon)$ η οποία περιγράφει τον αριθμό των καταστάσεων με ενέργεια μεταξύ ϵ και $\epsilon + d\epsilon$. Το σημείο-κλειδί για την εξερεύνηση του BEC μέσα σε αυτόν το φορμαλισμό είναι να αντιμετωπιστεί η κατάσταση της χαμηλότερης ενέργειας ξεχωριστά. Η κατανομή Bose-Einstein 1.7 μπορεί να περιγραφεί από μια ημι-κλασσική κατανομή $f(\epsilon) = \frac{1}{\exp[(\epsilon - \mu)/k_B T] - 1}$ και,

έτσι, ο συνολικός αριθμός των ατόμων μπορεί να προσεγγιστεί από

$$N = N_0 + \int_{\epsilon=\epsilon_0}^{\infty} d\epsilon D(\epsilon) \frac{1}{\exp[(\epsilon - \mu)/(k_B T)] - 1}, \quad (1.9)$$

Ο πρώτος όρος είναι ο αριθμός των ατόμων στη θεμελιώδη κατάσταση, που δεν είναι σε θέση να περιγραφεί σε αυτήν την ημι-κλασική προσέγγιση, ενώ ο τελευταίος όρος αντιστοιχεί στο θερμικό τμήμα N_T του συστήματος που βρίσκεται σε καταστάσεις διαφορετικές της θεμελιώδους.

Το χημικό δυναμικό καθορίζεται από τη συνθήκη κανονικοποίησης 1.9. Σε δεδομένη θερμοκρασία, εάν προσθέσουμε περισσότερα άτομα στο νέφος, τότε το χημικό δυναμικό καθορίζει τον αριθμό των ατόμων που μπορούν να γίνουν αποδεκτά από την κατανομή. Τα υπόλοιπα πρέπει να καταλήξουν στα χαμηλότερα επίπεδα ενέργειας και, ως εκ τούτου, να σχηματισουν το συμπύκνωμα. Μία μείωση της θερμοκρασίας οδηγεί σε αύξηση του χημικού δυναμικού (αυτό μπορεί να φανεί από την ανωτέρω συνθήκη κανονικοποίησης) και, στην περίπτωση αυτή, όλο και περισσότερα άτομα πρέπει να καταλήξουν στο συμπύκνωμα. Η εξίσωση 1.7 δείχνει ότι το χημικό δυναμικό πρέπει να είναι πάντα μικρότερο από το χαμηλότερο ενεργειακό επίπεδο της Χαμιλτονιανής ενός σωματιδίου, ϵ_0 , ή αλλιώς όταν υπήρχε αρνητικός πληθυσμός σε αυτό. Καθώς μειώνεται η θερμοκρασία και το χημικό δυναμικό αυξάνεται, σε κάποια κρίσιμη θερμοκρασία, την T_c , το χημικό δυναμικό φτάσει την τιμή του ϵ_0 . Σε αυτήν ακριβώς την θερμοκρασία, από την 1.7 η κατάληψη της θεμελιώδους κατάστασης n_0 γίνεται μακροσκοπικά μεγάλη. Αυτή είναι η εκδήλωση του BEC. Από την παραπάνω συζήτηση, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η κρίσιμη θερμοκρασία για το συμπύκνωμα καθορίζεται από τη συνθήκη

$$\int_{\epsilon=\epsilon_0}^{\infty} d\epsilon D(\epsilon) \frac{1}{\exp[(\epsilon - \epsilon_0)/(k_B T_c)] - 1} = N \quad (1.10)$$

καθώς στο T_c ο αριθμός των σωματιδίων στο συμπύκνωμα εξακολουθεί να είναι αμελητέος σε σύγκριση με τον αριθμό N .

Θα ριξούμε τώρα μια ματιά σε συγκεκριμένες περιπτώσεις του εξωτερικού δυναμικού $V_{\text{ext}}(r)$.

Ομοιογενές ιδανικό αέριο Στην περίπτωση απουσίας ενός εξωτερικού δυναμικού παγίδευσης, $V_{\text{ext}}(r) = 0$, ένα αέριο μη-αλληλεπιδρώντων ελεύθερων σωματιδίων στον άπειρο χώρο μπορεί να περιγραφεί από τη Χαμιλτονιανή ενός σωματιδίου $H^{(1)} = \frac{p^2}{2m}$. Οι ιδιοσυναρτήσεις μιας τέτοιας Χαμιλτονιανής [1] είναι επίπεδα κύματα (η ορμή k είναι ένας καλός χβαντικός αριθμός για την περιγραφή των καταστάσεων) και η ενέργεια της κατάστασης με ορμή k είναι $\epsilon_k = \hbar^2 k^2 / 2m$.

Η πυκνότητα καταστάσεων για ένα τέτοιο σύστημα δίνεται [1] από

$$D(\epsilon) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\epsilon} \quad (1.11)$$

Αντικαθιστώντας την παραπάνω στην εξ.1.10 μπορεί κανείς να βρει την κρίσιμη θερμοκρασία στην περίπτωση του ομογενούς ιδανικού αερίου

$$k_b T_c = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \left(\frac{N/V}{\zeta(3/2)} \right)^{2/3} \quad (1.12)$$

Στην παραπάνω, ως ζ συμβολίζουμε την συνάρτηση Riemann[12] με $\zeta(3/2) \approx 2.612$.

Επιπλέον, γνωρίζοντας τα επίπεδα ενέργειας ϵ_k και την πυκνότητα καταστάσεων, μπορούμε να υπολογίσουμε τον αριθμό των θερμικών σωματιδίων 1.9 και από αυτόν συμπεραίνουμε τη σχέση μεταξύ του αριθμού των σωματιδίων στο συμπύκνωμα (N_0) και τον συνολικού αριθμού των σωματιδίων στο αέριο (N) σε θερμοκρασία T :

$$N_0(T) = N \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2} \right] \quad (1.13)$$

Η σχέση 1.12 μπορεί να ξαναγραφεί ως προς την πυκνότητα χώρου φάσης, ώστε να προσφέρει έναν διαισθητικό τρόπο για την κατανόηση της εμφάνισης του BEC. Η πυκνότητα του χώρου φάσης ορίζεται ως

$$D_\pi = n \Lambda_T^3 \quad (1.14)$$

όπου n είναι η πυκνότητα του ομογενούς αερίου και $\Lambda_T = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$ το θερμικό μήκος κύματος de Broglie σε θερμοκρασία T . Από τον ορισμό της, η πυκνότητα χώρου φάσης μπορεί να θεωρηθεί ως ο αριθμός των σωματιδίων μέσα σε ένα κύβο με πλευρά ενός μήκους κύματος de Broglie. Χρησιμοποιώντας αυτήν την παράμετρο, η κρίσιμη συνθήκη για να συμβεί BEC είναι

$$D_\pi > \zeta(3/2) \approx 2.612 \quad (1.15)$$

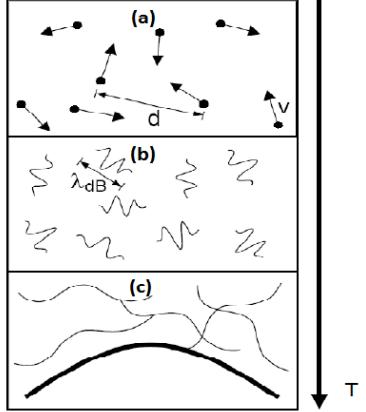
Η πυκνότητα του νέφους είναι ένα μέτρο της εγγύτητας μεταξύ των σωματιδίων ενώ το μήκος κύματος de Broglie μια μέτρηση της χωρικής έκτασης των κυμάτοσυναρτήσεων των σωματιδίων. Ως αποτέλεσμα, όταν η πυκνότητα χώρου φάσης γίνει της τάξης της μονάδας, η διασωματιδιακή απόσταση γίνεται της τάξης της κυματοσυνάρτησης των σωματιδίων και η επικάλυψη των κυματοσυναρτήσεων των διαφορετικών σωματιδίων κάνει την εμφάνισή της οδηγώντας στο συμπύκνωμα.

Ιδανικό αέριο σε αρμονικό δυναμικό. Στην περίπτωση της παρουσίας ενός εξωτερικού δυναμικού αρμονικής μορφής (με συγχρόνες ταλάντωσης ω_i στην i -κατεύθυνση)

$$V_{\text{ext}}(r) = \frac{1}{2} m \omega_x^2 x^2 + \frac{1}{2} m \omega_y^2 y^2 + \frac{1}{2} m \omega_z^2 z^2 \quad (1.16)$$

τα επίπεδα της ενέργειας ενός σωματιδίου[1] είναι $\epsilon_{n_x, n_y, n_z} = \sum_{i=\{x,y,z\}} (n_i + 1/2) \hbar \omega_i$ και η πυκνότητα των καταστάσεων[1]

$$D(\epsilon) = \frac{1}{2(\hbar\omega)^3} \epsilon^2 \quad (1.17)$$



Σχήμα 1.1: Η μετάβαση στο BEC.

(α) Όταν η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων είναι πολύ μεγαλύτερη από το μέγεθος των μεμονωμένων σωματιδίων, μπορούν να αντιμετωπίζονται ως κλασσικά σημειακά αντικείμενα. Η πυκνότητα του χώρου φάσης είναι τάξεις μεγέθους μικρότερη από την μονάδα.

(β) Για ένα σύστημα σε χαμηλή θερμοκρασία, τα σωματίδια αποκαλύπτουν την κυματική τους φύση. Η πυκνότητα του χώρου φάσης εξακολουθεί να είναι τάξεις μεγέθους μικρότερη από 1.

(γ) Η επικάλυψη μεταξύ των κυματοσυναρτήσεων των σωματιδίων. Η πυκνότητα του χώρου φάσης γίνεται της τάξης της μονάδας. Εμφανίζεται το συμπύκνωμα.

Εικόνα που ελήφθη από το [13].

όπου $\omega = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ ο γεωμετρικός μέσος όρος. Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία όπως στην περίπτωση του ομογενούς αερίου, μπορεί κανείς να εξαγει εύκολα τη σχέση για την κρίσιμη θερμοκρασία

$$k_B T_c = \hbar \omega \left(\frac{N}{\zeta(3)} \right)^{1/3} \quad (1.18)$$

καθώς και τη σχέση που συνδέει τον συνολικό και το συμπυκνωμένο αριθμό σωματιδίων

$$N_0(T) = N \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 \right] \quad (1.19)$$

Μπορούμε και σε αυτήν την περιπτωση να γράψουμε τη συνθήκη για την εμφάνιση του BEC με όρους πυκνότητας του χώρου φάσης αν αντικαταστήσουμε την ομοιόμορφη πυκνότητα του νέφους με την μέγιστη πυκνότητα $n(0)$ στο κέντρο του δυναμικού. Στην περίπτωση ενός αρμονικού δυναμικού, συνάγει κανείς τελικά[3]

$$D_\pi = n(0) \Lambda_T^3 > \zeta(3/2) \approx 2.612 \quad (1.20)$$

1.1.3 Το συμπύκνωμα σε ένα ασθενώς αλληλεπιδρών αέριο

Η εξέλιξη της πειραματικής φυσικής που σχετίζεται με το BEC ακολούθησε μια εντελώς διαφορετική πορεία σε σχέση με τις θεωρητικές προβλέψεις του από τους Aïnstein και Bose που διεξήθησαν σε ιδανικά αέρια. Το 1938 ο F. London[14] πρότεινε το συμπύκνωμα ως έναν μηχανισμό για την υπερρευστότητα στο 4He που είχε λίγο πριν ανακαλυφθεί. Το 4He είναι ένα σύστημα με ισχυρές αλληλεπιδράσεις. Επιπλέον, το πρώτο αέριο συμπύκνωμα επιτεύχθηκε το 1995 από τους E.Cornell, C.Wieman[15] και W.Ketterle[16] Το 2001 κέρδισαν το βραβείο Νόμπελ 'για την επίτευξη συμπυκνώματος Bose-Einstein ενός ατομικού φυσικού αερίου, για

τη δημιουργία τεχνικών για τη μελέτη του συμπυκνώματος και για τη μέτρηση των φυσικών ιδιοτήτων των ασθενώς αλληλεπιδρώντων αερίων⁹. Ως εκ τούτου, προκειμένου να μελετήσουμε το BEC, οι αλληλεπιδράσεις θα πρέπει να είναι μέσα στο παιχνίδι.

Η εμφάνιση των ασθενών αλληλεπιδράσεων μεταξύ των σωματιδίων δεν αλλάζει τη βασική αρχή της συμπύκνωσης: τη συσσώρευση της θεμελιώδους ενεργειακής κατάστασης. Η διαφορά είναι ποσοτική. Προσθέτοντας τις αλληλεπιδράσεις στα σωματίδια, η χωρική έκταση και η συνολική ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης γίνονται μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες στα ιδανικά αέρια. Η κρίσιμη θερμοκρασία αλλάζει επίσης, κυρίως λόγω της μείωσης της πυκνότητας που προκαλείται από τις αλληλεπιδράσεις. Παρ’ολα αυτά, το σφάλμα, αν υποτεθεί ότι η φόρμουλα για τα μη-αλληλεπιδρώντα σωματίδια εξακολουθεί να ισχύει, δεν είναι μεγαλύτερο από 5% [17][18]. Μια άλλη διαφορά μεταξύ των αλληλεπιδρώντων και ανεξάρτητων σωματιδίων είναι ότι στην πρώτη περίπτωση, ακόμη και σε μηδενική θερμοκρασία δε συσσωρεύονται όλα τα σωματίδια στην θεμελιώδη κατάσταση, αλλά αντίθετα υπάρχει ένα κλάσμα του πληθυσμού σε διεγερμένες.

Ουστόσο, μια πιο ακριβής περιγραφή θα πρόσφερε μεγάλη βοήθεια στην κατανόηση των θεμάτων που εισάγονται από τις αλληλεπιδράσεις. Για μια τέτοια περιγραφή κάποιος πρέπει να διαθέτει μια εξίσωση που περιγράφει τα χαρακτηριστικά της θεμελιώδους κατάστασης του συστήματος.

Ξεκινώντας από το γεγονός ότι η $\hat{\Psi}(r)$ (όπως ορίζεται από 1.4) πληροί στην αναπαράσταση του Heisenberg την εξίσωση

$$j\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\Psi}(r, t) = [\hat{\Psi}(r, t), H] \quad (1.21)$$

πρέπει κανείς να κάνει διάφορες προσεγγίσεις τόσο για την Χαμιλτονιανή H πολλών σωμάτων όσο και για τον τελεστή πεδίου, έτσι ώστε να γραφεί μια επιλύσιμη εξίσωση.

Θα επικεντρώσουμε την προσοχή μας στα αραιά αέρια, όπου μπορούμε να υποθέσουμε ότι το εύρος των διατομικών δυνάμεων, είναι τάξεις μεγέθους μικρότερο από τη μέση απόσταση μεταξύ των σωματιδίων. Η υόπθεση αυτή είναι απαραίτητη και προσφέρει μεγάλη βοήθεια για διάφορους λόγους. Πρώτα απ’ όλα, αυτό μας βοηθά να εξετάσουμε μόνο τις αλληλεπιδράσεις που περιλαμβάνουν ζεύγη σωματιδίων (που περιγράφονται από ένα δυναμικό της μορφής $V(r - r')$) και όχι αλληλεπιδράσεις υψηλότερης τάξης, όπως είναι αυτές που εμπλέκουν τρία ταυτόχρονα σωματίδια. Θα δούμε αργότερα ότι αυτή η περίπτωση είναι επίσης επιθυμητή, ώστε να ελαχιστοποιηθούν οι απώλειες στην παγίδα που οφείλονται στις συγκρούσεις. Μετά από αυτήν την προσέγγιση, η Χαμιλτονιανή του συστήματος μπορεί να γραφτεί

$$H = \int \left(\frac{\hbar^2}{2m} \nabla \hat{\Psi}^\dagger(r) \nabla \hat{\Psi}(r) \right) dr + \frac{1}{2} \int \hat{\Psi}^\dagger(r) \hat{\Psi}^\dagger(r') V(r - r') \hat{\Psi}(r) \hat{\Psi}(r') dr' dr \quad (1.22)$$

Δεύτερον, σε αυτό το πλαίσιο της αραιότητας, μπορούμε να υποθέσουμε ότι οι αλληλεπιδράσεις μπορούν να προσεγγισθούν από τη θεωρία σκέδασης και περιγραφούν από το πλάτος σκέδασης. Σε διεργασίες χαμηλής ενέργειας αυτό γίνεται σταθερό και περιγράφεται μόνο από μία παράμετρο, το μήκος σκέδασης α_s . Για να κυριολεκτήσουμε, η αραιότητα του νέφους μπορεί να εκφραστεί ως $n|\alpha_s|^3 << 1$. Λόγω αυτής της σταθερότητας, η πραγματική μορφή του δυναμικού δύο σωμάτων δεν είναι απαραίτητη για την περιγραφή των μακροσκοπικών ιδιοτήτων του φυσικού αερίου[3] και η θεωρία σκέδασης προτείνει την αντικατάσταση του από

ένα δυναμικό επαφής

$$g = \frac{4\pi\hbar^2\alpha_s}{m}\delta(r - r') \quad (1.23)$$

Μετά τις προσεγγίσεις στη Χαμιλτονιανή, προσπαθούμε να προσεγγίσουμε τον τελεστή πεδίου. Συνδυάζοντας την αραιότητα του συστήματος με την χαμηλή του θερμοκρασία, μπορεί κάποιος να αγνοήσει την μη συμπυκνωμένη συνιστώσα $\delta\Psi$ του 1.4 καθώς οι αριθμοί κατάληψης για τις καταστάσεις εκτός της θεμελιώδους είναι μικροί σε σύγκριση. Η τελευταία υπόθεση είναι η λεγόμενη προσέγγιση Bogoliubov που ισχύει όταν ο αριθμός των σωματιδίων είναι μεγάλος, δηλαδή, ικανός ώστε να υποκαταστήσουμε τον τελεστή πεδίου $\Psi_0(r)$ με τη συνάρτηση $\Psi_0(r) = \sqrt{N}\phi_0(r)$ ή ισοδύναμα με το να προσεγγίσουμε το κβαντικό πεδίο από ένα κλασικό.

Αντικαθιστώντας τώρα την προσέγγιση της Χαμιλτονιανής και του πεδίου στη σχέση 1.21 και αναζητώντας για χρόνο-ανεξάρτητες λύσεις (για περισσότερες λεπτομέρειες δείτε τη διαδικασία [3][19]) φτάνουμε στην εξίσωση Gross-Pitaevskii

$$\mu\Psi_0(r) = \left(-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} + V_{ext}(r) + g|\Psi_0(r)|^2\right)\Psi_0(r) \quad (1.24)$$

η οποία είναι μια αυτο-συνεπής εξίσωση για το πεδίο Ψ_0 ή ισοδύναμα για την παράμετρο τάξης του BEC.

Το όριο Thomas-Fermi. Για αρκούντως μεγάλα συμπυκνώματα, οι απωθητικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των σωματιδίων γίνονται τόσο σημαντικές, ώστε η κινητική ενέργεια τους μπορεί να αγνοηθεί από την εξίσωση Gross-Pitaevskii. Αυτή είναι η προσέγγιση Thomas-Fermi, στην οποία η εξίσωση Gross-Pitaevskii μπορεί να λυθεί εύκολα, δίνοντας το αποτέλεσμα για την κατανομή πυκνότητας του συμπυκνώματος

$$|\Psi_0|^2(r) = \frac{1}{g}(\mu - V_{ext}(r)) \quad (1.25)$$

Το αποτέλεσμα αυτού θα φανεί εξαιρετικά χρήσιμο για τον εντοπισμό των BEC στο πείραμά μας, όπως θα δούμε στα επόμενα κεφάλαια.

1.2 BEC σε νέφος ^{87}Rb

Όπως ήδη αναφέρθηκε στα προηγούμενα τμήματα, η πρώτη πειραματική επίτευξη του συμπυκνώματος ήταν σε ένα υγρό. Ωστόσο, από τα πρώτα βήματα, ο στόχος ήταν η αναζήτηση σε αέρια νέφη, χωρίς τις επιπλοκές που σχετίζονται με ένα υγρό. Για το στόχο αυτό, τα κύρια συστήματα που έχουν μελετηθεί είναι τα οπτικά-διεγερμένα εξιτόνια σε ημιαγωγούς [20][21], νέφος υδρογόνου με πολωμένο σπιν [22][23] και πρωτίστως αλκάλια, τα οποία είναι και αυτά που μας ενδιαφέρουν στη συγκεκριμένη εργασία.

Η θεμελιώδης απαίτηση από ένα σύστημα προκειμένου να επιτευχθεί το BEC είναι η μποζονική του φύση. Δεδομένου ότι υπάρχουν πολλά συστήματα που υπακούουν σε αυτήν την ιδιότητα, άλλες ανησυχίες προκύπτουν σχετικά με την επιλογή της όλης διαδικασίας μεχρι το συμπύκνωμα που σχετίζονται με την επιλογή του αερίου -σταθερότητα, συγκρουσιακές

ιδιότητεσ- καθώς επίσης και τη διαδικασία για την επίτευξη του συμπυκνώματος, όπως οι τεχνικές φύξης και παγίδευσης.

Αυτές οι τεχνικές είναι κρίσιμης σημασίας για τη διαδικασία της επίτευξης ατομικού συμπυκνώματος κυρίως εξαιτίας του γεγονότος ότι οι παραδοσιακές τεχνικές της φυσικής χαμηλής θερμοκρασίας δεν εφαρμόζονται στα εν λόγω συστήματα, δεδομένου ότι είναι μετασταθή κι έτσι δεν μπορούν να έρθουν σε ισορροπία με ένα άλλο σώμα. Το ήλιο είναι το μόνο στοιχείο που δεν στερεοποιείται στο εύρος της πυκνότητας και της θερμοκρασίας κατά το οποίο εμφανίζεται το BEC. Για το λόγο αυτό, είμαστε αναγκασμένοι να εργαστούμε βαθιά στην θερμοδυναμικά απαγορευμένη περιοχή, όπου ένα ατομικό αέριο επιτυγχάνει κινητική ισορροπία πριν έρθει στην χημική ισορροπία και σχηματίσει ένα στερεό[17]. Αυτό επιτυγχάνεται όταν ο ρυθμός των συγκρούσεων μεταξύ δύο ατόμων, οι οποίες φέρνουν το σύστημα σε κινητική ισορροπία, υπερβαίνει το ρυθμό των συγκρούσεων των τριών σωμάτων που είναι υπεύθυνες για τη χημική ισορροπία. Οι συγκρούσεις μεταξύ δύο σωμάτων δεν μπορούν να περιορίσουν τη διάρκεια ζωής, επειδή δεν μπορούν να προκαλέσουν μια αλλαγή του σπιν με παράλληλη διατήρηση της ενέργειας και της ορμής, σε αντίθεση με τις συγκρούσεις τριών σωμάτων, όπου το τρίτο σωματίδιο μπορεί να μεταφέρει μακριά την ενέργεια. Η διάρκεια ζωής αυτού του μετασταθούς νέφους εξαρτάται από την πυκνότητα του αερίου. Για ένα αραιό νέφος με 10^{17} cm^{-3} άτομα, δεν θα μπορούσε να είναι περισσότερο από μερικά milliseconds[17]. Έτσι, πολύ αραιά αέρια της τάξης των 10^{14} cm^{-3} απαιτούνται για να εξερευνηθεί η φάση του συμπυκνώματος. Χρησιμοποιώντας την 1.12 για τη σχέση μεταξύ της κρίσιμης θερμοκρασίας και της πυκνότητας, μπορεί κανείς να βρει ότι με αυτές τις τιμές της πυκνότητας η κρίσιμη θερμοκρασία έγκειται σε τάξη μεγέθους εκατοντάδων nanoKelvins. Φτάνουμε και πάλι το συμπέρασμα σχετικά με την αναγκαιότητα των τεχνικών της φύξης και παγίδευσης και τη σημασία της επιλογής του ατομικού αερίου.

Νέφη ατόμων αλκαλίων είναι βολικά στο πλαίσιο της αναπτυγμένης τεχνολογίας για την φύξη και την παγίδευση τους για διάφορους λόγους. Πρώτα από όλα, χαρακτηρίζονται από μια εύκολη στο χειρισμό τους ενεργειακή δομή. Οι ενέργειακες μεταβάσεις τους βρίσκονται στην περιοχή κοντά στο ορατό ή υπέρυθρο, κάτι που βοηθά τους πειραματιστές, δεδομένου ότι διαθέτουν πολύ ισχυρά λέιζερ για την εν λόγω περιοχή. Το ασύζευκτο τους ηλεκτρόνιο στην εξωτερική στιβάδα της δομής τους είναι η αιτία για την εμφάνιση της μαγνητικής ροπής (σε αντίθεση με άλλα στοιχεία, όπως οι αλκαλικές γαίες) που τα κάνει ιδιαίτερα υποψηφίους για την παγίδευση με μαγνητικά πεδία. Επιπλέον, οι χαρακτηριστικές ιδιότητες που εμφανίζουν σε σχέση με τις συγκρούσεις των ατόμων τους βοηθούν σημαντικά κατά τη διάρκεια της εξάτμισης, κάτι που θα δούμε στη συγκεκριμένη ενότητα.

Μεταξύ όλων των σταθερών ιστοτόπων των αλκαλίων, το ^{87}Rb διαδραματίζει κυρίαρχο ρόλο στην ιστορία και τα τρέχοντα πειράματα για το συμπύκνωμα. Αυτό οφείλεται κυρίως στη διαθεσιμότητα βολικων πηγών λέιζερ (δίοδος) και την ευνοϊκή αναλογία μεταξύ ελαστικών στην ανελαστικών συγκρούσεων. Το μήκος σκέδασης του ^{87}Rb έχει θετική τιμή προσφέροντας σταθερότητα και επίσης είναι ανεξάρτητο του μαγνητικού πεδίου που εφαρμόζεται. Επιπλέον, χαρακτηρίζεται από ένα σχετικά μικρό χρόνο ζωής των διεγερμένων καταστάσεων του σε σύγκριση με τα άλλα αλκαλια προσφέροντας μια μεγαλύτερη δύναμη που ενεργεί σε αυτό από την ακτινοβολία. Οι βασικές ιδιότητες του ^{87}Rb συνοψίζονται στο [24].

Ως αποτέλεσμα των πιο πάνω, στις επόμενες ενότητες θα εξετάσουμε χρήσιμες ιδιότητες του ^{87}Rb .

1.2.1 Γενικές ιδιότητες του ^{87}Rb

Ένα άτομο ^{87}Rb έχει 50 νετρόνια και 37 πρωτόνια στον πυρήνα του καθώς και 37 ηλεκτρόνια. Για να κυριολεκτήσουμε, δεν είναι ένα σταθερό ισότοπο του Ρουβιδίου. Παρ' όλα αυτά, η εξαιρετικά τεράστια διάρκεια ζωής του της τάξης των 5×10^{10} χρόνων[25] το κάνει να θεωρηθεί ως μάλλον σταθερό. Σύμφωνα με το κβαντικό μοντέλο του υδρογόνου, το ^{87}Rb έχει μόνο ένα ηλεκτρόνιο στην εξωτερική του στιβάδα, στο τροχιακό $5S$ στην θεμελιώδη του κατάσταση.

Οι κατά τα άλλα εκφυλισμένες καταστάσεις της $n = 5$ στιβάδας διασπώνται λόγω της σύζευξης μεταξύ της τροχιακής στροφορμής \vec{L} και του σπιν \vec{S} (το φαινόμενο της λεπτής υφής). Η συνολική στροφορμή του ηλεκτρονίου είναι στη συγκεκριμένη κατάσταση $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ και ο αντίστοιχος κβαντικός αριθμός J που περιγράφει την κατάσταση μπορεί να είναι στο εύρος $|L - S| < J < L + S$. Για το άτομο του ρουβιδίου στη θεμελιώδη του κατάσταση, το εξωτερικό ηλεκτρόνιο έχει $L = 0$ και $S = 1/2$, κι έτσι $J = 1/2$ (Αυτή η κατάσταση συμβολίζεται συχνά ως $5^2S_{1/2}$). Στην πρώτη διεγερμένη κατάσταση, το ηλεκτρόνιο έχει $L = 1$ και $S = 1/2$ και ως εκ τούτου, $J = 1/2$ ($5^2P_{1/2}$) ή $J = 3/2$ ($5^2P_{3/2}$). Η τιμή του J ορίζει την αλλαγή στο επίπεδο της ενέργειας. Υπό αυτήν την έννοια, η μετάβαση $L = 0$ έως $L = 1$ (η οποία καλείται ως μετάβαση στη γραμμή D) χωρίζεται σε δύο συνιστώσες ($D1$ -γραμμή για την μετάβαση $5^2S_{1/2}$ σε $5^2P_{1/2}$ και η γραμμή $D2$ για τη μετάβαση $5^2S_{1/2}$ σε $5^2P_{3/2}$).

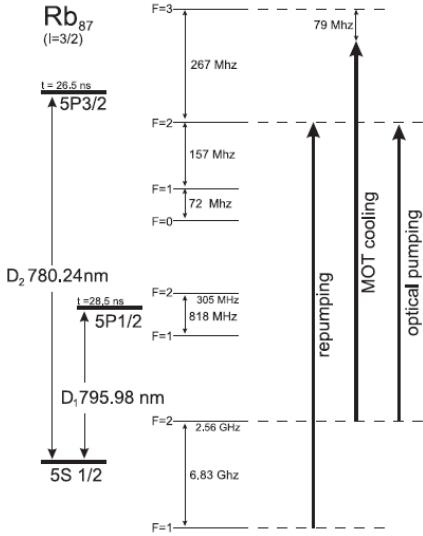
Κατά παρόμοιο τρόπο, λόγω της σύζευξης μεταξύ της στροφορμής του ηλεκτρονίου \vec{J} και της στροφορμής του πυρήνα \vec{I} (το φαινόμενο της υπέρλεπτης υφής) υπάρχει μια επιπλέον διάσπαση των επιπέδων ενέργειας. Η συνολική στροφορμή ενός ατόμου είναι στη συγκεκριμένη κατάσταση $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$ και ο αντίστοιχος κβαντικός αριθμός F που περιγράφει την κατάσταση μπορεί να είναι στο εύρος $|J - I| < F < J + I$. Για το άτομο ρουβιδίου στη θεμελιώδη του κατάσταση είναι $J = 1/2$ και $I = 3/2$ έτσι, ώστε $F = 1$ ή $F = 2$. Για την $5^2P_{1/2}$ κατάσταση λεπτής υφής $J = 1/2$ και $I = 3/2$ και επομένως $F = 1$ ή $F = 2$. Ομοίως, για την $5^2P_{3/2}$ κατάσταση λεπτής υφής $J = 3/2$ και $I = 3/2$ και επομένως $F = 0$ ή $F = 1$ ή $F = 2$ ή $F = 3$. Ο ενέργειακός διαχωρισμός από αυτο το επίπεδο υπέρλεπτης υφής εξαρτάται από την τιμή F .

Για μια πιο λεπτομερή ανάλυση της λεπτής και Υπέρλεπτης υφής και των πειραμάτων που σχετίζονται με αυτόν το διαχωρισμό του ρουβιδίου, μπορεί κανείς να απευθυνθεί στα [26][27][28][29][30]

1.2.2 Νέφος ^{87}Rb μέσα σε χρονομεταβλητό ηλεκτρικό πεδίο

Σε αυτή την ενότητα θα ενδιαφερθούμε για τη μελέτη των επιπτώσεων σε ένα άτομο ρουβιδίου από την παρουσία της ακτινοβολίας, και ιδιαίτερα ένός μονοχρωματικού λέιζερ.

Ο μεγάλος διαχωρισμός μεταξύ των γραμμών $D1$ και $D2$ σε σύγκριση με το πλάτος της δέσμης λέιζερ μας κάνει να υποθέσουμε ότι η ακτινοβολία αλληλεπιδρά με μόνο ένα από ενέργειακά επίπεδα της λεπτής υφής, ανάλογα με τη συχνότητα του φωτός. Επιπλέον, στην περίπτωση που η προσπίπτουσα ακτινοβολία είναι σχεδόν σε συντονισμό με την ατομική μετάβαση $ω_0$, μπορεί να θεωρηθεί ότι αλληλεπιδρά μόνο με μια υπέρλεπτη κατάσταση. Για τους λόγους αυτούς, η μονοχρωματική ακτινοβολία συζεύγνει μόνο δύο από τα υπέρλεπτα επίπεδα F και έτσι το άτομο μέσα σε ένα ηλεκτρικό πεδίο μπορεί να αντιμετωπίζεται ως ένα σύστημα δύο καταστάσεων.



Σχήμα 1.2: Η λεπτή υφή της $n = 5$ στιβάδας του ^{87}Rb με τις καταστάσεις $5^2\text{S}_{1/2}$, $5^2\text{P}_{1/2}$ και $5^2\text{P}_{3/2}$. Για τη διαδικασία της επίτευξης συμπυκνώματος ως επί το πλείστον ενδιαφέρονται για τη μετάβαση $D2$. Στο διάγραμμα μπορεί κανείς να δει επίσης τη διάρκεια ζωής των διεγερμένων καταστάσεων. Κάθε λεπτή κατάσταση επιπλέον διαχωρίζεται λόγω του φαινομένου της υπέρλεπτης υφής. Οι διάφορες τεχνικές που χρησιμοποιούμε επωφελούνται από διαφορετικές μεταβάσεις μεταξύ των καταστάσεων υπέρλεπτης υφής, όπως θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο.

Θα φανεί ιδιαίτερα εύχρηστο να χρησιμοποιήσουμε μια ημικλασική εικόνα περιγραφής: το άτομο αντιμετωπίζεται ως ένα κβαντομηχανικό αντικείμενο, ενώ η ακτινοβολία περιγράφεται ως ένα κλασσικό πεδίο. Αυτό ισχύει όταν η οπτική ισχύς του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου είναι πολύ υψηλότερη από εκείνη των λίγων φωτονίων. Σε αυτή την προσέγγιση, το άτομο έχει δύο επίπεδα ενέργειας, την θεμελιώδη κατάσταση $|g\rangle$ και τη διεγερμένη $|e\rangle$. Αυτά τα επίπεδα χωρίζονται από ένα ενεργειακό χάσμα $\hbar\omega_0$. Από την άλλη πλευρά, η ακτινοβολία περιγράφεται ως ένα κλασσικό ηλεκτρικό πεδίο

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \quad (1.26)$$

όπου ω είναι η συχνότητα της ακτινοβολίας, \vec{k} το αντίστοιχο κυματάνυσμα, t η χρονική και \vec{r} οι χωρικές συντεταγμένες. \vec{E}_0 είναι το αργά μεταβαλλόμενο πλάτος της ακτινοβολίας, του οποίου η κατεύθυνση καθορίζει την πόλωση του κύματος.

Μια άλλη προσέγγιση μεγάλης βοήθειας είναι η προσέγγιση διπόλου: Το πλάτος \vec{E}_0 θεωρείται ότι είναι σταθερό στο χώρο. Μια τέτοια προσέγγιση είναι έγκυρη όταν το άτομο είναι πολύ μικρότερο από το μήκος κύματος του λέιζερ. Ως εκ τούτου, θεωρούμε μεταβολές μόνο στο πεδίο του χρόνου: $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos \omega t$.

Εξέλιξη εσωτερικών βαθμών ελευθερίας. Μετά από όλες αυτές τις προσεγγίσεις, μπορούμε τώρα να ρίξουμε μια ματιά στον τρόπο που το άτομο διανέμεται στη θεμελιώδη και τη διεγερμένη του κατάσταση. Σε περίπτωση απουσίας του πεδίου λέιζερ, η Χαμιλτονιανή του ατόμου μπορεί να γραφτεί ως

$$H_0 = |e\rangle \langle e| \quad (1.27)$$

Στην παραπάνω εξίσωση, έχουμε παραλείψει τον κινητικό όρο αφού μας ενδιαφέρουν οι εσωτερικοί βαθμοί ελευθερίας. Έχοντας ήδη υποθέσει ένα σύστημα δύο επιπέδων, μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι η ατάραχη Χαμιλτονιανή έχει δύο ιδιοενέργειες, τις E_1 και E_2 που αντιστοιχούν στις καταστάσεις $|g\rangle$ και $|e\rangle$ αντίστοιχα.

Παρουσία φωτός, αυτό παράγει μια διαταραχή που περιγράφεται από την Χαμιλτονιανή[31]

$$\begin{aligned} H_I(t) &= -\vec{d}\vec{E}|e\rangle\langle g| - \vec{d}\vec{E}|g\rangle\langle e| \\ &= e\vec{r}\vec{E}_0\cos\omega t|e\rangle\langle g| + e\vec{r}\vec{E}_0\cos\omega t|g\rangle\langle e| \end{aligned} \quad (1.28)$$

εφ'οσον θεωρούμε ότι, ελλείψει ενός ηλεκτρικού φορτίου, λόγω της ουδετερότητας του ατόμου, μόνο μια ηλεκτρική διπολική ροπή \vec{d} κάνει την εμφάνισή της και όχι υψηλότερες ροπές. Στην παραπάνω εξίσωση –ε είναι το φορτίο ηλεκτρονίου και \vec{r} η θέση του ηλεκτρονίου σε σχέση με τον πυρήνα.

Οι καταστάσεις $|g\rangle$ και $|e\rangle$ παύουν να είναι στάσιμες της πλήρους Χαμιλτονιανής $H = H_0 + H_I$. Παρ' όλα αυτά, η κατάσταση του ατόμου σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή μπορεί να εκφραστεί ως προς αυτές ως εξής:

$$|\Psi\rangle = c_1|g\rangle + c_2|e\rangle \quad (1.29)$$

Ιτ ις ηελπφυλ, υφ ονει ωσερτς τηε δενσιτψ ματριξ:

$$\rho = |\Psi\rangle\langle\Psi| = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |c_1|^2 & c_1 c_2^* \\ c_2 c_1^* & |c_2|^2 \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

όπου τα ρ_{11} και ρ_{22} αντιπροσωπεύουν τους πληθυσμούς της θεμελιώδους και της διεγερμένης κατάστασης, ενώ τα ρ_{12} και ρ_{21} καλούνται ως συνάφεια του συστήματος. Εισάγοντας την κυματοσυνάρτηση Ψ στην εξίσωση του Scroedinger χρησιμοποιώντας την Χαμιλτονιανή 1.28 μετά την προσέγγιση περιστρεφόμενου-κύματος [32] (η οποία ισχύει αν $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$), μπορεί κανείς να συναγάγει τις οπτικές εξισώσεις Bloch για τους ρ-συντελεστές (για περισσότερες λεπτομέρειες [27]).

Αναζητώντας για σταθερές κατάστασεις (steady states) για τις Οπτικές εξισώσεις Bloch τελικά καταλήγουμε σε [33]:

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= \frac{1}{2} \frac{2(\Gamma/2)^2 + 2\Delta^2 + \Omega^2/2}{(\Gamma/2)^2 + \Delta^2 + \Omega^2/2} \\ \rho_{22} &= \frac{1}{2} \frac{\Omega^2/2}{(\Gamma/2)^2 + \Delta^2 + \Omega^2/2} \\ \rho_{12} &= \rho_{21}^* = \frac{\Omega(2\Delta + j\Gamma)}{2\Omega^2 + 4\Delta^2 + \Gamma^2} \end{aligned} \quad (1.31)$$

όπου Ω είναι η συχνότητα Rabi η οποία ορίζεται ως $\hbar\Omega = \vec{d}\vec{E}_0$, $\Delta = \omega - \omega_0$ ο αποσυντονισμός μεταξύ λέιζερ και ατομικής μετάβασης και Γ^{-1} ο χρόνος ζωής ης διεγερμένης κατάστασης.

Εκτός από την αλλαγή στον πληθυσμό της θεμελιώδους και της διεγερμένης κατάστασης, η παρουσία ενός ηλεκτρομαγνητικού πεδίου μπορεί να οδηγήσει στην μετατόπιση των επιπέδων ενέργειας. Αυτές οι μετατοπίσεις αναφέρονται ως μετατοπίσεις ac Stark. Για να βρούμε αυτή την ενεργειακή μετατόπιση για τη θεμελιώδη κατάσταση, μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει τη θεωρία διαταραχών, η οποία είναι έγκυρη μόνο αν $\Omega \ll (\delta^2 + \Gamma^2/4)^{1/2}$. Χρησιμοποιώντας την τεχνική αυτή, μπορεί κανείς να γράψει γενικά την ενεργειακή μετατόπιση ως μια σύνθετη ποσότητα[26]

$$\Delta E_1 = V_1 - j\hbar\Gamma_1/2 \quad (1.32)$$

Το πραγματικό μέρος V_1 αντιστοιχεί στη μετατόπιση της ενέργειας της κατάστασης, ενώ το φανταστικό μέρος αντιστοιχεί σε ένα πεπερασμένο χρόνο ζωής Γ_1^{-1} της θεμελιώδους κατάστασης, λόγω της μετάβασης στην διεγερμένη κατάσταση που προκαλείται από την πεδίο φωτός. Αυτή η μετατόπιση της ενέργειας μπορεί να βρεθεί να είναι:

$$V_1 = \frac{\hbar\Omega^2\delta}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.33)$$

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι οι εξισώσεις 1.31 εξακολουθούν να ισχύουν στην περίπτωση της ενεργειακής μετατόπισης των καταστάσεων. Η μεταβολή των πληθυσμών σε αυτήν την περίπτωση λαμβάνεται υπόψη στη συχνότητα Rabi και στον αποσυντονισμό.

Εξωτερικοί βαθμοί ελευθερίας - Δυνάμεις στο άτομο. Κατά τη διάρκεια της αλληλεπίδρασης μεταξύ ενός ατόμου και ενός φωτονίου υπάρχει ανταλλαγή ορμής. Έτσι, το φως επηρεάζει και τους εξωτερικούς βαθμούς ελευθερίας του ατόμου.

Προκειμένου να συνεχίσουμε στον υπολογισμό της δύναμης σε ένα άτομο, ωστόσο πρέπει να άρουμε την προσέγγιση διπόλου, που προηγουμένως θεωρήσαμε, και αντάντού να εξετάσουμε το πεδίο 1.26. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα άτομα είναι σε κίνηση, έτσι μπορούν να ταξιδεύουν μεγάλες αποστάσεις σε σχέση με το μήκος κύματος του φωτός σε ένα σύντομο χρονικό διάστημα.

Από τη σκοπιά κβαντικής μηχανικής, η δύναμη που ασκείται επί ενός ατόμου είναι η αναμενόμενη τιμή του ρυθμού μεταβολής του τελεστή ορμής

$$\vec{F} = \left\langle \frac{d\vec{p}}{dt} \right\rangle \quad (1.34)$$

Στην αναπαράσταση του Heisenberg, ο τελεστής έχει μια εξέλιξη που χαρακτηρίζεται από την εξισωση

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{j}{\hbar} [H(r), \vec{p}] = -\nabla H(r) \quad (1.35)$$

Η τελευταία ισότητα προκύπτει από το γεγονός ότι $[H(r), p] = j\hbar\nabla H(r)$. Έτσι, $\vec{F} = -\nabla H(r)$. Αντικαθιστώντας τη Χαμιλτονιανή 1.28 και το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο 1.26 στον προηγούμενο τύπο για τη δύναμη, μετά από μια εκτενή ανάλυση που είναι έξω από το πεδίο εφαρμογής της παρούσας εργασίας (αλλά μπορεί να βρεθεί στο [33]), μπορεί κανείς να πάρει:

$$\vec{F} = \hbar\Omega(r) \left[\frac{\nabla\Omega(r)}{\Omega(r)} \text{Re}\{\rho_{12}e^{-j\delta t}e^{-j\vec{k}\vec{r}}\} - \nabla(\vec{k}\vec{r})(\text{Im}\{\rho_{12}e^{-j\delta t}e^{-j\vec{k}\vec{r}}\}) \right] \quad (1.36)$$

Ο πρώτος όρος εξαρτάται από την αλλαγή του πλάτους του πεδίου πάνω στο χώρο. Καλείται δύναμη διπόλου (dipole force or gradient force or stimulated force) και εμφανίζεται μόνο αν υπάρχει μια κλίση στο πεδίο φωτός. Ασκείται σε ένα άτομο εξαιτίας της συνεκτικής ανακατανομής των φωτονίων και οφειλεται στην απορρόφηση και την εξαναγκασμένη εκπομπή φωτονίων. Από την άλλη πλευρά, ο δεύτερος όρος είναι γνωστός ως η δύναμη σκέδασης (scattering force or spontaneous force or radiation pressure) και εξαρτάται από τη φάση του πεδίου πάνω στο χώρο. Αυτό σημαίνει ότι αυτό το είδος δύναμης είναι πάντα παρόν όταν ένα πεδίο φωτός υπάρχει. Πρόκειται για τη δύναμη πάνω σε ένα άτομο που αντιστοιχεί σε απορρόφηση ενός φωτονίου που ακολουθείται από αυθόρυμη εκπομπή. Περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με την τελευταία δύναμη ωστόσο διοθούν στο επόμενο κεφάλαιο.

1.2.3 Νέφος ^{87}Rb μέσα σε μαγνητικό πεδίο

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, τα επίπεδα ενέργειας του ρουβιδίου-87 διαχωρίζονται λόγω της σύζευξης σπιν-τροχιάς (λεπτή υφή) και σε ένα επόμενο στάδιο, λόγω της σύζευξης ηλεκτρονίου-πυρήνα (υπέρλεπτη υφή). Η Χαμιλτονιανή που περιγράφει το διαχωρισμό της υπέρλεπτης υφής για κάθε ένα από τα συστατικά της γραμμής D δίνεται από [24]

$$H_{\eta\varphi\varsigma} = A_{\text{hfs}} \vec{I} \vec{J} + B_{\text{hfs}} \frac{3(\vec{I}\vec{J})^2 + \frac{3}{2}\vec{I}\vec{J} - I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)J(2J-1)} \quad (1.37)$$

όπου A_{hfs} και B_{hfs} είναι σταθερές που σχετίζονται με την D -συνιστώσα. Εν απουσίᾳ ενός εξωτερικού μαγνητικού πεδίου, όλες οι $2F+1$ καταστάσεις του ίδιου υπέρλεπτου ενέργειακού επιπέδου με τον ίδιο χβαντικό αριθμό F (που περιγράφονται από τον αριθμό m_F) είναι εκφυλισμένες.

Ένα άτομο ρουβιδίου μπορεί να θεωρηθεί ως ένα μαγνητικό δίπολο λόγω του αζευγάρωτου ηλεκτρονίου του (που δημιουργείται από το σπιν \vec{S}) της τροχιακής στροφορμής \vec{L} και της στροφορμής του πυρήνα \vec{I} . Λαμβάνοντας όλα αυτά υπόψη, η μαγνητική διπολική ροπή ενός ατόμου μπορεί να εκφραστεί ως

$$\vec{\mu}_m = \frac{\mu_B}{\hbar} (g_s \vec{S} + g_L \vec{L} + g_I \vec{I}) \quad (1.38)$$

όπου μ_B είναι η μαγνητόνη του Bohr και οι g -παράγοντες χρησιμοποιούνται για την μαγνητική τροποποίηση διπολικών ροπών. Περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με αυτούς τους παράγοντες δίνονται στο [24], ενώ οι μετρούμενες τιμές τους στο [34]. Έτσι, στην παρουσία ενός κλασικού μαγνητικού πεδίου $\vec{B} = B_z \hat{z}$, εμφανίζεται αλληλεπίδραση με την μαγνητική διπολική ροπή του ατόμου. Ως συνήθως, η Χαμιλτονιανή που περιγράφει αυτή η αλληλεπίδραση είναι

$$H_{\text{magn}} = \vec{\mu}_m \vec{B} = \frac{\mu_B}{\hbar} (g_s S_z + g_L L_z + g_I I_z) B_z \quad (1.39)$$

Όταν το μαγνητικό πεδίο είναι ισχυρό, αλλά όχι και τόσο, ώστε η ενέργειακή τροποποίηση ειναι μικρή συγκρινόμενη με τον διαχωρισμό της λεπτής υφής, ο J είναι ένας καλός αριθμός και έτσι

$$H_{\text{magn}} = \vec{\mu}_m \vec{B} = \frac{\mu_B}{\hbar} (g_J J_z + g_I I_z) B_z \quad (1.40)$$

Κατά τον ίδιο τρόπο, για ασθενέστερα μαγνητικά πεδία όπου η ενέργειακή μετατόπιση εξαιτίας τους είναι μικρή σε σύγκριση με τον διαχωρισμό υπέρλεπτης υφής, ο F είναι ένας καλός αριθμός και ως εκ τούτου

$$H_{\text{magn}} = \vec{\mu}_m \vec{B} = \frac{\mu_B}{\hbar} g_F F_z B_z \quad (1.41)$$

Μας ενδιαφέρει κυρίως η τελευταία περίπτωση, όπου τα ενέργειακα χάσματα μπορούν να εκφραστούν χρησιμοποιώντας διαταραχή πρώτης τάξης στη Χαμιλτονιανή 1.37 ως

$$\Delta E_{|Fm_F\rangle} = \mu_B g_F m_F B_z \quad (1.42)$$

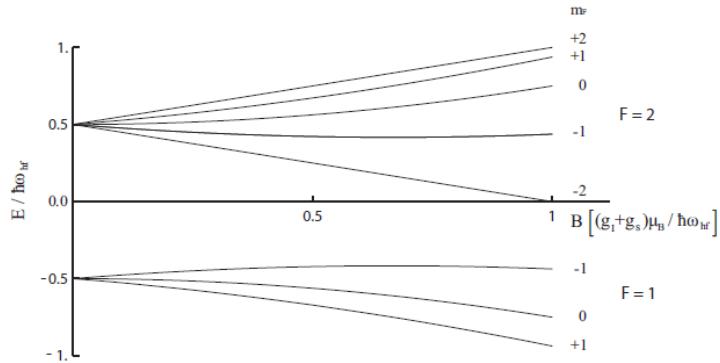
Κάποιος μπορεί εύκολα να δει ότι η μετατόπιση είναι γραμμική σε σχέση με το μαγνητικό πεδίο. Σε αυτήν την περιοχή, ο διαχωρισμός των επιπέδων ενέργειας λόγω του πεδίου καλείται ως το ανώμαλο φαινόμενο Zeeman για τα άτομα.

Σε αυτήν την εργασία, η ισχύς των μαγνητικών πεδίων που εφαρμόζονται βρίσκεται στην περιοχή όπου το ανώμαλο φαινόμενο Zeeman είναι επαρκές για την περιγραφή της συμπεριφοράς των ατόμων. Ωστόσο, αναφέρουμε ότι για ισχυρότερα μαγνητικά πεδία, μια προσέγγιση διαταραχής δεύτερης τάξης είναι πιο επιτυχής, και η μετατόπιση της ενέργειας μπορεί να περιγραφεί από τον τύπο Breit-Rabi[89]

$$\Delta E_{|Fm_F\rangle} = \mu_B g_F m_F B_z + \frac{1}{16} (4 - m_F^2) \frac{(g_s \mu_B B_z)^2}{\hbar \omega_{hf}} \quad (1.43)$$

Ακόμα ισχυρότερη πεδία ξεπερνούν την υπέρλεπτη υφή, αποσυζεύγνουν τα \vec{I} και \vec{J} και η υπέρλεπτη Χαμιλτονιανή 1.37 γίνεται αμελητέα σε σχέση με την Χαμιλτονιανή αλληλεπίδρασης[24]. Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται κανονικό φαινόμενο Zeeman για την υπέρλεπτη υφή. Ακόμα ισχυρότερα πεδία επάγουν άλλες συμπεριφορές, όπως το τετραγωνικό φαινόμενο Zeeman [35]. Όλα αυτά τα αποτελέσματα, όμως, είναι πέρα από το πεδίο δράσης αυτής της εργασίας.

Σχήμα 1.3: Με την παρουσία ενός εξωτερικού μαγνητικού πεδίου ο εκφυλισμός των επιπέδων m_F του ίδιου ενεργειακού επιπέδου F αλτεται. Για μικρά μαγνητικά πεδία, η ενέργειακή μεταβολή είναι γραμμική στο πεδίο. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται ανώμαλο Zeeman. Για ισχυρότερα πεδία, ο F δεν είναι πλέον ένας καλός κβαντικός αριθμός και η γραμμική εξάρτηση στο πεδίο παύει να ισχύει.



Κεφάλαιο 2

Η διαδικασία προς το BEC

2.1 Επισκόπηση της διαδικασίας

Τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του φωτός και ενός μαγνητικού πεδίου που έχουν ήδη συναχθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο ως χρησιμοποιηθούν εδώ για να εξηγηθεί η όλη διαδικασία μέχρι την εμφάνιση του συμπυκνώματος. Θεμελιώδης στόχος μας είναι να φτάσουμε στον κβαντικό εκφυλισμό με τον υψηλότερο δυνατό αριθμό ατόμων. Αυτή είναι μια διπλή προσπάθεια: Πρώτα απ' όλα η επίτευξη του εκφυλισμού, η οποία από την άποψη του παραδοσιακού κριτήριου της πυκνότητας του χώρου φάσης (όπως ορίζεται στην εξ. 1.14) μπορεί να περιγραφεί από τη συνθήκη $D_\pi > 2.612$. Δεύτερον, ως πρέπει να ακολουθήσουμε μια διαδικασία που προσφέρει τις βέλτιστες συνθήκες για την απόκτηση του μεγαλύτερου αριθμού ατόμων στο συμπύκνωμα.

Για την υλοποίηση του BEC, χρειαζόμαστε ένα αραιό ατομικό διάλυμα, όπως τονίστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Αυτό απαιτεί την εκπλήρωση επαρκώς χαμηλών πυκνοτήτων, οι οποίες με τη σειρά τους οδηγούν στην απαίτηση εξαιρετικά χαμηλών θερμοκρασιών. Για να αποκτήσουμε τέτοιες εξαιρετικά χαμηλές θερμοκρασίες και πυκνότητες, κάποιος πρέπει να αναπτύξει εξελιγμένες τεχνικές για την ψύξη και παγίδευση ουδέτερων ατόμων. Τα διαδοχικά βήματα, που συζητούνται εδώ και αυξάνουν την πυκνότητα χώρου φάσης του ατομικού νέφους ^{87}Rb οδηγώνται στη συμπύκνωση, εφαρμόζονται γενικά, με κάποιες παραλλαγές, στα εργαστήρια σε όλον τον κόσμο. Στο κεφάλαιο αυτό, ως περιγράψουμε όλες αυτές τις τεχνικές που χρησιμοποιούνται μέχρι την επίτευξη του BEC. Από την άλλη πλευρά, η βελτιστοποίηση αυτής της διαδικασίας που οδηγεί στη συμπύκνωση δεν είναι καθόλου μια διαδικασία ρουτίνας. Καθώς ο στόχος του μεγάλου αριθμού ατόμων στο νέφος δεν συσχετίζεται με άμεσο τρόπο με την απόκτηση υψηλής πυκνότητας σε αυτό, η πυκνότητα χώρου φάσης που εξαρτάται από την πυκνότητα παύει να είναι το κριτήριο για την βελτιστοποίηση. Αυτό ως είναι το θέμα στα επόμενα κεφάλαια.

Η πολυπλοκότητα των BEC πειραμάτων για τις διαδικασίες της ψύξης και παγίδευσης απαιτεί προσεκτικά σχεδιασμένες διατάξεις με ένα μεγάλο βαθμό αξιοπιστίας. Η όλη περιγραφή της συσκευής μας μπορεί να βρεθεί στα [36][37][38]. Εδώ, ως αναφερθούμε εν συντομίᾳ σε ορισμένες από τις γενικές απαιτήσεις για την παγίδευση και ψύξη μέχρι να φτάσουμε στον εκφυλισμό. Μία από τις κύριες απαιτήσεις για μια επιτυχή ψύξη είναι η απομόνωση του ατομικού νέφους από το περιβάλλον του, προκειμένου να μειωθούσεις των

ατόμων με σωματίδια υψηλής ενέργειας. Τέτοια σωματίδια μπορούν να προέρχονται από τα τείχη του υλικού που περιορίζουν το νέφος. Για το λόγο αυτό, το νέφος θα πρέπει να είναι θερμικά απομονωμένο και, ως εκ τούτου, είμαστε αναγκασμένοι να παγιδεύσουμε το νέφος με την εφαρμογή εξωτερικών πεδίων φωτός και μαγνητικών πεδίων, παρά με τη χρήση ενός υλικού δοχείου. Ωστόσο, ακόμη και με την απουσία των τοίχων, υψηλής ενέργειας σωματίδια που προέρχονται από το γύρω χώρο μπορούν να αυξήσουν τη θερμοκρασία των ατόμων ή να τα οδηγήσουν έξω από την παγίδα. Ως εκ τούτου, πρέπει κανείς να διασφαλίσει ότι αυτού του είδους τα σωματίδια είναι σπάνια. Αυτό επιτυγχάνεται με την παγίδευση του νέφους σε περιοχή με υπερ-υψηλό κενό. Πιέσεις της τάξης των 10^{-11} mbar είναι απαραίτητες. Υπό αυτές τις συνθήκες, κανείς είναι πλέον σε θέση να περιορίσει τα σωματίδια για δευτερόλεπτα ή ακόμη και για λεπτά, που είναι αρκετός χρόνος για να κρυώσουν. Μια άλλη απαίτηση, που προκύπτει από την προηγούμενη, είναι η μεγάλη ανάγκη ταυτόχρονα για κτίνες λέιζερ με ορισμένες ιδιότητες (σταθεροποίηση συχνότητας σε οπτικές μεταβάσεις, ειδικές εντάσεις κλπ) και πηνία που θα χρησιμοποιηθούν για την εφαρμογή των απαιτούμενων μαγνητικών πεδίων. Όλα αυτά τα συστήματα λέιζερ και τα πηνία προσφέρουν το απαιτούμενο φως και τα κατάλληλα μαγνητικά πεδία τα οποία και βοηθούν στην υλοποίηση στις διαδικασίες της φύξης και της παγίδευσης. Η συσκευή αποτελείται επίσης από ένα μεγάλο αριθμό ηλεκτρονικών συστημάτων ελέγχου.

Όλα τα βήματα μέχρι το συμπύκνωμα μπορούν να διαιρεθούν σε δύο γενικές διαδικασίες φύξης και παγίδευσης: την φύξη λέιζερ του νέφους σε μια μαγνητο-οπτική παγίδα (MOT) που ακολουθείται από φύξη με εξάτμιση μετά τον περιορισμό του νέφους σε μια συντηρητική μαγνητική παγίδα. Αυτές οι δύο τεχνικές φύξης είναι συμπληρωματικές ως προς τον στόχο του κβαντικού εκφυλισμού: Η τεχνική φύξης με λέιζερ δεν είναι επαρκής, ώστε να εμφανισθεί το BEC, δεδομένου ότι υπάρχει ένα κατώτερο όριο της θερμοκρασίας και της πυκνότητας που επιτυγχάνει. Από την άλλη πλευρά, η τεχνική φύξης με εξάτμιση μπορεί να λειτουργήσει με αποτελεσματικό τρόπο μόνο εάν το νέφος είναι πυκνό και αρκετά κρύο για να προσφέρει υψηλούς ρυθμούς σύγκρουσης και σφιχτή συγκράτηση. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η μαγνητική παγίδα, που χρησιμοποιείται για την τεχνική αυτή, δεν μπορεί να έχει ένα βάθος μεγαλύτερο από την παγίδευση μερικών milliKelvins, λόγω του ουδέτερου χαρακτήρα των ατόμων. Η ενίσχυση της πυκνότητας χώρου φάσης κατανέμεται σχεδόν ισότροπα μεταξύ αυτών των δύο διαδικασιών φύξης. Αρχίζει με μια τιμή της τάξης των 10^{-12} σε θερμοκρασία δωματίου και κάθε μία από τις τεχνικές παρέχει ένα κέρδος έξι τάξεων μεγέθους, ώστε τελικά καταλήγουμε με μια πυκνότητα χώρου φάσης της τάξης της μονάδας. Μετά από αυτό, η εμφάνιση του BEC αυξάνει την πυκνότητα χώρου φάσης άλλον έναν παράγοντα 10^6 χωρίς καμία επιπλέον προσπάθεια. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο το συμπύκνωμα συχνά αποκαλείται και ως "ελεύθερη φύξη" [77].

Στο διάγραμμα 2.1 μπορούμε να δούμε τα διαδοχικά στάδια που αποτελούν τις δύο αυτές γενικές τεχνικές φύξης και παγίδευσης, που συζητήθηκαν παραπάνω. Με λίγα λόγια, η διαδικασία έχει ως εξής. Ο θάλαμος υπερ-υψηλού κενού είναι φορτωμένος με έναν μεγάλο αριθμό ατόμων της τάξης των 10^{10} με τη βοήθεια μιας διάταξης γνωστή ως δισδιάστατη μαγνητο-οπτική παγίδα (2D-MOT), που λειτουργεί ως η πηγή μιας ακτίνας ατόμων χαμηλής ταχύτητας, οδηγώντας τα στο θάλαμο. Χρησιμοποιώντας τις ακτίνες του MOT και τα πηνία Ioffe, που εξυπηρετούν την υλοποίηση της τεχνικής MOT, το νέφος παγιδεύεται και φύχεται μέσα στον θάλαμο υπερ-υψηλού κενού, οδηγώντας σε μια σταθερή κατάσταση. Μια απλή

	Laser Cooling			Evaporative Cooling			Imaging
	MOT	CMOT	Molasses	Trap Match	Compression	Evaporation	
Imaging Beam							
MOT Beams							
RF							
B_{0z}							
Pitch Coils							
Compensate Coils							
Ioffe Coils							
red-detuning of MOT beams	25 MHz	40MHz	40MHz				
duration	4.5 sec	10 msec	1msec	0.5 sec	3 sec	10 sec	
atom number	10^{10}	9×10^9	9×10^9	5×10^8	4×10^8	5×10^5	

Σχήμα 2.1: Τα διαδοχικά στάδια της ψύξης και παγίδευσης που οδηγούν σε συμπύκνωση. Χωρίζονται σε δύο γενικές διαδικασίες: ψύξη με λέιζερ και ψύξη με εξάτμιση. Η ψύξη λέιζερ αποτελείται από τα στάδια της MOT, την συμπίεσμένη CMOT και τη διαδικασία της οπτικής μελάσας, ενώ η τεχνική ψύξης με εξάτμισης από τη λειτουργία φόρτωσης της παγίδας, τη συμπίεση της παγίδας και το τελικό στάδιο της εξάτμισης. Κάποιος μπορεί να δει τη διάρκεια, τον αριθμό των ατόμων και την επιτευχθείσα θερμοκρασία στο τέλος του κάθε σταδίου. Στο διάγραμμα, κάνουμε μια σχηματική αναπαράσταση της παρουσίας και τη σχετική δύναμη των δεσμών λέιζερ και τα ρεύματα στα πηνία που αποτελούν μέρος των τεχνικών αυτών κατά τη διάρκεια των διαφόρων σταδίων.

MOT θα παγιδεύσει τα άτομα σε πίεση η τιμή της οποίας περιορίζεται από τη διαδικασία επανεκπομπής φωτονίων σε μια σχετικά χαμηλή τιμή. Κατά συνέπεια, ο αντίστοιχος ρυθμός σύγκρουσης μετά τη μεταβίβαση στην μαγνητική παγίδα θα είναι χαμηλός. Δεδομένου ότι το πλέον χρίσιμο χαρακτηριστικό της εξατμιστικής ψύξης είναι ο ρυθμός σύγκρουσης σε σύγκριση με τη διάρκεια ζωής της παγίδας, μπορεί κανείς να αποκτήσει σχεδόν το ίδιο κέρδος με τη βελτίωση του κενού ή με τη βελτίωση της πυκνότητας στο MOT. Για την τελευταία βελτίωση, μετά τη φόρτωση και την ψύξη του MOT, εφαρμόζουμε ένα σύντομο στάδιο συμπίεσης της μαγνητο-οπτικής παγίδευσης (CMOT). Το CMOT είναι μια τεχνική που χρησιμοποιείται για την παρασκευή μιας υψηλότερης πυκνότητας του νέφους για το επόμενο στάδιο τεξάτμισης με την αύξηση της κλίσης του μαγνητικού πεδίου και του αποσυντονισμού των ακτινών του MOT. Στις πειραστέρες περιπτώσεις, μια σύντομη φάση οπτικής ψύξης, με τα μαγνητικά πεδία απενεργοποιημένα, εφαρμόζεται αμέσως μετά το στάδιο της CMOT, η οποία εγγυάται μια περαιτέρω μείωση της θερμοκρασίας του θερμικού νέφους.

Το κρύο νέφος που δημιουργήθηκε κατά το MOT χρησιμεύει ως πηγή των ψυχρών ατόμων για την επόμενη γενική διαδικασία, δηλαδή την ψύξη μέσω εξάτμισης. Οι μαγνητικές παγίδες προσφέρουν μια σχεδόν τέλεια υλοποίηση ενός συντηρητικού δυναμικού για την παγίδευση των ατόμων. Η κύρια πειραματική πρόκληση είναι η αποτελεσματική μεταφορά των ατόμων από το MOT στη μαγνητική παγίδα. Αυτό επιτυγχάνεται κατά το στάδιο της λειτουργίας φόρτωσης της παγίδας, όπου οι τιμές των ρευμάτων που τρέχουν μέσα στα πηνία είναι τέτοια, έτσι ώστε να δημιουργηθεί μια παγίδα που μοιάζει με το σχήμα της προηγούμενης στο MOT. Μετά από αυτό και πριν από το τελικό στάδιο της ψύξης με εξάτμιση, συμπίέζουμε το νέφος. Για να γίνει αυτό, αυξάνουμε τις τιμές των ρευμάτων που τρέχουν μέσαστα πηνία και μειώνουμε το B_{0z} . Αυτό μπορεί να φανεί στο διάγραμμα 2.1 παραπάνω. Η συμπίεση του σύννεφου γίνεται χρήσιμη προκειμένου να αυξηθεί ο ρυθμός συγκρούσεων των ατόμων. Τέλος, εφαρμόζουμε την τεχνική της εξαναγκασμένης ψύξης μέσω εξάτμισης χρησιμοποιώντας ραδιοσυχνότητες

που προκαλούν την μεταβολή του σπιν των ατόμων. Η τενική αυτή οδηγεί στη γρήγορη και σχετικά αποτελεσματική παραγωγή ενός συμπυκνώματος με σχεδόν 10^6 άτομα.

Μετά από όλα αυτά τα στάδια, ο κβαντικός εκφυλισμός επιτυγχάνεται. Στην παραπάνω συζήτηση, δε λάβαμε καθόλου υπόψη μας το γεγονός ότι για την εμφάνιση του συμπυκνώματος πρέπει κανείς να επιλύσει ένα μεγάλο αριθμό ζητημάτων που αντιμετωπίζουν όλα τα σχετικά πειράματα. Η υψηλή ανάγκη ευθυγράμμισης των κέντρων της MOT και της μαγνητικής παγίδας, η ικανότητα να ενεργοποιούνται και να απενεργοποιούνται τα μαγνητικά πεδία γρήγορα, η μεγάλη απώλεια των ατόμων λόγω της αναντιστοιχίας μεταξύ της MOT και της μαγνητικής παγίδας, η επιρροή της δύναμης της βαρύτητας για τα άτομα, η σχετικά μικρή διάρκεια ζωής της παγίδας και η ανάγκη για ταχεία εξάτμιση είναι μερικές ενδεικτικές δυσκολίες.

Στο υπόλοιπο αυτού του κεφαλαίου, θα δώσουμε τις βασικές αρχές των τεχνικών που χρησιμοποιούνται για την επίτευξη του συμπυκνώματος, τα διαδοχικά βήματα που ακολουθούμε και ορισμένες πτυχές της υλοποίησης αυτών σε συγκεκριμένα πειράματα μας. Η σειρά των υποκεφαλαιών ακολουθεί τη σειρά των αντίστοιχων πειραματικών βημάτων. Στην ενότητα 2.2 περιγράφεται η τεχνική της ψύξης με λέιζερ στο MOT και στην ενότητα 2.3, η τεχνική ψύξης με εξάτμιση.

2.2 Ψύξη με χρήση λέιζερ και μαγνητο-οπτική παγίδευση

Η βασική αρχή της ψύξης χρησιμοποιώντας ακτίνες λέιζερ βασίζεται στο θεώρημα της ισοκατανομής[11] που ισχύει για τα κλασικά αέρια (εξακολουθούμε να βρισκόμαστε σε σχετικά υψηλές θερμοκρασίες) και σχετίζει τη θερμοκρασία του συστήματος με το μέσο όρο της ενέργειας των συστατικών του. Στην περίπτωση των ιδανικών αερίων το θεώρημα της ισοκατανομής περιγράφεται ως

$$\frac{1}{2}m\bar{v}^2 = \frac{3}{2}k_B T \quad (2.1)$$

όπου m είναι η μάζα των σωματιδίων, \bar{v} η μέση ταχύτητα τους, k_B η σταύρερά Boltzmann και T η θερμοκρασία του συστήματος. Με αυτό κατά νου, μειώνοντας την μέση ταχύτητα \bar{v} των ατόμων μπορεί κανείς ισοδύναμα να προχωρήσει στη μείωση της θερμοκρασίας του δείγματος.

Σε αντίθεση με την παγίδευση των ιόντων, τα οποία προσφέρουν το φορτίο τους ώστε ένα ηλεκτρομαγνητικό πεδίο μπορεί να ασκήσει μεγάλες δυνάμεις Coulomb πάνω τους, η ιδέα και η υλοποίηση της παγίδευσης σε ουδέτερα άτομα είναι σχετικά νέα. Δυνάμεις σε ουδέτερα άτομα μπορούν να ασκηθούν αν κανείς εκμεταλλευτεί τη μαγνητική ή ηλεκτρική ροπή που εμφανίζουν, επιτρέποντας γενικά μικρότερες δυνάμεις να εφαρμοστούν. Από την άλλη πλευρά, είναι γενικά γεγονός ότι μεγαλύτεροι αριθμοί και πυκνότητες σωματιδίων μπορούν να παγιδευτούν σε περίπτωση που αυτά είναι ουδέτερα σε σύγκριση με τα ιόντα, εξαιτιας της έλλειψης των επιδράσεων μεταξύ των φορτίων στο χώρο. Η ιδέα ότι το φως λέιζερ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ψύξει τα άτομα προτάσθηκε από τους Hansch και Schawlow[39] και Wineland και Dehmelt[40] το 1975. Τρία χρόνια αργότερα, οι Wineland, Drullinger και Walls [41] δημοσίευσαν το πρώτο πείραμα ψύξης. Σημαντικά πειράματα πάνω στα άτομα με χρήση λέιζερ έγιναν από τον [42][43]. Πειραματικά, στη δεκαετία του 1980 ο Chu[44] δημιούργησε την πρώτη οπτική μελάσσα και ο Raab [45] την πρώτη μαγνητο-οπτική παγίδα.

Η ψύξη και η παγίδευση με λέιζερ είναι σήμερα μια συνηθισμένη τεχνική στην κβαντική οπτική και στα κβαντικά αέρια. Προσφέρει ένα μεγαλό αριθμό χαρακτηριστικών που ταιριάζουν με μια σειρά από σύγχρονα πειράματα. Άτομα με χαμηλή κινητική ενέργεια και μικρές ταχύτητες, μακρά διάρκεια ζωής και μεγάλοι χρόνοι αλληλεπίδρασης, ικανότητα παγίδευσης μεγάλου αριθμού ατόμων, επαρκείς ρυθμοί ελαστικών συγκρούσεων είναι μεταξύ των πλεονεκτημάτων αυτών. Ωστόσο, αυτή η τεχνική ψύξης παγίδευσης έχει αυστηρούς περιορισμούς τόσο στη θερμοκρασία όσο και την πυκνότητα που είναι δυνατόν να επιτευχθεί. Ο περιορισμός στη θερμοκρασία οφείλεται στη φύση της αυθόρμητης εκπομπής φωτός από ένα άτομο, ενώ ο περιορισμός στην πυκνότητα έχει τις ρίζες του σε ανεπιθύμητα φαινόμενα κατά την παγίδευση της ακτινοβολίας, όπως η παρουσία επανασκεδασμένων φωτονίων, και οι απώλειες στην παγίδα. Ο συνδυασμός αυτών των δύο περιορισμών οδηγεί σε μια πυκνότητα χώρου φάσης η οποία δεν μπορεί να ξεπεράσει την τιμη 10^{-5} , πέντε τάξεις μεγέθους μικρότερη της αντίστοιχης του συμπυκνώματος.

Στο πείραμά μας, χρησιμοποιούμε ψύξη λέιζερ και μαγνητο-οπτική παγίδευση ως τη μέθοδο προ-ψύξης για το επόμενο στάδιο της εξάτμισης. Στο πλαίσιο αυτής της πρόθεσης, θα δοθεί πρωταρχική προσοχή μας σε δύο στόχους: Τη διασφάλιση υψηλών ρυθμών συγκρούσεων για την αποτελεσματική εξάτμιση εγκαταλείποντας κάθε προσπάθεια για την επίτευξη χαμηλών θερμοκρασιών ή υψηλής πυκνότητας χώρου φάσης και δευτερον τη συλλογή ενός μεγάλου αριθμού ατόμων. Ο δεύτερος στόχος είναι ζωτικής σημασίας, δεδομένου ότι μας ενδιαφέρουν τα μεγαλα συμπυκνώματα, τα οποία και προέρχονται από μεγάλα ατομικά νέφη.

2.2.1 Βασικές αρχές των τεχνικών για την ψύξη και παγίδευση με λέιζερ

A. Δύναμη σκέδασης ακτινοβολίας

Στην ενότητα 1.2.2 συμπεράναμε ότι υπάρχουν δύο είδη δυνάμεων ακτινοβολίας που ασκούνται σε ένα αλκαλικό άτομο, η δύναμη διπόλου και η δύναμη σκέδασης. Και οι δύο δυνάμεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την παγίδευση και την ψύξη ενός θερμικού νέφους. Τα πρώτα πειράματα για την ψύξη ενός παγιδευμένου ατομικού δείγματος επιχείρησαν να εκμεταλλευτούν την ύπαρξη της δύναμης διπόλου [46]. Ωστόσο, αυτό το είδος της δύναμης προσφέρει ένα πολύ ρηχό βάθος παγίδευσης, τυπικά στην περιοχή κάτω από το ένα millikelvin, σε σύγκριση με τη δύναμη σκέδασης, η οποία έχει ένα τυπικό βάθος της τάξης του ενός Kelvin. Ως εκ τούτου, οι δυνάμεις σκέδασης προσφέρουν ένα μεγαλύτερο όγκο παγίδευσης σε σύγκριση με εκείνο που δημιουργείται από τη δύναμη διπόλου. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η δύναμη σκέδασης είναι ανεξάρτητη από την κλίση της έντασης της δέσμης φωτός. Ως αποτέλεσμα, οι πειραματικοί συγκέντρωσαν τελικά την προσοχή τους στην δύναμη σκέδασης και η μαγνητο-οπτική παγίδα είναι ένα εξαιρετικό παράδειγμα της εφαρμογής αυτού του είδους της δύναμης.

Στο MOT, οι εσωτερικοί βαθμοί ελευθερίας είναι σταθερές καταστάσεις και, ως εκ τούτου, οι εξωτερικοί βαθμοί μπορούν να αποσυνδεθούν, δίνοντας μια δύναμη σκέδασης όπως ο δεύτερος όρος της σχεσης 1.36. Χρησιμοποιώντας την εξίσωση εχ.1.30 για τις συνάφειες,

μπορούμε τελικά να γράψουμε

$$\begin{aligned} F_{sc} &= -\hbar\Omega\nabla(kr)(Im\{\rho_{12}e^{-j\delta t}e^{-jkr}\}) \\ &= \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_{sat}}{1 + I/I_{sat} + 4\Delta^2/\Gamma^2} \end{aligned} \quad (2.2)$$

όπου έχουμε ορίσει την ένταση κορεσμού I_{sat} του φωτός ως $I/I_{sat} = 2\Omega^2/\Gamma^2$.

Όμως, ποια είναι η προέλευση αυτής της δύναμης; Κάθε φωτόνιο που απορροφάται προσθέτει στο άτομο μια ορμή ίση με την ορμή που είχε στην κατεύθυνση του φωτός. Σε αντίθεση με αυτό, κάθε αυθόρμητα εκπεμπόμενο φωτόνιο ταξιδεύει σε μια τυχαία κατεύθυνση. Ως εκ τούτου, μετά από πολλούς κύκλους απορροφήσεως και αυθόρμητης εκπομπής φωτονίων, οι αυθόρμητες εκπομπές κατά μέσο όρο τεινουν στο μηδέν, ενώ η απορρόφηση προέρχεται από μία κατεύθυνση, και ως εκ τούτου, υπάρχει μια μέση δύναμη στην κατεύθυνση της φωτεινής δέσμης. Αυτό οδηγεί στο γεγονός πως η μεταβολή της ορμής είναι το αποτέλεσμα αποκλειστικά της διαδικασίας απορρόφησης φωτονίων. Η εξις 2.2 ισχύει μόνο στην περίπτωση που η δύναμη μπορεί να προστεθεί κατά μέσο όρο πάνω σε ένα μεγάλο αριθμό κύκλων απορρόφησης-εκπομπής. Αν ένα φωτόνιο αλλάζει την ατομική ταχύτητα με σημαντικό τρόπο, η ημικλασικη προσέγγιση παύει να ισχύει και όλα τα αποτελέσματα που απορρέουν από αυτήν.

Στην παραπάνω σχέση 2.2, η πραγματική δύναμη ανά φωτόνιο είναι $\hbar k \Gamma$, ενώ το υπόλοιπο του τύπου είναι η πιθανότητα να εμφανισθεί η δύναμη αυτή, η οποία είναι το κλάσμα του χρόνου που το άτομο παραμένει στην θεμελιώδη κατάσταση του. Μία αυθόρμητη εκπομπή μπορεί να προκύψει εάν το άτομο βρίσκεται στη θεμελιώδη του κατάσταση, ως εκ τούτου, αυτό το είδος της εκπομπής, και ως αποτέλεσμα η τιμή της δύναμης σκέδασης, περιορίζεται από το κλάσμα του χρόνου που το άτομο περνά σε διεγερμένη κατάσταση. Αυτό το κλάσμα του χρόνου έχει μέγιστη τιμή $1/2$, και έτσι $F_{sc,max} = \hbar k \Gamma / 2$.

Μέχρι αυτό το σημείο, δεν έχουμε λάβει υπόψη τη μετατόπιση Doppler που εμφανίζεται όταν το άτομο κινείται με κάποια ταχύτητα \vec{v} . Στην πραγματικότητα, εξαιτίας αυτής της ταχύτητας, το άτομο βλέπει μια ακτινοβολία συχνότητας ω με μια τροποποιημένη συχνότητα $\omega - \vec{k}\vec{v}$, όπου \vec{k} είναι το κυματάνυσμα της δέσμης λέιζερ. Στην περίπτωση αυτή, ο αποσυντονισμός μεταξύ της ακτινοβολίας που το άτομο αισθάνεται και της ατομικής συχνότητας συντονισμού ω_0 είναι $\Delta = (\omega - \vec{k}\vec{v}) - \omega_0$ και ως εκ τούτου, η δύναμη που ασκεί η δέσμη επί του άτομου τροποποιείται ως

$$F_{Doppler} = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_{sat}}{1 + I/I_{sat} + 2(\omega - \omega_0 - \vec{k}\vec{v})^2/\Gamma^2} \quad (2.3)$$

B. Οπτική μελάσα (OM)

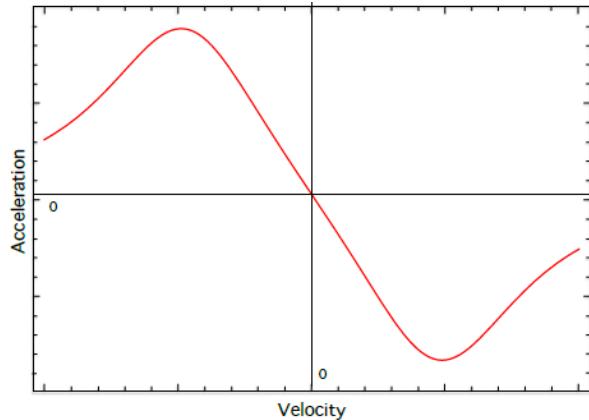
Στην προηγούμενη ενότητα συζητήθηκε η δύναμη σκέδασης που ασκείται σε ένα άτομο που κινείται με ταχύτητα \vec{v} από μια ακτίνα λέιζερ με κυματάνυσμα \vec{k} , λαμβάνοντας υπόψη τη μετατόπιση Doppler στη συχνότητα της ακτίνας. Εξετάζοντας πρώτα την περίπτωση της μιας διάστασης, ένα άτομο που κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση από την δέσμη θα επιβραδύνει ενώ ένα άτομο που κινείται παράλληλα με την ακτίνα θα αυξήσει την ταχύτητα του. Ως εκ τούτου, αυτή η διάταξη (μια παράλληλη δέσμη λέιζερ ή αντι-παράλληλα με την κίνηση του άτομου) δεν επιβραδύνει όλα τα άτομα, αφού αυτά κινούνται τόσο προς όσο κι απομακρυνόμενα από την ακτίνα. Για το λόγο αυτό, μια διάταξη με δύο αντιδιαμετρικές

ακτίνες της ίδιας συχνότητας ω και έντασης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να επιβραδύνουν τα άτομα του νέφους. Η ανισορροπία των δυνάμεων από τις δύο δέσμες προκύπτει για ένα κινούμενο άτομο, ως αποτέλεσμα του φαινομένου Doppler. Για να το εξηγήσουμε αυτό, υποθέτουμε ότι οι ακτίνες λέιζερ έχουν συχνότητα μικρότερη της συχνότητας συντονισμού του ατόμου. Ένα κινούμενο άτομο θα βλέπει από την αντιθετη από την κίνησή του μια ακτίνα συχνότητας πιο κοντά στη συχνότητα συντονισμού του, ενώ για την ακτίνα που διαδίδεται παράλληλα με το άτομο, η μετατόπιση συχνότητας Doppler ωξάνει την απόστασή της από τον ατομικό συντονισμό. Κατά συνέπεια, τα άτομα απορροφούν πάντοτε περισσότερα φωτόνια από την αντιθετη στην κίνησή τους ακτίνα που τα αναγκάζει σε επιβράδυνση.

Με τελικό στόχο ένα απλό ποσοτικό μοντέλο για αυτή τη διάταξη των δύο λέιζερ, πρέπει να κάνουμε κάποιες σημαντικές υποθέσεις: άτομα δύο ενεργειακών επιπέδων και ένα αδύναμο πεδίο ακτινοβολίας. Στην περίπτωση αυτή, οι δύο δυνάμεις που ασκούνται από τις δύο αντίθετες ακτίνες μπορούν να αντιμετωπιστούν ανεξάρτητα, χωρίς η ύπαρξη της μίας να μεταβάλλει την άλλη. Ως εκ τούτου, η συνολική δύναμη που ασκείται σε κάθε άτομο από τις εν λόγω ακτίνες μπορεί να γραφτεί ως

$$F_{OM} = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \left[\frac{I/I_{sat}}{1 + I/I_{sat} + 2(\omega - \omega_0 - \vec{k}\vec{v})^2/\Gamma^2} - \frac{I/I_{sat}}{1 + I/I_{sat} + 2(\omega - \omega_0 + \vec{k}\vec{v})^2/\Gamma^2} \right] \quad (2.4)$$

Η δύναμη αυτή απεικονίζεται στο σχήμα ;;



Σχήμα 2.2: Ποιοτικά, η δύναμη που ασκείται σε ένα άτομο ως συνάρτηση της ταχύτητάς του για ένα ζεύγος αντίθετων ακτινών όταν η συχνότητα τους είναι μικρότερη από τη συχνότητα συντονισμού του ατόμου. Για μικρές ταχύτητες η δύναμη είναι γραμμική σε σχέση με την ταχύτητα. Για μεγαλύτερες ταχύτητες η εξάρτηση παύει να είναι γραμμική, αλλά επίσης οδηγεί σε μια δύναμη απόσβεσης.

Οι επιπρόσθετες υποθέσεις ότι τα άτομα κινούνται αρκετά αργά, ότι η μετατόπιση Doppler είναι μικρή σε σχέση με το linewidth των ακτίνων, δηλαδή $k v \ll \Gamma$, και ότι οι εντάσεις των ακτίνων I είναι πολύ μικρότερες από την ένταση κορεσμού, $I \ll I_{sat}$, μας προσφέρουν τη δυνατότητα να προσεγγίσουμε την παραπάνω δύναμη, χρησιμοποιώντας σειρά Taylor, με

αποτέλεσμα:

$$\begin{aligned}
 F_{\text{OM}} &= F_{\text{sc}}(\omega - \omega_0 - kv) - F_{\text{sc}}(\omega - \omega_0 + kv) \\
 &\approx F_{\text{sc}}(\omega - \omega_0) - kv \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega} - \left(F_{\text{sc}}(\omega - \omega_0) + kv \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega} \right) \\
 &\approx -2 \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega} kv \\
 &\approx -bv
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

με $b = 2k \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \delta} = -\frac{4hk^2 I/I_{\text{sat}}}{[1+(2(\omega-\omega_0)/\Gamma)^2]^2} \frac{2(\omega-\omega_0)}{\Gamma}$. Το παραπάνω αποτέλεσμα μπορεί να ερμηνευθεί ως μια δύναμη απόσβεσης που επιβραδύνει τα άτομα σε περίπτωση που $b > 0$. Μια θετική τιμή της b συνεπάγεται $\omega < \omega_0$, πράγμα που σημαίνει ότι το λέιζερ έχει μικροτερη συχνότητα σε σχέση με την συχνότητα συντονισμού του ατόμου. Το παραπάνω έρχεται σε συμφωνία με την φυσική επεξήγηση της επιβράδυνσης των ατόμων που δόθηκε στην αρχή του παρόντος τμήματος. Δεδομένου ότι αυτή η δύναμη απόσβεσης είναι παρόμοια με τη δύναμη που δρα επί ενός αντικειμένου μέσα σε ένα παχύρρευστο ρευστό, αυτή η διάταξη των δύο αντίθετων ακτίνων λέιζερ είναι ευρέως γνωστή ως «Οπτικη μελάσα». Η F_{OM} μπορεί να είναι αποτελεσματική για ένα περιορισμένο εύρος ταχυτήτων του ατόμου. Πάνω από αυτό το όριο, η γραμμική μορφή της δύναμης αυτής παύει να είναι μια καλή προσέγγιση και μια επακόλουθη μείωση παρουσιάζεται. Αυτή η κρίσιμη ταχύτητα είναι $v_{\text{max}} = \pm \delta/k$. Μπορεί κανείς να δει αυτή τη συμπεριφορά στην εικόνα ;; παραπάνω.

Το όριο Doppler για τη θερμοκρασία. Στην παράγραφο αυτή θα διερευνήσουμε την ελάχιστη θερμοκρασία που μπορούμε να επιτύχουμε με τη χρήση της τεχνικής Οπτικής μελάσας. Για ένα νέφος ατόμων μάζας m με χαμηλές αρχικές ταχύτητες ώστε η δύναμη να είναι στη γραμμική περιοχή, μπορούμε να γράψουμε για την κινητική ενέργεια E_{K} :

$$\frac{dE_{\text{K}}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} mv^2 \right) = mv \frac{dv}{dt} = v F_{\text{OM}} = -bv^2 = -\frac{2b}{m} E_{\text{K}} = -\frac{E_{\text{K}}}{\tau_{\text{damp}}} \tag{2.6}$$

Ως εκ τούτου, σύμφωνα με την εφαρμογή της τεχνικής OM, η κινητική ενέργεια των ατόμων μειώνεται εκθετικά με μία σταθερά χρόνου $\tau_{\text{damp}} = m/2b$, φθάνοντας τελικά το όριο της μηδενικής κινητικής ενέργειας. Με άλλα λόγια, χρησιμοποιώντας το θεώρημα ισοκατανομής, φυλάνουμε το όριο της μηδενικής θερμοκρασίας. Παρολα αυτά, στην απραπάνω ανάλυση δε λάβαμε υπόψη τη θέρμανση που προκύπτει από τις διακυμάνσεις της δύναμης. Υπάρχουν δύο είδη τέτοιων διακυμάνσεων, που σχετίζονται με τη θέρμανση: οι διακυμάνσεις του αριθμού των φωτονίων που απορροφόνται σε μια δεδομένη χρονική στιγμή και αυτές που προέρχονται από την τυχαία κατεύθυνση των εκπεμπομένων φωτονίων. Η τυχαιότητα της αυθόρμητης εκπομπής είναι ο λόγος για τις δύο αυτές διακυμάνσεις. Αν επικεντρώσουμε το ενδιαφέρον μας στο χώρο της ταχύτητας, κάθε διακύμανση μπορεί να περιγραφεί από ένα τυχαίο βήμα, παρόμοια με την κίνηση Brown των σωματιδίων. Ο ρυθμός αύξησης της κινητικής ενέργειας λόγω αυτών των τυχαίων βήμάτων είναι

$$\frac{d\langle E_{\text{K}} \rangle}{dt} = \frac{1}{2m} \frac{d\langle p^2 \rangle}{dt} = \frac{R\hbar^2 k^2}{m} \tag{2.7}$$

Στα παραπάνω, η μέση τετραγωνική ορμή εκφράζεται ως $d \langle p^2 \rangle / dt = 2R\hbar^2 k^2$, όπου R είναι το ποσοστό σκέδασης των φωτονίων, $hbark$ είναι το μέγεθος του οποιουδήποτε τυχαίου βήματος στο χώρο των ταχυτήτων και ο παράγοντας 2 προκύπτει από το γεγονός ότι υπάρχουν δύο τέτοια βήματα για κάθε συμβάν σκέδασης, το ένα από την απορρόφηση και το άλλο από την εκπομπή του φωτονίου. Από την άλλη πλευρά, ο ρυθμός ψύξης της κινητικής ενέργειας λόγω της εφαρμογής της δύναμης απόσβεσης είναι

$$\frac{d \langle E_K \rangle}{dt} = \langle v F_{OM} \rangle = -b \langle v^2 \rangle = -b \frac{k_B T}{m} \quad (2.8)$$

όπου στην τελευταία ισότητα έχουμε κάνει χρήση του αντίστοιχου σε μία διάσταση θεωρήματος ισοκατανομής.

Σε ισορροπία, ο ρυθμός θέρμανσης γίνεται ίσος με τον ρυθμό ψύξης και επομένως με χρήση της εξις 1.30 για τον ρυθμό σκέδασης και τον τύπο για το συντελεστή απόσβεσης b , μπορούμε να γράψουμε::

$$k_B T_D = \frac{R\hbar^2 k^2}{b} = \frac{\hbar\Gamma}{4} \frac{1 + 4[(\omega - \omega_0)/\Gamma]^2}{(\omega - \omega_0)/\Gamma} \quad (2.9)$$

Αυτή είναι η θερμοκρασία Doppler για την περίπτωση της μίας διάστασης της τεχνικής οπτικής μελάσας. Ελαχιστοποιώντας τη θερμοκρασία Doppler σε σχέση με τον αποσυντονισμό, φτάνουμε στο αποτέλεσμα $k_B T_{D,min} = \hbar\Gamma/2$, το οποίο εμφανίζεται για $\delta = -\Gamma/2$ και καθορίζει το όριο ψύξης Doppler. Για το ρουβίδιο, το όριο Doppler είναι $145\mu\text{K}$.

Γ. Μαγνητο-οπτική παγίδευση (MOT)

Η οπτική μελάσα είναι μια τεχνική που επιβραδύνει τα άτομα, μια τεχνική ψύξης. Ταυτόχρονα η OM περιορίζει αρμοδία το νέφος, με την έννοια ότι τα άτομα αντιλαμβάνονται μια τέτοια δύναμη απόσβεσης που η μέση ελεύθερη διαδρομή τους γίνεται μικρή σε σύγκριση με τις διαστάσεις της μελάσας. Ως αποτέλεσμα, η κίνηση των ατόμων στη μελάσσα είναι διάχυτη και ο περιορισμός πραγματοποιείται από την αρκετά μακρά παραμονή τους στην περιοχή των λέιζερ. Ωστόσο, κάτι τέτοιο δεν είναι επαρκές για την παγίδευση των ατόμων σε μια σταθερή κατάσταση. Μια τέτοια παγίδευση μπορεί να γίνει δυνατή σε περίπτωση που οι δυνάμεις της σκέδασης που ψύχουν το νέφος να γίνουν όχι μόνο εξαρτώμενες της ταχύτητας, αλλά και της θέσης. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με την προσθήκη ενός μαγνητικού πεδίου και την κατάλληλη επιλογή της πόλωσης των δεσμών λέιζερ στην προηγουμένως περιγραφέσα διαμόρφωση της οπτικής μελάσας. Το εφαρμοζόμενο μαγνητικό πεδίο είναι πολύ ασθενές για να παγιδεύσει τα άτομα άμεσα, αλλά προσφέρει την επιθυμητή εξάρτηση της δύναμης από τη θέση, ενώ η πόλωση των ακτίνων εμποδίζει τη διάταξη από το να παραμείνει συμμετρική. Μια τροποποιημένη διάταξη όπως αυτή, ονομάζεται ‘μαγνητο-οπτική παγίδα’ (MOT).

Στην μονοδιάστατη περίπτωση, δύο αντίθετες κυκλικά πολωμένες με αντίθετη πόλωση (σ^\pm) ακτίνες λέιζερ της ίδιας συχνότητας και της ίδιας έντασης χρησιμοποιούνται σε μια περιοχή του χώρου όπου εφαρμόζεται ένα τετραπολικό μαγνητικό πεδίο, με κλίση a . Αυτό το πεδίο μεταβάλλεται γραμμικά με τη θέση όντας μηδέν στη μέση των δύο ακτίνων. Ένα κινούμενο άτομο θα αισθανθεί μια μεγαλύτερη δύναμη, λόγω του φαινομένου Zeeman που μετατοπίζει τα επίπεδα ενέργειας, από την ακτίνα που είναι πιο κοντά σε αυτό από ό, τι από

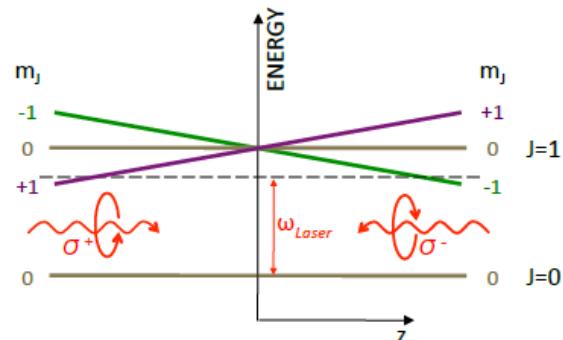
την ακτίνα που είναι πιο μακριά. Κατά συνέπεια, τα άτομα ωθούνται προς το κέντρο της περιοχής, ακριβώς όπου το μαγνητικό πεδίο είναι μηδέν, κι έτσι, παγιδεύονται.

Για να εκφραστεί η παραπάνω εξήγηση με μαθηματικό τρόπο, θεωρούμε τις ακόλουθες απλουστεύσεις: Για να γίνει η αρχή παγιδευσης σαφής θεωρούμε την απλοποιημένη περίπτωση της παραμέλησης του πυρηνικού σπιν και υποθέτουμε ότι ένα άτομο έχει μια θεμελιώδη κατάσταση με μηδενική συνολική στροφορμή $J = 0$ και μια διεγερμένη κατάσταση με $J = 1$. Στην περίπτωση αυτή, η παρουσία ενός μαγνητικού πεδίου που αναγκάζουμε να είναι γραμμικό σε μέγεθος $B(z) = az$ (όπου a είναι η κλίση του πεδίου) οδηγεί σε διαχωρισμό Zeeman σύμφωνα με την εξίς [1.42](#)

$$\Delta E_{|Fm_F\rangle} = \mu_B g_F m_F z \quad (2.10)$$

των τριών επιπέδων της διεγερμένης κατάστασης, ο οποίος διαχωρισμός είναι γραμμικός σε σχέση με τη θέση για τις $m_F = \pm 1$ καταστάσεις όπως μπορεί κανείς να δει στο σχήμα [2.3](#). Εδώ, υποθέσαμε και πάλι μια μονοδιάστατη διάταξη με z τη θέση συντεταγμένων και $z = 0$ το κέντρο των δύο ακτίνων. Ως εκ τούτου, αν η συνθήκη φύξης ισχύει, δηλαδή κάθε δέσμη έχει συχνότητα μικρότερη της συχνότητας συντονισμού του ατόμου, τότε, καθώς απομακρυνόμαστε από το κέντρο, όπου $B = 0$, υπάρχει πάντα μια κατάσταση όπου ο αποσυντονισμός μεταξύ του λέιζερ και της συχνότητας μετάβασης του ατόμου γίνεται μικρότερος, με αποτέλεσμα μεγαλύτερη δύναμη να ασκείται επί του ατόμου ωθώντας το προς το κέντρο. Προκειμένου αυτή η μετάβαση να μπορεί να πραγματοποιηθεί, η σωστή πόλωση φωτός πρέπει να επιλεγεί. Η σ^\pm δέσμη διεγείρει άτομα στην $m_F = \pm 1$ κατάσταση, αντίστοιχα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η μετάβαση επιτρέπεται αν η συνολική περιστροφή του φωτονίου και του ατόμου διατηρείται. Για $z > 0$ η $J = 1$ κατάσταση με $m_J = -1$ είναι πιο κοντά στον συντονισμό και ως εκ τούτου μια δέσμη με σ^- πόλωση πρέπει να έρχεται στο κεντρό από μεγάλες τιμές $z > 0$. Ομοίως, η ακτίνα που προέρχεται από τον χώρο με $z < 0$ πρέπει να είναι κυκλικά σ^+ πολωμένη.

Σχήμα 2.3: Ο διαχωρισμός Zeeman των καταστάσεων με $J = 0$ και $J = 1$. Στη θεμελιώδη κατάσταση, καθώς και της κατάστασης $|J=1, m_J=0\rangle$ δεν υπάρχει καμία μεταβολή από την παρουσία ενός αδύναμου γραμμικού μαγνητικού πεδίου. Αντίθετα, οι $m_J = \pm 1$ καταστάσεις της $J = 1$ μεταβάλλονται γραμμικά σε σχέση με τη θέση. Αυτό μπορεί να προσφέρει μια μεγαλύτερη δύναμη, καθώς το άτομο μετακινείται μακριά από το κέντρο λόγω του μικρότερου αποσυντονισμού. Η πόλωση των δεσμών πρέπει να είναι κατάλληλα επιλεγμένη για να επιτρέψει αυτές τις μεταβάσεις.



Σε μια τέτοια διάταξη, η συχνότητα συντονισμού ενός ατόμου στη θέση z τροποποιείται ως $\omega'_0 = \omega_0 + \Delta\omega = \omega_0 + \Delta E_{|Fm_F\rangle}/\hbar = \omega_0 + \kappa' z$ (με $\kappa' = \mu_B g_F m_F / \hbar$) και, ως εκ τούτου, η δύναμη που ασκείται σε αυτό από τις δύο ακτίνες λέιζερ, κατ' αναλογία με τη δύναμη στην

οπτική μελάσα, μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\begin{aligned}
F_{\text{MOT}} &= F_{\text{sc}}(\omega - \omega_0 - \kappa'z - kv) - F_{\text{sc}}(\omega - \omega_0 + \kappa'z + kv) \\
&\approx F_{\text{sc}}(\omega - \omega_0) - kv \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega} + \kappa' \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega_0} - \left(F_{\text{sc}}(\omega - \omega_0) + kv \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \delta} - \kappa'z \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega_0} \right) \\
&\approx -2 \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega} kv + 2 \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega_0} \kappa' z \\
&\approx -bv - \kappa z
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Στα παραπάνω, οι δύο δυνάμεις από τις ακτίνες λέιζερ αισθάνονται διαφορετικούς αποσυντονισμούς ω_{MOT} pm $k'apa((z, \lambda)$ των διαφορετικών πολώσεων τους, $\kappa = -2 \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega_0} \kappa' = -\frac{4\hbar k I / I_{\text{sat}}}{[1+(2(\omega-\omega_0)/\Gamma)^2]^2} \frac{2(\omega-\omega_0)}{\Gamma} \frac{\mu_B g_F m_F a}{\hbar}$, ενώ ταυτόχρονα υποθέτουμε επαρκώς μικρές ταχύτητες και χωρικές μετατοπίσεις από το κέντρο της διάταξης, ώστε να καθιστάται έγκυρη η προσέγγιση Taylor πρώτης τάξης. Αυτή η δύναμη F_{MOT} έχει την ίδια μορφή με έναν αποσβενόμενο αρμονικό ταλαντωτή. Ο εξαρτώμενος από την ταχυτητα όρος της δύναμης ψύχει τα άτομα ενώ ο όρος που σχετίζεται με τη θέση τα παγιδεύει στο κέντρο της διάταξης.

Το όριο πυκνότητας στο MOT. Κατά τη διαδικασία της ψύξης με λέιζερ σε μια μαγνητο-οπτική παγίδα τόσο η θερμοκρασία όσο και η πυκνότητα του νέφους περιορίζονται σε τιμές που ο συνδυασμός τους δεν είναι σε θέση να φέρει το επιθυμητό συμπύκνωμα. Στην προηγούμενη ενότητα, μελετήσαμε το όριο Doppler για τη θερμοκρασία στην τεχνική οπτικής μελάσας, η οποία ισχύει κατά ένα μεγάλο μέρος και στην τεχνική MOT. Στην τρέχουσα ενότητα, ερευνούμε το όριο στην πυκνότητα του παγιδευμένου νέφους στο MOT.

Κάποιος μπορεί να διακρίνει δύο συμπεριφορές σε ένα νέφος: την περιοχή περιορισμού της θερμοκρασίας και την περιοχή των πολλαπών σκεδάσεων [33]. Το κριτήριο αυτής της διάκρισης μπορεί να εκφραστεί με την πυκνότητα του νέφους και τον αριθμό των ατόμων σε αυτό. Για επαρκώς χαμηλή πυκνότητα και μικρό αριθμό ατόμων, δηλαδή την περιοχή περιορισμού της θερμοκρασίας, όλα όσα προηγουμένως συζητήσαμε για τους μηχανισμούς της ψύξης και παγίδευσης ισχύουν με ακρίβεια, ενώ για μεγαλύτερους αριθμούς και πυκνότερα νέφη (την περιοχή πολλαπλής σκέδασης) πρόσθιτες δυνάμεις προκύπτουν και μεταβάλλουν τις ιδιότητες του νέφους. Οι δυνάμεις αυτές έχουν την προέλευσή τους στην εμφάνιση της επανασκέδασης των φωτονίων από γειτονικά άτομα λόγω της μικρής μέσης ελεύθερης διαδρομής αυτών των φωτονίων πριν απομακρυνθούν από την παγίδα και είναι κυρίως αποκρουστικές, γεγονός που οδηγεί σε ένα όριο στην πυκνότητα του νέφους.

Στην περιοχή του περιορισμού θερμοκρασίας, η συνισταμένη δύναμη είναι απλά αυτή που βρέθηκε στην προηγούμενη ενότητα, η δύναμη ενός αποσβενόμενου αρμονικού ταλαντωτή, $F_{\text{MOT}} = -bv - \kappa z$. Παρά τη φύση αυτής της δύναμης, ο αρμονικός όρος της μπορεί να θεωρηθεί ως το αποτέλεσμα ενός αρμονικού δυναμικού. Με το δυναμικό αυτό κατά νου, μπορεί κανείς να κάνει χρήση του θεωρήματος ισοχατανομής και να πει ότι η μέση κινητική ενέργεια ενός ατόμου στην MOT είναι ίση με τη μέση δυνητική αρμονική ενέργεια, $\frac{1}{2} \kappa \Delta z_0^2 = \frac{1}{2} k_B T$. Εδώ, Δz_0 είναι η ενεργός τιμή της θέσης των ατόμων στην MOT και T η θερμοκρασία του νέφους. Μια άμεση συνέπεια αυτού, είναι ο ορισμός μιας εικονικής συχνότητας ω_{MOT} που χαρακτηρίζει τη συμπεριφορά του MOT, αν και στην πραγματικότητα δεν υπάρχουν ταλαντώσεις,

ως

$$\frac{1}{2}m\omega_{\text{MOT}}^2\Delta z_0^2 = \frac{1}{2}k_{\text{B}}T \quad (2.12)$$

Η παραπάνω σχέση συνεπάγεται την εξάρτηση του μεγέθους του νέφους μόνο από τη θερμοκρασία. Με τη σειρά του, για μια ορισμένη θερμοκρασία, ο όγκος του νέφους είναι σταθερός και, έτσι, η πυκνότητα γίνεται ανάλογη προς τον αριθμό ατόμων, εφ' οσον η χαρακτηριστική συχνότητα ως παραμένει σταθερή. Για ένα σφαιρικά συμμετρικό νέφος σε τρεις διαστάσεις, μπορεί κανείς να βρει [33]

$$n = \frac{3N}{4\pi} \frac{\kappa^{3/2}}{(k_{\text{B}}T)^{3/2}} \quad (2.13)$$

Η αύξηση του αριθμού των ατόμων οδηγεί στην αύξηση της πυκνότητας, μέχρι η επανασκεδαση αρχίζει να παίζει ένα σημαντικό ρόλο στη διαδικασία. Σε αυτή την περίπτωση, δύο πρόσθετες δυνάμεις αναδύονται που αλλάζουν τη συμπεριφορά του νέφους. Αυτή είναι η περιοχή των πολλαπλών σκεδάσεων. Η πρώτη πρόσθετη δύναμη είναι αποκρουστική, που προέρχεται από τη διαδοχική απορρόφηση του εκπεμπόμενου φωτονίου από γειτονικά άτομα. Αυτό το επανακτινοβολούμενο φως ακολουθεί μια διαφορετική κατανομή συχνοτήτων από το φως του λέιζερ[49]. Ως αποτέλεσμα, η μέση διατομή απορρόφησης σ_{R} που χαρακτηρίζει την επανασκέδαση διαφέρει από εκείνη του αρχικού φωτός σ_{L} . Η δύναμη που ασκείται από την επανασκέδαση μπορεί να γραφτεί ως[26]

$$F_{\text{R}} = \frac{\sigma_{\text{L}}\sigma_{\text{R}}I}{4\pi cr^2} \quad (2.14)$$

όπου c είναι η ταχύτητα του φωτός και r η απόσταση μεταξύ δύο ατόμων του νέφους. Η δεύτερη δύναμη που προκύπτει λόγω του πυκνού νέφους είναι ελκυστική και είναι το αποτέλεσμα της εξασθένησης της δέσμης, εξαιτίας της απορρόφησης των φωτονίων. Ο υπολογισμός [26] αυτής της δύναμης οδηγεί στον τύπο

$$F_{\text{A}} = -\frac{I\sigma_{\text{L}}^2}{4\pi cr^2} \quad (2.15)$$

Στην περιοχή των πολλαπλών σκεδάσεων, η μέγιστη πυκνότητα του νέφους μπορεί να υπολογιστεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε η δύναμη παγίδευσης να εξισοροπεί τις άλλες δυνάμεις:

$$F_{\text{MOT}} + F_{\text{R}} + F_{\text{A}} = 0 \Rightarrow n = \frac{3ck}{I\sigma_{\text{L}}^2} \frac{1}{(\sigma_{\text{R}}/\sigma_{\text{L}} - 1)} \quad (2.16)$$

όπου παραλείπεται ο όρος ψύξης της δύναμης παγίδευσης, καθώς η θερμοκρασία έπαψε να καυχορίσει το μέγεθος της παγίδας, λόγω της επανασκέδασης. Κάποιος μπορεί να παρατηρήσει ότι η πυκνότητα δεν εξαρτάται πλέον από τον αριθμό των ατόμων στην παγίδα, αλλά μένει μάλλον σταθερή για μια ορισμένη συχνότητα του MOT και ορισμένη ένταση δέσμης.

Για να αυξηθεί αυτό το όριο πυκνότητας, κάποιος θα μπορούσε να αυξήσει τον αποσυντονισμό ή την κλιση του πεδιου, καθώς οι αλλαγές αυτές έχουν ως αποτέλεσμα την σχετική αύξηση της ελκτικής δύναμης F_{A} σε σύγκριση με την απωθητική[49]. Ωστόσο, μια τέτοια αύξηση θα οδηγήσει σε αντίστοιχη αύξηση του ρυθμού ανελαστικών συγκρούσεων μεταξύ των ατόμων που προκαλεί απώλεια στον αριθμό των ατόμων στην παγίδα.

2.2.2 Τα βήματα για την υλοποίηση της ψύξης λέιζερ και της παγίδευσης

Η υλοποίηση του MOT που μπορεί να προσφέρει την επιτυχή προ-ψύξη για την εμφάνιση του συμπυκνώματος είναι τεχνικά απαιτητική. Διαφορετικές διατάξεις έχουν προταθεί και πραγματοποιηθεί, προκειμένου να δημιουργηθεί ένα κρύο και παγιδευμένο ατομικό νέφος[45][53][54]. Όλές τους μοιράζονται τα ίδια κύρια συστατικά: ένα σύστημα κενού για απομόνωση, μια μονάδα διανομής των ατόμων για τη δημιουργία ατμού, σύστημα λέιζερ για την ψύξη και μαγνητικά πηνία για την παγίδευση. Στην ενότητα αυτή, δίνουμε μια σύντομη παρουσίαση της συσκευής που χρησιμοποιείται για τα πειραματικά αποτελέσματα μας, που θα περιγραφούν στα επόμενα κεφάλαια.

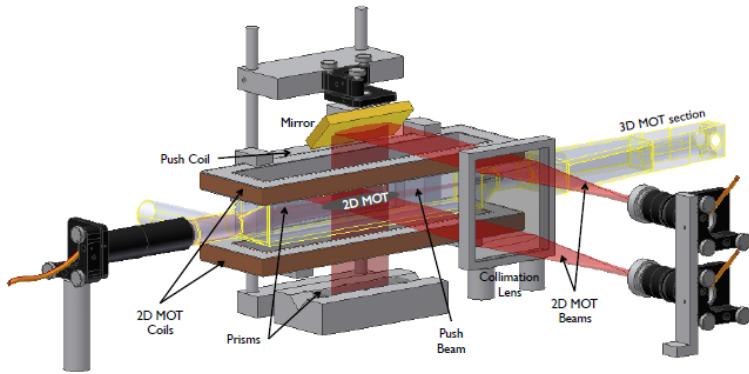
Για την υλοποίηση του ψυχρού νέφους ρουβιδίου, χρειαζόμαστε ένα σύστημα ατμού από το οποίο μπορεί να φορτωθεί το MOT. Παρά το γεγονός ότι το κρύο νέφος θα μπορούσε να παραχθεί σε σχετικά υψηλές πιέσεις, η διάρκεια ζωής του θα είναι ανεπαρκής, λόγω των συχνών συγκρούσεων των ατόμων με τα υψηλής ενέργειας άτομα του περιβάλλοντος. Έτσι, απαιτούμε μια περιοχή εξαιρετικά χαμηλής πίεσης. Για το λόγο αυτό, χρησιμοποιούμε ένα διπλό σύστημα κενού για το διαχωρισμό της πηγής των ατόμων από την παγίδα. Το πρώτο μέρος αυτού του διπλού συστήματος κενού ονομάζεται κύτταρο 2D-MOT και η πίεση μέσα σε αυτό το κελί φυλάνει τιμές της τάξεως των 10^{-8} mbar , ενώ το δεύτερο μέρος, το κύτταρο UHV, χαρακτηρίζεται από μια πίεση περίπου 10^{-11} mbar . Αυτοί οι δύο θάλαμοι που συνδέονται και ταυτόχρονα διαχωρίζονται από μια οπή της οποίας η διάμετρος είναι 2,4 χιλιοστά.

Τα άτομα από τον πρώτο θάλαμο ωθούνται προς το θάλαμο υπερυψηλού κενού με μία τεχνική γνωστή ως η τεχνική 2D-MOT, όπου το νέφος παγιδεύεται από τη χρήση της τεχνικής 3D-MOT.

2D-MOT

Δύο ζεύγη αντίθετων ακτίνων λέιζερ, κάθετα μεταξύ τους σε δύο από τις τρεις κατευθύνσεις (αυθαίρετα τις x και z από τώρα και στο εξής) με την κατάλληλη (σ^\pm για κάθε ζεύγος) πόλωση και ένα τετραπολικό μαγνητικό πεδίο συνθέτουν την τεχνική που ονομάζεται 2D-MOT. Αυτά τα ζεύγη των αντίθετων εφαρμόζονται στην περιοχή όπου ένας σωλήνας συνδέει τους δύο θαλάμους και πραγματοποιούνται από δύο οπισθοανακλώμενες ακτίνες λέιζερ με διαστάσεις $50 \times 50 \text{ mm}^2$ και σ^+ πόλωση. Τα λέιζερ που χρησιμοποιούνται ρυθμίζονται μερικά linewidths μικρότερα από τη μετάβαση $5S_{1/2}F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}F = 3$ ⁸⁷. Το μαγνητικό πεδίο δημιουργείται από δύο ορθογώνια πηνία. Εκτός από αυτά, υπάρχει μια άλλη σπείρα (που ονομάζεται πηνίο ωλησης), έτσι ώστε να ελέγχεται η θέση της δέσμης των ατόμων κατά μήκος του οριζόντιου επιπέδου.

Τα άτομα ρουβιδίου από τον ατμό ψύχονται και παγιδεύονται σε δύο κατευθύνσεις κατά μήκος του άξονα y . Στην τρίτη κατεύθυνση είναι ελεύθερα να κινούνται με τις προηγούμενες ταχύτητες τους. Με τη βοήθεια μιας ακτίνας ωλησης (βλέπε σχήμα 2.4) στην y -κατεύθυνση, περισσότερο από το ήμισυ των ψυχρών ατόμων κινούνται προς την τρύπα και το κύτταρο υπερυψηλού κενού. Η τρύπα προσφέρει τη σύνδεση των δύο κυττάρων που βρίσκονται σε διαφορετική πίεση και επίσης φιλτράρει τα άτομα με υψηλή διαμήκη ταχύτητα. Το τελευταίο επιτυγχάνεται δεδομένου ότι τα άτομα υψηλής ενέργειας δεν ξοδεύουν αρκετό χρόνο στην παγίδα 2D-MOT για να ψυχθούν επαρκώς στις x και z κατευθύνσεις. Ως αποτέλεσμα, μόνο



Σχήμα 2.4: Η διάταξη 2D-MOT. Μπορούμε να διακρίνουμε το οφιζόντιο και κάθετο ζεύγος των ακτίνων λέιζερ, το κύτταρο κενού 2D-MOT και τις 3 σπείρες που πραγματοποιούν το μαγνητικό πεδίο και τον έλεγχο του.

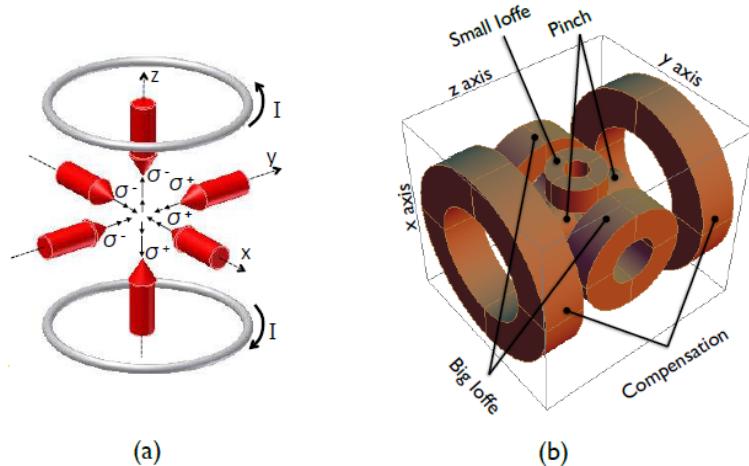
τα άτομα με χαμηλή διαμήκη ταχύτητα οδηγούνται στον θάλαμο υπερυψηλού κενού.

Η ροή του 2D-MOT εξαρτάται από τον αποσυντονισμό των λέιζερ, καθώς και από την πίεση στον θάλαμο 2D-MOT. Υψηλή πίεση προσφέρει στο κύτταρο UHV με περισσότερα άτομα, αλλά μειώνει τη διάρκεια ζωής της παγίδας. Στα πειράματά μας, η ροή στο 2D-MOT είναι περίπου 5×10^9 άτομα/δευτερόλεπτο, με κατάλληλα επιλεγμένες παραμετρους για το μαγνητικό πεδίο και τα λέιζερ.

3D-MOT

Μετά τη διαδικασία του 2D-MOT, μια αργή ατομική δέσμη που παράγεται ταξιδεύει προς το δεύτερο κύτταρο. Σε αυτό το κύτταρο, τρία ζεύγη αντίθετων ακτίνων λέιζερ στους τρεις άξονες x , y και z με την προσθήκη ενός μαγνητικού πεδίου τετραπόλου συνιστούν μαζί την τεχνική που είναι γνωστή ως 3D-MOT. Αυτό το σύνολο των δεσμών λέιζερ ψύχει τα άτομα σε όλες τις κατευθύνσεις, ενώ το μαγνητικό πεδίο τα παγιδεύει κοντά στο κέντρο του θαλάμου. Για το 3D-MOT, χρειαζόμαστε πολλαπλή οπτική πρόσβαση. Οι έξι ακτίνες ψύξης, η δέσμη για την ώθηση, η οπτική απεικόνιση και άλλες χρήσιμες ακτίνες πρέπει να είναι σε θέση να εισέλθουν στο θάλαμο. Αυτός είναι ο λόγος για το ιδιόμορφο σχήμα πολυγώνου που έχει το κύτταρο του θαλάμου. Οι ακτίνες είναι 20 χιλιοστά σε διάμετρο με ισχύ περίπου $20mW/cm^2$. Πραγματοποιούμε το απαιτούμενο τετραπολικό πεδίο με τη χρηση δύο πηνίων, τα επονομαζόμενα ως μεγάλα Ioffe πηνία της εικόνας 2.5 σε αντι-Helmholtz διαμόρφωση (δύο ρεύματα σε αντίθετες κατευθύνσεις). Οι ακτίνες λέιζερ του 3D-MOT μπορούν να είναι διαφορετικής συχνότητας από αυτές στη διαμόρφωση 2D-MOT, αλλά για την ίδια $5S_{1/2}F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}F = 3$ μετάβαση.

Το παγιδευμένο νέφος φορτώνεται από την ατομική ακτίνα του 2D-MOT. Στο σχήμα 2.6(α), μπορεί κανείς να δει τη φόρτωση του MOT σε σχέση με τη στιγμή που η δέσμη αποστέλλεται προς το κύτταρο. Σε σταθερή κατάσταση, ο αριθμός των ατόμων γίνεται σχεδόν 10^{10} , έχει θερμοκρασία περίπου 500 μικρο - με 1 milliKelvin Μετά την απενεργοποίηση της ατομικής ακτίνας, ο αριθμός των ατόμων μειώνεται εκθετικά, λόγω των συγκρούσεων των ατόμων με τον ατμό των κρύων ατόμων. Στο σχήμα 2.6(β) παρουσιάζεται αυτή η μείωση. Η



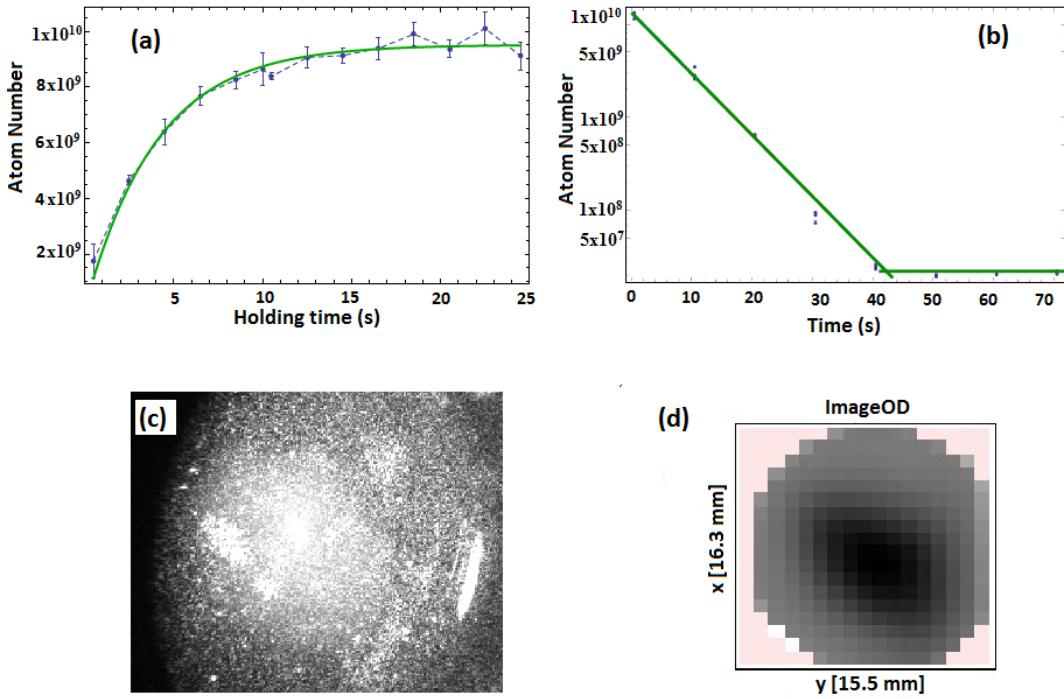
Σχήμα 2.5: (α) Οι δέσμες λέιζερ με τις πολώσεις τους εισέρχονται στην περιοχή όπου τα άτομα παγιδεύονται και φύχονται στο κύτταρο υπερυψηλού κενού. Αυτές τα έξι δέσμες στην τρέχουσα διαμόρφωση είναι γνωστές ως 3D-μελάσα. Κάποιος μπορεί επίσης να διακρίνει τα δύο κυκλικά πηνία στην αντί-Helmholtz διαμόρφωση που δημιουργούν το γραμμικό μαγνητικό πεδίο για την μαγνητο-οπτική παγιδευση. (β) Μια απεικονιση όλων των σπειρών στην περιοχή του MOT. Για το MOT χρησιμοποιούνται μόνο τα μεγάλα πηνία Ioffe. Είναι αυτά που απεικονίζονται και στο (α). Τα υπόλοιπα πηνία χρησιμοποιούνται στα επόμενα στάδια.

μετρούμενη διάρκεια ζωής φαίνεται να είναι περίπου 10 δευτερόλεπτα. Το σχήμα του νέφους MOT απεικονίζεται στο σχήμα 2.6(γ). Πρόκειται για ένα μάλλον σφαιρικό νέφος. Το MOT αυτό έχει μια πολύ χαμηλή πυκνότητα και μια πολύ υψηλή θερμοκρασία. Για να βελτιώσουμε τα χαρακτηριστικά του, εφαρμόζουμε περαιτέρω συμπίεση και ψύξη.

Συμπιεσμένο MOT και Οπτική μελάσα

Θα ήταν μεγάλο πλεονέκτημα εάν μπορούσαμε να αυξήσουμε περαιτέρω την πυκνότητα του νέφους, καθώς και να μειώσουμε τη θερμοκρασία χωρίς σημαντικές απώλειες στον αριθμό των ατόμων, πριν από την εφαρμογή της δευτερης τεχνικής ψύξης, την εξάτμιση. Μια MOT με παραμέτρους σαν και τις δικές μας, προσαρμοσμένες για να μεγιστοποιούν τον ρυθμό συλλογής, βρίσκεται στην περιοχή των πολλαπλών σκεδάσεων, όπως συζητήθηκε στο κεφάλαιο 2.2.1.Γ, κατά το οποίο ορίζεται ένα όριο στην πυκνότητα του νέφους. Το όριο αυτό είναι το αποτέλεσμα του μηχανισμού σκέδασης των φωτονίων και την εκ νέου απορρόφηση, η οποία μπορεί να περιγραφεί ως η πολυ-απορρόφηση ενός φωτονίου από άλλα άτομα στην περιοχή του ατόμου που εκπέμπονται πριν από το φωτόνιο διαφύγει το αέριο. Αυτή οι διαδικασία εισάγει ανεπιθύμητη θέρμανση και αποπόλωση των ατόμων. Επιπλέον, δεδομένου ότι ένα φωτόνιο προέρχεται από ένα παρακείμενο άτομο, υπάρχει μια απωθητική δύναμη μεταξύ αυτών των δύο ατόμων που μειώνει επίσης την πυκνότητα του νέφους.

Για να αυξήσουμε αυτήν την περιορισμένη πυκνότητα, δύο είδη τεχνικών έχουν προταθεί και εφαρμοστεί. Η πρώτη, η MOT σκοτεινού σημείου [55] τροποποιεί τις παραμέτρους του MOT στο χώρο, ενώ η δεύτερη τεχνική, η συμπιεσμένη-MOT (CMOT) [56], τροποποιεί τη MOT χρονικά. Στο πείραμά μας, κάνουμε χρήση της τεχνικής CMOT, δεδομένου ότι αυτή δεν απαιτεί καμία τροποποίηση της συσκευής, εκτός από την ανάγκη να ελέγχουμε τα ρεύματα



Σχήμα 2.6: (α) Η φόρτωση του 3D-MOT. Ο αριθμός των ατόμων έχει φθάσει τη μέγιστη τιμή του μετά από 4 δευτερόλεπτα. Αυτή η μέγιστη τιμή είναι περίπου 10^{10} . (β) Η καμπύλη της ζωής του 3D-MOT. Η μετρημένη ζωή του είναι περίπου 7 δευτερόλεπτα. Μετά από σχεδόν 40 δευτερόλεπτα, ο αριθμός των ατόμων παύει να μειώνεται λόγω της ισορροπίας μεταξύ των απωλειών και την εκ νέου φόρτωση των ατόμων που βρίσκονται τριγύρω. (γ) Το σφαιρικό σχήμα του νέφους MOT. (δ) Η πυκνότητα του νέφους MOT όπως απεικονίζεται με την τεχνική της απεικόνισης απορρόφησης μετά την ελεύθερη διαστολή του νέφους για 12 δευτερόλεπτα. Αυτές οι δύο τεχνικές θα εξηγηθούν στο επόμενο κεφάλαιο.

και τις ακτίνες λέιζερ που χρησιμοποιούνται στο MOT. Στο τμήμα 2.2.1.Γ αναφέραμε ότι μια αύξηση στην πυκνότητα του νέφους μπορεί να επιτευχθεί με έναν περαιτέρω αποσυντονισμό των δεσμών λέιζερ σε συνδυασμό με την αύξηση του μαγνητικού πεδίου της MOT. Αυτός είναι ακριβώς ο τρόπος λειτουργίας της CMOT. Μετά την ολοκλήρωση μιας σταθερής MOT, η αύξηση του αποσυντονισμού προκαλεί μείωση στο μηχανισμό επανασκέδασης, επειδή τώρα είναι λιγότερο δυνατό για τα φωτόνια να αλληλεπιδρούν με τα άτομα του νέφους. Από την άλλη πλευρά, η αύξηση των μαγνητικών πεδίων περιορίζει τα άτομα με αυστηρότερο τρόπο, αυξάνοντας την πυκνότητα τους¹. Στα πειράματά μας, μετά τη φόρτωση του MOT, το νέφος ξοδεύει 5 χιλιοστά του δευτερόλεπτου στην περιοχή των ακτίνων που είναι ακόμα πιο αποσυντονισμένες από σχεδόν 3Γ στα $13\Gamma = 40\text{MHz}$ με την μεγιστη δυνατή τιμή της κλίσης του μαγνητικού πεδίου.

Μετά από αυτήν την ισχυρότερη παγίδευση, η οποία οδηγεί σε ένα μικρότερο νέφος, η ψερμοκρασία του αυξάνει λόγω της εκ νέου απορρόφησης της σκέδασης. Με στόχο τη μείωση της ψερμοκρασίας, σβήνουμε το μαγνητικό πεδίο που προκαλείται από τα ρεύματα στα

¹Αν και δεν είναι ψεωρητικά προτεινόμενο, στα πειράματά μας ο περαιτέρω περιορισμός των ατόμων επιτυγχάνεται με τη μείωση της κλίσης αντί για την αύξηση του.

μεγάλα Ioffe πηνία ενώ κρατάμε για σχεδόν 3 επιπλέον χιλιοστά του δευτερολέπτου τις ακτίνες λέιζερ. Αυτό το χρονικό διάστημα είναι ανεπαρκές για τα άτομα να μετακινηθούν ουσιαστικά από το κέντρο της παγίδας, αλλά και αρκετά μικρό για να αποφευχθούν οι απώλειες λόγω του σχηματισμού των μορίων. Αυτή ακριβώς είναι η τεχνική της οπτικής μελάσας, που περιγράφηκε παραπάνω.

Το αποτέλεσμα αυτών των τεχνικών είναι ένα μικρό και αρκετά κρύο νέφος για το επόμενο στάδιο της μαγνητικής παγίδευσης και την ψύξη μέσω της εξάτμισης. Η θερμοκρασία του είναι περίπου 100 millikelvin, ενώ το νέφος έχει σχεδόν 9×10^{10} άτομα. Μια μικρή μείωση στον αριθμό ατόμων οφείλεται στην αύξηση του ρυθμού των ανελαστικών συγκρούσεων που προκαλεί η CMOT. Για το υπόλοιπο αυτής της εργασίας, όλες αυτές οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται η μια μετά την άλλη (MOT, CMOT, μελάσα) θα ονομάζεται απλά ως MOT. Επιπλέον, ως ω_{MOT} θα συμβολίζεται η εικονική συχνότητα της MOT μετά τη συμπίεση.

2.3 Ψύξη με εξάτμιση σε μια μαγνητική παγίδα Ioffe-Pritchard (ΙΠ)

Η θεμελιώδης αρχή της ψύξης με εξάτμιση ενός θερμικού ατομικού νέφους βασίζεται στην επιλεκτική απομάκρυνση αυτών των ατόμων που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από το μέσο όρο της ενέργειας του νέφους. Αυτή η απομάκρυνση έχει σαν αποτέλεσμα τη μείωση της μέσης ενέργειας των υπόλοιπων στο νέφος και, ως εκ τούτου, μια χαμηλότερη θερμοκρασία. Για να είμαστε σε θέση να συζητήσουμε σχετικά με τη θερμοκρασία, η απομάκρυνση των ατόμων θα πρέπει να οδηγήσει σε μια νέα κατάσταση θερμικής ισορροπίας περιγραφόμενη από μια θερμική κατανομή, από την ουρά της οποίας θα προέρχονται τα άτομα που απομακρύνονται. Αυτή η ισορροπία επιτυγχάνεται με την παρουσία ελαστικών συγκρούσεων μεταξύ των παραμένοντων ατόμων, οι οποίες, ταυτόχρονα, προωθούν τα άτομα σε ενέργειες υψηλότερες από τη μέση ενέργεια. Από την άλλη πλευρά, τα άτομα υψηλής ενέργειας μπορούν να αφήσουν την περιοχή όπου η ψύξη πραγματοποιείται δια εξατμίσεως μόνο αν η παγίδα των ατόμων έχει ένα πεπερασμένο βάθος συγκρίσιμο με την ενέργειά τους. Για το λόγο αυτό, η ψύξη με εξάτμιση πραγματοποιείται σε μια συντηρητική μαγνητική παγίδα, όπου η απομόνωση του νέφους από το περιβάλλον είναι επαρκής και όπου οι ανελαστικές συγκρούσεις μπορούν να είναι μικρότερες από ό,τι τις αντίστοιχες ελαστικές και, ως εκ τούτου, τα άτομα απομακρύνονται λόγω της εξάτμισης και όχι λόγω απώλειων.

Όλοι είμαστε εξοικειωμένοι με το μηχανισμό ψύξης της εξάτμισης από την καυθημερινή ζωή. Αυτή είναι υπεύθυνη για την ψύξη ενός φλιτζανιού καιρέ και για τη μεταφορά θερμότητας από το ανθρώπινο σώμα κατά τη διάρκεια της άσκησης. Στις αρχές του 16ου αιώνα, ο Leonardo da Vinci χρησιμοποίησε την εξάτμιση για να κατασκευάσει το πρώτο υγρόμετρο[57]. Οι φυσικοί μελέτησαν την ψύξη μέσω εξατμίσης στα σφαιρωτά σμήνη από όπου τα αστέρια εξατμίζονται. Στην ατομική φυσική, η πρώτη δημοσίευση που σχετίζεται με την ψύξη με εξάτμιση των ατόμων υδρογόνου, δόθηκε στη δημοσιότητα από τον Hess[58] το 1986, στην οποία επεσήμανε πολλές σημαντικές έννοιες της διαδικασίας αυτής, μεταξύ των οποίων τις ελαστικές και ανελαστικές συγκρούσεις. Μόντε Κάρλο προσομοιώσεις για την εξάτμιση ολοκληρώθηκαν για πρώτη φορά από τον Μονρόε[59]. Το 1989 oPritchard υποστήριξε [60] ότι η εξάτμιση θα μπορούσε να είναι περισσότερο αποτελεσματική με τη χρήση RF-ακτινοβολίας, με την οποία

μπορει να καθοριστεί ακριβώς η περιοχή της απομάκρυνσης από το χώρο του μαγνητικού πεδίου. Μετά από μερικά χρόνια, το 1994, ο μηχανισμός ψύξης με εξάτμιση επεκτάθηκε σε άτομα αλκαλίων, ύστερα από την αρχική τους ψύξη με λέιζερ [61]. Επιπλέον, ανεξάρτητα από τις προσπάθειες για την εξάτμιση, μια μαγνητική παγίδα των ουδέτερων ατόμων παρατηρήθηκε για πρώτη φορά το 1985 [62] και όχι πολύ αργότερα σημαντικές βελτιώσεις επιτεύχθηκαν από τις ομάδες του MIT και του Άμστερνταμ [63][64]. Η πρώτη III παγίδα, το είδος της παγίδας που χρησιμοποιούμε στα πειράματά μας και σχετίζεται με την παρούσα εργασία προτάθηκε για πρώτη φορά και υλοποιήθηκε από τον Pritchard[65].

Η ψύξη με εξάτμιση έχει ένα ασύγκριτο πλεονέκτημα: υλοποιει το συμπύκνωμα, σε αντίθεση με άλλες τεχνικές ψύξης, όπως η ψύξη με λέιζερ, των οποίων ο περιορισμός στη θερμοκρασία και την πυκνότητα τις καθιστούν ανεπαρκείς για το BEC. Πέρα από αυτό, η εξάτμιση είναι μια σχετικά απλή και καλά μελετημένη διαδικασία, τουλάχιστον στην κλασική περιοχή της κίνησης του ατόμου, με ένα ευρύ φάσμα θερμοκρασιών και πυκνοτήτων. Ωστόσο, ο μηχανισμός της εξάτμισης ως τεχνική ψύξης έχει ορισμένα σημαντικά μειονεκτήματα, τα οποία πρέπει κανείς να ξεπεράσει προκειμένου να επιτευχθεί ο σκοπός του συμπυκνώματος. Το πιο κρίσιμο από αυτά είναι η σημαντική απώλεια του αριθμού των ατόμων κατά τη διάρκεια της εξατμιστικής ψύξης. Κατά τη διάρκειά της σχεδόν τρεις τάξεις μεγέθους μειώνεται ο αριθμός των ατόμων από την αρχή μέχρι το τέλος της. Παρ' όλα αυτά, θεωρείται ως μια αποτελεσματική τεχνική, δεδομένου ότι, κατά την ίδια στιγμή, η πυκνότητα του χώρου φάσης αυξάνεται κατά έξι τάξεις μεγέθους, φθάνοντας στο συμπύκνωμα.

Στις ενότητες που ακολουθούν, θα συζητήσουμε τις αρχές και τις διάφορες θεωρητικές πτυχές της μαγνητικής παγίδευσης και της τεχνικής ψύξης, θα περιγράψουμε τη συγκεκριμένη παγίδα που χρησιμοποιούμε, δηλαδή την παγίδα III και, τέλος, τα διαδοχικά βήματα που πραγματοποιούνται μέχρι την εμφάνιση του συμπυκνώματος. Μετά την ψύξη με λέιζερ στο MOT, έχουμε ένα κρύο και πυκνό νέφος με ένα μεγάλο αριθμό ατόμων και σχετικά υψηλό ρυθμό ελαστικων συγκρούσεων. Ο στόχος της ψύξης μέσω εξάτμισης είναι απλά να πραγματοποιήσει το BEC υπό τις καλύτερες συνθήκες.

2.3.1 Βασικές αρχές λειτουργίας της εξάτμισης σε III μαγνητική παγίδα

A. Αρχές μαγνητικής παγίδευσης

Προκειμένου να διατηρηθεί το νέφος σφιχτά περιορισμένο για τη διαδικασία της ψύξης μέσω της εξάτμισης, απαιτείται μια παγίδα με την ιδιότητα να παρέχει αρκετά χαμηλό ρυθμό θέρμανσης. Κάτι τέτοιο μπορεί να ικανοποιηθεί από μια συντηρητική μαγνητική παγίδα, όπου οι ρυθμοί απώλειας της παγίδευσης είναι σχετικά μικροί και το βάθος παγίδευσής μπορεί να χωρέσει το αρχικό νέφος της MOT. Μια μαγνητική παγίδα για τα ατομικά νέφη είναι μια εφαρμογή του φαινομένου Zeeman, όπως περιγράφεται στο 1.3.

Εφαρμόζοντας ένα μαγνητικό πεδίο \vec{B} στην περιοχή του νέφους, η ενέργεια ενός ατόμου που βρίσκεται στην κατάσταση m_F χρησιμοποιώντας την εξις 1.42 γράφεται

$$E_{F,m_F} = E_F + \mu_B g_F m_F B_z \quad (2.17)$$

όπου E_F είναι το ενεργειακό επίπεδο της υπερλέπτης υφής χωρίς τον διαχωρισμό Zeeman. Στην περίπτωση που το μαγνητικό πεδίο είναι ανομοιογενές, η ενέργεια του ατόμου που είναι

σε αυτή την κατάσταση εξαρτάται από τη θέση του. Όπως είναι γνωστό, τα σωματίδια τείνουν να κινηθούν προς περιοχές όπου η ενεργειά τους γίνεται ελάχιστη. Ως εκ τούτου, ανάλογα με το πρόσημο του μεγέθους $g_F m_F$, το ελάχιστο της E_{F,m_F} εμφανίζεται όταν το μέγεθος του μαγνητικού πεδίου είναι μέγιστο ($g_F m_F < 0$) ή ελάχιστο ($g_F m_F > 0$).

Οστόσο, οι εξισώσεις του Maxwell απαγορεύουν την περίπτωση παγίδευσης σε μέγιστο πεδίου. Ο λόγος για την απαγόρευση αυτή είναι το λεγόμενο θεώρημα "μη ύπαρξης μεγιστού" [66] που δηλώνει ότι σε περιοχές χωρίς φορτια και ρεύματα το μαγνητικό πεδίο δεν μπορεί να έχει τοπικό μέγιστο. Για μια σύντομη εξηγηση, μπορεί κανείς να γράψει για το μέγεθος του μαγνητικού πεδίου:

$$\nabla^2 B^2 = 2 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(B_i \frac{\partial B_i}{\partial x_j} \right) = 2 B_i \nabla^2 B_i + 2 \left(\frac{\partial B_i}{\partial x_j} \right)^2 \quad (2.18)$$

Παρ' όλα αυτά, ξεκινώντας από τις εξισώσεις του Maxwell ($\nabla \vec{B} = 0$ και $\nabla \times \vec{B} = 0$ αν δεν υπάρχουν ρεύματα σε εκείνο το σημείο), μπορεί κανείς να αντλήσει για τις συνιστώσες του μαγνητικού πεδίου

$$\nabla^2 B_i = 0 \quad (2.19)$$

Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις 2.18 και 2.19, εύκολα μπορεί κανείς να βρει ότι

$$\nabla^2 B^2 \geq 0 \quad (2.20)$$

η οποία είναι ασυμβίβαστη με την ύπαρξη ενός ανωτάτου που απαιτεί $\partial B^2 / \partial x_i = 0$ και $\partial^2 B^2 / \partial x_i^2 < 0$. Έτσι, μόνο καταστάσεις που το ελάχιστο τους εμφανίζεται στο ελάχιστο του πεδίου μπορούν να χρησιμοποιηθούν για μαγνητική παγίδευση. Στην περίπτωση του Rb , τρεις είναι αυτές οι καταστάσεις: $|F=1, m_F=-1\rangle$, $|F=2, m_F=1\rangle$ ανδ $|F=2, m_F=2\rangle$.

Έτσι, προκειμένου να επιτευχθεί μαγνητική παγίδευση σε ουδέτερα άτομα, πρέπει κανείς να σχεδιάσει ένα μαγνητικό πεδίο με μία κλίση που προσφέρει ανομοιογένεια και ένα ελάχιστο. Το βάθος της παγίδας θα είναι της τάξης των

$$k_B T = \mu_B g_F m_F (B_{\max} - B_{\min}) \quad (2.21)$$

όπου B_{\min} είναι το ελάχιστο του πεδίου και B_{\max} το πλησιέστερο τοπικό το μέγιστο. Για συνήθεις μαγνητικές παγίδες, η ισχύς του πεδίου είναι τέτοια ώστε το βάθος να είναι πολύ μικρότερο από 1 Kelvin.

Το γεγονός ότι οι καταστάσεις που χαρακτηρίζονται από ελάχιστη ενέργεια στο μέγιστο ενός μαγνητικού πεδίου δεν είναι χρήσιμες για την παγίδευση, μετατρέπει την μαγνητική παγίδα σε επιρρεπή σε αστάθειες. Αυτές προκαλούνται από πιθανές μεταβάσεις μεταξύ των καταστάσεων, με αποτέλεσμα τα άτομα τα άτομα να απομακρύνονται από την παγίδα. Τέτοιες μεταβάσεις αναφέρονται ως μεταβάσεις Majorana. Για να εξασφαλιστεί ότι δεν θα συμβούν αυτές οι μεταβάσεις, η μαγνητική ροπή του ατόμου θα πρέπει να ακολουθεί αδιαβατικά την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου. Ορίζοντας ως θ τη γωνία μεταξύ της μαγνητικής ροπής του ατόμου και του πεδίου, τότε η παραπάνω απαίτηση μπορεί να εκφραστεί ως

$$\frac{d\theta}{dt} < \frac{\mu_B g_F |B|}{\hbar F} \quad (2.22)$$

Αυτή η ανισότητα παραβιάζεται για μικρά μαγνητικά πεδία και προσοχή πρέπει να δοθεί στην αποφυγή τέτοιων πεδίων, προκειμένου τα άτομα να παραμείνουν στην παγίδα.

B. Περιγραφή της III παγίδας

Μια από τις πιο συχνά χρησιμοποιούμενες και από τις πρώτες διατάξεις που προσφέρει το ελάχιστο μαγνητικό πεδίο για την παγίδευση είναι η λεγόμενη Ioffe-Pritchard (III) παγίδα. Η επιτυχία της οφείλεται εν μέρει στο γεγονός ότι προσφέρει ένα αρμονικό δυναμικό που είναι η χαμηλότερη τάξη και, συνεπώς, η πιο σφιχτή παγίδα που μπορεί να έχει επιπλέον μια μη μηδενική ελάχιστη τιμή (bias field).

Η III παγίδα αποτελεί μία τροποποίηση της παγίδας τετραπόλου (στην οποία το μαγνητικό πεδίο μεταβάλλεται γραμμικά με την απόσταση προς όλες τις κατευθύνσεις), προκειμένου να αποφευχθεί η μετάβαση Majorana στο κέντρο της παγίδας. Όπως μπορεί να φανεί από το σχήμα 1.3, σε περιοχές όπου το πεδίο είναι αρκετά μικρό και στην ουσία μηδενικό, οι καταστάσεις εκφυλίζονται, ώστε ένα άτομο μπορεί εύκολα να μετακινηθεί μεταξύ των καταστάσεων σε καταστάσεις που δεν επιτρέπουν παγίδευση και συνεπώς να απομακρυνθούν από την παγίδα. Με την προσθήκη ενός ομοιογενούς πεδίου B_0 κατά μήκος της αξονικής κατεύθυνσης, το συνολικό πεδίο δεν είναι πλέον μηδέν στο κέντρο της παγίδας, αντιθέτως προς την περίπτωση του τετραπόλου. Με τον τρόπο αυτό, μπορούν να αποφευχθούν τέτοιες απώλειες. Το B_0 αυτό, όμως, έχει μια σημαντική επίδραση στη μορφή του δυναμικού όπως αμέσως θα διαπιστώσουμε.

Μια παγίδα III στη πιο συνηθισμένη της μορφή [65] αποτελείται από τέσσερις ευθύγραμμες ράβδους, οι οποίες δημιουργούν ένα πεδίο τετραπολικό στις ακτινικές διευθύνσεις και δύο κυκλικά πηνία που χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία παραβολικού πεδίου στην αξονική κατεύθυνση. Στα πειράματα που έγιναν στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, χρησιμοποιήσαμε μια εναλλακτική παγίδα III που αποτελείται από τέσσερα κυκλικά πηνία (πηνία Ioffe) που δημιουργούν δύο ζεύγη πηνίων σε αντι-Helmholtz διάταξη σε κάθετες μεταξύ τους διευθύνσεις και δύο κυκλικά πηνία (πηνία pinch) σε Helmholtz διάταξη. Αυτή η διάταξη απεικονίζεται στο σχ. 2.5(β). Τα δύο ζεύγη πηνίων Ioffe μαζί δημιουργούν ένα πεδίο τετραπολικό στην ακτινική κατεύθυνση, ενώ τα πηνία pinch χρησιμοποιούνται για ένα παραβολικό πεδίο στην αξονική κατεύθυνση. Ένα επιπλέον ζευγάρι πηνίων (πηνία compensate), που επίσης φαίνονται στο ίδιο σχήμα, είναι υπεύθυνο για την καθορισμό του μεγέθους του ελάχιστου πεδίου B_0 .

Το συνολικό μαγνητικό πεδίο που χαρακτηρίζει την III παγίδα στην περίπτωσή μας III μας [36] είναι

$$\vec{B} = a \begin{pmatrix} x \\ -y \\ 0 \end{pmatrix} + B_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\beta \begin{pmatrix} -xz \\ -yz \\ z^2 - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

όπου a είναι η κλίση του πεδίου που δημιουργείται από τα πηνία Ioffe και β η καμπυλότητα από τα pinch πηνία. Το μέτρο αυτού του πεδίου είναι

$$B = \sqrt{\left(ax - \frac{1}{2}\beta xz\right)^2 + \left(ay + \frac{1}{2}\beta yz\right)^2 + \left(B_0 + \frac{1}{2}\beta \left[z^2 - \frac{1}{2}(x^2 + y^2)\right]\right)^2} \quad (2.24)$$

Αν $a >> \beta^{1/2}$, ο περιορισμός στις ακτινικές διευθύνσεις που προκαλείται από την κλίση είναι πολύ ισχυρότερος από εκείνον που οφείλεται στην καμπυλότητα. Σε αυτή την περίπτωση, μπορεί κανείς να αγνοήσει την ακτινική αρμονική εξάρτηση και, ως εκ τούτου, το μέτρο του πεδίου μπορεί να προσεγγιστεί από το γνωστό θεωρητικό μαγνητικό πεδίο που χαρακτηρίζει

την παγίδα III

$$B = \sqrt{(a\rho)^2 + (B_0 + \frac{1}{2}\beta z^2)^2} \quad (2.25)$$

με $\rho^2 = x^2 + y^2$.

Τώρα όταν εξετάσουμε ποια είναι η μορφή του μέτρου κατά την ακτινική διεύθυνση. Για $z = 0$, το μέτρο γράφεται: $B = \sqrt{(ar)^2 + B_0^2}$. Στην περίπτωση που το B_0 είναι πολύ μικρό (σε σύγκριση με τη θερμοκρασία του αερίου), τότε το μέτρο του πεδίου είναι απλώς $B = ar$ και το δυναμικό κατά κύριο λόγο γραμμικό προς αυτή την κατεύθυνση. Από την άλλη πλευρά, εάν το πεδίο πόλωσης B_0 καθίσταται μεγάλο, τότε χρησιμοποιώντας την προσέγγιση $(1+x)^n = (1+nx)$ για μικρά x το μέτρο γίνεται

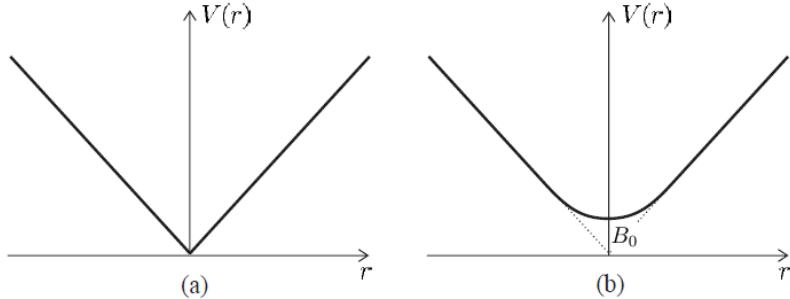
$$B = [(a\rho)^2 + B_0^2]^{1/2} = B_0 \left(1 + \left(\frac{a\rho}{B_0} \right)^2 \right)^{1/2} \approx B_0 + \frac{a^2}{2B_0} \rho^2 \quad (2.26)$$

και το δυναμικό μετατρέπεται σε αρμονικό στις ακτινικές διεύθυνσεις με ένα ελάχιστο B_0 . Στην πιο γενική περίπτωση (και όχι μόνο στη γραμμή με $z = 0$), στο όριο μεγάλου B_0 , μπορεί κανείς να ακολουθήσει την ίδια διαδικασία και να συμπεράνει ότι το δυναμικό είναι αυτό ενός 3D ανισότροπου αρμονικού ταλαντωτή

$$B \approx B_0 + \frac{a^2}{2B_0} \rho^2 + \frac{1}{2} \beta z^2 \quad (2.27)$$

με συχνότητες

$$\omega_r = \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{m} \frac{a^2}{B_0}} \quad \omega_z = \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{m} \beta} \quad (2.28)$$



Σχήμα 2.7: Στο (a) το μέγεθος του μαγνητικού πεδίου κατά την ακτινική διεύθυνση σε περίπτωση $B_0 = 0$. Καθώς ένα μη-μηδενικό B_0 προστίθεται στην παγίδα (β) και το ελάχιστο παύει να είναι μηδέν, η διάταξη προσφέρει ένα αρμονικό δυναμικό για μικρά r . Το πεδίο που ένα άτομο βλέπει εξαρτάται από την κινητική ενέργεια του. Για $k_B T \ll \mu_B B_0$, το άτομο βρίσκεται στο κάτω μέρος της παγίδας και αισθάνεται ένα αρμονικό δυναμικό. Για $k_B T \gg \mu_B B_0$, η γραμμική εξάρτηση αποκαταθίσταται και οι συχνότητες που δίνονται παραπάνω δεν έχουν φυσική σημασία πια.

Θερμοδυναμικές Ιδιότητες της III παγίδας. Για να υπολογιστεί η ενεργειακή πυκνότητα καταστάσεων της παγίδας ΠΕ, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον γενικό ορισμό της σε ένα τυχαίο δυναμικό U ως

$$D(\epsilon) = (2\pi\hbar)^{-3} \int dr^3 dp^3 \delta(\epsilon - U(r) - p^2/2m) \quad (2.29)$$

όπου r είναι η θέση ενός σωματιδίου, p η ορμή του και δ η συνάρτηση δέλτα. Η $D(\epsilon)$ ορίζεται με τέτοιον τρόπο, ώστε $D(\epsilon)d\epsilon$ είναι ο αριθμός των ιδιοκαταστάσεων του παγίδευσιμου δυναμικού $U(r) = -\mu_B B(r)$ με ενέργεια μεταξύ ϵ και $\epsilon + d\epsilon$. Χρησιμοποιώντας το δυναμικό που παράγει η III 2.25, προκύπτει

$$D_{\text{III}}(\epsilon) = A_{\text{III}}(\epsilon^3 + 2U_0\epsilon^2) \quad (2.30)$$

με $U_0 = \mu_B B_0$ και

$$A_{\text{III}} = \frac{(2\pi^2 m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3 2(\mu_B g_F m_F a)^2 \sqrt{\mu_B g_F m_F \beta/2}} \quad (2.31)$$

Μια άλλη ιδιαίτερα χρήσιμη παράμετρος για την περιγραφή των στατιστικών ιδιοτήτων της παγίδας είναι η συνάρτηση επιμερισμού Z . Στη γλώσσα της Στατιστικής Φυσικής, η ποσότητα αυτή προέρχεται από το μέτρημα των σωματιδίων που διανέμονται πάνω στις διαθέσιμες καταστάσεις σύμφωνα με μια ορισμένη κατανομή πιθανότητας. Σε χαμηλές θερμοκρασίες πρέπει κανείς να χρησιμοποιήσει την κατανομή Bose-Einstein, ενώ σε υψηλότερες θερμοκρασίες χρησιμοποιείται η κατανομή Boltzmann. Η συνάρτηση επιμερισμού για την κατανομή αυτή ορίζεται ως

$$\begin{aligned} Z &= (2\pi\hbar)^{-3} \int dr^3 dp^3 \exp\{-(U(r) + p^2/2m)/k_B T\} \\ &= \int d\epsilon D(\epsilon) \exp\{-\epsilon/k_B T\} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Η συνάρτηση επιμερισμού είναι ένα μέτρο του βαθμού στον οποίο τα σωματίδια απλώνονται πάνω από τα επίπεδα ενέργειας. Αυτό είναι περισσότερο εμφανές στην κβαντική μηχανική, όπου η Z παίζει το ρόλο του λόγου του αριθμού των σωματιδίων στο σύστημα, N , ως προς τον αριθμό των σωματιδίων στη θεμελιώδη του κατάσταση, N_0 , δηλαδή $Z = N/N_0$. Χρησιμοποιώντας την πυκνότητα καταστάσεων 2.30, η συνάρτηση επιμερισμού της παγίδας III γίνεται

$$Z_{\text{III}} = 6A_{\text{III}}(k_B T)^4 \left(1 + \frac{2\mu_B B_0}{3k_B T}\right) \quad (2.33)$$

Μια τρίτη χρήσιμη για τους σκοπούς μας ποσότητα είναι ο εικονικός όγκος της παγίδας. Αυτός ορίζεται ως ο λόγος του αριθμού των ατόμων προς τη μέγιστη πυκνότητα τους στο κέντρο της παγίδας

$$V_{\text{eff}} = N/n_0 \quad (2.34)$$

και παίζει το ρόλο του πραγματικού όγκου του νέφους στην παγίδα. Χρησιμοποιώντας αυτόν τον εικονικό όγκο, η συνάρτηση επιμερισμού μπορεί να ξαναγραφεί εκ νέου [8] ως $Z = V_{\text{eff}} \Lambda_T^{-3}$. Αυτή η μορφή προσφέρει μια άλλη διασύνητη εξήγηση της συνάρτησης επιμερισμού. Είναι ο λόγος του εικονικού όγκου της παγίδας ως προς τον εικονικό όγκο του ενός ατόμου

με μήκος κύματος Λ_T . Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέρη της παραπάνω εξίσωσης, κανείς παίρνει:

$$Z = N/D_\pi \quad (2.35)$$

Ως εκ τούτου, η συνάρτηση επιμερισμού περιλαμβάνει όλες τις χρήσιμες ποσότητες που πρέπει να βελτιστοποιήσουμε με σκοπό το συμπύκνωμα, δηλαδή τον αριθμό των ατόμων, την πυκνότητα και τη θερμοκρασία του νέφους.

Γ. Θεωρητική μελέτη της εξάτμισης

Όπως αναφέρθηκε στην αρχή του τρέχοντος κεφαλαίου, η ψύξη με εξάτμιση είναι μια διπλή εργασία: άτομα με ενέργεια που ξεπερνά το βάθος της παγίδας, $\epsilon_{\text{p}} \epsilon_{\text{t}}$ ξεφεύγουν από το νέφος, ενώ οι ελαστικές συγκρούσεις των υπολοίπων ατόμων αποκαθιστούν θερμική ισορροπία σε νέα χαμηλότερη θερμοκρασία. Εάν το βάθος της παγίδας παραμένει σταθερό, όταν τα πιο δραστήρια άτομα εγκαταλείψουν την παγίδα η μέση ενέργεια των ατόμων στο σύννεφο καθίσταται σημαντικά μικρότερη από ϵ_t και, έτσι, όλο και λιγότερα άτομα είναι ικανά να αποκτήσουν επαρκή ενέργεια για να ξεφύγουν από την παγίδα. Ένα σενάριο σαν κι αυτό ονομάζεται επίπεδη εξάτμιση [72] και ως εκ τούτου, η ψύξη με εξάτμιση γίνεται λιγότερο αποτελεσματική με την πάροδο του χρόνου. Προκειμένου να διατηρηθεί ένας αποτελεσματικός ρυθμός εξόδου από την παγίδα για τα άτομα υψηλής ταχύτητας, η ενέργεια απομάκρυνσης ϵ_t , η οποία ορίζει το βάθος της παγίδας, θα πρέπει να μειώνεται με την πάροδο του χρόνου. Αυτού του είδους η τεχνική ψύξης ονομάζεται εξαναγκασμένη εξάτμιση. Μια σχετικόμενη ποσότητα που προσφέρει βοήθεια στην περιγραφή της ψύξης μέσω εξάτμισης είναι η παράμετρος αποκοπής η , έτσι ώστε $\epsilon_t = \eta k_B T$, η οποία είναι στην γενική περίπτωση εξαρτώμενη από τον χρόνο.

Η επαναθερμοποίηση και η περικομμένη συνάρτηση κατανομής. Με κεντρικό στόχο να δικαιολογήσουμε μια θερμική κατανομή για το παραμένον νέφος, θα ακολουθήσουμε τα επιχειρήματα που προβλήμηκαν από τον Walraven στο [67]. Για τον σκοπό αυτό, πρέπει κανείς να εισαγάγει μια σειρά από υποθέσεις που φαίνονται να λειτουργούν καλά στις περιοχές της θερμοκρασίας και της πυκνότητας που μας ενδιαφέρουν. Η πρώτη υπόθεση είναι η εργοδικότητα. Στη θεωρία της στατιστικής Μηχανικής, εργοδικότητα σημαίνει ότι στο χώρο των φάσεων ενός συστήματος η κατανομή των σωματιδίων $f(r, p)$ εξαρτάται αποκλειστικά από την ενέργειά τους. Σε μαθηματική γλώσσα:

$$f(r, p) = \int \delta(U(r) + p^2/2m - \epsilon) f(\epsilon) d\epsilon \quad (2.36)$$

Στην παραπάνω εξίσωση, η ποσότητα $f(\epsilon)$ μπορεί να ερμηνευθεί ως ο αριθμός των καταστάσεων με ενέργεια ϵ . Δεύτερον, θα κάνουμε χρήση της υπόθεσης «πλήρους εξάτμισης». Σύμφωνα με αυτή, κάθε άτομο που αποκτά ενέργεια μεγαλύτερη από ϵ_t μέσω των ελαστικών συγκρούσεων ξεφεύγει από την παγίδα χωρίς περαιτέρω συγκρούσεις με άλλα άτομα. Αυτή η υπόθεση φαίνεται λογικη εάν η μέση ελεύθερη διαδρομή λ του ενός ατόμου είναι πολύ μεγαλύτερη από την διάσταση l του νέφους [68]

$$\lambda \gg l \quad (2.37)$$

Επιπλέον, υποθέτουμε κλασικά άτομα που περιγράφονται από μια κατανομή Boltzmann. Μια τελευταία αλλά όχι λιγότερο σημαντική υπόθεση είναι το γεγονός ότι οι ελαστικές συγχρούσεις προκύπτουν μόνο από το κανάλι σκέδασης *s*-χυμάτων (*s*-wave scattering). Κατά συνέπεια, η ελαστική διατομή σ_{el} των ατόμων γίνεται [69] μία συνάρτηση του μήκους σκέδασης a_s , σύμφωνα με τη σχέση $\sigma_{\text{el}} = 8\pi a_s^2$.

Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, ο Ωαλραεν απέδειξε ότι κατά τη διάρκεια της εξάτμισης ο θερμικός χαρακτήρας της κατανομής των ατόμων είναι καλά διατηρημένος. Ως εκ τούτου, η κατανομή του νέφους μπορεί να περιγραφεί από μια περικομμένη στο βάθος της παγίδας κατανομή Boltzmann:

$$f(\epsilon) = n_0 \Lambda_T^3 e^{-\epsilon/k_B T} \Theta(\epsilon_t - \epsilon) \quad (2.38)$$

όπου Θ είναι η συνάρτηση βήματος. Από την εξίσωση 2.36, μπορεί κανείς να υπολογίσει την κατανομή στο χώρο της φάσης

$$f(r, p) = n_0 \Lambda_T^3 e^{-(U(r) + p^2/2m)/k_B T} \Theta(\epsilon_t - U(r) - p^2/2m) \quad (2.39)$$

και με την ολοκλήρωση της τελευταίας πάνω στις ταχύτητες, λαμβάνουμε την κατανομή πυκνότητας

$$n(r) = n_0 e^{-U(r)/k_B T} P[3/2, (\epsilon_t - U(r))/k_B T] \quad (2.40)$$

με $P[a, b]$ την ατελή συνάρτηση γάμμα [70] και n_0 τη μέγιστη πυκνότητα του νέφους στο κέντρο της παγίδας.

Ο ρυθμός εξάτμισης. Η εξέλιξη της κατανομής του χώρου φάσεων κατά τη διάρκεια της διαδικασίας της εξάτμισης περιγράφεται στο πλαίσιο της κινητικής θεωρίας από την εξίσωση Boltzmann [71]. Αυτή η εξίσωση μετατρέπεται σε μια απλούστερη για την $f(\epsilon)$ στην περίπτωση που οι υποθέσεις που αναφέρθηκαν προηγουμένως εξακολουθούν να ισχύουν. Ο ρυθμός μεταβολής του αριθμού των ατόμων που οφείλεται σε εξάτμιση, σε περίπτωση απουσίας των μηχανισμών απώλειας, δίνεται από

$$\frac{dN_{\text{ev}}}{dt} = \int_{\epsilon_t}^{\infty} d\epsilon D(\epsilon) \frac{df(\epsilon)}{dt} \quad (2.41)$$

Για την περικομμένη κατανομή Boltzmann 2.38, παίρνουμε [67]

$$\frac{dN_{\text{ev}}}{dt} = -N n_0 \sigma_{\text{el}} v e^{-\eta} \frac{V_{\text{ev}}}{V_{\text{eff}}} \quad (2.42)$$

Στην παραπάνω εξίσωση, $v = (16k_B T/\pi m)^{1/2}$ είναι η μέση ταχύτητα των ατόμων και

$$V_{\text{ev}} = \frac{\Lambda_T^3}{k_B T} \int_0^{\epsilon_t} d\epsilon D(\epsilon) [(\epsilon_t - \epsilon - k_B T) e^{-\epsilon/k_B T + k_B T e^{-\eta}}] \quad (2.43)$$

Τέλος, με βάση την εξίσωση 2.30 για την πυκνότητα καταστάσεων σε μια παγίδα III, μπορεί κανείς να αντλήσει τον ακριβή τύπο για το ρυθμό εξάτμισης σε μια τέτοια παγίδα. Ωστόσο,

Θα δώσουμε μεγαλύτερη προσοχή στην περίπτωση των μεγάλων η . Για μεγάλες τιμές του η , μπορούμε να προσεγγίσουμε $V_{\text{ev}}/V_{\text{eff}} \approx \eta$ και, συνεπώς,

$$\frac{dN_{\text{ev}}}{dt} = -N n_0 \sigma_{\text{el}} v \eta e^{-\eta} \quad (2.44)$$

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι η παραπάνω εξίσωση ισχύει για οποιοδήποτε πολυωνυμικό δυναμικό όσο η τιμή η παραμένει επαρκώς μεγάλη, λόγω του γεγονότος ότι το βάθος της παγίδας γίνεται τάξης μεγέθους μεγαλύτερο από τον μέσο όρο της ενέργειας του νέφους ή ισοδύναμα από το $k_B T$ και, ως εκ τούτου, η ακριβής μορφή του δυναμικού κοντά στο ελάχιστο παύει να διαδραματίζει σημαντικό ρόλο. Η τελευταία εξίσωση 2.44 συνεπάγεται ότι η ψύξη με εξάτμιση λαμβάνει χώρα σε μια εκθετική κλίμακα με μια σταθερά χρόνου $\tau_{\text{ev}} = (n_0 \sigma_{\text{el}} v \eta)^{-1}$.

Η αποτελεσματικότητα της εξάτμισης και ο ρόλος των συγκρούσεων. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, οι αλληλεπιδράσεις παίζουν καθοριστικό ρόλο για την ψύξη μέσω εξάτμισης καθώς επαναφέρουν θερμική ισορροπία στο υπόλοιπο νέφος. Οι συγκρούσεις στην παγίδα μπορεί να διαιρεύονται σε δύο τύπους: τις ελαστικές συγκρούσεις που είναι υπεύθυνες για την ανακατανομή της κινητικής ενέργειας καθώς δύο άτομα συγκρούονται και τις ανελαστικές συγκρούσεις που οδηγούν σε απώλειες απόμων από την παγίδα.

Οι ελαστικές συγκρούσεις μεταξύ δύο απόμων λειτουργούν υπέρ της διαδικασίας εξάτμισης. Πρώτα από όλα, είναι υπεύθυνες για την επαναθερμοποίηση του νέφους που οδηγεί σε θερμική ισορροπία. Επιπλέον, τέτοιες συγκρούσεις δύο απόμων συχνά δίνουν σε ένα από αυτά τα άτομα ενέργεια μεγαλύτερη από το κατώτατο όριο αποχώρησης από την παγίδα, ενώ το άλλο άτομο αποκτά λιγότερη της αρχικής του ενέργεια. Ως αποτέλεσμα, η διαδικασία αυτή βοηθά στην μείωση της θερμοκρασίας, διώχνοντας ενέργεια με ένα ταχύτερο ρυθμό. Ο ρυθμός ελαστικών συγκρούσεων δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση [72]

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{el}} &= n \sigma_{\text{el}} v \\ &= n (8\pi a_s^2) (16k_B T / \pi m)^{1/2} \end{aligned} \quad (2.45)$$

με a_s το γνωστό μήκος σκέδασης.

Ωστόσο, η αποτελεσματικότητα της εξάτμισης δεν εξαρτάται από την απόλυτη ταχύτητα των ελαστικών συγκρούσεων, αλλά από τον σχετικό λόγο του ρυθμού ελαστικών συγκρουσεων προς τον ρυθμό των απώλειων που συμβαίνουν εξαιτίας των ανελαστικών συγκρούσεων. Υπάρχουν τρεις διαδικασίες που συμβάλλουν στην απώλειες σε μια μαγνητική παγίδα:

1. **Συγκρούσεις με άτομα του υπόβαθρου:** Ανελαστικές συγκρούσεις παγιδευμένων απόμων με υψηλής ενέργειας άτομα από το περιβάλλον. Ο ρυθμός των εν λόγω συγκρούσεων εξαρτάται μόνο από την πίεση της παγιδευμένης περιοχής και, ως εκ τούτου, ο ρυθμός γ_{bg} είναι σταθερός ως προς την ατομική πυκνότητα, με τιμή $-K_{\text{bg}}$, όπου K_{bg} μια θετική σταθερά.
2. **Διπολική χαλάρωση:** Ανελαστικές συγκρούσεις μεταξύ δύο παγιδευμένων απόμων, όπου ανταλλάσσουν στροφορμή μεταξύ της τροχιακής κίνησής τους και του σπιν, διασκορπιζόμενα σε μη παγιδεύσιμες καταστάσεις. Αυτό το είδος του ρυθμού απώλειας είναι

ανάλογο με την πυκνότητα του νέφους. Ωστόσο, η διπολική χαλάρωση δεν είναι δυνατή σε δειγματα πλήρως σπιν-πολωμένων ατόμων. Μια τέτοια σύγκρουση θα πρέπει να οδηγήσει σε ένα γύρισμα του σπιν, γεγονός που σημαίνει ότι το σπιν δεν μπορεί να διατηρηθεί εφόσον δεν υπάρχει ανώτερη κατάσταση να πάτε. Αυτό επαληθεύεται πειραματικά στο [73].

3. Συγκρούσεις τριών σωμάτων: Ανελαστικές συγκρούσεις μεταξύ τριών παγιδευμένων ατόμων, όπου δύο από τα άτομα σχηματίζουν ένα μόριο που αφήνει την παγίδα (το τρίτο άτομο είναι απαραίτητο για τη διατήρηση της ενέργειας και της ορμής). Ο ρυθμός απώλειας είναι ανάλογος με το τετράγωνο της πυκνότητας, $\gamma_{ls} = -K_{3b}n^2$, με K_{3b} μια θετική σταθερά.

Ο συνολικός ρυθμός απωλειών εκφράζεται ως το άθροισμα όλων των παραπάνω ρυθμών, ως

$$\gamma_{ls} = -K_{bg} - K_{3b}n^2 \quad (2.46)$$

Η αναλογία των ελαστικών «(καλών)» να μη ελαστικών «(κακών)» συγκρούσεων $R = \gamma_{el}/\gamma_{ls}$ καθορίζει τους περιορισμούς για την ψύξη μέσω εξάτμισης. Με άλλα λόγια, η κύρια απαίτηση για την εφαρμογή της εξατμιστικής ψύξης είναι η διάρκεια ζωής του δείγματος στην παγίδα να μεγάλη σε σχέση με το χρόνο της επαναθερμοποίησης. Εκτός από αυτό, ένα σημαντικό χριτήριο για την επιτυχή εξάτμιση είναι η διατήρηση ή ακόμα καλύτερα η αύξηση του ρυθμού των ελαστικών συγκρούσεων καθώς η διαδικασία συνεχίζεται. Αν αυτή είναι η περίπτωση, μπορεί να πει κανείς ότι η εξάτμιση γίνεται στην περιοχή runaway. Με άλλα λόγια, για runaway εξάτμιση, η ακόλουθη συνθήκη πρέπει να ικανοποιείται:

$$\frac{dln\gamma_{el}}{dlnN} < 0 \quad (2.47)$$

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση 2.45 η παραπάνω συνθήκη γράφεται ως

$$\frac{dln(nT^{1/2})}{dlnN} < 0 \quad (2.48)$$

Μια σημαντική παράμετρος για την περιγραφή της εξάτμισης, δεδομένου ότι πραγματοποιείται σε εκθετικούς χρόνους, είναι

$$\xi = \frac{dlnT}{dlnN} \quad (2.49)$$

Αυτή η παράμετρος εκφράζει τη μείωση της θερμοκρασίας ανά άτομο απώλειας της παγίδας. Πρόκειται για ένα γενικό αποτέλεσμα [72] ότι για κάθε πολυωνυμικό δυναμικό, ο εικονικός όγκος της παγίδας, όπως ορίζεται στην 2.34, κλιμακώνεται ως $V_{eff} \propto T^\delta$, με δ μια τιμή που εξαρτάται από το δυναμικό της παγίδας. Για την περίπτωση ενός αρμονικού δυναμικού, $\delta = 3/2$ και, ως εκ τούτου,

$$V_{eff} = C_{eff}T^{3/2} \quad (C_{eff} : \text{positive constant}) \quad (2.50)$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις 2.48 και 2.50 κανείς παιρνει

$$\begin{aligned} \frac{dln(nT^{1/2})}{dlnN} &= \frac{dln([N/V_{eff}]T^{1/2})}{dlnN} \\ &= \frac{dlnN}{dlnN} - \frac{dlnT}{dlnN} - \frac{dlnC_{eff}}{dlnN} < 0 \end{aligned} \quad (2.51)$$

η οποία δίνει τις τιμές της ξ για runaway εξάτμιση: $\xi > 1$. Η φυσική έννοια της runaway εξάτμισης είναι ότι η μείωση της θερμοκρασίας είναι ταχύτερη με μείωση των ατόμων.

Αν η τιμή της παραμέτρου ξ παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της εξάτμισης, τότε από τον ορισμό της υπάρχει μια εξάρτηση της μορφής

$$T \propto N^\xi \quad (2.52)$$

μεταξύ του αριθμού των ατόμων και της θερμοκρασίας καθώς η διαδικασία συνεχίζεται. Αυτή είναι η περίπτωση που διαπιστώνεται από ένα μεγάλο αριθμό των ομάδων που φάχνουν για συμπύκνωμα και θα αποτελέσει μεγάλη βοήθεια για την περιγραφή των πειραμάτων μας [74][75][76][89].

2.3.2 Διαδοχικα βήματα για την υλοποίηση της εξάτμισης

Φόρτωση της παγιδας - Μέθοδος αντιστοίχισης

Μετά την MOT, το νέφος μεταφέρεται στην III παγίδα. Η μεταφορά γίνεται με την απενεργοποίηση της οπτικής μελάσας που είχε προηγουμένως ψύξει το νέφος MOT και με την ξαφνική ενεργοποίηση των ρευμάτων σε όλες τις σπείρες της παγίδας. Αυτή η διακοπή λειτουργίας των λέζερ και η αρχή λειτουργιας του μαγνητικού πεδίου πρέπει να είναι ταχείς σε σχέση με τις συχνότητες παγίδευσης, προκειμένου να αποφευχθεί οποιαδήποτε αλλαγή στην παγιδευση του νέφους. Η αποτελεσματικότητα της φόρτωσης του MOT στην παγίδα III διαδραματίζει χρίσιμο ρόλο στη διαδικασία για την επίτευξη του συμπυκνώματος, αφού προσφέρει τις αρχικές συνθήκες για την ψύξη μέσω εξάτμισης. Ο ρυθμός ελαστικών συγκρούσεων, ο αριθμός των ατόμων που αρχικά βρισκοταν στην παγίδα και η πυκνότητα του χώρου φάσης είναι μεταξύ των ποσοτήτων που πρέπει να μεγιστοποιηθούν για μια επιτυχή διαδικασία εξάτμισης.

Όλες αυτές οι ποσότητες μεγιστοποιούνται [77] όταν το σύννεφο διατηρεί το μέγεθος και το σχήμα του κατά τη διάρκεια της μεταφοράς από τη MOT στην μαγνητική παγίδα. Ως αποτέλεσμα αυτής της διατήρησης, η θερμοκρασία παραμένει αμετάβλητη. Αναφερόμαστε σε αυτήν την ιδανική μεταφορά ως λειτουργία αντιστοίχισης mode-matching. Σε κάθε διαφορετική περίπτωση, όταν η μεταφορά δεν είναι κατώ από αυτές τις ιδανικές συνθήκες, το νέφος θα θερμανθεί περαιτέρω. Για αυστηρότερη μαγνητική παγίδευση της ιδανικής, τα άτομα αποκτούν αυξανόμενη δυναμική ενέργεια, που οδηγεί σε ένα πιο θερμό νέφος. Για μια πιο χαλαρή μαγνητική παγίδευση, μη αδιαβατική εκτόνωση του νέφους θα προκαλέσει και πάλι την θέρμανση.

Στη MOT, το νέφος μπορεί ικανοποιητικά να περιγραφεί ως ένα σφαιρικό, γκαουσιανό νέφος μέσα σε ένα εικονικό αρμονικό δυναμικό με συχνότητες ωμοτ προς όλες τις κατευθύνσεις, που δινονται από 2.12. Ως εκ τούτου, για να εξασφαλιστεί ότι το νέφος διατηρεί τη θερμοκρασία του, το μέγεθος και το σχήμα του, το δυναμικό παγίδευσης της III παγίδας θα πρέπει να είναι αρμονικό με συχνότητα ίση με ωμοτ προς όλες τις κατευθύνσεις. Η πρώτη προϋπόθεση εκπληρώνεται με τη χρήση ενός υψηλού πεδίου πόλωσης B_0 . Όπως υποστήριζαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, η παγίδα είναι αρμονική αν $k_B T \ll \mu_B B_0$. Χρησιμοποιώντας το μεγαλύτερο δυνατό B_0 που είναι δυνατό να επιτύχουμε πειραματικά, μπορεί κανείς να υπολογίσει τη βελτιστοποιημένη κλίση και καμπυλότητα για τη λειτουργία της αντιστοίχισης από

την εξισωση 2.28 και με γνωστή την εικονική συχνότητα της MOT.

$$a = \frac{m}{\mu_B g_F m_F} \omega_{\text{MOT}}^2 \quad \beta = \omega_{\text{MOT}} \sqrt{\frac{m B_{0,\text{max}}}{\mu_B g_F m_F}} \quad (2.53)$$

Για τα πειράματά μας, $\omega_{\text{MOT}} \approx 8 \text{ Hz}$ κι έτσι οι θεωρητικές τιμές της κλίσης και της καμπυλότητας για τη λειτουργία αντιστοίχισης είναι $a \approx 82 \text{ G/cm}$ και $\beta \approx 40 \text{ G/cm}^2$ αντίστοιχα.

Ωστόσο, στην πράξη, υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός περιορισμών για τη λειτουργία αντιστοίχισης που μας αναγκάζουν να βελτιστοποιήσουμε την φόρτωση της παγίδας μόνο πειραματικά. Ο πρώτος αυτών των περιορισμών είναι η θέση παγίδα. Οι δέσμες λέιζερ και τα μαγνητικά πηνία, από τα οποία αποτελείται η MOT, έχουν δημιουργήσει ένα νέφος με ένα ορισμένο κέντρο το οποίο μπορεί να μεταβληθεί από το κλείσιμο των λέιζερ και την αλλαγή των μαγνητικών πεδίων. Τέτοια μετάβαση στο κέντρο του νέφους προκαλεί ταλαντώσεις στο κεντρο μάζας του οι οποίες για μια ρηγή παγίδα οδηγεί τα άτομα έξω από την παγίδα. Ένας άλλος σημαντικός περιορισμός είναι το βάθος της παγίδας. Για να διατηρήσουμε όσο το δυνατόν περισσότερα άτομα, η παγίδα πρέπει να είναι όσο το δυνατόν βαθύτερη.

Ένα άλλο σημαντικό ύφεμα κατά τη διάρκεια της φόρτωσης της παγίδας είναι η απώλεια των ατόμων. Ο τρόπος που η μαγνητική παγίδα λειτουργεί προκαλεί αναπόφευκτα απώλεια ενός μεγάλου μέρους των ατόμων σε σύγχριση με τον αντίστοιχο αριθμό στη MOT. Το γεγονός είναι αρκετά κρίσιμο δεδομένου ότι ο σκοπός της παγίδευσης είναι η ψύξη των ατόμων με εξάτμιση, κάτι που μειώνει περαιτέρω τον αριθμό των ατόμων. Πρώτα από όλα, μετά την ψύξη με λέιζερ χρησιμοποιώντας τη μετάβαση $5S_{1/2}F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}F = 3$, τα άτομα είναι περίπου εξίσου κατανεμημένα σε όλες τις m_F -καταστάσεις στο $F = 2$ υπέρλεπτο σύνολο. Ωστόσο, τα άτομα παγιδεύονται στη μαγνητική παγίδα μονο αν βρίσκονται στις καταστάσεις που ένα ελάχιστο μαγνητικό πεδίο τις παγιδεύει. Ως αποτέλεσμα, τα $3/5$ των ατόμων εξαιτίας της φύσης της μαγνητικής παγίδευσης χάνονται. Πέρα από αυτό, τα άτομα στα $m_F = 1$ κατάσταση μπορούν επίσης να απομακρυνθούν λόγω της βαρύτητας εάν η μαγνητική κλίση είναι αρκετά μικρή ($\alpha < 15 \text{ G/cm}$). Τέλος, στην ιδινή περίπτωση, οι απώλειες οφείλονται μόνο στην κατανομή των m_F καταστάσεων, δηλαδή μόνο το $1/5$ των ατόμων παραμένουν παγιδευμένα. Ο αριθμός αυτός μειώνεται περαιτέρω για ατελή αντιστοίχιση των παγίδων.

Συμπίεση της III παγίδας

Προκειμένου να επιτευχθεί το συμπύκνωμα στο συντομότερο δυνατό χρόνο ή με το μεγαλύτερο δυνατό αριθμό ατόμων, ο ρυθμός των ελαστικών συγκρούσεων για την επαναθερμοποίηση του συστήματος πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερος. Κατά τη διάρκεια της φόρτωσης της μαγνητικής παγίδα, το δυναμικό είναι αρκετά αδύναμο, ώστε να επιτευχθεί η λειτουργία αντιστοίχισης και η αποφυγή της θέρμανσης και των απωλειών στην παγίδα. Μετά τη φόρτωση, συμπιέζουμε την παγίδα όσο το δυνατόν περισσότερο, με αποτέλεσμα την αύξηση της πυκνότητας και της θερμοκρασίας και ως εκ τούτου του ρυθμού συγκρούσεων

Η δύναμη της παγίδευσης αυξάνει με την αύξηση των ρευμάτων που ρέουν μέσα από τα πηνία στη μέγιστη τιμή τους σε εύλογο χρονικό διάστημα και με λογικό τρόπο. Το αποτέλεσμα αυτής της αύξησης είναι μια επακόλουθη αύξηση στην κλίση και την καμπυλότητα της παγίδας, και στη συνέχεια, μια αύξηση στις συχνότητες παγίδευσης. Από την εξισωση 2.28, μπορεί

κανείς να παρατηρήσει ότι η μείωση στην τιμή του B_0 βοηθά επίσης στην καλύτερη ακτινική παγίδευση.

Αρχετές υποθέσεις πρέπει να γίνουν, προκειμένου να μελετηθεί η διαδικασία συμπίεσης της μαγνητικής παγίδας. Πρώτον, υποθέτουμε ότι το θερμικό νέφος αποτελείται από ιδανικά κλασικά μονοατομικά σωματίδια. Ένα ιδανικό αέριο ορίζεται ως εκείνο στο οποίο όλες οι συγκρούσεις μεταξύ των ατόμων είναι απολύτως ελαστικές και στο οποίο δεν υπάρχουν διατομικές ελκτικές δυνάμεις. Το ιδανικό αέριο υπακούει στο νόμο των ιδανικών αερίων, μια απλοποιημένη καταστατική εξίσωση, η οποία εκφράζεται ως

$$PV = NRT \quad (2.54)$$

με P την πίεση του αερίου, V τον όγκο του και R μια σταθερά ίση με $8.314 JK^{-1} mol^{-1}$. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι για ένα ιδανικό αέριο, η εσωτερική ενέργεια U_{int} εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία [78] μέσα από τη σχέση

$$dU_{int} = C_v dT \quad (2.55)$$

με C_v την ειδική θερμοχωρητικότητα του αερίου.

Δεύτερον, υποθέτουμε ότι η συμπίεση είναι μια αδιαβατική και αναστρέψιμη διαδικασία. Η αδιαβατικότητα μας εγγυάται ότι δεν υπάρχει μεταφορά της θερμότητας στο νέφος κατά τη διάρκεια της συμπίεσης

$$\delta Q = 0 \quad (2.56)$$

Το κριτήριο για τη διατήρηση της αδιαβατικότητας είναι [79]

$$\frac{d\omega}{dt} \ll \omega^2 \quad (2.57)$$

με $\omega = (\omega_r^2 \omega_z)^{1/3}$ τη μέση συχνότητα της παγίδας.

Σε αυτό το σημείο, θα πρέπει να αναφέρουμε μια περιπλοκή της ΙΙΙ παγίδας που σχετίζεται με την παραπάνω συνθήκη: Καθώς το B_0 μειώνεται τουλάχιστον κατά μία τάξη μεγέθους, η ακτινική συχνότητα γίνεται μεγαλύτερη από την αξονική με αποτέλεσμα ένα νέφος συμπιεσμένου σχήματος (cigar-shaped). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ένα επιπλέον κριτήριο για την αδιαβατικότητα: ο ρυθμός της συμπίεσης πρέπει να είναι μικρός σε σχέση με το ρυθμό ελαστικών συγκρούσεων, ώστε να αποφευχθεί η ανισοτροπία της θερμοκρασίας. Στα πειράματά μας, τα α και β αυξάνονται γραμμικά μέχρι τις μέγιστες τιμές τους, ενώ το B_0 μειώνεται εκθετικά με σταθερά χρόνου περίπου ίση με 3 δευτερόλεπτα. Η πορεία αυτή εξασφαλίζει τη διατήρηση της αδιαβατικότητας. Από την άλλη πλευρά, η αναστρέψιμότητα υπονοεί ότι το νέφος είναι συνεχώς σε ισορροπία και το μόνο έργο που εμπλέκεται είναι αυτό εξαιτίας της συμπίεσης

$$\delta W = -PdV \quad (2.58)$$

Κάθε αναστρέψιμη και αδιαβατική διαδικασία είναι ισεντροπική [78] δηλαδή $\Delta S = 0$, όπου S η εντροπία του συστήματος.

Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω αποτελέσματα που περιγράφουν μια αναστρέψιμη αδιαβατική διαδικασία για ένα ιδανικό αέριο στον πρώτο νόμος της Θερμοδυναμικής, ο οποίος ορίζει ότι $U_{int} = \delta Q - \delta W$, μπορεί κανείς να γράψει:

$$VC_v dT = -RTdV \Rightarrow \frac{dT}{T} = -(\gamma - 1) \frac{dV}{V} \quad (2.59)$$

όπου $\gamma = (R + C_v)/C_v$. Για ιδανικά μονοατομικά αέρια είναι $\gamma = 5/3$ σταθερή και, ως εκ τούτου:

$$T = cV^{-2/3} \quad (c : \text{constant}) \quad (2.60)$$

Η ανωτέρω σχέση εκφράζει το γεγονός ότι η μείωση του όγκου των παγιδευμένων ατόμων οδηγεί σε μία αύξηση της θερμοκρασίας.

Στην ενότητα 2.3.1 ορίσαμε έναν εικονικό όγκο για το νέφος στην παγίδα III, ο οποίος παίζει το ρόλο του πραγματικού όγκου του αερίου. Με αντικατάσταση του V_{eff} από την 2.34 στην παραπάνω σχέση, παίρνουμε:

$$T^{3/2} Z \Lambda_T T^3 = \text{const.} \quad (2.61)$$

Με τη σειρά του, αν χρησιμοποιήσουμε τον τύπο της συνάρτησης διαμερισμού από την εξίσωση 2.33 για την παγίδα III και το θερμικό μήκος κύματος $\Lambda_T = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$, μπορούμε να γράψουμε:

$$T^{3/2} (\sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T})^3 6A_{\text{III}}(k_B T)^4 \left(1 + \frac{2\mu_B B_0}{3k_B T}\right) = \text{const.} \quad (2.62)$$

Αφαιρώντας όλες τις σταθερές που είναι ανεξάρτητες από τις παραμέτρους παγιδευσης, φτάνουμε τελικά στο σημαντικό αποτέλεσμα για την αντιστρεπτή αδιαβατική συμπίεση του ιδανικού αερίου:

$$\left(\frac{k_B T}{\hbar\omega}\right)^3 \left(1 + \frac{3k_B T}{2\mu_B B_0}\right) = \text{const.} \quad (2.63)$$

Στην παραπάνω σχέση, ο ορισμός της ω , που όπως έχει ήδη αναφερθεί είναι $\omega = (\omega_r^2 \omega_z)^{1/3}$, προέρχεται από το γεγονός ότι το μέγεθος A_{IP} που εισάγεται στη σχέση εξαρτάται από τα a και β ως $A_{IP} \propto \frac{1}{a^2 \sqrt{\beta}}$. Η παράμετρος ω συμπίπτει με το γεωμετρικό μέσο όρο των συχνοτήτων όσο το δυναμικό παραμένει αρμονικό. Όταν είναι στην γραμμική περιοχή δεν υπάρχει κάποιο φυσικό νόημα της ω πέρα από τη μορφή της εξάρτησης από την $k_B T$ και την $\mu_B B_0$.

Ένα άλλο σημαντικό αποτέλεσμα της αδιαβατικής συμπίεσης είναι το γεγονός ότι όσο η διάρκεια ζωής της παγίδας είναι πολύ μεγαλύτερη από το χρόνο συμπίεσης, ο αριθμός των ατόμων παραμένουν σταθερά, δεδομένου ότι δεν υπάρχουν ανελαστικές συγκρούσεις.

Εξαναγκασμένη εξάτμιση με χρήση ραδιοσυχνοτήτων RF

Σε μια συμπιεσμένη μαγνητική παγίδα με υψηλό ρυθμό ελαστικών συγκρούσεων, η εξάτμιση μπορεί να πραγματοποιηθεί με έναν αποτελεσματικό τρόπο ώστε να πραγματοποιηθεί το συμπύκνωμα. Για την εφαρμογή της εξάτμισης, χρησιμοποιούμε την τεχνική της εξαναγκασμένης εξάτμισης με προσθήκη ραδιοσυχνότητας, η οποία, σε αντίθεση με άλλες σχετικές μεθόδους, επιτρέπει την εξάτμιση σε τρεις διαστάσεις. Στην τεχνική αυτή, ένα ραδιο-συχνότητας μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο εφαρμόζεται στο νέφος της παγίδας, το οποίο πεδίο συζεύγνει τις παγιδεύσιμες με μη παγιδεύσιμες καταστάσεις που οδηγούν στη μεταβολή του σπιν στα άτομα, και ως εκ τούτου έξω από την παγίδα. Σε ένα ανομοιογενές μαγνητικό πεδίο όπως αυτό που έχουμε χρησιμοποιήσει για την παγιδευση, η συχνότητα συντονισμού μεταξύ δύο καταστάσεων εξαρτάται από τη θέση στην παγίδα και ως αποτέλεσμα ένα RF-πεδίο με μια ορισμένη συχνότητα ω_{RF} συντονίζεται με την μετάβαση μόνο σε συγκεκριμένες θέσεις. Ο συντονισμός

συμβαίνει για τα άτομα σε μια περιοχή της παγίδας όπου το μέγεθος του πεδίου B πληροί τη συνθήκη συντονισμού:

$$\hbar\omega_{\text{rf}} = \mu_B B \quad (2.64)$$

Στην παραπάνω, $\mu_B B$ είναι ο διαχωρισμός Zeeman μεταξύ των σχετικών υπέρλεπτων επιπέδων.

Συνεπώς, ξεκινώντας με ένα υψηλής συχνότητας ω_{rf} πεδίο και μειώνοντάς την καθώς ο χρονος περνά, άτομα με μειούμενη ενέργεια θα ξεφεύγουν από την παγίδα, μειώνοντας τη θερμοκρασία του νέφους. Κατά την στιγμή όταν η συχνότητα είναι ω_{rf} , η ενέργεια αποκοπής μπορεί να γραφτεί ως

$$\epsilon_t = \mu_F \hbar (\omega_{\text{rf}} - \omega_{\min}) \quad (2.65)$$

όπου $\omega_{\min} = \mu_B g_F B_0 / \hbar$ είναι η συχνότητα συντονισμού των επιμέρους επιπέδων στο κάτω μέρος της παγίδας. Κατά τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή, άτομα με ενέργεια $\epsilon > \epsilon_t$ πιθανότατα θα έχουν ήδη φύγει από την παγίδα.

Για τη θεωρητική περίπτωση ενός αερίου με άτομα σε δύο επίπεδα, η πιθανότητα για ένα άτομο να αλλάξει κατάσταση καθώς διασχίζει την περιοχή συντονισμού μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας την θεωρία Landau-Zener [80][81]. Με βάση αυτή, το πεδίο παγίδευσης υποτίθεται ότι ποικίλει γραμμικά σε σχέση με την κλίση a στην περιοχή του συντονισμού. Αν τα άτομα διασχίζουν την περιοχή αυτή με ταχύτητα n , τότε η πιθανότητα της μετάβασης βρίσκεται να είναι

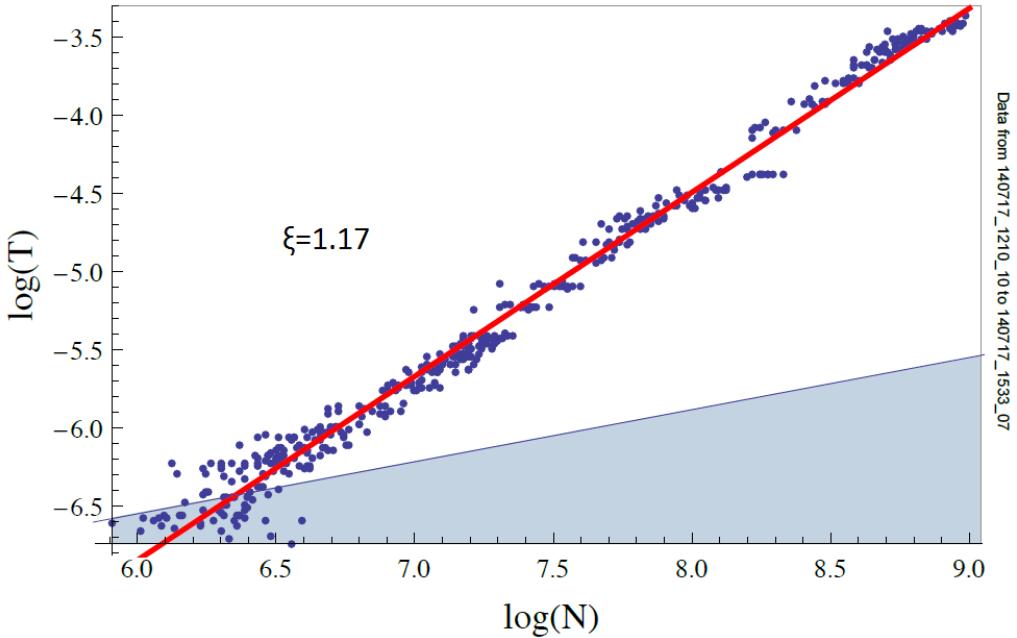
$$p = 1 - \exp\{-\zeta\} \quad (2.66)$$

με $\zeta = \pi \mu_B a n B_{\perp}^2 / \hbar$. Εδώ, B_{\perp} είναι το πλάτος του πεδίου RF κάθετα προς το μαγνητικό πεδίο πόλωσης B_0 .

Η μείωση της συχνότητας πρέπει να είναι αργή σε σχέση με το χρόνο επαναθερμοποίησης, ή αλλιώς οι ελαστικές συγκρούσεις δεν μπορούν να αποκαταστήσουν τη θερμική ισορροπία. Από την άλλη, ένας πολύ μικρός ρυθμός μείωσης της συχνότητας καθίσταται αναποτελεσματικός και οδηγεί σε μια μεγάλη απώλεια ατόμων λόγω της πεπερασμένης διάρκειας ζωής της παγίδας. Για τους λόγους αυτούς, μια βελτιστοποιημένη τροχιά της ραδιοσυχνότητας πρέπει να πραγματοποιηθεί. Στα πειράματά μας, το πεδίο ραδιοσυχνοτήτων ενεργοποιείται στα $50 MHz$ και στη συνέχεια επιβάλλουμε εξάτμιση μειώνοντας το γραμμικά με το χρόνο μέχρι την τιμή των σχεδόν $0.4 MHz$. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι η χαμηλότερη τιμή του RF καθορίζει την τελική θερμοκρασία του υπόλοιπου νέφους. Η διάρκεια αυτής της αλλαγής βρίσκεται να είναι αποτελεσματική στην περίπτωση των σχεδόν 10 δευτερόλεπτων.

Πειραματικά δεδομένα από ψύξη μέσω εξάτμισης. Μια γραμμική μείωση της RF συχνότητας πραγματοποιείται από τα $50 MHz$ μέχρι τα $0.4 MHz$ σε 10 δευτερόλεπτα. Η κλίση του διαγράμματος, που αντιπροσωπεύει την τιμή της παραμέτρου ξ παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια σχεδόν όλης της διαδικασίας. Η τιμή είναι $x_i \approx 1.17$. Αποκλίσεις από αυτήν τη σταθερή τιμή εμφανίζονται μόνο στην αρχή της διαδικασίας και στο τέλος της, όπου επιτυγχάνεται το συμπύκνωμα. Η μπλέ περιοχή είναι ο χώρος φάσης του συμπυκνώματος, όπως προκύπτει από τη σχέση 1.18 για την περίπτωση ενός αρμονικού δυναμικού.

Στο σχήμα 2.8 σχεδιάζουμε τον αριθμό των ατόμων σε σχέση με τη θερμοκρασία κατά τη διάρκεια της όλης διαδικασίας της εξατμιστικής ψύξης. Η κλίση της καμπύλης αυτής αντιπροσωπεύει την παράμετρο ξ που συζητιέται στην ενότητα 2.3.1. Γίνεται σαφές ότι η ξ πειραματικά παραμένει σταθερή σε μια τιμή των $\xi \approx 1.2$ για το μεγαλύτερο χρονικό διάστημα



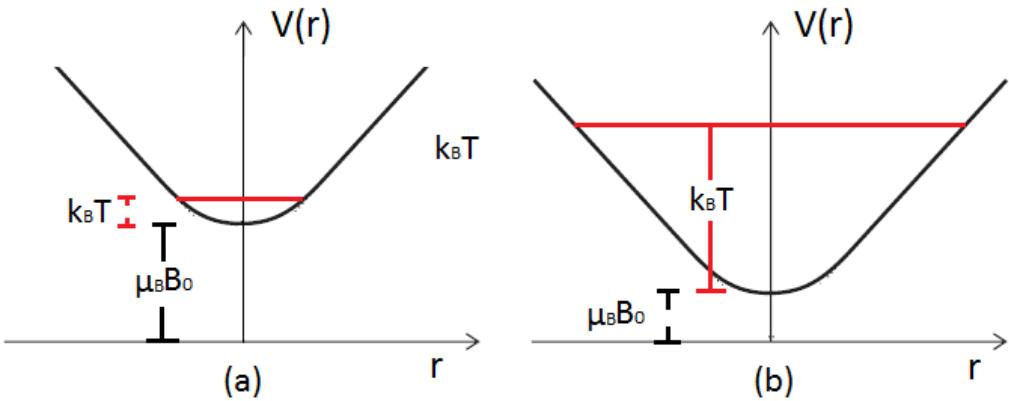
Σχήμα 2.8: Πειραματικά δεδομένα από ψύξη μέσω εξάτμισης. Μια γραμμική μείωση της RF συχνότητας πραγματοποιείται από τα $50MHz$ μέχρι τα $0.4MHz$ σε 10 διευτερόλεπτα. Η κλίση του διαγράμματος, που αντιπροσωπεύει την τιμή της παραμέτρου ξ παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια σχεδόν όλης της διαδικασίας. Η τιμή είναι $\xi \approx 1.17$. Αποκλίσεις από αυτήν τη σταθερή τιμή εμφανίζονται μόνο στην αρχή της διαδικασίας και στο τέλος της, όπου επιτυγχάνεται το συμπύκνωμα. Η μπλέ περιοχή είναι ο χώρος φάσης του συμπυκνώματος, όπως προκύπτει από τη σχέση 1.18 για την περίπτωση ενός αρμονικού δυναμικού.

της ψύξης με εξάτμιση. Παρόμοια σταθερότητα της ξ φαίνεται να διέπει ένα μεγάλο ποσό των πειραμάτων άλλων ομάδων [74][75][76][89]. Στην περίπτωσή μας, αυτή η σταθερότητα παραβιάζεται μόνο στην αρχή της εξάτμισης, όπου φαίνεται να είναι λιγότερο αποτελεσματική, και στο τέλος της, ακριβώς κατά την εμφάνιση του συμπυκνώματος.

Η αναρμονικότητα της παγίδας κατά τη διάρκεια των διαδικασιών φόρτωσης, συμπίεσης και εξάτμισης.

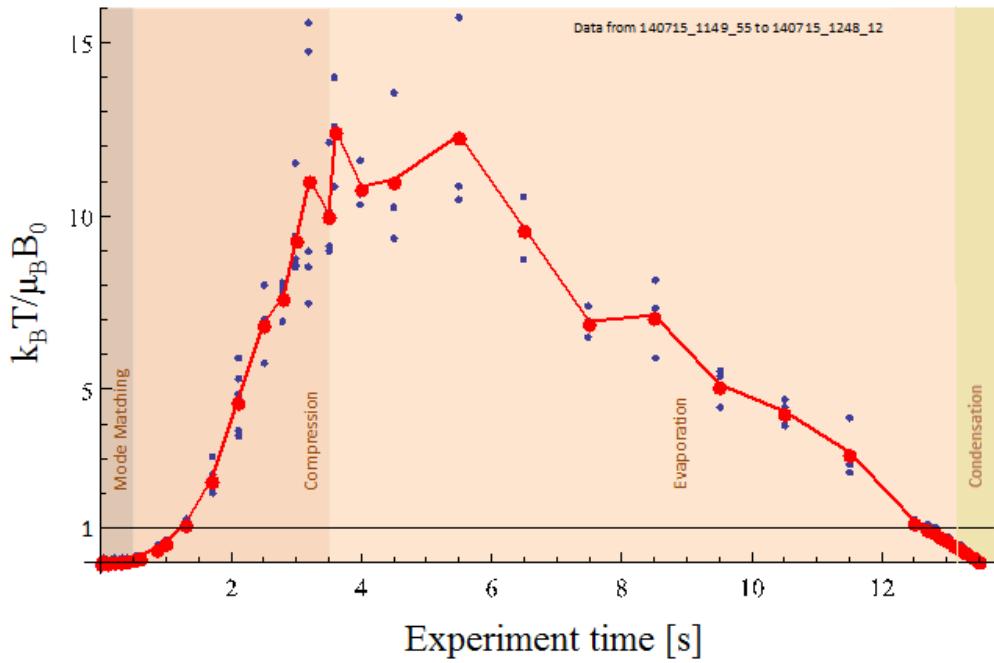
Αφού περιγράψαμε την όλη διαδικασία της μαγνητικής παγίδευσης και της ψύξης με εξάτμιση, είναι σημαντικό να διερευνηθεί η συμπεριφορά της παγίδας III κατά τη διάρκεια της λειτουργίας αντιστοίχισης, της συμπίεσης και της εξάτμισης. Όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο που περιγράφει θεωρητικά την παγίδα III, είναι η σχετική τιμή του ελάχιστου του πεδίου σε σχέση με την κινητική ενέργεια των ατόμων που καθορίζει εάν αυτά αντιλαμβάνονται μια γραμμική παγίδα στην ακτινική κατεύθυνση ή αρμονική όνη (βλέπε την εικόνα 2.7 και τη σχέση 2.26). Για $k_B T \ll \mu_B B_0$ το δυναμικό είναι αρμονικό, ενώ για $k_B T \gg \mu_B B_0$ γίνεται γραμμικό.

Στο σχήμα ;; παρουσιάζουμε τα πειραματικά μας δεδομένα για την παράμετρο $k_B T / \mu_B B_0$. Στη λειτουργία αντιστοίχισης, η παγίδα συμπεριφέρεται ως αρμονική σύμφωνα με την θεωρητική πρόβλεψη ότι προκειμένου να επιτευχθεί η καλύτερη φόρτωση της παγίδας απαιτείται μια



Σχήμα 2.9: (α) Για $k_B T \ll \mu_B B_0$ τα άτομα συγκεντρώνονται στο κάτω μέρος της III-παγίδας και αισθάνονται ένα αρμονικό δύναμικό. (β) Για $k_B T \gg \mu_B B_0$, τα άτομα έχουν γενικά μετακινηθεί μακριά από το κέντρο της παγίδας και αποκαθίσταται η γραμμική εξάρτηση της παγίδας.

αρμονική παγίδα με τις συχνότητες της MOT. Μετά τη λειτουργία αντιστοίχησης, η συμπίεση της παγίδας με την εκθετική μείωση του B_0 οδηγεί σε μια γραμμική παγίδα, η οποία γίνεται όλο και "πιο γραμμική", καθώς η συμπίεση συνεχίζεται, με την υψηλότερη τιμή του $k_B T/\mu_B B_0$ στο πλήρως συμπιεσμένο νέφος, οπότε ακριβώς αρχίζει κι η εξάτμιση. Από την άλλη, κατά τη διάρκεια της εξάτμισης, το ελάχιστο B_0 διατηρείται σε μια σταθερή τιμή, ενώ η θερμοκρασία μειώνεται, με αποτέλεσμα μια μικρότερη τιμή της παραμέτρου $k_B T/\mu_B B_0$. Το συμπύκνωμα εμφανίζεται πάντα σε μία αρμονική παγίδα.



$k_B T / \mu_B B_0$ κατά τη διάρκεια της λειτουργίας αντιστοίχισης, της συμπίεσης και της εξάτμισης μέχρι να επιτευχθεί το συμπύκνωμα. Η παγίδα παίρνει την πιο γραμμική μορφή της όταν τελειώνει η συμπίεση και ξεκινάει η εξάτμιση. Από την άλλη πλευρά, είναι αρμονική κατά την έναρξη της λειτουργίας αντιστοίχισης και στο τέλος της εξάτμισης.

Κεφάλαιο 3

Χαρακτηρισμός του νέφους και των τεχνικών ανίχνευσής του

Στο προηγούμενο κεφάλαιο περιγράφηκε η διαδικασία με την οποία τελικά παράγουμε το συμπυκνώματα Bose-Einstein. Στρέφουμε τώρα την προσοχή μας προς την ανάλυση αυτών των συμπυκνωμάτων. Αυτή η διαδικασία υπολογισμού μπορεί να διαιρεθεί σε δύο στάδια: στην απεικόνιση του νέφους και την εξαγωγή των αποτελεσμάτων μέσω ενός κατάλληλου fit στην απεικόνιση.

Για το πρώτο στάδιο της απεικόνισης, διαφορετικές τεχνικές έχουν προταθεί, όλες από τις οποίες έχουν ως κοινό την εφαρμογή μιας δέσμης λέιζερ στο υερικό νέφος ή το συμπύκνωμα και την παρατήρηση του φωτός μετά την αλληλεπίδραση του με τα άτομα. Η απεικόνιση με απορρόφηση, η απεικόνιση με φύσισμό, η dark-ground απεικόνιση και η phase-contrast απεικόνιση είναι οι πιο κοινές τεχνικές. Σε όλες αυτές τις τεχνικές, η άμεση εξαχθείσα πληροφορία είναι η ατομική πυκνότητα του νέφους. Στα πλαίσια αυτής της θέσης, όμως επικεντρωθούμε στην τεχνική απεικόνισης απορρόφησης, δεδομένου ότι αυτή είναι που χρησιμοποιείται στα πειράματα μας.

Μαζί με την τεχνική που έχει επιλεγεί για την απεικόνιση, πρέπει κανείς να επιλέξει τη στιγμή κατά την οποία θα εμφανισθεί αυτή η εικόνα. Υπάρχουν δύο διαφορετικές προσεγγίσεις σε αυτό το πρόβλημα που έχουν χρησιμοποιηθεί σε εργαστήρια: η μεθόδος το in-situ και η μέθοδος time-of-flight (ToF). Στην πρώτη περίπτωση, φωτογραφίζουμε την κατανομή της πυκνότητας του νέφους στην παγίδα, ενώ στην τελευταία, αφού πρώτα έχει αφεθεί να εκτονωθεί στον ελεύθερο τρόπο. Η τεχνική της απεικόνισης με απορρόφηση για το συμπύκνωμα δουλεύει σωστά μόνο μετά τη ελεύθερη επέκταση του νέφους, και, ως εκ τούτου, σε αυτό το κεφάλαιο μας ενδιαφέρει η μέθοδος ToF.

Τρεις βασικοί λόγοι οδήγησαν στην επιλογή αυτής της προσέγγισης και την επέκταση του νέφους πριν λάβει χώρα η απεικόνιση. Κατ' αρχάς, το νέφος και το συμπύκνωμα μπορούν να γίνουν μικρότερα σε όγκο από το όριο της οπτικής ανάλυσης, κάτι που καθιστά εύκολη την εσφαλμένη ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Δεύτερον, η ύπαρξη πυκνών νεφών μπορεί να οδηγήσει στην εμφάνιση «εστιασμού», κατά τον οποίο το πραγματικό μέρος του δείκτη διάθλασης γίνεται τόσο σημαντικό όσο η απορρόφηση. Αυτή η επίδραση εστιασμού μπορεί να οδηγήσει σε συστηματικά σφάλματα κατά τον προσδιορισμό του αριθμού των σωματιδίων ή το μέγεθος

του νέφους. Τρίτον, δεδομένου ότι η μετάδοση του φωτός μειώνεται εκθετικά με την ατομική πυκνότητα, για ένα πυκνό νέφος, όπως εκείνο στην παγίδα, η σκιά (που εκμεταλλευόμαστε στην τεχνική απεικόνισης με απορρόφηση όπως θα δούμε στη συνέχεια), θα είναι εντελώς μαύρη χάνοντας έτσι τις διάφορες ποσοτικές πληροφορίες. Χρησιμοποιώντας την τεχνική ToF, μπορεί κανείς να προσδιορίσει το συμπύκνωμα από την ανισοτροπική του επέκταση και, ως εκ τούτου, η τεχνική αυτή δεν απαγορεύει την παρατήρηση του συμπυκνώματος, όπως θα συζητήσουμε στην επόμενη ενότητα. Ωστόσο, η τεχνική αυτή παρουσιάζει ορισμένα μειονεκτήματα που πρέπει να έχουμε κατά νου: οποιαδήποτε καθυστέρηση στο χλεύσιμο της παγίδας πριν από την έναρξη της εκτόνωσης μπορεί να οδηγήσει σε απρόβλεπτες συμπεριφορές εξαιτίας του έργου που παράγεται κατά την επέκταση του αερίου. Η αδυναμία της φωτογράφισης πολλαπλών εικόνων του ίδιου νέφους είναι ένα άλλο μειονέκτημα που προσθέτει αναπόφευκτα χρονοκαθυστέρηση στα πειράματά μας.

Μετά τη λήψη της εικόνας και την απεικόνιση της κατανομής πυκνότητας του νέφους, πρέπει κανείς να εξάγει αξιόπιστα αποτελέσματα για τις ενδιαφερόμενες ποσότητες, όπως το μέγεθος, το σχήμα, η θερμοκρασία του νέφους, ο αριθμός των ατόμων κλπ. Αυτά τα αποτελέσματα είναι επιτυχή, μόνο αν κάποιος προσεγγίσει το νέφος με ένα fit που μοιάζει με την πραγματική μορφή της κατανομής του. Για το λόγο αυτό, πρώτα συζητάμε, στην επόμενη ενότητα, το σχήμα του νέφους στα διάφορα στάδια της διαδικασίας μέχρι να φτάσει στο BEC και την κατανομή πυκνότητας του στη θεωρία και στη συνέχεια περιγράφουμε τις τεχνικές που χρησιμοποιούνται για την απεικόνιση και την παραγωγή των αποτελεσμάτων.

3.1 Κατανομή πυκνότητας του νέφους καθ' όλη τη διαδικασία για την επίτευξη του συμπυκνώματος

3.1.1 Προφίλ πυκνότητας στη MOT

Στο τμήμα 2.2.1 διακρίναμε δύο περιοχές λειτουργίας της MOT με διαφορετική συμπεριφορά, την περιοχή περιορισμένης θερμοκρασίας και την περιοχή πολλαπλών σκεδάσεων. Οι δύο αυτές περιοχές χαρακτηρίζονται από διαφορετική εξάρτηση της πυκνότητας από τον αριθμό ατόμων και τη θερμοκρασία. Στο ίδιο τμήμα, υπολογίσαμε την πυκνότητα στο κέντρο της παγίδας για τις δύο περιοχές, (όπως δίνονται από τις σχέσεις 2.13 και 2.16 αντίστοιχα). Σε αυτό το τμήμα ενδιαφερόμαστε για τον τρόπο που τα άτομα κατανεμημένα στο χώρο. Για το λόγο αυτό, προκειμένου να διατηρηθεί μια απλότητα χωρίς να χαθεί η επαφή με τα πειραματικά αποτελέσματα, κάνουμε την απαραίτητη υπόθεση: το παγιδευμένο νέφος αποτελείται από την κλασικά άτομα. Αυτή είναι μια λογική υπόθεση, δεδομένου ότι η θερμοκρασία καθ' όλη τη διαδικασία της MOT είναι υψηλή σε σύγκριση με εκείνη όπου τα κβαντικά φαινόμενα αρχίζουν να αναδύονται.

Για οποιοδήποτε ισότροπο νέφος με ταυτότητα τάσεων που αποτελείται αποκλειστικά από κανονικές τάσεις P , από την εφαρμογή της Κινητική θεωρία, ισχύει η εξίσωση [82]

$$\nabla P(r) = F_{\text{tot}}(r)n(r) \quad (3.1)$$

Εδώ, $F_{\text{tot}}(r)$ είναι η συνολική δύναμη που ασκείται σε ένα άτομο του νέφους πυκνότητας n που βρίσκεται στη θέση r (στο εξής, r είναι η θέση σε οποιαδήποτε από τις κύριες κατευθύνσεις

$\{x, y, z, \rho\}$). Ως εκ τούτου, η παραπάνω εξίσωση είναι έγκυρη, επίσης, στην περίπτωση του νέφους στην MOT. Ένας εύκολος τρόπος για να εξηγηθεί η εγκυρότητα της παραπάνω σχέσης είναι η ακόλουθη: Μια διαταραγμένη κατανομή του νέφους, χωρίς να έχει επιτευχθεί ισορροπία, περιγράφεται από χρόνο-εξαρτώμενες ποσότητες, όπως η θερμοκρασία $T(t) = T_0 + \delta T(t)$, η πυκνότητα $n(t) = n_0 + \delta n(t)$ και η ταχύτητα των ατόμων $v(t) = v_0 + \delta v(t)$ (με $v_0 = 0$). Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα του [83], μπορεί κανείς να βρει για τις διακυμάνσεις της ταχύτητας:

$$m n_0 \frac{\partial \delta v(t)}{\partial t} = -[\nabla P(r) - F_{\text{tot}}(r)n(r)] \quad (3.2)$$

Στην ισορροπία, η δεξιά πλευρά της εξίσωσης 3.2 πρέπει να είναι μηδέν, και ως εκ τούτου, φράνουμε στην εξίσωση 3.1.

Η εξίσωση αυτή μπορεί να αξιοποιηθεί για να βρεθεί η χωρική κατανομή του νέφους. Για την περιοχή της περιορισμένης θερμοκρασίας, τα άτομα είναι ουσιαστικά μη-αλληλεπιδρώντα, ή μόνη δύναμη που ενεργεί σε αυτά είναι η F_{MOT} , όπως βρέθηκε στην 2.11, και η υπόθεση ενός ιδανικού αερίου (βλέπε την εξίσωση 2.54) δίνει:

$$\nabla P(r) = k_B [T(r)\nabla n(r) + n(r)\nabla T(r)] = n(r)F_{\text{MOT}}(r) \quad (3.3)$$

Εάν η θερμοκρασία είναι σταθερή στο χώρο, $T(r) = T$, μπορεί κανείς να γράψει τελικά

$$k_B T \nabla n(r) = -\kappa n(r)r \quad (3.4)$$

Λύνοντας την παραπάνω πρώτης τάξης διαφορική εξίσωση, παίρνουμε

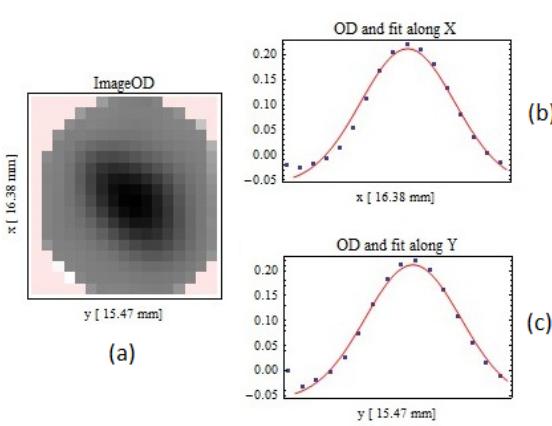
$$n_{\text{tl}}(r) = n_0 e^{-\kappa r^2 / 2k_B T} \quad (3.5)$$

με n_0 δοσμενό από την εξίσωση 2.13. Αυτή είναι μια σφαιρική Γκαουσιανή κατανομή με πλάτος $\Delta r = \sqrt{2k_B T / \kappa}$.

Μέχρι τώρα, υποθέταμε ότι η σταθερά του ελατηρίου, κ , είναι η ίδια προς όλες τις κατευθύνσεις. Η υπόθεση αυτή μας δίνει ένα σφαιρικό νέφος. Στα πειράματά μας, η κλίση του πεδίου είναι δύο φορές μεγαλύτερη κατά μήκος του άξονα y (ο οποίος είναι κάθετος προς τα μεγάλα Ioffe πηνία που χρησιμοποιούνται για την MOT) σε σύγκριση με την κλίση στις άλλες κατευθύνσεις. Ως εκ τούτου, η σφαιρική συμμετρία του νέφους πλέον δεν είναι αλήθεια. Η Ελλειψειδής είναι μια καλύτερη προσέγγιση για το σχήμα του νέφους με αποκλίσεις $\Delta x = \Delta z \neq \Delta y$. Παρ' όλα αυτά, η διαφορά μεταξύ αυτών των μεγεθών δεν είναι τόσο σημαντική και μπορεί κανείς να υποθέσει ένα σφαιρικό νέφος.

Από την άλλη, στην περιοχή πολλαπλών σκεδάσεων, οι πρόσθετες δυνάμεις που αναδύονται F_P και F_A , όπως δίνονται από τις εξισώσεις 2.14 και 2.15 αντίστοιχα, κάνουν την κατάσταση πιο περίπλοκη. Σε αυτήν την περιοχή, το θερμικό νέφος δεν μπορεί πλέον να θεωρηθεί ότι είναι ιδανικό και, ως εκ τούτου, μια εξίσωση παρόμοια με την 3.3 παύει να ισχύει. Ωστόσο, μπορούμε να υποθέσουμε ότι η Γκαουσιανή προσέγγιση για την κατανομή της πυκνότητας εξακολουθεί να είναι έγκυρη. Η προσέγγιση αυτή οφείλεται κατά κύριο λόγο στα πειραματικά μας δεδομένα, στα οποία μια Γκαουσιανή κατανομή φαίνεται ιδιαίτερα επιτυχής στην περιγραφή της πραγματικής κατανομής του νέφους (Βλέπε σχήμα 3.3).

$$n_{\text{ms}}(r) = n_0 \exp\left\{-\frac{\kappa r^2}{2k_B T}\right\} \quad (3.6)$$



Σχήμα 3.1: (α) Το σφαιρικό σχήμα της 10^{10} ατόμων MOT όπως λαμβάνεται με τη χρήση της τεχνικής απεικόνισης με απορρόφηση και τη μέθοδο time-of-flight που περιγράφονται στην επόμενη ενότητα. Εδώ απεικονίζεται το επίπεδο $x - y$. (β) (γ) Η Γκαουσιανή προσέγγιση της κατανομής πυκνότητας στις x και y δευτύνσεις είναι μάλλον επιτυχής για την περιγραφή της πραγματικής κατανομής. Τα σημεία με παύλα αντιπροσωπεύουν τα πειραματικά μετρηθέντα, ενώ η συνεχής γραμμή αντιστοιχεί στην Γκαουσιανή προσέγγιση. Τα πλάτη αυτών των επεκτεταμένων Γκαουσιανών είναι σχεδόν 16mm . $t_{\text{TOF}} = 12.5\text{ms}$

όπου νο είναι η μεγιστηριακή πυκνότητα όπως στην εξισωση και κ μια fitting παράμετρος.

Στη συμπιεσμένη MOT, σύμφωνα με τη θεωρία, αυξάνουμε την κλίση του μαγνητικού πεδίου και τον αποσυντονισμό των λέιζερ σε σχέση με την συχνότητα συντονισμού. Υπό την προϋπόθεση ότι ο αποσυντονισμός γίνεται αρκετά μεγάλος και, ταυτόχρονα, η κλίση αυξάνει σε μια επαρκώς υψηλή τιμή, το συμπιεσμένο νέφος διατηρεί την Γκαουσιανή κατανομή για την ταχύτητά του, όπως μπορούμε να διαπιστώσουμε από τα αποτελέσματα στο [84]. Η αύξηση της κλίσης οδηγεί σε αντίστοιχη αύξηση της σταθεράς ελατηρίου της MOT και την εικονική συχνότητα του, η οποία, με τη σειρά της, έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του πλάτους του Γκαουσιανού νέφους. Δεδομένου ότι ο αριθμός των ατόμων παραμένει σχεδόν σταθερός, η Γκαουσιανή που χαρακτηρίζει την κατανομή πυκνότητας γίνεται πιο απότομη με μεγαλύτερη μέγιστη τιμή, προκειμένου να διατηρηθεί σταθερό το εμβαδόν που δίνει τον αριθμό των ατόμων στο γράφημα της κατανομής πυκνότητας ως προς τη θέση των ατόμων. Αυτή η διατήρηση του σχήματος της κατανομής δεν είναι αυτονόητη. Όπως εξηγείται, πάλι, στο [84], για μικρούς αποσυντονισμούς ή για μικρή αύξηση στην κλίση, μπορούμε να παρατηρήσουμε μηχανονικότητες στην κατανομή, η οποία πάνει να είναι Γκαουσιανή, ενώ ο αριθμός των ατόμων είναι σημαντικά μειωμένος. Από την άλλη, για υψηλότερες κλίσεις, ένα διάχυτο νέφος ατόμων φαίνεται ότι περιβάλλει τα στενά Γκαουσιανά κατανεμημένα άτομα. Ωστόσο, στην πράξη, μειώνουμε την κλίση του μαγνητικού πεδίου. Κάτι τέτοιο είναι μια πειραματική απόφαση που οδηγεί σε ένα καλύτερα συμπιεσμένο νέφος. Στα πειράματά μας, η Γκαουσιανή κατανομή της συμπιεσμένης MOT φαίνεται να διατηρείται.

3.1.2 Προφίλ πυκνότητας στην ΙΠ μαγνητική παγίδα

Στην ενότητα αυτή, θα διερευνηθεί η κατανομή της πυκνότητας του θερμικού νέφους καθώς είναι περιορισμένο στην ΙΠ μαγνητική παγίδα (κατά τη διάρκεια της φόρτωσης της παγίδας, της αδιαβατικής συμπίεσης του νέφους και της εξάτμισης).

Διαδικασία Αντιστοίχισης. Κατά τη διάρκεια της φόρτωσης της μαγνητικής παγίδας, το θερμικό νέφος χαρακτηρίζεται από μια σχετικά υψηλή θερμοκρασία, έτσι ώστε τα κβαντικά φαινόμενα να μπορούν να αγνοηθούν. Με άλλα λόγια, μπορούμε να υποθέσουμε ένα κλασικό

παγιδευμένο νέφος. Στο πλαίσιο αυτό και με την πρόσθετη προϋπόθεση ότι το νέφος είναι ιδανικό, η κατανομή της ενέργειας $f(\epsilon)$ του αερίου περιγράφεται από την κατανομή Boltzmann

$$f(\epsilon) = n_0 \Lambda_T^3 e^{-\epsilon/k_B T} \quad (3.7)$$

και η κατανομή του χώρου των φάσεως είναι

$$f(r, p) = \int d\epsilon f(\epsilon) \delta[U(r) + p^2/2m - \epsilon] \quad (3.8)$$

Με αντικατάσταση της εξίσωσης 3.7 στην εξίσωση 3.8 παίρνουμε

$$f(r, p) = n_0 \Lambda_T^3 e^{-(U(r) + p^2/2m)/k_B T} \quad (3.9)$$

και ολοκληρώνοντας πάνω στον χώρο της ορμής παίρνουμε την κατανομή πυκνότητας

$$n(r) = n_0 e^{-U(r)/k_B T} \quad (3.10)$$

Από την εξίσωση 3.14 μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το χωρικό προφίλ του νέφους εξαρτάται από τη μορφή του δυναμικού παγίδευσης. Ως εκ τούτου, η λειτουργία αντιστοίχισης είναι δύνατό να επιτευχθεί με τη σωστή επιλογή του δυναμικού $U(r)$. Προκειμένου να επιτευχθεί η αντιστοίχιση, το νέφος που έχει τοποθετηθεί στην παγίδα θα πρέπει να διατηρήσει την γκαουσιανή κατανομή που είχε στην MOT (τόσο στην ορμή όσο και τη θέση). Ένα αρμονικό δυναμικό $U(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$ προσφέρει αυτή την κατανομή, με πλάτος $\Delta r = \sqrt{\frac{2k_B T}{m\omega^2}}$. Αυτός είναι ένας επιπλέον λόγος που η παγίδα πρέπει να είναι αρμονική κατά την φόρτωση του αερίου. Αν παρατηρήσουμε την εικόνα ;;, μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι, πράγματι, κατά τη διάρκεια της λειτουργίας αντιστοίχισης, το δυναμικό της παγίδας είναι αρμονικό. Ως εκ τούτου, η κατανομή πυκνότητας του νέφους προσεγγίζεται επιτυχώς από μια γκαουσιανή συνάρτηση.

Αδιαβατικη συμπίεση. Όπως και στην συμπίεση της MOT, συμπιέζοντας αδιαβατικά η παγίδα διατηρεί το γκαουσιανό προφίλ της κατανομής πυκνότητας. Τα πειραματικά αποτελέσματα μπορούν να φανούν στο σχήμα 3.2. Ωστόσο, το σχεδόν σφαιρικό σχήμα που οδηγεί σε μια ισοτροπική κατανομή σε όλες τις κατευθύνσεις αλλάζει σε ένα συμπιεσμένο προς τη μία κατεύθυνση σχήμα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι κατά τη διάρκεια της αδιαβατικής συμπίεσης, η ακτινική συχνότητα (όπως στην εξίσωση 2.28) γίνεται μια τάξη μεγέθους μεγαλύτερη από τη συχνότητα κατά την αξονική κατεύθυνση, δίνοντας μια ισχυρότερη παγίδευση σε αυτην την κατεύθυνση. Ως αποτέλεσμα, γκαουσιανές κατανομές διαφορετικού πλάτους πρέπει να υιοθετηθούν για την αξονική και την ακτινική διεύθυνση, ώστε να ταιριάζει η κατανομή του νέφους με σωστό τρόπο.

Εξάτμιση. Στην προηγούμενη συζήτηση για την κατανομή πυκνότητας στην MOT, κατά τη διάρκεια της φόρτωσης της παγίδας III και κατά τη διάρκεια της αδιαβατικής συμπίεσης, χρησιμοποιήσαμε μια κλασική προσέγγιση για την παγιδευμένο αέριο, η οποία είναι έγκυρη, δεδομένου ότι η θερμοκρασία παραμένει σε πολύ υψηλότερες τιμές από την χρίσμη. Σε

αντίθεση, κατά τη διάρκεια της εξατμιστικής ψύξης, το νέφος αρχίζει με σχετικά υψηλές θερμοκρασίες που λήγει σε μια περιοχή όπου τα κβαντικά φαινόμενα κυριαρχούν. Ως εκ τούτου, πρέπει να χειριστούμε το αέριο στην παγίδα με διαφορετικό τρόπο, προκειμένου να υπολογίσουμε την κατανομή της πυκνότητάς του.

Από κβαντομηχανικής σκοπιάς, η πυκνότητα των μη-αλληλεπιδρώντων μποζονίων είναι

$$n(r) = \sum_i f_i |\phi_i(r)|^2 \quad (3.11)$$

όπου f_i είναι ο αριθμός κατάληψης της κατάστασης i της οποίας η κυματοσυνάρτηση συμβολίζεται με ϕ_i . Παρ' ολα αυτά, όταν εγκαταλείψουμε αυτήν την αριθμή σχέση για την πυκνότητα και όταν υιοθετήσουμε μια ημι-κλασική προσέγγιση, η οποία ισχύει για το θερμικό νέφος στην παγίδα που αποτελείται από άτομα στις διεγερμένες καταστάσεις, δεδομένου ότι τα μήκη κύματος τους είναι μικρά σε σύγκριση με την κλίμακα μήκους επί της οποίας το δυναμικό διαφέρει σημαντικά. Στο πλαίσιο αυτής της προσέγγισης, είμαστε σε θέση να χρησιμοποιήσουμε μια ημι-κλασική συνάρτηση κατανομής $f(r, p)$, η οποία για το αέριο Bose λαμβάνει τη μορφή

$$f(r, p) = \frac{1}{e^{(\epsilon_p - \mu)/k_B T} - 1} \quad (3.12)$$

με τις ενέργειες $\epsilon_p = p^2/2m + U(r)$ ($U(r)$ το δυναμικό παγίδευσης). Αυτή η συνάρτηση κατανομής ορίζεται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε στο χώρο φάσης η $f(r, p) dp dr / (2\pi\hbar)^3$ να είναι ο μέσος αριθμός των ατόμων σε ένα όγκο $dp dr$ με το κέντρο (p, r) .

Στην προσέγγιση αυτή, η πυκνότητα του νέφους μπορεί να γραφτεί ως

$$n(r) = \int_0^\infty \frac{dp}{(2\pi\hbar)^3} f(r, p) = \int_0^\infty \frac{dp}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{e^{(\epsilon_p - \mu)/k_B T} - 1} \quad (3.13)$$

Με την εισαγωγή των μεταβλητών $x = p^2/2mk_B T$ και $z = \exp[(\mu - U(r))/k_B T]$ βρίσκει κανείς [26]

$$n_{\text{magn}}(r) = \frac{2}{\sqrt{\pi}\Lambda_T^3} \int_0^\infty \frac{dx x^{1/2}}{z^{-1} e^x - 1} = \frac{1}{\Lambda_T^3} g_{3/2}(z) \quad (3.14)$$

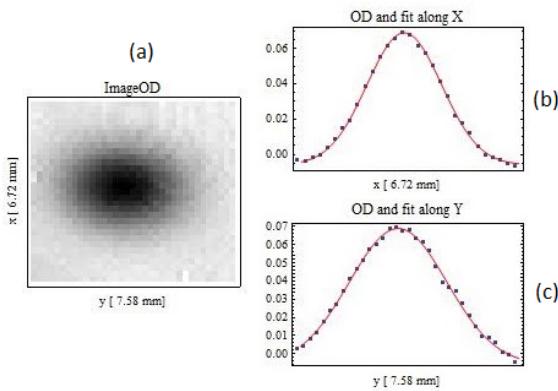
με $g_{3/2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n^{3/2}}$ τη συνάρτηση Bose. Η συνάρτηση αυτή εισάγει τις συνέπειες της κβαντικής στατιστικής στην κατανομή της πυκνότητας. Παρακαλείστε να σημειώσετε ότι η εξίσωση 3.14 δεν λαμβάνει υπόψη την θεμελιώδη κατάσταση του συστήματος. Αυτή η προσέγγιση είναι απόλυτα δικαιολογημένη μόνο σε υψηλότερες θερμοκρασίες όπου τα άτομα βρίσκονται σε πολλά επίπεδα ενέργειας. Από την άλλη πλευρά, στην περίπτωση της θεμελιώδους κατάστασης, οι χωρικές διακυμάνσεις είναι συγχρίσιμες με εκείνες του δυναμικού της παγίδας, καθιστώντας αυτήν την ημι-κλασική προσέγγιση άκυρη. Ωστόσο, δεν πρέπει να ανησυχούμε για τον διαχωρισμό αυτό, αφού μας ενδιαφέρει μόνο η κατανομή της πυκνότητας του θερμικού νέφους στην παγίδα κι όχι το συμπύκνωμα στην θεμελιώδη κατάσταση.

Μέχρι τα τελευταία στάδια της εξατμιστικής ψύξης, το χημικό δυναμικό είναι μεγάλο και αρνητικό (ή η θερμοκρασία σχετικώς υψηλή), κι έτσι μπορεί κανείς να προσεγγίσει την πυκνότητα από την πρώτης τάξης προσέγγιση της συνάρτησης Bose

$$n_{\text{μαγν}}(r) = \frac{1}{\Lambda_T^3} z = \frac{1}{\Lambda_T^3} e^{(\mu - U(r))/k_B T} \quad (3.15)$$

Αυτή η προσέγγιση μας οδηγεί ναυποστηρίζουμε ότι ένα γκαουσιανό προφίλ για την κατανομή της πυκνότητας εξακολουθεί να ισχύει. Στο σχήμα 3.2 παρακάτω, μπορεί κανείς να δει ότι αυτή είναι η περίπτωση στα πειράματα μας.

Σχήμα 3.2: (α) Το ελλειπτικό σχήμα ενός θερμικού νέφους στα πρώτα στάδια της εξάτμισης στο $x-y$ επίπεδο, όπως λαμβάνεται με τη χρήση της τεχνικής time-of-flight. Στην πραγματικότητα, το νέφος που απεικονίζεται έχει ένα σχήμα τηγανίτας στις τρεις διαστάσεις, όπως θα συζητηθεί στο επόμενο τμήμα. (β)-(γ) Η γκαουσιανή προσέγγιση της κατανομής πυκνότητας στις x και y διευθύνσεις είναι μάλλον επιτυχής για την περιγραφή της πραγματικής κατανομής, α σημεία με παύλα αντιπροσωπεύουν τα πειραματικά μετρηθέντα, ενώ η συνεχής γραμμή αντιστοιχεί στην Γκαουσιανή προσέγγιση. Τα πλάτη αυτών των επεκτεταμένων Γκαουσιανών είναι σχεδόν 6.5mm και 7.5mm αντιστοιχα. $t_{\text{ΤοΦ}} = 12.5\text{ms}$



3.1.3 Προφίλ πυκνότητας στο συμπύκνωμα

Τυποθέτουμε για απλότητα ότι σε μηδενική θερμοκρασία όλα τα άτομα του νέφους ανήκουν στο συμπύκνωμα. Δεδομένου ότι ο αριθμός των ατόμων στα πειράματα μας είναι μεγάλος (της τάξεως των 10^6), είναι έγκυρο να υποθέσουμε ότι το συμπύκνωμα είναι στο όριο Thomas-Fermi. Όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 1.1.3, σε αυτην την περιοχή μπορεί κάποιος να αγνοήσει τον κινητικό όρο στην εξίσωση 1.24 και να οδηγηθεί στην 1.25 για την πυκνότητα του συμπυκνώματος, την οποία επαναλαμβάνουμε εδώ για λόγους ευκολίας

$$n_{\text{cond}}(r) = \frac{1}{g} [\mu - U(r)] \quad (3.16)$$

Σύμφωνα με το αναλυτικό αποτέλεσμα που περιγράφεται στην εξίσωση 2.27 το οποίο πειραματικά επαληθεύεται στο σχήμα ;;, όταν συμβαίνει το συμπύκνωμα, το δυναμικό είναι πολύ αρμονικό, το οποία δίνεται από

$$U(\rho, z) = \mu_B B_0 + \mu_B \frac{a^2}{2B_0} \rho^2 + \frac{1}{2} \mu_B \beta z^2 \quad (3.17)$$

Αντικαθιστώντας το U στη σχέση 3.16, βρίσκει κανείς

$$n_{\text{cond}}(\rho, z) = \frac{1}{g} (\mu - \mu_B B_0) - \frac{\mu_B}{g} \left(\frac{a^2}{2B_0} \rho^2 + \frac{1}{2} \beta z^2 \right) \quad (3.18)$$

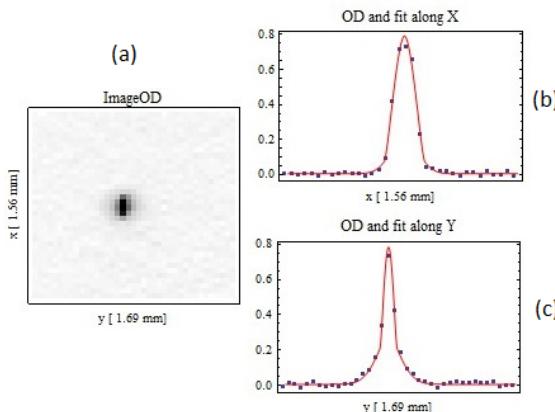
Ο παραπάνω τύπος αντιπροσωπεύει μια ανεστραμμένη παραβολική κατανομή πυκνότητας του νέφους τόσο στην αξονική όσο και στην ακτινική κατεύθυνση. Και στις δύο περιπτώσεις, το απότομο μέγιστο τους έχει την τιμή $(\mu - \mu_B B_0)/g$. Το χημικό δυναμικό μπορεί να εκφραστεί μέσα από την συνθήκη κανονικοποίησης για τον αριθμό των ατόμων από την εξίσωση 1.9

ως $\mu = \frac{\hbar\omega_m}{2} \left(\frac{15Na}{a_m} \right)^{2/5}$ με ω_m τον γεωμετρικό μέσο όρο των συχνοτήτων παγίδευσης και $a_m = [\hbar/m\omega_m]^{1/2}$ το χαρακτηριστικό μήκος του αρμονικού περιορισμού. Το πλάτος¹ των παραβολών είναι $W_\rho = \frac{4\mu_B}{g} \frac{a^2}{B_0}$ και $W_z = \frac{2\mu_B}{g} \beta$.

Από την άλλη, κοντά στην κρίσιμη θερμοκρασία και κάτω από αυτή, τα συμπυκνωμένα άτομα συνυπάρχουν με το θερμικό νέφος. Αν και δεν υπάρχει κάποια θεωρητική ερμηνεία, είναι εύλογο να ισχυριστούμε ότι η πυκνότητα της συνύπαρξης μπορεί να πειργαφεί από μια διτροπική (bimodal) συνάρτηση. Άμεση είναι η επιλογή μιας γκαουσιανής κατανομής για το θερμικό νέφος και ενός παραβολικού προφίλ πυκνότητας για το συμπύκνωμα

$$n_{\text{tot}}(r) = n_{th} e^{-\frac{1}{2}m\omega^2 r^2} + n_c (1 - \frac{4W_r}{n_c} r^2) \quad (3.19)$$

τόσο για την αξονική όσο και για την ακτινική κατανομή. Εδώ, n_{th} και n_c είναι οι κορυφές αυτών των δύο κατανομών. Στην περίπτωση που ο αριθμός των ατόμων στο συμπύκνωμα είναι συγκρίσιμος με τα θερμικά άτομα, δεδομένου ότι η παραβολική κατανομή είναι μεγαλύτερη από την γκαουσιανή, τότε $n_c \gg n_{th}$.



Σχήμα 3.3: (α) Το BEC στο $x - y$ επίπεδο. (β)-(γ) Η δίτροπη προσέγγιση για τα πειραματικά δεδομένα. Μια γκαουσιανή συνάρτηση χρησιμοποιείται για το θερμικό νέφος και μια παραβολή για το συμπύκνωμα. Η κορυφή της παραβολής είναι μεγαλύτερη από της γκαουσιανής, η οποία εμφανίζεται ως μια ουρά στην κατανομή. $t_{\text{ToF}} = 12.5 \text{ ms}$.

3.2 Τεχνικές για την καταγραφή και τις μετρήσεις

3.2.1 Τεχνική Time of Flight (ToF)

Στην ενότητα αυτή, περιγράφουμε τον τρόπο με τον οποίον το νέφος και το συμπύκνωμα εκτονώνονται προκειμένου να απεικονίσουμε την κατανομή πυκνότητας τους χρησιμοποιώντας την τεχνική time-of-flight. Το θερμικό νέφος και το συμπύκνωμα συμπεριφέρονται με έναν εντελώς διαφορετικό τρόπο όταν αφήνονται ελεύθερα. Στη συνέχεια, περιγράφουμε αυτές τις συμπεριφορές.

¹Το πλάτος της συνάρτησης $y = ax^2 + bx + c$ ορίζεται ως $W = 4|a|$ και εκφράζει ένα μέτρο του πόσο πλατιά αυτή η παραβολή είναι

Εκτόνωση του θερμικού νέφους

Ένα θερμικό νέφος όταν το αφήνουμε ελευθερο να εκτονωθεί μετά την παγίδευσή του στην παγίδα μπορεί να εμφανίσει δύο διαφορετικές συμπεριφορές ανάλογα με την πυκνότητά του. Σε χαμηλές πυκνότητες, όπου η μέση ελεύθερη διαδρομή ενός ατόμου πριν συγκρουστεί με ένα άλλο γίνεται μεγάλη σε σύγκριση με το μέγεθος του νέφους και, ως εκ τούτου, οι συγκρούσεις είναι σπάνιες, το νέφος διαστέλλεται ελεύθερα. Αυτή η συμπεριφορά είναι γνωστή ως ή Ελεύθερη Εκτόνωση. Από την άλλη, σε υψηλές πυκνότητες με μία μέση ελεύθερη διαδρομή των ατόμων μικρότερη από το μέγεθος του νέφους, οι συγκρούσεις διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο. Η συμπεριφορά σε αυτήν την περιοχή ονομάζεται Υδροδυναμική Εκτόνωση. Στην τελευταία περίπτωση, η διαδικασία μπορεί να θεωρηθεί ως ισεντροπική. Ακολουθώντας τα επιχειρήματα για την ισεντροπική συμπίεση στην ενότητα 2.3.2, περιμένει κανείς ότι υπάρχει μια μείωση της θερμοκρασίας καθώς το νέφος διαστέλλεται που σχετίζεται με την πυκνότητά του ως $T \propto n^{2/3}$. Περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με αυτήν τη συμπεριφορά μπορείτε να βρείτε στο [85].

Στο υπόλοιπο αυτής της ενότητας θα επικεντρώσουμε την προσοχή μας στη διαδικασία της ελεύθερης διαστολής ή με άλλα λόγια την εκτόνωση ενός ιδανικού αερίου. Δεδομένου ότι το αέριο διαστέλλεται ελεύθερα, δεν ασκείται πάνω του έργο, δηλαδή $\delta W = 0$. Επιπλέον, η εκτόνωση γίνεται γρήγορα και συνεπώς δεν υπάρχει μεταφορά θερμότητας προς ή από το νέφος, $\delta Q = 0$. Από τον πρώτο νόμο της Θερμοδυναμικής, η εσωτερική ενέργεια dU_{int} είναι μηδενική και από την εξισώση 2.55 προκύπτει $dT = 0$. Ως εκ τούτου, η θερμοκρασία του νέφους κατά την διάρκεια της ελεύθερης εκτόνωσης παραμένει αμετάβλητη. Το παραπάνω είναι ένα σημαντικό αποτέλεσμα, δεδομένου ότι η θερμοκρασία που μετράται είναι η ίδια με αυτή στο παγιδευμένο νέφος που μας ενδιαφέρει.

Θα εξάγουμε τώρα την κατανομή πυκνότητας του εκτονωμένου νέφους μετά χρονικό διάστημα t_{ToF} εκτόνωσης, όταν η αρχική κατανομή πυκνότητας του παγιδευμένου αερίου και η αρχική κατανομή της ταχύτητας του είναι γνωστά. Ας υποθέσουμε ότι ένα άτομο από το νέφος βρίσκεται στη θέση r_i ακριβώς την στιγμή t_0 και ότι το σύννεφο αφήνεται να επεκταθεί με ταχύτητα v . Η ταχύτητα του ατόμου θα παραμείνει σταθερή, δεδομένου ότι δεν αισθάνεται καμία δύναμη, ενώ και η θερμοκρασία του αερίου δεν αλλάζει. Έτσι, σύμφωνα με την κλασική μηχανική, μετά από t_{ToF} η τελική θέση του r_f θα είναι

$$r_f = r_i + vt_{\text{ToF}} \quad (3.20)$$

Υπάρχουν διάφοροι συνδυασμοί των αρχικών θέσεων και των ταχυτήτων που οδηγούν σε μία συγκεκριμένη τελική θέση, r_f , για ένα άτομο μετά από διάστημα t_{ToF} . Η πιθανότητα εύρεσης του ατόμου στη θέση αυτή είναι ίση με το άθροισμα των πιθανοτήτων όλων αυτών των συνδυασμών, η καθεμία από τις οποίες είναι το γινόμενο της πιθανότητας για το άτομο να είναι στη θέση r_i την t_0 και την πιθανότητα να έχει ταχύτητα v

$$P_f(r_f, t_{\text{ToF}}) = \int_{-\infty}^{\infty} P_i(r_i) f_v(v) dr_i \quad (3.21)$$

όπου $P_i(r_i)$ είναι η κατανομή πυκνότητας του παγιδευμένου νέφους την t_0 και f_v η κατανομή της ταχύτητας του που παραμένει αμετάβλητη κατά τη διάρκεια της διαστολής.

Έτσι, προκειμένου να βρεθεί η τελική κατανομή P_f , οφειλουμε να γνωρίζουμε τις P_i και f_v . Για την αρχική κατανομή πυκνότητας, υποθέσαμε λογικά στην προηγούμενη ενότητα 3.1 μια Γκαουσιανή κατανομή, τόσο για το νέφος MOT όσο και για εκείνο ατη μαγνητική παγίδα. Σε πιο αφαιρετική μορφή, μπορούμε να γράψουμε

$$P_i(r_i) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta r_i} e^{-r_i^2/\Delta r_i^2} \quad (3.22)$$

με Δr_i το πλάτος της κατανομής. Οι ταχύτητες των ατόμων, στην περίπτωση που το φυσικό αέριο είναι ιδανικό, επίσης υπακούουν σε μια Γκαουσιανή κατανομή, την γνωστή κατανομή Maxwell-Boltzmann [11]:

$$f_v(v) = \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^3} 2pv^2 e^{-mv^2/2k_B T} \quad (3.23)$$

η οποία ισχύει τόσο για το μετρο της ταχύτητας όσο και για οποιοδήποτε από τα συστατικά της. Η ανωτέρω σχέση είναι το αποτέλεσμα του Η-Θεωρήματος, βασικού θεωρήματος της στατιστικής μηχανικής. Το πλάτος της κατανομής της ταχύτητας είναι $\Delta v = \sqrt{2k_B T/m}$.

Για να εξαχθεί η κατανομή του εκτονωμένου νέφους, μπορεί κανείς να συνδυάσει τις εξισώσεις 3.20 και 3.21 για να γράψει

$$P_f(r_f, t_{\text{ToF}}) = \int_{-\infty}^{\infty} P_i(r_i) f_v \left(\frac{r_f - r_i}{t_{\text{ToF}}} \right) dr_i \quad (3.24)$$

Η τελευταία σχέση μπορεί να θεωρηθεί ως η συνέλιξη της $P_i(r_i)$ με την συνάρτηση $f_v(r_i/t_{\text{ToF}})$. Είναι γνωστό, χρησιμοποιώντας οποιοδήποτε βιβλίο της Στατιστικής, ότι η συνέλιξη δύο γκαουσιανών συναρτήσεων είναι μια γκαουσιανή συνάρτηση, με πλάτος ίσο με την τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων του πλάτους της καθε επιμέρους γκαουσιανής.²

$$\Delta r = \sqrt{\Delta r_0^2 + \frac{2k_B T}{m} t_{\text{ToF}}^2} \quad (3.25)$$

Από την παραπάνω σχέση, λαμβάνοντας υπόψη τη μεγάλη χρονική διάρκεια εκτόνωσης, $t_{\text{ToF}} \gg \omega_{\text{trap}}$, το μέγεθος του νέφους μπορεί να προσεγγιστεί ως $\Delta r \approx \sqrt{\frac{2k_B T_x}{m} t_{\text{ToF}}}$ και υποθέτοντας ότι η θερμοκρασία είναι η ίδια προς όλες τις κατευθύνσεις, μπορούμε να ισχυριστούμε ότι το αέριο διαστέλλεται ισοτροπικά με συμμετρική κατανομή πυκνότητας ακόμη και αν το αρχικό σχήμα του νέφους είναι ανισότροπο.

Εκτόνωση του συμπυκνώματος

Στο τμήμα 1.1.3 περιγράψαμε την προσέγγιση Thomas-Fermi για το συμπύκνωμα που αγνοεί την κινητική ενέργεια του ατόμου και αυτή η προσέγγιση χρησιμοποιήθηκε στο τμήμα 3.1 για να προσδιοριστεί η κατανομή πυκνότητας του συμπυκνώματος. Όταν το BEC αφήνεται ελεύθερο να εκτονωθεί, η γενική εξίσωση Gross-Pitaevskii γίνεται εξαρτώμενη από το

²Στην πραγματικότητα, Χρησιμοποιούμε μια επιπλεον ιδιότητα, ότι αν $f(x)$ είναι μια γκαουσιανή συνάρτηση με πλάτος W , τότε η συνάρτηση $f(ax)$ είναι επίσης γκαουσιανή με πλάτος W/a^2 .

χρόνο και μια αντίστοιχη προσέγγιση Thomas-Fermi δεν μπορεί να εφαρμοστεί, δεδομένου ότι η μεταβολή του πεδίου της παγιδευσης στον χρονο μετατρέπει τη δυναμική ενέργεια σε κινητική, καθιστώντας αδύνατο την τελευταία να αγνοηθεί. Προκειμένου να μελετήσουμε τον τρόπο όπου το συμπύκνωμα εκτονώνεται, ακολουθούμε το [86] και μια κλασική προσέγγιση με unitary μετασχηματισμό που λύνει το πρόβλημα της παραμέλησης της κινητικής ενέργειας.

Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό, το κάθε άτομο του συμπύκνωματος αντιλαμβάνεται μια δύναμη

$$F_{\text{cond}}(r, t) = -\nabla(U(r, t) + gn_{\text{cond}}(r, t)) \quad (3.26)$$

Υπό την επιδραση αυτής της δύναμης, το νέφος βιώνει μια διαστολή και ένα άτομο, μετά τη στιγμή t_0 που αφήνεται ελεύθερο, ακολουθεί μια τροχιά στην j κατεύθυνση ($j = \{1, 2, 3\}$ για τις τρεις κατευθύνσεις του χώρου)

$$r_j(t) = \lambda_j(t)r_j(t_0) \quad (3.27)$$

Όλη η δυναμική της διαστολής περιέχεται στην εξέλιξη αυτών των παραμέτρων. Η πυκνότητα του νέφους τη στιγμή t καθίσταται

$$n_{\text{cond}}(r, t) = \frac{1}{\lambda_1(t)\lambda_2(t)\lambda_3(t)} n_{\text{cond}}(\{r_j/\lambda_j\}, t_0) \quad (3.28)$$

Η παραπάνω σχέση μας δείχνει ότι το συμπύκνωμα είναι παραβολικής μορφής εξαρτώμενης από τον χρόνο. Αντικαθιστώντας την δύναμη από την εξίσωση 3.26 και τη θέση από την 3.27 στο νόμο του Νεύτωνα, φτάνουμε επιτέλους στις αυτο-συνεπείς διαφορικές εξισώσεις

$$\frac{d^2\lambda_j}{dt^2} = \frac{\omega_j^2(t_0)}{\lambda_j\lambda_1\lambda_2\lambda_3} - \omega_j^2(t)\lambda_j \quad (3.29)$$

Για την περίπτωση μας ενός ξαφνικού κι ολικού ανοίγματος της III παγίδας (όπου $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_\rho$ και $\lambda_3 = \lambda_z$) την t_0 , οι παραπάνω διαφορικές εξισώσεις γράφονται

$$\frac{d^2\lambda_\rho}{dt^2} = \frac{1}{\lambda_\rho^3\lambda_z} \quad \frac{d^2\lambda_z}{dt^2} = \frac{\epsilon^2}{\lambda_\rho^2\lambda_z^2} \quad (3.30)$$

Εδώ ορίσαμε $\tau = \omega_\rho t$ και $\epsilon = \omega_z(t_0)/\omega_\rho(t_0)$. Επιλύοντας, μέχρι και δεύτερη τάξη, παίρνουμε

$$\begin{aligned} \lambda_r(\tau) &= \sqrt{1 + \tau^2} \\ \lambda_z(\tau) &= 1 + \epsilon^2[\tau \arctan \tau - \ln(\sqrt{1 + \tau^2})] \end{aligned} \quad (3.31)$$

Το aspect ratio του νέφους W_ρ/W_z , με W το πλάτος της παραβολικής κατανομής, όπως ορίζεται στην προηγούμενη παράγραφο 3.1, εξελίσσεται σύμφωνα με

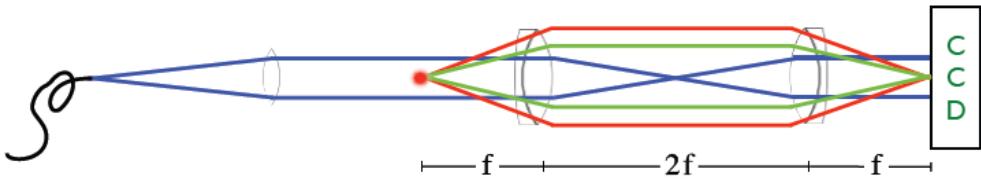
$$\frac{W_\rho(t)}{W_z(t)} = \frac{\lambda_\rho(t)W_\rho(t_0)}{\lambda_z(t)W_z(t_0)} = \frac{\lambda_\rho(t)}{\lambda_z(t)}\epsilon \quad (3.32)$$

Κάποιος μπορεί εύκολα να αποδείξει ότι το λ_ρ αυξάνεται σε ένα πολύ ταχύτερο ρυθμό από ό, τι το λ_z και, έτσι, το πλάτος κατά την ακτινική διεύθυνση γίνεται μεγαλύτερο από εκείνο κατά την αξονική. Ως αποτέλεσμα, το αρχικό σχήμα πούρου του νέφους με $\epsilon \ll 1$ παίρνει μετά από κάποιο χρόνο διαστολής ένα σχήμα τηγανίτας. Αυτή η συμπεριφορά είναι αντίθετη από την περίπτωση ενός θερμικού νέφους, το οποίο μετά από επαρκή χρόνο επεκτείνεται ισότροπα σε όλες τις κατευθύνσεις, και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ταυτοποίηση της ύπαρξης του συμπύκνωματος.

3.2.2 Τεχνική της απεικόνισης με απορρόφηση

Μετά την επέκταση του νέφους μέσω της διαδικασίας time-of-flight, όπως περιγράφεται παραπάνω, η οποία μειώνει την ατομική πυκνότητα σε αποδεκτά επίπεδα, η τεχνική της απεικόνισης με απορρόφηση χρησιμοποιείται για να προβάλει τις ιδιότητες του νέφους σε μια φωτογραφία. Χρησιμοποιώντας την απεικόνιση με απορρόφηση, παρέχεται μια αξιόπιστη κατανομή πυκνότητας του νέφους στις δύο από τις τρεις (x και z) κατευθύνσεις. Έχοντας απεικονισμένη την κατανομή πυκνότητας, διάφορες πληροφορίες μπορούν να εξαχθούν για το μέγεθος, το σχήμα, τη θερμοκρασία και τον αριθμό ατόμων του διογκωμένου νέφους και από αυτό του αρχικού που κυρίως μας ενδιαφέρει.

Η βασική αρχή της τεχνικής αυτής βασίζεται στην απορρόφηση των φωτονίων μιας ακτίνας λέιζερ «(δέσμης απεικόνισης)» η οποία βρίσκεται κοντά στον συντονισμό με τη συχνότητα μετάβασης των ατόμων. Αυτή η απορρόφηση γίνεται πιο έντονη σε περιοχές με μεγαλύτερη πυκνότητα και η ένταση της δέσμης απεικόνισης μειώνεται περισσότερο σε αυτές τις περιοχές. Ως εκ τούτου, με αυτή την τεχνική μπορούμε να απεικονίσουμε τη σκιά του νέφους, η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την προσέγγιση της πραγματικής κατανομής των ατόμων.



Σχήμα 3.4: Σχηματική περιγραφή του συστήματος απεικόνισης. Χρησιμοποιεί ένα τηλεσκόπιο σε διαμόρφωση $4f$. Η μπλε δέσμη είναι η δέσμη ανίχνευσης που ξεκινά από μια μονοτροπική οπτική ίνα. Ο πρώτος φακός εστιάζει την δέσμη αυτή. Η κόκκινη είναι η ακτίνα φυσικού ποσού και η πράσινη η δέσμη απορρόφησης που δημιουργήθηκε, μετά από την αλληλεπίδραση της δέσμης ανίχνευσης με τα άτομα.

Από τον νόμο Lambert-Beer για την απορρόφηση της δέσμης από ένα μέσο [87], μπορούμε να γράψουμε

$$I(x, z) = I_0(x, z) e^{-\sigma_{ph} n(x, z)} \quad (3.33)$$

όπου I_0 είναι η αρχική ένταση πριν από την απορρόφηση, $n(x, z) = \int dy n(x, y, z)$ και σ_{ph} η διατομή της απορρόφησης φωτονίων που για γραμμική πόλωση είναι [88]

$$\sigma_{ph} = \frac{7}{15} \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{1 + (2\Delta/\Gamma)^2} \quad (3.34)$$

Για την υλοποίηση αυτής της τεχνικής, είναι ανάγκη να λαμβάνονται τρεις διαδοχικές εικόνες. Μια πρώτη με τη δέσμη ανίχνευσης και το νέφος, η οποία δίνει μια κατανομή έντασης $I_{abs}(x, z)$, μια δεύτερη μόνο με την ακτίνα, αλλά αφού το νέφος έχει απομακρυνθεί, με ένταση $I_{ref}(x, z)$ και μια τελευταία χωρίς ούτε τη δέσμη, ούτε το νέφος $I_{bg}(x, z)$. Έχοντας μετρήσει αυτές τις εντάσεις, μπορεί κανείς να συμπεράνει:

$$\begin{aligned} I(x, z) &= I_{abs}(x, z) - I_{bg}(x, z) \\ I_0(x, z) &= I_{ref}(x, z) - I_{bg}(x, z) \end{aligned} \quad (3.35)$$

Και με γνωστές αυτές οι εντάσεις, μπορεί κανείς να σχεδιάσει το προφίλ πυκνότητας επιλύοντας την εξισώση 3.33 ως προς $n(x, z)$.

$$n(x, z) = \frac{\ln[I_0(x, z)] - \ln[I(x, z)]}{\sigma_{ph}} \quad (3.36)$$

3.3 Μετρήσεις και προσεγγίσεις

3.3.1 Εξαγωγή του αριθμού των ατόμων

Με σκοπό να υπολογίσουμε τον αριθμό των ατόμων κατά τη μετρούμενο στάδιο της διαδικασίας, πρέπει κανείς να κάνει μια προσέγγιση (fit) στην εικόνα που απεικονίζεται με την τεχνική απεικόνισης με απορρόφηση. Αυτή η προσέγγιση όμως γίνεται λαμβάνοντας υπόψη το προφίλ που υποθέσαμε για το θερμικό και το συμπυκνωμένο νέφος.

Για την περίπτωση του θερμικού νέφους, ενδείκνυται μια καούσιανή προσέγγιση:

$$n_{th}(x, z) = K_{th} \exp \left[- \left(\frac{x}{\Delta x} \right)^2 - \left(\frac{z}{\Delta z} \right)^2 \right] \quad (3.37)$$

Στην παραπάνω, K_{th} είναι η μέγιστη οπτική πυκνότητα στην εικόνα διαιρεμένη με σ_{ph} . Μετά την προσέγγιση, ο αριθμός των ατόμων μπορεί εύκολα να υπολογιστεί από

$$N_{th} = \int \int dx dz n_{th}(x, z) = \pi K_{th} \Delta x \Delta z \quad (3.38)$$

Για την περίπτωση του συμπυκνώματος, μια ανεστραμμένη παραβολική προσέγγιση είναι πλέον κατάλληλη

$$n_{cond}(x, z) = K_{cond} \left[1 - \left(\frac{x}{\Delta x} \right)^2 - \left(\frac{z}{\Delta z} \right)^2 \right]^{3/2} \quad (3.39)$$

και ο αριθμός των ατόμων στο συμπύκνωμα είναι

$$N_{cond} = \int \int dx dz n_{cond}(x, z) = \frac{2}{5} \pi K_{cond} \Delta x \Delta z \quad (3.40)$$

3.3.2 Εξαγωγή της θερμοκρασίας

Για τον υπολογισμό της θερμοκρασίας, όμως επωφεληθούμε από τις σχέσεις ; ; και ;;. Ξαναγράφοντάς τες εδώ

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m \omega_x^2 \Delta x_0^2 &= k_B T_x \\ \Delta x &= \sqrt{\Delta x_0^2 + \frac{2k_B T_x}{m} t_{ToF}^2} \end{aligned} \quad (3.41)$$

Για την περίπτωση της θερμοκρασίας στη MOT, οι ανωτέρω εξισώσεις δεν είναι κατάλληλες για τον υπολογισμό της. Κάτιτέτοι συμβαίνει επειδή η συχνότητα παγίδευσης είναι άγνωστη και έτσι υπάρχουν τρεις άγνωστες μεταβλητές σε δύο εξισώσεις. Για να βρεθεί

η θερμοκρασία, μπορεί κανείς να ακολουθήσει έναν από τους δύο διαφορετικούς παραχάτω τρόπους: είτε κάνει κάποιες προσεγγίσεις ή αναγκάζεται να εκτελέσει περισσότερα από ένα πειράματα για να κάνει μια μέτρηση. Στην πρώτη περίπτωση, ο συνήθης τρόπος είναι να φήσουμε το νέφος να εκτονωθεί για μεγάλη διάρκεια t_{ToF} . Όταν συμβαίνει αυτό, το αρχικό μέγεθος του νέφους είναι πολύ μικρότερο από το τελικό, κι έτσι το μέγεθος Δx_0 μπορεί να παραλειφθεί από τη δεύτερη εξίσωση στην 3.41. Τότε, η θερμοκρασία στην MOT μπορεί να υπολογιστεί:

$$T_{MOT} = \frac{m\Delta x^2 t_{ToF}^2}{2k_B} \quad (3.42)$$

Για τη δεύτερη περίπτωση, για τον υπολογισμό της θερμοκρασίας στην MOT, που τελικά ακολουθούμε, κάποιος μπορεί να τρέξει τη διαδικασία δύο φορές και να υπολογίσει δύο διαφορετικές τιμές του πλάτους Δx για δύο διαφορετικες διάρκειες t_{ToF} . Μετά από αυτό, μπορούμε να προσεγγισουμε τη δεύτερη των 3.41 και να βρούμε τις τιμές των Δx_0 και T_{MOT} .

Για την περίπτωση της θερμοκρασίας στη μαγνητική παγίδα, οι εξισώσεις 3.41 είναι κατάλληλες για τον υπολογισμό. Συνδυάζοντας τες, τελικά παίρνουμε

$$T_i^{IP} = \frac{m\omega_i^2 \Delta i^2}{2k_B} \frac{1}{\omega_i^2 t_{ToF}^2 + 1} \quad (3.43)$$

για $i = r, z$.

Κεφάλαιο 4

Η παραγωγή του παράγοντα ποιότητας για την ποσοτικοποίηση και τη βελτιστοποίηση της διαδικασίας για το BEC

Στην ενότητα 2.1 ξεκινήσαμε τη συζήτησή μας αναφέροντας τη διπλή προσπάθεια που απαιτείται για την επίτευξη του συμπυκνώματος με αποτελεσματικό τρόπο. Μέχρι τώρα, περιγράψαμε μόνο το πρώτο μέρος αυτής της προσπάθειας, τη διαδικασία που ακολουθείται για την αύξηση της πυκνότητας στο χώρο φάσης έως την χρίσιμη τιμή για την επίτευξη του BEC. Στα υπόλοιπα κεφάλαια αυτής της εργασίας, θα επικεντρώσουμε το ενδιαφέρον μας στο δεύτερο μέρος: στη βελτιστοποίηση της διαδικασίας, προκειμένου να αποκτήσουμε το μεγαλύτερο δυνατό συμπύκνωμα στο συντομότερο δυνατό χρονικό διάστημα. Από τα πρώτα χρόνια της υλοποίησης του BEC, γίνονται επίμονες προσπάθειες (προσομοιώσεις της διαδικασίας, θεωρητικές μελέτες και πειραματικά αποτελέσματα [68][90][76]) για την εξεύρεση των βελτιστων διαδικασιών ψύξης. Αυτές οι συνυψήκες ποικίλουν, ανάλογα με την κατεύθυνση των πειραμάτων και των εφαρμογών. Για παράδειγμα, ορισμένες εφαρμογές χρειάζονται υψηλές ατομικές πυκνότητες, ενώ άλλες απαιτούν υψηλούς ατομικούς αριθμούς στο συμπύκνωμα. Δεδομένου ότι δεν υπάρχει άμεση συσχέτιση αυτών των δύο απαιτήσεων, η απόφαση για το αν θα επιχειρήσει να βελτιστοποιήσει κανείς τον αριθμό ατόμων ή την ατομική πυκνότητα εξαρτάται από την συγκεκριμένη εφαρμογή. Σε αυτή την εργασία, ενδιαφερόμαστε για την βελτιστοποίηση σε σχέση με τον αριθμό των ατόμων στο συμπύκνωμα.

4.1 Η χρησιμότητα ενός συντελεστή ποιότητας

Από τα πρώτα χρόνια του BEC σε αραιά αέρια (πρώτη φορά το 1995 [15][16]) μέχρι σήμερα, υπήρξε μεγάλος αριθμός προσπαθειών για την επίτευξη συμπυκνωμάτων με όσο το

δυνατόν μεγαλύτερο αριθμό ατόμων. Ο στόχος αυτός προήλθε τόσο από θεωρητικό ενδιαφέρον όσο και για πρακτικούς λόγους. Στην πρώτη περίπτωση, μεγάλος αριθμός ατόμων οδηγεί βαθιά στην περιοχή Thomas-Fermi, όπου κυριαρχούν ισχυρές αλληλεπιδράσεις. Πολλά και ενδιαφέροντα φαινόμενα είναι δυνατόν να διερευνηθούν όταν είναι παρούσες ισχυρές αλληλεπιδράσεις. Επιπλέον, το όριο Thomas-Fermi προσφέρει μια εύκολη λύση για την εξίσωση Gross-Pitaevskii 1.24, όπως παρουσιάζεται στην Ενότητα 1.1.3, και ένα ανεστραμμένο παραβολικό προφίλ των συμπυκνωμένων ατόμων, όπως αναφέρεται στην ενότητα 3.1. Στην δεύτερη περίπτωση, πολλές εφαρμογές και ιδέες έχουν προταθεί οι οποίες απαιτούν ένα μεγάλο αριθμό ατόμων N_0 στο συμπύκνωμα. Λέιζερ ατόμων και μελέτες σχετικά με τη συνεκτικότητα του BEC [37] είναι μεταξύ αυτών, με ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την ομάδα μας.

Παρά τη σημασία τους για το σκοπό αυτό, μέχρι τώρα ήταν δύσκολο να βρεθούν οι κρίσιμες παράμετροι για τη μεγιστοποίηση του αριθμού των συμπυκνωμένων ατόμων. Στις περισσότερες περιπτώσεις, αυτή η μεγιστοποίηση βασίζεται σε δοκιμή και οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται συχνά παραμένουν αόριστες. Σε άλλες περιπτώσεις, οι ερευνητές υιοθετούν την πυκνότητα του χώρου φάσης (PSD) ως την κατάλληλη παράμετρο, η οποία με το να βελτιστοποιηθεί στα διάφορα στάδια της διαδικασίας οδηγεί στην μεγιστοποίηση του αριθμού των ατόμων στο συμπύκνωμα. Η προσέγγιση αυτή οδηγείται από το γεγονός ότι, λόγω της σχέσης 1.15, η οποία συνδέει την εμφάνιση BEC με την PSD , γίνεται η ιδανική παράμετρος για τη μέτρηση της εγγύτητας σε σχέση με το BEC και για την ταυτοποίηση του αν καποια διεργασία είναι ικανή να το φτάσει. Για παράδειγμα, η ψύξη με λέιζερ έχει προταθεί να είναι ανεπαρκής για τη συμπύκνωση, δεδομένου ότι αυξάνει την PSD μόνο έως και 6 τάξεις μεγέθους μικρότερη από την κρίσιμη τιμή για το BEC . Στο πλαίσιο αυτής της προσέγγισης, έχουν γίνει γνωστά πολλά δημοσιεύματα [91][92][93][94] και πολλές ομάδες χρησιμοποιούν την PSD για τη βελτιστοποίηση της διαδικασίας προς την N_0 .

Οστόσο, η PSD δεν είναι η κατάλληλη παράμετρος που αναζητούμε, προκειμένου να μεγιστοποιήσουμε τον αριθμό των συμπιεσμένων ατόμων. Αυτό γίνεται εμφανές από το γεγονός ότι, εξ ορισμού 1.14, η PSD δεν εξαρτάται άμεσα από τον απόλυτο αριθμό των ατόμων N , αλλά μάλλον από την πυκνότητα του νέφους (το N διαιρεμένο με το όγκο που καταλαμβάνει το νέφος). Ως αποτέλεσμα, η βελτιστοποίηση της PSD δεν εγγυάται τη βελτιστοποίηση του συνολικού αριθμού των ατόμων N και τελικά, όπως βλέπουμε στην επόμενη ενότητα, τη βελτιστοποίηση των N_0 . Με άλλα λόγια, έχοντας ως στόχο να μεγιστοποιήσει την PSD καθώς η διαδικασία συνεχίζεται, μπορεί κανείς να το επιτύχει με τη μείωση του όγκου του νέφους χωρίς κανένα κέρδος του αριθμού των ατόμων που είναι πραγματικά αυτό που μας ενδιαφέρει.

Παρ' όλα αυτά, η PSD όπως και παρόμοιες επιλογές για τον παράγοντα που επιθυμούμε, που εξαρτώνται τόσο από τον αριθμό των ατόμων και την πυκνότητα τους, έχουν ένα σημαντικό μειονέκτημα, το οποίο ακολουθεί και η PSD : την εξάρτησή τους από την φάση της διαδικασίας ψύξης. Αυτή η εξάρτηση μπορεί να εκφραστεί εύκολα αν κάποιος ισχυριστεί ότι η PSD δεν παραμένει σταθερή κατά τη διάρκειά της διαδικασίας. Στην πραγματικότητα, η PSD αυξάνεται κατά τη διάρκεια ψύξης με λέιζερ και της ψύξης με εξάτμιση. Ακόμα και όταν υποτίθεται ότι παραμένει σταθερή (κατά τη συμπίεση του νέφους στην III μαγνητική παγίδα), η μετατροπή της παγίδας από αρμονική σε γραμμική (βλέπε εικ.;;) οδηγεί σε αύξηση της πυκνότητας του χώρου φάσης, σύμφωνα με το [96][77]:

$$\frac{D_{p,\text{lin}}}{D_{p,\text{harm}}} = \frac{\exp\{E_{\text{lin}}/Nk_B T_{\text{lin}}\}}{\exp\{E_{\text{harm}}/Nk_B T_{\text{harm}}\}} \quad (4.1)$$

όπου ω E_{lin}/E_{harm} χαρακτηρίζεται η εσωτερική ενέργεια του αερίου στη γραμμική/αρμονική παγίδα που αλλάζει λόγω της μεταβολής της πυκνότητας των καταστάσεων του δυναμικού παγίδευσης. Ως αποτέλεσμα αυτής της αλλαγής στην PSD κατά τη διάρκεια της διαδικασίας, νέφη σε διαφορετικά στάδια ή ακόμα και σε διαφορετικές χρονικές στιγμές του ίδιου σταδίου δεν μπορούν εύκολα να συγχριθούν. Ωστόσο, η σύγκριση αυτή είναι ένα βασικό χαρακτηριστικό ώστε να γνωρίζουμε την αποτελεσματικότητα της διαδικασίας για τον τελικό στόχο της μεγιστοποίησης του αριθμού των ατόμων. Χωρίς αυτή την ικανότητα σύγκρισης, ακόμη και εάν γνωρίζουμε σε οποιοδήποτε σημείο της διαδικασίας πόσο κοντά είμαστε στο να φτάσουμε στο BEC (μετρώντας την απόλυτη τιμή της PSD και συγκρίνοντάς τη με την 1.15), δεν είμαστε σε θέση να αναφέρουμε τίποτα για την αποτελεσματικότητα αυτής της διαδικασίας και τη βελτιστοποίηση της. Είναι, λοιπόν, ανάγκη η ποσοτικοποίηση της διαδικασίας.

Το προηγούμενο επιχείρημα γίνεται ισχυρότερο, αν λάβουμε υπόψη ότι δεν μπορούμε να επιτύχουμε μια παγκόσμια βελτιστοποίηση για την PSD . Υπάρχουν δημοσιεύσεις [92][93] που δείχνουν ότι η μεγιστοποίηση της PSD στη MOT δεν συνεπάγεται εγγυημένη βελτιστοποίηση της λειτουργίας αντιστοίχισης και, κατά συνέπεια, κατά τη διάρκεια του νέφους στην μαγνητική παγίδα. Με άλλα λόγια, μια μικρότερη τιμή της PSD στη MOT θα μπορούσε να οδηγήσει σε μια καλύτερη τιμή της στην III παγίδα. Ακόμα κι αν δεν ήταν αυτή η περίπτωση, μπορούμε ακόμα να ισχυριστούμε ότι πρόκειται για ένα εξαιρετικά δύσκολο έργο να προσπαθήσουμε να βρουμε τη βέλτιστη πορεία για την ψύξη μέσω εξάτμισης που θα μεγιστοποιήσει την PSD .

Για όλα τα παραπάνω, μπορεί κανείς να αναζητήσει μια παράμετρο, που από τώρα και στο εξής θα την αποκαλούμε ως τον παράγοντα ποιότητας, η οποία παύει να διαθέτει αυτά τα μειονεκτήματα. Ειδικότερα, η πρώτη ιδιότητα, που πρέπει να έχει για να θεωρηθεί ως μια επιτυχημένη παράμετρος για τον σκοπό της βελτιστοποίησης, είναι η άμεση εξάρτησή της από τον αριθμό των ατόμων του συμπυκνώματος. Είναι σημαντικό αυτός ο παράγοντας ποιότητας να είναι αύξουσα συνάρτηση του αριθμού των συμπυκνωμένων ατόμων. Επιπλέον βοήθεια θα μας προσέφερε στην περίπτωση που αυτός ο παράγοντας θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για την έκφραση των άλλων σημαντικών φυσικών ποσοτήτων όπως η PSD .

Ο παράγοντας ποιότητας θα πρέπει επίσης να ποσοτικοποιεί το νέφος και το συμπύκνωμα σε διαφορετικές χρονικές στιγμές και φάσεις, ώστε να μας δοθεί η δυνατότητα σύγκρισης μεταξύ τους. Αυτή η ποσοτικοποίηση έρχεται σε δύο μέρη: τη σταθερή τιμή του συντελεστή ποιότητας κατά τη διάρκεια της όλης διαδικασίας και την ανεξαρτησία του από τις παραμέτρους της παγίδευσης. Στην πρώτη περίπτωση, ένας σταθερός παράγοντας ποιότητας μπορεί να προσφέρει τη δυνατότητα για τη σύγκριση νεφών σε διαφορετικές χρονικές στιγμές της διαδικασίας ψύξης σε περίπτωση που η διαδικασία αυτή εξελίσσεται όπως θα περίμενε κανείς. Αποκλίσεις από αυτήν τη σταθερότητα θα πρέπει να επισημαίνουν τυχόν παρεκκλίσεις από αυτή την ιδανική περίπτωση. Στην δεύτερη περίπτωση, η ανεξαρτησία από τις παραμέτρους παγίδευσης (δηλαδή το ελάχιστο του μαγνητικού πεδίου B_0 , την κλίση και την καμπυλότητα της μαγνητικής παγίδας) προσφέρει στον παράγοντα να λειτουργήσει ως μια παγκόσμια παράμετρο για τη σύγκριση νεφών και διαδικασιών σε διαφορετικές εκτελέσεις του πειράματος ή ακόμα και διαφορετικά πειράματα διαφορετικών εργαστηρίων.

4.2 Εξαγωγή του συντελεστή ποιότητας

Ύστερα από τη συζήτηση για τη σημασία ενός παράγοντα ποιότητας στην προσπάθειά μας για να ποσοτικοποιηθεί η ποιότητα του νέφους και να μεγιστοποιήθει ο αριθμός των ατόμων στο συμπύκνωμα, ο στόχος μας θα είναι να αποδείξουμε την ύπαρξη μιας μοναδικής τέτοιας παραμέτρου.

4.2.1 Ισοδυναμία της βελτιστοποίησης του αριθμού των συμπυκνωμένων ατόμων με τη βελτιστοποίηση του κρίσιμου αριθμού ατόμων

Ξεκινάμε με μια ουσιαστική δήλωση εργασίας: Η βελτιστοποίηση του αριθμού των συμπιεσμένων ατόμων, N_0 , τη στιγμή της παρατήρησης του συμπυκνώματος, μπορεί να αντικατασταθεί από την προσπάθεια βελτιστοποίησης του κρίσιμου αριθμού ατόμων, N_c , κατά τη στιγμή που μόλις εμφανίζεται το BEC. Η ισοδυναμία αυτή μπορεί να αποδειχθεί εν συντομίᾳ ως εξής.

Την προθέτουμε ότι η $t_0 = 0$ είναι η στιγμή που μόλις εμφανίζεται το BEC στην κρίσιμη θερμοκρασία $T(t_0 = 0) = T_c$ και στον κρίσιμο αριθμό ατόμων.

$$N(t_0 = 0) = N_{\text{th}}(t_0 = 0) = N_c \quad (4.2)$$

δεδομένου ότι σε αυτό το σημείο το συμπυκνωμένο μέρος $N_0(t_0 = 0)$ εξακολουθεί να είναι αμελητέο σε σύγκριση με τον θερμικό όρο N_{th} . Η ψύξη με εξάτμιση συνεχίζεται και μετά την εμφάνιση του συμπυκνώματος, μέχρι τη στιγμή t_f , όταν η χλιμακούμενη προς τα κάτω RF συχνότητα διακόπτεται. Την t_f , το τελικό συμπύκνωμα έχει δημιουργηθεί, με τις παραμέτρους του ως

$$\begin{aligned} N(t_f) &= N_0(t_f) + N_{\text{th}}(t_f) \\ T(t_f) &= T_f \end{aligned} \quad (4.3)$$

Στην Ενότητα 1.1.2 περιγράφαμε τη συμπεριφορά του συμπυκνώματος για την περίπτωση που το δυναμικό παγίδευσης είναι αρμονικό. Με το συνδυασμό των σχέσεων 1.18 και 1.19, μπορούμε τελικά να γράψουμε

$$N_0(t_f) = N(t_f) - \frac{\zeta(3)(k_B T_f)^3}{(\hbar\omega)^3} \frac{N(t_f)}{N_c} \quad (4.4)$$

ή χρησιμοποιώντας τη σχέση 4.3 παραπάνω

$$N_{\text{th}}(t_f) = \frac{\zeta(3)(k_B T_f)^3}{(\hbar\omega)^3} \frac{N_0(t_f) + N_{\text{th}}(t_f)}{N_c} \quad (4.5)$$

Επιπλέον, στο τμήμα 2.3.1.^o, όπου συζήτησαμε την ιδέα της ψύξης μέσω εξάτμισης, κάναμε την απαραίτητη υπόθεση ότι για μεγάλες τιμές της παραμέτρου η , τα υπόλοιπα άτομα στην παγίδα ακολουθούν μια εκθετική μείωση, η οποία διέπεται από την εξίσωση 2.44. Αυτή η υπόθεση θεωρείται δεδομένη στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας και ενισχύεται από τις

μετρήσεις μας, όπως αυτές που απεικονίζονται στο σχ. 2.8. Επιλύοντας αυτήν την εξίσωση, μπορεί κανείς να γράψει

$$\begin{aligned} N_{\text{th}}(t_f) &= N_{\text{th}}(t_0 = 0) e^{-t_f/\tau_{\text{ev}}} \\ &= N_c e^{-t_f/\tau_{\text{ev}}} \end{aligned} \quad (4.6)$$

με $\tau_{\text{ev}} = (n_0 \sigma_{\text{el}} v n e^{-\eta})^{-1}$ σύμφωνα με τη θεωρία του κεφαλαίου 3. Σε αυτό το σημείο, κάναμε τη λογική υπόθεση ότι μόνο τα άτομα από το θερμικό νέφος αποδρά από την παγίδα, καθώς η διαδικασία της ψύξης με εξάτμιση συνεχίζεται.

Ως αποτέλεσμα των παραπάνω, αντικαθιστώντας την εξίσωση 4.6 στην προηγούμενη εξίσωση 4.5 βρίσκουμε μια σχέση μεταξύ του χρίσμου αριθμού των ατόμων και του αριθμού των συμπυκνωμένων ατομών όταν οταν η εξάτμιση σταματήσει.

$$N_0(t_f) = \frac{(\hbar \omega)^3}{\zeta(3)(k_B T_f)^3} e^{-t_f/\tau_{\text{ev}}} N_c^2 - e^{-t_f/\tau_{\text{ev}}} N_c \quad (4.7)$$

Όταν περιγράψαμε προηγουμένως στο στάδιο της RF-ψύξης με εξάτμιση, δηλώσαμε ότι η τελική θερμοκρασία T_f καθορίζεται από τη χαμηλότερη τιμή των ραδιοσυχνοτήτων. Ως εκ τούτου, για μια ορισμένη τιμή της τελικής θερμοκρασίας, ο αριθμός των ατόμων στο συμπύκνωμα σχετίζεται με τον χρίσμο αριθμό των ατόμων μεσω μιας παραβολικης σχέσης, όπως δίδεται από την εξίσωση 4.7. Καθώς η N_c είναι μια θετική ποσότητα, η σχέση μεταξύ N_0 και N_c είναι αύξουσα και, ως εκ τούτου, η μέγιστη τιμή της N_c υποδηλώνει τη μέγιστη τιμή της N_0 .

4.2.2 Βασικές σχέσεις για την περιγραφή των διαδικασιών κατά την ΙΠ-παγίδευση

Στην προηγούμενη ενότητα, καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι η BEC βελτιστοποίηση σε σχέση με τον αριθμό των συμπυκνωμένων ατόμων μπορεί να επιτευχθεί εάν μεγιστοποιήσουμε τον χρίσμο αριθμό των ατόμων κατά την μόλις εμφάνιση του συμπυκνώματος.

Πριν από τη διερεύνηση της δυνατότητας για βελτιστοποίηση αυτής της ποσότητας με τη χρήση ενός συντελεστή ποιότητας, εκμεταλλευόμαστε τη συμπεριφορά της μαγνητικής παγίδας με σκοπό την εξαγωγή χρήσιμων τύπων για τη συνέχεια της συζήτησης. Από τώρα και στο εξής, θα συμβολίζουμε τις παραμέτρους σε ορισμένες χρίσμες στιγμές της διαδικασίας με τους δείκτες που δίνονται στον πίνακα 4.1. Κάθε παράμετρος με ένα δείκτη θα αναφέρεται στην αντίστοιχη στιγμή της διαδικασίας. Οι παράμετροι χωρίς δείκτες θα αναφέρονται σε μία μέτρηση σε οποιαδήποτε τυχαία στιγμή, χωρίς να ενδιαφερόμαστε αν είναι κατά τη λειτουργία αντιστοίχισης, κατά τη συμπίεση, την εξάτμιση ή μετά το BEC.

Subscript	Corresponding time of the process
o	at the end of the MOT
m	at the beginning of compression
e	at the beginning of evaporation
c	at the critical temperature

Σχήμα 4.1: Δείκτες σε διαφορετικές χρίσμες χρονικές στιγμές

Με αυτό κατά νου, χρησιμοποιώντας τα ουσιώδη αποτελέσματα των εξισώσεων 2.63 και 2.52 για τα στάδια της συμπίεσης και της εξάτμισης, αντίστοιχα, καθώς και τη μετατροπή της

παγίδας από αρμονική σε γραμμική και πίσω σε αρμονική καθώς η όλη διαδικασία συνεχίζεται μέχρι τον εκφυλισμό (βλ. ;), παίρνουμε:

Λειτουργία αντιστοίχισης. Στην ενότητα 2.3.2, όπου περιγράψαμε τη φόρτωση της παγίδας μετά τη MOT, υποθέσαμε ότι η λειτουργία αντιστοίχισης μπορεί να επιτευχθεί μόνο εάν η μαγνητική παγίδα είναι στην αρμονική περιοχή. Αυτή η υπόθεση πειραματικά πραγματοποιείται με την προσθήκη ενός μεγάλου offset μαγνητικού πεδίου στο τετραπολικό πεδίο, όπως ήδη συζητήθηκε στην ενότητα 2.3.1.B. Κοιτάζοντας την εικ. ;, μπορεί κανείς να ισχυριστεί ότι αυτή είναι η περίπτωση στα πειράματά μας. Για την περίπτωση μιας αρμονικής παγίδας, ισχύει $\frac{\mu_B B_0}{k_B T} \ll 1$ και ως εκ τούτου, η βασική σχέση 2.63 μπορεί να προσεγγιστεί από

$$\left(\frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^3 = \text{constant} \quad (4.8)$$

Το δυναμικό αυτό είναι αρμονικό και στο τέλος της λειτουργίας αντιστοίχισης, πριν λάβει χώρα η συμπίεση. Από την άλλη, στην ιδανική περίπτωση, ο αριθμός των ατόμων είναι σταθερός, καθώς άτομα δεν εγκαταλείπουν την παγίδα. Έτσι, οι βασικές σχέσεις που χαρακτηρίζουν τη λειτουργία αντιστοίχισης μπορούν να γραφτούν ως

$$\begin{aligned} \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^3 &= \left(\frac{k_B T_m}{\hbar \omega_m} \right)^3 = \text{constant} \\ N &= N_m = \text{constant} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Δεδομένου ότι ο αριθμός των ατόμων και η μέση συχνότητα παγίδευσης ω_m παραμένουν σταθερά κατά τη διάρκεια της λειτουργίας αντιστοίχισης, η θερμοκρασία επίσης δεν αλλάζει.

Αδιαβατική συμπίεση της παγίδας. Κατά την τελευταία παράγραφο της παραγράφου 2.3.2, συζητήσαμε την αναρμονικότητα της παγίδας κατά τη διάρκεια της φόρτωσης και της συμπίεσης της παγίδας και τη διαδικασία της ψύξης με εξάτμιση. Βρήκαμε εκεί ότι κατά τη διάρκεια της συμπίεσης, η παγίδα η οποία είναι αρχικά αρμονική τελικά μετατρέπεται σε γραμμική. Έτσι, η σχέση 4.8 ισχύει επίσης στην αρχή της συμπίεσης. Ωστόσο, καθώς η μέση τιμή της συχνότητας ω αυξάνεται, το δυναμικό παγίδευσης παύει να είναι καθαρά αρμονικό και ως εκ τούτου, η γενική μορφή της σχέσης 2.63 θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί. Επαναλαμβάνουμε για ευκολία:

$$\left(\frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^3 \left(1 + \frac{3k_B T}{2\mu_B B_0} \right) = \text{constant}. \quad (4.10)$$

Ωστόσο, στο τέλος της αδιαβατικής συμπίεσης, η παγίδα έχει την πλήρη μορφή μίας γραμμικής παγίδας, δηλαδή η θερμοκρασία είναι υψηλή σε σύγκριση με την τιμή του B_0 . Στην περίπτωση αυτή $\frac{\mu_B B_0}{k_B T} \gg 1$ και, ως εκ τούτου, η παραπάνω σχέση μπορεί να προσεγγιστεί από

$$\left(\frac{k_B T_e}{\hbar \omega_e} \right)^3 \frac{3k_B T_e}{2\mu_B B_{0e}} = \text{constant}. \quad (4.11)$$

Επιπλέον, υποθέτουμε ότι στην περίπτωση της ιδανικής συμπίεσης, ο αριθμός των ατόμων διατηρείται. Συνδυάζοντας τις 4.10 και εχ. 4.11, γράφουμε τις βασικές σχέσεις που ισχύουν κατά τη διάρκεια της συμπίεσης:

$$\left(\frac{k_B T_m}{\hbar \omega_m}\right)^3 = \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega}\right)^3 \left(1 + \frac{3k_B T}{2\mu_B B_0}\right) = \left(\frac{k_B T_e}{\hbar \omega_e}\right)^3 \frac{3k_B T_e}{2\mu_B B_{0e}} = c \quad (c : \text{const.}) \quad (4.12)$$

$$N_m = N = N_e = \text{const.}$$

Εξάτμιση του νέφους και το συμπύκνωμα Bose-Einstein Κατά τη διάρκεια της εξάτμισης, η ισχύς της παγίδας δε μεταβάλλεται, δηλαδή η συγχρότητα ω παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της διαδικασίας. Από την άλλη, υποθέτοντας ιδανικές συνθήκες που ειπώθηκαν στην Ενότητα 2.3.1 και με την επιπλέον πειραματική ένδειξη για τη σταθερότητα της παραμέτρου ξ , κάποιος μπορεί να υιοθετήσει τη σχέση 2.52 για την αρχή, το τέλος, ή κάποια τυχαία στιγμή της εξάτμισης. Συνεπώς, οι βασικές σχέσεις που ισχύουν σε αυτό το στάδιο είναι

$$\frac{T_e}{N_e^\xi} = \frac{T}{N^\xi} = \frac{T_c}{N_c^\xi} = \text{const.} \quad \omega_e = \omega = \omega_c = \text{const.} \quad (4.13)$$

Στην κρίσιμη θερμοκρασία, από την ;, μπορούμε να διακρινούμε ότι η III παγίδα μετατρέπεται ξανά σε μια αρμονική παγίδα. Είναι επομένως έγκυρο να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση 1.18 για ένα αρμονικό δυναμικό στην κρίσιμη θερμοκρασία. Γραμμένη με μια λίγο διαφορετική μορφή, παίρνουμε τη βασική σχέση για το συμπύκνωμα

$$N_c = \zeta(3) \left(\frac{k_B T_c}{\hbar \omega_c}\right)^3 \quad (4.14)$$

4.2.3 Εξαγωγή του παράγοντα ποιότητας στην III παγίδα

Στην ενότητα 4.2.1 δηλώσαμε ότι για να βελτιστοποιήσουμε τον αριθμό των συμπυκνωμένων ατόμων, μπορούμε εναλλακτικά να επιχειρήσουμε να μεγιστοποιήσουμε τον κρίσιμο αριθμό των θερμικών ατόμων ακριβώς τη στιγμή που εμφανίζεται το συμπύκνωμα. Ως εκ τούτου, είμαστε σε θέση να διερευνήσουμε την ύπαρξη του συντελεστή ποιότητας χρησιμοποιώντας ως αφετηρία αυτήν ακριβώς τη στιγμή, όταν BEC μόλις πραγματοποιείται στην κρίσιμη θερμοκρασία T_c . Σύμφωνα με την ανάλυση της προηγούμενης ενότητας, στην T_c ο αριθμός των ατόμων πληροί δύο συνθήκες: Από την πλευρά του συμπυκνώματος, ισχύει η σχέση 4.14, ενώ από την πλευρά της εξάτμισης η σχέση 4.13 είναι έγκυρη. Με το συνδυασμό των δύο αυτών σχέσεων, βρίσκει κανείς τη συσχέτιση μεταξύ της στιγμής κατά την έναρξη του BEC $\{N_c, T_c, \omega_c\}$ και οποιασδήποτε στιγμής κατά τη διάρκεια της εξάτμισης $\{N, T, \omega\}$:

$$N_c = \zeta(3) \left(\frac{k_B \left[\frac{N_c}{N}\right]^\xi}{\hbar \omega_c}\right)^3 \Rightarrow N_c = \zeta(3)^{1/(1-3\xi)} \left(N^\xi \frac{\hbar \omega}{k_B T}\right)^{3/(3\xi-1)} \quad (4.15)$$

και εφαρμόζοντάς την στην αρχή της εξάτμισης, όπου η συσχέτιση αυτή εξακολουθεί να ισχύει

$$N_c = \zeta(3)^{1/(1-3\xi)} \left(N_e^\xi \frac{\hbar \omega_e}{k_B T_e}\right)^{3/(3\xi-1)} \quad (4.16)$$

Ο παραπάνω τύπος εκφράζει τον χρίσμα αριθμό ατόμων ως συνάρτηση των ποσοτήτων (Θερμοκρασία, αριθμός ατόμων, παραμέτροι παγίδευσης) στην αρχή της εξάτμισης.

Πηγαίνοντας ακόμα πιο πίσω, θα προσπαθήσουμε να συνδέσουμε τον χρίσμα αριθμό των ατόμων με τη διαδικασία της συμπίεσης. Αυτό μπορεί να γίνει με την αξιοποίηση της στιγμής ακριβώς που η συμπίεση διακόπτεται προκειμένου να ξεκινήσει η εξατμιστική ψύξη. Εκείνη ακριβώς τη στιγμή, ισχύουν τόσο οι σχέσεις που περιγράφουν τη συμπίεση όσο κι αυτές για το στάδιο της ψύξης μέσω εξάτμισης, όπως προέκυψαν στην προηγούμενη ενότητα. Το βασικό σημείο είναι να εκφράσουμε τον όρο $N_e^{\xi} \frac{\hbar\omega_e}{k_B T_e}$, ο οποίος αποτελεί μέρος της σχέσης 4.16, ως συνάρτηση των ποσοτήτων (Θερμοκρασία, αριθμός ατόμων, παραμέτροι παγίδευσης) σε κάποια τυχαία στιγμή της συμπίεσης. Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις 4.12, μπορεί κανείς να εκφράσει αυτόν τον όρο ως συνάρτηση της σταθεράς c

$$\left(\frac{k_B T_e}{\hbar\omega_e} \right)^3 \frac{3k_B T_e}{2\mu_B B_{0e}} = c \Rightarrow N_e^{\xi} \frac{\hbar\omega_e}{k_B T_e} = N^{\xi} \left(\frac{3c^{-1}\hbar\omega_e}{2\mu_B B_{0e}} \right)^{1/4} \quad (4.17)$$

ή αντικαθιστώντας το c από τη σχέση 4.12, παίρνουμε τελικά

$$N_e^{\xi} \frac{\hbar\omega_e}{k_B T_e} = N^{\xi} \left(\frac{k_B T}{\hbar\omega} \right)^{-3/4} \left(1 + \frac{3k_B T}{2\mu_B B_0} \right)^{-1/4} \left(\frac{3\hbar\omega_e}{2\mu_B B_{0e}} \right)^{1/4} \quad (4.18)$$

Η παραπάνω ισότητα συνδέει τον αριθμό των ατόμων και τη θερμοκρασία όταν η εξατμιστική ψύξη αρχίζει με τις αντίστοιχες τιμές του αριθμού των ατόμων και της θερμοκρασίας σε οποιαδήποτε άλλη στιγμή κατά τη διάρκεια της συμπίεσης. Η αντικατάσταση αυτής της ισότητας 4.18 στον τύπο 4.16 που προβλέπει τον χρίσμα αριθμό των ατόμων, είναι άμεση:

$$N_c = \zeta(3)^{1/(1-3\xi)} \left(N^{\xi} \left[\left(\frac{k_B T}{\hbar\omega} \right)^3 \left(1 + \frac{3k_B T}{2\mu_B B_0} \right) \right]^{-1/4} \right)^{3/(3\xi-1)} \left(\frac{3\hbar\omega_e}{2\mu_B B_{0e}} \right)^{3/4(3\xi-1)} \quad (4.19)$$

Αυτή είναι η επιμυητή σχέση που συνδέει τον χρίσμα αριθμό ατόμων στο BEC με τις παραμέτρους $\{T, N, \omega, B_0\}$ σε οποιαδήποτε στιγμή κατά τη διάρκεια της συμπίεσης. Μπορούμε να αναφέρουμε την αναπόφευκτη παρουσία των παραμέτρων παγίδευσης (ω_e και B_{0e}) κατά την έναρξη της ψύξης με εξάτμιση. Η παρουσία αυτή μπορεί να ερμηνευθεί δηλώνοντας ότι, προκειμένου να προβλεφθεί ο χρίσμας αριθμός ατόμων, πρέπει κανείς να γνωρίζει την ακριβή κατάσταση της παγίδας όταν κάποιος σταματά την συμπίεση, ή με άλλα λόγια, να γνωρίζει τις αρχικές συνθήκες της εξάτμισης. Ένα τέτοιο αποτέλεσμα ήταν αναμενόμενο, δεδομένου ότι υπάρχει μια ισχυρή εξάρτηση της αποτελεσματικότητας της εξατμιστικής ψύξης από τον αρχικό ρυθμό ελαστικών κρούσεων στην αρχή της εξάτμισης.

Ο τύπος 4.19 μπορεί να χωριστεί σε δύο όρους: Την παράμετρο A , η οποία αντανακλά τις παραμέτρους της παγίδας στην αρχή της εξάτμισης και την παράμετρο Q , η οποία είναι συνάρτηση μόνο των παραμέτρων κατά τη μετρούμενη στιγμή. Ως εκ τούτου, ορίζουμε τους παράγοντες:

$$A = \zeta(3)^{1/(1-3\xi)} \left(\frac{3\hbar\omega_e}{2\mu_B B_{0e}} \right)^{3/4(3\xi-1)} \quad (4.20)$$

$$Q = \left(N^{\xi} \left[\left(\frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^3 \left(1 + \frac{3k_B T}{2\mu_B B_0} \right) \right]^{-1/4} \right)^{1/(3\xi-1)} \quad (4.21)$$

με τους οποίους ο κρίσιμος αριθμός ατόμων εκφράζεται ως

$$N_c = Q^3 A \quad (4.22)$$

Ο όρος A εξαρτάται από τις παραμέτρους παγίδευσης $\{\omega_e, B_{0e}\}$ στις αρχές της εξάτμισης και είναι ένα χαρακτηριστικό του γεγονότος ότι η παγίδα δεν είναι αρμονική εκείνη τη στιγμή¹. Καλούμε τον όρο A ως παράγοντα αναρμονικότητας της III παγίδας. Από την 4.22, και για τη μεγιστοποίηση του N_c , πρέπει να βρούμε τη μεγαλύτερη επιτεύξιμη τιμή του A . Συνδυάζοντας τις 2.28, εχ. 4.20 και το γεγονός ότι $\omega_e = (\omega_{\rho,e}^2 \omega_{z,e})^{1/3}$, μπορεί κάποιος να βρει:

$$A = A_0 \left[\frac{(a_e^2 \sqrt{\beta_e})^{1/3}}{B_{0e}^{4/3}} \right]^{3/4(3\xi-1)} \quad (4.25)$$

όπου

$$A_0 = \zeta(3)^{1/(1-3\xi)} \left(\frac{3\hbar}{3\mu_B} \right)^{3/4(3\xi-1)} \left(\frac{g_F m_F \mu_B}{m} \right)^{3/8(3\xi-1)} \quad (4.26)$$

Σε μια ποιοτική συζήτηση, ο όρος αναρμονικότητας εξαρτάται από την ποσότητα $a_e^2 \sqrt{\beta_e} / B_{0e}^4$. Μεγιστοποίηση του A σημαίνει την μεγιστοποίηση της τελικής κλίσης και της καμπυλότητας της παγίδας ακριβώς πριν από την εξάτμιση με την ταυτόχρονη μείωση του μαγνητικού πεδίου B_0 , κάτιο το οποίο είναι ακριβώς αυτό που συμβαίνει κατά τη διάρκεια της αδιαβατικής συμπίεσης. Κατά τη διάρκεια της συμπίεσης, η κλίση και η καμπυλότητα αυξάνονται στις μέγιστες τιμές που μπορούν να επιτευχθούν από τη διάταξη, ενώ, το B_0 μειώνεται μέχρι εκείνη την ελάχιστη τιμή που απαγορεύει την εμφάνιση των μαζικών απωλειών και τη διαψυγή των ατόμων, σύμφωνα με την εξ.2.22. Σημειώστε ότι η ελάχιστη τιμή του B_0 καθορίζεται από τις απώλειες Majorana.

Ο όρος αναρμονικότητας A εξαρτάται από τις παραμέτρους της παγίδευσης και, ως εκ τούτου, η μεγαλύτερη δυνατή τιμή του μπορεί να ρυθμιστεί με την προσαρμογή της υπάρχουσας

¹Για να δούμε ξεκάθαρα ότι ο όρος A εμφανίζεται στη σχέση 4.19 λόγω της γραμμικής φύσης του δυναμικού κατά τη διάρκεια των πρώτων σταδίων της εξάτμισης, εξετάζουμε την υποθετική περίπτωση κατά την οποία η παγίδα παραμένει αρμονική καθ' ολη τη διαδικασία που λαμβάνει χώρα στη μαγνητική παγίδα. Σε αυτό το υποθετικό σενάριο, η εξίσωση 4.13 που περιγράφει τη συμπεριφορά στη συμπίεση θα πρέπει να αντικατασταθεί από την ακόλουθη:

$$\left(\frac{k_B T_e}{\hbar \omega_e} \right)^3 = \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^3 = \left(\frac{k_B T_m}{\hbar \omega_m} \right)^3 = c \quad (4.23)$$

Με την αντικατάσταση της εξίσωσης αυτής στην 4.16 βρίσκει κανείς τη σχέση μεταξύ του κρίσιμου αριθμού ατόμων και της κατάστασης του νέφους στη συμπίεση

$$N_c = \zeta(3) \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^3 \quad (4.24)$$

η οποία είναι ανεξάρτητη από τις παραμέτρους παγίδευσης στην αρχή της εξάτμισης, αλλά εξαρτάται αποκλειστικά από την τυχαία στιγμή της συμπίεσης.

διάταξης. Από την άλλη, το Q είναι μια πιο σύνθετη παράμετρος η οποία καθορίζεται από τα διάφορα στάδια της ψύξης του νέφους: τη MOT που δίνει τις αρχικές τιμές των $\{N, T\}$, τη φόρτωση της III παγίδας που τροποποιεί τις τιμές των $\{N, T\}$ και ορίζει τις αρχικές συχνότητες, τη συμπίεση η οποία θα πρέπει να είναι αδιαβατική, προκειμένου το Q να είναι σταθερό, την εξάτμιση μέσω της παραμέτρου ξ . Έτσι, δεδομένου ότι το A παίρνει τη μέγιστη τιμή του, ο χρίσματος αριθμός ατόμων είναι συνάρτηση μόνο του Q . Η εξάρτηση αυτή μας δίνει τους βασικούς λόγους που καθιστούν το Q σημαντικό. Πρώτον, ο N_c είναι μια αύξουσα συνάρτηση του Q , όπως μπορεί κανείς να παρατηρήσει από την εξίσωση 4.22. Το γεγονός αυτό μπορεί αναμφισβήτητα να μας βοηθήσει με τη βελτιστοποίηση των διαδικασιών που οδηγούν στο συμπύκνωμα. Δεύτερον, το Q παραμένει σταθερό κατά τη διάρκεια της συμπίεσης, αν το ξ είναι σταθερό κατά την εξάτμιση και τα άτομα δεν μπορούν να διαφύγουν από την παγίδα καθ' όλη την αδιαβατική συμπίεση. Τρίτον, το Q είναι ανεξάρτητο από τις παραμέτρους παγίδευσης. Αυτές οι δύο ιδιότητες μαζί οδηγούν σε ποσοτικοποίηση του νέφους στη συμπίεση. Έτσι, το Q είναι πιθανώς μια σωστή υποψήφια παράμετρος για να είναι ο παράγοντας ποιότητας που φάχνουμε. Για να επιβεβαιώσουμε τον ισχυρισμό αυτό, πρέπει να εξετάσουμε τον τρόπο με τον οποίον το Q συμπεριφέρεται κατά τη διάρκεια της λειτουργίας αντιστοίχισης και της εξάτμισης. Στην περίπτωση που το Q παραμένει σταθερό κατά τα στάδια αυτά, μπορούμε να επιβεβαιώσουμε ότι η ποσότητα Q μπορεί να είναι ο παράγοντας ποιότητας μας.

Το Q στη λειτουργία αντιστοίχισης. Διερευνώντας τι συμβαίνει στην αρχή της συμπίεσης, από το σχ. ;; γνωρίζουμε ότι η παγίδα συμπεριφέρεται με αρμονικό τρόπο, $k_B T_m \ll \mu_B B_{0m}$ και, ως εκ τούτου, το Q μπορεί να προσεγγιστεί με επιτυχία από

$$Q_m = \left[N_m^\xi \left(\frac{k_B T_m}{\hbar \omega_m} \right)^{-3/4} \right]^{1/(3\xi-1)} \quad (4.27)$$

Πηγαίνοντας πίσω ακόμα περισσότερο στη λειτουργία αντιστοίχισης, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα εξαγόμενα αποτελέσματα 4.9 για να σχετίσουμε το Q_m με τις παραμέτρους του νέφους σε μια τυχαία μετρούμενη στιγμή της λειτουργίας αντιστοίχισης

$$Q_{latinm} = \left[N^\xi \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^{-3/4} \right]^{1/(3\xi-1)} \quad (4.28)$$

Ωστόσο, δεδομένου ότι η ισχύς και το αρμονικό προφίλ της παγίδας δεν αλλάζουν κατά τη διάρκεια της φόρτωσής της, μπορούμε τώρα να υποστηρίξουμε ότι το Q_m προσεγγίζει το Q , όπως αυτό ορίζεται από την εξ. 4.22 επίσης για το τυχαία μετρηθέν νέφος σε λειτουργία αντιστοίχισης και, ως εκ τούτου, το Q παραμένει σταθερό; κατά τη διάρκεια του σταδίου της αντιστοίχισης. Το παραπάνω αποτέλεσμα της σταθερότητας λειτουργεί καλά, τουλάχιστον μετά από τις πρώτες στιγμές της φόρτωσης και τον τελικό καθορισμό του αριθμού των ατόμων μετά τη MOT.

Το Q στην εξάτμιση. Στο αντίθετο όριο της συμπίεσης, όταν αρχίζει η ψύξη με εξάτμιση, η παγίδα III μετασχηματίζεται σε γραμμική. Για μια τέτοια παγίδα $k_B T_m \gg \mu_B B_{0m}$ και

στο τέλος της συμπίεσης το Q μπορεί να προσεγγιστεί από

$$\begin{aligned} Q_e &= \left(N_e^\xi \left[\left(\frac{k_B T_e}{\hbar \omega_e} \right)^3 \left(\frac{3k_B T_e}{2\mu_B B_{0e}} \right) \right]^{-1/4} \right)^{1/(3\xi-1)} \\ &= \left(\frac{N_e^\xi}{k_B T_e} \left(\frac{3}{2\hbar \omega_e^3 \mu_B B_{0e}} \right)^{-1/4} \right)^{1/(3\xi-1)} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Σύμφωνα με την ίδια επιχειρηματολογία όπως και στην περίπτωση της λειτουργίας αντιστοίχισης, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις 4.13 για να εκφράσουμε το Q_e σε σχέση με τις παραμέτρους του νέφους σε μια τυχαία στιγμή της ψύξης με εξάτμιση

$$Q_e = \left(\frac{N_e^\xi}{k_B T} \left(\frac{3}{2\hbar \omega^3 \mu_B B_0} \right)^{-1/4} \right)^{1/(3\xi-1)} \quad (4.30)$$

Είναι σαφές από την ανωτέρω συζήτηση ότι το Q_e είναι αμετάβλητο καθ' όλη τη διαδικασία της ψύξης με εξάτμιση. Ωστόσο, παίρνει ακριβώς την ίδια μορφή με το Q , όπως ορίζεται από την εξισωση 4.22, σε περίπτωση που το δυναμικό παγίδευσης είναι γραμμικό. Έτσι, το αρχικό Q παραμένει επίσης σταθερό κατά τη διάρκεια της εξάτμισης όσο η παγίδα παραμένει γραμμική. Από το σχ.;; μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι αυτό συμβαίνει μέχρι σχεδόν την εμφάνιση του BEC, όταν η παγίδα μετατρέπεται σε αρμονική. Ωστόσο, το ενδιαφέρον μας είναι χυρίως πριν από την εμφάνιση της συμπύκνωσης, δεδομένου ότι ο βασικός στόχος της παρούσας εργασίας είναι η προσπάθεια να ποσοτικοποιηθεί το νέφος για την βελτιστοποίηση της διαδικασίας και την επίτευξη του μέγιστου N_c .

Ως συμπέρασμα των ανωτέρω επιχειρημάτων, το Q της εξίσωσης 4.22 παραμένει ανεξάρτητο από τις παραμέτρους παγίδευσης της διάταξης, σε άμεση σύνδεση με την πρόβλεψη του N_c και σταθερό κατά τη διάρκεια της λειτουργίας αντιστοίχισης, τη συμπίεση και το μεγαλύτερο μέρος της διαδικασίας της εξάτμισης. Αυτές οι ιδιότητες μας οδηγούν να χρησιμοποιήσουμε αυτόν τον παράγοντα Q ως τον παράγοντα ποιότητας που χρειαζόμαστε για τη βελτιστοποίηση των διαδικασιών στην III μαγνητική παγίδα.

4.2.4 Επέκταση του συντελεστή ποιότητας στην MOT

Ο παράγοντας ποιότητας Q λειτουργεί καλά για τις διαδικασίες στη μαγνητική παγίδα. Σε αντίθεση με αυτό, κατά τη διάρκεια της ψύξης με λέιζερ, το Q δεν παραμένει σταθερό και ως εκ τούτου δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επιμυμητή ποσοτικοποίηση. Παρόλα αυτά, καταφέρνοντας να επεκτείνουμε αυτόν τον παράγοντα ποιότητας στην MOT, θα μπορούσε κανείς να κερδίσει μια καλύτερη εποπτεία της όλης διαδικασίας, χυρίως για δύο λόγους: Πρώτον, η ικανότητα να βελτιστοποιήσουμε με επαρκή τρόπο τα διαδοχικά βήματα της διαδικασίας της ψύξης με λέιζερ, η οποία λειτουργεί ως πηγή του νέφους για τη μαγνητική παγίδα. Δεύτερον, η δυνατότητα να ποσοτικοποιηθεί η λειτουργία αντιστοίχισης που συνδέει τη ψύξη με λέιζερ και τη ψύξη με εξάτμιση.

Για τους λόγους αυτούς, επεκτείνουμε τον ορισμό του συντελεστή ποιότητας στο τέλος της MOT. Για να γίνει αυτό, χρησιμοποιούμε το ισοδύναμο τύπο για το Q που ισχύει στη λειτουργία αντιστοίχισης, 4.28, για να καθορίσουμε το Q_o στη MOT.

$$Q_o = \left[N_o^\xi \left(\frac{k_B T_o}{\hbar \omega_o} \right)^{-3/4} \right]^{1/(3\xi-1)} \quad (4.31)$$

Στον παραπάνω τύπο $\omega_o = \omega_{\text{MOT}}$ είναι η εικονική συχνότητα της MOT, που ορίζεται ως 2.12, εάν κάποιος όμως μπορούσε να αντιστοιχεί ένα αρμονικό δυναμικό στις δυνάμεις που δρουν από το λέιζερ στα άτομα. Η επέκταση αυτή φαίνεται λογική, δεδομένου ότι στη λειτουργία αντιστοίχισης η παγίδα III λειτουργεί στην αρμονική περιοχή.

Η ποσότητα αυτή μπορεί επίσης να εκφραστεί αποκλειστικά από μετρηθείσες παραμέτρους, εάν κάποιος χρησιμοποιεί τη σχέση 3.41

$$Q_o = \left[N_o^\xi \left(\frac{\sqrt{k_B T_o(m\Delta x^2 - 2k_B T_o t_{\text{ToF}}^2)}}{\sqrt{2}\hbar} \right)^{-3/4} \right]^{1/(3\xi-1)} \quad (4.32)$$

Επαναλαμβάνουμε για άλλη μια φορά εδώ ότι το Q_o δεν μπορεί να θεωρηθεί ως μια σταθερή ποσότητα κατά τη διάρκεια της ψύξης με λέιζερ. Η σημασία του γίνεται προφανής όταν προσπαθήσουμε να το σχετίσουμε με την αντίστοιχη ποσότητα κατά τη διάρκεια των διαδικασιών στην μαγνητική παγίδα. Στο πλαίσιο αυτής της προσπάθειας, έχουμε υποθέσει την ιδανική λειτουργία αντιστοίχισης μεταξύ αυτών των δύο τεχνικών ψύξης, όπως περιγράφεται στην ενότητα 2.3.2, η οποία μπορεί να συνοψιστεί με τις συνθήκες

$$\begin{aligned} \omega_o &= \omega_m \\ T_o &= T_m \end{aligned} \quad (4.33)$$

Στην ίδια ενότητα, αναφέραμε ότι, στην ιδανική περίπτωση, η μεταφορά από τη MOT στη μαγνητική παγίδα οδηγεί στην παραμονή μόνο του 1/5 των παγιδευμένων ατόμων, λόγω της θεμελιώδους ιδιότητας των μαγνητικών παγίδων που μπορεί να περιορίσει άτομα μόνο στις ικανές για παγιδευση καταστάσεις. Στην περίπτωσή μας, μόνο η $\{F = 2, m_F = 2\}$ κατάσταση χρησιμοποιείται για την παγιδευση. Ως εκ τούτου, σε περίπτωση που η MOT και η παγίδα III είναι ιδανικά συζευγμένες, η σχέση μεταξύ του συντελεστή ποιότητας στη μαγνητική παγίδα και του Q_o στο τέλος της MOT μπορεί να γραφτεί ως

$$\frac{Q_o}{Q} = \frac{\left[N_o^\xi \left(\frac{k_B T_o}{\hbar \omega_o} \right)^{-3/4} \right]^{1/(3\xi-1)}}{\left[N_m^\xi \left(\frac{k_B T_m}{\hbar \omega_m} \right)^{-3/4} \right]^{1/(3\xi-1)}} = \left(\frac{N_o}{N_m} \right)^{\xi/(3\xi-1)} = 5^{\xi/(3\xi-1)} \quad (4.34)$$

Σε κάθε άλλη περίπτωση, $Q_o/Q > 5^{\xi/(3\xi-1)}$, δεδομένου ότι το νέθος θερμαίνεται και περισσότερα άτομα χάνονται από την παγίδα.

Η σημασία του Q_o είναι απλή. Κοιτάζοντας από την σκοπιά της βελτιστοποίησης της μαγνητικής παγίδας, η συνθήκη 4.34 είναι επαρκής για την ιδανική λειτουργία αντιστοίχισης.

Έτσι, για μια ορισμένη τιμή του Q_o , γινόμαστε ενήμεροι για τη μέγιστη τιμή του Q που μπορεί να επιτευχθεί με την μαγνητική παγίδα και ως αποτέλεσμα το μέγιστο χρίσμα αριθμό των ατόμων που μπορούμε να αποκτήσουμε εφόσον μεγιστοποιήσουμε και τις παραμέτρους παγίδευσης που υποστηρίζονται από τη διάταξή μας. Από την άλλη, ακριβώς λόγω αυτής της συνθήκης, το Q_o στο τέλος της MOT γίνεται η ιδανική παράμετρος που πρέπει να βελτιστοποιήσουμε, προκειμένου να είμαστε σε θέση να επιτύχουμε μια μεγαλύτερη τιμή του συντελεστή ποιότητας Q στην III παγίδα και, έτσι, ένα μεγαλύτερο χρίσμα αριθμό ατόμων.

Κεφάλαιο 5

Ιδιότητες του συντελεστή ποιότητας και πειραματική επαλήθευση

Στο προηγούμενο κεφάλαιο συζητήσαμε την ανάγκη εύρεσης μιας κατάλληλης παραμέτρου, την οποία ονομάσαμε συντελεστή ποιότητας, Q , για τον σκοπό της ποσοτικοποίησης του ατομικού νέφους και της βελτιστοποίησης της διαδικασίας της επίτευξης BEC σε σχέση με το μέγιστο εφικτό αριθμό ατόμων στο συμπύκνωμα. Έχουμε περιγράψει τις ιδιότητες που αυτός ο παράγοντας θα πρέπει να διαθέτει και παρήξαμε την παράμετρο Q , η οποία πληροί αυτές τις ιδιότητες κατά τη διάρκεια των διαδικασιών στην III μαγνητική παγίδα. Στο τρέχον κεφάλαιο θα αξιοποιήσουμε τη διαθέσιμη διάταξη της ομάδας μας, όπως περιγράφεται στο κεφάλαιο 2, για να επαληθεύσουμε την επιτυχία αυτού του παράγοντα ποιότητας πειραματικά και να εξερευνήσουμε το Q , τη συμπεριφορά του και τη χρησιμότητά του σε περισσότερο βάθος.

Έχουμε χωρίσει αυτό το κεφάλαιο σε τρία τμήματα. Στο πρώτο, αντιμετωπίζουμε το Q ως παράγοντα που ποσοτικοποιεί την ποιότητα του ατομικού νέφους στην παγίδα III, ενώ στις επόμενες δύο ενότητες θα συζητήσουμε τις κύριες συνέπειες αυτής της ποσοτικοποίησης, την πρόβλεψη και τη βελτιστοποίηση του κρίσμου αριθμού των ατόμων κατά τα διάφορα στάδια της διαδικασίας.

5.1 Ο συντελεστής ποιότητας και η ποσοτικοποίηση του νέφους

Η ποσοτικοποίηση του νέφους μας δίνει τη δυνατότητα να συγχρίνουμε την ποιότητα του όσον αφορά το στόχο μας -στην συγκεκριμένη περίπτωση την επίτευξη μεγάλων BEC- κατά τη διάρκεια διαφορετικών επαναλήψεων του ίδιου πειράματος, κατά τα διάφορα στάδια της διαδικασίας και κατά τη διάρκεια διαφορετικών διατάξεων που επιτυγχάνουν BEC. Αυτή η ποσοτικοποίηση μπορεί να επιτευχθεί με τη χρήση μιας παραμέτρου που έχει τις ιδιότητες να παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της δλης διαδικασίας, να είναι ανεξάρτητη από τις παραμέτρους της παγίδευσης -πάντα έχοντας κατά νου ότι μας ενδιαφέρει η III παγίδα- στην αρχή της εξάτμισης, αλλά και να έχει μια ρητή σχέση (αύξουσα ή φθίνουσα) με την ποιότητα

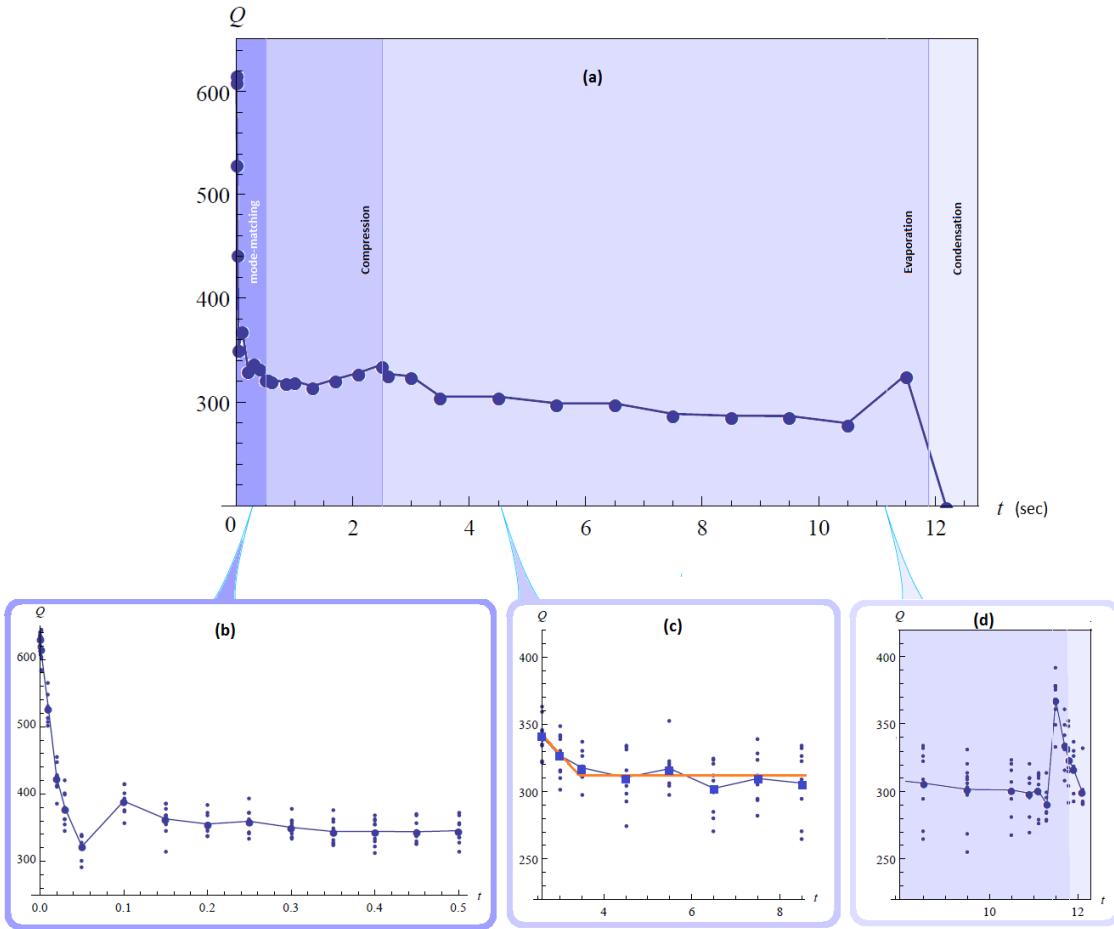
του νέφους. Ο τρόπος που προήλθε ο συντελεστής ποιότητας Q στο κεφάλαιο 4 εγγυάται θεωρητικά την ικανότητα της ποσοτικοποίησης του νέφους κατά τη διάρκεια της μαγνητικής παγίδευσης: φαίνεται να είναι σταθερός κατά τη διάρκεια της διαδικασίας, η εξάρτηση των παραμέτρων παγίδευσης μεταφέρονται μόνο με τον όρο αναρμονικότητας της εξίσωσης 4.22 και η ποιότητα του νέφους που μεταφράζεται στον χρίσμα αριθμό των ατόμων είναι αύξουσα σε σχέση με το Q . Θα πρέπει πάντα να έχουμε κατά νου ότι το Q λειτουργεί με επιτυχή τρόπο μόνο υπό συγκεκριμένες προϋποθέσεις, που επαναλαμβάνουμε εδώ: Το ατομικό νέφρος θεωρείται ιδανικό, η διαδικασία της συμπίεσης του νέφους υποτίθεται ότι είναι αδιαβατική και αναστρέψιμη και επίσης η εξατμιστική ψύξη ακολουθεί το γεγονός ότι η ξ παράμετρος παραμένει σταθερή.

Σε αυτή την ενότητα θα ερευνήσουμε πειραματικά τις ιδιότητες του συντελεστή ποιότητας που σχετίζονται με την ποσοτικοποίηση του νέφους, δηλαδή τη σταθερότητα, την ανεξαρτησία των παραμέτρων της παγίδευσης και την αύξουσα σχέση μεταξύ του Q και της ποιότητας του νέφους.

5.1.1 Η σταθερότητα του συντελεστή ποιότητας

Στο σχ.5.1(α) σχεδιάζουμε το συντελεστή ποιότητας σε όλη τη διαδικασία της ψύξης μέσω εξάτμισης μετά τη φόρτωση της μαγνητικής παγίδας III και την αδιαβατική συμπίεση του ατομικού νέφους. Για να υπολογίσουμε τον αριθμό των ατόμων και τη θερμοκρασία κατά τη διάρκεια οποιασδήποτε στιγμής, πραγματοποιήσαμε διάφορες επαναλήψεις της ίδιας διαδικασίας, αφήσαμε το νέφρος να εκτονωθεί ελεύθερα και να χρησιμοποιήσαμε τις τεχνικές time-of-flight και απεικόνισης με απορρόφηση, όπως περιγράφονται στο κεφάλαιο 3. Με αυτές τις ποσότητες υπολογισμένες, είναι κανείς σε θέση να εξάγει την τιμή του Q από την εξ.4.22 την ίδια χρονική στιγμή της διαδικασίας. Σε αυτό το σχήμα, κάθε μια από τις κουκκίδες αντιπροσωπεύει τη μέση τιμή του Q στο χρόνο t από τις διάφορες επαναλήψεις του ίδιου πειράματος, με τις ίδιες παραμέτρους παγίδευσης σε όλη τη διαδικασία. Η συγκεκριμένη πειραματική διαδικασία χαρακτηρίζεται από ένα διάστημα $0,5$ δευτερόλεπτων για την επίτευξη αντιστοίχισης με τις ίδιες τιμές των παραμέτρων παγίδευσης ($a = 85G/cm$, $b = 40G/cm^2$, $B_0 = 30G$), την ίδια διαδικασία συμπίεσης (που ολοκληρώνεται μετά από 2 δευτερόλεπτα με τις τελικές τιμές $a = 450G/cm$, $b = 240G/cm^2$, $B_0 = 0.5G$) και, τέλος, η ίδια εξάτμιση (10 δευτερόλεπτα γραμμική μείωση της συχνότητας από $50GHz$ έως περίπου $0,5GHz$). Υπό αυτές τις συνθήκες, αποκτήσαμε και την εικ.2.8 η οποία δίνει την σταθερή τιμή $\xi = 1,2$ κατά τη διάρκεια της εξάτμισης.

Το κύριο συμπέρασμα αυτής της απεικόνισης είναι ότι μπορούμε πειραματικά να επαληθεύσουμε τη σταθερότητα του Q κατά τα στάδια της λειτουργίας αντιστοίχισης, της συμπίεσης και της εξάτμισης. Παρόμοια αποτελέσματα μπορούν να βρεθούν αν μεταβάλλουμε τις παραμέτρους παγίδευσης ή/και τους χρόνους των διεργασιών, με τη μόνη διαφορά να είναι η τιμή του συντελεστή ποιότητας. Η συγκεκριμένη τιμή 320 στο πείραμα που απεικονίζεται δεν λέει τίποτα, εκτός και αν προσπαθούμε να το συνδέσουμε με την ποιότητα του νέφους. Ωστόσο, πριν από αυτήν τη σύνδεση, που φέρνει τη δυνατότητα της σύγκρισης, μας ενδιαφέρει να εξερευνήσουμε την συμπεριφορά του συντελεστή ποιότητας με μεγαλύτερη λεπτομέρεια. Αυτό οδηγείται από το γεγονός ότι υπάρχουν κάποιες αποκλίσεις από τη σταθερότητα σε ορισμένα κρίσιμα σημεία της διαδικασίας.



Σχήμα 5.1: (α) Η πειραματικά υπολογισμένη τιμή του συντελεστή ποιότητας ως συνάρτηση του χρόνου, κατά τη διάρκεια της λειτουργίας αντιστοίχισης, τη συμπίεση και τη ψύξη με εξάτμιση. Στη λειτουργία αντιστοίχισης οι παράμετροι παγίδευσης που χρησιμοποιούνται στα συγκεκριμένα πειράματα είναι: $a = 85G/cm$, $\beta = 40G/cm^2$ και $B_0 = 30G$. Μετά από 2 δευτερόλεπτα συμπίεσης του νέφους, μέχρι οι παράμετροι παγίδευσης να φύλασσουν τις τελικίες τιμές $a = 450G/cm$, $\beta = 240G/cm^2$ και $B_0 = 0.5G$, το τελικό στάδιο των 10 δευτερολέπτων της ψύξης με εξάτμιση λαμβάνει χώρα. Η τιμή του ξ υπολογίζεται να είναι 1.2 στο μεγαλύτερο διάστημα της εξάτμισης. Κατά το μεγαλύτερο μέρος ο παράγοντας ποιότητα παραμένει σταθερός, με τιμή 320. Ορισμένες διακυμάνσεις εμφανίζονται στα (β), (γ) και (δ). Στο (β) ο συντελεστής ποιότητας ξεκινά με τιμή 670, ραγδαία μειώνεται και τελικά μετά από 0.05 δευτερόλεπτα φτάνει στη σταθερή τιμή του. Η αιτία για μια τέτοια συμπεριφορά βρίσκεται στα υπόλοιπα άτομα που δεν παγίδευνται μετά τη MOT αλλά δεν έχουν προλάβει ακόμα να βρεθούν εκτός της παγίδας. Στο (γ) απεικονίζουμε τα πρώτα στάδια της ψύξης με εξάτμιση. Μια αρχική αύξηση του Q συνεπάγεται τη λανθασμένη υπολογιζόμενη τιμή των Q . Αυτό το λάθος οφείλεται σε λάνθασμένη τιμή του ξ . (δ) Η συμπεριφορά του Q κοντά και μετά το συμπύκνωμα. Οι απρόβλεπτες τιμές του σε αυτην την περιοχή είναι εκτός του πλαισίου της παρούσας εργασίας.

Στο σχ.5.1(β) βλέπουμε τη συμπεριφορά του Q κατά το στάδιο της λειτουργίας αντιστοίχισης. Κατά τις πρώτες στιγμές της φόρτωσης της μαγνητικής παγίδας, ο συντελεστής ποιότητας έχει πολύ μεγαλύτερη τιμή από εκείνη κατά τη διάρκεια της υπόλοιπης διαδικασίας. Καθώς η φόρτιση συνεχίζεται, το Q μειώνεται απότομα μέχρι την σταθερή τιμή του. Αυτή η

συμπεριφορά είναι απόλυτα προβλέψιμη και μπορεί να ερμηνευθεί από το γεγονός ότι μόνο η κατάσταση $\{F = 2, m_F = 2\}$ είναι μία κατάσταση παγίδευσης για τα άτομα. Λόγω αυτού του γεγονότος, ο αριθμός των ατόμων που παραμένουν παγίδευμένα μειώνεται κατά έναν παράγοντα 5, σε σύγκριση με το νέφος στη MOT. Ως εκ τούτου, εάν κάποιος εστιάζει την προσοχή του στις πρώτες στιγμές της φόρτωσης της μαγνητικής παγίδας, μπορεί να συμπεράνει ότι δεν έχουν προλάβει ακόμα όλα τα άτομα των μη παγίδευσιμων καταστάσεων να απομακρυνθούν, οδηγώντας σε αύξηση της τιμής του Q . Ακριβώς τη στιγμή της ενεργοποίησης της III παγίδας, όλα τα άτομα της MOT είναι παρόντα και με αναφορά στην εξίσωση 4.34, μπορούμε να βρούμε την θεωρητικά αναμενόμενη αρχική τιμή του συντελεστή ποιότητας με $\xi = 1, 2$

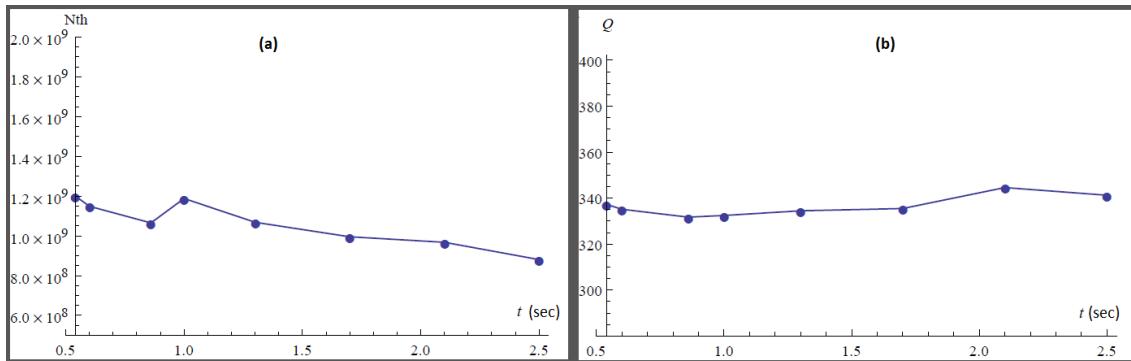
$$Q_{\text{initial}} = 5^{1.2/2.6} Q = 5^{1.2/2.6} \times 320 = 672 \quad (5.1)$$

Η παραπάνω τιμή είναι σε πλήρη συμφωνία με τα πειραματικά αποτελέσματα που φαίνονται στο Σχ.5.1(β). Από την ίδια εικόνα, μπορεί κανείς να συμπεράνει επίσης το χρόνο που χρειάζεται κανείς ώστε όλα τα μη παγίδευσιμα άτομα να ξεφύγουν από την παγίδα. Στην περίπτωσή μας, είναι σχεδόν 0.05 δευτερόλεπτα. Τελευταίο αλλά όχι λιγότερο σημαντικό, παρατηρούμε μια απροσδόκητη πτώση στην τιμή του Q λίγο πριν την σταθεροποίηση του. Αυτή είναι μια συμπεριφορά που απαντάται σε όλες σχεδόν τις επαναλήψεις του πειράματος με διάφορες τιμές των παραμέτρων παγίδευσης και είναι σήμερα ανεξήγητη.

Ένα άλλο κρίσιμο σημείο για τη συμπεριφορά του συντελεστή ποιότητας αποτελεί η αρχή της εξάτμισης. Σε αντίθεση με το υπόλοιπο αυτής της διαδικασίας, στα πρώτα στάδια της εξάτμισης το Q φαίνεται να έχει μια ελαφρώς μεγαλύτερη τιμή από τη σταθερή του. Στο σχ.5.1(γ) μπορούμε να δούμε ξεκάθαρα τη συμπεριφορά αυτή. Σε αντίθεση με ό, τι συμβαίνει στην αρχή της λειτουργίας αντιστοίχισης, αυτή η αστάθεια δεν συνοδεύεται από κάποια φυσική ερμηνεία. Αυτή η απροσδόκητη αύξηση εκφράζει απλώς το γεγονός ότι σε αυτό το στάδιο, ο παράγοντας ποιότητας δεν υπολογίζεται με το σωστό τρόπο. Για να το εξηγήσουμε αυτό, πρέπει κανείς να εξετάσει την εικ.2.8. Κατά τη συζήτηση αυτής της εικόνας, αναφέραμε το πειραματικό γεγονός ότι στην αρχή της ψύξης μέσω εξάτμισης το ξ έχει μικρότερη τιμή, πριν πάρει την τελική του $\xi = 1.2$. Ωστόσο, το Q στο σχ.5.1(γ) υπολογίζεται με την παραδοχή του $\xi = 1, 2$ παντού. Ως αποτέλεσμα αυτού, έχουμε υπερεκτιμήσει την τιμή του Q σε αυτήν την περιοχή και αυτός είναι ακριβώς ο λόγος για τον οποίο βλέπουμε μια αυξημένη και μεταβαλλόμενη τιμή, πριν την αποκατάσταση της τελικής $\xi = 1, 2$. Μετά από την αρχική εξάτμιση, το Q υπολογίζεται και πάλι με το σωστό τρόπο που δίνει τη σωστή τιμή και την σταθερότητα.

Στο σχ.5.1(δ) βλέπουμε την πειραματική συμπεριφορά του Q κοντά στην κρίσιμη θερμοκρασία T_c για την εμφάνιση BEC και μετά την πραγματοποίηση του. Ο παράγοντας ποιότητας, με τον τρόπο που προήλθε με αφετηρία τον κρίσιμο αριθμό των ατόμων, δεν εγγυάται οποιαδήποτε συμπεριφορά μετά από εκείνο το σημείο. Ωστόσο, για το σκοπό της παρούσας εργασίας μπορούμε να δηλώσουμε ότι δεν ενδιαφερόμαστε για τον παράγοντα ποιότητας στο συμπύκνωμα. Πειραματικά, μπορούμε να παρατηρήσουμε τα εξής: Κατά τη διάρκεια των τελευταίων σταδίων της ψύξης μέσω εξάτμισης πριν το BEC, μπορεί κανείς να διαχρίνει μια απότομη αύξηση στην τιμή του Q . Αυτή η συμπεριφορά μπορεί να ερμηνευθεί χρησιμοποιώντας το ίδιο επιχείρημα, όπως στην περίπτωση της έναρξης της εξάτμισης. Από το σχ.2.8, βλέπουμε μια πτώση του ξ στα τελευταία χιλιοστά του δευτερολέπτου της διαδικασίας, η οποία οδηγεί σε έναν υπερ-υπολογισμό του Q . Εκτός από αυτό, και ίσως ακόμη πιο σημαντικό, λίγο πριν από την εμφάνιση του συμμορφώματος, η παγίδα III μετατρέπεται και πάλι σε μια αρμονική παγίδα.

Στο κεφάλαιο 4, όταν εξήγαμε τον Q , παρατηρήσαμε ότι αυτός παραμένει σταθερός μέχρι τη στιγμή που η παγίδα γίνεται αρμονική. Αυτή είναι η περίπτωση κοντά στο συμπύκνωμα. Από την άλλη, μετά την εμφάνιση του BEC, μπορούμε να παρατηρήσουμε μια ταχεία μείωση της τιμής του Q . Στο σημείο αυτό ωστε πρέπει να κάνουμε μια σημαντική σημείωση. Η σημασία του συντελεστή ποιότητας ως παράμετρος για την πρόβλεψη του χρίσμου αριθμού ατόμων, για την ποσοτικοποίηση της διαδικασίας που οδηγεί σε BEC και για τη βελτιστοποίηση της διαδικασίας ισχύει ανεξάρτητα από την αλλαγή της συμπεριφοράς του μετά την πραγματοποίηση του συμπυκνώματος.



Σχήμα 5.2: (α) Ο αριθμός των ατόμων και (β) ο συντελεστής ποιότητας ως συνάρτηση του χρόνου κατά τη διαδικασία της αδιαβατικής συμπίεσης. Στη θεωρία, υποστηρίζαμε ότι με την παραδοχή ενός σταθερού αριθμού ατόμων, ο παράγοντας ποιότητας παραμένει επίσης σταθερός σε μια αδιαβατική και αντιστρεπτή συμπίεση του νέφουντος. Στα πειράματα, ο αριθμός των ατόμων μειώνεται καθώς η διαδικασία προχωράει, λόγω της πεπερασμένης διάρκειας ζωής της μαγνητικής παγίδας ή των ανελαστικών συγκρούσεων μεταξύ των ατόμων. Σε ορισμένες περιπτώσεις, όπως αυτή που απεικονίζεται εδώ, η μείωση αυτή φτάνει το 30% των ατόμων. Ωστόσο, η τιμή του συντελεστή ποιότητας δεν φαίνεται να είναι επιφρεπής σε τέτοιες αλλαγές.

Το βασικό συμπέρασμα της ανωτέρω συζήτησης, είναι ότι μπορούμε να υποθέσουμε το Q ως σταθερό κατά τη διάρκεια όλων των διεργασιών που λαμβάνουν χώρα στη μαγνητική παγίδα III. Αποκλίσεις αυτής της σταθερότητας οφείλονται στη διακοπή των βασικών υποθέσεων που δηλώσαμε με σκοπό την εξαγωγή του συντελεστή ποιότητας. Ωστόσο, ακόμη και χωρίς αυτές τις υποθέσεις να ισχύουν απόλυτα, το Q παραμένει αρκετά σταθερό. Μια τέτοια περίπτωση απεικονίζεται στο σχ. 5.2. Στο (α) βλέπουμε την εξέλιξη του αριθμού των ατόμων καθώς η συμπίεση συνεχίζεται, ενώ στο (β) την αντίστοιχη τιμή του συντελεστή ποιότητας. Κανείς μπορεί να αναφέρει ότι παρά τη σημαντική μείωση του αριθμού των ατόμων κατά περίπου 30%, η οποία είναι αντίθετη προς την ιδιαίτερη περίπτωση της αδιαβατικής συμπίεσης, το Q παραμένει σχεδόν σταθερό.

Επαλήθευση των μετρήσεων

Συζητώντας τη σταθερότητα του συντελεστή ποιότητας στη μαγνητική παγίδα, βρήκαμε ότι στην αρχή της ψύξης μέσω εξάτμισης το Q απεικονίζεται να είναι ασταθές εξαιτίας μιας λάθους υπόθεσης (στη συγκεκριμένη περίπτωση, ήταν ο λανθασμένος υπολογισμός του ξ). Η θεωρητική και πειραματική επαλήθευση της σταθερότητας του Q μπορεί να μας βοηθήσει στην επιβεβαίωση της ορθότητας διαφόρων μετρήσεων που λαμβάνονται από τα πειράματα ή

προκύπτουν ύστερα από την επεξεργασία των δεδομένων που λαμβάνονται. Με άλλα λόγια, ένα πιθανό αποτέλεσμα που θα δείχνει ότι ο παράγοντας ποιότητα δεν είναι σταθερός μπορεί να δείξει ότι οι μετρήσεις έρχονται με κάποια σφάλματα.

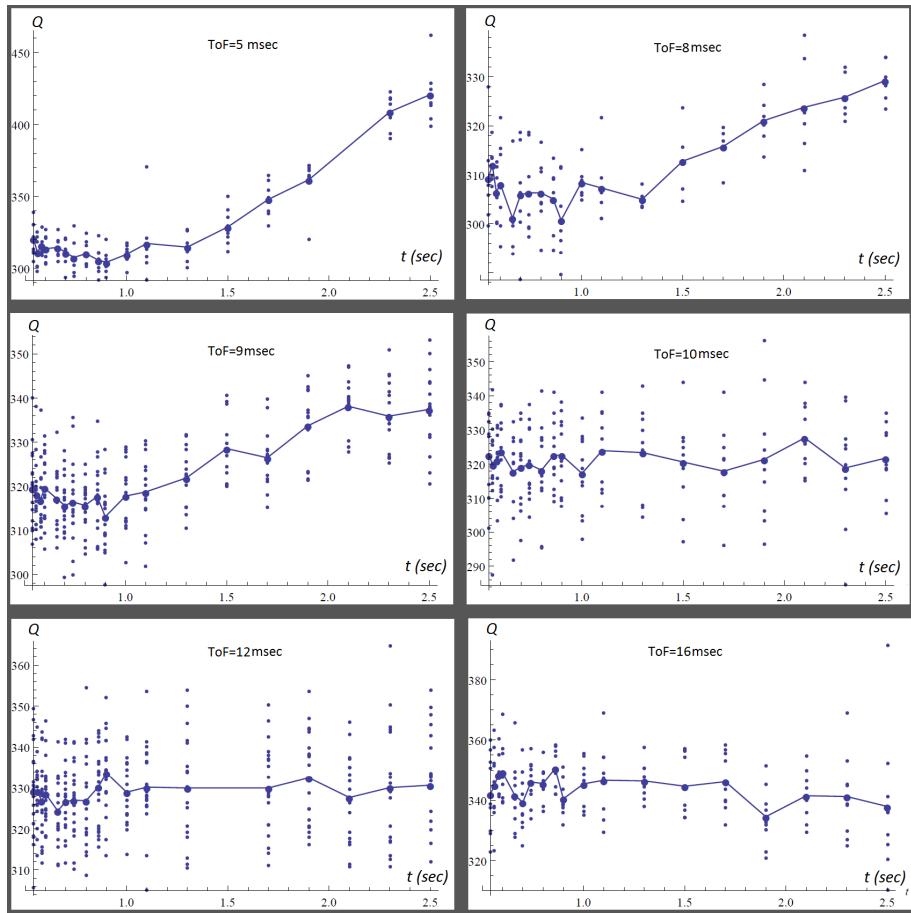
Ως παράδειγμα αυτής της χρησιμότητας του Q , στο σχ.5.3 σχεδιάζουμε τον συντελεστή ποιότητας κατά το στάδιο της συμπίεσης. Αυτό που είναι διαφορετικό στις διάφορες εικόνες είναι η διάρκεια της ελευθέρας διαστολής του νέφους πριν από τη λήψη της εικόνας, όπως περιγράφεται στο Κεφάλαιο 3. Για μικρούς χρόνους, το Q απεικονίζεται να μην είναι σταθερό, ενώ για μεγαλύτερους χρόνου η σταθερότητα αποκαθίσταται. Το αποτέλεσμα αυτό καθορίζει ένα όριο στον χρόνο για τη διαδικασία ToF που είμαστε σε θέση να χρησιμοποιήσουμε, καθώς είναι σαφές ότι για λιγότερο από 10 χιλιοστά του δευτερόλεπτου, ο συντελεστής ποιότητας δεν υπολογίζεται σωστά. Το πρόβλημα, βέβαια, έγκειται στον λανθασμένο υπολογισμό της θερμοκρασίας με τη διαδικασία που περιγράφεται στο κεφάλαιο 3, δεδομένου ότι σε αυτές τις περιπτώσεις με μικρό χρόνο, ο όρος $\Delta x_0^2 \ll \frac{2k_B T_x}{m} t_{ToF}^2$ που υποθέτουμε παύει να ισχύει, και ως αποτέλεσμα υπολογίζεται λανθασμένα ο Q .

5.1.2 Η Ανεξαρτησία του συντελεστή ποιότητας από τις παραμέτρους παγίδευσης

Μετά τη διερεύνηση της συμπεριφοράς του συντελεστή ποιότητας στο χρόνο και την επαλήθυευση της σταθερότητας του, είναι πλέον καιρός να διερευνήσουμε τη δεύτερη σημαντική ιδιότητα του Q που το καθιστά ιδανική παράμετρο για την ποσοτικοποίηση του νέφους: την ανεξαρτησία του από τις παραμέτρους της παγίδευσης, δηλαδή την κλίση, την καμπυλότητα του μαγνητικού πεδίου και το πεδίο πόλωσης B_0 , ακριβώς τη στιγμή που αρχίζει η εξάτμιση.

Προκειμένου να επιβεβαιώσουμε πειραματικά ότι η τιμή του συντελεστή ποιότητας εξαρτάται μόνο από την ποιότητα του νέφους και όχι από τις τιμές των παραμέτρων της III-παγίδευσης, πρέπει να δείξουμε ότι για το ίδιο νεφος, το Q παραμένει το ίδιο, ενώ αλλάζουν οι παράμετροι κατά την έναρξη της εξατμιστικής ψύξης. Στο σχ.5.4 δείχνουμε παραστατικά τι σημαίνει η παραπάνω φράση για την περίπτωση της μεταβολής του B_0 στο τέλος της συμπίεσης. Στα πειράματά μας το B_0 μειώνεται εκθετικά, όπως ήδη αναφέρθηκε, αλλά αυτό μπορεί να έχει μια πιο γενική εφαρμογή. Έχουμε σχεδιάσει δύο διαφορετικές τροχιές του πεδίου πόλωσης που οδηγούν σε δύο διαφορετικές τελικές τιμές B_{01} και B_{02} . Σε αυτό το συγκεκριμένο πείραμα, η ανεξαρτησία του Q από το B_0 επαληθύεύεται εάν ακολουθώντας την κόκκινη, την πράσινη ή άλλες διαδρομές, η τιμή του συντελεστή ποιότητας παραμένει σταθερή χωρίς καμία αλλαγή. Δύο συνθήκες θα πρέπει όλες αυτές οι τροχιές να ικανοποιούν προκειμένου να εξαχθούν αξιόπιστα αποτελέσματα σχετικά με την ανεξαρτησία αυτή: Τη διατήρηση της τιμής του ξ σε όλες αυτές τις διαφορετικές επαναλήψεις των πειραμάτων και την ισχύ της σχέσης $k_B T \gg \mu_B B_0$, έτσι ώστε η παγίδα να είναι γραμμική στην αρχή της ψύξης μέσω εξάτμισης. Θα πρέπει να αναφερθεί στο σημείο αυτό, ότι σε αντίθεση με το B_0 , οι άλλες παράμετροι παγίδευσης καθώς και ο χρόνος της συμπίεσης παρέμειναν τα ίδια σε όλες αυτές τις επαναλήψεις.

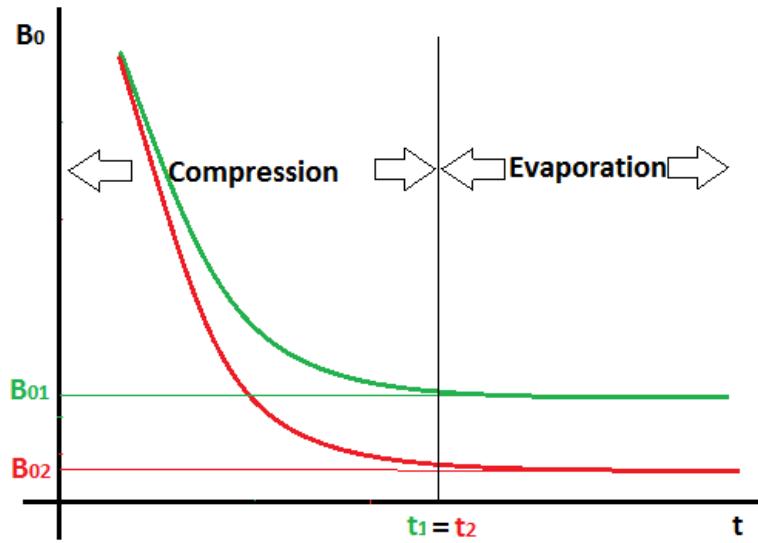
Τα πειραματικά αποτελέσματα αυτής της διαδικασίας απεικονίζεται στο σχ.5.5. Στο (α) σχεδιάζουμε το Q ως συνάρτηση του B_0 κατά τη διάρκεια της εξάτμισης. Δεσμεύουμε το τελικό B_0 σε μια περιοχή μικρών τιμών, έτσι ώστε η γραμμικότητα της παγίδας στην αρχή της εξάτμισης να παραμένει σε ισχύ. Κοιτάζοντας το σχήμα, παρατηρούμε ότι ο παράγοντας



Σχήμα 5.3: Ο συντελεστής ποιότητας ως συνάρτηση του χρόνου κατά τη διάρκεια της συμπίεσης. Κάθε σχήμα χαρακτηρίζεται από έναν διαφορετικό χρόνο πτήσης για την απεικόνιση του νέφους. Για μικρούς χρόνους το Q δείχνει να αυξάνεται με τον χρόνο, ενώ για μεγαλύτερους χρόνους η σταθερότητα του έχει αποκατασταθεί. Η κρίσιμη τιμή για το χρόνο πτήσης πριν ληφθεί η εικόνα φαίνεται να είναι 10 χιλιοστά του δευτερολέπτου. Αυτή η συμπεριφορά δεν έχει καμία σχέση με τη φυσική διαδικασία της συμπίεσης ή την έννοια του Q . Είναι μια ένδειξη για την ορθότητα των μετρήσεων. Για μικρούς χρόνους πτήσης, το νέφος είναι πυκνό και σύμφωνα με την ανάλυση στο κεφάλαιο 3 και ιδίως της εξ. 3.42 η θερμοκρασία δεν υπολογίζεται με το σωστό τρόπο. Αυτό είναι ένα παραδειγμα απροσδόκητης χρήσης του συντελεστή ποιότητας για την επαλήθευση της ακρίβειας των μετρήσεων.

ποιότητας δεν αλλάζει καθώς το B_0 μεταβάλλεται. Στο (γ) παρουσιάζεται η τιμή του ξ για κάθε μία από τις τελικές τιμές του B_0 . Γι' αυτό το διάστημα των τιμών του B_0 μεταξύ 0, 2G και 1.4G, το ξ παραμένει αμετάβλητο ($\xi \approx 1.15$). Συνδυάζοντας τις δύο εικόνες μπορούμε να δηλώσουμε ότι στην περίπτωση του B_0 , αν το ξ είναι σταθερό τότε το Q δεν εξαρτάται από το πεδίο πόλωσης. Τα ίδια αποτελέσματα μπορούν να εξαχθούν πειραματικά για τις περιπτώσεις της κλίσης και της καμπυλότητας του μαγνητικού πεδίου. Το βασικό αποτέλεσμα μπορεί να επιβεβαιωθεί πειραματικά: το Q είναι ανεξάρτητο από τις παραμέτρους παγίδευσης στην εξάτμιση.

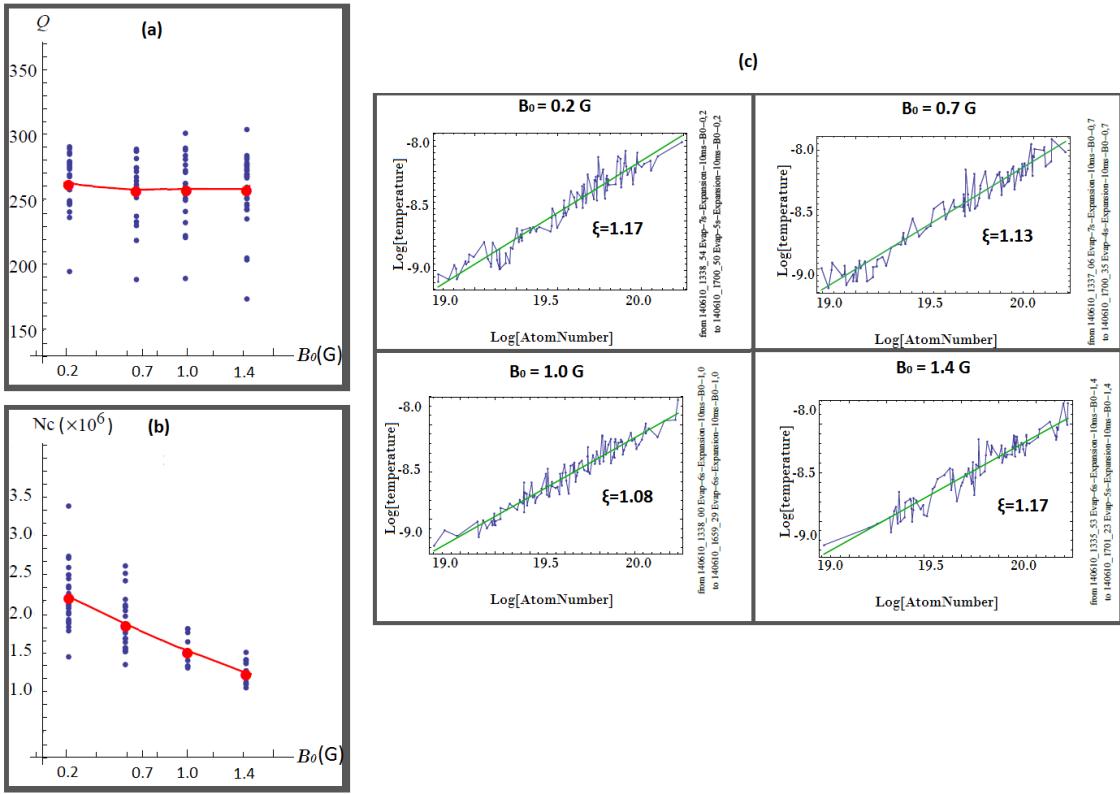
Από την άλλη, ο κρίσιμος αριθμός των ατόμων εξαρτάται από τις παραμέτρους παγίδευσης.



Σχήμα 5.4: Μια διαδικασία που μπορεί να συμβάλλει στην εξερεύνηση του θεωρητικού επιχειρήματος ότι ο παράγοντας ποιότητα είναι ανεξάρτητος από τις παραμέτρους παγίδευσης στην ψύξη μέσω εξάτμισης. Έχουμε τροποποιήσει μία από αυτές τις παραμέτρους παγίδευσης, στο συγκεκριμένο παράδειγμα το πεδίο πόλωσης, ενώ διατηρούμε σταθερές όλες τις υπόλοιπες. Μετά από μια διαφορετική τροχιά, το Q θα πρέπει να μεταβληθεί, εάν αυτό εξαρτάται από τη συγκεκριμένη παράμετρο παγίδευσης. Κάποιος πρέπει να είναι βέβαιος ότι ορισμένες συνθήκες παραμένουν σε ισχύ για αυτό το πείραμα: Πρώτον, η τιμή του ξ θα πρέπει να είναι η ίδια για όλες τις τροχιές, διότι μια διαφορετική τιμή του ξ αλλάζει και την τιμή του Q . Δεύτερον, στην αρχή της εξατμιστικής ψύξης, η παγίδα πρέπει να είναι γραμμική.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι ο όρος αναρμονικότητας στην 4.22 που προσφέρει αυτήν την εξάρτηση. Στο σχ. 5.5(β) απεικονίζουμε τον κρίσιμο αριθμό ατόμων για τις διάφορες τιμές του πεδίου πόλωσης. Όπως είναι αναμενόμενο και περιγράφεται στο κεφάλαιο 4, η χαμηλότερη τιμή των B_0 οδηγεί στη μεγαλύτερη τιμή του N_c . Επαναλαμβάνουμε για μια ακόμη φορά ότι υπάρχει ένα όριο για το συγκεκριμένο πεδίο πόλωσης, κάτω από το οποίο συμβαίνουν μαζικές μεταβολές του σπιν και τα άτομα ξεφεύγουν από την παγίδα. Η τιμή $B_0 = 0,2G$ είναι χοντά σε αυτό το όριο. Για τις περιπτώσεις της κλίσης και της καμπυλότητας της παγίδας στην εξάτμιση, τα πράγματα είναι ακόμα πιο σαφή. Ο μέγιστος αριθμός των ατόμων που μπορούμε να πετύχουμε επιτυγχάνεται με τις μέγιστες τιμές των a και β που μπορεί να προσφέρει η διάταξη.

Το Q ως απόλυτος παράγοντας για την ποιότητα των νεφών. Η ικανότητα του Q να είναι σταθερό και ανεξάρτητο από τις παραμέτρους παγίδευσης της III παγίδας μπορεί να μας βοηθήσει να συγκρίνουμε όχι μόνο την ποιότητα του νέφους, προκειμένου να δημιουργήσει μεγάλα BEC μεταξύ των πειραμάτων σε διαφορετικές χρονικές στιγμές ή φάσεις, αλλά και μεταξύ διαφορετικών διατάξεων και διαφορετικών ομάδων. Η μόνη προϋπόθεση για την εν λόγω σύγκριση είναι η παρουσία μιας III παγίδας. Στο παρακάτω σχήμα, η σύγκριση μεταξύ ορισμένων διάσημων πειραμάτων πραγματοποιείται.



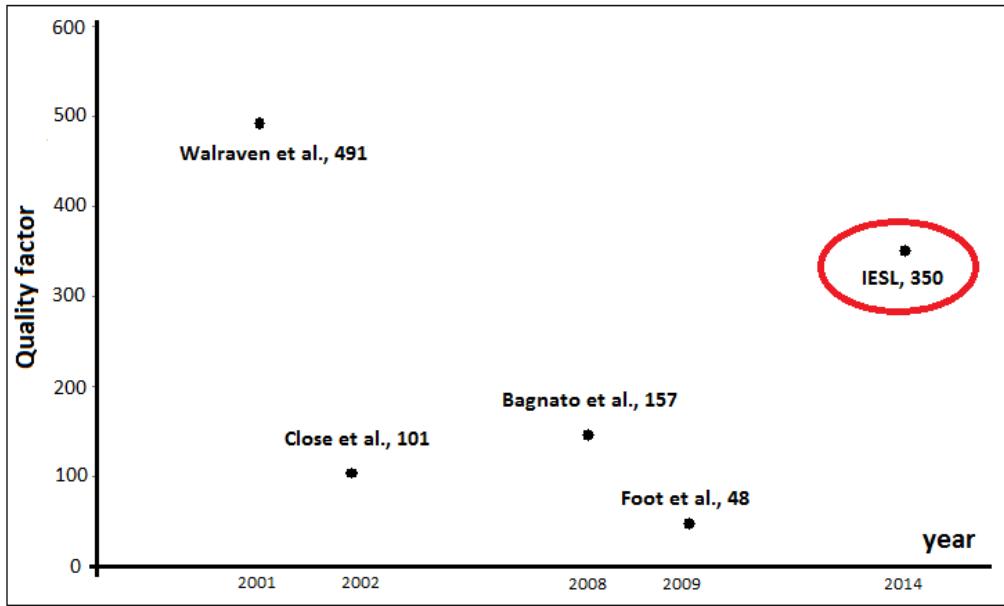
Σχήμα 5.5: (α) Το Q ως συνάρτηση του τελικού πεδίου πόλωσης B_0 . Επαναλήψεις του ίδιου πειράματος με τη μόνη διαφορά η τελική τιμή του πεδίου πόλωσης κατά την εξάτμιση. Για μικρότερες τιμές από $0,2G$, το νέφος οδηγείται σε μαζική απώλεια λόγω αλλαγής σπιν. Για πολύ μεγαλύτερες τιμές από $1,5G$, η παγίδα παύει να είναι γραμμική. Για ενδιάμεσες τιμές, ο συντελεστής ποιότητας παραμένει σταθερός. Το Q φαίνεται να είναι ανεξάρτητο από το πεδίο πόλωσης. (β) Η υπολογιζόμενος κρίσμος αριθμός ατόμων ως συνάρτηση του B_0 . Σε αντίθεση με τον παράγοντα ποιότητας, ο κρίσμος αριθμός των ατόμων εξαρτάται έντονα από τις παραμέτρους της παγίδευσης μέσω του όρου αναρμονικότητας. Όσο μικρότερη είναι η τιμή του πεδίου πόλωσης, τόσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του κρίσμου αριθμού ατόμων. (γ) Ο παραγόντας ξ για διάφορες τιμές του B_0 . Επαλήθυευση ότι η παράμετρος ξ παραμένει η ίδια καθώς αλλάζουμε το πεδίο πόλωσης μεταξύ $0,2G$ και $1.4G$.

5.2 Ο συντελεστής ποιότητας και η πρόβλεψη του κρίσμου αριθμού ατόμων

Η επιτυχημένη προσπάθεια να ποσοτικοποιηθεί η ποιότητα του νέφους στη μαγνητική ΙΠ παγίδα καθιστά δυνατόν να προβλεφθεί η κρίσμος αριθμός ατόμων, ακόμη και από τα πρώτα στάδια της διαδικασίας. Αυτή η δυνατότητα είναι ένας συνδυασμός της σταθερότητας του Q και της σχέσης του με τον κρίσμο αριθμό ατόμων μέσω της εξ. 4.22:

$$N_c = Q^3 A \quad (5.2)$$

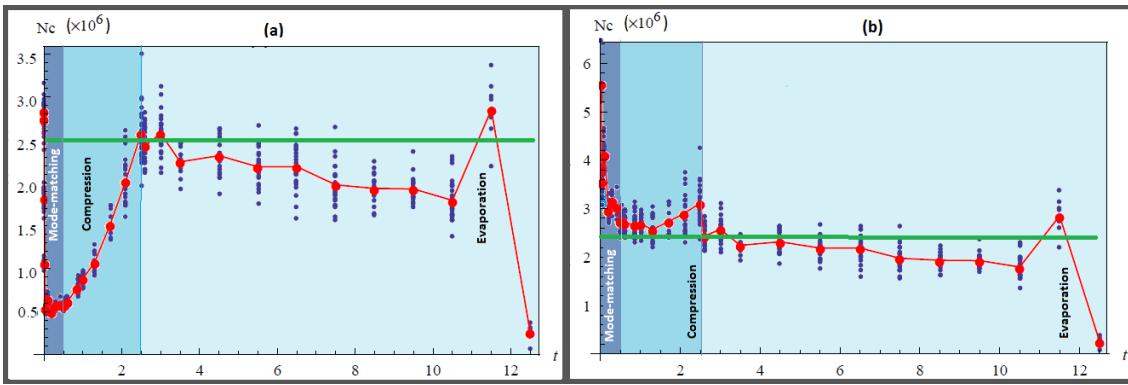
Έτσι, αν μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή του A σε αυτά τα αρχικά στάδια, μπορούμε επίσης να υπολογίσουμε και το N_c . Αυτή η τιμή του A εξαρτάται αποκλειστικά από τις παραμέτρους παγίδευσης στην αρχή της εξάτμισης, B_{0e} και ω_e .



Σχήμα 5.6: Ο συντελεστής ποιότητας, όπως υπολογίζεται από τις τιμές της θερμοκρασίας, των αριθμό ατόμων, την παράμετρο ξ και τις παραμέτρους παγίδευσης για κάποια διάσημα πειράματα που υλοποίησαν BEC. Για λεπτομέρειες σχετικά με αυτά τα πειράματα μπορεί κανείς να δει [89][75][74][76][36].

Θα επικεντρώσουμε πρώτα την προσοχή μας στην περίπτωση που η μέτρηση λαμβάνεται κατά τη διάρκεια μιας τυχαίας στιγμής στην ψύξη μέσω εξάτμισης. Σε αυτή την περίπτωση, ο όρος αναρμονικότητας A είναι γνωστός, δεδομένου ότι οι παράμετροι παγίδευσης παραμένουν αμετάβλητες σε όλη τη διαδικασία της εξάτμισης και, ως εκ τούτου, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις μετρούμενες τιμές των B_{0e} και ω_e για τον υπολογισμό του A . Ως αποτέλεσμα αυτού, εάν τα πειραματικά δεδομένα επιβεβαιώνουν την υπόθεσή μιας σταθερής τιμής για το ξ κατά τη διάρκεια της εξατμιστικής ψύξης, τότε ο χρίσμας αριθμός ατόμων μπορεί να προβλεφθεί από τα αρχικά στάδια της εξάτμισης με την αποκλειστική χρήση των μετρούμενων τιμών εκείνης της στιγμής που γίνεται μέτρηση. Στο σχ.5.7(α) σχεδιάζουμε την προβλεφθείσα τιμή του N_c , χρησιμοποιώντας μόνο τις μετρούμενες τιμές των παραμέτρων του νέφους $\{T, N\}$ και τις παραμέτρους παγίδευσης $\{B_0, \omega\}$, δηλαδή για τον υπολογισμό του A αντικαθιστούμε τα B_{0e} και ω_e με τις μετρούμενες τιμές B_0 και ω . Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε σε αυτό το σχήμα, κατά τη διάρκεια της ψύξης με εξάτμιση, η προβλεπόμενη τιμή των N_c είναι κοντά στην τελική τιμή του.

Διαφορετική είναι η περίπτωση όταν η μέτρηση λαμβάνεται κατά τη διάρκεια της συμπίεσης ή της φόρτωσης του νέφους στη μαγνητική παγίδα. Αυτό μπορεί να εξηγηθεί από το γεγονός ότι κανείς αγνοεί τις παραμέτρους παγίδευσης στην αρχή της εξάτμισης, εάν η μέτρηση λαμβάνεται σε πρώιμη στιγμή της διαδικασίας. Η αδυναμία αυτή απεικονίζεται στο σχήμα 5.7(α). Ο προβλεπόμενος χρίσμας αριθμός άτομων αποτυγχάνει στη λειτουργία αντιστοίχισης και τη συμπίεση εάν κάποιος χρησιμοποιεί μόνο τις μετρούμενες τιμές. Η εσυγκεκριμένη τιμή του N_c σε αυτό το σχήμα εκφράζει στην πραγματικότητα την πρόβλεψη του χρίσμου αριθμού ατόμων στην υποθετική περίπτωση που η εξάτμιση ξεκινά σε αυτή τη συγκεκριμένη στιγμή με



Σχήμα 5.7: (α) Η πρόβλεψη του κρίσιμου αριθμού ατόμων με τη χρήση των μετρούμενων τιμών των παραμέτρων του νέφους (αριθμός ατόμων, ϑερμοκρασία) και τις μετρούμενες τιμές των παραμέτρων παγίδευσης (συχνότητα, πεδίο πόλωσης). Με κόκκινες κουκκίδες αντιπροσωπεύονται οι προβλεπόμενες τιμές του κρίσιμου αριθμού, ενώ η πράσινη γραμμή δηλώνει την πραγματική μετρούμενη τιμή του N_c όταν εμφανίζεται το συμπύκνωμα. Αυτή η πρόβλεψη είναι επιτυχής κατά τη διάρκεια της εξατμιστικής ψύξης, ακόμη και από την αρχή της, αλλά αποτυγχάνει στη φόρτωση και τη συμπίεση της παγίδας III. Η συμπεριφορά αυτή οφείλεται στο σημαντικό ρόλο των παραμέτρων παγίδευσης στην αρχή της ψύξης μέσω εξάτμισης, που δεν λαμβάνονται υπόψη σε αυτό το διάγραμμα. (β) Το ίδιο διάγραμμα όπως στο (α) με τη μόνη διαφορά την αντικατάσταση των μετρηθείσων παραμέτρων παγίδευσης με αυτές στην αρχή της εξάτμισης. Η πρόβλεψη δεν αποτυγχάνει τώρα ούτε στη συμπίεση, ούτε στη λειτουργία αντιστοίχισης.

την ταυτόχρονη παύση της συμπίεσης. Από την άλλη, στην εικ. 5.7(β) έχουμε σχεδιάσει την πρόβλεψη για το N_c με την πρόσθετη γνώση των παραμέτρων της παγίδευσης στην αρχή της εξάτμισης. Για να υπολογίσουμε την τιμή των N_c σε αυτό το σχήμα, υπολογίζουμε το A με χρήση των τιμών B_{0e} και ω_e . Αυτή η αντικατάσταση μπορεί να επιτευχθεί μόνο αν είμαστε ενήμεροι για τις τελικές τιμές των παραμέτρων. Ωστόσο, αυτό είναι λογικό, δεδομένου ότι με στόχο να μεγιστοποιήσουμε το N_c , χανείς συμπιέζει το νέφος μέχρι το όριό του, όπως αυτό προσδιορίζεται από την συσκευή που χρησιμοποιείται και την προϋπόθεση για την αποφυγή της μαζικής απωλειας των ατόμων λόγω αλλαγής σπιν. Ο κρίσιμος αριθμός ατόμων σε αυτή την περίπτωση προβλέπεται με επιτυχία ακόμη και από τα πρώτα στάδια της φόρτωσης του νέφους στην παγίδα.

5.3 Ο συντελεστής ποιότητας και η βελτιστοποίηση της διαδικασίας

Μια άλλη σημαντική συνέπεια της ποσοτικοποίησης του ατομικού νέφους στη μαγνητική III παγίδα, εκτός από την πρόβλεψη του κρίσιμου αριθμού ατόμων ακόμη και από τα πρώτα στάδια, είναι η δυνατότητα να βελτιώσουμε ή ακόμη και να μεγιστοποίησουμε υπό ορισμένες συνθήκες αυτό τον αριθμό. Αυτή η βελτιστοποίηση της διαδικασίας για την παρασκευή του BEC και η ποιότητα του νέφους συνδέονται μεσω του γεγονότος ότι ο παράγοντας ποιότητας είναι μία γνησίως αύξουσα συνάρτηση της ικανότητάς του νέφους να προκαλέσει μεγάλο συμπύκνωμα. Έτσι, με τη βελτιστοποίηση του Q , μπορεί κανείς να μεγιστοποιήσει τον κρίσιμο αριθμό ατόμων. Αυτή η βελτίωση μπορεί να επιτευχθεί κατά τη διάρκεια της MOT (ακόμη και

αν το Q δεν ορίζεται ως σταθερό σε αυτή τη διαδικασία), κατά τη φόρτωση και την συμπίεση του νέφους και, τέλος, κατά τη διάρκεια της ψύξης με εξάτμιση.

Η πρόθεση της παρούσας εργασίας δεν είναι μια λεπτομερής μελέτη για την βελτιστοποίηση του Q και ως αποτέλεσμα του N_c σε σχέση με κάθε παράμετρο που επηρεάζει τη διαδικασία, αλλά μάλλον να αναφέρουμε κάποια βασικά αποτελέσματα που περιγράφουν την επιτυχία αυτής της βελτιστοποίησης και τη συμπεριφορά της διαδικασίας που οδηγεί στο συμπύκνωμα. Μια τελική παρατήρηση πριν από την παρουσίαση των αποτελεσμάτων: 'Όπως ήδη αναφέρθηκε, η διαδικασία της εξάτμισης περιγράφεται από την τιμή του ξ ως προς το στόχο μας για τη βελτιστοποίηση, όσο η παράμετρος αυτή παραμένει σταθερή σε όλη τη διαδικασία της ψύξης. Ο παράγοντας ποιότητας είναι μια γνησίως αύξουσα συνάρτηση αυτής της παραμέτρου ξ . Ως εκ τούτου, η βελτιστοποίηση της διαδικασίας τελικά μεταφέρεται στη βελτιστοποίηση του ξ , μια προσπάθεια που είναι έξω από το πεδίο εφαρμογής της παρούσας εργασίας. Η βέλτιστη τιμή του ξ που καταφέραμε να πάρουμε πειραματικά είναι ή που χρησιμοποιείται σε όλα τα αποτελέσματα που αναφέρουμε, $\xi = 1, 2$.

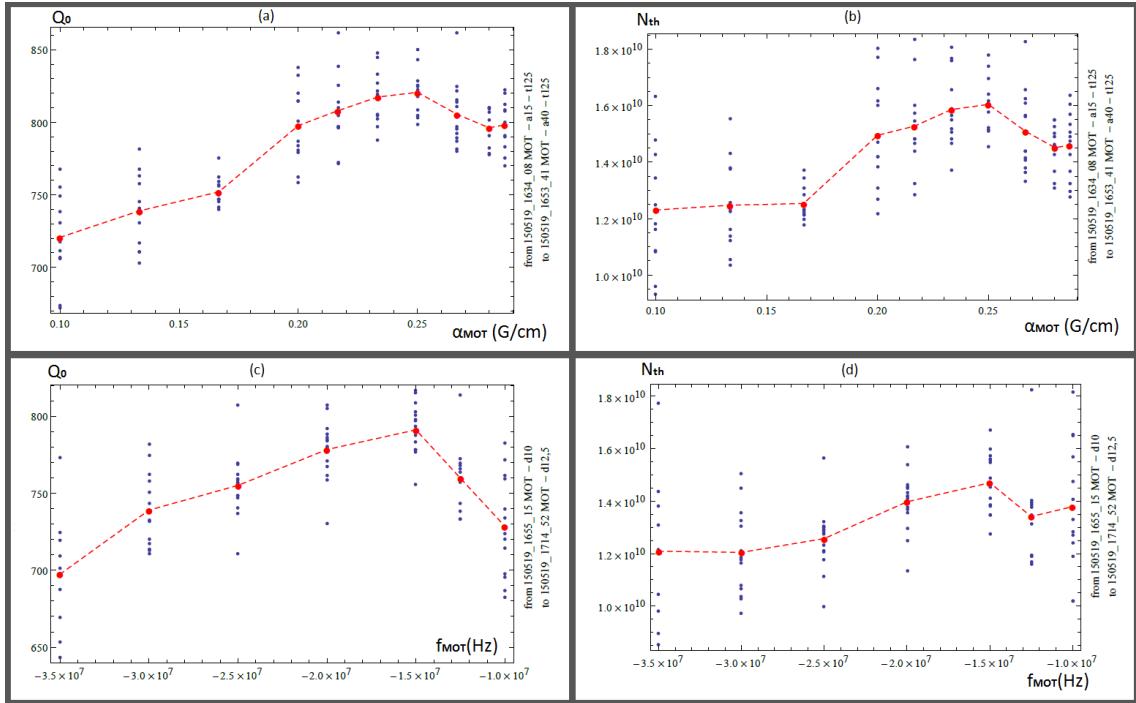
5.3.1 Ο συντελεστής ποιότητας και η βελτίωση της MOT

Αν και ο παράγοντας ποιότητας δεν έχει φυσική έννοια κατά το στάδιο της ψύξης με λέιζερ, την επέκταση του Q_o στο τέλος της MOT, όπως περιγράφεται στην ενότητα 4.2.4 είναι εξαιρετικά σημαντική. Αυτή η τιμή του Q_o στο τέλος της MOT καθορίζει την ύπαρξη ενός μεγίστου στο Q στη μαγνητική παγίδα και, ως εκ τούτου, ένα μέγιστο στην ποιότητα του νέφους. Χρησιμοποιώντας την εξίσωση 4.34, μπορεί κανείς να βρει τη βέλτιστη τιμή του Q για μια δεδομένη τιμή του Q_o . Αυτή η βέλτιστη τιμή μπορεί να επιτευχθεί όχι μόνο με βάση τη διαδικασία αντιστοίχισης, αλλά και επιλέγοντας την καλύτερη πορεία της συμπίεσης. Η μόνη ελευθερία που απομένει, μετά τον προσδιορισμό του Q_o , για να αυξηθεί η μέγιστη επιτεύξιμη τιμή του Q παραμένει η δυνατότητα αύξησης του ξ . Ως εκ τούτου, ακόμη και αν δεν μπορούμε να μετρήσουμε την ικανότητα του νέφους σε οποιαδήποτε τυχαία στιγμή κατά τη διάρκεια της MOT, η τελική τιμή του Q_o μας πληροφορεί σχετικά με τις συνολικές προοπτικές της ποιότητάς του.

Θεωρητικά, δεν υπάρχει όριο στην τιμή του Q_o . Ο μόνος περιορισμός έγκειται στους περιορισμούς της διάταξης. Αυτός είναι ο λόγος που δεν αναφερόμαστε στην έρευνα αυτή του Q_o ως τη βελτιστοποίηση αλλά τη βελτίωση της διαδικασίας της MOT.

Στο σχ. 5.8 (α) και (β), απεικονίζουμε το Q_o και τον αριθμό των θερμικών ατόμων αντίστοιχα μετά το στάδιο της CMOT ως συνάρτηση της κλίσης του μαγνητικού πεδίου που εφαρμόζεται στα μεγάλα Ioffe πηγία κατά τη διάρκεια της διεργασίας της MOT πριν από τη συμπίεση. Στο (α) βλέπουμε ότι η μέγιστη επιτεύξιμη τιμή του Q_o είναι σχεδόν 820 για την περίπτωση όπου $a_{MOT} = 25G/cm$. Όλες οι άλλες παράμετροι της III παραμένουν σταθερές στις τιμές, όπως αυτές που δημιουργούν τα νέφη σε όλες τις προηγούμενες γραφικές παραστάσεις και τα αποτελέσματα. Στο σχ. 5.8 (γ) και (δ), μια παρόμοια αναπαράσταση του Q_o εμφανίζεται ως συνάρτηση του αποσυντονισμού της MOT.

Κοιτάζοντας τις δύο αυτές περιπτώσεις, μπορούμε να δούμε ότι η μεγιστοποίηση του Q συμβαίνει στις ίδιες τιμές της a_{MOT} και f_{MOT} κατά τις οποίες μεγιστοποιείται και ο τελικός αριθμός ατόμων μετά την όλη διαδικασία ψύξης με λέιζερ. Το γεγονός αυτό μπορεί να ενισχύσει τον ισχυρισμό ότι μπορούμε να βελτιστοποιήσουμε τον αριθμό των ατόμων, αντί του Q_o



Σχήμα 5.8: (α)-(β) Η συμπεριφορά του (α) παράγοντα ποιότητας και (β) του αριθμού των ατόμων στο τέλος της ψύξης λέιζερ ως συνάρτηση της κλίσης της MOT πριν από το στάδιο της συμπιεσμένης MOT και της οπτικής μελάσσας. Και τα δύο αυτά μεγέθη έχουν ένα μέγιστο για $\alpha_{MOT} = 25 G/cm$. Σε αυτή την περίπτωση, φάνεται να ισχύει μιας αντικατάσταση του συντελεστή ποιότητας από τον αριθμό των ατόμων ως παράμετρο που θα πρέπει να εξετάσουμε για τη βελτιστοποίηση. (γ)-(δ) Η (γ) συμπεριφορά του συντελεστή ποιότητας και (δ) του αριθμού των ατόμων μετά το στάδιο της MOT ως συνάρτηση του αποσυντονισμού της MOT. Σε αυτήν την περίπτωση, η αντικατάσταση δεν επιτρέπεται, και το Q παραμένει ο κατάλληλος παράγοντας για τη βελτιστοποίηση.

και του Q στη μαγνητική παγίδα, προκειμένου να βελτιστοποιήσουμε τον χρίσιμο αριθμό ατόμων. Οι ισχυρισμοί αυτοί, ωστόσο, φάίνεται να μην είναι έγκυροι. Η αιτιολόγηση αυτής της μη εγκυρότητας μπορεί να βρεθεί στα ίδια διαγράμματα. Παρατηρώντας, για παράδειγμα, την περίπτωση του αποσυντονισμού της MOT, μπορούμε να δούμε ότι για $f_{MOT} = -12.5 MHz$ η τιμή του Q_0 είναι πολύ μεγαλύτερη από ό, τι για $f_{MOT} = -10 MHz$. Από την άλλη πλευρά, αυτό δεν είναι αλήθεια για την τιμή του αριθμού των ατόμων. Επιπλέον, κοιτάζοντας και πάλι στην περίπτωση του αποσυντονισμού της MOT, μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι, για αποσυντονισμούς στην περιοχή μεταξύ $-25 MHz$ και $-35 MHz$, ο αριθμός των ατόμων παραμένει σχεδόν σταθερός, ενώ το Q_0 έχει μια μεταβαλλόμενη τιμή η οποία δε φαίνεται τυχαία. Μια παρόμοια συμπεριφορά φαίνεται στην περίπτωση της αλλαγής της κλίσης. Κάθε αξίωση για τη βελτιστοποίηση του αριθμού των ατόμων δεν λαμβάνει υπόψη τη μεταβολή της θερμοκρασίας κάτω από τις αλλαγές των διαφόρων παραμέτρων οι οποίες συμβάλλουν επίσης στην ποιότητα του νέφους.

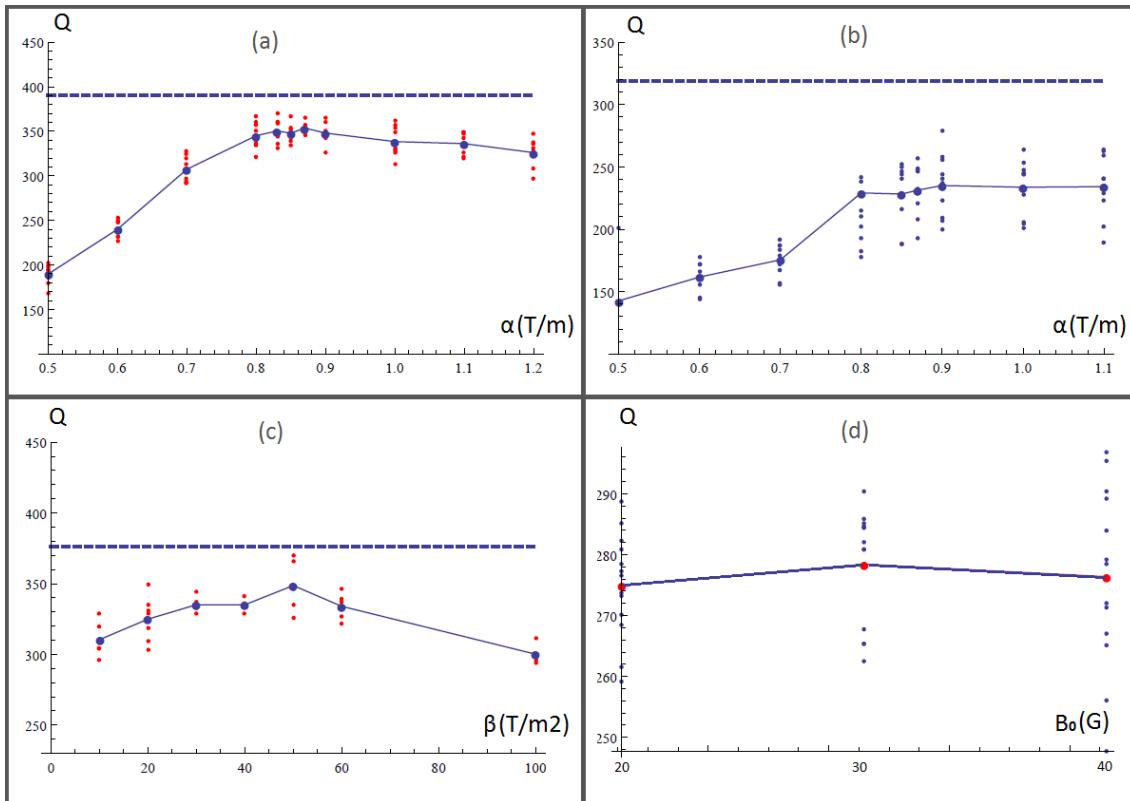
5.3.2 Ο συντελεστής ποιότητας και η βελτιστοποίηση στην III μαγνητική παγίδα

Στην προηγούμενη ενότητα συζητήσαμε σχετικά με την βελτίωση του Q_o , γεγονός που οδηγεί σε υψηλότερο άνω όριο για το Q στη μαγνητική παγίδα. Μετά από αυτή την πειραματική βελτίωση, προσπαθούμε να βελτιστοποίσουμε το νέφος στην III παγίδα. Η σχέση 4.34 προσφέρει τη γνώση της θεωρητικής βέλτιστης τιμής του Q για μια ορισμένη τιμή του Q_o . Έτσι, η προσπάθεια μας έγκειται στο συνδυασμό όλων των παραμέτρων σε αυτή την παγίδα, προκειμένου να επιτευχθεί αυτή η θεωρητικά μέγιστη τιμή του Q . Αυτή η τιμή εξαρτάται κυρίως από τη διαδικασία της λειτουργίας αντιστοίχισης, η οποία καθορίζει την αρχική συχνότητα, τη θερμοκρασία και τον αριθμό των ατόμων, και από τις διαδικασίες συμπίεσης και εξάτμισης, οι οποίες καθορίζουν την τιμή του ξ και ως εκ τούτου την οριστική αξία του Q .

Στην Ενότητα 2.3.2 περιγράφαμε τη διαδικασία της MOT και υποστηρίζαμε ότι για τη λειτουργία αντιστοίχισης οι συχνότητες της μαγνητικής παγίδας πρέπει να είναι ίσες με την πραγματική συχνότητα της MOT. Οι βέλτιστες τιμές της κλίσης και της καμπυλότητας θεωρητικά βρίσκονται από την εξίσωση 2.53. Χρησιμοποιώντας αυτές τις σχέσεις, τα πειραματικά αποτελέσματα της MOT και μια αυθαίρετη επιλογή για το B_0 με την μέριμνα να παραμείνει η παγίδευση αρμονική, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η λειτουργία αντιστοίχισης εμφανίζεται για μια κλίση κοντά στην τιμή του $a = 45G/cm$, για μια καμπυλότητα σχεδόν $\beta = 20G/cm^2$ και για $B_0 = 30G$. Ωστόσο, αυτές οι υπολογιζόμενες τιμές δεν συμφωνούν με το πείραμα, όπου διαπιστώσαμε ότι για $B_0 = 30G$, οι βέλτιστες τιμές της κλίσης και της καμπυλότητας του μαγνητικού πεδίου που καταφέραμε να επιτύχουμε είναι $a = 85G/cm$ και $\beta = 50G/cm^2$.

Στο σχ. 5.9(α) και (β) σχεδιάζουμε το Q ως συνάρτηση της κλίσης a , ενώ διατηρήσαμε την καμπυλότητα και το πεδίο πόλωσης σταθερά. Στο (α) έχουμε $\beta = 50G/cm^2$ ανδ φορ $B_0 = 30G$. Στο (β) έχουμε $\beta = 70G/cm^2$ ανδ φορ $B_0 = 30G$. Οι διακεκομένες γραμμές αντιπροσωπεύουν την θεωρητικά βέλτιστη τιμή του Q όπως προσδιορίζεται για ένα δεδομένο νέφος στη MOT και περιγράφεται στην προηγούμενη ενότητα. Είναι σαφές ότι στο (α) η προσπάθεια βελτιστοποίησης είναι πολύ πιο επιτυχής από ό, τι (β). Σε αυτό το διάγραμμα (α), μπορεί κανείς να δει ότι κάποιες επαναλήψεις του πειράματος φτάνουν σχεδόν μέχρι την ιδανική τιμή του Q , ενώ η μέση τιμή τους δεν είναι πολύ μακριά από αυτή την ιδανική περίπτωση. Μια άλλη αυτονόητη παρατήρηση είναι το γεγονός ότι για μια διαφορετική τιμή της καμπυλότητας, το μέγιστο του Q επιτυγχάνεται για μια διαφορετική τιμή της κλίσης. Προκειμένου να μελετηθεί πλήρως η βελτιστοποίηση της φόρτωσης του νέφους στη μαγνητική παγίδα, θα πρέπει να διερευνήσουμε όλους τους συνδυασμούς των παραμέτρων αυτών και να τους συγχρίνουμε με το θεωρητικό μέγιστο συντελεστή ποιότητας. Παρόμοια είναι η περίπτωση αν κάποιος τροποποιεί την καμπυλότητα, αφήνοντας χωρίς αλλαγή την κλίση του μαγνητικού πεδίου. Στο σχ. 5.8(γ) απεικονίζεται αυτή η περίπτωση. Ένα τελικό σχόλιο για τη λειτουργία αντιστοίχισης είναι το εξής: Η επιλογή του αρχικού B_0 δεν φαίνεται να είναι εξαιρετικά αποφασιστική για την επίτευξη μεγάλων Q . Αυτό μπορεί να φανεί στο σχήμα 5.8(δ), όπου ο παράγοντας ποιότητα είναι αμετάβλητος για διαφορετικές τιμές του πεδίου πόλωσης στην περιοχή από $20G$ έως $40G$.

Η σημασία της συμπίεσης για τη βελτιστοποίηση του συντελεστή ποιότητας είναι διπλή: Θα πρέπει να εγγυάται την αδιαβατική μεταβολή του νέφους, προκειμένου το Q να είναι σταθερό και να προσφέρει τις αρχικές συνθήκες για ψύξη με εξάτμιση ή με άλλα λόγια, είναι



Σχήμα 5.9: (α)-(β) ο παράγοντας ποιότητας ως συνάρτηση της κλίσης κατά τη διάρκεια της λειτουργίας αντιστοίχισης. Οι διακεκομένες γραφικές αντιπροσωπεύουν την ιδανική μέγιστη τιμή του Q για ορισμένη μετρούμενη τιμή του Q_o στην MOT, σύμφωνα με τη συζήτηση στο προηγούμενο τμήμα. Στο (α) χρησιμοποιούμε τις παραμέτρους $\beta = 50\text{G}/\text{cm}^2$ και $B_0 = 30\text{G}$, ενώ στο (β) $\beta = 70\text{G}/\text{cm}^2$ και $B_0 = 30\text{G}$. Το πρώτο διάγραμμα είναι πιο επιτυχημένο σε σχέση με το δεύτερο. Μια άλλη παρατήρηση είναι η διαφορετική τιμή της βέλτιστης κλίσης σε περίπτωση που οι άλλες παράμετροι, η καμπυλότητα και το πεδίο πόλωσης, έχουν διαφορετική τιμή. (γ) Ο συντελεστής ποιότητας για τις διάφορες τιμές της καμπυλότητας για $a = 85\text{G}/\text{cm}$ ανδ $B_0 = 30\text{G}$. (δ) Το αρχικό πεδίο πόλωσης δεν φαίνεται να είναι τόσο κρίσιμο για τη λειτουργία αντιστοίχισης.

ένας παράγοντας που καθορίζει την τιμή του ξ . Η πρώτη προϋπόθεση ικανοποιείται αν η διαδικασία συμπίεσης εξελίσσεται ικανοποιητικά αργά. Η ακριβής επιλογή της διάρκειας της διαδικασίας δεν φαίνεται να είναι κρίσιμη για την τιμή του συντελεστή ποιότητας. Δύο δευτερόλεπτα συμπίεσης, όπως χρησιμοποιείται σε όλα τα πειράματα των οποίων τα αποτελέσματα απεικονίζονται, είναι αρκετά για αδιαβατικότητα. Η μελέτη της συμπίεσης ως μια διαδικασία για τον καθορισμό του ξ είναι έξω από το πεδίο εφαρμογής της παρούσας εργασίας. Ωστόσο, πειραματικά, διαπιστώνουμε ότι η μεγαλύτερη τιμή του ξ είναι $\xi = 1, 2$ και ότι η τιμή αυτή δεν μεταβάλλεται, εκτός εάν οι όροι της συμπίεσης είναι τελείως διαφορετικοί.

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα και προοπτικές

Στην εργασία αυτή εξάγαμε έναν συντελεστή ποιότητας ως αποτέλεσμα της προσπάθειάς μας για την ποσοτικοποίηση των νεφών και τη βελτιστοποίηση των διαδικασιών που οδηγούν στο *BEC*. Αποδείξαμε, επίσης, πειραματικά τις ιδιότητες αυτού του παράγοντα ποιότητας, οι οποίες τον καθιστούν ως την κατάλληλη παράμετρο για τον σκοπό μας. Η σταθερή τιμή της κανόλη τη διαδικασία, η ανεξαρτησία της από τις παραμέτρους παγίδευσης και η αύξουσα σχέση της με τον κρίσιμο αριθμό ατόμων μόλις κατά την εμφάνιση του συμπυκνώματος είναι οι πιο σημαντικές ιδιότητες που τη διαφοροποιούν από οποιαδήποτε άλλη παράμετρο, όπως τη πυκνότητα του χώρου φάσης (*PSD*). Έχοντας αυτές τις ιδιότητες, μπορούμε να την χρησιμοποιήσουμε για τη βελτιστοποίηση της φύξης ΜΟΤ, τη λειτουργία αντιστοίχισης και και την εξάτμιση, για την πρόβλεψη του κρίσιμου αριθμού; ατόμων, ακόμη και από τα πρώτα στάδια, για τη σύγκριση του πόσο καλά έχουμε επιτύχει *BEC* και για τον έλεγχο της ορθότητας μερικών πειραματικών αποτελεσμάτων. Αυτός ο παράγοντας ποιότητας λειτουργεί μόνο για την περίπτωση της ΙΙΙ μαγνητικής παγίδας και λαμβάνει υπόψη τους μετασχηματισμούς της από ένα αρμονικό δυναμικό σε ένα γραμμικό και πίσω σε ένα αρμονικό κατά τις διεργασίες της αντιστοίχισης, τη συμπίεση του νέφους και την εξάτμιση του.

Μπορούμε να επωφεληθούμε από αυτόν τον παράγοντα ποιότητας και να παράξουμε τους πυκνώματα με υψηλούς αριθμούς ατόμων. *BEC* με 10^{10} άτομα είναι μια καθημερινή ρουτίνα στα πειράματά μας. Έχοντας τόσο μεγάλα *BEC* και προσπαθώντας για ακόμη μεγαλύτερα, μπορεί να μας δώσει την ευκαιρία να μελετήσουμε πολλές ενδιαφέρουσες πτυχές, όπως τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των ατόμων και την εμφάνιση της συνοχής στο συμπύκνωμα. Λέιζερ ατόμων, μια άλλη εφαρμογή η οποία απαιτεί μεγάλα *BEC*, πρόκειται να μας απασχολήσει στο προσεχές μέλλον. Από μια άλλη άποψη, θα είναι ενδιαφέρον για εμάς να διερευνήσουμε την επέκταση του συντελεστή ποιότητας σε άλλες μαγνητικές παγίδες που χρησιμοποιούνται ευρέως σε πειράματα *BEC*, όπως η κανθαρή αρμονική παγίδα.

Bibliograf'ia

- [1] C.Cohen-Tannoudji, B.Diu, and F.Laloe, *Quantum Mechanics*, Vols. I and II. New York: John Wiley & Sons, 1977.
- [2] H.Bruus and K.Flensberg, *Introduction to Many-Body quantum theory in condensed matter physics*, Copenhagen, 2003.
- [3] L.Pitaevskii and S.Stringari. *Bose-Einstein Condensation*. Oxford University press, 2003.
- [4] N. N. Bogoliubov. *On the theory of superfluidity*, *J. Phys.(USSR)*, **11**:23, 1947.
- [5] C.Mudry, *Bogoliubov theory of a dilute Bose gas*, Paul Scherrer Institut, Switzerland, 2010
- [6] V.I.Yukalov, *Basics of Bose-Einstein Condensation*, arXiv.org/abs/1105.4992v1 [cond-mat.stat-mech] 25 May 2011
- [7] L.D.Landau and E.M.Lifschitz, *Statisticheskai Fizika*, Fizmatgiz, Moscow, 1951.
- [8] C.N.Yang, *Rev.Mod.Phys.* **34**,694 (1962)
- [9] S.N.Bose, *Plancks gesetz und lichtquantenhypothese*. *Z.Phys.*,**26**:178,1924.
- [10] A.Einstein. *Quantentheorie des einatomigen idealen gases*. *Sitzber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.* 1925.
- [11] K.Huang, *Statistical Mechanics*, John Riley and Sons, New York, 1987.
- [12] The Riemann zeta function is defined by the series $\zeta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$, for $x > 1$.
- [13] W.Ketterle, Nobel Lecture, *When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser*, December 8, 2001.
- [14] F.London, *Nature*, **141** (1938) 643.
- [15] M.H.Anderson, J.R.Ensher, M.R.Matthews, C.E.Wieman, and E.A.Cornell. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. *Science*, **269**:198, 1995.

- [16] K.B.Davis, M.O.Mewes, M.R.Andrews, N.J.van Druten, D.S.Durfee, D.M.Kurn, and W.Ketterle. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Phys.Rev.Lett.*, **75**:3969, 1995.
- [17] E.A.Cornell, J.R.Ensher and C.E.Wiemann, *Experiments in dilute atomic Bose-Einstein condensation*, Proceedings of the international school of Physics "Enrico Fermi", Societa Italiana Di Fisica, 1999.
- [18] J.R.Ensher *et al.*, *Phys.Rev.Lett.*, **77** (1996) 4984.
- [19] F.Dalfovo, SGiorgini, L.P.Pitaevskii and S.Stringari, (1999) Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases, *Rev.Mod.Phys* **71**, 463.
- [20] M.Y.Shen, T.Yokouchi, S.Koyama, and T.Goto, *Phys.Rev.B*,textfb56(1997) 13066.
- [21] J.K.Lin and J.P.Wolfe, *Phys.Rev.Lett.*, **71**(1993) 1222.
- [22] T.J.Gretyak and D.Kleppner, *New trends in Atomic Physics, Les Houches Summer School 1982*, North Holland, Amsterdam, 1984.
- [23] I.F.Silvera and J.T.M.Walraven, *Progress in Low Temperature Physics*, Vol. **X**, Elsevier, Amsterdam, 1986.
- [24] D.A.Steck. *Rubidium 87 D Line Data*. Los Alamos National Laboratory 2001.
- [25] D.R.Lide, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 81st ed., CRC Pres, Boca Raton, 2000.
- [26] C.J.Pethick and H.Smith. *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*. Cambridge University press, 2002.
- [27] C.J.Foot. *Atomic Physics*. Oxford University press 2005.
- [28] J.Ye, S.Swartz, P.Jungner, and J.L.Hall, *Hyperfine structure and absolute frequency of the 87Rb 5P3/2 state*, *Opt. Lett.* **21**, 1280 (1996).
- [29] A.Corney, *Atomic and Laser Spectroscopy*, Oxford, 1977).
- [30] E.Arimento, M.Inguscio, and P.Violino, *Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms*, *Rev. Mod. Phys.* **49**, 31 (1977).
- [31] C.C.Gerry and P.L.Knight, *In Introductory to Quantum Optics*, Cambridge University Press, 2005.
- [32] Y.Wu and X.Yang, *Strong-Coupling Theory of Periodically Driven Two-Level Systems*, *Phys. Rev. Lett.* **98**,013601, 2007.
- [33] Pantita Palittapongarnpim, *Characterization of Magneto-Optical Trap for experiments in Light-Atom interfacing*, University of Calgary, Alberta, 2012.

- [34] P.J.Mohr and B.N.Taylor, *CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 1998*, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 351 (2000).
- [35] H.Kleinpoppen, *Atoms*, in Ludwig Bergmann and Clemens Schaefer, Constituents of Matter: Atoms, Molecules, Nuclei, and Particles, Wilhelm Raith, Ed. (Walter de Gruyter, Berlin, 1997).
- [36] V.Bolpasi, J.Grucker, M.Morrissey, and W.von Klitzing. *Gradient-cancelling Ioffe-Pritchard trap for Bose-Einstein Condensation experiments.* *J.Phys.B*, **45**:235301, 2012.
- [37] V.Bolpasi, N.K.Efremidis, M.J.Morrissey, P.Condylis, D.Sahagun, M.Baker, and W.von Klitzing. *An atom laser based on time-dependent adiabatic potentials.* 2013.
- [38] V.Bolpasi, Ph.D. thesis on *A highly flexible IP trap for the study of matter-wave coherence*, 2014
- [39] T.Hansch, and A.Schawlow, *Cooling of gases by laser radiation*, *Opt. Commun.* **13**,68, 1975
- [40] D.Wineland, and H.Dehmelt, *Proposed $10^{14} \Delta\nu < \nu$ laser fluorescence spectroscopy on TI^+ mono-ion oscillator III*, *Bull. Am. Phys. Soc.* **20**,637, 1975.
- [41] D.Wineland, R.Drullinger, and F.Walls, *Radiationpressure cooling of bound-resonant absorbers*, *Phys. Rev.Lett.* **40**,1639, 1978.
- [42] A.Ashkin, *Atomic-beam deflection by resonance radiation pressure*, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 1321, 1970.
- [43] A.Ashkin, *Trapping of atoms by resonance radiation pressure*, *Phys. Rev. Lett.* **40**,729, 1978.
- [44] S.Chu, L.Hollberg, J.E.Bjorkholm, A.Cable, A.Ashkin, *Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure.* *Phys. Rev. Lett.*, **55**,48-51, 1985.
- [45] E.L.Raab, M.Prentiss, A.Cable, S.Chu, D.Pritchard, *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure.* *Phys. Rev. Lett.* **59**,2631, 1987.
- [46] S.Chu. Nobel lecture: *The manipulation of neutral particles.* *Rev. Mod. Phys.*, **70**:685-706, 1998.
- [47] P.D.Lett, R.N.Watts, C.I.Westbrook, W.D.Phillips, P.L.Gould, H.Metcalf, *Observation of atoms laser cooled below the Doppler limit*, *Phys.Rev.Lett* **61**,169-172, 1988.
- [48] J.Dalibard, C.Cohen-Tannoudji, *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients, simple theoretical models*, *J.Opt.Soc.Am.B* **6**,2023-2045, 1989.
- [49] G.L.Gattobigio, T.Pohl, G.Labeyrie and R.Kaiser, *Scaling laws for large magneto-optical traps*, *Phys. Scr.* **81** 025301, 2010.

- [50] C.Monroe, W.Swann, H.Robinson, and C.Wieman, *Very cold trapped atoms in a vapour cell*, *Phys. Rev. Lett.*, **65**,1571, 1990.
- [51] K.E.Gibble, S.Kasapi, and S.Chu, *Improved magneto-optic trapping in a vapour cell*, *Opt. Lett.*, **17**,526, 1992.
- [52] A.M.Steane, M.Chowdhury, and C.J.Foot, *Radiation Force in the Magneto-Optical Trap*, *J.Opt.Soc.Am. B* 9,2142, 1992.
- [53] K.Lee, J.Kim, H.Noh and W.Jhe, *Single-beam atom trap in a pyramidal and conical hollow mirror*, *Opt. Lett.* **21**, 1996.
- [54] J.Reichel, W.Hansel and T.Hansch, *Atomic micromanipulation with magnetic surface traps*, *Phys. Rev. Lett.* **83**,3398, 1999.
- [55] W.Ketterle, *Phys.Rev.Lett.*, **75** 2253, 1993.
- [56] W.Petrich, M.H.Anderson, J.R.Ensher, and E.A.Cornell, *J.Opt.Soc.Am.B*, **11**,1332, 1994.
- [57] <http://www.azevap.com/EvaporativeCooling/historytechnology.php>
- [58] H.F.Hess, *Phys.Rev.B.*, **34**,3476, 1986.
- [59] C.R.Monroe *et al.*, *Phys.Rev.Lett.*, **70**,414, 1993.
- [60] D.Pritchard *et al.*, in Proceedings of the 11th International Conference on Atomic Physics, 1989.
- [61] K.B.Davis, M.O.Mewes, M.A.Joffe, and W.Ketterle, *Int.Conf.At.Phys. 14th*, Boulder, CO, 1994.
- [62] A.L.Migdall *et al.*, *Phys.Rev.Lett.*, **54**,2596, 1985.
- [63] V.S.Bagnato *et al.*, *Phys.Rev.Lett.*, **58**,2194, 1987.
- [64] R.van Roijen, J.Berkhout, S.Jaakkola, J.Walraven, *Phys.Rev.Lett.*, **61**,931, 1988.
- [65] D.Pritchard, *Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy*, *Phys.Rev.Lett.*, **51**,1336, 1983.
- [66] W.H.Wing, *Natl.Bur.Stand.(U.S.) Spec. Publ.***653**, 74, 1983.
- [67] O.J.Luiten, M.W.Reynolds, and J.T.M.Walraven, *Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas*, *Phys.Rev.A* **53**,1, 1996.
- [68] Pieter Valkering, Ph.D. thesis on *Optimization of evaporative cooling of Rubidium atoms in a magnetic trap*, 1999.
- [69] J.Dalibard, *Collisional dynamics of ultra-cold atomic gases*, Proceedings of the international school of Physics "Enrico Fermi", Societa Italiana Di Fisica, 1999.

- [70] The incomplete gamma function is defined as $P(s, x) = \int_x^\infty t^{s-1} e^{-t} dt$.
- [71] S.Harris, *An introduction to the theory of the Boltzmann equation*, Dover Publications, New York, 1971.
- [72] W.Ketterle and N.J.van Druten, *Evaporative cooling of trapped atoms*, Academic Press, 1996
- [73] J.Soding, D.Guery-Odelin, P.Desbiolles, F.Chevy, H.Inamori, J.Dalibard, *Three-body decay of a rubidium Bose-Einstein condensate*, *Appl.Phys.B* **69**:257, 1999.
- [74] J.E.Lye, C.S.Fletcher, U,Kallmann, H.A.Bachor and J.D.Close, *Images of evaporative cooling to Bose-Einstein condensation*, *J.Opt.B*:4:57, 2002.
- [75] E.A.L.Henn, J.A.Seman, G.B.Seco, E.P.Olimpio, P.Castilho, G.Roati, D.V.Magalhaes, K.M.F.Magalhaes, and V.S.Bagnato, *Bose-Einstein Condensation in ^{87}Rb : Characterization of the Brazilian Experiment*, *Brazilian Journal of Physics*, **38**,2, 2008.
- [76] M.S.Yoon, Ph.D. thesis on *Experiments on magnetic transport, magnetic trapping and Bose-Einstein Condensation*, University of Oxford, 2009
- [77] W.Ketterle, D.S.Durfee, and D.M.Stamper-Kurn, *Making, probing and understanding Bose-Einstein condensate*, Proceedings of the international school of Physics "Enrico Fermi", Societa Italiana Di Fisica, 1999.
- [78] G.L.Salinger, F.W.Sears, *Thermodynamics, Kinetic Theory and Statistical Thermodynamics*, Addison-Wesley, 1975.
- [79] I.Lesanovsky and W.von Klitzing, *Time-Averaged Adiabatic Potentials: Versatile Matter-Wave Guides and Atom Traps*, *Phys. Rev. Lett.* **99**:8 083001, 2007.
- [80] L.Landau, *Zur Theorie der Energieubertragung II*, *Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion* **2**:46, 1932.
- [81] C.Zener, *Non-Adiabatic Crossing of Energy Levels*, Proceedings of the Royal Society of London A **137**:696, 1932.
- [82] A.S.Arnold and P.J.Manson, *Atomic density and temperature distributions in magneto-optical traps*, *J.Opt.Soc.Am.B*, **17**:4, 2000.
- [83] A.Griffin and Wen-Chin Wu, *Hydrodynamic Modes in a trapped Bose gas above Bose-Einstein Transition*, *Phys.Rev.Lett.* **78**:10, 1997.
- [84] W.Petrich, M.H.Anderson, J.R.Ensher, E.A.Cornell, *Behavior of atoms in a compressed magneto-optical trap*.
- [85] I.Shvarchuck, C.Buggle, D.S.Petrov, M.Kemmann, W.von Klitzing, G.V.Shlyapniokv, and J.T.M.Walraven, *Hydrodynamic behavior in expanding thermal clouds of ^{87}Rb* , *Phys. Rev. A* **68**, 063603, 2003.

- [86] Y.Castin and R.Dum, *Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps*, *Phys.Rev.Lett.* **77**:27, 1996.
- [87] M.Pappa, P.C.Condylis, G.O.Konstantinidis, V.Bolpasi, A.Lazoudis, O.Morizot, D.Sahagun, M.Baker, and W.von Klitzing, *Ultra-sensitive atom imaging for matter-wave optics*, *New Journal of Physics* **13**:11,115012 2011.
- [88] H.J.Metcalf and P.van der Straten, *Laser Cooling and Trapping*. Spring Verlag, New York, 1999
- [89] K.Dieckmann, Ph.D. thesis on *Bose-Einstein Condensation with High Atom Number in a Deep Magnetic Trap*, Amsterdam, 2001.
- [90] W.Rohringer, D.Fischer, M.Trupke, J.Schmiedmayer, T.Schumm, *Stochastic Optimization of Bose-Einstein Condensation Using a Generic Algorithm*, Vienna
- [91] A.M.Thomas, S.Hopkins, S.L.Cornish and C.J.Foot, *Strong evaporative cooling towards Bose-Einstein condensation of a magnetically trapped caesium gas*, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **5** S107?S111, 2004.
- [92] S.P.Ram, S.R.Mishra, S.K.Tiwari, and H.S.Rawat, *Temperature and phase-space density of cold atom cloud in a quadrupole magnetic trap*, <http://arxiv.org/abs/1401.7165v2>.
- [93] S.P.Ram, S.R.Mishra, S.K.Tiwari, and H.S.Rawat, *Optimization of transfer of laser-cooled atom cloud to a quadrupole magnetic trap*, *Pranama-journal of Physics*, **82**,2, 2014.
- [94] C.G.Townsend, N.H.Edwards, C.J.Cooper, K.P.Zetie, and C.J.Foot, *Phase-space density in the magneto-optical trap*, *Phys.Rev.A* **52**, 2, 1995.
- [95] Zhao-Yuan Ma, C.J.Foot and S.L.Cornish, *Optimized evaporative cooling using a dimple potential: an efficient route to Bose-Einstein condensation*, *J. Phys. B:* **37**, 3187, 2004.
- [96] P.W.H.Pinkse, A.Mosk, M.Weidemuller, M.W.Reynolds, T.W.Hijmans, and J.T.M.Walraven, *Adiabatically changing the phase-space density of a trapped Bose gas*, *Phys.Rev.Lett.* **78**, 990, 1997.
- [97] C.A.Sackett, C.C.Bradley, and R.G.Hulet, *Optimization of evaporative cooling*, *Phys.Rev.A* **55**, 5, 1997.



Applied Mathematics and Physics Department
National Technical University of Athens
Institute of Electronic Structure and Lasers
Foundation for Research and Technology (Hellas)

Submitted in fulfilment of the requirements
for the Interdepartmental Program of Postgraduate Studies

Microsystems and Nanodevices

Quantifying cold thermal clouds as a resource for Quantum Degeneracy in a Ioffe-Pritchard trap

Panagiotis Christodoulou

Advisor: Dr. Wolf von Klitzing

Supervisor: Prof. Georgios Varelogiannis

Athens-Herakleion, September 2015



Applied Mathematics and Physics Department
National Technical University of Athens
Institute of Electronic Structure and Lasers
Foundation for Research and Technology (Hellas)

Quantifying cold thermal clouds as a resource for Quantum Degeneracy in a Ioffe-Pritchard trap

Panagiotis Christodoulou

Advisor: Dr. Wolf von Klitzing

Supervisor: Prof. Georgios Varelogiannis

This thesis was approved by the three-member committee on ../09/2015

(Signature)

(Signature)

(Signature)

.....
G. Varelogiannis
Prof. NTUA

.....
I. Raptis
Prof. NTUA

.....
L. Tsetseris
Prof. NTUA

Athens-Herakleion, September 2015

Abstract

From the first years of BEC in dilute gases till now, there was a great amount of attempts to reach BECs with as large number of atoms as possible. Despite this interest, until now it has been difficult to find the critical parameters for the maximization of the number of the condensed atoms. In most cases, this maximization is based on trial and error and the methods often remain unmentioned. In other cases, researchers adopt the phase-space density (PSD) as the parameter for this optimization, which in fact is not the appropriate factor in order to maximize the number of the condensed atoms. This thesis presents a theoretical derivation of a parameter, which we call the Quality factor, for the optimization of the number of the condensed atoms based on theoretical principles of laser cooling and magneto-optical trapping as well as magnetic trapping and evaporative cooling in an Ioffe-Pritchard trap. The derived factor works well only in this kind of trap, since in the derivation we kept in mind its special behaviour and the potential it offers. However, the basic ideas can be used in order to extract a similar parameter for other traps, like the TOP-trap, as well. The properties of this Quality factor make it unique for our attempts. Its direct ascending relation with the condensed atom number makes it appropriate for the optimization of the processes which lead to BEC. Its constant value throughout the processes of magnetic trapping and evaporative cooling lays it responsible for the quantification of the thermal cloud. The quality of the cloud to give large BECs is expressed by the value of this Quality factor. Its independence of the trapping parameters (always keeping in mind that we use a Ioffe-Pritchard trap) makes it a global factor for the comparison of the thermal clouds. The derivation of this factor is followed by experimental results that prove and confirm the usefulness of it. Results for the quantification of the cloud in an Ioffe-Pritchard trap, the prediction of the critical atom number when BEC just occurs even from the first stages of cooling, the optimization of the processes of the magneto-optical trapping (MOT), the transfer of the cloud from the MOT to the Ioffe-Pritchard trap and evaporative cooling are presented. Additional properties, like the verification of the correctness of measurements of BEC are discussed.

keywords: BEC optimization, BEC quantification, Quality factor, Prediction, Ioffe-Pritchard trap, Magneto-optical trap (MOT), magnetic trapping and evaporative cooling.

Acknowledgements

Many people have supported me throughout the work of this thesis and I would like to thank them for their contribution in many and different ways.

First and foremost, I owe my gratitude to my supervisors, Prof.Georgios Varelogiannis for giving me his advice and the opportunity to be able to work in such an interesting field in the framework of my Master program "Microsystems and Nanostructures" and Dr.Wolf von Klitzing for allowing me to realize this thesis at his laboratory. Dr.Wolf von Klitzing graciously offered me his time and a continuous guidance from the beginning until the final revision of this research.

Without the financial support of the Onassis Foundation, which offered me a scholarship for graduate studies, this work would not have been possible. I would like to take the opportunity to thank the Onassis Foundation for its generosity. I am very honoured to be recipient of this award. Special thanks to Mrs Antigoni Chantzolou who made everything simple during this scholarship.

In the laboratory I had the chance to cooperate with a large number of people, who offered me their knowledge. Dr.Vasiliki Bolpasi, who worked beside me as a post doc, gave me answers to many of my questions regarding the experimental environment, the setup and the processes and helped me decidedly in deriving the experimental results of this thesis. Dr.Daniel Sahagun was the first who transmitted his experimental experience and his working habits that led me to be more efficient. Special thanks to Ph.D. students, Saurabh Pandey and Hector Mas, who made easy my adjustment in a new environment and expressed their ideas for my work.

I would like to thank the three-member committee for their presence in the thesis defence. From the Physics Department I would like to thank all the professors that inspired me all these years with their simple approach in Physics and their advices.

I owe many thanks to a number of people, my family, my friends, that I will express in person.

Contents

Outline of this thesis	6
1 Theoretical aspects of Bose-Einstein Condensation in dilute atomic Rb systems	8
1.1 Theory of Bose-Einstein Condensation (BEC)	8
1.1.1 The concept of BEC	8
1.1.2 BEC in an ideal gas	10
1.1.3 BEC in a weakly interacting gas	13
1.2 BEC in ^{87}Rb clouds	14
1.2.1 General properties of ^{87}Rb	16
1.2.2 ^{87}Rb cloud in a time-varying electric field	17
1.2.3 ^{87}Rb cloud in a magnetic field	19
2 The procedure to BEC	22
2.1 Overview of the procedure	22
2.2 Laser Cooling and Magneto-Optical Trapping	25
2.2.1 Basic principles of the techniques for laser cooling and trapping	26
A. The Radiative Scattering Force	26
B. The Optical Molasses (OM)	27
C. The Magneto-Optical Trapping (MOT) principles	29
2.2.2 The steps for the laser cooling and trapping realization	35
2D-MOT	35
3D-MOT	36
Compressed MOT and Optical Molasses	37
2.3 Evaporative cooling in a Ioffe-Pritchard (IP) magnetic trap	39
2.3.1 Principles of evaporative cooling in a IP magnetic trap	40
A. Magnetic trapping principles	40
B. Description of a IP trap	42
C. Theoretical aspects of Evaporative Cooling	44
2.3.2 Sequential steps for evaporative cooling realization	48
Loading of the IP trap - mode-matching	48
Compression of the IP trap	49
RF-induced forced evaporative cooling	52

3 Characterization of the cloud and detection techniques	56
3.1 Density distribution of the cloud throughout the process	57
3.1.1 Density profile in the MOT	57
3.1.2 Density profile in the IP magnetic trap	59
3.1.3 Density profile in the condensate	61
3.2 Techniques used for measurements	62
3.2.1 Time of Flight (ToF) Technique	62
Expansion of a thermal cloud	63
Expansion of the condensate	65
3.2.2 Absorption Imaging technique	66
3.3 Measurements and fits	67
3.3.1 Atom number derivation	67
3.3.2 Temperature derivation	67
4 The derivation of the Quality factor for quantifying and optimizing the process towards BEC	69
4.1 The usefulness of a Quality Factor	69
4.2 Derivation of the Quality Factor	71
4.2.1 The equivalence of optimizing the number of condensed atoms and the critical number of atoms	72
4.2.2 Basic relations for describing the processes in the IP-trap	73
4.2.3 The Quality factor Derivation in the IP trap	75
4.2.4 Extending the Quality Factor in the MOT	79
5 Properties of the Quality factor and experimental verification	81
5.1 The Quality factor and the Quantification of the cloud	81
5.1.1 The Constancy of the Quality factor	82
Verification of measurements	85
5.1.2 The strictly increasing relation between the Quality factor and the quality of the cloud	86
5.1.3 The Independence of the Quality factor from the trapping parameters	88
5.2 The Quality factor and the Prediction of the critical atom number	91
5.3 The Quality Factor and the Optimization of the process to BEC	93
5.3.1 The Quality factor and the Improvement of the MOT	93
5.3.2 The Quality factor and the Optimization in the IP magnetic trap . .	95
6 Conclusions and Outlook	97

Outline of this thesis

Bose-Einstein Condensation (BEC) is closely connected with interesting theoretical questions and experimental applications, is related to remarkable low-temperature phenomena, such as superfluidity in liquid helium or superconductivity in solids and is able to be realized only after the modern developments in experimental atomic physics, such as laser cooling, magnetic trapping and forced evaporative cooling. For all these reasons, the investigation of BEC is currently one of the most rapidly developing fields in atomic physics. Nowadays, there are more than one hundred BEC experiments worldwide. Among the topics of these experiments, one can distinguish the investigation of low-dimensional systems, optical lattices, atom lasers, matter-wave interferometry, precision measurements, phase transitions.

This thesis focuses on the optimization of the processes, the successive application of which eventually leads to the onset of BEC. This optimization is related to the achievement of the largest possible number of atoms in the condensate. The structure of this thesis can be summarized as follows: In Chapter 1 some basic theoretical aspects related to the realization of BEC in dilute atomic Rubidium-87 systems are discussed. In particular, in Section 1.1 after we describe the concept of BEC in the general case with the presence of interactions from a Phase-transition theory and Second Quantization formalism point of view, we concentrate our interest in the special cases of ideal and weakly interacting gases. The critical temperature and the behaviour of the atoms in the condensate are presented in these cases. In Section 1.2 we present the fundamental properties of ^{87}Rb . Its structure according to the Quantum model for the Hydrogen, the fine and the hyperfine structure, its internal and external degrees of freedom in a light field and a magnetic field are among the topics that we discuss, which are useful for the following chapters.

In Chapter 2 we describe the basic principles of the techniques used for the cooling and trapping of the ^{87}Rb cloud in order to eventually achieve BEC. After an overview of the whole procedure in Section 2.1, we proceed in 2.2 in describing the first general process, namely the laser cooling and the magneto-optical trapping (MOT) technique. We discuss the fundamental principles of trapping and cooling a thermal cloud using laser beams and magnetic fields, the limitations of these techniques for the temperature, the number of atoms and the density of the cloud and the experimental realization of these technique with the setup built in our laboratory. In Section 2.3 the basic principles of magnetic trapping and evaporative cooling, the second general process, is presented. We discuss issues related to the trapping, such as the theoretical description and the realization of the Ioffe-Pritchard trap, to the loading of the trap from the previous stage, to the compression

of the cloud and to evaporative cooling. We present some theoretical and experimental results that model these processes after some rational assumptions that will be of great assistance throughout the next chapters.

Chapter 3 describes the shape and the distribution of the cloud during the different stages until the degeneracy and the shape and the distribution of BEC, as well. With the knowledge of these distributions, we present the techniques that are used for the measurement of the properties of the cloud and the detection of the condensate. The time-of-flight and the absorption imaging are among these techniques. Finally, we discuss the fits we need to have in order to extract reliable results for the temperature, the number of atoms etc.

After the whole description of the experiment that leads to BEC and the techniques for measurements, in Chapter 4 we begin by discussing the need of a parameter which can be ideal for the optimization of the processes. The derivation of this parameter, which we call the Quality factor, is the topic of this chapter. First we derive it in the process of magnetic trapping and evaporative cooling and then we extend its usefulness in the MOT.

In Chapter 5 the properties of the derived Quality factor are confirmed by using the apparatus available in our laboratory. In particular, we prove its important properties of remaining constant and independent of the trapping parameters during the processes of magnetic trapping and evaporative cooling, of having a direct ascending relation with the condensed atom number, of being useful for the prediction of this critical atom number.

Finally in Chapter 6 the conclusions of this thesis are summarised.

Chapter 1

Theoretical aspects of Bose-Einstein Condensation in dilute atomic Rb systems

1.1 Theory of Bose-Einstein Condensation (BEC)

1.1.1 The concept of BEC

One of the fundamental postulates of Quantum Mechanics is that particles can be divided into two kinds: Bosons, the ones with integral spin and symmetric wavefunctions and Fermions, the particles with half-integral spin and antisymmetric wavefunctions. Quantum Statistics states that Bosons have an increased probability of occupying a quantum state that is already occupied by another Boson, whereas Pauli's exclusion principle dictates that no two Fermions can occupy the same eigenstate. Here, we are interested in Bose-Einstein condensates and, thus, Bosons. In the framework of second quantization formalism [1], Bosons are characterized by the commutative relations

$$[\hat{\Psi}(r), \hat{\Psi}^\dagger(r')] = \delta(r - r') \quad \text{and} \quad [\hat{\Psi}(r), \hat{\Psi}(r')] = 0 \quad (1.1)$$

where $\hat{\Psi}(r)/\hat{\Psi}^\dagger(r)$ are the field operators that annihilate/create a particle at the point r of the space and δ is the Dirac function.

In the most general case of the presence of strong interactions, the eigenfunctions of the Hamiltonian cannot be expressed as products of single-particle states, even at zero temperature. For that reason, one should address himself to formalism of the more widely applicable one-body density matrix in order to define the phase of BEC. The one-body density matrix $n^{(1)}(r, r')$ is defined as the operator

$$n^{(1)}(r, r') = <\hat{\Psi}^\dagger(r)\hat{\Psi}(r')> \quad (1.2)$$

which includes both the case of a pure statistical state and a mixture of pure states. As a relevant comment, one can deduce from the one-body density matrix the density operator of the system as $n(r) = n^{(1)}(r, r)$. It can easily be proven (see for example

[2][3]) that the matrix $n^{(1)}$ is Hermitian and therefore there is a complete orthogonal set of one-particle eigenfunctions ϕ_i and the corresponding eigenvalues n_i which diagonalize it. In the representation of that basis, which is called the natural-orbit representation, the one-body density matrix is written as

$$n^{(1)}(r, r') = \sum_i n_i \phi_i^*(r) \phi_i(r') \quad (1.3)$$

With the use of these functions and the operators that annihilate a particle from these states $\hat{a}(\phi_i) = \hat{a}_i$ one can express the field operator as

$$\hat{\Psi}(r) = \hat{\Psi}_0(r) + \delta\hat{\Psi}(r) = \phi_0(r)\hat{a}_0 + \sum_{i \neq 0} \phi_i(r)\hat{a}_i \quad (1.4)$$

Bose-Einstein Condensation is defined as the phase that appears when one of the eigenvalues n_i (the one that above was written as n_0) is macroscopically large, of order of the number of atoms in the system N. BEC is a phase-transition caused by the statistical rules of bosons, and not due to interactions like most of the other phase-transitions. Since in BEC the number of particles accumulating the state ϕ_0 is much larger than the unity ($N_0 = \langle a^\dagger a \rangle \gg 1$), one can equivalently treat the macroscopic component $\phi_0 a_0$ of $\hat{\Psi}$ as a classical field

$$\hat{\Psi}(r) = \sqrt{N_0}\phi_0 + \sum_{i \neq 0} \phi_i(r)\hat{a}_i \quad (1.5)$$

This is the so-called Bogoliubov approximation[4] and the function $\Psi_0 = \sqrt{N_0}\phi_0$ plays the role of the order parameter of the BEC.

There are two other key-features, apart from the order parameter, in order to describe the condensate in the framework of phase transition theory: The spontaneous symmetry breaking and long-range order of the system. We can notice from eq.1.3 that in the absence of BEC the system remains invariant under the gauge transformation. The global gauge symmetry $U(1)$ means that one is able to multiply the eigenfunctions by an arbitrary phase factor e^{ja} without the change of any physical property. On the other hand, when BEC occurs, the explicit choice for the value of the order parameter, which is a complex number and, thus, has a specific phase, leads to the breaking of this symmetry [3][5]. In fact, spontaneous gauge symmetry breaking is the necessary and sufficient condition for Bose-Einstein condensation [6].

Now we turn to the concept of the long-range order of BEC. As Landau [7] first proved, the one-body density matrix does not vanish at large distances when BEC is present, but it approaches the finite value n_0

$$\lim_{r-r' \rightarrow \infty} n^{(1)}(r, r') = \lim_{r \rightarrow \infty} n^{(1)}(r, 0) = n_0 \quad (1.6)$$

This behaviour is referred to as off-diagonal long-range order, since $n^{(1)}(r, r')$ becomes non-zero for $r \neq r'$. This formula is exactly the criterion Yang proposed [8] for the presence of the condensation. His initial criterion is $\lim_{r \rightarrow \infty} n^{(1)}(r, 0) > 0$, that can be interpreted as the off-diagonal long-range order.

1.1.2 BEC in an ideal gas

The first theoretical prediction of BEC was given by Einstein[10] in response to Bose's seminal paper on photo statistics in the case of an ideal Bose gas[9]. An ideal Bose gas is defined as a system of N indistinguishable non-interacting particles (except when they collide elastically) obeying the statistics known as Bose-Einstein, coming from the explanation of the Planck black-body radiation law. Such a gas is a fictitious system, since every realistic gas shows some level of interactions. Nevertheless, it succeeds in describing important basic properties of actual non-ideal BECs.

In the absence of interactions, the Hamiltonian of an ideal gas can be written as the sum of one-particle Hamiltonians $H_{\text{ideal}} = \sum H^{(1)}$, where $H^{(1)} = \frac{p^2}{2m} + V_{\text{ext}}(r)$, p is the momentum matrix of the particle, m its mass and V_{ext} the external field a particle feels. As a result of that, the eigenstates of the gas can be expressed as the product of single-particle states ϕ_i and therefore, in the case of an ideal gas, BEC happens when there is a macroscopical occupation of the ground single-particle state of the system.

Using the standard rules of statistical mechanics and the grand canonical ensemble, or equivalently the formalism of the second quantization for the ideal gas that is described by the Hamiltonian H_{ideal} , the mean occupation number n_i of the state ϕ_i describing the Bose-Einstein distribution is

$$n_i = \frac{1}{\exp[(\epsilon_i - \mu)/k_B T] - 1} \quad (1.7)$$

In the previous relation, ϵ_i is the eigenvalue of $H^{(1)}$ corresponding to the eigenfunction ϕ_i , T is the temperature of the ensemble and μ its chemical potential. The Bose-Einstein distribution may be derived in several different ways, see for example [11].

Using the Bose-Einstein distribution function, the total number of atoms can be estimated as

$$N = \sum_{i=0}^{\infty} n_i = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{\exp[(\epsilon_i - \mu)/k_B T] - 1} \quad (1.8)$$

However, it is practical for our calculations to use a semiclassical approach, in which the states can be assumed to be continuous with a density of states $D(\epsilon)$ that describes the number of the states with energy between ϵ and $\epsilon + d\epsilon$. The key-point for exploring BEC within this formalism is to treat the lowest energy state separately. The Bose-Einstein distribution 1.7 can be approached by a semi-classical distribution $f(\epsilon) = \frac{1}{\exp[(\epsilon - \mu)/k_B T] - 1}$ and, thus, the total number of atoms can be approached by

$$N = N_0 + \int_{\epsilon=\epsilon_0}^{\infty} d\epsilon D(\epsilon) \frac{1}{\exp[(\epsilon - \mu)/(k_B T)] - 1}, \quad (1.9)$$

The first term is the number of atoms in the ground state, that is unable to be described in this semi-classical approach, while the last term corresponds to the thermal part N_T of the system being in states different than the ground.

The chemical potential is fixed by the normalization condition 1.9. At a fixed temperature if we add more atoms in the cloud, then the chemical potential determines the

number of atoms that can be accepted by the distribution. The rest, hence, have to go to the lowest energy levels and, thus, form a BEC. A temperature decrease leads to the chemical potential increase (this can be seen from the normalization condition above) and, in this case, more and more atoms have to go to the condensate. Equation 1.7 shows that the chemical potential must always be less than the lowest energy level of the one-particle Hamiltonian, ϵ_0 , or otherwise there would be a negative population in it. As the temperature decreases and the chemical potential increases, at some critical temperature, namely T_c , the chemical potential reaches the value of ϵ_0 . In exactly that temperature, from 1.7 the occupation of the ground state n_0 becomes macroscopically large. This is the manifestation of BEC. From the above discussion, we conclude that the critical temperature for BEC is determined by the condition

$$\int_{\epsilon=\epsilon_0}^{\infty} d\epsilon D(\epsilon) \frac{1}{\exp[(\epsilon - \epsilon_0)/(k_B T_c)] - 1} = N \quad (1.10)$$

as in T_c the number of particles in the condensate is still negligible compared to N .

We now have a look at specific cases of the external potential $V_{\text{ext}}(r)$.

The uniform ideal gas. In the absence of an external trapping potential, $V_{\text{ext}}(r) = 0$, a non-interacting gas of free particles in the infinite space can be described by the one-particle Hamiltonian $H^{(1)} = \frac{p^2}{2m}$. The eigenfunctions of such a Hamiltonian[1] are plane waves (k -momentum is a good quantum number for the description of the states) and the energy of the state with momentum k is $\epsilon_k = \hbar^2 k^2 / 2m$.

The density of states for such a system is given[11] by

$$D(\epsilon) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\epsilon} \quad (1.11)$$

Substituting it in 1.10 one can find the critical temperature in the case of the uniform gas

$$k_b T_c = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \left(\frac{N/V}{\zeta(3/2)} \right)^{2/3} \quad (1.12)$$

In the above, ζ is the Riemann zeta-function[12] with $\zeta(3/2) \approx 2.612$.

Moreover, with the energy levels ϵ_k and the specific density of states we can find the thermal particle number 1.9 and from that we deduce the relation between the number of particles in the BEC (N_0) and the whole number of particles in the gas (N) in temperature T :

$$N_0(T) = N \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2} \right] \quad (1.13)$$

Relation 1.12 can be rewritten in terms of the phase-space density (PSD) to offer an intuitive way of understanding the appearance of BEC. PSD is defined as

$$D_p = n \Lambda_T^3 \quad (1.14)$$

where n is the density of the uniform gas and $\Lambda_T = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$ the thermal de Broglie wavelength at temperature T . From its definition, PSD can be seen as the number of particles inside a cube with side of a de Broglie wavelength. Using this parameter, the critical condition for BEC to occur is

$$D_p > \zeta(3/2) \approx 2.612 \quad (1.15)$$

The density of the cloud is a measure of the proximity between the particles whereas the de Broglie wavelength a measurement of the spatial extension of the wave functions of the particles. As a result, when PSD is of order of 1, the interparticle distance becomes of the order of the particle wavefunction extent and an overlap of the wavefunctions of different particles makes its appearance leading to BEC.

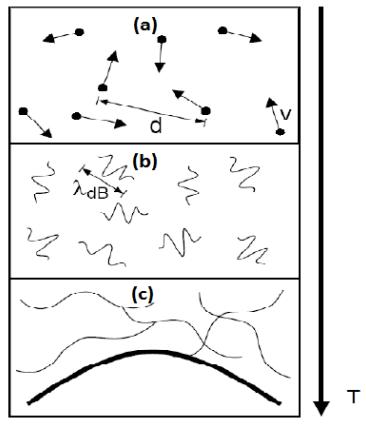


Figure 1.1: The transition to BEC.
 (a) When the inter-particle distance is much greater than the size of individual particles, they can be treated as classical point particles. PSD is orders of magnitude less than the unity.
 (b) For a cooler system, the particles reveal their wave nature. PSD is still orders of magnitude less than 1.
 (c) Overlap between the particle wavefunctions. PSD becomes of the order of unity. BEC occurs.
 Figure taken from [13].

The ideal gas in a harmonic potential. In the case of the presence of a harmonic external trapping potential (with the oscillator frequencies ω_i in the i -direction) given by the formula

$$V_{\text{ext}}(r) = \frac{1}{2}m\omega_x^2x^2 + \frac{1}{2}m\omega_y^2y^2 + \frac{1}{2}m\omega_z^2z^2 \quad (1.16)$$

the one-particle energy levels[1] are $\epsilon_{n_x,n_y,n_z} = \sum_{i=\{x,y,z\}} (n_i + 1/2)\hbar\omega_i$ and the density of states[11]

$$D(\epsilon) = \frac{1}{2(\hbar\omega)^3} \epsilon^2 \quad (1.17)$$

where $\omega = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}$ the geometric average. Following the same procedure as in the case of a uniform gas, one can easily deduce the relation for the critical temperature

$$k_B T_c = \hbar\omega \left(\frac{N}{\zeta(3)} \right)^{1/3} \quad (1.18)$$

and the relation linking the total and the condensed number of particles

$$N_0(T) = N \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 \right] \quad (1.19)$$

We can still write the condition for BEC to occur in terms of the phase space density if we replace the uniform density of the cloud with the peak density $n(0)$ at the centre of the potential. In the case of a harmonic potential, one finally deduces [3]

$$D_p = n(0)\Lambda_T^3 > \zeta(3/2) \approx 2.612 \quad (1.20)$$

1.1.3 BEC in a weakly interacting gas

The evolution of the experimental physics related to BEC followed a quite different path compared to the theoretical predictions of it from Einstein and Bose which were held in ideal gases. In 1938 F. London[14] proposed BEC as a mechanism for superfluidity in 4He that had shortly before discovered. 4He is a strongly correlated system. Moreover, the first gaseous condensate was achieved in 1995 by E.Cornell, C.Wieman[15] and W.Ketterle[16]. In 2001 they won the Nobel prize "for achieving Bose-Einstein condensation of an atomic gas, for creating techniques for studying the Bose condensate and for measuring the physical properties of the weakly interacting atomic Bose gas". Therefore, in order to study BEC, interactions should be in the game.

The appearance of weak inter-particle interactions does not change the basic principle of the condensation: the accumulation of the ground energy state. The difference is quantitative. Adding interactions to the particles, the spatial extent and the total energy of the interacting ground state become larger than the corresponding in the ideal gases. The critical temperature also changes, mainly due to the reduction of the density caused by interactions. Nevertheless, the error, if one assumes that the formula for non-interacting particles holds, is not bigger than 5% [17][18]. Another difference between the interacting and independent particles is that in the first case even at zero temperature not all of the particles accumulate the ground state, but there is a fraction of the population in excited levels.

However, a more accurate description would be of great assistance in understanding the issues inserted by interactions. For such a description one needs to have an equation describing the characteristics of the ground state of the system.

Starting from the equation that $\hat{\Psi}(r)$ (as it is defined in 1.4) fulfils in the Heisenberg representation

$$j\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\Psi}(r, t) = [\hat{\Psi}(r, t), H] \quad (1.21)$$

one has to make several approaches for both the many-body Hamiltonian H and the field operator so as to write down a solvable equation.

We concentrate our attention to dilute gases, where we can assume that the range of interatomic forces is orders of magnitude smaller than the average distance among particles. This assumption is essential and offers great assistance for a number of reasons. First of all, this helps us consider only interactions involving pairs of particles (driven by the potential $V(r - r')$) and not higher-order interactions, like three-body interactions. We will see later that this is also desirable in order to minimize the losses in the trap due to collisions. After that approximation, the Hamiltonian of the system can be written

$$H = \int \left(\frac{\hbar^2}{2m} \nabla \hat{\Psi}^\dagger(r) \nabla \hat{\Psi}(r) \right) dr + \frac{1}{2} \int \hat{\Psi}^\dagger(r) \hat{\Psi}^\dagger(r') V(r - r') \hat{\Psi}(r) \hat{\Psi}(r') dr' dr \quad (1.22)$$

Secondly, in that concept of diluteness, we can assume that the interactions can be approximated by scattering and described by the scattering amplitude. At low energy processes this becomes constant and is described by just one parameter, the scattering length α_s . Strictly speaking, the diluteness can be expressed as $n|\alpha_s|^3 \ll 1$. Because of that constancy, the actual form of the two body potential is not essential in describing the macroscopic properties of the gas [3] and scatternig theory suggests the substitution with the contact potential

$$g = \frac{4\pi\hbar^2\alpha_s}{m}\delta(r - r') \quad (1.23)$$

After the approximations in the Hamiltonian, we try to approach the field operator. Combining the diluteness of the system with its low temperature, one can neglect the non-condensate component $\delta\hat{\Psi}$ of 1.4 as the occupation numbers for states different than the ground state are small in comparison. The last assumption is the namely Bogoliubov approximation that holds when the number of particles is large, i.e. that we can substitute the field operator $\hat{\Psi}_0(r)$ with the function $\Psi_0(r) = \sqrt{N}\phi_0(r)$ or equivalently approaching the quantum field by a classical.

Substituting now the approximated Hamiltonian and field in 1.21 and searching for time-independent solutions (for more details in the procedure see [3][19]) we finally reach at the Gross-Pitaevskii equation

$$\mu\Psi_0(r) = \left(-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} + V_{ext}(r) + g|\Psi_0(r)|^2\right)\Psi_0(r) \quad (1.24)$$

which is a self-consistent equation for the field Ψ_0 or equivalently for the order parameter of BEC.

The Thomas-Fermi limit. For sufficient large condensates, the repulsive inter-particle interactions become so important that the kinetic energy can be neglected from the Gross-Pitaevskii equation. This is the Thomas-Fermi approximation where the Gross-Pitaevskii equation can easily be solved, giving the result for the density distribution of the condensate

$$|\Psi_0|^2(r) = \frac{1}{g}(\mu - V_{ext}(r)) \quad (1.25)$$

This result will be extremely useful for the identification of BEC in our experiment as we will see in the next chapters.

1.2 BEC in ^{87}Rb clouds

As already mentioned in the previous sections, the first experimental demonstration of BEC was in a liquid. However, from the first steps, the aim was to search for BEC in a gas, without the complications of dealing with a liquid. For this goal, the major systems that have been studied are optically-excited excitons in semiconductors [20][21], spin-polarized hydrogen [22][23] and most of all laser-cooled alkalis, in which we are interested in this thesis.

The fundamental requirement a system must have in order for BEC to be possible at least in theory is to be bosonic. As there are plenty of systems obeying this property, other concerns arise about the choice of the whole procedure to BEC related to the choice of the gas -stability, collisional properties- and also the process to reach the condensate, such as the cooling and trapping techniques.

These techniques have been critical to the process of reaching atomic BEC mainly due to the fact that the traditional techniques of low-temperature physics are not applicable to those systems since they are metastable, so they cannot come into equilibrium with another body. Liquid helium is the only element that does not solidify in the range of density and temperature that BEC happens. For that reason, one is forced to work deep in the thermodynamically forbidden regime, where an atomic gas achieves kinetic equilibrium before coming to chemical equilibrium and form a solid [17]. This is achieved when the rate of two-body collisions which brings the system into kinetic equilibrium exceeds the rate of three-body collisions for chemical equilibrium. Two-body collisions cannot limit the lifetime, because they cannot cause a spin-flip whilst preserving energy and momentum, contrary to three-body collisions where the third particle can carry away the energy. The lifetime of this metastability depends on the density of the gas. For a dilute cloud of 10^{17} cm^{-3} metastability could be not for more than a few milliseconds [17]. Thus, very dilute gases of order of 10^{14} cm^{-3} are needed to explore the BEC phase. Using 1.12 for the relation between the critical temperature and the density, one can find that with these orders of density the critical temperature lies in the regime of nanoKelvins. We reach once again the conclusion about the necessity of the cooling and trapping techniques and the importance of the atomic gas choice.

Clouds of Alkali atoms are convenient in the framework of the developed technology for cooling and trapping them for a number of reasons. First of all, they are characterized by their easy to handle energy-level structures. Their energy transitions lie to the regime near the visible or the infrared, something that helps experimentalists since they have really strong lasers for that region. Their unpaired electron in their outer shell of the structure is the reason for the appearance of magnetic moment (unlike other elements like alkaline earths) that makes them perfect candidates for trapping with magnetic fields. Last but not least, they have helpful collisional properties with respect to evaporative cooling, something that we will see in the specific section.

Among all stable alkali isotopes, ^{87}Rb plays a dominant role in the history and the current experiments for BEC. This is mainly because of the availability of convenient (diode) laser sources and the favourable ratio of elastic to inelastic collisions. The scattering length of ^{87}Rb is positive offering stability and also it is independent of the magnetic field applied. In addition, it has a relevant small lifetime of the excited states as compared to other alkalis offering a bigger force acting on it from radiation. The main properties of ^{87}Rb are summarized in [24].

As a result of the above, in the current sections we will examine useful properties of ^{87}Rb .

1.2.1 General properties of ^{87}Rb

A ^{87}Rb atom has 50 neutrons and 37 protons in its nuclear and 37 electrons. Strictly speaking, it is not a stable isotope of Rubidium. Nevertheless, its extremely enormous lifetime of 5×10^{10} years [25] makes it be considered as rather stable. According to quantum model of the hydrogen, ^{87}Rb has only one electron in the outer shell, being in the 5s-configuration in its ground state.

The otherwise degenerate states of the $n=5$ shell split due to the coupling between the orbital angular momentum \vec{L} and the spin angular momentum \vec{S} (the phenomenon of Fine Structure). The total angular momentum of an electron being in the specific state is $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ and the corresponding quantum number J describing the state can be in the range $|L - S| < J < L + S$. For a ^{87}Rb atom in the ground state the outer electron has $L=0$ and $S=1/2$ so $J=1/2$ (This state is written as $5^2S_{1/2}$). In its first excited state the electron has $L=1$ and $S=1/2$ and therefore $J=1/2$ ($5^2P_{1/2}$) or $J=3/2$ ($5^2P_{3/2}$). The value of J sets the change in the energy level. In that sense, the transition $L=0$ to $L=1$ (which is called the D-line transition) is split into two components (the D1-line for $5^2S_{1/2}$ to $5^2P_{1/2}$ transition and the D2 line for $5^2S_{1/2}$ to $5^2P_{3/2}$ transition).

In a similar way, due to the coupling between the electron angular momentum \vec{J} and the nuclear angular momentum \vec{I} (the phenomenon of Hyperfine Structure) there is an additional splitting of the energy levels. The total angular momentum of an atom being in the specific state is $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$ and the corresponding quantum number F describing the state can be in the range $|J - I| < F < J + I$. For a ^{87}Rb atom in the ground state $J=1/2$ and $I=3/2$ so $F=1$ or $F=2$. For the $5^2P_{1/2}$ fine-state $J=1/2$ and $I=3/2$ and therefore $F=1$ or $F=2$. Similarly, for the $5^2P_{3/2}$ fine-state $J=3/2$ and $I=3/2$ and therefore $F=0$ or $F=1$ or $F=2$ or $F=3$. The energy split from the Fine Structure level is dependent on value of F .

For a more detailed analysis of the Fine and Hyperfine Structures and experiments related to this splitting in ^{87}Rb , one can see [26][27][28] [29][30].

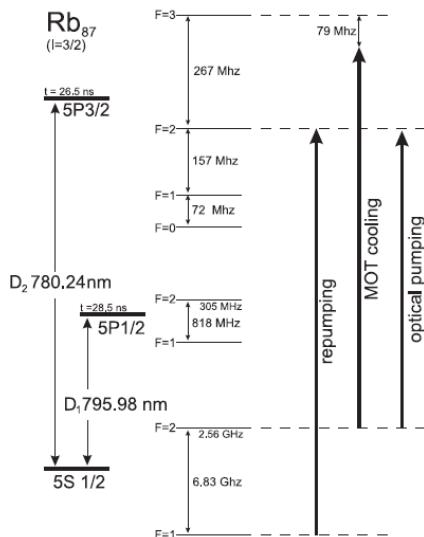


Figure 1.2: The Fine Structure of the $n=5$ shell of ^{87}Rb with the states $5^2S_{1/2}$, $5^2P_{1/2}$ and $5^2P_{3/2}$. For the process of achieving BEC we are mostly interested in the D2-line transition. In the diagram one can also see the lifetime of the excited states, being 26.5ns for both transitions. Each fine-state is additionally split due to the Hyperfine Structure. The different processes take advantage of different hyperfine-level transitions as we will see in the next chapter.

1.2.2 ^{87}Rb cloud in a time-varying electric field

In this section we are interested in studying the effects on a Rb-atom from the presence of radiation, and especially a monochromatic laser light.

The large separation between the D1 and D2 lines compared to the width of the laser beam makes us assume that the radiation is interacting with only-one of the fine-structure components, depending on the frequency of the light. In addition, in the case the incident radiation is almost in resonance with an atomic transition ω_0 , it can be assumed that it interacts only with one hyperfine-state. For these reasons, the monochromatic radiation couples two of the hyperfine levels F and so the atom inside an electric field can be treated as a two-level system.

It will be of great ease to use a semiclassical picture of description: the atom is treated using quantum mechanics aspects while the radiation is described as a classical field. This is valid when the optical power of the electromagnetic field is much higher than that of a few photons. In this approach, the atom has two energy levels, the ground state $|g\rangle$ and the excited state $|e\rangle$, being the higher energy level. These levels are separated by an energy gap of $\hbar\omega_0$. On the other hand, the radiation is described as a classical electric field

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \quad (1.26)$$

where ω is the frequency of the radiation, \vec{k} its wavevector, t the temporal and \vec{r} the spatial coordinates. \vec{E}_0 is the slow-varying amplitude of the radiation whose direction defines the polarization of the wave.

Another approach that will be of great assistance is the dipole approximation: The amplitude \vec{E}_0 is assumed to be constant in space. This is a valid consideration when an atom is much smaller than the laser wavelength. Therefore, we only need to consider the field in time: $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos \omega t$.

Internal State Evolution. After all these approximations, we can now take a look in the way the atom is distributed in the ground and the excited states. In the absence of a light field, the Hamiltonian of the atom can be written as

$$H_0 = |e\rangle \langle e| \quad (1.27)$$

In the above equation, we omitted the kinetic term since we are interested in the internal degrees of freedom. Having already assumed a two-level system, we can argue that the unperturbed Hamiltonian has two eigen-energies, E_1 and E_2 corresponding to the states $|g\rangle$ and $|e\rangle$ respectively.

When the light is on, it produces a perturbation described by the Hamiltonian [31]

$$\begin{aligned} H_I(t) &= -\vec{d} \vec{E} |e\rangle \langle g| - \vec{d} \vec{E} |g\rangle \langle e| \\ &= e \vec{r} \vec{E}_0 \cos \omega t |e\rangle \langle g| + e \vec{r} \vec{E}_0 \cos \omega t |g\rangle \langle e| \end{aligned} \quad (1.28)$$

as long as we consider that in the absence of an electric charge due to the neutrality of the atom, only an electric dipole moment \vec{d} makes its appearance and not higher order

moments. Here, $-e$ is the electron charge and \vec{r} the electron's position with respect to the nucleus.

The states $|g\rangle$ and $|e\rangle$ cease to be stationary states of the full Hamiltonian $H = H_0 + H_I$. Nevertheless, the state of the atom at any instant of time can be expressed in terms of them as follows:

$$|\Psi\rangle = c_1 |g\rangle + c_2 |e\rangle \quad (1.29)$$

It is helpful, if one inserts the density matrix:

$$\rho = |\Psi\rangle \langle \Psi| = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |c_1|^2 & c_1 c_2^* \\ c_2 c_1^* & |c_2|^2 \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

where ρ_{11} and ρ_{22} represent the populations of the ground and excited state, while ρ_{12} and ρ_{21} are called the coherences of the system. Inserting the wave-function Ψ in the Schrödinger's equation using the Hamiltonian 1.28 after the rotating-wave approximation [32] (which holds well if $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$), one can deduce the optical Bloch equations for the ρ -coefficients (for more details [27]).

Searching for steady-state solutions for the Optical Bloch Equations we finally end up with [33]:

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= \frac{1}{2} \frac{2(\Gamma/2)^2 + 2\Delta^2 + \Omega^2/2}{(\Gamma/2)^2 + \Delta^2 + \Omega^2/2} \\ \rho_{22} &= \frac{1}{2} \frac{\Omega^2/2}{(\Gamma/2)^2 + \Delta^2 + \Omega^2/2} \\ \rho_{12} &= \rho_{21}^* = \frac{\Omega(2\Delta + j\Gamma)}{2\Omega^2 + 4\Delta^2 + \Gamma^2} \end{aligned} \quad (1.31)$$

where Ω is the Rabi frequency which is defined as $\hbar\Omega = d\vec{E}_0$, $\Delta = \omega - \omega_0$ the detuning and Γ^{-1} the excited state's lifetime.

Apart from the change in the population of the ground and the excited state, the presence of an electromagnetic field may result in the shift of the energy levels. These shifts are referred to as the ac Stark shifts. To find this energy shift for the ground state, one can use the perturbation theory, which is valid only if $\Omega \ll (\delta^2 + \Gamma^2/4)^{1/2}$. Using this technique, one can generally write the energy shift as a complex quantity [26]

$$\Delta E_1 = V_1 - j\hbar\Gamma_1/2 \quad (1.32)$$

The real part V_1 corresponds to the shift of the energy of the state, while the imaginary part corresponds to a finite lifetime Γ_1^{-1} of the ground state, due to transitions to the excited state induced by the light field. This shift of the energy can be found to be:

$$V_1 = \frac{\hbar\Omega^2\delta}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.33)$$

It is important to note that equations 1.31 still hold in the case of the shift of the energy of the states. The change of the populations is taken into consideration in the Rabi frequency and the detuning.

External Degrees of Freedom - Forces on the atom. During the interaction between an atom and a photon there is an exchange of momentum. Thus, light affects the external degrees of freedom of the atom as well.

In order to continue in calculating the force on an atom, we have to lift the dipole approximation, assumed previously, and instead consider the field 1.26. This is due to the fact that the atoms are in motion, thus they can travel considerable distances compared to the wavelength of the light in a short period of time.

From a quantum mechanical point of view, the force exerted on an atom is the expected value of the derivative of the momentum operator

$$\vec{F} = \left\langle \frac{d\vec{p}}{dt} \right\rangle \quad (1.34)$$

In the Heisenberg representation, the momentum operator has an evolution that follows the equation

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{j}{\hbar} [H(r), \vec{p}] = -\nabla H(r) \quad (1.35)$$

The last equality emerges from the fact that $[H(r), p] = j\hbar\nabla H(r)$. Thus $\vec{F} = -\nabla H(r)$. Inserting the Hamiltonian 1.28 and the electromagnetic field 1.26 in the previous formula for the force, after an extensive analysis that is out of the scope of this thesis (but can be found in [33]), one can get:

$$\vec{F} = \hbar\Omega(r) \left[\frac{\nabla\Omega(r)}{\Omega(r)} \text{Re}\{\rho_{12}e^{-j\delta t}e^{-j\vec{k}\vec{r}}\} - \nabla(\vec{k}\vec{r})(\text{Im}\{\rho_{12}e^{-j\delta t}e^{-j\vec{k}\vec{r}}\}) \right] \quad (1.36)$$

The first term is dependent on the change in amplitude of the field over space. It is called the dipole force (or gradient force or stimulated force) and is present only if a gradient in the light field exists. It is exerted on an atom due to coherent redistribution of photons. and it is arising from the absorption and stimulated emission of photons. On the other hand, the second term is known as the scattering force (or spontaneous force or radiation pressure) and depends on the phase of the field over space. This means that this kind of force is always present when light is on. it is the force on an atom corresponding to absorption of a photon followed by spontaneous emission. More details about the latter force will be given in the next chapter.

1.2.3 ^{87}Rb cloud in a magnetic field

As mentioned above, the energy levels of ^{87}Rb split due to the spin-orbit coupling (fine structure) and in a next step because of the electron-nuclear coupling (hyperfine structure). The Hamiltonian describing the hyperfine split for each of the D-line components is given by [24]

$$H_{\text{hfs}} = A_{\text{hfs}} \vec{I} \cdot \vec{J} + B_{\text{hfs}} \frac{3(\vec{I} \cdot \vec{J})^2 + \frac{3}{2}\vec{I} \cdot \vec{J} - I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)J(2J-1)} \quad (1.37)$$

where A_{hfs} and B_{hfs} are constants related to the D-component. In the absence of an external magnetic field, all the $2F+1$ hyperfine levels with the same quantum number F (describing by the number m_F) are degenerate.

A ^{87}Rb atom can be seen as a magnetic dipole due to its unpaired electron (created by the spin momentum \vec{S}), its angular momentum \vec{L} and the spin of nuclear \vec{I} . Taking all these into account, the magnetic dipole moment of an atom can be expressed as

$$\vec{\mu}_m = \frac{\mu_B}{\hbar} (g_s \vec{S} + g_L \vec{L} + g_I \vec{I}) \quad (1.38)$$

where μ_B is the Bohr magneton and the g-factors are used for the magnetic dipole moments modification. More details about these factors are given in [24], whereas their measured values in [34]. Thus, in the presence of a classical magnetic field $\vec{B} = B_z \vec{i}_z$, there is an interaction with the atom's magnetic dipole moment. As usual, the Hamiltonian describing this interaction is

$$H_{\text{magn}} = \vec{\mu}_m \cdot \vec{B} = \frac{\mu_B}{\hbar} (g_s S_z + g_L L_z + g_I I_z) B_z \quad (1.39)$$

When the magnetic field is strong, but not so strong, that the shift from the magnetic field is small compared to the fine-structure splitting, J is a good number and so

$$H_{\text{magn}} = \vec{\mu}_m \cdot \vec{B} = \frac{\mu_B}{\hbar} (g_J J_z + g_I I_z) B_z \quad (1.40)$$

In the same way, for weaker magnetic fields that the shift due to them is small compared to the hyperfine-structure splitting, F is now a good number and therefore

$$H_{\text{magn}} = \vec{\mu}_m \cdot \vec{B} = \frac{\mu_B}{\hbar} g_F F_z B_z \quad (1.41)$$

We are mainly interested in the last case, where the energy splittings can be expressed using a first order perturbation in the splitting Hamiltonian 1.37 as

$$\Delta E_{|Fm_F\rangle} = \mu_B g_F m_F B_z \quad (1.42)$$

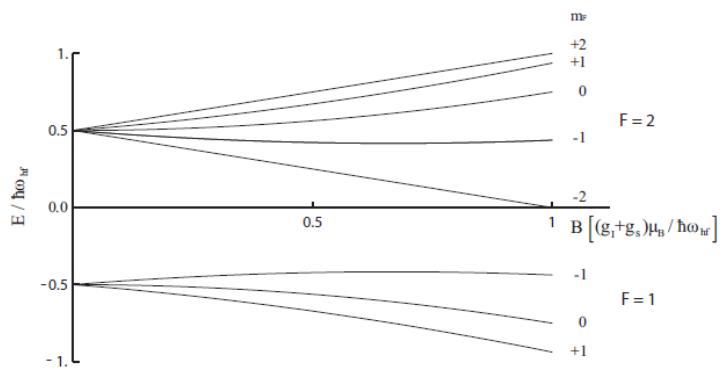
One can easily see that the splitting is linear with respect to the magnetic field. In this regime, the splitting of the energy levels due to the field is called the anomalous Zeeman effect for the atoms.

In this thesis, the strength of the magnetic fields that are applied lies in the region where the anomalous Zeeman effect is adequate in describing the behaviour of the atoms. However, we mention that for stronger magnetic fields, a second order perturbation approach is more successful, and the energy shift can be described by the Breit-Rabi formula [89]

$$\Delta E_{|Fm_F\rangle} = \mu_B g_F m_F B_z + \frac{1}{16} (4 - m_F^2) \frac{(g_s \mu_B B_z)^2}{\hbar \omega_{\text{hf}}} \quad (1.43)$$

Even stronger fields overpower the hyperfine structure, decouple \vec{I} and \vec{J} and the hyperfine Hamiltonian 1.37 is negligible compared to the interaction Hamiltonian [24]. This effect is termed the normal Zeeman effect for the hyperfine structure. Yet stronger fields induce other behaviours, such as the quadratic Zeeman effect [35]. All these effects, though, are beyond the scope of our treatment.

Figure 1.3: In the presence of an external magnetic field the degeneracy of all the m_F levels of the same F breaks. For small magnetic fields, the splitting is linear to the field. This regime is called the anomalous Zeeman effect. For stronger fields F is not a good quantum number and the linear dependence on the field ceases to hold. The linear splitting for weak magnetic fields will be very useful in the concept of atom trapping.



Chapter 2

The procedure to BEC

2.1 Overview of the procedure

The results from the application of a light and a magnetic field that have already been deduced in the previous chapter will be used here in order to explain the whole procedure for Bose-Einstein condensation to occur. Our fundamental goal is to reach quantum degeneracy with the highest attainable number of atoms. This is a dual effort: First of all, to achieve degeneracy, which in terms of the traditional criterion of the phase-space density (as defined in eq.1.14) can be described by the condition that $D_p > 2.612$. Secondly, we have to follow a process that offers the optimized conditions for obtaining the largest number of atoms in BEC.

For a BEC realization, we need a dilute atomic vapour, as it was pointed in the previous chapter. This necessitates the accomplishment of sufficiently low densities, which in turn leads to the requirement of extremely low temperatures. In order to obtain such extraordinary temperatures and densities, one has to develop sophisticated techniques for cooling and trapping neutral atoms. The successive steps, discussed here, that increase PSD of a ^{87}Rb atomic cloud and lead to the condensation are generally applied, with some variations, in BEC labs worldwide. In this chapter, we will describe all these techniques used until the achievement of BEC. On the other hand, the optimization of this procedure leading to BEC is not routine at all. Since the goal of having a large number of atoms in the vapour is not correlated in a direct way with obtaining high density of the cloud, PSD which depends on the density ceases to be the criterion for the optimization. This will be the topic of the next chapters.

The complexity of BEC experiments for the processes of cooling and trapping requires a carefully designed setup with a great amount of reliability. The whole description of our apparatus can be found in [36][37][38]. Here, we briefly mention some of the general requirements for the trapping and cooling until degeneracy is reached. One of the main demands for a successful cooling is the isolation of the atomic cloud from its surroundings, in order to abate collisions of the atoms with high energy particles. Such particles may come from the material walls that confine the cloud. For this reason, the cloud should be thermally isolated and, thus, we are forced to trap the cloud by the application of external light and magnetic fields rather than by the use of a material container. However, even in

the absence of walls, high energy particles coming from the background may increase the temperature of the atoms or lead them out of the trap. Therefore, one has to insure that these type of particles are rare. This is achieved by trapping the cloud in a region of ultra-high vacuum. Pressures of the order of 10^{-11} mbar are necessary. Under such conditions, one is able to confine the particles for seconds or even for minutes, which is enough time to cool them. Another requirement, resultant from the previous, is the high need for both laser beams with certain properties (frequency stabilization to optical transitions, specific intensities etc) and coils that will be used for the application of the required magnetic fields. All these laser systems and coils offer numerous appropriate light and magnetic fields which realize the concepts of cooling and trapping. The apparatus also consists of a large number of electronic and computer control systems.

All the steps until BEC can be divided into two general cooling and trapping processes: the laser cooling of a cloud in a magneto-optical trap (MOT) followed by the evaporative cooling after the cloud is confined in a conservative magnetic trap. These two cooling techniques are complementary for the goal of quantum degeneracy: The laser cooling technique is not adequate in order BEC to occur, since there is a lower limit in the temperature and the density it achieves. On the other hand, evaporative cooling technique can work in an effective way only if the cloud is dense and cold enough to offer high collision rates and tight confinement. This is due to the fact that the magnetic trap, that is used for this technique, cannot have a trapping depth bigger than some milliKelvins, because of the neutral nature of the atoms. The enhancement of the phase-space density is distributed in an almost equal way between these two cooling processes. PSD begins with a value of the order of 10^{-12} in the room temperature and as each of the techniques provides a gain of six orders of magnitude, we end up with a PSD of the order of the unity. After that, the occurrence of BEC increases PSD by another factor of 10^6 without any extra effort. That is why, BEC is often called as "free cooling" [77].

	Laser Cooling			Evaporative Cooling			Imaging
	MOT	CMOT	Molasses	Trap Match	Compression	Evaporation	
Imaging Beam							
MOT Beams							
RF							
Boz							
Pitch Coils							
Compensate Coils							
Ioffe Coils							
red-detuning of MOT beams	25 MHz	40MHz	40MHz				
duration	4.5 sec	10 msec	1msec	0.5 sec	3 sec	10 sec	
atom number	10^{10}	9×10^9	9×10^9	5×10^8	4×10^8	3×10^5	

Figure 2.1: The sequential stages of cooling and trapping that lead to BEC. They are divided into two general processes: laser cooling and evaporative cooling. Laser cooling consists of the stages of the MOT, the CMOT and the Optical molasses, while in the evaporative cooling technique, mode-matching, compression of the trap and the final stage of evaporation are included. One can see the duration, the number of the atoms and the achieved temperature at the end of each stage. In the diagram, we make a schematic representation of the presence and the relative power of the laser beams and the currents in the coils that are part of these techniques during the various stages.

In diagram 2.1 we can see the sequential steps that constitute these two general cooling and trapping techniques, discussed above. In short, the procedure is as follows. The ultra-high vacuum chamber is loaded with a large number of atoms of the order of 10^{10} with the assistance of an arrangement known as the two-dimensional magneto-optical trap (2D-MOT), that works as a source of slow beams of atoms, driving them in the chamber. Using the MOT beams and the Ioffe coils, that serve the realization of the MOT technique, the cloud it trapped and cooled inside the ultra-high vacuum chamber, leading to a steady state. A simple MOT will confine atoms at a density limited by reradiated photon pressure to a relatively low value. As a consequence, the corresponding collision rate after the transfer to the magnetic trap will be low. Since the most crucial feature in the evaporative cooling is the collision rate compared to the trap lifetime, one can gain almost the same by improving the vacuum or by improving the density in the MOT. For the latter improvement, after the loading and the cooling of the MOT, we apply a short compressed magneto-optical trapping (CMOT) stage. The CMOT is a technique used for the preparation of a higher density of the cloud for the next stage of the evaporative cooling by increasing the magnetic field gradient and the detuning of the MOT beams after the steady MOT. In most cases, a short stage of optical cooling, with the magnetic fields being turned off, is applied shortly after the CMOT stage, which guarantees a further decrease of the temperature of the thermal cloud.

This MOT serves as a source of cold atoms for the next general process, namely the evaporative cooling. Magnetic traps offer a nearly perfect realization of a conservative potential for atom trapping. The main experimental challenge is to transfer the atoms efficiently from a MOT into a magnetic trap. This is achieved during the mode-matching stage, where the values of the currents running through the coils (Pitch, Compensate and Ioffe coils) are fixed so as to create a trap that resembles in shape the previous in the MOT. After this and before the final stage of evaporatively cooling the cloud, we compress it. To do so, we increase the values of the currents running through the coils and decrease B_{0z} . This can be seen in the diagram 2.1 above. The compression of the cloud becomes helpful in order to increase the collision rate of the atoms. Finally, we perform forced evaporative cooling using radio frequency induced spin flips. A single 10 sec RF ramp leads to the fast and relatively efficient production of a Bose-Einstein condensate of almost 10^6 atoms.

After all these stages, quantum degeneracy will be achieved. We suppressed the fact that in order to manage BEC, one has to come up with a great number of issues that confronts all related experiments. The high need of aligning the centers of the MOT and the magnetic trap, the ability to turn on and off the magnetic fields quickly, the big loss of the atoms due to the mode-mismatch between the MOT and the magnetic trap, the importance of taking into consideration the gravity force on the atoms, the relatively small lifetime of the trap and the need for a rapid evaporation are some indicative difficulties.

In the remainder of this chapter, we will give the basic principles of the techniques used to reach BEC, the sequential steps that we follow and some aspects of the realization of these in our specific experiments. The order of the corresponding sections follows the sequence of the experimental steps. In section 2.2 we describe the laser cooling technique in the MOT and in section 2.3 the evaporative cooling technique.

2.2 Laser Cooling and Magneto-Optical Trapping

The basic principle of cooling using laser beams relies on the equipartition theorem [?] that holds for classical gases (still relatively high temperatures) and relates the temperature of the system with its average energies. In the case of ideal gases the equipartition theorem states that

$$\frac{1}{2}m\bar{v}^2 = \frac{3}{2}k_B T \quad (2.1)$$

where m is the mass of the particles, \bar{v} the average velocity, k_B the Boltzmann coefficient and T the temperature of the system. With that in mind, by decreasing the average velocity \bar{v} of the atoms one can equivalently decrease the temperature of the sample.

In contrast to the trapping of ions, which offer their charge on which an electromagnetic field can exert large Coulomb forces, the idea and the realization of trapping neutral atoms is relatively new. Forces on neutral atoms can be exerted if one exploits their magnetic or induced electric moments, allowing generally smaller forces to be applied. On the other hand, it is generally a fact that larger numbers and densities of particles can be trapped in case they are neutral compared to ions, because of the lack of space charge effects. The idea that laser light can be used to cool atoms was suggested by Hansch and Schawlow [39] and Wineland and Dehmelt [40], both in 1975. Three years later, Wineland, Drullinger and Walls [41] published the first cooling experiment. Significant experiments on laser forces were performed by Ashkin [42][43]. Experimentally, in the 1980's Chu et.al. [44] created the first Optical Molasses and Raab et.al. [45] the first magneto-optical trap, both at Bell laboratories.

Laser cooling and trapping is nowadays a standard technique in quantum optics and quantum gases. It offers a great amount of features which fit with a number of novel and up-to-date experiments. Atoms with low kinetic energy and velocities, long lifetimes and interaction times, the ability to confine big numbers of atoms, adequate collision rates are among those advantages. However, this cooling and trapping technique has strict limits to both the temperature and the density that it is possible to achieve. A limitation in temperature is due to the nature of the spontaneous emission of light from an atom, while a density limitation has its origin in radiation trapping effects, i.e. the presence of rescattered photons, and losses in the trap. The combination of these two limitations leads to a PSD which cannot surpass a value of around 10^{-5} , five orders of magnitude too low for BEC.

In our experiment, we use laser cooling and magneto-optical trapping as a pre-cooling for the next stage of evaporation. In the framework of this intention, our primal attention will be paid to two objectives: To ensure high collision rates for efficient evaporation abandoning any attempt for achieving low temperatures or high PSDs and to collect a large number of atoms. The second objective is crucial, since we are interested in large BECs, which derive from large atomic clouds.

2.2.1 Basic principles of the techniques for laser cooling and trapping

A. The Radiative Scattering Force

In section 1.2.2 we deduced that there are two kinds of radiative forces acting on an alkali atom, the dipole and the scattering force. Both forces can be used for trapping and cooling a thermal cloud. The first experiments trying to cool a trapped atomic sample attempted to exploit the existence of the dipole force [46]. However, this type of force offers a much shallower trapping depth, typically in the range below one-milliKelvin, compared to the radiative pressure, which has a typical depth of one Kelvin. Therefore, scattering forces offer a larger volume of trapping compared to the one created by the dipole force. This is because of the fact that the scattering force is independent of the gradient of the intensity of the light beam. As a result, experimentalists concentrated eventually their attention on the scattering force and the magneto-optical trap is an excellent example of the application of this kind of force.

In the MOT, the internal degrees of freedom are in steady states and, thus, the external degrees can be decoupled, giving a scattering force as the second term in eq.1.36. Using eq.1.30 for the coherences, we can finally write

$$\begin{aligned} F_{\text{sc}} &= -\hbar\Omega\nabla(kr)(\text{Im}\{\rho_{12}e^{-j\delta t}e^{-jkr}\}) \\ &= \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + I/I_{\text{sat}} + 4\Delta^2/\Gamma^2} \end{aligned} \quad (2.2)$$

where we have defined the saturation intensity I_{sat} of the light as $I/I_{\text{sat}} = 2\Omega^2/\Gamma^2$.

But, what is the origin of this force? Each absorbed photon adds to the atom a momentum equal to the momentum it had in the direction of the light. Contrary to that, each spontaneously-emitted photon travels to a random direction. Therefore, after many cycles of absorption and spontaneous emission of photons, the spontaneous emissions average to zero, whereas the absorption comes from one direction, and thus, there is an average force in the direction of the light beam. This means, the change of the momentum is solely the effect of absorption. Eq.2.2 is valid only in case the force can be meaningfully averaged over a great number of absorption-emission cycles. If a single photon changes the atomic velocity in an important way, the semiclassical approach ceases to hold and all the results deriving from it as well, and such an average is not possible.

In the formula 2.2 above, the actual force per photon is $\hbar k\Gamma$, while the rest of the term is the probability of the force being applied, which is the fraction of the time that the atom remains in its ground state. A spontaneous emission can occur if the atom is in its ground state, therefore this type of emission, and as a result the value of the scattering force, is limited by the fraction of the time the atom spends in its excited state. This fraction of time has a maximum of 1/2, and so $F_{\text{sc,max}} = \hbar k\Gamma/2$.

Until this point, we have not taken into consideration the Doppler shift that appears when the atom is moving with some velocity \vec{v} . In fact, due to that velocity, the atom sees a radiation of frequency ω with a modified frequency $\omega - \vec{k}\vec{v}$, where \vec{k} is the wave-vector of the laser beam. In this case, the detuning between the radiation the atom feels and the atomic resonance frequency ω_0 is $\Delta = (\omega - \vec{k}\vec{v}) - \omega_0$ and as a consequence, the force the

beam applies on the atom is modified to

$$F_{\text{Doppler}} = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + I/I_{\text{sat}} + 2(\omega - \omega_0 - \vec{k}\vec{v})^2/\Gamma^2} \quad (2.3)$$

B. The Optical Molasses (OM)

In the previous section we deduced the scattering force that is exerted on an atom moving with velocity \vec{v} from a laser beam with wave-vector \vec{k} , taking into consideration the Doppler shift of the frequency. Examining first the one-dimension case, an atom moving in the opposite direction to the beam will slow down while an atom moving co-parallel with the beam will increase its velocity. As a result, this set-up (a laser beam parallel or anti-parallel to the atom's motion) does not slow the atoms down, since they move both towards and away from the beam. For that reason, an arrangement of two counter-propagating beams of the same frequency ω and intensity can be used to slow the atoms down. An imbalance in the forces from the two beams emerges for a moving atom as a result of the Doppler effect. In order to explain this, we assume that the laser beams are tuned below resonance. A moving atom will feel from the beam opposite to its motion a closer to its resonance frequency, while for the beam that co-propagates with the atom, the Doppler shifted frequency increases its distance from the resonance. As a consequence, the atoms absorbs always more photons from the counter-propagating beam, slowing it down.

In order to get a simple quantitative model for this two-beam arrangement, we have to make some important assumptions: the two-energy-level atom and the weak radiation field -such that perturbation theory is valid giving the scattering force 2.2- assumptions. In this case, the two forces exerted from the two counter-propagating beams can be treated independently, without each one altering the other. Therefore, the total force acting on any atom from these beams can be written as

$$F_{\text{OM}} = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \left[\frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + I/I_{\text{sat}} + 2(\omega - \omega_0 - \vec{k}\vec{v})^2/\Gamma^2} - \frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + I/I_{\text{sat}} + 2(\omega - \omega_0 + \vec{k}\vec{v})^2/\Gamma^2} \right] \quad (2.4)$$

This force is depicted in figure 2.2.

The additional assumptions, stating that the atoms move sufficiently slowly that the Doppler shift is low compared to the linewidth of the beams, i.e. $kv \ll \Gamma$, and that the beam intensities I are well below the saturation intensity, $I \ll I_{\text{sat}}$, can offer us the ability to approximate the above force using the Taylor's series, giving the result:

$$\begin{aligned} F_{\text{OM}} &= F_{\text{sc}}(\omega - \omega_0 - kv) - F_{\text{sc}}(\omega - \omega_0 + kv) \\ &\approx F_{\text{sc}}(\omega - \omega_0) - kv \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega} - \left(F_{\text{sc}}(\omega - \omega_0) + kv \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega} \right) \\ &\approx -2 \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega} kv \\ &\approx -bv \end{aligned} \quad (2.5)$$

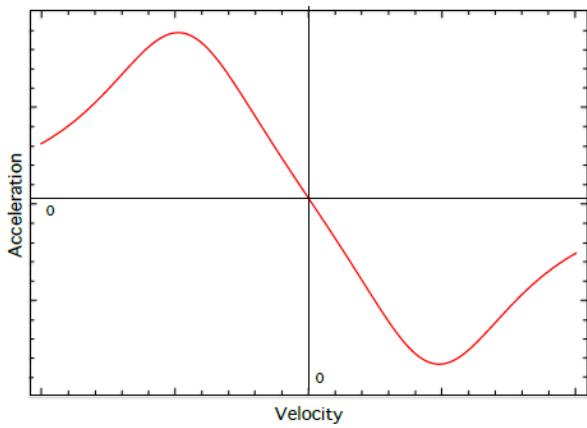


Figure 2.2: Qualitatively, the force exerted on an atom vs its velocity for a red-detuned pair of counter-propagating beams. For small velocities the force is linear with respect to v . For larger velocities the dependence ceases to be linear but also leads to a damping force.

A pictorial explanation of the form of this force: Because of the Doppler shift, an atom feels two different frequencies from these counter-propagating beams. From the one that travels with its motion, the frequency it feels is further away from resonance. Contrary, from the beam that travels against the atom the frequency comes closer to resonance. As a result, an atom feels a bigger force against its motion than parallel to it so it slows down.

with $b = 2k \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \delta} = -\frac{4\hbar k^2 I/I_{\text{sat}}}{[1+(2(\omega-\omega_0)/\Gamma)^2]^2} \frac{2(\omega-\omega_0)}{\Gamma}$. The above result may be interpreted as a damping force that slows down the atoms in case $b > 0$. A positive b implies $\omega < \omega_0$, which means that the laser is red-detuned with respect to the atom's resonance frequency. This is in accordance with the physical explanation of the slowing down of the atoms with this configuration that was given in the beginning of this section. Since this damping force is similar to the viscous force acting on an object inside a fluid, this arrangement of the two counter-propagating laser beams is widely known as "Optical Molasses". FOM can be efficient for a limited range of the atom's velocities. Above this limit, the linear form of this force ceases to be a good approximation and a subsequent reduction occurs. This peak is a value of $v_{\text{max}} = \pm\delta/k$. One can see this behaviour in the figure 2.2 above.

The Doppler limit for the temperature. In this paragraph we investigate the minimum temperature that we can achieve using the Optical Molasses technique. For a cloud of atoms of mass m with low initial velocities that the force is in the linear region, we can write for the kinetic energy E_K :

$$\frac{dE_K}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} mv^2 \right) = mv \frac{dv}{dt} = v F_{\text{OM}} = -bv^2 = -\frac{2b}{m} E_K = -\frac{E_K}{\tau_{\text{damp}}} \quad (2.6)$$

Therefore, under the application of the OM technique, the kinetic energy of the atoms decreases exponentially with a time-constant $\tau_{\text{damp}} = m/2b$, reaching finally the limit of zero kinetic energy. In other words, using the equipartition theorem, reaching the limit of zero temperature. However, we did not take into consideration the heating that emerges from fluctuations of the force. There are two kinds of fluctuations, related to this heating: fluctuations in the number of photons absorbed in a given time and the ones coming from the random direction of the emitted photons. The randomness of the spontaneous emission is the reason for both of these fluctuations. If we concentrate our interest in the velocity space, each fluctuation can be described by a random walk step, similar to the Brownian motion of particles. The rate of increase in the kinetic energy due to these random walks

is

$$\frac{d\langle E_K \rangle}{dt} = \frac{1}{2m} \frac{d\langle p^2 \rangle}{dt} = \frac{R\hbar^2 k^2}{m} \quad (2.7)$$

In the above, the mean-square momentum is expressed as $d\langle p^2 \rangle / dt = 2R\hbar^2 k^2$, where R is the scattering rate of photons, $\hbar k$ is the magnitude of any random step in the velocity space and the factor 2 emerges from the fact that there are two such steps for each scattering event, one from the absorption and one from the emission of the photon. On the other hand, the cooling rate of the kinetic energy due to the application of the damping force is

$$\frac{d\langle E_K \rangle}{dt} = \langle v F_{OM} \rangle = -b \langle v^2 \rangle = -b \frac{k_B T}{m} \quad (2.8)$$

where in the last equality we have made use of the corresponding in one-dimension equipartition theorem.

At equilibrium, the heating rate becomes equal to the cooling rate and therefore using eq.1.30 for the scattering rate and the formula for the damping coefficient b , we can write:

$$k_B T_D = \frac{R\hbar^2 k^2}{b} = \frac{\hbar\Gamma}{4} \frac{1 + 4[(\omega - \omega_0)/\Gamma]^2}{(\omega - \omega_0)/\Gamma} \quad (2.9)$$

This is the Doppler temperature for the case of the one-dimension Optical Molasses technique. Minimizing the Doppler temperature with respect to the detuning, we reach at the result $k_B T_{D,\min} = \hbar\Gamma/2$, which occurs for $\delta = -\Gamma/2$ and defines the Doppler cooling limit. For Rubidium, the Doppler limit is $145\mu\text{K}$.

One can comment here that for real experiments this minimum value of the temperature is not as given by the above relation, but it can be up to one order of magnitude less than this Doppler limit. This regime of temperatures is called the sub-Doppler cooling [47][48] but it is beyond the scope of our treatment.

C. The Magneto-Optical Trapping (MOT) principles

Optical molasses is a technique that slows the atoms down, i.e. a cooling technique. Together with that, OM viscously confines the cloud, in the sense that the atoms of the cloud experience such a damping force that their mean free path becomes small compared to the dimensions of molasses. As a result, the atoms' motion in molasses is diffusive and confinement is realized from their quite long stay in the region of the lasers. However, this is not adequate for trapping the atoms in a steady state. Such a confinement may be possible in case the scattering forces that cool the cloud become not only velocity-dependent, but also position-dependent. This can be achieved by the addition of a magnetic field and the appropriate choice of the polarization of the laser beams to the previously described configuration of Optical molasses. The applied magnetic field is too weak to trap the atoms directly but it offers the desired dependence of the force on the position, while the beams' polarization prevents the arrangement from being symmetric. A modified configuration like that is called "Magneto-Optical Trap" (MOT).

In the one-dimensional case, two counter-propagating circularly polarized with opposite helicity (σ^\pm) laser beams of the same frequency and intensity are used in a region

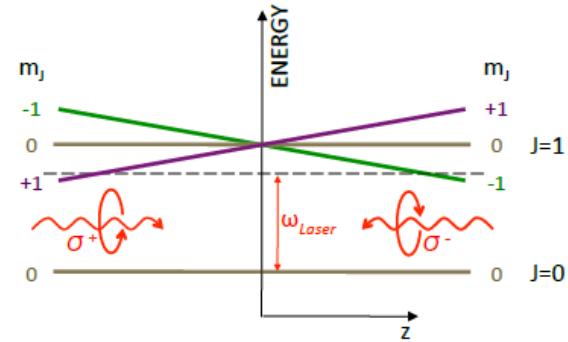
of space where a quadrupole magnetic field, with gradient a is applied. This field alters linearly with position, being zero in the middle of the two beams. A moving atom will feel a bigger force, due to the Zeeman effect which shifts the energy levels, from the beam that is closer to it than from the beam that is further away. As a consequence, the atoms are pushed toward the center of the region, exactly where the magnetic field is zero, and thus, they get trapped.

In order to express the above explanation in a mathematical way, we assume the following simplification: To make this principle clear we consider the case of neglecting the nuclear spin (just fine-structure splitting) and assuming that an atom has a ground state with zero total angular momentum $J=0$ and an excited state with $J=1$ ¹. In this case, the presence of a magnetic field that we force to be linear in magnitude $B(z) = az$ (where a is the gradient of the field) leads to a Zeeman split in accordance with eq.1.42

$$\Delta E_{|Fm_F\rangle} = \mu_B g_F m_F a z \quad (2.10)$$

of the three fine sublevels of the excited state, which is linear² with respect to position for the $m_F = \pm 1$ states as one can see in fig 2.3. Here, we assumed again the easy case of a one-dimensional arrangement with z the position coordinate, with $z = 0$ the center of the two beams. Therefore, if the cooling condition holds, i.e. each beam is tuned below zero field atomic resonance, then as we move away from the center where $B = 0$, there is always one state that the detuning between the resonance and the laser transition frequency to that state becomes smaller with a bigger force exerted on the atom pushing it to the center. In order this transition to be realized, the proper light polarization must be chosen. The σ^\pm beam excites atoms to the $m_F = \pm 1$ state, respectively. This is due to the fact that a transition is allowed if the total spin of the photon and the atom is conserved. For $z > 0$ the $J = 1$ sub-state with $m_J = -1$ is closer to resonance and as a result a beam with σ^- polarization must come from large $z > 0$. Similarly, the beam coming from $z < 0$ must be circularly σ^+ polarized.

Figure 2.3: The Zeeman split in the fine-structured states with $J = 0$ and $J = 1$. In the ground state, as well as the state $|J = 1, m_J = 0\rangle$ there is no modification from the presence of a weak linear magnetic field. Contrary, the $m_J = \pm 1$ states of $J = 1$ bent linearly with respect to the position. This can offer a greater force as one moves far from the centre due to the less detuning in that regions between the laser beams and the resonance. The polarization of the beams must be appropriately chosen to allow these transitions.



¹An exact description of the Zeeman split due to the magnetic field gradient in the case of Rb atoms and laser beams of frequency that leads to the hyperfine $F = 2 \rightarrow F = 3$ transition of the D2 line (see fig 1.2) that is really used is quite complex.

²In reality, this is more complicated, mainly because of the more than one ground states ($F = 1$ and $F = 2$) which lead not always to a close loop of absorption and emission and the Zeeman split in the ground states. Though, the linear dependence of the magnetic fields does not cease to hold.

In such a configuration, the resonant frequency of an atom in position z is modified as $\omega'_0 = \omega_0 + \Delta\omega = \omega_0 + \Delta E_{|Fm_F\rangle}/\hbar = \omega_0 + \kappa'z$ (with $\kappa' = \mu_B g_F m_F a/\hbar$) and, thus, the force acting on it from the two laser beams, in analogy to the force in the Optical molasses, can be written as:

$$\begin{aligned}
F_{\text{MOT}} &= F_{\text{sc}}(\omega - \omega_0 - \kappa'z - kv) - F_{\text{sc}}(\omega - \omega_0 + \kappa'z + kv) \\
&\approx F_{\text{sc}}(\omega - \omega_0) - kv \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega} + \kappa' \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega_0} - \left(F_{\text{sc}}(\omega - \omega_0) + kv \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \delta} - \kappa'z \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega_0} \right) \\
&\approx -2 \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega} kv + 2 \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega_0} \kappa' z \\
&\approx -bv - \kappa z
\end{aligned} \tag{2.11}$$

In the above, the two scattering forces from the laser beams feel different detuning $\omega_0 \pm \kappa'z$, due to their different polarizations, $\kappa = -2 \frac{\partial F_{\text{sc}}}{\partial \omega_0} \kappa' = -\frac{4\hbar k I / I_{\text{sat}}}{[1 + (2(\omega - \omega_0)/\Gamma)^2]^2} \frac{2(\omega - \omega_0)}{\Gamma} \frac{\mu_B g_F m_F a}{\hbar}$, and we assumed adequately small velocities and spatial shifts from the center of the configuration that the first order Taylor's approximation becomes valid. This force F_{MOT} has the same form as the one in a damped harmonic oscillator. The velocity-dependent term of the force cools the atoms while the position-dependent term traps them in the middle of the configuration.

Writing the force in the MOT in a slightly different way as

$$F_{\text{MOT}} = -bv - \kappa z = -b \left(v + \frac{\kappa}{b} z \right) = -b(v + u) \tag{2.12}$$

one can interpret the MOT as a moving molasses with spatially dependent velocity $u = \kappa z/b$. Such a pictorial interpretation is shown in fig.2.4 and assists in understanding in more depth the real complicated case the Rb-cloud. The only difference between the simplified case that was described above and the real one is the different form of the velocity u that governs the movement of the molasses.

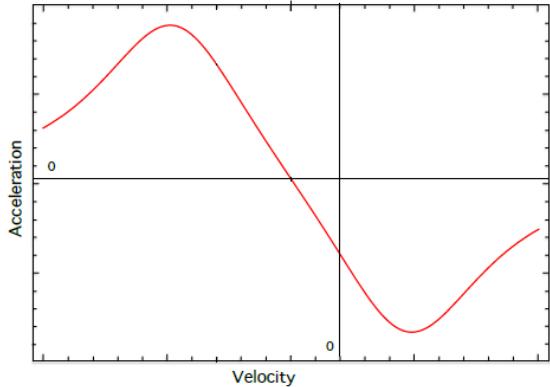


Figure 2.4: Force 2.12 is a moved form of the force in molasses. Here it is depicted in a $z > 0$ point.

Intuitive explanation of the trapping: For molasses, if the direction of the velocity changes, the force direction will also change. Contrary, for the MOT, in a position different than the centre, even if the v -direction changes, the direction of the force does not, pushing the atom towards the centre and thus leading to trapping.

The density limit in the MOT. In the process of laser cooling in a magneto-optical trap both temperature and density of the cloud are limited to values that their combination is unable to bring BEC. In the previous section, we studied the Doppler limit for the

temperature in the optical molasses technique, which largely holds in the MOT as well. In the current section, we investigate the limit in the density of the trapped cloud in the MOT.

One can distinguish two regimes with a different behaviour for a steady state cloud: the temperature-limited and the multiple-scattering regimes [33]. The criterion of this distinction can be expressed by the density of the cloud and the number of atoms in it. For adequately low densities and small numbers of atoms, i.e. the temperature-limited regime, all the previously discussed mechanisms of cooling and trapping hold, whereas for bigger numbers and denser clouds (the multiple-scattering regime) additional forces emerge which alter the properties of the cloud. These forces have their origin in the appearance of rescattering of photons from adjacent atoms due to the short mean free path of these photons before escaping the trap and are mainly repulsive, a fact that leads to a limit in the cloud's density.

In the temperature-limited regime, the resultant force is simply the one found in the previous section, the force of a damped harmonic oscillator, $F_{\text{MOT}} = -bv - \kappa z$. Despite the dissipative nature of this force, its harmonic term can be thought as the result of a harmonic potential. With this potential in mind, one can make use of the equipartition theorem and state that the average kinetic energy of an atom in the MOT is equal to the mean potential harmonic energy, $\frac{1}{2}\kappa\Delta z_0^2 = \frac{1}{2}k_B T$. Here, Δz_0 is the rms-value of the position of the atoms in the MOT and T the cloud's temperature. A straight consequence of this, is the definition of an effective frequency ω_{MOT} that features the behaviour in the MOT, although there are no real oscillations, as

$$\frac{1}{2}m\omega_{\text{MOT}}^2\Delta z_0^2 = \frac{1}{2}k_B T \quad (2.13)$$

The above relation implies the dependence of the cloud's size solely on the temperature. In turn, for a certain temperature, the volume of the cloud is constant and, thus, the density becomes proportional to the atom number, as long as the characteristic frequency ω_0 remains constant. For a spherically symmetric cloud in three dimensions, one can find [33]

$$n = \frac{3N}{4\pi} \frac{\kappa^{3/2}}{(k_B T)^{3/2}} \quad (2.14)$$

The increase of the atom number leads to the increase of the density, until rescattering begins to play an important role in the process. In this case, two additional forces emerge that change the behaviour of the cloud. This is the multi-scattering regime. The first additional force is a repulsive one, coming from the sequential absorption of the emitted photon from adjacent atoms. This re-radiated light follows a different frequency distribution from the laser light [49]. As a result, the average absorption cross-section σ_R characterizing the rescattering differs from that of the incident light σ_L . The force applied from this rescattering can be written as [26]

$$F_R = \frac{\sigma_L \sigma_R I}{4\pi c r^2} \quad (2.15)$$

where c is the speed of light and r the distance between two atoms of the cloud. The second force that emerges due to the dense cloud is attractive and is the result of the

beam's attenuation as photons get absorbed. The calculation [26] of this force leads to the form

$$F_A = -\frac{I\sigma_L^2}{4\pi cr^2} \quad (2.16)$$

In the multi-scattering regime, the maximum density of the cloud can be calculated in such a way that the trapping force balances the other forces:

$$F_{\text{MOT}} + F_R + F_A = 0 \Rightarrow n = \frac{3c\kappa}{I\sigma_L^2} \frac{1}{(\sigma_R/\sigma_L - 1)} \quad (2.17)$$

where we omitted the cooling term of the trapping force, since temperature ceased to determine the trap size, because of the rescattering. One can notice that the density no longer depends on the number of atoms in the trap, but stays rather constant for a certain frequency of the MOT and a certain beam intensity.

In order to increase this density limitation, one could increase the detuning or the field gradients, as these changes result in the relative increase of the attractive force F_A compared to the repulsive one [49]. However, such increase would lead to a corresponding increase of the inelastic collision rate between the atoms which causes loss in the number of atoms in the trap.

During the above discussion, we assumed a perfect alignment and a uniform profile of the intensity for the beams that consist the MOT. Any imperfection may result in the decrease, the unexpected imbalance or the spatial change of the predicted forces which affect the properties and the parameters -number of atoms, density, temperature, size- of the cloud.

Loading of the MOT - The limit in the number of atoms. Together with the constraints in the temperature and the density of the cloud, the MOT traps only a finite number of atoms because of the various loss mechanisms that take place and have in common to knock atoms out of the trapping region. In this region, only atoms with a velocity below a limit v_c can be slowed by the beams and trapped in a sufficient way. This velocity characterizes the depth of the MOT and is typically a few times $\Gamma\lambda$, where λ is the beam wavelength. We assume that all of the atoms with velocity less than or equal to v_c are trapped. Under this assumption and given that there is a mechanism which continuously supplies the trap with atoms, the rate of the MOT loading is given by the Kinetic theory [50][51] by

$$L = \frac{nV^{2/3}u_c^4}{2} \left(\frac{m}{2k_B T} \right)^{3/2} \quad (2.18)$$

where n is the density of the atoms and V the volume of the trap.

The number of atoms in a steady state MOT is given by the balance between the loading of the atoms and the departure of them due to the loss mechanisms. There are various mechanisms that cause such losses, the most important of which are:

- Collisions of the cold atoms with the background hot atoms offering them the necessary energy to leave the trap. The rate of such collisions is proportional to the

number of the cold atoms, $R_{\text{bg}} = \gamma_{\text{bg}} N$. The value of γ_{bg} is determined by the collisions with the surrounding warm atoms,

$$\gamma_{\text{bg}} = n_{\text{Rb}} \sigma_{\text{Rb}} v_{\text{Rb}} + n_{\text{bg}} \sigma_{\text{bg}} v_{\text{bg}} \quad (2.19)$$

where $n_{\text{Rb}}/n_{\text{bg}}$ is the density of the Rubidium atoms in the trap/the background cold atoms, v_{Rb} and v_{bg} their corresponding mean velocities and σ_{Rb} and σ_{bg} the cross-sections that characterize the collisions which accelerate cold atoms to the velocity larger than the critical velocity, above which the atoms escape from the trap. The cross-sections depend on the electronic state of the atoms.

- Light-assisted collisions, inelastic collisions between two trapped atoms which occur due to the change of the energy of the internal state of the particles in the presence of a light field. The dipole moment of an excited atom may induce a dipole moment in the nearby ground state atoms, causing an attractive force which, in turn, increases the velocity of the atoms. This loss mechanism is characterized by the loss of two atoms per collision and this loss rate γ_l is proportional to N^2 .
- Photon re-absorption scattering, where the photons being emitted in a random direction by a cold atom are absorbed by an adjacent atom driving it out of the trap.

As mentioned previously, the last case is important only in the multi-scattering regime which is characterized by large densities. This loss mechanism can be ignored for medium MOTs. Therefore, in the absence of a full theoretical model for the behavior of the atoms when they insert in the MOT, a phenomenological equation is often used [52][27][26]:

$$\frac{dN(t)}{dt} = L - \gamma_b N - \gamma_l N^2 \quad (2.20)$$

At relatively low densities, the first loss mechanism dominates, thus assuming $\gamma_l = 0$ we get

$$N(t) = \frac{L}{\gamma_b} (1 - \exp\{-\gamma_b t\}) \quad (2.21)$$

This loading formula guesses that the trap saturates when there is an equilibrium between the loading process and the loss mechanisms. This means that after some specific time of loading the number of atoms remains constant irrespectively of the time.

Lifetime of the MOT In the absence of a source that offers atoms in the MOT, if one solves equation 2.20 with $L = 0$, he can easily find that the number of atoms that are trapped starts decreasing in an exponential rate

$$N(t) = -\frac{L}{\gamma_b} \exp\{-\gamma_b t\} \quad (2.22)$$

This decay is due to the presence of the losses. Atoms from the cloud collide with the background vapour, gaining such energies that are able to leave the trap. A relative quantity that characterizes the behaviour of the trap is its lifetime. It is defined as

$\tau_b = 1/\gamma_b$ and gives the time at which the number of the atoms becomes the e^{-1} of the initial value. This decay time τ_b of the number of atoms, when one switches off the 2D-MOT, is equal to the loading time in the presence of it. One can use a more complex model that simulated reality in a more efficient way and state that this time-constant of the MOT depends on all loss mechanisms that are described above.

After some time the losses of the cloud from the collisions with the background vapour reach an equilibrium with the atoms that are re-trapped from the background. When this is the case, the number of atoms remains constant. However, this number is very small compared with the initial and one tries to work as quickly as possible.

2.2.2 The steps for the laser cooling and trapping realization

The realization of the MOT that can offer the successful pre-cooling for the BEC occurrence is technically demanding. Different configurations have been proposed and accomplished in order to create a cold and trapped atomic cloud [45][53][54]. They all share the same principal components and principal experimental components: a vacuum system for isolation, an atom dispensing unit for vapour creation, laser system for cooling and magnetic coils for trapping. In this section, we give a brief presentation of the apparatus we used for our experimental results that will be described in the next chapters.

For the realization of the cold Rb-cloud, we need a vapour from which the MOT can be loaded. Despite the fact that the cold cloud could be produced at relatively high pressures, its lifetime would be inadequate because of the frequent collisions of the atoms with the background vapour. Thus, we demand a region of ultra low pressure. For this reason, we use a double vacuum system to separate the Rb-source from the trap. The first part of this double vacuum system is called the 2D-MOT cell and the pressure inside this cell reaches values of the order of 10^{-8} mbar, whereas the second part, the UHV cell, is characterized by a pressure of about 10^{-11} mbar. These two chambers are connected and simultaneously separated by a 50mm long differential pumping tube with a hole whose diameter is 2.4mm.

The Rb-source is a break-seal ampoule in a copper tube next to the 2D-MOT chamber. The atoms in this chamber are pushed towards the UHV-chamber with a technique known as the 2D-MOT technique, where the cloud is trapped by the use of the 3D-MOT configuration.

2D-MOT

Two pairs of counter-propagating laser beams, orthogonal to each other in the two out of three directions (arbitrary x and z directions from now on) with the appropriate (σ^\pm for each pair) polarization and a quadrupole magnetic field compose the technique called 2D-MOT. These pairs of beams travel to the region where a tube connects the two chambers and are realized by two retro-reflected laser beams with dimensions $50 \times 50\text{mm}^2$ and σ^+ polarization. The lasers used are turned a few linewidths to the red of the $5S_{1/2}F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}F = 3$ ^{87}Rb -transition travelling towards the 2D-MOT cell. The magnetic field gradient is created by two rectangular coils. In addition to them, there is another coil

(called push-coil), so as to control the position of the atom beam along the horizontal plain.

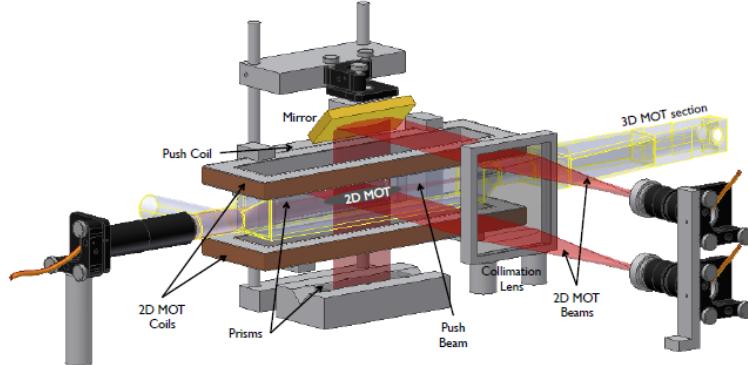


Figure 2.5: 2D-MOT configuration. One can see the horizontal and the vertical pairs of laser beams, the 2D-MOT vacuum cell and the 3 coils described for the magnetic field and the control of it.

The rubidium atoms from the background vapour are cooled and trapped in two directions along the y -axis. In the third direction they are free to move with their previous velocities. With the assistance of a push beam (see fig 2.5) in the y -direction, more than half of the cooled atoms move towards the hole and the UHV cell. The hole offers the connection of the two cells that are on a different pressure and also filters out the atoms with high longitudinal velocity. The latter is achieved, since such high-energy atoms do not spend enough time in the 2D-MOT trap to be sufficiently cooled in x and z directions. As a result, only atoms with low longitudinal velocity are driven to the UHV chamber.

The flux of the 2D-MOT depends on the detuning of the laser beams as well as on the pressure in the 2D-MOT cell. High pressure provides the UHV cell with more atoms but decreases the trap lifetime. In our experiments, the flux in the 2D-MOT was about 5×10^9 atoms/sec, with appropriately chosen magnetic and laser parameters.

3D-MOT

After the 2D-MOT process, a slow atomic beam that is produced travels towards the second cell. In that cell, three pairs of counter propagating beams in the three axes x , y and z with the addition of a magnetic quadrupole field constitute together the technique known as 3D-MOT. This set of laser beams cools the atoms in all directions while the magnetic field traps them near the center of the chamber. For the 3D-MOT, we need multiple optical access. The six cooling beams, the push-beam, imaging optics and other useful beams have to be able to enter the chamber. This is the reason for the peculiar polygon shaped cell of the chamber. The beams are of 20mm diameter with a power of approximately 20mW/cm^2 (i.e. a saturation parameter of 8.). We create the required quadrupole field, by operating two coils, The big Ioffe coils in fig.2.6 in anti-Helmholtz configuration (two currents tunnelling in opposite directions). The laser beams of the 3D-MOT can be differently detuned from the ones in the 2D-MOT configuration but for the

same $5S_{1/2}F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}F = 3$ ^{87}Rb -transition.

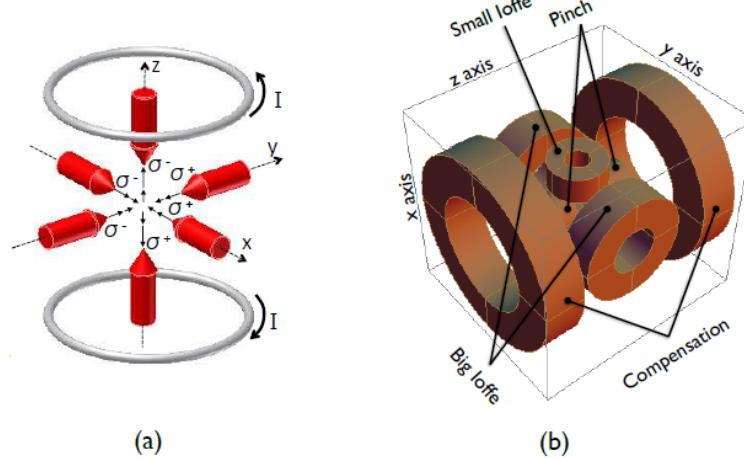


Figure 2.6: (a) The laser beams with their polarizations coming in the region where the atoms are trapped and cooled in the UHV cell. These six beams in the current configuration are known as the 3D-molasses. One can also distinguish the two circular coils in the anti-Helmholtz configuration that create the linear magnetic field for magneto-optical trapping. (b) A picture of all the coils in the region of the MOT. For the MOT only the big Ioffe coils are used. They are the ones depicted in (a) as well. The Pinch, the Small Ioffe and the Compensation coils are used afterwards for the magnetic trapping of the atoms.

The trapped cloud is loaded by the atomic beam of the 2D-MOT. In fig.2.7(a), one is able to see this loading with respect to the time that the beam is sent towards the cell. The number of atoms that get stored in the trap follows the behaviour predicted in eq.2.21 with an experimentally measured time-constant of about 4 seconds. In the steady state, the number of atoms becomes almost 10^{10} having a temperature of about 500 micro - to 1 milli Kelvin. After the switch-off of the atomic beam source, the number of atoms decay in an exponential way, in accordance with eq.2.22, due to collisions of the atoms with the background vapour. In fig.2.7(b) this decay is presented. The measured lifetime seems to be about 10 seconds. The shape of the MOT cloud is depicted in fig.2.7(c). It is a rather spherical cloud. Allbeit being very large, this MOT has a very low density and a very high temperature. We therefore apply further compression and cooling stages.

Compressed MOT and Optical Molasses

It would be of great advantage if we could manage to further increase the density of the cloud, as well as to decrease the temperature without important losses in the number of atoms, before the implementation of the evaporative cooling. A MOT with working parameters, like ours, adjusted to maximize collection rate has reached its multi-scattering regime, discussed in section 2.2.1.C, that applies a limit in the density of the cloud. This limit is the result of the photon re-absorption scattering mechanism, which can be described as the multi-absorption of a photon by other atoms in the vicinity of the atom that emitted it before the photon escaping the gas. These processes introduces undesirable heating and depolarization of the atoms. Moreover, since a photon comes

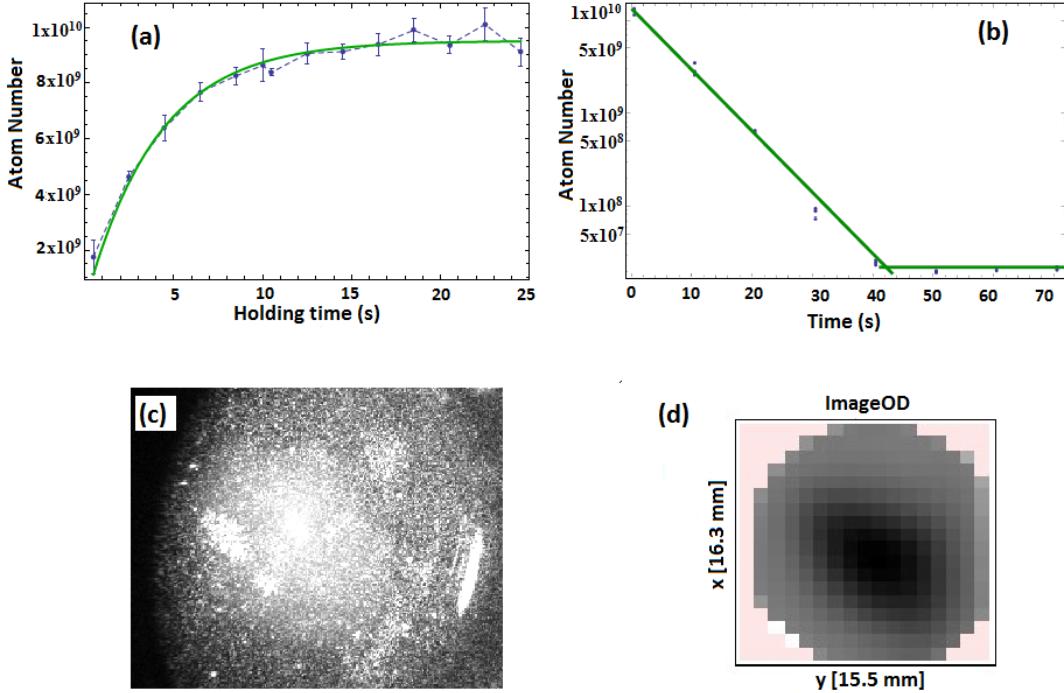


Figure 2.7: (a) The loading of the 3D-MOT. The number of atoms has reached its maximum value after 4 seconds. This maximum value is almost 10^{10} . (b) The lifetime curve of the 3D-MOT. The measured lifetime is 7 seconds. After almost 40 seconds, the number of atoms ceases to decrease because of the balance between the losses and the re-loading of the background atoms. We are interested in times less than the trap's lifetime. (c) The spherical shape of the MOT cloud. (d) The density of the MOT cloud as depicted using the technique of absorption imaging after the free expansion of the cloud for 12 seconds. These two techniques will be explained in the next chapter.

from an atom to an adjacent one, there is a repulsive force between these two atoms which also decreases the density of the cloud.

In order to increase this limited density, two kinds of techniques have been proposed and applied. The first one, the Dark-spot MOT [55] modulates the MOT parameters spatially, whereas the second technique, the compressed-MOT (CMOT) [56], modulates the MOT temporally. In our experiment, we make use of the CMOT technique, since it does not require any modification of the apparatus apart from the ability to control the currents and the laser beams used in the MOT. In section 2.2.1.C we mentioned that an increase in the cloud density can be achieved with a further detuning of the laser beams together with the increase of the magnetic field of the MOT. This is exactly how CMOT works. After the accomplishment of a steady MOT cloud, the increase of the detuning causes a decrease in the re-scattering mechanism, since now it is less possible for the photons to interact with the atoms of the cloud. On the other hand, the increase of the magnetic fields confines the atoms in a tighter way, rising up their density³. In our

³Although it is not theoretically established, in our experiments the further confinement of the atoms is achieved by decreasing the gradient instead of an increase.

experiments, after the loading of the MOT, the cloud spends 5 milliseconds in the region of the beams that are even more detuned from almost 3Γ to $13\Gamma = 40\text{MHz}$ with a ramped up magnetic field to its limit.

After this tighter confinement, which results in a smaller cloud, we should be aware of the temperature of it which also increases due to re-absorption scattering. To decrease the temperature, we switch off the magnetic field caused by the currents in the big-Ioffe coils, while we keep for almost 3 milliseconds the laser beams on. This interval is long enough for the atoms to move to the center of the trap, but short enough to avoid atom losses due to the formation of molecules. This is exactly the optical molasses technique, described earlier.

The result of these techniques is a small and enough cold cloud for the next stage of magnetic trapping and evaporative cooling. Its temperature is almost 100 milliKelvin, while the cloud has almost 9×10^{10} atoms. A small decrease in the atom number is due to the higher rate of inelastic-collisions that CMOT causes. For the remaining of this thesis, all these techniques that are used one after the other (MOT, CMOT, molasses) will be called simply as the MOT. Furthermore, as ω_{MOT} we will denote the effective frequency of the MOT after the compression.

2.3 Evaporative cooling in a Ioffe-Pritchard (IP) magnetic trap

The fundamental principle of the evaporatively cooling of a thermal atomic cloud relies on the preferential removal of those atoms that have an energy higher than the average energy of the cloud. This removal results in the reduction of the average energy of the remaining in the cloud atoms and, thus, in a lower temperature. In order to be able to discuss about the temperature, the removal of the atoms should lead to a new equilibrium state with a thermal distribution, from the tail of which the leaving atoms come. This equilibrium is achieved by the presence of elastic collisions between the remaining atoms, which, in addition, promote atoms to energies higher than the average. On the other hand, the high energy atoms can leave the region where evaporative cooling takes place, only if the trap of the atoms has a finite depth comparable with their energy. For this reason, evaporative cooling is realized in a conservative magnetic trap, where isolation of the cloud from the surroundings is adequate and where the inelastic collisions can be less than the elastic ones and, therefore, the atoms leave due to evaporation and not because of losses.

One is familiar with the cooling mechanism of evaporation from one's everyday life. This is responsible for the cooling of a cup of coffee and for the carrying off of heat from the human body during exertion. At the beginning of the 16th century, Leonardo da Vinci used evaporation to produce the first hygrometer [57]. Physicists used to study evaporative cooling in globular clusters from where stars evaporate. In atomic physics, the first paper related to the evaporative cooling of Hydrogen atoms was published by Hess [58] in 1986, in which he pointed out many important concepts of this procedure, among which elastic and inelastic collisions. Monte-Carlo simulations for the trajectories of evaporative cooling

were for the first time accomplished by Monroe [59]. In 1989 Pritchard argued [60] that evaporation could be more efficient with the use of RF-radiation to define the region of removal than just the topography of the magnetic field. After some years, in 1994, the evaporative cooling mechanism was extended to alkali atoms, after they got laser cooled [61]. Moreover, independently of the efforts for evaporation, a magnetic trap of neutral atoms was first observed in 1985 [62] and not much later important improvements were achieved from the MIT and Amsterdam groups [63][64]. The first Ioffe-Pritchard (IP) trap, the type of trap we use in our experiments and is related with this thesis was first proposed and demonstrated by Pritchard [65].

Evaporative cooling has an incomparable advantage: it realizes BEC, in contrast with other cooling techniques, like laser cooling, whose temperature and density limits make them inadequate for BEC to occur. Apart from that, evaporation is a relatively simple and well studied process, at least in the classical regime of the atom's motion, with a wide working-range of temperatures and densities. However, the mechanism of evaporation as a cooling technique has some important drawbacks, which one has to overpass in order to achieve degeneracy. The most crucial of them is the important loss on the number of atoms during evaporative cooling. There is an almost three orders of magnitude decrease in the atom number from the beginning to the end of evaporation. Nevertheless, it is considered as an efficient technique, since, at the same time, the phase-space density increases by six orders of magnitude, reaching BEC.

In the sections below, we discuss the principles and various theoretical aspects of the magnetic trapping and evaporative cooling techniques, we describe the specific trap we use, i.e. the Ioffe-Pritchard trap and finally the sequential steps that take place until BEC. After the laser cooling in the MOT, we have a cold and dense cloud with a large number of atoms and relatively high elastic collision rate. The objective of evaporative cooling is simply to bring BEC in the best conditions.

2.3.1 Principles of evaporative cooling in a IP magnetic trap

A. Magnetic trapping principles

In order to keep the cloud tightly confined for the process of evaporative cooling and hold the BEC, a trap is needed with the property of sufficiently low heating rate. This can be satisfied by conservative magnetic traps, where the trap loss rates are relatively small and their trap-depth capable of holding the initial MOT cloud. A magnetic trap for atomic clouds is an application of the Zeeman effect described in 1.3.

Applying a magnetic field \vec{B} in the region of the cloud, the energy of an atom being in the state m_F of the hyperfine level F, using eq.1.42, becomes

$$E_{F,m_F} = E_F + \mu_B g_F m_F B_z \quad (2.23)$$

where E_F is the energy level of the hyperfine state without the Zeeman splitting. In case the magnetic field is inhomogeneous, the energy of the atom being in that state depends on its position. As it is known, particles tend to move towards regions where their energy becomes minimum. Therefore, depending on the sign of $g_F m_F$, the minimum of E_{F,m_F}

in that state appears where the magnitude of the magnetic field is maximum ($g_F m_F < 0$ - states with a negative magnetic moment are referred to as high-field seeking states) or minimum ($g_F m_F > 0$ - low-field seeking states).

However, Maxwell equations prohibit the case of trapping in high-field seeking states. The reason for this prohibition is the so-called "No-maximum" theorem [66] stating that in regions free of charges and current, the magnitude of the magnetic field cannot have a local maximum. To see that briefly, one can write for the magnitude of the magnetic field:

$$\nabla^2 B^2 = 2 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(B_i \frac{\partial B_i}{\partial x_j} \right) = 2 B_i \nabla^2 B_i + 2 \left(\frac{\partial B_i}{\partial x_j} \right)^2 \quad (2.24)$$

Nevertheless, starting from the Maxwell equations ($\nabla \vec{B} = 0$ and $\nabla \times \vec{B} = 0$ if there are no currents at that point), one can derive for the components of the magnetic field

$$\nabla^2 B_i = 0 \quad (2.25)$$

Using equations 2.24 and 2.25, one can easily state that

$$\nabla^2 B^2 \geq 0 \quad (2.26)$$

which is incompatible with the existence of a maximum that requires $\partial B^2 / \partial x_i = 0$ and $\partial^2 B^2 / \partial x_i^2 < 0$. Thus, only low-field seeking states can be used for magnetic trapping. In the case of Rb, in low magnetic field limit, the three trapped states are $|F = 1, m_F = -1\rangle$, $|F = 2, m_F = 1\rangle$ and $|F = 2, m_F = 2\rangle$.

So, in order to achieve magnetic trapping of neutral atoms, one must design a magnetic field configuration with a gradient that offers inhomogeneity and a minimum in the magnitude of the field. The depth of the trap will be of the order of

$$k_B T = \mu_B g_F m_F (B_{\max} - B_{\min}) \quad (2.27)$$

where B_{\min} is the minimum of the field and B_{\max} its nearby maximum. For convenient magnetic traps, the strength of the field is such that the depth is much less than 1 Kelvin.

The fact that high-field seeking states are not useful for confinement makes the magnetic trap prone to instabilities. These are caused by possible transitions from low to high field seeking states, leading the atoms out of the trap. Such transitions are referred to as Majorana flops. To insure that these transitions will not occur, the atom's magnetic moment should follow adiabatically the direction of the magnetic field. Defining θ as the angle between the magnetic moment of the atom and the field, then the above requirement can be expressed as

$$\frac{d\theta}{dt} < \frac{\mu_B g_F m_F |B|}{\hbar F} \quad (2.28)$$

This inequality is violated for small magnetic fields and attention must be paid to obviate such fields in order the atoms to remain in the trap.

B. Description of a IP trap

One of the most commonly used and one of the first realized configurations that offers the minimum field for trapping is the so-called Ioffe-Pritchard (IP) trap. Its success is partially due to the fact that it offers a harmonic potential that is the lowest order and therefore tightest trap which can have a bias field.

IP trap is a modification of the quadrupole trap (in which the magnetic field varies linearly with distance in all directions) in order to avoid the Majorana flops in the centre of the trap. As it can be seen from fig. 1.3, in regions where the field is enough small and practically zero, the states become degenerate so an atom can easily move from a low-field seeking state to a high-field one and thus cease to be trapped. By adding a homogeneous field B_0 along the axial direction, the total field is no longer zero at the centre of the trap, contrary to the quadrupole case. In this way, such losses can be avoided. This B_0 , though, has an important effect in the form of the potential as we will notice.

A IP trap in its commonest configuration [65] consists of four straight bars, which create a quadrupole field in the radial directions and two circular pinch and compensation coils that are used to create parabolic field in the axial direction. In the experiments done in the framework of this thesis, we used an alternative IP trap, consisting of four circular coils (called the Ioffe coils) which create two pairs of anti-Helmholtz configuration that are perpendicular to each other and two circular pinch coils in Helmholtz configuration. This set-up is depicted in fig. 2.6(b). The two pairs of Ioffe coils together create a quadrupole field in the radial direction, whereas the pinch coils are used for a parabolic field in the axial direction. An addition pair of coils (the compensate coils), that are also seen in the same figure, are responsible to compensate the magnitude of the field minimum B_0 .

The total magnetic field characterizing our IP trap is [36]

$$\vec{B} = a \begin{pmatrix} x \\ -y \\ 0 \end{pmatrix} + B_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\beta \begin{pmatrix} -xz \\ -yz \\ z^2 - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

where a is the gradient of the field created by the Ioffe coils and β the curvature by the pinch coils. The magnitude of such field is

$$B = \sqrt{\left(ax - \frac{1}{2}\beta xz\right)^2 + \left(ay + \frac{1}{2}\beta yz\right)^2 + \left(B_0 + \frac{1}{2}\beta \left[z^2 - \frac{1}{2}(x^2 + y^2)\right]\right)^2} \quad (2.30)$$

If $a \gg \beta^{1/2}$, the confinement in the radial directions that is caused by the gradient is much stronger than the one from the curvature. In this case, one can ignore the radial harmonic dependence and,thus, the magnitude of the field can be approximated by the familiar theoretical magnetic field that characterizes the IP trap

$$B = \sqrt{(a\rho)^2 + (B_0 + \frac{1}{2}\beta z^2)^2} \quad (2.31)$$

with $\rho^2 = x^2 + y^2$.

Now we will examine what is the form of the magnitude in the radial direction. For $z = 0$, the magnitude is written: $B = \sqrt{(ar)^2 + B_0^2}$. In the case that B_0 is very small (compared to the temperature of the gas) then the magnitude is simply $B = ar$ and the potential is predominantly linear in that direction. On the other hand, if the bias field B_0 becomes large, then using the approximation $(1+x)^n = (1+nx)$ for small x the magnitude becomes

$$B = [(a\rho)^2 + B_0^2]^{1/2} = B_0 \left(1 + \left(\frac{a\rho}{B_0} \right)^2 \right)^{1/2} \approx B_0 + \frac{a^2}{2B_0} \rho^2 \quad (2.32)$$

and the potential becomes harmonic in the radial directions with a minimum B_0 . In the more general case (not just in the line with $z = 0$), in the limit of B_0 being large, one can follow the same procedure and deduce that the potential is of that of a 3D anisotropic harmonic oscillator is

$$B \approx B_0 + \frac{a^2}{2B_0} \rho^2 + \frac{1}{2} \beta z^2 \quad (2.33)$$

with frequencies

$$\omega_r = \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{m} \frac{a^2}{B_0}} \quad \omega_z = \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{m} \beta} \quad (2.34)$$

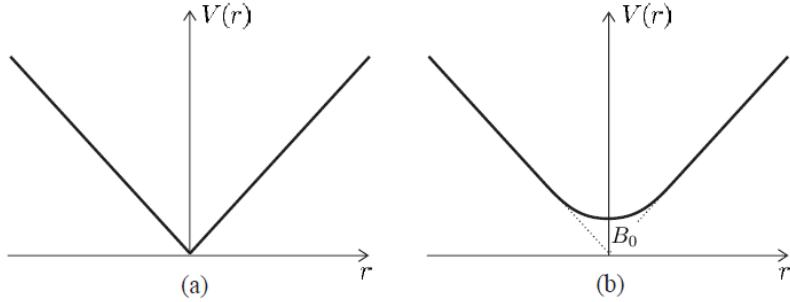


Figure 2.8: In (a) the magnitude of the magnetic field in the radial direction in the case of $B_0 = 0$. As B_0 is added in the trap (b) and the minimum ceases to be zero, the configuration offers a harmonic potential for small r . The field an atoms sees depends on its kinetic energy. For $k_B T \ll \mu_B B_0$, the atom is at the bottom of the trap and feels a harmonic potential. For $k_B T \gg \mu_B B_0$, the linear dependence is restored and the frequencies given above have no physical meaning any more.

Trap properties and Thermodynamics. In order to calculate the energy density of states of the IP trap, we may use its general definition in a potential U as

$$D(\epsilon) = (2\pi\hbar)^{-3} \int dr^3 dp^3 \delta(\epsilon - U(r) - p^2/2m) \quad (2.35)$$

where r is a particle's position, p its momentum and δ the delta-function. $D(\epsilon)$ is defined in such a way, that $D(\epsilon)d\epsilon$ is equal to the number of the eigenstates of the trapping potential $U(r) = -\mu_B B(r)$ with energy between ϵ and $\epsilon + d\epsilon$. For the IP potential 2.31, one derives

$$D_{\text{IP}}(\epsilon) = A_{\text{IP}}(\epsilon^3 + 2U_0\epsilon^2) \quad (2.36)$$

with $U_0 = \mu_B B_0$ and

$$A_{\text{IP}} = \frac{(2\pi^2 m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3 2(\mu_B g_F m_F a)^2 \sqrt{\mu_B g_F m_F \beta / 2}} \quad (2.37)$$

Another particularly useful parameter for describing the statistical properties of the trap is its partition function Z . In the language of Statistical Physics, this quantity comes from the counting particles which are distributed over the available levels in accordance with a certain probability distribution. At low temperatures one has to use the Bose-Einstein distribution, whereas at higher temperatures the Boltzmann distribution is used. The partition function for this distribution is defined as

$$\begin{aligned} Z &= (2\pi\hbar)^{-3} \int dr^3 dp^3 \exp\{-(U(r) + p^2/2m)/k_B T\} \\ &= \int d\epsilon D(\epsilon) \exp\{-\epsilon/k_B T\} \end{aligned} \quad (2.38)$$

The partition function is a measure of the degree to which the particles are spread out over the energy levels. This can be more obvious in quantum mechanical systems, where Z plays the role of the ratio of the number of particles in the system, N , to the number of particles in the lowest energy level, N_0 , i.e. $Z = N/N_0$. Using the density of states 2.36, the partition function of the IP trap becomes

$$Z_{\text{IP}} = 6A_{\text{IP}}(k_B T)^4 \left(1 + \frac{2\mu_B B_0}{3k_B T}\right) \quad (2.39)$$

A third useful quantity for our purposes is the effective volume of the trap. This is defined as the ratio of the number of atoms to the peak-density in the center of the trap

$$V_{\text{eff}} = N/n_0 \quad (2.40)$$

and plays the role of the real volume of the cloud in the trap. Using this effective volume, the partition function can be rewritten [8] as $Z = V_{\text{eff}} \Lambda_T^{-3}$. This form offers another intuitive explanation of the partition function. It is the ratio of the effective volume of the trap to an effective volume of an atom with wavelength Λ_T . Multiplying both parts of the above equation, one gets

$$Z = N/D_p \quad (2.41)$$

Therefore, the partition function includes all the useful quantities we need to optimize for BEC, namely the number of atoms, the density and the temperature of the cloud.

C. Theoretical aspects of Evaporative Cooling

As mentioned in the beginning of the current section, evaporative cooling is a dual work: atoms with energy that surpasses the depth of the trap, ϵ_t , escape from the cloud, while elastic collisions of the remaining atoms restore thermal equilibrium with a new lower temperature. If the trap-depth remains constant, after the most energetic atoms leave the

trap, the average energy of the atoms in the cloud becomes significantly smaller than ϵ_t and, thus, fewer and fewer atoms are capable to acquire sufficient energy to escape from the trap. A scenario like this is called plain evaporation [72] and as a result, evaporative cooling becomes less efficient as time goes on. In order to keep an efficient rate for the high-velocity atoms to leave the trap, the truncation energy ϵ_t , which defines the depth of the trap, should be ramped down over time. This kind of cooling technique is known as forced evaporation. A related quantity that offers assistance in describing evaporative cooling is the truncation parameter η , such that $\epsilon_t = \eta k_B T$, which is in the general case time-dependant.

Rethermalization and the truncated distribution function. In order to justify a thermal distribution for the remaining cloud, we will follow the arguments given by Walraven in [67]. For that goal, one has to introduce a number of assumptions that seem to work well in the temperature and density regime we are interested in. The first assumption is ergodicity. In Statistical Mechanics theory, ergodicity means that in the phase space of a system, the distribution of the particles $f(r, p)$ depends exclusively on their energy. In a mathematical way:

$$f(r, p) = \int \delta(U(r) + p^2/2m - \epsilon) f(\epsilon) d\epsilon \quad (2.42)$$

In the above equation, $f(\epsilon)$ can be interpreted as the occupation number of states with energy ϵ . Secondly, we make use of the "full-power evaporation" assumption. According to that, every atom that gains energy greater than ϵ_t through an elastic collision escapes from the trap without further collisions with other atoms. This is satisfied if the mean free path λ of an atom is much larger than the dimension l of the cloud [68]

$$\lambda \gg l \quad (2.43)$$

Furthermore, we assume classical atoms described by a Boltzmann distribution. A last but not least assumption is the fact that elastic collisions result only from the s-wave scattering channel. As a consequence, the elastic cross-section σ_{el} of the atoms becomes [69] a function of the scattering length a_s in accordance with the relation $\sigma_{\text{el}} = 8\pi a_s^2$.

Using simulation results, Walraven proved that during evaporative cooling the thermal nature of the atom's distribution is well preserved. Therefore, the distribution of the cloud can be described by a truncated at the depth of the trap Boltzmann distribution as

$$f(\epsilon) = n_0 \Lambda_T^3 e^{-\epsilon/k_B T} \Theta(\epsilon_t - \epsilon) \quad (2.44)$$

where Θ is the Heaviside step function. From eq. 2.42, one can calculate the phase-space distribution

$$f(r, p) = n_0 \Lambda_T^3 e^{-(U(r) + p^2/2m)/k_B T} \Theta(\epsilon_t - U(r) - p^2/2m) \quad (2.45)$$

and by integrating the last result over momentum, one obtains the density distribution

$$n(r) = n_0 e^{-U(r)/k_B T} P[3/2, (\epsilon_t - U(r))/k_B T] \quad (2.46)$$

with $P[a, b]$ the incomplete gamma function [70] and n_0 the peak-density of the cloud in the center of the trap.

The rate of evaporation. The evolution of the phase space distribution during the process of evaporative cooling is described in the framework of the kinetic theory by the Boltzmann equation [71]. This equation is converted into a simpler form for $f(\epsilon)$ in case the assumptions previously mentioned still hold. The rate of change of the number of atoms due to evaporation, in the absence of loss mechanisms, is given by

$$\frac{dN_{\text{ev}}}{dt} = \int_{\epsilon_t}^{\infty} d\epsilon D(\epsilon) \frac{df(\epsilon)}{dt} \quad (2.47)$$

For the truncated Boltzmann distribution 2.44, one gets [67]

$$\frac{dN_{\text{ev}}}{dt} = -N n_0 \sigma_{\text{el}} v e^{-\eta} \frac{V_{\text{ev}}}{V_{\text{eff}}} \quad (2.48)$$

In the above equation, $v = (16k_B T / \pi m)^{1/2}$ is the average velocity of the atoms and

$$V_{\text{ev}} = \frac{\Lambda_T^3}{k_B T} \int_0^{\epsilon_t} d\epsilon D(\epsilon) [(\epsilon_t - \epsilon - k_B T) e^{-\epsilon/k_B T + k_B T e^{-\eta}}] \quad (2.49)$$

Finally, using eq. 2.36 for the density of states in a IP trap, one can derive the accurate formula for the rate of evaporation in such a trap. However, we will pay more attention on the case of large η . For large values of η , we can approximate $V_{\text{ev}}/V_{\text{eff}} \approx \eta$ and, thus

$$\frac{dN_{\text{ev}}}{dt} = -N n_0 \sigma_{\text{el}} v \eta e^{-\eta} \quad (2.50)$$

It is important to note that the above equation is valid for any power-law potential as long as η remains adequately large, due to the fact that the trap depth becomes order of magnitude greater than the average energy of the cloud or equivalently $k_B T$ and, therefore, the exact form of the potential near the minimum ceases to play a significant role. The last equation eq. 2.50 implies that evaporative cooling occurs on an exponential scale with a time-constant $\tau_{\text{ev}} = (n_0 \sigma_{\text{el}} v \eta e^{-\eta})^{-1}$.

The efficiency of evaporation and the role of collisions. As mentioned above, interactions play a crucial role for evaporative cooling in bringing back thermal equilibrium in the remaining cloud. Collisions in the trap can be divided into two types: the elastic collisions that are responsible for the redistribution of the kinetic energy as two atoms collide and the inelastic collisions which lead to atom losses from the trap.

Elastic collisions between two atoms work in favour of the process of evaporation. First of all, they are responsible for the rethermalization of the cloud leading to thermal equilibrium that is described by a temperature. What is more, such collisions of two atoms often give to one of these atoms energy larger than the threshold, whereas the other atom gets less energy. As a result, this process helps the decrease of the temperature by bringing out energy in a quicker rate. The elastic collision rate is given by the following equation [72]

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{el}} &= n \sigma_{\text{el}} v \\ &= n (8\pi a_s^2) (16k_B T / \pi m)^{1/2} \end{aligned} \quad (2.51)$$

with a_s the familiar scattering length.

However, the efficiency of evaporation depends not on the absolute rate of elastic collisions, but on the relative elastic collision rate with respect to the rate of losses that occur because of inelastic collisions. There are three processes that contribute to losses in a magnetic trap:

1. Background collisions: Inelastic collisions of trapped atoms with high energy atoms from the surroundings. The rate of such collisions depends only on the pressure of the trapped area and, thus, γ_{bg} is constant with respect to the atomic density, with a value of $-K_{bg}$, with K_{bg} a positive constant.
2. Dipole relaxation: Inelastic collisions between two trapped atoms, where they exchange angular momentum between their orbital motion and their intrinsic spin, being scattered into untrapped states. This type of loss rate is proportional to the density of the cloud. However, two body dipolar relaxation is not possible in fully spin polarised samples. Such a collision would have to lead to a spin flip, which means that the spin cannot be conserved since there is no upper state to go to. This is experimentally verified in [73].
3. Three-body collisions: Inelastic collisions among three trapped atoms, where two of the atoms form a molecule that leaves the trap (the third atom is necessary for energy and momentum conservation). The loss rate is proportional to the square of the density, $\gamma_{3b} = -K_{3b}n^2$, with K_{3b} a positive constant.

The total loss rate is expressed as the sum of all loss rates as

$$\gamma_{ls} = -K_{bg} - K_{3b}n^2 \quad (2.52)$$

The ratio of elastic ('good') to non-elastic ('bad') collisions $R = \gamma_{el}/\gamma_{ls}$ sets the limit to evaporative cooling. In other words, the major requirement for the application of evaporative cooling is that the lifetime of the sample in the trap be long compared to the time of thermalization. Apart from that, an important criterion for successful evaporation is the maintenance or even better the increase of the elastic collision rate as the process goes on. If that is the case, one can say that evaporation is done in the runaway regime. In other words, for runaway evaporation, the following condition has to be fulfilled:

$$\frac{d\ln\gamma_{el}}{d\ln N} < 0 \quad (2.53)$$

Using eq.2.51 the above condition is written as

$$\frac{d\ln(nT^{1/2})}{d\ln N} < 0 \quad (2.54)$$

An important parameter for describing evaporative cooling, since it occurs in exponential times, is

$$\xi = \frac{d\ln T}{d\ln N} \quad (2.55)$$

This parameter expresses the decrease of temperature per atom loss of the trap. It is a general result [72] that for any power-law potential, the effective volume of the trap, as defined in eq.2.40, scales as $V_{\text{eff}} \propto T^\delta$, with δ a value that depends on the potential of the trap. For the case of a harmonic potential, $\delta = 3/2$ and, therefore

$$V_{\text{eff}} = C_{\text{eff}} T^{3/2} \quad (C_{\text{eff}} : \text{positive constant}) \quad (2.56)$$

Combining eq.2.54 and 2.56 one gets

$$\begin{aligned} \frac{d\ln(nT^{1/2})}{d\ln N} &= \frac{d\ln([N/V_{\text{eff}}]T^{1/2})}{d\ln N} \\ &= \frac{d\ln N}{d\ln N} - \frac{d\ln T}{d\ln N} - \frac{d\ln C_{\text{eff}}}{d\ln N} < 0 \end{aligned} \quad (2.57)$$

which gives the values of ξ for runaway evaporation: $\xi > 1$. The physical meaning of runaway evaporation is that the temperature decrease is faster with decreasing atom number.

If ξ remains constant during evaporation, then from its definition there is a dependence of the form

$$T \propto N^\xi \quad (2.58)$$

between the number of atoms and the temperature as the process goes on. This is the case found by a great amount of groups searching for BEC and will be of great assistance in order to describe our experiments [74][75][76][89].

2.3.2 Sequential steps for evaporative cooling realization

Loading of the IP trap - mode-matching

After the MOT, the cloud is transferred into the IP trap. The transfer is done by switching off the optical molasses which previously cooled the MOT cloud and suddenly switching on the currents in all the coils of the trap. This switching-off of the beams and switching-on of the magnetic field should be rapid with respect to the trapping frequencies in order to avoid a change in the confinement the cloud feels. The efficiency of loading the MOT cloud into the IP trap plays a crucial role in the process of reaching BEC, as it offers the initial conditions for evaporative cooling. Elastic collision rate, the number of atoms initially in the trap and the phase-space density are among the quantities that have to be maximized for a successful evaporative cooling process.

All these quantities are maximized [77] when the cloud preserves its size and its shape during the transfer from the MOT to the magnetic trap. As a result of this conservation, temperature remains unchanged as well. One refers to this ideal confinement as mode-matching. In any different case, when the transfer is not mode-matched, heating of the cloud will be the result. For a tighter magnetic trap, the atoms gain increasing potential energy, that leads to a hotter cloud. For a looser magnetic trap, non-adiabatic expansion of the cloud will cause again heating.

In the MOT, the cloud is well-approximated as a spherical, Gaussian shaped cloud in an effective harmonic potential with frequencies ω_{MOT} in all directions, given by 2.13.

Therefore, to ensure that the cloud maintains its temperature, size and shape, the IP trapping potential has to be harmonic with frequencies equal to ω_{MOT} in all directions. The first requisition is fulfilled by using a high bias field B_0 . As we argued, the trap is harmonic in both radial and axial directions if $k_B T \ll \mu_B B_0$. Using the largest offset field (B_0) possible in our apparatus, one can calculate the optimized gradient and curvature for mode-matching from eq.2.34 and a known effective MOT frequency.

$$a = \frac{m}{\mu_B g_F m_F} \omega_{\text{MOT}}^2 \quad \beta = \omega_{\text{MOT}} \sqrt{\frac{m B_{0,\text{max}}}{\mu_B g_F m_F}} \quad (2.59)$$

For our experiments, $\omega_{\text{MOT}} \approx 8\text{Hz}$ and the theoretical values of the gradient and the curvature for mode-matching are $a \approx 82\text{G/cm}$ and $\beta \approx 40\text{G/cm}^2$ respectively.

However, in practice, there is a great number of constraints for mode-matching which force us to optimize the loading of the trap only experimentally. The first of these constraints is the trap position. The laser beams and the magnetic coils, consisting the MOT, have created a cloud with a certain center which may be altered by the switching-off of the beams and the change of the magnetic fields. Such transition in the center of the cloud causes oscillations in the mass-center which for a shallow trap bring atoms out of the trap. Another important constraint is the trap depth. To keep as many atoms as possible, the trap must be as deep as possible.

Another important issue during the loading of the trap is atom loss. The way the magnetic trap works causes inevitably a loss of a large fraction of atoms compared to the corresponding number in the MOT. This is quite crucial since the aim of the trapping is to cool the atoms with evaporation, something that reduces further the number of atoms. First of all, after laser cooling using the transition $5S_{1/2}F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}F = 3$, the atoms are approximately equally distributed over all $5 m_F$ -states in the $F = 2$ hyperfine manifold. However, the atoms get magnetically trapped if they are kept in low-field seeking states. As a result, $3/5$ of the atoms are because of that lost. Apart from that, atoms in the $m_F = 1$ state can also be lost due to the gravity if the magnetic gradient is sufficiently small ($\alpha < 15\text{G/cm}$). Finally, in the ideal case the losses are only due to the distribution of the m_F states, i.e. one traps $1/5$ -th of the atoms that are in the MOT. This number is reduced further by imperfect trap matching.

Compression of the IP trap

In order to reach BEC in the shortest possible time or with the largest possible number of atoms in the BEC, the elastic collision rate for rethermalizing the cloud has to be as large as possible. During the loading of the magnetic trap, the trapping potential is quite weak so as to achieve mode-matching and the prevention of heating and losses from the trap. We compress the trap as much as possible, resulting in an increase in density and temperature and thus in collision

The confinement increases by ramping up the currents flowing through the trap coils to their maximum value in a reasonable time and in a reasonable way. The result of such increase is a subsequent increase in the gradient and the curvature of the trap and, in

turn, an augmentation in the trapping frequencies. From eq.2.34, one can notice that a decrease in the value of B_0 also assists in a better radial confinement.

Several assumptions have to be made, in order to study the process of compression of the magnetic trap. First, we assume that the thermal cloud consists of ideal classical monoatomic particles. An ideal gas is defined as the one in which all collisions between atoms are perfectly elastic and in which there are no interatomic attractive forces. The ideal gas obeys the ideal gas law, a simplified equation of states, which is expressed as

$$PV = NRT \quad (2.60)$$

with P the pressure of the gas, V its volume and R the gas constant equal to $8.314\text{JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$. It is important to note that for an ideal gas, the internal energy U_{int} depends only on the temperature [78] through the relation

$$dU_{\text{int}} = C_v dT \quad (2.61)$$

with C_v being the specific heat capacity of the gas.

Second, we assume that compression is an adiabatic and reversible process. Adiabaticity guarantees that there is no heating transfer to the cloud during compression

$$\delta Q = 0 \quad (2.62)$$

The criterion to preserve adiabaticity is [79]

$$\frac{d\omega}{dt} \ll \omega^2 \quad (2.63)$$

with $\omega = (\omega_r^2 \omega_z)^{1/3}$ the mean frequency of the trap.

At this point, we should mention a complication of the IP trap related to the above condition: Since B_0 is decreased at least by an order of magnitude, the radial frequency becomes greater than the axial resulting in a cigar-shaped cloud. This results in an additional criterion for adiabaticity: the rate of the compression has to be slow with respect to the elastic collision rate in order to prevent an anisotropy in the temperature. In our experiments, a and β increase linearly until their maximum values while B_0 decreases exponentially with a time constant of 3 seconds. This trajectory ensures that adiabaticity is preserved. On the other hand, the reversibility implies that the cloud is continuously in equilibrium and the only work involved is that of compression, hence

$$\delta W = -PdV \quad (2.64)$$

Any reversible and adiabatic process is isentropic [78], i.e. $\Delta S = 0$, where S the entropy of the system.

Using the results above that describe a reversible adiabatic process for an ideal gas in the first law of Thermodynamics, which states that $U_{\text{int}} = \delta Q - \delta W$, one can derive:

$$VC_v dT = -RTdV \Rightarrow \frac{dT}{T} = -(\gamma - 1) \frac{dV}{V} \quad (2.65)$$

where $\gamma = (R + C_v)/C_v$. For ideal monoatomic gases it is $\gamma = 5/3$ which remains constant and, thus:

$$T = cV^{-2/3} \quad (c : \text{constant}) \quad (2.66)$$

The above relation expresses the fact that the decrease of the volume of the trapped cloud results in an increase of the temperature.

In section 2.3.1 we defined an effective volume for the cloud in the IP trap, which plays the role of the real volume of the gas. By substituting V_{eff} from eq. 2.40 in the above relation, one gets:

$$T^{3/2} Z \Lambda_T T^3 = \text{const.} \quad (2.67)$$

In turn, if we use the formula of the partition function deduced in eq. 2.39 for the IP trap and the thermal wavelength $\Lambda_T = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$, we can write:

$$T^{3/2} (\sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T})^3 6A_{\text{IP}}(k_B T)^4 \left(1 + \frac{2\mu_B B_0}{3k_B T}\right) = \text{const.} \quad (2.68)$$

Removing all the constants that are independent of the trapping parameters, we finally reach to the important result for the reversible adiabatic compression of ideal gas:

$$\left(\frac{k_B T}{\hbar\omega}\right)^3 \left(1 + \frac{3k_B T}{2\mu_B B_0}\right) = \text{const.} \quad (2.69)$$

In the above relation, the definition of ω , which as already mentioned is $\omega = (\omega_r^2 \omega_z)^{1/3}$, comes from the fact that A_{IP} that is inserted in relation is dependent on a and β as $A_{\text{IP}} \propto \frac{1}{a^2 \sqrt{\beta}}$. The parameter ω coincides to the geometric average of the frequencies as long as the potential remains harmonic. When it is in the linear regime there is no physical meaning of ω except for the form of dependence on the gradient and the curvature.

Another important result of adiabatic compression is the fact that as long as the trap lifetime is much greater than the compression time, the number of atoms remain constant, as there are not inelastic collisions.

Scaling laws for the adiabatic compression. In this paragraph, we are interested in the way the various quantities change as compression takes place. Parameters without a prime sign represent the corresponding quantities in the beginning of compression, while with a prime sign at the end of it. Using eq. 2.66 between the volume and the temperature of the cloud and the fact that the number of atoms remains constant during compression, we are able to write:

$$TV^{2/3} = \text{const.} \Rightarrow T(V/N)^{2/3} = \text{const.} \Rightarrow \frac{n'}{n} = \left(\frac{T'}{T}\right)^{3/2} \quad (2.70)$$

On the other hand, following the argument of [72], if a power-law potential $U(r) \propto r^{d/\delta}$, with d the dimensions of the trap, is raised by a factor κ ,

$$U' = \kappa U \quad (2.71)$$

then the above relation holds

$$\frac{T'}{T} = \kappa \left(\frac{n}{n'} \right)^{1/\delta} \quad (2.72)$$

For a harmonic potential $d = 3$ and $\delta = 3/2$, while for a linear potential $d = 3$ and $\delta = 3$. As a consequence, by combining relations 2.70 and 2.72, we get the result

$$\begin{aligned} n' &= \kappa^{3\delta/(2\delta+3)} n \\ T' &= \kappa^{2\delta/(2\delta+3)} T \end{aligned} \quad (2.73)$$

and from the definition of the phase-space density 1.14 and the elastic collision rate 2.51, as long as the s-scattering length remains unchanged:

$$\begin{aligned} D'_p &= D_p \\ \gamma'_{el} &= \kappa^{4\delta/(2\delta+3)} \gamma_{el} \end{aligned} \quad (2.74)$$

This is exactly what we aimed for: to increase elastic collision rate without decreasing the phase-space density. In fact, PSD remains constant if the potential keeps the same shape throughout the adiabatic change. However, this is not the case of a IP trap, where the radial potential changes from harmonic to linear. This change gives a small increase in the phase-space density in the center of the trap [77], since the distribution of the levels changes from being equally spaced to decreasing spacing with increasing energy.

RF-induced forced evaporative cooling

In a compressed magnetic trap with high elastic collision rate, evaporative cooling can be realized in an efficient way to bring BEC. For the implementation of evaporative cooling, we use the technique of radio-frequency induced forced evaporation, which, in contrast to other related methods, permits evaporation in three dimensions. In this technique, a radio-frequency oscillating magnetic field is applied to the cloud of the trap, which couples the trapped hyperfine sub-state with untrapped ones leading to spin-flips of the atoms and, thus, driving them out of the confinement. In an inhomogeneous magnetic field as the trapping one, the resonance frequency between two hyperfine sub-states is position dependent and as a result a RF-field with a certain frequency ω_{rf} is in resonance with this transition only for specific positions. The resonance occurs for atoms in a region of the trap where the field magnitude B satisfies the resonance condition:

$$\hbar\omega_{rf} = \mu_B B \quad (2.75)$$

In the above, $\mu_B B$ is the Zeeman splitting between the related hyperfine sub-levels.

Therefore, by beginning with a high frequency ω_{rf} and ramping it down in time, atoms with decreasing high energy will escape from the trap, reducing the cloud's temperature. At the instant when the frequency is ω_{rf} , the truncation energy can be written as

$$\epsilon_t = \mu_F \hbar (\omega_{rf} - \omega_{min}) \quad (2.76)$$

where $\omega_{\min} = \mu_B g_F B_0 / \hbar$ is the resonance frequency of the sub-levels in the bottom of the trap. At the specific time, atoms with energy $\epsilon > \epsilon_t$ will probably have already left the trap.

For the theoretical case of a gas with two-level atoms, the probability of such an atoms to make the transition as it traverses the resonance region can be estimated using the Landau-Zener theory [80][81]. In this theory, the trapping field is assumed to vary in a linear way with respect to the gradient a in the vicinity of the resonance. If the atoms traverses this region with velocity v , then the probability of the transition is found to be

$$p = 1 - \exp\{-\zeta\} \quad (2.77)$$

with $\zeta = \pi \mu_B a v B_\perp^2 / \hbar$. Here, B_\perp is the amplitude of the RF field perpendicular to the bias magnetic field B_0

The frequency decrease has to be slow with respect to the rethermalization time, or otherwise the elastic collisions cannot restore a thermal distribution. On the other hand, a very small rate of ramping down becomes inefficient and leads to a large loss of atoms due to the finite lifetime of the trap. For these reasons, an optimized trajectory of the radio-frequency has to be realized. In our experiments, the RF fields is turned on at $50MHz$ and we start evaporation by lowering it linearly in time until the value of almost $0.4MHz$. It is important to note that the lowest value of RF determines the final temperature of the remaining cloud. The duration of this change is found to be efficient if it is almost 10 seconds.

In fig. 2.9 we plot the number of atoms with respect to the temperature during the whole process of evaporative cooling. The slope of this graph represents the ξ -parameter discussed in section 2.3.1. It becomes clear that ξ experimentally remains constant at a value of $\xi \approx 1.2$ for the biggest time interval of evaporative cooling. Similar constancy of ξ seems to govern a great amount of other group's experiments [74][75][76][89]. In our case, this constancy is violated only in the very beginning of the evaporation, where it seems to be less efficient, and at the end of it, exactly where BEC occurs.

The anharmonicity of the trap during the procedures of loading in the IP trap, adiabatic compression and evaporative cooling.

After describing the whole procedure of the magnetic trapping and evaporative cooling, it is important to explore the behaviour of the Ioffe-Pritchard trap during mode-matching, compression and evaporation. As mentioned in the section describing theoretically the IP trap, it is the relative value of the minimum of the field with respect to the kinetic energy of the atoms that defines if they feel a linear trap in the radial direction or a harmonic one (see fig.2.8 and relation 2.32). For $k_B T \ll \mu_B B_0$ the potential is harmonic whereas for $k_B T \gg \mu_B B_0$ it becomes linear.

In fig.2.11 we plot our experimental data for the parameter $k_B T / \mu_B B_0$. In mode-matching, the trap behaves as harmonic in accordance with the theoretical prediction that in order to achieve the best loading of the trap a harmonic trap with the frequencies of the MOT-cloud are required. After mode-matching, the compression of the trap with

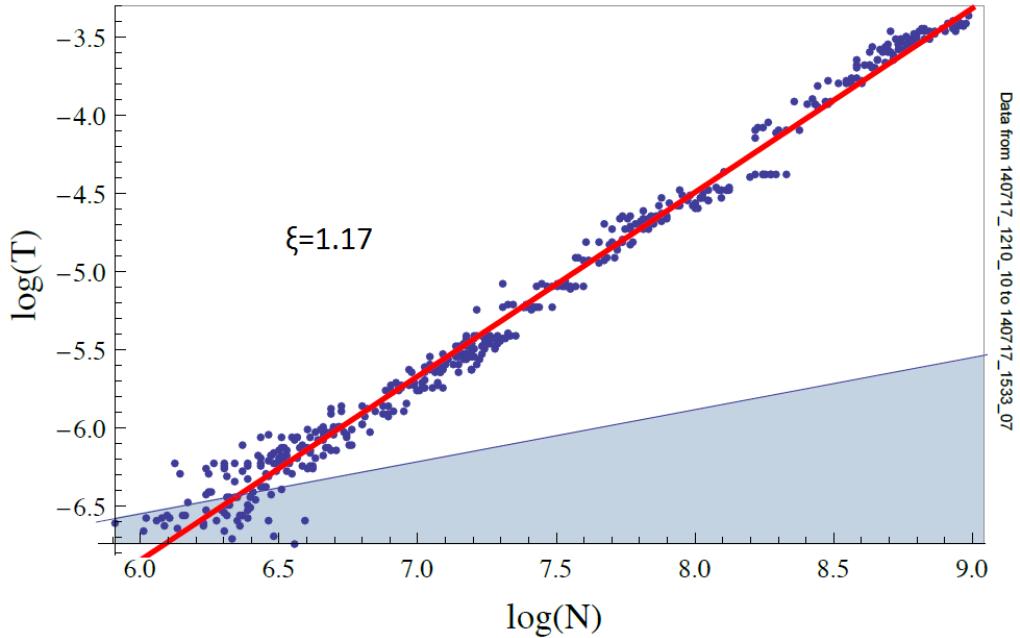


Figure 2.9: Experimental data from evaporative cooling. A linear ramping down of the RF-frequency is realized from 50MHz down to 0.4MHz in 10 seconds. The slope of the diagram, representing the ξ parameter remains constant during almost the whole process. The value is $\xi \approx 1.17$. Deviation from this constant value is only at the very beginning of the process and at the end of it, where BEC is achieved. The region painted blue is the phase-space of BEC as proposed by 1.18 for the case of a harmonic potential.

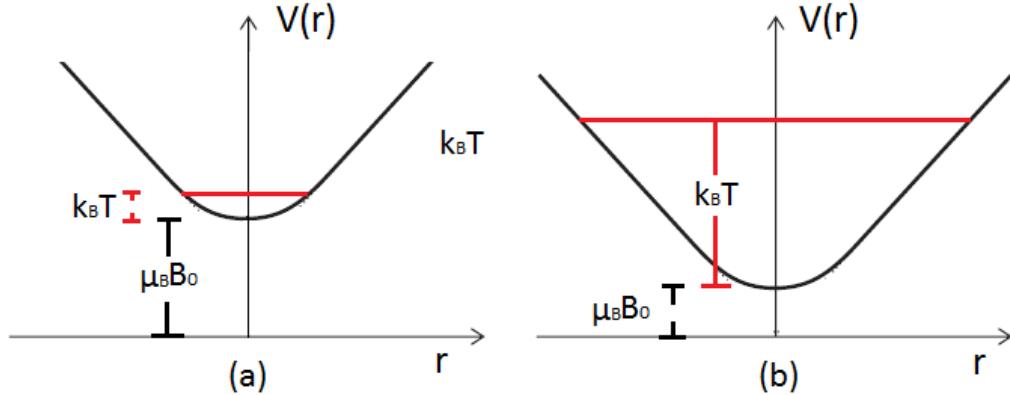


Figure 2.10: In (a) For $k_B T \ll \mu_B B_0$ the atoms are gathered in the bottom of the IP-trap and feel a harmonic potential. (b) For $k_B T \gg \mu_B B_0$, the atoms have generally moved away from the center of the trap and the linear dependence of the quadrupole trap is restored.

the exponential decrease of B_0 leads to a linear trap, which becomes "more linear" as compression goes on, having the highest value of $k_B T / \mu_B B_0$ in the fully compressed trap, exactly when evaporation starts. On the other hand, during evaporation, the minimum B_0 is preserved in a constant value, whereas the temperature decreases, resulting in a

smaller value of the ratio. BEC occurs always in a harmonic trap.

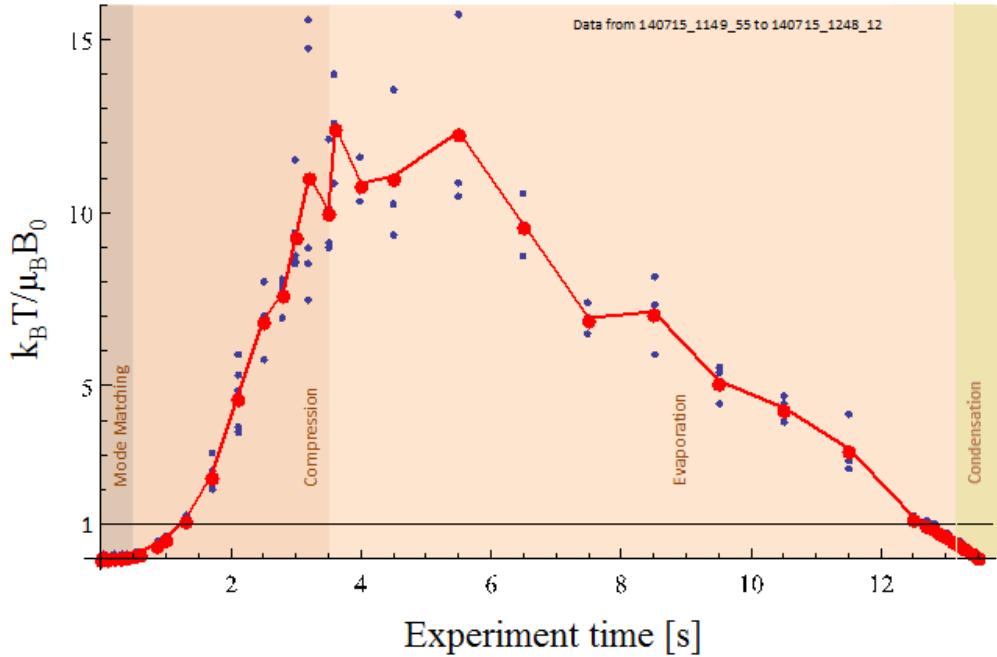


Figure 2.11: $k_B T / \mu_B B_0$ during mode-matching, compression and evaporation until BEC is reached. The trap takes its most linear form when compression finishes and evaporation begins. On the other hand, it is harmonic at the beginning of mode-matching and at the end of evaporation.

Chapter 3

Characterization of the cloud and detection techniques

In the previous chapter we described the procedure by which we produce Bose-Einstein condensates. We now turn our attention towards the analysis of these BECs. This process of calculation can be divided into two steps: the imaging of the cloud and the extraction of results through an appropriate fit to this image.

For the first step of the imaging, different techniques have been proposed, all of which have in common the application of a laser beam to the thermal cloud or the condensate and the observation of the light after its interaction with the atoms. Absorption imaging, fluorescence imaging, dark-ground imaging and phase-contrast imaging are the most common imaging techniques. In all these techniques, the direct extracted information is the atomic density of the cloud. In the framework of this thesis, we will focus on absorption imaging technique, since this is the one used for our experiments.

Together with the technique that is chosen for imaging, one has to select the instant when this image occurs. There are two different approaches to this problem that have been used in labs: the *in-situ* and the *time-of-flight* (ToF) methods. In the first case, we image the density distribution of the cloud in the trap, whereas in the latter after it is allowed to expand in a free way. Absorption imaging technique for the condensate works well only after the free expansion of the cloud, and, thus, in this chapter we are interested in the ToF method.

Three main reasons lead to the choice of this approach and to the expansion of the cloud before imaging takes place. First, the cloud and the condensate may become smaller in volume than the resolution limit of the optics, making it easy for misinterpretation of the results. Second, the existence of dense clouds may result in the appearance of "lensing", in which the real part of the index of refraction becomes as important as the absorption. This lensing effect may lead to systematic errors in determining the number of particles or the size of the cloud. Third, since the transmission of the light drops exponentially with atomic density, for a dense cloud, such as the one in the trap, the shadow (that one exploits in the absorption imaging technique as we see next) will be completely black and quantitative information is lost. Using the ToF technique, one can identify BEC from

its anisotropic expansion and, hence, this technique does not prohibit the observation of the condensate, as we discuss in the next section. However, this technique exhibits some drawbacks which we should keep in mind: any delay in the turning off of the trap before the beginning of expansion may lead to unpredicted behaviour from the work done on the expansion gas. The prohibition of obtaining multiple images of the same cloud is another disadvantage that adds inevitable time to our experiments.

After the image is taken and the density distribution of the cloud is depicted, one has to extract reliable results for the interested quantities, such as the size, the shape, the temperature of the cloud, the number of atoms etc. These results are successful, only if one approaches the cloud with a fit that resembles the real form of its distribution. For this reason, we first discuss, in the next section, the shape of the cloud in the different stages of the process to reach BEC and its density distribution in theory and then describe the techniques used for imaging and the derivation of the results.

3.1 Density distribution of the cloud throughout the process

3.1.1 Density profile in the MOT

In section 2.2.1 we distinguished two regimes of the MOT with different behaviour with respect to the density's dependence on the temperature and on the number of atoms. These two regimes are the temperature-limited, with small number of trapped atoms, and the multiple-scattering regime, with dense clouds of large atom numbers. In the same section, we calculated the density in the center of the trap for these two regimes, given in eq. 2.14 and eq. 2.17 respectively. We are, now, interested in the way the atoms are distributed in space. For that reason, in order to keep a simplicity without losing contact with the experimental results, we make the essential assumption: the trapped cloud consists of classical atoms. This is a sensible assumption, since the temperature throughout the process of the MOT is high compared to the one where quantum phenomena start to be obvious.

For any isotropic cloud with a stress tensor composed of exclusively of normal stresses P , from the application of the Kinetic theory, the equation [82]

$$\nabla P(r) = F_{\text{tot}}(r)n(r) \quad (3.1)$$

holds. Here, $F_{\text{tot}}(r)$ is the total force that acts on an atom of the cloud of density n in position r (in the following, r is the position in any of the main directions $\{x, y, z, \rho\}$). Therefore, the above equation is valid, also, for the case of the cloud in the MOT. An easy way to explain the validity of the above relation is the following: A perturbed distribution of the cloud, without having achieved equilibrium, is described by time-dependent quantities, such as the temperature $T(t) = T_0 + \delta T(t)$, the density $n(t) = n_0 + \delta n(t)$ and the velocity of the atoms $v(t) = v_0 + \delta v(t)$ (with $v_0 = 0$). Using the results of [83], one can find for the velocity fluctuations:

$$mn_0 \frac{\partial \delta v(t)}{\partial t} = -[\nabla P(r) - F_{\text{tot}}(r)n(r)] \quad (3.2)$$

In equilibrium, the right-hand side of eq. 3.2 must be zero, and therefore, one reaches eq. 3.1.

This equation can be exploited in order to find the spatial distribution of the cloud. For the temperature-limited regime, the atoms are essentially non-interacting, the only-force acting on them is F_{MOT} , as it is found in eq. 2.11, and the assumption of an ideal gas (see eq. 2.60 for the ideal gas equation) gives:

$$\nabla P(r) = k_B [T(r)\nabla n(r) + n(r)\nabla T(r)] = n(r)F_{\text{MOT}}(r) \quad (3.3)$$

If the temperature is constant in space, $T(r) = T$, one can finally write

$$k_B T \nabla n(r) = -\kappa n(r)r \quad (3.4)$$

Solving the above first order differential equation, we get

$$n_{\text{tl}}(r) = n_0 e^{-\kappa r^2 / 2k_B T} \quad (3.5)$$

with n_0 given by eq. 2.14. This is a spherical Gaussian distribution with a width $\Delta r = \sqrt{2k_B T / \kappa}$.

Until now, we assumed that the spring constant, κ , is the same in all directions. This assumption gives us a spherical cloud. In our experiments, the gradient of the field is twice along the y-axis (which is perpendicular to the big-Ioffe coils that are used for the MOT) compared to the gradient in the other directions (this is a result of the Maxwell equations and in particular $\nabla B = 0$). Therefore, a spherical symmetry of the cloud is broken. An ellipsoid is a better approximation for the shape of the cloud with deviations $\Delta x = \Delta z \neq \Delta y$. Nevertheless, the difference among these sizes is not so important and one can assume a spherical cloud.

On the other hand, in the multiple-scattering regime the additional forces that emerge F_R and F_A , given in eq. 2.15 and eq. 2.16 respectively, make the situation more complex. In this regime, the thermal cloud can no longer be assumed to be ideal and, thus, an equation similar to eq. 3.3 does not hold. However, we suppose that a Gaussian approximation for the density distribution is still a valid one. This approach is mainly driven by our experimental data, in which a Gaussian distribution seems particularly successful in describing the real distribution of the cloud (See fig. 3.3).

$$n_{\text{ms}}(r) = n_0 \exp\left\{-\frac{\kappa r^2}{2k_B T}\right\} \quad (3.6)$$

where n_0 is the peak density as in eq. 2.17 and κ a fitting parameter.

In the compressed MOT, according to theory, we increase the gradient of the magnetic field and the detuning of the laser beams with respect to the resonant frequency. As long as the detuning becomes sufficiently large and simultaneously the gradient rumps to an adequately high value, the compressed cloud maintains its Gaussian velocity distribution, as the results in [84] show. The increase of the gradient leads to a corresponding increase of the spring constant of the MOT and its effective frequency, which, in turn, results in the decrease of the width of the Gaussian cloud. Since the number of the atoms remains

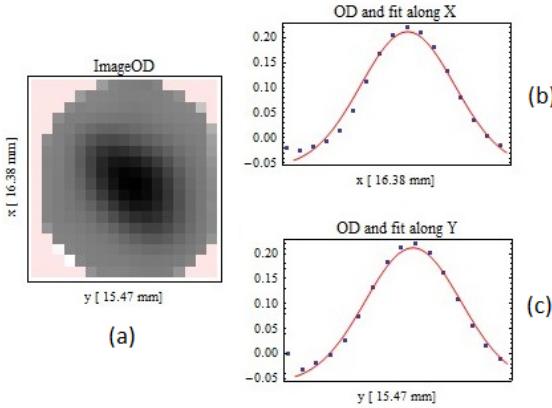


Figure 3.1: (a) The spherical shape of a 10^{10} -atoms MOT as it is taken using absorption imaging technique and the method of time-of-flight that are described in next section. Here the x-y plain is depicted. (b)(c) The Gaussian fit of the density distribution in x and y directions is rather successful in describing the real distribution. The dash points are experimentally measured, while the continue line is our Gaussian fit. The widths of these expanded Gaussians are almost 16mm. $t_{\text{ToF}} = 12.5\text{ms}$.

almost constant, the Gaussian that characterizes the density distribution becomes sharper with a larger peak, in order to keep a constant area that gives the number of atoms in the graph of the density distribution vs the position of the atoms. This conservation of the shape of the distribution is not self-evident. As, again, in [84] it is shown, for small detunings or for small increase in the gradient, one finds irregularities in the distribution, which ceases to be Gaussian, while the number of atoms is significantly reduced. On the other hand, for higher gradients, a diffuse cloud of atoms appear that surrounds the narrow Gaussian-distributed atoms. However, in practice, we decrease the gradient of the magnetic field. This is an experimental decision which leads to a better compressed cloud. In our experiments, the Gaussian distribution of the compressed-MOT seems to be preserved.

3.1.2 Density profile in the IP magnetic trap

In this section, we investigate the density distribution of the thermal cloud, while it is confined in the IP magnetic trap during the loading of the trap, the adiabatic compression of the cloud and evaporative cooling.

Mode-matching. During the loading of the magnetic trap, the thermal cloud is characterized by a relatively high temperature, such that quantum phenomena can be neglected. In other words, we can assume a classical trapped cloud. Under this and the additional assumption that the cloud is ideal, the energy distribution $f(\epsilon)$ of the gas is described by the Boltzmann distribution

$$f(\epsilon) = n_0 \Lambda_T^3 e^{-\epsilon/k_B T} \quad (3.7)$$

and the phase-space distribution is

$$f(r, p) = \int d\epsilon f(\epsilon) \delta[U(r) + p^2/2m - \epsilon] \quad (3.8)$$

By substituting eq. 3.7 into eq. 3.8 we get

$$f(r, p) = n_0 \Lambda_T^3 e^{-(U(r) + p^2/2m)/k_B T} \quad (3.9)$$

and by integrating over momentum space we obtain the density distribution

$$n(r) = n_0 e^{-U(r)/k_B T} \quad (3.10)$$

From eq. 3.14 we can deduce that the spatial profile of the cloud depends on the form of the trapping potential. Therefore, mode-matching is possible for the correct choice of the potential $U(r)$. In order to achieve mode-matching, the cloud that is loaded in the trap should preserve the Gaussian distribution that it had in the MOT (both in momentum and position). A harmonic potential $U(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$ offers this Gaussian distribution, with a width $\Delta r = \sqrt{\frac{2k_B}{m\omega^2}}$. This is another reason that in mode-matching the trap should be harmonic. If we notice fig. 2.11, we can argue that, indeed, during mode-matching the potential of the trap is harmonic. Therefore, the density distribution of the cloud is successfully approximated by a Gaussian function.

Adiabatic compression. As in the compression of the MOT, compressing adiabatically the trap preserves its Gaussian form of the density distribution. The experimental result can be seen in fig. 3.2. However, the almost spherical shape that leads to an isotropic distribution in all directions alters into a cigar-shaped cloud. This is due to the fact that during adiabatic compression, the radial frequency, as in eq. 2.34, becomes an order of magnitude larger than the frequency in the axial direction, giving a stronger confinement. As a result, Gaussian distributions of different widths have to be adopted for the axial and the radial directions in order to fit the cloud's distribution in a correct way.

Evaporative cooling. In the previous discussion for the density distribution in the MOT, during the loading of the IP trap and during adiabatic compression, we used a classical approach for the trapped gas, which is valid since the temperature remains in much higher values than the critical one. Contrary to that, during evaporative cooling, the cloud begins with relative high temperatures ending in a regime where quantum phenomena dominate. Therefore, we have to handle the gas in the trap in a different way in order to calculate its density distribution.

From a quantum mechanical point of view, the density of non-interacting bosons is

$$n(r) = \sum_i f_i |\phi_i(r)|^2 \quad (3.11)$$

where f_i is the occupation number for the state i whose wave-function is denoted by ϕ_i . Nevertheless, we abandon this exact relation for the density and adopt a semi-classical approach which is valid for the thermal cloud in the trap that consists of atoms in the excited states, since their wavelengths are small compared with the length scale over which the trapping potential varies significantly. In the framework of this approach, we are able to use a semi-classical distribution function $f(r, p)$, which for the Bose gas takes the form

$$f(r, p) = \frac{1}{e^{(\epsilon_p - \mu)/k_B T} - 1} \quad (3.12)$$

with energies $\epsilon_p = p^2/2m + U(r)$ ($U(r)$ the external trapping potential). This distribution function is defined in such a way that in phase space $f(r, p)dpdr/(2\pi\hbar)^3$ is the mean number of atoms in a volume $dpdr$ with the center (p, r) .

In this approach, the density of the cloud can be written as

$$n(r) = \int_0^\infty \frac{dp}{(2\pi\hbar)^3} f(r, p) = \int_0^\infty \frac{dp}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{e^{(\epsilon_p - \mu)/k_B T} - 1} \quad (3.13)$$

By introducing the variables $x = p^2/2mk_B T$ and $z = \exp[(\mu - U(r))/k_B T]$ one finds [26]

$$n_{\text{magn}}(r) = \frac{2}{\sqrt{\pi}\Lambda_T^3} \int_0^\infty \frac{dx x^{1/2}}{z^{-1} e^x - 1} = \frac{1}{\Lambda_T^3} g_{3/2}(z) \quad (3.14)$$

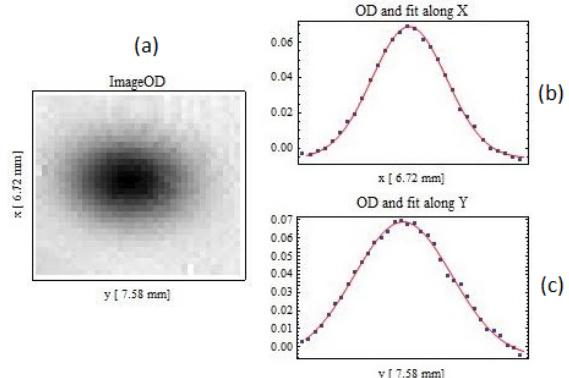
with $g_{3/2} = \sum_{n=0}^\infty \frac{z^n}{n^{3/2}}$ the Bose function. This function introduces the effects of quantum statistics on the density distribution. Please note that equation eq. 3.14 does not take into account the ground state of the system. This approximation is well justified only at higher temperatures where many levels are occupied. On the other hand, in the case of the ground state, the spatial variations on length scales are comparable with those over which the trap potential varies, making this semi-classical approach invalid. However, we are not concerned about this separation, since we are interested only in the density distribution of the thermal cloud in the trap.

Since the last steps of evaporative cooling the chemical potential is large and negative (or the temperature relatively high), one can approach the density by the first order approximation of the Bose function as

$$n_{\text{magn}}(r) = \frac{1}{\Lambda_T^3} z = \frac{1}{\Lambda_T^3} e^{(\mu - U(r))/k_B T} \quad (3.15)$$

This approximation leads us to argue that a Gaussian profile for the density distribution is still valid. In the figure fig. 3.2 below, one can see that this is the case in our experiments.

Figure 3.2: (a) The elliptical shape of a thermal cloud in the first stages of evaporation in the x-y plain as it is taken using time-of-flight absorption imaging. In reality the cloud that is depicted has a pancake-like shape in three dimensions, as will be discussed in the next section. (b)(c) The Gaussian fit of the density distribution in x and y directions is rather successful in describing the real distribution. The dash points are experimentally measured, while the continue line is our Gaussian fit. The widths of these expanded Gaussians are almost 6.5mm and 7.5mm respectively. $t_{\text{ToF}} = 12.5\text{ms}$.



3.1.3 Density profile in the condensate

We assume for simplicity that at zero temperature all the atoms of the cloud belong to the condensate. Since the number of atoms in our experiments is large (of the order of

10^6), it is valid to assume that the condensate is in its Thomas-Fermi limit. As discussed in section 1.1.3, in this regime one can neglect the kinetic term in the Gross-Pitaevskii equation eq. 1.24 and result in eq. 1.25 for the density of the condensate, which we repeat here for convenience

$$n_{\text{cond}}(r) = \frac{1}{g}[\mu - U(r)] \quad (3.16)$$

In accordance with the analytical result described by eq. 2.33 which is experimentally verified in fig. 2.11, when BEC occurs, the potential is very harmonic, which is given by

$$U(\rho, z) = \mu_B B_0 + \mu_B \frac{a^2}{2B_0} \rho^2 + \frac{1}{2} \mu_B \beta z^2 \quad (3.17)$$

By substituting U in eq. 3.16, one finds

$$n_{\text{cond}}(\rho, z) = \frac{1}{g}(\mu - \mu_B B_0) - \frac{\mu_B}{g} \left(\frac{a^2}{2B_0} \rho^2 + \frac{1}{2} \beta z^2 \right) \quad (3.18)$$

The above formula represents an inverted parabolic density distribution of the cloud in both the axial and the radial directions. In both cases, their sharp maximum has the value $(\mu - \mu_B B_0)/g$. The chemical potential can be expressed through the normalization condition for the number of atoms from eq. 1.9 as $\mu = \frac{\hbar\omega_m}{2} \left(\frac{15Na}{a_m} \right)^{2/5}$, with ω_m the geometric average of the trapping frequencies and $a_m = [\hbar/m\omega_m]^{1/2}$ the typical length of harmonic confinement. The focal width¹ of the parabolas is $W_\rho = \frac{4\mu_B}{g} \frac{a^2}{B_0}$ and $W_z = \frac{2\mu_B}{g} \beta$.

On the other hand, near the critical temperature and below it, the condensed atoms coexist with the thermal cloud. Although it is not theoretically established, it is plausible to claim that a bimodal function would appropriately represent the density distribution for the coexistence. The choice of a Gaussian distribution for the thermal cloud and a Parabolic density profile for the condensate is straightforward

$$n_{\text{tot}}(r) = n_{\text{th}} e^{-\frac{1}{2}m\omega^2 r^2} + n_c \left(1 - \frac{4W_r}{n_c} r^2 \right) \quad (3.19)$$

for both the axial and the radial distributions. Here, n_{th} and n_c are the peaks of those two distributions. In case, the number of atoms in the condensate is comparable with the thermal atoms, since the Parabolic distribution is sharper than the Gaussian, then $n_c \gg n_{\text{th}}$.

3.2 Techniques used for measurements

3.2.1 Time of Flight (ToF) Technique

In this section, we describe the way the cloud and the condensate expand in order to depict the density distribution with the time-of-flight technique. A thermal cloud and a condensate behave rather differently when they are allowed free for expansion. In the following, we describe these behaviours.

¹The focal width for the function $y = ax^2 + bx + c$ is defined as $W = 4|a|$ and expresses a measure of how wide this parabola is.

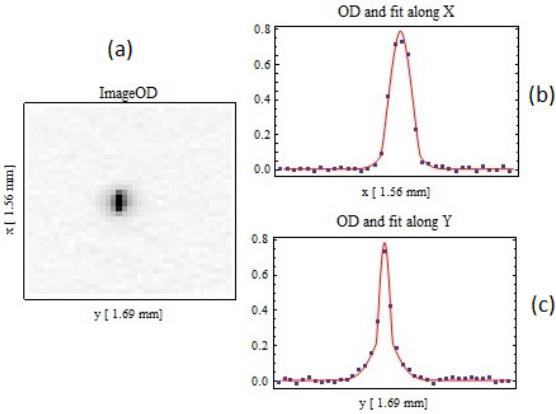


Figure 3.3: (a) BEC depicted in the x-y plain. (b)(c) The bimodal fit for the experimental data. A Gaussian function is used for fitting the thermal cloud and a parabola for the condensate. The peak of the parabola is larger than the Gaussian, which appears as a tail in the distribution. $t_{\text{ToF}} = 12.5\text{ms}$.

Expansion of a thermal cloud

A thermal cloud that is allowed to expand after being in a trap can exhibit two different behaviours depending on its density. At low densities, where the mean free path of an atom before colliding with another is large compared with the cloud's size and, thus, collisions are rare, the cloud expands freely. This is known as the Collisionless or Free expansion. On the other hand, at high densities with a mean free path of the atoms less than the size of the cloud, collisions play a crucial role. An expansion in this regime is called Hydrodynamic expansion. In the latter case, the procedure may be regarded as isentropic. Following the arguments for the isentropic compression in section 2.3.2, one expects that there is a temperature decrease as the cloud expands that is related with its density as $T \propto n^{2/3}$. More details about this behaviour can be found in [85].

In the remaining of this section we concentrate our attention in the process of free expansion or with other words the expansion of an ideal gas. Since the gas expands freely, no work is done on it, therefore $\delta W = 0$. Furthermore, the expansion occurs quickly and as a consequence there is no heat transfer to or from the cloud, $\delta Q = 0$. From the first law of thermodynamics, the internal energy dU_{int} is zero and from eq. 2.61 it follows that $dT = 0$. Therefore, the temperature of the cloud during collisionless expansion remains unchanged. This is an important result, since the deduction of the temperature in the trapped cloud is straightforward from the calculated in the expanded cloud.

We, now, deduce the density distribution of the expanded cloud after t_{ToF} temporal interval of expansion, when the initial density distribution of the trapped cloud and its initial velocity distributions are known. Let us assume that an atom of the cloud is found in position r_i exactly at the instant t_0 , that the cloud is let to expand, with a velocity v . Its velocity will remain constant, since it does not feel any force on it and the temperature of the gas does not change. Thus, according to classical mechanics, after t_{ToF} its final position r_f will be

$$r_f = r_i + vt_{\text{ToF}} \quad (3.20)$$

There are different combinations of initial positions and velocities that lead to a specific final position, r_f , for an atom after t_{ToF} . The probability of finding the atom in this position is equal to the sum of the probabilities of all these combinations, each of them is

the product of the probability for the atom to be in a position r_i at t_0 and the probability of having velocity v . This can be written as

$$P_f(r_f, t_{\text{ToF}}) = \int_{-\infty}^{\infty} P_i(r_i) f_v(v) dr_i \quad (3.21)$$

where $P_i(r_i)$ is the density distribution of the trapped cloud at t_0 and $f_v(v)$ its velocity distribution that remains unchanged during expansion.

Thus, in order to find the final distribution P_f , we have to know P_i and f_v . For the initial density distribution, we deduced in the previous section 3.1 a Gaussian distribution, both for the MOT cloud and the one in the magnetic trap. In a more abstractive form, we can write

$$P_i(r_i) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta r_i} e^{-r_i^2 / \Delta r_i^2} \quad (3.22)$$

with Δr_i the width of the distribution. For the velocities of the atoms, in case the gas is ideal, they also obey a Gaussian distribution, namely the Maxwell-Boltzmann distribution [11]:

$$f_v(v) = \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^3} 2pv^2 e^{-mv^2/2k_B T} \quad (3.23)$$

which holds for both the magnitude of the velocity and any of its components. The above relation is the result of the H-theorem², a basic theorem of Statistical mechanics. The width of the velocity distribution is $\Delta v = \sqrt{2k_B T/m}$.

In order to find the distribution of the expanded cloud, one can combine eq. 3.20 and eq. 3.21 to write

$$P_f(r_f, t_{\text{ToF}}) = \int_{-\infty}^{\infty} P_i(r_i) f_v\left(\frac{r_f - r_i}{t_{\text{ToF}}}\right) dr_i \quad (3.24)$$

The last relation can be seen as the convolution of $P_i(r_i)$ with the scaled function $f_v(r_i/t_{\text{ToF}})$. It is known, using any textbook of Statistics, that the convolution of two Gaussian functions is a Gaussian function, as well, with a width equal to the square root of the sum of the squares of each Gaussian width³.

$$\Delta r = \sqrt{\Delta r_0^2 + \frac{2k_B T}{m} t_{\text{ToF}}^2} \quad (3.25)$$

From the above relation, considering large times of expansion, $t_{\text{ToF}} \gg \omega_{\text{trap}}$, the size of the cloud can be approximated by $\Delta r \approx \sqrt{\frac{2k_B T}{m} t_{\text{ToF}}}$ and assuming that the temperature is uniform in all directions, we can claim that the gas expands isotropically with symmetric density distributions even though the initial shape of the cloud is anisotropic⁴.

²For an isolated ideal gas, the H-function $H(t) = \int_0^\infty f(E, t) \left(\log \left(\frac{f(E, t)}{\sqrt{E}} \right) - 1 \right) dE$ with $f(E)$ the energy distribution has its minimum when the atoms have a Maxwell-Boltzmann distribution. From his Kinetic theory, Boltzmann showed that the continual process of elastic collisions causes $H(t)$ to reach its minimum.

³In fact, we also used another property, stating that if $f(x)$ is a Gaussian function with width W , then the function $f(ax)$ is also Gaussian with a width W/a^2 .

⁴This is the case of the IP magnetic trap where it is cigar shaped as mentioned in 3.1

Expansion of the condensate

In section 1.1.3 we described the Thomas-Fermi approximation for the condensate that neglects its kinetic energy and this approach was used in section 3.1 to determine the density distribution of the condensate. When BEC is free to expand, the general Gross-Pitaevskii equation becomes time-dependent and a corresponding Thomas-Fermi approximation is not applicable, since the variation of time of the trapping potential converts potential energy into kinetic, making it impossible for the latter to be neglected. In order to study the way the condensate expands, we follow [86] and a classical approach with a unitary transformation that solves the problem of neglecting the kinetic energy.

According to this model, any atom of the condensate experiences a force

$$F_{\text{cond}}(r, t) = -\nabla(U(r, t) + gn_{\text{cond}}(r, t)) \quad (3.26)$$

Under this force, the cloud experiences a dilatation and an atom, after the instant t_0 that is let free, follows a trajectory in the j direction ($j = \{1, 2, 3\}$ for the three directions of space)

$$r_j(t) = \lambda_j(t)r_j(t_0) \quad (3.27)$$

All the dynamics of the expansion are contained in the evolution of these scaling parameters. The density of the cloud at time t becomes

$$n_{\text{cond}}(r, t) = \frac{1}{\lambda_1(t)\lambda_2(t)\lambda_3(t)}n_{\text{cond}}(\{r_j/\lambda_j\}, t_0) \quad (3.28)$$

The above relation makes us state that the condensate is a time-dependent parabola. Substituting the force from eq. 3.26 and the position from 3.27 into Newton's law, we finally reach to the self-consistent differential equations

$$\frac{d^2\lambda_j}{dt^2} = \frac{\omega_j^2(t_0)}{\lambda_j\lambda_1\lambda_2\lambda_3} - \omega_j^2(t)\lambda_j \quad (3.29)$$

For our specific case of a sudden and total opening of the IP trap (where $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_\rho$ and $\lambda_3 = \lambda_z$) at t_0 , the above differential equations become

$$\frac{d^2\lambda_\rho}{d\tau^2} = \frac{1}{\lambda_\rho^3\lambda_z} \quad \frac{d^2\lambda_z}{d\tau^2} = \frac{\epsilon^2}{\lambda_\rho^2\lambda_z^2} \quad (3.30)$$

Here we defined $\tau = \omega_\rho t$ and $\epsilon = \omega_z(t_0)/\omega_\rho(t_0)$. Solving, up to a second order, we get

$$\begin{aligned} \lambda_r(\tau) &= \sqrt{1 + \tau^2} \\ \lambda_z(\tau) &= 1 + \epsilon^2[\tau \arctan \tau - \ln(\sqrt{1 + \tau^2})] \end{aligned} \quad (3.31)$$

The aspect ratio of the cloud W_ρ/W_z , with W the width of the parabolic distribution as defined in the previous section 3.1, evolves according to

$$\frac{W_\rho(t)}{W_z(t)} = \frac{\lambda_\rho(t)W_\rho(t_0)}{\lambda_z(t)W_z(t_0)} = \frac{\lambda_\rho(t)}{\lambda_z(t)}\epsilon \quad (3.32)$$

One can easily show that λ_ρ increases in a much faster rate than λ_z and, thus, the width in the radial direction becomes bigger than the one in the axial direction. As a result, the initial cigar-shaped cloud with $\epsilon \ll 1$ takes after some expansion time a pancake-like form with an inverted aspect ratio. This behaviour is contradictory to the case of the thermal cloud, which after adequate time expands isotropically in all directions and can be used for the BEC identification.

3.2.2 Absorption Imaging technique

After the expansion of the cloud via the time-of-flight process, described above, that reduces the atomic density to acceptable levels, absorption imaging technique is used to project the cloud's properties into a camera. Using absorption imaging, a reliable density distribution of the cloud in two out of the three (x and z) directions is provided. Having the density distribution imaged, information can be extracted for the size, shape, temperature and atom number of the expanded cloud and thus the initial cloud that we are really interested in.

The main principle of this technique relies on the absorption of photons of a probe beam ('imaging beam') which is near resonant with the resonance frequency of the atoms. This absorption gets bigger in regions with bigger density and the intensity of the imaging beam decreases more in such regions. Therefore, with this technique we can gain the shadow of the cloud, which can be used for fitting its distribution.

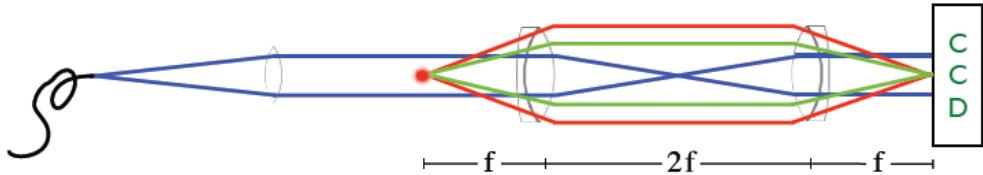


Figure 3.4: Schematic outline of the imaging system. It uses a relay telescope in the 4f-configuration. The blue beam is the probe beam that is launched from a single-mode optical fiber. The first lens collimates this prob beam. The red beam is the fluorescence beam and the green is the absorption beam that both are created after the interaction of the probe beam with the atoms.

From the Lambert-Beer's law for the absorption of a beam from a means [87], we can write

$$I(x, z) = I_0(x, z)e^{-\sigma_{ph}n(x, z)} \quad (3.33)$$

where I_0 is the initial intensity before the absorption, $n(x, z) = \int dy n(x, y, z)$ and σ_{ph} the photon absorption cross-section that for linear polarization is [88]

$$\sigma_{ph} = \frac{7}{15} \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{1 + (2\Delta/\Gamma)^2} \quad (3.34)$$

For the realization of this technique, three successive images must be taken. A first one with the probe beam and the cloud, which gives an intensity distribution $I_{abs}(x, z)$, a second just with the beam but after the cloud is gone, with intensity $I_{ref}(x, z)$ and a last

one without either the beam or the cloud as the background intensity $I_{bg}(x, z)$. Having measured these intensities, one can deduce:

$$\begin{aligned} I(x, z) &= I_{abs}(x, z) - I_{bg}(x, z) \\ I_0(x, z) &= I_{ref}(x, z) - I_{bg}(x, z) \end{aligned} \quad (3.35)$$

With these intensities known, one can plot the density profile solving eq. 3.33 for $n(x, z)$

$$n(x, z) = \frac{\ln[I_0(x, z)] - \ln[I(x, z)]}{\sigma_{ph}} \quad (3.36)$$

3.3 Measurements and fits

3.3.1 Atom number derivation

In order to calculate the number of atoms at the measured stage, one has to make a fitting in the image he depicted with the absorption imaging technique after letting the cloud expand freely. This fitting will be done taking into account the profiles we assumed for the thermal and the condensed clouds.

For the case of the thermal cloud, a Gaussian fit is appropriate

$$n_{th}(x, z) = K_{th} \exp \left[- \left(\frac{x}{\Delta x} \right)^2 - \left(\frac{z}{\Delta z} \right)^2 \right] \quad (3.37)$$

In the above, K_{th} is the maximum optical density in the picture divided by σ_{ph} . After the fit, the number of atoms can be easily calculated from

$$N_{th} = \int \int dx dz n_{th}(x, z) = \pi K_{th} \Delta x \Delta z \quad (3.38)$$

For the case of the condensed cloud, an inverted parabolic fitting is appropriate

$$n_{cond}(x, z) = K_{cond} \left[1 - \left(\frac{x}{\Delta x} \right)^2 - \left(\frac{z}{\Delta z} \right)^2 \right]^{3/2} \quad (3.39)$$

and the number of atoms in the condensation

$$N_{cond} = \int \int dx dz n_{cond}(x, z) = \frac{2}{5} \pi K_{cond} \Delta x \Delta z \quad (3.40)$$

3.3.2 Temperature derivation

For the calculation of the temperature, we take advantage of the relations ?? and ???. We write them again here

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m \omega_x^2 \Delta x_0^2 &= k_B T_x \\ \Delta x &= \sqrt{\Delta x_0^2 + \frac{2k_B T_x}{m} t_{ToF}^2} \end{aligned} \quad (3.41)$$

For the case of the temperature in the MOT, the above equations are not adequate for its calculation. This is because the trapping frequency is unknown and so there are three unknown variables in two equations. To find the temperature, one can follow one out of two different ways: either one makes some approximations or one gets forced to make more than one experiments to make a fitting. For the first case, the usual way is to let the cloud to expand for large t_{ToF} . When this happens, the initial size of the cloud is much smaller than the final, so Δx_0 can be omitted from the second equation in 3.41. Then, temperature in the MOT can be calculated:

$$T_{MOT} = \frac{m\Delta x^2 t_{ToF}^2}{2k_B} \quad (3.42)$$

For the second case, for calculation of the temperature in the MOT, that we finally followed, one can run the procedure for two times and calculate two different values of the width Δx and the time of flight t_{ToF} . After that, we can fit the second of 3.41 and thus find the values of both Δx_0 and T_{MOT} .

For the case of the temperature in the magnetic trap, the equations 3.41 are adequate for the calculation. Combining them, we finally get

$$T_i^{IP} = \frac{m\omega_i^2 \Delta i^2}{2k_B} \frac{1}{\omega_i^2 t_{ToF}^2 + 1} \quad (3.43)$$

for $i = r, z$.

Chapter 4

The derivation of the Quality factor for quantifying and optimizing the process towards BEC

In section 2.1 we begun our discussion by mentioning the dual effort that is needed in order to achieve quantum degeneracy in an efficient way. Until now, we described only the first part of this effort, the process which is followed for increasing the phase-space density to its critical value for the BEC to occur. In the remaining chapters of this thesis, we concentrate our interest in the second part: the optimization of the process in order to obtain the largest BECs in the shortest time possible. From the first years of the BEC realization, there are persistent attempts (simulations of the procedure, theoretical studies and experimental results [68][90][76]) of finding the optimal cooling procedures. These conditions vary, depending on the direction of the experiments and the applications that they are focused on. For instance, some applications need high atomic densities, whereas others require high atomic numbers in the condensate. Since there is not a direct correlation of these two demands, the decision of whether to optimize for maximum number of atoms or atomic density depends on the specific application. In this thesis, we are interested in the optimization of BEC with respect of the number of atoms in the condensate.

4.1 The usefulness of a Quality Factor

From the first years of BEC in dilute gases (first was achieved in 1995 [15][16]) till now, there was a great amount of attempts to reach BECs with as large number of atoms as possible. This aim was driven by both fundamental interest and practical reasons. For the first case, big numbers of atoms lead to BECs deep in the Thomas-Fermi regime where interactions dominate. Many interesting phenomena and new physics are supposed to be explored when strong interactions are present. In addition, the Thomas-Fermi limit offers

an easy solution for the Gross-Pitaevskii equation eq. 1.24, presented in Section 1.1.3, and a comfortable inverted parabolic profile for the condensed atoms as mentioned in Section 3.1. For the second case, many applications and thoughts have been proposed which need large number of atoms N_0 in the condensate. Atom lasers and studies about the coherence of BEC [37] are among them, in particular interest for our group.

Despite its significance for this purpose, until now it has been difficult to find the critical parameters for the maximization of the number of the condensed atoms. In most cases, this maximization is based on trial and error and the methods often remain unmentioned. In other cases, researchers adopt the phase-space density (PSD) as the appropriate parameter that by being optimized in the various steps of the process leads to the maximization of the number of atoms in the condensate. Such approach is driven by the fact that, due to relation eq. 1.15 which connects the occurrence of BEC with PSD, it becomes the ideal parameter to measure the proximity to BEC and for its identification if one is able to reach it. For instance, laser cooling has been proposed to be inadequate for condensation since it increases PSD only up to 6 orders of magnitude less than its critical value for BEC. Under this approach, many publications exist [91][92][93][94] and many groups use PSD for optimization of the process to reach the biggest attainable value of N_0 .

However, the PSD is not the appropriate parameter we are looking for in order to maximize the number of the condensed atoms, N_0 . This becomes evident by the fact that, by its definition 1.14, the PSD is not directly dependent on the absolute number of atoms N , but rather on the density of the cloud (N divided by the volume it occupies). As a result, the optimization of PSD does not guarantee the optimization of the total number of atoms N and finally, as we see in the next section, the optimization of N_0 . In other words, having as a goal to make PSD getting a larger value as the process goes on, one can manage it with the decrease of the volume of the cloud without having any profit in the number of atoms he is really interested in. There have been some attempts [95] that try to overcome this disadvantage, like the optimization of the cooling efficiency instead of PSD. The cooling efficiency is defined as dD_p/dN , the ratio of the increase in phase space density to the decrease of the number of atoms. In fact, this cooling efficiency can be also seen as the inverted partition function of the IP trap, as expressed in eq. 2.41.

Nevertheless, similar choices for the optimized quantity, that depend on both the number of atoms and their density, have a significant drawback, which follows PSD as well: Its dependence on the stage of the cooling process. This dependence can be easily expressed if one claims that PSD does not remain constant during it. In fact, PSD increases during laser cooling and also evaporative cooling. Even when it is assumed to remain constant (during compression of the cloud in the IP magnetic trap), the transformation of the trap from harmonic to linear (see fig. 2.11) leads to an increase of the phase space density, according to [96][77]:

$$\frac{D_{p,\text{lin}}}{D_{p,\text{harm}}} = \frac{\exp\{E_{\text{lin}}/Nk_B T_{\text{lin}}\}}{\exp\{E_{\text{harm}}/Nk_B T_{\text{harm}}\}} \quad (4.1)$$

where $E_{\text{lin}}/E_{\text{harm}}$ denote the internal energy of the gas in the linear/harmonic trap that changes due to the alteration of the density of states of the trapping potential. As a result of this change in PSD during the process, clouds at different stages or even at

different times of the same stage cannot easily be compared. However, this comparison is an essential feature in order to know the efficiency of the process for the final aim of the number of atoms. Without this ability of comparison, even if we are aware at any point of the process how close we are to reach BEC (by measuring the absolute value of PSD and comparing it with 1.15), we cannot state anything about the efficiency of this process and its optimization. Thus, the need of quantifying the process.

The previous argument becomes stronger if we take into consideration that we cannot achieve a global optimization for PSD. There are publications [92][93] showing that maximizing PSD in the MOT does not imply guaranteed optimization of it when mode-matching occurs and consequently during the cloud in the magnetic trap. In other words, a smaller value of PSD in the MOT could lead to a better value of it in the IP trap. Even if this was not the case, we can still claim that it is an extremely difficult project to attempt to find the optimum trajectory for evaporative cooling (investigating the best time-dependence of RF sweeping of the frequency) to maximize PSD. Theoretical attempts and simulations have been given [68][97], but have been too focused on their specific systems to be discussed here.

For all the above, one can be in the quest of a parameter, that from now on we call it as the Quality factor, which withdraws these drawbacks. In particular, the first property it should have in order to be assumed as a successful parameter for the aim of optimization, would be its direct dependence on the number of atoms of the condensate. It is important this Quality factor to have a direct ascending relation with the number of the condensed atoms. In case this factor can also be used for the expression of other important physical quantities, like PSD, it would offer additional advantages.

The Quality Factor should also quantify the cloud and the condensate at different times and stages in order to give us the opportunity of comparison between them. This quantification comes in two parts: the constancy of the Quality factor during the whole process and its independence from the trapping parameters. In the former case, a constant Quality factor can offer the ability to compare the clouds at different instants of the cooling process in case this process evolves as we expect. Deviations from this constancy should indicate deviations of this ideal case. In the latter case, by the independence of the trapping parameters (i.e. the minimum magnetic field B_0 , the gradient and the curvature of the IP magnetic trap) this factor could work as a global factor for comparing clouds and processes of different runs of the experiments or even different set-ups.

4.2 Derivation of the Quality Factor

After the discussion of the importance of a Quality factor in our attempt to quantify the quality of the cloud and maximize the number of atoms in the condensate, our goal will be to prove the mere existence of such a parameter.

4.2.1 The equivalence of optimizing the number of condensed atoms and the critical number of atoms

We start with an essential working statement: The optimization of the number of the condensed atoms, N_0 , when we observe the derived BEC, can be substituted by the attempt of optimizing the critical number of atoms, N_c , at the moment when BEC just occurs. This equivalence can be proven briefly as follows.

We suppose that $t_0 = 0$ is the moment when BEC just occurs at the critical temperature $T(t_0 = 0) = T_c$ and the critical number of atoms

$$N(t_0 = 0) = N_{\text{th}}(t_0 = 0) = N_c \quad (4.2)$$

since at this point the condensed fraction $N_0(t_0 = 0)$ is still negligible compared to the thermal component N_{th} . Evaporative cooling continues after the occurrence of BEC, until the moment t_f , when the ramping down of the RF-frequency is interrupted. At t_f , the final condensate is reached, with its parameters as

$$\begin{aligned} N(t_f) &= N_0(t_f) + N_{\text{th}}(t_f) \\ T(t_f) &= T_f \end{aligned} \quad (4.3)$$

In Section 1.1.2 we described the behaviour of the condensate for the case the trapping potential is harmonic. By combining relations eq. 1.18 and eq. 1.19, we can finally write

$$N_0(t_f) = N(t_f) - \frac{\zeta(3)(k_B T_f)^3}{(\hbar\omega)^3} \frac{N(t_f)}{N_c} \quad (4.4)$$

or using the relation eq. 4.3 above, we finally get

$$N_{\text{th}}(t_f) = \frac{\zeta(3)(k_B T_f)^3}{(\hbar\omega)^3} \frac{N_0(t_f) + N_{\text{th}}(t_f)}{N_c} \quad (4.5)$$

What is more, in Section 2.3.1.C, where we discussed the concept of evaporative cooling, we made the essential hypothesis that for large values of the η -parameter, the remaining atoms in the trap follow an exponential decrease, which is governed by eq. 2.50. This hypothesis is taken for granted in the framework of this thesis and is strengthen by our measurements as they are plotted in fig. 2.9. Solving this equation, one can write

$$\begin{aligned} N_{\text{th}}(t_f) &= N_{\text{th}}(t_0 = 0) e^{-t_f/\tau_{\text{ev}}} \\ &= N_c e^{-t_f/\tau_{\text{ev}}} \end{aligned} \quad (4.6)$$

with $\tau_{\text{ev}} = (n_0 \sigma_{\text{el}} v \eta e^{-\eta})^{-1}$ in accordance with the theory in Chapter 3. At this point, we made the rational assumption that only atoms from the thermal cloud escape from the trap as the process of evaporative cooling goes on.

As a result of the above, by substituting eq. 4.6 in the previous equation eq. 4.5 we find a relation between the critical number of atoms and the number of condensed atoms when evaporative cooling stops

$$N_0(t_f) = \frac{(\hbar\omega)^3}{\zeta(3)(k_B T_f)^3} e^{-t_f/\tau_{\text{ev}}} N_c^2 - e^{-t_f/\tau_{\text{ev}}} N_c \quad (4.7)$$

When we previously described the stage of RF-induced forced evaporative cooling, we stated that the final temperature T_f is determined by the lowest value of the radio-frequency. Therefore, for a certain value of the final temperature, the number of condensed atoms is related with the critical number of atoms by a parabolic formula, given by relation eq. 4.7. Since N_c is a positive quantity, the relation between N_0 and N_c is ascending and, thus, the maximum value of N_c implies the maximum value of N_0 .

4.2.2 Basic relations for describing the processes in the IP-trap

In the previous section, we concluded that BEC optimization with respect to the number of the condensed atoms can be achieved if one maximizes the critical number of atoms at the onset of BEC.

Before investigating the possibility of optimizing this quantity using a Quality factor, we exploit the behaviour of the magnetic trap in order to extract useful formulas for the following of the discussion. From now on, we will denote the parameters at some critical times of the process with the subscripts given in table 4.1. Each parameter with a subscript will refer to that time of the corresponding process. Parameters without subscripts will refer to a measurement at any random time, without caring if it is in mode-matching, compression, evaporation or after BEC.

With that in mind, using the essential results eq. 2.69 and eq. 2.58 for the stages of compression and evaporative cooling respectively and also the transformation of the trap from harmonic to linear and back to harmonic as the whole process goes on until the degeneracy (see fig. 2.11), we get:

Mode-matching. In section 2.3.2, where we described the loading of the IP trap after the MOT, we assumed that mode-matching can be achieved only if the magnetic trap is a harmonic potential. This assumption is experimentally realized by the addition of a large offset field into the quadrupole field, as it is already discussed in section 2.3.1.B. Looking at fig. 2.11, one can claim that this is the case in our experiments. For the case of a harmonic trap, it is $\frac{\mu_B B_0}{k_B T} \ll 1$ and therefore the basic relation eq. 2.69 can be approximated by

$$\left(\frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^3 = \text{constant} \quad (4.8)$$

This potential is harmonic also at the end of mode-matching, before compression takes place. On the other hand, in the ideal case, the number of the atoms is constant as no atoms leave the trap. Thus, the basic relations that characterize mode-matching can be

written as

$$\left(\frac{k_B T}{\hbar \omega}\right)^3 = \left(\frac{k_B T_m}{\hbar \omega_m}\right)^3 = \text{constant} \quad (4.9)$$

$$N = N_m = \text{constant}$$

Since the number of the atoms and the average trapping frequency ω_m remain constant during mode-matching, the temperature also does not alter.

Adiabatic compression of the trap. At the last paragraph of section 2.3.2, we discussed the anharmonicity of the trap during the loading and the compression of the IP trap and the process of evaporative cooling. We found there that during compression, the trap which is initially harmonic is finally transformed into a linear potential. Thus, relation eq. 4.8 holds also in the beginning of compression. However, as the average frequency ω increases, the trapping potential ceases to be purely harmonic and as a result the general form of the relation eq. 2.69 should be used. We repeat it here for convenience:

$$\left(\frac{k_B T}{\hbar \omega}\right)^3 \left(1 + \frac{3k_B T}{2\mu_B B_0}\right) = \text{constant}. \quad (4.10)$$

However, at the end of the adiabatic compression, the trap is fully converted into a linear trap, i.e. the temperature is high compared to B_0 . In this case $\frac{\mu_B B_0}{k_B T} \gg 1$ and therefore, the above relation can be approximated by

$$\left(\frac{k_B T_e}{\hbar \omega_e}\right)^3 \frac{3k_B T_e}{2\mu_B B_{0e}} = \text{constant}. \quad (4.11)$$

Moreover, we assume that in the ideal case of compression the atom number is conserved. Combining eq. 4.10 and eq. 4.11, we write the basic relations which hold during compression:

$$\left(\frac{k_B T_m}{\hbar \omega_m}\right)^3 = \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega}\right)^3 \left(1 + \frac{3k_B T}{2\mu_B B_0}\right) = \left(\frac{k_B T_e}{\hbar \omega_e}\right)^3 \frac{3k_B T_e}{2\mu_B B_{0e}} = c \quad (c : \text{const.}) \quad (4.12)$$

$$N_m = N = N_e = \text{const.}$$

Evaporative cooling of the cloud and Bose-Einstein condensation. During evaporation, the tightness of the trap does not change, i.e. the frequency ω remains constant throughout this process. On the other hand, assuming the ideal conditions stated in Section 2.3.1 and with the additional experimental evidence for the constancy of the ξ -parameter, one can adopt relation eq. 2.58 for the beginning, the end, or any random moment in evaporative cooling. Therefore, the basic relations that hold at this stage are

$$\frac{T_e}{N_e^\xi} = \frac{T}{N^\xi} = \frac{T_c}{N_c^\xi} = \text{const.} \quad \omega_e = \omega = \omega_c = \text{const.} \quad (4.13)$$

At the critical temperature, from fig. 2.11 we can see that the IP is again transformed into a harmonic trap. It is therefore valid to use the formula eq. 1.18 derived for a harmonic

potential for the critical temperature. Written in a slightly different form, we get the basic relation for the condensate

$$N_c = \zeta(3) \left(\frac{k_B T_c}{\hbar \omega_c} \right)^3 \quad (4.14)$$

4.2.3 The Quality factor Derivation in the IP trap

In Section 4.2.1 we stated that in order to optimize the number of the condensed atoms, we can alternatively attempt to maximize the critical number of the thermal atoms exactly when BEC just occurs. Therefore, we are able to investigate the existence of the Quality factor using as a starting point this exact moment, when BEC is just achieved at the critical temperature T_c . According to the analysis in the previous section, at T_c the number of atoms satisfies two conditions: From the point of view of the condensate, relation eq. 4.14 holds, while from the point of view of the evaporation, relation eq. 4.13 is valid. By combining these two relations, one finds the correlation between the moment of the BEC onset $\{N_c, T_c, \omega_c\}$ and any random moment during evaporative cooling $\{N, T, \omega\}$:

$$N_c = \zeta(3) \left(\frac{k_B \left[\frac{N_c}{N} \right]^\xi}{\hbar \omega_c} \right)^3 \Rightarrow N_c = \zeta(3)^{1/(1-3\xi)} \left(N^\xi \frac{\hbar \omega}{k_B T} \right)^{3/(3\xi-1)} \quad (4.15)$$

and applying it at the beginning of evaporation, where this correlation still holds

$$N_c = \zeta(3)^{1/(1-3\xi)} \left(N_e^\xi \frac{\hbar \omega_e}{k_B T_e} \right)^{3/(3\xi-1)} \quad (4.16)$$

This formula expresses the critical number of atoms as a function of the quantities (temperature, atom number, trapping parameters) at the *beginning* of evaporative cooling.

Tracing even more back, we attempt to connect the critical number of atoms in the BEC with the process of compression. This can be done by exploiting the moment when compression is interrupted in order to begin evaporative cooling. At that exact moment, both the relations for the stage of compression and for the stage of evaporative cooling, that were derived in the previous section, hold. The key point is to express the term $N_e^\xi \frac{\hbar \omega_e}{k_B T_e}$, which is part of the relation eq. 4.16, as a function of the quantities (temperature, atom number, trapping parameters) at any instant of the compression. Using equations eq. 4.12, one can express this term as a function of a constant c

$$\left(\frac{k_B T_e}{\hbar \omega_e} \right)^3 \frac{3 k_B T_e}{2 \mu_B B_{0e}} = c \Rightarrow N_e^\xi \frac{\hbar \omega_e}{k_B T_e} = N^\xi \left(\frac{3c^{-1} \hbar \omega_e}{2 \mu_B B_{0e}} \right)^{1/4} \quad (4.17)$$

or substituting c by its equality any time of the compression from eq. 4.12, we get finally

$$N_e^\xi \frac{\hbar \omega_e}{k_B T_e} = N^\xi \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^{-3/4} \left(1 + \frac{3 k_B T}{2 \mu_B B_0} \right)^{-1/4} \left(\frac{3 \hbar \omega_e}{2 \mu_B B_{0e}} \right)^{1/4} \quad (4.18)$$

The above equality connects the number of the atoms and the temperature when evaporative cooling begins with the corresponding values of the number of atoms and the

temperature at any other instant during compression. The substitution of this equality eq. 4.18 into the formula eq. 4.16, which predicts the critical number of atoms, is straightforward:

$$N_c = \zeta(3)^{1/(1-3\xi)} \left(N^\xi \left[\left(\frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^3 \left(1 + \frac{3k_B T}{2\mu_B B_0} \right) \right]^{-1/4} \right)^{3/(3\xi-1)} \left(\frac{3\hbar\omega_e}{2\mu_B B_{0e}} \right)^{3/4(3\xi-1)} \quad (4.19)$$

This is the desired relation connecting the critical atom number in BEC with the parameters $\{T, N, \omega, B_0\}$ at any time during the compression. One can mention the unavoidable presence of the trapping parameters (ω_e and B_{0e}) at the beginning of evaporative cooling. This presence can be interpreted by stating that in order to predict the critical atom number, one has to be aware of the exact state of the trap when one stops the compression, or in other words, to be aware of the initial conditions of the evaporation. Such a result was to be expected, since there is a strong dependence of the efficiency of evaporative cooling and the strength of BEC on the initial collision rate when evaporation is firstly applied.

This formula eq. 4.19 can be divided into two terms: The parameter A , which reflects the parameters of the trap at the beginning of evaporation and the parameter Q , which is a function just of the parameters at the measured time. Therefore, we define the factors:

$$A = \zeta(3)^{1/(1-3\xi)} \left(\frac{3\hbar\omega_e}{2\mu_B B_{0e}} \right)^{3/4(3\xi-1)} \quad (4.20)$$

$$Q = \left(N^\xi \left[\left(\frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^3 \left(1 + \frac{3k_B T}{2\mu_B B_0} \right) \right]^{-1/4} \right)^{1/(3\xi-1)} \quad (4.21)$$

with which the critical atom number is expressed as

$$N_c = Q^3 A \quad (4.22)$$

The term A depends on the trapping parameters $\{\omega_e, B_{0e}\}$ at the beginning of evaporation and is a feature of the fact that the trap is not harmonic at that instant¹. We call

¹In order to see clearly that the A -term appears in relation eq. 4.19 due to the linear nature of the trapping potential during the first stages of evaporation, we examine the hypothetical case in which the trap remains harmonic throughout the whole process taking place in the magnetic trap. In this hypothetical scenario, equation eq. 4.13 that describes the behaviour in compression would be replaced by the following:

$$\left(\frac{k_B T_e}{\hbar \omega_e} \right)^3 = \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^3 = \left(\frac{k_B T_m}{\hbar \omega_m} \right)^3 = c \quad (4.23)$$

By the substitution of this equation into eq. 4.16 one finds the relation between the critical atom number and the state of the cloud in compression

$$N_c = \zeta(3) \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^3 \quad (4.24)$$

which is independent of the trapping parameters in the beginning of evaporation, but solely depends on the random moment of compression.

this term A as the anharmonicity factor of the IP trap. From eq. 4.22, under the demand to maximize N_c , one has to find the largest attainable value of A . By combining eq. 2.34, eq. 4.20 and the fact that $\omega_e = (\omega_{\rho,e}^2 \omega_{z,e})^{1/3}$, one can finally find:

$$A = A_0 \left[\frac{(a_e^2 \sqrt{\beta_e})^{1/3}}{B_{0e}^{4/3}} \right]^{3/4(3\xi-1)} \quad (4.25)$$

where

$$A_0 = \zeta(3)^{1/(1-3\xi)} \left(\frac{3\hbar}{3\mu_B} \right)^{3/4(3\xi-1)} \left(\frac{g_F m_F \mu_B}{m} \right)^{3/8(3\xi-1)} \quad (4.26)$$

In a qualitative discussion, the anharmonicity term depends on the quantity $a_e^2 \sqrt{\beta_e} / B_{0e}^4$. Maximizing A implies the maximization of the final gradient and curvature of the trap just before evaporation with the contemporary decrease of the offset magnetic field, which is exactly what one does during the adiabatic compression. During compression, the gradient and the curvature increase to their maximum values attainable with the setup, whereas, B_0 decreases until that minimum value that prohibits the appearance of massive spin-flips losses and the escape of the atoms, according to eq. 2.28. Note that the minimum value of B_0 is set by Majorana spin flip losses.

The anharmonicity term A depends on the trapping parameters and, thus, its largest possible value can be set by adjusting the existing setup. On the other hand, Q is a more complex parameter which is determined by the different stages of the cooling of the cloud: by the MOT which gives the initial values of $\{N, T\}$, by the loading of the IP trap which modifies the values of $\{N, T\}$ and sets the initial frequencies, by compression which should be adiabatic in order for Q to be constant, by evaporative cooling through the ξ -parameter. Thus, given that A gets its maximum value, the critical atom number is a function solely of Q . This dependence gives us the main reasons that make Q important. First, N_c is an increasing function of Q , as one can notice in eq. 4.22. This fact can decidedly help us with the optimization of the processes that lead to BEC. Second, Q remains constant during compression if ξ is constant in evaporative cooling and the atoms do not escape from the trap throughout the adiabatic and reversible compression. Third, Q is independent of the trapping parameters. These two facts together lead to a quantification of the cloud throughout compression. Thus, Q is probably a proper candidate for being the Quality factor we are looking for. In order to affirm this claim, one has to examine how Q behaves during mode-matching and evaporative cooling. In case Q remains constant during these stages, we can confirm that this quantity can be our Quality factor.

Q in mode-matching. Investigating what happens in the beginning of compression, from fig. 2.11 we know that the trap behaves in a harmonic way, $k_B T_m \ll \mu_B B_{0m}$ and, thus, Q can be successfully approximated by

$$Q_m = \left[N_m^\xi \left(\frac{k_B T_m}{\hbar \omega_m} \right)^{-3/4} \right]^{1/(3\xi-1)} \quad (4.27)$$

Tracing back even more in mode-matching, we can use the extracted relations eq. 4.9 to relate Q_m with the parameters of the cloud at a random measured instant of mode-matching

$$Q_m = \left[N^\xi \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^{-3/4} \right]^{1/(3\xi-1)} \quad (4.28)$$

However, since the tightness and the harmonic profile of the IP trap does not alter during the loading of the trap, we can now argue that Q_m approaches Q as it is defined by eq. 4.22 also for the randomly measured cloud in mode-matching and, thus, Q remains constant also during mode-matching. The above result of constancy works well at least after the first moments of the loading and the balance of the number of the trapped atoms after the MOT.

Q in evaporative cooling. In the opposite limit of compression, when evaporative cooling begins, the IP trap transforms into a linear trap. For such a trap $k_B T_m \gg \mu_B B_{0m}$ and at the end of compression Q can be well approximated by

$$\begin{aligned} Q_e &= \left(N_e^\xi \left[\left(\frac{k_B T_e}{\hbar \omega_e} \right)^3 \left(\frac{3k_B T_e}{2\mu_B B_{0e}} \right) \right]^{-1/4} \right)^{1/(3\xi-1)} \\ &= \left(\frac{N_e^\xi}{k_B T_e} \left(\frac{3}{2\hbar \omega_e^3 \mu_B B_{0e}} \right)^{-1/4} \right)^{1/(3\xi-1)} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Following the same argument as in the case of mode-matching, we can use relations eq. 4.13 to express Q_e with respect to the parameters of the cloud at a random moment of evaporative cooling

$$Q_e = \left(\frac{N^\xi}{k_B T} \left(\frac{3}{2\hbar \omega^3 \mu_B B_0} \right)^{-1/4} \right)^{1/(3\xi-1)} \quad (4.30)$$

It is clear from the above discussion that Q_e is unchangeable during the whole process of evaporative cooling. However, Q_e takes exactly the same form as Q , which is defined in eq. 4.22, in case the trapping potential is linear. Thus, the initial Q also remains constant during evaporation as long as the trap remains linear. From fig. 2.11 we can argue that this is the case until almost the BEC occurrence when the trap is transformed into harmonic. However, our interest is mainly before the emergence of the condensation, since the fundamental aim of this thesis is the attempt to quantify the cloud for the optimization of the process to reach the maximum N_c .

As a conclusion of the above arguments, Q in eq. 4.22 remains independent of the trapping parameters of the setup, in direct connection with the prediction of N_c and constant during mode-matching, compression and the interesting for our scopes part of evaporative cooling (before the occurrence of BEC). These properties make us use this Q quantity as the Quality factor we need for the optimization of the processes in the magnetic IP trap.

4.2.4 Extending the Quality Factor in the MOT

The Quality factor Q works well for the procedures in the magnetic trap. Contrary to that, during laser cooling, Q does not remain constant and as a result it cannot be used for the desired quantification. Nevertheless, by attempting to extend this Quality factor in the MOT, one could gain a better supervision of the whole process mainly for two reasons: First, the ability to optimize in a sufficient way for the sequential steps the process of laser cooling, which works as the source of the cloud for the magnetic trap. Second, the possibility to quantify mode-matching that connects laser and evaporative cooling.

For these reasons, we extend the definition of the Quality factor at the end of the MOT. To do so, we use the equivalent formula for Q that holds in mode-matching, eq. 4.28, to define Q_o in the MOT

$$Q_o = \left[N_o^\xi \left(\frac{k_B T_o}{\hbar \omega_o} \right)^{-3/4} \right]^{1/(3\xi-1)} \quad (4.31)$$

In the above formula $\omega_o = \omega_{\text{MOT}}$ is the effective frequency of the MOT, defined in eq. 2.13, if one could correspond a harmonic potential to the light forces that act on the atoms. This extension seems sensible, since in mode-matching the IP trap works in the harmonic regime.

This quantity can also be expressed by explicitly measured parameters, if one uses eq. 3.41

$$Q_o = \left[N_o^\xi \left(\frac{\sqrt{k_B T_o (m \Delta x^2 - 2 k_B T_o t_{\text{ToF}}^2)}}{\sqrt{2} \hbar} \right)^{-3/4} \right]^{1/(3\xi-1)} \quad (4.32)$$

We repeat once again here that Q_o cannot be regarded as a constant quantity during laser cooling. Its importance becomes clear when we try to relate it with the corresponding quantity during the processes in the magnetic trap. Under this attempt, we assume the perfect mode-matching between these two cooling techniques, as discussed in section 2.3.2, which can be summarized by the conditions

$$\begin{aligned} \omega_o &= \omega_m \\ T_o &= T_m \end{aligned} \quad (4.33)$$

In the same section, we mentioned that, in the ideal case, the transfer from the MOT to the magnetic trap leads to the stay of only 1/5 of the trapped atoms, due to the fundamental property of the magnetic traps that can confine atoms only in the low-field seeking states. In our case, only the $\{F = 2, m_F = 2\}$ state works as a trapping state. Therefore, in case the MOT and the IP trap are ideally mode-matched, the relation between the Quality factor in the magnetic trap and Q_o at the end of the MOT can be written as

$$\frac{Q_o}{Q} = \frac{\left[N_o^\xi \left(\frac{k_B T_o}{\hbar \omega_o} \right)^{-3/4} \right]^{1/(3\xi-1)}}{\left[N_m^\xi \left(\frac{k_B T_m}{\hbar \omega_m} \right)^{-3/4} \right]^{1/(3\xi-1)}} = \left(\frac{N_o}{N_m} \right)^{\xi/(3\xi-1)} = 5^{\xi/(3\xi-1)} \quad (4.34)$$

In any other case, $Q_o/Q > 5^{\xi/(3\xi-1)}$, since the cloud is heated and more atoms get lost.

The importance of Q_o is straightforward. Looking from the point of view of optimizing the magnetic trap, condition eq. 4.34 is adequate for the ideal mode-matching. Thus, for a certain value of Q_o , we become aware of the maximum value of Q that can be achieved in the magnetic trap and as a result the maximum critical number of atoms that we can gain as long as we can also maximize the trapping parameters supported by our setup. On the other hand, exactly due to this condition, Q_o at the end of the MOT becomes the ideal quantity to be optimized, in order to be able to achieve a larger value of the Quality factor Q in the IP trap and, thus, a larger critical atom number.

Chapter 5

Properties of the Quality factor and experimental verification

In the previous Chapter we discussed the need of finding a proper parameter, which we named as the Quality Factor, Q , for the aim of quantifying the atomic cloud and optimizing the process of reaching BEC with respect to the maximum attainable number of atoms in the condensate. We described the properties this factor should have and derived the parameter Q , which satisfies these properties during the procedures in the IP magnetic trap. In the current Chapter we will exploit the available set-up of our group, as described in Chapter 2, to verify the success of this Quality factor experimentally and explore Q , its behaviour and its usefulness in more depth. During the experiments, the apparatus was kept without significant modifications and the exact devices used, as well as the values of the parameters can be found in [38].

We divide this chapter into three sections. In the first one, we treat Q as a factor that quantifies the quality of the atomic cloud in the IP trap, while in the following two sections we discuss the main consequences of this quantification, the prediction and the optimization of the critical number of atoms during the various stages of the process.

5.1 The Quality factor and the Quantification of the cloud

The quantification of the cloud gives us the ability to compare its quality in terms of our goal -in the specific case for the aim of achieving large BECs- during different repetitions of the same experiment, during different stages of the process and during different set-ups that accomplish BEC. This quantification can be achieved with the use of a parameter that has the properties of remaining constant during the whole procedure, being independent of the trapping parameters -always having in mind that we are interested in IP traps- in the beginning of evaporation and also expressing an explicit behaviour (ascending or descending) with respect to the cloud's quality. The way the Quality factor Q was derived in Chapter 4 guarantees theoretically the ability of the cloud quantification during magnetic trapping: it seems to be constant during the process, the dependence of the trapping parameters is transferred solely to the anharmonicity term of eq. 4.22 and the

quality of the cloud that is translated to the critical number of atoms is ascending with respect to Q . We should always keep in mind that Q works in a successful way only under specific assumptions, which we repeat here: The atomic cloud is considered to be ideal, the process of compression of the cloud is assumed to be adiabatic and reversible and also evaporative cooling follows the fact that the ξ -parameter remains constant.

In this section we investigate experimentally the properties of the Quality factor that are related to the cloud's quantification, i.e. the constancy, the independence of the trapping parameters and the ascending relation between Q and the quality of the cloud.

5.1.1 The Constancy of the Quality factor

In fig. 5.1(a) we plot the Quality factor during the whole process of evaporative cooling after the loading of the IP magnetic trap and the adiabatic compression of the atomic cloud. In order to calculate the number of the atoms and the temperature during any moment, we realized various repetitions of the same process, let the cloud to expand freely and used the time-of-flight and the absorption imaging techniques, as described in Chapter 3. With these calculated quantities, one is able to extract the value of Q from eq. 4.22 at the same moment of the process. In this figure, each of the dots represents the average value of Q at time t for the different repetitions of the same experiment, with the same trapping parameters throughout the whole process. The specific experimental procedure is characterized by an interval of 0.5 seconds for achieving mode-matching with the same values of the trapping parameters ($a = 85G/cm$, $b = 40G/cm^2$, $B_0 = 30G$), the same process of compression (being finished after 2 sec with the final values of $a = 450G/cm$, $b = 240G/cm^2$, $B_0 = 0.5G$) and finally the same evaporative cooling (10 seconds of linearly ramping down the frequency from 50 GHz down to 0.5 GHz). Under these conditions, fig. 2.9 was extracted which gives the constant value of $\xi = 1.2$ during evaporation.

The main conclusion of this depiction is that we can experimentally verify the constancy of Q during the stages of mode-matching, compression and evaporation. Similar results can be found if we alter the trapping parameters and/or the times of the processes, with the only difference to be the value of the Quality factor. The specific value of 320 in the experiment that is depicted says nothing, unless we try to connect it with the quality of the cloud. However, before this connection that brings the ability of comparison, we are interested in exploring the behaviour of the Quality factor in more detail. This is driven by the fact that there are some deviations from this stability at some critical points of the process.

In fig. 5.1(b) we see the behaviour of Q during the stage of mode matching. At the first moments of the loading of the magnetic trap, the Quality factor has a much larger value than the one during the rest of the process. As the loading goes on, Q sharply drops until its stable value. This behaviour is totally predictable and can be interpreted by the fact that only the low-field seeking sub-state $\{F = 2, m_F = 2\}$ is a trapping state for the atoms. Due to this fact, the number of the confined atoms is decreased by a factor of 5, compared with the cloud in the MOT. Therefore, if one concentrates its attention at the first instants of the loading of the magnetic trap, one can deduce that not all of the atoms in the untrapped states have already left, leading to an increased value of Q . At exactly

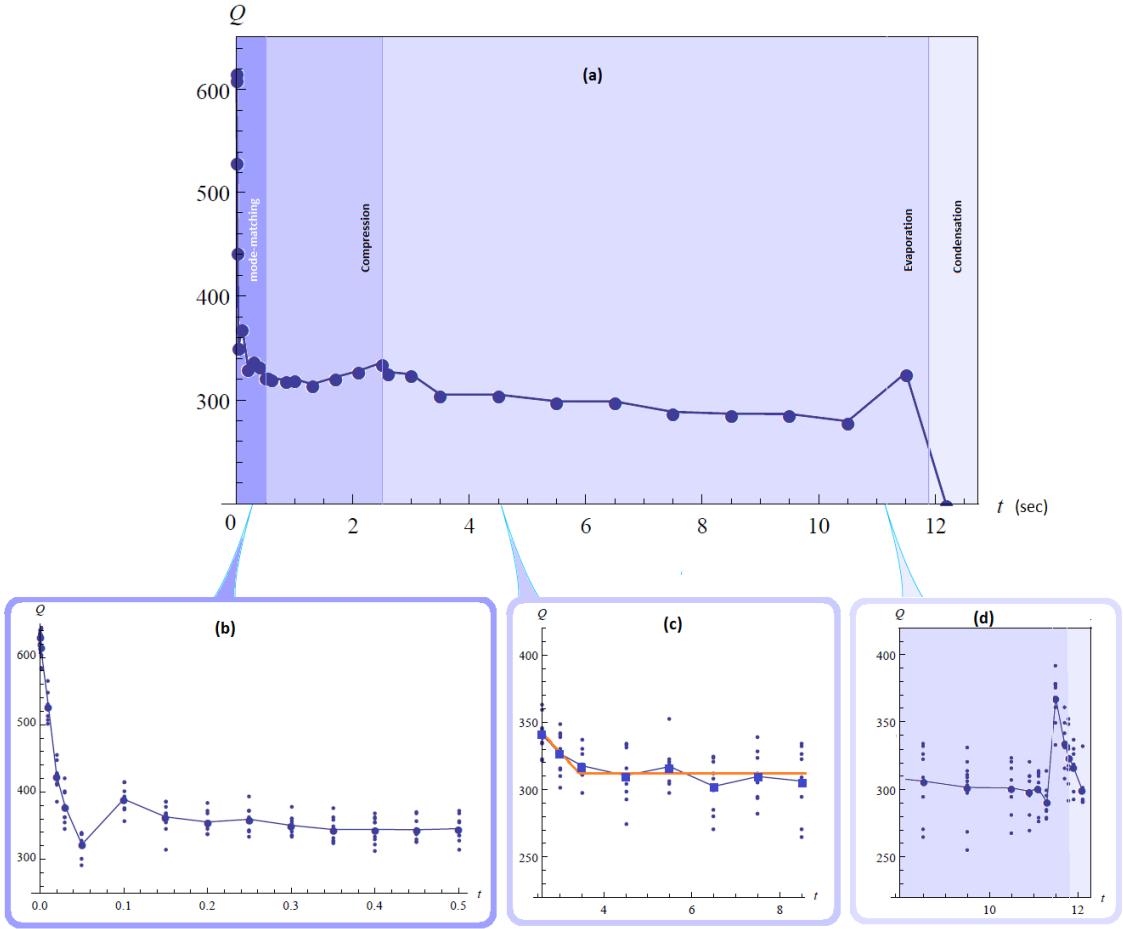


Figure 5.1: (a) The experimentally calculated value of the Quality factor as a function of time, during mode-matching, compression and evaporative cooling. In mode-matching the trapping parameters that were used in the specific experiments were: $a = 85\text{G}/\text{cm}$, $\beta = 40\text{G}/\text{cm}^2$ and $B_0 = 30\text{G}$. After 2 seconds of compressing the cloud until the trapping parameters reach the values $a = 450\text{G}/\text{cm}$, $\beta = 240\text{G}/\text{cm}^2$ and $B_0 = 0.5\text{G}$, the final stage of 10 seconds of forced evaporative cooling takes place. The value of ξ is calculated to be 1.2 in the largest interval of evaporation. The big image implies that the Quality factor remains constant, at a value of 320, during these processes in the magnetic trap. Some fluctuations are seen in (b),(c)and (d). In (b) The Quality factor begins with a value of 670, rapidly drop and finally after 0.05sec reaches its stable value. The reason for such behaviour is the remainder of the untrapped atoms in the trapping region i.e. that the atoms in m_F states that are not trapped fall out of the trapping region.. In (c) we plot the first stages of evaporative cooling. An initial increase of Q implies the erroneous calculated value of Q . This mistake is due to the wrong value of ξ . (d) The behaviour of Q near and after BEC. Its unpredicted value is not similar for the concept of this thesis.

the moment of the switching on of the IP trap, all the atoms in the MOT are present and by referring to eq. 4.34, we can find the theoretically expected initial value of the Quality factor with $\xi = 1.2$

$$Q_{\text{initial}} = 5^{1.2/2.6} Q = 5^{1.2/2.6} \times 320 = 672 \quad (5.1)$$

This is in complete agreement with the experimental result shown in fig. 5.1(b). From

the same figure, one can deduce also the time one needs in order all the atoms in the untrapped states to escape from the trap. In our case, it is almost 0.05 seconds. Last but not least, we want to notice an unexpected drop in Q just before the stabilization of its value. This is a behaviour that is found in almost all the repetitions of the experiment with various values of the trapping parameters and are currently unexplainable.

Another critical point for the behaviour of the Quality factor is the beginning of evaporative cooling. Contrary to the remainder of this process, at the first stages of evaporation Q seems to have a slightly larger value than its stable one. In fig. 5.1(c) we can see clearly this behaviour. Taking into account this figure, we can separate evaporative cooling before the occurrence of BEC into two regimes. The first one takes place at the beginning of evaporation and lasts almost half a second when Q appears to be larger with respect to the previous stage of compression with a decreasing tendency as the process goes on until its stable value. The second regime occurs during the next stages of evaporation and is characterized by a constant value of Q , having the same value as in compression. Contrary to what happens in the beginning of mode-matching, this instability is not followed by any physical interpretation. This unexpected increase simply expresses the fact that at this stage, the Quality factor is not calculated in a proper way. In order to explain this, one has to look at fig. 2.9. In the discussion of this figure, we mentioned the experimental fact that at the very beginning of evaporative cooling ξ has a smaller value, before it becomes constant to its value $\xi = 1.2$. However, Q in fig. 5.1(c) is calculated with the assumption of $\xi = 1.2$ everywhere. As a result of this, we overestimate Q in this regime and this is exactly the reason why we notice an increased and changing value of it, before the correct value of $\xi = 1.2$ is restored. After this regime, Q is calculated again in a proper way which gives the correct value and the constancy.

In fig. 5.1(d) we see the experimental behaviour of Q near the critical temperature T_c of the occurrence of BEC and after its realization. The Quality factor, in the way it was derived with starting point the critical number of atoms in T_c , does not guarantee any behaviour after that point. However, for the aim of this thesis we can state that we are not really interested in the Quality factor in BEC. Experimentally, we can notice the following: During the last stages of evaporative cooling before BEC, one can see an abrupt increase of Q . This behaviour can be interpreted using the same argument as in the case of the beginning of evaporation. From fig. 2.9, we see a drop of ξ at the last milliseconds of the process, which leads to an over-calculation of Q . In addition to that, and perhaps even more important, just before the BEC occurrence the IP trap is transformed again into a harmonic trap. In chapter 4, when we derived Q , we mentioned that it remains constant until the trap becomes harmonic. This is the case near the condensate. On the other hand, after the BEC occurrence, we can notice a rapid decrease of the value of Q . At this point we should make an important note. The significance of the Quality factor as a parameter for prediction of the critical number of atoms, for the quantification of the process that leads to BEC and for the optimization of this process holds, independently of its break-down after the realization of the condensate.

The fundamental consequence of the above discussion, is that we can assume Q to be constant during all the processes that take place in the IP magnetic trap. Deviations of this stability refer to interruption of the main assumptions that we stated in order to

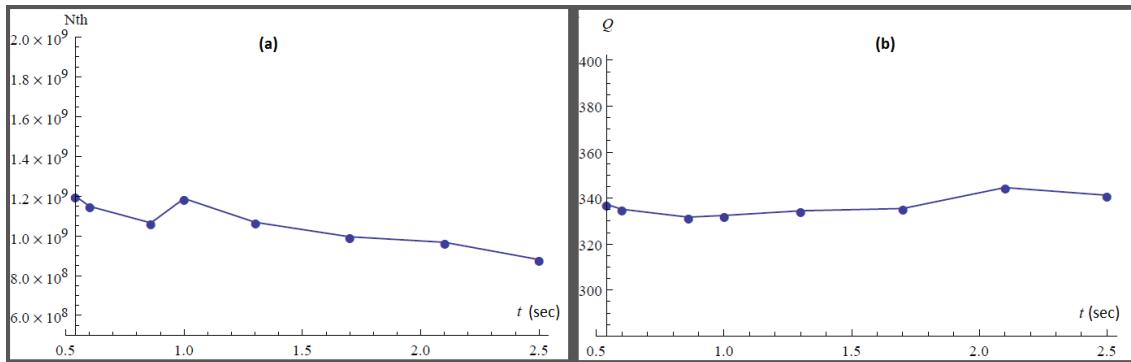


Figure 5.2: (a) The number of atoms and (b) the Quality factor as a function of time during the process of adiabatic compression. In theory, we argued that under the assumption of a constant number of atoms, the Quality factor remains also constant in an adiabatic and reversible compression of the cloud. In the experiments, the number of atoms is clearly decreased, due to the finite lifetime of the magnetic trap or some inelastic collisions among the atoms. In some cases, like the one depicted here, this decrease reaches the 30% of the atoms. However, the value of the Quality factor does not seem to be prone to such changes.

extract the Quality factor. However, even with interruptions, Q can remain constant. Such case is depicted in fig. 5.2. In (a) we see the progress of the number of atoms as compression goes on, while in (b) the corresponding value of the Quality factor. One can mention that despite the important decrease of the atom number of about 30%, which is contrary to the ideal case of adiabatic compression, Q stays almost constant.

Verification of measurements

While discussing the constancy of the Quality factor in the magnetic trap, we found that at the beginning of evaporative cooling Q is depicted to be unstable due to some wrong hypothesis (in that specific case, it was the incorrect calculation of ξ). The theoretically and experimentally verification of the constancy of Q can help us in affirming the correctness of different kind of measurements that are taken from the experiments or deduced after the elaboration of the taken data. In other words, the possible outcome that the Quality factor is not stable may show that the measurements come with some errors.

As an example of this usefulness of Q , in fig. 5.3 we plot the Quality factor during the stage of compression. What is different in these subplots is the duration of the free expansion of the cloud before the image is taken, as described in Chapter 3. For small times of flight, Q is depicted as it was not constant, while for bigger times the prospective stability gets restored. This result defines a low-limit time for the ToF process that we are able to use, as it is clear that for times less than 10 milliseconds, the Quality Factor is not calculated correctly. The problem, of course, lies in the erroneous calculation of the temperature with the process described in Chapter 3, since in these cases with small expansion time the condition $\Delta x_0^2 \ll \frac{2k_B T_x}{m} t_{\text{ToF}}^2$ that we assume does not hold, and as a result the erroneous calculation of Q .

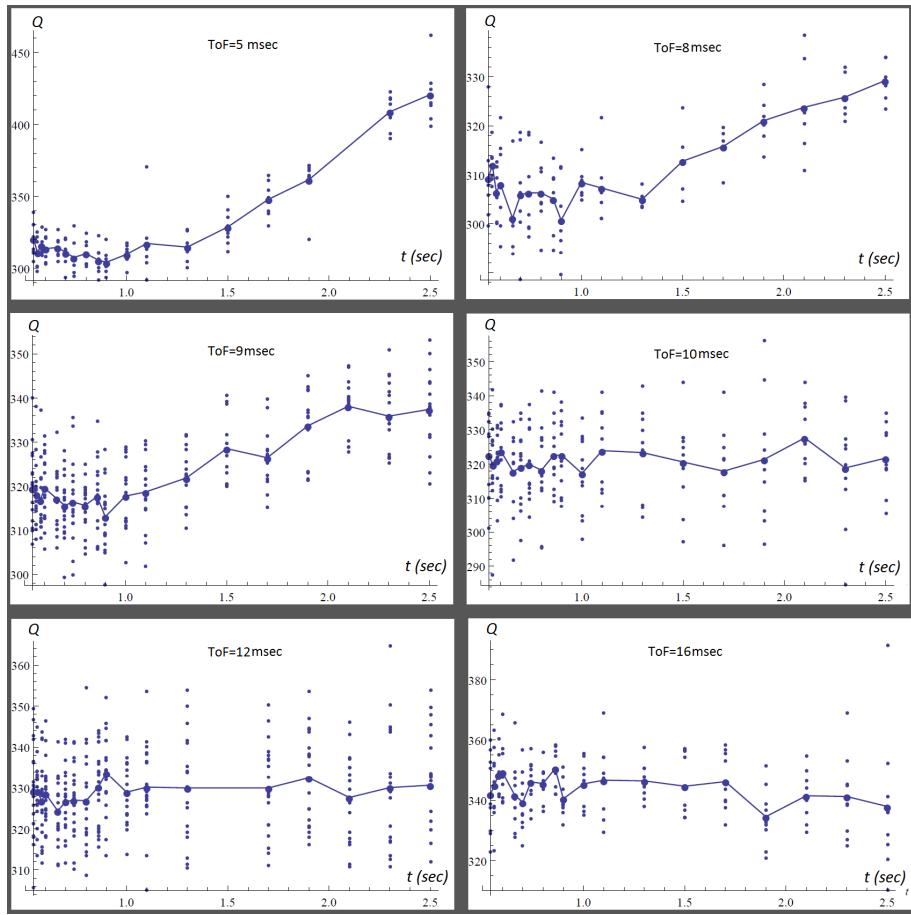


Figure 5.3: The Quality factor as a function of time during compression. Each figure is characterized by a different time of flight for the depiction of the cloud. For small small times of flight Q seems to be ascending in time, while for larger times its constancy is restored. The critical value for the time of flight before the image is taken seems to be 10 milliseconds. This behaviour has nothing to do with the physical process of compression or the meaning of Q . It is an indication of the correctness of the measurements. For small times of flight, the cloud is dense and according to the analysis in chapter 3 and in particular eq.3.42 the temperature is not calculated in a proper way. This is an example of an unexpected use of the Quality factor, the verification of the correctness of measurements.

5.1.2 The strictly increasing relation between the Quality factor and the quality of the cloud

It is now time to concentrate our attention into the value of the Quality factor itself. In the previous figures fig. 5.1 and fig. 5.2 we see that in the specific experiments, the Quality factor has the value of 320. The interesting question is the following: How does this value change if a different cloud is prepared in the MOT, if different trapping parameters during the loading of the magnetic trap are applied or if a different trajectory in evaporative cooling is followed? Before investigating this question, we should take a minute and answer this first: What do we expect for the behaviour of Q ? In order for the Quality

factor to be the proper parameter that quantifies the quality of the cloud, it should express in a clear way this quality. In other words, Q has to be a strictly monotone function with respect to the cloud's parameters (temperature, number of atoms) and to the efficiency of the processes (frequencies of the trap, the ξ -parameter).

In fig.5.4(a) we plot Q as a function of the measured number of atoms for different clouds that all of them are characterized by the same temperature, the same trapping parameters and the same ξ -parameter. The Quality factor is a strictly increasing function with respect to the number of the trapped atoms. This fact means that for two clouds in the same trap, Q is higher to the one that has a larger number of atoms, which is the more qualitative. In a similar way, in fig.5.4(b) we plot the Quality factor as a function of the measured temperature for clouds with the same atom number. Q increases if the temperature decreases. This means that for two clouds in the same trap, the Quality factor is higher to the one that has the lower temperature, which again is the more qualitative for the aim of achieving large BECs.

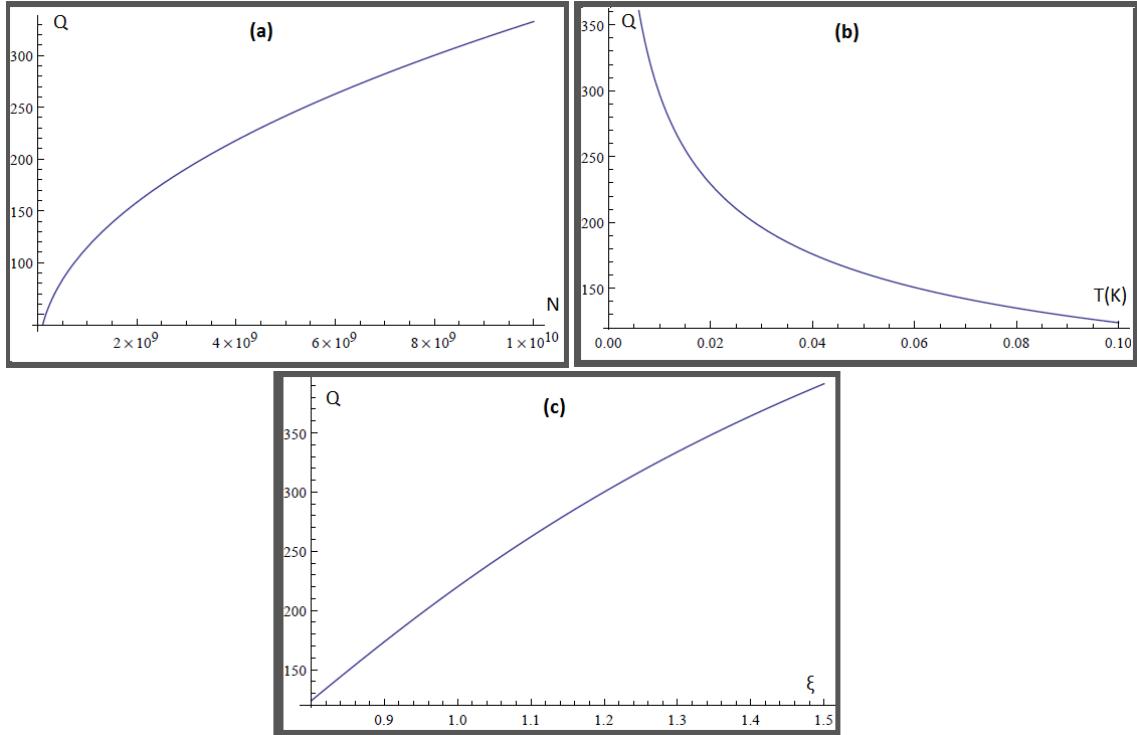


Figure 5.4: The Quality factor as a function of (a) the number of atoms, (b) the temperature of the cloud and (c) the ξ -parameter. In each of these plots, only one of the parameters change, whereas the others remain the same. The additional condition of $Q = 300$ for the measured combination of values $N = 9 \times 10^9$, $T = \dots$ and $\xi = 1.2$ is used, in order to plot rational and realistic values for the Quality factor. Q increases with the increase of the atom number, with the decrease of the temperature and the increase of ξ . These behaviours confirm the role of Q as a quantity which expresses the quality of the cloud. The larger the value of the Quality factor, the more qualitative the cloud in achieving large BECs.

In Chapter 2, in the description of the process of evaporative cooling, we inserted the ξ -parameter. In Chapter 4, by saying that Q does not alter even if the trapping parameters

in evaporation are different, as long as they do not affect the value of ξ , we essentially argued that the role of evaporative cooling in determining the value of Q is reduced to the fixing of the value of ξ . This holds only in the assumption that ξ remains constant throughout evaporation. Therefore, in order to express the quality of the cloud, it is a demand for this Quality factor to increase with an increase in ξ . We repeat here that this quantity, ξ , is an index of the sufficiency of evaporation, since it expresses the decrease of the temperature per atom loss of the trap. In fig. 5.4(c) we plot Q as a function of ξ , as it is defined in eq. 4.22, having all the other quantities (temperature, number of atoms, frequencies) constant. This can be seen as having identical clouds in identical IP traps and applying different evaporative cooling trajectories that give different ξ . The additional condition that $Q(\xi = 1.2) = 300$ is used in order to give realistic numbers for Q . With the assistance of this figure, we argue that the Quality factor is an ascending function of ξ . The quantification of the cloud by the Quality factor indeed includes evaporative cooling.

After this discussion, we can finally argue that the value of Q determines the quality of the cloud. The largest possible value of Q which we can have in our experiments describes the optimum combination of the parameters of the cloud and the process $\{N, T, \xi\}$ which give the maximum critical atom number in BEC.

5.1.3 The Independence of the Quality factor from the trapping parameters

After investigating the behaviour of the Quality factor in time and verifying its constancy, it is now time to explore the second important property of Q that renders it the ideal parameter for the cloud quantification: its independence of the trapping parameters, i.e. the gradient, the curvature of the magnetic field and the bias field B_0 , exactly when evaporative cooling begins.

In order to confirm experimentally that the value of the Quality Factor depends only on the quality of the cloud and not on the values of the IP-trapping parameters, we have to show that for the same cloud, Q remains the same while one changes the parameters at the beginning of evaporative cooling. In fig. 5.5 we show graphically what the above sentence means for the case of a change in B_0 at the end of compression. In our experiments B_0 is reduced exponentially, as already mentioned, but this can have a more general implementation. We plot two different trajectories for the bias field resulting in a different offset B_{01} and B_{02} . The final value of B_0 is determined by an offset that we can apply and adjust. In this specific experiment, the independence of Q from B_0 is verified if by following the red, green or other routes, the value of the Quality Factor remains stable without any change. Two conditions all these trajectories should accomplish in order to extract credible results about this independence: The maintenance of the value of ξ in all these different repetitions of the experiments and the validity of the relation $k_B T \gg \mu_B B_0$, so that the trap is linear in the beginning of evaporative cooling. We have to mention at this point, that unlike B_0 , the other trapping parameters and also the time of compression remained the same in all these repetitions.

The experimental results of this procedure are depicted in fig. 5.6. In (a) we plot Q as a function of B_0 in evaporative cooling. We bound the final B_0 in a region of small values,

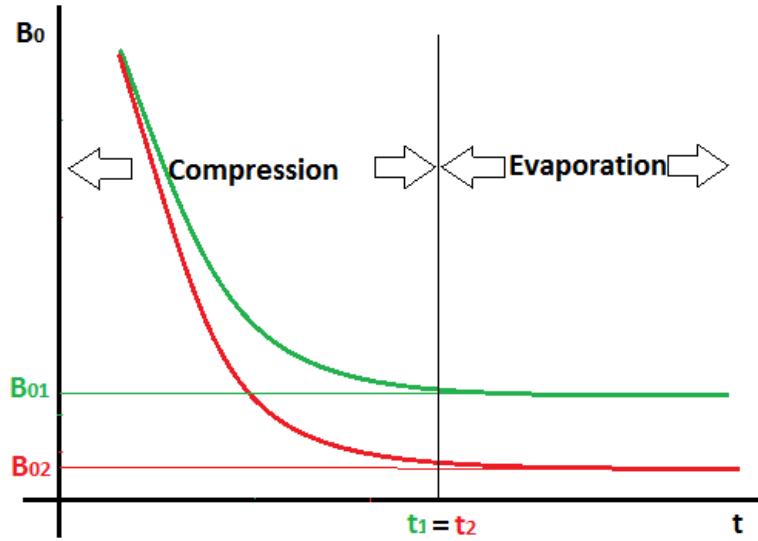


Figure 5.5: A process that can help up exploring the theoretical argument that the Quality factor is independent of the trapping parameters in evaporative cooling. We modify one of these trapping parameters, in the specific plot the bias field, whereas keep all the others the same. Following a different trajectory, Q should change if it depends on this parameter. One has to be sure that some conditions hold for this experiment: First, ξ should be the same for all these trajectories, since a different value of ξ changes the value of Q . Second, in the beginning of evaporative cooling, the trap should be linear.

so that the linearity of the trap in the beginning of evaporation always holds. Looking at this figure, we see that the Quality factor does not change with this B_0 modification. In (c) the extracted value of ξ is shown for each of the final values of B_0 . For this interval of values for B_0 between 0.2G and 1.4G, the ξ -parameter remains unchangeable ($\xi \approx 1.15$). Combining these two sub-figures we can state that for the case of B_0 , if ξ is constant then Q does not depend on this bias field. The same results can be extracted experimentally for the cases of the gradient and the curvature of the magnetic field. The basic result can be confirmed experimentally: Q is independent of the trapping parameters in evaporation.

On the other hand, the critical number of atoms depends on these trapping parameters. As already mentioned, it is the anharmonicity term in eq. 4.22 that offers this dependence. In fig. 5.6(b) we depict this critical atom number for the different values of the bias field. As it is expected and described in Chapter 4, the lowest value of B_0 brings the largest value of N_c . We repeat once again that there is a threshold for this bias field, under which massive spin-flips occur and the atoms escape from the trap. The value $B_0 = 0.2G$ is near this threshold. For the cases of the gradient and the curvature of the trap in evaporative cooling, the things are ever clearer. The maximum number of atoms we can attain is achieved with the maximum values of a and β our apparatus can offer.

Q as an absolute factor for the quality of clouds. The ability of Q to be constant and independent of the trapping parameters of the IP trap can help to compare not only the quality of the cloud in order to create big BECs among experiments in different times

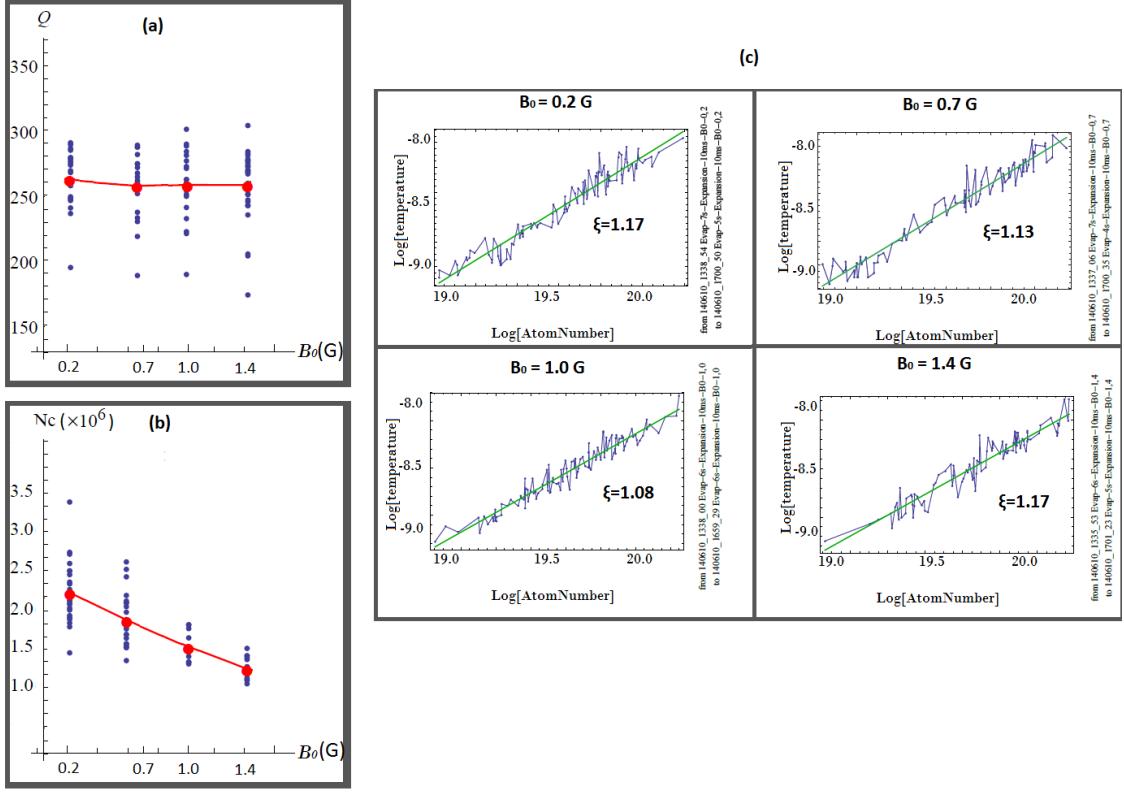


Figure 5.6: (a) Q as a function of the final offset field B_0 . Repetitions of the same experiment with the only difference the final value of the bias field during evaporation. Experimentally this is done by using an offset field in addition to the exponentially decreased during compression. For smaller values than 0.2G, the cloud may be leaded to massive spin-flips. For much larger values than 1.5G, the condition of linearity is not guaranteed. In the intermediate interval, the Quality factor remains constant. Q seems to be independent of the bias field. (b) The calculated critical atom number as a function of B_0 . Unlike the Quality factor, the critical number of atoms depends strongly on these trapping parameters through the anharmonicity term. The smaller the value of the bias field, the larger the value of the critical atom number. (c) The ξ factor for different offset fields B_0 . Verification that the ξ -parameter remains the same as we change the bias field inside this regime between 0.2G and 1.4G.

or stages, but also among different set-ups and different groups. The only prerequisite for that comparison is the presence of a IP trap. In the figure below, a comparison among some famous experiments is fulfilled.

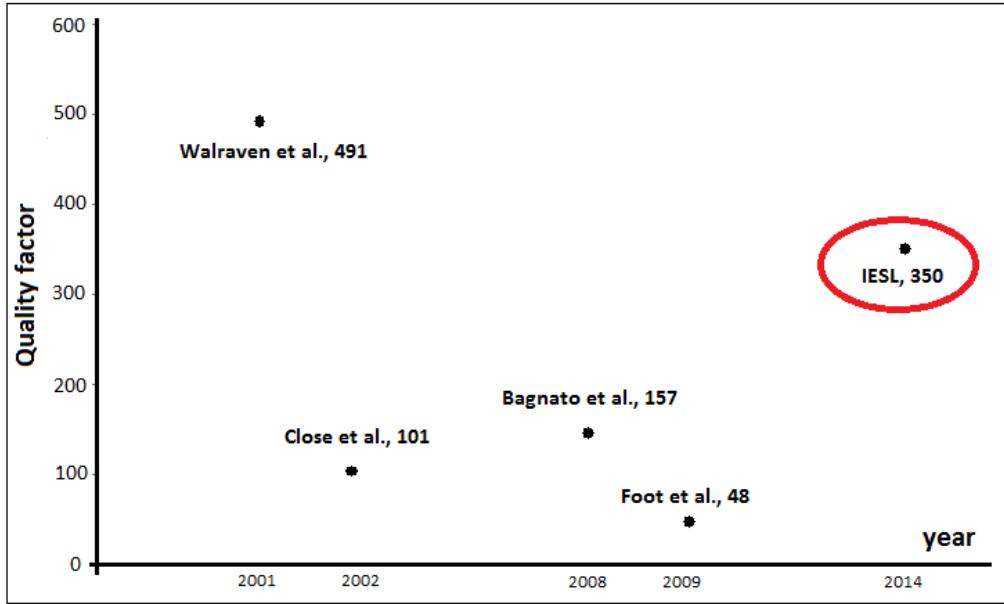


Figure 5.7: The Quality factor as it is calculated by the values of the temperature, the number of atoms, the ξ -parameter and the trapping parameters for some famous experiments that have led to BEC. For details of these experiments one can see [89][75][74][76][36].

5.2 The Quality factor and the Prediction of the critical atom number

The successful attempt to quantify the quality of the cloud in the IP magnetic trap makes it possible to predict the critical atom number even from the first stages of the process. This capability is a combination of the constancy of Q and its relation with the critical atom number through eq. 4.22:

$$N_c = Q^3 A \quad (5.2)$$

Thus, if we can calculate the value of A at these initial stages, we can also calculate N_c . This value of A depends solely on the trapping parameters at the beginning of evaporation, B_{0e} and ω_e .

Let us first concentrate our attention in the case that the measurement is taken during a random moment in evaporative cooling. In this case, the anharmonicity term A is well known, since the trapping parameters remain unchanged throughout the whole process of evaporation and, thus, we can use the measured values of B_{0e} and ω_e in the calculation of A . As a result of this, if the experimental data confirm our assumption of constant ξ during evaporative cooling, then the critical atom number can be predicted from the initial stages of evaporation with the exclusive use of the measured values at that moment of the measurement. In fig 5.8(a) we plot the predicted value of N_c by using only the measured values of the cloud's parameters $\{T, N\}$ and the trapping parameters $\{B_0, \omega\}$, i.e. in calculating A we substitute B_{0e} and ω_e with the measured values B_0 and ω . As we

can notice in this figure, during evaporative cooling, the predicted value of N_c is close to its final value.

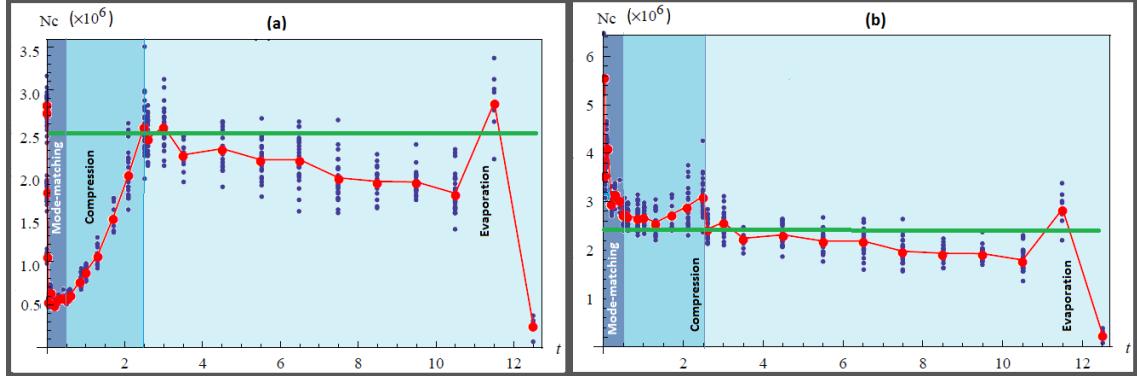


Figure 5.8: (a) The prediction of the critical atom number with the use of the measured values of the parameters of the cloud (number of atoms, temperature) and the measured values of the trapping parameters (frequency, bias field). With red dots we represent the predicted values of the critical number, whereas the green line implies the real measured value of N_c . This prediction is successful during evaporative cooling, even from the beginning of it, but fails in the loading and the compression of the IP trap. This behaviour is due to the important role of the trapping parameters in the beginning of evaporative cooling, that are not taken into consideration in this plot. (b) The same plot as in (a) with the only difference the substitution of the measured trapping parameters by the ones in the beginning of evaporation. The prediction does not fail even in compression or mode-matching.

Different is the case where the measurement is taken during the compression or the loading of the cloud in the magnetic trap. This can be explained by the fact that one is unaware of the trapping parameters in the beginning of evaporation if the measurement is taken in a former instant of the process. This weakness is depicted in fig 5.8(a). The predicted critical atom number fails in mode-matching and compression if one uses only the measured values. The specific value of N_c in this figure expresses in fact the prediction of the critical atom number in the hypothetical case that evaporative cooling starts at that particular moment with the contemporaneous cease of the compression. On the other hand, in fig. 5.8(b) we plot the prediction of N_c with the additional knowledge of the trapping parameters in the beginning of evaporation. In order to calculate the value of N_c in this figure, we calculate A with the final values B_{0e} and ω_e . This substitution can be achieved only if we are aware of the final values of the parameters. However, this is sensible, since in order to maximize N_c , one compresses the cloud until its limit as they are determined by the apparatus used and the condition for voiding massive spin-flips. The critical atom number in this case is well-predicted even from the first stages of the loading of the cloud in the trap.

5.3 The Quality Factor and the Optimization of the process to BEC

Another significant consequence of the quantification of the atomic cloud in the IP magnetic trap, apart from the prediction of the critical atom number even from the first stages, is the potentiality to improve or even maximize under some conditions this number. This optimization of the process to BEC and the quality of the cloud is connected with the result extracted in Section 5.1.2, that the Quality factor is a strictly increasing function of the cloud's ability to cause large condensate. Thus, by optimizing Q , one maximizes the critical atom number one gets. Such improvement can be achieved during the MOT (even if Q is not defined or constant in this procedure), during loading and the compression of the cloud and finally during evaporative cooling.

The intention of this thesis is not a detailed study for the optimization of Q and as a result of N_c with respect to every parameter that affects the process, but we rather mention some basic results that describe the success of this optimization and the behaviour of the procedure that leads to the condensate. A final notice before the presentation of these results: As already mentioned, the process of evaporation is described by the value of ξ -parameter for our aim of the optimization, as long as this parameter remains constant throughout the whole process of cooling. In Section 5.1.2 we found that the Quality factor is a strictly increasing function of this parameter ξ . Therefore, the optimization of the process is eventually transferred to the ξ optimization, an attempt that is out of the scope of this thesis. The optimum value of ξ that we managed to get experimentally is the one used in all of the plots, $\xi = 1.2$.

5.3.1 The Quality factor and the Improvement of the MOT

Although the Quality factor has not a physical meaning during the stage of the laser cooling, its extension Q_o at the end of the MOT as described in Section 4.2.4 is extremely important. This value of Q_o at the end of the MOT determines the existence of a supremum in the value of Q in the magnetic trap and, thus, a supremum in the quality of the cloud. Using eq. 4.34, one can find the optimum value of Q for a given value of Q_o . This optimum value can be achieved not only by mode-matching, but also by selecting the best compression trajectory. The only freedom left, after the determination of Q_o , to increase the maximum attainable value of Q is the ability to increase ξ . Therefore, even if we cannot measure the ability of the cloud at any random moment during the MOT, its final value Q_o informs us about its overall potential quality.

Theoretically, there is not a limit in the value of Q_o . The only limitation lies in the restrictions of the apparatus. This is the reason we do not refer this investigation of Q_o as optimization but rather as the improvement of the process of the MOT.

In fig. 5.9(a) and (b), we plot Q_o and the thermal atom number respectively after the stage of CMOT as a function of the gradient of the magnetic field applied in the big Ioffe coils during the process of the MOT before the compression. In (a) we see that the maximum attainable value of Q_o is almost 820 for the case of $a_{MOT} = 25\text{G/cm}$. All the other parameters of the MOT remained constant with their values as the ones that

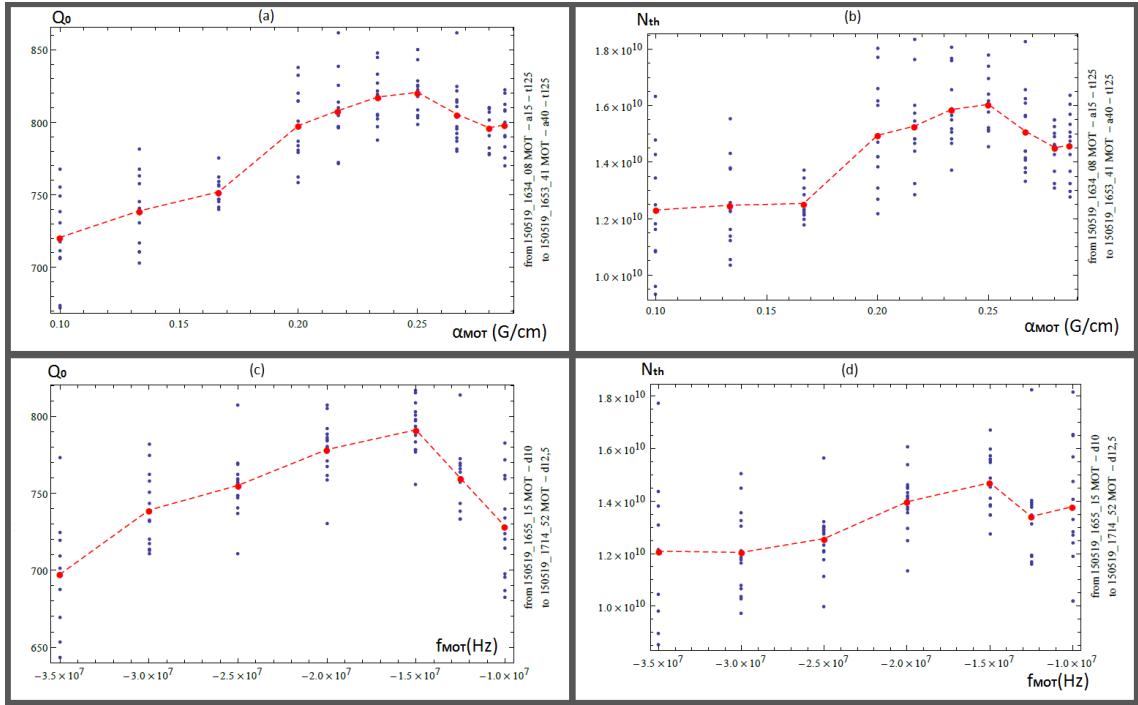


Figure 5.9: (a)-(b) The behaviour of (a) the Quality factor and (b) the number of atoms at the end of laser cooling as a function of the gradient of the MOT before the stage of the compressed MOT and Optical Molasses. Both these quantities have a maximum for $a_{\text{MOT}} = 25 \text{ G/cm}$. In this case, it seems valid to substitute the Quality factor by the number of the atoms as the parameter which we should consider for the optimization. (c)-(d) The behaviour of the Quality factor (c) and (d) and the number of atoms after the whole stage of the MOT as a function of the detuning during the stage of the MOT. In this case, a substitution is not allowed, and Q remains the proper factor for the optimization.

create the clouds in all the previous graphs and results. In fig. 5.9(c) and (d), a similar representation of Q_o is plotted with respect to the detuning of the MOT.

Looking at both of these cases, we can see that the maximization of Q occurs at the same values of a_{MOT} and f_{MOT} as at the ones for the maximization of the final atom number after the whole laser cooling process. This fact can amplify the claim that we can optimize the number of atoms instead of Q_o and instead of Q in the magnetic trap in order to optimize the final and critical atom number. Such claims, however, seem to be invalid. The justification of this invalidity can be found in the same plots. Concentrating, for example, on the case of the detuning of the MOT, we can see that for $f_{\text{MOT}} = -12.5 \text{ MHz}$ the value of Q_o is much larger than for $f_{\text{MOT}} = -10 \text{ MHz}$. On the other hand, this is not true for the value of N . Moreover, looking again at the case of the detuning of the MOT, one can notice that for detunings in the region among -25 MHz and -35 MHz the number of atoms remains practically constant, whereas Q_o has a varying value which does not seem random. A similar behaviour appears in the case of the gradient change. Any claim for the optimization of the number of atoms does not take into account the change of the temperature under the changes of different parameters which also contribute in the

quality of the cloud.

5.3.2 The Quality factor and the Optimization in the IP magnetic trap

In the previous section we discussed the improvement of Q_o , which leads to a higher supremum for Q in the magnetic trap. After this experimental optimization, we attempt to optimize the cloud in the IP trap. Relation eq. 4.34 offers the knowledge of the theoretical optimized value of Q for a certain value of Q_o . Thus, our attempt lies in combining all the parameters in that trap in order to reach this theoretically maximum value of Q . This value depends mainly on the process of mode-matching, which determines the initial frequency, temperature and number of atoms, and on the processes of compression and evaporative cooling, which set the value of ξ and therefore the definitive value of Q .

In Section 2.3.2 we described the process of the MOT and argued that for mode-matching the frequencies of the magnetic trap should be equal to the effective frequency of the MOT. The optimum values of the gradient and the curvature theoretically are found by eq. 2.59. Using these relations, the experimental results of the MOT and an arbitrary choice for B_0 under the concern to keep the trapping potential harmonic, we deduce that mode-matching occurs for a gradient near the value $a = 45\text{G/cm}$, for a curvature almost $\beta = 20\text{G/cm}^2$ and for $B_0 = 30\text{G}$. However, these calculated values do not agree with the experiment, where we found that for $B_0 = 30\text{G}$, the optimum values of the gradient and the curvature of the magnetic field we managed to achieve are $a = 85\text{G/cm}$ and $\beta = 50\text{G/cm}^2$.

In fig. 5.10(a) and (b) we plot Q as a function of the gradient a , while we kept the curvature and the bias field constant. In (a) we set $\beta = 50\text{G/cm}^2$ and for $B_0 = 30\text{G}$. In (b) we set $\beta = 70\text{G/cm}^2$ and for $B_0 = 30\text{G}$. The dashed lines represent the theoretically optimum value of Q as it is determined for a given cloud in the MOT and described in the previous section. It is clear that in (a) the attempt of optimization is much more successful than in (b). In this plot (a), one can see that some repetitions of the experiment almost reach the ideal value for Q , whereas their mean value is not far away from that ideal case. Another self-evident notice is the fact that for a different value of the curvature, the maximum of Q is achieved for a different value of the gradient. In order to study in complete the optimization of the cloud's loading of the magnetic trap, one should investigate all the combinations of these parameters and combine them with the theoretical maximum of the Quality factor. Similar is the case if one modifies the curvature, leaving without change the gradient of the magnetic field. In fig. 5.9(c) this case is depicted. Another final comment for mode-matching is the following: The choice of the initial B_0 , does not seem to be extremely decisive for achieving large Q . This can be seen in fig. 5.9(d), where the Quality factor is unchanged for different values of the bias field in the region from 20G to 40G.

The importance of compression for the optimization of the Quality factor is dual: It should guarantee the adiabatic change of the cloud in order for Q to be constant and it offers the initial conditions for evaporative cooling or in other words it is a factor which determines the value of ξ . The former demand is satisfied if the process of compression evolves adequately slowly. The exact choice of the duration of the process does not seem

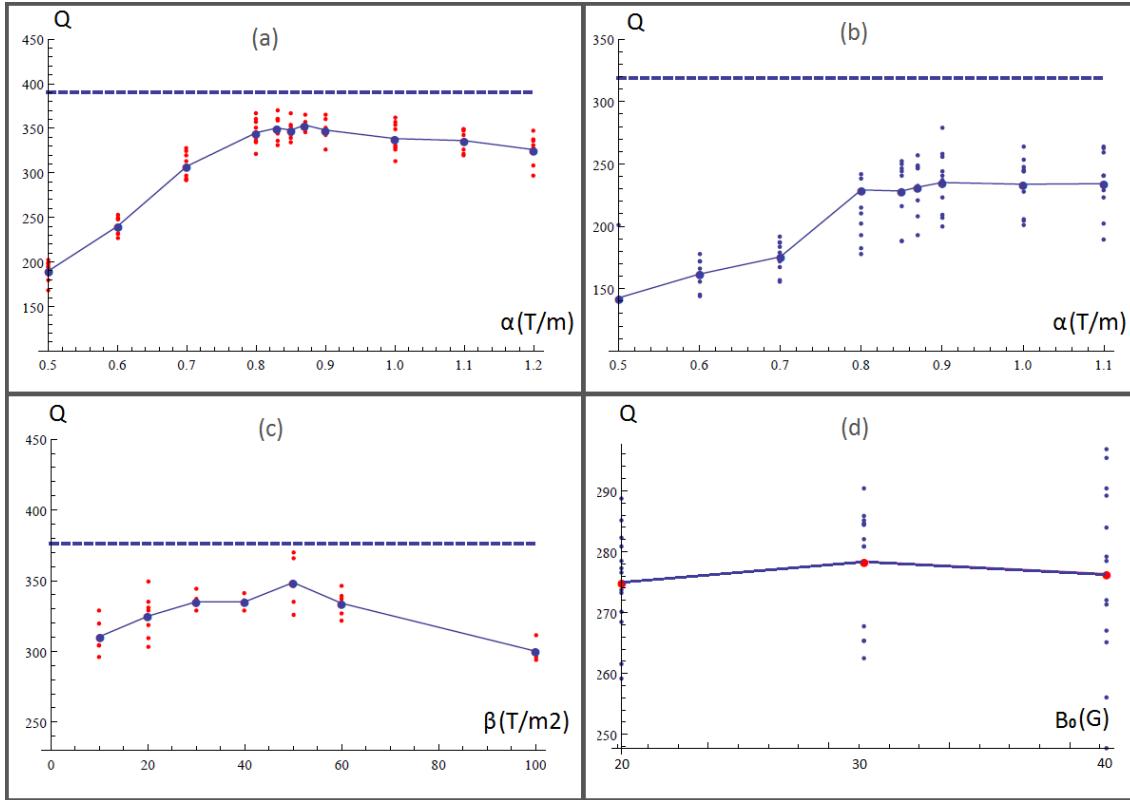


Figure 5.10: (a)-(b) the Quality factor as a function of the gradient during mode-matching. The dashed lines represent the ideal value of Q for the certain measured value of Q_o in the MOT, according to the discussion in the previous section. In (a) we used the parameters $\beta = 50\text{G}/\text{cm}^2$ and $B_0 = 30\text{G}$, while in (b) $\beta = 70\text{G}/\text{cm}^2$ and $B_0 = 30\text{G}$. The first plot is more successful compared to the second. Another notice is the different value of the optimum gradient in case the other parameters, the curvature and the bias field, have a different value. (c) The Quality factor in case the curvature changes for $a = 85\text{G}/\text{cm}$ and $B_0 = 30\text{G}$. (d) The initial bias field does not seem to be so critical for mode-matching.

to be critical for the value of the Quality factor. 2 seconds of compression, as we used in all the experiments whose results are previously plotted, are enough for adiabaticity. The study of compression as a process for determining ξ is out of the scope of this thesis. However, experimentally, we find that the best value of ξ is $\xi = 1.2$ and that this value does not alter unless the conditions of compression are totally different.

Chapter 6

Conclusions and Outlook

We derived the Quality factor as the result of our quest in quantifying the cloud and optimizing the processes that lead to BEC. We, also, proved experimentally the properties of this Quality factor, which set it the appropriate parameter for our purpose. Its constant value, its independence of the trapping parameters and its ascending relation with the critical atom number are the most important properties that distinguish it from any other parameter, such as the phase-space density (PSD). Having these properties, we can use it for the optimization of the MOT, mode-matching and evaporative cooling, for the prediction of the critical atom number even from the first stages, for comparison of how well we have achieved BEC and for verifying the correctness of some experimental results. This Quality factor works only for the case of the Ioffe-Pritchard magnetic trap and takes into consideration its transformations from a harmonic potential into a linear and back to a harmonic one as the processes of mode-matching, the compression of the cloud and evaporative cooling take place.

We can take advantage of this Quality factor and produce BECs with high atom numbers. BECs with 10^{10} atoms is a daily routine in our experiments. Having such large BECs and trying to make them even larger, can give us the opportunity to study many interesting aspects, such as the interactions among the atoms and the growth of the coherence in the condensate. Atom laser, another application which requires large BECs, is going to concern ourselves in the near future. From another point of view, it will be interesting for us to investigate the extension of the Quality factor to other magnetic traps that are widely used in BEC experiments, such as the pure harmonic trap.

Bibliography

- [1] C.Cohen-Tannoudji, B.Diu, and F.Laloe, *Quantum Mechanics*, Vols. I and II. New York: John Wiley & Sons, 1977.
- [2] H.Bruus and K.Flensberg, *Introduction to Many-Body quantum theory in condensed matter physics*, Copenhagen, 2003.
- [3] L.Pitaevskii and S.Stringari. *Bose-Einstein Condensation*. Oxford University press, 2003.
- [4] N. N. Bogoliubov. *On the theory of superfluidity*, *J. Phys.(USSR)*, **11**:23, 1947.
- [5] C.Mudry, *Bogoliubov theory of a dilute Bose gas*, Paul Scherrer Institut, Switzerland, 2010
- [6] V.I.Yukalov, *Basics of Bose-Einstein Condensation*, arXiv.org/abs/1105.4992v1 [cond-mat.stat-mech] 25 May 2011
- [7] L.D.Landau and E.M.Lifschitz, *Statisticheskai Fizika*, Fizmatgiz, Moscow, 1951.
- [8] C.N.Yang, *Rev.Mod.Phys.* **34**,694 (1962)
- [9] S.N.Bose, *Plancks gesetz und lichtquantenhypothese*. *Z.Phys.*,**26**:178,1924.
- [10] A.Einstein. *Quantentheorie des einatomigen idealen gases*. *Sitzber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.* 1925.
- [11] K.Huang, *Statistical Mechanics*, John Riley and Sons, New York, 1987.
- [12] The Riemann zeta function is defined by the series $\zeta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$, for $x > 1$.
- [13] W.Ketterle, Nobel Lecture, *When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser*, December 8, 2001.
- [14] F.London, *Nature*, **141** (1938) 643.
- [15] M.H.Anderson, J.R.Ensher, M.R.Matthews, C.E.Wieman, and E.A.Cornell. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. *Science*, **269**:198, 1995.

- [16] K.B.Davis, M.O.Mewes, M.R.Andrews, N.J.van Druten, D.S.Durfee, D.M.Kurn, and W.Ketterle. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Phys.Rev.Lett.*, **75**:3969, 1995.
- [17] E.A.Cornell, J.R.Ensher and C.E.Wiemann, *Experiments in dilute atomic Bose-Einstein condensation*, Proceedings of the international school of Physics "Enrico Fermi", Societa Italiana Di Fisica, 1999.
- [18] J.R.Ensher *et al.*, *Phys.Rev.Lett.*, **77** (1996) 4984.
- [19] F.Dalfovo, SGiorgini, L.P.Pitaevskii and S.Stringari, (1999) Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases, *Rev.Mod.Phys* **71**, 463.
- [20] M.Y.Shen, T.Yokouchi, S.Koyama, and T.Goto, *Phys.Rev.B*,textfb56(1997) 13066.
- [21] J.K.Lin and J.P.Wolfe, *Phys.Rev.Lett.*, **71**(1993) 1222.
- [22] T.J.Gretyak and D.Kleppner, *New trends in Atomic Physics, Les Houches Summer School 1982*, North Holland, Amsterdam, 1984.
- [23] I.F.Silvera and J.T.M.Walraven, *Progress in Low Temperature Physics*, Vol. **X**, Elsevier, Amsterdam, 1986.
- [24] D.A.Steck. *Rubidium 87 D Line Data*. Los Alamos National Laboratory 2001.
- [25] D.R.Lide, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 81st ed., CRC Pres, Boca Raton, 2000.
- [26] C.J.Pethick and H.Smith. *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*. Cambridge University press, 2002.
- [27] C.J.Foot. *Atomic Physics*. Oxford University press 2005.
- [28] J.Ye, S.Swartz, P.Jungner, and J.L.Hall, *Hyperfine structure and absolute frequency of the 87Rb 5P3/2 state*, *Opt. Lett.* **21**, 1280 (1996).
- [29] A.Corney, *Atomic and Laser Spectroscopy*, Oxford, 1977).
- [30] E.Arimento, M.Inguscio, and P.Violino, *Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms*, *Rev. Mod. Phys.* **49**, 31 (1977).
- [31] C.C.Gerry and P.L.Knight, *In Introductory to Quantum Optics*, Cambridge University Press, 2005.
- [32] Y.Wu and X.Yang, *Strong-Coupling Theory of Periodically Driven Two-Level Systems*, *Phys. Rev. Lett.* **98**,013601, 2007.
- [33] Pantita Palittapongarnpim, *Characterization of Magneto-Optical Trap for experiments in Light-Atom interfacing*, University of Calgary, Alberta, 2012.

- [34] P.J.Mohr and B.N.Taylor, *CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 1998*, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 351 (2000).
- [35] H.Kleinpoppen, *Atoms*, in Ludwig Bergmann and Clemens Schaefer, Constituents of Matter: Atoms, Molecules, Nuclei, and Particles, Wilhelm Raith, Ed. (Walter de Gruyter, Berlin, 1997).
- [36] V.Bolpasi, J.Grucker, M.Morrissey, and W.von Klitzing. *Gradient-cancelling Ioffe-Pritchard trap for Bose-Einstein Condensation experiments.* *J.Phys.B*, **45**:235301, 2012.
- [37] V.Bolpasi, N.K.Efremidis, M.J.Morrissey, P.Condylis, D.Sahagun, M.Baker, and W.von Klitzing. *An atom laser based on time-dependent adiabatic potentials.* 2013.
- [38] V.Bolpasi, Ph.D. thesis on *A highly flexible IP trap for the study of matter-wave coherence*, 2014
- [39] T.Hansch, and A.Schawlow, *Cooling of gases by laser radiation*, *Opt. Commun.* **13**,68, 1975
- [40] D.Wineland, and H.Dehmelt, *Proposed $10^{14}\Delta\nu < \nu$ laser fluorescence spectroscopy on TI^+ mono-ion oscillator III*, *Bull. Am. Phys. Soc.* **20**,637, 1975.
- [41] D.Wineland, R.Drullinger, and F.Walls, *Radiationpressure cooling of bound-resonant absorbers*, *Phys. Rev.Lett.* **40**,1639, 1978.
- [42] A.Ashkin, *Atomic-beam deflection by resonance radiation pressure*, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 1321, 1970.
- [43] A.Ashkin, *Trapping of atoms by resonance radiation pressure*, *Phys. Rev. Lett.* **40**,729, 1978.
- [44] S.Chu, L.Hollberg, J.E.Bjorkholm, A.Cable, A.Ashkin, *Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure.* *Phys. Rev. Lett.*, **55**,48-51, 1985.
- [45] E.L.Raab, M.Prentiss, A.Cable, S.Chu, D.Pritchard, *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure.* *Phys. Rev. Lett.* **59**,2631, 1987.
- [46] S.Chu. Nobel lecture: *The manipulation of neutral particles.* *Rev. Mod. Phys.*, **70**:685-706, 1998.
- [47] P.D.Lett, R.N.Watts, C.I.Westbrook, W.D.Phillips, P.L.Gould, H.Metcalf, *Observation of atoms laser cooled below the Doppler limit*, *Phys.Rev.Lett* **61**,169-172, 1988.
- [48] J.Dalibard, C.Cohen-Tannoudji, *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients, simple theoretical models*, *J.Opt.Soc.Am.B* **6**,2023-2045, 1989.
- [49] G.L.Gattobigio, T.Pohl, G.Labeyrie and R.Kaiser, *Scaling laws for large magneto-optical traps*, *Phys. Scr.* **81** 025301, 2010.

- [50] C.Monroe, W.Swann, H.Robinson, and C.Wieman, *Very cold trapped atoms in a vapour cell*, *Phys. Rev. Lett.*, **65**,1571, 1990.
- [51] K.E.Gibble, S.Kasapi, and S.Chu, *Improved magneto-optic trapping in a vapour cell*, *Opt. Lett.*, **17**,526, 1992.
- [52] A.M.Steane, M.Chowdhury, and C.J.Foot, *Radiation Force in the Magneto-Optical Trap*, *J.Opt.Soc.Am. B* 9,2142, 1992.
- [53] K.Lee, J.Kim, H.Noh and W.Jhe, *Single-beam atom trap in a pyramidal and conical hollow mirror*, *Opt. Lett.* **21**, 1996.
- [54] J.Reichel, W.Hansel and T.Hansch, *Atomic micromanipulation with magnetic surface traps*, *Phys. Rev. Lett.* **83**,3398, 1999.
- [55] W.Ketterle, *Phys.Rev.Lett.*, **75** 2253, 1993.
- [56] W.Petrich, M.H.Anderson, J.R.Ensher, and E.A.Cornell, *J.Opt.Soc.Am.B*, **11**,1332, 1994.
- [57] <http://www.azevap.com/EvaporativeCooling/historytechnology.php>
- [58] H.F.Hess, *Phys.Rev.B.*, **34**,3476, 1986.
- [59] C.R.Monroe *et al.*, *Phys.Rev.Lett.*, **70**,414, 1993.
- [60] D.Pritchard *et al.*, in Proceedings of the 11th International Conference on Atomic Physics, 1989.
- [61] K.B.Davis, M.O.Mewes, M.A.Joffe, and W.Ketterle, *Int.Conf.At.Phys. 14th*, Boulder, CO, 1994.
- [62] A.L.Migdall *et al.*, *Phys.Rev.Lett.*, **54**,2596, 1985.
- [63] V.S.Bagnato *et al.*, *Phys.Rev.Lett.*, **58**,2194, 1987.
- [64] R.van Roijen, J.Berkhout, S.Jaakkola, J.Walraven, *Phys.Rev.Lett.*, **61**,931, 1988.
- [65] D.Pritchard, *Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy*, *Phys.Rev.Lett.*, **51**,1336, 1983.
- [66] W.H.Wing, *Natl.Bur.Stand.(U.S.) Spec. Publ.***653**, 74, 1983.
- [67] O.J.Luiten, M.W.Reynolds, and J.T.M.Walraven, *Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas*, *Phys.Rev.A* **53**,1, 1996.
- [68] Pieter Valkering, Ph.D. thesis on *Optimization of evaporative cooling of Rubidium atoms in a magnetic trap*, 1999.
- [69] J.Dalibard, *Collisional dynamics of ultra-cold atomic gases*, Proceedings of the international school of Physics "Enrico Fermi", Societa Italiana Di Fisica, 1999.

- [70] The incomplete gamma function is defined as $P(s, x) = \int_x^\infty t^{s-1} e^{-t} dt$.
- [71] S.Harris, *An introduction to the theory of the Boltzmann equation*, Dover Publications, New York, 1971.
- [72] W.Ketterle and N.J.van Druten, *Evaporative cooling of trapped atoms*, Academic Press, 1996
- [73] J.Soding, D.Guery-Odelin, P.Desbiolles, F.Chevy, H.Inamori, J.Dalibard, *Three-body decay of a rubidium Bose-Einstein condensate*, *Appl.Phys.B* **69**:257, 1999.
- [74] J.E.Lye, C.S.Fletcher, U,Kallmann, H.A.Bachor and J.D.Close, *Images of evaporative cooling to Bose-Einstein condensation*, *J.Opt.B*:4:57, 2002.
- [75] E.A.L.Henn, J.A.Seman, G.B.Seco, E.P.Olimpio, P.Castilho, G.Roati, D.V.Magalhaes, K.M.F.Magalhaes, and V.S.Bagnato, *Bose-Einstein Condensation in ^{87}Rb : Characterization of the Brazilian Experiment*, *Brazilian Journal of Physics*, **38**,2, 2008.
- [76] M.S.Yoon, Ph.D. thesis on *Experiments on magnetic transport, magnetic trapping and Bose-Einstein Condensation*, University of Oxford, 2009
- [77] W.Ketterle, D.S.Durfee, and D.M.Stamper-Kurn, *Making, probing and understanding Bose-Einstein condensate*, Proceedings of the international school of Physics "Enrico Fermi", Societa Italiana Di Fisica, 1999.
- [78] G.L.Salinger, F.W.Sears, *Thermodynamics, Kinetic Theory and Statistical Thermodynamics*, Addison-Wesley, 1975.
- [79] I.Lesanovsky and W.von Klitzing, *Time-Averaged Adiabatic Potentials: Versatile Matter-Wave Guides and Atom Traps*, *Phys. Rev. Lett.* **99**:8 083001, 2007.
- [80] L.Landau, *Zur Theorie der Energieubertragung II*, *Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion* **2**:46, 1932.
- [81] C.Zener, *Non-Adiabatic Crossing of Energy Levels*, Proceedings of the Royal Society of London A **137**:696, 1932.
- [82] A.S.Arnold and P.J.Manson, *Atomic density and temperature distributions in magneto-optical traps*, *J.Opt.Soc.Am.B*, **17**:4, 2000.
- [83] A.Griffin and Wen-Chin Wu, *Hydrodynamic Modes in a trapped Bose gas above Bose-Einstein Transition*, *Phys.Rev.Lett.* **78**:10, 1997.
- [84] W.Petrich, M.H.Anderson, J.R.Ensher, E.A.Cornell, *Behavior of atoms in a compressed magneto-optical trap*.
- [85] I.Shvarchuck, C.Buggle, D.S.Petrov, M.Kemmann, W.von Klitzing, G.V.Shlyapniokv, and J.T.M.Walraven, *Hydrodynamic behavior in expanding thermal clouds of ^{87}Rb* , *Phys. Rev. A* **68**, 063603, 2003.

- [86] Y.Castin and R.Dum, *Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps*, *Phys.Rev.Lett.* **77**:27, 1996.
- [87] M.Pappa, P.C.Condylis, G.O.Konstantinidis, V.Bolpasi, A.Lazoudis, O.Morizot, D.Sahagun, M.Baker, and W.von Klitzing, *Ultra-sensitive atom imaging for matter-wave optics*, *New Journal of Physics* **13**:11,115012 2011.
- [88] H.J.Metcalf and P.van der Straten, *Laser Cooling and Trapping*. Spring Verlag, New York, 1999
- [89] K.Dieckmann, Ph.D. thesis on *Bose-Einstein Condensation with High Atom Number in a Deep Magnetic Trap*, Amsterdam, 2001.
- [90] W.Rohringer, D.Fischer, M.Trupke, J.Schmiedmayer, T.Schumm, *Stochastic Optimization of Bose-Einstein Condensation Using a Generic Algorithm*, Vienna
- [91] A.M.Thomas, S.Hopkins, S.L.Cornish and C.J.Foot, *Strong evaporative cooling towards Bose-Einstein condensation of a magnetically trapped caesium gas*, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **5** S107b-S111, 2004.
- [92] S.P.Ram, S.R.Mishra, S.K.Tiwari, and H.S.Rawat, *Temperature and phase-space density of cold atom cloud in a quadrupole magnetic trap*, <http://arxiv.org/abs/1401.7165v2>.
- [93] S.P.Ram, S.R.Mishra, S.K.Tiwari, and H.S.Rawat, *Optimization of transfer of laser-cooled atom cloud to a quadrupole magnetic trap*, *Pranama-journal of Physics*, **82**,2, 2014.
- [94] C.G.Townsend, N.H.Edwards, C.J.Cooper, K.P.Zetie, and C.J.Foot, *Phase-space density in the magneto-optical trap*, *Phys.Rev.A* **52**, 2, 1995.
- [95] Zhao-Yuan Ma, C.J.Foot and S.L.Cornish, *Optimized evaporative cooling using a dimple potential: an efficient route to Bose-Einstein condensation*, *J. Phys. B:* **37**, 3187, 2004.
- [96] P.W.H.Pinkse, A.Mosk, M.Weidemuller, M.W.Reynolds, T.W.Hijmans, and J.T.M.Walraven, *Adiabatically changing the phase-space density of a trapped Bose gas*, *Phys.Rev.Lett.* **78**, 990, 1997.
- [97] C.A.Sackett, C.C.Bradley, and R.G.Hulet, *Optimization of evaporative cooling*, *Phys.Rev.A* **55**, 5, 1997.