



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΦΥΣΙΚΩΝ
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

Υπολογιστική ανάλυση λειτουργικών δικτύων
διασυνδεσιμότητας του ανθρώπινου εγκεφάλου
με βάση τη θεωρία της Granger Αιτιότητας &
των Κατευθυνόμενων Συναρτήσεων Μεταφοράς
(Directed Transfer Function)

Γενοβέφα Κ. Οφλίδη

Υποβληθείσα διπλωματική εργασία προς εκπλήρωση
των απαραίτητων προϋποθέσεων για την απόκτηση του
Προπτυχιακού Διπλώματος

Επιβλέπων Καθηγητής: Κωνσταντίνος Σιέττος, Αναπλ. Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα
Φεβρουάριος 2016



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΦΥΣΙΚΩΝ
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

Υπολογιστική ανάλυση λειτουργικών δικτύων
διασυνδεσιμότητας του ανθρώπινου εγκεφάλου
με βάση τη θεωρία της Granger Αιτιότητας &
των Κατευθυνόμενων Συναρτήσεων Μεταφοράς
(Directed Transfer Function)

Γενοβέφα Κ. Οφλίδη

Τριμελής Επιτροπή

.....
Κωνσταντίνος Σιέττος
Αναπλ. Καθηγητής
Ε.Μ.Π

.....
Δημήτριος Γκούσης
Καθηγητής
Ε.Μ.Π

.....
Νικόλαος Σμυρνης
Αναπλ. Καθηγητής
Ιατρικής Σχολής ΕΚΠΑ

Αθήνα
Φεβρουάριος 2016

.....
Οφλίδη Γενοβέφα

Διπλωματούχος Εφαρμοσμένων Μαθηματικών & Φυσικών Επιστημών Ε.Μ.Π.

Copyright, Οφλίδη Γενοβέφα, 2016

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα. Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευτεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Αφιερώνεται στους γονείς μου, Κώστα & Γεωργία,

οι οποίοι είναι σύμμαχοι ψυχής σε κάθε

ανήφορο και κατήφορο της ζωής...

Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του Προπτυχιακού Προγράμματος της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ.Π., στο Τομέα Μηχανικής.

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω πρώτον από όλους τον Επιβλέποντα Καθηγητή κ. Κωνσταντίνο Σιέττο, Αναπλ. Καθηγητή του Ε.Μ.Π, γιατί μου έδωσε τη δυνατότητα να ασχοληθώ με το μαγικό κόσμο της νευροεπιστήμης, καθώς και για την καθοδήγηση και την υποστήριξη που μου παρείχε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της παρούσας εργασίας.

Επιπρόσθετα, θα ήθελα να ευχαριστήσω ξεχωριστά τα μέλη της επιτροπής, τον κ. Σμυρνή Νικόλαο, Αναπλ. Καθηγητή του Τμήματος Ψυχιατρικής της Ιατρικής Σχολής του Πανεπιστημίου Αθηνών και τον κ. Γκούση Δημήτριο, Καθηγητή του Ε.Μ.Π, για τη σημαντική συμβολή τους στην περαίωση της διπλωματικής εργασίας, αλλά και τους υποψήφιους διδάκτορες του εργαστηρίου του κ. Σιέττου στο Τομέα Μηχανικής, για την αμέριστη και συνεχή βοήθειά τους.

Τέλος, νιώθω την ανάγκη να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ στους δικούς μου ανθρώπους, την οικογένειά μου και τους φίλους μου, οι οποίοι ήταν στο πλευρό μου από την πρώτη στιγμή. Η υπομονή, η κατανόηση και η συμπαράστασή τους αποτέλεσαν όπλα δύναμης για την ολοκλήρωση αυτού του κύκλου της ζωής μου.

Περίληψη

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η ανάλυση και μελέτη λειτουργικών δικτύων διασυνδεσιμότητας του ανθρώπινου εγκεφάλου με βάση τη θεωρία της Granger αιτιότητας (Granger Causality) και των κατευθυνόμενων συναρτήσεων μεταφοράς (DTF). Για το λόγο αυτό, έπρεπε να γίνουν κατανοητά τα ανατομικά χαρακτηριστικά του εγκεφάλου και να μελετηθούν τα διάφορα μαθηματικά εργαλεία, που αποτελούν πυλώνες της μοντελοποίησης των εγκεφαλικών σημάτων.

Συγκεκριμένα, στο πρώτο μέρος παρουσιάζεται η ανατομία του ανθρώπινου εγκεφάλου, καθώς και τα βασικά χαρακτηριστικά των νευρώνων. Γίνεται αναφορά σε τρεις τεχνικές απεικόνισης της εγκεφαλικής δραστηριότητας (EEG, MEG, fMRI), με την χρήση των οποίων μπορούν να καταγραφούν τα εγκεφαλικά σήματα, αλλά και διάφορα τοπογραφικά δεδομένα. Στη συνέχεια, γίνεται εισαγωγή στην θεωρία των σημάτων και παρουσιάζονται οι διάφορες μέθοδοι ανάλυσης αυτών, τόσο στο πεδίο του χρόνου, όσο και στο πεδίο των συχνοτήτων. Ιδιαίτερη βαρύτητα δίνεται στο Διακριτό Μετασχηματισμό Fourier. Ακολουθεί εκτενής αναφορά στην ανάλυση και μοντελοποίηση των στάσιμων στοχαστικών διαδικασιών, όπου ασχοληθήκαμε κυρίως με το πολυμεταβλητό αυτοπαλίνδρομο μοντέλο (MVAR), καθώς και με την εκτίμηση των παραμέτρων (Μέθοδος Yule-Walker) αυτού. Έτσι, έχοντας δώσει όλο το μαθηματικό υπόβαθρο που είναι απαραίτητο, προχωράμε στην ανάπτυξη των μεθόδων συνδεσιμότητας. Η Granger αιτιότητα αποτελεί ένα από τα παλαιότερα και σημαντικότερα μαθηματικά εργαλεία για τη μελέτη συσχετίσεων των νευροφυσιολογικών, και όχι μόνο, συστημάτων. Εν συνεχεία αναπτύσσεται η θεωρία και το μοντέλο της Φασματικής Granger Αιτιότητας (Spectral Granger Causality) και της Κατευθυνόμενης Συνάρτησης Μεταφοράς, η οποία αποτελεί και τη δεύτερη μέθοδο που μελετάται στην παρούσα εργασία.

Τέλος, προχωράμε στην εφαρμογή των δύο μεθόδων και στην αξιολόγηση των αποτελεσμάτων, πάνω σε προσομοιωμένα δεδομένα σημάτων, για τα οποία είναι γνωστά τα μοτίβα συνδεσιμότητας. Σημειώνεται ότι η ανάλυση αυτών βασίζεται στις μεθοδολογίες που ακολουθούν οι A. K. Seth (2011) και G. Nollo, L. Faes (2011).

Abstract

The purpose of this thesis is to study and analyze neurophysiological data with the use of Granger Causality and Directed Transfer Functions (DTF). We give a brief review of the brain physiology and an overview of the methods used in time-frequency domain analysis. We also present the stochastic processes theory and focus on spectral analysis of multivariate autoregressive models (MVAR). Finally, we introduced the theory of G-causality and DTF and we apply their methods to simulated signals, with known patterns of connectivity.

Περιεχόμενα

1	Νευροφυσιολογία	21
1.1	Γνωστική Επιστήμη και Νευροεπιστήμη	21
1.2	Νευρικό Σύστημα	22
1.3	Ο Ανθρώπινος Εγκέφαλος	24
1.3.1	Εγκεφαλικά ημισφαίρια	24
1.3.2	Εγκεφαλικό στέλεχος	26
1.3.3	Παρεγκεφαλίδα	27
1.4	Νευρικά Κύτταρα ή Νευρώνες	27
1.4.1	Δομή Νευρώνων	27
1.4.2	Λειτουργία Νευρώνων	29
1.4.2.1	Δυναμικό Ηρεμίας (Resting Potential)	30
1.4.2.2	Δυναμικό Ενέργειας (Action Potential)	31
1.4.2.3	Μετασυναπτικό Δυναμικό (PostSynaptic Potential)	31
2	Απεικόνιση Εγκεφαλικής Δραστηριότητας	33
2.1	Εισαγωγή	33
2.2	Ηλεκτροεγκεφαλογραφία	34
2.2.1	Λειτουργία Ηλεκτροδίων	34
2.2.2	Τοποθέτηση Ηλεκτροδίων	36
2.2.3	Ενίσχυση Σήματος Εγκεφαλογραφήματος	36
2.2.4	Εγκεφαλικοί Ρυθμοί	37

2.3	Προκλητά Δυναμικά	40
2.4	Μαγνητοεγκεφαλογραφία	41
2.5	Απεικόνιση Λειτουργικού Μαγνητικού Συντονισμού	42
3	Ανάλυση Σήματος	45
3.1	Εισαγωγή στα Σήματα	45
3.1.1	Κατηγορίες Σημάτων	45
3.1.2	Χαρακτηριστικά Σημάτων	47
3.2	Μέθοδοι Ανάλυσης Σήματος	50
3.2.1	Ανάλυση στο Πεδίο του Χρόνου	50
3.2.2	Ανάλυση στο Πεδίο των Συχνοτήτων	52
3.2.3	Ανάλυση στο Πεδίο Χρόνου και Συχνοτήτων	57
3.2.3.1	Μετασχηματισμός Fourier Μικρής Διάφκειας	58
3.2.3.2	Ο Μετασχηματισμός Gabor	59
3.2.3.3	Η Μέθοδος Multitaper	60
3.2.4	Ανάλυση στο Πεδίο του Βαθμωτού Χρόνου	62
4	Ανάλυση Χρονοσειρών	65
4.1	Εισαγωγή	65
4.1.1	Στοχαστική Διαδικασία (Stochastic Process)	65
4.1.2	Στασιμότητα	67
4.1.3	Λευκός Θόρυβος	67
4.2	Στάσιμες Στοχαστικές Διαδικασίες	68
4.2.1	Μοντέλο Αυτοπαλινδρόμησης	69
4.2.2	Συνάρτηση Μερικής Αυτοσυσχέτισης	71
4.2.3	Μοντέλο Κινούμενου Μέσου	72
4.2.4	Μικτό Μοντέλο Παλινδρόμησης	73
4.3	Μη Στάσιμες Στοχαστικές Διαδικασίες	74
4.4	Εκτίμηση Μοντέλου	76
4.4.1	Πολυμεταβλητό Μοντέλο Παλινδρόμησης	77
4.4.2	Κριτήρια Επιλογής Τάξης Μοντέλου	78
4.4.3	Εκτίμηση Παραμέτρων - Μέθοδος Yule - Walker	79

<i>ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ</i>	15
5 Ανάπτυξη Μοντέλων Συνδεσιμότητας	81
5.1 Εισαγωγή	81
5.2 Αιτιότητα κατά Granger	82
5.2.1 Μαθηματικό Μοντέλο	82
5.2.2 Φασματική Αιτιότητα κατά Granger	84
5.3 Κατευθυνόμενη Συνάρτηση Μεταφοράς	85
5.3.1 Μαθηματικό Μοντέλο	86
6 Εφαρμογές Μεθόδων Αιτιότητας	89
6.1 Εισαγωγή	89
6.2 Μεθοδολογία Επεξεργασίας Δεδομένων	90
6.3 Θεωρητικά Παραδείγματα	91
6.3.1 Πρώτο Μοντέλο	91
6.3.2 Δεύτερο Μοντέλο	94
6.3.3 Τρίτο Μοντέλο	97
6.4 Συμπεράσματα	101

Κατάλογος Σχημάτων

1.1.1 Αναπαράσταση Διάταξης Νευρώνων	21
1.2.1 Ανθρώπινο Νευρικό Σύστημα	22
1.3.1 Ανατομία Εγκεφάλου	24
1.3.2 Εγκεφαλικά Ημισφαίρια και Εγκεφαλικοί Λοβοί	25
1.3.3 Ανατομία Εγκεφαλικού Στελέχους	26
1.3.4 Ανατομία Παρεγκεφαλίδας	27
1.4.1 Τα Κύρια Στοιχεία ενός Νευρώνα	28
1.4.2 Επικοινωνία Νευρώνων και Συναπτική Δομή	29
1.4.3 Γραφική Παράσταση Δυναμικού Ενεργείας	31
2.2.1 Διάταξη Ηλεκτροεγκεφαλογραφίας	34
2.2.2 Επιληπτικές Αιχμές-Κύματα με Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα	35
2.2.3 Θέσεις και Ονοματολογία Ηλεκτροδίων	36
2.2.4 Κυματομορφές των Εγκεφαλικών Ρυθμών	38
2.2.5 Κύκλος και Στάδια Ύπνου	39
2.3.1 α) VEP β) SEP γ) AEP	40
2.4.1 Διάταξη Μαγνητοεγκεφαλογραφίας	41
2.5.1 Διάταξη fMRI	42
2.5.2 Τομές Εγκεφάλου με τη Τεχνική fMRI	43
3.1.1 Γραφική Αναπαράσταση Σήματος Συνεχούς Χρόνου	46
3.1.2 Γραφική Αναπαράσταση Σήματος Διακριτού Χρόνου	46

3.1.3 Γραφική Αναπαράσταση Ψηφιακού και Αναλογικού Σήματος	47
3.2.1 1.Πλάτος A 2.Πλάτος από Κορύφη σε Κορυφή 3.Ενεργός Τιμή 4.Περίοδος T	51
3.2.2 Γραφική Αναπαράσταση στο Πεδίο του Χρόνου Απλού και Σύνθε- του Σήματος	52
3.2.3 Παράδειγμα Συμμετρίας	54
3.2.4 Παράδειγμα Ανάλυσης Fourier (FFT)	57
3.2.5 Φασματική Ανάλυση EEG σήματος	59
3.2.6 Αναπαράσταση των τεσσάρων πρώτων DPSS Συναρτήσεων	61
3.2.7 Αναπαράσταση Μετασχηματισμών (Χρόνος-Συχνότητα)	63
4.1.1 α) Τυχαία Μεταβλητή β) Στοχαστική Διαδικασία	66
6.3.1 Απεικόνιση των τεσσάρων γραμμικών σημάτων	91
6.3.2 Χρονοσειρές του MVAR μοντέλου	92
6.3.3 Κριτήρια επιλογής τάξης μοντέλου	92
6.3.4 Απεικόνιση της G-αιτιότητας μεταξύ x_j και x_i	93
6.3.5 Απεικόνιση της $\Gamma_{ij}^2(f)$ μεταξύ x_j και x_i	93
6.3.6 Απεικόνιση των τριών γραμμικών σημάτων	94
6.3.7 Χρονοσειρές του MVAR μοντέλου	95
6.3.8 Κριτήρια επιλογής τάξης μοντέλου	95
6.3.9 Απεικόνιση της G-αιτιότητας μεταξύ x_j και x_i	96
6.3.10 Απεικόνιση της δεσμευμένης G-αιτιότητας μεταξύ x_j και x_i	96
6.3.11 Απεικόνιση της $\Gamma_{ij}^2(f)$ μεταξύ x_j και x_i	97
6.3.12 Απεικόνιση των πέντε γραμμικών σημάτων	98
6.3.13 Χρονοσειρές του MVAR μοντέλου	98
6.3.14 Κριτήρια επιλογής τάξης μοντέλου	99
6.3.15 Απεικόνιση της G-αιτιότητας μεταξύ x_j και x_i	99
6.3.16 Απεικόνιση της δεσμευμένης G-αιτιότητας μεταξύ x_j και x_i	100
6.3.17 Απεικόνιση της $\Gamma_{ij}^2(f)$ μεταξύ x_j και x_i	100

Κατάλογος Πινάκων

3.1	Βασικές Ιδιότητες Σημάτων	49
3.2	Σύγκριση DFT και FFT	56
3.3	Σχέση Χρόνου - Συχνότητας στο Wavelet Μετασχηματισμό	62

Κεφάλαιο 1

Νευροφυσιολογία

1.1 Γνωστική Επιστήμη και Νευροεπιστήμη



Σχήμα 1.1.1: Αναπαράσταση Διάταξης Νευρώνων
<https://periplanomeno.wordpress.com/page/330/>

Το επιστημονικό πεδίο που ασχολείται με την έρευνα του νου ονομάζεται Γνωστική ή Γνωσιακή Επιστήμη (Cognitive Science). Το νέο αυτό διεπιστημονικό πεδίο αντλεί γνώσεις και πληροφορίες από τη γνωστική νευροψυχολογία, τη γνωστική νευροεπιστήμη, την τεχνική νοημοσύνη, τη γλωσσολογία και τη φιλοσοφία του νου. Το βασικό ερώτημα της γνωσιακής επιστήμης είναι πως παράγεται η νόηση

από τη λειτουργία του εγκεφάλου. Προκειμένου λοιπόν οι επιστήμονες να γνωρίσουν τη φύση και τη λειτουργία της ανθρώπινης νόησης, εστιάζονται στη μελέτη των γνωστικών διεργασιών, όπως της αντίληψης, της δράσης, της γλώσσας, της μνήμης, της μάθησης και της γνωστικής ανάπτυξης.

Ένας βασικός κλάδος της γνωστικής επιστήμης είναι η Γνωστική Νευροεπιστήμη, που ασχολείται με την επιστημονική μελέτη του βιολογικού υποβάθρου των γνωστικών λειτουργιών. Πιο συγκεκριμένα, επικεντρώνεται στο νευρικό δίκτυο που σχετίζεται με την εκάστοτε γνωστική διεργασία, αλλά και την εκδηλούμενη συμπεριφορά. Ο συγκεκριμένος επιστημονικός τομέας προσπαθεί να απαντήσει στο πως το νευρικό δίκτυο παράγει τις παρατηρούμενες συμπεριφορές και τις διάφορες γνωστικές λειτουργίες (όραση, ακοή, αφηρημένη αντίληψη, ύλη). Πέρα όμως από την ομαλή λειτουργία του νευρικού δικτύου, η νευροεπιστήμη εξετάζει και το τι συμβαίνει όταν παρουσιάζονται νευρολογικές ψυχιατρικές ή και νευροεκφυλιστικές εγκεφαλικές διαταραχές.

1.2 Νευρικό Σύστημα

Το νευρικό σύστημα είναι εκείνο το σύστημα που ρυθμίζει και ελέγχει τη λειτουργία όλων των οργάνων του ανθρώπινου σώματος, καθώς επίσης και τη μεταξύ τους ομαλή συνεργασία. Αναλυτικότερα, το ανθρώπινο νευρικό σύστημα αποτελεί:



Σχήμα 1.2.1: Ανθρώπινο Νευρικό Σύστημα
<http://18gym-athin.att.sch.gr/Old-site/students-pages/organism.htm>

1. Ένα δίκτυο επικοινωνίας και αλληλεπίδρασης του ανθρώπινου οργανισμού με το εξωτερικό περιβάλλον.

2. Ένα δίκτυο συντονισμού και επικοινωνίας των ιστών και των οργάνων μεταξύ τους.
3. Και το κυριότερο μέσο εκτέλεσης ανώτερων λειτουργιών, όπως η βούληση, η αντίληψη και η μνήμη.

Τα δύο βασικά συστήματα, στα οποία διαιρείται το ανθρώπινο νευρικό σύστημα είναι το **Κεντρικό Νευρικό Σύστημα** (ΚΝΣ), που αποτελείται από το κρανίο και τη σπονδυλική στήλη και το **Περιφερειακό Νευρικό Σύστημα** (ΠΝΣ), το οποίο όμως δεν προστατεύεται από τα οστά.

Κεντρικό Νευρικό Σύστημα

Είναι το βασικότερο μέρος του νευρικού συστήματος και παίζει τον κυριότερο ρόλο στην επεξεργασία της πληροφορίας που λαμβάνεται από τις αισθήσεις του οργανισμού, στη ρύθμιση πολλών από τις λειτουργίες του, στην εκδήλωση της σκέψης κ.α.. Αποτελείται από τον εγκέφαλο και το νωτιαίο μυελό, οι οποίοι προστατεύονται από το κρανίο και τη σπονδυλική στήλη αντίστοιχα και είναι τα κύρια κέντρα όπου γίνεται η διαπλοκή, η συσχέτιση και η ολοκλήρωση των νευρικών πληροφοριών.

Περιφερειακό Νευρικό Σύστημα

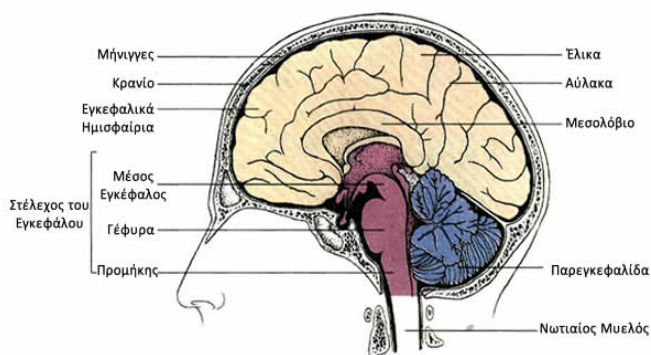
Αποτελείται από ένα σύνολο περιφερειακών νευρών, τα οποία έχουν ως σκοπό τη μεταφορά των ερεθισμάτων και πληροφοριών του περιβάλλοντος στο Κεντρικό Νευρικό Σύστημα. Το Περιφερειακό Νευρικό Σύστημα διακρίνεται σε σωματικό σύστημα και αυτόνομο σύστημα, από τα οποία το πρώτο μεταφέρει συνειδητές πληροφορίες^α από τον εγκέφαλο στους μύς του ανθρώπινου σώματος, ενώ το δεύτερο μεταφέρει επίσης πληροφορίες από τον εγκέφαλο στα διάφορα σημεία του σώματος και αντίστροφα, χωρίς όμως τη συνειδητή συμμετοχή του νου.

^α Μια κίνηση χαρακτηρίζεται ως συνειδητή όταν αποφασίζουμε εμείς πότε, τι πως και αν θα γίνει.

Ακόμα, το νευρικό σύστημα αποτελείται από δύο διαφορετικές κατηγορίες κυττάρων: τα νευρικά κύτταρα ή νευρώνες και τα νευρογλοιακά κύτταρα ή νευρόγλοια. Οι νευρώνες αποτελούν τα βασικότερα κύτταρα του νευρικού συστήματος και θα αναπτυχθούν στην επόμενη ενότητα αναλυτικότερα. Όσον αφορά στα νευρογλοιακά κύτταρα υπάρχουν σε μεγαλύτερους αριθμούς, αλλά επειδή περιορίζονται σε απλά υποστηρικτικούς ρόλους δεν θα μας απασχολήσουν.

1.3 Ο Ανθρώπινος Εγκέφαλος

Ο εγκέφαλος είναι το μεγαλύτερο και σημαντικότερο όργανο του νευρικού συστήματος, καθώς περιλαμβάνει το 98% του νευρικού ιστού του σώματος και χάρις αυτού μπορούμε να σκεφτόμαστε, να κατανοούμε, να θυμόμαστε και να πράττουμε. Πως όμως λειτουργεί ο εγκέφαλος και τι ακριβώς συμβαίνει σε αυτόν όταν εκτελούμε συνειδητά ή ασυνείδητα διάφορες γνωστικές διεργασίες. Σε αυτά τα ερωτήματα, πολλοί ερευνητές ανά τους αιώνες προσπαθούν να δώσουν απαντήσεις.



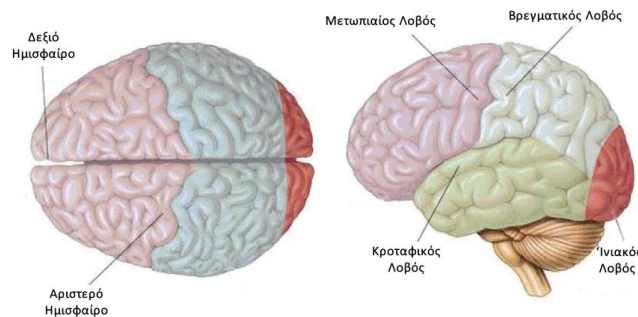
Σχήμα 1.3.1: Ανατομία Εγκεφάλου

<http://ebooks.edu.gr/modules/ebook/show.php/DSGL-A105/43/270,1255/>

Όσον αφορά στην ανατομία του, ο εγκέφαλος βρίσκεται εντός του εγκεφαλικού κρανίου και περιβάλλεται από τρεις προστατευτικούς υμένες, τις μήνιγγες. Αποτελείται από τα εγκεφαλικά ημισφαίρια, το στέλεχος και την παρεγκεφαλίδα, (Εικόνα 1.3.1). Επίσης, από την κάτω επιφάνειά του εκφύονται οι εγκεφαλικές συζυγίες ή τα νεύρα και ξεκινά ο νωτιαίος μυελός, ενώ τον εγκεφαλικό φλοιό αποτελούν οι άνω και πλάγιες επιφάνειες του εγκεφάλου. Στη συνέχεια αναλύουμε τις κύριες τρεις περιοχές του εγκεφάλου που αναφέρθηκαν προηγουμένως.

1.3.1 Εγκεφαλικά ημισφαίρια

Τα εγκεφαλικά ημισφαίρια χωρίζονται από την επιμήκη σχισμή σε δεξιό και αριστερό ημισφαίριο, καλύπτοντας σχεδόν όλα τα άλλα μέρη του εγκεφάλου (Εικόνα 1.3.2). Στην επιφάνεια τους εμφανίζονται προεξοχές και αυλακώσεις, οι οποίες ονομάζονται αντίστοιχα έλικες και αύλακες. Κάθε ημισφαίριο διαιρείται λειτουργικά από τέσσερις λοβούς (μετωπιαίος, βρεγματικός, ινιακός και κροταφικός), λευκή ουσία και βασικά γάγγλια (Kandel et al., 2006).

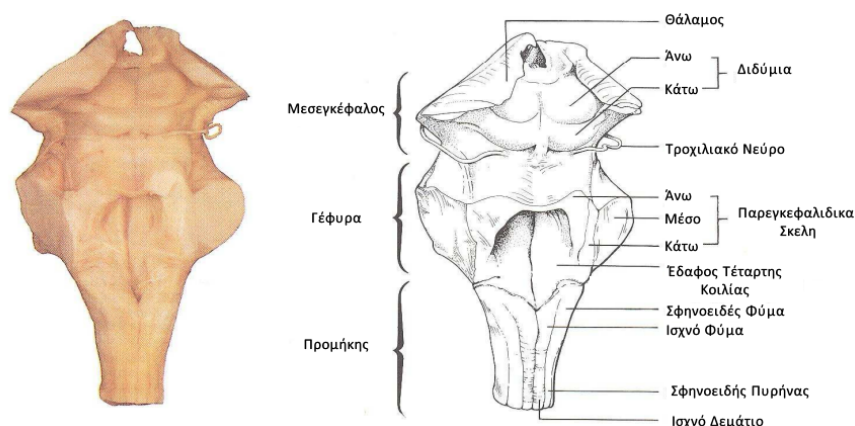


Σχήμα 1.3.2: Εγκεφαλικά Ημισφαίρια και Εγκεφαλικοί Λοβοί
<http://www.dreamstime.com/illustration/mapped.html>

- **Μετωπιαίος λοβός:** Αποτελεί το μεγαλύτερο λοβό του εγκεφάλου και σχηματίζει τις πρόσθιες μοίρες των ημισφαιρίων. Συνορεύει με τον βρεγματικό και τον κροταφικό λοβό, με τους οποίους χωρίζεται από την κεντρική αύλακα και την πλάγια σχισμή αντίστοιχα. Ο μετωπιαίος λοβός συνδέεται με τον σχεδιασμό και την εκτέλεση συμπεριφορών, ενώ αν προκληθεί κάποια βλάβη σε αυτόν παρατηρείται απώλεια κίνησης διάφορων μερών του σώματος, εμμονή ιδεών, αλλαγές στη διάθεση και ανικανότητα έκφρασης στη γλώσσα.
- **Βρεγματικός λοβός:** Στο βρεγματικό λοβό βρίσκεται η θέση ελέγχου για την οπτική περιοχή και την αντίληψη της αφής. Συνδέεται ουσιαστικά με την αναγνώριση και την αντίληψη ερεθισμάτων, καθώς και με τον προσανατολισμό. Σε ενδεχόμενο βλάβης παρατηρούνται προβλήματα ανάγνωσης, αδυναμία συγκέντρωσης και ονομασίας αντικειμένων, αλλά και οπτικής προσοχής.
- **Κροταφικός λοβός:** Όπως αναφέραμε παραπάνω, ο κροταφικός λοβός βρίσκεται κάτω από την πλάγια σχισμή και αποτελεί την κυριότερη δομή για την ακουστική αντίληψη, τις δεικτικές συνιστώσες του λόγου, την οπτική μνήμη, την δηλωτική (των γεγονότων) μνήμη και τα συναισθήματα. Αν υπάρξει βλάβη του αριστερού κροταφικού λοβού, εμφανίζονται προβλήματα στην αναγνώριση, την μνήμη και τον σχηματισμό του έναρθρου λόγου. Στην περίπτωση βλάβης του δεξιού κροταφικού λοβού, χάνεται συνήθως η ικανότητα ερμηνείας μη λεκτικών ακουστικών ερεθισμάτων, όπως για παράδειγμα της μουσικής.
- **Ίνιακός λοβός:** Περιλαμβάνει τον πρωτογενή φλοιό και τις οπτικές συνειρμικές περιοχές. Ο ινιακός λοβός συνδέεται με την οπτική αναγνώριση και την αντίληψη του χώρου, ενώ σε περίπτωση βλάβης του πρωτογενή οπτικού φλοιού οδηγεί στο σύνδρομο ANTON (Maddula et al., 2009).

Στη βάση των εγκεφαλικών ημισφαιρίων βρίσκονται δύο θάλαμοι, οι οποίοι είναι ωοειδείς μάζες φαιάς ουσίας και περιβάλλονται από τους βασικούς πυρήνες και την έσω κάψα. Η κύρια λειτουργία των θαλάμων είναι να ενεργεί σαν κέντρο για τις αισθήσεις, αλλά και προσφέρει την απαραίτητη υποδομή πληροφοριών για το κινητικό σύστημα. Κάτω από τους θαλάμους υπάρχει ο υποθάλαμος, από τον οποίο το εξερχόμενο νεύρο μεταβιβάζεται στο αυτόνομο τμήμα του περιφερειακού συστήματος. Ακόμη, ο υποθάλαμος αποτελεί την υψηλότερη περιοχή ελέγχου του μηχανισμού σταθερότητας των φυσιολογικών καταστάσεων στο σώμα.

1.3.2 Εγκεφαλικό στέλεχος

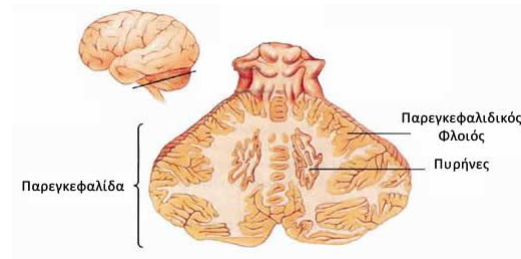


Σχήμα 1.3.3: Ανατομία Εγκεφαλικού Στελέχους
<http://apothetirio.teiep.gr/>

Το στέλεχος είναι η δίοδος που συνδέει τον εγκέφαλο με το νωτιαίο μυελό και μεταφέρει σε αυτά τα νευρικά ερεθίσματα (Kandel et al., 2006). Αποτελείται από το μέσο εγκέφαλο, τη γέφυρα και το προμήκη μυελό (Εικόνα 1.3.3). Το εγκεφαλικό στέλεχος περιέχει πολυάριθμες νευρικές οδούς (ανιούσες και κατιούσες), καθώς και ένα δικτυωτό σχηματισμό (σύμπλεγμα νευρώνων), στον οποίο συμπεριλαμβάνονται λειτουργίες, όπως ο έλεγχος του επιπέδου συνείδησης και της αίσθησης του πόνου. Ο μέσος εγκέφαλος και η άνω γέφυρα περιέχουν το σύστημα ενεργοποίησης του δικτυωτού σχηματισμού, ενώ στη κάτω γέφυρα και τον προμήκη μυελό βρίσκονται τα ζωτικά κέντρα της αναπνοής και της κυκλοφορίας. Τέλος, το στέλεχος ρυθμίζει πολύ σημαντικές και βασικές λειτουργίες, όπως είναι η αναπνοή, ο καρδιακός ρυθμός, ο ύπνος και η προσοχή.

1.3.3 Παρεγκεφαλίδα

Η παρεγκεφαλίδα βρίσκεται πίσω από τη γέφυρα και τον προμήχη μυελό. Αποτελείται από τον σκώληχα και δύο (παρεγκεφαλιδικά) ημισφαίρια, στα οποία βρίσκεται η φαιά ουσία και εσωτερικά η λευκή ουσία με τους πυρήνες (Εικόνα 1.3.4).



Σχήμα 1.3.4: Ανατομία Παρεγκεφαλίδας
<http://slideplayer.gr/slide/2863699/>

Ο ρόλος της είναι αρκετά σημαντικός, αφού είναι υπεύθυνη για τη διατήρηση της ισορροπίας και τον συντονισμό των κινήσεων του σώματος (Kandel et al., 2006). Δέχεται συνεχώς πληροφορίες από τους σκελετικούς μυς, τις αρθρώσεις και τους τένοντες και επιτελεί, όπου χρειάζεται, διορθωτικές ρυθμίσεις για την ομαλοποίηση των κινήσεων. Ασθενείς με βλάβη της παρεγκεφαλίδας εκδηλώνουν κυρίως ασυγχρονισμό των κινήσεων, των οφθαλμών, των κάτω και των άνω άκρων.

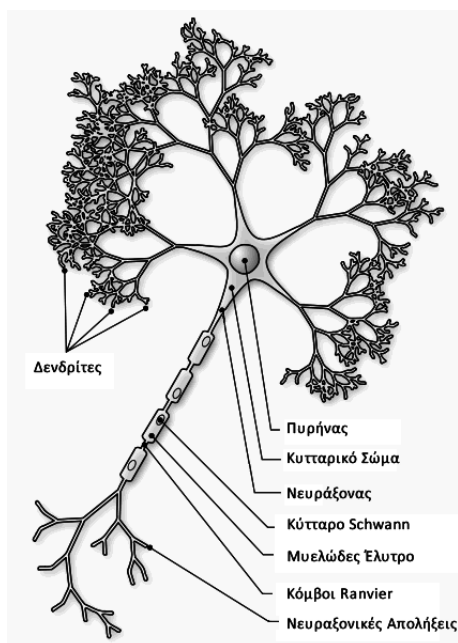
1.4 Νευρικά Κύτταρα ή Νευρώνες

Ο εγκέφαλος είναι ένα δίκτυο 100 δισεκατομμυρίων νευρικών κυττάρων, που ονομάζονται νευρώνες και αποτελούν τις δομικές και λειτουργικές μονάδες του νευρικού συστήματος. Πρόκειται για εξειδικευμένα κύτταρα, με την βοήθεια των οποίων πραγματοποιούνται οι επικοινωνίες και η μεταβίβαση πληροφοριών από το ένα μέρος του σώματος στο άλλο. Ως εκ τούτου, οι νευρώνες, οι οποίοι αντιδρούν τόσο σε εσωτερικά όσο και σε εξωτερικά ερεθίσματα, δομούν τις αντιλήψεις μας, επικεντρώνουν την προσοχή μας και ελέγχουν τους μηχανισμούς των πράξεων μας (Kandel et al., 2006).

1.4.1 Δομή Νευρώνων

Αν και οι νευρώνες μπορούν να ταξινομηθούν σε πολλούς διαφορετικούς τύπους με βάση την μορφή τους, έχουν την ίδια βασική δομή. Ένας τυπικός νευρώνας αποτελείται από τέσσερις μορφολογικά καθορισμένες περιοχές (1.4.1), οι οποίες είναι (Kandel et al., 2006; Purves et al., 2004):

- Το **κυτταρικό σώμα**, το οποίο είναι το μεγαλύτερο κεντρικό τμήμα του κυττάρου και εμπεριέχει τον πυρήνα, τα μιτοχόνδρια και άλλα βασικά συστατικά του κυττάρου. Ακόμα, περιλαμβάνουν από μία ή περισσότερες υποομάδες.
- Οι **δενδρίτες**, οι οποίοι είναι διακλαδιζόμενες κυτταρικές προεξοχές ή αλλιώς αποφυάδες του κυτταροπλάσματος. Ο κύριος ρόλος τους είναι να λαμβάνουν και να συλλέγουν σήματα που στέλνονται στο κύτταρο από τους νευρώνες.
- Ο **νευράξονας**, ο οποίος είναι υπεύθυνος για τη μετάδοση πληροφορίας - σήματος από το κύτταρο προς τους άλλους νευρώνες. Το μήκος του μπορεί να είναι μέχρι και 10.000 φορές μεγαλύτερο από τη διάμετρο του κυτταρικού σώματος. Ουσιαστικά πρόκειται για μια σωληνοειδή κατασκευή, που εδράζεται στο σώμα σε μια περιοχή που ονομάζεται εκφυτικός κώνος. Η κατασκευή αυτή μονώνεται με την βοήθεια μυελώδους ελύτρου, το οποίο διακόπτεται σε διάφορα μέρη από τους κόμβους Ranvier και διασφαλίζει κατά μήκος του άξονα τη διάδοση ηλεκτρικών παλμών - spikes. Στο τελείωμα του ο άξονας διαιρείται σε αρκετές νευραξονικές απολήξεις.
- Τα **συναπτικά (τελικά) κυστίδια**, τα οποία συμβάλουν στην ένωση των προσυναπτικών με τους μετασυναπτικούς νευρώνες.

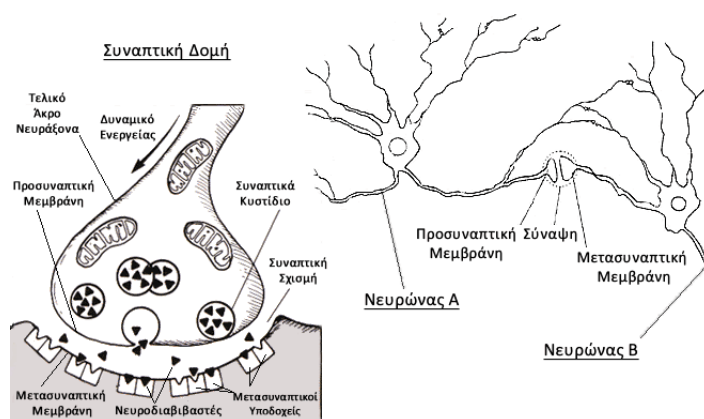


Σχήμα 1.4.1: Τα Κύρια Στοιχεία ενός Νευρώνα
http://www.foundalis.com/dep/cog/N4_gr.htm

Στο σημείο αυτό, πρέπει να αναλύσουμε περισσότερο τις μεταξύ συνδέσεις των νευρώνων. Πιο συγκεκριμένα, οι νευρώνες σχηματίζουν συνάψεις, οι οποίες είναι οι συνδέσεις των προσυναπτικών τελικών κόμβων του προσυναπτικού νευρώνα με τους δενδρίτες του μετασυναπτικού νευρώνα. Με αυτό τον τρόπο, διασφαλίζεται η ταχύτατη διάδοση των σημάτων μεταξύ γειτονικών και μη νευρώνων, ανεξάρτητα από την απόσταση που αυτοί μπορεί να έχουν. Γίνεται λοιπόν αντιληπτό, αν σκεφτεί κανείς το γεγονός ότι ένας τυπικός νευρώνας σχηματίζει 1.000 περίπου συνάψεις και δέχεται πολύ περισσότερες, ότι δημιουργούνται αρκετά περίπλοκες διατάξεις ανάμεσα στους νευρώνες.

1.4.2 Λειτουργία Νευρώνων

Η βασική λειτουργία των νευρώνων είναι η αποστολή και η λήψη πληροφοριών. Η επικοινωνία ανάμεσα στους νευρώνες γίνεται μέσω ηλεκτρονικών και χημικών σημάτων. Τα χημικά σήματα που δέχονται οι δενδρίτες από τους νευράξονες μετατρέπονται σε ηλεκτρικά, τα οποία με την σειρά τους προστίθενται ή αφαιρούνται από άλλα ηλεκτρικά σήματα που λαμβάνονται από όλες τις υπόλοιπες συνάψεις. Με τον τρόπο αυτό, κρίνεται αν το σήμα είναι σημαντικό για να μεταδοθεί ή όχι. Αν ληφθεί η απόφαση μετάδοσης του σήματος, τότε δημιουργείται ένα σήμα όλων ή ουδέν, το οποίο σημαίνει ότι μόνο δύο χαρακτηριστικά του μεταδιδόμενου σήματος συντελούν στην αγωγή πληροφοριών. Τα χαρακτηριστικά αυτά είναι ο αριθμός δυναμικών ενέργειας και τα χρονικά διαλείμματα μεταξύ αυτών. Στη συνέχεια, τα ηλεκτρικά σήματα οδεύουν από τους άξονες στους δενδρίτες του επόμενου νευρώνα και ούτω κάθε εξής.



Σχήμα 1.4.2: Επικοινωνία Νευρώνων και Συναπτική Δομή
<http://ww2.coastal.edu/kingw/psyc415/html/neuron.html>

Οι δύο σημαντικές ισχύουσες αρχές για την μετάδοση σημάτων μεταξύ των νευρώνων, σύμφωνα με τον Ramón y Cajal (Kandel et al., 2000) είναι:

Αρχή της Δυναμικής Πόλωσης

Σε ένα νευρικό κύτταρο τα ηλεκτρικά σήματα άγονται προς μία πρόβλεψη και σταθερή κατεύθυνση. Δηλαδή, τα σήματα ξεκινάν από τους δενδρίτες στο κυτταρικό σώμα, από εκεί οδεύουν προς την ζώνη εκκίνησης του εκφυτικού κώνου, όπου δημιουργείται το δυναμικό ενέργειας. Το δυναμικό ενέργειας με την σειρά του μεταφέρεται μέσω του νευράξονα στα προσυναπτικά τελικά κυστίδια (Εικόνα 1.4.2).

Αρχή της Εξειδίκευσης της Σύνδεσης

Σύμφωνα με την αρχή αυτή ισχύουν τρία βασικά πράγματα :

- Δεν υπάρχει κυτταροπλασματική συνέχεια.
- Δεν υπάρχει σχηματισμός τυχαίων δικτύων.
- Δεν υπάρχει τυχαία επικοινωνία των νευρικών κυττάρων.

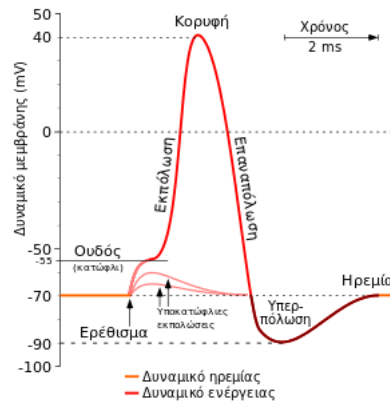
1.4.2.1 Δυναμικό Ηρεμίας (Resting Potential)

Όλα τα νευρωνικά κύτταρα σε συνθήκες ηρεμίας έχουν μια διαφορά δυναμικού κατά μήκος των μεμβρανών, η οποία διαφορά κυμαίνεται από -40 έως -70 mV (Kandel et al., 2006). Πιο συγκεκριμένα, το εσωτερικό του κυττάρου είναι αρνητικά φορτισμένο, ενώ ο εξωκυτταρικός χώρος θετικά φορτισμένος¹. Η διαφορά αυτή, ονομάζεται δυναμικό ηρεμίας και διατηρείται για όσο χρόνο το κύτταρο δεν δέχεται ερεθίσματα ή δέχεται ερεθίσματα, των οποίων η ένταση είναι μικρότερη της έντασης κατωφλίου.

¹Τόσο στον εξωκυττάριο όσο και στον ενδοκυττάριο χώρο υπάρχουν αρνητικά και θετικά φορτία (ιόντα) τα οποία είναι ίσα μεταξύ τους. Τα θετικά φορτισμένα ιόντα ονομάζονται κατιόντα, τα αρνητικά φορτισμένα ιόντα ονομάζονται ανιόντα. Στον εξωκυττάριο χώρο το κύριο κατιόν (θετικό φορτίο) είναι το ιόν νατρίου (Na^+) και το κύριο ανιόν (αρνητικό φορτίο) το ιόν χλωρίου (Cl^-). Αντίστοιχα στο ενδοκυττάριο χώρο το κύριο κατιόν είναι το ιόν καλίου (K^+) και το κύριο ανιόν είναι διάφορα οργανικά ανιόντα. Το κάθε υγρό χωριστά (ενδοκυττάριο, εξωκυττάριο) είναι ηλεκτρικά ουδέτερο αφού όσα θετικά φορτία έχει τόσα αρνητικά φορτία έχει. Ωστόσο, ο αριθμός των φορτίων αμέσως έξω και αμέσως μέσα από την κυτταρική μεμβράνη είναι διαφορετικός, με συνέπεια τη δημιουργία μιας διαφοράς δυναμικού στις δυο πλευρές της μεμβράνης. Συγκεκριμένα υπάρχουν συνολικά περισσότερα θετικά ιόντα στην εξωτερική πλευρά της μεμβράνης σε σχέση με την εσωτερική. Με άλλα λόγια, το εξωτερικό της μεμβράνης παρουσιάζει μια σχετική ηλεκτροθετικότητα, ενώ το εσωτερικό της μεμβράνης μια σχετική ηλεκτροαρνητικότητα (Purves et al., 2004).

1.4.2.2 Δυναμικό Ενέργειας (Action Potential)

Στην περίπτωση που το ερέθισμα που θα δεχθεί ένα νευρικό κύτταρο είναι μεγαλύτερο από την ένταση κατωφλίου του, τότε επέρχεται διαπερατότητα της μεμβράνης ($\approx 1\text{msec}$), χάρις στους διαύλους Na^+ που ανοίγουν, με αποτέλεσμα να εισέλθουν Na^+ μαζικά στον νευρώνα (Kandel et al., 2006). Λόγω αυτής της απότομης εισροής, προκαλείται αλλαγή του δυναμικού εντός του κυττάρου, το οποίο φτάνει στα $+30$ με $+40$ mV (Εικόνα 1.4.3). Η φάση αυτή ονομάζεται εκπόλωση. Έπειτα εξαιτίας της απότομης μεταβολής του δυναμικού στον εσωκυτταρικό χώρο, ανοίγουν οι δίαυλοι K^+ , με αποτέλεσμα να εξέρχονται K^+ μαζικά προς τον εξωκυτταρικό χώρο. Στο τέλος της διαδικασίας αυτής, η οποία ονομάζεται επαναπόλωση, το δυναμικό στο εσωτερικό επανέρχεται στα -70 mV και οι αντλίες Na^+/K^+ αναλαμβάνουν να αποκαταστήσουν το δυναμικό στα επίπεδα ηρεμίας.



Σχήμα 1.4.3: Γραφική Παράσταση Δυναμικού Ενέργειας
https://el.wikipedia.org/wiki/Δυναμικό_ενέργειας

1.4.2.3 Μετασυναπτικό Δυναμικό (PostSynaptic Potential)

Όταν το δυναμικό δράσης φτάσει στα συναπτικά τελικά κυστίδια, διεγείρει την απελευθέρωση χημικών διαβιβαστών από αυτά. Η απελευθέρωση αυτή λειτουργεί ως σήμα εξόδου και η ποσότητα του νευροδιαβιβαστή που απελευθερώνεται είναι ανάλογη με τον αριθμό και τη συχνότητα των δυναμικών ενέργειας του νευράξονα. Πιο συγκεκριμένα, ο νευροδιαβιβαστής διαχέεται μέσω της συνοπτικής σχισμής από τον προσυναπτικό νευρώνα προς τους δενδρίτες του μετασυναπτικού, προκαλώντας εν συνεχεία μετασυναπτικό δυναμικό. Το μετασυναπτικό δυναμικό ανάλογα με το είδος των υποδοχέων του κυττάρου του, διακρίνεται σε διεγερτικό (EPSP) και κατασταλτικό ή ανασταλτικό (APSP) (Kandel et al., 2006). Τέλος, ανάλογα με το είδος του δυναμικού που εμφανίζεται, διαχωρίζεται και η σύναψη σε σύναψη διέγερσης και ανασταλτική ή κατασταλτική σύναψη.

Κεφάλαιο 2

Απεικόνιση Εγκεφαλικής Δραστηριότητας

2.1 Εισαγωγή

Όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, ο εγκέφαλος αποτελεί το πιο σύνθετο όργανο του ανθρωπίνου σώματος και η αρχιτεκτονική του νευρικού συστήματος είναι αρκετά περίπλοκη. Ανά τα χρόνια, επιστήμονες από διαφορετικούς κλάδους προσπαθούν να δώσουν απαντήσεις στα άλυτα ερωτήματα που αφορούν την εγκεφαλική λειτουργία, αλλά και την λειτουργία του πολύπλοκου δικτύου νευρώνων που σχηματίζεται στον ανθρώπινο οργανισμό.

Τις τελευταίες τρεις δεκαετίες, ο τομέας της Ιατρικής Απεικόνισης έχει κάνει τεράστιες προόδους για την μελέτη της εγκεφαλικής λειτουργίας. Συγκεκριμένα, ο κλάδος της λειτουργικής Νευροαπεικόνισης έχει αναπτύξει διάφορες τεχνικές απεικονίσεις της εγκεφαλικής δραστηριότητας. Ορισμένες από αυτές, οι οποίες και θα αναπτυχθούν στο κεφάλαιο αυτό είναι:

- Η **Ηλεκτροεγκεφαλογραφία** (Electroencephalography, EEG)
- Η **Μαγνητοεγκεφαλογραφία** (Magnetoencephalography, MEG)
- Και η **Απεικόνιση Λειτουργικού Μαγνητικού Συντονισμού** (functional Magnetic Resonance Imaging, fMRI)

2.2 Ηλεκτροεγκεφαλογραφία

Ο Γερμανός ψυχίατρος H.Berger το 1924 πραγματοποίησε την πρώτη καταγραφή του ηλεκτρικού πεδίου του ανθρώπινου εγκεφάλου, η οποία ονομάστηκε Ηλεκτροεγκεφαλογραφία (EEG) (Purves et al., 2004). Η μέθοδος αυτή αποτελεί πλέον μια από τις πιο κλασικές τεχνικές καταγραφής της εγκεφαλικής δραστηριότητας και εντάσσεται στις μη παρεμβατικές μεθοδολογίες (Σχήμα 2.2.1).

Το Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα πρόκειται στην ουσία για μια νευροφυσιολογική μέτρηση της ηλεκτρικής δραστηριότητας του εγκεφάλου και βασίζεται στη καταγραφή των διαφορών δυναμικού, οι οποίες παρουσιάζονται σε σημεία του εξωτερικού κρανίου (δερματική επιφάνεια). Προκειμένου να πραγματοποιηθεί η καταγραφή αυτή, χρησιμοποιούνται διάφορα ηλεκτρόδια, τα οποία τοποθετούνται σε συγκεκριμένα σημεία πάνω στο κεφάλι.



Σχήμα 2.2.1: Διάταξη Ηλεκτροεγκεφαλογραφίας
<http://medihighwaypvtltd.tradeindia.com/eeg-machine-1791277.html>

2.2.1 Λειτουργία Ηλεκτροδίων

Όπως αναφέραμε, το πρώτο στάδιο του συστήματος λήψης και επεξεργασίας EEG σημάτων ξεκινάει από τα ηλεκτρόδια. Τα ηλεκτρόδια αποτελούν μικρούς αισθητήρες οι οποίοι έχουν την δυνατότητα να μετατρέπουν το ρεύμα ιόντων στο εσωτερικό του κρανίου, σε ρεύμα ηλεκτρονίων μέσα στο καλώδιο. Για να έρθει ένα ηλεκτρόδιο σε επαφή με το δέρμα ακολουθούνται τα εξής βήματα:

1. Καθαρισμός της περιοχής του δέρματος με αιθανόλη, ώστε να επιτύχουμε χαμηλή αντίσταση επαφής.

2. Τοποθέτηση στην ίδια περιοχή ενός ειδικού υγρού, που έχει το ρόλο ηλεκτρολύτη.
3. Χρήση κολλώδους ουσίας ή ενός μικρού δακτυλίου, ώστε να προσκολλάται το ηλεκτρόδιο στο δέρμα.

Κάθε ηλεκτρόδιο έρχεται σε απευθείας επαφή με τον ηλεκτρολύτη, κατασκευάζοντας ένα σύνορο όπου είναι δυνατή η κίνηση ιόντων, μέχρι να επέλθει η ισορροπία. Σε κάθε περιοχή λοιπόν που τοποθετείται ένα ηλεκτρόδιο, δημιουργούνται δύο φορτισμένα στρώματα, τα οποία εμφανίζουν μια διαφορά δυναμικού, η οποία εμποδίζει τη συνέχιση της κίνησης ιόντων, αλλά μπορεί να αντιληφθεί τις μεταβολές της ιοντικής συγκέντρωσης. Όταν ο εγκέφαλος δεχθεί ένα σήμα, προκαλείται μια τέτοια μεταβολή στη συγκέντρωση ιόντων, άρα και μεταβολή της διαφοράς δυναμικού στα δύο στρώματα. Έτσι, τα ιόντα μετατρέπονται σε ηλεκτρόνια, τα οποία ρέουν μέσα στο καλώδιο και έχουμε τη καταγραφή των EEG σημάτων (Εικόνα 2.2.2).



Σχήμα 2.2.2: Επιληπτικές Αιχμές-Κύματα με Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα
<https://en.wikipedia.org/wiki/Electroencephalography>

Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθούν δύο βασικά πράγματα:

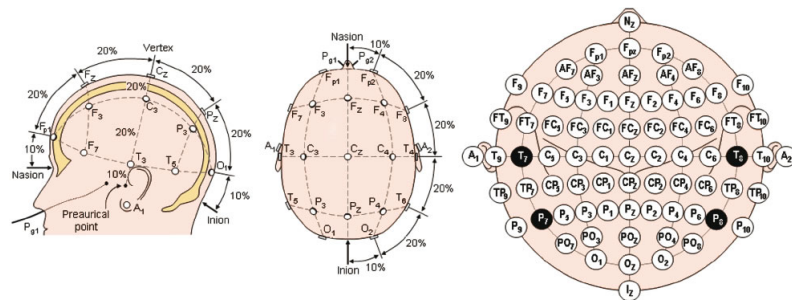
- Πρώτον, η τάση στο σύνορο επηρεάζεται μόνο από ιοντικά ρεύματα και όχι από θερμοκρασιακές μεταβολές ή μηχανικές μετακινήσεις των ηλεκτροδίων.

- Δεύτερον, λόγω της απόστασης μεταξύ φλοιού και ηλεκτροδίου που παρεμβάλλεται, οι μετρήσεις είναι επιρρεπείς σε θορύβους.

2.2.2 Τοποθέτηση Ηλεκτροδίων

Οι επιστήμονες έχουν δημιουργήσει διάφορα πρότυπα για την επιλογή των θέσεων του κάθε ηλεκτροδίου στο ανθρώπινο κεφάλι. Παρόλα αυτά, έχει καθιερωθεί και χρησιμοποιείται το **Διεθνές Σύστημα 10-20** ή αλλιώς **διάταξη κατά Jasper** για την τοποθέτηση ηλεκτροδίων.

Σύμφωνα με το σύστημα αυτό χρησιμοποιούνται συνολικά 21 ηλεκτρόδια, των οποίων οι θέσεις καθορίζονται έχοντας ως σημεία αναφοράς το σημείο της μύτης στο ύψος των ματιών και το νίο. Επίσης, το όνομα 10-20 προήλθε από τις οριζόντιες και κατακόρυφες μεταξύ τους αποστάσεις. Η ακόλουθη εικόνα (2.2.3) δείχνει αναλυτικά πως και που τοποθετούνται τα 21 ηλεκτρόδια.



Σχήμα 2.2.3: Θέσεις και Ονοματολογία Ηλεκτροδίων
www.bem.fi

Να αναφέρουμε ότι το Διεθνές Σύστημα 10-20, χρησιμοποιείται ευρέως, διότι μπορεί και προσαρμόζεται σε διάφορες διαστάσεις κεφαλιών (μικρά παιδιά, ενήλικες). Τέλος, άλλα μοντέλα τοποθέτησης ηλεκτροδίων είναι τα 10-10 και 10-5, στα οποία παρεμβάλλονται και άλλα ηλεκτρόδια ανάμεσα σε εκείνα του 10-20.

2.2.3 Ενίσχυση Σήματος Εγκεφαλογραφήματος

Κάθε σήμα που ενισχύεται στο ηλεκτροεγκεφαλογράφημα αποτελεί τη διαφορά μεταξύ των δυναμικών που παρουσιάζουν δύο ηλεκτρόδια ανάμεσά τους οποιανδήποτε στιγμή. Αφού ανιχνευτούν αυτές οι διαφορές δυναμικού, οδηγούνται στο μέρος της ενισχυτικής διάταξης του EEG, όπου περιέχονται διάφορες διατάξεις φίλτραρίσματος. Στο τμήμα αυτό κάθε σήμα ενισχύεται ώστε να μπορεί να μετρηθεί. Συνοπτικά, η μέτρηση των σημάτων γίνεται ως εξής:

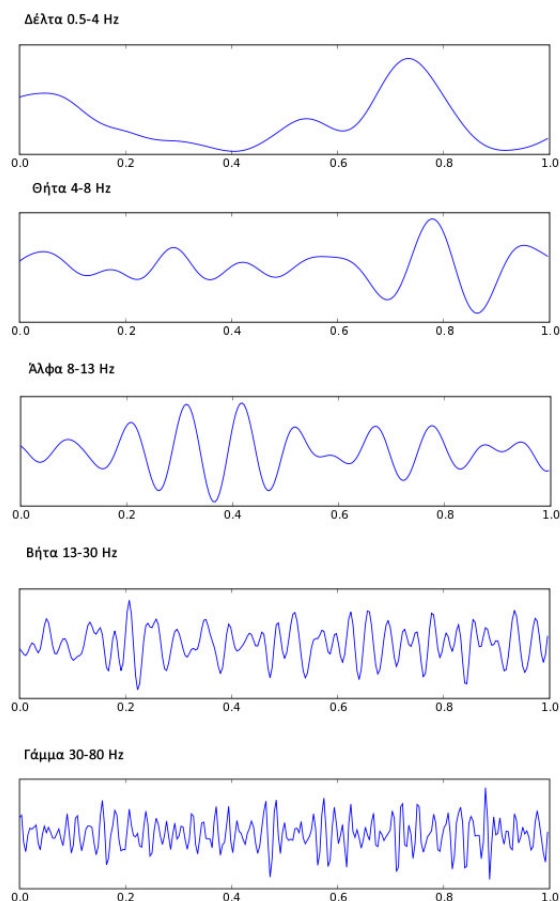
1. Τα σήματα περνάνε από την πρώτη βαθμίδα ενίσχυσης (προενίσχυση), η οποία αποτελείται από ενισχυτές χαμηλού θορύβου.
2. Στη συνέχεια, τα αναλογικά σήματα μέσω μιας συσκευής πολυπλεξίας οδηγούνται στο μετατροπέα του αναλογικού σε ψηφιακό σήμα.
3. Στο σημείο αυτό, τα ψηφιακά σήματα καταμετρούνται σε ένα ηλεκτρονικό βολτόμετρο.
4. Τέλος, τα ψηφιακά δεδομένα των μετρήσεων αυτών λαμβάνονται από έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή και είναι έτοιμα για άμεση ή ύστερη επεξεργασία.

2.2.4 Εγκεφαλικοί Ρυθμοί

Το φάσμα συχνοτήτων αποτελεί ένα από τα βασικότερα χαρακτηριστικά του ηλεκτροεγκεφαλογράφηματος. Η διαίρεση του φάσματος γίνεται σε πέντε περιοχές συχνοτήτων, οι οποίες αναφέρονται ως εγκεφαλικοί ρυθμοί και είναι (Bismprkos, 2013):

- Ο **δέλτα** ρυθμός, του οποίου η περιοχή συχνοτήτων είναι 0.5-4 Hz. Ο ρυθμός αυτός συσχετίζεται με τον ύπνο στο φυσιολογικό άνθρωπο και αποτελεί τον βασικό ρυθμό στα νεογέννητα ως το δεύτερο έτος της ηλικίας τους.
- Ο **θήτα** ρυθμός, του οποίου η περιοχή συχνοτήτων είναι 4-8 Hz. Ο ρυθμός αυτός στους ενήλικες είναι υπαρκτός σε ορισμένα στάδια του ύπνου και εντοπίζεται στην περιοχή του ιππόκαμπου.
- Ο **άλφα** ρυθμός, του οποίου η περιοχή συχνοτήτων είναι 8-13 Hz. Ο ρυθμός αυτός ήταν ο πρώτος που μελετήθηκε και συχνά τον συναντάμε με την ονομασία κύματα του Berger. Επίσης, εντοπίζεται στον ινιακό λοβό όταν είμαστε ξύπνιοι ή σε χαλάρωση ή με κλειστά μάτια. Να αναφέρουμε ότι αν ανοίξουμε τα μάτια προκαλείται αύξηση του ρυθμού άλφα (αντίστοιχα αν τα κλείσουμε).
- Ο **βήτα** ρυθμός, του οποίου η περιοχή συχνοτήτων είναι 13-30 Hz. Ο ρυθμός αυτός εμφανίζεται όταν είμαστε ξύπνιοι και σε φάση πλήρους εγρήγορσης.
- Ο **γάμμα** ρυθμός, του οποίου η περιοχή συχνοτήτων είναι 30-80 Hz. Ο ρυθμός αυτός συνδέεται με μηχανισμούς καταστολής είτε στην είσοδο σε φάση χαλάρωσης είτε σε συνδυασμό με τον βήτα ρυθμό σε φάσεις αυξημένης προσοχής – εγρήγορσης.

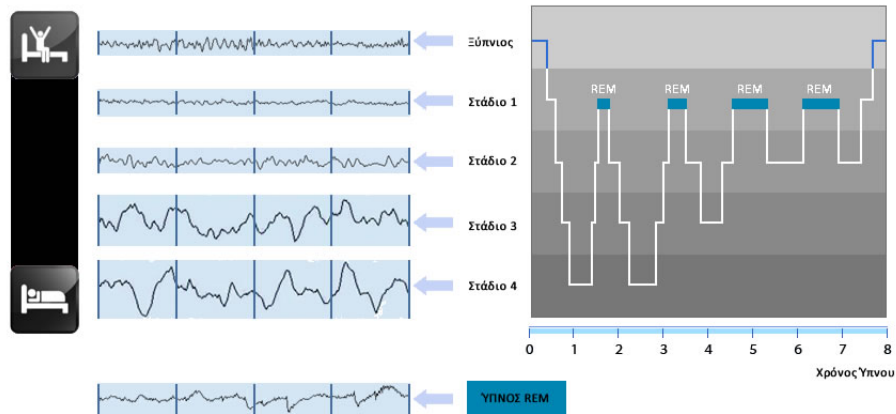
Σημειώνεται ότι κάθε ρυθμός (Εικόνα 2.2.4), πέρα από ότι έχει συνδυαστεί με διάφορα επίπεδα εγρήγορσης, χαλάρωσης, ύπνου κ.α., είναι άμεσα συνδεδεμένος με την ηλικία του ατόμου. Για παράδειγμα, οι βήτα και γάμμα ρυθμοί είναι φυσιολογικοί σε μικρά παιδιά, ενώ οι εμφανίση τους σε ενήλικες είναι ένδειξη επιληψίας (Bismpikos, 2013).



Σχήμα 2.2.4: Κυματομορφές των Εγκεφαλικών Ρυθμών
<https://en.wikipedia.org/wiki/Electroencephalography>

Γενικότερα να αναφέρουμε ότι όσο η ανθρώπινη δραστηριότητα αυξάνεται, τόσο πιο υψηλή συχνότητα έχει ένα EEG σήμα, αλλά και τόσο μικρότερο πλάτος. Όταν τα μάτια είναι κλειστά, ο άλφα ρυθμός κυριαρχεί, ενώ αν ένα άτομο κοιμάται η συχνότητα μειώνεται. Ακόμα, υπάρχει η φάση του ύπνου που χαρακτηρίζεται από γρήγορες κινήσεις (ανοιγοκλείσιμο) των ματιών και ονομάζεται REM (Purves et al., 2004).

Ο Κύκλος του Ύπνου



Σχήμα 2.2.5: Κύκλος και Στάδια Ύπνου
<http://imgur.com/gallery/SvAkScB>

Ας δώσουμε ένα παράδειγμα των σταδίων (Εικόνα 2.2.5) που περνάει ένας ενήλικας όταν κοιμάται:

Στάδιο 1: έναρξη του ύπνου (ελαφρύς ύπνος), όπου το άτομο περνάει από την εγρήγορση στον ύπνο και έχει μείωση του μυϊκού τόνου.

Στάδιο 2: παρουσιάζεται επιβράδυνση του καρδιακού ρυθμού, του ρυθμού της αναπνοής και πτώση της θερμοκρασίας.

Στάδιο 3: βαθύς ύπνος, όπου το άτομο είναι πολύ δύσκολο να ξυπνήσει και εμφανίζονται κύματα δέλτα.

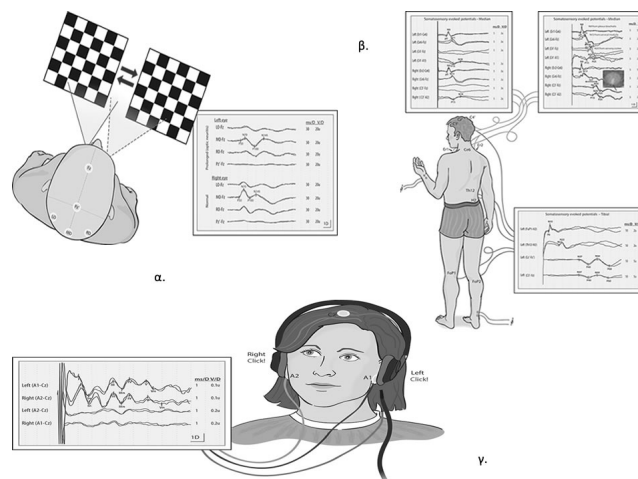
Στάδιο 4: πολύ βαθύς ύπνος, όπου το άτομο παρουσιάζει ρυθμική αναπνοή, περιορισμένη μυϊκή δραστηριότητα και βραδέα κύματα τύπου δέλτα.

Στάδιο 5: έναρξη ύπνου REM, όπου το άτομο παρουσιάζει ταχείες οφθαλμικές κινήσεις, αύξηση του καρδιακού ρυθμού, γρήγορες αναπνοές, σχεδόν μυϊκή παράλυση άκρων και εμφάνιση ονείρων.

2.3 Προκλητά Δυναμικά

Τα Προκλητά Δυναμικά (Evoked Potentials) αποτελούν κατηγορία των Βιοματικών Δυναμικών (Event Related Potentials) και προκύπτουν όταν το εξεταζόμενο άτομο δεχθεί ένα ερέθισμα από το περιβάλλον (Sand et al., 2013). Είναι δηλαδή διαφορές δυναμικού που μετρώνται στην δερματική επιφάνεια του κρανίου και προκαλούνται ως προετοιμασία ή ως απόκριση σε κάποιο συγκεκριμένο ερέθισμα. Τα δυναμικά αυτά είναι κάτω από το επίπεδο του θορύβου, οπότε είναι αρκετά δύσκολο να ανιχνευτούν. Για να τα μετρήσουμε, τοποθετούνται κάποια από τα ηλεκτρόδια στους λοβούς των αυτιών και σε περιοχές κοντά στα μάτια. Φυσικά, απαιτείται πολύ καλή ανάλυση και επεξεργασία ενός σήματος για να εντοπιστούν.

Επιπλέον, ανάλογα με το είδος του ερεθίσματος διαχωρίζονται σε τρεις βασικές κατηγορίες (Εικόνα 2.3.1):



Σχήμα 2.3.1: α) VEP β) SEP γ) AEP
http://tidsskriftet.no/article/3011088/en_GB

- Στα **Οπτικά Προκλητά Δυναμικά** (Visual Evoked Potentials - VEP), τα οποία προκαλούνται από οπτικά ερεθίσματα (εμφάνιση εικόνων, λάμπες, αλλαγή χρωμάτων κλπ)
- Στα **Ακουστικά Προκλητά Δυναμικά** (Auditory Evoked Potentials - AEP), τα οποία προκαλούνται από ακουστικά ερεθίσματα (ήχοι, λέξεις, τόνοι διαφόρων εντάσεων και συχνοτήτων)
- Στα **Σωματοαισθητικά Προκλητά Δυναμικά** (Somatosensory Evoked Potentials - SEP), τα οποία προκαλούνται από ηλεκτρικά ρεύματα (μικρής διάρκειας και έντασης) που ερεθίζουν κάποια συγκεκριμένα νεύρα.

2.4 Μαγνητοεγκεφαλογραφία

Το μαγνητοεγκεφαλογράφημα αποτελεί μια πιο σύγχρονη μέθοδο απεικόνισης της εγκεφαλικής δραστηριότητας. Η μέθοδος αυτή εκμεταλλεύεται το γεγονός ότι κάθε ηλεκτρικό πεδίο συνοδεύεται με τη δημιουργία ενός μαγνητικού πεδίου.

Τα σήματα MEG μετρήθηκαν για πρώτη φορά από τον David Cohen το 1968 με τη βοήθεια πηνίων χαλκού. Σήμερα, η ανίχνευση του ασθενούς μαγνητικού πεδίου γίνεται με τη χρήση αισθητήρων πολύ μεγάλης ευαισθησίας που βασίζονται σε ιδιότητες υπεραγωγών. Οι αισθητήρες αυτοί ονομάζονται SQUIDs (Superconducting Quantum Interface Device) και ανιχνεύουν τα εραπτόμενα δίπολα, σε αντίθεση με το ηλεκτροεγκεφαλογράφημα που ανιχνεύει και τα ακτινικά δίπολα (Cohen, 1972).



Σχήμα 2.4.1: Διάταξη Μαγνητοεγκεφαλογραφίας
<http://mcgovern.mit.edu/technology/meg-lab/meg-news>

Για να πραγματοποιηθεί μία πλήρη καταγραφή της εγκεφαλικής δραστηριότητας με την τεχνική MEG (Εικόνα 2.4.1), χρειάζεται ένα ισχυρά μαγνητικά θωρακισμένο δωμάτιο, ώστε να ελαχιστοποιείται η παρεμβολή του μαγνητικού πεδίου της γης και πάνω από 300 SQUIDs αισθητήρες (Toga, 2015). Γίνεται λοιπόν αντιληπτό ότι μια τέτοια διάταξη απαιτεί μεγάλο κόστος τόσο κατασκευής όσο και χρήσης.

Βασικό πλεονέκτημα της μαγνητοεγκεφαλογραφίας είναι ότι μας προσφέρει πληροφορίες για την θέση στο τρισδιάστατο χώρο, μιας πηγής στο εσωτερικό του εγκεφάλου. Δηλαδή, μπορούμε να συλλέξουμε τοπογραφικά δεδομένα του εγκεφάλου με πολύ λιγότερο θόρυβο, από ότι στο ηλεκτροεγκεφαλογράφημα.

2.5 Απεικόνιση Λειτουργικού Μαγνητικού Συντονισμού

Η Απεικόνιση Λειτουργικού Μαγνητικού Συντονισμού (fMRI) βασίζεται στις αρχές λειτουργίας ενός συμβατικού μαγνητικού τομογράφου και αποτελεί μια από τις πιο σύγχρονες τεχνικές απεικόνισης της εγκεφαλικής λειτουργίας. Χάριν της μεθόδου αυτής μπορούν να μελετηθούν τόσο οι δραστηριότητες του εγκεφάλου, όσο και να απεικονιστούν οι συγκεκριμένες εγκεφαλικές περιοχές που ενεργοποιούνται όταν το εξεταζόμενο άτομο δέχεται κάποιο ερέθισμα.



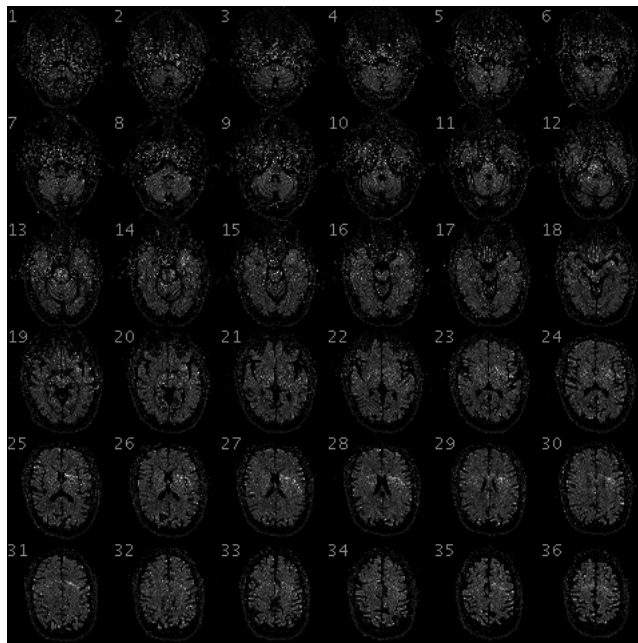
Σχήμα 2.5.1: Διάταξη fMRI
<http://fmri.ucsd.edu/AboutUs/facilities.html>

Η τεχνική fMRI είναι μια μη επεμβατική τεχνική, η οποία χρησιμοποιεί καθορισμένα μαγνητικά πεδία και ραδιοκύματα για την παραγωγή δισδιάστατων ή τρισδιάστατων απεικονίσεων της εγκεφαλικής δομής. Όπως φαίνεται και στην εικόνα 2.5.1 υπάρχει ένας κυλινδρικός μαγνήτης, ο οποίος βρίσκεται γύρω από το κεφάλι του εξεταζόμενου ατόμου και δημιουργεί ένα μαγνητικό πεδίο. Το μαγνητικό πεδίο αυτό καλύπτει κάθε σημείο του χώρου εντός του μαγνήτη, μεταφέροντας ραδιοκύματα. Εν συνεχεία, σε κάθε σημείο αντιστοιχεί μια ραδιοσυχνότητα, στην οποία εκπέμπεται και λαμβάνεται το σήμα. Για να καταγράψει ο υπολογιστής και να απεικονίσει τον εγκεφαλο, χρησιμοποιούνται ειδικοί αισθητήρες που έχουν την ικανότητα να διαβάσουν τις συχνότητες αυτές.

Οι επιστήμονες και οι ερευνητές με τη χρήση της μεθόδου fMRI, μπορούν να εξάγουν λεπτομερείς εικόνες και δεδομένα της εγκεφαλικής ανατομίας. Φυσικά, για την πλήρη μελέτη του εγκεφάλου η συμβατική μαγνητική τομογραφία δεν μπορεί να

2.5. ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΟΥ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ 43

δώσει απαντήσεις σε πολλά ερωτήματα και γι' αυτό το λόγο γίνεται χρήση της τομογραφίας Λειτουργικού Μαγνητικού Συντονισμού. Η τομογραφία αυτή στηρίζεται στις παραμαγνητικές ιδιότητες της αποξυγονωμένης αιμοσφαιρίνης που εντοπίζεται στο αίμα που διαρρέει τα εγκεφαλικά αγγεία. Η μεταβολή της ποσότητας της αιμοσφαιρίνης αυτής, λόγω διαφορών τοπικών ενδοκρανιακών διακυμάνσεων της αιματικής ροής κατά την διάρκεια που ενεργοποιείται ο εγκέφαλος από κάποιο ερέθισμα, οδηγεί στην εξαγωγή λεπτομερών απεικονίσεων των εγκεφαλικών περιοχών που διεγείρονται (Εικόνα 2.5.2).



Σχήμα 2.5.2: Τομές Εγκεφάλου με τη Τεχνική fMRI
https://en.wikipedia.org/wiki/Functional_magnetic_resonance_imaging

Γενικότερα, η απεικόνιση λειτουργικού μαγνητικού συντονισμού είναι μια πολλά υποσχόμενη τεχνική για την ανάλυση και τη μελέτη του εγκεφάλου και ειδικότερα των δραστηριοτήτων του. Παρουσιάζει βέβαια ένα μειονέκτημα, καθώς λόγω του ίδιου του νευροφυσιογικού μηχανισμού που δημιουργεί την αιμάτωση των νευρώνων, καθυστερεί κατά 6 sec η καταγραφή της εγκεφαλικής λειτουργίας.

Κεφάλαιο 3

Ανάλυση Σήματος

3.1 Εισαγωγή στα Σήματα

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιάσουμε και θα μελετήσουμε τις κατηγορίες των σημάτων, ορισμένες χαρακτηριστικές παραμέτρους τους, καθώς και βασικούς ορισμούς και ιδιότητες αυτών. Κύριος σκοπός είναι να κατανοήσουμε την Θεωρία Σημάτων, ώστε να μπορέσουμε στην συνέχεια να τα αναλύσουμε με διάφορες μεθόδους.

Ορισμός. 3.1.1: Ως **σήμα** ορίζεται ένα φυσικό μέγεθος, το οποίο μεταβάλλεται σε σχέση με το χρόνο ή το χώρο ή με οποιανδήποτε άλλη ανεξάρτητη μεταβλητή ή μεταβλητές. Τα σήματα αναπαριστούν ή μεταφέρουν πληροφορίες και διαχωρίζονται σε συνεχούς και διακριτού χρόνου.

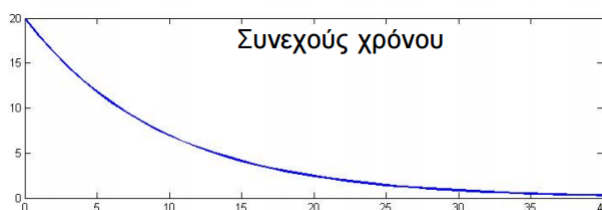
$$t \mapsto x(t)$$

3.1.1 Κατηγορίες Σημάτων

Τα σήματα διαχωρίζονται και κατηγοριοποιούνται ως προς τη μεταβλητή του χρόνου και ως προς τη μεταβλητή του πλάτους. Επιπλέον, ανάλογα με τα δύο αυτά στοιχεία των σημάτων, δηλαδή το χρόνο και το πλάτος, υπάρχουν τέσσερις βασικές υποκατηγορίες.

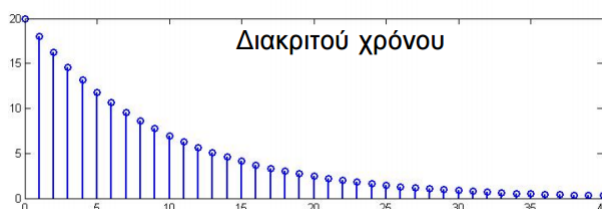
Ως προς τη **μεταβλητή του χρόνου**, τα σήματα χωρίζονται σε:

- **Σήματα συνεχούς χρόνου:** Τα σήματα συνεχούς χρόνου μπορούν να παρασταθούν μαθηματικά ως συνάρτηση μιας ή περισσότερων ανεξάρτητων μεταβλητών και ορίζονται για κάθε τιμή του χρόνου (Εικόνα 3.1.1), t , σε ένα διάστημα χρόνου (a, b) .



Σχήμα 3.1.1: Γραφική Αναπαράσταση Σήματος Συνεχούς Χρόνου
<http://www.ece.ucy.ac.cy/courses/ece429/>

- **Σήματα διακριτού χρόνου:** Τα σήματα διακριτού χρόνου ορίζονται μόνο για συγκεκριμένα (διακριτά) σημεία του χρόνου (Εικόνα 3.1.2) και συμβολίζονται από ακολουθίες αριθμών, $\{x(n)\}$. Η τιμή της ακολουθίας $\{x(n)\}$ τη χρονική στιγμή n_0 είναι το βαθμωτό μέγεθος $x(n_0)$.



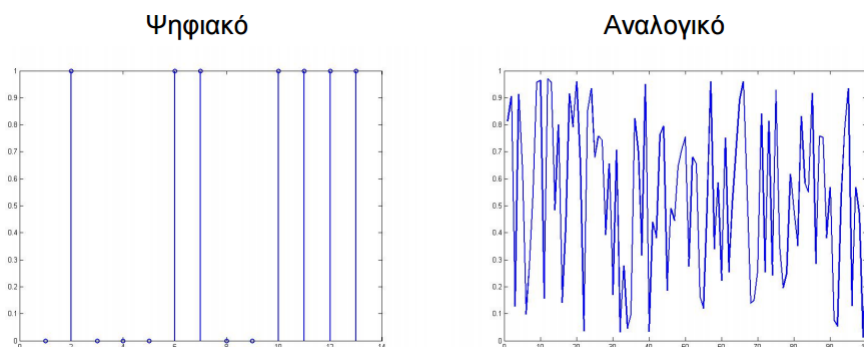
Σχήμα 3.1.2: Γραφική Αναπαράσταση Σήματος Διακριτού Χρόνου
<http://www.ece.ucy.ac.cy/courses/ece429/>

Ως προς τη **μεταβλητή του πλάτους**, τα σήματα διαχωρίζονται σε:

- **Σήματα συνεχούς τιμής,** τα οποία παίρνουν όλες τις δυνατές τιμές σε ένα διάστημα τιμών.
- **Σήματα διακριτής τιμής,** τα οποία παίρνουν τις δυνατές τιμές σε ένα πεπερασμένο σύνολο τιμών.

Ο συνδυασμός των προαναφερόμενων κατηγοριών, δημιουργεί τέσσερις βασικές υποκατηγορίες σημάτων, οι οποίες είναι:

1. Τα **αναλογικά σήματα** ή σήματα συνεχούς χρόνου και συνεχούς πλάτους: Στα σήματα αυτά τόσο η ανεξάρτητη μεταβλητή (t) όσο και η εξαρτημένη μεταβλητή (πλάτος) λαμβάνουν συνεχείς πραγματικές τιμές (Εικόνα 3.1.3).
2. Τα **διακριτά σήματα συνεχούς χρόνου**: Στα σήματα αυτά η εξαρτημένη μεταβλητή (πλάτος) λαμβάνει διακριτές τιμές.
3. Τα **ψηφιακά σήματα** ή σήματα διακριτού χρόνου και διακριτού πλάτους: Στα σήματα αυτά τόσο η ανεξάρτητη όσο και η εξαρτημένη μεταβλητή λαμβάνουν διακριτές τιμές (Εικόνα 3.1.3).
4. Τα **διακριτά σήματα συνεχούς πλάτους**: Στα σήματα αυτά η εξαρτημένη μεταβλητή λαμβάνει συνεχείς τιμές.



Σχήμα 3.1.3: Γραφική Αναπαράσταση Ψηφιακού και Αναλογικού Σήματος
<http://www.ece.ucy.ac.cy/courses/ece429/>

3.1.2 Χαρακτηριστικά Σημάτων

Γενικά, τα σήματα που συναντάμε στη φύση, όπως είναι τα σήματα ομιλίας, είναι αναλογικά σήματα. Παρόλα αυτά, χάρin της εξέλιξης της ψηφιακής τεχνολογίας και μέσω των διαδικασιών της δειγματοληψίας και της κωδικοποίησης, κάθε αναλογικό σήμα μπορεί να μετατραπεί σε ψηφιακό. Αποτέλεσμα αυτών, είναι ότι σήμερα μπορούμε να αναλύσουμε και να επεξεργαστούμε οποιοδήποτε σήμα επιθυμούμε. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται συνοπτικά ορισμένα βασικά χαρακτηριστικά και ιδιότητες των σημάτων.

Αρχικά θα ορίσουμε ορισμένες χαρακτηριστικές παραμέτρους των σημάτων. Έστω ένα σήμα συνεχούς χρόνου $x(t)$ στο διάστημα χρόνου $[t_1, t_2]$ ορίζονται ως (Chaparro, 2013):

- Μέση τιμή:

$$\bar{x}(t) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x(t) dt \quad (3.1.1)$$

- Μέση ισχύς:

$$\bar{P}_x = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt \quad (3.1.2)$$

- Ενέργεια:

$$E_x = \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt \quad (3.1.3)$$

Στο σημείο αυτό να αναφέρουμε ότι ένα σήμα μπορεί να χαρακτηριστεί ως:

- Σήμα ισχύος, αν ισχύει

$$0 < P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt < +\infty \quad (3.1.4)$$

στο χρονικό διάστημα $(-\infty, +\infty)$

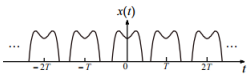


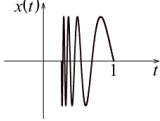
- Ενεργειακό σήμα, αν ισχύει

$$0 < E_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt < +\infty \quad (3.1.5)$$

στο διάστημα $(-\infty, +\infty)$

Σημειώνεται, πως ένα σήμα δεν μπορεί να είναι και σήμα ισχύος και ενεργειακό σήμα, καθώς όταν ένα σήμα είναι ενεργειακό έχει $P_x = 0$ και όταν ένα σήμα είναι σήμα ισχύος έχει $E_x = \infty$.

Ακολούθως, δίνονται οι **βασικές ιδιότητες** των σημάτων (βλέπε πίνακα 3.1), οι οποίες είναι (Chararro, 2013):

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ	Σχήμα
<p style="text-align: center;">Περιοδικό αν $x(t) = x(t + T)$, $\forall t \in R$ με $T > 0$</p> <p style="text-align: center;">αλλιώς Μη Περιοδικό</p>	
<p style="text-align: center;">Αιτιατό αν $x(t) = 0$, $\forall t < 0$</p> <p style="text-align: center;">αλλιώς Μη Αιτιατό</p>	
<p style="text-align: center;">Άρτιο αν $x(-t) = x(t)$, $-\infty < t < +\infty$</p> <p style="text-align: center;">Περιττό αν $x(-t) = -x(t)$, $-\infty < t < +\infty$</p>	
<p style="text-align: center;">Πεπερασμένο αν $x(t) < \infty, \forall t \in R$</p>	-
<p style="text-align: center;">Πεπερασμένης Διάρκειας αν $\begin{cases} x(t) = 0, & t \leq T_1 \\ x(t) = 0, & t \geq T_2 \end{cases}$, όπου $T_1 < T_2$ πεπερασμένοι αριθμοί</p> <p style="text-align: center;">Άπειρης Διάρκειας αν τουλάχιστον ένα από τα T_1, T_2 τείνουν στο άπειρο</p>	

Πίνακας 3.1: Βασικές Ιδιότητες Σημάτων
<http://eclass.uoa.gr/modules/document/>

3.2 Μέθοδοι Ανάλυσης Σήματος

Όπως αναφέραμε στην προηγούμενη ενότητα, υπάρχουν τα αναλογικά και τα ψηφιακά σήματα. Στη πορεία αυτής της ενότητας θα ασχοληθούμε με την ανάλυση και επεξεργασία των ψηφιακών σημάτων, τα οποία έχουμε ορίσει ως σήματα που παίρνουν διακριτές τιμές στο χρόνο και το πλάτος.

Στόχος είναι να καταφέρουμε να διαβάσουμε και να μελετήσουμε τις διάφορες πληροφορίες που κρύβουν τα ψηφιακά σήματα. Η διεξαγωγή τέτοιων πληροφοριών γίνεται με διάφορες τεχνικές επεξεργασίας, οι οποίες επί το πλείστον έχουν τη μορφή μετασχηματισμών.

Γενικότερα, οι μέθοδοι ανάλυσης ενός σήματος είναι πάρα πολλές. Ανά τα χρόνια, πολλοί επιστήμονες και ερευνητές εκμεταλλευόμενοι τη τεχνολογία, έχουν αναπτύξει διάφορες τεχνικές ανάλυσης και επεξεργασίας σημάτων.

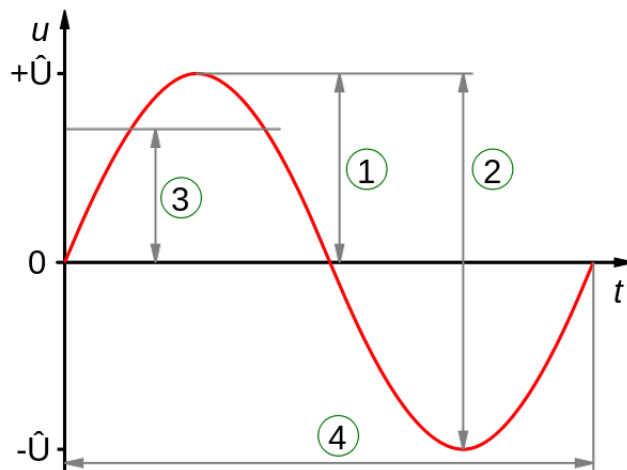
Στην συνέχεια λοιπόν, θα αναφερθούμε και θα αναπτύξουμε ορισμένες βασικές χρονοσυχνοτικές μεθόδους ανάλυσης σημάτων, δηλαδή μεθόδους που επικεντρώνονται στην ανάλυση στο τομέα του χρόνου και της συχνότητας. Οι μέθοδοι αυτοί αποτελούν το κύριο μέρος της ενότητας αυτής και είναι οι εξής:

- *Ανάλυση στο πεδίο του χρόνου*
- *Ανάλυση στο πεδίο των συχνοτήτων*
- *Ανάλυση στο πεδίο του χρόνου και των συχνοτήτων*
- *Ανάλυση στο πεδίο του βαθμωτού χρόνου*

3.2.1 Ανάλυση στο Πεδίο του Χρόνου

Η μέθοδος χρονικής ανάλυσης ενός σήματος (ανάλυση στο πεδίο του χρόνου) αποτελεί γενικά μια απλή διαδικασία. Αρχικά, θα δώσουμε τους ορισμούς τριών βασικών χαρακτηριστικών ενός σήματος:

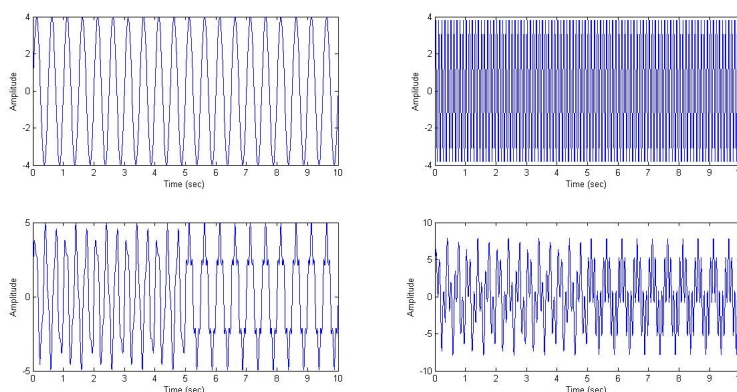
1. **Περίοδος, T** : είναι το χρονικό διάστημα που χρειάζεται ένα σήμα για να επαναληφθεί (Εικόνα 3.2.1).
2. **Συχνότητα, f** : είναι ο αριθμός των επαναλήψεων ενός φαινομένου στη μονάδα του χρόνου. Έχοντας υπολογίσει την περίοδο ενός σήματος, μπορεί να υπολογιστεί και η συχνότητα από την σχέση $f = \frac{1}{T}$.
3. **Πλάτος, A** : είναι η μέγιστη καθ' ύψος θετική τιμή μετατόπισης από το σημείο ισορροπίας (Εικόνα 3.2.1).



Σχήμα 3.2.1: 1.Πλάτος A 2.Πλάτος από Κορυφή σε Κορυφή 3.Ενεργός Τιμή 4.Περίοδος T

https://el.wikipedia.org/wiki/Πλάτος_κύματος

Για να πραγματοποιήσουμε λοιπόν, μία ανάλυση σήματος στο πεδίο του χρόνου, αρκεί να σχεδιάσουμε-κατασκευάσουμε τη γραφική του παράσταση. Από την αναπαράσταση αυτή μπορούμε να εξάγουμε πληροφορίες για τα βασικά χαρακτηριστικά ενός σήματος (T , f , A), που ορίσαμε προηγουμένως. Φυσικά, όσο πιο σύνθετο είναι ένα σήμα τόσο πιο δύσκολο είναι να διεξάγουμε-διαβάσουμε τις πληροφορίες που μας ενδιαφέρουν (Εικόνα 3.2.2).



Σχήμα 3.2.2: Γραφική Αναπαράσταση στο Πεδίο του Χρόνου Απλού και Σύνθετου Σήματος

3.2.2 Ανάλυση στο Πεδίο των Συχνοτήτων

Η περιγραφή ενός σήματος, και κατ' επέκτασης και η ανάλυση αυτού, στο πεδίο συχνοτήτων γίνεται μέσω του **μετασχηματισμού Fourier** (Lyons, 2004; Karris, 2007). Ο μετασχηματισμός Fourier αποτελεί μία γενίκευση της σειράς Fourier για μη περιοδικά σήματα. Ουσιαστικά, είναι μία αυστηρώς ορισμένη μαθηματική διεργασία, η οποία αποσυνθέτει μία τυχούσα συνάρτηση ή κυματομορφή σε άθροισμα άπειρων περιοδικών ημιτονοειδών συναρτήσεων διάφορων συχνοτήτων. Προσδιορίζει λοιπόν, τις διάφορες ημιτονοειδείς συχνότητες και τα αντίστοιχα πλάτη.

Με το μετασχηματισμό Fourier έχουμε τη δυνατότητα, δηλαδή, να μεταφερθούμε από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο των συχνοτήτων, αντλώντας πληροφορίες και για άλλα χαρακτηριστικά του σήματος.

Ως **συνεχή μετασχηματισμό Fourier** ενός συνεχούς αναλογικού σήματος $x(t)$ ορίζουμε την μιγαδική συνάρτηση:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (3.2.1)$$

Μέσω της συνάρτησης αυτής, μπορεί να εκφραστεί οποιοδήποτε φυσικό σήμα στο χώρο των συχνοτήτων, γεγονός που κάνει τον μετασχηματισμό Fourier ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο ανάλυσης σημάτων.

Σημειώνεται, ότι ο **διακριτός μετασχηματισμός Fourier** (DFT) προέρχεται από τον συνεχή και ορίζεται ως (Karris, 2007):

$$X(m) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-\frac{j2\pi nm}{N}} \quad (3.2.2)$$

όπου $x(n)$ είναι το ψηφιακό σήμα στο πεδίο του χρόνου με διακριτό χρονικό διάστημα $\{0, \dots, N-1\}$.

Επιπλέον, είναι πολύ χρήσιμο να ορίσουμε και τον **αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier**, ο οποίος πραγματοποιεί την αντίστροφη διαδικασία (πεδίο συχνοτήτων πεδίο χρόνου) και ο τύπος του είναι ο εξής:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} X(f)e^{-i2\pi ft} df \quad (3.2.3)$$

Στο σημείο αυτό, είναι απαραίτητο να αναφέρουμε τα **σημαντικότερα μεγέθη** και τις **βασικές ιδιότητες** του μετασχηματισμού Fourier.

Μεγέθη:

- **Απόλυτη Τιμή** του $X(m)$

$$X_{mag}(m) = |X(m)| = \sqrt{X_{Re}(m)^2 + X_{Im}(m)^2} \quad (3.2.4)$$

- **Φάση** του $X(m)$

$$X_{\varphi\alpha\sigma\eta}(m) = \arctan\left(\frac{X_{Im}(m)}{X_{Re}(m)}\right) \quad (3.2.5)$$

- **Φασματική Ενέργεια** του $X(m)$

$$X_{ps}(m) = |X(m)|^2 = |X_{mag}e^{-iX_{\varphi\alpha\sigma\eta}}|^2 = |X_{mag}|^2 = X_{Re}(m)^2 + X_{Im}(m)^2 \quad (3.2.6)$$

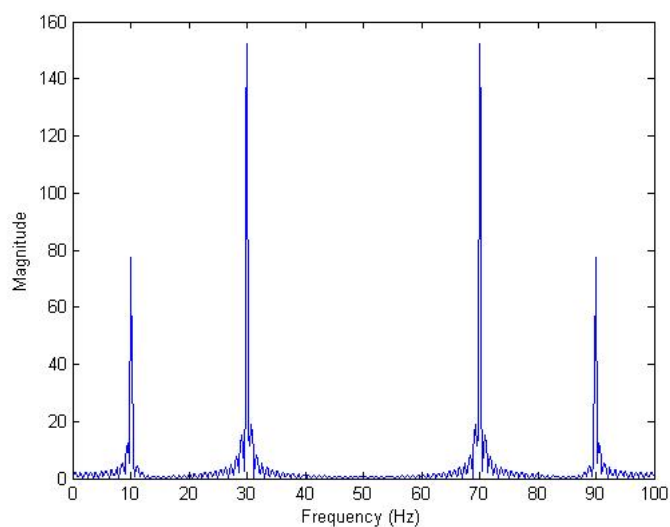
Με βάση τα παραπάνω μεγέθη μπορούμε να δώσουμε και την εκθετική έκφραση του πλάτους συχνοτήτων:

$$X(m) = X_{mag}e^{-jX_{\varphi\alpha\sigma\eta}} \quad (3.2.7)$$

Ιδιότητες:

• Συμμετρία

$$X_{mag}(m) = X_{mag}(N - m) \quad (3.2.8)$$



Σχήμα 3.2.3: Παράδειγμα Συμμετρίας

Κατά την ανάλυση Fourier σε ένα σήμα μπορούμε να επιλέξουμε οποιοδήποτε φάσμα συχνοτήτων, όμως με βάση την ιδιότητα της συμμετρίας έχουμε τη δυνατότητα να αντλήσουμε τη σημαντική πληροφορία από το πρώτο μισό του άξονα συμμετρίας (Εικόνα 3.2.3). Με τον τρόπο αυτό πετυχαίνουμε να εξοικονομήσουμε χρόνο στους υπολογισμούς και χώρο δεδομένων.

• Γραμμικότητα ή Επαλληλία:

$$X_{sum}(m) = X_1(m) + X_2(m) \quad (3.2.9)$$

Η ιδιότητα αυτή είναι πολύ σημαντική, καθώς μας δείχνει ότι ο μετασχηματισμός του γραμμικού συνδυασμού δύο ή περισσότερων σημάτων είναι ίσος με του γραμμικού συνδυασμού των μετασχηματισμών του κάθε σήματος. Επιπλέον, χάριν της ιδιότητας αυτής είμαστε σε θέση να μελετάμε πραγματικά σήματα.

- **Ολίσθηση στο χρόνο:**

Έστω ένα σήμα $x(n)$, στο οποίο εφαρμόζω μία χρονική μετατόπιση k . Αν γράψουμε το πλάτος συχνοτήτων για το νέο σήμα $x(n - k)$ έχουμε:

$$\begin{aligned} X(m) &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n - k) e^{-j\frac{2\pi n m}{N}} = X(m) = \sum_{z=0}^{N-1} x(z) e^{-j\frac{2\pi(n+z)m}{N}} \\ &= X(m) e^{-j\frac{2\pi k m}{N}} = |X(m)| e^{j(X_{\varphi\alpha\sigma\eta} - \frac{2\pi k m}{N})} \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

Παρατηρούμε λοιπόν, ότι κάνοντας μία ολίσθηση στο χρόνο, η συχνότητα και το πλάτος συχνοτήτων δεν επηρεάζονται καθόλου. Το μόνο που αλλοιώνεται είναι η φάση του μετασχηματισμένου σήματος. Με τη βοήθεια αυτής της ιδιότητας μπορούμε να εντοπίσουμε το χρονικό πεδίο, στο οποίο αντιστοιχεί κάθε συχνότητα του σήματος.

- **Ολίσθηση στη συχνότητα:**

$$x(n) e^{-j\frac{2\pi m_0 n}{N}} \Leftrightarrow X(m - m_0) \quad (3.2.11)$$

Για να μετατοπίσουμε τη συχνότητα ενός σήματος $x(n)$ κατά m_0 , αρκεί να το πολλαπλασιάσουμε με ένα εκθετικό παράγοντα $(e^{-j\frac{2\pi m_0 n}{N}})$. Και σε αυτή τη περίπτωση το πλάτος συχνοτήτων δεν επηρεάζεται.

- **Αντίστροφος διακριτός μετασχηματισμός Fourier (IDFT)**

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X(m) e^{j\frac{2\pi n m}{N}} \quad (3.2.12)$$

Όπως είχαμε αναφέρει ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier είναι πολύ σημαντικός στην ανάλυση σημάτων, αφού με τη βοήθεια αυτού μπορούμε να δούμε από τι αποτελείται το εισερχόμενο σήμα. Εδώ, θέλει μια ιδιαίτερη προσοχή στο παράγοντα $\frac{1}{N}$, ο οποίος δείχνει ότι το πλάτος των συχνοτήτων είναι κατά N μεγαλύτερο από το πλάτος του εισερχόμενου σήματος.

Σύμφωνα με το θεώρημα Parseval (Karris, 2007) ισχύει η διατήρηση της συνολικής ενέργειας του σήματος κατά τη μετάβαση από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο των συχνοτήτων.

Θεώρημα Parseval

Αν

$$x(t) \iff X(f)$$

τότε

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df \quad (3.2.13)$$

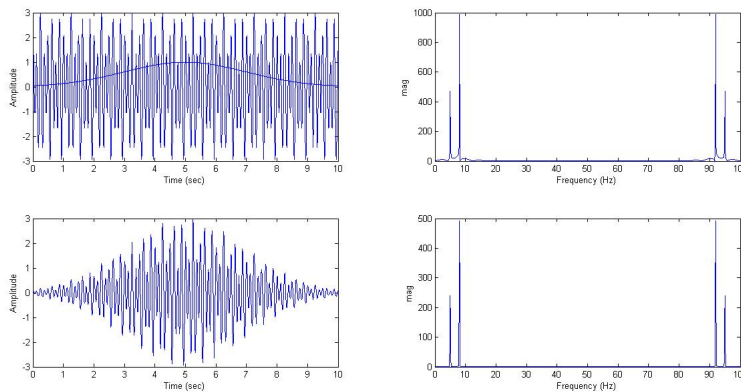
Γενικότερα, ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier είναι μία απλή μαθηματική έκφραση που μας δίνει χρήσιμες πληροφορίες και μία σχετικά καλή ανάλυση σήματος στο πεδίο συχνοτήτων. Παρόλα αυτά, και επειδή για τα φυσικά προβλήματα που έχουμε να αντιμετωπίσουμε έχουμε ένα τεράστιο όγκο δεδομένων, ο DFT χαρακτηρίζεται ένας αρκετά αργός αλγόριθμος επεξεργασίας τέτοιων δεδομένων.

Για το λόγο αυτό, το 1965 αναπτύχθηκε από τους Cooley και Turkey ένας νέος ταχύτερος αλγόριθμος, ο οποίος ήταν ο **Ταχύς Μετασχηματισμός Fourier**¹ (Fast Fourier Transform) (Karris, 2007). Ο FFT πραγματοποιεί την ίδια ανάλυση με τον DFT με διαφορά ότι είναι αρκετές τάξεις γρηγορότερος. Στον ακόλουθο πίνακα (3.2) φαίνονται οι δύο βασικές διαφορές:

	DFT	FFT
Σημεία	N	2^k
Πράξεις	N^2	$\frac{N}{2} \log N$

Πίνακας 3.2: Σύγκριση DFT και FFT

¹Ο ταχύς μετασχηματισμός Fourier υπακούει στις ίδιες βασικές ιδιότητες με τον απλό μετασχηματισμό Fourier.



Σχήμα 3.2.4: Παράδειγμα Ανάλυσης Fourier (FFT)

Στο παραπάνω παράδειγμα παρουσιάζεται η ανάλυση ενός σήματος με τη χρήση του Ταχύ Μετασχηματισμού Fourier (FFT). Στο πρώτο διάγραμμα έχουμε την ανάλυση τόσο του σήματος όσο και του παραθύρου στο πεδίο του χρόνου, στο δεύτερο προς τα δεξιά διάγραμμα έχουμε την αναπαράσταση του φάσματος συχνοτήτων χωρίς τη χρήση παραθύρου, στο τρίτο διάγραμμα δίνεται η ανάλυση στο χρόνο του σήματος αφού έχει κοπεί από το παράθυρο και στο τελευταίο διάγραμμα δίνεται το φάσμα συχνοτήτων του πλέον κομμένου σήματος.

3.2.3 Ανάλυση στο Πεδίο Χρόνου και Συχνοτήτων

Σύμφωνα με τη προηγούμενη ενότητα είδαμε την ανάλυση στο πεδίο των συχνοτήτων μέσω του μετασχηματισμού Fourier, όμως στις περισσότερες περιπτώσεις για την εξαγωγή συμπερασμάτων χρειαζόμαστε την αναπαράσταση και ταυτόχρονη ανάλυση των σημάτων στο χρόνο και στις συχνότητες.

Τα EEG σήματα, τα οποία μελετάμε στην παρούσα εργασία, είναι σύνθετα και για αντλήσουμε χρήσιμες πληροφορίες για αυτά είναι απαραίτητο να μελετήσουμε τις συχνοτικές αλλαγές που παρουσιάζουν σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα. Γίνεται λοιπόν αντιληπτό, ότι η χρονοσυχνοτική ανάλυση είναι άκρως απαραίτητη.

Στη βιβλιογραφία υπάρχουν πάρα πολλές διαφορετικές χρονοσυχνοτικές μέθοδοι ανάλυσης σημάτων. Στην ενότητα αυτή, θα παρουσιάσουμε μόνο τρεις από αυτές βλέποντας, πως δουλεύουν τι πλεονεκτήματα, αλλά και τι μειονεκτήματα παρουσιάζουν.

Πριν όμως αναπτύξουμε τις συγκεκριμένες μεθόδους, πρέπει να αναφερθούμε σε ένα βασικό περιορισμό που υπακούν όλες οι μεθοδολογίες. Αυτός ο περιορισμός είναι η **Αρχή της Απροσδιοριστίας** ή **Αρχή της Αβεβαιότητας** (Kutz, 2013), ο οποίος εκφράζεται με την ανισότητα:

$$\Delta t \Delta f \geq \frac{1}{2} \quad (3.2.14)$$

όπου Δt και Δf η τυπική απόκλιση του χρόνου και της συχνότητας αντίστοιχα.

Ακόμα, είναι απαραίτητο να πούμε πως για να κάνουμε μία χρονοσυχνοτική ανάλυση πρέπει να κόψουμε το σήμα σε διάφορα κομμάτια, στα οποία αντιστοιχούν συγκεκριμένες χρονικές περιόδους. Στη συνέχεια εφαρμόζουμε στο κάθε κομμάτι τον μετασχηματισμό Fourier, αντλώντας τις διάφορες συχνότητες για το δεδομένο χρονικό πεδίο. Για να επιτύχουμε αυτό τον διαχωρισμό ενός σήματος, χρησιμοποιούμε διάφορα παράθυρα (windows). Τα παράθυρα έχουν διαφορετικές ιδιότητες και η επιλογή του κατάλληλου παραθύρου γίνεται με βάση την ανάλυση, την οποία επιθυμούμε. Σε γενικά πλαίσια όμως το παράθυρο θα πρέπει να είναι τουλάχιστον ίσο με μία περίοδο του σήματος που μελετάμε και να είναι πάνω από το 10% του συνολικού μήκους του σήματος.

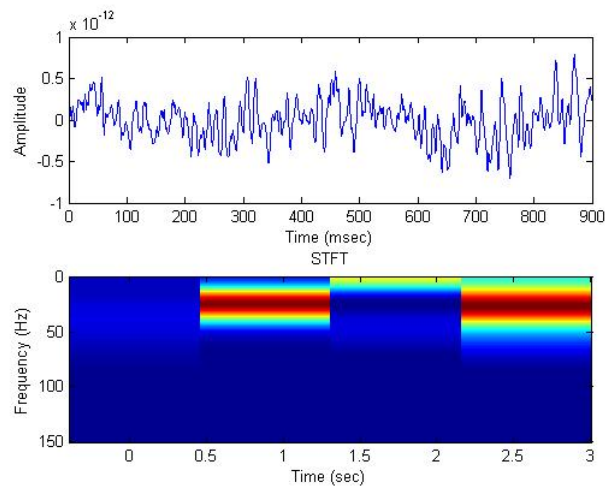
Στη συνέχεια περιγράφονται οι μεθοδολογίες ανάλυσης σήματος στο χρόνο και στις συχνότητες (Kutz, 2013), οι οποίες είναι:

- Ο μετασχηματισμός Fourier μικρής διάρκειας
- Ο μετασχηματισμός Gabor
- Η μέθοδος Multitaper

3.2.3.1 Μετασχηματισμός Fourier Μικρής Διάρκειας

Ο μετασχηματισμός Fourier μικρής διάρκειας (Short Time Fourier Transform - STFT) αποτελεί έναν από τους παλαιότερους μετασχηματισμούς χρόνου - συχνότητας ενός χρονικά εξαρτώμενου σήματος. Αναπαριστά δηλαδή, ένα μονοδιάστατο σήμα σε ένα διδιάστατο χώρο (χρόνου - συχνότητας) (Εικόνα 3.2.5), ο οποίος με τη χρήση ενός χρονικού παραθύρου σταθερού πλάτους διαχωρίζει το μετασχηματισμένο σήμα σε ομοιόμορφα διαστήματα, τόσο ως προς το χρόνο όσο και ως προς τις συχνότητες. Ο διακριτού χρόνου STFT εκφράζεται από τον τύπο:

$$X(m, f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)w(n-m)e^{-j2\pi fn} \quad (3.2.15)$$



Σχήμα 3.2.5: Φασματική Ανάλυση EEG σήματος

Υπάρχουν πολλές συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται για συναρτήσεις του χρονικού παραθύρου, όπως για παράδειγμα οι συναρτήσεις Gaussian, Hamming και Kaiser-Bessel (Kutz, 2013). Φυσικά, το αποτέλεσμα που δίνει κάθε φορά ο μετασχηματισμός STFT ενός σήματος εξαρτάται άμεσα από την επιλογή του παραθύρου που χρησιμοποιείται.

Όσον αφορά τώρα στα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα που παρουσιάζει αυτή η μέθοδος είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι:

1. Ο STFT απλοποιεί αρκετά την πολυπλοκότητα των υπολογισμών, αφού κληρονομεί τις μαθηματικές ιδιότητες του μετασχηματισμού Fourier.
2. Έχει ένα πολύ βασικό μειονέκτημα, το οποίο είναι η αδυναμία ταυτόχρονης επίτευξης ικανοποιητικής ανάλυσης στο πεδίο του χρόνου και των συχνοτήτων.
3. Λόγω της σταθερότητας του παραθύρου, ο STFT δεν μπορεί να ανιχνεύσει σήματα πολύ υψηλών, αλλά και χαμηλών συχνοτήτων

3.2.3.2 Ο Μετασχηματισμός Gabor

Μία άλλη μέθοδος χρονοσυχνοτικής ανάλυσης σημάτων είναι ο μετασχηματισμός Gabor, ο οποίος αποτελεί μία ειδική περίπτωση του μετασχηματισμού STFT, που αναφέραμε προηγουμένως. Ο D.Gabor, το 1946, ανέδειξε την ανεπάρκεια του

μετασχηματισμού Fourier, όσο αφορά το πεδίο του χρόνου και εισήγαγε την έννοια της παραθυρικής συνάρτησης. Ο μετασχηματισμός αυτός στηρίζεται στην εφαρμογή του τύπου (Kutz, 2013):

$$X_G(t, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)g^*(\tau - t)e^{-j2\pi v\tau} d\tau \quad (3.2.16)$$

όπου $g(\tau - t)$ είναι η γκαουσιανή συνάρτηση παραθύρου μετατοπισμένη στο χρόνο. Σημειώνεται εδώ, ότι αυτή είναι και η διαφορά με τον STFT, στον οποίο γενικά χρησιμοποιούμε οποιοδήποτε παράθυρο κατά την ανάλυση του σήματος.

Οι βασικές ιδιότητες που υπακούει ο μετασχηματισμός Gabor είναι οι ίδιες με τις ιδιότητες του μετασχηματισμού Fourier.

Δηλαδή :

- Συμμετρία
- Γραμμικότητα
- Ολίσθηση στο χρόνο και τις συχνότητες
- Αντιστροφή

Είναι ακόμα σημαντικό να αναφέρουμε ότι με την ανάλυση κατά Gabor όσο περισσότερη είναι η ακρίβεια ανάλυσης στο χρόνο τόσο ακρίβεια στην ανάλυση των συχνοτήτων χάνουμε. Για παράδειγμα αν το χρονικό παράθυρο έχει πολύ μικρό πλάτος, το οποίο σημαίνει ότι παίρνουμε μια πολύ καλή ανάλυση στο χρόνο, χάνουμε κατά πολύ την ανάλυση στις συχνότητες. Το αντίστροφο επίσης συμβαίνει, αν χρησιμοποιηθεί μια παραθυρική συνάρτηση με μεγάλο πλάτος.

3.2.3.3 Η Μέθοδος Multitaper

Όπως είδαμε στις δύο προαναφερθείσες μεθοδολογίες, προκειμένου να επιτύχουμε την ανάλυση στο πεδίο του χρόνου και στο πεδίο των συχνοτήτων (φασματική ανάλυση), χρησιμοποιήσαμε μια παραθυρική συνάρτηση. Ουσιαστικά, πολλαπλασιάσαμε το σήμα, το οποίο θέλαμε να επεξεργαστούμε, με ένα παράθυρο και στη συνέχεια κάναμε ένα μετασχηματισμό Fourier και παίρναμε τις συχνότητες που αντιστοιχούν στο κάθε χρονικό διάστημα.

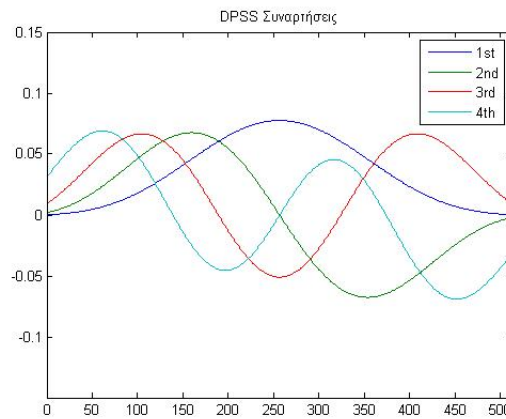
Η μέθοδος Multitaper είναι μία τεχνική που αναπτύχθηκε από τον David J. Thomson (1982) και η βασική της διαφορά είναι ότι αντί για μόνο ένα παράθυρο, χρησιμοποιούνται για παράθυρο ορθογώνιες συναρτήσεις. Οι συναρτήσεις αυτές είναι οι

συναρτήσεις Slepian ή οι διακριτές σειρές prolate Spheroidal (DPSS) (Slepian & Pollak, 1961). Με τη χρήση αυτών των συναρτήσεων στην ουσία χρησιμοποιούμε περισσότερα από ένα παράθυρα στην ανάλυση του σήματος. Να αναφέρουμε πως οι Slepian συναρτήσεις έχουν ένα εύρος ζώνης, το οποίο ταυτίζεται με το εύρος ζώνης των συχνοτήτων. Για να καταλάβουμε λίγο παραπάνω πως λειτουργούν οι DPSS συναρτήσεις (Εικόνα 3.2.6):

Έστω W το εύρος ζώνης και N το μήκος του προς ανάλυση σήματος, τότε μπορούμε να χρησιμοποιούμε $2NW$ συναρτήσεις Slepian ως παράθυρα. Ο γενικός τύπος είναι:

$$W_n(m) = \sqrt{\frac{2}{N+1}} \sin \frac{\pi(n+1)(m+1)}{N+1} \quad (3.2.17)$$

με $m = 1, \dots, 2NW$ και $n = 1, \dots, N$.



Σχήμα 3.2.6: Αναπαράσταση των τεσσάρων πρώτων DPSS Συναρτήσεων

Η σχέση που μας δίνει το πλάτος για κάθε συχνότητα για κάθε παράθυρο (taper) είναι:

$$X_m(f) = \sum_{t=1}^N W_t(m) x_t e^{-j2\pi t f} \quad (3.2.18)$$

Το πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι με τη χρήση πολλών παραθύρων μπορούμε να “καθαρίσουμε” την γραφική παράσταση ενός σήματος και να πάρουμε πολύ ξεκάθαρες πληροφορίες για τις συχνότητες και το χρόνο. Βέβαια και εδώ χρειάζεται προσοχή στην επιλογή του αριθμού των DPSS συναρτήσεων, καθώς μπορεί να διαλέξουμε ένα μεγάλο αριθμό, με τον οποίο ίσως να μην μπορούμε να διακρίνουμε κορυφές συχνοτήτων, αλλά απλά διαστήματα αυτών.

3.2.4 Ανάλυση στο Πεδίο του Βαθμωτού Χρόνου

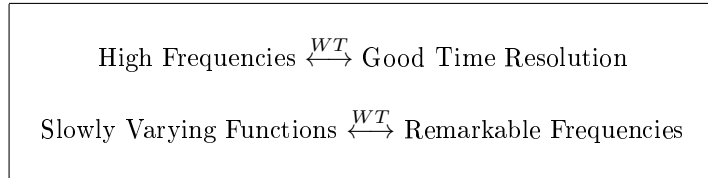
Η ανάλυση στο πεδίο του βαθμωτού χρόνου σχετίζεται με τον **μετασχηματισμό Wavelet** (Mallat, 1999). Και ο μετασχηματισμός αυτός μας δίνει μία χρονοσυχνοτική ανάλυση σήματος, χρησιμοποιώντας όμως μία μητρική συνάρτηση, η επιλογή της οποίας, όπως θα δούμε, παίζει καθοριστικό ρόλο στα αποτελέσματα που αντλούμε.

Αρχικά, ας ορίσουμε το μετασχηματισμό Wavelet ως:

$$W_{\Psi}(f)(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \overline{\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (3.2.19)$$

Παρατηρούμε ότι η μητρική συνάρτηση ψ (Xiangtan, 2010) (όπου $\bar{\psi}$ συζυγής) εξαρτάται από δυο μεγέθη a, b , τα οποία πρέπει να ορίσουμε.

Όπου a αποτελεί ένα παράγοντα κλίμακας και όπου b τη θέση που βρίσκεται η μητρική συνάρτηση. Αν το $a > 0$ η μητρική συνάρτηση διαστέλλεται, ενώ αν το $a < 0$, συστέλλεται. Η τιμή του a συνδέεται άμεσα με την ανάλυση των συχνοτήτων που θα πάρουμε. Δηλαδή, αν ένα σήμα διασταλεί ($a > 0$), τότε θα παίρνουμε χαμηλές συχνοτήτες, ενώ ένα συμπιεσμένο σήμα θα μας δώσει υψηλές συχνοτήτες.



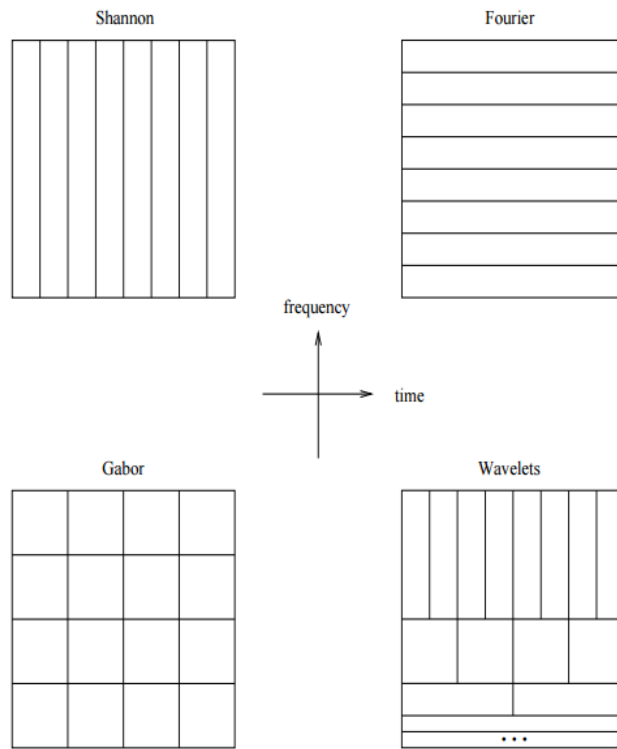
Πίνακας 3.3: Σχέση Χρόνου - Συχνότητας στο Wavelet Μετασχηματισμό

Η σχέση που συνδέει το παράγοντα κλίμακας και τις συχνοτήτες είναι (Gao & Yan, 2010):

$$F_a = \frac{F_c}{aT_s} \quad (3.2.20)$$

με F_a η συχνότητα που αντιστοιχεί στην κλίμακα a , F_c η κεντρική συχνότητα του μετασχηματισμού Wavelet και T_s η περίοδος του δείγματος του εκάστοτε σήματος. Επισημαίνεται ότι μας απασχολούν και οι μετατοπίσεις της μητρικής συνάρτησης, καθώς λόγω αυτών παίρνουμε την ανάλυση στο χρόνο.

Τέλος, να αναφέρουμε πως και ο μετασχηματισμός αυτός ικανοποιεί τις ιδιότητες των προηγούμενων μετασχηματισμών.



Σχήμα 3.2.7: Αναπαράσταση Μετασχηματισμών (Χρόνος-Συχνότητα)
 (Kutz, 2013 pp. 332)

Κεφάλαιο 4

Ανάλυση Χρονοσειρών

4.1 Εισαγωγή

Στην ενότητα αυτή θα επικεντρωθούμε σε ένα μέγεθος, το οποίο αλλάζει τιμές με το χρόνο και θα μελετήσουμε την εξάρτηση του μεγέθους x σε κάποια χρονική στιγμή t , x_t , από το ίδιο μέγεθος σε προηγούμενες χρονικές στιγμές, x_{t-i} . Θα μελετήσουμε, λοιπόν την δυναμική εξέλιξη του συστήματος που παράγει το παρατηρούμενο μέγεθος στο χρόνο με σταθερό χρονικό βήμα (sampling time). Ένα σύνολο τέτοιων παρατηρήσεων ονομάζεται **χρονοσειρά** (time series). Φυσικά σε πολλά προβλήματα ο χρόνος δειγματοληψίας δεν είναι σταθερός, οπότε απαιτείται μία περαιτέρω επεξεργασία για την ανάλυση της χρονικής σειράς. Ο κύριος στόχος στην ανάλυση χρονοσειρών είναι να καταφέρουμε να εκτιμήσουμε το σύστημα που παράγει μία χρονοσειρά και να προβλέψουμε μελλοντικές τιμές και συμπεριφορές του παρατηρούμενου μεγέθους. Στη συνέχεια δίνονται ορισμένοι βασικοί ορισμοί και έννοιες, που είναι απαραίτητα εργαλεία για τη κατανόηση και την ανάλυση χρονοσειρών (Lütkepohl, 2005; Wei, 2006; Chatfield, 2013).

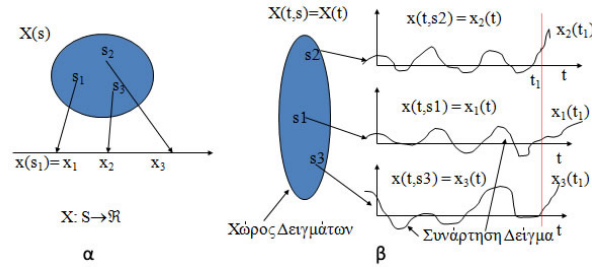
4.1.1 Στοχαστική Διαδικασία (Stochastic Process)

Μια χρονική σειρά είναι ένα δείγμα με ισαπέχοντα χρονικά σημεία ή ισαπέχοντα χρονικά διαστήματα. Δηλαδή, με τον όρο χρονοσειρά εννοούμε μία ακολουθία $\{x_t: t = 0, 1, 2, \dots\}$, όπου κάθε x_t εκφράζει την κατά την χρονική στιγμή t κατάσταση ενός συστήματος, το οποίο εξελίσσεται στο χρόνο κατά στοχαστικό εν γένει τρόπο (stochastic system).

Οι χρονοσειρές μπορεί να αναφέρονται σε διακριτά μεγέθη x_t διακριτού χρόνου t , σε διακριτά μεγέθη x_t συνεχούς χρόνου t και σε συνεχή μεγέθη x_t είτε διακριτού είτε συνεχούς χρόνου t .

Ως **στοχαστική διαδικασία** (Εικόνα 4.1.1), λοιπόν, ορίζουμε μία οικογένεια τυχαίων μεταβλητών $\{X_n : n \in \mathbb{N}\}$ ή γενικότερα μία υπεραριθμήσιμη οικογένεια τυχαίων μεταβλητών $\{X_t : t \in T\}$ που ορίζεται πάνω σε ένα χώρο πιθανότητας (Ω, \mathcal{F}, P) .

Σημειώνεται ότι για δοθέν δειγματικό χώρο $\omega \in \Omega$, η $\{x_t = X_t(\omega) : t \in T\}$ εκφράζει μία συνάρτηση του χρόνου t και ονομάζεται **συνάρτηση δείγμα** (sample function) ή **πραγματοποίηση** (realization) της τυχαίας διαδικασίας.



Σχήμα 4.1.1: α) Τυχαία Μεταβλητή β) Στοχαστική Διαδικασία
<http://slideplayer.gr/slide/2300470/>

Αν τώρα έχουμε ένα παραμετρικό χώρο $T \subset \mathbb{R}$ και τις διατεταγμένες χρονικές στιγμές $\{t_i \in T \text{ με } t_i < t_{i+1}, \forall i = 1, 2, \dots, n-1\}$, μπορούμε να ορίσουμε ένα σύστημα κατανομών πεπερασμένης διάστασης $D = \{F_{t^{(n)}} : t^{(n)} = (t_1, \dots, t_n), t_i < t_{i+1}, \forall i = n \in \mathbb{N}\}$, όπου $F_{t^{(n)}}$ είναι η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας της $X(t^{(n)})$ και $F_{t^{(n)}}(x^{(n)}) = P[X_{t_1} < x_1, \dots, x_n < X_{t_n}]$, $x^{(n)} = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ και $n \in \mathbb{N}$.

Τα βασικά μεγέθη μίας χρονοσειράς $\{X_t : t \in T\}$ είναι τα ακόλουθα (Wei, 2006):

- Συνάρτηση Μέσου

$$\mu(t) = E[X_t] \quad (4.1.1)$$

- Συνάρτηση Διασποράς

$$\sigma^2(t) = Var[X_t] = E[(X_t - \mu_t)^2] \quad (4.1.2)$$

- Συνάρτηση Αυτοδιακύμανσης

$$\gamma(t, k) = Cov(X_t, X_{t+k}) = E[(X_t - \mu_t)(X_{t+k} - \mu_{t+k})] \quad (4.1.3)$$

- Συνάρτηση Αυτοσυσχέτισης

$$\rho(k) = \text{Corr}(X_0, X_k) = \frac{\text{Cov}(X_0, X_k)}{\sqrt{\text{Var}[X_0]\text{Var}[X_k]}} = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)} \quad (4.1.4)$$

4.1.2 Στασιμότητα

Μία στοχαστική διαδικασία είναι **στάσιμη** όταν οι ιδιότητες της δεν επηρεάζονται από μία αλλαγή μέτρησης της χρονικής περιόδου, δηλαδή η συνδυασμένη συνάρτηση πιθανότητας με αρχή τη χρονική περίοδο t είναι ακριβώς ίδια με την συνδυασμένη συνάρτηση πιθανότητας με αρχή τη χρονική περίοδο $t+k$. Οπότε σε μία συνδυασμένη συνάρτηση πιθανότητας ο μέσος και η διασπορά δεν μεταβάλλονται, ενώ η συνδιακύμανση είναι συνάρτηση μόνο χρονικών υστερήσεων ή προηγήσεων (Wei, 2006).

Άρα

$$E[X_t] = \mu \quad (4.1.5)$$

$$\text{Var}[X_t] = E[(X_t - \mu)^2] = \sigma^2 \quad (4.1.6)$$

$$\text{Cov}(X_t, X_{t+k}) = E[(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)] = \gamma(k) \quad (4.1.7)$$

Αν μία τουλάχιστον από τις παραπάνω σχέσεις δεν ισχύει τότε η στοχαστική διαδικασία ονομάζεται **μη στάσιμη**.

4.1.3 Λευκός Θόρυβος

Θεωρώντας διαδοχικά στοιχεία της χρονοσειράς ως τυχαίες μεταβλητές, η χρονοσειρά λέγεται ότι αποτελείται από ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με την ίδια κατανομή (independent and identically distributed, iid) όταν οι $X_t, X_{t+1}, \dots, X_{t+k}$ τυχαίες μεταβλητές για $k > 1$ έχουν την ίδια κατανομή και είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Μία iid χρονοσειρά είναι εντελώς τυχαία και δεν περιέχει συσχετίσεις μεταξύ των στοιχείων της.

Λευκός θόρυβος (white noise) ονομάζεται λοιπόν, μία iid χρονοσειρά, της οποίας την κατανομή την συμβολίζουμε ως $WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$. Ακόμη, για να χαρακτηρίζουμε μία iid χρονοσειρά ως λευκό θόρυβο πρέπει να ισχύουν οι ακόλουθες υποθέσεις (Lütkepohl, 2005):

1.

$$E(\varepsilon_t) = 0 \quad (4.1.8)$$

2.

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2 \quad (4.1.9)$$

3.

$$\text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = 0, \quad \forall t \in T, \quad \forall k \neq 0 \quad (4.1.10)$$

4.2 Στάσιμες Στοχαστικές Διαδικασίες

Στις προηγούμενες ενότητες αυτού του κεφαλαίου δόθηκαν ορισμένες βασικές έννοιες και εργαλεία για την ανάλυση χρονοσειρών. Η αυτοδιασπορά, αλλά και η αυτοσυσχέτιση, αποτελούν βασικά χαρακτηριστικά των στοχαστικών διαδικασιών και ορίζουν τις γραμμικές συσχετίσεις μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών. Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε ορισμένα βασικά μοντέλα ανάλυσης στάσιμων χρονοσειρών, καθώς και τη συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης. Θα επικεντρωθούμε σε τρία μοντέλα στάσιμων χρονοσειρών, τα οποία είναι το μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης AR(p), το μοντέλο κινούμενου μέσου MA(q) και η μικρή διαδικασία ARMA(p,q) (Wei, 2006· Chatfield, 2013).

Ορισμός. 4.2.1: Μία γραμμική στοχαστική διαδικασία (linear stochastic process) ή μία γραμμική χρονοσειρά ορίζεται για κάθε χρονική στιγμή t ως ένα άθροισμα ασυσχέτιστων τυχαίων μεταβλητών (white noise).

$$X_t = \mu + \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \varphi_i \varepsilon_{t-i}, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (4.2.1)$$

Στη μελέτη των γραμμικών χρονοσειρών μας ενδιαφέρει κυρίως η συσχέτιση μεταξύ των στοιχείων και όχι η εξάρτηση, γι' αυτό και οι τυχαίες μεταβλητές μας αρκεί να είναι απλά λευκός θόρυβος.

Επιπλέον, για να είναι η χρονοσειρά στάσιμη θα πρέπει να ισχύει:

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} |\varphi_i| < +\infty \quad (4.2.2)$$

Για ευκολία στην περιγραφή θέτουμε $\varphi_0 = 1$ (ρυθμίζοντας αντίστοιχα τη διασπορά σ_ε^2) και $\mu = 0$. Θεωρώντας τον **τελεστή υστέρησης** B η γραμμική χρονοσειρά έχει τη συμπαγή έκφραση $X_t = \varphi(B)\varepsilon_t$, με $\varphi(B) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \varphi_i B^i$. Ο τελεστής του

πολυωνύμου $\varphi(B)$ μπορεί να θεωρηθεί ως γραμμικό φίλτρο με είσοδο το λευκό θόρυβο και έξοδο τη γραμμική χρονοσειρά. Για τα γραμμικά φίλτρα είναι γνωστό πως όταν η είσοδος είναι στάσιμη χρονοσειρά τότε και η έξοδος είναι στάσιμη χρονοσειρά.

4.2.1 Μοντέλο Αυτοπαλινδρόμησης

Η **αυτοπαλίνδρομη διαδικασία τάξης p** , (Autoregressive Process of Order p , AR(p)), θεωρεί γραμμικές σχέσεις ανάμεσα στη παρατήρηση της χρονοσειράς που εξετάζεται και στις προηγούμενες τιμές αυτής, με τον περιορισμό του αθροίσματος των προηγούμενων τυχαίων μεταβλητών στους πρώτους p όρους.

$$X_t = \sum_{i=1}^p a_i X_{t-i} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (4.2.3)$$

Με χρήση του τελεστή υστέρησης η AR(p) έχει τη συμπαγή μορφή:

$$a(B)X_t = \varepsilon_t, \quad (4.2.4)$$

όπου

$$a(B) = 1 - \sum_{i=1}^p a_i B^i \quad (4.2.5)$$

το χαρακτηριστικό πολυώνυμο της AR(p) και αν οι ρίζες του είναι εκτός του μοναδιαίου κύκλου η αυτοπαλίνδρομη διαδικασία είναι στάσιμη.

Σημειώνεται ότι το πρώτο μέρος, δηλαδή ο γραμμικός συνδυασμός των X_{t-i} , θεωρείται ως το καθοριστικό ή αιτιοκρατικό μέρος (deterministic part), ενώ το δεύτερο, ε_t , ως το στοχαστικό.

Ας δούμε τώρα πως ορίζεται η αυτοσυσχέτιση και η αυτοδιασπορά της X_t ως προς τις παραμέτρους της AR(p). Για μία υστέρηση, έστω τ , θα έχουμε:

$$X_{t-\tau}X_t = X_{t-\tau}(a_1X_{t-1} + \dots + a_pX_{t-p} + \varepsilon_t)$$

$$\implies E[X_{t-\tau}X_t] = a_1E[X_{t-\tau}X_{t-1}] + \dots + a_pE[X_{t-\tau}X_{t-p}] + E[X_{t-p}\varepsilon_t]$$

$$\implies \gamma_x(k) = a_1\gamma_x(\tau-1) + \dots + a_p\gamma_x(\tau-p) \quad (4.2.6)$$

Άρα παίρνουμε τη γενική έκφραση για την αυτοσυσχέτιση υστέρησης τ :

$$\rho_\tau = a_1\rho_{\tau-1} + \dots + a_p\rho_{\tau-p} \quad (4.2.7)$$

όπου ισχύει

$$\rho_\tau = \rho_{-\tau}.$$

Από τη γενική σχέση 4.2.7 έχουμε το σύστημα:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= a_1 + a_2\rho_1 + \dots + a_p\rho_{p-1} \\ \rho_2 &= a_1\rho_1 + a_2 + \dots + a_p\rho_{p-2} \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \\ \rho_p &= a_1\rho_{p-1} + a_2\rho_{p-2} + \dots + a_p \end{aligned}$$

Το σύστημα αυτό ονομάζεται σύστημα **κανονικών εξισώσεων** ή σύστημα **εξισώσεων Yule - Walker** (Wei, 2006), το οποίο μπορεί να γραφεί σε μορφή πίνακα:

$$P_p a = \rho_p, \quad a = P_p^{-1} \rho_p \quad (4.2.8)$$

όπου

$$a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix}, \quad \rho_p = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_p \end{bmatrix}, \quad P_p = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{p-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{p-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{p-1} & \rho_{p-2} & \rho_{p-3} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Για τη σχέση διασποράς έχουμε:

$$X_t X_t = X_t (a_1 X_{t-1} + \dots + a_p X_{t-p} + \varepsilon_t)$$

$$\Rightarrow \sigma_x^2 = a_1 \gamma_x(1) + \dots + a_p \gamma_x(p) + \sigma_\varepsilon^2$$

$$\Rightarrow \sigma_x^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - a_1 \rho_1 - a_2 \rho_2 - \dots - a_p \rho_p} \quad (4.2.9)$$

4.2.2 Συνάρτηση Μερικής Αυτοσυσχέτισης

Κάθε αυτοπαλινδρομη διαδικασία έχει μία συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, η οποία φθίνει καθώς αυξάνει το μήκος της υστέρησης τ . Το γεγονός αυτό πολλές φορές δεν μας επιτρέπει να καθορίσουμε τη τάξη του μοντέλου. Για το σκοπό αυτό εισάγεται μία νέα συνάρτηση, η **συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης** (Partial Autocorrelation Function - PACF) (Wei, 2006), η οποία είναι απαραίτητη για την ανάλυση χρονοσειρών.

Όπως είδαμε στη προηγούμενη ενότητα, το μοντέλο AR(p) εκφράζεται με την σχέση:

$$X_t = \sum_{i=1}^p a_i X_{t-i} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

Έστω τώρα ότι έχουμε μία τέτοια στοχαστική διαδικασία και έστω στη γενική περίπτωση μ η μέση τιμή της. Έχουμε τότε:

$$X_t - \mu = a_1(X_{t-1} - \mu) + \dots + a_p(X_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t$$

με $t = p + 1, \dots, n$.

Για να μελετήσουμε και να χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο αυτό, θα πρέπει να εκτιμηθεί η μέση τιμή, η διασπορά του λευκού θορύβου σ_ε^2 , οι παράμετροι a_1, \dots, a_p , καθώς και η τάξη p του μοντέλου. Για να μπορέσουμε οπότε να εκτιμήσουμε τη τάξη του καλύτερα προσαρμοσμένου μοντέλου, ορίζουμε τη συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης (PACF).

Η μερική αυτοσυσχέτιση ανάμεσα στην X_t και X_{t-s} αναφέρεται στη συσχέτιση μεταξύ αυτών των μεταβλητών, όταν έχουν αφαιρεθεί οι γραμμικές επιδράσεις των ενδιάμεσων μεταβλητών $X_{t-1}, \dots, X_{t-\tau-1}$.

Έστω, χωρίς βλάβη της γενικότητας, μία στάσιμη διαδικασία X_t , με $E[X_t] = 0$. Ακόμα, έστω ένα μοντέλο παλινδρόμησης με εξαρτημένη μεταβλητή $X_{t+\tau}$ και ανεξάρτητες μεταβλητές τις $X_{t+\tau-1}, \dots, X_t$, το οποίο εκφράζεται με τη σχέση:

$$X_{t+\tau} = a_{\tau 1} X_{t+\tau-1} + \dots + a_{\tau \tau} X_t + \varepsilon_{t+\tau} \quad (4.2.10)$$

όπου $a_{\tau j}$ η j -παράμετρος της παλινδρόμησης και $a_{\tau \tau}$ ο **συντελεστής μερικής αυτοσυσχέτισης** μεταξύ των μεταβλητών X_t και $X_{t-\tau}$. Αν πολλαπλασιάσουμε το δεξιό και το αριστερό μέρος της σχέσης 4.2.10 με $X_{t+\tau-j}$ και παίρνοντας και τις μέσες τιμές έχουμε τις ακόλουθες σχέσεις αυτοδιασποράς και αυτοσυσχέτισης:

$$\gamma_j = a_{\tau 1}\gamma_{j-1} + \dots + a_{\tau\tau}\gamma_{j-\tau} \quad (4.2.11)$$

και

$$\rho_j = a_{\tau 1}\rho_{j-1} + \dots + a_{\tau\tau}\rho_{j-\tau} \quad (4.2.12)$$

Άρα θεωρώντας τις εξισώσεις Yule - Walker και τη λύση της σχέσης 4.2.8 θα έχουμε για τον συντελεστή μερικής αυτοσυσχέτισης (Wei, 2006):

$$a_{\tau\tau} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{\tau-1} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{\tau-2} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{\tau-1} & \rho_{\tau-2} & \rho_{\tau-3} & \dots & \rho_1 & \rho_\tau \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{\tau-2} & \rho_{\tau-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{\tau-3} & \rho_{\tau-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{\tau-1} & \rho_{\tau-2} & \rho_{\tau-3} & \dots & \rho_1 & 1 \end{bmatrix}} \quad (4.2.13)$$

Ορισμός. 4.2.2: Συνάρτηση Μερικής Αυτοσυσχέτισης (PACF) ονομάζεται η παράμετρος $a_{\tau\tau}$, θεωρούμενη σαν συνάρτηση της υστέρησης τ και υπολογίζεται σύμφωνα με το κανόνα Gramer (Wei, 2006).

Επιπλέον, είναι προφανές ότι στη περίπτωση μίας αυτοπαλίνδρομης διαδικασίας τάξης p , ισχύει ότι η συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης είναι:

$$a_{\tau\tau} = \begin{cases} \neq 0 & , \tau \leq p \\ 0 & , \tau > p \end{cases} \quad (4.2.14)$$

4.2.3 Μοντέλο Κινούμενου Μέσου

Η διαδικασία κινούμενου μέσου τάξης q , (Moving Average Process of Order q , MA(q)), θεωρεί γραμμικές σχέσεις ανάμεσα στην παρατήρηση της χρονοσειράς που μελετάται και στα σφάλματα (λευκό θόρυβο) που εμφανίσε σε προηγούμενες περιόδους, με το περιορισμό των όρων του λευκού θορύβου στους q πρώτους όρους (Wei, 2006).

$$X_t = \varepsilon_t - \sum_{i=1}^q \varphi_i \varepsilon_{t-i} \quad (4.2.15)$$

Με χρήση του τελεστή υστέρησης η διαδικασία MA(q) έχει τη συμπαγή μορφή:

$$\varphi(B)\varepsilon_t = X_t, \quad (4.2.16)$$

όπου

$$\varphi(B) = 1 - \sum_{i=1}^q \varphi_i B^i \quad (4.2.17)$$

το χαρακτηριστικό πολυώνυμο της MA(q).

Σημειώνεται ότι η διαδικασία κινούμενου μέσου είναι πάντα στάσιμη, αφού δίνεται ως πεπερασμένο άθροισμα όρων λευκού θορύβου. Στο μοντέλο αυτό το καθοριστικό μέρος που υπήρχε στην AR(p) διαδικασία, αντικαθίσταται από το στοχαστικό.

Από τη σχέση του χαρακτηριστικού πολυωνύμου 4.2.17 δίνεται ότι η αυτοσυσχέτιση είναι μη-μηδενική για τις πρώτες q υστερήσεις και δίνεται ως (Wei, 2006):

$$\rho_\tau = \begin{cases} \frac{-\varphi_\tau + \varphi_1 \varphi_{\tau+1} + \dots + \varphi_{q-\tau} \varphi_q}{1 + \varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \dots + \varphi_q^2} & , \tau = 1, 2, \dots, q \\ 0 & , \tau > q \end{cases} \quad (4.2.18)$$

και η σχέση διασποράς είναι:

$$\sigma_x^2 = (1 + \varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \dots + \varphi_q^2) \sigma_\varepsilon^2 \quad (4.2.19)$$

4.2.4 Μικτό Μοντέλο Παλινδρόμησης

Οι δύο στάσιμες στοχαστικές διαδικασίες, AR(p) και MA(q), τις οποίες είδαμε στις προηγούμενες ενότητες, έχουν διαφορετικές αλλά και συμπληρωματικές ιδιότητες που προκύπτουν από τον ορισμό τους (Wei, 2006):

- Η AR διαδικασία δίνεται από τη σχέση του χαρακτηριστικού πολυωνύμου υστέρησης:

$$a(B)X_t = \varepsilon_t$$

- Η MA διαδικασία δίνεται από τη σχέση του χαρακτηριστικού πολυωνύμου υστέρησης:

$$\varphi(B)\varepsilon_t = X_t$$

Ορισμένες αξιοσημείωτες ιδιότητες σε αντιστοιχία αυτών των διαδικασιών είναι οι ακόλουθες:

- Η ιδιότητα στασιμότητας της AR διαδικασίας αντιστοιχεί στην ιδιότητα αντιστρεψιμότητας της MA διαδικασίας.
- Η αυτοσυσχέτιση της AR διαδικασίας αντιστοιχεί (σε ένα βαθμό) στη μερική αυτοσυσχέτιση της MA διαδικασίας και η μερική αυτοσυσχέτιση της AR αντιστοιχεί στην αυτοσυσχέτιση της MA.

Λόγω της διϊκής σχέσης των διαδικασιών AR και MA, η οποία προκύπτει από τις προαναφερόμενες συμπληρωματικές ιδιότητες, μπορούμε να θεωρήσουμε τη **μικτή διαδικασία ή αυτοπαλίνδρομη διαδικασία κινούμενου μέσου** (Autoregressive Moving Average Process, ARMA) ως τη σύνθεση αυτών των διαδικασιών (Wei, 2006).

Η συνάρτηση της μικτής διαδικασίας με AR μέρος τάξης p και με MA μέρος τάξης q είναι:

$$X_t = a_1 X_{t-1} + \dots + a_p X_{t-p} + \varepsilon_t - \varphi_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \varphi_q \varepsilon_{t-q} \quad (4.2.20)$$

και με χρήση πολυωνύμων υστέρησης έχουμε τη σχέση:

$$a(B)X_t = \varphi(B)\varepsilon_t \quad (4.2.21)$$

Σημειώνεται σε αυτό το σημείο ότι η στασιμότητα και η αντιστρεψιμότητα της διαδικασίας ARMA(p,q) ορίζεται από το αν τα χαρακτηριστικά πολυώνυμα $a(B)$ και $\varphi(B)$ έχουν αντίστοιχα ρίζες εκτός του μοναδιαίου κύκλου.

4.3 Μη Στάσιμες Στοχαστικές Διαδικασίες

Στην ενότητα αυτή θα επικεντρωθούμε στην ανάλυση ενός συγκεκριμένου μοντέλου για μη στάσιμες χρονοσειρές, όμως προηγουμένως είναι απαραίτητο να παρουσιάσουμε ένα βασικό στοιχείο μη στασιμότητας, το οποίο είναι η τάση. Επιπλέον, θα περιγράψουμε πως μπορούμε να εκτιμήσουμε ή και να απαλείψουμε αυτό το μέγεθος.

Γενικά, η ύπαρξη μη στασιμότητας αποτελεί ένα από τα κυριότερα προβλήματα που εμφανίζονται κατά την ανάλυση χρονοσειρών. Όταν η τάση σε μία χρονοσειρά μπορεί να περιγραφεί από κάποια γνωστή ή εκτιμώμενη συνάρτηση του χρόνου, $\mu_t = f(t)$, ονομάζεται **καθοριστική τάση**. Σε αντίθετη περίπτωση, όταν δηλαδή η τάση παρουσιάζει αργές μεταβολές με το χρόνο και δεν είναι δυνατό να περιγραφεί από κάποια γνωστή ή εκτιμώμενη συνάρτηση, ονομάζεται **στοχαστική τάση** (Wei, 2006).

Έστω ότι έχουμε μία μη στάσιμη χρονοσειρά $\{y_1, \dots, y_n\}$ και την παρατηρούμενη τυχαία μεταβλητή Y_t και έστω και η στάσιμη χρονοσειρά $\{x_1, \dots, x_n\}$ με την αντίστοιχη τυχαία μεταβλητή X_t , που προκύπτει από το μετασχηματισμό της μη στάσιμης χρονοσειράς. Για να μπορέσουμε λοιπόν, να αντιμετωπίσουμε την ύπαρξη της στοχαστικής τάσης, αρκεί να μελετήσουμε τη στάσιμη χρονοσειρά με σκοπό την απαλοιφή της τάσης. Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση ενός από τους βασικότερους μετασχηματισμούς απαλοιφής της στοχαστική τάσης, ο οποίος είναι:

- Ο μετασχηματισμός της μεταβολής των τιμών του δείκτη ή **μετασχηματισμός των πρώτων διαφορών** (Wei, 2006):

$$X_t = \nabla Y_t = Y_t - Y_{t-1} = (1 - B)Y_t \quad (4.3.1)$$

Ο συνδυασμός του μετασχηματισμού πρώτων διαφορών που αναφέραμε, σε μία μη στάσιμη χρονοσειρά και του μοντέλου στάσιμων χρονοσειρών ARMA ονομάζεται **ολοκληρωμένο αυτοπαλίνδρομο μοντέλο κινούμενο μέσου ή ολοκληρωμένο μικτό μοντέλο** (Autoregressive Integrated Moving Average Model, ARIMA). Επιτρέποντας λοιπόν, d επαναλήψεις πρώτων διαφορών σε μία μη στάσιμη χρονοσειρά για να φτάσουμε σε μία στάσιμη, όπου θα μπορούμε να προσαρμόσουμε κάποιο μοντέλο ARMA(p,q), το μοντέλο ARIMA συμβολίζεται ως ARIMA(p,d,q).

Πιο συγκεκριμένα, θεωρούμε μία μη στάσιμη στοχαστική διαδικασία $\{Y_t\}_{t=1}^{+\infty}$. Εφαρμόζουμε τον μετασχηματισμό των πρώτων διαφορών, $X_t = Y_t - Y_{t-1}$, και βλέπουμε αν η χρονοσειρά που προκύπτει είναι στάσιμη. Αν δεν είναι στάσιμη, τότε συνεχίζουμε πάλι με το μετασχηματισμό των πρώτων διαφορών και έχουμε:

$$X'_t = X_t - X_{t-1} = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2} \quad (4.3.2)$$

Τη διαδικασία αυτή την επαναλαμβάνουμε μέχρι να φτάσουμε στην εύρεση μίας στάσιμης χρονοσειράς, $\{X_t\}_{t=1}^{+\infty}$, της οποίας η γενική μορφή για επαναλήψεις τάξης d ορίζεται ως (Wei, 2006):

$$X_t = \nabla^d Y_t = (1 - B)^d Y_t \quad (4.3.3)$$

Έπειτα, θεωρούμε πως η στάσιμη χρονοσειρά $\{X_t\}_{t=1}^{+\infty}$, μπορεί να περιγραφεί από τη μικτή διαδικασία ARMA(p,q) και κατ' επέκταση μπορεί να οριστεί η μη στάσιμη χρονοσειρά $\{Y_t\}_{t=1}^{+\infty}$ ως (Wei, 2006):

$$a(B)(1 - B)^d Y_t = \varphi(B)\varepsilon_t \quad (4.3.4)$$

Η σχέση 4.3.4 δηλώνει πως η μη στάσιμη χρονοσειρά μπορεί να περιγραφεί από μία μικτή διαδικασία με μοναδιαία ρίζα πολλαπλότητας τάξης d . Αυτή η διαδικασία λοιπόν, δηλώνεται ως ολοκληρωμένο μικτό μοντέλο ARIMA(p,d,q).

Τα νευρικά σήματα, με τα οποία και ασχολούμαστε στη παρούσα εργασία, αποτελούν μη στάσιμες στοχαστικές διαδικασίες, δηλαδή ο μέσος και η διακύμανσή τους είναι εξαρτημένα από το χρόνο. Άρα για να προσομοιάσουμε και να επεξεργαστούμε τα σήματα αυτά δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κάποιο από τα μοντέλα για στάσιμες χρονοσειρές, αλλά να ακολουθήσουμε την ανάλυση τους με το μετασχηματισμό πρώτων διαφορών, μετατρέποντάς δηλαδή από μη στάσιμες σε στάσιμες χρονοσειρές. Κατά την ανάλυση αυτή, το αρχικά μη στάσιμο σήμα το χωρίζουμε σε μικρά παράθυρα, στα οποία διατηρείται η στασιμότητα. Σε καθένα από τα παράθυρα αυτά, αφού επαληθεύσουμε την ύπαρξη στασιμότητας, προχωράμε στην αντίστοιχη ανάλυση που ακολουθούμε για τα στάσιμα σήματα. Να αναφέρουμε ότι μπορούμε να βελτιώσουμε σημαντικά την τοπική στασιμότητα, βρίσκοντας το συνολικό μέσο των καναλιών και διαιρώντας το με την αντίστοιχη συνολική απόκλιση. Στη συνέχεια της διαδικασίας αυτής, αυξάνουμε σταδιακά την αλληλοεπικάλυψη των παραθύρων με σκοπό στο τέλος την ανάλυση του σήματος και στο πεδίο του χρόνου.

4.4 Εκτίμηση Μοντέλου

Η εγκεφαλική λειτουργία αποτελεί μία άκρως πολύπλοκη διαδικασία, γεγονός το οποίο μας επιτρέπει τη μελέτη της ως μία στοχαστική διαδικασία. Όταν πραγματοποιείται ένα ηλεκτροεγκεφαλογράφημα ως έξοδο δίνονται πολλαπλά σήματα και άρα έχουμε μία διανυσματική χρονοσειρά για να αναλύσουμε.

Στην ενότητα (4.2.2) της συνάρτησης μερικής αυτοσυσχέτισης αναφέραμε ότι για να επεξεργαστούμε και να χρησιμοποιήσουμε ένα μοντέλο παλινδρόμησης πρέπει να εκτιμήσουμε την τάξη του μοντέλου και τις παραμέτρους του. Στο μέρος αυτό λοιπόν, αρχικά θα περιγράψουμε το **πολυμεταβλητό αυτοπαλίνδρομο μοντέλο** (Multivariate Autoregressive Model, MVAR), με τη χρήση του οποίου

μπορεί να αναλυθεί μία EEG διαδικασία. Εν συνεχεία θα παρουσιάσουμε τα κριτήρια επιλογής τάξης του μοντέλου και θα αναπτύξουμε μία από τις βασικότερες μεθόδους υπολογισμού των παραμέτρων ενός MVAR (Wei, 2006; Burnham & Anderson, 2004).

4.4.1 Πολυμεταβλητό Μοντέλο Παλινδρόμησης

Ως στοχαστικό μοντέλο πολλών μεταβλητών ορίζεται μία διανυσματική χρονοσειρά, η οποία αποτελείται από k επιμέρους χρονοσειρές - κανάλια και για κάθε k - κανάλι έχουμε n χρονικές στιγμές. Πιο συγκεκριμένα, δίνεται η γενική έκφραση του πολυμεταβλητού μοντέλου, η οποία είναι:

$$X(t) = \sum_{i=1}^M A(i)X(t-i) + \varepsilon(t), \quad (4.4.1)$$

όπου $X(t) = [X_1(t), \dots, X_k(t)]^T$ τα σήματα k - καναλιών, με $X_1(t) = [X_1(t_1), \dots, X_1(t_n)]^T$ και $\varepsilon(t) = [\varepsilon_1(t), \dots, \varepsilon_k(t)]^T$ το διάνυσμα του λευκού θορύβου.

Ακόμα, όπου $A(i)$ οι τετραγωνικοί πίνακες $[k \times k]$ που περιγράφουν τις παραμέτρους του μοντέλου. Για κάθε βήμα λοιπόν της διαδικασίας $i = 1, 2, \dots, M$ όπου M η τάξη του MVAR, δίνεται η μορφή:

$$A(i) = \begin{bmatrix} A_{11,i} & A_{12,i} & \cdots & A_{1k,i} \\ A_{21,i} & A_{22,i} & \cdots & A_{2k,i} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ A_{k1,i} & A_{k2,i} & \cdots & A_{kk,i} \end{bmatrix} \quad (4.4.2)$$

Στο σημείο αυτό σημειώνεται ότι ισχύει:

$$A(0) = I$$

Τέλος, δίνεται η ανάπτυξη του MVAR μοντέλου, η οποία εκφράζεται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\begin{aligned} X_1(t) &= \sum_{i=1}^M A_{11}(i)X_1(t-i) + \cdots + \sum_{i=1}^M A_{1k}(i)X_k(t-i) + \varepsilon_1(t) \\ X_2(t) &= \sum_{i=1}^M A_{21}(i)X_1(t-i) + \cdots + \sum_{i=1}^M A_{2k}(i)X_k(t-i) + \varepsilon_2(t) \\ \cdots & \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \\ X_k(t) &= \sum_{i=1}^M A_{k1}(i)X_1(t-i) + \cdots + \sum_{i=1}^M A_{kk}(i)X_k(t-i) + \varepsilon_k(t) \end{aligned}$$

Παρατηρούμε ότι για την εκτίμηση του σφάλματος ισχύει:

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=0}^M A(i)X(t-i) \quad (4.4.3)$$

και πως στο στοχαστικό μοντέλο πολλών μεταβλητών υπάρχει μία εξάρτηση των χρονικά προηγούμενων τιμών μίας μεταβλητής με την τρέχουσα τιμή μίας άλλης. Άρα, με την ανάλυση ενός τέτοιου μοντέλου έχουμε τη δυνατότητα να ανακαλύψουμε τη ροή πληροφοριών ανάμεσα στις περιοχές του εγκεφάλου.

4.4.2 Κριτήρια Επιλογής Τάξης Μοντέλου

Όπως γίνεται αντιληπτό, το βάθος του χρόνου, δηλαδή πόσες χρονικά προηγούμενες τιμές θα έχει το μοντέλο, εξαρτάται άμεσα από την τάξη M αυτού. Για να έχουμε τη καλύτερη δυνατή τάξη μοντέλου, η οποία θα ελαχιστοποιεί και τα σφάλματα πρόβλεψης, χρησιμοποιούμε κάποιο από τα κριτήρια επιλογής τάξης, τα σημαντικότερα των οποίων είναι:

1. Κριτήριο Akaike Information - AIC (Akaike, 1974)

$$AIC(M) = \ln(\det(\sigma_\varepsilon^2)) + \frac{2M}{n} \quad (4.4.4)$$

2. Κριτήριο Bayesian Information - BIC (Schwarz, 1978)

$$BIC(M) = \ln(\det(\sigma_\varepsilon^2)) + \frac{\ln(n)}{n}M \quad (4.4.5)$$

3. Κριτήριο Minimum Description Length - MDL (Proakis & Manolakis, 1996)

$$MDL(M) = n \ln(\sigma_\varepsilon^2) + M \ln(n) \quad (4.4.6)$$

όπου M η τάξη του μοντέλου που ζητείται, n το πλήθος των παρατηρήσεων και σ_ε^2 η διασπορά του εναπομείναντος σφάλματος (λευκού θορύβου). Η τιμή του M , η οποία ελαχιστοποιεί τα προαναφερόμενα κριτήρια, είναι η καλύτερη δυνατή τιμή τάξης που μας δίνει και το καλύτερο μοντέλο.

4.4.3 Εκτίμηση Παραμέτρων - Μέθοδος Yule - Walker

Μία από τις βασικότερες μεθόδους εκτίμησης των παραμέτρων ενός στοχαστικού μοντέλου είναι η μέθοδος Yule - Walker (Wei, 2006). Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, υπολογίζουμε την αυτοσυσχέτιση από τα δεδομένα και στη συνέχεια μπορούμε να εκτιμήσουμε τις παραμέτρους του MVAR μοντέλου. Ο τύπος απόκλισης της αυτοσυσχέτισης που χρησιμοποιείται είναι:

$$\rho_x(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-k-1} X^*(n)X(n+k), \quad k \geq 0 \quad (4.4.7)$$

ώστε ο πίνακας αυτοσυσχέτισης να είναι θετικά ορισμένος και το μοντέλο να είναι σταθερό. Οπότε, από τα προηγούμενα, προκύπτει το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων αυτοσυσχέτισης, από το οποίο μπορούμε να υπολογίσουμε τις παραμέτρους:

$$\begin{bmatrix} \rho_x(0) & \rho_x^*(1) & \cdots & \rho_x^*(M-1) \\ \rho_x(1) & \rho_x(0) & \cdots & \rho_x^*(M-2) \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ \rho_x(M-1) & \rho_x(M-2) & \cdots & \rho_x(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A(1) \\ A(2) \\ \vdots \\ A(M) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \rho_x(1) \\ \rho_x(2) \\ \vdots \\ \rho_x(M) \end{bmatrix}$$

Κεφάλαιο 5

Ανάπτυξη Μοντέλων Συνδεσιμότητας

5.1 Εισαγωγή

Το νευρικό σύστημα αποτελείται από ένα σύνολο νευρικών δικτύων, τα οποία λειτουργούν συνεργατικά και διαδραστικά. Επομένως, η ανάλυση και η μελέτη των αλληλεπιδράσεων μεταξύ των δομών του νευρικού εγκεφαλικού δικτύου, καθώς και του τρόπου με τον οποίο επικοινωνούν οι διαφορετικές περιοχές του εγκεφάλου μεταξύ τους, αποτελούν τμήματα με μεγάλο επιστημονικό ενδιαφέρον.

Η εξέλιξη των μη επεμβατικών τεχνικών εγκεφαλικής απεικόνισης και η ολοένα αυξανόμενη ανάγκη για έρευνα της λειτουργικής συνδεσιμότητας¹ του εγκεφάλου έχει οδηγήσει στην διεξαγωγή πολυάριθμων πειραμάτων. Μέσα από τα πειράματα αυτά, οι ερευνητές προσπαθούν να εξάγουν χρήσιμες πληροφορίες σχετικά με τα νευροφυσιολογικά συστήματα, αλλά και να εκτιμήσουν με διάφορες μεθόδους την συσχέτιση που υπάρχει ή/και δημιουργείται μεταξύ των σημάτων που παράγει ο εγκέφαλος.

Ένα από τα πιο παλιά και σημαντικά μαθηματικά εργαλεία για την μελέτη των συσχετίσεων των εγκεφαλικών σημάτων είναι η **Αιτιότητα κατά Granger** (Granger, 1969), με βάση την οποία μπορεί να προσδιοριστεί η αιτιότητα που υπάρχει ανάμεσα στις διάφορες μεταβλητές (σήματα). Στο κεφάλαιο αυτό λοιπόν, θα αναπτυχθεί η θεωρία της αιτιότητας κατά Granger (G-αιτιότητα), με ιδιαίτερη έμφαση στο μαθηματικό μοντέλο της **Φασματικής Αιτιότητας κατά Granger**

¹Ως λειτουργική συνδεσιμότητα ορίζεται η χρονική συσχέτιση μεταξύ χωρικά απομακρυσμένων νευροφυσιολογικών γεγονότων. Στον εγκεφαλικό φλοιό προκύπτει από μία παρέκκλιση από την στατιστική ανεξαρτησία των ενεργοποιήσεων διαφορετικών νευρωνικών ομάδων και περιοχών.

(Spectral Granger Causality) (Seth, 2010), και η πολυπαραγοντική φασματική τεχνική της **Κατευθυνόμενης Συνάρτησης Μεταφοράς** (Directed Transfer Function) (Kamiński & Blinowska, 1991). Επίσης, στο επόμενο κεφάλαιο θα δοθούν βασικά παραδείγματα σύγκρισης των δύο αυτών μεθόδων συσχέτισης χρονοσειρών.

5.2 Αιτιότητα κατά Granger

Ένα από τα πιο βασικά προβλήματα που υπάρχουν στην εξειδίκευση και ανάλυση ενός πολυμεταβλητού συστήματος είναι να προσδιοριστεί κατά πόσο μία μεταβλητή αιτιάζει μία άλλη ή αιτιάζεται από αυτή ή είναι ανεξάρτητες. Την έννοια της αιτιώδους εξάρτησης μεταξύ στοχαστικών διαδικασιών εισήγαγε για πρώτη φορά ο μεγάλος μαθηματικός Norbert Wiener (1956). Σύμφωνα με τον N. Wiener, εάν έχουμε δύο ταυτόχρονα μετρούμενα σήματα και κάποιος μπορεί να προβλέψει το πρώτο σήμα καλύτερα ενσωματώνοντας πληροφορίες από τις προηγούμενες χρονικές στιγμές του δεύτερου σήματος από ότι χρησιμοποιώντας μόνο το παρελθόν του πρώτου σήματος, τότε το δεύτερο σήμα λέμε ότι αιτιάζει το πρώτο. Τη θεωρητική αυτή βάση αξιοποίησε και μοντελοποίησε μαθηματικά ο Νομπελίστας Clive Granger (1969), ο οποίος κατάφερε να μετρήσει την αιτιότητα, αρχικά στα πλαίσια μελέτης οικονομικών μοντέλων και μεγεθών. Για το λόγο αυτό ονομάστηκε **Αιτιότητα κατά Granger (Granger Causality)** και έπειτα ξεκίνησε να χρησιμοποιείται και σε άλλους επιστημονικούς κλάδους, όπως στο κλάδο της νευροφυσιολογίας με στόχο να μελετηθεί η επικοινωνία που αναπτύσσεται ανάμεσα στους νευρώνες.

5.2.1 Μαθηματικό Μοντέλο

Η αιτιότητα κατά Granger είναι μία στατιστική μέθοδος της αιτιότητας, η οποία βασίζεται στη πρόβλεψη και η μαθηματική της διατύπωση στην μοντελοποίηση γραμμικών παλινδρομών στοχαστικών διαδικασιών (Seth, 2010).

Ορισμός. 5.2.1 : Αν ένα σήμα X_1 αιτιάζει κατά Granger ένα σήμα X_2 , τότε οι προηγούμενες χρονικές στιγμές του X_1 περιέχουν πληροφορίες που βοηθούν στη πρόβλεψη του X_2 (Granger, 1969).

Έστω ένα γραμμικό αυτοπαλίνδρομο μοντέλο δύο χρονοσειρών $X_1(t)$ και $X_2(t)$ (μήκους T και οι δύο χρονοσειρές) :

$$\begin{aligned} X_1(t) &= \sum_{j=1}^M A_{11}(j)X_1(t-j) + \sum_{j=1}^M A_{12}(j)X_2(t-j) + \varepsilon_1(t) \\ X_2(t) &= \sum_{j=1}^M A_{21}(j)X_1(t-j) + \sum_{j=1}^M A_{22}(j)X_2(t-j) + \varepsilon_2(t) \end{aligned} \quad (5.2.1)$$

όπου M ο μέγιστος αριθμός των προηγούμενων χρονικά παρατηρήσεων (τάξη μοντέλου), A ο πίνακας που περιέχει τους συντελεστές του μοντέλου και $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$ τα σφάλματα πρόβλεψης για κάθε χρονοσειρά.

Αν η διακύμανση του ε_1 (ή ε_2) μειώνεται από την ενσωμάτωση των όρων του X_2 (ή X_1) στην πρώτη εξίσωση τότε λέμε ότι το X_2 (ή X_1) αιτιάζει κατά Granger (G-Causes) το X_1 (ή X_2). Δηλαδή το X_2 προκαλεί το X_1 , εάν οι συντελεστές A_{12} είναι από κοινού σημαντικά διάφοροι του μηδέν.

Αν υποθέσουμε ότι οι χρονοσειρές X_1 , X_2 υπακούουν στους κανόνες στασιμότητας και το σύστημα 5.2.1 μπορεί να γραφεί ως ένα μονομερές αυτοπαλίνδρομο μοντέλο (AR model), τότε ορίζεται το μέγεθος της αιτιότητας μεταξύ των στοχαστικών διαδικασιών ως:

$$F_{2 \rightarrow 1} = \ln \frac{\text{Var}(\varepsilon_{1R(12)})}{\text{Var}(\varepsilon_1)} \quad (5.2.2)$$

όπου το $\varepsilon_{1R(12)}$ προκύπτει από το μονομερές μοντέλο (διαγραφή των $A_{12}(j)$ για κάθε j). Αντίστοιχα, υπολογίζεται και ο τύπος για την αιτιότητα του X_1 στο X_2 ($F_{1 \rightarrow 2}$).

Στο σημείο αυτό είναι σημαντικό να αναφερθούν ορισμένα βασικά χαρακτηριστικά της αιτιότητας:

1. Αν $\text{Var}(\varepsilon_1) < \text{Var}(\varepsilon_{1R(12)})$, το οποίο συνεπάγεται ότι $F_{2 \rightarrow 1} > 0$, τότε η X_2 προκαλεί τη X_1 .
2. Αν $\text{Var}(\varepsilon_1) = \text{Var}(\varepsilon_{1R(12)})$, το οποίο συνεπάγεται ότι $F_{2 \rightarrow 1} \rightarrow 0$, τότε η X_2 δεν προκαλεί τη X_1 .
3. Αν τα μέτρα των $F_{2 \rightarrow 1}$ και $F_{1 \rightarrow 2}$ είναι εξίσου μεγάλα, τότε υπάρχει μία αμφίδρομη σύζευξη των χρονοσειρών.
4. Αποτελεί μία αναλλοίωτη ποσότητα.

Η G-αιτιότητα είναι εύκολο να γενικευτεί για n -χρονοσειρές ($n > 2$), δηλαδή για ένα πολυμεταβλητό μοντέλο, στο οποίο το X_2 προκαλεί το X_1 υπό την παρουσία υπόλοιπων σημάτων X_3, \dots, X_n (Geweke, 1982).

Έστω λοιπόν ότι έχουμε ένα σύστημα με τρεις (X_1, X_2, X_3) χρονοσειρές. Από το MVAR μοντέλο, δημιουργούμε τη μήτρα συνδιακύμανσης του θορύβου Σ :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \Sigma_{13} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} & \Sigma_{23} \\ \Sigma_{31} & \Sigma_{32} & \Sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (5.2.3)$$

με

$$\Sigma_{ij} = \begin{cases} \text{Var}(\varepsilon_i) & , i = j \\ \text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) & , i \neq j \end{cases}$$

και στη συνέχεια κατασκευάζουμε ένα νέο πίνακα ρ , ο οποίος αποτελεί τη μήτρα συνδιακύμανσης του θορύβου αφού έχουμε απαλείψει τη παρουσία του X_2 :

$$\rho = \begin{bmatrix} \text{Var}(\varepsilon_{1R}) & \text{cov}(\varepsilon_{1R}, \varepsilon_{3R}) \\ \text{cov}(\varepsilon_{3R}, \varepsilon_{1R}) & \text{Var}(\varepsilon_{3R}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix} \quad (5.2.4)$$

Επομένως, η G-αιτιότητα από το X_2 στο X_1 δεδομένου του X_3 (δεσμευμένη αιτιότητα) δίνεται από τη σχέση:

$$F_{2 \rightarrow 1|3} = \ln \frac{\rho_{11}}{\Sigma_{11}} \quad (5.2.5)$$

Οι παραπάνω δύο ορισμοί, 5.2.2 και 5.2.5, που δόθηκαν για την αιτιότητα κατά Granger αναφέρονται στο πεδίο του χρόνου και προϋποθέτουν προηγουμένως όλη την διαδικασία εκτίμησης πολυμεταβλητού αυτοπαλίνδρομου μοντέλου που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 4 - Ενότητα 4.4.

5.2.2 Φασματική Αιτιότητα κατά Granger

Στην ανάλυση των νευροφυσιολογικών σημάτων, έμφαση και ενδιαφέρον παρουσιάζεται στο πεδίο της συχνότητας. Το γεγονός αυτό καθιστά πολύ χρήσιμη την μελέτη της αιτιότητας κατά Granger στην φασματική περιοχή (Spectral Granger Causality). Για να πραγματοποιήσουμε μία τέτοια ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας χρησιμοποιούμε μεθόδους Fourier πάνω στο MVAR μοντέλο, που έχει ήδη εκτιμηθεί στο πεδίο της χρόνου (Geweke, 1982; Seth, 2010).

Έστω ότι έχουμε το σύστημα δύο στάσιμων στοχαστικών διαδικασιών:

$$\begin{aligned} X_1(t) &= \sum_{j=1}^M A_{11}(j)X_1(t-j) + \sum_{j=1}^M A_{12}(j)X_2(t-j) + \varepsilon_1(t) \\ X_2(t) &= \sum_{j=1}^M A_{21}(j)X_1(t-j) + \sum_{j=1}^M A_{22}(j)X_2(t-j) + \varepsilon_2(t) \end{aligned}$$

Χρησιμοποιώντας μετασχηματισμό Fourier (Kaminski et al., 2001; Brovelli et al., 2004) στο παραπάνω μοντέλο, παίρνουμε ένα νέο σύστημα της μορφής:

$$\begin{bmatrix} A_{11}(f) & A_{12}(f) \\ A_{21}(f) & A_{22}(f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(f) \\ X_2(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1(f) \\ E_2(f) \end{bmatrix} \quad (5.2.6)$$

$$\text{όπου } A_{lm}(f) = \delta_{lm} - \sum_{j=1}^M A_{lm}(j)e^{-2\pi i f j}, \text{ με } \delta_{lm} = \begin{cases} 0, & l = m \\ 1, & l \neq m \end{cases}.$$

Ξαναγράφουμε το σύστημα 5.2.6 ως:

$$\begin{bmatrix} X_1(f) \\ X_2(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}(f) & H_{12}(f) \\ H_{21}(f) & H_{22}(f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1(f) \\ E_2(f) \end{bmatrix} \quad (5.2.7)$$

όπου $H(f) = [A_{ij}(f)]^{-1}$ ο πίνακας μεταφοράς. Οπότε τώρα είμαστε σε θέση να υπολογίσουμε τη μήτρα φάσματος (spectral matrix) από τον τύπο:

$$S(f) = \langle H(f)\Sigma H^*(f) \rangle \quad (5.2.8)$$

με το αστεράκι να συμβολίζει το πίνακα adjoint και ο Σ να είναι ο πίνακας σφάλματος.

Η φασματική αιτιότητα κατά Granger από το σήμα j στο σήμα i ορίζεται ως εξής:

$$I_{j \rightarrow i}(f) = -\ln\left(1 - \frac{(\Sigma_{jj} - (\frac{\Sigma_{ij}^2}{\Sigma_{ii}})) |H_{ij}(f)|^2}{S_{ii}(f)}\right) \quad (5.2.9)$$

όπου ο $S_{ii}(f)$ είναι το φάσμα ισχύος της μεταβλητής i στη συχνότητα f .

Στο σημείο αυτό είναι χρήσιμο να αναφερθεί ότι σε μεταγενέστερες μελέτες (Chen et al., 2006) η εφαρμογή της φασματικής G-αιτιότητας σε πολυμεταβλητές νευροφυσιολογικές χρονοσειρές, μερικές φορές έδωσε αποτελέσματα αρνητικής αιτιότητας σε συγκεκριμένες συχνότητες. Η φυσική ερμηνεία του φαινομένου αυτού δεν έχει δοθεί ακόμα, αν και η συγκεκριμένη μέθοδος συνεχίζει να χρησιμοποιείται σε πειράματα και έρευνες σχετικές με την ανάλυση εγκεφαλικών σημάτων.

5.3 Κατευθυνόμενη Συνάρτηση Μεταφοράς

Εν συνεχεία της αιτιότητας Granger προτάθηκαν διάφορα μεγέθη, με την χρήση των οποίων μπορεί να μελετηθεί η γραμμική συσχέτιση μεταξύ δύο σημάτων. Ένα

από τα πρώτα μεγέθη που χρησιμοποιήθηκε στις νευροεπιστήμες ήταν η **Κατευθυνόμενη Συνάρτηση Μεταφοράς (Directed Transfer Function)**, η οποία εισήχθη το 1991 από τους Kaminski και Blinowska.

Η DTF αποτελεί ένα μέγεθος, με το οποίο πέρα από την συνδεσιμότητα ανάμεσα σε δύο κανάλια μπορεί να εκφραστεί και η κατεύθυνση της ροής της δραστηριότητας. Βέβαια, παρουσιάζει ένα σημαντικό μειονέκτημα, διότι δεν μπορεί να διαχωρίσει τις άμεσες και έμμεσες ροές. Συγκεκριμένα, η κατευθυνόμενη συνάρτηση μεταφοράς είναι ένα ολοκληρωμένο πολυμεταβλητό φασματικό μέτρο, το οποίο προσδιορίζει τις επιρροές κατεύθυνσης μεταξύ κάθε δεδομένου ζεύγους καναλιών σε ένα πολυμεταβλητό σύνολο δεδομένων. Επιπλέον, έχει το πλεονέκτημα ότι απαιτεί μόνο ένα MVAR μοντέλο να εκτιμηθεί με βάση τις καταγραφές όλων των καναλιών.

Να αναφερθεί ότι για μία διμεταβλητή διαδικασία, η μη-κανονικοποιημένη μορφή της DTF είναι ισοδύναμη της φασματικής G-αιτιότητας, η οποία συνδέεται άμεσα με τους συντελεστές του MVAR μοντέλου.

5.3.1 Μαθηματικό Μοντέλο

Όπως είδαμε στη προηγούμενη ενότητα (5.2) στο μαθηματικό μοντέλο της αιτιότητας κατά Granger λάβαμε υπόψιν ένα γραμμικό αυτοπαλίνδρομο μοντέλο δύο στοχαστικών διαδικασιών. Για την περιγραφή του μαθηματικού μοντέλου της κατευθυνόμενης συνάρτησης μεταφοράς, η οποία παρέχει πληροφορία για την κατεύθυνση της ροής μεταξύ ενός μεγάλου αριθμού καναλιών μέσα από ένα αυτοπαλίνδρομο προσεγγιστικό μοντέλο, θα χρησιμοποιήσουμε ένα σύστημα πολλών μεταβλητών.[19]

Πιο συγκεκριμένα, έστω $X(t) = [X_1(t), X_2(t), \dots, X_k(t)]^T$ ένα πακέτο μετρήσεων k -καναλιών την χρονική στιγμή t , και T ο πίνακας μεταφοράς.

Έστω ότι το $X(t)$ περιγράφεται από την ακόλουθη πολυμεταβλητή αυτοπαλίνδρομη διαδικασία (MVAR):

$$X(t) = \sum_{i=1}^M A(i)X(t-i) + \varepsilon(t) \quad (5.3.1)$$

με M η τάξη του μοντέλου, A ο πίνακας συντελεστών και $\varepsilon(t)$ ο πίνακας σφαλμάτων. Μετασχηματίζοντας την σχέση 5.3.1 στο πεδίο των συχνοτήτων έχουμε:

$$A(f)X(f) = E(f) \quad (5.3.2)$$

με $A(f) = - \sum_{i=1}^M A(i)e^{-2\pi ifj}$, $A(0) = -I$. Την σχέση 5.3.2 την ξαναγράφουμε στη μορφή:

$$X(f) = A^{-1}(f)E(f) = H(f)E(f)$$

όπου ο πίνακας $H(f)$ είναι ο πίνακας μεταφοράς.

Έτσι, το μέτρο της Κατευθυνόμενης Συνάρτησης Μεταφοράς (DTF), της αιτιώδης επιρροής από το κανάλι j στο i ορίζεται ως:

$$\theta_{ij}^2(f) = |H_{ij}(f)|^2 \quad (5.3.3)$$

Ενώ ως κανονικοποιημένη DTF σύμφωνα με τους Kaminski και Blinowska (1991) ορίζουμε:

$$\Gamma_{ij}^2(f) = \frac{|H_{ij}(f)|^2}{\sum_{m=1}^k |H_{im}(f)|^2} \quad (5.3.4)$$

η οποία εκφράζει την αναλογία της εισερχόμενης ροής δραστηριότητας από το κανάλι j στο κανάλι i προς όλες τις κοινές επιρροές που δημιουργούνται από όλα τα κανάλια στο κανάλι i . Η τιμή της $\Gamma_{ij}^2(f)$ κυμαίνεται μέσα στο διάστημα $[0, 1]$, όπου τιμές κοντά στο 1 δείχνουν ότι ένα μεγάλο ποσοστό του σήματος στο κανάλι i προέρχεται από το j σε συγκεκριμένη συχνότητα f , ενώ τιμές που τείνουν στο 0 δηλώνουν απουσία ροής στη συγκεκριμένη συχνότητα.

Κεφάλαιο 6

Εφαρμογές Μεθόδων Αιτιότητας

6.1 Εισαγωγή

Έχοντας παρουσιάσει τα μαθηματικά μοντέλα των δύο μεθόδων, αιτιότητα κατά Granger και DTF, για να γίνουν αντιληπτά σε πρακτικό επίπεδο είναι χρήσιμο να εφαρμοστούν πάνω σε προσομοιωμένα δεδομένα, ώστε να αξιολογηθεί η απόδοση και η εγχυρότητά τους.

Στο κεφάλαιο αυτό λοιπόν, θα παρουσιαστούν τρία βασικά παραδείγματα πολυμεταβλητών διαδικασιών (MVAR), των οποίων η συνδεσιμότητα είναι εκ των προτέρων γνωστή και μπορούν να ελεγχθούν άμεσα τα αποτελέσματα που εξάγουμε.

Για την ανάλυση και μοντελοποίηση των χρονοσειρών, θα γίνει χρήση του προγραμματιστικού περιβάλλοντος Matlab (2012a) και τριών ευρέως γνωστών Toolbox (Seth, 2011; Barnett & Seth, 2014; Faes & Nollo, 2011), τα οποία είναι:

1. Το GCCA Toolbox και το MVGC Toolbox του Anil K. Seth (www.anilseth.com)
2. Το eMVAR Toolbox των G. Nollo, L. Faes (www.science.unitn.it/~nollo/research/sigpro/eMVAR.html)

και είναι διαθέσιμα δωρεάν στις διευθύνσεις που αναφέρονται παραπάνω.

6.2 Μεθοδολογία Επεξεργασίας Δεδομένων

Πριν από την παρουσίαση και την ανάλυση των τριών παραδειγμάτων, στα οποία εφαρμόσαμε τις μεθόδους συνδεσιμότητας (G-Causality, DTF), είναι απαραίτητο να αναφέρουμε τη διαδικασία επεξεργασίας των προσομοιωμένων δεδομένων, την οποία ακολουθήσαμε. Τα στάδια επεξεργασίας, σύμφωνα και με τα Toolbox (Seth, 2011; Barnett & Seth, 2014; Faes & Nollo, 2011) που χρησιμοποιήθηκαν, είναι τα εξής:

1. Αρχικά, ορίζουμε το χρονικό διάστημα των παρατηρήσεων, τη δειγματική συχνότητα F_s , καθώς και το εύρος συχνοτήτων που μελετάμε.
2. Γράφουμε τις χρονοσειρές, από τις οποίες περιγράφεται το κάθε μοντέλο και για τις οποίες είναι γνωστές οι παράμετροι και ελέγχουμε τη στασιμότητα τους.
3. Στη συνέχεια, υπολογίζουμε την τάξη του μοντέλου σύμφωνα με το κριτήριο AIC και εκτιμάμε εκ νέου τις παραμέτρους του MVAR μοντέλου σύμφωνα με την μέθοδο Yule-Walker.
4. Αφού ολοκληρωθούν τα παραπάνω στάδια, συνεχίζουμε στον υπολογισμό του πίνακα φασματικής πυκνότητας (Spectral Matrix) με τη χρήση του μετασχηματισμού Fourier.
5. Τέλος, υπολογίζεται η φασματική G-αιτιότητα (άμεση και δεσμευμένη) και η Κατευθυνόμενη Συνάρτηση Μεταφοράς στο πεδίο των συχνοτήτων για τα δεδομένα μοντέλα χρονοσειρών.

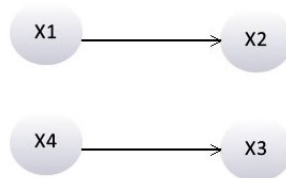
6.3 Θεωρητικά Παραδείγματα

6.3.1 Πρώτο Μοντέλο

Στην πρώτη εφαρμογή των μεθόδων συσχέτισης, θα μελετήσουμε τη συμπεριφορά των μέτρων της G-αιτιότητας και των Κατευθυνόμενων Συναρτήσεων Μεταφοράς με τη βοήθεια ενός μοντέλου τεσσάρων στοχαστικών διαδικασιών:

$$\begin{cases} X_1(t) = 0.95\sqrt{2}X_1(t-1) - 0.9025X_1(t-2) + \varepsilon_1(t) \\ X_2(t) = 0.5X_1(t-2) + \varepsilon_2(t) \\ X_3(t) = -0.4X_4(t-3) + \varepsilon_3(t) \\ X_4(t) = 0.35X_4(t-2) + \varepsilon_4(t) \end{cases} \quad (6.3.1)$$

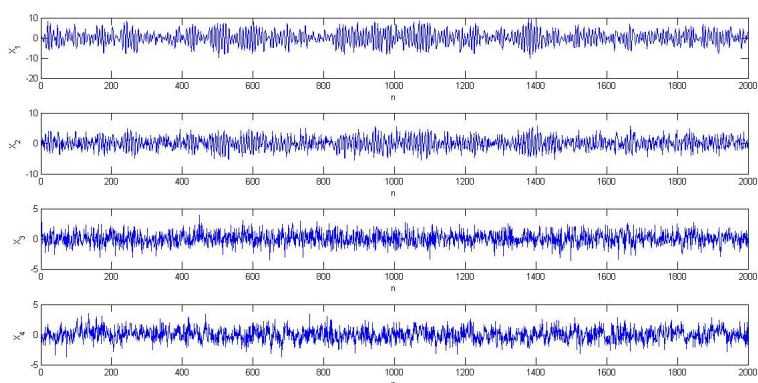
όπου $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$, $\varepsilon_3(t)$ και $\varepsilon_4(t)$ είναι πλήρως ασυσχέτιστες διαδικασίες λευκού θορύβου, με μηδενική μέση τιμή και με μοναδιαία διακύμανση. Η συχνότητα δειγματοληψίας των σημάτων είναι 500Hz και μελετάται για 2000 σημεία δεδομένων (data points) (Seth, 2010).



Σχήμα 6.3.1: Απεικόνιση των τεσσάρων γραμμικών σημάτων

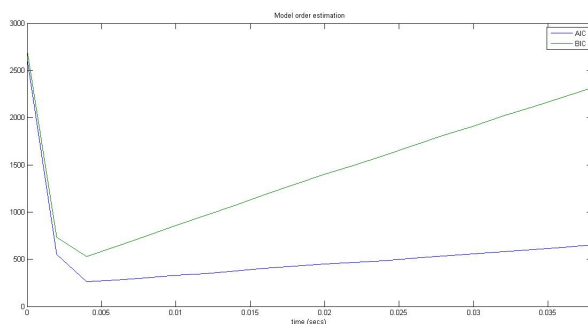
Από το σύστημα μπορούμε να εντοπίσουμε την επιρροή που δημιουργείται μεταξύ των σημάτων. Όπως φαίνεται από το μοντέλο (6.3.1), αλλά και από την ποιοτική απεικόνιση (6.3.1), υπάρχει άμεση αιτιατή σχέση του σήματος X_1 με το X_2 και του σήματος X_4 με το X_3 , χωρίς να δημιουργούνται άλλες έμμεσες συσχετίσεις.

Έχοντας λοιπόν γνωστή ποιοτικά την αιτιατή σχέση ανάμεσα στα σήματα, επεξεργαζόμαστε τα δεδομένα με την βοήθεια του GCCA Toolbox και του eMVAR Toolbox, τα οποία ακολουθούν τη μεθοδολογία που αναφέρθηκε στην ενότητα (6.2).

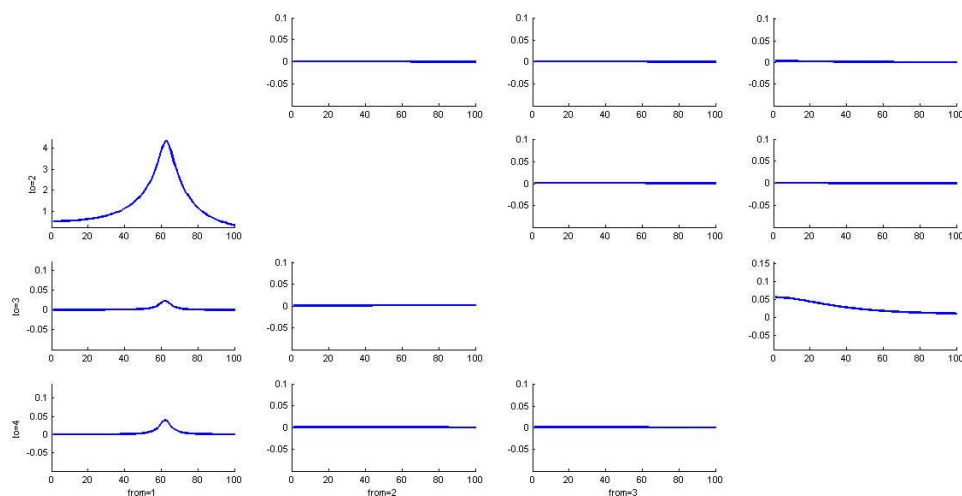


Σχήμα 6.3.2: Χρονοσειρές του MVAR μοντέλου

Στη συνέχεια, αφού πραγματοποιείται η επιλογή της τάξης μοντέλου (6.3.3) και εκτιμάται το AR μοντέλο, έχουμε τη δυνατότητα να υπολογίσουμε τόσο την G-αιτιότητα, όσο και την Κατευθυνόμενη Συνάρτηση Μεταφοράς.

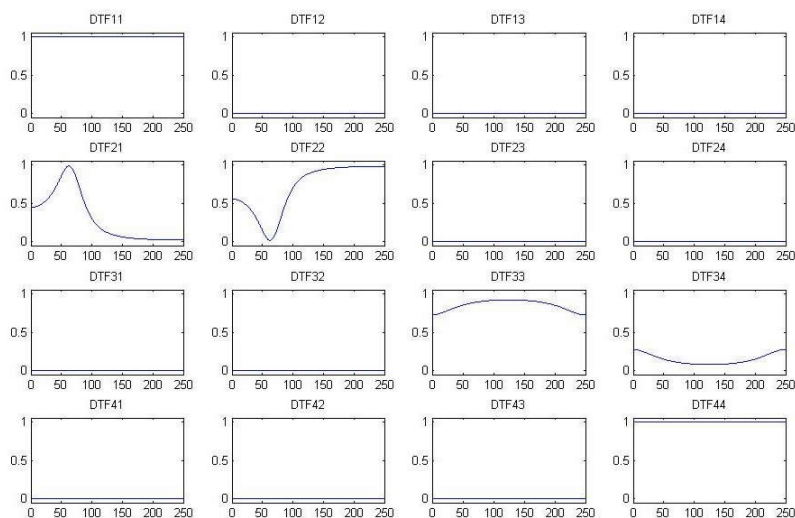


Σχήμα 6.3.3: Κριτήρια επιλογής τάξης μοντέλου



Σχήμα 6.3.4: Απεικόνιση της G-αιτιότητας μεταξύ x_j και x_i

Από τα αποτελέσματα του υπολογισμού της αιτιότητας κατά Granger (6.3.4), παρατηρούμε ότι είναι ικανό σαν μέγεθος να διακρίνει όλες τις άμεσες αιτιατές σχέσεις. Πιο συγκεκριμένα, φαίνεται ότι υπάρχει μονής κατεύθυνσης επιρροή του σήματος X_1 στο X_2 με κορυφή στα $65Hz$, αλλά και του σήματος X_4 στο X_3 .



Σχήμα 6.3.5: Απεικόνιση της $\Gamma_{ij}^2(f)$ μεταξύ x_j και x_i

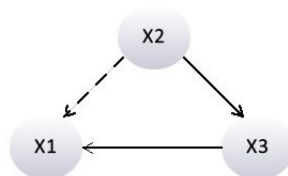
Στα ίδια συμπεράσματα με παραπάνω καταλήγουμε αναπαριστώντας την Κατευθυνόμενη Συνάρτηση Μεταφοράς (DTF) (6.3.5). Βλέπουμε δηλαδή την σύνδεση που υπάρχει ανάμεσα στα σήματα $X_1 \rightarrow X_2$ και $X_4 \rightarrow X_3$.

6.3.2 Δεύτερο Μοντέλο

Στο δεύτερο παράδειγμα θα μελετήσουμε τη συμπεριφορά των μέτρων της G-αιτιότητας και των Κατευθυνόμενων Συναρτήσεων Μεταφοράς με τη βοήθεια ενός μοντέλου τριών στοχαστικών διαδικασιών:

$$\begin{cases} X_1(t) = 0.8X_1(t-1) - 0.5X_1(t-2) + 0.4X_3(t-1) + \varepsilon_1(t) \\ X_2(t) = 0.53X_2(t-1) - 0.8X_2(t-2) + \varepsilon_2(t) \\ X_3(t) = 0.5X_3(t-1) - 0.2X_3(t-2) + 0.5X_2(t-1) + \varepsilon_3(t) \end{cases} \quad (6.3.2)$$

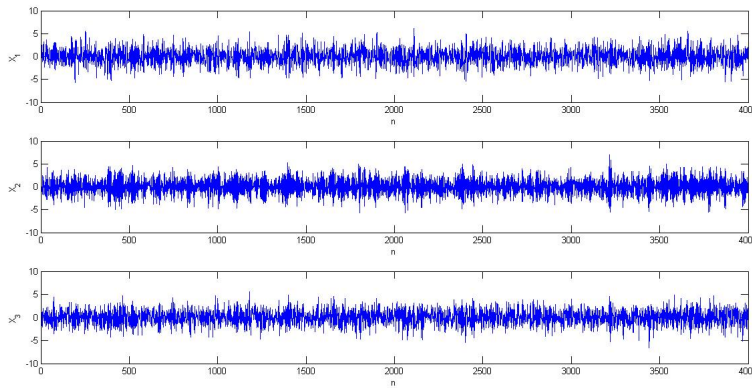
όπου $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$, και $\varepsilon_3(t)$ είναι πλήρως ασυσχέτιστες διαδικασίες λευκού θορύβου με μηδενική μέση τιμή και με διακυμάνσεις $var(\varepsilon_1) = 0.25$, $var(\varepsilon_2) = 1$ και $var(\varepsilon_3) = 0.25$, αντίστοιχα. Η συχνότητα δειγματοληψίας των σημάτων είναι 200Hz και μελετάται για 4000 σημεία δεδομένων (data points) (Dhamala et al., 2008).



Σχήμα 6.3.6: Απεικόνιση των τριών γραμμικών σημάτων

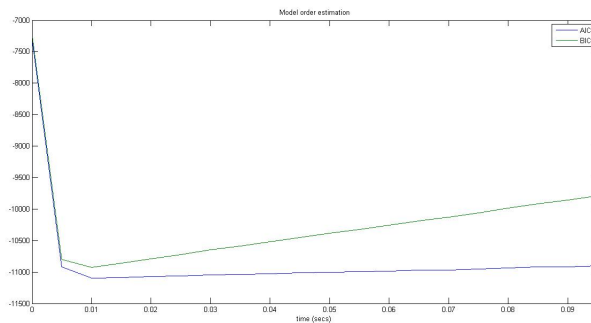
Όπως αναφέραμε και στο πρώτο παράδειγμα, από το μοντέλο (6.3.2), αλλά και από την απεικόνιση (6.3.6), μπορούμε να δούμε ποιοτικά την αιτιατή σχέση που δημιουργείται, δηλαδή ότι υπάρχει άμεση αιτιατή σχέση του σήματος X_2 με το X_3 και του σήματος X_3 με το X_1 , με αποτέλεσμα το X_2 να προκαλεί έμμεσα το X_1 .

Έχοντας, και πάλι, γνωστή ποιοτικά την αιτιατή σχέση ανάμεσα στα σήματα, επεξεργαζόμαστε τα δεδομένα με την βοήθεια του GCCA & MVGC Toolbox και του eMVAR Toolbox.

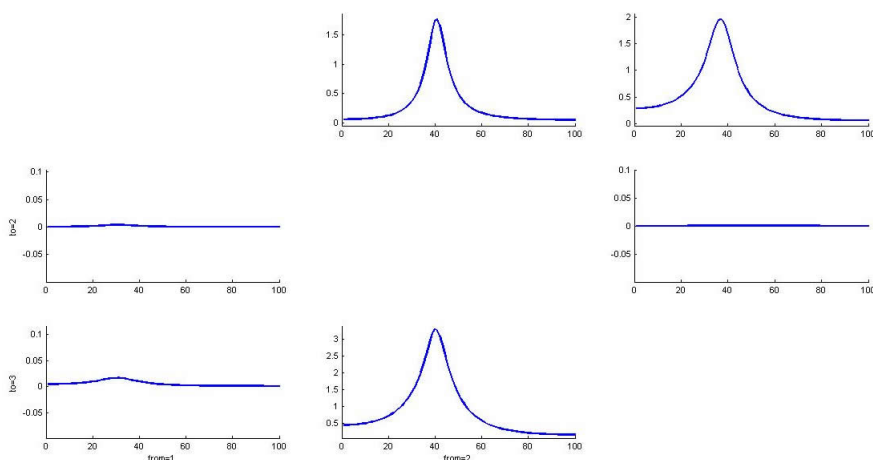


Σχήμα 6.3.7: Χρονοσειρές του MVAR μοντέλου

Πραγματοποιείται λοιπόν, η επιλογή της τάξης μοντέλου (6.3.8) και εκτιμάται το AR μοντέλο, ενώ στη συνέχεια υπολογίζουμε τόσο την G-αιτιότητα, όσο και την Κατευθυνόμενη Συνάρτηση Μεταφοράς.

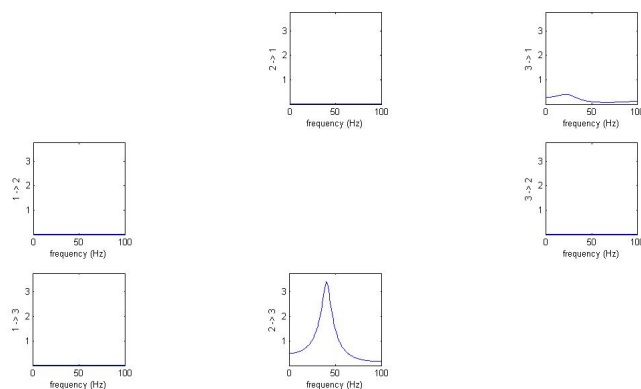


Σχήμα 6.3.8: Κριτήρια επιλογής τάξης μοντέλου



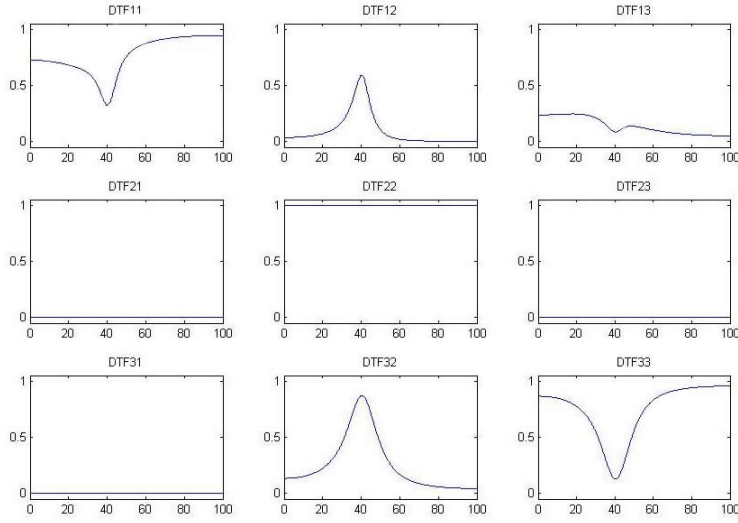
Σχήμα 6.3.9: Απεικόνιση της G-αιτιότητας μεταξύ x_j και x_i

Κάνοντας την επεξεργασία και ανάλυση της G-αιτιότητας για το μοντέλο (6.3.2), εξάγουμε τα παραπάνω διαγράμματα (6.3.9). Όπως μπορούμε να δούμε, υπάρχει άμεση αιτιατή σχέση μεταξύ των σημάτων X_2 και X_3 , καθώς και των X_3 και X_1 , ενώ παρατηρούμε μία επιρροή του X_2 στο X_1 , η οποία δεν υπάρχει στο σύστημα εξισώσεων του μοντέλου.



Σχήμα 6.3.10: Απεικόνιση της δεσμευμένης G-αιτιότητας μεταξύ x_j και x_i

Για το λόγο αυτό, επανεπεξεργαζόμαστε τα δεδομένα με την μέθοδο της δεσμευμένης αιτιότητας κατά Granger. Έτσι προκύπτουν τα αποτελέσματα της εικόνας 6.3.10 και οπότε αντιλαμβανόμαστε ότι η επιρροή του X_2 στο X_1 είναι έμμεση και έχει δημιουργηθεί μέσω του X_3 .



Σχήμα 6.3.11: Απεικόνιση της $\Gamma_{ij}^2(f)$ μεταξύ x_j και x_i

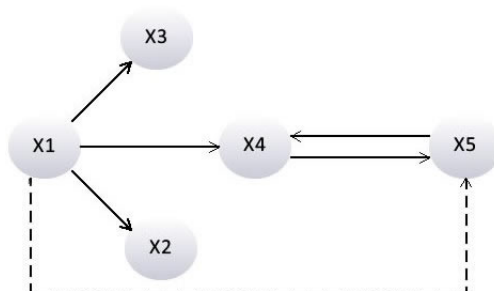
Με την μέθοδο της DTF (6.3.11) παρατηρούμε ότι αναπαρίστανται τόσο οι άμεσες, όσο και οι έμμεσες αιτιατές σχέσεις, γεγονός που θα αποτελούσε πρόβλημα αν δεν γνωρίζαμε τη μορφή του μοντέλου και επεξεργαζόμασταν real time δεδομένα.

6.3.3 Τρίτο Μοντέλο

Το τελευταίο μοντέλο, στο οποίο θα μελετήσουμε τη συμπεριφορά των μέτρων της G-αιτιότητας και των Κατευθυνόμενων Συναρτήσεων Μεταφοράς θα χρησιμοποιήσουμε ένα σύστημα πέντε στοχαστικών διαδικασιών:

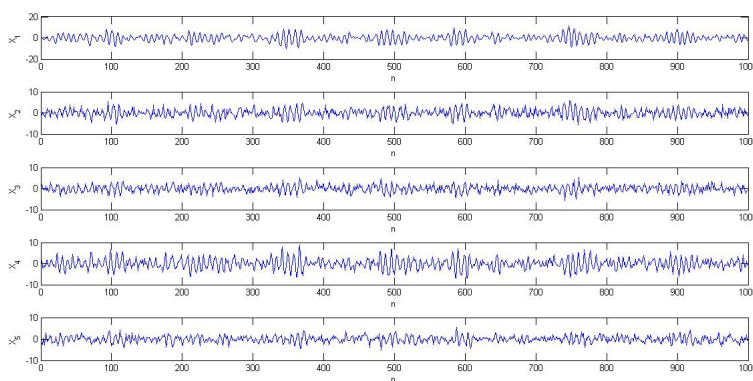
$$\begin{cases} X_1(t) = 0.95\sqrt{2}X_1(t-1) - 0.9025X_1(t-2) + \varepsilon_1(t) \\ X_2(t) = 0.5X_1(t-2) + \varepsilon_2(t) \\ X_3(t) = -0.4X_1(t-3) + \varepsilon_3(t) \\ X_4(t) = -0.5X_1(t-2) + 0.25\sqrt{2}X_4(t-1) + 0.25\sqrt{2}X_5(t-1) + \varepsilon_4(t) \\ X_5(t) = -0.25\sqrt{2}X_4(t-1) + 0.25\sqrt{2}X_5(t-1) + \varepsilon_5(t) \end{cases} \quad (6.3.3)$$

όπου $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$, $\varepsilon_3(t)$, $\varepsilon_4(t)$ και $\varepsilon_5(t)$ είναι πλήρως ασυσχέτιστες διαδικασίες λευκού θορύβου με μηδενική μέση τιμή και με διακυμάνσεις $var(\varepsilon_1) = 0.6$, $var(\varepsilon_2) = 0.5$, $var(\varepsilon_3) = 0.3$, $var(\varepsilon_4) = 0.3$ και $var(\varepsilon_5) = 0.6$, αντίστοιχα. Η συχνότητα δειγματοληψίας των σημάτων είναι 200Hz και μελετάται για 1000 σημεία δεδομένων (data points) (Ding et al., 2006).



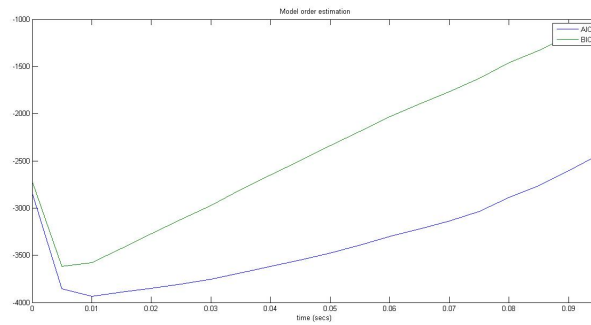
Σχήμα 6.3.12: Απεικόνιση των πέντε γραμμικών σημάτων

Όμοια με τις προηγούμενες δύο εφαρμογές, μπορούμε να δούμε ποιοτικά τη συσχέτιση ανάμεσα στα σήματα τόσο από το σύστημα (6.3.3), όσο και από την απεικόνιση (6.3.12). Οπότε για το συγκεκριμένο θεωρητικό παράδειγμα έχουμε ότι το σήμα X_1 προκαλεί άμεσα τα σήματα X_2 , X_3 και X_4 και έμμεσα το X_5 , ενώ παρατηρούμε και την αμφίδρομη αιτιότητα ανάμεσα στα σήματα X_4 και X_5 .



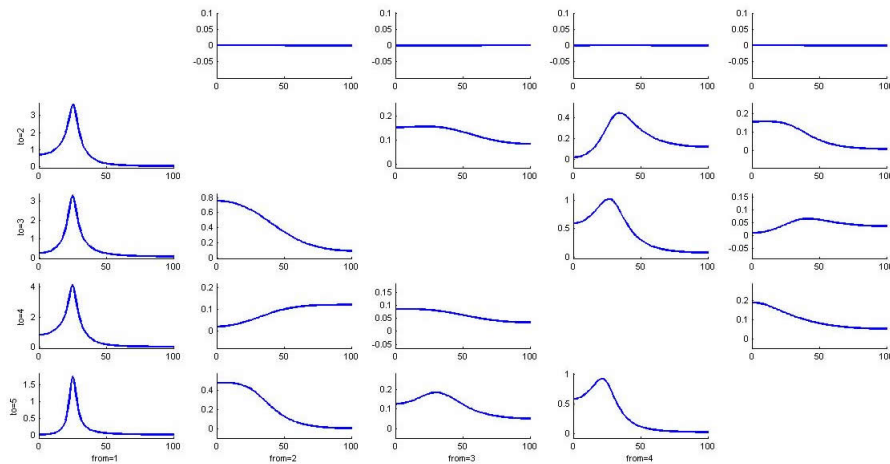
Σχήμα 6.3.13: Χρονοσειρές του MVAR μοντέλου

Ακολουθώντας επεξεργαζόμαστε τα δεδομένα με τα τρία Toolbox που αναφέραμε και αφού επιλέξουμε την τάξη μοντέλο (6.3.14) και κάνουμε εκτίμηση αυτού, υπολογίζεται η G-αιτιότητα και η Κατευθυνόμενη Συνάρτηση Μεταφοράς.

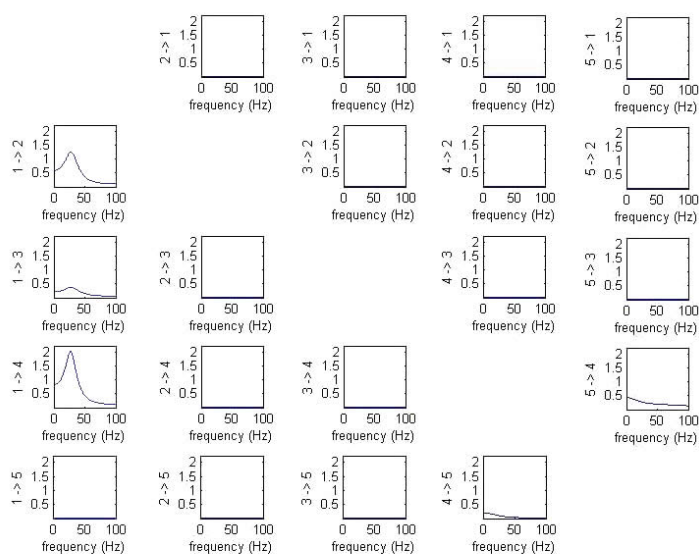


Σχήμα 6.3.14: Κριτήρια επιλογής τάξης μοντέλου

Αναλύοντας το μοντέλο 6.3.3 με βάση τη θεωρία της Granger αιτιότητας, λαμβάνουμε τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στην εικόνα 6.3.15. Όπως αναμέναμε, το σήμα X_1 αιτιάζει όλα τα υπόλοιπα σήματα, ενώ παρατηρείται μία αμφίδρομη επιρροή ανάμεσα στα σήματα X_4 και X_5 . Πέραν αυτών όμως, βλέπουμε ότι προκύπτουν και κάποιες μη αναμενόμενες συσχετίσεις μεταξύ των σημάτων.

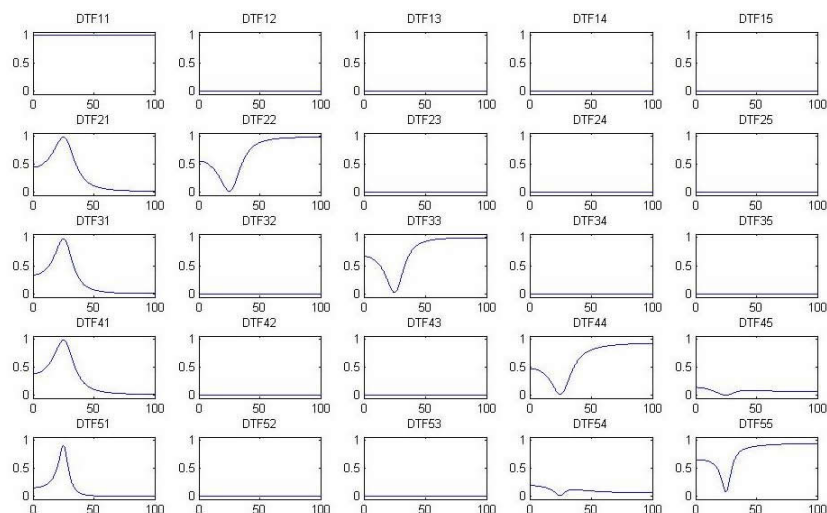
Σχήμα 6.3.15: Απεικόνιση της G-αιτιότητας μεταξύ x_j και x_i

Οπότε, με αντίστοιχη ανάλυση που πραγματοποιήσαμε, εκτιμάμε τη δεσμευμένη G-αιτιότητα (6.3.16), ώστε να καθαρίσουμε τις χρονοσειρές από έμμεσες και διαφορικές χρονικά υστερούμενες (time lags) εισόδους οδήγησης (π.χ. $X_2 \rightarrow X_3$). Αποτέλεσμα αυτών, είναι να λάβουμε τις άμεσες συνδέσεις μεταξύ των σημάτων.



Σχήμα 6.3.16: Απεικόνιση της δεσμευμένης G-αιτιότητας μεταξύ x_j και x_i

Στην περίπτωση της ανάλυσης αυτού του μοντέλου με τη μέθοδο της Κατευθυνόμενης Συνάρτησης Μεταφοράς (6.3.17), προσέχουμε ότι εντοπίζονται οι άμεσες αιτιατές επιρροές και η έμμεση αιτιατή σχέση του σήματος X_1 και X_5 , αλλά δεν εμφανίζονται καθόλου οι διασυνδέσεις που δημιουργούνται λόγω των χρονικών υστερήσεων.



Σχήμα 6.3.17: Απεικόνιση της $\Gamma_{ij}^2(f)$ μεταξύ x_j και x_i

6.4 Συμπεράσματα

Σκοπός της διπλωματικής εργασίας ήταν η υπολογιστική ανάλυση και μελέτη χρονοσειρών με βάση την θεωρία της αιτιότητας κατά Granger και των Κατευθυνόμενων Συναρτήσεων Μεταφοράς. Οι προαναφερθείσες μέθοδοι μελετήθηκαν σε θεωρητικό, αλλά και σε πρακτικό επίπεδο με εφαρμογές σε προσομοιωμένα δεδομένα. Μέσα από την ανάλυση και επεξεργασία των μοντέλων, εξάγαμε ορισμένα κομβικά και αρκετά σημαντικά συμπεράσματα.

Αρχικά σε επίπεδο υπολογισμών, παρατηρήσαμε ότι η άμεση και η δεσμευμένη Granger αιτιότητα παρουσιάζει αρκετά μεγάλη πολυπλοκότητα σε σχέση με τη κανονικοποιημένη κατευθυνόμενη συνάρτηση μεταφοράς. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η G-αιτιότητα ελέγχει ανά δύο τα σήματα (άμεση) και ανά τριπλέτες (δεσμευμένη), οπότε όσο αυξάνονται οι χρονοσειρές και η πολυπλοκότητα του συστήματος, τόσο πιο αργός γίνεται ο αλγόριθμος και μπλέκονται οι αιτιατές σχέσεις που δημιουργούνται στο μοντέλο.

Επίσης, ελέγχοντας την συμπεριφορά της άμεσης και της δεσμευμένης G-αιτιότητας, είδαμε ότι η δεύτερη πλεονεκτεί, καθώς λαμβάνει υπόψη μόνο την άμεση συμβολή του σήματος x_j σε ένα άλλο σήμα x_i , ελέγχοντας βέβαια ανά τρία τα σήματα. Σε αντίθεση αυτού, η απλή Granger αιτιότητα δεν μπορεί να διακρίνει τις άμεσες με τις έμμεσες διασυνδέσεις, αλλά ούτε τις διαφορικές χρονικά υστερούμενες εισροές οδήγησης που μπορεί είτε να υπάρχουν, είτε να δημιουργούνται.

Επιπρόσθετα, μελετώντας την μέθοδο της Κατευθυνόμενης Συναρτήσης Μεταφοράς, παρατηρήθηκε πως ούτε σε αυτήν την περίπτωση μπορούν να διακριθούν άμεσες με έμμεσες επιρροές. Αυτό αποτελεί και το βασικό της μειονέκτημα, καθώς η τιμή της είναι σχετική με την πληροφορία που καταλήγει σε ένα κανάλι σε μία συγκεκριμένη συχνότητα, το οποίο σημαίνει ότι δεν λαμβάνει υπόψη το πόσο σημαντική σε μέγεθος είναι αυτή η πληροφορία για το κανάλι. Η DTF όμως χαρακτηρίζεται και από δύο βασικά πλεονεκτήματα. Πρώτον, όπως είδαμε και στην ανάπτυξη του μαθηματικού μοντέλου, μπορεί να μελετήσει την αλληλεπίδραση πολλών καναλιών ταυτόχρονα και όχι μόνο ενός ζεύγους. Επιπλέον, δεν βρίσκει μόνο την επιρροή που ασκεί ένα σήμα σε ένα άλλο, αλλά υποδεικνύει και την κατεύθυνση της ροής της πληροφορίας.

Με σημείο αναφοράς αυτά τα συμπεράσματα καταλαβαίνουμε ότι η απλή άμεση αιτιότητα κατά Granger, αφού εμφανίζει και μεν υπάρχουσες επιρροές, αλλά επίσης παρουσιάζει πολλές συνδέσεις, οι οποίες είναι ψευδείς. Οπότε δεν μπορούμε να την χαρακτηρίσουμε ως ένα εύχρηστο εργαλείο για την ανάλυση δικτύων λειτουργίας του ανθρώπινου εγκεφάλου, καθώς ο εκάστοτε ερευνητής θα έχανε αρκετή πληροφορία και θα οδηγούνταν σε λάθος συμπεράσματα. Από την άλλη πλευρά με

τη χρήση της παραμετρικής δεσμευμένης αιτιότητας κατά Granger, δίνεται η δυνατότητα να αποφευχθεί η δημιουργία νέων συζεύξεων μεταξύ των σημάτων, λόγω αδυναμίας εντοπισμού στιγμιαίων επιρροών. Αυτό αποτελεί μεγάλο πλεονέκτημα ως προς την γενική εγκυρότητα των αποτελεσμάτων της μεθόδου σε εφαρμογές βιοϊατρικής. Όσον αφορά την μέθοδο DTF, μέσα από την μελέτη που πραγματοποιήθηκε, είδαμε ότι αποτελεί ένα αρκετά αξιόπιστο και γρήγορο εργαλείο για την εκτίμηση της συνδεσιμότητας μεταξύ των περιοχών του εγκεφάλου στη περίπτωση πολυκαναλικού EEG σήματος. Μπορεί να διακρίνει τόσο μονής, όσο και αμφίδρομης κατεύθυνσης συζεύξεις, χωρίς να επηρεάζεται από την αγωγιμότητα όγκου (volume conduction) (Kamiński et al., 2014).

Στα πλαίσια της εργασίας αυτής, δεν μελετήθηκαν μη - γραμμικές διαδικασίες, όπως αυτές που παράγουν τα νευροφυσιολογικά σήματα. Έτσι, πρέπει να αναφερθεί, ότι τα γραμμικά μοντέλα που έχουμε τρέξει δεν επαρκούν πλήρως για την εξαγωγή συμπερασμάτων αιτιότητας ανάμεσα σε παραγόμενα σήματα. Όλα όσα μελετήθηκαν και παρατηρήθηκαν στην παρούσα διπλωματική εργασία, δημιουργούν σε αρκετά σημεία προοπτικές για μελλοντική εργασία πάνω στο συγκεκριμένο αντικείμενο. Μία πρώτη προέκταση θα ήταν να μελετηθούν οι μέθοδοι σε εγκεφαλογραφικά μη - γραμμικά δεδομένα, καθώς και να εξεταστούν συγκριτικά σε φυσιολογικές και παθολογικές (Επιληψία, Σχιζοφρένεια, νόσος Αλτσχάιμερ) περιπτώσεις. Άλλη μία ενδιαφέρουσα ανάλυση θα ήταν να γίνει με τη μέθοδο της Άμεσης Κατευθυνόμενης Συνάρτησης Μεταφοράς (dDTF), η οποία αποτελεί προέκταση της DTF και συγκεντρώνει όλες τις επιθυμητές ιδιότητες, ώστε να μελετηθεί με ακρίβεια η άμεση αιτιότητα μεταξύ των περιοχών του εγκεφάλου.

Βιβλιογραφία

- [1] Adhikari, S. (2011). A Modeling Approach to Analyze Epileptic Brain Data Using Univariate and Multivariate Dynamic Linear Models (Doctoral dissertation, Mount Holyoke College).
- [2] Akaike, H. (1969). Power spectrum estimation through autoregressive model fitting. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 21(1), 407-419.
- [3] Antoniou, A. (2006). *Digital signal processing*. Toronto, Canada: McGraw-Hill.
- [4] Barnett, L., & Seth, A. K. (2014). The MVGC multivariate Granger causality toolbox: a new approach to Granger-causal inference. *Journal of Neuroscience Methods*, 223, 50-68.
- [5] Blinowska, K. J. (2011). Review of the methods of determination of directed connectivity from multichannel data. *Medical & Biological Engineering & Computing*, 49(5), 521-529.
- [6] Blinowska, K. J., & Zygierewicz, J. (2011). *Practical Biomedical Signal Analysis Using MATLAB®*. CRC Press.
- [7] Burnham, K. P., & Anderson, D. R. (2004). Multimodel inference understanding AIC and BIC in model selection. *Sociological Methods & Research*, 33(2), 261-304.
- [8] Chaparro, L. F. (2011). *Signal and System using Matlab*. 1st Edition, Academic Press.
- [9] Chatfield, C. (2013). *The analysis of time series: An introduction*. CRC Press.

- [10] Chen, Y., Bressler, S.L., & Ding, M. (2006). Frequency decomposition of conditional Granger causality and application to multivariate neural field potential data, *J. Neurosci. Methods*, 150, 228–237.
- [11] Cohen, D. (1972). Magnetoencephalography: detection of the brain's electrical activity with a superconducting magnetometer. *Science*, 175(4022), 664-666.
- [12] Cooley, J. W., Lewis, P. A. W., Welch, P. D., & Thomas J. Watson IBM Research Center. (1967). *The Fast Fourier transform algorithm and its applications* (Rev. ed.). Yorktown Hights, N.Y.: IBM Watson Research Center.
- [13] Cooley, J. W., & Tukey, J. (1965) An algorithm for machine calculation of complex Fourier series, *Math. Comp.*, 19 , 297-301.
- [14] Dhamala, M., Rangarajan, G., & Ding, M. (2008). Analyzing information flow in brain networks with nonparametric Granger causality, *Neuroimage*, 41(2), 354–362.
- [15] Dhamala, M., Rangarajan, G., & Ding, M. (2008). Estimating Granger causality from Fourier and wavelet transforms of time series data, *Phys. Rev. Lett.*, 100(1), 018701.
- [16] Ding, M., Bressler, S. L., Yang, W., & Liang, H. (2000). Short-window spectral analysis of cortical event-related potentials by adaptive multivariate autoregressive modeling: data preprocessing, model validation, and variability assessment. *Biological Cybernetics*, 83(1), 35-45.
- [17] Ding M., Chen, Y., & Bressler, S. (2006). Granger Causality: Basic theory and application to Neuroscience, In B. Schelter, M. Winterhalder, & J. Timmer, eds. *Handbook of Time Series Analysis* Wiley, Wienheim.
- [18] Faes, L., & Nollo, G. (2011). *Multivariate frequency domain analysis of causal interactions in physiological time series*. INTECH Open Access Publisher.
- [19] Gao, R. X., & Yan, R. (2010). *Wavelets: Theory and applications for manufacturing*. Springer Science & Business Media, 181-186.
- [20] Granger, C. W. (1969). Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 424-438.

- [21] Kamiński, M. J., & Blinowska, K. J. (1991). A new method of the description of the information flow in the brain structures. *Biological Cybernetics*, 65(3), 203-210.
- [22] Kamiński, M., & Blinowska, K. J. (2014). Directed transfer function is not influenced by volume conduction—inexpedient pre-processing should be avoided. *Frontiers in Computational Neuroscience*, 8, 61.
- [23] Kamiński, M., Ding, M., Truccolo, W. A., & Bressler, S. L. (2001). Evaluating causal relations in neural systems: Granger causality, directed transfer function and statistical assessment of significance. *Biological Cybernetics*, 85(2), 145-157.
- [24] Kandel, E. R., Schwartz, J. H., & Jessell, T. M. (1995). *Essentials of neural science and behavior*. New York: Appleton and Lange.
- [25] Kandel, E. R., Schwartz, J. H. & Jessell, T. M. (1999). *Νευροεπιστήμη και Συμπεριφορά, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης*.
- [26] Karris, S. T. (2007). *Signal and System with Matlab Computing and Simulink Modeling*. 4th Edition, Orchard Publications.
- [27] Korzeniewska, A., Mańczak, M., Kamiński, M., Blinowska, K. J., & Kasicki, S. (2003). Determination of information flow direction among brain structures by a modified directed transfer function (dDTF) method. *Journal of Neuroscience Methods*, 125(1), 195-207.
- [28] Kutz, J. N. (2013). *Data-driven modeling & scientific computation: methods for complex systems & big data*. OUP Oxford.
- [29] Lemoine, O., Gonçalves, P., Flandrin, P., Auger, F., & Nahrstaedt, H. (1996). *Time-Frequency Toolbox*. CNRS France-Rice University.
- [30] Linden, D. J., & Connor, J. A. (1995). Long-term synaptic depression. *Annual Review of Neuroscience*, 18 (1), 319-357.
- [31] Lütkepohl, H. (2005). *New introduction to multiple time series analysis*. 2nd Edition, Springer-Verlag: Berlin, Germany.

- [32] Lyons, R. G. (2004). *Understanding Digital Signal Processing*. 4th Edition, Prentice Hall.
- [33] Maddula, M., Lutton, S., & Keegan, B. (2009). Anton's syndrome due to cerebrovascular disease: a case report. *Journal Of medical Case Reports*, 3(1), 9028.
- [34] Mallat, S. (1999). *A wavelet tour of signal processing*. Academic Press.
- [35] Μπισμπίκος, Ν. Γ., & Bismpikos, Ν. Γ. (2013). Μελέτη των Δυναμικών Μετεκφορτίσεων (afterdischarges) σε Ενδοκράνιες Καταγραφές Επιληπτικών Ασθενών με Χρήση του Συνεχούς Μετασχηματισμού Κυματιδίου.
- [36] Purves, D., Augustine, G. J., Fitzpatrick, D., Hall, W. C., LaMantia, A. S., McNamara, J. O., & Williams, S. M. (2004). *Neuroscience*, 1-165.
- [37] Roach, B. J., & Mathalon, D. H. (2008). Event-related EEG time-frequency analysis: an overview of measures and an analysis of early gamma band phase locking in schizophrenia. *Schizophrenia Bulletin*, 34 (5), 907-926.
- [38] Sameshima, K., & Baccala, L. A. (Eds.). (2014). *Methods in Brain Connectivity Inference through Multivariate Time Series Analysis*. CRC Press, 1-112.
- [39] Sanei, S., & Chambers, J. A. (2013). *EEG signal processing*. John Wiley & Sons.
- [40] Sand, T., Kvaløy, M. B., Wader, T., & Hovdal, H. (2013). Evoked potential tests in clinical diagnosis. *Tidsskrift for den Norske lægeforening: tidsskrift for praktisk medicin, ny raekke*, 133(9), 960-965.

- [41] Seth, A. K. (2010). A MATLAB toolbox for Granger causal connectivity analysis. *Journal of neuroscience methods*, 186(2), 262-273.
- [42] Seth, A. K. (2011). Granger causal connectivity analysis: a MATLAB toolbox. University of Sussex, 40.
- [43] Slepian, D., & Pollak, H. O. (1961) Prolate spheroidal wavefunctions Fourier analysis and uncertainty, I. *Bell Syst. Tech. J.*, 40–63.
- [44] Sporns, O. (2011). *Networks of the Brain*. MIT Press, 31-50.
- [45] Stoica, P., & Moses, R. L. (1997). *Introduction to spectral analysis* (Vol. 1, pp. 3-4). Upper Saddle River: Prentice hall.
- [46] Thomson, D. J. (1982) Spectrum estimation and harmonic analysis, *Proc. IEEE* 70, 1055–1096.
- [47] Toga, A. W. (2015). *Brain mapping: An encyclopedic reference*. Academic Press.
- [48] Wei, W. W. S. (2006). *Time Series Analysis. 2nd Edition, Univariate and Multivariate Methods*.
- [49] Welch, P. D. (1967). The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on audio and electroacoustics*, 15(2), 70-73.
- [50] Wibral, M., Vicente, R., & Lizier, J. T. (Eds.). (2014). *Directed information measures in neuroscience*. Heidelberg: Springer.
- [51] Xiangtan, C. P. (2010). *Wavelet time-frequency analysis of Electroencephalogram (EEG) Processing*. IJACSA Editorial.
- [52] Zucker, R. S., & Regehr, W. G. (2002). Short-term synaptic plasticity. *Annual Review of Physiology*, 64 (1), 355-405.

