ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ Μ.Κ. & Α.Ε.
Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου

Διπλωματική Εργασία

Δυναμική, σχεδιασμός κίνησης και έλεγχος εξάποδου ρομπότ σε δύσβατο έδαφος

Θεοφάνης Νίτσος

Επιβλέπων Καθηγητής: Ε. Γ. Παπαδόπουλος

ΑΘΗΝΑ 2016

Περίληψη

Η εργασία αυτή αφορά τη μελέτη της κίνησης ενός εξάποδου ρομπότ σε δύσβατο έδαφος με άγνωστη μορφολογία. Συγκεκριμένα, αναζητούνται μέθοδοι σχεδιασμού της κίνησης και ελέγχου του ρομπότ που εξασφαλίζουν τη στατική ευστάθεια του μηχανισμού καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης του.

Αρχικά, μοντελοποιείται ένα ρομπότ με j πόδια και i αρθρώσεις ανά πόδι. Αναπτύσσεται η κινηματική του ρομπότ μέσω της μεθοδολογίας Denavit-Hartenberg, και εξάγονται οι εξισώσεις κίνησης που περιγράφουν τη δυναμική του μέσω της μεθοδολογίας Euler-Lagrange. Οι εξισώσεις κίνησης συνδυάζονται με ένα μοντέλο εδάφους ελατηρίου-αποσβεστήρα, και μοντέλο τριβής Coulomb. Το τελικό σύστημα διαφορικών εξισώσεων περιγράφει τη συνδυασμένη δυναμική του ρομπότ και του εδάφους.

Το σύστημα διαφορικών εξισώσεων χρησιμοποιείται για την περίπτωση ενός δίποδου ρομπότ που μπορεί να κινείται σε δύο διαστάσεις. Μέσω προσομοιώσεων σε περιβάλλον Simulink διερευνάται το σενάριο λειτουργίας όπου το δίποδο ρομπότ χρειάζεται να πατήσει πάνω σε εμπόδιο. Δοκιμάζονται διάφοροι νόμοι ελέγχου και τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων αναλύονται. Τελικά επιλέγεται ένας ελεγκτής με κριτήριο την απόκριση και την ευκολία υλοποίησης του σε ένα πραγματικό σύστημα.

Αναπτύσσεται η προσομοίωση ενός εξάποδου ρομπότ σε περιβάλλον Matlab/Simulink με χρήση του ελεγκτή που επιλέχθηκε. Η κίνηση του εξάποδου ρομπότ διερευνάται και αναλύεται για έδαφος με εμπόδια και κλίσεις. Τα προβλήματα που παρουσιάζονται επισημαίνονται και αντιμετωπίζονται με κατάλληλες προσθήκες στο σχεδιασμό της κίνησης και τον έλεγχο του εξάποδου ρομπότ. Το τελικό αποτέλεσμα είναι ένας νόμος ελέγχου που επιτρέπει στο εξάποδο ρομπότ να κινείται απρόσκοπτα σε δύσβατο έδαφος με άγνωστη μορφολογία διατηρώντας ένα προκαθορισμένο περιθώριο στατικής ευστάθειας.

Abstract

This work concerns the locomotion of a hexapod robot on uneven terrain with unkown morphology. In particular we investigate motion planning and control algorithms to achieve a statically stable locomotion of the robot.

Initially we model a robot with j legs and i joints. The kinematics of the system are developed through the Denavit-Hartenberg methodology and the motion equations describing the robot dynamics are extracted through the Euler-Lagrange methodology. The motion equations are integrated with a spring-damper ground model and the Coulomb friction model. The final system of non-linear differential equations is obtained that describes the combined dynamics of the robot and the ground.

The system of differential equations is applied to a biped robot able to move only in two dimensions. Through simulations in the Simulink environment, the robot steps on an obstacle. Different controllers are used and the simulation results are analysed. Finally a control algorithm is chosen based on the simulation results and ease of implementation on an actual robot.

The conclusions from the previous sections are used to develop a hexapod robot simulation in Matlab/Simulink software. Locomotion of the hexapod in unevain terrain is analysed and investigated. Problems regarding the base position relative to the ground and the stability of the hexapod are addressed by changing the motion planning and control algorithm. The final result is a control algorithm that allows the hexapod to navigate in uneven terrain with slopes up to 30° and obstacles while maintaining a predefined static stability margin.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κ. Παπαδόπουλο κατ΄ αρχάς για την ευκαιρία που μου έδωσε να εργαστώ σε ένα τόσο ενδιαφέρον επιστημονικά αντικείμενο και κυρίως για τον χρόνο που αφιέρωσε κάθ΄ όλη την διάρκεια της προετοιμασίας της διπλωματικής, όντας δίπλα μου και προσφέροντας μου αμέριστη υποστήριξη και βοήθεια. Οι γνώσεις και η εμπειρία του σε τεχνικό αλλά και ακαδημαϊκό επίπεδο, ήταν πολύτιμες για την επιτυχή διεκπεραίωση αυτής της εργασίας.

Επίσης, ευχαριστώ ιδιαίτερα τον Γιάννη Ροδίτη ο οποίος με μύησε σε έναν καινούργιο για εμένα τομέα. Η καθοδήγηση του ήταν καθοριστική για την ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας και συνεχίζει να είναι για την εξέλιξη μου ως μηχανικός. Θέλω να τον ευχαριστήσω για τις ώρες που αφιέρωσε μαθαίνοντας μου πως να σκέφτομαι και να αντιμετωπίζω ένα πρόβλημα.

Περιεχόμενα

Περίληψη **2**

Abstract **3**

Ευχαριστίες **4**

Περιεχόμενα **5**

Κατάλογος Σχημάτων **6**

Κατάλογος Συμβόλων **8**

1 Εισαγωγή **15**

1.1 Σκοπός Εργασίας 15

1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση 16

1.3 Δομή Εργασίας 18

2 Μοντελοποίηση **20**

2.1 Σύντομη περιγραφή του ρομπότ 20

2.2 Κινηματική 21

2.3 Δυναμική 23

2.4 Εξωτερικές Δυνάμεις 29

3 Δίποδο ρομπότ **36**

3.1 Σύντομη περιγραφή του ρομπότ 36

3.2 Εξισώσεις κίνησης δίποδου ρομπότ 37

3.3 Προσομοίωση δίποδου ρομπότ 37

3.4 Έλεγχος 41

3.5 Συμπεράσματα 62

4 Εξάποδο ρομπότ **63**

4.1 Σύντομη περιγραφή του ρομπότ 63

4.2 Εξισώσεις κίνησης εξάποδου ρομπότ 64

4.3 Προσομοίωση εξάποδου ρομπότ 66

4.4 Έλεγχος 72

5 Συμπεράσματα και Μελλοντική Εργασία **86**

5.1 Συμπεράσματα 86

5.2 Μελλοντική Εργασία 87

6 Βιβλιογραφία **88**

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1-1. Adaptive Suspension Vehicle [11] 16
Σχήμα 1-2. Crabster [14] 17
Σχήμα 1-3. COMET-IV [15] 17
Σχήμα 1-4. Plusjack Walking Harvester [16] 18
Σχήμα 2-1. Συστήματα Συντεταγμένων..... 20
Σχήμα 2-2. Βαθμοί ελευθερίας του ρομπότ. 21
Σχήμα 2-3. Θέση του ΤΣΔ του ποδιού j. 22
Σχήμα 2-4. Θέση του συνδέσμου i του ποδιού j. 24
Σχήμα 2-5. Εξωτερικές δυνάμεις..... 29
Σχήμα 2-6. Σύστημα Συντεταγμένων Εδάφους..... 30
Σχήμα 2-7. Αντιδράσεις Εδάφους. 31
Σχήμα 2-8. Εξομαλυμένη βηματική συνάρτηση πέμπτου βαθμού..... 32
Σχήμα 2-9. Μοντέλο τριβής Coulomb. 32
Σχήμα 3-1. Βασικές διαστάσεις δίποδου ρομπότ..... 36
Σχήμα 3-2. Κίνηση του δίποδου ρομπότ..... 36
Σχήμα 3-3. Αρθρώσεις δίποδου ρομπότ..... 37
Σχήμα 3-4. Συνάρτηση εδάφους δίποδου ρομπότ..... 38
Σχήμα 3-5. Τροχιά του ΤΣΔ ως προς Χ.Σ.Σ..... 39
Σχήμα 3-6. Δημιουργία επιθυμητής τροχιάς του ΤΣΔ σε περιβάλλον Simulink..... 40
Σχήμα 3-7. Τροχιές των αρθρώσεων των ποδιών..... 40
Σχήμα 3-8. Δομικό διάγραμμα προσομοίωσης δίποδου ρομπότ. 41
Σχήμα 3-9. Δομικό Διάγραμμα PID ελεγκτή για δίποδο ρομπότ..... 42
Σχήμα 3-10. Αποτελέσματα προσομοιώσεων δίποδου ρομπότ με PID ελεγκτή και υψηλά κέρδη. 44
Σχήμα 3-11. Αποτελέσματα προσομοιώσεων δίποδου ρομπότ με PID ελεγκτή και χαμηλά κέρδη. 45
Σχήμα 3-12. Υλοποίηση του Model Based PD ελεγκτή για δίποδο ρομπότ. 46
Σχήμα 3-13. Αποτελέσματα προσομοιώσεων δίποδου ρομπότ με Model Based PD ελεγκτή..... 48
Σχήμα 3-14. Αποτελέσματα των αναπτυσσόμενων δυνάμεων από το Model Based PD. ... 49
Σχήμα 3-15. Υλοποίηση του ελεγκτή εμπέδησης για το δίποδο ρομπότ..... 51
Σχήμα 3-16. Αποτελέσματα προσομοίωσης με έλεγχο εμπέδησης..... 53
Σχήμα 3-17. Συνεισφορά των όρων του ελεγκτή εμπέδησης για το 1ο πόδι..... 54
Σχήμα 3-18. Υλοποίηση του ελεγκτή εμπέδησης με PD της θέσης της βάσης για το δίποδο ρομπότ..... 56
Σχήμα 3-19. Αποτελέσματα προσομοιώσεων με ελεγκτή εμπέδησης και PD της βάσης..... 57
Σχήμα 3-20. Όροι του ελεγκτή εμπέδησης με PD της βάσης για το 1ο πόδι..... 58
Σχήμα 3-21. Επιθυμητές τροχιές των αρθρώσεων των ποδιών. 59
Σχήμα 3-22. Υλοποίηση του σχεδιασμού κίνησης με ανάδραση και PID ελεγκτή. 60
Σχήμα 3-23. Αποτελέσματα προσομοίωσης PID ελεγκτή με γνώση του εδάφους. 61
Σχήμα 4-1. Βασικές διαστάσεις του ρομπότ. 63
Σχήμα 4-2. Θέση των ποδιών σχετικά με το Σ.Σ.Σ. 64

Σχήμα 4-3. Αρθρώσεις εξάποδου ρομπότ. 64
Σχήμα 4-4. Θέση της πρώτης άρθρωσης του ποδιού ως προς Σ.Σ.Σ. 65
Σχήμα 4-5. Αρθρώσεις και μήκη συνδέσμων ποδιού. 65
Σχήμα.4-6. Τροχιά ΤΣΔ. 68
Σχήμα 4-7. Τροχιά ΤΣΔ για τις δύο τριάδες ποδιών ως προς τον x άξονα του Χ.Σ.Σ. 69
Σχήμα 4-8. Σχεδίαση ΤΣΔ με ελατήριο και αισθητήρα δύναμης. 69
Σχήμα 4-9. Τροχιά ΤΣΔ κατά z άξονα. 70
Σχήμα 4-10. Τροχιές των αρθρώσεων του 1ου ποδιού για επίπεδο έδαφος. 71
Σχήμα 4-11. Τροχιές των αρθρώσεων του 2ου ποδιού για επίπεδο έδαφος. 71
Σχήμα 4-12. Υλοποίηση της δυναμικής του ρομπότ και του εδάφους. 72
Σχήμα 4-13. Υλοποίηση της προσομοίωσης του εξάποδου ρομπότ με PID ελεγκτή. 72
Σχήμα 4-14. Κίνηση εξάποδου ρομπότ σε έδοφος με κλίση. 73
Σχήμα 4-15. Αποτελέσματα προσομοίωσης για PID ελεγκτή με σχεδιασμό κίνησης με ανάδραση για εξάποδο ρομπότ. 74
Σχήμα 4-16. Επίπεδο που ορίζεται από τα ΤΣΔ που βρίσκονται σε φάση εδάφους. 75
Σχήμα 4-17. Υλοποίηση του ελεγκτή (4.38). 77
Σχήμα 4-18. Απόκριση του ελεγκτή (4.38) σε βηματική είσοδο. 77
Σχήμα 4-19. Υλοποίηση της προσομοίωσης του εξάποδου με διόρθωση βάσης. 79
Σχήμα 4-20. Αποτελέσματα προσομοίωσης εξάποδου με διόρθωση βάσης. 80
Σχήμα 4-21. Αποτελέσματα διόρθωσης βάσης. 79
Σχήμα 4-22. Τρίγωνο στήριξης του εξάποδου ρομπότ. 81
Σχήμα 4-23. Περιθώριο στατικής ευστάθειας ρομπότ. 82
Σχήμα 4-24. Περιθώριο στατικής ευστάθειας εξάποδου ρομπότ συμπεριλαμβάνοντας τον προσανατολισμό της βάσης. 83
Σχήμα 4-25. Προσομοίωση εξάποδου με διόρθωση βάσης και σχεδιασμό κίνησης ΤΣΔ στο Χ.Σ.Σ. 83
Σχήμα 4-26. Force Angle Stability Measure (FASM). 84
Σχήμα 4-27. FASM για κίνηση του εξαπόδου σε διάφορες κλίσεις εδάφους. 84
Σχήμα 5-1. Το εξάποδο ρομπότ HexaTerra. 87

Κατάλογος Συμβόλων

$q_{bp1}, q_{bp2}, q_{bp3}$	Οι τρεις πρισματικές αρθρώσεις του κυρίως σώματος του ρομπότ για μεταφορά κατά το x, y και z άξονα του Χ.Σ.Σ. αντίστοιχα.
$q_{br1}, q_{br2}, q_{br3}$	Οι τρεις στροφικές αρθρώσεις του κυρίως σώματος του ρομπότ για περιστροφή γύρω από το z, y και x άξονα του Χ.Σ.Σ. αντίστοιχα.
q_{ij}	Η i άρθρωση του j ποδιού του ρομπότ
${}^{I}\mathbf{p}_{ee,j}$	Διάνυσμα θέσης του ΤΣΔ του ποδιού j του ρομπότ ως προς το Χ.Σ.Σ.
${}^{I}\mathbf{p}_{b}$	Διάνυσμα θέσης του κέντρου μάζας του κυρίως σώματος του ρομπότ ως προς το Χ.Σ.Σ.
${}^{I}\mathbf{R}_{b}$	Πίνακας περιστροφής του Σ.Σ.Σ ως προς το Χ.Σ.Σ. Χρησιμοποιείται η περιγραφή γωνιών κατά Euler ZYX.
${}^{b}\mathbf{p}_{ee,j}$	Διάνυσμα θέσης του ΤΣΔ του ποδιού j του ρομπότ ως προς το Σ.Σ.Σ.
${}^{I}\mathbf{p}_{ij}$	Διάνυσμα θέσης του συνδέσμου i του ποδιού j του ρομπότ ως προς το Χ.Σ.Σ.
${}^{b}\mathbf{p}_{ij}$	Διάνυσμα θέσης του συνδέσμου i του ποδιού j του ρομπότ ως προς το Σ.Σ.Σ.
${}^{I}\mathbf{v}_{ij}$	Η γραμμική ταχύτητα του συνδέσμου i του ποδιού j ως προς το Χ.Σ.Σ.
${}^{b}\mathbf{J}_{L,ij}$	Η γραμμική Ιακωβιανή του συνδέσμου i του ποδιού j ως προς το Σ.Σ.Σ., διαστάσεων 3xi
$\mathbf{q}_{j}$	Διάνυσμα, διαστάσεων i με όλες τις μεταβλητές των αρθρώσεων του j ποδιού.
$\dot{\mathbf{q}}_{j}$	Πρώτη χρονική παράγωγος του διανύσματος $\mathbf{q}_{j}$.
$\mathbf{J}^{*}_{L,ij}$	Γενικευμένη γραμμική Ιακωβιανή του ποδιού j ως προς το Σ.Σ.Σ. διαστάσεων 3x(i*j)
$\mathbf{A}_{L,ij}$	πίνακας διαστάσεων 3 x (6+i*j)
$\mathbf{T}_{ij}$	Η μεταφορική κινητική ενέργεια του συνδέσμου i του ποδιού j
$\mathbf{T}_{j}$	Η μεταφορική κινητική ενέργεια του ποδιού j
T_{L}	Η συνολική μεταφορική κινητική ενέργεια των ποδιών του ρομπότ
${}^{I}\boldsymbol{\omega}_{ij}$	Γωνιακή ταχύτητα του συνδέσμου i του ποδιού j ως προς το Χ.Σ.Σ.

${}^{I}\boldsymbol{\omega}_{b}$	Γωνιακή ταχύτητα του Σ.Σ.Σ. ως προς το Χ.Σ.Σ.
${}^{I}\boldsymbol{\omega}_{ij}^{b}$	Γωνιακή ταχύτητα του συνδέσμου i του ποδιού j ως προς το Σ.Σ.Σ. εκφρασμένη στο Χ.Σ.Σ.
${}^{b}\mathbf{J}_{R,ij}$	Η γωνιακή Ιακωβιανή του συνδέσμου i του ποδιού j ως προς το Σ.Σ.Σ., διαστάσεων 3xi.
$\mathbf{J}_{R,ij}^{*}$	Γενικευμένη γραμμική Ιακωβιανή του ποδιού j ως προς το Σ.Σ.Σ. διαστάσεων 3x(i*j).
$\mathbf{A}_{R,ij}$	Πτίνακας διαστάσεων 3 x (6+i*j).
$T_{R,ij}$	Η περιστροφική κινητική ενέργεια του συνδέσμου i του ποδιού j
${}^{I}\mathbf{I}_{ij}$	Πίνακας ροπής αδράνειας του συνδέσμου i του ποδιού j ως προς το Χ.Σ.Σ.
${}^{ij}\mathbf{I}_{ij}$	Πίνακας ροπής αδράνειας του συνδέσμου i του ποδιού j ως προς το κέντρο μάζας του.
$T_{R,j}$	Η περιστροφική κινητική ενέργεια του ποδιού j.
$\mathbf{B}_{R,j}$	Πίνακας διαστάσεων (6+i * j)x(6+i * j).
T_{R}	Η συνολική περιστροφική κινητική ενέργεια των ποδιών του ρομπότ.
T_{b}	Η συνολική κινητική ενέργεια του κυρίως σώματος του ρομπότ.
m_{b}	Μάζα της βάσης του ρομπότ
${}^{I}\mathbf{v}_{b}$	Γραμμική ταχύτητα του Σ.Σ.Σ. ως προς το Χ.Σ.Σ.
${}^{I}\boldsymbol{\omega}_{b}$	Περιστροφική ταχύτητα του Σ.Σ.Σ. ως προς το Χ.Σ.Σ.
T	Η συνολική κινητική ενέργεια του ρομπότ.
$\mathbf{M}(q)$	Μητρώο μάζας του ρομπότ διαστάσεων (6+i*j)x(6+i*j) (Κεφ. 2)
U	Δυναμική ενέργεια του ρομπότ
m_{ij}	Μάζα του συνδέσμου i του ποδιού j
$\mathbf{g}$	Διάνυσμα επιτάχυνσης της βαρύτητας ως προς το Χ.Σ.Σ.
$\mathbf{q}$	Διάνυσμα γενικευμένων συντεταγμένων του ρομπότ διαστάσεων (6+i*j)x1 (Κεφ. 2).
ξ_{k}	Γενικευμένη δύναμη που αντιστοιχεί στη γενικευμένη συντεταγμένη k.
$\mathbf{V}(\mathbf{q})$	Μητρώο που περιέχει τις φυγόκεντρες ροπές και τις ροπές Coriolis, διαστάσεων (6+i*j)x(6+i * j) (Κεφ. 2).
$\mathbf{G}(\mathbf{q})$	Διάνυσμα βαρυτικών όρων, διαστάσεων (6+i * j) (Κεφ. 2).
$\boldsymbol{\xi}$	Διάνυσμα που περιέχει τις γενικευμένες δυνάμεις που ασκούνται στο ρομπότ, διαστάσεων (6+i * j)

$\boldsymbol{\tau}$	Διάνυσμα δυνάμεων και ροπών που ασκούνται από τους επενεργητές.
${}^{q}\mathbf{f}_{ext}$	Διάνυσμα δυνάμεων που ακούνται από το περιβάλλον εκφρασμένες στο χώρο των αρθρώσεων.
${}^{I}z_{g}$	Η θέση του εδάφους κατά τη διεύθυνση του z άξονα του Χ.Σ.Σ.
$\phi_{g,y}$	Η γωνία ενός σημείου του εδάφους γύρω από τον y άξονα του Χ.Σ.Σ.
$\phi_{g,x}$	Η γωνία ενός σημείου του εδάφους γύρω από το x άξονα του Χ.Σ.Σ.
${}^{I}\mathbf{R}_{G}$	Ο πίνακας περιστροφής του Σ.Σ.Ε. ως προς το Χ.Σ.Σ.
${}^{G}\mathbf{f}_{ext,j}$	Διάνυσμα δυνάμεων που ασκούνται στο ΤΣΔ του ποδιού j εκφρασμένες στο Σ.Σ.Ε
${}^{G}\mathbf{f}_{friction,j}$	Διάνυσμα τριβών που ασκούνται στο ΤΣΔ του ποδιού j, εκφρασμένες στο Σ.Σ.Ε.
${}^{G}\mathbf{f}_{g,j}$	Διάνυσμα αντιδράσεων εδάφους που ασκούνται στο ΤΣΔ του ποδιού j, εκφρασμένο στο Σ.Σ.Ε.
$f_{g,j}$	Το μέτρο της αντίδρασης του εδάφους του ΤΣΔ του ποδιού j.
${}^{G}f_{friction\ x,j}$	Η τριβή κατά τον x άξονα του Σ.Σ.Ε. του ΤΣΔ του ποδιού j.
${}^{G}\mathbf{v}^{x}_{ee,\ j}$	Η τριβή κατά τον y άξονα του Σ.Σ.Ε. του ΤΣΔ του ποδιού j.
${}^{G}\mathbf{v}^{y}_{ee,j}$	Η ταχύτητα του τελικού σημείου δράσης του j ποδιού κατά τον x άξονα του Σ.Σ.Ε.
$\mu^{x}_{ee,j}$	Η ταχύτητα του τελικού σημείου δράσης του j ποδιού κατά τον y άξονα του Σ.Σ.Ε.
$\mu^{y}_{ee,j}$	Ο συντελεστής τριβής του τελικού σημείου δράσης του j ποδιού κατά τον x άξονα του Σ.Σ.Ε.
${}^{G}\mathbf{v}_{ee,\ j}$	Ο συντελεστής τριβής του τελικού σημείου δράσης του j ποδιού κατά τον y άξονα του Σ.Σ.Ε.
${}^{I}\mathbf{v}_{ee,\ j}$	Το διάνυσμα ταχύτητας του τελικού σημείου δράσης του j ποδιού κατά τον z άξονα του Χ.Σ.Σ.
${}^{I}\mathbf{f}_{ext,j}$	Το διάνυσμα των εξωτερικών δυνάμεων που ακούνται στο ΤΣΔ του ποδιού j από το έδαφους στο ρομπότ ως προς Χ.Σ.Σ.
${}^{q}\mathbf{f}_{ext}$	Το διάνυσμα των δυνάμεων που ασκούνται στο ΤΣΔ του ποδιού j εκφρασμένες στο χώρο των αρθρώσεων. Διαστάσεις (6+i*j) x1 (Κεφ. 2).
${}^{I}\mathbf{J}_{ee}$	Η Ιακωβιανή που εκφράζει τις δυνάμεις στο ΤΣΔ του ποδιού j στο χώρο των αρθρώσεων. Διαστάσεις (6+i*j) x (3* i*j) (Κεφ. 2).

$\mathbf{M}_b, \mathbf{V}_b, \mathbf{G}_b, \left({}^q\mathbf{f}_{ext}\right)_b$	Οι έξι πρώτες γραμμές των αντίστοιχων πινάκων (Κεφ. 2).
$\mathbf{M}_{legs}, \mathbf{V}_{legs}, \mathbf{G}_{legs}, \left({}^q\mathbf{f}_{ext}\right)_{legs}$	Οι i*j τελευταίες γραμμές των αντίστοιχων πινάκων (Κεφ. 2).
m_{total}	Η συνολική μάζα του ρομπότ.
$M_{k,e}$	Το στοιχείο του μητρώου μάζας που βρίσκεται στη θέση k,e.
q_{bp}	Παθητική πρισματική άρθρωση της βάσης του ρομπότ (Κεφ. 3).
q_{11}	Ενεργή πρισματική άρθρωση του 1ου ποδιού του ρομπότ (Κεφ. 3)
q_{12}	Ενεργή πρισματική άρθρωση του 2ου ποδιού του ρομπότ (Κεφ. 3)
$q_{d,bp}$	Η επιθυμητή τιμή της πρισματικής άρθρωσης της βάσης του ρομπότ q_{bp} (Κεφ. 3).
${}^I p^z_{d,ee,j}$	Η επιθυμητή θέση του ΤΣΔ j ως προς το άξονα z του Χ.Σ.Σ.
$q_{d,1j}$	Η επιθυμητή θέση της άρθρωσης του ποδιού q_{1j}
$\ddot{q}_{bp}, \ddot{q}_{11}, \ddot{q}_{12}$	Οι δεύτερες χρονικές παράγωγοι των αντίστοιχων μεγεθών q_{bp}, q_{11}, q_{12} (Κεφ. 3).
$\mathbf{M}(\mathbf{q})$	Μητρώο μάζας δίποδου ρομπότ, διαστάσεων 3x3 (Κεφ. 3).
$\mathbf{G}(\mathbf{q})$	Βαρυτικοί όροι δίποδου ρομπότ, διαστάσεων 3x1 (Κεφ. 3).
$\mathbf{e}_{legs}$	Το σφάλμα των αρθρώσεων των ποδιών του ρομπότ.
$\mathbf{K}_p, \mathbf{K}_d, \mathbf{K}_i$	Διαγώνιοι πίνακες διαστάσεων 3x3 που περιέχουν τα κέρδη του αναλογικού, διαφορικού και ολοκληρωτικού ελεγκτή για την άρθρωση του κάθε ποδιού (Κεφ. 3).
$\tau_{md,11}$	Η δύναμη του επενεργητή της άρθρωσης q_{11} που υπολογίζεται από τη δυναμική εξίσωση του ρομπότ.
$\left({}^I\mathbf{f}_{11}{}^T \quad {}^I\mathbf{f}_{11}{}^T\right)^T$	Διάνυσμα διαστάσεων 6x1 που περιέχει τις αντιδράσεις του εδάφους από τα ΤΣΔ των αντίστοιχων ποδιών (Κεφ. 3).
$\left({}^q\mathbf{f}_{ext}\right)_{legs}$	Διάνυσμα διαστάσεων 2x1 που περιέχει τους δύο τελευταίους όρους του διανύσματος ${}^q\mathbf{f}_{ext}$ (Κεφ. 3).
$\mathbf{e}_{legs}$	Το σφάλμα θέσης των αρθρώσεων των ποδιών του ρομπότ.
$\ddot{\mathbf{e}}_{legs}$	Η δεύτερη χρονική παράγωγος του σφάλματος της θέσης των αρθρώσεων των ποδιών.
$\mathbf{M}_d, \mathbf{B}_d, \mathbf{K}_d, \mathbf{K}_f$	Διαγώνιοι πίνακες, διαστάσεων 2x2, που περιέχουν τα επιθυμητά κέρδη για την άρθρωση κάθε ποδιού. (Κεφ. 3).
e_{bp}	Το σφάλμα της θέσης της βάσης του ρομπότ ως προς το Χ.Σ.Σ. (Κεφ. 3).
$q_{d,bp}$	Επιθυμητή θέση της πρισματικής άρθρωσης της βάσης του ρομπότ (Κεφ. 3).

$f_{offset,i}$	Επιθυμητή δύναμη στη διεπαφή ΤΣΔ εδάφους.
${}^{I}p^{z}_{d,ee,j}$	Η επιθυμητή θέση του ΤΣΔ j ως προς το z άξονα του Χ.Σ.Σ.
${}^{I}p^{z}_{d,ee,j}(50\ mm)$	Η επιθυμητή θέση του ΤΣΔ ως προς το z άξονα του Χ.Σ.Σ. όταν η απόσταση του ΤΣΔ από το έδαφος είναι 50 mm.
a_{ee}	Η επιβράδυνση του ΤΣΔ ως προς z άξονα του Χ.Σ.Σ. που εξασφαλίζει ότι το ρομπότ θα σταματήσει έγκαιρα.
$\mathbf{q}$	Διάνυσμα 24x1 που περιέχει το σύνολο των αρθρώσεων του ρομπότ (Κεφ. 4).
$\mathbf{b}_j$	Διάνυσμα θέσης του πρώτου συστήματος συντεταγμένων του ποδιού j ως προς το Σ.Σ.Σ.
ϕ	Περιστροφή του πρώτου συστήματος συντεταγμένων του ποδιού j γύρω από το z άξονα του Σ.Σ.Σ.
l, l_1, l_2	Τα μήκη των 3 συνδέσμων του ποδιού (Κεφ. 4).
${}^{1}\mathbf{p}_{ee,j}$	Διάνυσμα θέσης του ΤΣΔ ως προς το σύστημα συντεταγμένων της πρώτης άρθρωσης του ποδιού j (Κεφ. 4).
$\dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$	Το διάνυσμα της πρώτης και δεύτερης χρονικής παραγώγου των αρθρώσεων του ρομπότ, διαστάσεων 24x1 (Κεφ. 4).
$\mathbf{M}(\mathbf{q})$	Μητρώο μάζας, διαστάσεων 24x24 (Κεφ. 4).
$\mathbf{V}(\mathbf{q})$	Μητρώο που περιέχει τις φυγόκεντρες και Coriolis ροπές, διαστάσεων 24x24 (Κεφ.4).
$\mathbf{G}(\mathbf{q})$	Βαρυτικοί όροι, διαστάσεων 24x1 (Κεφ. 4).
$\boldsymbol{\tau}$	Δυνάμεις και ροπές που ασκούνται από τους επενεργητές, διαστάσεων 24x1 (Κεφ. 4).
${}^{q}\mathbf{f}_{ext,j}$	Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο ρομπότ εκφρασμένες στο χώρο των αρθρώσεων, διαστάσεων 24x1 (Κεφ. 4).
Δz	Η απόσταση του ΤΣΔ από το έδαφος.
$f_{g,j}$	Η δύναμη από τον αισθητήρα δύναμης του ΤΣΔ του ποδιού j.
k_{ee}	Η σταθερά του ελατηρίου
${}^{I}p^{z}_{d,ee,j}$	Η επιθυμητή θέση του ΤΣΔ j ως προς το z άξονα του Χ.Σ.Σ.
${}^{I}p^{z}_{d,ee,j}(50\ mm)$	Η επιθυμητή θέση του ΤΣΔ ως προς το z άξονα του Χ.Σ.Σ. όταν η απόσταση του ΤΣΔ από το έδαφος είναι 50 mm.
$\mathbf{q}_{legs}$	Διάνυσμα διαστάσεων 18x1 με τις θέσεις των αρθρώσεων των ποδιών (Κεφ. 4).
$\mathbf{q}_{d,legs}$	Διάνυσμα διαστάσεων 18x1 με τις επιθυμητές θέσεις των αρθρώσεων των ποδιών (Κεφ. 4).

$\mathbf{K}_p, \mathbf{K}_d, \mathbf{K}_i$	Διαγώνιοι πίνακες, διαστάσεων 18x18 με τα κέρδη του αναλογικού, διαφορικού και ολοκληρωτικού ελεγκτή για την άρθρωση του κάθε ποδιού (Κεφ. 4).
$\boldsymbol{\tau}_{legs}$	Διάνυσμα διαστάσεων 18x1 που περιέχει τις ροπές που ασκούνται στις αρθρώσεις των ποδιών του ρομπότ (Κεφ. 4).
$z = Ax + By + C$	εξίσωση του επιπέδου στήριξης που ορίζουν τα ΤΣΔ που βρίσκονται σε φάση εδάφους.
d	Το ύψος του κέντρου μάζας της βάσης του ρομπότ από το επίπεδο στήριξης.
$roll$	Η γωνία γύρω από τον x άξονα του Σ.Σ.Σ. ως προς το επίπεδο στήριξης.
$pitch$	Η γωνία γύρω από τον y άξονα του Σ.Σ.Σ. ως προς το επίπεδο στήριξης.
$roll_{error}$	Το σφάλμα μεταξύ της επιθυμητής και της πραγματικής τιμής του $roll$.
$pitch_{error}$	Το σφάλμα μεταξύ της επιθυμητής και της πραγματικής τιμής του $pitch$.
d_{error}	Το σφάλμα μεταξύ της επιθυμητής και της πραγματικής τιμής του d.
$R(s)$	Η επιθυμητή τιμή της μεταβλητής, είσοδος αναφοράς.
$E(s)$	Το σφάλμα μεταξύ της επιθυμητής και της πραγματικής τιμής της μεταβλητής.
K	Το κέρδος.
$\hat{R}(s)$	Η φιλτραρισμένη αναφορά.
$Y(s)$	Η έξοδος του ελεκτή.
$d_{d,bc}$	Η επιθυμητή τιμή του ύψους της βάσης του ρομπότ όπως προκύπτει από τη διόρθωση της βάσης.
$roll_{d,bc}$	Η επιθυμητή τιμή της γωνίας roll της βάσης του ρομπότ όπως προκύπτει από τη διόρθωση της βάσης.
$pitch_{d,bc}$	Η επιθυμητή τιμή της γωνίας pitch της βάσης του ρομπότ όπως προκύπτει από τη διόρθωση της βάσης.
q_{br3}	Η στροφική άρθρωση της βάσης του ρομπότ γύρω από το x άξονα του Χ.Σ.Σ.
q_{br2}	Η στροφική άρθρωση της βάσης του ρομπότ γύρω από το y άξονα του Χ.Σ.Σ.

${}^{I}\mathbf{E}_{x,y}$	πίνακας διαστάσεων 2x3. Περιέχει τις δύο πρώτες γραμμές του πίνακα περιστροφής, που προκύπτει από περιγραφή γωνιών Euler ZYX για μηδενική περιστροφή γύρω από το z άξονα, γύρω από το y άξονα και q_{br3} γύρω από το x άξονα.
q_{br2}	Η επιθυμητή θέση του ΤΣΔ του ποδιού j κατά τον x άξονα του Χ.Σ.Σ.
${}^{I}p^{x}_{d,ee,j}$	Η επιθυμητή θέση του ΤΣΔ του ποδιού j κατά τον y άξονα του Χ.Σ.Σ.
${}^{I}p^{y}_{d,ee,j}$	Η νέα επιθυμητή θέση του ΤΣΔ του ποδιού j κατά τον x άξονα του Χ.Σ.Σ. που υπολογίστηκε λαμβάνοντας υπόψη τις κλίσεις της βάσης.
$\left({}^{I}p^{x}_{d,ee,j}\right)_{new}$	Η νέα επιθυμητή θέση του ΤΣΔ του ποδιού j κατά τον y άξονα του Χ.Σ.Σ. που υπολογίστηκε λαμβάνοντας υπόψη τις κλίσεις της βάσης.
$\left({}^{I}p^{y}_{d,ee,j}\right)_{new}$	Το σφάλμα μεταξύ της επιθυμητής και της πραγματικής τιμής του pitch.

.

1 Εισαγωγή

1.1 Σκοπός Εργασίας

Τα ρομπότ με πόδια αναπτύσσονται τα τελευταία 35 χρόνια. Αυτή η μορφή μετακίνησης οπωσδήποτε δεν θα είναι ποτέ τόσο αποδοτική στις επίπεδες επιφάνειες όσο η υπάρχουσα μετακίνηση με τροχούς. Όμως ένα μεγάλο μέρος του πλανήτη, αποτελείται από δύσβατο έδαφος είτε με μεγάλες κλίσεις, είτε με πολλά εμπόδια, το οποίο κάνει δύσκολη ή και αδύνατη τη μετακίνηση συμβατικών οχημάτων με τροχούς. Αντίθετα, τα ρομπότ με πόδια μπορούν να μετακινηθούν με τρόπο ώστε να μην ανατρέπονται σε μεγάλες κλίσεις εδάφους και να ξεπερνούν εμπόδια.

Η μεγάλη διαφορά των ρομπότ συμβατικής μετακίνησης από εκείνα με πόδια, είναι ότι ενώ τα πρώτα υποχρεώνονται να έχουν τους τροχούς τους σε διαρκή επαφή με το έδαφος και να ακολουθούν μια συνεχή τροχιά, τα ρομπότ με πόδια μπορούν να επιλέξουν το σημείο στο οποίο θα ακουμπήσουν το πόδι τους και δεν χρειάζεται βέβαια να ακουμπήσουν σε όλα τα ενδιάμεσα σημεία, δηλαδή η τροχιά τους είναι διακριτή. Η ιδιότητα αυτή επιτρέπει στα ρομπότ με πόδια την ευκολότερη μετακίνηση σε δύσβατες περιοχές.

Παράλληλα, στα ρομπότ με πόδια γίνεται μια αποσύζευξη (decoupling) της κίνησης του ποδιού του ρομπότ και της κίνησης της κύριας μάζας, δηλαδή του σώματος του. Έτσι, η κίνηση σε ανώμαλο έδαφος δεν συνεπάγεται απαραίτητα απότομη κίνηση του σώματος του ρομπότ, αλλά μπορεί αυτό να ακολουθεί μια πολύ ομαλότερη τροχιά. Αντίθετα, σε ένα όχημα με τροχούς, η διαμόρφωση του εδάφους προδιαγράφει σχεδόν πλήρως την κίνηση του σώματος.

Στην περιοχή των ρομπότ με πόδια έχουν πραγματοποιηθεί σημαντικές μελέτες, τόσο θεωρητικές όσο και μέσω της κατασκευής διαφόρων πρωτοτύπων. Είναι γεγονός, όμως, ότι το μεγαλύτερο μέρος των μελετών επικεντρώνεται σε επιμέρους προβλήματα της κίνησης με πόδια και περιορίζεται σε προσομοιώσεις και εργαστηριακά πρωτότυπα. Χαρακτηριστικό είναι ότι παρά την ύπαρξη πολλών ρομπότ με πόδια, ελάχιστα έχουν καταφέρει να κινηθούν με επιτυχία σε δύσβατα εδάφη. Μέχρι και σήμερα τα οχήματα με τροχούς μονοπωλούν τις εμπορικές εφαρμογές.

Η παρούσα εργασία έχει ως κεντρικό θέμα την μοντελοποίηση και τον έλεγχο ενός εξάποδου ρομπότ και επιχειρεί να δώσει μία συνολική λύση στην κίνηση σε δύσβατο έδαφος. Ο σκοπός της εργασίας είναι η διατήρηση της στατικής ευστάθειας ενός εξάποδου ρομπότ καθ' όλη της διάρκεια της κίνησης του σε άγνωστης μορφολογίας έδαφος που περιέχει κλίσεις και εμπόδια.

Η εργασία πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια του ερευνητικού έργου HexaTerra, το οποίο χρηματοδοτήθηκε μέσω του προγράμματος Seventh Framework Programm της Ευρωπαϊκής Ένωσης. Σκοπός του εν λόγω έργου είναι η κατασκευή ενός εξάποδου ρομπότ που μπορεί να

κινείται στο βυθό της θάλασσας. Η κίνηση της κυρίως βάσης του ρομπότ ορίζεται με εντολές υψηλού επιπέδου από έναν χειριστή ενώ η κίνηση του ρομπότ προκύπτει μέσω του αλγόριθμου ελέγχου.

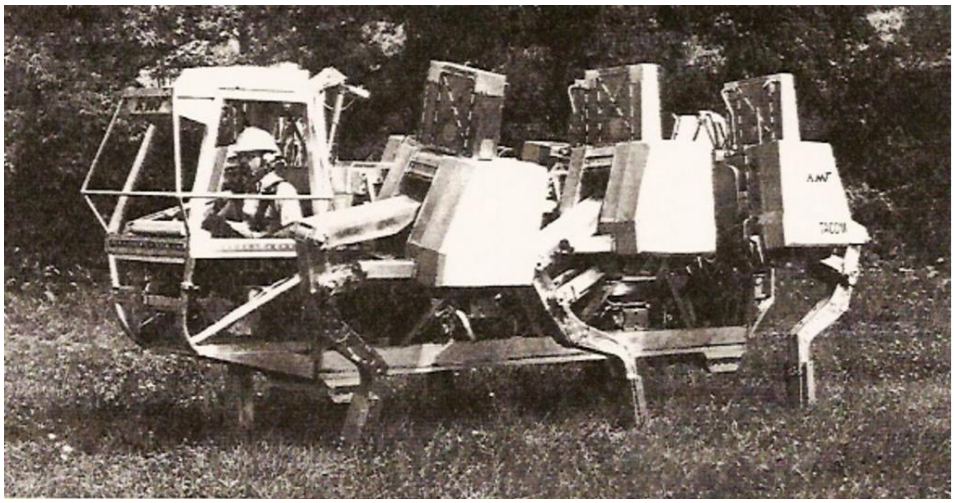
1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Έχουν μελετηθεί και κατασκευαστεί πολλά διαφορετικά είδη ρομπότ. Διακρίνονται ανάλογα με τον αριθμό των ποδιών που διαθέτουν, την στατική ή δυναμική τους ευστάθεια, την παθητική ή ενεργητική φύση τους, και το είδος των επενεργητών που ενδεχομένως διαθέτουν. Στην παρούσα εργασία θα επικεντρωθούμε στα εξάποδα στατικά ευσταθή ρομπότ.

Σε αυτή την κατηγορία ξεχωρίζουν τέσσερα ρομπότ τα οποία παρουσιάζονται παρακάτω. Αξίζει να σημειωθεί ότι κανένα από αυτά δεν έχει καταφέρει να κινηθεί σε άγνωστο έδαφος με εμπόδια και κλίσεις.

1.2.1 Adaptive suspension vehicle

Το ASV (Adaptive Suspension Vehicle) είναι ένα εξάποδο ρομπότ που κατασκευάστηκε από το Ohio State University το 1984 για στρατιωτική χρήση [11] . Το ASV μπορεί να κινείται σε έδαφος σχετικά επίπεδο με εντολές υψηλού επιπέδου από το χρήστη. Ωστόσο για να κινηθεί σε δύσβατο έδαφος απαιτείται ο χρήστης να τοποθετεί το κάθε πόδι του ρομπότ ξεχωριστά ώστε να εξασφαλιστεί η στατική ευστάθεια.



Σχήμα 1-1. Adaptive Suspension Vehicle [11] .

1.2.2 Crabster

Το crabster είναι ένα εξάποδο ρομπότ που αναπτύχθηκε από το Korean Institute of Ocean Science and Technology με σκοπό την υποθαλάσσια εξερεύνηση σε ρεύματα που ξεπερνούν το 1.5 m/s [14] . Το crabster ζυγίζει περίπου 640 κιλά και διαθέτει 4 ενεργητικές αρθρώσεις σε κάθε πόδι που χρησιμεύουν για βάδισμα. Τα δύο μπροστινά του πόδια διαθέτουν επιπρόσθετες

αρθρώσεις για να χρησιμοποιούνται σαν ρομποτικοί βραχίονες. Η επενέργηση γίνεται μέσω ηλεκτροκινητήρων και harmonic drives.

Σχήμα 1-2. Crabster [14] .

1.2.3 COMET-IV

Το COMET-IV είναι ένα εξάποδο ρομπότ που αναπτύσσεται από το Chiba university. Το COMET διαθέτει 4 επενεργούμενες αρθρώσεις σε κάθε πόδι [15] . Η 4η άρθρωση είναι στον αστράγαλο του ποδιού καθώς το COMET διαθέτει πέλμα με παθητικούς βαθμούς ελευθερίας. Το ρομπότ είναι υδραυλικά επενεργούμενο και έχει σχεδιαστεί με σκοπό την αυτόνομη ανίχνευση ναρκών.

Σχήμα 1-3. COMET-IV [15] .

1.2.4 Plusjack Walking Harvester

Το Plusjack Walking Harvester (PWH) είναι ένα εξάποδο ρομπότ που κατασκευάστηκε το 1999 από την Plustech [15] . Το ρομπότ αυτό είχε σαν στόχο την υλοτομία σε μέρη δύσβατα και απρόσιτα για τα οχήματα με τροχούς. Κατασκευάστηκε μόνο ένα πρωτότυπο και δεν προχώρησε σε παραγωγή.

Σχήμα 1-4. Plusjack Walking Harvester [16] .

1.3 Δομή Εργασίας

Η εργασία διαρθρώνεται σε πέντε κεφάλαια. Τα συμπεράσματα από κάθε κεφάλαιο χρησιμοποιούνται ως εργαλεία στο επόμενο.

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στην εργασία. Παρουσιάζεται ο σκοπός της εργασίας, ενώ γίνεται μία ανασκόπηση στην εκτενή βιβλιογραφία που σχετίζεται με την εργασία.

Στο δεύτερο κεφάλαιο ξεκινά το κύριο μέρος της εργασίας και αναπτύσσεται η κινηματική και η δυναμική των ρομπότ με πόδια. Κατόπιν εξάγεται το σύστημα διαφορικών εξισώσεων που περιγράφει τη συμπεριφορά του ρομπότ με τη μεθοδολογία Euler-Lagrange. Το έδαφος μοντελοποιείται με μοντέλο μη γραμμικού ελατηρίου και αποσβεστήρα και συμπεριλαμβάνεται στη δυναμική εξισωση του ρομπότ.

Στο τρίτο κεφάλαιο εφαρμόζονται οι εξισώσεις του δεύτερου κεφαλαίου για ένα δίποδο ρομπότ. Το δίποδο ρομπότ χρησιμοποιείται σαν εργαλείο μελέτης για κίνηση σε δύσβατο έδαφος λόγω της απλότητας του. Ορίζεται το σενάριο λειτουργίας και οι εξισώσεις κίνησης

επιλύονται επαναληπτικά σε περιβάλλον Simulink. Ακολούθως δοκιμάζονται διάφοροι ελεγκτές με σκοπό το ρομπότ να ξεπεράσει ένα σκαλοπάτι χωρίς να χάσει την επαφή με το έδαφος και με αποδεκτή απόκριση. Τα συμπεράσματα από τις προσομοιώσεις χρησιμοποιούνται για να επιλέξουμε και να τροποποιήσουμε κατάλληλα το νόμο ελέγχου ώστε το δίποδο ρομπότ να ξεπερνάει το σκαλοπάτι χωρίς πρόβλημα. Στο τέλος του κεφαλαίου αξιολογούνται οι ελεγκτές που χρησιμοποιήθηκαν και επιλέγεται αυτός που είχε την καλύτερη απόκριση και είναι πιο εύκολα υλοποιήσιμος.

Στο τέταρτο κεφάλαιο εφαρμόζονται οι εξισώσεις του δεύτερου κεφαλαίου για εξάποδο ρομπότ. Ορίζεται το σενάριο λειτουργίας και οι εξισώσεις κίνησης επιλύονται επαναληπτικά σε περιβάλλον Simulink. Ο ελεγκτής που επιλέχθηκε στο τρίτο κεφάλαιο χρησιμοποιείται για τις προσομοιώσεις. Τα προβλήματα που παρουσιάζονται αντιμετωπίζονται με κατάλληλες τροποποιήσεις του νόμου ελέγχου καθώς και του σχεδιασμού της κίνησης του ρομπότ. Αφού παράγεται η επιθυμητή απόκριση, επαληθεύεται η στατική ευστάθεια του ρομπότ για κίνηση σε έδαφος με κλίσεις με το Force-Angle Stability Measure (FASM) από Papadopoulos and Rey.

Στο πέμπτο κεφάλαιο γίνεται ανασκόπηση των συμπερασμάτων που έχουν προκύψει από την εργασία, καθώς και παρουσιάζονται οι δυνατότητες μελλοντικής εργασίας στο ίδιο αντικείμενο.

2 Μοντελοποίηση

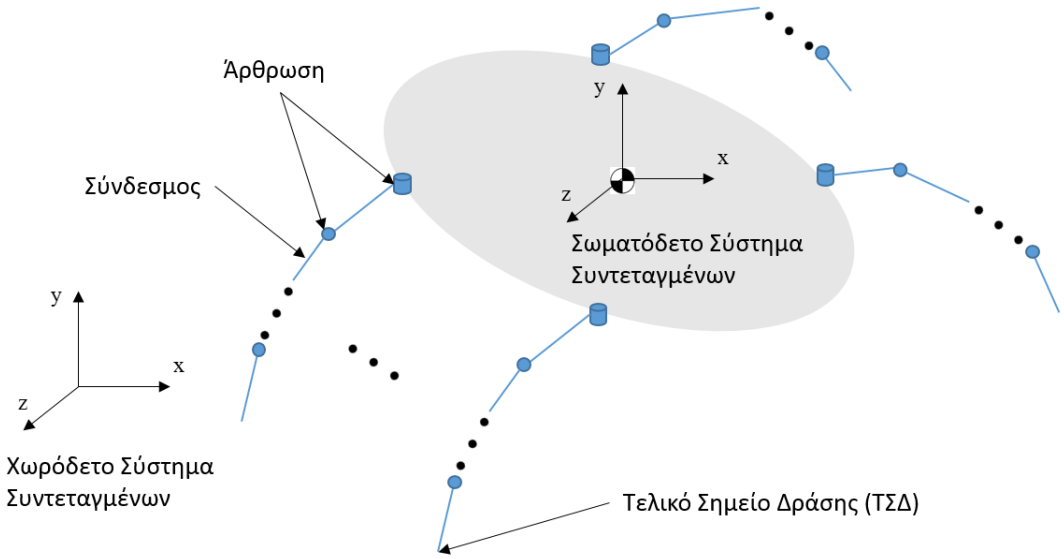
Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η κινηματική, διαφορική κινηματική και δυναμική για ένα ρομπότ με j πόδια και i αρθρώσεις ανά πόδι.

2.1 Σύντομη περιγραφή του ρομπότ

Τα ρομπότ με πόδια αποτελούνται από το κυρίως σώμα και πόδια. Το κυρίως σώμα είναι ελεύθερο να κινείται στο χώρο, δεν συνδέεται δηλαδή με κάποια σταθερή βάση.

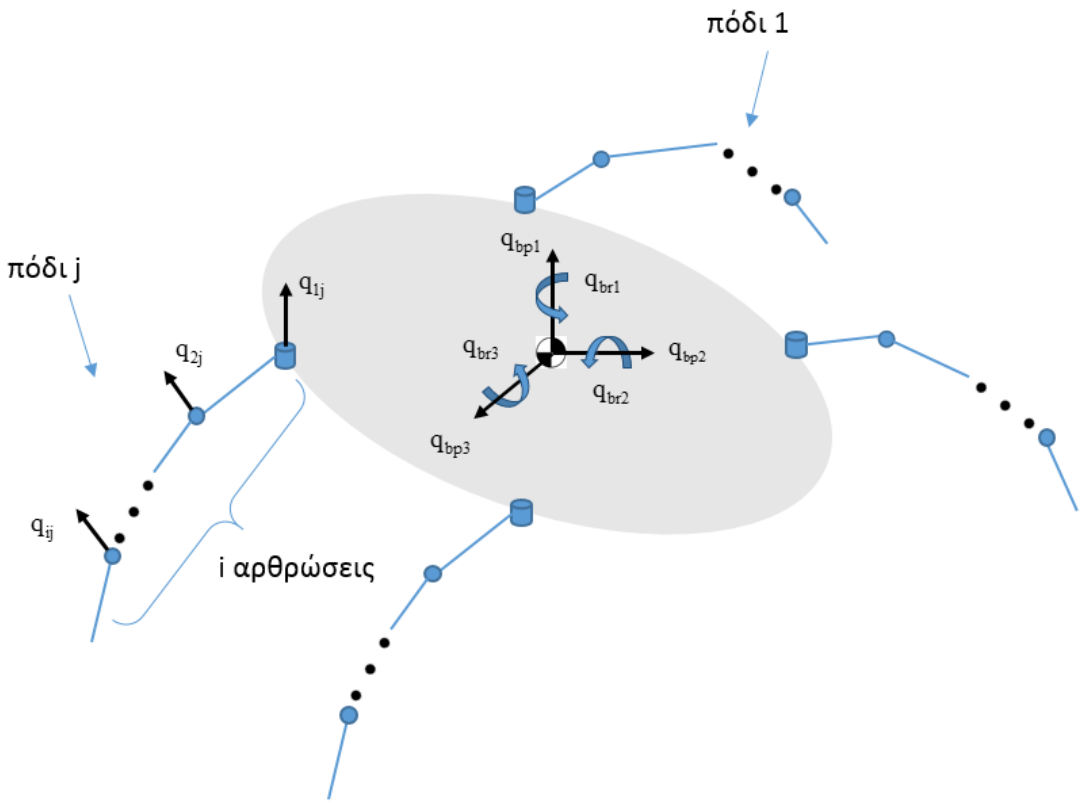
Τα πόδια, συνδέονται με το σώμα και η κίνηση τους χαρακτηρίζεται από 2 φάσεις. Τη φάση εδάφους και τη φάση πτήσης. Στην πρώτη το Τελικό Σημείο Δράσης του ποδιού (ΤΣΔ) βρίσκεται σε επαφή με το έδαφος ενώ στη δεύτερη βρίσκεται στον αέρα.

Για την μελέτη του ρομπότ ορίζονται δύο συστήματα συντεταγμένων, το χωρόδετο σύστημα συντεταγμένων (Χ.Σ.Σ) που είναι σταθερό στο χώρο και το σωματόδετο σύστημα συντεταγμένων (Σ.Σ.Σ) που τοποθετείται στο κέντρο μάζας του κυρίως σώματος του ρομπότ και κινείται με αυτό.



Σχήμα 2-1. Συστήματα Συντεταγμένων.

Το ρομπότ μοντελοποιείται ως σώματα (σύνδεσμοι) συνδεδεμένα μέσω αρθρώσεων. Το κυρίως σώμα του ρομπότ έχει 6 βαθμούς ελευθερίας, που αντιστοιχούν σε 6 παθητικές αρθρώσεις, 3 πρισματικές και 3 στροφικές. Τα πόδια είναι όμοια μεταξύ τους και διαθέτουν i αρθρώσεις το κάθε ένα.



Σχήμα 2-2. Βαθμοί ελευθερίας του ρομπότ.

$q_{bp1}, q_{bp2}, q_{bp3}$: Οι τρεις πρισματικές αρθρώσεις του κυρίως σώματος του ρομπότ

$q_{br1}, q_{br2}, q_{br3}$: Οι τρεις στροφικές αρθρώσεις του κυρίως σώματος του ρομπότ

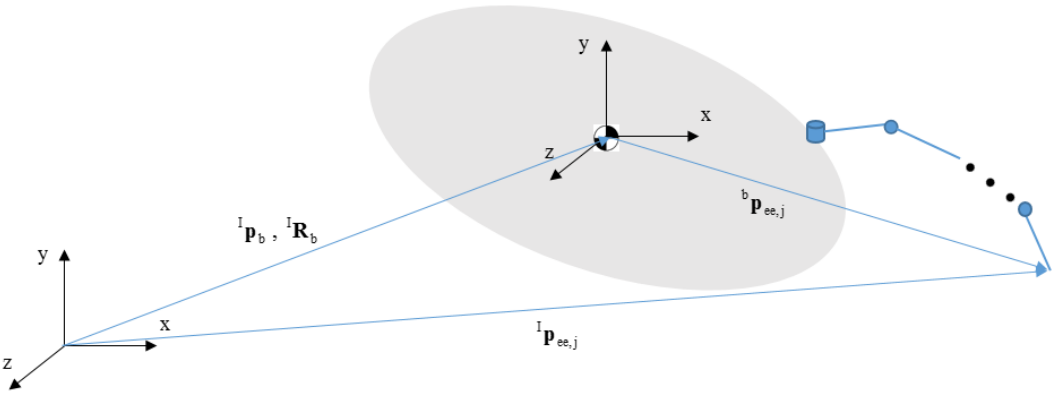
q_{ij} : Η i άρθρωση του j ποδιού του ρομπότ

Το ρομπότ έχει συνολικά 6+i*j αρθρώσεις. Οι αρθρώσεις του ρομπότ είναι το ελάχιστο σύνολο μεταβλητών για να οριστεί πλήρως η θέση και ο προσανατολισμός του στο χώρο.

2.2 Κινηματική

Αρχικά διατυπώνονται οι εξισώσεις που συνδέουν το ΤΣΔ του j ποδιού με το Σ.Σ.Σ και το Χ.Σ.Σ. [2] [3] . Κατόπιν ορίζεται και λύνεται το ευθύ και αντίστροφο κινηματικό πρόβλημα για ολόκληρο το ρομπότ.

Η θέση του ΤΣΔ ενός ποδιού γράφεται ως:



Σχήμα 2-3. Θέση του ΤΣΔ του ποδιού j.

$$ {}^{I}\mathbf{p}_{ee,j} = {}^{I}\mathbf{p}_{b} + {}^{I}\mathbf{R}_{b}\,{}^{b}\mathbf{p}_{ee,j} \tag{2.1} $$

Όπου,

${}^{I}\mathbf{p}_{ee,j}$: Διάνυσμα θέσης του ΤΣΔ του ποδιού j του ρομπότ ως προς το Χ.Σ.Σ.

$$ {}^{I}\mathbf{p}_{b} = \begin{pmatrix} q_{bp1} & q_{bp2} & q_{bp3} \end{pmatrix}^{T} \tag{2.2} $$

${}^{I}\mathbf{p}_{b}$: Διάνυσμα θέσης του κέντρου μάζας του κυρίως σώματος του ρομπότ ως προς το Χ.Σ.Σ.

$$ {}^{I}\mathbf{R}_{b} = \begin{pmatrix} c_{br1}c_{br2} & -s_{br1}c_{br3}+c_{br1}s_{br2}s_{br3} & s_{br3}s_{br1}+c_{br3}s_{br2}c_{br1} \\ s_{br1}c_{br2} & c_{br1}c_{br3}+s_{br1}s_{br2}s_{br3} & -s_{br3}c_{br1}+c_{br3}s_{br2}s_{br1} \\ -s_{br2} & c_{br2}s_{br3} & c_{br3}c_{br2} \end{pmatrix} \tag{2.3} $$

$$ c_{br1} = \cos\left(q_{br1}\right) \tag{2.4} $$

$$ s_{br1} = \sin\left(q_{br1}\right) \tag{2.5} $$

${}^{I}\mathbf{R}_{b}$: Πίνακας περιστροφής του Σ.Σ.Σ ως προς το Χ.Σ.Σ. Χρησιμοποιείται η περιγραφή γωνιών κατά Euler ZYX.

$$ {}^{b}\mathbf{p}_{ee,j} = \begin{pmatrix} f_{x}\left(q_{1j},\cdots,q_{ij}\right) \\ f_{y}\left(q_{1j},\cdots,q_{ij}\right) \\ f_{z}\left(q_{1j},\cdots,q_{ij}\right) \end{pmatrix} \tag{2.6} $$

${}^{b}\mathbf{p}_{ee,j}$: Διάνυσμα θέσης του ΤΣΔ του ποδιού j του ρομπότ ως προς το Σ.Σ.Σ. Υπολογίζεται μέσω των παραμέτρων Denavit – Hartenberg ανάλογα με τις αρθρώσεις και τους συνδέσμους του κάθε ποδιού.

2.2.1 1ο Ευθύ κινηματικό πρόβλημα

Γνωρίζοντας τη θέση των ΤΣΔ τουλάχιστον τριών ποδιών ως προς το Χ.Σ.Σ. και τις αρθρώσεις αυτών των ποδιών (internal configuration), υπολογίζεται η θέση και ο προσανατολισμός του Σ.Σ.Σ. ως προς το Χ.Σ.Σ. δηλαδή η θέση και ο προσανατολισμός του κυρίως σώματος.

Μέσω της (2.6) και υποθέτοντας ότι τρία πόδια βρίσκονται στο έδαφος, υπολογίζεται η θέση τριών ΤΣΔ ως προς το Σ.Σ.Σ.

$$ {}^{b}\mathbf{p}_{ee,1},\ {}^{b}\mathbf{p}_{ee,2},\ {}^{b}\mathbf{p}_{ee,3} $$

Επομένως, έχουμε το ακόλουθο σύστημα 9 μη γραμμικών εξισώσεων όπως προκύπτει από την (2.1).

$$ {}^{I}\mathbf{p}_{ee,1} = {}^{I}\mathbf{p}_{b} + {}^{I}\mathbf{R}_{b}\,{}^{b}\mathbf{p}_{ee,1} \tag{2.7} $$

$$ {}^{I}\mathbf{p}_{ee,2} = {}^{I}\mathbf{p}_{b} + {}^{I}\mathbf{R}_{b}\,{}^{b}\mathbf{p}_{ee,2} \tag{2.8} $$

$$ {}^{I}\mathbf{p}_{ee,3} = {}^{I}\mathbf{p}_{b} + {}^{I}\mathbf{R}_{b}\,{}^{b}\mathbf{p}_{ee,3} \tag{2.9} $$

Το σύστημα έχει 6 αγνώστους:

$$ q_{bp1}, q_{bp2}, q_{bp3}, q_{br1}, q_{br2}, q_{br3} $$

Το σύστημα αυτό λύνεται αριθμητικά μέσω της μεθόδου των μη γραμμικών ελαχίστων τετραγώνων.

2.2.2 2ο Ευθύ κινηματικό πρόβλημα

Γνωρίζοντας τις αρθρώσεις του ποδιού j και τη θέση και τον προσανατολισμό του Σ.Σ.Σ ως προς το Χ.Σ.Σ. υπολογίζεται η θέση του ΤΣΔ του j ποδιού ως προς το Χ.Σ.Σ.

Μέσω της (2.6) υπολογίζεται η θέση του ΤΣΔ ως προς το Σ.Σ.Σ. Χρησιμοποιώντας την (2.1) προκύπτει η θέση του ΤΣΔ ως προς το Χ.Σ.Σ.. Το πρόβλημα αυτό έχει αναλυτική λύση.

2.2.3 Αντίστροφο κινηματικό πρόβλημα

Γνωρίζοντας τη θέση του ΤΣΔ του ποδιού j ως προς το Χ.Σ.Σ. και τη θέση και τον προσανατολισμό του Σ.Σ.Σ. ως προς το Χ.Σ.Σ. υπολογίζονται οι τιμές των αρθρώσεων του j ποδιού. Με επίλυση της (2.1)

$$ {}^{b}\mathbf{p}_{ee,j} = \left({}^{I}\mathbf{R}_{b}\right)^{-1}\left({}^{I}\mathbf{p}_{ee,j} - {}^{I}\mathbf{p}_{b}\right) \tag{2.10} $$

Συνεπώς γνωρίζουμε τη θέση του ΤΣΔ του ποδιού j ως προς το Χ.Σ.Σ. Μέσω της αντίστροφης κινηματικής (2.6) για το πόδι j ως προς το Χ.Σ.Σ. υπολογίζονται τα:

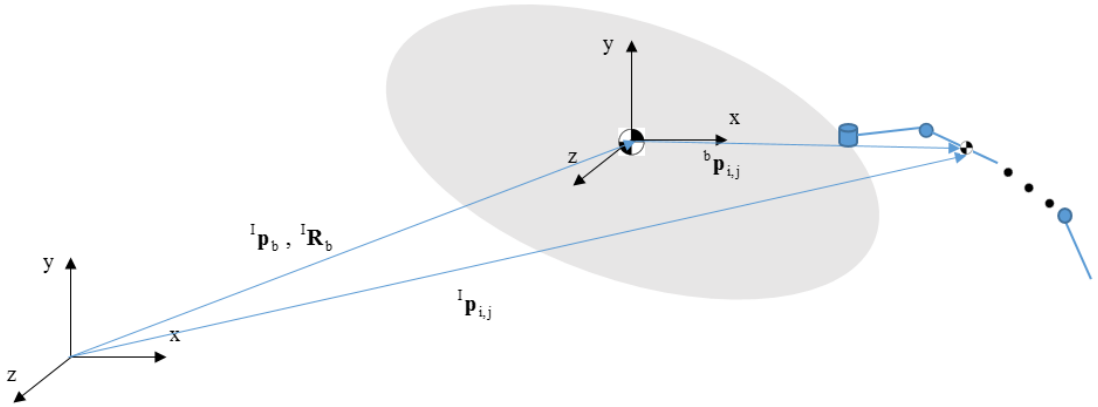
$$ q_{1j}, q_{2j}, \cdots, q_{ij} $$

2.3 Δυναμική

Σε αυτή την ενότητα υπολογίζεται η κινητική και δυναμική ενέργεια του ρομπότ και ενσωματώνεται στις εξισώσεις Euler-Lagrange.

2.3.1 Μεταφορική κινητική ενέργεια ποδιών

Ορίζουμε τη θέση του συνδέσμου i του ποδιού j ως προς το Χ.Σ.Σ., συναρτήσει του Σ.Σ.Σ. και των αρθρώσεων του ποδιού j, βλέπε Σχήμα 2-4, εξίσωση (2.11).



Σχήμα 2-4. Θέση του συνδέσμου i του ποδιού j.

${}^{I}\mathbf{p}_{ij}$: Διάνυσμα θέσης του συνδέσμου i του ποδιού j του ρομπότ ως προς το Χ.Σ.Σ.

${}^{b}\mathbf{p}_{ij}$: Διάνυσμα θέσης του συνδέσμου i του ποδιού j του ρομπότ ως προς το Σ.Σ.Σ.

$$ {}^{I}\mathbf{p}_{i,j} = {}^{I}\mathbf{p}_{b} + {}^{I}\mathbf{R}_{b}\,{}^{b}\mathbf{p}_{i,j} \tag{2.11} $$

Οι ιδιότητες που θα χρησιμοποιηθούν για την επίλυση της σχέσης είναι:

$$ {}^{0}\dot{\mathbf{R}}(t) = \left({}^{0}\boldsymbol{\omega}_{1}\right)^{\times}\,{}^{0}\mathbf{R} \tag{2.12} $$

$$ \mathbf{a}^{\times}\mathbf{r} = -\mathbf{r}^{\times}\mathbf{a} \tag{2.13} $$

Με παραγώγιση της σχέσης ως προς τον χρόνο προκύπτει:

$$ \frac{d\left({}^{I}\mathbf{p}_{ij}\right)}{dt} = \frac{d\left({}^{I}\mathbf{p}_{b} + {}^{I}\mathbf{R}_{b}\,{}^{b}\mathbf{p}_{ij}\right)}{dt} \tag{2.14} $$

$$ {}^{I}\dot{\mathbf{p}}_{ij} = {}^{I}\dot{\mathbf{p}}_{b} + {}^{I}\mathbf{R}_{b}\,{}^{b}\dot{\mathbf{p}}_{ij} + {}^{I}\dot{\mathbf{R}}_{b}\,{}^{b}\mathbf{p}_{ij} \tag{2.15} $$

Με χρήση των (2.12), (2.13)προκύπτει

$$ {}^{I}\mathbf{v}_{ij} = {}^{I}\mathbf{v}_{b} + {}^{I}\mathbf{R}_{b}\,{}^{b}\mathbf{v}_{ij} - \left({}^{I}\mathbf{R}_{b}\,{}^{b}\mathbf{p}_{ij}\right)^{x}\,{}^{I}\boldsymbol{\omega}_{b} \tag{2.16} $$

Μέσω της διαφορικής κινηματική του j ποδιού ως προς το Σ.Σ.Σ. προκύπτει:

$$ {}^{b}\mathbf{v}_{ij} = {}^{b}\mathbf{J}_{L,ij}\,\dot{\mathbf{q}}_{j} \tag{2.17} $$

${}^{b}\mathbf{J}_{L,ij}$: Η γραμμική Ιακωβιανή του συνδέσμου i του ποδιού j ως προς το Σ.Σ.Σ., διαστάσεων 3xi

$$ \mathbf{q}_{j} = \begin{pmatrix} q_{1j} & q_{2j} & \cdots & q_{ij} \end{pmatrix}^{T} \tag{2.18} $$

$\mathbf{q}_{j}$: Διάνυσμα, διαστάσεων i με όλες τις μεταβλητές των αρθρώσεων του j ποδιού.

$$\dot{\mathbf{q}}_j = \frac{d\left(\mathbf{q}_j\right)}{dt} \tag{2.19}$$

Από την (2.16) προκύπτει:

$$^{I}\mathbf{v}_{ij} = {}^{I}\mathbf{v}_b - \left({}^{I}\mathbf{R}_b\,{}^{b}\mathbf{p}_{ij}\right)^{x}\,{}^{I}\boldsymbol{\omega}_b + {}^{I}\mathbf{R}_b\,{}^{b}\mathbf{J}_{L,ij}\,\dot{\mathbf{q}}_j \tag{2.20}$$

$$^{I}\mathbf{v}_{ij} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{3x3} & -\left({}^{I}\mathbf{R}_b\,{}^{b}\mathbf{p}_{ij}\right)^{x} & {}^{I}\mathbf{R}_b\,{}^{b}\mathbf{J}_{L,ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^{I}\mathbf{v}_b \\ {}^{I}\boldsymbol{\omega}_b \\ \dot{\mathbf{q}}_j \end{pmatrix} \tag{2.21}$$

$$^{I}\mathbf{v}_{ij} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{3x3} & -\left({}^{I}\mathbf{R}_b\,{}^{b}\mathbf{p}_{ij}\right)^{x} & {}^{I}\mathbf{R}_b\,\mathbf{J}^{*}_{L,ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^{I}\mathbf{v}_b \\ {}^{I}\boldsymbol{\omega}_b \\ \dot{\mathbf{q}}_{legs} \end{pmatrix} \tag{2.22}$$

$$\mathbf{J}^{*}_{L,ij} = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & {}^{b}\mathbf{J}_{L,ij} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \tag{2.23}$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{legs} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}}_1^{T} & \cdots & \dot{\mathbf{q}}_j^{T} \end{pmatrix} \tag{2.24}$$

$\mathbf{J}^{*}_{L,ij}$: Γενικευμένη γραμμική Ιακωβιανή του ποδιού j ως προς το Σ.Σ.Σ. διαστάσεων 3x(i*j)

$\mathbf{I}_{3x3}$: Μοναδιαίος πίνακας διαστάσεων 3x3

Η (2.22) μπορεί να γραφεί για συντομία

$$^{I}\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{A}_{L,ij}\dot{\mathbf{q}} \tag{2.25}$$

$\mathbf{A}_{L,ij}$: πίνακας διαστάσεων 3 x (6+i*j)

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} {}^{I}\mathbf{v}_b \\ {}^{I}\boldsymbol{\omega}_b \\ \dot{\mathbf{q}}_{legs} \end{pmatrix} \tag{2.26}$$

$\mathbf{q}$: διάνυσμα διαστάσεων 6+i * j

Η μεταφορική κινητική ενέργεια του συνδέσμου i του ποδιού j είναι:

$$\mathbf{T}_{ij} = \frac{1}{2} m_{ij}\,{}^{I}\mathbf{v}_{ij}^{T}\,{}^{I}\mathbf{v}_{ij} \tag{2.27}$$

$$\mathbf{T}_{ij} = \frac{1}{2} m_{ij}\,\dot{\mathbf{q}}^{T}\,\mathbf{A}_{L,ij}^{T}\,\mathbf{A}_{L,ij}\,\dot{\mathbf{q}} \tag{2.28}$$

Η μεταφορική κινητική ενέργεια του ποδιού j είναι:

$$\mathbf{T}_j = \sum_{i=1}^{i}\mathbf{T}_{ij} = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^{T}\left(\sum_{i=1}^{i} m_{ij}\,\mathbf{A}_{L,ij}^{T}\,\mathbf{A}_{L,ij}\right)\dot{\mathbf{q}} \tag{2.29}$$

$$T_j = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^{T}\mathbf{B}_{L,j}\dot{\mathbf{q}} \tag{2.30}$$

Η συνολική μεταφορική κινητική ενέργεια των ποδιών του ρομπότ είναι:

$$T_L = \sum_{j=1}^{j} T_j = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T \sum_{j=1}^{j} \left(\mathbf{B}_{L,j}\right)\dot{\mathbf{q}} \tag{2.31}$$

2.3.2 Περιστροφική κινητική ενέργεια ποδιών

Η γωνιακή ταχύτητα του συνδέσμου i του ποδιού j είναι:

$$^{I}\boldsymbol{\omega}_{ij} = {}^{I}\boldsymbol{\omega}_{b} + {}^{I}\boldsymbol{\omega}_{ij}^{b} \tag{2.32}$$

$^{I}\boldsymbol{\omega}_{ij}$: Γωνιακή ταχύτητα του συνδέσμου i του ποδιού j ως προς το Χ.Σ.Σ.

$^{I}\boldsymbol{\omega}_{b}$: Γωνιακή ταχύτητα του Σ.Σ.Σ. ως προς το Χ.Σ.Σ.

$^{I}\boldsymbol{\omega}_{ij}^{b}$: Γωνιακή ταχύτητα του συνδέσμου i του ποδιού j ως προς το Σ.Σ.Σ. εκφρασμένη στο Χ.Σ.Σ.

Μέσω της διαφορικής κινηματική του j ποδιού ως προς το Σ.Σ.Σ. προκύπτει:

$$^{I}\boldsymbol{\omega}_{ij}^{b} = {}^{b}\mathbf{J}_{R,ij}\,\dot{\mathbf{q}}_{j} \tag{2.33}$$

$^{b}\mathbf{J}_{R,ij}$: Η γωνιακή Ιακωβιανή του συνδέσμου i του ποδιού j ως προς το Σ.Σ.Σ., διαστάσεων 3xi.

Η (2.32) γίνεται

$$^{I}\boldsymbol{\omega}_{ij} = {}^{I}\mathbf{R}_{b}\begin{pmatrix}\mathbf{0}_{3x3} & \mathbf{I}_{3x3} & {}^{b}\mathbf{J}_{R,ij}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}{}^{I}\mathbf{v}_{b}\\ {}^{I}\boldsymbol{\omega}_{b}\\ \dot{\mathbf{q}}_{j}\end{pmatrix} \tag{2.34}$$

$$^{I}\boldsymbol{\omega}_{ij} = {}^{I}\mathbf{R}_{b}\begin{pmatrix}\mathbf{0}_{3x3} & \mathbf{I}_{3x3} & \mathbf{J}_{R,ij}^{*}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}{}^{I}\mathbf{v}_{b}\\ {}^{I}\boldsymbol{\omega}_{b}\\ \dot{\mathbf{q}}_{legs}\end{pmatrix} \tag{2.35}$$

$$\mathbf{J}_{R,ij}^{*} = \begin{pmatrix}0 & \cdots & {}^{b}\mathbf{J}_{R,ij} & \cdots & 0\end{pmatrix} \tag{2.36}$$

$\mathbf{0}_{3x3}$: Μηδενικός πίνακας διαστάσεων 3x3

$\mathbf{J}_{R,ij}^{*}$: Γενικευμένη γραμμική Ιακωβιανή του ποδιού j ως προς το Σ.Σ.Σ. διαστάσεων 3x(i*j)

$$^{I}\boldsymbol{\omega}_{ij} = \mathbf{A}_{R,ij}\,\dot{\mathbf{q}} \tag{2.37}$$

$$\mathbf{A}_{R,ij} = \begin{pmatrix}\mathbf{0}_{3x3} & \mathbf{I}_{3x3} & \mathbf{J}_{R,ij}^{*}\end{pmatrix} \tag{2.38}$$

$\mathbf{A}_{R,ij}$: πίνακας διαστάσεων 3 x (6+i*j)

Η περιστροφική κινητική ενέργεια του συνδέσμου i του ποδιού j είναι:

$$T_{R,ij} = \frac{1}{2}\,{}^{I}\boldsymbol{\omega}_{ij}^{T}\,{}^{I}\mathbf{I}_{ij}\,{}^{I}\boldsymbol{\omega}_{ij} \tag{2.39}$$

$^{I}\mathbf{I}_{ij}$: Πίνακας ροπής αδράνειας του συνδέσμου i του ποδιού j ως προς το Χ.Σ.Σ.

$$^{I}\mathbf{I}_{ij} = {}^{I}\mathbf{R}_{ij}\,{}^{ij}\mathbf{I}_{ij}\,{}^{I}\mathbf{R}_{ij}^{T} \tag{2.40}$$

$^{ij}\mathbf{I}_{ij}$: Πίνακας ροπής αδράνειας του συνδέσμου i του ποδιού j ως προς το κέντρο μάζας του.

Η περιστροφική κινητική ενέργεια του ποδιού j είναι:

$$T_{R,j} = \sum_{i=1}^{i} T_{R,ij} = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T \left(\sum_{i=1}^{i} \left(\mathbf{A}_{R,ij}^T \, {}^I\mathbf{R}_{ij} \, {}^{ij}\mathbf{I}_{ij} \, {}^I\mathbf{R}_{ij}^T \, \mathbf{A}_{R,ij} \right) \right) \dot{\mathbf{q}} \tag{2.41}$$

$$T_{R,j} = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{B}_{R,j} \, \dot{\mathbf{q}} \tag{2.42}$$

$\mathbf{B}_{R,j}$: πίνακας διαστάσεων (6+i * j)x(6+i * j)

Η συνολική περιστροφική κινητική ενέργεια των ποδιών του ρομπότ είναι:

$$T_R = \sum_{j=1}^{j} T_{R,j} = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T \sum_{j=1}^{j} \mathbf{B}_{R,j} \, \dot{\mathbf{q}} \tag{2.43}$$

2.3.3 Κινητική ενέργεια κυρίως σώματος

Η συνολική κινητική ενέργεια του κυρίως σώματος του ρομπότ είναι:

$$T_b = \frac{1}{2} m_b \, {}^I\mathbf{v}_b^T \, {}^I\mathbf{v}_b + \frac{1}{2} \, {}^I\boldsymbol{\omega}_b^T \, {}^I\mathbf{I}_b \, {}^I\boldsymbol{\omega}_b \tag{2.44}$$

m_b : μάζα της βάσης του ρομπότ

${}^I\mathbf{v}_b$: γραμμική ταχύτητα του Σ.Σ.Σ. ως προς το Χ.Σ.Σ.

${}^I\boldsymbol{\omega}_b$: περιστροφική ταχύτητα του Σ.Σ.Σ. ως προς το Χ.Σ.Σ.

Με χρήση της (2.26) προκύπτει

$$T_b = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}_b \dot{\mathbf{q}} \tag{2.45}$$

$$\mathbf{M}_b = \begin{pmatrix} m_b & 0 & 0 \\ 0 & {}^b\mathbf{I}_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.46}$$

2.3.4 Συνολική κινητική ενέργεια του ρομπότ

Η συνολική κινητική ενέργεια του ρομπότ υπολογίζεται από τις (2.45), (2.43), (2.31)

$$T = T_b + T_R + T_L \tag{2.47}$$

$$T = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}_b \dot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T \sum_{j=1}^{j} \mathbf{B}_{R,j} \, \dot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T \sum_{j=1}^{j} \left(\mathbf{B}_{L,j} \right) \dot{\mathbf{q}} \tag{2.48}$$

$$T = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(q) \, \dot{\mathbf{q}} \tag{2.49}$$

$\mathbf{M}(q)$: Μητρώο μάζας του ρομπότ διαστάσεων (6+i*j)x(6+i*j)

$$\mathbf{M}(q) = \mathbf{M}_b + \sum_{j=1}^{j} \mathbf{B}_{R,j} + \sum_{j=1}^{j} \left(\mathbf{B}_{L,j} \right) \tag{2.50}$$

2.3.5 Δυναμική ενέργεια του ρομπότ

Η δυναμική ενέργεια οφείλεται στο βάρος του κυρίως σώματος και των συνδέσμων των ποδιών που απαρτίζουν το ρομπότ. Η μάζα θεωρείται ότι είναι συγκεντρωμένη στο γεωμετρικό κέντρο κάθε συνδέσμου.

m_{ij} : μάζα του συνδέσμου i του ποδιού j

$$U=m_b\,\mathbf{g}^T\,{}^I\mathbf{p}_b+\sum_{j=1}^{j}\left(\sum_{i=1}^{i}\left(m_{ij}\,\mathbf{g}^T\,{}^I\mathbf{p}_{ij}\right)\right) \tag{2.51}$$

$\mathbf{g}$: διάνυσμα επιτάχυνσης της βαρύτητας ως προς το Χ.Σ.Σ.

2.3.6 Εξισώσεις Euler-Lagrange

Η εξίσωση Lagrange ορίζεται:

$$L=T-U \tag{2.52}$$

Οι 6+i*j μεταβλητές των αρθρώσεων του ρομπότ επιλέγονται ως γενικευμένες συντεταγμένες. Οι 6 πρώτες αναφέροναι στο σώμα του ρομπότ ενώ οι υπόλοιπες i*j στα πόδια.

$$\mathbf{q}=\begin{pmatrix} q_{bp1} & q_{bp2} & q_{bp3} & q_{br1} & q_{br2} & q_{br3} & q_{11} & \cdots & q_{ij}\end{pmatrix}^T \tag{2.53}$$

Επιπλέον ισχύει

$$\dot{\mathbf{q}}=\frac{d(\mathbf{q})}{dt} \tag{2.54}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_k}=\xi_k,\quad k=1,\ldots,6+i*j \tag{2.55}$$

ξ_k : Γενικευμένη δύναμη που αντιστοιχεί στη γενικευμένη συντεταγμένη k.

Από την (2.26) και από την (2.55) προκύπτει η δυναμική εξίσωση του ρομπότ:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}+\mathbf{V}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}+\mathbf{G}(\mathbf{q})=\boldsymbol{\xi} \tag{2.56}$$

$\mathbf{V}(\mathbf{q})$: μητρώο που περιέχει τις φυγόκεντρες ροπές και τις ροπές Coriolis, διαστάσεων (6+i*j)x(6+i * j)

$\mathbf{G}(\mathbf{q})$: Διάνυσμα βαρυτικών όρων, διαστάσεων (6+i * j)

ξ : Διάνυσμα που περιέχει τις γενικευμένες δυνάμεις που ασκούνται στο ρομπότ, διαστάσεων (6+i * j)

2.3.7 Αντίστροφο δυναμικό πρόβλημα

Γνωρίζοντας τη θέση, ταχύτητα και επιτάχυνση των αρθρώσεων του ρομπότ να υπολογιστούν οι γενικευμένες δυνάμεις που του ασκούνται:

$$\boldsymbol{\xi}=\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}+\mathbf{V}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}+\mathbf{G}(\mathbf{q}) \tag{2.57}$$

2.3.8 Ευθύ δυναμικό πρόβλημα

Γνωρίζοντας τις δυνάμεις που ασκούνται στο ρομπότ να προσδιορισθούν οι επιταχύνσεις των αρθρώσεων. Οι αρχικές συνθήκες θέσης και ταχύτητας των αρθρώσεων είναι γνωστές.

$$\ddot{\mathbf{q}} = \left(\mathbf{M}(\mathbf{q})\right)^{-1}\left(\xi - \mathbf{V}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G}(\mathbf{q})\right) \tag{2.58}$$

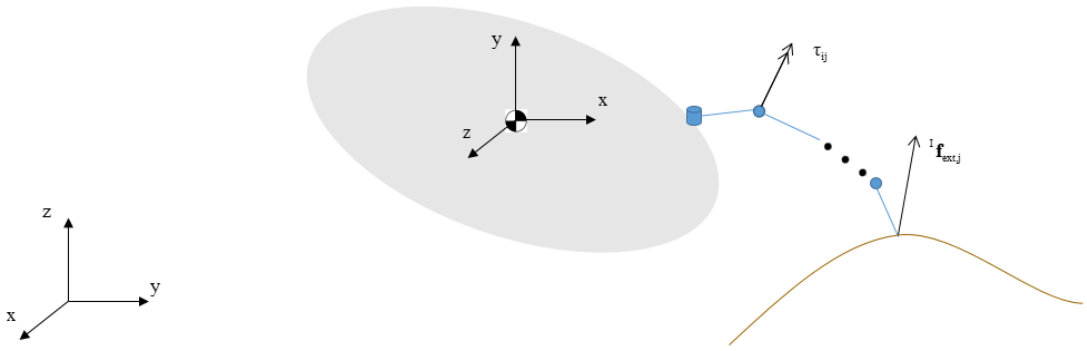
2.4 Εξωτερικές Δυνάμεις

Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο ρομπότ χωρίζονται σε 2 κατηγορίες.

$$\xi = \boldsymbol{\tau} + {}^{q}\mathbf{f}_{ext} \tag{2.59}$$

$\boldsymbol{\tau}$: Διάνυσμα δυνάμεων και ροπών που ασκούνται από τους επενεργητές.

${}^{q}\mathbf{f}_{ext}$: Διάνυσμα δυνάμεων που ακούνται από το περιβάλλον εκφρασμένες στο χώρο των αρθρώσεων.



Σχήμα 2-5. Εξωτερικές δυνάμεις.

1. Δυνάμεις από επενεργητές

Το ρομπότ διαθέτει 18 επενεργητές στις αρρθώσεις των ποδιών. Οι έξι βαθμοί ελευθερίας του κυρίως σώματος είναι παθητικοί. Επομένως,

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_{11} & \cdots & \tau_{ij} \end{pmatrix}^{T} \tag{2.60}$$

τ_{ij} : Γενικευμένη δύναμη, που ασκειται από τον επενεργητή στην άρθρωση i του ποδιού j.

2. Δυνάμεις από το περιβάλλον

Οι δυνάμεις που ασκούνται από το περιβάλλον οφείλονται στην αλληλεπίδραση εδάφους-ΤΣΔ και αποτελούνται από την αντίδραση του εδάφους και την τριβή.

Αρχικά ορίζουμε τη θέση και την κλίση του εδάφους ως προς το Χ.Σ.Σ. Το ύψος του εδάφους σε ένα δεδομένο σημείο δίνεται από μία συνάρτηση της μορφής

$${}^{I}z_{g} = f_{g}\left({}^{I}x, {}^{I}y\right) \tag{2.61}$$

${}^{I}z_{g}$: Η θέση του εδάφους κατά τη διεύθυνση του z άξονα του Χ.Σ.Σ.

Η κλίση του εδάφους σε ένα δεδομένο σημείο, κατά τον x και y άξονα του Χ.Σ.Σ. δίνεται από δύο συναρτήσεις της μορφής

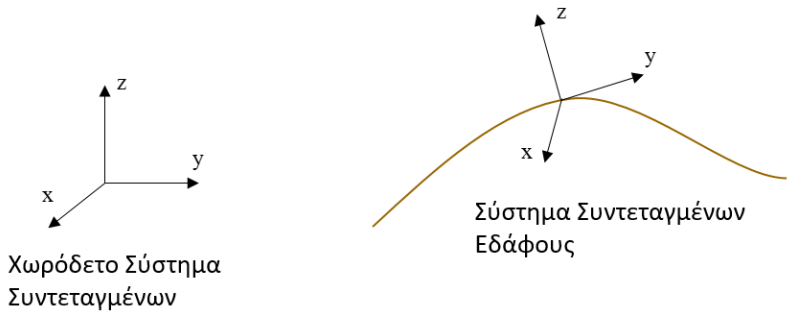
$$^{I}\phi_{g,x} = f_g\left(^{I}x, ^{I}y\right) \tag{2.62}$$

$$^{I}\phi_{g,y} = f_g\left(^{I}x, ^{I}y\right) \tag{2.63}$$

$\phi_{g,y}$: Η γωνία του σημείου $\left(^{I}x \quad ^{I}y \quad ^{I}z_g\right)^T$ γύρω από τον y άξονα του Χ.Σ.Σ.

$\phi_{g,x}$: Η γωνία του σημείου $\left(^{I}x \quad ^{I}y \quad ^{I}z_g\right)^T$ γύρω από το x άξονα του Χ.Σ.Σ.

Για να περιγράψουμε τον προσανατολισμό του εδάφους σε ένα σημείο $\left(^{I}x \quad ^{I}y \quad ^{I}z_g\right)^T$ ορίζουμε κατάλληλο Σ.Σ. που ονομάζεται Σύστημα Συντεταγμένων Εδάφους (Σ.Σ.Ε.). Το επίπεδο xy του Σ.Σ.Ε. εφάπτεται στο έδαφος στο σημείο $\left(^{I}x \quad ^{I}y \quad ^{I}z_g\right)^T$, βλέπε Σχήμα 2-6.



Σχήμα 2-6. Σύστημα Συντεταγμένων Εδάφους.

Το Χ.Σ.Σ. ενώνεται με το Σ.Σ.Ε. με τρεις μεταφορές κατά μήκος των τριών αξόνων του Χ.Σ.Σ. και δύο περιστροφές γύρω από το x και y άξονα του Χ.Σ.Σ. Ο πίνακας περιστροφής μεταξύ του Χ.Σ.Σ. και του Σ.Σ.Ε. στο σημείο $\left(^{I}x \quad ^{I}y \quad ^{I}z_g\right)^T$ ορίζεται ως

$$^{I}\mathbf{R}_G = \begin{pmatrix} c_{g,y} & 0 & s_{g,y} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{g,y} & 0 & c_{g,y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{g,x} & -s_{g,x} \\ 0 & s_{g,x} & c_{g,x} \end{pmatrix} \tag{2.64}$$

όπου

$$c_{g,y} = \mathrm{Cos}\left(\phi_{g,y}\right) \tag{2.65}$$

$$s_{g,y} = \mathrm{Sin}\left(\phi_{g,y}\right) \tag{2.66}$$

$^{I}\mathbf{R}_G$: Ο πίνακας περιστροφής του Σ.Σ.Ε. ως προς το Χ.Σ.Σ.

Επομένως η τριβή και η αντίδραση του εδάφους εκφράζονται στο Σ.Σ.Ε. ως

$$^{G}\mathbf{f}_{ext,j} = {}^{G}\mathbf{f}_{friction,j} + {}^{G}\mathbf{f}_{g,j} \tag{2.67}$$

$^{G}\mathbf{f}_{ext,j}$: Διάνυσμα δυνάμεων που ασκούνται στο ΤΣΔ του ποδιού j εκφρασμένες στο Σ.Σ.Ε

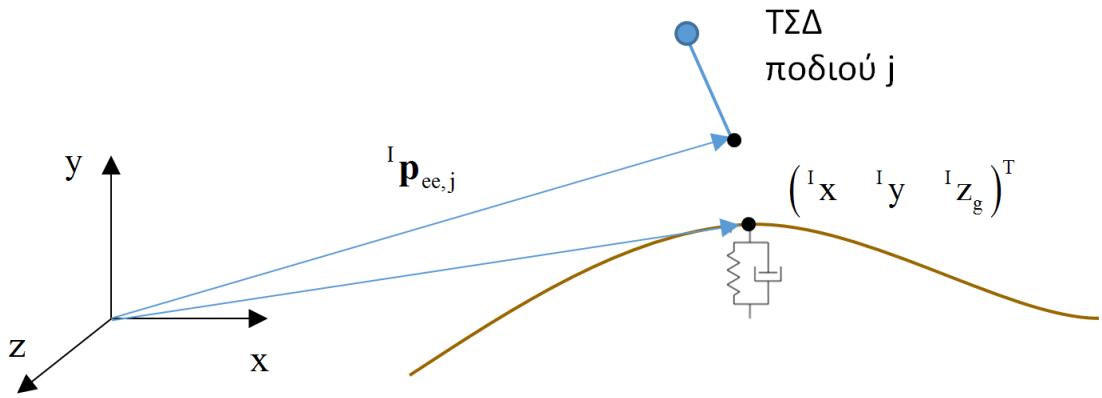
$^{G}\mathbf{f}_{friction,j}$: Διάνυσμα τριβών που ασκούνται στο ΤΣΔ του ποδιού j, εκφρασμένες στο Σ.Σ.Ε.

$^{G}\mathbf{f}_{g,j}$: Διάνυσμα αντιδράσεων εδάφους, εκφρασμένο στο Σ.Σ.Ε.

2.4.1 Αντιδράσεις εδάφους

Τα ΤΣΔ των ποδιών είναι ημισφαιρικά, επομένως η επαφή με το έδαφος θεωρείται σημειακή. Συνεπώς, μέσω του εδάφους μπορούν να μεταφερθούν στα ΤΣΔ των ποδιών μόνο δυνάμεις και όχι ροπές.

Το διάνυσμα της αντίδρασης του εδάφους είναι κάθετο στο επίπεδο του εδάφους και εξαρτάται από τη θέση και την ταχύτητα του ΤΣΔ. Για τον υπολογισμό του χρησιμοποιείται ένα μοντέλο μη γραμμικού ελατηρίου-αποσβεστήρα [5] . Όταν το ΤΣΔ δεν βρίσκεται σε επαφή με το έδαφος η δύναμη είναι μηδενική.



Σχήμα 2-7. Αντιδράσεις Εδάφους.

$$ {}^{G}\mathbf{f}_{g,j} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & f_{g,j} \end{pmatrix}^{T} \tag{2.68} $$

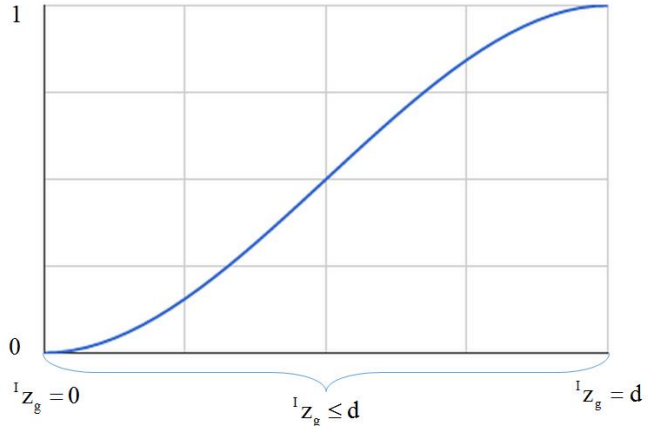
$$ {}^{I}\mathbf{p}_{ee,j} = \begin{pmatrix} {}^{I}x_{ee,j} & {}^{I}y_{ee,j} & {}^{I}z_{ee,j} \end{pmatrix}^{T} \tag{2.69} $$

$f_{g,j}$: Το μέτρο της αντίδρασης του εδάφους

Η κάθετη δύναμη υπολογίζεται από την εξίσωση (2.70)

$$ \begin{aligned} & f_{g,j} = 0, \text{ if } ({}^{I}z_{ee,j} - {}^{I}z_{g}) \geq 0 \\ & f_{g,j} = -k_{g}({}^{I}z_{ee,j} - {}^{I}z_{g})^{e} - b_{g}({}^{I}\dot{z}_{ee,j})\, \mathrm{STEP}\left({}^{I}z_{ee,j}, {}^{I}z_{g}, d\right), \text{ if } ({}^{I}z_{ee,j} - {}^{I}z_{g}) < 0 \end{aligned} \tag{2.70} $$

$\mathrm{STEP}\left({}^{I}z_{ee,j}, {}^{I}z_{g}, d\right)$: Πολυώνυμο πέμπτου βαθμού (Smoothstep).



Σχήμα 2-8. Εξομαλυμένη βηματική συνάρτηση πέμπτου βαθμού.

Η εξομαλυμένη βηματική συνάρτηση, μηδενίζει τον όρο που σχετίζεται με την απόσβεση κοντά στην επιφάνεια του εδάφους, μειώνοντας τις αιχμές στην αντίδραση του εδάφους όταν το πόδι έρχεται σε επαφή με το έδαφος. Καθώς το ΤΣΔ βυθίζεται στο έδαφος, ο όρος της απόσβεσης αυξάνεται σταδιακά έως ότου φτάσει τη μέγιστη τιμή του για ${}^{I}z_g = d$.

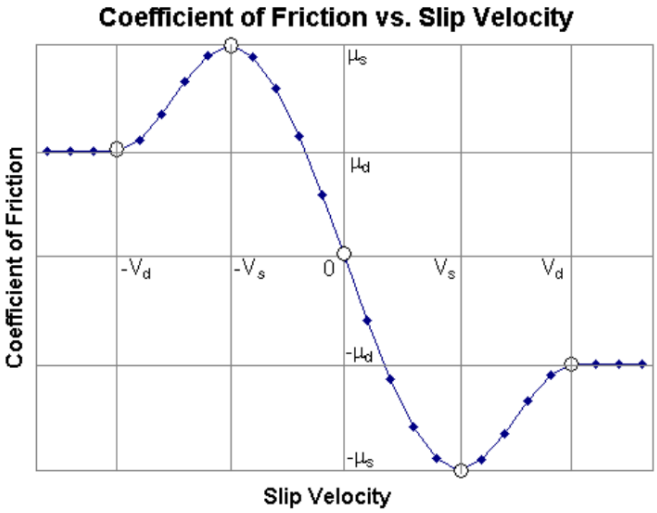
2.4.2 Τριβή

Για τη μοντελοποίηση της τριβής χρησιμοποιείται το μοντέλο του Coulomb. Σύμφωνα με αυτό ανάλογα με την ταχύτητα στο ΤΣΔ του ποδιού προσδιορίζεται ο συντελεστής τριβής. Η τριβή έχει δύο συνιστώσες μία κατά τον x και μία κατά τον y άξονα του Σ.Σ.Ε.

$$ {}^{G}\mathbf{f}_{\text{friction,j}} = \begin{pmatrix} {}^{G}f_{\text{friction x,j}} & {}^{G}f_{\text{friction y,j}} & 0 \end{pmatrix}^{T} \tag{2.71} $$

${}^{G}f_{\text{friction x,j}}$: Η τριβή κατά τον x άξονα του Σ.Σ.Ε.

${}^{G}f_{\text{friction y,j}}$: Η τριβή κατά τον y άξονα του Σ.Σ.Ε.



Σχήμα 2-9. Μοντέλο τριβής Coulomb.

$$ \mu^{x}_{ee,j} = \text{Coulomb}({}^{G}v^{x}_{ee,j}) \tag{2.72} $$

$$\mu_{ee,j}^{y} = \text{Coulomb}({}^{G}v_{ee,j}^{y}) \tag{2.73}$$

${}^{G}v_{ee,j}^{x}$: Η ταχύτητα του τελικού σημείου δράσης του j ποδιού κατά τον x άξονα του Σ.Σ.Ε.

${}^{G}v_{ee,j}^{y}$: Η ταχύτητα του τελικού σημείου δράσης του j ποδιού κατά τον y άξονα του Σ.Σ.Ε.

$\mu_{ee,j}^{x}$: Ο συντελεστής τριβής του τελικού σημείου δράσης του j ποδιού κατά τον x άξονα του Σ.Σ.Ε.

$\mu_{ee,j}^{y}$: Ο συντελεστής τριβής του τελικού σημείου δράσης του j ποδιού κατά τον y άξονα του Σ.Σ.Ε.

Επειδή το έδαφος είναι ακίνητο ως προς το Χ.Σ.Σ. η ταχύτητα του ΤΣΔ εκφράζεται στο Σ.Σ.Ε. ως

$$ {}^{G}\mathbf{v}_{ee,j} = \begin{pmatrix} {}^{G}v_{ee,j}^{x} \\ {}^{G}v_{ee,j}^{y} \\ {}^{G}v_{ee,j}^{z} \end{pmatrix} = {}^{I}\mathbf{R}_{G}\ {}^{I}\mathbf{v}_{ee,j} \tag{2.74}$$

${}^{G}\mathbf{v}_{ee,j}$: Το διάνυσμα ταχύτητας του τελικού σημείου δράσης του j ποδιού κατά τον z άξονα του Σ.Σ.Ε.

${}^{I}\mathbf{v}_{ee,j}$: Το διάνυσμα ταχύτητας του τελικού σημείου δράσης του j ποδιού κατά τον z άξονα του Χ.Σ.Σ.

Το μέτρο της τριβής κατά τον x και y άξονα του Σ.Σ.Ε. είναι το γινόμενο της κάθετης δύναμης κατά τον z άξονα του Σ.Σ.Ε. και του αντίστοιχου συντελεστή τριβής.

$$f_{\text{friction x},j} = \mu_{ee,j}^{x} \left| f_{g,j} \right| \tag{2.75}$$

$$f_{\text{friction y},j} = \mu_{ee,j}^{y} \left| f_{g,j} \right| \tag{2.76}$$

Από τις (2.76), (2.75), (2.70), και (2.67) προκύπτουν οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο ρομπότ εκφρασμένες στο Σ.Σ.Ε. Για να εκφραστούν στο Χ.Σ.Σ. γίνεται χρήση του πίνακα περιστροφής που συνδέει το Σ.Σ.Ε με το Χ.Σ.Σ.

$$ {}^{G}\mathbf{f}_{ext,j} = \begin{pmatrix} f_{\text{friction x},j} & f_{\text{friction y},j} & f_{g,j} \end{pmatrix}^{T} \tag{2.77}$$

$$ {}^{I}\mathbf{f}_{ext,j} = {}^{I}\mathbf{R}_{G}\ {}^{G}\mathbf{f}_{ext,j} \tag{2.78}$$

${}^{I}\mathbf{f}_{ext,j}$: Το διάνυσμα των εξωτερικών δυνάμεων που ακούνται από το έδαφους στο ρομπότ ως προς Χ.Σ.Σ.

Για να συμπεριληφθούν οι εξωτερικές δυνάμεις στην δυναμική εξίσωση (2.56) εκφράζονται στο χώρο των αρθρώσεων του ρομπότ.

$$ {}^{q}\mathbf{f}_{ext} = {}^{I}\mathbf{J}_{ee} \begin{pmatrix} {}^{I}\mathbf{f}_{ext,1}{}^{T} & \cdots & {}^{I}\mathbf{f}_{ext,j}{}^{T} \end{pmatrix}^{T} \tag{2.79}$$

$$ {}^{I}\mathbf{J}_{ee} = \begin{pmatrix} \left(\dfrac{\partial\ {}^{I}\mathbf{p}_{ee,1}}{\partial \mathbf{q}} \right)^{T} & \cdots & \left(\dfrac{\partial\ {}^{I}\mathbf{p}_{ee,j}}{\partial \mathbf{q}} \right)^{T} \end{pmatrix} \tag{2.80}$$

${}^{q}\mathbf{f}_{ext}$: Το διάνυσμα των δυνάμεων που ασκούνται στο ΤΣΔ του ποδιού j εκφρασμένες στο χώρο των αρθρώσεων. Διαστάσεις (6+i*j) x1.

${}^{I}\mathbf{J}_{ee}$: Η Ιακωβιανή που εκφράζει τις δυνάμεις στο ΤΣΔ του ποδιού j στο χώρο των αρθρώσεων. Διαστάσεις (6+i*j) x (3* i*j).

$\mathbf{q}$: Διάνυσμα διαστάσεων (6+ i*j)x1 που περιέχει τις γενικευμένες συντεταγμένες του ρομπότ.

Από τις (2.79), (2.60) ισχύει

$$\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\tau} + {}^{q}\mathbf{f}_{ext} \tag{2.81}$$

Επομένως η (2.56) γίνεται

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} + {}^{q}\mathbf{f}_{ext} \tag{2.82}$$

Το σύστημα διαφορικών εξισώσεων (2.82) περιλαμβάνει τη δυναμική και την αλληλεπίδραση ενός ρομπότ με j πόδια και i αρθρώσεις ανά πόδι με το έδαφος. Το σύστημα εξισώσεων (2.82) μπορεί να χωριστεί στις εξισώσεις που αφορούν τη βάση του ρομπότ και στις εξισώσεις που αφορούν τα πόδια.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_b(\mathbf{q}) \\ \mathbf{M}_{legs}(\mathbf{q}) \end{pmatrix}\ddot{\mathbf{q}} + \begin{pmatrix} \mathbf{V}_b(\mathbf{q}) \\ \mathbf{V}_{legs}(\mathbf{q}) \end{pmatrix}\dot{\mathbf{q}} + \begin{pmatrix} \mathbf{G}_b(\mathbf{q}) \\ \mathbf{G}_{legs}(\mathbf{q}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\tau}_{legs} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \left({}^{q}\mathbf{f}_{ext}\right)_b \\ \left({}^{q}\mathbf{f}_{ext}\right)_{legs} \end{pmatrix} \tag{2.83}$$

$$\mathbf{M}_b(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}_b(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}_b(\mathbf{q}) = \left({}^{q}\mathbf{f}_{ext}\right)_b \tag{2.84}$$

$$\mathbf{M}_{legs}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}_{legs}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}_{legs}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau}_{legs} + \left({}^{q}\mathbf{f}_{ext}\right)_{legs} \tag{2.85}$$

$\mathbf{M}_b, \mathbf{V}_b, \mathbf{G}_b, \left({}^{q}\mathbf{f}_{ext}\right)_b$: Οι έξι πρώτες γραμμές των αντίστοιχων πινάκων.

$\mathbf{M}_{legs}, \mathbf{V}_{legs}, \mathbf{G}_{legs}, \left({}^{q}\mathbf{f}_{ext}\right)_{legs}$: Οι i*j τελευταίες γραμμές των αντίστοιχων πινάκων.

Οι έξι εξισώσεις, βλέπε (2.84), αφορούν τη βάση του ρομπότ ενώ οι υπόλοιπες i*j, βλέπε (2.85) , αφορούν τα πόδια του ρομπότ.

Στις πρώτες έξι εξισώσεις, στο δεξί μέλος της (2.83) εμφανίζονται μόνο οι αντιδράσεις του εδάφους εκφρασμένες στο χώρο των αρθρώσεων. Εάν θεωρήσουμε ότι το ρομπότ ισορροπεί σε μία κατασταση, δηλαδή οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις των αρθρώσεων είναι μηδενικές, στο δεξί μέλος των τριών πρώτων εξισώσεων της (2.83) θα εμφανιστεί το άθροισμα των αντιδράσεων του εδάφους κατά το x, y και z άξονα του Χ.Σ.Σ. Αντίστοιχα στο δεξί μέλος των επόμενων τριών εξισώσεων θα εμφανιστεί το άθροισμα των ροπών που προκαλούν οι αντιδράσεις του εδάφους κατά το x, y και z άξονα του Χ.Σ.Σ.

Ο πίνακας που περιέχει τις πρώτες τρεις γραμμές και στήλες του μητρώου μάζας, εμφανίζει το άθροισμα των μαζών ολόκληρου του ρομπότ στα διαγώνια στοιχεία, ενώ τα υπόλοιπα στοιχεία του είναι μηδενικά, βλέπε (2.86).

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} m_{total} & 0 & 0 & M_{4,1} & \cdots & M_{24,1} \\ 0 & m_{total} & 0 & & & \\ 0 & 0 & m_{total} & & & \\ M_{4,1} & M_{4,2} & & M_{4,4} & & \\ \vdots & \vdots & & & \ddots & \\ M_{24,1} & M_{24,2} & & & & M_{24,24} \end{pmatrix} \tag{2.86}$$

m_{total} : Η συνολική μάζα του ρομπότ.

$M_{k,e}$: Το στοιχείο του μητρώου μάζας που βρίσκεται στη θέση k,e.

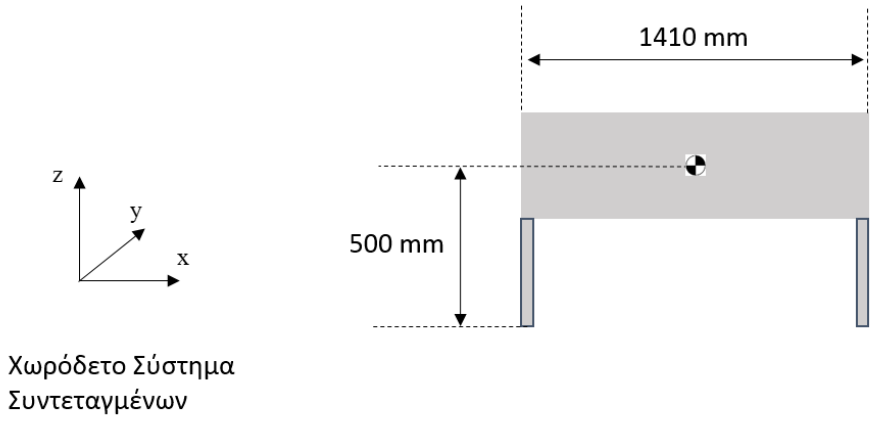
3 Δίποδο ρομπότ

Σε αυτό το κεφάλαιο εξάγονται οι εξισώσεις κίνησης ενός δίποδου ρομπότ. Κατόπιν αξιολογούνται διαφορετικοί νόμοι ελέγχου μέσω προσομοιώσεων.

3.1 Σύντομη περιγραφή του ρομπότ

Το ρομπότ είναι δίποδο και μπορεί να κινείται σε 2 διαστάσεις. Είναι ένα χρήσιμο εργαλείο μελέτης, διότι εμφανίζει τα κύρια χαρακτηριστικά ενός εξάποδου ρομπότ με την απλότητα 2 ποδιών.

Συνολικά ζυγίζει 125 kg, 105 kg η βάση και 10 kg το κάθε πόδι. Στο Σχήμα 3-1 φαίνονται οι βασικές διαστάσεις του.



Σχήμα 3-1. Βασικές διαστάσεις δίποδου ρομπότ.

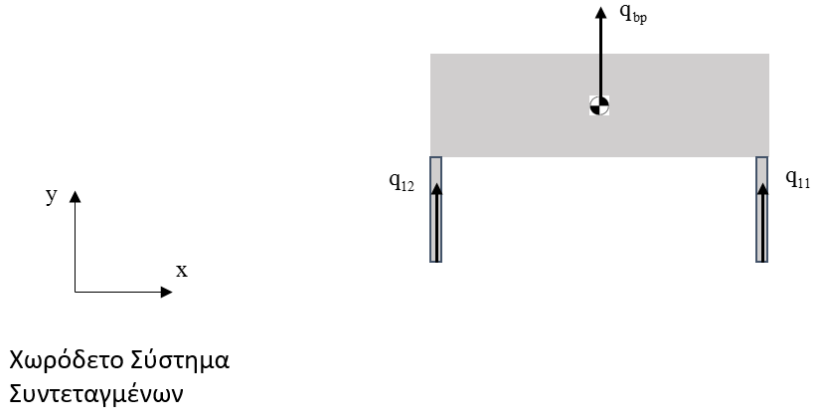
Η κίνηση του ρομπότ είναι περιορισμένη και δεν επιτρέπεται να περιστρέφεται γύρω από τον y άξονα του Χ.Σ.Σ. Ο περιορισμός αυτός εξυπηρετεί την αντιστοίχηση του με το εξάποδο ρομπότ. Το εξάποδο ρομπότ διατηρεί τουλάχιστον 3 ΤΣΔ σε επαφή με το έδαφος, επομένως οι κλίσεις της βάσης κατά την κίνηση του είναι πολύ μικρές.

Η βάση του ρομπότ διατηρείται σε σταθερό ύψος ενώ τα πόδια βρίσκονται εναλλάξ σε φάση εδάφους και σε φάση πτήσης.

Σχήμα 3-2. Κίνηση του δίποδου ρομπότ.

3.2 Εξισώσεις κίνησης δίποδου ρομπότ

Το ρομπότ μοντελοποιείται ως τρία σώματα (σύνδεσμοι) συνδεδεμένα μέσω τριών αρθρώσεων. Η βάση του ρομπότ διαθέτει 1 παθητική πρισματική άρθρωση κατά μήκος του άξονα z του Χ.Σ.Σ. Κάθε πόδι του ρομπότ διαθέτει μία ενεργή πρισματική άρθρωση.



Σχήμα 3-3. Αρθρώσεις δίποδου ρομπότ.

q_{bp} : Παθητική πρισματική άρθρωση της βάσης του ρομπότ.

q_{11} : Ενεργή πρισματική άρθρωση του 1ου ποδιού του ρομπότ

q_{12} : Ενεργή πρισματική άρθρωση του 2ου ποδιού του ρομπότ

Σύμφωνα με τη μεθοδολογία που αναπτύχτηκε στο 2ο κεφάλαιο, η κινηματική και η δυναμική του ρομπότ περιγράφονται από τις εξισώσεις (2.1), (2.82).

$$ {}^{I}\mathbf{p}_{ee,1} = \begin{pmatrix} 705 \\ 0 \\ q_{1j} + q_{bp} - 500 \end{pmatrix} \tag{3.1} $$

$$ {}^{I}\mathbf{p}_{ee,2} = \begin{pmatrix} -705 \\ 0 \\ q_{1j} + q_{bp} - 500 \end{pmatrix} \tag{3.2} $$

$$ \mathbf{M}(\mathbf{q}) \begin{pmatrix} \ddot{q}_{bp} \\ \ddot{q}_{11} \\ \ddot{q}_{12} \end{pmatrix} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{11} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} + {}^{q}\mathbf{f}_{ext} \tag{3.3} $$

3.3 Προσομοίωση δίποδου ρομπότ

Σε αυτή την παράγραφο σχεδιάζεται η προσομοίωση σε περιβάλλον Matlab/Simulink. Προσδιορίζονται οι επιθυμητές θέσεις των αρθρώσεων του ρομπότ καθώς και η συνάρτηση εδάφους.

3.3.1 Συνάρτηση εδάφους

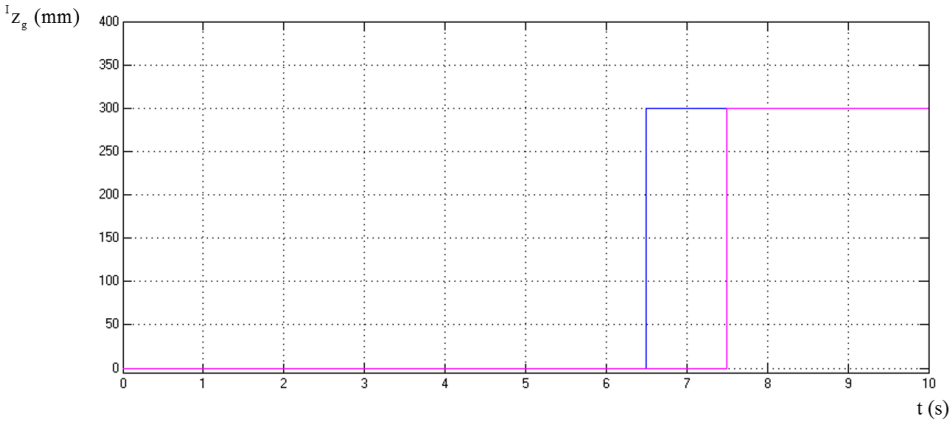
Το ύψος του εδάφους προκύπτει συναρτήσει του χρόνου.

$$^{I}z_g = f_g(t) \tag{3.4}$$

$^{I}z_g$: θέση του εδάφους ως προς το Χ.Σ.Σ.

Το ρομπότ κινείται μόνο κατά τον z άξονα του Χ.Σ.Σ. και παραμένει ακίνητο κατά x και y άξονα. Κατά συνέπεια μία συνάρτηση της μορφής equation reference goes here δεν έχει νόημα και το ύψος του εδάφους εκφράζεται σαν συνάρτηση του χρόνου.

Το ρομπότ καλείται να κινηθεί αρχικά σε επίπεδο έδαφος και να ξεπεράσει σκαλοπάτι ύψους 300 mm. Το σκαλοπάτι εμφανίζεται όταν το πόδι βρίσκεται σε φάση πτήσης. Αφού τα πόδια βρίσκονται εναλλάξ σε φάση εδάφους και πτήσης, η συνάρτηση εδάφους είναι διαφορετική για το κάθε πόδι.



Σχήμα 3-4. Συνάρτηση εδάφους δίποδου ρομπότ.

Το μοντέλο εδάφους περιγράφεται από την εξίσωση (2.70). Οι σταθερές που χρησιμοποιούνται για τις προσομοιώσεις του δίποδου ρομπότ είναι

$$k_g = 5 \cdot 10^2 \frac{N}{mm}, b_g = 60 \frac{N\,s}{mm}, d = 2\,mm, e = 1.2$$

Η σταθερά του ελατηρίου επιλέγεται ώστε η παραμόρφωση του εδάφους να είναι περίπου 2-5 mm όταν το βάρος ολόκληρου του ρομπότ στηρίζεται σε ένα πόδι. Ο αποσβεστήρας επιλέγεται περίπου 2 τάξεις μεγέθους κάτω από τη σταθερά ελατηρίου. Το d υπολογίζεται ώστε όταν το πόδι βρίσκεται σε φάση εδάφους να έχει μέγιστη απόσβεση.

3.3.2 Σχεδιασμός κίνησης

Η επιθυμητή κίνηση του ρομπότ προκύπτει συνδυάζοντας την τροχιά της βάσης με τις τροχιές των ΤΣΔ μέσω του αντίστροφου κινηματικού προβλήματος.

Το ύψος της βάσης του ρομπότ ορίζεται ως προς το Χ.Σ.Σ.

$$q_{d,bp} = 500\ mm \tag{3.5}$$

$q_{d,bp}$: Η επιθυμητή τιμή της πρισματικής άρθρωσης της βάσης του ρομπότ q_{bp} .

Η κίνηση των ΤΣΔ είναι διακριτή και χωρίζεται στη φάση πτήσης και τη φάση εδάφους. Τα ΤΣΔ βρίσκονται εναλλάξ σε φάση εδάφους και φάση πτήσης ώστε το ρομπότ να βρίσκεται σε επαφή με το έδαφος καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης.

Κατά τη φάση πτήσης το ΤΣΔ κινείται από την επιφάνεια του εδάφους προς τα θετικά του άξονα z μέχρι να φτάσει σε ύψος μεγαλύτερο των 300 mm και επανέρχεται στην αρχική του θέση. Κατά τη φάση εδάφους το ΤΣΔ παραμένει ακίνητο στην επιφάνεια του εδάφους. Ένας κύκλος βαδίσματος του ΤΣΔ, φάση πτήσης και φάση εδάφους, απεικονίζεται στο Σχήμα 3-5. Η τροχιά των ΤΣΔ παράγεται σε περιβάλλον Maltab/Simulink χρησιμοποιώντας τετραγωνικούς παλμούς (pulse generator) και ολοκληρώνοντας την έξοδο τους, Σχήμα 3-6. Για να παραχθεί το Σχήμα 3-5 θέτουμε στη συνάρτηση pulse generator την παράμετρο Amplitude ίση με 15000.

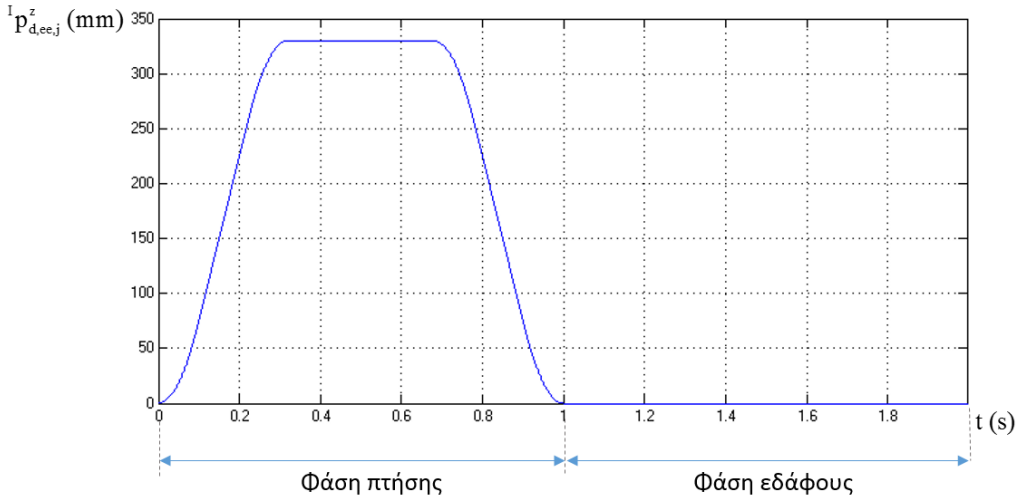
Έχοντας προσδιορίσει τις επιθυμητές τροχιές της βάσης και των ΤΣΔ στο Χ.Σ.Σ. μέσω της αντίστροφης κινηματικής, (2.10), (3.1), (3.2) προκύπτουν οι τροχιές των αρθρώσεων των ποδιών του ρομπότ, Σχήμα 3-7.

$$ {}^{I}p^{z}_{d,ee,j} = q_{1j} + q_{bp} - 500 \tag{3.6} $$

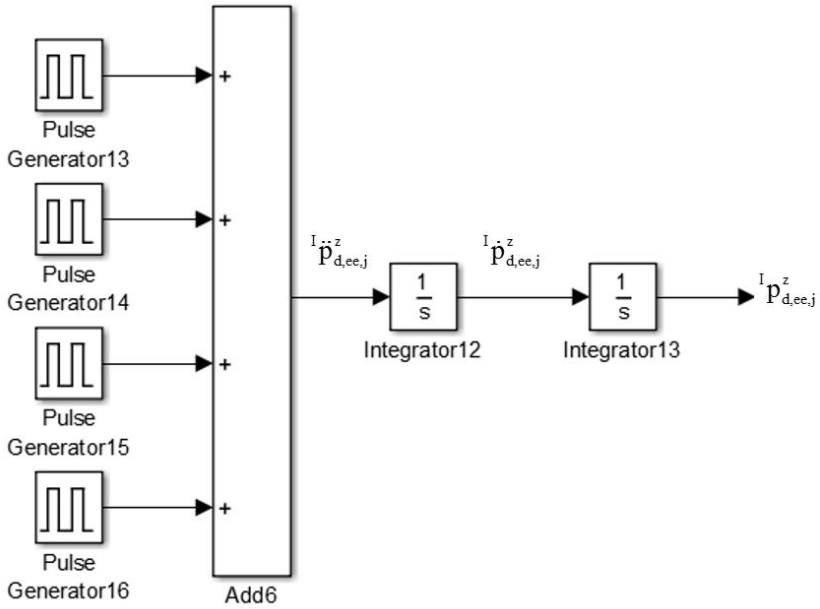
${}^{I}p^{z}_{d,ee,j}$: Η επιθυμητή θέση του ΤΣΔ ως προς το άξονα z του Χ.Σ.Σ.

$$ q_{d,1j} = {}^{I}p^{z}_{d,ee,j} \tag{3.7} $$

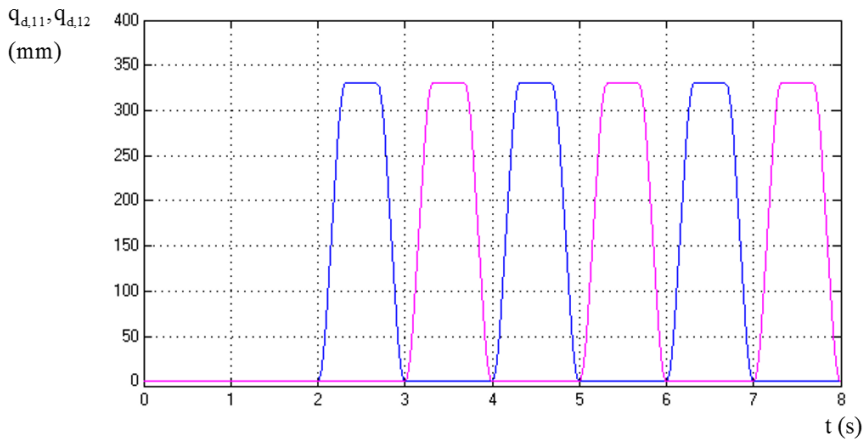
$q_{d,1j}$: Η επιθυμητή θέση της άρθρωσης του ποδιού q_{1j}



Σχήμα 3-5. Τροχιά του ΤΣΔ ως προς Χ.Σ.Σ.



Σχήμα 3-6. Δημιουργία επιθυμητής τροχιάς του ΤΣΔ σε περιβάλλον Simulink.



Σχήμα 3-7. Τροχιές των αρθρώσεων των ποδιών.

Στην εκκίνηση της προσομοίωσης το ρομπότ τοποθετείται 1 mm πάνω από το έδαφος και αφήνεται να πέσει. Κατόπιν, για 2 s δεν δίνεται εντολή κίνησης σε καμία άρθρωση.

$$\begin{pmatrix} q_{bp} & q_{11} & q_{12} \end{pmatrix}_{t=0} = \begin{pmatrix} 501 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ mm} \tag{3.8}$$

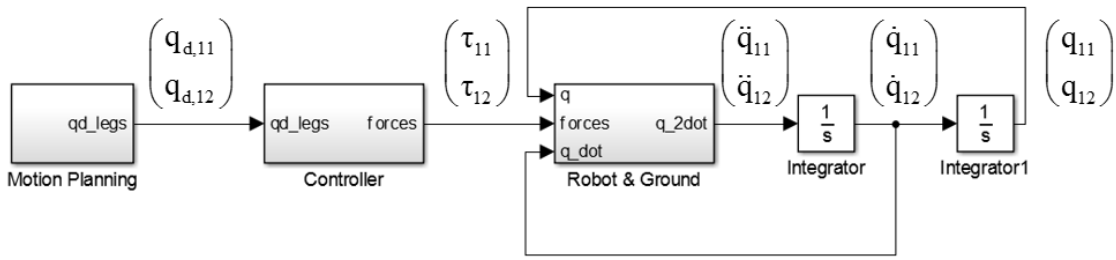
$\begin{pmatrix} q_{bp} & q_{11} & q_{12} \end{pmatrix}_{t=0}$: Η θέση των αρθρώσεων του ρομπότ στην αρχή της προσομοίωσης.

3.3.3 Επίλυση εξισώσεων κίνησης

Οι εξισώσεις κίνησης λύνονται επαναληπτικά και υπολογίζουν τη θέση, ταχύτητα και επιτάχυνση των αρθρώσεων του ρομπότ, όταν είναι γνωστές οι δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα καθώς και η αρχική του θέση. Με επίλυση της δυναμικής εξίσωση (3.3) προκύπτει:

$$\begin{pmatrix} \ddot{q}_{bp} \\ \ddot{q}_{11} \\ \ddot{q}_{12} \end{pmatrix} = \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \left(\begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{11} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} + {}^{q}\mathbf{f}_{ext} - \mathbf{G}(\mathbf{q}) \right) \tag{3.9}$$

Συνδυάζοντας την δυναμική εξίσωση του ρομπότ, το σχεδιασμό της κίνησης και τη συνάρτηση εδάφους σε περιβάλλον Simulink προκύπτει το Σχήμα 3-8.



Σχήμα 3-8. Δομικό διάγραμμα προσομοίωσης δίποδου ρομπότ.

Motion Planning: Σχεδιασμός κίνησης των αρθρώσεων των ποδιών, Σχήμα 3-7.

Robot & Ground: Δυναμική εξίσωση του ρομπότ, μοντέλο και συνάρτηση εδάφους, (3.9), (2.70) , Σχήμα 3-4.

Controller: Ο ελεγκτής. Αναλύεται στην Παράγραφο 3.4.

3.4 Έλεγχος

Σε αυτή την παράγραφο αναπτύσσονται οι νόμοι ελέγχου και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων.

3.4.1 PID έλεγχος

Αρχικά χρησιμοποιείται ο PID ελεγκτής επειδή είναι απλός στην υλοποίηση [2] . Η βάση του ρομπότ δεν είναι επενεργούμενη, επομένως ο PID εφαρμόζεται μόνο στις αρθρώσεις των ποδιών.

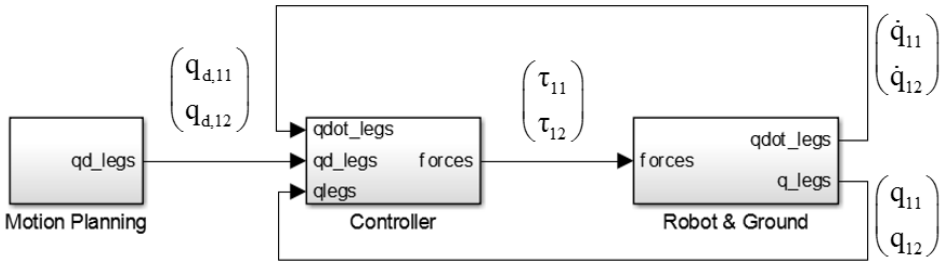
$$\begin{pmatrix} \tau_{11} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \mathbf{K}_p \mathbf{e}_{legs} + \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}_{legs} + \mathbf{K}_i \int \mathbf{e}_{legs} dt \tag{3.10}$$

$$\mathbf{e}_{legs} = \begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_{d,11} - q_{11} \\ q_{d,12} - q_{12} \end{pmatrix} \tag{3.11}$$

$$\mathbf{K}_p = \begin{pmatrix} k_{p1} & 0 \\ 0 & k_{p2} \end{pmatrix} \tag{3.12}$$

$\mathbf{K}_p, \mathbf{K}_d, \mathbf{K}_i$:Διαγώνιοι πίνακες, όμοιοι με την (3.12) που περιέχουν τα κέρδη του αναλογικού, διαφορικού και ολοκληρωτικού ελεγκτή για την άρθρωση του κάθε ποδιού.

Για την εφαρμογή του PID ελεγκτή, απαιτείται ανατροφοδότηση θέσης και ταχύτητας από τις αρθρώσεις των ποδιών. Προσθέτοντας τον PID ελεγκτή στο Simulink/Matlab, Σχήμα 3-8, προκύπτει το Σχήμα 3-9.



Σχήμα 3-9. Δομικό Διάγραμμα PID ελεγκτή για δίποδο ρομπότ.

Τα κέρδη του ελεγκτή επιλέχθηκαν μέσω δοκιμών ώστε το ρομπότ να διατηρεί τουλάχιστον ένα σημείο επαφής με το έδαφος καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης του και να ελαχιστοποιηθούν οι αιχμές στις ροπές των επενεργητών και τις αντιδράσεις του εδάφους.

Για υψηλά κέρδη του PID ελεγκτή προκύπτει η απόκριση που εμφανίζεται στο Σχήμα 3-10.

$$k_{p1} = k_{p2} = 10^6,\ k_{d1} = k_{d2} = 10^4,\ k_{i1} = k_{i2} = 10^7$$

Η θέση της βάσης στο Σχήμα 3-10 παραμένει στα 500 mm, μέχρι το πόδι να πατήσει στο «σκαλοπάτι». Κατόπιν σταθεροποιείται στα 800 mm, τιμή διαφορετική από την επιθυμητή τιμή της άρθρωσης. Αντίστοιχα η θέση του ΤΣΔ στο Χ.Σ.Σ. μετά το σκαλοπάτι σταθεροποιείται στα 300 mm.

Αυτό συμβαίνει επειδή ο έλεγχος γίνεται στο επίπεδο των αρθρώσεων των ποδιών και δεν διαθέτει ανάδραση θέσης ως προς το Χ.Σ.Σ. για τη βάση και τα ΤΣΔ του ρομπότ. Γνωρίζοντας και ελέγχοντας μόνο τις αρθρώσεις των ποδιών, ορίζουμε την εσωτερική διαμόρφωση του ρομπότ, δηλαδή τη σχέση των ΤΣΔ με τη βάση του ρομπότ. Αντίθετα, δεν γνωρίζουμε τη θέση του ρομπότ στο Χ.Σ.Σ.. Επομένως, οι επιθυμητές θέσεις των ΤΣΔ και της βάσης του ρομπότ ως προς το Χ.Σ.Σ. χρησιμεύουν μόνο για να ορίσουν την εσωτερική διαμόρφωση του ρομπότ και έχουν νόημα μόνο για επίπεδο έδαφος με

$${}^{I}z_g = 0$$

Όταν το ΤΣΔ του 1ου ποδιού έρχεται σε επαφή με το σκαλοπάτι, έχει μία αρχική ταχύτητα. Ο αποσβεστήρας του μοντέλου εδάφους ασκεί μία δύναμη αντίθετη στην ταχύτητα του ΤΣΔ προκαλώντας μία στιγμιαία αιχμή στην αντίδραση του εδάφους, (2.70). Λόγω της δύναμης που δρα αντίθετα στην κίνηση του ΤΣΔ εμφανίζεται σφάλμα θέσης στην άρθρωση του 1ου ποδιού. Καθώς το σφάλμα θέσης αυξάνεται, αυξάνεται η δύναμη που ασκεί ο επενεργητής. Έτσι το ΤΣΔ συμπιέζει το έδαφος έως ότου το σφάλμα της άρθρωσης του ποδιού γίνει μηδενικό. Η συμπίεση

του ελατηρίου οδηγεί σε υψηλές αντιδράσεις εδάφους που προκαλούν την ανύψωση της βάσης και ακολούθως των ΤΣΔ του ρομπότ. Το ΤΣΔ του 1ου ποδιού χάνει την επαφή με το έδαφος ενώ βρίσκεται σε φάση εδάφους και το ρομπότ «πετάει». Οι αντιδράσεις του εδάφους και η δύναμη στον επενεργητή του 1ου ποδιού ξεπερνούν τα 6000 N, δηλαδή 5 φορές το βάρος του ρομπότ. Επομένως η απόκριση του ελεγκτή δεν είναι αποδεκτή.

Για χαμηλότερα κέρδη του PID ελεγκτή προκύπτει το Σχήμα 3-11.

$$k_{p1} = k_{p2} = 2 \cdot 10^4,\ k_{d1} = k_{d2} = 2 \cdot 10^3,\ k_{i1} = k_{i2} = 10^5$$

Από το σχήμα Σχήμα 3-11 παρατηρούμε ότι τα σφάλματα θέσης της άρθρωσης του 1ου ποδιού και της βάσης είναι μεγάλα και η τροχιά του ΤΣΔ κατά τη φάση πτήσης διαφέρει σημαντικά από την επιθυμητή. Αντίθετα, οι δυνάμεις στους επενεργητές και οι αντιδράσεις του εδάφους είναι μικρότερες.

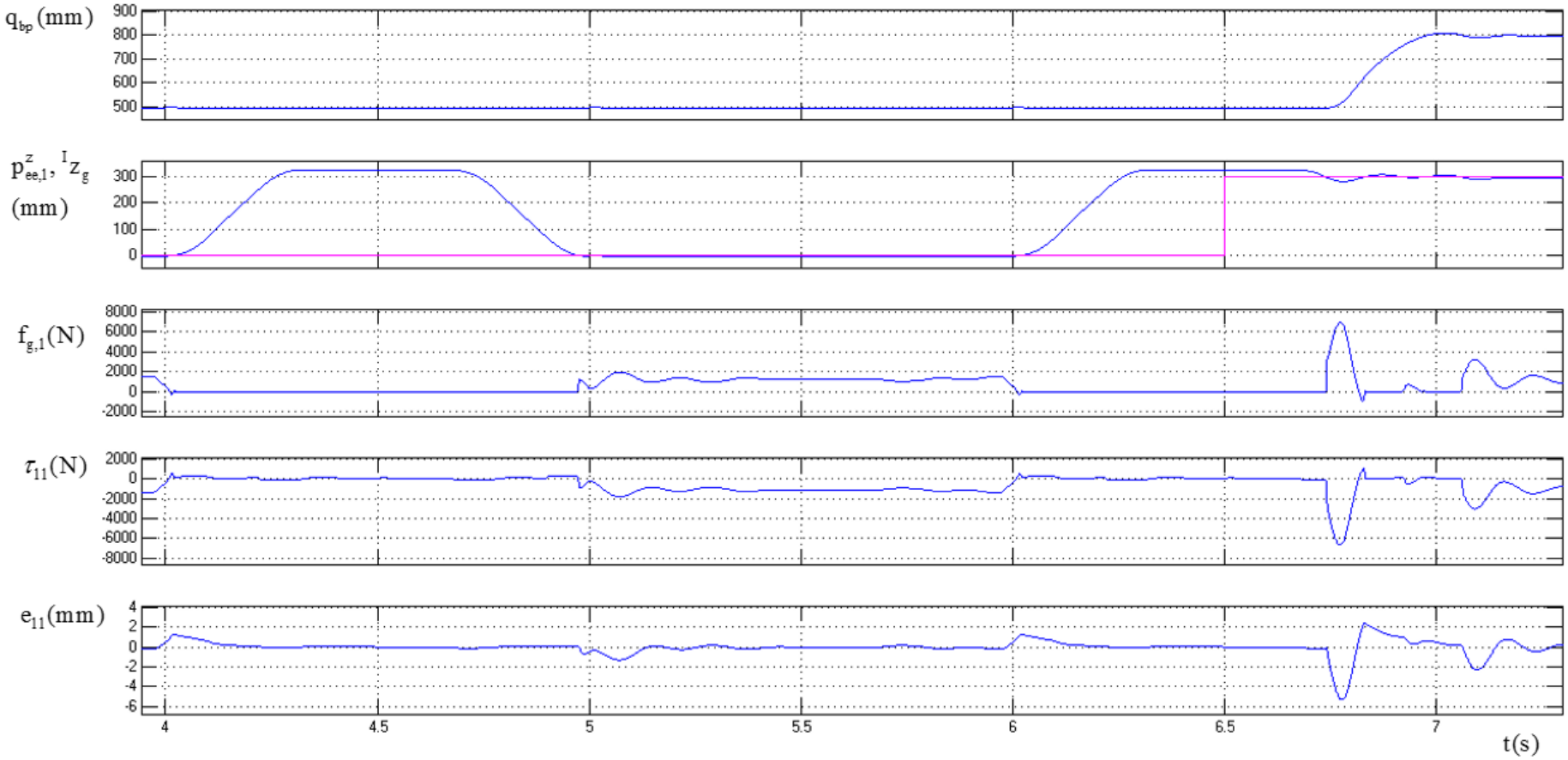
Όταν το ΤΣΔ του ποδιού έρχεται σε επαφή με το έδαφος εμφανίζεται μία στιγμιαία αιχμή στην αντίδραση του εδάφους, που προκαλείται από τον αποσβεστήρα στην εξίσωση (2.70). Η δύναμη δημιουργεί σφάλμα στην άρθρωση του ποδιού. Τα χαμηλότερα κέρδη, όμως, προκαλούν μικρότερη δύναμη στον επενεργητή και πιο αργή διόρθωση του σφάλματος. Κατά συνέπεια, οι αντιδράσεις του εδάφους είναι μικρότερες. Εξαιτίας των αντιδράσεων αυξάνεται το ύψος της βάσης και τα ΤΣΔ χάνουν επαφή με το έδαφος.

Επομένως η απόκριση του PID ελεγκτή δεν είναι ικανοποιητική.

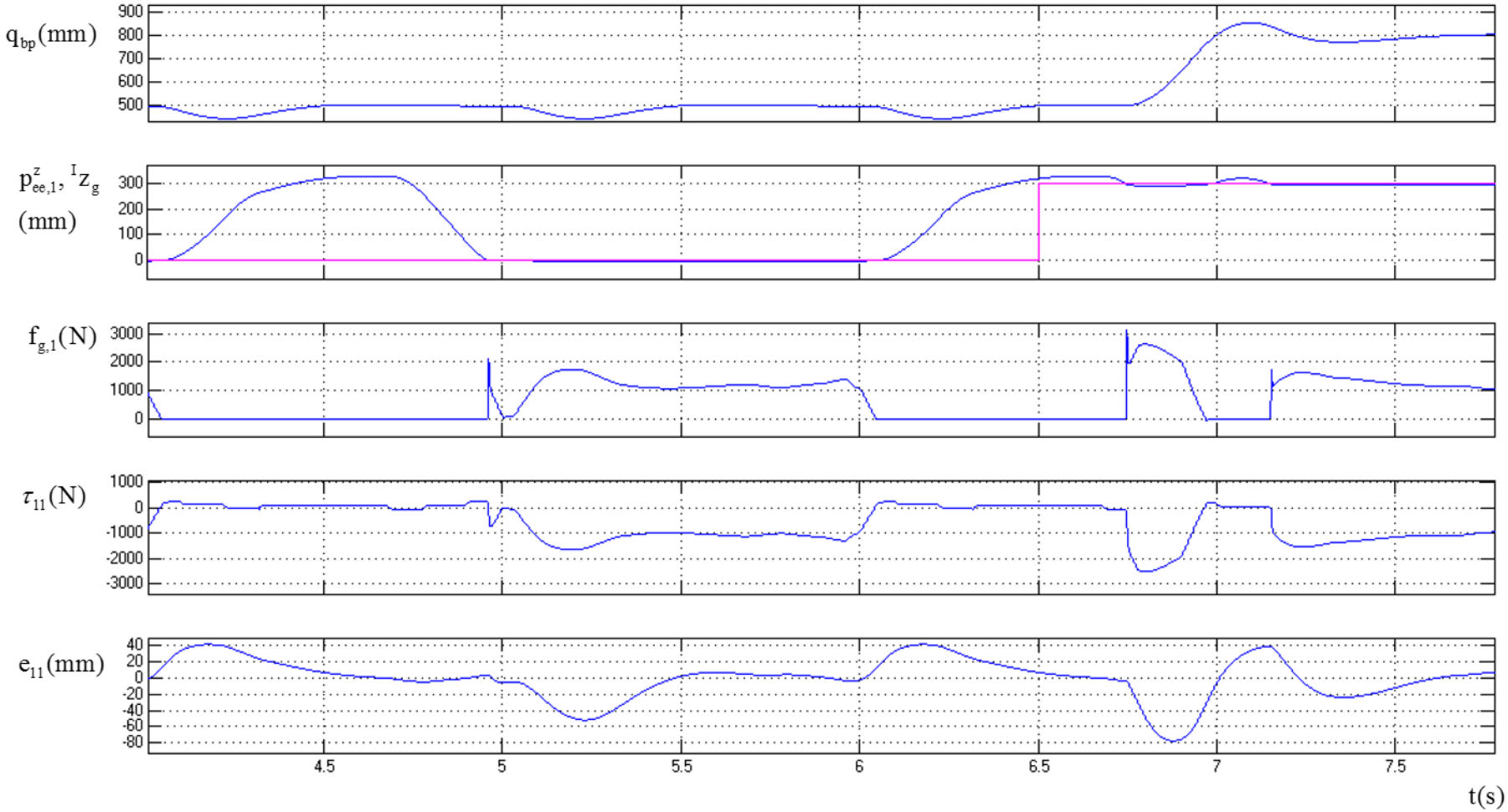
Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που παρουσιάζονται είναι ενδεικτικά, χρησιμεύουν όμως στην εξαγωγή συμπερασμάτων.

Το σφάλμα της άρθρωσης του ποδιού, συνδέεται άμεσα με το σφάλμα της θέσης της βάσης. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι διττός. Η θέση της βάσης είναι το άθροισμα του ύψους του εδάφους και του μήκους του ποδιού που βρίσκεται σε φάση εδάφους, βλέπε (3.1). Η θέση και η ταχύτητα του ΤΣΔ που βρίσκεται σε φάση εδάφους ορίζει τις αντιδράσεις του εδάφους που επηρεάζουν άμεσα την κίνηση της βάσης, βλέπε (3.3).

Η επιθυμητή τροχιά των αρθρώσεων στο Σχήμα 3-6, είναι σχεδιασμένη για επίπεδο έδαφος. Καθώς ο έλεγχος γίνεται στο επίπεδο των αρθρώσεων των ποδιών, το σκαλοπάτι προκαλεί την εμφάνιση μεγάλου σφάλματος θέσης. Η γρήγορη διόρθωση του σφάλματος οδηγεί σε μεγάλες δυνάμεις επενεργητών και αντιδράσεις εδάφους. Η αργή διόρθωση ελαττώνει τις δυνάμεις που αναπτύσσονται και αυξάνει τα σφάλματα θέσης. Ρυθμίζοντας τα κέρδη επιτυγχάνουμε ένα συμβιβασμό μεταξύ του μεγέθους των δυνάμεων και των σφαλμάτων θέσης του ρομπότ. Η απόκριση όμως του PID τόσο για χαμηλά όσο και για υψηλά κέρδη δεν είναι αποδεκτή.



Σχήμα 3-10. Αποτελέσματα προσομοιώσεων δίποδου ρομπότ με PID ελεγκτή και υψηλά κέρδη.



Σχήμα 3-11. Αποτελέσματα προσομοιώσεων δίποδου ρομπότ με PID ελεγκτή και χαμηλά κέρδη.

3.4.2 Model Based PD ελεγκτής

Για να επιτύχουμε καλύτερη απόκριση και να αποφύγουμε συσσώρευση σφάλματος που μπορεί να οδηγήσει σε αστάθεια λόγω του ολοκληρωτικού ελεγκτή, δοκιμάζουμε το Model Based PD [2] . Χρησιμοποιούμε το μοντέλο του συστήματος (3.3), για να υπολογίσουμε τις δυνάμεις που πρέπει να ασκηθούν στους επενεργητές. Οι PD όροι προστίθενται για να αναλάβουν τυχόν σφάλματα και αποκλίσεις.

Η εξίσωση (3.3) επιλύεται ως προς τις δυνάμεις των επενεργητών.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{md,11} \\ \tau_{md,12} \end{pmatrix} = \mathbf{M}(\mathbf{q}) \begin{pmatrix} \ddot{q}_{d,bp} \\ \ddot{q}_{d,11} \\ \ddot{q}_{d,12} \end{pmatrix} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) - {}^{q}\mathbf{f}_{ext} \tag{3.13}$$

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_{d,bp} & q_{11} & q_{12} \end{pmatrix}^{T} \tag{3.14}$$

$\ddot{q}_{d,bp}$: Η επιθυμητή επιτάχυνση της άρθρωσης $\ddot{q}_{bp}$

$\tau_{md,11}$: Η δύναμη του επενεργητή της άρθρωσης q_{11} που υπολογίζεται από τη δυναμική εξίσωση του ρομπότ.

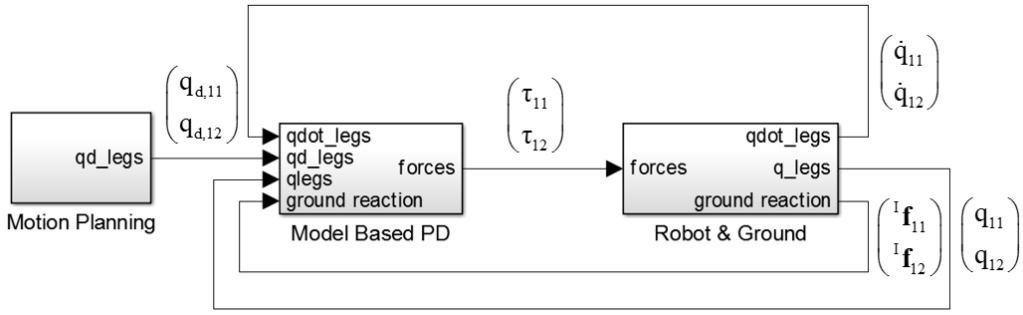
$\mathbf{q}$: Το διάνυσμα των αρθρώσεων του ρομπότ από το οποίο υπολογίζεται η δυναμική εξίσωση (3.13).

Η εξίσωση του νόμου ελέγχου περιγράφεται από τις εξισώσεις (3.13), (3.15).

$$\begin{pmatrix} \tau_{11} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \mathbf{K}_p \mathbf{e}_{legs} + \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}_{legs} + \begin{pmatrix} \tau_{md,11} \\ \tau_{md,12} \end{pmatrix} \tag{3.15}$$

Για την υλοποίηση του ελεγκτή (3.13), (3.15) χρειάζεται ανάδραση δύναμης από τα ΤΣΔ καθώς και θέσης και ταχύτητας από τις αρθρώσεις των ποδιών.

Η προσομοίωση σε περιβάλλον Simulink/Matlab απεικονίζεται στο Σχήμα 3-12.



Σχήμα 3-12. Υλοποίηση του Model Based PD ελεγκτή για δίποδο ρομπότ.

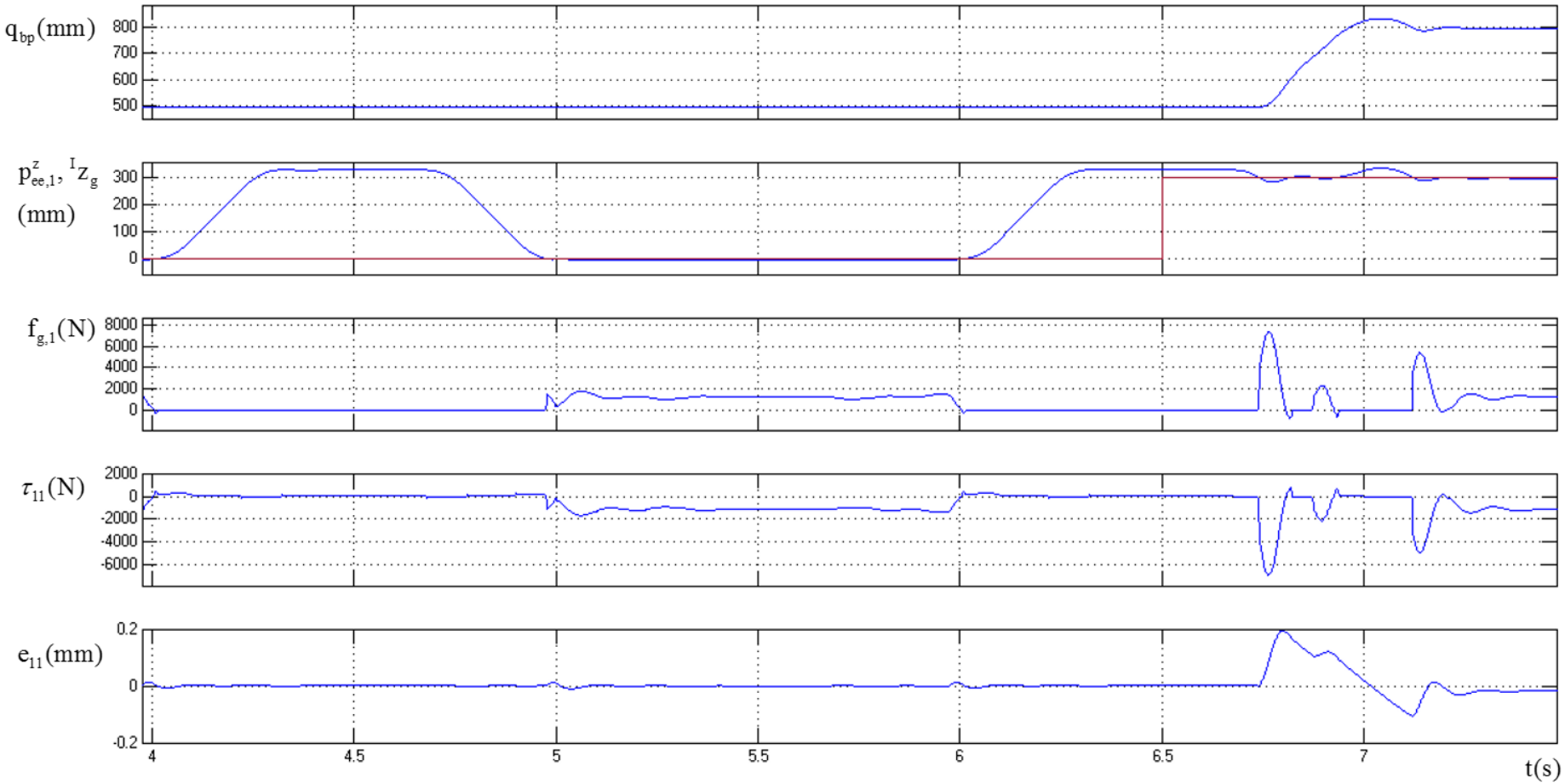
$\begin{pmatrix} {}^{I}\mathbf{f}_{11}{}^{T} & {}^{I}\mathbf{f}_{11}{}^{T} \end{pmatrix}^{T}$: Διάνυσμα διαστάσεων 6x1 που περιέχει τις αντιδράσεις του εδάφους από τα ΤΣΔ των αντίστοιχων ποδιών.

Τα κέρδη του ελεγκτή επιλέχθηκαν μέσω δοκιμών ώστε το σύστημα να έχει την επιθυμητή απόκριση.

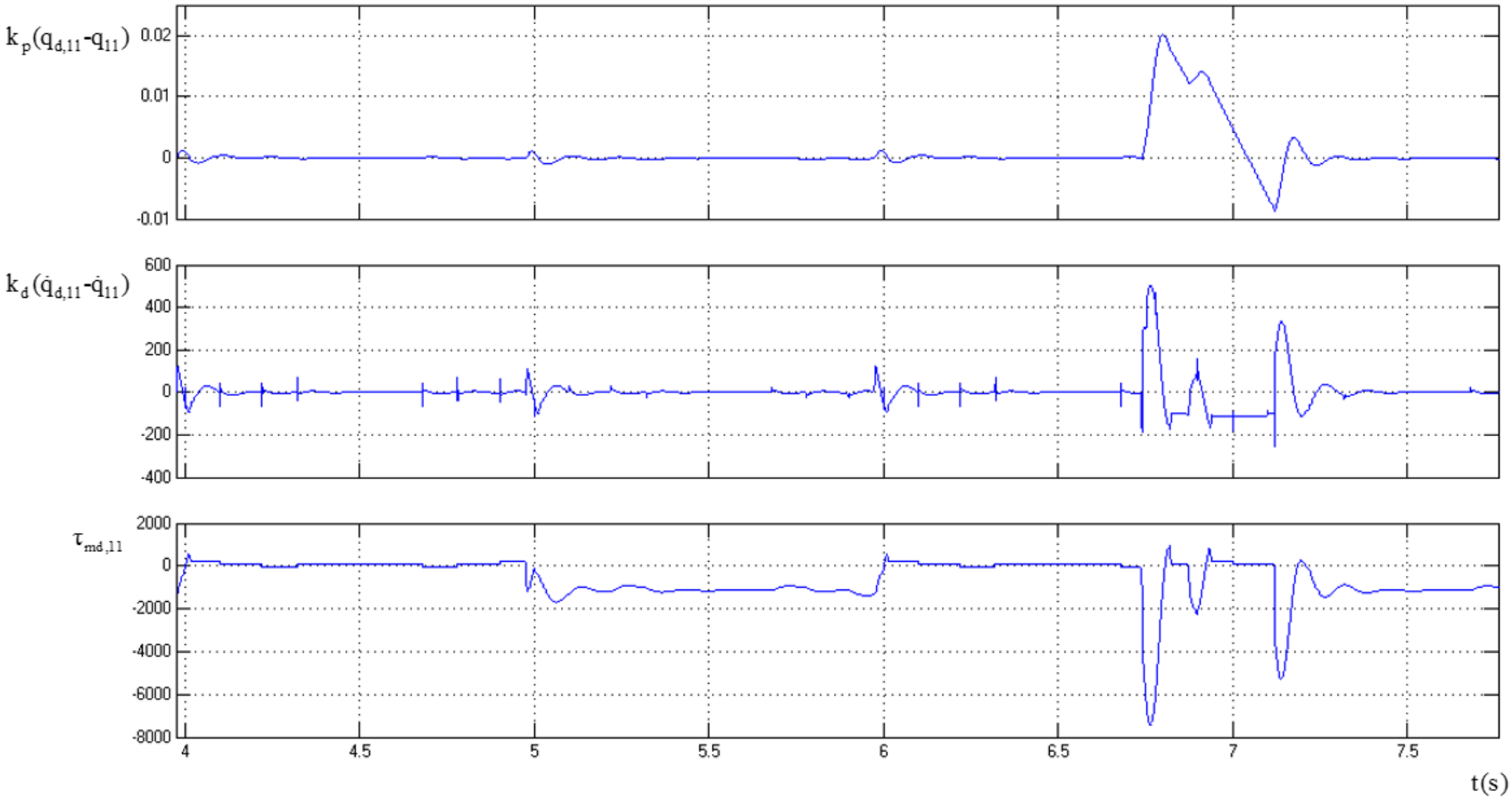
$$k_{p1} = k_{p2} = 10^3 \text{ , } k_{d1} = k_{d2} = 10^5$$

Από το σχήμα Σχήμα 3-12 παρατηρούμε ότι τα σφάλματα θέσης είναι μικρά όμως οι δυνάμεις που ασκούνται είναι μεγαλύτερες από τις προσομοιώσεις του PID ελεγκτή. Το ΤΣΔ του 1ου ποδιού χάνει την επαφή με το έδαφος ενώ βρίσκεται σε φάση εδάφους και το ρομπότ «πετάει». Επομένως ο ελεγκτής δεν είναι αποδεκτός.

Οι δυνάμεις στους επενεργητές οφείλονται κυρίως στο μοντέλο του ρομπότ. Όπως φαίνεται από το Σχήμα 3-14, οι δυνάμεις που προέρχονται από τον PD ελεγκτή έχουν μικρή επίδραση στα αποτελέσματα. Αυξάνοντας περισσότερο το κέρδος του διαφορικού ελεγκτή οδηγεί το σύστημα σε αστάθεια.



Σχήμα 3-13. Αποτελέσματα προσομοιώσεων δίποδου ρομπότ με Model Based PD ελεγκτή.



Σχήμα 3-14. Αποτελέσματα των αναπτυσσόμενων δυνάμεων από το Model Based PD.

3.4.3 Έλεγχος εμπέδησης

Τα ΤΣΔ καλούνται να κινηθούν σε μια τροχιά όπου έρχονται σε επαφή με το έδαφος και δέχονται δυνάμεις από αυτό, και τμήματα όπου κινούνται ελεύθερα, χωρίς καμία αλληλεπίδραση με αυτό. Επομένως, πρέπει να επιλεγεί ένας έλεγχος που οδηγεί τα ΤΣΔ στην επιθυμητή τροχιά αλλά και που αντιλαμβάνεται την πρόσκρουση τους στο έδαφος και στέλνει τέτοιο σήμα στους επενεργητές ώστε τα ΤΣΔ να πάψουν να «πιέζουν» το έδαφος, αποφεύγοντας την ανάπτυξη υψηλών δυνάμεων.

Στην περίπτωση μια τέτοιας συνδυαστικής κίνησης μεγάλη σημασία έχει πως θα γίνει η μετάβαση από την περιοχή ελεύθερης κίνησης στην περιοχή περιορισμένης κίνησης. Αυτή η μετάβαση οφείλει να είναι ομαλή, χωρίς υψηλές κορυφές στην απόκριση της δύναμης επαφής. Αυτό που πραγματοποιείται κατά την επαφή του ΤΣΔ με το έδαφος είναι η μεταβολή της συνολικής εμπέδησης του ενοποιημένου πλέον συστήματος ΤΣΔ - εδάφους, όπως αυτή φαίνεται από κάποιον εξωτερικό παρατηρητή.

Ο έλεγχος της εμπέδησης έχει στόχο να καθορίσει τη σχέση που συνδέει τη δύναμη και τη μετατόπιση και όχι ανεξάρτητα κάποιο από αυτά τα μεγέθη, με αποτέλεσμα η δύναμη επαφής κατά τη μεταφορά, από την ελεύθερη κίνηση στη περιορισμένη, να έχει επιθυμητή απόκριση [6] , [7] .

Ο έλεγχος εμπέδησης για τα πόδια του ρομπότ περιγράφεται από την εξίσωση (3.16). Στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί διάφορες εναλλακτικές του νόμου εμπέδησης. Για τη συγκεκριμένη προσομοίωση η εξίσωση (3.16) παρήγαγε τα καλύτερα αποτελέσματα. Στο νόμο ελέγχου περιέχεται και κέρδος στον όρο της δύναμης για μεγαλύτερη ρυθμισιμότητα του ελεγκτή.

$$\mathbf{M}_d\,\ddot{\mathbf{e}}_{legs}(t)+\mathbf{B}_d\,\dot{\mathbf{e}}_{legs}(t)+\mathbf{K}_d\,\mathbf{e}_{legs}(t)=-\mathbf{K}_f\left({}^{q}\mathbf{f}_{ext}\right)_{legs} \tag{3.16}$$

Η δεύτερη παράγωγος του σφάλματος της θέσης των αρθρώσεων των ποδιών, βλέπε (3.11), ορίζεται ως

$$\ddot{\mathbf{e}}_{legs}(t)=\begin{pmatrix}\ddot{q}_{d,11}-\ddot{q}_{11}\\ \ddot{q}_{d,12}-\ddot{q}_{12}\end{pmatrix} \tag{3.17}$$

$$\mathbf{M}_d=\begin{pmatrix}m_{d1} & 0\\ 0 & m_{d2}\end{pmatrix} \tag{3.18}$$

$\mathbf{M}_d, \mathbf{B}_d, \mathbf{K}_d, \mathbf{K}_f$:Διαγώνιοι πίνακες, διαστάσεων 2x2, που περιέχουν τα επιθυμητά κέρδη για την άρθρωση κάθε ποδιού, όμοια με την (3.18).

$\left({}^{q}\mathbf{f}_{ext}\right)_{legs}$: Διάνυσμα διαστάσεων 2x1 που περιέχει τους δύο τελευταίους όρους του διανύσματος ${}^{q}\mathbf{f}_{ext}$.

Από επίλυση της (3.16) προκύπτει:

$$\begin{pmatrix} \ddot{q}_{11} \\ \ddot{q}_{12} \end{pmatrix} = \left(\mathbf{M}_d\right)^{-1} \left(\mathbf{M}_d \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{d,11} \\ \ddot{\mathbf{q}}_{d,12} \end{pmatrix} + \mathbf{B}_d\ \dot{\mathbf{e}}_{legs}(t) + \mathbf{K}_d\ \mathbf{e}_{legs}(t) + \mathbf{K}_f \left({}^{q}\mathbf{f}_{ext} \right)_{legs} \right) \tag{3.19}$$

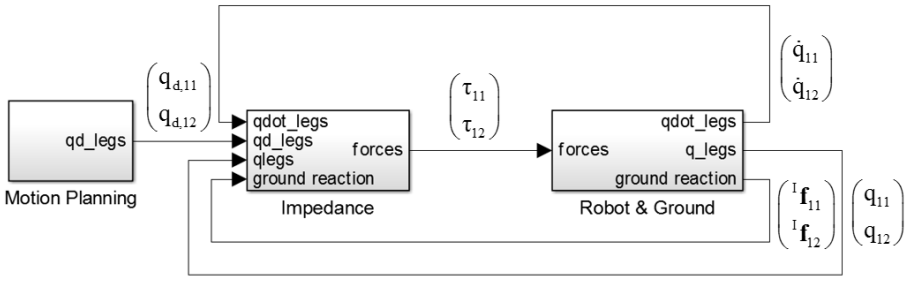
Η εξίσωση (3.19) ενσωματώνεται στη δυναμική εξίσωση του ρομπότ (3.3) και προκύπτει

$$\begin{pmatrix} \tau_{11} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{legs} \begin{pmatrix} \ddot{q}_{11} \\ \ddot{q}_{12} \end{pmatrix} + \mathbf{G}_{legs} + \left({}^{q}\mathbf{f}_{ext} \right)_{legs} \tag{3.20}$$

Για την εφαρμογή του νόμου ελέγχου χρειάζεται ανατροφοδότηση θέσης και ταχύτητας από τις αρθρώσεις των ποδιών και δύναμης από τα ΤΣΔ.

Τα κέρδη του ελεγκτή επιλέχθηκαν μέσω δοκιμών ώστε το σύστημα να έχει την επιθυμητή απόκριση. Η υλοποίηση του ελέγχου εμπέδησης γίνεται για κέρδη

$$\mathbf{M}_d = \begin{pmatrix} 70 & 0 \\ 0 & 70 \end{pmatrix}, \mathbf{B}_d = \begin{pmatrix} 10^4 & 0 \\ 0 & 10^4 \end{pmatrix}, \mathbf{K}_d = \begin{pmatrix} 10^5 & 0 \\ 0 & 10^5 \end{pmatrix}, \mathbf{K}_f = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$



Σχήμα 3-15. Υλοποίηση του ελεγκτή εμπέδησης για το δίποδο ρομπότ.

Από το Σχήμα 3-16 παρατηρούμε ότι οι δυνάμεις στους επενεργητές και οι αντιδράσεις του εδάφους είναι μικρότερες από τις προηγούμενες προσομοιώσεις αλλά παρεμένουν υψηλές. Το ΤΣΔ του 1ου ποδιού χάνει την επαφή με το έδαφος κατά τη φάση εδάφους και το ρομπότ «πετάει». Επομένως η απόκριση του ελεγκτή δεν είναι αποδεκτή.

Το Σχήμα 3-17 περιέχει τους όρους της εξίσωσης (3.19) για την άρθρωση του 1ου ποδιού του ρομπότ. Αναλυτικά οι όροι είναι:

$$\mathbf{M}_d \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{d,11} \\ \ddot{\mathbf{q}}_{d,12} \end{pmatrix}, \mathbf{B}_d\ \dot{\mathbf{e}}(t), \mathbf{K}_d\ \mathbf{e}(t), \mathbf{K}_f \left({}^{q}\mathbf{f}_{ext} \right)_{legs}$$

Από το Σχήμα 3-17 παρατηρούμε ότι ο πρώτος όρος εξαρτάται μόνο από την επιθυμητή επιτάχυνση επομένως η συνεισφορά του είναι σταθερή ανάλογα με τη φάση του περπατήματος.

Κατά τη φάση πτήσης ο τέταρτος όρος είναι μηδενικός εφόσον δεν εμφανίζεται δύναμη στα ΤΣΔ και ο έλεγχος εμπέδησης εκφυλίζεται σε έλεγχο θέσης.

Κατά τη φάση εδάφους και κυρίως όταν το πόδι συναντά το «σκαλοπάτι» ο διαφορικός και ο αναλογικός όρος του ελεγκτή αναπτύσουν δυνάμεις που τείνουν να μειώσουν το σφάλμα

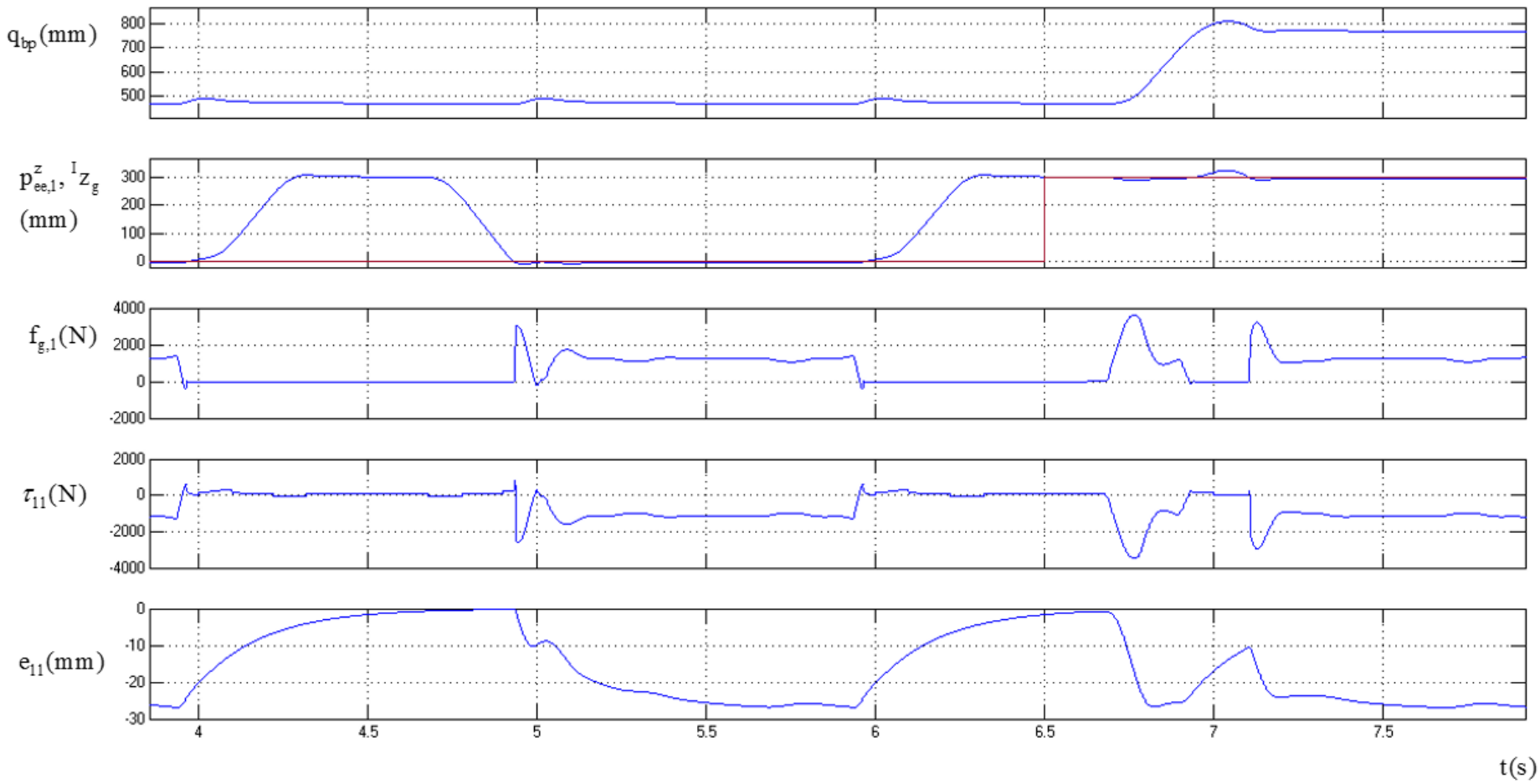
θέσης. Αυτό συνεπάγεται αύξηση της δύναμης στον επενεργητή της άρθρωσης. Αντίθετα, ο τέταρτος όρος τείνει να μειώσει τη δύναμη του επενεργητή ώστε να διατηρήσει μηδενική δύναμη στη διεπαφή εδάφους-ΤΣΔ. Τελικά, η δύναμη που ασκεί ο επενεργητής περιορίζεται, οι αναπτυσσόμενες δυνάμεις μειώνονται και τα σφάλματα θέσης αυξάνονται.

Το αποτέλεσμα είναι ο ελεγκτής να ακολουθεί την επιθυμητή τροχιά όταν το πόδι βρίσκεται σε φάση πτήσης, τη στιγμή όμως που έρχεται σε επαφή με το έδαφος επιτρέπει στο σφάλμα να αυξηθεί. Μέσω του ελεγκτή εμπέδησης μπορούμε να ρυθμίσουμε τη σχέση μεταξύ θέσης και δύναμης. Παρόλα αυτά, το ρομπότ «πετάει» αφού το ΤΣΔ του 1ου ποδιού χάνει την επαφή με το έδαφος λόγω της ανύψωσης της βάσης.

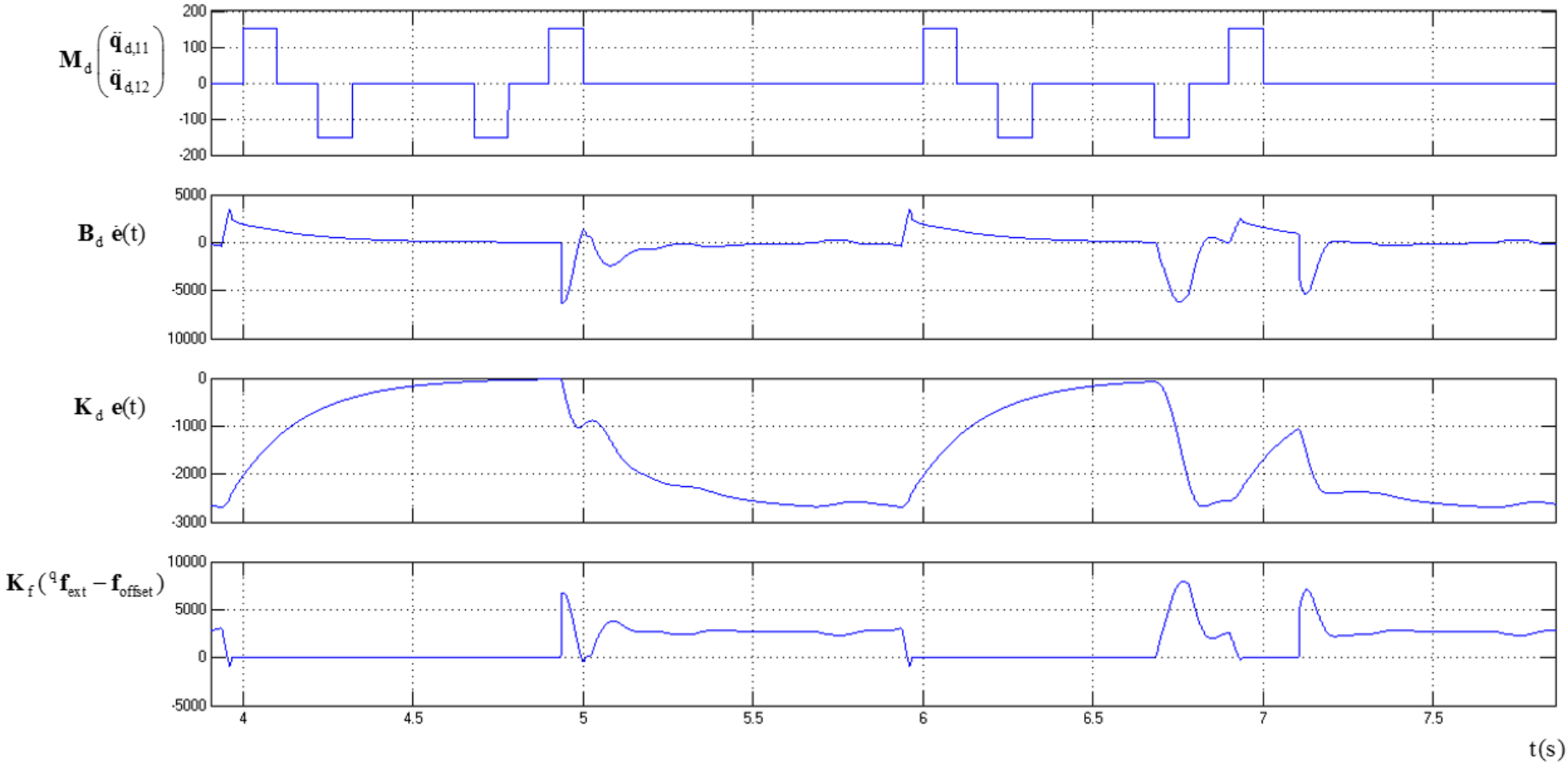
Για να μειώσουμε περαιτέρω τις δυνάμεις των επενεργητών κατά τη φάση εδάφους πρέπει να αυξήσουμε το κέρδος $\mathbf{K}_f$ και να μειώσουμε τα κέρδη του αναλογικού και διαφορικού ορου. Αύξηση του $\mathbf{K}_f$ οδηγεί το σύστημα σε αστάθεια. Μείωση του κέρδους $\mathbf{K}_d$ οδηγεί σε μεγάλα σφάλματα ακόμα και στη φάση πτήσης με αποτέλεσμα το ΤΣΔ να μην περνάει πάνω από το εμπόδιο. Αύξηση του $\mathbf{M}_d$ συνεπάγεται αύξηση της αδράνειας του συστήματος ελέγχου και εμφάνιση μεγαλύτερων δυνάμεων και αντιδράσεων εδάφους κατά την κίνηση σε επίπεδο έδαφος.

Ο έλεγχος εμπέδησης ρυθμίζει τη σχέση μεταξύ θέσης και δύναμης μειώνοντας τις δυνάμεις και επιτρέποντας μεγαλύτερα σφάλματα κατά τη φάση εδάφους. Το σφάλμα θέσης, όμως, όταν το ΤΣΔ πατάει πάνω στο εμπόδιο συνεχίζει να είναι πολύ μεγάλο και να προκαλεί αιχμές στη δύναμη του επενεργητή και την αντίδραση του εδάφους.

.



Σχήμα 3-16. Αποτελέσματα προσομοίωσης με έλεγχο εμπέδησης.



Σχήμα 3-17. Συνεισφορά των όρων του ελεγκτή εμπέδησης για το 1ο πόδι.

3.4.4 Έλεγχος εμπέδησης με PD για τη βάση

Το σφάλμα της άρθρωσης του ποδιού εξαρτάται από τη θέση της βάσης και τη θέση των ΤΣΔ. Για να μειώσουμε το σφάλμα που εμφανίζεται όταν το ΤΣΔ πατήσει πάνω σε σκαλοπάτι προσθέτουμε ένα ξεχωριστό βρόγχο ελέγχου για τη θέση της βάσης στο χώρο.

Η βάση του ρομπότ δεν είναι επενεργούμενη, επομένως δεν μπορεί να ασκηθεί άμεσα δύναμη σε αυτή. Συνεπώς, ελέγχουμε τη θέση της, μέσω των αντιδράσεων του εδάφους στα ΤΣΔ. Η εξίσωση ελέγχου είναι όμοια με την (3.20) του ελεγκτή εμπέδησης μόνο που η επιθυμητή δύναμη στη διεπαφή υπολογίζεται μέσω ελέγχου PD για τη θέση της βάσης.

$$e_{bp} = q_{d,bp} - q_{bp} \tag{3.21}$$

$$f_{offset,j} = k_{p,b}\ e_{bp} + k_{d,b}\ \dot{e}_{bp} \tag{3.22}$$

$$\mathbf{f}_{offset} = \begin{pmatrix} f_{offset,11} & 0 \\ 0 & f_{offset,12} \end{pmatrix} \tag{3.23}$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{q}_{11} \\ \ddot{q}_{12} \end{pmatrix} = \left(\mathbf{M}_d\right)^{-1} \left(\mathbf{M}_d \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{d,11} \\ \ddot{\mathbf{q}}_{d,12} \end{pmatrix} + \mathbf{B}_d\ \dot{\mathbf{e}}(t) + \mathbf{K}_d\ \mathbf{e}(t) + \left(\left({}^{q}\mathbf{f}_{ext} \right)_{legs} - \mathbf{f}_{offset} \right) \right) \tag{3.24}$$

$$\begin{pmatrix} \tau_{11} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{legs} \begin{pmatrix} \ddot{q}_{11} \\ \ddot{q}_{12} \end{pmatrix} + \mathbf{G}_{legs} + \left({}^{q}\mathbf{f}_{ext} \right)_{legs} \tag{3.25}$$

e_{bp} : Το σφάλμα της θέσης της βάσης του ρομπότ ως προς το Χ.Σ.Σ.

$q_{d,bp}$: Επιθυμητή θέση της πρισματικής άρθρωσης της βάσης

$f_{offset,i}$: Επιθυμητή δύναμη στη διεπαφή ΤΣΔ εδάφους

Για την εφαρμογή του νόμου ελέγχου χρειάζεται μέτρηση:

- Θέσης και ταχύτητας από τις αρθρώσεις των ποδιών
- Δύναμης από τα ΤΣΔ
- Θέσης της της βάσης του ρομπότ ως προς Χ.Σ.Σ.

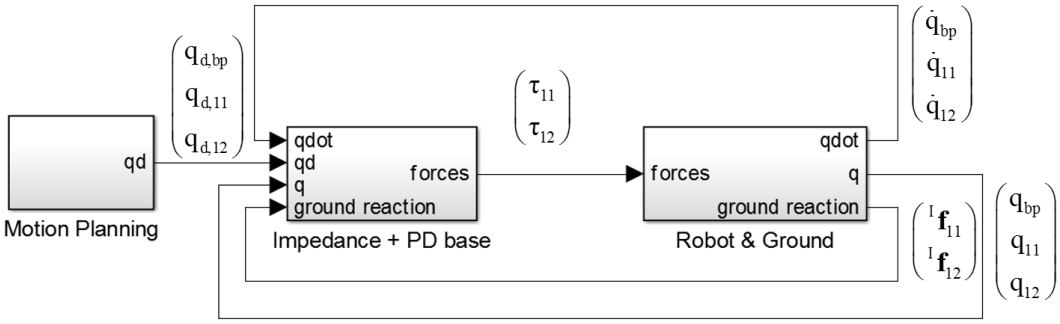
Τα κέρδη του ελεγκτή επιλέχθηκαν μέσω δοκιμών ώστε το σύστημα να έχει την επιθυμητή απόκριση. Η υλοποίηση του ελεγκτή (3.24), (3.25) γίνεται για κέρδη

$$k_{p,b} = 5 \cdot 10^6,\ k_{d,b} = 7 \cdot 10^4$$

$$\mathbf{M}_d = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}_d = \begin{pmatrix} 2 \cdot 10^3 & 0 \\ 0 & 2 \cdot 10^3 \end{pmatrix},\ \mathbf{K}_d = \begin{pmatrix} 10^5 & 0 \\ 0 & 10^5 \end{pmatrix}$$

Το Σχήμα 3-20 περιέχει τους όρους της εξίσωσης (3.24) για την άρθρωση του 1ου ποδιού του ρομπότ. Αναλυτικά οι όροι είναι:

$$\mathbf{M}_d \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{d,11} \\ \ddot{\mathbf{q}}_{d,12} \end{pmatrix},\ \mathbf{B}_d\ \dot{\mathbf{e}}(t),\ \mathbf{K}_d\ \mathbf{e}(t),\ \left(\left({}^{q}\mathbf{f}_{ext} \right)_{legs} - \mathbf{f}_{offset} \right)$$

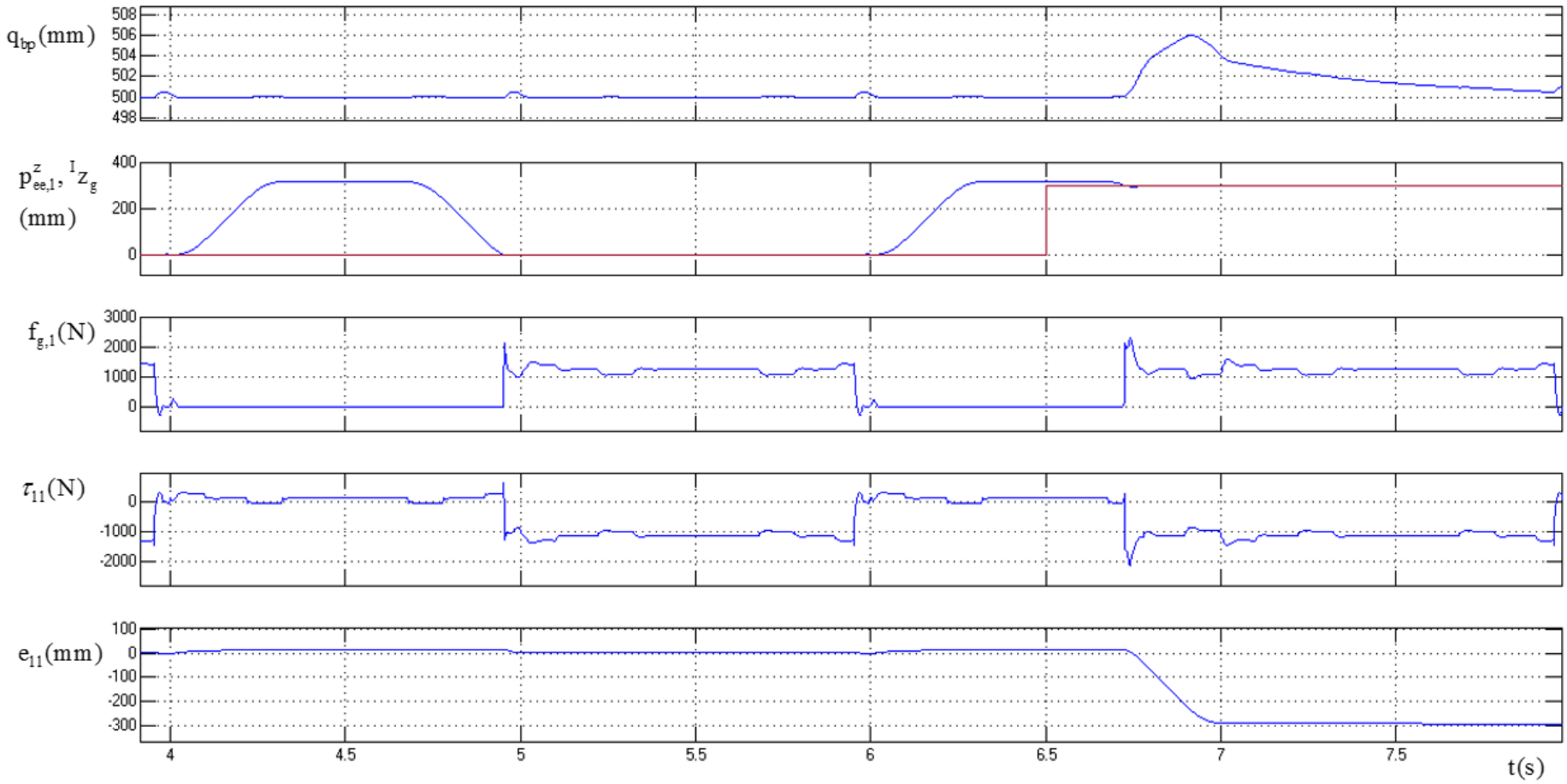


Σχήμα 3-18. Υλοποίηση του ελεγκτή εμπέδησης με PD της θέσης της βάσης για το δίποδο ρομπότ.

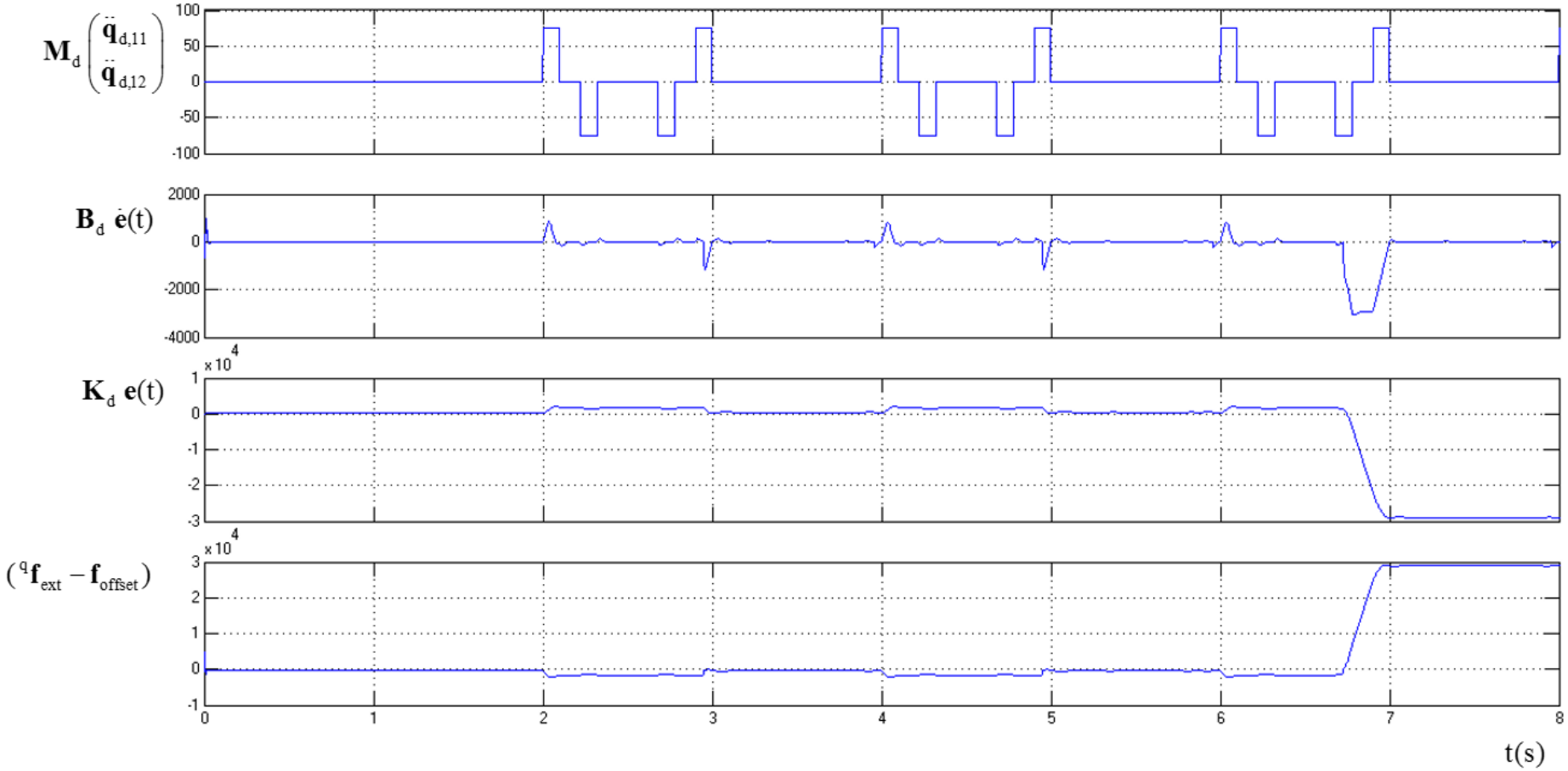
Από το Σχήμα 3-19 παρατηρούμε ότι η θέση της βάσης παρουσιάζει πολύ μικρά σφάλματα και παραμένει στα 500 mm παρόλο που το ΤΣΔ ακουμπάει σε σκαλοπάτι. Το ΤΣΔ του 1ου ποδιού παραμένει σε επαφή με το έδαφος καθ'ολη τη διάρκεια της φάσης εδάφους. Οι δυνάμεις που ασκούνται από τους επενεργητές είναι χαμηλές και μόνο στην περίπτωση του εμποδίου φτάνουν τα 2000 N. Όμοια και οι αντιδράσεις του εδάφους παραμένουν σε χαμηλά, αποδεκτά επίπεδα. Τα σφάλματα θέσης της άρθρωσης του ποδιού είναι μικρά μέχρι να συναντήσει το εμπόδιο. Επομένως η απόκριση του ελεγκτή είναι αποδεκτή.

Η θέση της βάσης παραμένει στα 500 mm καθώς ελέγχεται πλέον από ξεχωριστό βρόγχο ελέγχου. Το σφάλμα που εμφανίζεται στην άρθρωση του 1ου ποδιού αυξάνεται μετά το σκαλοπάτι επειδή η θέση της βάσης παραμένει στα 500 mm. Από την κινηματική εξίσωση (3.6) , για να ελέγξουμε ανεξάρτητα τη θέση του ΤΣΔ που βρίσκεται σε φάση εδάφους και της βάσης, θα πρέπει να επιβάλλουμε τη θέση του εδάφους, κάτι αδύνατο. Επομένως ο 3ος και ο 4ος όρος της εξίσωσης (3.24) είναι ανταγωνιστικοί όταν το έδαφος δεν είναι επίπεδο. Όταν το πόδι πατάει στο εμπόδιο, η βάση παρουσιάζει μικρό σφάλμα και η άρθρωση του ποδιού μεγάλο ώστε να ικανοποιείται η εξίσωση (3.6). Αυτό γίνεται εμφανές και από το Σχήμα 3-20 αφού το 1ο πόδι πατήσει στο σκαλοπάτι. Η δύναμη που προέρχεται από τον 3ο όρο εξαλείφεται λόγω της δύναμης από το 4ο.

Ο ελεγκτής εμπέδησης με PD για τη θέση της βάσης, έχει ικανοποιητική απόκριση, όμως, η μέτρηση του ύψους της βάσης ως προς Χ.Σ.Σ. είναι δύσκολο να υλοποιηθεί. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο εν λόγω νόμος ελέγχου έχει αντίστοιχες αποκρίσεις ανεξαρτήτως του ύψος του εμποδίου.



Σχήμα 3-19. Αποτελέσματα προσομοιώσεων με ελεγκτή εμπέδησης και PD της βάσης.



Σχήμα 3-20. Όροι του ελεγκτή εμπέδησης με PD της βάσης για το 1° πόδι.

3.4.5 Σχεδιασμός κίνησης με χρήση ανάδρασης θέσης του ΤΣΔ

Ένας διαφορετικός τρόπος να αντιμετωπίσουμε τα σφάλματα που εμφανίζονται όταν το ΤΣΔ πατάει πάνω σε ένα σκαλοπάτι είναι να αλλάξουμε κατάλληλα την τροχιά των ΤΣΔ [1] . Χρησιμοποιώντας αισθητήρα απόστασης στο ΤΣΔ γνωρίζουμε την απόσταση του ΤΣΔ από το έδαφος. Έτσι μπορούμε να επιβραδύνουμε κατάλληλα το ΤΣΔ ώστε να φτάσει την επιφάνεια του εδάφους με μηδενική ταχύτητα.

Για να επιβραδυνθεί το ΤΣΔ θα πρέπει να βρίσκεται σε φάση πτήσης, η απόσταση του από το έδαφος να είναι μικρότερη των 50 mm και η ταχύτητα του να έχει φορά προς τα αρνητικά του άξονα z του Χ.Σ.Σ. Η απόσταση των 50 mm για την επιβράδυνση του ποδιού επιλέχθηκε με γνώμονα το βάρους του ποδιού και της δύναμης που χρειάζεται να ασκηθεί από τον επενεργητή για να επιβραδυνθεί το ΤΣΔ όταν αυτό κινείται με τη μέγιστη ταχύτητα.

$$\text{if } {}^{I}p^{z}_{d,ee,j} - {}^{I}z_{g} < 50\text{ mm and } {}^{I}\dot{p}^{z}_{d,ee,j} < 0 \tag{3.26}$$

Επομένως το ΤΣΔ επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση a_{ee} .

$${}^{I}p^{z}_{d,ee,j} = {}^{I}p^{z}_{d,ee,j}(50\text{ mm}) - \frac{1}{2}a_{ee}t^{2} \tag{3.27}$$

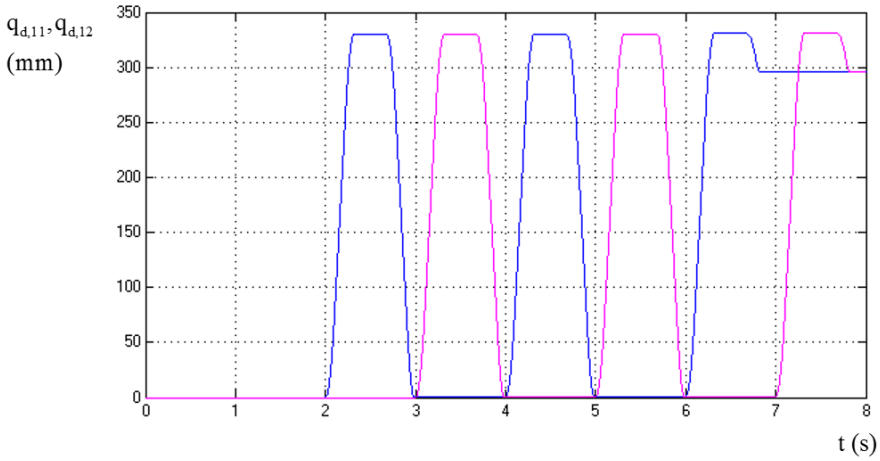
${}^{I}p^{z}_{d,ee,j}$: Η επιθυμητή θέση του ΤΣΔ j ως προς το z άξονα του Χ.Σ.Σ.

${}^{I}p^{z}_{d,ee,j}(50\text{ mm})$: Η επιθυμητή θέση του ΤΣΔ ως προς το z άξονα του Χ.Σ.Σ. όταν η απόσταση του ΤΣΔ από το έδαφος είναι 50 mm.

a_{ee} : Η επιβράδυνση του ΤΣΔ ως προς z άξονα του Χ.Σ.Σ. που εξασφαλίζει ότι το ρομπότ θα σταματήσει έγκαιρα.

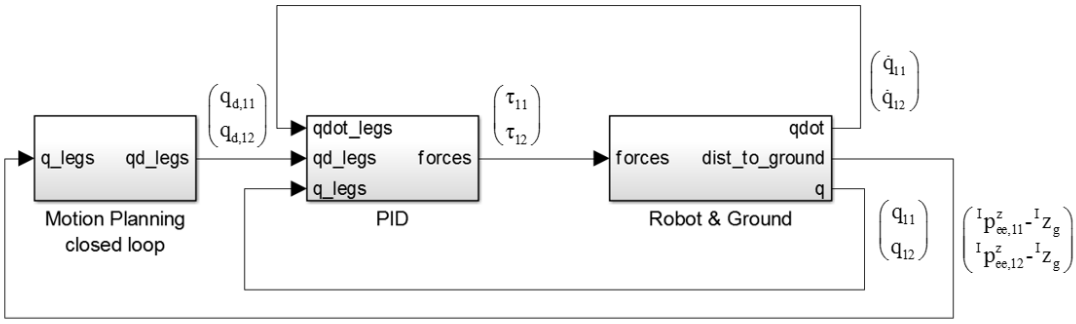
${}^{I}z_{g}$: Η θέση του εδάφους ως προς το Χ.Σ.Σ.

Η επιθυμητή τροχιά των αρθρώσεων των ποδιών του ρομπότ για τη συνάρτηση εδάφους Σχήμα 3-4 φαίνεται στο σχήμα Σχήμα 3-21.



Σχήμα 3-21. Επιθυμητές τροχιές των αρθρώσεων των ποδιών.

Χρησιμοποιούμε PID ελεγκτή (3.10) επειδή είναι απλός στη υλοποίηση.



Σχήμα 3-22. Υλοποίηση του σχεδιασμού κίνησης με ανάδραση και PID ελεγκτή.

Τα κέρδη του ελεγκτή επιλέχθηκαν μέσω δοκιμών ώστε το σύστημα να έχει την επιθυμητή απόκριση. Η υλοποίηση του PID γίνεται για κέρδη

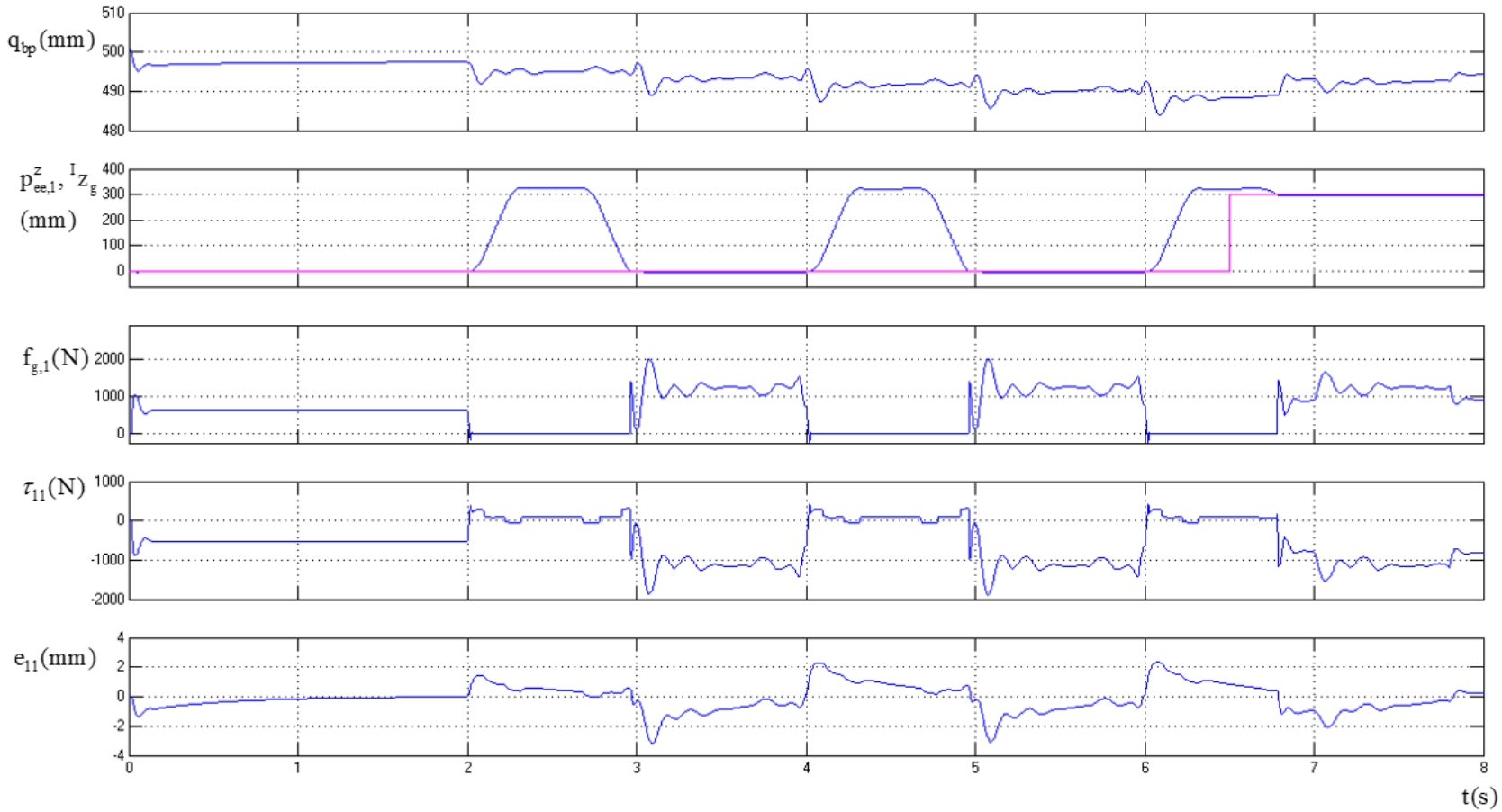
$$k_{p1} = k_{p2} = 5 \cdot 10^5 \text{ , } k_{d1} = k_{d2} = 10^4 \text{, } k_{i1} = k_{i2} = 10^6$$

Από το Σχήμα 3-23 παρατηρούμε ότι η βάση του ρομπότ παραμένει περίπου στα 500 mm καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης. Τουλάχιστον 1 ΤΣΔ βρίσκεται σε επαφή με το έδαφος. Οι δυνάμεις των επενεργητών και οι αντιδράσεις του εδάφους παραμένουν σε χαμηλά επίπεδα. Τα σφάλματα των αρθρώσεων είναι μικρά και η κίνηση της βάσης ομαλή. Επομένως ο ελεγκτής έχει ικανοποιητική απόκριση.

Η άρθρωση του ποδιού παρουσιάζει πολύ μικρά σφάλματα ακόμα και όταν πατάει σε εμπόδιο επειδή η επιθυμητή τροχιά του ΤΣΔ μεταβάλλεται κατάλληλα ανάλογα με το ύψος του εδάφους. Συνεπώς οι αναπτυσσόμενες δυνάμεις και αντιδράσεις είναι μικρές. Απόρροια της αλλαγής της τροχιάς του ΤΣΔ είναι η αλλαγή της εσωτερικής εσωτερικής διαμόρφωσης του ρομπότ και επομένως της θέσης της βάσης.

Επιπλέον, ανάλογα με την ταχύτητα του ΤΣΔ τη στιγμή που αρχίζει η επιβράδυνση αλλάζει και η απόσταση που θα καλύψει μέχρι να ακινητοποιηθεί. Για διαφορετικά ύψη εμποδίων το ΤΣΔ μπορεί να σταματήσει πιο πάνω ή πιο κάτω από την επιφάνεια του εδάφους. Για αυτό χρειάζεται να επιλεχθεί προσκεκτικά η επιβράδυνση του ΤΣΔ.

$$q_{ee,j} = \dot{q}_{ee,j} t - \frac{1}{2} a_{ee} t^2 \tag{3.28}$$



Σχήμα 3-23. Αποτελέσματα προσομοίωσης PID ελεγκτή με γνώση του εδάφους.

3.5 Συμπεράσματα

Σε αυτή την παράγραφο καταγράφονται τα συμπεράσματα από τις προσομοιώσεις και επιλέγεται ο ελεγκτής που θα χρησιμοποιηθεί στο εξάποδο.

Όταν το ΤΣΔ του ρομπότ ακουμπάει στο σκαλοπάτι εμφανίζεται μία δύναμη από το μοντέλο εδάφους, αντίθετη στην κίνηση του ΤΣΔ που αυξάνει το σφάλμα της άρθρωσης του ποδιού.

Οι έλεγχοι θέσης, PID και Model Based PD, αυξάνουν τη δύναμη στους επενεργητές για να ελαττώσουν το σφάλμα. Ακολούθως, αυξάνονται οι αντιδράσεις του εδάφους και τελικά τα ΤΣΔ χάνουν ταυτόχρονα την επαφή με το έδαφος και το ρομπότ «πετάει». Μεταβάλλοντας τα κέρδη μπορούμε να πετύχουμε ένα συμβιβασμό μεταξύ σφαλμάτων θέσης και δυνάμεων.

Ο έλεγχος εμπέδησης, συνυπολογίζει τις αντιδράσεις του εδάφους στο νόμο ελέγχου. Επιτυγχάνει μικρά σφάλματα θέσης κατά τη φάση πτήσης και μεγαλύτερα σφάλματα στη φάση εδάφους που μειώνουν τις αναπτυσσόμενες δυνάμεις. Παρ' όλα αυτά και το ρομπότ χάνει την επαφή με το έδαφος και το ρομπότ «πετάει».

Το πρόβλημα εντοπίζεται στο σφάλμα που εμφανίζεται στην άρθρωση του ποδιού κατά την επαφή του ΤΣΔ με το σκαλοπάτι. Για αυτό δοκιμάζονται δύο λύσεις.

Προστίθεται ένας ξεχωριστός βρόχος ελέγχου της θέσης της βάσης στο Χ.Σ.Σ. Μέσω των αντιδράσεων του εδάφους ελέγχουμε το ύψος της βάσης επιτυγχάνοντας πολύ μικρά σφάλματα. Κατά συνέπεια η βάση παραμένει σε σταθερό ύψος, οι αναπτυσσόμενες δυνάμεις είναι μικρές και το ρομπότ δεν χάνει την επαφή με το έδαφος. Η προσέγγιση αυτή είναι δύσκολο να υλοποιηθεί καθώς η θέση της βάσης στο Χ.Σ.Σ. είναι δύσκολο να μετρηθεί.

Τροποποιείται κατάλληλα η τροχιά του ΤΣΔ ώστε να φτάνει στο έδαφος με μηδενική ταχύτητα. Γνωρίζοντας την απόσταση του ΤΣΔ από το έδαφος η άρθρωση του ποδιού επιβραδύνεται ώστε να σταματήσει στην επιφάνεια του εδάφους. Επειδή η τροχιά του ΤΣΔ εξαρτάται από το ύψος του εδάφους η θέση της βάσης αποκλείνει από την επιθυμητή.
Επιλέγεται ο ελεγκτής PID με ανάδραση θέσης του ΤΣΔ, επειδή είναι ευκολότερο να μετρηθεί η απόσταση του ΤΣΔ από το έδαφος από ότι η θέση της βάσης στο Χ.Σ.Σ. και είναι ευκολότερα υλοποιήσιμος.

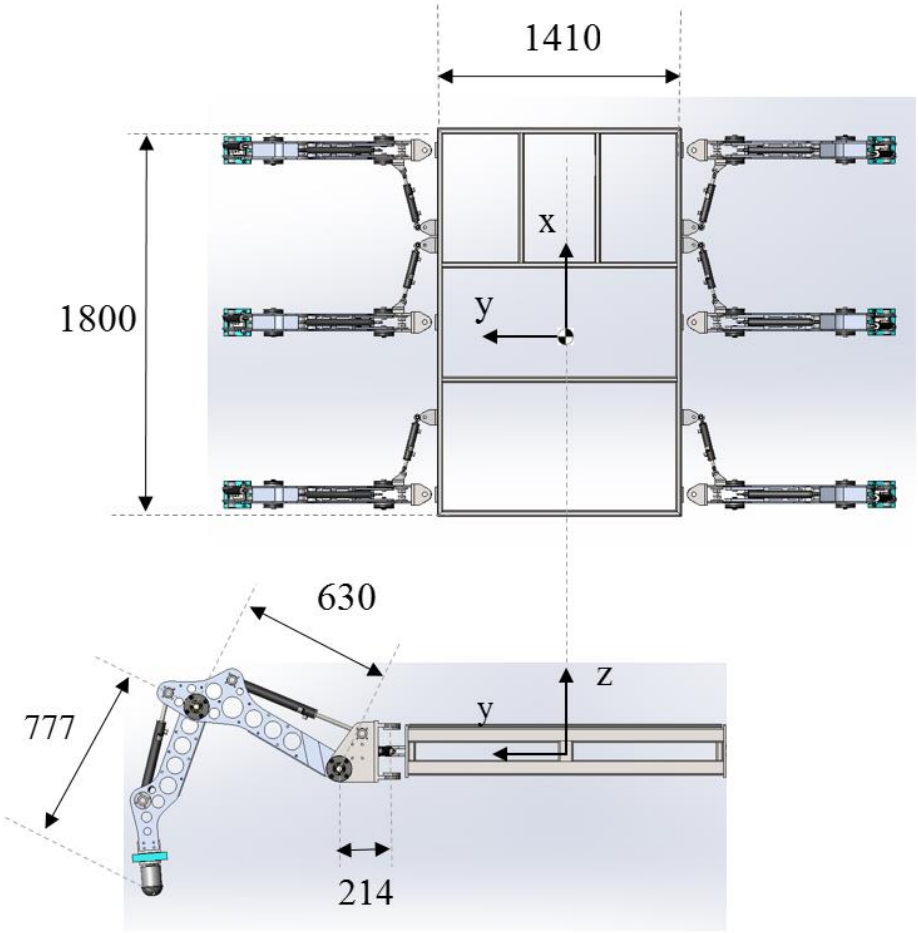
Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι τόσο ο έλεγχος εμπέδησης με PD για τη βάση όσο και ο PID έχουν παρόμοιες αποκρίσεις ανεξαρτήτως του ύψους του εμποδίου. Εφόσον το επιτρέπει ο προσπελάσιμος χώρος εργασίας των ΤΣΔ και ο σχεδιασμός της κίνησης, δεν υπάρχει περιορισμός για το ύψος των εμποδίων.

4 Εξάποδο ρομπότ

Σε αυτό το κεφάλαιο εξάγονται οι εξισώσεις κίνησης ενός εξάποδου ρομπότ. Σχεδιάζεται η κίνηση του ρομπότ και αναπτύσσεται νόμος ελέγχου ώστε το εξάποδο να κινείται σε δύσβατο έδαφος διατηρώντας στατική ευστάθεια.

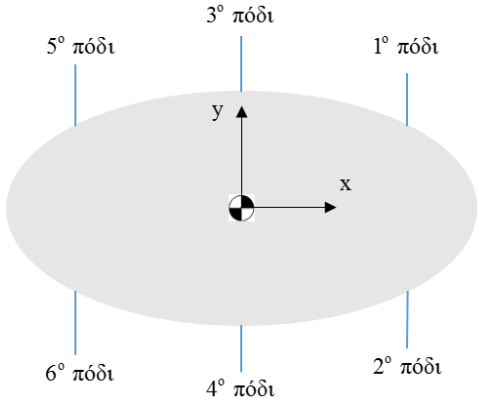
4.1 Σύντομη περιγραφή του ρομπότ

Το ρομπότ αποτελείται από το κυρίως σώμα και έξι όμοια πόδια. Συνολικά, ζυγίζει 500 kg και παρακάτω φαίνονται οι βασικές διαστάσεις του.



Σχήμα 4-1. Βασικές διαστάσεις του ρομπότ.

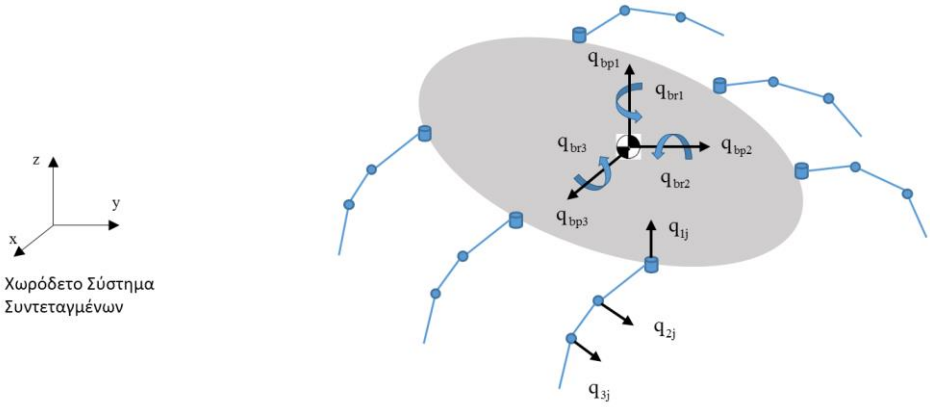
Η κίνηση της βάσης στο επίπεδο xy ορίζεται με εντολές ταχύτητας από κατάλληλο χειριστήριο. Οι υπόλοιποι βαθμοί ελευθερίας της βάσης καθώς και η κίνηση των ποδιών προκύπτουν από τον αλγόριθμο ελέγχου. Για να εξασφαλιστεί η στατική ευστάθεια του ρομπότ τα πόδια 1-4-5 και 2-3-6 κινούνται ταυτόχρονα και βρίσκονται εναλλάξ σε φάση εδάφους και φάση πτήσης. Καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης τουλάχιστον μία από τις δύο τριάδες ΤΣΔ βρίσκεται σε επαφή με το έδαφος.



Σχήμα 4-2. Θέση των ποδιών σχετικά με το Σ.Σ.Σ.

4.2 Εξισώσεις κίνησης εξάποδου ρομπότ

Το ρομπότ μοντελοποιείται ως 24 σώματα (σύνδεσμοι) συνδεδεμένα μέσω 24 αρθρώσεων. Η βάση του διαθέτει 6 παθητικές αρθρώσεις, 3 πρισματικές και 3 στροφικές. Το κάθε πόδι διαθέτει 3 επενεργούμενες στροφικές αρθρώσεις.



Σχήμα 4-3. Αρθρώσεις εξάποδου ρομπότ.

$q_{bp1}, q_{bp2}, q_{bp3}$:Οι 3 παθητικές πρισματικές αρθρώσεις της βάσης κατά x,y,z ως προς το Χ.Σ.Σ.

$q_{br1}, q_{br2}, q_{br3}$:Οι 3 παθητικές στροφικές αρθρώσεις της βάσης. Χρησιμοποείται η περιγραφή γωνιών Euler XYZ.

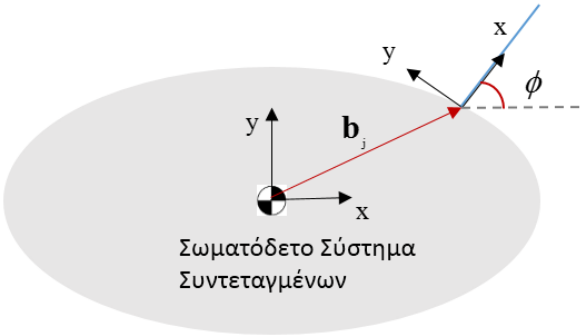
q_{11}, q_{21}, q_{31} : Οι 3 στροφικές αρθρώσεις του πρώτου ποδιού του ρομπότ. Ο πρώτος δείκτης αντιστοιχεί στην άρθρωση και ο δεύτερος στο πόδι του ρομπότ.

Το σύνολο των αρθρώσεων του ρομπότ ορίζεται ως:

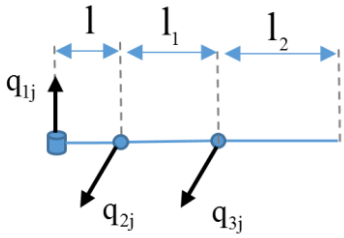
$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_{bp1} & q_{bp2} & q_{bp3} & q_{br1} & q_{br2} & q_{br3} & q_{11} & q_{21} & q_{31} & q_{21} & \cdots & q_{36} \end{pmatrix}^T \qquad (4.1)$$

4.2.1 Κινηματική του εξάποδου

Αρχικά επιλύεται το ευθύ και αντίστροφο κινηματικό πρόβλημα ως προς το Σ.Σ.Σ. Η θέση του ΤΣΔ ως προς το Σ.Σ.Σ. υπολογίζεται συναρτήσει των αρθρώσεων του ποδιού. Αντίστροφα, οι αρθρώσεις των ποδιών υπολογίζονται γνωρίζοντας τη θέση του ΤΣΔ ως προς το Σ.Σ.Σ.



Σχήμα 4-4. Θέση της πρώτης άρθρωσης του ποδιού ως προς Σ.Σ.Σ.



Σχήμα 4-5. Αρθρώσεις και μήκη συνδέσμων ποδιού.

Η ευθεία κινηματική του ποδιού j ως προς το Σ.Σ.Σ αναπτύσσεται μέσω Denavit-Hartenberg και περιγράφεται από την (4.2).

$$
{}^{b}\mathbf{p}_{ee,j} = \begin{pmatrix} bx_j + \cos(\phi + q_{1j})\left(l + l_1\cos(q_{2j}) + l_2\cos(q_{2j} + q_{3j})\right) \\ by_j + \sin(\phi + q_{1j})\left(l + l_1\cos(q_{2j}) + l_2\cos(q_{2j} + q_{3j})\right) \\ -l_1\sin(q_{2j}) - l_2\sin(q_{2j} + q_{3j}) \end{pmatrix} \tag{4.2}
$$

$$
\mathbf{b}_j = \begin{pmatrix} bx_j & by_j & 0 \end{pmatrix}^T \tag{4.3}
$$

$\mathbf{b}_j$: Διάνυσμα θέσης του πρώτου συστήματος συντεταγμένων του ποδιού j ως προς το Σ.Σ.Σ.

ϕ : Περιστροφή του πρώτου συστήματος συντεταγμένων του ποδιού j γύρω από το z άξονα του Σ.Σ.Σ.

l, l_1, l_2 : Τα μήκη των 3 συνδέσμων του ποδιού.

Αντίστροφη κινηματική του ποδιού του ρομπότ ως προς Σ.Σ.Σ

$$
{}^{b}\mathbf{p}_{ee,j} = \mathbf{b}_j + \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} {}^{1}\mathbf{p}_{ee,j} \tag{4.4}
$$

${}^{1}\mathbf{p}_{ee,j}$: Διάνυσμα θέσης του ΤΣΔ ως προς το σύστημα συντεταγμένων της πρώτης άρθρωσης του ποδιού j.

Με επίλυση της (4.4) προκύπτει

$$ {}^{1}\mathbf{p}_{ee,j} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \left({}^{b}\mathbf{p}_{ee,j} - \mathbf{b}_j \right) \tag{4.5} $$

$$ q_3 = a\cos\left(\frac{(\sqrt{(x^2+y^2)}-l)^2 + z^2 - l_1^{\,2} - l_2^{\,2}}{2\, l_1 l_2} \right) \tag{4.6} $$

$$ q_2 = \mathrm{atan2}\left(-z, \sqrt{(x^2+y^2)}-l\right) - \mathrm{atan2}\left(l_2 \sin(q_3), l_1 + l_2\cos(q_3)\right) \tag{4.7} $$

$$ q_1 = \mathrm{atan2}(y,x) \tag{4.8} $$

Η συνολική κινηματική του ρομπότ περιγράφεται από τη σχέση (4.9). Τα επιμέρους κινηματικά προβλήματα έχουν αναπτυχθεί στο 2ο κεφάλαιο.

$$ {}^{I}\mathbf{p}_{ee,j} = {}^{I}\mathbf{p}_{b} + {}^{I}\mathbf{R}_{b}\, {}^{b}\mathbf{p}_{ee,j} \tag{4.9} $$

4.2.2 Δυναμική του συστήματος

Η δυναμική του ρομπότ και του εδάφους περιγράφεται σύμφωνα με τη μεθοδολογία που αναπτύχθηκε στο 2ο κεφάλαιο από τη σχέση:

$$ \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} + {}^{q}\mathbf{f}_{ext,j} \tag{4.10} $$

$\dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$: Το διάνυσμα της πρώτης και δεύτερης χρονικής παραγώγου των αρθρώσεων του ρομπότ, διαστάσεων 24x1

$\mathbf{M}(\mathbf{q})$: Μητρώο μάζας, διαστάσεων 24x24

$\mathbf{V}(\mathbf{q})$: Μητρώο που περιέχει τις φυγόκεντρες και Coriolis ροπές, διαστάσεων 24x24

$\mathbf{G}(\mathbf{q})$: Βαρυτικοί όροι, διαστάσεων 24x1

$\boldsymbol{\tau}$: Δυνάμεις και ροπές που ασκούνται από τους επενεργητές, διαστάσεων 24x1

${}^{q}\mathbf{f}_{ext,j}$: Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο ρομπότ εκφρασμένες στο χώρο των αρθρώσεων, διαστάσεων 24x1

4.3 Προσομοίωση εξάποδου ρομπότ

Σε αυτή την παράγραφο σχεδιάζεται η προσομοίωση του εξάποδου σε περιβάλλον Matlab/Simulink. Προσδιορίζονται οι επιθυμητές θέσεις των αρθρώσεων του ρομπότ καθώς και η συνάρτηση εδάφους.

4.3.1 Συνάρτηση εδάφους

Το μοντέλο εδάφους που χρησιμοποείται περιγράφεται από την εξίσωση (2.70). Οι σταθερές του μοντέλου εδάφους που χρησιμοποιούνται για το εξάποδο ρομπότ είναι

$$k_g = 7 \cdot 10^5 \frac{N}{m}, b_g = 7 \cdot 10^3 \frac{N\,s}{m}, d = 0.002\,m, e = 1.3$$

Η συνάρτηση εδάφους είναι της μορφής (2.61), επομένως το ύψος του εδάφους προκύπτει συναρτήσει των συντεταγμένων x και y. Σε πρώτη προσέγγιση εξετάζουμε μία συνάρτηση εδάφους που περιλαμβάνει σκαλοπάτι ύψους 300 mm.

4.3.2 Σχεδιασμός Κίνησης

Αρχικά ορίζουμε τη θέση της βάσης και των ΤΣΔ του ρομπότ για τη χρονική στιγμή t=0 ως προς Χ.Σ.Σ. Στην αρχή της προσομοίωσης το ρομπότ τοποθετείται 1 mm πάνω από το έδαφος και αφήνεται να πέσει.

$$\begin{pmatrix} q_{bp1} & q_{bp2} & q_{bp3} & q_{br1} & q_{br2} & q_{br3} \end{pmatrix}^T_{t=0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 651 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T_{t=0}\,mm \tag{4.11}$$

$$^I\mathbf{p}_{ee,j} = \begin{pmatrix} ^Ip^x_{ee,j} & ^Ip^y_{ee,j} & ^Ip^z_{ee,j} \end{pmatrix}^T_{t=0} \tag{4.12}$$

$$\begin{pmatrix} ^Ip^y_{ee,1} & ^Ip^y_{ee,3} & ^Ip^y_{ee,5} \end{pmatrix}_{t=0} = -\begin{pmatrix} 1750 & 1750 & 1750 \end{pmatrix} mm \tag{4.13}$$

$$\begin{pmatrix} ^Ip^y_{ee,2} & ^Ip^y_{ee,4} & ^Ip^y_{ee,6} \end{pmatrix}_{t=0} = \begin{pmatrix} 1750 & 1750 & 1750 \end{pmatrix} mm \tag{4.14}$$

$$\begin{pmatrix} ^Ip^x_{ee,1} & ^Ip^x_{ee,3} & ^Ip^x_{ee,5} \end{pmatrix}_{t=0} = \begin{pmatrix} 837.5 & 62.5 & -962.5 \end{pmatrix} mm \tag{4.15}$$

$$\begin{pmatrix} ^Ip^x_{ee,2} & ^Ip^x_{ee,4} & ^Ip^x_{ee,6} \end{pmatrix}_{t=0} = \begin{pmatrix} 962.5 & -62.5 & -837.5 \end{pmatrix} mm \tag{4.16}$$

$$\begin{pmatrix} ^Ip^z_{ee,1} & ^Ip^z_{ee,2} & ^Ip^z_{ee,3} & ^Ip^z_{ee,4} & ^Ip^z_{ee,5} & ^Ip^z_{ee,6} \end{pmatrix}_{t=0} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} mm \tag{4.17}$$

Η τροχιά της βάσης του ρομπότ συνδυάζεται με τις τροχιές των ΤΣΔ και μέσω της αντίστροφης κινηματικής (2.10) υπολογίζονται οι τροχιές των αρθρώσεων.

Η κίνηση της βάσης είναι συνεχής και η επιθυμητή τροχιά της ορίζεται ως προς το Χ.Σ.Σ..

$$q_{d,bp1} = \dot{q}_{d,bp1}\,t \tag{4.18}$$

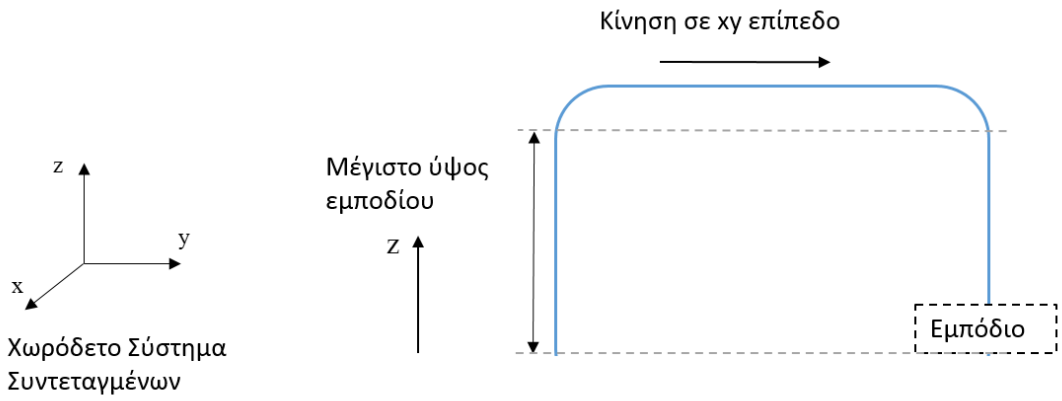
$$\dot{q}_{d,bp1} = 125\,mm/s \tag{4.19}$$

$$\begin{pmatrix} q_{d,bp2} & q_{d,bp3} & q_{d,br1} & q_{d,br2} & q_{d,br3} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 & 650 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T mm \tag{4.20}$$

Η κίνηση των ΤΣΔ είναι διακριτή και χωρίζεται στη φάση εδάφους και τη φάση πτήσης. Κατά τη φάση εδάφους τα ΤΣΔ βρίσκονται σε επαφή με το έδαφος και είναι ακίνητα ως προς το Χ.Σ.Σ.. Ο ρόλος τους είναι να στηρίζουν το βάρος του ρομπότ και να ωθούν τη βάση στην επιθυμητή κατεύθυνση. Στη φάση πτήσης τα ΤΣΔ δεν έχουν επαφή με το έδαφος και κινούνται σε κατάλληλη θέση ωστε να διευκολύνουν την κίνηση της βάσης όταν βρεθούν σε φάση

εδάφους. Η διάκριση της φάσης εδάφους με τη φάση πτήσης γίνεται με βάση το χρόνο. Το ρομπότ χρησιμοποιεί τρίποδο διασκελισμό για να κινθεί. Τα ΤΣΔ χωρίζονται σε δύο τριάδες, 1-4-5 και 2-3-6 που βρίσκονται εναλλάξ σε φάση εδάφους και πτήσης ώστε να εξασφαλίζεται η στατική ευστάθεια του ρομπότ.

Η κίνηση των ΤΣΔ κατά τον z άξονα του Χ.Σ.Σ. και στο επίπεδο xy γίνεται αποσυζευγμένα.



Σχήμα.4-6. Τροχιά ΤΣΔ.

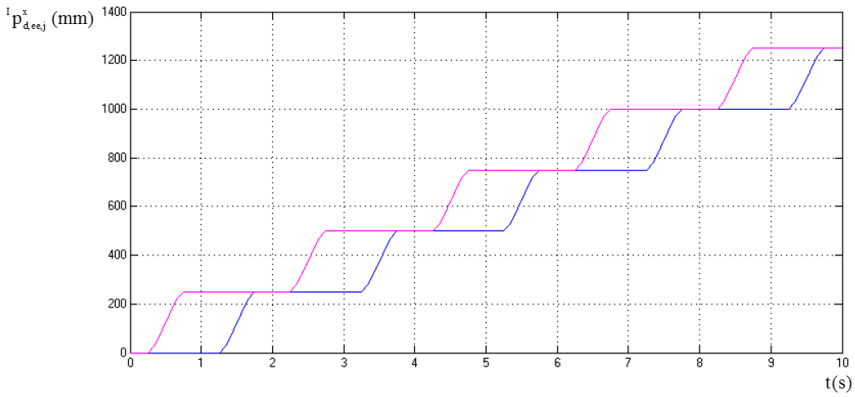
Αρχικά το ΤΣΔ κινείται προς τα θετικά του άξονα z και αφού ξεπεράσει το μέγιστο ύψος εμποδίου εκτελεί κίνηση στο xy επίπεδο. Κατόπιν κινείται προς τα αρνητικά του άξονα z και επιβραδύνει όταν βρεθεί σε συγκεκριμένη απόσταση από το έδαφος. Το ΤΣΔ κινείται με αυτό τον τρόπο για να μην εμποδίζεται η κίνηση του στο xy επίπεδο.

Το ρομπότ πραγματοποιεί ευθύγραμμη κίνηση ως προς τον x άξονα του Χ.Σ.Σ. Επομένως η επιθυμητή θέση των ΤΣΔ ως προς τον y άξονα είναι ίδια με την αρχική.

$$ {}^{I}p^{y}_{d,ee,2} = {}^{I}p^{y}_{d,ee,4} = {}^{I}p^{y}_{d,ee,6} = 1750\ \mathrm{mm} \tag{4.21} $$

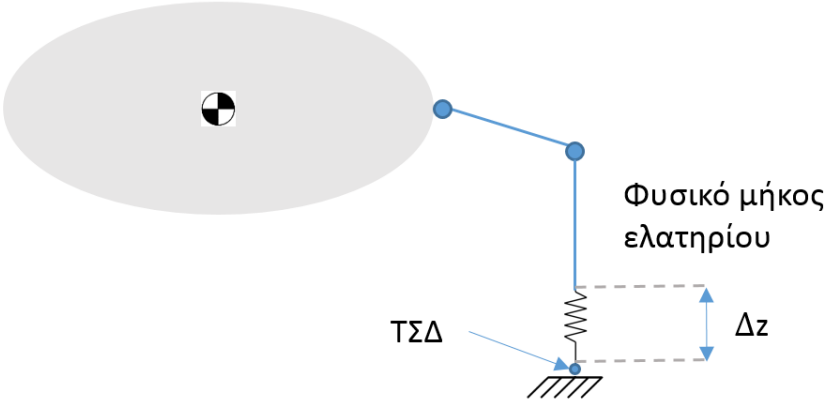
$$ {}^{I}p^{y}_{d,ee,1} = {}^{I}p^{y}_{d,ee,3} = {}^{I}p^{y}_{d,ee,5} = -1750\ \mathrm{mm} \tag{4.22} $$

Η επιθυμητή θέση των ΤΣΔ ως προς x άξονα προκύπτει προσθέτοντας την αρχική θέση του εκάστοτε ποδιού (4.15), (4.16) στην τροχιά που απεικονίζεται στο Σχήμα 4-7.



Σχήμα 4-7. Τροχιά ΤΣΔ για τις δύο τριάδες ποδιών ως προς τον x άξονα του Χ.Σ.Σ.

Η επιθυμητή τροχιά των ΤΣΔ ως προς το z άξονα του Χ.Σ.Σ. γίνεται σύμφωνα με το τρίτο κεφάλαιο και το σχεδιασμό κίνησης με ανάδραση θέσης για τα ΤΣΔ, (3.26). Κατά την κίνηση του ΤΣΔ προς τα αρνητικά του z άξονα του Χ.Σ.Σ. χρησιμοποιείται ένας «μηχανικός» αισθητήρας απόστασης που μετρά την απόσταση από το έδαφος. Ο αισθητήρας υλοποιείται με ένα ελατήριο μεταξύ του αισθητήρα δύναμης και του ΤΣΔ [1] .



Σχήμα 4-8. Σχεδίαση ΤΣΔ με ελατήριο και αισθητήρα δύναμης.

Καθώς το ελατήριο παραμορφώνεται, η μετρούμενη δύναμη αυξάνεται. Ανάλογα με τη μετρούμενη δύναμη υπολογίζεται η απόσταση του ΤΣΔ από το έδαφος.

$$\Delta z = \frac{f_{g,j}}{k_{ee}} \tag{4.23}$$

Δz : Η απόσταση του ΤΣΔ από το έδαφος

$f_{g,j}$: Η δύναμη από τον αισθητήρα δύναμης

k_{ee} : Η σταθερά του ελατηρίου

Όταν το ΤΣΔ βρίσκεται σε φάση πτήσης, η απόσταση του ΤΣΔ από το έδαφος μειωθεί κάτω από το όριο των 50 mm και η ταχύτητα του έχει φορά προς τα αρνητικά του άξονα z του Χ.Σ.Σ. το ΤΣΔ επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση a_{ee} , (4.24). Το όριο των 50 mm

υπολογίζεται με γνώμονα το βάρος του ποδιού, της δύναμης που χρειάζεται να ασκηθεί από τον επενεργητή για να επιβραδυνθεί το ΤΣΔ καθώς και κατασκευαστικούς περιορισμούς.

$$\begin{aligned} &\text{if } \Delta z < 50 \text{ mm and } {}^{I}\dot{p}^{z}_{d,ee,j} < 0 \\ &{}^{I}p^{z}_{d,ee,j} = {}^{I}p^{z}_{d,ee,j}(50 \text{ mm}) - \frac{1}{2} a_{ee} t^{2} \end{aligned} \tag{4.24}$$

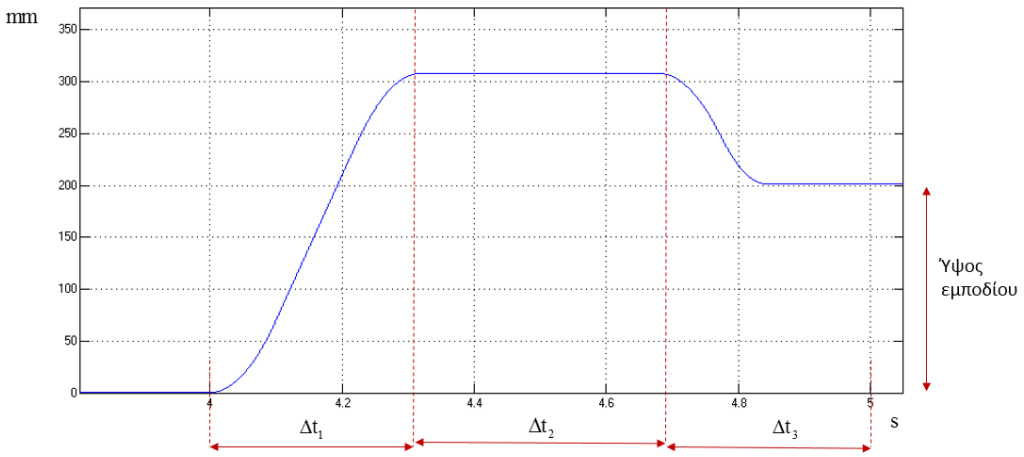
${}^{I}p^{z}_{d,ee,j}$: Η επιθυμητή θέση του ΤΣΔ j ως προς το z άξονα του Χ.Σ.Σ.

${}^{I}p^{z}_{d,ee,j}(50 \text{ mm})$: Η επιθυμητή θέση του ΤΣΔ ως προς το z άξονα του Χ.Σ.Σ. όταν η απόσταση του ΤΣΔ από το έδαφος είναι 50 mm.

a_{ee} : Η επιβράδυνση του ΤΣΔ ως προς z άξονα του Χ.Σ.Σ. που εξασφαλίζει ότι το ρομπότ θα σταματήσει έγκαιρα.

${}^{I}z_{g}$: Η θέση του εδάφους ως προς το Χ.Σ.Σ.

Η κίνηση του ΤΣΔ επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση έτσι ώστε να φτάσει στο έδαφος με μηδενική ταχύτητα, . Η τελική τροχιά του ΤΣΔ κατά τον άξονα z του Χ.Σ.Σ. φαίνεται στο Σχήμα 4-9.



Σχήμα 4-9. Τροχιά ΤΣΔ κατά z άξονα.

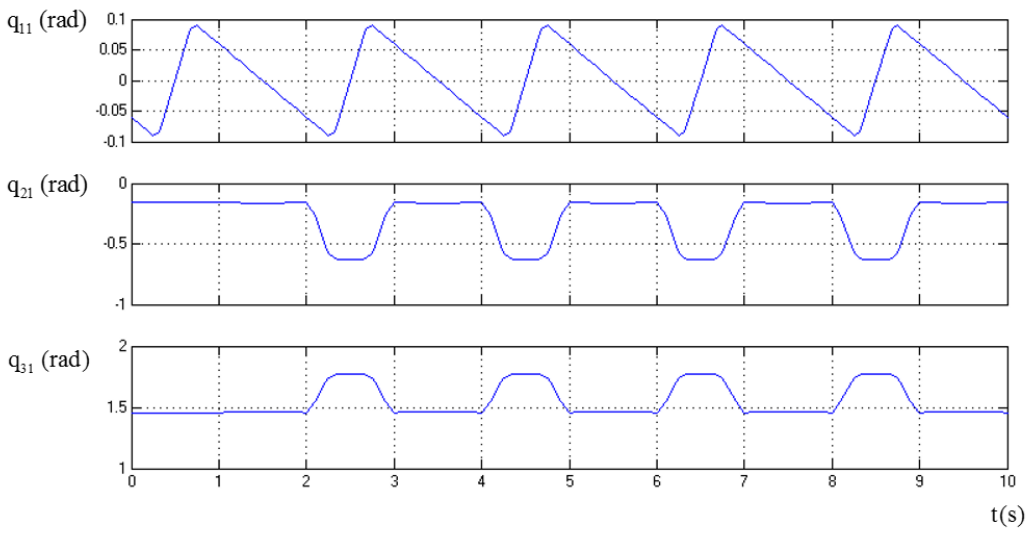
Δt_1 : Η χρονική διάρκεια της κίνησης του ΤΣΔ προς τα θετικά του z άξονα του Χ.Σ.Σ.

Δt_2 : Η χρονική διάρκεια της κίνησης του ΤΣΔ στο επίπεδο xy του Χ.Σ.Σ.

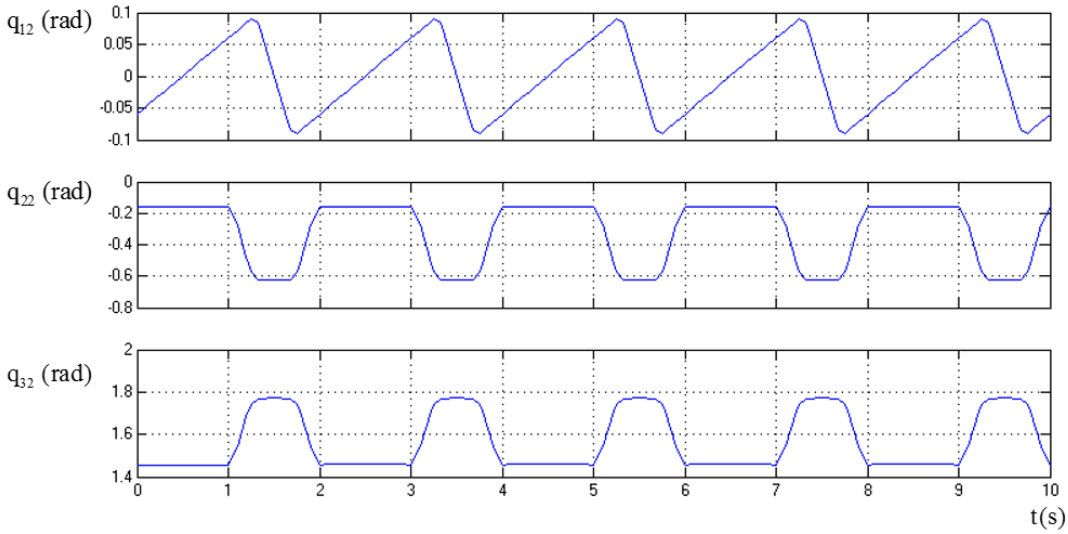
Δt_3 : Η χρονική διάρκεια της κίνησης του ΤΣΔ προς τα αρνητικά του z άξονα του Χ.Σ.Σ.

Το ελατήριο επιλέγεται με όσο το δυνατόν μικρότερη σταθερά αρκεί να βρίσκεται εντός της διακριτικής ικανότητας του αισθητήρα δύναμης, αλλά η δυναμική που εισάγει στο σύστημα να είναι αμελητέα.

Οι επιθυμητές τροχιές της βάσης και των ΤΣΔ συνδυάζονται μέσω την αντίστροφης κινηματικής για να παραχθούν οι τροχιές των επιμέρους αρθρώσεων.



Σχήμα 4-10. Τροχιές των αρθρώσεων του 1ου ποδιού για επίπεδο έδαφος.

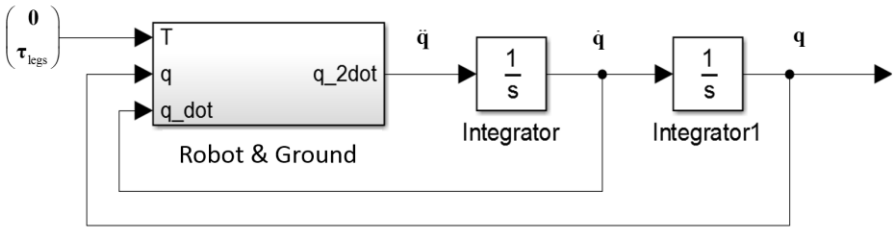


Σχήμα 4-11. Τροχιές των αρθρώσεων του 2ου ποδιού για επίπεδο έδαφος.

4.3.3 Επίλυση εξισώσεων κίνησης εξάποδου ρομπότ

Κατόπιν επιλύεται επαναληπτικά το ευθύ δυναμικό πρόβλημα σε περιβάλλον Matlab/Simulink. Οι εξισώσεις κίνησης υπολογίζουν τη θέση, ταχύτητα και επιτάχυνση των αρθρώσεων του ρομπότ, όταν είναι γνωστές οι δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα καθώς και η αρχική του θέση.

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}\left(\boldsymbol{\tau} + {}^{q}\mathbf{f}_{\text{ext,j}} - \mathbf{V}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G}(\mathbf{q})\right) \tag{4.25}$$



Σχήμα 4-12. Υλοποίηση της δυναμικής του ρομπότ και του εδάφους.

4.4 Έλεγχος

Σε αυτή την παράγραφο αξιολογείται ο ελεγκτής PID με ανάδραση θέσης ΤΣΔ που παρουσιάστηκε ήδη για το δίποδο ρομπότ στην παράγραφο 3.3.5. Επιπλέον βρόχοι ελέγχου προστίθενται ώστε η θέση της βάσης να διορθώνεται και να διατηρείται η στατική ευστάθεια του ρομπότ.

4.4.1 PID ελεγκτής με ανάδραση θέσης ΤΣΔ

Μόνο οι 18 αρθρώσεις των ποδιών του ρομπότ είναι επενεργούμενες. Επομένως, ο PID εφαρμόζεται για τις αρθρώσεις των ποδιών. Ο νόμος ελέγχου περιγράφεται από τη σχέση (4.26).

$$\boldsymbol{\tau}_{\text{legs}} = \mathbf{K}_{\text{p}}\,\mathbf{e} + \mathbf{K}_{\text{d}}\,\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_{\text{i}}\int \mathbf{e}\,\text{dt} \tag{4.26}$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{q}_{\text{d,legs}} - \mathbf{q}_{\text{legs}} \tag{4.27}$$

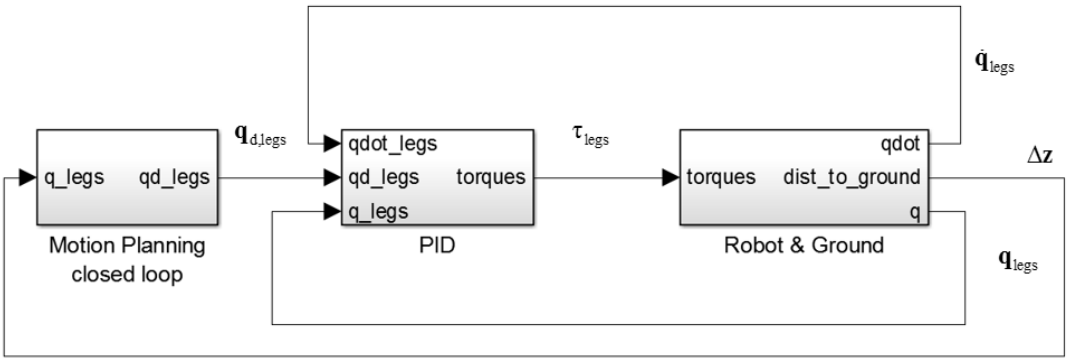
$\mathbf{q}_{\text{legs}}$: Διάνυσμα διαστάσεων 18x1 με τις θέσεις των αρθρώσεων των ποδιών.

$\mathbf{q}_{\text{d,legs}}$: Διάνυσμα διαστάσεων 18x1 με τις επιθυμητές θέσεις των αρθρώσεων των ποδιών.

$\mathbf{K}_{\text{p}}, \mathbf{K}_{\text{d}}, \mathbf{K}_{\text{i}}$: Διαγώνιοι πίνακες, διαστάσεων 18x18 με τα κέρδη του αναλογικού, διαφορικού και ολοκληρωτικού ελεγκτή για την άρθρωση του κάθε ποδιού.

$$\text{k}_{\text{p}} = 10^5,\ \text{k}_{\text{d}} = 5\,10^3,\ \text{k}_{\text{i}} = 10^6$$

$\boldsymbol{\tau}_{\text{legs}}$: Διάνυσμα διαστάσεων 18x1 που περιέχει τις ροπές που ασκούνται στις αρθρώσεις των ποδιών.

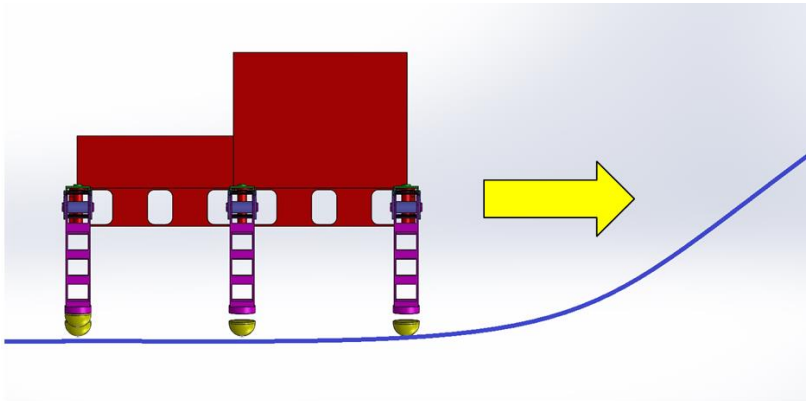


Σχήμα 4-13. Υλοποίηση της προσομοίωσης του εξάποδου ρομπότ με PID ελεγκτή.

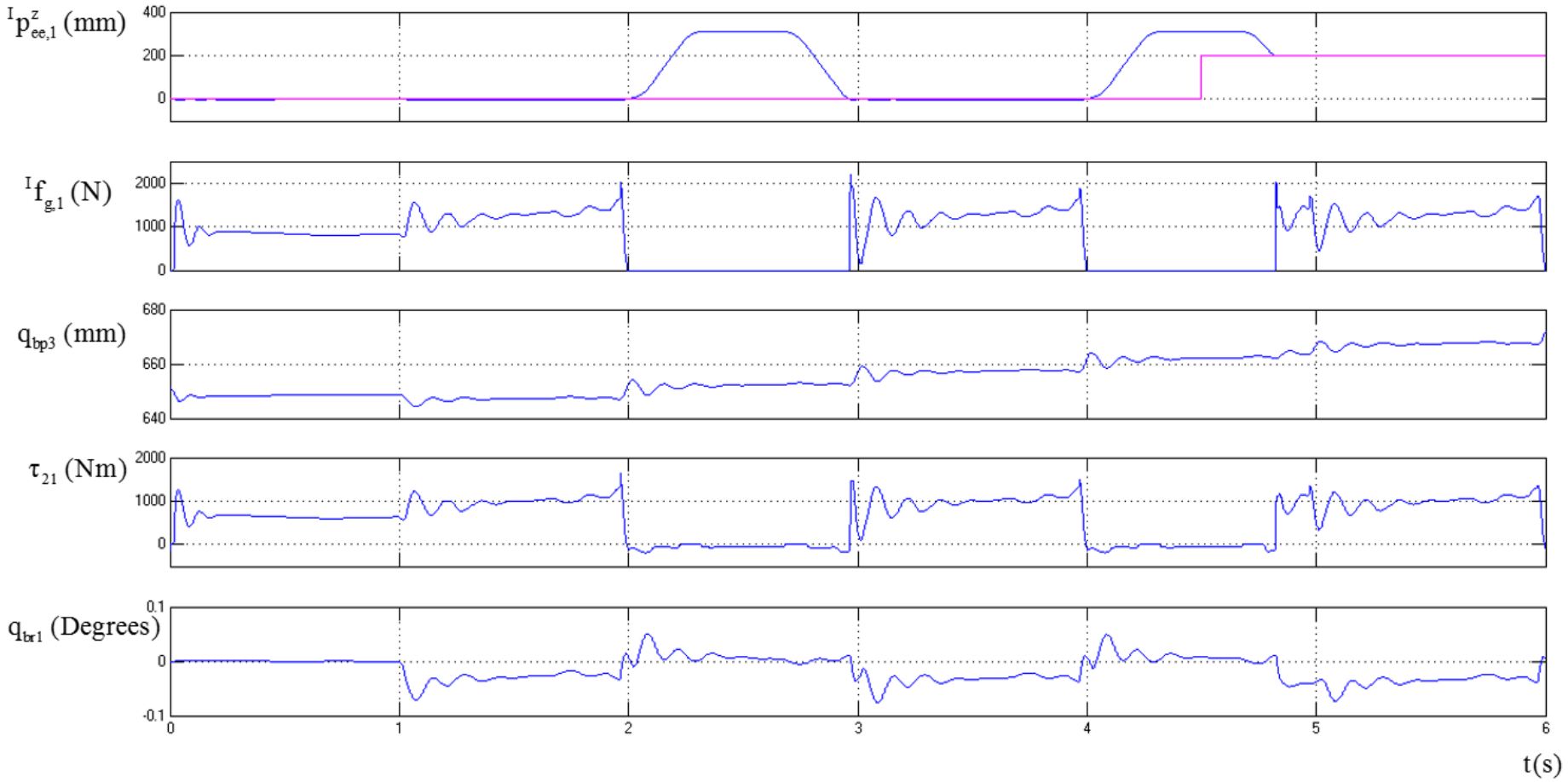
$\Delta\mathbf{z}$: Διάνυσμα διαστάσεων 6x1 που περιέχει τις αποστάσεις των ΤΣΔ από το έδαφος ως προς τον z άξονα του Χ.Σ.Σ.

Στο Σχήμα 4-15 παρουσιάζεται η απόκριση του 1ου ΤΣΔ όταν έρχεται σε επαφή με το σκαλοπάτι. Τα υπόλοιπα ΤΣΔ πατάνε σε επίπεδο έδαφος. Η κίνηση του ΤΣΔ είναι ομαλή και διατηρεί επαφή με το έδαφος καθ'όλη τη διάρκεια της φάσης εδάφους. Η αντίδραση του εδάφους και η ροπή στη 2η άρθρωση είναι χαμηλή χωρίς αιχμές. Η κίνηση της βάσης είναι ομαλή όμως σε κάθε βήμα το ύψος της αυξάνεται. Επιπλέον, η γωνία της βάσης παραμένει πολύ κοντά στο 0 παρόλο που το ΤΣΔ του 1ου ποδιού έχει πατήσει σε εμπόδιο.

Η διαφορά μεταξύ της επιθυμητής και της πραγματικής εσωτερικής διαμόρφωσης του ρομπότ οφείλεται στην τροποποίηση της τροχιάς των ΤΣΔ. Αλλάζοντας τις τροχιές των ΤΣΔ και διατηρώντας την τροχιά της βάσης σταθερή, μέσω της αντίστροφης κινηματικής, αλλάζουν οι τιμές των αρθρώσεων του ρομπότ. Κατά συνέπεια, συσσωρεύεται σφάλμα στη θέση της βάσης. Το ύψος της αλλάζει σε κάθε βήμα και ο προσανατολισμός της παραμένει σταθερός ανεξαρτήτως του εδάφους. Αυτό μπορεί να προκαλέσει πρόβλημα ιδίως όταν το ρομπότ κινείται σε έδαφος με κλίσεις, Σχήμα 4-14.



Σχήμα 4-14. Κίνηση εξάποδου ρομπότ σε έδοφος με κλίση.



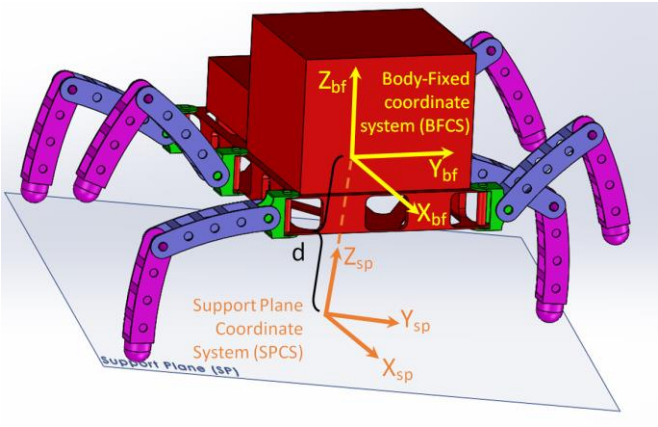
Σχήμα 4-15. Αποτελέσματα προσομοίωσης για PID ελεγκτή με σχεδιασμό κίνησης με ανάδραση για εξάποδο ρομπότ.

4.4.2 Διόρθωση της βάσης

Για να αντιμετωπίσουμε τα σφάλματα που συσσωρεύονται στη βάση διορθώνουμε τη θέση και τον προσανατολισμό της. Η κίνηση της βάσης στο επίπεδο xy του Χ.Σ.Σ. γίνεται από χειριστή και δεν εξετάζεται στα πλαίσια αυτής της εργασίας. Η διόρθωση αφορά το ύψος της βάσης καθώς και τις περιστροφές γύρω από τον x και y άξονα του Χ.Σ.Σ. [1] .

Οι αρθρώσεις της βάσης δεν είναι επενεργούμενες ώστε να διορθώνουμε άμεσα τη θέση της και η μορφολογία του εδάφους είναι άγνωστη. Επιπλέον, δεν γνωρίζουμε τη θέση και τον προσανατολισμό της βάσης ως προς το Χ.Σ.Σ..

Υποθέτουμε ότι το επίπεδο του εδάφους είναι το επίπεδο που ορίζεται από τη θέση των 3 ΤΣΔ που βρίσκονται σε φάση εδάφους. Σε περίπτωση που περισσότερα ΤΣΔ βρίσκονται σε φάση εδάφους, επιλέγονται τα 3 στα οποία ασκούνται οι μεγαλύτερες αντιδράσεις.



Σχήμα 4-16. Επίπεδο που ορίζεται από τα ΤΣΔ που βρίσκονται σε φάση εδάφους.

Υπολογίζουμε τη θέση των 3 ΤΣΔ που βρίσκονται σε φάση εδάφους ως προς το Σ.Σ.Σ., μέσω της ευθείας κινηματικής (4.2). Γνωρίζοντας 3 σημεία υπολογίζουμε την εξίσωση του επιπέδου που ορίζουν τα ΤΣΔ που βρίσκονται σε φάση εδάφους.

$$z = Ax + By + C \tag{4.28}$$

Κατά αυτό τον τρόπο υπολογίζουμε το επίπεδο στήριξης που χρησιμοποιούμε σαν αναφορά για να προσδιορίσουμε τη θέση και τον προσανατολισμό της βάσης του ρομπότ. Συγκρίνοντας την εξίσωση του επιπέδου στήριξης με το Σ.Σ.Σ. υπολογίζουμε τις γωνίες και την απόσταση της βάσης.

$$\text{roll} = \text{atan}(B) \tag{4.29}$$

$$\text{pitch} = \text{atan}(A) \tag{4.30}$$

$$d = \frac{C}{\sqrt{\left(A^2 + B^2 + 1\right)}} \tag{4.31}$$

d : Το ύψος του κέντρου μάζας της βάσης του ρομπότ από το επίπεδο στήριξης (4.28).

roll : Η γωνία γύρω από τον x άξονα του Σ.Σ.Σ. ως προς το επίπεδο στήριξης (4.28).

pitch : Η γωνία γύρω από τον y άξονα του Σ.Σ.Σ. ως προς το επίπεδο στήριξης (4.28).

Είναι θεμιτό το ύψος της βάσης από το έδαφος να διατηρείται σταθερό και η βάση να είναι παράλληλη στο έδαφος.

$$\mathrm{d_d} = 650\ \mathrm{mm} \tag{4.32}$$

$$\mathrm{roll_d} = 0\ \mathrm{rad} \tag{4.33}$$

$$\mathrm{pitch_d} = 0\ \mathrm{rad} \tag{4.34}$$

$\mathrm{d_d}$: Το επιθυμητό ύψος του κέντρου μάζας της βάσης του ρομπότ από το έδαφος.

$\mathrm{roll_d}$: Η επιθυμητή γωνία γύρω από τον x άξονα του Σ.Σ.Σ. ως προς το έδαφος.

$\mathrm{pitch_d}$: Η επιθυμητή γωνία γύρω από τον y άξονα του Σ.Σ.Σ. ως προς το έδαφος.

Ακολούθως υπολογίζουμε το σφάλμα του προσανατολισμού και της θέσης της βάσης του ρομπότ.

$$\mathrm{roll_{error}} = \mathrm{roll_d} + \mathrm{roll} \tag{4.35}$$

$$\mathrm{pitch_{error}} = \mathrm{pitch_d} - \mathrm{pitch} \tag{4.36}$$

$$\mathrm{d_{error}} = \mathrm{d_d} - \mathrm{d} \tag{4.37}$$

Η βάση του ρομπότ δεν είναι επενεργούμενη. Επομένως, για να διορθώσουμε την θέση της πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τους επενεργητές των ποδιών. Αυτό επιτυγχάνεται τροποποιώντας την επιθυμητή τροχιά των επενεργητών των ποδιών ώστε η βάση να φτάσει στην επιθυμητή θέση.

Η επιθυμητή τροχιά των αρθρώσεων των ποδιών προκύπτει μέσω της αντίστροφης κινηματικής, συνδυάζοντας τη θέση των ΤΣΔ και της βάσης του ρομπότ στο Χ.Σ.Σ., βλέπε 4.3.2. Τροποποιώντας κατάλληλα την επιθυμητή θέση της βάσης στο Χ.Σ.Σ. μπορούμε να ελέγξουμε τη θέση της όπως αυτή ορίζεται μέσω των (4.29), (4.30), (4.31).

Εξαιτίας της εξίσωσης (4.28), στην αρχή κάθε βήματος, όταν δηλαδή αλλάζουν τα ΤΣΔ στα οποία στηρίζεται το ρομπότ αλλάζει και το επίπεδο στήριξης, επομένως εμφανίζεται σφάλμα στη θέση της βάσης. Για να πετύχουμε ομαλή κίνηση της βάσης και μικρά σφάλματα στις αρθρώσεις των ποδιών η θέση της πρέπει να διορθώνεται σταδιακά στη διάρκεια του βήματος. Σκοπός είναι η θέση της να τείνει ασυμπτωτικά στην επιθυμητή τιμή προς το τέλος του βήματος, χωρίς να εμφανίζει υπερακόντιση.

Για αυτό χρησιμοποιείται ένα φίλτρο που αλλάζει την επιθυμητή τροχιά της βάσης ώστε η βάση του ρομπότ να φτάσει στην επιθυμητή θέση. Η εξίσωση (4.38) συνυπολογίζει το σφάλμα της βάσης, βλέπε (4.29), (4.30), (4.31) και παράγει την επιθυμητή τροχιά της βάσης. Η υλοποίηση της σε περιβάλλον Matlab/Simulink φαίνεται στο Σχήμα 4-17.

$$\hat{R}(s)=R(s)+E(s)\frac{1}{1+K/s} \tag{4.38}$$

$$E(s)=R(s)-Y(s) \tag{4.39}$$

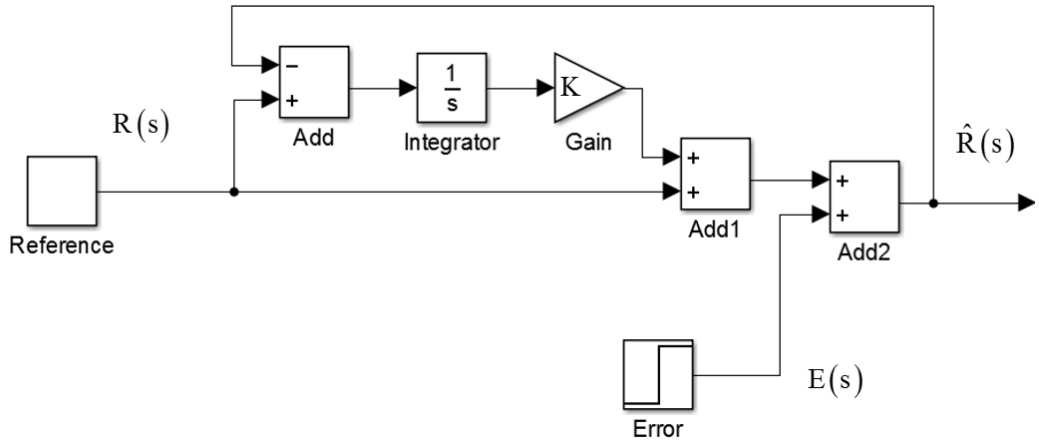
$R(s)$: Η επιθυμητή τιμή της μεταβλητής, είσοδος αναφοράς.

$E(s)$: Το σφάλμα μεταξύ της επιθυμητής και της πραγματικής τιμής της μεταβλητής.

K : Το κέρδος.

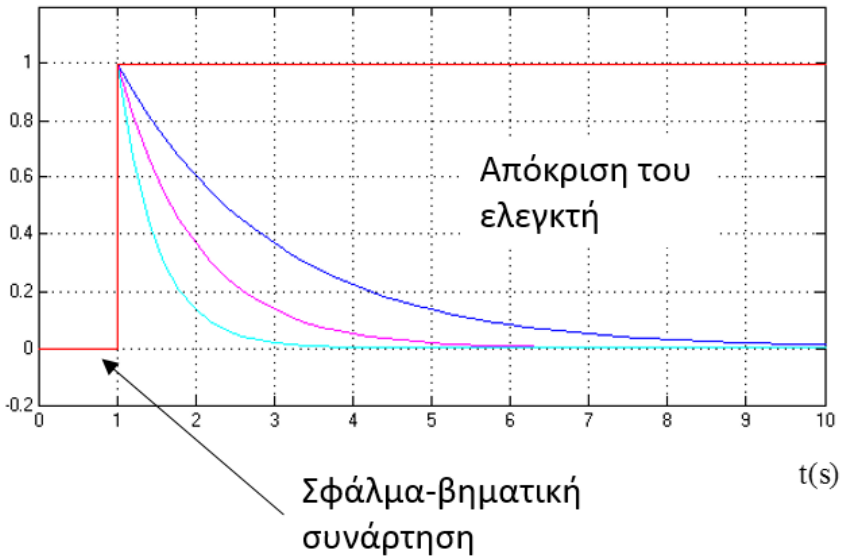
$\hat{R}(s)$: Η φιλτραρισμένη αναφορά.

$Y(s)$: Η έξοδος του συστήματος.



Σχήμα 4-17. Υλοποίηση του ελεγκτή (4.38).

Όταν αλλάζουν τα σημεία στήριξης της βάσης του ρομπότ εμφανίζεται απότομα ένα σφάλμα. Για να εξετάσουμε την απόκριση του προτεινόμενου ελεγκτή, χρησιμοποιούμε βηματική συνάρτηση σφάλματος. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης από το Σχήμα 4-17 φαίνονται παρακάτω



Σχήμα 4-18. Απόκριση του ελεγκτή (4.38) σε βηματική είσοδο.

Για υψηλά κέρδη του ελεγκτή (4.38) το σφάλμα διορθώνεται γρήγορα ενώ για μηδενικό κέρδος το σφάλμα δεν διορθώνεται. Επομένως το κέρδος είναι ένα μέτρο του φιλτραρίσματος του σφάλματος στην έξοδο του ελεγκτή.

Ο ελεγκτής (4.38) για τη περίπτωση της διόρθωσης της βάσης του ρομπότ γράφεται

$$\begin{pmatrix} d_{d,bc} \\ roll_{d,bc} \\ pitch_{d,bc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_d \\ roll_d \\ pitch_d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_{error} \\ roll_{error} \\ pitch_{error} \end{pmatrix} \frac{1}{1+K/s} \tag{4.40}$$

$d_{d,bc}$: Η επιθυμητή τιμή του ύψους της βάσης του ρομπότ όπως προκύπτει από τη διόρθωση της βάσης.

$roll_{d,bc}$: Η επιθυμητή τιμή της γωνίας roll της βάσης του ρομπότ όπως προκύπτει από τη διόρθωση της βάσης.

$pitch_{d,bc}$: Η επιθυμητή τιμή της γωνίας pitch της βάσης του ρομπότ όπως προκύπτει από τη διόρθωση της βάσης.

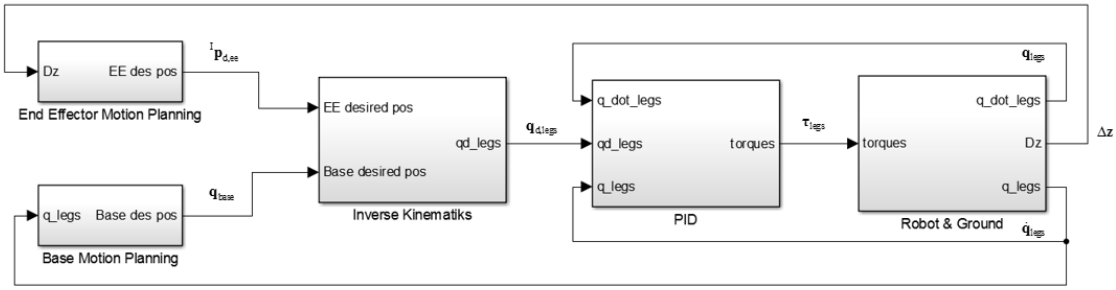
Η καινούργια επιθυμητή τροχιά της βάσης συνδυάζεται με τις τροχιές των ΤΣΔ και προκύπτουν οι καινούργιες θέσεις των αρθρώσεων των ποδιών του ρομπότ. Η διόρθωση είναι αργή ώστε η κίνηση της βάσης να είναι κατά το δυνατόν ομαλή και να μην προκαλεί μεγάλα σφάλματα θέσης και αιχμές στις δυνάμεις των επενεργητών.

Ενσωματώνουμε τη διόρθωση της βάσης στο σχεδιασμό της κίνησης και προκύπτει η προσομοίωση, Σχήμα 4-19. Ο σχεδιασμός της τροχιά της βάσης χρησιμοποιεί ανάδραση των μεταβλητών των αρθρώσεων των ποδιών. Αρχικά υπολογίζεται τη θέση των ΤΣΔ που βρίσκονται σε φάση εδάφους ως προς Σ.Σ.Σ., βλέπε (4.2). Κατόπιν εξάγεται η εξίσωση του επιπέδου στήριξης, (4.28) και σχηματίζεται το σφάλμα θέσης και προσανατολισμού της βάσης ως προς το επίπεδο στήριξης, (4.29), (4.30), (4.31), (4.35), (4.36), (4.37). Το σφάλμα της βάσης χρησιμοποιείται σαν είσοδος στην εξίσωση της διόρθωση βάσης, (4.40) από όπου και προκύπτει η επιθυμητή τροχιά της βάσης. Η υπόλοιπη προσομοίωση παραμένει όμοια με το Σχήμα 4-13.

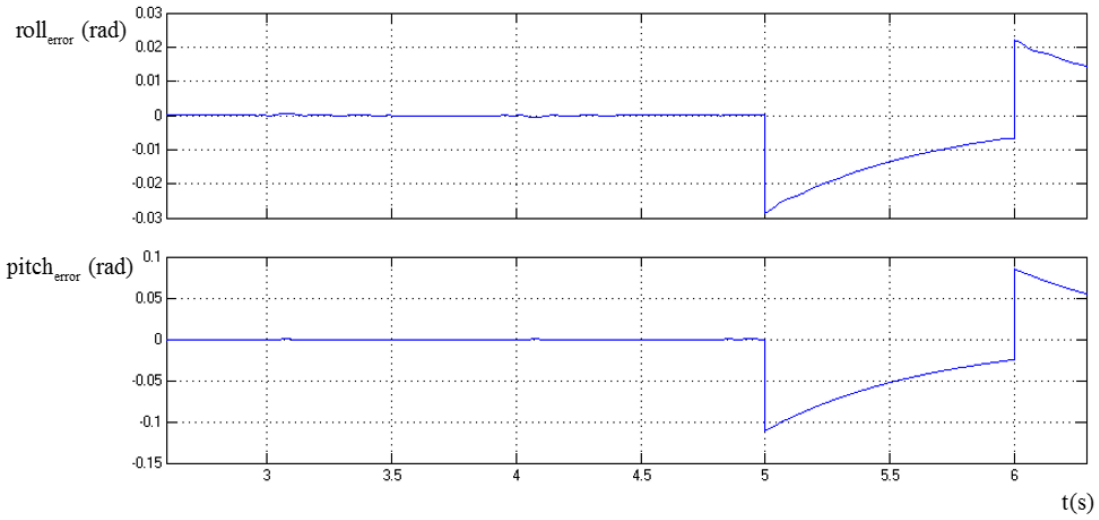
Τα κέρδη προσδιορίζονται μέσω δοκιμών με κριτήριο την επιθυμητή απόκριση του συστήμτος. Η προσομίωση αναπτύσσεται για κέρδη

$$K=1.5,\ k_p = 10^5,\ k_d = 5\,10^3,\ k_i = 10^6$$

Το σενάριο λειτουργίας παραμένει όπως έχει οριστεί στην παράγραφο 4.3.1.



Σχήμα 4-19. Υλοποίηση της προσομοίωσης του εξάποδου με διόρθωση βάσης.

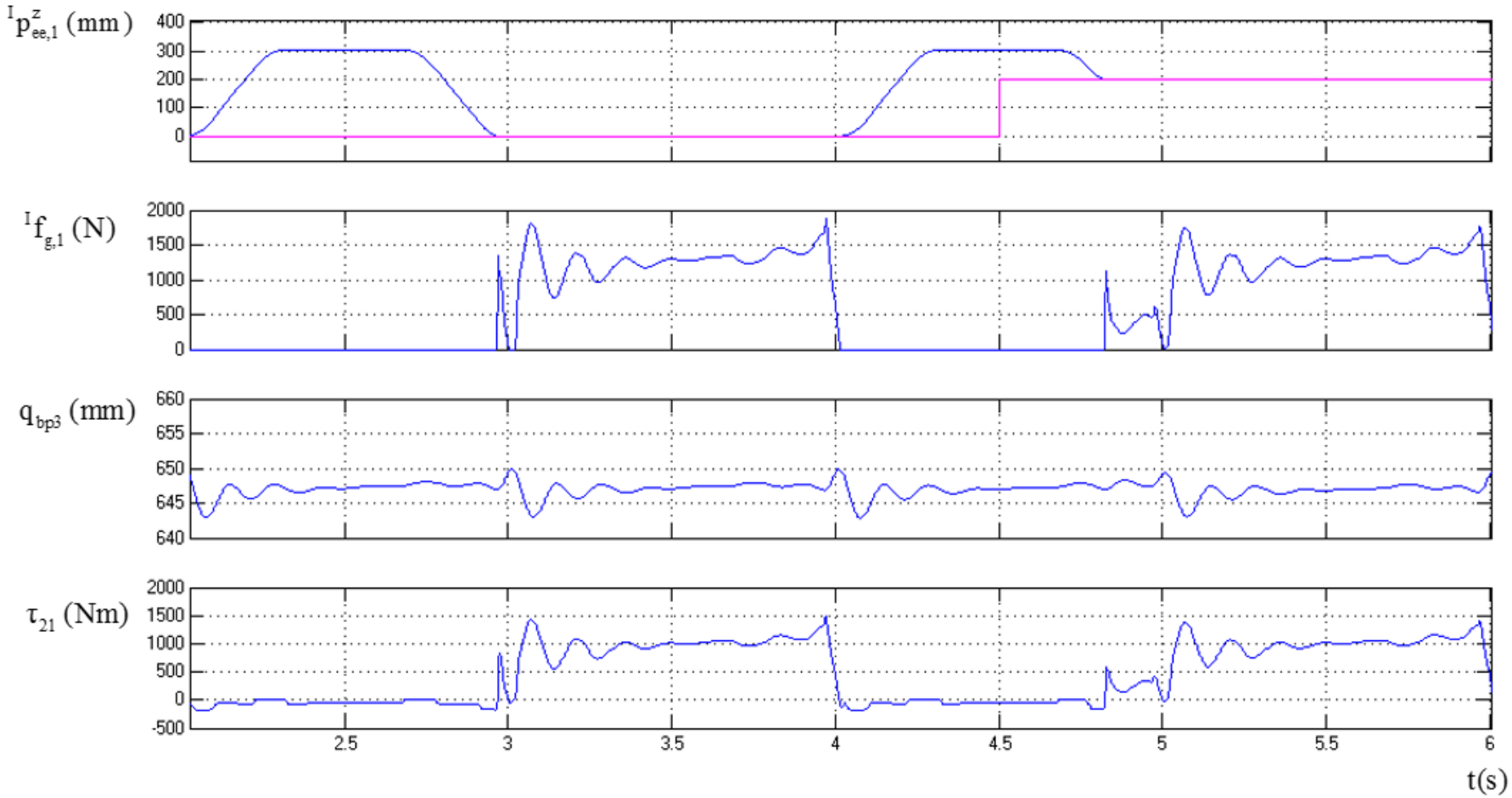


Σχήμα 4-20. Αποτελέσματα διόρθωσης βάσης.

Από το Σχήμα 4-21 παρατηρούμε ότι η κίνηση του ΤΣΔ όταν έρχεται σε επαφή με το σκαλοπάτι είναι ομαλή. Το ΤΣΔ δεν χάνει την επαφή με το έδαφος και οι ροπές από τους επενεργητές κάθώς και οι αντιδράσεις του εδάφους παραμένουν χαμηλές.

Από το Σχήμα 4-20 παρατηρούμε το σφάλμα στις γωνίες της βάσης του ρομπότ ως προς το έδαφος. Όταν το πρώτο πόδι πατάει στο σκαλοπάτι, αλλάζει το επίπεδο που ορίζουν τα ΤΣΔ και εμφανίζεται ένα σφάλμα. Εξαιτίας του μικρού κέρδους το σφάλμα διορθώνεται με αργό ρυθμό κατά τη διάρκεια του βήματος. Όταν πατάει η άλλη τριάδα ποδιών που δεν έχει συναντήσει εμπόδιο, αλλάζει ξανά το επίπεδο που ορίζουν τα ΤΣΔ και εμφανίζεται το αντίθετο σφάλμα.

Επομένως, το εξάποδο μπορεί να ξεπεράσει εμπόδια και να προσαρμοστεί στις κλίσεις του εδάφους χωρίς να γνωρίζει την τοπολογία του εδάφους. Ένα ακόμα πλεονέκτημα αυτής της προσέγγισης είναι ότι η διόρθωση της βάσης γίνεται ως προς το Σ.Σ.Σ. και δεν χρειάζεται επιπρόσθετα αισθητήρια.



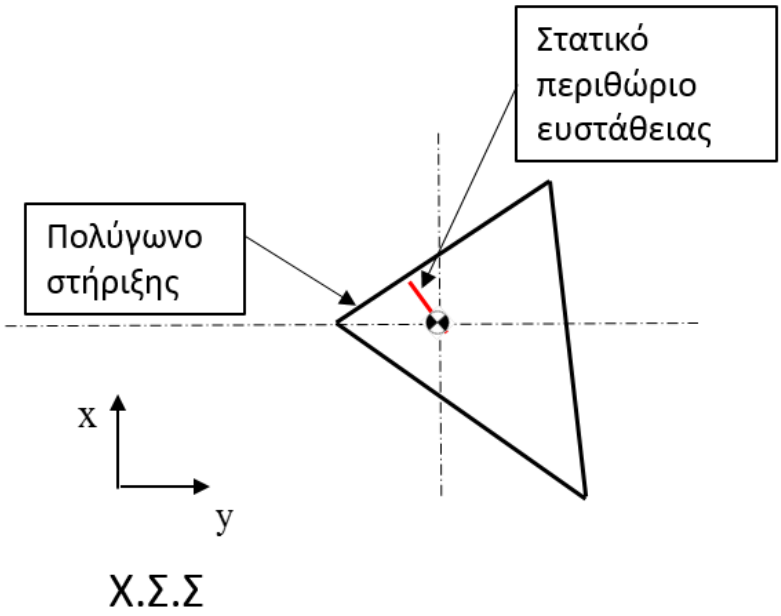
Σχήμα 4-21. Αποτελέσματα προσομοίωσης εξάποδου με διόρθωση βάσης.

4.4.3 Στατική ευστάθεια εξάποδου ρομπότ

Το εξάποδο μπορεί να κινείται σε δύσβατο έδαφος, όμως πρέπει να είναι στατικά ευσταθές κατά την κίνηση του. Αρχικα ορίζουμε το κριτήριο στατικής ευστάθειας.

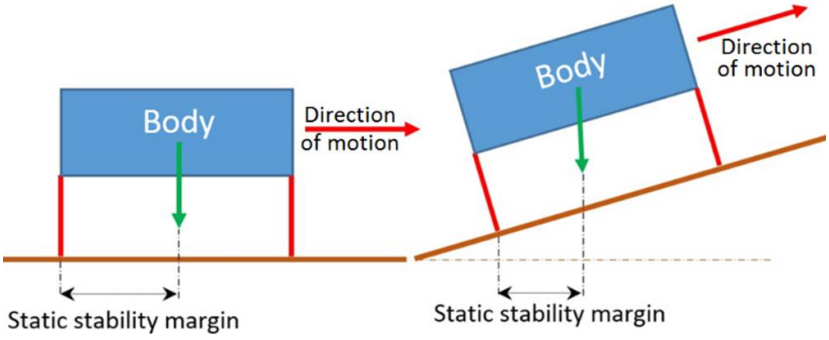
Το περιθώριο στατικής ευστάθειας ορίζεται για συγκεκριμένο πολύγωνο στήριξης ως η μικρότερη απόσταση της προβολής του κέντρου μάζας του οχήματος από τις πλευρές του πολυγώνου. Όπου σαν πολύγωνο στήριξης ορίζεται η οριζόντια προβολή του πραγματικού πολυγώνου στήριξης [8] .

Στην περίπτωση του εξάποδου, το ρομπότ χρησιμοποιεί τρίποδο βάδισμα, επομένως έχουμε ένα τρίγωνο στήριξης που ορίζεται από τα ΤΣΔ που βρίσκονται σε φάση εδάφους, βλέπε Σχήμα 4-22. Για να είναι στατικά ευσταθές το ρομπότ πρέπει η προβολή του κέντρου μάζας του να βρίσκεται μέσα στην οριζόντια προβολή του τριγώνου στήριξης. Το περιθώριο στατικής ευστάθειας ορίζεται ως η μικρότερη απόσταση της προβολής του κέντρου μάζας από τις πλευρές του τριγώνου. Η στατική ευστάθεια λοιπόν εξαρτάται από τη θέση των ΤΣΔ ως προς το κέντρο μάζας της βάσης στο επίπεδο xy του Χ.Σ.Σ.



Σχήμα 4-22. Τρίγωνο στήριξης του εξάποδου ρομπότ.

Όταν το ρομπότ κινείται σε επίπεδο έδαφος το περιθώριο στατικής ευστάθειας είναι επαρκές. Όταν όμως κινείται σε έδαφος με κλίση το περιθώριο στατικής ευστάθειας του ρομπότ μειώνεται, Σχήμα 4-23. Αυτό οφείλεται στο ότι η επιθυμητή θέση των ΤΣΔ ορίζεται ως προς την ονομαστική θέση της βάσης (4.20) και όχι την πραγματική.



Σχήμα 4-23. Περιθώριο στατικής ευστάθειας ρομπότ.

Για να παραμείνει το περιθώριο στατικής ευστάθειας του ρομπότ σταθερό ανεξαρτήτως κλίσης εδάφους, ο σχεδιασμός της επιθυμητής τροχιάς του ΤΣΔ λαμβάνει υπόψη τις γωνίες της βάσης γύρω από το x και y άξονα του Χ.Σ.Σ. [9] [10] [11] [12] , [13] . Εφόσον μόνο οι θέσεις κατά x και y των ΤΣΔ επηρεάζουν τη στατική ευστάθεια του ρομπότ, η θέση του ΤΣΔ κατά z άξονα του Χ.Σ.Σ. παραλείπεται.

$$\begin{pmatrix} \left({}^{I}p^{x}_{d,ee,j}\right)_{new} \\ \left({}^{I}p^{y}_{d,ee,j}\right)_{new} \end{pmatrix} = {}^{I}\mathbf{E}_{x,y} \begin{pmatrix} {}^{I}p^{x}_{d,ee,j} \\ {}^{I}p^{y}_{d,ee,j} \end{pmatrix} \tag{4.41}$$

$${}^{I}\mathbf{E}_{x,y} = \begin{pmatrix} c_{br3}c_{br2} & -s_{br3} & s_{br2}c_{br3} \\ s_{br3}c_{br2} & c_{br3} & s_{br2}s_{br3} \end{pmatrix} \tag{4.42}$$

$$c_{br3} = \cos(q_{br3}) \tag{4.43}$$

$$s_{br3} = \sin(q_{br3}) \tag{4.44}$$

q_{br3} : Η στροφική άρθρωση της βάσης του ρομπότ γύρω από το x άξονα του Χ.Σ.Σ.

q_{br2} : Η στροφική άρθρωση της βάσης του ρομπότ γύρω από το y άξονα του Χ.Σ.Σ.

${}^{I}\mathbf{E}_{x,y}$: πίνακας διαστάσεων 2x3. Περιέχει τις δύο πρώτες γραμμές του πίνακα περιστροφής, που προκύπτει από περιγραφή γωνιών Euler ZYX για μηδενική περιστροφή γύρω από το z άξονα, q_{br2} γύρω από το y άξονα και q_{br3} γύρω από το x άξονα.

${}^{I}p^{x}_{d,ee,j}$: Η επιθυμητή θέση του ΤΣΔ του ποδιού j κατά τον x άξονα του Χ.Σ.Σ. βλέπε (4.21), (4.22) , Σχήμα 4-7.

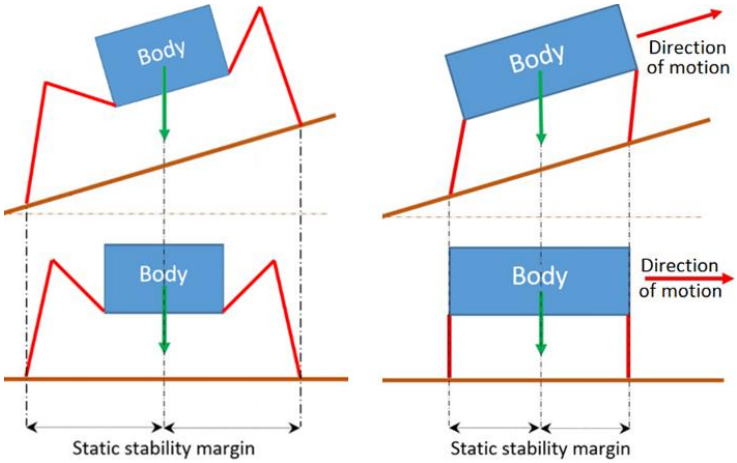
${}^{I}p^{y}_{d,ee,j}$: Η επιθυμητή θέση του ΤΣΔ του ποδιού j κατά τον y άξονα του Χ.Σ.Σ. βλέπε (4.21), (4.22) , Σχήμα 4-7.

$\left({}^{I}p^{x}_{d,ee,j}\right)_{new}$:Η νέα επιθυμητή θέση του ΤΣΔ του ποδιού j κατά τον x άξονα του Χ.Σ.Σ. που υπολογίστηκε λαμβάνοντας υπόψη τις κλίσεις της βάσης.

$\left({}^{I}p^{y}_{d,ee,j}\right)_{new}$:Η νέα επιθυμητή θέση του ΤΣΔ του ποδιού j κατά τον y άξονα του Χ.Σ.Σ. που υπολογίστηκε λαμβάνοντας υπόψη τις κλίσεις της βάσης.

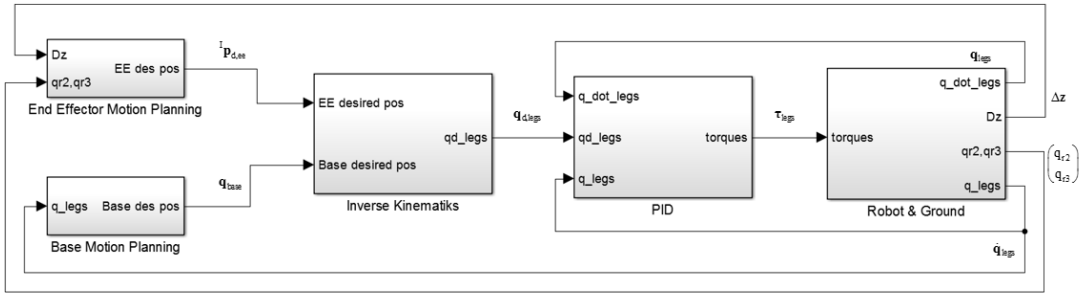
Μας ενδιαφέρουν μόνο οι γωνίες κατά x και y επειδή μόνο αυτές επηρεάζουν την απόσταση της προβολής του κέντρου μάζας από την προβολή του τριγώνου στήριξης όπως αυτό ορίζεται από τα 3 ΤΣΔ σε φάση εδάφους.

Με τη νέα μέθοδο υπολογισμού των επιθυμητών θέσεων των ΤΣΔ το περιθώριο στατικής ευστάθειας παραμένει σταθερό ανεξαρτήτως της κλίσης του εδάφους [1] .



Σχήμα 4-24. Περιθώριο στατικής ευστάθειας εξάποδου ρομπότ συμπεριλαμβάνοντας τον προσανατολισμό της βάσης.

Η νέα μέθοδος υπολογισμού των επιθυμητών θέσεων των ΤΣΔ ενσωματώνεται στη προσομοίωση Σχήμα 4-19. Ο σχεδιασμός της τροχιάς των ΤΣΔ κατά x και y άξονα του Χ.Σ.Σ. γίνεται χρησιμοποιώντας ανάδραση των κλίσεων της βάσης γύρω από τους x και y άξονες του Χ.Σ.Σ. Ακολούθως προκύπτει η παρακάτω προσομοίωση.



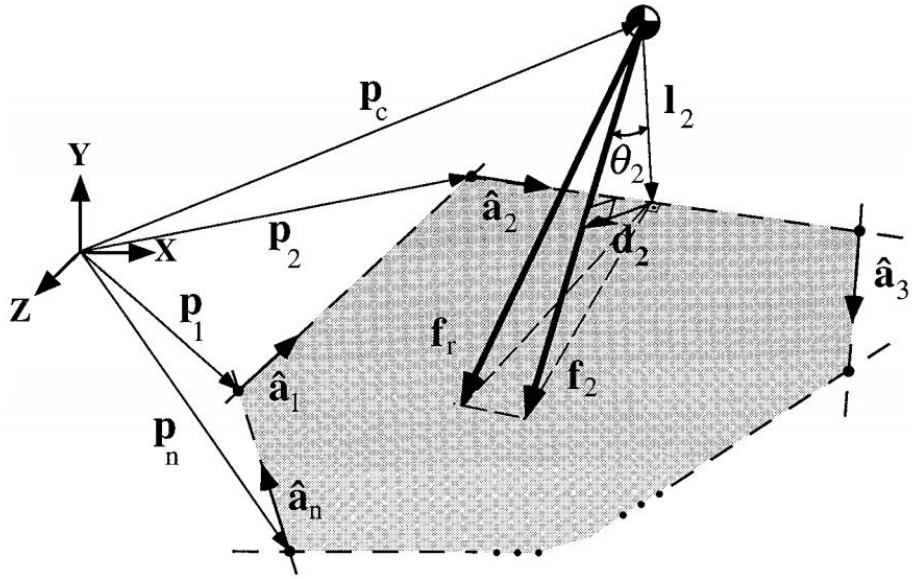
Σχήμα 4-25. Προσομοίωση εξάποδου με διόρθωση βάσης και σχεδιασμό κίνησης ΤΣΔ στο Χ.Σ.Σ.

Για την αξιολόγηση της ευστάθειας του ρομπότ, χρησιμοποιούμε το κριτήριο ευστάθειας Force-Angle Stability Measure (FASM) από την εργασία των Papadopoulos and Rey [4] .

Το FASM υπολογίζει την ευστάθεια ενός συστήματος συνυπολογίζοντας την επίδραση του ύψους στο οποίο βρίσκονται οι μάζες καθώς και τις αδρανειακές και εξωτερικές δυνάμεις. Η συνολική δύναμη f_i^* για τον i άξονα ανατροπής, περιλαμβάνει την επίδραση της συνισταμένης δύναμης f_r και ροπής που ασκείται στο σύστημα. Η γωνία θ_i ορίζεται ως η γωνία μεταξύ της συνιστώσας της δύναμης που είναι κάθετη στον άξονα ανατροπής και της καθέτου του άξονα ανατροπής που διέρχεται από το κέντρο μάζας του ρομπότ l_i . Το $\|d_i\|$ είναι η απόσταση του σημείου που το l_i τέμνει τον άξονα ανατροπής από τη συνιστώσα f_r που είναι κάθετη στον άξονα ανατροπής.

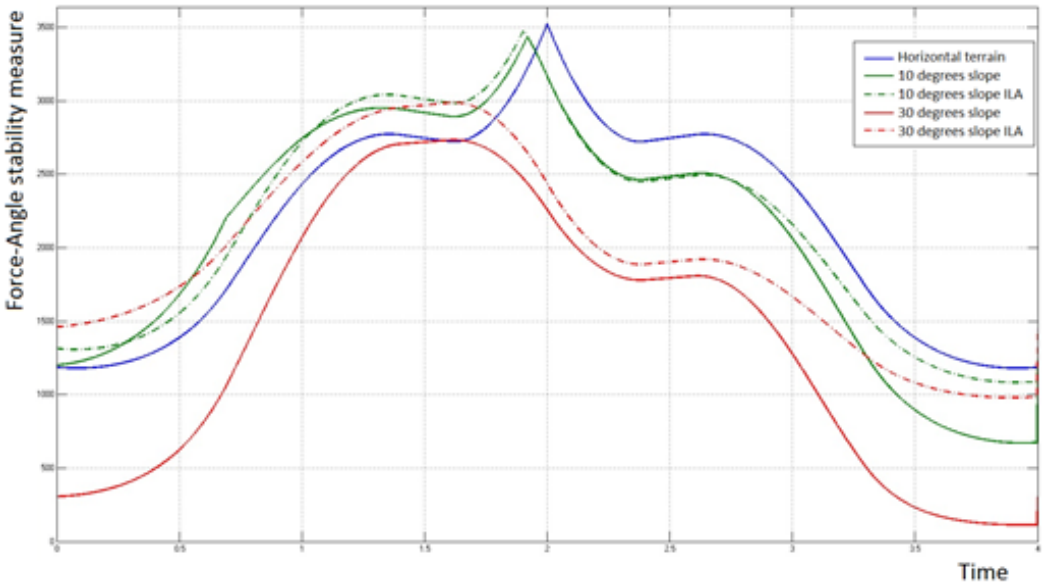
$$\beta = \min\left(\theta_i \cdot \|d_i\| \cdot \|f_i^*\|\right) \tag{4.45}$$

Η τιμή του β είναι το περιθώριο ευστάθειας του ρομπότ. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του τόσο λιγότερο κινδυνεύει το ρομπότ να χάσει την ευστάθεια του. Για τιμές κοντά στο 0 είναι οριακό ενώ για τιμές κάτω από το 0 το σύστημα έχει ήδη ανατραπεί.



Σχήμα 4-26. Force Angle Stability Measure (FASM).

Για διάφορες κλίσεις εδάφους πραγματοποιούμε τις προσομοιώσεις Σχήμα 4-19 και Σχήμα 4-25. Κατά τη διάρκεια των προσομοιώσεων μέσω της (4.45) υπολογίζουμε το (FASM). Το συγκεντρωτικό διάγραμμα για τις κλίσεις εδάφους που περιέχει και τις δύο μεθοδολογίες υπολογισμού της θέσης των ΤΣΔ παρουσιάζεται παρακάτω.



Σχήμα 4-27. FASM για κίνηση του εξαπόδου σε διάφορες κλίσεις εδάφους.

Από το Σχήμα 4-27 οι διαφορετικές κλίσεις εδάφους συμβολίζονται με διαφορετικά χρώματα [1] . Οι συνεχόμενες γραμμές αναφέρονται στον παλιό τρόπο υπολογισμού της θέσης των ΤΣΔ και οι διακεκκομένες στον καινούργιο. Για επίπεδο έδαφος, μπλε γραμμή, το περιθώριο στατικής ευστάθειας είναι ίδιο. Για 30° κλίση εδάφους το κριτήριο ευστάθειας της παλιάς μεθόδου μειώνεται αισθητά ενώ η καινούργια μέθοδος παράγει πολύ καλύτερα αποτελέσματα. Το περιθώριο ευστάθειας για το νέο σχεδιασμό κίνησης για τα ΤΣΔ δεν παραμένει το ίδιο ανεξαρτήτως της κλίσης του εδάφους γιατι το FASM συνυπολογίζει περισσότερες παραμέτρους από την στατική ευστάθεια.

Συνδυάζοντας τον σχεδιασμό της κίνησης, με τη διόρθωση της βάσης και έναν PID ελεγκτή με ανάδραση θέσης ΤΣΔ δίνεται μία συνολική λύση στην στατικά ευσταθή κίνηση εξάποδου ρομπότ σε δύσβατο έδαφος.

5 Συμπεράσματα και Μελλοντική Εργασία

Στο τμήμα αυτό της εργασίας παρατίθενται ορισμένα συμπεράσματα και μια σύνοψη των θεμάτων που έχουν μελετηθεί σε κάθε κεφάλαιο της εργασίας.

5.1 Συμπεράσματα

Στην εργασία μελετήθηκε η κίνηση ενός στατικά ευσταθούς εξάποδου ρομπότ σε δύσβατο έδαφος με άγνωστη μορφολογία. Αρχικά μοντελοποιήθηκε ένα ρομπότ με j πόδια και i αρθρώσεις ανά πόδι, του οποίου η βάση είναι ελεύθερη να κινείται στο χώρο. Αναπτύχθηκε η κινηματική και η δυναμική του ρομπότ μέσω της ενεργειακής μεθόδου Euler-Lagrange και συνδυάστηκε με ένα μοντέλο εδάφους ελατηρίου με αποσβεστήρα. Το αποτέλεσμα είναι ένα σύστημα παραμετρικών μη γραμμικών διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν τη συμπεριφορά του ρομπότ και του εδάφους.

Οι εξισώσεις εφαρμόστηκαν για ένα δίποδο ρομπότ. Το δίποδο ρομπότ χρησιμοποιήθηκε σαν εργαλείο μελέτης λόγω της απλότητας του. Ορίστηκε ένα σενάριο λειτουργίας όπου το δίποδο ρομπότ έπρεπε να πατήσει σε σκαλοπάτι ύψους 300 mm χωρίς να χάσει επαφή με το έδαφος με ομαλή κίνηση της βάσης. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τη συμπεριφορά του συστήματος ρομπότ-εδάφους αναπτύχθηκαν και λύθηκαν επαναληπτικά σε λογισμικό Matlab/Simulink. Δοκιμάζοντας διάφορους ελεγκτές και αξιολογώντας τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων του δίποδου ρομπότ, καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι το σφάλμα που εμφανίζεται όταν το πόδι πατάει πάνω στο σκαλοπάτι είναι πολύ μεγάλο για να έχει την επιθυμητή απόκριση το ρομπότ. Για να μειώσουμε αυτό το σφάλμα δοκιμάστηκαν επιτυχώς δύο λύσεις.

1. Προστέθηκε ένας επιπλέον βρόχος ελέγχου για τη θέση της βάσης στο Χ.Σ.Σ. στον έλεγχο εμπέδησης. Καθώς η βάση του ρομπότ δεν είναι επενεργούμενη, ελέγχοντας τις αντιδράσεις του εδάφους καταφέραμε η βάση να κινείται σε σταθερό ύψος ως προς το Χ.Σ.Σ.
2. Χρησιμοποιώντας PID ελεγκτή και γνωρίζοντας την απόσταση του ΤΣΔ από το έδαφος επιβραδύνουμε κατάλληλα το ΤΣΔ ώστε να φτάνει στο έδαφος με μηδενική ταχύτητα.

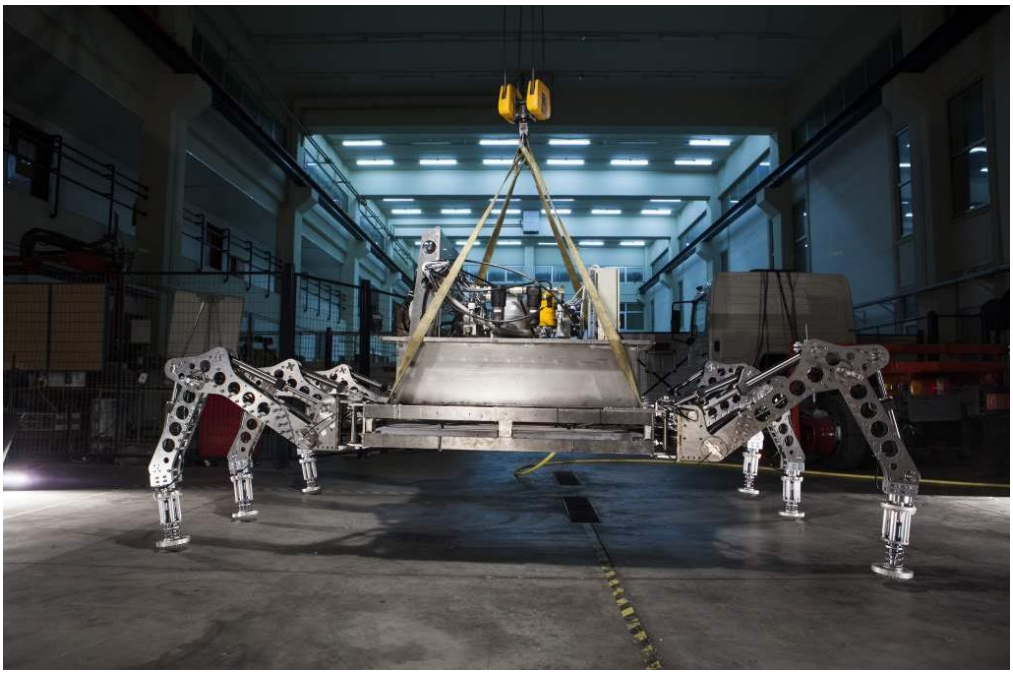
Οι δύο λύσεις είχαν καλές αποκρίσεις στο συγκεκριμένο σενάριο λειτουργίας όμως επιλέχθηκε η δεύτερη καθώς η μέτρηση της θέσης της βάσης στο Χ.Σ.Σ. είναι δύσκολα υλοποιήσιμη.

Οι εξισώσεις κίνησης του εξάποδου ρομπότ και του εδάφους, αναπτύχθηκαν σε περιβάλλον Matlab/Simulink και συνδυάστηκαν με το νόμο ελέγχου που επιλέχθηκε για το δίποδο ρομπότ. Επιπλέον, αναπτύχθηκε ένας μηχανικός τρόπος για τη μέτρηση της απόστασης του ΤΣΔ από το έδαφος με τη χρήση ενός ελατηρίου μεταξύ του ΤΣΔ και του ποδιού. Προστέθηκε ένας βρόχος ελέγχου που διατηρεί τη βάση του ρομπότ παράλληλη και στην επιθυμητή απόσταση από το έδαφος. Επιπλέον, αναπτύχθηκε μία νέα μεθοδολογία

σχεδιασμού της κίνησης των ΤΣΔ που λαμβάνει υπόψη του τις κλίσεις της βάσης ώστε να διατηρεί σταθερό το περιθώριο στατικής ευστάθειας του ρομπότ ανεξαρτήτως της μορφολογίας του εδάφους.

Το τελικό αποτέλεσμα της παρούσας εργασίας είναι ένας νόμος ελέγχου που εξασφαλίζει την απρόσκοπτη κίνηση και τη διατήρηση της ευστάθειας ενός εξάποδου ρομπότ σε δύσβατο έδαφος.

Η μεθοδολογία που προτείνεται σε αυτή την εργασία εφαρμόσθηκε με επιτυχία στο πρωτότυπο εξάποδο ρομπότ HexaTerra Σχήμα 5-1.



Σχήμα 5-1. Το εξάποδο ρομπότ HexaTerra.

5.2 Μελλοντική Εργασία

Η κίνηση ενός στατικά ευσταθούς εξάποδου ρομπότ σε δύσβατο έδαφος με άγνωστη μορφολογία, είναι εξαιρετικά ευρύ και οπωσδήποτε δεν εξαντλείται στα πλαίσια της παρούσας εργασίας.

Ένα θέμα που θα μπορούσε να μελετηθεί σε μελλοντική εργασία, είναι ο σχεδιασμός κίνησης και ο έλεγχος του ρομπότ σε έδαφος με «λακούβες», όπου το ΤΣΔ έχει φτάσει στο τέλος του προσπελάσιμου χώρου εργασίας του χωρίς να έχει φτάσει στην επιφάνεια του εδάφους.

Ένα άλλο θέμα είναι οι κινήσεις που πρέπει να κάνει το ρομπότ σε περίπτωση που χαθεί ένα από τα τρία σημεία στήριξης του επομένως το ρομπότ γίνει στατικά ασταθές. Στην ίδια περίπτωση εντάσσεται και κάποια εξωτερική διαταραχή που τείνει να αναποδογυρίσει το ρομπότ μειώνοντας το περιθώριο στατικής ευστάθειας.

6 Βιβλιογραφία

[1] Roditis, I., Nitsos, Th., Porichis, A., Chatzakos, P., Bertos, G., Lika K., and Papadopoulos, E., “Maintaining static stability and continuous motion in rough terrain hexapod locomotion without terrain mapping,” *24th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED ‘16)*, June 21-24, 2016, Athens, Greece, pp. 545, 550.

[2] Παπαδόπουλου, Ε. και Κυριακόπουλου, Κ., *Σημειώσεις Ρομποτικής*, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα 2004.

[3] Craig, J., *Introduction to Robotics, Mechanics and Control*, 3rd ed., Pearson Prentice Hall, 2005.

[4] Papadopoulos, E. and Rey, D., "The Force-Angle Measure of Tipover Stability Margin for Mobile Manipulators," *Vehicle System Dynamics*, Vol. 33, No 1, 2000, pp. 29–48.

[5] Vasilopoulos, V., Paraskevas, I., and Papadopoulos, E., “All-terrain Legged Locomotion Using a Terradynamics Approach,” *Proc. of the 2014 International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS '14)*, Chicago, Illinois, Sept. 14–18, 2014, USA, pp. 4849, 4854.

[6] Hogan, N., Impedance Control: “An Approach to Manipulation”, *American Control Conference*, 1984, vol., no., 6–8 June 1984, pp.304,313

[7] Buchli, J., “Force, compliance, impedance and interaction control”, *Summer school dynamic walking and running with robots*, July 12 2011, p.212-243.

[8] R.B. McGhee and A.A. Frank, “On the stability properties of quadruped creeping gait”, *Mathematical Biosciences*, 3 (2) pp. 331–351, 1968.

[9] R.B. McGhee and G.I. Iswandhi, “Adaptive locomotion of a multilegged robot over rough terrain.” *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, SMC-9* (4), 1979, pp. 176–182.

[10] D.A. Messuri and C.A. Klein, “Automatic body regulation for maintaining stability of a legged vehicle during rough-terrain locomotion”, IEEE Journal of Robotics and Automation, Vol RA-1, No. 3, September 1985, pp 132-141.

[11] McGhee, R.B. and Waldron, K.J., “The adaptive suspension vehicle”, IEEE Control Systems Magazine, December 1986, pp. 7, 12.

[12] A. Irawan and K. Nonami, “Force threshold-based omni-directional movement for hexapod robot walking on uneven terrain”, *Fourth International Conf. on Computational Inteligence*, Kuantan, Malaysia, 2012, pp. 127, 132.

[13] C. Shih and C. Klein, “An adaptive gait for legged walking machines over rough terrain”, *IEEE Transactions on Systems, San and Cybernetics*, Vol. 23, No.4, July/August 1993, pp 1150-1155.

[14] J.-Y. Kim and B.-H. Jun, "Mechanical design of six-legged walking robot, little crabster", *OCEANS, 2012. IEEE*, pp. 1-8, 2012.

[15] Kenzo Nonami, Ranjit Kumar Barai, Addie Irawan and Mohd Razali Daud “Design and Optimization of Hydraulically Actuated Hexapod Robot COMET-IV”, *Springer Link*, September 2013.

[16] FoxNews.com, “John Deere Walking Harvester treads lightly and carries very big sticks”, July 24, 2012.