



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών

Τομέας Μηχανολογικού Σχεδιασμού και Αυτομάτου Ελέγχου

Εργαστήριο Στοιχείων Μηχανών

Κινηματική και δυναμική ανάλυση και σχεδιασμός
πρωτότυπου γυροσκοπικού μετατροπέα ροπής

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΜΙΧΑΛΗΣ ΝΙΚΟΛΑΚΗΣ

Επιβλέπων :Επίκουρος καθ. Β.Σπιτάς

Αθήνα 2016

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία ,βασίζεται στην εφεύρεση του κ.Ν.Μπότση,και ως σκοπό έχει την ανάλυση ,την μοντελοποίηση τον σχεδιασμό ,την κινηματική και δυναμική ανάλυση μίας αντλίας μεταβλητής παροχής που κάνει χρήση γυροσκοπικού φαινομένου.Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μία σύντομη αναφορά στα γυροσκόπια και στην χρησιμότητα τους ως μηχανισμοί εξισορρόπησης δυνάμεων.Στο δευτερο κεφάλαιο παρατίθενται αναλυτικές λύσεις σε βασικά στοιχεία του μηχανισμού όπως είναι η κίνηση των εμβόλων ,η ανάλυση των δυνάμεων και του γυροσκοπικού φαινομένου .Στο τρίτο κεφάλαιο καθορίζονται οι βασικές παράμετροι σχεδίασης και παρατίθενται μονογραμμικά σχέδια και εικόνες των επι μέρους μηχανολογικών εξαρτημάτων που σχεδιάστηκαν.Στο τέταρτο κεφάλαιο ακολουθεί η μοντελοποίηση του μηχανισμού στο λογισμικό Rigid Dynamics η αναφορά των παραδοχων που έγιναν και όλα εκείνα τα επιμέρους στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν ώστε να πραγματοποιηθούν οι κινηματικές και δυναμικές προσωμειώσεις.Στο πέμπτο και έκτο κεφάλαιο υπάρχουν τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα τα οποία εξήχθησαν αντίστοιχα.Τέλος στο έβδομο κεφάλαιο γίνεται μία σύντομη αναφορά σε ζητήματα μελλοντικής μελέτης ώστε να διορθωθούν τυχόν αδυναμίες του υφιστάμενου μηχανισμού καθώς και πιθανά πεδία εφαρμογής του.

ABSTRACT

This thesis, based on the invention of Mr. N. Botsis , aims at kinematic and dynamic analysis and design of a variable flow pump that uses gyroscopic effect. The first chapter is a reference to gyroscopes' uses .In the second one , analytical solutions of the main movements of mechanism are provided, such as the pistons' movements and the mathematical analysis of gyroscopic effect. The third chapter defines the main design parameters. Drawings and pictures of the individual mechanical components are provided. In the fourth chapter there is modeling of mechanism in Rigid Dynamics-ANSYS software, reporting of assumptions made and all those components that were appropriate to conduct the kinematic and dynamic simulations. In the fifth and sixth chapter there are the results and the conclusions which exported, respectively. In the seventh chapter there is a brief reference to the future study issues to correct any weaknesses of the present mechanism.

Ευχαριστίες

Φτάνοντας στο τέλος της φοίτησης μου ,θα ήθελα πρώτα απ' όλα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή κ.Β.Σπιτά για την συνεργασία που είχαμε ,τις πολύ χρήσιμες και διδακτικές για μένα ,συζητήσεις μας καθώς και για την προθυμία ,που ανεξαρτήτως φόρτου εργασίας ,πάντα είχε ώστε να συζητήσουμε απορίες και προβληματισμούς σχετικούς με την εργασία μου.Όλα αυτά συνέβαλλαν στην πνευματική ωρίμανσή μου ,πράγμα που θεωρώ ως ένα απο τα σημαντικότερα αποκτήματα που είχα κατα την διάρκεια της φοιτητικής μου πορείας.Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Ν.Μπότση ο οποίος μου εμπιστεύθηκε την εφεύρεση του και με τον οποίο η συνεργασία μας βασίστηκε στον αμοιβαίο σεβασμό και στον κοινό στόχο που είχαμε να δούμε ο καθένας απο την δική του σκοπιά ,την ολοκλήρωση ενός σημαντικού τμήματος της ανάλυσης του παρόντος μηχανισμού.Ακόμα οφείλω ενα μεγάλο ευχαριστώ σε όλο το προσωπικό του εργαστηρίου των Στοιχείων Μηχανων για τους προβληματισμούς που μοιραστήκαμε και τις συζητήσεις που είχαμε.Το μεγαλύτερο όμως ευχαριστώ το οφείλω στην οικογένεια μου ,χωρίς την υλική και ηθική υποστήριξη της οποίας δεν θα είχα καταφέρει να ολοκληρώσω την προσπάθεια μου.

*Η παρούσα εργασία αφιερώνεται
στους γονείς μου Αντώνη και Ιωάννα
και στα αδέρφια μου Παναγιώτη και
Κατερίνα.*

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	Σελ
Συγκεντρωτικός πίνακας βασικών μεταβλητών.....	15
1.Η εφεύρεση	17
1.1 Περιγραφή της εφεύρεσης.....	17
1.2 Στάδια λειτουργίας.....	19
1.3 Πορεία εργασίας.....	20
1.4 Γενικά για τα γυροσκόπια.....	21
1.5 Γωνίες Euler και ανάλυση του απλού γυροσκοπίου.....	23
2.Ανάλυση του μηχανισμού.....	26
2.1 Βαθμοί ελευθερίας.....	26
2.2 Στροφορμή.....	27
2.3 Κίνηση διωστήρα κυλίνδρου.....	29
2.4 Μετασχηματισμοί Denavit-Hartenberg	33
2.5 Ομογενείς μετασχηματισμοί.....	36
2.6 Ταχύτητες και επιταχύνσεις.....	38
2.7 Φόρτιση μηχανισμού.....	39
3.Σχεδιασμός.....	42
3.1 Καθορισμός παραμέτρων σχεδιασμού.....	42
3.2 Σχεδιασμός στερεών μοντέλων.....	43
4.Μοντελοποίηση μηχανισμού.....	51
4.1 Το λογισμικό Rigid Dynamics.....	51
4.2 Εισαγωγή συνδέσμων.....	54
4.3 Γενικά για τους υδραυλικούς κινητήρες	56
4.4 Εξισορροπημένοι υδραυλικοί κινητήρες με πτερύγια.....	57
4.5 Μοντελοποίηση φορτίου Υ/Κ -μηχανισμού.....	58

5.Ανάλυση στο λογισικό Rigid Dynamics-αποτελέσματα.....	61
6.Συμπεράσματα.....	74
7.Μελλοντική μελέτη.....	75
Παράρτημα Α.....	76
Παράρτημα Β.....	82
Βιβλιογραφία.....	83

Περιεχόμενα εικόνων

Εικόνα	Σελ
1.....	18
2.....	20
3.....	22
4.....	22
5.....	23
6.....	24
7.....	25
8.....	27
9.....	28
10.....	30
11.....	31
12.....	32
13.....	34
14.....	34
15.....	36
16.....	39
17.....	40
18.....	43
19.....	44
20.....	44
21.....	45
22.....	45
23.....	46
24.....	46
24.....	47
26.....	47
27.....	48
28.....	49
29.....	49
30.....	50
31.....	50
32.....	51
33.....	52
34.....	54
35.....	54
36.....	55
37.....	56
38.....	57
39.....	58
40.....	63
41.....	67
42.....	68
43.....	68
44.....	71

Συγκεντρωτικός πίνακας βασικών μεταβλητών

Στην παρούσα εργασία έχει τηρηθεί σε όλα τα κεφάλαια κοινή χρήση μεταβλητών ώστε να υπάρχει εννιαία σύνδεση μεταξύ των μαθηματικών σχέσεων που διατυπώνονται σε όλα τα κεφάλαια, παρακάτω παρατίθενται ο πίνακας με τις βασικότερες μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν.

Μεταβλητή	Περιγραφή
i	Μοναδιαία διανύσματα για τους άξονες x,y,z αντίστοιχα
j	
k	
ω_1	Γωνιακή ταχύτητα άξονα 1
ω_2	Γωνιακή ταχύτητα άξονα 3
e	Στοιχειώδης περιστροφή άξονα 1
a_1	Σχετική γωνία κεντρικού άξονα 3
a_2	Γωνία μεταξύ διωστήρα και αξονικής γραμμής δίσκου
a_3	Γωνία διωστήρα και της καθέτου που διέρχεται απο το κέντρο μάζας του εμβόλου
a_4	Γωνία διωστήρα και της καθέτου που διέρχεται απο το κέντρο μάζας του εμβόλου
R_1	Αναφέρεται στο ήμισιο του μήκους του κεντρικού άξονα
R_2	Ακτίνα δίσκου
l_2	Μήκος διωστήρα
l_6	Μήκος διαδρομής εμβόλου
D_3	Διάμετρος εμβόλου
D_4	Διάμετρος housing μηχανισμού
ϕ	Γωνίες κατά Euler
ψ	
θ	
L	Διάνυσμα στροφορμής

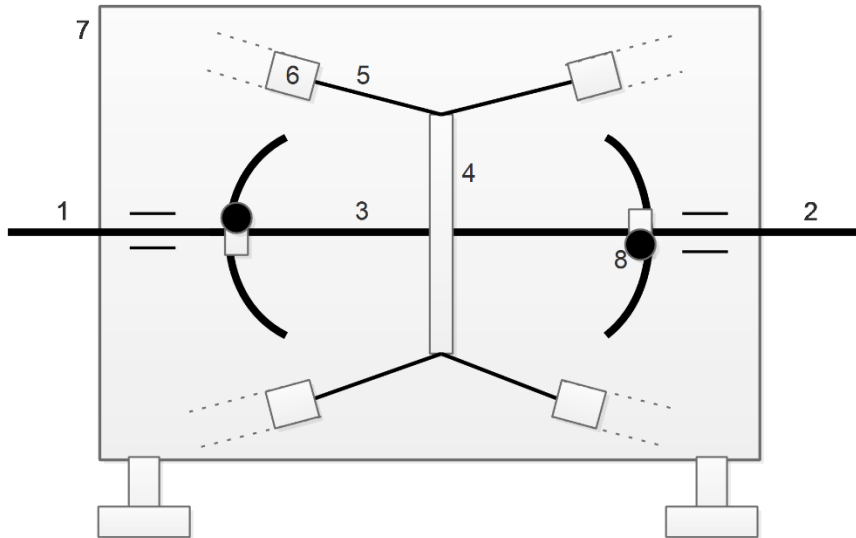
1 Εισαγωγή

1.1 Περιγραφή της εφεύρεσης

Βασικός σκοπός της προς μελέτη εφεύρεσης είναι να αποτελέσει μια μηχανικώς αυτορυθμιζόμενη αντλία ,υδροστατικής μετάδοσης ,η οποία θα έχει την δυνατότητα μεταβάλλοντας τις στροφές εισόδου της να επιτευχθεί έλεγχος της παροχής της ή και το αντίστροφο.Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μοντελοποίηση, ο σχεδιασμός,η δυναμική και κινηματική διερεύνηση του μηχανισμού ώστε να καταδειχθεί εάν είναι δυνατόν να επιτευχθεί η λειτουργία του.Το βασικό σενάριο το οποίο λήφθηκε υπόψη περιλαμβάνει το προς μελέτη μηχανισμό ,έναν υδραυλικό κινητήρα και μία εργομηχανή(στην θέση αυτής της εργομηχανής θα μπορούμε να βάλουμε οποιοδήποτε άλλο σύστημα ισχύος ,ανεμογεννήτρια κτλ),το σύστημα εργομηχανή-μηχανισμός-υδραυλικός κινητήρας ,θα δίνει την δυνατότητα στον μηχανισμό μας να λειτουργεί ως ένα αυτόματο κιβώτιο ταχύτητων (Continuously Variable Transmittion-CVT) με σχέσεις μετάδοσης οι οποίες θα καθορίζονται κάθε φορά από τον λόγο της ογκομετρικής παροχής (μεταβλητή) του μηχανισμού προς την (σταθερή) ογκομετρική παροχή του υδραυλικού κινητήρα.Με αυτόν τον τρόπο θα μπορούμε κάθε φορά να ελέγχουμε κατά το δοκούν τις στροφές του υδραυλικού κινητήρα ή την ογκομετρική παροχή του μηχανισμού μας ώστε ο υδραυλικός κινητήρας να περιστρέφεται με σταθερές στροφές.Ο υπο μελέτη μηχανισμός ,απαρτίζεται από τα εξής επιμέρους μηχανικά μέρη τα οποία παρατείνονται πινακοποιημένα:

A/A	Περιγραφή	Ποσότητα
1-2	Άξονας τοξοειδούς στελέχους	2
3	Κεντρικός άξονας	1
4	Δίσκος	1
5	Διωστήρες	8
6	Έμβολα	8
7	Εξωτερικό κέλυφος	2
-	Στεγανωτικό παρέμβρισμα	2
-	Κοχλίες συγκράτησης	

Πίνακας 1: Βασικά μηχανικά μέρη της εφευρέσης



Εικόνα 1: Σχηματική αναπαράσταση μηχανισμού

Η αρχή λειτουργίας του βασίζεται στο συνδιασμό γυροσκοπικού φαινομένου ,δυνάμεων επαφής και της ύπαρξης συγκεντρωμένων μαζών τις οποίες φέρει κεντρικός άξονας στα άκρα του.Το βασικό σύστημα του μηχανισμού αποτελείται από δύο άξονες φέροντες στα άκρα τους τοξοειδή στελέχη με ράγα (άξονες 1 και 2) ,οι οποίοι κινηματικά ενώνονται μέσω ενός τρίτου κεντρικού άξονα (άξονας 3) ,που έχει την δυνατότητα να κυλιέται σε αυτά τα τοξοειδή στελέχη ,επιρεαζόμενο από τις φυγόκεντρες δυνάμεις που αναπτύσσονται λόγω της ταχύτητας περιστροφής και των εντοπισμένων μαζών που όπως προαναφέρθηκε υπάρχουν.Στη συνέχεια στο κέντρο του άξονα 3 προσαρτάται μέσω βελονοειδών ρουλιών ο οποίος λόγω αυτής της σύνδεσης του δεν περιστρέφεται μαζί με τους άξονες 1 ,2 και 3.Πανω στον δίσκο και περιμετρικά προσαρτώνται διωστήρες οι οποίοι φέρουν έμβολα που παλινδρομούν μέσα στις εμβολοδόχες του κελύφους.Τα έμβολα αυτά καταθλίβουν και αναρροφούν ρευστό.Η βασική λειτουργία του μηχανισμού θα περιγραφεί σε τρία διαφορετικά στάδια ώστε να γίνει κατανοητός ο τρόπος με τον οποίο γίνεται εκμετάλλευση του γυροσκοπικού φαινομένου.

1.2 Στάδια λειτουργίας

Στάδιο πρώτο :Ισορροπία του μηχανισμού

Σε αυτό το στάδιο ο μηχανισμός δεν περιστρέφεται ,και άξονας 3 βρίσκεται υπο κλίση 2 μοιρών (για την πιο ευκολη ανάπτυξη φυγόκεντρων δυνάμεων) σε σχέση με την νοητή αξονική γραμμή συμμετρίας του μηχανισμού.

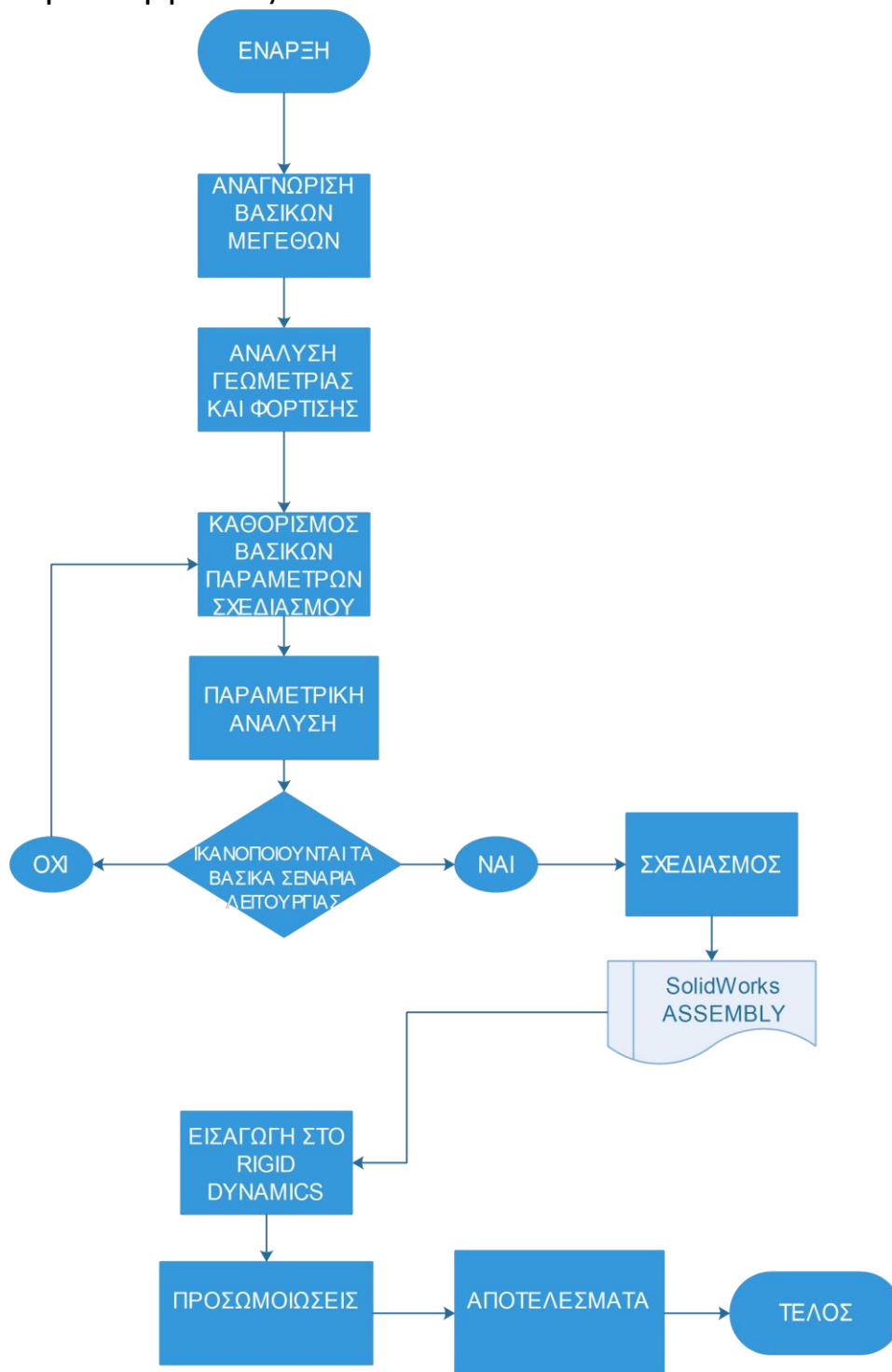
Στάδιο δευτερο :Εκκίνηση του μηχανισμού

Το στάδιο αυτό περιλαμβάνει την εκκίνηση του μηχανισμού η οποία επιτελείται από τον άξονα 1 μέσω κάποιας εργομηχανής.Όταν η μηχανή ξεκινήσει να περιστρέφεται φυγόκεντρες δυνάμεις που αναπτύσσονται τείνουν να απομακρύνουν τον κεντρικό άξονα 3 από την θέση ισορροπίας του ,που έχει κλίση 2 μοιρών με την αξονική γραμμή συμμετρίας του μηχανισμού.Έχοντας πλέον ο κεντρικός άξονας απόμακρυνθεί από την αρχική του θέση και έχοντας διαγράψει μία σχετική κλίση περίπου 10 μοιρών ως προς την νοητή αξονική ευθεία του μηχανισμού ,σχηματίζει μαζί με τους άξονες 1,2 έναν σχηματισμό τύπου Z.Σε αυτό τον σχηματισμό ο κεντρικός άξονας 3 δέχεται κάμψη και στρέψη ,επομένως αναπτύσσονται και διατμητικές και ορθές τάσεις.Ο δίσκος που βρίσκεται στο κέντρό του άξονα λόγω γεωμετρίας,αναγκάζεται να λάβει κλίση ίση με αυτή του κεντρικού άξονα ,συνεπώς τα έμβολα πλέον λαμβάνουν διαφορετικές θέσεις μέσα στους κυλίνδρους .Κάποια από αυτά θα είναι στο στάδιο της κατάθληψης ,άλλα της αναρρόφησης και άλλα σε κάποιο ενδιάμεσο στάδιο.

Στάδιο τρίτο :Λειτουργία του μηχανισμού υπο φορτίο

Καθώς ο μηχανισμός βρίσκεται σε λειτουργία και τα έμβολα λόγω του γυροσκοπικού φαινομένου παλινδρομούν ο κεντρικός άξονας συνεχίζει να περιστρέφεται ανατύσσεται γυροσκοπικό φαινόμενο ,που εξασφαλίζει την απαιτούμενη ροπή για να επιτευχθεί συμπίεση,ενώ το λάδι από την γραμμή επιστροφής εξασφαλίζει την δύναμη επαναφοράς των εμβόλων στην αρχική τους θέση.Με αυτόν τον τρόπο αναπτύσσεται μια αυτοσυντηρούμενη ταλλάντωση που σκοπό έχει την συνεχή μεταφορά ισχύος απο το ένα συστημα στο άλλο.Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι ο κεντρικός άξονας 3 θα έχει λάβει την μέγιστη σχετική του κλίση όσο οι δυνάμεις που ασκούνται στα έμβολα δεν θα δημιουργούν μεγαλύτερη ροπή από αυτή που δημιουργούν οι φυγόκεντρες δυνάμεις.

1.3 Πορεία εργασίας



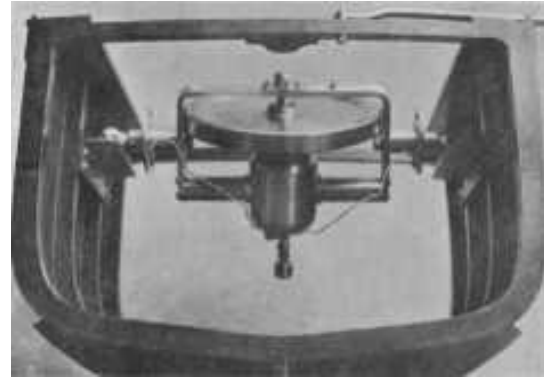
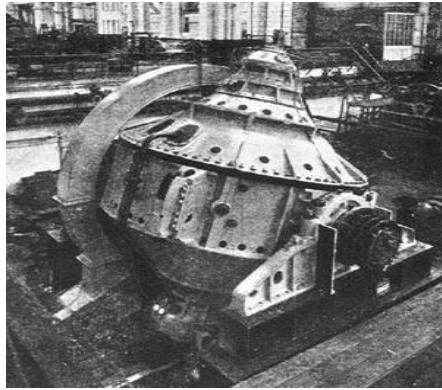
Εικόνα 2: flowchart πορείας εργασίας

1.4 Γενικά για τα γυροσκόπια

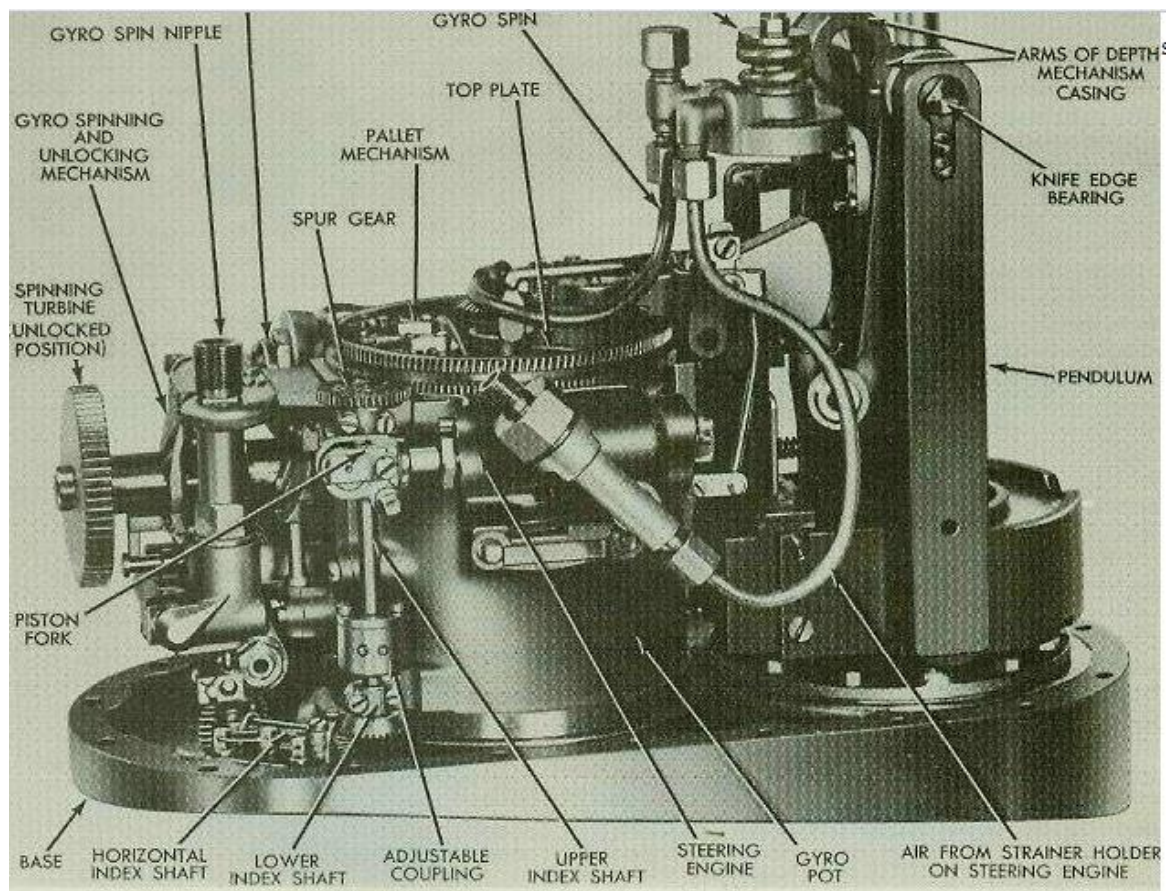
Το **γυροσκόπιο** είναι μια συσκευή η οποία μπορεί να διατηρεί σταθερό τον προσανατολισμό της μέσω της περιστροφής των μερών της και της αρχής της διατήρησης της στροφορμής. Η εμφάνιση κατασκευών που έκαναν χρήση αυτής της λειτουργίας ως μία μορφή ψυχαγωγίας τοποθετείται πολλούς αιώνες ,πρίν την χρήση του ως όργανο. Συγκεκριμένα υπάρχουν αναφορές ότι ήδη στην αρχαία Ελλάδα ,στην Ρώμη αλλά και στην Κίνα απαντώνταν παρόμοιας κατασκευής με τα σημερινά γυροσκόπια ,παιχνίδια. Η χρήση του όμως ως επιστημονικό όργανο ξεκινάει το 1743, όπου ο John Serson κατασκεύασε έναν πρώιμο τεχνητό ορίζοντα για να εντοπίζει τον ορίζοντα σε συνθήκες ομίχλης ή χαμηλής ορατότητας, προσαρμόζοντας έναν καθρέφτη σε ένα γυροσκόπιο . Στην συνέχεια η ίδια αρχή λειτουργίας χρησιμοποιήθηκε απο πολλούς επιστήμονες της εποχής.

- Ο Johann Bohnenberger το 1817 έγραψε σχετικά με το γυροσκόπιο, αποκαλώντας το "Η Μηχανή" (the machine) και κατασκεύασε ένα γυροσκόπιο που αποτελούνταν απο μία περιστρεφόμενη σφαίρα.
- Το 1832, ο Walter R. Johnson ανέπτυξε μία παρόμοια συσκευή η οποία βασιζόταν σε έναν περιστρεφόμενο δίσκο.
- Το 1852 ο Léon Foucault ύστερα απο υπόδειξη του Pierre-Simon Laplace ασχολήθηκε με το γυροσκόπιο στο οποίο έδωσε και την σημερινή του ονομασία (γύρος+σκοπεύω) και το χρησιμοποίησε στο μνημώδες πείραμα του σχετικά με την περιστροφή της γής.

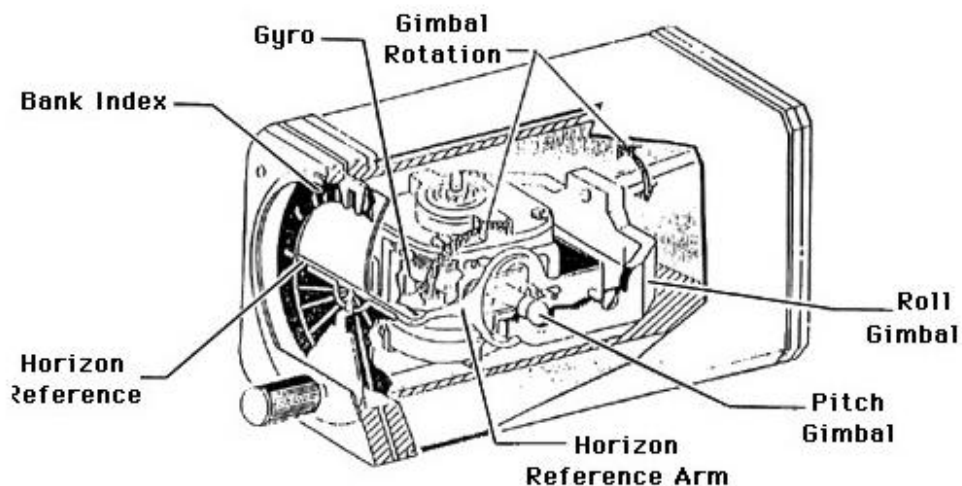
Στην συνέχεια με την εμφάνιση των πρώτων ηλεκτροκινητήρων το γυροσκόπιο βρήκε πλέον μία σχεδόν ανεξάντλητη πηγή ενέργειας που μπορούσε να τροφοδοτήσει απροβλημάτιστα την συνεχή περιστροφή του. Η εφαρμογή του σε συστήματα πλοήγησης αεροσκαφών ξεκίνησε ήδη απο τις αρχές του Α' παγκοσμίου πολέμου , με χρήση γυροσκοπικών πυξίδων με τις ενδείξεις τους να θεωρούνται αληθείς , μετά από κάποιο χρόνο αφού τεθούν σε λειτουργία, και έτσι να μην χρίζουν διόρθωσης όπως συμβαίνει στη μαγνητική πυξίδα , ενώ στον Β' παγκόσμιο πόλεμο εντοπίζεται σε αντιαεροπορικά οπλικά συστήματα, τορπίλες και μερικές δεκαετίες αργότερα αποτελεί βασικό στοιχείο των αδριανικών συστημάτων πλοήγησης που αποτέλεσαν θεμέλιο λίθο για τους πρώτους βαλλιστικούς πυραύλους. Χρήση της βασικής αρχής του γυροσκοπικού φαινομένου συναντάμε σε πλήστα τεχνολογικά πεδία μεταξύ των οποίων σε ανεμογεννήτριες ,σε αεροσκάφη και ελικόπτερα καθώς ,σε κινούμενες μηχανές ,ακόμα και σε ροές ρευστών. Επίσης χρήση γυροσκοπικών συσκευών απαντώνται σε αντιολισθητικές συσκευές (anti-roll devices) συστήματα ευστάθειας πλοίων (stabilizers) κτλ.



Εικόνες 3: Παραδείγματα εφαρμογής γυροσκοπίων σε πλοία



Εικόνα 4: τμήμα μηχανισμού τορπίλης όπου διακρίνεται το γυροσκόπιο που είναι υπεύθυνο για την οδήγηση της



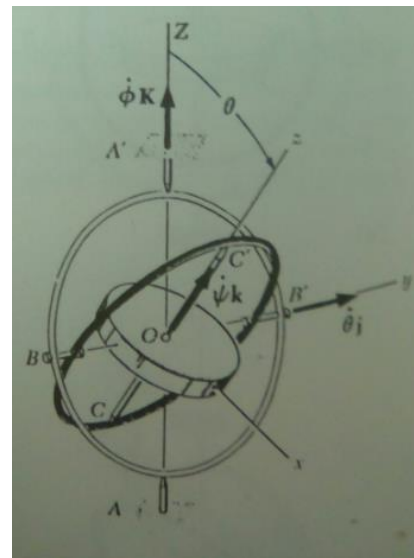
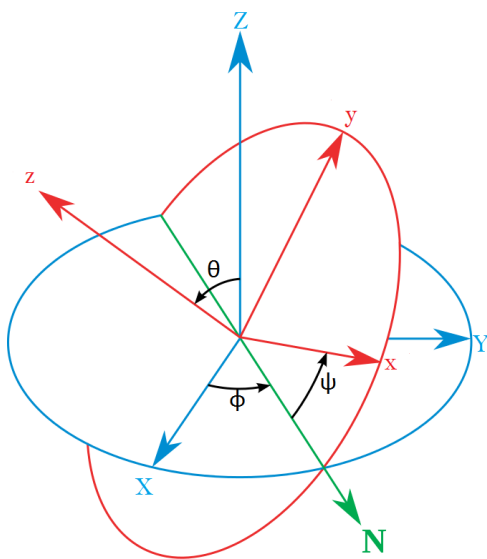
Εικόνα 5:Βασικά στοιχεία οργάνου ένδειξης τεχνητού ορίζοντα

Η αρχή λειτουργίας των γυροσκοπίων εμφανίζει ένα θεμελιακό πλεονέκτημα. Σύμφωνα με τον νόμο του Νεύτωνα $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$, κάθε προσπάθεια αλλαγής της στροφορμής ενός στρεφόμενου συστήματος συνοδεύεται από ανάπτυξη μίας διανυσματικά ίσης ροπής. Με πιο απλά λόγια η εφαρμογή οποιασδήποτε ροπής στον άξονα περιστροφής ενός περιστρεφόμενου συστήματος προκαλεί την αλλαγή της στροφορμής του και συνεπώς την ανάπτυξη μιας ακόμα ροπής. Αυτή την ροπή χρησιμοποιούμε πολλές φορές για να ισοσταθμίσουμε δυνάμεις που τείνουν να μεταβάλλουν την περιστροφική κατάσταση μιας διάταξης. Πρακτικά εάν προσπαθήσουμε να στρέψουμε έναν περιστρεφόμενο τροχό κρατώντας τον από τον άξονα περιστροφής του η ροπή που αναπτύσσεται θα περιστρέψει τον τροχό γύρω από έναν διαφορετικό άξονα από αυτόν που αρχικά ασκίσαμε το ζεύγος δυνάμεων. Λόγω των μεγεθών που εμπλέκονται στην απλή αυτή, εξήγηση του γυροσκοπικού φαινομένου, είναι κατανοητό ότι το γυροσκοπικό ίσως είναι ένα από τα πιο συχνά απαντώμενα φυσικά φαινόμενα. Λόγω μάλιστα του διανυσματικού χαρακτήρα της εξήγησης του, είναι σαφές ότι γυροσκοπικά φαινόμενα αναπτύσσονται όχι μόνο κατά την μεταβολή του μέτρου αλλά και της κατεύθυνσης των εμπλεκόμενων μεγεθών.

1.5 Γωνίες Euler και ανάλυση του απλού γυροσκοπίου

Το γυροσκόπιο στην σημερινή του μορφή αποτελείται από έναν ρότορα ο οποίος μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από τον γεωμετρικό του άξονα και από έναν σφόνδυλο, ενώ εάν προσαρμοστεί σε στήριξη Cardan μπορεί να πάρει οποιαδήποτε προσανατολισμό αλλά το κέντρο μάζας του παραμένει σταθερό στο χώρο. Για τη ανάλυση του θα πρέπει να εκλέξουμε ένα σταθερό σύστημα

συντεταγμένων έστω OXYZ, οι άξονες του οποίου θα έχουν συγκεκριμένη διεύθυνση και το γυροσκόπιο θα μπορεί να λάβει οποιαδήποτε θέση σε σχέση με αυτούς. Ένας από τους διαθέσιμους τρόπους να παραστήσουμε τις γωνίες που σχηματίζει το σωματόδετο σύστημα συντεταγμένων (ΣΣ) του γυροσκοπίου με το σταθερό ΣΣ είναι οι γωνίες Euler. Ο τρόπος παράστασης των γωνιών μας δίνει την δυνατότητα να αναφερόμαστε σε σχετικές γωνίες κλίσης καθώς και σε ρυθμούς μεταβολής που αντιπροσωπεύουν γωνιακές ταχύτητες και επιταχύνσεις απλοποιώντας αρκετά την ανάλυση της κίνησης του.



Εικόνα 6: γωνίες Euler

Η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου, παίρνοντας ως παράδειγμα το γυροσκόπιο της εικόνας 6, εάν θεωρίσουμε μοναδιαία διανύσματα για καθένα από τους άξονες xyz τα $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ αντίστοιχα και για το σύστημα XYZ τα $\mathbf{I}, \mathbf{J}, \mathbf{K}$ θα είναι $\boldsymbol{\omega} = \dot{\phi}\mathbf{K} + \dot{\theta}\mathbf{j} + \dot{\psi}\mathbf{k}$ (1), αναλύοντας περαιτέρω το μοναδιαίο διάνυσμα \mathbf{K} , επειδή οι συνιστώσες της $\boldsymbol{\omega}$ δεν είναι ορθογώνιες έχουμε $:\mathbf{K} = -\sin\theta\mathbf{i} + \cos\theta\mathbf{k}$ (2), έτσι θα είναι $\boldsymbol{\omega} = -\dot{\phi}\sin\theta\mathbf{i} + \dot{\theta}\mathbf{j} + (\dot{\psi} + \dot{\phi}\cos\theta)\mathbf{k}$ (3). Στην συνέχεια αμελώντας την μάζα των σφονδύλων για να βρούμε την στροφορμή του συστήματος, αρκεί να πολλαπλασιάσουμε τις συνιστώσες της ταχύτητας $\boldsymbol{\omega}$ με τις κύριες ροπές αδράνειας του δίσκου όπου συμβολίζουμε με I την ροπή αδράνειας γύρω από τον άξονα περιστροφής του και με I' την ροπή αδράνειας γύρω από τον εγκάρσιο άξονα που διέρχεται από το σημείο O. Με αυτές τις παραδοχές έχουμε ότι: $\mathbf{L}_0 = -I'\dot{\phi}\sin\theta\mathbf{i} + I'\dot{\theta}\mathbf{j} + I(\dot{\psi} + \dot{\phi}\cos\theta)\mathbf{k}$ (4). Ακόμα σύμφωνα με την σχέση:

$$\boldsymbol{\Sigma M}_0 = (\dot{\mathbf{L}}_0)_{0XYZ} + \mathbf{L}_0 \times \boldsymbol{\Omega} \quad (5)$$

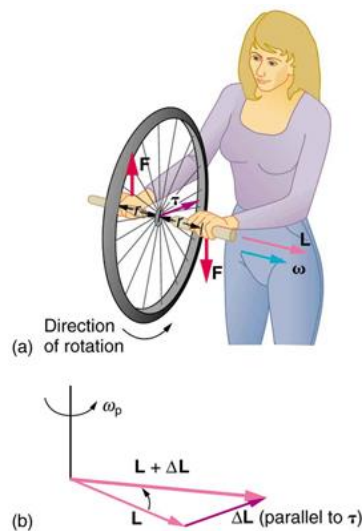
αρκεί να βρούμε την ταχύτητα Ω η οποία αποτελεί την ταχύτητα περιστροφής των αξόνων .Θα είναι τότε : $\Omega = \dot{\phi}\mathbf{K} + \dot{\theta}\mathbf{j} = -\dot{\phi}\sin\theta\mathbf{i} + \dot{\theta}\mathbf{j} + \dot{\phi}\cos\theta\mathbf{k}$ (6).Εφαρμώζοντας τις σχέσεις (4),(6) στην (5) θα είναι :

$$\Sigma M_x = -I'(\dot{\phi}\sin\theta + 2\dot{\theta}\dot{\phi}\cos\theta) + I\dot{\theta}(\dot{\psi} + \dot{\phi}\cos\theta) \quad (7)$$

$$\Sigma M_y = I'(\ddot{\theta} - \dot{\phi}^2\sin\theta\cos\theta) + I\dot{\phi}\sin\theta(\dot{\psi} + \dot{\phi}\cos\theta) \quad (8)$$

$$\Sigma M_z = I\frac{d}{dt}(\dot{\psi} + \dot{\phi}\cos\theta) \quad (9)$$

Οι εξισώσεις (7), (8), (9) αποτελούν τις γενικευμένες διαφορικές εξισώσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να ορίσουν την κίνηση ενός αξονοσυμμετρικού σώματος ,στο οποίο οι μάζες των σφονδύλων θεωρούνται αμελητέες.Στην σύντομη αυτή ανάλυση η στήριξη Cardan μας βοήθησε να οπτικοποιήσουμε τις γωνίες Euler ,ενώ παράλληλα ο κεντρικός δίσκος χρησιμοποιείται ως απλουστευμένη και πιο ευληπτη εκδοχή του γενικότερου φαινομένου του γυροσκοπίου εξαιτίας της μεγάλης ροπής αδράνειας που παρουσιάζει .Οι παραπάνω διαφορικές εξισώσεις λόγω του είναι πεπλεγμένες δεν είναι πάντα δυνατό να επιλυθούν αναλυτικά ως προς τις γωνίες Euler ,έτσι προτιμώνται αριθμητικές λύσεις ή ακομά και απλούστερες εκφράσεις οι οποίες συναντώνται σε ειδικές περιπτώσεις γυροσκοπικών κινήσεων.



Εικόνα 7: Γυροσκοπικό φαινόμενο

2. Ανάλυση μηχανισμού

2.1 Βαθμοί ελευθερίας

Ξεκινώντας είναι χρήσιμο να προσδιοριστούν οι βαθμοί ελευθερίας του συστημάτος μας. Ως βαθμός ελευθερίας ορίζεται το σύνολο των μεταβλητών, που καθορίζουν την κατάσταση ενός φυσικού συστήματος με την βοήθεια των οποίων, στην περίπτωση ενός μηχανισμού, μπορούν να προσδιοριστούν η θέση και ο προσανατολισμός του. Έτσι σε ένα δισδιάστατο επίπεδο ο μέγιστος αριθμός βαθμών ελευθερίας ανά σώμα είναι 3 (δύο γραμμικές μετατοπίσεις, και μία περιστροφική) ενώ σε ένα τρισδιάστατο χώρο είναι 6 (τρεις μετατοπίσεις και τρεις περιστροφές). Για τον καθορισμό των βαθμών ελευθερίας έχουν αναπτυχθεί μαθηματικοί τύποι με τον πιο συχνά εμφανιζόμενο να είναι το κριτήριο των Chebyshev–Grübler–Kutzbach, το οποίο βασίζεται στην ιδέα ότι εάν υπολογίσουμε τον μέγιστο αριθμό βαθμών ελευθερίας μιας στερεής κατασκευής, και στην συνέχεια αφαιρέσουμε όλους τους δεσμευμένους, θα έχουμε το σύνολο των βαθμών ελευθερίας οι οποίοι θα καθορίζουν κάθε φορά την θέση μιας κατασκευής. Έτσι εάν υποθέσουμε ότι έχουμε N στερεά σώματα (συμπεριλαμβάνουμε και το σώμα που είναι πακτωμένο στο έδαφος) τα οποία συνολικά έχουν $6(N-1)$ βαθμούς ελευθερίας. Κάθε ένας σύνδεσμος που συνθέτει την κατασκευή δεσμεύει καποιους βαθμούς ελευθερίας, έστω c , ενώ οι υπόλοιποι βαθμοί ελευθερίας έστω f είναι ελεύθεροι. Σύμφωνα με τα παραπάνω για το υπο μελέτη σύστημα μας έχουμε

$N=21$ στερεά σώματα

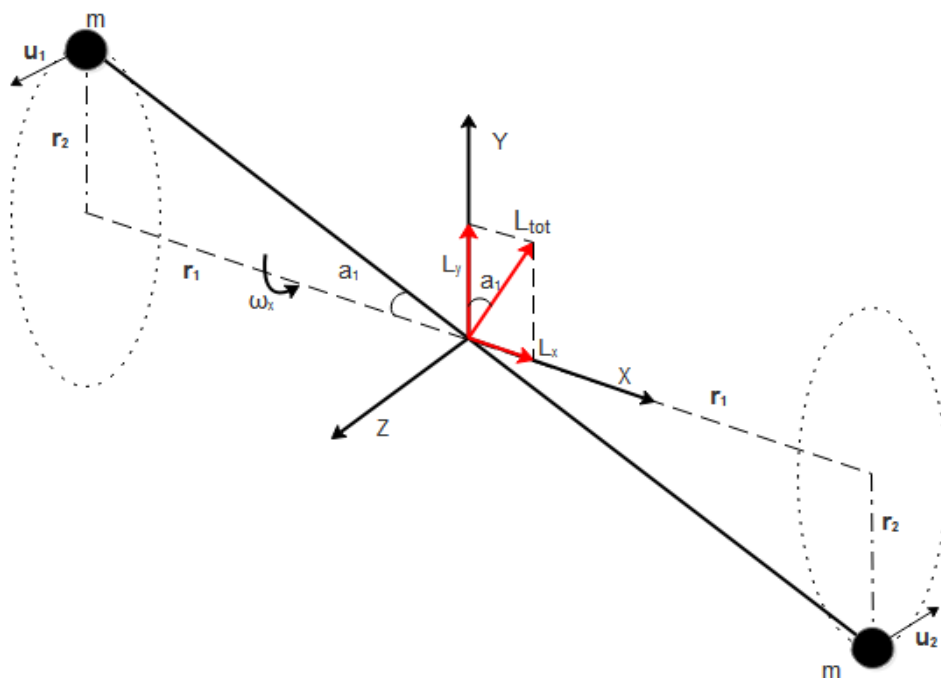
$j=30$ (16 σφαιρικές αρθρώσεις, 4 περιστροφικές, 10 αρθρώσεις 2 βαθμών ελευθερίας)
Συγκεκριμένα οι αρθρώσεις είναι οι εξής :16 σφαιρικές (8 έμβολα απο δύο σφαιρικές αρθρώσεις το καθένα), 4 περιστροφικές αρθρώσεις, μία για κάθε άξονα και 2 για τον κεντρικό, 8 αρθρώσεις δύο βαθμών ελευθερίας που αντιπροσωπεύουν την κίνηση των εμβόλων, και 2 αρθρώσεις 3 βαθμών ελευθερίας που αναλαμβάνουν την συγκράτηση του κεντρικού δίσκου)

$$DOF = 6(N - 1 - j) + \sum_1^{30} f_i = 14 \quad (10)$$

Συνεπώς απο 14 βαθμούς ελευθερίας καθορίζεται κάθε φορά η θέση και ο προσανατολισμός του μηχανισμού.

2.2 Στροφορμή

Πριν ξεκινήσει το στάδιο του σχεδιασμού του μηχανισμού απαραίτητο είναι να αναλύσουμε τα βασικά φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα κατά την λειτουργία του ώστε να γίνει ο σχεδιασμός του όσο το δυνατόν με πιο αποδοτικό τρόπο. Ξεκινώντας θα υπάρξει αναφορά στο γυροσκοπικό φαινόμενο και θα ακολουθήσει διανυσματική ανάλυση του, σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα:



Εικόνα 8: Ανάλυση στροφορμής σε αβαρή άξονα που φέρει συγκεντρωμένες μάζες στα άκρα του

Αμελώντας την ροπή αδράνειας του άξονα και θεωρώντας ως $r_{11}=r_{21}=r_1, r_{12}=r_{22}=r_2$. Θεωρώντας φορά περιστροφής την εικονιζόμενη έχουμε για την αριστερή μάζα

$$\mathbf{L}_{11} = \mathbf{r}_{11} \times \mathbf{p}_{11} = r_{11}(-\mathbf{i}) \times m u_{11} \mathbf{k} = r_{11} m u_{11} \mathbf{j} \quad (11)$$

$$\mathbf{L}_{12} = \mathbf{r}_{12} \times \mathbf{p}_{12} = r_{12} \mathbf{j} \times m u_{12} \mathbf{k} = r_{12} m u_{12} \mathbf{i} \quad (12)$$

Για την δεξιά μάζα έχουμε αντίστοιχα

$$\mathbf{L}_{21} = \mathbf{r}_{21} \times \mathbf{p}_{21} = r_{21} \mathbf{i} \times m u_{21} (-\mathbf{k}) = r_{21} m u_{21} \mathbf{j} \quad (13)$$

$$\mathbf{L}_{22} = \mathbf{r}_{22} \times \mathbf{p}_{22} = r_{22} (-\mathbf{j}) \times m u_{22} (-\mathbf{k}) = r_{22} m u_{22} \mathbf{i} \quad (14)$$

Αθροίζοντας τις σχέσεις είναι :

$$\mathbf{L}_x = \mathbf{L}_{12} + \mathbf{L}_{22} = (r_{12} m u_{12} + r_{22} m u_{22}) \mathbf{i} = 2m r_{12} u_{12} \mathbf{i} \quad (15)$$

$$\mathbf{L}_y = \mathbf{L}_{11} + \mathbf{L}_{21} = (r_{11} m u_{11} + r_{21} m u_{21}) \mathbf{j} = 2m r_{21} u_{21} \mathbf{j} \quad (16)$$

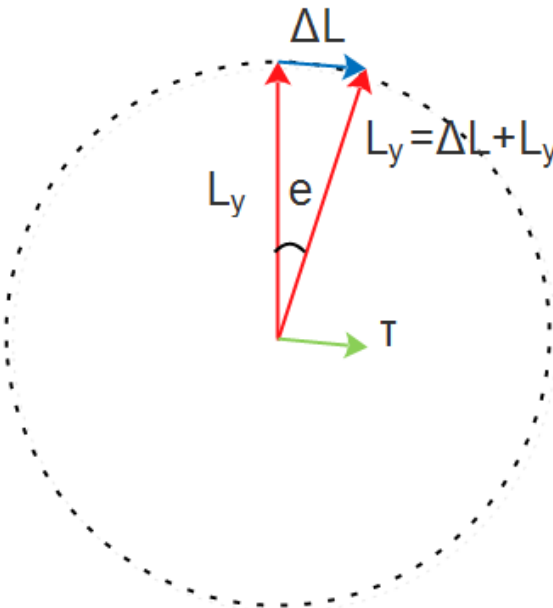
$$\mathbf{L}_{tot} = \sqrt{\mathbf{L}_x^2 + \mathbf{L}_y^2} = 2m u R_1 = 2m \omega_1 R_1^2 \sin(a_1), \text{ αφού } R_1 = \sqrt{r_1^2 + r_2^2} \quad (17)$$

Τελικά προκύπτει ότι η στροφορμή αναλύεται σε έναν τοπικό άξονα X και σε έναν τοπικό άξονα Y, επειδή λόγω της περιστροφής του μηχανισμού η ροπή κατά τον άξονα X ταυτίζεται με το global ΣΣ δεν αλλάζει, η στροφορμή όμως κατά τον Y περιστρέφεται καθώς περιστρέφεται ο άξονας, έτσι μπορεί κατά μέτρο να μην αλλάζει, όμως αλλάζει η κατεύθυνση της, πράγμα που οδηγεί στην εμφάνιση γυροσκοπικού φαινομένου (wobbling). Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η απο αριστερά όψη του άξονα και η μεταβολή της συνιστώσας L_y για μια στοιχειώδη γωνία περιστροφής του άξονα, έτσι ώστε να ισχύει ότι $eL_y = \Delta L$. Απο το παρακάτω σχήμα προκύπτει ότι:

$$\tau = \frac{dL_y}{dt} = L_y \frac{de}{dt} = L_y \omega_1 = \omega_1 L_{tot} \cos(a_1) \quad (18)$$

Τελικά ισχύει ότι

$$\tau = 2m\omega_1^2 R^2 \sin(a_1) \cos(a_1) \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}^2} \text{m}^2 = \text{Nm} \right] \quad (19)$$



Εικόνα 9: Πλάγια όψη περιστρεφόμενου άξονα και μεταβολή στροφορμής

Συνεπώς σύμφωνα με τον παραπάνω τύπο τα μεγέθη που εμπλέκονται άμεσα στην λειτουργία του μηχανισμού είναι η σχετική γωνία περιστροφής a_1 , η γωνιακή ταχύτητα, οι έκκεντρες μάζες και το μήκος του κεντρικού άξονα. Φυσικά και άλλα μεγέθη εμπλέκονται στην λειτουργία του μηχανισμού τα οποία όμως αφορούν γεωμετρικούς περιορισμούς, παρακάτω γίνεται και υπολογισμός αναλυτικών

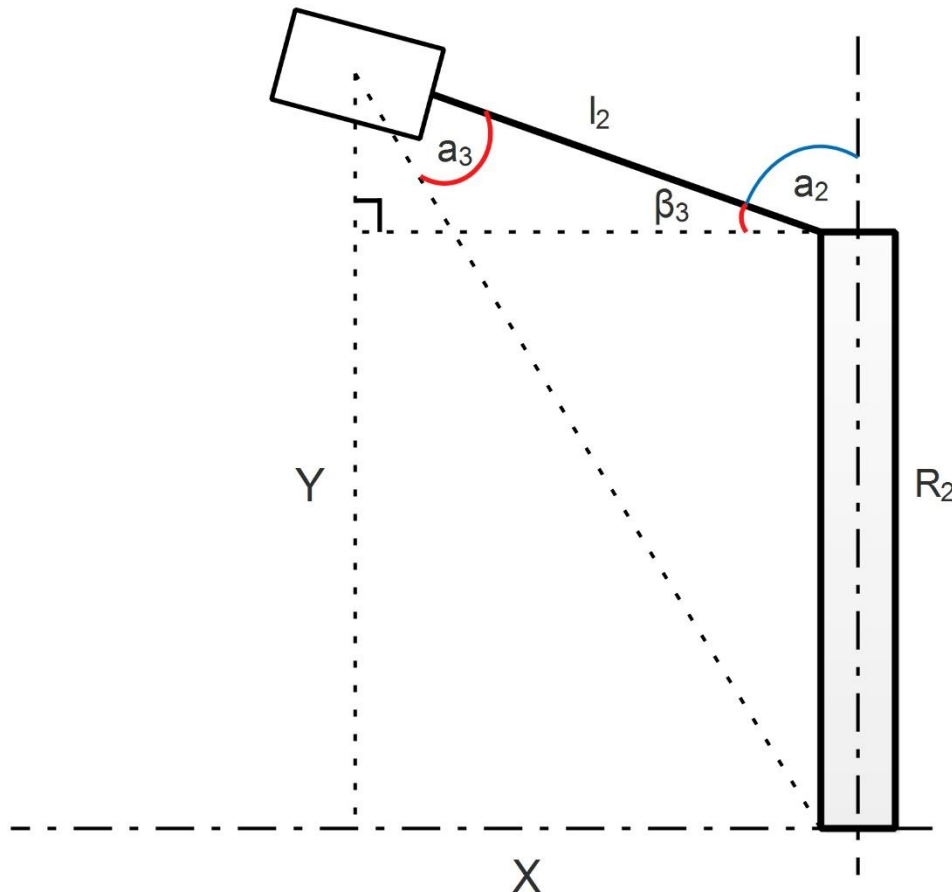
σχέσεων για όλα εκείνα τα μεγέθη που επιρεάζουν την λειτουργία το μηχανισμού. Στο παράρτημα Β υπάρχει το υπολογιστικό φύλλο που χρησιμοποιήθηκε για την παραμετρική μελέτη ώστε να καθοριστούν τα όρια ή οι τιμές που πρέπει να λάβουν οι βασικές αυτές παράμετροι ώστε ο μηχανισμός να καταστεί λειτουργικός.

2.3 Κίνηση διωστήρα-κυλίνδρου

Είναι χρήσιμο να εκφραστεί συναρτήσει βασικών παραμέτρων (πχ γωνιών και σταθερών μεγεθών) η θέση που θα βρίσκεται κάθε φορά ο κύλινδρος ,αυτοί οι απλοποιημένοι υπολογισμοί αποτελούν πολύ χρήσιμο βοήθημα καθώς θα μπορέσουμε να εκτιμήσουμε την διαδρομή που θα κάνει ο κάθε κύλινδρος συναρτήσει της μέγιστης σχετικής γωνίας περιστροφής του κεντρικού τροφείου ,κάτι που αποτελεί βασικό στοιχείο του μηχανισμού καθώς σε συνδιασμό με την γωνιακή ταχύτητα καθορίζει την ογκομετρική παροχή του μηχανισμού Να σημειωθεί ότι ισχύει πάντα ότι $a_2 + \beta_3 + a_1 = 90$. Παρακάτω η γωνία β_3 θα παραλείπεται ,ωστόσο η σχέση ισχύει σε κάθε σχήμα και θα την χρησιμοποιήσουμε παρακάτω. Έτσι για την απλή περίπτωση που εικονίζεται στο παρακάτω σχήμα είναι:

$$X = l_2 \cos(90 - a_2) \quad (20)$$

$$Y = R_2 + l_2 \sin(90 - a_2) \quad (21)$$



Εικόνα 10: Αρχική θέση εμβόλου

Αν θεωρήσουμε ότι ο δίσκος εκτρέπεται κατά μία γωνία α_1 τότε θα διαμορφωθεί το κάτωθι σχήμα. Θεωρούμε για λόγους απλοποίησης ότι η γωνία α_2 είναι γνωστή, καθώς η μεταβολή της γωνίας αυτής σε κάθε περιστροφή είναι πολύ μικρή. Έτσι πλέον μπορούμε να βρούμε το μήκος X' και στην συνέχεια να με την βοήθεια της γωνίας α_1 να βρούμε το μήκος X . Βρισκοντας το μήκος στον άξονα X είναι εύκολο να βρούμε την θέση του εμβόλου στον άξονα Y κάνοντας χρήση απλών γεωμετρικών σχέσεων, καθώς το έμβολο αν και θεωρητικά έχει 2 βαθμούς ελευθερίας, μία μετακίνηση στον άξονα X και άλλη μία στον άξονα Y , ο ένας από τους δύο βαθμούς ελευθερίας είναι δεσμευμένος με τρόπο που ορίζεται από μία συνάρτηση $y(x)$, το έμβολο δηλαδή ακολουθεί συγκεκριμένη πορεία.

$$X' = l_2 * \cos(90 - \alpha_2) \quad (22)$$

$$X = X_1 + X_2 = X' / \cos \alpha_1 \quad (23)$$

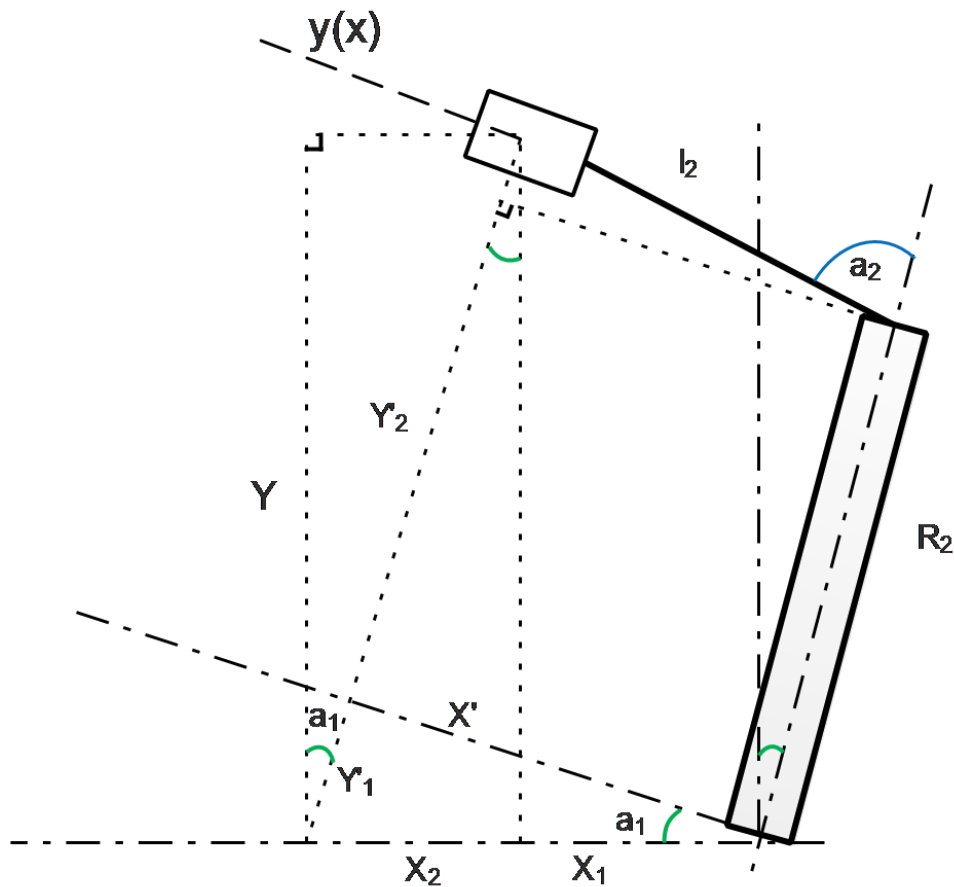
$$Y'_1 = \sqrt{X'^2 - X^2} \quad (24)$$

$$Y'_2 = R_2 + l_2 * \sin(90 - \alpha_2) \quad (25)$$

$$Y_1 = (Y'_1 + Y'_2) * \cos \alpha_1 \quad (26)$$

$$X_2 = Y_1 * \tan\alpha_1 \quad (27)$$

συνεπώς $X_1 = X - X_2$ (28), δεν χρειάζεται να κάνουμε χρήση της $y(x)$



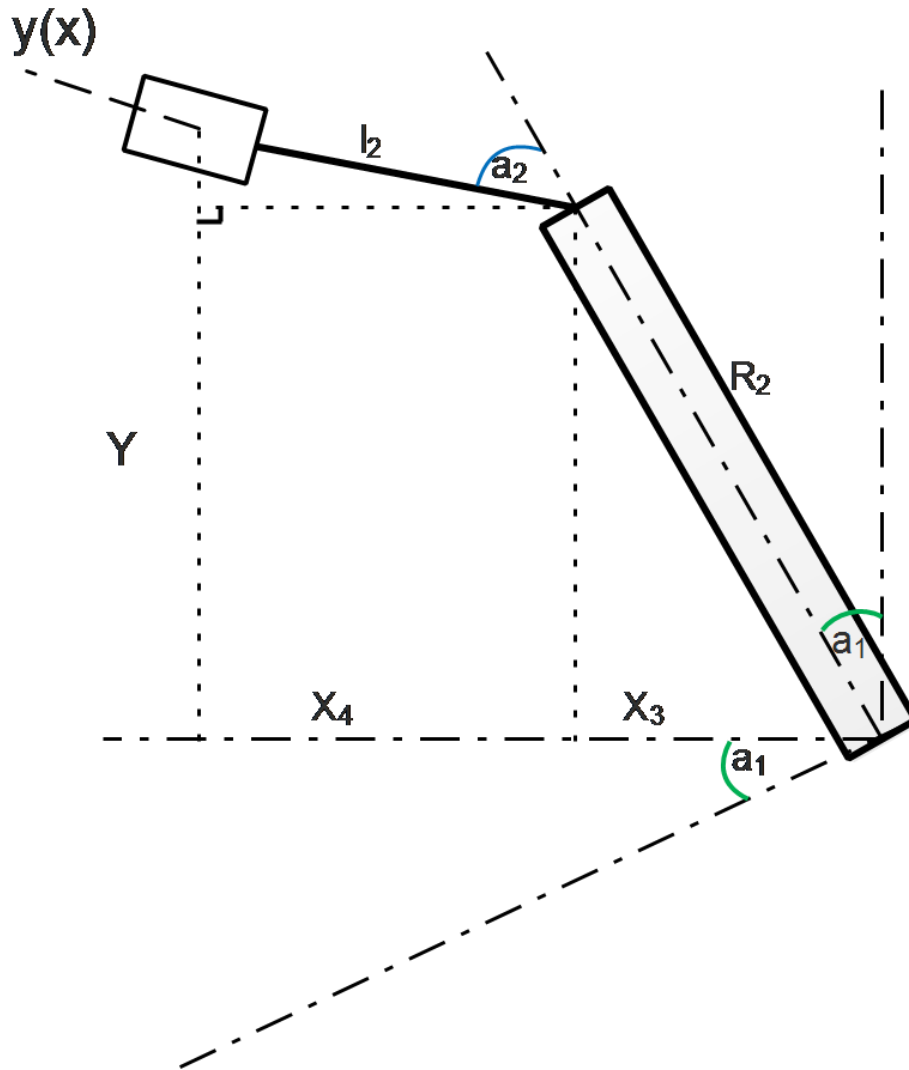
Εικόνα 11: Κάτω νεκρό σημείο εμβόλου

Είναι δυνατόν ακόμα γνωρίζοντας το Y να λύθει ως προς X η γραμμική σχέση που συνδέει τα δύο μεγέθη, και με τις απλές σχέσεις που προέκυψαν παραπάνω να καθορίσουμε την θέση του εμβόλου γνωρίζοντας μόνο το μήκος l_2 και την γωνία α_1 , τα οποία είναι εύκολο να καθοριστούν εξ αρχής μια και αποτελούν κατασκευαστικά δεδομένα που πρέπει να ληφθούν υπ' όψην για την σωστή λειτουργία του μηχανισμού. Παρακάτω ακολουθεί ένα ακόμα σχήμα που παρουσιάζει την θέση του εμβόλου στο άνω νεκρό σημείο του.

$$X_3 = R_2 \sin\alpha_1 \quad (28)$$

$$X_4 = l_2 \cos(90 - \alpha_1 - \alpha_2) \quad (29)$$

$$Y_4 = y(X_4 + X_3) \quad (30)$$



Εικόνα 12: Άνω νεκρό σημείο εμβόλου

Συνολικό μήκος διαδρομής εμβόλου

$$l_6 = \sqrt{[(X_3 + X_4) - X_1]^2 + [Y_4 - Y_1]^2} \quad (31)$$

Γενικά η κίνηση του δίσκου είναι αρκετά περίπλοκη καθώς οι γωνίες που διαμορφώνονται αφορούν και τα τρία επίπεδα και όχι ένα όπως στις παραπάνω εικόνες. Ωστόσο στα ακραία σημεία της τροχιάς τους τα έμβολα ,βρίσκονται λόγω της μέγιστης κλίσης του κεντρικού στροφείου ,και άρα του δίσκου,η οποία και δημιουργείται μόνο όταν έχουμε άσκηση της ροπής λόγω του γυροσκοπικού φαινομένου σε άξονες που συμπίπτουν με αυτούς του σταθερού ΣΣ ,δηλαδή το έμβολο φτάνει στο άνω ή κατω νεκρό σημείου κάθε φορά που ο δίσκος δέχεται μια ροπή (λόγω δυνάμεων και γυροσκοπικού) και αναγκάζεται να περιστραφεί σε άξονα κάθετο απο αυτόν που ορίζει ο φορέας της δύναμης που ασκείται στο έμβολο, και μια ακτίνα του δίσκου.

2.4 Μετασχηματισμοί Denavit-Hartenberg

Ο μετασχηματισμός DH εισήχθει απο τους Jacques Denavit και Richard Hartenberg το 1955 και περιλαμβάνει το ελάχιστο πλήθος παραμέτρων με βάση το οποίο μπορεί να περιγραφεί η κίνηση μίας άρθρωσης στο χώρο σε σχέση με ένα σύστημα συντεταγμένων που έχει τοποθετηθεί σε κάποιο σημείο (ΣΣ₀). Οι βασικές παράμετροι που χρησιμοποιούνται είναι τέσσερις και πρόκειται για τις εξής

a_i: μήκη συνδέσμων ,ορίζονται ως τα μήκη των κοινών καθέτων μεταξύ των συνδέσμων . Τα πρώτα και τα τελευταία μήκη λαμβάνονται ίσα με το μηδέν

α_i: στρέψεις συνδέσμων .Ορίζονται ως οι γωνίες των αξόνων των αρθρώσεων, οι πρώτες και οι τελευταίες γωνίες λαμβάνονται ίσες με μηδέν

d_i: μετατοπίσεις των συνδέσμων

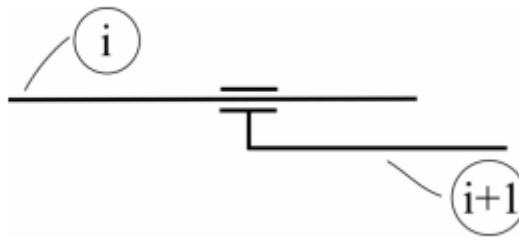
θ_i: γωνίες των αρθρώσεων

Σχετικά με την άρθρωση 1 αν αυτή είναι στροφική τοποθετούμε αυθαίρετα την αρχή για το θ₁ ενώ θέτουμε d₁=0, ενώ αν είναι πρισματική κάνουμε το αντίθετο ,θέτουμε δηλαδή το θ₁=0 και τοποθετούμε αυθέρετα την αρχή για το μήκος d₁

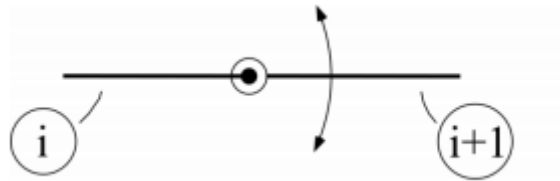
Θεωρητικά υπάρχουν 6 διαφορετικά είδη αρθρώσεων τα οποία όμως μπορούν να αναλύθούν με την βοήθεια δύο βασικών τύπων ,της πρισματικής και της περιστροφικής. Έτσι είναι κατανοητό ότι μας ενδιαφέρει να προσδιορίσουμε τις μεταβλητές μόνο σε αυτούς του δύο τύπους άρθρωσης ,καθώς με αυτόν τον τρόπο θα έχουμε καταφέρει να περιγράψουμε κάθε άλλη άρθρωση. Για παράδειγμα στον μηχανισμό κάθε σφαιρική άρθρωση θεωρείται ότι αποτελείται απο επαλληλία τριων περιστροφικών ,συνεπώς με τρία διαφορετικά ΣΣ μπορούμε να περιγράψουμε επαρκώς την σφαιρική άρθρωση. Σύμφωνα λοιπόν με αυτή την παραδοχή έχουμε ότι

Σε μία στροφική άρθρωση οι παράμετροι συνδέσμου είναι οι α_i, a_i, d_i και η μεταβλητές οι γωνίες θ_i.

Σε μια πρισματική άρθρωση οι παράμετροι συνδέσμου είναι οι α_i, a_i, θ_i και η μεταβλητές οι αποστάσεις d_i.



Εικόνα 13: Πρισματική άρθρωση



Εικόνα 14: Περιστροφική άρθρωση

Ακόμα είναι σημαντικό να ορίσουμε τον τρόπο με τον οποίο θα τοποθετούμε τις διάφορες τιμές στον πίνακα που ακολουθεί.

α_{i-1} =γωνία z_{i-1} γύρω από τον x_{i-1}

a_{i-1} =απόσταση z_{i-1} κατά τον x_{i-1}

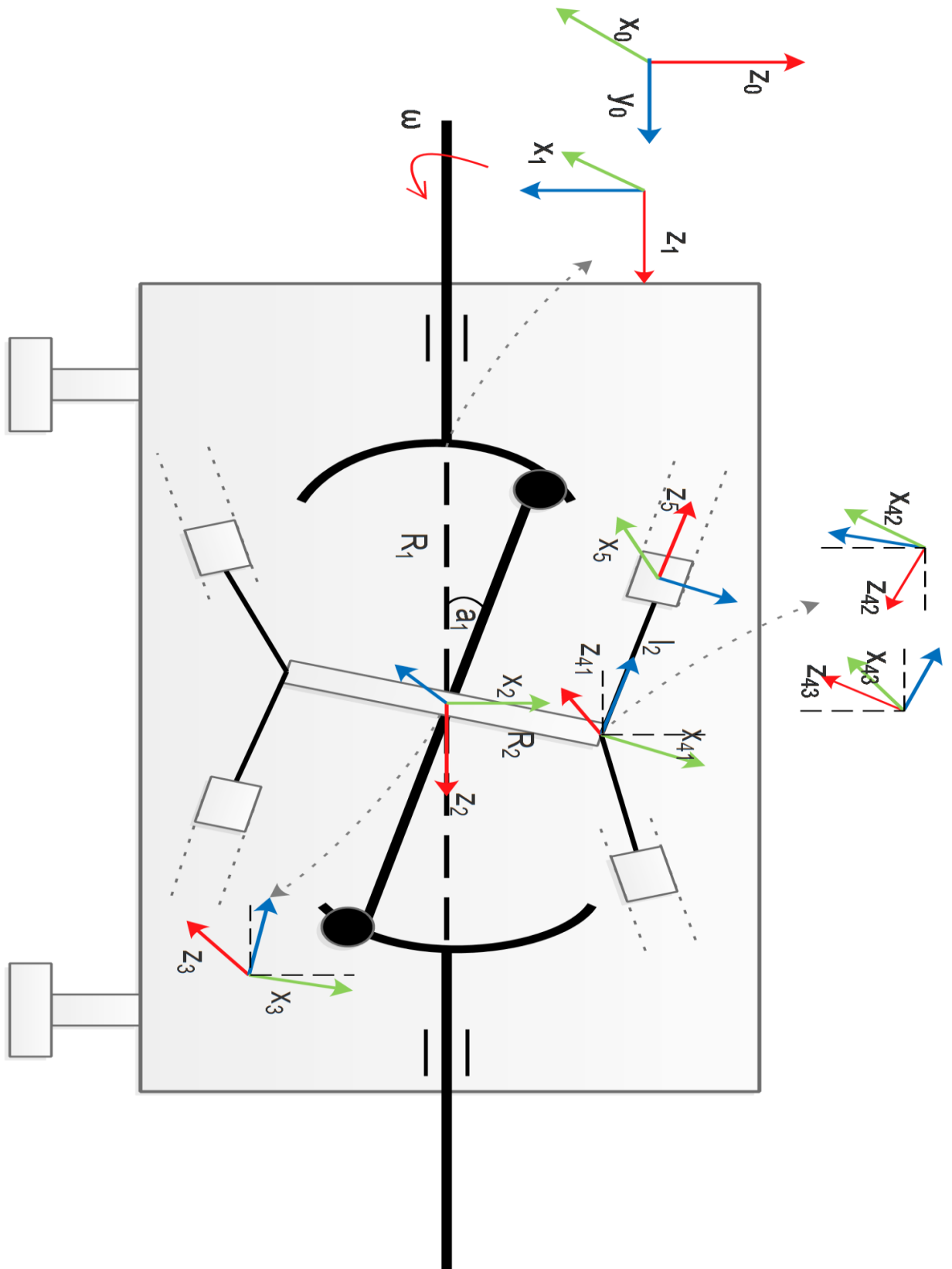
d_i =απόσταση x_{i-1}, x_i κατά μήκος του z_i

θ_i =γωνία x_{i-1}, x_i ως προς z_i

n	a	d	α	θ
1	0	0	90	θ_1
2	0	R_1	0	$-90+\theta_2$
3	0	0	-90	$a_1+\theta_3$
4 ₁	R_2	0	0	$(-180)+\theta_{41}$
4 ₂	0	0	90	$90+\theta_{42}$
4 ₃	0	0	90	θ_{43}
5	0	l_2+d_5	$90-a_1$	0

Πίνακας 2 DH παράμετροι

Για εποπτικούς λόγους αναφέρεται ότι τα Σ_0, Σ_1 βρίσκονται στο ίδιο σημείο ,στην έδραση του άξονα ,τα Σ_2, Σ_3 βρίσκονται στο κέντρο του δίσκου ,τα $\Sigma_{41}, \Sigma_{42}, \Sigma_{43}$ στην έδραση του διωστήρα ,η οποία καθώς είναι σφαιρική αντικαταστάθηκε απο 3 περιστροφικές .Ακόμα στην πρισματική άρθρωση τοποθετήθηκε το Σ_5 . Σε όλα τα Σ ο άξονας Z ταυτίζεται με τον άξονα περιστροφής ή μετατόπισης, ενώ όπου έχει κριθεί απαραίτητο τα Σ έχουν στραφεί κατα την γωνία α_1 , ώστε ο παραπάνω πίνακας να καλύπτει την γενική περίπτωση λειτουργίας του μηχανισμού.



Εικόνα 15:Τοπικά ΣΣ

2.5 Ομογενείς μετασχηματισμοί

Έχοντας πλέον διαθέσιμο τον πίνακα με τις παραμέτρους DH είναι δυνατόν να κατασκευάσουμε έναν πίνακα που θα μετασχηματίζει οποιοδήποτε ΣΣ σε οποιοδήποτε άλλο. Ο πίνακας αυτός καλείται ομογενής μετασχηματισμός και μας επιτρέπει να συγκεντρώσουμε σε έναν πίνακα όλες τις παραμέτρους οι οποίες είναι χρήσιμες, διευκολύνοντας την διαφόριση τους ή την εισαγωγή τους σε εξισώσεις. Γενικά μέσω των ομογενών μετασχηματισμών επιτυγχάνεται α) η περιγραφή της θέσης και του προσανατολισμού ενός ΣΣ ως προς ένα άλλο, β) ο μετασχηματισμός ενός διανύσματος θέσης που είναι εκφρασμένο σε ένα ΣΣ, σε συνιστώσες ενός άλλου ΣΣ γ) η περιστροφή και η μετατόπιση ενός διανύσματος θέσης δίνοντας του τις τελικές συνιστώσες. Έτσι στην γενική περίπτωση ένας ομογενής μετασχηματισμός αποτελείται από έναν πίνακα της μορφής :

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} R_1^0 & b^0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

R_1^0 : ο πίνακας περιστροφής του ΣΣ₁ σε σχέση με το ΣΣ₀

b^0 : θέση αρχής του ΣΣ₁ ως προς το ΣΣ₀, πίνακας μεταφοράς,

1 : συνετελεστής κλίμακας

Ο κάτω δείκτης πάντα αναφέρεται στο ΣΣ το οποίο θα μετασχηματιστεί σε συνιστώσες ενός άλλου (αρχικού) ΣΣ, το οποίο αντιπροσωπεύει ο εκθέτης που υπάρχει στην εκφραση των στοιχείων του πίνακα μετασχηματισμού. Έτσι ο παραπάνω πίνακας με διαστάσεις 4x4 μεταφέρει τις συνιστώσες ενός διανύσματος από το ΣΣ₁ στο ΣΣ₀. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε ξέρωντας τους πίνακες R, b και τα αρχικά μέτρα των συνιστωσών ενός διανύσματος σε κάποιο ΣΣ να το μετασχηματίσουμε σε οποιοδήποτε άλλο. Αποδεικνύεται τελικά ότι ο πίνακας μετασχηματισμού από ένα ΣΣ σε ένα άλλο είναι της μορφής:

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & \alpha_{i-1} \\ ca_{i-1}s\theta_i & ca_{i-1}c\theta_i & -sa_{i-1} & -sa_{i-1}d_i \\ sa_{i-1}s\theta_i & sa_{i-1}c\theta_i & ca_{i-1} & ca_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

Ακόμα για τους N πίνακες T ισχύει ότι :

$$T_N^0 = T_1^0 T_2^1 \dots T_N^{N-1} \quad (33)$$

Με την βοήθεια κάποιου υπολογιστικού προγράμματος (Matlab, Mathcad, Mathematica κτλ) είναι δυνατόν οι υπολογισμοί αυτοί να εισαχθούν σε ένα πρόγραμμα το οποίο επαναλήπτικά θα κάνει την διαδικασία που περιγραφηκε παραπάνω και εισάγωντας τις τιμές των παραμέτρων θα υπολογίζει τον τελικό πίνακα μετασχηματισμού από το ένα σύστημα συντεταγμένων στο άλλο. Με αυτόν τον τρόπο γνωρίζοντας τις συντεταγμένες ενός σημείου στον χώρο, μπορούμε να βρούμε τις συντεταγμένες του ίδιου σημείου ως προς κάποιο άλλο ΣΣ, φυσικά το ίδιο ισχύει και για επιταχύνσεις και ταχύτητες. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε διευκολύνει στην εύρεση αναλυτικών σχέσεων. Στο παράρτημα Α υπάρχει αναλυτική παράθεση των πινάκων μετασχηματισμού συναρτήσεων των μεταβλητών θ_i, d_i .

2.6 Ταχύτητες και επιταχύνσεις

Κατά την περιστροφή του μηχανισμού έχουμε εμφάνιση γωνιακών ταχυτήτων και στους τρεις άξονες περιστροφής, πιο συγκεκριμένα έχουμε ένα global ΣΣ όπως απεικονίζεται στην εικόνα 15 XYZ και ένα σωματόδετο στο κεντρικό στροφέιο $x'y'z'$. Έτσι το $x'y'z'$ περιστρέφεται συνεχώς γύρω από τον άξονα X ενώ ταυτόχρονα έχουμε και ταχύτητα ω_z . Οι σχετικές γωνιακές ταχύτητες προκύπτουν ως εξής :

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_x + \boldsymbol{\omega}_z + \boldsymbol{\omega}_y \quad (34)$$

$$\boldsymbol{\omega}_y = \omega_z \sin(\omega_x t) \quad (35)$$

$$\boldsymbol{\omega}_z = \omega_z \cos(\omega_x t) \quad (36)$$

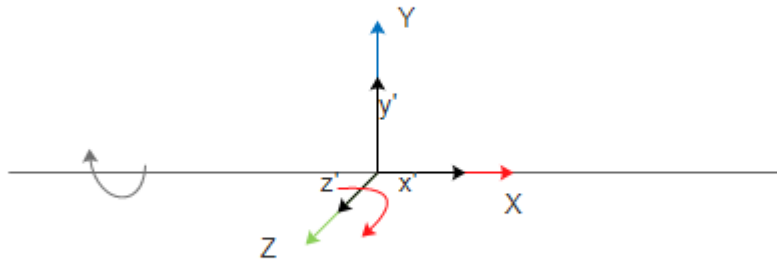
Αντίστοιχα οι γραμμικές ταχύτητες θα είναι :

$$\mathbf{u}_x = \mathbf{r}(t) \times (\boldsymbol{\omega}_y + \boldsymbol{\omega}_z) \quad (37)$$

$$\mathbf{u}_y = \mathbf{r}(t) \times (\boldsymbol{\omega}_x + \boldsymbol{\omega}_z) \quad (38)$$

$$\mathbf{u}_z = \mathbf{r}(t) \times (\boldsymbol{\omega}_x + \boldsymbol{\omega}_y) \quad (39)$$

Αντιστοίχως αναπτύσσονται και επιταχύνσεις, πιο συγκεκριμένα αναπτύσσεται επιτροχια επιτάχυνση που είναι υπεύθυνη για την αλλαγή του μέτρου της ταχύτητας, κεντρομόλος που είναι υπεύθυνη για την αλλαγή της κατεύθυνσης, επιτάχυνση Coriolis και ακτινική επιτάχυνση.



Εικόνα 16: Σωματόδετο και global ΣΣ στον κεντρικό άξονα

2.7 Φορτιση μηχανισμού

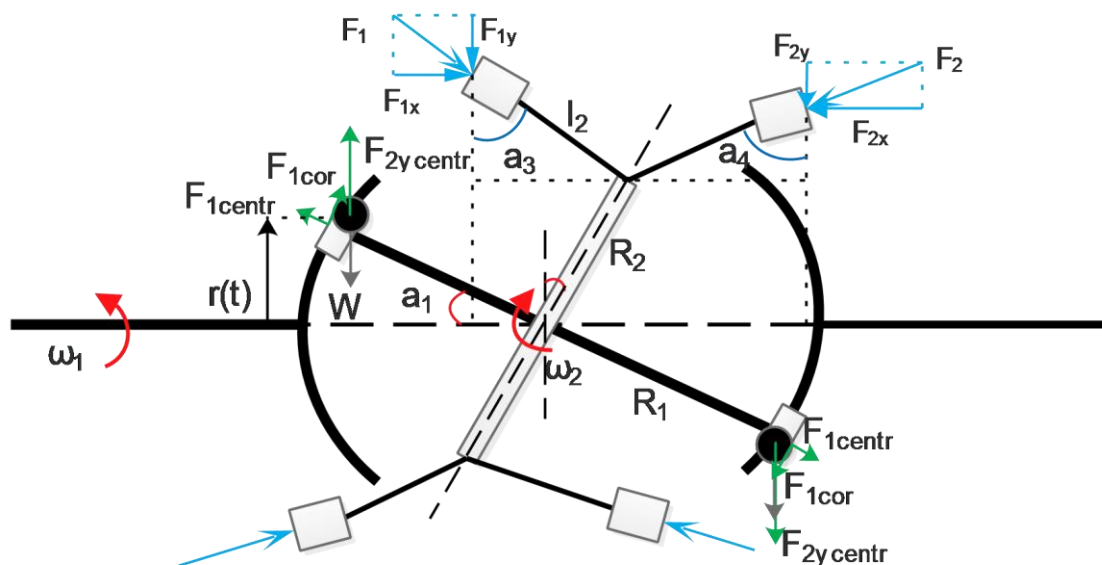
Προκειμένου να αναλύσουμε τον τρόπο που φορτίζονται τα έμβολα του μηχανισμού είναι χρήσιμο ,κάνοντας ορισμένες παραδοχές να αποτυπώσουμε σε ένα απλοποιημένο σχήμα τις δυνάμεις που αναπτύσσονται. Αυτές είναι

- Φυγόκεντρες δυνάμεις μέτρου $F_{1centr}=m\omega_2^2R_1$ και $F_{2centr}=m\omega_1^2r(a_1)$,κατεύθυνσης κατα την ακτίνα της εκάστοτε κυκλικής κίνησης. Η ακτίνα r είναι συνάρτηση της γωνίας ,αυτό συμβαίνει διότι ο κεντρικός άξονας κυλιέται πάνω στο τόξο ,και η γωνιακή του θέση δεν είναι σταθερή .Επίσης η φυγόκεντρος δύναμη F_{1centr} είναι αμελητέα ,αφού ο χρόνος κίνησης του κεντρικού στροφείου υπο την ταχύτητα ω_2 είναι πολύ μικρός, αυτό έχει σαν συνέπεια μία εξαιρετικά μικρή γωνιακή ταχύτητα ω_2 .
- Δυνάμεις coriolis μέτρου $F_{1cor}= 2m\omega_2^2R_1$ και $F_{2cor}=2m\omega_1^2r(a_1)$, οι οποίες έχουν κατεύθυνση κάθετη σε σχέση με τις φυγόκεντρες δυνάμεις .Συγκεκριμένα για την F_{1cor} η κατεύθυνση της απεικονίζεται ,ενώ για την F_{2cor} η κατεύθυνση της είναι κάθετη στο επίπεδο της σελίδας.
- Δυνάμεις απο το εργαζόμενο μέσο F_i οι οποίες πάντα συμπιέζουν το έμβολο. Θεωρητικά τα έμβολα δέχονται δυνάμεις μέγιστου και ελαχιστου μέτρου (που αντιστοιχούν σε μία μέγιστη και ελάχιστη πίεση λειτουργίας του κυκλώματος) ανά ζεύγη, συνεπώς η ροπή που αναπτύσσεται είναι το αλγεβρικό άθροισμα όλων των συνιστωσών αυτών των δυνάμεων. Η ροπή που καλούνται να υπερνικήσουν κάθε φορά οι φυγόκεντρες δυνάμεις έχει αντίθετη φορά με την ροπή των συνιστωσών, κατα τον άξονα x των μέγιστων δυνάμεων ,ενώ

έχει ίδια φορά με την ροπή που δημιουργούν οι συνιστώσες των ίδιων δυνάμεων κατα τον άξονα γ , το αντίθετο συμβαίνει με την ροπή των συνιστωσών των δυνάμεων ελάχιστου μέτρου. Συμφωνα λοιπόν με τα παραπάνω προκύπτει απο ισορροπία ροπών ότι:

$$\begin{aligned} -2F_{1y}l_2\sin a_3 + 2F_{1x}(l_2\cos a_3 + R_2\cos a_1) - 2F_{2y}l_2\sin a_4 \\ + 2F_{2x}(R_2\cos a_1 + l_2\cos a_4) - 2F_{2y\text{centr}}R_1\cos a_1 = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

Ενας άλλος τρόπος υπολογισμού είναι κάνοντας χρήση των αναλυτικών σχέσεων για την θέση του εμβόλου σε κάθε σημείο λειτουργίας, όπως διατυπώθηκαν παραπάνω.



Εικόνα 17: Απλοποιημένη ανάλυση δυνάμεων στο μηχανισμό

Η παραπάνω εξίσωση δυνάμεων μπορεί να μας δώσει το οριακό φορτίο για το οποίο ο άξονας, σε μία απλοποιημένη εκδοχή της λειτουργίας του, παραμένει στην θέση του, όμως αν εξισωθεί με το γινόμενο της ροπής αδράνειας του κεντρικού άξονα με την γωνιακή επιτάχυνση του μας δίνει μια διαφορική εξίσωση η οποία καθορίζει την γωνιακή επιτάχυνση του άξονα συναρτήσει των φορτίων και της ταχύτητας περιστροφής του άξονα εισόδου. Συμφωνα με τα παραπάνω είναι:

$$\begin{aligned} -2F_{1y}l_2\sin a_3 + 2F_{1x}(l_2\cos a_3 + R_2\cos a_1) - 2F_{2y}l_2\sin a_4 \\ + 2F_{2x}(R_2\cos a_1 + l_2\cos a_4) - 2F_{2y\text{centr}}R_1\cos a_1 = (2mR_1^2 + I_3)\ddot{a}_1 \end{aligned} \quad (41)$$

Όπου

$$\bullet \quad F_{cy} = m\omega_1^2 r(a_1) \quad (42)$$

$$\bullet \quad r(a_1) = R_1\sin a_1 \quad (43)$$

- $a_3 - a_4 = a_1$ (44)

Στην συνέχεια θεωρώντας ότι η ροπή εισόδου είναι M ισχύει ότι:

$$M = I_1 \omega_1 \quad (45)$$

Καταλήγουμε σε ένα σύστημα πεπλεγμένων διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν το απλοποιημένο σύστημα που εμφανίζεται στην εικόνα 17.

-

3.Σχεδιασμός

3.1 Καθορισμός βασικών παραμέτρων σχεδίασμού

Πρίν το στάδιο του σχεδιασμού είναι απαραίτητο να προσδιορισθεί το σύνολο των βασικών και δευτερεύοντων σχεδιαστικών παραμέτρων βάσει των οποίων θα γίνει ο σχεδιασμός ,ο οποίος αποτελεί βασική προϋπόθεση προκειμένου να μεταβούμε στο επόμενο στάδιο ,αυτό της εισαγωγής στο πρόγραμμα Rigid Dynamics και των προσομοιώσεων.Έτσι σύμφωνα με όσα έχουν αναφερθεί οι βασικές παράμετροι που λήφθηκαν υπ' οψην μπορούν να διαχωριστούν στις :

Πρωτεύουσες που σχετίζονται με τα λειτουργικά χαρακτηριστικά του μηχανισμού

Δευτερεύουσες που σχετίζονται με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του μηχανισμού ώστε να εξασφαλισθεί η απρόσκοπτη λειτουργία του ,και να αποφευχθούν τυχόν δυσλειτουργίες του όπως κωλύματα κτλ

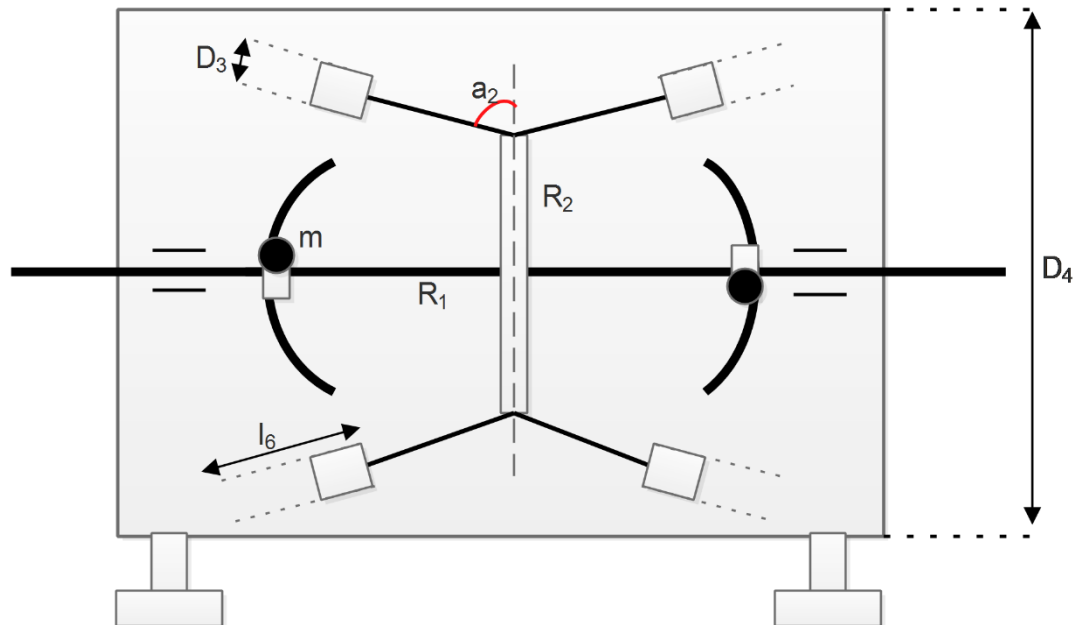
Βασικό στοιχείο του μηχανισμού αποτελεί τόσο το μήκος R_1 του κεντρικού άξονα όσο και η ακτίνα R_2 του δίσκου πάνω στον οποίο εδράζονται οι διωστήρες.Ο λόγος είναι ότι αυτά τα μεγέθη εμπλέκονται άμεσα στην ανάπτυξη του γυροσκοπικού φαινομένου.Συγκεκριμένα προσπαθούμε κάθε φορά να μεγιστοποιήσουμε τα ζεύγη δυνάμεων που αναπτύσσονται απο το γυροσκοπικό φαινόμενο,όπως γράφτηκε παραπάνω ,δηλαδή να εξασφαλίσουμε μεγαλύτερες δυνάμεις συμπίεσης.

Σχετικά με την ακτίνα R_2 είναι ευνοήτο ότι όσο πιο μεγάλο μήκος έχει αυτή τόσο πιο μικρά κατά μέτρο ζεύγη δυνάμεων θα αναπτύσσονται απο το γυροσκοπικό φαινόμενο ώστε να είναι ίσα με την ροπή που αναγκάζει τον δίσκο κάθε φορά να περιστραφεί γύρω απο κάθε άξονα ,έτσι καθορίζεται ότι προσπαθούμε να μεγιστοποιήσουμε την τιμή του μήκους R_1 και να ελαχιστοποιήσουμε το μήκος R_2 αυτό προφανώς πρέπει να γίνει με κάποιους περιορισμούς ώστε να είναι δυνατόν να καταστεί λειτουργικός σε συνάρτηση με την διάμετρο των εμβόλων D_3 και το βάρος των έκκεντρων μαζών m .Αρα οι βασικές πρωτεύουσες παράμετροι σχεδίασης είναι

- Ήμιση μήκους κεντρικού άξονα R_1
- Ακτίνα δίσκου R_2
- Διάμετρος εμβόλου D_3 η οποία αποτελεί βασικό παράγοντα λειτουργίας καθώς προσδιορίζει την πίεση λειτουργίας του μηχανισμού

Οι δευτερεύουσες παράμετροι επιλέχθηκαν να είναι :

- Μέγιστη διάμετρος του κελύφους D_4
- Γωνία που σχηματίζουν οι διωστήρες με την κάθετη αξονική γραμμή του δίσκου α_2
- Μέγιστο μήκος εμβολοδόχης l_6

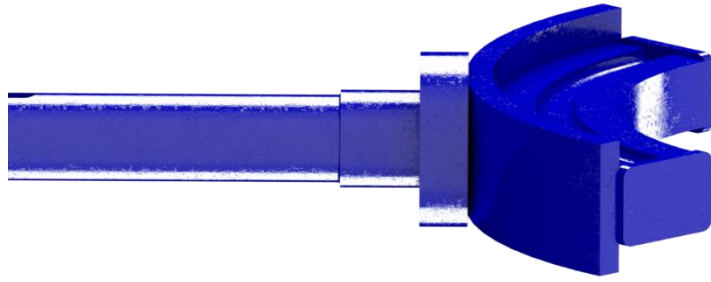


Εικόνα 18: Βασικές παράμετροι σχεδιασμού

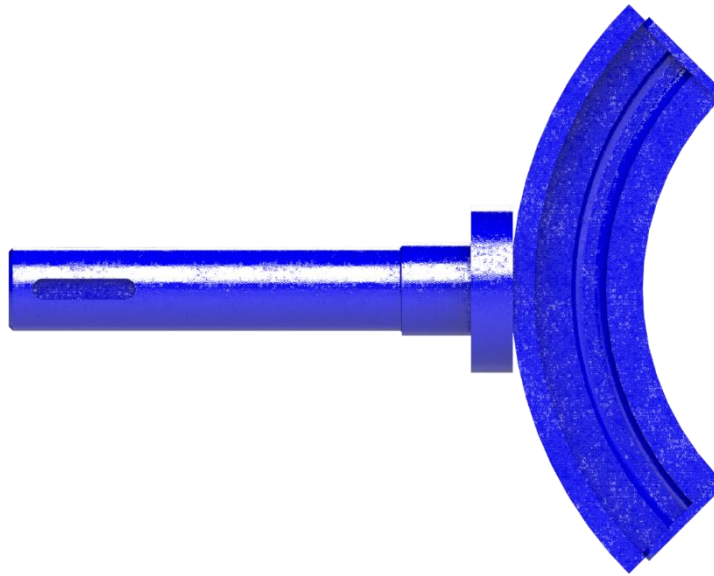
Έχοντας καθόρισει το σύνολο των παραμέτρων που είναι σημαντικοί κατά το στάδιο του σχεδιασμού ,επαναληπτικά τοποθετούμε τιμές στις σχέσεις που εξήχθησαν στο κεφάλαιο 2 και κάθε φορά τις αξιολογούμε ,με αυτόν τον τρόπο καταλήγουμε σε μία γεωμετρία με καθορισμένες βασικές διαστάσεις της η οποία θα είναι αφενός λειτουργική και αφετέρου θα έχει ικανή ογκομετρική παροχή για το σενάριο λειτουργίας που θα περιγραφεί παρακάτω.

3.2 Σχεδιασμός στερεών μοντέλων

Ξεκινώντας απο τους άξονες 1 και 2 αυτοί αποφασίστηκαν να κατασκευαστούν με διαιρετά τοξοειδή στελέχη τα οποία θα επέτρεπαν αφενός την πιο απλή κατασκευή τους ,αφετέρου την συναρμολόγηση του μηχανισμού.



Εικόνα 19 :Άξονας 1



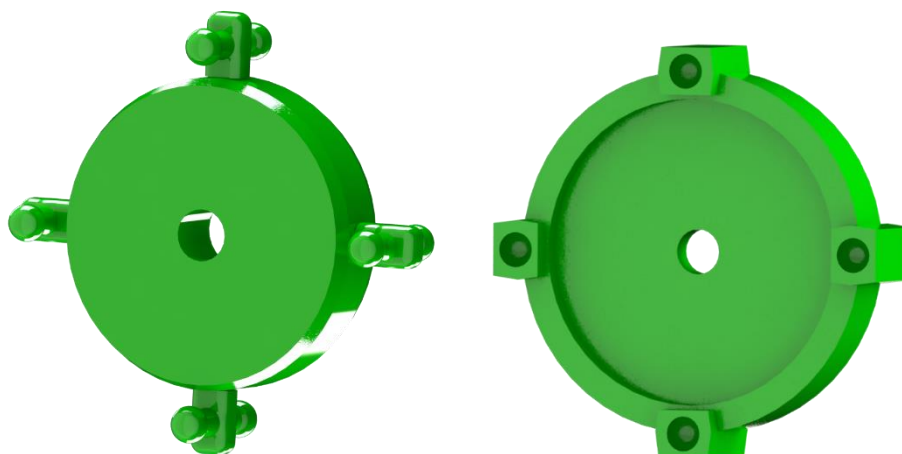
Εικόνα 20:Κάτοψη άξονα 1

Στην συνέχεια ακολουθούν οι κύλινδροι με διάμετρο $D_3=40\text{mm}$



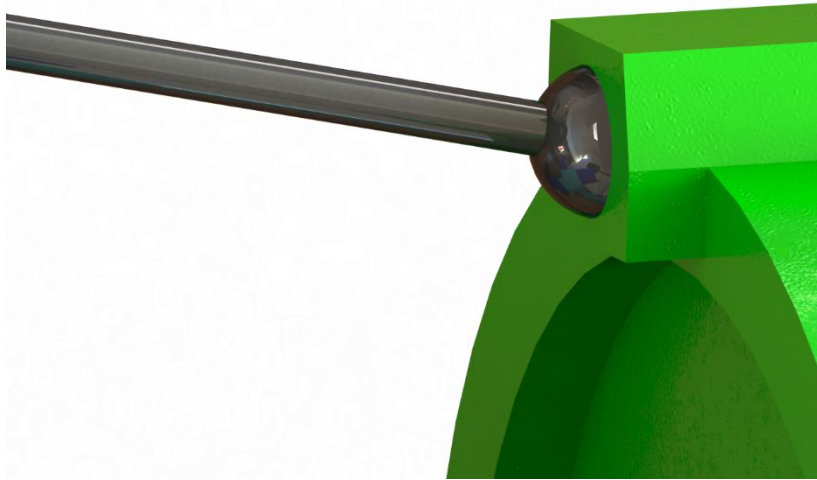
Εικόνα 21: Κύλινδρος, απεικονίζονται και οι ασφάλειες

Ο κεντρικός δίσκος ακτίνας $R_2=150\text{ mm}$ και οι δύο διαφορετικές εκδοχές σχεδιασμού του, επιλέχθηκε η δεύτερη καθώς ο σχεδιασμός που έφερε ένθετα στελέχη, αντί για υποδοχές για διωστήρες που θα τοποθετούνταν πρεσαριστά, ήταν επιρεπής σε καμπτικά φορτία στα στελέχη πάνω στα οποία στηρίζονταν οι διωστήρες. Ταυτόχρονα ο σχεδιασμός του επέβαλε να έχει και μεγαλύτερη μάζα, πράγμα το οποίο δεν ήταν επιθυμητό καθώς θα αύξανε τους όρους αδράνειας ακόμα περισσότερο.



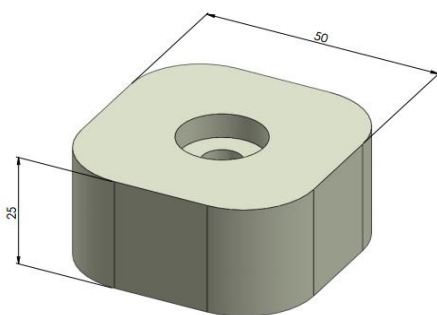
Εικόνα 22 : Αρχικός σχεδιασμός δίσκου (δεξιά) και τελικός (αριστερά)

Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα επιμέρους κομμάτια που χρησιμοποιήθηκαν καθώς και η σύνδεση διωστήρα με τα έμβολα



Εικόνα 23:Σφαιρική έδραση διωστήρα-δίσκου

Τα αντίβαρα από βολφράμιο (W) οδήγησαν σε σημαντική μείωση του συνολικού όγκου των αντιβάρων. Συγκεκριμένα κάνοντας χρήση των πυκνοτήτων των δύο υλικών προκύπτει ότι $\frac{d_{Fe}}{d_W} = \frac{7,850}{19,260} = 0.41$ ή 41% , δηλαδή ο συνολικός όγκος μπορεί να μειωθεί κατά 59% για μάζες που έχουν το ίδιο βάρος.Αυτό αποτελεί σημαντικό παράγοντα σχεδιασμού μιά και οι έκκεντρες μάζες πρέπει να καταλαμβάνουν όσο πιο μικρότερο όγκο με αντίστοιχη αύξηση του βάρους τους.Έτσι για δεδομένες διαστάσεις 50mm μήκος και 25mm πλάτος προέκυψε ο ακόλουθος σχεδιασμός ,που δίνει μάζες 1,019 kg .

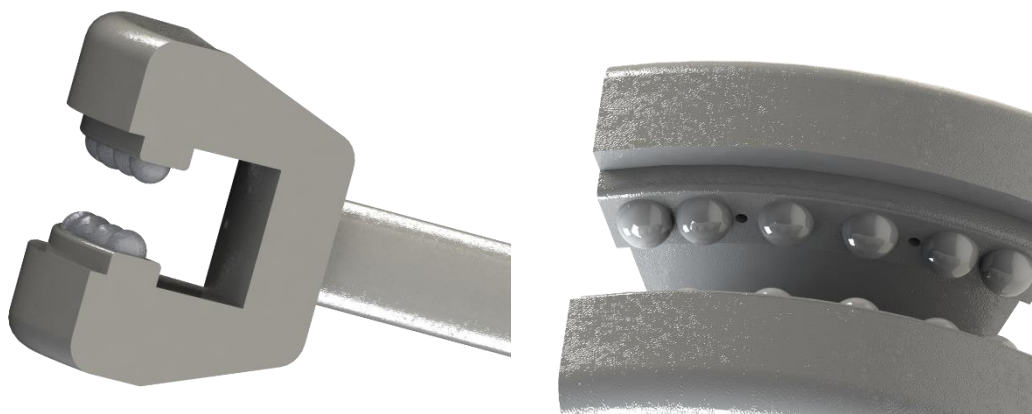


Εικόνα 24:Διαστάσεις συγκεντρωμένης μάζας απο βολφράμιο



Σχετικά με την σχεδιάση του κεντρικού άξονα με $R_1=155\text{mm}$ (αναφέρεται στο μισό του μήκους του κεντρικού άξονα),επειδή αυτός θα πρέπει να κυλίνονταν πάνω στα τοξοειδή στελέχη ,κρίθηκε σκόπιμο να δημιουργηθεί ένας άξονας με διαρετά άκρα πάνω στα οποία είτε θα προσαρμόζονταν τμήμα απο ωστικό ρουλμάν είτε με ιδιοκατασκευή θα προσαρμόζονταν στέλεχος που θα έφερε σφαίρες μέσα του ,στις

εικόνες παρουσιάζεται η δεύτερη λύση με επιπλέον οπές αυτολύπανσης των δρόμων πάνω στους οποίους κυλίσουν οι σφαίρες.



Εικόνα 25:Κεντρικός δίσκος ,στα δεξιά απεικονίζονται οπές λίπανσης

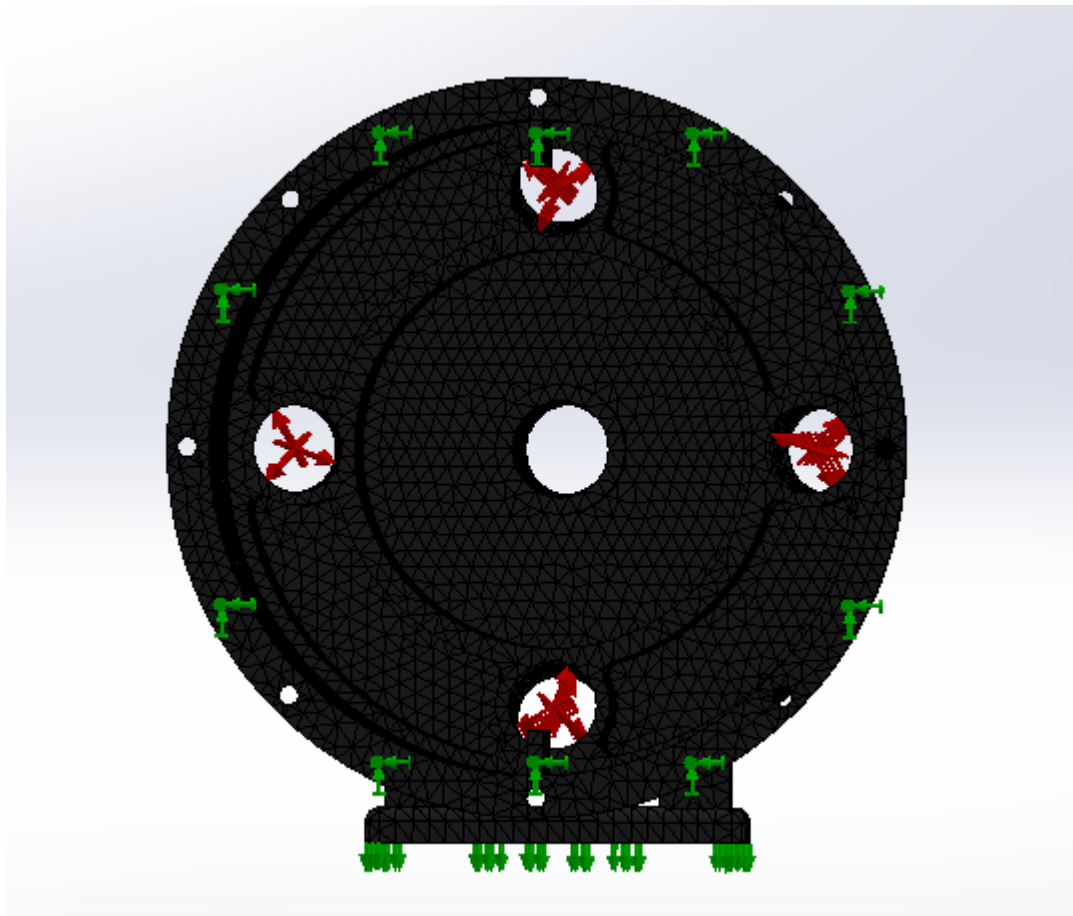
Παρακάτω απεικονίζεται το housing όπου είναι εμφανείς οι οπές όπου θα βιδωθούν οι βίδες απο το καπάκι ,αλλά και το εσωτερικό του κελύφους το οποίο φέρει κατάλληλες διαμορφώσεις για μείωση του βάρους του.Επιλέχθηκε $D_4=540$ mm.Παράλληλα η γωνία α_2 επιλέχθηκε να είναι 75° (αφορά σε κλίση του μηχανισμού σε κατάσταση ηρεμίας).



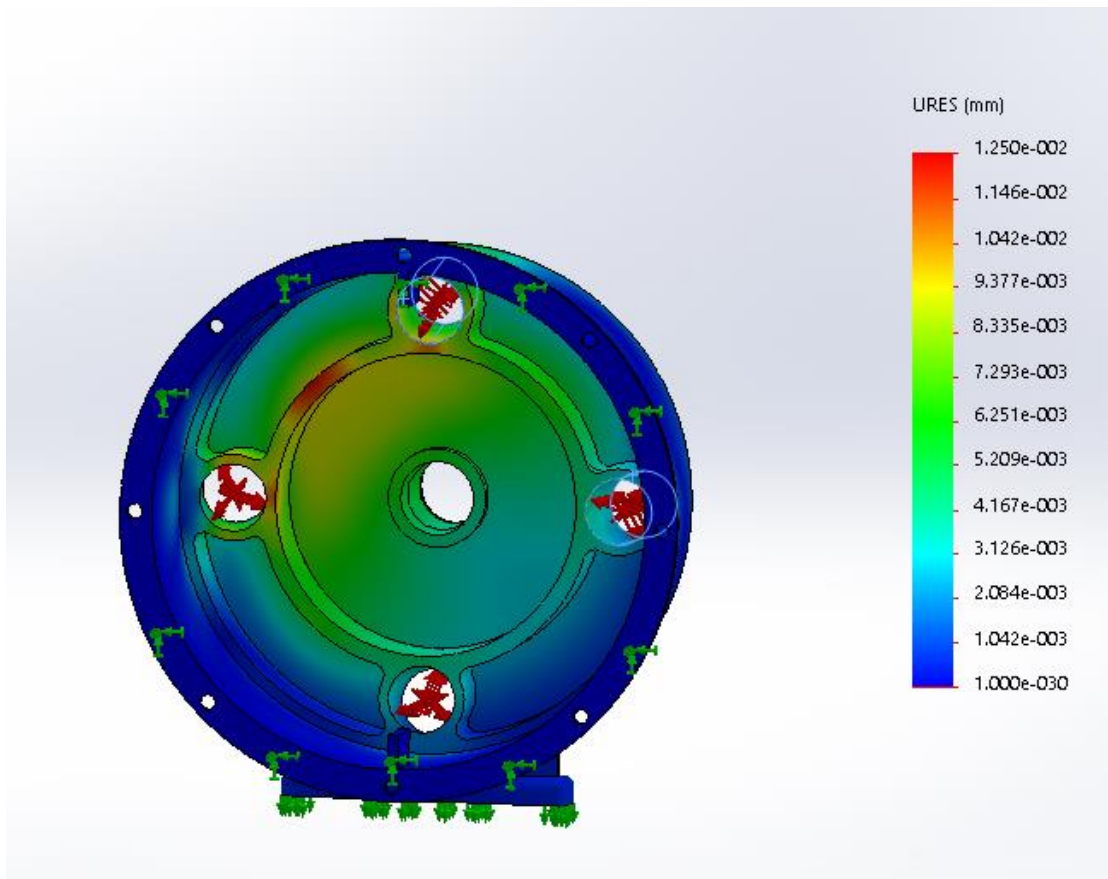
Εικόνα 26:Το κέλυφος του μηχανισμού ,εξωτερική και εσωτερική όψη

Ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων πραγματοποιήθηκε προκειμένου να επιβεβαιωθεί ότι η μέγιστη πίεση λειτουργίας δεν θα δημιουργούσε προβλήματα μεγάλων παραμορφώσεων στο κέλυφος.Πιο συγκεκριμένα το κέλυφος φορτίστηκε με 83 και 10 bar στις εμβολοδόχες του (ανά δύο ,ώστε να προσωμοιάζει ένα στιγμιότυπο της λειτουργίας του).Χρησιμοποιήθηκαν 45631 πεπερασμένα

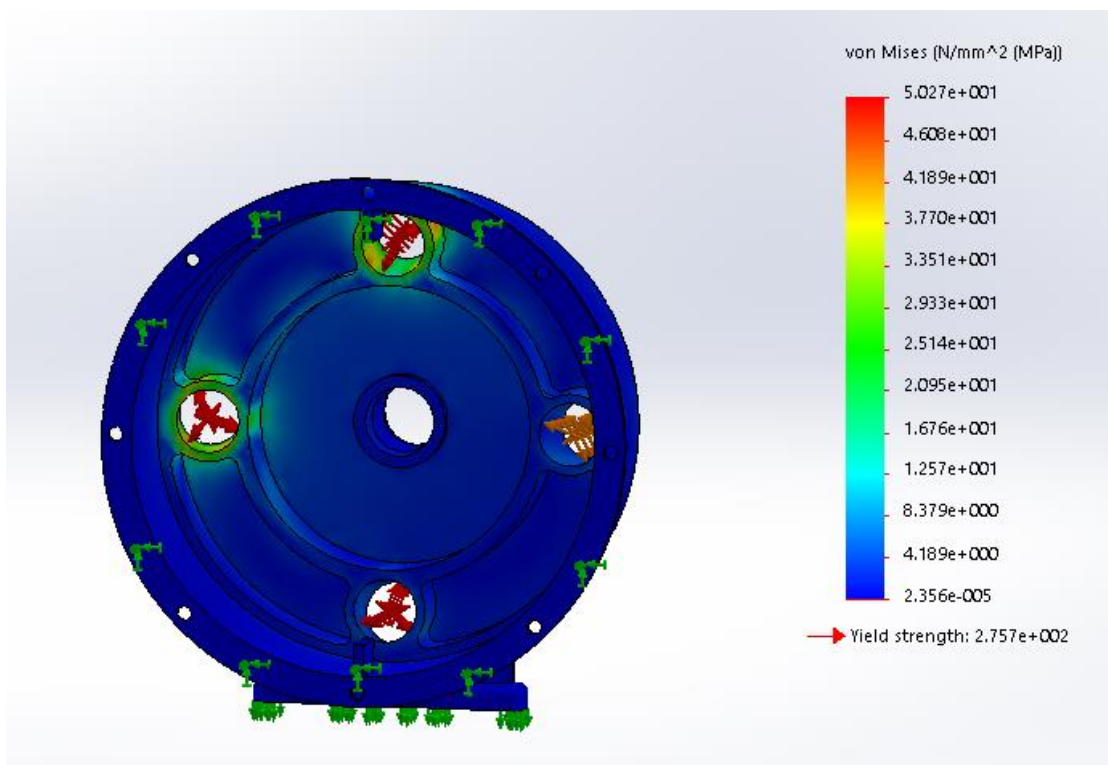
στοιχεία, και 83376 κόμβοι, με μέγιστο μήκος στοιχείου 11.092 mm. Τα πεπερασμένα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν είναι τα quadratic tetrahedra 4.



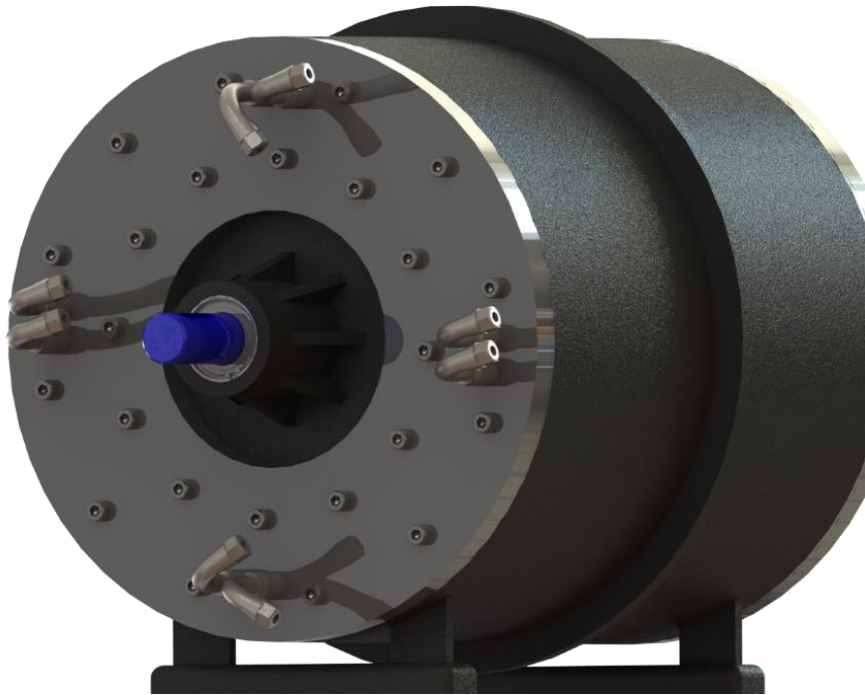
Εικόνα 27: πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε



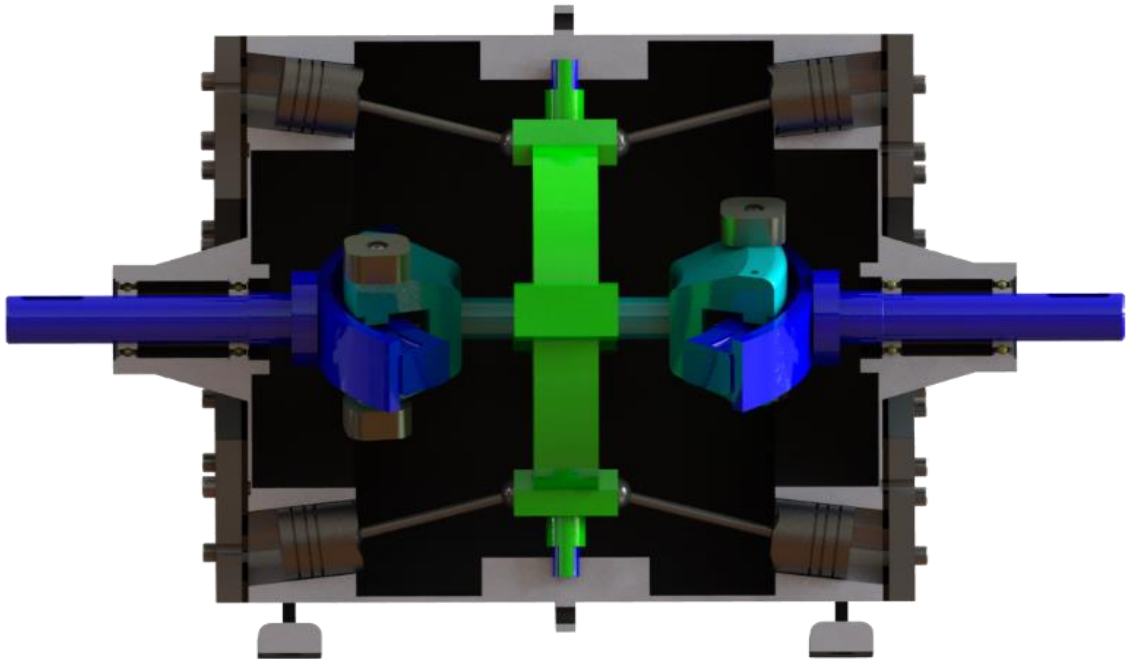
Εικόνα 28:Ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων για το κέλυφος ,σε πίεση λειτουργίας 83 bar και 10 bar



Εικόνα 29:τάσεις κατά Von Mises



Εικόνα 30: Προοπτική εικόνα του μηχανισμού όπου φαίνονται το καπάκι και οι ελαστικοί σωλήνες ,με τις αντεπίστροφες επίσης προσαρμοσμένες



Εικόνα 31: Τομή του μηχανισμού όπου φαίνεται η διάταξη των μηχανικών μερών στο ερωτητικό του, τα στελέχη συγκράτησης του δίσκου επίσης είναι ορατά και εξασφαλίζουν ότι ο δίσκος δεν θα παρασυρεται από τον κεντρικό άξονα και παράλληλα θα μπορεί να εκτελέσει το γυροσκοπικό φαινόμενο.

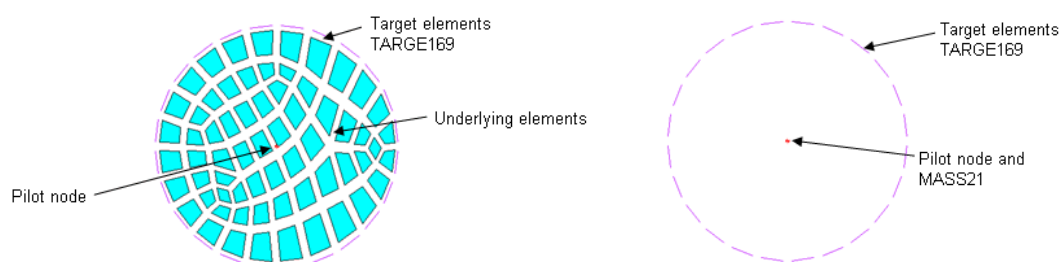
4. Μοντελοποίηση μηχανισμού

4.1 Το λογισμικό Rigid Dynamics

Σχετικά με την μοντελοποίηση του μηχανισμού επιλέχθηκε να γίνει μέσω του Rigid Dynamics (RD) που ενσωματώνεται στο λογισμικό ANSYS με βασικό σκοπό να πραγματοποιηθεί δυναμική και κινηματική ανάλυση του, και δοκιμή του σε διάφορα σενάρια λειτουργείας. Οι λόγοι που χρησιμοποιήθηκε το εν λόγω πρόγραμμα είναι οι εξής :

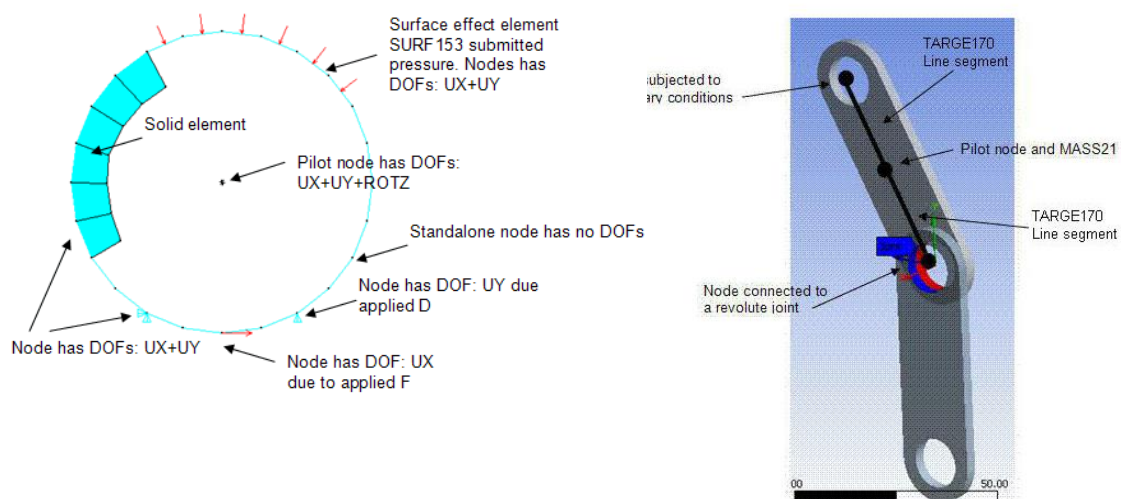
- Πλήρης καθορισμός βαθμών ελευθερίας , με ακριβή προσδιορισμό επιμέρους παραμέτρων (περιορισμός σχετικών γωνιών περιστροφής , γραμμικών κινήσεων, περιστροφικές και γραμμικές αποσβέσεις, εισαγωγή μη γραμμικών ελατηρίων κτλ)
- Θεώρηση των σωμάτων ως απολύτως στερεών παράγοντας που οδηγεί στην ταχύτερη επίλυση δυναμικών μοντέλων.
- Πλήρης παραμετροποίηση των μοντέλων.
- Δυνατότητα διασύνδεσης με άλλα προγράμματα και εκ νέου επίλυση για τον υπολογισμό τάσεων και παραμορφώσεων λόγω δυναμικών φορτίων.
- Δημιουργία σχετικού animation που οπτικοποιεί την εκάστοτε λύση, αποτελώντας πολύτιμο βοήθημα στην πιο εύληπτη κατανόηση της.
- Καθορισμός ταχυτήτων και επιταχύνσεων σε κάθε διαφορετικό μέρος του μηχανισμού.
- Προσδιορισμός φορτίων στους συνδέσμους.

Στο λογισμικό ANSYS η μοντελοποίηση ενός στερεού σώματος αποτελείται από ένα σύνολο κόμβων (target nodes) και ενός κόμβου-πιλότου (pilot node). Η κίνηση του στερεού σώματος γίνεται με βάση τους βαθμούς ελευθερίας του κόμβου-πιλότου επιτρέποντας την ακριβή αναπαράσταση της γεωμετρίας , μάζας, και



Εικόνα 32: Πεπερασμένα στοιχεία, target nodes και pilot nodes

περιστροφικής αδράνειας του στερεού σώματος.Στις περισσότερες περιπτώσεις τα στερεά σώματα αποτελούνται απο πεπερασμένα στοιχεία (solid,shell elements κτλ),ενώ υπάρχει και η δυνατότητα για πιο απλοποιημένη μοντελοποίηση .Στην τελευταία περίπτωση γίνεται χρήση μόνο των target nodes και του κόμβου-πιλότου.Και στις δύο περιπτώσεις γίνεται χρήση των στοιχείων TARGE170 και TARGE169 για την αναπαράσταση της εξωτερικής επιφάνειας ενός σώματος 3D και 2D αντίστοιχα,ενώ για την πρόσθεση αδρανειακών ιδιοτήτων στα στοιχεία μπορεί να γίνει χρήση του στοιχείου MASS21.Σχετικά με τους βαθμούς ελευθερίας του κόμβου-πιλότου (pilot node DOFs),αυτός έχει στην γενική περίπτωση 6 βαθμούς ελευθερίας ,που του επιτρέπουν να εκτελέσει τρεις περιστροφές και τρεις γραμμικές μετατοπίσεις ,γύρω απο καθέναν άξονα ενός τοπικού ΣΣ.Οι ενεργοί βαθμοί ελευθερίας όμως καθορίζονται κάθε φορά απο το στοιχείο που χρησιμοποιείται ,έτσι το στοιχείο TARGE170 έχει 6 βαθμούς ελευθερίας ενώ το στοιχείο TARGE169 ,3 (μία περιστροφή και δύο μετατοπίσεις).Τελικά οι βαθμοί ελευθερίας όμως εξαρτώνται απο τις οριακές συνθήκες που επιβάλλονται απο τον χρήστη και απο τους βαθμούς ελευθερίας των υπόλοιπων στοιχείων με τα οποία είναι διασυνδεδεμένος.Έτσι εάν σε ένα στοιχείο επιβληθεί δύναμη κατά τον άξονα X ο κόμβος-πιλότος θα αποκτήσει ταχύτητα U_x ,ενώ στην περίπτωση που δεν επιβληθεί καμία οριακή συνθήκη και δεν αλληλεπιδρά το εν λόγω στοιχείο με άλλα ,δεν θα έχει κανέναν βαθμό ελευθερίας.Γίνεται σαφές έτσι ότι αποτελεί κρίσιμο παράγοντα για την επίλυση ενός μοντέλου η σωστή επιλογή των κατάλληλων βαθμών ελευθερίας των επιμέρους μερών του.



Εικόνα 33:Μοντελοποίηση και βαθμοί ελευθερίας πεπερασμένων στοιχείων

Στην παρούσα ανάλυση η εισαγωγή της γεωμετρίας έγινε απο το λογισμικό Solidworks ,μέσω Add on που επιτρέπει την μεταφορά της γεωμετρίας και των υπόλοιπων χαρακτηριστικών του μηχανισμού (μάζα ,ροπή αδράνειας,συστήματα

συντεταγμένων) κυρίως λόγω της πολυπλοκότητας της σχεδίασης του.Ακόμα αξίζει να αναφερθεί ότι στο Rigid Dynamics οι βαθμοί ελευθερίας ορίζονται ως οι σχετικές κινήσεις μεταξύ των μερών του μηχανισμού ,σε αντίθεση με άλλες θεωρήσεις που γίνονται απο διαφορετικούς solver.Ως solver επιλέχθηκε Runge Kutta πέμπτης τάξης ως η πλέον ακριβής που μπορεί να προσφέρει το συγκεκριμένο πρόγραμμα.Παρακάτω παρουσιάζονται συνοπτικά τα χαρακτηριστικά των βαθμών ελευθερίας που απαντώνται στο Rigid Dynamics οι οποίοι σχεδόν στην πλειοψηφία τους χρησιμοποιήθηκαν.

Περιγραφή συνδέσμου	Περιστροφή γύρω απο άξονες			Μετατοπίσεις κατα μήκος αξόνων		
	X	Y	Z	X	Y	Z
Σταθερός	-	-	-	-	-	-
Περιστροφικός	-	-	X	-	-	-
Κυλινδρικός	-	-	X	-	-	X
Μετατόπισης	-	-	-	X	-	-
Universal	X	-	X	-	-	-
Σφαιρικός	X	X	X	-	-	-
Επίπεδος	-	-	X	X	X	
Γενικός¹	X	X	X	X	X	X
Bushings²	X	X	X	X	X	X
Slot	X	X	X	X	-	-
Point on curve	-	-	-	X	-	-

Πίνακας 3: Διαθέσιμοι σύνδεσμοι και βαθμοί ελευθερίας

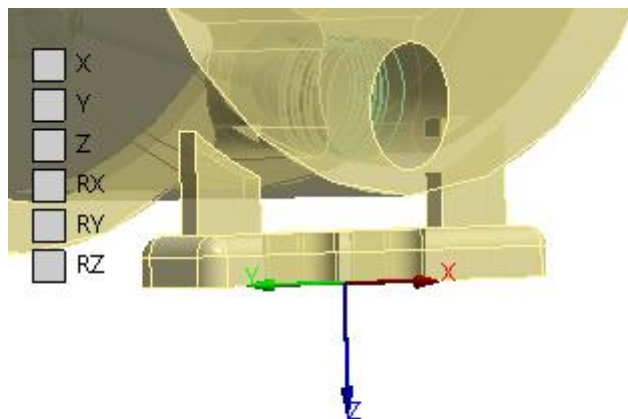
Οι παραπάνω βαθμοί ελευθερίας αναφέρονται στα τοπικά συστήματα συντεταγμένων των συνδέσμων (joints reference systems) κάτι που σημαίνει ότι η τελική κίνηση ενός συστήματος υπαγορεύεται απο τον συνδιασμό των επιμέρους βαθμών ελευθερίας ,όπως τονίστηκε και παραπάνω.Ακόμα στους περιστροφικούς συνδέσμους υπάρχει η δυνατότητα προσδιορισμού μέγιστης και ελάχιστης γωνίας περιστροφής καθώς και σταθερά περιστροφικής δυσκαμψίας και απόσβεσης, στους γενικούς συνδέσμους ο χρήστης μπορεί να προσδιορίσει περιορισμούς ανάλογα με τους βαθμούς ελευθερίας που έχει επιλέξει ,αντίστοιχα στους επίπεδους και στους point on curve συνδέσμους υπάρχει η δυνατότητα να εισαχθούν μέγιστες και ελάχιστες τιμές των επιλεγόμενων βαθμών ελευθερίας.

¹ Σε έναν γενικό σύνδεσμο οι επιμέρους βαθμοί ελευθερίας μπορούν κυμαίνονται απο 0 μέχρι 6 (τρεις μετατοπίσεις και τρεις περιστροφές)

² Σε αυτό το είδος συνδέσμου μπορούν να προσδιοριστούν οι σταθερές απόσβεσης και ακαμψίας κατ'άξονα.

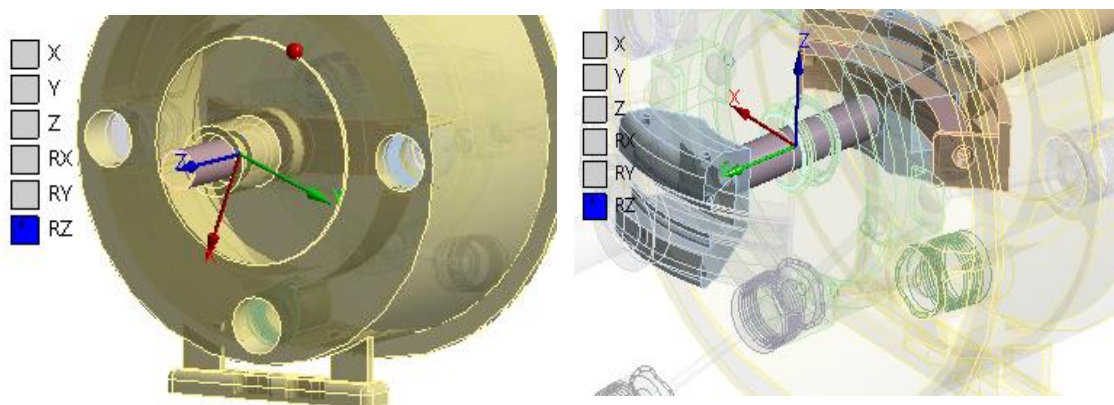
4.2 Εισαγωγή συνδέσμων

Το κέλυφος του μηχανισμού επρεπε να στηριχθεί στον χώρο ,έτσι επιλέχθηκε ένας body to ground σταθερός σύνδεσμος ,ο οποίος εφαρμόστηκε και στα δύο στελέχη στήριξης του κελύφους.



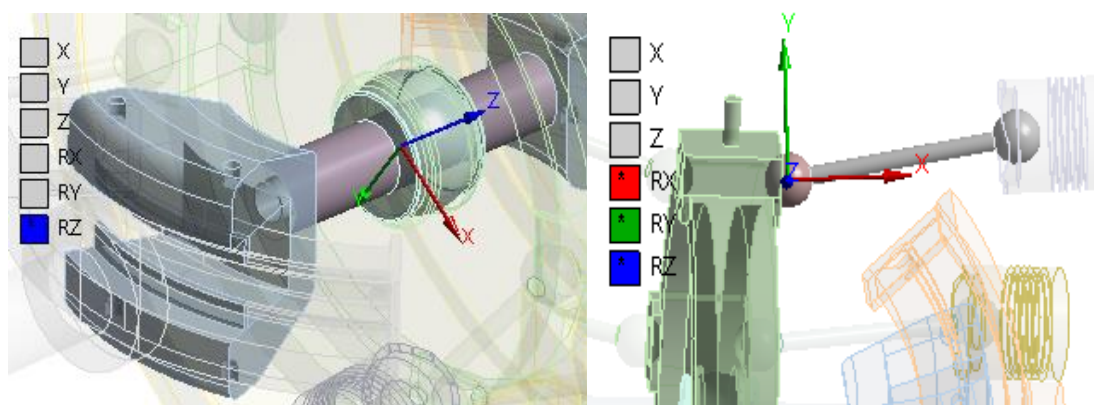
Εικόνα 34:Fixed σύνδεσμος ,με δεσμευμένους όλους του βαθμούς ελευθερίας

Στην συνέχεια έγινε εισαγωγή των στηρίξεων των αξόνων οι οποίες αποτελούνταν απο περιστροφικούς συνδέσμους ,ενός βαθμού ελευθερίας.Για λόγους απλοποίησης τα ρουλμάν και οποιαδήποτε άλλα στοιχεία δεν ήταν απαραίτητα για την λειτουργία του μηχανισμού παραλείφθηκαν.Αμέσως μετά έχουμε την εισαγωγή των περιστροφικών συνδέσμων ώστε να μπορεί ο κεντρικός άξονας να περιστρέφεται γύρω απο έναν τοπικό άξονα ενός σωματόδετου συστήματος συντεταγμένων.



Εικόνα 35:Revolute joints,ενός βαθμού ελευθερίας (περιστροφή κατά τον άξονα Z)

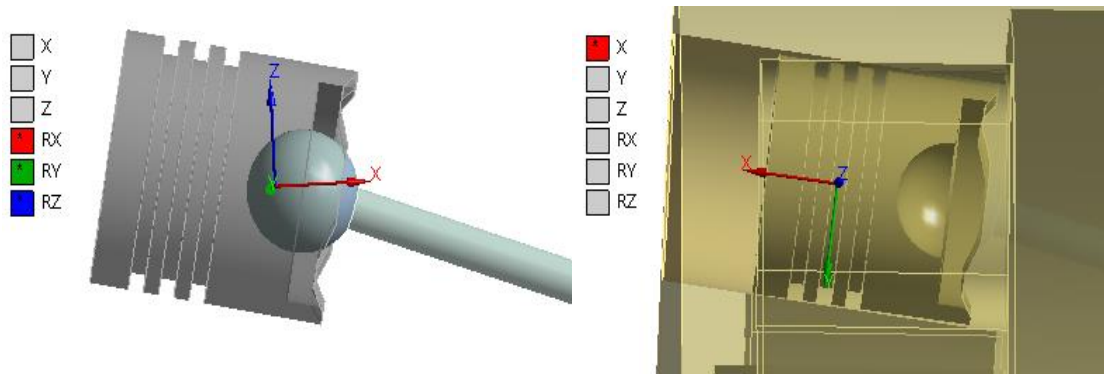
Για να αποφύγουμε την εισαγωγή επιφανείων επαφής ,κάτι που θα αύξανε εκθετικά τον χρόνο επίλυσης ,επιλέχθηκε να εισαχθεί δεύτερος περιστροφικός σύνδεσμος ο οποίος σαν ορίσματα θα έχει τον κεντρικό άξονα και μία επιφάνεια στο δεύτερο τοξοειδές στέλεχος ,με αυτό τον τρόπο αρκεί κάθε φορά ένας απο τους δύο άξονες να περιστρέφεται παρασύρωντας μαζί του τόσο τον κεντρικό άξονα όσο και το δεύτερο τοξοειδές στέλεχος,επιτρέποντας παράλληλα στο κεντρικό άξονα να περιστραφεί σχετικά.Με την εισαγωγή δύο περιστροφικών συνδέσμων που έχουν κοινό όρισμα τον κεντρικό άξονα ,πετύχαμε να προσωμειώσουμε την κίνηση του μηχανισμού χωρίς την εισαγωγή επιφανείων επαφής,περιορίζοντας έτσι κατάλληλα τους βαθμούς ελευθερίας των τριών αξόνων.Ακόμα ως όριο για την σχετική γωνία περιστροφής τέθηκαν οι 10 μοίρες .δηλαδή το κεντρικό στροφέιο θα μπορούσε να περιστρέφεται απο 0 έως 10 μοίρες απο την αρχική του θέση.Επίσης εισήχθη και περιστροφική απόσβεση 3 N m s° σε αυτούς του συνδέσμους ώστε να αποσβένονται οι όποιες δυνάμεις αντίδρασης αναπτύσσονται.Αμέσως μετά έγινε εισαγωγή των συνδέσμων του δίσκου ο οποίος θα έπρεπε να μένει σταθερός στον χώρο ,έχοντας και στους τρεις άξονες περιστροφική ελευθερία μερικών μόνο μοιρών.Αυτό επετεύχθη εισάγωντας έναν σύνδεσμο περιστροφής και οκτώ σφαιρικούς συνδέσμους που αντιπροσωπεύουν τις σφαιρικές αρθρώσεις των διωστήρων.



Εικόνα 36:Revolute και spherical joints

Ο περιστροφικός σύνδεσμος που συνδέει τον δίσκο με τον κεντρικό άξονα επιτρέπει στον άξονα να περιστραφεί ,χωρίς να παρασύρει και τον δίσκο μαζί του,ο οποίος προφανώς πέρα απο τις σφαιρικές αρθρώσεις διαθέτει επιπλέον περιορισμό περιστροφής γύρω απο τον εικονιζόμενο άξονα Z.Σχετικά με τα έμβολα ,αυτά συνδέθηκαν και πάλι μέσω σφαιρικών συνδέσμων με τους διωστήρες.Οι περιστροφικοί σύνδεσμοι είναι απαραίτητοι ώστε να επιτρέπουν στον μηχανισμό να μην κολλήσει σε κάποιο σημείο,κατα την λειτουργία του.Ολοκληρώνοντας την διαδικασία εισαγωγής των συνδέσμων ,τοποθετήθηκε σε κάθε ένα απο τα οκτώ έμβολα ένας γενικός σύνδεσμος που επέτρεπε την μετακίνηση τους κατά έναν μόνο

άξονα σε ένα τοπικό σύστημα συντεταγμένων ,ορισμένο για καθε κύλινδρο ξεχωριστά.



Εικόνα 37: Spherical (αριστερά) και general joint (δεξιά)

4.3 Γενικά για τους υδραυλικούς κινητήρες

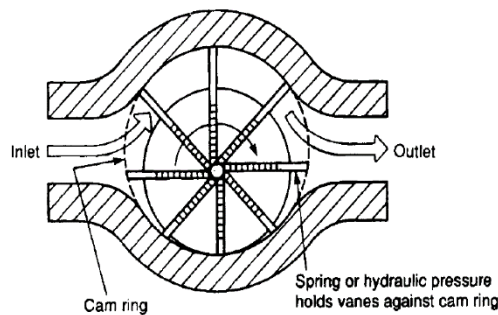
Το σενάριο λειτουργίας περιλαμβάνει την ύπαρξη ενός υδραυλικού κινητήρα ο οποίος θα δεχεται την παροχή που συμπιέζουν τα έμβολα και αντίστοιχα η γραμμή επιστροφής θα καταλήγει και πάλι στους κυλίνδρους. Επιλέχθηκε ως υπόθεση εργασίας οι υδραυλικοί κινητήρες αυτοί να είναι με πτερύγια (vane hydraulic motors). Οι κινητήρες με πτερύγια αποτελούνται στην γενική περίπτωση απο τον στροφέα, τα πτερύγια, την ατρακτο, το κέλυφος και τις διόδους εισόδου και εξόδου του υδραυλικού ρευστού, βέβαια υπάρχουν κινητήρες αυτού του τύπου που ενσωματώνουν επιπλέον χαρακτηριστικά όπως μηχανισμό μεταβολής της ογκομετρικής παροχής κτλ. Η αρχή λειτουργία τους βασίζεται στην στρεπτική ροπή που δημιουργείται όταν το ρευστό εισόδου, ασκήσει πίεση στην επιφάνεια των πτερυγίων, οπότε η συνισταμένη ροπή αναγκάζει τον άξονα να περιστραφεί και η μετρούμενη ισχύς στον άξονα του κινητήρα περιγράφεται απο την βασική σχέση των υδραυλικών συστημάτων:

$$\text{Ισχύς} = DP * \dot{V}_p * \eta_{tot} \quad (46)$$

DP: πίεση λειτουργίας

\dot{V}_p : ογκομετρική παροχή

η_{tot} : βαθμός απόδοσης



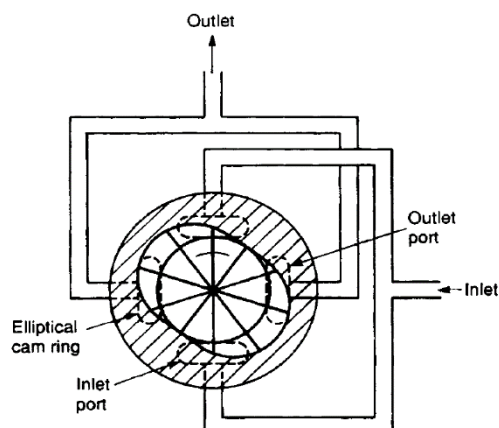
Εικόνα 38:Υδραυλικός κινητήρας με πτερύγια

Η ροπή που δημιουργείται εξαρτάται άμεσα από την διαφορά των επιφανείων των πτερυγίων που υφίστανται την πίεση λειτουργίας, όσο μεγαλύτερη είναι είτε η επιφάνεια των πτερυγίων είτε η πίεση λειτουργίας τόσο μεγαλύτερη είναι η στρεπτική ροπή που αναπτύσσεται. Προκειμένου να επιτευχθεί στεγάνωση ανάμεσα στα πτερύγια και το κέλυφος του κινητήρα, συνήθως η φυγόκεντρος δύναμη δεν αρκεί, ιδιαίτερα σε χαμηλές ταχύτητες περιστροφής, οπότε χρησιμοποιούνται ελατήρια τα οποία πιέζουν τα πτερύγια προς το κέλυφος ή ενεργοποιημένο ρευστό το οποίο επιτελεί την ίδια λειτουργία. Σχετικά με τους τύπους πτερυγιοφόρων κινητήρων, διακρίνονται σε μη εξισορροπημένους (unbalanced) και εξισορροπημένους (balanced) υδραυλικούς κινητήρες, με την κύρια διαφορά τους να εντοπίζεται στον τρόπο φόρτισης της ατράκτου. Οι πτερυγιοφόροι κινητήρες εμφανίζουν μερικά πλεονεκτήματα έναντι των υπολοίπων τύπων υδραυλικών κινητήρων με το βασικότερο να εντοπίζεται στον μεγαλύτερο ογκομετρικό βαθμό απόδοσης (~95%), λόγω χαμηλών εσωτερικών απωλείων. Σε αυτά έχουν να προστεθούν τα χαμηλά επίπεδα θορύβου, το απλό design, η εύκολη επισκευασιμότητα, καθώς και ο μικρού πλάτους παλμός ροής τους.

4.4 Εξισορροπημένοι υδραυλικοί κινητήρες με πτερύγια

Ο τύπος του υδραυλικού κινητήρα επιλέχθηκε να είναι ένας εξισορροπημένος πτερυγιοφόρος υδραυλικός κινητήρας (balanced vane hydraulic motor). Οι υδραυλικοί κινητήρες αυτού του τύπου κατασκευάζονται με σταθερή ογκομετρική παροχή, ενώ η επιλογή του εν λόγω τυπου υδραυλικού κινητήρα βασίστηκε στο γεγονός ότι η πίεση λειτουργίας στην είσοδο, και η πίεση στην εξοδο του είναι διαφορετικές, με την τελευταία να είναι λίγο υψηλότερη από την πίεση της δεξαμενής του ρευστού, αυτό έχει σαν συνέπεια η ατράκτος να φορτίζεται μονόπλευρα με καταστρεπτικά πολλές φορές αποτελέσματα. Με την επιλογή των εξισορροπημένων υδραυλικών κινητήρων αυτή η δυσμενής περίπτωση φόρτισης αποφεύγεται, καθώς ένας τέτοιος υδραυλικός κινητήρας φέρει δύο εισόδους και δύο εξόδους ρευστου τοποθετημένες συμμετρικά εναλλάξ μεταξύ τους, έχοντας κατάλληλη εσωτερική διαμόρφωση. Όλες οι εισοδοι ρευστού ενώνονται σε έναν

αγωγό ,που συνδέεται με την κατάθλιψη της αντλίας και οι εξοδοί του, αντίστοιχα ,συνδέονται με την γραμμή επιστροφής στην δεξαμενή εργαζόμενου μέσου.



Εικόνα 39:Εξισορροπήμενος υδραυλικός κινητήρας με πτερύγια

4.5 Μοντελοποίηση φορτίου απο τον υδραυλικο κινητήρα προς την αντλία

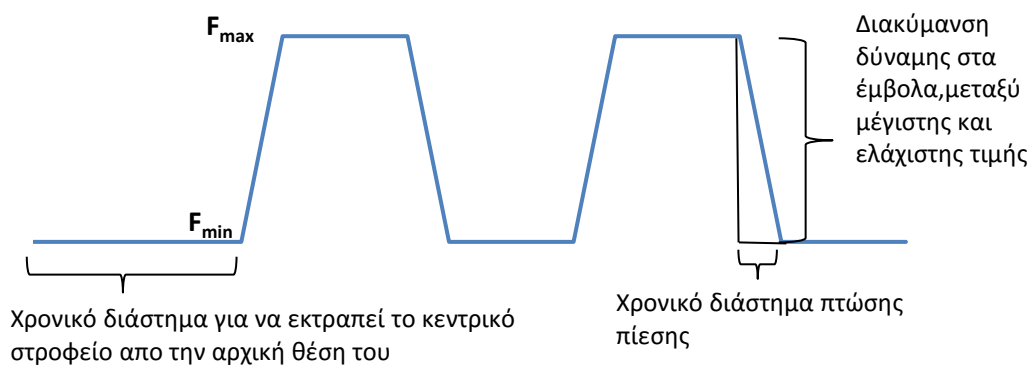
Σχετικά με το φορτίο της αντλίας ,θα πρέπει να γίνουν ορισμένες παραδοχές ώστε να καταστεί δυνατόν να μοντελοποιηθεί κατάλληλα.Το φορτίο που συνεχώς ασκείται στα έμβολα κείμενεται μεταξύ μιας μέγιστης και ελάχιστης πίεσης.Η ελάχιστη αυτή πίεση μπορεί να προσδιοριστεί ως η πίεση που αναπτύσσεται λόγω γραμμικών και εντοπισμένων απωλειών ενέργειας,ενώ η μέγιστη αφορά το φορτίο λειτουργίας του συστήματος αντλία-υδραυλικός κινητήρας,έτσι έχουμε την ανάπτυξη δύο δυνάμεων που είναι σταθερές καθώς η ύπαρξη ασφαλιστικού πιέσεως εξασφαλίζει ότι στο κύκλωμα το ρευστό θα ρέει έχοντας μία συγκεκριμένη πίεση.Έτσι έχουμε για τις δυνάμεις που αναπτύσσονται ανά 180 μοίρες στα έμβολα :

$$F_{max} = \frac{P_{max}}{A} , F_{min} = \frac{P_{min}}{A} \quad (47,48)$$

Όπου οι δείκτες max και min αναφέρονται στο φορτίου εισόδου,και εξόδου ,αντίστοιχα της αντλίας .Θεωρώντας ότι η ταχύτητα περιστροφής της αντλίας βρίσκεται στην περιοχή στροφών 50-150 rad/s,το ζεύγος αντλία-κινητήρας θα θεωρήσουμε ότι θα λειτουργήσει ως μειωτήρας ,έτσι θα έχουμε ως έξοδο στην άτακτο του κινητήρα ταχύτητα περιστροφής μικρότερη απο τα 50-150 rad/s αντίστοιχα.Η εν λόγω διάταξη μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ως αυξητήρας στροφών, ανάλογα με την εφαρμογή και την επιλογή του υδραυλικού κινητήρα ,ωστόσο θεωρείται δεδομένο ότι θέλουμε όσο το δυνατό πιο υψηλή ροπή στον άξονα του

κινητήρα. Η αντλία που έχει σχεδιαστεί ,εχει συνολικό μέγιστο όγκο εμβολισμού 207,345ccm/rev και ελάχιστο (θεωρώντας ένα κενό 10 mm ανάμεσα στο άνω νεκρό σημείο του εμβόλου και το καπάκι του κυλίνδρου) 37,7 ccm/rev,συνεπώς εάν επιλεγεί ένας υδραυλικός κινητήρας 600 ccm/rev η σχέση μείωσης θα κυμαίνεται μεταξύ 2,89...15,9:1 .Αξίζει να αναφερθεί ότι οι τιμές αυτές προέκυψαν για μέσο μήκος 55 mm διαδρομή εμβόλων και η τιμή της παροχής ανά περιστροφή πολλαπλασιάστηκε επι 3 καθώς μόνο δύο έμβολα βρίσκονται στο στάδιο της κατάθιψης ενώ τα υπόλοιπα είτε αναρροφούν είναι βρίσκονται σε ενδιάμεσες θέσεις.Σχετικά με την μορφή των δυνάμεων που δέχονται τα έμβολα η γενική μορφή αυτών απεικονίζεται παρακάτω ,στην συνέχεια αναφέρεται πιο ειδικά τι ισχύει για κάθε έμβολο.

Τυπικό διάγραμμα φορτίου



Διάγραμμα 1:Τυπικό διάγραμμα φορτίου

Αξίζει να αναφερθεί ότι κάθε έμβολο δέχεται μέγιστη δύναμη λίγο πριν ανοίξει η αντεπίστροφη εξαγωγής καθώς έχουμε ανάπτυξη της υψηλής πίεσης ,και ελάχιστη όταν ξεκινάει να συμπιέζει ,δηλαδή όταν στον κύλινδρο έχουμε ανάπτυξη μόνο της πίεσης απο την γραμμή επιστροφής.Λαμβάνοντας υπ'όψη την γεωμετρία του μηχανισμού τα έμβολα φτάνουν στα άνω νεκρά σημεία κάθε $180/\omega * 57,29$ second,αυτός είναι και ο χρόνος που πρακτικά θεωρούμε ότι το έμβολο βρίσκεται υπο την εφαρμογή της δύναμης συμπίεσης απο το ρευστό.Το χρονικό διάστημα πτώσης ή αύξησης της πίεσης ,αγνοώντας τις ελαστικότητες των τοιχωμάτων ,πράγμα που δεν έχει μεγάλη επιρροή στο αποτέλεσμα ,εφόσον η διαδρομή των εμβόλων είναι μερικά εκατοστά μόνο(1-70 mm),είναι της τάξης του 10^{-3} s καθώς η ταχύτητα με

την οποία γίνεται η μεταβολή της πίεσης στο ρευστό είναι συγκρίσιμη με την ταχύτητα του ήχου στο ρευστό.

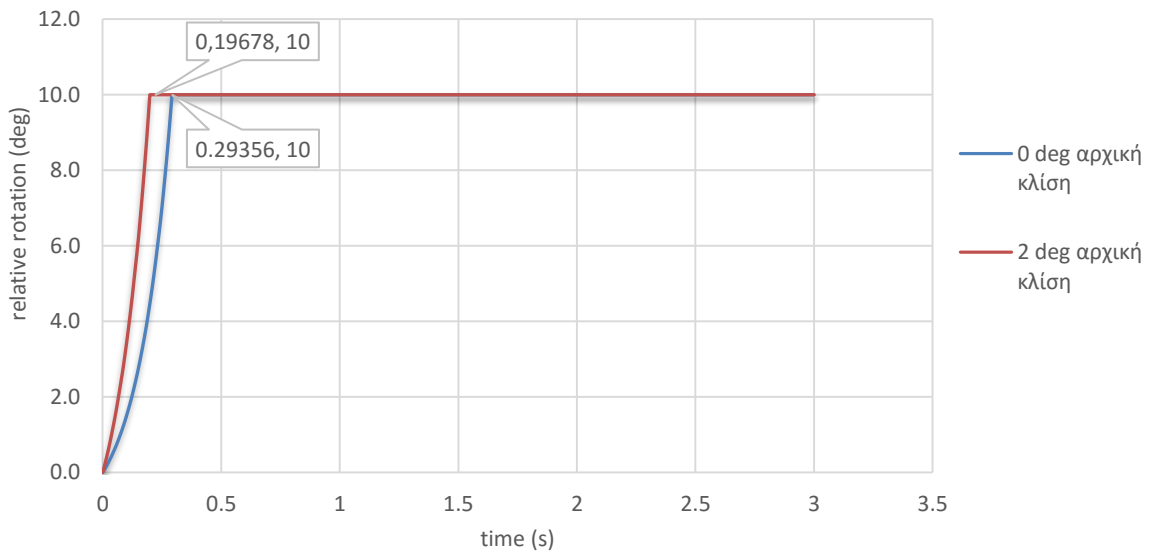
5. Ανάλυση στο λογισμικό Rigid Dynamics– αποτελέσματα

5.1 Έλεγχος μηχανισμού σε απλά σενάρια λειτουργίας

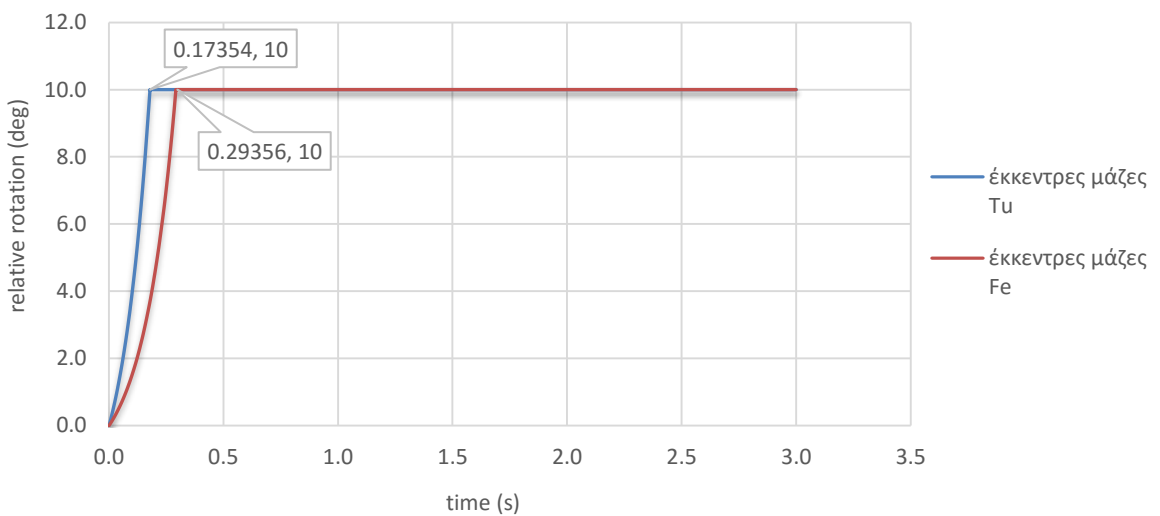
Ο μηχανισμός επιλέχθηκε να λειτουργήσει για σχετική γωνία περιστροφής του εσωτερικού στροφείου 10 μοίρες, ενώ παράλληλα να έχει ως αρχική κλίση γωνία 2 μοιρών προκειμένου να αναπτύσσονται φυγόκεντρες δυνάμεις μεγαλύτερου μετρου σε λιγότερο χρόνο. Ο βασικός λόγος, όπως αναφέρθηκε, είναι ώστε να εξασφαλισθεί μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ των μαζών και του άξονα περιστροφής, ώστε ο κεντρικός άξονας να διαγράψει σε μικρό χρόνο την απαιτούμενη γωνία. Τα βασικά σενάρια προσομοιώσεων περιελάμβαν τρία διαφορετικά στάδια:

- Λειτουργία του μηχανισμού χωρίς φορτίο, έλεγχος τυπικών περιπτώσεων (αλλαγή πυκνότητας συγκεντρωμένων μαζών, κλίσης κεντρικού στροφείου κτλ).
- Λειτουργία του μηχανισμού με μικρότερο φορτίο του κρίσιμου (κρίσιμο φορτίο είναι το φορτίο των εμβόλων που δημιουργεί μεγαλύτερη ροπή από αυτήν των φυγόκεντρων δυνάμεων)
- Λειτουργία μηχανισμού με φορτίο μεγαλύτερο από το κρίσιμο.

Παρακάτω γίνεται σύγκριση δύο διαφορετικών περιπτώσεων λειτουργίας του μηχανισμού χωρίς φορτίο, ώστε να καταδειχθεί πόσο πιο “γρήγορα” φτάνει ο μηχανισμός στις 10 μοίρες σε σχέση με εάν αυτός δεν είχε αρχική κλίση, για την ίδια σταθερή ταχύτητα περιστροφής 100 rad/s και για έκκεντρα βαρή από σίδηρο, στην συνέχεια ακολουθεί διάγραμμα σχετικής περιστροφής-χρόνου για έκκεντρες μάζες από βολφράμιο, όπου γίνεται φανερό πόσο πιο μεγάλες φυγόκεντρες δυνάμεις αναπτύσσονται, αναγκάζοντας τον κεντρικό άξονα να περιστραφεί σε λιγότερο χρόνο.

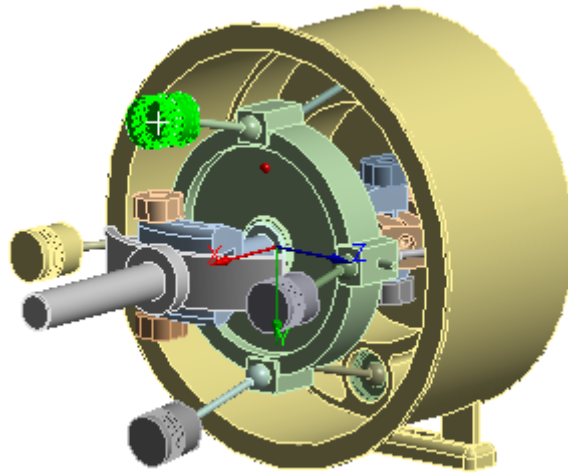


Διάγραμμα 2:Σχετική περιστροφή κεντρικού άξονα συναρτήσει του χρόνου για διαφορετική αρχική κλίση

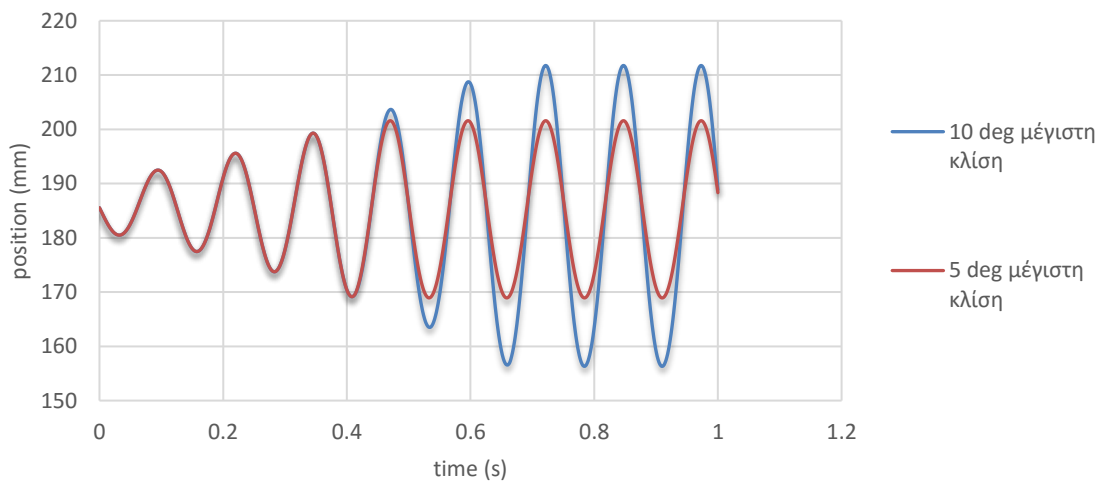


Διάγραμμα 3:Σχετική περιστροφή κεντρικού άξονα για μηδενική αρχική κλίση ,για μάζες απο βολφράμιο και σίδηρο

Στο διάγραμμα 2 βλέπουμε ότι παρόλο που η σχετική αρχική κλίση ήταν μόνο δύο μοίρες οι φυγόκεντρες δυνάμεις ανάγκασαν το στροφέιο να στραφεί αρκετα πιο γρήγορα. Παρακάτω απεικονίζονται οι θέσεις ενός κυλίνδρου κατά τους άξονες του global ΣΣ Χ,Υ ,για διαφορετικές μέγιστες κλίσεις,είναι εμφανές επίσης και η διαφορά στην συχνότητα ,με την οποία ο κύλινδρος φτάνει στις ακραίες θέσεις του,η οποία είναι ανάλογη της ταχύτητας περιστροφής

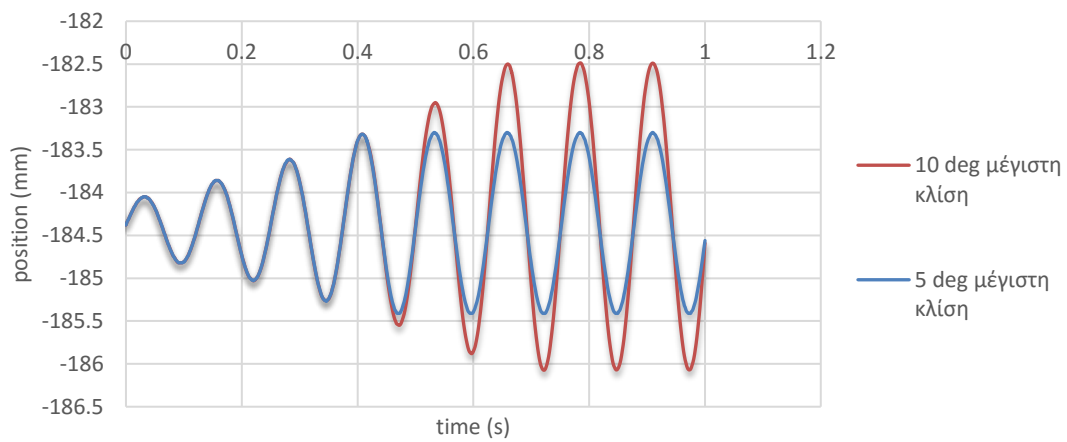


Εικόνα 40:Ο κύλινδρος και το ΣΣ

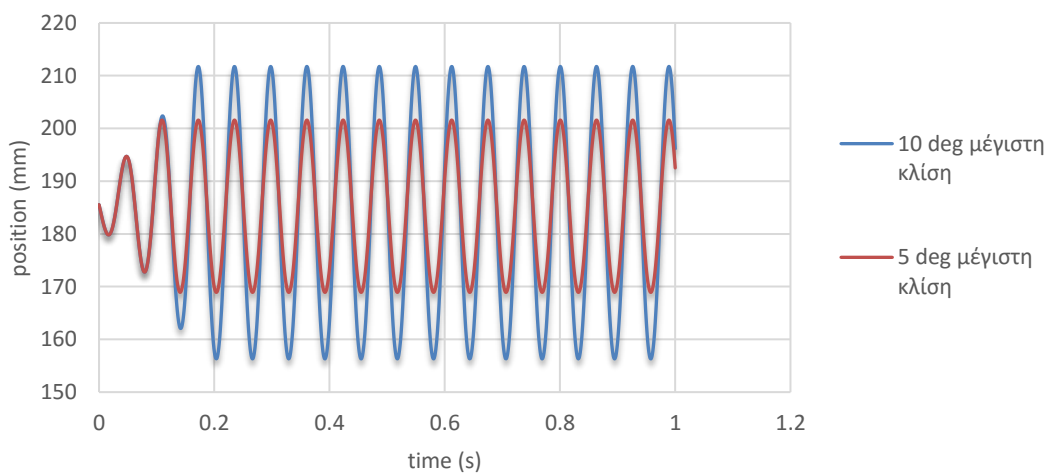


Διάγραμμα 4:Θέση κυλίνδρου κατά τον άξονα X σε ταχύτητα 50 rad/s

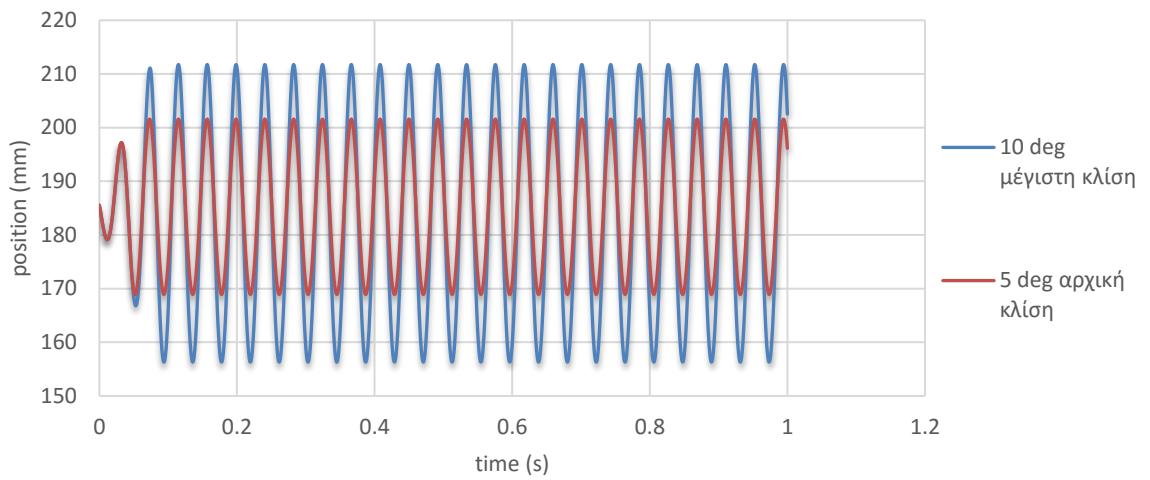
Το συνεχώς αυξανόμενο πλάτος της θέσης των κυλίνδρων δηλώνει την σχετική στροφή του κεντρικού άξονα η οποία σταδιακά φτάνει στο όριο των δέκα μοιρών, σε χρονικό διάστημα ανάλογο της ταχύτητας περιστροφής.



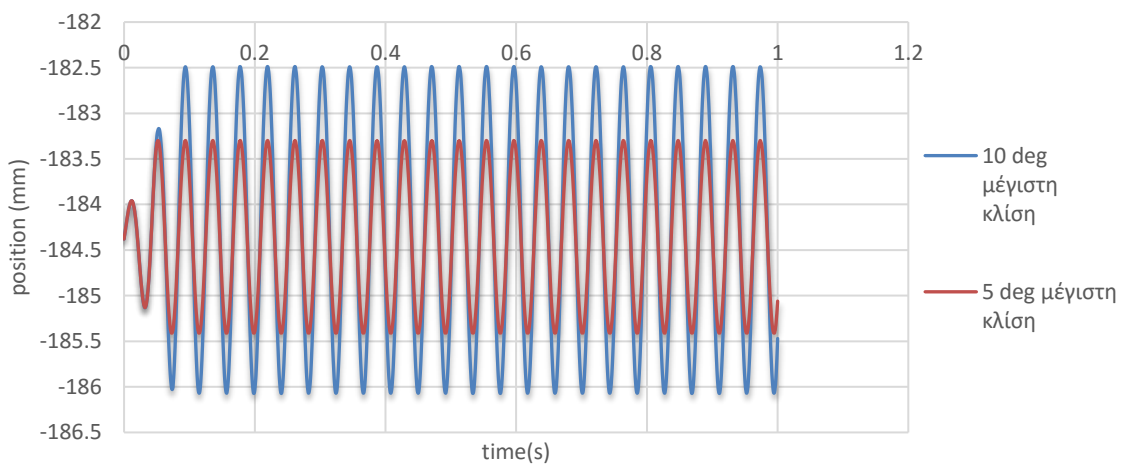
Διάγραμμα 5: Θέση κυλίνδρου κατά τον άξονα Y σε ταχύτητα 50 rad/s



Διάγραμμα 6: Θέση κυλίνδρου κατά τον άξονα X σε ταχύτητα 100 rad/s

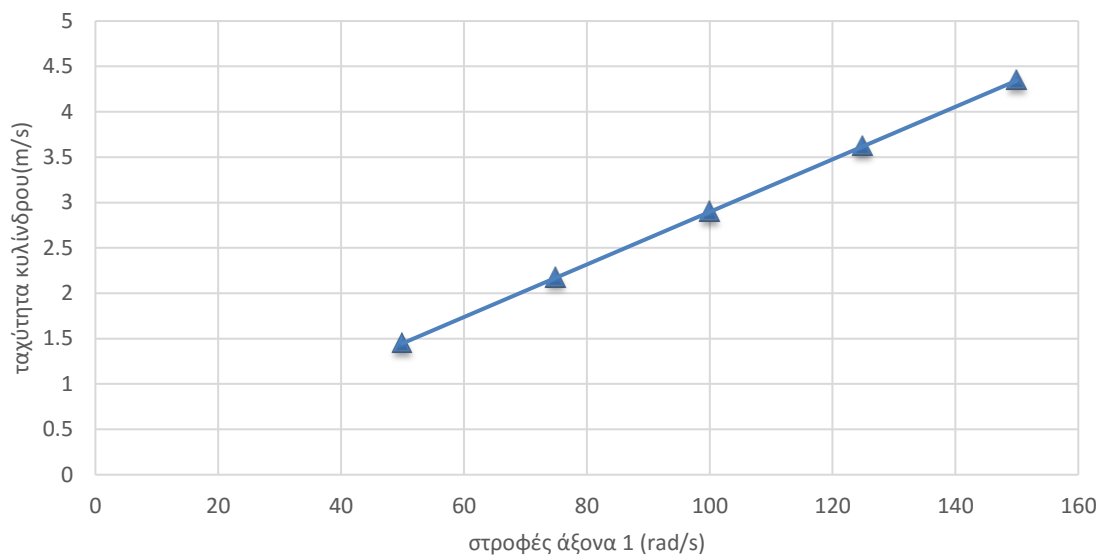


Διάγραμμα 7:Θέση κυλίνδρου κατά τον άξονα X σε ταχύτητα 150 rad/s



Διάγραμμα 8:Θέση κυλίνδρου κατά τον άξονα Y σε ταχύτητα 150 rad/s

Στο διάγραμμα 9 παρατηρούμε τον συσχετισμό της γραμμικής ταχύτητας του κυλίνδρου με την γωνιακή ταχύτητα του άξονα 1. Η σχέση που συνδέει τα δύο μεγέθη είναι γραμμική και εκφράζεται από την εξίσωση $y=0.029x+0.0006$.

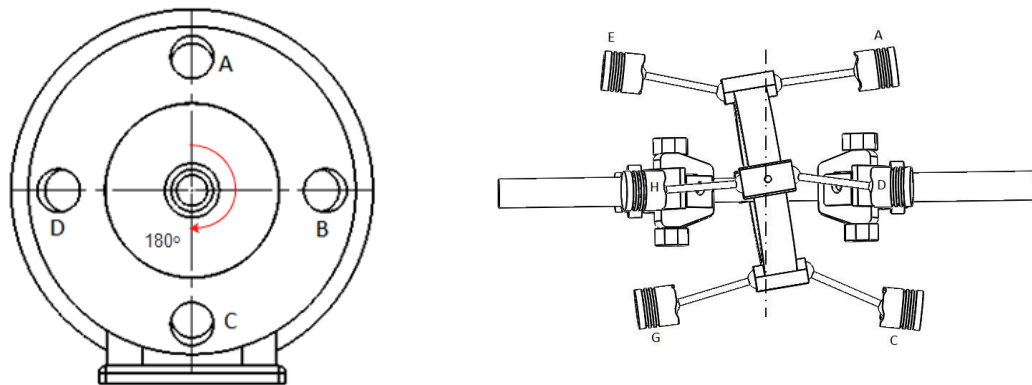


Διάγραμμα 9: Ταχύτητα κυλίνδρου σε σχέση με στροφές εισόδου σε rad/s

Στην συνέχεια ακολούθησε η εφαρμογή δυνάμεων και η λειτουργία του μηχανισμού. Συγκεκριμένα η μελέτη του μηχανισμού έγινε σύμφωνα με τις παρακάτω παραδοχές:

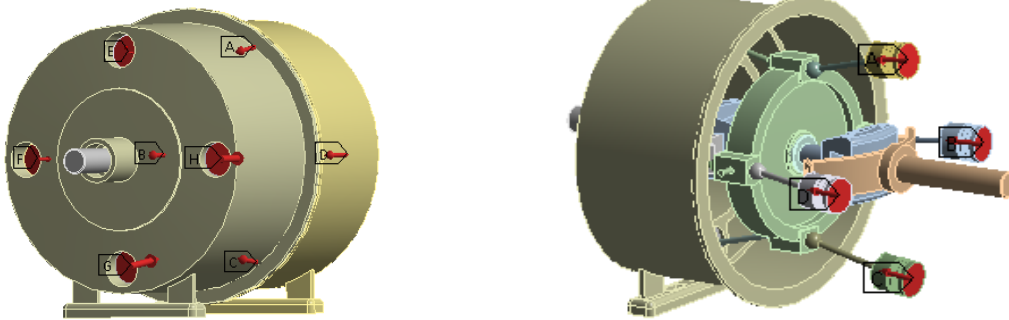
- Απουσία δυνάμεων τριβής και επιφανειών επαφής (contacts).
- Οι στροφές εισόδου καθορίστηκαν να βρίσκονται μέσα στο διάστημα 50-150 rad/s καθώς αυτές οι στροφές εισόδου αντιπροσωπεύουν ένα μεγάλο μέρος περιπτώσεων για συνήθεις εργομηχανές.

Το εργαζόμενο ρευστό μοντελοποιήθηκε ως δυνάμεις σταθερής κατεύθυνσης αλλά μεταβαλλόμενου μέτρου, όπως προαναφέρθηκε, οι οποίες όμως λόγω γεωμετρίας του μηχανισμού πρέπει να φορτίζουν τα έμβολα με συγκεκριμένη σειρά. Συγκεκριμένα τα έμβολα που βρίσκονται ανα 180 μοίρες (έμβολα E,C που βρίσκονται επί περαδείγματι στις 0 και 180 μοίρες), σε διαφορετική πλευρά του δίσκου, θα πρέπει να δέχονται ίσες δυνάμεις καθώς λόγω της γεωμετρίας του δίσκου όσο έχει μετακινηθεί το ένα έμβολο θα έχει μετακινηθεί και το άλλο, είτε δηλαδή και τα δύο θα καταθλίβουν είτε και τα δύο θα βρίσκονται στο στάδιο της κατάθλιψης. Με την ίδια λογική τα έμβολα που βρίσκονται στην ίδια πλευρά του δίσκου ανά 180 μοίρες θα βρίσκονται πάντα σε αντίθετες φάσεις λειτουργίας (έμβολα A,C) δηλαδή εάν το ένα καταθλίβει το άλλο θα αναρροφά κτλ. Παρακάτω απεικονίζεται η όψη από δεξιά του μηχανισμού και το σύστημα υπο τυχαία κλίση.



Εικόνα 41:Διάταξη εμβολοδόχων-κυλίνδρων ,συμβολισμός και θεώρηση γωνιακής φοράς

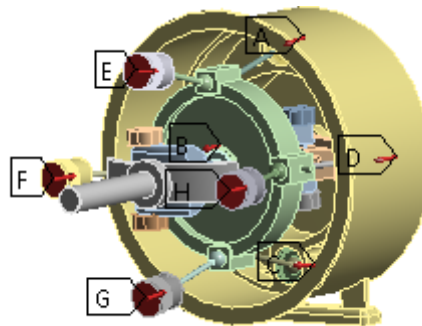
Για τα έμβολα B,D,F,H ισχύει ότι ειπώθηκε παραπάνω μια και ανα δύο βρίσκονται ανά 180°,με την διαφορά ότι αυτά θα βρίσκοντα σε μία ενδιάμεση θέση όταν τα έμβολα E,C βρίσκονται στο άνω νεκρό σημείο.Ο λόγος είναι ότι λόγω του γυροσκοπικού φαινομένου την στιγμή που αναπτύσσεται κατ' άξονα η μέγιστη ροπή ο δίσκος περιστρέφεται γύρω απο αυτό τον άξονα μόνο,βέβαια λόγω της περιστροφής του διανύσματος της στροφορμής με συχνότητα ανάλογη με την ταχύτητα περιστροφής του άξονα εισόδου ισχύος,ο δίσκος περιστρέφεται γύρω απο τους τρεις άξονες κατα την διάρκεια κάθε περιστροφής,έτσι είναι αδύνατο την στιγμή που έχουμε ένα ζευγος εμβόλων να βρίσκεται στο άνω νεκρό σημείο του ,ένα άλλο να έχει και αυτό την ίδια θέση.Για τις ανάγκες της προσομείωσης ,στην αρχή της φόρτισης ,θεωρήσαμε ότι τα έμβολα E,C δέχονται μέγιστες δυνάμεις απο το ρευστό ,τα έμβολα G,A ελάχιστες,ενώ τα έμβολα F,D δυνάμεις ίσες με το 60% των μέγιστων δυνάμεων ,αντίστοιχα τα έμβολα H,B δυνάμεις ίσες με το 40% του μέγιστου φορτίου,στην αρχή του διαστήματος λειτουργείας,όπου αυτή εντοπίζεται όταν πλέον το εσωτερικό στροφείο έχει λάβει την μέγιστη σχετική γωνία περιστροφής του.



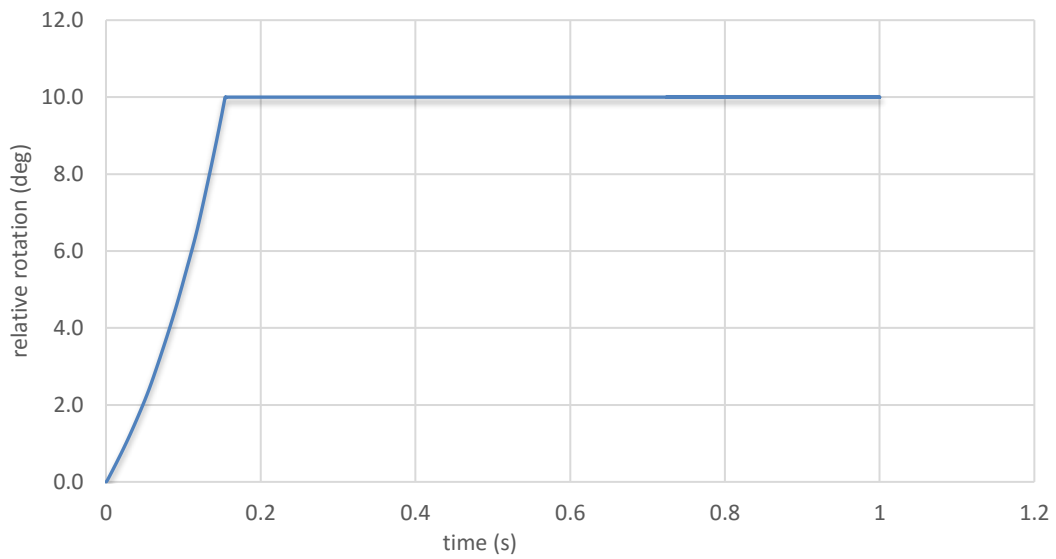
Εικόνα 42:Φόρτιση μηχανισμού

Στην συνέχεια απεικονίζονται τα διαγράμματα για φορτίο $F_{max}=4000$,6000,8000 και 10000 N και $F_{min}=1000$ N καθώς και η φόρτιση για την αρχή του διαστήματος προσωμοίωσης

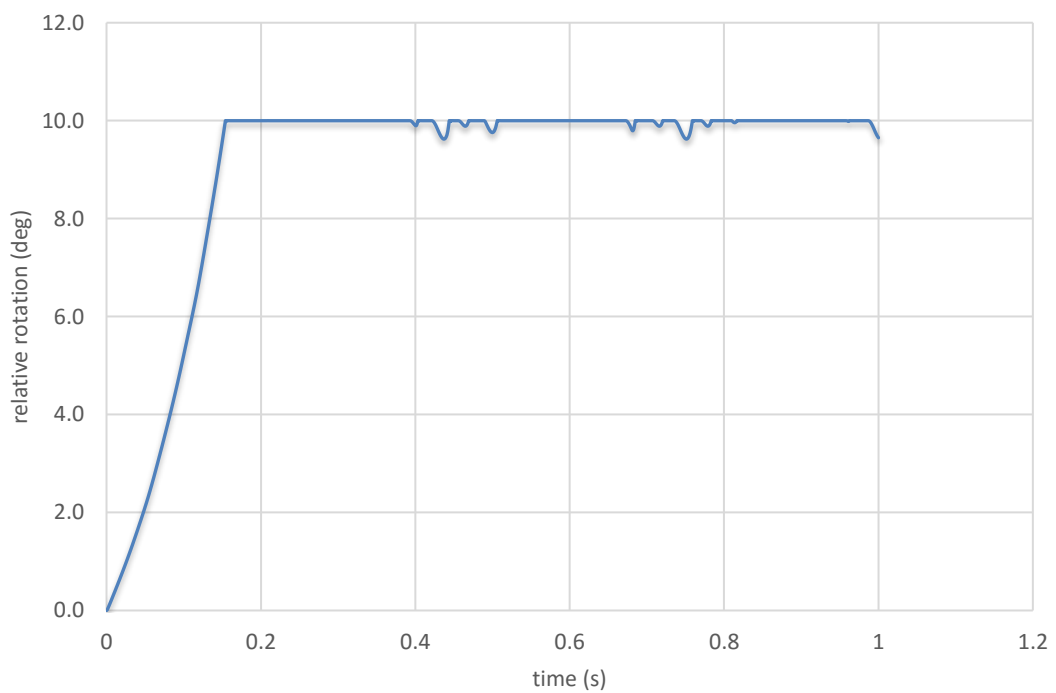
- A** Remote Force: 4000, N
- B** Remote Force 2: 1600, N
- C** Remote Force 3: 1000, N
- D** Remote Force 4: 2400, N
- E** Remote Force 5: 1000, N
- F** Remote Force 6: 2400, N
- G** Remote Force 7: 4000, N
- H** Remote Force 8: 1600, N



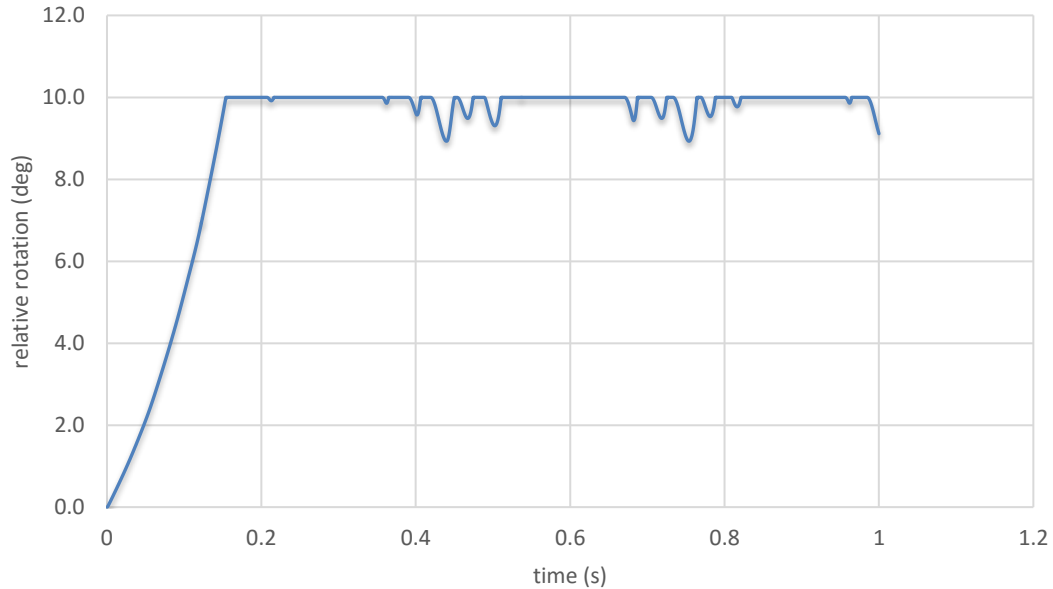
Εικόνα 43:Τιμές δυνάμεων στην αρχή της προσωμοίωσης



Διάγραμμα 10: Σχετική περιστροφή κεντρικού άξονα στα 100rad/s συναρτήσει χρόνου, η δύναμη από την γραμμή επιστροφής παραμένει πάντα 1000N. Το διάγραμμα είναι ίδιο και για φόρτιση 6000 N.

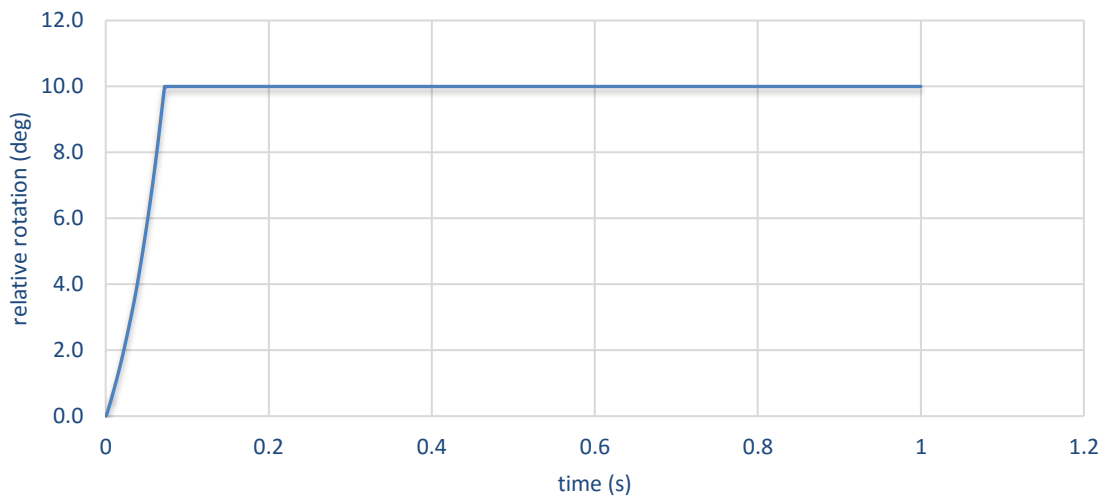


Διάγραμμα 11: Σχετική περιστροφή φορτίου για μέγιστη δύναμη 8000 N, ο άξονας εκτρέπεται ελαφρώς από την ακραία του θέση, και επανέρχεται σε αυτήν, χωρίς να μπορεί να διατηρηθεί σε μια ενδιάμεση θέση



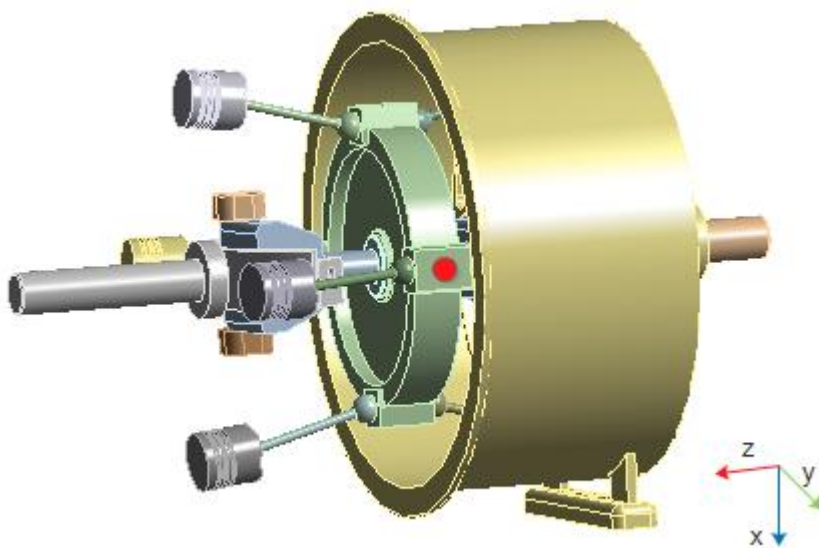
Διάγραμμα 12: Η αστάθεια στον άξονα γίνεται μεγαλύτερη όσο αυξάνεται το φορτίο (10000 N), η γωνιακή εκτροπή επίσης μεγαλώνει

Παρατηρούμε ότι όταν αυξάνεται το φορτίο σημαντικά το κεντρικό στροφείο ξεκινάει να μετακινείται από την ακραία θέση του και να λειτουργεί σε κάποια ενδιάμεση θέση. Ωστόσο δεν σταθεροποιείται και επανέρχεται στην ακραία θέση του λόγω των φυγόκεντρων δυνάμεων που υπερτερούν τελικά. Η απόκριση αυτή σε φορτίο μεγαλύτερο από το κρίσιμο, εξηγείται ως εξής: το κεντρικό στροφείο έχει την δυνατότητα να περιστρέφεται κάθε φορά γύρω από έναν τοπικό άξονα Z ο οποίος ακολουθεί την περιστροφή των αξόνων 1,2, οι δυνάμεις στα έμβολα αν και δεν έχουν σταθερό μέτρο έχουν σταθερή κατεύθυνση, πάντοτε συμπιέζουν προς τα μέσα τα έμβολα, αυτό έχει ως συνέπεια τελικά στον κεντρικό άξονα κατά την διάρκεια μίας περιστροφής να ασκούνται διαφορετικές ροπές σε κάθε διαφορετική θέση περιστροφής, μάλιστα όσο πιο μεγάλο είναι το χρονικό διάστημα που ασκούνται οι δυνάμεις πάνω στα έμβολα τόσο μεγαλύτερο είναι και το χρονικό διάστημα που ο κεντρικός άξονας δέχεται ροπή μεγαλύτερη από αυτήν που δημιουργούν οι φυγόκεντρες δυνάμεις. Για αυτόν τον λόγο κάθε ενδιάμεση γωνιακή θέση ανάμεσα στις 0 και τις 10 μοίρες αποτελεί θέση ασταθούς ισορροπίας του μηχανισμού καθώς αρκεί μια μικρή αλλαγή στο φορτίο που δέχεται ο κεντρικός άξονας για να φύγει από την θέση αυτή. Παρακάτω παρουσιάζεται το ίδιο φορτίο των 10000 N αλλά ο μηχανισμός λειτουργεί πλέον στις 150 rad/s, το κρίσιμο φορτίο πλέον έχει αλλάξει και είναι μεγαλύτερο από τα 10000 N οπότε και δεν συναντάμε την απόκριση του παραπάνω διαγράμματος.

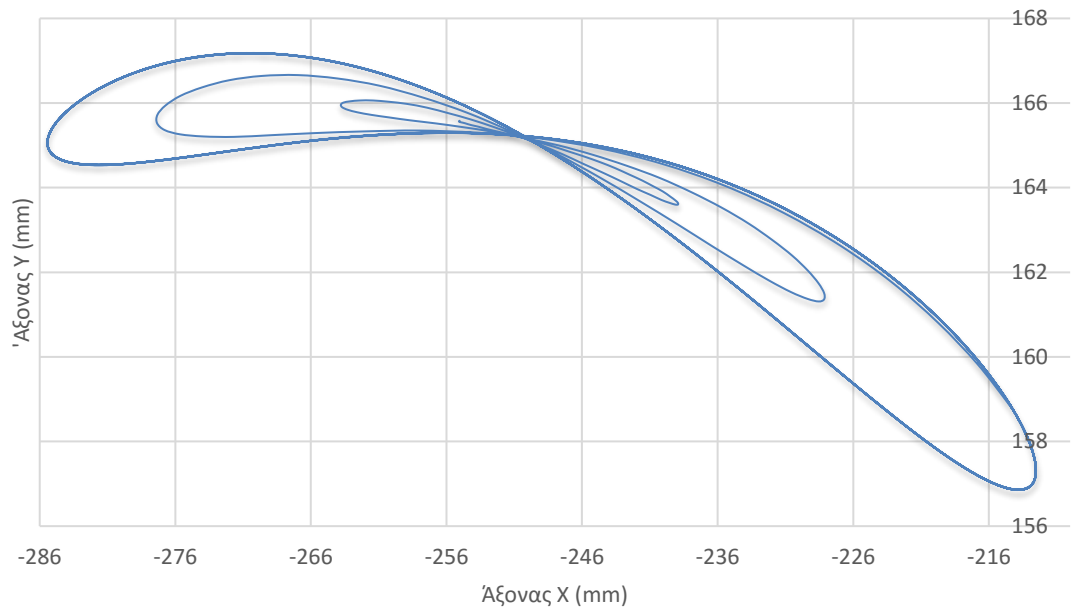


Διάγραμμα 13: Η γωνιακή θέση του άξονα πλέον στα 150 rad/s με φόρτιση 10000 N είναι σταθερά στην ακραία θέση .

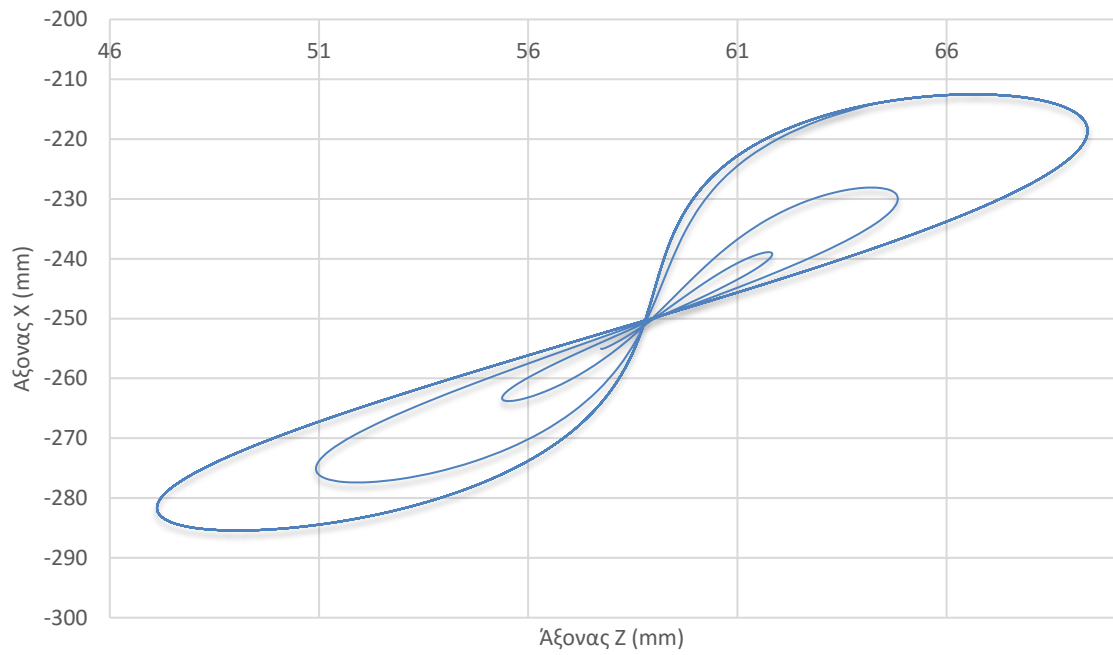
Παρακάτω απεικονίζεται η κίνηση ενός σημείου πάνω στο δίσκο (κόκκινος κύκλος) στα επίπεδα Y-X και X-Z



Εικόνα 44: Σημείο στο οποίο αναφέρονται τα παρακάτω διαγράμματα και το ΣΣ



Διάγραμμα 14: Κίνηση σημείου στο επίπεδο Y-X



Διάγραμμα 15: Κίνηση σημείου στο επίπεδο X-Z

Στο δεύτερο διάγραμμα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι κατά το επίπεδο X-Z ο δίσκος πράγματι διαγράφει το χαρακτηριστικό σχήμα που συναντάμε σε όλα τα γυροσκοπικά φαινόμενα ,αυτό ενός οκτώ.Η παραπάνω διαπίστωση δείχνει ότι οι βαθμοί ελευθερίας έχουν επιλεγεί σωστά και ότι δίσκος δεν εμποδίζεται στην κίνηση του.

6.Συμπεράσματα

Συμφωνα με την παραπάνω ανάλυση η αρχή λειτουργίας του μηχανισμού επαληθεύτηκε ,πιο συγκεκριμένα ο μηχανισμός λειτουργεί σύμφωνα με την αρχική εκτίμηση που είχε γίνει,δηλαδή ο κεντρικός άξονας εκτρέπεται απο την αρχική του θέση και στην συνέχεια τα έμβολα παλιδρομούν μέσα στις εμβολοδόχες τους.Ακόμα το wobbling του δίσκου είναι εμφανές ,ενώ παράλληλα παρατηρήθηκε αστάθεια κατα την εφαρμογή δυνάμεων που υπερνικούν την ροπή που αναγκάζει το στροφέιο να κινηθεί προς την ακραία του θέση.Η κατεύθυνση των δυνάμεων ,όπως αναφέρθηκε δεν επιτρέπει στο κεντρικό στροφέιο να ισορροπήσει σε μία ενδιάμεση θέση ,κάθε φορά το στροφέιο εκτρέπεται για μικρή γωνιακή απόσταση ,όσο δηλαδή διαρκεί και η εφαρμογή των δυνάμεων που ασκούν ροπή αντίθετη απο αυτή των φυγόκεντρων.Σαν αποτέλεσμα ,ο μηχανισμός λειτούργησε ικανοποιητικά κατά το πρώτο (λειτουργία χωρίς φορτίο) και δεύτερο (λειτουργία με φορτίο μικρότερο του κρίσιμου) σενάριο ,κατα την εφαρμογή δυνάμεων μεγαλύτερων του κρίσιμου φορτίου ο μηχανισμός παρουσίασε αστάθεια που δεν ανταποκρίνεται πλήρως στην διαδικασία αυτορύθμισης που είχε διατυπωθεί αρχικά.Ωστόσο η διαδικασία αυτή της αστάθειας θα μπορούσε να αποθρευθεί με κάποιο ενεργητικό σύστημα ελέγχου ,το οποίο θα ρυθμίζει είτε το φορτίο στους κυλίνδρους είτε τις στροφές εισόδου.Λαμβάνοντας μάλιστα δεδομένα για την θέση του δίσκου ,τις γωνίες που δημιουργούν οι διωστήρες με τον δίσκο και την γωνιακή θέση του κεντρικού άξονα ,το σύστημα θα μπορεί να λειτουργήσει ικανοποιητικά ακόμα και με φορτίο μεγαλύτερο του κρίσιμου.

7.Μελλοντική μελέτη

Ένας βασικός παράγοντας που αποτέλεσε έναυσμα για την παρούσα μελέτη ήταν το γεγονός της ύπαρξης ενός καινοτομικού μηχανισμού ,και τα πιθανά πεδία εφαρμογής που αυτός μπορεί να έχει .Ο υπάρχων μηχανισμός υπο την ίδια σχεδίαση και χωρίς να αλλάξει η αρχή λειτουργίας του μπορεί να εφαρμοστεί και στην περιοχή των αποσβέσεων στροφικών ταλαντώσεων,καθώς αν και εισάγει μεγαλύτερες εν γένει αδράνειες στο σύστημα ,παρουσιάζει ένα συγκριτικό πλεονέκτημα έναντι των κλασικών torsional dampers :μπορεί να αποτελέσει αποσβεστήρα μεταβλητής σταθεράς ελατηρίου και απόσβεσης.Εγκλωβίζοντας αδιαβατικά αέριο μεταβλητής πίεσης p_0 μπορούμε κάθε φορά που μεταβάλλουμε την πίεση ,να αναγκάζουμε τον κεντρικό άξονα να παίρνει διαφορετική γωνιακή θέση ,συνεπώς τα έμβολα θα παλιδρομούν σε συγκεκριμένη διαδρομή η οποία θα καθορίζει και την αποσβεση που θα επιτυγχάνεται.Μάλιστα λόγω των σταθερών δυνάμεων που θα δρουν στα έμβολα ο κεντρικός άξονας θα ισορροπεί κάθε φορά ενώ το γυροσκοπικό φαινόμενο θα ενισχύει την λειτουργία του μηχανισμού απορροφώντας ταλαντώσεις μεγάλης συχνότητας.

Παράρτημα Α

```
%%% DENAVIT HARTENBERG Parameteres by Mahmoud KhoshGoftar %%%
clear all
close all
clc
prompt = {'Enter how many robot arms?'};
dlg_title = 'Input';
num_lines = 1;
def = {'1'};
answer = inputdlg(prompt,dlg_title,num_lines,def);
num = str2num(answer{:});
F = sym('A', [num 4]);
B=eye(4);
C = sym('C', [4 4]);
clc
for i=1:num
    prompt = {'Enter a:', 'Enter alfa:', 'Enter d:', 'Enter theta:'};
    dlg_title = sprintf('arm % d', i);
    num_lines = 1;
    def1 = {sprintf('a % d', i), sprintf('alfa % d', i), sprintf('d % d', i), sprintf('t % d', i)};
    answer1 = inputdlg(prompt,dlg_title,num_lines,def1);
    F(i,1)=answer1(1,1);
    F(i,2)=answer1(2,1);
    F(i,3)=answer1(3,1);
    F(i,4)=answer1(4,1);
    C=simplify([cos(F(i,4)) -sin(F(i,4))*cos(F(i,2)) sin(F(i,4))*sin(F(i,2)) F(i,1)*cos(F(i,4));
        sin(F(i,4)) cos(F(i,4))*cos(F(i,2)) -cos(F(i,4))*sin(F(i,2)) F(i,1)*sin(F(i,4));
        0 sin(F(i,2)) cos(F(i,2)) F(i,3);
        0 0 0 1]);

    B=B*C;

end
sprintf('T from Arm 0 to Arm % d is:', i)
pretty(simplify(B))
```

Με βάση τις παραμέτρους DH εισήχθησαν στο πρόγραμμα τα δεδομένα και για 5 συνδέσμους (ΣΣ 3,41,42,43,5) προέκυψαν οι εξής πίνακες:

A1 =

$$\begin{bmatrix} \cos(t1), & -\cos(90)*\sin(t1), & -\sin(90)*\sin(t1), & 0 \\ \sin(t1), & \cos(90)*\cos(t1), & \sin(90)*\cos(t1), & 0 \\ 0, & -\sin(90), & \cos(90), & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 1 \end{bmatrix}$$

A2 =

$$\begin{bmatrix} \cos(t2 - 180), & -\sin(t2 - 180), & 0, & 150*\cos(t2 - 180) \\ \sin(t2 - 180), & \cos(t2 - 180), & 0, & 150*\sin(t2 - 180) \\ 0, & 0, & 1, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 1 \end{bmatrix}$$

A3 =

$$\begin{bmatrix} \cos(t3 + 90), & -\sin(t3 + 90)*\cos(90), & \sin(t3 + 90)*\sin(90), & 0 \\ \sin(t3 + 90), & \cos(t3 + 90)*\cos(90), & -\cos(t3 + 90)*\sin(90), & 0 \\ 0, & \sin(90), & \cos(90), & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 1 \end{bmatrix}$$

A4 =

$$\begin{bmatrix} \cos(t4), & -\cos(90)*\sin(t4), & \sin(90)*\sin(t4), & 0 \\ \sin(t4), & \cos(90)*\cos(t4), & -\sin(90)*\cos(t4), & 0 \\ 0, & \sin(90), & \cos(90), & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 1 \end{bmatrix}$$

A5 =

$$\begin{bmatrix} 1, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & \cos(90), & -\sin(90), & 0 \\ 0, & \sin(90), & \cos(90), & d5 + 12 \end{bmatrix}$$

ans =

T from Arm 0 to Arm 5 is:

$$\begin{aligned} & [[\cos(t_4) \#7 - \sin(t_4) \#6, \sin(90) \#1 - \cos(90) \#3, \cos(90) \#1 + \sin(90) \#3, \\ & (d_5 + 12) \#1 + 150 \cos(t_2 - 180) \cos(t_1) - 150 \sin(t_2 - 180) \cos(90) \sin(t_1)], \\ & [\cos(t_4) \#10 - \sin(t_4) \#9, \sin(90) \#2 - \cos(90) \#4, \cos(90) \#2 + \sin(90) \#4, \\ & (d_5 + 12) \#2 + 150 \cos(t_2 - 180) \sin(t_1) + 150 \sin(t_2 - 180) \cos(90) \cos(t_1)], \\ & [\sin(t_4) \#12 - \cos(t_4) \#13, \cos(90) (\sin(90) \#14 + \cos(90) \cos(t_4) \#12 \\ & + \cos(90) \sin(t_4) \#13) - \sin(90) \#5, \cos(90)^4 - \cos(90)^2 \sin(90)^2 \\ & - \cos(t_3 + 90) \cos(t_2 - 180) \sin(90)^4 + \sin(t_3 + 90) \sin(t_2 - 180) \sin(90)^4 \\ & - 2 \cos(90)^2 \sin(90)^2 \cos(t_4) + \cos(t_3 + 90) \cos(t_2 - 180) \cos(90)^2 \sin(90)^2 \\ & - \sin(t_3 + 90) \sin(t_2 - 180) \cos(90)^2 \sin(90)^2 + 2 \\ & \cos(t_3 + 90) \cos(t_2 - 180) \cos(90)^2 \sin(90)^2 \cos(t_4) - 2 \\ & \sin(t_3 + 90) \sin(t_2 - 180) \cos(90)^2 \sin(90)^2 \cos(t_4) - 2 \\ & \cos(t_3 + 90) \sin(t_2 - 180) \cos(90) \sin(90)^2 \sin(t_4) - 2 \\ & \cos(t_2 - 180) \sin(t_3 + 90) \cos(90) \sin(90)^2 \sin(t_4), \\ & - 150 \sin(t_2 - 180) \sin(90) - (d_5 + 12) \#5], \\ & [0, 0, 0, 1]] \end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned} \#1 &== \cos(90) \#8 + \sin(90) \cos(t4) \#6 + \sin(90) \sin(t4) \#7 \\ \#2 &== \cos(90) \#11 + \sin(90) \cos(t4) \#9 + \sin(90) \sin(t4) \#10 \\ \#3 &== \cos(90) \cos(t4) \#6 - \sin(90) \#8 + \cos(90) \sin(t4) \#7 \\ \#4 &== \cos(90) \cos(t4) \#9 - \sin(90) \#11 + \cos(90) \sin(t4) \#10 \\ \#5 &== \sin(90) \cos(t4) \#12 - \cos(90) \#14 + \sin(90) \sin(t4) \#13 \\ \#6 &== \sin(90)^2 \sin(t1) + \cos(t3 + 90) \cos(90) \#16 + \sin(t3 + 90) \cos(90) \#15 \\ \#7 &== \cos(t3 + 90) \#15 - \sin(t3 + 90) \#16 \\ \#8 &== \cos(t3 + 90) \sin(90) \#16 - \cos(90) \sin(90) \sin(t1) + \sin(t3 + 90) \sin(90) \#15 \\ \#9 &== \cos(t3 + 90) \cos(90) \#17 - \sin(90)^2 \cos(t1) + \sin(t3 + 90) \cos(90) \#18 \\ \#10 &== \cos(t3 + 90) \#18 - \sin(t3 + 90) \#17 \\ \#11 &== \cos(90) \sin(90) \cos(t1) + \cos(t3 + 90) \sin(90) \#17 \\ &\quad + \sin(t3 + 90) \sin(90) \#18 \\ \#12 &== \cos(90) \sin(90) - \cos(t3 + 90) \cos(t2 - 180) \cos(90) \sin(90) + \sin(t3 \\ &\quad + 90) \sin(t2 - 180) \cos(90) \sin(90) \\ \#13 &== \cos(t3 + 90) \sin(t2 - 180) \sin(90) + \cos(t2 - 180) \sin(t3 + 90) \sin(90) \\ \#14 &== \cos(90)^2 + \cos(t3 + 90) \cos(t2 - 180) \sin(90)^2 \\ &\quad - \sin(t3 + 90) \sin(t2 - 180) \sin(90)^2 \\ \#15 &== \cos(t2 - 180) \cos(t1) - \sin(t2 - 180) \cos(90) \sin(t1) \\ \#16 &== \sin(t2 - 180) \cos(t1) + \cos(t2 - 180) \cos(90) \sin(t1) \\ \#17 &== \sin(t2 - 180) \sin(t1) - \cos(t2 - 180) \cos(90) \cos(t1) \\ \#18 &== \cos(t2 - 180) \sin(t1) + \sin(t2 - 180) \cos(90) \cos(t1) \end{aligned}$$

R is Rotation Matrix

$$\begin{pmatrix} \cos(t_4) \#8 - \sin(t_4) \#7, & \sin(90) \#1 - \cos(90) \#2, & \cos(90) \#1 + \sin(90) \#2 \\ \cos(t_4) \#11 - \sin(t_4) \#10, & \sin(90) \#3 - \cos(90) \#4, & \cos(90) \#3 + \sin(90) \#4 \\ \sin(t_4) \#13 - \cos(t_4) \#14, & \cos(90) \#6 - \sin(90) \#5, & -\sin(90) \#6 - \cos(90) \#5 \end{pmatrix}$$

where

$$\#1 == \cos(90) \#9 + \sin(90) \cos(t_4) \#7 + \sin(90) \sin(t_4) \#8$$

$$\#2 == \cos(90) \cos(t_4) \#7 - \sin(90) \#9 + \cos(90) \sin(t_4) \#8$$

$$\#3 == \cos(90) \#12 + \sin(90) \cos(t_4) \#10 + \sin(90) \sin(t_4) \#11$$

$$\#4 == \cos(90) \cos(t_4) \#10 - \sin(90) \#12 + \cos(90) \sin(t_4) \#11$$

$$\#5 == \sin(90) \cos(t_4) \#13 - \cos(90) \#15 + \sin(90) \sin(t_4) \#14$$

$$\#6 == \sin(90) \#15 + \cos(90) \cos(t_4) \#13 + \cos(90) \sin(t_4) \#14$$

$$\#7 == \sin(90)^2 \sin(t_1) + \cos(t_3 + 90) \cos(90) \#17 + \sin(t_3 + 90) \cos(90) \#16$$

$$\#8 == \cos(t_3 + 90) \#16 - \sin(t_3 + 90) \#17$$

$$\#9 == \cos(t_3 + 90) \sin(90) \#17 - \cos(90) \sin(90) \sin(t_1) + \sin(t_3 + 90) \sin(90) \#16$$

$$\#10 == \cos(t_3 + 90) \cos(90) \#18 - \sin(90)^2 \cos(t_1) + \sin(t_3 + 90) \cos(90) \#19$$

$$\#11 == \cos(t_3 + 90) \#19 - \sin(t_3 + 90) \#18$$

$$\#12 == \cos(90) \sin(90) \cos(t_1) + \cos(t_3 + 90) \sin(90) \#18$$

$$+ \sin(t_3 + 90) \sin(90) \#19$$

$$\#13 == \cos(90) \sin(90) - \cos(t_3 + 90) \cos(t_2 - 180) \cos(90) \sin(90) + \sin(t_3 + 90) \sin(t_2 - 180) \cos(90) \sin(90)$$

$$\#14 == \cos(t_3 + 90) \sin(t_2 - 180) \sin(90) + \cos(t_2 - 180) \sin(t_3 + 90) \sin(90)$$

$$\#15 == \cos(90)^2 + \cos(t_3 + 90) \cos(t_2 - 180) \sin(90)^2$$

$$- \sin(t_3 + 90) \sin(t_2 - 180) \sin(90)^2$$

$$\#16 == \cos(t_2 - 180) \cos(t_1) - \sin(t_2 - 180) \cos(90) \sin(t_1)$$

$$\#17 == \sin(t_2 - 180) \cos(t_1) + \cos(t_2 - 180) \cos(90) \sin(t_1)$$

$$\#18 == \sin(t_2 - 180) \sin(t_1) - \cos(t_2 - 180) \cos(90) \cos(t_1)$$

$$\#19 == \cos(t_2 - 180) \sin(t_1) + \sin(t_2 - 180) \cos(90) \cos(t_1)$$

d is translation Matrix

$$\begin{aligned}
 & [[(d5 + 12) (\cos(90) (\cos(t3 + 90) \sin(90) \#3 - \cos(90) \sin(90) \sin(t1) + \sin(t3 \\
 & + 90) \sin(90) \#2) + \sin(90) \cos(t4) (\sin(90)^2 \sin(t1) + \cos(t3 + 90) \cos(90) \#3 \\
 & + \sin(t3 + 90) \cos(90) \#2) + \sin(90) \sin(t4) (\cos(t3 + 90) \#2 - \sin(t3 + 90) \#3)) \\
 & + 150 \cos(t2 - 180) \cos(t1) - 150 \sin(t2 - 180) \cos(90) \sin(t1)], \\
 & [(d5 + 12) (\cos(90) (\cos(90) \sin(90) \cos(t1) + \cos(t3 + 90) \sin(90) \#1 \\
 & + \sin(t3 + 90) \sin(90) \#4) + \sin(90) \cos(t4) (\cos(t3 + 90) \cos(90) \#1 \\
 & - \sin(90)^2 \cos(t1) + \sin(t3 + 90) \cos(90) \#4) \\
 & + \sin(90) \sin(t4) (\cos(t3 + 90) \#4 - \sin(t3 + 90) \#1)) \\
 & + 150 \cos(t2 - 180) \sin(t1) + 150 \sin(t2 - 180) \cos(90) \cos(t1)], \\
 & [- 150 \sin(t2 - 180) \sin(90) - (d5 + 12) \\
 & (\sin(90) \cos(t4) (\cos(90) \sin(90) - \cos(t3 + 90) \cos(t2 \\
 & - 180) \cos(90) \sin(90) + \sin(t3 + 90) \sin(t2 - 180) \cos(90) \sin(90)) \\
 & - \cos(90) (\cos(90)^2 + \cos(t3 + 90) \cos(t2 - 180) \sin(90)^2 \\
 & - \sin(t3 + 90) \sin(t2 - 180) \sin(90)^2) \\
 & + \sin(90) \sin(t4) (\cos(t3 + 90) \sin(t2 - 180) \sin(90) + \cos(t2 - 180) \sin(t3 \\
 & + 90) \sin(90)))]
 \end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned}
 \#1 & == \sin(t2 - 180) \sin(t1) - \cos(t2 - 180) \cos(90) \cos(t1) \\
 \#2 & == \cos(t2 - 180) \cos(t1) - \sin(t2 - 180) \cos(90) \sin(t1) \\
 \#3 & == \sin(t2 - 180) \cos(t1) + \cos(t2 - 180) \cos(90) \sin(t1) \\
 \#4 & == \cos(t2 - 180) \sin(t1) + \sin(t2 - 180) \cos(90) \cos(t1)
 \end{aligned}$$

Παράρτημα Β

παραμετρική ανάλυση σχέσεων					
γυροσκοπικό-ροπή			Αρχική θέση δίσκου		
τ	462.2081593		I2	0.12 X	0.115911
m	2.5		R2	0.15 Y	0.181058
ω_1	150		a2	75	
R1	0.155		radians(ϵ	1.308997	
a1	10		radians(θ	1.570796	
	0.174532925				
ανω νεκρό σημείο			κάτω νεκρό σημείο		
X'	0.11817693		X3	0.026047	
X	0.12		X4	0.112763	
Y1'	0.020837781		a2	60	
Y2'	0.170837781			1.047198	
Y1	0.18876358		X3+X4	0.13881	
X2	0.033284112		Y3'	0.147721	
X1	0.086715888		Y4'	0.06	
a2	80		Y4	0.207721	
	1.396263402				
			I6	0.055437	

Βιβλιογραφία

- [1] Κωστόπουλος Θ., *Υδραυλικά και πνευματικά συστήματα*, Αθήνα: Συμεών.
- [2] Beer F, Johnston R., *Δυναμική*, Αθήνα: Fountas.
- [3] Hibbeler R.C (2013), *Dynamics ed 13th*, NJ: Pearson Education.
- [4] Meriam, J. L., & Kraige, L. G. (2012). *Engineering mechanics: dynamics* (Vol. 2). John Wiley & Sons.
- [5] Παπαδόπουλος Ε, Κυριακόπουλος Κ., *Σημειώσεις στα συστήματα ευφυούς ελέγχου και ρομποτικής*
<http://nereus.mech.ntua.gr/courses/robotics/notes.html> (προσπέλαση στις 2/2/2016)
- [6] www.mathworks.com/ (προσπέλαση στις 27/3/2016)
- [7] www.wikipedia.com/ (προσπέλαση στις 5/4/2016)
- [8] www.ansys.com/Support (προσπέλαση στις 1/3/2016)

