



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ Μ.Κ & Α.Ε
Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΑΝΑΛΥΣΗ, ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΡΟΜΠΟΤΙΚΟΥ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΠΡΟΣΔΕΣΗ ΣΕ ΤΡΟΧΙΑΚΑ ΔΙΑΣΤΗΜΙΚΑ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ**

Ζήσος Μήτρος

Επιβλέπων Καθηγητής: Ε. Γ. Παπαδόπουλος

ΑΘΗΝΑ 2016

Περίληψη

Η εξερεύνηση του διαστήματος ταυτίζεται με την ταυτόχρονη συνύπαρξη ανθρώπων και μηχανών. Η ανάγκη του ανθρώπου για περισσότερη πληροφόρηση έχει καταστήσει τη χρήση δορυφόρων απαραίτητη ενώ η ανάγκη για εκμετάλλευση των δορυφόρων για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα απ' ό,τι συμβαίνει τώρα αλλά και η ανάγκη για μείωση των διαστημικών περιπάτων που πραγματοποιούνταν με γνώμονα τις επισκευές συστημάτων έχουν καταστήσει απαραίτητη την ύπαρξη ρομποτικών συστημάτων.

Η επισκευή δορυφόρων σε τροχιά από ρομπότ ταυτίζεται με τις έννοιες της πρόσδεσης και του κατάλληλου χειρισμού του βραχίονα/ συστημάτων πρόσδεσης έτσι ώστε η σύλληψη να είναι κάθε φορά επιτυχής και να αποφεύγονται ανεξέλεγκτες συγκρούσεις. Στο πλαίσιο της συγκεκριμένης εργασίας αναπτύχθηκαν διάφορα μοντέλα πρόσδεσης έτσι ώστε να αντληθούν συμπεράσματα για τις κατάλληλες τιμές των παραμέτρων των στοιχείων που φέρουν τα συστήματα πρόσδεσης. Επίσης, βρέθηκε η ελάχιστη ταχύτητα που πρέπει να έχει ένα ρομπότ ώστε να προσδεθεί σε έναν δορυφόρο σε περιπτώσεις μάλιστα που έχουν παρόμοια μάζα.

Επιπλέον, μοντελοποιήθηκε ένα ρομπότ με έναν βραχίονα υπό την επίδραση εξωτερικής δύναμης στο άκρο του ώστε να μελετηθεί μελλοντικά ένα πραγματικό σενάριο πρόσδεσης. Ακόμη, σχεδιάστηκε ελεγκτής εμπέδησης για το εκάστοτε υπομελέτη μοντέλο και μελετήθηκε η κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων εμπέδησης για τον επιθυμητό χειρισμό του βραχίονα.

Τέλος, σχεδιάστηκε, κατασκευάστηκε και μοντελοποιήθηκε σφόνδυλος αντίδρασης για την τοποθέτηση του σε εξομοιωτή διαστημικού ρομπότ παρέχοντας του έτσι τη δυνατότητα περιστροφής γύρω από άξονα χωρίς την κατανάλωση καυσίμου όπως συνέβαινε παλαιότερα με τη χρήση προωθητήρων αλλά και χωρίς τη δημιουργία διαταραχών, όπως συμβαίνει εάν ο έλεγχος περιστροφής γίνεται με τους προωθητήρες, στο υπο-εξυπηρέτηση ρομπότ που προσομοιάζει κάποιον δορυφόρο. Επίσης, παρουσιάζεται ο αρχικός σχεδιασμός συστημάτων πρόσδεσης για την πραγματοποίηση πειραμάτων και την επαλήθευση της παραπάνω θεωρίας.

Τμήματα της συγκεκριμένης εργασίας παρουσιάστηκαν στο συνέδριο της Ευρωπαϊκής Διαστημικής Υπηρεσίας (ESA), '13th Symposium on Advanced Space Technologies in Robotics and Automation ASTRA 2015' που πραγματοποιήθηκε στην Ολλανδία και σε συνέδριο με θέμα τον έλεγχο και τον αυτοματισμό που πραγματοποιείται ετησίως σε χώρες της Μεσογείου, '24th Mediterranean Conference on Control and Automation' το οποίο το 2016 πραγματοποιήθηκε στην Ελλάδα, [1], [2].

Abstract

Space exploration and exploitation requires the simultaneous coexistence of people and machines. The human need for more information has made the use of satellites important. The need of satellites that can perform for longer time becomes increasingly evident. Furthermore, due to the fact that extravehicular activities (EVA) contain risks for the astronauts, it is crucial that these activities be substituted by robots. From all the above, On – Orbit Servicing (OOS) from robots is crucial.

The concept of repair of satellites on orbit by robots brings in the concepts of docking/berthing and of proper control of a manipulator so that the latching be successful every time, and thus avoid accidents. In the context of this work, various models were created in order to understand how each parameter of the elements involved affect the success of the docking especially when the robot and the satellite have comparable masses.

Furthermore, a robot with a manipulator under the influence of an external force at its end effector was modelled, in order to study a case of docking. Moreover, for each model, an impedance controller was created and the proper selection of impedance parameters for a desired response of the manipulator was studied.

Finally, a reaction wheel was modelled, designed and manufactured to rotate the robot without fuel consumption and without creating disturbances due to the use of thrusters to the target of the docking. Also, a first CAD design of the capture mechanisms is presented that can be used to run future experiments so that the validity of the theory proposed is evaluated.

Parts of this work were presented in two conferences, '13th Symposium on Advanced Space Technologies in Robotics and Automation ASTRA 2015', that was held in the Netherlands and the second one at the '24th Mediterranean Conference on Control and Automation' that was held in Athens, Greece in 2016, [1], [2].

Ευχαριστίες

Πρώτα απ' όλα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της εργασίας μου καθηγητή κ. Ε. Παπαδόπουλο για την άψογη επικοινωνία, τις χρήσιμες συμβουλές και τη σημαντική καθοδήγηση του ακόμη και σε τομείς πέρα από τη διπλωματική μου εργασία. Ομοίως, τον μετά-διδάκτορα και φίλο Ι. Παρασκευά για τη συνεχή υποστήριξη και συνεργασία καθ' όλη τη διάρκεια της διπλωματικής μου εργασίας αλλά και της γενικότερης εργασίας μου στο Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου.

Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλα τα μέλη του εργαστηρίου για το ευχάριστο κλίμα που δημιουργούσαν, για τη συνεργασία τους και τη φιλία τους, όπως τον Σωτήρη Νούσια και Βασίλη Βασιλόπουλο. Ειδικότερα, θα ήθελα να ευχαριστήσω την ομάδα του διαστημικού τμήματος του εργαστηρίου, Ηλία Πατσιαούρα, Γιώργο Παπαστεργίου, Γιώργο Ρεκλείτη, Κωνσταντίνο Νάνο, Νικολένα Χριστοφή, και Όλγα Χρηστίδη. Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω και άτομα εκτός εργαστηρίου που συμπορευτήκαμε μαζί όλα αυτά τα χρόνια στη σχολή όπως είναι η Μαρία, ο Χαράλαμπος και ο Αλέξανδρος. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους παιδικούς μου φίλους, Ναταλί, Αρίστο, Χρήστο, Μαριλένα, Κατερίνα, Μαριαλένα, Ιωάννα, και Χρήστο για την υποστήριξη τους και την ενθάρρυνση τους σε όλα μου τα βήματα.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου και ειδικότερα τους γονείς μου για την υποστήριξη τους και την αγάπη τους αλλά και για τις θυσίες που υπέμειναν σε τόσα πράγματα έτσι ώστε να με δουν σήμερα διπλωματούχο Μηχανολόγο Μηχανικό.

*Αφιερώνεται στους γονείς μου, Βασίλη και Μαριάννα
και στον αδερφό μου, Βαγγέλη*

Πρόλογος

Η τεχνολογική εξέλιξη σήμερα είναι αδιαμφισβήτητα μεγάλη και ένας από τους τομείς με τη σημαντικότερη πρόοδο είναι αυτός του διαστήματος. Η εξερεύνηση, η εκμετάλλευση και η έρευνα στο διάστημα έχουν προσφέρει πληθώρα αγαθών στον άνθρωπο. Από τα φάρμακα τα οποία προέκυψαν μέσω της έρευνας για την ζωή των αστροναυτών στο διάστημα μέχρι τα τεχνολογικά επιτεύγματα μέσα από την δημιουργία δορυφόρων μπορεί κανείς να αντιληφθεί τη σημασία που έχει το διάστημα για τον άνθρωπο.

Η εξερεύνηση του διαστήματος απαιτεί οπωσδήποτε ρομποτικά συστήματα και αυτό πηγάζει από το γεγονός ότι όλα τα μηχανήματα αργά ή γρήγορα θα χαλάσουν και θα σταματήσουν να λειτουργούν εξαιτίας των δύσκολων διαστημικών συνθηκών. Εξαιτίας της επικινδυνότητας του διαστήματος για τον άνθρωπο αυτός δεν μπορεί να εκπληρώσει όλες τις επιδιορθώσεις που απαιτούνται και επομένως θα πρέπει να υπάρχουν συστήματα, που να μπορούν να παραλάβουν και να εκτελέσουν αυτό το δύσκολο έργο. Η επισκευή δορυφόρων, ο ανεφοδιασμός τους κ.λπ. από ρομποτικά συστήματα, παρά την σημαντικότητά τους, είναι ακόμα στα σπάργανα εξαιτίας των δυσκολιών του εγχειρήματος.

Αν και είναι σαφές ότι τα ρομπότ είναι αυτά που πρέπει να κάνουν επισκευές σε τροχιά και όχι άνθρωποι, κανείς πρέπει να αναλογιστεί ότι δυσκολίες θα εμφανίζονται και στα ρομπότ. Η δυναμική σε ένα τέτοιο περιβάλλον αλλάζει πολύ γρήγορα, ενώ η αλληλεπίδραση με το περιβάλλον και ο περιορισμός στο καύσιμο κάνει τα πράγματα δύσκολα.

Μόνο μέσα από εξομοιώσεις των διαστημικών συνθηκών μπορούμε να προετοιμαστούμε κατάλληλα για τις καταστάσεις που θα αντιμετωπίσει ένα ρομπότ στο διάστημα. Οι εξομοιώσεις αυτές μπορούν να γίνουν μέσω παραβολικών πτήσεων, το κόστος και η μικρή διαθέσιμη διάρκεια των πειραμάτων όμως αποθαρρύνουν στο να χρησιμοποιούνται συνέχεια. Οι επίπεδοι εξομοιωτές, από την άλλη κρίνονται κατάλληλοι για την προσομοίωση των διαστημικών συνθηκών στο επίπεδο. Στο Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου έχει αναπτυχθεί ένας τέτοιος εξομοιωτής με τρία διαφορετικά ρομπότ τα οποία περιλαμβάνουν συστήματα ανάλογα με αυτά ενός πραγματικού ρομπότ το οποίο μπορεί να αποσταλεί στο διάστημα. Τέτοια συστήματα είναι βραχίονες, σφόνδυλοι αντίδρασης και προωθητήρες. Με έναν τέτοιο εξομοιωτή μπορούν να δοκιμαστούν συμπεριφορές και διαδικασίες όπως αυτή της πρόσδεσης αλλά και να μελετηθούν κάτω από ποιες προϋποθέσεις θα έχουμε μια επιθυμητή συμπεριφορά. Ακόμη, μπορούν να δοκιμαστούν και ελεγκτές όπως αυτός της

εμπέδησης για τη χρησιμότητα τους ή μη. Τα παραπάνω αποτελούν και το κυρίως ενδιαφέρον της συγκεκριμένης εργασίας.

Γίνεται λοιπόν σαφές ότι μόνο μέσα από τη μελέτη της ρομποτικής μπορούν να αρθούν οι δυσκολίες στις επιδιώξεις που αναφέραμε για την εκμετάλλευση του διαστήματος ώστε η ανθρωπότητα να έχει μέλλον στον τομέα αυτόν. Η πρόοδος λοιπόν μπορεί να έρθει μόνο μέσα από την ανάπτυξη μηχανισμών και αυτοματισμών που να κάνουν λιγότερο δαπανηρή και επικίνδυνη την επέκταση του ανθρώπου στο διάστημα.

Περιεχόμενα

Περίληψη	3
Abstract	5
Ευχαριστίες	6
Πρόλογος.....	8
Κατάλογος Σχημάτων.....	12
Κατάλογος Πινάκων	14
Κατάλογος Συμβόλων	15
1 Εισαγωγή	19
1.1 Επίσκευές σε τροχιά.....	20
1.1.1 Γιατί ρομπότ;	21
1.1.2 Διαστημικά ‘απορρίμματα’	22
1.1.3 Σημαντικότερες αποστολές	23
1.1.4 Συστήματα πρόσδεσης	26
1.2 Εξομοιωτές διαστημικών ρομπότ	28
1.3 Δομή εργασίας.....	29
2 Θεωρία Κρούσεων	31
2.1 Περιγραφή κρούσεων.....	31
2.2 Παραδοχές μελέτης κρούσεων – Θεωρία κρούσεων Hertz	32
2.3 Μοντελοποίηση κρούσεων	33
2.4 Μοντέλα κρούσης.....	35
2.4.1 Μοντέλο Maxwell.....	36
2.4.2 Μοντέλο Kelvin – Voigt (KV)	37
2.4.3 Μοντέλο Hunt – Crossley (HC).....	37
2.5 Κρούσεις ως ημιτονοειδής κίνηση	38
2.6 Απόκριση συστήματος σωμάτων σε κρούση.....	39
2.6.1 Μαθηματικό – Φυσικό υπόβαθρο.....	40
3 Μοντελοποίηση της Πρόσδεσης.....	45
3.1 Περιγραφή αρχικού μοντέλου	45
3.1.1 Επιλογή συστήματος πρόσδεσης.....	46
3.1.2 Εύρεση αρχικής ταχύτητας $\dot{x}_{c,0}$	51
3.1.3 Παρατηρήσεις στο αρχικό μοντέλο της πρόσδεσης	52
3.2 Βελτιωμένο μοντέλο πρόσδεσης	52
3.2.1 Μοντελοποίηση	52
3.2.2 Μοντέλο κρούσης – Χρόνος κρούσης	57
3.2.3 Έλεγχος Εμπέδησης	58
3.2.4 Αναλυτική λύση – Εύρεση αρχικών συνθηκών	59

3.2.5 Εκτίμηση Παραμέτρων Εμπέδησης - Προϋποθέσεις επιτυχής πρόσδεσης.....	62
4 Μοντελοποίηση Διαστημικού Ρομπότ CSL & Έλεγχος Εμπέδησης ..	67
4.1 Μέθοδος Euler – Lagrange.....	68
4.2 Δυναμικό μοντέλο του ρομπότ.....	68
4.2.1 Ορισμός βασικών μεγεθών	69
4.2.2 Κινητική και Δυναμική Ενέργεια.....	71
4.2.3 Εξίσωση Lagrange	74
4.2.4 Εύρεση των γενικευμένων δυνάμεων και ροπών.....	75
4.3 Νόμος Εμπέδησης	76
4.3.1 Πινακοποίηση δυναμικού συστήματος	76
4.3.2 Επιθυμητό ζεύγος επιταχύνσεων	78
4.3.3 Επιθυμητό ζεύγος ροπών	79
5 Σφόνδυλος Αντίδρασης & Συστήματα Πρόσδεσης	81
5.1 Σφόνδυλος αντίδρασης	82
5.1.1 Κατασκευαστικό σχέδιο	84
5.1.2 Μοντελοποίηση - Νόμος Ελέγχου	86
5.1.3 Νόμος Ελέγχου	87
5.2 Αρχικός Σχεδιασμός Συστημάτων Πρόσδεσης.....	88
5.2.1 Σχεδιασμός κώνου υποδοχής	89
5.2.2 Σχεδιασμός αρσενικού συστήματος πρόσδεσης – πρόβολος.....	90
6 Αποτελέσματα Προσομοιώσεων	93
6.1 Προσομοιώσεις της πρόσδεσης μέσω του αρχικού μοντέλου	93
6.2 Προσομοιώσεις της πρόσδεσης μέσω του βελτιωμένου μοντέλου	96
6.3 Προσομοιώσεις με το δυναμικό μοντέλο του εξομοιωτή διαστημικού ρομπότ του CSL	102
7 Συμπεράσματα & Μελλοντική Εργασία	107
7.1 Συμπεράσματα	107
7.2 Μελλοντική εργασία.....	108
Βιβλιογραφία.....	109
Παράρτημα Α.....	111
Παράρτημα Β.....	114
Παράρτημα Γ	119

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1.1 Διαστημικά σκουπίδια και δορυφόροι σε τροχιά γύρω από τη Γη.....	20
Σχήμα 1.2 Αριστερά: Μέγεθος διαστημικού 'απορρίμματος'-Δεξιά: Αποτέλεσμα σύγκρουσης.	22
Σχήμα 1.3 Χρονική εξέλιξη της αύξησης των διαστημικών απορριμμάτων.....	23
Σχήμα 1.4 Αριστερά ο δορυφόρος ASTRO και στα δεξιά ο NEXTsat.....	24
Σχήμα 1.5 Βραχίονας Διεθνούς Διαστημικού Σταθμού (Dextre).	25
Σχήμα 1.6 Άποψη της αποστολής PHOENIX.	26
Σχήμα 1.7 Κεντρικό σύστημα πρόσδεσης.....	27
Σχήμα 1.8 Περιφερειακό σύστημα πρόσδεσης.	27
Σχήμα 1.9 Εξομοιωτής διαστημικών ρομπότ με χρήση αεροεδράνων I.....	28
Σχήμα 1.10 Εξομοιωτής διαστημικών ρομπότ με χρήση αεροεδράνων II.....	29
Σχήμα 2.1 Κρούση με την παραδοχή ύπαρξης παραμορφώσιμου σωματιδίου.....	33
Σχήμα 2.2 Μοντέλο κατά Maxwell.....	36
Σχήμα 2.3 Μοντέλο KV – HC.	37
Σχήμα 2.4 Προσέγγιση της κρούσης ως ταλάντωσης.	38
Σχήμα 2.5 Ταλαντωτής δύο σωμάτων.	40
Σχήμα 3.1 Σύστημα πρόσδεσης Apollo.....	46
Σχήμα 3.2 Άξονας πρόσδεσης στο σύστημα προβόλου - κώνου υποδοχής.	47
Σχήμα 3.3 Αρχικό Μοντέλο Πρόσδεσης.	47
Σχήμα 3.4 Απεικόνιση μεταβλητών κατάστασης και λοιπών μεταβλητών.	48
Σχήμα 3.5 Αναπτυσσόμενες δυνάμεις.	49
Σχήμα 3.6 Βελτιωμένο μοντέλο πρόσδεσης.....	53
Σχήμα 3.7 Μεταβλητές κατάστασης και αναπτυσσόμενες δυνάμεις.	54
Σχήμα 3.8 Μοντέλο κρούσης για την πρόσδεση.	57
Σχήμα 3.9 Σφάλμα θέσης m_3 ανάμεσα σε προσομοίωση και αναλυτική λύση.....	61
Σχήμα 3.10 Σφάλμα θέσης m_2 ανάμεσα σε προσομοίωση και αναλυτική λύση.....	61
Σχήμα 3.11 Παράμετροι εμπέδησης k_f σε σχέση k_i με για επιτυχή σύλληψη.	65
Σχήμα 3.12 Επιλογή κερδών.....	66
Σχήμα 4.1 Βασικά μεγέθη δυναμικού μοντέλου.	71
Σχήμα 4.2 Αναπτυσσόμενες δυνάμεις και ροπές.	75
Σχήμα 4.3 Γενικευμένες δυνάμεις και ροπές.	76
Σχήμα 4.4 Αρχική διαμόρφωση ρομπότ πριν την κρούση.	77
Σχήμα 5.1 Ζεύγος προωθητήρων με αντίρροπα ακροφύσια.	82
Σχήμα 5.2 Η φιάλη CO ₂ του δεύτερου ρομπότ.....	83
Σχήμα 5.3 Σφόνδυλος πρώτου εξομοιωτή διαστημικού ρομπότ.....	84
Σχήμα 5.4 Σφόνδυλος αντίδρασης ρομπότ Cerheus.	85
Σχήμα 5.5 Ζυγοστάθμιση σφονδύλου αντίδρασης.....	86
Σχήμα 5.6 Ενισχυτής ηλεκτροκινητήρα.	88
Σχήμα 5.7 Ηλεκτρικό κύκλωμα ηλεκτροκινητήρα.	88
Σχήμα 5.8 Άποψη του κώνου υποδοχής.....	89
Σχήμα 5.9 Άποψη του ρομπότ με τον κώνο υποδοχής.....	90
Σχήμα 5.10 Άποψη του προβόλου.....	91
Σχήμα 5.11 Άποψη του αρσενικού τμήματος της πρόσδεσης επάνω σε βραχίονα. .	92

Σχήμα 6.1 Ταχύτητα των δύο σωμάτων κατά την ανεπιτυχή πρόσδεση.	94
Σχήμα 6.2 Σχετική απόσταση των δύο σωμάτων κατά την ανεπιτυχή πρόσδεση. ...	95
Σχήμα 6.3 Επιτυχής πρόσδεση με τη χρήση της ελάχιστης ταχύτητας.....	95
Σχήμα 6.4 Βελτιωμένο μοντέλο πρόσδεσης.....	96
Σχήμα 6.5 Θέση προβόλου - κώνου υποδοχής.	97
Σχήμα 6.6 Σχετική θέση όταν ο συντελεστής e_1 δεν είναι κατάλληλος για πρόσδεση.	98
Σχήμα 6.7 Ο συντελεστής e_1 συναρτήσει του λόγου μαζών του Στόχου για δεδομένες λόγους μαζών του Κυνηγού.	98
Σχήμα 6.8 Κρούση με $U_{rel,x,s}^{i-} = 0,303m/s < 0.5031m/s$ (a) Λαμβάνοντας υπόψιν μόνο την πρώτη κρούση, (b) πολλαπλές κρούσεις.	99
Σχήμα 6.9 Χαρακτηριστικά μεγέθη μοντέλου πρόσδεσης.	100
Σχήμα 6.10 (a) Δύναμη κρούσης, (b) Ασκούμενη δύναμη στον πρόβολο του Κυνηγού.	101
Σχήμα 6.11 (a) Θέση προβόλου του Κυνηγού και του κώνου υποδοχής του Στόχου - Σχετική θέση Κυνηγού - Στόχου, (b) στον x- άξονα και c) στον y- άξονα.	102
Σχήμα 6.12 Σύστημα ολόκληρου του ρομπότ του Εργαστηρίου Αυτομάτου Ελέγχου.	103
Σχήμα 6.13 Νόμος Ελέγχου.	103
Σχήμα 6.14 Δυναμική Ρομπότ.....	104
Σχήμα 6.15 Ανεπιτυχής πρόσδεση ρομπότ.	105
Σχήμα 6.16 Επιτυχής πρόσδεση.....	106

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1. Παράμετροι προσομοιώσεων με βελτιωμένο μοντέλο πρόσδεσης.....	97
Πίνακας 2. Παράμετροι προσομοιώσεων με εξομοιωτή διαστημικού ρομπότ	104

Κατάλογος Συμβόλων

m_c	η μάζα όλου του ρομποτικού συστήματος
m_t	η μάζα όλου του διαστημικού συστήματος/δορυφόρου
m_l	η μάζα του συστήματος πρόσδεσης
k_l	η σταθερά του ελατηρίου του συστήματος πρόσδεσης στον y- άξονα
y_l	η μεταβλητή θέσης της μάζα m_l
θ	η γωνία που σχηματίζει η κορυφή του προβόλου του Κυνηγού με τον άξονα της πρόσδεσης
$x_{c,0}$	η αρχική θέση του Κυνηγού
x_c	η μεταβλητή θέσης του Κυνηγού
$\dot{x}_{c,0}$	η αρχική ταχύτητα του Κυνηγού
$x_{t,0}$	η αρχική ταχύτητα του Στόχου
x_t	η μεταβλητή θέσης του Στόχου
$\dot{x}_{t,0}$	η αρχική ταχύτητα του Στόχου
x_p	η μεταβλητή θέσης του προβόλου
l_p	το μήκος της κορυφής του προβόλου (probe tip)
r_{2y}	το ύψος της κορυφής του προβόλου
$U_{relx,s}^{i-}$	σχετική ταχύτητα Κυνηγού – Στόχου πριν την κρούση
u_{max}	μέγιστη συσπίρωση ελατηρίου k_l
m_i	μάζα του κάθε σώματος κατά το βελτιωμένο όπυ $i = \{1, 2, 3, 4\}$
x_i	μεταβλητή θέσης της μάζας m_i
\dot{x}_i	ταχύτητα της μάζας m_i
$\dot{x}_{i,0}$	αρχική ταχύτητας της μάζας m_i
$x_{i,0}$	αρχική θέση της μάζας m_i
$x_{c,cm}$	θέση του κέντρου μάζας του Κυνηγού στο βελτιωμένο μοντέλο
$x_{t,cm}$	θέση του κέντρου μάζας του Στόχου στο βελτιωμένο μοντέλο
t_c	χρονική στιγμή της κρούσης
F_i	δύναμη της κρούσης
k_g	σταθερά 'εικονικού' ελατηρίου της κρούσης
b_g	σταθερά 'εικονικού' αποσβεστήρα της κρούσης
y_g	συσπίρωση 'εικονικού' ελατηρίου της κρούσης
\dot{y}_g	σχετική ταχύτητα σωμάτων κατά την κρούση
k_i	σταθερά 'εικονικού' ελατηρίου της κρούσης χρησιμοποιούντος μοντέλου
t_{impact}	χρονική διάρκεια επαφής σωμάτων κατά την κρούση
m_f	μάζα φίλτρου εμπέδησης

b_f	σταθερά απόσβεσης φίλτρου εμπέδησης
k_f	σταθερά ελατηρίου φίλτρου εμπέδησης
$\mu_{j,ef}$	ενεργή μάζα του Κυνηγού ($j = c$), του Στόχου ($j = t$) και των μαζών που έρχονται σε επαφή ($j = i$)
$P_{imp,x}$	ώθηση που αναπτύσσεται στον x- άξονα
$P_{imp,y}$	ώθηση που αναπτύσσεται στον y- άξονα
k_{ty}	σταθερά ελατηρίου του συστήματος πρόσδεσης του Στόχου στον y- άξονα στο βελτιωμένο μοντέλο
k_t	σταθερά ελατηρίου του Στόχου στον x- άξονα
m_r	η συνολική μάζα του ρομπότ του Εργαστηρίου Αυτομάτου Ελέγχου μαζί με τον σφόνδυλο αντίδρασης και έναν βραχίονα
I_r	η πολική ροπή αδράνειας του ρομπότ χωρίς τον βραχίονα
a_r	η απόσταση του κέντρου μάζας από τον άξονα συμμετρίας του κυρίως σώματος του ρομπότ3
d_r	η γωνία που ορίζει τη θέση του CoM του σώματος του ρομπότ
d_{ra}	η γωνία που σχηματίζει το σημείο σύνδεσης του άξονα με το σημείο συμμετρίας και τον άξονα X του σωματόδετου ΣΣ
r_1	η απόσταση του κέντρου συμμετρίας του κυρίου σώματος με το σημείο σύνδεσης του βραχίονα
r_2	η ακτίνα του κύκλου κατά τον οποίο είναι τοποθετημένα τα ζεύγη προωθητήρων
m_1	η μάζα του πρώτου συνδέσμου του βραχίονα
m_2	η μάζα του δεύτερου συνδέσμου του βραχίονα
I_1	η πολική ροπή αδράνειας του πρώτου συνδέσμου του βραχίονα
I_2	η πολική ροπή αδράνειας του δεύτερου συνδέσμου του βραχίονα
l_1	το μήκος του πρώτου συνδέσμου του βραχίονα οριζόμενο από την πρώτη και δεύτερη άρθρωση
l_2	το μήκος του δεύτερου συνδέσμου του βραχίονα οριζόμενο από την δεύτερη άρθρωση και το τελικό σημείο δράσης
l_{m1}	η απόσταση του κέντρου μάζας του πρώτου συνδέσμου από του σημείο σύνδεσης βραχίονα – βάσης ρομπότ
d_{m1}	η γωνία ανάμεσα στο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει το κέντρο μάζας του πρώτου συνδέσμου και του σημείου σύνδεσης του συνδέσμου με τη βάση του ρομπότ και του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τις δύο αρθρώσεις
d_{m2}	η γωνία ανάμεσα στο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει το κέντρο μάζας του δεύτερου συνδέσμου και της δεύτερης άρθρωσης και του ευθύγραμμου

	τμήματος που ενώνει την δεύτερη άρθρωση και το τελικό σημείο δράσης
I_{rot}	η ροπή αδράνειας του δρομέα κάθε ηλεκτροκινητήρα
I_{s21}	η πολική ροπή αδράνειας του δευτερεύοντος άξονα της πρώτης άρθρωσης ενός βραχίονα, συμπεριλαμβανομένων των δύο οδοντωτών τυμπάνων που φέρει.
n	ο λόγος μείωσης των πλανητικών μειωτήρων του κινητήριου συστήματος
η	ο βαθμός απόδοσης των πλανητικών μειωτήρων του κινητήριου συστήματος
L	λαγκραζιανή (Lagrangian)
T	η κινητική ενέργεια του συστήματος.
V	η δυναμική ενέργεια του συστήματος.
Q	το διάνυσμα γενικευμένων δυνάμεων και ροπών.
q_j	οι γενικευμένες συντεταγμένες.
f_i	η δύναμη από τον i προωθητήρα
τ_m	η ροπή από τον σφόνδυλο αντίδρασης
K_r	η κινητική ενέργεια της βάσης του ρομπότ
K_i	η κινητική ενέργεια του i συνδέσμου του βραχίονα
x_e, y_e	η θέση του τελικού σημείου δράσης
x_b, y_b	η θέση της βάσης του ρομπότ
p_i	του διάνυσμα θέση του κέντρου μάζας του i συνδέσμου του βραχίονα
x	η γενικευμένη κατά X συντεταγμένη θέσης του κέντρου μάζας του σώματος του ρομπότ.
y	η γενικευμένη κατά Y συντεταγμένη θέσης του κέντρου μάζας του σώματος του ρομπότ.
θ	η γενικευμένη συντεταγμένη περιστροφής του συστήματος γύρω από τον κεντροβαρικό άξονα Z.
q_1	η γενικευμένη συντεταγμένη σχετικής περιστροφής της πρώτης άρθρωσης του βραχίονα.
q_2	η γενικευμένη συντεταγμένη σχετικής περιστροφής της δεύτερης άρθρωσης του βραχίονα.
M	μητρώο μάζας - αδράνειας
C	μητρώο μη γραμμικών όρων ταχύτητας
τ_i	ασκούμενη ροπή στον i σύνδεσμο του βραχίονα
$f_{ex,x}$	εξωτερική δύναμη στον x- άξονα
$f_{ex,y}$	εξωτερική δύναμη στον y- άξονα
J	Ιακωβιανή

J_{ex}	Ιακωβιανή εξωτερικής δύναμης μόνο
T	πίνακας συσχέτισης τελικού σημείου δράσεως με τη θέση της βάσης
J_g	γενικευμένη Ιακωβιανή
M_g	γενικευμένο μητρώο μάζας - αδράνειας
C_g	γενικευμένο μητρώο μη γραμμικών όρων ταχύτητας
B	συντελεστής τριβής του ηλεκτροκινητήρα του σφονδύλου αντίδρασης
J_{rw}	ροπή αδράνειας του ηλεκτροκινητήρα του σφονδύλου αντίδρασης
k	σταθερά ροπής του ηλεκτροκινητήρα του σφονδύλου αντίδρασης

1 Εισαγωγή

Η εξερεύνηση του διαστήματος ταυτίζεται με την ταυτόχρονη ύπαρξη ανθρώπων και μηχανών σε συνεργασία, είτε για λόγους διεξαγωγής πειραμάτων είτε για επισκευές και επιδιορθώσεις βλαβών σε δορυφόρους.

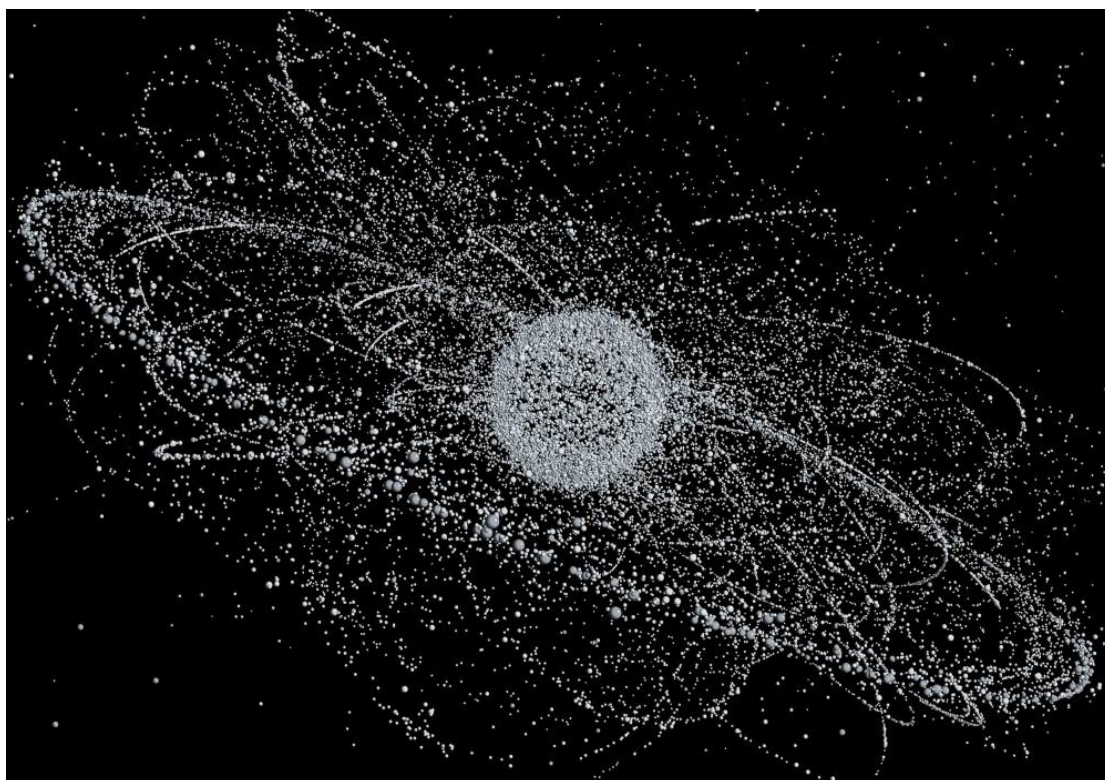
Η σύγχρονη διαστημική πραγματικότητα καθοδηγείται από την ανάγκη του ανθρώπου για εφαρμογές όπως βέλτιστη πρόβλεψη των καιρικών συνθηκών, καλύτερη καθοδήγηση στις μεταφορές, ακριβέστερες στρατιωτικές πληροφορίες, επιβεβαίωση επιστημονικών θεωριών κλπ. Οι ανάγκες αυτές καλύπτονται από την ύπαρξη χιλιάδων δορυφόρων σε τροχιά γύρω από τον πλανήτη. Όπως όμως σε όλα τα πολύπλοκα τεχνολογικά συστήματα, οι βλάβες και τα τεχνικά προβλήματα δε λείπουν. Εξαιτίας των προβλημάτων αυτών, η συμβολή του ανθρώπου κρίνεται καθοριστική. Το διάστημα όμως είναι για τον άνθρωπο ένας χώρος αφιλόξενος, γεμάτος κινδύνους και δυσκολίες.

Αν και έχει απαντηθεί το ερώτημα για το αν πρέπει κάποιες εργασίες να πραγματοποιούνται από τους αστροναύτες ή από ρομποτικά συστήματα το ερώτημα

για το πώς μπορεί να γίνει αυτή η αντικατάσταση και πώς πρέπει να 'συμπεριφέρεται' ένα ρομπότ αλλά και τι απαιτήσεις πρέπει να έχουμε από αυτό παραμένει αναπάντητο.

1.1 Επισκευές σε τροχιά

Εξαιτίας της πληθώρας των διαστημικών συστημάτων αλλά και του υψηλού κόστους της αποστολής ενός δορυφόρου στο διάστημα, κρίνεται χρήσιμο να υφίσταται η δυνατότητα επισκευής, ανανέωσης του καυσίμου του και συναρμολόγησης τμημάτων του στο διάστημα. Ακόμη, εξαιτίας του πολύ υψηλού αριθμού διαστημικών 'απορριμμάτων' (space debris), κρίνεται σημαντική η απομάκρυνση τους με στόχο τη μείωση του κινδύνου σύγκρουσης και αχρήστευσης λειτουργικών συστημάτων άλλων εν ενεργεία δορυφόρων. Στο Σχήμα 1.1 απεικονίζεται η πληθώρα των 'απορριμμάτων' αλλά και των δορυφόρων που περιστρέφονται γύρω από τη Γη.



Σχήμα 1.1 Διαστημικά σκουπίδια και δορυφόροι σε τροχιά γύρω από τη Γη.

Η χρησιμότητα των επισκευών σε τροχιά μπορεί να εμφανιστεί σε διάφορες φάσεις μιας διαστημικής αποστολής και με διάφορες μορφές. Τέτοιες περιπτώσεις είναι:

- Η μεταφορά του δορυφόρου στη προσχεδιασμένη τροχιά του. Πολλές φορές ο ίδιος ο δορυφόρος δεν μπορεί να εκτελέσει το έργο αυτό με

αποτέλεσμα να χρειάζεται κάποιο δευτερεύον όχημα που να μπορεί να μπορεί να το μεταφέρει στην επιθυμητή θέση.

- Ολοκλήρωση κάποιας αποστολής η οποία διακόπηκε στη μέση εξαιτίας μηχανικής βλάβης σε κάποιο υποσύστημα π.χ. άνοιγμα των ηλιακών συλλεκτών σε έναν δορυφόρο.
- Πρόωρο τέλος της διάρκειας ζωής ενός δορυφόρου εξαιτίας της ελάττωσης του καυσίμου, ή σφάλματος σε κάποιο μηχάνημα το οποίο θεωρείται αντικαταστάσιμο.

Όλες οι παραπάνω ενέργειες καλούνται με τον γενικότερο όρο 'Εξυπηρέτηση σε Τροχιά' (On-Orbit Servicing - OOS). Πέρα από τις προαναφερθείσες ενέργειες, σε έναν δορυφόρο είναι αναγκαίες να πραγματοποιούνται τακτικά κι' άλλες εργασίες κι' αν είναι δυνατόν να γίνονται από κάποιο ρομποτικό σύστημα. Μερικές από αυτές είναι:

- Χειρισμός τμημάτων του δορυφόρου
- Έλεγχος της θέσης και του προσανατολισμού του δορυφόρου
- Επιθεώρηση τμημάτων του δορυφόρου
- Επέκταση της διάρκειας ζωής του με επισκευή τμημάτων του

1.1.1 Γιατί ρομπότ;

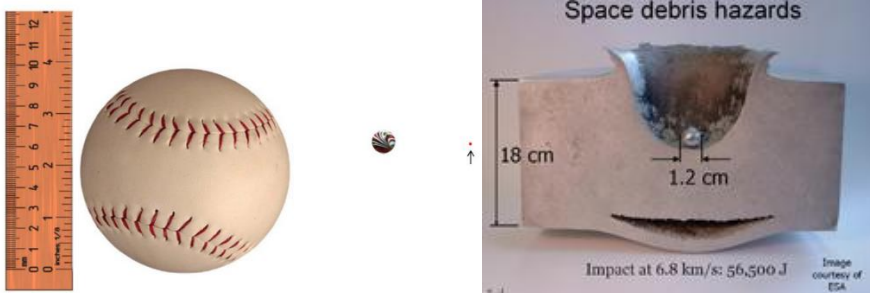
Αναφέραμε ότι όλες οι παραπάνω επισκευές είναι επιθυμητό να γίνονται από κάποιο ρομπότ ή από κάποιον βραχίονα που μπορεί να φέρει κάποιος άλλος δορυφόρος. Μέχρι τώρα όλες οι επισκευές και επιθεωρήσεις γίνονται από αστροναύτες. Γιατί, λοιπόν να επιθυμούμε να αντικαταστήσουμε τους αστροναύτες από ρομποτικά συστήματα;

- Μέχρι στιγμής όλες οι επισκευές γίνονται σε μια περιοχή κοντά στη Γη μια και εκεί υπάρχουν οι σημαντικότεροι δορυφόροι (Low Earth Orbit - LEO). Πλέον όμως εξαιτίας του τεραστίου αριθμού τροχιακών συστημάτων, σημαντικοί δορυφόροι υπάρχουν και πολύ μακριά από τη Γη (Geostationary Earth Orbit - GEO) με αποτέλεσμα οι επισκευές από αστροναύτες μέσω διαστημικών περιπάτων (Extravehicular Activities - EVAs) να είναι αδύνατες.
- Οι επισκευές από αστροναύτες είναι από μόνες τους επικίνδυνες διαδικασίες και για το λόγο αυτό προετοιμάζονται για μεγάλο χρονικό διάστημα πριν πραγματοποιηθούν με αποτέλεσμα να αυξάνεται σημαντικά το κόστος μιας αποστολής.

1.1.2 Διαστημικά ‘απορρίμματα’

Τα διαστημικά ‘απορρίμματα’ ορίζονται ως το σύνολο των στοιχείων τα οποία περιστρέφονται γύρω από τη Γη και τα οποία δεν είναι πλέον λειτουργικά. Τα απορρίμματα αυτά μπορεί να προέρχονται από τις συγκρούσεις δορυφόρων ή από σύγκρουση κάποιου δορυφόρου με κάποιο άλλο ‘απόρριμμα’. Ως πρώτο διαστημικό ‘απόρριμμα’ μπορεί να θεωρηθεί το Sputnik το οποίο ολοκλήρωσε την αποστολή του το 1957 μόλις μπήκε σε τροχιά.

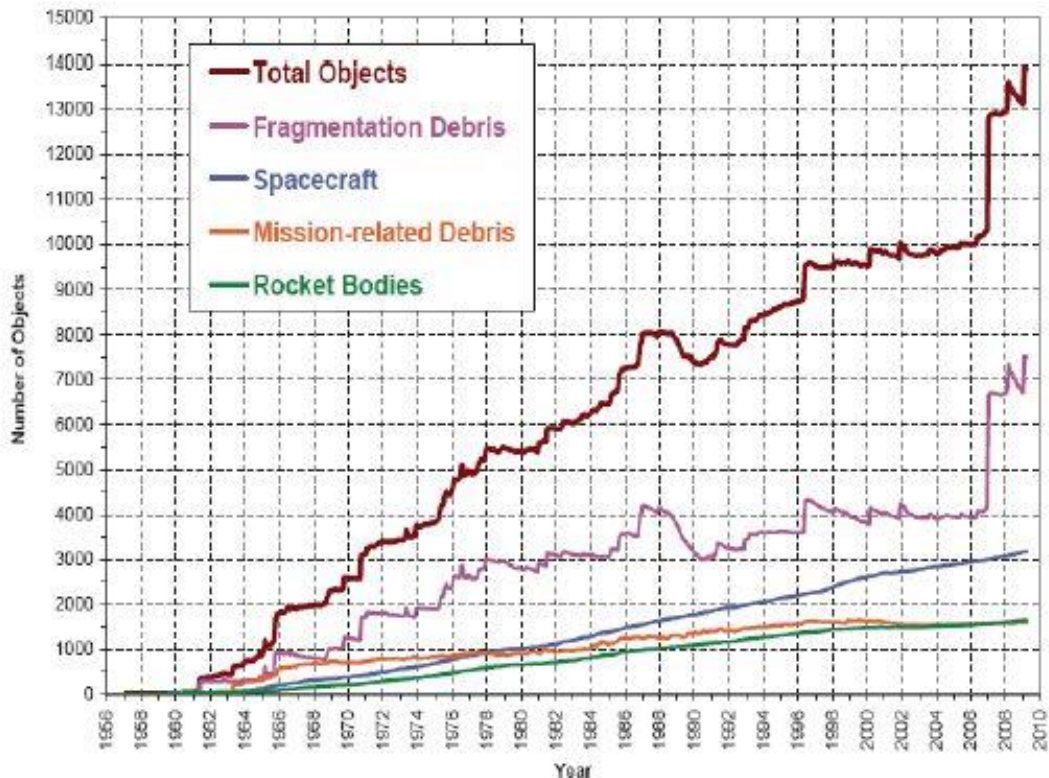
Σήμερα τα διαστημικά ‘απορρίμματα’ ξεπερνούν σε αριθμό του μετεωρίτες σε τροχιά. Χαρακτηριστικά απαριθμούνται σε 22.000 αντικείμενα μεγαλύτερα των 10cm ενώ 10.000.000 μικρότερα του 1 cm, με τις διαστημικές υπηρεσίες να δαπανούν μεγάλο ποσοστό χρημάτων αλλά και χρόνου για να τα παρακολουθούν. Στο Σχήμα 1.2 απεικονίζεται το μέγεθος ενός διαστημικού ‘απορρίμματος’ καθώς επίσης και το αποτέλεσμα σύγκρουσης ενός δορυφόρου με ένα από αυτά. Η ταχύτητα των διαστημικών ‘απορριμμάτων’ έτσι ώστε να μπορούν να παραμένουν σε τροχιά είναι της τάξης των 10km/s. Μία τέτοια υψηλή ταχύτητα φανερώνει την επικινδυνότητα των συγκρούσεων στο διάστημα. Στο Σχήμα 1.2 παρατηρείται ότι ένα διαστημικό ‘απόρριμμα’ με διάμετρο 1.2cm μπορεί να δημιουργήσει οπή της τάξης των 9cm και να παραμορφώσει σε μεγάλο βαθμό υλικό πάχους 18cm.



Σχήμα 1.2 Αριστερά: Μέγεθος διαστημικού ‘απορρίμματος’-Δεξιά: Αποτέλεσμα σύγκρουσης.

Εξαιτίας της πληθώρας των διαστημικών ‘απορριμμάτων’, τα νεότερα διαστημικά σκάφη κατασκευάζονται με τρόπο ώστε να αντέχουν τη σύγκρουση με πολύ μικρά σώματα. Παρόλα αυτά, τα μεγαλύτερα σε μέγεθος ‘απορρίμματα’ προτιμάται να αποφεύγονται αν υπάρχει κίνδυνος σύγκρουσης. Για παράδειγμα, ο Διεθνής Διαστημικός Σταθμός - ΔΣΣ (International Space Agency -ISS) έχει χρειαστεί να τροποποιήσει την πορεία του αρκετές φορές.

Τα τελευταία χρόνια ο αριθμός των ‘απορριμμάτων’ έχει εκτοξευθεί όπως απεικονίζεται και στο Σχήμα 1.3 εξαιτίας του αριθμού των δορυφόρων αλλά και της υποτίμησης του προβλήματος από την πλευρά των διαστημικών υπηρεσιών.



Σχήμα 1.3 Χρονική εξέλιξη της αύξησης των διαστημικών απορριμμάτων.

Όπως γίνεται λοιπόν σαφές, η αύξηση των διαστημικών ‘απορριμμάτων’ πρέπει να περιοριστεί με τη μεταφορά μερικών από αυτών σε τροχιές ‘νεκροταφεία’ ή σε κάθοδο προς τη Γη με στόχο τη καύση τους. Ακόμη, αναγκαίο κρίνεται η ύπαρξη της δυνατότητας επισκευής δορυφόρων που έχουν συγκρουστεί με διαστημικά σκουπίδια από ρομποτικά συστήματα και όχι από αστροναύτες εξαιτίας της επικινδυνότητας μιας τέτοιας αποστολής.

1.1.3 Σημαντικότερες αποστολές

Για την εξακρίβωση της πιθανότητας χρήσης ρομποτικών συστημάτων με στόχο ‘Εξυπηρέτηση σε Τροχιά’ διάφορες αποστολές διεξήχθησαν ενώ άλλες είναι σε φάση σχεδιασμού. Μερικές από τις σημαντικότερες παρουσιάζονται παρακάτω.

Orbital Express

Θεωρείται από τις πρώτες και τις πιο γνωστές αποστολές με στόχο τη πρόσδεση δύο δορυφόρων και τον ανεφοδιασμό τους. Οι δύο δορυφόροι κατασκευάστηκαν από την συνεργασία DARPA/NASA/Boeing και απεικονίζονται στο Σχήμα 1.4.



Σχήμα 1.4 Αριστερά ο δορυφόρος ASTRO και στα δεξιά ο NEXTsat.

Κατά τη διάρκεια της αποστολής δοκιμάστηκαν διάφορα σενάρια πρόσδεσης με αρχική απόσταση μερικών μέτρων (12m) έως και εκατοντάδες χιλιόμετρα (400km), με τη χρήση του βραχίονα που έφερε ο ένας από τους δύο δορυφόρους, αλλά και χωρίς. Δοκιμάστηκε η δυνατότητα διατήρησης σταθερής απόστασης και επιθεώρησης του ενός δορυφόρου από τον άλλον ενώ εκτελέστηκαν 15 ανεφοδιασμοί υδραζίνης σε διάφορα επίπεδα αυτονομίας.

Βραχίονες Διεθνούς Διαστημικού Σταθμού

Από νωρίς φάνηκε αναγκαίο, η χρήση βραχιόνων στη μεταφορά φορτίων αλλά και τη γρήγορη, και χωρίς χρήση καυσίμου, μεταφορά από ένα σημείο σε ένα άλλο, των αστροναυτών. Επιπλέον, οι βραχίονες αυτοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν στη πρόσδεση με άλλους δορυφόρους ή την επισκευή του ίδιου του σώματος τους. Για το λόγο αυτό, ο ΔΔΣ φέρει 3 βραχίονες διαφορετικών μηκών και αριθμού βαθμών ελευθερίας με στόχο την επίτευξη πληθώρας εργασιών. Ενδεικτικά στο Σχήμα 1.5 απεικονίζεται ο βραχίονας Dextre που φέρει ο ΔΔΣ. Οι βραχίονες του ΔΔΣ έχουν εκτελέσει πληθώρα πειραμάτων και εργασιών όπως είναι η συναρμολόγηση τμημάτων του ίδιου του ΔΔΣ και αποστολές επισκευής του τηλεσκοπίου Hubble. Ακόμη, μέσα από τη χρήση των βραχιόνων, η NASA προσπαθεί τα τελευταία χρόνια να πειραματιστεί με την επισκευή δορυφόρων σε γεωστατική τροχιά (Geostationary Earth

Orbit - GEO) οι οποίοι αρχικά είχαν σχεδιασθεί χωρίς να έχουν την δυνατότητα να επιδιορθώνονται.



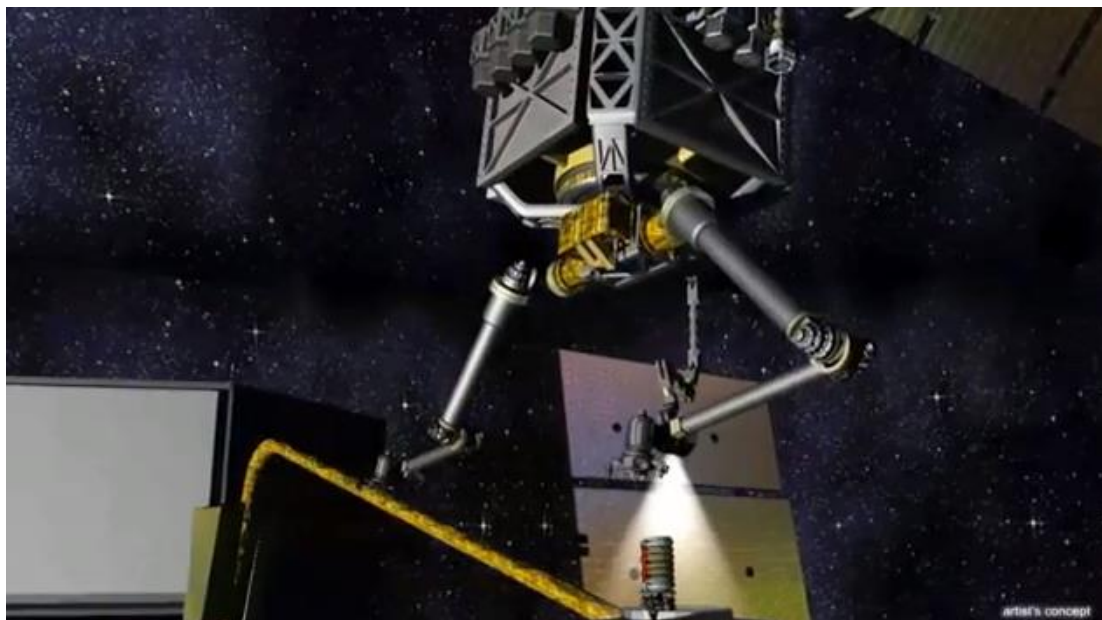
ISS026E011832

Σχήμα 1.5 Βραχίονας Διεθνούς Διαστημικού Σταθμού (Dextre).

PHOENIX

Μία από τις σημαντικότερες αποστολές με στόχο τη διεξαγωγή πειραμάτων με χρήση τεχνητής όρασης, ρομποτικών μηχανισμών και αυτοματισμών αποτελεί η αποστολή PHOENIX με χρηματοδότηση της DARPA η οποία ξεκίνησε τον Ιούλιο του 2012. Ο στόχος της αποστολής είναι ο συνδυασμός λεπτομερούς απεικόνισης επιφανείας μέσω τεχνητής όρασης και η χρήση βραχιόνων με στόχο τη σύλληψη αντικειμένων και τελική επιδίωξη την επισκευή διαφόρων συστημάτων του δορυφόρου. Το ενδιαφέρον σε αυτή την αποστολή είναι ότι μελετάται η δυνατότητα πρόσδεσης ή/και επισκευής σε ανενεργούς δορυφόρους οι οποίοι βρίσκονται σε γεωστατική τροχιά γύρω από τη Γη (GEO). Το γεγονός ότι η αποστολή αφορά δορυφόρους που βρίσκονται χιλιάδες χιλιόμετρα μακριά από τη Γη προσφέρει αρκετές δυσκολίες αλλά και προκλήσεις για τους επιστήμονες. Μία από τις μεγαλύτερες δυσκολίες είναι ο χρόνος που κάνει το σήμα να ταξιδέψει από τη Γη στο δορυφόρο αλλά και το αντίστροφο. Η αποστολή χωρίζεται σε δύο φάσεις με την πρώτη να έχει πραγματοποιηθεί ήδη και να έχει γίνει εμφανής η σημαντικότητα των ρομποτικών συστημάτων στο διάστημα αλλά και των τεχνικών συναρμολόγησης. Επίσης, μέσα από την πρώτη φάση επικυρώθηκε η ιδέα της δημιουργίας νέων δορυφόρων από κομμάτια ανενεργών δορυφόρων. Η δεύτερη φάση θα αφορά την πειραματική επιβεβαίωση των παραπάνω ιδεών αλλά και τη

τυποποίηση διαδικασιών και μηχανισμών με στόχο την πρόσδεση και εξυπηρέτηση ανενεργών δορυφόρων. Άποψη της συγκεκριμένης αποστολής απεικονίζεται στο Σχήμα 1.6.



Σχήμα 1.6 Άποψη της αποστολής PHOENIX.

1.1.4 Συστήματα πρόσδεσης

Τα είδη των συστημάτων πρόσδεσης ποικίλουν ανάλογα το σκοπό της χρήση τους. Τα συστήματα αυτά φέρουν διόδους για τη μεταφορά αγαθών, καυσίμου αλλά και ανθρώπων. Μερικά από τα κριτήρια κατηγοριοποίησης τους είναι:

- Η χρήση τους σε επανδρωμένα ή μη οχήματα. Τα συστήματα πρόσδεσης στην περίπτωση επανδρωμένων οχημάτων είναι περίπλοκα μιας και πρέπει να δημιουργούν κατάλληλη πίεση στο πέρασμα το οποίο θα δημιουργηθεί ανάμεσα στα δύο οχήματα έτσι ώστε να μπορούν να περάσουν οι αστροναύτες μέσα από αυτό.
- Ο μηχανισμός της πρόσδεσης μπορεί να είναι κεντρικός ή περιφερειακός. Στη περίπτωση του κεντρικού μηχανισμού, υπάρχει συνήθως κάποιος μηχανισμός, όπως είναι ένας πρόβολος (probe) ο οποίος ενεργοποιείται και διευκολύνει τη σύλληψη. Αντίστοιχα, υπάρχει ένα θηλυκό κομμάτι όπως είναι ο κώνος υποδοχής (drogue) το οποίο θα υποδεχθεί το αρσενικό κομμάτι. Το πρόβλημα σε αυτό το είδος πρόσδεσης είναι ότι τα συστήματα θα πρέπει να αφαιρούνται έτσι ώστε να μπορούν να μεταφερθούν τα αγαθά και οι αστροναύτες. Στο Σχήμα 1.7 απεικονίζεται ένα κεντρικό σύστημα πρόσδεσης.



Σχήμα 1.7 Κεντρικό σύστημα πρόσδεσης.

Όσον αφορά τα περιφερειακά συστήματα πρόσδεσης αν και είναι πιο περίπλοκα στην κατασκευή τους και στη λειτουργία τους (μεγαλύτερη επιφάνεια επαφής άρα και μεγαλύτερη δύναμη κλπ.) δημιουργούν ένα πέρασμα το οποίο διευκολύνει κατά πολύ τη μεταφορά. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν και τα ανδρόγυνα συστήματα πρόσδεσης. Ένα περιφερειακό σύστημα πρόσδεσης απεικονίζεται στο Σχήμα 1.8.



Σχήμα 1.8 Περιφερειακό σύστημα πρόσδεσης.

- Ένα ακόμη κριτήριο αποτελεί το κατά πόσο το σύστημα πρόσδεσης είναι ενεργητικό ή παθητικό. Συνήθως, παθητικά είναι τα συστήματα τα οποία παραμένουν για μεγάλο χρόνο στο διάστημα και δεν συμφέρει να φέρουν μηχανισμούς οι οποίοι πρέπει να ενεργοποιούνται με κάποιο σήμα, κι αυτό λόγω της πιθανότητας να καταστραφούν ή να πάθουν κάποια βλάβη εξαιτίας της μακράς παραμονής τους στο διάστημα, και έτσι να μην μπορούν να επιτύχουν τον σκοπό για τον οποίο και δημιουργήθηκαν. Για παράδειγμα ο κώνος υποδοχής το οποίο είναι το παθητικό κομμάτι του ζεύγος προβολοκώνου υποδοχής που φαίνεται και στο Σχήμα 1.7 είναι αυτό που φέρει ο

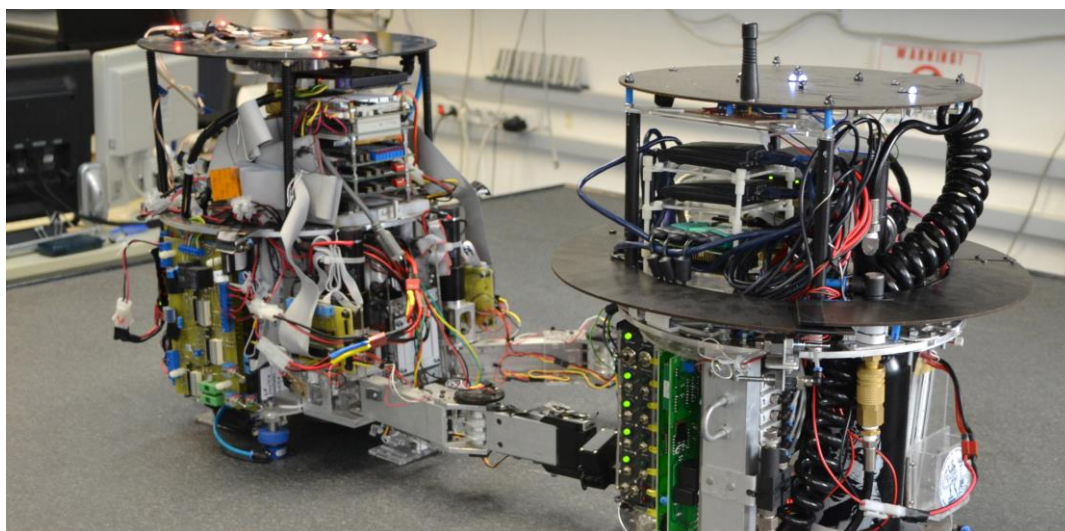
Διεθνής Διαστημικός Σταθμός, ενώ το αρσενικό κομμάτι το οποίο φέρει τα συστήματα ενεργοποίησης βρίσκεται στο διαστημικό όχημα που επρόκειτο να προσδεθεί στο ΔΔΣ.

1.2 Εξομοιωτές διαστημικών ρομπότ

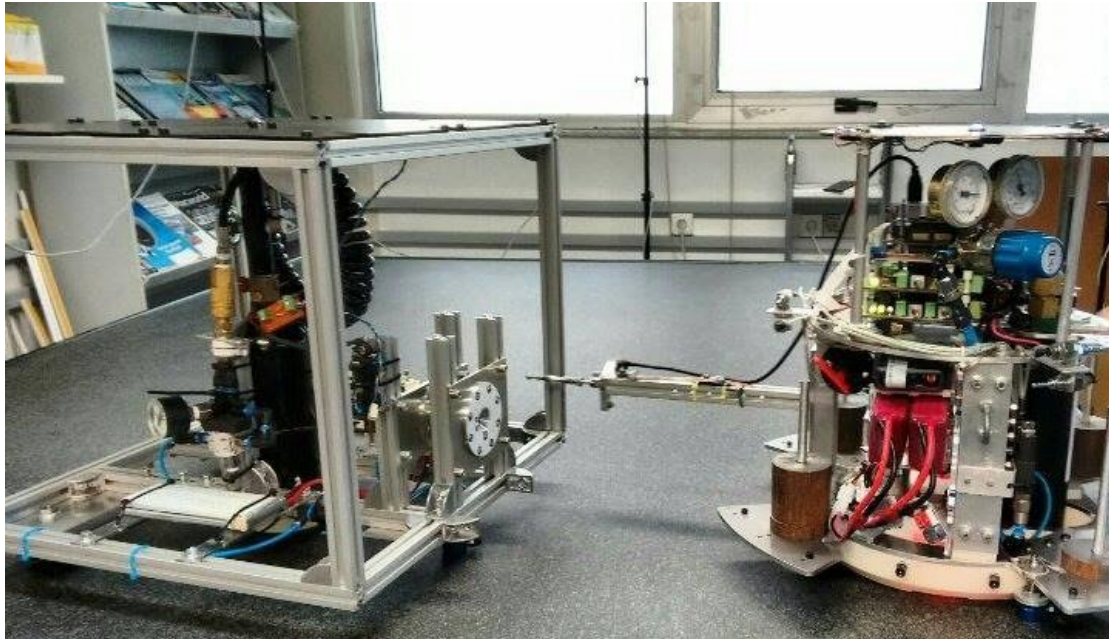
Με στόχο την εξακρίβωση διαφόρων θεωριών αλλά και την προσομοίωση των καταστάσεων που υπάρχουν στο διάστημα έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι προσομοίωσης των συνθηκών έλλειψης βαρύτητας. Μια από αυτές τις μεθόδους είναι οι παραβολικές πτήσεις.

Οι πτήσεις αυτές όμως εκτός από το υψηλό κόστος έχουν πολύ μικρή διάρκεια με αποτέλεσμα να μην μπορούν να διεξαχθούν μακράς διάρκειας πειράματα. Η επικρατέστερη μέθοδος είναι με επίπεδους διαστημικούς εξομοιωτές που βασίζονται στη χρήση αεροεδράνων. Ένας τέτοιος διαστημικός εξομοιωτής έχει αναπτυχθεί και στο Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών. Ο διαστημικός αυτός εξομοιωτής αποτελείται από τρία διαφορετικά ρομπότ καθένα από τα οποία έχει διαφορετικές ικανότητες. Τα ρομπότ αυτά απεικονίζονται στο Σχήμα 1.9 και στο Σχήμα 1.10.

Η αρχή λειτουργίας τους βασίζεται στην κίνηση τους πάνω από μια πολύ λεία επιφάνεια. Μέσω των αεροεδράνων εκτοξεύεται υπό πίεση αέριο συνήθως οξυγόνο ή CO₂ και έτσι δεν αναπτύσσεται κάποια δύναμη τριβής με τη λεία επιφάνεια επιτυγχάνοντας με αυτό τον τρόπο την προσομοίωση του διαστήματος στο επίπεδο. Ακόμη, τα συστήματα αυτά μπορεί να φέρουν επιπλέον μηχανισμούς για την καλύτερη προσομοίωση ενός πραγματικού συστήματος. Τέτοιοι μηχανισμοί είναι λ.χ. ο σφόνδυλος αντίδρασης, προωθητήρες και βραχίονες.



Σχήμα 1.9 Εξομοιωτής διαστημικών ρομπότ με χρήση αεροεδράνων I.



Σχήμα 1.10 Εξομοιωτής διαστημικών ρομπότ με χρήση αεροδράνων II.

1.3 Δομή εργασίας

Στο **πρώτο κεφάλαιο** γίνεται μια σύντομη εισαγωγή στο θέμα των επισκευών σε τροχιά. Εξηγείται γιατί είναι αναγκαίο να γίνονται επισκευές ενώ απαντάται το ερώτημα αν πρέπει να γίνονται από άνθρωπο ή από κάποιο ρομποτικό σύστημα. Γίνεται αναφορά στα συστήματα πρόσδεσης ενώ παρουσιάζονται εν συντομία πιθανές λύσεις εξομίωσης των διαστημικών συνθηκών στη Γη.

Στο **δεύτερο κεφάλαιο** ξεκινά το κύριο μέρος της εργασίας. Παρουσιάζεται η θεωρία των κρούσεων ενώ δίνεται το βασικό μαθηματικό – φυσικό υπόβαθρο για την κατανόηση των μοντέλων που αναπτύσσονται στη συνέχεια. Ακόμη, παρουσιάζονται τα βασικότερα μοντέλα κρούσης και αναφέρεται η περιγραφή της κρούσης ως κίνηση ημιτονοειδούς μορφής.

Στο **τρίτο κεφάλαιο** αναπτύσσονται δύο μοντέλα για τη μελέτη της πρόσδεσης. Το απλούστερο μοντέλο αποτελείται από στερεά σώματα με ένα μόνο ελατήριο το οποίο μοντελοποιεί το ελατήριο του συστήματος πρόσδεσης ενώ το βελτιωμένο μοντέλο εμπεριέχει ευκαμψίες των συστημάτων πρόσδεσης αλλά και των βραχιόνων οι οποίοι φέρουν τα συστήματα αυτά. Επιπλέον, σχεδιάζεται ένας ελεγκτής εμπέδησης και καθορίζονται οι παράμετροι εμπέδησης σε αναλογία με τις προϋποθέσεις επιτυχούς πρόσδεσης.

Στο **τέταρτο κεφάλαιο** αναπτύχθηκε το πλήρες δυναμικό μοντέλο του δευτέρου ρομπότ του Εργαστηρίου Αυτομάτου Ελέγχου μέσω της μεθόδου Euler – Lagrange με

στόχο ρεαλιστικότερες προσομοιώσεις και μελλοντικά πειράματα. Ακόμη σχεδιάστηκε ένας ελεγκτής εμπέδησης για τον βραχίονα του ρομπότ.

Στο **πέμπτο κεφάλαιο** αναλύεται ο σχεδιασμός και η κατασκευή του σφονδύλου αντίδρασης τον οποίο φέρει το δεύτερο ρομπότ, ενώ παρουσιάζεται και η μοντελοποίηση του έτσι ώστε να σχεδιασθεί έλεγχος στο επίπεδο του ρεύματος. Ακόμη, παρουσιάζονται τα πρωταρχικά σχέδια των συστημάτων πρόσδεσης τα οποία θα σχεδιασθούν και θα φέρουν τα ρομπότ του εργαστηρίου με στόχο την εκτέλεση πειραμάτων και την επαλήθευση της θεωρίας και των ελεγκτών που προτείνονται στη συγκεκριμένη εργασία.

Στο **έκτο κεφάλαιο** παρουσιάζονται διάφορες προσομοιώσεις οι οποίες επικυρώνουν την προαναφερθείσα θεωρία. Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα ενώ αξιολογούνται οι παραδοχές και οι θεωρήσεις που έχουν πραγματοποιηθεί.

Στο **έβδομο κεφάλαιο** παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την εκπόνηση της παρούσας εργασίας και προτείνονται κάποιες ενέργειες ως μελλοντική εργασία.

2 Θεωρία Κρούσεων

Η πρόσδεση δύο διαστημικών ρομπότ ή δύο δορυφόρων σχετίζεται με την ανάπτυξη δυνάμεων εξαιτίας της κρούσης που λαμβάνει χώρα στα σημεία διεπαφής. Εάν η κρούση αυτή δεν μοντελοποιηθεί σωστά ή αν οι δυνάμεις που αναπτυχθούν στην πραγματικότητα είναι μεγαλύτερες από αυτές των προσομοιώσεων, υπάρχει κίνδυνος αποτυχίας της πρόσδεσης μέχρι και καταστροφής των συστημάτων πρόσδεσης.

2.1 Περιγραφή κρούσεων

Γενικά, δύο διαφορετικές προσεγγίσεις ακολουθούνται για την περιγραφή μιας κρούσης. Σύμφωνα με την πρώτη προσέγγιση, η χρονική διάρκεια επαφής δύο σωμάτων είναι πολύ μικρή και κατά τη διάρκεια της τα σώματα δεν αλλάζουν σημαντικά ως προς το μέγεθος τους και τις ιδιότητες των υλικών από τις οποίες αποτελούνται. Η ανάλυση της κρούσης χωρίζεται σε τρεις φάσεις, πριν, κατά της διάρκεια της και μετά

αλλά και σε δευτερεύουσες φάσεις όπως είναι το γλίστρημα των σωμάτων και η αντίστροφη κίνηση. Για να μπορέσουν να μελετηθούν οι φάσεις αυτές αλλά και η μεταφορά ενέργειας από το ένα σώμα στο άλλο (το οποίο είναι και το πιο ενδιαφέρον) αλλά και η διάχυση της στην περίπτωση ύπαρξης τριβής ή πλαστικής παραμόρφωσης χρησιμοποιούνται διάφοροι συντελεστές, όπως είναι ο συντελεστής επανάταξης και ο λόγος των ωθήσεων [3]. Οι μέθοδοι που βασίζονται πάνω σε αυτού του είδους την προσέγγιση ονομάζεται διακριτές μέθοδοι [4].

Η δεύτερη προσέγγιση σχετίζεται με την παραδοχή ότι κατά τη διάρκεια της κρούσης, η δύναμη της κρούσης δρα κατά συνεχή τρόπο. Για το λόγο αυτό οι δυνάμεις επαφής προστίθενται στις εξισώσεις κίνησης των σωμάτων για το χρονικό διάστημα κατά το οποίο ισχύουν. Εξαιτίας αυτού, οι μέθοδοι που βασίζονται πάνω σε αυτή τη προσέγγιση καλούνται συνεχείς (Continuum theory) ή με βάση την ανάπτυξη δύναμης (Force based methods) [4].

2.2 Παραδοχές μελέτης κρούσεων – Θεωρία κρούσεων Hertz

Για να μπορέσει να μελετηθεί μια κρούση χρησιμοποιώντας την προσέγγιση της συνεχούς ανάπτυξης δύναμης ή όπως την ονομάζει ο Stronge 'Θεωρία Κρούσεων Στερεών Σωμάτων' (Rigid Impact Theory), θα πρέπει να ληφθούν υπόψη κάποιες παραδοχές [5].

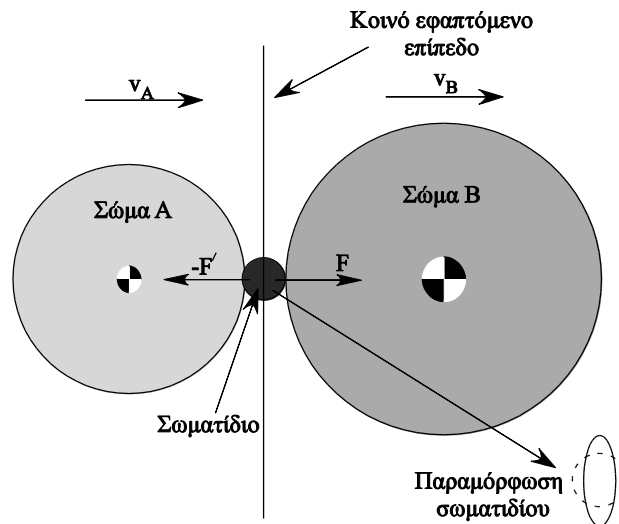
- Οι κρούσεις πραγματοποιούνται ανάμεσα σε στερεά σώματα, όπου η διάσταση της περιοχής της κρούσης είναι κατά πολύ μικρότερη των άλλων διαστάσεων των σωμάτων, με αποτέλεσμα η οποιαδήποτε πλαστική παραμόρφωση να μην είναι μεγάλη και έτσι τα χαρακτηριστικά των σωμάτων να μην μεταβάλλονται π.χ. η θέση του κέντρου βάρους τους.
- Οι εξωτερικές δυνάμεις κατά τη διάρκεια της κρούσης αμελούνται. Η βαρύτητα για παράδειγμα μπορεί να αμεληθεί καθώς η δύναμη της κρούσης είναι σαφώς μεγαλύτερη. Ειδικά στο διάστημα, όπου στην ουσία υπάρχει μικρο-βαρύτητα, η παραδοχή αυτή βρίσκει ακόμα καλύτερη εφαρμογή.
- Η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι μικρή με αποτέλεσμα τα σώματα να μην αλλάζουν διαμόρφωση αλλά αυτή να θεωρείται σταθερή κατά το συγκεκριμένο χρονικό διάστημα ("quasi-static"), [6].
- Η ταχύτητα διάδοσης της κρούσης είναι της τάξης των λίγων km/s. Εξαιτίας της υψηλής αυτής ταχύτητας όλα τα σώματα θα 'αισθανθούν' την ίδια στιγμή την κρούση με αποτέλεσμα οι εξισώσεις που περιγράφουν

τη δυναμική των σωμάτων να τη λαμβάνουν υπόψιν πρακτικά την ίδια χρονική στιγμή.

- Η ακαμψία της περιοχής της κρούσης είναι ή πολύ μικρότερη ή πολύ μεγαλύτερη της ακαμψίας κάθε συνδέσμου των σωμάτων ή κάθε σύνδεσης σωμάτων στην περίπτωση που μιλάμε για συστήματα πολλών σωμάτων (multibody systems).

2.3 Μοντελοποίηση κρούσεων

Σύμφωνα με τη συνεχή προσέγγιση των κρούσεων, ανάμεσα σε δύο σώματα τα οποία έρχονται σε επαφή υπάρχει ένα μικρό αβαρές σωματίδιο το οποίο παραμορφώνεται και αντιπροσωπεύει την παραμόρφωση ή/και την εισχώρηση του ενός σώματος στο άλλο.



Σχήμα 2.1 Κρούση με την παραδοχή ύπαρξης παραμορφώσιμου σωματιδίου.

Χάρη στη θεώρηση του μικρού παραμορφώσιμου σωματιδίου, μπορούν να συνδεθούν οι μεταβολές στις ταχύτητες των σωμάτων με την ανάπτυξη της ώθησης εξαιτίας της κρούσης και ως εκ τούτου με την αναπτυσσόμενη δύναμη.

Η ώθηση που αναπτύσσεται σε κάθε σώμα συνδέεται με τη δύναμη μέσω της σχέσης:

$$\begin{aligned} dP &= F dt \\ dP' &= F' dt \end{aligned} \quad (2-1)$$

Συνεπώς, η εξίσωση κίνησης για κάθε σώμα όσον αφορά τη μεταβολή της ώθησης θα δίνεται από

$$\begin{aligned} m_B dV_B &= dP \\ m_A dV_A &= dP' \end{aligned} \quad (2-2)$$

Όπου m_A, m_B είναι οι μάζες των σωμάτων A και B αντίστοιχα και V_A, V_B είναι οι ταχύτητες των δύο σωμάτων. Το σωματίδιο εκτός από παραμορφώσιμο έχει και αμελητέα μάζα με αποτέλεσμα η ίδια ώθηση να αναπτύσσεται ταυτόχρονα και στα δύο σώματα, δηλαδή:

$$dP = -dP' \quad (2-3)$$

Θεωρούμε την σχετική ταχύτητα των δύο σωμάτων κατά την επαφή τους ως εξής

$$v = V_B - V_A \quad (2-4)$$

Αφαιρώντας τις εξισώσεις (2-2) και κάνοντας χρήση και της (2-3) προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} v = V_B - V_A &\Rightarrow dv = dV_B - dV_A \Rightarrow \\ dv &= \frac{dp}{m_B} - \frac{dp'}{m_A} \Rightarrow dv = \left(\frac{1}{m_B} + \frac{1}{m_A} \right) \cdot dp \\ &\Rightarrow dv = \mu_i^{-1} dp \end{aligned} \quad (2-5)$$

όπου μ_i είναι η ενεργή μάζα των σωμάτων κατά την κρούση:

$$\mu_i = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} \quad (2-6)$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, παρατηρείται ότι γνωρίζοντας την ενεργή μάζα των σωμάτων και την αναπτυσσόμενη ώθηση, μπορεί να υπολογιστεί η σχετική ταχύτητα των σωμάτων, το οποίο είναι και αυτό που ενδιαφέρει κατά την κρούση.

Το ερώτημα το οποίο γεννάται όμως είναι πως μπορούμε να υπολογίζουμε την ώθηση και επομένως την δύναμη της κρούσης.

Κάνοντας χρήση των παραπάνω παραδοχών αλλά και της έννοιας του μικρού σωματιδίου που εμφανίζεται κατά την κρούση έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η συνέχεια, μπορούμε να εφαρμόσουμε τη θεωρία κρούσεων κατά Hertz για κρούσεις χαμηλής ταχύτητας.

Έτσι, για παράδειγμα, στην περίπτωση που μία σφαίρα ακτίνας R_1 και αρχικής ταχύτητας v_0 προσκρούσει σε μια ακίνητη σφαίρα ακτίνας R_2 θα αναπτυχθεί δύναμη η οποία μπορεί να περιγραφεί από συγκεντρωμένα στοιχεία.

Ο συντελεστής δυσκαμψίας της κρούσης k_i περιγράφεται με βάση την παρακάτω σχέση:

$$k_i = \sqrt{\frac{16 \cdot R^* \cdot E^*}{9}} \quad (2-7)$$

Το μέγεθος E^* ονομάζεται ισοδύναμο μέτρο ελαστικότητας της κρούσης και μπορεί να βρεθεί από τα αντίστοιχα μέτρα ελαστικότητας E_1 και E_2 καθώς επίσης και από τους αντίστοιχους λόγους Poisson ν_1 και ν_2 των δύο σφαιρών που συμμετέχουν στην κρούση ως εξής:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \quad (2-8)$$

Το μέγεθος R^* αποτελεί την ισοδύναμη ακτίνα της περιοχής κοντά στο σημείο της επαφής, και βρίσκεται ως εξής:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (2-9)$$

όπου R_1, R_2 είναι οι προαναφερθείσες διάμετροι των δύο σφαιρών.

Ο συντελεστής απόσβεσης της κρούσης b_i είναι πιο δύσκολο να βρεθεί, για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται ο συντελεστής κρίσιμης απόσβεσης $b_{i,cr}$ ο οποίος υπολογίζεται ως εξής:

$$b_{i,cr} = 2 \cdot \sqrt{\mu_i \cdot k_i} \quad (2-10)$$

Όσον αφορά τις κρούσεις στο διάστημα, μπορούμε να χρησιμοποιούμε ως τιμή του συντελεστή απόσβεσης το 1-10% της κρίσιμης απόσβεσης, καθώς εκεί δεν υφίστανται μεγάλες τιμές απόσβεσης.

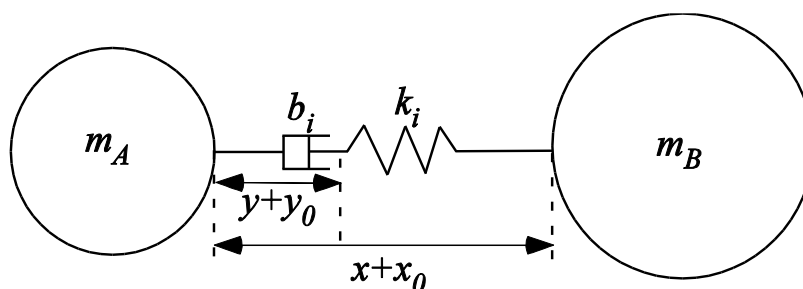
2.4 Μοντέλα κρούσης

Για να μπορούν να υπολογίζονται οι τελικές συνθήκες της κρούσης, θα πρέπει να είναι γνωστή η δύναμη της κρούσης. Σύμφωνα με τις παραπάνω παραδοχές, οι οποίες συναποτελούν και τη θεωρία Hertz, η κρούση μεταξύ δύο σωμάτων περιγράφεται ως η συσπίρωση και η αποσυσπίρωση ενός μη γραμμικού ελατηρίου το οποίο έχει συγκεκριμένο συντελεστή ευκαμψίας. Ο τρόπος αυτός της μοντελοποίησης επεκτάθηκε με την ανάπτυξη της βισκοελαστικής θεωρίας, με αποτέλεσμα να δημιουργηθούν διάφορα μοντέλα τα οποία συνδέουν τα χαρακτηριστικά των σωμάτων που υπόκεινται στην κρούση με τις μεταβλητές κατάστασης τους. Τα μοντέλα αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να δείξουν την παραμόρφωση των σωμάτων καθώς

και την εισχώρηση του ενός σώματος μέσα στο άλλο. Τα πιο διαδεδομένα μοντέλα είναι του Maxwell, του Kelvin-Voigt και του Hunt-Crossley.

2.4.1 Μοντέλο Maxwell

Το μοντέλο κατά Maxwell αποτελεί ένα από τα απλούστερα μοντέλα κρούσεων, το οποίο μοντελοποιεί τη συμπίεση και στα δύο σώματα. Αποτελείται όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.2 από ένα ελατήριο σε σειρά με έναν αποσβεστήρα. Η χρήση του αποσβεστήρα πραγματοποιείται στις περιπτώσεις εκείνες που είναι επιθυμητή η μοντελοποίηση μη ελαστικών κρούσεων.



Σχήμα 2.2 Μοντέλο κατά Maxwell.

Η σχετική μετατόπιση των σωμάτων x , ένα κομμάτι της οποίας οφείλεται και στην μετατόπιση που προσφέρει ο αποσβεστήρας y , δίνει την κάθετη δύναμη που ασκείται στα σώματα και αποτελεί τη δύναμη της κρούσης, F_i :

$$F_i = -k_i(x - y) = -b_i\dot{y} \quad (2-11)$$

Σύμφωνα με το μοντέλο κατά Maxwell, ο συντελεστής επανάταξης e^* όπως φαίνεται και από την παρακάτω σχέση

$$e^* = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (2-12)$$

εξαρτάται μόνο από τη τιμή του αποσβεστήρα και όχι από τη σχετική ταχύτητα των σωμάτων, [5]. Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό του μοντέλου αυτού είναι ότι η μετάβαση από την περιοχή της συσπείρωσης στην περιοχή της αποκατάστασης λαμβάνει χώρα τη χρονική στιγμή t_c όπου η ώθηση που έχει αναπτυχθεί μηδενίζει την αρχική σχετική ορμή των σωμάτων, δηλαδή ισχύει ότι:

$$P_c = P(t_c) = \mu_i \cdot v_0 \quad (2-13)$$

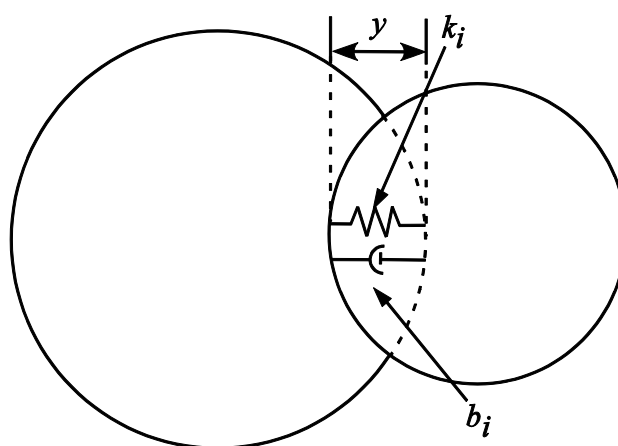
όπου P_c είναι η εν λόγω αναπτυσσόμενη ώθηση.

2.4.2 Μοντέλο Kelvin – Voigt (KV)

Σύμφωνα με το μοντέλο KV, το οποίο απεικονίζεται στο Σχήμα 2.3 το ελατήριο με συντελεστή ευκαμψίας k_i βρίσκεται σε παραλληλία με τον αποσβεστήρα, με συντελεστή απόσβεσης b_i . Όπως και πριν, η χρήση του αποσβεστήρα γίνεται προκειμένου να μοντελοποιηθούν οι ενεργειακές απώλειες που λαμβάνουν χώρα σε όλη τη διάρκεια της κρούσης.

Η δύναμη επαφής F_i , η οποία ασκείται μεταξύ των σωμάτων δίνεται ως συνάρτηση της διείδυσης/παραμόρφωσης ως εξής:

$$F_i = k_i \cdot y + b_i \dot{y} \quad (2-14)$$



Σχήμα 2.3 Μοντέλο KV – HC.

Όπως φαίνεται από τη σχέση (2-14), το μοντέλο KV είναι γραμμικό. Παρόλα αυτά καταφέρνει χάρη στη χρήση του συντελεστή απόσβεσης b_i να περιγράψει τις ενεργειακές απώλειες κατά τη διάρκεια μιας κρούσης. Το πρόβλημα όμως το οποίο γεννάται με το συγκεκριμένο μοντέλο είναι ότι προβλέπει δύναμη ακόμα και όταν $y = 0$ (τα σώματα μόλις χάνουν επαφή) εξαιτίας του όρου της απόσβεσης, αφού $\dot{y} \neq 0$.

2.4.3 Μοντέλο Hunt – Crossley (HC)

Το μοντέλο HC αποτελεί εξέλιξη του μοντέλου KV καθώς λύνει το πρόβλημα το οποίο αναφέραμε παραπάνω. Το μοντέλο αυτό αποτελείται από μη γραμμικά συγκεντρωμένα στοιχεία σε σύνδεση όμοια με αυτά του Σχήμα 2.3. Η δύναμη επαφής δίνεται από την παρακάτω σχέση:

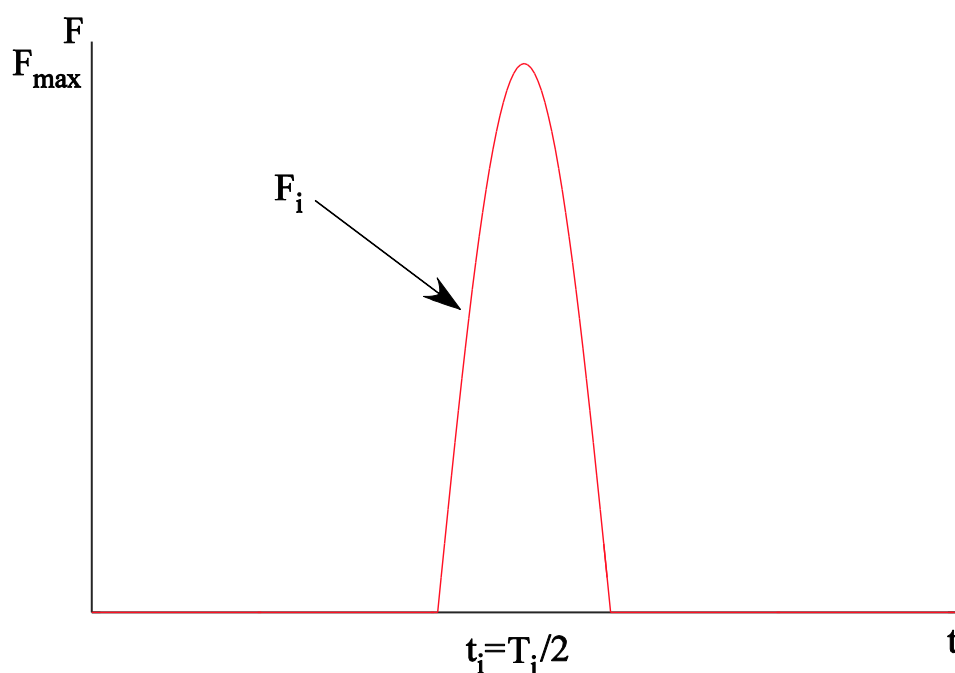
$$F_i = k_i \cdot y^n + b_i \cdot \dot{y} \cdot y^n \quad (2-15)$$

όπου $n = 1.5$ ο εκθέτης Hertz, [5]. Σε αντίθεση με το μοντέλο KV, η κρούση αρχίζει και τελειώνει τη στιγμή όπου $y = 0$, δηλαδή όταν τα σώματα έρχονται σ' επαφή και μόλις αποχωρίζονται. Ακόμη, το συγκεκριμένο μοντέλο προβλέπει, λόγω της μη

γραμμικότητας του, την ανάπτυξη μέγιστης δύναμης επαφής λίγο πριν το τέλος της φάσης συμπίεσης.

2.5 Κρούσεις ως ημιτονοειδής κίνηση

Μία κρούση αποτελείται από δύο φάσεις, [5]. Η πρώτη φάση αποτελεί τη φάση της συσπίερωσης (compression) όπου η δύναμη λόγω της επαφής αυξάνεται, τα σώματα έρχονται ολοένα και πιο κοντά ενώ η απόλυτη τιμή της σχετικής ταχύτητας, μειώνεται, και τη δεύτερη φάση, τη φάση της αποκατάστασης (restitution), όπου η δύναμη επαφής μειώνεται, τα σώματα τείνουν να αποχωριστούν και η απόλυτη τιμή της σχετικής ταχύτητας μεγαλώνει¹. Οι φάσεις αυτές μπορούν να μοντελοποιηθούν ως το ήμισυ μιας ταλάντωσης - όσο πιο μικρή είναι η χρονική διάρκεια της κρούσης τόσο πιο καλή η μοντελοποίηση.



Σχήμα 2.4 Προσέγγιση της κρούσης ως ταλάντωσης.

Η κρούση διαρκεί κατά το ήμισυ μιας ταλάντωσης, δηλαδή ισχύει για το χρονικό διάστημα:

$$0 \leq t \leq t_i \text{ όπου } t_i = \frac{T_i}{2} \quad (2-16)$$

¹ Όλα τα παραπάνω ισχύουν σε αναλογία με το εκάστοτε κατά χρήση μοντέλο κρούσης.

Όπως είναι φυσικό, η διάρκεια αυτή εξαρτάται από τις μάζες των σωμάτων και από τη φύση τους. Η σχέση που δίνει αυτή την αλληλεξάρτηση είναι:

$$t_i = \frac{T_i}{2} = \frac{2\pi}{2\omega_i} = \pi \sqrt{\frac{m_i}{k_i}} \quad (2-17)$$

όπου m_i είναι η ενεργή μάζα των σωμάτων που έρχονται σε επαφή και k_i η σταθερά του εικονικού ελατηρίου της κρούσης. Η παραπάνω σχέση επαληθεύεται για κρούση με σώμα το οποίο ενώνεται μέσω ελατηρίου με τοίχο ή πρακτικά με σώμα που έχει μάζα πολύ μεγαλύτερη από τη μάζα του σώματος που θα υποστεί την κρούση.

Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση, όσο πιο σκληρά και μικρά σε μέγεθος είναι τα σώματα που έρχονται σε επαφή τόσο μικρότερο θα είναι το χρονικό διάστημα επαφής. Για να μπορέσει να βρεθεί η σχέση που περιγράφει την κυματομορφή της δύναμης, θεωρείται ότι η ώθηση που αναπτύσσεται μέχρι το τέλος της συσπείρωσης δίνεται από τη σχέση:

$$p_c = m_i v_i^- \quad (2-18)$$

όπου v_i είναι η σχετική ταχύτητα των σωμάτων. Ακόμη, η ώθηση συναρτήσει της αναπτυσσόμενης δύναμης μπορεί να περιγραφεί και ως εξής:

$$p_c = \int_0^{T_i/4} F_{\max} \sin(\omega_i t) dt = \int_0^{\pi/2\omega_i} F_{\max} \sin(\omega_i t) dt = \frac{F_{\max}}{\omega_i} \quad (2-19)$$

Έτσι λοιπόν κάνοντας χρήση των (2-18) και (2-19) προκύπτει ότι η μέγιστη αναπτυσσόμενη δύναμη σε μια κρούση είναι:

$$F_{\max} = v_i \sqrt{k_i \cdot m_i} \quad (2-20)$$

Άρα, η κυματομορφή της κρούσης δίνεται από τη σχέση

$$F = F_{\max} \sin(\omega_i \cdot t) = v_i \sqrt{k_i \cdot m_i} \sin(\omega_i \cdot t) \quad (2-21)$$

2.6 Απόκριση συστήματος σωμάτων σε κρούση

Σε διάφορες περιπτώσεις, όπως αυτές που συμβαίνουν και στο διάστημα, τα σώματα μπορεί να ενώνονται μεταξύ τους μέσω αποσβεστήρων και ελατηρίων. Ακόμη, σε περιπτώσεις που επιθυμούμε να μοντελοποιήσουμε την απόκριση σε κρούση διαφόρων σωμάτων π.χ. δοκών, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε συγκεντρωμένα στοιχεία. Τέλος, σε διάφορα είδη ελέγχου όπως είναι ο έλεγχος εμπέδησης (impedance

control) ο κινητήρας πρέπει να προσφέρει μια δύναμη που να είναι ανάλογη ενός ζεύγους δυνάμεων ελατηρίου-αποσβεστήρα. Από τα παραπάνω, γίνεται σαφές ότι οι κρούσεις συνδέονται άμεσα με τις ταλαντώσεις και για το λόγο αυτό μελετώνται μαζί.

2.6.1 Μαθηματικό – Φυσικό υπόβαθρο

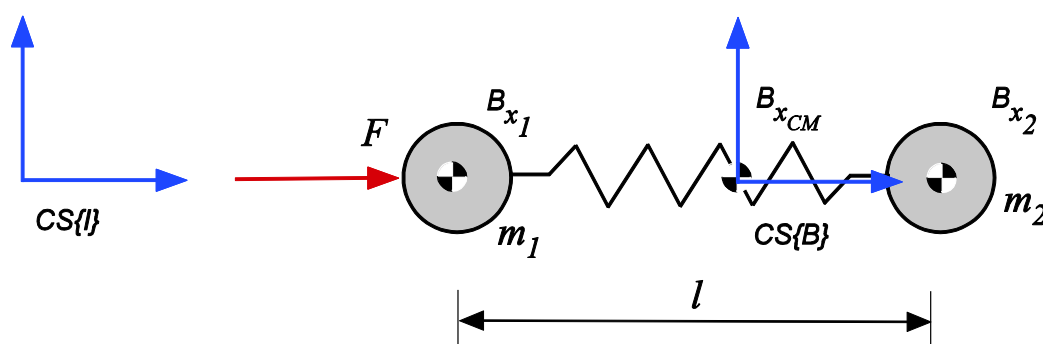
Για τη μελέτη της απόκρισης ενός συστήματος δύο μαζών υπό την επίδραση δύναμης κρούσης, θα χρησιμοποιηθεί το σύστημα που απεικονίζεται στο Σχήμα 2.5 και αποτελεί έναν απλό ταλαντωτή δύο σωμάτων. Θεωρείται το χωρόδετο σύστημα (Inertial Coordinate System) $CS\{I\}$ το οποίο απέχει κατά μια απόσταση l_{CS} από τη μάζα m_1 . Αντίστοιχα θεωρείται το σωματόδετο σύστημα (Body Coordinate System) $CS\{B\}$, το οποίο βρίσκεται στο κέντρο μάζας του συστήματος.

Το κέντρο μάζας του συστήματος δίνεται κάθε χρονική στιγμή από τη σχέση:

$${}^I x_{cm} = \frac{m_1 \cdot {}^I x_1 + m_2 \cdot {}^I x_2}{m_1 + m_2} \quad (2-22)$$

όπου όλες οι μεταβλητές κατάστασης είναι προσδιορισμένες ως προς το $CS\{I\}$. Αντίστοιχα, το κέντρο μάζας του συστήματος ως προς το $CS\{B\}$ θα είναι:

$${}^B x_{cm} = \frac{m_1 \cdot {}^B x_1 + m_2 \cdot {}^B x_2}{m_1 + m_2} \quad (2-23)$$



Σχήμα 2.5 Ταλαντωτής δύο σωμάτων.

Προτού εφαρμοστεί η δύναμη κρούσης το σύστημα βρίσκεται σε ηρεμία με αποτέλεσμα το ελατήριο να είναι στο φυσικό του μήκος όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.5. Το ελεύθερο μήκος του ελατηρίου βρίσκεται από τη σχέση:

$$l_0 = {}^I x_{2_0} - {}^I x_{1_0} = {}^B x_{2_0} - {}^B x_{1_0} \quad (2-24)$$

Μόλις εφαρμοστεί μια δύναμη, όπως περιγράφεται από τη σχέση (2-21) για χρονικό διάστημα ίσο με αυτό της (2-16), το σύστημα ξεκινά να ταλαντώνεται. Η παραμόρφωση του ελατηρίου υπολογίζεται ως εξής:

$$u = l_0 - l \quad (2-25)$$

όπου l είναι η απόσταση των κέντρων μάζας των δύο σωμάτων. Η απόσταση αυτή δίνεται από τη σχέση:

$$l = {}^I x_2 - {}^I x_1 = {}^B x_2 - {}^B x_1 \quad (2-26)$$

Εάν $u > 0$ το ελατήριο συσπειρώνεται, ενώ στη περίπτωση που $u < 0$ το ελατήριο επιμηκύνεται. Το μέγεθος της παραμόρφωσης επηρεάζεται από τη μάζα των σωμάτων. Πολλές φορές είναι αναγκαίο να γνωρίζουμε το μέρος της παραμόρφωσης το οποίο οφείλεται σε κάθε μάζα. Από τη στιγμή που έχουμε θέσει το CS{B} στο κέντρο μάζας του συστήματος θα είναι συνεχώς

$${}^B x_{cm} = 0 \quad (2-27)$$

Άρα, η (2-23) μέσω της (2-27) δίνει ότι

$$m_1 \cdot {}^B x_1 + m_2 \cdot {}^B x_2 = 0 \Rightarrow {}^B x_1 = -\frac{m_2}{m_1} \cdot {}^B x_2 \quad (2-28)$$

Μέσω των σχέσεων (2-26) και (2-28) βρίσκεται η θέση του κάθε σώματος σε σχέση με την απόσταση των κέντρων μάζας των δύο σωμάτων.

$$\begin{aligned} {}^B x_1 &= -\frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot l \\ {}^B x_2 &= \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot l \end{aligned} \quad (2-29)$$

Οι παραπάνω σχέσεις δείχνουν ότι η κίνηση του κάθε σώματος επηρεάζεται από το πόσο μεγάλη ή μικρή είναι η μάζα του άλλου σώματος, κάτι το οποίο συνάδει και με την καθημερινή παρατήρηση.

Για να βρεθεί η συνεισφορά στο συνολικό πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος, θα θεωρήσουμε το σύστημα σε μια τυχαία χρονική στιγμή t και έτσι προκύπτει ότι το πλάτος της ταλάντωσης κάθε σώματος είναι:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= {}^B x_{1_0} - {}^B x_1 = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot (l_0 - l) = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot u \\ \alpha_2 &= {}^B x_{2_0} - {}^B x_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot (l_0 - l) = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot u \end{aligned} \quad (2-30)$$

Όσον αφορά την επίδραση της δύναμης κρούσης στον παραπάνω ταλαντωτή δύο σωμάτων του Σχήμα 2.5, και για να μπορέσει να μελετηθεί πλήρως ένα τέτοιο πρόβλημα πρέπει να μελετηθεί η ενέργεια του κάθε σώματος και όλου του συστήματος μετά την κρούση, [7].

Μόλις ασκηθεί η δύναμη κρούσης F_i , το σύστημα θα ξεκινήσει να ταλαντώνεται. Η εξίσωση ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση:

$$u(t) = u_{\max} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi) \quad (2-31)$$

όπου u_{\max} είναι το πλάτος ταλάντωσης, ω_0 είναι η φυσική συχνότητα του συστήματος και φ η αρχική φάση.

Το παραπάνω σύστημα μπορεί να αντικατασταθεί από μια μάζα η οποία θα είναι ίση με μ και ονομάζεται ενεργή μάζα. Η συχνότητα ταλάντωσης θα είναι ίδια και για τα δύο συστήματα. Συνεπώς,

$$\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \quad (2-32)$$

και η φυσική συχνότητα του συστήματος είναι

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{\mu}} \quad (2-33)$$

όπου k είναι η σταθερά του ελατηρίου ανάμεσα στα σώματα.

Εξαιτίας της δύναμης F_i , θα αναπτυχθεί ώθηση P στον ταλαντωτή δύο σωμάτων του Σχήμα 2.5 η οποία θα επηρεάσει την κινητική κατάσταση όλου του συστήματος. Θεωρώντας ότι αρχικά το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία προκύπτει ότι η ταχύτητα του σώματος m_1 στο σωματόδετο ΣΣ είναι, [7]:

$$v_1 = \frac{P}{m_1} \quad (2-34)$$

και αντίστοιχα του κέντρου μάζας του συστήματος:

$$v = \frac{P}{m_1 + m_2} \quad (2-35)$$

Η κινητική ενέργεια του κέντρου μάζας του συστήματος μετά την κρούση δεν θα είναι πλέον ίση με το μηδέν μιας και προστέθηκε ενέργεια στο σύστημα του ταλαντωτή. Για την ακρίβεια η κινητική ενέργεια του κέντρου μάζας του συστήματος θα είναι:

$$E_k = \frac{P^2}{2 \cdot (m_1 + m_2)} \quad (2-36)$$

Η διαφορά της κινητικής ενέργειας του σώματος m_1 , E_{k1} , και του κέντρου μάζας του συστήματος είναι αυτή η οποία δημιουργεί την ταλάντωση. Στα σημεία όπου η παραμόρφωση είναι μέγιστη, η δυναμική ενέργεια, E_U , θα ισούται με αυτή τη διαφορά και επομένως το πλάτος ταλάντωσης θα είναι:

$$E_U = E_{k1} - E_k \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot u_{\max}^2 = \frac{P^2}{2} \left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_1 + m_2} \right) \Rightarrow u_{\max} = \frac{P}{m_1} \sqrt{\frac{k}{\mu}} \quad (2-37)$$

Σε περίπτωση που υπάρχει και αποσβεστήρας ανάμεσα στα σώματα έτσι ώστε να αποσβένονται οι ταλαντώσεις κάποια χρονική στιγμή, οι παραπάνω σχέσεις αλλάζουν. Σε ένα σύστημα με υπό-απόσβεση, το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης κατά τον χρόνο t_i κατά τον οποίο έχουμε την μέγιστη κορυφή "i" θα είναι:

$$u_{\max(i)} = u_{\max} \sqrt{1 - \zeta^2} \cdot e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot t_i} \quad (2-38)$$

όπου ζ είναι η σταθερά απόσβεσης και ορίζεται ως

$$\zeta = \frac{b}{b_{cr}} \quad (2-39)$$

όπου b είναι ο συντελεστής απόσβεσης και b_{cr} είναι ο κρίσιμος συντελεστής απόσβεσης ο οποίος υπολογίζεται ως εξής:

$$b_{cr} = 2\sqrt{k/\mu} \quad (2-40)$$

Ένα επιπλέον χρήσιμο μέγεθος κατά την μελέτη των ταλαντώσεων με απόσβεση είναι ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών κορυφών στην κυματομορφή της ταλάντωσης. Ο χρόνος αυτός είναι:

$$\tau_d = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_d} \quad (2-41)$$

όπου ω_d είναι η συχνότητα απόσβεσης:

$$\omega_d = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2-42)$$

Συνεπώς ο χρόνος t_i που αναφέρθηκε στην (2-38) μπορεί να συνδεθεί με τον χρόνο μεταξύ δύο διαδοχικών κορυφών της κυματομορφής ταλάντωσης τ_d ως εξής:

$$t_i = \frac{\tau_d}{4} \quad (2-43)$$

μα και ενδιαφέρον είναι το χρονικό διάστημα που πραγματοποιείται η πρώτη κορυφή 'i'.

Κάνοντας χρήση όλων των παραπάνω προκύπτει ότι η σχέση (2-38) γίνεται:

$$u_{\max(i)} = \frac{P}{m_1 \cdot \omega_0} \sqrt{1-\zeta^2} \cdot e^{\frac{-\zeta \cdot \pi}{2 \cdot \sqrt{1-\zeta^2}}} = \frac{P}{m_1 \cdot \omega_0} \cdot D \quad (2-44)$$

όπου

$$D = \sqrt{1-\zeta^2} \cdot e^{\frac{-\zeta \cdot \pi}{2 \cdot \sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (2-45)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις παρατηρούμε ότι όσο μεγαλώνει ο συντελεστής απόσβεσης τόσο μειώνεται το πλάτος ταλάντωσης, το οποίο είναι και το αναμενόμενο.

3 Μοντελοποίηση της Πρόσδεσης

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα διάφορα μοντέλα τα οποία αναπτύχθηκαν με στόχο να μοντελοποιηθεί η φάση της πρόσδεσης ρομποτικού συστήματος με κάποιο δορυφόρο. Παρουσιάζεται το σύστημα πρόσδεσης το οποίο επιλέχθηκε, η μοντελοποίηση η οποία ακολουθήθηκε ενώ γίνεται και υλοποίηση ενός φίλτρου εμπέδησης με στόχο το σχεδιασμό κατάλληλου ελεγκτή. Τέλος, παρουσιάζεται μεθοδολογία κατάλληλης επιλογής των κερδών του ελεγκτή έτσι ώστε η πρόσδεση να είναι κάθε φορά επιτυχής.

3.1 Περιγραφή αρχικού μοντέλου

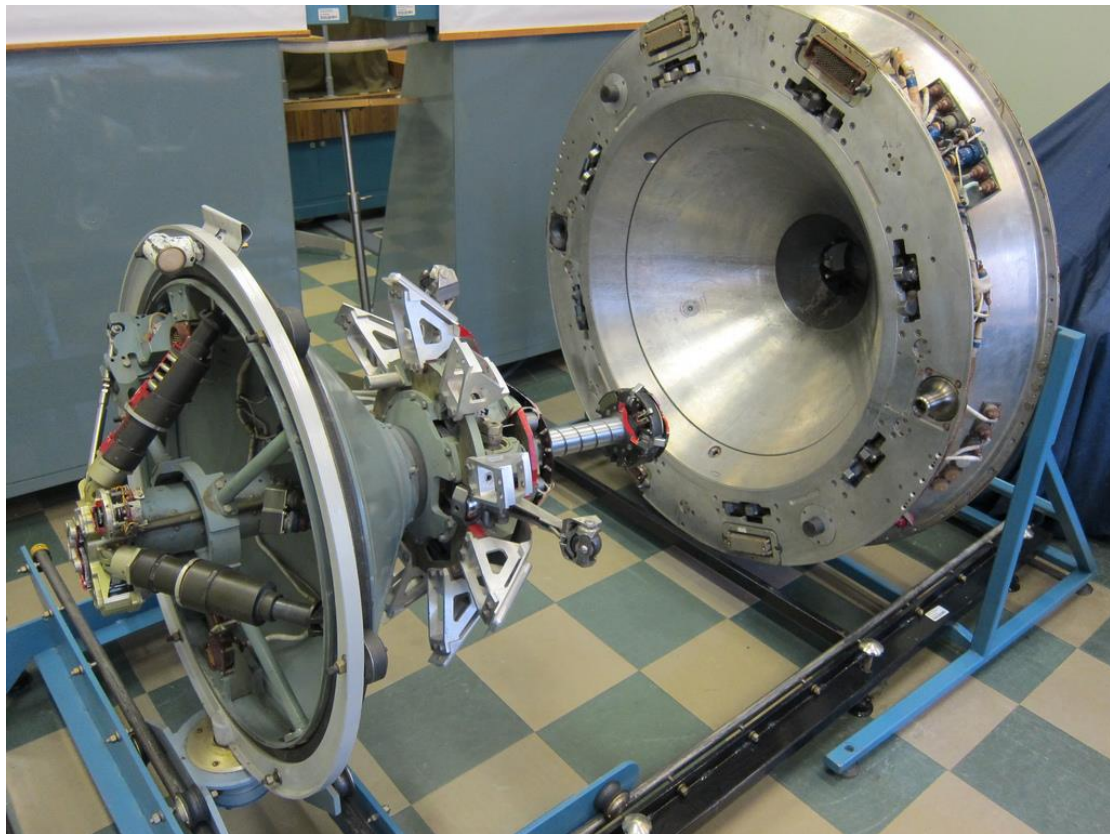
Συνήθως τα μοντέλα τα οποία αναπτύσσονται έτσι ώστε να μπορέσει να περιγραφεί η φάση της πρόσδεσης είναι μονοδιάστατα μιας και στόχος τους είναι να διαπιστωθεί το μέγεθος της δύναμης που θα αναπτυχθεί, [5]. Τα δισδιάστατα μοντέλα από την άλλη μπορούν χρησιμοποιηθούν για την άντληση πληθώρας πληροφοριών όπως είναι η

απόκριση ενός πραγματικού συστήματος, η συσπείρωση και η σωστή λειτουργία των συστημάτων πρόσδεσης καθώς επίσης και ο έλεγχος της επίτευξης ή της πιθανής αποτυχίας της σύλληψης. Τα παραπάνω με τη χρήση ενός απλού διδιάστατου μοντέλου μπορούν να ελέγχονται ταυτόχρονα χωρίς να υπάρχει η ανάγκη ξεχωριστών μοντέλων και συστημάτων για κάθε είδος πληροφορίας όπως γίνεται όταν χρησιμοποιείται ένα μονοδιάστατο μοντέλο.

3.1.1 Επιλογή συστήματος πρόσδεσης

Όπως έγινε φανερό και την Εισαγωγή, υπάρχει πληθώρα συστημάτων πρόσδεσης καθώς, κάθε ένα προσφέρει πλεονεκτήματα αναλόγως με την εφαρμογή

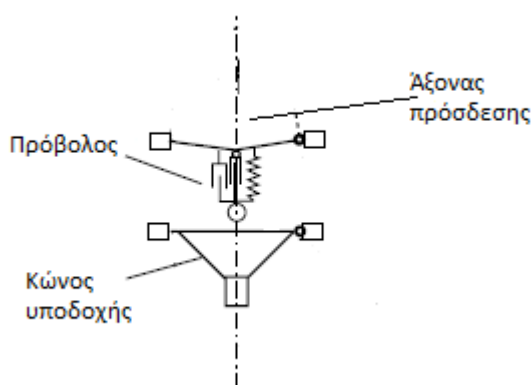
Ως σύστημα πρόσδεσης επιλέχθηκε μια παραλλαγή του συστήματος προβόλου-κώνου υποδοχής (probe-drogue) το οποίο χρησιμοποιήθηκε στις αποστολές Apollo και το οποίο απεικονίζεται στο Σχήμα 3.1.



Σχήμα 3.1 Σύστημα πρόσδεσης Apollo.

Επιλέχθηκε το συγκεκριμένο σύστημα πρόσδεσης λόγω της απλότητας των συστημάτων απόσβεσης. Τα συστήματα απόσβεσης, βρίσκονται πολύ κοντά στον άξονα πρόσδεσης με αποτέλεσμα η πρώτη επαφή του ρομποτικού συστήματος με το διαστημικό σύστημα υπό επισκευή να λαμβάνει χώρα πολύ κοντά στον άξονα αυτόν

και έτσι η μοντελοποίηση με ένα διδιάστατο μοντέλο να θεωρείται επαρκής. Ο προαναφερθείς άξονας φαίνεται στο Σχήμα 3.2.

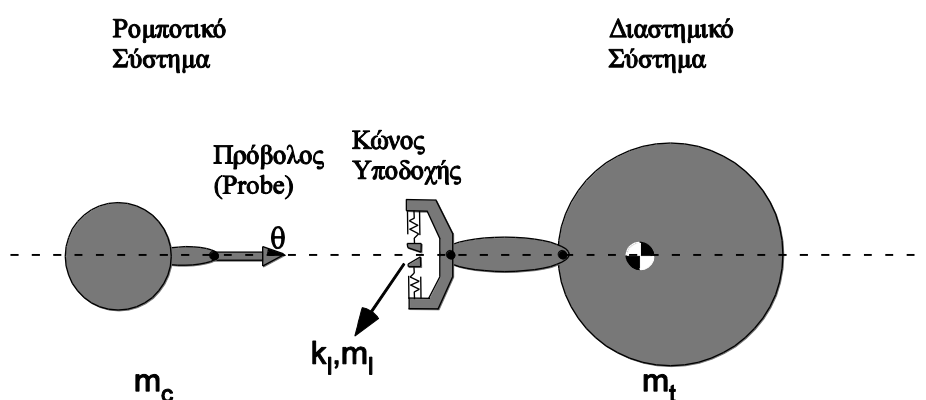


Σχήμα 3.2 Άξονας πρόσδεσης στο σύστημα προβόλου - κώνου υποδοχής.

Συνήθως, στο παραπάνω σύστημα, ο πρόβολος (αρσενικό - probe) είναι αυτό το οποίο φέρει τα ελατήρια τα οποία κατά την επαφή θα συσπειρωθούν έτσι ώστε να εισχωρήσει στο εσωτερικό του κώνου υποδοχής και στη συνέχεια να από-συσπειρωθούν με στόχο την ασφάλιση του προβόλου στο εσωτερικό του υποδοχέα (θηλυκό - drogue).

Ακολουθώντας την παραπάνω λογική και κάνοντας την παρακάτω διαφοροποίηση για λόγους καθαρά καλύτερης και ευκολότερης απεικόνισης της πρόσδεσης και χωρίς βλάβη της γενικότητας, θεωρούμε ότι τα ελατήρια τα φέρει το θηλυκό κομμάτι του συστήματος πρόσδεσης, αυτό δηλαδή το οποίο ανήκει στο διαστημικό όχημα/δορυφόρο. Ακόμη, μια τέτοια διαφοροποίηση είναι προτιμητέα στην περίπτωση που θα λάβει χώρα κάποιο πείραμα μια και δεν είναι προς το συμφέρον μας να υπάρχουν ελατήρια σε σώματα με αρχική ταχύτητα καθώς έτσι υπάρχει κίνδυνος αρχικής ταλάντωσης των ελατηρίων και δυσκολία επίτευξης της πρόσδεσης.

Έτσι λοιπόν το υπό μελέτη σύστημα είναι το εξής:



Σχήμα 3.3 Αρχικό Μοντέλο Πρόσδεσης.

όπου δηλώνουμε με m_c : η μάζα του ρομποτικού συστήματος

m_i : η μάζα του διαστημικού συστήματος

m_l : η μάζα του συστήματος πρόσδεσης

k_l : η σταθερά των ελατηρίων του συστήματος πρόσδεσης

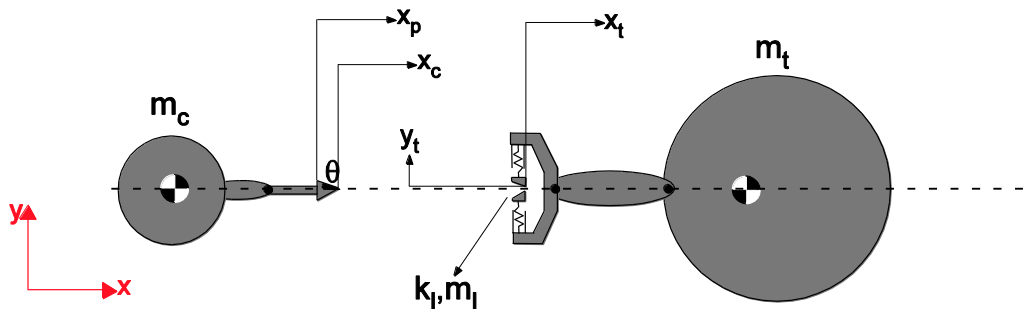
θ : η γωνία που σχηματίζει η κωνική επιφάνεια του προβόλου με τον άξονα πρόσδεσης

Το σύστημα το οποίο θα περιγράψουμε καλείται υβριδικό μιας και υπάρχουν χρονικές στιγμές οι οποίες περιγράφονται από διαφορετικές δυναμικές εξισώσεις. Οι σχέσεις αυτές μπορεί να είναι συνεχείς ή διακριτές. Τα διαφορετικά σύνολα εξισώσεων δεν 'συνυπάρχουν' μεταξύ τους, αλλά μεταβαίνουμε από το ένα σύνολο δυναμικών εξισώσεων στο άλλο εξαιτίας συνθηκών ενεργοποίησης [9]. Συνθήκες ενεργοποίησης καλούνται οι συνθήκες οι οποίες όταν γίνουν αληθείς ή ψευδείς, αναλόγως την διατύπωση τους, επιτρέπουν τη μετάβαση από το ένα πακέτο δυναμικών εξισώσεων στο άλλο που περιγράφει το σύστημα υπό μελέτη.

Έτσι λοιπόν μπορούμε να διακρίνουμε τρεις διαφορετικές φάσεις, πριν την επαφή των συστημάτων πρόσδεσης, την επαφή/ κρούση των συστημάτων πρόσδεσης και τον αποχωρισμό τους.

1^η Φάση: Πριν την κρούση του ρομποτικού συστήματος με το διαστημικό σύστημα.

Χωρίς βλάβη της γενικότητας θεωρούμε ότι το ρομποτικό σύστημα το οποίο και θα ονομάζουμε Κυνηγό (chaser) έχει αρχική ταχύτητα $\dot{x}_{c,0}$ και βρίσκεται αρχικά στη θέση $x_{c,0}$ ενώ το διαστημικό σύστημα το οποίο και αποτελεί το Στόχο (target) της σύλληψης βρίσκεται ακίνητο στη θέση $x_{t,0}$. Όλες οι μεταβλητές κατάστασης αλλά και λοιπές παράμετροι απεικονίζονται στο Σχήμα 3.4. Είναι χρήσιμο να υπάρχει διαφορετική μεταβλητή για τη θέση της κορυφής του προβόλου αλλά και για το πίσω μέρος του καθώς έτσι ελέγχεται εύκολα πότε γίνεται η πρώτη επαφή με το διαστημικό σύστημα αλλά και αν πραγματοποιείται ή όχι η πρόσδεση.



Σχήμα 3.4 Απεικόνιση μεταβλητών κατάστασης και λοιπών μεταβλητών.

Συνεπώς, οι εξισώσεις που διέπουν την πρώτη φάση της πρόσδεσης είναι οι εξής:

$$\begin{aligned}x_c &= x_{c,0} + \dot{x}_{c,0} \cdot t \\x_t &= x_{t,0}\end{aligned}\tag{3-1}$$

Όταν η συνθήκη επαφής των σωμάτων ικανοποιηθεί τότε έχουμε μετάβαση από τη μία φάση του υβριδικού συστήματος σε μια άλλη. Η συνθήκη αυτή η οποία και αποτελεί τη συνθήκη ενεργοποίησης εκφράζεται ως:

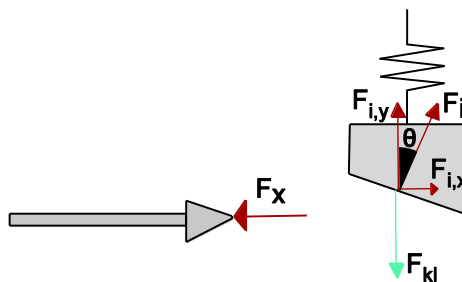
$$\begin{aligned}x_c &\geq x_t \\x_p &\leq x_t\end{aligned}\tag{3-2}$$

2^η Φάση: Τα δύο συστήματα βρίσκονται σ' επαφή – Κρούση

Για το χρονικό διάστημα κατά το οποίο η παραπάνω συνθήκη επαφής ικανοποιείται, οι εξισώσεις της δεύτερης φάσης είναι αυτές οι οποίες διέπουν το σύστημα. Πλέον από τη στιγμή που τα δύο σώματα βρίσκονται σ' επαφή, αναπτύσσεται η δύναμη λόγω της κρούσης και ως εκ τούτου συσπειρώνεται το ελατήριο του συστήματος πρόσδεσης με αποτέλεσμα να εμφανιστεί η αντίδραση της δύναμης του ελατηρίου. Η δύναμη της τριβής ανάμεσα στις επιφάνειες αμελείται. Οι προαναφερθείσες εξισώσεις είναι:

$$\begin{cases} F_{i,x} = -m_c \ddot{x}_c \\ F_{i,x} = m_t \ddot{x}_t \\ F_{i,y} - F_{k_l} = m_l \ddot{y}_l \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{i,x} = -m_c \ddot{x}_c \\ F_{i,x} = m_t \ddot{x}_t \\ F_{i,y} - k_l y_l = m_l \ddot{y}_l \end{cases}\tag{3-3}$$

Στο Σχήμα 3.5 φαίνονται οι παραπάνω δυνάμεις².



Σχήμα 3.5 Αναπτυσσόμενες δυνάμεις.

Όπως φαίνεται μέσα από το Σχήμα 3.5 στο ρομποτικό σύστημα δεν εμφανίζεται δύναμη στον κάθετο άξονα ως προς την κίνηση του. Ο λόγος που συμβαίνει κάτι τέτοιο

² Λόγω συμμετρίας μελετάται μόνο η απόκριση ενός ελατηρίου, το οποίο έχει συνολική σταθερά ίση με τη σταθερά και των δύο ελατηρίων ενώ η μάζα m_l αντιπροσωπεύει και τις δύο μάζες που βρίσκονται στο σύστημα πρόσδεσης του Στόχου.

είναι ότι εξαιτίας της συμμετρίας που υπάρχει στον κώνο υποδοχής, όπως φαίνεται και από το Σχήμα 3.4, θα αναπτυχθεί δύναμη F_y και από τις δύο μάζες οι οποίες όταν ασκούνται στο ρομποτικό σύστημα όντας αντίρροπες, αλληλοαναιρούνται.

Κάνοντας τη θεώρηση ότι η δύναμη κρούσης αναπτύσσεται κάθετα στην επιφάνεια, τότε η γωνία που σχηματίζει με τον y - άξονα είναι ίση με την γωνία θ . Επομένως ισχύει,

$$F_{i,x} = F_{i,y} \tan \theta \quad (3-4)$$

Οι σχέσεις (3-3) χρησιμοποιώντας την (3-4) γίνονται:

$$\begin{cases} F_{i,y} \tan \theta = -m_c \ddot{x}_c \\ F_{i,y} \tan \theta = m_t \ddot{x}_t \\ F_{i,y} - k_l y_l = m_l \ddot{y}_l \end{cases} \quad (3-5)$$

Ακόμη, θεωρούμε ότι το σώμα m_c εισχωρεί στον κώνο υποδοχής ανάλογη απόσταση με τη συσπείρωση του ελατηρίου. Δηλαδή,

$$y_l = (x_c - x_t) \tan \theta \quad (3-6)$$

Αντικαθιστώντας την (3-6) στην τελευταία σχέση της (3-5) προκύπτει:

$$F_{i,y} = m_l (\ddot{x}_c - \ddot{x}_t) \tan \theta + k_l (x_c - x_t) \tan \theta \quad (3-7)$$

Αντίστοιχα, από τις δύο πρώτες σχέσεις της (3-5) μπορούμε να συσχετίσουμε την επιτάχυνση του m_c με αυτή του m_t δηλαδή,

$$\ddot{x}_t = -\frac{m_c}{m_t} \ddot{x}_c \quad (3-8)$$

Έτσι λοιπόν χρησιμοποιώντας τις (3-5) - (3-8) βρίσκουμε ότι η επιτάχυνση του κάθε σώματος για όσο τα σώματα βρίσκονται σ' επαφή δηλαδή για όσο ισχύει $x_c \geq x_t$ και $x_p \leq x_t$ είναι:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_t &= A(x_c - x_t) \\ \ddot{x}_c &= -B(x_c - x_t) \end{aligned} \quad (3-9)$$

Οι σταθερές A, B βρίσκονται στο Παράρτημα Α.

Μόλις η συνθήκη επαφής (3-2) πάψει να ισχύει τότε και οι δυναμικές εξισώσεις της δεύτερης φάσης παύουν να ισχύουν και μεταβαίνουμε στην τρίτη φάση.

3η Φάση: Αποχωρισμός σωμάτων

Η κορυφή του προβόλου του σώματος m_c και ο κώνος υποδοχής m_t δεν βρίσκονται σ' επαφή με αποτέλεσμα η δύναμη κρούσης να μην εμφανίζεται πλέον στις εξισώσεις. Η μόνη δύναμη που συνεχίζει να υπάρχει είναι η δύναμη του ελατηρίου k_l . Στην συγκεκριμένη φάση μπορούν να διακριθούν δύο περιπτώσεις στις οποίες όμως ισχύουν οι ίδιες εξισώσεις. Η πρώτη είναι όταν τα σώματα λόγω κακής μελέτης δεν έχουν προσδεθεί με αποτέλεσμα να αποχωριστούν και η δεύτερη αφορά την περίπτωση που η πρόσδεση έχει λάβει χώρα και ο πρόβολος είτε συνεχίζει να κινείται στο εσωτερικό του κώνου υποδοχής για μια μικρή απόσταση είτε η σχετική ταχύτητα των δύο σωμάτων μηδενίζεται μόλις έχει πραγματοποιηθεί η πρόσδεση.

3.1.2 Εύρεση αρχικής ταχύτητας $\dot{x}_{c,0}$

Για να μπορέσουν τα ελατήρια στον κώνο υποδοχής να συσπειρωθούν κατάλληλα, θα πρέπει να δεχθούν ανάλογη δύναμη κρούσης. Επομένως, θα πρέπει το ρομποτικό σύστημα να έχει τέτοια αρχική ταχύτητα που να μπορεί να επιφέρει τη ζητούμενη συσπίρωση.

Αφαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις από την (3-9) προκύπτει:

$$\ddot{x}_c - \ddot{x}_t = -C(x_c - x_t) \quad (3-10)$$

όπου, $C = A + B$ και αποτελεί τη σταθερά ενός εικονικού ελατηρίου στον x- άξονα.

Κάνοντας την αλλαγή μεταβλητών $\Delta x = x_c - x_t$ η παραπάνω εξίσωση γράφεται ως εξής:

$$\Delta \ddot{x} = -C \cdot \Delta x \quad (3-11)$$

Η (3-11) είναι της μορφής $\ddot{x} + \omega^2 \cdot x = 0$ η οποία έχει την παρακάτω λύση:

$$x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) + \frac{\dot{x}_0}{\omega} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (3-12)$$

όπου x_0 είναι η αρχική θέση του σώματος που περιγράφει η (3-12), \dot{x}_0 είναι η αρχική ταχύτητα και ω είναι η γωνιακή συχνότητα του συστήματος.

Ολοκληρώνοντας λοιπόν την (3-11) και θεωρώντας ότι το διαστημικό σύστημα είναι αρχικά ακίνητο προκύπτει ότι η αρχική ταχύτητα του 'κυνηγού' έτσι ώστε να ισχύει $\Delta x = l_p$ είναι:

$$\dot{x}_{c,0} = \frac{(l_p - x_{t,0} \cdot \cos(\sqrt{C} \cdot t_d)) \cdot \sqrt{C}}{\sin(\sqrt{C} \cdot t_d)} \quad (3-13)$$

Επειδή είναι επιθυμητό η πρόσδεση να γίνεται με την ελάχιστη ταχύτητα, αυτό σημαίνει ότι το ελατήριο θα συσπειρωθεί μόνο κατά το ύψος της κορυφής του προβόλου. Το ύψος αυτό θα αποτελέσει το πλάτος ταλάντωσης του ελατηρίου. Συνεπώς, θα είναι

$$t_d = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2 \cdot \sqrt{C}} \quad (3-14)$$

3.1.3 Παρατηρήσεις στο αρχικό μοντέλο της πρόσδεσης

Στο παραπάνω μοντέλο το σώμα που αποτελεί τον 'Κυνηγό' συνδέεται με τον πρόβολο με μια σταθερή σύνδεση. Το γεγονός αυτό δεν είναι επιθυμητό τις περισσότερες φορές στην διαστημική αλλά και γενικότερα στην ρομποτική μιας και έτσι αφαιρούνται βαθμοί ελευθερίας και συνεπώς δυνατότητες τις οποίες θα μπορούσε να έχει ένα ρομπότ ως προς την σύνδεση του σε έναν δορυφόρο και μετέπειτα την πιθανή επισκευή του. Ακόμη, το ρομπότ έχει καλύτερη δυνατότητα τοποθέτησης του προβόλου του όταν βρίσκεται τοποθετημένο σε έναν βραχίονα παρά όταν υπάρχει γενικότερα μια βάση με προωθητήρες. Για το λόγο αυτό, είναι επιθυμητό τα συστήματα πρόσδεσης να είναι τοποθετημένα πάνω σε βραχίονες.

Ακόμη, οι δυνάμεις που αναπτύσσονται στην περίπτωση που το σύστημα πρόσδεσης είναι τοποθετημένο σε κάποιον βραχίονα είναι σαφώς μικρότερες από την περίπτωση του να είναι σε ένα σταθερό σημείο, με αποτέλεσμα να μειώνεται ο κίνδυνος καταστροφής των συστημάτων όπως επίσης και να διευκολύνεται η επιτυχία της σύλληψης.

3.2 Βελτιωμένο μοντέλο πρόσδεσης

3.2.1 Μοντελοποίηση

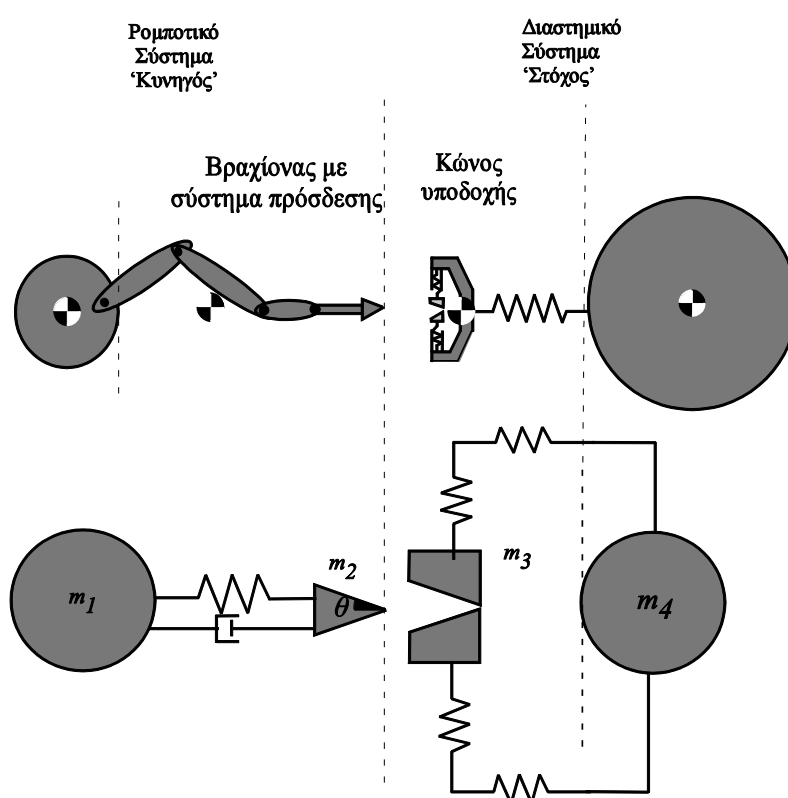
Σύμφωνα με το ανανεωμένο μοντέλο, το σύστημα πρόσδεσης του ρομποτικού συστήματος είναι τοποθετημένο σε βραχίονα με στόχο τη δυνατότητα ευκολότερης πρόσδεσης (απόρριψη γωνιακών σφαλμάτων, μεγάλων δυνάμεων κρούσεων κ.λπ.) και πιθανών επισκευών.

Ακόμη, για τη μείωση των δυνάμεων που αναπτύσσονται κατά την επαφή των σωμάτων, τοποθετείται ελατήριο ή/και αποσβεστήρας στο διαστημικό σύστημα το

οποίο μοντελοποιεί την ευκαμψία της ένωσης του συστήματος πρόσδεσης του Στόχου με τον ίδιο τον Στόχο.

Τέλος, το ρομπότ μαζί με τον βραχίονα και τον πρόβολο του αρσενικού συστήματος πρόσδεσης μπορεί να μοντελοποιηθεί ως δύο διαφορετικές μάζες οι οποίες ενώνονται με ζεύγος ελατηρίου – αποσβεστήρα. Το ζεύγος αυτό μοντελοποιεί την συμπεριφορά των υπό-έλεγχο κινητήρων του βραχίονα μέσω ελέγχου εμπέδησης.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, προκύπτει το σύστημα το οποίο απεικονίζεται στο Σχήμα 3.6.



Σχήμα 3.6 Βελτιωμένο μοντέλο πρόσδεσης.

Γενικότερα τα συστήματα πολλών σωμάτων υπό την επίδραση κάποιας εξωτερικής δύναμης μπορούν να μοντελοποιηθούν ως δύο ξεχωριστά σώματα ενωμένα με ζεύγος ελατηρίου-αποσβεστήρα. Η προσέγγιση αυτή είναι γνωστή ως *ισοδύναμη μοντελοποίηση δύο σωμάτων*. Για παράδειγμα ένα σύστημα n σωμάτων μπορεί να μοντελοποιηθεί ως δύο ξεχωριστά σώματα. Το πρώτο σώμα μοντελοποιεί τις πρώτες k μάζες και αντίστοιχα το δεύτερο σώμα τις υπόλοιπες $n - k$ μάζες.

Έτσι λοιπόν, το ρομποτικό σύστημα αποτελείται από τη μάζα m_1 που μοντελοποιεί τη βάση του ρομπότ μαζί με τα οποιαδήποτε άλλα εξαρτήματα που μπορεί να έχει και τη μάζα m_2 που αποτελεί τη μάζα του προβόλου. Οι δύο αυτές μάζες ενώνονται από έναν βραχίονα με δύο κινητήρες, έναν κινητήρα σε κάθε άρθρωση, στους οποίους ασκείται έλεγχος εμπέδησης, με αποτέλεσμα να

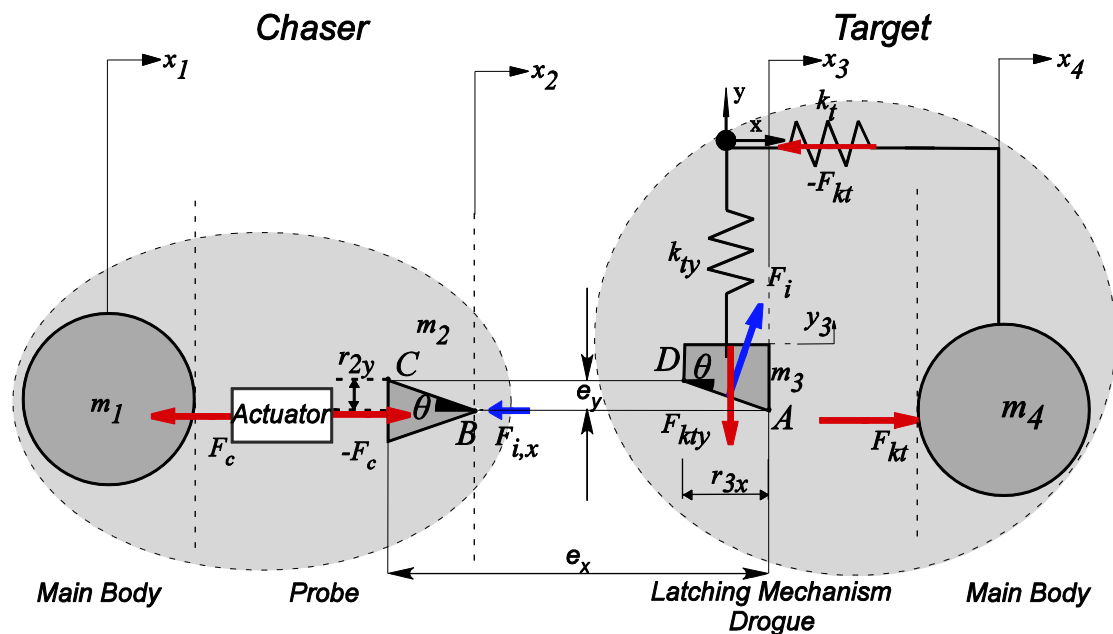
συμπεριφέρονται ως ένα ζεύγος ελατηρίου-αποσβεστήρα στον x- άξονα. Η θέση της μάζας m_1 απεικονίζεται με τη μεταβλητή x_1 και αντίστοιχα της μάζας m_2 με τη μεταβλητή x_2 . Η θέση του κέντρου μάζας όλου του συστήματος του 'Κυνηγού' δίνεται μέσω της μεταβλητή $x_{c,cm}$ η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$x_{c,cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \quad (3-15)$$

Σχετικά με το Στόχο της πρόσδεσης, αντίστοιχα έχουμε δύο μάζες. Η μάζα m_4 συνιστά τη βάση του δορυφόρου μαζί με τυχόν ηλιακά πάνελ κ.ά. ενώ η μάζα m_3 συνιστά το σύστημα πρόσδεσης δηλαδή τον κώνο υποδοχής. Τα ελατήρια στον x- άξονα μοντελοποιούν την ευκαμψία της ένωσης του συστήματος πρόσδεσης με το κύριο σώμα του δορυφόρου και δηλώνονται με την παράμετρο k_x ενώ τα ελατήρια στον y- άξονα ανήκουν στο σύστημα πρόσδεσης και καθορίζουν την επιτυχία της σύλληψης. Η ευκαμψία των ελατηρίων αυτών δίνεται από την παράμετρο k_{ty} . Η μεταβλητή θέσης του σώματος m_4 είναι η x_4 ενώ του σώματος m_3 είναι η x_3 . Σε αντιστοιχία με το σύστημα του 'Κυνηγού' η θέση του κέντρου μάζας όλου του συστήματος του Στόχου θα δίνεται από την σχέση:"

$$x_{t,cm} = \frac{m_3 x_3 + m_4 x_4}{m_3 + m_4} \quad (3-16)$$

Όλες οι προαναφερθείσες μεταβλητές απεικονίζονται στο Σχήμα 3.7.



Σχήμα 3.7 Μεταβλητές κατάστασης και αναπτυσσόμενες δυνάμεις.

Όπως και στο μοντέλο που αναλύθηκε στην Παράγραφο 3.1, έτσι και εδώ υπάρχουν τρεις διαφορετικές φάσεις που περιγράφουν τη συμπεριφορά του συστήματος στο πέρασμα του χρόνου. Οι φάσεις αυτές είναι: η συμπεριφορά των συστημάτων πριν τη κρούση, κατά την κρούση και τέλος η απόκριση τους μετά την κρούση. Από τη στιγμή που υπάρχουν τρεις φάσεις θα πρέπει να υπάρχουν και δύο συνθήκες που θα σηματοδοτούν τη μετάβαση από τη μία φάση στην άλλη.

1^η Φάση: Πριν τη κρούση

Ο Στόχος έχει αρχική ταχύτητα ίση με το μηδέν ενώ στον Κυνηγό, χωρίς βλάβη της γενικότητας θεωρούμε ότι οι κινητήρες του βραχίονα δεν έχουν ξεκινήσει να λειτουργούν με αποτέλεσμα το σύστημα να έχει σταθερή αρχική ταχύτητα ίση με $\dot{x}_{1,0} = \dot{x}_{2,0}$. Το σώμα m_3 βρίσκεται στη θέση $x_{3,0}$ ενώ αντίστοιχα το σώμα m_4 στη θέση $x_{4,0}$. Οι δείκτες 0 στις παραπάνω και παρακάτω μεταβλητές δηλώνουν ότι αποτελούν τις αρχικές μεταβλητές του συστήματος. Όλα τα παραπάνω απεικονίζονται στις παρακάτω εξισώσεις.

$$\begin{aligned}x_1 &= x_{1,0} + \dot{x}_{1,0}t \\x_2 &= x_{2,0} + \dot{x}_{2,0}t \\x_3 &= x_{3,0} \\x_4 &= x_{4,0}\end{aligned}\tag{3-17}$$

Το χρονικό διάστημα για το οποίο ισχύει το παραπάνω πακέτο εξισώσεων που αποτελούν τη πρώτη φάση του συστήματος δίνεται από τη σχέση (3-18)

$$0 < t < \frac{x_{3,0} - x_{2,0}}{\dot{x}_{2,0}}\tag{3-18}$$

1^η Συνθήκη: Μετάβαση από την 1^η φάση στη 2^η φάση

Η μετάβαση στη δεύτερη φάση λαμβάνει χώρα όταν τα δύο σώματα m_2 και m_3 έρθουν σε επαφή, δηλαδή όταν οι μεταβλητές κατάστασης που περιγράφουν τη θέση αποκτήσουν την ίδια τιμή

$$x_3 = x_4\tag{3-19}$$

Η επαφή αυτή πραγματοποιείται τη χρονική στιγμή t_c , δηλαδή,

$$t_c = \frac{(x_{3,0} - x_{2,0})}{\dot{x}_{2,0}}\tag{3-20}$$

2^η Φάση: Κρούση σωμάτων m_2 και m_3

Για όσο χρονικό διάστημα τα σώματα m_2 και m_3 βρίσκονται σε επαφή αναπτύσσεται δύναμη λόγω της κρούσης. Εξαιτίας της δύναμης αυτής τα ελατήρια k_{ty} και k_t ξεκινούν να συσπειρώνονται και να εμφανίζεται έτσι η δύναμη ελατηρίου στους άξονες x και y . Όσον αφορά το ρομποτικό σύστημα, οι κινητήρες του βραχίονα τίθενται σε λειτουργία υπό τον έλεγχο εμπέδησης και εμφανίζουν τέτοιο ζεύγος ροπών έτσι ώστε να εμφανίζεται ένα ζεύγος ελατηρίου – αποσβεστήρα στον x - άξονα ανάμεσα στα σώματα m_1 και m_2 .

Οι εξισώσεις που ισχύουν σε αυτή τη φάση είναι οι:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= -F_c \\ m_2 \ddot{x}_2 &= -F_{i,x} + F_c \\ \begin{cases} m_3 \ddot{x}_3 = F_{i,x} - k_t [l'_0 - (x_4 - x_3)] \\ m_3 \ddot{y}_3 = F_{i,y} - k_{ty} [l''_0 + y_3] \end{cases} & t_c \leq t < t_c + t_{impact} \\ m_4 \ddot{x}_4 &= k_t [l'_0 - (x_4 - x_3)] \end{aligned} \quad (3-21)$$

όπου F_c είναι η ελεγχόμενη δύναμη που ασκείται στον πρόβολο του συστήματος πρόσδεσης, l'_0, l''_0 είναι τα αρχικά μήκη των ελατηρίων πραγματικών και φανταστικών και t_{impact} είναι στην ουσία ο χρόνος επαφής των σωμάτων και για τον οποίο θα μιλήσουμε εκτενέστερα σε επόμενη παράγραφο.

2^η Συνθήκη: Μετάβαση από την 2^η φάση στη 3^η φάση

Η συνθήκη αυτή καθορίζει πότε θα μεταβούμε στην 3^η φάση. Για όσο οι (3-22)-(3-24) ικανοποιούνται τα σώματα βρίσκονται ακόμα σε επαφή. Μόλις έστω και μια από τις σχέσεις αυτές δεν είναι αληθείς τότε τα σώματα έχουν αποχωριστεί και προβαίνουμε στην 3^η φάση.

$$0 < x_2 - x_3 < r_{3x} \quad (3-22)$$

$$0 < y_3 - y_2 < r_{2y} \quad (3-23)$$

$$y_2 + \tan(\theta)x_2 = y_3 + \tan(\theta)x_3 \quad (3-24)$$

3^η Φάση: Απόκριση σωμάτων μετά την κρούση

Κατά τη φάση αυτή τα σώματα δεν βρίσκονται σε επαφή με αποτέλεσμα να μην εμφανίζεται κάποια δύναμη κρούσης. Παρόλα αυτά μια και η φάση αυτή ακολουθεί τη φάση της κρούσης, οι αντιδράσεις των ελατηρίων ή/και των αποσβεστήρων συνεχίζουν να υπάρχουν.

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{x}_1 &= -F_c \\
m_2 \ddot{x}_2 &= +F_c \\
\begin{cases} m_3 \ddot{x}_3 = -k_t [l'_0 - (x_4 - x_3)] \\ m_3 \ddot{y}_3 = -k_{ty} [l''_0 + y_3] \end{cases} & \quad (3-25) \\
m_4 \ddot{x}_4 &= +k_t [l'_0 - (x_4 - x_3)]
\end{aligned}$$

Ο χρόνος για τον οποίο ισχύουν οι παραπάνω σχέσεις δεν είναι γνωστός από πριν, παρόλα αυτά οι εξισώσεις της φάσης αυτής ισχύουν για όσο τα σώματα δεν είναι σε επαφή δηλαδή οι συνθήκες (3-22)-(3-24) δεν ικανοποιούνται.

3.2.2 Μοντέλο κρούσης – Χρόνος κρούσης

Όπως είδαμε στο 2^ο Κεφάλαιο η κρούση μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα ζεύγος ελατηρίου – αποσβεστήρα άλλοτε σε παραλληλία και άλλοτε σε σειρά. Τα στοιχεία αυτά μπορεί να είναι γραμμικά ή ακόμα και μη γραμμικά αναλόγως την επιθυμητή ακρίβεια.

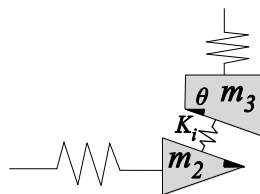
Στη συγκεκριμένη περίπτωση επιλέγεται να χρησιμοποιηθεί το μοντέλο κρούσης Kelvin – Voigt (KV) λόγω της απλότητας του αλλά και των καλών αποτελεσμάτων που προκύπτουν μέσω αυτού. Σύμφωνα με το 2^ο Κεφάλαιο, η δύναμη κρούσης είναι

$$F_i = k_g \cdot y_g + b_g \cdot \dot{y}_g \quad (3-26)$$

όπου k_g και b_g είναι οι συντελεστές δυσκαμψίας και απόσβεσης αντίστοιχα. Ενώ y_g είναι η εισχώρηση του ενός σώματος στο άλλο και \dot{y}_g είναι η σχετική ταχύτητα τους. Στην περίπτωση που η κρούση είναι ελαστική τότε $b_g = 0$.

Έτσι λοιπόν και θεωρώντας ελαστική κρούση προκύπτει ότι η δύναμη κρούσης σύμφωνα και με το Σχήμα 3.8 θα είναι

$$\begin{aligned}
F_{i,x} &= k_i \cdot (x_2 - x_3) \\
F_{i,y} &= F_{i,x} / \tan(\theta) \quad , \quad \theta > 0
\end{aligned} \quad (3-27)$$



Σχήμα 3.8 Μοντέλο κρούσης για την πρόσδεση.

Επειδή η κρούση όπως έχουμε αναφέρει μπορεί να περιγραφεί ως μια ημιτονοειδής κίνηση, τότε ο χρόνος για τον οποίο τα σώματα βρίσκονται σε επαφή και

αναφέραμε προηγουμένως είναι ίσος με την ημι-περίοδο αυτής της ημιτονοειδής κίνησης, δηλαδή:

$$t_{impact} = \frac{T_{imp}}{2} = \pi \sqrt{\frac{k_i}{\mu_{i,ef}}} \quad (3-28)$$

3.2.3 Έλεγχος Εμπέδησης

Όπως έχουμε επισημάνει, η αναπτυσσόμενη δύναμη ανάμεσα στα σώματα μπορεί να ελεγχθεί μέσω ελέγχου εμπέδησης με την κατάλληλη επιλογή κερδών. Για να σχεδιασθεί ένας τέτοιος ελεγκτής θα πρέπει πρώτα να σχεδιασθεί το φίλτρο εμπέδησης το οποίο να περιγράφει την επιθυμητή συμπεριφορά στην κρούση. Ένα τέτοιο φίλτρο είναι το παρακάτω:

$$F_{i,x} = m_f \cdot (\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) + b_f \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_f \cdot (x_2 - x_1) \quad (3-29)$$

όπου m_f , k_f , b_f είναι οι σταθερές την μάζας, του ελατηρίου και του αποσβεστήρα και οι οποίες θα πρέπει να καθοριστούν ενώ x_1, x_2 είναι οι μεταβλητές κατάστασης των σωμάτων τα οποία θα δεχθούν την δύναμη από τον κινητήρα ο οποίος βρίσκεται υπό τον συγκεκριμένο έλεγχο.

Αντικαθιστώντας την (3-29) στην (3-21), για να κατορθώσουμε να έχουμε την επιθυμητή συμπεριφορά απέναντι στην κρούση θα πρέπει η δύναμη F_c στον πρόβολο να είναι:

$$F_c = F_{i,x} \cdot \left(\frac{(m_f/m_2 - 1) \cdot \mu_{c,ef}}{m_f} \right) + \mu_{c,ef} \cdot b_f \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) / m_f + \mu_{c,ef} \cdot k_f \cdot (x_2 - x_1) / m_f \quad (3-30)$$

όπου $\mu_{c,ef}$ είναι η ενεργή μάζα του ρομποτικού σύστημα, η οποία υπολογίζεται ως εξής

$$\mu_{c,ef} = m_1 \cdot m_2 / (m_1 + m_2) \quad (3-31)$$

Η μάζα m_f επιλέγεται ίση με τη μάζα m_2 έτσι ώστε η δύναμη F_c να μην εξαρτάται από τη δύναμη της κρούσης $F_{i,x}$. Οπότε, η εφαρμοζόμενη δύναμη στον πρόβολο είναι:

$$F_c = k_d \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_p \cdot (x_2 - x_1) \quad (3-32)$$

όπου k_d, k_p είναι τα κέρδη του ελεγκτή και τα οποία είναι ίσα με

$$k_d = b_f \cdot \mu_{c,ef} / m_2, \quad k_p = k_f \cdot \mu_{c,ef} / m_2 \quad (3-33)$$

3.2.4 Αναλυτική λύση – Εύρεση αρχικών συνθηκών

Όπως έχουμε επισημάνει, ζητούμενο είναι να βρεθούν οι αρχικές ταχύτητες των σωμάτων αλλά και τα χαρακτηριστικά εκείνα των συστημάτων είτε αφορούν κατασκευαστικά μεγέθη όπως είναι οι σταθερές των ελατηρίων των συστημάτων πρόσδεσης είτε χαρακτηριστικά που αφορούν τον έλεγχο των κινητήρων του βραχίονα του ρομποτικού συστήματος, τα οποία θα επιτρέψουν στην πρόσδεση να είναι κάθε φορά επιτυχής.

Για να μπορέσουμε να βρούμε την επίδραση αυτών των παραμέτρων, θα μελετήσουμε τη δεύτερη φάση της πρόσδεσης που αφορά την κρούση των σωμάτων. Μελετούμε την συγκεκριμένη φάση καθώς αυτή είναι που θα καθορίσει την απόκριση των συστημάτων όταν θα σταματήσει το ένα να επιδρά στο άλλο.

Οι διαφορικές εξισώσεις που υπάρχουν στη σχέση (3-25) είναι δεύτερης τάξης. Για να μπορέσουμε να μελετήσουμε το σύστημα θα κάνουμε αλλαγή μεταβλητών έτσι ώστε να φέρουμε το σύστημα σε μορφή μεταβλητών κατάστασης και να μπορέσουμε να το μελετήσουμε καλύτερα.

Η αλλαγή μεταβλητών που θα χρησιμοποιήσουμε είναι:

$$\begin{aligned} x_1 &= z_1 & \dot{x}_1 &= z_2 \\ x_2 &= z_3 & \dot{x}_2 &= z_4 \\ x_3 &= z_5 & \dot{x}_3 &= z_6 \\ x_4 &= z_7 & \dot{x}_4 &= z_8 \end{aligned} \quad (3-34)$$

Έτσι λοιπόν προκύπτει το παρακάτω σύστημα:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \\ \dot{z}_5 \\ \dot{z}_6 \\ \dot{z}_7 \\ \dot{z}_8 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-k_p}{m_1} & \frac{-k_d}{m_1} & \frac{k_p}{m_1} & \frac{k_d}{m_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_p}{m_2} & \frac{k_d}{m_2} & \left(\frac{-k_p - K_{imp}}{m_2}\right) & \frac{-k_d}{m_2} & \frac{K_i}{m_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_i}{m_3} & 0 & \left(\frac{-k_t - K_i}{m_2}\right) & 0 & \frac{k_t}{m_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_t}{m_4} & 0 & \frac{-k_t}{m_4} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \\ z_7 \\ z_8 \end{pmatrix} \quad (3-35)$$

Το σύστημα αυτό στην περίπτωση που έχουμε μόνο ελατήρια πραγματικά αλλά και φανταστικά (δηλαδή οι κινητήρες του βραχίονα ελέγχονται με τέτοιο τρόπο ώστε να προσομοιάζουν μόνο ένα γραμμικό ελατήριο) παρατηρούμε ότι έχει ιδιοτιμές με μηδενικό πραγματικό μέρος. Ιδιοτιμές με μηδενικό πραγματικό μέρος ορίζουν ταλαντώσεις με σταθερό πλάτος το οποίο είναι λογικό καθώς δεν υπάρχει κανένας αποσβεστήρας έτσι ώστε να μειώνει το πλάτος αυτό.

Στην περίπτωση που μοντελοποιείται και κάποιος αποσβεστήρας τότε παρατηρείται ότι μερικές από τις ιδιοτιμές αποκτούν αρνητικό πραγματικό μέρος δείχνοντας ότι κάποιες από τις ταλαντώσεις έχουν πλάτος το οποίο μειώνεται με το πέρασμα του χρόνου.

Η λύση του παραπάνω συστήματος είναι η εξής:

$$\mathbf{z} = e^{\mathbf{A}(t-t_{\text{impact}})} \cdot \mathbf{z}_0 \quad (3-36)$$

Για την εύρεση της απόκρισης με γνωστές τις αρχικές συνθήκες πρέπει να υπολογισθεί ο πίνακας $e^{\mathbf{A}(t-t_{\text{impact}})}$ είτε μέσω σειράς είτε μέσω του τύπου του Sylvester.

Η σειρά υπολογισμού του $e^{\mathbf{A}(t-t_{\text{impact}})}$ είναι:

$$e^{\mathbf{A}(t-t_{\text{impact}})} = \mathbf{I} + \mathbf{A}(t-t_{\text{impact}}) + \frac{\mathbf{A}^2(t-t_{\text{impact}})^2}{2!} + \dots + \frac{\mathbf{A}^n(t-t_{\text{impact}})^n}{n!} \quad (3-37)$$

Η σχέση του Sylvester για τον υπολογισμό του $e^{\mathbf{A}(t-t_{\text{impact}})}$ είναι:

$$e^{\mathbf{A}(t-t_{\text{impact}})} = \sum_{i=1}^8 e^{\lambda_i(t-t_{\text{impact}})} \frac{\prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^8 (\mathbf{A} - \lambda_k \mathbf{I})}{\prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^8 (\lambda_i - \lambda_k)} \quad (3-38)$$

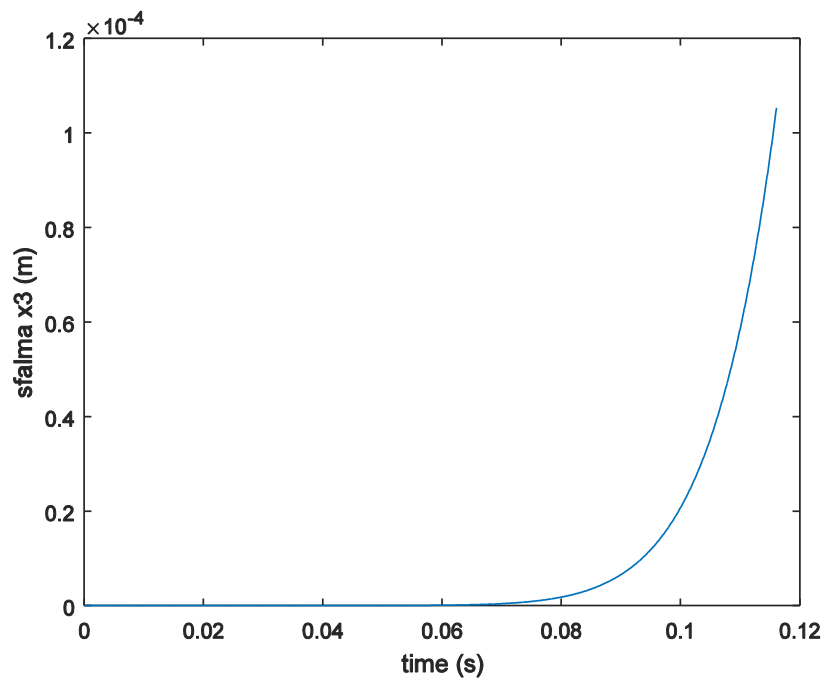
Στην περίπτωση που γνωρίζουμε την επιθυμητή απόκριση και αναζητούμε τις αρχικές συνθήκες τότε η (3-36) γίνεται:

$$\mathbf{z}_0 = e^{-\mathbf{A}(t-t_{\text{impact}})} \cdot \mathbf{z} \quad (3-39)$$

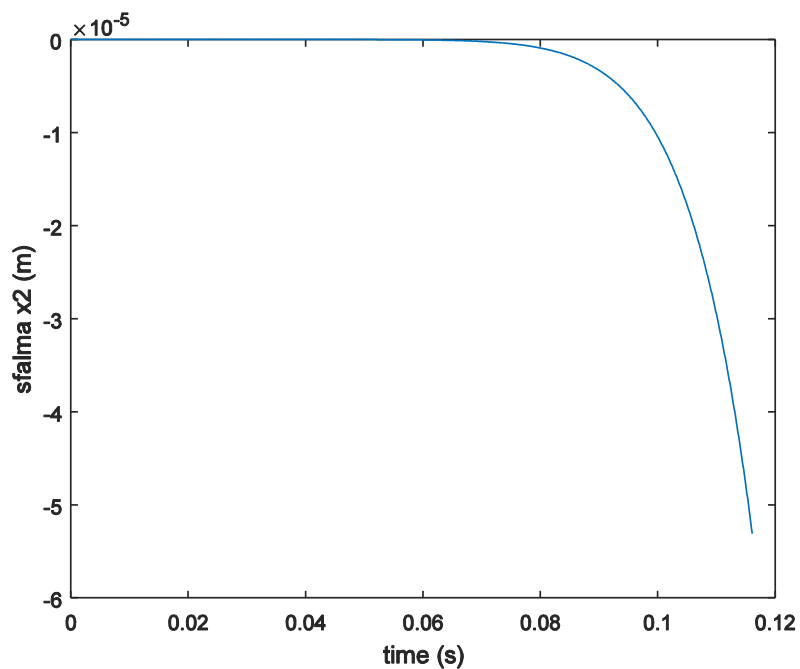
όπου ο πίνακας $e^{-\mathbf{A}(t-t_{\text{impact}})}$ υπολογίζεται με ανάλογο τρόπο όπως παραπάνω.

Στο Σχήμα 3.9 και στο Σχήμα 3.10 απεικονίζεται το σφάλμα ανάμεσα σε προσομοίωση η οποία προγραμματίστηκε στο περιβάλλον Matlab/Simulink και στην αναλυτική λύση όπως παρουσιάστηκε παραπάνω. Τα γραφήματα αυτά αφορούν τη θέση της μάζας m_2 και m_3 . Όπως παρατηρείται το σφάλμα είναι μικρότερο από χιλιοστό με αποτέλεσμα η αναλυτική λύση να συνάδει αρκετά καλά με την

προσομοίωση. Σημαντικό για το πόσο μικρό είναι το σφάλμα είναι ο αριθμός των όρων της σειράς που θα διαλέξουμε να χρησιμοποιήσουμε. Μέσα από διάφορες συγκρίσεις βρέθηκε ότι μετά τον 10^ο όρο το σφάλμα δεν μειώνεται με αποτέλεσμα να πρέπει η σειρά να σταματά στον όρο αυτόν. Ο χρόνος σύγκρισης της αναλυτικής λύσης του προβλήματος με αυτήν της προσομοίωσης είναι ίσος με τον χρόνο της δεύτερης φάσης.



Σχήμα 3.9 Σφάλμα θέσης m_3 ανάμεσα σε προσομοίωση και αναλυτική λύση.



Σχήμα 3.10 Σφάλμα θέσης m_2 ανάμεσα σε προσομοίωση και αναλυτική λύση.

3.2.5 Εκτίμηση Παραμέτρων Εμπέδησης - Προϋποθέσεις επιτυχής πρόσδεσης

1^η Προϋπόθεση: Μάζα εμπέδησης $m_f = m_2$

Η συγκεκριμένη προϋπόθεση προκύπτει από το διδακτορικό του ερευνητή Ι. Παρασκευά, [10] αλλά αναφέρεται περιληπτικά στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία για λόγους πληρότητας και καλύτερης κατανόησης της γενικότερης θεωρίας.

Όπως έχουμε αναφέρει παραπάνω, επιλέγουμε $m_f = m_2$ έτσι ώστε να μην είναι αναγκαίος κάποιος αισθητήρας δύναμης για τον υπολογισμό της ασκούμενης δύναμης στον πρόβολο. Για το λόγο αυτό, η κατάλληλη επιλογή της μάζας m_2 είναι σημαντική για τον υπολογισμό του φίλτρου εμπέδησης.

Γνωρίζουμε από το Κεφάλαιο 2 ότι η μετατόπιση κατά την κρούση μπορεί να περιγραφεί ως μια ημιτονοειδής κίνηση. Η ώθηση η οποία αναπτύσσεται στον x- άξονα $P_{imp,x}$ δίνεται από τη παρακάτω σχέση,

$$P_{imp,x} = (1 + e^*) \cdot U_{relx,i}^- \cdot \mu_{i,ef} \quad (3-40)$$

όπου $U_{relx,i}^-$ είναι η σχετική ταχύτητα των σωμάτων που έρχονται σ' επαφή, ο εκθέτης (-) συμβολίζει ότι είναι μέγεθος που αφορά κατάσταση πριν την κρούση, ο εκθέτης (i) δηλώνει ότι το μέγεθος αυτό αφορά τα σώματα που έρχονται σ' επαφή ενώ e^* είναι ο συντελεστής επανάταξης. Η σχετική ταχύτητα των συστημάτων $U_{relx,s}^{i\pm}$, όπου ο δείκτης (s) αντιπροσωπεύει και τα δύο συστήματα m_c και m_t , πριν (-) ή μετά (+) τη κρούση η οποία πραγματοποιείται τη χρονική στιγμή t_i δίνεται μέσω της σχέσης,

$$U_{relx,s}^{i\pm} = \dot{x}_{c,cm}^{i\pm} - \dot{x}_{t,cm}^{i\pm} \quad (3-41)$$

όπου $\dot{x}_{j,cm}^{i\pm}$, $j = c, t$ είναι η απόλυτη ταχύτητα του ρομποτικού συστήματος ή Κινητού (c) ή του διαστημικού συστήματος ή αλλιώς Στόχου (t) πριν ή μετά την κρούση αναφερόμενη ως προς το ίδιο σύστημα συντεταγμένων. Μιας και η ίδια ώθηση $P_{imp,x}$ αναπτύσσεται ανάμεσα στο σύστημα του Κινητού και του Στόχου, αλλά και στα σώματα (m_2 και m_3) μιας και αποτελούν κομμάτι του κάθε συστήματος, και αφού η ώθηση αντιπροσωπεύει συναλλαγή ορμής προκύπτει:

$$P_{imp,x} = m_c \cdot (\dot{x}_{c,cm,x}^{i-} - \dot{x}_{c,cm,x}^{i+}) \quad (3-42)$$

$$P_{imp,x} = m_t \cdot (\dot{x}_{t,cm,x}^{i-} - \dot{x}_{t,cm,x}^{i+}) \quad (3-43)$$

όπου m_c , m_t είναι η συνολική μάζα του κάθε συστήματος. Έτσι, η σχετική ταχύτητα των συστημάτων μετά την κρούση είναι:

$$\begin{aligned}
U_{relx,s}^{i+} &= \dot{x}_{c,cm,x}^{i+} - \dot{x}_{t,cm,x}^{i+} = \left(\dot{x}_{c,cm,x}^{i-} - P_{imp,x} / m_c \right) - \left(\dot{x}_{t,cm,x}^{i-} + P_{imp,x} / m_t \right) = \\
&= \left(\dot{x}_{c,cm,x}^{i-} - \dot{x}_{t,cm,x}^{i-} \right) - P_{imp,x} \left(1 / m_c + 1 / m_t \right) \\
&\Rightarrow U_{relx,s}^{i+} = U_{relx,s}^{i-} - P_{imp,x} / m_{i,ef}
\end{aligned} \tag{3-44}$$

όπου η συνολική ενεργή μάζα $m_{i,ef}$ είναι ίση με:

$$m_{i,ef} = \frac{m_c \cdot m_t}{m_c + m_t} \tag{3-45}$$

Μετά από μαθηματικές πράξεις και χρησιμοποιώντας την (3-40) βρίσκεται ότι:

$$U_{relx,s}^+ = (1 - e_I^*) \cdot U_{relx,s}^- \tag{3-46}$$

όπου $e_I^* = (1 + e^*) \cdot e_I$ και ο συντελεστής e_I ο οποίος καλείται *συντελεστής ενεργών μαζών* ορίζεται ως

$$e_I = \frac{\mu_{i,ef}}{m_{i,ef}} \tag{3-47}$$

Ανάλογα με τη τιμή που λαμβάνει ο συγκεκριμένος συντελεστής μπορεί κανείς να καθορίσει τη συμπεριφορά των συστημάτων μετά την κρούση. Έτσι για $e^* = 1$ (ελαστική κρούση) μπορούμε να διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις:

- i) $e_I = 0 \Rightarrow U_{relx,s}^+ = U_{relx,s}^-$: Δεν λαμβάνει χώρα κάποια κρούση.
- ii) $e_I = 1 \Rightarrow \mu_{i,ef} = m_{i,ef} \Rightarrow U_{relx,s}^+ = -U_{relx,s}^-$: Προσομοιάζει την ελαστική κρούση ανάμεσα σε δύο στερεά σώματα. Η σχετική ταχύτητα ανάμεσα στα δύο συστήματα είναι ίση με την σχετική ταχύτητα ανάμεσα σε δύο στερεά σώματα μιας και $m_2 \gg m_1$ και $m_3 \gg m_4$.
- iii) $e_I = 1/2 \Rightarrow U_{relx,s}^+ = 0$: Τα δύο συστήματα κινούνται με την ίδια ταχύτητα.
- iv) $0 < e_I < 1/2 \Rightarrow U_{relx,s}^+ U_{relx,s}^- > 0$: Τα δύο συστήματα κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση μετά την κρούση. Το ρομποτικό σύστημα κινείται προς την ίδια κατεύθυνση με την αρχική του, ενώ ο στόχος κινείται προς την ίδια κατεύθυνση με το ρομποτικό σύστημα αλλά με μικρότερη ταχύτητα. Αυτή είναι η επιθυμητή περίπτωση για πρόσδεση.
- v) $1/2 < e_I < 1 \Rightarrow U_{relx,s}^+ U_{relx,s}^- < 0$: Τα δύο συστήματα κινούνται σε διαφορετική κατεύθυνση μετά την κρούση. Το ρομποτικό σύστημα κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση σε σχέση με την αρχική του ενώ το διαστημικό σύστημα κινείται προς την κατεύθυνση που είχε το ρομποτικό σύστημα πριν τη κρούση. Αυτή η περίπτωση αποτρέπει την πρόσδεση.

2^η Προϋπόθεση: Ελάχιστη ταχύτητα

Η δεύτερη προϋπόθεση σχετίζεται με την ελάχιστη ταχύτητα που πρέπει να έχει ο πρόβολος έτσι ώστε να επιτευχθεί κατάλληλη εισχώρηση του στον κώνο υποδοχής του Στόχου. Για να έχουμε πρόσδεση, θα πρέπει η δύναμη λόγω της κρούσης που θα αναπτυχθεί να είναι τέτοια που να κατορθώσει να συσπειρώσει τα ελατήρια που βρίσκονται στον γ-άξονα στον κώνο υποδοχής. Συνεπώς, τα ελατήρια αυτά θα πρέπει να συσπειρωθούν το ελάχιστο κατά r_{2y} το οποίο όπως φαίνεται και από το Σχήμα 3.7 αποτελεί το ύψος της κορυφής του προβόλου. Η κίνηση της μάζας m_3 επηρεάζεται επίσης από την σταθερά ελατηρίου k_{ty} και από την τιμή του αποσβεστήρα εάν και εφόσον έχει μοντελοποιηθεί και αυτός.

Ειδικότερα, η μέγιστη παραμόρφωση u_{\max} του ελατηρίου στον γ- άξονα στο οποίο είναι προσδεμένη η μάζα m_3 πρέπει να είναι μεγαλύτερη από το ύψος της κορυφής του προβόλου. Η απαίτηση αυτή συμβολίζεται ως

$$u_{\max} \geq r_{2y} \quad (3-48)$$

Η συσπείρωση του m_3 λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της, τη στιγμή που η ταχύτητα του μηδενίζεται. Τότε όλη η κινητική ενέργεια μετατρέπεται σε δυναμική:

$$k_{ty} \cdot \frac{u_{\max}^2}{2} = \frac{P_{imp,y} \cdot \mu_{t,ef}}{2 \cdot m_3^2} \Rightarrow u_{\max} = \frac{P_{imp,y}}{m_3 \sqrt{k_{ty} / \mu_{t,ef}}} \quad (3-49)$$

όπου $P_{imp,y}$ είναι η ώθηση που αναπτύσσεται στον γ- άξονα και είναι:

$$P_{imp,y} = (1 + e^*) U_{relx,s}^{i-} \mu_{t,ef} \tan(\theta) \quad (3-50)$$

και $\mu_{t,ef}$ είναι η ενεργή μάζα του στόχου:

$$\mu_{t,ef} = \frac{m_3 \cdot m_4}{m_3 + m_4} \quad (3-51)$$

Κάνοντας χρήση των (3-48)-(3-50), προκύπτει ότι η σχετική αρχική ταχύτητα $U_{relx,s}^{i-}$ για επιτυχή πρόσδεση είναι:

$$U_{relx,s}^{i-} \geq \frac{m_3 \cdot r_{2y} \cdot \tan \theta}{(1 + e^*) \cdot \mu_{t,ef}} \sqrt{\frac{k_{ty}}{\mu_{t,ef}}} \quad (3-52)$$

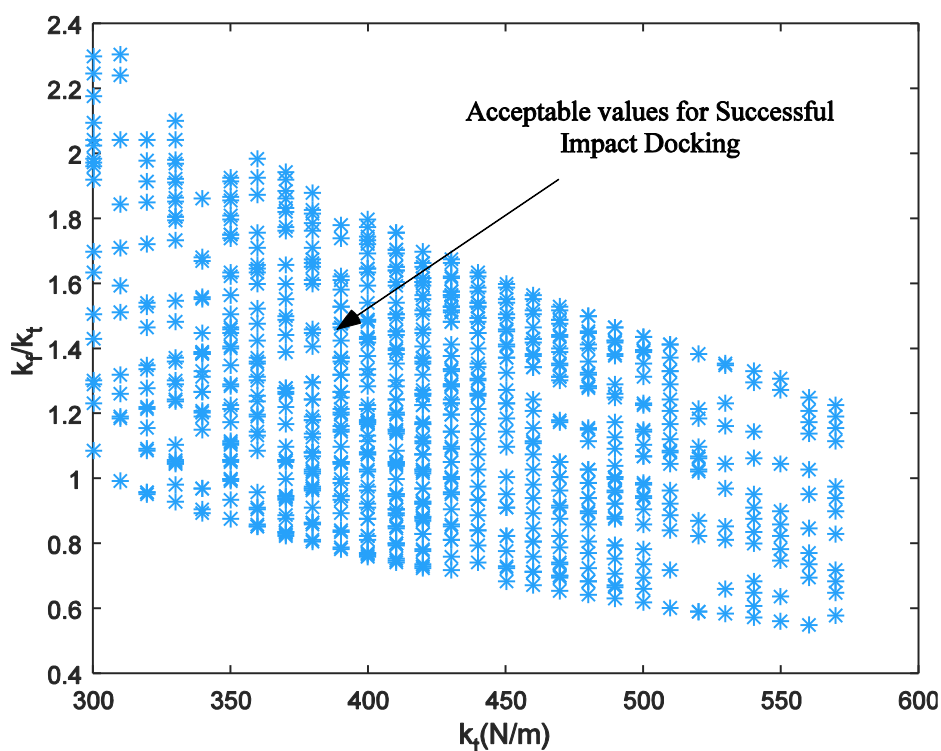
Όπως παρατηρούμε από την (3-52), όσο μεγαλύτερη είναι η μάζα m_3 ή όσο μεγαλύτερη είναι η σταθερά του ελατηρίου k_{ty} , τόσο μεγαλύτερη πρέπει να είναι η

αρχική ταχύτητα έτσι ώστε να μπορεί να συσπειρωθεί το ελατήριο κατά το αναγκαίο ύψος. Τα παραπάνω συνάδουν και με την παρατήρηση.

3^η Προϋπόθεση: Παράμετροι εμπέδησης k_f, b_f

Ενώ οι σταθερές των ελατηρίων του στόχου είναι γνωστές, οι παράμετροι που αφορούν το φίλτρο εμπέδησης k_f, b_f πρέπει να επιλέγονται καταλλήλως.

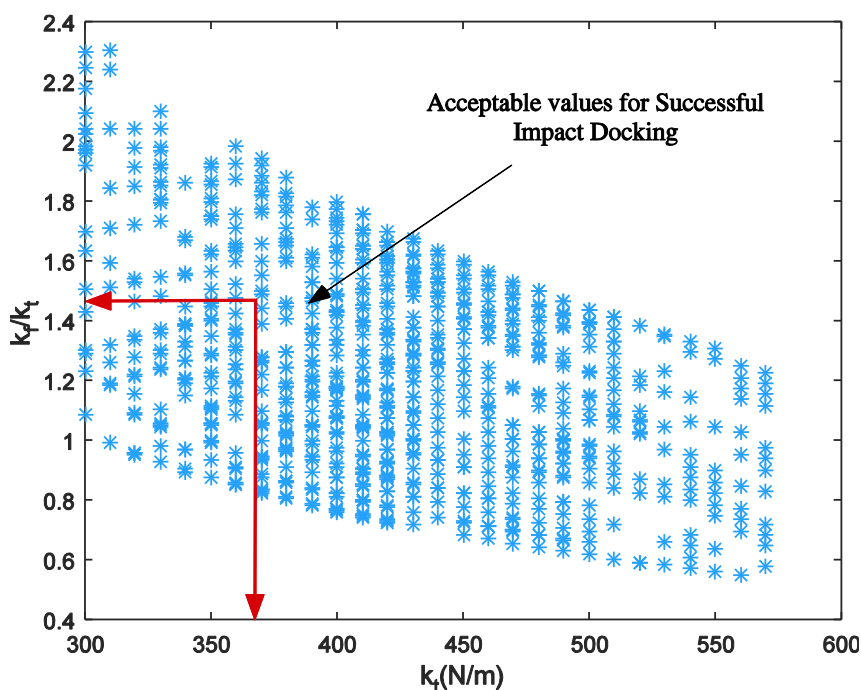
Για να βρεθούν δυνατά ζεύγη γνωστών σταθερών με τις παραμέτρους εμπέδησης σχεδιάστηκε σε περιβάλλον Matlab/Simulink το ρομποτικό σύστημα και ο 'Στόχος' με τρόπο όμοιο της προηγούμενης παραγράφου. Στο μοντέλο αυτό ήταν δυνατό να αλλάζουμε όποιες από τις παραμέτρους επιθυμούσαμε (μάζες, κέρδη, ακαμψίες, αποσβέσεις) με στόχο την εύρεση κατάλληλων ζευγών που να ευνοούν την πρόσδεση του διαστημικού συστήματος από το ρομπότ. Προσομοιάζοντας λοιπόν τη φάση της κρούσης, σχεδιάστηκε αλγόριθμος που να αναζητεί κατάλληλα κέρδη k_p στην περιοχή τιμών $300-700 N/m$. Οι υπόλοιπες παράμετροι καθορίστηκαν ότι είναι $k_{ty} = 100 N/m, m_1 = 1500 kg$ και $m_4 = 2000 kg$ ενώ οι μάζες των σωμάτων που έρχονται σ' επαφή m_2, m_3 μπορούσαν να πάρουν τιμές ανάμεσα σε 20-40 kg. Σε όλες τις προσομοιώσεις ο 'Στόχος' ήταν ακίνητος ενώ ο 'Κυνηγός' είχε αρχική ταχύτητα ίση με αυτή της (3-52) έτσι ώστε να βρεθούν τα κέρδη που επιτυγχάνουν πρόσδεση με την ελάχιστη ταχύτητα για λόγους ασφάλειας των συστημάτων πρόσδεσης και εξοικονόμησης καυσίμου.



Σχήμα 3.11 Παράμετροι εμπέδησης k_f σε σχέση k_t με για επιτυχή σύλληψη.

Το Σχήμα 3.11 απεικονίζει τη μεταβολή του λόγου k_f/k_t ως προς τη γνωστή τιμή του στόχου k_t με αποτέλεσμα να δίνει την δυνατότητα επιλογής κατάλληλου κέρδους k_p άρα και k_f . Από το σχήμα αυτό, μπορούμε να αντιληφθούμε ότι όσο μεγαλύτερη είναι η ακαμψία του στόχου, τόσο πιο μικρή είναι η παράμετρος k_f έτσι ώστε η δύναμη που θα ασκηθεί στη μάζα m_1 να είναι μικρή. Εξαιτίας του γεγονότος αυτού, αλλά και επειδή $m_1 \gg m_2$, ο πρόβλος του συστήματος πρόσδεσης θα συνεχίσει να κινείται μέσα στον κώνο υποδοχής παρά την ανάπτυξη της δύναμης κρούσης.

Για παράδειγμα, στην περίπτωση που η ακαμψία της σύνδεσης ανάμεσα στον κώνο υποδοχής και στο κύριο σώμα του 'Στόχου' είναι $k_t = 360 N/m$ και ο λόγος k_f/k_t είναι επιθυμητό να είναι ίσος με $k_f/k_t = 1.43$, επιλέχθηκε αυτή η τιμή έτσι ώστε να βρίσκεται στη μέση του Σχήμα 3.11 για να είναι το σύστημα εύρωστο, βρίσκεται μέσω του Σχήμα 3.12 ότι η παράμετρος εμπέδησης k_f είναι $k_f = 513.3 N/m$ και επομένως το κέρδος του ελεγκτή βρίσκεται μέσω της (3-33) ότι είναι $k_p = 500 N/m$.



Σχήμα 3.12 Επιλογή κερδών

Έχοντας επιλέξει πλέον της τιμές m_f, k_f του φίλτρου εμπέδησης, μπορούμε να επιλέξουμε τώρα την τιμή της απόσβεσης. Επιλέγοντας κρίσιμη απόσβεση βρίσκουμε ότι:

$$b_f = 2\sqrt{m_f \cdot k_f} \quad (3-53)$$

Για τις τιμές που δώσαμε στο παραπάνω παράδειγμα βρίσκεται ότι είναι $b_f = 282.8 Ns/m$ και από την (3-33) το κέρδος βρίσκεται ότι είναι $k_d = 279 Ns/m$.

4 Μοντελοποίηση Διαστημικού Ρομπότ CSL & Έλεγχος Εμπέδησης

Η ανάπτυξη ενός ολοκληρωμένου μοντέλου το οποίο να αντικατοπτρίζει ένα πραγματικό σύστημα, κρίνεται ιδιαίτερα αναγκαία ως προς την κατανόηση του συστήματος και τον έλεγχο του. Στο κεφάλαιο αυτό, θα αναπτυχθεί το δυναμικό μοντέλο του νεότερου εξομοιωτή διαστημικού ρομπότ του Εργαστηρίου Αυτομάτου Ελέγχου με την προσθήκη ενός βραχίονα και την ύπαρξη εξωτερικής δύναμης στο άκρο του βραχίονα. Η μέθοδος η οποία επιλέχθηκε για την ανάπτυξη του δυναμικού μοντέλου, λόγω μεγαλύτερης εξοικείωσης του συγγραφέα, είναι η Euler – Lagrange. Στη συνέχεια θα διατυπωθεί νόμος ελέγχου παρόμοιος με τον απλούστερο νόμο που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο.

4.1 Μέθοδος Euler – Lagrange

Η μέθοδος Euler – Lagrange προσφέρει τη δυνατότητα ανάπτυξης δυναμικών εξισώσεων οι οποίες να βασίζονται στις διαφορίσεις της κινητικής και δυναμικής ενέργειας. Σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη αυτών των εξισώσεων αποτελεί η κατάλληλη επιλογή των γενικευμένων συντεταγμένων.

Η μέθοδος χρησιμοποιεί για την εξαγωγή των δυναμικών εξισώσεων το ενεργειακό μέγεθος λαγκραζιανή (Lagrangian) που ορίζεται ως συνάρτηση των επιλεγμένων γενικευμένων συντεταγμένων ως :

$$L = T - U \quad (4-1)$$

όπου T είναι η κινητική ενέργεια και αντίστοιχα U είναι η συνολική δυναμική ενέργεια του συστήματος. Γνωρίζοντας πλέον τη λαγκραζιανή, οι δυναμικές εξισώσεις προκύπτουν από την εξίσωση Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (4-2)$$

όπου:

- q_i , είναι το σύνολο των γενικευμένων συντεταγμένων, δηλαδή το ελάχιστο σύνολο μεταβλητών κατάστασης του συστήματος οι οποίες μπορούν να περιγράψουν το σύστημα κάθε χρονική στιγμή.
- Q_i , είναι το σύνολο των γενικευμένων δυνάμεων που αντιστοιχούν στις γενικευμένες μεταβλητές q_i . Αποτελούνται από το σύνολο των μη – συντηρητικών δυνάμεων και ροπών που επιδρούν στο σύστημα καθώς επίσης και από τις δυνάμεις και ροπές των επενεργητών του συστήματος.

Οι γενικευμένες μεταβλητές q_i πρέπει να επιλέγονται με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Ο αριθμός τους θα πρέπει να είναι ίσος με τον αριθμό των βαθμών ελευθερίας και ταυτόχρονα θα πρέπει να δίνουν την ιδιότητα του ολόνομου συστήματος στο σύστημα, δηλαδή η περιγραφή του συστήματος από το εκάστοτε σύνολο μεταβλητών να μην απαιτεί γνώση προγενέστερων καταστάσεων του συστήματος.

4.2 Δυναμικό μοντέλο του ρομπότ

Στην παράγραφο αυτή θα αναπτυχθεί το δυναμικό μοντέλο του ρομπότ με έναν βραχίονα υπό την επίδραση εξωτερικής δύναμης στο άκρο του. Οι παραδοχές που γίνονται σχετίζονται κυρίως με την επίδραση της τριβής και την κατασκευή του

βραχίονα. Η ύπαρξη τριβής έχει αμεληθεί μια και η ύπαρξη της θα βελτίωνε ελάχιστα το μοντέλο. Η μόνη επίδραση της μη – ύπαρξης της τριβής είναι ότι κάθε μετακίνηση της βάσης του ρομπότ οδηγεί σε μικρή διαταραχή του βραχίονα κάτι το οποίο στην πραγματικότητα σε μικρές μετατοπίσεις της βάσης δεν συμβαίνει. Περισσότερες παραδοχές σχετικές με την κατασκευή του βραχίονα υπάρχουν στην [12].

4.2.1 Ορισμός βασικών μεγεθών

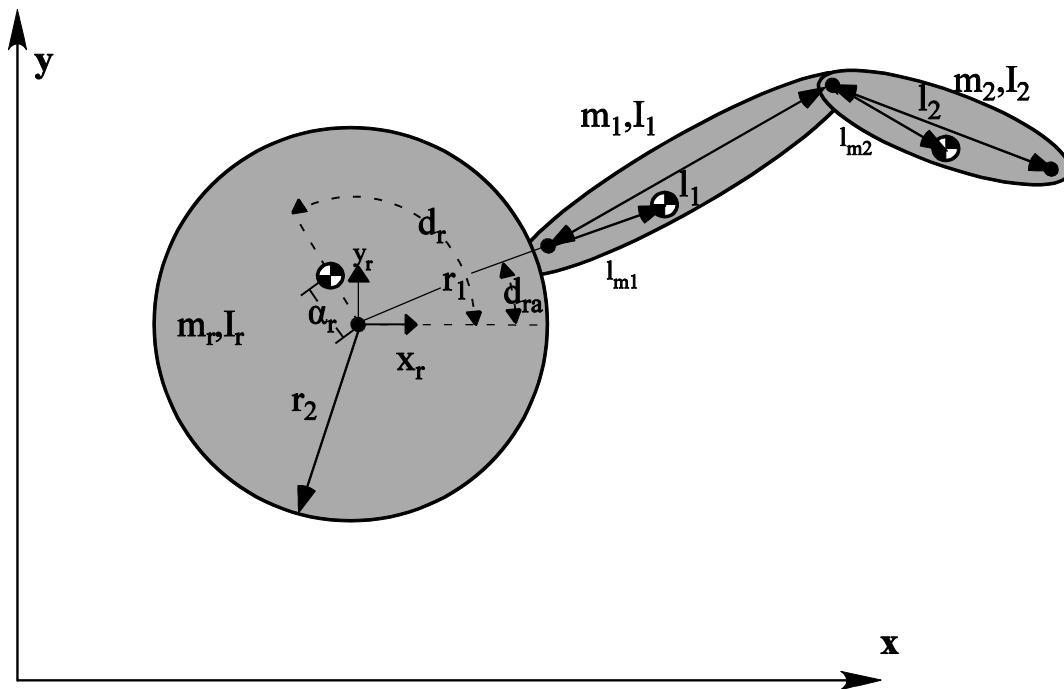
Τα παρακάτω μεγέθη προέρχονται με βάση την εκτίμηση των υλικών και τη μοντελοποίηση του ρομπότ στο Solidworks

$m_r = 8.508kg$	Η συνολική μάζα του ρομπότ μαζί με τον σφόνδυλο αντίδρασης και έναν βραχίονα.
$I_r = 0.1312kgm^2$	Η πολική ροπή αδράνειας του ρομπότ χωρίς τον βραχίονα.
$\alpha_r = 1.6mm$	Η απόσταση του κέντρου μάζας από τον άξονα συμμετρίας του κυρίως σώματος του ρομπότ.
$d_r = 122.2^\circ$	Η γωνία που σχηματίζει το σωματόδετο ΣΣ με το αντίστοιχο χωρόδετο.
$d_{ra} = 27.9^\circ$	Η γωνία που σχηματίζει το σημείο σύνδεσης του άξονα με το σημείο συμμετρίας και τον άξονα Χ του σωματόδετου ΣΣ.
$r_1 = 195.4mm$	Η απόσταση του κέντρου συμμετρίας του κυρίου σώματος με το σημείο σύνδεσης του βραχίονα.
$r_2 = 185.9mm$	Η ακτίνα του κύκλου κατά τον οποίο είναι τοποθετημένα τα ζεύγη προωθητήρων.
$m_1 = 0.086kg$	Η μάζα του πρώτου συνδέσμου του βραχίονα.
$m_2 = 0.079kg$	Η μάζα του δεύτερου συνδέσμου του βραχίονα.
$I_1 = 2e - 4kgm^2$	Η πολική ροπή αδράνειας του πρώτου συνδέσμου του βραχίονα.
$I_2 = 2e - 4kgm^2$	Η πολική ροπή αδράνειας του δεύτερου συνδέσμου του βραχίονα.

$l_1 = 182.0mm$	Το μήκος του πρώτου συνδέσμου του βραχίονα οριζόμενο από την πρώτη και δεύτερη άρθρωση.
$l_{m1} = 100.0mm$	Η απόσταση του κέντρου μάζας του πρώτου συνδέσμου από του σημείο σύνδεσης βραχίονα – βάσης ρομπότ.
$d_{m1} = 1.4^0$	Η γωνία ανάμεσα στο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει το κέντρο μάζας του πρώτου συνδέσμου και του σημείου σύνδεσης του συνδέσμου με τη βάση του ρομπότ και του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τις δύο αρθρώσεις.
$l_2 = 130.0mm$	Το μήκος του δεύτερου συνδέσμου του βραχίονα οριζόμενο από την δεύτερη άρθρωση και το τελικό σημείο δράσης.
$d_{m2} = 2^0$	Η γωνία ανάμεσα στο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει το κέντρο μάζας του δεύτερου συνδέσμου και της δεύτερης άρθρωσης και του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει την δεύτερη άρθρωση και το τελικό σημείο δράσης.
$I_{rot} = 11.2e - 7kgm^2$	Η ροπή αδράνειας του δρομέα κάθε ηλεκτροκινητήρα.
$I_{s21} = 1e - 5kgm^2$	Η πολική ροπή αδράνειας του δευτερεύοντος άξονα της πρώτης άρθρωσης ενός βραχίονα, συμπεριλαμβανομένων των δύο οδοντωτών τυμπάνων που φέρει.
$n = 12167 / 64$	Ο λόγος μείωσης των πλανητικών μειωτήρων του κινητήριου συστήματος.
$\eta = 0.7$	Ο βαθμός απόδοσης των πλανητικών μειωτήρων του κινητήριου συστήματος.

. Οι ονομασίες των μεγεθών συνάδουν με τα σχήματα που ακολουθούν.

Αναλυτικότερη επεξήγηση για τα μεγέθη του βραχίονα υπάρχουν στην [12].



Σχήμα 4.1 Βασικά μεγέθη δυναμικού μοντέλου.

4.2.2 Κινητική και Δυναμική Ενέργεια

Προτού υπολογιστεί η κινητική και δυναμική ενέργεια του ρομποτικού συστήματος με στόχο την εξαγωγή των δυναμικών εξισώσεων θα πρέπει να γίνει αναφορά στις μεταβλητές κατάστασης.

Το ρομποτικό σύστημα το οποίο απεικονίζεται στο Σχήμα 4.1 αποτελείται από το κυρίως σώμα του ρομπότ, από τον πρώτο σύνδεσμο του βραχίονα και από τον δεύτερο σύνδεσμο του βραχίονα. Ο σφόνδυλος αντίδρασης δεν αναφέρεται ως ξεχωριστό σώμα μια και δεν ενδιαφέρει η γωνία στροφής του, αλλά η γωνία στροφής μόνο της βάσης με συνέπεια να μην αποτελεί κάποιον επιπλέον βαθμό ελευθερίας.

Τα σώματα τα οποία αναφέρθηκαν παραπάνω έχουν τους εξής βαθμούς ελευθερίας: η βάση μπορεί χάρις στα τρία ζεύγη προωθητήρων που διαθέτει να κινηθεί στο επίπεδο ενώ χάρις και στον σφόνδυλο αντίδρασης μπορεί να περιστραφεί γύρω από άξονα κάθετο στο επίπεδο κίνησης της χωρίς ενεργοποίηση των προωθητήρων, αντίστοιχα κάθε σύνδεσμος του βραχίονα αποτελείται από μια περιστροφική άρθρωση. Συνεπώς, ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας όλου του ρομποτικού συστήματος είναι ίσος με πέντε.

Έτσι λοιπόν οι μεταβλητές κατάστασης του συστήματος οι οποίες θα αποτελέσουν και τις γενικευμένες συντεταγμένες της εξίσωσης Lagrange και, οι οποίες παράλληλα πληρούν τις προϋποθέσεις που έχουμε αναφέρει είναι:

$$\mathbf{q} = [x \quad y \quad \theta \quad q_1 \quad q_2]^T \quad (4-3)$$

Οι μεταβλητές x, y αντιστοιχούν στη μεταφορική κίνηση του κέντρου μάζας του κυρίως ρομπότ στο επίπεδο με αναφορά το χωρόδετο σύστημα συντεταγμένων. Η μεταβλητή θ αντιστοιχεί στην περιστροφή του συστήματος γύρω από τον κεντροβαρικό άξονα Z. Η μεταβλητή q_1 αντιστοιχεί στη σχετική γωνία που σχηματίζει ο πρώτος σύνδεσμος με το σώμα του κυρίως ρομπότ. Αντίστοιχα q_2 είναι η μεταβλητή που περιγράφει τη σχετική γωνία του δευτέρου συνδέσμου ως προς τον πρώτο.

Οι παραπάνω μεταβλητές είναι όντως ανεξάρτητες μια και ακινητοποίηση των τεσσάρων από τις πέντε μεταβλητές επιτρέπει στην τελευταία την πλήρη μεταβολή της. Το σύστημα με τη χρήση των συγκεκριμένων πέντε μεταβλητών είναι ολόνομο εφόσον δεν απαιτείται κάποια προγενέστερη πληροφορία για την περιγραφή του συστήματος κάποια χρονική στιγμή. Γνωρίζοντας πλέον τις γενικευμένες μεταβλητές, μπορεί να υπολογιστεί η κινητική και δυναμική ενέργεια όλου του συστήματος.

Αρχικά, για τη δυναμική ενέργεια, θεωρείται ότι είναι ίση με το μηδέν επειδή όλες οι κινήσεις είναι σε επίπεδο κάθετο στη βαρύτητα και παράλληλα το ρομπότ δεν φέρει κάποια στοιχεία αποθήκευσης ενέργειας π.χ. ελατήρια.

Σχετικά με τη συνολική κινητική ενέργεια, θα συνυπολογιστεί η μεταφορική και η περιστροφική κίνηση κάθε στερεού σώματος³. Έτσι λοιπόν, η συνολική κινητική ενέργεια αποτελείται από την κινητική ενέργεια του κυρίως σώματος K_r , την κινητική ενέργεια των δύο συνδέσμων ξεχωριστά K_1 και K_2 , την κινητική ενέργεια των δρομέων των κινητήρων K_{rot} και την κινητική ενέργεια του δευτερεύοντος άξονα της πρώτης άρθρωσης K_{s21} .

Γνωρίζοντας τη θέση και τη γωνία περιστροφής του κυρίως σώματος του ρομπότ, μέσω παραγωγίσις μπορούν να βρεθούν οι ταχύτητες και επομένως να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια, δηλαδή,

$$K_r = \frac{1}{2} \cdot m_r \cdot (\dot{x} + \dot{y})^2 + \frac{1}{2} \cdot I_r \cdot \dot{\theta}^2 \quad (4-4)$$

Η θέση του κέντρου μάζας του πρώτου συνδέσμου ως προς το απόλυτο σύστημα συντεταγμένων υπολογίζεται από την:

$$\begin{aligned} r_{1x} &= x - a_r \cdot \cos(\theta + d_r) + r_1 \cdot \cos(\theta + d_{ra}) + l_{m1} \cdot \cos(\theta + q_1 + d_{m1}) \\ r_{1y} &= y - a_r \cdot \sin(\theta + d_r) + r_1 \cdot \sin(\theta + d_{ra}) + l_{m1} \cdot \sin(\theta + q_1 + d_{m1}) \end{aligned} \quad (4-5)$$

³ Για την ακρίβεια του κέντρου μάζας του.

Οι παραπάνω αποστάσεις μπορούν να βρεθούν μέσω του Σχήμα 4.1. Έτσι, η κινητική ενέργεια του πρώτου συνδέσμου είναι:

$$K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (\dot{r}_{1x} + \dot{r}_{1y})^2 + \frac{1}{2} \cdot I_1 (\dot{q}_1 + \dot{\theta})^2 \quad (4-6)$$

Αντίστοιχα, η θέση του κέντρου μάζας του δευτέρου συνδέσμου ως προς το απόλυτο σύστημα συντεταγμένων είναι:

$$\begin{aligned} r_{2x} &= x - a_r \cos(\theta + d_r) + r_1 \cos(\theta + d_{ra}) + l_1 \cos(\theta + q_1) + \\ &\quad l_{m2} \cos(\theta + q_1 + q_2 + d_{m2}) \\ r_{2y} &= y - a_r \sin(\theta + d_r) + r_1 \sin(\theta + d_{ra}) + l_1 \sin(\theta + q_1) + \\ &\quad l_{m2} \sin(\theta + q_1 + q_2 + d_{m2}) \end{aligned} \quad (4-7)$$

Έτσι, η κινητική ενέργεια του δεύτερου συνδέσμου είναι:

$$K_2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot (\dot{r}_{2x} + \dot{r}_{2y})^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{\theta})^2 \quad (4-8)$$

Όλα τα παραπάνω γεωμετρικά μεγέθη απεικονίζονται στο Σχήμα 4.1.

Όσον αφορά την συνεισφορά της κινητικής ενέργειας των δρομέων των κινητήρων K_{rot} και της κινητικής ενέργειας του δευτερεύοντος άξονα της πρώτης άρθρωσης K_{s21} στην συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος πρέπει να συνυπολογιστούν εξαιτίας της μεταφοράς και της περιστροφής τους μετά του σώματος του ρομπότ. Για να μπορέσουν να υπολογισθούν οι παραπάνω κινητικές ενέργειες θα πρέπει βρεθεί η συσχέτιση ανάμεσα στη γωνία στροφής του εκάστοτε κινητήρα με τις μεταβλητές κατάστασης q_1 και q_2 . Ο μηχανισμός μετάδοσης κίνησης από τους κινητήρες προς τις αρθρώσεις κάθε βραχίονα δημιουργεί 'ένα – προς – ένα' αντιστοιχία μεταξύ κινητήρα-άρθρωσης στο απόλυτο σύστημα συντεταγμένων σ' αντίθεση με την *direct drive*⁴ [12]. Έτσι λοιπόν, η γωνία στροφής θ_1 του πρώτου και θ_2 του δεύτερου κινητήρα μπορούν να συσχετισθούν με τις μεταβλητές κατάστασης q_1 και q_2 μέσω των παρακάτω σχέσεων:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= n \cdot q_1 \\ \theta_2 &= n \cdot (q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (4-9)$$

Συνεπώς, η κινητική ενέργεια των δρομέων των κινητήρων είναι:

⁴ Η *direct drive* μετάδοση δημιουργεί 'ένα – προς – ένα' μετάδοση στο σχετικό σύστημα συντεταγμένων.

$$K_{rot} = \frac{1}{2} \cdot I_{rot} \cdot (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2) \quad (4-10)$$

και αντίστοιχα η κινητική ενέργεια του δευτερεύοντος άξονα της πρώτης άρθρωσης είναι:

$$K_{s21} = \frac{1}{2} \cdot I_{s21} \cdot \left(\frac{\dot{\theta}_{12}}{n}\right)^2 \quad (4-11)$$

Έτσι λοιπόν, η συνολική κινητική ενέργεια είναι:

$$T = K_r + K_1 + K_2 + K_{rot} + K_{s21} \quad (4-12)$$

Όλοι οι παραπάνω υπολογισμοί καθώς επίσης και όσοι ακολουθούν υπολογίστηκαν στο λογισμικό Wolfram Mathematica και παρατίθενται σε ειδικό notebook στο cd της παρούσας εργασίας.

4.2.3 Εξίσωση Lagrange

Γνωρίζοντας πλέον την κινητική και δυναμική ενέργεια του συστήματος ανά πάσα χρονική στιγμή μέσω της (4-1) μπορεί να υπολογιστεί η λαγκραζιανή και έτσι η εξίσωση Lagrange (4-2) γίνεται:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial V}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{q}} \quad (4-13)$$

και επειδή η δυναμική ενέργεια ευρέθη ίση με το μηδέν, η (4-13) απλουστεύεται στην:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} \quad (4-14)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις μπορούμε να χωρίσουμε τους όρους που εξαρτώνται από την επιτάχυνση \ddot{q} , από την ταχύτητα \dot{q} και από τη θέση q . Έτσι λοιπόν το αριστερό μέλος της εξίσωσης Lagrange καταλήγει στη σχέση:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{M}(\mathbf{q}) \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (4-15)$$

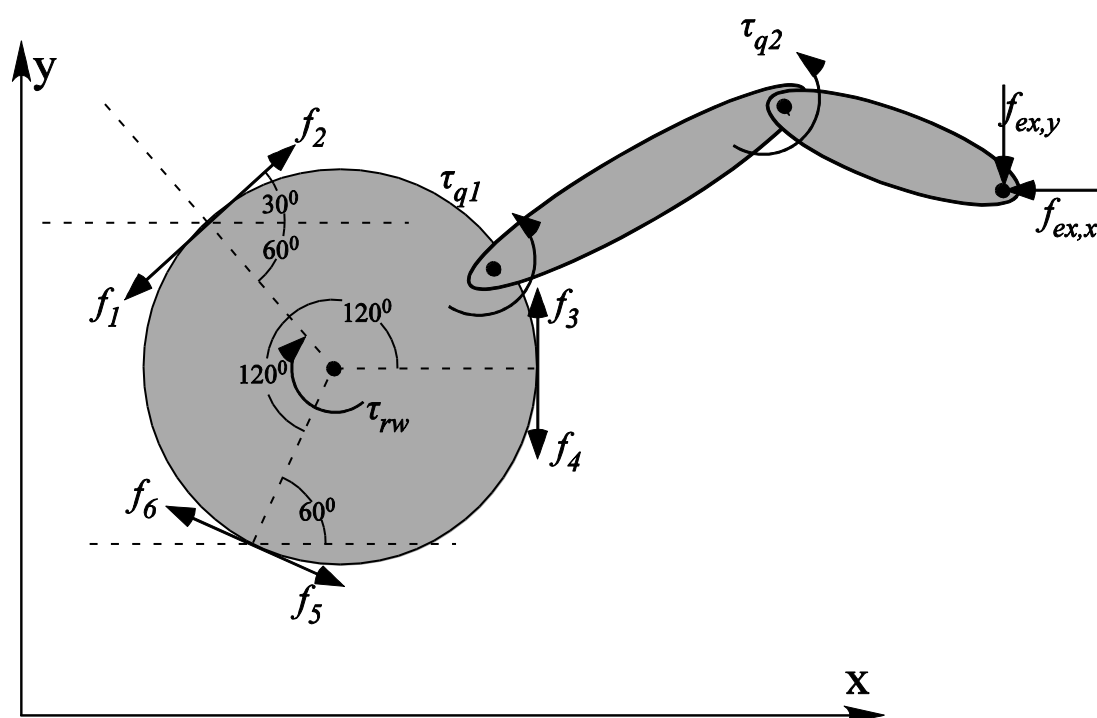
Ο πίνακας \mathbf{M} είναι 5x5 και ονομάζεται πίνακας μάζας – αδράνειας ενώ ο πίνακας \mathbf{C} είναι 5x1 και εμπεριέχει τους μη γραμμικούς όρους ταχύτητας. Οι δύο αυτοί πίνακες παρουσιάζονται στο Παράρτημα Β καθώς επίσης και στο προαναφερθέν notebook.

4.2.4 Εύρεση των γενικευμένων δυνάμεων και ροπών

Στις δυνάμεις και ροπές που αναπτύσσονται στο σύστημα ανήκουν οι δυνάμεις από κάθε προωθητήρα, η εξωτερική δύναμη και οι ροπές από τον σφόνδυλο αντίδρασης και τους δύο κινητήρες που αντιστοιχούν στις περιστροφικές αρθρώσεις του βραχίονα. Έτσι λοιπόν θα είναι,

$$\mathbf{Q}_{act} = [f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, \tau_{rw}, \tau_{q1}, \tau_{q2}, f_{ex,x}, f_{ex,y}]^T \quad (4-16)$$

Οι παραπάνω δυνάμεις και ροπές απεικονίζονται στο Σχήμα 4.2.



Σχήμα 4.2 Αναπτυσσόμενες δυνάμεις και ροπές.

Ο αριθμός των γενικευμένων δυνάμεων και ροπών πρέπει να είναι ίσος με τον αριθμό των γενικευμένων μεταβλητών. Γενικά η γενικευμένη δύναμη Q_j συνδέεται με τη δύναμη/ροπή F_i που ασκείται στο σημείο i και με την γενικευμένη συντεταγμένη q_j μέσω της σχέσης:

$$Q_j = \sum_i F_i \frac{\partial r_i}{\partial q_j} \quad (4-17)$$

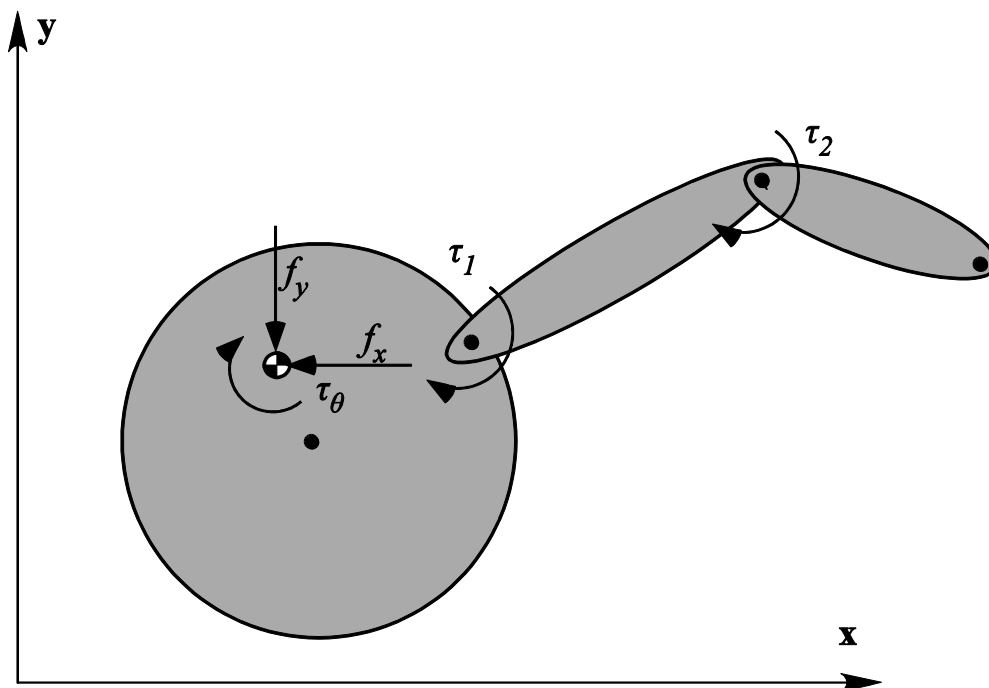
Έτσι λοιπόν στην συγκεκριμένη περίπτωση το διάνυσμα των γενικευμένων δυνάμεων είναι:

$$\mathbf{Q} = [f_x, f_y, \tau_\theta, \tau_1, \tau_2]^T \quad (4-18)$$

Το διάνυσμα αυτό συνδέεται με το διάνυσμα που εμπεριέχει το σύνολο των δυνάμεων και ροπών που ασκούνται στο σύστημα μέσω της σχέσης:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{Q}_{act} \quad (4-19)$$

όπου η Ιακωβιανή \mathbf{J} είναι πίνακας διαστάσεων 5×11 και παρουσιάζεται στο Παράρτημα Β στο τέλος της εργασίας. Οι προαναφερθείσες γενικευμένες δυνάμεις και μεταβλητές απεικονίζονται στο Σχήμα 4.3.



Σχήμα 4.3 Γενικευμένες δυνάμεις και ροπές.

Συνεπώς οι δυναμικές εξισώσεις που περιγράφουν το σύστημα υπό μελέτη και οι οποίες προέκυψαν με τη χρήση της μεθόδου Lagrange είναι σε πινακοποιημένη μορφή:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{J} \cdot \mathbf{Q}_{act} \quad (4-20)$$

4.3 Νόμος Εμπέδησης

4.3.1 Πινακοποίηση δυναμικού συστήματος

Με τον έλεγχο εμπέδησης προσπαθούμε να ελέγξουμε τη συμπεριφορά του βραχίονα αδιαφορώντας για τη βάση. Θεωρούμε ότι ο σφόνδυλος αντίδρασης και οι προωθητήρες του κυρίως σώματος του ρομπότ δεν τίθενται σε λειτουργία με αποτέλεσμα να ασχολούμαστε με τον έλεγχο των δύο κινητήρων του βραχίονα

αποκλειστικά. Για τον λόγο αυτό, το σύστημα της (4-20) μπορεί να γραφεί σε μορφή που να διακρίνονται οι επενεργούμενοι βαθμοί ελευθερίας

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}_{11} & \tilde{\mathbf{M}}_{12} \\ \tilde{\mathbf{M}}_{21} & \tilde{\mathbf{M}}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_b \\ \ddot{\mathbf{q}}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_1 \\ \tilde{\mathbf{C}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} + \mathbf{J}_{ex}^T \cdot f_{ex} \quad (4-21)$$

Οι παραπάνω πίνακες παρουσιάζονται στο Παράρτημα Β. Ως υπό - επενεργούμενο σύνολο μεταβλητών θεωρούμε το:

$$\mathbf{x}_b = [x, y, \theta]^T \quad (4-22)$$

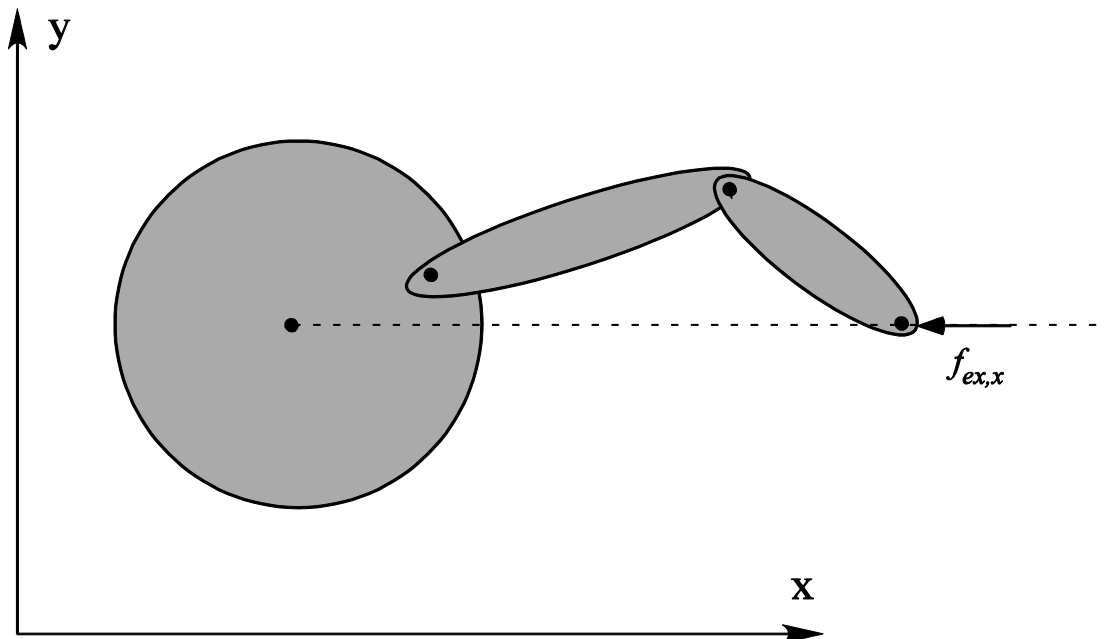
ενώ αντίστοιχα το διάνυσμα \mathbf{q}_a περιέχει τις μεταβλητές:

$$\mathbf{q}_a = [q_1, q_2]^T \quad (4-23)$$

Από τη στιγμή που θεωρούμε ελεύθερη τη βάση τότε:

$$\mathbf{f} = [f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, \tau_{rw}]^T = 0 \quad (4-24)$$

Κάνοντας την παραδοχή ότι το κέντρο μάζας ταυτίζεται με το κέντρο συμμετρίας και ότι ο βραχίονας έχει τέτοια αρχική διαμόρφωση ώστε η δύναμη κρούσης που θα δεχθεί να ανήκει στην ίδια ευθεία που ορίζει το τελικό σημείο δράσης με το κέντρο συμμετρίας όπως φαίνεται και από το Σχήμα 4.4, αποφεύγονται πλεονάζουσες ροπές.



Σχήμα 4.4 Αρχική διαμόρφωση ρομπότ πριν την κρούση.

Ακόμη, θεωρούμε ότι η κρούση ανάμεσα στο ρομπότ και στο διαστημικό σύστημα θα είναι κεντρική με αποτέλεσμα να είναι όσο αφορά το ρομπότ:

$$f_{ex,y} = 0 \quad (4-25)$$

και έτσι η Ιακωβιανή \mathbf{J}_{ex}^T να είναι διαστάσεων 2×1 , δηλαδή,

$$\mathbf{J}_{\text{ex}} = \begin{bmatrix} J_{ex,1} & J_{ex,2} \end{bmatrix} \quad (4-26)$$

4.3.2 Επιθυμητό ζεύγος επιταχύνσεων

Για να σχεδιασθεί ο ελεγκτής εμπέδησης και να βρεθούν οι κατάλληλες επιταχύνσεις, θα πρέπει πρώτα να διατυπωθεί το φίλτρο εμπέδησης. Θέτοντας τη θέση του τελικού σημείου δράσεως του βραχίονα (end effector) ως (x_e, y_e) και τη θέση της βάσης ως (x_b, y_b) προκύπτει η διαφορά θέσης των δύο σημείων.

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= x_e - x_b \\ \tilde{y} &= y_e - y_b \end{aligned} \quad (4-27)$$

Έτσι λοιπόν το φίλτρο εμπέδησης μπορεί να διατυπωθεί ως εξής

$$\begin{pmatrix} m_{fx} & 0 \\ 0 & m_{fy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\tilde{x}} \\ \ddot{\tilde{y}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{fx} & 0 \\ 0 & b_{fy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\tilde{y}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{fx} & 0 \\ 0 & k_{fy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} f_{ex,x} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4-28)$$

όπου m_f, b_f, k_f είναι οι σταθερές μάζας, απόσβεσης και ακαμψίας που αποτελούν τις παραμέτρους εμπέδησης. Η θέση του τελικού σημείου δράσεως συνδέεται με τη θέση της βάσης μέσω της σχέσης:

$$\begin{pmatrix} x_e \\ y_e \end{pmatrix} = \mathbf{T} + \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \end{pmatrix} \quad (4-29)$$

όπου ο πίνακας \mathbf{T} εμπεριέχει τις μεταβλητές θ, q_1, q_2 . Με παραγωγή της (4-29) μπορούμε να συνδέσουμε τις ταχύτητες των δύο θέσεων ενώ με διπλή παραγωγή τις επιταχύνσεις.

Με τη χρήση του λογισμικού Wolfram Mathematica μπορεί να συνδεθεί η επιτάχυνση των αρθρώσεων με την σχετική γραμμική επιτάχυνση ανάμεσα στο τελικό σημείο δράσης και στη βάση του ρομπότ. Έτσι λοιπόν μπορεί να γραφεί η παρακάτω σχέση:

$$\begin{pmatrix} \ddot{\tilde{x}} \\ \ddot{\tilde{y}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix} \quad (4-30)$$

Κάνοντας χρήση της (4-30) το επιθυμητό ζεύγος επιταχύνσεων μπορεί να βρεθεί ως εξής:

$$\begin{pmatrix} \ddot{q}_1^d \\ \ddot{q}_2^d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{fx} a_{11} & m_{fx} a_{12} \\ m_{fy} a_{21} & m_{fy} a_{22} \end{pmatrix}^{-1} \left(\begin{pmatrix} -f_{ex,x} \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_{fx} & 0 \\ 0 & b_{fy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\tilde{y}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} k_{fx} & 0 \\ 0 & k_{fy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix} \right) \quad (4-31)$$

4.3.3 Επιθυμητό ζεύγος ροπών

Το σύστημα της (4-21) στην ουσία είναι δύο πεπλεγμένες εξισώσεις:

$$\tilde{\mathbf{M}}_{11} \ddot{\mathbf{x}}_b + \tilde{\mathbf{M}}_{12} \ddot{\mathbf{q}}_a + \tilde{\mathbf{C}}_1 = \mathbf{f} + \mathbf{J}_{ex,1} \mathbf{f}_{ex,x} \quad (4-32)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}_{21} \ddot{\mathbf{x}}_b + \tilde{\mathbf{M}}_{22} \ddot{\mathbf{q}}_a + \tilde{\mathbf{C}}_2 = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{J}_{ex,2} \mathbf{f}_{ex,x} \quad (4-33)$$

Λύνοντας την (4-32) ως προς $\ddot{\mathbf{X}}$ ⁵ και αντικαθιστώντας στην (4-33) βρίσκουμε ότι:

$$\boldsymbol{\tau} = (\tilde{\mathbf{M}}_{21} \tilde{\mathbf{M}}_{11}^{-1} \mathbf{J}_{ex,1} - \mathbf{J}_{ex,2}) \mathbf{f}_{ex,x} + (-\tilde{\mathbf{M}}_{21} \tilde{\mathbf{M}}_{11}^{-1} \tilde{\mathbf{M}}_{12} + \tilde{\mathbf{M}}_{22}) \ddot{\mathbf{q}}_a + (\tilde{\mathbf{C}}_2 - \tilde{\mathbf{M}}_{21} \tilde{\mathbf{M}}_{11}^{-1} \tilde{\mathbf{C}}_1) \quad (4-34)$$

Θεωρώντας,

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_g &= \tilde{\mathbf{M}}_{21} \tilde{\mathbf{M}}_{11}^{-1} \mathbf{J}_{ex,1} - \mathbf{J}_{ex,2} \\ \mathbf{M}_g &= \tilde{\mathbf{M}}_{22} - \tilde{\mathbf{M}}_{21} \tilde{\mathbf{M}}_{11}^{-1} \tilde{\mathbf{M}}_{12} \\ \mathbf{C}_g &= \tilde{\mathbf{C}}_2 - \tilde{\mathbf{M}}_{21} \tilde{\mathbf{M}}_{11}^{-1} \tilde{\mathbf{C}}_1 \end{aligned} \quad (4-35)$$

όπου \mathbf{J}_g και \mathbf{M}_g είναι το γενικευμένο μητρώο της Ιακωβιανής και της μάζας – αδράνειας αντίστοιχα, η (4-34) γράφεται ως:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}_g \ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{C}_g - \mathbf{J}_g \mathbf{f}_{ex,x} \quad (4-36)$$

Όσον αφορά την επιτάχυνση των άλλων μεταβλητών κατάστασης σε σχέση με τις ροπές που ασκούν οι κινητήρες του βραχίονα είναι:

$$\ddot{\mathbf{x}}_b = \tilde{\mathbf{M}}_{11}^{-1} \left(\mathbf{f} + \mathbf{J}_{ex,1} \mathbf{f}_{ex,x} - \tilde{\mathbf{C}}_1 - \tilde{\mathbf{M}}_{12} \mathbf{M}_g^{-1} (\boldsymbol{\tau} - \mathbf{C}_g + \mathbf{J}_g \mathbf{f}_{ex,x}) \right) \quad (4-37)$$

Συνεπώς, μέσω της (4-36) βρίσκονται οι ροπές που πρέπει να ασκούν οι κινητήρες του βραχίονα του ρομπότ έτσι ώστε να μπορεί ο πρόβλος να ελεγχθεί με απώτερο σκοπό την επίτευξη κάποια επιθυμητής απόκρισης ενώ με την (4-37)

⁵ Ο πίνακας $\tilde{\mathbf{M}}_{11}$ είναι τετραγωνικός οπότε μπορεί να αντιστραφεί.

μπορούν να βρεθούν οι επιταχύνσεις των υπόλοιπων μεταβλητών κατάστασης των άλλων βαθμών ελευθερίας.

5 Σφόνδυλος Αντίδρασης & Συστήματα Πρόσδεσης

Ο εξομοιωτής διαστημικού ρομπότ του Εργαστηρίου Αυτομάτου Ελέγχου έχει 3 βαθμούς ελευθερίας (στη δεδομένη περίπτωση δεν φέρει βραχίονα). Ένας από αυτούς τους βαθμούς ελευθερίας είναι η δυνατότητα που έχει να στραφεί γύρω από άξονα κάθετο στο επίπεδο κίνησης του. Η δυνατότητα αυτή προέρχεται είτε από τη χρήση προωθητήρων είτε από το σφόνδυλο αντίδρασης, [13]. Στο κεφάλαιο αυτό λοιπόν, θα μελετηθεί η κατασκευή και ο έλεγχος συσκευής ανταλλαγής στροφορμής (σφόνδυλος αντίδρασης) η οποία λειτουργεί στο διαστημικό εξομοιωτή ρομποτικού συστήματος του CSL⁶.

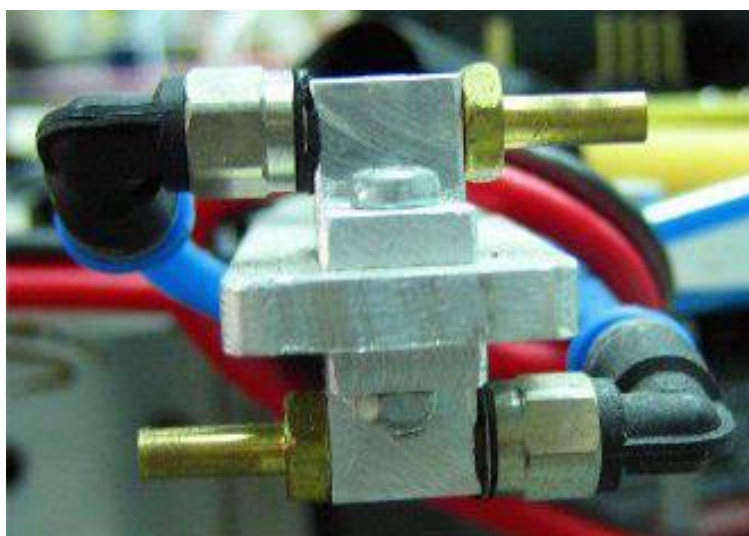
⁶ CSL: Control System Lab – Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου

Ακόμη, θα γίνει μια πρώτη αναφορά σε κατασκευαστικά σχέδια συστημάτων πρόσδεσης με στόχο τη μελλοντική εξακρίβωση μέσω πειραμάτων της θεωρίας της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας.

5.1 Σφόνδυλος αντίδρασης

Ο εξομοιωτής διαστημικού ρομποτικού συστήματος του Εργαστηρίου Αυτομάτου Ελέγχου κρίθηκε απαραίτητο να φέρει πέρα από προωθητήρες, και σφόνδυλο αντίδρασης έτσι ώστε να μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα κάθετο στο επίπεδο της κίνησης του. Οι προωθητήρες αν και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την περιστροφή του ρομπότ δημιουργούν προβλήματα πέρα και από το πρόβλημα της εξοικονόμησης καυσίμου. Στην περίπτωση της πρόσδεσης, η χρήση προωθητήρων επιδρά αρνητικά στην επίτευξη της μιας και θεωρούνται προβληματικά κοντά σε άλλα σώματα π.χ. μπορεί να επηρεάσουν τη θέση του 'Στόχου'. Σ' αντίθεση ο σφόνδυλος αντίδρασης δεν δημιουργεί ανάλογα προβλήματα και για αυτό κρίνεται απαραίτητη η κατασκευή του για τον έλεγχο της περιστροφής του ρομπότ κατά την διεξαγωγή μελλοντικών πειραμάτων.

Οι μέθοδοι ελέγχου προσανατολισμού μπορούν να διακριθούν ανάλογα με την αρχή λειτουργίας τους, σε παθητικές και ενεργητικές. Οι παθητικές μέθοδοι βασίζονται στη διατήρηση της ευστάθειας της αρχική κατάσταση του διαστημικού οχήματος ή του ρομπότ ενώ οι ενεργητικές, στη δράση των επενεργητών που διαθέτει το εκάστοτε σύστημα. Στη κατηγορία των ενεργητικών μεθόδων ανήκουν και τα συστήματα προώθησης τα οποία αναφέρθηκαν παραπάνω και με τα οποία μπορεί να προσανατολιστεί ένα σώμα σε τροχιά. Στο Σχήμα 5.1 απεικονίζεται το ζεύγος προωθητήρων που φέρουν τα ρομποτικά συστήματα του εργαστηρίου.



Σχήμα 5.1 Ζεύγος προωθητήρων με αντίρροπα ακροφύσια.

Κάθε ρομπότ φέρει τρία ζεύγη προωθητήρων ανά 120° το καθένα τα οποία τροφοδοούνται από τη φιάλη του Σχήμα 5.2 και οι ροές των οποίων ελέγχονται από ηλεκτρικές βαλβίδες. Κάθε ζεύγος περιλαμβάνει δύο αντίρροπα ακροφύσια. Εκτοξεύοντας αέριο από τα στόμια τους δημιουργούνται κάθε φορά ωθήσεις επί του ρομπότ προς την επιθυμητή κατεύθυνση.

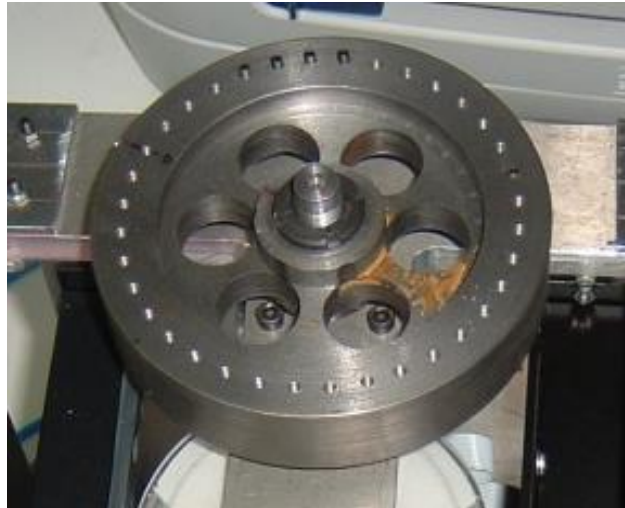


Σχήμα 5.2 Η φιάλη CO₂ του δεύτερου ρομπότ.

Στην κατηγορία των παθητικών μεθόδων ανήκουν οι συσκευές ανταλλαγής στροφορμής (momentum exchange). Οι συσκευές αυτές αποτελούνται από σφόνδυλο του οποίου η στροφορμή μεταβάλλεται μέσω ηλεκτροκινητήρα. Όταν παρουσιαστεί ανάγκη αλλαγής της στροφορμής του ρομπότ τότε, η στροφορμή του σφονδύλου (H_{rw}) μεταβάλλεται και προκειμένου η στροφορμή του συστήματος ρομπότ – σφονδύλου να διατηρηθεί στην αρχική τιμή (H_r) που είχε πριν την περιστροφή του σφονδύλου, το ρομπότ αποκτά στροφορμή ίση και αντίρροπη από αυτή του σφονδύλου (ΔH_r). Δηλαδή ισχύει,

$$H_1 = H_2 \Rightarrow H_r = H_r + \Delta H_r + H_{rw} \quad (5-1)$$

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται ο σφόνδυλος του πρώτου εξομοιωτή διαστημικού ρομπότ του εργαστηρίου.



Σχήμα 5.3 Σφόνδυλος πρώτου εξομοιωτή διαστημικού ρομπότ.

Τέλος να αναφέρουμε ότι οι συσκευές ανταλλαγής στροφορμής προτιμώνται για την περιστροφή ενός δορυφόρου σε σχέση με τους προωθητήρες καθώς έτσι εξοικονομείται καύσιμο, κάτι το οποίο δύσκολα μπορεί να αντικατασταθεί στο διάστημα.

5.1.1 Κατασκευαστικό σχέδιο

Κύριος στόχος κατά την εκπόνηση του κατασκευαστικού σχεδίου είναι η μεγιστοποίηση της ροπής αδράνειας του σφονδύλου αντίδρασης με την ταυτόχρονη ικανοποίηση του περιορισμού της μάζας και του μικρού διαθέσιμου χώρου τοποθέτησης.

Η ροπή αδράνειας είναι επιθυμητό να είναι μέγιστη ώστε η μέγιστη ταχύτητα περιστροφής του κινητήρα να είναι χαμηλή και ως εκ τούτου το σημείο λειτουργίας του κινητήρα να διατηρείται σε περιοχή με υψηλή δυνατότητα απόδοσης ροπής. Η ροπή αδράνειας ορίζεται ως

$$I_z = \int r^2 dm \quad (5-2)$$

Όπως παρατηρούμε, η ροπή αδράνειας μπορεί να αυξηθεί με την αύξηση της μάζας. Υπέρμετρη αύξηση της μάζας οδηγεί όμως στην ανάγκη ανάπτυξης μεγαλύτερων δυνάμεων κατά την κίνηση επιδρώντας αρνητικά στην κατανάλωση προωθητικού αερίου κάτι το οποίο επιδρά αρνητικά κατά την εκτέλεση πειραμάτων (μικρότερη διάρκεια). Σε μια πραγματική εφαρμογή οδηγεί στην μικρότερη διάρκεια ζωής του δορυφόρου. Η μέγιστη διάσταση τοποθέτησης του σφονδύλου είναι περί τα 120mm ενώ ως ανώτατο όριο στη μάζα ορίστηκε το 1 kg έτσι ώστε το συνολικό βάρος του ρομπότ να μην ξεπερνάει τα 13-14 kg. Τέλος, ένας επιπλέον κατασκευαστικός

περιορισμός είναι το μέγιστο πάχος του σφονδύλου έτσι ώστε να μην υπάρχει κίνδυνος να έρθει σε επαφή με την τράπεζα από γρανίτη κατά την λειτουργία του.

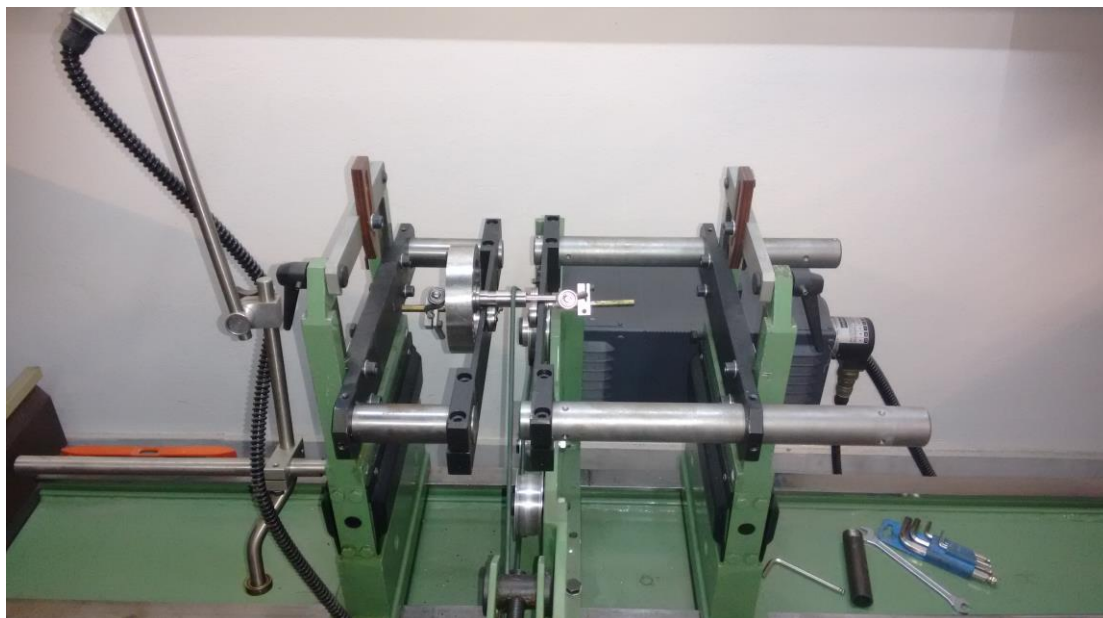
Η επιλογή του υλικού του σφονδύλου έρχεται σε άμεση σχέση με την ικανοποίηση των παραπάνω περιορισμών. Κατάλληλο υλικό για την μεγιστοποίηση της συσσώρευσης ενέργειας και απόδοσης μεγαλύτερης ροπής αποτελεί ο χάλυβας, [13]. Στον σχεδιασμό σφονδύλων αντίδρασης είναι επιθυμητό, το μεγαλύτερο μέρος της μάζας να βρίσκεται στην περιφέρεια σφονδύλου έτσι ώστε να είναι αυξημένη η ροπή αδράνειας. Σ' αντίθεση με τον σχεδιασμό του σφονδύλου που υπάρχει στο τρίτο ρομπότ του εργαστηρίου και στο οποίο υλικό αφαιρέθηκε μέσα από την αφαίρεση κυκλικών τμημάτων όπως φαίνεται και στο Σχήμα 5.3 στον νέο σφόνδυλο για επίτευξη μεγαλύτερης ροπής αδράνειας επιλέχθηκε η αφαίρεση μέσα από την δημιουργία ποκετών. Με γνώμονα τα παραπάνω, κατασκευάστηκε ο σφόνδυλος που απεικονίζεται στο Σχήμα 5.4. Το κατασκευαστικό του σχέδιο περιλαμβάνεται στο Παράρτημα Γ.



Σχήμα 5.4 Σφόνδυλος αντίδρασης ρομπότ Cerpheus.

Με στόχο την ακύρωση πιθανών ταλαντώσεων τοποθετήθηκε ρουλεμάν όπως φαίνεται και στο κατασκευαστικό σχέδιο, το οποίο παρατίθεται στο Παράρτημα Γ, για

την παραλαβή πιθανών πλαγίων δυνάμεων, αλλά ζυγοσταθμίστηκε όπως φαίνεται και στο Σχήμα 5.5 στις 1800 rpm για την εξάλειψη κατασκευαστικών αζυγοσταθμιών. Για τον λόγο αυτόν είχαν δημιουργηθεί σπές περιμετρικά του σφονδύλου με στόχο την κάλυψη τους από κατάλληλη μάζα που θα βρισκόταν μέσω της ζυγοστάθμισης. Έτσι λοιπόν, βρέθηκε αζυγοσταθμία στις 44^ο- 0.2gr και στις 94^ο – 0.03gr.



Σχήμα 5.5 Ζυγοστάθμιση σφονδύλου αντίδρασης.

5.1.2 Μοντελοποίηση - Νόμος Ελέγχου

Για να μπορέσει να ελεγχθεί ο σφόνδυλος αντίδρασης θα πρέπει να γνωρίζουμε την δυναμική του έτσι ώστε στη συνέχεια να μπορέσει να εφαρμοστεί κάποια θεωρία ελέγχου όπως είναι ο έλεγχος ρεύματος.

Η δυναμική του σφονδύλου αντίδρασης δίνεται από τη σχέση:

$$T = J_{rw} \cdot \dot{\omega} + B \cdot \omega + T_f \rightarrow T = J_{rw} \cdot \ddot{\theta} + B \cdot \dot{\theta} + T_f \quad (5-3)$$

όπου J_{rw} είναι η ροπή αδράνειας του κινητήρα, B είναι ο συντελεστής τριβής και T_f είναι οι απώλειες λόγω τριβής. Εξαιτίας της στατικής τριβής ένα κομμάτι του ρεύματος με το οποίο τροφοδοτείται ο κινητήρας χρησιμοποιείται για την ανάπτυξη ροπής που θα υπερνικήσει τη στατική τριβή. Το ρεύμα αυτό καλείται ρεύμα εκκινήσεως $i_{εκ}$ και η ροπή για την υπερνίκηση των τριβών είναι:

$$T_f = K_T i_{εκ} \quad (5-4)$$

όπου K_T είναι η σταθερά ροπής του κινητήρα. Κάνοντας την παρακάτω αλλαγή μεταβλητών:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \quad (5-5)$$

προκύπτει το παρακάτω απλούστερο σύστημα πρωτοβάθμιων διαφορικών εξισώσεων:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B}{J_{rw}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_{rw}} \end{pmatrix} \cdot (T + T_f) \quad (5-6)$$

Ο συντελεστής τριβής B δεν δίνεται πάντοτε από τον κατασκευαστή με αποτέλεσμα να πρέπει να υπολογίζεται από τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά. Στην μόνιμη κατάσταση, για σταθερή ροπή T η γωνιακή ταχύτητα συνδέεται με την ασκούμενη ροπή μέσω της σχέσης

$$T = B\omega_{ss} \quad (5-7)$$

και με το ρεύμα τροφοδοσίας του κινητήρα i_a :

$$T = K_T (i_a - i_{εκ}) \quad (5-8)$$

όπου $i_{εκ}$ το ρεύμα που απαιτείται για να ξεκινήσει ο κινητήρας και οφείλεται στις στατικές τριβές. Έτσι λοιπόν μέσω των (5-7)-(5-8) μπορεί να βρεθεί ο συντελεστής τριβής B :

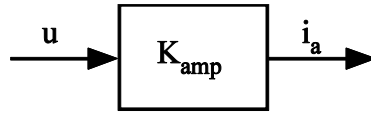
$$B = \frac{K_T (i_{ss} - i_{εκ})}{\omega_{ss}} \quad (5-9)$$

5.1.3 Νόμος Ελέγχου

Για την απόκτηση επιθυμητής απόκρισης του σφονδύλου αντίδρασης, είναι αναγκαία η διατύπωση κάποιου νόμου ελέγχου. Επιλέχθηκε να εφαρμοστεί έλεγχος ρεύματος έτσι ώστε να γίνεται κατευθείαν έλεγχος της επιτάχυνσης και να λαμβάνεται συντομότερα η επιθυμητή απόκριση.

Στο Σχήμα 5.6 απεικονίζεται ένας ενισχυτής ηλεκτροκινητήρα ο οποίος συνδέει το ρεύμα στην έξοδο του με το σήμα εισόδου μέσω της σχέσης

$$i_a = K_{amp} u \quad (5-10)$$



Σχήμα 5.6 Ενισχυτής ηλεκτροκινητήρα.

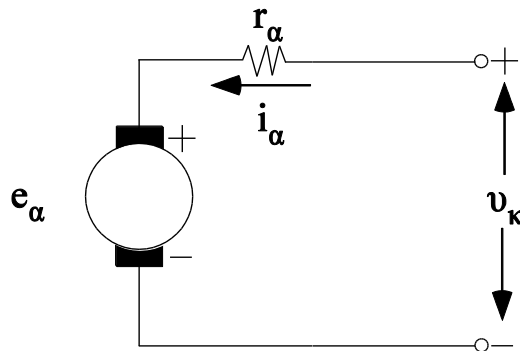
Η ηλεκτρομαγνητική ροπή του κινητήρα $T_{H/M}$ μπορεί να συνδεθεί με το ασκούμενο ρεύμα μέσω της σχέσης:

$$T_{H/M} = T + K_T i_{εκ} = K_T K_{amp} u = K_T i_a \quad (5-11)$$

όπου T είναι η ροπή στον άξονα.

Το ρεύμα που εφαρμόζεται στον κινητήρα συνδέεται με την εφαρμοζόμενη τάση μέσα από τον νόμο τάσεων Kirchhoff βλ. Σχήμα 5.7:

$$v_k = e_a + r_a \cdot i_a = K_T \cdot \omega + r_a \cdot i_a \quad (5-12)$$



Σχήμα 5.7 Ηλεκτρικό κύκλωμα ηλεκτροκινητήρα.

Έτσι λοιπόν, η διαδικασία ελέγχου του σφονδύλου είναι η ακόλουθη:

- I. Ζητείται ροπή $T_{H/M} = K_T i_a$.
- II. Εφαρμόζεται ρεύμα $i_a = T_{H/M} / K_T$.
- III. Ο τροχός επομένως κινείται μέσω της δυναμικής εξίσωσης

$$J_{rw} \cdot \ddot{\theta} + B \cdot \dot{\theta} = K_T (i_a - i_{εκ}) \quad (5-13)$$

5.2 Αρχικός Σχεδιασμός Συστημάτων Πρόσδεσης

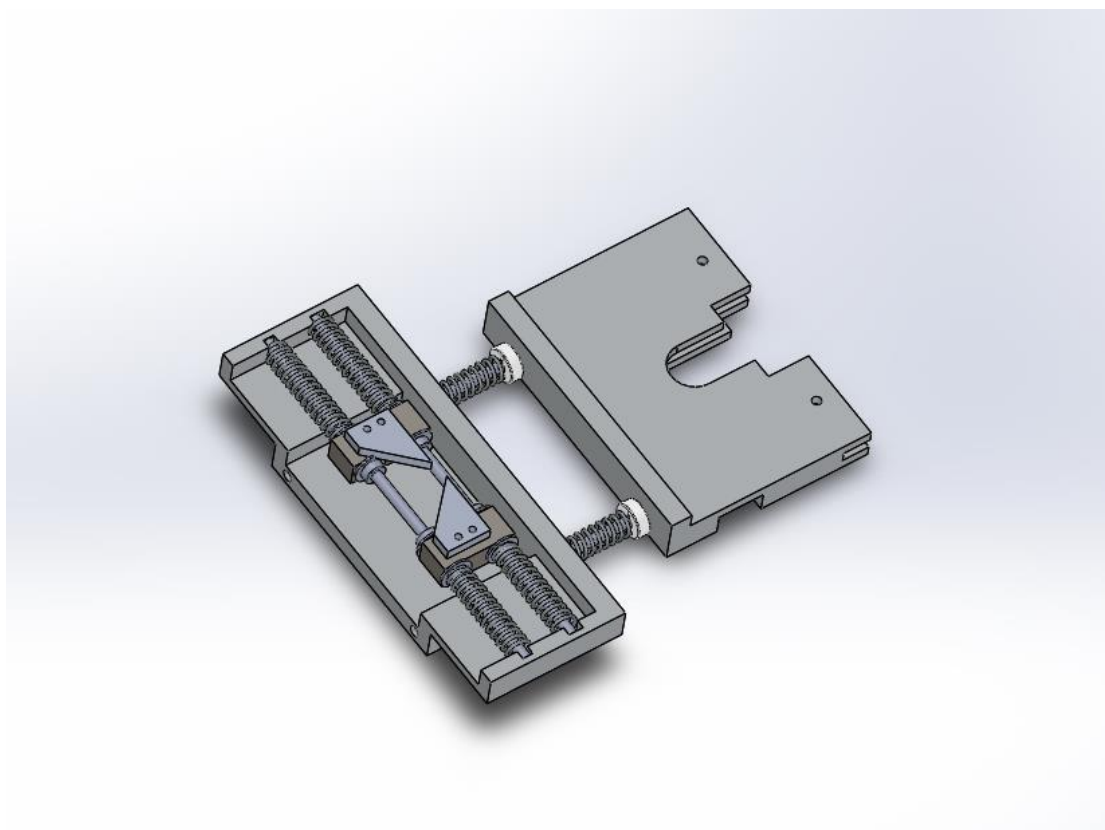
Όπως έχει αναφερθεί και στα παραπάνω κομμάτια της συγκεκριμένης εργασίας, επιλέγεται ως σύστημα πρόσδεσης, όμοιο με αυτό των αποστολών Apollo μιας και τα κεντρικά συστήματα όπως αυτό, είναι απλούστερα στον σχεδιασμό και στην κατανόηση της λειτουργίας τους, [14], [15] και [17].

5.2.1 Σχεδιασμός κώνου υποδοχής

Ο κώνος υποδοχής θα φέρεται κατευθείαν επάνω στο ρομπότ και όχι σε κάποιον βραχίονα καθώς θα αποτελεί το παθητικό κομμάτι της πρόσδεσης το οποίο δεν βρίσκεται υπό την επενέργεια κάποιου νόμου ελέγχου.

Όπως φαίνεται από το Σχήμα 5.8 υπάρχουν ελατήρια και στους δύο άξονες. Στον άξονα της πρόσδεσης υπάρχουν δύο ελατήρια παράλληλα των οποίων το άθροισμα αντιπροσωπεύει την σταθερά ελατηρίου k_t . Τα ελατήρια αυτά είναι δύο και βρίσκονται σε απόσταση μεταξύ τους έτσι ώστε να μην δημιουργείται κάποια ροπή. Στον κάθετο άξονα ως προς τον άξονα της πρόσδεσης τα τριγωνικά κομμάτια των οποίων το άθροισμα είναι αυτό της m_3 στην παραπάνω ανάλυση, βρίσκονται επάνω σε ειδικά πλαίσια τα οποία έχουν τη δυνατότητα να ολισθαίνουν σε άξονες οι οποίοι φέρουν ελατήρια συνολικής σταθεράς k_{ty} . Τα κομμάτια αυτά σχηματίζουν γωνία θ όπως έχει παρουσιαστεί και στην παραπάνω ανάλυση.

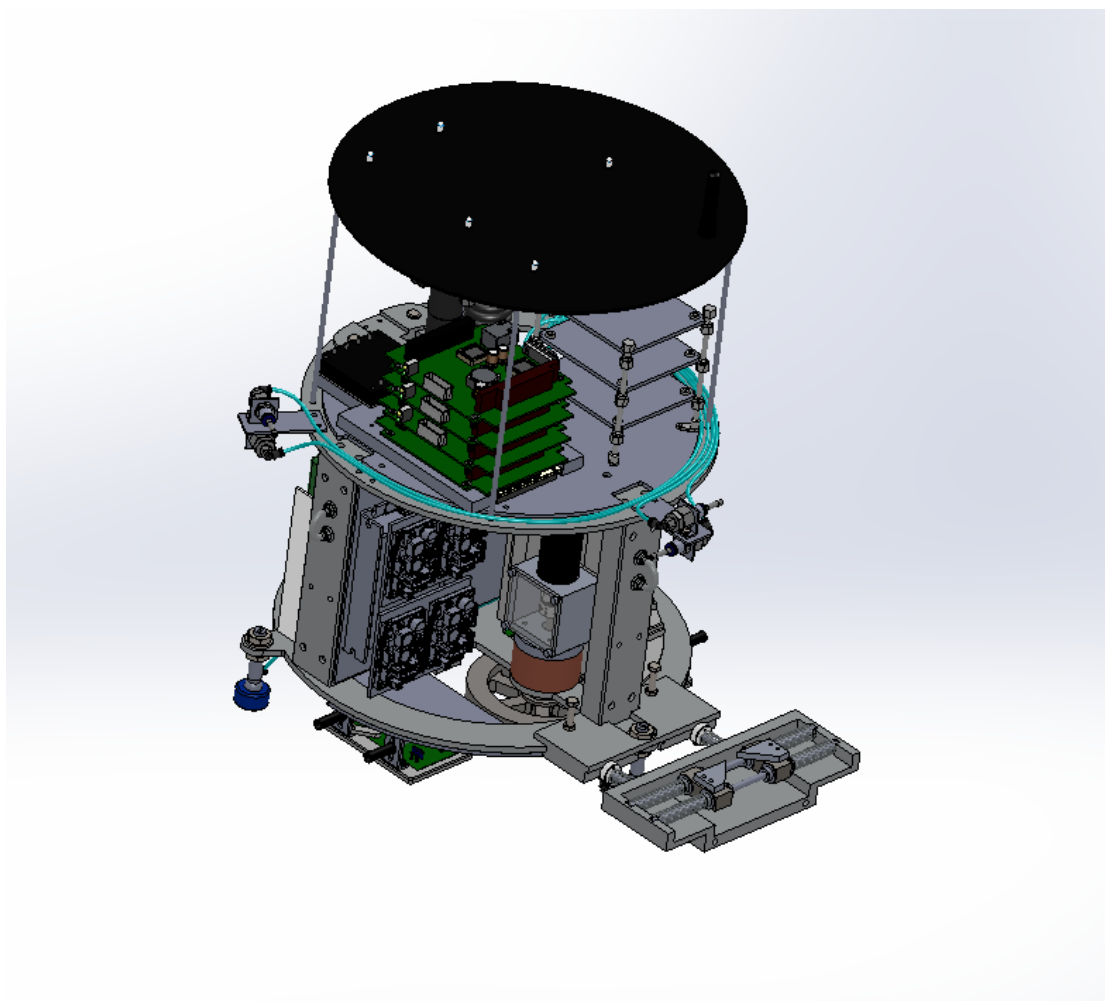
Το κομμάτι το οποίο έρχεται σε επαφή με τη βάση του ρομπότ έχει κατάλληλη διαμόρφωση έτσι ώστε να μπορεί μέσω κοχλιών σύσφιξης να δεθεί επάνω στο ρομπότ. Ανάλογο κομμάτι υπάρχει και για τη σύνδεση του βραχίονα στο ρομπότ.



Σχήμα 5.8 Άποψη του κώνου υποδοχής.

Στο Σχήμα 5.9 απεικονίζεται άποψη του ρομπότ μαζί με τον κώνο υποδοχής. Η αναλογία του ρομπότ και του κώνου δεν είναι η πραγματική αλλά ο κώνος υποδοχής παριστάνεται σε αναλογία 1:3 έτσι ώστε να διευκολύνεται η κατανόηση του.

Ο κώνος υποδοχής σχεδιάζεται να κατασκευαστεί σε 3D-Printer για λόγους ταχύτητας αλλά και λόγω της ανάπτυξης χαμηλών σε μέγεθος δυνάμεων ώστε η χρήση σκληρών μετάλλων για την παραλαβή αυτών των δυνάμεων να μην είναι απαραίτητη.



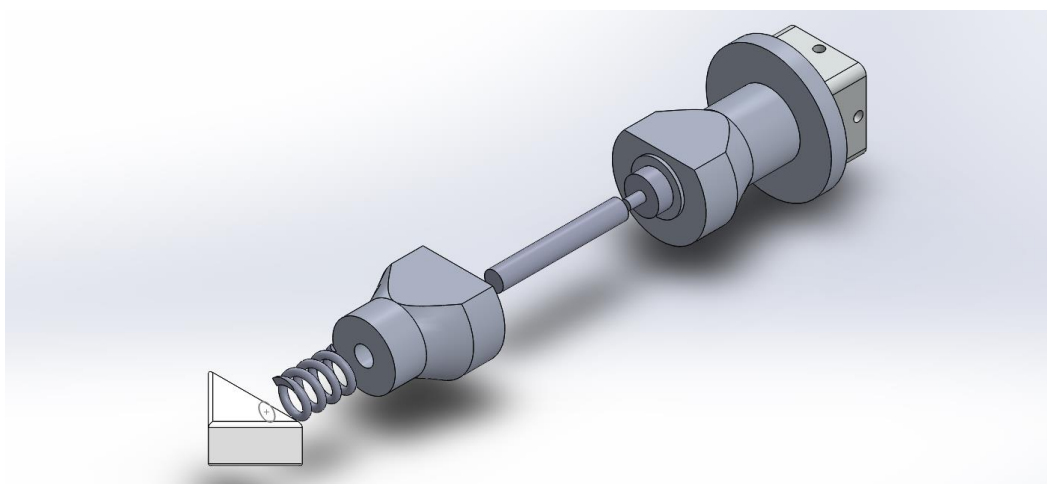
Σχήμα 5.9 Άποψη του ρομπότ με τον κώνο υποδοχής.

5.2.2 Σχεδιασμός αρσενικού συστήματος πρόσδεσης – πρόβολος

Ο σχεδιασμός του προβόλου είναι πιο απαιτητικός μια και επιθυμούμε το ελατήριο με σταθερά k_f να είναι στον άξονα της πρόσδεσης. Το παραπάνω ισχύει στην περίπτωση που μελετάμε ένα παθητικό αρσενικό κομμάτι πρόσδεσης. Στην περίπτωση που ο πρόβολος βρίσκεται σε κάποιο βραχίονα τότε δεν υπάρχει κάποιο ελατήριο μια και οι υπό έλεγχο κινητήρες μπορούν να συμπεριφερθούν ως ζεύγος ελατηρίου- αποσβεστήρα.

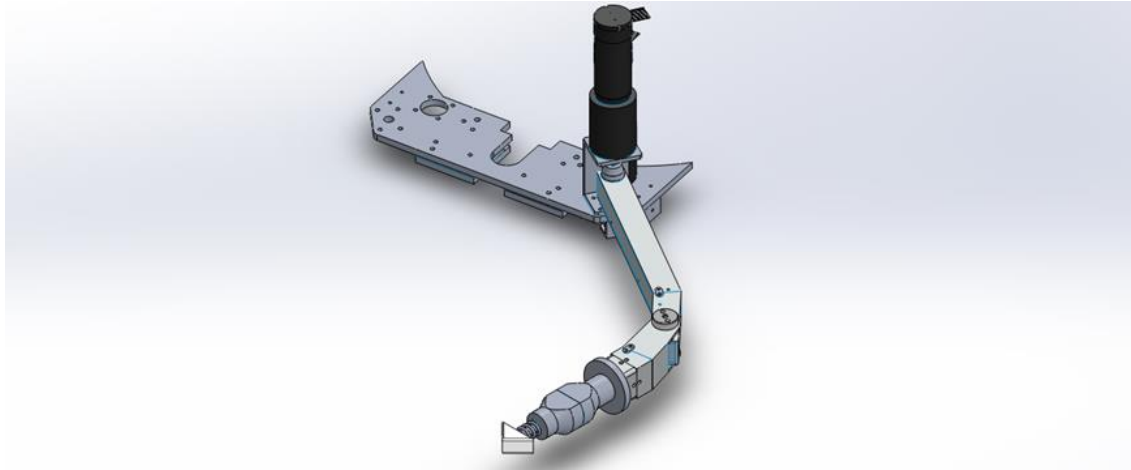
Το ελατήριο μπορεί να συμπιέζεται εξαιτίας της δύναμης της κρούσης και να ωθείται ως προς το εσωτερικό τμήμα στο οποίο είναι συνδεδεμένο. Το ερώτημα το οποίο προέκυψε είναι πως κατά την αποσυσπίρωση του ελατηρίου ο άξονας στον οποίο στηρίζεται δεν θα κινδυνεύει να 'εκτοξευθεί' προς τα έξω. Ως λύση επιλέχθηκε η τοποθέτηση κοχλίας ο οποίος είναι δεμένος με τον άξονα του ελατηρίου και ο οποίος έχει μεγαλύτερη διάμετρο από την οπή του κομματιού μέσα από την οποία περνάει ο άξονα του ελατηρίου.

Έτσι λοιπόν, κατά την συναρμολόγηση του προβόλου, πρώτα τοποθετείται ο κοχλίας με τον άξονα του ελατηρίου, στην συνέχεια τοποθετείται το προστατευτικό του άξονα και έπειτα το ελατήριο ενώ στο τέλος τοποθετείται στον πρόβολο με την χρήση σπειρώματος η κορυφή του προβόλου διευκολύνοντας έτσι την επίτευξη της εναλλαξιμότητας δηλαδή την εκτέλεση πειραμάτων με διαφορετική γωνία θ της κορυφής αλλά και διαφορετικά υλικά.



Σχήμα 5.10 Άποψη του προβόλου.

Στο Σχήμα 5.10 απεικονίζονται τα εξαρτήματα του προβόλου με την σειρά με την οποία δένονται ενώ στο Σχήμα 5.11 απεικονίζεται ο πρόβολος δεμένος πάνω στον βραχίονα του ρομπότ.



Σχήμα 5.11 Άποψη του αρσενικού τμήματος της πρόσδεσης επάνω σε βραχίονα.

6 Αποτελέσματα Προσομοιώσεων

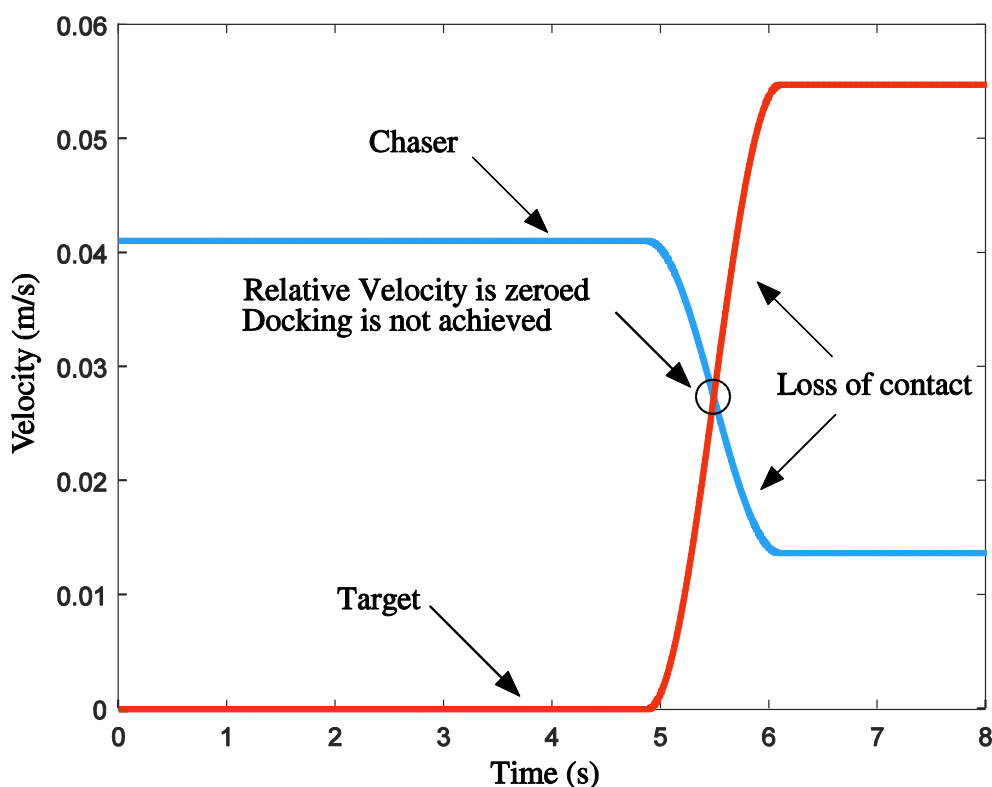
Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων. Σκοπός είναι η διαπίστωση της θεωρίας και του ελέγχου που έχει αναπτυχθεί στα παραπάνω κεφάλαια. Καταρχάς, παρουσιάζονται αποτελέσματα σχετικά με το αρχικό μοντέλο όπου διαπιστώνεται η σωστή λειτουργία της ελάχιστης ταχύτητας ενώ στη συνέχεια παρουσιάζονται αποτελέσματα για το πλήρες μοντέλο και επαληθεύεται η μεθοδολογία σωστής επιλογής παραμέτρων εμπέδησης. Τέλος, δείχνονται κάποιες πρώτες προσομοιώσεις για το ρομπότ του Εργαστηρίου Αυτομάτου Ελέγχου και διευκρινίζεται η σπουδαιότητα του σωστού ελέγχου στην επιτυχία της πρόσδεσης.

6.1 Προσομοιώσεις της πρόσδεσης μέσω του αρχικού μοντέλου

Όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 3, στο μοντέλο αυτό υπάρχουν τρία σώματα και ένα ελατήριο σε εγκάρσια θέση ως προς την κίνηση των κέντρων μάζας των σωμάτων.

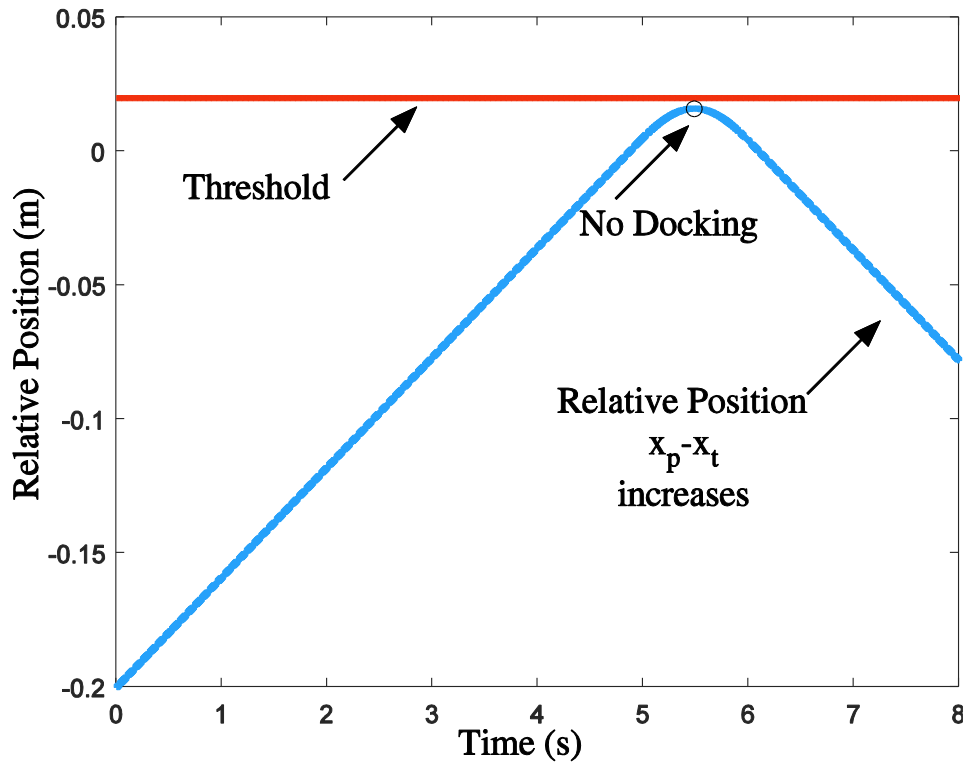
Το σώμα το οποίο αποτελεί το Στόχο (target), χωρίς βλάβη της γενικότητας θεωρείται ακίνητο και έχει μάζα $m_t = 20kg$ ενώ το σώμα που αποτελεί τον Κυνηγό (chaser), έχει αρχική ταχύτητα $\dot{x}_{c,0}$ και μάζα ίση με $m_c = 40kg$. Το σύστημα πρόσδεσης το οποίο φέρει ο Στόχος έχει μάζα ίση με $m_l = 2kg$ και η σταθερά ελατηρίου του είναι ίση με $k_l = 100N/m$. Ο πρόβολος που αποτελεί το αρσενικό κομμάτι της πρόσδεσης και τον οποίο φέρει ο Κυνηγός σχηματίζει γωνία με τον άξονα της πρόσδεσης ίση με $\theta = 45^0$ ενώ το μήκος της κορυφής του είναι $l_p = 0.02m$. Μέσω της σχέσης (3-13) βρίσκεται ότι η ελάχιστη ταχύτητα του κυνηγού έτσι ώστε να μπορέσει να προσδεθεί στον στόχο είναι $\dot{x}_{c,0} = 0.0511m/s$.

Στην περίπτωση που η ταχύτητα του Κυνηγού είναι μικρότερη από την ελάχιστη που βρήκαμε παραπάνω, έστω δηλαδή ότι είναι $\dot{x}_{c,0} = 0.0411m/s$ παρατηρείται η παρακάτω απόκριση:



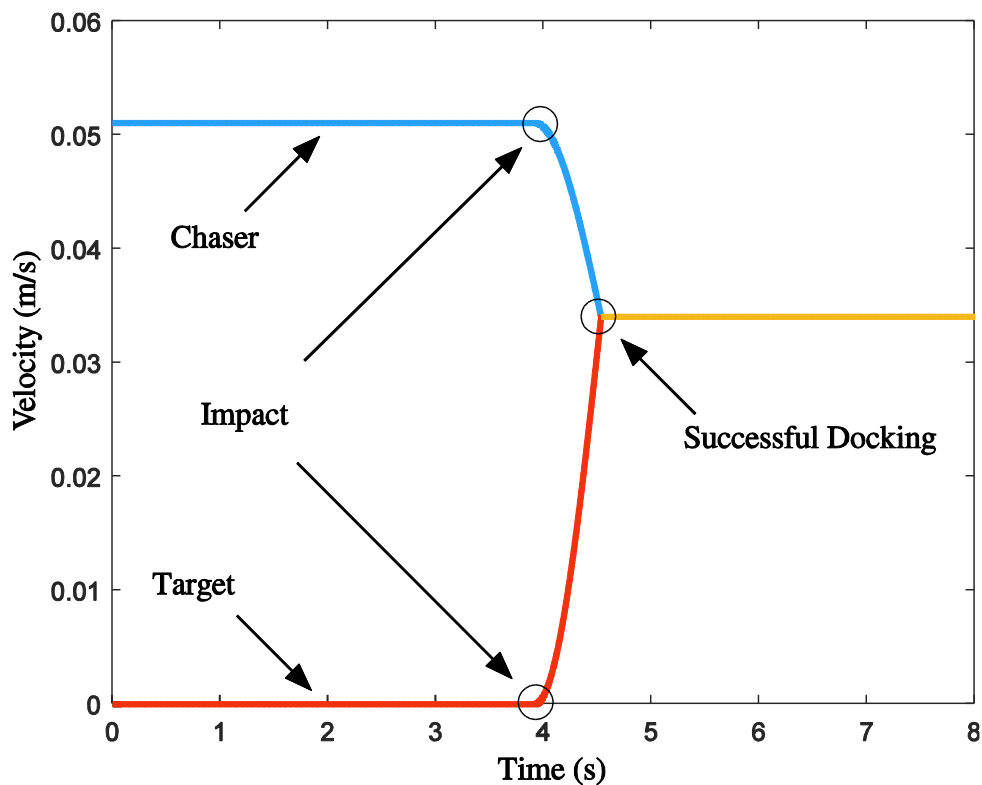
Σχήμα 6.1 Ταχύτητα των δύο σωμάτων κατά την ανεπιτυχή πρόσδεση.

Τα δύο σώματα, σύμφωνα με το Σχήμα 6.1 και το Σχήμα 6.2, έρχονται σε επαφή αλλά εξαιτίας της μικρής ταχύτητας του Κυνηγού η σύλληψη δεν λαμβάνει χώρα και έτσι ο 'Στόχος' κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα από τον 'Κυνηγό' με αποτέλεσμα η σχετική απόσταση τους να μεγαλώνει.



Σχήμα 6.2 Σχετική απόσταση των δύο σωμάτων κατά την ανεπιτυχή πρόσδεση.

Στη περίπτωση που ο 'Κυνηγός' έχει την ελάχιστη ταχύτητα που βρέθηκε μέσω της (3-13) δηλαδή έχει αρχική ταχύτητα ίση με $\dot{x}_{c,0} = 0.0511 m/s$ τότε όπως φαίνεται και από το Σχήμα 6.3 η σύλληψη είναι επιτυχή.

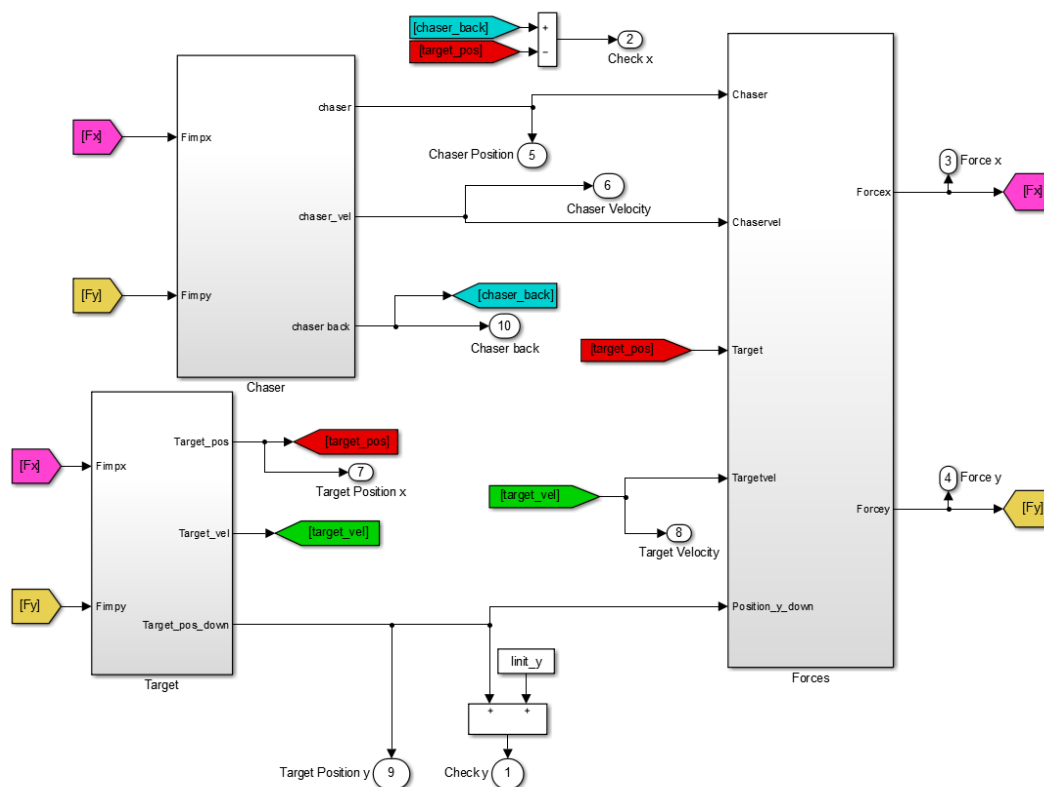


Σχήμα 6.3 Επιτυχής πρόσδεση με τη χρήση της ελάχιστης ταχύτητας.

Την χρονική στιγμή περίπου $t = 4s$, τα σώματα συγκρούονται με αποτέλεσμα ο Κυνηγός να επιβραδύνεται ενώ η ταχύτητα του Στόχου να αυξάνεται συνεχώς. Παράλληλα το ελατήριο του συστήματος πρόσδεσης συσπειρώνεται. Όλα τα παραπάνω πραγματοποιούνται μέχρι τη στιγμή που ο πρόβολος θα εισχωρήσει στον κώνο υποδοχής και θα 'κλειδώσει' ο μηχανισμός. Τότε, η πρόσδεση είναι επιτυχής και τα σώματα κινούνται με την ίδια ταχύτητα όπως φαίνεται και στο Σχήμα 6.3.

6.2 Προσομοιώσεις της πρόσδεσης μέσω του βελτιωμένου μοντέλου

Για να εξεταστεί η εγκυρότητα της ανάλυσης, δημιουργήθηκαν μια σειρά από προσομοιώσεις με τη χρήση MATLAB/ Simulink. Όπως έχει αναφερθεί, ο Στόχος μοντελοποιείται ως ένα σύστημα δύο μαζών που ενώνονται με ελατήριο ενώ ο Κυνηγός ως ένα σύστημα δύο μαζών το οποίο βρίσκεται υπό την επενέργεια δύναμης εμπέδησης. Η δύναμη της κρούσης υπολογίζεται μέσω του μοντέλου Kelvin-Voigt. Όσο τρέχει η προσομοίωση, υπολογίζονται οι ταχύτητες των μαζών καθώς και η εισχώρηση του ενός σώματος στο άλλο. Η πληροφορία αυτή τροφοδοτείται στο μοντέλο της κρούσης το οποίο υπολογίζει τη δύναμη της κρούσης η οποία ασκείται στη συνέχεια στις δύο μάζες που βρίσκονται σε επαφή. Το Σχήμα 6.4 απεικονίζει τη δομή του μοντέλου το οποίο έχει σχεδιασθεί και περιεγράφηκε παραπάνω.



Σχήμα 6.4 Βελτιωμένο μοντέλο πρόσδεσης.

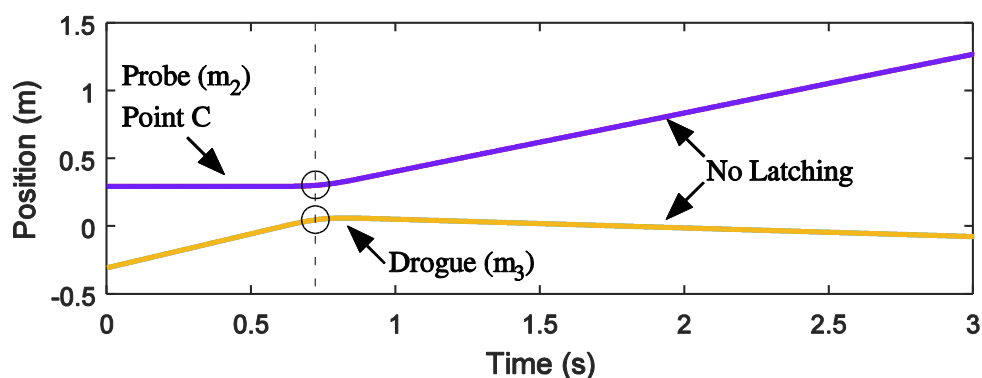
Για να αποφευχθεί οποιοδήποτε βεβιασμένο αποτέλεσμα, δεν έχει χρησιμοποιηθεί καμία εξίσωση που απορρέει από την θεωρητική ανάλυση στην εργασία αυτή. Ο χρήστης μπορεί επίσης, να αλλάξει τις αρχικές παραμέτρους τόσο των μαζών όσο και των αρχικών ταχυτήτων. Η αρχική ταχύτητα της μάζας m_1 του Κυνηγού τίθεται κάθε φορά μη μηδενική και ίση με αυτή της m_2 . Όλες οι άλλες αρχικές συνθήκες ορίζονται ίσες με το μηδέν χωρίς κάποια βλάβη της γενικότητας.

Πίνακας 1. Παράμετροι προσομοιώσεων με βελτιωμένο μοντέλο πρόσδεσης.

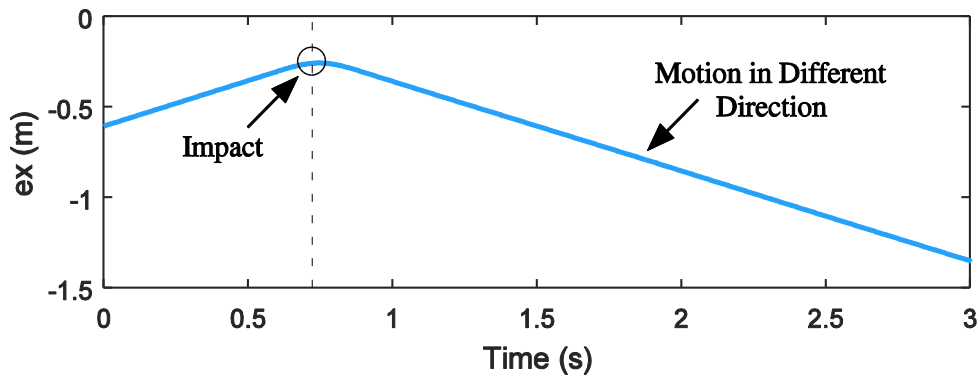
Παράμετροι	A	B
$m_1(kg)$	40	1500
$m_2(kg)$	1500	40
$m_3(kg)$	2000	20
$m_4(kg)$	20	2000
$k_i(N/m)$	10^5	10^5
$k_f(N/m)$	513	513
$k_t(N/m)$	370	370

Επιβεβαίωση της επίδρασης του συντελεστή e_l στο παραπάνω μοντέλο για $e=1$.

Για να εξακριβωθεί ο συντελεστής του e_l για ένα μοντέλο το οποίο φέρει συστήματα τα οποία έχουν ελατήρια σε δύο άξονες επιλέχθηκε η παράμετρος εμπέδησης m_f να είναι τέτοια ώστε $1/2 < e_l < 1$. Με μία τέτοια επιλογή αναμένεται να μην λάβει χώρα η πρόσδεση. Οι παράμετροι που επιλέχθηκαν είναι αυτοί της περίπτωσης A από τον Πίνακα 1. Σύμφωνα με τις τιμές αυτές ευρίσκεται ότι $e_l = 0.9809$. Η αρχική θέση της m_2 είναι $x_{2,0} = -0.3m$ ενώ της μάζας m_3 είναι $x_{2,0} = 0.3m$.



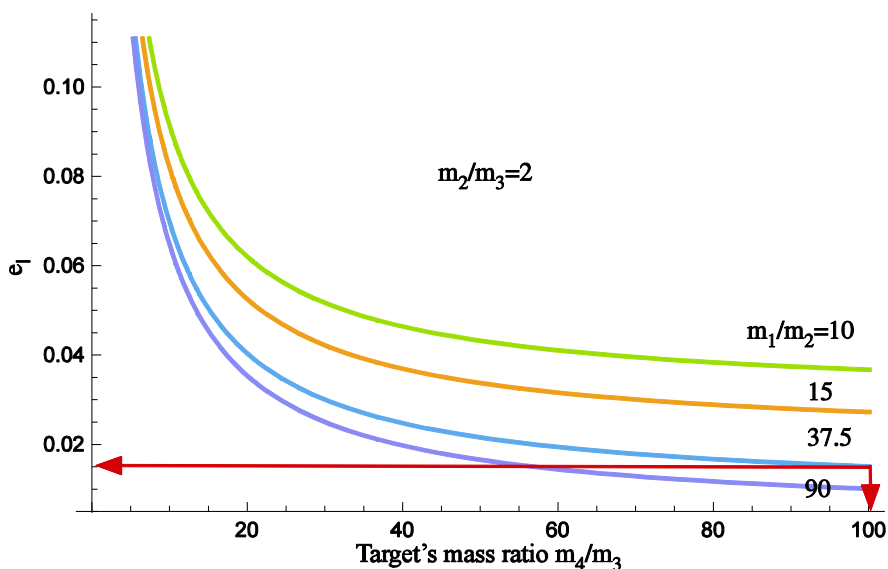
Σχήμα 6.5 Θέση προβόλου - κώνου υποδοχής.



Σχήμα 6.6 Σχετική θέση όταν ο συντελεστής e_1 δεν είναι κατάλληλος για πρόσδεση.

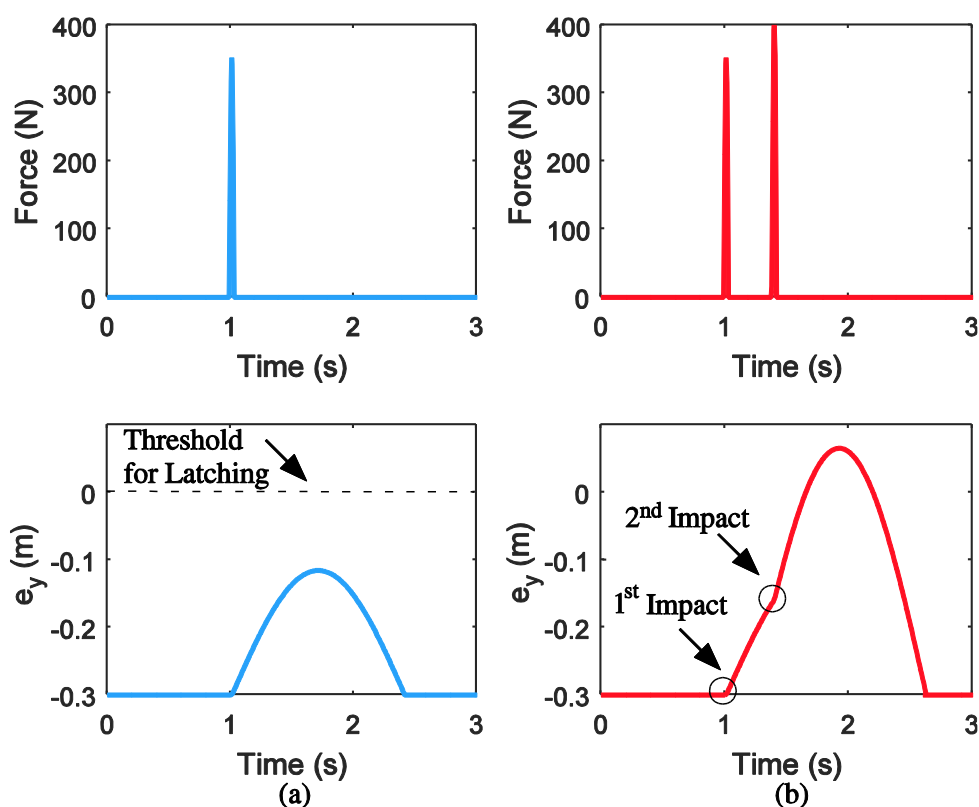
Από το Σχήμα 6.6 φαίνεται ότι η σχετική απόσταση των δύο σωμάτων, του Κυνηγού και του Στόχου, e_x μειώνεται μέχρι τη στιγμή που θα λάβει χώρα η κρούση. Παρόλα αυτά, εξαιτίας της λάθος επιλογής παραμέτρων όσων αφορά τη μάζα, τα συστήματα σωμάτων μετά την κρούση κινούνται προς διαφορετικές κατευθύνσεις. Το Σχήμα 6.5 επιβεβαιώνει το γεγονός αυτό.

Για επιτυχή πρόσδεση, η παράμετρος μάζας $m_f = m_2$ επιλέγεται συναρτήσει των γνωστών μαζών του συστήματος που αποτελούν τον Στόχο και της κύριας μάζας του συστήματος του Κυνηγού. Για να πραγματοποιηθεί αυτό χρησιμοποιείται το Σχήμα 6.7 όπου απεικονίζεται η μεταβολή του συντελεστή e_1 σε σχέση με το λόγο των μαζών του Στόχου για δεδομένη μάζα m_1 του Κυνηγού. Για δεδομένο λόγο μαζών του Στόχου, επιθυμητό συντελεστή e_1 και γνωστή μάζα m_1 , οι m_2 και $m_f = m_2$ μπορούν να πάρουν κατάλληλη τιμή για πετυχημένη πρόσδεση. Για παράδειγμα, για την περίπτωση Β του Πίνακα 1 και θεωρώντας όλες τις παραμέτρους ως εισόδους εκτός από τη μάζα m_2 , δηλαδή για $m_4/m_3 = 100$ και για $e_1 < 0.02$ από το Σχήμα 6.7 προκύπτει $m_1/m_2 = 37.5$ και επειδή είναι $m_1 = 1500\text{kg}$, καταλήγουμε ότι $m_2 = 40\text{kg}$.



Σχήμα 6.7 Ο συντελεστής e_1 συναρτήσει του λόγου μαζών του Στόχου για δεδομένες λόγους μαζών του Κυνηγού.

Ελάχιστη ταχύτητα για πρόσδεση. Χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους από την περίπτωση Β του Πίνακα 1 και την (3-52), η ελάχιστη ταχύτητα υπολογίζεται ότι είναι $U_{relx,s}^{i-} = 0.5031m/s$. Στην περίπτωση που η ταχύτητα του συστήματος του Κυνηγού είναι μικρότερη από αυτή τη τιμή τότε η αναπτυσσόμενη ώθηση κατά την πρώτη κρούση δεν επαρκεί για την πλήρη συμπίεση του ελατηρίου στον κώνο υποδοχής. Για παράδειγμα αν διαλέξουμε $U_{relx,s}^{i-} = 0.303m/s < 0.5031m/s$ και ασκήσουμε την πρώτη ώθηση στη μάζα m_3 τότε αυτή συσπειρώνεται χωρίς να ξεπερνάει το επιθυμητό μήκος το οποίο είναι ίσο με το ύψος της κορυφής του προβόλου και έτσι σύμφωνα με το Σχήμα 6.8 δεν πραγματοποιείται η πρόσδεση. Στην περίπτωση που πραγματοποιηθούν δύο κρούσεις τότε η σύλληψη λαμβάνει χώρα αλλά όπως έχει αναφερθεί ο τρόπος αυτός δεν είναι επιθυμητός.



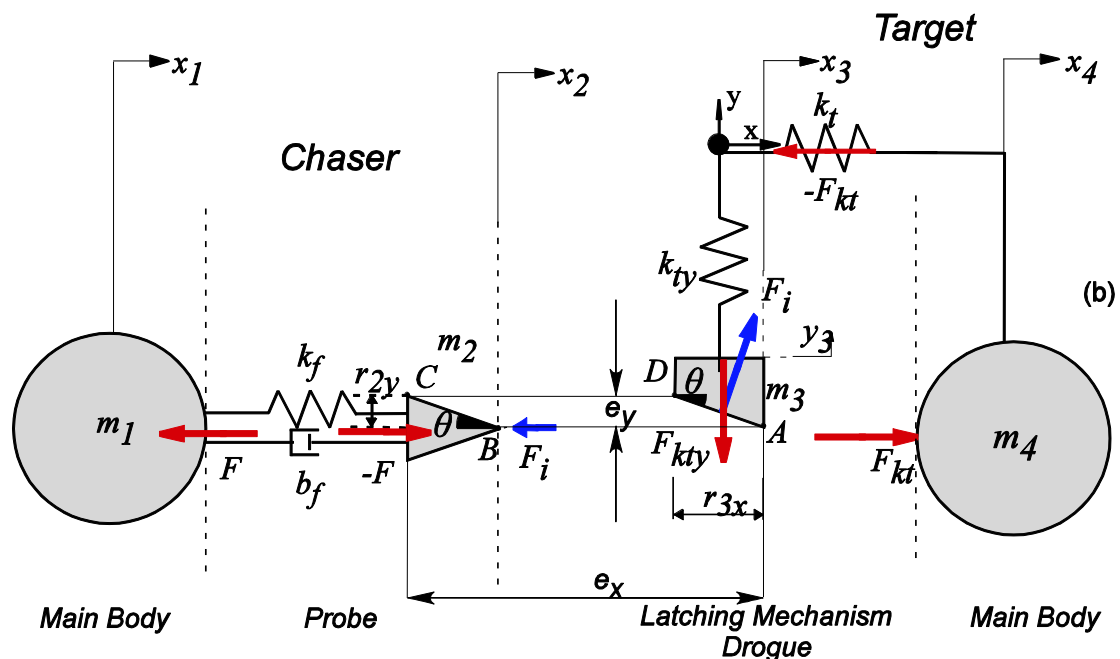
Σχήμα 6.8 Κρούση με $U_{relx,s}^{i-} = 0,303m/s < 0.5031m/s$ (a) Λαμβάνοντας υπόψιν μόνο την πρώτη κρούση, (b) πολλαπλές κρούσεις.

Ικανοποίηση όλων των συνθηκών. Ως παράδειγμα, χρησιμοποιούνται οι παράμετροι της Β περίπτωσης του **Error! Reference source not found.** και με την παράμετρο εμπέδησης που αφορά τη μάζα ίση με $m_f = 40kg$, όπως εξηγήθηκε παραπάνω.

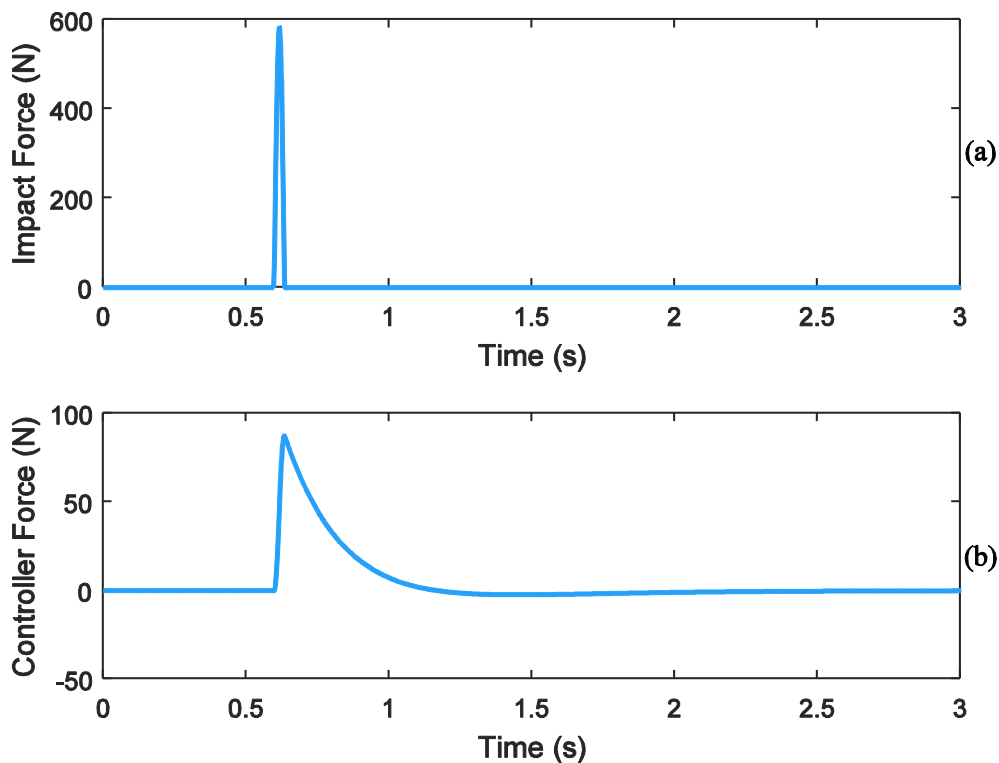
Η σταθερά ευκαμψίας του φίλτρου εμπέδησης επιλέγεται από το Σχήμα 3.11 για μια δεδομένη τιμή ευκαμψίας της σύνδεσης του κώνου υποδοχής με το κύριο σώμα του Στόχου. Έτσι λοιπόν επιλέγοντας αυτή την τιμή ίση με $k_f = 360N/m$, η οποία

θεωρείται συνηθισμένη τιμή για την ευκαμψία της πρόσδεσης του κώνου υποδοχής με το κυρίως σώμα του διαστημικού συστήματος, βρίσκεται ότι η παράμετρος εμπέδησης που αφορά την ευκαμψία είναι $k_f = 513.3N/m$ (υπολογίζεται και τίθεται στο σύστημα) και αντίστοιχα η παράμετρος που αφορά την απόσβεση είναι $b_f = 282.8Ns/m$ (υπολογίζεται και τίθεται στο σύστημα σύμφωνα με την (3-53)).

Ως αποτέλεσμα, κάνοντας χρήση της σχέσης (3-33) προκύπτει ότι τα κέρδη του ελεγκτή υπολογίζονται ως $k_p = 500N/m$ και $k_d = 279Ns/m$. Θεωρείται ότι η κρούση είναι ελαστική, $e^* = 1$. Πριν την κρούση, το σημείο A του κώνου υποδοχής βρίσκεται στη θέση $y_3 = -r_{2y}$. Για να συμπιεστεί κατάλληλα το ελατήριο του κώνου υποδοχής έτσι ώστε η κορυφή του προβόλου να μπορέσει να εισέλθει τελείως και να κλειδώσει ο μηχανισμός έτσι ώστε να επιτευχθεί η σύλληψη, θα πρέπει το σημείο A να φτάσει στη θέση $y_3 = 0$. Στο Σχήμα 6.9 παρουσιάζονται όλα τα προαναφερθέντα μεγέθη. Για να συμβεί αυτό θα πρέπει η ελάχιστη ταχύτητα του Κυνηγού να είναι $U_{relx,s}^- = 0.503m/s$. Αυτή η υψηλή ταχύτητα δείχνει τη δυσκολία της πραγματοποίησης της πρόσδεσης στο διάστημα. Όπως φαίνεται από το Σχήμα 6.9(a) μια μόνο κρούση είναι αναγκαία να πραγματοποιηθεί για την πρόσδεση, κατά τη διάρκεια της οποίας τα δύο συστήματα πρόσδεσης βρίσκονται συνέχεια σε επαφή. Από το Σχήμα 6.9(b) η δύναμη που παράγει ο κινητήρας και ελέγχεται από τον ελεγκτή εμπέδησης είναι ομαλή και το μέγεθος της επιτεύξιμο. Επίσης, χάρη στη σωστή επιλογή του κέρδους που αφορά την απόσβεση, η κλειστού βρόγχου γωνιακή συχνότητα είναι $3.58rad/s$ και η δύναμη από τον ελεγκτή φτάνει σε μόνιμη κατάσταση περίπου τη χρονική στιγμή 1.6s όπως και ήταν αναμενόμενο.



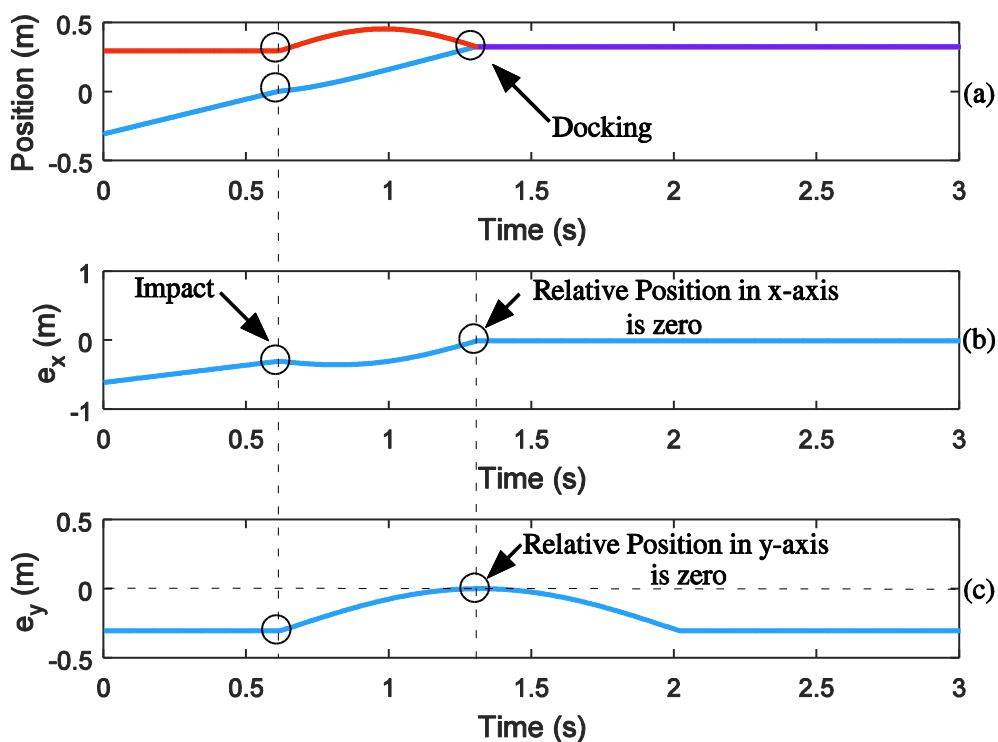
Σχήμα 6.9 Χαρακτηριστικά μεγέθη μοντέλου πρόσδεσης.



Σχήμα 6.10 (a) Δύναμη κρούσης, (b) Ασκούμενη δύναμη στον πρόβολο του Κυνηγού.

Το Σχήμα 6.11 απεικονίζει τη θέση του Κυνηγού και του Στόχου αλλά και την σχετική τους θέση στον x- και y- άξονα. Όταν $x_2 = x_3$, λαμβάνει χώρα η κρούση. Το ελατήριο του κώνου υποδοχής στον y- άξονα ξεκινά να συμπιέζεται ενώ ο Στόχος ξεκινά να κινείται στον x- άξονα. Τα σώματα m_2, m_3 ταλαντώνονται εξαιτίας της δύναμης της κρούσης ενώ ταυτόχρονα κινούνται στον x- άξονα εξαιτίας της σύνδεσης τους με τις μεγαλύτερες μάζες m_1, m_4 των οποίων η ταλάντωση είναι ανεπαίσθητη.

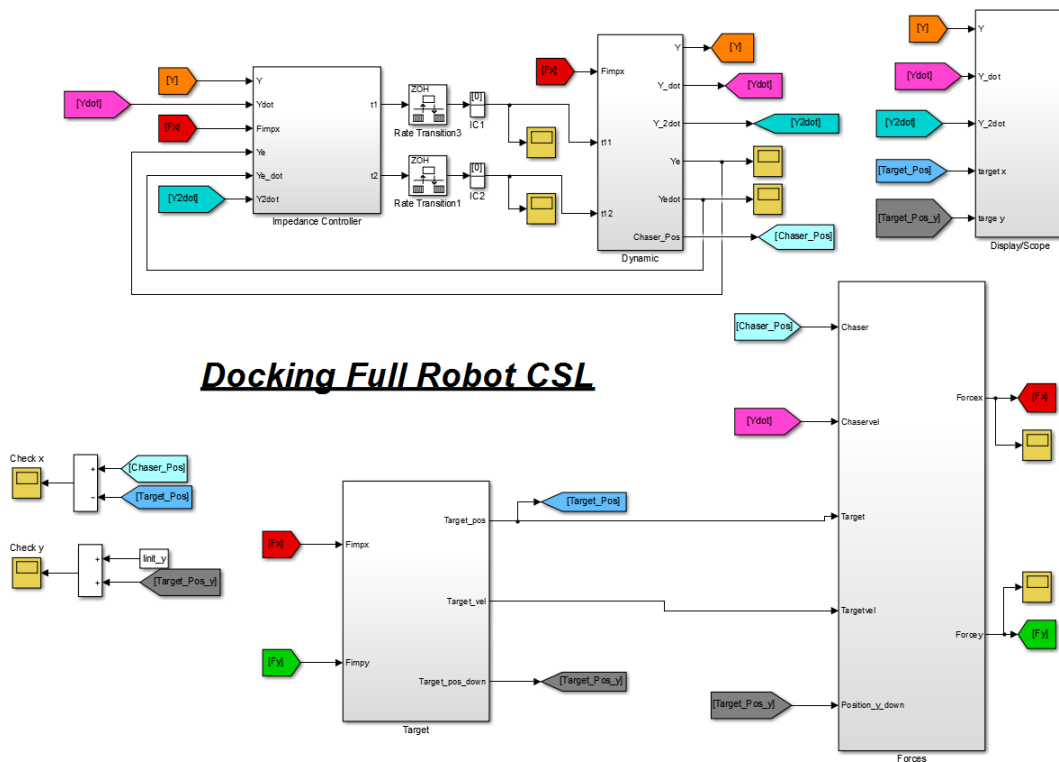
Η πρόσδεση θεωρείται επιτυχής όταν τα σημεία A και C έχουν την ίδια θέση και στους δύο άξονες. Όπως μπορεί και να βεβαιωθεί και από το Σχήμα 6.11, όταν ο Κυνηγός έχει την ελάχιστη ταχύτητα τότε το σώμα m_3 συμπιέζεται μέχρι το σημείο C (η σχετική απόσταση των δύο σωμάτων μηδενίζεται). Την ίδια στιγμή, η σχετική απόσταση των m_2, m_3 μηδενίζεται και η πρόσδεση θεωρείται επιτυχής. Στη συνέχεια η μάζα m_3 επιστρέφει στην αρχική της θέση επιτυγχάνοντας την σύλληψη.



Σχήμα 6.11 (a) Θέση προβόλου του Κινητού και του κώνου υποδοχής του Στόχου - Σχετική θέση Κινητού - Στόχου, (b) στον x- άξονα και c) στον y- άξονα.

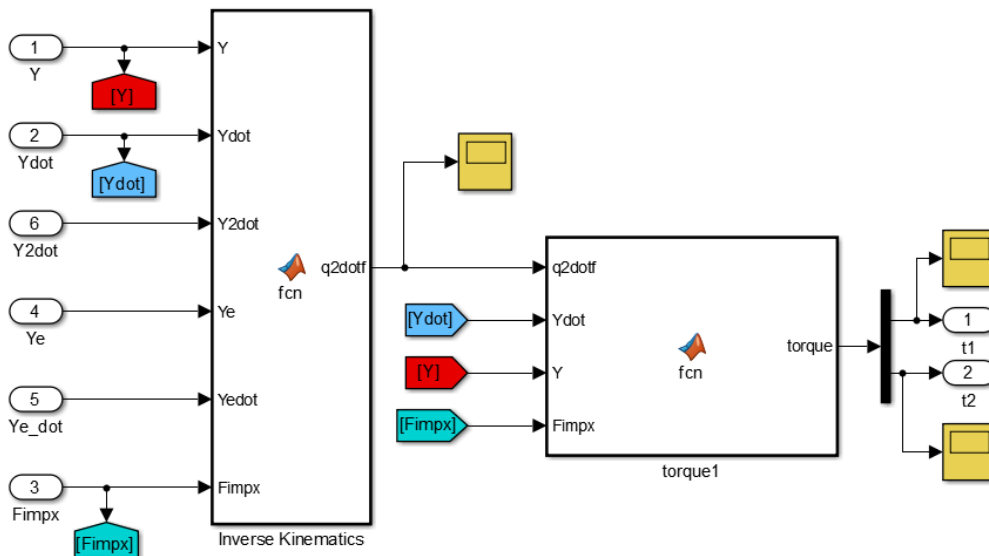
6.3 Προσομοιώσεις με το δυναμικό μοντέλο του εξομοιωτή διαστημικού ρομπότ του CSL

Με στόχο τη δημιουργία προσομοιώσεων για την εξακρίβωση της παραπάνω θεωρίας αλλά και τη διαπίστωση της συμπεριφοράς του ρομπότ του Εργαστηρίου Αυτομάτου Ελέγχου με στόχο την πρόσδεση και βρισκόμενο υπό έλεγχο εμπέδησης, δημιουργήθηκε το σύστημα σε περιβάλλον Matlab/Simulink και το οποίο απεικονίζεται στο Σχήμα 6.12. Ο χρήστης όπως και στο σύστημα που περιγράψαμε προηγουμένως έχει τη δυνατότητα να καθορίζει τις παραμέτρους εμπέδησης, τις παραμέτρους του ρομπότ και του διαστημικού συστήματος/δορυφόρου ενώ μπορεί να θέτει τις αρχικές συνθήκες θέσης και ταχύτητας των συστημάτων.



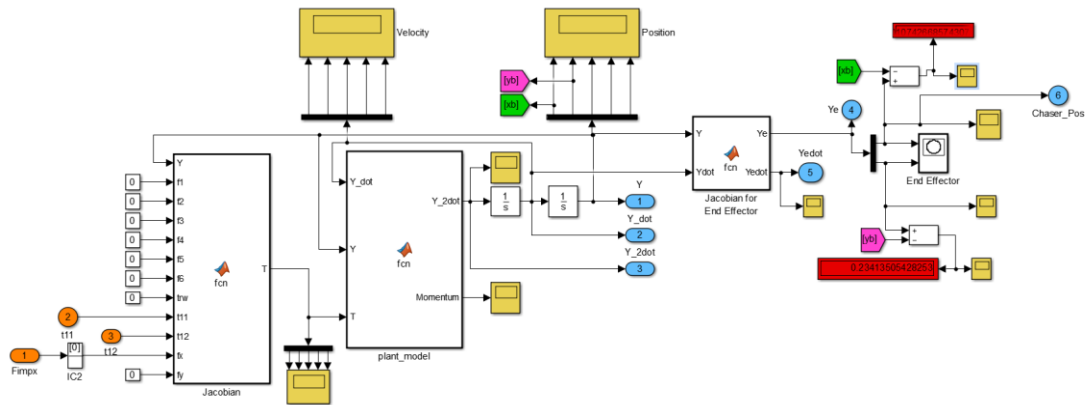
Σχήμα 6.12 Σύστημα ολόκληρου του ρομπότ του Εργαστηρίου Αυτομάτου Ελέγχου.

Αρχικά, το ρομπότ κινείται με σταθερή ταχύτητα. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία έρχεται σε επαφή με τον Στόχο αναπτύσσεται η δύναμη κρούσης η οποία έχει ως συνέπεια να δημιουργούνται επιταχύνσεις στις αρθρώσεις του ρομπότ. Στο block Inverse Kinematics το οποίο απεικονίζεται στο Σχήμα 6.13, ο ελεγκτής από τη στιγμή που βλέπει μια δύναμη ως είσοδο



Σχήμα 6.13 Νόμος Ελέγχου.

υπολογίζει τις επιθυμητές επιταχύνσεις με βάση τις παραμέτρους εμπέδησης που έχουν τεθεί. Στη συνέχεια στο block torque1 υπολογίζονται οι επιθυμητές ροπές με βάση τη σχέση (4-36).



Σχήμα 6.14 Δυναμική Ρομπότ.

Οι ροπές αυτές οδηγούνται στο block της δυναμικής του ρομπότ, Σχήμα 6.14, μαζί με τη δύναμη της κρούσης όπου μέσω της Ιακωβιανής υπολογίζονται οι γενικευμένες ροπές και δυνάμεις που ασκούνται στο ρομπότ. Στη συνέχεια μέσω ολοκληρώσεων υπολογίζεται η νέα θέση και ταχύτητα του ρομπότ, οι οποίες τροφοδοτούνται στο φίλτρο εμπέδησης με σκοπό τον υπολογισμό των νέων ροπών.

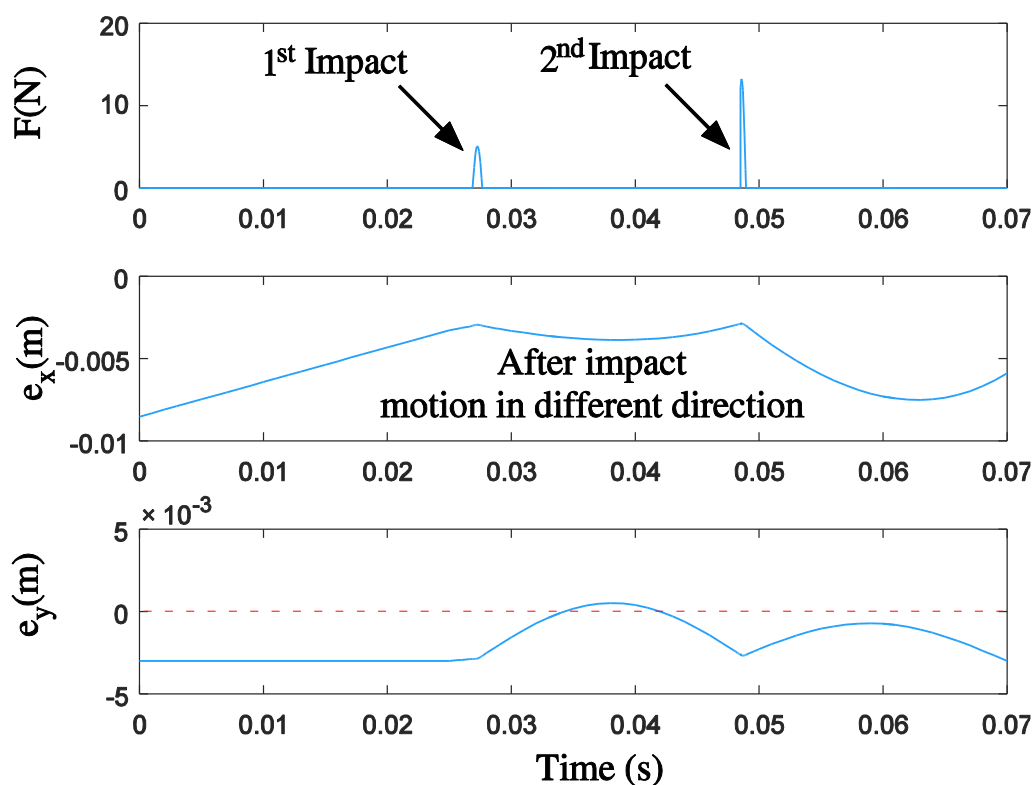
Σε αντιστοιχία με τις προσομοιώσεις του βελτιωμένου μοντέλου, δοκιμάστηκαν διαφορετικές τιμές των παραμέτρων εμπέδησης για το δυναμικό μοντέλο του εξομοιωτή διαστημικού ρομπότ με έναν βραχίονα υπό την επενέργεια εξωτερικής δύναμης, ενώ ο βραχίονας βρίσκεται υπό- έλεγχο εμπέδησης ενώ παράλληλα στη βάση του ρομπότ δεν ασκείται κάποιος έλεγχος.

Πίνακας 2. Παράμετροι προσομοιώσεων με εξομοιωτή διαστημικού ρομπότ .

Παράμετροι	A	B
$k_{f_x} (N / m)$	1	100
$k_{f_y} (N / m)$	1	10^5
$b_{f_x} (Ns / m)$	10	10
$b_{f_y} (Ns / m)$	1	10000
$m_{f_x} (kg)$	50	50
$m_{f_y} (kg)$	50	$50 \cdot 10^5$

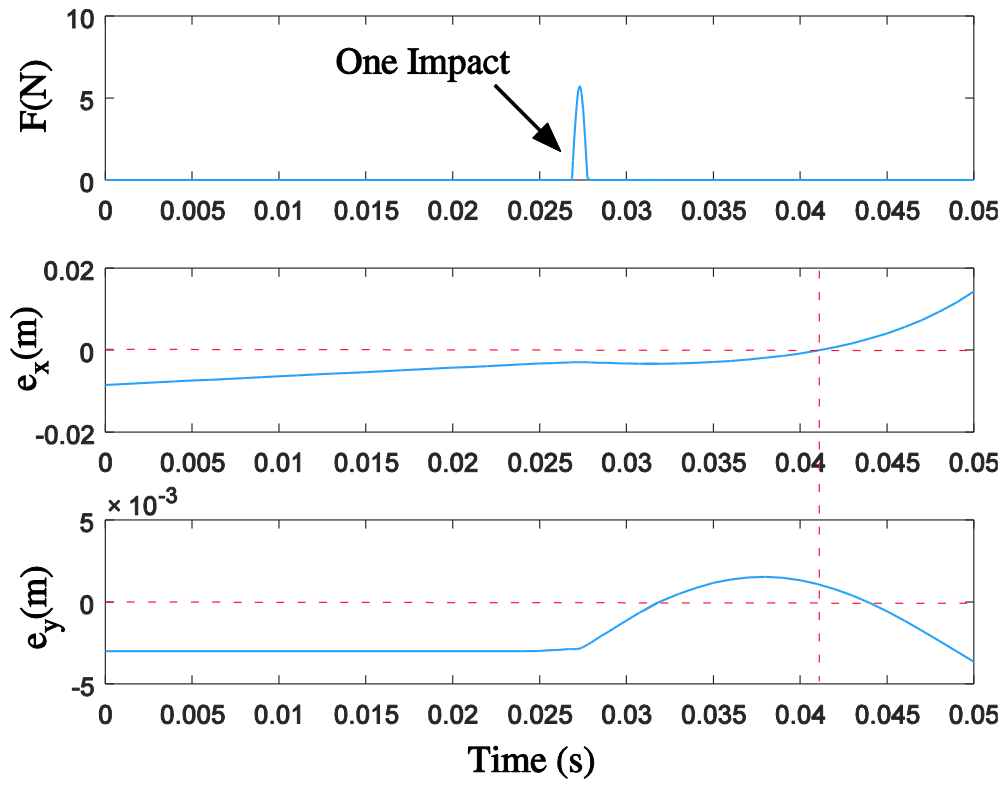
Επιλέγοντας τις παραμέτρους της A περίπτωσης του Πίνακα 2 παρατηρείται στο Σχήμα 6.15 ότι πραγματοποιούνται 2 κρούσεις ενώ η σχετική απόσταση των σωμάτων

μεγαλώνει μετά από κάθε κρούση εξαιτίας της λανθασμένης επιλογής των παραμέτρων εμπέδησης. Τα χαρακτηριστικά του Στόχου είναι $m_4 = 20kg, m_3 = 5gr, k_t = 1N/m$ και $k_{ty} = 100N/m$. Τα χαρακτηριστικά του Κυνηγού είναι αυτά που έχουν διατυπωθεί στο Κεφάλαιο 4 ενώ η αρχική ταχύτητα του είναι $U_{relx,s}^- = 0.21m/s$.



Σχήμα 6.15 Ανεπιτυχής πρόσδεση ρομπότ.

Χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους της περίπτωσης B του Πίνακα 2 και με χαρακτηριστικά του Στόχου όμοια με αυτά της παραπάνω προσομοίωσης, παρατηρείται η απόκριση στο Σχήμα 6.16. Το ρομπότ που αποτελεί τον Κυνηγό έχει την ίδια ταχύτητα με παραπάνω δηλαδή $U_{relx,s}^- = 0.21m/s$. Σύμφωνα με το Σχήμα 6.16, η κρούση είναι επιτυχής μιας και η y συντεταγμένη του σημείου C του κώνου υποδοχής είναι σε μεγαλύτερο ύψος από την y συντεταγμένη του σημείου A ενώ ταυτόχρονα η κορυφή του προβόλου έχει εισέλθει μέσα στον κώνο υποδοχής, η σχετική του απόσταση δηλαδή είναι ίση με το μηδέν και στη συνέχεια μεγαλώνει (ο πρόβολος συνεχίζει να εισέρχεται στον κώνο υποδοχής).



Σχήμα 6.16 Επιτυχής πρόσδεση.

7 Συμπεράσματα & Μελλοντική Εργασία

Σε αυτό το κεφάλαιο πραγματοποιείται σύντομη ανασκόπηση της παρούσας εργασίας. Κρίνονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων ενώ παράλληλα προτείνονται μελλοντικές εργασίες με στόχο την βελτίωση και επέκταση της παρούσας εργασίας.

7.1 Συμπεράσματα

Κατά την εκπόνηση της συγκεκριμένης εργασίας παρουσιάστηκαν διάφορα μοντέλα μελέτης της πρόσδεσης ανάμεσα σε ένα ρομποτικό σύστημα και ένα διαστημικό όχημα π.χ. δορυφόρο. Τα μοντέλα αυτά αναπτύχθηκαν με στόχο την κατανόηση της επιρροής κάθε παραμέτρου στην επίτευξη της πρόσδεσης αλλά και την επιρροή τους στην περίπτωση που αυτές αποτελούν τις παραμέτρους εμπέδησης σε ένα φίλτρο εμπέδησης με στόχο τον σχεδιασμό κατάλληλου ελεγκτή. Επίσης, σχεδιάστηκε και κατασκευάστηκε σφόνδυλος αντίδρασης για την περιστροφή του ρομπότ του Εργαστηρίου Αυτόματου Ελέγχου γύρω από άξονα κάθετο στην κίνηση του. Η

κατασκευή του σφονδύλου αντίδρασης κρίθηκε απαραίτητη για την διεξαγωγή μελλοντικών πειραμάτων και την επαλήθευση της θεωρίας που παρουσιάστηκε στη συγκεκριμένη εργασία. Ο σφόνδυλος αντίδρασης επιτρέπει πέρα από την μείωση της κατανάλωσης του προωθητικού αερίου και τον καλύτερο έλεγχο του ρομπότ κατά την προσέγγιση του διαστημικού συστήματος χωρίς να επηρεάζει τη θέση του 'Στόχου' αν χρησιμοποιούνταν οι προωθητήρες . Ακόμη, πραγματοποιήθηκε αρχικός σχεδιασμός συστημάτων πρόσδεσης με στόχο την πραγματοποίηση μελλοντικών πειραμάτων.

Μέσα από τις διάφορες προσομοιώσεις έγινε κατανοητή η σπουδαιότητα της σωστής επιλογής των παραμέτρων εμπέδησης για την επίτευξη της πρόσδεσης ενώ καθορίστηκαν κατάλληλες προϋποθέσεις και μεθοδολογία για την σωστή επιλογή των παραμέτρων αυτών.

Μοντελοποιήθηκε ο εξομοιωτής διαστημικού ρομπότ του εργαστηρίου όπου και εκεί έγινε σαφής η πολυπαραμετρική επιρροή του συστήματος στον καθορισμό των ταχυτήτων και των χαρακτηριστικών του ελεγκτή με απώτερο στόχο την κατάλληλη διαχείριση της δύναμης κρούσης.

7.2 Μελλοντική εργασία

Ως μελλοντική εργασία θα μπορούσε να χαρακτηριστεί η βελτίωση και κατασκευή σε 3D Printer των συστημάτων πρόσδεσης που έχουν σχεδιαστεί στο Κεφάλαιο 5 με σκοπό την πραγματοποίηση πειραμάτων και έλεγχο της σωστής λειτουργίας του ελεγκτή εμπέδησης και την αναπτυχθείσας θεωρίας.

Ακόμη, ενδιαφέρουσα εργασία θα ήταν η πραγματοποίηση ανάλυσης ευαισθησίας έτσι ώστε να αντληθούν λεπτομερέστερες πληροφορίες για την επιρροή της κάθε παραμέτρου, είτε είναι πραγματική όπως αυτές του Στόχου είτε ηλεκτρονική όπως αυτές του νόμου εμπέδησης, στην επιτυχία της πρόσδεσης.

Τέλος, σημαντική εργασία για την διαπίστωση της πρόσδεσης ανάμεσα σε ρομποτικά και διαστημικά συστήματα θα ήταν η δημιουργία ελεγκτή εμπέδησης όχι μόνο στο βραχίονα του ρομπότ αλλά σε διάφορα συστήματα ταυτόχρονα, π.χ. στη βάση του ρομπότ, στο βραχίονα αλλά και στο διαστημικό σύστημα όταν βρίσκεται σε επαφή με το ρομπότ, [18].

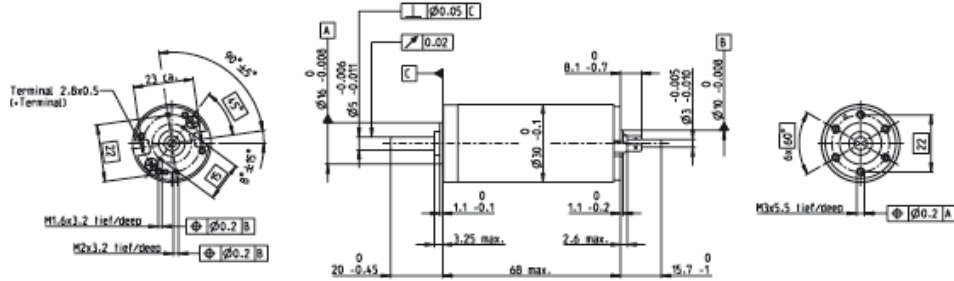
Βιβλιογραφία

- [1] Paraskevas, I., Mitros, Z., and Papadopoulos, E., (2015), "On Inertia and Stiffness Effects During Impact Docking" 13th Symp. on Adv. Space Tech. in R&A, (ASTRA '15), ESTEC, The Netherlands.
- [2] Mitros, Z., Paraskevas, I. and Papadopoulos, E., "On Robotic Impact Docking for On Orbit Servicing," 24th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED), Athens, Greece, June 21-24, 2016.
- [3] Brach, R.M., "*Mechanical Impact Dynamics: Rigid Body Collisions*", John Wiley and Sons, New York, 1991.
- [4] Kim, S.W., "*Contact Dynamics and Force Control of Flexible Multi-Body Systems*", Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, McGill University, Montreal, 1999.
- [5] Stronge, W.J., "*Impact Mechanics*", Cambridge Univ.Press, 2000
- [6] Paraskevas, I. and Papadopoulos, E., "Parametric sensitivity and control of on-orbit manipulators during impacts using the Centre of Percussion concept" Control Engineering Practice, vol. 47, February 2016, pp. 48-59.
- [7] Ingard, K. U., "*Κύματα και Ταλαντώσεις: Αρχές και Εφαρμογές*", Εκδόσεις ΕΜΠ, ISBN: 960-254-678-6, 2008.
- [8] Shabana, A. A., "*Theory of Vibration, Volumes I and II*", Springer-Verlag, NY, 1991.
- [9] Shaft, A. & Schumacher, H., "*An Introduction to Hybrid Dynamical Systems*"
- [10] Paraskevas, S. I., "*Capture of Orbital Space Systems by Robots*", PhD Thesis, 2015.
- [11] Παπαδόπουλος Ε, & Κυριακόπουλος Κ., "*Σημειώσεις Ρομποτικής*" Εκδόσεις ΕΜΠ, 2004
- [12] Παπαστεργίου, Γ., "*Σχεδιασμός, Υλοποίηση και Έλεγχος Ρομποτικών Βραχιόνων για Ρομπότ Διαστημικού Εξομοιωτή*", Διπλωματική Εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2015
- [13] Ψαρρός, Δ., "*Ανάλυση, Σχεδίαση και Αξιολόγηση Σφονδύλου Αντίδρασης για Επίπεδο Εξομοιωτή Διαστημικού Ρομπότ*" Μεταπτυχιακή Εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2006
- [14] National Aeronautics and Space Administration, (NASA)., "On – Orbit Satellite Servicing Study" Project Report, 2010
- [15] Cook, J et al., "ISS Interface Mechanisms and their Heritage", The Boeing Company, 2011
- [16] Παπαδόπουλος, Ε., "*Ηλεκτρομηχανικά Συστήματα Μετατροπής Ενέργειας*", Εκδόσεις Φούντα

- [17] Fehse, Wigbert., "Automated Rendezvous and Docking of Spacecraft", Cambridge Aerospace Series, 2003
- [18] Moosavian, A., Rastegari, R., & Papadopoulos, E., "Multiple Impedance Control for Space Free-Flying Robots" AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 28, No. 5, 2005, pp. 939-947.
- [19] Dimitrov, D. N., and Yoshida, K. (2004). "Momentum distribution in a space manipulator for facilitating the post-impact control," Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, Sendai, Japan, pp. 3345-3350.
- [20] Flores-Abad, A., Pham, K., and Ma, O. (2012). "Control of a Space Robot for Capturing a Tumbling Object," Int. Symp. on Artificial Intelligence, Robotics & Automation in Space, i-SAIRAS. Turin, Italy.
- [21] Yoshida, K., and Nakanishi, H. (2003) "Impedance Matching in Capturing a Satellite by a Space Robot," Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, Las Vegas, Nevada, pp. 3059-3064.
- [22] Yoshida, K., et al (2004) "Dynamics, control and impedance matching for robotic capture of a non-cooperative satellite" Advanced Robotics, 18(2), pp. 175-198.
- [23] Zebenay, T. Boge, R. Lampariello, D. Choukroun, (2013), "Satellite Docking Simulator based on Hardware-In-the-Loop Hybrid Contact Model" 12th Symposium on Advanced Space Technologies in Robotics and Automation, (ASTRA '13), ESA, ESTEC, The Netherlands.
- [24] Zebenay, M., R. Lampariello, T. Boge and D. Choukroun., (2012), "A New Contact Dynamics Model Tool For Hardware-In-the-Loop Docking Simulation", i-Sairas, Turin, Italy
- [25] Zebenay, M., T. Boge, D. Choukroun., (2014), "Modeling, Stability Analysis, and Testing of a Hybrid Docking Simulator," Acta Astronautica, 00, 1-30.
- [26] Xu, W. et al, (2015), "A Practical and Effective Method for Identifying the Complete Inertia Parameters of Space Robots," IEEE/RSJ Int. Conf. on Int. Robots and Sys., Hamburg, Germany, pp. 5435 – 5440.

Παράρτημα Α: Εγχειρίδια Προδιαγραφών Hardware

RE 30 Ø30 mm, Graphite Brushes, 60 Watt



M 1:2

- Stock program
- Standard program
- Special program (on request)

Part Numbers

	310005	310006	310007	310008	310009
according to dimensional drawing					
shaft length 15.7 shortened to 8.7 mm	268193	268213	268214	268215	268216

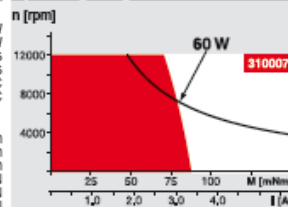
Motor Data

Values at nominal voltage		12	18	24	36	48
1 Nominal voltage	V	12	18	24	36	48
2 No load speed	rpm	8170	8590	8610	8590	8490
3 No load current	mA	301	213	165	106	78.6
4 Nominal speed	rpm	7630	7910	8050	7840	7760
5 Nominal torque (max. continuous torque)	mNm	51.6	75.5	85.6	86.6	89.7
6 Nominal current (max. continuous current)	A	4	4	3.47	2.28	1.74
7 Stall torque	mNm	853	1000	1020	1000	1050
8 Stall current	A	61.1	50.3	39.3	25.2	19.6
9 Max. efficiency	%	85	87	87	87	88
Characteristics						
10 Terminal resistance	Ω	0.196	0.358	0.611	1.43	2.45
11 Terminal inductance	mH	0.034	0.07	0.119	0.281	0.513
12 Torque constant	mNm/A	13.9	19.9	25.9	39.8	53.8
13 Speed constant	rpm/V	685	479	369	240	178
14 Speed / torque gradient	rpm/mNm	9.64	8.61	8.7	8.61	8.09
15 Mechanical time constant	ms	3.4	3.24	3.05	2.98	2.94
16 Rotor inertia	gcm ²	33.7	35.9	33.5	33.1	34.7

Specifications

Thermal data	
17 Thermal resistance housing-ambient	6.0 K/W
18 Thermal resistance winding-housing	1.7 K/W
19 Thermal time constant winding	16.3 s
20 Thermal time constant motor	593 s
21 Ambient temperature	-30...+100°C
22 Max. winding temperature	+125°C
Mechanical data (ball bearings)	
23 Max. speed	12000 rpm
24 Axial play	0.05 - 0.15 mm
25 Radial play	0.025 mm
26 Max. axial load (dynamic)	5.5 N
27 Max. force for press fits (static) (static, shaft supported)	110 N
28 Max. radial load, 5 mm from flange	1200 N
Other specifications	
29 Number of pole pairs	1
30 Number of commutator segments	13
31 Weight of motor	260 g
Values listed in the table are nominal. Explanation of the figures on page 107.	
Option	
Preloaded ball bearings	

Operating Range



Comments

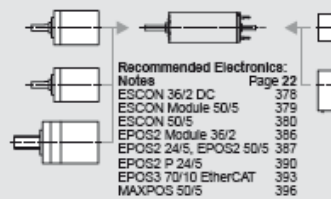
- Continuous operation
In observation of above listed thermal resistance (lines 17 and 18) the maximum permissible winding temperature will be reached during continuous operation at 25°C ambient.
= Thermal limit.
- Short term operation
The motor may be briefly overloaded (recurring).
- Assigned power rating

maxon Modular System

Planetary Gearhead
Ø32 mm
0.75 - 6.0 Nm
Page 303-309

Koaxdrive
Ø32 mm
1.0 - 4.5 Nm
Page 312

Spindle Drive
Ø32 mm
Page 334-336



Overview on page 20-25

Encoder MIR
256 - 1024 CPT,
3 channels
Page 356

Encoder HIED_5540
500 CPT,
3 channels
Page 362/364

Recommended Electronics:

Notas Page 22

ESCON 36/2 DC Page 22

ESCON Module 50/5 Page 22

ESCON 50/5 Page 22

EPOS2 Module 36/2 Page 22

EPOS2 24/5, EPOS2 50/5 Page 22

EPOS2 P 24/5 Page 22

EPOS3 70/10 EtherCAT Page 22

MAXPOS 50/5 Page 22

2 Specifications

2.1 Technical Data

ESCON 50/5 (409510)		
Electrical Rating	Nominal operating voltage $+V_{CC}$	10...50 VDC
	Absolute operating voltage $+V_{CC\ min} / +V_{CC\ max}$	8 VDC / 58 VDC
	Output voltage (max.)	$0.98 \times +V_{CC}$
	Output current I_{cont} / I_{max} (<20 s)	5 A / 15 A
	Pulse Width Modulation frequency	53.6 kHz
	Sampling rate PI current controller	53.6 kHz
	Sampling rate PI speed controller	5.36 kHz
	Max. efficiency	95%
	Max. speed DC motor	limited by max. permissible speed (motor) and max. output voltage (controller)
	Max. speed EC motor	150'000 rpm (1 pole pair)
	Built-in motor choke	3 x 30 μ H; 5 A
Inputs & Outputs	Analog Input 1 Analog Input 2	resolution 12-bit; -10...+10 V; differential
	Analog Output 1 Analog Output 2	resolution 12-bit; -4...+4 V; referenced to GND
	Digital Input 1 Digital Input 2	+2.4...+36 VDC ($R_i = 38.5\ k\Omega$)
	Digital Input/Output 3 Digital Input/Output 4	+2.4...+36 VDC ($R_i = 38.5\ k\Omega$) / max. 36 VDC ($I_L < 500\ mA$)
	Hall sensor signals	H1, H2, H3
	Encoder signals	A, A', B, B', (max. 1 MHz)
Voltage Outputs	Auxiliary output voltage	+5 VDC ($I_L \leq 10\ mA$)
	Hall sensor supply voltage	+5 VDC ($I_L \leq 30\ mA$)
	Encoder supply voltage	+5 VDC ($I_L \leq 70\ mA$)
Potentiometers	Potentiometer P1 (on board) Potentiometer P2 (on board)	240°; linear
Motor Connections	DC motor	+ Motor, - Motor
	EC motor	Motor winding 1, Motor winding 2, Motor winding 3
Interface	USB 2.0 / USB 3.0	full speed
Status Indicators	Operation	green LED
	Error	red LED

maxon motor

Specifications
Technical Data

ESCON 50/5 (409510)			
Physical	Weight	approx. 204 g	
	Dimensions (L x W x H)	115 x 75.5 x 24 mm	
	Mounting holes	for M4 screws	
Environmental Conditions	Temperature	Operation	-30...+45°C
		Extended range ^{*)}	+45...+85°C Derating: -0.113 A/°C
		Storage	-40...+85°C
	Humidity	20...80% (condensation not permitted)	

Remark: *) Operation within the extended temperature range is permitted. However, a respective derating (declination of max. output current) as to the stated value will apply.

Table 2-4 Technical Data

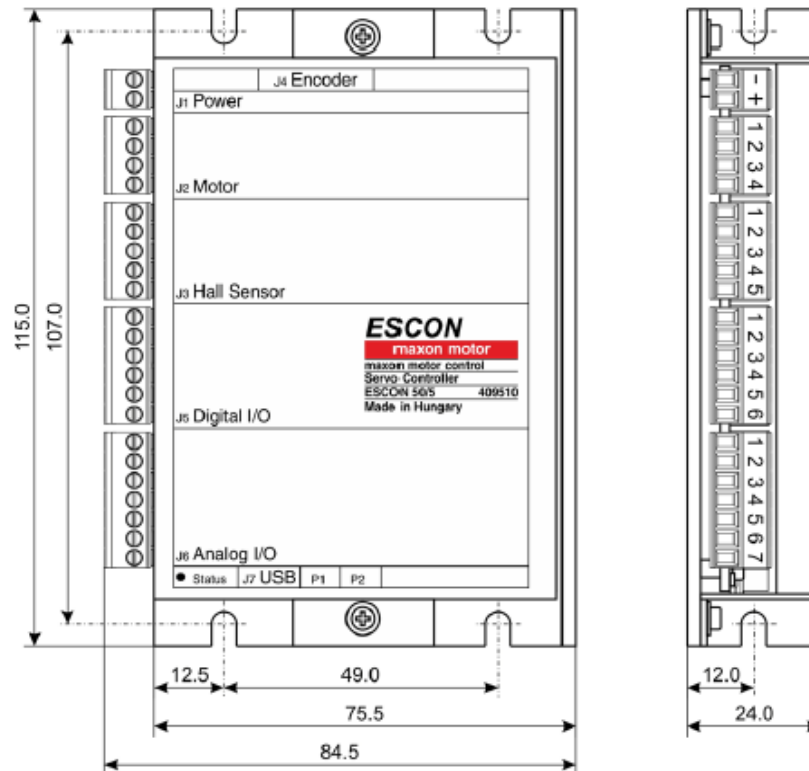


Figure 2-1 Dimensional Drawing [mm]

Document ID: rel4727
Edition: November 2014

© 2014 maxon motor. Subject to change without prior notice.

maxon motor control
ESCON Servo Controller
ESCON 50/5 Hardware Reference

Παράρτημα Β: Σταθερές – Πίνακες της εξίσωσης Langrage

$$a_1 = \frac{m_t}{\tan \theta} + m_l \tan \theta \left(\frac{m_t}{m_c} + 1 \right)$$

$$a_2 = \frac{m_c}{\tan \theta} + m_l \tan \theta \left(\frac{m_c}{m_t} + 1 \right)$$

$$A = \frac{k_l \tan \theta}{a_1}$$

$$B = \frac{k_l \tan \theta}{a_2}$$

Πίνακας μάζας - αδράνειας

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} & M_{15} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} & M_{25} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} & M_{35} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} & M_{45} \\ M_{51} & M_{52} & M_{53} & M_{54} & M_{55} \end{bmatrix}$$

```

M11 = m1+m2+mr ;
M12 = 0 ;
M13 = ar.*(m1+m2).*sin(dr+theta)+(-1).*(m1+m2).*R1.*sin(dra+theta)+(-1).* ...
      lm1.*m1.*sin(dm1+q11+theta)+(-1).*m2.*(l1.*sin(q11+theta)+ ...
      lm2.*sin(dm2+q11+q12+theta));
M14 = (-1).*lm1.*m1.*sin(dm1+q11+theta)+(-1).*m2.*(l1.*sin(q11+theta) ...
      )+lm2.*sin(dm2+q11+q12+theta));
M15 = (-1).*lm2.*m2.*sin(dm2+q11+q12+theta);
%-----

M21 = 0;
M22 = m1+m2+mr;
M23 = (-1).*ar.*(m1+m2).*cos(dr+theta)+(m1+m2).*R1.*cos(dra+theta)+l1.* ...
      m2.*cos(q11+theta)+lm1.*m1.*cos(dm1+q11+theta)+lm2.*m2.*cos(...
      dm2+q11+q12+theta);
M24 = l1.*m2.*cos(q11+theta)+lm1.*m1.*cos(dm1+q11+theta)+lm2.*m2.* ...
      cos(dm2+q11+q12+theta);
M25 = lm2.*m2.*cos(dm2+q11+q12+theta);
%-----

M31 = ar.*(m1+m2).*sin(dr+theta)+(-1).*(m1+m2).*R1.*sin(dra+theta)+(-1).* ...
      lm1.*m1.*sin(dm1+q11+theta)+(-1).*m2.*(l1.*sin(q11+theta)+ ...
      lm2.*sin(dm2+q11+q12+theta));
M32 = (-1).*ar.*(m1+m2).*cos(dr+theta)+(m1+m2).*R1.*cos(dra+theta)+l1.* ...
      m2.*cos(q11+theta)+lm1.*m1.*cos(dm1+q11+theta)+lm2.*m2.*cos( ...
      dm2+q11+q12+theta);
M33 = I1+I2+Ir+lm1.^2.*m1+(l1.^2+lm2.^2).*m2+ar.^2.*(m1+m2)+(m1+m2).* ...
      R1.^2+(-2).*ar.*(m1+m2).*R1.*cos(dr+(-1).*dra)+2.*((-
      1).*ar.*l1.* ...

```

```

m2.*cos(dra+(-1).*q11)+l1.*m2.*R1.*cos(dra+(-1).*q11)+(-1).* ...
ar.*lm1.*m1.*cos(dm1+(-1).*dra+q11)+lm1.*m1.*R1.*cos(dm1+(-1).*
...
dra+q11)+l1.*lm2.*m2.*cos(dm2+q12)+(-1).*ar.*lm2.*m2.*cos( ...
dm2+(-1).*dra+q11+q12)+lm2.*m2.*R1.*cos(dm2+(-1).*dra+q11+ ...
q12));
M34 = I1+I2+lm1.^2.*m1+(l1.^2+lm2.^2).*m2+(-1).*ar.*l1.*m2.*cos(dra+(-
1) ...
.*q11)+l1.*m2.*R1.*cos(dra+(-1).*q11)+(-1).*ar.*lm1.*m1.* ...
cos(dm1+(-1).*dra+q11)+lm1.*m1.*R1.*cos(dm1+(-1).*dra+q11)+ ...
2.*l1.*lm2.*m2.*cos(dm2+q12)+(-1).*ar.*lm2.*m2.*cos(dm2+(-1).*
...
dra+q11+q12)+lm2.*m2.*R1.*cos(dm2+(-1).*dra+q11+q12);
M35 = I2+lm2.^2.*m2+lm2.*m2.*(l1.*cos(dm2+q12)+(-1).*ar.*cos(dm2+(-1)
...
.*dra+q11+q12)+R1.*cos(dm2+(-1).*dra+q11+q12));
%-----
M41 = (-1).*lm1.*m1.*sin(dm1+q11+θ)+(-1).*m2.*(l1.*sin(q11+? ...
)+lm2.*sin(dm2+q11+q12+θ));
M42 = l1.*m2.*cos(q11+θ)+lm1.*m1.*cos(dm1+q11+θ)+lm2.*m2.* ...
cos(dm2+q11+q12+θ);
M43 = I1+I2+lm1.^2.*m1+(l1.^2+lm2.^2).*m2+(-1).*ar.*l1.*m2.*cos(dra+(-
1) ...
.*q11)+l1.*m2.*R1.*cos(dra+(-1).*q11)+(-1).*ar.*lm1.*m1.* ...
cos(dm1+(-1).*dra+q11)+lm1.*m1.*R1.*cos(dm1+(-1).*dra+q11)+ ...
2.*l1.*lm2.*m2.*cos(dm2+q12)+(-1).*ar.*lm2.*m2.*cos(dm2+(-1).*
...
dra+q11+q12)+lm2.*m2.*R1.*cos(dm2+(-1).*dra+q11+q12);
M44 = I1+I2+Is21+lm1.^2.*m1+(l1.^2+lm2.^2).*m2+2.*Irot.*n.^2+2.*l1.*
...
lm2.*m2.*cos(dm2+q12);
M45 = I2+Is21+lm2.^2.*m2+Irot.*n.^2+l1.*lm2.*m2.*cos(dm2+q12);
%-----
M51 = (-1).*lm2.*m2.*sin(dm2+q11+q12+?);
M52 = lm2.*m2.*cos(dm2+q11+q12+?);
M53 = I2+lm2.^2.*m2+lm2.*m2.*(l1.*cos(dm2+q12)+(-1).*ar.*cos(dm2+(-1)
...
.*dra+q11+q12)+R1.*cos(dm2+(-1).*dra+q11+q12));
M54 = I2+Is21+lm2.^2.*m2+Irot.*n.^2+l1.*lm2.*m2.*cos(dm2+q12);
M55 = I2+Is21+lm2.^2.*m2+Irot.*n.^2;
%-----

```

Υπο- πίνακες μητρώου μάζας – αδράνειας – Κεφάλαιο 4

$$\tilde{M}_{11} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix}, \quad \tilde{M}_{12} = \begin{bmatrix} M_{14} & M_{15} \\ M_{24} & M_{25} \\ M_{34} & M_{35} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{M}_{12} = \begin{bmatrix} M_{41} & M_{42} & M_{43} \\ M_{51} & M_{52} & M_{53} \end{bmatrix}, \quad \tilde{M}_{22} = \begin{bmatrix} M_{44} & M_{45} \\ M_{54} & M_{55} \end{bmatrix}$$

Πίνακας μη – γραμμικών όρων ταχύτητας

$$C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{bmatrix}$$

```
C11 = (-
1).* (l1.*m2.*cos(q11+th)+lm1.*m1.*cos(dm1+q11+th)+lm2.*m2.*cos(dm2+q1
1+q12+th)).*q11dot.^2+(-1).*lm2.*m2.*cos(dm2+q11+q12+th)*q12dot.^2+(-
2).*lm2.*m2.*cos(dm2+q11+q12+th).*q12dot.*thdot+(ar.*(m1+m2).*cos(dr+
th)+(-1).* (m1+m2).*R1.*cos(dra+th)+(-1).*lm1.*m1.*cos(dm1+q11+th)+(-
1).*m2.*(l1.*cos(q11+th)+lm2.*cos(dm2+q11+q12+th))).*thdot.^2+(-
2).*q11dot.*(lm2.*m2.*cos(dm2+q11+q12+th).*q12dot+(l1.*m2.*cos(q11+th
)+lm1.*m1.*cos(dm1+q11+th)+lm2.*m2.*cos(dm2+q11+q12+th)).*thdot);
%-----
```

```
C21 = (-
1).* (l1.*m2.*sin(q11+th)+lm1.*m1.*sin(dm1+q11+th)+lm2.*m2.*sin(dm2+q1
1+q12+th)).*q11dot.^2+(-1).*lm2.*m2.*sin
(dm2+q11+q12+th).*q12dot.^2+(-2).*lm2.*m2.*sin
(dm2+q11+q12+th).*q12dot.*thdot+(ar.*(m1+m2).*sin(dr+th)+(-
1).* (m1+m2).*R1.*sin(dra+th)+(-1).*lm1.*m1.*sin(dm1+q11+th)+(-
1).*m2.*(l1.*sin(q11+th)+lm2.*sin(dm2+q11+q12+th))).*thdot.^2+(-
2).*q11dot.*(lm2.*m2.*sin
(dm2+q11+q12+th).*q12dot+(l1.*m2.*sin(q11+th)+lm1.*m1.*sin(dm1+q11+th
)+lm2.*m2.*sin(dm2+q11+q12+th)).*thdot);
%-----
```

```
C31 = ((-1).*l1.*ar.*m2.*sin(dr+(-1).*q11)+l1.*m2.*R1.*sin(dra+(-
1).*q11)+ar.*lm1.*m1.*sin(dm1+(-1).*dr+q11)+ar.*lm2.*m2.*sin(dm2+(-
1).*dr+q11+q12)+(-1).*R1.*(lm1.*m1.*sin(dm1+(-
1).*dra+q11)+lm2.*m2.*sin(dm2+(-1).*dra+q11+q12))).*q11dot.^2+(-
1).*lm2.*m2.*(l1.*sin(dm2+q12)+(-1).*ar.*sin(dm2+(-
1).*dr+q11+q12)+R1.*sin(dm2+(-
1).*dra+q11+q12)).*q12dot.*(q12dot+2.*thdot)+(-
2).*q11dot.*(lm2.*m2.*(l1.*sin(dm2+q12)+(-1).*ar.*sin(dm2+(-
1).*dr+q11+q12)+R1.*sin(dm2+(-
1).*dra+q11+q12)).*q12dot+(l1.*ar.*m2.*sin(dr+(-1).*q11)+(-
1).*l1.*m2.*R1.*sin(dra+(-1).*q11)+(-1).*ar.*lm1.*m1.*sin(dm1+(-
1).*dr+q11)+lm1.*m1.*R1.*sin(dm1+(-1).*dra+q11)+(-
1).*ar.*lm2.*m2.*sin(dm2+(-1).*dr+q11+q12)+lm2.*m2.*R1.*sin(dm2+(-
1).*dra+q11+q12)).*thdot);
%-----
```

```
C41 = ((-1).*l1.*lm2.*m2.*sin(dm2+q12).*q12dot.*(2.*q11dot+q12dot)+(-
2).*l1.*lm2.*m2.*sin(dm2+q12).*q12dot.*thdot+(l1.*ar.*m2.*sin(dr+(-
1).*q11)+(-1).*l1.*m2.*R1.*sin(dra+(-1).*q11)+(-
1).*ar.*lm1.*m1.*sin(dm1+(-1).*dr+q11)+lm1.*m1.*R1.*sin(dm1+(-
1).*dra+q11)+(-1).*ar.*lm2.*m2.*sin(dm2+(-
1).*dr+q11+q12)+lm2.*m2.*R1.*sin(dm2+(-1).*dra+q11+q12)).*thdot.^2);
%-----
```

```
C51 =
(lm2.*m2.*(l1.*sin(dm2+q12).*q11dot.^2+2.*l1.*sin(dm2+q12).*q11dot.*t
```

```
hdot+(l1.*sin(dm2+q12)+(-1).*ar.*sin(dm2+(-
1).*dr+q11+q12)+R1.*sin(dm2+(-1).*dra+q11+q12)).*thdot.^2));
```

Υπό – πίνακες μητρώου μη γραμμικών όρων ταχύτητας – Κεφάλαιο 4

$$\tilde{C}_1 = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix}, \quad \tilde{C}_2 = \begin{bmatrix} C_4 \\ C_5 \end{bmatrix}$$

Ιακωβιανή δυνάμεων

$$J_{act} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{11} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{51} & \dots & a_{511} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \\ J_5 \end{pmatrix}$$

```
θ1 = θ + π/6;
θ2 = θ;
θ3 = π/6 - θ;
γ = 2*π/3;
```

```
J1 = [-cos(θ1), cos(θ1), sin(θ2), sin(θ2), cos(θ3), -cos(θ3), 0, 0, 0,
-1, 0];
```

```
%-----
```

```
J2 = [-sin(θ1), sin(θ1), cos(θ2), -cos(θ2), -sin(θ3), sin(θ3), 0, 0,
0, 0, -1];
```

```
%-----
```

```
J3 = [R2-ar*cos(γ + θ - dr), -(R2-ar*cos(γ + θ - dr)), R2 - ar * cos(dr
- θ), -(R2 - ar * cos(dr - th))
```

```
    R2-ar*cos(γ - th + dr), -(R2-ar*cos(γ - θ + dr)), -n, 0, 0,
R1*sin(θ+dra)-ar*sin(θ+dr)+l1*sin(θ+q11)+l2*sin(θ+q11+q12), -
(R1*cos(θ+dra)-ar*cos(θ+dr)+l1*cos(θ+q11)+l2*cos(θ+q11+q12))];
```

```
%-----
```

```
J4 = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, n, 0, l1*sin(θ+q11)+l2*sin(θ+q11+q12), -
(l1*cos(θ+q11)+l2*cos(θ+q11+q12))];
```

```
%-----
```

```
J5 = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, n, n, l2*sin(θ+q11+q12),
(l2*cos(θ+q11+q12))];
```

Ιακωβιανή εξωτερικής δύναμης – Κεφάλαιο 4

$$J_{ex,l} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_1 \\ \tilde{J}_2 \\ \tilde{J}_3 \end{bmatrix}, \quad J_{ex,l} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_4 \\ \tilde{J}_5 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{J}_1 = -1;$$

␣-----

$$\tilde{J}_2 = 0;$$

␣-----

$$\tilde{J}_3 = R1*\sin(\theta+dra) - \\ ar*\sin(\theta+dr) + l1*\sin(\theta+q_{11}) + a2*\sin(\theta+q_{11}+q_{12});$$

␣-----

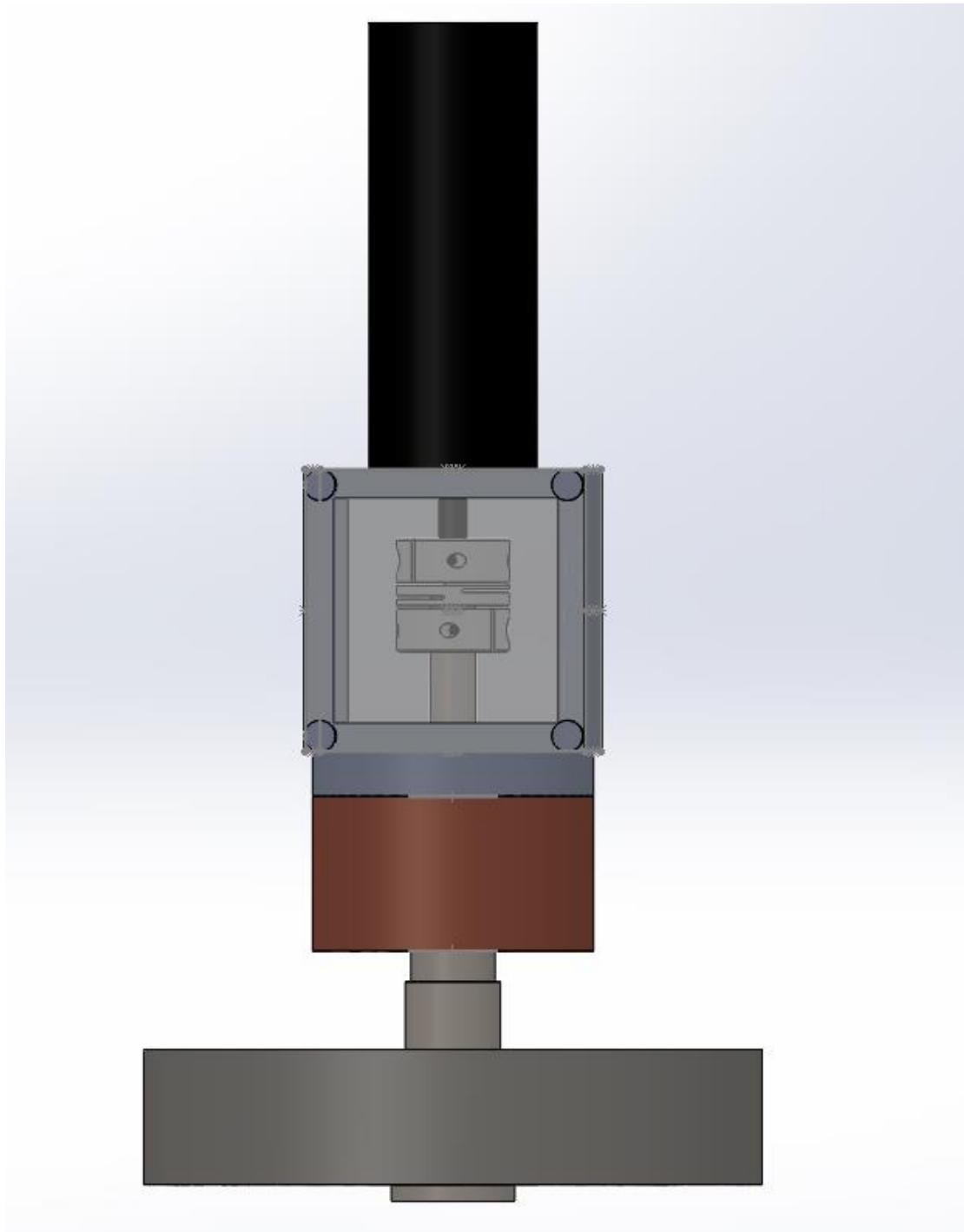
$$\tilde{J}_4 = l1*\sin(\theta+q_{11}) + l2*\sin(\theta+q_{11}+q_{12});$$

␣-----

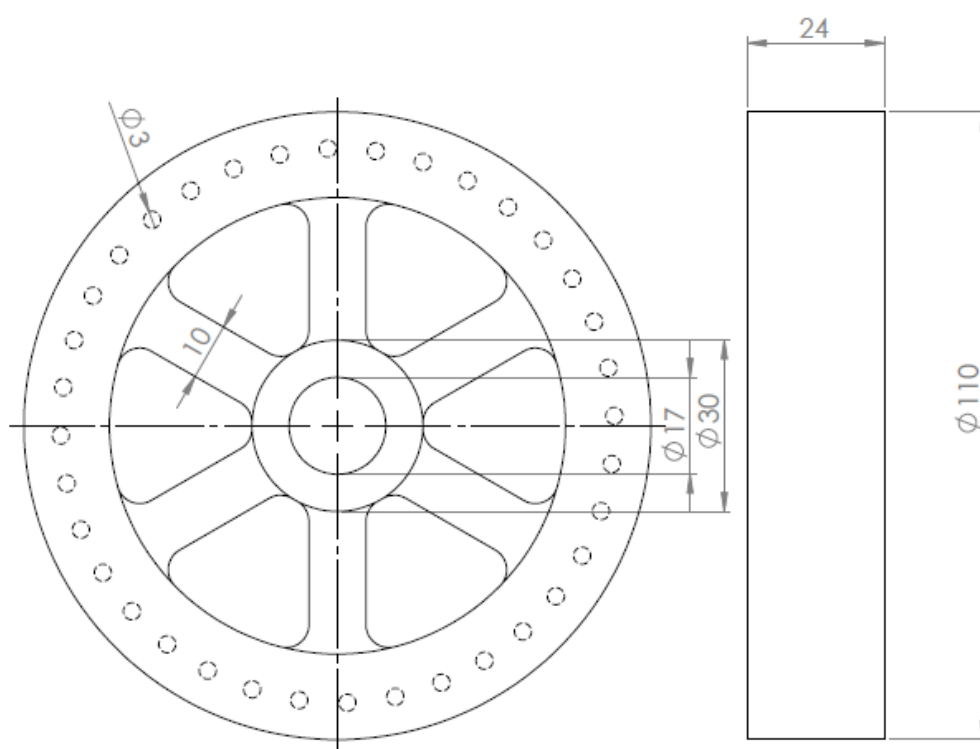
$$\tilde{J}_5 = l2*\sin(\theta+q_{11}+q_{12});$$

Παράρτημα Γ: Κατασκευαστικά Σχέδια

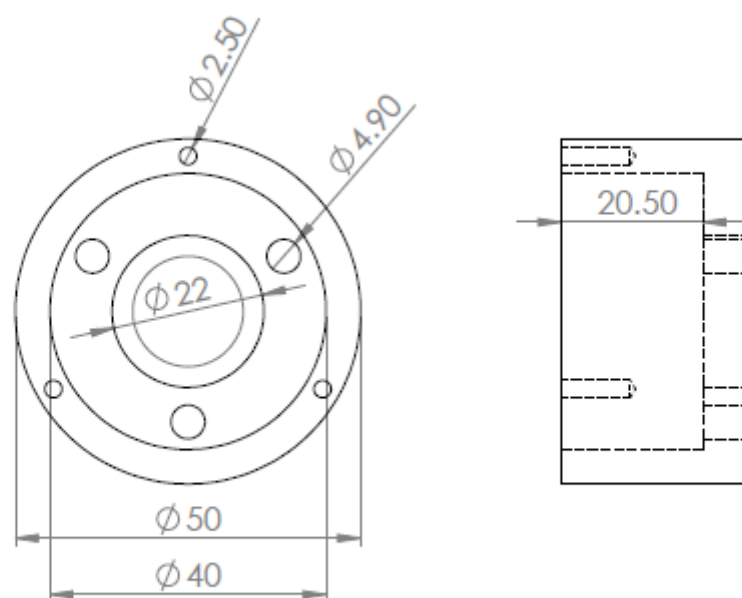
Συναρμολογημένη διάταξη σφονδύλου αντίδρασης.



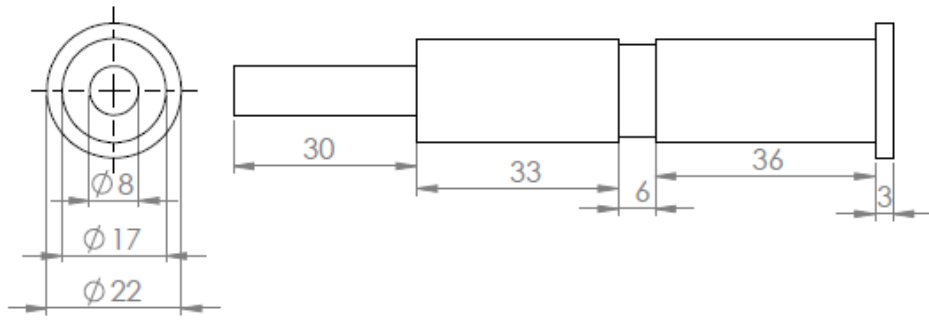
Σχήμα Γ.1 Εξωτερική απεικόνιση σφονδύλου αντίδρασης.



Σχήμα Γ.1. Σφόνδυλος αντίδρασης.



Σχήμα Γ.2. Βάση εδράνου.



Σχήμα Γ.3. Άξονας

ΤΕΛΟΣ ΚΕΙΜΕΝΟΥ