ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Μέθοδοι ανάπτυξης Νευρωνικών Δικτύων για αποτελεσματική ταξινόμηση συνόλων δεδομένων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του
Νικολαίδη Κωνσταντίνου ΑΜ:03109206

Επιβλέπων:
Κόλλιας Στέφανος,
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα ,Φεβρουάριος 2016

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Μέθοδοι ανάπτυξης Νευρωνικών Δικτύων για αποτελεσματική ταξινόμηση συνόλων δεδομένων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του
Νικολαίδη Κωνσταντίνου ΑΜ:03109206

Επιβλέπων:
Κόλλιας Στέφανος,
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 26η Φεβρουαρίου 2016.

Στέφανος Κόλλιας	Α.Γ Σταφυλοπάτης	Γεώργιος Στάμου
Καθηγητης Ε.Μ.Π	Καθηγητης Ε.Μ.Π	Λέκτορας Ε.Μ.Π

Αθήνα ,Φεβρουάριος 2016

Περίληψη

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι ο σχεδιασμός και στην συνέχεια η υλοποίηση τεχνικών ταξινόμησης με την αποτελεσματική αξιοποιήση ομάδων νευρωνικών δικτύων. Οι τεχνικές ου μελετώνται σχετίζονται με την κατάτμηση του δεδομένου συνόλου εκπαίδευσης σε επιμέρους τμήματα κάθε φορα με διαφορετικό τρόπο και κατόπιν τον διαμοιρασμό σε διαφορετικά δίκτυα, διαφορετικών τμημάτων του συνόλου αυτού. Τα κριτήρια τμηματοποίησης είναι άλλοτε καθαρά χωρικά,, στον χώρο των χαρακτηριστικών, ενω σε άλλες περιπτώσεις σχετίζονται και με τις κλάσεις των προτύπων.

Περιεχόμενα:

1. Εισαγωγή

Η παρούσα εργασία έχει ως σκοπό να ασχοληθεί με την ανάπτυξη και μελέτη συστημάτων μηχανικής μάθησης τα οποία στοχεύουν στην ταξινόμηση προτύπων. Το σκεπτικό είναι να χρησιμοποιήσουμε με αποτελεσματικό τρόπο πολλούς διαφορετικούς απλούς ταξινομητές σε διάφορες μεθόδους για την σύσταση μιας ομάδας ,η οποία κάθε φορά για τους διαφορετικούς αλγόριθμους που εξετάζουμε θα φτιάχνεται και με διαφορετικό τρόπο, ώστε τελικά να παρέχει ισχυρότερα αποτελέσματα σε σχέση με οποιονδήποτε απο τους μεμονωμένους ταξινομητές της, αλλα και σε σύγκριση με πιο απλές περιπτώσεις συστημάτων.

Στην εργασία αυτή θα ασχοληθούμε με την χρήση νευρωνικών δικτύων ως βασικού ταξινομητή σε κάθε περίπτωση διότι προσομοιάζει -σε πολύ θεμελιώδες επίπεδο βέβαια- ορισμένες λειτουργίες του ανθρώπινου εγκεφάλου. Επίσης, αν και υπάρχουν πολύ πιο απλά και σε ορισμένες περιπτώσεις αποτελεσματικά μοντέλα απλών ταξινομητών (όπως πχ τα δέντρα απόφασης), είχε ενδιαφέρον να μελετηθεί η περίπτωση των νευρωνικών λόγω του οτι αποτελούν ένα πιο φυσικό μοντέλο, το οποίο όμως έχει μια φορμαλιστική μαθηματική αποτύπωση.

Η εργασία χωρίζεται σε δύο τμήματα : το θεωρητικό και το πρακτικό. Στο θεωρητικό θα ασχοληθούμε γενικότερα με τις έννοιες της ταξινόμησης και της μηχανικής μάθησης πιο συνολικά, ενώ επίσης θα δούμε με μία συνοπτική παρουσίαση -που έγινε και για την καλύτερη κατανόηση των συστημάτων απο τον συγγραφέα-, διάφορους ταξινομητές και συστήματα ομαδοποίησης καθώς και την βασική θεωρία/ λογική της σχεδίασης του. Θα δοθεί πιο μεγάλη έμφαση σε κάποιους απότι σε κάποιους άλλους είτε λόγω του οτι αυτοί χρησιμοποιούνται στην εργασία είτε γιατι αυτοί θα μπορούσαν να ΄ταιριάξουν ΄ καλύτερα σε συστήματα τα οποία βασίζονται στην ομαδική απόφαση έναντι της μεμονωμένης.

Στο πρακτικό τμήμα της εργασίας θα παρουσιαστούν οι αλγόριθμοι που σχεδιάστηκαν και κατόπιν υλοποιήθηκαν. Παρουσιάζονται ξεχωριστά υποτμήματα , καθένα απο τα οποία ουσιαστικά αποτελεί μια αναφορά πάνω στον συγκεκριμένο αλγόριθμο και στην υλοποίηση του. Πιο συγκεκριμένα, σε καθένα απο τα τμήματα αυτά παρουσιάζεται μια σύντομη περιγραφή του συγκεκριμένου αλγορίθμου , ή για την ακρίβεια του σκεπτικού λειτουργίας του , στην συνέχεια αναφερόμαστε πιο αναλυτικά στην υλοποίηση του αλγορίθμου και περιγράφουμε ουσιαστικά τον κώδικά που χρησιμοποιήθηκε για την υλοποίηση του συγκεκριμένου τμήματος. Κατόπιν ,εμφανίζουμε και σχολιάζουμε τα διάφορα αποτελέσματα απο τα σύνολα στα οποία εφαρμόσαμε τους αλγορίθμους

μας και τέλος προτείνουμε όπου υπήρξε κάποια πρόσθετη ιδέα πιθανές επεκτάσεις/τροποποίησεις για τον κάθε αλγόριθμο.

Αξίζει να σημειωθεί οτι αν και κατα πάσα πιθανότητα αντίστοιχα συστήματα ήδη υπάρχουν και έχουν αναπτυχθεί και μάλιστα σε μεγαλύτερο βάθος, δεδομένου οτι η διαδικασία αναπτυξής τους στην παρούσα εργασία ήταν ανεξάρτητη δεν εμπεριέχονται στο πρακτικό κομμάτι σχετικές βιβλιογραφικές αναφορές εφόσον δεν χρησιμοποιήθηκαν.

Ακόμη σε αυτό το κομμάτι υπάρχει ένα μικρό τμήμα για τις built in συναρτήσεις που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα , καθώς και για τις διάφορες παραδοχές που χρησιμοποιήθηκαν κατα την εκπαίδευση για τα διαφορετικά σύνολα αλλα και συνολικά.

Τέλος, παρουσιάζονται τα καταληκτικά αποτελέσματα και οι συγκρίσεις των διαφόρων αλγορίθμων συνολικά σε μια προσπάθεια να προσδιορίσουμε ποιος απο αυτούς είναι ο πιο γενικός, καθώς και αν τελικά αξίζει τον κόπο η χρήση ενός ομαδικού συστηματος σε σχέση με κάποιο πιο απλό. Απο την παραπάνω διαδικασία οδηγούμαστε σε κάποια ενδιαφέροντα τελικά συμπεράσματα .

Εν κατακλείδι ένα πολύ γενικό συμπέρασμα που βγήκε απο την εργασία και που είναι αξιο αναφοράς στην εισαγωγή αν και ομολογουμένως καπως απλοικό ,είναι οτι η ποικιλία προβλημάτων οδηγει και σε ποικιλία λύσεων.

2. Θεωρητικό μερος:

Η μάθηση αποτελεί ένα πολυδιάστατο φαινομενο,το οποίο περιλαμβάνει την απόκτηση νέας (δηλωτικής) γνώσης,την ανάπτυξη κινησιολογικών και γνωστικών ικανοτήτων μέσω καθοδήγησης ή εξάσκησης ,την οργάνωση νέας γνώσης σε γενικότερες αποτελεσματικές αποτυπώσεις και την ανακάλυψη νέων γεγονότων και θεωριών μέσω παρατήρησης και πειραματισμού.

Απο την έναρξη της εποχής των υπολογιστών οι ερευνητές προσπαθούν να μεταδώσουν προαναφερθείσες ιδιότητες της μάθησης στους υπολογιστές. Η επίλυση αυτού του προβήματος αποτελεί έναν απο τους πιο σημαντικούς και ενδιαφέροντες μακροπρόθεσμους στόχους στο πεδίο της τεχνητής νοημοσύνης. Η μελέτη και η μοντελοποίηση των διαδικασιών μάθησης στις ποικίλες εκδηλώσεις τους συνιστούν το αντικείμενο μελέτης της μηχανικής μάθησης[10].

2.0 Γενικές έννοιες:

2.0.1 Μηχανική Μαθηση:

Η Μηχανική μάθηση είναι ένα πεδίο της επιστήμης των υπολογιστών που συσχετίζεται με τη μελέτη της αναγνώρισης προτύπων και τη θεωρία της υπολογιστικής μάθησης στην τεχνητή νοημοσύνη[3]. Η Μηχανική μάθηση διερευνά την μελέτη και κατασκευή αλγορίθμων που μπορούν να μάθουν απο και να κανουν προβλέψεις σε δεδομένα [4].

Στόχος της είναι να κάνουμε τους υπολογιστές να δρούν χωρίς να έχει προηγηθεί σε αυτούς κάποιος ρητός προγραμματισμός. Κατά την τελευταία δεκαετία , η μηχανική μάθηση μας έχει δώσει αυτο-οδηγούμενα αυτοκίνητα, έμπρακτη αναγνώριση ομιλίας , αποτελεσματική αναζήτηση στο διαδίκτυο και μια σημαντικά βελτιωμένη κατανόηση του ανθρώπινου γονιδιώματος . Η Μηχανική Μάθηση είναι τόσο διάχυτη σήμερα που κατα πάσα πιθανότητα τη χρησιμοποιούμε δεκάδες φορές την ημέρα χωρίς να το καταλαβαίνουμε. Υπάρχουν διάφορα είδη Μηχανικης Μάθησης τα οποία θα μελετηθούν παρακάτω.

Πρίν προχωρήσουμε πρέπει να δώσουμε ιδιαίτερη έμφαση στον όρο της αναγ-

νώρισης προτύπων δεδομένου οτι η παρούσα εργασία πραγματεύεται σε μεγάλο βαθμό συστήματα που εκτελούν ακριβώς αυτη τη διεργασία.

Η Αναγνώριση προτύπων επομένως ορίζεται ως η διαδικασία δια της οποίας ένα προσλαμβανόμενο σήμα/πρότυπο αντιστοιχίζεται σε μια κλάση που ανήκει σε ένα προκαθορισμένο σύνολο κλάσεων. Οι ανθρωποι τα καταφέρνουν πολύ καλα στην αναγνώριση προτύπων . Είναι ιδιαίτερα ικανοι στην αναγνώριση της προέλευσης των δεδομένων που λαμβάνουν μέσω των αισθήσεων τους. Συχνά μαλιστα, αυτο γίνεται με πρακτικά μηδενική προσπάθεια. Για παράδειγμα είναι πολύ εύκολο για κάποιον να αναγνωρίσει ενα οικείο πρόσωπο ακόμα και αν αυτο έχει αλλάξει απο την τελευταία φορα που το είδε.[1] Βέβαια, για να επιτευχθεί αυτό το αποτέλεσμα , το άτομο πρέπει να περάσει απο μια διαδικασία μάθησης (στο παράδειγμα να δει το πρόσωπο του αλλου ατόμου πολλες φορες) .

Βλέπουμε επομένως οτι σε μεγάλο βαθμό η επιστήμη της μηχανικής μάθησης έχει την τάση να μιμηθεί μηχανικά (και ίσως μακροπρόθεσμα να βελτιστοποιήσει) ιδιότητες στις οποίες ο άνθρωπος είναι πολυ ικανός. Παρακάτω θα περιγράψουμε συστήματα τα οποία υλοποιούν μεθόδους αναγνώρισης προτύπων μεσω της ταξινόμησης και θα διερευνήσουμε πιο αναλυτικά διάφορα είδη μηχανικής μάθησης.

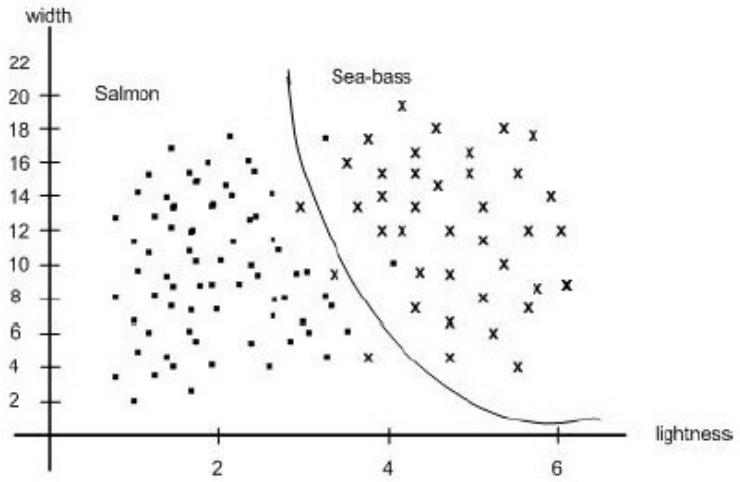
2.0.2 Στατιστική Ταξινόμηση, Ειδη Μάθησης και Ταξινομητές:

Στο πεδίο της Μηχανικής Μάθησης και της Στατιστικής,ορίζουμε ως ταξινόμηση το πρόβλημα του προσδιορισμού σε ποιό απο ένα σύνολο κατηγοριών (υποπληθυσμών) ανήκει μια νέα παρατήρηση με βάση ένα σύνολο εκπαίδευσης των δεδομένων που περιέχει τις παρατηρήσεις (ή περιπτώσεις) των οποίων η κατηγορία είναι γνωστή. Βλέπουμε λοιπόν οτι η ταξινόμηση είναι αμεσα συνυφασμένη με την αναγνώριση προτύπων. Για παράδειγμα ,η τοποθέτηση ενός email σε κάποια απο τις κατηγορίες 'spam' ή ' non-spam ' με βάση κάποια παρατηρούμενα χαρακτηριστικά αποτελεί μια διαδικασία ταξινόμησης.

Η ταξινόμηση ,σε όρους Μηχανικής Μάθησης, αποτελεί μια διαδικασία επιβλεπόμενης μάθησης .Η επιβλεπόμενη μάθηση αποτελεί ουσιαστικά μάθηση υπο την καθοδήγηση ενός εκπαιδευτή. Με εννοιολογικούς όρους , μπορούμε να θεωρήσουμε για την επιβλεπόμενη μάθηση οτι ο εκπαιδευτής έχει γνώση του περιβάλλοντος και αυτή η γνώση αντιπροσωπεύεται απο ενα σύνολο παραδειγμάτων εισόδου-εξόδου. Ωστόσο το περιβάλλον είναι άγνωστο στον ταξινομητή.[1]

Εδώ πρέπει να σημειωθεί οτι ταξινομητής είναι ένα σύστημα το οποίο πραγ-

ματοποιεί μια διαδικασία κατηγοριοποίησης . Πιο συγκεκριμένα, εκτελεί μια χαρτογράφηση από ένα χώρο χαρακτηριστικών X σε ένα σύνολο ετικετών Υ. Στο παραπάνω παράδειγμα εκτελεί την ταξινόμηση σε 'spam ' ή 'non-spam' . Αξίζει να αναφερθεί η διαφορά με την συσταδοποίηση (*clustering*) όπου ο αλγόριθμος χωρίζει τα δεδομένα αυτόνομα σε συστάδες (*clusters*) έτσι ώστε τα δεδομένα κάθε συστάδας να έχουν κοινά στο χώρο χαρακτηριστικών.[2]



2.1.Παράδειγμα ταξινόμησης προτύπων στις κλάσεις σολομός και λαβράκι με βάση τα χαρακτηριστικα πλάτος και φωτεινότητα

Υπάρχουν και άλλοι τρόποι μάθησης. Πιο συγκεκριμένα, υπάρχει η μάθηση χωρίς εκπαιδευτή η οποία χωρίζεται σε μη ελεγχόμενη μάθηση και σε ενισχυτική μάθηση.

Στην ενισχυτική μάθηση η εκμάθηση μιας αντιστοιχίας εισόδου εξόδου εκτελείται μέσω συνεχούς αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον με στόχο την ελαχιστοποίηση ενός βαθμωτού δείκτη απόδοσης . Ο δείκτης απόδοσης αυτός, ορίζεται ως πρόβλεψη του συνολικού κόστους ενεργειών που εκτελούνται σε μια αλληλουχία βημάτων αντί απλώς του άμεσου κόστους μιας ενέργειας. Ενδεχομένως ορισμένες απο τις ενέργειες που έχουν εκτελεστεί σε αυτή την αλληλουχία χρονικών βημάτων να είναι καλύτερες ορίζουσες της συνολικής συμπεριφοράς του συστήματος . Η λειτουργία λοιπον του συστήματος μάθησης είναι να ανακαλύψει αυτές τις ενέργειες και να τις επανατροφοδοτήσει στο περιβάλλον.

Στη μη επιβλεπόμενη ή αυτο-οργανούμενη μάθηση, δεν υπάρχει εξωτερικός εκπαιδευτής ή κριτής που να επιβλέπει τη διαδικασία μάθησης . Αντ' αυτού ,υπάρχει ένα ανεξάρτητο απο την εργασία μέτρο της ποιότητας της αναπαράσ-

τασης που καλείται να μάθει το δίκτυο και οι ελεύθερες παράμετροι του δικτύου βελτιστοποιούνται με βάση αυτό το μέτρο. Για ένα συγκεκριμένο ανεξάρτητο απο την εργασία μέτρο , αφού το δίκτυο συντονιστεί στις στατιστικές κανονικότητες των δεδομένω εισόδου ,αναπτύσσει την δυνατότητα να σχηματίζει εσωτερικές αναπαραστάσεις για την κωδικοποίηση χαρακτηριστικών εισόδου και μέσω αυτών ,να δημιουργεί νέες κλάσεις αυτόματα.

Για την εκτέλεση της μη επιβλεπόμενης μάθησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας κανόνας ανταγωνιστικής μάθησης. Για παράδειγμα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα νευρωνικό δίκτυο το οποίο θα αποτελείται απο δυό επίπεδα- ενα επίπεδο εισόδου και ένα ανταγωνιστικό επίπεδο. Το επίπεδο εισόδου θα λαμβάνει τα διαθέσιμα δεδομένα ενώ το ανταγωνιστικό επίπεδο θα αποτελείτα απο νευρώνες οι οποίοι θα ανταγωνίζονται ο ένας τον άλλο (σύμφωνα με ένα κανόνα μάθησης) για την ευκαιρία να αποκριθούν σε χαρακτηριστικά που περιέχονται σε δεδομένα εισόδου. Στην απλούστερη δυνατή μορφή του , το δίκτυο λειτουργεί σύμφωνα με μια στρατηγική 'ο νικητής τα παίρνει όλα' . Βάσει μιας τέτοιας στρατηγικής, ο νευρώνας με τη μεγαλύτερη συνολική είσοδο νικά στον ανταγωνισμό και ενεργοποιείται. Ολοι οι άλλοι νευρώνες του δικτύου απενεργοποιούνται.[1]

Παρακάτω θα εξετάσουμε πιο αναλυτικά διάφορους δημοφιλείς ταξινομητές και θα περιγράψουμε την λειτουργία τους, προκειμένου να μελετηθούν πιο διεξοδικά διάφορες τεχνικές ταξινόμησης. Θα δοθεί ιδιαίτερη έμφαση σε αυτούς που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία.

2.1 Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (Artificial Neural Networks):

Στη μηχανική μάθηση, τα τεχνητά νευρωνικά δικτυα αποτελούν μια οικογένεια στατιστικών μοντέλων μάθησης εμπνευσμένη απο τα βιολογικά νευρωνικά δίκτυα,(γενικότερα το κεντρικό νευρικό σύστημα των θηλαστικών και κυρίως απο τον εγκέφαλο) και χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση ή την προσέγγιση λειτουργίών οι οποίες μπορεί να εξαρτώνται απο ένα μεγάλο αριθμό εισόδων και είναι γενικά άγνωστες. Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα παρουσιάζονται συνήθως ως συστήματα διασυνδεδεμένων νευρώνων τα οποία ανταλλάσσουν μηνύματα μεταξύ τους. Οι μεταξύ τους συνδέσεις έχουν αριθμητικά βάρη τα οποία συντονίζονται με βάση την απόκτηση εμπειρίας απο την εκπαίδευση του συστήματος , πράγμα που καθιστά τα νευρωνικά δίκτυα ικανα να μαθαίνουν .

Η επινόηση του πρώτου τεχνητου νευρωνικού δικτύου, το οποίο ονομαζόταν *perceptron* έγινε απο έναν ψυχολόγο, τον *Rosenblatt* και αυτή ηταν που έδωσε την ώθηση για μετέπειτα μελέτη του μοντέλου των νευρωνικών δικτύων απο

μηχανικούς ,μαθηματικούς και φυσικούς κατα τις δεκαετίες του '60 και του '70.

Το *perceptron* είναι η απλούστερη δυνατή μορφή ενός νευρωνικού δικτύου που χρησιμοποιείται για την ταξινόμηση προτύπων τα οποία είναι γραμμικά διαχωρίσιμα. Ουσιαστικά αποτελείται απο ένα μεμονωμένο νευρώνα με προσαρμόζομενα συναπτικά βάρη και 'προδιάθεση' (πόλωση). Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται για τη προσαρμογή των ελεύθερων παραμέτρων αυτού του νευρωνικού πρωτοεμφανίστηκε σε μια διαδικασία μάθησης που αναπτύχθηκε απο τον *Rosenblatt* για το βασιζόμενο στο *perceptron* μοντέλο εγκεφάλου που πρότεινε. Πράγματι ο Ροσενβλαττ απέδειξε οτι εάν τα πρότυπα που χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση του *perceptron* αντλούνται απο δύο γραμμικά διαχωρίσιμες κλάσσεις,,τότε ο αλγόριθμος του *perceptron* συγκλίνει και τοποθετεί την επιφάνεια απόφασης με την μορφή ενος υπερεπιπέδου μεταξύ των δύο κλάσεων.Η δεδομένη απόδειξη είναι γνωστή ως θεώρημα σύγκλισης του *perceptron*.

Εδώ αξίζει να σημειωθεί οτι το *perceptron* που βασίζεται σε έναν μεμονωμένο νευρώνα περιορίζεται στην ταξινόμηση προτύπων που ανήκουν μόνο σε δύο κλάσεις. Επεκτείνοντας το επίπεδο εξόδου του *perceptron* ωστε να περιλαμβάνει περισσότερους του ενός νευρώνες μπορούμε να εκτελούμε ταξινόμηση προτύπων που ανήκουν σε περισσότερες απο δύο κλάσεις. Ωστόσο , οι κλασεις αυτές πρέπει να είναι γραμμικά διαχωρίσιμες για να δουλέψει σωστά το *perceptron*.

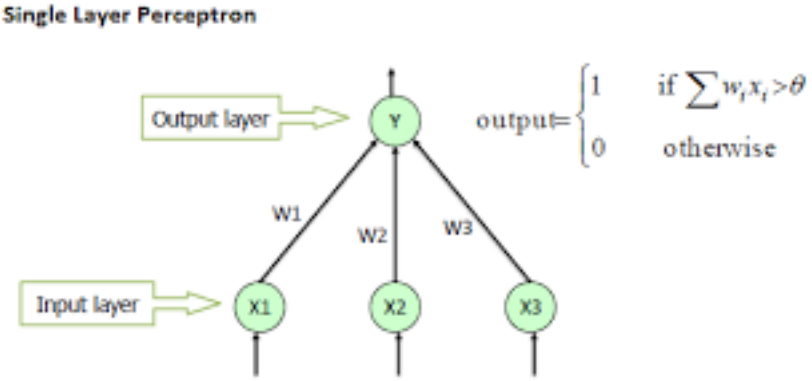
Το *perceptron* βασίζεται σε ένα μη γραμμικό νευρώνα ,συγκεκριμένα στο μονέλο νευρώνα McCulloch-Pitts . Το συγκεκριμένο μοντέλο αποτελείται απο ένα γραμμικό συνδυαστή ο οποίος ακολουθείται απο έναν απότομο περιοριστή που εκτελεί τη συνάρτηση προσίμου ή κάποια σιγμοειδή συνάρτηση. Ο κόμβος άθροισης του νευρωνικού μοντέλου υπολογίζει τον γραμμικό συνδυασμό εισόδων που εφαρμόζονται στις συνάψεις του και ενσωματώνει επίσης ,μια εξωτερικά παραγόμενη 'προδιάθεση' ή πόλωση. Το προκύπτον άθροισμα δηλαδή το παραγόμενο τοπικό πεδίο (induced local field) ,εφαρμόζεται σε εναν απότομο περιοριστή. Ως απόκριση ο νευρώνας παράγει έξοδο ίση με +1 εαν η είσοδος του απότομου περιοριστή ειναι θετική και -1 εάν ειναι αρνητική.

Τα συναπτικά βάρη του *perceptron* συμβολίζονται ως $w_1, w_2, \ldots, w_m$. Αντίστοιχα,οι είσοδοι που εφαρμόζονται στο *perceptron* συμβολίζονται ως $x_1, x_2 \ldots, x_m$. Η εξωτερικά εφαρμοζόμενη πόλωση συμβολίζεται ως b. Απο το μοντέλο βρίσκουμε οτι η είσοδος του απότομου περιοριστή ισούται με :

$$u = \sum_{i=1}^{m} w_i x_i + b \tag{1}$$

Ο στόχος του *perceptron* είναι να ταξινομήσει σωστά το σύνολο των εξω-

τερικά εφαρμοζόμενων διεγέρσεων $x_1 \dots x_m$ σε μια απο τις κλάσεις έστω $C1$ ή $C2$. Ο κανόνας απόφασης για την ταξινόμηση υπαγορεύει την αντιστοίχιση του σημείου που αντιπροσωπεύουν οι είσοδοι στην κλάση $C1$ αν η έξοδος ψ του *perceptron* είναι $+1$ και στην $C2$ αν είναι -1.



2.2.To perceptron του Rosenblatt

Για τη κατανόηση της συμπεριφοράς του ταξινομητή προτύπων συνηθίζεται να απεικονίζουμε ένα χάρτη των περιοχών απόφασης στον n-διάστατο χώρο σημάτων που καταλαμβάνουν οι κ μεταβλητες εισόδου. Στην απλούστερη δυνατή μορφή του *perceptron* υπάρχουν δύο περιοχές αποφασης διαχωριζόμενες απο ένα υπερεπίπεδο το οποίο ορίζεται απο την

$$\sum_{i=1}^{m} w_i x_i + b = 0 \tag{2}$$

Στη περίπτωση που έχουμε μόνο δύο μεταβλητές έστω (x_1, x_2) το υπερεπίπεδο απόφασης εκφυλίζεται σε γραμμή απόφασης. Εδώ αξίζει να αναφερθεί οτι η επίδραση της πόλωσης b σχετίζεται με τη μετακίνηση του υπερεπιπέδου αποφασης απο την αρχή των αξόνων.

Τα συναπτικά βάρη του *perceptron* μπορούν να προσαρμόζονται με μια επαναληπτική διαδικασία. Για την προσαρμογή μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ενα κανόνα διόρθωσης σφαλμάτων γνωστο και ως αλγοριθμο σύγκλισης του *perceptron*.

Προκειμένου να κατανοήσουμε την λειτουργία μάθησης του perceptron θα εξετάσουμε τον αλγοριθμο συγκλισής του. Θα αντιμετωπίσουμε την πόλωση του νευρωνικού ως ένα συναπτικό βάρος το οποίο οδηγείται απο σταθερή είσοδο ίση με $+1$. Μπορούμε επομένως να ορίσουμε το διάνυσμα εισόδων $(m+1)$-επι

1 ώς:

$$\mathbf{x}(n) = [+1, x_1(n), x_2(n)...., x_m(n)]^T$$

όπου το ν συμβολίζει το χρονικό βήμα εφαρμογής του αλγορίθμου. Αντίστοιχα , ορίζουμε το διάνυσμα βαρών $(m+1)$-επι-1 ώς

$$\mathbf{w}(n) = [b, w_1(n), w_2(n)...., w_m(n)]^T$$

Κατα συνέπεια ,η έξοδος του γραμμικού συνδυαστή μπορεί να γραφεί ως:

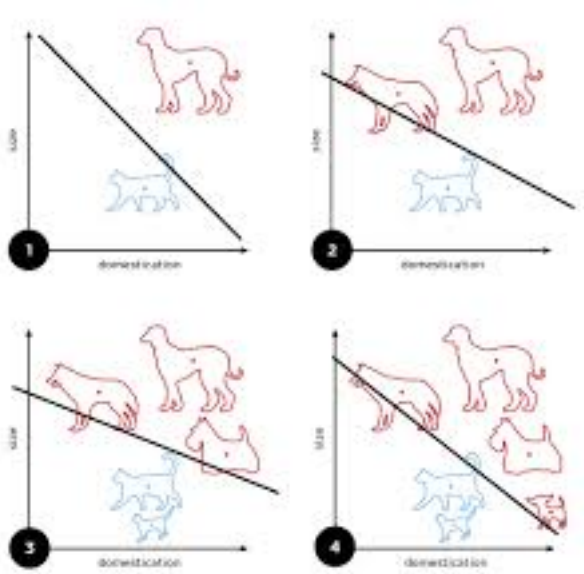
$$u(n) = \sum_{i=0}^{m} w_i(n)x_i(n) = \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n) \tag{3}$$

όπου στην πρώτη γραμμή το $w_0(n)$,που αντιστοιχεί στο $i = 0$ αντιπροσωεύει την πόλωση b. Για σταθερό ν η εξίσωση $\mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n) = 0$ εάν απεικονισθεί σε έναν m-διάστατο χώρο με συντεταγμένες $x_1, x_2, ..., x_m$ ορίζει ένα υπερεπίπεδο ώς διαχωριστική επιφάνεια απόφασης μεταξύ δύο διαφορετικών κλάσεων εισόδων.

Για να λειτουργήσει σωστά το perceptron οι δύο κλάσεις $C1, C2$ πρέπει να είναι γραμικά διαχωρίσιμες και επομένως ,πρέπει τα προς ταξινόμηση πρότυπα να είναι επαρκώς διαχωρισμένα το ένα απο το άλλο ωστε να διασφαλισθεί οτι η επιφάνεια απόφασης θα είναι ένα υπερεπίπεδο. Εάν οι δύο κλάσεις πλησιάσουν πολύ η μια με την άλλη , τότε το υπερεπίπεδο δεν θα είναι αρκετο για να τις διαχωρίσει, θα γίνουν μη γραμμικά διαχωρίσιμες και η ταξινόμηση τους θα περνάει τις υπολογιστικές δυνατότητες του απλού perceptron.

Θα υποθέσουμε λοιπον οτι οι μεταβλητές εισόδου προέρχονται απο δύο γραμμικά διαχωρίσιμες κλάσεις. Εστω οτι H_1 είναι ο υποχώρος των διανυσμάτων εκπαίδευσης $x_1(1), x_1(2)...$ που ανήκουν στη κλάση C_1 και αντίστοιχα H_2 είναι ο υποχώρος των διανυσμάτων εκπαίδευσης $x_2(1), x_2(2)...$ που ανήκουν στη κλάση C_2. Παρατηρούμε οτι η ένωση των $H_1, H2$ συνιστά τον πλήρη χώρο εκπαίδευσης(έστω H) δεδομένου οτι έχουμε μόνο δύο κλάσεις. Δοθέντων των H_1 και H_2 για την εκπαίδευση του ταξινομητή , η διαδικασία εκπαίδευσης απαιτεί τη προσαρμογή του διανύσματος βαρών $\mathbf{w}$ με τρόπο ωστε οι δύο κλάσεις να είναι γραμμικά διαχωρίσιμες.Δηλαδή απαιτεί την διαμόρφωση ενός διανύσματος $\mathbf{w}$ ετσι ώστε να μπορούμε να δηλώσουμε:

$$\mathbf{w}^T\mathbf{x} > 0 \forall \mathbf{x} \epsilon C_1$$
$$\mathbf{w}^T\mathbf{x} <= 0 \forall \mathbf{x} \epsilon C_2 \tag{4}$$



2.3.Παράδειγμα γραμμικά διαχωρίσιμων προτύπων

Στη δεύτερη γραμμή της εξίσωσης 4 έχουμε αποφασίσει αυθαίρετα οτι το διάνυσμα εισόδων $\mathbf{x}$ θα ανήκει στη κλάση C_2 αν ανήκει στο υπερεπίπεδο. Δοθέντων των υποσυνόλων των διανυσμάτων εκπαίδευσης H_1 και H_2 ,το πρόβλημα εκπαίδευσης του perceptron συνίσταται στο να βρούμε ένα διάνυσμα βαρών τέτοιο ωστε να ικανοποιούνται οι ανισότητες της εξισωσης 4

Μπορούμε επομένως τώρα να διατυπώσουμε τον αλγόριθμο για την προσαρμογή του διανύσματος βαρών του στοιχειώδους perceptron ως εξής:

1. Εάν το n-οστό μέλος του συνόλου εκπαίδευσης , $\mathbf{x}(n)$ ταξινομείται σωστά απο το διάνυσμα βαρών $\mathbf{w}(n)$ που υπολογίζεται στη n-οστή επανάληψη του αλγορίθμου δεν γίνεται καμία διόρθωση στο διάνυσμα βαρών του perceptron σύμφωνα με τον κανόνα:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) \quad if \quad \mathbf{w}^T\mathbf{x} > 0 \quad and \quad \mathbf{x}(n) \epsilon C_1$$

ενώ

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) \quad if \quad \mathbf{w}^T\mathbf{x} <= 0 \quad and \quad \mathbf{x}(n) \epsilon C_2 \qquad (5)$$

2. Διαφορετικά ,το διανυσμα βαρών του perceptron ενημερώνεται σύμφωνα με τον κανόνα :

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \eta(n)\mathbf{x}(n) \quad if \quad \mathbf{w}(n)^T\mathbf{x}(n) > 0 \quad and \quad \mathbf{x}(n) \epsilon C_2$$

και

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \eta(n)\mathbf{x}(n) \quad if \quad \mathbf{w}(n)^T\mathbf{x}(n) <= 0 \quad and \quad \mathbf{x}(n)\epsilon C_1 \tag{6}$$

όπου η παράμετρος του ρυθμού μάθησης $\eta(n)$ ελέγχει τη προσαρμογή που εφαρμόζεται στο διάνυσμα βαρων στην επανάληψη n

Η τελική έξοδος του perceptron θα δίνεται ως κβαντισμένη απόκριση $y(n)$ με

$$y(n) = sgn[\mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n)] \tag{7}$$

όπου

$$sgn(u) = \begin{cases} +1 & \text{αν} \quad u > 0 \\ -1 & \text{αν} \quad u < 0 \end{cases} \tag{8}$$

Γενικά παρατηρούμε οτι το διάνυσμα εισόδων $\mathbf{x}(n)$ είναι ένα διάνυσμα $(m+1)$-επι 1 του οποίου το πρώτο στοιχείο είναι σταθερό και ίσο με $+1$ καθ΄όλη τη διάρκεια του υπολογισμού του αλγορίθμου.

Αντίστοιχα ,το διάνυσμα βαρων $\mathbf{w}(n)$ είναι ένα διάνυσμα του οποίου το πρώτο στοιχείο καθόλο τον υπολογισμό του αλγορίθμου θα ισούται με b.

Τελικά η προσαρμογή των βαρών με βάση των αλγόριθμο ,απο την επανάληψη n στην επανάληψη $n+1$ συνοψίζεται (για σταθερό ρυθμό μάθησης) στη ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \eta[d(n) - y(n)]\mathbf{x}(n) \tag{9}$$

όπου $d(n)$ η κβαντισμένη επιθυμητή απόκριση η οποία ορίζεται ως:

$$d(n) = \begin{cases} +1 & \text{αν} \quad \mathbf{x}(n)\epsilon C_1 \\ -1 & \text{αν} \quad \mathbf{x}(n)\epsilon C_2 \end{cases} \tag{10}$$

Παρατηρούμε οτι η διαφορά $d(n) - y(n)$ παίζει τον ρόλο ενός σήματος σφάλματος. Η παράμετρο του ρυθμού μάθησης είναι μια θετική σταθερά με $0 < \eta <= 1$. Οταν της αναθετουμε μια τιμή απο αυτό το πεδίο πρέπει να έχουμε υπόψιν δύο αντικρουόμενες απαιτήσεις:

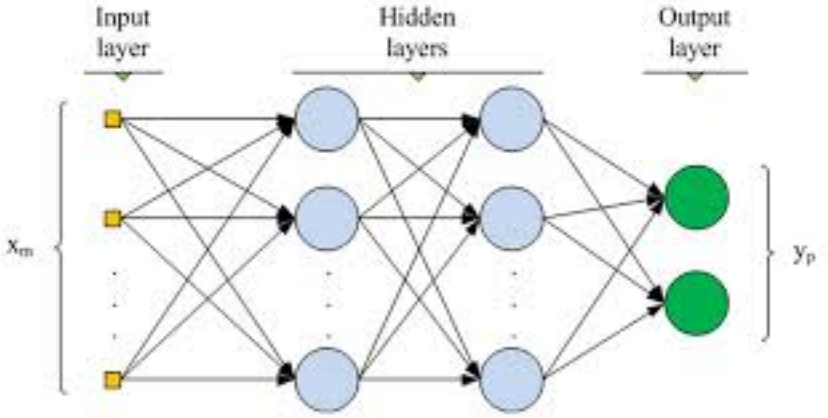
1. υπολογισμό του μεσου όρου των παρελθούντων εισόδων για την παροχή σταθερών εκτιμήσεων για τα βάρη ο οποίος απαιτεί μικρή η

2. γρήγορη προσαρμογή αναφορικά με τις πραγματικές μεταβολές στις υποκείμενες κατανομές της διαδικασίας που είναι που είναι υπεύθυνη για την παραγωγή του διανύσματος εισόδων η οποία απαιτεί μεγάλο η.[1]

Φυσικά θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε ρυθμό μάθησης εξαρτώμενο απο το n ετσι ώστε να μπορέσουμε να συνδυάσουμε τα πλεονεκτήματα του μεγάλου συντελεστή (κοντά στον 1,πχ γρήγορη προσαρμογή) με αυτά του μικρού (κοντά στο 0,πιο σταθερή και ομαλή συγκλιση).

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε την πιο σύνθετη περίπτωση νευρωνικού δικτύου πολλών επιπέδων η οποία όμως αποτελεί μια πολύ πιο ισχυρή εκδοχή του συστήματος και επομένως αξίζει μελετηθεί διεξοδικά.

Υπάρχουν πολλά προβλήματα στα οποία τα πρότυπα δεν είναι γραμμικά διαχωρίσιμα και επομένως δεν μπορούν να ταξινομηθούν απο ένα στοιχειώδες perceptron (όπως για παράδειγμα το πρόβλημα της XOR). Χρησιμοποιώντας πολυεπίπεδα νευρωνικά μπορούμε να ξεπεράσουμε αυτό το πρόβλημα ,καθώς δίνουν τη δυνατότητα για αυθαίρετες χαρτογραφήσεις στο χώρο των προτύπων.



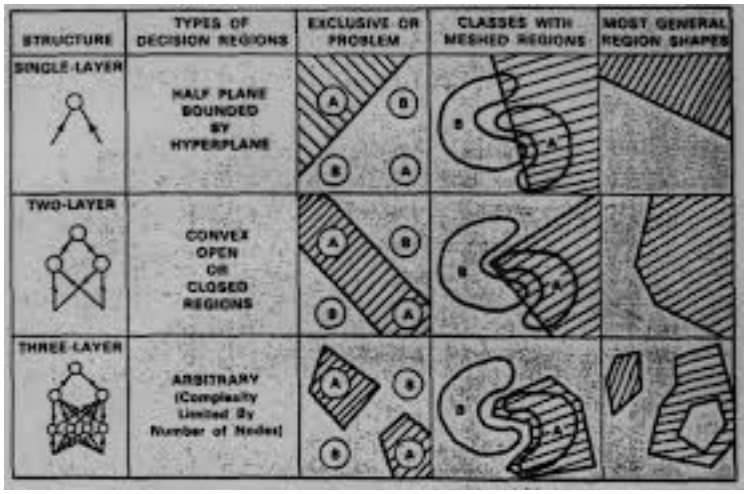
2.4.Παράδειγμα ενός πολυεπίπεδου perceptron

Γενικά ,η φύση του ορίου απόφασης εξαρτάται απο την τοπολογία του νευρωνικού δικτύου. Επίσης,πρέπει να σημειωθεί οτι ανάλογα με το πόσα επίπεδα έχει ένα πολυεπίπεδο νευρωνικό δικτυο έχει και κλιμακούμενες δυνατότητες ταξινόμησης. Πιο συγκεκριμένα διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις[7]

1. Ενα επίπεδο: Είναι ικανό να τοποθετήσει ένα υπερεπίπεδο στο χώρο των προτύπων εισόδου

2. Δύο επίπεδα(ένα κρυφό επίπεδο): Είναι ικανό να περιγράψει όριο απόφασης το οποίο περικλύει μια μεμονωμένη κυρτή περιοχή των προτύπων εισόδου.

3. Τρία επίπεδα και πάνω(τουλάχιστον δύο κρυφά επίπεδα): Είναι ικανό να παράγει αυθαίρετα όρια απόφασης.



2.5.Παραδείγματα ορίων απόφασης για διάφορετικό αριθμό επιπέδων για πολυεπίπεδα perceptron

Απο τα προηγούμενα καταλαβαίνουμε πως ο αρίθμός των επιπέδων του νευρωνικού δικτύου επηρεάζει άμεσα τα όρια απόφασης που θα παραχθούν. Στην επιλογή του αριθμού επιπέδων πρέπει να ληφθούν υπόψιν τα παρακάτω:

Τα πολυεπίπεδα perceptron είναι πιο δύσκολο να εκπαιδευτούν απο τα απλούστερα νευρωνικά ενός επιπέδου

Ενα νευρωνικό δίκτυο δυο επιπέδων με σιγμοειδείς συναρτήσεις ενεργοποίησης (στο απλό perceptron πιο πριν χρησιμοποιήσαμε την $sgn(u)$) είναι ικανό να μοντελοποιήσει οποιοδήποτε όριο απόφασης.

Ενας ακόμα προβληματισμός σχετίζεται με τον αριθμό των νευρώνων ανα επίπεδο. Γενικά ο αριθμός των νευρώνων του επιπέδου εξόδου σχετίζεται με τον αριθμό των κλάσεων εξοδου. Αντίστοιχα ο αριθμός των νευρώνων του επιπέδου εισόδου εξαρτάται απο τον αριθμό της διάστασης των προτύπων τα οποία θα μπούν ώς είσοδοι στο σύστημα. Τέλος ο αριθμός των ενδιάμεσων κρυφών νευρώνων, είναι σχεδιαστική απόφαση. Εδώ πρέπει να θυμόμαστε οτι αν έχουμε λίγους νευρώνες το σύστημα δεν θα μπορεί να δημιουργήσει περίπλοκα όρια απόφασης ,ενώ αν είναι πάρα πολλοί το σύστημα δεν θα μπορεί να γενικεύει ικανοποιητικά.[7] Γενικά πάντως οι κρυφοί νευρώνες δρουν ως ανιχνευτές χαρακτηριστικών και ως τέτοιοι παίζουν σημαντικό ρόλο στη λειτουργία ενος πολυεπίπεδου νευρωνικού δικτύου. Καθώς προχωρά η διαδικασία μάθησης οι κρυφοί νευρώνες αρχίζουν σταδιακά να ανακαλύπτουν τα εξέχοντα χαρακτηριστικά -αυτά δηλαδή που χαρακτηρίζουν τα δεδομένα εκπαίδευσης. Αυτό το κάνουν εκτελώντας μη γραμμικό μετασχηματισμό στα δεδομένα εισόδου,σε ένα νεο χώρο που αποκαλείται χώρος χαρακτηριστικών. Σε αυτό το

νέο χώρο οι κλάσεις χαρακτηριστικών που ενδιαφέρουν μια συγκεκριμένη εργασία ταξινόμησης προτύπων μπορούν να ξεχωρίσουν απο οτιδήποτε άλλο θα μπορούσε να υπάρχει στον αρχικό χώρο των δεδομένων εισόδου.

Σε κάθε περίπτωση ,το μεγαλύτερο ζήτημα για το πολυεπίπεδο perceptron είναι οπως προαναφέρθηκε η εκπαίδευση του. Δεδομένου οτι παρουσιάζει μια κατανεμημένη μορφή μη γραμμικότητας με συνήθως υψηλή διασυνδεσημότητα, η θεωρητική ανάλυση του καθίσταται δύσκολη υπόθεση.

Μια δημοφιλής μέθοδος για την εκπαίδευση των perceptron πολλών επιπέδων είναι ο αλγόριθμος $BP(backpropagation)$. Κατα τον αλγόριθμο αυτό η εκπαίδευση λαμβάνει χώρα σε δύο φάσεις:

1. Στη φάση που εξελίσσεται προς τα εμπρός ,τα συναπτικά βάρη του δικτύου είναι σταθερά και το σήμα εισόδου διαδίδεται διαμέσου του δικτύου επίπεδο προς επίπεδο μέχρι να φτάσει στη έξοδο. Συνεπώς σε αυτή τη φάση οι αλλαγές περιορίζονται στα δυναμικά ενεργοποίησης (δια μέσου των συναρτήσεων ενεργοποίησης του κάθε νευρώνα) και στις εξόδους των νευρώνων του δικτύου.

2. Στη φάση που εξελίσσεται προς τα πίσω ,όπου παράγεται ένα σήμα σφάλματος μέσω της σύγκρισης της εξόδου του δικτύου με μια επιθυμητή απόκριση. Το σήμα σφάλματος διαδίδεται διαμέσου του δικτύου ξανά επίπεδο προς επίπεδο αλλα αυτη τη φορά η διάδοση γίνεται με κατεύθυνση προς τα πίσω. Σε αυτή τη δεύτερη φάση γίνονται διαδοχικές προσαρμογές στα συναπτικά βάρη του δικτύου. Ο υπολογισμός των προσαρμογών για το επίπεδο εξόδου είναι απλη υπόθεση ενώ για τα κρυφά επίπεδα γίνεται πολύ πιο δύσκολος.
   Σε αυτή τη φάση όπως αναφέρθηκε ,το προκύπτον σήμα ονομάζεται σήμα σφάλματος και αυτό γιατι ο υπολογισμός του καθώς διαδίδεται απο νευρώνα σε νευρώνα απαιτεί τη χρήση μιας εξαρτώμενης απο το αρχικό σφάλμα συνάρτησης.

Αξίζει να αναφερθεί οτι η χρήση του όρου backpropagation εμφανίστηκε στο προσκήνιο μετα το 1985 ,όταν ο όρος απέκτησε ευρεία απήχηση χάρις το βιβλίο με τίτλο Parallel Distributed Processing .Η αναπτυξη του αλγορίθμου BP στα μέσα της δεκαετίας του ΄80 αποτέλεσε ένα ορόσημο στην εξέλιξη του κλάδου των νευρωνικών δικτύων διοτι παρείχε μια υπολογιστικά αποτελεσματική μέθοδο για την εκπαίδευση των πολυεπίπεδων νευρωνικών αίροντας έτσι τον έως τότε πεσιμισμό που υπήρχε σχετικά με τις δυνατότητες μάθησης τους.

Περιγράφουμε τώρα πιο συγκεκριμένα τα βήματα του αλγορίθμου BP. Υποθέτουμε οτι ο αλγόριθμος διατρέχει το δείγμα εκπαίδευσης $[(\mathbf{x}(n), \mathbf{d}(n))]_{n=1}^{N}$:

1. *Αρχικοποίηση.*Υποθέτοντας οτι δεν είναι διαθέσιμη πρότερη πληροφορία επιλέγουμε τα συναπτικά βάρη και τα κατώφλια απο μία ομοιόμορφη κατανομή,της οποίας ο μέσος να είναι μηδέν και της οποίας η διακύμανση επιλέγεται με τρόπο ωστε να κάνει την τυπική απόκλιση των πεδίων των νευρώνων να βρίσκεται στο όριο μεταξυ του γραμμικού και του σταθερού μέρους της σιγμοειδούς συνάρτησης ενεργοποίησης.

2. *Παρουσιάσεις παραδειγμάτων εκπαίδευσης.* Παρουσιάζουμε στο δίκτυο μια εποχή παραδειγμάτων εκπαίδευσης. Για κάθε παράδειγμα που περιλαμβάνει το δείγμα (οργανωμένο με κάποιο τρόπο),εκτελούμε την ακολουθία των προς τα εμπρός και προς τα πίσω υπολογισμών που περιλαμβάνονται στα βήματα 3 και 4 αντίστοιχα.

3. *Υπολογισμός προς τα εμπρός.* Εστω οτι ένα παράδειγμα εκπαίδευσης στη συγκεκριμένη εποχή συμβολίζεται ως $(\mathbf{x}(n), \mathbf{d}(n))$ με το διάνυσμα εισόδων $\mathbf{x}(n)$ να εφαρμόζεται στο επίπεδο εισόδου των αισθητηριακών κόμβων και το διάνυσμα των επιθυμητών αποκρίσεων $\mathbf{d}(n)$ να παρουσιάζεται στο επίπεδο εξόδου των υπολογιστηκών κόμβων. Υπολογίζουμε τα τοπικά πεδία και τα λειτουργικά σήματα του δικτύου προχωρώντας προς τα εμπρός,σε όλη την έκταση του δικτύου ,επίπεδο πρός επίπεδο. Το τοπικό πεδίο $u_j^{(l)}(n)$ για τον νευρώνα j στο επίπδο l είναι:

$$u_j^{(l)}(n) = \sum_i w_{ji}^{(l)}(n) y_i^{(l-1)}(n) \tag{11}$$

όπου $y_i^{(l-1)}(n)$ είναι το σήμα εξόδου (λειτουργικό) του νευρώνα i του προηγούμενου επίπεδου $l-1$ στην επανάληψη n και $w_{ji}^{(l)}(n)$ είναι το συναπτικό βάρος του νευρώνα j του επιπέδου l που τροφοδοτείται απο τον νευρώνα i στο επίπεδο $l-1$. Για $i=0$,έχουμε $y_0^{(l-1)}(n) = +1$ και $w_{j0}^{(l)}(n) = b_j^{(l)}(n)$ είναι η πόλωση που εφαρμόζεται στο νευρώνα j στο επίπεδο l .Υποθέτωντας οτι χρησιμοποιούμε μια σιγμοειδή συναρτηση το σήμα εξόδου του νευρώνα j στο επίπεδο l είναι:

$$y_j^{(l)} = \varphi_j(u_j(n)) \tag{12}$$

Εαν ο νευρώνας j είναι στο πρώτο κρυφό επίπεδο (δηλαδή $l=1$) θετουμε:

$$y_j^{(0)} = x_j(n) \tag{13}$$

όπου $x_j(n)$ είναι το j-οστό στοιχείο του δεδομένου διανύσματος εισόδου $\mathbf{x}(n)$.Αν ο νευρώνας j είναι στο επίπεδο εξόδου(δηλαδή $l=L$ οπού το

L αναφέρεται αναφέρεται ως βάθος του δικτύου) θετουμε:

$$y_j^{(L)} = o_j(n) \tag{14}$$

όπου $o_j(n)$ είναι το λειτουργικό σήμα στην έξοδο του νευρώνα ϑ(στο τελευταίο επίπεδο του νευρωνικού-σήμα εξόδου). Κατόπιν υπολογίζουμε το σήμα σφάλματος:

$$e_j(n) = d_j(n) - o_j(n) \tag{15}$$

όπου $d_j(n)$ είναι το j-οστο στοιχείο του διανύσματος ιδανικών αποκρίσεων $\mathbf{d}(n)$.

4. *Υπολογισμός προς τα πίσω.* Υπολογίζουμε τα δ του δικτύου (δηλαδή τις τοπικές κλίσεις) που ορίζονται ώς:

$$\delta_j^{(l)}(n) = \begin{cases} e_j^{(L)}(n)\varphi_j^{'}(u_j^{(L)}(n)) & \text{για το νευρώνα } j \text{ στο επίπεδο εξόδου } L \\ \varphi_j^{'}(u_j^{(l)}) \sum_k \delta_k^{(l+1)}(n) w_{kj}^{(l+1)}(n) & \text{για το νευρώνα } j \text{ στο κρυφό επίπεδο } l \end{cases} \tag{16}$$

όπου το σύμβολο πρώτης παραγώγου στην $\varphi_j^{(')}(.)$ συμβολίζει διαφορίσιμη αναφορικά ως προς το όρισμα. Στη συνέχεια προσαρμόζουμε τα συναπτικά βάρη στο επίπεδο l σύμφωνα με τη σχέση:

$$w_{ji}^{(l)}(n+1) = w_{ji}^{(l)}(n) + \eta \delta_j^{(l)}(n) y_i^{(l-1)}(n) \tag{17}$$

όπου η είναι η παράμετρος του ρυθμού μάθησης.

5. *Επανάληψη.* Επανέλαβε τους υπολογισμούς των βημάτων 3 και 4 παρουσιάζοντας νέες εποχές παραδειγμάτων εκπαίδευσης στο δίκτυο μέχρι να ικανοποιηθεί το επιλεγμένο κριτήριο τερματισμού.

Γενικά , η σειρά παρουσίασης των παραδειγματων εκπαίδευσης ϑα πρέπει να είναι τυχαία απο εποχή σε εποχή. Επίσης, συνήθως η παράμετρος του ρυθμού μάθησης προσαρμόζεται (συνήθως μειώνεται) καθώς αυξάνεται ο αριθμος των επαναλήψεων.

Σχετικά με τον κανόνα 4 , ο τρόπος με τον οποίο υπολογίζεται η σχέση για τις κλίσεις σχετίζεται με το γεγονός οτι η διόρθωση $\Delta w_{ji}(n)$ στο συναπτικό βάρος $w_{ji}(n)$ είναι ανάλογη με τη μερική παράγωγο $\frac{\partial E(n)}{\partial w_{ji}(n)}$ ετσι ώστε :

$$\Delta w_{ji}(n) = -\eta \frac{\partial E(n)}{\partial w_{ji}(n)} \tag{18}$$

όπου το Ε αποτελεί τη στιγμιαία ενέργεια σφάλματος ολόκληρου του δικτύου και ορίζεται ως:

$$E(n) = \sum_{j \epsilon C} E_j(n) \tag{19}$$

με E_j να αποτελεί τη στιγμιαία ενέργεια σφάλματος για τον νευρώνα j με C να είναι το σύνολο των νευρώνων εξόδου. Το E_j ορίζεται ως

$$E_j(n) = \frac{1}{2} e_j^2(n)$$

με

$$e_j(n) = d_j(n) - y_j(n) \tag{20}$$

Απ΄όλα τα παραπάνω και αξιοποιώντας τις σχέσεις (11),(12),(19),(20) και εφαρμόζωντας τον κανόνα αλυσίδας καταλήγουμε στη σχέση:

$$\frac{\partial E(n)}{\partial w_{ji}(n)} = \frac{\partial E(n)}{\partial e_j(n)} \frac{\partial e_j(n)}{\partial y_j(n)} \frac{\partial y_j(n)}{\partial u_j(n)} \frac{\partial u_j(n)}{\partial w_{ji}(n)} \tag{21}$$

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω σχέσεις και υπολογίζοντας τη καθε μια απο τις παραπάνω μερικές παραγώγους, καταλήγουμε στην ακόλουθη σχέση:

$$\frac{\partial E(n)}{\partial w_{ji}(n)} = -e_j(n) \varphi_j^{'}(u_j(n)) y_j(n) \tag{22}$$

και επομένως λόγω της (18) καταλήγουμε:

$$\Delta w_{ji}(n) = \eta e_j(n) \varphi_j^{'}(u_j(n)) y_j(n) \tag{23}$$

Ορίζουμε την τοπική κλίση $\delta_j(n)$ ώς:

$$\delta_j(n) = \frac{\partial E(n)}{\partial u_j(n)} = e_j(n) \varphi_j^{'}(u_j(n)) \tag{24}$$

όπου το πρώτο μέρος της σχέσης αφορά την πιο γενική περίπτωση και το δεύτερο τη συγκεκριμένη περίπτωση. Παίρνοντας την παραπάνω σχέση και κατόπιν επεξεργσίας για την περίπτωση των κρυφών νευρώνων καταλήγουμε στη σχέση (16) που αποτελεί σε συνδυασμό με τη (17) τον πυρήνα της οπισθοδιάδοσης σφάλματος στην οποία βασίζεται ο αλγόριθμος BP.[1]

Μια ακόμα ιδιαίτερα σημαντική ιδιότητα των νευρωνικών δικτύων είναι αυτή της γενίκευσης. Ενα δίκτυο λέγεται οτι γενικεύει καλά οταν η αντιστοίχιση εισόδου εξόδουπου υπολογίζεται απο ένα δίκτυο είναι σωστή (ή σχεδόν σωστή) για δεδομένα ελέγχου τα οποία δεν χρησιμοποιήθηκαν ποτέ κατα την εκπαίδευση ή την δημιουργία του δικτύου. Η ιδιότητα αυτή αποτελεί και μια απο τις

ουσιαστικότερες αιτίες χρήσης νευρωνικών δικτύων δεδομένου οτι σαν συστημα γενικεύουν ικανοποιητικά. Αξίζει να σημειωθεί οτι τα δεδομένα ελέγχου υποθέτουμε οτι αντλούνται απο τον ίδιο πλυθησμό απο όπου προήλθαν τα δεδομένα εκπαίδευσης.

Η διαδικασία μάθησης (η εκπαίδευση ενός νευρωνικού δικτύου) μπορεί να αντιμετωπισθεί σαν ένα πρόβλημα προσαρμογής καμπύλης. Το ίδιο το δίκτυο μπορεί να θεωρηθεί ώς μια μη γραμμική αντιστοίχιση εισόδου - εξόδου. Μια τέτοια θεώρηση μας επιτρέπει να εξετάσουμε την γενίκευση όχι σαν μια μυστηριώδη ιδιότητα αλλα απλώς σαν το αποτέλεσμα της εφαρμογής μιας καλής μη γραμμικής παρεμβολής στα δεδομένα εισόδου. Το δίκτυο εκτελεί μια χρησιμη λειτουργία παρεμβολής κυρίως επειδή τα *perceptron* πολλών επιπέδων με συνεχείς συναρτήσεις ενεργοποίησης έχουν επίσης συναρτήσεις εξόδου που είναι συνεχείς.

Ενα νευρωνικό δίκτυο που είναι σχεδιασμενο ώστε να γενικεύει καλά , θα παράγει σωστη αντιστοίχιση εισόδου - εξόδου ακόμα και όταν η είσοδος είναι ελαφρώς διαφορετική απο τα παραδείγματα που χρησιμοποιήθηκαν κατα την εκπαίδευση του. Ωστόσο όταν ένα νευρωνικό δίκτυο μαθαίνει υπερβολικά πολλά παραδείγματα εισόδου - εξόδου μπορεί να οδηγηθεί σε μια κατάσταση όπου θα αποθηκεύει τα δεδομένα εκπαίδευσης και θα λειτουργεί μόνο βάσει αυτών. Αυτό μπορεί να συμβεί εάν βρεί κάποιο χαρακτηριστικό(πχ οφειλόμενο σε θόρυβο) το οποίο υπάρχει στα δεδομένα εκπαίδευσης , αλλά όχι στην υποκείμενη συνάρτηση που πρέπει να μοντελοποιήσει. Αυτό το φαινόμενο είναι γνωστό και ως υπερπροσαρμογή ($overfit$) ή υπερεκπαίδευση ($overtrain$) του δικτύου. Οταν το δίκτυο είναι υπερεκπαιδευμένο (εστιασμένο αποκλειστικά στα δεδομένα εκπαίδευσης) χάνει τη δυνατότητα να γενικεύει βασιζόμενο σε παρόμοια πρότυπα εισόδου-εξόδου.

Συνήθως η φορτωση δεδομένων κατ αυτό τον τρόπο σε ένα *perceptron* πολλων επιπέδων απαιτεί τη χρήση περισσότερων νευρώνων απ΄ όσοι είναι πραγματικά αναγκαίοι,με αποτέλεσμα ,οι ανεπιθύμητες συνεισφορές του θορύβου στο χώρο εισόδου να αποθηκεύονται σε συναπτικά βάρη του δικτύου.

2.2. Ταξινομητής K-NN

Ο ταξινομητής KNN είναι ένας απο εκείνους τους αλγόριθμους που είναι πολύ απλός για να τον καταλάβουμε ,αλλά που λειτουργεί πάρα πολύ καλά στην πράξη. Επίσης, είναι εκπληκτικά ευέλικτος και οι εφαρμογές του κυμαίνονται από όραση μεχρι πρωτεΐνες και απο υπολογιστική γεωμετρία μέχρι γραφικές παραστάσεις. Οι περισσότεροι άνθρωποι μαθαίνουν τον αλγόριθμο και δεν το χρησιμοποιούν πολύ,πράγμα το οποίο είναι κρίμα , αφού η έξυπνη χρήση του

ΚΝΝ μπορεί να κάνει τα πράγματα πολύ απλά. Επίσης ,είναι εντυπωσιακό οτι ο ΚΝΝ εχεί εκλεγεί απο την ΙΕΕΕ ως ένας απο τους δεκα καλύτερους αλγόριθμους εξόρυξης δεδομένων.

Ο ΚΝΝ είναι ένας μη παραμετρικός ,οκνηρός αλγόριθμος μάθησης.Όταν αναφερόμαστε σε μια τεχνική που είναι μη παραμετρική, αυτό σημαίνει ότι δεν κάνουμε οποιεσδήποτε υποθέσεις σχετικά με την υποκείμενη κατανομή των δεδομένων. Αυτό είναι αρκετά χρήσιμο, καθώς στον πραγματικό κόσμο, τα περισσότερα από τα πρακτικά δεδομένα δεν υπακούνε στις τυπικές θεωρητικές παραδοχές (π.χ γκαουσσιανές κατανομές, γραμμική διαχωρισιμότητα κλπ). Σε τέτοιες περιπτώσεις μη παραμετρικοί αλγόριθμοι όπως ο ΚΝΝ μπορούν να σώσουν την κατάσταση.

Ο ΚΝΝ επίσης ένας οκνηρός αλγόριθμος. Αυτό σημαίνει ότι δεν χρησιμοποιεί τα δεδομένα εκπαίδευσης για να κάνει οποιαδήποτε γενίκευση. Με άλλα λόγια, δεν υπάρχει ρητή φάση εκπαίδευσης ή είναι πολύ ελάχιστη. Αυτό σημαίνει ότι η φάση αυτη είναι αρκετά γρήγορη. Έλλειψη γενίκευσης σημαίνει ότι ο ΚΝΝ διατηρεί όλα τα δεδομένα εκπαίδευσης. Πιο συγκεκριμένα, όλα τα δεδομένα εκπαίδευσης είναι απαραίτητα κατά τη διάρκεια της φάσης των δοκιμών. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με άλλες τεχνικές όπως των SVM, όπου μπορούμε να απορρίψουμε κάποια δεδομένα που δεν αποτελούν , για παράδειγμα διανύσματα υποστήριξης, χωρίς πρόβλημα. Οι περισσότεροι από τους οκνηρούς αλγόριθμους - και ειδικά ο ΚΝΝ - παίρνουν την απόφαση με βάση το σύνολο των διαθέσιμων δεδομένων εκπαίδευσης (στην καλύτερη περίπτωση ένα υποσύνολο τους).

Η ανταλλαγή είναι αρκετά προφανής εδώ - Υπάρχει μια ανύπαρκτη ή ελάχιστη φάση εκπαίδευσης, αλλά μια δαπανηρή φάση ελέγχου. Το κόστος σχετίζεται με χρόνο και μνήμη. Μπορεί να χρειαστεί πολύ χρόνο, καθώς στη χειρότερη περίπτωση, όλα τα σημεία δεδομένων μπορεί να συμμετέχουν στην απόφαση. Επίσης είναι απαραίτητη μεγάλη μνήμη καθώς χρειάζεται να αποθηκευτούν όλα τα δεδομένα εκπαίδευσης.

Πριν δούμε συγκεκριμένα τον αλγόριθμο ΚΝΝ , ας επανεξετάσουμε κάποιες από τις παραδοχές για αυτόν οι οποίες σχετίζονται και με τους υπόλοιπους ταξινομητές που έχουν εξετασθεί μέχρι τωρα.

Ο ΚΝΝ προϋποθέτει ότι τα δεδομένα βρίσκονται σε ένα χώρο χαρακτηριστικών . Επομένως , τα σημεία των δεδομένων είναι σε ένα μετρικό χώρο πράγμα που σημαίνει οτι υπάρχουν κάποιες έννοιες απόστασης - με την Ευκλειδεια να είναι η πιο συχνα χρησιμοποιούμενη.

Κάθε ένα από τα δεδομένα εκπαίδευσης αποτελείται από ένα σύνολο χαρακτηριστικών, τα οποία συνιστούν ένα διάνυσμα και την αντίστοιχη ετικέτα κλάσης που σχετίζεται με κάθε διάνυσμα. Στην απλούστερη περίπτωση η ετικέτα αυτή , θα είναι είτε + ή - (για θετική ή αρνητική κλάση) αν και ο ΚΝΝ , μπορεί να

λειτουργήσει εξίσου καλά με αυθαίρετο αριθμό κλάσεων.

Μας δίνεται επίσης ένας μοναδικός αριθμός k . Ο αριθμός αυτός αποφασίζει πόσοι γείτονες (όπου ο γείτονας ορίζεται με βάση την μετρική απόστασης) θα επηρεάσουν τη ταξινόμηση του κάθε προτύπου ελέγχου . Αν το πλήθος των κλάσεων είναι άρτιο χρησιμοποείται συνήθως περριτός αριθμος για k. Αν κ = 1 , τότε ο αλγόριθμος καλείται απλά ο αλγόριθμος πλησιέστερου γείτονα.

Ας δούμε τώρα πώς μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον KNN για ταξινόμηση προτύπων. Μας δίνονται κάποια σημεία δεδομένων για την εκπαίδευση , αλλά και ενα νέο μη ταξινομημένο πρότυπο για δοκιμή . Στόχος μας είναι να βρούμε την κλάση για το νέο σημείο . Ο αλγόριθμος έχει διαφορετική συμπεριφορά ανάλογα με τα διαφορετικά k.

1. $k = 1$ ή κανόνας πλησιέστερου γείτονα:
   Αυτή είναι η απλούστερη περίπτωση. Έστω ξ είναι το σημείο που πρέπει να ταξινομηθεί. Βρισκουμε το σημείο που βρίσκεται πλησιέστερα προς χ. Εστω ψ. Τώρα με βάση τον κανόνα πλησιέστερου γείτονα ορίζουμε την ετικέτα του ψ στο χ.

   Εάν ο αριθμός των σημείων δεδομένων είναι αρκετά μεγάλος, τότε υπάρχει πολύ μεγάλη πιθανότητα οι ετικέτες του χ και ψ να είναι ίδιες. Ένα παράδειγμα θα μπορούσε να βοηθήσει: Ας πούμε ότι έχουμε ένα (δυνητικά) προκατειλημμένο κέρμα. Εστω οτι το πετάμε ενα εκατομμύριο φορές και τις 900000 έρχεται κορώνα. Τότε είναι πιθανότερο οτι αν ξαναρίξουμε το κέρμα θα έρθει πάλι κορώνα. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα παρόμοιο επιχείρημα εδώ.

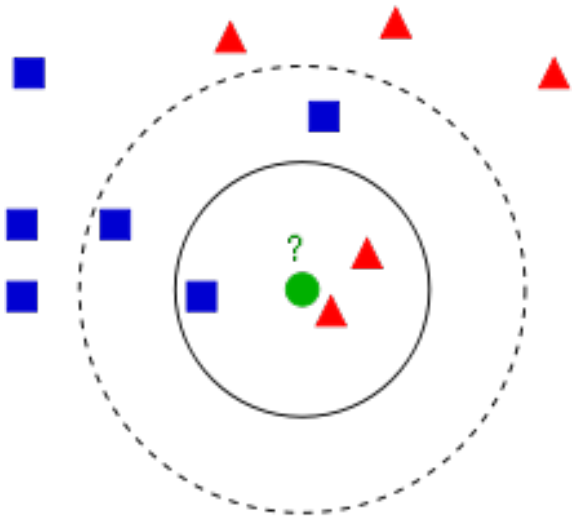
   Ας προσπαθήσουμε να αιτιολογήσουμε πιο αναλυτικά αυτη τη συμπεριφορά.Ας υποθέσουμε ότι όλα τα σημεία βρίσκονται σε ένα χώρο με επαρκώς μεγάλο αριθμό σημείων. Αυτό σημαίνει ότι η πυκνότητα του χώρου σε οποιοδήποτε υποχώρο του είναι αρκετά υψηλή. Με άλλα λόγια, σε οποιοδήποτε υπόχωρο υπάρχει επαρκής αριθμός σημείων. Σκεφτείτε ένα σημείο χ στο υποχώρο που έχει επίσης πολλούς γείτονες. Τώρα έστω ψ ο πλησιέστερος γείτονας. Αν χ και ψ είναι αρκετά κοντά, τότε μπορούμε να υποθέσουμε ότι η πιθανότητα ότι τα χ και ψ ανήκουν στην ίδια κατηγορία είναι αρκετά μεγάλη,πράγμα το οποίο προκύπτει απο τη θεωρία απόφασης.

2. $k = K$. Κανόνας πλησιέστερου γείτονα.
   Αυτή είναι μια απλή επέκταση της πρώτης περίπτωσης. Ουσιαστικά αυτό που κάνουμε είναι να προσπαθήσουμε να βρούμε τους k πλησιέστερους γείτονες και να κάνουν μια ψηφοφορία. Συνήθως ο k είναι περιττός όταν ο αριθμός των κλάσεων είναι 2. Ας υποθέσουμε ότι $k = 5$ και υπάρχουν

3 πρότυπα που ανήκουν στη κλάση $C1$ και 2 που ανήκουν στη $C2$. Σε αυτήν την περίπτωση ,ο KNN λέει ότι το νέο σημείο πρέπει να επισημανθεί ως $C1$, καθώς αυτή η κατηγορία εχεί τα περισσότερα πρότυπα. Ακολουθούμε ένα παρόμοιο επιχείρημα όταν υπάρχουν πολλαπλές κατηγορίες .

Μία ακόμα επέκταση είναι να δώσουμε πάνω απο μία ψήφο σε κάποιους γείτονες. Ένα πολύ συνηθισμένο πράγμα που θα μπορούσαμε να κάνουμε είναι σταθμισμένο KNN όπου κάθε σημείο έχει ένα βάρος το οποίο συνήθως υπολογίζεται με βάση την απόστασή του . Για παράδειγμα σύμφωνα με την στάθμιση αντίστροφης απόστασης , κάθε σημείο έχει ένα βάρος ίσο με το αντίστροφο της απόστασης του απο σημείο που πρέπει να ταξινομηθεί. Αυτό σημαίνει ότι οι γειτονικές μονάδες έχουν μεγαλύτερη βαρύτητα από τα μακρύτερα σημεία .

Επίσης αξιζει να σημειωθεί οτι η ευστοχία του ταξινομητή ενδέχεται να βελτιωθεί με την αυξηση του k, αλλα επίσης αυξάνετα και ο χρονος υπολογισμού.[8]



2.6.Παραδειγμα εφαρμογής του αγορίθμου KNN. Αν $k = 3$ τότε ανήκει στη κοκκινη κατηγορία,ενώ αν $k = 5$ στη μπλε

.

2.3. Ταξινομητης K- means

Ο αλγόριθμος $k-means$ είναι μια απλή επαναληπτική μέθοδος για να διαιρεθεί ένα ορισμένο σύνολο δεδομένων από το χρήστη σε ένα καθορισμένο αριθμό συστάδων ,k . Αυτός ο αλγόριθμος έχει ανακαλυφθεί από αρκετούς ερευνητές απο διαφορετικές ειδικότητες και γενικά τοποθετείται στην ευρύτερη κατηγορία αλγορίθμων τύπου hill climbing .

Ο αλγόριθμος λειτουργεί σε ένα σύνολο απο d-διάστατα διανύσματα

$$D = \{\mathbf{x}_i | i - 1...N\}$$

όπου το $\mathbf{x}_i \epsilon R^d$ υπονοεί το i-οστό διάνυσμα και σημείο του χώρου. Ο αλγόριθμος ξεκινά με την επιλογή k σημείων που ανήκουν στον R^d ως τα αρχικά k σημεία το καθένα απο τα οποία εκπροσωπεί μία συστάδα ($cluster$). Τεχνικές για την επιλογή αυτών των αρχικών τιμών περιλαμβάνουν τυχαία δειγματοληψία από το σύνολο δεδομένων και στη συνέχεια ομαδοποίηση ενός μικρού υποσυνόλου των δεδομένων,καθώς και μεταβολή του μέσου όρου των δεδομένων κ φορές και τη ληψη των εκπροσώπων απο αυτούς τους μέσους όρους. Στη συνέχεια, ο αλγόριθμος επαναλαμβάνει τα δύο ακόλουθα βήματα μέχρι τη σύγκλιση:

1. Βήμα ανάθεσης δεδομένων. Κάθε σημείο ανατίθεται στον κοντινότερο εκπροσωπο με δεσμούς οι οποίοι αλλάζουν αυθαίρετα. Αυτο έχει σαν αποτέλεσμα τον διαχωρισμό των δεδομένων

2. Βήμα μετεγκατάστασης των μέσων(αντιπροσώπων). Κάθε αντιπρόσωπος σύστάδας μεταφέρεται στο κέντρο (μέσος όρος) όλων των σημείων δεδομένων που του έχουν ανατεθεί . Αν τα σημεία δεδομένων έρχονται με ένα μέτρο πιθανότητας (βάρη) , τότε η μετεγκατάσταση σχετίζεται με το σταθμισμένο μέσο όρο δεδομένων της συστάδας.

Ο αλγόριθμος συγκλίνει όταν οι αναθέσεις (έστω απο εδώ και πέρα $c_j, j\epsilon[1,k]$) δεν αλλάζουν περαιτέρω. Αξίζει να σημειωθεί οτι η κάθε επανάληψη χρειάζεται NXk συγκρίσεις, πράγμα το οποίο καθορίζει εν μέρει τη συνολική χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου δεδομένου οτι ο αριθμός των επαναλήψεων για συγκλιση μπορεί να ποικίλει και γενικά εξαρτάται απο το N. Πάντως σαν μια πρώτη προσέγγιση ο αλγόριθμος μπορεί να θεωρηθεί γραμμικός ως προς το μέγεθος των δεδομένων εισόδου.

Ένα ζήτημα πρός επίλυση είναι το πώς να ποσοτικοποιηθεί το ΄πιο κοντά΄ στο στάδιο ανάθεσης .Το πιο συνήθες μέτρο εγγύτητας είναι η Ευκλείδεια απόσταση

, οπότε μπορεί κανείς να δείξει αμέσως ότι η μη αρνητική συνάρτηση κόστους

$$\sum_{i=1}^{N} argmin_j(||\mathbf{x}_i - \mathbf{c}_j||) \tag{25}$$

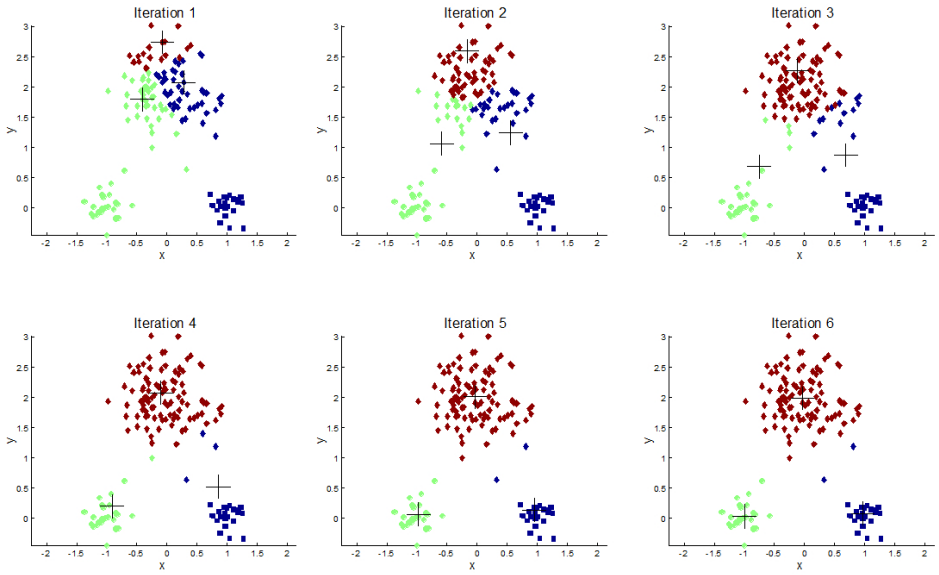
θα μειώνεται όποτε υπάρχει αλλαγή στα βήματα εκχώρησης ή μετεγκατάστασης και ως εκ τούτου η σύγκλιση είναι εγγυημένη σε έναν πεπερασμένο αριθμό επαναλήψεων .Η άπληστη,καθοδική φύση του αλγορίθμου πάνω σέ ένα μή κυρτό κόστος συνεπάγεται επίσης ότι η σύγκλιση είναι μόνο σε ένα τοπικό βέλτιστο και επομένως ο αλγόριθμος είναι τυπικά αρκετά ευαίσθητος στις αρχικές τοποθεσίες των αντιπροσώπων καθώς αυτες θα προσδιορίσουν το τοπικό βελτιστο όπου αυτός θα συγκλίνει. Αυτό το πρόβλημα μπορεί εν μέρει να αντιμετωπισθεί είτε με το να τρέξουμε τον αλγόριθμο πολλές φορές με διαφορετικούς αρχικούς εκπροσώπους είτε με το να κάνουμε κάποιου είδους περιορισμένη τοπική αναζήτηση για την συγκλινούμενη λυση.

Εκτός του ότι είναι ευαίσθητος στην αρχικοποίηση, ο $k-means$ υποφέρει από αρκετά άλλα προβλήματα. Αρχικά ,παρατηρούμε οτι ο αλγόριθμος είναι μια περιοριστική περίπτωση εκπαίδευσης δεδομένων με μία μίξη απο k γκαουσσιανές με πανομοιότυπους ,πινακες ισοτροπικής συμμεταβλητότητας όπου οι αναθέσεις των δεδομένων τείνουν να δεσμεύσουν το κάθε σημειο απο τα δεδομένα στο πιο πιθανο στοιχείο. Ετσι ο αλγόριθμος δεν θα είναι αποτελεσματικός οταν τα δεδομένα δεν είναι προσδιορισμένα ως ικανοποιητικά σφαιρικές συστάδες,σε περίπτωση που για παραδειγμα υπάρχουν μη -κυρτές συστάδες. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να λυθεί έαν επανακλιμακώσουμε τα δεδομένα (πχ αλλάζοντας το σύστημα συντεταγμένων) ή χρησιμοποιήσουμε άλλο μέτρο απόστασης πιο κατάλληλο στα συγκεκριμένα δεδομένα.

Ο $k-means$ μπορεί να συνδυαστεί με έναν άλλο αλγόριθμο για να περιγράψει μη κυρτές συστάδες. Με βάση αυτήν την ιδέα , αρχικά ομαδοποιούνται τα δεδομένα σε μεγάλο αριθμό συστάδων με τη χρήση του $k-means$.Αυτές οι συστάδες στη συνέχεια συσσωματώνονται σε μεγαλύτερες συστάδες χρησιμοποιώντας την μέθοδο single link hierarchical clustering η οποία μπορεί να εντοπίζει περίπλοκες μορφές. Η προσέγγιση αυτη κάνει επίσης την επίλυση λιγότερο ευαίσθητη στην αρχικοποίηση και δεδομένου οτι η ιεραρχική μέθοδος παρέχει αποτελέσματα σε πολλαπλές αναλύσεις ,δεν χρειάζεται να προπροσδιορισθεί το k

Τέλος, ο $kmeans$ είναι επίσης ευαίσθητος στην παρουσία ακραίων τιμών , δεδομένου ότι ό μέσος΄ δεν είναι ένα ισχυρό στατιστικό μετρο. Ένα βήμα προεπεξεργασίας για την αφαίρεση των ακραίων τιμών μπορεί να είναι χρήσιμο σε τέτοιες περιπτώσεις. Μετεπεξεργασία των αποτελεσμάτων , για παράδειγμα, για την εξάλειψη μικρών συστάδων , ή για συγχώνευση κοντινών συστάδων σε

μεγαλύτερες συσταδες , είναι επίσης επιθυμητή[9].



2.7.Παραδειγμα εφαρμογής του αγορίθμου $k-means$.Παρατηρούμε οτι σε 6 επαναλήψεις εχει συγκλίνει.

2.4. Χάρτες αυτοοργάνωσης (self organized map - SOM)

Ο χάρτης αυτοοργάνωσης (SOM), κοινώς γνωστός και ως δίκτυο $Kohonen$ αποτελεί μια υπολογιστική μέθοδο για την οπτικοποίηση και ανάλυση δεδομένων μεγάλων διαστάσεων.

Ο χάρτης αυτός ορίζει μια διατεταγμένη χαρτογράφηση. Αποτελεί ένα είδος προβολής απο ένα σύνολο δεδομένων στοιχείων σε ένα συνήθως δισδιάστατο πλέγμα. Ενα μοντέλο m_i ανατίθεται σε κάθε κόμβο του πλέγματος και αυτά τα μοντέλα υπολογίζονται απο τον αλγόριθμο του SOM. Ένα στοιχείο θα αντιστοιχιστεί στον κόμβο του οποίου το μοντέλο που είναι πιο παρόμοιο με το στοιχείο , π.χ. , έχει τη μικρότερη απόσταση από το στοιχείο δεδομένων σε κάποια μετρική.

Το κάθε μοντέλο είναι συνήθως ένας ορισμένος σταθμισμένος τοπικός μέσος όρος των στοιχείων στο χώρο των δεδομένων. Επιπροσθέτως, όταν τα μοντέλα υπολογίζονται απο τον αλγόριθμο του SOM που θα δούμε παρακάτω , έχουν την τάση να είναι πιο πανομοιότυπα για κοντινούς κόμβους απότι για

κόμβους που βρίσκονται μακρια στο πλέγμα. Με τον τρόπο αυτό το σύνολο των μοντέλων(κόμβων) μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελεί ένα γράφημα ομοιότητας , και δομημένο «σκελετό» της κατανομής των δεδομένων στοιχείων.

Το SOM αναπτύχθηκε αρχικά για την απεικόνιση των κατανομών μετρικών διανυσμάτων , όπως διατεταγμενα σύνολα τιμών μετρήσεων ή στατιστικών ιδιοτήτων , αλλά μπορεί να αποδειχθεί ότι η χαρτογράφηση τύπου SOM μπορεί να οριστεί για οποιαδήποτε στοιχεία, των οποίων μπορούν να ορισθούν οι μεταξύ τους αποστάσεις. Παραδείγματα μη διανυσματικών δεδομένων στα οποία είναι εφικτό να εφαρμοσθεί αυτή η μεθοδος είναι οι συμβολοσειρες χαρακτήρων καθώς και οι αλληλουχιες τμημάτων σε οργανικά μόρια.

Ο αλγόριθμος SOM αναπτύχθηκε απο τα πρώτα μοντέλα περιγραφής νευρωνικών δίκτυων και ειδικά απο μοντέλα συνειρμικής μνήμης και προσαρμοστικής μάθησης. Ενα κίνητρο αποτελούσε η ερμηνεία της χωρικής οργάνωσης των λειτουργιών του εγκεφάλου και ειδικά του εγκεφαλικού φλοιού. Παρ΄όλα αυτα το SOM δεν αποτελούσε το πρώτο βήμα προς αυτή τη κατεύθυνση. Υπήρχαν ήδη αλλα μοντέλα (οπως πχ οι ανιχνευτες του von der Malsburg),των οποίων όμως οι δυνατότητες αυτοοργάνωσης ήταν περιορισμένες.

Η κρίσιμη εφεύρεση του $Kohonen$ ήταν να εισαγάγει ένα μοντέλο συστήματος που αποτελείτο από τουλάχιστον δύο αλληλεπιδρούντα υποσυστήματα διαφορετικής φύσης.Το ένα από αυτά τα υποσυστήματα είναι ένα ανταγωνιστικό νευρωνικό δίκτυο που υλοποιεί τη λειτουργία ό νικητής τα παίρνει όλα΄, αλλά υπάρχει επίσης ένα άλλο υποσύστημα που ελέγχεται από το νευρωνικό δίκτυο και το οποίο τροποποιεί την τοπική συναπτική πλαστικότητα των νευρώνων στη μάθηση. Η μάθηση περιορίζεται χωρικά στη γειτονιά των πιο ενεργών νευρώνων. Το υποσύστημα ελέγχου πλαστικότητας θα μπορούσε να βασισθεί σε μη συγκεκριμένες νευρικές αλληλεπιδράσεις ,αλλα το πιθανότερο είναι οτι αποτελεί μια χημική επιδραση ελέγχου. Μόνο μέσω του διαχωρισμού της μεταφορας του νευρικού σήματος και του ελέγχου πλαστικότητας έχει γινει δυνατή η υλοποίηση ενός αποτελεσματικού αυτο οργανουμενου συστήματος.

Παρ΄όλα αυτά , η βάση του SOM μπορεί επίσης να εκφραστεί μαθηματικά σε μια καθαρή μορφή , χωρίς αναφορά σε κάποιο υποκείμενο συστατικο (είτε νευρολογικής είτε χημικής φύσης).

Αρχικά έστω το δεδομένο στοιχείο του n-διάστατου Ευκλείδιου χώρου:

$$x(t) = [\xi_1(t), \xi_2(t)..., \xi_n(t)]$$

όπου t είναι ο δείκτης του στοιχείου σε μια δεδομένη ακολουθία. Εστω το i-οστό μοντέλο είναι

$$m_i(t) = [\mu_{i1}(t), \mu_{i2}(t), ..., \mu_{in}(t)]$$

όπου το t υποδηλώνει εδώ τη σειρά στην οποία τα μοντέλα παράγονται. Αυτή η σειρά ορίζεται σαν μια διεργασία στην οποία η νέα τιμή $m_i(t+1)$ υπολογίζεται επαναληπτικά απο την παλία τιμή $m_i(t)$ και το τωρινό στοιχείο $x(t)$ ως:

$$m_i(t+1) = m_i(t) + a(t)h_{ci}(t)[x(t) - m_i(t)] \tag{26}$$

Εδώ το $a(t)$ αποτελεί ένα βαθμωτό παράγοντα που ορίζει το μέγεθος της διόρθωσης: οι τιμές του μικράινουν καθώς μεγαλώνει ο δείκτης t. Ο δείκτης i αναφέρεται στο μοντέλο υπό επεξεργασία και c είναι ο δείκτης του μοντέλου που έχει τη μικρότερη απόσταση από το $x(t)$ στον Ευκλείδιο χώρο του σήματος. Ο συντελεστής $h_{ci}(t)$ αποτελεί ενα ειδος πυρήνα εξομάλυνσης ο οποίος ονομάζεται και συνάρτηση γειτονίας. Είναι ίσος με 1 όταν $i = c$ και η αξία του μειώνεται καθώς αυξάνεται η απόσταση απο του δεδομένου μοντέλου i απο το μοντέλο c πάνω στο πλέγμα. Επιπλέον ,είναι συνηθες το χωρικό πλάτος του πυρήνα να μειώνεται με την αύξηση του βήματος t. Οι λειτουργίες αυτές του δείκτη βήματος t καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό τη σύγκλιση του αλγορίθμου και επομένως πρέπει να διαλέγονται με μεγάλη προσοχή. Επίσης ένα άλλο ζήτημα αποτελεί η αρχικοποίηση του πλέγματος $m_i(1)$.

Αξίζει εδώ να σημειωθεί οτι αν και ο παραπάνω επαναληπτικός αλγόριθμος έχει χρησιμοποιηθεί με επιτυχία σε πολλές εφαρμογές, έχει αποδειχθεί ότι υπάρχει σύστημα - το οποίο ονομάζεται *batch map*- που παράγει ουσιαστικά παρόμοια αποτελέσματα, αλλά μια τάξη μεγέθους πιο γρήγορα. Η βασική ιδέα είναι ότι για κάθε κόμβο j στο δίκτυο, ο μέσος όρος $\bar{x_j}$ όλων αυτών των στοιχείων εισόδου $x(t)$ που έχουν σχηματιστεί με το m_j ως το πλησιέστερο μοντέλο. Μετά από αυτό, τα νέα μοντέλα υπολογίζονται ως

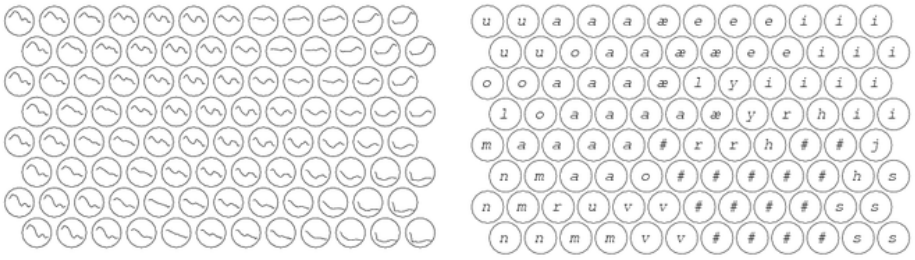
$$m_i = \frac{\sum_j n_j h_{ji} \bar{x_j}}{\sum_j n_j h_{ji}} \tag{27}$$

όπου το n_j είναι ο αριθμός των στοιχείων εισόδου που χαρτογραφούνται στον κόμβο j και ο δείκτης j κινείται σε όλη τη γειτονία του κόμβου i. Για το ανανεομένο m_i ο αλγόριθμος επαναλαμβάνεται μερικές φορές πάντα χρησιμοποιώντας το ίδιο σύνολο δεδομένων εισόδου για να υπολογίσει το ανανεομένο $\bar{x_j}$

Γενικά η μαθηματική θεωρία ανάλυσης του SOM είναι ιδιαίτερα περίπλοκη και μόνο η περίπτωση της μίας διάστασης έχει αναλυθεί πλήρως.

Πριν προχωρήσουμε πρέπει να διευκρινισθεί οτι ο αλγόριθμος του SOM ουσιαστικά αποτελεί περίπτωση μη επιβλεπόμενης μάθησης δεδομένου οτι δεν εκπαιδεύεται με κάποιον τρόπο απο έκπαιδευτή', αλλα μαθαίνει και προσαρμόζεται στο περιβάλλον του απο το ίδιο το περιβάλλον βάσει ενός κριτηρίου(πχ εδω μικρότερη απόσταση ,μεγλύτερη επιβράβευση).

Επίσης, ο αλγόριθμος αυτός ,ουσιαστικά επικεντρώνεται στην χαρτογράφηση και όχι στην ταξινομηση δεδομένων. Παρόλα αυτα εμπεριέχεται στη παρούσα διπλωματική η θεωρητική ανάλυση του λόγω του οτι αποτελεί μια ενδιαφέρουσα περίπτωση νευρωνικού δικτύου η οποία αξίζει να μελετηθεί, καθώς και επειδή θα χρησιμοποιηθει σαν αλγόριθμος ομαδοποίησης παρακάτω.



2.8.Παράδειγμα χαρτογράφησης με SOM όπου σήματα ακουστικών συχνοτήτων φινλανδικών φωνηέντων μετατρέπονται απο ένα SOM στα αντίστοιχα γράμματα

Εδώ έχει ενδιαφέρον να εξετάσουμε ορισμένες πιο σύγχρονες προσεγγίσεις χαρτών αυτοοργάνωσης, οι οποίες έχουν αναπτυχθεί τα τελευτάια χρόνια, προκειμένου να κατανοήσουμε καλύτερα την ανταγωνιστική μάθηση.

2.4.1 Παραλλαγές αυξανομένων SOM(Fritzke)

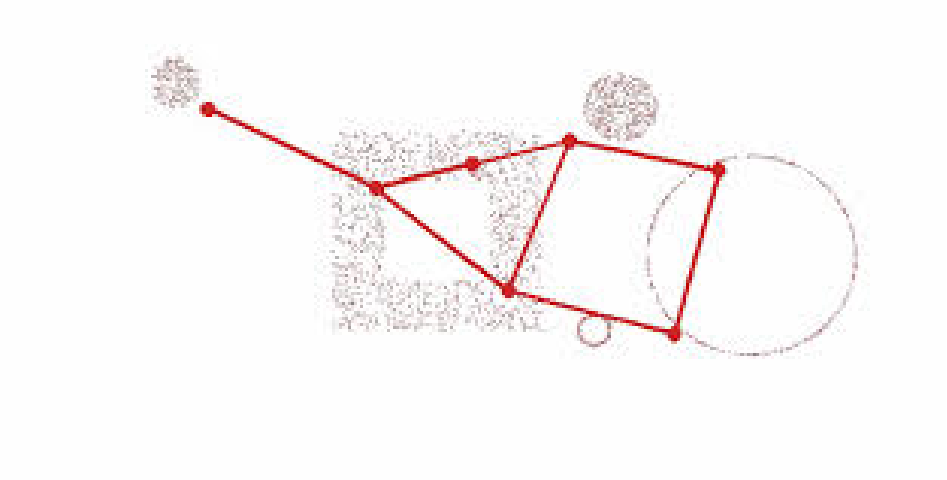
Οι χάρτες αυτοοργάνωσης όπως παρουσιάστηκαν απο τον $Kohonen$ αποτελούν πλέγματα στατικού μεγέθους. Το προφανές μειονέκτημα ενός δεδομένου αριθμού νευρώνων που δεν αλλάζει είναι οτι είτε θα είναι πολυ μικρός για να χαρτογρφήσει ικανοποιητικά την είσοδο ,είτε θα είναι πολύ μεγάλος , με αποτέλεσμα να υπάρχουν νευρώνες που υποχρησιμοποιούνται. Το SOM δεδομένου οτι εκπαιδεύεται μή επιβλεπόμενα, δεν αναμένεται να ξέρει τα χαρακτηριστικά του χώρου εισόδου εκ των προτέρων. Επομένως, μια τοπολογία η οποία επιτρέπει την προσθήκη-αφαίρεση νευρώνων απο το πλέγμα είναι ένα λογικό βημα στην ανάπτυξη της αυτοοργάνωσης. Ο $Fritzke$ εισήγαγε τρείς αρχιτεκτονικές στη δεκαετία του 1990,την growing grid (GG) ,τη growing cell (GC) και τη growing neural gas (GNG) . Και οι τρείς ξεκινάνε με ελάχιστο αριθμό νευρώνων και προσθέτουν νευρωνες ανάλογα με το που τους χρειάζονται. Το κατα πόσο χρειάζονται εξαρτάται απο μία ηλικιακή παράμετρο ενώ μια παράμετρος σφάλματος καθορίζει ποιος νευρώνας θα αποκτήσει νέο γείτονα(GC, GNG) ή νέο σύνολο γειτόνων(GG).

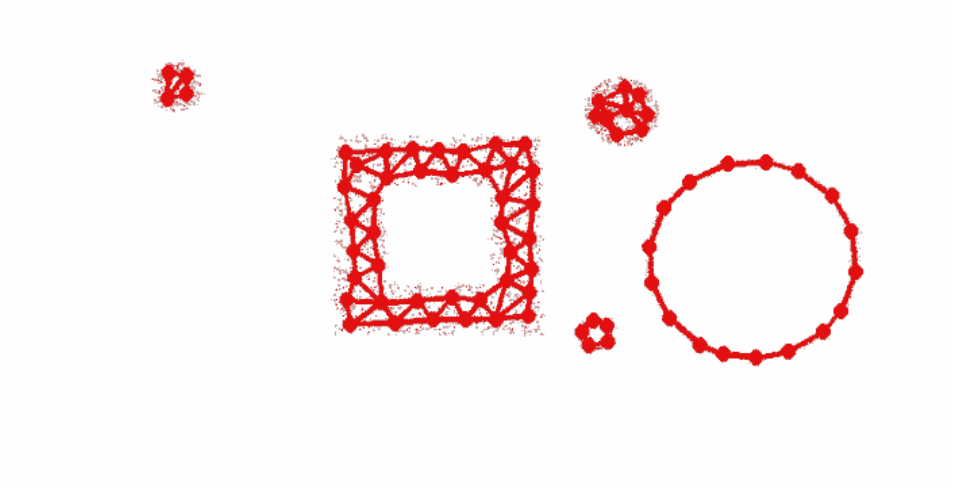
Στη περιπτωση του GC απο τη στιγμή που ο νευρώνας με τη μεγαλύτερη τιμή σφάλματος επιλεγεί , η μακρύτερη ακμή του γίνεται δύο ακμές και ένας

νευρώνας προστίθεται για να διευκολύνει τη σύνδεση τους.

Το GG χρησιμοποιεί επίσης μια παράμετρο ηλικίας για τους νευρώνες. Κάθε φορά που κάποιος νευρώνας νικά η ηλικία του αυξάνεται. Στα μεσοδιαστήματα ,ο νευρώνας με τις περισσότερες νίκες αναμένεται να λάβει καινούργιους γείτονες και επίσης εντοπίζεται ο πιο μακρινός άμεσος τοπολογικός γείτονας του επιλεγμένου νευρώνα. Το GG χρησιμοποιεί ένα ορθογώνιο πλέγμα το οποίο διατηρείται κατα την μεγένθυση. Αν αυτοί οι δύο νευρώνες είναι στην ίδια σειρά , θα προστεθεί μεταξύ τους μια νέα στήλη, με αποτέλεσμα να επηρεασθούν νευρώνες απο άλλες γραμμές. Αν είναι στην ίδια στήλη ,προστίθεται μια νέα σειρά μεταξύ τους, με αποτέλεσμα να επηρεασθούν νευρώνες απο άλλες στήλες.

Στη περίπτωση του GNG παρατηρούμε έναν αντίστοιχο τρόπο σκέψης με την περίπτωση του GC. Παρατάυτα , σε αυτή τη περίπτωση η ηλικιακή παράμετρος ανατίθεται στις συνδέσεις μεταξύ των νευρώνων. Επομένως ,το GNG προσθέτει και αφαιρεί συνδέσεις με βάση την επιλογή των νευρώνων. Το GNG επίσης έχει τη δυνατότητα να επιτυγχάνει διαμορφώσεις μεταξύ πολλάπλών δικτύων (δεδομένου οτι το πλέγμα μπορεί να διαχωρισθει)





2.9.Παράδειγμα χαρτογράφησης με GNG(αρχικό τελικο).Παρατηρούμε οτι το πλέγμα διαχωρίζεται σε πολλα πλέγματα προκειμένου να πάρει τη μορφή της εισόδου και οτι ο αριθμός των νευρώνων δεν είναι σταθερός

Ενα απο τα μεγαλύτερα μειονεκτήματα του GNG οπως επίσης και για τις άλλες αυξητικές μεθόδους είναι οτι ο αριθμός των νευρώνων συνεχώς αυξάνεται. Αυτό εν μέρει αντισταθμίζεται απο μία επέκταση του GNG, το $GNG-U$ (growig neural gas with utility) το οποίο εμπεριέχει την αφαίρεση κόμβων το οποίο βασίζεται σε κριτήρια χαμηλής πυκνότητας προτύπων εισόδου ΄κάτω΄ απο τον δεδομένο (προς αφαίρεση) νευρώνα. Το πρόβλημα αυτών των μεθόδων είναι οτι δεν παρουσιάζουν αυξητική μάθηση.

2.4.2 ESOINN

Το ESOINN (enhanced Self organizing Incremental Neural Network)(Furao ,Ogura and Hasegawa 2007) αντιπροσωπευει αυξητικές αρχιτεκτονικές , οι οποίες έχουν εν μέρει επηρεασθεί απο το GNG και το $GNG-U$. Με βάση τους συγγραφείς του $ESOINN$,το συγκεκριμένο σύστημα αντιμετωπιζεί το δίλημμα σταθερότητας-ελαστικότητας με το να παρέχει τη δυνατοτητα διατήρησης της γνώσης απο πρότυπα τα οποία έχει ήδη μάθει(σταθεροτητα) ενώ ταυτόχρονα μπορεί να προσαρμοσθεί σε και να μαθει νέα πρότυπα στα οποία δεν έχει ακόμα εκτεθεί (ελαστικότητα). Το $ESOINN$ προσδιορίζει συστάδες κατα την εκτέλεση με το να ενώνει μαζι υποομαδες για να δημιουργήσει μεγαλύτερες συστάδες. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα όταν υπάρχει επικάλυψη σε πολλαπλές συστάδες,αυτή μπορεί να εντοπισθεί και να διαχωρισθεί αποτελεσματικά.

Συνήθως με τις αυξανόμενες αρχιτεκτονικές , το δίκτυο μεγαλώνει με την προσθήκη των νευρώνων σε επαρκώς πυκνές περιοχές του χώρου εισόδου . Στο $ESOINN$, προστίθενται νευρώνες όταν το το παρών πρότυπο εισόδου είναι επαρκώς μακριά από τον πλησιέστερο σε αυτό νευρώνα. Ένας νέος νευρώνας προστίθεται στο δίκτυο που έχει το ίδιο (όχι παρόμοιο) διάνυσμα αναφοράς με την είσοδο.

Το $ESOINN$ αποφασίζει για την πρόσθεση ενός νεου νευρώνα βασιζόμενο σε ένα κατώφλι ομοιότητας. Ουσιαστικά αποτελεί ένα δυναμικό μέτρο απόστασης το οποίο υπολογίζεται με βαση την απόσταση των γειτόνων του νευρώνα ή εαν δεν υπάρχουν γείτονες, απο των υπόλοιπων νευρώνων του δικτύου. Οταν ένα δεδομένο εισόδου παρουσιάζεται στο δίκτυο ο πρώτος και ο δεύτερος νικητής (ή αλλίως η μονάδα βέλτιστου ταιριάσματος και δεύτερου καλύτερου ταιριάσματος) προσδιορίζονται. Κατόπιν το δίκτυο αποφασίζει αν μια σύνδεση μεταξύ του νικητή και του δεύτερου πρέπει να δημιουργηθεί ή αν υπάρχει ήδη.

Στο σύστημα αυτο η γνώση της πυκνότητας νευρώνων σε μια δεδομένη περιοχή του χώρου εισόδου είναι κρίσιμης σημασίας για την εκτέλεση καθηκόντων , όπως η δημιουργία συνδέσεων μεταξύ των νευρώνων και η ανίχνευση επικαλύψεων σε συστάδες. Με το να είναι σε θέση να μετρήσει την πυκνότητα , το δίκτυο μπορεί να καθορίσει αν ενα συγκεκριμένο τμήμα του χώρου εισόδου είναι μέρος ενός ενιαίου σύμπλεγματος ή ενός επικαλυπτόμενου τμήματος. Μετά την ανίχνευση των επικαλυπτόμενων περιοχών, οι συνδέσεις μεταξύ των νευρώνων διαφορετικών υποκατηγοριών αφαιρούνται.

Αυτό διαχωρίζει τις υποκλάσσεις που ανήκουν σε διαφορετικές σύνθετες κλάσεις. Αυτή η διαδικασία εκτελείται σε τακτά διαστήματα όπου ο αριθμός των εισόδων που παρουσιάζεται στο δίκτυο είναι ομοιόμορφα διαχωρίσιμοςαπο μια δεδομένη τιμή ενος ακεραίου.

2.5. Ο αλγόριθμος EM (Expectation - Maximization)

Ο αλγόριθμος EM είναι μια πολύ γενική μέθοδος για την επίλυση προβλημάτων υπολογισμού μέγιστης πιθανότητας(Maximum Likelihood (ML)). Αποτελεί μια αποτελεσματική επαναληπτική διαδικασία για τον υπολογισμό τέτοιου είδους προβλημάτων παρουσία κρυμμένων δεδομένων. Στην εκτίμηση ML θέλουμε να προσδιορίσουμε το μοντέλο παραμέτρων στο οποίο τα παρατηρούμενα δεδομένα είναι πιο πιθανό να ανήκουν. Κάθε επανάληψη του αλγορίθμου EM αποτελείται από δύο διαδικασίες : Το E - βήμα και το M- βήμα.

Στο βήμα E (-expectation) εκτιμούνται τα κρυμμένα δεδομενα με βάση

τα παρατηρούμμενα δεδομένα και την τρέχουσα εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου. Αυτό επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας την υπο συνθηκη παρούσα προσδοκία.

Κατα το βήμα M (- maximization) η συνάρτηση πιθανότητας μεγιστοποιείται υπο την υπόθεση οτι τα δεδομένα που λείπουν (κρυφά) είναι γνωστά. Η εκτίμηση των ελλειπόντων δεδομένων από το E - βήμα χρησιμοποιείται στη θέση των πραγματικών δεδομένων που λείπουν. Η σύγκλιση είναι εξασφαλισμένη δεδομένου ότι ο αλγόριθμος είναι είναι εγγυημένο οτι θα αυξήσει τη πιθανότητα σε κάθε επανάληψη.

Για κάθε κρυφό δεδομένο δηλαδή ο αλγόριθμος προσδιορίζει με βάση κάποια πιθανότητα την (ή τις) κατανομή στην οποία αυτό είναι πιθανότερο να ανήκει (βημα E), και κατόπιν με βάση αυτά τα δεδομένα , επαναπροσδιορίζονται οι αντιστοιχες νέες θέσεις της κάθε κατανομής (βημα M). Παρακάτω εξετάζουμε τον αλγόριθμο με μεγαλύτερη λεπτομέρεια.

Εστω $\mathbf{X}$ ένα τυχαίο διάνυσμα. Θέλουμε να βρούμε ϑ τέτοιο ωστε να μεγιστοποιούμε τη πιθανότητα $P(\mathbf{X}|\theta)$. Αυτο αποτελεί την εκτίμηση μέγιστης πιθανότητας για το ϑ. Προκείμενου να υπολογίσουμε το ϑ ,είναι συνηθισμένο να εισάγουμε την λογαριθμική συνάρτηση πιθανότητας η οποία ορίζεται ως:

$$L(\theta) = lnP(\mathbf{X}|\theta) \tag{28}$$

Η συνάρτηση πιθανότητας θεωρείται οτι είναι μια συνάρτηση της παραμέτρου ϑ με δεδομένο το διάνυσμα $\mathbf{X}$. Εφόσον η $ln(x)$ είναι μια γνησιως αύξουσα συνάρτηση , η τιμή του ϑ η οποία μεγιστοποιεί το $P(\mathbf{X}|\theta)$ θα μεγιστοποιεί επίσης και το $L(\theta)$.

Ο αλγόριθμος EM αποτελεί μια επαναληπτική μέθοδο για να μεγιστοποιήσουμε το $L(\theta)$. Υποθέτουμε οτι μετα την n-οστή επανάληψη η παρούσα εκτιμηση για το θ δίνεται απο το θ_n. Εφόσον στόχος είναι η μεγιστοποίηση του $L(\theta)$,θέλουμε να υπολογίσουμε μια νέα εκτίμηση για το θ ετσι ώστε

$$L(\theta) > L(\theta_n) \tag{29}$$

Ισοδύναμα θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε τη διαφορά

$$L(\theta) - L(\theta_n) = P(\mathbf{X}|\theta) - P(\mathbf{X}|\theta_n) \tag{30}$$

Μέχρι στιγμής δέν έχουμε συμπεριλάβει καθόλου τυχών μη παρατηρούμενα ή ελλειπούντα δεδομένα. Σε προβλήματα όπου υπάρχουν τέτοια δεδομένα ,ο EM παρέχει ένα ΄φυσικό΄ περιβάλλον για να συμπεριληφθολυν. Εναλλακτικά , οι κρυφές μεταβλητες μπορούν να εισαχθούν καθαρά σαν ένα τέχνασμα για να μπορέσουμε να προσδιορίσουμε την εκτιμηση μεγιστης πιθανότητας του ϑ.

Σε κάθε περίπτωση, ορίζουμε το κρυμμένο τυχαίο διάνυσμα $\mathbf{Z}$ και έστω μια εκδοχη του $\mathbf{z}$.Η συνολική πιθανότητα $P(\mathbf{X}|\theta)$ μπορεί να γραφει ως προς τις κρυφές μεταβλητές σαν :

$$P(\mathbf{X}|\theta) = \sum_z P(\mathbf{X}|\mathbf{z},\theta)P(\mathbf{z}|\theta) \tag{31}$$

Εδώ μπορούμε να ξαναγράψουμε την (30) ως εξής:

$$L(\theta) - L(\theta_n) = ln(\sum_z P(\mathbf{X}|\mathbf{z},\theta)P(\mathbf{z}|\theta)) - lnP(\mathbf{X}|\theta_n) \tag{32}$$

Παρατηρούμε οτι η έκφραση περιλαμβάνει τον λογάριθμο ενος αθροίσματος.Επίσης μπορούμε να δείξουμε την ακόλουθη έκφραση:

$$ln\sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i >= \sum_{i=1}^{n} \lambda_i ln(x_i) \tag{33}$$

για στάθερες $\lambda_i >= 0$ με $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$. Αυτό μπορεί να εφαρμοσθεί στη παραπάνω εξίσωση εφόσον προσδιορίσουμε ποιες είναι οι λ_i. Θα θέσουμε τις σταθερές στη μορφή $P(\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n))$. Εφόσοσον η $P(\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n))$ αποτελεί πιθανοτικο μέτρο,θα είναι θετική ή ιση του μηδενος και επίσης θα είναι $\sum_z P(\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n) = 1$ όπως απαιτείται.

Με βάση τα παραπάνω θα έχουμε:

$$\begin{aligned}
L(\theta) - L(\theta_n) &= ln(\sum_z P(\mathbf{X}|\mathbf{z},\theta)P(\mathbf{z}|\theta)) - lnP(\mathbf{X}|\theta_n) \\
&= ln(\sum_z P(\mathbf{X}|\mathbf{z},\theta)P(\mathbf{z}|\theta)\frac{P(\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n)}{P(\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n)}) - lnP(\mathbf{X}|\theta_n) \\
&>= \sum_z P(\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n)ln(\frac{P(\mathbf{X}|\mathbf{z},\theta)P(\mathbf{z}|\theta)}{P(\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n)}) - lnP(\mathbf{X}|\theta_n) \\
&= \sum_z P(\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n)ln(\frac{P(\mathbf{X}|\mathbf{z},\theta)P(\mathbf{z}|\theta)}{P(\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n)P(\mathbf{X}|\theta_n)})
\end{aligned} \tag{34}$$

και θα ονομάσουμε το τελικό αποτέλεσμα $\Delta(\theta|\theta_n)$. Αξίζει να σημειωθεί οτι για την μετάβαση απο την προτελευταία στη τελευταία σχέση της (34) χρησιμοποιηθηκε το γεγονος οτι $\sum_z P(\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n) = 1$ ετσι ώστε $lnP(\mathbf{X}|\theta_n) = \sum_z P(\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n)lnP(\mathbf{X}|\theta_n)$ το οποίο επιτρέπει στον όρο $lnP(\mathbf{X}|\theta_n)$ να μπεί στο άθροισμα. Συνεχίζουμε γράφοντας:

$$L(\theta) >= L(\theta_n) + \Delta(\theta|\theta_n) \tag{35}$$

και για χάρην ευκολίας ορίζουμε:

$$l(\theta|\theta_n) = L(\theta_n) + \Delta(\theta|\theta_n) \tag{36}$$

Ετσι η 11 ορίζεται ως

$$L(\theta) >= l(\theta|\theta_n) \tag{37}$$

Ετσι εχουμε μια συνάρτηση $l(\theta|\theta_n)$ η οποία είναι ανω φραγμενη απο την συνάρτηση πιθανότητας $L(\theta)$. Επιπλέον παρατηρούμε οτι μετα απο πράξεις καταλήγουμε στη σχέση:

$$l(\theta_n|\theta_n) = L(\theta_n) \tag{38}$$

και επομένως για $\theta = \theta_n$ οι δύο συναρτήσεις ταυτίζονται.

Στόχος μας είναι να διαλέξουμε τιμές για το ϑ τέτοιες ώστε να μεγιστοποιείται το $L(\theta)$. Εχουμε δείξει οτι η συνάρτηση $l(\theta|\theta_n)$ είναι ανω φραγμένη απο τη $L(\theta)$ και επίσης οτι οι τιμές των δυο αυτών συναρτήσεων είναι ισες όταν $\theta = \theta_n$. Επομένως οποιοδήποτε ϑα αυξάνει την την l , ϑα αυξάνει και την L. Προκειμένου να επιτύχουμε τη μεγλύτερη δυνατή αύξηση της τιμης της L ο αλγόριθμος ΕΜ διαλέγει ϑ τέτοιο ώστε η l να μεγιστοποιείται. Αυτό αποτελεί τη νεα τιμη θ_{n+1}

Πιο τυπικά έχουμε:

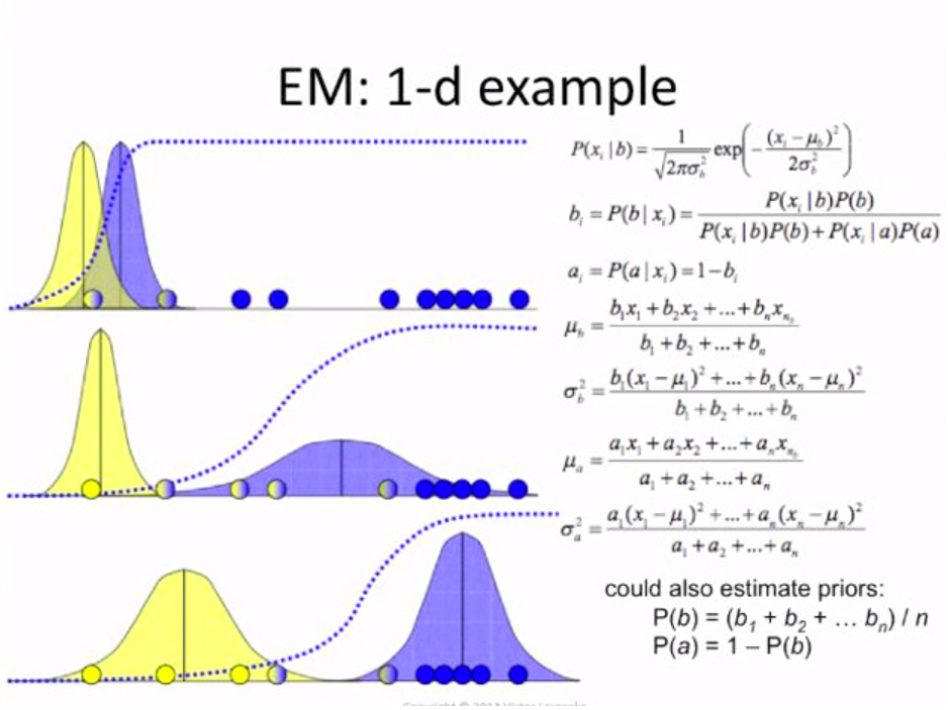
$$\theta_{n+1} = argmax_\theta(l(\theta|\theta_n)) = argmax_\theta(L(\theta_n) + \sum_z P(\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n) ln(\frac{P(\mathbf{X}|\mathbf{z},\theta)P(\mathbf{z}|\theta)}{P(\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n)P(\mathbf{X}|\theta_n)})) \tag{39}$$

διαγραφουμε τους σταθερους ορους ως προς ϑ και:

$$\begin{aligned} &= argmax_\theta(\sum_z P(\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n) ln(P(\mathbf{X}|\mathbf{z},\theta)P(\mathbf{z}|\theta))) \\ &= argmax_\theta(\sum_z P(\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n) ln(\frac{P(\mathbf{X},\mathbf{z},\theta)}{P(\mathbf{z},\theta)} \frac{P(\mathbf{z},\theta)}{P(\theta)})) \\ &= argmax_\theta(\sum_z P(\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n) ln P(\mathbf{X},\mathbf{z}|\theta)) \\ &= argmax_\theta(E_{\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n}[ln P(\mathbf{X},\mathbf{z}|\theta_n)]) \end{aligned} \tag{40}$$

Επομένως ο αλγόριθμος εμπεριέχει τα ακόλουθα βήματα:

1. βημα-Ε: Υπολογισμός της υπο συνθήκη προσδοκίας $E_{\mathbf{z}|\mathbf{X},\theta_n}[ln P(\mathbf{X},\mathbf{z}|\theta_n)]$.
2. βημα-Μ: Μεγιστοποίηση αυτης της έκφρασης ως προς το ϑ



2.10.Παράδειγμα εφαρμογής του αλγορίθμου στη μια διάσταση. Παρατηρούμε την προσαρμογή των παραμέτρων των κατανομών ανάλογα με τα δεδομένα και μετα την επαναπροσαρμογή των δεδομένων με βάση την πιθανοτητα για την καθε κατανομή

Σε αυτό το σημείο είναι λογικό να αναρωτηθούμε τι κερδίσαμε δεδομένου οτι απλα αλλάξαμε το ζητημα της μεγιστοποίησης του $L(\theta)$ με αυτο της μεγιστοποίησης του $l(\theta|\theta_n)$. Η απάντηση κρύβεται στο γεγονός οτι η l λαμβάνει υπόψιν της και τα ελλειπούντα δεδομένα $\mathbf{Z}$. Στη περίπτωση όπου επιθυμούμε να υπολογίσουμε αυτές τις μεταβλητές, ο EM αλγόριθμος παρέχει ενα πλαίσιο για να γίνει αυτο. Επίσης, ενδέχεται να παρουσιαστούν τέτοιες κρυφές μεταβλητές που η μεγιστοποίηση της $L(\theta|\theta_n)$ να απλοποιείται λόγω της γνωσης αυτών.[12][13]

Συνολικά ο αλγοριθμος EM αποτελεί μια ιδιαίτερα χρήσιμη μέθοδο δεδομένου οτι είναι βέβαιο οτι θα συγκλίνει, καθώς και επειδή είναι αρκετά γρήγορος. Απο την αλλη , έχει το μειονέκτημα οτι βρίσκει τοπικά βέλτιστες λύσεις , καθώς και οτι είναι λόγω αυτου ιδιαίτερα ευαίσθητος στην αρχικοποίηση των παραμέτρων του.[14]

2.6. Support Vector Machines(SVM)

Οι μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης (SVM) αποτελούν δυαδικές μηχανές οι οποίες κατασκευάζουν ένα υπερεπίπεδο ώς επιφάνεια απόφασης (επιφάνεια δηλαδή που χωρίζει δύο κλάσεις προτύπων, εδω θετικές και αρνητικές) με τρόπο ωστε το περιθώριο διαχωρισμού (μεταξύ των δύο κλάσεων) να μεγιστοποιείται. Αυτή η ιδέα επεκτείνεται ετσι 'ωστε να καλύπτει και την περίπτωση μη γραμμικά διαχωρήσιμων προτύπων.[1]

Το πιό απλό μοντέλο μηχανής διανυσμάτων υποστήριξης , το οποίο ήταν επίσης το πρώτο , είναι ο επονομαζόμενος ταξινομητής μέγιστου περιθωρίου (maximal margin classifier). Ο συγκεκριμένος ταξινομητής δουλεύει μόνο για δεδομένα τα οποία είναι γραμμικά διαχωρίσιμα ,δηλαδή δεδομένα τα οποία είναι επαρκώς διαχωρισμένα το ενα απο το άλλο ετσι ώστε να διασφαλίζεται οτι η επιφάνεια αποφασης είναι υπερεπίπεδο, στο χώρο των χαρακτηριστικών και επομένως δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε πολλές περιπτώσεις. Παρ'ολα αυτα, λόγω της απλότητας του είναι ο πιο εύκολος αλγόριθμος για να κατανοηθεί και ταυτόχρονα παρουσιάζει τις πιο σημαντικές ιδιότητες μιας τέτοιου τύπου μηχανης.[5]

Ορίζουμε τα δεδομένα εκπαίδευσης ως $[\mathbf{x}_i, y_i], i = 1, ..., l, y_i \epsilon \{-1, 1\}, \mathbf{x}_i \epsilon \mathbf{R}^d$. Υποθέτουμε οτι έχουμε κάποιο υπερεπίπεδο το οποίο διαχωρίζει τα δεδομένα των θετικών απο αυτα των αρνητικών δεδομένων. Τα σημεία $\mathbf{x}$ που βρίσκονται στο υπερεπίπεδο ικανοποιούν τη σχέση $\mathbf{wx} + b = 0$ όπου το $\mathbf{w}$ ορίζει το υπερεπίπεδο και $b/||\mathbf{w}||$ αποτελεί την κάθετη απόσταση απο το υπερεπίπεδο μέχρι το σημείο αναφοράς, με $||\mathbf{w}||$ να αποτελεί την ευκλίδεια νορμα του $\mathbf{w}$. Εστω $d_+(d_-)$ η μικρότερη απόσταση απο το διαχωριστικό επίπεδο στο κοντινότερο θετικό (αρνητικό) παράδειγμα. Ορίζουμε το 'διάκενο' του διαχωριστικού επιπέδου να είναι $d_+ + d_-$. Για την γραμμικά διαχωρίσιμη περίπτωση ο αλγόριθμος SVM απλά ψάχνει για το διαχωριστικό επίπεδο με το μεγαλύτερο διάκενο. Αυτό μπορεί να γραφεί μαθηματικά ως εξής: Εστω οτι όλα τα δεδομένα εκπάιδευσης ικανοποιούν τους ακόλουθους περιορισμούς:

$$\mathbf{x_i w} + b >= +1 \quad for \quad y_i = +1 \tag{41}$$

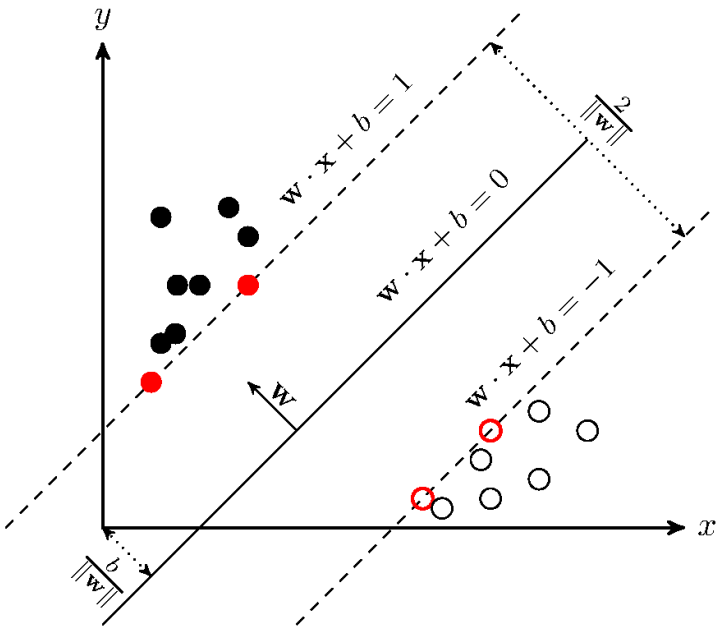
$$\mathbf{x_i w} + b <= -1 \quad for \quad y_i = -1 \tag{42}$$

Αυτοι μπορούν να συνδυασθούν σε μια ανισότητα ως εξής:

$$y_i(\mathbf{x_i w} + b) - 1 >= 0 \quad \forall i \tag{43}$$

Τωρα ,ας θεωρήσουμε τα σημεία για τα οποία ισχύει η ισότητα της ανισότητας (41)(το να ζητάμε να υπάρχει ενα τέτοιο σημείο ισοδυναμεί με να προσδιορίζουμε κατάλληλες τιμές για τα $\mathbf{w}$ και b). Αυτά τα σημεία βρίσκονται

στο υπερεπίπεδο $H_1 : \mathbf{x_i w} + b = +1$ με απόσταση απο το σημείο αναφοράς ίση με $|1 - b|/||\mathbf{w}||$. Αντίστοιχα , τα σημεία για τα οποία η (42) ισχύει ως ισότητα βρίσκονται στο υπερεπίπεδο $H_2 : \mathbf{x_i w} + b = -1$ με απόσταση απο το σημείο αναφοράς ίση με $| - 1 - b|/||\mathbf{w}||$. Επομένως $d_+ = d_- = 1/||\mathbf{w}||$ και το διάκενο είναι απλά ισο με $2/||\mathbf{w}||$. Αξίζει να σημειωθει οτι τα H_1 και H_2 είναι παράλληλα καθως και οτι δεν υπάρχουν σημεία δεδομένων εκπαίδευσης μεταξύ τους. Επομένως μπορούμε να βρουμε το ζεύγος των υπερεπιπέδων τα οποία μεγιστοποιούν το διάκενο ,με το να ελαχιστοποιήσουμε τον όρο $||\mathbf{w}||^2$,δεδομένων των περιορισμών της σχέσης (43)



2.11.Βλέπουμε τη λύση μιας τυπικής δισδιάστατης περίπτωσης. Τα σημεία εκπαίδευσης για τα οποία ισχύουν οι συνθηκες ισότητας των περιορισμων ονομαζονται διανύσματα υποστήριξης. Παρατηρούμε οτι η αλλάγη των συντεταγμενων τους θα αλλάξει και τη λύση

Θα δούμε τώρα σε μια διαφορετική διατύπωση του προβλήματος (με χρήση *Lagrangians*) . Υπάρχουν δύο λόγοι για να γίνει αυτό. Αρχικά οι παραπάνω περιορισμοί θα αντικατασταθούν απο τους πολλαπλασιαστές *Lagrange* και ετσι θα είναι πολυ ευκολότερο να τους χειριστούμε. Επίσης, σε αυτή την αναδιατύπωση του προβλήματος , τα δεδομένα εκπαίδευσης θα εμφανιστούν μόνο με τη μορφή γινομένων μεταξύ διανυσμάτων. Αυτή αποτελεί μια κρίσιμη ιδιότητα η οποία μας επιτρέπει να γενικεύσουμε την διαδικασία για τη μη γραμ-

μική περίπτωση.

Επομένως ,εισάγουμε τους θετικούς πολλαπλασιαστές $Lagrange$ $\alpha_i, i = 1, ..., l$ ένα για κάθε περιορισμό της σχέσης περιορισμων (43). Ο κανόνας λέει οτι για περιορισμούς της μορφής $c_i >= 0$,οι σχέσεις περιορισμών πολλαπλασιάζονται με θετικούς πολλαπλασιαστές και αφαιρούνται απο την αντικειμενική συνάρτηση,για να σχηματισθεί η $Lagrangian$. Για περιορισμούς τυπου ισότητας ,οι πολλαπλασιασές δεν έχουν κάποιον περιορισμό. Απο τα παραπάνω προκύπτει:

$$L_P = \frac{1}{2}||\mathbf{w}||^2 - \sum_{i=1}^{l} \alpha_i y_i (\mathbf{x}_i \mathbf{w} + b) + \sum_{i=1}^{l} \alpha_i \tag{44}$$

Τώρα επομένως πρέπει να ελαχιστοποιήσουμε την L_P ως προς τα $\mathbf{w}, b$ και ταυτόχρονα να απαιτήσουμε οτι οι παράγωγοι της L_P ως προς όλα τα α_i να μηδενιστούν υπο τον περιορισμό $\alpha_i >= 0$ (Εστω οτι αυτο το σετ περιορισμών ονομάζεται C_1). Αυτο αποτελεί ενα convex quadratic programming problem ,αφού η αντικειμενική συνάρτηση είναι απο μόνη της κυρτή και τα σημεια τα οποία ικανοποιούν τους περιορισμους επίσης σχηματίζουν ένα κυρτό συνολο (οποιοσδήποτε γραμμικός περιορισμός ορίζει ένα κυρτο σύνολο, και N γραμμικοί περιορισμοί ορίζουν μια τομή N κυρτών συνόλων ,η οποία αποτελεί επίσης κυρτο σύνολο). Αυτο σημαίνει οτι μπορούμε ισοδύναμα να λύσουμε το ακόλουθο δυαδικό πρόβλημα: Μεγιστοποίηση του L_P καθώς υπόκειται στους περιορισμούς για τους οποίους η κλίση του L_P ως προς το $\mathbf{w}$ και το b μηδενίζεται και υποκειται επίσης στους περιορισμους όπου $\alpha_i >= 0$(εστω οτι αυτο το συνολο περιορισμών αποτελεί το C_2). Η συγκεκριμένη δυαδική διαμόρφωση του προβλήματος έχει την ιδιοτητα οτι το μέγιστο L_P δεδομένου του C_2 προκυπτει για τις ίδιες τιμές $\mathbf{w}$,b και α,με αυτές για τις οποίες έχουμε το ελάχιστο L_P υπο τις $C1$.

Απαιτώντας να μηδενιστεί η κλίση ως προς τα $\mathbf{w}$ και b παίρνουμε:

$$\mathbf{w} = \sum_i \alpha_i y_i \mathbf{x}_i \tag{45}$$

$$\sum_i \alpha_i y_i = 0 \tag{46}$$

Εφόσον αυτές αποτελούν τους περιορισμους ισότητας της δυαδικής φόρμας, μπορούμε να τις αντικαταστήσουμε στην εξίσωση (44) και να πάρουμε:

$$L_D = \sum_i \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j y_i y_j \mathbf{x}_i \mathbf{x}_j \tag{47}$$

Παρατηρούμε οτι δώσαμε στη $Lagrangian$ την ετικέτα D (πριν είχαμε P για $primal$ τωρα D για $dual$) για να τονίσουμε οτι οι δυο διατυπωσεις είναι διαφορετικές : οι L_P, L_D προκύπτουν απο την ίδια αντικειμενική συναρτηση αλλα με διαφορετικους περιορισμούς, και η λύση βρίσκεται είτε με την ελαχιστοποίηση της L_P είτε με την μεγιστοποίηση της L_D. Παρατηρούμε επίσης οτι αν διατυπώσουμε το πρόβλημα με $b = 0$ το οποίο σημαίνει οτι ολα τα υπερεπίπεδα θα περιέχουν το σημείο ανάφορας , ο περιορισμός (46) δεν θα εμφανισθεί. Αυτό αποτελεί ενα μικρό περιορισμό για χώρους υψηλών διαστάσεων δεδομένου οτι συνεπάγεται τη μείωση των βαθμών ελευθερίας κατα ενα.

Απο τα παραπάνω προκύπτει οτι η εκπαίδευση της μηχανής διανυσμάτων υποστήριξης για την γραμμικως διαχωρίσιμη περίπτωση προκύπτει απο τη μεγιστοποίηση του όρου L_D ως προς τα α_i υπο τους περιορισμους της (46) για θετικά α_i με λύση η οποία δίνεται απο την(45). Βλέπουμε οτι υπάρχει ενας πολλαπλασιαστής $Lagrange$ για κάθε σημείο εκπαίδευσης. Στη λύση ,αυτά τα σημεία για τα οποία $\alpha_i > 0$ ονομάζονται διανυσματα υποσήριξης και βρίσκονται σε κάποιο απο τα υπερεπίπεδα H_1, H_2. Ολα τα άλλα σημεία έχουν $\alpha_i = 0$ και βρίσκονται είτε στο H_1 ειτε στο H_2 είτε σε αυτή τη μερία των H_1, H_2 για την οποία ισχύουν οι αρχικοί ανισοτικοί περιορισμοί. Για τις μηχανές αυτές τα διανύσματα υποστήριξης αποτελούν κρίσιμα συστατικά στοιχεία του συνόλου εκπαίδευσης. Βρίσκονται πιο κοντά στο οριο της απόφασης: Αν ολα τα υπολοιπα σημεία του συνόλου εκπαίδευσης εξαφανιστουν και η φάση εκπαίδευσης επαναληφθεί απο την αρχή , θα προκύψει το ίδιο υπερεπίπεδο.

Εδώ πρέπει να σημειωθεί οτι οι συνθήκες Karush-Kuhn-Tucker παίζουν εναν κεντρικό ρόλο τόσο στη θεωρία όσο και στην πρακτική της βελτιστοποίησης υπο περιορισμούς. Για το πρωτεύων πρόβλημα παραπάνω χρησιμοποιήθηκαν οι ακόλουθές KKT συνθήκες:

$$\frac{\partial L_P}{\partial w_v} = w_v - \sum_i \alpha_i y_i x_{iv} = 0 \quad , v = 1, .., d \tag{48}$$

$$\frac{\partial L_P}{\partial b} = -\sum_i \alpha_i y_i = 0 \tag{49}$$

$$y_i(\mathbf{x}_i \mathbf{w} + b) - 1 >= 0 \quad i = 1...l \tag{50}$$

$$\alpha_i >= 0 \quad \forall i \tag{51}$$

$$\alpha_i(y_i(\mathbf{w}\mathbf{x}_i + b) - 1) = 0 \quad \forall i \tag{52}$$

Οι συνθήκες KKT ικανοποιούνται στη λυση οποιουδήποτε προβλήματος βελτιστοποίησης,(κυρτού ή μη) με οποιοδήποτε τύπο περιορισμών , δεδομένου

οτι η τομή του συνόλου των εφικτών κατευθήνσεων με το σύνολο των καθοδικών κατευθύνσεων συμπίπτει με την τομή του συνόλου των εφικτών κατευθύνσεων για γραμμικοποιημένους περιορισμούς με το σύνολο των καθοδικών κατευθύνσεων. Αυτή η μάλλον τεχνική υπόθεση της κανονικότητας ισχύει για όλες τις μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης , δεδομένου ότι οι περιορισμοί είναι πάντα γραμμικοί. Επιπλέον, το πρόβλημα των SVM είναι κυρτό , και για κυρτά προβληματαοι συνθήκες KKT είναι αναγκαίες και επαρκείς για τα $\mathbf{w}, b, \alpha$ να είναι λύσεις. Έτσι, η επίλυση του προβλήματος SVM είναι ισοδύναμη με την εύρεση μιας λύσης για τις συνθήκες KKT . Το γεγονός αυτό οδηγεί σε διάφορες προσεγγίσεις για την εύρεση της λύσης.

Βλέπουμε οτι μέχρι στιγμής αυτό που έχουμε κάνει είναι να μετατρέψουμε το προβλημα σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης όπου οι περιορισμοί είναι περισσότερο διαχειρίσιμοι απότι στην περίπτωση του αρχικού προβλήματος. Η ευρεση λύσης για πραγματικά προβληματα τέτοιου είδους συνήθως απαιτεί αριθμητικές μεθόδους. Παρακάτω θα δούμε πως γενικεύεται η μέθοδος για μη γραμμικά διαχωρίσιμα πρότυπα.

Προκειμένου οι μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης να μπορέσουν να χρησιμοποιηθουν σε δεδομένα τα οποία δεν είναι γραμμικά διαχωρίσιμα , εφαρμόζεται μια σχετικά παλιά μέθοδος η οποία ομως είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική. Αρχικά παρατηροούμε οτι ο μόνος τρόπος με τον οποίο εμφανίζονται τα δεδομένα στο πρόβλημα εκπαίδευσης είναι μέσω του γινομένου $\mathbf{x_i x_j}$. Ας υποθέσουμε τώρα οτι εκφράζαμε τα δεδομένα σε κάποιο άλλο (πιθανώς απειροδιάστατο) Ευκλείδειο χώρο H χρησιμοποιώντας μια εκφραση η οποία καλείται Φ ετσι ώστε:

$$\Phi : R^d \longmapsto H \tag{53}$$

Τότε , οπως είναι λογικό ο αλγόριθμος εκπαίδευσης θα εξαρτάται απο το γινόμενο των συναρτήσεων στον H δηλαδή απο τις συναρτήσεις στη μορφή $\Phi(\mathbf{x_i})\Phi(\mathbf{x_j})$. Τωρα , θεωρόντας μια συνάρτηση πυρήνα K τέτοια ώστε $K(\mathbf{x_i x_j}) = \Phi(\mathbf{x_i})\Phi(\mathbf{x_j})$ θα χρειαζόταν στον αλγόριθμο εκπαιδευσης να χρησιμοποιήσουμε μόνο την K,χωρίς να χρειάζεται καν να ξέρουμε μεμονωμένα ποια είναι η Φ.Για παράδειγμα στην περίπτωση όπου

$$K(\mathbf{x_i x_j}) = e^{-||\mathbf{x_i}-\mathbf{x_j}||^2/2\sigma^2} \tag{54}$$

το H είναι απειροδιάστατο , και επομένως δεν θα ήταν ιδιαίτερα εύκολο να δουλέψουμε με τις συναρτήσεις Φ . Παρ΄όλα αυτα αν τα $\mathbf{x_i x_j}$ αντικατασταθούν απο το $K(\mathbf{x_i x_j})$ παντού στον αλγόριθμο εκπαίδευσης , αυτός θα είναι σε θεση να παράξει ένα SVM το οποίο βρίσκεται σε έναν απειροδιάστατο χώρο και μάλιστα σε περίπου ίδιο χρόνο. Για αυτές τις περιπτώσεις ολα όσα αναφεραμε παραπάνω

ισχύουν , εφόσον ακόμα πραγματοποιούμε γραμμικό διαχωρισμό απλα σε άλλον χώρο.

Το ερώτημα εδω είναι πως χρησιμοποιούμε μια τέτοια μηχανη. Αλλωστε το επίπεδο(που προσδιορίζεται απο το $\mathbf{w}$) θα βρίσκεται και αυτό στον χώρο H, αλλα στη φάση ελέγχου το SVM χρησιμοποιείται υπολογίζοντας το γινόμενο ενος προτύπου ελέγχου $\mathbf{x}$ με το $\mathbf{w}$ ή πιο συγκεκριμένα υπολογίζοντας το:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N_S} \alpha_i y_i \Phi(\mathbf{s_i})\Phi(\mathbf{x}) + b = \sum_{i=1}^{N_S} \alpha_i y_i K(\mathbf{s_i}, \mathbf{x}) + b \tag{55}$$

όπου $\mathbf{s_i}$ αποτελούν τα διανύσματα υποστήριξης. Επομενως μπορούμε ξανα να αποφύγουμε τον μεμονωμένο υπολογισμό του $\Phi(\mathbf{x})$, και αντ αυτου να χρησιμοποιήσουμε τον αντίστοιχο πυρήνα.

Ας υποθέσουμε οτι ο χωρος στον οποίο βρίσκονται τα δεδομένα ονομάζεται L. Εδω αξίζει να σημειωθεί οτι μαζι με το γεγονός οτι το $\mathbf{w}$ πλέον βρίσκεται στον H δεν υπάρχει γενικά κάποιο διάνυσμα του L το οποίο μέσω της Φ να εμφανίζεται στο $\mathbf{w}$. Εαν υπήρχε η $f(\mathbf{x})$ απο παραπάνω θα μπορούσε να υπολογισθεί σε ένα βημα και να αποφευχθει το αθροισμα.

Γενικά καποιοι απο τους πρώτους πυρήνες που διερευνήθηκαν για το πρόβλημα της αναγνώρισης προτύπων είναι οι ακόλουθοι:

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{xy} + 1)^p \tag{56}$$

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = e^{-||\mathbf{x}-\mathbf{y}||^2/2\sigma^2} \tag{57}$$

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = tanh(k\mathbf{xy} - \delta) \tag{58}$$

$$\tag{59}$$

Τέλος πρέπει να σημειωθεί οτι γενικά τα SVM είναι δυαδικοί ταξινομητές αλλα μπορούν πολύ ευκολα να συνδυαστούν για να αξιοποιηθούν σε περίπτωση πολλών κλάσσεων. Μια απλή αλλα αποτελεσματική περίπτωση συνδυασμού εκπαιδεύει N εναν-εναντίον-υπολοίπων ταξινομητές για την περίπτωση N κλάσσεων και ετσι διαχωρίζει τις N κλάσσεις.[6],[15]

2.7. Naive Bayesian Classifier

Στη περίπτωση του Μπαεσιανού ταξινομητή, ουσιαστικά υπολογίζουμε την $p(c_j|\mathbf{d})$ η οποία αποτελεί την πιθανότητα η παρατήρηση $\mathbf{d}$ να ανήκει στην κλάσση c_j. Σκοπός του είναι να ταξινομήσει νέα πρότυπα σε κλάσσεις υπολογίζοντας για το καθένα την υψηλότερη πιθανότητα και ταξινομώντας το στην

αντίστοιχη κλάση. Προκειμένου να υπολογισθεί η συγκεκριμένη πιθανότητα , ο ταξινομητής κάνει χρήση του θεωρήματος του $Bayes$:

$$p(c_j|\mathbf{d}) = \frac{p(\mathbf{d}|c_j)p(c_j)}{p(\mathbf{d})} \tag{60}$$

όπου $p(\mathbf{d}|c_j)$ αποτελεί την πιθανότητα να παραχθεί το πρότυπο d με δεδομένο οτι ανήκει στην κλάση c_j ,ή αλλιώς οτι , το γεγονός οτι ανήκει στη c_j δίνει στο $\mathbf{d}$ αυτή τη πιθανότητα να παραχθεί, και $p(c_j)$ δείχνει την πιθανότητα εμφάνισης της c_j (ουσιαστικά πόσο συχνή είναι η κλάση αυτή στα δεδομένα μας). Τέλος η πιθανότητα $p(\mathbf{d})$ υποδηλώνει την πιθανότητα να εμφανισθεί το $\mathbf{d}$ και μπορεί να αγνοηθεί δεδομένου οτι είναι ίδιο για όλες τις κλάσεις.

Στην παραπάνω σχέση το ζήτημα είναι ο υπολογισμός του $p(\mathbf{d}|c_j)$. Χρησιμοποιώντας τον πιθανοτικό κανόνα αλυσίδας θα είναι:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{d}|c_j) &= p(d_1, d_2, ..., d_n|c_j) \\ &= p(d_1|c_j)p(d_2, ..., d_n|c_j, d_1) \\ &= p(d_1|c_j)p(d_2|c_j, d_1)p(d_3...d_n|c_j, d_1, d_2) \\ &= p(d_1|c_j)p(d_2|c_j, d_1)...p(d_n|c_j, d_1, d_2, ..., d_{n-1}) \end{aligned}$$

θεωρόντας οτι το πρότυπο $\mathbf{d}$ έχει n χαρακτηριστικά. Βλέπουμε επομένως οτι η πιθανότητα $p(\mathbf{d}|c_j)$ μπορεί να αναλυθεί ως το γινόμενο των αντιστοιχων πιθανοτήτων για το καθένα απο τα χαρακτηριστικά που απαρτίζουν το $\mathbf{d}$,δεδομένων όμως άλλων χαρακτηριστικών επιπλέον της κλάσης.Τωρα επομένως μένει να υπολογίσουμε τις πιθανότητες αυτές.

Ο λόγος για τον οποίο ο συγκεκριμένος ταξινομητής καλείται απλοικός($naive$) είναι οτι θεωρεί , προκειμένου να απλοποιήσει τον υπολογισμό του $p(d|c_j)$, οτι καθένα απο τα χαρακτηριστικά του $\mathbf{d}$ είναι στατιστικά ανεξάρτητο απο τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά του. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα οι παραπάνω δεσμευμένες μεταξύ των χαρακτηριστικών πιθανότητες να απλοποιούνται ως εξής:

$$\begin{aligned} &p(d_i|c_j, d_{k1}) = p(d_i|c_j) \\ &p((d_i|c_j, d_{k1}, d_{k2}) = p(d_i|c_j) \\ &p(d_i|c_j, d_{k1}, d_{k2}, d_{k3}) = p(d_i|c_j) \\ &... \\ &p(d_i|c_j, d_{k1}, d_{k2}, ...d_{kn}) = p(d_i|c_j) \end{aligned}$$

Επομένως μπορούμε να γράψουμε:

$$p(\mathbf{d}|c_j) = p(d_1|c_j)p(d_2|c_j)...p(d_n|c_j) \tag{61}$$

και έτσι η τελική σχέση παίρνει την μορφή:

$$p(c_j|\mathbf{d}) = \frac{p(c_j)p(d_1|c_j)p(d_2|c_j)...p(d_n|c_j)}{p(\mathbf{d})} \tag{62}$$

το οποίο μπορεί ευκολα να υπολογισθεί.

Ο ταξινομητής αυτός λόγω της παραπάνω υπόθεσης για την ανεξαρτησία των χαρακτηριστικών απλοποιεί πολύ την διαδικασία της μάθησης. Αν και αυτή η υπόθεση είναι σε γενικές γραμμές απλοική , υπάρχουν πολλές περιπτωσεις, όπως για παράδειγμα η αναγνώριση κειμένου ή η ιατρική διάγνωση, όπου ο απλοικος ταξινομήτης $Bayes$ είναι αρκετα αποτελεσματικός και μπορεί να ανταγωνισθεί αλλους πιο περίπλοκους ταξινομητές.

Η επιτυχία του ταξινομητή αυτου σε περιπτώσεις όπου υπάρχει εξάρτηση μεταξύ των χαρακτηριστικών μπορεί να αιτιολογηθεί ως εξής: η βελτιστότητα οσον αφορά την απώλεια (το σφάλμα) σε περίπτωση λάθους κλάσης κατα την ταξινόμηση δεν σχετίζεται υποχρεωτικά άμεσα με την ποιότητα της εκπαίδευσης στην πιθανοτική κατανομή οπού κάνουμε την υπόθεση ανεξαρτησίας. Ανταυτού ένας βέλτιστος ταξινομητής μπορεί να αποκτηθεί εφόσον υπάρχει συμφωνία μεταξύ της πραγματικής και της υποθετικής(υπολογισμένης) κατανομής σχετικά με την πιθανότερη κλάση.

Παρολα αυτα,η παραπάνω εξήγηση είναι αρκετά γενική. Τελικά αυτό που επηρεάζει την απόδοση του $Naive\ Bayes$ είναι τα χαρακτηριστικά των δεδομένων. Υπάρχουν μελέτες που έχουν δείξει οτι για συγκεκριμένες σχεδόν ντετερμινιστικές εξαρτήσεις μεταξύ των χαρακτηριστικών , ο ταξινομητής τα πάει καλά.(Αξιζει να αναφερθεί οτι εξαρτήσεις οι οποίες είναι σχεδόν νετερμινιστικές αποτελούν συχνό φαινόμενο σε πολλά πρακτικά προβλήματα όπως για παράδειγμα σε συστήματα διαχείρισης και σε κώδικες διόρθωσης λαθών). Μάλιστα ,έχει δειχθεί οτι ο $naiveBayes$ πετυχαίνει τα καλύτερα αποτελέσματα όταν υπάρχει ανεξάρτησια μεταξύ των χαρακτηριστικών(όπως ήταν αναμενόμενο) , καθώς και όταν υπάρχουν συναρτησιακά (και άρα ντετερμινιστικά) εξαρτόμενα χαρακτηριστικά, ενώ δεν είναι τόσο καλός για ενδιάμεσες περιπτωσεις μεταξύ αυτων των δύο άκρων.

Αλλο ένα απο τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά αυτού του ταξινομητή είναι οτι ένα καλό μέτρο για το πόσο αποτελεσματικός είναι , αποτελεί η απώλεια της πληροφορίας που εμπεριέχεται στα χαρακτηριστικά υπο την υποθεση μοντέλου ταξινομητή $Bayes$.

Πιο γενικά ,πρέπει να αναφερθεί οτι το σύστημα αυτό είναι ιδιαίτερα αποδοτικό απο άποψη χρόνου και μνήμης, δεδομένου οτι η μόνη σχετικά απαιτιτική διεργασία που έχει να επιτελέσει , είναι ο υπολογισμός των πιθανοτήτων για το κάθε χαρακτηριστικό ελέγχου.(υλοποιείται ευκολα με πινακα).

Ακόμα ένα πλεονέκτημα του ταξινομητή είναι οτι δεν επηρεάζεται εύκολα απο χαρακτηριστικά τα οποία δεν έχουν σχέση με τις κλάσεις που θέλουμε να ταξινομήσουμε (πχ το χαρακτηριστικό ΄χρώμα ματιου ΄ όταν θέλουμε να ταξινομήσουμε ανθρώπους σε αρσενικα και θυλικά), λόγω του οτι -εφόσον έχουμε αρκετά δεδομένα τα οποία να είναι αντιπροσωπευτικά των κλάσεων που θέλουμε να διαχωρίσουμε - οι πιθανότητες ανα τις διαφορετικές κλάσεις για το μη σχετικό χαρακτηριστικό θα είναι αρκετά κοντά. [17],[18],[19]

2.8. Classifier Ensembles

2.8.1 Εισαγωγή

Κατα καιρούς, πολλοί ερευνητές [Breiman 1996a , Clemen 1989 , Perrone 1993 , Wolpert 1992] έχουν ασχοληθεί με την τεχνική του συνδυασμού πολλών σχετικά πιο απλών ταξινομητών για την παραγωγή ενός μεμονωμένου ισχυρότερου ταξινομητή. Πιο συγκεκριμένα ,το σκεπτικό είναι οτι οι ταξινομητές εκπαιδεύονται ξεχωριστά και στη φάση του ελέγχου παρέχουν ο καθένας την απόφαση τους και μια μέθοδος συνδυασμού (πχ απλη ψηφοφορία),συνδυάζει τις αποφάσεις αυτές ,σε μια τελική απόφαση η οποία αντιπροσωπεύει έναν τελικό ταξινομητή και μια ενιαία απόφαση. Συνήθως ο προκύπτον ταξινομητής που παράγεται απο τέτοιες τεχνικές είναι πιο ακριβής από ότι οποιοσδήποτε από τους μεμονωμένους ταξινομητές που απαρτίζουν το σύνολο (*ensemble*).

Τοσο η θεωρητική ,όσο και η εμπειρική έρευνα έχει δείξει οτι ένας καλος ταξινομητής συνόλου είναι αυτος στον οποίο οι επιμέρους ταξινομήτες είναι εύστοχοι και πραγματοποιούν σφάλματα σε διαφορετικά τμήματα του συνόλου εκπαίδευσης. Γενικότερα η φιλοσοφία πισω απο αυτό είναι οτι ο ένας βασικός ταξινομητής αντισταθμίζει τα λάθη του άλλου. Η απλή εκπαίδευση όμως του συστήματος (πχ να βάλουμε απλά το σύνολο δεδομένων όπως είναι σε όλους τους απλού ταξινομητές) δεν μπορεί να λύσει το πρόβλημα. Ενας ταξινομητής συνόλου προκειμένου να πετυχαίνει καλά αποτελέσματα θα πρέπει να έχει επι μέρους ταξινομητές οι οποίοι έχουν πολυμορφία με την έννοια οτι είναι ικανοι σε διαφορετικά σημεία των δεδομένων εκπαίδευσης και προφανώς για να επιτευχθεί κατι τέτοιο θα πρέπει να έχουν μεταξύ τους σχετικά διαφορετική εκπαίδευση.[20,[21]

Οι τεχνικές για την δημιουργία ενος ταξινομητή συνολου μπορούν να χωρισθούν σε έξι γενικές ομάδες:

1. Δημιουργία με αξιοποίηση των παραμέτρων εκπαίδευσης: Εδώ η πολυμορφία μπορεί να επιτευχθεί με την αλλαγή των παραμέτρων του ταξινομητή για κάθε ξεχωριστό βασικό ταξινομητή. Για παράδειγμα αν έχουμε νευρωνικά δίκτυα θα μπορούσαμε να αλλάξουμε την αρχικοποίηση των βαρών και το ρυθμό μάθησης ανα νευρωνικό ετσι ώστε να αλλάξουμε τις τιμές των βαρών στο κάθε δίκτυο.Τετοιοι ταξινομητες συνόλου γενικά επιτυγχάνουν καλύτερη γενίκευση.

2. Δημιουργία με αξιοποίηση συνάρτησης σφάλματος: Σε αυτη την περίπτωση, εαν δύο βασικοί ταξινομητές έχουν για κάποια δεδομένα τα ίδια ακριβώς σφάλματα, επιβάλλεται ένα σφάλμα στο σύστημα και ολοι οι ταξινομητές εκπαιδεύονται ταυτόχρονα και διαδραστικά μέσω της συσχέτισης (ή για την ακρίβεια του σφάλματος συσχέτισης) μεταξύ των συναρτήσεων σφαλματος τους.

3. Δημιουργία με αξιοποίηση του χώρου χαρακτηριστικών: Σε αυτήν την ομάδα, διαφορετικά υποσύνολα του χώρου των χαρακτηριστικών χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση των βασικών ταξινομητών. Αυτη η ομάδα ταξινομητών συνόλου έχει σχετικά χαμηλότερη απόδοση απο τις άλλες ομάδες.

4. Δημιουργία με αξιοποίηση των ετικετων(κλάσεων) εξόδου: Εδώ οι ταξινομητές συνόλου κατασκευάζονται με την αξιοποίηση της εξόδου. Κάθε ταξινομητής παράγεται αλλάζοντας την ετικέτα της κλάσης για ένα τμήμα των δεδομένων εκπαίδευσης, τα οποία επιλέγονται τυχαία απο το αρχικό σύνολο εκπαίδευσης.

5. Δημιουργία με ομαδοποίηση: Ταξινομητές συνόλου μπορούν να παραχθούν με την κατάτμηση των δεδομένων εκπαίδευσης σε μη επικαλυπτόμενες συστάδες και για κάθε τέτοια με την εκπαίδευση ενός βασικού ταξινομητή. Τέτοιοι ταξινομητές ονομάζονται ταξινομητές ομαδοποιημένου σύνολου ($clustered \quad ensemble$). Τα πρότυπα τα οποία έχουν τη τάση να είναι κοντα ως προς Ευκλείδεια απόσταση φυσικά προσδιορίζονται κατα την διαδικασία. Θεωρείται οτι ένα πρότυπο μπορεί να ανήκει μόνο σε μιά ομάδα και επομένως απαιτείται μια διαδικασία επιλογής απο τα δεδομένα για την κλάση στην οποία ανήκουν. Αυτές οι μέθοδοι στοχεύουν στον περιορισμό της πολυπλοκότητας μάθησης των δεδομένων ειδικά σε μεγάλα σύνολα δεδομένων. Αξίζει να σημειωθεί οτι δεν παρέχεται κανένας μηχανισμός για την εύρεση του βέλτιστου αριθμού συστάδων ($clusters$)

Κάποιοι ερευνητές παρέχουν μηχανισμούς για την πιθανοτική κατάτμιση(soft partitioning) των δεδομένων , πράγμα το οποίο μπορεί να οδηγήσει σε καλύτερη απόδοση του ταξινομητή. Σε αυτές τις περιπτώσεις οι ταξινομητές συνόλου παράγονται 1.με την κατάτμηση των δεδομένων σε συστάδες σε διαφορετικά στρώματα και κατόπιν 2. με την εκπαίδευση των βασικών ταξινομητών σε συστάδες διαφορετικών στρωμάτων.

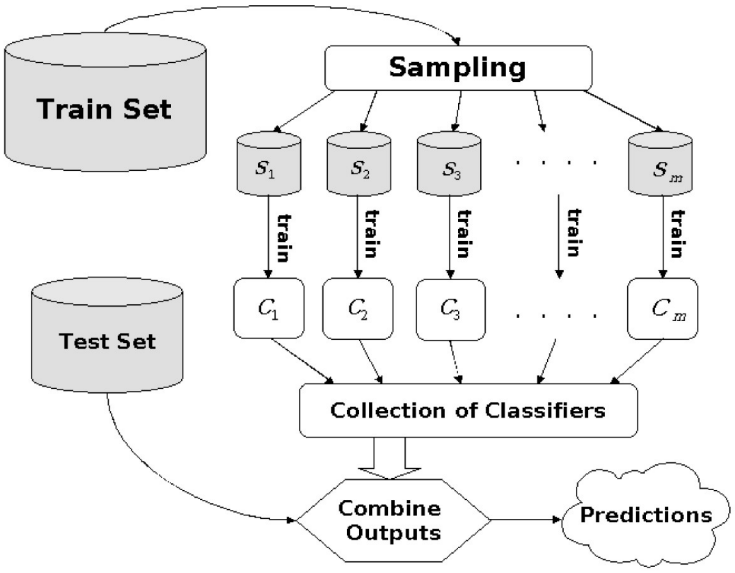
6. Δημιουργία με αξιοποίηση των προτυπων εκπαίδευσης: Τις περισσότερες φορές οι ταξινομητές συνόλου παράγονται απο την αξιοποιηση των δεδομένων εκπαίδευσης, με τους βασικούς ταξινομητές να εκπαιδεύονται σε διαφορετικά δεδομένα. Η διαφορά ανα μέθοδο βρίσκεται στην παραγωγή των διαφορετικών υποσυνόλων εκπαίδευσης.

Δυο δημοφιλείς μέθοδοι για την δημιουργία σχετικά καλών συνόλων (πράγμα που σημαίνει οτι εμπιπτουν στην εκτη κατηγορία),αποτελούν οι μέθοδοι *Bagging* [Breiman 1996a] και *Boosting* [Freund Schapire 1996 , Schapire 1990]. Οι μέθοδοι αυτοί βασίζονται γενικά στην επανατοποθέτηση των δεδομένων με στόχο την απόκτηση διαφορετικών συνόλων εκπαίδευσης για τον κάθε πιο άδύναμο΄ ταξινομητή που ανήκει στο σύνολο.

Μελέτες έχουν δείξει οτι οι δυο αυτές τεχνικές δουλεύουν ιδιαίτερα καλά με δέντρα απόφασης σαν άδύναμους΄ ταξινομητές. Παρολα αυτά , δεν έχει υπάρξει μεγάλη εφαρμογή τέτοιων μεθόδων για νευρωνικά δίκτυα.

Πριν συνεχίσουμε ,είναι ενδιαφέρον οτι γενικά τα συστήματα που βασίζονται σε σύνολα ταξινομητών είναι ιδιαίτερα χρήσιμα σε περιπτώσεις όπου έχουμε πολλά δεδομένα και -μη αναμενόμενα- σε σύνολα όπου δεν υπάρχουν αρκετά δεδομένα. Οταν ο αριθμός των δεδομένων είναι πολύ μεγάλος και η εκπαίδευση ενός μεμονωμένου ταξινομητή γίνεται δύσκολη, τα δεδομένα μπορούν οπως προαναφέρθηκε να χωριστούν στρατηγικά σε μικρότερα υποσύνολα και να χρησιμοποιήσουμε ξεχωριστους ταξινομητές για το κάθε διαφορετικό υποσύνολο, με το τελικό αποτελεσμα να προκύπτει ως συνδυασμός. Απο την αλλη μερία , όταν έχουμε πολύ λιγα δεδομένα , μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε πιο αποτελεσματικά την τεχνική του *bootstrapping* για να εκπαίδευσουμε διαφορετικούς ταξινομητές με διαφορετικά σύνολα εκπαίδευσης τα οποία έχουν προκύψει απο την τυχαία επιλογή προτυπων απο το αρχικό συνόλο εκπαίδευσης. Αυτο θα έχει σαν αποτέλεσμα το σύστημα που προκύπτει να έχει μειωμένη μεταβλητότητα σε σχέση με το αρχικό σύστημα.

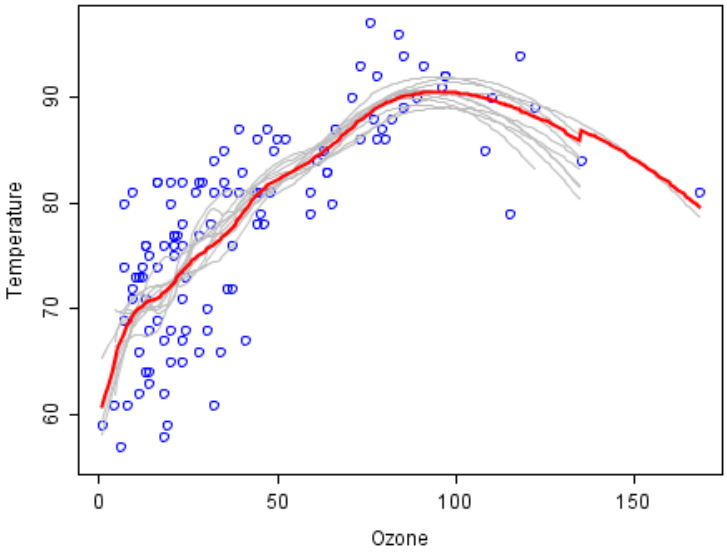
Παρακάτω θα μελετήσουμε πιο διεξοδικά τις τεχνικές αυτές και θα δώσουμε έμφαση σε κάποιους απο τους πιο δημοφιλείς αλγορίθμους για την κάθε τεχνική. [21] [20],[23]



2.12. Η διαδικασία για την παραγωγή ενός ταξινομητή συνόλου.Παρατηρούμε οτι ενδέχεται τα τόσο τα σύνολα εκπαίδευσης για τον κάθε ταξινομητή ,όσο και οι ίδιοι οι επιμέρους ταξινομητές να διαφέρουν

2.8.2 Bagging

Η τεχνική *Bagging* αποτελεί μια μέθοδο για την δημιουργία ταξινομητών συνόλου η οποία αξιοποιεί την τεχνική του *bootstrap* και δημιουργεί βασικούς ταξινομητές οι οποίοι εκπαιδεύονται ο καθένας σε μια διαφορετική ανακατανομή του συνόλου εκπαίδευσης. Πιο συγκεκριμένα , το σύνολο εκπαίδευσης του καθε βασικού ταξινομητή παράγεται απο την τυχαία επιλογή, με εναλλαγή- πράγμα που σημαίνει οτι κάποιο ή κάποια απο τα παραδείγματα μπορεί στο νέο δείγμα να επιλεγούν πάνω απο μία φορά- N παραδειγματων απο το αρχικό σύνολο εκπαιδευσης , με N να αποτελεί το μέγεθος του αρχικού συνόλου εκπαιδευσης. Απο τα παραπάνω είναι κατανοητό οτι πολλα απο τα αρχικά παραδείγματα ενδέχεται να επαναλαμβάνονται σε ορισμένα σύνολα εκπαίδευσης των βασικών ταξινομητών ,ενω αλλα ενδέχεται να μην εμφανίζονται καθόλου σε κάποια σύνολα. Οπως αναμένεται ο κάθε ξεχωριστός ταξινομητής του συνόλου παράγεται απο ένα διαφορετικό απο τα σύνολα εκπαίδευσης που έχουν παραχθεί.



2.13.Εφαρμογή της τεχνικής για δεδομένα όζοντος.Οι γκρι γραμμές υποδηλώνουν τους επιμέρους ταξινοητές και η κόκκινη το τελικό αποτέλεσμα.

Απο τα παραπάνω καταλαβαίνουμε οτι στην περίπτωση του *Bagging* ο καθένας απο τους παραγόμενους βασικούς ταξινομητές είναι πολύ πιθανό να έχει μεγαλύτερο σφάλμα απότι ένας μεμονωμένος ταξινομητής ο οποίος έχει εκπαιδευθεί με όλα τα δεδομένα απο το αρχικό σύνολο. Παρολα αυτά όταν αυτοι συνδυαστούν σε ένα αποτέλεσμα μπορούν συνήθως να παράξουν ένα αποτέλεσμα το οποίο έχει χαμηλότερο σφαλμα απο αυτό του απλού μεμονωμένου ταξινομητή(τις πιο πολλές φορές η πολυμορφία αυτών των επιμέρους ταξινομητών αντισταθμίζει το σχετικά υψηλό σφάλμα του καθενός τους).

Ο *Breiman* (δημιουργος της τεχνικής) έχει δείξει οτι το *Bagging* αποτελεί μια αποτελεσματική τεχνική για ασταθείς αλγόριθμους μάθησης όπου μικρές διαφορές στο σύνολο εκπαίδευσης μπορούν να προξενήσουν μεγάλες αλλαγές στις προβλέψεις των δεδομένων ελέγχου οπως για παράδειγμα νευρωνικά δίκτυα ή δεντρα απόφασης.[20]

Παρακάτω περιγράφουμε τον αλγόριθμο *random forest* ο οποίος αποτελεί έναν δημοφιλή μηχανισμό που βασίζεται στην τεχνική αυτή.

2.8.2.1 Random forests

Ο γενικός αλγόριθμος επαίδευσης για το *random forest* εφαρμόζει την

τεχνική του *bagging* σε δέντρα απόφασης (ή παλινδρόμησης αν το πρόβλημα είναι τέτοιου είδους). Δεδομένου ενός συνόλου εκπαίδευσης με $X = x_1, x_2, ..., x_n$ με αποκρίσεις $U = y_1, y_2, ..y_n$,εφαρμόζουμε την τεχνική επαναλαμβανόμενα (έστω B φορές) και εκπαίδευουμε τα δέντρα το καθένα με κάποιο διαφορετικό απο τα B παραγομενα σύνολα εκπαίδευσης.Επομένως:
Για $b = 1...B$:

1. Εφαρμόζουμε $Bagging$ και παράγουμε ενα νέο σύνολο εκπαίδευσης με n στοιχεία , έστω X_b, Y_b.

2. Εκπαιδεύουμε ενα δεντρο απόφασης f_b στα X_b, Y_b

Αφού εκπαιδεύσουμε όλο το σύστημα, η προβλέψη για κάποιο δεδομένο ελέγχου (έστω $x^{'}$) γίνεται πέρνοντας τον μέσο όρο απο τους διαφορετικούς ταξινομητές (εαν αναφερόμαστε σε παλινδρόμηση) ως εξής:

$$f_{av} = \frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B} f_b(x^{'}) \tag{63}$$

ενω αν αναφερόμαστε σε ταξινόμηση η τελική απόφαση για την ταξινόμηση του στοιχείου προκύπτει απο πλειοψηφική ψηφοφορία.

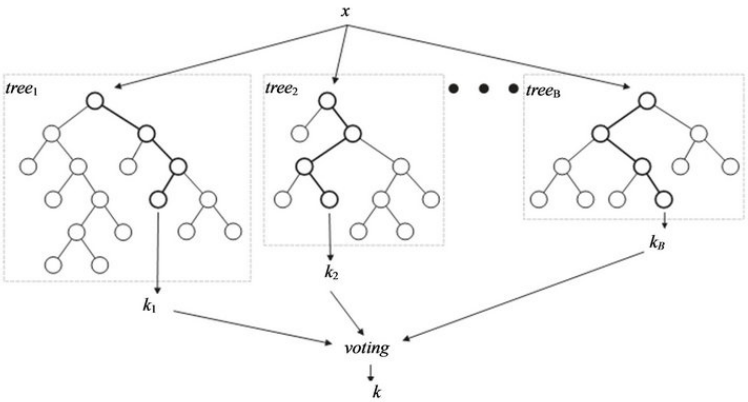
Η διαδικασία του $Bootstrap$ οδηγεί σε καλύτερη απόδοση λόγω της μειομένης μεταβλητότητας που παρέχει χωρις να αυξήσει την σχετική προτίμηση. Αυτο σημαίνει οτι ενω οι προβλέψεις απο ένα μεμονωμένο δεντρο είναι ιδιαίτερα ευαίσθητες απο πιθανό θορυβο που υπάρχει στα δεδομένα εκπαίδευσης του, ο μέσος όρος απο πολλά δεντρα δεν είναι αντίστοιχα ευαίσθητος, εφόσον τα επι μέρους δεντρα είναι ασυσχετιστα. Εφόσον η απλή εκπαίδευση πολλών δέντρων με ένα κοινό σύνολο εκπαίδευσης θα έδινε δεντρα τα οποία θα ήταν πολυ συσχετισμένα μεταξύ τους (ή ακόμη και ιδια ισως αν ο αλγόριθμος εκπαίδευσης είναι ντετερμινιστικός), η τεχνική του *bagging* αποτελεί έναν τρόπο για να το αποφύγουμε αυτό και να φτιαξουμε ενα ασυσχετιστο σύνολο μεσω διαφορετικών συνόλων εκπαίδευσης.

Ο αριθμός των δειγμάτων (αρα και των δέντρων) B είναι ελεύθερος. Συνηθισμενες τιμές είναι απο μερικές εκατοντάδες μεχρι λίγες χιλιάδες δέντρα, ανάλογα με το μέγεθος και τη φύση του συνόλου εκπαίδευσης. Ενα καλο B μπορεί να βρεθεί χρησιμοποιώντας cross validation ή παρακολουθώντας την απόδοση δεδομένων για ταξινομητές στα σύνολα εκπαίδευσης των οποίων δεν ανήκουν αυτά τα δεδομένα.(out of bag error)

Η παραπάνω διαδικασία περιγράφει τον απλό αλγόριθμο για την κατασκευή ενος ισχυρού ταξινομητή με δέντρα απόφασης σαν βασικούς ταξινομητές χρησιμοποιώντας την τεχνική του *bagging*. Η διαφορά αυτου με τον αλγόριθμο του

$random\ forest$ είναι μόνο στο γεγονός οτι στην περπτωση του $random\ forest$ χρησιμοποιείται ένας σχετικά τροποποιημένος αλγόριθμος εκπαίδευσης δέντρου απόφασης (παλινδρόμησης) ο οποίος επιλέγει σε κάθε κόμβο διαχωρισμού στο δέντρο κατα την μάθηση ένα τυχαίο υποσύνολο των χαρακτηριστικών με τα οποία μονο θα συνεχίσει την δημιουργία του. Ο λόγος για τον οποίο γίνεται αυτο είναι οτι είναι η συσχέτιση που εξακολουθεί να υπάρχει στη συνηθισμένη τεχνική *bagging* με χρήση δεντρων: Αν κάποιο ή κάποια χαρακτηριστικά είναι ιδιαίτερα κυρίαρχα για την απόκριση, είναι πολύ πιθανο οτι θα επιλεχθούν απο παρα πολλά δεντρα του B με αποτέλεσμα υπάρξει εντονη συσχέτιση μεταξύ τους. Με τον τρόπο αυτο εφόσον επιλέγονται τυχαία κάποια χαρακτηριστικά αυτο δεν γίνεται.

Ο αλγόριθμος αυτος έχει ένα σύνολο απο καλα χαρακτηριστικά. Κατάρχάς, έχει παρα πολύ καλή ευστοχία ($accuracy$), ενώ τρέχει ιδιαίτερα γρήγορα ακόμη και για μέγαλα σύνολα δεδομένων. Επίσης, μέσω της τεχνικής που περιγράφτηκε παραπάνω, δίνει μια καλή εικόνα για το ποια απο τα υπάρχοντα δεδομένα είναι σημαντικά για την ταξινόμηση και αποτελεί μια καλή πειραματική μέθοδο για την διερεύνηση των σχέσεων μεταξύ των μεταβλητών. Τέλος , αν και μεμονωμένα τα δέντρα απόφασης παρουσιάζουν ευαισθησία στην υπερεκπάιδευση, ο συγκεκριμένος αλγόριθμος δεν υπερεκπεδεύεται. Οσα δεντρα απόφασης και να κατασκευαστούν ο αλγόριθμος θα εξακολουθεί να δουλεύει σωστά.[22]



2.14.Γενική αρχιτεκτονική του $random forest$

2.8.3 Boosting

Το *Boosting* περιλαμβάνει ένα σύνολο μεθόδων. Στόχος είναι ουσιαστικά

να δημιουργηθεί μια σειρά απο βασικούς ταξινομητές. Το σύνολο εκπαίδευσης που χρησιμοποιείται για κάθε μέλος της σειράς επιλέγεται με βάση την απόδοση του προηγούμενου ταξινομητή της σειράς. Πιο συγκεκριμένα ,στο *Boosting* παραδείγματα τα οποία έχουν προβλεφθεί λανθασμένα απο προηγούμενους ταξινομητές στη σειρά, επιλέγονται πιο συχνά απότι παραδείγματα τα οποία έχουν προβλεφθεί σωστά. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ,η συγκεκριμένη τεχνική να προσπαθεί να παράξει νέους ταξινομητές οι οποίοι είναι καλύτεροι στο να προβλέπουν παραδείγματα για τα οποία η παρούσα απόδοση του μέχρι τώρα συνόλου είναι χαμηλή.[20]

Αλλες πηγές εξειδικεύουν την τεχνική σε συγκεκριμένο αλγόριθμο ο οποίος αξίζει να αναφερθεί για λόγους πληρότητας. Με βάση αυτό, κάθε επανάληψη της μεθόδου δημιουργεί τρείς αδύναμους ταξινομητές: ο πρώτος ταξινομητής C_1 εκπαιδεύεται με κάποιο τυχαία παραγόμενο υποσύνολο των δεδομένων εκπαίδευσης. Το υποσύνολο των δεδομένων εκπαίδευσης για τον δεύτερο ταξινομητή C_2 προκύπτει με βάση το πλέον κατατοπιστικο υποσυνόλο (most informative subset) δεδομένου του C_1. Πιο συγκεκριμένα ,ο C_2 εκπαιδεύεται σε δεδομένα τα οποία είναι μόνο κατα το ήμισυν σωστά ταξινομημένα απο τον C_1 και με τα άλλα μισα να μην ταξινομούνται σωστά. Ο τρίτος ταξινομητής C_3 που παράγεται με βάση αυτόν τον αλγόριθμο εκπαιδεύεται απο τα πρότυπα στα οποία διαφωνούν οι C_1 και C_2. Οι τρείς ταξινομητές συνδυάζονται μεσω τριπλής πλειοψηφικής ψηφοφορίας.Παρακάτω παρουσιάζεται ο συγκεκριμένος αλγόριθμος κατα βήματα:

Algorithm: Boosting

Input:

- Training data S of size N with correct labels ω_i, $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$;
- Weak learning algorithm **WeakLearn**.

Training

1. Select $N_1<N$ patterns without replacement from S to create data subset S_1.
2. Call **WeakLearn** and train with S_1 to create classifier C_1.
3. Create dataset S_2 as the most informative dataset, given C_1, such that half of S_2 is correctly classified by C_1, and the other half is misclassified.:
   a. Flip a fair coin. If Head, select samples from S, and present them to C_1 until the first instance is misclassified. Add this instance to S_2.
   b. If Tail, select samples from S, and present them to C_1 until the first one is correctly classified. Add this instance to S_2.
   c. Continue flipping coins until no more patterns can be added to S_2.
4. Train the second classifier C_2 with S_2.
5. Create S_3 by selecting those instances for which C_1 and C_2 disagree. Train the third classifier C_3 with S_3.

Test – Given a test instance **x**

1. Classify **x** by C_1 and C_2. If they agree on the class, this class is the final classification.
2. If they disagree, choose the class predicted by C_3 as the final classification.

Polikar, © 2008

Μελέτες έχουν δείξει οτι το σφάλμα του συγκεκριμένου αλγορίθμού έχει

άνω φράγμα. Πιο συγκεκριμένα έχει δειχθεί οτι αν κάποιος αλγόριθμος Α χρησιμοποιείται για την δημιουργία τριών ταξινομητών C_1 ,C_2 ,C_3 έχει κάποιο σφάλμα ε για σύνολο εκπαίδευσης S, τότε το σφάλμα του τελικού ταξινομητή του συνόλου θα είναι ανω φραγμενο απο την

$$f(\epsilon) = 3\epsilon^2 - 2\epsilon^3$$

Βλέπουμε εδω οτι $f(\epsilon) <= \epsilon$ αν $\epsilon < 1/2$. Απο αυτό προκύπτει οτι αν ο Α μπορεί να τα πάει λιγο καλύτερα απο το να μαντεύει τυχαία, τότε το σύνολο που εκπαιδεύεται με αυτήν την τεχνική για τις τρεις κατανομές του S θα έχει πάντα καλύτερη απόδοση απο τον Α. Επίσης, το σφάλμα του συνόλου εδω θα αποτελεί ένα όριο σφάλματος εκπαίδευσης και επομένως είναι αναμενόμενο να παράγεται ένας ισχυρότερος ταξινομητής απο τους τρείς πιο αδύναμους βασικούς. Μεσω αναδρομικής εφαρμογής αυτής της τεχνικής μπορούν να δημιουργηθούν πολύ ισχυροί ταξινομητές. Αξίζει να αναφερθεί οτι ένας περιορισμός της μεθόδου είναι οτι εφαρμόζεται μόνο για δεδομένα που αφορούν την ταξινόμηση μεταξύ δύο κλάσεων[22].

Παρακάτω θα περιγράψουμε συνοπτικά τον αλγόριθμο *adaboost* ο οποίος αποτελεί έναν απο τους πλέον χρησιμοποιούμενους και αντιπροσωπευτικούς αλγορίθμους της συγκεκριμένης τεχνικής.

2.8.3.1 Adaboost

Σκοπός του συγκεκριμένου αλγορίθμου είναι η σύσταση μιας πολύ δυνατής ομάδας απο έιδικούς΄ απλούς ταξινομητές. Οπως αναμένεται, για κάθε πρότυπο ελέγχου x_i κάθε ειδήμων απο την ομάδα έστω k_j που έχει επιλεγεί εκφράζει μια άποψη έστω $k_j(x_i) \in \{-1, 1\}$ και η τελική απόφαση που προκύπτει απο την ομάδα των ειδικών Κ θα είναι:

$$sgn(C(x_i)) = sgn(\sum_{j=1}^{M} \alpha_j k_j(x_i)) \tag{64}$$

όπου k_j δηλώνει τον κάθε ειδήμωνα ,Ν ο συνολικός αριθμός των ειδικών και sgn είναι η συνάρτηση σήματος. Οι σταθερές $\alpha_j, j = 1...M$ είναι τα βάρη τα οποία θα τοποθετήσουμε στη γνώμη του κάθε ειδικού της ομάδας. Ο κάθε ειδικός βεβαια θα έχει γνώμη τυπου ΄ναι΄ ή ΄όχι΄(-1 ή 1), επομένως ο παραπάνω σχηματισμός είναι ένας γραμμικός συνδυασμός απο ταξινομητές που συνοδεύεται απο μία μη γραμμική συνάρτηση απόφασης (έδω αναλύουμε την περίπτωση ταξινόμησης). Για απλότητα θα θεωρήσουμε οτι μας δίνεται ένα ευρή σύνολο απο ταξινομητές που απαρτίζεται έστω απο L ταξινομητές (προφανώς με $L >= M$).

Ο αλγόριθμος πρέπει επομένως να εντοπίσει τον κατάλληλο κάθε φορά ταξινομητή , να τον βάλει στην ομάδα και να του αναθέσει το αντίστοιχα κατάλληλο βάρος. Ο εντοπισμός πραγματοποιείται μέσω του έλεγχου των ταξινομητών του συνόλου χρησιμοποιώντας ένα σύνολο εκπαίδευσης T το οποίο περιλαμβάνει N πολυδιάστατα πρότυπα x_i . Για κάθε σημείο x_i έχουμε μία ετικέτα(κλάση) $y_i = +1$ ή $y_i = -1$. Εξετάζουμε και βαθμονομούμε κάθε ταξινομητή στο σύνολο βάζοντας ένα κόστος e^{β} κάθε φορά που ο ταξινομητής αποτυγχάνει να ταξινομήσει σωστά ένα πρότυπο εκπαίδευσης και ένα κόστος $e^{-\beta}$ κάθε φορά που ο ταξινομητής επιλέγει την σωσ΄τη ετικέτα y_i για κάποιο πρότυπο x_i. Ζητάμε $\beta > 0$ ετσι ώστε οι αποτυχίες να έχουν μεγαλύτερο κόστος απο τις επιτυχίες. Μπορεί να φαίνεται παράξενο το οτι βαθμολογούμε τις επιτυχίες με κόστος μεγαλύτερο του 0 , αλλα όσο το κόστος της επιτυχίας είναι μικρότερο του αντίστοιχου κόστους της αποτυχίας $e^{\beta} > e^{-\beta}$ δεν υπαρχει πρόβλημα . Αυτού του είδους η συνάρτηση σφάλματος ελιναι διαφορετική απο την κλασσική τετραγωνισμένη Ευκλείδεια απόσταση και καλείται συνάρτηση εκθετικής απώλειας (exponential loss function) .Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί αυτή την συνάρτηση σαν κριτήριο σφάλματος.

Οταν ελέγχουμε τους L ταξινομητές φτιάχνουμε έναν πίνακα S στον οποίο καταγ΄ραφουμε τις ευστοχίες με 1 και τις αστοχίες με 0 για κάθε ταξινομητή k_j ,για κάθε πρότυπο εκπαίδευσης x_i.

Το κύριο σκεπτικό του αλγορίθμου είναι να εξάγουμε έναν ταξινομητή απο το σύνολο για κάθε μία απο τις M επαναλήψεις (M ο αριθμός των ταξινομητών). Τα στοιχεία του συνόλου εκπαίδευσης βαθμονομούνται ανάλογα με την τωρινή τους αναγκαιότητα σε κάθε επανάληψη. Στην αρχή σε όλα τα στοιχεία ανατίθεται το ίδιο βάρος (πχ 1 ή 1/N αν θέλουμε να είναι κανονικοποιημενα με άθροισμα για όλα τα βάρη ισο με 1). Καθώς η επιλογή των ταξινομητών προχωρά, στα πιο δύσκολα παραδείγματα , δηλαδή αυτά για τα οποία η μεχρι τώρα ομάδα δεν έχει καλή απόδοση, ανατίθενται όλο και πιο μεγάλα βάρη. Ετσι , η διαδικασία επιλογής επικεντρώνεται στην διαλογή νέων ταξινομητών απο το σύνολο οι οποίοι θα μπορούν να βοηθήσουν με αυτά τα -ακόμα- λανθασμένα ταξινομημένα παραδείγματα. Δεν θα είχε νόημα να φέρουμε στην ομάδα ένα ταξινομητή ο οποίος θα είχε πάντα ή σχεδόν πάντα τα ίδια αποτελέσματα με έναν άλλο ταξινομητή της ομάδας. Αν θέλαμε να έχουμε έναν ταξινομητή πάνω απο μια φορα θα μπορούσαμε απλά να πολλπλασιάσουμε το βάρος του. Η καλύτερη ομάδα είναι αυτή η οποία μπορεί να παρέχει ποικιλία γνωμών. Οι ταξινομητές που διαλέγονται πρέπει να αλληλοσυμπληρώνονται με έναν βέλτιστο τρόπο.

Σε κάθε επανάληψη πρέπει να βαθμονομήσουμε όλους τους ταξινομητές έτσι ώστε να επιλέξουμε τον τωρινό καλύτερο απο το σύνολο. Στην m επανάληψη έχουμε ήδη συμπεριλάβει $m-1$ ταξινομητές στην ομάδα και θέλουμε να φέρουμε

τον επόμενο. Ο παρόν γραμμικός συνδυασμός των ταξινομητών είναι:

$$C_{(m-1)}(x_i) = \alpha_1 k_1(x_i) + \alpha_2 k_2(x_i) + ... + \alpha_{m-1} k_{m-1}(x_i) \tag{65}$$

και θέλουμε να το επεκτείνουμε σε

$$C_m(x_i) = C_{(m-1)}(x_i) + \alpha_m k_m(x_i) \tag{66}$$

Στην πρώτη επα'ναληψη ($m = 1$) το $C_{(m-1)}$ είναι 0. Ορίζουμε το συνολικό κόστος ή ολικο σφάλμα το εκτεταμένου ταξινομητή ως

$$E = \sum_{i=1}^{N} e^{-y_i(C_{(m-1)}(x_i)+\alpha_m k_m(x_i))} \tag{67}$$

όπου τα α_m και k_m ακόμα αναμένεται να προσδιορισθούν βέλτιστα. Εφόσον στόχος μας είναι να διαλέξουμε τον k_m ξαναγράφουμε την εκφραση ως:

$$E = \sum_{i=1}^{N} w_i^{(m)} e^{-y_i \alpha_m k_m(x_i))} \tag{68}$$

όπου

$$w_i^{(m)} = e^{-y_i C_{(m-1)}(x_i)} \tag{69}$$

για $i = 1, 2, ...N$. Στην πρώτη επανάληψη είναι $w_i^1 = 1$ για $i = 1, 2, ..., N$. Σε επόμενες επαναλήψεις ,το διάνυσμα $w^{(m)}$ υποδηλώνει το βάρος που ανατίθεται σε κάθε πρότυπο στο σύνολο εκπαίδευσης στην επανάληψη m. Εδώ μπορούμε να διαχωρίσουμε την (67) σε δύο αθροίσματα ετσι ώστε:

$$E = \sum_{y_i = k_m(x_i)} w_i^{(m)} e^{-\alpha_m} + \sum_{y_i \neq k_m(x_i)} w_i^{(m)} e^{\alpha_m} \tag{70}$$

Αυτό σημαίνει οτι το συνολικό κόστος είναι το κόστος όλων των επιτυχιών συν το κόστος όλων των αστοχιών. Γράφοντας τον πρώτο όρο ως $W_c e^{-\alpha_m}$ και τον δεύτερο ως $W_e e^{\alpha_m}$ έχουμε :

$$E = W_c e^{-\alpha_m} + W_e e^{\alpha_m} \tag{71}$$

Για την επιλογή του k_m η ακριβής τιμή του $\alpha_m > 0$ δεν έχει σχέση αφού για δεδομένο α_m η ελαχιστοποίηση του E είναι ισοδύναμη με την ελαχιστοποίηση του $e^{\alpha_m} E$ και αφού απο την προηγούμενη σχέση θα είναι :

$$e^{\alpha_m} E = W_c + W_e e^{2\alpha_m} \tag{72}$$

Εφόσον $e^{2a_m} > 0$ μπορούμε να ξαναγράψουμε την παραπάνω σχέση ως:

$$e^{\alpha_m} E = (W_c + W_e) + W_e(e^{2\alpha_m} - 1) \tag{73}$$

Τώρα τα $W_c + W_e$ είναι το συνολικό άθροισμά W των βαρών όλων των δεδομένων το οποίο για την παρούσα επανάληψη είναι σταθερό. Η δεξια μερία της σχέσης ελαχιστοποιειται όταν διαλέξουμε στην επανάληψη m τον ταξινομητή με το χαμηλότερο συνολικό κόστος W_e (και αυτή θα είναι και η μικρότερη δυνατή τιμή του αντίστοιχου βάρους). Ενστικτωδώς αυτό είναι λογικό αφου ο επόμενος ταξινομητής που επιλέγεται θα πρέπει να είναι αυτός με το μικρότερο σφάλμα για το παρόν σύνολο βαρών.

Εχοντας διαλέξει το m -οστο μέλος της ομάδας αυτό που μένει είναι να προσδιορίσουμε το α_m. Απο την παραπάνω σχέση θα είναι:

$$\frac{dE}{d\alpha_m} = -W_c e^{-\alpha_m} + W_e e^{\alpha_m} \tag{74}$$

Εξισώνοντας με το 0 θα έχουμε:

$$-W_c + W_e e^{2\alpha_m} = 0 \tag{75}$$

και επομένως το βέλτιστο α_m θα είναι:

$$\alpha_m = \frac{1}{2} ln \frac{W_c}{W_e} \tag{76}$$

Δεδομένου οτι έχουμε ορίσει ως W το συνολικό βάρος η έκφραση μπορεί να γραφεί:

$$\alpha_m = \frac{1}{2} ln \frac{1 - e_m}{e_m} \tag{77}$$

όπου $e_m = W_e/W$ είναι το ποσοστό των λανθασμένα ταξινομημένων προτύπων.

Απο τα παραπάνω προκύπτει οτι δεδομένου ενός συνόλου εκπαίδευσης T το οποίο περιλαμβάνει N σημεία (πρότυπα) x_i και τις αντίστοιχες ετικέτες $y_i = (+1, -1)$ θέτουμε $w_i^{(1)}$ σε όλα τα σημεία x_i. Θέλουμε να δημιουργήσουμε μια ομάδα απο M ταξινομητες επιλέγοντας απο ένα σύνολο L ταξινομητών. Εκτελούμε M επαναλήψεις. Σε κάθε επανάληψη ονομάζουμε W το άθροισμά των βαρών όλων των σημείων με W_e το άθροιμα των βαρών των δεδομένων στα οποία ο ταξινομητής κάνει λάθος και έχει αναθέσει λάθος ετικέτα(κλάση). Με βαση τα παραπάνω ο αλγόριθμος θα έχει την ακόλουθη μορφή κατα βήματα:
Για $m = 1..M$

1. Επιλέγουμε απο το σύνολο τον ταξινομητή k_m ο οποίος έλαχιστοποιεί το :

$$We = \sum_{y_i \neq k_m(x_i)} w_i^{(m)} \tag{78}$$

2. Θέτουμε το βάρος α_m του ταξινομητή ως:

$$\alpha_m = \frac{1}{2} ln \frac{1 - e_m}{e_m} \tag{79}$$

όπου $e_m = W_e/W$

3. Ανανεώνουμε τα βάρη για την επόμενη επανάληψη. Αν το $k_m(x_i)$ είναι αστοχία θέτουμε:

$$w_i^{(m+1)} = w_i^{(m)} e^{\alpha_m} = w_i^{(m)} \sqrt{\frac{1 - e_m}{e_m}} \tag{80}$$

αλλιώς θέτουμε:

$$w_i^{(m+1)} = w_i^{(m)} e^{-\alpha_m} = w_i^{(m)} \sqrt{\frac{e_m}{1 - e_m}} \tag{81}$$

Εδώ πρέπει να γίνουν κάποια σχόλια. Κατάρχας, αναφορικά με τα βάρη , είναι δυνατό να επανασχεδιάσουμε το βήμα ανανέωσης των βαρών ετσι ώστε μόνο οι αστοχίες να οδηγούν σε αναδιαμόρφωση του βαρους.

Επίσης,παρατηρουμε οτι το διάνυσμα $w^{(m)}$ σχεδιάζεται επαναληπτικά. Μπορεί να επαναυπολογίζεται εντελώς σε κάθε βήμα , αλλα είναι πιο αποδοτικό αυτος ο υπολογισός να γίνεται προσθετικά.

Τέλος, ένας ταξινομητής ο οποίος έχει απόδοση τυχαία (δηλαδή $e_m = 1/2$) πέρνει μηδενικο βάρος. Ενας τέλειος ταξινοητής ($e_m = 0$) θα έπαιρνε άπειρο βάρος εφόσον θα ήταν το μόνο μέλος της ομάδας που θα χρειαζόμασταν. Ενας τέλειος ΄ψευτης΄ ($e_m = 0$) θα έπαιρνε αρνητικό απειρο βάρος. Απλά θα αντιστρεφόταν η απόφαση του και θα ήταν η μόνη επιλογή που θα χρειαζόμασταν.

3.Πρακτικό Μέρος

3.1. Συναρτήσεις που χρησιμοποιήθηκαν και διαδικασίες που προηγήθηκαν της εφαρμογής των αλγορίθμων

Στο παρόν κεφάλαιο καταγράφουμε συνοπτικά τις διάφορες συναρτήσεις που χρησιμοποιήθηκαν, καθώς και την προεπεξεργασία η οποία προηγήθηκε πριν απο την εφαρμογή των διαφόρων αλγορίθμων η οποία όμως είναι κοινή για τις διάφορες ξεχωριστές εφαρμογές.

Οι συναρτήσεις του Matlab οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν ειναι οι εξής:

1. clearvars : Απομακρύνει όλες τις μεταβλητές απο το workspace . Με την σημαία -except var1 var2 ... απομακρύνει ολες τις μεταβλητές εκτός απο τις αναφερόμενες.

2. display : Τυπώνει στο command line του matlab .

3. find(X) : Βρίσκει τους δείκτες των μη μηδενικών στοιχείων του X.

4. load : Φορτώνει δεδομένα απο το δοθέν M-file στο χώρο εργασίας.

5. mapstd(X) : Επεξεργάζεται τα δεδομένα πραγματοποιώντας χαρτογράφηση της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης στο 0 και στο 1 αντίστοιχα(ανα γραμμή).

6. min /max (X): Για διανύσματα επιστρέφει το μεγαλύτερο / μικρότερο στοιχείο του X. Για πίνακες επιστρέφει ένα διάνυσμα γραμμή το οποίο περιέχει σε κάθε στοιχείο του για κάθε στήλη του πίνακα X το μέγιστο/ελάχιστο στοιχείο.

7. newff(P,T,S) : Δημιουργεί δίκτυο εμπρόσθιας τροφοδότησης με οπισθοδιάδοση σφάλματος με P,T,S συμβολίζονται οι πίνακες με τα πρότυπα εκπαίδευσης, οι αντίστοιχες ετικέτες τους και οι διαστάσεις του δικτύου αντίστοιχα.

8. nnz(X) : Μετρά τον αριθμό των μή μηδενικών στοιχείων.

9. processpca : Επεξεργάζεται τα δεδομένα των γραμμών εφαρμόζωντας pca (principal component analysis) ετσι ώστε οι γραμμές να αποσυσχετισθούν και να διαταχθούν με βάση την συνεισφορά τους στην συνολική μεταβλητότητα. Επιπροσθέτως οι γραμμές των οποίων η συμβολή είναι πολύ χαμηλή μπορεί να αφαιρεθούν.

10. randperm(N) : Επιστρέφει ένα διάνυσμα το οποίο περιέχει μια τυχαία μετάθεση των ακερίων 1:N.

11. removeconstantrows(X) : Αφαιρεί απο τον πίνακα που περνά σαν όρισμα τις γραμμές με σταθερές τιμές.

12. round(X) : Στρογγυλοποίηση προς τον κοντινότερο ακέραιο ως προς τον X.

13. selforgmap(D) : δημιουργεί ένα πλέγμα χάρτη αυτοοργάνωσης με βάση τις δοθείσες διαστάσεις με την δοθείσα παραμετροποίηση για τον τύπο του δικτύου.

14. sim(NET,T) : Εκτελεί προσομοίωση στο δίκτυο NET των προτύπων ελέγχου T.

15. size(X) : Επιστρέφει ενα διάνυσμα με τις διάστασεις του πίνακα X. Αν έχουμε ως όρισμα size(X,i) , επιστρέφει το μέγεθος της διάστασης που πρόσδιορίζεται.

16. sort(X) : Ταξινόμηση του X. Αν X πίνακας , τότε ταξινομει την κάθε στήλη σε σύξουσα σειρά.

17. sqrt(X) : Επιστρέφει την τετραγωνική ρίζα των στοιχείων του X.

18. sum(X) : Επιστρέφει άθροισμα. Σε περίπτωση διανύσματος επιστρέφει το άθροισμα των στοιχείων του. Σε περίπτωση πίνακα επιστρέφει διάνυσμα γραμμής το οποίο περιέχει τα αθροίσματα όλων των στηλων του πίνακα X.

19. textread : Διάβασμα απο αρχειο με την μορφή δοθείσας φόρμας.

20. tic/toc : Αρχίζει και τελειώνει χρονική καταμέτρηση η οποία εκτυπώνεται.

21. train(NET,X,T) : Εκπαιδεύει το νευρωνικό δίκτυο NET με τον πίνακα των προτύπων X και πίνακα κλάσσεων T.

22. xlsread(FILE,SHEET) : Διαβάζει τα δεδομένα απο το δοθέν αρχείο excel (FILE)για το δοθέν φύλλο (SHEET).

23. zero(M,N) : Δημιουργεί έναν πίνακα MXN με ολα τα στοιχεία του ίσα με 0.

[25]

Οσον αφορα τα βήματα προεπεξεργασίας που χρησιμοποιήθηκαν , αρχικά απο τα δεδομένα πρότυπα διαγράφθηκαν χαρακτηριστικά τα οποία είναι σταθερά (χρησιμοποιώντας την removeconstantrows). Στην συνέχεια κανονικοποιούμε ως προς την μέση τιμή και την διακύμανση των δεδομένων (mapstd) και τέλος χρησιμοποιούμε τν ορθογωνικό μετασχηματισμό *pca* ετσι ώστε να αποσυσχετίσουμε τα δεδομένα εισόδου.

Σχετικά με την διαδικασία ολοκλήρωσης της εκπαίδευσης , για λόγους απλότητας , εφόσον δεν μελετάμε στην παρούσα εργασία τρόπους βελτίωσης της, επιλέχθηκε η πιο απλή δυνατη περίπτωση όπου η εκπαιδευτική διαδικασία των δικτύων σταματά με έλεγχο κάθε φορά της ευστοχίας του σύνολου εκπαίδευσης, χωρίς να υπάρχει συνολο επικύρωσης. Η ευστοχία ολοκλήρωσης , κάθε φορά προσδιορίζεται με $cross_validation$ ανάλογα με τις ανάγκες του δεδομένου σύνολου και ποικίλει αρκετά εφόσον σε κάποια σύνολα η ευστοχια δεν μπορεί να υπερβεί κάποια δεδομένη τιμή πιθανώς λόγω μεγάλης επικάλυψης των δεδομένων, ενώ σε άλλα μπορεί να φτάνει σε μεγάλες ποσοστιαίες τιμες χωρίς αυτο να είναι καλό , λόγω *overtrain*. Κάθε φορά θέλουμε να προσδιορίζουμε κάποια τιμή που να είναι αρκετά αντιπροσωπευτική των δυνατοτήτων του δικτύου στο δεδομένο σύνολο.

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι αλγόριθμοι που σχεδιάστηκαν. Η δομή που ακολουθείται είναι αυτή η οποία αναφέρεται στην εισαγωγή.

3.2. Μελέτη συμπεριφοράς ομάδας εξειδικευμένων Νευρωνικών Δικτύων

3.2.1 Γενικά.

Σε αυτή την περίπτωση θα μελετηθεί η συμπεριφορά μιας ομαδας νευρωνικών δικτύων η οποια έχει την ακόλουθη ιδιότητα. Αντι τα νευρωνικά να εκπαιδεύονται είτε στο σύνολο είτε σε ένα υποσύνολο των δεδομένων εκπαίδευσης με βάση κάποιο χωρικό κριτήριο, εκπαιδεύονται σε διαφορετικές κατηγορίες των δεδομένων εκπαίδευσης.

Πιο συγκεκριμένα , αρχικά χωρίζουμε τα δεδομένα εκπαίδευσης σε ορισμένες υπερ-κατηγορίες ανάλογα με την κατηγορία στην οποία έχει ταξινομηθεί το συγκεκριμένο πρότυπο. Ετσι , εαν υποθέσουμε οτι έχουμε n πιθανές τελικές κατηγορίες όπου μπορεί να ταξινομηθεί κάποιο πρότυπο εκπαίδευσης, διαλέγεται ένας αριθμός $k < n$ ο οποίος σηματοδοτεί το πλήθος των υπερ-κατηγοριών. Για παράδειγμα , έστω οτι $n = 10$ και επιλέγεται $k = 3$. Αυτο σημαίνει οτι χωρίζουμε τις 10 αρχικές κατηγορίες σε τρείς ομάδες (υπερ-κατηγορίες) πχ την ομάδα 1 που αποτελείται απο τις τελικές κατηγορίες 1-3 την ομάδα 2 που αποτελείται απο τις κατηγορίες 4-6 και την ομάδα 3 που αποτελείται απο τις 7-10.

Αυτές αποτελούν τις ομάδες (υπερκατηγορίες) οι οποίες θα καθορίσουν την εκπαίδευση του κάθε νευρωνικού μας. Ετσι άλλο νευρωνικο θα εκπαιδευτεί στο να ταξινομεί πρότυπα που ανήκουν στην ομάδα 1 και αλλο στο να ταξινομεί πρότυπα που ανήκουν στη ομάδα 2. Συνολικά λοιπον για κάθε υπερ-κατηγορία (ας ονομάσουμε για διευκόλυνση απο εδω και έπειτα το σύνολο των υπερκατηγοριών $C1$ και το σύνολο των τελικών κατηγοριών $C0$) θα χρησιμοποιήσουμε ένα νευρωνικό δίκτυο (ή θα μπορούσαμε κάποιον άλλο απλό ταξινομητή). Αυτό θα αναλάβει αφου εκπαιδευτεί, για το κάθε πρότυπο του στοιχείου του $C1$ που αντιπροσωπεύεί να το μεταφέρει σωστά στο αντίστοιχο στοιχείο του $C0$.(Στο παραπάνω παράδειγμα , αν έχουμε ένα πρότυπο ελέγχου το οποίο ανήκει στην κατηγορία 4, θα πρέπει να ταξινομηθεί απο τον ταξινομητή της ομάδας 2 και αυτός θα έχει εκπαιδευτεί να ταξινομει σε τρείς κατηγορίες οι οποίες αντιπροσωπεύουν τις 4,5 και 6)

Απο τα παραπάνω γεννίεται η ακόλουθη απορία: πως θα ξέρει το σύστημα σε ποιο μέλος του $C1$ να αποδώσει το κάθε πρότυπο ελέγχου· Η απάντηση σε αυτό το ερώτημα είναι εύκολη. Θα χρησιμοποιήσουμε ακόμα έναν αλγόριθμο ταξινόμησης του οποίου το καθήκον θα είναι να ταξινομήσει το κάθε πρότυπο

στην ανίστοιχη κατηγορία του $C1$. Ετσι θα έχουμε ένα σύνολο απο $k+1$ ταξινομητές. Το κάθε πρότυπο αρχικά θα ταξινομείται σε κάποια απο τις κατηγορίες του $C1$ και κατόπιν ο αντίστοιχος ταξινομητής -εκπρόσωπος που θα έχει επιλεγεί θα φροντίζει για την περαιτέρω ταξινόμηση του προτύπου στην αντίστοιχη κατηγορία του $C0$.

Εδώ αξίζει να παρατηρήσουμε οτι ήδη ο πρώτος ταξινομητής ανάλογα με την ομάδα που θα κατηγοριοποιήσει το καθε πρότυπο περιορίζει τις επιλογές για την κατηγορία του $C0$ που ανήκει το πρότυπο στις κατηγορίες που ανήκουν στην ομάδα που έχει επιλεχθεί. Φυσικά το συγκεκριμένο σύστημα αφορα σύνολα δεδομένων τα οποία αποτελούνται απο σχετικά μεγάλο αριθμό κλάσσεων. Είναι κατανοητό οτι αν έχουμε για παράδειγμα ένα σύνολο δεδομένων με δύο μόνο κλάσσεις , το συγκεκριμένο σύστημα δεν έχει νόημα εφόσον το k το οποίο θα πρέπει να επιλεγεί πρέπει να είναι μικρότερο απο το n προκείμενου ο αλγοριθμος να έχει νοημα. Αφου όμως το $n=2$ αναγκαστικά το συνολο $C1$ θα έχει μια μόνο κατηγορία , και δεν θα χρειάζεται επιπλέον ταξινομητής για να αποφανθει στο που (ποιο στοιχείο του $C1$) ανήκει κάποιο πρότυπο. Ετσι το όλο σύστημα θα χρειαστεί μονο k ταξινομητές. Ομως $k=1$. Αρα αναγόμαστε στην περίπτωση απλού ταξινομητή.

Αντίθετα παρατηρούμε οτι αν το σύνολο έχει απο τρείς κατηγορίες και πάνω ο αλγόριθμος έχει(κάποιο τουλάχιστον μονο για τρείς) νόημα. Πράγματι εαν $n=3$ και δεδομένου οτι ζητάμε $k<n$ εαν θέσουμε $k=1$ θα αναχθούμε και πάλι στην περίπτωση ενός μόνο απλού ταξινομητή. Αν όμως θέσουμε $k=2$, η μία ομάδα τοτε (το ένα στοιχείο του $C1$) θα περιλαμβάνει 1 και η άλλη ομάδα (το άλλο στοιχείο του $C1$)2 κλάσσεις. Προφανώς για την ομάδα που περιέχει μία μόνο κλάση δεν θα χρειαστεί επιπλέον ταξινομητής ,αφου κάθε πρότυπο το οποίο ανήκει σε αυτην την ομάδα , θα αντιστοιχηθεί απέυθείας στην -μοναδική- κλάση που αυτη αντιπροσωπεύει. Για την ομάδα όμως που περιλαμβάνει δύο κλάσεις, θα χρειαστούμε επιπλέον ταξινομητή για να αποφανθεί σε ποια κλάση απο τις δύο ανήκει κάποιο πρότυπο που κατατάχθηκε στην ομάδα του. Επιπλέον θα χρειαστούμε ακόμα έναν ταξινομητή για το παραπάνω επίπεδο(που θα αποφασίζει δηλαδή το στοιχείο του $C1$).Ετσι , μπορεί να ορισθεί το συγκεκριμένο σύστημα και αν και κάπως λειψα και για τρεις κατηγορίες και σε αυτη τη περίπτωση θα έχει 2 ταξινομητές.

Μια άλλη παρατήρηση η οποία αξίζει να αναφερθεί σχετίζεται με την μείωση των κλάσσεων εξόδου για το σύστημα. Πράγματι , παρατηρούμε οτι μια ιδιότητα του συγκεκριμένου συστήματος είναι οτι βάζει περισσότερους ταξινομητές οι οποίοι ομως έχουν πιο απλό έργο απο τον ένα που έχουμε στην περίπτωση ενός ταξινομητή. Πιο συγκεκριμένα , σε αυτό το σύστημα έχουμε ένα σύνολο k ταξινομητών το οποίο οι οποίοι έχουν ίδιο αριθμό χαρακτηριστικών εισόδου ,αλλα μικρότερο αριθμό κλάσσεων εξόδου , και προφανώς μικρότερο αριθμό

προτύπων εκπαίδευσης καθώς και έναν με ίδιο αριθμό προτύπων εκπαίδευσης ,αλλα με μικρότερο αριθμό κλάσσεων(για τον μετα ταξινομητή ,αφου $k < n$),σε σχέση με την περίπτωση ενός απλού ταξινομητή.

Είναι σημαντικό οτι πρέπει να προσεχθεί ο τρόπος με τον οποίο χωρίζονται οι κατηγορίες δεδομένου οτι αν δεν είμαστε προσεκτικοί μπορεί να δώσουμε πολλά πρότυπα σε κάποιο ταξινομητή και πολύ λιγα σε κάποιον άλλο κατα την διαδικασία της εκπαίδευσης ανάλογα με τις επιμέρους κατηγορίες τις οποιές καλείται ο καθένας να ταξινομήσει. Γενικά η φιλοσοφία του συστήματος είναι να μετατρέψει ένα δύσκολο έργο σε πόλλα εύκολα -διαίρεε και βασιλευε- επομένως θα ήταν ανούσιο για παράδειγμα να πιέσουμε κάποιον απο τους βασικούς ταξινομητές του συστήματος με πολλές κλάσσεις, και να αφήσουμε με λιγότερο φόρτο τους υπολοιπους. Γενικά όσο καλύτερα ισοκατανεμηθεί η εργασιά τόσο καλύτερα αναμένεται να είναι και τα αποτελέσματα του συγκεκριμένου συστήματος.

Κατι ακόμα που πρέπει να σημειωθεί είναι οτι το ποσοστό των σωστά ταξινομημένων προτύπων για το συγκεκριμένο σύστημα εξαρτάται απο όλους τους ταξινομητες του. Ειδικότερα, αρχικά ο ταξινομητής ο οποίος ταξινομεί στο σύνολο $C1$ καθορίζει σε πολύ μεγάλο βαθμό την συνολική ευστοχία του συστήματος αφού αυτός θα ταξινομήσει σε κάποια ομάδα όλα τα πρότυπα ελέγχου. Αν ταξινομήσει λάθος κάποιο πρότυπο , αυτό αυτομάτως ταξινομείται λάθος συνολικά.

Κατα συνέπεια ο ταξινομητής αυτός έχει μάλλον τον σημαντικότερο ρόλο. Απο την άλλη μεριά , οι υπόλοιποι ταξινομητες ,οι οποίοι γενικά αναμένεται να τα πηγαίνουν γενικά καλά απο αποψη ευστοχίας και να έχουν μικρούς χρόνους εκπαίδευσης, παίζουν και αυτοί σημαντικό ρόλο με τον τρόπο τους. Αμα κάποιος απο αυτούς δεν εκπαιδευτει σωστα , τα χαμηλά ποσοστά του θα επηρεάσουν το συνολικό ποσστό επιτυχίας (σωστα ταξινομημένων προτύπων) του συστήματος.

Με βάση τα παραπάνω μια σχέση η οποία θα μπορούσε να δώσει με αρκετή ακρίβεια την συνολική ευστοχία του συστήματος είναι η ακόλουθη:

$$acc = acc_{C1} \sum_{i=1}^{k} w_i acc_i \tag{82}$$

όπου acc είναι η συνολική ευτοχία του συστήματος, acc_{C1} είναι η ευστοχία του ταξινομητή που ταξινομεί για το $C1$ και acc_i αποτελούν τις ευστοχίες του καθενός απο τους υπόλοιπους ταξινομητές για τις k ομάδες. Το βάρος w_i αποτελεί το πόσο σημαντικός είναι ο συγκεκριμένος αριθμός για το σύνολο και θα μπορούσε να προσδιορισθεί ως το πλήθος των προτύπων ελέγχου που ανήκουν σε αυτη την κατηγορία προς το συνολικό πλήθος προτύπων ελέγχου.

Η σχέση αυτή πηγάζει απο το γεγονός οτι ο αρχικός ταξινομητής θα προσδιορίσει την συνολικη ευστοχία για όλους τους άλλους. Ετσι για παράδειγμα εαν η ευστοχία του αρχικού (του $C1$) ταξινομητή είναι 80 τοις εκατο ,μπορούμε να πούμε οτι περίπου τα 80 απο τα 100 πρότυπα περνανε σωστά για να ταξινομηθούν απο οποιοδήποτε ταξινομητή του επόμενου επιπέδου. Στο επίπεδο αυτό, όπως είναι λογικό , το βάρος του κάθε ταξινομητή καθορίζεται απο το πλήθος των στοιχειων που ανήκουν στην ομάδα που αντιπροσωπεύει.Γενικά η ευστοχία του ανώτερου επιπέδου ΄μεταδίδεται΄ στο κατώτερο. Μια βελτίωση αυτου φυσικά θα μπορούσε να είναι η αντικατάσταση της συνολικής ευστοχίας απο τα επι μέρους ποσοστά ανα κατηγορία, αλλα σε κάθε περίπτωση αυτή αποτελεί μια πολύ απλή σχέση η οποία δίνει με σχετικά κάλη αρίβεια μια γρήγορη προσέγγιση του αποτελέσματος.

Συνολικά λοιπον απ όλα τα παραπάνω γινεται κατανοητό οτι αυτό το σύστημα βασίζεται στην μέθοδο διαίρει και βασίλευε και αν και δεν είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για σύνολα δεδομένων με λίγες κλάσσεις εξόδου, μπορεί να βοηθήσει ιδιαίτερα αν έχουμε πολλές κλάσσεις στην έξοδο. Παραταυτα, αν και έχει τις προυποθέσεις για μέγάλα σύνολα να αποτελεί ένα καλύτερο τοσο απο άποψη χρόνου όσο και απο άποψη απόδοσης σύστημα απότι ένας μεμονωμένος ταξινομητής, πρέπει να τονισθεί οτι χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή δεδομένου οτι το σύστημα είναι ιδιαίτερα ευαίσθητο αφού η απόδοση του εξαρτάται απο τις διαφορετικες αποδόσεις πολλών επιμέρους ταξινομητών.

3.2.2 Υλοποίηση

Στην πρώτη περίπτωση υλοποιούμε το σύστημα για την ταξινόμηση των διαφόρων συνόλων δεδομένων χρησιμοποιώντας έναν ταξινομητή $k-nn$ σαν ταξινομητή στο σύνολο $C1$ και κατόπιν χρησιμοποιούμε για τις επιμέρους ταξινομήσεις στις τελικές κατηγορίες ταξινομητές νευρωνικών δικτύων. Η εκπαίδευση των επιμέρους ταξινομητών αυτών γίνεται με τον συνήθες τρόπο χρησιμοποιώντας τις γνωστές συναρτήσεις που δίνονται απο το matlab .

Η διαδικασία περιλαμβάνει ως συνήθως αρχικά την ανάγνωση όλων των δεδομένων και κατόπιν την δημιουργία του πίνακα εκπαίδευσης , καθώς και του αντίστοιχου πίνακα ετικετών -κλάσεων , οπως και την κατασκευή των ανίστοιχων πινάκων ελέγχου. Η κατασκευή των πινάκων αυτών εαν δεν δίνονται έτοιμοι , γίνεται με τον διαχωρισμό των αρχικών δοθέντων πινάκων οι οποίοι απλά περιλαμβάνουν τα δεδομένα και τις αντίστοιχες κλάσσεις στους παραπάνω υποπίνακες εκπαίδευσης -ελέγχου. Πρίν όμως πραγματοποιηθεί ο διαχωρισμός αυτός πάντα πραγματοποιούμε μια τυχαία μετάθεση στο σύνολο των δεδομένων ετσι ώστε

να μην είναι σταθερό σε κάθε εκτέλεση ποια δεδομένα είναι εκπαίδευσης και ποια είναι ελέγχου. (Φυσικά εάν δίνονται ήδη απο πρίν έτοιμοι οι πίνακες εκπαίδευσης και ελέγχου αυτο το βήμα πραγματοποιείται στους επιμέρους πίνακες και όχι στους αρχικούς πραγμα που όμως σημαίνει οτι τα δεδομένα εκπαίδευσης και ελέγχου κάθε φορά είναι ίδια απλά έχουν διαφορετική σειρα).Στη συνέχεια πραγματοποιείται η προεπεργασία των δεδομένων κατα τα γνωστά.

Στον συγκεκριμένο αλγόριθμο πραγματοποιούμε επιπλέον το βήμα του διαχωρισμού των δεδομένων εκπαίδευσης (και των αντίστοιχων ετικετων) ανάλογα με την κατηγορία $C1$ στην οποία ανήκει το κάθε δεδομένο εκπάιδευσης με βάση τον διαχωρισμό που εμείς αυθαίρετα έχουμε επιλέξει με βάσει τις κλάσσεις των δεδομένων εκπάιδευσης οπως αναφέρεται παραπάνω. Αυτός ο διαχωρισμός θα αποτελεσει τον πυρήνα της εκπαίδευσης καθώς κάθενας απο τους χαμηλότερου επιπέδου ταξινομητές θα εκπαιδευθεί στο αντίσοιχο σύνολο. Ετσι ο καθένας απο τους ταξινομητές αυτούς θα μάθει να ταξινομεί σε κάποιο υποσύνολο του συνόλου των πιθανων κατηγοριών των δεδομένων και μεταξύ αυτων των υποσυνόλων δεν θα υπάρχει κάποια τομη. Αρα ο καθένας ταξινομητής εξειδικεύεται σε κάποιο υποσυνολο των δεδομένων με κριτήριο την κλάσση στην οποία τα δεδομένα ανήκουν.

Εφόσον λοιπόν ξέρουμε τις κλάσσεις των δεδομένων εκπαίδευσης μπορούμε να τα διαχωρίσουμε για να εκπαίδεύσουμε τον καθένα απο τους ταξινομητές αυτούς (του χαμηλότερου επιπέδου).

Προκειμένου να κάνουμε πιο αποδοτική την εκπάιδευση των δικτύων μας πραγματοποίούμε ακόμα ένα βήμα προεπεεργασίας για όλα τα νευρωνικά του χαμηλότερου επιπέδου. Δεδομένου οτι το κάθε νευρωνικό ουσιαστικά πλέον διαχωρίζει απο λιγότερες κλάσσεις, είναι προφανές οτι δεν χρειάζεται να υπάρχουν οι επιπλέον σταθερές γραμμές στο κάθε επιμέρους σύνολο κλάσσεων (δηλαδή στα TrainDataTargets1-n) που υποδηλώνουν κλάσσεις στις οποίες ο προς εκπαίδευση ταξινομητής δεν πρόκειται να ταξινομήσει κάποιο πρότυπο λόγω του παραπάνω διαχωρισμού. Επομένως προκειμένου να μειώσουμε το υπολογιστικό κόστος χρησιμοποιούμε την removeconstantrows και κάθε φορα πρίν απο την εκπαίδεση του κάθε επιμέρους ταξινομητή διαγράφουμε τις αντίστοιχες σταθερές γραμμές στο προς εκπαίδευση υποσύνολο ετικετών.

Στη συνέχεια πραγματοποίουμε την διαδικασία εκπαίδευσης. Κατα τα συνηθισμένα χρησιμοποιουμε τις γνωστές συναρτήσεις και την παραμετροποίηση των νευρωνικών που έχουμε επιλέξει, με βασικό κριτήριο την ευστοχία του νευρωνικού στα δεδομένα εκπαίδευσης (οσο πιο απλό κριτήριο γίνεται).

Η ευστοχία τερματισμού επιλέγεται ΄χειροκίνητα΄ ανάλογα με το σύνολο εκπαίδευσης και συνήθως προσδιορίζεται μετα απο αρκετές επαναλήψεις, σε συνάρτηση με το πόσο καλά αποδίδει ο ταξινομητής (ή εδω το σύστημα) στα δεδομένα ελέγχου καθώς και με το πόσο χρόνο κάνει το σύστημα για να φτάσει

στο δεδομένο αποτέλεσμα.

Κατι ακόμα που αξίζει να αναφερθεί σχετικά με την μοντελοποίηση της διαδικασίας εκπαίδευσης , είναι οτι επιλέχθηκαν ως επιμέρους εξειδικευμένοι ταξινομητές σχετικά μικρα δίκτυα (με μέγεθος [5 4]) διότι τα επιμέρους δίκτυα έχουν σχετικά μικρότερο φόρτο ώς προς το σύνολο των δεδομένων τόσο απο αποψη ποσότητας δεδομένων εκπαίδευσης προς επεξεργασία , όσο και απο άποψη πλήθους κατηγορίων εξόδου. Η εκπαίδευση επομένως μπορεί να γίνει εξίσου αποδοτικά (αλλα πιο γρηγορα και με λιγότερο κόστος σε μνήμη) απο μικρότερα δίκτυα.

Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία της εκπαίδευσης των έξειδικευμένων΄ ταξινομητών πραγματοποιούμε την εκπαίδευση του ανώτερου επιπέδου ταξινομητή(για την ταξινομηση στις υπερομάδες του $C1$). Εδώ έχουε δύο περιπτώσεις: εξετάζουμε την περίπτωση εκπαίδευσης και εφαρμογής νευρωνικού δικτύου ως τέτοιο ταξινομητή , καθώς και την περίπτωση εφαρμογής ταξινομητή knn για το συγκεκριμένο πρόβλημα.

3.2.2.1 Περίπτωση Νευρωνικου Δικτύου σαν Ταξινομητή υπερομάδων

Στην πρώτη περίπτωση όπου έχουμε νευρωνικό δίκτυο δεν θα έχουμε κάποια ουσιαστική αλλαγή στην διαδικασία της εκπαίδευσης σε σχέση με τα παραπάνω, απλα όπως είναι λογικό θα πρέπει να του δώσουμε για την εκπαίδευση του σαν πιθανές ετικέτες - κλάσσεις μια αντίστοιχία των κλάσσεων των δεδομένων εκπαίδευσης στις αντίστοιχές υπερκλάσσεις τους με βάση τα όσα αναφέρθηκαν παραπάνω. Ετσι στο πρόγραμμα σχηματίζουμε κάθε φορα έναν πίνακα αρχικοποιμένο με μηδενικά (διαστάσεων: πλήθος υπερομάδων X μέγεθος δεδομένων εκπαίδευσης) όπου το αντίστοιχο 1 σε κάθε στήλη αντιστοιχεί στην αντίστοιχη υπερομάδα στην οποία ανήκει το συγκεκριμένο δεδομένο εκπαίδευσης.Εκπαιδεύουμε λοιπόν τον ταξινομητή αυτόν με αυτό το σύνολο σαν κλάσσεις και έτσι αυτός θα καθορίζει ποιος (εκπαιδευένος πλέον ΄ εξειδικευμένος΄ ταξινομητής) θα αποφανθεί για την κλάση κάποιου δεδομένου ελέγχου χρησιμοποιώντας αυτές τις υπερομάδες που αντιστοιχούν η κάθεμια σε ένα σύνολο κλάσσεων.

Κατόπιν εφαρμόζουμε το σύνολο των δεδομένων ελέγχου στο σύστημα ετσι ώστε να μετρήσουμε την απόδοσή του. Για να γίνει αυτό ,αρχικά χρησιμοποιούμε την συνάρτηση sim στα δεδομένα ελέγχου στον ταξινομητή των υπερομάδων ετσι ώστε αυτός να αποφανθεί σε ποια υπερομάδα ανήκει το κάθε δεδομένο ελέγχου. Αφού πάρουμε τον πίνακα που προκύπτει (ο οποίος θα έχει διαστάσεις: πλήθος υπερομάδων X μέγεθος δεδομένων ελέγχου), ξέρουμε με

βάση το γεγονός οτι στην εκπαίδευση του δώσαμε πίνακα μηδενικών με τα 1 να συμβολίζουν την απόφαση της υπερομάδας για κάποιο δεδομένο εκπαίδευσης οτι η μέγιστη πεποίθηση του νευρωνικού για κάποια υπερομάδα θα είναι η μέγιστη τιμή που υπάρχει ανα στήλη.(Φυσικά η κάθε στήλη όπως πάντα αντιπροσωπεύει ένα πρότυπο). Με αυτό σαν δεδομένο , μεταφέρουμε τα αποτελέσματα σε έναν δεύτερο πίνακα ίδιου μεγέθους. Σε αυτόν , με βάση τα παραπάνω , η μέγιστη τιμή της κάθε στήλης μεταφράζεται σε 1 και οι υπόλοιπες σε 0 προκειμένου να έχουε μια κατα κάποιο τρόπο απόλυτη τελική απόφαση για την κατηγορία του κάθε δεδομένου ελέγχου.

Στη συνέχεια για διευκόλυνση μεταφέρουμε τα δεδομένα σε ένα διάνυσμα ακεραίων όπου το κάθε ΄κελί΄ συμβολίζει την αντίστοιχη στήλη και η κάθε τιμη συμβολίζει την θέση του δεδομένου 1 του προηγούμενου πίνακα.

Πλέον είμαστε έτοιμοι να εκτελέσουμε τις προσομοιώσεις για τα δεδομένα ελέγχου στους χαμηλότερου επιπέδου εξειδικευμένους ταξινομητές. Θα μπορούσαμε να εκτελέσουμε ξεχωριστά προσομοίωση για το κάθε πρότυπο ανάλογα με την υπερομάδα στην οποία ανήκει με το αντίστοιχο εξειδικευμένο νευρωνικό, αλλα αυτό δεν είναι αποδοτικό χρονικά πιθανώς λόγω των πολλαπλών ξεχωριστών κλίσεων της συνάρτησης sim (και των υπολοίπων κλίσεων που αυτή πραγματοποίει. Αντ αυτού πραγματοποιούμε την κάθε προσομοίωση όλου του συνόλου ελέγχου για όλους τους εξειδικευμένους ταξινομητές και μετά διαλέγουμε με βάση το παραπάνω διάνυσμα , το αντίστοιχο αποτέλεσμα που θεωρείται κατάλληλο.

Εδώ είναι ιδιαίτερα σημαντικό να τονίσουμε οτι προκειμένου να έχουμε το τελικό αποτέλεσμα της απόφασης για το ποια κλάση έχει επιλέγει χρειαζεται ακόμα ένα βήμα. Δεδομένου οτι το αποτέλεσμα του κάθε ταξινομητή θα είναι ένα υποσύνολο του συνόλου των κλάσσεων , το αποτέλεσμα πρέπει να επανέλθει κατα κάποιον τρόπο στην αρχική μορφή του συόλου των κλάσεων. Αν και ξέρουμε οτι έχει επιλεγεί κάποιος δεδομένος ταξινομητής , θα πρέπει να δείξουμε στο τελικο αποτέλεσμα ποια είναι η τελική κλάση για κάποιο πρότυπο ελέγχου. Αυτο το πετυχαίνουμε φτιάχνοντας τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων έτσι ώστε να έχουν το σύνολο των κλάσσεων και για όποια κλάση είμαστε σίγουροι οτι δεν θα επιλέγει απο τον συγκεκριμένο ταξινομητή , της βάζουμε 0. Ετσι καταλήγουμε με έναν αριθμό πινάκων (οσοι οι εξειδικευμένοι ταξινομητές) με διαστάσεις ίδιες με αυτές των κλάσσεων στόχων των δεδομένων ελέγχου. Ετσι με το παραπάνω βήμα της επιλογής με βάση τα αποτελέσματα απο το διάνυσμα, κατασκευάζουμε έναν πίνακα ο οποίος είναι έτοιμος για σύγκριση με τον πίνακα των αποτελεσμάτων.

Τέλος χρησιμοποούμε την συνάρτηση για τον υπολογισμό των μεγεθών απόδοσης (accuracy , precision, recall) και έχουμε τα αποτελέσματα της απόδοσης του συστήματος.

3.2.2.2 Περίπτωση *knn* σαν Ταξινομητή υπερομάδων

Η συγκεκριμένη υλοποίηση δεν έχει μεγάλες διαφορές απο την παραπάνω, απλά χρησιμοποιούμε ταξινομητή *knn* αντι νευρωνικού δικτύου για ταξινομητή υπερομάδων. Το μόνο που αξίζει εδώ να αναφερθεί είναι οτι λόγω της φύσης του συγκεκριμένου ταξινομητή δεν υπάρχει για τις υπερομάδες φάση εκπαίδευσης. Για κάθε πρότυπο ελέγχου ταξινομούμε με βάση τις υπερομαδες που ανήκουν τα k γειτονικά πρότυπα εκπαίδευσης. Στην υλοποίηση που έχουμε πραγματοποίησει πάμε πλειοψηφικά με ένα αποτέλεσμα.

3.2.3 Αποτελέσματα

Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος εφαρμόστηκε σε 4 απο τα σύνολα εκπαίδευσης που έχουμε , δεδομένου οτι για να έχει εφαρμογή του κάποιο νόημα , όπως αναφέρθηκε παραπάνω θα πρέπει να έχουμε γενικά πάνω απο τρείς κατηγορίες στην έξοδο.

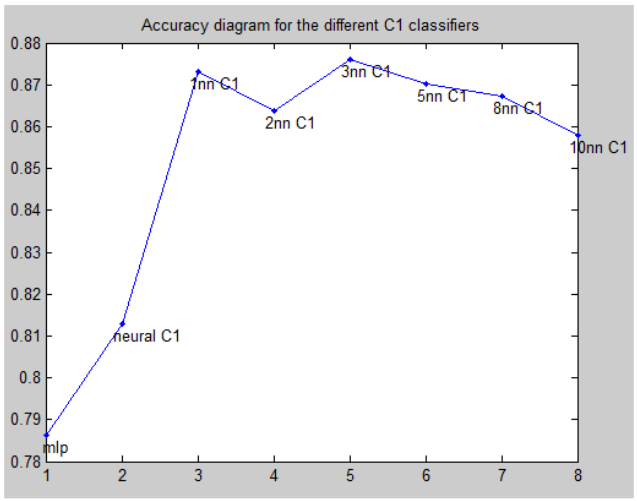
Πιο συγκεκριμένα , εφαρμόστηκε για το σύνολο αναγνώρισης γραμμάτων απο διάφορα ειδικά χαρακτηριστικά του κάθε γράμματος, για το σύνολο ταξινόμησης ασθενών σε ομάδες καρκίνου, για το σύνολο αναγνώρισης εννιαίων σχηματισμών σε εικόνα, καθώς και για το σύνολο *abalone*.

Παρακάτω παραθέτουμε για κάθε ένα απο τα σύνολα όπου εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος τους πίνακες των αποτελεσματων της ευστοχίας και της αν·ακλησηω (*recall*) ανα κατηγορία για την ταξινόμηση των δεδομένων. Για σύγκριση και μεγαλύτερη κατανόηση εφαρμόζουμε και ταξινόμηση με απλό *mlp* καθώς και επίσης διαφορετικές εκδοχές του αλγόριθμου που αναπτύχθηκε παραπάνω. Στη συνέχεια παρουσιάζουμε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις που προκύπτουν (για κάθε σύνολο) και επίσης πίνακες με τους χρόνους εκτέλεσης που χρειάστηκαν για την κάθε περίπτωση.

Type/Neighbors	Neur	1nn	2nn	3nn	5nn	8nn	10nn	mlp
Letters	100-200	109	130	150	200	270	330	100-160
CTG	20-30	9-12	10-12	11-13	11-13	14-18	16-20	40-50
Picture	4-6	2-3	2-4	3-4	3-4	3-5	3-5	4-6
Abalone	-	-	23	24	30	35	40	18

Οι πινακες των τιμών βρίσκονται στο επισυναπτόμενο αρχείο. Δεν πραγματοποιήθηκαν γραφικές παραστάσεις για την ακρίβεια του συστήματος λόγω πιθανών απροσδιοριστιών (0/0) σε ορισμένες εφαρμογές κάποιων συνόλων , παρόλα αυτα έχουμε πίνακα precision
Τέλος είναι σημαντικό να σημειωθεί οτι κάθε ένα απο τα αποτελέσματα έχει προέλθει απο τον μέσο όρο δέκα εκτελέσεων, προκειμένου να εξαλειφθεί κατα το δυνατό η μεταβλητότητα των αποτελεσμάτων που προέρχεται απο την τυχαία μετάθεση που πάντα εφαρμόζουμε πρίν την εφαρμογή του κάθε αλγορίθμου.

3.2.3.1 Letters



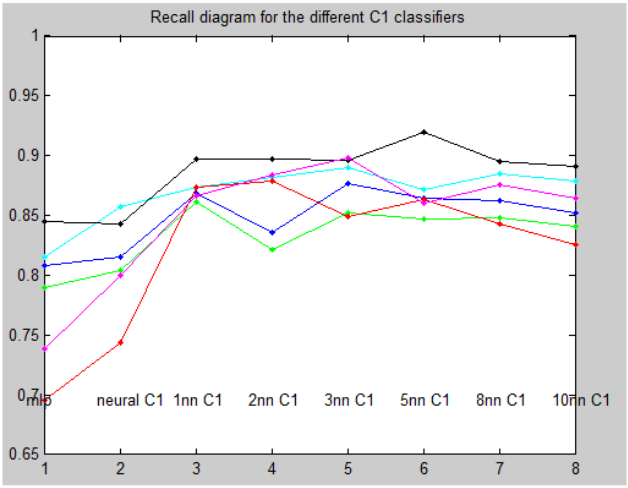
3.2.1 Η ευστοχία για το σύνολο αναγνώρισης γραμμάτων. Αποτυπώνονται στις δηλωμένες με ετικέτες θέσεις οι αντίστοιχοι αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν. Στην πρώτη περίπτωση έχουμε απλό multylayer perceptron ,ενώ παρακάτω εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο που αναφέρουμε στην ενότητα για νευρωνικό και knn (για διάφορα k) ταξινομητή υπερομάδων

Παρατηρούμε απο το παραπάνω διάγραμμα οτι όσον αφορά την συνολική

ευστοχία , για το συγκεκριμένο σύνολο, ο αλγόριθμος έχει καλύτερη απόδοση για όλες τις διαφορετικές περιπτωσεις που πήραμε σε σχέση με το απλό *mlp* (χρησιμοποιήθηκε απλο *mlp* μεγέθους [15 12])

Επίσης , απο την παρατηρούμενη γραφική παράσταση είναι αρκετά σαφές οτι για το συγκεκριμένο σύνολο ,οτι η περίπτωση ταξινομητή υπερομάδων *knn* υπερτερεί σε σχέση με την περίπτωση νευρωνικού δικτύου. Αυτό ενδέχεται να οφείλεται στο γεγονός οτι στο συγκεκριμένο σύνολο εκπαίδευσης υπάρχει μεγάλη τοπικότητα μεταξύ των δεδομένων και άρα ο προσδιορισμός ενός προτύπου μπορεί ευκολα να γίνει απο κάποιο πολύ κοντινό του.

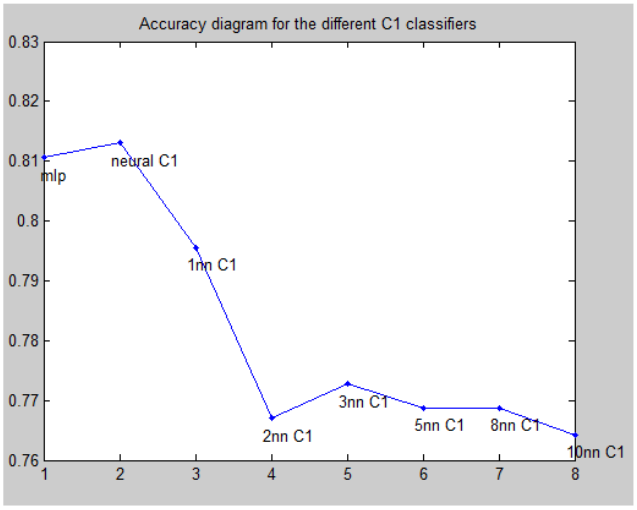
Μάλιστα, φαίνεται εύκολα οτι αναφορικά με την αύξηση της γειτονίας στον *knn* έχουμε σε γενικές γραμμές κάθε φορά κάποια πολύ μικρή μείωση της απόδοσης. Αυτό ενδεχομένως ανάγεται στον παραπάνω ισχυρισμό περι τοπικότητας και με την αύξηση της γειτονίας, βάζοντας περισσότερους πιθανούς γειτόνες, μειώνουμε την ισχύη που έχει ο κοντινότερος , ο οποίος είναι και ο πιο σημαντικός. Φυσικά όλα τα παραπάνω αφορούν την υπερομάδα στην οποία θα ΄στείλουμε΄ το πρότυπο μας για να το ταξινομήσει ο αντίστοιχος εξειδικευμένος Ταξινομητής.



3.2.2 Η ανάκληση (recall) του αλγορίθμου για τις διάφορες κατηγορίες του σύνολου αναγνώρισης γραμμάτων.

Εδώ αποτυπώνεται η ανάκληση για την κάθε ξεχωριστή κατηγορία απο τις 6 που έχουμε ορίσει για το συγκεκριμένο σύνολο (πιο συγκεκριμένα χρώμα μπλε για τα γράμματα A-E ,πράσινο για τα γράμματα F-J ,κυανό για τα K-O ,κοκκινο για τα P-S , μάυρο για τα T-W και φούξια για τα X-Z)

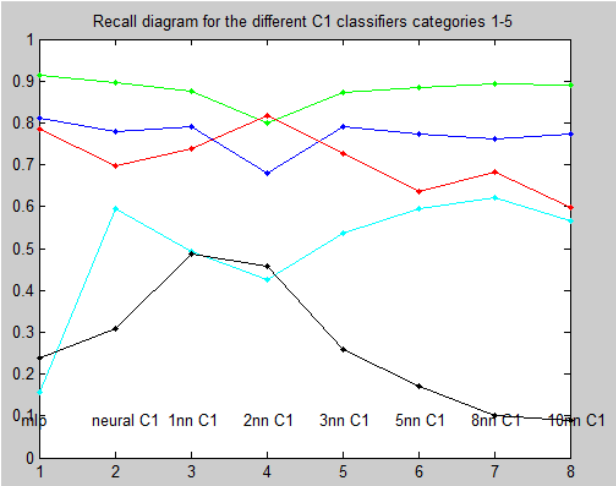
Εχει αρκετό ενδιαφέρον το γεγονός οτι υπάρχει μια γενική συνέπεια στις τιμές των περισσότερων κατηγοριών, (με την κόκκινη για παράδειγμα να είναι σταθερα μια απο τις πιο μη αποδοτικές κατηγορίες και την μαύρη αντίστοιχα να είναι πάντα απο τις πιο αποδοτικές) ενώ επίσης είναι ιδιαίτερα αξιοσημείωτο το οτι στην περίπτωση αλγόριθμου που εφαρμόζουμε σε σχέση με την περίπτωση του απλού mlp έχουμε γενικά σύγκλιση (ειδικά στην περίπτωση του knn) μεταξύ των αποδόσεων των μεμονωμένων κατηγορίων (με αυτή μαλιστα ,ισως συμπτωματικά να κορυφώνεται μια απο τις βέλτιστες συνολικές αποδόσεις στην περίπτωση του $1nn$). Οι δεδομένες συμπεριφορές είναι σχετικά αναμενόμενες δεδομένου του οτι έχουμε πλέον εξειδικευμένους ταξινομητές και εφόσον κάθε ταξινομητής είναι υπεύθηνος για λιγότερες κατηγορίες το αποτέλεσμα της εκπαίδευσης γενικά αναμένεται πιο σταθερό ανα τις κατηγορίες.

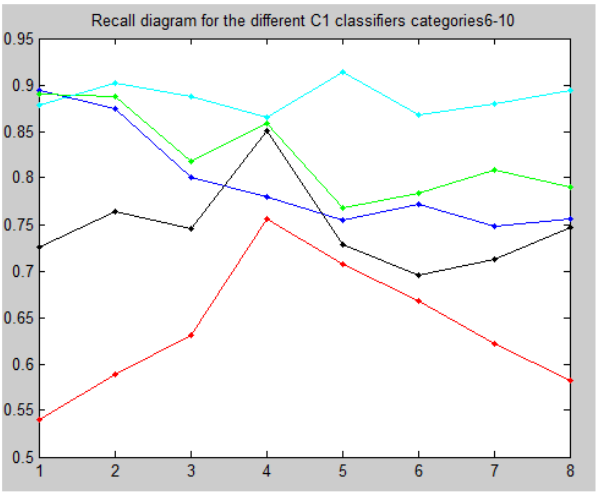


3.2.3 Η ευστοχία για το σύνολο CTG.

3.2.3.2 CTG

Παρατηρούμε οτι σε αυτήν την περίπτωση το σύστημα εχει αρκετά διαφορετική συμπεριφορά. Αρχικά ,είναι σημαντικό το γεγονός οτι η περίπτωση που έχουμε ταξινομητή υπερκατηγορίων νευρωνικό δίκτυο είναι σχετικά καλύτερη απο την περίπτωση όπου πραγματοποιούμε knn. Για την ακρίβεια το απλό mlp και η περίπτωση ταξινομητή νευρωνικού ως υπερομάδα έχουν τις καλύτερες αποδόσεις αναφορικά με την ευστοχία του συστήματος. Ο knn δεν τα παει καλά και καθώς μάλιστα αυξάνεται η γειτονία του όσο πάει αποδίδει και γενικά χειρότερα όπως φαίνεται απο το διάγραμμα. Απο ένα σημείο και μετά πάντως παρατηρούμε κάποια σταθερότητα ανεξάρτητα (ανάμεσα στο 76-78 τοις εκατό) για τις πιό μεγάλες γειτονίες. Γενικά η σχετικά χαμηλή απόδοση σε όλες τις περιπτώσεις του αλγορίθμου ενδέχεται να οφείλεται στο γεγονός οτι οι επιμέρους ταξινομητές μας δεν είναι αρκετα εξειδικευμενοι.





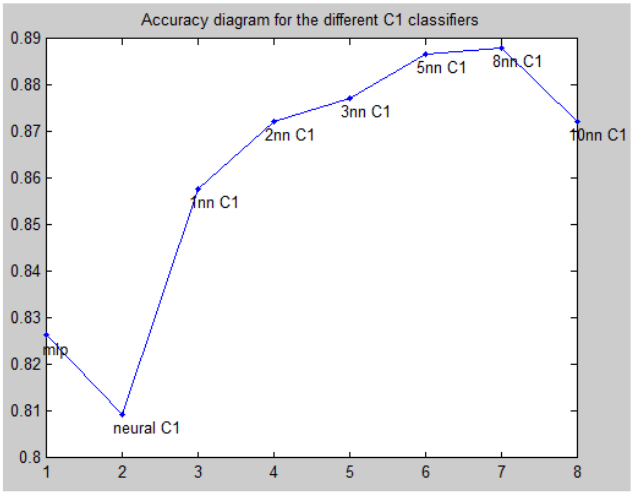
3.2.4 Η ανάκληση(recall) για το σύνολο CTG για όλες τις κατηγορίες. Δεδομένου οτι είχαμε πολλές σχετικά κατηγορίες στο συγκεκριμένο σύνολο εκπαίδευσης, χρησιμοποιήθηκαν 2 εικόνες .

Βλέπουμε απο τα διαγράμματα κατ άρχάς οτι υπάρχουν κάποιες κατηγορίες οι οποίες δεν έχουν καθόλου ικανοποιητικές τιμές σε σχέση με άλλες κατηγορίες. Παρατηρούμε ειδικά οτι στο πρώτο διαγραμμα η γαλάζια και η μαύρη κατηγορία έχουν πολύ χαμηλή απόδοση για κάποιους ταξινομητές. Επίσης και στα δύο διάγραμματα , υπάρχουν κάποιες κατηγορίες οι οποίες αιτιολογουν την χαμήλη απόδοση των μεταταξινομητών knn σε σχέση με τους υπόλοιπους (για παράδειγμα στο πρώτο διάγραμμα η μαύρη και η κόκκινη κατηγορία και στο δεύτερο διάγραμμα , η πράσινη και ίσως η μάυρη). Φυσικά στη συνολική απόδοση οι παραπάνω κατηγορίες δεν αναμένεται να έχουν το ίδιο βάρος και έτσι είναι σχετικά δύσξκολο απο τα δύο διαγράμματα να βγάλουμε κάποια ασφαλή συμπεράσματα σχετικά με την αιτία της σχετικά χαμηλής απόδοσης στην περίπτωση του knn.

Σχετικά με την υψηλή απόδοση των νευρωνικών , αντίστοιχα , οι κατηγορίες που κατέστησαν σχετικά αδύναμες τις περιπτώσεις του knn ισχυροποιούν τα

νευρωνικά. Μια ακόμα παρατήρηση σχετίζεται με την χαμηλή απόδοση του $2nn$ σε σχέση με τους πιο κοντινούς του nn. Αυτο (που κάλλιστα θα μπορούσε να ωφείλεται σε τύχη για τις συγκεκριμένες εκτελέσεις που δώσαν τα αποτελέσματα) προσδιορίζεται παρατηρώντας τη σχετικά χαμηλή αποδοση για το συγκεκριμένο αλγόριθμο κάποιον κατηγοριών του πρώτου διαγράμματος. Απο την άλλη όμως παρατηρούμε οτι στο δεύτερο διάγραμμα για τον συγκεκριμένο ταξινομητή έχουμε κάποιες σχετικά υψηλές τιμες για κάποιες κατηγορίες. Υποπτευόμαστε λοιπόν οτι οι αντίστοιχες πρώτες κατηγορίες (απο το πρώτο διάγραμμα) εχουν μεγαλύτερο βάρος σε σχέση με αυτές του δευτερου ετσι ώστε να προσδιορίσουν αυτη τη απόδοση.

3.2.3.3 Picture

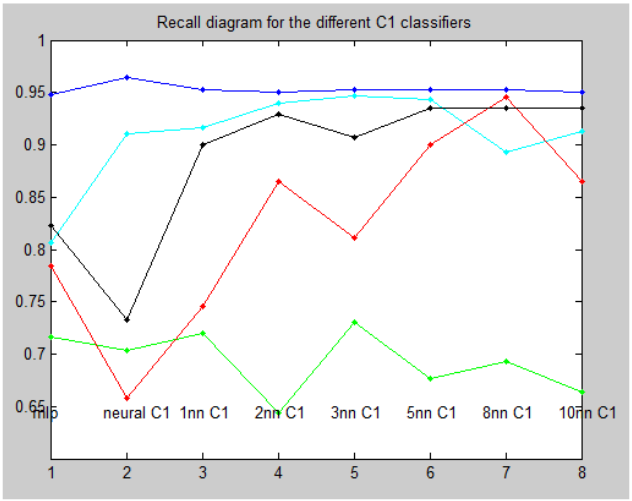


3.2.5 Η ευστοχία για το σύνολο Picture.

Σε αυτό το σύνολο παρατηρούμε οτι η χρήση του αλγορίθμου είχε πολύ καλά

αποτελέσματα σε σχέση με το προηγούμενο, σε σύγκριση με την περίπτωση ενός απλού νευρωνικού δικτύου. Βεβαια αξίζει να αναφερθεί οτι το συγκεκριμένο σύνολο είναι αρκετα μικρό απο άποψη πλήθους προτύπων πράγμα που γενικά προκάλεσε μια αστάθεια στη συνέπεια των αποτελεσμάτων και για τον λόγο αυτό οι προσομοιώσεις εκτελέστηκαν για κάθε είδος πάνω απο 10 φορές (20-30). Σε κάθε περίπτωση πάντως το απλό νευρωνικό δίκτυο υστερούσε ως πρός την περίπτωση των knn και ήταν ίσο ή υπερτερούσε οριακά ως προς την περίπτωση νευρωνικού για ταξινομητή του $C1$

Απο το διάγραμμα , είναι εμφανές οτι γενικά με την αύξηση της γειτονίας στον knn αυξάνεται και η απόδοση του συστήματος μέχρις ένα σημείο. (στους 8-10 γείτονες). Επίσης ,είναι αρκετά εμφανές η σχετική υστέρηση της περίπωσης του νευρωνικού ως $C1$ σε σχέση με το knn.



3.2.6 Η ανακληση για το σύνολο Picture.

Στην περίπτωση του διαγράμματος της ανάκλησης($recall$) για τις διάφορες κατηγορίες βλέπουμε οτι έχουμε την αναμενόμενη συμπεριφορά με βαση την απόδοση που παρατηρήθηκε παραπάνω. Βλέπουμε αισθητή πτώση σε διάφορες κατηγορίες στην περίπτωση του νευρωνικού για $C1$,ενώ βλέπουμε σχετική

σταθερότητα ή άνοδο για διάφορες κατηγορίες στην περίπτωση του knn (για παράδειγα η μπλέ κατηγορία μένει σχετικά στάσιμη , η κόκκινη ανεβαίνει , όπως και η μάυρη και η γαλάζια σε γενικές γραμμες. Η πράσινη κατηγορία είναι γενικά ασταθής ,αλλα έχει μικρή διακύμανση για να προκύψει απο αυτή κάποια ουσιώδης διαφοροποίηση).

3.2.4 Επεκτάσεις

Το επόμενο λογικό βήμα επέκτασης του συγκεκριμένου αλγορίθμου έρχεται οπως είναι αναμενόμενο, με τον προσδιορισμό ανωτέρων επιπέδων υπερκατηγοριών οι οποίες περιέχουν υπερκατηγορίες χαμηλότερου επιπέδου προς τον σχηματισμό ενός ΄δέντρου΄ νευρωνικών δικτύων όπου το κάθε επίπεδο θα ερχεται ένα βήμα πιο κοντά στην τελική ταξινόμηση των προτύπων απο ένα σύνολο εξειδικευμενων ταξινομητών.

Για παράδειγμα ας υποθέσουμε οτι έχουμε ένα σύνολο εκπαίδευσης με 15 πιθανές κατηγορίες εξόδου. Τότε εάν θέλουμε να χωρίσουμε τις κατηγορίες σε εξειδικευμένους ταξινομητες (στο $C0$) ο καθένας των οποίων ταξινομεί 2 κατηγορίες, όπως είναι λογικό θα χρειαστούμε 7 τέτοιους ταξινομητές (εκ των οποίων ο ένας θα ταξινομεί μεταξύ τριων κατηγοριών). Ετσι το επίπεδο $C1$ θα έχει 7 κατηγορίες και με βάση τα παραπάνω ο ταξινομητής του $C1$ θα πρέπει να ταξινομήσει το κάθε πρότυπο σε κάποια απο αυτές τις υπερκατηγορίες. Ομως με την αύξηση των κατηγοριών , αυξάνεται και η πιθανότητα να ΄μοιάζουν΄ κάποιες κατηγορίες μεταξύ τους και επιπροσθέτως μεγαλώνει ο υπολογιστικός φόρτος για τον ένα ταξινομητή που έχει αναλάβει το έργο και επομένως είναι πολύ πιθανό οτι θα έχουμε σχετικά χαμηλή απόδοση λόγω του ταξινομητή του $C1$. Για να αποφύγουμε αυτήν την τοπική δυσκολία, θα μπορούσαμε να δεχτούμε περισσότερους του ενός ταξινομητές για το επίπεδο $C1$ Εστω στο παράδειγμα οτι και εδώ επιδιώκουμε τον ελάχιστο δυνατό φόρτο για τον κάθε ταξινομητή και έτσι διαλέγούμε για τον κάθε ταξινομητή να ταξινομεί και εδώ μεταξύ δύο ή το πολύ τριών κατηγοριών. Σε αυτή την περίπτωση θα έχουμε στο $C1$ τρείς ταξινομητές ο καθένας απο τους οποίους θα καταττάσει τα πρότυπά σε κάποιον ταξινομητή του $C0$. Τα σύνολα που ταξινομεί ο κάθε ταξινομητής απο το $C1$ θα είναι και πάλι ξένα μεταξύ τους όπως στην περίπτωση του $C0$. Προκειμένου να αποφασίσουμε σε ποιόν απο τους ταξινομητές του $C1$ θα πάει κάποιο πιθανό πρότυπο ελέγχου, θα χρησιμοποιήσουμε άλλο ένα επίπεδο ,στο παράδειγμα το $C2$ στό οποίο θα έχουμε να διαλέξουμε μεταξύ τριών κατηγοριών και θα εκπαίδεύσουμε έναν ταξινομητή για να ταξινομεί στο επίπεδο αυτο.

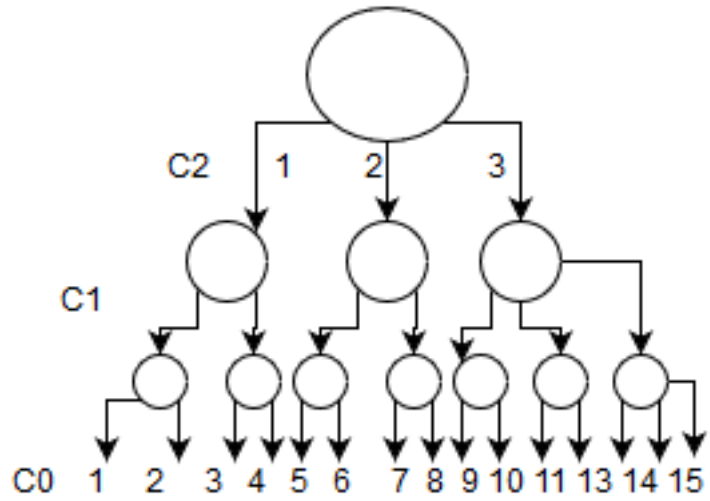
Ετσι, ένα πρότυπο ελέγχου ,οσον αφορά το παράδειγμα, αρχικά θα πάει

στον ταξινομητή του $C2$ ο οποίος θα καθορίσει ποιος ταξινομητής του $C1$ θα το ταξινομήσει, ο οποίος ταξινομητής του $C1$ θα αποφασίσει για το ποιός τελικός ταξινομητής του $C0$ θα αποφανθεί για το ποιά είναι η κατηγορία στην οποία ανήκει.

Φυσικά και εδω δεν είναι υποχρεωτικό να έχουμε νευρωνικά δίκτυα. Η μέθοδος αυτή θα μπορούσε να εφαρμοσθεί και με τον knn για διαφορετικά σύνολα για την κάθε εφαρμογή του αλγορίθμου. Πιο συγκεκριμένα, αρχικά θα εφαρμοζόταν για όλα τα δεδομένα εκπάιδευσης , τα οποία θα χωρίζονταν σε κατηγορίες τύπου $C2$. Για οποια κατηγορία θα είναι η επικρατέστερη για το κάθε δεδομένο ελέγχου, θα εφαρμόσουμε knn στα δεδομένα εκπαίδευσης που ανήκουν μόνο σε αυτή την κατηγορία ,αυτή τη φορα με ετικέτες τύπου $C1$. Τέλος στην επικρατούσα κατηγορία θα επαναλάβουμε την διαδικασία για ετικέτες τύπου $C0$.

Το σύστημα αυτό φυσικά θα μπορούσε να επεκταθεί και για πάνω απο 3 επίπεδα. Γενικά θα μπορούσαμε να έχουμε επίπεδο Cn για κάποιο δεδομένο n. Είναι επίσης φανερό δεδομένου οτι έχουμε δενδρική δομή στο σύστημα οτι εάν έχουμε σταθερό πλήθος κατηγοριών εξόδου ανα ταξινομητή για κάθε επίπεδο που ανεβαίνουμε στο δέντρο θα έχουμε εκθετική μείωση του πλήθους των κατηγοριών ανα επίπεδο.(αν έχουμε 27 κατηγορίες στο σύνολο εκπαίδευσης και δεχτούμε σαν τρείς κατηγορίες ανα ταξινομητή θα είναι 27-9-3 αφου $27 = 3^3$)

Αν και αρκετά εμφανες, είναι ιδιαίτερα σημαντικό να τονισθει ότι η τελική απόφαση για την κατηγορία κάποιου προτύπου προκύπτει συνολικά κατα την διαδικασία ΄κατάβασης΄ στο δέντρο. Για κάθε επίπεδο που κατεβαίνουμε αποκλείεται ως πιθανή τελική κατηγορία εξόδου ένα σύνολο κατηγοριών. Στο παραπάνω παράδειγμα με τις 15 τελικές κατηγοιρίες, αν επιλεχθεί στο σε κάποιο πρότυπο ,στο $C2$ η δεύτερη κατηγορία, θα αποκλεισθούν απευθείας (εαν τα σύνολα επιλογής είναι ξένα μεταξύ τους) όλες οι τελικές κατηγορίες με εξαίρεση τις 5-8. Βλέπουμε λοιπόν οτι η διαδικάσια είναι σταδιακή και επομένως θα μπορούσε να μην πραγματοποιηθεί και ολοκληρωτικά, αλλα ώς κάποιος περιορισμός των κατηγοριών.



3.2.7 Το αναφερόμενο παράδειγμα και η δομή του δέντρου.

Σε γενικές γραμμές το σύστημα μοιάζει με δέντρο απόφασης στό οποίο όμως ο κάθε κόμβος αποτελεί έναν ξεχωριστό ταξινομητή. Παρακάτω εξετάζουμε το πώς θα μπορούσε ο αλγόριθμος να γίνει πιο αποδοτικός ανάλογα με την ομοιότητα και την συσχέτιση μεταξύ κάποιων κατηγορίων.

3.2.4.1 Επιλογή των κατηγοριών ανα ταξινομητή

Οπως είναι λογικό , στην περίπτωση όπου εκπαίδεύουμε τον ταξινομητή μας , όσο πιο ΄ξεχωριστές΄ είναι δύο κατηγορίες τόσο πιο εύκολος θα είναι και ο μεταξύ του διαχωρισμός. Για παράδειγμα αν έχουμε μια εικόνα και πρέπει να αποφανθούμε για το που ανηκει το κάθε εικονοστοιχείο (έστω θαλασσα,δάσος ,σπίτι ,ουρανός) και χρησιμοποιούμε το σύστημα μας, ίσως δεν θα ήταν κάλη ιδέα να βάλουμε μαζι στον ίδιο εξειδικευμένο να ταξινομήσει ουρανό και θάλασσα γιατί αυτές οι δύο κατηγορίες ενδέχεται να μοιάζουν στα πρότυπα εκπαίδευσης.

Σε περιπτώσεις όπως τα νευρωνικά δίκτυα όπου ο ταξινομητής μαθαίνει απο παραδείγματα θα μπορούσαμε πρίν απο την εκπαίδευση να βρούμε με κάποιο τρόπο κάποια σχέση μεταξύ των κατηγοριών και να φτιάξουμε κάποια μετάθεση ετσι ώστε ο κάθε εξειδικευμένος ταξινομητής να μαθαίνει τις όσο γίνεται πιο ανόμοιες μεταξύ τους κλάσσεις.

Το πιό απλό που θα μπορούσαμε να κάνουμε πρός αυτή την κατεύθυνση είναι το ακόλουθο: Εστω οτι μας δίνεται σύνολο εκπαίδευσης T ,$[\mathbf{x}(i), y(i)]_{i=1}^{N}$.

Εδώ , μετα την προεπεξεργασία των δεδομένων θα μπορούσαμε να βρούμε τον μέσο όρο για όλα τα πρότυπά ανα κατηγορία, ετσι ώστε εαν έχουμε K πιθανές κατηγορίες (οι οποίες εδω αποτυπώνονται μέσω του y) να είναι:

$$\bar{\mathbf{x}}_{category_k} = \frac{\sum_{i:x(i)=>y(i)=k} \mathbf{x}(i)}{N_k} \tag{83}$$

με το N_k να συμβολίζει το πλήθος των προτύπων που ανήκουν στη δεδομένη κατηγορία. Κατόπιν θα ορίσουμε με βάση κάποιο μέγεθος (όπως πχ η ευκλείδεια απόσταση) την διαφορά μεταξύ όλων των πιθανών κλάσσεων. Ετσι για δύο κλάσσεις $k1, k2$ μας ενδιαφέρει η τιμή:

$$d_{k1k2} = ||\bar{\mathbf{x}}_{k1} - \bar{\mathbf{x}}_{k2}||_2 \tag{84}$$

η οποία κατα κάποιον τρόπο συμβολίζει αυτην απόσταση μεταξύ δύο κατηγοριών.

Σε επόμενο επίπεδο θα κατασκευάσουμε έναν πίνακα kXk ο οποίος θα περιέχει αυτές τις αποστάσεις για όλες τις κατηγορίες και θα πρόσπαθήσουμε να βρούμε για την κάθε κατηγορία , την αντίστοιχη κατηγορία απο την οποία αυτή να απέχει την μέγιστη απόσταση. Αν αυτή την κατηγορία την έχει ήδη επιλέξει μια άλλη κατηγορία ως μέγιστη της , τότε επιλέγουμε την επόμενη μέγιστη κλπ. Πραγματοποιούμε αυτή την διαδικασία για όλες τις γραμμές του πίνακα μας (και άρα για όλες τις κατηγορίες) και κατόπιν βάζουμε τα ζευγάρια που έχουν διαμορφωθεί στους ίδιου ταξινομητές .Αν θέλουμε ο κάθε εξειδικευμένος ταξινομητής μας να έχει πάνω απο 2 κατηγορίες μπορούμε στον πίνακα μας να διαλέγουμε με αντίστοιχο τρόπο τις n μεγαλύτερες αποστάσεις.

Ασφαλώς , ο τρόπος αυτός έχει πολλά μειονεκτήματα. Κατ αρχας δεν του έχουμε δ΄ωσει την ικανότητα να διακρίνει ποια κατηγορία έχει μεγαλύτερη ανάγκη μια άλλη κατηγορία. Για παράδειγμα ενδέχεται σε μια κατηγορία να έχουμε πολλές κατηγορίες οι οποίες είναι πολύ κοντά της (με βάση τους αντιπροσώπους που έχουμε ορίσει) ,αλλα μία να είναι μακρια και να μην μπορεί αυτη να επιλεγεί επειδή έχει ήδη επιλεγεί απο άλλη κατηγορία. Για να αντιμετωπίσουμε το συγκεκριμένο ζήτημα θα μπορούσαμε να προσδιορήσουμε κάποιου ήδους προτεραιότητα επιλογής στις πιο ευαίσθητες κατηγορίες(μέσω πχ κάποιου είδους ταξινόμησης).

Επιπροσθετα, δεν λαμβάνει υπόψιν την πιθανή διακύμανση των δεδομένων. Ο μέσος όρος δεν είναι ισχυρό στατιστικό μέτρο και επομενως ο κάθε αντιπροσωπος των κατηγοριών (που προέρχεται απο τον μέσο όρο) ενδέχεται στην πραγματικότητα να μήν είναι αντιπροσωπευτικός της κατηγορίας.

Επίσης στην παραπάνω προσέγγιση δεν λαμβάνονται υπόψιν οι πιθανές εξαρτήσεις - συσχετίσεις μεταξύ των κατηγοριών. Προκειμένου να μπορέσουμε να

έχουμε μια καλή ταξινόμηση ,θα ήταν ιδιαίτερα επιθυμητό να μπορέσουμε να αποσυσχετίσουμε τις διάφορες κατηγορίες μεταξύ τους. Αυτό θα μπορούσαμε να το επιτύχουμε εφαρμόζοντας ίσως bagging κάθε φορά σε κάποιο υποσύνολο (που προσδιορίζεται απο την κατηγορία στην οποία ανήκουν τα δεδομένα) του συνόλου εκπαίδευσης (πχ bagging στα δεδομένα εκπαίδευσης που ανήκουν στις κατηγορίες 3-5 ενός συνόλου 15 κατηγοριών) και κάθε φορά ελέγχοντας την ικανότητα διαχωρισμού των κατηγορίων χρησιμοποιώντας έναν εξειδικευμένο ταξινομητή. Απο εκεί θα πάρουμε μια ομάδα με τις καλύτερες αποδόσεις (ομάδα ετσι ώστε να καλύπτουμε πιθανές απώλεις δεδομένων που έχουν προκύψει απο την διαδικασία του bootstrap) και θα επαναλάβουμε για όλες τις κατηγορίες του συνόλου εκπαίδευσης. Το αποτέλεσμα αναμένεται να ειναι αρκούντως αποσυσχετισμένο όμως τοπικά, επμένως λογικά η διαδικασία θα πρέπει να επαναληφθεί και στα παραπάνω επίπεδα (C1,..Cn)του δέντρου για να έχουμε ένα πιο συνολικό αποτέλεσμα.

3.3. Μελέτη συμπεριφοράς συστήματος Νευρωνικών Δικτύων που βασίζεται στο boosting

3.3.1 Γενικά.

Σε αυτό το τμήμα μελετάμε ένα σύστημα το οποίο βασίζεται στη λογική του *boosting*, χωρίς να αποτελεί ακριβώς τη συγκεκριμένη τεχνική . Πιο συγκεκριμένα το σύστημα αυτής της ενότητας βασίζεται στη λογική της σύστασης μιάς ομάδας ταξινομητών , η εκπαίδευση των οποίων είναι σχεδιασμένη έτσι ώστε ο καθένας τους να ισχυροποιεί την ομάδα και να ισχυροποιείται σε πρότυπα στα οποία , τα προηγούμενα μέλη της ομάδας είναι σχετικά ανίσχυρα.

Η τεχνική που χρησιμοποιούμε αποτελεί μια απο τις απλούστερες τεχνικές αυτού του τυπου που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί. Αρχικά εκπαίδευουμε έναν ταξινομητή (εδώ νευρωνικό δικτυο) σε όλα τα πρότυπα εκπαίδευσης του συνόλου εκπαίδευσης. Απο τον συγκεκριμένο ταξινομητή δεν ζητάμε ιδιαίτερα καλή απόδοση στο σύνολο εκπαίδευσης (ή το αντίστοιχο σύνολο επικύρωσης) δεδομένου οτι ο αλγόριθμος θα χρησιμοποιήσει και άλλα δικτυα και επομένως δεν χρειάζεται να επιβαρύνουμε κάποιο περισσότερο απ΄όσο χρειάζεται.

Κατόπιν χρησιμοποιώντας ώς κριτήριο ποια απο τα δεδομένα εκπαίδευσης έχει ταξινομήσει σωστά ο συγκεκριμένος ταξινομητής , χωρίζουμε το σύνολο εκπαίδευσης σε δύο υποσύνολα του: Το σύνολο των προτύπων το οποίο αυτός ταξινόμησε σωστά και αυτό το οποίο απέτυχε να ταξινομήσει με επιτυχία. Αυτό θα αποτελέσει την είσοδο του επόμενου ταξινομητη. Το επόμενο δίκτυο επομένως θα εκπαιδευθεί στα πρότυπα στα οποία απέτυχε ο προηγούμενος ταξινομητής.

Η διαδικασία θα επαναληφθεί μέχρις ·οτου να υπάρξει κάποια συνθήκη τερματισμού της, όπως για παράδειγμα η απάιτηση για ορθή ταξινομηση απο το σύστημα συνολικά τουλάχιστον ενός ποσοστού του συνόλου εκπάιδευσης. Εαν δεν υπάρξει , θεωρητικά θα μπορούσε να σταματήσει οταν ταξινομηθούν σωστά όλα τα πρότυπα εκπαίδευσης ορίζοντας φυσικά την απαραίτητη συνθήκη.

Στη συνέχεια , κατα τη φάση του ελέγχου ,προσδιορίζουμε την έξοδο με δύο τρόπους. Αρχικά σαν ένα σταθμισμένο άθροισμα της ομάδας των νευρωνικών, με μεγαλύτερο βάρος στους ταξινομητές οι οποίοι είναι υπεύθυνοι (έχουν ταξινομήσει επιτυχώς) για περρισσότερα πρότυπα και με μικρότερο βάρος σε αυτούς οι οποίοι είναι υπεύθυνοι για λιγότερα. Επίσης, με τον δεύτερο τρόπο εφαρμόζουμε αλγόριθμο *knn* προκειμένου να προσδιορίσουμε το ή τα δίκτυα στα όποία ανήκει με βάση την διάταξη του στον χώρο των πρότυπων το εν λόγω

πρότυπο ελέγχου. Τη συγκεκριμένη διαδικασία την πραγατοποίουμε με δύο τεχνικές. Είτε βρίσκουμε τους κοντινότερους γείτονες και ψηφίζουμε για το πού ανήκει , δηλαδή ποιο απο τα νευρωνικά της ομάδας θα είναι υπευθηνο για να το ταξινομήσει, το δεδομένο πρότυπο ελέγχου ανάλογα με την πλειοψηφία των γειτόνων, είτε εφαρμόζουμε την τεχνική αναλογικά , δίνοντας βάρος στο δίκτυο στο οποίο ανήκει κάποιο πρότυπο αναλογα (ή για την ακρίβεια αντίστροφως ανάλογα απο την απόσταση) με το πόσο κοντά βρίσκεται το πρότυπο αυτό στο υπο εξέταση πρότυπο ελέγχου, λαμβάνοντας υπόψιν τα k κοντινότερα πρότυπα και κατόπιν κανονικοποιώντας και πέρνοντας το άθροισμα των βαρών αυτών στην προσομοίωση απο το κάθε δίκτυο

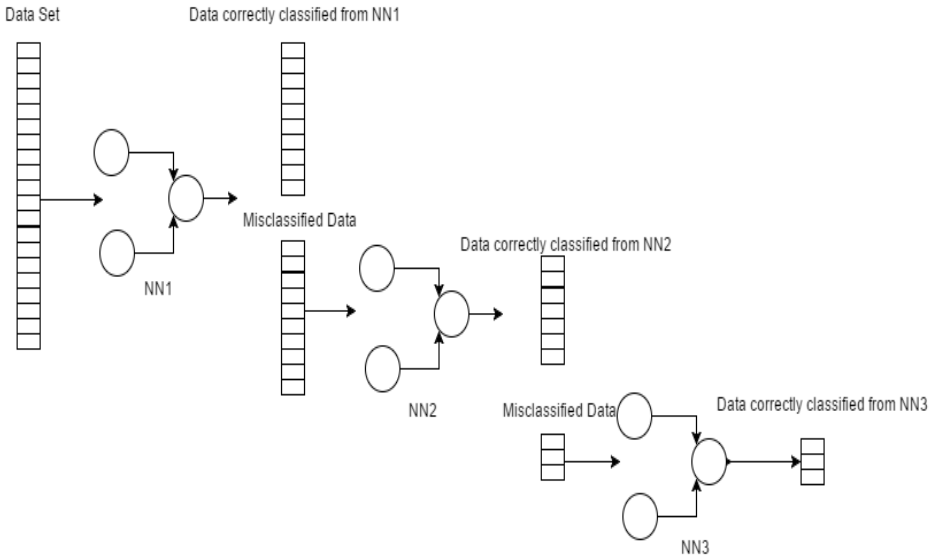
Το σύστημα αυτό αν και είναι αρκετά απλό σαν σύλληψη , έχει το πλεονέκτημα οτι αν και έχει το θετικό του *boosting* ,δηλαδή σχηματίζουμε μια σχετικά ισχυρή ομάδα ταξινομητων σην οποία ο ένας καλύπτει την αδυναμία των προηγούμενων, είναι αρκετά γρήγορο στην διαδικασία της εκπαίδευσης δεδομένου οτι κάθε φορα οι ταξινομητές εκπαιδεύονται με λιγότερα πρότυπα. Εδώ φυσικά ελοχεύουν διαφοροι κίνδυνοι ,τους οποίους θα εξετάσουμε παρακάτω.

Αρχικά πρέπει να τονισθεί οτι απο άποψη μεμονωμένου νευρωνικού ,είναι αρκετά επίφοβο το γεγονός οτι στα πιο προχωρημενα επίπεδα του συστήματος τα πρότυπα με τα οποία θα εκπαίδευθεί κάποιο νευρωνικό θα είναι πάρα πολύ λίγα (για την ακρίβεία ένα σχετικά μικρό ποσοστό του συνόλου εκπαίδευσης). Αυτό μπορεί να επιδράσει ιδιαίτερα αρνητικά στο συγκεκριμένο δίκτυο και κατ έπέκταση στο σύστημα γιατι το δίκτυο εφόσον θα μάθει μόνο τα δεδομένα αυτά είναι αρκετα πιθανό οτι θα φτάσει σε μια κατάσταση αντίστοιχη με $overfitting$.

Προκειμένου να αποφύγουμε αυτη τη δυσκολία θα μπορούσαμε να απαιτήσουμε σε σχετικα μεγάλο ποσοστό επι του σύνολου των προτύπων εκπαίδευσης τον τερματισμό της διαδικασίας ετσι ώστε ακόμα και το τελευταίο νευρωνικό να έχει ένα αρκετά μεγάλο ποσοστό για να μπορέσει αν είναι δυνατό να γενικεύσει σωστά. Φυσικά παρατηρούμε οτι η συγκεκριμένη διαδικασία είναι ιδιαίτερα ευαίσθητη σε σφάλμα και κατα κάποιο τρόπο απλοική δεδομένου οτι ανάλογα με κάθε διαφορετικό σύνολο θα χρειασθεί επαναπροσδιορισμός του ποσοστού τερματισμού.

Αλλο ένα ζήτημα του συστήματος αφορά τα μεγάλα σύνολα, όπου όπως είναι αναμενόμενο απο τον τρόπο σχεδιασμού του αναμένεται να είναι(και όντως είναι όπως προκύπτει απο το σύνολο των 16000 προτύπων) αρκετα αργό αφού λαμβάνει αρχικά απο ένα μόνο νευρωνικό δίκτυο το σύνολο των προτύπων εκπαίδευσης -αν και είναι γεγονός οτι δεδομένου οτι έχουμε μειομένες απαίτησεις απόδοσης απο το αρχικό δίκτυο (για παράδειγμα όταν ταξινομήσει σωστά το 60 τοις εκατό των προτύπων) η διαδικασία προχωραει αρκετα πιο γρηγορα απο την απλή περίπτωση του ενός νευρωνικού γιατί τα επόμενα δίκτυα έχουν ένα ποσοστό μονο της εκπαίδευσης του αρχικου-. Ειδικά μαλιστα στις

περιπτώσεις όπου αποφασίζουμε για τα πρότυπα ελέγχου με τον αλγόριθμο knn έχουμε αρκετά μεγάλη καθυστέρηση στο σύστημα λόγω της σχετικά μεγάλης υπολογιστικής πολυπλοκότητας του αλγορίθμου αυτού.(για όλα τα πρότυπα ελέγχου πρέπει να βρούμε τις αποστάσεις τους απο τα πρότυπα εκπαίδευσης και κατόπιν τους k γείτονες αρα χοντρικά αναμένεται $O(size(TestDataSet) * size(TrainingDataSet)))$



3.3.1 Στην εικόνα απεικονίζεται η διαδικασία που ακολουθείται στον συγκεκριμένο αλγόριθμο. Αρχικά έχουμε ένα σύνολο και κατόπιν φιλτράρεται απο το νευρωνικο NN1. Στη συνέχεια , τα πρότυπα εκπαίδευσης τα οποία δεν μπόρεσε να ταξινομήσει ορθά το NN1 πάνε στο NN2 και η διαδικασία επαναλαμβάνετα στο NN3 τό οποίο ταξινομεί ορθα τα πρότυπα του και επομένως η διαδικασία ολοκληρώνεται.

Τέλος είναι αρκετά εμφανές οτι σε κάθε περίπτωση η ομάδα που σχηματίζουμε δεν είναι ισοκατανεμημένη. Οπως είναι λογικό , οι πρώτοι ταξινομητές του συστήματος είναι πιο σημαντικοι για την υπο σύσταση ομάδα απο τους τελευταίους δεδομένου οτι έχουν ύπο την ευθύνη τους΄ περισσότερα πρότυπα. Είναι προφανές οτι με τις προαναφερθείσες μεθόδους απόφασης για το νευρωνικό στο οποίο θα ταξινομηθεί το κάθε πρότυπο ελέγχου αυτό αποτυπώνεται.

Με την περίπτωση του απλού βεβαρημένου και κανονικοποιημένου αθροίσ-

ματος είναι δεδομένο αφού ο κάθε συντελεστής για το κάθε δίκτυο θα προκύπτει απο το ποσοστό των προτύπων που έχει ταξινομησει σωστά (και άρα έχει υπεύθύνη του). Ετσι άμεσα τα δίκτυα που έχουν λίγα πρότυπα πέρνουν και μικρό βάρος στο σύνολο ενώ αυτά που έχουν πολλα , πέρνουν μεγάλο.

Με την περίπτωση του knn κάθε πρότυπο ελέγχου θα προσδιορίζεται ουσιαστικά απο τους γείτονές του στον χώρο των προτυπων εκπαίδευσης. Δεδομένου όμως οτι , οπως προαναφέρθηκε τα πιο αρχικά δίκτυα του συστηματος θα είναι υπεύθηνα για περισσότερα πρότυπα εκπαίδευσης, είναι πιθανότερο για ένα πρότυπο ελέγχου προσδιορισθεί τελικά (ή να έχει μεγάλο συντελεστή) απο ένα δίκτυο που έχει πολλά πρότυπα -και αρα κάποιο απο τα πρώτα-αφού είναι πιθανότερο να προκύψει γείτονας απο κάποιο τέτοιο δίκτυο σε σχέση με το να πρόκυψει γείτονας που ανήκει σε κάποιο δίκτυο με λίγότερα πρότυπα. Αυτη η μεγαλύτερη πιθανότητα προσδιορίζει επομένως υψηλότερους συντελεστες στον τελικό προσδιορισμό για τα δίκτυα με σχετικά υψηλο αριθμό προτύπων εκπαίδευσης.

Παρακάτω θα εξετάσουμε την υλοποίηση του αλγορίθμου στο $MATLAB$ και στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα απο τις διάφορες εκτελέσεις του αλγορίθμου.

3.3.2 Υλοποίηση.

Τα αρχικά βήματα που πραγματοποιήθηκαν για την υλοποίηση του συγκεκριμένου αλγορίθμου είναι παρόμοια με αυτά των υπολοίπων . Αρχικά κάνουμε την ανάγνωση των δεδομένων μετα εκτελούμε τυχαία μετάθεση εαν χρειαζεται και δημιουργούμε τους πίνακες εκπαίδευσης και ελέγχου και τέλος πραγματοποιούμε την προεπεξεργασία των δεδομένων (με στόχο την μείωση της διάστασης της εισόδου). Για να επιτύχουμε τις συγκεκριμένες διαδικασίες χρησιμοποιούμε τις γνωστές συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται και στους προηγούμενους αλγορίθμους.

Στον ίδιο τον αλγόριθμο, σε πρώτο επίπεδο αρχικοποιούμε το διάνυσμα των συντελεστών(cv) , τον δείκτη(q) και τον αριθμό που δηλώνει το ποσοστό τον σωστά ταξινομημένων πρότυπων απο το σύστημα συνολικά στο οποίο θέλουμε να σταματήσει η διαδικασία(ov).

Στη συνέχεια αρχίζουμε την επαναληπτική διαδικασία κατα την οποία μέχρι να ικανοποιηθεί η συνθήκη του παραπάνω ποσοστού, δημιουργούμε νέα δίκτυα καθένα απο τα οποία εκπαίδευεται για να μάθει κάποιο ποσοστό του εκάστοτε συνόλου εκπαίδευσης. Και εδώ για συνθήκη τερματισμού της εκπαίδευσης έχουμε την πολύ απλή συνθήκη απόδοσης (ευστοχίας). Οταν ταξινομηθεί σωστά ένα ποσοστό των δεδομένων εκπαίδευσης η εκπαίδευση του συγκεκριμέ-

νου δικτύου ολοκληρώνεται. Και εδω όπως και στον προηγούμενο αλγόριθμο έχουμε αυτό το πολύ απλό κριτήριο προκειμένου να εστιάσουμε στη διαδικάσια που ακολουθείται απο το σύστημα συνολικά.

Επειτα, χωρίζουμε το σύνολο εκπαίδευσης στα δύο υποσύνολα ορθής και λανθασμένης ταξινόμησης απο το συγκεκριμένο ταξινομητή (της συγκεκριμένης επανάληψης) χρησιμοποιώντας την συνάρτηση $newroundTrainData$ στην οποία βρίσκουμε στην πιο πρόσφατη προσομοίωση στον έλεγχο κριτηρίου , ποια απο τα πρότυπα ελέγου έχει ταξινομήσει σωστά και ποια λάθος ο ταξινομητής χρησιμοποιώντας το σύνολο των ορθών ετικετών.

Μετα απο αυτό προσδιορίζουμε τους συντελεστές του συγκεκριμένου ταξινομητή με την ακόλουθη λογική: ο νέος συντελεστής προσδιορίζεται ώς το πλήθος των ορθά ταξινομημένων πρός το πλήθος του παρόντος συνόλου εκπαίδευσης επι το ποσοστό του συνόλου αυτου στο αρχικό συνολο εκπαίδευσης. Ο προσδιορισμός γίνεται χρησιμοποιώντας μια αναδρομική σχεση.

Αφού προσδιορίσουμε τους συντελεστές, ελευθερώνουμε τους πίνακες του τωρινού συνόλου εκπαίδευσης, αποθηκεύουμε το ορθά ταξινομημένο σύνολο σε μία δομη $cell$(όπου δειχνει για τον κάθε ταξινομητή τα ορθά ταξινομημένα απο αυτόν πρότυπα εκπαίδευσης) και μεταφέρουμε τα λάθος ταξινομημένα πρότυπα στο σύνολο εκπαίδευσης της επόμενης επανάληψης. Τελος ενημερώνουμε τον δείκτη του παρόντος ταξινομητή (q) και αναθέτουμε στο νούμερο του ποσοστού για την ολοκλήρωση της εκπαίδευσης τον πιο πρόσφατο συντελεστή. Μετα δημιουργούμε αλλο ένα νευρωνικό δίκτυο προκειμένου να ταξινομήσουμε ο,τι απέμεινε απο την διαδικασία. Αξίζει να σημειωθεί οτι απο το συγκεκριμένο δίκτυο μπορεί να απαιτηθεί σχετικά μεγαλύτερη απόδοση , επειδή είναι το τελευταίο δίκτυο. Επίσης , ο συντελεστής του συγκεκριμένου δικτύου προσδιορίζεται απο την κανονικοποίηση στο 1 ($1-$ αθροισμα των υπολοίπων συντελεστών)

Αφότου τελειώσουμε με την διαδικασία εκπαίδευσης χρησιμοποιούμε τους δύο τρόπους που αναφέραμε παραπάνω για να ταξινομήσουμε τελικά το σύνολο ελέγχου. (χρησιμοποιούμε σχόλια για να εφαρμόσουμε τον ένα ή τον αλλο τρόπο).

Πρώτα χρησιμοποιούμε την μέθοδο του knn.Εδω πρέπει να σημειωθεί οτι στο μεγάλο σύνολο -το $letters$- έγινε προσπάθεια να επιταχύνουμε κατα το δυνατό την διαδικασία δεδομένου οτι καθυστερούσε αρκετά. Για τον λόγο αυτό αλλάξαμε λίγο την μέθοδο , αντί για εύρεση γειτόνων και κατόπιν προσδιορισμός κατηγορίας, ενώσαμε τις δύο διαδικασίες (προσδιορίζουμε την κατηγορία κατα την εύρεση του γείτονα) και για να αποφύγουμε την προσπέλαση δομής , πρίν ξεκινήσουμε τον knn μεταφέραμε την δομή σε ππίνακα τριών διαστάσεων (τον $TrBig$) αν και αυτό δεν είμαστε βέβαιοι οτι είχε επίδραση στην συνολική απόδοση. Τέλος , πριν απο τον knn προσδιορίσαμε οποιοδήποτε πλήθος θα μας χρειαζόταν σε κάποια επανάληψη ετσι ώστε αυτος ο υπολογισμός να μην

γίνεται κατα τον αλγόριθμο και επιβαρύνει. Πραγματι μετά απο την εφαρμογή των παραπάνω ο χρόνος εκτέλεσης μειώθηκε αρκετά, αλλα παραμένει αρκετά μεγάλος.

Μετα απο την εφαρμογή του knn και δεδομένου οτι έχουμε βρεί τους γείτονες και τους αντίστοιχου ταξινομητες όπου αυτοί ανήκουν για όλα τα δεδομένα ελέγχου, εφαρμόζουμε με δυό τρόπους τα αποτελέσματα μας όπως προαναφέραμε. Με τον πρώτο τρόπο ,για όλα τα δεδομένα προσδιορίζουμε πλειοψηφικά τον ένα ταξινομητή ο οποίος θα είναι υπεύθυνος για την ταξινομηση ενός δεδομένου προτύπου ελέγχου(χρησιμοποιούμε την συνάρτηση nnz για να μετρήσουμε πόσοι απο τους γείτονες ανήκουν στο κάθε ταξινομητή και στην συνέχεια βρισκουμε τον ταξινομητή με τις μεγιστες ψήφους για το κάθε πρότυπο ελέγχου). Με τον δεύτερο τρόπο για τον κάθε γείτονα ορίζουμε έναν συντελεστή ο οποίος προσδιορίζεται ως το αντίστροφο της απόστασης του συγκεκριμένου γείτονα απο το πρότυπο ελέγχου προς το άθροισμα των αντιστρόφων όλων των γειτόνων (για την κανονικοποίηση) και για κάθε πρότυπο ελέγχου πέρνουμε το βεβαρημενο άθροισμα με αυτούς τους συντελεστές των αντίστοιχων ταξινομητών (δηλαδή των προσομοιώσεων των ταξινομητών για το κάθε πρότυπο ελέγχου) όπου ανήκει ο κάθε γείτονας.

Τέλος στην πιο απλή περίπτωση όπου χρησιμοποιούμε απλά το αθροισμα όλων των ταξινομητών με βάρη τους κανονικοποιημένους συντελεστες που προσδιορήσθηκαν παραπανω δεν κάνουμε κάτι περισσότερο απο το να πάρουμε για όλα τα δεδομένα το άθροισμα αυτό (άρα κοινοι συντελεστές για όλα τα δεδομένα).

3.3.3 Αποτελέσματα.

Και σε αυτήν την περίπτωση , για την καλύτερη παρουσίαση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιήθηκαν γραφήματα. Οπως και πρίν , για την παρουσίαση της συνολικής απόδοσης στο σύνολο των δεδομένων επιλέχθηκε σαν μέτρο η ευστοχία , ένω για την παρουσίαση της απόδοσης ανα κατηγορία η ανάκληση ($recall$). Επιπλέον μετρούνται για κάθε εκτέλεση η ακρίβεια και ο χρόνος, αλλα θα παρουσιαστούν σε μορφή πίνακα. Γενικότερα για τις εκτελέσεις ισχύει ο,τι ίσχυε στην προηγούμενη περίπτωση. Το μόνο που πρέπει να σημειωθεί είναι οτι η περίπτωση εκτέλεσης απλού mlp πολλών σταδίων δεν περιλαμβάνεται σε αυτό το σύνολο δεδομένου οτι δεν αναμένεται να αλλάξει κάτι (και τα χαρακτηριστικά αναμένονται περίπου τα ίδια). Μόνο στη περίπτωση του μικρότερου συνόλου το συμπεριλαμβάνουμε γιατι το σύνολο έχει σχετική αστάθεια στα αποτελέσματα του, για λόγους συγκρισης.

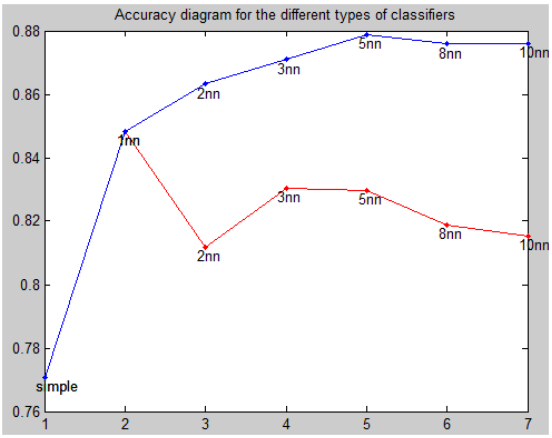
Πριν την παρουσίαση για το κάθε σύνολο παρουσιάζονται σε πίνακα οι

χρόνοι εκετέλεσης του συγκεκριμένου αλγορίθμου με βάση την τυπική για αυτόν παραμετροποίηση εκπαίδευσης που έχει ακολουθηθεί:

Type/neighbors:	simple factors	1nn	2nn	3nn	5nn	8nn	10nn
Letters	150-250	350	400	400	420	470	490
CTG	28-40	30-40	35-45	35-50	40-50	40-50	50-55
Picture	3-6	4-6	5-6	5-7	6-8	6-9	6-10
Abalone	-	39	-	40	40	42	49
Contraceptive	-	-	-	14	15	16	18

3.3.3.1 Letters

Παρακάτω παρουσιάζεται για το σύνολο *Letters* η ευστοχία για τις διάφορες εκτελέσεις που πραγματοποιήθηκαν(αναφέρεται πιο αναλυτικα η κάθε μια κάτω απο την γραφική παράσταση):

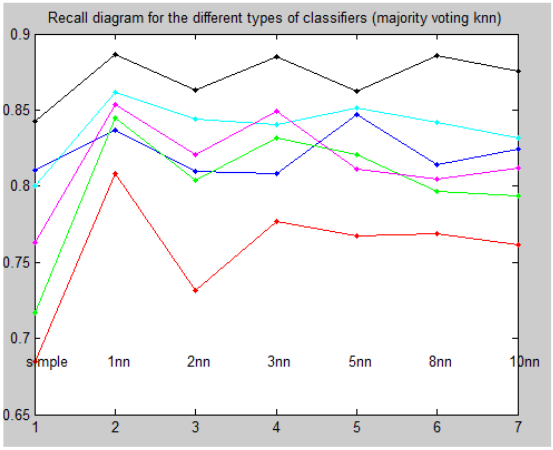


3.3.2 Η ευστοχία του συστήματος για το letters . Ως simple έχουμε ονομάσει την περίπτωση όπου έχουμε απλούς συντελεστές με βάση το ποσοστό του συνόλου που ταξινομεί ο κάθε ταξινομητής-ίδιοι για όλα τα πρότυπα ελέγχου.

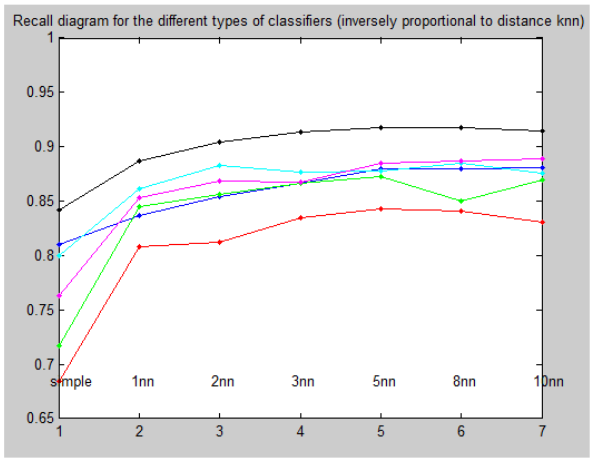
Με knn $, k = 1, 2, 3, 5, 8, 10$ ονομάζουμε τον αντίστοιχο knn που εφαρμόζουμε για να προσδιορίσουμε που ανήκει το κάθε πρότυπο ελέγχου ξεχωριστά. Με κόκκινο συμβολίζετι η πλειοψηφική και με μπλέ (στα αποτελέσματα για knn) η αναλογική εφαρμογή του αλγορίθμου

Απο το παραπάνω διάγραμμα είναι αρκετά ξεκάθαρο οτι για το συγκεκριμένο σύνολο η αναλογική εφαρμογή του αλγορίθμου knn κατα την φάση διαμοιρασμού των προτύπων ελέγχου στα διάφορα νευρωνικά δίκτυα που έχουν εκπαιδευτεί υπερτερεί απο άποψη ευστοχίας σε σχέση με την πλειοψηφική εφαρμογή του. Γενικά αυτό είναι σχετικα αναμενόμενο λόγο της πιο κατανεμημένης φύσης της αναλογικής εφαρμογής,άλλωστε ας μην ξεχνάμε οτι στην πλειοψηφική εφαρμογή το καθε πρότυπο θα ταξινομηθεί απο ένα μόνο δίκτυο. Η απόδοση φαίνεται να κορυφώνεται για την αναλογική εφαρμογή μετα τους τρείς γείτονες, ενώ στην πλεοψηφική περίπτωση ακόμη και το ενδεχόμενο ένός γείτονα υπερτερεί σε σχέση με τις υπόλοιπες περιπτώσεις.

Κατι ακόμα το οποίο είναι αρκετά εμφανές για το συγκεκριμένο σύνολο είναι οτι γενικότερα ο knn και η ξεχωριστή ανάθεση στα διάφορα δίκτυα υπερτερει αρκετά σε σχεση με την πιο απλή περίπτωση όπου έχουμε σταθερούς συντελεστές για το κάθε δίκτυο ανάλογα με την σημασία του στο σύνολο εκπαίδευσης.Αυτό εξηγείται απο το γεγονός οτι στη περίπτωση του knn πέρνουμε ξεχωριστές περιπτώσεις για το κάθε πρότυπο ελέγχου ξεχωριστά και επομένως η επίλυση είναι πολύ πιο σχετική με τα πρότυπα. Αυτό όμως όπως φαίνεται άλλωστε και απο τους πίνακες συνεπάγεται πολύ μεγαλύτερο χρόνο εκτέλεσης. Εχουμε επομένως ανταλλαγή απόδοσης -χρόνου. Κατα τα άλλα ο αλγόριθμος φαίνεται να έχει τις χειρότερες προσπάθειες του για μικρές (2) ή σχετικά μεγάλες (8,10) γειτονιές στον πλειοψηφικό knn.



3.3.3 Το μέγεθος recall για τις διάφορες κατηγορίες του συνόλου letters για την περίπτωση πλειοψηφικής εφαρμογής του knn, καθώς και για την περίπτωση χρήσης απλών συντελεστών.



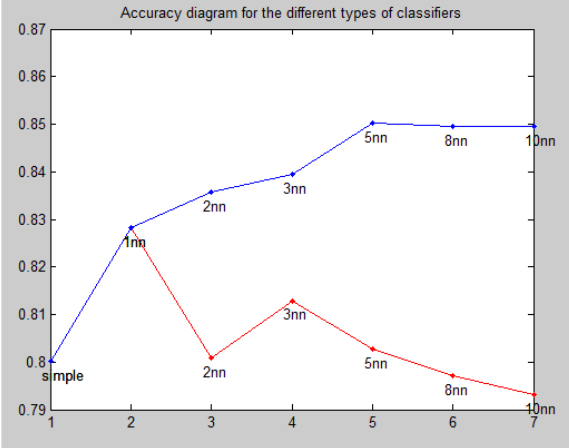
3.3.4 Το μέγεθος recall για τις διάφορες κατηγορίες του συνόλου letters για

την περίπτωση αναλογικήςεφαρμογής του knn, καθώς και για την περίπτωση χρήσης απλών συντελεστών για λόγους πληρότητας.

Γενικά στα παραπάνω γραφήματα βλέπουμε οτι η απόδοση (με βάση το κριτήριο της ανάκλησης) για την κάθε κατηγορία αντιστοιχίζεται με αρκετή ακρίβεια στα αποτελέσματα της συνολικής απόδοσης για το συγκεκριμένο σύνολο εκπαίδευσης. Πράγματι , αν παρατηρήσουμε τόσο για την πλειοψηφική όσο και για την αναλογική περίπτωση την απόδοση ανα την κατηγορία , είναι πολύ αναμενόμενο να προκύψουν τα δεδομένα αποτελέσματα που φαίνονται παραπάνω για την συνολική απόδοση. Βλέπουμε οτι η κάθε κατηγορία είναι σχετικά σταθερη σε σχέση με την απόδοση της ως προς τις άλλες κατηγορίες και η άνοδος ή πτώση των ποσοστων επιτυχίας είναι ανα τις διαφορετικές εκτελέσεις αντίστοιχη για την κάθε μια. (Παρατηρείται για παράδειγμα πως στην πλειοψηφική περίπτωση απο την εκτέλεση για απλούς συντελεστές έχουμε μια σχετικά ομοιόμορφη για όλες τις κατηγορίες απότομη αύξηση για την περίπτωση $1nn$)

Φυσικά η κάθε κατηγορία -ειδικά για την πλειοψηφική περιπτωση- έχει τις διακυμάνσεις τις πχ $3nn$ με $5nn$, βλέπουμε όμως οτι οι διακυμάνσεις αυτές έχουν πολύ μικρό εύρος για να επηρεάσουν την συνολική αναμενόμενη συμπεριφορά που παρουσιάζεται στο διάγραμμα ευστοχίας.

3.3.3.2 CTG

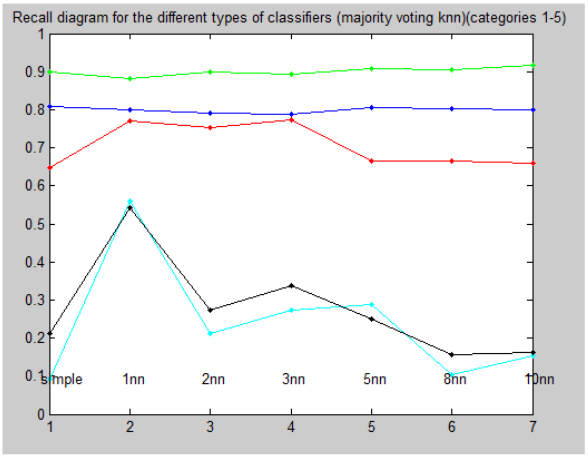


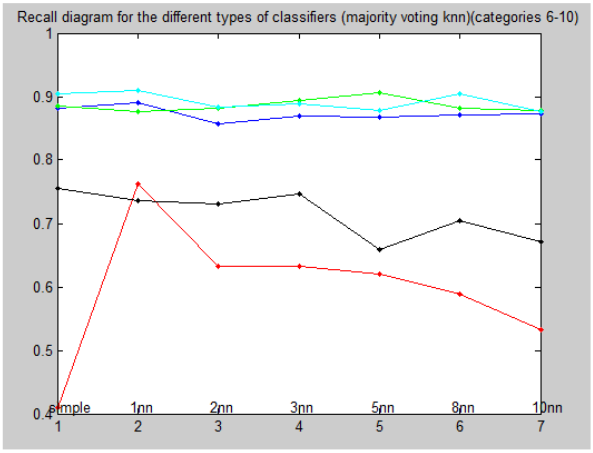
3.3.5 Ομοίως με παραπάνω,ευστοχία για το σύνολο CTG

Για το συγκεκριμένο σύνολο παρατηρούμε αρχικά μια χαρακτηριστικά έντονη πτώση της απόδοσης της πλειοψηφικής περίπτωσης (κόκκινη γραφική) με την αύξηση της γειτονίας του αλγοριθμου knn, ενώ αντίθετα στην αναλογική εφαρμογή έχουμε μέχρι ένα σημείο ($5nn$) αύξηση της απόδοσης. Και πάλι αυτό μπορεί να αιτιολογείται με σχετικά ακατάλληλες επιλογές δικτύων για την ταξινόμηση των διαφόρων προτύπων στην πλειοψηφική περίπτωση, πράγμα το οποίο φυσικά δεν ισχυεί για την αναλογική δεδομένου οτι κατα πάσα πιθανότητα πάνω απο ένα δίκτυο θα συμμετάσχει στην ταξινόμηση κάποιου προτύπου. Μάλιστα , η πολύ μεγάλη πτώση που παρατηρείται στις πιο μεγάλες γειτονικές περιοχές (μικρότερο ακόμα και απο την περίπτωση απλών συντελεστών) είναι πιθανό οτι είναι απόροια του οτι σχετικά μακρινά πρότυπα αποφασίζουν για το δίκτυο που ανήκει κάποιο πρότυπο με το ίδιο βάρος ψήφου με πιο κοντινά πρότυπα εκπαίδευσης και άρα είναι πιθανότερο να προκύψει κάποιο σχετικά πιο άσχετο

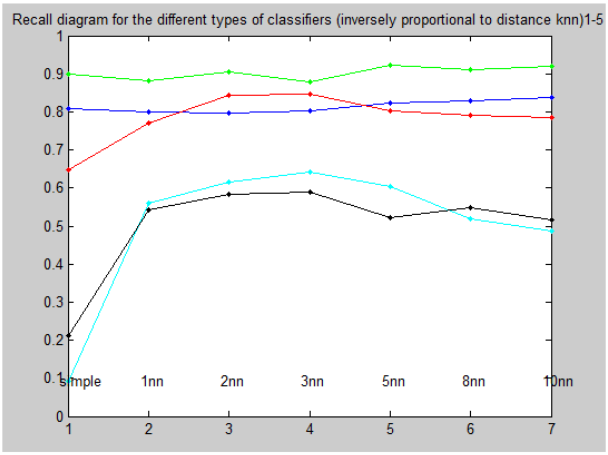
δίκτυο.

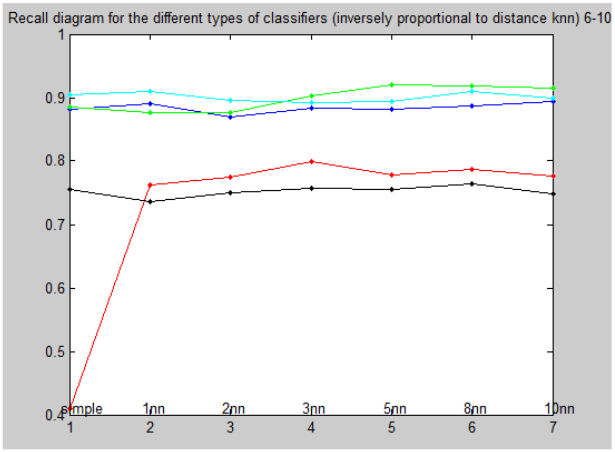
Η παραπάνω συμπεριφορά έχει σαν αποτέλεσμα με την αύξηση της γειτονίας να αυξάνεται κατα πολύ και το χάσμα των δύο περιπτώσεων εκτέλεσης





3.3.6 Ομοίως με παραπάνω,recall πλειοψηφικού knn για το σύνολο CTG



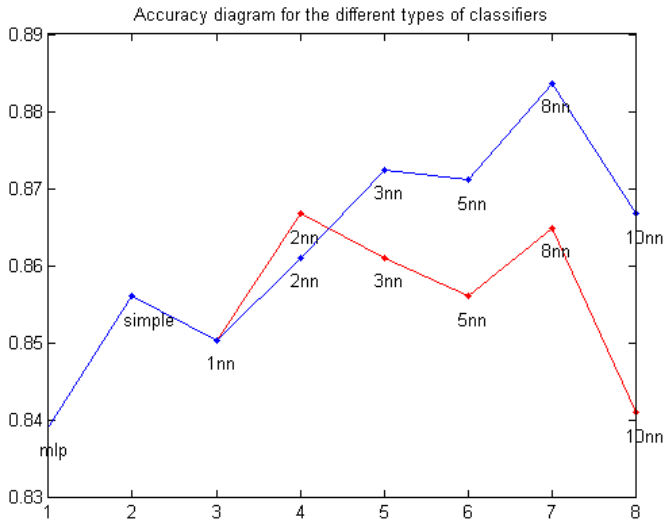


3.3.7 Ομοίως με παραπάνω,recall αναλογικό knn για το σύνολο CTG

Γενικά απο τις παραπάνω γραφικές της απόδοσης ανα κατηγορία παρατηρούμε οτι και πάλι η περίπτωση των απλών συντελεστών υστερεί αφού σε κάποιες κατηγορίες έχει πολύ χαμηλότερη απόδοση σε σχέση με τον knn και επομένως αναμένεται η χαμηλότερη συνολική απόδοση.

Στην αναλογική περίπτωση , για τις διάφορες υποπεριπτώσεις του knn βλέπουμε οτι έχουμε γενικά μια πιο σταθερή συμπεριφορά ανα τις κατηγορίες , καθώς σε άλλες αυξάνεται και σε άλλες μειώνεται η απόδοση , αλλα , γενικά έχουε μια σχετικα μικρή διακύμανση.

3.3.3.3 Picture

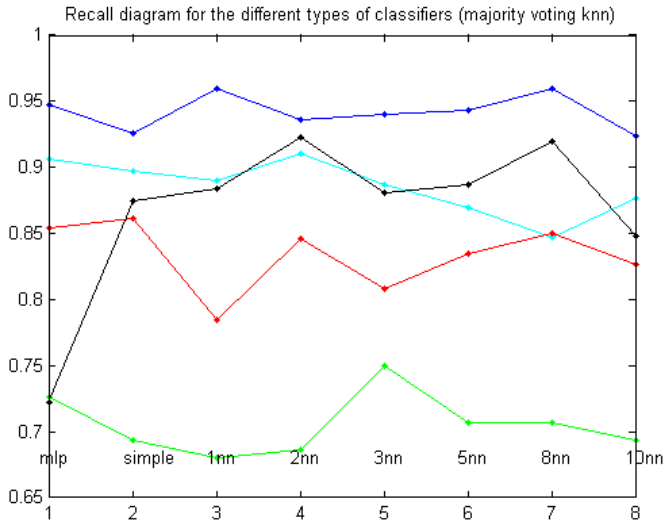


3.3.8 Ομοίως με παραπάνω,ευστοχία για το σύνολο Picture. Συμπεριλαμβάνεται και η περίπτωση του απλού mlp για λόγους πληρότητας

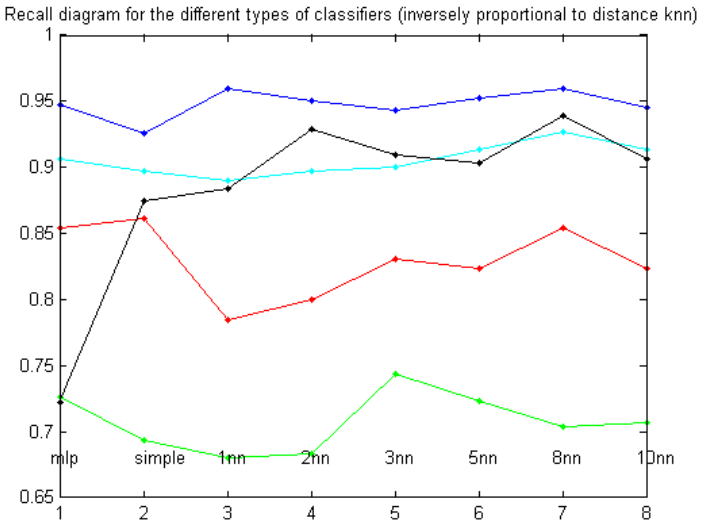
Το σύνολο αυτό γενικά χαρακτηρίζεται απο αστάθεια στις μετρήσεις σε σχέση με τα υπόλοιπα σύνολα (γενικά παρατηρούμε μεγαλύτερο εύρος για

κάποιο πιθανό αποτέλεσμα ίσως λόγω του οτι είναι αρκετά μικρό). Ανεξάρτητα απο αυτό παρατηρούμε οτι και σε αυτήν την περίπτωση , αναφορικά με την ευστοχια του συστήματος έχουμε καλύτερη συμπεριφορά στην περίπτωση της εφαρμογής του knn σε σχέση με την περίπτωση των προ-προσδιορισμένων συντελεστών , τουλάχιστον για τιμές γειτονίας μεγαλύτερες του 1- εξαίρεση αποτελεί μονο η πλειοψηφική $10nn$.

Παρατηρούμε επίσης οτι για ακόμη μία φορά η πλειοψηφική μέθοδος μειονεκτεί της αναλογικής με μοναδική εξαίρεση την περίπτωση του $2nn$. Επίσης βλέπουμε οτι σχέδον όλες οι περιπτώσεις εφαρμογής του συστήματος υπερτερούν απο άποψη αποδοσης σε σχέση με το απλό mlp ακόμα και σε αυτό το αρκετά μικρό συνολο.



3.3.9 Ομοίως με παραπάνω,για recall πλειοψηφικού



3.3.10 Ομοίως με παραπάνω,για recall αναλογικού

Εδώ αρχικά αξίζει να παρατηρηθεί οτι υπάρχει αρκετή ποικιλία στην συμπεριφορά των διαφόρων κατηγοριών για τις διάφορετικές εκτελέσεις. Πιο συγκεκριμένα παρατηρούμε οτι ορισμένες εκτελέσεις (ανεξάρτητα απο την περίπτωση που είμαστε - πλειοψηφική ,αναλογική) έχουν μεγάλη άνοδο για την περίπτωση του συστήματος σε σχέση με το απλό νευρωνικό δίκτυο , ενώ άλλες έχυν κάποια πτώση. Απο εκεί και έπειτα , για τις διάφορες υποπεριπτώσεις του συστήματος φαίνεται οτι η συμπεριφορά είναι γενικά πιο σταθερή , με εξαίρεση την αλλαγή για καποιες κατηγορίες κατ την μετάβαση απο την χρήση συντελεστών στην χρήση του knn.

Κάτι ιδιαίτερα χαρακτηριστικό είναι οτι τα γραφήματα των 2 υποπεριπτώσεων του knn μοιάζουν αρκετά μεταξύ τους. Συγκεκριμένα οι διάφορες κατηγορίες έχουν συμπεριφορά η οποία σε γενικές γραμμές είναι παρόμοια. Εξαίρεση αποτελεί η σταδιακή πτώση της γαλάζιας κατηγορίας στην πλειοφψηφική περίπτωση για τις πιό μεγάλες γειτονιές, η οποία είναι αντιθέτως σταθερη για την ανλογική περίπτωση σε αυτές τις εκτελέσεις. Αυτό πιθανώς εξηγείται ,όπως αναφερθηκε και παραπάνω λόγω του κακού συνδυασμού μεγάλης γειτονιάς- μεμονωμένης απόφασης.

3.3.4 Επεκτάσεις / Τροποποιήσεις.

3.3.4.1 Συνυπολογισμός εμπιστοσύνης στον προσδιορισμό αποστασης του knn

Μια αρκετά ενδιαφερουσα τροποποήση που θα μπορούσαμε να κάνουμε είναι να προσπαθήσουμε με κάποιο τρόπο για κάθε πρότυπο ελέγχου να βάλουμε κάποιο παράγοντα για το κατα πόσο εμπιστευόμαστε οτι οι γείτονες του είναι αρκετα αξιόπιστοι προκειμένου να τους αφήσουμε να επηρεάσουν κατα τον παράγοντα απόστασης τους στην τελική ταξινομηση του προτύπου αυτού.

Για να κάνουμε κάτι τέτοιο όπως είναι λογικό πρέπει να προσδιορίσουμε κάποιον σχετικά ισχυρό παράγοντα αξιοπιστίας για το κάθε πρότυπο εκπαίδευσης. Η αξιοπιστία αυτή θα πρέπει να σχετίζεται με τον ταξινομητή ο οποίος είναι υπεύθηνος για τον υπο εξέταση γείτονα και με το κατα πόσο μπορεί όντως με επιτυχία να ταξινομήσει τον γείτονα αυτο του προτύπου ελέγχου.

Για να γίνει πιο κατανοητό αυτό που επιχειρούμε να κάνουμε, μπορούμε να σκεφτούμε το εξής: Εστω οτι έχουμε κατα την φάση της ταξινόμησης ένα πρότυπο ελέγχου και όλοι οι γειτονές του απο τα πρότυπα εκπαίδευσης προσπαθούν να το φέρουν στην ομάδα τους, δηλαδή στον ταξινομητη τους, με επιχειρήμα τον αριθμό τους , ή την απόσταση τους στον χώρο εισόδου. Το πρότυπο ελέγχου όμως πρίν αποφανθεί για το ποιόν-ή ποιούς- ταξινομητή θα διαλέξει απο τις προτάσεις των γειτόνων του απο την εκπαίδευση προσπαθεί για τον κάθε γείτονα να προσδιορίσει κατα πόσο τα αποτελέσματα τους απο τον ταξινομητή που είναι αντίστοιχα υπεύθηνος , είναι ορθά (γιατί έχουμε τις ετικέτες εξόδου απο το καθε πρότυπο εκπαίδευσης). Ξέρουμε βέβαια οτι ο αντίστοιχος ταξινομητής ταξινομεί σωστά το πρότυπο εκπαίδευσης του ,αλλά όχι κατα πόσο.

Εδώ λοιπόν θα χρησιμοποιήσουμε παλινδρόμηση. Θα βρούμε για το καθέ ενα απο τους γείτονες πόσο απέχει το αποτέλεσμα του απο το σωστό αποτελεσμα της ταξινόμησης και κατόπιν θα κανονικοποιήσουμε τα αποτελέσματα για το κάθε γειτονικό πρότυπο. Εστω για κάποιο πρότυπο ελέγχου $\mathbf{x}_i$ οτι έχουμε μια γειτονια N με k γείτονες ετσι ώστε $N = \{\mathbf{x}_{n1}, \mathbf{x}_{n2}, ...\mathbf{x}_{nk}\}$,με αντίστοιχο σύνολο ετικετών(κλάσσεων εξόδου)$N_{out} = \{\mathbf{y}_{n1}, \mathbf{y}_{n2}, ...\mathbf{y}_{nk}\}$. Προκειμένου να υπολογίσουμε την αξιοπιστία του κάθε γείτονα θα έχουμε:

$$tr_i = ||\mathbf{y}_{ni} - \mathbf{y}_{nouti}||_2 \qquad , i = 1...k \tag{85}$$

όπου το $||\quad||_2$ συμβολίζει την ευκλείδεια νόρμα και το $\mathbf{y}_{nouti}$ την αντίστοιχη πραγματική εξοδο του νευρωνικού δικτύου που εκπροσωπεί τον γείτονα i (προ-

φανώς με είσοδο τον συγκεκριμενο γείτονα). Στη συνέχεια κανονικοποιούμε:

$$a_{2i} = \frac{tr_i}{\sum_{i=1}^{k} tr_i}, \quad i = 1...k \tag{86}$$

και θεωρόντας a_{1i} το κλασσικό κριτήριο απόφασης που έχουμε απο πρίν (κανονικοποιημένο αντίστροφο απόστασης) θα μπορούσαμε να ορίσουμε τον τελικό συντελεστή a ως:

$$a_i = c_1 a_{1i} + c_2 a_{2i}, \quad i = 1...k \tag{87}$$

απαιτώντας

$$c_1 + c_2 = 1 \tag{88}$$

ετσι ώστε να διατηρείται η κανονικοποίηση. Πράγματι παρατηρούμε οτι:

$$\sum_{i=1}^{k} a_i = 1 \tag{89}$$

Αυτή η διαδικασία θα επαναληφθεί για όλα τα πρότυπα ελέγχου και καθένας απο τους γείτονες θα έχει τον αντίστοιχο συντελεστή. Αξίζει να σημειωθεί οτι εάν έχουμε το πλειοψηφικό σύστημα απόφασης η επιρροή της παραπάνω αξιοπιστίας θα πρέπει να επιδράση στην ψηφοφορία για την επιλογή του πιο κατάλληλου νευρωνικού δικτύου και δεν θα επηρεάσει κατανεμημένα την τελική απόφαση.

Επίσης , το πιο λογικό είναι , το βάρος της αξιοπιστίας c_2 να είναι σχετικά μικρότερο απο το βάρος του πόσο κοντά είναι το πρότυπο εκπαίδευσης c_1. Θα πρέπει κάποιος πολύ κοντινός γείτονας (με μεγάλο a_1) να έχει πολύ χαμηλή αξιοπιστια (σχετικά χαμηλο a_2 και άρα να έχει οριακά ταξινομηθεί σωστά απο το δίκτυο που προέκυψε υπεύθηνο για αυτόν) για να αποκτήσει πιο μεγάλη σημασία κάποιος πιο μακρινος γείτονας (ο οποίος έχει πιο υψηλη αξιοπιστία).

Τέλος ,είναι σημαντικό το οτι η αναφερθείσα μέθοδος δεν έχει δοκιμασθεί και αν και αναμένεται να υπάρχουν περιπτώσεις όπου θα είναι ωφέλιμη, δεν είμαστε σε θέση να ξέρουμε πως θα συμπεριφερθεί στην υλοποίηση.

3.3.4.2 Πρόσθεση προτύπων σε μικρα σύνολα εκπαίδευσης

Οπως αναφέραμε παραπάνω, σε προχωρημένα στάδια της διαδικασίας που ακολουθει ,ο αλγόριθμος αυτής της ενότητας οδηγεί σε πολύ μικρά συνολα

εκπαίδευσης τα οποία οπως είναι λογικό υστερούν σε ποιοτητα εκπαίδευσης για τα δίκτυα με τα οποία σχετίζονται. Για να αποφύγουμε αυτό το πρόβλημα και δεδομένου οτι θέλουμε κατα το δυνατό να διατηρήσουμε το πλεονέκτημα της ταχύτητας που παρέχει αυτή μέθοδος μπορούμε να ορίσουμε κάποιο σταθερό μέγεθος απο το οποίο κάποιο σύνολο δεν θα πρέπει να γίνει μικρότερο.

Το μέγεθος αυτό θα θέλαμε να ειναι είναι αρκετό ωστε να παρέχει ικανοποιητική εκπαίδευση ,αλλα να μην καθυστερεί ιδιαίτερα την διαδικασία. Κατι τέτοιο είναι δύσκολο να προσδιορισθεί, αλλα είναι αρκετα αναμενόμενο να προσδιορισθεί ως προς ποσοστό του αρχικού συνόλου. Το πιο απλό αλλα και χρονοβόρο που θα μπορούσε να γίνει είναι να εξετάσουμε τις αποδόσεις του συνόλου σε συνδυασμό με την ταχύτητα του για διάφορα μεγέθη και να αποφανθούμε για το κατάλληλο στο συγκεκριμένο σύνολο.

Σε αυτή την προσέγγιση το επόμενο ζήτημα είναι πως θα ΄γεμίσουμε΄ τις νέες θέσεις του σύνολου (για το κάθε νέο σύνολο που θα προκύπτει). Αυτό θα μπορούσαμε να το πραγματοποιήσουμε με διαφόρους τρόπους.

Αρχικά , με βάση τον πιο κλασσικό , θα μπορούσαε να βάλουμε στις νέες θέσεις επαναλήψεις προτύπων του ίδιου του συνόλου έτσι ώστε να δημιουργήσουμε το νέο μεγαλύτερο σύνολο. Οι επαναλήψεις αυτές θα μπορούσαν να μπούν με τυχαίο τρόπο, ή με βάση κάποιας λογικής,όπως για παράδειγμα να μπούν σε περισσότερες επαναλήψεις τα πρότυπα τα οποία στο προηγούμενο σύνολο απέτυχαν χειρότερα. Το ποιά απέτυχαν χειρότερα θα μπορούσαμε να το βρούμε χρησιμοποιώντας την παραπάνω σχέση -(85)- άπόστασης΄ της πραγματικής κλάσσης απο το αποτέλεσμα που βγάζει το προηγούμενο νευρωνικό για κάθε πρότυπο εκπαίδευσης του. Η σχέση αυτή αν και δεν είναι απόλυτα ακριβής , όμως αποτελεί έναν γενικό δείκτη. Απ΄όσα πρότυπα έχουν αποτύχει,τα οποία αποτελούν και το καινούριο σύνολο, θα βρούμε αυτά με την χειρότερη απόδοση και θα τους δώσουμε μεγαλύτερο βάρος για το νεο συνολο, με αποτέλεσμα να έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να μπούν σε περισσότερες θέσεις.

Μια άλλη παρόμοια προσέγγιση είναι να συμπληρώσουμε με κάποια απο τα επιτυχημένα του προηγούμενου γύρου και πάλι είτε τυχαία είτε με κάποιο αντίστοιχο κριτήριο για να βρούμε τα λιγότερο επιτυχημένα. Φυσικά , είναι εμφανές οτι με αυτήν την προσέγγιση θα είναι πιο δύσκολο και αρα λιγότερο πιθανό σε κάθε νέο ΄γύρο ΄ να ταξινομησουμε σωστά τα αποτυχημένα πρότυπα (δεδομένου οτι τώρα θα εμπλέκονται και επιτυχημένα πρότυπα) και επομένως λογικά θα απαιτηθούν περισσότεροι γύροι για να φτάσουμε στο επιθυμητό ποσοστο ορθά ταξινομημένων προτύπων απο το σύστημα.

3.4. Μελέτη συστήματος ξεχωριστής εκπαίδευσης επι μέρους συστάδων

3.4.1 Γενικά.

Σε αυτό το τμήμα εξετάζουμε τη περίπτωση συστήματος όπου χρησιμοποιούμε μια ομάδα ταξινομητών οι οποίοι εκπαιδεύονται σε διαφορετικά πρότυπα του συνόλου , με βάση κάποια ομαδοποίηση η οποία έχει προηγηθεί. Πιο συγκεκριμένα ,εκπαιδεύουμε κάθε ταξινομητή με πρότυπα εκπαίδευσης τα οποία ανήκουν σε ξεχωριστούς *clusters* οι οποίοι έχουν προκύψει απο προηγούμεη φάση ομαδοποίησης. Για κάθε διαφορετικό *cluster* αντιστοιχούμε και κάποιον διαφορετικό ταξινομητή και τον εκπαιδεύουμε με τα αντίστοιχα πρότυπα εκπαίδευσης που ανήκουν σε αυτόν τον.

Αρχικά είναι σημαντικό να παρατηρήσουμε οτι αυτό το σύστημα , δεδομένου οτι ουσιαστικά τμηματοποιεί το σύνολο εκπαίδευσης, απευθύνεται κυρίως σε πιο μεγάλα σύνολα , στα οποία έχει νοημα να τα τμηματοποιήσουμε για λόγους συντομευσης της διαδικασίας της εκπαίδευσης ή ακόμα και βελτίωσης της απόδοσης (σε ένα μεγάλο σύνολο είναι πιθανότερο να υπάρχουν περιοχές οι οποίες λόγω για παράδειγμα υψηλης συσχέτισης να δυσχεραίνουν συνολικά την εκπαιδευτική διαδικασία. Τέτοιες περιοχές είναι καλύτερο για το σύστημα να αντιμετωπίζονται μεμονωμένα). Σε μικρότερα σύνολα αντίθετα ίσως είναι καλύτερο να προσεγγίζουμε πιο συνολικά την ταξινομηση , χρησιμοποιώντας μεμονωμένους ταξινομητές ή ομαδικές μεθόδους οι οποίες απευθύνονται καθολικά στο σύνολο.

Πολύ σημαντικό βημα του αλγορίθμου είναι η διαδικασία σχηματισμού των συστάδων (*clusters*). Αν οι συστάδες δεν εχουν χωρισθεί ισοκατανεμημένα, ενδέχεται για κάποιους ταξινομητές να έχουμε πολύ λιγα πρότυπα ή πάρα πολλά για άλλους. Πρέπει επομένως να χρησιμοποιηθεί κάποιος σχετικά αξιόπιστος αλγόριθμος ομαδοποίησης για αυτην την φάση. Ακόμα όμως και αν η ομαδοποίηση είναι σχετικά καλή , ενδλεχεται να υάρξουν συστάδες των οποίων η εκπαίδευση να αποτελεί χρονοβόρα διαδικάσια εξαιτίας διαφόρων λόγων.

Αφότου παρέλθει και το βήμα της εκπαίδευσης και σε αυτό στο σύστημα όπως και σε προηγούμενο , έχουμε επιλογή για το πώς θα παρθεί η απόφαση για τα πρότυπα ελέγχου. Η πιο απλή λύση ειναι κάθε πρότυπο ελέγχου να ταξινομείται ανάλογα με την μέση απόφαση όλων των ταξινομητών για όλες τις συστάδες. Κάτι τέτοιο όμως φάνηκε μέτα απο κάποιες δοκιμαστικές εκτελέσεις σε κάποια σύνολα οτι δεν οδηγεί σε υψηλή απόδοση , πράγμα το οποίο είναι

λογικό, αφού διαφορετικές συστάδες μπορεί να λάβουν αρκετα ετεροκλητες αποφάσεις για κάποιο πρότυπο ελέγχου. Αλλωστε είναι κάπως παράλογο να αποφασίζει για κάποιο πρότυπο ελέγχου που ανήκει σε μια περιοχή Α κάποιος ταξινομητής που ανήκει σε μια περιοχή Β η οποία δεν έχει καμία σχέση με την Α, γιατί αυτός θα έχει εκπαιδευτεί με πρότυπα τα οποία έχουν εντελώς διαφορετικές τιμές χαρακτηριστικών απο αυτές της Α και διαφορετικό τρόπο ταξινομησης.

Αντάυτού , για το συγκεκριμένο σύτημα το οποίο ουσιαστικά χαρακτηρίζεται απο χωρικές διαφοροποιήσεις είναι σημαντικό να αποφασίσουμε χωρικά για το ποιός ταξινομητής θα είναι αρμόδιος για την ταξινόμηση κάποιου προτύπου. Για μια ακόμη φορα μια σχετικά άμεση και απλή λύση θα ήταν ο knn, όμως το μειονέκτημα είναι οτι έδω αν εφαρμόσουμε τη συγκεκριμένη μέθοδο στα πρότυπα εκπαίδευσης , ζητώντας γείτονες για τα πρότυπα ελέγχου κατα κάποιο τρόπο στερούμε το πλεονέκτημα της αναγωγής του συνόλου εκπαίδευσης σε συστάδες -οι οποίες έχουν κάποια κέντρα αναφοράς- απο άποψη χρόνου.

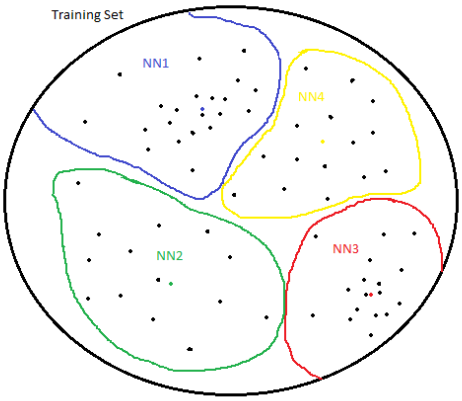
Φυσικά κάτι τέτοιο θα ήταν ιδιαίτερα ασύμφορο χρονικά. Ετσι, θα μπορούσαμε αντί να ψάχνουμε στον knn για γείτονες στο σύνολο εκπαίδευσης, να κάνουμε αυτήν την αναζήτηση στο συνολο των συστάδων (εφόσον έχουν πρσδιορισθεί τα προαναφερθέντα κέντρα). Και αυτή η σκέψη όμως, μετα απο πειραματική επαλήθευση φαίνεται οτι δεν είναι ιδιαίτερα καλή απο άποψη απόδοσης, ίσως λόγω του οτι εμπεριέχονται και κάποιοι γείτονες οι οποίοι έχουν σχετικά μεγάλη απόσταση απο το πρότυπο.

Μετα απο κάποιους πειραματισμούς , εφαρμόσαμε δύο σχετικά απλές μεθόδους. Στην πιο απλή περίπτωση την ταξινόμηση του κάθε προτύπου την αποφασίζει η κοντινότερη σε αυτόν συστάδα. Αυτό είναι σχετικά αναμενόμενο να τα πάει καλύτερα απο τις προηγούμενες μεθόδους και πάλι λόγω της ισχυρότερης χωρικής σχέσης συστάδας -προτύπου.

Ακόμη , εφαρμόζουμε μια προσέγγιση η οποία φαίνεται οτι τα πάει αρκετα καλα. Ουσιαστικά παραλλάσουμε κάπως τον knn και βαθμονομούμε για τον κάθε $cluster$ το πόσο κόντα του είναι κάποιο πρότυπο ελέγχου. Αν είναι πολυ κοντά (για παράδειγμα σε απόσταση μικρότερη απο τη μέση ακτίνα της συστάδας-δηλαδή της απόστασης που προκύπτει απο την μέση τιμή των αποστασεων των προτύπων της συστάδας-) τότε βαθμολογούμε την συγκεκριμένη συστάδα με μεγάλη βαθμολογία. Αν είναι ΄μέσα στον ευρύτερο $cluster'$ δηλαδή σε απόσαση μικρότερη της μέγιστης απόστασης απο το κέντρο του αυτή βαθμολογείται αλλα με μικρή βαθμολογία. Αν είναι έξω απο την συστάδα τότε αυτή δεν βαθμολογείται καθόλου. Κατόπιν κανονικοποιούμε και εξομοιώνουμε με τους συντελεστές που προκύπτουν για την κάθε συστάδα.

Η μέθοδος αυτή φαίνεται να έχει αρκετά καλή συμπεριφορά τουλάχιστον για τα σύνολα τα οποία χρησιμοποιήσαμε. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο οτι δεν

χρησιμοποιήσαμε την απόσταση σαν ένα απόλυτο μέτρο ΄σημασίας΄ της κάθε συστάδας, αλλα αξιοποιήσαμε το κατα πόσο κάποιο πρότυπο ελέγχου είναι ή όχι μέλος στην συστάδα. Το κατα πόσο είναι ή όχι μέλος προσδιορίζει και τον συντελεστή για την κάθε συστάδα.



3.4.1 Παρουσιάζεται σχηματικά ένα παράδειγμα εφαρμογής της παραπάνω διαδικασίας όπου χρησιμοποιούνται 4 επιμέρους δίκτυα. Το σύνολο εκπαίδευσης χωρίζεται σε συστάδες και κάθε συστάδα αναλαμβάνει να εκπαίδευσει κάποιο διαφορετικό δίκτυο. Με μαύρες τελείες αποτυπώνονται τα πρότυπα εκπαίδευσης του συνόλου εκπαίδευσης και με τελείες στο χρώμα του κάθε cluster τα αντίστοιχα κέντρα

3.4.2 Υλοποίηση.

Κατα την υλοποίηση σε αυτόν τον αλγόριθμο, αφου πραγματοποιούμε τα συνηθισμένα βήματα, χωρίσαμε την διαδικάσια σε δύο τμήματα (χρησιμοποιώντας 2 συναρτήσεις) .

Στο πρώτο τμήμα -συνάρτηση *clusteredpartition*- πραγματοποιούμε την διαμόρφωση των *clusters* με χρήση του αλγορίθμου *som*. Εκπαιδεύουμε τον χάρτη που θα αποτελείται απο τόσες συστάδες όσες ορίσαμε πρίν πάμε στην συνάρτηση (στο κύριο πρόγραμμα το n το οποίο περνά σαν παράμετρος) και χρησιμοποιούμε την πιο ελεύθερη μορφή πλέγματος (αλυσιδα) ουτως ώστε να έχουμε αρκετη ελευθερία και ελαστικότητα για τον προσδιορισμό των συστάδων. Ανάλογα με το σύνολο τον αριθμό των εποχών τον προσδιορίζουμε είτε σε 300

στα πιο μικρά είτε σε 100 στα μεγαλύτερα.

Μετα την εκπαίδευση του χάρτη , βάζουμε σε έναν πίνακα τα αντίστοιχα προσδιορισθέντα κέντρα και πραγματοποιούμε το εξής: Επειδή μετα απο αρκετές πειραματικές εκτελέσεις παρατηρήθηκε οτι όταν κάθε δεδομένο εκπαίδευσης ανήκει σε μόνο μία συστάδα ανάλογα με το πιο κέντρο απέχει πιο κοντά απο αυτό , συνήθως τα δίκτυα δεν εκπαιδεύονται ικανοποιητικά και το σύστημα οδηγείται σε χαμηλότερη απόδοση , επιλέγουμε οτι το εκάστοτε πρότυπο εκπαίδευσης θα ανήκει στα k κοντινότερα σε αυτό δίκτυα (κέντρα). Ορίζουμε ετσι τον συντελεστή k ο οποίος αντιπροσωπεύει τον αριθμό των $clusters$ που ανήκει το κάθε πρότυπο εκπαίδευσης και η επιλογή των συστάδων αυτών γίνεται με βάση την απόσταση τους απο το κάθε πρότυπο χωριστά . Εμείς εφαρμόσαμε την πιο απλή δυνατή περίπτωση όπου το k είναι σταθερό για όλα τα πρότυπα. Αυτό οδηγεί το σύστημα να εκπαιδευθεί συνολικά με k-φορές το πλήθος των προτύπων εκπαίδευσης.

Αφού λοιπον βρούμε για όλα τα πρότυπα εκπαίδευσης τους k κοντινότερους $clusters$, φτιάχνουμε την δομή $cluster$ οπού βάζουμε για τον κάθε $cluster$ τα πρότυπα που ανήκουν σε αυτόν και το αντίστοιχο κέντρο του.

Τέλος, βρίσκουμε για όλες τις συστάδες την απόσταση απο το μακρινότερο πρότυπο καθώς και την μέση τιμή της απόστασης απο τα πρότυπα τους ετσι ώστε να προσδιορίσουμε δύο ακτίνες για την κάθε συστάδα, μια μικρής και μια μεγάλης σημασίας για το που ανήκουν τα πρότυπα ελέγχου. Θα μας χρειαστεί για πιο μετά.

Στο δεύτερο βήμα -συνάρτηση nn_grid_create- ουσιαστικά βάζουμε στο παραπάνω πλέγμα νευρωνικά δίκτυα -ένα για την κάθε συστάδα- και το καθένα το εκπαιδεύουμε με τα αντίστοιχα πρότυπα της συστάδας στην οποία ανήκει, που έχουν προσδιορισθεί απο το προηγούμενο βήμα. Αξίζει να σημειωθεί οτι όταν έχουμε ορίσει υπερβολικά πολλές συστάδες για σχετικά μικρά σύνολα και αν κάθε πρότυπο ανήκει σε μία μόνο συστάδα, υπάρχει πολύ μεγάλη πιθανότητα να υπάρχουν δίκυα-συστάδες- που δεν έχουν πρότυπα. Αυτήν την περίπτωση πρέπει να την εξετάζουμε πρίν προχωρήσουμε στην φάση της εκπαίδευσης. Αν δεν υπάρχουν πρότυπα , το συγκεκριμένο δίκτυο δεν μπορεί να εκπαιδευθεί. Η συγκεκριμένη συνάρτηση θά έχει για έξοδο μια δομή με το σύνολο των νευρωνικών δικτύων μετα απο την φάση εκπαίδευσης τους.

Μετα απο αυτή τη φάση δημιουργίας - εκπαίδευσης των νευρωνικών δικτύων στα πρότυπα των αντίστοιχων συστάδων, αρχίζουμε την φάση του ελέγχου. Αρχικά πραγματοποιούμε το σύνολο των προσομοιώσεων για όλα τα δίκτυα μας και βάζουμε όλα τα αποτελέσματα σε έναν μεγάλο πίνακα τριών διαστάσεων. Στη συνέχεια ,βρίσκουμε για όλα τα πρότυπα ελέγχου το κέντρο μικρότερης απόστασης και ορίζουμε την τελική απόφαση ώς την ταξινόμηση του κάθε προτύπου ελέγχου απο τον κοντινότερο σε αυτό $cluster$-δηλαδη το αντίστοιχο δίκτυο-.

Αυτή είναι η μία περίπτωση προσδιορίσμού των προτύπων ελέγχου. Για την άλλη περίπτωση , κάνουμε αυτό που αναφέραμε στο πρώτο κομμάτι της παρούσας ενότητας και βρίσκουμε για το κάθε πρότυπο ελέγχου τις συστάδες στις οποίες αυτό ανήκει και πόσο 'δυνατά' ανήκει σε αυτές. Εφόσον έχουμε απο πρίν προσδιορίσει κάποιες άκτίνες' (μικρής σχετικά και μεγαλύτερης) σημασίας για την κάθε συστάδα, βλέπουμε αν κάποιο πρότυπο ελέγχου έχει απόσταση απο το αντίσοιχο κέντρο μικρότερη απο κάποια απο αυτές τις ακτίνες και ανάλογα του δίνουμε για κάποιους πόντους που ποσοτικοποιούν κατα πόσο αυτό ανήκει στον συγκεκριμένο *cluster*. Κατόπιν , με αυτην την ποσοτικοποίηση σαν συντελεστή για τον κάθε *cluster*, πέρνουμε το κανονικοποιημένο άθροισμα και αυτό είναι το αποτέλεσμά μας για το κάθε πρότυπο ελέγχου.

3.4.3 Αποτελέσματα.

Και εδώ η διαδικασία που ακολουθείται στην παρουσίαση είναι παρόμοια. Σε πρώτο επίπεδο παρουσιάζουμε τους χρόνους των σύνολων απο τις διάφορες εκτελέσεις που πραγματοποιήθηκαν για κάθε K:

K=1:

Number of clusters	N=5	N=10	N=20	N=40	N=80
Letters	130-160	120-130	80-90	90	160-190
CTG	10-20	20-30	25-30	35-40	-
Picture	7	7-10	12-15	20	-
Abalone	16	18	28	-	-
Contraceptive	12	14	20	-	-

K=3:

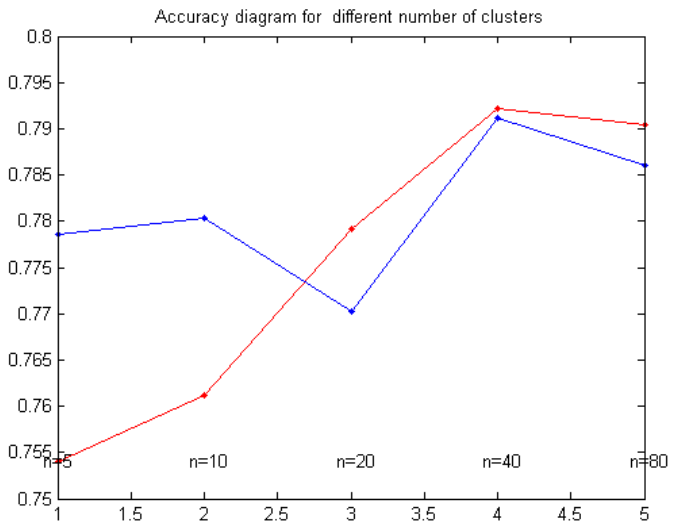
Number of clusters	N=5	N=10	N=20	N=40	N=80
Letters	660	370-460	300	250	220-240
CTG	50-60	40-60	40-50	60-70	-
Picture	9-14	12-15	17-20	23-28	-
Abalone	80	62	56	-	-
Contraceptive	24	21	35	-	-

K=5:

Number of clusters	N=5	N=10	N=20	N=40	N=80
Letters	-	-	-	-	-
CTG	100-150	80-130	80-90	80-90	-
Picture	12-16	24-30	32-34	42-44	-
Abalone	-	-	130	100	-
Contraceptive	-	40	50	-	-

3.4.3.1 Letters

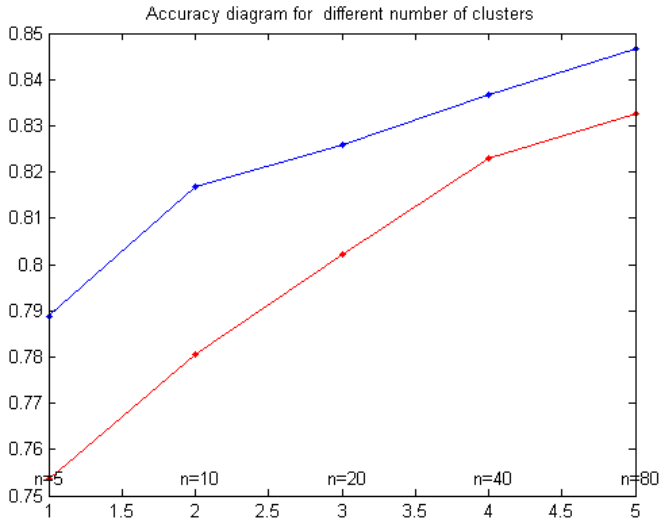
Σε αυτην την περίπτωση δεδομένου οτι για κάθε σύνολο ουσιαστικά μελετάμε τρείς διαφορετικές υποπεριπτώσεις -με εξαίρεση το πρώτο για το οποίο η περίπτωση K=5 είναι τελείως ασύμφορη απο άποψη χρόνου (σε σύγκριση με άλλες μεθοδους που έχουμε δει) - στην αποτύπωση των αποτελεσμάτων και στην παρατήρησή τους, για την κάθε υποπερίπτωση δεν αναφερόμαστε στις επιμέρους κατηγορίες. Επίσης είναι αξιοσημειωτο οτι όταν $n = 5$ και K=5 έχουμε περίπτωση απλού νευρωνικού για μεμονωμένη επιλογή (ή για την ακριβεια επιλογή μεταξύ 5 απλών που έχουν εκπαιδευθεί με όλα τα δεδομένα) K=1:



3.4.2 Η ευστοχία του συνόλου (μέση τιμή 10 εκτελέσεων) letters στην

εφαρμογή του αλγορίθμου μας για 5,10,20,40 και 80 clusters. Με κόκκινο συμβολίζουμε την απλή εφαρμογή με επιλογή ενός μεμονωμένου cluster απο κάθε πρότυπο ελέγχου , ενώ με μπλέ την πολλάπλη επιλογή με τον τρόπο που αναφέραμε παραπάνω.Εδώ το κάθε πρότυπο εκπαίδευσης αντιστοιχεί σε έναν μόνο cluster

K=3:



3.4.3 Παρόμοια με πρίν , με το κάθε πρότυπο εκπαίδευσης να εκπαιδεύει τους 3 κοντινότερους clusters

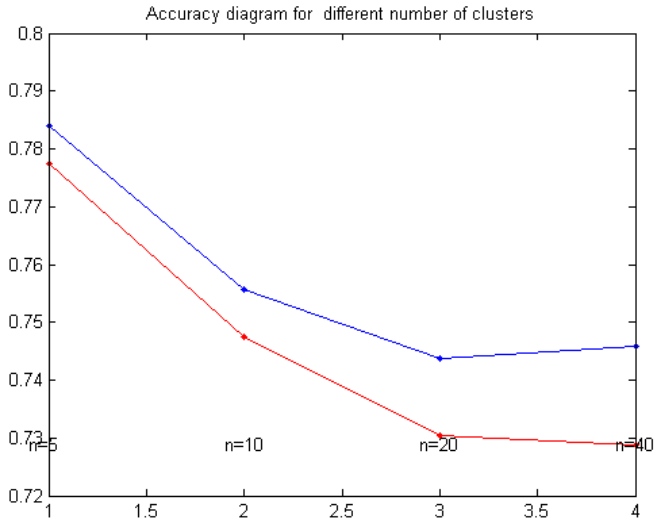
Σχετικά με το συγκεκριμένο σύνολο παρατηρούμε οτι η εφαρμογή του αλγόριθμου μας , απο άποψη ευστοχίας έχει για την περίπτωση K=1 σχετικά μέτρια αποτελέσματα, τα οποία κατα πάσα πιθανότητα ωφείλονται στην ελλειπή εκπαίδευση που παρέχεται στα δίκτυα των *clusters*, αφού κάθε πρότυπο αντιστοιχεί σε ένα μόνο δίκτυο. Ειδικά στις περιπτώσεις με τα λιγότερα δίκτυα(n=5,10) με ταξινόμηση των προτύπων ελέγχου σε μία συστάδα την φορά , είναι σαφές οτι ο αλγόριθμος δεν ταξινομεί ικανοποιητικά αφού οπως φαίνεται υστερεί ακόμα και σε σχέση με την περίπτωση όπου έχουμε μόνο ένα *mlp* (εκεί ευστοχία περίπου 78 τοις εκατό) .

Η κατάσταση βελτιώνεται για μεγαλύτερα μεγέθη συστάδων χωρίς όμως να παρατηρείται κάποια εντυπωσιακή βελτίωση. Αναφορικά με την περίπτωση όπου επιλέγουμε πάνω απο έναν *cluster* βλέπουμε σχετικά καλύτερη συμπεριφορά για τις περιπτώσεις με τις λίγες συστάδες, αλλα σχετική σταθερότητα με την αύξηση των συστάδων (συνολικά έχουμε διακύμανση απο 0.77- 0.7925 σε σχέση με 0.755- 0.795 που έχουμε στην άλλη περίπτωση). Τέλος αξίζει να αναφερθεί οτι η χαμηλή απόδοση για τα μικρότερα μεγέθη συστάδας ίσως είναι απόρροια της πιθανώς μικρότερης σχέσης που έχει συνολικά η συστάδα με το δεδομένο κάθε φορά πρότυπο ελέγχου, εφόσον έχουμε ένα αρκετά μεγαλο σύνολο εκπαίδευσης και προφανώς μη επαρκή αριθμό συστάδων.

Στην περίπτωση όπου K=3 τα πράγματα είναι αισθητά καλύτερα. Και πάλι για μικρό αριθμό συστάδων έχουμε μικρή απόδοση στο συστημά μας τόσο για απλή όσο και για πολλαπλή επιλογή συστάδων, καθώς όμως αυξάνουμε το πλήθος βλέπουμε πως έχουμε σχετικά καλή αύξηση της απόδοσης, η οποία πλησιάζει το 0.84 και 0.85 για τις δύο περιπτώσεις επιλογής που μελετάμε. Μάλιστα , η αύξηση είναι σχετικά γραμμική , πράγμα που σημαίνει οτι όσο περισσότερες συστάδες έχουμε τόσο το καλύτερο. Αυτο λογικά συμβαίνει διοτί κατα καποιον τρόπο ΄προμηθεύουμε την κάθε συστάδα με επαρκή υλικό΄ απο άποψη δεδομένων εκπαίδευσης.

3.4.3.2 CTG

K=1:

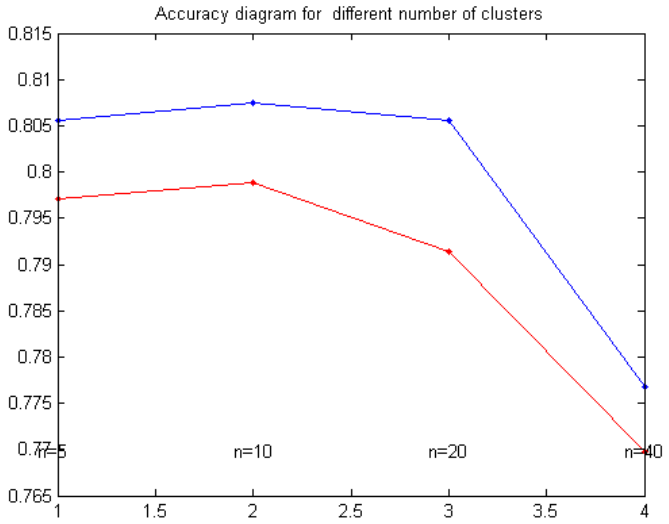


3.4.4 Παρόμοια με πρίν , για το σύνολο ctg με K=1

Στην περίπτωση αυτή για το συγκεκριμένο σύνολο παρατηρούμε οτι σε αντίθεση με το προηγούμενο σύνολο , τουλάχιστον για K=1 έχουμε για τον μικρότερο αριθμό συστάδων την υψηλότερη απόδοση. Αυτό δεν μας εκπλήσσει δεδομένου οτι αυτήν τη φορά έχουμε ένα αρκετά μικρότερο σύνολο και άρα λογικά θα χρειάζεται κάποιον σχετικά μικρότερο αριθμό συστάδων. Για περισσότερες συστάδες μαλιστα, δεδομένου οτι τα πρότυπα πλέον δεν επαρκούν για την εκπαίδευση του κάθε δικτύου ξεχωριστά είναι αναμενόμενη αυτή η συμπεριφορά.

Επίσης συνολικά βλέπουμε με αρκετή σαφήνεια οτι και πάλι για αυτό το K το σύστημα δεν συμπεριφέρεται ιδιαίτερα ικανοποιητικά ειδικά στην μεμονωμένη επιλογή. Απο αυτό σε συνδυασμό με το παραπάνω προκύπτει οτι αν θέλουμε απο το σύστημα μας σχετικά καλή απόδοση ,το K=1 δεν είναι η καλύτερη επιλογή.

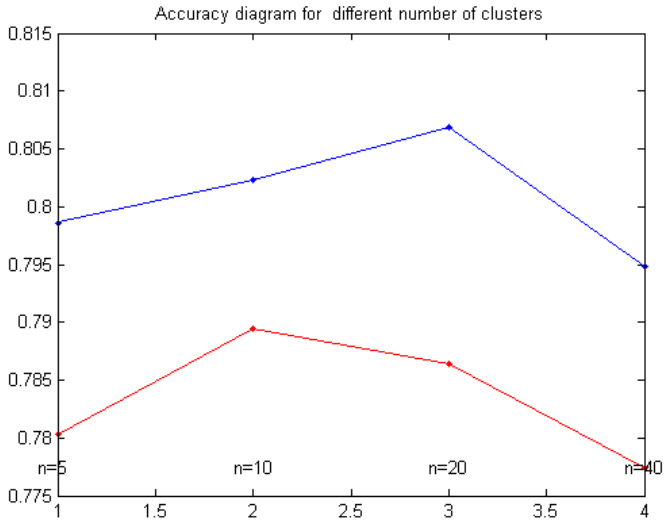
K=3:



3.4.5 Παρόμοια με πρίν , για το σύνολο ctg με K=3

Και για αυτο το σύνολο παρατηρούμε οτι για K=3 έχουμε γενικά καλύτερη συμπεριφορά απ΄ότι για K=1, πράγμα που είναι αναμενόμενο για τους λόγους που αναφέραμε στην προηγούμενη περίπτωση. Για άλλη μια φορά παρατηρούμε για το συγκεκριμένο σύνολο μία κάπως καλύτερη συμπεριφορά για τους μικρότερους αριθμούς συστάδων, ενώ συνολικά οτι είναι προτιμότερη η επιλογή πολλών συστάδων κατα την φάση του ελεγχου αφου οδηγεί σταθερά σε κάπως καλύτερη απόδοση.

K=5:

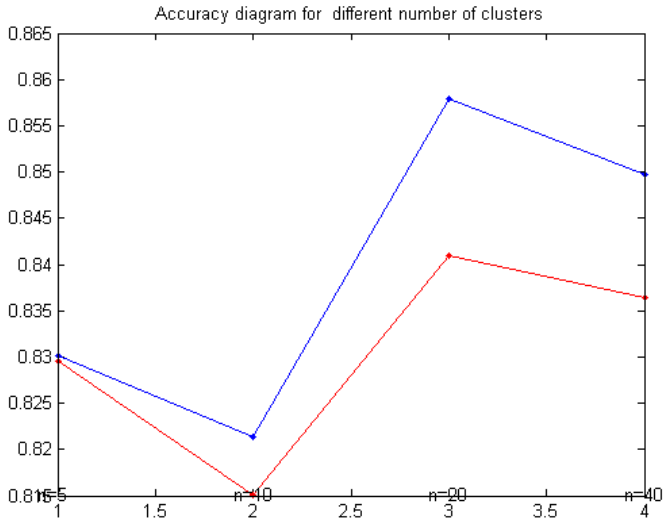


3.4.6 Παρόμοια με πρίν , για το σύνολο ctg με K=5

Εδώ το πρώτο στοιχείο που παρατηρούμε -όπως άλλωστε αναμενόταν - είναι οτι πλέον για $n = 5$ όπου έχουμε τον μικρότερο αριθμό συστάδων δεν έχουμε την καλύτερη απόδοση , πράγμα που εξηγειται ,αφου πλέον στις περιπτώσεις όπου έχουμε περισσότερους *clusters* έχουμε και αρκετά δεδομένα για να τους εκπαιδεύσουμε επαρκώς. Πέραν αυτού είναι σημαντικο το οτι απο άποψη απόδοσης αυτη η περίπτωση (K=5) δεν υπερτερεί σχεδόν καθόλου σε σχέση με την προηγούμενη, αλλα έχει μικρότερη διακύμανση για τα διάφορα μεγέθη που εξετάζουμε.

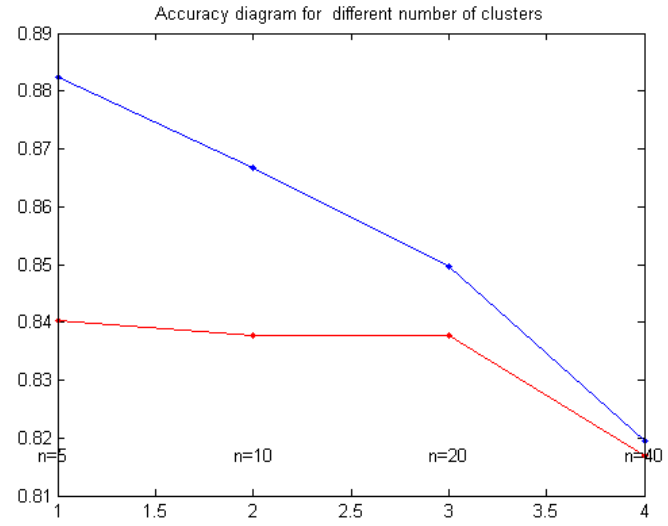
3.4.3.3 Pictures

K=1:



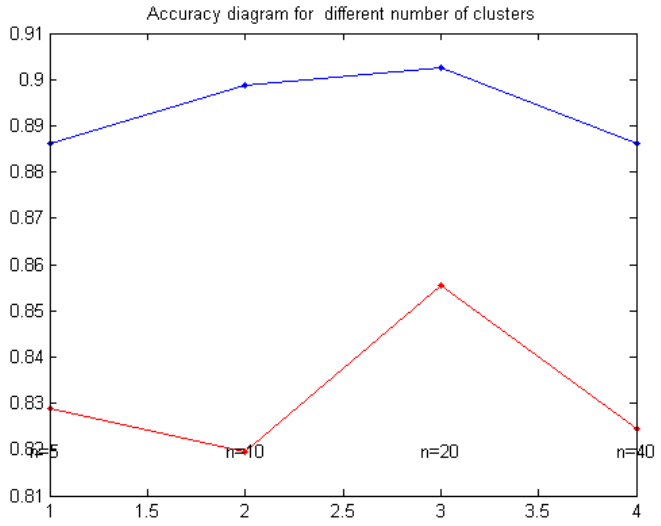
3.4.7 Παρόμοια με πρίν , για το σύνολο picture με K=1

K=3:



3.4.8 Παρόμοια με πρίν , για το σύνολο picture με K=3

K=5:



3.4.9 Παρόμοια με πρίν , για το σύνολο picture με K=5

Για K=1: Εδώ βλέπουμε μια αρκετά μη αναμενόμενη συμπεριφορά αφού, εφόσον το συγκεκριμένο σύνολο είναι μικρό , αναμενόταν να έχει σχετικά καλύτερη συμπεριφορά για μικρά n ιδίως στην συγκεκριμένη περίπτωση (K=1). Αντίθετα , παρατηρούμε οτι η καλύτερη δυνατή ευστοχία σημειώνεται για $n = 20$,ενώ κατι ακόμα που είναι αξιοπρόσεκτο, έγγυται στην σταθερή υπεροχή της περίπτωσης επιλογής πολλών συστάδων σε σχέση με την μεμονωμένη και για αυτό το σύνολο, το οποίο επιβεβαιώνεται και στις υπόλοιπες γραφικές. Συνολικά πάντως ήδη για K=1 βλέπουμε μια ικανοποιητική σχετικά συμπεριφορά απο τον αλγόριθμο αυτό τουλάχιστον απο άποψη απόδοσης.

Για K=3: Παρατηρούμε οτι έχουμε δύο διαφορετικές συμπεριφορές για την μεμονωμένη και την πολλαπλή επιλογή. Στην περίπτωση της μεμονωμένης επιλογής ο αλγόριθμος είναι ιδιαίτερα σταθερός ανεξάρτητα του n μέχρι το 20. Κατόπιν παρατηρούμε μια μικρή πτώση. Απο την άλλη μερία στην περίπτωση της πολλαπλής επιλογής έχουμε συνεχή πτώση της ευστοχίας πράγμα που πιθανώς να εξηγείται απο την λήψη απόφσης απο λιγότερο σχετικούς με το αντίστοιχο

πρότυπο ελέγχου *clusters*. Σε κάθε περίπτωση η συνολική συμπεριφορά του αλγορίθμου είναι ικανοποιητικη για το συγκεκριμένο K.

Για K=5: Εδω βρισκόμαστε προ εκπλήξεως. Δεδομένου οτι ο συγκεκριμένος αλγόριθμος σε κάθε άλλη περίπτωση δεν είχε πουθενά την καλύτερη απόδοση για κάποιο σύνολο , είναι αρκετα εντυπωσιακό οτι για αυτό το K ,στην περίπτωση πολλαπλής επιλογής ο αλγόριθμος τα πάει εκπληκτικά στο συγκεκριμένο σύνολο (0.89-0.90 για τα περισσότερα n για νευρωνικά που εκπαιδεύονται με όριο το 0.80 στο σύνολο εκπαίδευσης). Φυσικά , όλα τα δίκτυα (τουλάχιστον μέχρι το $n = 20$) εκπαιδεύονται σίγουρα ικανοποιητικά ,αλλα όταν συγκρίνουμε την μεμονωμένη επιλογή -η οποία είναι σαν μια καλύτερη περίπτωση της γραφικής για K=1- βλέπουμε μεγάλη διαφορά. Φαίνεται πως οι επιλογές για αυτήν την περίπτωση γίνονται με τρόπο που βελτιστοποιεί την ποιότητα της τελικής επιλογής, πράγμα που ίσως ωφείλεται στην χωρική τοποθέτηση των προτύπων.

3.4.4 Επεκτάσεις/Τροποποιήσεις.

3.4.4.1 Boosting σε κάθε μεμονωμένο *cluster*

Μια σχετικά απλή επέκταση η οποία θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί είναι στον κάθε μεμονωμένο *cluster* να εφαρμόσουμε κάποια τεχνική *boosting*. Δηλαδή για κάθε έναν απο τους *cluster* μας να χρησιμοποιήσουμε πάνω απο έναν ταξινομητές σε μια συστάδα η οποίοι να αλληλοσυμπληρώνονται για ένα ισχυρότερο αποτέλεσμα. Σε αυτήν την περίπτωση δεν αναμένεται να αλλάξει κάτι στη φάση του ελέγχου, καθώς τα κέντρα των *clusters* δεν θα αλλάζουν , αλλα αναμένετα να αυξηθεί η ευστοχία για την κάθε συστάδα και επομένως η συνολική ευστοχία του συστήματος. Θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί κάποια διαδικασία *boosting* οπως η *adaboost* για να πετύχουμε το ζητούμενο αποτέλεσμα.

Πρέπει να σημειωθεί οτι για την συγκεκριμένη ενότητα αρχικά σκοπός ήταν η ανάπτυξη ενός αλγορίθμου ο οποίος εφάρμοζε *boosting* κατανεμημένα στο σύστημα μετά απο κάθε εκπαίδευση του συνόλου των *clusters*. Κατα κάποιον τρόπο ήταν ένας συνδυασμός της διαδικασίας που περιγράψαμε -και εκτελέσαμε - στη παρούσα ενότητα με της διαδικασίας που εκτελέσαμε στην προηγούμενη.

Πιο συγκεκριμένα , σκοπός ήταν μετά απο την φάση εκπαίδευσης (για όλους τους *clusters*) , να φιλτράρουμε συνολικά τα πρότυπα που δεν εκπαιδεύθηκαν σωστά και στην συνέχεια να πραγματοποιούμε με αυτά καιπάλι την διαδικασία χωρισμού σε *clusters* και εκπαίδευσης νέων δικτύων τα οποία θα εκπαιδεύονται πανω σε αυτα τα πρότυπα. Η διαδικασια θα ολοκρωνόταν όταν θα είχε

εκπαιδευθεί σωστά κάποιο ζητούμενο ποσοστό του σύνολου εκπαίδευσης

Το συγκεκριμένο σύστημα δοκιμάστηκε σε κάποια σύνολα και τα αποτελέσματα δεν ήταν ικανοποιητικά. Το αντίστοιχο απλουστερο σύστημα που περιγράφηκε στην ενότητα εμφάνιζε πολύ καλύτερα αποτελέσματα απο αυτήν την πιο σύνθετη περίπτωση. Λογικά αυτό συνέβη γιατι δεν υπήρξε κάποια αλλαγή στη φάση του ελέγχου μετά την εφαρμογή αυτής της διαδικασίας. Εφόσον σε κάθε επανάληψη αλλάζαμε τον χώρο της εκπαίδευσης (ή καλύτερα ,τον περιορίζαμε) , η τελική απόφαση για το που θα ταξινομηθεί κάποιο πρότυπο ελέγχου είναι κάπως μη συμβατό να λαμβάνεται μεμονωμένα με κριτήριο την απόσταση στο σύνολο του χώρου εκπαίδευσης. Αυτό φυσικά είναι μια υπόθεση για το τι εφταιξε στην αποτυχία αυτης της προσπάθειας.

Απο την άλλη αυτο που περιγράψαμε σε αυτην την παράγραφο (4.4.1) αφορά τον κάθε αρχικό *cluster* μεμονωμένα και εν γένει αντιμετωπίζει τον κάθεναν σαν κάποιο ξεχωριστό σύνολο εκπαίδευσης και άρα απο τη φύση του κάτι τέτοιο δεν θα έχει το παραπάνω πρόβλημα αφού ο χώρος εκπαίδευσης καθόλη την διαδικασία παραμένει σταθερός.

Παντως , ανεξάρτητα απο το ποια απο τις 2 τεχνικές εφαρμόζουμε κάτι που χρείαζεται προσοχή είναι η επάρκεια των προτύπων. Εφόσον σπάμε το σύνολο σε πολλά υποσύνολα και μετα εφαρμόζουμε μια διαδικασία που χρείαζεται και πάλι πολλά δίκτυα πρέπει να έχουμε έναν πολύ μεγάλο αριθμό προτύπων. Αν δεν ισχύει αυτό , μια ιδέα είναι να εφαρμόσουμε την τεχνική των προτύπων εκπαίδευσης που ανήκουν σε k συστάδες το καθένα που περιγράφθηκε στην ενότητα 2.2. Φυσικά αυτό θα αυξήσει την χρονική διάρκεια εκτέλεσης.

3.4.4.2 Αξιοποίηση των κατηγορίων των προτύπων εκπαίδευσης κατα την φάση της δημιουργίας των *clusters*

Το σκεπτικό εδώ είναι οτι κατα τον σχηματισμό των συστάδων θέλουμε να αξιοποίησουμε το οτι ξέρουμε την κατηγορία στην οποία ανήκει το κάθε πρότυπο εκπαίδευσης και αυτό θελουμε να αποτυπωθεί στον σχηματισμό αυτόν.

Γενικά θα είχε ενδιαφέρον η κατηγορία που ανήκει το κάθε πρότυπο εκπαίδευσης επηρεάσει την ομαδοποίηση με κάποιο τρόπο, αφου αυτό θα οδηγήσει σε κάποια διαφορετική διαμόρφωση των συστάδων η οποία πιθανώς να μπορεί να ευνοήσει την εκπαιδευτική διαδικασία των ταξινομητών μας.

Ενας σχετικά απλός τρόπος για να επηρεάσουμε την ομαδοποίηση ανάλογα με την κατηγορία του κάθε προτύπου εκπαίδευσης είναι ο ακόλουθος. Αρχικά ας υποθέσουμε οτι

$$\mathbf{x} = [x_1 x_2 ... x_n] \tag{90}$$

είναι κάποιο πρότυπο απο το σύνολο εκπαίδευσης.Θυμίζουμε οτι στην απλή περίπτωση χαρτη αυτοοργάνωσης ,για το πρότυπο αυτό, το μοντέλο $\mathbf{m_i}(t) = [m_1(t)m_2(t)...m_n(t)]$ επηρεάζεται ως εξής για την επανάληψη t:

$$\mathbf{m_i}(t+1) = \mathbf{m_i}(t) + a(t)h_{ci}(t)[\mathbf{x} - \mathbf{m_i}] \tag{91}$$

όπου $a(t)$ ο παράγοντας μάθησης (εδω εξαρτώμενος απο τον χρόνο) και h_{ci} η συνάρτηση γειτονίας για το μοντέλο i. Αυτό που μπορούμε να κάνουμε είναι να δώσουμε στο κάθε μοντέλο m_i μια κατηγορία-αναφορά, έστω $ct(m_i)$ η οποία θα αποτελεί κάποια απο τις πιθανές κατηγορίες των προτύπων εκπαίδευσης και αυτό ουσιαστικά θα έλκεται΄ απο τα πρότυπα τα οποία ανήκουν σε αυτην την κατηγορία και θα άπωθείται΄ απο πρότυπα τα οποία ανήκουν σε άλλες κατηγορίες. Η βασική σχέση λοιπόν αναμένεται να επεκτείνεται κάπως έτσι με βάση αυτήν την τροποποίηση:

$$\mathbf{m_i}(t+1) = \mathbf{m_i}(t) + a_1(t)h_{ci}(t)[\mathbf{x} - \mathbf{m_i}] + sgt(t)a_2(t)h_{ci}(t)[\mathbf{x} - \mathbf{m_i}] \tag{92}$$

με

$$sgt(t) = \begin{cases} +1 & if \qquad ct(\mathbf{x}) = ct(\mathbf{m_i}) \\ -1 & if \qquad ct(\mathbf{x}) <> ct(\mathbf{m_i}) \end{cases}$$

,ζητωντας επίσης

$$a_1(t) + a_2(t) = a(t) \quad \forall t \tag{93}$$

Η παραπάνω σχέση επειδέχεται δύο ερμηνείες. Αρχικά μπορούμε να πούμε οτι εάν η κατηγορία κάποιου προτύπου εκπαίδευσης δεν είναι ίδια με την κατηγορία αναφοράς του m_i και αν $a_2 < a_1$, κατα κάποιον τρόπο περιορίζουμε την ΄μάθηση΄ του μοντέλου απο το συγκεκριμένο πρότυπο, ενώ αν είναι ίδια την ενισχύουμε.

Απο την άλλη αυτη η διαδικασία μπορεί να ερμηνευθεί σαν μια ακόμη επίδραση στην διαδικασία μάθησης συνολικά η οποία ωθεί τα μοντέλα πιο κοντά στα πρότυπα της κατηγορίας τους.

Φυσικά , όπως σε κάθε άλλη περίπτωση , έτσι και με αυτήν την τεχνική υπάρχουν διάφορα ζητήματα. Κατάρχάς πρέπει να αποφασίσουμε πως θα κατανήμουμε τις κατηγορίες στα μοντέλα. Η πιο απλή λύση είναι να μετρήσουμε το ποσοστό που καταλαμβάνει η κάθε κατηγορία στο σύνολο των προτύπων εκπαίδευσης και να το αποτυπώσουμε στην ανάθεση κατηγοριών στα μοντέλα (πχ αν απο 1000 πρότυπα εκπαίδευσης, μια κατηγορία έχει 300 και θέλουμε 10 συστάδες, αυτή θα την κάνουμε κατηγορία αναφοράς για 3 μοντέλα κατα την ομαδοποίηση).

Ενα άλλο σημαντικό ζητημα σχετίζεται με το γεγονός οτι η αρχική θέση των μοντέλων ενδέχεται να είναι τυχαία πράγμα που σημαίνει οτι ενδέχεται κάποιο μοντέλο να ξεκινήσει σε κάποια κακή για αυτό θέση΄όπου σε όλη του την γειτονία υπάρχουν μόνο πρότυπα διαφορετικών κατηγοριών. Αυτό με τη σειρα του θα οδηγήσει σε μείωση του ρυθμού προσαρμογής για το συγκεκριμένο μοντέλο χωρίς ουσιαστικά να του παρέχει κάποια κατεύθυνση προς πρότυπα της κατηγορίας αναφοράς του, εκτός και αν τυχαία , με την αλλαγή της θέσης του τύχει να φτάσει κοντά σε κάποιο /κάποια τέτοια.

3.4.4.3 Χρηση Γκαουσσιανών στη θέση των ακτίνων κατα τον προσδιορισμό των προσδιορισμό των προτύπων ελέγχου

Αυτη η τροποποίηση σχετίζεται με την αλλαγή των ακτινών τις οποίες προσδιορήσαμε κατα την υλοποίηση για να βρούμε κατα πόσο ανήκει κάποιο πρότυπο ελέγχου σε κάποιον *cluster* με μια συνέχη και παραγωγίσιμη συνάρτηση ,όπως η γκαουσσιανή.

Με αυτόν τον τρόπο , ουσιαστικά αλλάζουμε μια ασυνεχή συνάρτηση περιπτώσεων η οποία είναι χαρακτηριστικά απότομη , με μια πιο ομαλή συνάρτηση. Αυτό θα μπορούσε να εξασφαλίσει το οτι πρότυπα τα οποία είναι αρκετά κοντα , θα έχουν πιο λογικά κοντινές τιμές απο την προηγούμενη περίπτωση , όπου ενδέχεται 2 πολυ κοντινα πρότυπα να είχαν πολυ διαφορετικές τιμές σημασιας για κάποιον *cluster*.

Φυσικά δεδομένου οτι οι γκαουσσιανές μηδενίζονται πρακτικά στο άπειρο, αυτό θα σημαίνει οτι όλα τα πρότυπα ελέγχου θα έχουν συμμετοχή (έστω και πολύ μικρή) σε όλα τα δίκτυα (συστάδες) , πράγμα το οποίο ίσως δεν είναι επιθυμητό λόγω του οτι κάποιο πρότυπο ελέγχου μπορεί να είναι πολύ μακρια απο τα πρότυπα με τα οποία εκπαιδευθηκε άποιο δίκτυο, πράγμα που συνεπάγεται οτι το συγκεκριμένο δίκτυο κατα πάσα πιθανότητα δεν μπορεί να το ταξοινομήσει σωστα. Για να αντιμετωπίσουμε τέτοια συμβάντα θα μπορούσαμε να ΄κόψουμε΄ τις γκαουσσιανές μας σε κάποιο σχετικά ΄στρατηγικό σημείο΄

3.5. Μελέτη συστήματος προσαρμογής των clusters προτύπων εκπαίδευσης στα πρότυπα ελέγχου

3.5.1 Γενικά.

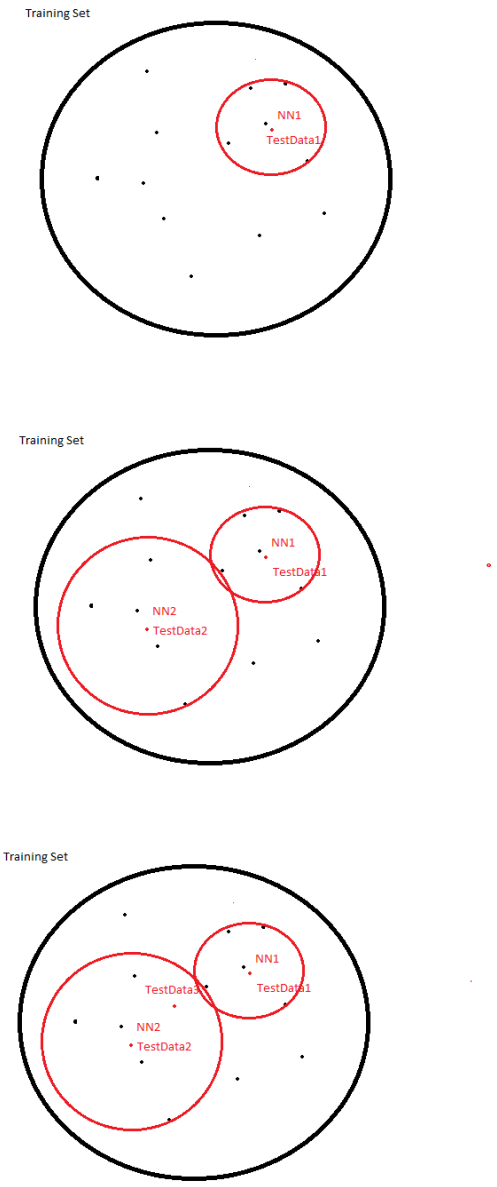
Σε αυτό το τμήμα θα μελετήσουμε την συμπεριφορά ενός συστήματος το οποίο σε γενικές γραμμές μοιάζει με το προηγούμενο, αλλα εφαρμόζει την διαδικασία σχηματισμού των *clusters* (συστάδων) με αρκετά διαφορετικό τρόπο.

Πιο συγκεκριμένα το σύστημα αν και υπάγεται στην επιβλεπόμενη μάθηση , δεν θα έχει φάση εκπαίδευσης , παρα μόνο φάση ελέγχου. Το σκεπτικό είναι οτι θέλουμε η εκπαίδευση του συστήματος να προσαρμόζεται στα δεδομένα ελέγχου καθε φορά. Αυτό φυσικά συνεπάγεται οτι για διαφορετικές εκτελέσεις όπου παρεμβάλλουμε τυχαίες μεταθέσεις μεταξύ των δεδομένων εκπαίδευσης και ελέγχου εάν βέβαια δινεται αυτή η δυνατότητα απο το εκάστοτε σύνολο δεδομένων αναμένεται να έχουμε και διαφορετικό πλήθος δικτύων ανάλογα με τις ανάγκες του συνόλου ελέγχου κάθε φορά.

Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η εξής: Για κάθε νέο πρότυπο ελέγχου που ΄έρχεται΄ στο σύστημα εξετάζουμε αν -ή κατα πόσον - ανήκει σε κάποια συστάδα.

Αν δεν ανήκει σε κάποιον *cluster*, τότε δημιουργούμε ένα δίκτυο με κέντρο το συγκεκριμένο πρότυπο ελέγχου και το εκπαιδεύουμε με τα rad κοντινότερα πρότυπα εκπαίδευσης ετσι ώστε να σχηματισθεί μια συστάδα. Ο χώρος (R^n όπου n η διάσταση του χώρου χαρακτηριστικών) που θα λάβει ο κάθε *cluster* καθορίζεται απο την απόσταση απο το πρότυπο εκπαίδευσης που απέχει πιο πολύ.

Αν ανήκει σε κάποιον *cluster* -ή αν ξεπερνά ενα όριο επικάλυψης σε διάφορους *clusters*-, τότε θεωρούμε οτι έχουμε αρκετή πληροφορία για να αποφασίσουμε πώς θα ταξινομηθεί και οι διάφοροι *clusters* στους οποίους ανήκει , αποφασίζουν για την ταξινόμηση του. Η επικάλυψη καθορίζεται γενικά με το αν ανήκει ή όχι στην συστάδα το δεδομένο πρότυπο ελέγχου και αυτό με την σειρά του προσδιορίζεται απο την απόσταση απο το μακρινότερο πρότυπο εκπαίδευσης του συγκεκριμένου *cluster*. Παρακάτω ακολουθεί ένα σχηματικό παράδειγμα το οποίο θα κάνει πιο σαφή την διαδικασία.



3.5.1 Παρουσιάζεται σχηματικά ένα παράδειγμα εφαρμογής της παραπάνω διαδικασίας. Τα πρότυπα ελέγχου παρουσιάζονται με κόκκινο και τα πρότυπα εκπαίδευσης με μαύρο. Παρατηρούμε οτι στην περίπτωση του 3ου προτύπου ελέγχου (τρίτη εικόνα) δεν σχηματίζεται νέο δίκτυο (και άρα συστάδα) δε-

δομένου οτι εχουμε επικάλυψη και επομένως το NN2 θα αποφανθεί για την ταξινόμηση του TestData3 . Επίσης έχουμε ορίσει μέγεθος cluster ίσο με 5 και άρα 5 πρότυπα εκπαίδευσης για κάθε οριζόμενη συστάδα.

Φυσικά αυτο που ορίζουμε ως ικανοποιητική επικάλψη είναι σχετικό. Για παράδειγμα , μπορούμε στον αλγόριθμό αυτο να ορίσουμε ως ικανοποιητική επικάλυψη για ένα πρότυπο ελέγχου τους 5 $clusters$. Αυτό σημαίνει οτι αν κάποιο πρότυπο επικαλύπτεται απο λιγότερες συστάδες (πχ 4) θα δημιουργήσει νέο δίκτυο και νέα συστάδα. Αυτό με την σειρά του αναμένεται να προσδώσει καλύτερα αποτελέσματα στο σύστημα , με μεγαλύτερη όμως καθυστέρηση δεδομένου οτι είναι πιθανότερο να σχηματισθουν περισσότερες συστάδες σε μια τέτοια περίπτωση.

Γενικά αυτη η μέθοδος αποτελει μια συνολικά καλή τεχνική , αφού παρακολουθεί την διαφοροποίηση στα πρότυπα ελέγχου και εκμεταλλεύεται την διαφορετική τοποθέτηση τους στον χώρο των χαρακτηριστικών για να φτιάξει μια χωρικά δυνατή ομάδα σχεδιασμένη ειδικά για το συγκεκριμένο κάθε φορά σύνολο ελέγχου. Το κύριο μειονέκτημα έγγυται στο οτι για μικρότερα σύνολα η συγκεκριμένη τεχνική είναι αργή τουλάχιστον σε σχέση με άλλες μεθόδους. Αυτό ωφείλεται στο γεγονός οτι γενικά έχει την τάση να χρησιμοποιεί αρκετά δίκτυα ιδίως όταν έχουμε ετερογενή πρότυπα ελέγχου.

Κάτι που ακόμη αξιζει να σημειωθεί είναι οτι σε αυτήν την τεχνική φυσικά μπορούμε να εφαρμόσουμε και πάλι διάφορα κριτήρια για τον προσδιορισμό της βαρύτητας των συντελεστών που θα έχει το κάθε δίκτυο απο αυτά στα οποία ανήκει το δεδομένο πρότυπο ελέγχου, όπως για παράδειγμα το αντιστρόφως ανάλογο της απόστασης κριτήριο. Βέβαίως αν το πρότυπο έχουμε θεωρήσει οτι δεν ανήκει κάπου και δημιουργεί δικό του δίκτυο , το λογικό είναι οτι αυτό θα έχει όλο το βάρος της απόφασης για το πρότυπο αυτό.

3.5.2 Υλοποίηση

Εδώ, αφου πραγματοποίησουμε τα βήματα ανάγνωσης και προεπεξεργασίας των δεδομένων μας, αρχικοποίουμε την ακτίνα (η οποία θα μετριέται σε πλήθος προτύπων και όχι σε καθαρή απόσταση) που θα έχουν οι συστάδες μας, καθώς και την δομή μέσω της οποίας προσδιορίζουμε τις συστάδες που θα ανήκει το κάθενα απο τα πρότυπα ελέγχου. Η δομή αυτή member1 θα περιλαμβάνει έναν πίνακα σημαίων ($member1(i).oncluster(iq)$) η οποία θα δείχνει κατα πόσο το Test Data ieίναι μέλος της συστάδας iq , καθώς και έναν πίνακα ο οποίος θα

έχει την απόσταση του κάθε προτύπου απο το κέντρο της/των συστάδων στις οποίες ανήκει.

Αφου λοιπόν αρχικοποιήσουμε τα παραπάνω,για διευκόλυνση θα ορίσουμε και αρχικοποιήσουμε επιπλέον έναν πίνακα (checksum) ο οποίος θα προσδιορίζει το πλήθος των συστάδων στο οποίο ανήκει το δεδομένο κάθε φορα πρότυπο

Κατόπιν ελέγχουμε αν στο σύστημα μας υπάρχουν συστάδες (δίκτυα) και αν υπάρχουν , για κάθε δίκτυο του συστήματος , για το συγκεκριμένο πρότυπο ελέγχου στο οποίο είμαστε ,αφού αρχικοποιήσουμε την δομή του για το νέο πρότυπο, εξετάζουμε αν ανήκει στον *cluster* που κάθε φορα ελέγχεται συγκρίνωντας την απόσταση του πρότυπου απο το κέντρο σε σχέση με την απόσταση του πιο μακρινού προτύπου εκπαίδευσης απο αυτο. Αν ανήκει, κάνουμε την αντιστοιχη σημαία 1 και θέτουμε την αντίστοιχη απόσταση. Στη συνέχεια προσδιορίζουμε στην θέση του πίνακα *checksum* για το συγκεκριμένο πρότυπο το πλήθος των συστάδων στις οποίες ανήκει.

Στην περίπτωση όπου το συγκεκριμένο πρότυπο δεν ανήκει σε καμία συστάδα (έχουμε λάβει την απλούστερη περίπτωση όπου μία επικάλυψη θεωρείται οτι επαρκεί για να μην δημιουργηθει καινούργια συστάδα), ή είναι το πρώτο (δεν υπάρχει κανένα δίκτυο), ενημερώνουμε τον μετρητή δικτύων και ορίζουμε νεες θέσεις στους πίνακες του κελιού της δομής *member* για το δεδομένο πρότυπο, οι οποίες αφορούν το νέο δίκτυο που αναμένεται να δημιουργηθεί. Ενημερώνουμε και το *checksum* αφού πλέον , με το νέο δίκτυο , το πρότυπο ελέγχου αυτο θα ανήκει στον νεοσχηματισθέν *cluster*.

Επειτα, βρίσκουμε για όλα τα πρότυπα εκπαίδευσης τις αποστάσεις τους απο το συγκεκριμένο πρότυπο ελέγχου, η θέση του οποίου θα αποτελεί και το κέντρο του νεου *cluster* και ταξινομούμε τον πίνακα. Τα *radius* πιο κοντινά πρότυπα εκπαίδευσης τα βάζουμε στους πίνακες για τα δεδομένα μιας νέας δομής -της *clusters*- ,ώς δεδομένα εκπαίδευσης του συγκεκριμένου *cluster*. Σαν μέγιστη απόσταση και άρα ακτίνα της συστάδας(*cluster*) ορίζουμε την απόσταση που έχει το πρότυπο εκπαίδευσης με τιμή *radius* στον ταξινομημένο πίνακα μας με τις αποστάσεις (αρα το πιο μακρινό).

Μετα και απο τα παραπάνω εκπαιδεύουμε το δίκτυο -εκπρόσωπο της νέας συστάδας με τον κλασσικό απλό μας τρόπο και στη συνέχεια ορίζουμε στην δομή το κέντρο του δεδομένου *cluster* ως τη θέση του συγκεκριμένου προτύπου.

Η διαδικασία αυτή θα επαναληφθεί για όλα τα πρότυπα ελέγχου, ετσι ώστε να φτιαχτεί ένα σύνολο απο συστάδες το οποιο τελικά θα περιέχει όλα τα πρότυπα.

Αφου γίνει αυτό , ορίζουμε έναν μεγάλο πίνακα προσομοιώσεων και -όπως και τις προηγούμενες φορες και για λόγους εξοικονόμησης χρόνου- προσομοιώ-

νουμε όλα τα δίκτυα σε αυτόν.

Τέλος για όλα τα πρότυπα ελέγχου αρχικοποιούμε τους πίνακες των τελικών αποτελεσμάτων και για όλα τα δίκτυα προσδιορίζουμε για το καθένα τους αντίστοιχους συντελεστές(αντίστροφα αναλογικά της απόστασης και ίσο κανονικοποιημένο ποσοστό για τον κάθε *cluster*).

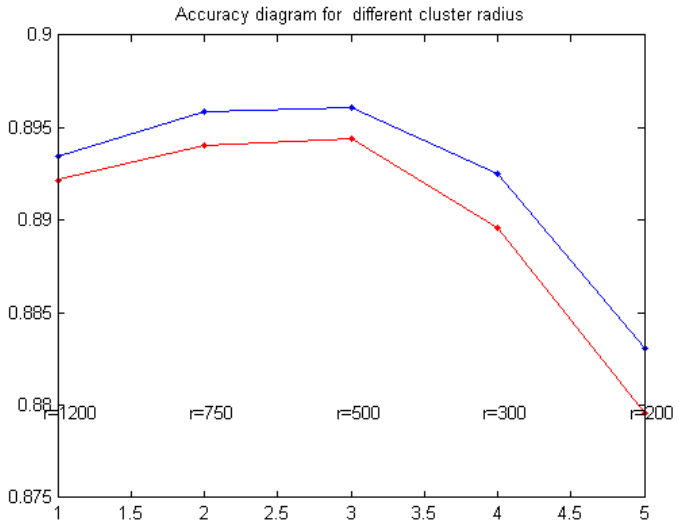
3.5.3 Αποτελέσματα.

Ως συνήθως , παρουσιάζουμε πρώτα τους χρόνους των αντίστοιχων εκτελέσεων για την δεδομένη παραμετροποίηση που χρησιμοποιήθηκε:

Number of examples	Rad=1200	Rad=750	Rad=500	Rad=300	Rad=200
Letters	500-600	320-390	270-300	250-280	240-260
CTG	100-150	80-120	65-100	70-90	65-90
Picture	-	-	11-17	15-19	15-20
Abalone	-	70	45	52	70
Contraceptive	-	37	37	-	-

3.5.3.1 Letters

Αρχικά παρουσιάζουμε την ευστοχία του συστήματος για το συγκεκριμένο σύνλο κατα τα γνωστά , για τις διαφορες τιμές ακτίνας συστάδας που δοκιμάσαμε. Κατόπιν εμφανίζουμε το μέγεθος *recall* για τις αντίστοιχες τιμές ακτίνας ανα κατηγορία , ως συνήθως ετσι ώστε να έχουμε μια μετρική για την απόδοση του δεδομένου συστήματος για το συγκεκριμένο σύνολο σε κάθε κατηγορία.

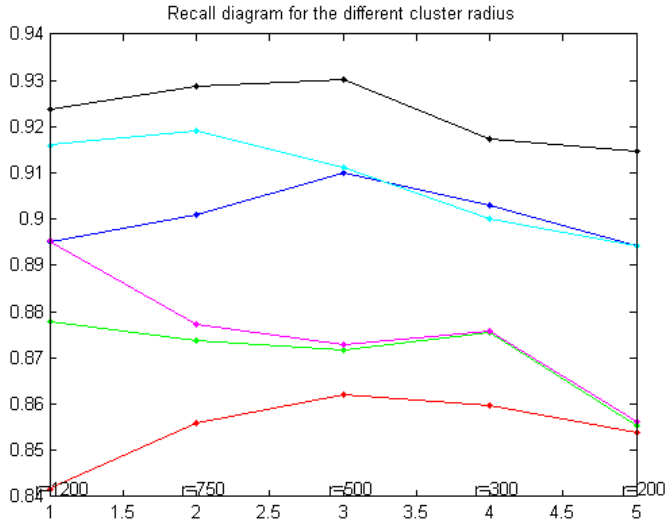


3.5.2 Η ευστοχία του συνόλου (μέση τιμή 10 εκτελέσεων) letters στην εφαρμογή του αλγορίθμου για τιμές ακτίνας (δηλαδή αριθμό προτύπων που θα εκπαιδευσουν τον δεδομένο cluster). Με κόκκινο συμβολίζουμε την απλή εφαρμογή με επιλογή ενός μεμονωμένου cluster απο κάθε πρότυπο ελέγχου , ενώ με μπλέ αναλογική εφαρμογή για πρότυπα ελέγχου που δεν ορίζουν συστάδα.

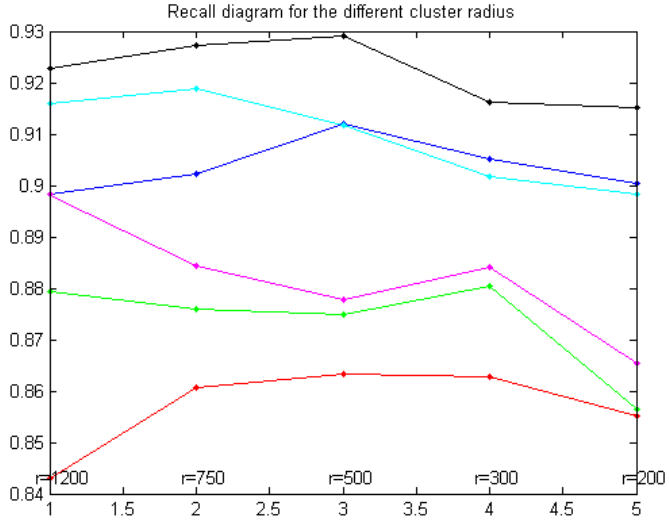
Βλέπουμε εδώ οτι για το συγκεκριμένο σύνολο η ευστοχία του συστήματος κορυφώνεται στην περίπτωση προσδιορίσμού αναλογικών συντελεστών, για ακτίνα συστάδας η οποία ισούται με περίπου 500 πρότυπα εκπαίδευσης. Γενικά είναι αρκετά εμφανές το οτι υπάρχει μια σχεδόν σταθερή διαφορά μεταξύ των δύο περιπτώσεων προσδιορισμού συντελεστών που μελετάμε η οποία μάλιστα είναι σχετικά ανεξάρτητη απο την ακτίνα.

Πιο συγκεκριμένα βλέπουμε οτι η κόκκινη γραφική παράσταση είναι σχετικά ίδια με την μπλέ με μικρότερη απόδοση. Επίσης, φαίνεται οτι οι αρχικές ακτίνες είναι σχετικά μεγάλες για το σύστημα και οι τελευταίες κάπως μικρές δεδομένου οτι οι υψηλότερες αποδόσεις είναι σχετικά στην μέση. Για πολύ μικρές ακτίνες μάλιστα (r =300 ,200) βλέπουμε οτι η απόδοση είναι η χαμήλότερη που παρεχει το σύστημα, ενώ στις πιο μεγάλες η διαφορές είναι σχετικά μικρότερες.

Συνολικά πάντως η ευστοχία του είναι ομολογουμένως εντυπωσιακά υψηλη σε σχέση με τις άλλες μεθόδους που έχουμε εξετάσει (η υψηλότερη που έχουμε δεί για το συγκεκριμένο σύνολο.) πράγμα το οποίο πιστοποιεί σε συνδυασμό με τον ικανοποιητικό χρόνο εκτέλεσης τον οποίο παρέχει οτι ο συγκεκριμένος αλγόριθμος είναι πολύ καλος για σχετικά μεγαλύτερα σύνολα.



3.5.3 Η recall του συστήματος για ολές τις κατηγορίες , για τις διαφορετικές ακτίνες που δοκιμάσαμε στην περίπτωση επιλογής μεμονωμένης συστάδας



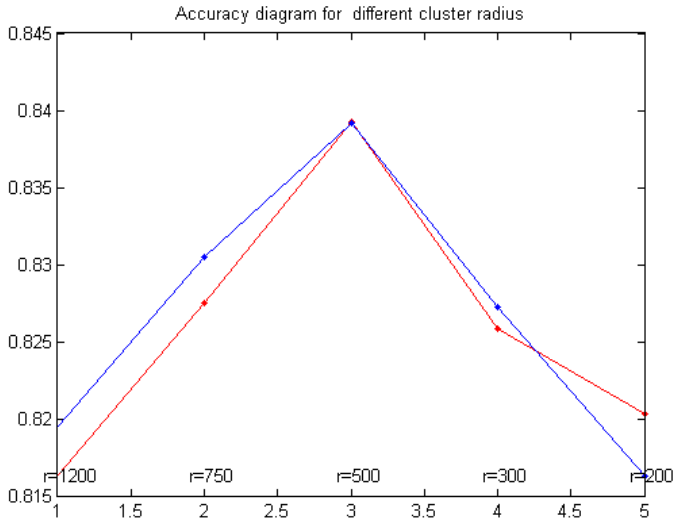
3.5.4 Η recall του συστήματος για ολές τις κατηγορίες , για τις διαφορε-

τικές ακτίνες που δοκιμάσαμε στην επιλογής με βάρος αντίστροφως ανάλογο της απόστασης σε όσες συστάδες ανήκει το δεδομένο πρότυπο ελέγχου.

Γενικά όπως προκύπτει οι γραφικές για τις δύο περίπτώσεις μοιάζουν πάρα πολύ για τις περισσότερες κατηγορίες . Και στις δύο περιπτώσεις το ευρος είναι περίπου 9 τοις εκατό (84-93 τοις εκατό) και η συμπεριφορά της κάθε κατηγορίας ώς προς την ακτίνα είναι σχεδόν ίδιες. Για τον λόγο αυτο λογικά έχουν και τελική αντίστοιχη συμπεριφορά οι ευστοχίες τους.

Καθώς η ακτίνα μειώνεται βλέπουμε οτι ανα κατηγορία δεν υπάρχει κάποια φαινομενικά σταθερή συμπεριφορά αλλα παρόλα αυτα , για τις μικρές τιμές ακτίνας είναι αρκετα εμφανές μετα απο κάποια πρατήρηση οτι οι περισσότερες κατηγορίες έχουν σχετικά χαμηλότερη απόδοση απ΄ότι στις αρχικές και στις μέσεες τιμές ακτίνας, ενώ στην μέση , για 500 έχουμε για τις περισσότερες κατηγορίες μια πιο καλή απόδοση. Τα παραπάνω και πάλι αιτιολογούν την διακύμανση της γραφικής της ευστοχ΄ιας αυτην την φορά με παράμετρο την ακτίνα των συστάδων

3.5.3.2 CTG

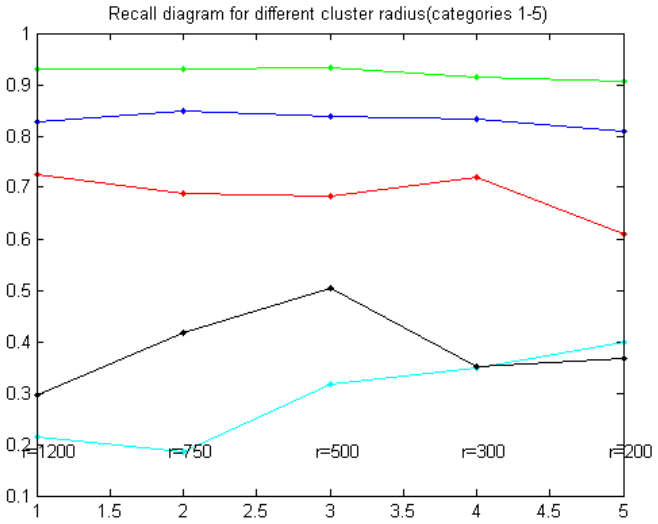


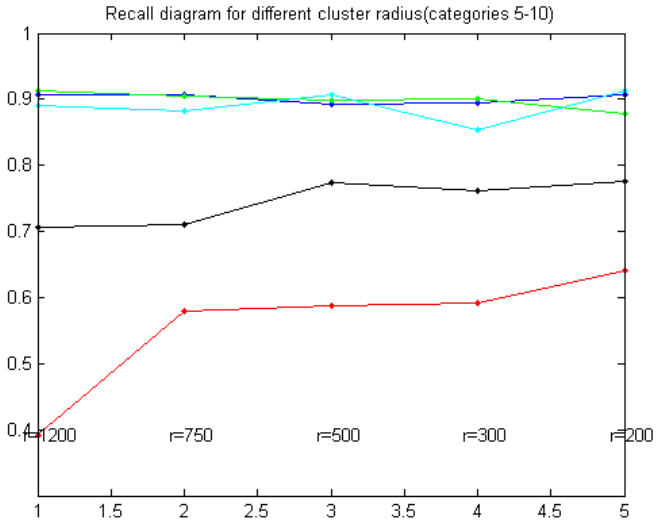
3.5.5 Η ευστοχία του συνόλου (μέση τιμή 10 εκτελέσεων) CTG αντίστοιχα με πρίν.

Εδώ τα πράγματα είναι αρκετά ξεκάθαρα, καθότι βλέπουμε και πάλι οτι στην πλειοψηφία των περιπτώσεων η περίπτωση πολλαπλής αναλογικής επιλογής υπερτερεί της μεμονωμένης επιλογής *cluster* , ενώ και πάλι παρατηρούμε οτι έχουμε κορύφωση για ακτίνα συστάδας ίση με 500 πρότυπα εκπαίδευσης.

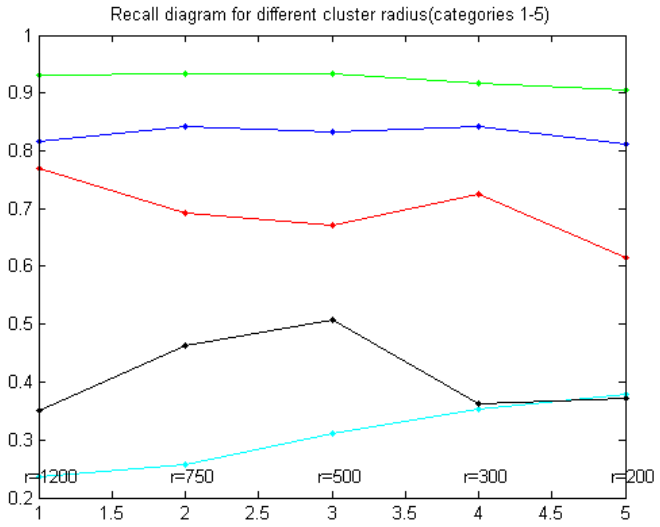
Εχει ενδιαφέρον το οτι για τις διάφορες ακτίνες που δοκιμάσαμε βλεπουμε μια συμμετρικότητα γύρω απο την κορύφωσση στην ακτίνα 500. Επίσης , παρατηρούμε πως το συνολικό εύρος για τις διαφορες τιμές είναι σχετικά μικρό. Ειδικότερα , βλεπουμε πως είναι της τάξης του μόλις 2.5 τοις εκατό (απο 81.6 για 200 και 1200 μέχρι 84 για 500).

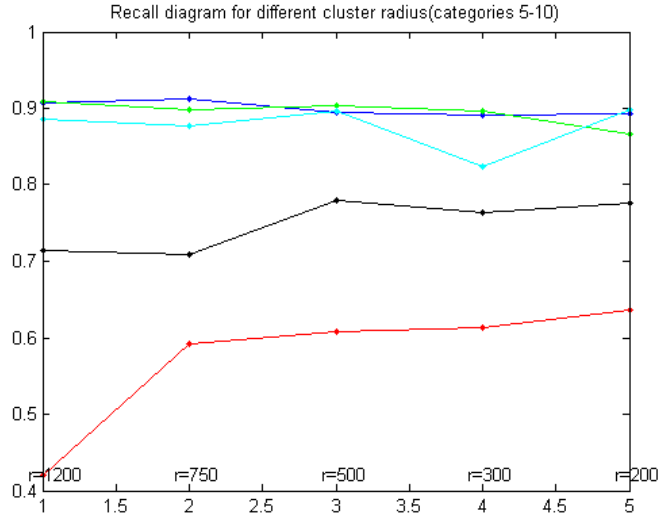
Πάντως και πάλι είμαστε ικανοποιημένοι απο την συνολική απόδοση του αλγορίθμου δεδομένου οτι το η απόδοση του είναι ικανοποιητική σε όλο το εύρος των δυνατών περιπτώσεων που δοκιμάσαμε, τουλάχιστον σε σύγκριση με τις άλλες περιπτώσεις και την περίπτωση απλού *mlp*.





3.5.6 Η recall του συστήματος για ολές τις κατηγορίες , για τις διαφορετικές ακτίνες που δοκιμάσαμε στην περίπτωση επιλογής μεμονωμένης συστάδας. Έχουμε 10 κατηγορίες και τις αποτυπώνουμε με δύο γραφικές για λόγους απλότητας και κατανόησης





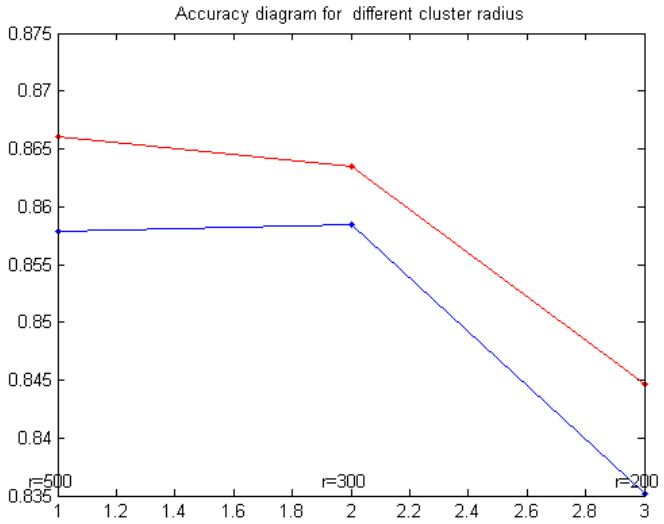
3.5.7 Η recall του συστήματος για ολές τις κατηγορίες , για τις διαφορετικές ακτίνες που δοκιμάσαμε στην επιλογής με βάρος αντίστροφως ανάλογο της απόστασης σε όσες συστάδες ανήκει το δεδομένο πρότυπο ελέγχου. Εχουμε 10 κατηγορίες και τις αποτυπώνουμε με δύο γραφικές για λόγους απλότητας και κατανόησης

Βλέπουμε εδω οτι γενικά οι κατηγορίες με την μείωση της ακτίνας είναι αρκετά σταθερές και δεν επηρέαζονται σε μεγάλο βαθμο απο αυτήν, ειδικά στην περίπτωση της μεμονωμένης ακτίνας. Αυτο προφανώς αιτιολογεί και την σχετικά μικρή διακύμανση του συνόλου τιμών της ευστοχίας που σχολιάσαμε παραπάνω. Σχετικά μεγάλη διακύμανση για την περίπτωση μεμονώμενης επιλογής (απο 20 τοις εκατό και πάνω) έχουμε μόνο για 2 απο τις δέκα κατηγορίες.

Γενικά οι κατηγορίες στην ακτίνα 500 δέν έχουν ελάχιστα , ενώ κάποιες έχουν και μέγιστα πράγμα το οποίο όπως είναι λπογικό αιτιολογεί την μέγιστη τιμή ευστοχίας για ακτίνα ίση με 500.

Οσον αφορά την αναλογική βαθμοδότηση βαρών (δευτερη ομάδα γραφικών) παρατηρούμε οτι έχουμε σχετικα παρόμοια συμπεριφορά , όμως μερικές κατηγορίες έχουν την τάση να μειώνονται πιο έντονα για μεγαλύτερες ακτίνες.

3.5.3.3 Picture



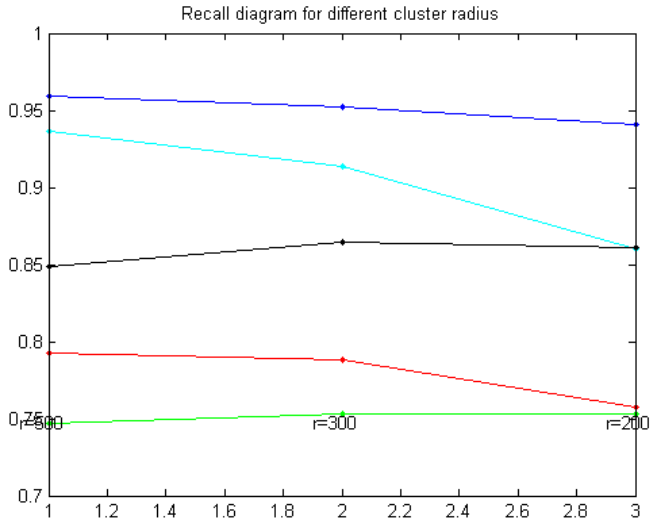
3.5.8 Η ευστοχία του συνόλου (μέση τιμή 10 εκτελέσεων) picture αντίστοιχα με πρίν. Δεν συμπεριλαμβάνονται οι περίπτωσεις 1200 και 750 γιατί δεν έχουμε αρκετά μεγάλο σύνολο για αυτές

Για αυτό το σύνολο βλέπουμε πως και πάλι έχουμε σχετικά καλύτερη συμπεριφορά για την περίπτωση ακτίνας 500 προτύπων εκπαίδευσης σε σχέση με τις μικρότερες. Αντίθετα όμως με όλες τις άλλες περιπτώσεις (ακόμα και για δι-

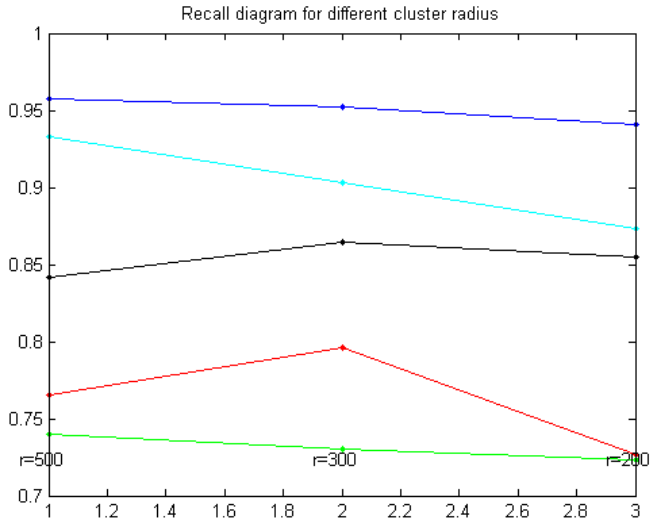
αφορετικά συστήματα) είναι η πρώτη φορά οπού το σκεπτικό της απλής επιλογής υπερτερεί τοσο ξεκάθαρα σε σχέση με αυτο του συνδυασμού επιλογών. Γενικά παντως θα πρέπει να αναφέρουμε για άλλη μια φορά πως το συγκεκριμένο σύνολο είναι αρκετά ασταθές στις αποκρίσει του και επομένως αυτη η συμπεριφορά ενδέχεται να μην προέκυπτε για παράδειγμα για μια διαφορετική μεση τιμή δεκα διαφορετικών εκτελέσεων.

Ανεξάρτητα απο αυτά παντως βλέπουμε πως και πάλι η συμπεριφορά των 2 γραφικών είναι σχετικά παρόμοια, καθώς αν εξαιρέσουμε την σταθερή υπεροχή της μεμονωμένης περίπτωσης κατα 1-2 μονάδες ,είναι αρκετά ιδιες.

Τέλος να σημειώσουμε οτι γενικά είμαστε και πάλι σχετικά ικανοποιημένοι απο το σύστημα τουλάχιστον απο αποψη απόδοσης , δεδομένου οτι αν και δεν είναι οι καλύτερες αποδόσεις που έχουμε δει απο σύστημα , είναι αρκετα κοντά σε αυτές άλλων συστημάτων που έχουμε εξετάσει.



3.5.9 Η recall του συστήματος για ολές τις κατηγορίες , για τις διαφορετικές ακτίνες που δοκιμάσαμε στην περίπτωση επιλογής μεμονωμένης συστάδας



3.5.10 Η recall του συστήματος για ολές τις κατηγορίες , για τις διαφορετικές ακτίνες που δοκιμάσαμε στην επιλογής με βάρος αντίστροφως ανάλογο της απόστασης σε όσες συστάδες ανήκει το δεδομένο πρότυπο ελέγχου.

Εδώ δεν έχουμε να παρατηρήσουμε κάτι καινούργιο πέρα απο την πάρα πολύ μεγάλη ομοιότητα των κατηγορίων για τις 2 περιπτώσεις επιλογής , καθώς και την σχετικά μικρή διακύμανση του σύνόλου τιμών για την κάθε κατηγορία με την αυξηση της ακτίνας η οποία συνήθως αποτελεί μια ελαφρια πτώση.

3.6. Σχολιασμός αποτελεσμάτων για τα πιο δύσκολα -για τους συγκεκριμένους ταξινομητές- συνολα

Εκτός απο τα τρία παραπάνω σύνολα , εφαρμόσαμε τους αλγορίθμους μας, καθώς και απλή περίπτωση νευρωνικού δικτύου σε ακόμα 2 σύνολα που βρήκαμε στο *UCI* (το σύνολο abalone και το σύνολο contraceptive). Και στις δύο περιπτώσεις , η περίπτωση μεμονωμένου νευρωνικού δικτύου , όπως φαίνεται δυσκολεύεται να ταξινομήσει σωστά τα πρότυπα. Οπως προκύπτει τελικά , το ίδιο ισχύει και για τους αλγόριθμους που φτίαξαμε εμείς.

Αναφορικά με το σύνολο *abalone* , ξέρουμε απο τις πληροφορίες οτι πρόκειται για ένα έντονα συσχετισμένο σύνολο το οποίο περιέχει πολλές επικαλύψεις και στο οποίο για νευρωνικά δίκτυα , υπο ίδιες συνθήκες με αυτές που πραγματοποιούμε εμείς (ίδια πρότυπα για εκπαίδευση , ίδια κατηγοριοποίηση σε κλάσσεις), το μέσο ποσοστό του δικτύου είναι 64 τοις εκατό. Αυτό το επαληθεύουμε και εμείς. Γενικά στο συγκεκριμένο σύνολο κρίνεται οτι πρέπει για να επιτευχθεί καλύτερο αποτέλεσμα να εφαρμοσθεί κάποιος επιπλέον χωρικός μετασχηματισμός (γεωμετρικής ίσως φύσης) ετσι ώστε να αποσυσχετισθουν παραπάνω τα δεδομένα αφου ίσως ο *pca* δεν κάνει για την συγκεκριμένη περίπτωση.(ή θα μπορούσε να συνδυασθεί με κάποιον άλλο μετασχηματισμό προεπεξεργασίας)

Για τα συστήματα που αναπτύξαμε , παρουσιαζουμε τα αποτελέσματα στο αρχείο abalone results . Συνολικά , όπως άλλωστε αναμενόταν , κάποιες περιπτώσεις τα πήγαν σχετικά καλύτερα απο το απλό δίκτυο και κάποιες σχετικά χειρότερα. Πάντως η συντριπτική πλειοψηφία των διαφορετικών εκτελέσεων είχε ποσοστά περίπου 60-64 τοις εκατό. Επομένως γενικα δεν είδαμε μεγάλη διαφορά απο την περίπτωση του απλού *mlp*.

Συγκριτικά με τους δικούς μας αλγορίθμους τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα τα είδαμε για τον αλγόριθμο του τμήματος 4 (*clusterisation* και κατόπιν εκπαίδευση συγκεκριμένου αριθμού *clusters*) αν και πρέπει να αναφερθεί οτι χρονικά ο αλγόριθμος ήταν αρκετα ικανοποιητικός μόνο για K=1. Μετα απο αυτό , για μεγαλύτερα K καθυστερούσε σε σχέση με το απλό δικτυο. Απο την άλλη , τα χειρότερα αποτελέσματα τα είχαν οι αλγόριθμοι των τμημάτων 2 και 3 όπου είχαμε απόδοση περίπου 60 τοις εκατό. Ο αλγόριθμος του τμήματος 5 ήταν περίπου στο ενδιάμεσο.

Απο την άλλη μεριά στο σύνολο *contraceptive* παρατηρούμε οτι ο αλγόριθμος μπορεί να εκπαιδευθεί μέχρι ικανοποιητικές αποδόσεις για το σύνολο εκπαίδευσης του. Παρόλα αυτα όταν μεταφερόμαστε στο συνολο ελέγχου, η απόδοση σε κάθε περίπτωση είναι απογοητευτική. Ειδικά μαλιστα εαν αφήναμε το σύστημα στην περίπτωση του απλού δικτύου να υπερεκπαιδευθεί, τότε τα

αποτελέσματα για το σύνολο ελέγχου ήταν τα χειρότερα δυνατά (περίπου 49 τοις εκατό κατα μέσο όρο για απλό mlp). Μια πιθανή σκέψη είναι οτι ίσως χρειάζονται περισσότερα πρότυπα για την εκπαίδευση του συστήματος και λιγότερα για τον έλεγχο και αυτό γιατί ίσως δέν έχουμε επαρκείς αποτυπώσεις για όλες τις δυνατές περιπτώσεις που καλύπτει όλο το σύνολο, πράγμα που σημαίνει οτι ίσως πολλές φορές στα δεδομένα ελέγχου , αρκετά πρότυπα είναι εκτός του χώρου που καλύπτουν τα δεδομένα εκπαίδευσης.

Μια ακόμα παρατήρηση είναι οτι για την περίπτωση του απλού mlp είχαμε και την μεγαλύτερη διακύμανση σε σχέση με τους δικούς μας αλγορίθμους για την καλύτερη περίπτωση εκπαίδευσης που μπορέσαμε να επιτύχουμε για αυτό (σύνολο εκπαίδευσης ποσοστό περίπου 65 τοις εκατο για να τερματισθεί η εκπαίδευση, το οποίο αντιστοιχούσε σε μέσο όρο περίπου 52 τοις εκατό για απλό mlp, το οποίο όμως σε κάποιες εκτελέσεις εφτανε τα 56.5 τοις εκατό , ενώ σε κάποιες άλλες το 47 τοις εκατό). Φυσικά για αυτό το σύνολο δεδομένου οτι δεν δίνονταν έτοιμα ποια πρότυπα είναι εκπαίδευσης και ποια είναι ελέγχου, εφαρμόζαμε εμείς τυχαίες μεταθέσεις , πράγμα που ενδέχεται εν μέρει να αιτιολογεί την μεγάλη μεταβλητότητα.

Σχετικά με τους δικούς μας αλγορίθμους, αρκετά καλα τα πήγε ο αλγόριθμος του τμήματος 5, ο οποίος στην πιο ισχυρή εκδοχή του , (χρήση πολλαπλών επικαλύψεων μέχρι να ικανοποιηθεί δεδομένο όριο) πέτυχε αρκετά υψηλότερα αποτελέσματα κατα μέσο όρο (περίπου 56 τοις εκατό) χωρίς ωστόσο να προσφέρει κάτι το πραγματικά εντυπωσιακό σε σχέση με την απλή περίπτωση. Ακόμα και αυτό παντως το αποτέλεσμα είχε μεγάλη χρονική καθυστέρηση σε σχέση με την απλή περίπτωση πράγμα που προφανώς είναι ανεπιθύμητο.

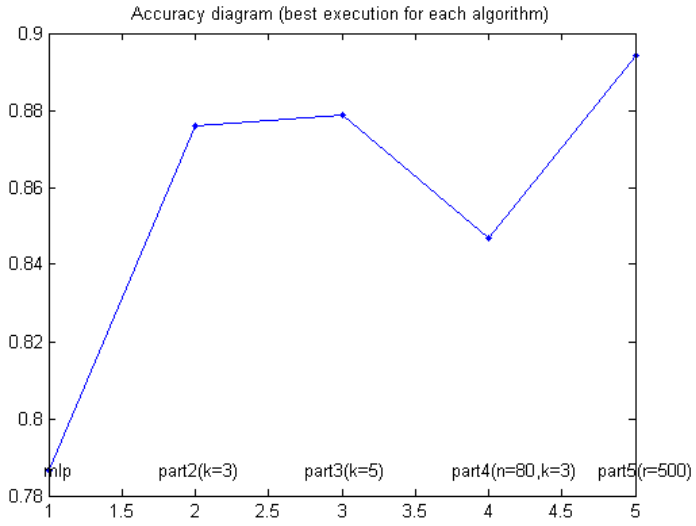
Περαν αυτού , σχετικά καλα τα πηγαίνει και η πιο απλή περίπτωση του 5 (απλή επικάλυψη) για συγκεκριμένη ακτίνα και με σχετικά καλύτερο χρόνο, αλλα για χαμηλότερη απόδοση.

Εκτος απο τους παραπάνω , οι υπόλοιποι αλγόριθμοι που δοκιμάσαμε δεν φαίνεται να τα πηγαίνουν ιδιαίτερα ικανοποιητικά(αποδόσεις παρόμοιες με την απλή περίπτωση ή χαμηλότερες), με εξαίρεση ίσως κάποιων αποτελέσματων του αλγόριθμου 3 για κάποια k στον knn.

Γενικά πρέπει να αναφερθεί οτι για τα σύνολα αυτά δεν εφαρμόσθηκαν όλες οι υποπεριπτώσεις αλγορίθμων που εξετάστηκαν στα προηγούμενα παρα μόνο αυτές που είχαν τα στατιστικά καλύτερα αποτελέσματα απο άποψη απόδοσης.

3.7.Συγκρίσεις/Τελικά αποτελέσματα

Παρακάτω παραθέτουμε γραφικές που αποτυπώνουν την καλύτερη απόπειρα για τον καθένα απο τους αλγορίθμους που χρησιμοποιήθηκαν για το κάθε σύνολο. Αναγράφουμε για το κάθε αποτέλεσμα την χαρακτηριστική του παραμετροποίηση.



3.7.1 Συγκριση της ευστοχίας για την καλύτερη προσπάθεια που καταγράφηκε απ΄ τον κάθε αλγόριθμο για το σύνολο letters

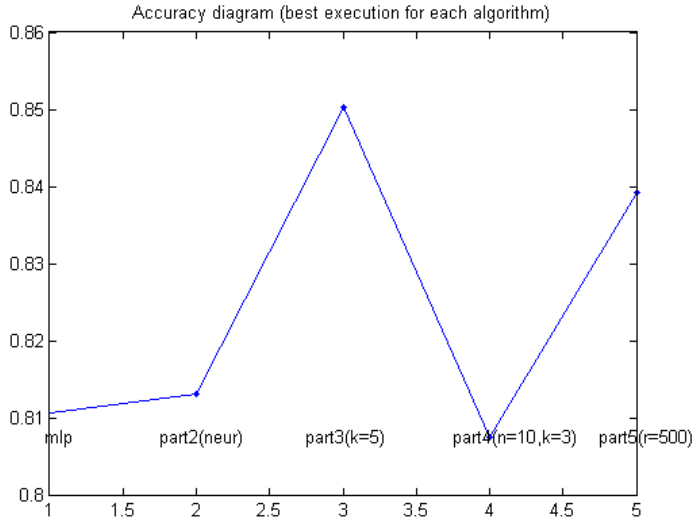
Παρατηρούμε αρχικά οτι για το συγκεκριμένο σύνολο (το οποίο είναι αρκετά μεγάλο) όλες οι μέθοδοι οι οποίες εφαρμόσαμε καθαρά απο άποψη συνολικής ευστοχίας υπερτερούν σε σχέση με την περίπτωση μεμονωμένου απλού νευρωνικού δικτύου. Αυτό είναι σχετικά αναμενόμενο δεδομένου οτι σε όλες τις περιπτώσεις μεθόδων τις οποίες εξετάζουμε χρησιμοποιούμε ομάδα νευρωνικών δικτύων και έτσι δεδομένου του μεγέθους του συγκεκριμένου συνόλου , είναι λογικό οτι μια σχετικά αποτελεσματική αξιοποίηση αυτης της ομάδας θα φέρει σχετικά καλύτερα αποτελέσματα και πιο γρήγορα.

Αναφορικά με την απόδοση για τις διάφορες μεθόδους που χρησιμοποιήσαμε, παρατηρούμε οτι για το συγκεκριμένο σύνολο έχουμε την καλύτερη για την μεθοδο του τμήματος 5, πράγμα λογικό δεδομένου οτι αυτή προορίζεται για μεγάλα σύνολα λόγω της ικανότητάς της να τμηματοποιεί/μοιράζει σε πολλά επι

μέρους δίκτυα το σύνολο εκπαίδευσης σχετικά αποδοτικά και να χρησιμοποιεί πολλά δίκτυα κατα την εκπαιδευτική διαδικασία της.

Είναι αρκετά εμφανές επίσης οτι η βέλτιστη περίπτωση για τη μέθοδο του τμήματος 4 υπολείπεται κάπως σε σχέση με τις υπόλοιπες. Απο την άλλη μερία , οι τεχνικές των τμημάτων 2 και 3 τα πάνε αρκετά καλα με περίπου ίδια βέλτιστη απόδοση περίπου στο 88 τοις εκατό. Συνολικά πάντως όλες οι απόδοσεις είναι ικανοποιητικές ειδικά σε σχέση με την περίπτωση απλού δικτύου.

Σε σχέση με τους χρονους για το συγκέκριμένο σύνολο παρατηρούμε (οι χρόνοι είναι για την μέθοδο του 2 130 για το 3 420 για το 4 220-240 και για το 5 270 sec), οτι με διαφορά η πίο γρήγορη μέθοδος τουλάχιστον για το σύνολο είναι η τεχνική του 2, πράγμα το οποίο πιστοποιεί οτι για μεγάλα σύνολα όπως το συγκεκριμένο η μέθοδος ΄διαίρει και βασίλευε΄ στην οποία βασίζεται η τεχνική αυτή επιταχύνει τις διαδικασίες αρκετά. Επίσης ικανοποιητικούς χρόνους έχουν και οι τεχνικές του 4 και του 5, εφόσον κατανέμουν τον υπολογισμό σε μικρότερα δίκτυα. Αντίθετα, η περίπτωση του 3 δεν τα πηγαίνει καθόλου καλά απο άποψη χρόνου λόγω του *knn* που πραγματοποιεί μετά απο την εφαρμογή της διαδικασίας του *boosting*, καθώς και λόγω της καθυστέρησης στο πρώτο δίκτυο το οποίο έχει ουσιαστικά να εκπαιδευτεί με το σύνολο των δεδομένων εκπαίδευσης .



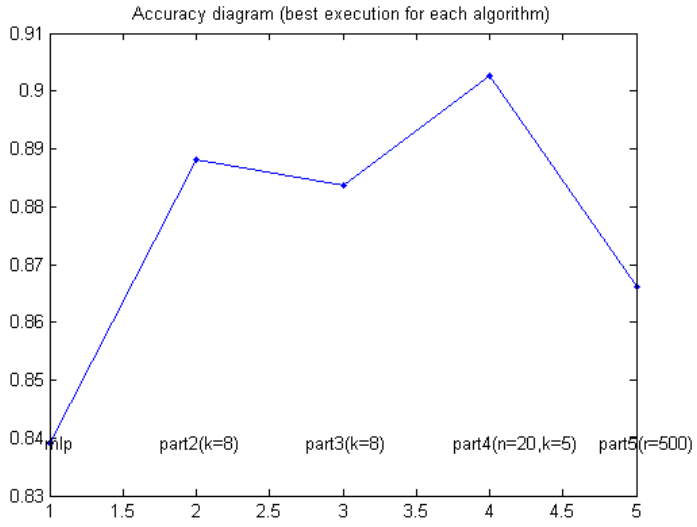
3.7.2 Συγκριση της ευστοχίας για την καλύτερη προσπάθεια που καταγράφηκε απ΄ τον κάθε αλγόριθμο για το σύνολο CTG

Σχετικά με το σύνολο CTG βλέπουμε οτι οι 2 μεθόδοι μας (οι 3 και 5) τα πάνε καλά -καλύτερα απο την βέλτιστη περίπτωση για mlp-, ενώ οι άλλες δύο έχουν περίπου αντίστοιχη απόδοση με αυτή του απλου δικτύου. Αυτο και για τις δύο περιπτώσεις του 2 και του 4 μπορεί ίσως να αιτιολογηθεί απο τον μέγαλο αριθμό κλάσσεων που έχουμε στο συγκεκριμένο σύνολο.

Οσον αφορά το 2 λόγω της ιεραρχίας που χρησιμοποιήσαμε στο σύστημα μας , η οποία είχε μόνο 2 επίπεδα (έφτασε μέχρι $C1$ για τρεις υπερκλάσσεις, κάθε μία απο τις οποίες εμπεριείχε επίσης 3 κλάσσεις). Δεδομένου του μεγάλου αριθμού κατηγορίων , θα ήταν καλύτερα αν είχαμε μεγαλύτερη ιεραρχία και αυτό ίσως αποτυπώνεται στο αποτέλεσμα.

Σε σχέση με το 4 , δεδομένου οτι έχουμε προπροσδιορίσμένο αριθμό δικτύων και μεγάλο αριθμό κατηγορίων οι οποίες μάλιστα δεν έχουν ισοκατανεμημένο αριθμό πρότυπων είναι πολύ πιθανο τα επι μέρους δίκτυα του συστήματος να μην εκπαιδεύονται ικανοποιητικά άφου κάποια ενδέχεται να μην έχουν πρότυπα για ορισμένες κατηγορίες.

Απο άποψη χρόνου, παρατηρούμε οτι (είναι για το 2: 20-30sec για το 3:40-50sec για το 4: 40-60sec και για το 5:60-90sec) και πάλι η περίπτωση του 2 υπερτερεί χρονικά σε σχέση με τις άλλες μεθόδους. Αυτήν τη φορά η μέθοδος του 3 τα πάει καλύτερα σε σχέση με τα άλλα σύνολα και αυτό μπορεί να αιτιολογηθεί απο το ότι ο knn αυτή τη φορά δεν καθυστερεί ιδιαίτερα την διαδικασία εκπαίδευσης-ελέγχου, εφόσον , αν και έχει μέγαλη σχετικά πολυπλοκότητα ,(και άρα σε μεγαλύτερα σύνολα όντως καθυστερεί αρκετα) ,το σύνολο δεν είναι τόσο μεγάλο. Οσον αφορά τις μεθόδους του 4 και του 5 , παρατηρούμε οτι καθυστερούν , αν και σε ανεκτά πλαίσια σε σχέση με τις προαναφερθείσες μεθόδους. Αυτό μπορεί να αιτιολογηθεί απο το οτι οι μέθοδοι αυτές χρησιμοποιούν πολλά δίκτυα και αν και αυτό μπορεί να επισπεύσει την διαδικάσια εκπαίδευσης για μέγαλα δίκτυα , είναι προφανές οτι σε μικρότερα μπορεί να καθυστερεί κάπως. Δεδομένου όμως οτι έχουμε μικρότερη πολυπλοκότητα για αυτές τις μεθόδους απο οτι για τη μέθοδο του 3 και εφόσον οι χρόνοι έχουν πιο μεγάλη σημασία για τα μεγαύτερα σύνολα όπου καταγράφονται και οι πιο ουσιώδεις καθυστερήσεις, αυτο δεν μας πειράζει ιδιαίτερα.



3.7.3 Συγκριση της ευστοχίας για την καλύτερη προσπάθεια που καταγράφηκε απ΄ τον κάθε αλγόριθμο για το σύνολο picture

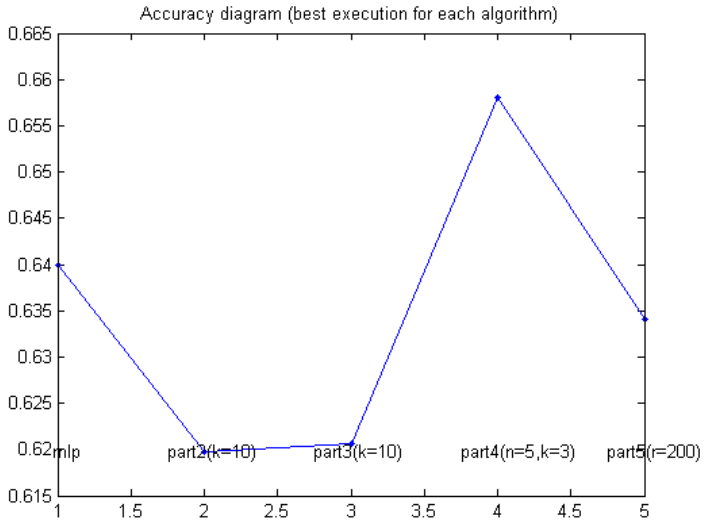
Για το σύνολο αυτο , το οποίο είναι και το μικρότερο και το πιο ασταθές , παρατηρούμε οτι απο άποψη απόδοσης και πάλι οι τεχνικές που εφαρμόσαμε επιτυγχάνουν πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα. Απο τις τεχνικές μας αυτή η οποία έχει την χειρόττερη απόδοση , αν και ακόμα ικανοποιητική είναι αυτή του τμήματος 5. Αυτό είναι εντελώς αναμενόμενο δεδομένου οτι η μέθοδος αυτή έχει την τάση να χρησιμοποιεί τον μεγαλύτερο αριθμό δικτύων και δεδομένου οτι έχουμε πολύ μικρό σύνολο εκπαίδευσης , είναι αναμένομενο να μην τα πηγαίνει τόσο καλα γιατί τα πρότυπα δεν επαρκούν για όλα τα δίκτυα.

Η απόδοση η οποία παρατηρείται για το τμήμα 4 είναι όντως εντυπωσιακή , δεδομένου του μεγάλου πλήθους δικτύων που χρησιμοποιείται. Αν όμως αναλογισθούμε οτι το K είναι 5 και άρα, κάθε πρότυπο εκπαίδευσης αποτελεί μέλος 5 δικτύων και επομένως αν και έχουμε την εκπαίδευση κάθε δικτύου μία φορά, στην πραγματικότητα χρησιμοποιούμε 5 φορές το σύνολο εκπαίδευσης, μπορούμε να καταλάβουμε οτι η απόδοση αυτή αιτιολογείται, αφού έτσι τα δίκτυα μας έχουν αρκετο υλικό για να εκπαίδευθούν καλύτερα.

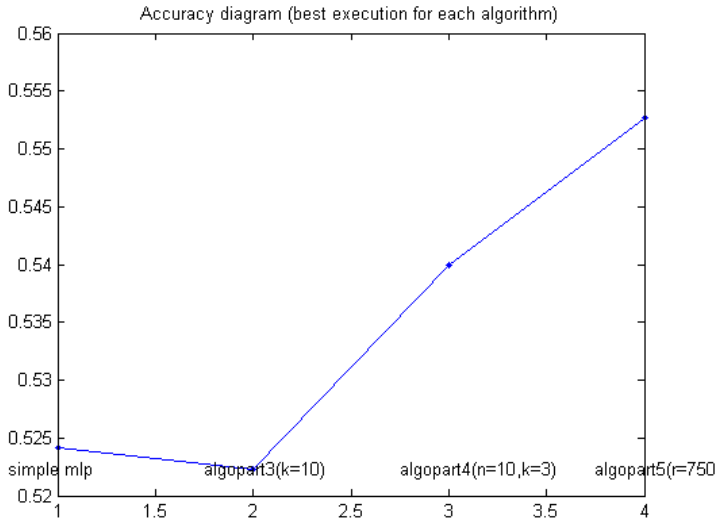
Η μέθοδος του 3 για άλλη μια φορά τα πηγαίνει ικανοποιητικά και παρατηρούμε οτι έχει η βέλτιστη περίπτωση που καταγράφθηκε είναι για μεγάλη σχετικά γειτονία στον knn.

Στην περίπτωση του 2 , η απόδοση είναι και πάλι ιδιαίτερα ικανοποιητική

και εφόσον ο αριθμός των κλάσσεων του συγκεκριμένου συνόλου είναι 6, η διεπίπεδη δομή επαρκεί για να καλύψει τις άνάγκες΄ του συνόλου.



3.7.4 Συγκριση της ευστοχίας για την καλύτερη προσπάθεια που καταγράφηκε απ΄ τον κάθε αλγόριθμο για το σύνολο abalone



3.7.5 Συγκριση της ευστοχίας για την καλύτερη προσπάθεια που καταγράφηκε απ΄ τον κάθε αλγόριθμο για το σύνολο contraceptive

Για τα παραπάνω σύνολα παρατηρούμε πως συνολικά , για όλες τις περιπτώσεις -συμπεριλαμβανομένης της περίπτωσης απλού *mlp*- έχουμε σχετικά χαμηλη ευστοχία. Ειδικά στο σύνολο *abalone* παρατηρούμε οτι έχουμε 3 απο τις 4 περιπτώσεις μας να υπολείπονται ως προς την απόδοση σε σχέση με το απλό *mlp* και οτι συνολικά οι αποδόσεις δεν ξεπερνάνε το 65 τοις εκατό. Γενικά προκειται για ένα έντονα συσχετισμένο σύνολο στο οποίο υπάρχουν πολλές επικαλύψεις (αναφέρεται στην παρουσίαση του συνόλου). Ετσι , η εκπαιδευτική διαδικασία δεν μπορεί να ξεπεράσει κάποιο όριο τουλάχιστον για τα νευρωνικά δίκτυα. Επομένως αυτό είναι ένα συνολικό οριο (το 65 με 66 τοις εκατό) το οποίο δέν μπορεί να ξεπερασθεί απο το νευρωνικό δικτυο σαν ταξινομητή συνολικά , εκτός αν εφαρμοσθεί κάποιος κατάλληλος μεταχσχηματισμός πρίν την εκπαίδευση στον χώρο των προτύπων.

Σχετικά με την περίπτωση του *contraceptive* τα πράγματα είναι κάπως πιο περίπλοκα. Εδω, η εκπαιδευτική διαδικασία πραγματοποιείται ικανοποιητικά και τα δίκτυα μπορούν να φτάσουν ικανοποιητικές αποδόσεις στο σύνολο εκπαίδευσης. Παρ΄όλα αυτα στην φάση του ελέγχου , αν και όπως παρατηρούμε οι μέθοδοι μας τα πάνε γενικά καλύτερα απο την χρήση απλού δικτύου, η απόδοση σε όλες ανεξαιρέτως τις περιπτώσεις είναι πολύ χαμηλή (περίπου 50-60 τοις εκατό). Μια πιθανή αιτία ίσως σχετίζεται με υψηλή επικάλυψη σε ορισ-

μένα χαρακτηριστικά. Με αυτό , ύστερα απο κάποια εκπαίδευση τα δίκτυα θα μπορούσαν να υπερεκπαιδευθούν και να μάθουν τις κλασσεις μεμονωμένων προτύπων εκπαίδευσης (και έτσι να αυξηθεί η ευστοχία κατα την εκπαίδευση), αλλα θα υπάρχει ΄συγχυση΄ κατα την φάση του ελέγχου.

4. Επίλογος/Προτεινόμενες επεκτάσεις

Συνολικά στην παρούσα εργασία μελετήσαμε διαφορετικές μεθόδους αποτελεσματικότερης αξιοποίησης νευρωνικών δικτύων στα πλαίσια μίας ομάδας απο τέτοιους ταξινομητές.

Απο τα αποτελέσματα της προηγούμενης ενότητας βγάζουμε το συμπέρασμα οτι ανάλογα με το σύνολο εκπαίδευσης και τις διαφορετικές απαιτήσεις/ χαρακτηριστικά που αυτό έχει ,ενδέχεται να αλλάζει το ποιος αλγόριθμος είναι καταλληλότερος για την ταξινόμηση του. Πάντως απο τις διάφορες περίπτώσεις τις οποίες εξετάσαμε , παρατηρήσαμε οτι την πιο αξιόπιστη συνολικά συμπεριφορά την έχει η μέθοδος της ενότητας 5 του πρακτικού μέρους , αν και υστερούσε χρονικά στις περιπτώσεις μικρών συνόλων. Αντίθετα , η περίπτωση του απλού ανεξάρτητου mlp αν και προφανώς είναι η απλούστερη , στα περισσότερα συνολα που εξετάστηκαν , υστερούσε απο άποψη απόδοσης σε σύγκριση με τις υπόλοιπες μεθόδους.

Συμπερασματικά λοιπον μπορούμε με αρκετή βεβαιότητα να πούμε πως ειδικά για πιο μεγάλα και πιο σύνθετα σύνολα (για παράδειγμα με περισσότερες κατηγορίες ή σχετικά ανισοκατανεμημένα στον χώο των χαρακτηριστικών) η χρήση μιας ομάδας δικτύων συνιστάται τοσο απο πλευράς απόδοσης όσο και απο πλευράς χρόνου, εφόσον όμως μπορέσουμε να την σχηματίσουμε ετσι ωστε να είναι αποτελεσματική για την επίλυση του συγκεκριμένου συνόλου-αν πχ έχουμε ένα σύνολο με σχετικά λίγα πρότυπα , αλλα στο οποίο υπάρχουν πάρα πολλές διαφορετικές κλάσεις η μέθοδος του τμήματος 2 ίσως θα πρέπει να προτιμηθεί απο κάποια άλλη μέθοδο -.

Φυσικά , υπάρχουν και περιπτώσεις στις οποίες ο ταξινομητής του νευρωνικού δικτύου δεν συμπεριφέρεται αναμενόμενα , είτε λόγω υψηλής συσχέτισης των δεδομένων , είτε εξαιτίας άλλων αιτιών. Σε τέτοιες περιπτώσεις , οι μέθοδοι που εξετάσαμε ,δεδομένου οτι στον πυρήνα τους όλες χρησιμοποιούν τον συγκεκριμένο ταξινομητή δεν αποδίδουν και αυτές όπως θα περιμέναμε. Σε τέτοιες περιπτώσεις η καλύτερη ιδέα είναι η χρήση ενός άλλου διαφορετικού ταξινομητή για την κατηγοριοποίηση, ή ακόμα θα μπορούσε να δοκιμασθεί κάποιος χωρικός μετασχηματισμός για τον επαναπροσδιορισμό των δεδομένω και ατόπιν η χρήση κάποιας απο τις μεθόδους.

Τέλος, αναφορικά με τις πιθανές επεκτάσεις οι οποίες μπορούν να πραγματοποιηθούν , όπως προκύπτει και απο το πρακτικό τμήμα της εργασίας ,είναι αρκετά ποικιλόμορφες και ετερόκλητες. Δεδομένου οτι απο την φύση του

το θέμα της εργασίας είναι αρκετά γενικό ,και καλύπτει μεγάλο εύρος , είναι κατανοητό οτι οι επίλογές για αλλαγές και περαιτέρω πειραματισμό είναι πραγματικά πολλές.

Βιβλιογραφια/Αναφορές:

1.Simon Haykin. Νευρωνικά Δίκτυα και Μηχανική Μάθηση
2.url: http://blog.peltarion.com/2006/07/10/classifier-showdown/
3.Stanford University coursera machine learning description
4. Ron Kohavi; Foster Provost (1998). "Glossary of terms". Machine Learning 30: 271–274.
5. An Introduction to Support Vector Machines and Other Kernel-based Learning By Nello Cristianini, John Shawe-Taylor
6. A Tutorial on Support Vector Machines for Pattern Recognition CHRISTOPHER J.C. BURGES burges@lucent.com Bell Laboratories, Lucent Technologies
7.University of Cambridge Engineering Part IIB Module 4F10: Statistical Pattern Processing Handout 6: Multi-Layer Perceptrons
8.A Detailed Introduction to K-Nearest Neighbor (KNN) Algorithm
9.Machine learning: An artificial intelligence approach
10.Scholarpedia/kohonen network(Dr. Teuvo Kohonen, Academy of Finland Dr. Timo Honkela, Helsinki University of Technology)
11.SOMs for machine learning
12.Mixture models (1-5) Victor Lavrenko online lectures university of Endinburg
13.The Expectation Maximization Algorithm A short tutorial 2004
14.EM-algorithm for motif discovery - University of California
15.Support Vector Machine (SVM)https://www.sec.in.tum.de/assets /lehre/ws0910/ml/slideslecture8.pdf
16.Caltech online courses Radial Basis Function
17.URL: http://www.cs.ucr.edu/ eamonn/CE/Bayesian20Classification20withInsect-examples.pdf
18.An Empirical Study of the naive Bayes Classifier Irina Rish -IBM
19.Naive Bayes Victor Lavrenko online lectures university of Endinburg
20.Popular Ensemble Methods: An Empirical Study David Opitz Department of Computer Science University of Montana Missoula, MT 59812 USA opitz@cs.umt.edu Richard Maclin maclin@d.umn.edu Computer Science Department University of Minnesota Duluth, MN 55812 USA rmaclin@d.umn.edu
21.International Journal of Computer Trends and Technology (IJCTT) Ensemble Classifiers and Their Applications: A Review Akhlaqur Rahman and Sumaira Tasnim

22.https://www.stat.berkeley.edu/breiman/RandomForests/cc-home.html
23.Scholarpedia/ EnsembleLearning/ Boosting (Dr.Robert Polikar,Rowan University)
24.AdaBoost and the Super Bowl of Classifiers A Tutorial Introduction to Adaptive Boosting Ra/ul Rojas Computer Science Department Freie Universit at Berlin Christmas 2009
25.matlab manual pages

Επίσης , χρησιμοποιήθηκαν τα προγράμματα:
Matlab
draw.io
latex