



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

**ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**

**ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΑΙ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ**

**ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ
ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΑΝΑΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ Ν. ΣΑΡΡΗΣ

Υπεύθυνος: Ευάγγελος Σπηλιώτης

Υποψήφιος Διδάκτωρ Ε.Μ.Π

Επιβλέπων: Βασίλειος Ασημακόπουλος

Καθηγητής Ε.Μ.Π



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

**ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**

**ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΑΙ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ**

**ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ
ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΑΝΑΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ Ν. ΣΑΡΡΗΣ

Υπεύθυνος: Ευάγγελος Σπηλιώτης

Υποψήφιος Διδάκτωρ Ε.Μ.Π

Επιβλέπων: Βασίλειος Ασημακόπουλος

Καθηγητής Ε.Μ.Π

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 13^η Ιουλίου 2016.

.....
Βασίλειος Ασημακόπουλος

Καθηγητής Ε.Μ.Π

.....
Ιωάννης Ψαρράς

Καθηγητής Ε.Μ.Π

.....
Δημήτριος Ασκούνης

Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Ιούλιος 2016

.....
Δημήτριος Ν. Σαρρής

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π

Copyright © Δημήτριος Ν. Σαρρής, 2016

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευτεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Πρόλογος

Η διπλωματική αυτή εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια των ερευνητικών δραστηριοτήτων της Μονάδας Προβλέψεων και Στρατηγικής κατά το ακαδημαϊκό έτος 2015-2016. Η μονάδα υπάγεται στον Τομέα Βιομηχανικών Διατάξεων και Συστημάτων Αποφάσεων της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή κ. Βασίλειο Ασημακόπουλο για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με το αντικείμενο των προβλέψεων και τη συγκεκριμένη εργασία, καθώς και τον Καθηγητή κ. Ιωάννη Ψαρρά και τον Αν. Καθηγητή κ. Δημήτριο Ασκούνη για την συμμετοχή τους στην τριμελή εξεταστική επιτροπή.

Ακόμα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτορα της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου Ευάγγελο Σπηλιώτη για την παρακολούθηση και τις χρήσιμες συμβουλές που πρόσφερε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου και τους φίλους μου, που είναι κοντά μου και με στηρίζουν όλα αυτά τα χρόνια.

Δημήτριος Σαρρής

Αθήνα, Ιούλιος 2016

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία στοχεύει στην ανάπτυξη μίας μεθοδολογίας με τη χρήση της οποίας μπορεί να πραγματοποιηθεί η αξιολόγηση της ευστάθειας απόδοσης μοντέλων πρόβλεψης με τη χρήση τεχνικών αναδειγματοληψίας. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούνται πέντε ευρέως γνωστές μέθοδοι πρόβλεψης σε συνδυασμό με τρεις τεχνικές αναδειγματοληψίας στο σύνολο των χρονοσειρών του διαγωνισμού M3. Αν αναλογιστούμε την κριτική που έχει δεχτεί ο τομέας των προβλέψεων και οι διαγωνισμοί αξιολόγησης της απόδοσης των μεθόδων πρόβλεψης κατά καιρούς, η ύπαρξη μίας τέτοιας μεθοδολογίας μπορεί να οδηγήσει στην εξαγωγή αρκετών χρήσιμων συμπερασμάτων.

Εισαγωγικά, γίνεται μία βιβλιογραφική επισκόπηση των τεχνικών αναδειγματοληψίας, και μία πληθώρα παραλλαγών για ανεξάρτητα και εξαρτημένα δεδομένα. Επίσης, παρουσιάζεται η διαδικασία των Bergmeir, Hyndman και Benitez η οποία αποτελεί μέτρο σύγκρισης με αυτή της συγκεκριμένης εργασίας. Στη συνέχεια, περιγράφονται οι σημαντικότερες έννοιες των προβλέψεων, συμπεριλαμβανομένων των χαρακτηριστικών τους και οι ορισμοί των μεθόδων που θα χρησιμοποιηθούν. Ύστερα, γίνεται αναφορά σε πακέτα συναρτήσεων, στατιστικούς ελέγχους και scripts που χρησιμοποιήθηκαν στο Rstudio, ενώ παρουσιάζονται και οι δείκτες μέτρησης της ακρίβειας μεθόδων πρόβλεψης και τα κριτήρια για την επιλογή τους.

Στο τελευταίο τμήμα της εργασίας, παρουσιάζεται η μεθοδολογία που αναπτύχθηκε και οι διαφορές μεταξύ των δύο αλγορίθμων που εκτελούνται. Ακολουθεί η παρουσίαση και ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από τις δύο διαδικασίες για τις τρεις τεχνικές αναδειγματοληψίας που χρησιμοποιήθηκαν. Τέλος, καταγράφονται τα συμπεράσματα για την ακρίβεια και ευστάθεια των μεθόδων πρόβλεψης, για την απόδοση των τεχνικών αναδειγματοληψίας και τις πιθανές προεκτάσεις.

Λέξεις Κλειδιά: Τεχνικές Προβλέψεων, Αναδειγματοληψία, Bootstrap, M3

Abstract

The aim of this thesis is to develop a methodology rendering possible the evaluation of forecasting models' performance stability with the usage of resampling techniques. Specifically, five well-known forecasting models are applied in combination with three resampling techniques on every time series of the M3 competition. Given the criticism that forecasting models and competitions have received from time to time, the existence of such methodology can lead to the extraction of useful conclusions.

To begin with, a bibliographic review on resampling techniques is given, along with a plethora of variations for dependent and not dependent data. Moreover, a presentation of the procedure developed by Bergmeir, Hyndman and Benitez is provided because it serves as a benchmark in this thesis. Furthermore, the main notions of forecasting are described, along with time series characteristics and the definitions of forecasting method that will be used. In addition, a general reference on function packages, statistical tests and scripts used in Rstudio is made, followed by a summary of forecasting models' accuracy metrics and their selection criteria.

In the last part of the thesis, the developed methodology is described in detail, underlining the differences between the two algorithms executed. The final results of these two procedures for each one of the three resampling techniques used are then presented and evaluated. Finally, the inferences regarding the accuracy and stability of forecasting methods, the performance of resampling techniques and possibilities of future work are recorded.

Keywords: Forecasting Methods, Resampling Techniques, Bootstrap, M3

Περιεχόμενα

Πρόλογος	3
Περίληψη	5
Abstract.....	7
Περιεχόμενα	9
Κατάλογος Σχημάτων.....	11
Κατάλογος Πινάκων.....	13
Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή.....	15
Κεφάλαιο 2: Δομή της Εργασίας	19
Κεφάλαιο 3: Βιβλιογραφική Επισκόπηση	21
3.1 Αναδειγματοληψία	21
3.2 Τύποι Bootstrap Ανεξαρτήτων Δεδομένων	24
3.3 Bootstrap Εξαρτημένων Δεδομένων	25
3.4 Η Μεθοδολογία Bootstrap στην Πρόβλεψη Χρονοσειρών	32
3.5 Παράδειγμα από C.Cordeiro και M.Neves.....	33
3.6 Αλγόριθμος Bootstrap από Bergmeir, Hyndman & Benitez	36
Κεφάλαιο 4: Τεχνικές Προβλέψεων	41
4.1 Γενικά για τις Προβλέψεις	41
4.2 Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών.....	43
4.3 Κατηγορίες Μεθόδων Πρόβλεψης	48
4.4 Μοντέλο Χρονοσειρών και Αιτιοκρατικό Μοντέλο	49
4.5 Βασικές Μέθοδοι Πρόβλεψης	49
4.5.1 Naive ή Απλοϊκή Μέθοδος	50
4.5.2 Απλή Εκθετική Εξομάλυνση (Simple Exponential Smoothing-SES).....	50
4.5.3 Εκθετική Εξομάλυνση Γραμμικής Τάσης (Holt Exponential Smoothing)	52
4.5.4 Εκθετική Εξομάλυνση Μη Γραμμικής Τάσης (Damped)	53
4.5.5 Μέθοδος Theta.....	55
Κεφάλαιο 5: Εργαλεία Ανάλυσης και Επεξεργασίας Χρονοσειρών	57
5.1 Δείκτες Μέτρησης Ποιοτικών Χαρακτηριστικών	57
5.2 Στατιστικοί Έλεγχοι.....	66

5.3 Είδη Σφαλμάτων.....	71
Κεφάλαιο 6: Μεθοδολογία Πειράματος	75
6.1 Αλγόριθμος της Διαδικασίας	84
6.2 Διαφορές με Bergmeir,Hyndman και Benitez	88
Κεφάλαιο 7: Case Study στο Διαγωνισμό M3	89
7.1 Ο Διαγωνισμός M3.....	90
7.2 Benchmarking.....	91
7.3 Κατασκευή των Benchmarks.....	92
7.4 Κατασκευή των Σφαλμάτων Bootstrap.....	94
7.5 Αποτελέσματα Πειραματικού Μέρους.....	95
7.6 Σχολιασμός Αποτελεσμάτων.....	108
Κεφάλαιο 8: Συμπεράσματα - Προεκτάσεις.....	111
8.1 Σχόλια για τις δύο Υλοποιήσεις	111
8.2 Σχετικά με τις Τεχνικές Bootstrap	112
8.3 Σχόλια για τις Μεθόδους Πρόβλεψης	113
8.4 Προεκτάσεις	116
Βιβλιογραφία	117
Παράρτημα Κώδικα Rstudio	119
Κώδικας Αλγορίθμου Hyndman.....	119
Κώδικας Προτεινόμενου Αλγορίθμου	131
Τροποποιήσεις για την Πραγματοποίηση των 3 Τεχνικών Bootstrap.....	143
Για το Bootstrap μη Επικαλυπτόμενων Παραθύρων NBB.....	143
Για τον Αλγόριθμο του Hyndman.....	143
Για τον προτεινόμενο αλγόριθμο.....	146
Για το Bootstrap Υπολειπόμενων Σφαλμάτων SB.....	148
Για τον Αλγόριθμο του Hyndman.....	148
Για τον Προτεινόμενο Αλγόριθμο	148

Κατάλογος Σχημάτων

Εικόνα 1 : Παράδειγμα εναέριας κυκλοφορίας C.Cordeiro & M.Neves	34
Εικόνα 2 : Αλγόριθμος Bergmeir, Hyndman & Benitez	36
Εικόνα 3 : Η χρονοσειρά M495 μετασχηματισμένη κατά Box-Cox.....	38
Εικόνα 4 : Οι συνιστώσες της χρονοσειράς M495 που προκύπτουν από την STL.....	39
Εικόνα 5 : Το σύνολο των χρονοσειρών M495 bootstrap	40
Εικόνα 6: Παράδειγμα χρονοσειράς με Αυξητική Τάση.....	44
Εικόνα 7: Παράδειγμα χρονοσειράς με εποχιακότητα	45
Εικόνα 8: Παράδειγμα χρονοσειράς με κυκλικότητα.....	46
Εικόνα 9: Παράδειγμα χρονοσειράς με τυχαιότητα	46
Εικόνα 10: Παράδειγμα χρονοσειράς με αλλαγή επιπέδου και special events	47
Εικόνα 11: Παράδειγμα Box-Plot.....	63
Εικόνα 12: Διάγραμμα ροής της προτεινόμενης διαδικασίας	76
Εικόνα 13: Η αρχική χρονοσειρά M1428 του διαγωνισμού	78
Εικόνα 14: Το σύνολο των χρονοσειρών M1428 που κατασκευάζονται με τη χρήση πρώτων διαφορών.....	79
Εικόνα 15: Το σύνολο των χρονοσειρών M1428 που κατασκευάζονται με την αφαίρεση γραμμικής τάσης	79
Εικόνα 16: Το σύνολο των χρονοσειρών M1428 που κατασκευάζονται με την αφαίρεση πολυωνυμικής τάσης loess.....	80
Εικόνα 17: Η αρχική χρονοσειρά M1300 του διαγωνισμού	81
Εικόνα 18: Το σύνολο των χρονοσειρών M1300 που κατασκευάζονται με τη χρήση πρώτων διαφορών.....	81
Εικόνα 19: Το σύνολο των χρονοσειρών M1300 που κατασκευάζονται με την αφαίρεση γραμμικής τάσης	82
Εικόνα 20: Το σύνολο των χρονοσειρών M1300 που κατασκευάζονται με την αφαίρεση πολυωνυμικής τάσης loess.....	82
Εικόνα 21: Η αρχική χρονοσειρά M495 του διαγωνισμού	84
Εικόνα 22: Η χρονοσειρά M495 μετά την αποεποχικοποίηση	85
Εικόνα 23: Η τάση που προσαρμόζεται με την loess.as στην χρονοσειρά M495.....	85
Εικόνα 24: Η χρονοσειρά M495 μετά την αφαίρεση της τάσης	86
Εικόνα 25: Το σύνολο των χρονοσειρών M495 που κατασκευάζονται με την προτεινόμενη διαδικασία.....	86
Εικόνα 26: Απεικόνιση των μεθόδων πρόβλεψης M3	93
Εικόνα 27: Απεικόνιση μέσου sMAPE bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB.....	95
Εικόνα 28: Απεικόνιση μέσου sMAPE bootstrap μη επικαλυπτόμενων παραθύρων NBB.....	96
Εικόνα 29: Απεικόνιση μέσου sMAPE bootstrap υπολειπόμενων σφαλμάτων SB	97

Εικόνα 30: Απεικόνιση μέσου sMAPE bootstrap αλγορίθμου Hyndman	98
Εικόνα 31: Απεικόνιση μέσου sMAPE bootstrap προτεινόμενου αλγορίθμου	98
Εικόνα 32: Box plot bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB αλγορίθμου Hyndman	101
Εικόνα 33: Box plot bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB προτεινόμενου αλγορίθμου	101
Εικόνα 34: Box plot bootstrap μη επικαλυπτόμενων παραθύρων NBB αλγορίθμου Hyndman.....	104
Εικόνα 35: Box plot bootstrap μη επικαλυπτόμενων παραθύρων NBB προτεινόμενου αλγορίθμου	104
Εικόνα 36: Box plot bootstrap υπολειπόμενων σφαλμάτων SB αλγορίθμου Hyndman	107
Εικόνα 37: Box plot bootstrap υπολειπόμενων σφαλμάτων SB προτεινόμενου αλγορίθμου	107

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1 : Αποτελέσματα μελέτης C.Cordeiro M.Neves.....	35
Πίνακας 2: Τιμές του δείκτη $t_{critical}$ σε συνάρτηση με διαστήματα εμπιστοσύνης..	58
Πίνακας 3: Κατάσταση σφάλματος και έλεγχος υποθέσεως.....	67
Πίνακας 4: Κατανομή χρονοσειρών διαγωνισμού M3.....	90
Πίνακας 5: Αποτελέσματα sMAPE benchmark M3	92
Πίνακας 6: Αποτελέσματα μέσου sMAPE bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB .	95
Πίνακας 7: Αποτελέσματα μέσου sMAPE bootstrap μη επικαλυπτόμενων παραθύρων NBB.....	96
Πίνακας 8: Αποτελέσματα μέσου sMAPE bootstrap υπολειπόμενων σφαλμάτων SB	97
Πίνακας 9: Στατιστικά μεγέθη bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB.....	99
Πίνακας 10: Υπολογισμός στατιστικών δεικτών bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB.....	99
Πίνακας 11:Κανονικοποιημένα στατιστικά μεγέθη bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB	100
Πίνακας 12: Υπολογισμός κανονικοποιημένων στατιστικών δεικτών bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB.....	100
Πίνακας 13: Στατιστικά μεγέθη bootstrap μη επικαλυπτόμενων παραθύρων NBB	102
Πίνακας 14: Υπολογισμός στατιστικών δεικτών bootstrap μη επικαλυπτόμενων παραθύρων NBB.....	102
Πίνακας 15: Κανονικοποιημένα στατιστικά μεγέθη bootstrap μη επικαλυπτόμενων παραθύρων NBB.....	103
Πίνακας 16: Υπολογισμός κανονικοποιημένων στατιστικών δεικτών bootstrap μη επικαλυπτόμενων παραθύρων NBB.....	103
Πίνακας 17: Στατιστικά μεγέθη bootstrap υπολειπόμενων σφαλμάτων SB	105
Πίνακας 18: Υπολογισμός στατιστικών δεικτών bootstrap υπολειπόμενων σφαλμάτων SB	105
Πίνακας 19: Κανονικοποιημένα στατιστικά μεγέθη bootstrap υπολειπόμενων σφαλμάτων SB	106
Πίνακας 20: Υπολογισμός κανονικοποιημένων στατιστικών δεικτών bootstrap υπολειπόμενων σφαλμάτων SB	106

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

Η αξιολόγηση της ακρίβειας μιας μεθόδου πρόβλεψης αποτελούσε πάντα για τους εκάστοτε ενδιαφερόμενους ένα κεφάλαιο υψηλής σημασίας, καθώς η απόδοση και η αξιοπιστία μιας μεθόδου πρόβλεψης είναι στενά συνδεδεμένη με την συχνότητα χρήσης της και τη λήψη αποφάσεων σύμφωνα με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από αυτή. Συνεπώς, θεωρήθηκε αναγκαία η θέσπιση ορισμένων μέτρων αξιολόγησης και κατάταξης των τεχνικών προβλέψεων σύμφωνα με την απόδοση τους υπό διάφορες συνθήκες.

Οι αρχικές προσπάθειες για εκτίμηση της απόδοσης τεχνικών προβλέψεων έγιναν σε πραγματικό χρόνο. Η κατάσταση των μαθηματικών εξισώσεων των τεχνικών βασιζόταν στα ιστορικά δεδομένα, ακολουθούμενη από πρόβλεψη με ορίζοντα την επόμενη χρονική περίοδο και σύγκριση με την αντίστοιχη πραγματική τιμή μετά το πέρας της περιόδου. Ωστόσο, έγινε γρήγορα αντιληπτό πως η συγκεκριμένη διαδικασία δεν εξυπηρετούσε λόγω αρκετών μειονεκτημάτων που την διακατέχουν. Ενδεικτικά, μπορούμε να αναφέρουμε ότι είναι χρονοβόρα, καθώς απαιτεί την πάροδο αρκετών περιόδων για να σχηματιστεί εικόνα για την απόδοση της μεθόδου, ενώ δεν είναι απαραίτητο ότι εκφράζει πληθώρα διαφορετικών ιστορικών δεδομένων.

Σαν αποτέλεσμα, θεσπίστηκαν οι διαγωνισμοί προβλέψεων με σκοπό να βρεθεί μία πιο αποτελεσματική και αντικειμενική λύση στο ζήτημα αξιολόγησης των μεθόδων. Σε αυτούς ανήκουν και οι τρεις διαγωνισμοί M, οι οποίοι δημιουργήθηκαν και οργανώθηκαν από τον Σπύρο Μακρυδάκη. Ο τρίτος διαγωνισμός σε σειρά M3, είχε την μεγαλύτερη επιτυχία καθώς είχαν βελτιωθεί προηγούμενες ατέλειες και περιείχε ένα σημαντικό αριθμό χρονοσειρών από πληθώρα διαφορετικών κατηγοριών. Τα δεδομένα των χρονοσειρών αφορούσαν ανά ομάδες διαφορετικές χρονικές περιόδους και ορίζοντες πρόβλεψης με σκοπό να σχηματιστεί ένα δείγμα ικανοποιητικού εύρους το οποίο όμως να διακατέχεται και από ομοιογένεια ως προς ορισμένα χαρακτηριστικά. Επίσης, οι διοργανωτές είχαν στα χέρια τους τα δεδομένα προς πρόβλεψη και υπολόγιζαν εκείνοι τα σφάλματα από τις προβλέψεις

της μεθόδου κάθε ομάδας ερευνητών με σκοπό να διατηρηθεί η ακεραιότητα του διαγωνισμού και να εξαλειφθεί η χρονική αναμονή.

Οι διαγωνισμοί προβλέψεων λειτούργησαν σημαντικά στην κατάταξη των μεθόδων σύμφωνα με την ακρίβεια απόδοσης τους αλλά δέχτηκαν και αρνητική κριτική για το πόσο αντιπροσωπευτικά είναι τελικά τα αποτελέσματα τους. Η κριτική αυτή βασίζεται στο γεγονός ότι ένα τέλεια κατασκευασμένο τυχαίο δείγμα χρονοσειρών δεν είναι ρεαλιστική πιθανότητα. Ένα ακόμα βασικό επιχείρημα αποτελεί η έλλειψη επιστημότητας στην συλλογή των δεδομένων διότι οι χρονοσειρές συλλέχθηκαν και έλαβαν τον χαρακτηρισμό τους αναδρομικά, ενώ στην πραγματικότητα δεν είμαστε σε θέση να γνωρίζουμε ξεκάθαρα τη φύση μιας χρονοσειράς στο παρόν. Ακόμα, παρατηρήθηκε πως το σύνολο των παρατηρήσεων που αποκρύπτεται, δηλαδή αυτό που καλούμαστε να προβλέψουμε, μπορεί όπως είναι λογικό να περιέχει ασυνήθιστες ζητούμενες τιμές για πρόβλεψη οι οποίες δεν έχουν φανερώσει την ύπαρξη τους με κάποιο τρόπο στις ιστορικές τιμές που θα προσαρμοστούν τα μοντέλα.

Κατά συνέπεια, κρίνεται αναγκαία η εύρεση κάποιου τρόπου ενίσχυσης των διαγωνισμών προβλέψεων και της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων τους. Η πιο λογική προσέγγιση είναι η αύξηση του αριθμού των χρονοσειρών κάθε διαγωνισμού με σκοπό τον σχηματισμό ενός πιο ικανοποιητικού στατιστικού δείγματος. Ωστόσο, η επιλογή των χρονοσειρών του διαγωνισμού απαιτεί ιδιαίτερη μέριμνα για την εξασφάλιση εύρους και επάρκειας, γεγονός που καθιστά τη συλλογή χρονοσειρών του διαγωνισμού ένα πολύπλοκο ζήτημα. Σαν αποτέλεσμα, στην προσπάθεια συλλογής νέων χρονοσειρών για να επιτύχουμε ένα πιο ελκυστικό μέγεθος δείγματος δεν αποκλείεται να έχουμε φαινόμενα προκατάληψης και να μην ικανοποιούμε τα απαραίτητα χαρακτηριστικά για τα πλαίσια του διαγωνισμού.

Μία καλύτερη απάντηση στο πρόβλημα, θα ήταν η παραγωγή πολλαπλών νέων χρονοσειρών με βάση τις αρχικές του διαγωνισμού σύμφωνα με κάποια μεθοδολογία. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με τη χρήση τεχνικών αναδειγματοληψίας. Λόγω της αναδειγματοληψίας και τυχαίας αλλαγής των παρατηρήσεων, γίνεται αντιληπτό πως θα υπάρχουν και χρονοσειρές που θα εμφανίσουν καλύτερα

αποτελέσματα συγκριτικά με την αρχική μας. Υπολογίζεται μία πληθώρα στατιστικών εκτιμητών από τις νέες χρονοσειρές και το τελικό αποτέλεσμα μπορεί να είναι ένας συνδυασμός της μέσης τιμής, της διαμέσου, τους σταθμισμένου μέσου όρου παράγοντας πιο ακριβείς προβλέψεις. Επίσης μπορούμε να κατασκευάσουμε διαστήματα εμπιστοσύνης εξετάζοντας το μέγιστο και το ελάχιστο για κάθε πρόβλεψη.

Για να χρησιμοποιήσουμε τις τεχνικές αναδειγματοληψίας πρέπει να ικανοποιούνται και κάποιες απαιτήσεις σχετικά με το δείγμα μας. Ιδανικά, ζητείται ένα δείγμα που αποτελείται από παρατηρήσεις ανεξάρτητες και ομοιογενώς κατανεμημένες. Με βάση αυτή την παραδοχή σχεδιάστηκαν οι αρχικοί αλγόριθμοι τεχνικών αναδειγματοληψίας. Με αρχικά δείγματα που ικανοποιούσαν αυτή την προϋπόθεση, για παράδειγμα μία αλληλουχία αποτελεσμάτων από τη ρίψη ενός ζαριού, τα τεχνητά δημιουργούμενα νέα δείγματα απέδιδαν με αρκετή ακρίβεια στους ζητούμενους υπολογισμούς.

Ωστόσο, αν τα αρχικά δεδομένα εμφανίζουν ετεροσκεδαστικότητα ή σειριακή συσχέτιση, ένα τυχαία δειγματοληπτημένο σύνολο δεδομένων δε θα διατηρεί αυτές τις ιδιότητες. Επομένως και οι στατιστικοί υπολογισμοί από αυτό το δείγμα θα είναι ασταθείς. Συνεπώς, η αρχική μη παραμετρική μορφή τεχνικών αναδειγματοληψίας αποτυγχάνει για δεδομένα που εμφανίζουν εξάρτηση, όπως είναι φυσικά και οι χρονοσειρές.

Γίνεται φανερό λοιπόν η ανάγκη για την εύρεση κάποιας λύσης στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Αρχικά, πραγματοποιούνται οι κατάλληλοι μετασχηματισμοί με σκοπό να εξασφαλισθεί η στασιμότητα του δείγματος μας, δηλαδή να έχει σταθερή μέση τιμή (όχι τάση), σταθερή διακύμανση, ενώ η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης πρέπει να εξαρτάται μόνο από τη διαφορά των 2 χρονικών στιγμών που την καλούνε. Για την επιτυχή εκτέλεση της διαδικασίας λοιπόν, αφαιρούνται οι συνιστώσες που διέπουν κάθε χρονοσειρά, πραγματοποιείται αναδειγματοληψία στο υπόλοιπο, και οι συνιστώσες επαναφέρονται σχηματίζοντας την τελική χρονοσειρά.

Για εξαρτημένα δεδομένα, η διαδικασία της αναδειγματοληψίας με επανάθεση από το μετασχηματισμένο δείγμα πραγματοποιείται με παράθυρα παρατηρήσεων αντί για μεμονωμένες παρατηρήσεις. Τα παράθυρα αυτά μπορούν να έχουν διάφορες παραλλαγές και να είναι μη επικαλυπτόμενα, επικαλυπτόμενα ή ακόμα και κυκλικά. Με αυτό τον τρόπο, προσεγγίζουμε το σύνολο από τα πιθανά παράθυρα σαν ανεξάρτητες και ομοιογενώς κατανεμημένες παρατηρήσεις. Σαν αποτέλεσμα, η επιλογή του μεγέθους του παραθύρου είναι κρίσιμη για την επιτυχία της μεθόδου. Τα μικρά παράθυρα τείνουν σε ανεξάρτητες ομοιογενώς κατανεμημένες παρατηρήσεις, ενώ τα μεγάλα παράθυρα, περιέχουν αρκετό θόρυβο. Έχουμε δηλαδή μία ανταλλαγή μεταξύ της πληροφορίας που μπορούμε να συμπεριλάβουμε με την ύπαρξη αρκετών παραθύρων για να εξασφαλίζουμε ευστάθεια.

Εναλλακτικά, μπορούμε επίσης να χρησιμοποιήσουμε κάποιο κατάλληλο μοντέλο για να μετασχηματίσουμε το αρχικό μας δείγμα. Από το συγκεκριμένο μοντέλο λαμβάνονται τα υπολειπόμενα σφάλματα, τα οποία με τη σειρά τους μετασχηματίζονται ώστε να τείνουν σε ένα σύνολο ανεξάρτητων ομοιογενώς κατανεμημένων παρατηρήσεων. Ωστόσο, θεωρείται απαραίτητη προϋπόθεση η κατάλληλη προσαρμογή ενός μοντέλου που αιχμαλωτίζει όλη την απαραίτητη πληροφορία για την ευστοχία της μεθόδου.

Στην συγκεκριμένη εργασία, εφαρμόζουμε τεχνικές αναδειγματοληψίας στα δεδομένα του διαγωνισμού M3 και συγκρίνουμε δύο διαφορετικούς αλγορίθμους για να καταλήξουμε στο υπόλοιπο από το οποίο και θα προκύψει η αναδειγματοληψία, για την οποία γίνεται χρήση τριών διαφορετικών τεχνικών. Πρωταρχικός σκοπός, είναι η αξιολόγηση των μεθόδων αναδειγματοληψίας και των τεχνικών προβλέψεων που εφαρμόζουμε, αλλά και η εξαγωγή περαιτέρω συμπερασμάτων. Τα σημαντικότερα από αυτά αφορούν τη φύση των χρονοσειρών και την αλληλουχία μοτίβων γνωστού-αγνώστου, δηλαδή πόσο αναμενόμενο ήταν το μέλλον μιας χρονοσειράς σύμφωνα με τα ιστορικά δεδομένα διαθέσιμα σε εμάς. Επίσης, καταγράφονται και σχολιάζονται παρατηρήσεις σχετικά με την ευστάθεια και την ευαισθησία τεχνικών προβλέψεων στη χρήση αναδειγματοληψίας.

Κεφάλαιο 2: Δομή της Εργασίας

Το πρώτο κεφάλαιο αποτελεί την εισαγωγή της εργασίας, στο οποίο γίνεται μία σύντομη περιγραφή της διαδικασίας αξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης μέχρι τη δημιουργία διαγωνισμών προβλέψεων. Έπειτα, παρουσιάζονται οι λόγοι που έχουν δεχθεί κριτική, η ανάγκη για εφαρμογή τεχνικών αναδειγματοληψίας και οι απαιτήσεις και παραλλαγές αυτών των τεχνικών που θα μελετηθούν.

Το τρίτο κεφάλαιο είναι αφιερωμένο σε βιβλιογραφική επισκόπηση τεχνικών αναδειγματοληψίας και πιο συγκεκριμένα στην τεχνική bootstrap. Αναλύεται μία πληθώρα παραλλαγών για ανεξάρτητα και εξαρτημένα δεδομένα και παρουσιάζεται πως αυτές μπορούν να συνεισφέρουν στην διαδικασία βελτίωσης της αξιολόγησης προβλέψεων με τη χρήση ενός παραδείγματος.

Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται μία εκτενής αναφορά στις τεχνικές προβλέψεων, στις κατηγορίες μεθόδων πρόβλεψης και στα χαρακτηριστικά των χρονοσειρών που χρησιμοποιούνται σε αυτές. Ακόμα παρουσιάζονται πέντε βασικά μοντέλα πρόβλεψης (Naive, SES, Holt, Damped, Theta) και τα κριτήρια με τα οποία κάποιος μπορεί να επιλέξει την καταλληλότερη μέθοδο για την παραγωγή προβλέψεων.

Το πέμπτο κεφάλαιο, έχει ως αντικείμενο την παρουσίαση ενός πλήθους στατιστικών εργαλείων και ελέγχων που χρησιμοποιούνται κατά τη διαδικασία της ανάλυσης των χρονοσειρών με βάση τα ποιοτικά τους χαρακτηριστικά. Το τέλος του κεφαλαίου ασχολείται με τα στατιστικά σφάλματα των μεθόδων, τον τρόπο με τον οποίο μπορούμε να τα εκμεταλλευτούμε για την αξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης και τα πλεονεκτήματα που το καθένα μας προσφέρει.

Το έκτο κεφάλαιο, είναι μία εκτενής περιγραφή της υλοποίησης που προτείνουμε και της διαδικασίας “ζύμωσης” μέχρι να καταλήξουμε στην τελική της μορφή. Παρουσιάζονται όλες οι εναλλακτικές επιλογές που είχαν μελετηθεί σε συνδυασμό με παραδείγματα και επιχειρήματα που αιτιολογούν την απόρριψή τους.

Το επόμενο κεφάλαιο είναι το πειραματικό τμήμα της εργασίας. Παρατίθενται και ερμηνεύονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν, με τη χρήση κατάλληλων μετασχηματισμών και την εξαγωγή διαγραμμάτων. Στόχος είναι η ανάδειξη της αποτελεσματικότητας της προτεινόμενης μεθόδου συγκριτικά με εκείνη των Bergmeir, Hyndman και Benitez.

Στο τελευταίο κεφάλαιο της εργασίας, τέλος, εξάγονται τα κύρια συμπεράσματα με βάση τα αποτελέσματα των πειραμάτων και προτείνονται θέματα για μελέτη και ανάλυση στο μέλλον.

Κεφάλαιο 3: Βιβλιογραφική Επισκόπηση

3.1 Αναδειγματοληψία

Μία πιο επαναστατική μεθοδολογία στη στατιστική διότι ξεφεύγει από τις συνήθεις θεωρητικές κατανομές. Βασίζεται στην επαναλαμβανόμενη δειγματοληψία από το ίδιο δείγμα, γεγονός που δικαιολογεί και το όνομα. Είναι στενά συνδεδεμένη με τη μέθοδο Monte Carlo, η οποία χρησιμοποιεί πολλαπλές προσομοιώσεις για τον έλεγχο πραγματοποίησης κάποιου πιθανού γεγονότος, και είναι και αυτή μία απαιτητική σε πόρους υπολογιστική μέθοδος.

Περιλαμβάνει μία πληθώρα μεθόδων για την πραγματοποίηση ενός από τα παρακάτω:

- Εκτίμηση ακρίβειας στατιστικών του δείγματος(μέση τιμή, διασπορά, κλπ.) με χρήση υποσυνόλων από τα δεδομένα, ή με τυχαία δειγματοληψία με επανάθεση από τα διαθέσιμα δεδομένα.
- Ανταλλαγή χαρακτηρισμών σε δεδομένα με τη χρήση ελέγχων υποθέσεων.
- Επαλήθευση μοντέλων με τη χρήση τυχαίων υποσυνόλων.
- Υπολογισμό σφαλμάτων και διαστημάτων εμπιστοσύνης.
- Αντιμετώπιση δεδομένων που λείπουν.
- Επιλογή βαθμών ελευθερίας σε μη παραμετρική παλινδρόμηση(γενικευμένα προσθετικά μοντέλα).

Οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενες τεχνικές αναδειγματοληψίας είναι οι εξής: bootstrapping, jackknifing, permutation tests και cross-validation.

Bootstrapping: Μία από τις παραπάνω τεχνικές αναδειγματοληψίας, εφευρέθηκε από τον Bradley Efron το 1979, για ανεξάρτητα και ομοιογενώς κατανεμημένα δεδομένα, σαν μία προέκταση της μεθόδου jackknife. Είχε μεγάλη επιρροή στο πεδίο της στατιστικής και σε κάθε τομέα εφαρμογών που αυτή διέπει αντικαθιστώντας τις παραδοσιακές αλγεβρικές διαδικασίες με προσομοιώσεις δεδομένων από υπολογιστή.

Η βασική ιδέα της μεθόδου είναι ότι μπορούμε έχοντας στην κατοχή μας ένα δείγμα, να δημιουργήσουμε έναν εικονικό πληθυσμό, και να εξάγουμε συμπεράσματα για ολόκληρο τον πληθυσμό από τον οποίο προέρχεται το αρχικό δείγμα.

Επιτρέπει να αποδώσουμε τιμές ακριβείας σε εκτιμήτριες δείγματος(διασπορά, διαστήματα εμπιστοσύνης, πρόβλεψη δείγματος, δείκτες προκατάληψης) με τη μέτρηση των ιδιοτήτων , χωρίς τη χρήση κανονικής θεωρίας(z-statistic, t-statistic). Έχει ιδιαίτερη χρησιμότητα όταν δεν υπάρχει αναλυτική μορφή ή συνηθισμένη θεωρία για να μας βοηθήσει στην εκτίμηση των μεγεθών καθώς εφαρμόζεται στις περισσότερες τυχαίες ποσότητες(π.χ. διασπορά και μέση τιμή).

Χρησιμοποιούνται δύο περιπτώσεις αναδειγματοληψίας. Ο αλγόριθμος Monte Carlo που είναι και αρκετά απλός και η ακριβής εκδοχή. Ο πρώτος αφορά δειγματοληψία με επανάθεση και νέο μέγεθος δείγματος ίσο με το αρχικό σετ δεδομένων. Έπειτα υπολογίζεται το στατιστικό μέγεθος που μας ενδιαφέρει από το νέο δείγμα, και η διαδικασία επαναλαμβάνεται αρκετές φορές(500-1000) έως ότου να λάβουμε έναν ακριβή δείκτη της κατανομής Bootstrap του μεγέθους.

Όσον αφορά την ακριβή εκδοχή, εξετάζουμε εξαντλητικά κάθε πιθανή αναδειγματοληψία από το αρχικό σετ δεδομένων. Μπορεί να είναι υπολογιστικά ακριβή καθώς υπάρχει ένα σύνολο $\binom{2v-1}{v}$ πιθανών αναδειγματοληψιών, όπου v το αρχικό μέγεθος των δεδομένων.

Εφόσον η υπολογιστική δύναμη συνεχίζει να αυξάνεται, επιβάλλεται να μεγαλώνει και ο προτεινόμενος αριθμός bootstrap δειγμάτων. Με αυτό τον τρόπο, δεν αυξάνονται οι πληροφορίες πάνω στα αρχικά δεδομένα αλλά μειώνεται η επίδραση από τα σφάλματα τυχαίας δειγματοληψίας στα αποτελέσματα.

Πλεονεκτήματα

- Εφαρμόζεται εύστοχα σε χρονοσειρές για το μεγάλο πρόβλημα διακοπτόμενης ή άνισης ζήτησης.

- Αποτελεί μία έμμεση μέθοδο εκτίμησης ιδιοτήτων που προέρχονται από το δείγμα, όταν η θεωρητική κατανομή είναι περίπλοκη ή άγνωστη καθώς είναι ανεξάρτητο από αυτή.
- Αν η κατανομή του δείγματος είναι ευρέως γνωστή, μπορούμε να λάβουμε υπόψη μας τυχούσες στρεβλώσεις που μπορεί να μην εκφράζουν τον πληθυσμό.
- Απλότητα στον υπολογισμό σφαλμάτων, διαστημάτων εμπιστοσύνης και κατάλληλος τρόπος για τον έλεγχο ευστάθειας αποτελεσμάτων. Παρόλο που σε πολλά προβλήματα είναι δύσκολο να γνωρίζουμε τα αληθινά διαστήματα εμπιστοσύνης, το bootstrapping είναι ασυμπτωτικά πιο ακριβές από τις παραδοσιακές μεθόδους.
- Όταν ζητείται η εκτέλεση πράξεων ελέγχου/ευαισθησίας, οι οποίες εξαρτώνται σημαντικά από την τυπική απόκλιση, με bootstrap βρίσκουμε με μεγαλύτερη ακρίβεια αυτό το μέγεθος.

Μειονεκτήματα

- Σε πληθυσμούς χωρίς πεπερασμένη διασπορά όπου ζητείται η μέση τιμή, η κατανομή του τελικού bootstrap δε συγκλίνει στο ίδιο όριο με το μέσο του δείγματος. Συνεπώς, τα διαστήματα εμπιστοσύνης μπορεί να είναι παραπλανητικά.
- Ανεπάρκεια για εξαρτημένα δεδομένα, κάνοντας την εκτίμηση χαρακτηριστικών πιο δύσκολη, κάτι που συμβαίνει συχνά στα πλαίσια των χρονοσειρών. Ζητείται αναδειγματοληψία με τέτοιο τρόπο διεξαγωγής, ώστε να διατηρείται η δομή της εξάρτησης.
- Δεν παρέχονται εγγυήσεις για το αποτέλεσμα και συνήθως κρύβονται οι παραδοχές που κάνουμε για την διεξαγωγή της μεθόδου(π.χ. ανεξάρτητα δεδομένα) ενώ σε άλλες μεθόδους διατυπώνονται επίσημα.
- Πρέπει να εξασφαλιστεί ότι δεδομένα που λείπουν δεν είναι προβληματικά, και να αφαιρεθούν προφανείς ακραίες τιμές πριν την εκκίνηση για να εξασφαλιστεί η αποτελεσματικότητα της προσομοίωσης.

3.2 Τύποι Bootstrap Ανεξαρτήτων Δεδομένων

- **Nonparametric:** Είναι η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη μέθοδος στην οποία θεωρούμε ότι ο πληθυσμός δεν ακολουθεί κάποια συγκεκριμένη κατανομή
- **Parametric:** Στην περίπτωση αυτή, τοποθετείται ένα παραμετρικό μοντέλο που ταιριάζει στα δεδομένα, συχνά με τη μέγιστη πιθανοφάνεια, και δείγματα τυχαίων αριθμών αντλούνται από αυτό το μοντέλο. Συνήθως, το δείγμα που δημιουργείται έχει το ίδιο μέγεθος με εκείνο των αρχικών δεδομένων. Στη συνέχεια, υπολογίζεται το ζητούμενο από αυτά τα δεδομένα. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται τόσες φορές, όσες και στις άλλες μεθόδους bootstrap. Η χρήση του παραμετρικού μοντέλου στο στάδιο της δειγματοληψίας οδηγεί σε συμπεράσματα που είναι διαφορετικά από εκείνα που λαμβάνονται με την εφαρμογή της βασικής στατιστικής θεωρίας. Είναι μικρής χρησιμότητας σε πραγματικά προβλήματα.
- **Smooth :** Στο πλαίσιο αυτού του τύπου, ένα μικρό ποσό, που συνήθως ακολουθεί κανονική κατανομή, τυχαίου θορύβου μηδενικού στο κέντρο προστίθεται σε κάθε αναδειγματοληπτημένη παρατήρηση. Αυτό είναι ισοδύναμο με την δειγματοληψία από μία εκτίμηση της πυκνότητας του πυρήνα των δεδομένων. Δηλαδή, εξομαλύνεται η κατανομή δείγματος, και μετά πραγματοποιείται η δειγματοληψία.
- **Bayesian:** Σε αυτή την παραλλαγή, αντί να δοθούν ίσες πιθανότητες επιλογής στα δεδομένα, ανατίθενται διαφορετικές πιθανότητες με βάση κάποιες προηγούμενες γνώσεις, δηλαδή τα δεδομένα μας έχουν βάρη.

3.3 Bootstrap Εξαρτημένων Δεδομένων

Πρέπει να χρησιμοποιηθούν εναλλακτικές μέθοδοι και διαφορετικοί χειρισμοί των δεδομένων ώστε να μη χαθεί η εξάρτηση μεταξύ τους και σημαντικές πληροφορίες.

Block bootstrap: Χρησιμοποιείται όταν τα δεδομένα ή τα σφάλματα σε ένα μοντέλο συσχετίζονται. Σε αυτή την περίπτωση, μία απλή αναδειγματοληψία θα αποτύχει καθώς δεν θα είναι σε θέση να αναπαράγει την συσχέτιση των δεδομένων. Αυτή η μέθοδος προσπαθεί να αναδημιουργήσει αυτή τη σχέση αναδειγματοληπτώντας παράθυρα δεδομένων. Χρησιμοποιείται κυρίως με δεδομένα που σχετίζονται στο χρόνο, δηλαδή χρονοσειρές, αλλά μπορεί και επίσης να χρησιμοποιηθεί με δεδομένα που σχετίζονται στο χώρο ή μεταξύ ομάδων(τα αποκαλούμενα cluster groups).

Βέλτιστο Μέγεθος Block: Επιβάλλεται να γίνει μία αναφορά σε αυτό το ζήτημα, καθώς το μέγεθος του παραθύρου που θα δειγματοληπτηθεί καθορίζει σημαντικά την αποτελεσματικότητα της μεθόδου για εξαρτημένα δεδομένα πλήθους n . Το βέλτιστο μέγεθος παραθύρου είναι σχεδόν πάντα άγνωστο και κατά συνέπεια το μέγεθος που χρησιμοποιείται συνήθως διαφέρει από αυτό.

Η αύξηση ή μείωση του μεγέθους αποτελεί μία ανταλλαγή μεταξύ του να αιχμαλωτίσει κανείς όση περισσότερη πληροφορία γίνεται για τη δομή των εξαρτημένων δεδομένων και της ύπαρξης αρκετών παραθύρων για την εξαγωγή ευσταθών αποτελεσμάτων. Πιο συγκεκριμένα, η μείωση του μεγέθους καταστρέφει την εξάρτηση των δεδομένων ενώ η αύξηση του αρχίζει να δημιουργεί λίγα παράθυρα τα οποία μοιάζουν ολόενα και περισσότερο μεταξύ τους. Είναι αναγκαίο λοιπόν, να προσεγγίζουμε το βέλτιστο μέγεθος όσο πιο ικανοποιητικά μπορούμε, ώστε να έχουμε σχετικά ακριβείς προβλέψεις και διαστήματα εμπιστοσύνης κάποιου αποδεκτού βαθμού.

Υπάρχουν δύο ειδών τρόποι υπολογισμού του βέλτιστου μεγέθους παραθύρου, οι θεωρητικοί και οι εμπειρικοί. Οι θεωρητικοί τρόποι είναι και οι πιο δύσκολοι, επειδή απαιτούν πρόσβαση σε υπολογιστικούς πόρους, αλλά κυρίως επειδή προϋποθέτουν βέβαιη γνώση για περίπλοκα χαρακτηριστικά που διέπουν τον

πληθυσμό και άλλους πιθανούς παράγοντες που εισέρχονται στο πρόβλημα. Οι εμπειρικοί αποτελούν τους πιο ευρέως χρησιμοποιήσιμους συγκριτικά με τους θεωρητικούς. Εδώ ορίζεται κάποια γενική μέθοδος για τον καθορισμό μιας εκτιμήτριας συνάρτησης, για παράδειγμα ένα σφάλμα, και στοχεύουμε στην ελαχιστοποίηση της. Προφανώς, απαιτούνται και εδώ υπολογισμοί αλλά περισσότερο αριθμητικής φύσεως, συνήθως διαισθητικές δοκιμές μεγεθών και έπειτα σταδιακή αύξηση αυτών για την επίτευξη των επιθυμητών αποτελεσμάτων. Ένας γνωστός εμπειρικός τρόπος εκτίμησης του βέλτιστου μεγέθους παραθύρου είναι αυτός των Hall, Horowitz και Jing που περιγράφεται παρακάτω.

Έχει παρατηρηθεί ότι το βέλτιστο μέγεθος καθορίζεται από το περιεχόμενα των δεδομένων και ισούται με $n^{1/3}$, $n^{1/4}$, και $n^{1/5}$ για τις περιπτώσεις διασποράς ή εκτίμησης προκατάληψης, υπολογισμού μίας μονόπλευρης συνάρτησης κατανομής και υπολογισμού μίας αμφίπλευρης συνάρτησης κατανομής αντίστοιχα. Η αμφίπλευρη συνάρτηση κατανομής χρησιμοποιείται και για την κατασκευή συμμετρικών διαστημάτων εμπιστοσύνης για μία άγνωστη παράμετρο. Οι όροι προκατάληψης έχουν μεγάλη συνάφεια και στα 3 προβλήματα, οι διασπορές τους όμως διαφέρουν κατά πολύ. Η τεχνική αυτή εξερευνείται αριθμητικά και με τη χρήση θεωρητικών επιχειρημάτων, αλλά γίνεται φανερό ότι αποτελεί έναν εμπειρικό κανόνα επιλογής παραθύρου. Αυτό το γεγονός επαληθεύεται από την συμπεριφορά μεγεθών που μας ενδιαφέρουν, όπως είναι η ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Έχουμε δηλαδή μία ασυμπτωτική φόρμουλα υπολογισμού με l το μέγεθος παραθύρου, και $l \sim Cn^{1/k}$, όπου C μία σταθερά, και $k=3,4,5$ σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν προηγουμένως για το περιεχόμενο των δεδομένων. Η σταθερά C αξιοποιείται σαν παράγοντας πιθανής ευθυγράμμισης, δηλαδή έστω ότι γνωρίζουμε το βέλτιστο l_m για $m < n$ τότε το μέγεθος για όλη την χρονοσειρά παρατηρήσεων n μπορεί να δίνεται από την σχέση $l_n = (n/m)^{1/k} l_m$.

Τύποι Bootstrap Εξαρτημένων Δεδομένων:

Για την επεξήγηση των παρακάτω μεθόδων, θεωρούμε $X = \{X_1, \dots, X_n\}$ τις n παρατηρήσεις από μία διαδικασία. Δηλώνουμε $b \geq 1$ το πλήθος των παραθύρων μήκους $l \in \{1, \dots, n\}$ τέτοιο ώστε $l \times b \leq n$. Επίσης έχουμε m το μέγεθος του δείγματος bootstrap και k τον αριθμό των επιλεγμένων παραθύρων.

- **Nonoverlapping Block Bootstrap(NBB):** Προτάθηκε από τον Carlstein το 1992, και βασίζεται στην διαίρεση σε b παράθυρα συνεχόμενων παρατηρήσεων χαρακτηριζόμενα από $B_i = (X_{(i-1)l+1}, \dots, X_{il})$ $i = 1, \dots, b$. Πραγματοποιείται δειγματοληψία με επανάθεση και λαμβάνουμε ένα δείγμα $k \geq 1$ παραθύρων B_1^*, \dots, B_k^* από τα $\{B_1, \dots, B_b\}$. Συνδέοντας τα k παράθυρα σχηματίζουμε το δείγμα bootstrap με $m = k \times l$ παρατηρήσεις. Δηλαδή έχουμε το δείγμα $\{X_1^*, \dots, X_l^*, \dots, X_{(k-1)l+1}^*, \dots, X_m^*\}$. Αξίζει να σημειωθεί ότι σε αυτή τη διαδικασία η συσχέτιση θεωρείται ισχυρή εντός των παραθύρων και σχετικά ασθενής εκτός αυτών.
- **Moving Block Bootstrap(MBB):** Η μέθοδος των επικαλυπτόμενων παραθύρων δημιουργήθηκε από τον Kunsch το 1989, και από τους Liu και Singh το 1992. Αυτή η διαδικασία πραγματοποιεί αναδειγματοληψία παραθύρων συνεχόμενων παρατηρήσεων με επικάλυψη μεταξύ τους, ώστε να διατηρείται η εξάρτηση των δεδομένων εντός κάθε παραθύρου. Έχουμε παράθυρα $B_i = (X_i, \dots, X_{i+l-1})$ μήκους l ξεκινώντας με την παρατήρηση X_i , $1 \leq i \leq b$ όπου $b = n - l + 1$. Το δείγμα bootstrap λαμβάνεται με δειγματοληψία με επανάθεση ενός κατάλληλου αριθμού παραθύρων B_1^*, \dots, B_k^* από τα $\{B_1, \dots, B_b\}$. Τα στοιχεία στα παράθυρα bootstrap B_i^* έχουν δείκτες $\{X_{(i-1)l+1}^*, \dots, X_{il}^*\}$, $i = 1, \dots, k$ και το συνολικό δείγμα bootstrap έχει μέγεθος $m = k \times l$ με στοιχεία X_1^*, \dots, X_m^* . Η ειδική περίπτωση στην οποία το κάθε παράθυρο αποτελείται από ένα στοιχείο, καταλήγει στο κλασικό μη παραμετρικό bootstrap.

- **Circular Block Bootstrap(CBB):** Η συγκεκριμένη μέθοδος αποτελεί μία προέκταση της προηγούμενης και εισήχθη από τους Politis και Romano το 1992. Αυτή η μέθοδος διακρίνεται από το πλεονέκτημα ότι η δειγματοληπτική κατανομή είναι αυτόματα επικεντρωμένη γύρω από τη μέση τιμή του δείγματος. Η βασική αρχή είναι να “τυλιχθούν” τα δεδομένα γύρω από ένα κύκλο και να σχηματίσουν επιπλέον παράθυρα με τη χρήση των κυκλικά ορισμένων παρατηρήσεων με σκοπό να ακολουθήσει αναδειγματοληψία ολόκληρων τόξων από αυτές. Συνεπώς, επιλέγεται ένα $i > n$, ορίζουμε $X_i = X_{i_n}$, όπου $i_n = i \text{ mod } n$ και $X_0 = X_n$, και σχηματίζουμε τον κύκλο παρατηρήσεων. Έπειτα πραγματοποιείται αναδειγματοληψία με επανάθεση επικαλυπτόμενων παραθύρων μήκους l όπως στο MBB. Παρατηρείται ότι κάθε X_i , εμφανίζεται ακριβώς l φορές στα παράθυρα και επειδή η μέθοδος αναδειγματοληπτεί τα πιθανά παράθυρα με ίση πιθανότητα, κάθε μία από τις αρχικές παρατηρήσεις X_1, \dots, X_n θεωρείται ισοβαρής. Αυτή η ιδιότητα διαχωρίζει την τεχνική CBB από τις MBB και NBB που πλήττονται από φαινόμενα των άκρων. Όπως και στις προηγούμενες μεθόδους, k παράθυρα μεγέθους l επιλέγονται και οργανώνονται σε αλληλουχία παρατηρήσεων X_1^*, \dots, X_m^* .
- **Stationary Block Bootstrap(SBB):** Αυτή η τεχνική προτάθηκε από τους Politis και Romano το 1994, και είναι κυρίως αποδεκτή όταν έχουμε στάσιμες χρονοσειρές με ασθενή εξάρτηση. Με τη χρήση σταθερών παραθύρων τα νέα δείγματα δεν είναι στάσιμα, συνεπώς αυτή η μέθοδος στοχεύει στην αφαίρεση αυτού του ανεπιθύμητου στατιστικού χαρακτηριστικού. Επομένως, σύμφωνα με τις αρχικές παρατηρήσεις X_1, \dots, X_n , οι νέες ψεύδο-παρατηρήσεις X_1^*, \dots, X_n^* παράγονται με τη χρήση ενός κατάλληλου αλγορίθμου παραγωγής νέων στάσιμων δειγμάτων. Η διαδικασία προσπαθεί να μιμηθεί τα χαρακτηριστικά του αρχικού δείγματος και να κρατήσει την επιθυμητή στασιμότητα. Αυτό επιτυγχάνεται με την αναδειγματοληψία

παραθύρων μεταβλητού μεγέθους, όπου το κάθε μέγεθος προσεγγίζεται από τη γεωμετρική κατανομή.

Με βάση ότι οι αρχικές παρατηρήσεις της χρονοσειράς είναι αυστηρά στάσιμες και ασθενώς εξαρτημένες, η στατιστική κατανομή $T_n(X) = T_n(X_1, X_2, \dots, X_n)$ που μας ενδιαφέρει υπολογίζεται. Έχουμε $B_{il} = (X_1, X_2, \dots, X_{i+l-1})$ το παράθυρο που περιέχει l συνεχόμενες παρατηρήσεις που αρχίζουν από την X_i . Για να βεβαιωθούμε ότι όλες οι αρχικές παρατηρήσεις έχουν την ίδια πιθανότητα πραγματοποίησης προτείνεται η παρακάτω διαδικασία.

Ανεξάρτητα από τις παρατηρήσεις, θεωρούμε L_1, L_2, \dots μια ακολουθία από ανεξάρτητες και ομοιογενώς κατανεμημένες μεταβλητές με γεωμετρική κατανομή

$$P(L_i = m) = (1 - p)^{m-1}p \text{ για } m=1,2,\dots \text{ όπου } p \in \{0,1\} \text{ και για } p \rightarrow n, np \rightarrow \infty .$$

Ανεξάρτητα από τα X_i και L_i , θεωρούμε I_1, I_2, \dots μία ακολουθία από ανεξάρτητες και ομοιογενώς κατανεμημένες μεταβλητές με διακριτή μοιόμορφη κατανομή από το σετ $\{1, \dots, n\}$.

Η ψευδό-χρονοσειρά X_1^*, \dots, X_n^* παράγεται από την αλληλουχία παραθύρων τυχαίου μεγέθους, $B_{I_1, L_1}, B_{I_2, L_2}, \dots$. Οι πρώτες L_1 παρατηρήσεις καθορίζονται με τη χρήση του πρώτου παραθύρου B_{I_1, L_1} παρατηρήσεων $X_{I_1}, \dots, X_{I_1+L_1-1}$ τις οποίες ακολουθούν οι L_2 παρατηρήσεις στο παράθυρο B_{I_2, L_2} με τις $X_{I_2}, \dots, X_{I_2+L_2-1}$

Η καθορισμένη διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να βρεθούν n παρατηρήσεις στο νέο δείγμα, παρόλο που είναι ξεκάθαρο ότι αφήνεται περιθώριο να επεκταθεί για έναν αυθαίρετο αριθμό παρατηρήσεων. Με τον σχηματισμό της τελικής χρονοσειράς, υπολογίζουμε το στατιστικό μέγεθος που μας ενδιαφέρει.

- **Sieve Bootstrap(SB):** Ο Buhlmann το 1997 πρότεινε ένα νέο σχήμα bootstrap, το οποίο βασίζεται στην αρχική τοποθέτηση παραμετρικών μοντέλων και στην πραγματοποίηση αναδειγματοληψίας από τα υπολειπόμενα σφάλματα ακολούθως. Ωστόσο, το μοντέλο επιλέγεται κατάλληλα ώστε να προσαρμόζει αντί να χρησιμοποιούμε κάποια προκαθορισμένη εκδοχή. Αυτή η προσέγγιση είναι διαφορετική από τις προηγούμενες μεθόδους, το δείγμα bootstrap θεωρείται υπό συνθήκες στάσιμο και δεν παρουσιάζει συγκεκριμένη δομή εξάρτησης. Ένα ακόμα χαρακτηριστικό είναι ότι το δείγμα bootstrap δεν είναι ένα υποσύνολο από τα αρχικά δεδομένα όπως στις προηγούμενες μεθόδους.

Δεδομένου ενός δείγματος X_1, \dots, X_n από μία στάσιμη διαδικασία, χρησιμοποιείται κάποιο κριτήριο, όπως το Akaike Information Criterion(AIC), προκειμένου να επιλέξουμε την τάξη $p=p(n)$ μιας αυτοπαλινδρομικής προσέγγισης. Οι συντελεστές αυτοπαλινδρόμησης υπολογίζονται συνήθως με τη μέθοδο ροπών και τις εξισώσεις Yule-Walker. Έπειτα χρησιμοποιείται ένα μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης AR(p) ώστε να καθοριστεί η χρονοσειρά υπολειπόμενων σφαλμάτων. Τα υπολειπόμενα σφάλματα "κεντράρονται" και λαμβάνεται η εμπειρική συσσωρευτική συνάρτηση κατανομής τους. Από αυτή την κατανομή, πραγματοποιείται αναδειγματοληψία και λαμβάνεται ένα δείγμα ανεξάρτητο και ομοιογενώς κατανεμημένο από αυτά τα κεντραρισμένα υπολειπόμενα σφάλματα. Έπειτα, χρησιμοποιείται εκ νέου το μοντέλο AR για να παραχθεί η νέα χρονοσειρά X_t^* μέσω αναδρομής. Από αυτή υπολογίζουμε εκ νέου τους συντελεστές αυτοπαλινδρόμησης της και υπολογίζουμε μελλοντικές παρατηρήσεις bootstrap από κάποιες μαθηματικές αναδρομικές σχέσεις. Αν παραλειφθεί αυτό το βήμα καταλήγουμε σε μια διαδικασία που έχει ομοιότητες με το conditional bootstrap του Cao. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία με νέα δειγματοληψία από τα υπολειπόμενα σφάλματα, έστω B φορές, και τελικά έχουμε $X_{1B}^*, \dots, X_{nB}^*$, νέες χρονοσειρές και υπολογίζουμε το στατιστικό μέγεθος που μας ενδιαφέρει.

Ο Zagdanski το 1999 εξέτασε αρκετές εφαρμογές για αυτή την μέθοδο. Απέκτησε διαστήματα εμπιστοσύνης για μελλοντικές παρατηρήσεις στατικών χρονοσειρών και περιέγραψε την κατασκευή του καλύτερου γραμμικού δείκτη πρόγνωσης για μελλοντικές τιμές της χρονοσειράς. Το SB εμφανίζεται να παρέχει συνεπείς εκτιμήσεις για τις υπό συνθήκες κατανομές των μελλοντικών τιμών των δεδομένων παρατήρησης.

- **Cluster data Bootstrap:** Αυτός ο όρος, περιγράφει τα δεδομένα, όπου παρατηρούνται πολλές παρατηρήσεις ανά μονάδα. Μπορεί να αναφέρονται σε πολλές εταιρείες σε διάφορους νομούς, ή πολλούς μαθητές σε διάφορες τάξεις. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η δομή συσχέτισης απλοποιείται και κάποιος κάνει την παραδοχή ότι τα δεδομένα συσχετίζονται με μία ομάδα/cluster αλλά είναι ανεξάρτητα μεταξύ ομάδων/clusters. Ο δομή του παραθύρου λαμβάνεται εύκολα(όταν το παράθυρο αντιστοιχεί σε μία ομάδα) και συνήθως μόνο οι ομάδες αναδειγματοληπτούνται, ενώ οι παρατηρήσεις εντός των ομάδων παραμένουν αμετάβλητες.

Μοντέλα Παλινδρόμησης: Στην κατηγορία των εξαρτημένων δεδομένων εντάσσονται και τα μοντέλα παλινδρόμησης, στα οποία χρησιμοποιούμε επίσης εναλλακτικές μεθόδους bootstrap, βασιζόμενα κυρίως στην αναδειγματοληψία υπολειπόμενων σφαλμάτων. Υπάρχουν δύο τρόποι να το πραγματοποιήσουμε.

1. **Random-X Bootstrapping:** Οι παλινδρομητές αντιμετωπίζονται ως τυχαίοι και επιλέγουμε δείγματα bootstrap κατευθείαν από τις παρατηρήσεις και υπολογίζουμε τα στατιστικά μεγέθη για το καθένα.
2. **Fixed-X Bootstrapping:** Οι παλινδρομητές αντιμετωπίζονται ως σταθεροί, με την έννοια ότι το αναδρομικό μοντέλο που εφαρμόζεται στα δεδομένα είναι σωστό. Οι τοποθετημένες τιμές για τα Y είναι οι προσδοκίες του bootstrap. Επιλέγουμε ένα τυχαίο σφάλμα(συνήθως τα αναδειγματοληπτημένα υπολειπόμενα σφάλματα) για το κάθε \hat{Y} που παράγει το σταθερό- x δείγμα bootstrap Y_b . Για να αποκτήσουμε τα αντίγραφα των συντελεστών,

εκτελούμε παλινδρόμηση Y_b στο σταθερό μοντέλο-μήτρα για κάθε δείγμα bootstrap.

- **Gaussian process regression:** Όταν τα δεδομένα είναι χρονικά συσχετισμένα, το απλό bootstrapping καταστρέφει τους εγγενείς δεσμούς. Αυτή η μέθοδος βασίζεται σε Γκαουσιανή διαδικασία παλινδρόμησης για να ταιριάξει ένα πιθανοτικό μοντέλο από το οποίο μπορούν να δημιουργηθούν αντίγραφα. Αυτές οι διαδικασίες προέρχονται από μη παραμετρικές Bayesian στατιστικές αλλά εδώ χρησιμοποιούνται για την κατασκευή μίας παραμετρικής προσέγγισης, η οποία επιτρέπει να λάβουμε υπόψη μας τις χρονικές εξαρτήσεις των δεδομένων.
- **Wild bootstrap:** Κατάλληλο όταν το μοντέλο παρουσιάζει ετεροσκεδαστικότητα. Η ιδέα είναι παρόμοια με την αναδειγματοληψία υπολειπόμενων σφαλμάτων, αφήνοντας τους παλινδρομητές με την τιμή δείγματος τους, δειγματοληπώντας τις μεταβλητές αποκρίσεις βασισμένοι σε αυτές ενώ τα υπολειπόμενα σφάλματα πολλαπλασιάζονται με μία τυχαία μεταβλητή μέσης τιμής 0 και διασποράς 1.

3.4 Η Μεθοδολογία Bootstrap στην Πρόβλεψη Χρονοσειρών

Στις μέρες μας, είναι ευρέως γνωστή η σημασία της μελέτης και ανάλυσης χρονοσειρών. Τα αποτελέσματα μπορεί να παρέχουν ενδείξεις για την οικονομία μιας χώρας, το δείκτη ανεργίας, δείκτες προϊόντων εισαγωγής και εξαγωγής, κλπ. Μία χρονοσειρά είναι ένα σύνολο παρατηρήσεων συνήθως σε ίσα χωρισμένα διαστήματα. Το πρώτο βήμα για την ανάλυση μίας χρονοσειράς είναι η γραφική αναπαράσταση της με σκοπό την εύρεση κοινών χαρακτηριστικών. Τα συγκεκριμένα μπορούν να εξηγηθούν μέσω της σχέσης αιτίας και αποτελέσματος και μερικά από αυτά είναι η τάση, η εποχιακότητα, οι κυκλικές εναλλαγές και η τυχαιότητα. Η αναγνώριση αυτών των συνιστωσών είναι κρίσιμη για την επιλογή ενός κατάλληλου μοντέλου πρόβλεψης. Το πιο ενδιαφέρον και φιλόδοξο ζήτημα λοιπόν, είναι η πρόβλεψη μελλοντικών τιμών μιας χρονοσειράς, βασισμένοι στο καταγεγραμμένο παρελθόν, αλλά και ο υπολογισμός διαστημάτων πρόβλεψης.

Η μέθοδος bootstrap χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με τεχνικές προβλέψεων με στόχο τη βελτίωση της αξιολόγησης της απόδοσης και της ευρωστίας της εκάστοτε τεχνικής. Έπειτα από τη γραφική αναπαράσταση μιας χρονοσειράς και την αναγνώριση των επιμέρους συνιστωσών της, εφαρμόζονται μέθοδοι αποσύνθεσης για την αφαίρεση τους. Ακολουθούν έλεγχοι στασιμότητας ή κάποιου είδους μετασχηματισμοί, π.χ. Box-Cox μετασχηματισμός, ώστε να βεβαιωθούμε ότι δεχόμαστε τα δεδομένα που προέκυψαν από την αποσύνθεση. Σε αυτό το σημείο, πραγματοποιείται αναδειγματοληψία με επανάθεση, οι συνιστώσες που αφαιρέθηκαν επαναφέρονται και δημιουργείται ένα πλήθος νέων χρονοσειρών bootstrap. Σύμφωνα με κάποιο κριτήριο, επιλέγεται η τεχνική πρόβλεψης που θα χρησιμοποιηθεί, ως πούμε ETS(Error,Trend,Seasonal) για μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης και παράγονται πολλαπλά σετ προβλέψεων για κάθε μία από τις χρονοσειρές που δημιουργήθηκαν. Το τελικό αποτέλεσμα πρόβλεψης συνηθίζεται να λαμβάνεται με τον υπολογισμό της μέσης τιμής, αλλά εξίσου καλά αποτελέσματα δίνουν και η διάμεσος ή ο πιο συχνά εμφανιζόμενος αριθμός(mode).Αξίζει να σημειωθεί ότι όσο αυξάνεται ο αριθμός χρονοσειρών που προκύπτουν από bootstrapping τόσο πιο εύστοχα είναι τα τελικά αποτελέσματα καθώς μειώνεται η επίδραση των σφαλμάτων δειγματοληψίας.

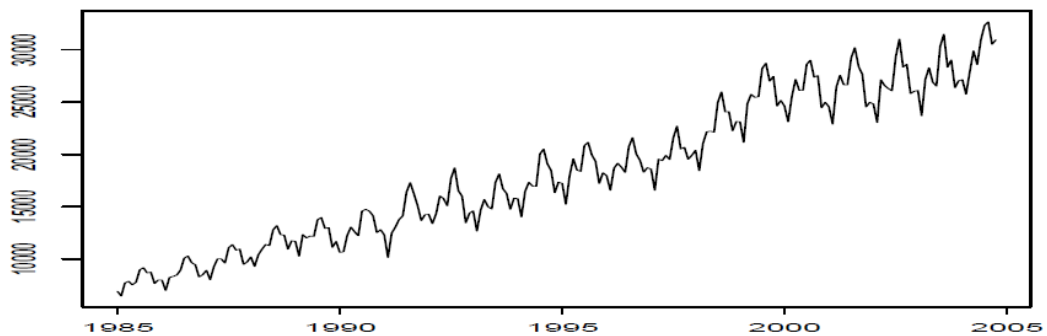
Στη κατανόηση των παραπάνω βοηθά το παράδειγμα που ακολουθεί.

3.5 Παράδειγμα από C.Cordeiro και M.Neves

Η εναέρια κυκλοφορία έχει αυξηθεί υπερβολικά την τελευταία δεκαετία, ειδικά τα πιο πρόσφατα χρόνια. Η Πορτογαλία διαθέτει δύο περιοχές πληροφοριών για πτήσεις, τη Λισαβόνα και τη Σάντα Μαρία. Στις περιοχές αυτές η εναέρια κυκλοφορία παρατηρείται τόσο στο έδαφος όσο και στον αέρα, δηλαδή πριν και μετά την απογείωση των αεροσκαφών. Το παράδειγμα αφορά την Λισαβόνα και σκοπεύουμε να λάβουμε μηνιαία διαστήματα προβλέψεων για ένα χρόνο.

Το πρώτο βήμα είναι να εξετάσουμε πως αποδίδουν διάφορες μέθοδοι, συνεπώς χρησιμοποιούμε τις χρονοσειρές που διαθέτουμε για το διάστημα 1985-2004 ώστε να προβλέψουμε για το 2005. Εφόσον έχουμε και τις αληθινές

τιμές για το 2005, μπορούμε να συγκρίνουμε την τελική εγκυρότητα τους. Στο σχήμα 1, τα δεδομένα αναπαρίστανται γραφικά για να παρατηρηθεί η συμπεριφορά τους στον ορίζοντα και να αναγνωριστούν οι συνιστώσες τους. Οι Cordeiro και Neves έδειξαν ότι το καλύτερο μοντέλο πρόβλεψης λαμβάνεται με την πολλαπλασιαστική μέθοδο Holt-Winters. Χρησιμοποιήθηκαν επίσης μέθοδοι bootstrap για εξαρτημένα δεδομένα και η εκτενής υπολογιστική εργασία έγινε με το λογισμικό Rstudio.



Εικόνα 1 : Εναέρια Κυκλοφορία

Προκειμένου να εφαρμόσουμε τεχνικές block bootstrap εκτιμήθηκε η τάση και αφαιρέθηκε από τη χρονοσειρά. Πραγματοποιήθηκαν οι απαραίτητες δοκιμές ώστε να αποδεχτούμε την μετασχηματισμένη χρονοσειρά. Κατά συνέχεια, σχηματίστηκαν παράθυρα μεγέθους $l=12$ καθώς φανερώθηκε ότι αυτή η επιλογή είναι καλύτερη επειδή διατηρείται η συσχέτιση για κάθε έτος. Τα αποτελέσματα για τις NBB, MBB, CBB, SBB και SB είναι βασισμένα σε 1000 επαναλήψεις. Όσον αφορά το SB, προηγουμένως είχε εφαρμοστεί το μοντέλο Holt-Winters, ενώ για κάθε δείγμα bootstrap χρησιμοποιήθηκε ένα αυτοπαλινδρομικό μοντέλο στα υπολειπόμενα σφάλματα.

Μετά από όλη την υπολογιστική εργασία, έχουμε διαθέσιμα για κάθε μέθοδο διαστήματα πρόβλεψης 95%. Στον πίνακα 1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα όταν η μεταβλητή T είναι εντός του διαστήματος με έντονη γραφή. Παρατηρείται πως οι NBB, MBB, CBB παρουσιάζουν ευρύτερα διαστήματα ενώ η SB στενότερα και συχνά δεν περιέχουν την πραγματική τιμή. Φαίνεται ότι την

καλύτερη απόδοση για διαστήματα που περιέχουν την πραγματική τιμή έχουν οι MBB και CBB, σε σχέση με την Holt-Winters, ενώ την χειρότερη οι SB και SBB. Ωστόσο, η τεχνική SB αποτελεί τον καλύτερο συμβιβασμό μας για την απόκτηση ρεαλιστικών διαστημάτων καθώς τα αντίστοιχα των άλλων μεθόδων είναι μεγάλα σε μη ικανοποιητικό βαθμό.

Month	T.Value	HW	NBB	MBB	CBB	SBB	SB
Jan	27142	26176;27737	25408;32270	25552;32910	25375;32524	27133;30682	25550;27375
Feb	25760	23561;25552	25989;33088	25487;32996	25194;33007	27244;31069	23550;25372
Mar	27897	26845;29462	25687;33387	25367;33312	25147;32849	27273;31183	25903;27783
Apr	29901	27642;30661	25344;33100	25583;33416	25271;33074	27467;31304	27351;29193
May	28596	27063;30326	25972;33321	25540;33843	25294;33204	27505;31241	27152;28969
June	30966	26822;30338	25534;33129	25565;34032	25266;33333	27603;31478	26366;28284
July	32349	30209;34379	26060;33239	25648;34100	25416;33383	27605;31389	28872;30779
Aug	32671	31293;35818	26008;32978	25980;34029	25676;33644	27697;31644	30076;32002
Sep	30530	28853;33255	26247;33318	26189;34182	25800;33448	27948;31542	28047;30033
Oct	30950	28558;33126	26860;34072	26278;34256	25994;33501	28048;31706	26878;28695
Nov	27516	25343;29641	27045;33700	26420;33854	26188;33603	28145;31948	24510;26507
Dec	28867	25966;30279	27588;33377	26363;33729	26338;33502	28177;32029	25536;27740

Πίνακας 1 : Αποτελέσματα Μελέτης

3.6 Αλγόριθμος Bootstrap από Bergmeir, Hyndman & Benitez

Αφετηρία της συγκεκριμένης εργασίας αποτελεί η δημοσίευση των Bergmeir, Hyndman και Benitez το 2015. Ως σύνολο δεδομένων για την εφαρμογή της μεθοδολογίας χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα του διαγωνισμού M3. Ο αλγόριθμος που ακολούθησαν φαίνεται παρακάτω.

Algorithm 1 Generating bootstrapped series

```
1: procedure BOOTSTRAP(ts, num.boot)
2:    $\lambda \leftarrow \text{BoxCox.lambda}(ts, \text{min}=0, \text{max}=1)$ 
3:   ts.bc  $\leftarrow \text{BoxCox}(ts, \lambda)$ 
4:   if ts is seasonal then
5:     [trend, seasonal, remainder]  $\leftarrow \text{stl}(ts.bc)$ 
6:   else
7:     seasonal  $\leftarrow 0$ 
8:     [trend, remainder]  $\leftarrow \text{loess}(ts.bc)$ 
9:   end if
10:  recon.series[1]  $\leftarrow ts$ 
11:  for i in 2 to num.boot do
12:    boot.sample[i]  $\leftarrow \text{MBB}(\text{remainder})$ 
13:    recon.series.bc[i]  $\leftarrow \text{trend} + \text{seasonal} +$ 
      boot.sample[i]
14:    recon.series[i]  $\leftarrow \text{InvBoxCox}(\text{recon.series.bc}[i],$ 
       $\lambda)$ 
15:  end for
16:  return recon.series
17: end procedure
```

Εικόνα 2 : Αλγόριθμος Bergmeir, Hyndman & Benitez

Αξίζει να υπογραμμίσουμε ότι στη θέση του bootstrap με κυλιόμενα παράθυρα (MBB), θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε οποιαδήποτε άλλη μεθοδολογία επιθυμούμε. Μεγαλύτερη έμφαση αξίζει να δοθεί στην διαδικασία που ακολουθείται για την προετοιμασία της χρονοσειράς μας ώστε να έρθει στην κατάλληλη μορφή για bootstrap.

Αρχικά, πραγματοποιείται ο μετασχηματισμός Box-Cox με αυτόματη επιλογή λ στο διάστημα $[0,1]$ σύμφωνα με τη μέθοδο του Guerrero, προκειμένου τα δεδομένα να ακολουθούν κανονική κατανομή. Έπειτα, εκτελείται ο έλεγχος σημαντικότητας

εποχιακής συμπεριφοράς για να εξακριβωθεί εάν η χρονοσειρά εμφανίζει ή όχι εποχιακό χαρακτήρα.

Για τις μη εποχιακές χρονοσειρές, γίνεται χρήση της μεθόδου loess (Cleveland, Grosse & Shyu 1992), μιας μεθόδου εξομάλυνσης βασισμένη σε τοπικές παλινδρομήσεις, για την αποσύνθεση τις χρονοσειρές σε συνιστώσες τάσης και υπολοίπου. Για εποχιακές χρονοσειρές, χρησιμοποιείται η μέθοδος STL (Cleveland et al, 1990), για να αποκτήσουμε τις συνιστώσες τάσης, εποχιακότητας και υπολοίπου.

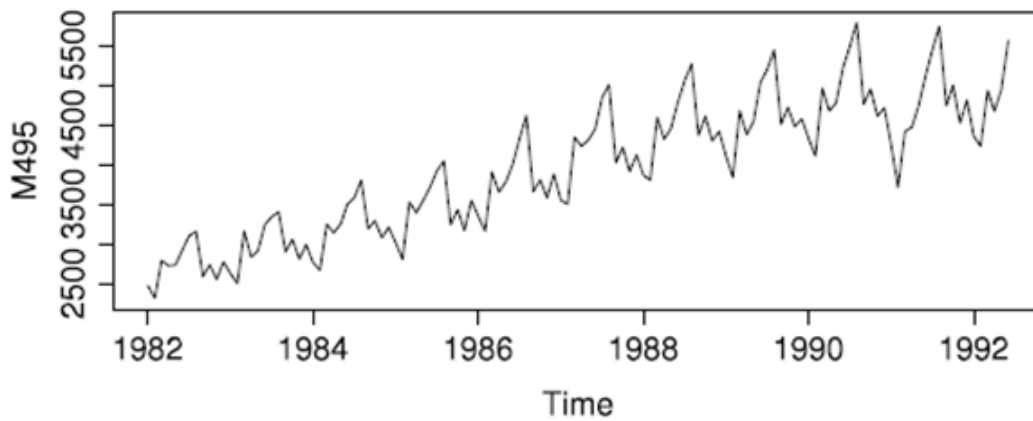
Σε αυτό το σημείο, έχουμε πλέον διαθέσιμο το υπόλοιπο της χρονοσειράς το οποίο πληρεί τις απαιτήσεις για στασιμότητα, άρα μπορούμε να πραγματοποιήσουμε την επιθυμητή μέθοδο bootstrap.

Οι Bergmeir, Hyndman και Benitez εκτελούν το bootstrap με κυλιόμενα παράθυρα (MBB) όπως προτάθηκε από τον Kunsch (1989). Χρησιμοποίησαν μέγεθος παραθύρου $l = 8$ για τα ετήσια και τριμηνιαία δεδομένα και $l = 24$ για τα μηνιαία, για να βεβαιωθούν ότι με μέγεθος παραθύρου 2 έτη έχει καταληφθεί όποια εποχιακότητα μπορεί να έχει απομείνει. Η μικρότερη χρονοσειρά του διαγωνισμού, είναι μία ετήσια με 14 παρατηρήσεις και απαιτείται προσοχή για την εξασφάλιση πως κάθε τιμή από την αρχική χρονοσειρά μπορεί να τοποθετηθεί οπουδήποτε στις χρονοσειρές bootstrap. Για να επιτευχθεί αυτό, λαμβάνονται $[n / l] + 2$ παράθυρα από την χρονοσειρά του υπολοίπου, και έπειτα απορρίπτεται ένας τυχαίος αριθμός τιμών μεταξύ 0 και $l - 1$, από την αρχή των χρονοσειρών bootstrap. Τελικά, για να λάβουμε μία χρονοσειρά με ίδιο μήκος με την αρχική, απορρίπτουμε όσες τιμές είναι απαραίτητο για να φτάσουμε το επιθυμητό μήκος. Αυτή η διαδικασία εξασφαλίζει ότι η νέα χρονοσειρά δεν αρχίζει ή τελειώνει απαραίτητα στα όρια ενός παραθύρου.

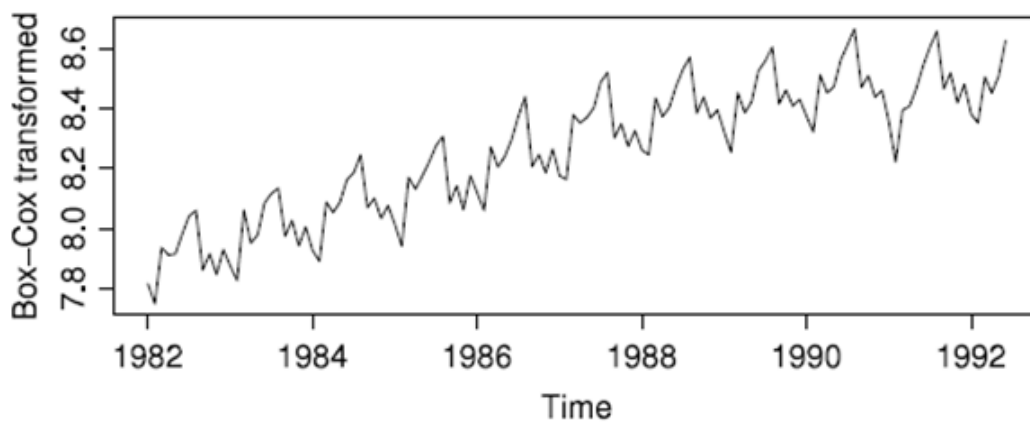
Μόλις ολοκληρωθεί το bootstrap, οι συνιστώσες τάσης και εποχιακότητας αθροίζονται με τις χρονοσειρές bootstrap υπολοίπου και ο μετασχηματισμός Box-Cox αντιστρέφεται για λ ίδιο με το αρχικό για να λάβουμε το τελικό σύνολο χρονοσειρών.

Για κάθε ορίζοντα, τα τελικά αποτελέσματα προκύπτουν από τις προβλέψεις με τα πακέτα τεχνικών προβλέψεων. Εκτελέστηκαν δοκιμές με τη μέση τιμή και τη διάμεσο και τελικά η ανάλυση των δεδομένων περιορίστηκε στη χρήση της διαμέσου καθώς επιτυγχάνει καλά αποτελέσματα και είναι λιγότερο ευαίσθητη σε ακραίες τιμές σε σχέση με τη μέση τιμή.

Τα ακόλουθα σχήματα, παρουσιάζουν την εφαρμογή του αλγορίθμου στην 495^η μηνιαία χρονοσειρά του διαγωνισμού M3.

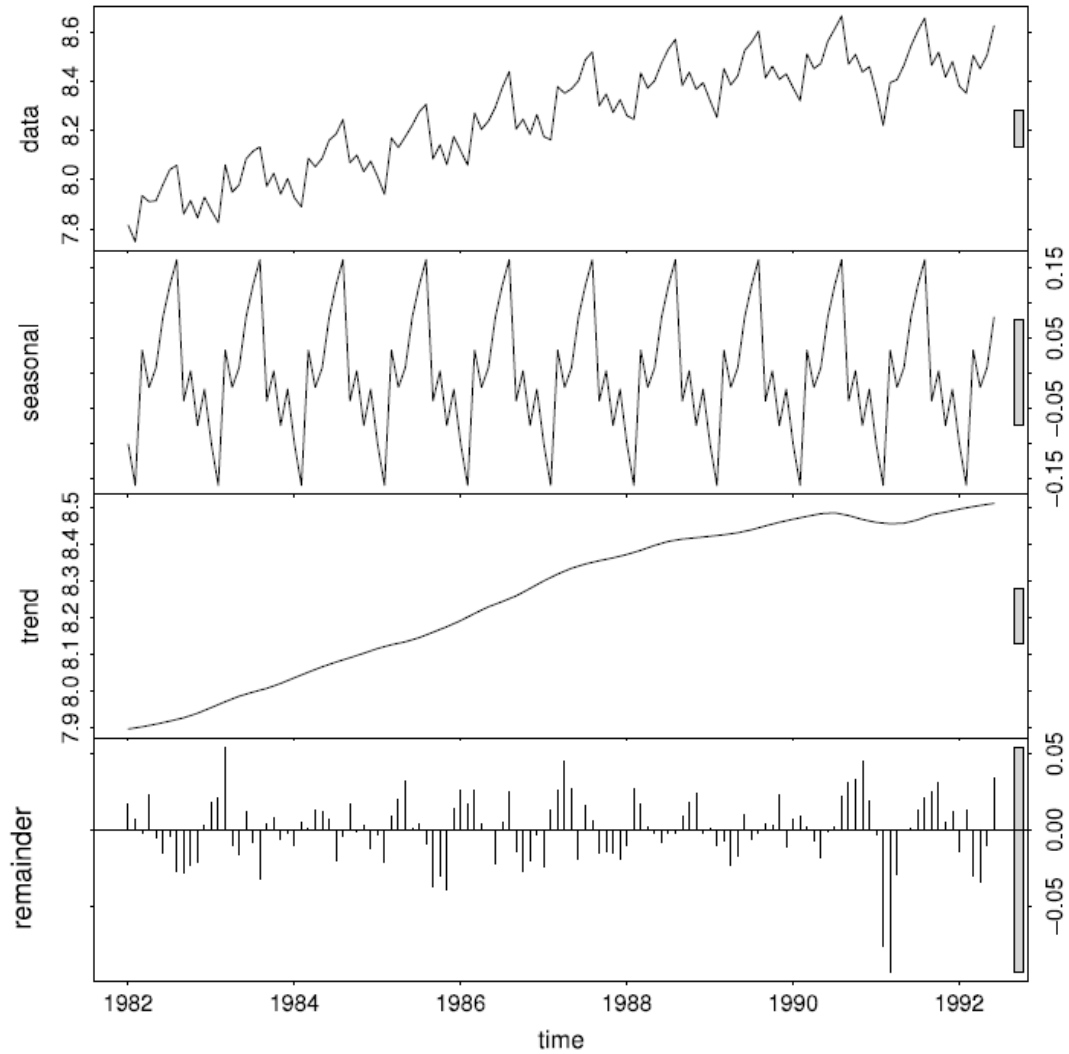


Εικόνα 3 : Η αρχική χρονοσειρά του διαγωνισμού



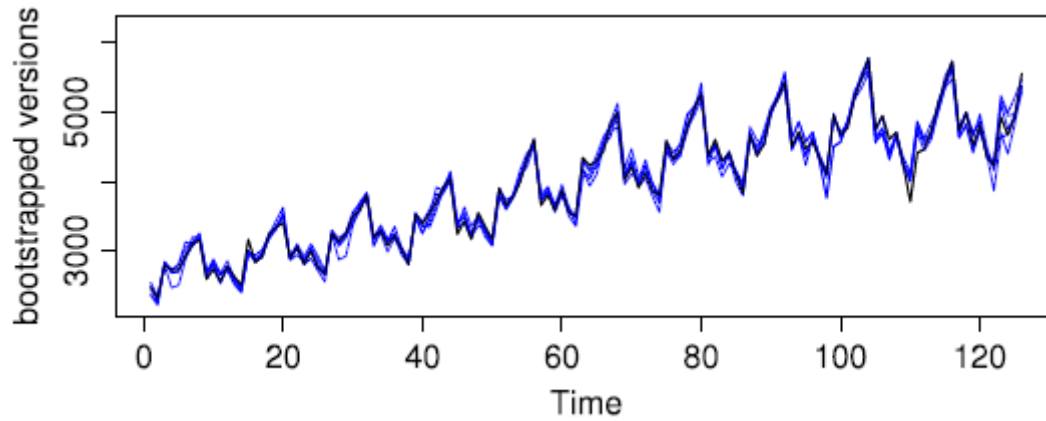
Εικόνα 3 : Μετασχηματισμένη κατά Box-Cox για $\lambda = 6.61 \times 10^{-5}$

Η συγκεκριμένη χρονοσειρά μετά τον έλεγχο σημαντικότητας εποχιακής συμπεριφοράς, θεωρείται εποχιακή, άρα για την αποσύνθεση της χρησιμοποιείται η STL αναλύοντας την στις ακόλουθες συνιστώσες.



Εικόνα 4 : Οι συνιστώσες που προκύπτουν από την STL

Η εφαρμογή της εκάστοτε τεχνικής bootstrap γίνεται όπως αναφέραμε στο υπόλοιπο, δηλαδή στην τελευταία συνιστώσα. Μετά την επαναφορά των συνιστωσών και την αντιστροφή του μετασχηματισμού Box-Cox για κάθε χρονοσειρά bootstrap λαμβάνουμε τις ακόλουθες χρονοσειρές.



Εικόνα 5 : Το σύνολο των χρονοσειρών bootstrap

Κεφάλαιο 4: Τεχνικές Προβλέψεων

4.1 Γενικά για τις Προβλέψεις

Η προσπάθεια για παραγωγή προβλέψεων αποτελούσε ανέκαθεν ένα αναπόσπαστο κομμάτι της ανθρώπινης φύσης , τόσο σε καθημερινό και ατομικό επίπεδο για αποφάσεις οι οποίες επηρεάζονται από γεγονότα για τα οποία έχουμε κάποια εκτίμηση και όχι βεβαιότητα , όπως την εξέλιξη των καιρικών φαινομένων , όσο και σε μακροπρόθεσμο και συλλογικό επίπεδο , στον τομέα των επενδύσεων ή και την χάραξη πολιτικής μιας ολόκληρης εταιρείας ή οργανισμού. Έτσι, από το 1980 και μετά, ο τομέας των προβλέψεων έχει αναπτυχθεί σημαντικά βρίσκοντας εφαρμογή τόσο σε ακαδημαϊκό επίπεδο, όσο και στο επίπεδο των επιχειρήσεων. Σε ακαδημαϊκό επίπεδο αναπτύσσονται και βελτιώνονται μοντέλα και μέθοδοι προβλέψεων, ενώ σε επίπεδο επιχειρήσεων εφαρμόζονται οι μέθοδοι προβλέψεων και φανερώνονται στη πράξη τα πραγματικά τους αποτελέσματα.

Χρησιμοποιώντας διάφορες τεχνικές προβλέψεων , ο κυριότερος σκοπός μας είναι η μείωση του σφάλματος , της απόκλισης δηλαδή της προβλεπόμενης από την πραγματική τιμή ενός μεγέθους. Στην προσπάθεια αυτή συμβάλλουν και ο ακαδημαϊκός τομέας , με ανάπτυξη και βελτίωση διαφόρων τεχνικών πρόβλεψης , αλλά και ο τομέας των επιχειρήσεων μέσω της πρακτικής εφαρμογής των τεχνικών αυτών σε πραγματικά δεδομένα και εξαγωγής αποτελεσμάτων για την ακρίβειά τους.

Το ενδιαφέρον για την παραγωγή προβλέψεων , πηγάζει κυρίως από την ανασφάλεια η οποία δημιουργείται εξαιτίας της αβεβαιότητας που υπάρχει για μελλοντικές καταστάσεις. Από την καθημερινή ζωή του καθενός , στις πολιτικές αποφάσεις που καλούνται να λάβουν εκλεγμένα σύνολα ανθρώπων ή αποφάσεις που αφορούν χάραξη πολιτικής επενδυτικού χαρακτήρα σε ιδιωτικούς ή κρατικούς τομείς , η αβεβαιότητα αποτελεί το μεγαλύτερο μειονέκτημα.

Ειδικότερα στον τομέα της οικονομίας , πέραν των ενδεχομένως λάθος αποφάσεων που θα μπορούσαν να ληφθούν έχοντας ως αποτέλεσμα μείωση κερδών ή ζημίες , η

οικονομική ανασφάλεια από μόνη της θα μπορούσε να συμβάλλει σε αποσταθεροποίηση διαφόρων αγορών, οδηγώντας τελικά σε ζημιογόνες καταστάσεις και επιπτώσεις μεγάλης κλίμακας. Όλα τα παραπάνω καταδεικνύουν την ανάγκη για μεθόδους και τεχνικές προβλέψεων οι οποίες θα μπορούν να είναι αποδοτικές, χρήσιμες και ακριβείς.

Η έννοια της αβεβαιότητας, έχει κατηγοριοποιηθεί από τον Σ. Μακρυδάκη και τους συνεργάτες του σε δύο είδη, την “αβεβαιότητα του μετρώ” και την “αβεβαιότητα της καρύδας”. Το πρώτο είδος αναφέρεται σε μικρές αλλά συνεχείς διακυμάνσεις οι οποίες παρατηρούνται στην ιδιωτική αλλά και την επιχειρηματική καθημερινότητα. Η ονομασία πηγάζει από τη διακύμανση στο χρόνο που μπορεί να έχει ένας συρμός κατά τη μετάβασή του από έναν σταθμό σε έναν άλλον, η οποία μπορεί να οφείλεται σε πολύ μεγάλο πλήθος επιβατών, μειωμένο προσωπικό ή σε κάποιο τεχνικό πρόβλημα. Η “αβεβαιότητα της καρύδας” αναφέρεται σε εντελώς απρόσμενα γεγονότα τα οποία συμβαίνουν σπάνια, αλλά μπορούν να έχουν εξαιρετικά σημαντική επίπτωση σε μελλοντικές τιμές ενός μεγέθους και αντιπαρατίθενται με μεγάλες οικονομικές και φυσικές καταστροφές. Η ονομασία προέρχεται από το μη προβλέψιμο και με μικρή πιθανότητα σενάριο του να πέσει μία καρύδα στο κεφάλι κάποιου.

Οι επιστημονικοί μέθοδοι πρόβλεψης μπορούν να βελτιώσουν προβλήματα αστοχίας μόνο σαν αυτά του μετρώ, και αυτό όμως είναι από μόνο του πολύ σημαντικό. Αβεβαιότητες, λοιπόν, σαν αυτές του μετρώ και της καρύδας, που κάνουν τα μοντέλα προβλέψεων συχνά να αποκλίνουν σημαντικά ή και να αστοχούν πλήρως, έχουν κατά καιρούς κάνει τους ανθρώπους να αντιμετωπίζουν τον τομέα των προβλέψεων με καχυποψία. Απ’ την άλλη όμως, όσο περισσότερο αλλάζει απρόβλεπτα και πολύπλοκα το περιβάλλον, τόσο πιο αδύναμος είναι ο καθένας να προβλέψει απλοϊκά μόνος του και τόσο πιο αναγκαία φαντάζει η ανάγκη παραγωγής προβλέψεων μέσω συστηματικών μεθόδων

Ο συνεχής κύκλος μεταξύ ακαδημαϊκής μελέτης αλλά και βελτίωσης των διάφορων τεχνικών προβλέψεων και της πρακτικής εφαρμογής τους από ιδιωτικούς και

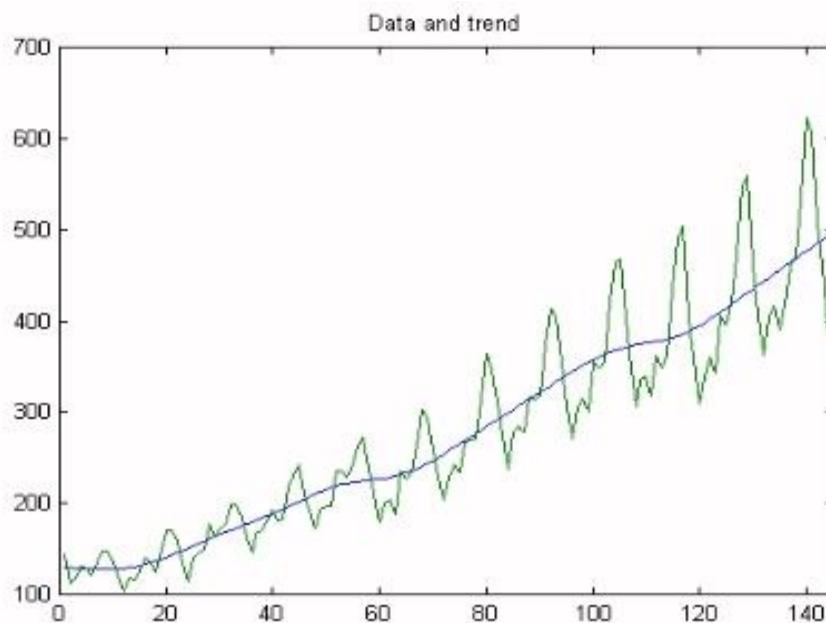
κρατικούς φορείς οδηγεί σε συνεχή εξέλιξη της επιστήμης. Η εξέλιξη βασίζεται μεταξύ άλλων και στην εισαγωγή νέων μεθόδων για την βελτίωση των εκάστοτε τεχνικών προβλέψεων αλλά και στην αξιολόγηση των διαδικασιών με τις οποίες γίνεται η κατάταξη των μεθόδων. Στα πλαίσια αυτά, υλοποιήθηκε και αυτή η εργασία, με σκοπό να εξεταστεί η απόδοση και η ευστάθεια τεχνικών bootstrap σε μεθόδους προβλέψεων και να εξαχθούν συμπεράσματα για το σύνολο των χρονοσειρών του διαγωνισμού M3.

4.2 Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών

Οι χρονοσειρές αποτελούνται από ένα σύνολο παρατηρήσεων ενός συγκεκριμένου μεγέθους συναρτήσει του χρόνου. Μπορεί να αναφέρονται σε οποιονδήποτε μετρήσιμο τομέα και να έχουν συχνότητα από υποδιαιρέσεις του δευτερολέπτου έως και πολλαπλάσια ετών. Ανάλογα με τη συσχέτιση των διαδοχικών τιμών μίας χρονοσειράς μπορούν να διαχωριστούν σε ντετερμινιστικές, όπου οι διαδοχικές παρατηρήσεις είναι συσχετισμένες με αποτέλεσμα οι μελλοντικές τιμές να μπορούν να υπολογιστούν από τις προηγούμενες και στοχαστικές, όπου οι μελλοντικές τιμές προκύπτουν από μία στοχαστική διαδικασία με αποτέλεσμα το πλήθος των προηγούμενων τιμών να μη μπορούν να δώσουν σαφές αποτέλεσμα για τις μελλοντικές.

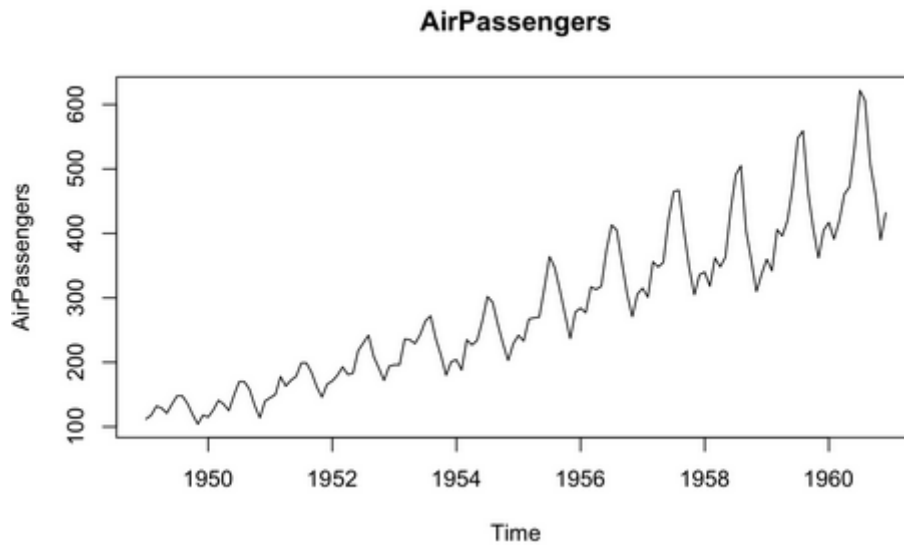
Στα πραγματικά δεδομένα, μπορούμε να καθορίσουμε μόνο εν μέρει τις μελλοντικές τιμές μίας χρονοσειράς βάσει των προηγούμενων δεδομένων καθώς η συντριπτική πλειοψηφία τους επηρεάζεται και από ένα τυχαίο παράγοντα. Σε μία προσπάθεια για αποσύνθεση των χρονοσειρών ώστε να μπορέσουμε να έχουμε μία καλύτερη εικόνα για τη μελλοντική συμπεριφορά τους, έχουν εισαχθεί οι έννοιες ορισμένων ποιοτικών χαρακτηριστικών οι οποίες βοηθούν στην επιλογή της κατάλληλης μεθόδου αλλά και τον καθορισμό των παραμέτρων της ώστε να έχουμε το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα. Τα βασικότερα από αυτά είναι τα εξής :

Τάση: Ορίζεται ως μία μακροπρόθεσμη μεταβολή του μέσου επιπέδου των τιμών της χρονοσειράς. Βέβαια, το πρόβλημα εδώ είναι το πώς κρίνεται κάτι ως μακροπρόθεσμο. Η απάντηση έχει να κάνει ξεκάθαρα με τη φύση των εκάστοτε δεδομένων και για αυτό το σκοπό θα πρέπει κανείς να διαθέτει στα χέρια του έναν ικανοποιητικό αριθμό δεδομένων για να μπορεί με ασφάλεια να αποφανθεί για την τάση και να μην υπάρξει παρερμηνεία των στοιχείων. Μία τάση μπορεί να είναι ανοδική, σταθερή ή πτωτική και να εκτιμηθεί ανάλογα τη μορφή της από μία ευθεία ή εκθετική καμπύλη.



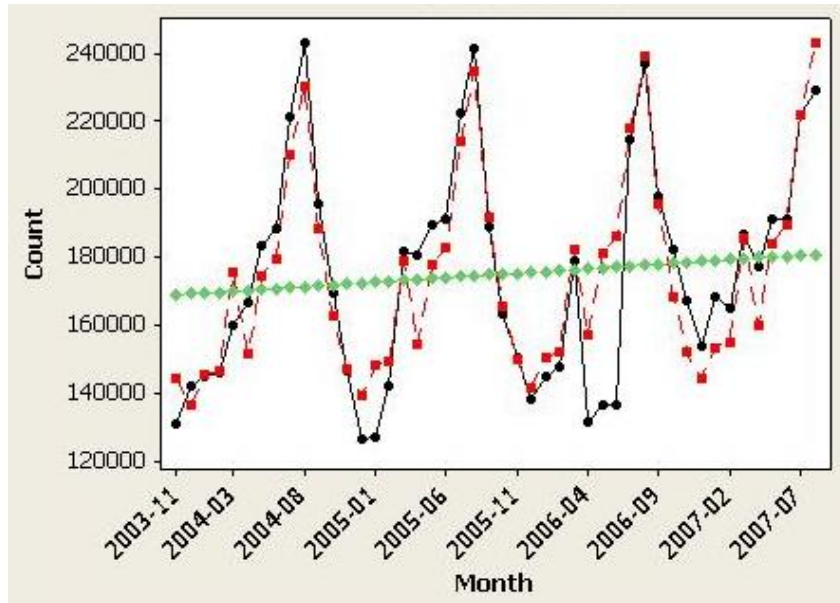
Εικόνα 6: Παράδειγμα χρονοσειράς με Αυξητική Τάση

Εποχιακότητα: Ορίζεται ως μια περιοδική διακύμανση η οποία έχει σταθερό και μικρότερο ή ίσο μήκος από ένα έτος. Είναι, μαζί με την τάση, το πιο εύκολα οπτικά αναγνωρίσιμο χαρακτηριστικό μιας χρονοσειράς λόγω του επαναληπτικού μοτίβου που παρουσιάζει, ενώ εύκολα μπορεί κάποιος να αντιμετωπίσει την επίδρασή της δεδομένου ότι γνωρίζει πότε και σε τι βαθμό αυτή επηρεάζει τα δεδομένα. Συγκεκριμένα, η εποχικότητα αντιμετωπίζεται με την εύρεση των δεικτών εποχικότητας για τα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα και τη διαίρεση αυτών με τα πραγματικά δεδομένα. Η νέα χρονοσειρά που προκύπτει ονομάζεται αποεποχικοποιημένη χρονοσειρά.



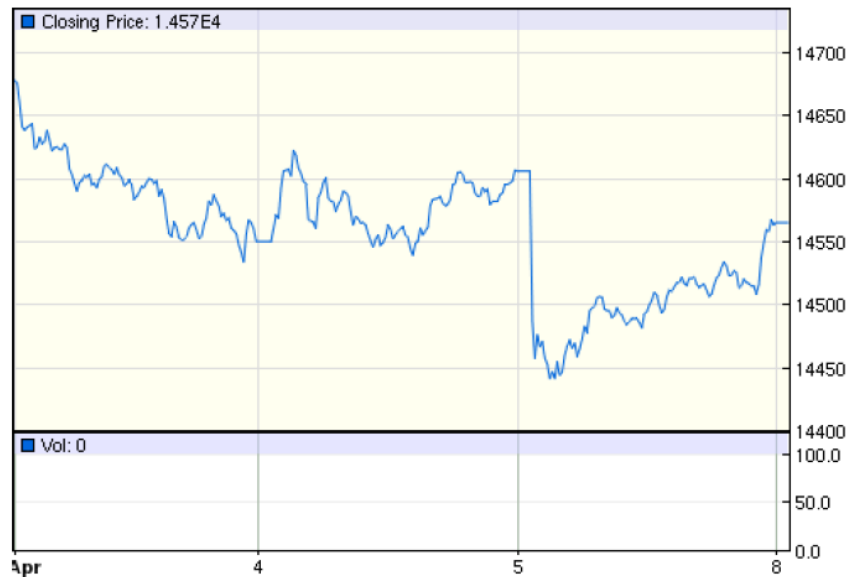
Εικόνα 7: Παράδειγμα χρονοσειράς με εποχιακότητα

Κυκλικότητα: Αναφέρεται σε μία κυματοειδή μεταβολή η οποία δεν εμφανίζεται σε σταθερές χρονικές περιόδους που κατά κανόνα διαρκούν περισσότερο από ένα έτος. Οφείλεται κυρίως σε εξωγενείς παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν τη χρονοσειρά και εμφανίζεται συνήθως σε οικονομικά μεγέθη καθώς και σε χρονοσειρές οι οποίες επηρεάζονται άμεσα από αυτά. Κάποια από αυτά τα μεγέθη είναι το Ακαθάριστο Εθνικό Προϊόν , οι δείκτες βιομηχανικής παραγωγής , οι τιμές των μετοχών καθώς και οι τιμές του πετρελαίου και του χρυσού. Οι διακυμάνσεις αυτές , απορρέουν από διαδοχικές περιόδους ανόδου και ύφεσης των παγκόσμιων και εγχώριων οικονομιών αλλά και σχέσεων μεταξύ οικονομιών διάφορων χωρών και είναι γνωστές με τον όρο επιχειρηματικοί κύκλοι.



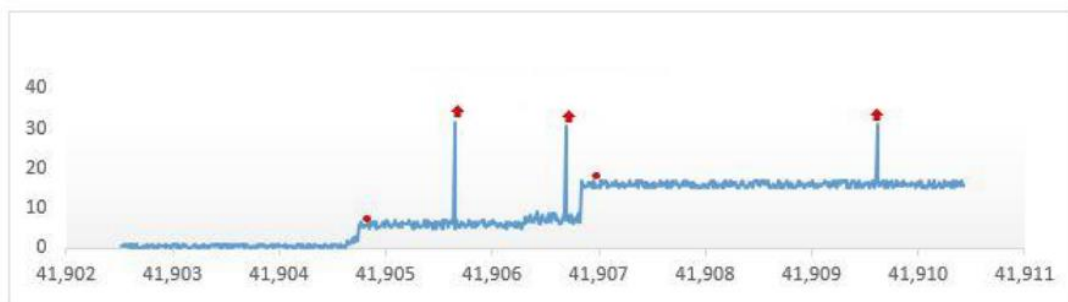
Εικόνα 8: Παράδειγμα χρονοσειράς με κυκλικότητα

Τυχειότητα : αποτελεί τη διαφορά ανάμεσα στην συνδυασμένη επίδραση των τριών πρώτων συνιστωσών των χρονοσειρών (τάση, κυκλικότητα και εποχικότητα) και των πραγματικών δεδομένων. Μπορεί να χαρακτηριστεί λοιπόν ως κάτι το στοχαστικό και να αντιμετωπιστεί ανάλογα.



Εικόνα 9: Παράδειγμα χρονοσειράς με τυχειότητα

Ασυνέχειες : Είναι μεμονωμένες παρατηρήσεις οι οποίες εμφανίζονται στα γραφήματα των χρονοσειρών ως απότομες αλλαγές στο πρότυπο της συμπεριφοράς των δεδομένων. Κάποια πολύ απότομα αυξημένη ή μειωμένη τιμή η οποία μπορεί να οφείλεται σε ένα μεμονωμένο απρόβλεπτο γεγονός. Οι απότομες αυτές αλλαγές μπορεί να έχουν παροδική διάρκεια (outliers ή special events) όπως για παράδειγμα μία έντονη μείωση στη παραγωγή εξαιτίας μίας απεργίας ή μόνιμο χαρακτήρα (level shifts) όπου επιδρούν για μεγαλύτερο διάστημα ή και αλλάζουν εντελώς το μέσο όρο των τιμών μίας χρονοσειράς , όπως για παράδειγμα το αποτέλεσμα στο πλήθος των πελατών μιας μεταφορικής εταιρείας μετά από ένα ατύχημα κατά τη μεταφορά σημαντικού φορτίου ή την εισαγωγή σε ένα ανταγωνιστικό χώρο μίας νέας εταιρείας η οποία μπορεί να προκαλέσει πτώση των πωλήσεων των ήδη υπάρχοντων εταιρειών και σταθεροποίηση τους σε νέο χαμηλότερο μέσο επίπεδο. Η ερμηνεία τέτοιων απότομων μεταβολών στην περίπτωση των special events απαιτεί σημαντική θεωρητική και κριτική ικανότητα και δε μπορεί να προβλεφθεί με μελέτη ιστορικών δεδομένων.



Εικόνα 10: Παράδειγμα χρονοσειράς με αλλαγή επιπέδου και special events

4.3 Κατηγορίες Μεθόδων Πρόβλεψης

Οι μέθοδοι πρόβλεψης, ανάλογα τη σκοπιά που εξετάζουν τα δεδομένα και τον τρόπο που τα επεξεργάζονται, χωρίζονται σε τρεις μεγάλες κατηγορίες: τις ποσοτικές (quantitative), τις κριτικές (judgmental) και τις τεχνολογικές (technological). Στη παρούσα διπλωματική θα χρησιμοποιήσουμε μόνο ποσοτικές μεθόδους πρόβλεψης, οι οποίες και θα αναλυθούν εκτενέστερα στη συνέχεια. Αξίζει ωστόσο και μία σύντομη βιβλιογραφική αναφορά και στις άλλες δύο κατηγορίες μεθόδων.

Στις ποσοτικές μεθόδους, βασικά εργαλεία για ένα ερευνητή είναι η στατιστική και τα μαθηματικά μοντέλα. Με βάση αυτά επεξεργάζεται τις χρονοσειρές και εξάγει προβλέψεις. Όταν όμως υπάρξουν κάποιες αλλαγές στο μοτίβο που ακολουθεί η χρονοσειρά, όπως special events, τότε οι ποσοτικές μέθοδοι αδυνατούν να τις κατανοήσουν και ακόμα περισσότερο να τις προβλέψουν. Σε αυτό το σημείο πρέπει να επεμβαίνει η ανθρώπινη κρίση και να αποφασίζει το αν και πόσο θα επηρεάσει η κάθε αλλαγή τις προβλέψεις. Βέβαια, κάτι τέτοιο απαιτεί καλές γνώσεις, μεγάλη εμπειρία και κριτική ικανότητα απ' το άτομο που προβλέπει και για αυτό το σκοπό το ρόλο αυτό αναλαμβάνουν συνήθως επιτροπές ή άτομα που συμβουλευούνται παράλληλα από άλλους ειδικούς και managers. Αυτές είναι οι κριτικές προβλέψεις.

Οι τεχνολογικές προβλέψεις, με τη σειρά τους, χρησιμοποιούνται για μακροπρόθεσμες προβλέψεις σχετικά με τεχνολογικά, οικονομικά, κοινωνικά και πολιτικά θέματα. Χωρίζονται σε διερευνητικές (exploratory) και κανονιστικές (normative) μεθόδους. Οι διερευνητικές μέθοδοι ξεκινούν από το παρελθόν ή το παρόν και εξετάζοντας όλες τις πιθανές περιπτώσεις οδηγούνται στο μέλλον, ενώ οι κανονιστικές μέθοδοι πρώτα καθορίζουν όλους τους μελλοντικούς στόχους και έπειτα εξετάζουν τη δυνατότητα επίτευξης τους λαμβάνοντας υπόψη τα δεδομένα.

4.4 Μοντέλο Χρονοσειρών και Αιτιοκρατικό Μοντέλο

Οι ποσοτικές μέθοδοι διακρίνονται σε δύο επιμέρους μεθόδους πρόβλεψης: το μοντέλο χρονοσειρών, που είναι και αυτό που θα μας απασχολήσει εδώ, και το αιτιοκρατικό μοντέλο.

Στο μοντέλο χρονοσειρών, που είναι και το πιο διαδεδομένο, η πρόβλεψη γίνεται με την προϋπόθεση ότι αφενός υπάρχουν στοιχεία για το υπό εξέταση μέγεθος ανά ίδια χρονικά διαστήματα και αφετέρου ότι η μεταβολή της τιμής του μεγέθους ακολουθεί κάποιο επαναλαμβανόμενο και σταθερό πρότυπο. Έτσι, με την εύρεση αυτού του προτύπου και την προέκτασή του στο μέλλον έχουμε παραγωγή προβλέψεων.

Στο αιτιοκρατικό μοντέλο πάλι, θεωρούμε ότι υπάρχει μία σταθερή σχέση του υπό εξέταση μεγέθους και κάποιων παραμέτρων απ' τις οποίες εξαρτάται. Συνεπώς, αντικαθιστώντας στη σχέση αυτή τις νέες τιμές των παραμέτρων έχουμε πρόβλεψη για το μέγεθος που μας ενδιαφέρει.

4.5 Βασικές Μέθοδοι Πρόβλεψης

Στη συνέχεια της παρούσας διπλωματικής εργασίας θα χρησιμοποιηθούν σε κάθε χρονοσειρά του διαγωνισμού M3 τα ακόλουθα πέντε μοντέλα πρόβλεψης:

1. Naive (Απλοϊκή Μέθοδος)
2. Απλή Εκθετική Εξομάλυνση (SES)
3. Εκθετική Εξομάλυνση Γραμμικής Τάσης (Holt)
4. Εκθετική Εξομάλυνση Μη Γραμμικής Τάσης (Damped)
5. Κλασική Μέθοδος Theta

4.5.1 Naive ή Απλοϊκή Μέθοδος

Η μέθοδος Naive, γνωστή και ως αφελής ή απλοϊκή μέθοδος, είναι η πλέον απλή μέθοδος πρόβλεψης που δίνει ως πρόβλεψη για την επόμενη χρονική περίοδο την τιμή που είχε το μέγεθος την προηγούμενη ακριβώς περίοδο. Ισχύει δηλαδή:

$$F_t = Y_{t-1}$$

Λόγω της αταξίας που χαρακτηρίζει τη Naive, συνήθως δεν χρησιμοποιείται ως μέθοδος πρόβλεψης αλλά ως σημείο αναφοράς απόδοσης για τη σύγκριση μεταξύ άλλων περισσότερο πολύπλοκων μεθόδων. Εξαιρέση αποτελούν περιπτώσεις όπου η τυχαιότητα είναι ιδιαίτερα έντονη στη χρονοσειρά, οπότε και δεν υπάρχει κάποιο ξεκάθαρο μοτίβο να ακολουθήσουμε, ή όταν πραγματοποιούμε εξαιρετικά βραχυπρόθεσμες προβλέψεις σε αποεποχικοποιημένες χρονοσειρές.

4.5.2 Απλή Εκθετική Εξομάλυνση (Simple Exponential Smoothing-SES)

Το μοντέλο της απλής εκθετικής εξομάλυνση ή αλλιώς μοντέλο σταθερού επιπέδου, ανήκει στις μεθόδους εξομάλυνσης που προαναφέρθηκαν και χρησιμοποιείται όταν η χρονοσειρά εμφανίζει σταθερότητα γύρω από ένα επίπεδο, δηλαδή δεν υπάρχει τάση, και κατεξοχήν για προβλέψεις μικρού χρονικού ορίζοντα.

Το μοντέλο προβλέπει βάση των παρακάτω σχέσεων, όπου e_t είναι το σφάλμα της πρόβλεψης για τη χρονική στιγμή t απ' τη πραγματική τιμή την ίδια χρονική περίοδο και S_t το επίπεδο της χρονοσειράς στο τέλος της περιόδου t .

$$e_t = Y_t - F_t$$

$$S_t = S_{t-1} + a \cdot e_t$$

$$F_{t+1} = S_t$$

Παρατηρούμε ότι για κάθε νέα περίοδο, το επίπεδο αλλάζει σε σχέση με αυτό της προηγούμενης περιόδου κατά ένα συντελεστή ίσο με το γινόμενο του σφάλματος επί το συντελεστή εξομάλυνσης a . Αυτός ο συντελεστής παίρνει τιμές από 0 έως 1 και καθορίζει το βαθμό στον οποίο επιδρούν οι τελευταίες και οι αρχικές παρατηρήσεις στις προβλέψεις μας. Προφανώς, όταν $a=0$ το αρχικό μας επίπεδο είναι και η πρόβλεψή μας, ενώ όταν $a=1$ η SES εκφυλίζεται σε Naive και προβλέπει βάση της τελευταίας μας παρατήρησης.

Σε γενικές γραμμές η επιλογή του συντελεστή εξομάλυνσης πρέπει να επιλέγεται έτσι ώστε να βρισκόμαστε πάντα κοντά στο επίπεδο της χρονοσειράς και για αυτό θα πρέπει να μελετάμε πρώτον την ύπαρξη θορύβου στη χρονοσειρά και δεύτερον το βαθμό που μεταβάλλεται το επίπεδό της. Αν υπάρχει πολύς θόρυβος επιλέγεται μικρό a ούτως ώστε να μην επηρεάσει υπερβολικά ο θόρυβος την πρόβλεψή μας, ενώ αν έχουμε μεγάλες αυξομειώσεις στο επίπεδο της χρονοσειράς επιλέγουμε μεγάλο a προκειμένου το μοντέλο μας να αντιδρά γρήγορα σε αυτές. Η επιλογή του βέλτιστου a είναι μία δύσκολη υπολογιστικά διαδικασία η οποία μπορεί να γίνει με διάφορες μεθόδους. Η κυριότερη εξ αυτών περιλαμβάνει την αναζήτηση εκείνου του a που θα ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα. Εδώ δεν θα αναφερθεί αναλυτικά η συγκεκριμένη διαδικασία, δεδομένου ότι αυτή πραγματοποιείται αυτόματα μέσω συναρτήσεων του προγράμματος Rstudio που θα χρησιμοποιηθεί στους υπολογισμούς μας.

Ένα πρόβλημα που καλείται κάποιος να αντιμετωπίσει στην SES είναι η επιλογή ενός αρχικού επιπέδου για τη χρονοσειρά. Αυτή η επιλογή δεν θα πρέπει να γίνεται βιαστικά, αφού εύκολα αντιλαμβανόμαστε πως κακή αρχικοποίηση του επιπέδου μπορεί υπό προϋποθέσεις να εξάγει ανακριβή αποτελέσματα. Συνήθως το αρχικό επίπεδο ορίζεται ως ο μέσος όρος όλων των παρατηρήσεων, ο μέσος όρος των n πρώτων παρατηρήσεων, η πρώτη παρατήρηση ή το σταθερό επίπεδο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Συνήθως η τελευταία επιλογή

είναι και η βέλτιστη και αυτή είναι και η επιλογή που επιλέγεται στην παρούσα εργασία.

4.5.3 Εκθετική Εξομάλυνση Γραμμικής Τάσης (Holt Exponential Smoothing)

Το μοντέλο της εξομάλυνσης γραμμικής τάσης μοιάζει πολύ με αυτό της SES με τη διαφορά ότι λαμβάνει επιπροσθέτως υπόψη του τη τάση της χρονοσειράς. Πρόκειται δηλαδή για προέκταση του μοντέλου σταθερού επιπέδου και πρακτικά αποδεικνύεται πως δίνει αρκετά καλύτερα αποτελέσματα από αυτό, δεδομένου ότι ταυτόχρονα με την προσαρμογή του επιπέδου της χρονοσειράς υπάρχει και προσαρμογή στη τάση αυτής. Κανείς θα μπορούσε να πει ότι πλησιάζει τη φιλοσοφία της απλής γραμμικής παλινδρόμησης, ωστόσο η Holt λόγω του συστήματος επαναπροσδιορισμού της δίνει σταδιακά μεγαλύτερη έμφαση στις πρόσφατες παρατηρήσεις απ' ότι στις αρχικές.

Οι προβλέψεις της συγκεκριμένης μεθόδου γίνονται με τις παρακάτω εξισώσεις:

$$e_t = Y_t - F_t$$

$$S_t = S_{t-1} + T_{t-1} + a \cdot e_t$$

$$T_t = T_{t-1} + b \cdot e_t$$

$$F_{t+m} = S_t + m \cdot T_t$$

Όπως και στο μοντέλο σταθερού επιπέδου, αρχικά υπολογίζεται το σφάλμα της πρόβλεψης και στη συνέχεια το νέο επίπεδο της χρονοσειράς, με τη διαφορά ότι τώρα συνυπολογίζεται σε αυτό η τάση της. Το κάθε επίπεδο τάσης είναι ίσο με το ακριβώς προηγούμενο επίπεδο τάσης, διορθωμένο κατά το γινόμενο του σφάλματος με ένα συντελεστή b , τον συντελεστή εξομάλυνσης τάσης. Όπως και ο συντελεστής εξομάλυνσης a , έτσι και ο συντελεστής b παίρνει τιμές από 0 έως 1. Η τελική πρόβλεψη είναι το άθροισμα της τάσης και του επιπέδου την εκάστοτε

χρονική στιγμή. Όπως και πριν, οι συντελεστές εξομάλυνσης υπολογίζονται μέσω ειδικών μεθόδων με στόχο την ελαχιστοποίηση του σφάλματος των προβλέψεων. Βέβαια, εδώ η διαδικασία είναι περισσότερο πολύπλοκη λόγω της εισαγωγής ενός δεύτερου συντελεστή εξομάλυνσης, αλλά ο στόχος μας παραμένει ο ίδιος.

Η επιλογή αρχικού επιπέδου και τάσης για τη μέθοδο εξακολουθεί να αποτελεί ένα πρόβλημα όπως και πριν. Για το επίπεδο της χρονοσειράς ισχύει ότι προαναφέρθηκε στη SES, ενώ για τη τάση επιλέγουμε αρχική τιμή ίση είτε με τη διαφορά της δεύτερης και πρώτης παρατήρησης, είτε με τη διαφορά της n -οστής παρατήρησης και πρώτης διαιρεμένη με $n-1$, είτε με τη σταθερά της κλίσης από το μοντέλο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Το Rstudio επιλέγει το τελευταίο που είναι συνήθως και το βέλτιστο.

4.5.4 Εκθετική Εξομάλυνση Μη Γραμμικής Τάσης (Damped)

Το μοντέλο εκθετικής εξομάλυνσης μη γραμμικής τάσης αποτελεί προέκταση του μοντέλου Holt προκειμένου να μπορέσουν να περιγραφούν χρονοσειρές που παρουσιάζουν μη γραμμικές διακυμάνσεις. Αυτό γίνεται μέσω της εισαγωγής μίας νέας παραμέτρου ϕ , γνωστή ως παράμετρος διόρθωσης τάσης. Η αύξηση του εύρους των χρονοσειρών που μπορούμε να επεξεργαστούμε αποτελεσματικά με μία τέτοια μέθοδο γίνεται εύκολα αντιληπτή, ενώ έχει διαπιστωθεί ότι η Damped παράγει πολύ πιο ακριβή αποτελέσματα σε σχέση με τις παραπάνω μεθόδους, κυρίως όταν δεν μπορεί να εντοπιστεί εύκολα το μοτίβο που ακολουθεί η χρονοσειρά. Άλλο πλεονέκτημα της μεθόδου Damped, είναι ότι σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης που αναφέρθηκαν, μπορούν να δώσουν πολύ καλές προβλέψεις και σε μακροπρόθεσμο επίπεδο.

Οι εξισώσεις στις οποίες βασίζεται το μοντέλο είναι οι παρακάτω:

$$e_t = Y_t - F_t$$

$$S_t = S_{t-1} + \varphi \cdot T_{t-1} + a \cdot e_t$$

$$T_t = \varphi \cdot T_{t-1} + b \cdot e_t$$

$$F_{t+m} = S_t + \sum_{i=1}^m \varphi^i \cdot T_t$$

Βλέπουμε ότι οι εξισώσεις της Damped είναι πανομοιότυπες με αυτές της Holt και γι' αυτό δεν θα γίνει ξανά κάποια επεξήγηση, παρά μόνο στη μοναδική τους διαφοροποίηση που προσφέρει η παράμετρος φ . Έτσι, ο συντελεστής φ προκαλεί μη γραμμικό υπολογισμό της πρόβλεψης F , σε αντίθεση με πριν όπου η τάση αυξανόταν γραμμικά σε κάθε περίοδο. Ανάλογα τη τιμή του φ μπορούμε να προσεγγίσουμε διαφορετικού μοτίβου χρονοσειρές, αυξανόμενης τάσης, σταθερού επιπέδου και φθίνουσας τάσης. Συγκεκριμένα, για $\varphi < 0$ προκύπτει φθίνουσα τάση και το μέγεθος κατά το οποίο αυξάνει η τιμή των προβλέψεων μικραίνει κάθε χρονική περίοδο, ενώ για $\varphi > 0$ προκύπτει εκθετική τάση και το μέγεθος κατά το οποίο αυξάνει η τιμή των προβλέψεων μεγαλώνει κάθε φορά. Τέλος, για $\varphi = 0$ έχουμε εφαρμογή της μεθόδου SES και για $\varphi = 1$ εφαρμογή του μοντέλου γραμμικής τάσης.

Οι παραπάνω παρατηρήσεις σχετικά με το συντελεστή φ μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι το συγκεκριμένο μοντέλο εμφανίζει μία καθολικότητα ως προς τις χρονοσειρές στις οποίες μπορεί να βρει εφαρμογή και εξηγούν το γεγονός ότι πολύ συχνά η Damped εξάγει τα ίδια ακριβώς αποτελέσματα με άλλες μεθόδους πρόβλεψης. Το τελευταίο μπορεί για παράδειγμα να συμβεί αν εφαρμοστεί σε σύγκριση με μία μέθοδο SES για πρόβλεψη σε χρονοσειρά ιδιαίτερα σταθερού επιπέδου, όπου ο συντελεστής φ σχεδόν θα μηδενιστεί. Απαραίτητη προϋπόθεση βέβαια για να συμβεί κάτι τέτοιο είναι να υπολογιστούν όπως και πριν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων a , b και φ με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του σφάλματος.

4.5.5 Μέθοδος Theta

Η μέθοδος Theta, αναπτύχθηκε απ' τους Ασημακόπουλο και Νικολόπουλο στη μονάδα προβλέψεων και στρατηγικής του Ε.Μ.Π., είναι μία μονοδιάστατη μέθοδος πρόβλεψης η οποία βασίζεται στη μεταβολή των τοπικών καμπυλοτήτων μίας χρονοσειράς μέσω της παραμέτρου θ . Βασικό πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι, ανάλογα τη τιμή της παραμέτρου θ , η μέθοδος μπορεί είτε να προσεγγίσει καλύτερα τις μακροπρόθεσμες συμπεριφορές των παρατηρήσεων, είτε να τονίσει τα βραχυπρόθεσμα χαρακτηριστικά τους. Η καινούργια χρονοσειρά που δημιουργείται διατηρεί τη μέση τιμή και κλίση της αρχικής χρονοσειράς αλλά όχι και τις τοπικές καμπυλότητες και τη διακύμανση.

Στην πιο απλή και προτεινόμενη της μορφή, η μέθοδος αναπτύσσει δύο νέες χρονοσειρές απ' την αρχική, κάθε μία απ' τις οποίες προεκτείνεται μόνη της ή μέσω κάποιας άλλης μεθόδου. Στη συνέχεια αυτές οι χρονοσειρές συνδυάζονται για $\theta=0$ (ευθεία γραμμή) και $\theta=2$ (διπλάσιες τοπικές καμπυλότητες) αντίστοιχα, δίνοντας τις τελικές προβλέψεις. Έτσι, εξασφαλίζονται ορθές μακροπρόθεσμες προβλέψεις έχοντας υπόψη τα βραχυπρόθεσμα χαρακτηριστικά που οφείλουν να φέρουν. Πιο συγκεκριμένα η Theta ακολουθεί τη παρακάτω διαδικασία:

- Έλεγχος μέσω μεθόδων αποσύνθεσης για εύρεση εποχιακότητας
- Αποεποχικοποίηση μέσω της κλασικής πολλαπλασιαστικής μεθόδου σε περίπτωση που η παραπάνω ανάλυση έδειξε έντονη εποχιακότητα
- Αποσύνθεση της χρονοσειράς σε δύο γραμμές Theta, μία γραμμικής παλινδρόμησης με $\theta=0$ και μία με $\theta=2$
- Προέκταση της πρώτης γραμμής κατά τα κλασικά και της δεύτερης μέσω της απλής εκθετικής εξομάλυνσης
- Συνδυασμός των παραπάνω γραμμών με ίσα βάρη και πρόβλεψη βάση αυτών
- Εποχικοποίηση των προβλέψεων με τους δείκτες εποχιακότητας που υπολογίστηκαν στην αρχική ανάλυση

Οι εξισώσεις στις οποίες βασίζεται το μοντέλο είναι οι παρακάτω:

$$Y_t^\theta = \theta \cdot Y_t''$$
$$Y_t'' = Y_t - 2 \cdot Y_{t-1} + Y_{t-2}$$

Και η υλοποίηση της κλασσικής Theta δίνεται από τη σχέση:

$$Y_t = \frac{1}{2} (Y_t^{\theta=0} + Y_t^{\theta=2})$$

Κεφάλαιο 5: Εργαλεία Ανάλυσης και Επεξεργασίας Χρονοσειρών

Για την πραγματοποίηση του πειραματικού μέρους, έγινε χρήση ενός συνόλου διαδικασιών και στατιστικών ελέγχων, είτε με την κλήση έτοιμων πακέτων συναρτήσεων στο Rstudio, είτε με την υλοποίηση δικών μας script στη γλώσσα R.

5.1 Δείκτες Μέτρησης Ποιοτικών Χαρακτηριστικών

Έλεγχος εποχιακής συμπεριφοράς

Ο έλεγχος εποχιακής συμπεριφοράς μιας σειράς δεδομένων εφαρμόζεται μέσω ελέγχου αυτοσυσχέτισης δεδομένων με περίοδο καθυστέρησης k ίση με τον αριθμό των περιόδων ενός κύκλου εποχιακότητας p σε σύγκριση με τις αυτοσυσχετίσεις περιόδου καθυστέρησης έως και μιας μονάδας μικρότερης από τον αριθμό των περιόδων ενός κύκλου εποχιακότητας. Μια χρονοσειρά θεωρείται εποχιακή αν ισχύει:

$$|ACF_{pos}| > \text{Limit} \text{ όπου}$$

$$ACF_k = \frac{\sum_{i=1+k}^n [(Y_i - \bar{Y})(Y_{i-k} - \bar{Y})]}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$\text{Limit} = t_{\text{critical}} \sqrt{\frac{1 + 2(ACF_1 + \sum_{i=2}^{pos-1} ACF_i^2)}{n}}$$

Όπου Y δηλώνει το διάνυσμα των αρχικών παρατηρήσεων, \bar{Y} δηλώνει τη μέση τιμή και n δηλώνει το πλήθος αυτών. Η τιμή του συντελεστή t_{critical} καθορίζεται από το επίπεδο εμπιστοσύνης που επιθυμούμε για τον έλεγχο εποχιακής συμπεριφοράς σύμφωνα με τον πίνακα παρακάτω. Συνήθως επιλέγεται το επίπεδο εμπιστοσύνης 90%, οπότε η αντίστοιχη τιμή του t_{critical} προκύπτει 1,645.

Επίπεδο Εμπιστοσύνης	t _{critical}
80%	1,28
90%	1,645
95%	1,96
98%	2,33
99%	2,58

Πίνακας 2: Τιμές του Δείκτη t_{critical} σε Συνάρτηση με Διαστήματα Εμπιστοσύνης

Με τον έλεγχο αυτό, μπορούμε στη συνέχεια να επιλέξουμε αν πρέπει αποσυνθέσουμε τη χρονοσειρά ώστε να την αποεποχικοποιήσουμε, απαλείφοντας το συντελεστή εποχιακότητας.

Το κομμάτι κώδικα με το οποίο πραγματοποιείται ο έλεγχος εποχιακότητας είναι το ακόλουθο :

```
SeasonalityTest <- function( insample, ppy, tcrit){
  observations=length(insample)
  acfc = acf(insample, lag.max = ppy ,type = c("correlation"),plot = FALSE, demean = TRUE)
  sumacf = 0
  for (r in 2:(ppy-1)){
    sumacf = sumacf + (acfc$acf[r+1])^2
  }
  limits = tcrit*((1 + 2*(acfc$acf[2]+sumacf))/observations)^0.5
  test_seasonal = FALSE
  if (limits=="NaN"){ test_seasonal<-FALSE
  }else if (abs(acfc$acf[ppy+1])> limits){
    test_seasonal = TRUE
  }
  return(test_seasonal)
}
```

Στο οποίο στην πρώτη σειρά καλείται η συνάρτηση acf, η οποία ελέγχει την αυτοσυσχέτιση ενός συνόλου δεδομένων και ορίζεται ως εξής :

```
acf(x, lag.max = NULL,
type = c("correlation", "covariance", "partial"),
plot = TRUE, na.action = na.fail, demean = TRUE, ...)
```

Όπου :

x : Ένα σύνολο τιμών ορισμένο ως χρονοσειρά ("time series object") ή ένας πίνακας με αριθμητικές τιμές στις οποίες θέλουμε να πραγματοποιήσουμε έλεγχο αυτοσυσχέτισης

lag.max : Η περίοδος στην οποία θέλουμε να πραγματοποιηθεί ο έλεγχος. Εδώ ισούται με "ppy" (από periods per year) και έχει την τιμή 12 , όσοι και οι μήνες σε

ένα χρόνο καθώς θέλουμε να ελέγξουμε την εμφάνιση κάποιας συσχέτισης με βάση το μήνα στα δεδομένα μας (μηνιαίες χρονοσειρές)

type : Το είδος του τεστ συσχέτισης το οποίο θέλουμε να πραγματοποιηθεί (αυτοσυσχέτισης , συνδιακύμανσης ή μερικής αυτοσυσχέτισης αντίστοιχα)

plot : Επιλογή για το εάν θέλουμε γραφική παράσταση των αποτελεσμάτων ή όχι

na.action : Δυνατότητα επιλογής ενεργειών στην περίπτωση που υπάρχουν “missing values”

demean : Επιλογή για το εάν η συνδιακύμανση θα εκτελείται με βάση τη μέση τιμή των δεδομένων.

Απαλοιφή της εποχιακότητας

Γενικά η απαλοιφή της τάσης ή της εποχιακότητας (γενικά περιοδικότητας) γίνεται όταν δε μας ενδιαφέρει να μελετήσουμε τις μεταβολές στη χρονοσειρά που οφείλονται σε τάσεις ή περιοδικότητα γιατί θεωρούμε ότι δημιουργούνται από άλλους παράγοντες που δε σχετίζονται με το σύστημα που θέλουμε να διερευνήσουμε ή περιγράψουμε. Σε περίπτωση που η χρονοσειρά περάσει τον έλεγχο εποχιακής συμπεριφοράς, χρησιμοποιήσαμε την απλή πολλαπλασιαστική μέθοδο μέσω της συνάρτησης `decompose`, λαμβάνουμε τους αντίστοιχους δείκτες εποχιακότητας, και διαιρούμε την αρχική χρονοσειρά με αυτούς προκειμένου να απαλλαγούμε από την εποχιακότητα.

```
decompose(time_series, type = c("multiplicative"), filter = NULL)
```

type: ορίζει το μοντέλο της αποεποχικοποίησης, στη συγκεκριμένη περίπτωση επιλέγεται το πολλαπλασιαστικό μέσω του ορίσματος “multiplicative”

filter: με όρισμα NULL κάνει χρήση κινητών και κεντρικών κινητών μέσων ωρών, εύρους ανάλογου της εποχιακότητας που έχουμε ορίσει για τη χρονοσειρά.

Αποσύνθεση χρονοσειρών

Για τις μη εποχιακές χρονοσειρές, γίνεται χρήση της μεθόδου loess (Cleveland, Grosse & Shyu 1992), μιας μεθόδου εξομάλυνσης βασισμένη σε τοπικές παλινδρομήσεις, για την αποσύνθεση τις χρονοσειρές σε συνιστώσες τάσης και υπολοίπου. Για εποχιακές χρονοσειρές, χρησιμοποιείται η μέθοδος STL (Cleveland et al, 1990), για να αποκτήσουμε τις συνιστώσες τάσης, εποχιακότητας και υπολοίπου.

Στην loess, ορίζεται μία περιοχή γειτνίασης για κάθε σημείο δεδομένων, και σε αυτά τα σημεία αποδίδονται βάρη ανάλογα με την απόσταση τους από άλλα βάρη. Τελικά, προσαρμόζεται ένα πολυώνυμο βαθμού d σε αυτά τα σημεία. Συνήθως, επιλέγεται $d=1$ ή $d=2$ δηλαδή γραμμικές ή τετραγωνικές καμπύλες. Η συνιστώσα τάσης είναι ίση με την τιμή του πολυωνύμου σε αυτό το σημείο.

Στην STL, η loess χρησιμοποιείται για να χωρίσει τις χρονοσειρές συνιστώσες τάσης, εποχιακότητας και υπολοίπου. Ο διαχωρισμός είναι αθροιστικός, δηλαδή το άθροισμα των επιμέρους συνιστωσών αποδίδει την αρχική χρονοσειρά. Λεπτομερώς, τα βήματα που εκτελούνται στην STL είναι: (i) αφαίρεση τάσης, (ii) εξομάλυνση κυκλικότητας υποσειρών, οι υποσειρές εξομαλύνονται ξεχωριστά, (iii) βαθυπερατό φιλτράρισμα των υποσειρών, οι σειρές τοποθετούνται πάλι μαζί και εξομαλύνονται εκ νέου, (iv) αφαίρεση τάσης από την εποχιακή χρονοσειρά, (v) αποεποχικοποίηση της αρχικής χρονοσειράς, σύμφωνα με την εποχιακή συνιστώσα που υπολογίστηκε στα προηγούμενα βήματα, (vi) εξομάλυνση της αποεποχικοποιημένης χρονοσειράς για την απόκτηση της συνιστώσας τάσης. Οι βαθμοί για την προσαρμογή της loess είναι $d=1$ βήματα (iii) και (iv), και $d=0$ για το βήμα (ii).

Και οι δύο συναρτήσεις καλούνται εύκολα με τις εξής εντολές κώδικα:

```
stl(ts, s.window = "periodic")
```

ts: η χρονοσειρά που χρησιμοποιείται, έστω μήκους n

s.window: με χαρακτηρισμό "periodic" καθώς αντιμετωπίζουμε περιοδικές χρονοσειρές, διαφορετικά η stl καταλήγει στην loess.

loess(ts ~xs) όπου

ts: η χρονοσειρά που χρησιμοποιείται, έστω μήκους n

xs: ένα διάνυσμα ίσο με το μήκος της χρονοσειράς, της μορφής 1,2,...,n.

Loess.as

Αποτελεί μία προέκταση της συνάρτησης loess στην οποία βασίζεται η αποσύνθεση STL. Η ειδοποιός διαφορά των 2 συναρτήσεων είναι ότι η loess.as εφαρμόζει προσαρμοστικά μία πολυωνυμική τάση στο όρισμα της σύμφωνα με κάποιο κριτήριο (όπως το AICC) με αυτόματη εξομάλυνση των παραμέτρων του πολυωνύμου. Οφείλουμε να σημειώσουμε πως έχει μεγάλη χρησιμότητα στην διαδικασία εξομάλυνσης ώστε να παραλάβουμε το υπόλοιπο της χρονοσειράς απαλλαγμένο από τις συνιστώσες εποχιακότητας και τάσης. Αυτό συμβαίνει επειδή θα μπορούσαμε να προσαρμόσουμε μία τάση αυθαίρετου και μεγάλου πολυωνυμικού βαθμού (π.χ. 5^{ου}) που θεωρούμε ότι καλύπτει σχεδόν όλες τις χρονοσειρές που ασχολούμαστε ικανοποιητικά. Ωστόσο, σε αυτή την περίπτωση μπορεί να έχουμε φαινόμενα υπερπροσαρμογής του μοντέλου, και μετά την αφαίρεση της τάσης το υπόλοιπο μας να είναι τέτοιας μορφής που να καθιστά το bootstrap ασταθές. Επομένως, η επιλογή μιας αυτοματοποιημένης διαδικασίας μας αποτρέπει από αυθαίρετες και άστοχες παραδοχές και εξασφαλίζει ότι η διαδικασία δεν επηρεάζεται από προκατάληψη.

Η σύνταξη της είναι παρόμοια με την loess και είναι η εξής:

```
loess.as(xs,ts,criterion = "aicc",plot=FALSE)
```

ts: η χρονοσειρά που χρησιμοποιείται, έστω μήκους n

xs: ένα διάνυσμα ίσο με το μήκος της χρονοσειράς, της μορφής 1,2,...,n.

criterion: το κριτήριο για την εξομάλυνση των παραμέτρων του πολυωνύμου, εδώ επιλέγουμε το AICC.

plot: αυτή η παράμετρος τίθεται FALSE για να μην σχεδιάζεται γραφικά το περιεχόμενο της συνάρτησης.

Μετασχηματισμός Box-Cox

Για μία δεδομένη χρονοσειρά y_t , και γνωστό αριθμό επαναλήψεων της μεθόδου bootstrap, πραγματοποιείται ο μετασχηματισμός Box-Cox(Box&Cox(1964)), που είναι αρκετά δημοφιλής για την σταθεροποίηση της διακύμανσης της χρονοσειράς και ορίζεται ως εξής:

$$w_t = \log(y_t), \quad \lambda = 0$$

$$w_t = (y_t^\lambda - 1)/\lambda, \quad \lambda \neq 0$$

Απαιτείται η επιλογή μιας παραμέτρου λ , στην οποία συναντάμε ορισμένες δυσκολίες. Για $\lambda=1$ ο μετασχηματισμός διατηρεί την χρονοσειρά χωρίς αλλαγές ενώ για $\lambda=0$ καταλήγει στην λογαρίθμηση της. Οι συγγραφείς περιόρισαν το λ στο διάστημα $[0,1]$ και αξιοποίησαν τη μέθοδο του Guerrero(1993) για την αυτόματη επιλογή της τιμής του λ με τον ακόλουθο τρόπο. Η χρονοσειρά διαιρείται σε υποσειρές μήκους ίσο με την εποχιακότητα ή μήκους 2 αν η χρονοσειρά δεν είναι εποχιακή. Έπειτα, η μέση τιμή του δείγματος m και η τυπική απόκλιση s υπολογίζονται για κάθε μία από τις χρονοσειρές και το λ επιλέγεται με τέτοιο τρόπο ώστε ο συντελεστής διακύμανσης $s/m^{(1-\lambda)}$ να ελαχιστοποιείται κατά μήκος της σειράς.

Η μέθοδος του Guerrero υλοποιείται με την παρακάτω εντολή:

```
lam<-BoxCox.lambda(x=timeseries,lower=0,upper=1)
```

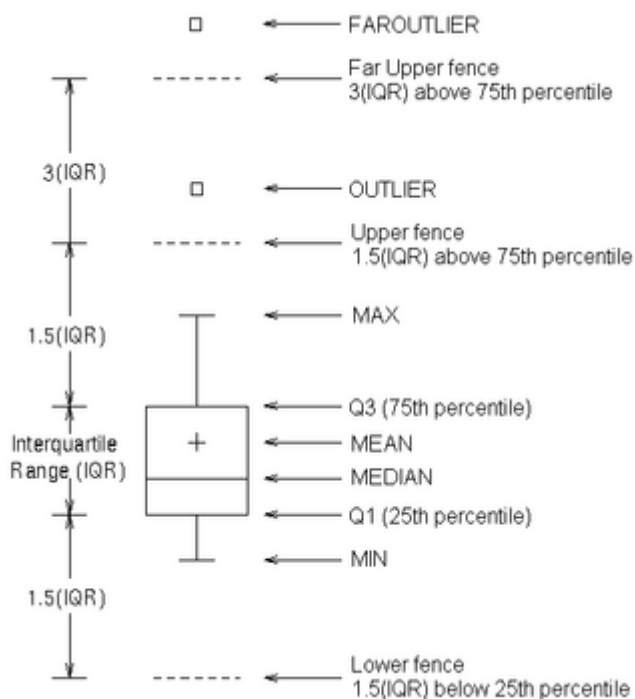
και με δεδομένο αυτό το λ μετασχηματίζουμε κατά Box-Cox ως εξής:

```
ts <-BoxCox(timeseries,lambda = lam) και αντιστρέφουμε με παρόμοια σύνταξη
```

```
timeseries<-InvBoxCox(x = ts, lambda = lam)
```


Απεικόνιση στατιστικών μεγεθών με Box-Plot

Το box-plot είναι ένας γραφικός τρόπος παρουσίασης πέντε περιληπτικών μέτρων μίας κατανομής ομαδοποιημένων δεδομένων, ο συνδυασμός των οποίων μας δίνει πλήθος πληροφοριών. Πρόκειται για ένα ορθογώνιο διάγραμμα, το οποίο περιγράφει γραφικά τις τιμές ενός μεγέθους, με βάση το χωρισμό τους σε τεταρτημόρια. Οι βάσεις του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου αποτελούνται από το πρώτο (25% των τιμών) και το τρίτο (75% των τιμών) τεταρτημόριο, ενώ ενδιάμεσα τοποθετείται το δεύτερο τεταρτημόριο το οποίο συμβολίζει και τη διάμεσο (*median*) (50%) των τιμών. Τα επίπεδα τα οποία συμβολίζουν τα οριακά διαστήματα της χρονοσειράς, 0 και 100% παρουσιάζονται γραφικά με δύο οριζόντια ευθύγραμμα τμήματα. Τυχών ακραίες τιμές παρουσιάζονται γραφικά με διακεκομμένες γραμμές εκτός των οριακών τιμών των δεδομένων.



Εικόνα 11: Παράδειγμα Box-Plot

Οι διακεκομμένες γραμμές συμβολίζουν ακραίες τιμές, και κατευθυνόμενοι προς το 0 του άξονα γ παρατηρούμε με τη σειρά τη μέγιστη τιμή, την τιμή κάτω από την οποία υπάρχει το 75% του συνόλου των τιμών, τη διάμεσο, αντίστοιχα με πριν τιμή για το 25% και την ελάχιστη τιμή.

Με βάση λοιπόν το διάγραμμα αυτό , μπορούμε να αντλήσουμε τους ακόλουθους δείκτες :

median – min: Είναι η διαφορά μεταξύ του διάμεσου και του ελάχιστου επιπέδου των τιμών,(το οποίο όμως δεν περιέχει τυχόν ακραία μικρές τιμές). Χρησιμοποιείται για να εξάγουμε αποτέλεσμα ως προς το πόσο απέχουν οι ελάχιστες τιμές από τη διάμεσο.

median – 25%: Η διαφορά μεταξύ ενδιάμεσου και του επιπέδου το οποίο εμπεριέχει το 25% του συνόλου τιμών του σετ δεδομένων.

75% - median: Η διαφορά μεταξύ της τιμής η οποία αντιπροσωπεύει το επίπεδο κάτω από το οποίο βρίσκεται το 75% του συνόλου των τιμών. Αντιδιαμετρικά με τους προηγούμενους δύο δείκτες , παρουσιάζει το κατά πόσο το 25% των τιμών οι οποίες είναι μεγαλύτερες από τη διάμεσο απέχουν από αυτήν.

max – median: Αντίστοιχα με τον προηγούμενο δείκτη , παρουσιάζει ένα μέγεθος το οποίο δείχνει το κατά πόσο το 50% των τιμών οι οποίες είναι μεγαλύτερες από τη διάμεσο , απέχουν από αυτήν. Πόσο “μεγαλύτερος” δηλαδή είναι ο μέσος όρος των τιμών που είναι μεγαλύτερες από τη διάμεσο.

max – min: Ένας δείκτης ο οποίος δίνει πληροφορία για το πόσο απέχει το μέγιστο επίπεδο του box-plot , κάτω από το οποίο βρίσκεται το σύνολο των τιμών μίας χρονοσειράς , από το ελάχιστο επίπεδο , πάνω από το οποίο βρίσκεται αντίστοιχα το σύνολο των τιμών. Είναι όπως και οι υπόλοιποι δείκτες της κατηγορίας αυτής ένας τρόπος να εξάγουμε συμπεράσματα όσον αφορά τη διασπορά των τιμών ενός μεγέθους.

75% - 25%: Η διαφορά του επιπέδου κάτω από το οποίο βρίσκεται το σύνολο του 75% των τιμών και του επιπέδου κάτω του οποίου βρίσκεται το 25% των τιμών. Σε κάθε περίπτωση , οι όροι “κάτω” και “πάνω” προέρχονται από τη φυσική διάσταση

την οποία ορίζει το box-plot και ουσιαστικά αναφέρονται στις έννοιες “μικρότερες από” και “μεγαλύτερες από” αντίστοιχα.

Οι παραπάνω δείκτες δίνουν μία πλήρη εικόνα για τη διασπορά και τις διάφορες ποσοτικές αποστάσεις των επιπέδων στο εκάστοτε μέγεθος, αλλά έχουν το μειονέκτημα ότι εάν θέλουμε να συγκρίνουμε τα μεγέθη με διαφορετικά επίπεδα τιμών, η σύγκριση καθίσταται αδύνατη. Για το λόγο αυτό, έχουν χρησιμοποιηθεί άλλοι έξι δείκτες οι οποίοι είναι ίδιοι με τους έξι προηγούμενους (από το box-plot) με τη διαφορά ότι σε κάθε περίπτωση το υπολογιζόμενο μέγεθος διαιρείται με τη διάμεσο του κάθε συνόλου δεδομένων.

Με το μετασχηματισμό αυτό δίνεται πλέον η δυνατότητα για σύγκριση των προηγούμενων δεικτών σε διαφορετικές χρονοσειρές με διαφορετικά επίπεδα τιμών. Οι επιπλέον δείκτες είναι οι ακόλουθοι :

$(\text{median} - \text{min}) / \text{median}$

$(\text{median} - 25\%) / \text{median}$

$(75\% - \text{median}) / \text{median}$

$(\text{max} - \text{median}) / \text{median}$

$(\text{max} - \text{min}) / \text{median}$

$(75\% - 25\%) / \text{median}$

Τα ποιοτικά χαρακτηριστικά τα οποία περιγράφονται είναι σε κάθε περίπτωση ίδια με προηγουμένως με μοναδική διαφορά τη δυνατότητα σύγκρισης μεταξύ διαφορετικών χρονοσειρών.

5.2 Στατιστικοί Έλεγχοι

Μηδενική και εναλλακτική υπόθεση

Δυο στατιστικές υποθέσεις εμπλέκονται στον έλεγχο υποθέσεων. Η πρώτη είναι αυτή που ελέγχεται, ονομάζεται συνήθως μηδενική υπόθεση και συμβολίζεται με H_0 . Μερικές φορές, η μηδενική υπόθεση λέγεται και υπόθεση μη διαφοράς, επειδή είναι μια άποψη που συμφωνεί με τις συνθήκες που θεωρούμε ότι αληθεύουν για τον πληθυσμό που μελετούμε. Γενικά η μηδενική υπόθεση διατυπώνεται με σκοπό να αμφισβητηθεί. Συνεπώς το συμπλήρωμα του συμπεράσματος στο οποίο θέλει να φθάσει ο ερευνητής, γίνεται μηδενική υπόθεση. Με τον έλεγχο, η μηδενική υπόθεση είτε απορρίπτεται, είτε δεν απορρίπτεται. Αν δεν απορριφθεί, λέμε ότι, τα δεδομένα πάνω στα οποία στηρίζεται ο έλεγχος, δεν επαρκούν για την απόρριψή της. Εάν ο έλεγχος οδηγήσει στην απόρριψή της, τότε συμπεραίνουμε ότι τα δεδομένα δεν επαληθεύουν τη μηδενική υπόθεση, αλλά είναι συμβατά με κάποια άλλη.

Αυτή η δεύτερη υπόθεση λέγεται εναλλακτική υπόθεση, συμβολίζεται με H_1 . Πρέπει να τονιστεί ότι ο έλεγχος υποθέσεων δεν οδηγεί στην απόδειξη της υπόθεσης, αλλά συμπεραίνει για το αν υποστηρίζεται η υπόθεση από τα διαθέσιμα δεδομένα. Όταν αποτυγχάνουμε στο να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση, δε λέμε ότι αυτή είναι αληθινή, αλλά ότι μπορεί να είναι αληθινή. Στην συνέχεια κατασκευάζεται μια στατιστική η οποία ονομάζεται κριτήριο ελέγχου και η τιμή της υπολογίζεται από τα δεδομένα του δείγματος. Θα δούμε ότι το κριτήριο ελέγχου χρησιμεύει στο να πάρουμε απόφαση, επειδή το να απορρίψουμε ή όχι τη μηδενική υπόθεση εξαρτάται από το μέγεθος της τιμής του κριτηρίου.

Η στατιστική σημαντικότητα ενός αποτελέσματος είναι η πιθανότητα ότι η υποφαινόμενη σχέση (π.χ., μεταξύ των μεταβλητών) ή της διαφοράς (π.χ., μεταξύ των μέσων) σε ένα δείγμα εμφανίστηκε κατά καθαρή τύχη και ότι στον πληθυσμό από τον οποίο το δείγμα προήλθε, καμία τέτοια σχέση ή διαφορά δεν υπάρχει.

Το κριτήριο αυτό είναι η τιμή p -value, ή υπολογισθείσα πιθανότητα, είναι η εκτιμώμενη πιθανότητα να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση ενός ερευνητικού συμπεράσματος όταν η υπόθεση αυτή είναι αληθής.

Ο όρος επίπεδο σημαντικότητας (α), χρησιμοποιείται για να αναφερθούμε στην πιθανότητα που προαποφασίστηκε πριν ελεγχθεί η υπόθεση και αντιστοιχεί στην πιθανότητα του σφάλματος τύπου I. ενώ η p -value αναφέρεται στην πιθανότητα που υπολογίσθηκε μετά τη συγκεκριμένη μελέτη. Το σφάλμα τύπου I είναι η εσφαλμένη απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης, ενώ το σφάλμα τύπου II είναι η εσφαλμένη αποδοχή της.

Η ισχύς ενός στατιστικού ελέγχου ορίζεται ως η διαφορά της μονάδος και της πιθανότητας σφάλματος τύπου II (β). Κατά την επιλογή διαφόρων στατιστικών μεθόδων, είναι επιθυμητή η μεγιστοποίηση της ισχύος. Ο ακόλουθος πίνακας δείχνει τη σχέση μεταξύ κατάστασης και σφάλματος στον έλεγχο υποθέσεως:

		Πραγματική κατάσταση	
		H_0 αληθεύει	H_0 εσφαλμένη
Στατιστική Απόφαση	Απόρριψη H_0	Σφάλμα τύπου I	Σωστή απόφαση
	Αποδοχή H_0	Σωστή απόφαση	Σφάλμα τύπου II

Πίνακας 3: Κατάσταση σφάλματος και έλεγχος υποθέσεως

Σχετικά με το σφάλμα τύπου I:

- Είναι η εσφαλμένη απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης
- Ως μέγιστη πιθανότητα προκαθορίζεται η τιμή α
- Δεν επηρεάζεται από το μέγεθος του δείγματος καθώς καθορίζεται εκ των προτέρων

Σχετικά με το σφάλμα τύπου II:

- Είναι η εσφαλμένη αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης
- Ορίζεται ως πιθανότητα η τιμή beta
- Η τιμή beta εξαρτάται από το μέγεθος του δείγματος καθώς και την τιμή alpha
- Δεν μπορεί να εκτιμηθεί παρά μόνο ως μια συνάρτηση της επίδρασης επί του πραγματικού πληθυσμού
- Μειώνεται καθώς αυξάνεται το μέγεθος του δείγματος Η επιλογή του επιπέδου σημαντικότητας στο οποίο απορρίπτεται η H_0 είναι αυθαίρετη. Τα πλέον συνηθισμένα επίπεδα που χρησιμοποιούνται στη βιβλιογραφία είναι τα εξής:

$P < 0.05$

$P < 0.01$

$P < 0.001$

Οι περισσότεροι ερευνητές αναφέρονται ως «στατιστικά σημαντικό» για $P < 0.05$ και ως στατιστικά πολύ σημαντικό για $P < 0.001$. Συνήθως η τιμή 0.05 ορίζεται ως όριο αποκοπής.

Έλεγχος στασιμότητας Ljung-Box

Ο έλεγχος Ljung-Box είναι ένας τύπος στατιστικής δοκιμής που εξετάζει αν ένα από κάποια σύνολα αυτοσυσχετίσεων είναι διάφορα του μηδενός. Αντί να εξετάζει τυχαιότητα σε κάθε συγκεκριμένη περίοδο, εξετάζει τη συνολική τυχαιότητα βασισμένη σε ένα σύνολο περιόδων, και εντάσσεται στην κατηγορία των portmanteau test.

Αυτός ο έλεγχος είναι μερικές φορές γνωστός ως Ljung-Box Q και είναι στενά συνδεδεμένος με τον έλεγχο Box-Pierce. Στην πραγματικότητα ο έλεγχος Ljung-Box είναι ένας στατιστικός έλεγχος που περιγράφηκε εκτενώς στη δημοσίευση που οδήγησε στην χρήση του Box-Pierce, και από αυτό λαμβάνει και το όνομα του. Ο έλεγχος Box-Pierce είναι μία απλοποιημένη εκδοχή του Ljung-Box και παλαιότερες υπολογιστικές μελέτες έδειξαν ότι έχει χαμηλή απόδοση.

Συνεπώς, προτιμάται ο έλεγχος Ljung-Box ο οποίος εφαρμόζεται εκτενώς στην οικονομετρία και άλλες εφαρμογές στατιστικής ανάλυσης. Παρόμοια συμπεράσματα μπορούν να προκύψουν και με τους ελέγχους Breusch-Godfrey και Durbin-Watson.

Ο έλεγχος Ljung-Box μπορεί να οριστεί ως εξής:

H_0 : Τα δεδομένα είναι ανεξάρτητα κατανομημένα(οι συσχετίσεις στον πληθυσμό από τον οποίο προέρχεται το δείγμα είναι 0, άρα κάθε παρατηρούμενες συσχετίσεις στα δεδομένα είναι αποτέλεσμα της δειγματοληπτικής διαδικασίας)

H_1 : Τα δεδομένα δεν είναι ανεξάρτητα κατανομημένα, εμφανίζουν σειριακή συσχέτιση.

Ο στατιστικός έλεγχος είναι ο εξής :

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{p}^2}{n-k},$$

όπου n είναι το μέγεθος δείγματος, \hat{p} η αυτοσυσχέτιση του δείγματος σε περίοδο k , και h ο αριθμός των περιόδων που εξετάζονται. Στην H_0 το στατιστικό μέγεθος Q

ακολουθεί $X_{(h)}^2$. Για επίπεδο σημαντικότητας α , η κρίσιμη περιοχή απόρριψης της υπόθεσης της τυχειότητας είναι

$$Q > X_{1-\alpha, h}^2 \text{ όπου } X_{1-\alpha, h}^2$$

είναι α -ποσοστιαίο της τετραγωνικής κατανομής με h βαθμούς ελευθερίας.

Ο έλεγχος Ljung-Box χρησιμοποιείται κοινώς στην εφαρμογή αυτοπαλινδρομικών μοντέλων κινητού μέσου όρου. Πρέπει να σημειωθεί ότι εφαρμόζεται στα υπολειπόμενα σφάλματα του προσαρμοσμένου μοντέλου και όχι στην αρχική χρονοσειρά. Κατά συνέπεια, η μηδενική υπόθεση που εξετάζει είναι αν τα υπολειπόμενα σφάλματα του μοντέλου δεν έχουν αυτοσυσχέτιση. Για την εξέταση των υπολειπόμενων σφαλμάτων του συγκεκριμένου μοντέλου, οι βαθμοί ελευθερίας πρέπει να προσαρμοστούν για να είναι αντιπροσωπευτικοί της εκτίμησης παραμέτρων. Για παράδειγμα για μοντέλο ARIMA(p,0,q), οι βαθμοί ελευθερίας ορίζονται σε $h-p-q$.

Ο έλεγχος Ljung-Box συντάσσεται και αυτός με τη σειρά του όπως φαίνεται παρακάτω:

```
p<-Box.test(timeseries,lag=12,type="Ljung-Box")
```

timeseries: η χρονοσειρά που θέλουμε να εξετάσουμε

lag: μέγεθος περιόδου για την εξέταση των αυτοσυσχετίσεων, τίθεται 12 καθώς όλες οι χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 έχουν τουλάχιστον 12 παρατηρήσεις.

type: τίθεται Ljung-Box όπως ο έλεγχος που επιθυμούμε να πραγματοποιήσουμε, εναλλακτικά θα μπορούσε να ήταν Box-Pierce.

Αν η τιμή p λάβει τιμή μικρότερη από 0.05, τότε πρέπει να προχωρήσουμε σε κατάλληλους μετασχηματισμούς ώστε να μετατραπεί η χρονοσειρά σε στάσιμη.

5.3 Είδη Σφαλμάτων

Προκειμένου να πραγματοποιηθεί η αξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης, πρέπει να γίνει κάποια στατιστική ανάλυση της ακρίβειας της κάθε μεθόδου. Σαν μέτρο αυτής της σύγκρισης χρησιμοποιούνται τα σφάλματα, τα οποία είναι στατιστικοί δείκτες που ορίζονται με βάση τη διαφορά της πραγματικής τιμής και της τιμής πρόβλεψης που υπολογίζει κάθε μέθοδος. Με κριτήριο ποιιά μέθοδος παρουσιάζει το μικρότερο σφάλμα, είναι δηλαδή ακριβέστερη, επιλέγεται για την προέκτασή της στο χρονικό ορίζοντα της πρόβλεψης. Βέβαια το αποτέλεσμα στο οποίο θα καταλήξουμε είναι άμεση συνάρτηση του δείκτη σφάλματος που θα χρησιμοποιήσουμε. Ακόμα κι αν επιλεγεί η μέθοδος που εμφανίζει το μικρότερο δείκτη σφάλματος αυτό δεν εξασφαλίζει ότι και η πρόβλεψη που θα επιτευχθεί θα παρουσιάζει το ίδιο μικρό σφάλμα. Σε κάθε περίπτωση όμως οι δείκτες σφάλματος αποτελούν ένα κριτήριο του πόσο καλά προσαρμόζεται η μέθοδος στα δεδομένα και όσο καλύτερα μία μέθοδος προσαρμόζεται στη χρονοσειρά τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα η μέθοδος αυτή να δώσει ικανοποιητικές προβλέψεις. Συμβολίζοντας με Y_t την πραγματική παρατήρηση και με F_t την πρόβλεψη για την ίδια περίοδο t και με n το πλήθος των παρατηρήσεων, οι κυριότεροι δείκτες σφάλματος είναι:

Μέσο σφάλμα (Mean Error)

Είναι ο απλός προσημασμένος μέσος όρος των σφαλμάτων και εκφράζει ένα μέτρο συστηματικότητας του σφάλματος. Συχνά αναφέρεται και ως bias και υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)$$

Μέσο απόλυτο σφάλμα (Mean Absolute Error)

Εκφράζει ένα μέτρο της ακρίβειας της πρόβλεψης έναντι των πραγματικών τιμών διατηρώντας τις μονάδες μέτρησης της αρχικής χρονοσειράς και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n | Y_i - F_i |$$

Μέσο τετραγωνικό σφάλμα (Mean Squared Error)

Είναι κι αυτό ένα μέτρο ακρίβειας της πρόβλεψης το οποίο όμως δίνει μεγαλύτερο βάρος στα μεγάλα σφάλματα, καθώς εδώ τα σφάλματα τετραγωνίζονται, και χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των βέλτιστων παραμέτρων εξομάλυνσης. Υπολογίζεται από τον τύπο:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)^2$$

Ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος (Root Mean Squared Error)

Προκύπτει από τη τετραγωνική ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος και παρουσιάζει τις ίδιες ιδιότητες με αυτό, είναι όμως εκφρασμένο στις μονάδες της χρονοσειράς. Υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)^2}$$

Μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (Mean Absolute Percentage Error)

Χρησιμεύει όταν θέλουμε να υπολογίσουμε την ακρίβεια μιας μεθόδου που εφαρμόζεται σε πολλές χρονοσειρές οι οποίες έχουν διαφορετικό επίπεδο μέσης τιμής και όταν οι διαθέσιμες πραγματικές τιμές είναι ιδιαίτερα υψηλές. Είναι εκφρασμένο επί τοις εκατό και λαμβάνει τιμές μεγαλύτερες ή ίσες του μηδενός. Υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|Y_i - F_i|}{|Y_i|} 100(\%)$$

Συμμετρικό μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (Symmetric Mean Absolute Percentage Error)

Αποτελεί μια παραλλαγή του MAPE στην οποία το απόλυτο του σφάλματος διαιρείται απλώς με την πραγματική τιμή αλλά με το ημιάθροισμα της πραγματικής τιμής και της πρόβλεψης. Υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\text{sMAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{Y_i - F_i}{\frac{Y_i + F_i}{2}} \right| 100(\%) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{2(Y_i - F_i)}{Y_i + F_i} \right| 100(\%)$$

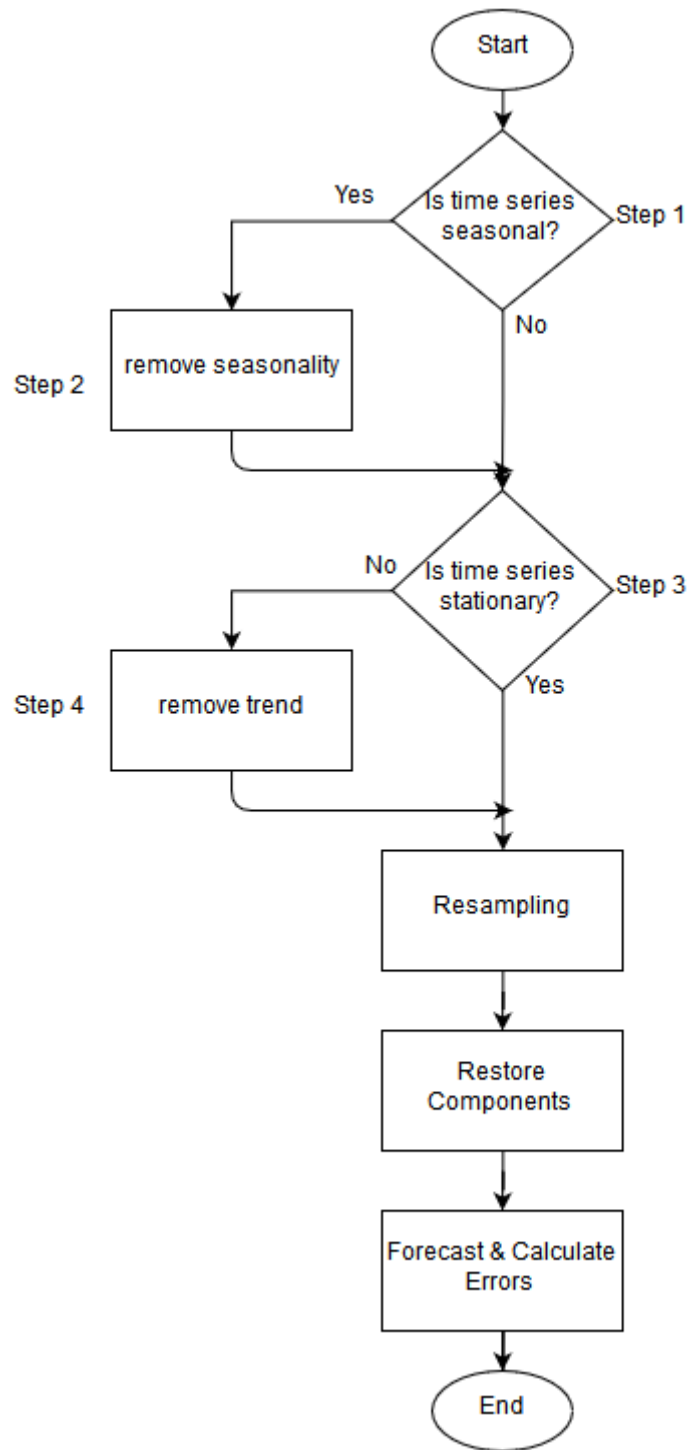
Από τα προαναφερθέντα σφάλματα, τα τέσσερα πρώτα σφάλματα, (ME, MAE, MSE και RMSE) βασίζονται κατά κύριο λόγο στις διαφορές των τιμών πρόβλεψης από τις τιμές των πραγματικών τιμών. Η διαφορά τους έγκειται στο ότι το ME παρουσιάζει την προκατάληψη της μεθόδου (αισιόδοξη- απαισιόδοξη) ανάλογα το πρόσημό του, ενώ τα MAE και MSE όχι, με το MSE ωστόσο να δίνει μεγαλύτερη έμφαση στα σφάλματα με την μεγαλύτερη τιμή λόγω του τετραγώνου.

Τα δύο επόμενα σφάλματα (MAPE και sMAPE) εκφράζουν τα σφάλματα σε ποσοστιαία μορφή και είναι εξαιρετικά χρήσιμα καθώς καθίσταται δυνατή η σύγκριση σφαλμάτων από χρονοσειρές διαφορετικού επιπέδου μέσης τιμής.

Σε αυτήν τη διπλωματική εργασία θα χρησιμοποιήσουμε κυρίως το συμμετρικό μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα, καθώς μας ενδιαφέρει να συγκρίνουμε σφάλματα από όλες τις χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 και να εξάγουμε τον μέσο όρο σφαλμάτων ανά σύνολα σύμφωνα με ορισμένα χαρακτηριστικά, άρα οφείλουμε αναγκαστικά να χρησιμοποιήσουμε ποσοστιαία μεγέθη.

Κεφάλαιο 6: Μεθοδολογία Πειράματος

Κινούμενοι στην ίδια φιλοσοφία με τους Bergmeir, Hyndman και Benitez προσπαθούμε να βρούμε έναν εναλλακτικό τρόπο για να καταλήξουμε στο υπόλοιπο της χρονοσειράς και να πραγματοποιήσουμε την επιθυμητή μέθοδο bootstrap. Παρατηρήσαμε ότι η δική τους μεθοδολογία, αποτελείται από ένα μοναδικό έλεγχο εποχιακής συμπεριφοράς πριν την αποσύνθεση της χρονοσειράς σε συνιστώσες. Δηλαδή ο καθορισμός της τελικής μορφής υπολοίπου, η οποία είναι καθοριστική για την ακρίβεια και την ευστάθεια των αποτελεσμάτων, θα μπορούσε να προκύπτει και με ένα πιο λεπτομερή και αναλυτικό τρόπο. Συνεπώς, συμφωνούμε με τη διατήρηση του ελέγχου εποχιακής συμπεριφοράς για την αφαίρεση της εποχιακής συνιστώσας, όμως πρέπει να εξετάσουμε και τις δύο παραλλαγές εποχιακής συνιστώσας, δηλαδή και την προσθετικού αλλά και την πολλαπλασιαστικού τύπου συνιστώσα. Επίσης, προτείνουμε την εισαγωγή ενός στατιστικού ελέγχου στασιμότητας ως κριτήριο αφαίρεσης της συνιστώσας τάσης σε αντίθεση με τους Bergmeir, Hyndman και Benitez που αφαιρούν μία συνιστώσα τάσης από κάθε χρονοσειρά, είτε με τη χρήση της loess είτε με της STL. Αυτή η προσθήκη ελέγχου, αναμένουμε να μας ωφελήσει στην διατήρηση της ισορροπίας ανάμεσα σε σημαντικό περιεχόμενο και θόρυβο στη χρονοσειρά υπολοίπου. Με αυτές τις παρατηρήσεις υπόψη, διατυπώνεται το παρακάτω διάγραμμα ροής, στο οποίο αριθμούμε με βήματα 1 έως 4 τα σημεία τα οποία θα αναλύσουμε περαιτέρω.



Εικόνα 12: Διάγραμμα ροής της προτεινόμενης διαδικασίας

Βήμα 1: Για την ύπαρξη του ελέγχου εποχιακής συμπεριφοράς, είναι ωφέλιμο να αιτιολογήσουμε γιατί συμφωνούμε με τη διατήρηση του. Θα μπορούσαμε να αφαιρέσουμε μία εποχιακή συνιστώσα από κάθε μία από της μηνιαίες ή τριμηνιαίες χρονοσειρές. Ωστόσο, το αποφεύγουμε επειδή η δημιουργία μίας αποεποχικοποιημένης χρονοσειράς ενώ δε χρειάζεται, δημιουργεί θόρυβο, ο οποίος κατά τα μοντέλα πρόβλεψης θεωρείται στιβαρό μοτίβο και προκαλεί αρνητικές και ανεπιθύμητες αποκλίσεις. Αυτή η υπόθεση επιβεβαιώθηκε, με τη χρήση ενός δοκιμαστικού script στα δεδομένα του διαγωνισμού M3, στο οποίο πραγματοποιήθηκε αποεποχικοποίηση σε κάθε χρονοσειρά χωρίς συχνότητα ένα, από το οποίο προέκυψαν χειρότερα από τα κλασικά αποτελέσματα. Επομένως διατηρούμε τον έλεγχο αυτό, με διάστημα εμπιστοσύνης 95%, δηλαδή t-critical ίσο με 1.645.

Βήμα 2: Έχουμε να επιλέξουμε ανάμεσα σε αποσύνθεση της εποχιακότητας με τη χρήση προσθετικού ή πολλαπλασιαστικού χαρακτήρα. Το προσθετικό μοντέλο, είναι χρήσιμο όταν η εποχιακή διακύμανση είναι σχετικά σταθερή στο χρόνο. Το πολλαπλασιαστικό μοντέλο αποδίδει σχεδόν το ίδιο ικανοποιητικά για σταθερή διακύμανση αλλά περιλαμβάνει και τις περιπτώσεις στις οποίες η εποχιακή διακύμανση αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου. Για την χρήση του προσθετικού μοντέλου σε δεδομένα αυξανόμενης εποχιακής διακύμανσης, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε κάποιο μετασχηματισμό, όπως τον Box-Cox, κάτι που πραγματοποίησαν και οι Bergmeir, Hyndman και Benitez. Συνεπώς, προτιμάται ένας μετασχηματισμός λιγότερος, αλλά και περισσότερη διαφοροποίηση στα βήματα από μία ήδη υπάρχουσα μεθοδολογία, με την επιλογή του πολλαπλασιαστικού μοντέλου.

Βήμα 3: Σε αυτό το στάδιο, ένας έλεγχος στασιμότητας εξασφαλίζει αν όντως πρέπει να αφαιρεθεί μία συνιστώσα τάσης. Αν μία χρονοσειρά θεωρηθεί στάσιμη, αυτός ο χαρακτηρισμός μεταφράζεται σε σταθερή μέση τιμή και σταθερή διακύμανση, δηλαδή απουσία τάσης. Επίσης, καλούμαστε να διαλέξουμε τον έλεγχο στασιμότητας που αποδίδει αποτελεσματικότερα. Εξετάστηκαν οι έλεγχοι `adf.test`, `kpss.test` και `box.test` από τα πακέτα συναρτήσεων του Rstudio. Τελικά αυτός που προτιμήθηκε είναι ο έλεγχος `box.test` με τον τύπο Ljung-Box και

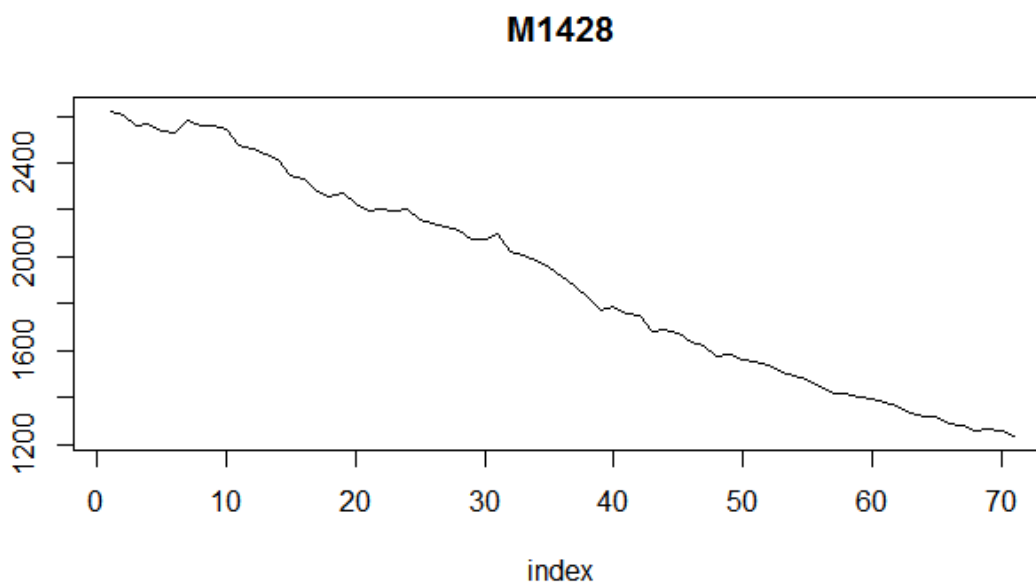
διάστημα εμπιστοσύνης 95% σύμφωνα με τα βελτιωμένα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις πειραματικές μας δοκιμές, αλλά και από σχόλια από την κοινότητα που χρησιμοποιεί εντατικά Rstudio. Η αναγκαιότητα για την ύπαρξη αυτού του ελέγχου, επιβεβαιώθηκε τελικά από τα πειραματικά αποτελέσματα.

Βήμα 4: Το τελευταίο βήμα, και μάλιστα αυτό που μας απασχόλησε περισσότερο μέχρι να βρεθεί η τελική του μορφή. Αναζητείται ένας τρόπος μετασχηματισμού μίας χρονοσειράς σε στάσιμη, όπως είναι οι παρακάτω:

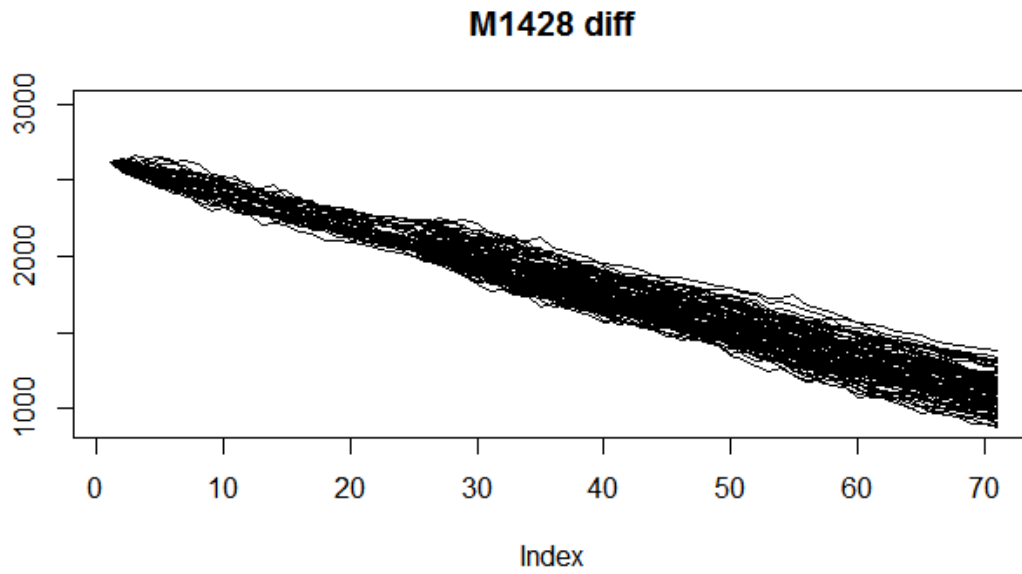
- Χρήση των πρώτων ή μεγαλύτερης τάξης διαφορών μεταξύ των δεδομένων
- Αφαίρεση μίας γραμμικής τάσης
- Αφαίρεση μίας πολυωνυμικής τάσης, όπως με τη loess.

Η απόρριψη της εκάστοτε μεθόδου, έγινε με διαδοχικές πειραματικές προσομοιώσεις και απεικόνιση ορισμένων ενδεικτικών χρονοσειρών προκειμένου να αξιολογήσουμε την ποιότητα της ανακατασκευής τους.

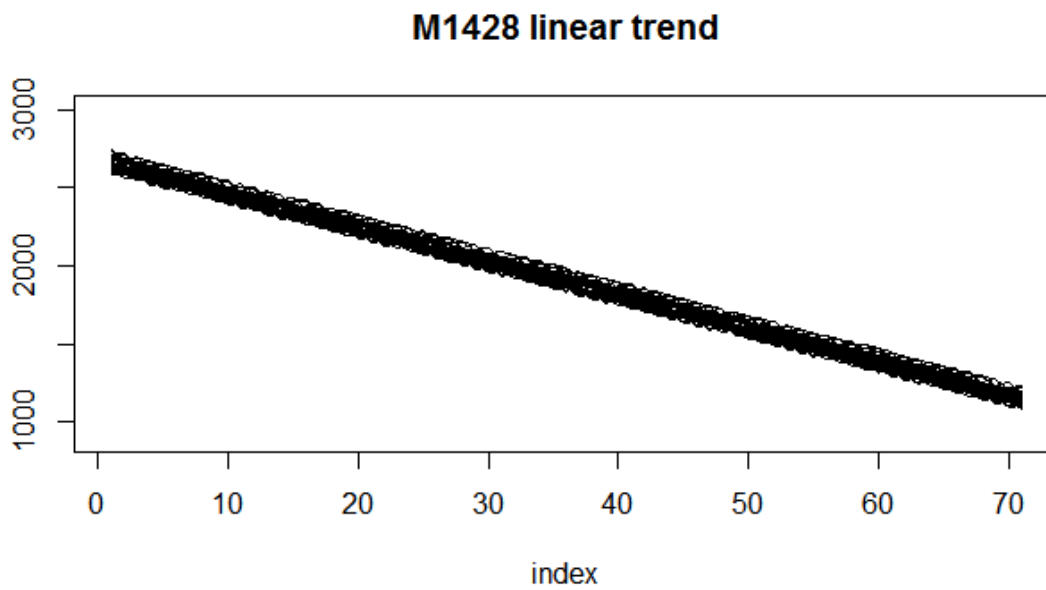
Ας δούμε ένα παράδειγμα με την 1428^η μηνιαία χρονοσειρά του διαγωνισμού.



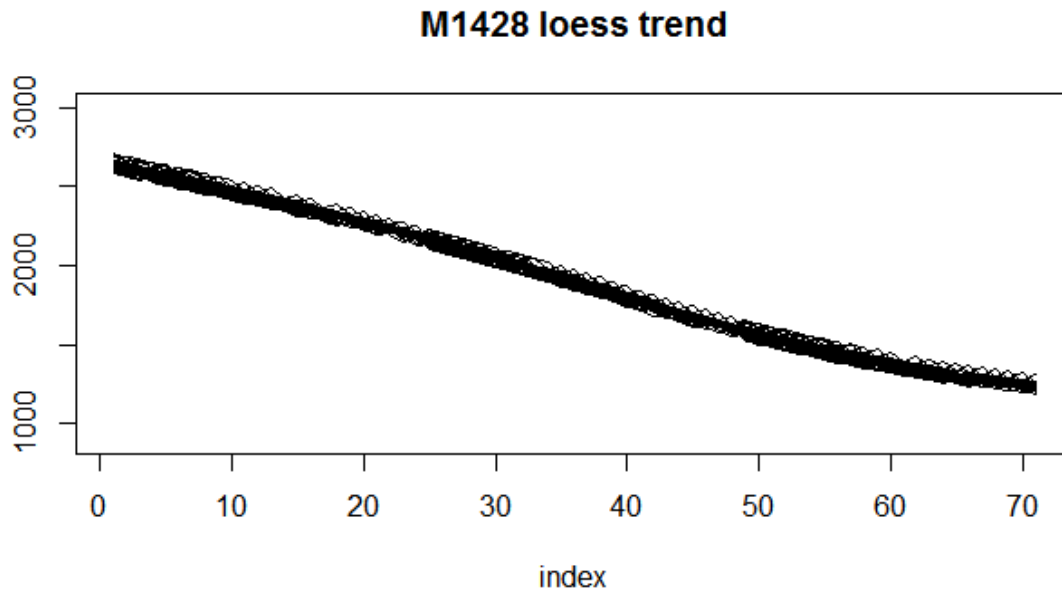
Εικόνα 13: Η αρχική χρονοσειρά του διαγωνισμού



Εικόνα 14: Το σύνολο των χρονοσειρών που κατασκευάζονται με τη χρήση πρώτων διαφορών

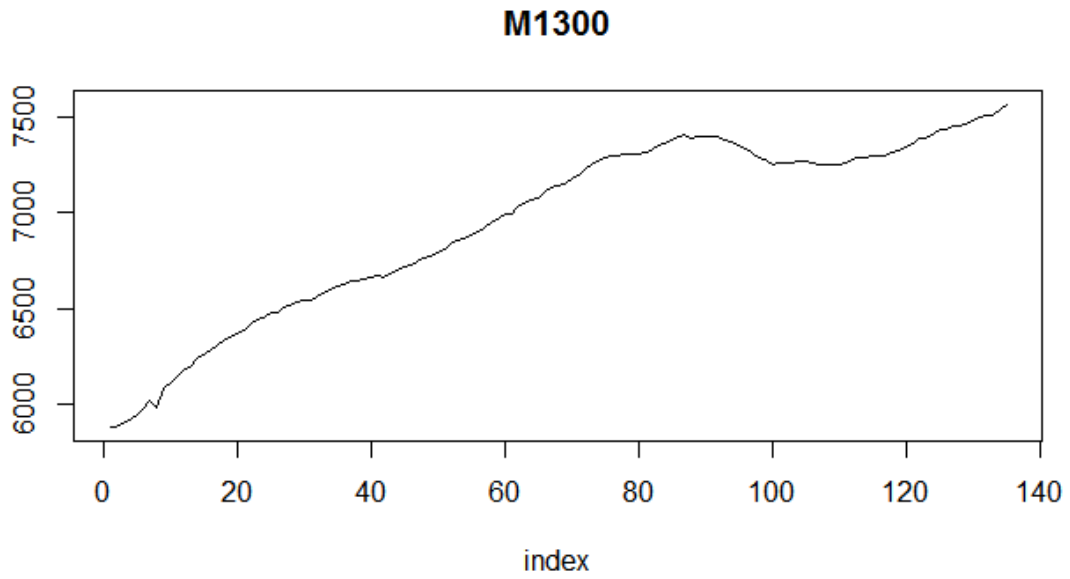


Εικόνα 15: Το σύνολο των χρονοσειρών που κατασκευάζονται με την αφαίρεση γραμμικής τάσης

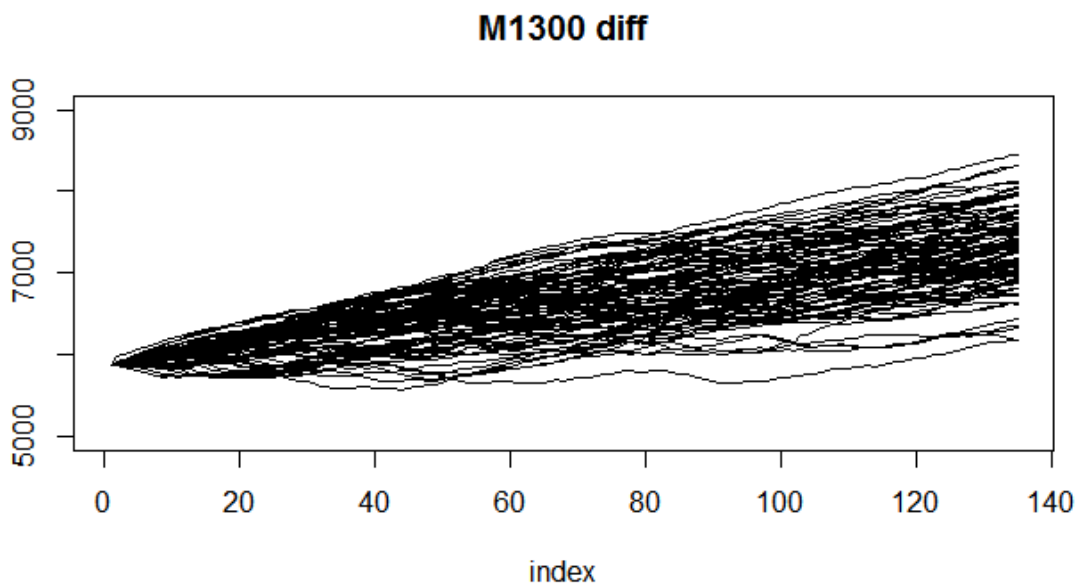


Εικόνα 16: Το σύνολο των χρονοσειρών που κατασκευάζονται με την αφαίρεση πολυωνυμικής τάσης loess

Η χρήση πρώτων διαφορών, και ακόμα και περισσότερων διαφορίσεων συνέχισε να αποδίδει χειρότερα από την γραμμική τάση για όλο το διαγωνισμό M3. Άρα σε αυτό το σημείο είχαμε να διαλέξουμε ανάμεσα στην γραμμική τάση και την πολυωνυμική τάση. Στη συγκεκριμένη χρονοσειρά η προτίμηση δεν είναι ξεκάθαρη, όμως η πολυωνυμική τάση απέδιδε καλύτερα για το σύνολο των χρονοσειρών του διαγωνισμού. Ένα ακόμα παράδειγμα θα βοηθήσει στην επιβεβαίωση αυτής της διαφοράς. Αυτή τη φορά χρησιμοποιούμε την 1300^η μηνιαία χρονοσειρά του διαγωνισμού.

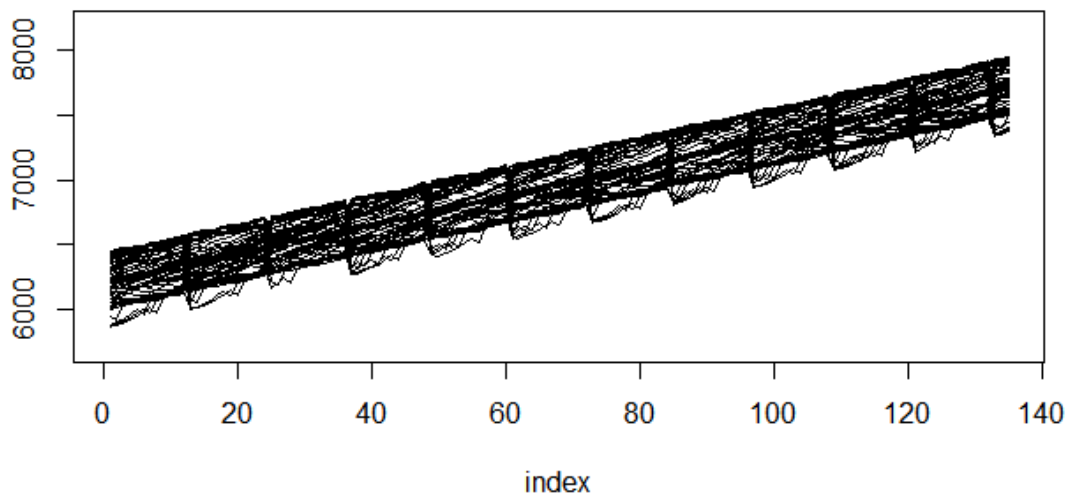


Εικόνα 17: Η αρχική χρονοσειρά του διαγωνισμού



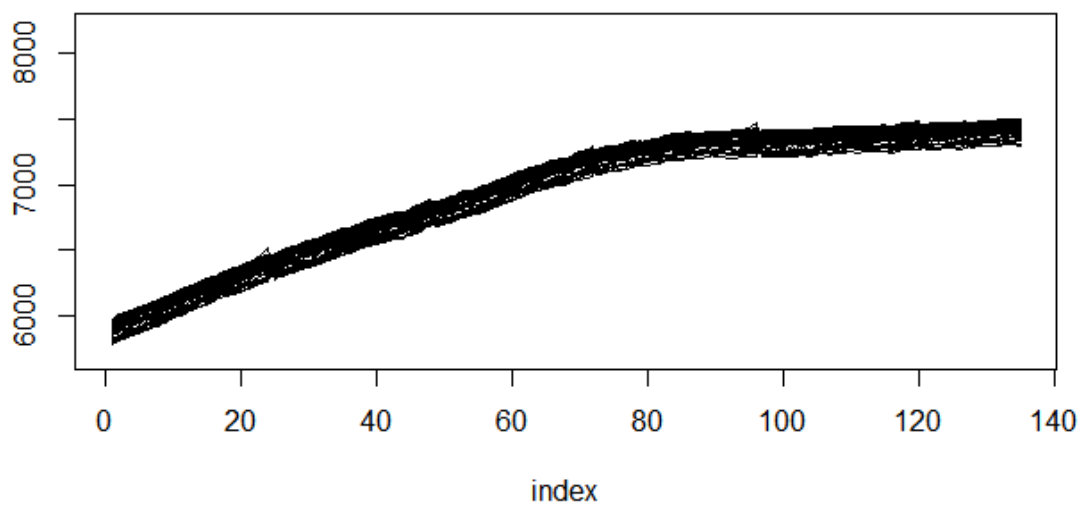
Εικόνα 18: Το σύνολο των χρονοσειρών που κατασκευάζονται με τη χρήση πρώτων διαφορών

M1300 linear trend



Εικόνα 19: Το σύνολο των χρονοσειρών που κατασκευάζονται με την αφαίρεση γραμμικής τάσης

M1300 loess trend



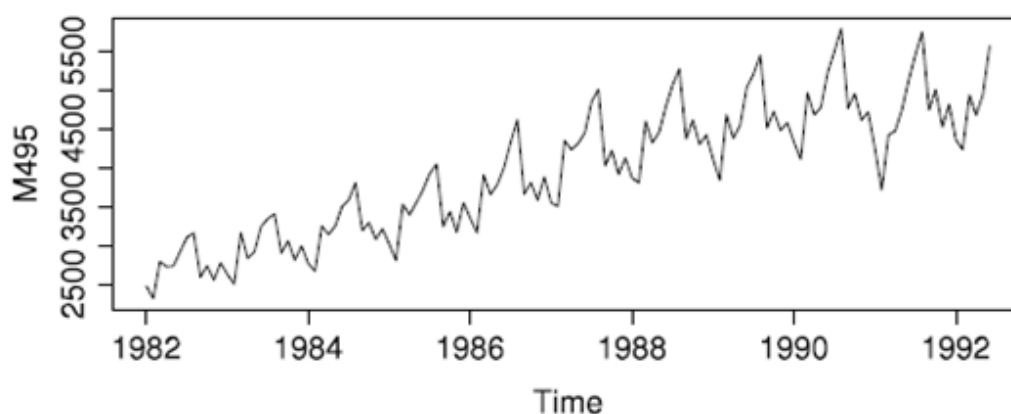
Εικόνα 20: Το σύνολο των χρονοσειρών που κατασκευάζονται με την αφαίρεση πολυωνυμικής τάσης loess

Ωστόσο, δεν θέλαμε να χρησιμοποιήσουμε και εμείς τη `loess` καθώς είναι η ίδια συνάρτηση που χρησιμοποιούν και οι `Bergmeir`, `Hyndman` και `Benitez`. Ακόμα, όπως έχει ήδη αναφερθεί στο κεφάλαιο 5, θέλαμε να αποφύγουμε την προσαρμογή μίας πολυωνυμικής τάσης αυθαίρετου βαθμού της επιλογής μας καθώς μπορεί να οδηγήσει σε φαινόμενα υπερπροσαρμογής, δηλαδή τα μοντέλα πρόβλεψης να θεωρούν θόρυβο ως σημαντικό περιεχόμενο. Μετά από εκτενή αναζήτηση, η συνάρτηση `loess.as` που βρέθηκε, έδωσε τη λύση σε αυτά τα ζητούμενα. Η συνάρτηση `loess.as` είναι μία προέκταση της `loess`, στη οποία ταιριάζεται προσαρμοστικά μία πολυωνυμική τάση, και στα πολυώνυμα που χρησιμοποιούνται τοπικά ανά διαστήματα, πραγματοποιείται αυτόματη εξομάλυνση των παραμέτρων με το κριτήριο AICC. Αξίζει να σημειωθεί πως τελικά η `loess.as` απέδωσε καλύτερα σε σχέση με την κλασική `loess`, ενώ έχουμε μία ακόμα διαφοροποίηση στον αλγόριθμο αποσύνθεσης μας από τον συγκεκριμένο των `Bergmeir`, `Hyndman` και `Benitez`.

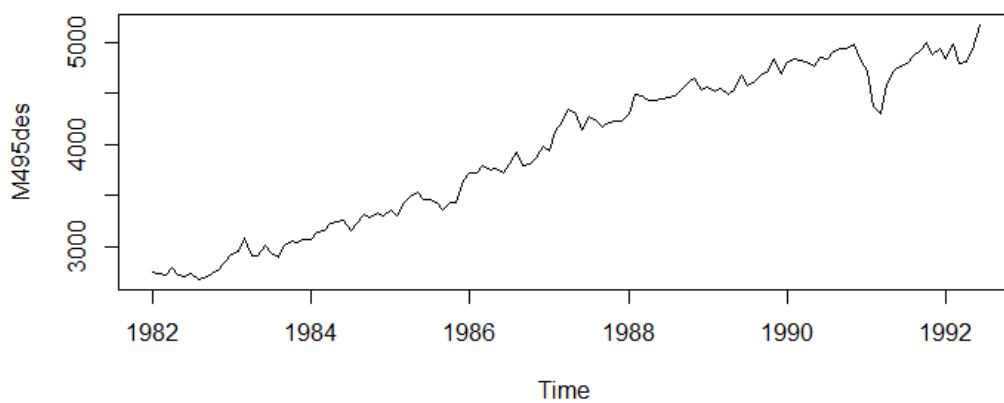
6.1 Αλγόριθμος της Διαδικασίας

Για μία δεδομένη χρονοσειρά, εκτελούμε τον έλεγχο εποχιακότητας. Αν η χρονοσειρά προκύψει εποχιακή τότε υπολογίζουμε τους δείκτες εποχιακότητας με την χρήση της `decompose` με τύπο πολλαπλασιαστικό και διαιρούμε την χρονοσειρά με αυτούς για να αποσυντεθεί. Σε αυτό το σημείο, εκτελούμε τον έλεγχο στασιμότητας Ljung-Box καθώς αν η χρονοσειρά μας είναι στάσιμη μπορούμε να προχωρήσουμε στο επόμενο βήμα και την πραγματοποίηση του `bootstrap`. Αν η χρονοσειρά προκύψει μη στάσιμη, τότε αφαιρούμε μία τάση με την συνάρτηση `loess.as` και ακολουθεί η μέθοδος `bootstrap` της επιλογής μας. Μετά την πραγματοποίηση της αναδειγματοληψίας, οι συνιστώσες που αφαιρέθηκαν επαναφέρονται στις χρονοσειρές `bootstrap`, και λαμβάνουμε τις τελικές χρονοσειρές.

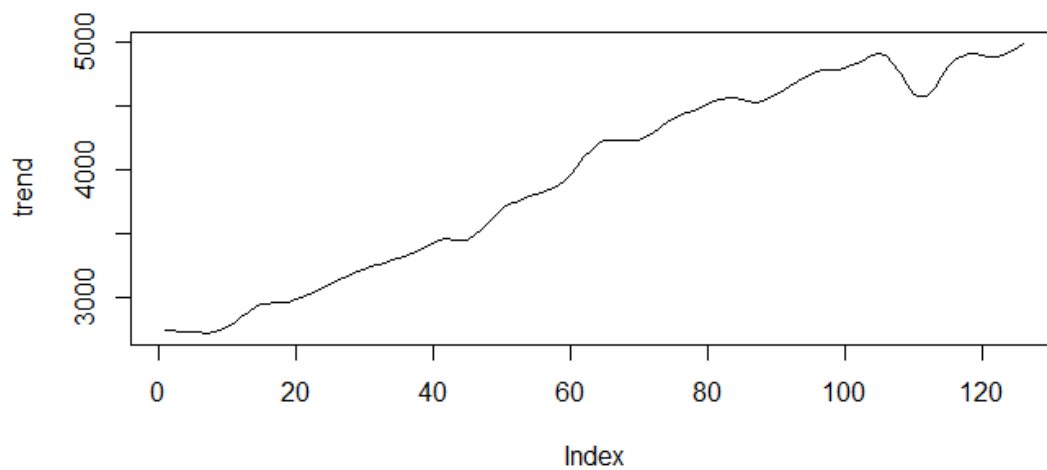
Για παράδειγμα των μετασχηματισμών θα χρησιμοποιηθεί ξανά η 495^η μηνιαία χρονοσειρά του διαγωνισμού M3.



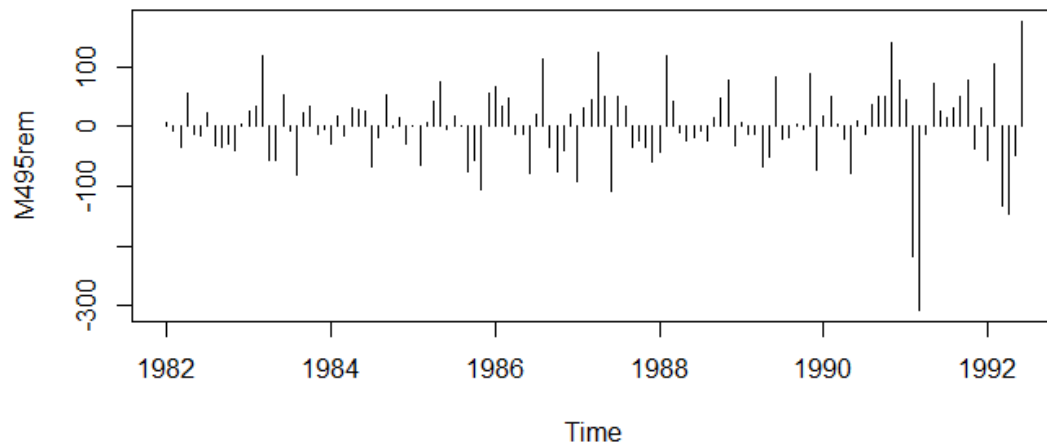
Εικόνα 21: Η αρχική χρονοσειρά του διαγωνισμού



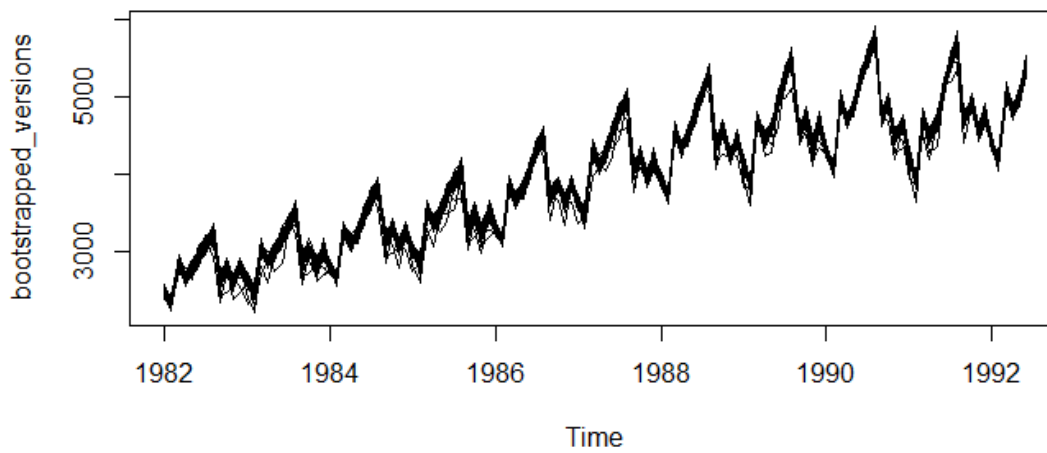
Εικόνα 22: Η χρονοσειρά μετά την αποεποχικοποίηση



Εικόνα 23: Η τάση που προσαρμόζεται με την loess.as



Εικόνα 24: Η χρονοσειρά μετά την αφαίρεση της τάσης



Εικόνα 25: Το σύνολο των χρονοσειρών που κατασκευάζονται με την προτεινόμενη διαδικασία

Η συνολική διαδικασία λοιπόν, συνοψίζεται στον παρακάτω αλγόριθμο.

Algorithm 2 Generating bootstrapped series

```
1. Procedure MBB(ts, num.boot)
2.   if ts is seasonal then
3.     si <-decompose( ts, type=multiplicative)
4.   else
5.     si <-1
6.   ts <- ts/si
7.   if ts is not stationary then
8.     trend<- loess.as(ts, criterion= aicc)
9.   else
10.    trend<-0
11.   ts<-ts-trend
12.   for i in 1 to num.boot do
13.     boot[i]<-MBB(ts)
14.     boot[i]<-boot[i]+trend
15.     boot[i]<-boot[i]*si
16.   end for
17.   return boot
18. end procedure
```

6.2 Διαφορές με Bergmeir,Hyndman και Benitez

Παρατηρούμε λοιπόν πως η διαδικασία που θα ακολουθήσουμε έχει κάποιες διαφορές σε σχέση με εκείνη των Bergmeir,Hyndman και Benitez. Αρχικά απουσιάζει ο μετασχηματισμός Box-Cox για τη σταθεροποίηση της διασποράς καθώς αναπληρώνεται με την αλληλουχία ελέγχων που υπάρχουν. Η αφαίρεση της εποχιακότητας είναι κοινό στοιχείο και στους δύο αλγορίθμους εφόσον η χρονοσειρά θεωρηθεί εποχιακή αλλά με διαφορετικό τύπο. Ωστόσο, σε αυτό το σημείο οι Bergmeir,Hyndman και Benitez αφαιρούν πάντοτε και μία συνιστώσα τάσης με τη χρήση της loess, είτε μέσω της STL είτε με την χρήση της συνάρτησης αυτής καθαυτής. Στην δική μας υλοποίηση εξετάζουμε πρώτα την στασιμότητα της αποεποχικοποιημένης ή όχι χρονοσειράς πριν αφαιρέσουμε κάποια συνιστώσα τάσης. Αυτό προκύπτει από το γεγονός πως αν το σύνολο παρατηρήσεων προσεγγίζει το ιδανικά στάσιμο δείγμα ανεξάρτητων ομοιογενώς κατανομημένων μεταβλητών μπορούμε να πραγματοποιήσουμε αμέσως bootstrap. Μία αχρείαστη αφαίρεση τάσης αλλοιώνει το περιεχόμενο των δεδομένων μας και μπορεί να καθιστά το bootstrap αναποτελεσματικό και ασταθές. Επίσης, σε περίπτωση που απαιτείται τελικά η αφαίρεση μιας συνιστώσας τάσης, στην υλοποίηση μας προσδιορίζουμε αυτή την τάση με την συνάρτηση loess.as. Η συνάρτηση αυτή, ενώ είναι μία προέκταση της κλασικής loess αποφέρει καλύτερη μορφή υπολοίπου για την πραγματοποίηση bootstrap εξαιτίας της αυτόματης εξομάλυνσης των παραμέτρων του πολυωνύμου που εκφράζει την τάση που αφαιρείται. Από αυτό το σημείο και έπειτα τα υπόλοιπα βήματα είναι όμοια και στους δύο αλγορίθμους, με την πραγματοποίηση του bootstrap και την επαναφορά των συνιστωσών που αφαιρέθηκαν.

Κεφάλαιο 7: Case Study στο Διαγωνισμό M3

Σε αυτό το τμήμα της εργασίας θα ασχοληθούμε με το σετ δεδομένων του διαγωνισμού M3 και τις 3003 χρονοσειρές. Τόσο ο ίδιος ο διαγωνισμός, όσο και άλλες μελέτες όπως αυτή των Bergmeir, Hyndman και Benitez το 2015, έχουν ως σκοπό την κατάταξη των μεθόδων πρόβλεψης σύμφωνα με την ακρίβεια τους. Από τα αποτελέσματα της μελέτης αυτής μπορούμε να διατυπώσουμε πως τουλάχιστον το bootstrap με κυλιόμενα παράθυρα MBB, αποδίδει ικανοποιητικά για σημεία πρόβλεψης στις χρονοσειρές του διαγωνισμού M3. Η επιτυχία αυτής της μελέτης επιβεβαιώνει πως η ανακατασκευή των χρονοσειρών από τα ιστορικά διαθέσιμα δεδομένα του διαγωνισμού ήταν εύστοχη. Διαφορετικά, οι τελικές προβλέψεις που προκύπτουν από τον μέσο όρο των συνολικών προβλέψεων για κάθε μέθοδο θα είχαν μεγαλύτερη αστοχία από τις αντίστοιχες του διαγωνισμού το 2000.

Η συγκεκριμένη εργασία αξιοποιεί αυτή την κατάταξη και τα αποτελέσματα από το διαγωνισμό M3 ως μέτρο σύγκρισης για να εξετάσουμε την επιτυχία και την ακρίβεια τριών μεθόδων bootstrap, την ευστάθεια και την ευρωστία των τεχνικών πρόβλεψης, αλλά και να εξάγουμε συμπεράσματα για την φύση των χρονοσειρών του διαγωνισμού M3. Πραγματοποιούμε δηλαδή μία διαδικασία benchmarking μεθόδων bootstrap στα δεδομένα του διαγωνισμού M3. Η αξιολόγηση της ακρίβειας γίνεται σύμφωνα με το sMAPE που προκύπτει από τις προβλέψεις των μεθόδων της επιλογής μας και των παρατηρήσεων που αποκρύπτουμε από κάθε χρονοσειρά. Αντίστοιχα, η αξιολόγηση της ευστάθειας καθορίζεται από τα στατιστικά μεγέθη που προκύπτουν από τα box plots και τους κανονικοποιημένους δείκτες ως προς τη διάμεσο.

7.1 Ο Διαγωνισμός M3

Ο M3 των Makridakis και Hibon (2000) είναι ο μεγαλύτερος διαγωνισμός που είχε διοργανωθεί έως τότε και ζητούμενο του ήταν να δοθούν 6 έως 18 προβλέψεις για 3003 διαφορετικές χρονοσειρές, οι οποίες προέρχονται από όλο το φάσμα των δραστηριοτήτων. Οι χρονοσειρές συλλέχθηκαν έτσι ώστε να συμπεριλάβουν διάφορους τύπους δεδομένων(μικροοικονομικά, βιομηχανικά, μακροοικονομικά, οικονομικά, δημογραφικά και λοιπά). Για να εξασφαλιστεί ότι υπήρχαν αρκετά δεδομένα διαθέσιμα για να διαμορφώσουν ένα επαρκές μοντέλο προβλέψεων, αποφασίστηκε να καθοριστεί ένας ελάχιστος αριθμός παρατηρήσεων για κάθε τύπο δεδομένων. Αυτό το ελάχιστο καθορίστηκε να είναι 14 παρατηρήσεις για τις ετήσιες σειρές, 16 για τριμηνιαίες, 48 για μηνιαίες και 60 για άλλες σειρές. Τα δεδομένα ήταν αυστηρά θετικά και σε περίπτωση αρνητικών αντικαταστάθηκαν με μηδέν για να αποφευχθούν προβλήματα με τους δείκτες MAPE και SMAPE. Οι ζητούμενοι ορίζοντες πρόβλεψης ήταν 6 για τις ετήσιες, 8 για τριμηνιαίες και άλλες σειρές και 18 για τις μηνιαίες.

Period	Type of times series data						Total
	Demographic	Finance	Industry	Macro	Micro	OTHER	
Monthly	111	145	334	312	474	52	1428
OTHER	0	29	0	0	4	141	174
Quarterly	57	76	83	336	204	0	756
Yearly	245	58	102	83	146	11	645
Total	413	308	519	731	828	204	3003

Πίνακας 4: Κατανομή χρονοσειρών διαγωνισμού M3

Οι δημιουργοί του διαγωνισμού μοίρασαν στους ερευνητές τα δεδομένα και δεν φανέρωσαν τις πραγματικές τιμές που ζητούσαμε προς πρόβλεψη, έλαβαν πίσω τις προβλέψεις και υπολόγισαν τα σφάλματα των μεθόδων από τους ερευνητές, είχαμε δηλαδή αξιολόγηση των μεθόδων με την υλοποίηση ενός εκτός δείγματος ελέγχου. Μετά το τέλος του διαγωνισμού ολόκληρο το πακέτο δεδομένων, είναι πλέον διαθέσιμο σε πακέτα λογισμικού για όποιον επιθυμεί να καταπιαστεί με αυτό.

7.2 Benchmarking

Είναι το φαινόμενο σύγκρισης μίας διαδικασίας και των μέτρων απόδοσης της με κάποια άλλη. Συνήθως αφορά επιχειρήσεις και η σύγκριση είναι με βάση την καλύτερη εταιρεία στην αντίστοιχη βιομηχανία και τις καλύτερες πρακτικές από άλλες εταιρείες. Με αυτό τον τρόπο φανερώνεται τελικά η ευρωστία της απόδοσης μιας διαδικασίας και λαμβάνονται εξηγήσεις για τους λόγους που είναι επιτυχημένη. Για την τελική κατάταξη χρησιμοποιείται κάποιος δείκτης απόδοσης και μπορεί να είναι σχετικός με ποιότητα, χρόνο, κόστος ή κάποιο είδος σφάλματος όπως στους διαγωνισμούς προβλέψεων.

Το benchmarking μπορεί να είναι εσωτερικό, σύγκριση της απόδοσης μεταξύ ομάδων εντός μίας οργάνωσης, ή εξωτερικό, σύγκριση της απόδοσης διαφορετικών εταιρειών σε κοινό ή όχι τομέα. Κατά συνέπεια, προκύπτει μία πληθώρα τύπων benchmarking, μερικοί από τους οποίους αναφέρονται παρακάτω:

Οικονομικό: Υλοποίηση μιας οικονομικής ανάλυσης και σύγκριση των αποτελεσμάτων σε μία προσπάθεια καθορισμού ανταγωνιστικότητας και παραγωγικότητας.

Επενδυτικό: Σύγκριση ανταγωνιστικών εταιρειών που μπορούν να θεωρηθούν εναλλακτικές επενδυτικές ευκαιρίες από την οπτική ενός επενδυτή.

Προϊόντος: Η διαδικασία σχεδιασμού ή αναβάθμισης προϊόντων. Αυτή η διαδικασία πολλές φορές προϋποθέτει την ανάλυση πλεονεκτημάτων και αδυναμιών ανταγωνιστικών προϊόντων.

Στρατηγικό: Παρατήρηση της πορείας άλλων εταιρειών ή ατόμων. Αυτός ο τύπος δεν περιορίζεται σε ένα τομέα, μπορεί να είναι πιο ωφέλιμο να εξεταστούν και διαφορετικοί τομείς.

7.3 Κατασκευή των Benchmarks

Το πρώτο βήμα για το πειραματικό κομμάτι είναι η εξαγωγή των μέτρων σύγκρισης μας, γνωστά και ως benchmarks. Παράγουμε προβλέψεις για τον αντίστοιχο ορίζοντα πρόβλεψης και για τις 3003 χρονοσειρές του διαγωνισμού M3, και υπολογίζουμε τα sMAPE για τις 5 μεθόδους που επιλέξαμε. Για τις τριμηνιαίες και μηνιαίες εκτελούμε τον έλεγχο εποχιακότητας και σε περίπτωση που μία χρονοσειρά θεωρηθεί εποχιακή, πραγματοποιούμε αποεποχικοποίηση, παράγουμε τις προβλέψεις και μετά εποχικοποιούμε επί αυτών. Με αυτή τη διαδικασία προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα:

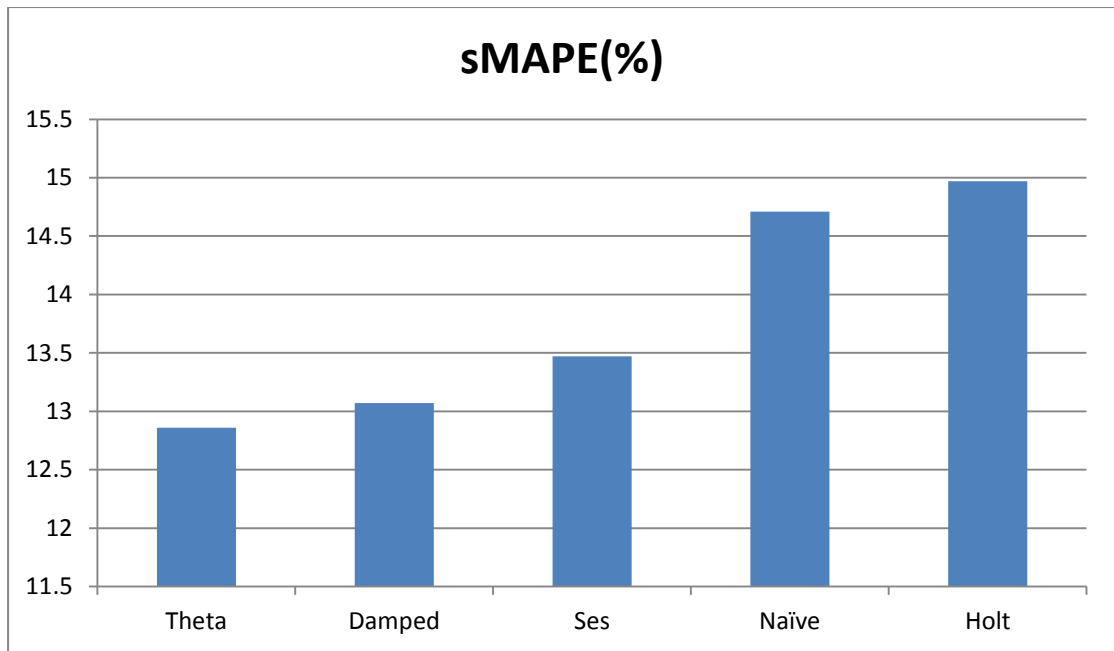
Set	Theta	Damped	Ses	Naive	Holt
Yearly	16.85	17.02	17.88	17.88	19.33
Quarterly	9.35	9.91	9.83	10.05	11.53
Monthly	13.88	14.02	14.27	16.76	16.07
Other	4.92	4.30	6.28	6.30	4.67
M3	12.86	13.07	13.47	14.71	14.97

Πίνακας 5: Αποτελέσματα sMAPE benchmark M3

Ο πίνακας περιλαμβάνει τον μέσο όρο των αντίστοιχων sMAPE για τις ετήσιες, τριμηνιαίες, μηνιαίες και άλλες χρονοσειρές. Επίσης έχουμε κατασκευάσει φύλλο excel με τα δεδομένα για κάθε χρονοσειρά και μέθοδο πρόβλεψης καθώς θα μας χρειαστούν στους υπολογισμούς για τις διαδικασίες με bootstrap.

Σύμφωνα με τον πίνακα έχουμε σαν σειρά κατάταξης των μεθόδων την :

1. Theta
2. Damped
3. Ses
4. Naïve
5. Holt



Εικόνα 26: Απεικόνιση των επιλεγμένων μεθόδων πρόβλεψης και η αρχική απόδοσή τους στον διαγωνισμό M3

7.4 Κατασκευή των Σφαλμάτων Bootstrap

Αρχικά, για κάθε μία από τις 3003 χρονοσειρές, ενώνουμε τα ιστορικά δεδομένα με εκείνα που αποκρύπτονται για τον έλεγχο εκτός δείγματος και λαμβάνουμε μία τελική χρονοσειρά. Έπειτα, ακολουθούμε έναν από τους 2 αλγορίθμους που διατυπώθηκαν με σκοπό να καταλήξουμε σε μία χρονοσειρά υπολοίπου για να πραγματοποιηθούν οι μέθοδοι bootstrap. Επαναφέρουμε τις συνιστώσες τάσης και εποχιακότητας και λαμβάνουμε τις τελικές χρονοσειρές. Σε αυτό το σημείο, υλοποιούμε αντίστοιχους ελέγχους εκτός δείγματος όπως στο διαγωνισμό. Αποκρύπτουμε τελευταίες παρατηρήσεις ίσες με τον ορίζοντα πρόβλεψης του κάθε είδους χρονοσειράς, δηλαδή 6 για ετήσιες, 8 για τριμηνιαίες, 18 για μηνιαίες και 8 για τις άλλες. Καλούμε τις μεθόδους πρόβλεψης για τους συγκεκριμένους ορίζοντες και υπολογίζουμε το sMAPE με τις αντίστοιχες που αποκρύψαμε. Εν συνεχεία, υπολογίζουμε τους 5 στατιστικούς δείκτες που περιλαμβάνει το box plot από το σύνολο των sMAPE για κάθε χρονοσειρά. Επαναλαμβάνουμε αυτή τη διαδικασία για όλες τις χρονοσειρές του διαγωνισμού και κρατάμε τους μέσους όρους ανά σετ.

Εφόσον οι διαδικασίες bootstrap έχουν πραγματοποιηθεί με επιτυχία, αναμένουμε παρεμφερή τελικά σφάλματα. Αυτό δικαιολογείται διότι τα μοτίβα ανάμεσα σε ιστορικά δεδομένα με τα δεδομένα του ελέγχου εκτός δείγματος αναμένεται να είναι ίδια, ωστόσο δεν αποκλείεται και να διαφέρουν. Η ερμηνεία των αποτελεσμάτων για την ακρίβεια των μεθόδων πρόβλεψης και των τεχνικών αναδειγματοληψίας θα γίνει συγκρίνοντας το sMAPE μεταξύ του αρχικού αποτελέσματος(benchmark) και το μέσο από τα sMAPE για κάθε χρονοσειρά, ενώ τα συμπεράσματα σχετικά με την ευστάθεια θα προκύψουν από τα box plots του ίδιου μεγέθους.

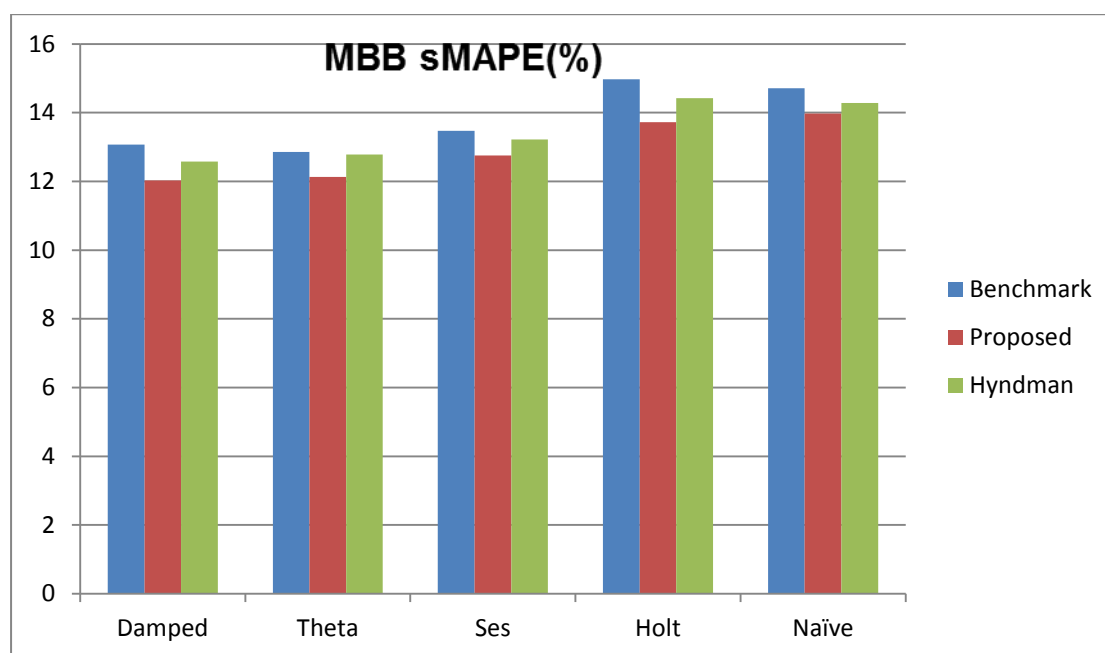
7.5 Αποτελέσματα Πειραματικού Μέρους

Εκτελέσαμε τους 2 αλγόριθμους που αναφέραμε, για αριθμό bootstrap ίσο με 100, για 3 μεθόδους bootstrap NBB, MBB, SB. Στο MBB, χρησιμοποιήθηκαν ίδια μεγέθη παραθύρων με τα προτεινόμενα του Hyndman, ενώ στο NBB παράθυρα ίσα με $n^{1/3}$

Για το bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB:

Hyndman	Set	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Yearly	18.32	18.01	17.22	18.55	16.61
	Quarterly	9.31	10.71	8.87	9.44	9.11
	Monthly	13.83	15.94	13.79	15.87	13.58
	Other	6.36	4.72	5.12	6.43	4.52
	M3	13.22	14.42	12.78	14.28	12.58
Proposed	Set	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Yearly	16.77	16.87	15.56	17.17	15.06
	Quarterly	9.05	10.03	8.59	9.21	8.54
	Monthly	13.71	15.38	13.36	16.02	13.47
	Other	5.97	4.36	4.69	6.00	4.09
	M3	12.75	13.72	12.13	13.97	12.03

Πίνακας 6: Αποτελέσματα μέσου sMAPE bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB

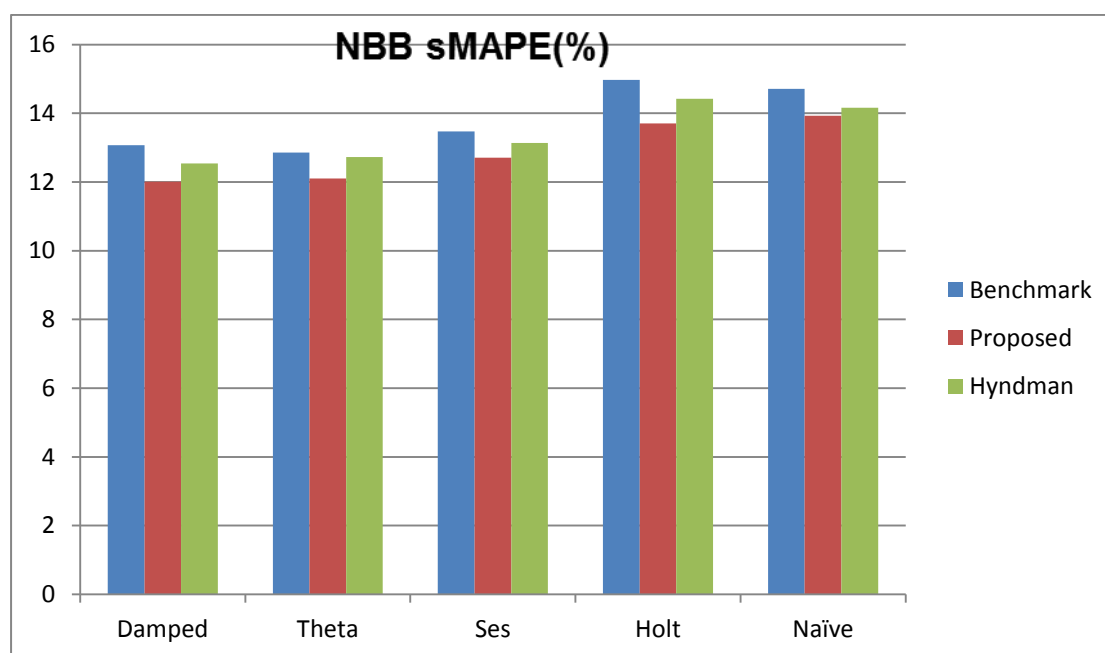


Εικόνα 27: Απεικόνιση μέσου sMAPE bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB

Για το bootstrap μη επικαλυπτόμενων παραθύρων NBB:

Hyndman	Set	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Yearly	18.24	17.99	17.16	18.43	16.56
	Quarterly	9.31	10.72	8.88	9.58	9.16
	Monthly	13.68	15.95	13.68	15.59	13.49
	Other	6.39	4.73	5.17	6.49	4.50
	M3	13.14	14.42	12.73	14.16	12.54
Proposed	Set	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Yearly	16.89	17.07	15.74	17.27	15.22
	Quarterly	9.09	10.25	8.63	9.38	8.67
	Monthly	13.56	15.15	13.18	15.80	13.29
	Other	6.01	4.38	4.74	6.03	4.12
	M3	12.71	13.70	12.10	13.93	12.01

Πίνακας 7: Αποτελέσματα μέσου sMAPE bootstrap μη επικαλυπτόμενων παραθύρων NBB

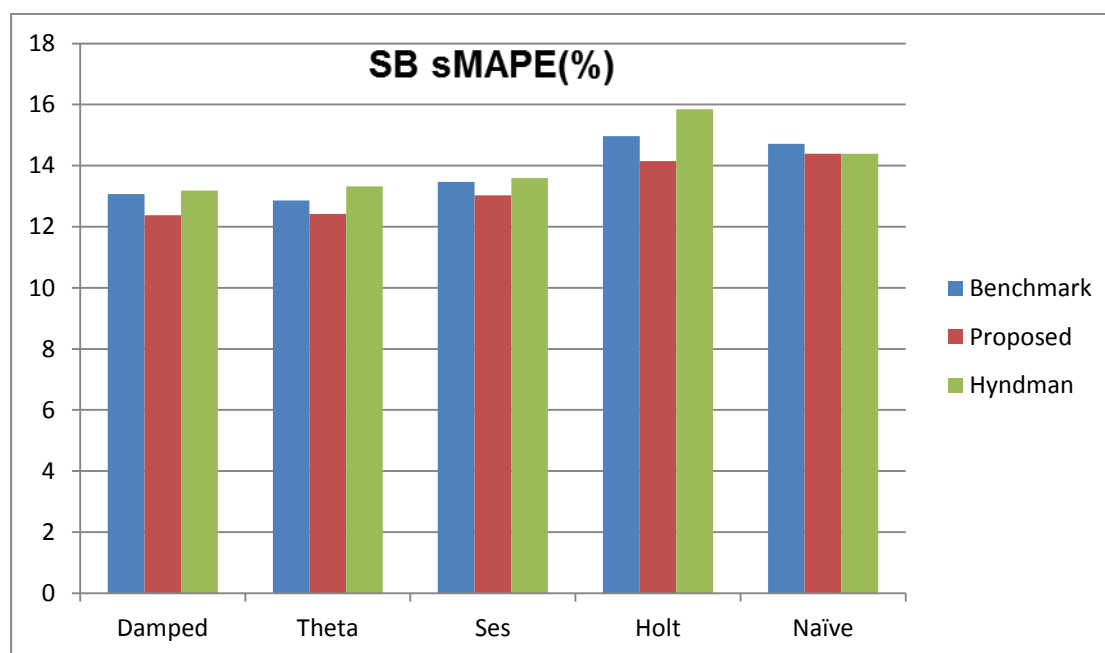


Εικόνα 28: Απεικόνιση μέσου sMAPE bootstrap μη επικαλυπτόμενων παραθύρων NBB

Για το bootstrap από τα υπολειπόμενα σφάλματα SB:

Hyndman	Set	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Yearly	19.28	20.93	18.24	19.17	18.23
	Quarterly	10.39	12.65	10.11	10.17	10.31
	Monthly	13.63	16.51	13.81	15.46	13.48
	Other	6.11	5.03	5.03	6.16	4.52
	M3	13.59	15.82	13.32	14.39	13.18
Proposed	Set	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Yearly	17.61	17.97	16.45	18.08	16.10
	Quarterly	9.09	10.33	8.64	9.32	8.65
	Monthly	13.89	15.64	13.53	16.43	13.68
	Other	6.01	4.41	4.72	6.06	4.13
	M3	13.03	14.15	12.42	14.39	12.38

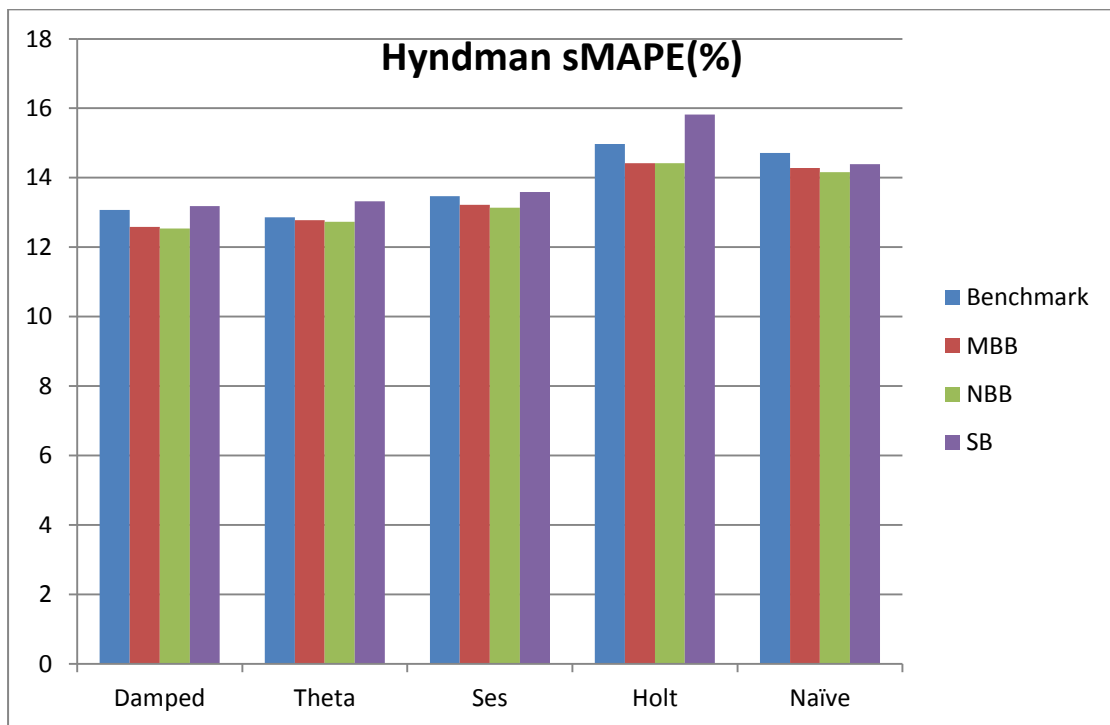
Πίνακας 8: Αποτελέσματα μέσου sMAPE bootstrap υπολειπόμενων σφαλμάτων SB



Εικόνα 29: Απεικόνιση μέσου sMAPE bootstrap υπολειπόμενων σφαλμάτων SB

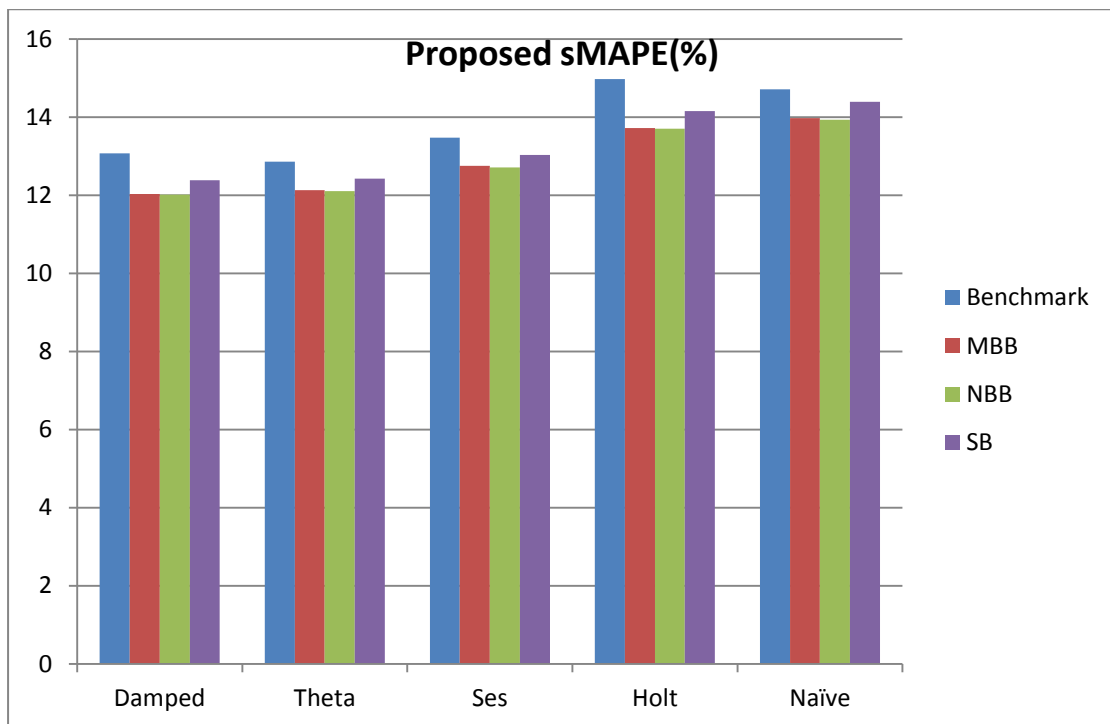
Οφείλουμε επίσης να εξετάσουμε, την απόδοση ανάμεσα στις μεθόδους bootstrap που χρησιμοποιήθηκαν. Με μία διαφορετική ομαδοποίηση των σφαλμάτων προκύπτουν τα παρακάτω διαγράμματα.

Για τον αλγόριθμο του Hyndman:



Εικόνα 30: Απεικόνιση μέσου sMAPE bootstrap αλγορίθμου Hyndman

Για τη δική μας υλοποίηση:



Εικόνα 31: Απεικόνιση μέσου sMAPE bootstrap προτεινόμενου αλγορίθμου

Επίσης, παρουσιάζουμε και δημιουργούμε τα box plots με τα μέσα στατιστικά μεγέθη της κάθε μεθόδου πρόβλεψης για όλες τις χρονοσειρές του διαγωνισμού M3. Οφείλουμε να κανονικοποιήσουμε τα στατιστικά ως προς τη διάμεσο του κάθε συνόλου, ώστε να είναι συγκρίσιμα.

Για το bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB:

Hyndman	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Min	6.99	5.21	6.64	6.76	5.34
	25%	10.69	9.92	10.3	10.69	9.39
	Median	12.81	13.07	12.39	13.2	11.86
	75%	15.31	17.36	14.84	16.77	14.96
	Max	20.85	26.56	20.3	24.22	21.9
Proposed	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Min	6.77	4.91	6.25	6.7	4.97
	25%	10.31	9.46	9.73	10.49	8.91
	Median	12.31	12.34	11.69	12.9	11.27
	75%	14.69	16.3	14.04	16.24	14.25
	Max	20.1	25.05	19.34	23.47	21.13

Πίνακας 9: Στατιστικά μεγέθη bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB

Hyndman	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Median-min	5.82	7.86	5.75	6.44	6.52
	Median-25%	2.12	3.15	2.09	2.51	2.47
	75%-median	2.5	4.29	2.45	3.57	3.1
	Max-median	8.04	13.49	7.91	11.02	10.04
	Max-min	13.86	21.35	13.66	17.46	16.56
	75%-25%	4.62	7.44	4.54	6.08	5.57
Proposed	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Median-min	5.54	7.43	5.44	6.2	6.3
	Median-25%	2	2.88	1.96	2.41	2.36
	75%-median	2.38	3.96	2.35	3.34	2.98
	Max-median	7.79	12.71	7.65	10.57	9.86
	Max-min	13.33	20.14	13.09	16.77	16.16
	75%-25%	4.38	6.84	4.31	5.75	5.34

Πίνακας 10: Υπολογισμός στατιστικών δεικτών bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB

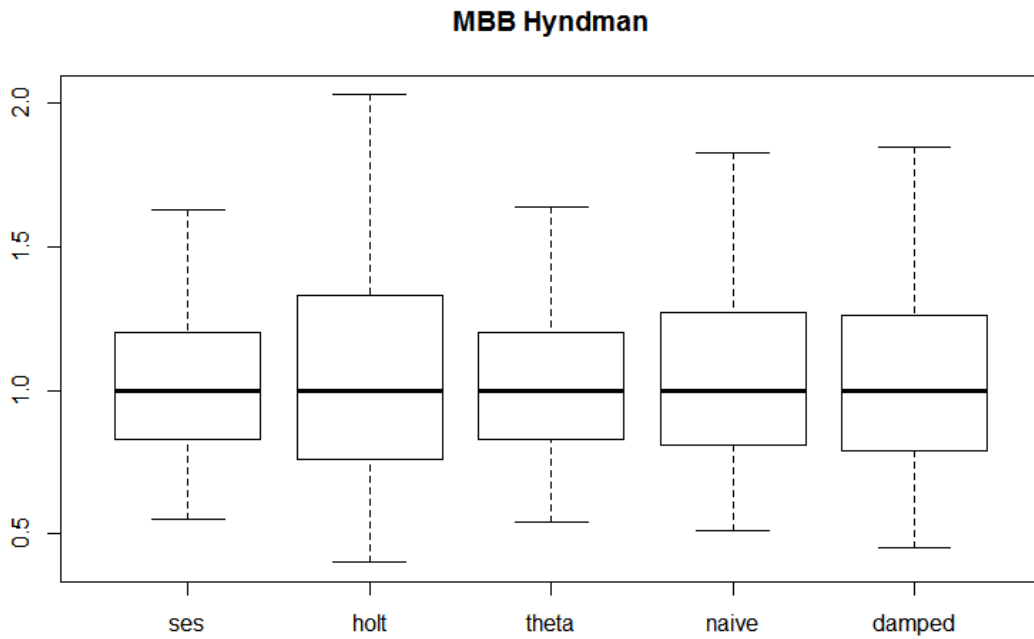
Με κανονικοποίηση:

Hyndman	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Min	0.55	0.4	0.54	0.51	0.45
	25%	0.83	0.76	0.83	0.81	0.79
	Median	1	1	1	1	1
	75%	1.2	1.33	1.2	1.27	1.26
	Max	1.63	2.03	1.64	1.83	1.85
Proposed	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Min	0.55	0.4	0.53	0.52	0.44
	25%	0.84	0.77	0.83	0.81	0.79
	Median	1	1	1	1	1
	75%	1.19	1.32	1.2	1.26	1.26
	Max	1.63	2.03	1.65	1.82	1.87

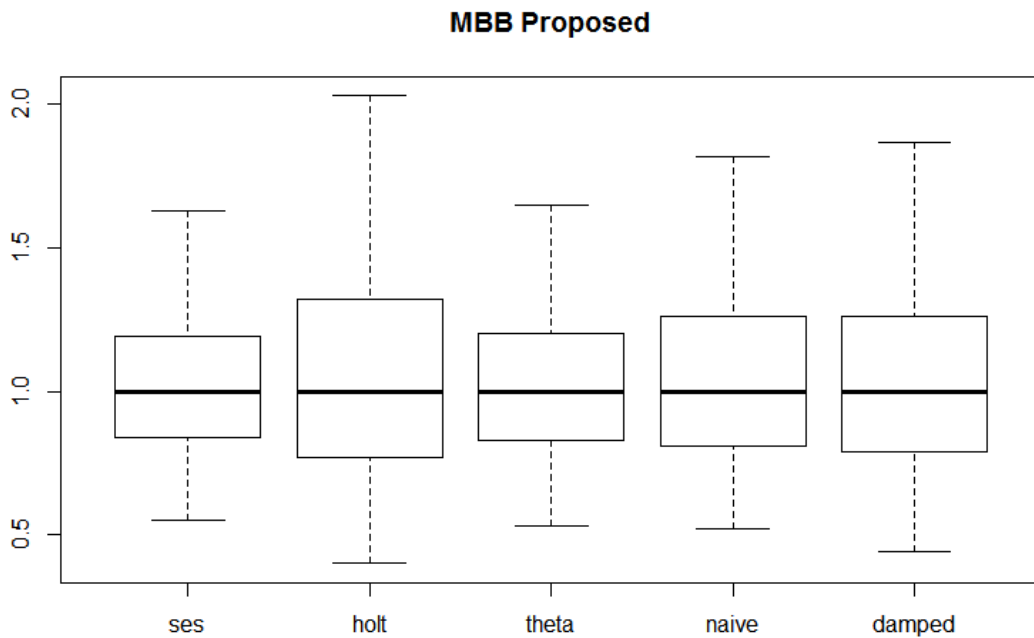
Πίνακας 11:Κανονικοποιημένα στατιστικά μεγέθη bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB

Hyndman	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	(Median-min)/Median	0.45	0.60	0.46	0.49	0.55
	(Median-25%)/Median	0.17	0.24	0.17	0.19	0.21
	(75%-median)/Median	0.20	0.33	0.20	0.27	0.26
	(Max-median)/Median	0.63	1.03	0.64	0.83	0.85
	(Max-min)/Median	1.08	1.63	1.10	1.32	1.40
	(75%-25%)/Median	0.36	0.57	0.37	0.46	0.47
Proposed	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	(Median-min)/Median	0.43	0.57	0.44	0.47	0.53
	(Median-25%)/Median	0.16	0.22	0.16	0.18	0.20
	(75%-median)/Median	0.19	0.30	0.19	0.25	0.25
	(Max-median)/Median	0.61	0.97	0.62	0.80	0.83
	(Max-min)/Median	1.04	1.54	1.06	1.27	1.36
	(75%-25%)/Median	0.34	0.52	0.35	0.44	0.45

Πίνακας 12: Υπολογισμός Κανονικοποιημένων στατιστικών δεικτών bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB



Εικόνα 32: Box plot bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB αλγορίθμου Hyndman



Εικόνα 33: Box plot bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB προτεινόμενου αλγορίθμου

Για το bootstrap κυλιόμενων παραθύρων NBB:

Hyndman	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Min	6.61	4.89	6.09	6.43	4.87
	25%	10.35	9.46	9.76	10.48	8.92
	Median	12.32	12.4	11.71	12.86	11.3
	75%	14.65	16.27	14	16.19	14.26
	Max	19.96	24.69	19.28	23.38	20.92
Proposed	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Min	6.78	5.19	6.42	6.57	5.16
	25%	10.68	9.89	10.31	10.7	9.36
	Median	12.77	13.05	12.35	13.16	11.82
	75%	15.19	17.37	14.77	16.58	14.95
	Max	20.66	26.41	20.19	23.96	21.74

Πίνακας 13: Στατιστικά μεγέθη bootstrap μη επικαλυπτόμενων παραθύρων NBB

Hyndman	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Median-min	5.71	7.51	5.62	6.43	6.43
	Median-25%	1.97	2.94	1.95	2.38	2.38
	75%-median	2.33	3.87	2.29	3.33	2.96
	Max-median	7.64	12.29	7.57	10.52	9.62
	Max-min	13.35	19.8	13.19	16.95	16.05
	75%-25%	4.3	6.81	4.24	5.71	5.34
Proposed	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Median-min	5.99	7.86	5.93	6.59	6.66
	Median-25%	2.09	3.16	2.04	2.46	2.46
	75%-median	2.42	4.32	2.42	3.42	3.13
	Max-median	7.89	13.36	7.84	10.8	9.92
	Max-min	13.88	21.22	13.77	17.39	16.58
	75%-25%	4.51	7.48	4.46	5.88	5.59

Πίνακας 14: Υπολογισμός στατιστικών δεικτών bootstrap μη επικαλυπτόμενων παραθύρων NBB

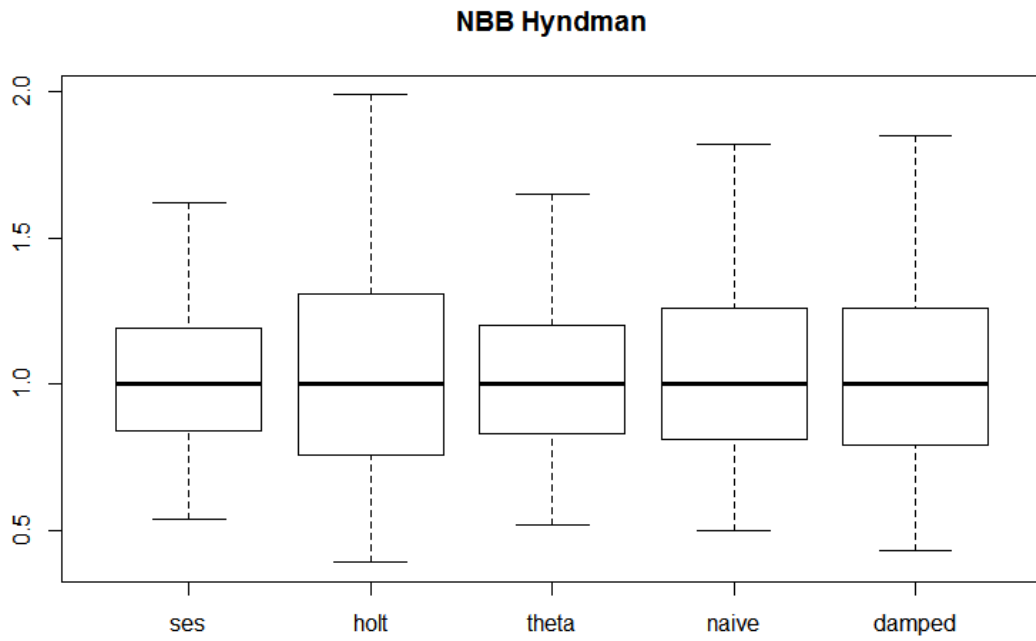
Με κανονικοποίηση:

Hyndman	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Min	0.54	0.39	0.52	0.5	0.43
	25%	0.84	0.76	0.83	0.81	0.79
	Median	1	1	1	1	1
	75%	1.19	1.31	1.2	1.26	1.26
	Max	1.62	1.99	1.65	1.82	1.85
Proposed	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Min	0.53	0.4	0.52	0.5	0.44
	25%	0.84	0.76	0.83	0.81	0.79
	Median	1	1	1	1	1
	75%	1.19	1.33	1.2	1.26	1.26
	Max	1.62	2.02	1.63	1.82	1.84

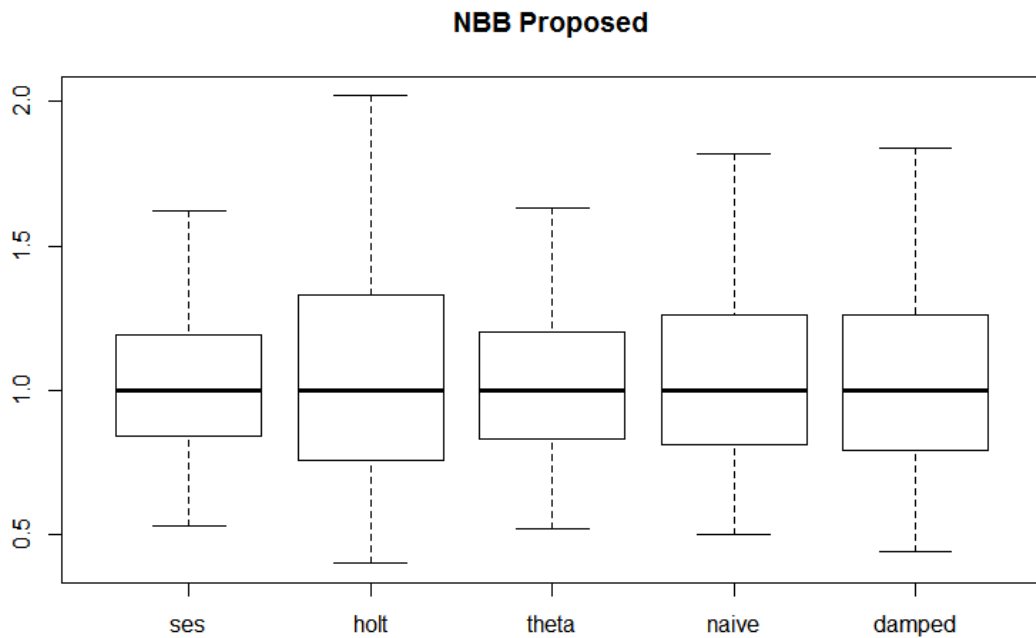
Πίνακας 15: Κανονικοποιημένα στατιστικά μεγέθη bootstrap μη επικαλυπτόμενων παραθύρων NBB

Hyndman	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	(Median-min)/Median	0.46	0.61	0.48	0.50	0.57
	(Median-25%)/Median	0.16	0.24	0.17	0.19	0.21
	(75%-median)/Median	0.19	0.31	0.20	0.26	0.26
	(Max-median)/Median	0.62	0.99	0.65	0.82	0.85
	(Max-min)/Median	1.08	1.60	1.13	1.32	1.42
	(75%-25%)/Median	0.35	0.55	0.36	0.44	0.47
Proposed	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	(Median-min)/Median	0.49	0.63	0.51	0.51	0.59
	(Median-25%)/Median	0.17	0.25	0.17	0.19	0.22
	(75%-median)/Median	0.20	0.35	0.21	0.27	0.28
	(Max-median)/Median	0.64	1.08	0.67	0.84	0.88
	(Max-min)/Median	1.13	1.71	1.18	1.35	1.47
	(75%-25%)/Median	0.37	0.60	0.38	0.46	0.49

Πίνακας 16: Υπολογισμός Κανονικοποιημένων στατιστικών δεικτών bootstrap μη επικαλυπτόμενων παραθύρων NBB



Εικόνα 34: Box plot bootstrap μη επικαλυπτόμενων παραθύρων NBB αλγορίθμου Hyndman



Εικόνα 35: Box plot bootstrap μη επικαλυπτόμενων παραθύρων NBB προτεινόμενου αλγορίθμου

Για το bootstrap κυλιόμενων παραθύρων SB:

Hyndman	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Min	6.65	5.06	6.34	6.32	5.15
	25%	10.83	10.11	10.46	10.7	9.55
	Median	13.1	13.74	12.73	13.33	12.23
	75%	15.83	19.18	15.48	16.99	15.76
	Max	22	30.29	21.71	25.17	23.44
Proposed	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Min	6.64	5.06	6.15	6.53	5
	25%	10.59	9.78	10.01	10.81	9.21
	Median	12.62	12.79	12.01	13.29	11.64
	75%	15.02	16.77	14.37	16.7	14.67
	Max	20.59	25.43	19.9	24.39	21.58

Πίνακας 17: Στατιστικά μεγέθη bootstrap υπολειπόμενων σφαλμάτων SB

Hyndman	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Median-min	6.45	8.68	6.39	7.01	7.08
	Median-25%	2.27	3.63	2.27	2.63	2.68
	75%-median	2.73	5.44	2.75	3.66	3.53
	Max-median	8.9	16.55	8.98	11.84	11.21
	Max-min	15.35	25.23	15.37	18.85	18.29
	75%-25%	5	9.07	5.02	6.29	6.21
Proposed	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Median-min	5.98	7.73	5.86	6.76	6.64
	Median-25%	2.03	3.01	2	2.48	2.43
	75%-median	2.4	3.98	2.36	3.41	3.03
	Max-median	7.97	12.64	7.89	11.1	9.94
	Max-min	13.95	20.37	13.75	17.86	16.58
	75%-25%	4.43	6.99	4.36	5.89	5.46

Πίνακας 18: Υπολογισμός στατιστικών δεικτών bootstrap υπολειπόμενων σφαλμάτων SB

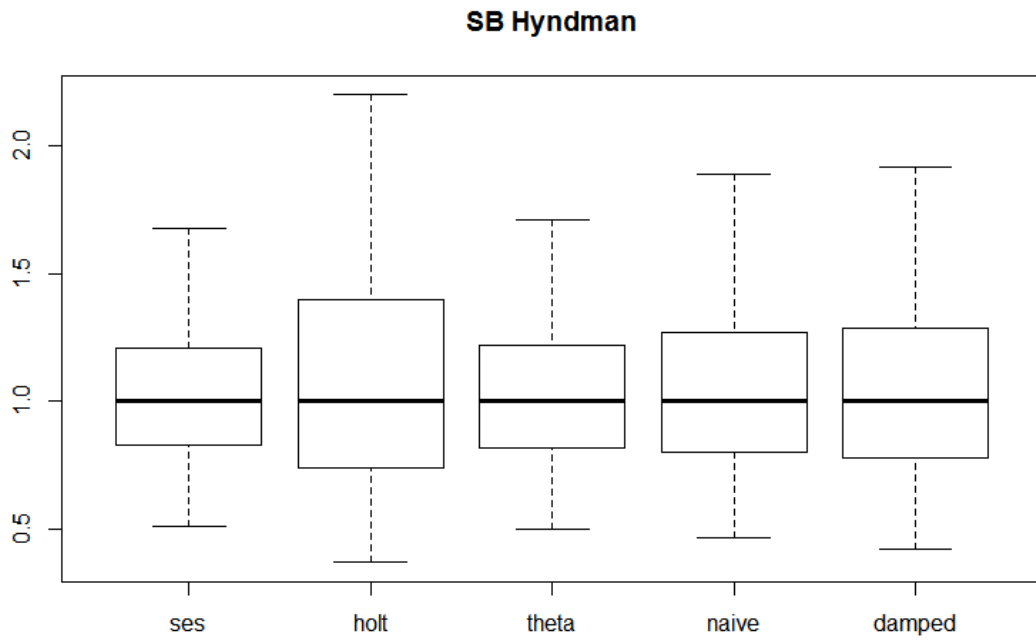
Με κανονικοποίηση:

Hyndman	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Min	0.51	0.37	0.5	0.47	0.42
	25%	0.83	0.74	0.82	0.8	0.78
	Median	1	1	1	1	1
	75%	1.21	1.4	1.22	1.27	1.29
	Max	1.68	2.2	1.71	1.89	1.92
Proposed	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	Min	0.53	0.4	0.51	0.49	0.43
	25%	0.84	0.76	0.83	0.81	0.79
	Median	1	1	1	1	1
	75%	1.19	1.31	1.2	1.26	1.26
	Max	1.63	1.99	1.66	1.84	1.85

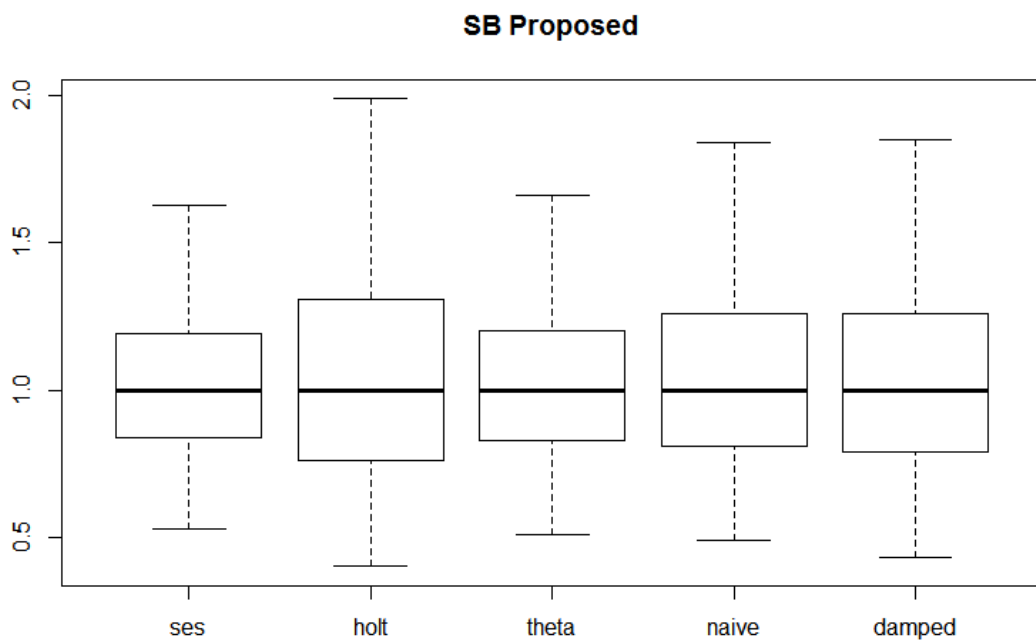
Πίνακας 19: Κανονικοποιημένα στατιστικά μεγέθη bootstrap υπολειπόμενων σφαλμάτων SB

Hyndman	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	(Median-min)/Median	0.49	0.63	0.50	0.53	0.58
	(Median-25%)/Median	0.17	0.26	0.18	0.20	0.22
	(75%-median)/Median	0.21	0.40	0.22	0.27	0.29
	(Max-median)/Median	0.68	1.20	0.71	0.89	0.92
	(Max-min)/Median	1.17	1.84	1.21	1.41	1.50
	(75%-25%)/Median	0.38	0.66	0.39	0.47	0.51
Proposed	Stat	Ses	Holt	Theta	Naive	Damped
	(Median-min)/Median	0.46	0.56	0.46	0.51	0.54
	(Median-25%)/Median	0.15	0.22	0.16	0.19	0.20
	(75%-median)/Median	0.18	0.29	0.19	0.26	0.25
	(Max-median)/Median	0.61	0.92	0.62	0.83	0.81
	(Max-min)/Median	1.06	1.48	1.08	1.34	1.36
	(75%-25%)/Median	0.34	0.51	0.34	0.44	0.45

Πίνακας 20: Υπολογισμός Κανονικοποιημένων στατιστικών δεικτών bootstrap υπολειπόμενων σφαλμάτων SB



Εικόνα 36: Box plot bootstrap υπολειπόμενων σφαλμάτων SB αλγορίθμου Hyndman



Εικόνα 37: Box plot bootstrap υπολειπόμενων σφαλμάτων SB προτεινόμενου αλγορίθμου

7.6 Σχολιασμός Αποτελεσμάτων

Σχετικά με τις Τεχνικές Bootstrap

Παρατηρούμε ότι το NBB και το MBB είναι αρκετά κοντά σε ακρίβεια και εμφανίζονται διαφορές μόλις στο 2^ο δεκαδικό ψηφίο των sMAPE για κάθε μοντέλο πρόβλεψης, ενώ στο SB σημειώνονται μεγαλύτερες αποκλίσεις γεγονός που το καθιστά λιγότερο ακριβές. Η ίδια εικόνα διαμορφώνεται και στα μέτρα αξιολόγησης της ευστάθειας καθώς τα box plots και οι κανονικοποιημένοι δείκτες των NBB και MBB είναι σχεδόν πανομοιότυποι, τη στιγμή που το SB παρουσιάζει μεγαλύτερες αποκλίσεις στους δείκτες και σχεδόν ορατές διαφορές στα διαγράμματα. Παρόλα αυτά, και οι 3 τεχνικές συμφωνούν στην κατάταξη των μοντέλων πρόβλεψης ως προς ακρίβεια και ευστάθεια, γεγονός που είναι ενθαρρυντικό για την ορθότητα του πειράματος μας.

Για τους δύο Αλγορίθμους Αποσύνθεσης Χρονοσειρών

Από τα παραπάνω διαγράμματα και τους αντίστοιχους πίνακες, βλέπουμε ότι η δική μας μεθοδολογία αποδίδει σταθερά καλύτερα σε σχέση με των Bergmeir, Hyndman ως προς την ακρίβεια σε κάθε μέθοδο πρόβλεψης, για κάθε σετ του διαγωνισμού M3 και το σύνολο αυτού, ανεξαρτήτως τεχνικής αναδειγματοληψίας. Από πλευράς ευστάθειας, κάνοντας χρήση των πινάκων με τα κανονικοποιημένα ως προς τη διάμεσο στατιστικά μεγέθη βλέπουμε ότι στα MBB και NBB, έχουμε αποκλίσεις κυρίως στο 2^ο δεκαδικό ψηφίο, ενώ στο SB στο 1^ο δεκαδικό. Ωστόσο αυτές οι αποκλίσεις παραμένουν σταθερές μεταξύ των δύο αλγορίθμων και ακόμα μπορούμε να πούμε πως τα τελικά box plots είναι σχεδόν πανομοιότυπα. Συνεπώς και οι δύο αλγόριθμοι αποδίδουν το ίδιο ικανοποιητικά από πλευράς ευστάθειας.

Κατάταξη Μεθόδων Πρόβλεψης:

Όλα τα παραπάνω αποτελέσματα και διαγράμματα δημιουργούν μία νέα κατάταξη των μεθόδων πρόβλεψης μετά την εφαρμογή bootstrap στα δεδομένα του M3. Εφόσον η κατάταξη αυτή δημιουργείται από τα σφάλματα μεταξύ προβλέψεων και ιστορικών δεδομένων που αποκρύπτουμε, έχουμε λοιπόν μία ιεραρχία τεχνικών προβλέψεων στην κορυφή της οποίας βρίσκεται η περισσότερο ακριβής ως προς πολλαπλές χρονοσειρές.

Αυτή είναι η ακόλουθη:

1. Damped
2. Theta
3. Ses
4. Holt
5. Naïve

Είναι επίσης χρήσιμο να κάνουμε μία αναφορά, πως οι λιγότερες διακυμάνσεις στα box plots στις τιμές ανάμεσα σε 25% και 75%, εμφανίζονται στις Ses και Theta. Έπειτα βρίσκονται οι Damped και Naive, ενώ οι μεγαλύτερες διακυμάνσεις παρουσιάζονται στην Holt.

Κεφάλαιο 8: Συμπεράσματα - Προεκτάσεις

8.1 Σχόλια για τις δύο Υλοποιήσεις

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του πειραματικού μέρους, παρατηρούμε πως η δική μας υλοποίηση αποδίδει σταθερά καλύτερα για όλο το σύνολο των χρονοσειρών του M3 από εκείνη των Bergmeir, Hyndman και Benitez και για τις τρεις τεχνικές bootstrap για τις μεθόδους Ses, Theta και Naive.

Η διαφορά αυτή στην απόδοση των δύο αλγορίθμων προκύπτει από τον τρόπο με τον οποίο καταλήγουμε στο υπόλοιπο χρονοσειράς για να πραγματοποιηθεί η αναδειγματοληψία. Οι κομβικές διαφορές της δικής μας υλοποίησης από τις οποίες απορρέει και η βελτιωμένη απόδοση είναι οι ακόλουθες.

1. Εκτέλεση δύο ελέγχων, έναν εποχιακής συμπεριφοράς για την αφαίρεση της εποχιακής συνιστώσας και έναν στασιμότητας για την αφαίρεση της συνιστώσας τάσης, έναντι ενός και μοναδικού ελέγχου εποχιακής συμπεριφοράς και αποσύνθεση της χρονοσειράς.
2. Σχετικά με την αφαίρεση της συνιστώσας τάσης, η χρησιμοποίηση της συνάρτησης `loess.as` ή οποία προσαρμόζει αποτελεσματικότερες γραφικές τάσης από την απλή `loess`.

Όπως έχει αναφερθεί, η εκτέλεση στατιστικών ελέγχων ώστε να διασφαλιστεί η ικανοποίηση ορισμένων χαρακτηριστικών σε κάποιο βαθμό εμπιστοσύνης, καθορίζει κομβικά την μορφή υπολοίπου χρονοσειράς. Θεωρητικά, όσο περισσότερο απλοποιείται η μορφή μιας χρονοσειράς θα έπρεπε η αναδειγματοληψία να αποδίδει καλύτερα. Ωστόσο, υποθέτουμε ότι η αφαίρεση χαρακτηριστικών χωρίς την χρήση των δικών μας ελέγχων, μπορεί να δημιουργεί ένα σύνολο παρατηρήσεων το οποίο να θυμίζει περισσότερο θόρυβο παρά ουσιαστικό περιεχόμενο. Εκ του αποτελέσματος, αυτή η υπόθεση είναι τελικά εύστοχη.

Εντούτοις, όταν καλούμαστε τελικά να αφαιρέσουμε μία συνιστώσα, οφείλουμε να ταιριάζουμε κατάλληλα αυτό το μέγεθος διότι και η διατήρηση μεγαλύτερου βαθμού περιεχομένου αλλοιώνει την αναδειγματοληψία. Απαιτείται δηλαδή η εύρεση μίας χρήσης τομής ανάμεσα σε περιεχόμενο και υπόλοιπο ώστε να έχουμε ευστάθεια και ακρίβεια στις μεθόδους μας. Αυτό έγινε φανερό κατά την κατάστρωση του αλγορίθμου της υλοποίησης μας, καθώς δοκιμάστηκαν αρκετές εναλλακτικές μέχρι να καταλήξουμε στην `Ioess.as`. Αξίζει να αναφερθεί και πάλι, καθώς συντέλεσε σημαντικά στην τελική επιτυχία, ότι απορρίφθηκε η χρήση των πρώτων και δεύτερων διαφορών και η αφαίρεση μίας απλής γραμμικής τάσης. Δοκιμάστηκε και η απλή εκδοχή της `Ioess`, αλλά προτιμήθηκε η `Ioess.as` επειδή αυξάνει την διαφοροποίηση μας από την ήδη υπάρχουσα μέθοδο των Bergmeir, Hyndman και Benitez αλλά και προφανώς επειδή απέδιδε καλύτερα.

8.2 Σχετικά με τις Τεχνικές Bootstrap

Συμπεραίνουμε, πως οι δύο τεχνικές που χρησιμοποιούν παράθυρα παρατηρήσεων είναι αποτελεσματικότερες από εκείνη που αξιοποιεί τα υπολειπόμενα σφάλματα. Αντιλαμβανόμαστε λοιπόν, πως το μοντέλο παλινδρόμησης που προσαρμόζεται στα δεδομένα, δεν επιτυγχάνει να διατηρήσει την εξαρτημένη τους φύση το ίδιο αποτελεσματικά με τη χρήση παραθύρων, γεγονός που καθιστά αυτή τη μέθοδο λιγότερο ακριβή και ευσταθή. Πάντως η ομοιομορφία στην κατάταξη μοντέλων πρόβλεψης ως προς ακρίβεια και ευστάθεια, φανερώνει ότι υπάρχει τελικά μία αμοιβαιότητα στις τρεις τεχνικές, και δεν έχει σημασία ποια θα προτιμήσουμε για καθαρά ποιοτικά συμπεράσματα.

Ακόμα, για τη χρήση παραθύρων, πρέπει να σημειωθεί ότι καταλήγουμε να επιλέγουμε μεγάλο μέγεθος όταν χρησιμοποιούμε κάποια παραλλαγή κυλιόμενων παραθύρων όπως το MBB, και μικρότερο μέγεθος όταν τα παράθυρα είναι μη επικαλυπτόμενα. Συνήθως στο MBB, έχουμε να κάνουμε με μεγαλύτερο πλήθος παραθύρων προς αναδειγματοληψία από ότι στο NBB, όμως βλέπουμε ότι και η ύπαρξη λιγότερων παραθύρων με τη δυνατότητα να αιχμαλωτίσουμε διαφορετικές εξαρτήσεις ανάμεσα στα δεδομένα, μπορεί να είναι το ίδιο αποδοτική.

Πάντως, οι δύο παραλλαγές με τη χρήση της δικής μας υλοποίησης αποσύνθεσης καταλήγουν σε αρκετά συναφή αποτελέσματα και για πολύ μικρές διαφορές πρέπει να λαμβάνεται υπόψη και ο παράγοντας τύχης κατά τη δειγματοληψία που επηρεάζει τα τελικά αποτελέσματα. Οφείλουμε να υπογραμμίσουμε ότι για το NBB πραγματοποιήθηκαν οι αντίστοιχοι υπολογισμοί και για μεγέθη παραθύρου $n^{1/4}$ και $n^{1/5}$ αλλά τα αποτελέσματα δεν ήταν το ίδιο ωφέλιμα με μέγεθος $n^{1/3}$.

8.3 Σχόλια για τις Μεθόδους Πρόβλεψης

Τα αποτελέσματα του πειραματικού μέρους, δημιούργησαν μία αλλαγή στην κατάταξη ακρίβειας συγκριτικά με τα αρχικά αποτελέσματα του διαγωνισμού M3, ενώ σχηματίστηκε μία εικόνα για την ευστάθεια και ευρωστία των μεθόδων πρόβλεψης. Επίσης, στις τεχνικές αναδειγματοληψίας με παράθυρα, όλες οι μέθοδοι απέδωσαν καλύτερα από την αξιολόγηση τους στο διαγωνισμό M3 το 2000. Αυτή η αλλαγή στην κατάταξη μπορεί να ερμηνευθεί με βάση τη θεωρία της αναδειγματοληψίας αλλά και την μαθηματική κατάστρωση των μοντέλων πρόβλεψης.

Είναι προφανές πως με την διαδικασία αναδειγματοληψίας δεν μπορούμε να ελέγξουμε ποια παρατήρηση ή ποιο παράθυρο θα βρεθεί σε ποια θέση της χρονοσειράς και πόσες φορές, δηλαδή δεν μπορούμε να αποτρέψουμε με κάποιο τρόπο την εμφάνιση θορύβου. Συνεπώς, επηρεάζεται το σύνολο παρατηρήσεων που έχουμε διαθέσιμες για την προσαρμογή των τεχνικών προβλέψεων, καθώς μεταβάλλονται οι τελευταίες παρατηρήσεις, ο μέσος όρος των παρατηρήσεων ακόμα και οι συντελεστές της απλής γραμμικής παλινδρόμησης για τα μοντέλα που την χρησιμοποιούν. Σαν αποτέλεσμα τα αρχικά επίπεδα που επιλέγονται και οι συντελεστές που διέπουν την κάθε τεχνική πρόβλεψης μπορεί να μην είναι τα καλύτερα δυνατά, αλλά η χρήση πολλαπλών χρονοσειρών δηλαδή η επανάληψη της αναδειγματοληψίας για έναν ικανοποιητικό αριθμό, τείνει να εξαλείψει φαινόμενα τυχαιότητας στα αποτελέσματα.

Είναι σίγουρα προτιμότερη η αξιολόγηση ενός μοντέλου πρόβλεψης με τη χρήση πολλαπλών χρονοσειρών και αν υπάρχουν μερικές με θόρυβο, παρά η χρήση μιας και μοναδικής στην οποία δε γνωρίζουμε πόσο στιβαρά ή όχι είναι τα μοτίβα που παρουσιάζει. Αν το σύνολο των χρονοσειρών του διαγωνισμού είναι κατασκευασμένο για να ικανοποιεί τις απαιτήσεις εύρους και ανομοιομορφίας ενός δείγματος, θα αναμέναμε την ίδια κατάταξη των μοντέλων πρόβλεψης με την αρχική του διαγωνισμού. Πράγματι η κατάταξη παραμένει η ίδια για τις θέσεις 3 έως 5 και εναλλάσσονται μόνο οι δύο πρώτες μέθοδοι.

Damped: Αυτή η προέκταση της μεθόδου Holt, ήταν και η πιο ακριβής μετά το πέρας του πειραματικού μας μέρους. Επηρεάζεται σαφώς από την επιλογή των αρχικών παραμέτρων και τιμών, αλλά εκτιμούμε ότι ο συντελεστής ϕ για τη διόρθωση της τάσης και η δυνατότητα να καταλήξει σε άλλες εκθετικές μεθόδους συμβάλει σημαντικά στην απόδοση της και την προσαρμογή της στις περισσότερες χρονοσειρές του διαγωνισμού.

Theta: Η Theta Classic έρχεται δεύτερη στην κατάταξη ακρίβειας, λογικά επειδή η μαθηματική της αποτύπωση συνδυάζει με ίσα βάρη την Ses και την απλή γραμμική παλινδρόμηση LRL για την ανάλυση των καμπυλοτήτων μιας χρονοσειράς. Για αυτή τη μέθοδο, αξίζει να σημειώσουμε και τη σημασία που έχει η επιτυχής αφαίρεση τάσης κατά την αποσύνθεση. Αυτό προκύπτει, καθώς μία καμπύλη τάσης που δεν προσαρμόζει καλά στη χρονοσειρά μας, επηρεάζει τις δύο ευθείες που παράγονται με γραμμική παλινδρόμηση και προεκτείνονται με αυτή αλλά και με την Ses.

Ses: Στα πλαίσια του διαγωνισμού και του πειραματικού μέρους, μετά την επιλογή του αρχικού επιπέδου, καταλήγει στην Naive, διότι δεν γνωρίζουμε τα σφάλματα πρόβλεψης σε κάθε βήμα, άρα ο συντελεστής α τίθεται ίσος με μηδέν. Επομένως, η απουσία παραμέτρων για τον υπολογισμό πρόβλεψης και η επιλογή αρχικού επιπέδου βασισμένη σε όλο το σύνολο των δεδομένων την καθιστά τη λιγότερο ακριβή σα τεχνική.

Naive: Για την απλοϊκή μέθοδο, είναι ξεκάθαρο πως είναι ευάλωτη στην τελευταία παρατήρηση της χρονοσειράς, καθώς αυτή θα αποτελέσει και το σύνολο των προβλέψεων μας. Συνεπώς, αν η τελευταία αυτή παρατήρηση προκύψει θόρυβος, τότε αναμένεται να έχουμε σοβαρές αποκλίσεις από τις προβλέψεις. Είναι πάντως αξιόλογο, πως το πιο απλό μοντέλο δεν τερμάτισε τελευταίο.

Holt: Το γεγονός ότι δίνεται μεγαλύτερο βάρος στις τελευταίες παρατηρήσεις της χρονοσειράς και η εξάρτηση της γραμμικής τάσης από συνήθως δύο παρατηρήσεις ή την κλίση του συντελεστή της γραμμικής παλινδρόμησης, καθιστούν τη Holt τελευταία σε ακρίβεια.

Γενικά, πρέπει να υπογραμμίσουμε ότι οι διαφορές όλων των μεθόδων ως προς την ακρίβεια τους περιορίζονται σε ένα αρκετά στενό διάστημα εμπιστοσύνης ενώ το μέτρο αξιολόγησης μας είναι η απόδοση όλων των μεθόδων σε όλες τις χρονοσειρές. Σε ένα σενάριο στο οποίο θα εκτελούσαμε τον αντίστοιχο έλεγχο σε άπειρες χρονοσειρές, αναμένουμε τα μοντέλα πρόβλεψης να εμφανίζουν αντίστοιχη αμοιβαιότητα και τα τελικά αποτελέσματα τους να είναι και πάλι αρκετά σχετικά. Αυτό ωστόσο δεν αναιρεί, ότι κάθε μοντέλο πρόβλεψης εμφανίζει ορισμένα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Στην τελική όταν καλούμαστε να προβλέψουμε για ένα συγκεκριμένο ορίζοντα πρόβλεψης σε μία δεδομένη χρονοσειρά, επιλέγουμε τις κατάλληλες μεθόδους πρόβλεψης με βάση την οπτικοποίηση της χρονοσειράς και τα ποιοτικά χαρακτηριστικά της. Είναι σίγουρα πιο πιθανό η μέθοδος πρόβλεψης που αποδίδει αποτελεσματικότερα για όλες τις χρονοσειρές να είναι και η καλύτερη επιλογή, αλλά η διαδικασία της πρόβλεψης θα είναι πάντα κατά ένα μέρος συσχετισμένη με την κριτική εκτίμηση και την επιτυχία των υποθέσεων του χρήστη.

8.4 Προεκτάσεις

Σε αυτό το σημείο, θα καταγράψουμε πιθανές προεκτάσεις στα πλαίσια αυτής της εργασίας. Αρχικά, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε επιπλέον σύνολα δεδομένων, από τις υπόλοιπες χρονοσειρές του διαγωνισμού M έως και άλλες βάσεις δεδομένων όπως τις 800 χρονοσειρές που διατηρεί ο Hyndman στο πακέτο Data Market ή τις 5008 μηνιαίες χρονοσειρές του πακέτου Federal Reserve Economic Data.

Στη συνέχεια, μπορούμε να δοκιμάσουμε άλλες μεθόδους αποσύνθεσης χρονοσειρών, για παράδειγμα την κλασική μέθοδο αποσύνθεσης. Διαφορετικά, μπορούμε να διατηρήσουμε τις παρούσες μεθοδολογίες και να μεταβάλλουμε συγκεκριμένα χαρακτηριστικά. Θα είχε ενδιαφέρον να αξιοποιήσουμε την STL και την υλοποίηση των Bergmeir, Hyndman και Benitez σε συνδυασμό με την loess.as η οποία απέδωσε αρκετά ικανοποιητικά.

Ακόμα, θα ήταν ωφέλιμο να εξετάσουμε και άλλες μεθόδους πρόβλεψης αλλά και διαφορετικές τεχνικές αναδειγματοληψίας, για να εκτιμήσουμε την απόδοση και την ευστάθεια τους. Θα ήταν ενδιαφέρον να παρατηρήσουμε πως αποδίδουν πιο σύνθετες τεχνικές αναδειγματοληψίας με τις ίδιες μεθόδους πρόβλεψης, αλλά και το αντίστροφο με την χρήση των τριών αυτών βασικών τεχνικών με πιο σύνθετες μεθόδους πρόβλεψης.

Ενδεικτικά, ας αναφέρουμε ότι για τις τεχνικές που σχετίζονται με αναδειγματοληψία παραθύρων, θα μπορούσαμε να κάνουμε χρήση των Circular Block Bootstrap(CBB) και Stationary Block Bootstrap(SBB). Για αναδειγματοληψία από υπολειπόμενα σφάλματα, είναι πιθανή η χρήση διαφορετικών μοντέλων προσαρμογής, για παράδειγμα ARMA. Τέλος, έχει διατυπωθεί και μία παραλλαγή που συνδυάζει και τις δύο αυτές πρακτικές, η αναδειγματοληψία παραθύρων, μετά την προσαρμογή ενός μοντέλου αυτοπαλινδρόμησης, το λεγόμενο Sieve Block Bootstrap.

Βιβλιογραφία

1. [https://en.wikipedia.org/wiki/Resampling_\(statistics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Resampling_(statistics))
2. [https://en.wikipedia.org/wiki/Bootstrapping_\(statistics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Bootstrapping_(statistics))
3. <http://pareonline.net/getvn.asp?v=8&n=19>
4. <http://people.revoledu.com/kardi/tutorial/Bootstrap/>
5. <https://en.wikipedia.org/wiki/Benchmarking>
6. https://en.wikipedia.org/wiki/Ljung-Box_test
7. C.Cordeiro & M.Neves (2006) “ The bootstrap methodology in time series forecasting”, Proceedings in Computational Statistics (CompStat2006), At Rome, Italy
8. P.Hall,Joel L.Horowitz & Bing-Yi Jing (1995) “ On blocking rules for the bootstrap with dependent data”, Biometrika (1995), 82, 3 pp. 561-74
9. C.Cordeiro & M.Neves (2009) “Forecasting time series with boot.expos procedure”, REVSTAT – Statistical Journal Volume 7, Number 2, June 2009, 135–149
10. C.Bergmeir, R.Hyndman & J.Benitez (2015) “Bagging exponential smoothing methods using STL decomposition and box-cox transformation”, International Journal of Forecasting, Volume 32, April-June 2016, Pages 303-312
11. D.N.Politis & J.P.Romano (2006) “A circular block resampling procedure for stationary data”, Proceedings in Computational Statistics (CompStat2006), At Rome, Italy
12. D.N.Politis & J.P.Romano (1994) “The stationary bootstrap”, Journal of the American Statistical Association Vol. 89, No. 428 (Dec., 1994), pp. 1303-1313
13. P.Buhlmann (1997) “Sieve bootstrap for time series”, Bernoulli Vol. 3, No. 2 (Jun., 1997), pp. 123-148

14. S.N.Lahiri (2007) "Selecting optimal block lengths for block bootstrap methods", *Statistical Volume 4, Issue 3, July 2007, Pages 292–321*
15. L.J.Tashman (2000) "Out-of-sample tests of forecasting accuracy: an analysis and review", *International Journal of Forecasting Volume 16, Issue 4, October–December 2000, Pages 437–450*
16. Γ.Γαρδέρης (2015) "Μελέτη Κριτηρίων Λογαρίθμησης προς Βελτίωση της Προβλεπτικής Ικανότητας της Μεθόδου Theta (Θ)", Διπλωματική Εργασία
17. Σ.Πατεράκης (2014) "Πρόβλεψη Ηλεκτρικής Κατανάλωσης Κτιρίων μέσω Ενεργειακών Δεικτών και Μεθόδων Χρονοσειρών", Διπλωματική Εργασία
18. Ε.Σπηλιώτης (2013) "Πρόβλεψη Ενεργειακής Κατανάλωσης Κτιρίων και Εντάσεων Χρήσης Ηλεκτρικής Ενέργειας με Χρήση Δεικτών Ενεργειακής Κατανάλωσης", Διπλωματική Εργασία
19. Φ. Πετρόπουλος & Β. Ασημακόπουλος (2011). "Επιχειρησιακές Προβλέψεις", εκδόσεις συμμετρία, Αθήνα.

Παράρτημα Κώδικα Rstudio

Κώδικας Αλγορίθμου Hyndman

```
SeasonalityTest <- function( insample, ppy, tcrit){

  observations=length(insample)

  acfc = acf(insample, lag.max = ppy ,type = c("correlation"),plot = FALSE, demean =
TRUE)

  sumacf = 0

  for (r in 2:(ppy-1)){

    sumacf = sumacf + (acfc$acf[r+1])^2

  }

  limits = tcrit*((1 + 2*(acfc$acf[2]+sumacf))/observations)^0.5

  test_seasonal = FALSE

  if (limits=="NaN"){ test_seasonal<-FALSE

}else if (abs(acfc$acf[ppy+1])> limits){

  test_seasonal = TRUE

}

  return(test_seasonal)

}

nob<-100

all_boot<-list(1:3003)

library(parallel)

library(miscTools)
```

```

library(foreach)
library(doSNOW)
library(forecast)
library(Mcomp)
library(MASS)
library(forecTheta)
for (i in 1:3003){

  insample = M3[[i]]$x
  outsample = M3[[i]]$xx

  if (i>=1 & i<=645){frequency<-1}
  if (i>=646 & i<=1401){frequency<-4}
  if (i>=1402 & i<=2829){frequency<-12}
  if (i>=2830 & i<=3003){frequency<-1}

  timeseries<-ts(c(insample,outsample),frequency = frequency,start = c(1984,1))
  seasons<-FALSE
  if (i>=646 & i<=1401){
    seasons<-SeasonalityTest(timeseries,4,1.645)
  }
  if (i>=1402 & i<=2829){
    seasons<-SeasonalityTest(timeseries,12,1.645)
  }

  lam<-BoxCox.lambda(x=timeseries,lower=0,upper=1)

```

```

ts.bc<-BoxCox(timeseries,lambda = lam)

if (seasonts){
  stldecomp<-stl(ts.bc,s.window = "periodic")
  seasonal<-stldecomp$time.series[,1]
  trend<-stldecomp$time.series[,2]
  remainder<-stldecomp$time.series[,3]
}else{
  xs<-c(1:(length(timeseries))) ;lrl<-loess(ts.bc~xs)
  seasonal<-0
  trend<-predict(lrl)
  remainder<-ts.bc-trend
}

if (i>=1 & i<=645){bs<-8}
if (i>=646 & i<=1401){bs<-8}
if (i>=1402 & i<=2829){bs<-24}
if (i>=2830 & i<=3003){bs<-8}

boot<-tsbootstrap(x = remainder, nb = nob, statistic = NULL, b = bs ,type = "block")

for (q in 1:nob){

  boot[,q]<-boot[,q]+seasonal+trend

  boot[,q]<-InvBoxCox(x = boot[,q],lambda = lam)

```

```
}
```

```
for (j in 1:nob){
```

```
  if (min(boot[,j])<0){
```

```
    dc<-1000-min(boot[,j])
```

```
    boot[,j]<-boot[,j]+dc
```

```
  }
```

```
}
```

```
all_boot[i]<-list(x=boot)
```

```
}
```

```
SMAPE_ses<-matrix(nrow=3003,ncol=nob)
```

```
SMAPE_holt<-matrix(nrow=3003,ncol=nob)
```

```
SMAPE_theta<-matrix(nrow=3003,ncol=nob)
```

```
SMAPE_damped<-matrix(nrow=3003,ncol=nob)
```

```
SMAPE_naive<-matrix(nrow=3003,ncol=nob)
```

```
for (k in 1:645){
```

```

mikos<-length(all_boot[[k]][,1])

mikos_yearly<-mikos-6

for (i in 1:nob) {

  SMAPE_dat_yearly<-all_boot[[k]][((mikos_yearly+1):mikos),i]

  ints<-all_boot[[k]][(1:mikos_yearly),i]

  SMAPE_ses[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_yearly, ses(ints,h=6)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

  SMAPE_holt[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_yearly, holt(ints,h=6)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

  xs<-c(1:mikos_yearly); xf<-c((mikos_yearly+1):(mikos_yearly+6));lrl<-lm(ints~xs);

  SMAPE_theta[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_yearly, (ses(2*ints-
predict(lrl),h=6)$mean+xf*coef(lrl)[2]+coef(lrl)[1])*0.5, type="sAPE", statistic="M")

  SMAPE_damped[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_yearly,
holt(ints,h=6,damped=TRUE)$mean, type="sAPE", statistic="M")

  SMAPE_naive[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_yearly, naive(ints,h=6)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

}

}

for (k in 646:1401){

mikos<-length(all_boot[[k]][,1])

mikos_quarterly<-mikos-8

```

```

start_quarterly<-mikos_quarterly-11

for (i in 1:nob) {

  SMAPE_dat_quarterly<-all_boot[[k]][((mikos_quarterly+1):mikos),i]
  season_boot<-FALSE
  ints<-all_boot[[k]][(1:mikos_quarterly),i]
  season_boot<-SeasonalityTest(ints,4,1.645)

  if (!season_boot){

    SMAPE_ses[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly, ses(ints,h=8)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

    SMAPE_holt[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly, holt(ints,h=8)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

    xs<-c(1:mikos_quarterly); xf<-c((mikos_quarterly+1):(mikos_quarterly+8));lrl<-
lm(ints~xs);

    SMAPE_theta[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly, (ses(2*ints-
predict(lrl),h=8)$mean+xf*coef(lrl)[2]+coef(lrl)[1])*0.5, type="sAPE", statistic="M")

    SMAPE_damped[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly,
holt(ints,h=8,damped=TRUE)$mean, type="sAPE", statistic="M")

    SMAPE_naive[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly, naive(ints,h=8)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

  }else{

    x<-ts(ints,frequency=4)

    Sboot<-decompose(x, type = "multiplicative", filter = NULL)$seasonal

```

```

ints<-ints/Slboot

  SMAPE_ses[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly,
(ses(ints,h=8)$mean)*Slboot[start_quarterly:(start_quarterly+7)], type="sAPE",
statistic="M")

  SMAPE_holt[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly,
(holt(ints,h=8)$mean)*Slboot[start_quarterly:(start_quarterly+7)], type="sAPE",
statistic="M")

  xs<-c(1:mikos_quarterly); xf<-c((mikos_quarterly+1):(mikos_quarterly+8));lrl<-
lm(ints~xs);

  SMAPE_theta[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly, ((ses(2*ints-
predict(lrl),h=8)$mean+xf*coef(lrl)[2]+coef(lrl)[1])*0.5)*Slboot[start_quarterly:(start
_quarterly+7)], type="sAPE", statistic="M")

  SMAPE_damped[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly,
(holt(ints,h=8,damped=TRUE)$mean)*Slboot[start_quarterly:(start_quarterly+7)],
type="sAPE", statistic="M")

  SMAPE_naive[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly,
(naive(ints,h=8)$mean)*Slboot[start_quarterly:(start_quarterly+7)], type="sAPE",
statistic="M")

}

}

}

for (k in 1402:2829){

  mikos<-length(all_boot[[k]][,1])

  mikos_monthly<-mikos-18

```

```

start_monthly<-mikos_monthly-23

for (i in 1:nob) {

  SMAPE_dat_monthly<-all_boot[[k]][((mikos_monthly+1):mikos),i]
  season_boot<-FALSE
  ints<-all_boot[[k]][(1:mikos_monthly),i]
  season_boot<-SeasonalityTest(ints,12,1.645)

  if (!season_boot){

    SMAPE_ses[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly, ses(ints,h=18)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

    SMAPE_holt[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly, holt(ints,h=18)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

    xs<-c(1:mikos_monthly); xf<-c((mikos_monthly+1):(mikos_monthly+18));lrl<-
lm(ints~xs);

    SMAPE_theta[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly, (ses(2*ints-
predict(lrl),h=18)$mean+xf*coef(lrl)[2]+coef(lrl)[1])*0.5, type="sAPE", statistic="M")

    SMAPE_damped[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly,
holt(ints,h=18,damped=TRUE)$mean, type="sAPE", statistic="M")

    SMAPE_naive[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly, naive(ints,h=18)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

  }else{

```



```

x<-ts(ints,frequency=12)

SIboot<-decompose(x, type = "multiplicative", filter = NULL)$seasonal

ints<-ints/SIboot

  SMAPE_ses[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly,
(ses(ints,h=18)$mean)*SIboot[start_monthly:(start_monthly+17)], type="sAPE",
statistic="M")

  SMAPE_holt[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly,
(holt(ints,h=18)$mean)*SIboot[start_monthly:(start_monthly+17)], type="sAPE",
statistic="M")

  xs<-c(1:mikos_monthly); xf<-c((mikos_monthly+1):(mikos_monthly+18));lrl<-
lm(ints~xs);

  SMAPE_theta[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly, ((ses(2*ints-
predict(lrl),h=18)$mean+xf*coef(lrl)[2]+coef(lrl)[1])*0.5)*SIboot[start_monthly:(start
_monthly+17)], type="sAPE", statistic="M")

  SMAPE_damped[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly,
(holt(ints,h=18,damped=TRUE)$mean)*SIboot[start_monthly:(start_monthly+17)],
type="sAPE", statistic="M")

  SMAPE_naive[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly,
(naive(ints,h=18)$mean)*SIboot[start_monthly:(start_monthly+17)], type="sAPE",
statistic="M")

}

}

}

for (k in 2830:3003){

```

```

mikos<-length(all_boot[[k]][,1])
mikos_other<-mikos-8

for (i in 1:nob) {

  SMAPE_dat_other<-all_boot[[k]][(mikos_other+1):mikos],i]
  ints<-all_boot[[k]][(1:mikos_other),i]

  SMAPE_ses[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_other, ses(ints,h=8)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

  SMAPE_holt[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_other, holt(ints,h=8)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

  xs<-c(1:mikos_other); xf<-c((mikos_other+1):(mikos_other+8));lrl<-lm(ints~xs);

  SMAPE_theta[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_other, (ses(2*ints-
predict(lrl),h=8)$mean+xf*coef(lrl)[2]+coef(lrl)[1])*0.5, type="sAPE", statistic="M")

  SMAPE_damped[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_other,
holt(ints,h=8,damped=TRUE)$mean, type="sAPE", statistic="M")

  SMAPE_naive[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_other, naive(ints,h=8)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

}

}

mean_ses<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
max_ses<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
box_ses<-matrix(nrow=3003,ncol=5)

```

```

mean_holt<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
max_holt<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
box_holt<-matrix(nrow=3003,ncol=5)
mean_theta<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
max_theta<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
box_theta<-matrix(nrow=3003,ncol=5)
mean_naive<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
max_naive<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
box_naive<-matrix(nrow=3003,ncol=5)
mean_damped<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
max_damped<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
box_damped<-matrix(nrow=3003,ncol=5)

for (y in 1:3003) {

  mean_ses[y,1]<-mean(x=SMAPE_ses[y,(1:nob)])
  max_ses[y,1]<-max(x=SMAPE_ses[y,(1:nob)])
  box_ses[y,1:5]<-boxplot((x=SMAPE_ses[y,(1:nob)]),plot=FALSE)$stats

  mean_holt[y,1]<-mean(x=SMAPE_holt[y,(1:nob)])
  max_holt[y,1]<-max(x=SMAPE_holt[y,(1:nob)])
  box_holt[y,1:5]<-boxplot((x=SMAPE_holt[y,(1:nob)]),plot=FALSE)$stats

  mean_theta[y,1]<-mean(x=SMAPE_theta[y,(1:nob)])
  max_theta[y,1]<-max(x=SMAPE_theta[y,(1:nob)])
  box_theta[y,1:5]<-boxplot((x=SMAPE_theta[y,(1:nob)]),plot=FALSE)$stats
}

```

```

mean_naive[y,1]<-mean(x=SMAPE_naive[y,(1:nob)])
max_naive[y,1]<-max(x=SMAPE_naive[y,(1:nob)])
box_naive[y,1:5]<-boxplot((x=SMAPE_naive[y,(1:nob)]),plot=FALSE)$stats

mean_damped[y,1]<-mean(x=SMAPE_damped[y,(1:nob)])
max_damped[y,1]<-max(x=SMAPE_damped[y,(1:nob)])
box_damped[y,1:5]<-boxplot((x=SMAPE_damped[y,(1:nob)]),plot=FALSE)$stats

}

final<-
cbind(mean_ses,box_ses,max_ses,tsi=1:3003,mean_holt,box_holt,max_holt,tsi=1:30
03,mean_theta,box_theta,max_theta,tsi=1:3003,mean_naive,box_naive,max_naive,
tsi=1:3003,mean_damped,box_damped,max_damped,tsi=1:3003)

for (y in 1:3003){

  for (k in 1:40){

    if (is.na(final[y,k])){

      print(y)

    }

  }

}

```

```
write.table(final,file="MBB100_hyndman.csv",sep=";", col.names =
rep(x=c("mean","min","25%","median","75%","max_box","max","tsi"),times=5),
row.names = FALSE)
```

Κώδικας Προτεινόμενου Αλγορίθμου

```
SeasonalityTest <- function( insample, ppy, tcrit){

  observations=length(insample)

  acfc = acf(insample, lag.max = ppy ,type = c("correlation"),plot = FALSE, demean =
TRUE)

  sumacf = 0

  for (r in 2:(ppy-1)){

    sumacf = sumacf + (acfc$acf[r+1])^2

  }

  limits = tcrit*((1 + 2*(acfc$acf[2]+sumacf))/observations)^0.5

  test_seasonal = FALSE

  if (limits=="NaN"){ test_seasonal<-FALSE

  }else if (abs(acfc$acf[ppy+1])> limits){

    test_seasonal = TRUE

  }

  return(test_seasonal)

}

nob=100

all_boot<-list(1:3003)
```

```

library(parallel)
library(miscTools)
library(foreach)
library(doSNOW)
library(forecast)
library(Mcomp)
library(MASS)
library(forecTheta)

for (i in 1:3003) {

  season<-FALSE

  insample<-M3[[i]]$x
  outsample<-M3[[i]]$xx
  timeseries<-c(insample,outsample)

  if (i>=646 & i<=1401){
    season<-SeasonalityTest(timeseries,4,1.645)
    if (season){
      x<-ts(timeseries,frequency=4)
      SI<-decompose(x, type = "multiplicative", filter = NULL)$seasonal
    }else{SI<-1}

  }else if (i>=1402 & i<=2829){
    season<-SeasonalityTest(timeseries,12,1.645)
    if (season){

```

```

x<-ts(timeseries,frequency=12)

SI<-decompose(x, type = "multiplicative", filter = NULL)$seasonal

}else{SI<-1}

}else if ((i>=1 & i<=645)|(i>=2830 & i<=3003)) {SI<-1}

timeseries<-timeseries/SI

p<-Box.test(timeseries,lag=12,type="Ljung-Box")
station<-p$p.value<0.05

if (station) {

  xs<-c(1:(length(timeseries))) ;lrl<-loess.as(xs,timeseries,criterion =
"aicc",plot=FALSE)

  trend<-predict(lrl)

}else{trend<-0}

timeseries<-timeseries-trend

if (i>=1 & i<=645){ block_size<-8 }
if (i>=646 & i<=1401){ block_size<-8 }
if (i>=1402 & i<=2829){ block_size<-24 }
if (i>=2830 & i<=3003){ block_size<-8 }

boot<-tsbootstrap(x = timeseries, nb = nob, statistic = NULL, b = block_size ,type =
"block")

```

```
if (station) {  
  for (q in 1:nob){ boot[,q]<-boot[,q]+trend }  
}
```

```
if (season){  
  for (q in 1:nob){ boot[,q]<-boot[,q]*SI }  
}
```

```
for (j in 1:nob){
```

```
  if (min(boot[,j])<0){
```

```
    dc<-1000-min(boot[,j])
```

```
    boot[,j]<-boot[,j]+dc
```

```
  }
```

```
}
```

```
all_boot[i]<-list(x=boot)
```

```
}
```

```
SMAPE_ses<-matrix(nrow=3003,ncol=nob)
```

```
SMAPE_holt<-matrix(nrow=3003,ncol=nob)
```



```

SMAPE_theta<-matrix(nrow=3003,ncol=nob)
SMAPE_damped<-matrix(nrow=3003,ncol=nob)
SMAPE_naive<-matrix(nrow=3003,ncol=nob)

for (k in 1:645){

  mikos<-length(all_boot[[k]][,1])
  mikos_yearly<-mikos-6

  for (i in 1:nob) {

    SMAPE_dat_yearly<-all_boot[[k]][((mikos_yearly+1):mikos),i]
    ints<-all_boot[[k]][(1:mikos_yearly),i]

    SMAPE_ses[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_yearly, ses(ints,h=6)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

    SMAPE_holt[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_yearly, holt(ints,h=6)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

    xs<-c(1:mikos_yearly); xf<-c((mikos_yearly+1):(mikos_yearly+6));lrl<-lm(ints~xs);

    SMAPE_theta[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_yearly, (ses(2*ints-
predict(lrl),h=6)$mean+xf*coef(lrl)[2]+coef(lrl)[1])*0.5, type="sAPE", statistic="M")

    SMAPE_damped[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_yearly,
holt(ints,h=6,damped=TRUE)$mean, type="sAPE", statistic="M")

    SMAPE_naive[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_yearly, naive(ints,h=6)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

  }
}

```

```

}

for (k in 646:1401){

  mikos<-length(all_boot[[k]][,1])
  mikos_quarterly<-mikos-8
  start_quarterly<-mikos_quarterly-11

  for (i in 1:nob) {

    SMAPE_dat_quarterly<-all_boot[[k]][(mikos_quarterly+1):mikos],i]
    season_boot<-FALSE
    ints<-all_boot[[k]][(1:mikos_quarterly),i]
    season_boot<-SeasonalityTest(ints,4,1.645)

    if (!season_boot){

      SMAPE_ses[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly, ses(ints,h=8)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

      SMAPE_holt[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly, holt(ints,h=8)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

      xs<-c(1:mikos_quarterly); xf<-c((mikos_quarterly+1):(mikos_quarterly+8));lrl<-
lm(ints~xs);

      SMAPE_theta[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly, (ses(2*ints-
predict(lrl),h=8)$mean+xf*coef(lrl)[2]+coef(lrl)[1])*0.5, type="sAPE", statistic="M")

      SMAPE_damped[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly,
holt(ints,h=8,damped=TRUE)$mean, type="sAPE", statistic="M")

```

```
SMAPE_naive[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly, naive(ints,h=8)$mean,  
type="sAPE", statistic="M")
```

```
}else{
```

```
x<-ts(ints,frequency=4)
```

```
SIboot<-decompose(x, type = "multiplicative", filter = NULL)$seasonal
```

```
ints<-ints/SIboot
```

```
SMAPE_ses[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly,  
(ses(ints,h=8)$mean)*SIboot[start_quarterly:(start_quarterly+7)], type="sAPE",  
statistic="M")
```

```
SMAPE_holt[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly,  
(holt(ints,h=8)$mean)*SIboot[start_quarterly:(start_quarterly+7)], type="sAPE",  
statistic="M")
```

```
xs<-c(1:mikos_quarterly); xf<-c((mikos_quarterly+1):(mikos_quarterly+8));lrl<-  
lm(ints~xs);
```

```
SMAPE_theta[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly, ((ses(2*ints-  
predict(lrl),h=8)$mean+xf*coef(lrl)[2]+coef(lrl)[1])*0.5)*SIboot[start_quarterly:(start  
_quarterly+7)], type="sAPE", statistic="M")
```

```
SMAPE_damped[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly,  
(holt(ints,h=8,damped=TRUE)$mean)*SIboot[start_quarterly:(start_quarterly+7)],  
type="sAPE", statistic="M")
```

```
SMAPE_naive[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_quarterly,  
(naive(ints,h=8)$mean)*SIboot[start_quarterly:(start_quarterly+7)], type="sAPE",  
statistic="M")
```

```
}
```

```
}
```

```

}

for (k in 1402:2829){

  mikos<-length(all_boot[[k]][,1])
  mikos_monthly<-mikos-18
  start_monthly<-mikos_monthly-23

  for (i in 1:nob) {

    SMAPE_dat_monthly<-all_boot[[k]][((mikos_monthly+1):mikos),i]
    season_boot<-FALSE
    ints<-all_boot[[k]][(1:mikos_monthly),i]
    season_boot<-SeasonalityTest(ints,12,1.645)

    if (!season_boot){

      SMAPE_ses[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly, ses(ints,h=18)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

      SMAPE_holt[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly, holt(ints,h=18)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

      xs<-c(1:mikos_monthly); xf<-c((mikos_monthly+1):(mikos_monthly+18));lrl<-
lm(ints~xs);

      SMAPE_theta[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly, (ses(2*ints-
predict(lrl),h=18)$mean+xf*coef(lrl)[2]+coef(lrl)[1])*0.5, type="sAPE", statistic="M")

```

```

    SMAPE_damped[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly,
holt(ints,h=18,damped=TRUE)$mean, type="sAPE", statistic="M")

    SMAPE_naive[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly, naive(ints,h=18)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

}else{

    x<-ts(ints,frequency=12)

    S1boot<-decompose(x, type = "multiplicative", filter = NULL)$seasonal

    ints<-ints/S1boot

    SMAPE_ses[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly,
(ses(ints,h=18)$mean)*S1boot[start_monthly:(start_monthly+17)], type="sAPE",
statistic="M")

    SMAPE_holt[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly,
(holt(ints,h=18)$mean)*S1boot[start_monthly:(start_monthly+17)], type="sAPE",
statistic="M")

    xs<-c(1:mikos_monthly); xf<-c((mikos_monthly+1):(mikos_monthly+18));lrl<-
lm(ints~xs);

    SMAPE_theta[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly, ((ses(2*ints-
predict(lrl),h=18)$mean+xf*coef(lrl)[2]+coef(lrl)[1])*0.5)*S1boot[start_monthly:(start
_monthly+17)], type="sAPE", statistic="M")

    SMAPE_damped[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly,
(holt(ints,h=18,damped=TRUE)$mean)*S1boot[start_monthly:(start_monthly+17)],
type="sAPE", statistic="M")

    SMAPE_naive[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_monthly,
(naive(ints,h=18)$mean)*S1boot[start_monthly:(start_monthly+17)], type="sAPE",
statistic="M")

}

```

```

}

}

for (k in 2830:3003){

  mikos<-length(all_boot[[k]][,1])
  mikos_other<-mikos-8

  for (i in 1:nob) {

    SMAPE_dat_other<-all_boot[[k]][((mikos_other+1):mikos),i]
    ints<-all_boot[[k]][(1:mikos_other),i]

    SMAPE_ses[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_other, ses(ints,h=8)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

    SMAPE_holt[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_other, holt(ints,h=8)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

    xs<-c(1:mikos_other); xf<-c((mikos_other+1):(mikos_other+8));lrl<-lm(ints~xs);

    SMAPE_theta[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_other, (ses(2*ints-
predict(lrl),h=8)$mean+xf*coef(lrl)[2]+coef(lrl)[1])*0.5, type="sAPE", statistic="M")

    SMAPE_damped[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_other,
holt(ints,h=8,damped=TRUE)$mean, type="sAPE", statistic="M")

    SMAPE_naive[k,i]<-errorMetric(SMAPE_dat_other, naive(ints,h=8)$mean,
type="sAPE", statistic="M")

  }
}

```

```
}
```

```
mean_ses<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
```

```
max_ses<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
```

```
box_ses<-matrix(nrow=3003,ncol=5)
```

```
mean_holt<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
```

```
max_holt<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
```

```
box_holt<-matrix(nrow=3003,ncol=5)
```

```
mean_theta<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
```

```
max_theta<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
```

```
box_theta<-matrix(nrow=3003,ncol=5)
```

```
mean_naive<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
```

```
max_naive<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
```

```
box_naive<-matrix(nrow=3003,ncol=5)
```

```
mean_damped<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
```

```
max_damped<-matrix(nrow=3003,ncol=1)
```

```
box_damped<-matrix(nrow=3003,ncol=5)
```

```
for (y in 1:3003) {
```

```
  mean_ses[y,1]<-mean(x=SMAPE_ses[y,(1:nob)])
```

```
  max_ses[y,1]<-max(x=SMAPE_ses[y,(1:nob)])
```

```
  box_ses[y,1:5]<-boxplot((x=SMAPE_ses[y,(1:nob)]),plot=FALSE)$stats
```

```

mean_holt[y,1]<-mean(x=SMAPE_holt[y,(1:nob)])
max_holt[y,1]<-max(x=SMAPE_holt[y,(1:nob)])
box_holt[y,1:5]<-boxplot((x=SMAPE_holt[y,(1:nob)]),plot=FALSE)$stats

mean_theta[y,1]<-mean(x=SMAPE_theta[y,(1:nob)])
max_theta[y,1]<-max(x=SMAPE_theta[y,(1:nob)])
box_theta[y,1:5]<-boxplot((x=SMAPE_theta[y,(1:nob)]),plot=FALSE)$stats

mean_naive[y,1]<-mean(x=SMAPE_naive[y,(1:nob)])
max_naive[y,1]<-max(x=SMAPE_naive[y,(1:nob)])
box_naive[y,1:5]<-boxplot((x=SMAPE_naive[y,(1:nob)]),plot=FALSE)$stats

mean_damped[y,1]<-mean(x=SMAPE_damped[y,(1:nob)])
max_damped[y,1]<-max(x=SMAPE_damped[y,(1:nob)])
box_damped[y,1:5]<-boxplot((x=SMAPE_damped[y,(1:nob)]),plot=FALSE)$stats

}

final<-
cbind(mean_ses,box_ses,max_ses,tsi=1:3003,mean_holt,box_holt,max_holt,tsi=1:30
03,mean_theta,box_theta,max_theta,tsi=1:3003,mean_naive,box_naive,max_naive,
tsi=1:3003,mean_damped,box_damped,max_damped,tsi=1:3003)

for (y in 1:3003){

for (k in 1:40){

```



```

if (is.na(final[y,k])){

  print(y)
}

}

}

write.table(final,file="MBB100_proposed.csv",sep=";", col.names =
rep(x=c("mean","min","25%","median","75%","max_box","max","tsi"),times=5),
row.names = FALSE)

```

Τροποποιήσεις για την Πραγματοποίηση των 3 Τεχνικών Bootstrap

Τα τμήματα κώδικα που έχουν παρατεθεί στην εργασία πραγματοποιούν το bootstrap κυλιόμενων παραθύρων MBB. Για την επίτευξη εναλλακτικής μεθοδολογίας αναδειγματοληψίας, αλλάζουμε την γραμμή 70 στον αλγόριθμο του Hyndman και την γραμμή 73 στον προτεινόμενο αλγόριθμο σε ένα από τα παρακάτω κομμάτια.

Για το Bootstrap μη Επικαλυπτόμενων Παραθύρων NBB

Για τον Αλγόριθμο του Hyndman

```
b<-round(length(remainder)^(1/3),digits=0)
```

```
if ((length(remainder))%%b==0){
```

```
nb<-length(remainder)%/b
```

```

} else {

nb<-length(remainder)/%b+1

}

mikos<-length(remainder)
boot<-matrix(nrow=mikos,ncol=nob)
res<-0
res<-split(remainder,rep(1:nb,each=b))
tempor2<-0
tempor2<-matrix(nrow=2*nb*b,ncol=nob)

for (l in 1:nob) {

tempor<-sample(res,size=2*nb,replace=TRUE)

for (m in 0:(2*nb-1)){

for (n in 1:b) {

tempor2[(b*m+n),l]<-tempor[[m+1]][n]

}

}

```

```

}

tempor3<-tempor2[,l]
tempor3<-tempor3[!is.na(tempor3)]
tempor3<-tempor3[1:mikos]
boot[,l]<-tempor3

}

for (q in 1:nob){

boot[,q]<-boot[,q]+seasonal+trend
boot[,q]<-InvBoxCox(x = boot[,q],lambda = lam)
}

for (j in 1:nob){

if (min(boot[,j])<0){

dc<-1000-min(boot[,j])
boot[,j]<-boot[,j]+dc

}

}

```

```
all_boot[i]<-list(x=boot)
```

```
}
```

Για τον προτεινόμενο αλγόριθμο

```
b<-round(length(timeseries)^(1/3),digits=0)
```

```
if ((length(timeseries))%%b==0){
```

```
nb<-length(timeseries)/%b
```

```
} else {
```

```
nb<-length(timeseries)/%b+1
```

```
}
```

```
mikos<-length(timeseries)
```

```
boot<-matrix(nrow=mikos,ncol=nob)
```

```
res<-0
```

```
res<-split(timeseries,rep(1:nb,each=b))
```

```
tempor2<-0
```

```
tempor2<-matrix(nrow=2*nb*b,ncol=nob)
```

```

for (l in 1:nob) {

  tempor<-sample(res,size=2*nb,replace=TRUE)

  for (m in 0:(2*nb-1)){

    for (n in 1:b) {

      tempor2[(b*m+n),l]<-tempor[[m+1]][n]

    }

  }

  tempor3<-tempor2[,l]
  tempor3<-tempor3[!is.na(tempor3)]
  tempor3<-tempor3[1:mikos]
  boot[,l]<-tempor3

}

if (station) {
  for (q in 1:nob){ boot[,q]<-boot[,q]+trend }
}

if (season){

```

```
for (q in 1:nob){ boot[,q]<-boot[,q]*SI }  
}
```

```
for (j in 1:nob){
```

```
  if (min(boot[,j])<0){
```

```
    dc<-1000-min(boot[,j])
```

```
    boot[,j]<-boot[,j]+dc
```

```
  }
```

```
}
```

```
all_boot[i]<-list(x=boot)
```

```
}
```

Για το Bootstrap Υπολειπόμενων Σφαλμάτων SB

Για τον Αλγόριθμο του Hyndman

```
boot<-(surrogate.AR(x=remainder,fit.method = "yule-walker",nsurr=nob))$surr
```

Για τον Προτεινόμενο Αλγόριθμο

```
boot<-(surrogate.AR(x=timeseries,fit.method = "yule-walker",nsurr=nob))$surr
```