



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ

*Αποτύπωση σφαλμάτων εξειλιγμένης και εξέλιξη τους  
κατά τη διαδικασία στίλβωσης με χρήση τεχνικών  
αντιστρόφου σχεδιασμού σε βαθμίδα τοξοτών κωνικών  
τροχών.*

Μεταπτυχιακή Εργασία

**ΙΩΑΚΕΙΜΙΔΗΣ ΘΕΟΔΩΡΟΣ**

Επιβλέπων : Β. Σπιτάς

ΑΘΗΝΑ 2015



# ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εργασία μελετά την μετάδοση κίνησης ενός καταμαράν πλοίου, όπου ένας οδόντας της κορώνας κάμφθηκε λόγω υπερφόρτωσης από ένα αλλότροιο αντικείμενο. Το νέο ζευγάρι οδοντωτών τροχών, αποτελούμενο από ένα πινίον διαμέτρου 330 mm και μία κορώνα 500 mm, δεν ακολούθησε την συνήθη διαδικασία παραγωγής, η οποία συνήθως αποτελείται από τρία στάδια, την εκχόνδρωση, την λείανση (grinding) και την λείανση με λειαντικό μείγμα (lapping) (συνήθως σμυριδαλοϊφή). Εναλλακτικά, οι δύο οδοντωτοί τροχοί εναθρακώθηκαν (επιτυγχάνοντας επιφανειακή σκληρότητα μεταξύ 58 και 60 HRC) και στην συνέχεια ακολούθησαν απευθείας την διαδικασία του lapping τοποθετημένοι εκτός του κέντρου λειτουργίας τους και με συνεχή σύγκλιση προς αυτό. Μέσω ομαλής μετάβασης πάνω στον κώνο κύλισης τους, με σκοπό την επίτευξη ίδιας γωνίας πίεσης προσέγγισαν την ονομαστική τους θέση λειτουργίας, ως εκ τούτου ανέπτυξαν συζευγμένα προφίλ αλλά διαφορετικά από τα ονομαστικά. Η γεωμετρική σύγκριση μεταξύ των αρχικών και των τελικών επιφανειών έγινε χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα Geomagic Foundation λαμβάνοντας σημεία με χρήση του ρομποτικού βραχίονα FARO arm. Εν τέλει τα λειασμένα γρανάζια δοκιμάστηκαν στην ονομαστική θέση τους επάνω στο καράβι, χωρίς να εμφανιστεί θόρυβος λειτουργίας ή υψηλές δονήσεις.

# ABSTRACT

This paper presents a study of a marine application (a catamaran power transmission) where a wheel tooth failed in bending due to overloading by a foreign object. The new gear set consisting of a pinion and a wheel roughly 330 mm and 500 mm in diameter respectively, did not follow the usual manufacturing procedure for this type of gears consisting of hobbing, grinding and lapping and was delivered in the as-hobbed, case-carburised condition (reaching a surface hardness between 58 and 60 HRC), since the only grinding machine for such gears in the vicinity of the shipyard would be available after three months. In order to finish-machine these gears an alternative method involving off-center lapping was employed. During this procedure the gears were positioned off centered on a lathe machine and via their smooth transition over the cone pitch circle until they reached their nominal operating position they achieved the same pitch pressure angle hence developing mating profiles other than nominal. A geometrical comparison between the initial and the final gear profiles was carried out using the Geomagic Software by taking cloud points from a FARO arm probe. Finally, the lapped gears were tested in their nominal center-distance position on the ship, without having unacceptable operating noise or high vibrations.

# ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή και επιβλέποντα της εργασίας μου Δρ. Β. Σπιτά για την συμβολή του στην διεύρυνση των γνώσεων μου πάνω στην μηχανική των οδοντωτών τροχών και τις εφαρμογές της.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Γεώργιο Γιακουμή και τον Χριστόδουλο Κουγιουμτζόγλου για την προσφορά των μηχανικών(αλλά και γενικών) γνώσεων, όπου χωρίς αυτή θα ήταν δυσκολότερη η ολοκλήρωση της δουλειάς μου.



Αφιερώνεται, σε όσους  
ξόδεψαν τον χρόνο τους για να  
πετύχει αυτή η δουλειά.





## Περιεχόμενα

1.Εισαγωγή .....	11
2.Κωνικοί οδοντωτοί τροχοί .....	13
2.1.Γενικά .....	13
2.2.Γεωμετρία τοξωτών κωνικών τροχών .....	15
2.3. Δυνάμεις κωνικών τροχών.....	20
2.4.Υπολογισμός πίεσης επιφανείας(Hertzian Pressure).....	22
3.Βλάβες οδοντωτών τροχών .....	25
3.1.Γενικές αιτίες βλαβών.....	25
3.2.Είδη βλαβών .....	26
4.Διαδικασία λείανσης .....	29
4.1.Grinding-Honning.....	29
4.2.Lapping .....	30
5.Επεξεργασία των οδοντωτών τροχών σε ψηφιακή μορφή μέσω του προγράμματος Geomagic .....	31
5.1.Geomagic Studio (ανακατασκευή των τροχών) .....	31
5.1.1 Δημιουργία CAD μοντέλων .....	33
5.1.2.Δημιουργία νέφους σημείων .....	36
5.2.Geomagic Qualify (Σύγκριση των τροχών πριν και μετά το lapping) .....	37
5.3.Σύγκριση του ζεύγους τροχών στην θέση λειτουργίας τους.....	43
6.Υπολογισμός των συνθηκών της κατεργασίας.....	47
6.1.Γενικά στοιχεία.....	47
6.2.Υπολογισμός του συντελεστή φθοράς $k$ .....	50
6.3.Υπολογισμός της πίεσης επιφανείας $P$ .....	57
7.Συμπεράσματα.....	61
8.Βιβλιογραφία.....	62



## 1.Εισαγωγή

Το ζεύγος οδοντωτών τροχών που μελετήθηκε ανήκει στην κατηγορία των κωνικών οδοντωτών τροχών με τοξοτούς οδόντες και είναι μέρος ενός εσωλέμβιου συστήματος μετάδοσης. Το σύστημα αυτό είναι εγκατεστημένο σε ένα ειδικά διαμορφωμένο χώρο(στο μηχανοστάσιο), του οποίου βασικοί στόχοι είναι η επίτευξη μεγαλύτερης οικονομίας στα καύσιμα, οι χαμηλότεροι ρύποι, η ελάτωση του θορύβου λειτουργίας αλλά και η συνεχής προσπάθεια για πιο ελαφριά και συμπαγή κατασκευή ώστε το πλοίο να πετυχαίνει μεγαλύτερες αποδόσεις. Τα κράματα των μετάλλων που χρησιμοποιούνται είναι ειδικά ώστε να αντέχουν στη διάβρωση λόγω του θαλασσινού νερού. Η μετάδοση της κίνησης γίνεται με άξονα που συνδέει τον κινητήρα με τον έλικα, ο οποίος συνήθως ευθυγραμμίζεται στις 15° και περνάει μέσα από ένα σωλήνα της πρύμνης που βρίσκεται στην καρίνα και λέγεται «χωνί». Ένας μειωτήρας στροφών κρίνεται απαραίτητος για να ελέγχονται οι στροφές του έλικα.

Κατά την διάρκεια λειτουργίας του καταμαράν πλοίου, ένας οδόντας της κορώνας έσπασε και ο πλοιοκτήτης αναγκάστηκε να τοποθετήσει ένα νέο ζεύγος τροχών,το οποίο απέτυχε να λειτουργήσει ορθά λόγω κακής τεχνικής κατασκευής αυτών. Σε αυτό το στάδιο συνέβαλε ο Δρ.Σπιτάς με στόχο να βελτιωθούν οι ήδη υπάρχοντες οδοντωτοί τροχοί και να ανακατασκευαστούν, ώστε ο πλοιοκτήτης να αποφύγει νέες δαπάνες για αγορά οδοντωτών τροχών ή κατασκευή νέων. Οι οδοντωτοί τροχοί, έχοντας κύριο σκοπό την ελάτωση του θορύβου κατά την λειτουργία τους, ακολούθησαν συγκεκριμένα βήματα επεξεργασίας. Αρχικά, το ζεύγος τροχών τοποθετήθηκε σε τόρνο και δούλεψε για συγκεκριμένο διάστημα χρόνου, καλλυμένο με αλοιφή σμύριδας ώστε να εξελίσσεται ομαλά η λείανση(lapping) των τροχών και να αφαιρείται μεγαλύτερος όγκος υλικού. Πριν και μετά την την διαδικασία της λείανσης λήφθησαν δεδομένα της γεωμετρίας αυτών. Τελειώνοντας την διεργασία του lapping τα γρανάζια εμποτίστηκαν με ειδική βαφή ώστε να ελεγχθεί το μοτίβο επικοινωνίας πινιόν-κορώνας.

Η διαδικασία κρίθηκε επιτυχής και στην παρούσα εργασία θα δειχθεί και με βάση την θεωρία, ότι τα βήματα που ακολουθήθηκαν επέτυχαν τον στόχο τους, χρησιμοποιώντας κυρίως την τεχνική της αντίστροφης μηχανικής των δύο τροχών.

Η αντίστροφη μηχανική είναι η διαδικασία αποσυναρμολόγησης τελικών προϊόντων με σκοπό την κατανόηση της λειτουργίας τους και τον σχεδιασμό των επιμέρους κομματιών που το απαρτίζουν. Είναι από τους πιο γρήγορους τρόπους ανάπτυξης προϊόντος και τοιούτοτρόπως μπορεί να κατασκευασθεί οποιοδήποτε εξάρτημα έχει φθαρεί ή λείπει από ένα μηχάνημα και δεν

διατίθεται λόγω δαπάνης ή τεχνικών δυσκολιών. Το πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε για την αποκατάσταση της μορφής των δύο οδοντωτών τροχών είναι το Geomagic Foundation όπως προαναφέρθηκε.

#### Στην παρούσα εργασία:

Αρχικά, παρουσιάζεται επιγραμματικά η γεωμετρία των κωνικών οδοντωτών τροχών με τοξοτούς οδόντες, οι λόγοι φθοράς αυτών αλλά και η διαδικασία αποκατάστασης αυτών.

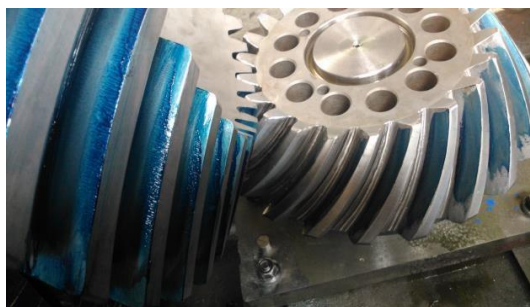
Έπειτα, περιγράφεται πως τα δεδομένα του ζεύγους των γραναζιών επεξεργάστηκαν στο πρόγραμμα Geomagic Studio για την ανακατασκευή των ψηφιακών τους μορφών και πως τοποθετήθηκαν στο Geomagic Qualify, έχοντας ένα αρχικό και ένα τελικό στάδιο για κάθε ένα από τα 2 γρανάζια, ώστε αυτά τα δεδομένα να συγκριθούν και να βρεθούν οι διαφορές τους.

Ακολούθως δημιουργήθηκαν παράλληλες και εγκάρσιες τομές ως προς τον κώνο κυλίσεως των δύο οδοντωτών τροχών, ώστε να δημιουργηθεί ένα πλέγμα σημείων και να μελετηθεί.

Τέλος υπολογίστηκαν αναλυτικά οι τιμές της φθοράς, της πίεσης επιφανείας αλλά και των ταχυτήτων που ανέπτυξαν οι δύο οδοντωτοί τροχοί κατά την διαδικασία ώστε να εξαχθούν στατιστικά στοιχεία τα οποία αποδεικνύουν ότι η διαδικασία ήταν εντός των επιτρεπτών ορίων.



Εικόνα 1.1: Οι δύο οδοντωτοί τροχοί καλυμμένοι με σμυριδαλοφή.



Εικόνα 1.2: Έλεγχος μοτίβου επικοινωνίας των συνεργαζόμενων οδοντωτών τροχών.

## 2.Κωνικοί οδοντωτοί τροχοί

### 2.1.Γενικά

Οι κωνικοί τροχοί χρησιμοποιούνται για την μετάδοση κινήσεως και μεταφορά ισχύος μεταξύ τεμνόμενων ατράκτων. Περισσότερο εν χρήσει είναι οι κωνικοί τροχοί με άξονες τεμνόμενους υπό γωνία  $90^\circ$  (όπως και στην παρούσα περίπτωση). Μεταδόσεις κινήσεως που τέμνονται υπό άλλη γωνία, καλούνται γωνιακές μεταδόσεις και σπανίως χρησιμοποιούνται διότι το κέλυφος του μηχανισμού τους έχει πολύπλοκο σχήμα και είναι δύσκολο να κατασκευασθεί. Μολονότι, τόσο η κατασκευή των κωνικών τροχών (η οποία γίνεται σε ειδικές μηχανές κοπής) όσο και η συναρμολόγηση του μηχανισμού είναι πολύπλοκότερη εκείνης των μετωπικών τροχών, εν τούτοις οι κωνικοί τροχοί εφαρμόζονται συχνά στη μετάδοση κινήσεως και μεταφορά ισχύος.

Υπάρχουν διάφορα είδη κωνικών τροχών:

#### 1. Κωνικοί τροχοί με ευθείς οδόντες (Straight Bevel Gears) (Εικόνα 2.1)

Αποτελούν τον απλούστερο τύπο κωνικών τροχών. Το όνομα τους προέρχεται από το γεγονός ότι οι οδόντες είναι ευθύγραμμοι και αν επεκτεθούν προς το εσωτερικό του τροχού θα συναντήσουν τον άξονα του τροχού στο ίδιο σημείο. Χρησιμοποιούνται συνήθως για μικρές ταχύτητες αρχικού κώνου, έως  $4 \text{ m/sec}$ , όταν η ομοιομορφία μεταδόσεως κινήσεως και φορτίων καθώς επίσης και ο χαμηλός θόρυβος δεν είναι από τις βασικές απαιτήσεις της κατασκευής.

#### 2. Κωνικοί τροχοί ZEROL (Εικόνα 2.2)

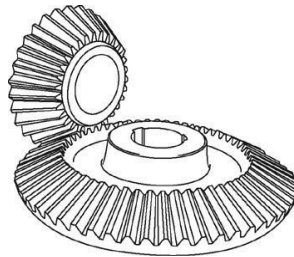
Ομοιάζουν με τους προηγούμενους με εξαίρεση ότι οι οδόντες τους είναι καμπυλωμένοι, η δε γωνία κλίσεως των οδόντων ως προς την ακτίνα, στη μέση διάμετρο, είναι μηδενική. Δέχονται τις ίδιες με αυτούς δυνάμεις, στις αρχικές επιφάνειες, και επομένως μπορούν να τους αντικαταστήσουν ακριβώς στη θέση τους σε ένα μηχανισμό.

#### 3. Τοξωτοί κωνικοί τροχοί (Spiral Bevel Gears) (Εικόνα 2.3)

Στους τροχούς αυτούς οι οδόντες είναι καμπυλωμένοι και ευρίσκονται υπό κλίση, ως προς την ακτίνα, στη μέση διάμετρο. Έτσι επιτρέπουν την βαθμιαία και ομαλή συνεργασία, καθ' όλη την διάρκεια του τμήματος επαφών. Επομένως, ενδείκνυται στις εφαρμογές υψηλών ταχυτήτων και όπου η μείωση θορύβου και ταλαντώσεων λαμβάνουν πρωταρχικό ρόλο (σε αυτήν την κατηγορία ανήκουν και τα προς μελέτη γρανάζια).

#### 4. Υποειδείς τροχοί (Hypoid Gears) (Εικόνα 2.4)

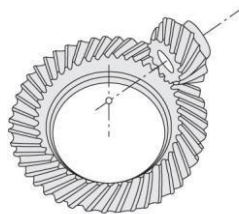
Οι άξονες των συνεργαζόμενων τροχών είναι ασύμβατοι σε μικρή απόσταση, η οποία λέγεται μετάθεση(συνήθως ο άξονας του πινιόν έχει μικρη θετική ή αρνητική μετάθεση σε σχέση με τον άξονα της κορώνας). Ομοιάζουν με τους τοξωτούς, με την βασική διαφορά ότι οι αρχικές τους επιφάνειες είναι υπερβολειδείς και όχι κωνικές. Γενικώς, οι υποειδείς τροχοί χρησιμοποιούνται στις περιπτώσεις που απαιτείται μικρός θόρυβος και μεγάλη ομοιομορφία κινήσεως. Η βασικότερη εφαρμογή τους είναι στα διαφορικά των αυτοκινήτων. Ο ελάχιστος αριθμός οδόντων για το πινιόν είναι 8 για σχέσεις μεταδόσεως μεγαλύτερες του 6 και ο αριθμός οδόντων 6 για μικρότερες σχέσεις μειώσεως στροφών.



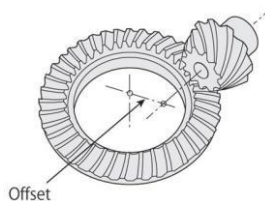
Εικόνα 2.1: Straight Bevel Gears.



Εικόνα 2.2: ZEROL Gears.



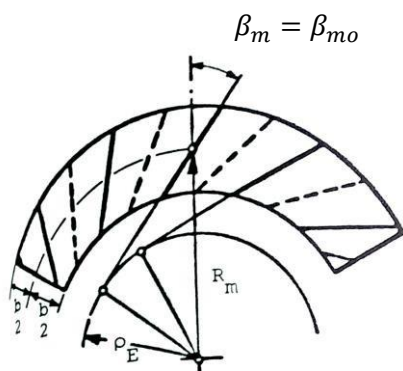
Εικόνα 2.3: Spiral Bevel Gears.



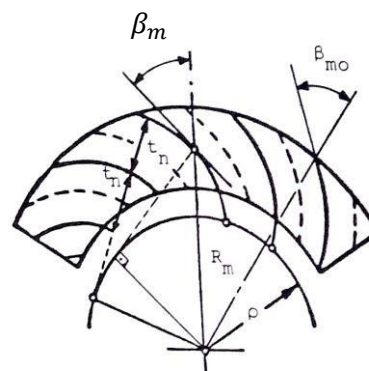
Εικόνα 2.4: Hypoid Gears.

## 2.2.Γεωμετρία τοξωτών κωνικών τροχών

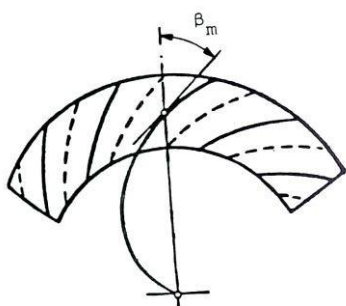
Σε υψηλές ταχύτητες οι συνήθεις κωνικοί τροχοί δημιουργούν θόρυβο. Σε αυτές τις περιπτώσεις ενδείκνυται η χρήση τοξωτών κωνικών τροχών. Στην Εικόνα 2.5 παρουσιάζονται 4 τύποι αυτών των οδοντωτών τροχών.



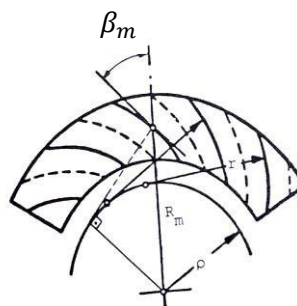
Εικόνα 2.5α: Ευθείς δεξιόστροφοι οδόντες [1].



Εικόνα 2.5β: Αριστερόστροφοι οδόντες μορφής εξελιγμένης ( $t_n = \pi \cdot m_n$ ) [1].



Εικόνα 2.5γ: Δεξιόστροφοι οδόντες μορφής σπείρας [1].



Εικόνα 2.5δ: Αριστερόστροφοι οδόντες μορφής τόξου κύκλου [1].

Όπως στον υπολογισμό των συνήθων κωνικών τροχών (με οδόντες ευθείς μηδενικής κλίσης ως προς την ακτίνα του επιπέδου τροχού) χρησιμοποιούνται τα μεγέθη του επιπέδου κωνικού τροχού, έτσι και για τον υπολογισμό των τοξωτών τροχών γίνεται αναγωγή κάθε φορά στον αντίστοιχο επίπεδο τροχό. Η μετάθεση των οδόντων των τοξωτών τροχών εξασφαλίζει μεγαλύτερο βαθμό επικαλύψεως βαθμίδας, δηλαδή θέτει σε συνεργασία περισσότερα ζεύγη οδόντων.

Η βασική γεωμετρία όλων των κωνικών τροχών είναι ίδια, όσον αφορά τους κυλιόμενους κόλπουρους κώνους συνεργαζόμενων τροχών βαθμίδας. Η διαφορά κάθε τύπου κωνικών τροχών φαίνεται στον τρόπο διαστασιολόγησης των τροχών και στον υπολογισμό των δυνάμεων. Έχοντας υπόψη την γεωμετρία

τόσο των συνήθων κωνικών τροχών αλλά και των ελικοειδών μετωπικών οδοντώσεων, ορίζονται τα κάτωθι μεγέθη [1] :

- $\delta_{01} + \delta_{02} = 90^\circ$  (1)

όπου  $\delta_{01}$  και  $\delta_{02}$  είναι οι ημιγωνίες των αρχικών κώνων των τροχών.

- $d_{01}, d_{02}$

οι διάμετροι των αρχικών κύκλων του πινιόν και της κορώνας.

- $d_{m1}, d_{m2}$

- οι μέσες αρχικές διαμέτροι του πινιόν και της κορώνας.

- $i_{12} = \frac{d_{02}}{d_{01}} = \frac{\eta\mu\delta_{01}}{\eta\mu\delta_{02}} = \frac{d_{m1}}{d_{m2}}$  (2)

σχέση μετάδοσης της βαθμίδας των κωνικών τροχών.

- $t_{nm} = \pi \cdot m_{nm}$  (3)

βήμα οδοντώσεως καθέτου τομής οδόντος στην ακτίνα αρχικού κύκλου  $R_m$  του επιπέδου τροχού. Η οδόντωση αυτή έχει *module* το  $m_{nm}$ . Στην Εικόνα 2.6 φαίνεται η εν λόγω τομή I-I.

- $t_{no} = \pi \cdot m_{no}$  (4)

βήμα οδοντώσεως καθέτου τομής οδόντος στην ακτίνα αρχικού κύκλου  $R_a$  του επιπέδου τροχού, όπου ευρίσκεται το τυποποιημένο *module*  $m_{no}$ . Λόγω των ιδιοτήτων της εξελιγμένης, ισχύει για τους τοξωτούς τροχούς της Εικόνας 2.5β.

- $t_{so} = \pi \cdot m_{so}$  (5)

βήμα οδοντώσεως μετρούμενο επί της εξωτερικής περιφέρειας του επιπέδου τροχού ακτίνας  $R_a$  όπου το *module* είναι  $m_{so}$ .

- $t_{sm} = \pi \cdot m_{sm}$  (6)

βήμα οδοντώσεως μετρούμενο επί της μέσης περιφέρειας του επιπέδου τροχού όπου η ακτίνα είναι η μέση ακτίνα  $R_m$ . Το  $m_{sm}$  είναι το μέσο *module* της κατανομής.

- $R_a = \frac{d_o}{2 \cdot \eta\mu\delta_o}$  (7)

ακτίνα του αρχικού(εξωτερικού) κύκλου του επιπέδου τροχού.

- $R_m = \frac{d_m}{2 \cdot \eta\mu\delta_o}$  (8)

ακτίνα μέσου αρχικού κύκλου του επιπέδου τροχού(μέση ακτίνα).

- $b = \frac{R_a}{3.75} + \frac{R_a}{3.25}$  (9)

το πλάτος τόσο του επιπέδου όσο και του κωνικού τροχού. Το μήκος των οδόντων είναι μεγαλύτερο από το  $b$ .

- $\beta_{mo}$

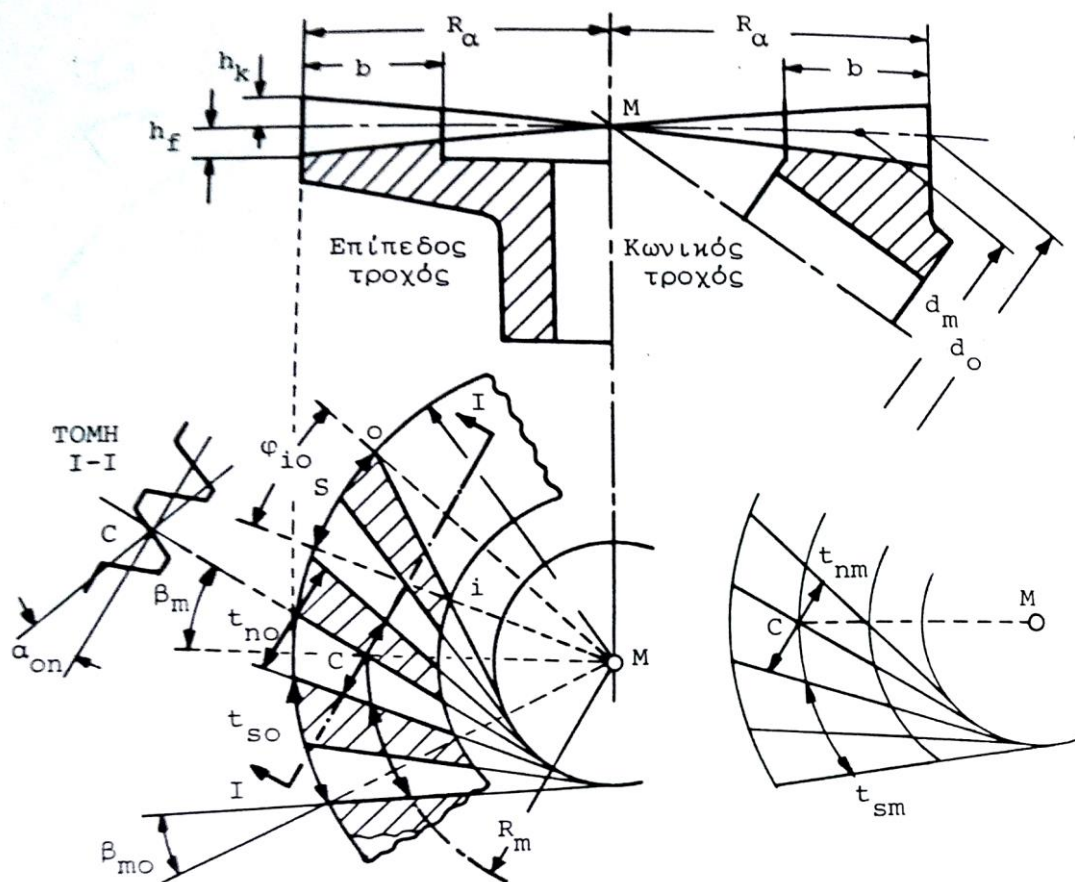
κλίση οδόντος ως προς την ακτίνα του επιπέδου τροχού σε σημείο της εξωτερικής περιφέρειας ακτίνας  $R_a$ .

- $\beta_m$

κλίση οδόντος ως προς την ακτίνα του επιπέδου τροχού σε σημείο της μέσης περιφέρειας ακτίνας  $R_m$ . Η γωνία αυτή συνήθως είναι  $35^\circ$ .



- $\varphi_{io}$   
η γωνία των ακτινών του επιπέδου τροχού των οριζομένων υπό της αρχής 'i' και τέλους 'o' του οδόντος όπως φαίνεται στην Εκόνα 2.6.
- $d_k$   
διάμετρος κύκλων κεφαλής οδόντων του κωνικού τροχού.
- $h_k$   
ύψος κεφαλής οδόντος στην ακτίνα  $R_\alpha$ .
- $h_f$   
ύψος ποδός οδόντος στην ακτίνα  $R_\alpha$ .



Εικόνα 2.6: Γεωμετρία κωνικού τροχού με κεκλιμένη οδόντωση [1].

Λόγω μεταθέσεως των οδόντων των τοξωτών τροχών, κατά γωνία  $\varphi_{i0}$ , είναι φανερό ότι ο βαθμός επικάλυψης  $\varepsilon_\tau$  βαθμίδας τοξωτών τροχών είναι μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο βαθμό επικάλυψης  $\varepsilon_r$  βαθμίδας συνήθων κωνικών τροχών κατά ένα βαθμό  $\varepsilon_{r,s}$  λόγω μεταθέσεως των οδόντων, άρα [1]:

$$\bullet \quad \varepsilon_\tau = \varepsilon_r + \varepsilon_{r,s} \quad (10)$$

επίσης ο βαθμός επικάλυψης  $\varepsilon_{r,s}$  είναι:

$$\bullet \quad \varepsilon_{r,s} = \frac{s}{t_{s0}} = \frac{s}{\pi \cdot m_{s0}} \quad (11)$$

και από την Εικόνα 6 παρατηρούμε ότι:

$$\bullet \quad s = \varphi_{i0} \cdot R_a = \frac{\pi \cdot R_a \cdot \varphi_{i0}^o}{180^o} \quad (12)$$

Άρα η σχέση (10), λόγω της (11) και της (12) γίνεται:

$$\bullet \quad \varepsilon_\tau = \varepsilon_r + \frac{R_a \cdot \varphi_{i0}^o}{180^o \cdot m_{s0}} \quad (13)$$

Όπως οι συνήθεις κωνικοί τροχοί αντικαθίστανται από τους υποκατάστατους μετωπικούς τροχούς με ευθείς οδόντες, έτσι και οι τοξωτοί κωνικοί τροχοί αντικαθίστανται από μετωπικούς τροχούς με ελικοειδή οδόντωση, της οποίας οι οδόντες στον αρχικό κύκλο έχουν κλίση ως προς τον άξονα ίση με  $\beta_o = \beta_m$  και *module* καθέτου τομής  $m_n = m_{nm}$ . Η γωνία εξελιγμένης είναι η  $\alpha_{no}$  ενώ οι αριθμοί των οδόντων της υποκατάστασης ελικοειδούς οδόντωσης είναι οι φανταστικοί αριθμοί οδόντων  $Z_{rn1}$  και  $Z_{rn2}$  που συνδέονται ως εξής με τους αριθμούς οδόντων  $Z_1$  και  $Z_2$  των τοξωτών τροχών [1]:

$$\bullet \quad Z_1 = Z_{rn1} \cdot \sigma_{\nu\delta_{01}} \cdot \sigma_{\nu}^3 \beta_m \quad (14)$$

$$\bullet \quad Z_2 = Z_{rn2} \cdot \sigma_{\nu\delta_{02}} \cdot \sigma_{\nu}^3 \beta_m \quad (15)$$

Με βάση την σχέση μεταδόσεως  $i_{12}$  γίνεται η εκλογή του αριθμού οδόντων  $Z_1$  του πινιόν [1]:

$$\bullet \quad 22.5 - 2.5 \cdot i_{12} \leq Z_1 \leq 34 - 4 \cdot i_{12} \quad (16)$$

και

$$\bullet \quad \psi_d = \frac{b}{d_{m1}} = 0.10 + 0.15 \cdot i_{12} \quad (17)$$

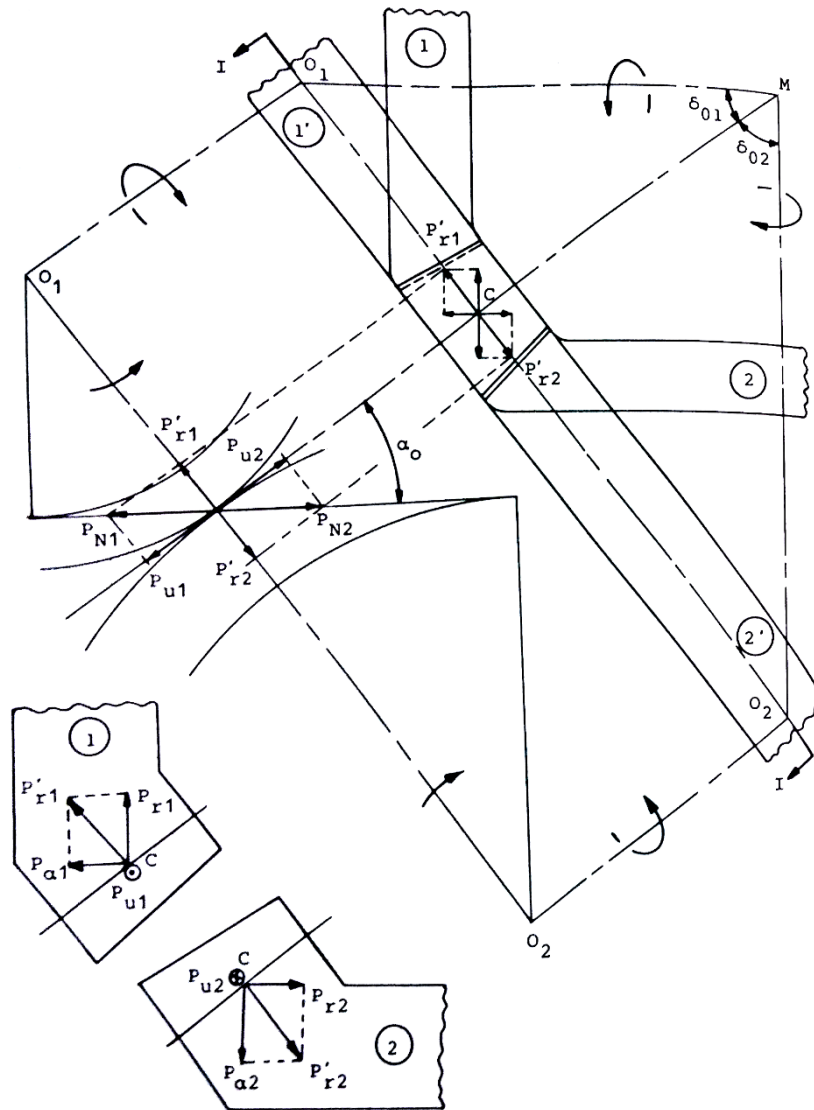
Ο υπολογισμός της  $d_{m1}$  του πινιόν μίας βαθμίδας ακολουθεί τους ίδιους ακριβώς τύπους των συνήθων κωνικών τροχών (μέσω Hertz και πρόχειρου υπολογισμού της ατράκτου σε στρέψη). Εάν το υπολογιζόμενο κάθετο module  $m_{no}$  δεν είναι τυποποιημένο, τυποποιείται στο αμέσως μεγαλύτερο και με την νέα αυτήν τιμή του module υπολογίζονται τα τελικά γεωμετρικά και κινηματικά μεγέθη της βαθμίδας.

Για την σχέση μετάδοσης  $i_{12}$  ισχύει [1] :

$$\bullet \quad i_{rn12} = \frac{z_{rn2}}{z_{rn1}} = \frac{z_{r2}}{z_{r1}} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{\sigma_{vn\delta_{01}}}{\sigma_{vn\delta_{02}}} = i_{r12} = i_{12}^2 \quad (18)$$

### 2.3. Δυνάμεις κωνικών τροχών

Στην Εικόνα 2.7 φαίνονται 2 συνεργαζόμενοι κωνικοί τροχοί, οι φορές περιστροφής τους, οι ημιγωνίες τους  $\delta_{o1}$ ,  $\delta_{o2}$  και οι υποκατάστατοι μετωπικοί τροχοί 1', 2'. Στην τομή I-I της υποκαταστάτου οδοντώσεως και κατά την τροχιά επαφών των μετωπικών της τροχών ασκείται η συνισταμένη δύναμη  $P_N$ . Η δύναμη αυτή αναλύεται στην περιφερειακή  $P_u$  και στην ακτινική  $P_r'$ . Το πινιόν ασκεί την δύναμη  $P_{N2}$  στον τροχό 2' και δέχεται ως αντίδραση την δύναμη  $P_{N1}$ .



Εικόνα 2.7: Δυνάμεις στους κωνικούς τροχούς [1].

Οι δυνάμεις  $P'_{r1}$  και  $P'_{r2}$  μεταφερόμενες επί των κωνικών, αναλύονται έκαστη σε μία αξονική  $P_a$  και σε μία  $P_r$ . Με αμελητέες τις τριβές, ισχύει [1] :

$$\bullet P'_{r1} = P_{u1} \cdot \epsilon\phi\alpha_o = P_{u2} \cdot \epsilon\phi\alpha_o = P'_{r2} \quad (19)$$

$$\bullet P_{a1} = P'_{r1} \cdot \eta\mu\delta_{01} = P_{u1} \cdot \epsilon\phi\alpha_o \eta\mu\delta_{01} \quad (20)$$

$$\bullet P_{r1} = P'_{r1} \cdot \sigma\upsilon\nu\delta_{01} = P_{u1} \cdot \epsilon\phi\alpha_o \sigma\upsilon\nu\delta_{01} \quad (21)$$

Επειδή  $\delta_{o1} + \delta_{o2} = 90^\circ$  από την ισορροπία δυνάμεων στο σημείο C έχουμε [1]:

$$\bullet P_{a2} = P_{r1} \quad (22)$$

$$\bullet P_{r2} = P_{a1} \quad (23)$$

$$\bullet P_{r1} = i_{12} \cdot P_{a1} \quad (24)$$

για δεδομένη ισχύ N στο πινιόν, χωρίς απώλειες στην οδόντωση και στις εδράσεις, με στροφές πινιόν  $n_1$  και με υπολογιζόμενη μέση διάμετρο πινιόν  $d_{m1}$  η στρεπτική ροπή του πινιόν είναι [1] :

$$\bullet M_{d1} (K_p cm) = 71620 \frac{N(PS)}{n_1(rpm)} \quad (25)$$

ενώ η περιφερειακή δύναμη  $P_{u1}$  υπολογίζεται από την σχέση:

$$\bullet P_{u1} = \frac{2M_{d1}}{d_{m1}} \quad (26)$$

Συγκριτικά με την διάμετρο d της ατράκτου, το πινιόν βαθμίδας κωνικών τροχών έχει την εξής μέση αρχική διάμετρο  $d_{m1}$  ανάλογα με τον τρόπο κατασκευής του [1]:

-για πινιόν με σφήνα

$$d_{m1} = (2.4 \dots 2.6)d$$

-για πινιόν σκαλιστό

$$d_{m1} = 1.25 \cdot d$$

Αυτές οι τιμές της δίσουν την τάξη μεγέθους του πινιόν και αποτελούν πρώτες τιμές για τον περαιτέρω υπολογισμό της βαθμίδας, εφ' όσον είναι γνωστή η διάμετρος d της ατράκτου.

## 2.4. Υπολογισμός πίεσης επιφανείας(Hertzian Pressure)

Ο υπολογισμός της πίεσης επιφανείας των κωνικών τροχών ανάγεται στον υπολογισμό των αντίστοιχων υποκατάστατων μετωπικών τροχών για τους οποίους ο τύπος του Hertz για τη μέγιστη πίεση επιφανείας είναι [1] :

$$\bullet P_{max} = \sqrt{\frac{P_{u1}(1+i_{r,12})}{b \cdot d_{or1} \cdot i_{r,12}}} \cdot Y_w \cdot Y_c \cdot Y_L \leq P_{\varepsilon\pi} \quad (27)$$

η επιτρεπόμενη πίεση επιφανείας  $P_{\varepsilon\pi}$  υπολογίζεται όπως και στους μετωπικούς τροχούς από τον τύπο [1] :

$$\bullet P_{\varepsilon\pi} = \frac{P_o \cdot Y_1 \cdot Y_2}{S} \quad (28)$$

όπου:

$P_o$  = η αντοχή της κατανομής σε πίεση επιφανείας, εξαρτώμενη από το υλικό του τροχού.

$S$  = συντελεστής ασφαλείας με τιμές 1.25 έως 1.50.

$Y_1$  = παράμετρος υλικού, λαμβάνουσα την τιμή 1.0 όταν και οι 2 τροχοί της βαθμίδας είναι από το ίδιο υλικό ή όταν το πινιόν είναι από χάλυβα και ο συνεργαζόμενος τροχός από χυτοχάλυβα ενώ λαμβάνει την τιμή 1.5 όταν ο συνεργαζόμενος τροχός είναι από χυτοσίδηρο.

$Y_2$  = παράμετρος λιπάνσεως, της οποίας οι τιμές εξαρτώνται από το ιξώδες του υλικού.

Η σχέση μετάδοσης των υποκατάστατων τροχών είναι [1] :

$$\bullet i_{r,12} = i_{12}^2 \quad (29)$$

ενώ

$$\bullet \sigma_{\nu\nu\delta_{01}} = \frac{d_{m1}}{d_{or1}} = \frac{i_{12}}{(1+i_{12}^2)^{1/2}} \quad (30)$$

Έτσι η σχέση (27) γίνεται [1] :

$$\bullet P_{max} = \sqrt{\frac{P_{u1}(1+i_{12}^2)^{1/2}}{b \cdot d_{m1} \cdot i_{12}}} \cdot Y_w \cdot Y_c \cdot Y_L \leq P_{\varepsilon\pi} \quad (31)$$

Ο συντελεστής υλικού  $Y_w$  υπολογίζεται από την σχέση [1] :

$$\bullet Y_w = \sqrt{\frac{1}{1.43} \cdot \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}} \quad (32)$$

όπου  $E_1, E_2$  είναι τα μέτρα ελαστικότητας των 2 συνεργαζόμενων τροχών.

Ο συντελεστής κυλίσεως  $Y_c$  υπολογίζεται από την σχέση [1] :

$$\bullet \quad Y_c = \frac{1}{(\eta\mu\alpha_o.\sigma\nu\nu\alpha_o)^{1/2}} \quad (33)$$

Τέλος ο συντελεστής φορτίσεως  $Y_L$  βρίσκεται από τον βαθμό επικαλύψεως των υποκατάστατων τροχών και ισούται με [1] :

$$\bullet \quad Y_L = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_r}} \quad (34)$$





## 3.Βλάβες οδοντωτών τροχών

### 3.1.Γενικές αιτίες βλαβών

Σε έναν μηχανισμό η καταστροφή ή αστοχία ενός τροχού έχει καταστρεπτικές επιπτώσεις επί της λειτουργίας του, διότι διακόπτεται η λειτουργία του μηχανισμού για να αντικατασταθεί ο τροχός που αστόχησε.

Μερικές από τις αιτίες που προκαλούν αστοχία είναι οι εξής [1] :

1. Η υπερφόρτιση: είναι το αποτέλεσμα κρουστικών φορτίων. Κατ'αυτήν δημιουργούνται ραβδώσεις επί της κατατομής που απογυμνώνουν τον οδόντα.
2. Η υπερβολική ταχύτητα: εάν δεν υπάρχουν συσκευές ελέγχου της ταχύτητας, οι τροχοί μάλλον θα εργασθούν σε ταχύτητες μεγαλύτερες του επιτρεπτού ορίου.
3. Η ακατάλληλη λίπανση: στις οδοντώσεις χρειάζεται η χρήση λιπαντικού κατάλληλου για υψηλές ταχύτητες, διότι η επαφή των κατατομών είναι συνήθως μόνο γραμμική. Το σύστημα λίπανσης θα πρέπει να μπορεί να λιπαίνει όλες τις θέσεις εργασίας, το δε λιπαντικό θα πρέπει να μπορεί να παραμένει επί της κατατομής του οδόντος μέχρι την στιγμή επαφής των κατατομών. Σε διαφορετική περίπτωση η λίπανση των οδόντων κρίνεται ακατάλληλη. Το λιπαντικό πρέπει να είναι καλά φιλτραρισμένο και απηλλαγμένο από σωματίδια και η θερμοκρασία του να είναι τέτοια ώστε να μπορεί να απομακρύνει το παραγόμενο, λόγω τριβής, ποσό θερμότητας. Στιγμιαία συγκόλληση και απομάκρυνση των συνεργαζόμενων κατατομών θα πρέπει να αποφεύγεται καθόσον οδηγεί τους τροχούς σε αστοχία.
4. Τα ξένα σωματίδια: ύπαρξη οποιουδήποτε ξένου σωματιδίου στις συνεργαζόμενες κατατομές δημιουργεί επαφή στερεού με στερεό, η οποία προκαλεί τοπική συγκόλληση.
5. Η ακατάλληλη θερμική κατεργασία: οι οδόντες συνήθως υφίστανται επιφανειακή σκλήρυνση, η οποία όμως θα είναι ακτάλληλη εάν το πάχος σκληρύνσεως προκύψει ανομοιόμορφο επί της επιφάνειας των οδόντων του τροχού.
6. Η ακατάλληλη κατασκευή: οι κατατομές των οδόντων πρέπει να έχουν κατασκευασθεί με ακρίβεια και οι πόδες των οδόντων πρέπει να είναι οι προβλεπόμενοι.

7. Η ακατάλληλη συναρμολόγηση: οι αποστάσεις των κέντρων των τροχών πρέπει να μετρηθούν ακριβώς, διότι οι οδόντες των τροχών πρέπει να συνεργάζονται στο κατάλληλο επίπεδο ενέργειας. Εάν όχι, δημιουργούνται επί των τροχών απρόβλεπτες δυνάμεις που οδηγούν σε ταχεία αστοχία.
8. Η κακή σχεδιομελέτη: στην κατασκευή οδοντωτών τροχών, ο μελετητής θα πρέπει να ακολουθήσει την καλύτερη διαθέσιμη τεχνική για να εφοδιάσει τους τροχούς με ακριβή και κατάλληλα μεγέθη, όπως διάμετρο αρχικού κύκλου, πλάτος υλικού και επιφανειακές κατεργασίες(π.χ. θερμική). Πρέπει να μελετηθεί προσεκτικά η εκλογή του κατάλληλου ζεύγους συνεργαζόμενων τροχών και να γίνει λεπτομερής ανάλυση δυνάμεων, πριν αρχίσει η διαδικασία κατασκευής του μηχανισμού. Κάτι που στην παρούσα μελέτη δεν έγινε προσεκτικά από τον κατασκευαστή των οδοντωτών τροχών, το οποίο οδήγησε σε αστοχία και έτσι έγινε αναγκαστικά η επεξεργασία τους, η οποία και θα αναλυθεί παρακάτω.

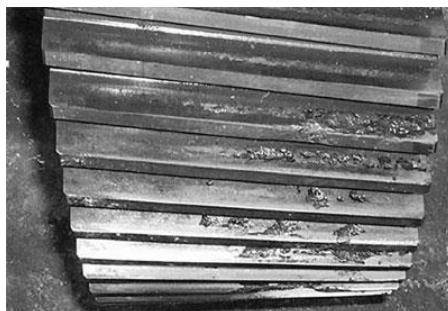
### 3.2.Είδη βλαβών

Μία από τις προηγούμενες αιτίες δημιουργεί προβλήματα στους τροχούς με αποτέλεσμα να μην μπορούν να αποδώσουν την αναμενόμενη λειτουργία. Τα προβλήματα αυτά στους τροχούς αποτελούν τις βλάβες των οδοντωτών τροχών και χωρίζονται σε 4 βασικές κατηγορίες, οι οποίες είναι οι εξής [1] :

#### 1. Φθορά(Εικόνα 3.1):

ορίζεται ως το είδος καταστροφής της επιφάνειας των τροχών όπου επιφανειακά στρώματα μετάλλου αφαιρούνται ομοιόμορφα και οφείλεται:

- I. στην ύπαρξη ξένων σωματιδίων
- II. στην καταστροφή λόγω χημικών αντιδράσεων
- III. στην αποτυχημένη λίπανση στη θέση επαφής



Εικόνα 3.1: Φθορά οδοντωτού τροχού.

2. Πλαστική παραμόρφωση(Εικόνα 3.2):

υψηλά φορτία προκαλούν πλαστική παραμόρφωση στους οδόντες, η οποία συνήθως συμβαίνει σε μαλακά ή μεσαίας σκληρότητας υλικά.



Εικόνα3.2: Πλαστική παραμόρφωση οδόντος.

3. Κόπωση των κατατομών (Pitting) (Εικόνα 3.3):

εμφανίζεται με την μορφή των εκκοιλάνσεων, οι οποίες χωρίζονται με τη σειρά τους σε 3 είδη:

- I. τις αρχικές, οι οποίες εμφανίζονται στις θέσεις με υψηλή συγκέντρωση τάσεως.
- II. τις καταστρεπτικές, όπου οι εκκοιλάνσεις είναι μεγαλύτερες και καταστρέφουν την κατατομή.
- III. και αυτές που δημιουργούν σμίλευση των κατατομών, οι οποίες δημιουργούν τις μεγαλύτερες εκκοιλάνσεις και από τις 2 παραπάνω.

Η κακή ευθυγράμμιση των εξαρτημάτων και η υπερφόρτιση των τροχών είναι η αιτία ταχύτερης εμφάνισης εκκοιλάνσεων.



Εικόνα 3.3: Εκκοιλάνσεις στους οδόντες στο τελευταίο τους στάδιο.

4. Θραύση οδόντος (breakage) (Εικόνα 3.4):

Κατ' αυτήν ολόκληρος οδόντας ή σημαντικό τμήμα αυτού αποχωρίζεται από τον τροχό, όπως συναίβει και στην περίπτωση που μελετά η συγκεκριμένη εργασία. Μπορεί να οφείλεται σε υπερφόρτιση του οδόντος ή σε κρουστικό φορτίο ή το πιθανότερο σε φαινόμενα κοπώσεως λόγω επαναλαμβανόμενων φορτίσεων άνω των ορίων δυναμικής ή χρονικής αντοχής του υλικού. Επίσης μπορεί να οφείλεται σε σχισμές στα fillets(πόδες οδόντων), ραγίσματα λόγω θερμικής κατεργασίας κλπ. Συνήθως η θραύση οδόντος ξεκινάει με ένα ελαφρύ ράγισμα στην επιφάνεια ακολουθούμενο από πότισμα του υλικού με λιπαντικό. Αυτό δημιουργεί φθορά των τριβόμενων επιφανειών, η οποία μετά την θραύση είναι εμφανής και ενδεικτική του χρόνου που απαιτήθηκε για την επέλθουσα θραύση. Η επιφάνεια θραύσης είναι λεία, πράγμα που σημαίνει ότι απαιτείται σημαντικό έργο των τριβόμενων επιφανειών πριν επέλθει η θραύση.

Η στιγμιαία υπερφόρτιση δημιουργεί σπάσιμο ινώδους μορφής που είναι χαρακτηριστικό γνώρισμα της βίαιης απομακρύνσεως υλικού.

Να σημειωθεί ότι στα σημεία της κατατομής του οδόντος όπου αντιστοιχούν στις θέσεις του τμήματος επαφών που γίνονται αλλαγές φορτίσεως, εμφανίζονται ραβδώσεις εκ της υπερφορτίσεως των σημείων αυτών λόγω των αναπτυσσόμενων φορτίων.

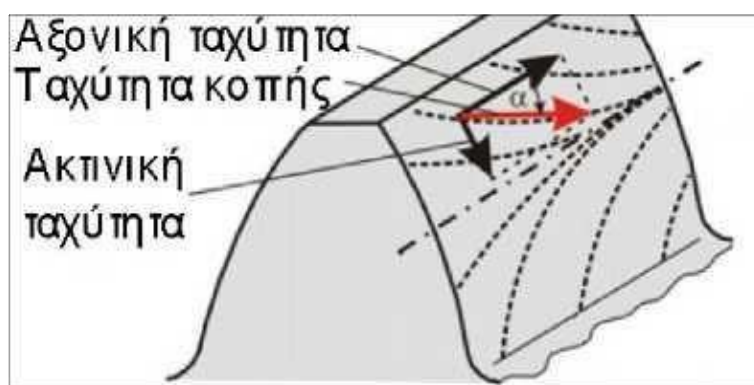


Εικόνα3.4: Θραύση(σπάσιμο) οδόντος.

## 4. Διαδικασία λείανσης

### 4.1. Grinding-Honning

Η λείανση είναι διαδικασία που προσομοιάζει την κλασσική συνώνυμη κατεργασία με τη διαφορά ότι χρησιμοποιεί ειδικά εργαλεία που προορίζονται για την κατεργασία οδοντωτών τροχών. Η διαδικασία του grinding εκτελείται μετά τη σκλήρυνση του τροχού με χρήση ειδικών λειαντικών τροχών οι οποίοι περιστρέφονται εντός του διακένου των οδόντων λειαινώντας τις κατατομές. Κατά τη διάρκεια της κατεργασίας ο άξονας περιστροφής του λειαντικού τροχού εκτελεί μια επαναλαμβανόμενη γωνιακή κίνηση πάνω σε επίπεδο παράλληλο προς τον άξονα του τεμαχίου. Οι δίσκοι αποτελούνται από λειαντικούς κόκκους και συνδετικό υλικό και συχνά έχουν τη μορφή οδοντωτού τροχού ή ατέρμονα κοχλία όπου εμφανίζεται συνεργασία του εργαλείου με το τεμάχιο με αποτέλεσμα να έχουμε συνεχή λείανση. Στην περίπτωση των απλών δίσκων η κατεργασία λαμβάνει χώρα σε τμήμα της κατατομής και θεωρείται ασυνεχής. Η ανοχή για περαιτέρω κατεργασία που απομένει είναι της τάξης των 10-15  $\mu\text{m}$ . Επόμενο στάδιο της παραπάνω κατεργασίας και υπεύθυνο για την απόδοση ακόμη καλύτερων επιφανειών είναι το Honning το οποίο γίνεται αποκλειστικά με συνεργαζόμενους τροχούς και με τον ίδιο τρόπο με μόνη διαφορά την κατεύθυνση της κατεργασίας η οποία είναι διαφορετική. Στην Εικόνα 4.1 φαίνεται πως κινούνται τα διανύσματα των ταχυτήτων κατά την διαδικασία του grinding [5].



Εικόνα 4.1: Διανυσματική φορά ταχυτήτων κατά την διεργασία του grinding.

## 4.2.Lapping

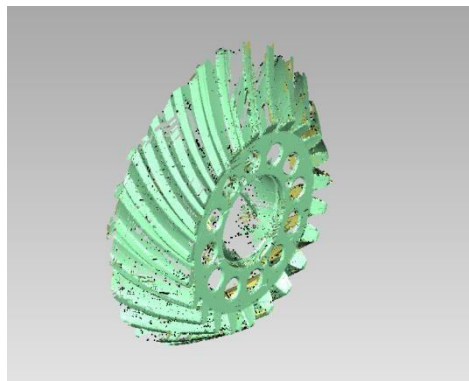
Η αφαίρεση πολύ μικρών σωματιδίων μετάλλου που βρίσκονται στην επιφάνεια του οδόντος μετά τη θερμική του κατεργασία γίνεται με έναν από τους δύο ακόλουθους τρόπους: είτε χρησιμοποιώντας κοπτικό εργαλείο για lapping (μετωπικοί τροχοί) είτε θέτοντας σε περιστροφή δύο συνεργαζόμενους τροχούς (ελικοειδής, κωνικούς ή με ασύμβατους άξονες) οι οποίοι ψεκάζονται ταυτόχρονα με λειαντική σκόνη για lapping. Και στις δύο περιπτώσεις η λειαντική ουσία επιτυγχάνει την αφαίρεση μετάλλου με βάση την ταχύτητα ολισθήσεως. Η ταχύτητα αυτή λαμβάνει μια μέγιστη τιμή στην περιοχή ποδός του ενός τροχού, ελαττώνεται μέχρι την τιμή μηδέν στον κύκλο κυλίσεως και στη συνέχεια αυξάνει μέχρι μια άλλη μέγιστη τιμή στην κεφαλή του δοντιού. Από αυτή τη διαφορά στην ταχύτητα γίνεται εμφανής και στις αποδιδόμενες επιφάνειες ενώ στην περιοχή του σημείου ολισθήσεως απαιτείται συμπληρωματική λείανση. Αυτή η διαδικασία ακολουθήθηκε και στην παρούσα περίπτωση ζεύγους οδοντωτών τροχών για τους λόγους που αναφέρθηκαν και στην αρχή [5] .

Επιπλέον η διαδικασία του lapping μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εξαγωγή επιφανειών με μεγάλη ακρίβεια και όχι μόνο για να επιτευχθεί μια ειδική επιφάνεια τραχύτητας. Η επιφανειακή τραχύτητα και η επιπεδότητα της επιφάνειας είναι συχνά έννοιες που συγχέονται αλλά είναι τελείως διαφορετικές. Η επιφανειακή τραχύτητα, η οποία μπορεί να αποκτηθεί χωρίς την χρήση ειδικού εξοπλισμού κυμαίνεται μεταξύ του 1 και των 30 Ra(μέση τραχύτητα) σε μικροίντσες. Η επιφανειακή ακρίβεια ή αλλιώς επιπεδότητα μετριέται συνήθως σε ζώνες φωτός Ηλίου(Helium Light Bands-HLB) και ένα HLB ισούται με 0.000011 ίντσες(280 nm). Συνήθως, και πάλι χωρίς ειδικό εξοπλισμό, οι τιμές της επιφανειακής ακρίβειας κυμαίνονται από 1 έως 3 HLB. Αν και η επιπεδότητα θεωρείται ο κύριος στόχος της διαδικασίας του lapping, παρ' όλα αυτά χρησιμοποιείται και για την διαμόρφωση κοίλων ή κυρτών επιφανειών.

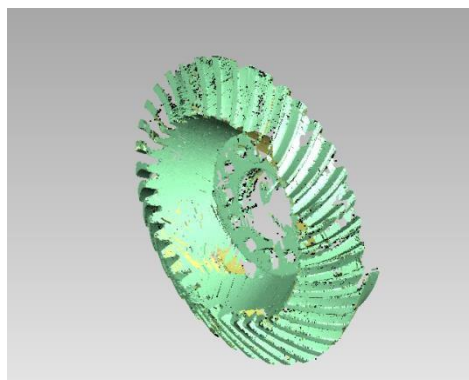
## 5.Επεξεργασία των οδοντωτών τροχών σε ψηφιακή μορφή μέσω του προγράμματος Geomagic

### 5.1.Geomagic Studio (ανακατασκευή των τροχών)

Όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα, σε κάθε στάδιο επεξεργασίας του ζεύγους των οδοντωτών τροχών λήφθηκε, με την βοήθεια του FARO arm robot, το νέφος των σημείων τους και εισήχθη στο πρόγραμμα Geomagic Studio [3] , όπως φαίνεται στις Εικόνες 5.1 και 5.2. Αρχικά αναγνωρίστηκαν ποια κομμάτια του νέφους ανήκουν σε κάθε ένα από τα δύο γρανάζια(πινιόν-κορώνα) και τα υπόλοιπα σημεία να απομακρυνθούν(πιθανή αποτύπωση στοιχείων του περιβάλλοντος π.χ. δάχτυλα επάνω στους οδοντωτούς τροχούς).



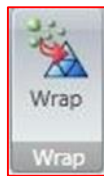
Εικόνα 5.1: Νέφος σημείων του πινιόν πριν την διαδικασία *lapping* [3].



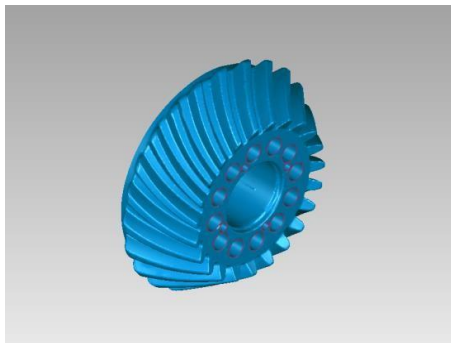
Εικόνα 5.2: Νέφος σημείων της κορώνας πριν την διαδικασία *lapping* [3].

Όπως φαίνεται και στις 5.1 και 5.2, πολλά σημεία των τροχών δεν έχουν αποτυπωθεί οπότε χρειάζεται η προσεκτική ανακατασκευή επιφανειών ώστε να αποφευχθεί η δημιουργία στρεβλώσεων επάνω στην επιφάνεια τους. Συνεπώς, εφαρμόστηκε η αρχή της αντιστροφής μηχανικής για τους δύο τροχούς μέσω της τρισδιάστατης μοντελοποίησης του προγράμματος.

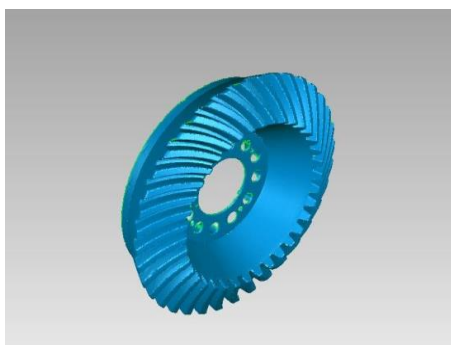
Επόμενο στάδιο είναι η δημιουργία επιφανειών με την βοήθεια της εντολής wrap(Εικόνα 5.3) του Geomagic Studio [3], η οποία συνδέει τα σημεία μεταξύ τους δημιουργώντας τριγωνικές επιφάνειες(τρία σημεία δημιουργούν ένα επίπεδο τριγωνικού σχήματος) και έτσι προκύπτουν τα μοντέλα των Εικόνων 5.4 και 5.5.



Εικόνα 5.3: Επιλογή δημιουργίας τριγωνικών επιφανειών [3].



Εικόνα 5.4: Επιφάνειες του πινιόν πριν το lapping αποτελούμενες από τρίγωνα [3].



Εικόνα 5.5: Επιφάνειες της κορώνας πριν το lapping αποτελούμενες από τρίγωνα [3].



Ομοίως επεξεργάστηκαν οι ψηφιακές μορφές των δύο τροχών στην κατάσταση τους μετά το lapping. Τα μοντέλα που προέκυψαν αποτελούνταν από εκατομμύρια τρίγωνα επιφανειών, τα οποία βοηθούν στην καλύτερη ανάλυση της γεωμετρίας των τροχών.

Το τελευταίο βήμα ώστε να μπορεί να γίνει η σύγκριση, των πριν και μετά το lapping μοντέλων, είναι η εξαγωγή στερεών μοντέλων(CAD models) για τα αρχικά γρανάζια και εξαγωγή σημείων για τα τελικά.

### 5.1.1 Δημιουργία CAD μοντέλων

Αρχικά χρησιμοποιήθηκε η επιλογή της Εικόνας 5.6 για εξαγωγή επιφανειών.



Εικόνα 5.6: Επιλογή εξαγωγής συγκεκριμένων επιφανειών [3].

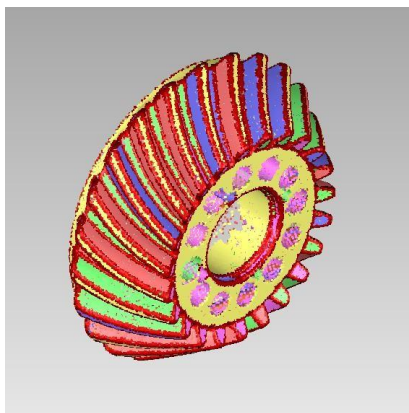
Οι επιλογές που μπορούν να χρησιμοποιηθούν είναι η αυτόματη μορφοποίηση των επιφανειών αλλά και η «χειροκίνητη», δηλαδή η ανίχνευση των καμπυλών (περιγράμματα των επιφανειών) και επεξεργασία τους, δημιουργία των patches(μπαλώματα), η δημιουργία πλέγματος πεπερασμένων σημείων(η οποία γίνεται από το ίδιο το πρόγραμμα με επιλογή του αριθμού των control points) και τέλος η ταύτιση των επιφανειών με ένα στερεό μοντέλο. Σε όλα τα στάδια υπάρχει η χειροκίνητη επιλογή μετακίνησης των σημείων που ορίζουν την καμπύλη, μπάλωμα ή πλέγμα αντίστοιχα αλλά και η διαγραφή τους σε περίπτωση που το πρόγραμμα δεν έχει εντοπίσει σωστά κάποιες επιφάνειες. Καταλήγοντας σε ένα μοντέλο στερεής μορφής είναι δυνατή η μετατροπή σε CAD για περαιτέρω χρήση (εισαγωγή σε άλλα προγράμματα 3D μοντέλων κλπ.).

Ο Πίνακας 5.1 δείχνει τις επιλογές όπως εμφανίζονται στο πρόγραμμα, οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν για την εξαγωγή των στερεών μοντέλων των δύο οδοντωτών τροχών της μελέτης.

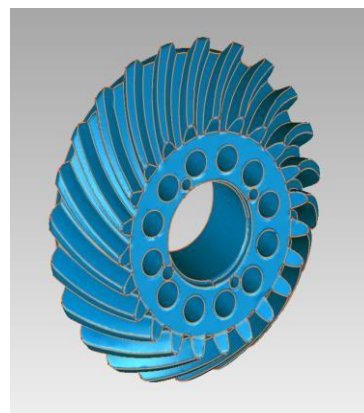
<p>1.</p> 	<p>επιλογή αυτόματης μορφοποίησης μοντέλου</p>
<p>2.</p> 	<p>επιλογή ανίχνευσης καμπυλών</p>
<p>3.</p> 	<p>επιλογή δημιουργίας patches</p>
<p>4.</p> 	<p>επιλογή δημιουργίας πλέγματος</p>
<p>5.</p> 	<p>επιλογή ταυτοποίησης επιφανειών και μετατροπή του στερεού μοντέλου σε CAD(επιλογή που δείχνει το κόκκινο βέλος)</p>

Πίνακας 5.1: Επιλογές μορφοποίησης μοντέλων για την εξαγωγή συγκεκριμένων επιφανειών [3].

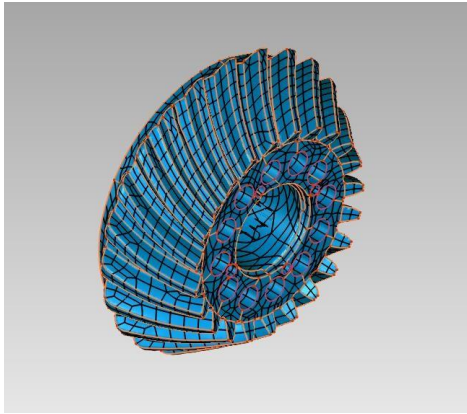
Οι Εικόνες 5.7 έως 5.12 παρουσιάζουν το πως δημιουργήθηκε το στερεό μοντέλο CAD περνώντας από τα στάδια 2-5 του Πίνακα 5.1(χειροκίνητη διαδικασία):



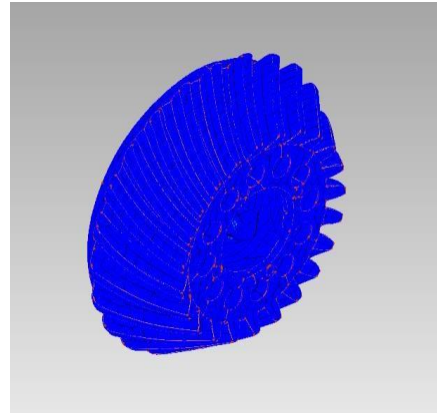
Εικόνα 5.7: Χρωματισμοί των εντοπισμένων επιφανειακών καμπυλών [3].



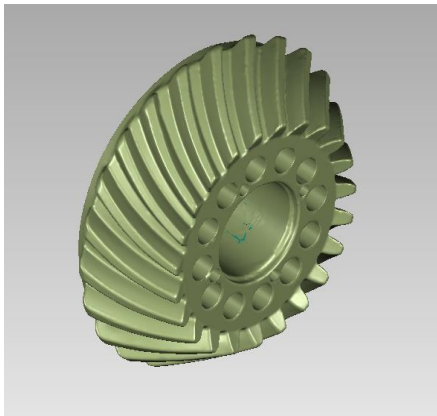
Εικόνα 5.8: Περίγραμμα των επιφανειακών καμπυλών [3].



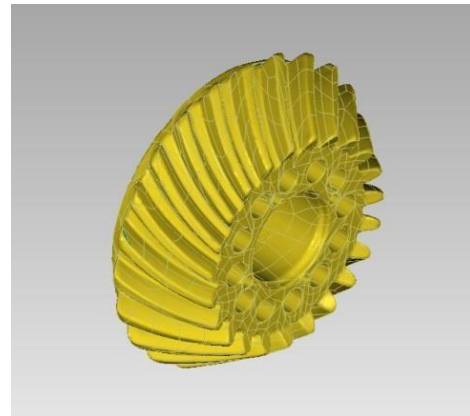
Εικόνα 5.9: Η δημιουργία των patches (μπαλώματα) [3].



Εικόνα 5.10: Η δημιουργία του πλέγματος (grids) [3].



Εικόνα 5.11: Μοντέλο ταυτιζόμενων επιφανειών. επιφανειών [3].



Εικόνα 5.12: CAD μοντέλο [3]

Ομοίως, πραγματοποιήθηκε η επεξεργασία για τα υπόλοιπα στάδια του πινιόν και της κορώνας. Τα μοντέλα που προέκυψαν είχαν διαφοροποιήσεις από τους πραγματικούς οδοντωτούς τροχούς περίπου της τάξης των 40 με 60  $\mu\text{m}$  λόγω της ακρίβειας του FARO arm αλλά και των οποιονδήποτε αστοχιών του προγράμματος, το οποίο είναι ανεκτό όριο.

### 5.1.2. Δημιουργία νέφους σημείων

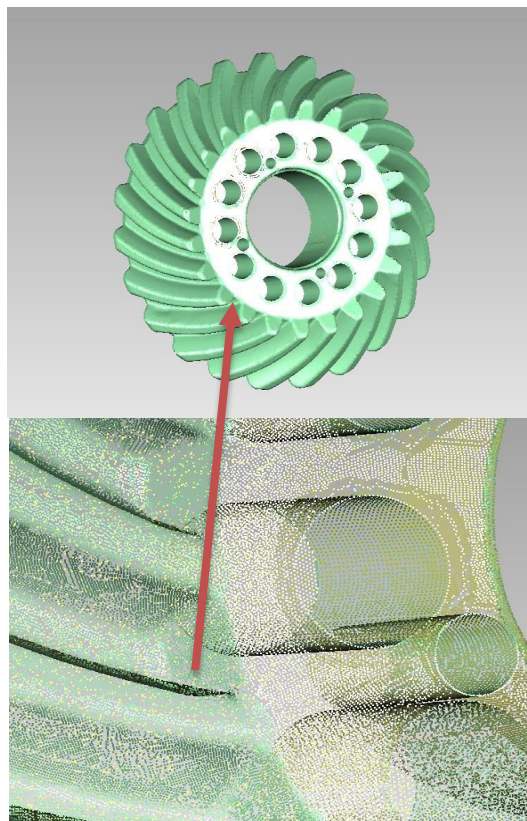
Η δημιουργία νέφους σημείων είναι πιο εύκολη και γίνεται με την επιλογή Convert points (Εικόνα 5.13), η οποία μετατρέπει τις τριγωνικές επιφάνειες (όπως στις Εικόνες 5.4 και 5.5) σε ένα σύνολο σημείων.



Εικόνα 5.13: Επιλογή μετατροπής τριγωνικών επιφανειών σε σημεία [3].

Ο αριθμός σημείων από τον οποίο θα αποτελείται το μοντέλο γίνεται αυτόματα από το ίδιο το πρόγραμμα και συνήθως καλύπτει πλήρως τις ανάγκες του χρήστη.

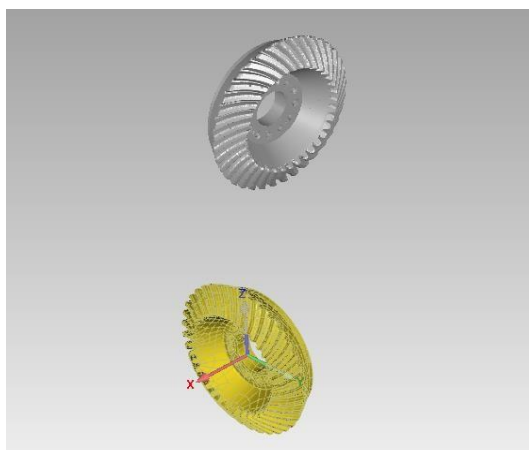
Στην συγκεκριμένη μελέτη το πλήθος σημείων από το οποίο απαρτιζόνταν η κορώνα και το πινιόν (Εικόνα 5.14) ήταν περίπου 1,5 εκατομμύριο και 750 χιλιάδες αντίστοιχα.



Εικόνα 5.14: Νέφος σημείων του πινιόν (μετά από μεγένθυση εμφανίζονται τα κενά μεταξύ των σημείων) [3].

## 5.2. Geomagic Qualify (Σύγκριση των τροχών πριν και μετά το lapping)

Για την χρήση του προγράμματος Geomagic Qualify χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα που συλλέχθηκαν από το Geomagic Studio [3] στο Κεφάλαιο 5.1.1 και 5.1.2. Όπως προαναφέρθηκε, το μοντέλο του οδοντωτού τροχού πριν την κατεργασία εισάγεται ως CAD και το μοντέλο μετά την κατεργασία την μορφή σημείων (Εικόνα 5.15). Το CAD μοντέλο χρησιμεύει ως βάση σύγκρισης, ενώ το μοντέλο σημείων κινείται αναλόγως, ώστε να ταυτιστεί η μορφή του με αυτή του CAD.



Εικόνα 5.15: Η αρχική μορφή της κορώνας ως CAD και η τελική ως νέφος σημείων [3].

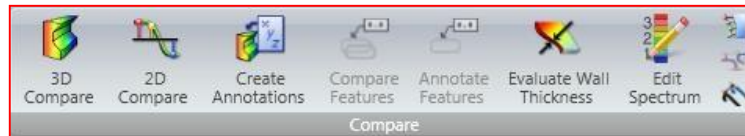
Για να ταυτιστούν τα δύο μοντέλα, επιλέγεται είτε χειροκίνητα (N-Point Alignment) είτε αυτόματα (Best Fit Alignment) το μοντέλο νέφους σημείων να μετακινηθεί και να τοποθετηθεί ακριβώς πάνω στο CAD μοντέλο, ώστε το κέντρο αξονων του μοντέλου CAD να γίνει και κέντρο του μοντέλου σημείων (Εικόνα 5.16)



Εικόνα 5.16: Επιλογή ταυτοποίησης μοντέλων στο Geomagic Qualify [3].

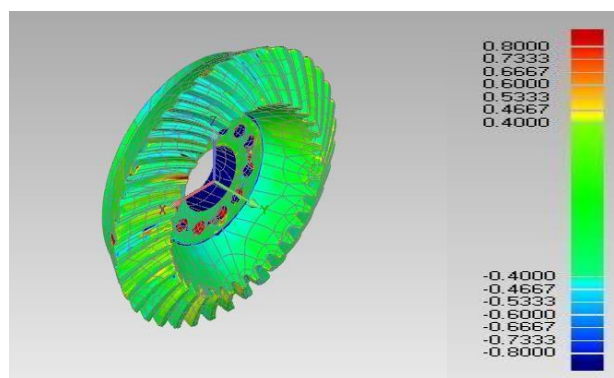
Η ακρίβεια του προγράμματος είναι μεγάλη όσον αφορά την ταυτοποίηση μοντέλων, οπότε σπάνια επιλέγεται η χειροκίνητη ταυτοποίηση, η οποία ενδείκνυται σε περίπτωση ασχτοχίας του προγράμματος ή επίτευξης μεγαλύτερης ακρίβειας από αυτή που παρέχει το πρόγραμμα.

Το επόμενο βήμα ήταν η σύγκριση των δύο μοντέλων(3D Compare) με ταυτόχρονο ορισμό των διαφοροποιήσεων τους(Εικόνα 5.17).



Εικόνα 5.17: Επιλογή τρισδιάστατης ή δυδιάστατης σύγκρισης, σημείων, πάχος τοιχωμάτων και ορισμού διαφορών [3].

Επιλέγοντας την σύγκριση των δύο ταυτισμένων μορφών εμφανίζονται διάφοροι χρωματισμοί που προδίδουν την διακύμανση των σημειακών διαφορών. Η διακύμανση αυτή ορίζεται από τον χρήστη, εισάγοντας τα επίπεδα διαφορών σε χιλιοστά τα οποία θεωρούνται εντός επιτρεπτών ορίων. Αποτέλεσμα των επιλογών αυτών είναι η εμφάνιση πράσινων σημείων όταν οι διαφορές είναι εντός ορίων, όλο και πιο κόκκινων ή μπλε σημείων όταν οι διαφορές ξεπερνούν θετικά ή αρνητικά αντίστοιχα αυτά τα όρια, ενώ υπάρχει και η περίπτωση εμφάνισης γκριζών επιφανειών όπου δεν ορίζεται σύγκριση των δύο μοντέλων(Εικόνα 5.18).



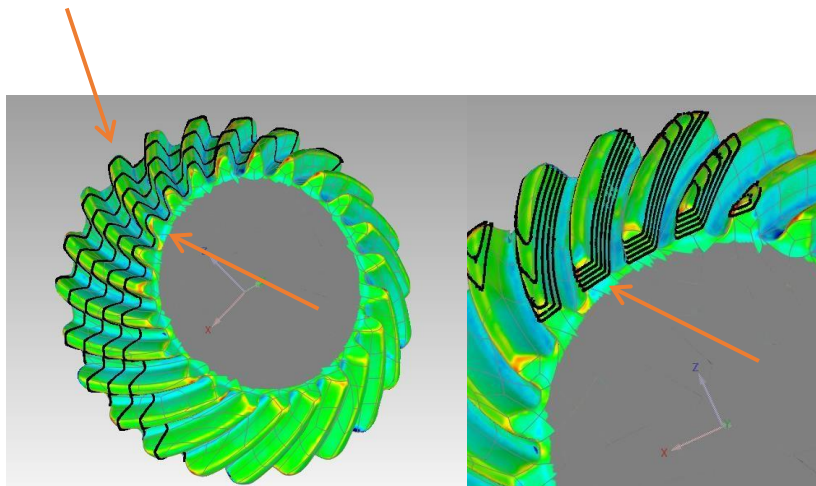
Εικόνα 5.18: Το μοντέλο σύγκρισης της κορώνας με την μπάρα διακύμανσης διαφορών [3].



Η διαδικασία ακολουθήθηκε αυτούσια και για τους δύο οδοντωτούς τροχούς για την διεξαγωγή ξεχωριστών αποτελεσμάτων.

Για την ορθή αποτύπωση των διαφορών μεταξύ των αρχικών και των τελικών μοντέλων του πινιόν και της κορώνας, έγιναν τομές των οδόντων εγκάρσια και παράλληλα ως προς τον κώνο κύλισης των τροχών, με σκοπό την δημιουργία πλέγματος σημείων στην ενεργή και στην μη ενεργή πλευρά των οδόντων. Χρειάστηκαν πληροφορίες και των δύο πλευρών διότι το ζεύγος των οδοντωτών τροχών επεξεργάστηκε και από τις 2 πλευρές ώστε να «φαγωθεί» ομοιόμορφα.

Έτσι δημιουργήθηκαν, με την επιλογή 2D Compare(Εικόνα 5.17), πέντε παράλληλες και πέντε εγκάρσιες τομές σε κάθε οδόντα του πινιόν και της κορώνας, ώστε να υπάρχουν επαρκής πληροφορίες σε όλο το μήκος των οδόντων, όπως διακρίνεται στην Εικόνα 5.19.



Εικόνα 5.19: Δημιουργία εγκάρσιων και παράλληλων τομών για τον οδόντα που δείχνει το κόκκινο βέλος [3].

Σε κάθε τομή επιλέχθηκαν δειγματοληπτικά είκοσι σημεία, με την επιλογή σημείων(Create Annotations) της Εικόνας 5.17, δημιουργώντας ένα πλήθος διακοσίων σημείων μελέτης για κάθε οδόντα(δέκα τομές των είκοσι σημείων). Τα σημεία επιλογής σε κάθε τομή δεν είναι άπειρα και δεν ξεπερνούν συνήθως τα διακόσια πενήντα. Ο αριθμός αυτός φαίνεται να είναι αρκετός εφόσον επιλέγονται τα είκοσι από αυτά για την παροχή πληροφοριών και την κάλυψη του στατιστικού λάθους.

Οι πληροφορίες των σημείων του Geomagic Qualify [3] μπορούν να εξαχθούν σε αρχεία excel, τα οποία αυτοματοποιημένα παρέχουν συγκεκριμένες πληροφορίες διαστασιολόγησης των σημείων όπως φαίνονται στον Πίνακα 5.2.

Name	Dev	Ref X	Ref Y	Ref Z	Dev X	Dev Y	Dev Z	Measured X	Measured Y	Measured Z
C001	-0,19	-115,11	-73,64	23,64	-0,03	-0,05	0,19	-115,15	-73,59	23,82
C002	-0,13	-115,41	-73,23	24,55	-0,02	-0,03	0,13	-115,43	-73,20	24,68
C003	-0,29	-119,64	-75,65	21,16	-0,05	-0,07	0,27	-119,69	-75,72	21,43
C004	-0,08	-120,33	-76,59	21,92	-0,01	-0,02	0,07	-120,34	-76,61	21,99
C005	-0,33	-124,55	-80,47	18,15	-0,07	-0,09	0,31	-124,62	-80,57	18,46
C006	-0,09	-125,42	-90,67	18,80	-0,02	-0,03	0,08	-125,44	-90,69	18,88
C007	0,37	-128,75	-95,31	15,25	-0,09	-0,12	0,34	-128,84	-95,43	15,59
C008	-0,10	-129,50	-106,34	16,03	-0,02	-0,03	0,10	-129,52	-106,37	16,13
C009	-0,41	-132,43	-110,42	12,45	-0,10	-0,14	0,37	-132,53	-110,56	12,82
C010	-0,06	-133,14	-111,40	13,36	-0,01	-0,02	0,05	-133,16	-111,42	13,41
C011	-0,48	-137,21	-11,07	8,38	-0,13	-0,18	0,43	-137,35	-117,26	8,81
C012	-0,08	-138,20	-118,43	9,29	-0,02	-0,03	0,07	-138,22	-118,46	9,35
C013	-0,54	-141,78	-123,43	4,08	-0,16	-0,22	0,46	-141,94	-123,65	4,54
C014	-0,02	-142,51	-124,43	5,47	-0,01	-0,01	0,02	-142,52	-124,44	5,49
C015	-0,56	-145,82	-129,05	-0,11	-0,18	-0,25	0,47	-146,00	-129,29	0,36
C016	0,00	-146,14	-129,48	2,02	0,00	0,00	0,00	-146,14	-129,48	2,02
C017	-0,60	-151,35	-136,76	-6,55	-0,21	-0,28	0,49	-151,56	-137,04	-6,07
C018	-0,07	-151,65	-137,15	-3,64	0,02	0,03	-0,06	-151,62	-137,11	-3,70
C019	-0,68	-156,05	-143,30	-12,86	-0,27	-0,37	0,50	-156,32	-143,67	-12,36
C020	-0,09	-157,71	-145,59	-10,59	0,03	0,04	-0,08	-157,68	-145,54	-10,67

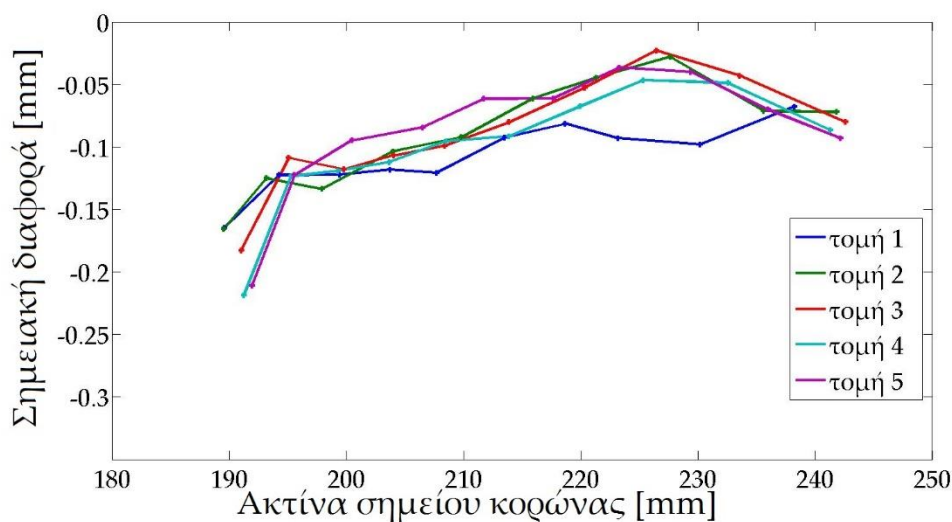
*Πίνακας 5.2: Πληροφορίες του Geomagic Qualify [3] για τα σημεία επιλογής(όνομα σημείου,διανυσματική διαφορά σημείου και τοποθεσία σημείου CAD μοντέλου,τοποθεσία σημείου του νέφους και η διαφορά τους σε X,Y,Z συντεταγμένες).*

Ο Πίνακας 5.2 δίνει αναλυτικά τις πληροφορίες που χρειάζονται για την στατιστική ανάλυση των οδόντων. Στην πρώτη στήλη βρίσκεται το όνομα του σημείου, ώστε να είναι εύκολη η ταυτοποίηση του σημείου από το excel στο Geomagic Qualify [3]. Ακολουθεί η στήλη με την διανυσματική διαφορά του σημείου μεταξύ των δύο μοντέλων. Τέλος οι εννιά επόμενες στήλες αναφέρονται στην τοποθεσία των σημείων του CAD στις τρεις διαστάσεις X,Y,Z(στήλες 3,4,5), στην τοποθεσία των σημείων του νέφους στις τρεις διαστάσεις X,Y,Z (στήλες 9,10,11) και στην διαφορά τους ανά άξονα(στήλες 6,7,8). Οι τιμές της δεύτερης

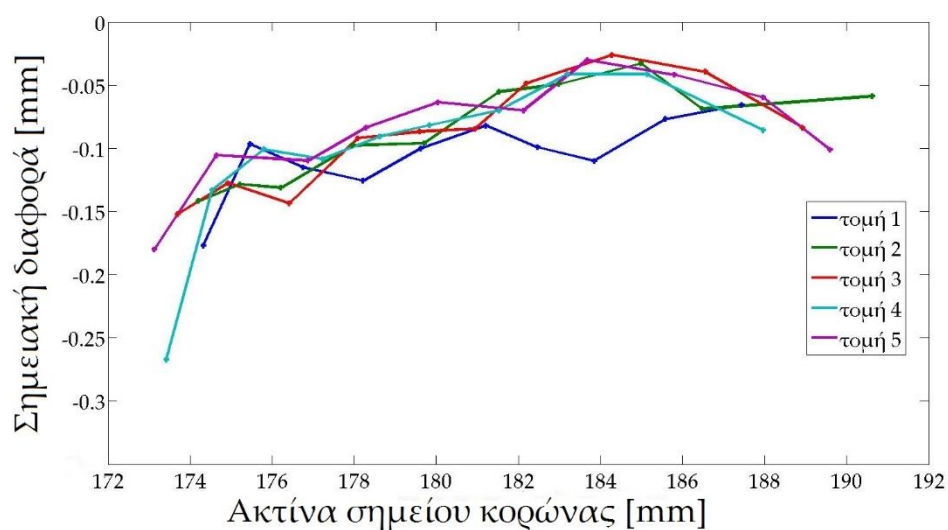


στήλης είναι σχεδόν πάντα αρνητικές, διότι τα μοντέλα σημείων είναι μικρότερα από τα CAD μοντέλα. Οι τιμές στον άξονα Υ είναι επίσης αρνητικές, διότι το κέντρο των αξόνων είναι στην κορυφή του νοητού κώνου του κάθε οδοντωτού τροχού. Οι τιμές του Χ και του Ζ άξονα παίρνουν διάφορες τιμές, αναλόγως με την τοποθεσία του οδόντα. Δεδομένα όπως του Πίνακα 5.2. χρησιμοποιήθηκαν για την στατιστική ανάλυση της κατανομής της φθοράς και για τις συνθήκες της διαδικασίας του lapping.

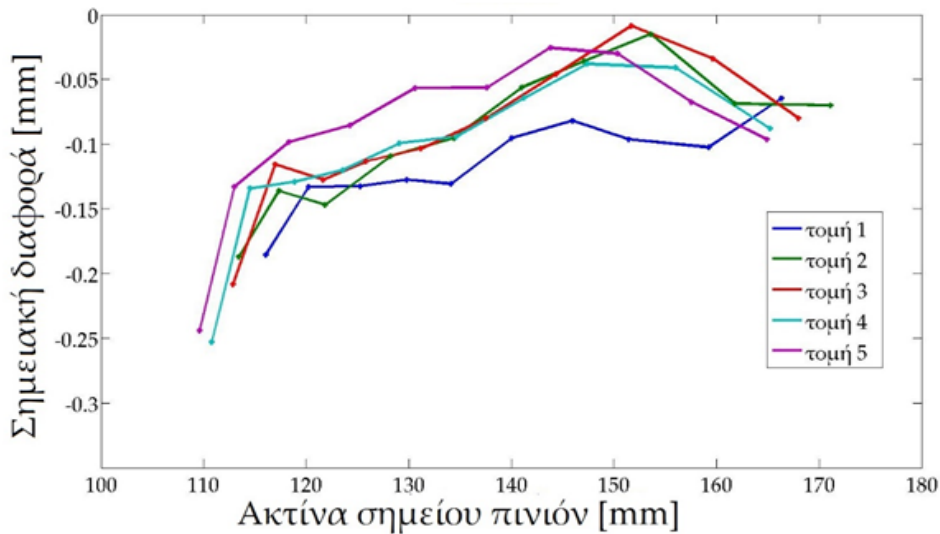
Με την βοήθεια των παραπάνω τομών και του προγραμματιστικού περιβάλλοντος MATLAB Inc [4], δημιουργήθηκαν τα γραφήματα κατανομής της φθοράς για το πινιόν και την κορώνα ξεχωριστά (Εικόνα 5.20 έως 5.23).



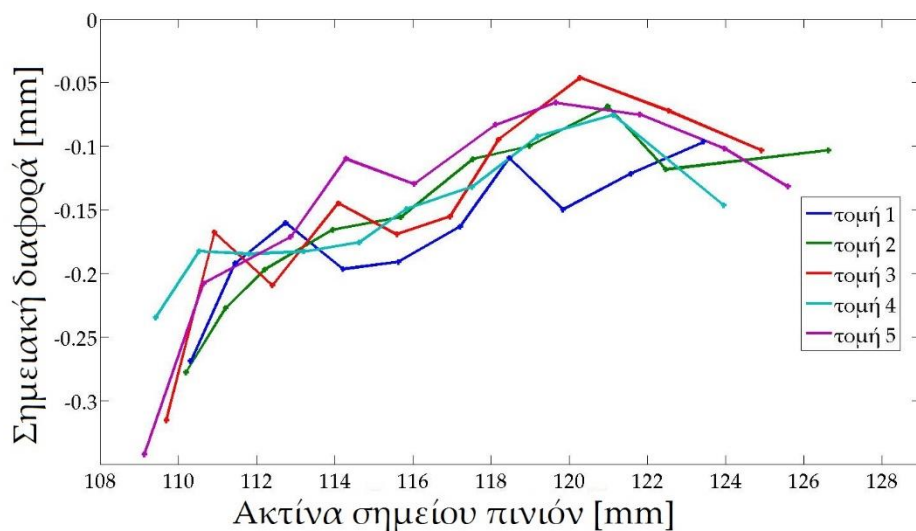
Εικόνα 5.20: Εξέλιξη φθοράς στην κορώνα κατά μήκος του οδόντα [4].



Εικόνα 5.21: Εξέλιξη φθοράς στην κορώνα κατά το μήκος της κατομής του οδόντα [4].



Εικόνα 5.22: Εξέλιξη φθοράς στο πινιόν κατά μήκος του οδόντα [4].

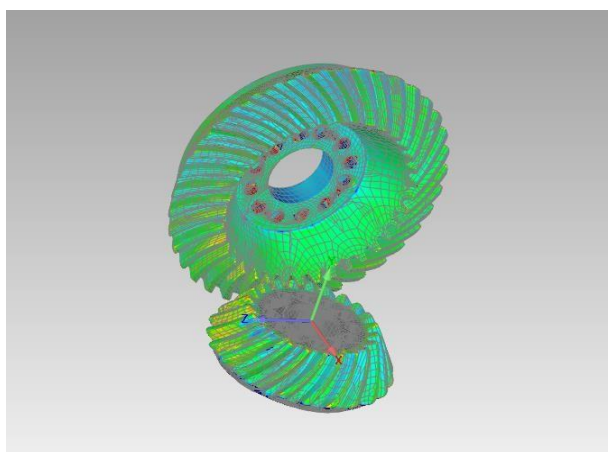


Εικόνα 5.23: Εξέλιξη φθοράς στο πινιόν κατά το μήκος της κατατομής του οδόντα [4].

Τα διαγράμματα των Εικόνων 5.20-5.23 φαίνεται να εμφανίζουν μέγιστη φθορά στις περιοχές μακριά από το μέσο του οδόντος και στην κορυφή και τον πόδα του(και στους δύο οδοντωτούς τροχούς), αντίθετα τα σημεία που βρίσκονται κοντά στον κώνο και στον κύκλο κυλίσεως του τροχού φαίνεται να αγγίζουν το μηδέν, το οποίο ήταν και το αναμενόμενο. Επιπλέον η φθορά στο πινιόν φαίνεται να παίρνει μεγαλύτερες τιμές από αυτή της κορώνας, είτε κατά μήκος του οδόντος είτε κατά το μήκος της κατατομής αυτού και αυτό διότι το πινιόν γυρνάει με περισσότερες στροφές άρα «φαγώνεται» πιο πολύ από την κορώνα.

### 5.3. Σύγκριση του ζεύγους τροχών στην θέση λειτουργίας τους

Εκτός της μελέτης των δύο οδοντωτών τροχών μεμονωμένα, χρειάστηκε και η σύγκριση τους στην ονομαστική θέση λειτουργίας. Με τον ίδιο τρόπο, όπως και πριν, ένα νέφος σημείων από την συνεργασία του ζεύγους των οδοντωτών τροχών αποτυπώθηκε από το FARO arm πριν και ένα μετά το lapping. Ομοίως, έγινε η ταύτιση των δύο μοντέλων (Εικόνα 5.24) και με την δημιουργία των ανάλογων τομών και επιλογής σημείων μελετήθηκαν οι κατευθύνσεις της φθοράς και αργότερα οι συνθήκες της κατεργασίας.

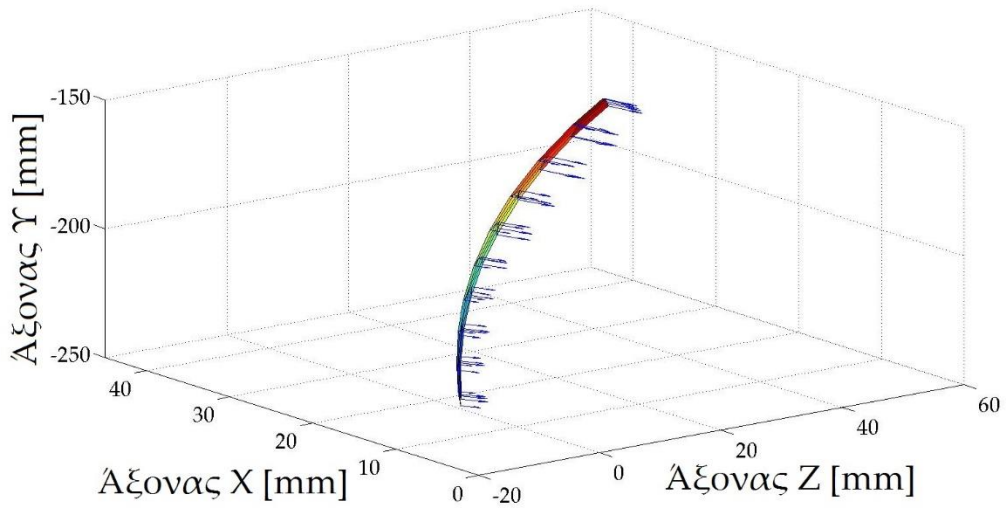


Εικόνα 5.24: Σύγκριση του ζεύγους τροχών στην θέση λειτουργίας επάνω στον τόρνο [3].

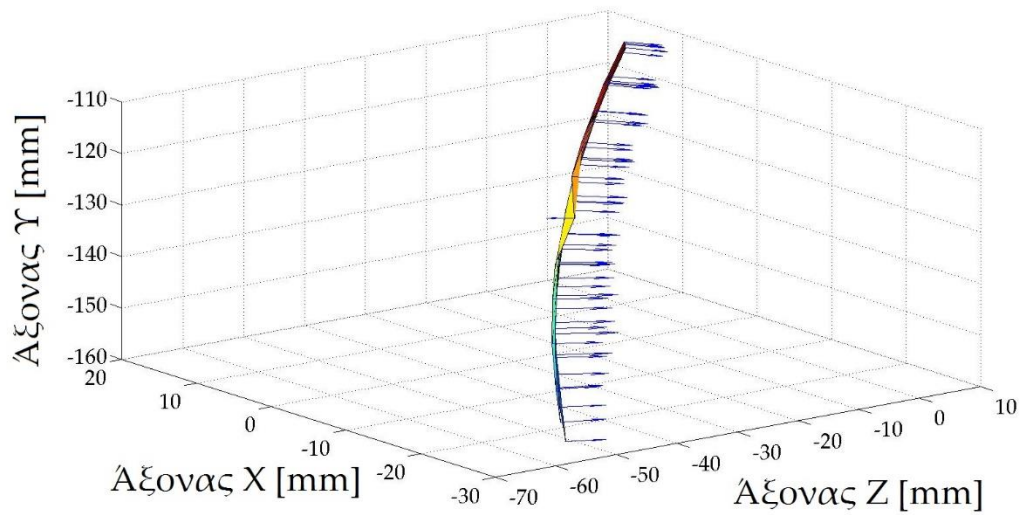
Από το μοντέλο της Εικόνας 5.24 εξήχθησαν οι ανάλογοι πίνακες σημείων, όπως και στο Κεφάλαιο 5.2, οι οποίοι αρχικά χρησιμοποιήθηκαν για την διανυσματική ανάλυση των διαφορών των δύο οδοντωτών τροχών και έπειτα για τον υπολογισμό των συντελεστών της πίεσης, της φθοράς και των ταχυτήτων τους.

Οι Εικόνες 5.25 έως 5.28 παρουσιάζουν την κατεύθυνση των διαφορών (Deviations), κατά μήκος του οδόντα και της κατατομής αυτού για το πινιόν και την κορώνα είτε δούλεψαν δεξιόστροφα είτε αριστερόστροφα. Βασική εντολή που χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση των επιφανειών είναι η 'quiver3' του προγραμματιστικού περιβάλλοντος MATLAB Inc [4], η οποία δημιουργεί διανυσματικά βέλη τριών διαστάσεων που ξεκινούν από

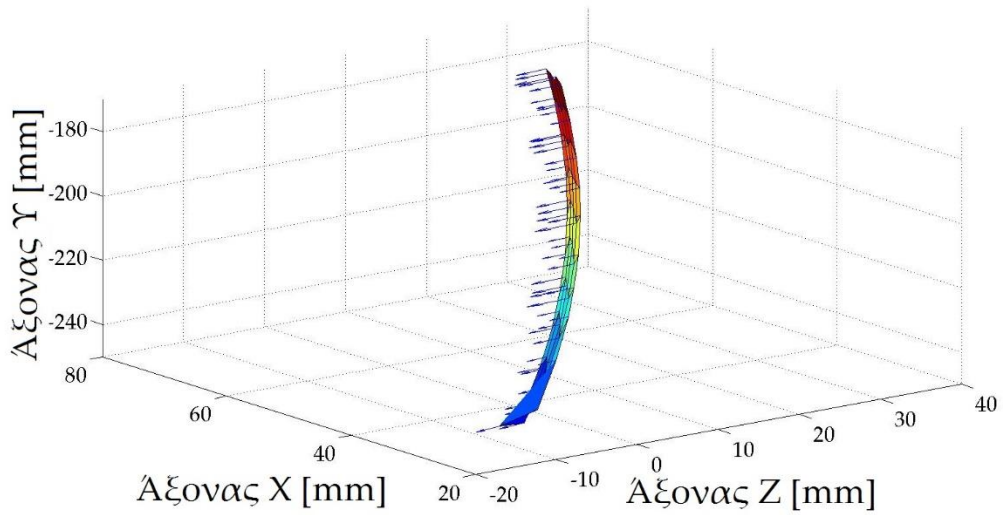
σημεία, τα οποία ορίζει ο χρήστης και εκτείνονται αναλόγως των τιμών που επιλέγει.



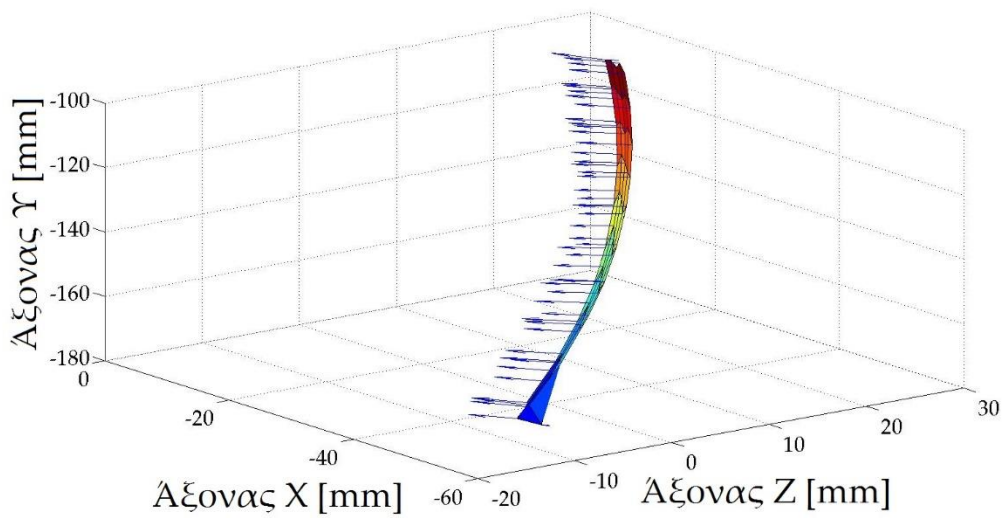
Εικόνα 5.25: Διανυσματική κατεύθυνση της φθοράς της κορώνας στρεφόμενη προς τα δεξιά [4].



Εικόνα 5.26: Διανυσματική κατεύθυνση της φθοράς του πινιόν στρεφόμενο προς τα δεξιά [4].



Εικόνα 5.27: Διανυσματική κατεύθυνση της φθοράς της κορώνας στρεφόμενη προς τα αριστερά [4].



Εικόνα 5.28: Διανυσματική κατεύθυνση της φθοράς του πινιόν στρεφόμενο προς τα αριστερά [4].

Τα διανύσματα των εικόνων 5.25-5.28 έγιναν με βάση την μέση τιμή των σημείων που συγκεντρώθηκαν από τις διάφορες τομές των δύο συνεργαζόμενων τροχών. Ως βάση-επιφάνεια χρησιμοποιήθηκε, σε κάθε ένα

από τα γραφήματα, η επιφάνεια ενός από τους οδόντες για καλύτερη παρουσίαση των δεδομένων(πως κινήθηκε η φθορά από τα σημεία των επιφανειών). Παρατηρείται ότι το ποσοστό της φθοράς συρρικνώνεται προς το μέσο του οδόντα διότι εκεί βρίσκεται ο κώνος κύλισης των δύο οδοντωτών τροχών. Τέλος, τα βέλη παρουσιάζουν κυρίως την κατεύθυνση και όχι το μέγεθος των διανυσμάτων διότι τα μεγέθη αυτών λαμβάνουν τιμές των 0.5-1 mm και οι Εικόνες 5.25-5.28 είναι σε μέγεθος δεκάδων και εκατοντάδων χιλιοστών, παρ' όλα αυτά τα διανύσματα διαφέρουν αναλογικά αναμεταξύ τους.

## 6.Υπολογισμός των συνθηκών της κατεργασίας.

### 6.1.Γενικά στοιχεία.

Για την περαιτέρω μελέτη της κατεργασίας των δύο οδοντωτών τροχών χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα του Πίνακας 6.1.

lapping duration (hr)	grit class	RPM_pinion	Direction_pinion	RPM_crown	axial force on wheel (N)
1	Coarse	80	CCW	49,72972973	0
1	Coarse	80	CW	49,72972973	0
1	Coarse	80	CCW	49,72972973	200
1	Coarse	80	CW	49,72972973	200
1	Coarse	80	CCW	49,72972973	200
1	Coarse	80	CW	49,72972973	200
1	Coarse	80	CCW	49,72972973	200
1	Coarse	80	CW	49,72972973	200
1	Coarse	80	CCW	49,72972973	200
1	Coarse	80	CW	49,72972973	200
1	Coarse	80	CCW	49,72972973	200
1	Coarse	80	CW	49,72972973	200
1	Medium	80	CCW	49,72972973	250
1	Medium	80	CW	49,72972973	250
1	Medium	80	CCW	49,72972973	250
1	Medium	80	CW	49,72972973	250
1	Medium	80	CCW	49,72972973	250
1	Medium	80	CW	49,72972973	250
1	Medium	80	CCW	49,72972973	250
1	Medium	80	CW	49,72972973	250
1,5	Medium	100	CCW	62,16216216	250
1,5	Medium	100	CW	62,16216216	250
1,5	Medium	100	CCW	62,16216216	250
1,5	Medium	100	CW	62,16216216	250
1,5	Medium	100	CCW	62,16216216	250
1,5	Medium	100	CW	62,16216216	250
1,5	Fine	140	CCW	87,02702703	250
1,5	Fine	140	CCW	87,02702703	250
2	Fine	140	CCW	87,02702703	250
2	Fine	140	CCW	87,02702703	0

Πίνακας 6.1: Συνθήκες κατεργασίας των δύο οδοντωτών τροχών(χρόνος κατεργασίας, στροφές και αξονική δύναμη).

Η συνολική διάρκεια της κατεργασίας ανείλθε στις 34 ώρες , εκ των οποίων τις 13,5 ώρες το πινιόν στρεφόταν προς τα δεξιά και η κορώνα αντιθέτως, ενώ τις υπόλοιπες 20,5 ώρες στράφηκαν προς την αντίθετη κατεύθυνση, η οποία ήταν και η ονομαστική τους φορά στρέψης. Επίσης οι αξονικές δυνάμεις στην αρχή είναι μηδενικές γιατί τα γρανάζια δεν μπορούν να συζευχθούν καλώς και πρέπει να «φαγωθούν» όντας εκτός ονομαστικού κέντρου(off-centered). Στο τέλος η αξονική δύναμη είναι επίσης μηδέν διότι τα γρανάζια λειτουργούν πια στην ονομαστική τους θέση και δεν χρειάζεται να συγκλίνουν άλλο. Κατά την διάρκεια της διαδικασίας μετρήθηκε το αντιστάθμισμα (offset) του πινιόν και οι σπασμωδικές κινήσεις (backlash), οι οποίες κινούνταν από -0,3 mm μέχρι 0,4 mm και 0 mm μέχρι 0,25 mm αντιστοίχως το καθένα. Η σχέση που συνδέει τις στροφές του πινιόν και της κορώνας είναι ανάλογη της σχέσης μεταδόσεως που είδαμε στο Κεφάλαιο 2.2. Τέλος, κατά την διάρκεια της κατεργασίας τα επίπεδα τραχύτητας της σμυριδαλοφής φαίνεται να βελτιώνονται.

Τα γενικά χαρακτηριστικά των 2 τροχών είναι:

- $\delta_{01} = 60^\circ$ , ημιγωνία κώνου πινιόν.
- $\delta_{02} = 30^\circ$ , ημιγωνία κώνου κορώνας.
- $d_{m1} = 330 \text{ mm}$ , μέση διάμετρος πινιόν.
- $d_{m2} = 500 \text{ mm}$ , μέση διάμετρος κορώνας.
- $Z_1 = 23$ , αριθμός οδόντων πινιόν.
- $Z_2 = 37$ , αριθμός οδόντων κορώνας.
- $i_{12} = \frac{23}{37} = 0.6216$ , σχέση μετάδοσης.
- $\varepsilon_r = 2.4$ , βαθμός επικάλυψης.
- $a_0 = 20^\circ$ , γωνία εξελιγμένης.
- $E1=20500\left(\frac{Kp}{mm^2}\right)$ , μέτρο ελαστικότητας υλικού πινιόν.
- $E2=20500\left(\frac{Kp}{mm^2}\right)$ , μέτρο ελαστικότητας υλικού κορώνας.
- $b=12\text{mm}$ , πάχος οδόντος.
- $\beta_0 = 30^\circ$ , γωνία ελίκωσης των οδόντων.

Από τα παραπάνω υπολογίζεται ο συντελεστής υλικού  $Y_w$  ίσος με 84.66, ο συντελεστής κυλίσεως  $Y_c$  ίσος με 1.63 και ο συντελεστής φορτίσεως  $Y_L$  ίσος με 0.65.



Στην συνέχεια, γνωρίζοντας τις αξονικές δυνάμεις που ασκήθηκαν ανά πάσα στιγμή, υπολογίζεται η περιφερειακή δύναμη  $P_u$ . Επίσης σύμφωνα με την σχέση (27) του Κεφαλαίου 2.4, υπολογίζεται η θεωρητική πίεση επιφανείας που ασκήθηκε στα σημεία επαφής των δύο οδοντωτών τροχών για την αρχική κατανόηση των συνθηκών της κατεργασίας.

Έτσι ορίζεται ο Πίνακας 6.2.

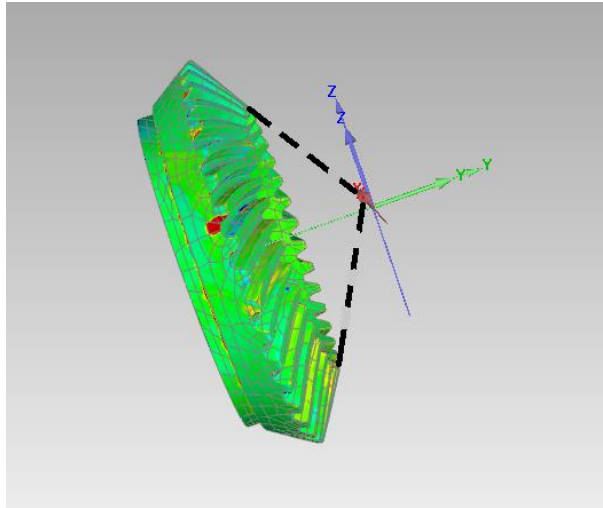
$P_r$ (N)	$P_u$ (N)	$P_{max}$ (MPa)
200	634.5	0.049
250	793.1	0.055

Πίνακας 6.2: Αξονικές δυνάμεις στους τροχούς, περιφερειακές δυνάμεις των οδόντων (μέση τιμή) και πίεση επιφανείας κατά Hertz.

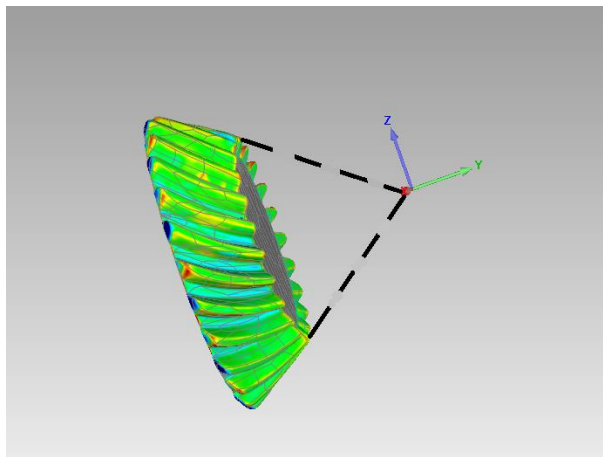
Οι πιέσεις επιφανείας του Πίνακα 6.2 δεν ξεπερνούν τις μερικές δεκάδες χιλιάδες Pascal, το οποίο οφείλεται στις μικρές δυνάμεις που ασκούνται στους δύο οδοντωτούς τροχούς. Οι πιέσεις επιφανείας που υπολογίσθηκαν χρησιμοποιούνται ξεχωριστά στους υπολογισμούς του Κεφαλαίου 6.2 για ωρολογιακή ή μη περιστροφή των τροχών.

Για τον υπολογισμό των διάφορων συντελεστών κατεργασίας χρησιμοποιήθηκε ένας χαρακτηριστικός οδόντας του πινιόν και βάση αυτού υπολογίσθηκαν σημεία επαφής, σημειακές διαφορές κ.α, τα οποία συμβάλλουν στην εκτίμηση των συντελεστών που θα ακολουθήσουν παρακάτω.

Τέλος, στο τρισδιάστατο σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιήθηκε ορίσθηκε ως αρχή των αξόνων η κορυφή του νοητού κώνου του καθενός από τους δύο οδοντωτούς τροχούς, όπως φαίνεται στις Εικόνες 6.1 και 6.2. Οι άξονες X,Z ορίζουν την περιστροφή αυτών και ο άξονας Y είναι ο κατακόρυφος, όπου δεν υπάρχει κίνηση.



Εικόνα 6.1: Αρχή αξόνων από τον νοητό κώνο που σχηματίζουν οι οδόντε της κορώνας.



Εικόνα 6.2: Αρχή αξόνων από τον νοητό κώνο που σχηματίζουν οι οδόντε του πινιόν.

## 6.2. Υπολογισμός του συντελεστή φθοράς $k$ .

Μία πολύ σημαντική παράμετρος που αναπτύσσεται κατά την λειτουργία ενός ζεύγους οδοντωτών τροχών είναι ο συντελεστής φθοράς που ορίζεται ως το εμβαδό αφαιρούμενου υλικού προς το ποσό δύναμης που ασκείται κάθε φορά σε αυτό και οι μονάδες μέτρησης του είναι  $m^2/N$ . Όσο μεγαλύτερος είναι αυτός ο συντελεστής τόσο περισσότερο υλικό αφαιρείται καθώς ασκείται μία δύναμη στο αντικείμενο κατεργασίας.

Τα γραφήματα των Εικόνων 5.25-5.28 του Κεφαλαίου 5.3 παρουσιάζουν την ομοιομορφία αφαίρεσης υλικού των δύο οδοντωτών τροχών, το οποίο θα πρέπει να συνδυάζεται με υψηλό συντελεστή φθοράς ώστε να αυξάνεται η αποτελεσματικότητα της κατεργασίας.

Για τον υπολογισμό του συντελεστή φθοράς χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση του 'Archard', η οποία είναι [2] :

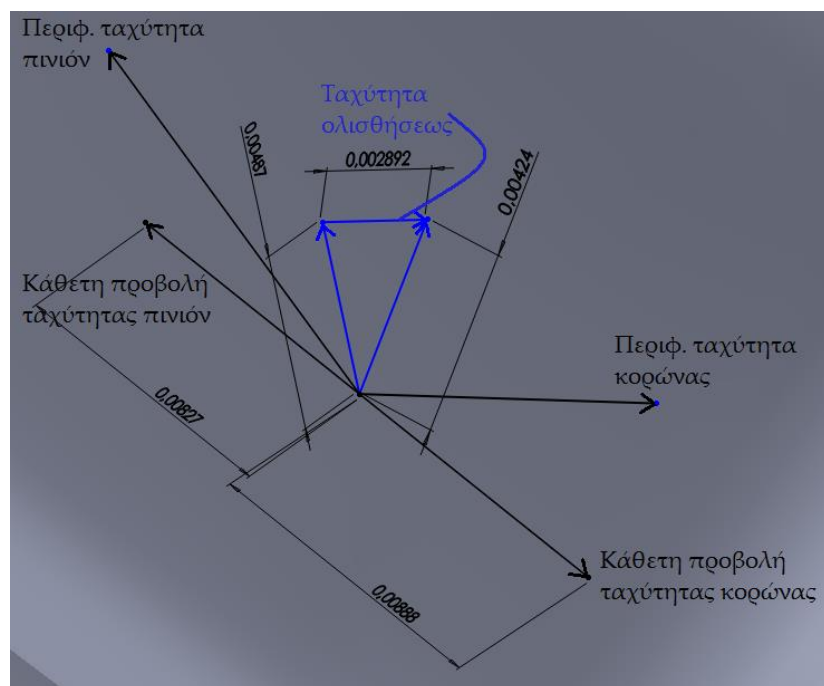
$$\bullet \frac{dh_p}{dt} = k \cdot P_p \cdot U_p \quad (35)$$

όπου το  $dh_p$  είναι η σημειακή διαφορά πριν και μετά το lapping στο σημείο p επαφής των τροχών,  $dt$  είναι το ποσό του χρόνου που χρειάστηκε για να δημιουργηθεί αυτή η φθορά,  $P_p$  είναι η πίεση επιφάνειας στο σημείο p και  $U_p$  είναι η σχετική ταχύτητα ολίσθησης των δύο οδοντωτών τροχών στο σημείο p. Η συγκεκριμένη σχέση χρησιμοποιείται κυρίως στους μετωπικούς τροχούς ελικοειδών οδόντων ωστόσο, όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 2.2, οι τοξωτοί κωνικοί τροχοί συμπεριφέρονται παρόμοια.

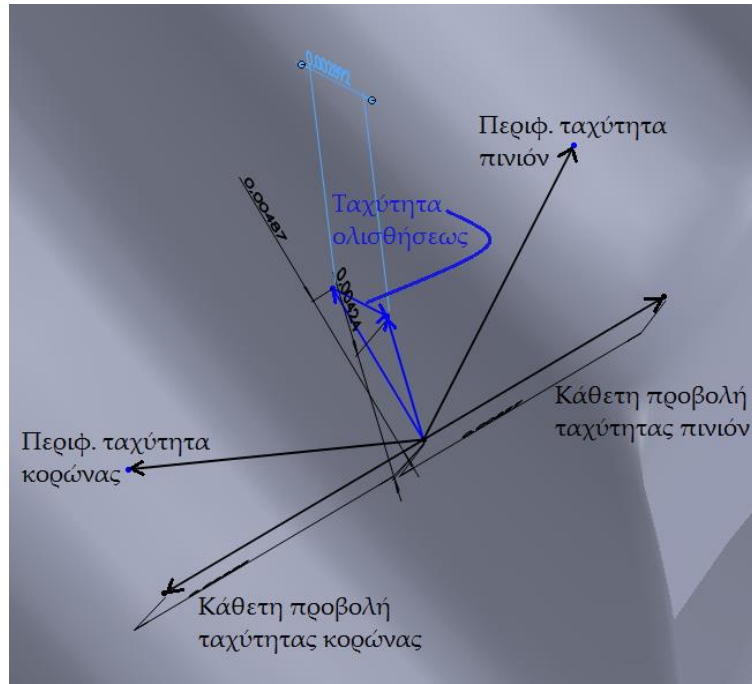
Για τον υπολογισμό της ταχύτητας ολίσθησης των δύο γραναζιών χρησιμοποιήθηκε ο παρακάτω τύπος για την σημειακή περιφερειακή ταχύτητα:

$$\bullet \vec{U} = \omega \cdot \vec{r} \quad (36)$$

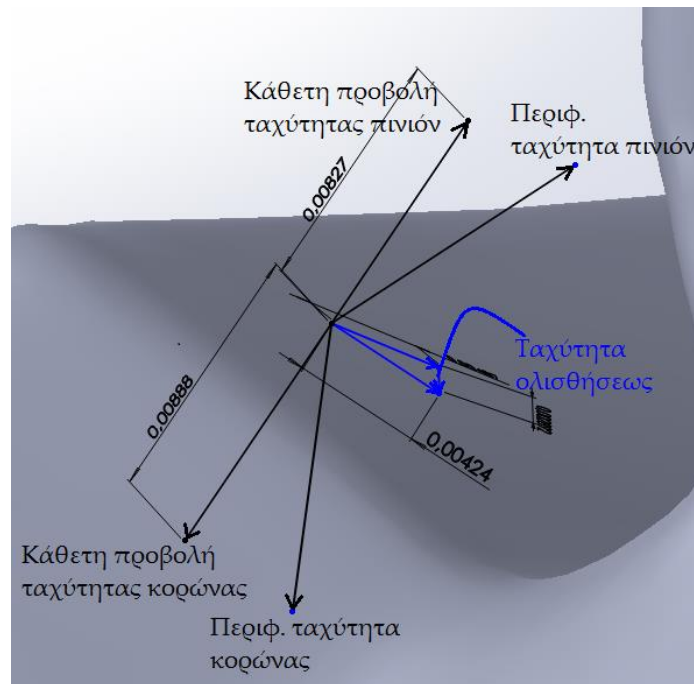
όπου  $\omega$  είναι η γωνιακή ταχύτητα του τροχού και  $r$  είναι η διανυσματική απόσταση του εκάστοτε σημείου από το κέντρο του κώνου του και έπειτα το διάνυσμα της ταχύτητας προβλήθηκε πάνω στην επιφάνεια των οδόντων όπως φαίνεται στις Εικόνες 6.3-6.5.



Εικόνα 6.3: Περιφερειακές ταχύτητες κορώνας και πινιόν προβαλλόμενες επί της επιφάνειας του οδόντος( οι ταχύτητες είναι υπολογισμένες σε εκατόμετρα ανά second) [6].



Εικόνα 6.4: Περιφερειακές ταχύτητες κορώνας και πινιόν προβαλλόμενες επί της επιφάνειας του οδόντος( οι ταχύτητες είναι υπολογισμένες σε εκατόμετρα ανά second) [6].



Εικόνα 6.5: Περιφερειακές ταχύτητες κορώνας και πινιόν προβαλλόμενες επί της επιφάνειας του οδόντος( οι ταχύτητες είναι υπολογισμένες σε εκατόμετρα ανά second) [6].

Στον Πίνακα 6.3 παρουσιάζεται ο υπολογισμός της ταχύτητας ολίσθησης 8 σημείων επαφής των δύο τροχών σε ταχύτητα 80 rpm για το πινιόν και 49.7 για την κορώνα αντίστοιχα σε δεξιά περιστροφή.

A/A	Πινιόν			Κορώνα			Ταχ. ολισθ.
	Περιφ. ταχ.	Κάθετη προβ. ταχ.	Εφαπτ. προβ. ταχ.	Περιφ. ταχ.	Κάθετη προβ. ταχ.	Εφαπτ. προβ. ταχ.	
1	0,96	0,82	0,50	0,98	0,88	0,43	0,29
2	0,99	0,83	0,54	1,01	0,91	0,44	0,32
3	1,07	0,86	0,64	1,09	1,01	0,41	0,47
4	1,10	0,87	0,67	1,11	1,04	0,40	0,55
5	1,12	0,87	0,71	1,19	1,14	0,35	0,61
6	1,16	0,88	0,76	1,20	1,15	0,34	0,64
7	1,25	0,89	0,88	1,26	1,22	0,31	0,73
8	1,28	0,90	0,91	1,29	1,25	0,30	0,78

Πίνακας 6.3: Υπολογισμός ταχύτητας ολισθήσεως για διάφορα σημεία επαφής οδόντων του πινιόν με τους οδόντες της κορώνας.

Ο υπολογισμός της φθοράς γίνεται στον Πίνακα 6.4 με την χρήση του Geomagic Qualify όπως δείχθηκε στο Κεφάλαιο 5.2 σε συνδυασμό με τον Πίνακα 6.1.

A/A	Σημειακή διαφορά( $dh_p$ ) σε mm	Περιστροφή οδοντωτών τροχών	Χρόνος διεργασίας(dt) σε ώρες	Ρυθμός φθοράς ( $\frac{dh_p}{dt}$ ) σε m/sec
1	0.59	CW	13.5	$1.22 \times 10^{-9}$
2	0.64	CW	13.5	$1.33 \times 10^{-9}$
3	0.65	CW	13.5	$1.33 \times 10^{-9}$
4	0.65	CW	13.5	$1.34 \times 10^{-9}$
5	0.65	CW	13.5	$1.33 \times 10^{-9}$
6	0.68	CCW	20.5	$0.93 \times 10^{-9}$
7	0.70	CCW	20.5	$0.95 \times 10^{-9}$
8	0.68	CCW	20.5	$0.93 \times 10^{-9}$

Πίνακας 6.4: Υπολογισμός του ρυθμού φθοράς για διάφορα σημεία επαφής.

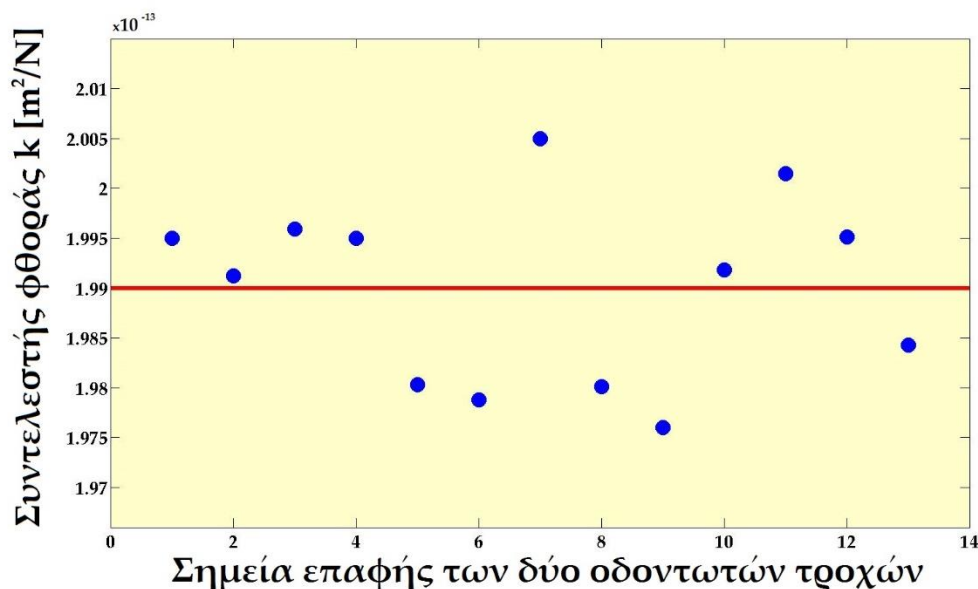
Με βάση την την σχέση (35) και αποτελέσματα των των Πινάκων 6.2, 6.3 και 6.4 μπορεί να υπολογισθεί η τιμή του συντελεστή φθοράς είτε για την δεξιά(CW) είτε για την αριστερή περιστροφή(CCW).

Υπολογίζοντας όλες τις τιμές που παίρνει ο συντελεστής φθοράς 'k', εξάγεται μία μέση τιμή αυτών(Πίνακας 6.5) , η οποία χαρακτηρίζει το μέγεθος της αφαιρέσεως υλικού.

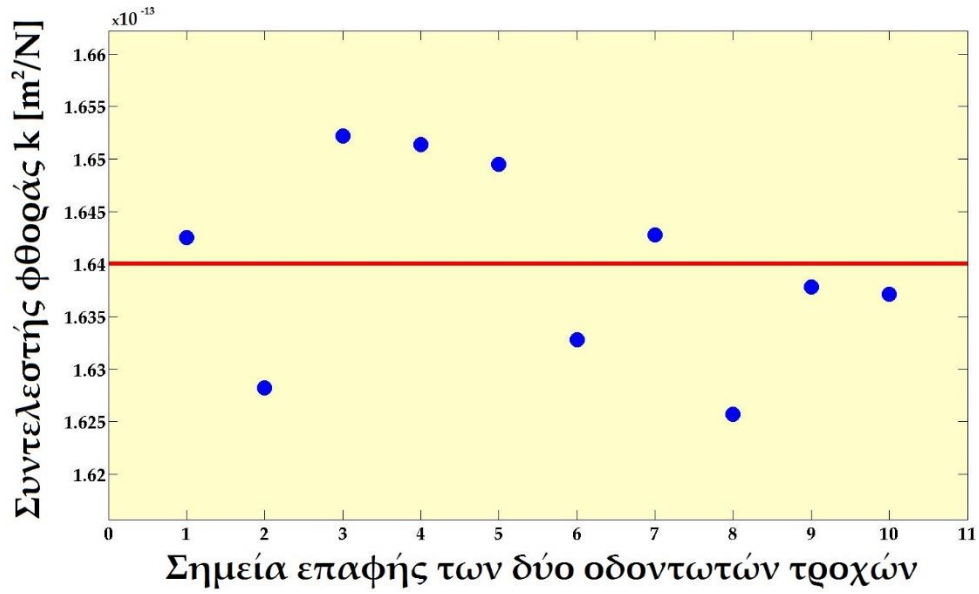
$k_{cw} (m^2/N)$	$k_{ccw} (m^2/N)$
$1.99 \times 10^{-13}$	$1.64 \times 10^{-13}$

Πίνακας 6.5: Συντελεστής φθοράς για δεξιά(CW) και αριστερή(CCW) περιστροφή του πινιόν.

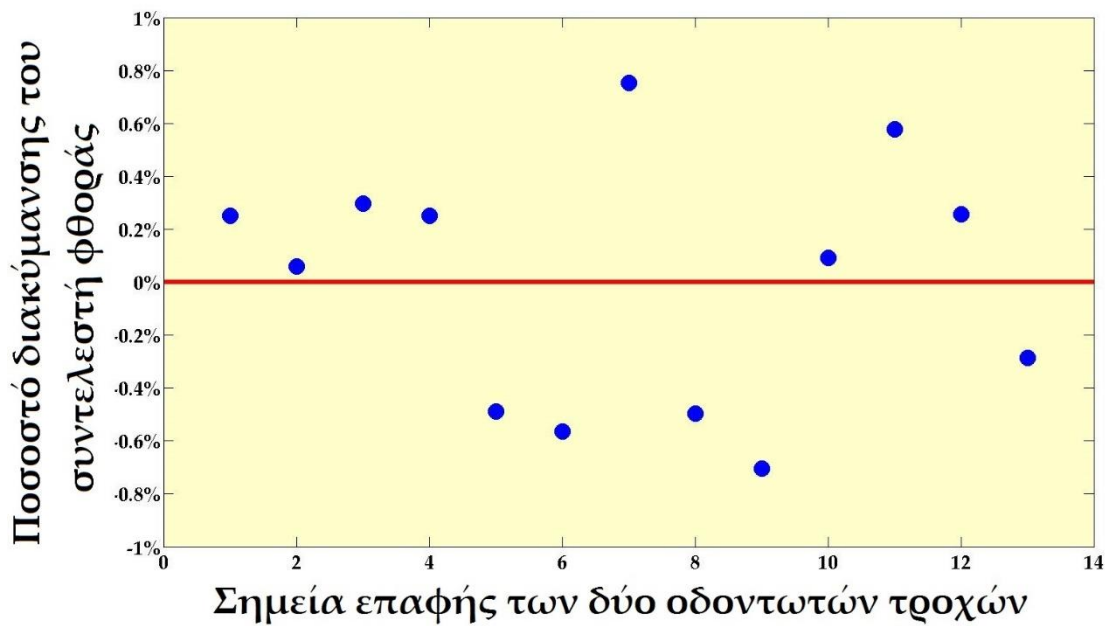
Οι τιμές του Πίνακα 6.5 για τον συντελεστή φθοράς φαίνονται να προσεγγίζουν αρκετά τις τιμές του συντελεστή φθοράς τέτοιων κατεργασιών και μάλιστα να είναι και λίγο πιο υψηλές από το σύνηθες , το οποίο σημαίνει ότι αφαιρέθηκε μεγάλο ποσοστό υλικού κατά την διάρκεια της κατεργασίας. Εκτός από το μέγεθος των τιμών, ενδιαφέρον παρουσιάζει και η διακύμανση αυτών κατά την διάρκεια της κατεργασίας αναλογικά με την πίεση ή την ταχύτητα ολίσθησης των τροχών, η οποία φαίνεται στις Εικόνες 6.1-6.4.



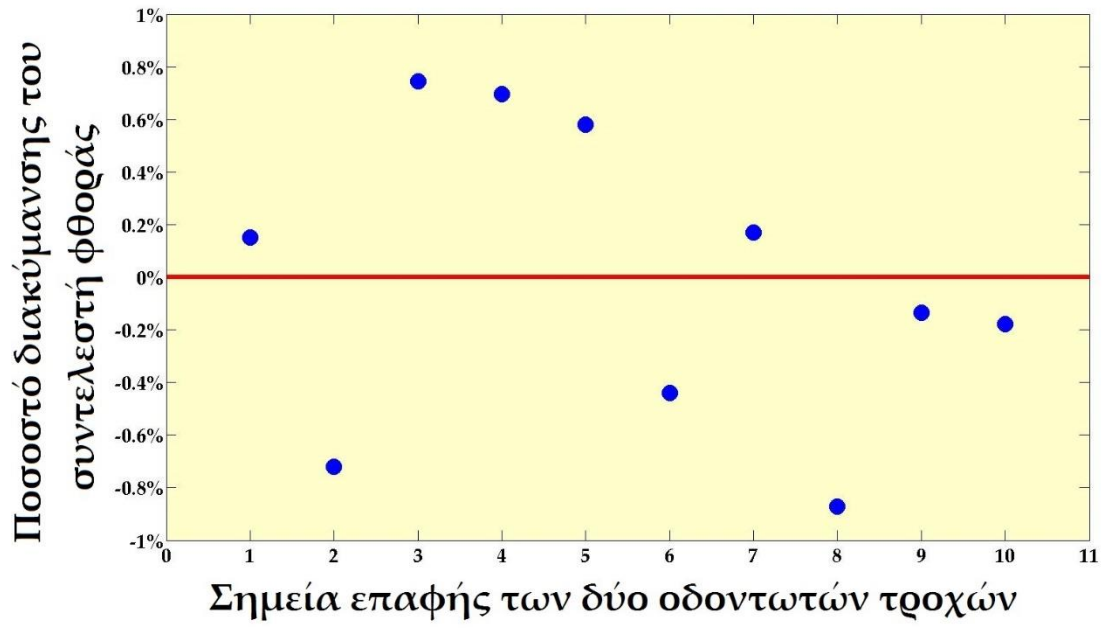
Εικόνα 6.1: Διακύμανση του συντελεστή φθοράς για διάφορα σημεία επαφής των οδοντωτών τροχών(δεξιόστροφα) και η μέση τιμή του [4].



Εικόνα 6.2: Διακύμανση του συντελεστή φθοράς για διάφορα σημεία επαφής των οδοντωτών τροχών (αριστερόστροφα) και η μέση τιμή του [4].



Εικόνα 6.3: Ποσοστιαία διακύμανση του συντελεστή φθοράς για διάφορα σημεία επαφής των οδοντωτών τροχών(δεξιόστροφα) και η μέση τιμή του [4].



Εικόνα 6.2: Ποσοστιαία διακύμανση του συντελεστή φθοράς για διάφορα σημεία επαφής των οδοντωτών τροχών (αριστερόστροφα) και η μέση τιμή του [4].



### 6.3.Υπολογισμός της πίεσης επιφανείας P.

Για την εύρεση της πίεσης επιφανείας, η οποία ασκήθηκε κατά την διαδικασία του lapping, χρησιμοποιήθηκε η εξίσωση (35) του 'Archard' του Κεφαλαίου 6.2, με σταθερά την σχετική ταχύτητα, τον ρυθμό φθοράς και μεταβάλλοντας τις τιμές του συντελεστή φθοράς που υπολογίστηκε στο Κεφάλαιο 6.2.

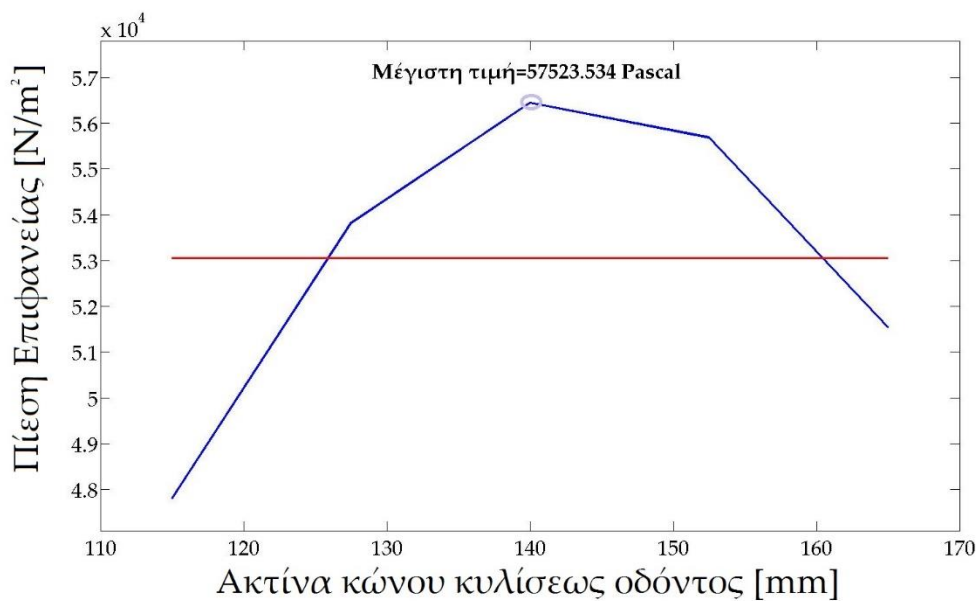
Ο Πίνακας 6.6 παρουσιάζει τον υπολογισμό της πίεσης επιφανείας για ενδεικτικό αριθμό σημείων επαφής κατά την αριστερή περιστροφή.

Ταχύτητα ολίσθησης στα 80 rpm για το πινόν[m/sec]	Συντελεστής φθοράς [m <sup>2</sup> /N]	Ρυθμός φθοράς των σημείων [m/sec]	Πίεση επιφανείας [N/m <sup>2</sup> ]
0.549	1.98 x 10 <sup>-13</sup>	5.9 x 10 <sup>-9</sup>	48954
0.596	1.99 x 10 <sup>-13</sup>	6.3 x 10 <sup>-9</sup>	49354
0.690	1.99 x 10 <sup>-13</sup>	6.3 x 10 <sup>-9</sup>	58400
0.722	1.64 x 10 <sup>-13</sup>	6.5 x 10 <sup>-9</sup>	59621
0.960	1.63 x 10 <sup>-13</sup>	6.1 x 10 <sup>-9</sup>	50833

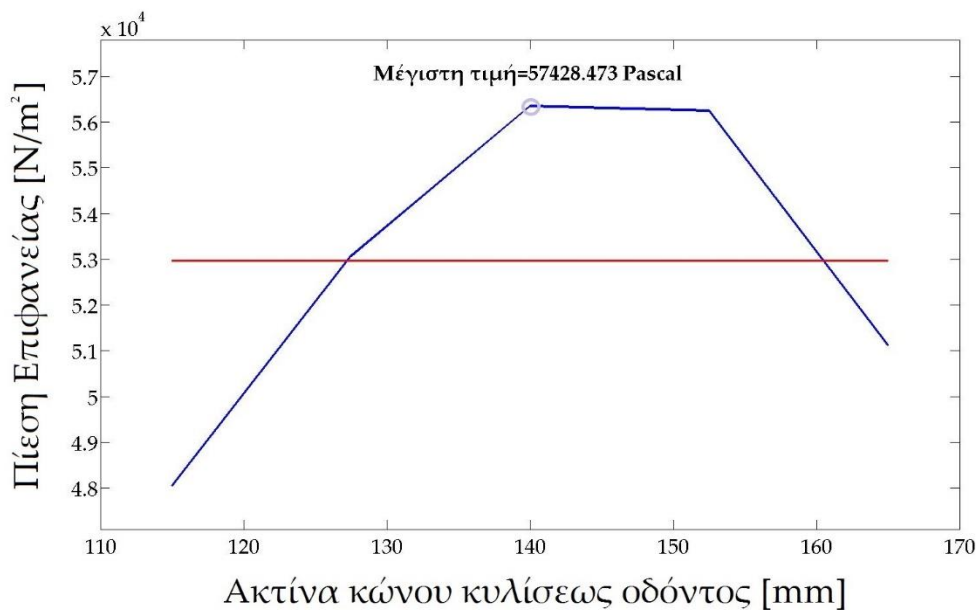
Πίνακας 6.5: Υπολογισμός της πίεσης επιφανείας για ενδεικτικά σημεία επαφής της κορώνας με το πινόν (αριστερόστροφα).

Παρατηρείται ότι η πίεση επιφανείας (όπως είχε αναφερθεί και στο Κεφάλαιο 6.1) δεν λαμβάνει ιδιαίτερα μεγάλες τιμές (συνήθως η πίεση που δέχεται ένας οδοντωτός τροχός ανέρχεται σε εκατομμύρια Pascal) διότι δεν ασκούνται μεγάλες αξονικές δυνάμεις και οι στροφές ανά λεπτό των δύο οδοντωτών τροχών είναι χαμηλές κατά την διάρκεια της κατεργασίας ώστε να αποφευχθούν ανεπανόρθωτες εκκοιλάνσεις ή βλάβες στους οδόντες.

Στις Εικόνες 6.5 και 6.6 φαίνεται το πως κινήθηκε η πίεση επιφανείας κατά μήκος του κώνου κυλίσεως των οδόντων κατά την διάρκεια της κατεργασίας.



Εικόνα 6.5: Κατανομή της πίεσης επιφανείας κατά μήκος των οδόντων για δεξιά περιστροφή και η μέση τιμή της [4].



Εικόνα 6.6: Κατανομή της πίεσης επιφανείας κατά μήκος των οδόντων για αριστερή περιστροφή και η μέση τιμή της [4].

Από τα γραφήματα των Εικόνων 6.5 και 6.6 παρατηρείται ότι η πίεση επιφανείας παρουσιάζει μέγιστο κατά το μέσο του οδόντος, δηλαδή κοντά στον

κώνο κυλίσεως του. Οι τιμές για την δεξιά περιστροφή του πινιόν είναι μεταξύ 47521 Pa και 57523 Pa, η οποία είναι και η μέγιστη τιμή, ενώ για την αντίθετη περιστροφή είναι μεταξύ 48231 Pa και 57428 Pa.



## 7. Συμπεράσματα

Καταλήγοντας, αποδεικνύεται πως η διαδικασία lapping σε ζεύγος οδοντωτών τροχών με τοξωτή κωνική γεωμετρία μπορεί να έχει τα επιθυμητά αποτελέσματα χωρίς να χρειαστεί να γίνει προηγουμένως grinding. Αυτό τεκμηριώνεται και από την επίτευξη των επιθυμητών αποτελεσμάτων που επέφερε η μελέτη των τροχών με αντίστροφη μηχανική, στα οποία επέτυχε η ομοιομορφία της φθοράς των οδόντων τροχών και η σύζευξη τους, που ήταν αδύνατη προηγουμένως λόγω της παραμορφώσεως από την θερμική κατεργασία. Βασικό παράγοντα στην διαδικασία του lapping έπαιξε η επιλογή των χρόνων κατεργασίας, των ταχυτήτων των δύο οδοντωτών τροχών, των δυνάμεων που τους ασκήθηκαν καθώς και η εναλλαγή της πάστας επικάλυψης. Η επιλογή της αργής μεταφοράς των τροχών από τις μη ονομαστικές θέσεις προς το κέντρο λειτουργίας τους με σταδιακό ρυθμό ήταν σημαντική για την επίτευξη των βέλτιστων συντελεστών φθοράς και των επιθυμητών καμπυλών σύζευξης μεταξύ των οδόντων ενώ σε καμία περίπτωση δεν δημιουργήθηκαν φθορές μεταξύ των δύο τροχών. Τα επίπεδα αποδοτικότητας των τροχών ήταν αρκούντως ικανοποιητικά μετά το πέρας της διαδικασίας και οι δύο οδοντωτοί τροχοί λειτούργησαν ομαλά και χωρίς θόρυβο επάνω στο πλοίο καταμαράν. Τέλος η online αποτίμηση της μεθοδολογίας από το Faro arm robot προτείνεται αντί της αποσυναρμολόγησης του συστήματος.

Η διαδικασία αυτή ενδείκνυται για όλους τους τύπους τροχών αλλάζοντας κάθε φορά τους συντελεστές κατεργασίας και παρουσιάζει μια πιο οικονομική λύση όσον αφορά την επισκευή ζεύγους οδοντωτών τροχών.

## 8.Βιβλιογραφία

- [1] Θ.Ν. Κωστόπουλος, «Οδοντώσεις και Μειωτήρες Στροφών», εκδόσεις Συμμεών, Αθήνα 1991
- [2] Anders Flodin, Sören Andersson «Simulation of mild wear in helical gears» Machine Elements, Department of Machine Design, Royal Institute of Technology, S-100 44 Stockholm, Sweden 2000
- [3] Geomagic Foundation 2013, Inc
- [4] MATLAB R2013a, Copyright 1984-2013, The Mathworks Inc
- [5] Αθανάσιος Γιαννάκης, Παραμετρικός Σχεδιασμός Τροχιάς Κοπτικών Εργαλείων Για Την Κατασκευή Οδοντωτών Τροχών Ευθείας Οδόντωσης Σε Κέντρα Κατεργασιών CNC Τεσσάρων Αξόνων, Αθήνα Μάρτιος 2010
- [6] Solidworks 2015