

# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ

# Μοντελοποίηση και παραμετρική διερεύνηση των συνθηκών ενσφήνωσης ζεύγους οδοντωτών τροχών παραλλήλων αξόνων.

Μεταπτυχιακή Εργασία

# ΧΡΙΣΤΟΔΟΥΛΟΣ ΚΟΥΓΙΟΥΜΤΖΟΓΛΟΥ

Επιβλέπων : Βασίλειος Σπιτάς

AOHNA 2015

# ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία μελετάται το φαινόμενο της ενσφήνωσης οδοντωτών τροχών παραλλήλων αξόνων. Αρχικά αναπτύσσεται κώδικας σε περιβάλλον Matlab ο οποίος υπολογίζει τη γεωμετρία των οδοντωτών τροχών που θα μελετηθούν. Στη συνέχεια γίνεται σχεδιασμός των τροχών σε τρισδιάστατο περιβάλλον κάνοντας χρήση του λογισμικού Solidworks. Έπειτα γίνεται υπολογισμός με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, μέσω του προγράμματος Ansys, των τάσεων που αναπτύσσονται στον πόδα του οδόντος. Τέλος παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την παρούσα μελέτη και προτείνονται σχέδια μελλοντικής επέκτασης της.

# ABSTRACT

This thesis develops and describes the modeling and parametric investigation of seizure conditions for a parallel-axis gear pair in mesh. First of all, a Matlab code was developed, in order to produce the geometry of the gears that are going to be modelled. Secondly, after drawing the gears in 3D environment using Solidworks, the next step was to calculate tooth root stress with finite element method using Ansys software. Finally, conclusions were drawn from this process and some further suggestions are proposed for future expansion.

# εγχαριστιές

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή και επιβλέποντα της εργασίας μου Δρ. Β. Σπιτά όπως επίσης και τα μέλη του Εργαστηρίου Στοιχείων Μηχανών.

### Πεοιεχόμενα

1.	Εισα	γωγή	9				
2.	Οδοι	ντωτοί τροχοί	10				
2.	1. Γεωμ	ιετοία μετωπικών οδοντωτών τοοχών δι'εξειλιγμένης	10				
	2.1.1.	Εξωτερική οδόντωση δι' εξειλιγμένης	14				
	2.1.2.	Εσωτερική οδόντωση δι' εξειλιγμένης	18				
2.	2. Βαθμ	ιίδες μετωπικών οδοντωτών τροχών δι' εξειλιγμένης	19				
	2.2.1.	Βαθμίδες εξωτερικών μετωπικών τροχών	20				
	2.2.2.	Βαθμίδες εσωτερικών - εξωτερικών μετωπικών τροχών	21				
3.	Βλάβ	3ες οδοντωτών τροχών	23				
4. οδο	4. Υπολογισμός απαραίτητων μεγεθών, σχεδιασμός και μοντελοποίηση των οδοντωτών τροχών						
4.	1. Υπολ	λογισμός απαραίτητων μεγεθών	25				
4.	2. Σχεδ	ιασμός οδοντωτών τροχών	30				
5.	Δημι	ιουργία μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων	34				
5.	1. Επιλο	ογή τροχού	34				
5.	2. Επιλο	ογή πεπεφασμένων στοιχείων και πλεγματοποίηση	36				
5.	3. Στής	ιξη των μοντέλων και επιβαλλόμενα φορτία	40				
5.	4. Συνε	ογαζόμενες επιφάνειες	40				
6.	Απο	τελέσματα	42				
6.	1. Μετο	αβολή απόστασης αξόνων	42				
6.	2. Περια	στροφή ως προς άξονα y	45				
6.	3. Περια	στροφή ως προς άξονα χ	48				
7.	Συμτ	πεφάσματα και σχόλια	51				
8.	Βιβλ	ιογραφία	52				

# 1. Εισαγωγή

Η μελέτη των οδοντωτών τοοχών γίνεται βάσει διεθνώς αναγνωοισμένων ποοτύπων σχεδιασμού ώστε να εξασφαλίζεται κατά το δυνατόν η αξιοπιστία του σχεδιασμού τους. Μία άλλη ποοσέγγιση είναι η μοντελοποίηση και μελέτη με χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Ειδικότερα με την ανάπτυξη και εξέλιξη των υπολογιστικών συστημάτων τα τελευταία χρόνια, είναι πια δυνατός και προσιτός ο σχεδιασμός με χρήση μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων.

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μοντελοποίηση και παραμετρική διερεύνηση των συνθηκών ενσφήνωσης ζεύγους οδοντωτών τροχών παραλλήλων αξόνων. Το φαινόμενο της ενσφήνωσης συμβαίνει όταν η ονομαστική απόσταση αξόνων αλλάξει, για τον οποιοδήποτε λόγο, με καταστροφικές συχνά συνέπειες. Για την αποφυγή του φαινομένου αυτού δίδεται ένα διάκενο ανάμεσα στους οδόντες, τη λεγόμενη χάρη κατατομών. Αυτή η χάρη, ωστόσο, ανάμεσα στις κατατομές, είναι ανάγκη να βρίσκεται εντός ορισμένου εύρους τιμών, καθώς αν είναι μικρότερη υπάρχει ο κίνδυνος ενσφήνωσης ενώ αν είναι μεγαλύτερη δημιουργούνται ανεπιθύμητα δυναμικά φαινόμενα όπως δονήσεις, κρούσεις μεταξύ των οδόντων, ειδικά σε μειωτήρες με μεταβλητό φορτίο και κατεύθυνση και άλλα. Κρίνεται λοιπόν αναγκαίο, αρχικά να υπολογιστούν οι αναπτυσσόμενες τάσεις που εμφανίζονται κατά την ενσφήνωση δύο οδοντωτών τροχών, το οποίο είναι το αντικείμενο μελέτης της παρούσας διπλωματικής εργασίας και σε επόμενο στάδιο να μελετηθούν αναλυτικότερα οι συνθήκες κατά τις οποίες συμβαίνει το φαινόμενο αυτό ώστε η τιμή της χάρης κατατομών που θα δοθεί σε μία βαθμίδα μετωπικών οδοντωτών τροχών να είναι η βέλτιστη. Τέλος η παρούσα μελέτη μπορεί να επεκταθεί και σε οδοντωτούς τροχούς μη παραλλήλων αξόνων.

### Δομή της εργασίας:

Αρχικά παρατίθενται μερικές βασικές αρχές για την γεωμετρία των οδοντωτών τροχών δι' εξειλιγμένης.

Στη συνέχεια περιγράφεται η διαδικασία τρισδιάστατης μοντελοποίησης των τροχών καθώς και η μοντελοποίηση και ανάλυση που έγινε με χρήση πεπερασμένων στοιχείων για τον υπολογισμό των τάσεων για συνθήκες λειτουργίας με απόσταση αξόνων διαφορετική από την ονομαστική.

Τέλος, προτείνονται κάποιες πιθανές ενέργειες για την μελλοντική ανάπτυξή της εργασίας.

## 2. Οδοντωτοί τοοχοί

Οι οδοντωτοί τροχοί είναι στοιχεία μηχανών που επιτυγχάνουν την μετάδοση κίνησης και τη μεταφορά ισχύος με εμπλοκή των συνεργαζόμενων οδόντων. Οι οδόντες είναι σχηματισμοί αλλεπάλληλων εσοχών και προεξοχών στην περιφέρεια ενός οδοντωτού τροχού, τέτοιες ώστε να είναι δυνατή η συνεργασία της εσοχής του ενός τροχού με την προεξοχή του συνεργαζόμενου οδοντωτού τροχού υπό σταθερή σχέση των ταχυτήτων.

Οι άξονες περί τους οποίους περιστρέφονται δύο συνεργαζόμενοι τροχοί μπορεί να είναι: παράλληλοι σε απόσταση α, ή τεμνόμενοι υπό γωνία δ, ή ασύμβατοι σε απόσταση α και υπό γωνία δ. Η σχετική θέση των αξόνων αυτών είναι βασικής σημασίας για την μορφή των τροχών που θα χρησιμοποιηθούν. Έτσι οι τροχοί μπορούν να είναι μετωπικοί (με ευθείς ή ελικοειδείς-κεκλιμένους οδόντες), οι οποίοι ονομάζονται και κυλινδρικοί, μπορεί να αποτελούν σύστημα ατέρμονος κοχλία-κορώνας.

Από κινηματικής πλευφάς δύο συνεφγαζόμενοι μετωπικοί οδοντωτοί τφοχοί ισοδυναμούν με δύο κυλινδφικούς τφοχούς. Οι κυλιόμενες επιφάνειες των κυλινδφικών τφοχών καθοφίζουν επιφάνειες μεγάλης σημασίας για τους οδοντωτούς τφοχούς. Αυτές οι επιφάνειες χφησιμοποιούνται ευφύτατα στη μελέτη των οδοντωτών τφοχών και αντιστοιχούν με τους λεγόμενους αφχικούς κυλίνδφους των μετωπικών τφοχών[1].

### 2.1. Γεωμετοία μετωπικών οδοντωτών τοοχών δι'εξειλιγμένης

Είτε γίνεται αναφορά σε εξωτερική είτε σε εσωτερική οδόντωση, και στις δύο περιπτώσεις το μεγαλύτερο μέρος της κατατομής περιγράφεται από την εξειλιγμένη καμπύλη που αντιστοιχεί στον βασικό κύκλο του τροχού. Εξειλιγμένη είναι η καμπύλη που διαγράφεται από το άκρο ημιευθείας κυλιόμενης εφαπτομενικά χωρίς ολίσθηση επί του βασικού κύκλου όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.1.



Εικόνα 2.1: Σχηματισμός εξειλιγμένης καμπύλης [1]



Εικόνα 2.2: Γεωμετρία εξειλιγμένης [1]

Οι παραμετρικές μαθηματικές σχέσεις που περιγράφουν την καμπύλη αυτή δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\chi = r_g * (\sin(\varphi) - \varphi * \cos(\varphi))$$
  

$$y = r_g * (\cos(\varphi) + \varphi * \sin(\varphi))$$
(1)

Όπου:

- χ, γ Καρτεσιανές συντεταγμένες σημείου εξειλιγμένης
- *r*<sub>g</sub> Βασικός κύκλος
- φ Πολική γωνία (συνάρτηση εξειλιγμένης)

Σε αυτή την παράγραφο θα εξετασθεί η γεωμετρία ελικοειδών οδοντώσεων αφού μπορεί να θεωρηθεί ότι η ευθεία οδόντωση είναι ειδική περίπτωση αυτής (μηδενική γωνία ελίκωσης β=0°).

Ακολούθως παρατίθενται οι βασικές σχέσεις των ελικοειδών οδοντώσεων και στη συνέχεια της ανάλυσης θα γίνει διαχωρισμός των εσωτερικών από τις εξωτερικές οδοντώσεις.



Εικόνα 2.3: Κύριοι κύκλοι οδόντα, γραμμές επαφής και έλικες οδόντα εξωτερικής οδόντωσης. [1]

Η μελέτη των ελικοειδών μετωπικών τοοχών γίνεται ταυτοχοόνως σε δύο επίπεδα, ένα κάθετο στον άξονα περιστροφής του τροχού και ένα κάθετο στις έλικες του τροχού. Για την μελέτη στο δεύτερο επίπεδο πρέπει να εισαχθεί η έννοια του φανταστικού τροχού. Δεδομένου ότι τέμνοντας έναν κύλινδρο με επίπεδο που σχηματίζει γωνία με τον άξονά του θα παραχθεί μια έλλειψη, ο φανταστικός τροχός περιγράφεται από κύκλο ακτίνας ίσης με την μεγαλύτερη ακτίνα καμπυλότητας της δημιουργούμενης έλλειψης. Σύμφωνα με τα παραπάνω θα συνεχισθεί η περιγραφή αναφερόμενη κάθε φορά είτε στο κάθετο επίπεδο - n (κάθετο στις έλικες) είτε στο μετωπικό - s (κάθετο στον άξονα).

To module των ελικοειδών τροχών αναφέρεται στο εγκάρσιο επίπεδο οπότε η ακτίνα του αρχικού κύκλου εγκάρσιου επιπέδου τροχού Ζ οδόντων θα δίνεται από τη σχέση:

$$r_0 = \frac{Zm_s}{2} \tag{2}$$

Όπου:

- r<sub>0</sub> Ο αρχικός κύκλος του τροχού στο εγκάρσιο επίπεδο
- Z Ο αριθμός των οδόντων του τροχού
- ms Το τυποποιημένο module του τροχού

Όπως φαίνεται από το επόμενο σχήμα το βήμα της καθέτου τομής είναι μικοότεοο του βήματος της μετωπικής τομής έτσι ώστε στον αρχικό κύκλο να ισχύει:

$$t_{on} = t_{os} \cos(\beta_0) \tag{3}$$

Όπου:

- ton Το βήμα του αρχικού κύκλου του τροχού στο εγκάρσιο επίπεδο
- tos Το βήμα του αρχικού κύκλου του τροχού στο κάθετο επίπεδο



Εικόνα 2.4: Βήμα μετωπικής και καθέτου τομής. [1]

Οπότε αφού είναι:

$$m_s = \frac{t_{os}}{\pi} \tag{4}$$

Μποφεί να γφαφεί :

$$m_n = m_s \cos(\beta_0) \tag{5}$$

Όπου:

- β<sub>0</sub> Η γωνία ελίκωσης του οδόντος του τροχού στον αρχικό κύκλο.
- $m_n$  To module tou gantastikoú teocoú

Ο αρχικός κύκλος της μετωπικής τομής είναι:

$$r_{0n} = \frac{r_{0s}}{\cos^2(\beta_0)} \tag{6}$$

Όπου:

•  $r_{0n}$  - Η ακτίνα αρχικού κύκλου του φανταστικού τροχού (τροχού στην κάθετη τομή)

Ο αριθμός οδόντων του φανταστικού τροχού είναι:

$$Z_n = \frac{Z}{\cos^3(\beta_0)} \tag{7}$$

Όπου:

•  $Z_n$  - O arithmác odóntwn tou gantastikoú troccú

Πρέπει να σημειωθεί ότι ο αριθμός αυτός εν γένει δεν είναι ακέραιος αριθμός. Ο βασικός κύκλος από τον οποίο ξεκινά η εξειλιγμένη καμπύλη έχει ακτίνα:

$$r_g = r_0 cos(a_{os}) \tag{8}$$

Όπου:

- $r_g H$  ακτίνα βασικού κύκλου του τροχού
- α<sub>05</sub> Η γωνία εξειλιγμένης καθέτου τομής

Η γωνία εξειλιγμένης κάθετης τομής δίνεται από τη σχέση:

$$tana_{on} = tana_{os}\cos(\beta_0) \tag{9}$$

### 2.1.1. Εξωτερική οδόντωση δι' εξειλιγμένης

Οι οδόντες που αντιστοιχούν σε τροχούς εξωτερικής οδόντωσης έχουν εν γένει πιο πολύπλοκη γεωμετρία κατατομής από αυτούς των εσωτερικών οδοντώσεων. Αυτό οφείλεται στην ύπαρξη του τροχοειδούς που δημιουργείται κατά την κοπή με την μέθοδο κυλίσεως (κανόνας, Fellows, Hobbing) από την άκρη του οδόντος του κοπτικού εργαλείου. Στην επόμενη Εικόνα 2.5 διαγράφονται όλες οι καμπύλες από τις οποίες αποτελείται η εν λόγω κατατομή.

Εάν δεν υπάρχουν υποκοπές κατασκευής, το τροχοειδές εφάπτεται της κατατομής του οδόντος. Από την άλλη η ύπαρξη υποκοπών υποδεικνύεται από τη γωνία που σχηματίζει η εξειλιγμένη και το τροχοειδές στο σημείο επαφής τους. Οι υποκοπές προλαμβάνονται με την μετατόπιση του κανόνα (κοπτικού εργαλείου του τροχού).



Εικόνα 2.5: Καμπύλες κατατομής εξωτερικής οδόντωσης.

Ο κάθε κανόνας μπορεί να κόψει έως έναν ελάχιστο αριθμό οδόντων κατά τον οποίο να μην υφίστανται υποκοπές στην κατατομή του οδόντος. Συνθήκη για να μην υπάρχουν υποκοπές είναι ο αριθμός των οδόντων να είναι άνω του ελάχιστου που υποδεικνύει η σχέση:

$$Z_{min} \le 2 \frac{\left(C_f - x_0\right) - C_c(1 - \sin(a_{on}))}{(\sin(a_{on}))^2} \tag{10}$$

Όπου:

- Ζ<sub>min</sub> Ελάχιστος αριθμός οδόντων που ο κανόνας μπορεί να κόψει χωρίς υποκοπές.
- Cf Ύψος κεφαλής κανόνα
- χ<sub>0</sub> Μετατόπιση κανόνα για την αποφυγή υποκοπών
- C<sub>c</sub> Η ακτίνα καμπυλότητας της ακμής της κεφαλής κανόνα
- αοη Γωνία οδόντος κανόνα

Για τον υπολογισμό των μεγεθών του κανόνα λαμβάνονται τα κάτωθι.

$$r_c = c_c m \tag{11}$$

$$h_f = c_f m \tag{12}$$

$$a_t = h_f - r_c (1 - \sin a_0) \tag{13}$$

15

$$\Psi_{\Lambda} = \Psi_{\rm M} = -a_t + r_c \sin a_0 \tag{14}$$

$$\delta = l_0 - 2(a_t \tan a_0 + r_c \cos a_0)$$
(15)

$$X_{\rm H} = 0,5(l_0 - \delta) \tag{16}$$

$$\mathbf{X}_J = l_0 - a_t \tan a_0 \tag{17}$$

Για τον υπολογισμό του κύκλου  $r_s$  στον οποίο τέμνονται εξειλιγμένη και τροχοειδές χρησιμοποιείται η παρακάτω επαναληπτική διαδικασία

$$\chi = X_{\rm H} - r_c \sin \omega \tag{18}$$

$$\psi = \psi_{\Lambda} - r_c \cos \omega \tag{19}$$

$$\mathbf{K} = -\chi - \psi \frac{dF(\chi)}{dx} \tag{20}$$

$$\chi_{1\kappa} = (\chi + K)\cos\theta - (\psi + r_0)\sin\theta$$
(21)

$$\psi_{1\kappa} = (\chi + \mathbf{K})\sin\theta + (\psi + r_0)\cos\theta \tag{22}$$

$$\chi_s = \chi_{1\kappa} \cos(-\varphi_0) + \psi_{1\kappa} \sin(-\varphi_0)$$
(23)

$$\Psi_{S} = -\chi_{1\kappa} * \sin(-\varphi_{0}) + \psi_{1\kappa} * \cos(-\varphi_{0}) + r_{0}$$
(24)

$$\mathbf{r}_{s} = \sqrt{\chi_{s}^{2} + \psi_{s}^{2}} \tag{25}$$

Από την ανωτέρω επαναληπτική διαδικασία θα προκύψει  $\gamma = \varphi_s \mu \epsilon \tan \gamma = -\frac{\chi_s}{\psi_s}$  και

$$\varphi_s = inva_s = \tan a_s - a_s \tag{26}$$

 $O \pi o v r_g = r_s \cos a_s$ 



Εικόνα 2.6: Γεωμετρικά μεγέθη κανόνα

Στις μετατοπισμένες οδοντώσεις το κοπτικό εργαλείο μετατοπίζεται ακτινικά κατά x με αποτέλεσμα ο πραγματικός αρχικός κύκλος του τροχού που δημιουργείται να είναι διαφορετικός από τον αρχικό κύκλο του αντίστοιχου μη μετατοπισμένου τροχού. Η μετατόπιση του κανόνα όπως προαναφέρθηκε πραγματοποιείται είτε για να γίνει δυνατή η κατασκευή τροχών με λιγότερους οδόντες από ότι κανονικά θα ήταν δυνατόν χωρίς υποκοπές είτε για να αυξηθεί το πάχος των οδόντων χωρίς να χρειασθεί να αλλάξει το module του τροχού. Όταν λοιπόν πρόκειται για μελέτη μετατοπισμένων οδοντώσεων θα πρέπει να σημειωθεί ότι αλλάζει η ακτίνα ποδός και κεφαλής του οδόντα. Αυτό συμβαίνει επειδή μετατοπίζοντας τον κανόνα ουσιαστικά αλλάζει το ύψος ποδός και κεφαλής του (hf και hk). Επίσης πρέπει να σημειωθεί ότι στους τροχούς με θετικά μετατοπισμένη οδόντωση τείνει να λεπταίνει η κεφαλή του οδόντα ενώ παχαίνει ο πόδας. Έτσι ελλοχεύει ο κίνδυνος δημιουργίας ακμής στον κύκλο κεφαλής του οδόντα. Σε ορισμένες περιπτώσεις μετατοπισμένων οδοντώσεων απαιτείται κόψιμο κατά K της κεφαλής (ακμής) των οδόντων. Ακολούθως δίνονται οι σχέσεις που δίνουν τους κύκλους ποδός, κεφαλής και καθώς και τον πραγματικό αρχικό κύκλο στις εν λόγω οδοντώσεις.

Κύκλος ποδός μετατοπισμένης οδόντωσης:

$$r_f = r_0 - h_f + x \tag{27}$$

Όπου:

• *X* – Η μετατόπιση του κανόνα [mm]

Κύκλος κεφαλής μετατοπισμένης οδόντωσης:

$$r_{\kappa} = r_0 + h_f + x - K \tag{28}$$

Όπου:

Κ – Κοπή κεφαλών οδόντων [mm]

Πραγματικός αρχικός κύκλος μετατοπισμένης οδοντώσεως:

$$r_{ws} = r_0 + x \tag{29}$$

Όπου:

•  $r_{ws}$  – Aktíva tou  $\pi \varrho \alpha \gamma \mu \alpha$ tikoú  $\alpha \varrho \chi$ ikoú kúklou [mm]

### 2.1.2. Εσωτερική οδόντωση δι' εξειλιγμένης

Η εσωτεφική οδόντωση δι' εξειλιγμένης διαφέφει από την εξωτεφική ως πφος τους κύκλους ποδός και κεφαλής. Αυτό γιατί λόγω της ανεστφαμμένης γεωμετφίας τους ο κύκλος ποδός είναι μεγαλύτεφος από τον κύκλο κεφαλής. Στο ακόλουθο σχήμα δείχνονται οι διαφοφές μεταξύ των κύφιων κύκλων της εσωτεφικής και εξωτεφικής οδόντωσης.



Στις εσωτεφικές οδοντώσεις μποφεί να υπάφχουν επίσης συνθήκες κοπής κατά τις οποίες εμφανίζονται υποκοπές της κατατομής. Αυτές δημιουφγούνται όταν κατά την κοπή τφοχών με σχετικά μικφό αφιθμό οδόντων, το κοπτικό εφγαλείο ενώ έχει διαμοφφώσει την εξειλιγμένη ενός οδόντα ξαναέφχεται σε επαφή με αυτόν και κόβει το τμήμα της εξειλιγμένης που βρίσκεται κοντά στην κεφαλή του οδόντα.

Η αποφυγή υποκοπών και στις εσωτεφικές οδοντώσεις γίνεται με την μετατόπιση του κοπτικού εφγαλείου. Στις εσωτεφικές οδοντώσεις θετική θεωφείται η μετατόπιση κατά την οποία το κοπτικό εφγαλείο μετακινείται πφος το κέντφο του τφοχού. Η συνθήκη για να μην δημιουφγούνται υποκοπές κατασκευής πεφιγφάφεται από την παφακάτω σχέση η οποία δίνει τον ελάχιστο αφιθμό οδόντων χωφίς υποκοπές που μποφούν να κοπούν σε εσωτεφικές οδοντώσεις.

$$Z_{min} \ge 2 \frac{(h_k - x)(1 + \cos(a_{on}))}{m_n(\sin(a_{on}))^2}$$
(30)

Όπου:

- Ζ<sub>min</sub> Ελάχιστος αριθμός οδόντων που ο κανόνας μπορεί ο δεδομένος κανόνας να κόψει
- h<sub>k</sub> Το ύψος κεφαλής του οδόντα του κανόνα
- $\chi Mετατόπιση του κανόνα$
- $m_n$  To module του κοπτικού εργαλείου
- $\alpha_{on} \Gamma \omega \nu i \alpha$  οδόντος κανόνα

Ακολούθως θα δοθούν οι σχέσεις υπολογισμού των ακτινών των κύκλων κεφαλής, ποδός και του πραγματικού αρχικού κύκλου σε μετατοπισμένες εσωτερικές οδοντώσεις. Οι οδοντωτοί τροχοί με μη μετατοπισμένες οδοντώσεις μπορούν να υπολογισθούν εάν τεθεί μηδενική μετατόπιση.

Κύκλος ποδός μετατοπισμένης οδόντωσης:

$$r_f = r_0 - h_f + x \tag{31}$$

Όπου χ είναι η μετατόπιση του κανόνα.

Κύκλος κεφαλής μετατοπισμένης οδόντωσης:

$$r_{\kappa} = r_0 + h_{\kappa} + x - K \tag{32}$$

Όπου Κ η απόσταση που έγινε κοπή της κεφαλής των οδόντων

Πραγματικός αρχικός κύκλος μετατοπισμένης οδοντώσεως:

$$r_{ws} = r_0 + x \tag{33}$$

Όπου  $\mathbf{r}_{ws}$  η ακτίνα του πραγματικού αρχικού κύκλου [mm]

### 2.2. Βαθμίδες μετωπικών οδοντωτών τροχών δι' εξειλιγμένης

Η μελέτη δύο συνεργαζόμενων οδοντωτών τροχών συνίσταται στην εύρεση κάποιων θεμελιωδών μεγεθών που χαρακτηρίζουν τόσο την γεωμετρία της βαθμίδας όσο και τα κινηματικά και δυναμικά χαρακτηριστικά της. Η ανάλυση που θα ακολουθήσει θα πραγματοποιηθεί για βαθμίδες εξωτερικών μετωπικών τροχών.

### 2.2.1. Βαθμίδες εξωτερικών μετωπικών τροχών

Από γεωμετοικής άποψης το μόνο μέγεθος που ποέπει να υπολογισθεί είναι η απόσταση των κέντοων των δύο συνεογαζόμενων τοοχών. Αυτή δίνεται από το άθοοισμα των ακτινών των κύκλων κυλίσεως των δύο τοοχών όπως φαίνεται και στο

ακόλουθο σχήμα.



Εικόνα 2.8: Απόσταση αξόνων τροχών σε βαθμίδα οδοντωτών τροχών εξωτερικής οδόντωσης

Οπότε η απόσταση των κέντρων θα είναι:

$$\alpha = r_{ws1} + r_{ws2} \tag{34}$$

Όπου:

- $r_{wsi}$  i=1,2 -Ακτίνες των πραγματικών αρχικών κύκλων των τροχών
- α -Η απόσταση των κέντρων των τροχών

Από κινηματικής άποψης το βασικό στοιχείο που πρέπει να υπολογισθεί είναι ο συντελεστής μετάδοσης της βαθμίδας. Ο συντελεστής μετάδοσης ορίζεται ως ο λόγος του αριθμού των οδόντων του πινιόν (κινητήριος τροχός) προς τον αριθμό οδόντων του συνεργαζόμενου οδόντα. Στη γενική περίπτωση αν ο κινητήριος τροχός είναι ο τροχός 1, τότε η σχέση που θα δίνει τη σχέση μετάδοσης θα είναι:

$$i = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{n_1}{n_2} \tag{35}$$

#### 2.2.2. Βαθμίδες εσωτερικών - εξωτερικών μετωπικών τροχών

Στις βαθμίδες εσωτεφικών - εξωτεφικών οδοντώσεων το μόνο πφάγμα που αλλάζει σε σχέση με τα παφαπάνω είναι το ότι ο ένας τφοχός βφίσκεται εντός του τφοχού εσωτεφικής οδοντώσεως. Οπότε η απόσταση των κέντφων των δύο τφοχών θα είναι ίση με τη διαφοφά των ακτινών των κύκλων κυλίσεως αντί για το άθφοισμα που ήταν πφοηγουμένως.

Για τους ακόλουθους υπολογισμούς θα θεωρηθεί ότι ο τροχός 1 είναι αυτός με την εσωτερική οδόντωση ενώ ο 2 αυτός με την εξωτερική. Σύμφωνα με τα όσα αναφέρθηκαν προηγουμένως η απόσταση των κέντρων θα είναι:

$$\alpha = r_{ws1} - r_{ws2} \tag{36}$$

Όπου:

• r<sub>wsi</sub> i=1,2 Ακτίνες των πραγματικών αρχικών κύκλων των τροχών

α Η απόσταση των κέντρων των τροχών

Πρέπει να αναφερθεί ότι ένας σημαντικός γεωμετρικός περιορισμός που εισάγεται στον σχεδιασμό βαθμίδων εσωτερικών - εξωτερικών οδοντώσεων είναι η μέγιστη διαφορά αριθμού οδόντων εσωτερικού και εξωτερικού γραναζιού. Εάν η διαφορά είναι μικρότερη από τη ελάχιστη τότε κατά τη συνεργασία των οδοντώσεων θα υπάρχει σύγκρουση των κεφαλών των συνεργαζόμενων οδόντων. Ο ελάχιστος αριθμός οδόντων του γραναζιού εσωτερικής οδόντωσης θα πρέπει να είναι [1]:

$$Z_{INT} > Z_{EXT} + 10 \tag{37}$$

Όπου στη σχέση

Ζιντ - Ο αριθμός οδόντων τροχού εσωτερικής οδοντώσεως

Ζεχτ - Ο αριθμός οδόντων τροχού εξωτερικής οδοντώσεως

Στην επόμενη Εικόνα 2.12 δείχνεται η οριακή περίπτωση μη σύγκρουσης οδόντων όταν ισχύει η ισότητα της σχέσης. Για να αποφευχθεί περαιτέρω η σύγκρουση των οδόντων σε βαθμίδες εσωτερικής - εξωτερικής οδόντωσης, συνηθίζεται να μειώνεται η απόσταση των αξόνων των δύο τροχών.



Εικόνα 2.9: Οριακή σύγκρουση εσωτερικής - εξωτερικής οδόντωσης.

# 3. Βλάβες οδοντωτών τροχών

Συνοπτικά μερικές από τις αιτίες που προκαλούν την αστοχία των οδοντωτών τροχών είναι:

- 1. Η σημειακή υπερφόρτιση των κατατομών: η οποία είναι το αποτέλεσμα κρουστικών φορτίων. Σαν αποτέλεσμα αυτής έχουμε την δημιουργία ραβδώσεων επί των κατατομών του οδοντωτού τροχού που δημιουργούν αυλακώσεις άρα και απώλεια υλικού στον οδόντα.
- 2. Η ακατάλληλη λίπανση στις οδοντώσεις: Γενικά στους οδοντωτούς τροχούς συνιστάται η χρήση λιπαντικού κατάλληλου για υψηλές πιέσεις, διότι η επαφή των κατατομών είναι συνήθως μόνο γραμμική. Το σύστημα λιπάνσεως, θα πρέπει να μπορεί να λιπάνει όλες τις θέσεις εργασίας, το δε λιπαντικό θα πρέπει να παραμείνει επί της κατατομής του οδόντος μέχρι την στιγμή της επαφής των κατατομών. Εάν κάτι τέτοιο δεν καθίσταται δυνατόν και η λειτουργία της βαθμίδας γίνεται χωρίς την χρήση του απαραίτητου λιπαντικού, τότε η λίπανση είναι ακατάλληλη. Μέσα από το λιπαντικό μεταφέρονται και τα ξένα σωματίδια για τα οποία έγινε αναφορά προηγουμένως. Είναι απαραίτητο λοιπόν, το λιπαντικό να φιλτράρεται και να είναι απαλλαγμένο από οποιαδήποτε πρόσμιξη που αποτελεί απειλή για τα γρανάζια. Ακόμα, η θερμοκρασία των κατατομών το παραγόμενο, λόγω τριβής, ποσό θερμότητας.
- **3. Η ακατάλληλη κατασκευή:** Οι κατατομές των οδόντων πρέπει να έχουν κατασκευασθεί με ακρίβεια, τα δε fillets των οδόντων πρέπει να είναι τα προβλεπόμενα.
- **4. Η ακατάλληλη συναφμολόγηση:** Οι περισσότερες των περιπτώσεων που έχουν σχέση με την κακή συναρμολόγηση των οδοντωτών τροχών αναφέρονται παρακάτω:
  - i. <u>Χαλαφή πρόσδεση</u>, των τροχών στους άξονες, των αξόνων στα ρουλεμάν ή των ρουλεμάν στο κέλυφος, μπορούν να προκαλέσουν μεταξύ των άλλων και δονήσεις από αζυγοσταθμία.
  - **ii.** <u>Κακή ευθυγράμμιση</u>.
  - iii. <u>Λανθασμένη απόσταση μεταξύ των κέντρων</u> των συνεργαζόμενων τροχών, σημαίνει δημιουργία απρόβλεπτων δυνάμεων δηλαδή εκδήλωση βλάβης στους τροχούς.

Στην παρούσα εργασία θα γίνει λόγος μόνο για τις βλάβες βαθμίδων οδοντωτών τροχών που οφείλονται κυρίως στην κακή συναρμολόγηση των τροχών. Έτσι μια βαθμίδα οδοντωτών τροχών κινδυνεύει κυρίως από θραύση οδόντος λόγω κόπωσης στην επικίνδυνη διατομή ποδός του οδόντος.

Η θραύση στον πόδα του οδόντος λόγω κόπωσης είναι ένας κοινός τύπος αστοχίας και προκύπτει από τις επαναλαμβανόμενες καμπτικές καταπονήσεις που ξεπερνούν το όριο αντοχής του υλικού. Αυτές οι τάσεις οφείλονται στον ελαττωματικό σχεδιασμό, την υπερφόρτιση, την έλλειψη ευθυγράμμισης ή τη μη αναμενόμενη αύξηση των τάσεων στις επιφανειακές ατέλειες του οδόντα. Η θραύση κόπωσης προέρχεται από ρωγμή του υλικού. Συνήθως οι ρωγμές δημιουργούνται στο τροχοειδές (fillet) του τροχού. Το σημείο όπου εμφανίζονται οι ρωγμές ονομάζεται επικίνδυνη διατομή ποδός. Η ρωγμή ξεκινά από μια αυξημένη επιφανειακή τάση στην επικίνδυνη διατομή ποδός στην εργαζόμενη πλευρά του τροχού (εφελκυόμενη πλευρά), και εξελίσσεται προκαλώντας την ολική αστοχία κατά μήκος του ποδός του οδόντος ή κατά τη διαγώνια διεύθυνση προς την κεφαλή του οδόντος.

Στην επόμενη Εικόνα 3.2 δείχνεται ένας οδοντωτός τροχός ο οποίος αστόχησε στην κρίσιμη διατομή ποδός σε ένα δόντι και έχει ρωγμή σε προχωρημένο επίπεδο στο αμέσως επόμενο δόντι.



Εικόνα 3.1: Σπασμένος οδόντας στα δεξιά και έναρξη φωγμής στα αφιστερά της εικόνας.

# 4. Υπολογισμός απαραίτητων μεγεθών, σχεδιασμός και μοντελοποίηση των οδοντωτών τροχών.

Για να καταστεί δυνατή η ακφιβής σχεδίαση ενός οδοντωτού τφοχού, απαιτείται ο υπολογισμός οφισμένων βασικών μεγεθών, όπως πεφιγφάφονται αναλυτικότεφα στο Κεφάλαιο 2. Για το σκοπό αυτό, είναι αναγκαία η ανάπτυξη ενός πφογφάμματος στο λογισμικό Matlab, το οποίο δίνοντας του τις απαφαίτητες τιμές για τον υπολογισμό των απαιτούμενων μεγεθών του οδοντωτού τφοχού, να επιστφέφει τις απαφαίτητες τιμές για την μοντελοποίηση του.

### 4.1. Υπολογισμός απαραίτητων μεγεθών

Αρχικά, αναπτύχθηκε ένας αλγόριθμος ο οποίος για οποιοδήποτε κανόνα, σχημάτιζε τον οδοντωτό τροχό που θα προέκυπτε αν χρησιμοποιούνταν αυτός ο κανόνας ως εργαλείο. Το πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι μπορούν εύκολα να υπολογιστούν τροχοί με ασύμμετρες κατατομές ή κατατομές διαφορετικές από αυτή της εξελιγμένης καμπύλης. Η μέθοδος αυτή ωστόσο επειδή κάνει μεταφορά κάθε σημείου του κανόνα πάνω στον τροχό όπως φαίνεται στην εικόνα 4.1 έχει μεγάλο υπολογιστικό κόστος αφού χρειάζεται να παρεμβάλει κάθε χρονική στιγμή ένα πλήθος σημείων το οποίο αυξάνεται όσο αυξάνεται και η επιθυμητή ακρίβεια που θέλει ο χρήστης να επιτύχει στην κατατομή. Ο χρόνος επίσης αυτός, αυξάνεται περισσότερο καθότι μετά τον υπολογισμό της θέσης κάθε σημείου, θα πρέπει να ελεγχθεί εάν αυτό ανήκει η όχι στην κατατομή. Για το λόγο αυτό, και καθότι η παρούσα διπλωματική εργασία ασχολείται μόνο με τροχούς των οποίων η κατατομή ακολουθεί εξειλιγμένη καμπύλη κρίθηκε σκόπιμο η ανάπτυξη διαφορετικού κώδικα ο οποίος κάνει χρήση των εξισώσεων της εξειλιγμένης και του τροχοειδούς ώστε να υπολογιστεί με ακρίβεια και σε μικρό χρόνο ο ζητούμενος τροχός.



Εικόνα 4.1: Αριστερά φαίνεται ο τροχός ο οποίος προκύπτει με την παραπάνω διαδικασία, ενώ δεξιά με κόκκινο χρώμα τονίζονται τα σημεία τα οποία επιλέγονται προκειμένου να εισαχθούν στο πρόγραμμα CAD.

Ως εκ τούτου και για τη διευκόλυνση του χρήστη δημιουργήθηκε πρόγραμμα σε γραφικό περιβάλλον το οποίο παρουσιάζει μια δισδιάστατη απεικόνιση του τροχού, του κανόνα από τον οποίο προέρχεται, καθώς επίσης και τις παραμετρικές εξισώσεις που περιγράφουν την κατατομή του ώστε να γίνει έπειτα η σχεδίαση του σε τρισδιάστατο περιβάλλον.

Αφού γίνει η εκκίνηση του ποογοάμματος, ο χρήστης ενημερώνεται για τα απαραίτητα δεδομένα που πρέπει να εισάγει ώστε να υπολογιστούν οι παραμετρικές εξισώσεις που αφορούν την εξειλιγμένη και το τροχοειδές, καθώς επίσης και τα μεγέθη των βασικών κύκλων του τροχού, όπως τον αρχικό, ποδός κ.λπ.

Παρακάτω παρουσιάζονται μερικές εικόνες οι οποίες απεικονίζουν τα όσα αναφέρθηκαν σχετικά με το πρόγραμμα αυτό. Όταν ο χρήστης ανοίξει την εφαρμογή, το παράθυρο που θα εμφανιστεί στην οθόνη του υπολογιστή του είναι το παρακάτω.



Εικόνα 4.2: Αρχική οθόνη προγράμματος υπολογισμού οδοντωτών τροχών

Στη συνέχεια ζητείται από το χρήστη να επιλέξει το τύπο του γραναζιού που επιθυμεί, μεταξύ ελικοειδούς, ευθείας, εσωτερικής η εξωτερικής οδόντωσης, καθώς επίσης και την στρογγυλοποίηση του module που ενδεχομένως επιθυμεί, στην αμέσως επόμενη ή προηγούμενη τυποποιημένη τιμή. Εφόσον επιλέξει τον τύπο που επιθυμεί, και την τυποποίηση του module, το πρόγραμμα ζητά τις βασικές τιμές οι οποίες ορίζουν την κατατομή, όπως την ακτίνα του αρχικού κύκλου, τη γωνία εξειλιγμένης, τον αριθμό των οδόντων και κάποιων βασικών συντελεστών.



Εικόνα 4.3 : Παράθυρο εισαγωγής βασικών μεγεθών.

Εάν ο χρήστης έχει επιλέξει τύπο τροχού με ευθείς οδόντες τότε η τιμή της γωνίας ελίκωσης παίρνει αυτόματα την τιμή μηδέν όπως φαίνεται και στην Εικόνα 4.3, σε κάθε άλλη περίπτωση ζητείται από τον χρήστη η εισαγωγή της τιμής αυτής. Εφόσον δοθούν τα απαραίτητα δεδομένα γίνεται ο υπολογισμός των παραμετρικών εξισώσεων και παρουσιάζεται μια απεικόνιση του οδοντωτού τροχού καθώς και του κανόνα από τον οποίο δημιουργείται (Εικόνα 4.3). Καθώς εισάγονται οι τιμές των συντελεστών (Ck, Cf, Cs, Cc και Cm) πραγματοποιείται έλεγχος αν αυτοί βρίσκονται εντός του επιτρεπτού εύρους τιμών. Εάν αυτές δεν βρίσκονται εντός του εύρους αυτού εμφανίζεται μήνυμα σφάλματος στον χρήστη το οποίο του προτείνει να επιλέξει κάποια τιμή ανάμεσα στο επιτρεπτό εύρος τιμών.



Εικόνα 4.4: Απεικόνιση μετωπικού οδοντωτού τροχού με ευθείς οδόντες, με γωνία εξειλιγμένης 20 μοίρες.

Όπως προαναφέρθηκε εκτός από την απεικόνιση του τροχού και του κανόνα που τον παράγει, το πρόγραμμα επιστρέφει τις παραμετρικές εξισώσεις της εξειλιγμένης και του τροχοειδούς και τις τιμές των βασικών μεγεθών του τροχού.

```
Module: 2.00 mm
Minimum number of Teeth without undercuts: 21
Highest point of single tooth contact: 20.23 mm
Circles
 Addendum circle:
                                 22.00 mm
 Root circle:
                                 17.50 mm
 Basic circle:
                                 18.79 mm
                                18.80 mm
 Involute-fillet intersection:
                                 20.00 mm
 Pitch circle:
Fillet parametric equations:
 20*t*cos(t) - (35*sin(t))/2
 (35*\cos(t))/2 + 20*t*\sin(t)
```

Εικόνα 4.5: Δεδομένα που επιστρέφει το πρόγραμμα στον χρήστη.

Έχοντας λοιπόν τα απαφαίτητα δεδομένα για τον εκάστοτε οδοντωτό τφοχό καθίσταται δυνατή η σχεδίαση του.

### 4.2. Σχεδιασμός οδοντωτών τοοχών

Γνωρίζοντας τις παραμετρικές εξισώσεις και τις ακτίνες των βασικών κύκλων (κεφαλής, ποδός, κυλίσεως, βασικός, σημείου τομής εξειλιγμένης-τροχοειδούς) είναι εύκολη πλέον η τρισδιάστατη μοντελοποίηση οποιουδήποτε τροχού.

Αρχικά σχεδιάζεται ένας κύκλος αναφοράς με ακτίνα ίση με την ακτίνα του κύκλου κεφαλής. Αφού σχεδιαστεί ο κύκλος αυτός θα δοθεί το επιθυμητό πάχος του οδόντος με την εντολή «extrude». Στο επόμενο βήμα, γίνεται σχεδιασμός πάνω στην επιφάνεια που δημιουργήθηκε σχεδιάζοντας τους κύκλους που αναφέρθηκαν παραπάνω καθώς επίσης και των παραμετρικών εξισώσεων. Στη συνέχεια, με τις κατάλληλες μετατοπίσεις, ώστε να ταυτιστεί η καμπύλη του τροχοειδούς με εκείνη της εξειλιγμένης στο σημείο τομής τους και διαγραφές των ακμών που δεν χρειάζονται δίνεται η τελική μορφή της κατατομής του οδόντα. Στην Εικόνα 4.6 απεικονίζονται τα προαναφερθέντα μεγέθη στην μετωπική τομή και η τρισδιάστατη απεικόνισή τους σε κύλινδρο με χρήση της εντολής "extrude".



Εικόνα 4.6: Κύκλος αναφοράς ίσος με το κύκλο κεφαλής.

Στη συνέχεια είναι απαραίτητη η κοπή και η δημιουργία της ελίκωσης. Αυτό επιτυγχάνεται με την χρήση της εντολής «swept cut». Η χρήση αυτής της εντολής φαίνεται στις Εικόνες 4.7 και 4.8.



Εικόνα 4.7 : Δημιουργία ελικοειδούς οδόντα.



Εικόνα 4.8: Δημιουργία ελικοειδούς οδόντα σε συμπαγή απεικόνιση.

Για την ολοκλήφωση της δημιουφγίας του τφισδιάστατου μοντέλου είναι απαφαίτητη η δημιουφγία όλων των οδόντων του τφοχού καθώς και της οπής από την οποία θα διέφχεται ο άξονας που θα το συγκφατεί. Το πφώτο γίνεται κάνοντας χφήση της εντολής «Circular Pattern» ενώ η οπή με την εντολή «Extrude Cut» . Έπειτα από την πφαγματοποίηση των παφαπάνω βημάτων ο σχεδιασμός του οδοντωτού τφοχού έχει πλέον ολοκληφωθεί και απεικονίζεται στις Εικόνες 4.9-4.10.



Εικόνα 4.9 : Ελικοειδής οδοντωτός τροχός εξωτερικής οδόντωσης.



Εικόνα 4.10: Τελική μορφή του ελικοειδούς οδοντωτού τροχού (Μετωπική τομή).

## 5. Δημιουργία μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων

Στο κεφάλαιο αυτό παφουσιάζεται αναλυτικά η διαδικασία που ακολουθήθηκε ώστε να δημιουφγηθεί το κατάλληλο μοντέλο πεπεφασμένων στοιχείων που θα πφοσεγγίζει σε ικανοποιητικό βαθμό το πφαγματικό. Αναλυτικότεφα, γίνεται η επιλογή του τφοχού, του επιθυμητού υλικού, του είδους και του κατάλληλου μεγέθους των πεπεφασμένων στοιχείων, με γνώμονα τόσο την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων όσο και τη μείωση του υπολογιστικού φόφτου και τέλος των επιβαλλόμενων οφιακών συνθηκών.

Η μελέτη που έγινε είναι στατική, και πραγματοποιήθηκε κάνοντας χρήση του λογισμικού Ansys Workbench, έκδοσης 15.0.

### 5.1. Επιλογή τροχού

Ο τροχός που επιλέχθηκε για την ανάλυση αποτελείται από 18 οδόντες. Το module, το πάχος και η φόρτιση είναι μοναδιαία.

Το σύνηθες υλικό κατασκευής των οδοντωτών τροχών είναι ο χάλυβας. Για το λόγο αυτό επιλέγονται κάποιες συνηθισμένες τιμές όσον αφορά τα χαρακτηριστικά του.

Αναλυτικότερα το επιλεγμένο υλικό έχει τα εξής χαρακτηριστικά :

E=200 GPa ν=0.3 G=77GPa σ<sub>Δ</sub>=250 MPa σ<sub>E</sub>=460 MPa

Όπου:

Ε: Μέτοο ελαστικότητας του υλικού ν: Λόγος του Poisson G: Μέτοο διάτμησης σΔ: Όριο διαροοής σε εφελκυσμό σε: Αντοχή σε εφελκυσμό Έπειτα από τη μελέτη που γίνεται στον παραπάνω θεωρητικό τροχό, λόγω του ότι είναι μικρού μεγέθους και άρα υπολογιστικά ευκολότερο να διερευνηθούν οι συνθήκες λειτουργίας του, πραγματοποιείται μελέτη σε τροχούς μιας πραγματικής μετάδοσης ανεμογεννήτριας. Τα μεγέθη των εν λόγω τροχών είναι τα εξής:

	Sun	Planet	Ring	
Number of Teeth	21	39	99	
Pitch Diameter (mm)	215.6	400.4	1016.4	
Root Diameter (mm)	186.0	372.9	-	
Base Diameter (mm)	198.8	369.3	937.4	
Whole Depth Constant	2.4	2.4	2.4	
Tooth Thickness (mm)	16.84	18.80	8.55	
Module (mm)	10.0	10.0	10.0	
Backlash (mm)	0.25/0.29	0.25/0.29	0.30/0.36	
Pressure Angle		20.0°		
Center Distance (mm)	308.0			

Το παραπάνω πλανητικό σύστημα ανήκει σε μία ανεμογεννήτρια της εταιρίας GRC και είναι της τάξης των 750 KW. Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται μοντελοποιημένο το σύστημα αυτό.



Εικόνα 5.1 : Πλανητικό σύστημα ανεμογεννήτριας.

### 5.2. Επιλογή πεπερασμένων στοιχείων και πλεγματοποίηση

Τα πεπεφασμένα στοιχεία τα οποία αποτελούν το πλέγμα ανήκουν σε δύο κατηγοφίες. Η πφώτη κατηγοφία πεφιλαμβάνει αυτά που χφησιμοποιούνται για την πλεγματοποίηση των στεφεών γεωμετφιών του μοντέλου τα οποία είναι τα SOLID187. Η δεύτεφη κατηγοφία αφοφά αυτά που χφησιμοποιούνται για την πφοσομοίωση της επαφής μεταξύ των συνεφγαζόμενων επιφανειών, τα οποία είναι τα CONTA174 και TARGE170.

Τα SOLID187, είναι τοισδιάστατα δεκακομβικά πεπερασμένα στοιχεία με τοείς βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο, τις μετατοπίσεις κατά τις διευθύνσεις των αξόνων x, y, z. Τα συγκεκοιμένα πεπερασμένα στοιχεία προτιμώνται συνήθως σε περιπτώσεις που απαιτείται μοντελοποίηση με ανομοιογενή πλεγματοποίηση.

Αντιθέτως, τα CONTA174 και TARGE170, είναι πεπερασμένα στοιχεία που τοποθετούνται επάνω στην επιφάνεια, τρισδιάστατων στερεών (solid elements) ή

κελυφωτών (shell elements) πεπερασμένων στοιχείων και αποκτούν τα ίδια γεωμετρικά χαρακτηριστικά της επιφανείας του πεπερασμένου στοιχείου με την οποία συνδέονται.

Η επαφή μοντελοποιείται όταν η επιφάνεια του CONTA στοιχείου διεισδύει στην απέναντι επιφάνεια ενός TARGE πεπερασμένου στοιχείου.



TARGE170

Η εύφεση κατάλληλου πλέγματος για την οφθή επίλυση κάθε μοντέλου κφίνεται απαφαίτητη ώστε τα αποτελέσματα που θα πφοκύψουν να είναι αξιόπιστα. Αφχικά ο τφοχός ο οποίος μελετάται φοφτίζεται στο ανώτεφο σημείο μονής επαφής με δύναμη ίση με 1Ν. Η διακφιτοποίηση γίνεται αφχικά με σχετικά μεγάλου μεγέθους πεπεφασμένα στοιχεία. Στη συνέχεια, χφησιμοποιώντας την λειτουφγία αυτόματης βελτιστοποίησης του πλέγματος στις πεφιοχές που παφατηφούνται μεγάλες διαφοφές μεταξύ των τάσεων που υπολογίζονται, η τιμή της τάσης στην πεφιοχή του ποδός συγκλίνει σε μία τιμή. Έπειτα για να μην γίνεται κάθε φοφά που επιλύεται κάποιο μοντέλο η συγκεκφιμένη διαδικασία επιλέγεται πλεγματοποίηση κατάλληλου μεγέθους η οποία δίνει τις ίδιες τιμές.

Παρακάτω φαίνεται η πλεγματοποίηση που προέκυψε βάση της αυτόματης μείωσης των πεπερασμένων στοιχείων, η πλεγματοποίηση με την οποία παράγονται παρόμοια αποτελέσματα και το διάγραμμα σύγκλισης της υπολογιζόμενης τάσης.



Εικόνα 5.1: Αυτόματη πλεγματοποίηση με εμφανή μείωση του πλέγματος στον πόδα.



Εικόνα 5.2: Πλεγματοποίηση η οποία δίνει παρόμοια αποτελέσματα.



	Maximum Principal Stress (MPa)	Change (%)	Nodes	Elements
1	2,8107		61108	39769
2	3,0925	9,5483	82996	55352
3	3,0801	-0,40183	127454	87722

Εικόνα 5.3: Διάγραμμα σύγκλισης.

### 5.3. Στήριξη των μοντέλων και επιβαλλόμενα φορτία

Επειδή η φόρτιση δεν μπορεί να υπολογιστεί με ακρίβεια κατά τις συνθήκες ενσφήνωσης, το μοντέλο που μελετάται αποτελείται από δύο οδοντωτούς τροχούς σε συνεργασία. Αρχικά οι τροχοί εισάγονται στο Ansys όντας στην ονομαστική θέση λειτουργίας τους. Στη συνέχεια επιβάλλονται μετατοπίσεις και περιστροφές ως προς το σύστημα συντεταγμένων που βρίσκεται στο κέντρο κάθε τροχού. Για να υπάρχει η δυνατότητα μετατόπισης λοιπόν, η στήριξη που επιλέγεται για κάθε τροχό είναι «remote displacement». Στον ένα τροχό αφαιρούνται όλοι οι βαθμοί ελευθερίας του και ως πρώτο βήμα επιβάλλεται στον άξονα του αλλαγή είτε της γωνίας είτε της απόστασης από τον άλλο τροχό. Ο δεύτερος τροχός είναι ελεύθερος να περιστρέφεται ως προς το άξονα του, ενώ του εφαρμόζεται ροπή η οποία έχει ως αποτέλεσμα τη φόρτιση του οδόντα με 1Ν.



Εικόνα 5.4: Οριακές συνθήκες.

### 5.4. Συνεργαζόμενες επιφάνειες

Οι επιφάνειες του μοντέλου οι οποίες έρχονται σε επαφή κατά την προσομοίωση είναι οι συνεργαζόμενες επιφάνειες των κατατομών των οδοντωτών τροχών. Προκειμένου να μπορεί να αναγνωριστεί από το Ansys η επαφή μεταξύ των επιφανειών αυτών, είναι απαραίτητο να δηλωθεί η CONTACT και η αντίστοιχη TARGET επιφάνεια, ώστε στις πρώτες να τοποθετηθούν τα contact elements (CONTA174) και στις δεύτερες τα αντίστοιχα target elements (TARGE170).

Στην Εικόνα 5.5 παφουσιάζεται ενδεικτικά η επιφάνεια στην οποία τοποθετήθηκαν τα contact elements.



Εικόνα 5.5 : Επιφάνεια στην οποία τοποθετήθηκαν τα contact elements.

Μεταξύ των συνεργαζόμενων επιφανειών σε μια πραγματική συναρμολόγηση τροχών υπάρχει τριβή, αποφασίστηκε ωστόσο για λόγους μείωσης υπολογιστικού φόρτου και απλοποίησης του μοντέλου, η εμφανιζόμενη τριβή να μην συμπεριληφθεί.

Για την προσομοίωση που αφορά την μεταβολή της απόστασης αξόνων, επιλέχθηκε δισδιάστατη ανάλυση για την μείωση του υπολογιστικού φόρτου με ίδιες οριακές συνθήκες και πλέγμα κατάλληλου μεγέθους ώστε να δίνει τα ίδια αποτελέσματα με την τρισδιάστατη ανάλυση.

## 6. Αποτελέσματα

### 6.1. Μεταβολή απόστασης αξόνων

Η πρώτη ανάλυση γίνεται για την ονομαστική απόσταση αξόνων ώστε να συγκριθούν τα υπόλοιπα αποτελέσματα με αυτή. Επειδή κατά τη συνεργασία δίδεται μια χάρη κατατομών, όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενη ενότητα, έτσι κι εδώ η ονομαστική απόσταση αξόνων θεωρείται αυξημένη κατά 0.15mm. Ξεκινώντας λοιπόν από την ονομαστική απόσταση αξόνων οι τροχοί πλησιάζουν μεταξύ τους κατά 0,05mm μέχρι να υπάρξει ενσφήνωση η οποία συμβαίνει για dA=0.2mm.

Παρακάτω φαίνεται η αναπτυσσόμενη τάση στον πόδα ως προς την περιστροφή του τροχού σε μοίρες για dA=0, ... , 0,15.



Εικόνα 6.1 : Τάση ποδός σε συνάρτηση με την γωνία περιστροφής.

Παρατηρείται ότι δεν υπάρχουν μεγάλες διαφορές στην αναπτυσσόμενη τάση όσο πλησιάζουν οι τροχοί μεταξύ τους μέχρι η χάρη κατατομών να πάρει μηδενική τιμή. Η μέγιστη τιμή που φαίνεται στο διάγραμμα εμφανίζεται στη θέση των τροχών που αντιστοιχεί στο ανώτερο σημείο μονής επαφής.



Εικόνα 6.2 : Τάση ποδός σε συνάρτηση με την γωνία περιστροφής.

Ωστόσο, όταν η απόσταση αξόνων των τροχών μειωθεί περισσότερο, οι αναπτυσσόμενες τάσεις είναι αρκετά αυξημένες σε σχέση με προηγουμένως. Παρακάτω φαίνεται ένα στιγμιότυπο της ανάλυσης για dA=0.2mm. Φαίνεται ξεκάθαρα πως υπάρχει επαφή και στις δύο πλευρές του οδόντος κατά τη μεταφορά ισχύος με αποτέλεσμα την κάμψη του.



Εικόνα 6.3 : Στιγμιότυπο ενσφήνωσης τροχού.

Παρακάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα για την μείωση της ονομαστικής απόστασης αξόνων και για την πραγματική μετάδοση της ανεμογεννήτριας. Στην περίπτωση αυτή, επειδή το backlash είναι διαφορετικό και ίσο με 0,6mm, οι μετατοπίσεις είναι 0, 0.2, 0.4, 0.6 και 0,8.



Εικόνα 6.4 : Τάση ποδός σε συνάρτηση με την γωνία περιστροφής για την μετάδοση της ανεμογεννήτριας.

Παρατηρείται και σε αυτήν την περίπτωση πως δεν υπάρχει ουσιαστική μεταβολή των τάσεων όσο η χάρη κατατομών είναι μεγαλύτερη η ίση του μηδενός. Όταν όμως η απόσταση αξόνων γίνει μικρότερη από εκείνη στην οποία το backlash είναι μηδενικό, τότε υπάρχει πάλι αύξηση των τάσεων στην περιοχή του ποδός με ακόλουθο την αυξημένη πιθανότητα θραύσης του οδόντος.



Εικόνα 6.5 : Τάση ποδός πραγματικού τροχού για φόρτιση κατά την ονομαστική απόσταση αξόνων.

### 6.2. Περιστροφή ως προς άξονα γ

Η δεύτερη προσομοίωση αφορά την περιστροφή των τροχών κατά τον άξονα y.



Εικόνα 6.6 : Περιστροφή τροχών ως προς τον άξονα γ.

Η γωνία περιστροφής μεταβάλλεται από μηδέν έως δύο μοίρες με βήμα 0,5 μοίρες κάθε φορά. Η ανάλυση αυτή έδειξε πως δεν είναι δυνατό να υπάρξει ενσφήνωση για ρεαλιστικές τιμές της γωνίας, ωστόσο το αποτέλεσμα μιας τέτοιας περιστροφής είναι η μετατόπιση της μέγιστης τάσης από το κέντρο του πόδα για Ry=0 προς το άκρο του όσο η περιστροφή αυξάνεται.



Εικόνα 6.7 : Αναπτυσσόμενη πρώτη κύρια τάση στον πόδα λόγω της περιστροφής των τροχών ως προς τον άξονα y για γωνία Ry=0° και Ry=2° αντίστοιχα.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικότερα η τάση σε σχέση με το πάχος του οδοντωτού τροχού για γωνίες περιστροφής από 0 έως 2 μοίρες.



Εικόνα 6.8 : Αναπτυσσόμενη τάση ως προς το πάχος του τροχού για γωνία από Ry=0° έως Ry=2°

Παρατηρείται πως ακόμα και μια μικρή αλλαγή στην γωνία στροφής των τροχών αλλάζει σημαντικά την θέση μέγιστης τάσης στην περιοχή του ποδός ενώ μετά από αυτήν την αλλαγή, η μετατόπιση αυτής της τιμής δεν είναι τόσο σημαντική. Όσον αφορά τις αναπτυσσόμενες τάσεις παρουσιάζονται αυξημένες κατά περίπου 25%.

Ομοίως τα αποτελέσματα για την στροφή των πραγματικών τροχών.



Εικόνα 6.9 : Αναπτυσσόμενη τάση ως προς το πάχος του τροχού για γωνία από Ry=0° έως Ry=2°



Εικόνα 6.10 : Αναπτυσσόμενη τάση για γωνία Ry=2°

### 6.3. Περιστροφή ως προς άξονα χ

Η τελευταία προσομοίωση αφορά την περιστροφή των τροχών ως προς τον άξονα x.



Εικόνα 6.11 : Περιστροφή τροχών ως προς τον άξονα χ.

Η γωνία περιστροφής μεταβάλλεται από μηδέν έως δύο μοίρες με βήμα 0,5 μοίρες κάθε φορά. Η ανάλυση αυτή όπως και η προηγούμενη έδειξε πως δεν είναι δυνατό να υπάρξει ενσφήνωση, ωστόσο το αποτέλεσμα μιας τέτοιας περιστροφής είναι η μετατόπιση της μέγιστης τάσης από το κέντρο του πόδα για Rx=0 προς το άκρο του όσο η περιστροφή αυξάνεται.



Εικόνα 6.12 : Αναπτυσσόμενη τάση για περιστροφή τροχών ως προς άξονα χ.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικότερα η τάση σε σχέση με το πάχος του οδοντωτού τροχού για γωνίες περιστροφής από 0 έως 2 μοίρες.





Τέλος, παρατίθεται όπως και προηγουμένως το ίδιο διάγραμμα με τις μέγιστες αναπτυσσόμενες τάσεις για τον πραγματικό τροχό. Η ανάλυση έγινε αυτήν την φορά λαμβάνοντας υπόψη τη διαφορά στο πάχος μεταξύ των δύο τροχών, καθώς ο πραγματικός είναι 200 φορές μεγαλύτερος. Ως εκ τούτου και οι περιστροφές είναι ανάλογης τάξης μικρότερες.



Εικόνα 6.14 : Αναπτυσσόμενη τάση ως προς το πάχος του πραγματικού τροχού για γωνία από Rx=0° έως Rx=0,01°



Εικόνα 6.15 : Αναπτυσσόμενη τάση για γωνία Rx=0,01°

Στην περίπτωση αυτή παρατηρείται μια προοδευτικότερη μετακίνηση της θέσης της μέγιστης αναπτυσσόμενης τάσης έναντι της περιστροφής κατά τον άξονα y.

## 7. Συμπεράσματα και σχόλια

Στην εργασία αυτή γίνεται μία πρώτη προσπάθεια μοντελοποίησης του φαινομένου της ενσφήνωσης οδοντωτών τροχών. Έγινε χρήση δύο μοντέλων, ενός φανταστικού, μικρού μεγέθους τροχού και ενός τροχού πραγματικής μετάδοσης μιας ανεμογεννήτριας. Βρέθηκε πως ενσφήνωση μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνο αν η απόσταση αξόνων μειωθεί περισσότερο από όσο είναι αρκετό ώστε το διάκενο μεταξύ των οδοντωτών τροχών να γίνει μηδενικό, κάτι το οποίο έχει σαν αποτέλεσμα η μέγιστη ορθή τάση να αυξάνεται σημαντικά.

Όσον αφορά στη μεταβολή της γωνίας μεταξύ των αξόνων των δύο τροχών, δε φαίνεται να προκαλείται ενσφήνωση, ενώ και οι τάσεις που αναπτύσσονται δεν παρουσιάζονται υπερβολικά αυξημένες, όπως συμβαίνει στην πρώτη περίπτωση. Ωστόσο η λειτουργία των τροχών υπό αυτές τις συνθήκες, είναι δυνατό να προκαλέσει βλάβες, καθώς και σε αυτήν την περίπτωση υπάρχει μία αύξηση της τάσης ενώ επιπρόσθετα, το σημείο αυτό που η τάση γίνεται μέγιστη όσον αφορά στο πάχος των τροχών, μετατοπίζεται σημαντικά από το κέντρο στην άκρη του οδόντα. Τα αποτελέσματα αυτά είναι κοινά και για τις δύο περιπτώσεις τροχών που μελετήθηκαν. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί πως μια μικρή μεταβολή της γωνίας στροφής κατά y επηρεάζει σε μεγαλύτερο βαθμό την μετατόπιση του σημείου της μέγιστης αναπτυσσόμενης τάσης ενώ περαιτέρω αύξηση της δεν επηρεάζει σημαντικά την θέση αυτή. Αντίθετα, η στροφή κατά x φαίνεται να μεταβάλλει ομαλότερα τη μετατόπιση του σημείου αυτού.

Η παρούσα εργασία θα μπορούσε να επεκταθεί με σκοπό την ανάπτυξη μιας μεθοδολογίας υπολογισμού της απαιτούμενης χάρης κατατομών για μια πληθώρα εφαρμογών, έτσι ώστε να αποφευχθεί στα πλαίσια του δυνατού, η ενσφήνωση κάτι το οποίο έχει ως αποτέλεσμα την αστοχία της χρησιμοποιούμενης μετάδοσης. Για να γίνει κάτι τέτοιο είναι απαραίτητο να γίνει ενδεχομένως μία πειραματική διερεύνηση και επαλήθευση των αποτελεσμάτων που εξάχθηκαν εδώ. Τέλος, μια τέτοια διαδικασία θα μπορούσε να επεκταθεί και για άλλους οδοντωτούς τροχούς πέρα από αυτούς που μελετήθηκαν εδώ, όπως τροχούς με διαφορετικά module, αριθμό οδόντων, πάχους κλπ με σκοπό την εύρεση εξάρτησης της αναπτυσσόμενης τάσης σε σχέση με αυτά τα μεγέθη η ακόμα και για διαφορετικούς τύπους οδοντωτών τροχών όπως ελικοειδείς, εσωτερικής οδόντωσης, κωνικούς και άλλους συχνά χρησιμοποιούμενους στις μεταδόσεις ισχύος.

## 8. Βιβλιογραφία

[1] Θ.Ν. Κωστόπουλος, «Οδοντώσεις και Μειωτήρες Στροφών», εκδόσεις Συμεών ,Αθήνα 1991

[2] Lewis W.''Investigation of Strength of Gear Teeth'', *Proceedings of the Engineering Club No. 1*, Philadelphia, 1882

[3] Solidworks Educational Edition, 2012-2013, Solidworks user manual, Dassault Systèmes SolidWorks Corp.

[4] Ansys 2014, Inc, Ansys Workbench user's guide

[5] AGMA 908-B89 Geometry Factors for Spur and Helical Gears.

[6] AGMA 2001-D04 Rating of Spur and Helical Gears.

[7] Διπλωματική εργασία, Γιακουμής Γεώργιος, Εργαστήριο Στοιχείων Μηχανών, Αθήνα 2015

[8] Διπλωματική εφγασία, Ιωάννης Κανελλόπουλος, Εφγαστήφιο Στοιχείων Μηχανών, Αθήνα 2014

[9] https://en.wikipedia.org/wiki/Gear

[10] http://www.nrel.gov/wind/grc/publications.html

[11] Ashok D.,Belegundu, Tirupathi R.,Chandrupatla, «Introduction to Finite Elements in Engineering», Pearson Education Limited ,2003