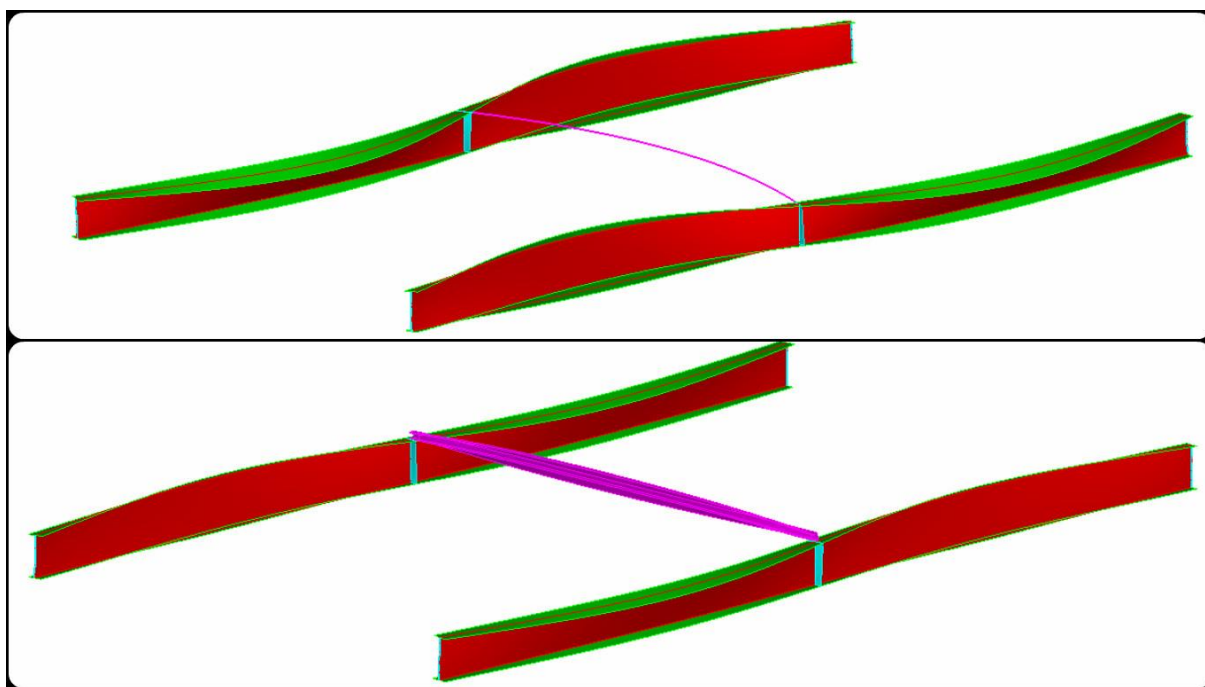




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΩΝ ΤΡΟΠΩΝ ΠΛΕΥΡΙΚΗΣ ΕΞΑΣΦΑΛΙΣΗΣ ΚΑΜΠΤΟΜΕΝΩΝ ΔΟΚΩΝ



Διπλωματική Εργασία
Αντώνιος Ρούσσος

ΕΜΚ ΔΕ 2016 24

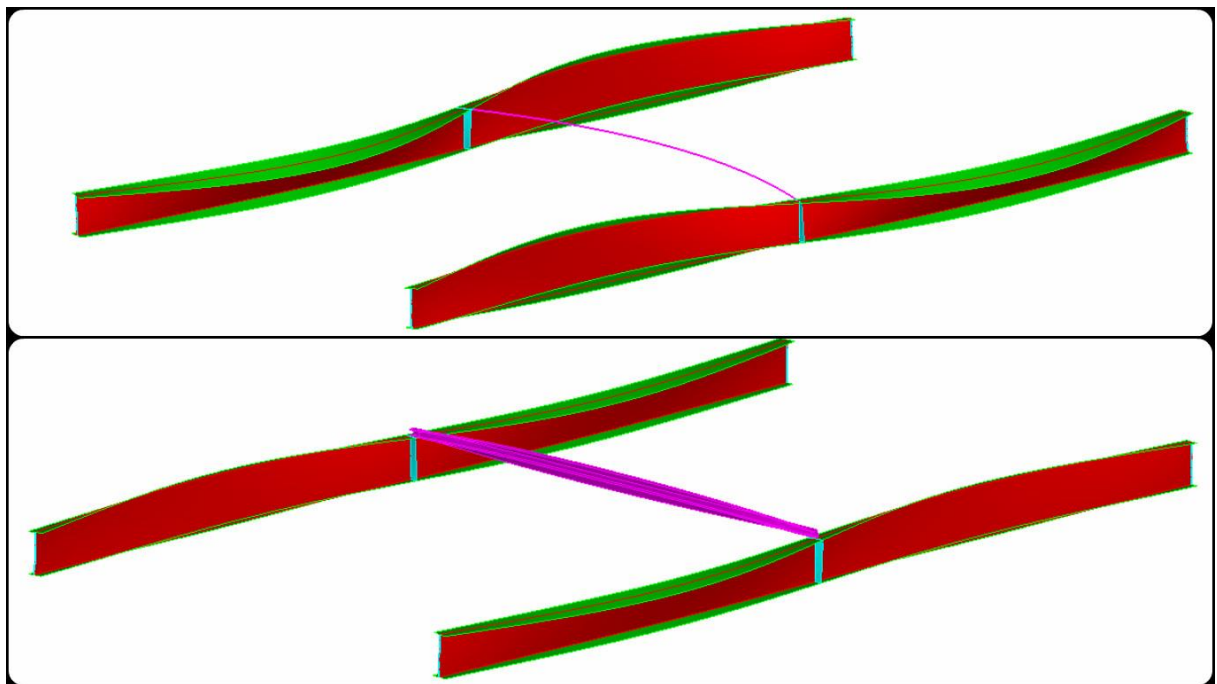
Επιβλέπων: Καθηγητής Χάρης Γαντές

Αθήνα, Ιούλιος 2016



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΩΝ ΤΡΟΠΩΝ ΠΛΕΥΡΙΚΗΣ ΕΞΑΣΦΑΛΙΣΗΣ ΚΑΜΠΤΟΜΕΝΩΝ ΔΟΚΩΝ



Διπλωματική Εργασία
Αντώνιος Ρούσσο

ΕΜΚ ΔΕ 2016 24

Επιβλέπων: Καθηγητής Χάρης Γαντές

Αθήνα, Ιούλιος 2016

Copyright © Αντώνιος Ρούσσος, 2016
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση σε αρχείο πληροφοριών, διανομή, αναπαραγωγή, μετάφραση ή μετάδοση της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό, υπό οποιαδήποτε μορφή και με οποιοδήποτε μέσο επικοινωνίας, ηλεκτρονικό ή μηχανικό, χωρίς την προηγούμενη έγγραφη άδεια του συγγραφέα. Επιτρέπεται η αναπαραγωγή, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν στη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από τη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/1932, Άρθρο 202).

Copyright © Antonios Roussos, 2016
All Rights Reserved

Neither the whole nor any part of this diploma thesis may be copied, stored in a retrieval system, distributed, reproduced, translated, or transmitted for commercial purposes, in any form or by any means now or hereafter known, electronic or mechanical, without the written permission from the author. Reproducing, storing and distributing this thesis for non-profitable, educational or research purposes is allowed, without prejudice to reference to its source and to inclusion of the present text. Any queries in relation to the use of the present thesis for commercial purposes must be addressed to its author.

Approval of this diploma thesis by the School of Civil Engineering of the National Technical University of Athens (NTUA) does not constitute in any way an acceptance of the views of the author contained herein by the said academic organisation (L. 5343/1932, art. 202).

Αντώνιος Ρούσσος (2016)

Αριθμητική διερεύνηση εναλλακτικών τρόπων πλευρικής εξασφάλισης καμπτόμενων δοκών
Διπλωματική Εργασία ΕΜΚ ΔΕ 2016 24
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.

Antonios Roussos (2016)

Diploma Thesis ΕΜΚ ΔΕ 2016 24
Numerical investigation of alternative lateral restraints of beams in bending
Institute of Steel Structures, National Technical University of Athens, Greece

Στη γιαγιά μου Ανδριάνα και τον παππού μου Γιώργο

Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία σηματοδοτεί το πέρας της πενταετούς φοίτησής μου στη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Με την ευκαιρία αυτή, θα ήθελα να ευχαριστήσω ορισμένους ανθρώπους, χωρίς την καθοριστική συμβολή των οποίων η παρούσα εργασία δεν θα είχε ολοκληρωθεί.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κύριο Χάρη Γαντέ, Καθηγητή του τομέα Δομοστατικής, για την πολύτιμη βοήθεια του και τη συνεχή καθοδήγηση του στην εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον Καθηγητή κύριο Ιωάννη Βάγια και το Λέκτορα κύριο Παύλο Θανόπουλο της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών, για τη συμμετοχή τους στην εξεταστική επιτροπή της διπλωματικής μου εργασίας.

Για την κατάρτισή μου στο πρόγραμμα των πεπερασμένων στοιχείων και τη βοήθεια του σε διάφορα προβλήματα που υπήρξαν, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Ηλία Θανασούλα, Υποψήφιο Διδάκτορα του Ε.Μ.Π.

Τέλος, οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στην οικογένεια μου που στάθηκε δίπλα μου σε όλα τα μαθητικά και φοιτητικά μου χρόνια, καθώς και στους φίλους μου για την αμέριστη συμπαράστασή τους σε κάθε μου προσπάθεια.



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΕΜΚ ΔΕ 2016 24

Αριθμητική διερεύνηση εναλλακτικών τρόπων πλευρικής εξασφάλισης καμπτόμενων δοκών

Αντώνιος Ρούσσοσ

Επιβλέπων: Καθηγητής Χάρης Γαντές

Ιούλιος 2016

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στη παρούσα διπλωματική εργασία διερευνάται η επιρροή διαφορετικών τρόπων πλευρικών εξασφαλίσεων στον πλευρικό λυγισμό καμπτόμενων δοκών. Πιο συγκεκριμένα, μέσα από μια σειρά γραμμικών και μη γραμμικών αναλύσεων λυγισμού, επιχειρούμε να προσδιορίσουμε την επιρροή του τρόπου, του ύψους και της δυσκαμψίας της κάθε πλευρικής εξασφάλισης στην κρίσιμη ελαστική ροπή πλευρικού λυγισμού, στο δρόμο ισορροπίας της δοκού και στα εντατικά μεγέθη που αναπτύσσονται στη πλευρική εξασφάλιση.

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια γενική αναφορά στη γραμμική και μη γραμμική συμπεριφορά μιας κατασκευής, καθώς και στα διάφορα είδη λυγισμού. Στη συνέχεια, γίνεται μια ειδικότερη αναφορά στο φαινόμενο του πλευρικού λυγισμού και τις εξισώσεις που το διέπουν.

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα διαφορετικά είδη των πλευρικών εξασφαλίσεων και οι υπάρχουσες στη βιβλιογραφία αναλυτικές σχέσεις από τις οποίες μπορούν να προκύψουν οι απαιτούμενες δυσκαμψίες τους.

Στο τρίτο κεφάλαιο αναφέρονται οι κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (EC3) περί πλευρικού λυγισμού, καθώς και περί του συνιστώμενου μεγέθους των χρησιμοποιούμενων σε αριθμητικές αναλύσεις αρχιών ατελειών.

Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται μια συνοπτική παρουσίαση του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων ADINA, το οποίο χρησιμοποιήθηκε στις αναλύσεις της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Ιδιαίτερη βαρύτητα δίνεται στην επιλογή των κατάλληλων συνοριακών συνθηκών που χρησιμοποιήθηκαν για τη διεξαγωγή των αριθμητικών αναλύσεων.

Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αριθμητικών αναλύσεων στις οποίες η πλευρική εξασφάλιση προσομοιώνεται με ένα ελατήριο μετάθεσης. Εξετάζεται η επιρροή που έχει το ύψος της εξασφάλισης και η δυσκαμψία της σε μεγέθη όπως η κρίσιμη ελαστική ροπή πλευρικού λυγισμού και η αντοχή της δοκού. Τα αποτελέσματα των αναλύσεων συγκρίνονται με τις αναλυτικές λύσεις που παρουσιάστηκαν στο δεύτερο κεφάλαιο.

Στο έκτο κεφάλαιο γίνεται παρουσίαση των αριθμητικών αναλύσεων στις οποίες η πλευρική εξασφάλιση προσομοιώνεται με πεπερασμένο στοιχείο δοκού, προσδίδοντάς της δηλαδή και στροφική δυσκαμψία και λαμβάνοντας υπόψη τον τρόπο σύνδεσης μεταξύ εξασφαλιζόμενης δοκού και συνδέσμου πλευρικής εξασφάλισης. Εξετάζεται και πάλι η επιρροή του ύψους της εξασφάλισης και της δυσκαμψίας της στην κρίσιμη ελαστική ροπή και την αντοχή της δοκού. Επιπρόσθετα, ελέγχονται τα εντατικά μεγέθη που αναπτύσσονται, ώστε να οδηγηθούμε στην οικονομικότερη διαστασιολόγηση.

Στο έβδομο κεφάλαιο παρουσιάζεται η περίπτωση όπου επιχειρείται πλήρη πλευρική εξασφάλιση μέσω τεγίδων. Οι διατομές που χρησιμοποιήθηκαν στις αριθμητικές αναλύσεις περιλαμβάνουν μία πρότυπη διατομή θερμής έλασης και μία λεπτότοιχη διατομή ψυχρής έλασης.

Στο όγδοο και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα γενικά συμπεράσματα που προέκυψαν από την παρούσα διπλωματική εργασία.



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF STEEL STRUCTURES

DIPLOMA THESIS
EMK ΔΕ 2016 24

Numerical investigation of alternative lateral restraints of beams in bending

Antonios Roussos

Supervisor: Professor Charis Gantes

July 2016

ABSTRACT

In the present diploma thesis, the influence of different ways of lateral bracing on the lateral buckling strength of beams in bending is investigated. More specifically, through a series of linear and non-linear analyses, we investigate the influence of the type, the position and the stiffness of a lateral restraint on the elastic critical moment, the load-deflection path and the internal forces of the lateral bracing is quantified.

In the first chapter, the linear and non-linear behaviors of structures, as well as the different types of buckling are briefly described. Also, the problem of lateral buckling and the set of equations describing it are thoroughly presented.

In the second chapter, both the different types of lateral restraints and the analytical equations that are available in the literature for providing the required stiffnesses for full restraint are presented.

In the third chapter the normative recommendations of Eurocode 3 for lateral buckling are given, as well as the provisions about the magnitude of initial imperfections to be used in numerical analyses.

In the fourth chapter, the finite element software ADINA, which was used in all analyses of the present diploma thesis, is briefly presented. Particular emphasis is given to the application of the appropriate boundary conditions used in numerical simulations.

In the fifth chapter, the results of the numerical analyses, in which the lateral restraint is simulated with a translational spring, are presented. The influence of the position and the stiffness of the lateral restraint on the elastic critical moment of lateral buckling and the resistance of the beam, are investigated. These results are compared to the analytical solutions presented in the second chapter.

In the sixth chapter, the results of the numerical analyses, in which the lateral restraint is simulated with beam finite elements, thus providing also rotational stiffness, are presented, including detailed modeling of the connection between laterally supported beam and supporting member. The influence of the position and the stiffness of the lateral restraint on the elastic critical moment of lateral buckling and the resistance of the beam, are examined. Furthermore, the internal forces of the member

offering lateral restraint are taken into account in order to end up in the most economical dimensioning.

In the seventh chapter, the case, in which a lateral restraint is attempted through the use of purlins, is presented. The cross-sections used in the numerical analyses included one hot-rolled standard U-section and one cold-formed, thin-walled U-section.

In the eighth and last chapter, the general conclusions that resulted from this diploma thesis are presented.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1	ΠΛΕΥΡΙΚΟΣ ΛΥΓΙΣΜΟΣ	1
1.1	Συμπεριφορά των κατασκευών	1
1.1.1	Γραμμική συμπεριφορά	1
1.1.2	Μη-γραμμική συμπεριφορά	3
1.2	Λυγισμός.....	5
1.2.1	Γενικά	5
1.2.2	Καμπτικός λυγισμός.....	5
1.2.3	Στρεπτικός λυγισμός.....	5
1.2.4	Πλευρικός λυγισμός.....	5
1.2.5	Τοπικός λυγισμός	6
1.3	Το φαινόμενο του πλευρικού λυγισμού	6
1.4	Μόρφωση αναλυτικών εξισώσεων πλευρικού λυγισμού	7
1.4.1	Κάμψη δοκών	7
1.4.2	Προλυγισμική συμπεριφορά	10
1.4.3	Ενεργειακό δυναμικό και εξίσωση ενέργειας	11
1.4.4	Διαφορικές εξισώσεις πλευρικού λυγισμού	12
1.4.5	Συμπεράσματα για μια ελεύθερη δοκό	13
1.5	Εφαρμογή ενεργειακής μεθόδου	13
2	ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΗΣ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑΣ ΠΛΕΥΡΙΚΩΝ ΕΞΑΣΦΑΛΙΣΕΩΝ	17
2.1	Εισαγωγή	17
2.2	Δυσκαμψίες πλευρικών εξασφαλίσεων	19
2.2.1	Συνεχείς πλευρικές στηρίξεις.....	19
2.2.2	Σημειακές πλευρικές στηρίξεις.....	21
2.3	Ανάλυση λυγισμού.....	22
2.4	Ενδιάμεσες πλευρικές στηρίξεις	22
2.5	Συμπεράσματα	26
3	ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ ΕΥΡΩΚΩΔΙΚΑ 3 ΠΕΡΙ ΠΛΕΥΡΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ	27
3.1	Κατάταξη των διατομών.....	27
3.1.1	Βασικές αρχές	27
3.1.2	Κατάταξη.....	27
3.2	Αντοχή των μελών σε λυγισμό	30

3.2.1	Μέλη σταθερής διατομής υπό κάμψη	30
3.2.1.1	Αντοχή σε λυγισμό	30
3.2.1.2	Καμπύλες στρεπτοκαμπτικού (πλευρικού) λυγισμού – Γενική περίπτωση	30
3.2.1.3	Καμπύλες στρεπτοκαμπτικού (πλευρικού) λυγισμού για ελατές διατομές ή ισοδύναμες συγκολλητές διατομές	32
3.3	Κρίσιμη Ροπή M_{cr}	33
3.3.1	Ισοδύναμο μήκος λυγισμού	34
3.3.2	Αναλυτικές εκφράσεις της κρίσιμης ροπής M_{cr}	36
3.4	Ατέλειες για την ανάλυση συστημάτων δυσκαμψίας	40
3.4.1	Ισοδύναμη γεωμετρική ατέλεια.....	40
4	ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΑΔΙΝΑ.....	41
4.1	Μόρφωση γεωμετρίας	41
4.2	Επιλογή υλικού	44
4.3	Δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων	45
4.4	Συνοριακές συνθήκες	46
4.4.1	Εναλλακτικοί τρόποι μόρφωσης των συνοριακών συνθηκών	46
4.4.2	Αποτελέσματα για τη δοκό	48
4.5	Επιβολή φόρτισης δοκού	50
4.6	Αναλύσεις και αποτελέσματα.....	52
4.6.1	Γραμμική ανάλυση λυγισμού (LBA)	52
4.6.2	Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες (GNIA)	54
4.6.3	Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού	58
4.7	Έλεγχος επάρκειας πλέγματος.....	59
4.8	Επιβολή άρθρωσης και στα δύο άκρα της δοκού	60
5	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΕΙΣ ΠΛΕΥΡΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΔΟΚΩΝ ΜΕ ΠΛΕΥΡΙΚΗ ΕΞΑΣΦΑΛΙΣΗ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΜΕΤΑΘΕΣΗΣ.....	61
5.1	Αριθμητικές αναλύσεις δοκού διατομής IPE180	61
5.1.1	Μόρφωση φορέα με πλευρική εξασφάλιση	61
5.1.2	Υπολογισμός κανονιστικών μεγεθών της δοκού κατά Ευρωκώδικα 3 (EC3)	64
5.1.3	Αποτελέσματα αριθμητικών αναλύσεων	65
5.1.4	Μόρφωση νέου φορέα με ενίσχυση στη μεσαία διατομή	75
5.2	Αριθμητικές αναλύσεις δοκού διατομής HEB800	87
5.2.1	Μόρφωση φορέα με πλευρική εξασφάλιση	87
5.2.2	Υπολογισμός κανονιστικών μεγεθών της δοκού κατά Ευρωκώδικα 3 (EC3)	88
5.2.3	Αποτελέσματα αριθμητικών αναλύσεων	89
5.2.4	Μόρφωση νέου φορέα με ενίσχυση στη μεσαία διατομή	98
5.3	Συμπεράσματα αναλύσεων	109
5.4	Σύγκριση απαιτούμενης δυσκαμψίας της πλευρικής εξασφάλισης με τις αναλυτικές λύσεις του N.S. Trahair	111

6	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΕΙΣ ΠΛΕΥΡΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΔΟΚΩΝ ΜΕ ΠΛΕΥΡΙΚΗ ΕΞΑΣΦΑΛΙΣΗ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΔΟΚΟΥ	113
6.1	Μόρφωση φορέα με πλευρική εξασφάλιση	113
6.2	Υπολογισμός κανονιστικών μεγεθών της δοκού κατά Ευρωκώδικα 3 (EC3)	117
6.3	Αποτελέσματα αριθμητικών αναλύσεων	118
6.4	Συμπεράσματα αναλύσεων	138
7	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΕΙΣ ΠΛΕΥΡΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΔΟΚΩΝ ΜΕ ΠΛΕΥΡΙΚΗ ΕΞΑΣΦΑΛΙΣΗ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΕΓΙΔΩΝ	141
7.1	Μόρφωση φορέα με την προσθήκη τεγίδας	141
7.2	Υπολογισμός κανονιστικών μεγεθών της δοκού κατά Ευρωκώδικα 3 (EC3)	143
7.3	Αποτελέσματα αριθμητικών αναλύσεων για διατομή τεγίδας UPN220	144
7.4	Αποτελέσματα αριθμητικών αναλύσεων για διατομή τεγίδας C140	157
7.5	Συμπεράσματα αριθμητικών αναλύσεων	166
8	ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	167
9	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	171

1 ΠΛΕΥΡΙΚΟΣ ΛΥΓΙΣΜΟΣ

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται αρχικά διάκριση μεταξύ γραμμικής και μη γραμμικής συμπεριφοράς των κατασκευών, ενώ στη συνέχεια αναφέρονται τα διαφορετικά είδη λυγισμού των κατασκευών. Τέλος, γίνεται αναφορά στο φαινόμενο του πλευρικού λυγισμού και τις εξισώσεις που το διέπουν. Τα αποσπάσματα και τα σχήματα του Κεφαλαίου προέρχονται από το βιβλίο 'Flexural-Torsional Buckling of Structures' του N.S. Trahair και από το βιβλίο 'Σιδηρές Κατασκευές-Ανάλυση και Διστασιολόγηση' του Ιωάννη Κ. Βάγια.

1.1 Συμπεριφορά των κατασκευών

Η συμπεριφορά των κατασκευών μπορεί να είναι γραμμική και μη γραμμική. Η πρώτη είναι η πιο συνηθισμένη, ενώ η μη γραμμική συμπεριφορά μπορεί να οφείλεται είτε σε γεωμετρική μη γραμμικότητα είτε σε μη γραμμικότητα υλικού είτε και στα δύο.

1.1.1 Γραμμική συμπεριφορά

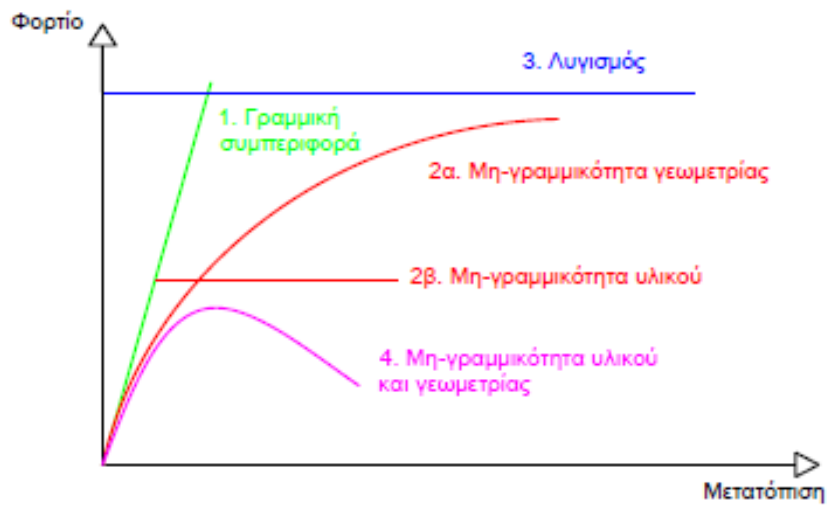
Το πιο απλό και διαδεδομένο μοντέλο συμπεριφοράς μιας κατασκευής υπό την καταπόνηση στατικού φορτίου θεωρεί ότι όλες οι παραμορφώσεις είναι ανάλογες του φορτίου που δρα στην κατασκευή, έτσι ώστε η σχέση μεταξύ του φορτίου και της αντίδρασης να είναι γραμμική, όπως φαίνεται στην Καμπύλη 1 στο Σχήμα 1-1.

Για να ισχύει η γραμμική σχέση αυτή, το υλικό πρέπει να είναι γραμμικό, δηλαδή να υπάρχει γραμμική σχέση ανάμεσα στις τάσεις και τις παραμορφώσεις (Σχήμα 1-2). Ένα τέτοιο υλικό χαρακτηρίζεται συνήθως ως ελαστικό. Οι περισσότεροι δομικοί χάλυβες είναι γραμμικοί για τάσεις μικρότερες του ορίου διαρροής f_y , όπως φαίνεται και στην Σχήμα 1-3, ενώ άλλα κατασκευαστικά υλικά θεωρούνται γραμμικά καθ' όλη τη διάρκεια εφαρμογής του φορτίου.

Επίσης και η κατασκευή θα πρέπει να συμπεριφέρεται γραμμικά για να ισχύει η παραπάνω συμπεριφορά. Στην πραγματικότητα, καμία κατασκευή δεν μπορεί να συμπεριφέρεται γραμμικά, αλλά λόγω των μετατοπίσεων, οι οποίες μπορούν να θεωρηθούν αρκετά μικρές, μπορούμε να αναφερθούμε σε γραμμική συμπεριφορά.

Σήμερα, υπάρχουν διαθέσιμα πολλά στατικά προγράμματα για γραμμικά ελαστική ανάλυση, κάτι που κάνει πιο διαδεδομένο αυτό το μοντέλο. Τα προγράμματα αυτά επιτρέπουν να υπολογίζονται

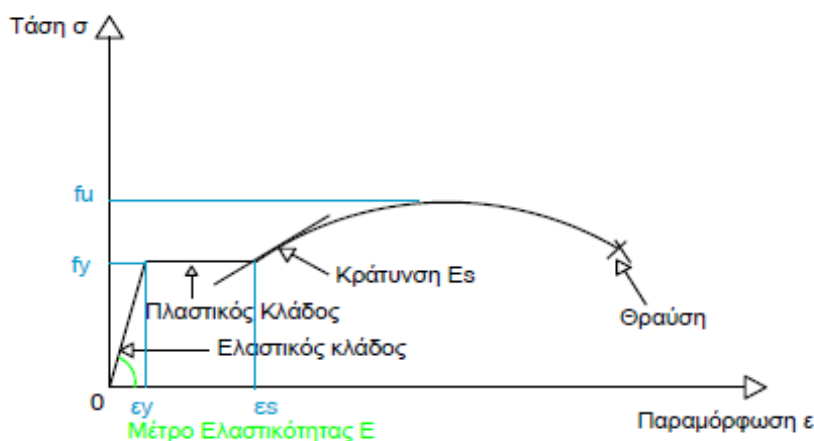
οι μετατοπίσεις των κατασκευών ή των μελών τους για την εφαρμογή φορτίων και τα αποτελέσματα να χρησιμοποιούνται για τον σχεδιασμό.



Σχήμα 1-1: Καμπύλη μετατόπισης-φορτίου - Συμπεριφορά κατασκευών ή μελών



Σχήμα 1-2: Γραμμική σχέση τάσεων-παραμορφώσεων σ - ϵ



Σχήμα 1-3: Ιδανική καμπύλη τάσεων-παραμορφώσεων για το δομικό χάλυβα

1.1.2 Μη-γραμμική συμπεριφορά

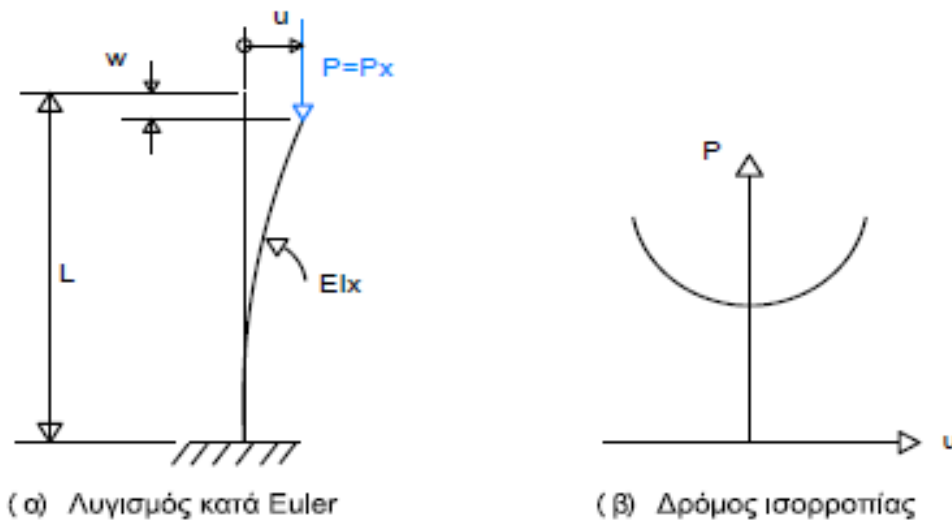
Το γραμμικό ελαστικό μοντέλο από μόνο του δεν επιτρέπει να υπολογιστεί η αντοχή της κατασκευής ή του μέλους. Για το σκοπό αυτό, είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε κάθε μη-γραμμικότητα υλικού και μη-γραμμικότητα γεωμετρίας, έτσι ώστε να είναι δυνατός ο υπολογισμός της πραγματικής συμπεριφοράς της κατασκευής και της μέγιστης φέρουσας ικανότητας του σε φορτίο.

Οι μη-γραμμικότητες γεωμετρίας και οι αρχικές ατέλειες, προκαλούν την αντίδραση (παραμόρφωση) της κατασκευής, ώστε η συμπεριφορά της να είναι μη γραμμική, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1-1 στην Καμπύλη 2α, ακόμα και αν το υλικό παραμένει ελαστικό. Εάν έχουμε μη-γραμμικό υλικό, η συμπεριφορά της κατασκευής φαίνεται από την Καμπύλη 2β του Σχήματος 1-1.

Η Καμπύλη 2α δείχνει να έρχεται ασυμπτωτικά σε ένα όριο, το οποίο είναι το ελαστικό φορτίο λυγισμού της κατασκευής (Καμπύλη 3 Σχήμα 1-1). Η πραγματική συμπεριφορά μιας κατασκευής αποκλίνει από την Καμπύλη 2α και 2β και το φορτίο λυγισμού, όταν το υλικό είναι μη-γραμμικό και υπάρχουν και ατέλειες, όπως φαίνεται στην Καμπύλη 4 στο Σχήμα 1-1. Στην περίπτωση αυτή, η δυνατότητα της κατασκευής να φέρει φορτίο φτάνει σε ένα μέγιστο όριο, μετά από το οποίο η φέρουσα ικανότητα της κατασκευής μειώνεται.

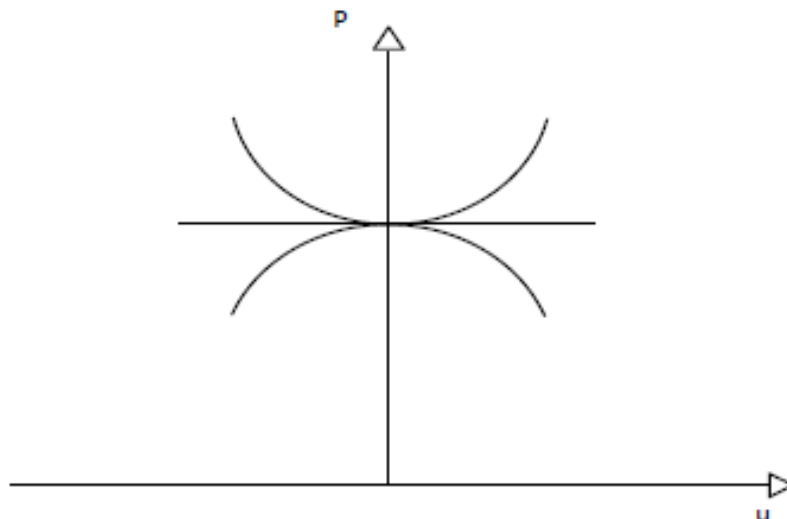
Η ελαστική συμπεριφορά μιας κατασκευής ή ενός μέλους μπορεί να θεωρηθεί ως ένα όριο για τη μη-γραμμική συμπεριφορά. Στην ελαστική συμπεριφορά, ο πρωτεύων ή ο προλυγισμικός δρόμος είναι σε διαφορετική κατεύθυνση με τον δευτερεύοντα ή μεταλυγισμικό δρόμο. Για παράδειγμα, ο προλυγισμικός δρόμος ενός θλιβόμενου υποστυλώματος, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.4α, είναι αποτέλεσμα της διαμήκουσ βράχυνσης w , ενώ ο μεταλυγισμικός δρόμος είναι αποτέλεσμα της εγκάρσιας μετατόπισης u . Έτσι η λυγισμική αντίδραση παραμένει μηδέν μέχρι το φορτίο P_x να φτάσει το φορτίο λυγισμού, από το οποίο και μετά δημιουργείται ο μεταλυγισμικός δρόμος (Σχήμα 1-4β).

Μία κατασκευή, όπως ένα θλιβόμενο υποστυλόμετρο ή μία δοκός που καταπονείται από στρέψη, μπορεί να δώσει ένα πραγματικό δρόμο ισορροπίας, ο οποίος διαφέρει κατ' ελάχιστο από τον ιδανικό δρόμο που περιγράψαμε παραπάνω. Η μετατόπιση, πριν το φορτίο λυγισμού, παραμένει πολύ μικρή σε σχέση με τη μετατόπιση μετά από αυτό.



Σχήμα 1-4: (α) Θλιβόμενο υποστύλωμα και ο (β) δρόμος ισορροπίας

Μετά το φορτίο λυγισμού, ο μεταλυγισμικός δρόμος μπορεί να είναι σταθερός ή να ανεβαίνει ή να πέφτει (Σχήμα 1-5). Αυτό οφείλεται σε αλλαγές στη δυσκαμψία της κατασκευής ή του μέλους κατά τη διάρκεια του λυγισμού, οι οποίες μπορεί να οδηγήσουν σε ανακατανομή της δράσης στην κατασκευή. Μεγάλες παραμορφώσεις, για τις οποίες δημιουργούνται μεγάλες αλλαγές στο πέλμα και στις στροφές του, μπορεί να οδηγήσουν και σε αλλαγή του μεταλυγισμικού δρόμου.



Σχήμα 1-5: Δρόμοι ισορροπίας

1.2 Λυγισμός

1.2.1 Γενικά

Ο λυγισμός είναι η συμπεριφορά μιας κατασκευής ή ενός μέλους, τα οποία ξαφνικά παραμορφώνονται σε ένα επίπεδο (λυγισμού) διαφορετικό από το αρχικό επίπεδο φόρτισης και αντίδρασης (προλυγισμικό). Ο λυγισμός ενός μέλους μπορεί να εμφανιστεί ως καμπτικός (flexural), στρεπτικός (torsional), στρεπτοκαμπτικός ή πλευρικός (flexural-torsional) και τοπικός λυγισμός (local). Συνήθως τα τρία πρώτα είδη λυγισμού οφείλονται στο μεγάλο μήκος του μέλους. Αντίθετα ο τοπικός λυγισμός εμφανίζεται σε μέλη με μικρό μήκος. Οι μορφές αυτές του λυγισμού περιγράφονται συνοπτικά πιο κάτω και αναλύεται ο πλευρικός λυγισμός.

1.2.2 Καμπτικός λυγισμός

Ο καμπτικός λυγισμός έχει σαν αποτέλεσμα εγκάρσιες μετατοπίσεις u κατά τον άξονα y και v κατά τον άξονα z μιας διατομής, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1-6β, η οποία αντιστέκεται με την καμπτική δυσκαμψία EI_x και EI_y του μέλους. Αυτό συμβαίνει όταν οι ροπές δευτέρας τάξεως, οι οποίες προκαλούνται από την αξονική θλιπτική δύναμη P , με τις μετατοπίσεις u και v , είναι ίσες με τις εσωτερικές καμπτικές αντιστάσεις $EI_y d^2u/dz^2$ και $-EI_x d^2v/dz^2$. Ο καμπτικός λυγισμός μπορεί να θεωρηθεί ως μία ειδική περίπτωση του πλευρικού λυγισμού.

Ο καμπτικός λυγισμός μπορεί να εμφανιστεί σε ένα μεμονωμένο μέλος, σε μια ομάδα μελών ή σε ολόκληρα πλαίσια.

1.2.3 Στρεπτικός λυγισμός

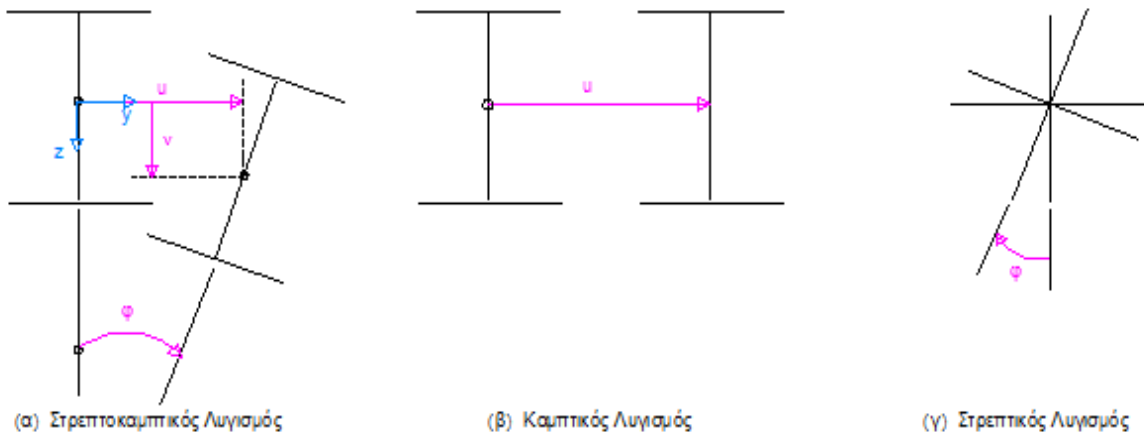
Ο στρεπτικός λυγισμός (Σχήμα 1-6γ) ενός μέλους έχει ως αποτέλεσμα μία στροφή ϕ της διατομής, η οποία αντιστέκεται με τη στροφική ακαμψία της GJ και την στρεπτική της ακαμψία EI_w . Αυτό συμβαίνει όταν οι στρεπτικές ροπές δευτέρας τάξεως $P r_o^2 d\phi/dz$, οι οποίες προκαλούνται από αξονική θλιπτική δύναμη P , και η στροφή $d\phi/dz$ είναι ίσες με τις εσωτερικές στροφικές αντιδράσεις $GJ d\phi/dz$ και $-EI_w d^3\phi/dz^3$. Ομοίως, ο στρεπτικός λυγισμός μπορεί να θεωρηθεί μία ειδική περίπτωση του πλευρικού λυγισμού.

Ο στρεπτικός λυγισμός μπορεί να εμφανιστεί και σε ολόκληρα πλαίσια. Συχνά η αντίσταση τους έναντι του λυγισμού υπερισχύεται από την κάμψη των μεμονωμένων μελών.

1.2.4 Πλευρικός λυγισμός

Ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός οδηγεί και σε μετατοπίσεις u , v και σε στροφή ϕ της διατομής (Σχήμα 1-6α), η οποία αντιστέκεται με συνδυασμό των καμπτικών αντιστάσεων $EI_y d^2u/dz^2$ και $-EI_x d^2v/dz^2$ και των στροφικών $GJ d\phi/dz$ και $-EI_w d^3\phi/dz^3$.

Ο πλευρικός λυγισμός των δοκών (Σχήμα 1-6α), ο οποίος είναι ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός έναντι απλής κάμψης οδηγεί σε πλευρική μετατόπιση u εκτός από το επίπεδο κάμψης και σε στροφή ϕ . Στην περίπτωση αυτή, η στροφή ϕ αναγκάζει τις ροπές που εφαρμόζονται να έχουν μέρη, τα οποία δρουν εκτός του αρχικού επιπέδου κάμψης. Επίσης η πλευρική στροφή du/dz οδηγεί τις ροπές που εφαρμόζονται να έχουν στρεπτικά μέρη με άξονα συστροφής το κέντρο διάτμησης.



Σχήμα 1-6: Είδη λυγισμού

1.2.5 Τοπικός λυγισμός

Ο τοπικός λυγισμός ενός λεπτότοιχου επιφανειακού στοιχείου του μέλους οδηγεί σε παραμορφώσεις του στοιχείου εκτός του επιπέδου του. Το μέλος αντιστέκεται με την καμπτική αντίσταση του στοιχείου $Et^3/12(1-\nu^2)$ και αυτό συμβαίνει όταν οι δράσεις δευτέρας τάξεως, οι οποίες προκαλούνται από την εντός επιπέδου θλίψη και τις εκτός επιπέδου εκτροπές, είναι ίσες με τις εσωτερικές καμπτικές και στροφικές αντιστάσεις.

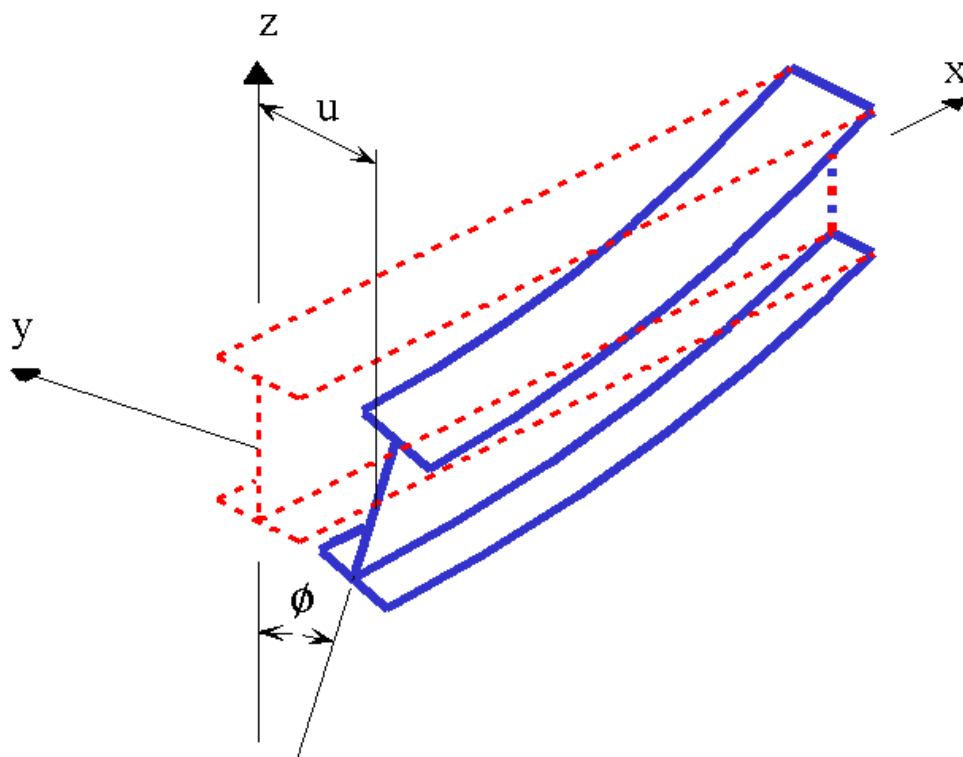
Ο τοπικός λυγισμός συνήθως παρατηρείται έντονος σε μία συγκεκριμένη διατομή του μέλους, όπου η θλίψη είναι μέγιστη. Παρόλαυτά, πολλαπλοί τοπικοί λυγισμοί μπορούν να εμφανιστούν σε μέλη στα οποία οι τάσεις είναι συνεχείς καθ' όλο το μήκος τους. Το φαινόμενο του τοπικού λυγισμού μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της αντίστασης του μέλους έναντι στον στρεπτοκαμπτικό λυγισμό.

Τοπικός λυγισμός μπορεί να εμφανιστεί σε κελύφη αλλά και σε κατασκευαστικά μέλη ολόκληρων κατασκευών ή πλαισίων.

1.3 Το φαινόμενο του πλευρικού λυγισμού

Κατά την κάμψη μιας δοκού διατομής διπλού ταυ αναπτύσσονται διαμήκεις ορθές θλιπτικές τάσεις στο άνω πέλμα της δοκού. Ως αποτέλεσμα, το άνω πέλμα θέλει να λυγίσει σαν θλιβόμενη πλάκα. Ο λυγισμός αυτός περί τον ασθενή άξονα του άνω πέλματος αποτρέπεται από τον κορμό της δοκού που τείνει να καμφθεί περί τον ισχυρό του άξονα. Έτσι για υψηλότερες τιμές του φορτίου το άνω πέλμα λυγίζει περί τον ισχυρό του άξονα, δηλαδή εκτρέπεται πλευρικά. Τάση για λυγισμό όμως στο εφελκόμενο πέλμα δεν υπάρχει. Έτσι η διατομή στρέφεται περί το διαμήκη άξονα, εκτρέπόμενη ως προς την οριζόντια διεύθυνση κατά μετακίνηση u και στρεφόμενη κατά γωνία φ (Σχήμα 1-7).

Περισσότερο ευαίσθητες στο φαινόμενο αυτό του πλευρικού λυγισμού είναι οι ανοικτές διατομές με μεγάλο λόγο I_y/I_z , δηλαδή οι υψίκορμες των οποίων η ροπή αδράνειας ως προς τον ισχυρό άξονα είναι κατά πολύ μεγαλύτερη της αντίστοιχης ως προς τον ασθενή.



Σχήμα 1-7: Το φαινόμενο του πλευρικού λυγισμού

1.4 Μόρφωση αναλυτικών εξισώσεων πλευρικού λυγισμού

Μετά την μόρφωση του ενεργειακού δυναμικού, αναπτύσσεται, με τη βοήθεια της ενεργειακής μεθόδου, ο τρόπος μόρφωσης των αναλυτικών διαφορικών εξισώσεων του πλευρικού λυγισμού.

1.4.1 Κάμψη δοκών

Για τη δοκό που φαίνεται στο Σχήμα 1-8α, η οποία καταπονείται από ίσες και αντίρροπες ροπές M , η διαφορική εξίσωση ισορροπίας που προκύπτει από την αρχή της ελαχίστου ενέργειας είναι:

$$M_x'' = 0 \quad (1-1)$$

όπου

$$M_x = -EI_x u'' \quad (1-2)$$

και για την οποία ισχύουν οι συνοριακές συνθήκες:

$$(M_x)_L = (M_x)_0 = M \quad (1-3)$$

Η εξίσωση (1-1) εκφράζει την ισορροπία μεταξύ του εγκάρσιου φορτίου M_x'' και των μηδενικών αξονικών δυνάμεων N και κατανεμημένου φορτίου q_y , καθώς η πλήρη εξίσωση ισορροπίας για μία γενικά φορτιζόμενη δοκό (Σχήμα 1-9) θα ήταν:

$$-M_x'' - (Nv')' = q_y \quad (1-4)$$

Εάν η εξίσωση (1-1) ολοκληρωθεί δύο φορές και ληφθούν υπόψιν οι συνοριακές συνθήκες της εξίσωσης (1-3), τότε ισχύει:

$$M_x = M \quad (1-5)$$

και συνεπώς από την εξίσωση (1-2)

$$-EI_x u'' = M \quad (1-6)$$

Η εξίσωση (1-6) εκφράζει την ισότητα μεταξύ της εσωτερικής καμπτικής αντίστασης $-EI_x u''$ λόγω της κάμψης της δοκού και των εξωτερικών ροπών M .

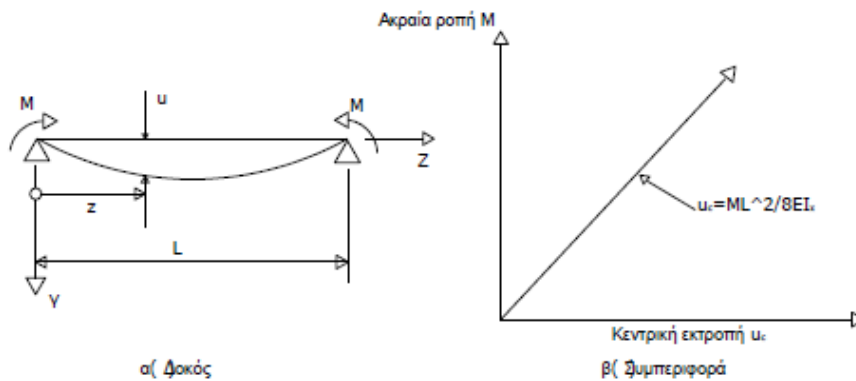
Το εκτρεπόμενο σχήμα της δοκού υπολογίζεται από την ολοκλήρωση της εξίσωσης (1-6), και αν η δοκός είναι απλά στηριζόμενη ($u_0 = u_L = 0$), το σχήμα δίνεται από τη σχέση:

$$EI_x u = \left(\frac{ML}{2}\right) \left(\frac{z - z^2}{L}\right) \quad (1-7)$$

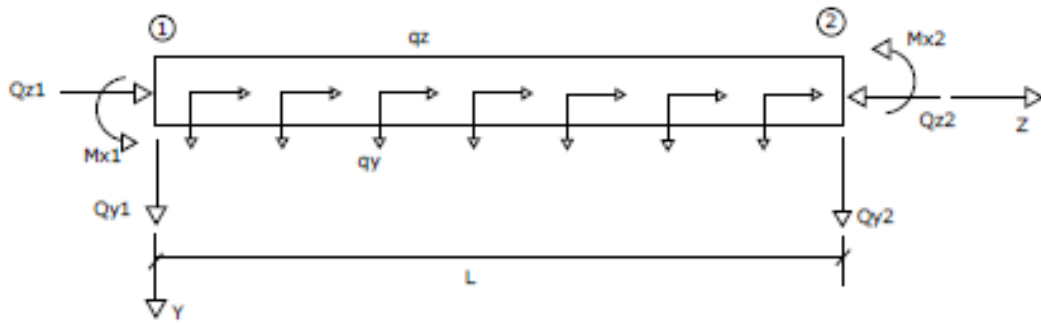
Έτσι ώστε η κεντρική εκτροπή u_c να είναι:

$$u_c = \frac{ML^2}{8EI_x} \quad (1-8)$$

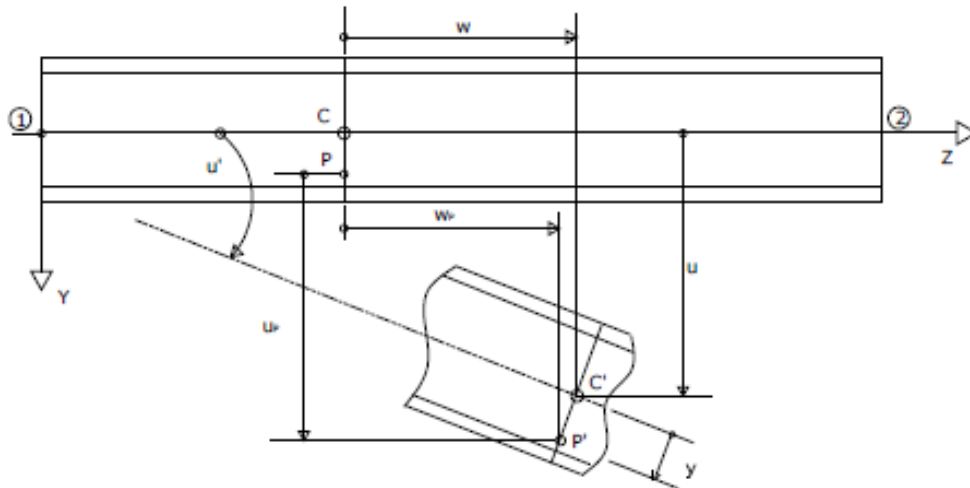
Η γραμμική αυτή σχέση ανάμεσα στη ροπή M και στην κεντρική εκτροπή u_c φαίνεται στο Σχήμα 1-8β.



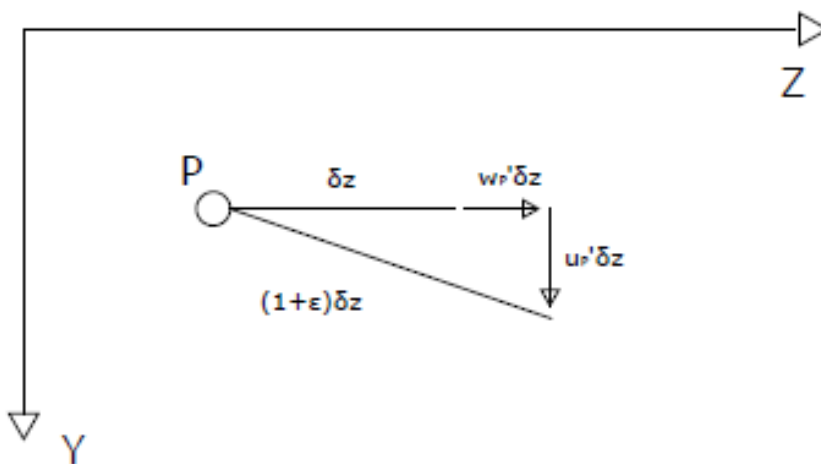
Σχήμα 1-8: Κάμψη μιας δοκού



Σχήμα 1-9: Γενική φόρτιση δοκού



Σχήμα 1-10: Μετατοπίσεις μιας δοκού στο επίπεδο



Σχήμα 1-11: Παραμόρφωση στο σημείο P της δοκού

1.4.2 Προλυγισμική συμπεριφορά

Οι προλυγισμικές μετατοπίσεις αποτελούνται από παραμορφώσεις w κατά μήκος ενός υποστρώματος που καταπονείται αξονικά στο κέντρο βάρους ($u=v=\phi=0$), εγκάρσιες μετατοπίσεις u στην περίπτωση δοκών που κάμπτονται στο επίπεδο yz ($v=\phi=0$, $w=0$). Οι μετατοπίσεις αυτές έχουν σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη παραμορφώσεων, οι οποίες για ένα τυχαίο σημείο P της διατομής, μπορούν να εκφραστούν ως:

$$\varepsilon_p = w' - \gamma u' \quad (1-9)$$

οι οποίες αντιστοιχούν σε τάσεις:

$$\sigma_p = E\varepsilon_p \quad (1-10)$$

Οι τάσεις αυτές έχουν σαν αποτέλεσμα:

$$N = \int_A \sigma_p dA \quad (1-11)$$

$$M_x = \int_A \sigma_p y dA \quad (1-12)$$

$$W = \int_A \sigma_p (x^2 + y^2) dA \quad (1-13)$$

έτσι ώστε:

$$N = EA w' \quad (1-14)$$

$$M_x = -EI_x u'' \quad (1-15)$$

$$W = -EI_p w' - WI_{px} u'' \quad (1-16)$$

στις οποίες A , I_x , I_p , I_{px} είναι οι ιδιότητες της κατασκευής και ορίζονται ως:

$$A = \int_A dA$$

$$I_x = \int_A y^2 dA$$

$$I_p = \int_A (x^2 + y^2) dA$$

$$I_{px} = \int_A y(x^2 + y^2) dA \quad (1-17)$$

Οι εξισώσεις αυτές μετατρέπουν τις τάσεις ως:

$$\sigma_p = \frac{N}{A} + M_x \frac{y}{I_x} \quad (1-18)$$

Τα αποτελέσματα των τάσεων που εκφράζονται από τις εξισώσεις (1-14) και (1-15) αποτελούν μια αξονική δύναμη N και μία καμπτική ροπή M_x περί τον άξονα x . Όπως φαίνεται από την εξίσωση (1-18) τα παραπάνω μεγέθη παίζουν μεγάλο ρόλο στις τάσεις σ_p .

1.4.3 Ενεργειακό δυναμικό και εξίσωση ενέργειας

Η ολική ενέργεια ενός μέλους με μήκος L και με γενική φόρτιση δίνεται από τη σχέση

$$U_T = U + V \quad (1-19)$$

στην οποία U είναι η εσωτερική ενέργεια του συστήματος και V είναι η δυναμική ενέργεια λόγω των φορτίων, υπολογιζόμενη στην απαραμόρφωτη θέση του μέλους.

Η εσωτερική ενέργεια U εκφράζεται ως:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \varepsilon_p \sigma_p dAdz \quad (1-20)$$

και μέσω των εξισώσεων (1-9), (1-10), (1-14), (1-15) και (1-18), η έκφραση γίνεται:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L (EAw'^2 + EI_x u''^2) dz \quad (1-21)$$

Η δυναμική ενέργεια για το γενικά φορτιζόμενο μέλος μπορεί να εκφραστεί ως:

$$V = - \int_0^L (q_y u + q_{zw}) dz - \sum_{1,2} (Q_y u + Q_z w - M_x u') \quad (1-22)$$

Σύμφωνα με την αρχή της στασιμότητας για να υπάρχει μια θέση ισορροπίας, πρέπει η πρώτη μεταβολή της ολικής ενέργειας να είναι μηδέν, δηλαδή να ισχύει:

$$\delta U_T = 0 \quad (1-23)$$

Για να είναι η θέση αυτή κρίσιμη, πρέπει η δεύτερη μεταβολή της ολικής ενέργειας να είναι μηδέν, δηλαδή:

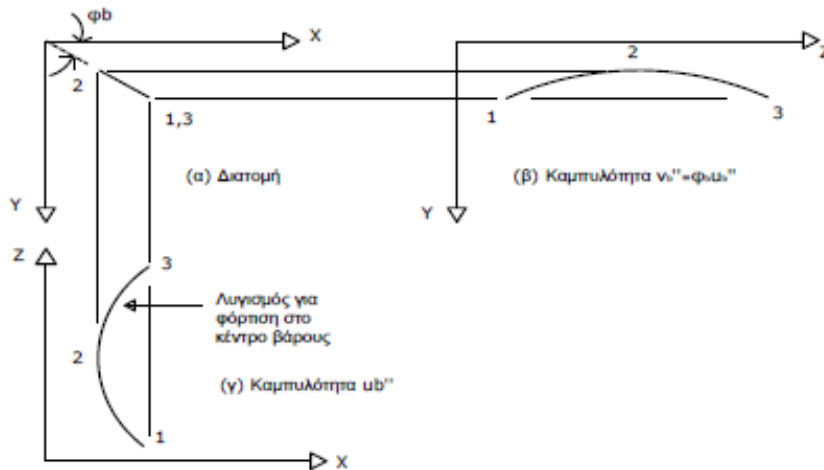
$$\frac{1}{2} \delta^2 U_T = 0 \quad (1-24)$$

Στην περίπτωση του πλευρικού λυγισμού, δηλαδή του στρεπτοκαμπτικού λυγισμού μόνο έναντι απλής κάμψης, έχουμε μόνο εγκάρσια εκτροπή u και στροφή φ . Συνεπώς για τον πλευρικό λυγισμό μιας μονοσυμμετρικής δοκού, η οποία κάμπτεται στο επίπεδο yz και καταπονείται από εγκάρσια φορτία και ροπές M_x , η εξίσωση ενέργειας για τη νέα θέση ισορροπίας είναι:

$$\frac{1}{2} \int_0^L \{ EI_y u''^2 + EI_w \varphi''^2 + GJ \varphi'^2 \} dz + \frac{1}{2} \int_0^L M_x \left\{ 2\varphi_b u'' + \left(\frac{I_{px}}{I_x} - 2\gamma_o \right) \varphi_b'^2 \right\} dz = 0 \quad (1-25)$$

για φορτίο στο κέντρο της δοκού.

Ο πρώτος όρος της εξίσωσης εκφράζει την αύξηση της εσωτερικής ενέργειας της δοκού κατά τη διάρκεια του λυγισμού λόγω της καμπτικής καμπυλότητας u_b'' περί τον άξονα y , της «στροφικότητας» ϕ_b'' και της συστροφής ϕ_b' . Ο δεύτερος όρος της εξίσωσης (1-25) είναι ίσος με την αύξηση της δυναμικής ενέργειας. Ο όρος αυτός είναι αρνητικός και γι' αυτό αντιστοιχεί στη μείωση της δυναμικής ενέργειας, και είναι ίσος με το έργο που γίνεται από την καμπτική ροπή M_x καθώς η δοκός εκτρέπεται κατά v_b λόγω των συνδυαζόμενων φαινομένων της πλευρικής εκτροπής u_b και της στροφής ϕ_b .



Σχήμα 1-12: Καμπυλότητα μιας λυγισμένης δοκού

1.4.4 Διαφορικές εξισώσεις πλευρικού λυγισμού

Οι διαφορικές εξισώσεις ισορροπίας πλευρικού λυγισμού μιας μονοσυμμετρικής δοκού, η οποία κάμπτεται στο κύριο επίπεδο yz , δίνονται από τις σχέσεις:

$$(EI_y u_b'')'' + (M_x \phi_b'')' = 0 \quad (1-26)$$

$$(EI_w \phi_b'')'' - (GJ \phi_b')' + M_x u_b'' - \left\{ M_x \left(\frac{I_{px}}{I_x} - 2y_o \right) \phi_b' \right\} = 0 \quad (1-27)$$

Η πρώτη εξίσωση (1-26) εκφράζει την ισότητα μεταξύ της εσωτερικής αντίστασης $(EI_y u_b'')''$ με το εγκάρσιο καταναμημένο φορτίο κατά τη διεύθυνση x , λόγω της κάμψης περί τον άξονα y της δοκού κατά τη διάρκεια του λυγισμού, και των εγκάρσιων φορτίων $-(M_x \phi_b'')$ της καμπτικής ροπής M_x λόγω της στροφής ϕ_b .

Η δεύτερη εξίσωση ισορροπίας (1-27) εκφράζει την ισότητα μεταξύ του αθροίσματος $(EI_w \phi_b'')'' - (GJ \phi_b')'$ της εσωτερικής αντίστασης έναντι στρέβλωσης και St Venant αντίστοιχα με την καταναμημένη στρέψη λόγω της συστροφής της δοκού κατά τη διάρκεια του λυγισμού και της καμπτικής ροπής M_x .

Για μία συμμετρική δοκό, η οποία καταπονείται από δύο ίσες και αντίρροπες καμπτικές ροπές M , οι διαφορικές εξισώσεις ισορροπίας της δοκού για πλευρικό λυγισμό, μετατρέπονται ως:

$$(EI_y u'')'' + (M_x \phi'')' = 0 \quad (1-28)$$

$$(EI_w \varphi'')'' - (GJ \varphi')' + M_x u'' = 0 \quad (1-29)$$

και πρέπει να ικανοποιούν τις συνοριακές συνθήκες:

$$u_{0,L} = u'_{0,L} = \varphi_{0,L} = \varphi'_{0,L} = 0 \quad (1-30)$$

Η πρώτη εξίσωση (1-28) εκφράζει την ισότητα στη θέση ισορροπίας μεταξύ της εκτός επιπέδου καμπτικής δράσης $-(M_x \varphi)''$ και της αντίστασης $(EI_y u'')''$ και η δεύτερη εξίσωση (1-29) εκφράζει την ισότητα μεταξύ της στρεπτικής δράσης $-M_x u''$ με της εσωτερικές αντιστάσεις έναντι στρέβλωσης και St Venant $(EI_w \varphi'')''$ και $-(GJ \varphi')'$.

1.4.5 Συμπεράσματα για μια ελεύθερη δοκό

Τα προβλήματα πλευρικού λυγισμού λύνονται με τη βοήθεια της ενεργειακής μεθόδου, αφού η εύρεση αναλυτικής λύσης των διαφορικών εξισώσεων από τη διατύπωση των συνθηκών ισορροπίας είναι πολύ δύσκολη. Το συνολικό δυναμικό μιας ελεύθερης δοκού με διατομή διπλής συμμετρίας ή συμμετρίας περί ένα σημείο, διατυπώνεται ως συνάρτηση της στροφής φ ως:

$$\frac{1}{2} \delta^2 U_T = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ EI_w (\varphi'')^2 + GI_t (\varphi')^2 - \frac{M_y}{EI_z} \varphi^2 - qz_g \varphi^2 \right\} dx - Pz_g \varphi_{(P)}^2 \quad (1-31)$$

όπου EI_w και GI_t είναι οι δυστρεπίες έναντι στρέβλωσης και St Venant αντίστοιχα

M_y είναι οι ροπές κάμψης

q είναι τα κατανεμημένα φορτία

P είναι τα συγκεντρωμένα φορτία

φ είναι η γωνία στροφής

$\varphi_{(P)}$ είναι η γωνία στροφής για τη θέση των συγκεντρωμένων φορτίων

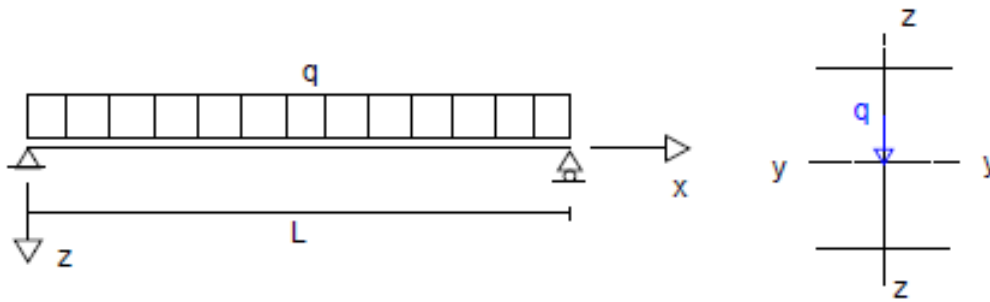
z_g είναι η απόσταση του σημείου εφαρμογής του φορτίου από το κέντρο διάτμησης (στην περίπτωση συμμετρικής δοκού το κέντρο διάτμησης ταυτίζεται με το κέντρο βάρους)

Πρέπει να τονιστεί ότι η εξίσωση (1-31) αναφέρεται για δοκούς που κάμπτονται στο επίπεδο xy και όχι στο επίπεδο yz , στο οποίο αναφερόμασταν στις προηγούμενες παραγράφους.

Οι δύο πρώτοι όροι της εξίσωσης (1-31) εκφράζουν την εσωτερική ενέργεια της δοκού, ενώ οι τρεις τελευταίοι τη δυναμική ενέργεια λόγω των εξωτερικών δυνάμεων. Ο πρώτος όρος EI_w εκφράζει την αντίσταση της διατομής σε στρέβλωση και ο δεύτερος GI_t στην αντίσταση της διατομής κατά St Venant. Ο τρίτος όρος της εξίσωσης εκφράζει το έργο των ροπών που προκαλούνται από τη φόρτιση, ενώ οι δύο τελευταίοι εκφράζουν τη ροπή στρέψης που προκαλούν τα φορτία στην παραμορφωμένη κατάσταση, αν το σημείο εφαρμογής τους είναι διαφορετικό από το κέντρο διάτμησης.

1.5 Εφαρμογή ενεργειακής μεθόδου

Στην παράγραφο αυτή, θα υπολογίσουμε με τη βοήθεια της ενεργειακής μεθόδου την κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού μιας αμφιέριστης δοκού (Σχήμα 1-13), με διατομή διπλής συμμετρίας και κατανεμημένο φορτίο που δρα στο κέντρο βάρους της.



Σχήμα 1-13: Αμφιέρειστη δοκός με κατανεμημένο φορτίο στο κέντρο βάρους της

Η ακρίβεια της λύσης εξαρτάται από τη συνάρτηση της γωνιακής πλευρικής εκτροπής θ που θα επιλέξουμε ως προσεγγιστική λύση. Δηλαδή θα επιλέξουμε μια λύση και θα δούμε κατά πόσο προσεγγίζει την πραγματική. Επειδή η φόρτιση είναι συμμετρική, η ιδιομορφή θα είναι επίσης συμμετρική και άρα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μια συνάρτηση της μορφής:

$$\theta = C_1 \sin \frac{\pi x}{L} + C_3 \sin \frac{3\pi x}{L} + \dots \quad (1-32)$$

Η συνάρτηση σχήματος της εξίσωσης (1-32) πρέπει να ικανοποιεί τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος, οι οποίες είναι:

$$\theta(0) = \theta(L) = \theta''(0) = \theta''(L) = 0 \quad (1-33)$$

Εάν παραγωγίσουμε διαδοχικά την εξίσωση (1-32) λαμβάνουμε τις εξισώσεις:

$$\theta' = C \frac{\pi}{L} \cos \frac{\pi x}{L} \quad (1-34)$$

$$\theta'' = -C \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \sin \frac{\pi x}{L} \quad (1-35)$$

Εάν αντικαταστήσουμε την εξίσωση (1-33) στις εξισώσεις (1-34) και (1-35), παρατηρούμε ότι η παραπάνω συνάρτηση σχήματος ικανοποιεί τις συνοριακές συνθήκες, οπότε μπορούμε να την αποδεχτούμε.

Η εξίσωση (1-7) μας δίνει τη συνάρτηση ροπής κάμψης, την οποία μετατρέπουμε με τα δεδομένα του προβλήματος ως εξής:

$$M_y = \frac{qL^2}{2} \left[\frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right] \quad (1-36)$$

Η κρίσιμη ροπή της αμφιέρειστης δοκού είναι στη μεσαία διατομή, η οποία είναι και η μέγιστη ροπή της δοκού και είναι ίση με:

$$M_{cr} = \frac{qL^2}{8} \quad (1-37)$$

και η συνάρτηση ροπής κάμψης (1-36) μετατρέπεται σε:

$$M_y = 4M_{cr} \left[\frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right] \quad (1-38)$$

Επειδή η διατομή είναι διπλής συμμετρίας, το κέντρο βάρους και το κέντρο διάτμησης ταυτίζονται και το φορτίο δρα στο κέντρο βάρους, ισχύει $z_g = 0$ και η εξίσωση (1-31) μετατρέπεται σε:

$$\bar{\delta}^2 U_T = \int_0^1 C \left\{ EI_w \left(\frac{\pi}{L} \right)^4 \sin^2 \left(\pi \frac{x}{L} \right) + GI_t \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \cos^2 \left(\pi \frac{x}{L} \right) - \frac{16M_{cr}}{EI_z} \left[\frac{\pi}{L} - \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \right] \sin \left(\pi \frac{x}{L} \right) \right\} d \frac{x}{L} \quad (1-39)$$

Συμφώνα με την ενεργειακή μέθοδο, η κρίσιμη κατάσταση βρίσκεται με μηδενισμό της παραγώγου ως προς C της εξίσωσης (1-39)

$$\frac{\partial \left(\frac{1}{2} \bar{\delta}^2 U_T \right)}{\partial C} = \frac{\partial (\bar{\delta}^2 U_T)}{\partial C} = 0 \quad (1-40)$$

και με τη βοήθεια ενός μαθηματικού προγράμματος λαμβάνουμε της εξίσωση:

$$2C \left\{ \frac{EI_w}{2} \left(\frac{\pi}{L} \right)^4 + \frac{GI_t}{2} \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 - \frac{16M_{cr}^2}{41EI_z} \right\} = 0 \quad (1-41)$$

η οποία έχει δύο λύσεις. Η πρώτη λύση είναι η τετριμμένη όπου $C=0$, αλλά η λύση αυτή δεν μας δίνει λυγισμό, οπότε την απορρίπτουμε. Η δεύτερη λύση, η μη τετριμμένη, την οποία και αποδεχόμαστε, προκύπτει από το μηδενισμό της αγκύλης της εξίσωσης (1-41). Μετά από υπολογισμούς καταλήγουμε στην κρίσιμη ροπή, η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$M_{cr} = 1,132 \frac{\pi^2 EI_z}{L^2} \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 GI_t}{\pi^2 EI_z}} \quad (1-42)$$

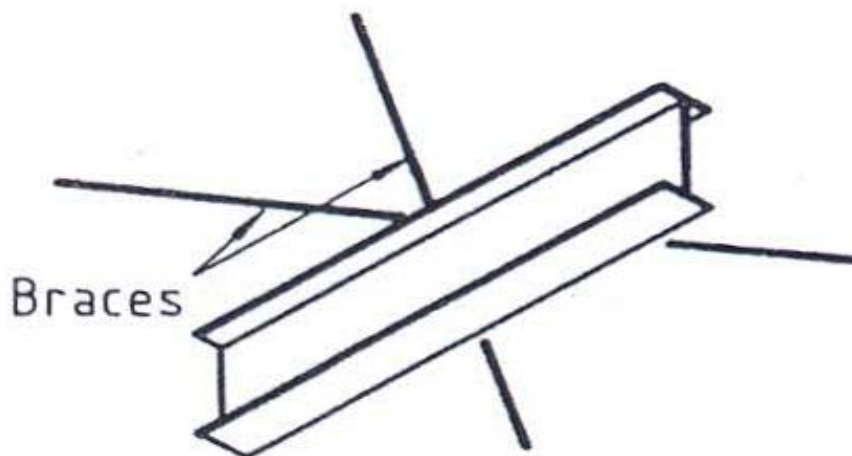
Η τιμή αυτή είναι η ακριβής ροπή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, για τις συγκεκριμένες συνθήκες φόρτισης και στήριξης. Ο λόγος είναι ότι η συνάρτηση (1-42) είναι η ακριβής συνάρτηση της 1^{ης} ιδιομορφής.

2 ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΗΣ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑΣ ΠΛΕΥΡΙΚΩΝ ΕΞΑΣΦΑΛΙΣΕΩΝ

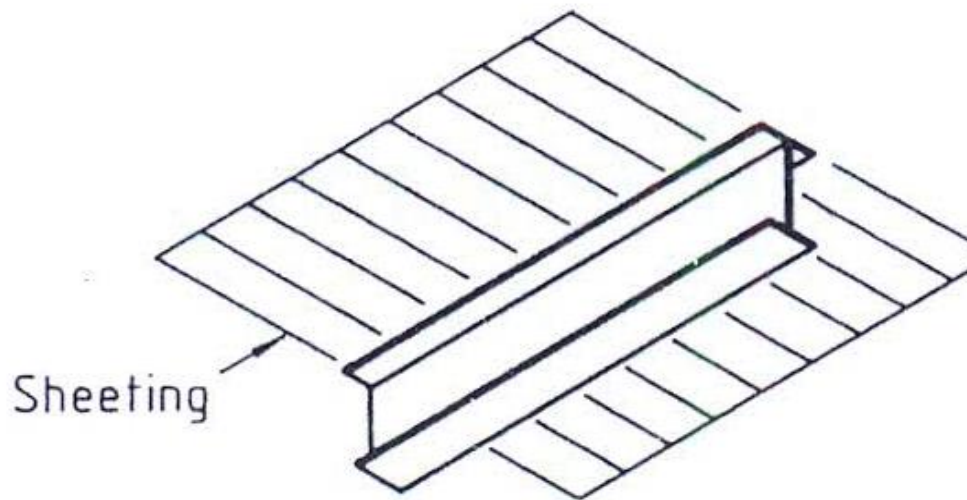
Το παρόν κεφάλαιο θα αναφερθεί διεξοδικά στους διαφορετικούς τύπους πλευρικών εξασφαλίσεων, καθώς και στους αναλυτικούς τύπους απ' όπου προκύπτουν οι απαιτούμενες δυσκαμψίες τους. Οι παρακάτω παράγραφοι αποτελούν προϊόν μετάφρασης και προέρχονται από το βιβλίο του N.S. Trahair 'Flexural Torsional Buckling of Structures'.

2.1 Εισαγωγή

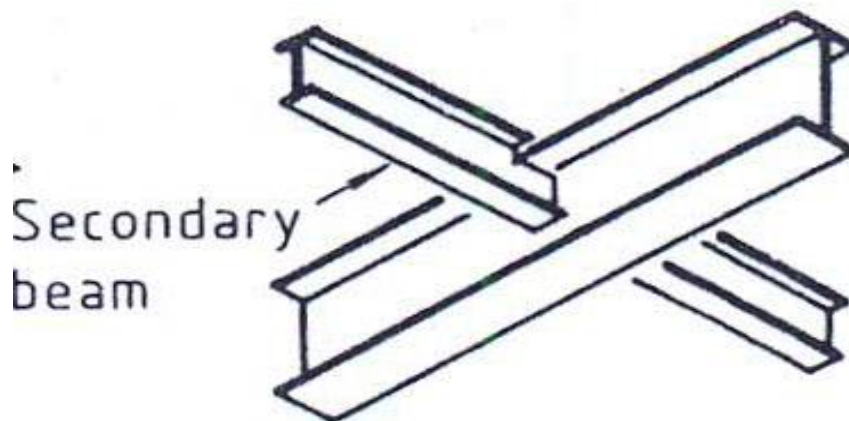
Μια μεταλλική δοκός συνδέεται σε πολλές περιπτώσεις με άλλα μέλη που συμμετέχουν στη λυγισμική συμπεριφορά της, και επηρεάζουν σημαντικά τη λυγισμική της αντοχή. Οι διαγώνιοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας τοποθετούνται αρκετές φορές με απώτερο σκοπό την αύξηση της αντοχής της δοκού σε πλευρικό λυγισμό (Σχήμα 2-1), αλλά πολλά άλλα μέλη όπως τα χαλυβδόφυλλα ή οι συμβάλλουσες στη δοκό διαδοκίδες, που συνήθως προορίζονται για άλλο σκοπό, έχουν επίσης σημαντική δράση ως εξασφαλίσεις (Σχήμα 2-2, 2-3).



Σχήμα 2-1: Πλευρική εξασφάλιση με διαγώνιους συνδέσμους δυσκαμψίας



Σχήμα 2-2: Πλευρική εξασφάλιση με χαλυβδόφυλλα



Σχήμα 2-3: Πλευρική εξασφάλιση με συμβάλλουσα διαδοκίδα

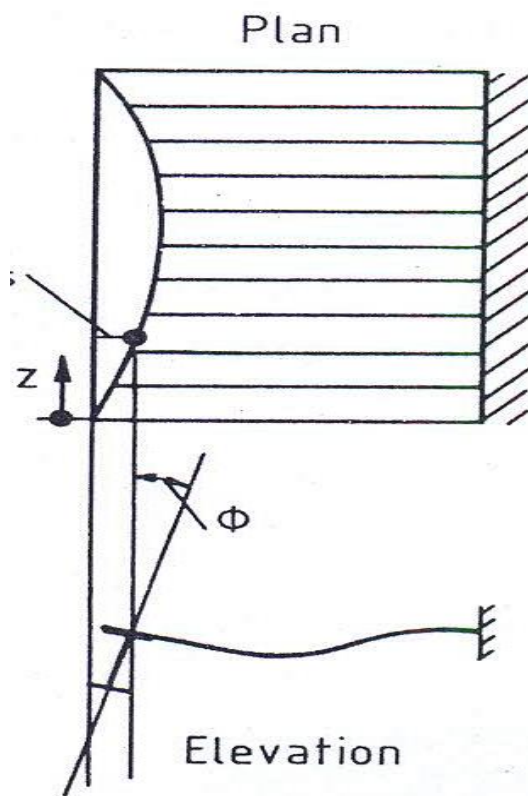
Αυτά τα μέλη μπορεί να εισάγουν ως εξασφάλιση ροπές που δρουν στο επίπεδο της φόρτισης, όπως για παράδειγμα σε αμφίπακτες ή μονόπακτες δοκούς ή ακόμα και σε δοκούς πολλών ανοιγμάτων. Αυτές οι ακραίες ροπές αλλάζουν τη κατανομή της καμπτικής ροπής στη δοκό και μεταβάλλουν την λυγισμική της αντοχή.

Οι δράσεις εξασφάλισης εκτός του επιπέδου φόρτισης περιορίζουν το ενεργό μήκος λυγισμού της δοκού και αυξάνουν την αντοχή της σε λυγισμό. Τα μέλη που παρέχουν τις δράσεις αυτές ονομάζονται πλευρικές εξασφαλίσεις ή πλευρικές στηρίξεις. Σε αυτά τα μέλη επικεντρώνεται το κεφάλαιο αυτό, όπως έχει διερευνηθεί διεξοδικά από τον Trahair.

Οι πλευρικές στηρίξεις διακρίνονται σε σημειακές και συνεχείς. Οι σημειακές πλευρικές στηρίξεις δρουν σε σημεία όπου οι διαγώνιοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας ή άλλα μέλη εξασφάλισης είναι συνδεδεμένα στη δοκό και εισάγουν δράσεις που ανθίστανται στις μετακινήσεις που προκαλούνται από την πλευρική εκτροπή, τη στροφή και τη στρέβλωση της διατομής της δοκού. Αυτές οι πλευρικές στηρίξεις συνήθως θεωρούνται ελαστικές, σε κάθε περίπτωση μπορούν να χαρακτηριστούν από την ελαστική τους δυσκαμψία.

Σε μερικές περιπτώσεις οι σημειακές πλευρικές στηρίξεις θεωρούνται ως άκαμπτες, έτσι ώστε να αποτρέπουν μία ή περισσότερες ιδιομορφές λυγισμού. Σε αυτή την ειδική περίπτωση όπου οι άκαμπτες εξασφαλίσεις αποτρέπουν τη πλευρική εκτροπή και τη στροφή της διατομής, τότε η δοκός λέγεται πλευρικά εξασφαλισμένη, και αποτελείται από επιμέρους μέλη μεταξύ των σημείων εξασφάλισης και των στηρίξεων.

Οι συνεχείς πλευρικές στηρίξεις, θεωρούνται συνήθως ομοιόμορφα κατανεμημένες κατά μήκος της δοκού και συχνά χρησιμοποιούνται έτσι ώστε να επικεντρώσουν τις δράσεις των συμβαλλόμενων μελών-πλευρικών εξασφαλίσεων ανά πολύ κοντινές αποστάσεις, όπως στην περίπτωση των χαλυβδόφυλλων της στέγης (σχήμα 2-4). Οι συνεχείς πλευρικές στηρίξεις λειτουργούν παρόμοια με τις σημειακές, ως προς το ότι εισάγουν δράσεις που ανθίστανται στην πλευρική εκτροπή της δοκού. Θεωρούνται επίσης ελαστικές και χαρακτηρίζονται από την ελαστική τους δυσκαμψία. Όταν οι συνεχείς πλευρικές εξασφαλίσεις θεωρηθούν άκαμπτες, τότε δημιουργούν ένα διαμήκη άξονα περί τον οποίο στρέφονται οι διατομές της δοκού κατά τη διάρκεια του πλευρικού λυγισμού.



Σχήμα 2-4: Συνεχείς πλευρικές εξασφαλίσεις μέσω χαλυβδόφυλλων

2.2 Δυσκαμψίες πλευρικών εξασφαλίσεων

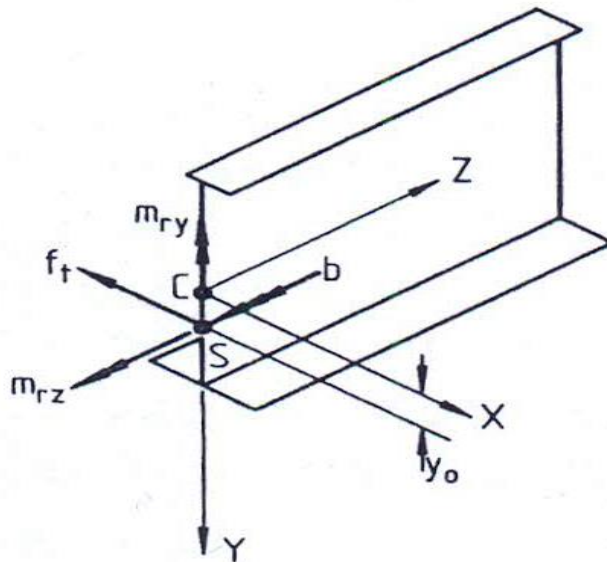
2.2.1 Συνεχείς πλευρικές στηρίξεις

Μία μεταλλική δοκός, μπορεί να είναι συνεχώς πλευρικά εξασφαλισμένη, από μία μετακινησιακή ελαστική στήριξη δυσκαμψίας a_T που δρα σε απόσταση y_T κάτω από τον ουδέτερο άξονα, από μία στροφική ελαστική στήριξη δυστρεψιάς a_{Ry} περί τον ασθενή άξονα, που δρα σε απόσταση y_R κάτω από τον ουδέτερο άξονα, από μία στροφική ελαστική στήριξη δυστρεψιάς a_{Rz} , και από μία ελαστική στήριξη στρέβλωσης δυστρεψιάς a_w .

Οι δράσεις που προκαλούνται από αυτές τις στηρίξεις μπορούν να υποκατασταθούν από τις εξής, ως προς το κέντρο διάτμησης:

$$\{r\} = \{f_t, m_{ry}, m_{rz}, b\}^T \quad (2-1)$$

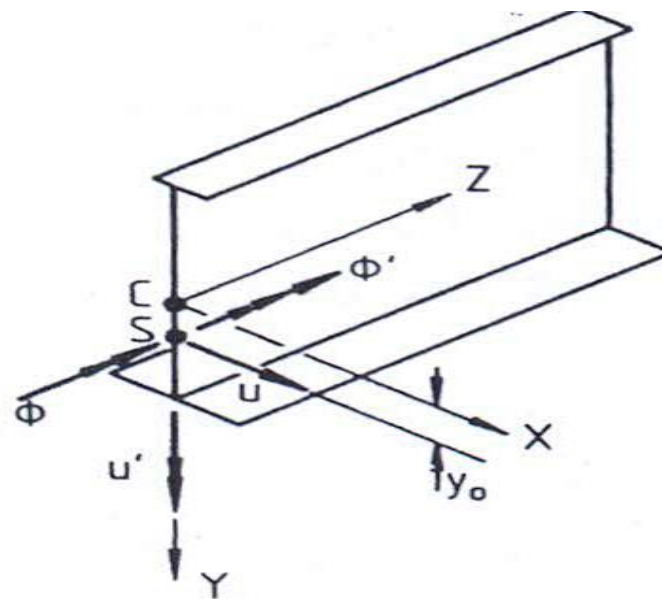
Όπου το b είναι το δίρροπο ανά μονάδα μήκους.



Σχήμα 2-5: Δράσεις προερχόμενες από πλευρικές εξασφαλίσεις

Για να είναι στατικά ισοδύναμη αυτή η ομάδα δράσεων με αυτές των στηρίξεων, πρέπει να συσχετιστεί με τις παραμορφώσεις του κέντρου διάτμησης (Σχήμα 2-6)

$$\{d\} = \{u, u', \phi, \phi'\}^T \quad (2-2)$$



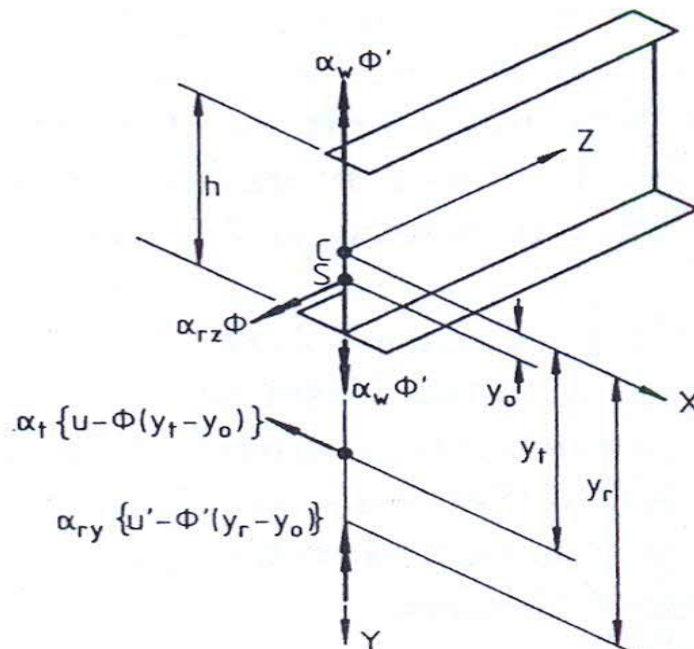
Σχήμα 2-6 Παραμορφώσεις κέντρου διάτμησης κατά τον πλευρικό λυγισμό

Μέσω:

$$\{r\} = [a_b] \{d\} \tag{2-3}$$

Όπου, το μητρώο δυσκαμψίας συνεχών πλευρικών στηρίξεων που αποκαλείται $\{a_b\}$ είναι:

$$[a_b] = \begin{bmatrix} a_T & 0 & -a_T(y_T - y_o) & 0 \\ 0 & a_{Ry} & 0 & -a_{Ry}(y_R - y_o) \\ -a_T(y_T - y_o) & 0 & \{a_T(y_T - y_o)^2 + a_{Rz}\} & 0 \\ 0 & -a_{Ry}(y_R - y_o) & 0 & \{a_{Ry}(y_R - y_o)^2 + a_w\} \end{bmatrix} \tag{2-4}$$



Σχήμα 2-7: Απεικόνιση μητρώου δυσκαμψίας πλευρικών εξασφαλίσεων

2.2.2 Σημειακές πλευρικές στηρίξεις

Μία μεταλλική δοκός μπορεί να στηρίζεται πλευρικά από ελαστικές πλευρικές στηρίξεις, που έχουν μετακινησιακή δυσκαμψία k_T σε απόσταση y_T κάτω από τον ουδέτερο άξονα, δυστρεψία k_{Ry} περί τον ασθενή άξονα σε απόσταση y_R κάτω από τον ουδέτερο άξονα, δυστρεψία k_{Rz} ή αλλιώς k_R και δυστρεψία στρέβλωσης k_w .

Οι δράσεις που προκαλούνται από αυτές τις στηρίξεις μπορούν να υποκατασταθούν από τις εξής, ως προς το κέντρο διάτμησης:

$$\{R\} = \{F_t, M_{Ty}, M_{Tz}, B\}^T \tag{2-5}$$

Όπου το B είναι το δίρροπο ανά μονάδα μήκους

Για να είναι στατικά ισοδύναμη αυτή η ομάδα δράσεων με αυτές των στηρίξεων, πρέπει να συσχετιστεί με τις παραμορφώσεις του κέντρου διάτμησης

$$\{D\} = \{u, u', \varphi, \varphi'\}^T \quad (2-6)$$

Μέσω:

$$\{R\} = [a_B] \{D\} \quad (2-7)$$

Όπου, το μητρώο δυσκαμψίας σημειακών πλευρικών στηρίξεων, που αποκαλείται $\{a_B\}$ είναι:

$$[a_B] = \begin{bmatrix} k_T & 0 & -k_T(y_T - y_o) & 0 \\ 0 & k_{Ry} & 0 & -k_{Ry}(y_R - y_o) \\ -k_T(y_T - y_o) & 0 & \{k_T(y_T - y_o)^2 + k_{Rz}\} & 0 \\ 0 & -k_{Ry}(y_R - y_o) & 0 & \{k_{Ry}(y_R - y_o)^2 + k_w\} \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

2.3 Ανάλυση λυγισμού

Στη γενική περίπτωση των εξασφαλισμένων δοκών, κλειστές λύσεις για τα κρίσιμα φορτία λυγισμού δεν μπορούν να προσδιοριστούν και απαιτείται αριθμητική μέθοδος για τον προσδιορισμό των φορτίων αυτών.

Η ενέργεια που συγκεντρώνεται σε ένα μέλος κατά τη διάρκεια του λυγισμού είναι η εξής:

$$\frac{1}{2} \delta^2 U = \frac{1}{2} \int_0^L \{EI_y u''^2 + EI_w \varphi''^2 + GJ \varphi'^2\} dz + \frac{1}{2} \sum \{D\}^T [a_B] \{D\} + \frac{1}{2} \int_0^L \{d\}^T [a_b] \{d\} dz \quad (2-9)$$

Όπου οι όροι $\frac{1}{2} \sum \{D\}^T [a_B] \{D\} + \frac{1}{2} \int_0^L \{d\}^T [a_b] \{d\} dz$ εκφράζουν την ενέργεια που συγκεντρώνεται

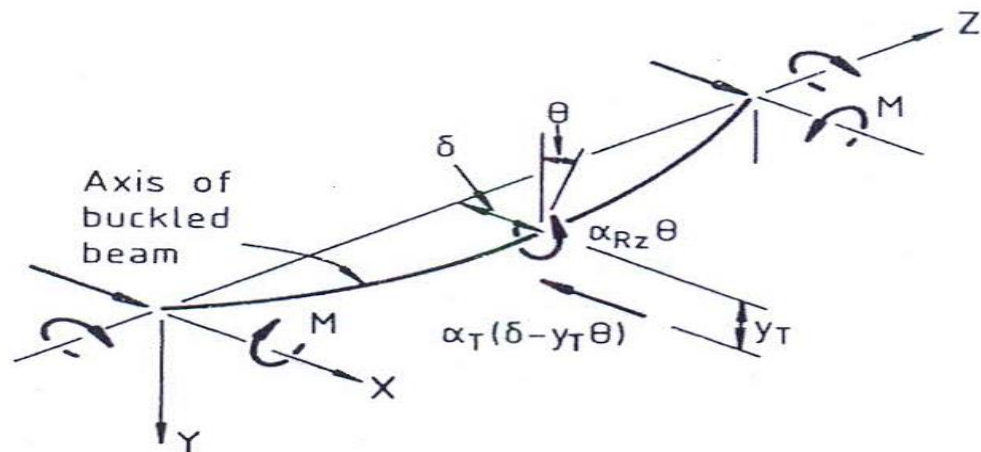
στη δοκό λόγω της δράσης των συνεχών και σημειακών στηρίξεων αντίστοιχα

2.4 Ενδιάμεσες πλευρικές στηρίξεις

Οι ενδιάμεσες στηρίξεις που δρουν ανάμεσα στις στηρίξεις μπορεί να περιορίσουν τη πλευρική μετάθεση u και τη στροφή φ . Η ειδική περίπτωση δοκού υπό καθαρή κάμψη με στήριξη στο μέσο του μήκους φαίνεται στο σχήμα 2-8. Όταν οι στηρίξεις είναι αρκετά δύσκαμπτες ώστε $u=\varphi=0$ στο σημείο εξασφάλισης, η δοκός λυγίζει αντισυμμετρικά σε δύο ημι-κύματα, καθένα από τα οποία έχει το μισό μήκος της δοκού. Έτσι η ελαστική κρίσιμη ροπή δίνεται από τον τύπο:

$$M_{cr} = \sqrt{\left\{ \frac{\pi^2 EI_y}{k^2 L^2} \left(GJ + \frac{\pi^2 EI_w}{k^2 L^2} \right) \right\}} \quad (2-10)$$

με $k=0.5$



Σχήμα 2-8: Συμμετρικός λυγισμός

Όταν οι στηρίξεις είναι ελαστικές, η δοκός μπορεί να λυγίσει με συμμετρικό τρόπο. Αναλυτική λύση μπορεί να προκύψει στην ειδική περίπτωση που οι δυσκαμψίες συνδέονται με τη σχέση:

$$\frac{k_T L^3}{EI_y} \left(1 - \frac{2y_T}{2y_c} / h\right) = \frac{k_R L^3}{EI_w} / \left(1 + \frac{2y_T}{h} \frac{2y_c}{h}\right) = \frac{k_{Re} L^3}{EI_y} \quad (2-11)$$

στις οποίες:

$$\frac{k_{Re} L^3}{16EI_y} = \frac{(\pi / 2k)^3 \cot(\pi / 2k)}{(\pi / 2k) \cot(\pi / 2k) - 1} \quad (2-12)$$

$$y_c = M_{cr} / (\pi^2 EI_y / k^2 L^2) \quad (2-13)$$

Οι εξισώσεις που διέπουν την ιδιομορφή του συμμετρικού λυγισμού είναι:

$$\frac{u}{\delta} = \frac{\varphi}{\theta} = \frac{z}{L} - \frac{\sin(\pi z / kL)}{(\pi / k) \cos(\pi / 2k)} \quad (2-14)$$

Όπου $0 \leq z \leq L/2$ και για ενεργό μήκος kL

Απόδειξη σχέσεων (2-11), (2-12), (2-13)

Σε απλό υποστύλωμα η εξίσωση ισορροπίας για μετακινησιακό ελατήριο γίνεται:

$$-EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} = P_c \cdot u - \frac{k_T \cdot u_{L/2} \cdot z}{2} \quad (2-15)$$

$$\left(\frac{du}{dz}\right)_{L/2} = 0 \quad (2-16)$$

$$u(0) = 0 \quad (2-17)$$

Από 2-15, 2-16, 2-17:

$$\frac{u}{u_{L/2}} = \frac{k_T L}{u_{L/2}} \left(z - \frac{\sin\left(\frac{\pi z}{kL}\right)}{\frac{\pi}{k} \cos\left(\frac{\pi}{2k}\right)} \right) \quad (2-18)$$

Για $z=L/2$ έχουμε:

$$\frac{k_T L^3}{48EI_y} = \frac{\frac{1}{3}\left(\frac{\pi}{2k}\right)^3 \cot\left(\frac{\pi}{2k}\right)}{\left(\frac{\pi}{2k}\right) \cot\left(\frac{\pi}{2k}\right) - 1} \quad (2-19)$$

Από όπου προκύπτει η (2-12) (γενίκευση από το υποστύλωμα σε καμπτόμενη δοκό χωρίς βλάβη της γενικότητας όταν η ελαστική στήριξη βρίσκεται στο μέσο του ύψους της δοκού).

Παράλληλα, ισχύουν οι σχέσεις:

Εξίσωση κάμψης ως προς τον ασθενή άξονα:

$$-EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} = M_c \cdot \varphi - \frac{k_T}{2} (u_{L/2} + y_T \cdot \varphi_{L/2}) z \quad (2-20)$$

Εξίσωση στρέψης:

$$GJ \frac{d\varphi}{dz} - EI_w \frac{d^3 \varphi}{dz^3} = M_c \frac{du}{dz} - \frac{k_T}{2} (u_{L/2} + y_T \cdot \varphi_{L/2}) y_T - \frac{k_R}{2} \varphi_{L/2} \quad (2-21)$$

Από το σύστημα των εξισώσεων αυτών (2-18), (2-20), (2-21) προκύπτει η (2-11):

$$\frac{k_T L^3}{EI_y} \left(1 - \frac{2y_T}{2y_c/h} \right) = \frac{k_R L^3}{EI_w} / \left(1 + \frac{2y_T}{h} \frac{2y_c}{h} \right)$$

Η εξίσωση (2-13) συνδέει το συντελεστή ισοδύναμου μήκους λυγισμού k με την αδιάστατη σταθερά ελατηρίου στο μέσο του μήκους $k_T L^3 / 16EI_y$. Όπως προβάλλεται στο σχήμα 2-10, ο λόγος $1/k$ αυξάνεται από 1 σε 2.86 όσο ο αδιάστατος δείκτης δυσκαμψίας αυξάνεται από το 0 στο άπειρο.

Επίσης φαίνεται στο σχήμα 2-10 η λύση $1/k=2$ που αντιστοιχεί σε πλήρη εξασφάλιση πραγματοποιείται για την οριακή τιμή της δυσκαμψίας:

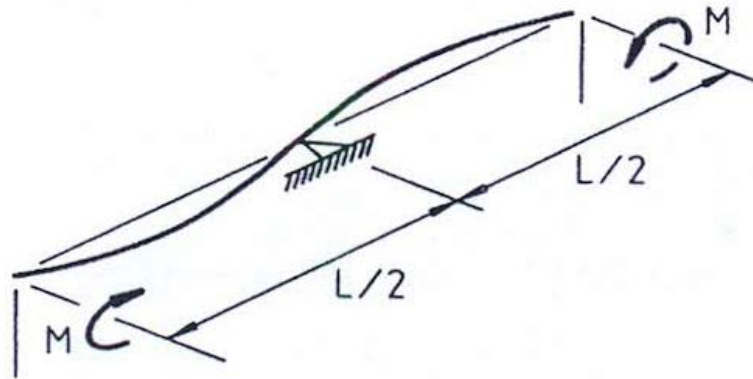
$$\frac{k_T L^3}{16EI_y} = \pi^2 \quad (2-22)$$

Τότε $k_T = k_{TL}$

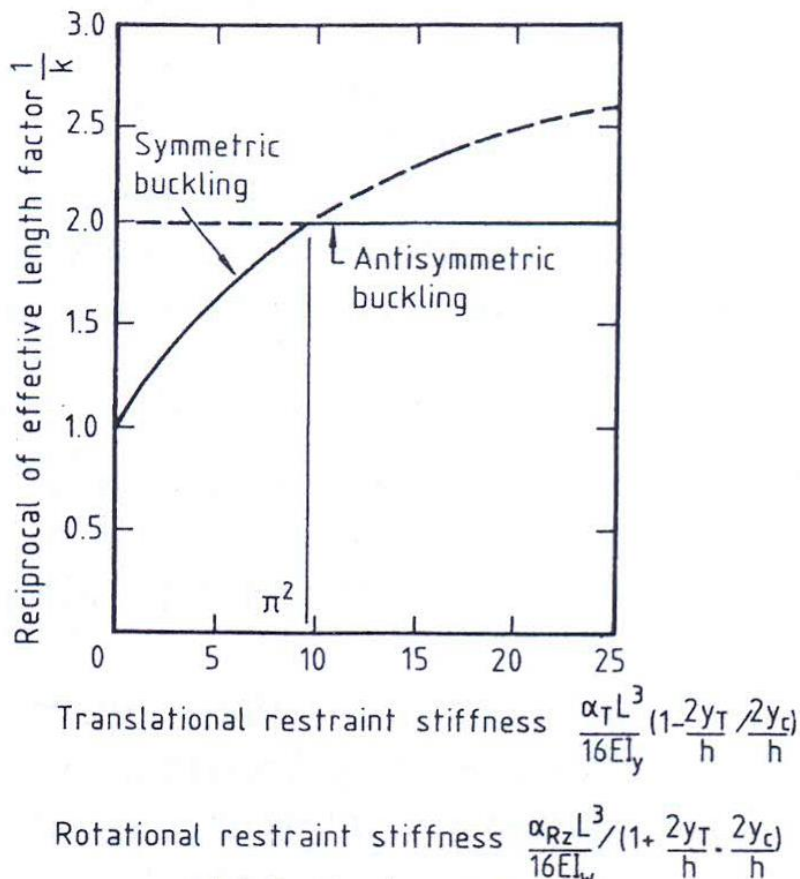
Αφού ο λυγισμός συμβαίνει πάντα στην ιδιομορφή με το μικρότερο κρίσιμο φορτίο, μία δοκός με $k_T > k_{TL}$ πάντα λυγίζει αντισυμμετρικά σε δύο ημι-κύματα σε ροπή της εξίσωσης (2-10). Από την άλλη πλευρά, αν $k_T < k_{TL}$ τότε έχουμε λύση συμμετρικού λυγισμού σε ροπή της (2-10) αλλά με k που είναι ίσο με:

$$k = \frac{1}{1 + 1.4k_T / k_{TL} - 0.4(k_T / k_{TL})^2} \tag{2-23}$$

Όπου $k_T < k_{TL}$



Σχήμα 2-9: Αντισυμμετρικός λυγισμός



Σχήμα 2-10: Όρια μορφής λυγισμού ανάλογα με τη δυσκαμψία

Οι τιμές k_{TL} και k_{RL} που απαιτούνται ώστε να έχουμε αντισυμμετρικό λυγισμό μειώνονται όσο η στήριξη κινείται ψηλότερα. Η τιμή του k_{RzL} πέφτει στο 0 όταν:

$$y_T = \frac{-h^2}{4y_c} = -\frac{h}{2} \frac{2k}{\sqrt{(1+4k^2)}} \geq -\frac{h}{2} \quad (2-24)$$

Όπου $K = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_w}{G \cdot J \cdot L^2}}$ (I_w : η σταθερά στρέβλωσης, J : η σταθερά στρέψης)

h : το μέσο ύψος της διατομής

Για την οποία η απαιτούμενη δυσκαμψία k_{TL} είναι:

$$\frac{k_{TL} L^3}{16EI_y} = \pi^2 \frac{(1+4k^2)}{(1+8k^2)} \leq \pi^2 \quad (2-25)$$

2.5 Συμπεράσματα

Συμπερασματικά μπορεί να ειπωθεί ότι μια μετακινησιακή ελαστική πλευρική εξασφάλιση τοποθετούμενη στο άνω (θλιβόμενο) πέλμα με δυσκαμψία $k_T = 16\pi^2 EI_y / L^3$ θα είναι αρκετή για να προκαλέσει αντισυμμετρικό λυγισμό με $k=0.5$, δηλαδή να αποτελέσει πλήρη πλευρική εξασφάλιση.

Όταν μία μετακινησιακή πλευρική εξασφάλιση δρα στο μέσο του μήκους, η απαιτούμενη δυσκαμψία ώστε η δοκός να παρουσιάζει συμπεριφορά δεύτερης ιδιομορφής στη θέση της εξασφάλισης αυξάνεται με τη μείωση του ύψους y_T στο σημείο δρα η εξασφάλιση. Για ύψος $y_T=0$ (εξασφάλιση στο κέντρο διάτμησης), τότε η απαιτούμενη δυσκαμψία προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\frac{k_T L^3}{EI_y} \approx \frac{153(1+5k^2)}{(1+0.74k^2)} \quad (2-26)$$

Τέλος, στη γενική περίπτωση που η εξασφάλιση τοποθετείται σε ενδιάμεσο ύψος τότε οι τιμές μετακινησιακής δυσκαμψίας k_T και καμπτικής δυστρεψιάς k_R που απαιτούνται για την πλήρη εξασφάλιση της δοκού προκύπτουν από την επίλυση της σχέσης:

$$\frac{k_T L^3}{EI_y} \left(1 - \frac{2y_T}{y_c} / h\right) = \frac{k_R L^3}{EI_w} / \left(1 + \frac{2y_T}{h} \frac{2y_c}{h}\right) = \frac{k_{Re} L^3}{EI_y} \quad (2-27)$$

3 ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ ΕΥΡΩΚΩΔΙΚΑ 3 ΠΕΡΙ ΠΛΕΥΡΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται αναφορά στις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (EC3) για τον πλευρικό λυγισμό. Αναφέρονται τα κεφάλαια και τα παραρτήματα που αφορούν στη μόρφωση της εξίσωσης της κρίσιμης ροπής της δοκού που καταπονείται σε κάμψη, αλλά και του υπολογισμού της αντοχής των μελών σε πλευρικό λυγισμό. Επιπλέον, θα παρουσιαστεί η παράγραφος με βάση το οποίο επιλέχθηκε το μέγεθος των αρχικών ατελειών που χρησιμοποιήθηκαν στις μη γραμμικές αναλύσεις.

3.1 Κατάταξη των διατομών

Η κατάταξη των διατομών αναφέρεται στην παράγραφο 5.5 του Ευρωκώδικα 3 (EC3). Οι διατομές που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διπλωματική ελέγχθηκαν σε κατηγορία για να αποφύγουμε την περίπτωση τοπικού λυγισμού. Όπως θα αναφερθεί και παρακάτω, στα κεφάλαια του Ευρωκώδικα 3 (EC3), η κατάταξη των διατομών δείχνει την ικανότητα της διατομής να αποφύγει τον τοπικό λυγισμό. Γι' αυτό και οι διατομές που επιλέχθηκαν είναι κατηγορίας 1, η οποία εξασφαλίζει την αποφυγή του τοπικού λυγισμού.

Πρέπει να τονιστεί ότι θα παραληφθούν κάποιες παράγραφοι, οι οποίες δεν έχουν άμεση σχέση με τον πλευρικό λυγισμό.

3.1.1 Βασικές αρχές

(1) Ο ρόλος της κατάταξης των διατομών είναι να αναγνωρίσει την έκταση στην οποία η αντοχή και η ικανότητα στροφής των διατομών περιορίζεται από την αντοχή τους σε τοπικό λυγισμό.

3.1.2 Κατάταξη

(1) Τέσσερις κατηγορίες διατομών καθορίζονται ως εξής:

- Διατομές κατηγορίας 1 είναι εκείνες που μπορούν να σχηματίσουν πλαστική άρθρωση με την απαιτούμενη από την πλαστική ανάλυση δυνατότητα στροφής χωρίς μείωση της αντοχής τους.
- Διατομές κατηγορίας 2 είναι εκείνες που μπορούν να αναπτύξουν την πλαστική ροπή αντοχής τους, αλλά έχουν περιορισμένη δυνατότητα στροφής λόγω τοπικού λυγισμού.

- Διατομές κατηγορίας 3 είναι εκείνες στις οποίες η τάση στην ακραία θλιβόμενη ίνα του χαλύβδινου μέλους, υποθέτοντας ελαστική κατανομή των τάσεων, μπορεί να φθάσει την αντοχή διαρροής, αλλά ο τοπικός λυγισμός είναι πιθανόν να εμποδίσει την ανάπτυξη της πλαστικής ροπής αντοχής.
- Διατομές κατηγορίας 4 είναι εκείνες στις οποίες τοπικός λυγισμός θα συμβεί πριν την ανάπτυξη της τάσης διαρροής σε ένα ή περισσότερα μέρη της διατομής.

Ακολουθούν οι πίνακες βάσει των οποίων κατατάσσονται οι διατομές σε κατηγορίες, σύμφωνα με το θλιβόμενο πέλμα και τον κορμό:

Πίνακας 3-1: Μέγιστοι λόγοι πλάτους προς πάχος για θλιβόμενα τμήματα

Εσωτερικά θλιβόμενα τμήματα						
				Αξονας κάμψης		
				Αξονας Κάμψης		
Κατηγορία	Τμήμα που υπόκειται σε κάμψη	Τμήμα που υπόκειται σε θλίψη	Τμήμα που υπόκειται σε κάμψη και θλίψη			
Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική)						
1	$c/t \leq 72\epsilon$	$c/t \leq 33\epsilon$	όταν $\alpha > 0,5$: $c/t \leq \frac{396\epsilon}{13\alpha - 1}$ όταν $\alpha \leq 0,5$: $c/t \leq \frac{36\epsilon}{\alpha}$			
2	$c/t \leq 83\epsilon$	$c/t \leq 38\epsilon$	όταν $\alpha > 0,5$: $c/t \leq \frac{456\epsilon}{13\alpha - 1}$ όταν $\alpha \leq 0,5$: $c/t \leq \frac{41,5\epsilon}{\alpha}$			
Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική)						
3	$c/t \leq 124\epsilon$	$c/t \leq 42\epsilon$	όταν $\psi > -1$: $c/t \leq \frac{42\epsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ όταν $\psi \leq -1$: $c/t \leq 62\epsilon(1 - \psi)\sqrt{-\psi}$			
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460
	ϵ	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

*) $\psi \leq -1$ εφαρμόζεται όπου η θλιπτική τάση $\sigma < f_y$ είτε η εφελκυστική παραμόρφωση $\epsilon_y > f_y/E$

3.2 Αντοχή των μελών σε λυγισμό

Ο υπολογισμός της αντοχής των μελών σε λυγισμό αναφέρεται στην παράγραφο 6.3 του Ευρωκώδικα 3 (EC3). Στην παράγραφο αυτή θα αναφερθεί μόνο ο υπολογισμός της αντοχής έναντι λυγισμού μελών σταθερής διατομής υπό κάμψη (παράγραφος 6.3.2 του Ευρωκώδικα 3) και όχι υπό θλίψη (παράγραφος 6.3.1 του Ευρωκώδικα 3), καθώς δεν απασχολεί την παρούσα διπλωματική.

3.2.1 Μέλη σταθερής διατομής υπό κάμψη

3.2.1.1 Αντοχή σε λυγισμό

(1) Μία πλευρικά μη προστατευμένη δοκός που υπόκειται σε κάμψη περί τον ισχυρό άξονα πρέπει να ελέγχεται έναντι στρεπτοκαμπτικού (πλευρικού) λυγισμού ως εξής:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1,0 \quad (3-1)$$

όπου M_{Ed} είναι η τιμή σχεδιασμού της ροπής

$M_{b,Rd}$ είναι η ροπή αντοχής σε στρεπτοκαμπτικό (πλευρικό) λυγισμό.

(2) Δοκοί με ικανοποιητική πλευρική στήριξη στα θλιβόμενα πέλματα δεν είναι ευαίσθητες σε στρεπτοκαμπτικό (πλευρικό) λυγισμό. Επιπρόσθετα, δοκοί με κάποιους τύπους διατομών, όπως τετραγωνικές ή κυκλικές κοίλες διατομές, κατασκευασμένοι κυκλικοί σωλήνες ή τετραγωνικές κιβωτοειδείς διατομές δεν είναι ευαίσθητες σε στρεπτοκαμπτικό (πλευρικό) λυγισμό.

(3) Η ροπή αντοχής σε λυγισμό μιας πλευρικά μη προστατευμένης δοκού πρέπει να λαμβάνεται ως:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (3-2)$$

όπου W_y είναι η κατάλληλη ροπή αντίστασης της διατομής ως εξής:

- $W_y = W_{pl,y}$ για διατομές κατηγορίας 1 ή 2
- $W_y = W_{el,y}$ για διατομές κατηγορίας 3
- $W_y = W_{eff,y}$ για διατομές κατηγορίας 4

χ_{LT} είναι ο μειωτικός συντελεστής για στρεπτοκαμπτικό (πλευρικό) λυγισμό.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ 1 Για τον καθορισμό της αντοχής λυγισμού δοκών με μεταβλητή διατομή μπορεί να εκτελείται ανάλυση δεύτερης τάξης σύμφωνα με την 5.3.4(3) του Ευρωκώδικα 3. Για λυγισμό εκτός επιπέδου βλέπε επίσης την 6.3.4 του Ευρωκώδικα 3.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ 2B Για λυγισμό στοιχείων κτιρίων βλέπε επίσης Παράρτημα BB του Ευρωκώδικα

3.

(4) Στον καθορισμό του W_y δεν χρειάζεται να λαμβάνονται υπόψη οπές για κοχλίες στην άκρη της δοκού.

3.2.1.2 Καμπύλες στρεπτοκαμπτικού (πλευρικού) λυγισμού – Γενική περίπτωση

(1) Εκτός εάν ορίζεται διαφορετικά, για καμπτόμενα μέλη σταθερής διατομής, η τιμή του χ_{LT} για την αντίστοιχη ανηγμένη λυγηρότητα λ_{LT} , πρέπει να καθορίζεται από:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}}, \text{ αλλά } \chi_{LT} \leq 1,0 \quad (3-3)$$

όπου $\Phi_{LT} = 0,5 \left\{ 1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT}^2 - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right\}$

α_{LT} είναι συντελεστής ατελειών

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

M_{cr} είναι η ελαστική κρίσιμη ροπή στρεπτοκαμπτικού (πλευρικού) λυγισμού.

(2) Το βασικό M_{cr} βασίζεται στις ιδιότητες της πλήρους διατομής και λαμβάνει υπόψη τις συνθήκες φορτίσεως, την πραγματική κατανομή της ροπής και τις πλευρικές δεσμεύσεις.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ Ο συντελεστής ατελειών α_{LT} που αντιστοιχεί στην κατάλληλη καμπύλη λυγισμού μπορεί να λαμβάνεται από το Εθνικό Προσάρτημα. Οι προτεινόμενες τιμές του α_{LT} δίνονται στον Πίνακα 3-4 του παρόντος κεφαλαίου.

Πίνακας 3-4: Συνιστώμενες τιμές των συντελεστών ατελειών για καμπύλες στρεπτοκαμπτικού (πλευρικού) λυγισμού

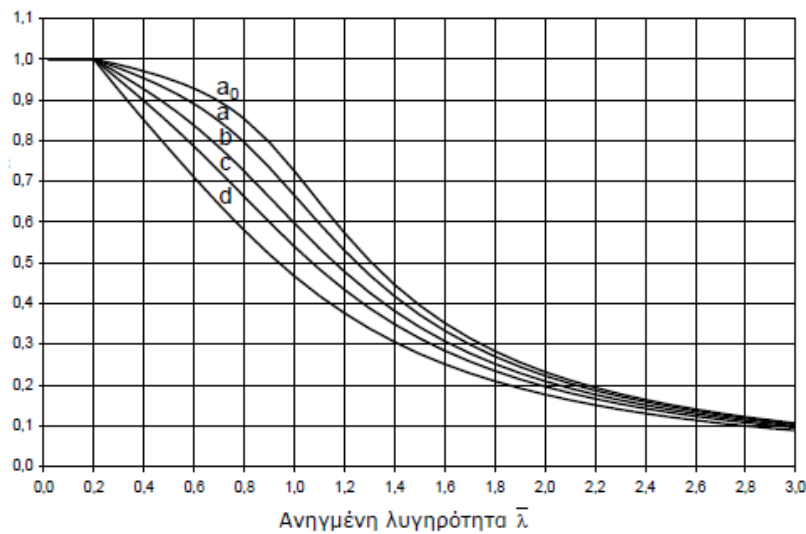
Καμπύλη λυγισμού	a	b	c	d
Συντελεστής ατελειών α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Οι συστάσεις για τις καμπύλες λυγισμού που πρέπει να χρησιμοποιούνται δίνονται στον Πίνακα 6.4 του Ευρωκώδικα 3, στον Πίνακα 3-5 του παρόντος κεφαλαίου.

Πίνακας 3-5: Σύσταση για την επιλογή καμπύλης στρεπτοκαμπτικού (πλευρικού) λυγισμού για τις διατομές χρησιμοποιώντας την εξίσωση 3-3

Διατομή	Όρια	Καμπύλη λυγισμού
Ελατές διατομές I	$h/b \leq 2$	a
	$h/b > 2$	b
Συγκολλητές διατομές I	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d
Άλλες διατομές	-	d

(3) Τιμές του μειωτικού συντελεστή χ_{LT} για την αντίστοιχη ανηγμένη λυγηρότητα λ_{LT} μπορούν να λαμβάνονται από το Σχήμα 6.4 του Ευρωκώδικα 3, από το Σχήμα 3-1 του παρόντος κεφαλαίου



Σχήμα 3-1: Καμπύλες λυγισμού

(4) Για λυγηρότητα $\bar{\lambda}_{LT} \leq 0,2$ (ή $\bar{\lambda}_{LT} \leq 0,4$ (βλέπε 3.2.1.3)) ή για $\frac{M_{Ed}}{M_{cr}} \leq 0,04$ (ή $\frac{M_{Ed}}{M_{cr}} \leq 0,16$ (βλέπε 3.2.1.3)) οι επιδράσεις του στρεπτοκαμπτικού (πλευρικού) λυγισμού μπορούν να αγνοούνται και να γίνονται μόνο έλεγχοι διατομής.

3.2.1.3 Καμπύλες στρεπτοκαμπτικού (πλευρικού) λυγισμού για ελατές διατομές ή ισοδύναμες συγκολλητές διατομές

(1) Για ελατές διατομές ή ισοδύναμες συγκολλητές διατομές υπό κάμψη, οι τιμές του χ_{LT} για την αντίστοιχη ανηγμένη λυγηρότητα μπορεί να καθορίζονται από

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \text{ αλλά } \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases} \quad (3-4)$$

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (3-5)$$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ Οι παράμετροι $\bar{\lambda}_{LT,0}$ και β και κάθε περιορισμός ισχύος σχετικός με το ύψος της δοκού ή το λόγο h/b μπορεί να δίνεται στο Εθνικό Προσάρτημα. Οι παρακάτω τιμές προτείνονται για ελατές διατομές ή ισοδύναμες συγκολλητές:

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4 \quad (\text{μέγιστη τιμή})$$

$$\beta = 0,75 \quad (\text{ελάχιστη τιμή})$$

Οι συστάσεις για τις καμπύλες λυγισμού δίνονται στον Πίνακα 6.5 του Ευρωκώδικα 3, στον Πίνακα 3-6 του παρόντος κεφαλαίου.

Πίνακας 3-6: Σύσταση για την επιλογή της καμπύλης στρεπτοκαμπτικού (πλευρικού) λυγισμού για διατομές χρησιμοποιώντας την εξίσωση 3-4

Διατομή	Όρια	Καμπύλη λυγισμού
Ελατές διατομές I	$h/b \leq 2$	b
	$h/b > 2$	c
Συγκολλητές διατομές I	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d

(2) Για να ληφθεί υπόψη η κατανομή της ροπής μεταξύ των πλευρικών στηρίξεων των μελών, ο μειωτικός συντελεστής χ_{LT} μπορεί να τροποποιηθεί ως εξής:









$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \text{ αλλά } \chi_{LT,mod} \leq 1 \quad (3-6)$$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ Οι τιμές του f μπορούν να ορίζονται στο Εθνικό Προσάρτημα. Συνιστώνται οι παρακάτω ελάχιστες τιμές:

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c) \left[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \text{ αλλά } f \leq 1,0 \quad (3-7)$$

k_c είναι διορθωτικός συντελεστής σύμφωνα με τον Πίνακα 6.6 του Ευρωκώδικα 3, με τον Πίνακα 3-7 του παρόντος κεφαλαίου.

Πίνακας 3-7: Διορθωτικοί συντελεστές k_c

Κατανομή ροπής	k_c
 $\psi = 1$	1,0
 $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{1}{1,33 - 0,33\psi}$
	0,94
	0,90
	0,91
	0,86
	0,77
	0,82

3.3 Κρίσιμη Ροπή M_{cr}

Η εύρεση της κρίσιμης ελαστικής ροπής πλευρικού λυγισμού προβλέπεται στο παράρτημα F του Ευρωκώδικα 3 (EC3)-Μέρος 1.1.

3.3.1 Ισοδύναμο μήκος λυγισμού

Σύμφωνα με το παράρτημα Ε του Ευρωκώδικα 3 (EC3), ορίζεται ως l το ισοδύναμο μήκος λυγισμού, ίσο προς την απόσταση δύο διαδοχικών σημείων καμπής της πρώτης μορφής λυγισμού και k ένας αριθμός που λέγεται συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού, ώστε: $l = k \cdot L$. Η απόσταση αυτή μπορεί να είναι μικρότερη ή και μεγαλύτερη του πραγματικού μήκους του υποστυλώματος.

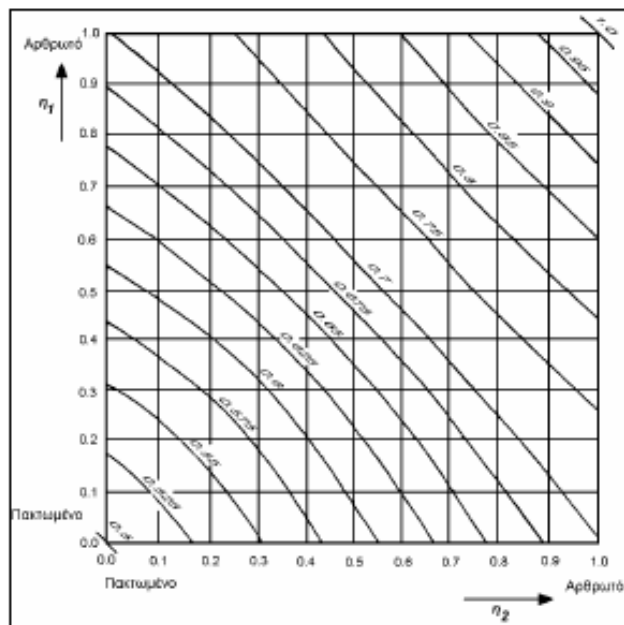
Πίνακας 3-8: Συντελεστές ισοδύναμου μήκους λυγισμού υποστυλωμάτων

Μορφές λυγισμού χαρακτηριστικών τύπων υποστυλωμάτων						
Θεωρητικές τιμές k	0.50	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Συνθήκες στηρίξεως			άστρεπτα αμετάθετα			
			στρεπτά αμετάθετα			
			άστρεπτα μεταθετά			

- Αμετάθετα άκρα

Το μήκος λυγισμού l ενός υποστυλώματος με αμετάθετα άκρα μπορεί να λαμβάνεται:

α) από το ακόλουθο σχήμα 3-2 (σχήμα Ε.2.1. EC3).



Σχήμα 3-2: Λόγος μήκους λυγισμού l/L για υποστυλώματα με αμετάθετα άκρα

β) από τις ακόλουθες σχέσεις (συντηρητικά):

$$\frac{l}{L} = 0.5 + 0.14 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0,055(\eta_1 + \eta_2)^2 \quad (3-8)$$

ή εναλλακτικά

$$\frac{l}{L} = \left[\frac{1 + 0.145 \cdot (\eta_1 + \eta_2) - 0,265\eta_1\eta_2}{2 - 0.364 \cdot (\eta_1 + \eta_2) - 0,247\eta_1\eta_2} \right] \quad (3-9)$$

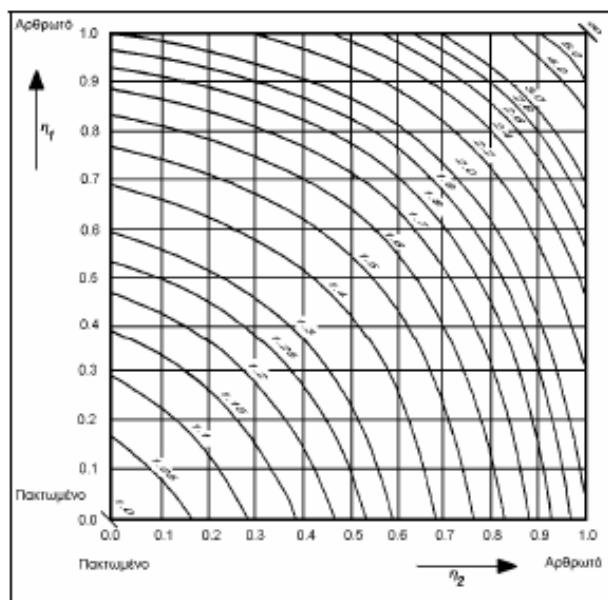
- Μεταθετά άκρα

Το μήκος λυγισμού l ενός υποστυλώματος με μεταθετά άκρα μπορεί να λαμβάνεται:

α) από το ακόλουθο σχήμα 3-3 (σχήμα E.2.2. EC3).

β) από την ακόλουθη σχέση (συντηρητικά)

$$\frac{l}{L} = \sqrt{\frac{1 - 0.2 \cdot (\eta_1 + \eta_2) - 0,12 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}{1 - 0.8 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0,6 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}} \quad (3-10)$$



Σχήμα 3-3: Λόγος μήκους λυγισμού l/L για υποστυλώματα με μεταθετά άκρα.

3.3.2 Αναλυτικές εκφράσεις της κρίσιμης ροπής M_{cr}

Ορίζεται ως κρίσιμη ελαστική ροπή πλευρικού λυγισμού μιας δοκού σταθερής διατομής με ίσα πέλματα και συνθήκες στρεπτικές συνθήκες στήριξης στα άκρα της, στην οποία τα φορτία ασκούνται στο κέντρο διάτμησης της και υπόκεινται σε ομοιόμορφη (καθαρή) κάμψη.

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}} \quad (3-11)$$

Οι συνηθισμένες στρεπτικές συνθήκες στήριξης σε κάθε άκρο είναι:

- εξασφάλιση έναντι πλευρικής μετακίνησης
- εξασφάλιση έναντι στροφής περί το διαμήκη άξονα της δοκού
- ελευθερία στροφής μέσα στο οριζόντιο επίπεδο

Στην περίπτωση μίας δοκού σταθερής διατομής, συμμετρικής ως προς τον ασθενή άξονα αδρανείας της και καμπτόμενης περί τον ισχυρό άξονα αδρανείας της, η κρίσιμη ελαστική ροπή πλευρικού λυγισμού υπολογίζεται από την εξίσωση (η οποία εκφράζει τη γενική περίπτωση):

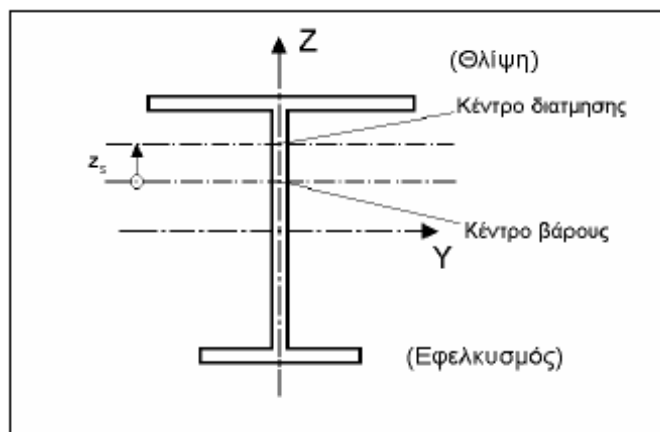
$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{(k \cdot L)^2} \left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k \cdot L)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z} + (C_2 \cdot z_g - C_3 \cdot z_j)^2} - (C_2 \cdot z_g - C_3 \cdot z_j) \right] \quad (3-12)$$

Η σύμβαση σημάνσεως για το z_j είναι η ακόλουθη:

- είναι θετικό για το θλιβόμενο πέλμα και
- είναι θετικό όταν το πέλμα με τη μεγαλύτερη τιμή της I_z καταπονείται σε θλίψη στη θέση της μέγιστης ροπής.

Η σύμβαση σημάνσεως για το z_g είναι η ακόλουθη:

- για τα φορτία βαρύτητας, το z_g είναι θετικό όταν τα φορτία αυτά εφαρμόζονται ψηλότερα από το κέντρο διάτμησης με κατεύθυνση προς αυτό,
- στη γενική περίπτωση το z_g είναι θετικό όταν τα φορτία δρουν προς το κέντρο διάτμησης με αφετηρία το σημείο εφαρμογής τους.



Σχήμα 3-4: Σύμβαση σημάνσεως για τον προσδιορισμό του z_j και z_g

Οι συντελεστές ενεργού μήκους k και k_w μεταβάλλονται ως εξής:

- για πλήρη πάκτωση λαμβάνουν τιμή 0.5,
- για απλές στηρίξεις λαμβάνουν τιμή 1.0,
- ενώ για περιπτώσεις που έχουμε το ένα άκρο απλά στηριζόμενο και το άλλο πακτωμένο λαμβάνουν τιμή 0.7.

Ο συντελεστής k αφορά τη στροφή του άκρου στο οριζόντιο επίπεδο και είναι ανάλογος του λόγου I/L ενός θλιβόμενου στοιχείου.

Ο συντελεστής k_w αφορά τη στρέβλωση του άκρου. Το k_w θα λαμβάνεται ίσο προς 1.0 εκτός και εάν έχουμε λάβει ειδικά μέτρα πάκτωσης έναντι στρέβλωσης.

Οι τιμές των συντελεστών C_1 , C_2 και C_3 δίνονται στους ακόλουθους πίνακες για διάφορες περιπτώσεις φόρτισης, όπως δείχνει και η μορφή των διαγραμμάτων καμπτικών ροπών στο μήκος L μεταξύ των πλευρικών στηρίξεων και για τις αντίστοιχες τιμές του συντελεστή k .



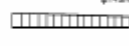
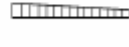
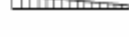


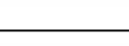


Πίνακας 3-9: Συντελεστές C_1 , C_2 και C_3 για διάφορες τιμές του k σε περίπτωση φόρτισης μόνο με εγκάρσια φορτία (και για $k_w=1.0$).

Φόρτιση και συνθήκες στήριξης	Διάγραμμα καμπτικών ροπών	Τιμές του συντελεστή k	Συντελεστές		
			C_1	C_2	C_3
		1.0	1.132	0.459	0.525
		0.5	0.972	0.304	0.980
		1.0	1.285	1.562	0.753
		0.5	0.712	0.652	1.070
		1.0	1.365	0.553	1.730
		0.5	1.070	0.432	3.050
		1.0	1.565	1.267	2.640
		0.5	0.938	0.715	4.800
		1.0	1.046	0.430	1.120
		0.5	1.010	0.410	1.890

Για περιπτώσεις που το $k=1.0$, η τιμή του C_1 συναρτήσεως του λόγου των ακραίων ροπών, δίνεται προσεγγιστικά από την ακόλουθη εξίσωση.

$$C_1 = 1.88 - 1.40 \cdot \psi - 0.52 \cdot \psi^2 \leq 2.70 \quad (3-13)$$

Πίνακας 3-10: Συντελεστές C_1 , C_2 και C_3 για διάφορες τιμές του k σε περίπτωση φόρτισης μόνο με ακραίες ροπές (και για $k_w=1.0$).

Φόρτιση και συνθήκες στήριξης	Διάγραμμα καμπτικών ροπών	Τιμές του συντελεστή k	Συντελεστές		
			C_1	C_2	C_3
		1.0	1.000	-	1.000
		0.7	1.000	-	1.113
		0.5	1.000	-	1.114
		1.0	1.141	-	0.998
		0.7	1.270	-	1.565
		0.5	1.305	-	2.283
		1.0	1.323	-	0.992
		0.7	1.473	-	1.556
		0.5	1.514	-	2.271
		1.0	1.563	-	0.977
		0.7	1.739	-	1.531
		0.5	1.788	-	2.235
		1.0	1.879	-	0.939
		0.7	2.092	-	1.473
		0.5	2.150	-	2.150
		1.0	2.281	-	0.855
		0.7	2.538	-	1.340
		0.5	2.609	-	1.975
		1.0	2.704	-	0.676
		0.7	3.009	-	1.059
		0.5	3.093	-	1.546
		1.0	2.927	-	0.366
		0.7	3.258	-	0.575
		0.5	3.348	-	0.837
	1.0	2.752	-	0.000	
	0.7	3.063	-	0.000	
	0.5	3.149	-	0.000	

Για δοκούς σταθερής διατομής και διπλής συμμετρίας ισχύουν:

- επειδή για διατομές διπλής συμμετρίας ισχύει πως $z_j=0$ προκύπτει ότι:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{(k \cdot L)^2} \left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k \cdot L)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}} + (C_2 \cdot z_g)^2 - (C_2 \cdot z_g) \right] \quad (3-14)$$

- στην περίπτωση φορτίσεως μόνο με ακραίες ροπές ισχύει πως $C_2=0$ και στην περίπτωση φόρτισης με εγκάρσια φορτία που εφαρμόζονται στο κέντρο διάτμησης ισχύει πως $z_g=0$. Σ' αυτές τις περιπτώσεις προκύπτει:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{(k \cdot L)^2} \left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k \cdot L)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}} \right] \quad (3-15)$$

- όταν $k=k_w=1.0$ τότε προκύπτει:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2} \left[\sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}} \right] \quad (3-16)$$

Για τον προσδιορισμό του συντελεστή z_j μπορούμε να ακολουθήσουμε τις ακόλουθες προσεγγίσεις:

$$\text{αν } \beta_f > 0.5 \text{ τότε } z_j = 0.8 \frac{(2 \cdot \beta_f - 1) \cdot h_s}{2}$$

$$\text{αν } \beta_f < 0.5 \text{ τότε } z_j = 1.0 \frac{(2 \cdot \beta_f - 1) \cdot h_s}{2}$$

Για διατομή διπλού ταυ με άνισα πέλματα ισχύει:

$$I_w = \beta_f \cdot (1 - \beta_f) \cdot I_z \cdot h_s^2 \quad (3-17)$$

$$\text{όπου: } \beta_f = \frac{I_{fo}}{I_{fo} - I_{ft}}$$

Για τις διατομές εκείνες που το θλιβόμενο πέλμα τους έχει εγκάρσια γυρίσματα στα άκρα του ισχύει:

$$z_j = 0.8 \cdot \frac{(2 \cdot \beta_f - 1) \cdot \left(1 + \frac{h_L}{h}\right) \cdot h_s}{2}, \text{ εάν } \beta_f > 0.5$$

$$z_j = 1.0 \cdot \frac{(2 \cdot \beta_f - 1) \cdot \left(1 + \frac{h_L}{h}\right) \cdot h_s}{2}, \text{ εάν } \beta_f < 0.5$$

Ανηγμένη λυγηρότητα $\bar{\lambda}_{LT}$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \frac{\lambda_{LT}}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\beta_w}$$

ανηγμένη λυγηρότητα για τον πλευρικό λυγισμό

όπου: λ_{LT} η γεωμετρική λυγηρότητα για τον πλευρικό λυγισμό, η οποία δίνεται για όλες τις κατηγορίες διατομών από την εξίσωση:

$$\lambda_{LT} = \sqrt{\frac{E \cdot \pi^2 \cdot W_{pl,y}}{M_{cr}}} \quad (3-18)$$

$$\lambda_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93.9 \cdot \varepsilon \quad (3-19)$$

- $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$ με $f_y \rightarrow \text{N/mm}^2$ και
- $\beta_w = 1.0$ για διατομές κατηγορίας 1 ή 2
- $\beta_w = \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$ για διατομές κατηγορίας 3
- $\beta_w = \frac{W_{eff,y}}{W_{pl,y}}$ για διατομές κατηγορίας 4

Η σχέση της ανηγμένης λυγηρότητας για πλευρικό λυγισμό παίρνει τη μορφή:

$$\lambda_{LT} = \frac{\sqrt{\frac{E \cdot \pi^2 \cdot W_{pl,y}}{M_{cr}}}}{\sqrt{\frac{E}{f_y}}} \cdot \sqrt{\beta_w} = \sqrt{\frac{W_{pl}}{M_{cr}} \cdot f_y} \cdot \sqrt{\beta_w} = \sqrt{\beta_w \frac{W_{pl}}{M_{cr}} \cdot f_y} \quad (3-20)$$

3.4 Ατέλειες για την ανάλυση συστημάτων δυσκαμψίας

Το μέγεθος των ατελειών που χρησιμοποιούνται για την ανάλυση των συστημάτων δυσκαμψίας αναφέρεται στην παράγραφο 5.3.3 του Ευρωκώδικα 3 (EC3). Παρακάτω θα παρουσιαστεί μόνο το τμήμα της παραγράφου που χρησιμοποιήθηκε για την παρούσα διπλωματική.

3.4.1 Ισοδύναμη γεωμετρική ατέλεια

(1) Στην ανάλυση συστημάτων δυσκαμψίας, τα οποία απαιτούνται για να παρέχουν ευστάθεια έναντι πλευρικής εκτροπής κατά μήκος των δοκών ή των θλιβόμενων μελών, οι επιδράσεις των ατελειών θα πρέπει να περιλαμβάνονται μέσω μιας ισοδύναμης γεωμετρικής ατέλειας των εξασφαλιζόμενων μελών, με τη μορφή μιας αρχικής τοπικής ατέλειας:

$$e_0 = a_m \cdot L / 500 \quad (3-21)$$

όπου L είναι το άνοιγμα του συστήματος δυσκαμψίας

και $a_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m} \right)}$

στο οποίο m είναι ο αριθμός των μελών που αντιστηρίζονται από πλευρική εκτροπή

4 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ADINA

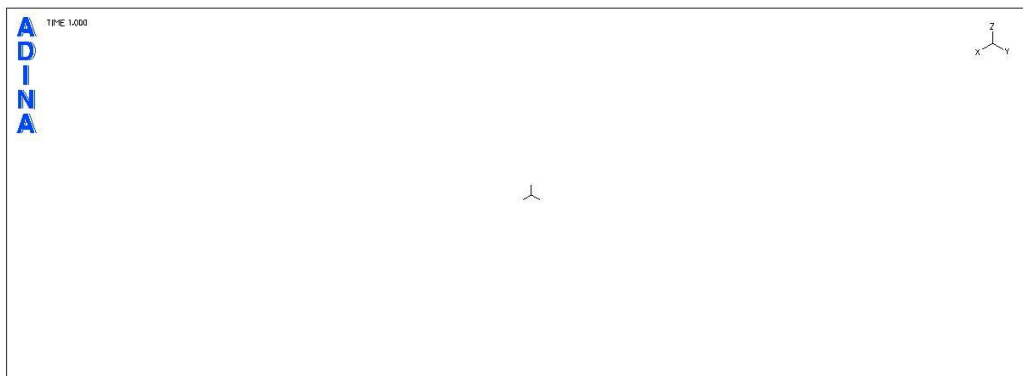
Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται αναλυτικά το πρόγραμμα ADINA που χρησιμοποιήθηκε στη διπλωματική εργασία για την ανάλυση των δοκών. Περιγράφεται κάθε βήμα από τη μόρφωση της γεωμετρίας των δοκών μέχρι και τις αναλύσεις που έγιναν για την ολοκλήρωση της εργασίας.

Για τη μόρφωση αυτού του κεφαλαίου, θα χρησιμοποιήσουμε μία αμφιέριστη δοκό 5m και διατομής διπλού ταυ, για την οποία θα πραγματοποιήσουμε τις παρακάτω αναλύσεις:

- Γραμμική ανάλυση λυγισμού
- Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας
- Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού

4.1 Μόρφωση γεωμετρίας

Βήμα 1^ο: Μόλις ανοίξουμε το πρόγραμμα εμφανίζεται η επιφάνεια εργασίας (Σχήμα 4-1), για την οποία επιλέγουμε το σύστημα συντεταγμένων με την εντολή **Geometry-> Coordinate Systems** (στην περίπτωση αυτή έχουμε επιλέξει το σύστημα Iso View 1).

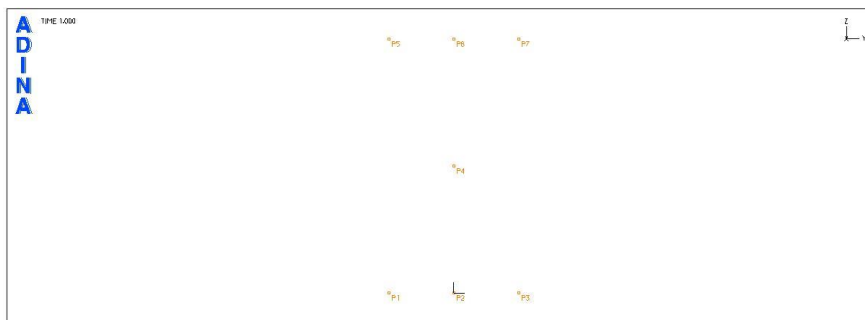


Σχήμα 4-1: Επιφάνεια εργασίας

Βήμα 2^ο: Ορίζουμε τα σημεία τα οποία αποτελούν τη διατομή της δοκού με την εντολή **Geometry-> Points**. Για κάθε σημείο ορίζουμε τον αύξοντα αριθμό του και τις συντεταγμένες του x, y, z σε m (σχήμα 4-2) και έχουμε την εικόνα του Σχήματος 4-3.

	Point #	X1	X2	X3	System
1	1	0.0	-0.0455	0.0	0
2	2	0.0	0.0	0.0	0
3	3	0.0	0.0455	0.0	0
4	4	0.0	0.0	0.09	0
5	5	0.0	-0.0455	0.18	0
6	6	0.0	0.0	0.18	0
7	7	0.0	0.0455	0.18	0
8					
9					
10					

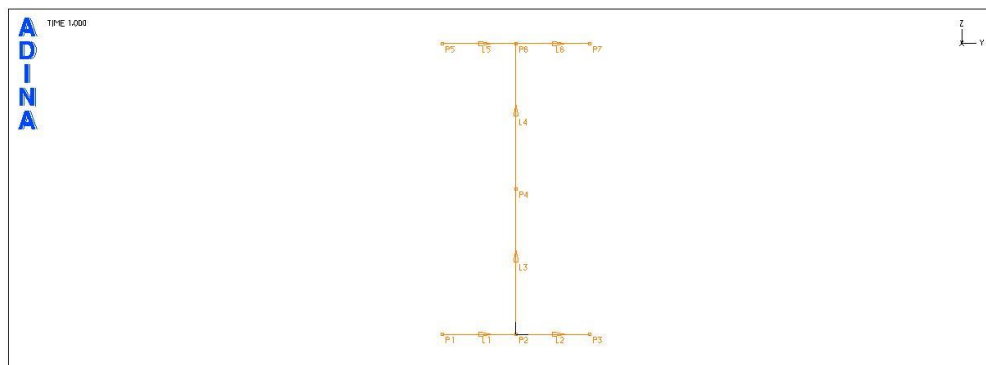
Σχήμα 4-2: Συντεταγμένες σημείων



Σχήμα 4-3: Σημεία διατομής

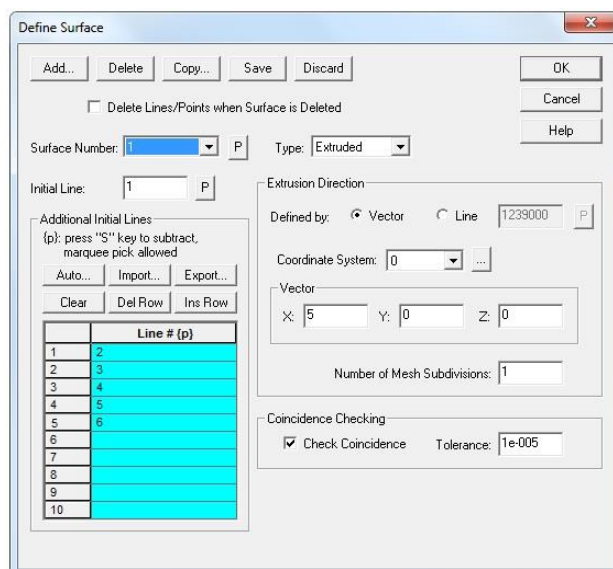
Βήμα 3^ο: Ορίζουμε τις γραμμές της διατομής με την εντολή **Geometry-> Lines-> Define-> Add** (Σχήμα 4-4) και έχουμε την εικόνα του Σχήματος 4-5.

Σχήμα 4-4: Δημιουργία γραμμών της διατομής

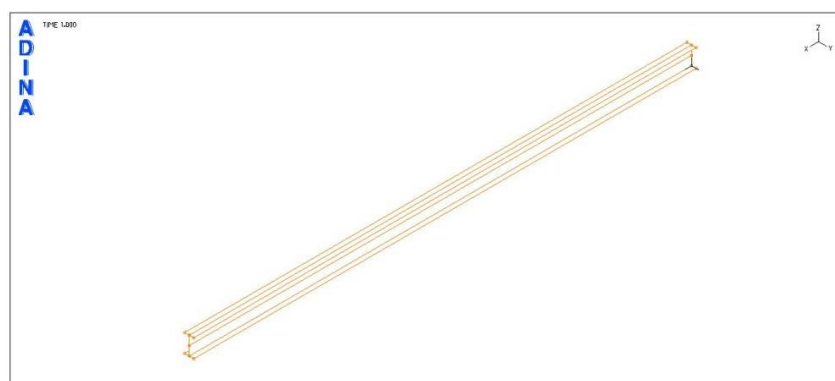


Σχήμα 4-5: Η διατομή με γραμμές

Βήμα 4^ο: Ορίζουμε τις επιφάνειες του κορμού και των πελμάτων της δοκού με την εντολή **Geometry-> Surfaces-> Define-> Add**. Στο μενού που εμφανίζεται (Σχήμα 4-6), στην θέση **Type**, επιλέγουμε **Extruded**, ώστε να χρησιμοποιήσουμε ως γενέτιρες τις ευθείες που αποτελούν την διατομή, επεκτείνοντάς τες σε μήκος 5m κατά τον άξονα x, που ορίζεται στο πεδίο **Vector**. Η εικόνα της τρισδιάστατης δοκού φαίνεται στο Σχήμα 4-7.



Σχήμα 4-6: Δημιουργία επιφανειών της δοκού



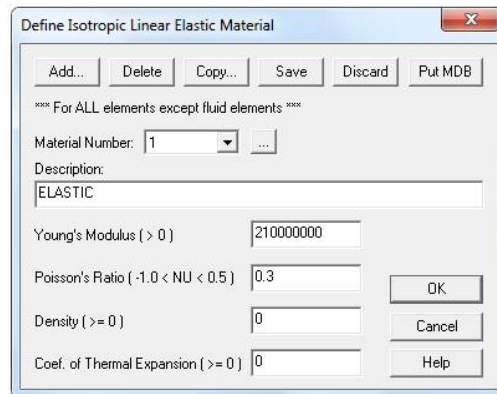
Σχήμα 4-7: Γεωμετρία τρισδιάστατης δοκού

4.2 Επιλογή υλικού

Βήμα 5°: Στο σημείο αυτό πρέπει να ορίσουμε το υλικό της δοκού. Θα ορίσουμε δύο υλικά, ένα γραμμικό και ένα μη γραμμικό. Σε κάθε ανάλυση θα χρησιμοποιήσουμε το υλικό που θέλουμε. Για το γραμμικό υλικό, θα ορίσουμε το μέτρο ελαστικότητας E και το λόγο Poisson ν :

- $E=210000000\text{kN/m}^2$
- $\nu=0,3$

Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιούμε την εντολή **Model-> Materials-> Elastic-> Isotropic-> Add** και προσθέτουμε τις παραπάνω ελαστικές σταθερές (Σχήμα 4-8). Το πρόγραμμα ορίζει το υλικό αυτό ως 1.

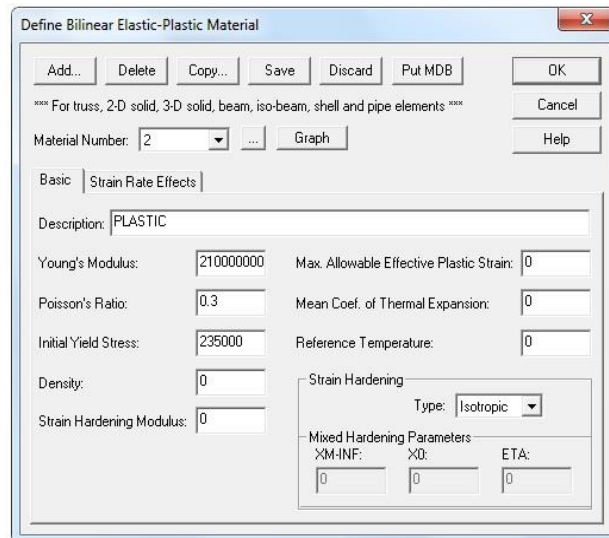


Σχήμα 4-8: Ελαστικό υλικό

Για το μη γραμμικό υλικό, θα ορίσουμε, εκτός από το μέτρο ελαστικότητας και το λόγο Poisson, το όριο διαρροής του. Χρησιμοποιούμε χάλυβα S235 χωρίς κράτυνση, άρα στις παραπάνω σταθερές προστίθενται οι εξής:

- $f_y=235000\text{kN/m}^2$
- $E_t=0$

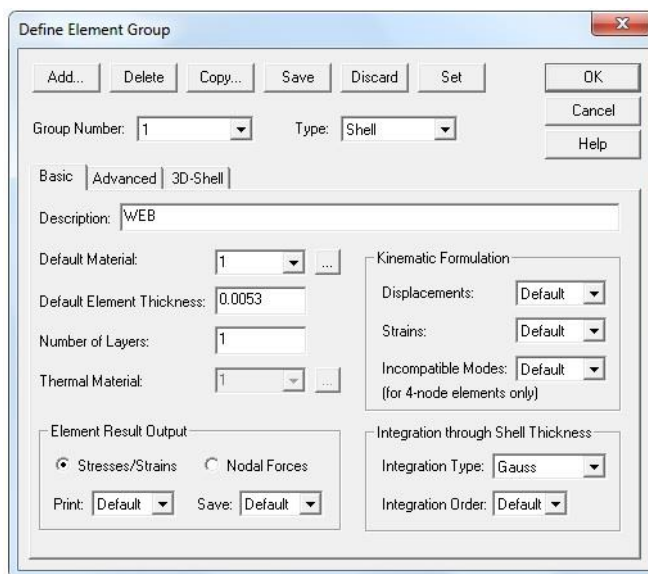
Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιούμε την εντολή **Model-> Materials-> Plastic-> Bilinear-> Add** και προσθέτουμε τη παραπάνω σταθερά (Σχήμα 4-9). Το πρόγραμμα ορίζει το υλικό αυτό ως 2.



Σχήμα 4-9: Ελαστοπλαστικό υλικό

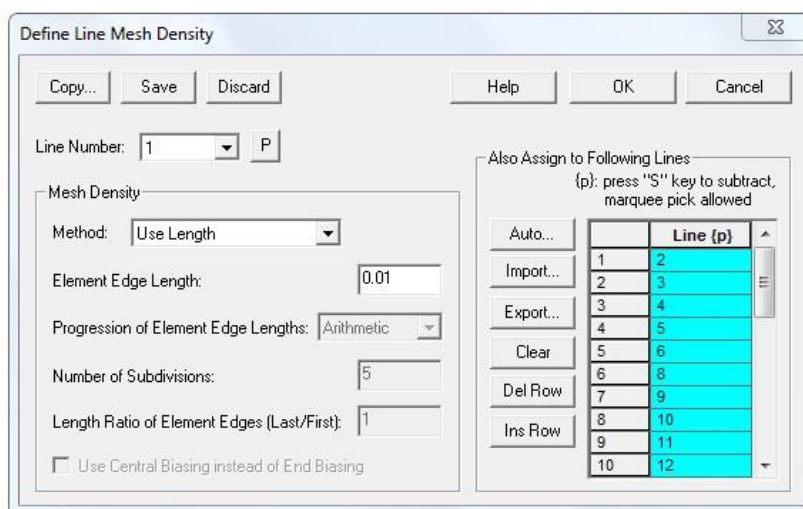
4.3 Δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων

Βήμα 6^ο: Στο βήμα αυτό θα ορίσουμε το είδος των πεπερασμένων στοιχείων. Θέλουμε να εργαστούμε με στοιχεία κελύφους σε όλο το μοντέλο, ώστε να ανιχνευθεί ο πλευρικός λυγισμός. Χρησιμοποιούμε την εντολή **Meshing-> Element Group-> Add** και στη θέση **Type** επιλέγουμε **Shell**. Εφόσον τα πάχη του κορμού και των πελμάτων της διατομής μας είναι διαφορετικά, θα δημιουργηθούν δύο διαφορετικά element groups, ένα για τον κορμό (web) και ένα για τα πέλματα (flanges), ορίζοντας το κατάλληλο **Default Element Thickness**. Στην επιλογή **Default Material** ορίζουμε 1, καθώς μας δείχνει το υλικό που χρησιμοποιούμε (Σχήμα 4-10).



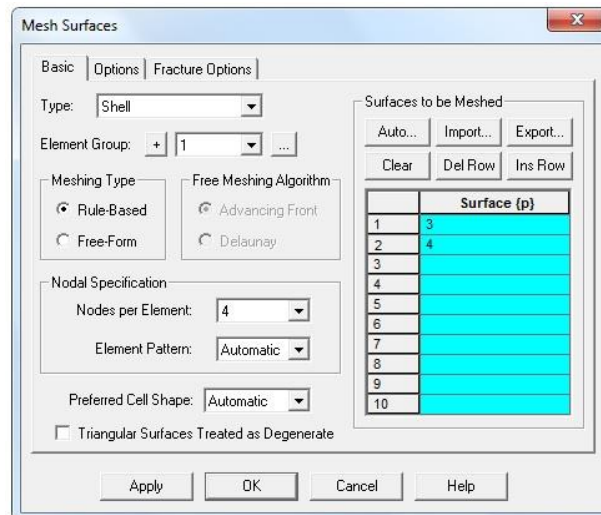
Σχήμα 4-10: Τύπος πεπερασμένων στοιχείων

Βήμα 7^ο: Ορίζουμε τον αριθμό των πεπερασμένων στοιχείων για κάθε επιφάνεια και προσέχουμε ο λόγος του μήκους της μεγαλύτερης πλευράς προς τη μικρότερη να μην ξεπερνάει το 2. Έτσι, χρησιμοποιούμε την εντολή **Meshing-> Mesh Density-> Line** και επιλέγουμε όλες τις γραμμές του μοντέλου μας για να διακριτοποιηθούν. Επιλέγουμε η διακριτοποίηση να γίνει με βάση το μήκος του στοιχείου. Οπότε, στη θέση **Method**, επιλέγουμε **Use Length** και ορίζουμε το μήκος του στοιχείου σε 0,01m (Σχήμα 4-11).



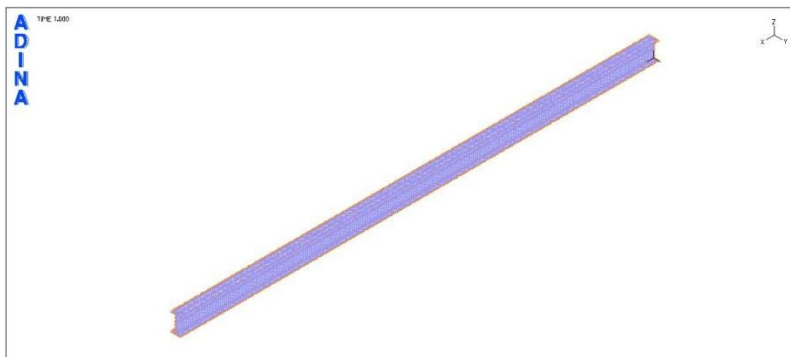
Σχήμα 4-11: Αριθμός πεπερασμένων στοιχείων για κάθε γραμμή

Βήμα 8^ο: Δημιουργούμε το δίκτυο των πεπερασμένων στοιχείων. Χρησιμοποιούμε την εντολή **Meshing-> Create Mesh-> Surface**, όπου επιλέγουμε τον τύπο του πεπερασμένου στοιχείου στη θέση **Type** και τον αριθμό του **Element Group**, καθώς και τις επιφάνειες που θέλουμε να διακριτοποιηθούν (Σχήμα 4-12). Σημειώνεται ότι η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται για όσα element groups έχουν δημιουργηθεί.



Σχήμα 4-12: Διακριτοποίηση επιφανειών

Μετά το τέλος των βημάτων 6, 7 και 8 θα έχει δημιουργηθεί ένα μοντέλο, όπως αυτό που φαίνεται στο Σχήμα 4-13.



Σχήμα 4-13: Δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων

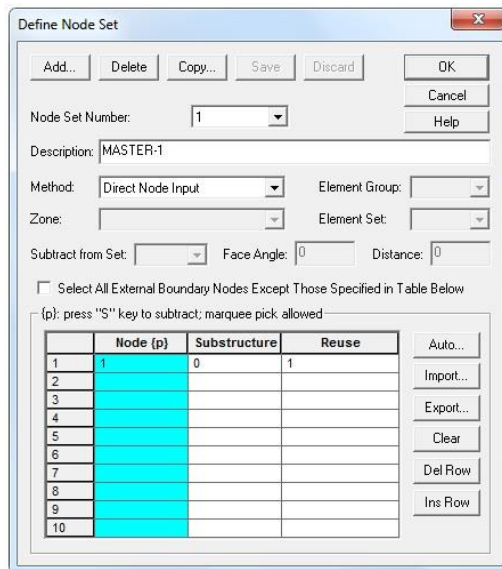
4.4 Συνοριακές συνθήκες

4.4.1 Εναλλακτικοί τρόποι μόνρφωσης των συνοριακών συνθηκών

Βήμα 9^ο: Στο βήμα αυτό θα ορίσουμε τις συνοριακές συνθήκες του μοντέλου. Πραγματοποιήσαμε διερεύνηση ώστε να καταλήξουμε στις συνοριακές συνθήκες που προσομοιώνουν με τον καλύτερο τρόπο την αμφιέριστη δοκό. Θα παρουσιασθούν τα αποτελέσματα δύο τρόπων προσομοίωσης των συνοριακών συνθηκών, προκειμένου να συγκριθεί το κρίσιμο φορτίο που προέκυψε με το ADINA με το κρίσιμο φορτίο πλευρικού λυγισμού σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3. Η ελαστική κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού M_{cr} κατά τον Ευρωκώδικα 3 υπολογίζεται με βάση την εξίσωση 3-12 του προηγούμενου κεφαλαίου και το αντίστοιχο κρίσιμο ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο προκύπτει ως $P_{cr}=8 \cdot M_{cr}/L^2$. Η γραμμική ανάλυση λυγισμού του ADINA θα επεξηγηθεί σε επόμενο κεφάλαιο.

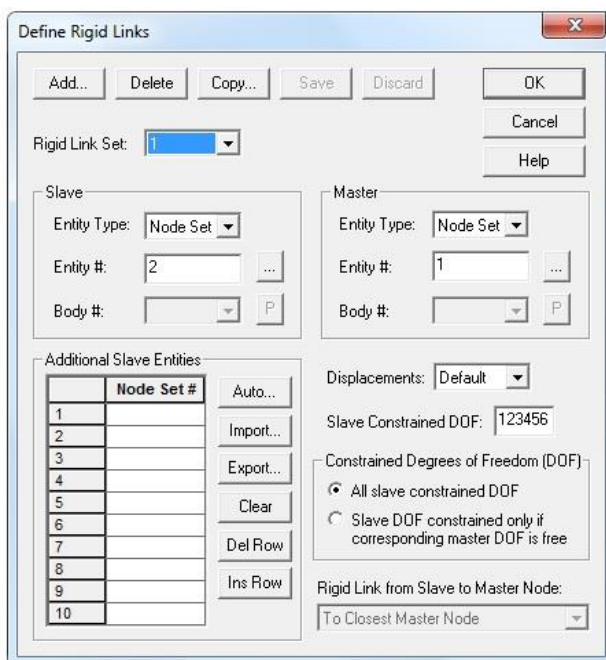
- **1^{ος} τρόπος:** Χρήση των rigid links μόνο για τους κόμβους του κορμού

Αφού έχει πραγματοποιηθεί η διαδικασία της διακριτοποίησης του φορέα, δημιουργούνται τέσσερις διαφορετικές κατηγορίες κόμβων μέσω της εντολής **Meshing-> Nodes-> Node Set**, οι δύο από τις οποίες περιλαμβάνουν τους κόμβους του κορμού των δύο ακραίων διατομών πλην του μεσαίου κόμβου, ενώ οι άλλες δύο περιλαμβάνουν το μεσαίο κόμβο κάθε ακραίας διατομής (Σχήμα 4-14).



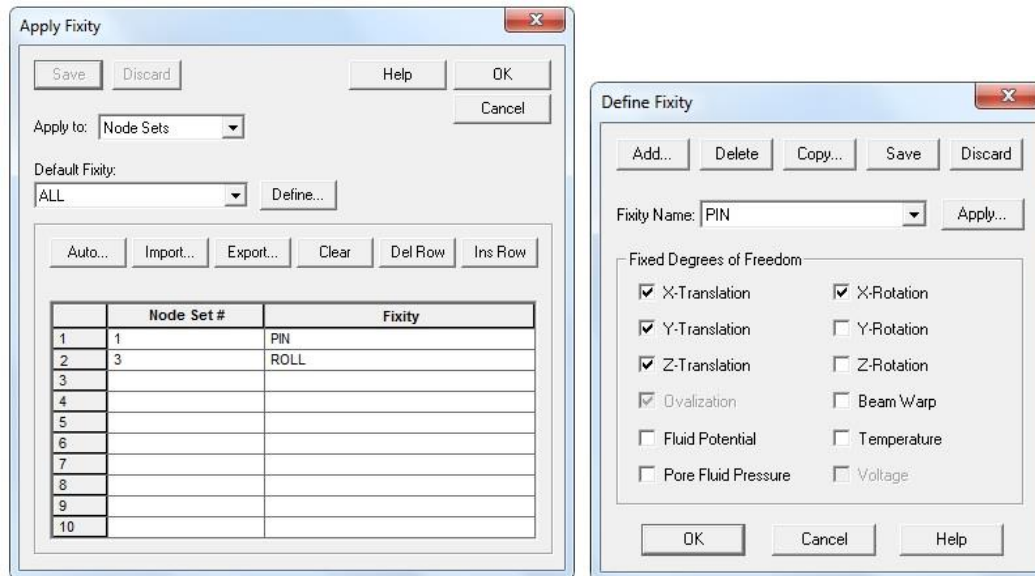
Σχήμα 4-14: Δημιουργία κατηγοριών κόμβων κορμού ακραίων διατομών

Χρησιμοποιείται στη συνέχεια η εντολή **Model-> Constraints-> Rigid Links**, ώστε να δημιουργηθεί σχέση εξάρτησης μεταξύ του μεσαίου κόμβου κάθε ακραίας διατομής και των υπόλοιπων κόμβων του κορμού. Στην επιλογή **Master Node Set** πληκτρολογούμε τον αριθμό της κατηγορίας που αντιστοιχεί στο μεσαίο κόμβο κάθε ακραίας διατομής, ενώ στην επιλογή **Slave Node Set** τον αριθμό της κατηγορίας που αντιστοιχεί στους υπόλοιπους κόμβους της διατομής.



Σχήμα 4-15: Δημιουργία άκαμπτων συνδέσεων (rigid links)

Στις δύο κατηγορίες Master Node Set επιβάλλονται οι εξής συνοριακές συνθήκες. Μέσω της εντολής **Model-> Boundary Conditions-> Define Fixity** δημιουργείται η άρθρωση και η κύλιση, δεσμεύοντας τους βαθμούς ελευθερίας x,y,z-translation και x-rotation στη μία και y,z-translation και x-rotation στην άλλη. Τέλος, χρησιμοποιώντας την εντολή **Model-> Boundary Conditions-> Apply Fixity** επιβάλλουμε τις συνοριακές συνθήκες στις δύο αυτές κατηγορίες.



Σχήμα 4-16: Δημιουργία συνοριακών συνθηκών και επιβολή τους στους Master κόμβους

- **2^{ος} τρόπος:** Χρήση των rigid links για όλους τους κόμβους του κορμού

Πραγματοποιείται ακριβώς η ίδια διαδικασία που περιγράφεται παραπάνω, με τη διαφορά ότι οι δύο κατηγορίες κόμβων, που θα αποτελέσουν τους **Slave Node Set**, περιλαμβάνουν όλους τους κόμβους των ακραίων διατομών πλην του μεσαίου. Στην περίπτωση αυτή όλοι οι κόμβοι των ακραίων διατομών υπακούουν στις δεσμεύσεις που αφορούν στις στροφές και στις μετατοπίσεις για το μεσαίο κόμβο.

4.4.2 Αποτελέσματα για τη δοκό

Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα κρίσιμου φορτίου λυγισμού, καθώς και οι αντίστοιχες εικόνες για την 1^η ιδιομορφή που προέκυψαν από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού του ADINA για κάθε μία από τις παραπάνω μεθόδους.

Με βάση τη σχέση του προηγούμενου κεφαλαίου (3-12), η ελαστική κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού για την αμφιέριστη δοκό που έχουμε διαμορφώσει προκύπτει ίση με $M_{cr,EC3}=16,71\text{kNm}$ και το αντίστοιχο κρίσιμο καταναμημένο φορτίο ίσο με $q_{cr,EC3}=5,35\text{kN/m}$.

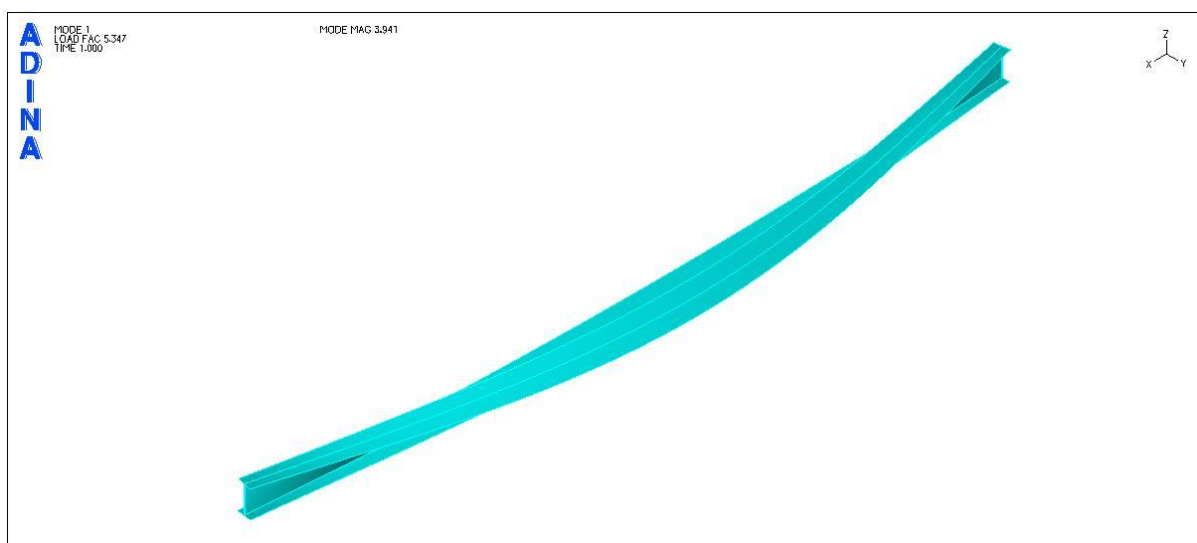
Στον πίνακα 4-1 φαίνονται οι αντίστοιχες τιμές κρίσιμου φορτίου πλευρικού λυγισμού που πρόεκυψαν από τις αναλύσεις του ADINA για τις δύο μεθόδους προσομοίωσης της αμφιέριστης δοκού. Επισημαίνεται ότι η διατομή είναι κατηγορίας 1, χωρίς καμία πλευρική εξασφάλιση, επομένως δεν κινδυνεύει από τοπικό λυγισμό. Πράγματι στις γραμμικές αναλύσεις λυγισμού στο ADINA εμφανίζεται πλευρικός λυγισμός, όπως αναμενόταν.

Πίνακας 4-1: Κρίσιμο φορτίο λυγισμού κατά ADINA για τους διαφορετικούς τρόπους προσομοίωσης της αμφιέριστης δοκού

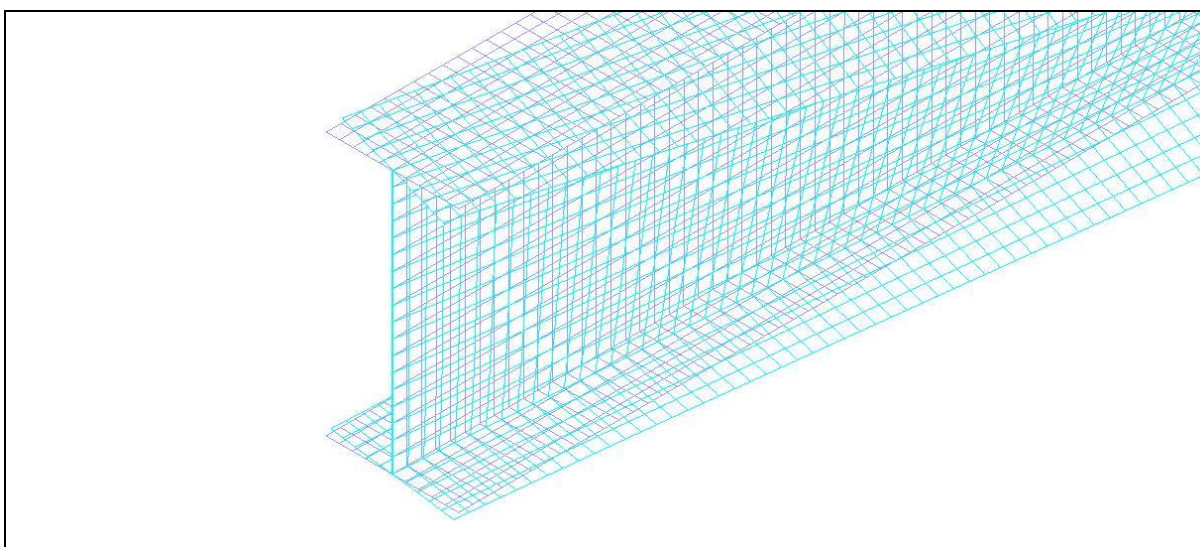
	$P_{cr,ADINA}$ (kN/m)
1 ^η μέθοδος	5,35
2 ^η μέθοδος	7,53

Παρατηρούμε ότι η τιμή η οποία παρουσιάζει μεγάλη απόκλιση από το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο πλευρικού λυγισμού με βάση τον Ευρωκώδικα είναι αυτή που προκύπτει από την εφαρμογή του δεύτερου τρόπου προσομοίωσης. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι σε αυτήν την μέθοδο δημιουργήθηκαν άκαμπτες συνδέσεις για ολόκληρη την ακραία διατομή, οι οποίες εμποδίζουν την ελεύθερη στρέβλωση των άκρων. Το φαινόμενο αυτό σε συνδυασμό με το γεγονός ότι για τον υπολογισμό της κρίσιμης ελαστικής ροπής πλευρικού λυγισμού σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα χρησιμοποιήθηκε για το συντελεστή k_w (ο οποίος αναφέρεται στη στρέβλωση του άκρου) η τιμή 1, δικαιολογεί αυτή την απόκλιση. Για αυτό το λόγο, θεωρείται περισσότερο αξιόπιστη η πρώτη μέθοδος προσομοίωσης, όπου δεσμεύονται οι κόμβοι μόνο του κορμού, και είναι αυτή που τελικά θα χρησιμοποιήσουμε για όλα μας τα μοντέλα.

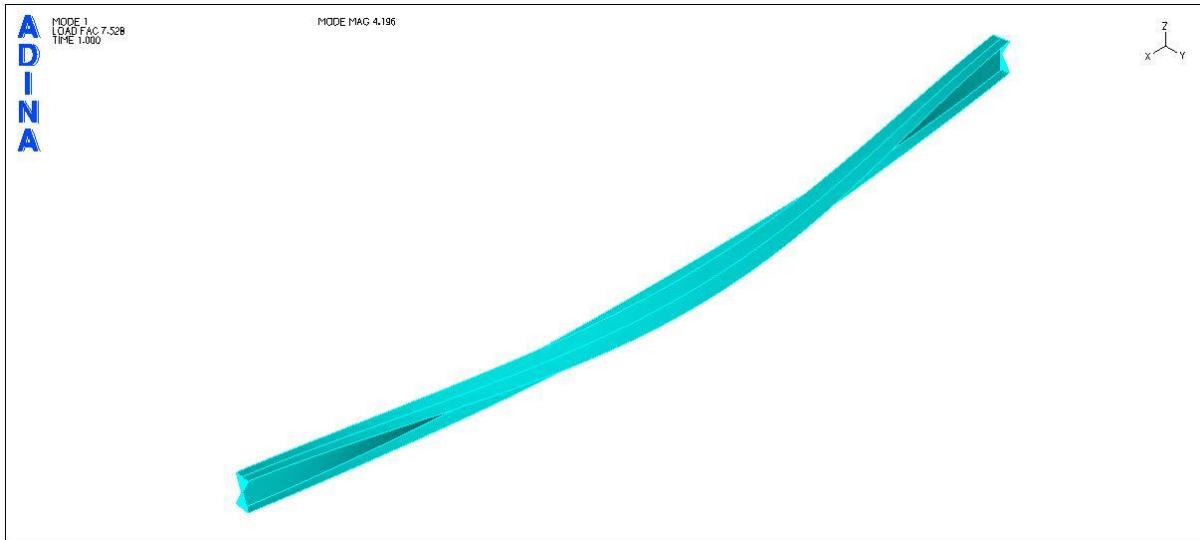
Σημειώνεται, ωστόσο, ότι οι δοκιμές αυτές είναι ενδεικτικές για την ορθότητα των μεθόδων. Η διερεύνηση αφορά το συγκεκριμένο τρόπο φόρτισης, ο οποίος χρησιμοποιείται καθ' όλη τη διάρκεια της παρούσας διπλωματικής εργασίας.



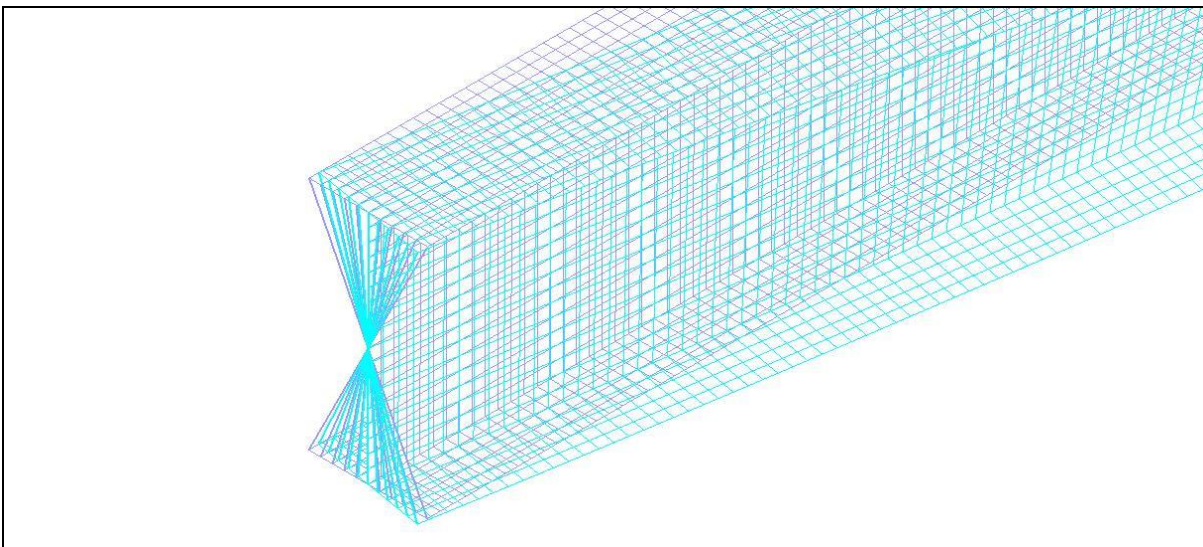
Σχήμα 4-17: 1^η ιδιομορφή λυγισμού με βάση την πρώτη μέθοδο



Σχήμα 4-18: 1^η ιδιομορφή λυγισμού με βάση την πρώτη μέθοδο (λεπτομέρεια ακραίας διατομής)



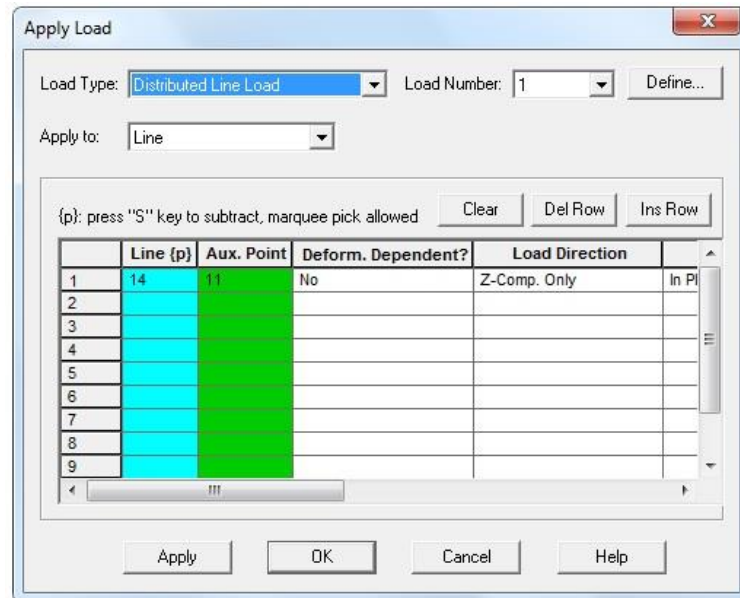
Σχήμα 4-19: 1^η ιδιομορφή λυγισμού με βάση τη δεύτερη μέθοδο



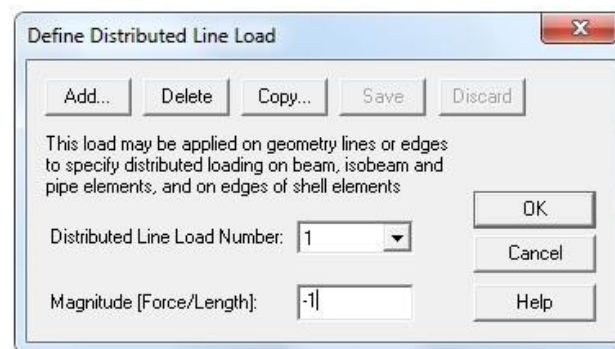
Σχήμα 4-20: 1^η ιδιομορφή λυγισμού με βάση τη δεύτερη μέθοδο (λεπτομέρεια ακραίας διατομής)

4.5 Επιβολή φόρτισης δοκού

Βήμα 10^ο: Επιβάλουμε το φορτίο στη δοκό χρησιμοποιώντας την εντολή **Model-> Loading-> Apply**. Στο παράθυρο που ανοίγει (Σχήμα 4-21), ορίζουμε την επιλογή **Type** σε **Distributed Line Load** και πατάμε την εντολή **Define-> Add**, όπου ανοίγει ένα νέο παράθυρο (Σχήμα 4-22) για να ορίσουμε το μέγεθος του φορτίου. Επιστρέφουμε στο πρώτο παράθυρο όπου ορίζουμε κατά σειρά τη γραμμή που θέλουμε να ασκήσουμε το φορτίο (εδώ στο πάνω πέλμα) και το σημείο που δείχνει την κατακόρυφη φορά του φορτίου (**auxiliary point**).

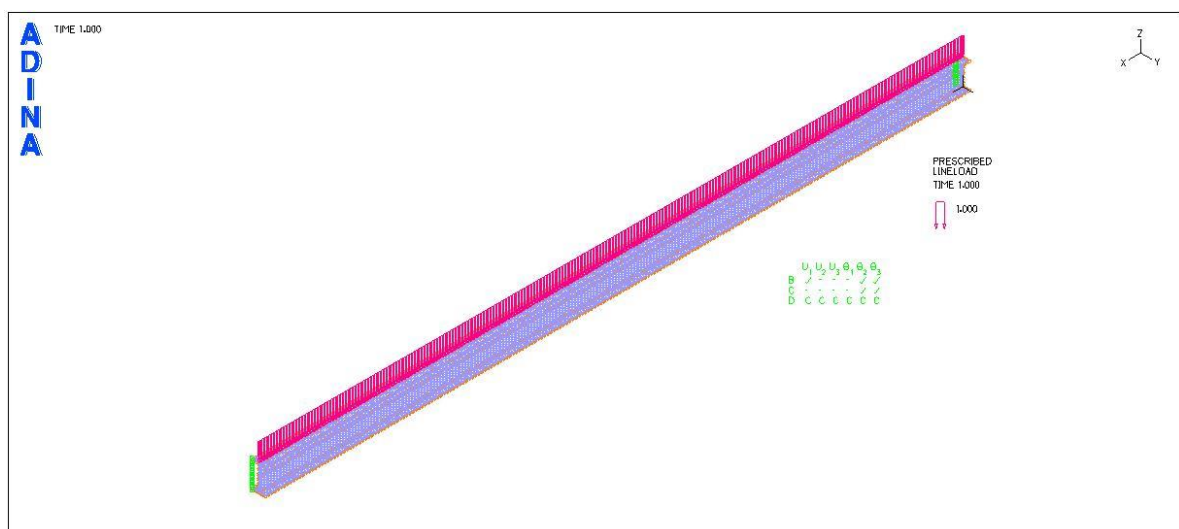


Σχήμα 4-21: Επιβολή φορτίου



Σχήμα 4-22: Ορισμός μεγέθους φορτίου

Το αποτέλεσμα όλων των παραπάνω βημάτων φαίνεται στο σχήμα 4-23, το οποίο αποτελεί το ολοκληρωμένο μοντέλο και είναι έτοιμο για κάθε ανάλυση.

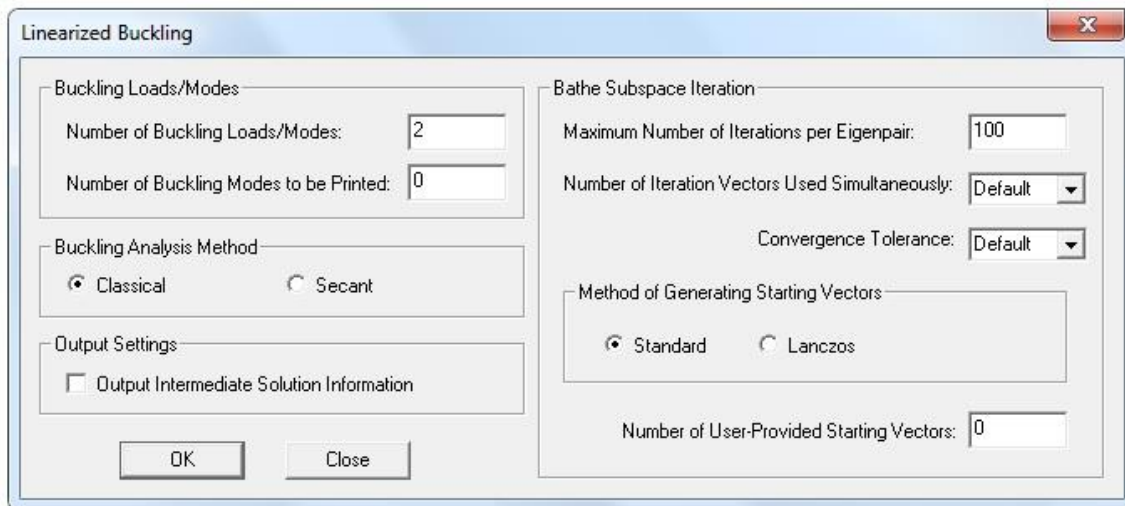


Σχήμα 4-23: Ολοκληρωμένο μοντέλο

4.6 Αναλύσεις και αποτελέσματα

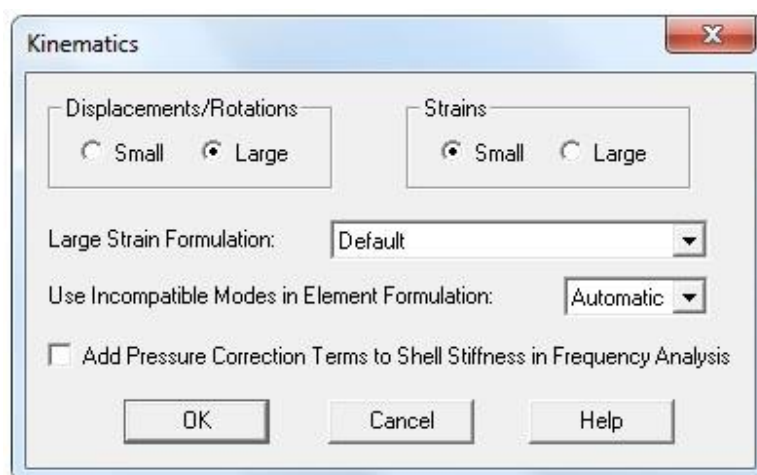
4.6.1 Γραμμική ανάλυση λυγισμού (LBA)

Για να πραγματοποιήσουμε γραμμική ανάλυση λυγισμού πρέπει στην θέση **Analysis Type** να επιλέξουμε **Linearized Buckling**. Μπορούμε να ορίσουμε τον αριθμό των ιδιομορφών που ζητάμε και τον αριθμό επαναλήψεων που θα κάνει το πρόγραμμα για να τις βρει, ορίζοντας κατάλληλα τις επιλογές **Number of Buckling Loads/Modes** και **Number of Iterations per Eigenpair** αντίστοιχα πατώντας το εικονίδιο **Analysis Options** (Σχήμα 4-24).



Σχήμα 4-24: Analysis Options για τη γραμμική ανάλυση λυγισμού

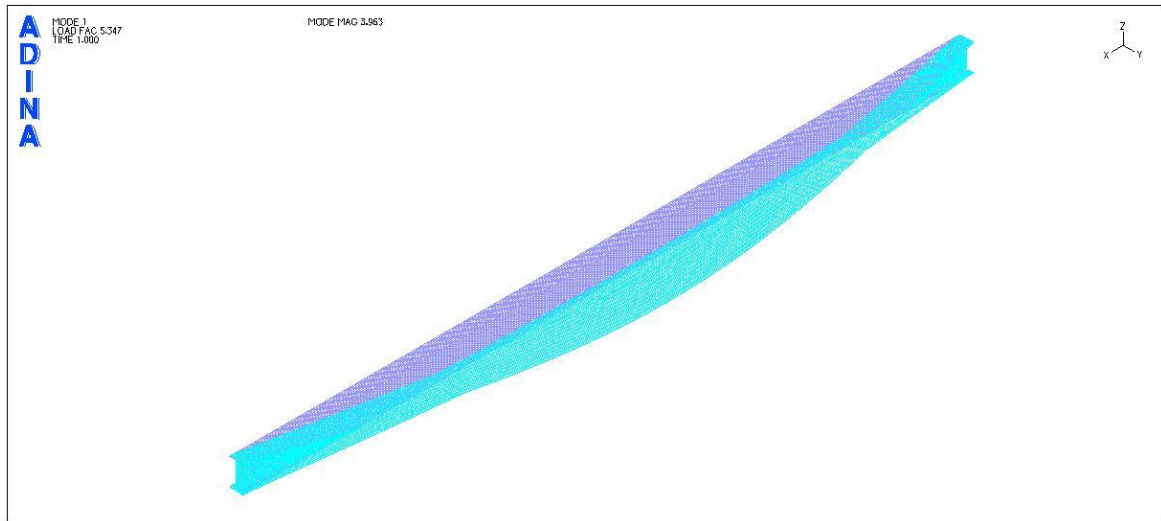
Ακόμη, για να πραγματοποιηθεί η γραμμική ανάλυση λυγισμού πρέπει να ορίσουμε μεγάλες παραμορφώσεις, το οποίο γίνεται μέσω της εντολής **Control-> Analysis Assumptions-> Kinematics** και επιλέγοντας στη θέση **Displacements/Rotations** την επιλογή **Large** (Σχήμα 4-25).



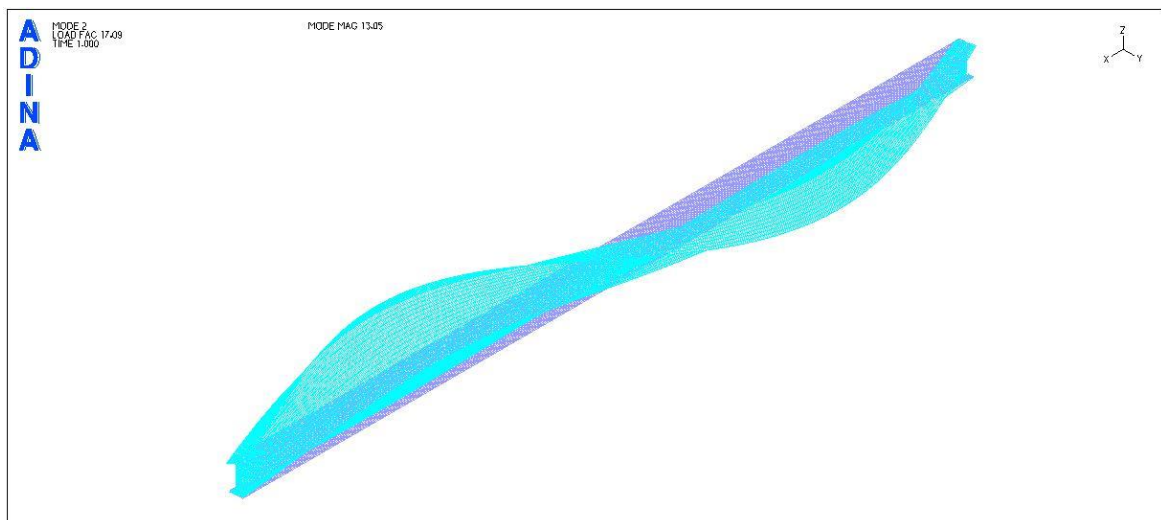
Σχήμα 4-25: Ορισμός μεγάλων μετατοπίσεων

Το μοντέλο είναι έτοιμο για ανάλυση, η οποία μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω της εντολής **Solution-> Data File/Run**. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης εμφανίζονται εάν στη θέση **Program Module** επιλέξουμε **Post-Processing** και στη συνέχεια ανοίξουμε το αρχείο των αποτελεσμάτων από

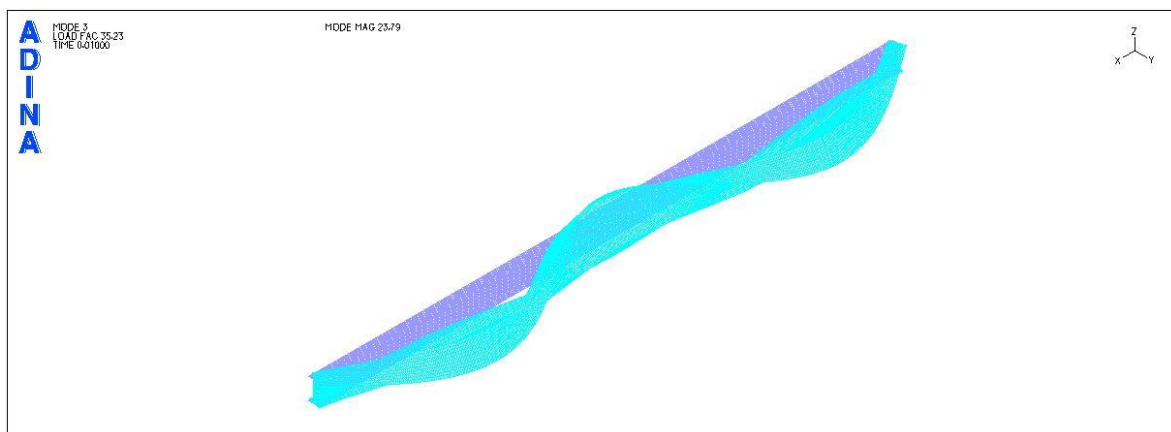
την εντολή **File-> Open** και επιλέξουμε το αρχείο τύπου **Porthole File**. Ενδεικτικά παραθέτονται οι δύο ιδιομορφές της ανάλυσης για τη δοκό που έχουμε μορφώσει (Σχήμα 4-26 και 4-27).



Σχήμα 4-26: Σχήμα 1^{ης} ιδιομορφής



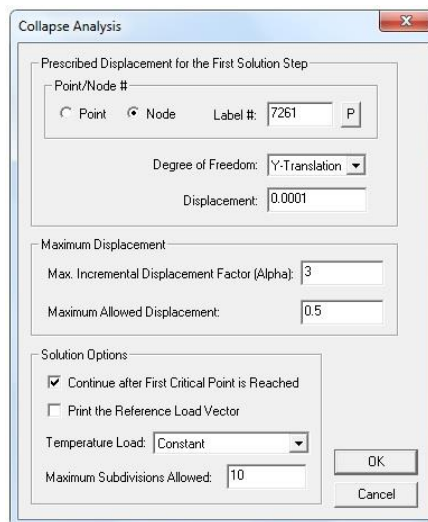
Σχήμα 4-27: Σχήμα 2^{ης} ιδιομορφής



Σχήμα 4-28: Σχήμα 3^{ης} ιδιομορφής

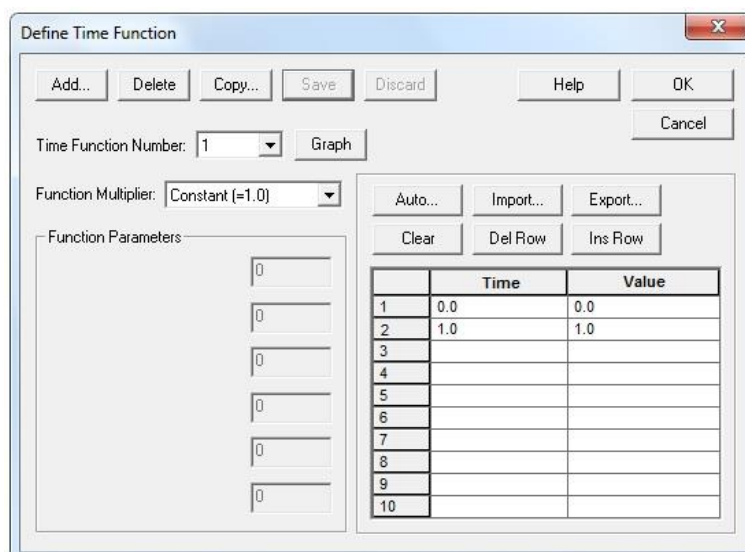
4.6.2 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες (GNIA)

Στη μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες το υλικό παραμένει ελαστικό αλλά δίνουμε στο φορέα ατέλεια με τη μορφή της πρώτης ιδιομορφής. Η ανάλυση θα γίνει με τη μέθοδο Arc-length. Για να ορίσουμε τις ρυθμίσεις της μεθόδου αυτής, πρέπει να στη θέση **Analysis Type** να επιλέξουμε **Collapse Analysis** και στη συνέχεια να επιλέξουμε τη θέση **Analysis Options**. Εκεί θα ορίσουμε έναν κόμβο αναφοράς (στην περίπτωση μας είναι η τομή του κορμού με το πάνω πέλμα στη μεσαία διατομή), μια αρχική μετατόπιση κατά Y-translation με μέγεθος 0,0001m και θα επιλέξουμε τη ρύθμιση **Continue after First Critical Point is Reached**, ώστε η ανάλυση να συνεχιστεί και μετά την εύρεση του οριακού σημείου (Σχήμα 4-28).

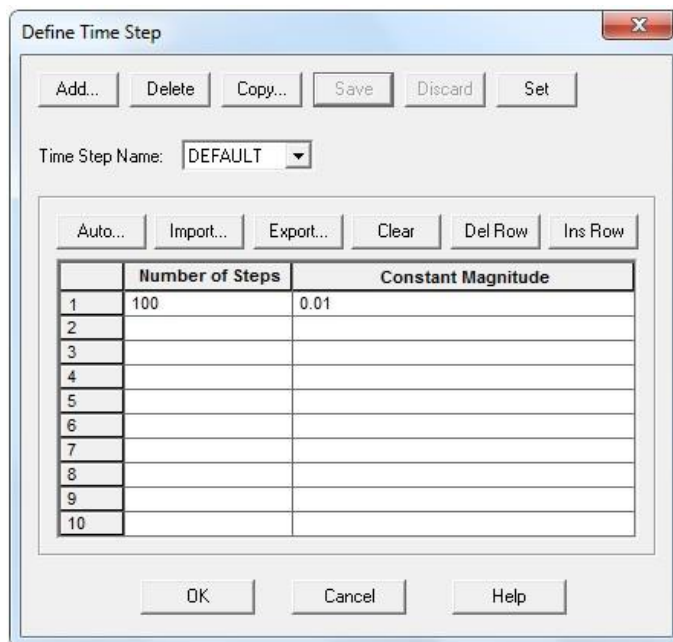


Σχήμα 4-29: Ρυθμίσεις μεθόδου Arc-length

Στη συνέχεια ακολουθώντας την εντολή **Control-> Time Function** ορίζουμε τη χρονική εφαρμογή του φορτίου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4-29. Επιπλέον, πρέπει να ορίσουμε τα βήματα εφαρμογής του φορτίου, δηλαδή στο συνολικό χρόνο εφαρμογής του φορτίου, σε πόσα βήματα και σε ποιο μέγεθος επιβάλλεται το φορτίο. Αυτό πραγματοποιείται μέσω της εντολής **Control-> Time Step** όπως φαίνεται στο Σχήμα 4-30.

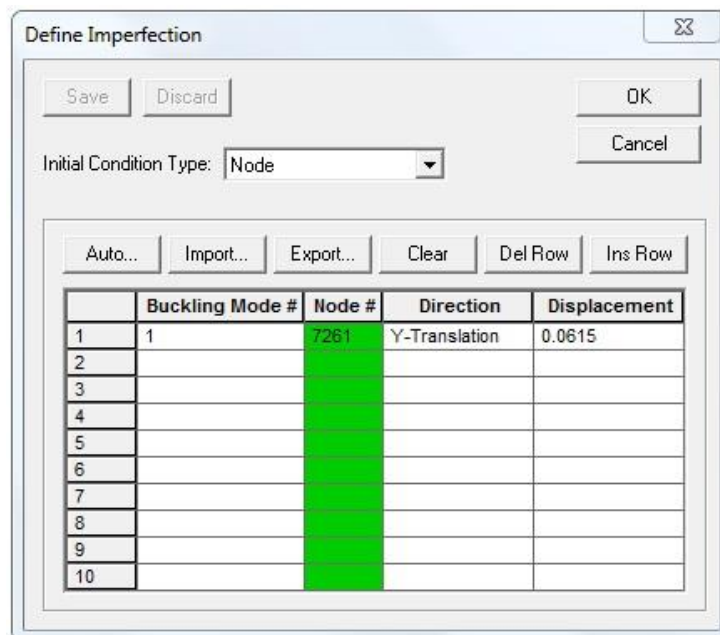


Σχήμα 4-30: Χρονική συνάρτηση εφαρμογής φορτίου



Σχήμα 4-31: Βήματα εφαρμογής φορτίου

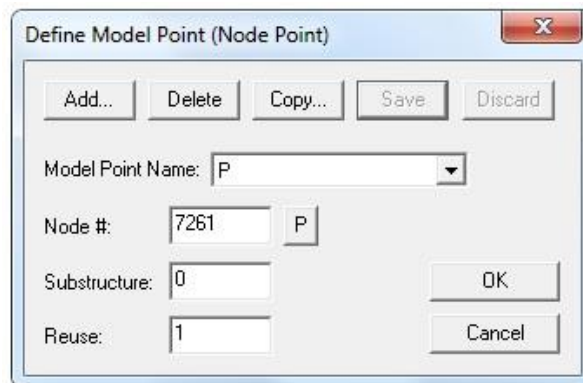
Τέλος, πρέπει να εισάγουμε τη γεωμετρική ατέλεια. Χρησιμοποιούμε την εντολή **Model-> Initial Conditions-> Imperfection** και στο παράθυρο που ανοίγει, στη θέση **Initial Condition Type**, επιλέγουμε **Node** για να δώσουμε αρχική ατέλεια σε κόμβο. Συμπληρώνουμε κατά σειρά τον αριθμό ιδιομορφής (εδώ την πρώτη), τον αριθμό του κόμβου που θα εφαρμοστεί η ατέλεια (εδώ ο κόμβος με τη μέγιστη μετατόπιση κατά Y σύμφωνα με την πρώτη ιδιομορφή), τη διεύθυνση ως προς την οποία θα ορίσουμε την ατέλεια (εδώ Y-translation) και το μέγεθος της ατέλειας, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4-31.



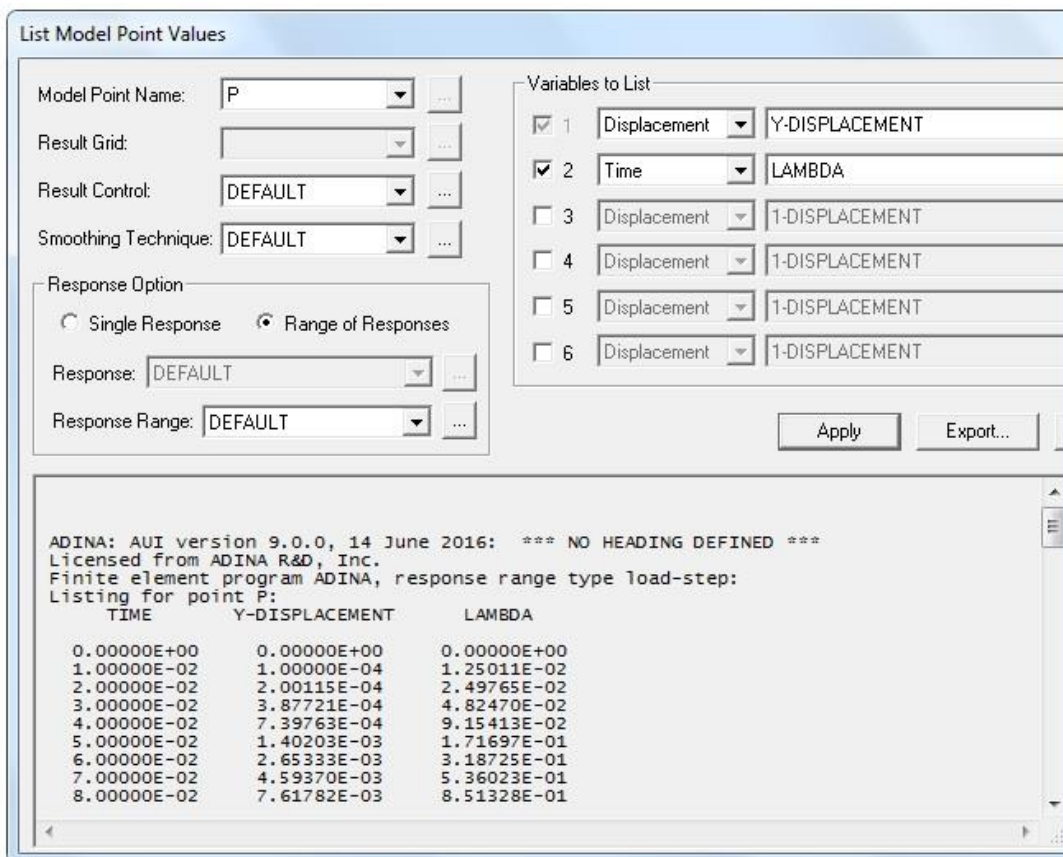
Σχήμα 4-32: Εισαγωγή αρχικής ατέλειας

Πραγματοποιούμε την ανάλυση μέσω της εντολής **Solution-> Data File/Run**. Τα αποτελέσματα εμφανίζονται στο **Post-Processing**, απ' όπου μπορούμε να εξαγάμε το δρόμο ισορροπίας της δοκού

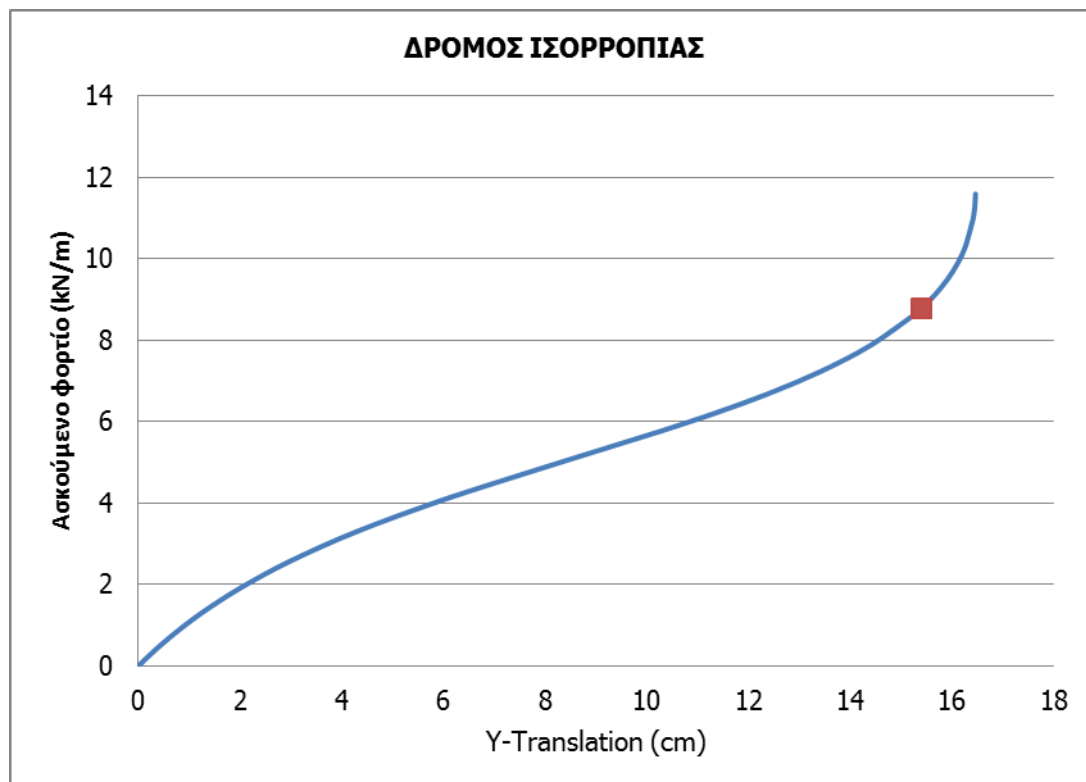
(Σχήμα 4-34). Χρησιμοποιούμε την εντολή **Definitions-> Model Point-> Node-> Add** και ορίζουμε τον κόμβο αναφοράς (στην περίπτωση μας είναι η τομή του κορμού με το πάνω πέλμα στη μεσαία διατομή), όπως φαίνεται στο Σχήμα 4-32. Από το μενού **Graph-> Response Curve (Model Point)** ορίζουμε στον άξονα x και στον άξονα y τα μεγέθη που θέλουμε (εδώ Y-translation και ασκούμενο φορτίο αντίστοιχα) και εμφανίζεται ο δρόμος ισορροπίας. Ωστόσο, είναι προτιμότερο να τον μεταφέρουμε σε ένα φύλλο **excel**, όπου μπορούμε να τον τροποποιήσουμε όπως θέλουμε. Μέσω της εντολής **List-> Value List-> Model Point** εμφανίζεται ένα παράθυρο, όπου στη θέση **Variables to List** επιλέγουμε **Y-Displacement** και **Time-Lambda** (Σχήμα 4-33). Με την εντολή **Apply** βλέπουμε τις τιμές και με την εντολή **Export** μπορούμε να τις μεταφέρουμε σε αρχείο μορφής **.txt** ώστε να το περάσουμε σε ένα φύλλο **excel**.



Σχήμα 4-33: Ορισμός σημείου αναφοράς

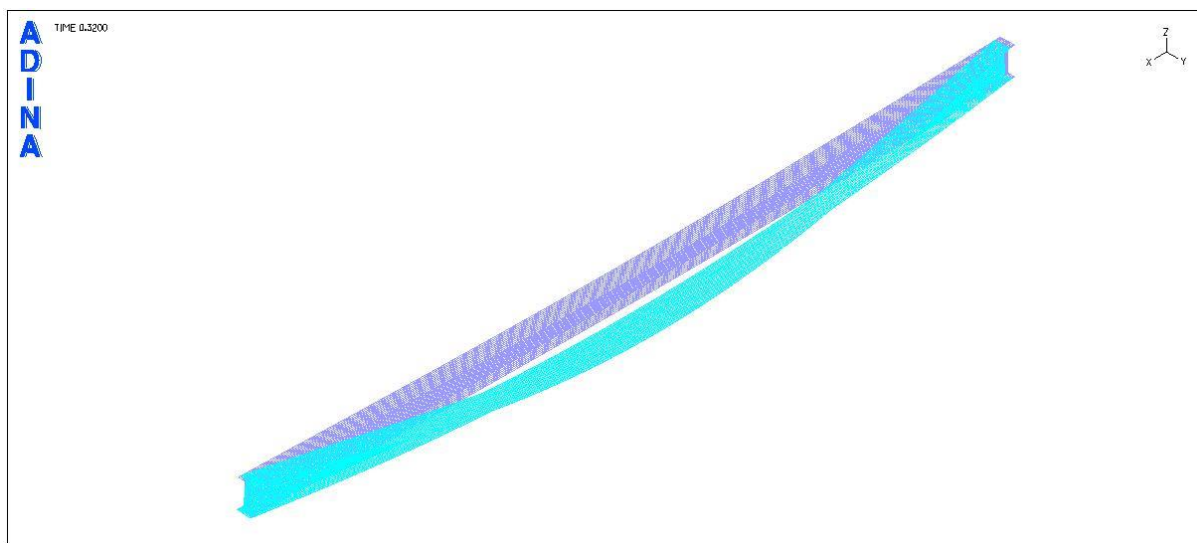


Σχήμα 4-34: Αποθήκευση τιμών δρόμου ισορροπίας

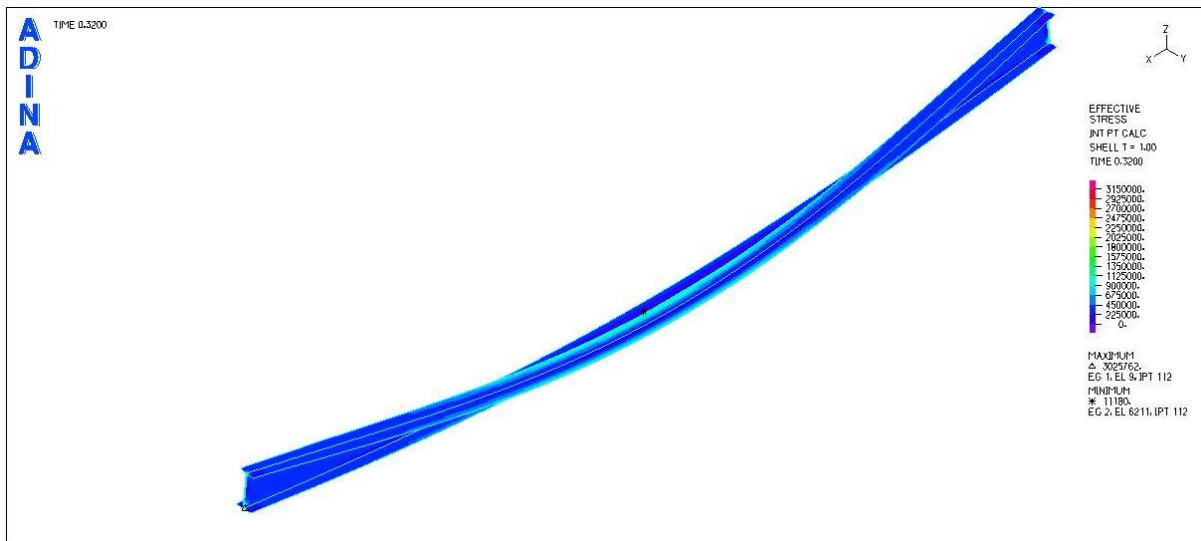


Σχήμα 4-35: Δρόμος ισορροπίας για μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας

Επίσης μπορούμε να δούμε την εικόνα παραμόρφωσης του φορέα (Σχήμα 4-35) και τις τάσεις (Σχήμα 4-36) σε κάθε βήμα φόρτισης. Χρησιμοποιώντας τα βέλη στην επιφάνεια εργασίας του **Post-Processing** μπορούμε να επιλέξουμε ένα συγκεκριμένο βήμα και στη συνέχεια μέσω της εντολής **Display-> Band Plot-> Create** να δημιουργήσουμε την εικόνα παραμόρφωσης ή τάσεων. Επιλέγουμε να δείξουμε αποτελέσματα για ένα βήμα στον ανοδικό κλάδο του δρόμου ισορροπίας μετά την καμπή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4-34.



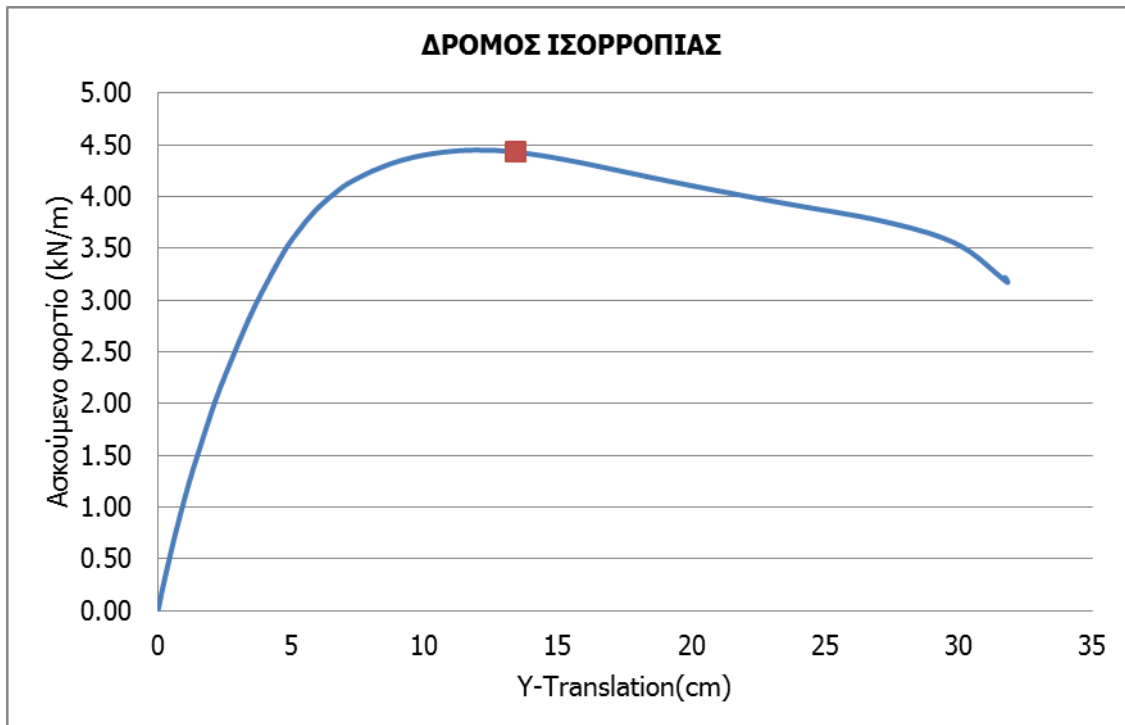
Σχήμα 4-36: Εικόνα παραμόρφωσης της δοκού στο επιλεγμένο βήμα φόρτισης



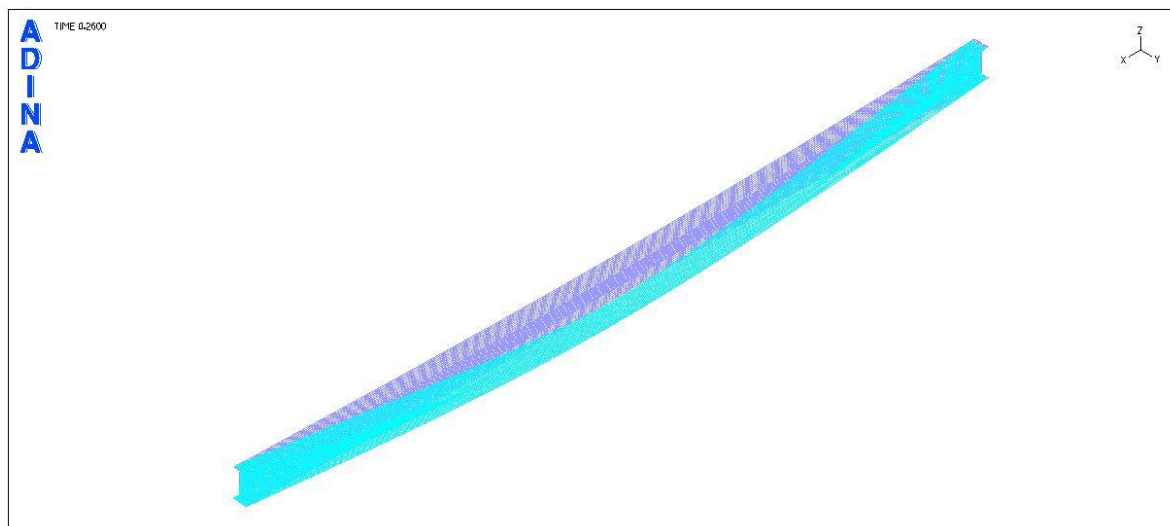
Σχήμα 4-37: Τάσεις Von Mises για το επιλεγμένο βήμα φόρτισης

4.6.3 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού

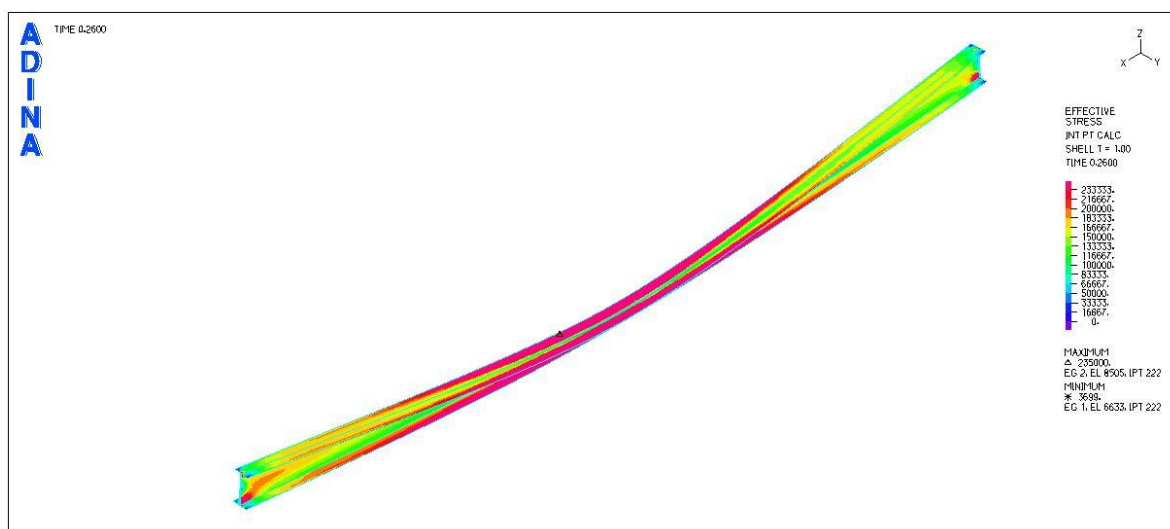
Στη μη γραμμική ανάλυση υλικού και γεωμετρίας το υλικό είναι ελαστοπλαστικό χωρίς κράτυνση και η ατέλεια γεωμετρίας παραμένει. Επομένως, πρέπει να αλλάξουμε το Default Material στα δύο Element Group από το υλικό 1, που είναι το ελαστικό, στο υλικό 2, που είναι το ελαστοπλαστικό. Τα αποτελέσματα ανοίγουν με τις ίδιες διαδικασίες όπως προηγουμένως και παρουσιάζονται στη συνέχεια για ένα επιλεγμένο βήμα της ανάλυσης (Σχήμα 4-37 έως 4-39).



Σχήμα 4-38: Δρόμος ισορροπίας για μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού



Σχήμα 4-39: Εικόνα παραμόρφωσης της δοκού στο επιλεγμένο βήμα φόρτισης



Σχήμα 4-40: Τάσεις Von Mises για το επιλεγμένο βήμα φόρτισης

4.7 Έλεγχος επάρκειας πλέγματος

Σε αυτό το σημείο θα παρουσιαστεί ο έλεγχος επάρκειας της διακριτοποίησης του φορέα, που πραγματοποιήθηκε μέσω των αναλύσεων γραμμικού λυγισμού. Αρχικά, δημιουργήθηκε ο ίδιος φορέας με διακριτοποίηση των επιφανειών ανά 0,005m. Στη συνέχεια, ελέγχθηκε η σύγκλιση των αποτελεσμάτων της για γραμμική ανάλυση λυγισμού (LBA) με τα αποτελέσματα που είχαν προκύψει από την αντίστοιχη ανάλυση για διακριτοποίηση ανά 0,01m. Οι μορφές των ιδιομορφών και για τις περιπτώσεις διακριτοποίησης ήταν ίδιες και μόνο τα κρίσιμα φορτία λυγισμού εμφάνιζαν μικρή διαφοροποίηση. Η σύγκλιση των αποτελεσμάτων παρουσιάζεται στον Πίνακα 4-2.

Πίνακας 4-2: Έλεγχος σύγκλισης κρίσιμων φορτίων γραμμικής ανάλυσης λυγισμού

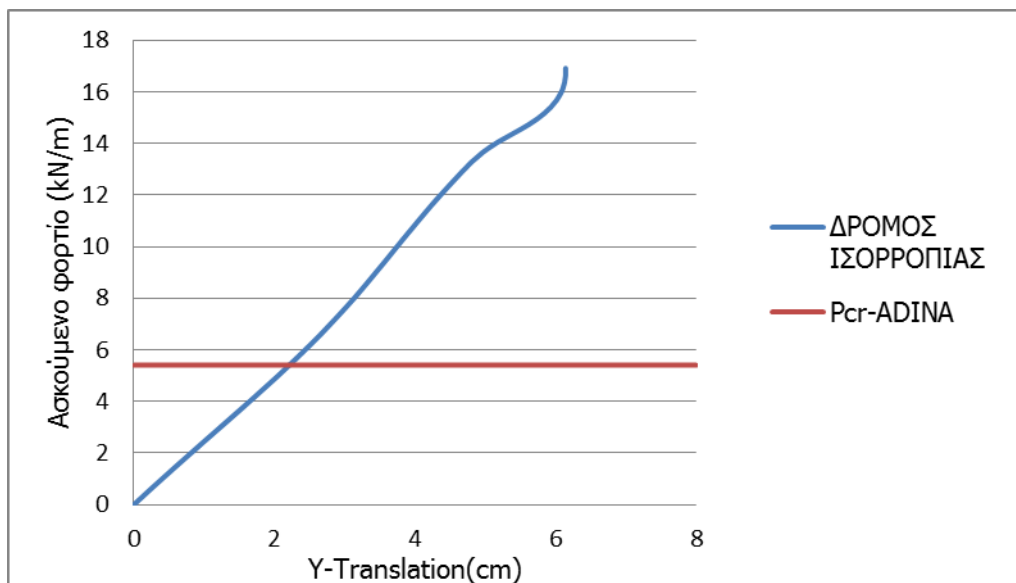
Ιδιομορφή	1 ^η Διακριτοποίηση- Κρίσιμο φορτίο (kN/m)	2 ^η Διακριτοποίηση- Κρίσιμο φορτίο (kN/m)	Σύγκλιση
1 ^η	5,374	5,308	98,77%
2 ^η	17,09	17,02	99,59%
3 ^η	35,23	35,14	99,74%

Παρατηρούμε ότι η πρώτη ιδιομορφή η σύγκλιση πλησίασε πολύ ικανοποιητικά ποσοστά σύγκλισης, ενώ η δεύτερη και τρίτη εμφάνισαν ακόμα καλύτερα ποσοστά. Επομένως, η σύγκλιση κρίθηκε επαρκής καθώς, πέραν των υψηλών ποσοστών, μια περαιτέρω αύξηση της διακριτοποίησης θα επιβάρυνε και αρκετά το πρόγραμμα. Όλες οι αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν στη συνέχεια έχουν διατηρήσει το πλήθος πεπερασμένων στοιχείων της πρώτης περίπτωσης.

4.8 Επιβολή άρθρωσης και στα δύο άκρα της δοκού

Σε αυτή την παράγραφο θα παρουσιαστεί η περίπτωση όπου εφαρμόσαμε την πρώτη μέθοδο προσομοίωσης αλλά επιβάλαμε τη συνοριακή συνθήκη **PIN** (άρθρωση) και στα δύο άκρα της δοκού. Επιστρέφοντας ξανά στο **9^ο βήμα** της παραγράφου 4.4 και επιβάλλοντας στα δύο **Master Node Set** τη συνοριακή συνθήκη **PIN** που δημιουργήσαμε, εκτελούμε εκ νέου τη γραμμική ανάλυση λυγισμού (LBA) και τη μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού (GMNIA). Τα αποτελέσματα των αναλύσεων ακολουθούν (Σχήμα 4-41):

- $P_{Cr,ADINA}=5,403\text{kN/m}$



Σχήμα 4-41: Δρόμος ισορροπίας για μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού

Με βάση τα παραπάνω, γίνεται φανερό ότι όταν δεσμεύεται η αξονική μετατόπιση και στα δύο άκρα της δοκού, η μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού δίνει δρόμο ισορροπίας με ανοδικό κλάδο. Με την επιλογή αρθρώσεων και στα δύο άκρα, ο φορέας γίνεται μία φορά υπερστατικός και καθώς δεσμεύεται η μετακίνηση κατά x όλων των κόμβων του κορμού των ακραίων διατομών, παρεμποδίζεται κατά κάποιο τρόπο η στροφή περί τον εγκάρσιο οριζόντιο άξονα και ο φορέας αρχίζει να λειτουργεί εφελκυστικά, σαν καλώδιο. Επειδή εμείς επιζητούμε να αποφύγουμε την εκδήλωση μεταλυγυσμικής αντοχής μετά τη διαρροή, απορρίψαμε την εν λόγω προσομοίωση.

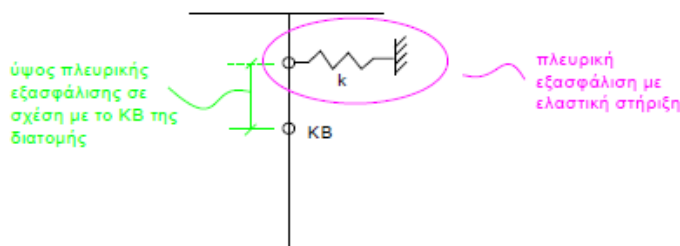
5 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΕΙΣ ΠΛΕΥΡΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΔΟΚΩΝ ΜΕ ΠΛΕΥΡΙΚΗ ΕΞΑΣΦΑΛΙΣΗ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΜΕΤΑΘΕΣΗΣ

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα των αριθμητικών αναλύσεων, γραμμικών και μη γραμμικών, για δύο περιπτώσεις δοκών με πλευρική εξασφάλιση. Μέσα από τις αναλύσεις αυτές έγινε προσπάθεια να προσδιοριστεί η επιρροή που έχει στο κρίσιμο φορτίο πλευρικού λυγισμού και στο οριακό φορτίο αντοχής το ύψος της πλευρικής εξασφάλισης. Επιπλέον, επιχειρήθηκε η εξαγωγή συμπερασμάτων και για τα εντατικά μεγέθη της πλευρικής εξασφάλισης ως μέλος, προκειμένου να καταλήξουμε στην οικονομικότερη διαστασιολόγησή της. Στο τέλος, πέραν από την καταγραφή των συμπερασμάτων των αναλύσεων, συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα που προκύπτουν με τις απαιτούμενες δυσκαμψίες που προβλέπουν οι αναλυτικές σχέσεις του Trahair.

5.1 Αριθμητικές αναλύσεις δοκού διατομής IPE180

5.1.1 Μόρφωση φορέα με πλευρική εξασφάλιση

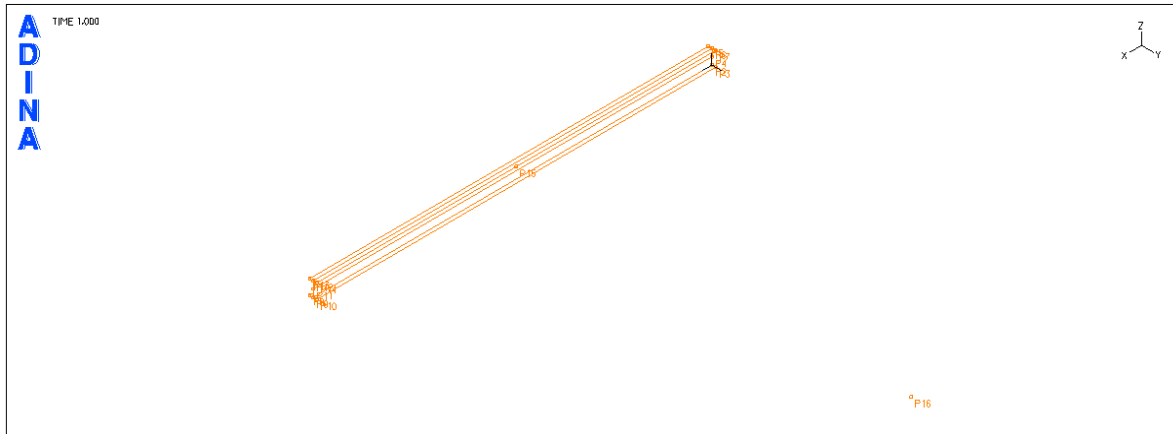
Ο φορέας μας θα αποτελείται από τη δοκό που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 4 και από μία πλευρική εξασφάλιση. Η πλευρική εξασφάλιση της δοκού θα προσομοιωθεί μέσω ελαστικής στήριξης, η οποία θα επιτρέπει όλες τις μετακινήσεις και τις στροφές, αλλά στην πλευρική μετακίνηση (Y-translation) θα προσδίδει μια ακαμψία η οποία εμποδίζει την άμεση εκτροπή. Η ελαστική στήριξη υλοποιείται με ένα ελατήριο στον κόμβο που θέλουμε να δεσμεύσουμε, το οποίο στην άκρη του είναι πλήρως πακτωμένο (Σχήμα 5-1).



Σχήμα 5-1: Πλευρική εξασφάλιση με ελαστική στήριξη.

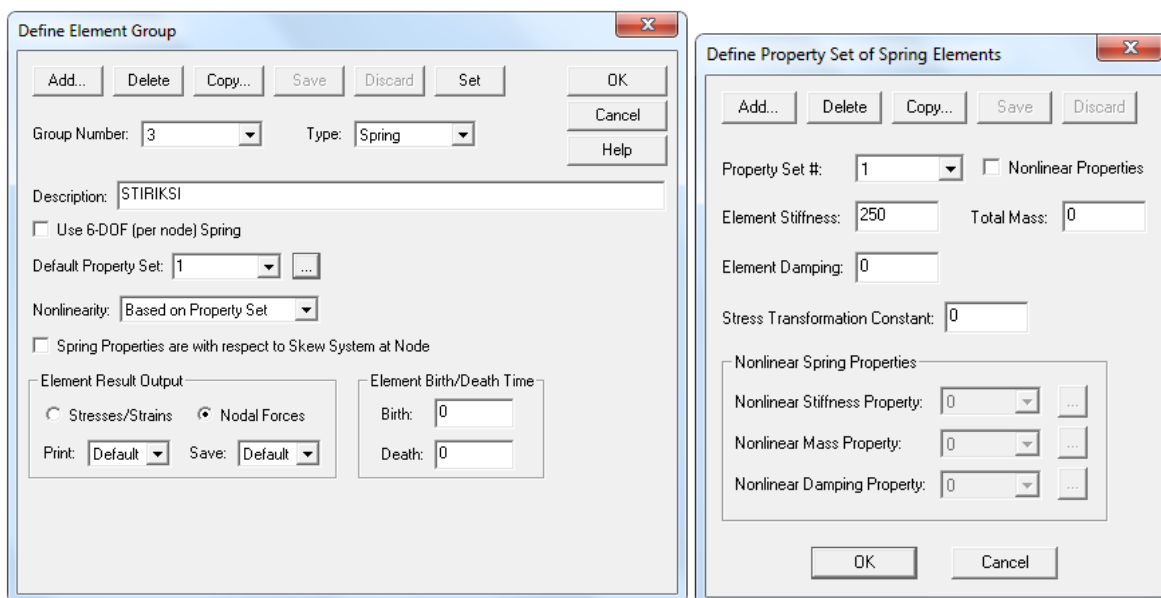
Η προσομοίωση της ελαστικής στήριξης στο ADINA έγινε με τη χρήση των παρακάτω εντολών:

Βήμα 1°: Ορίσαμε δύο νέα σημεία: ένα στη μεσαία διατομή της δοκού και ένα σε απόσταση 5m κατά Y στο ίδιο ύψος. Αυτά τα σημεία θα αλλάζουν συντεταγμένη Z στην πορεία των αναλύσεων προκειμένου να μετακινούμε την πλευρική εξασφάλιση καθ' ύψος.



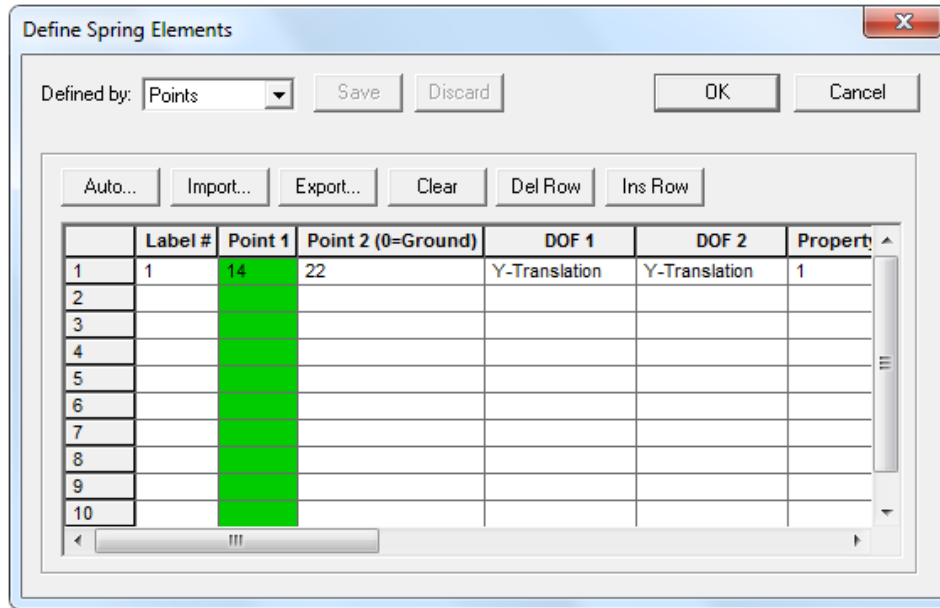
Σχήμα 5-2: Εικόνα μοντέλου μετά την προσθήκη των νέων σημείων.

Βήμα 2°: Μέσω της εντολής **Meshing-> Element Groups-> Add** και επιλέγοντας **Spring** στη θέση **Type** θα ορίσουμε το ελατήριο. Για να προσδιορίσουμε τις ιδιότητες του ελατηρίου θα πατήσουμε δεξιά από το **Default Property Set**, όπου θα ανοίξει ένα παράθυρο που θα δώσουμε τη δυσκαμψία του ελατηρίου στη θέση **Element Stiffness**.



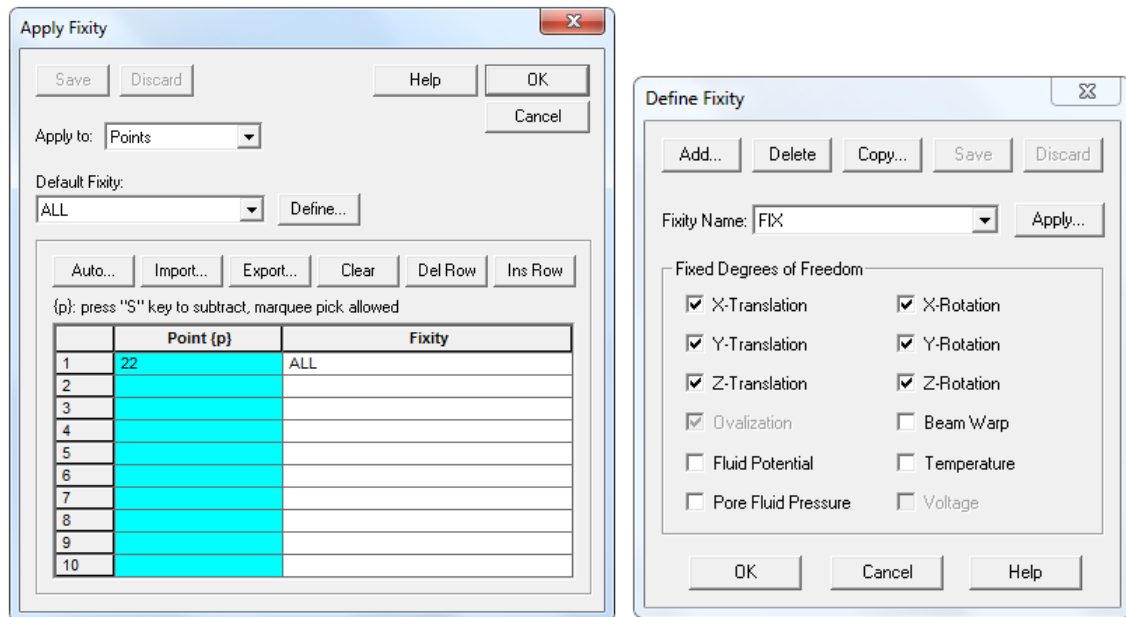
Σχήμα 5-3: Ορισμός ελατηρίου και ιδιοτήτων του.

Βήμα 3°: Ακολουθώντας την εντολή **Meshing-> Elements-> Spring** θα διακριτοποιήσουμε το ελατήριο. Στο νέο παράθυρο θα ορίσουμε τον αριθμό του ελατηρίου (Label), τα σημεία αρχής και τέλους (Point 1 και Point 2 τα σημεία που ορίστηκαν στο πρώτο βήμα), τους βαθμούς ελευθερίας (εδώ απλό μετακνησιακό ελατήριο κατά Y) και τις ιδιότητες του (τον αριθμό του Property Set που ορίστηκε στο δεύτερο βήμα).



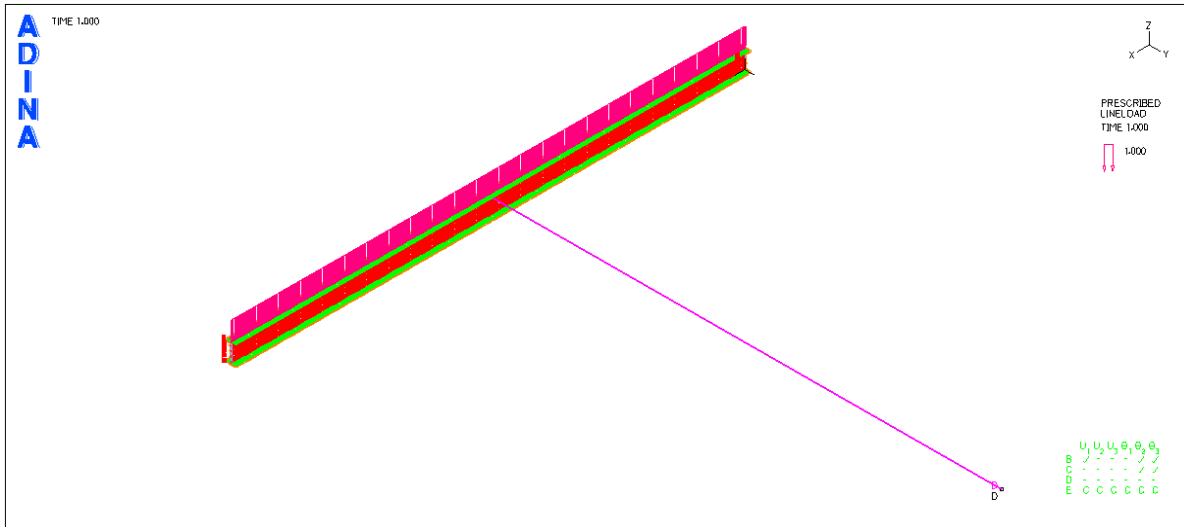
Σχήμα 5-4: Διακριτοποίηση του ελατηρίου.

Βήμα 4^ο: Ακολουθώντας την εντολή **Model-> Boundary Conditions-> Apply Fixity** και επιλέγοντας στη θέση **Apply to** την επιλογή **Point** και στη θέση **Fixity** τη συνοριακή συνθήκη **FIX**, θα επιβάλουμε την πάκτωση στο άκρο της ελαστικής στήριξης.



Σχήμα 5-5: Επιβολή πάκτωσης στο άκρο της ελαστικής στήριξης.

Οπότε, ο φορέας μας έχει πλέον την εξής εικόνα:



Σχήμα 5-6: Φορέας με την πλευρική εξασφάλιση.

5.1.2 Υπολογισμός κανονιστικών μεγεθών της δοκού κατά Ευρωκώδικα 3 (EC3)

Κατ' αρχάς, πραγματοποιήθηκε έλεγχος της κατηγορίας της διατομής, σύμφωνα με τους πίνακες 3-1 και 3-2 του κεφαλαίου 3. Τα αποτελέσματα ήταν τα εξής:

Έλεγχος κορμού για καθαρή κάμψη: $c / t_w = 146 / 5.3 = 27.55 < 72\varepsilon = 72 \rightarrow$ Κατηγορία 1

Έλεγχος πέλματος για θλίψη: $c / t_f = [(91 - 5.3) / 2] / 8 = 5.36 < 9\varepsilon = 9 \rightarrow$ Κατηγορία 1

Επομένως, όλη η διατομή ανήκει στην κατηγορία 1.

Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τη σχέση (3-14) του κεφαλαίου 3, υπολογίσαμε τις κρίσιμες ροπές πλευρικού λυγισμού για μήκη λυγισμού 5m και 2,5m. Με άλλα λόγια, υπολογίσαμε την κρίσιμη ροπή για πλήρη και καθόλου εξασφάλιση στο μέσο της δοκού. Οπότε, για τα χαρακτηριστικά και τη φόρτιση της δοκού, προέκυψαν οι εξής τιμές:

$$M_{cr} = 16,709 \text{ kNm για } L_{cr} = 5 \text{ m}$$

$$M_{cr} = 52,593 \text{ kNm για } L_{cr} = 2,5 \text{ m}$$

Τα αντίστοιχα κρίσιμα φορτία είναι:

$$P_{cr} = 5,347 \text{ kN/m για } L_{cr} = 5 \text{ m}$$

$$P_{cr} = 16,83 \text{ kN/m για } L_{cr} = 2,5 \text{ m}$$

Στη συνέχεια, μέσω των σχέσεων (3-2), (3-3) και (3-18) υπολογίζεται η ροπή αντοχής της δοκού σε λυγισμό για τα δύο κρίσιμα μήκη, όποτε προκύπτουν οι εξής τιμές:

$$M_{b,Rd} = 15,281 \text{ kNm για } L_{cr} = 5 \text{ m}$$

$$M_{b,Rd} = 29,593 \text{ kNm για } L_{cr} = 2,5 \text{ m}$$

Τα αντίστοιχα φορτία αντοχής είναι:

$$P_{b,Rd} = 4,89 \text{ kN/m για } L_{cr} = 5 \text{ m}$$

$$P_{b,Rd} = 9,47 \text{ kN/m για } L_{cr} = 2,5 \text{ m}$$

Τέλος, υπολογίστηκε η ροπή και το φορτίο πλαστικοποίησης της δοκού τα οποία είναι $M_{pl}=39\text{kNm}$ και $P_{pl}=12,48\text{kN/m}$. Παρατηρούμε, ότι η δοκός έχει μήκος για το οποίο ο λυγισμός συμβαίνει σημαντικά πριν την πλαστικοποίηση ($\chi_{LT} \approx 0,4$). Αυτός ήταν και ο σκοπός μας, καθώς θέλουμε κρίσιμος να είναι ο λυγισμός.

5.1.3 Αποτελέσματα αριθμητικών αναλύσεων

Σε αυτήν την παράγραφο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αριθμητικών αναλύσεων της πλευρικής εξασφάλισης με ελαστική στήριξη, μέσω εικόνων και διαγραμμάτων για την εξαγωγή συμπερασμάτων. Αποφασίστηκε η διατομή της πλευρικής εξασφάλισης να ανήκει στη σειρά προτύπων διατομών CHS. Η δυσκαμψία των διατομών αυτών υπολογίστηκε μέσω της σχέσης:

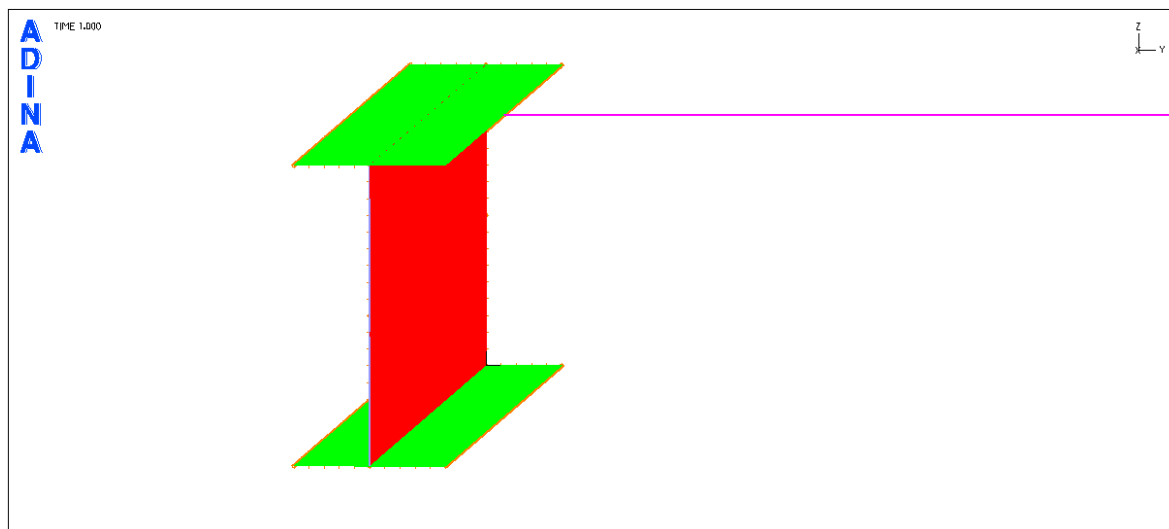
$$K = \frac{EA}{L} = \frac{21000 \cdot A}{500} \quad (5-1)$$

όπου E είναι το μέτρο ελαστικότητας του χάλυβα σε kN/cm^2

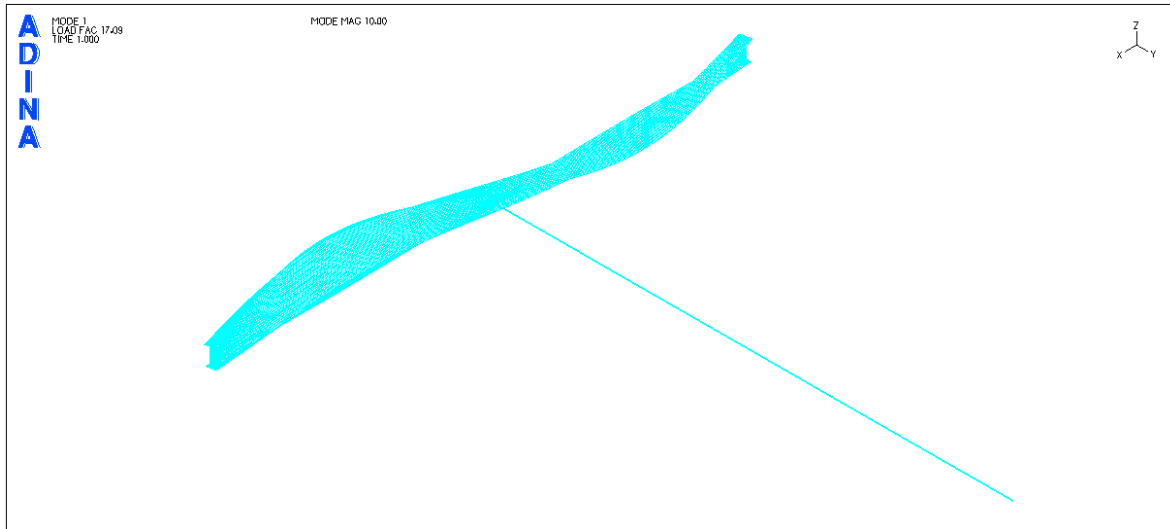
A είναι το εμβαδό της διατομής CHS σε cm^2

L είναι το μήκος της πλευρικής εξασφάλισης σε cm

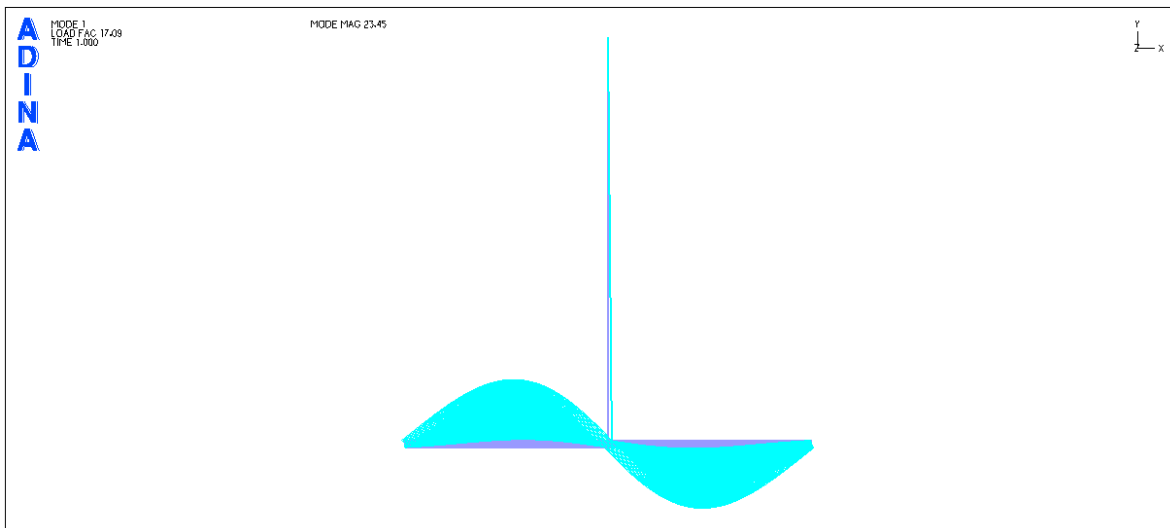
Οι αναλύσεις ξεκίνησαν για διατομή πλευρικής εξασφάλισης CHS διαμέτρου 60,3mm, πάχους 4mm και μήκους 5m. Στην αρχή, δεσμεύτηκε με την ελαστική στήριξη το άνω πέλμα της μεσαίας διατομής της δοκού, οπότε η πρώτη ιδιομορφή προέκυψε όπως φαίνεται στα Σχήματα 5-8 και 5-9.



Σχήμα 5-7: Ελαστική στήριξη στο άνω πέλμα (προοπτικό).



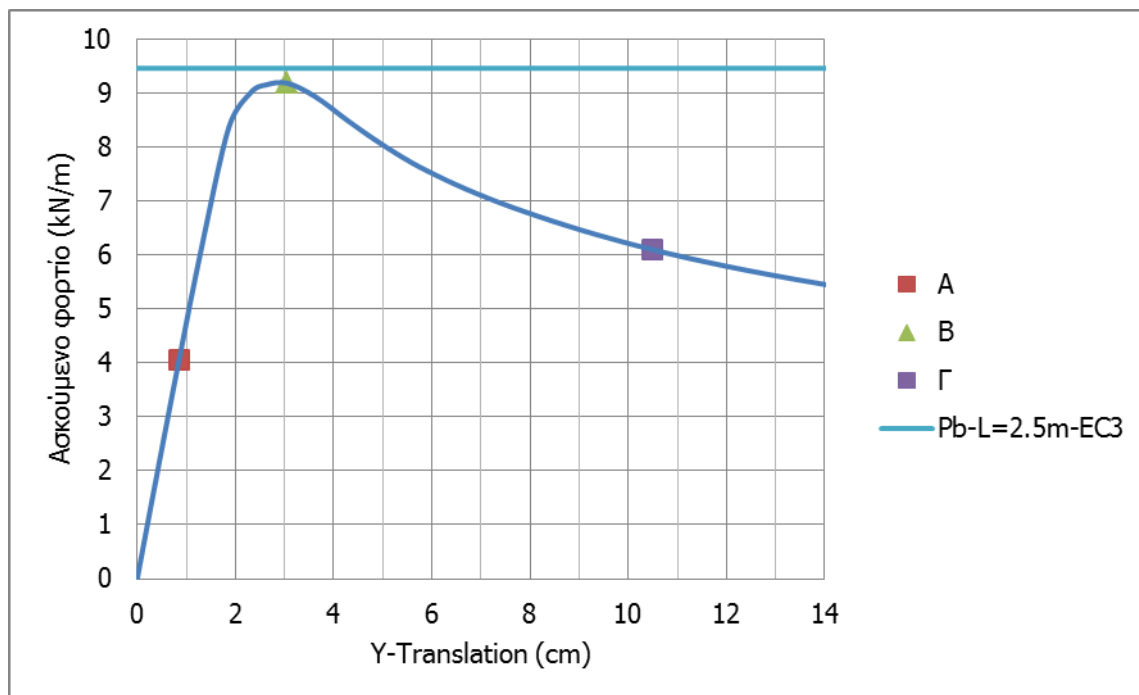
Σχήμα 5-8: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη στο άνω πέλμα (προοπτικό).



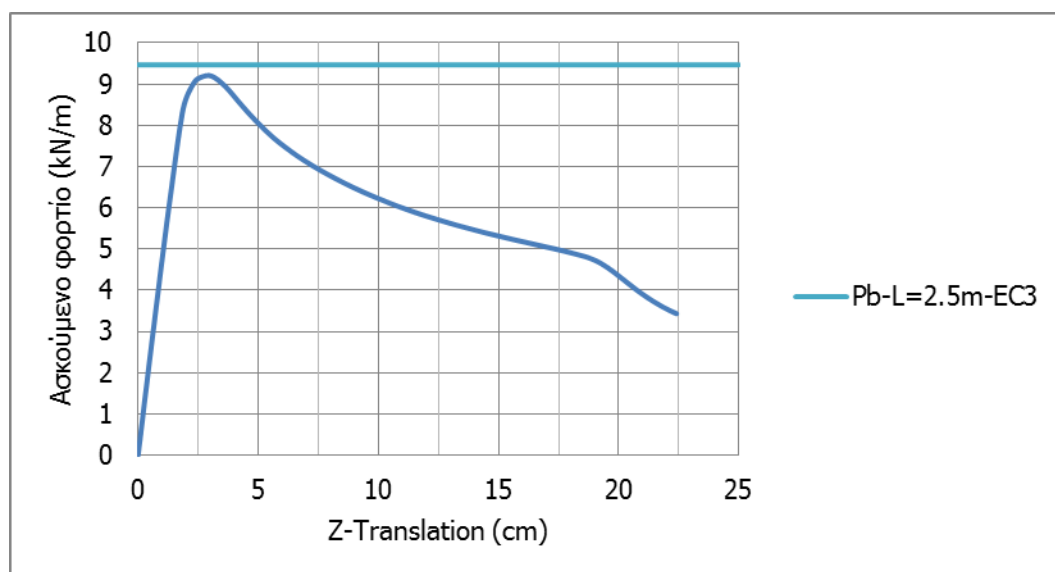
Σχήμα 5-9: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη στο άνω πέλμα (κάτοψη).

Το κρίσιμο φορτίο σύμφωνα με το ADINA, είναι ίσο με $P_{cr}=17,09\text{kN/m}$, ενώ το αντίστοιχο του Ευρωκώδικα 3 είναι ίσο $P_{cr}=16,83\text{kN/m}$ (απόκλιση 1,54%).

Προκειμένου να έχουμε σαφή και ακριβή εικόνα της μεταλυγισμικής συμπεριφοράς της δοκού, πραγματοποιήθηκε μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού, όπως παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 4. Χρησιμοποιήθηκε χάλυβας S235 χωρίς κράτυνση και δόθηκε σχήμα αρχικής ατέλειας με βάση την πρώτη ιδιομορφή της γραμμικής ανάλυσης λυγισμού. Το μέγεθος της ατέλειας θα προκύψει από τον τη σχέση 3-21. Στην περίπτωση μας, η αρχική ατέλεια είναι ίση με $e=1\text{cm}$ και δόθηκε στον κόμβο με τη μεγαλύτερη πλευρική εκτροπή. Αυτός ο κόμβος θεωρήθηκε και κόμβος αναφοράς.

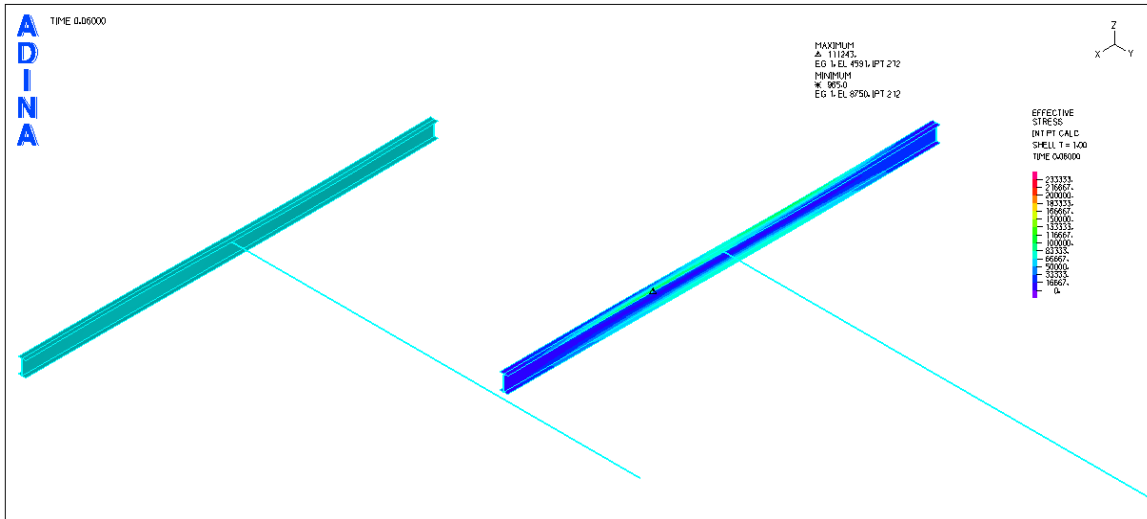


Σχήμα 5-10: Δρόμος ισορροπίας φορτίου-Y μετατόπισης κόμβου αναφοράς.

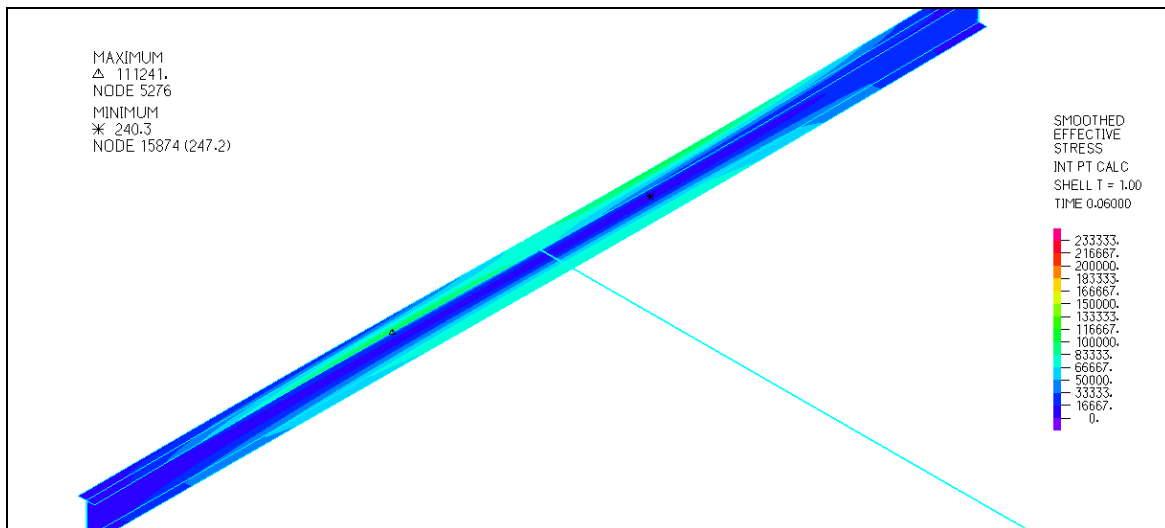


Σχήμα 5-11: Δρόμος ισορροπίας φορτίου-Z μετατόπισης κόμβου αναφοράς.

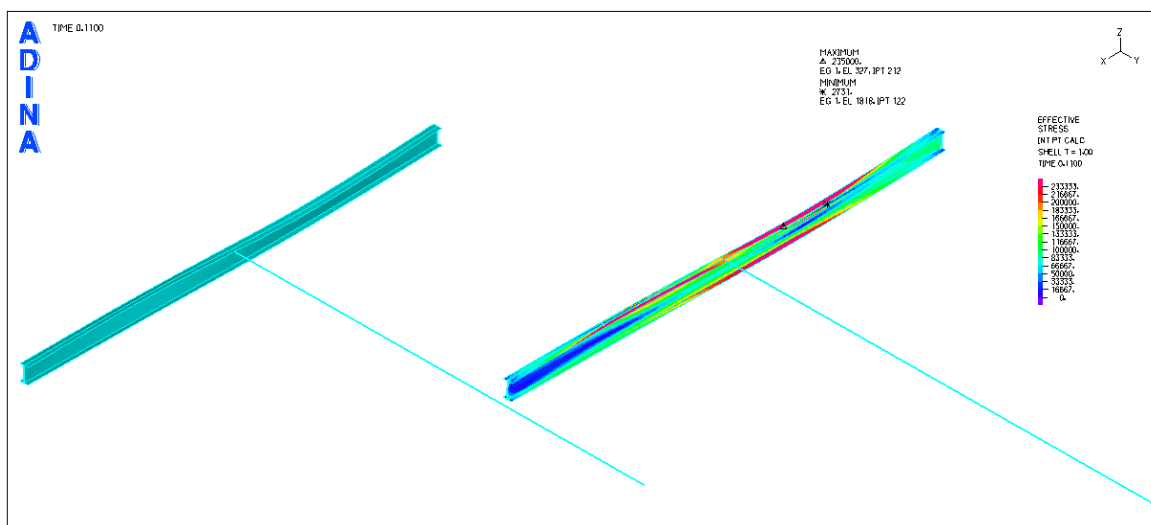
Στα Σχήματα 5-12 με 5-17 παρουσιάζονται εικόνες τάσεων-παραμορφώσεων για τα τρία σημεία που φαίνονται στο δρόμο ισορροπίας του Σχήματος 5-10.



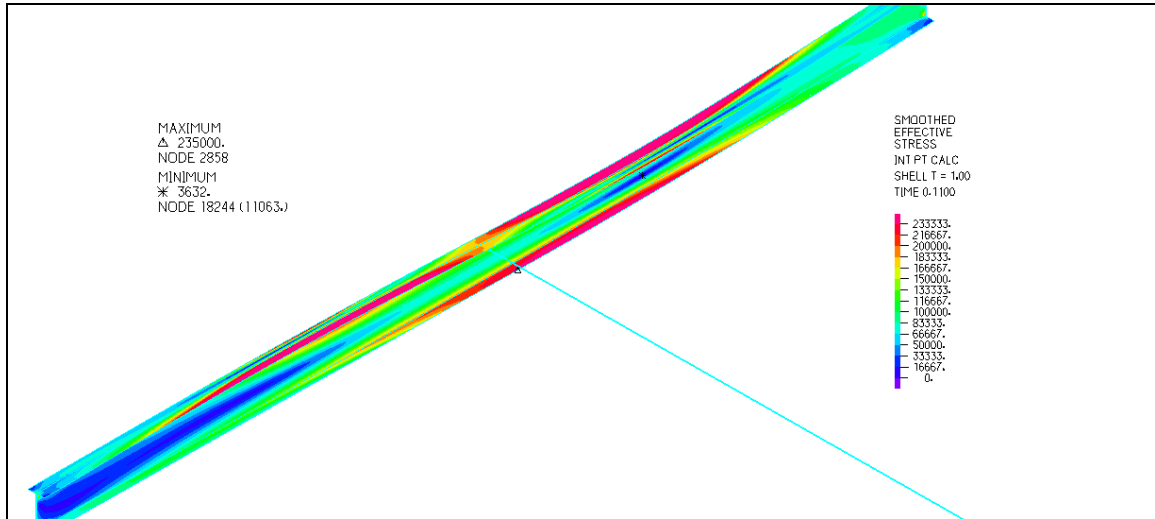
Σχήμα 5-12: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το σημείο A (προοπτικό).



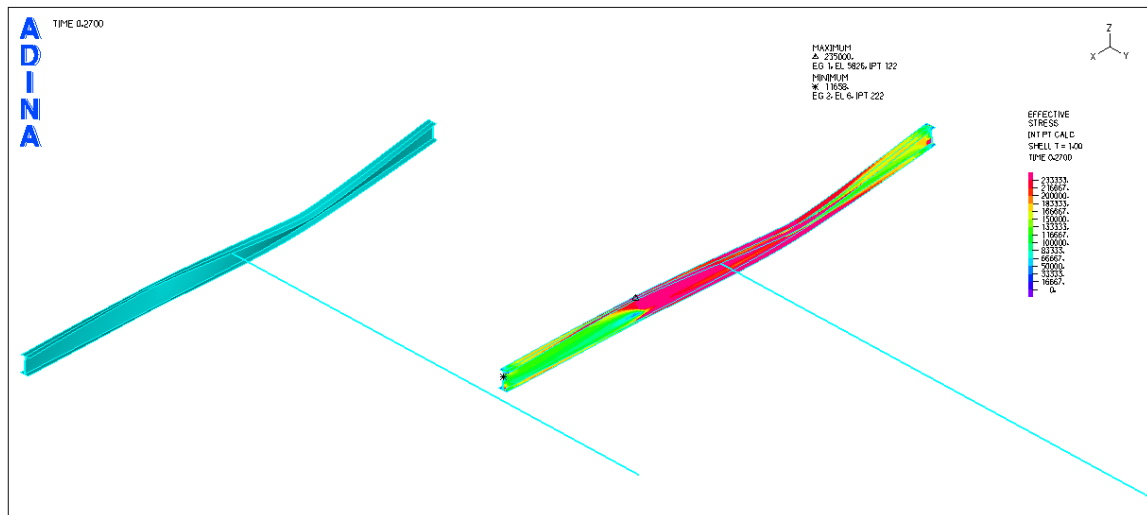
Σχήμα 5-13: : Εικόνα τάσεων Von Mises για το σημείο A (λεπτομέρεια).



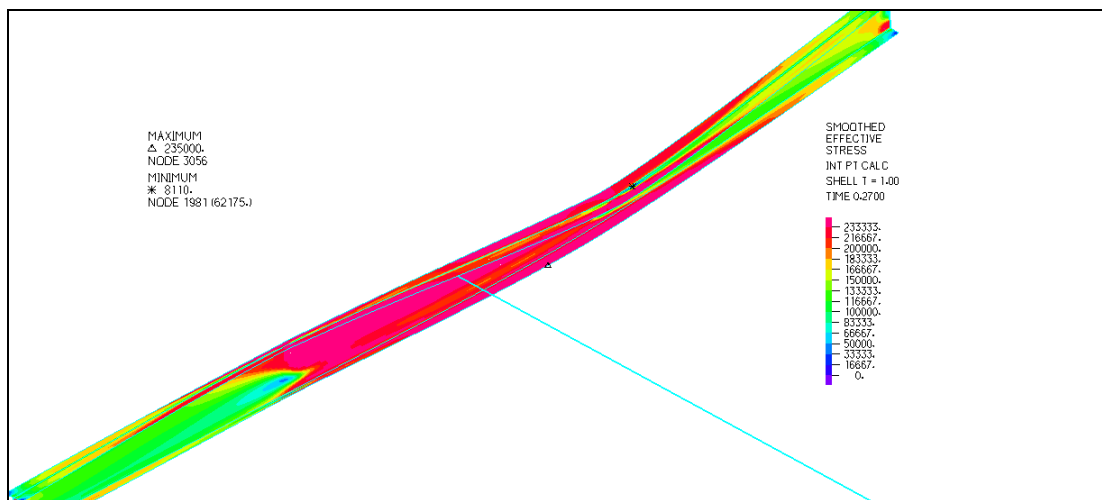
Σχήμα 5-14: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το σημείο B (προοπτικό).



Σχήμα 5-15: Εικόνα τάσεων Von Mises για το σημείο Β (λεπτομέρεια).



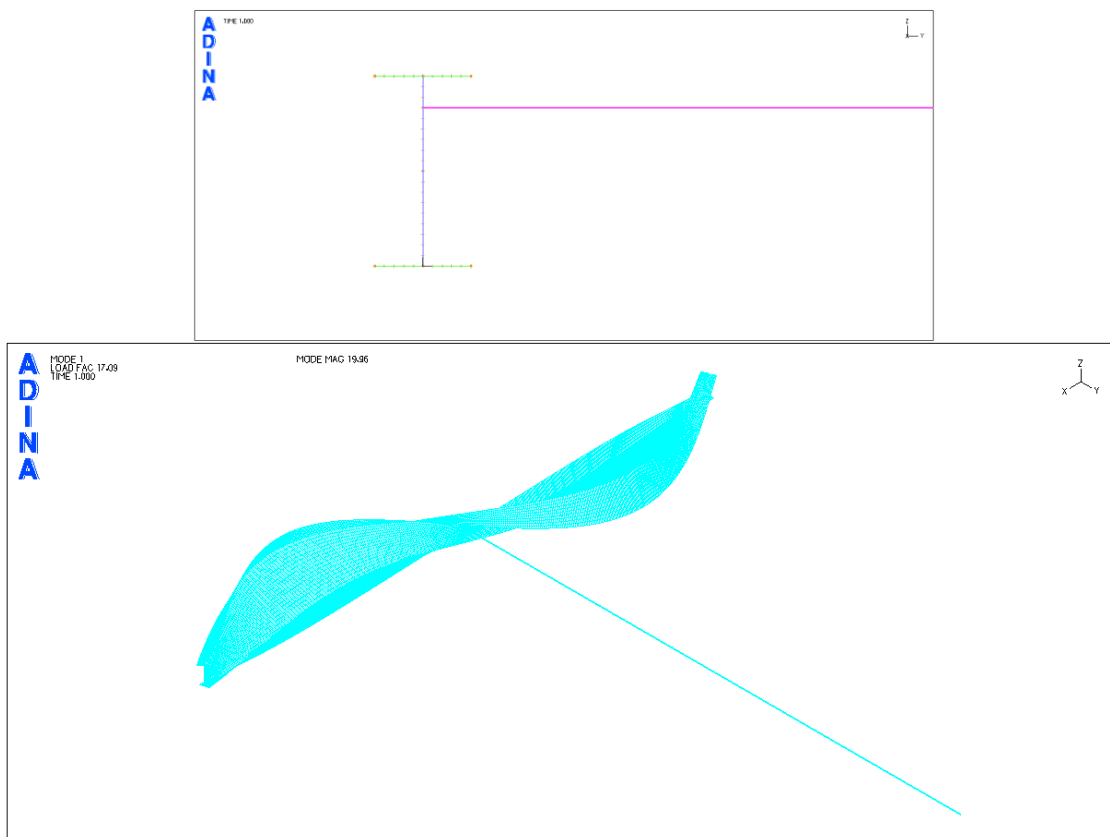
Σχήμα 5-16: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το σημείο Γ (προοπτικό).



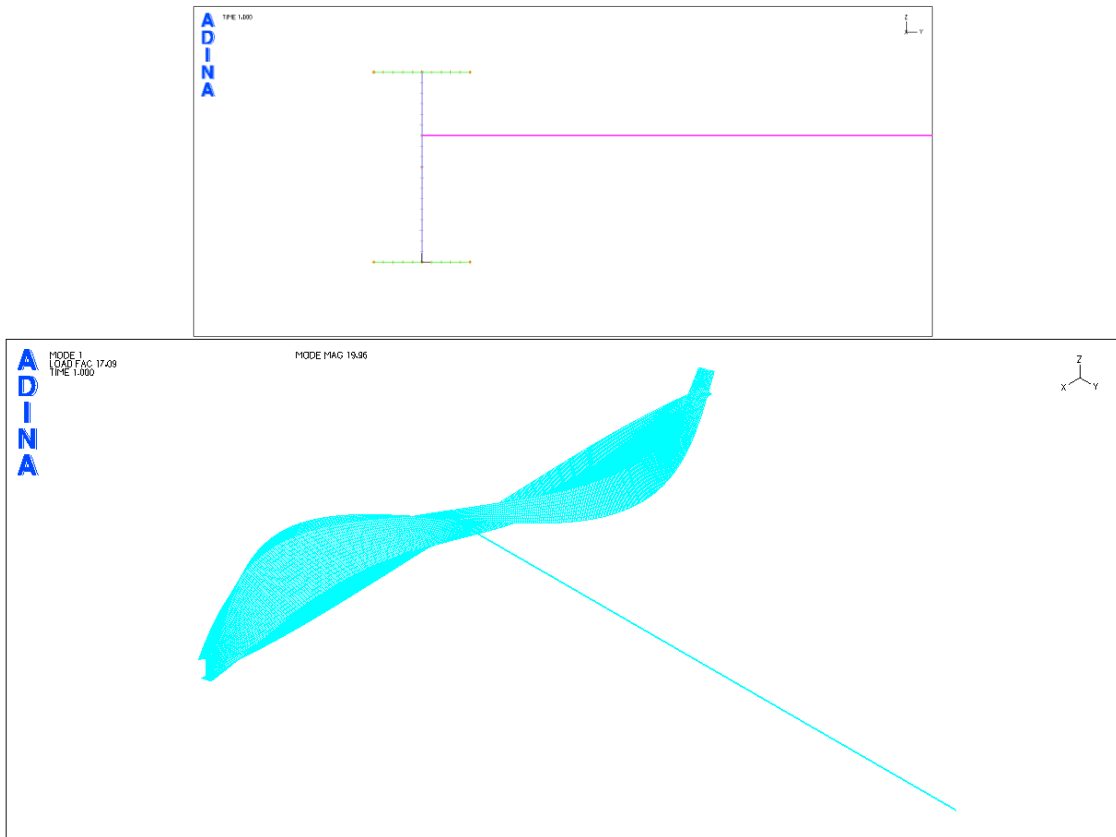
Σχήμα 5-17: Εικόνα τάσεων Von Mises για το σημείο Γ (λεπτομέρεια).

Το σημείο A αντιστοιχεί στην ελαστική περιοχή και χαρακτηρίζεται από μικρές τιμές παραμορφώσεων και τάσεων. Στο σημείο B έχει επέλθει ο λυγισμός και κάποια σημεία της έχουν φτάσει τάση Von Mises ίση με το όριο διαρροής. Τέλος, το σημείο Γ χαρακτηρίζεται από μεγάλες τιμές τάσεων στα σημεία με τη μέγιστη πλευρική εκτροπή.

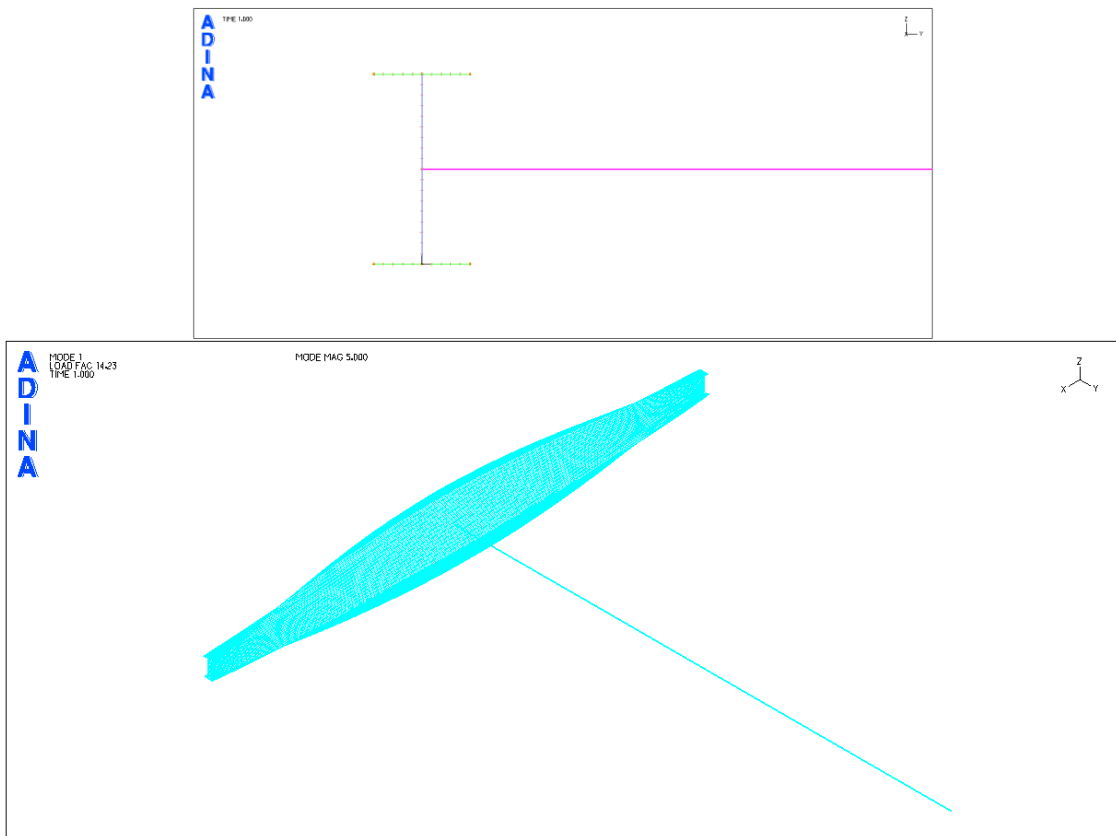
Οι αναλύσεις συνεχίστηκαν κατεβάζοντας την ελαστική στήριξη σταδιακά προς το κάτω πέλμα. Στα σχήματα 5-18 με 5-22 φαίνονται οι πρώτες ιδιομορφές που προέκυψαν από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού για μερικά από τα ύψη εξασφάλισης.



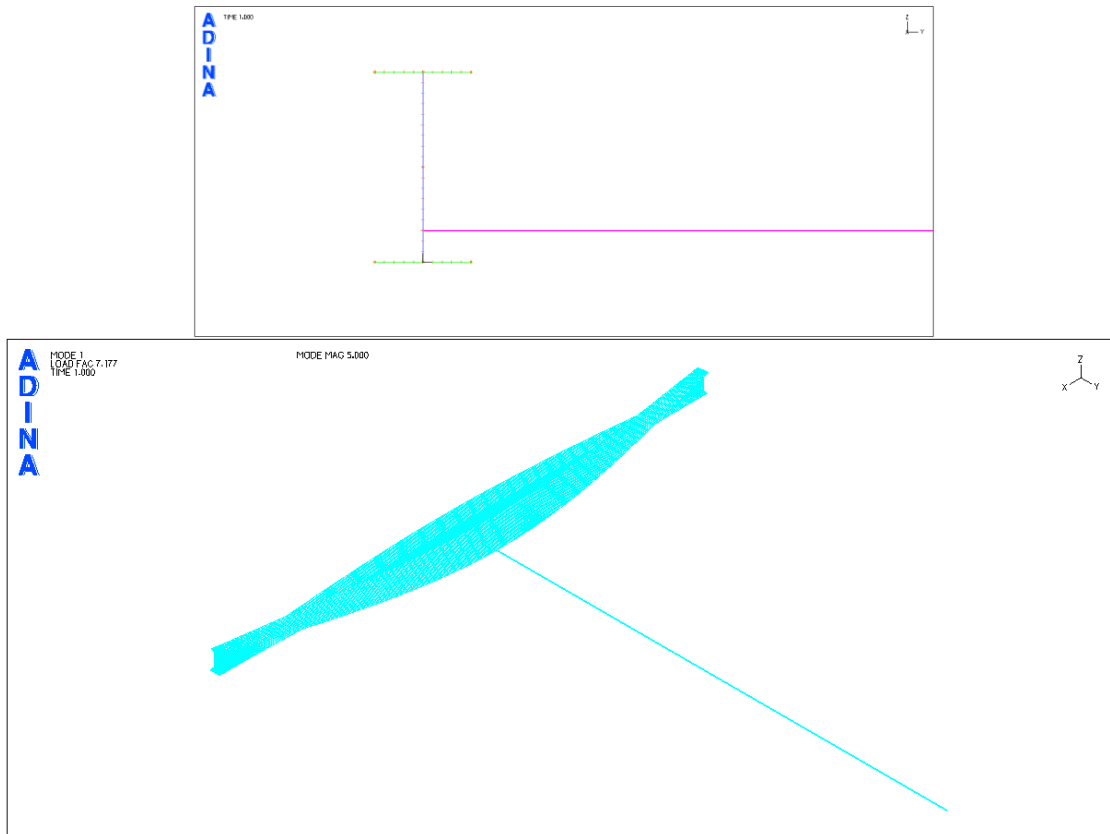
Σχήμα 5-18: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη σε ύψος 0,06m από το μέσο.



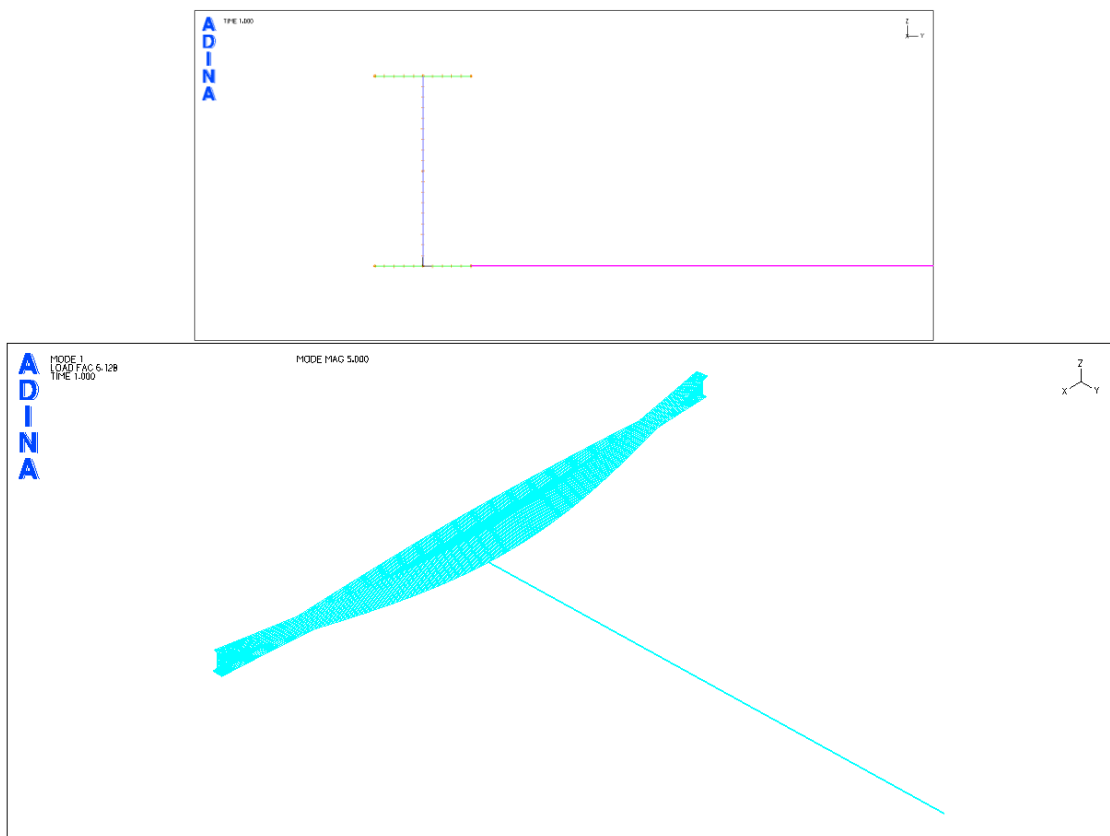
Σχήμα 5-19: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη σε ύψος 0,03m από το μέσο.



Σχήμα 5-20: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη στο μέσο.

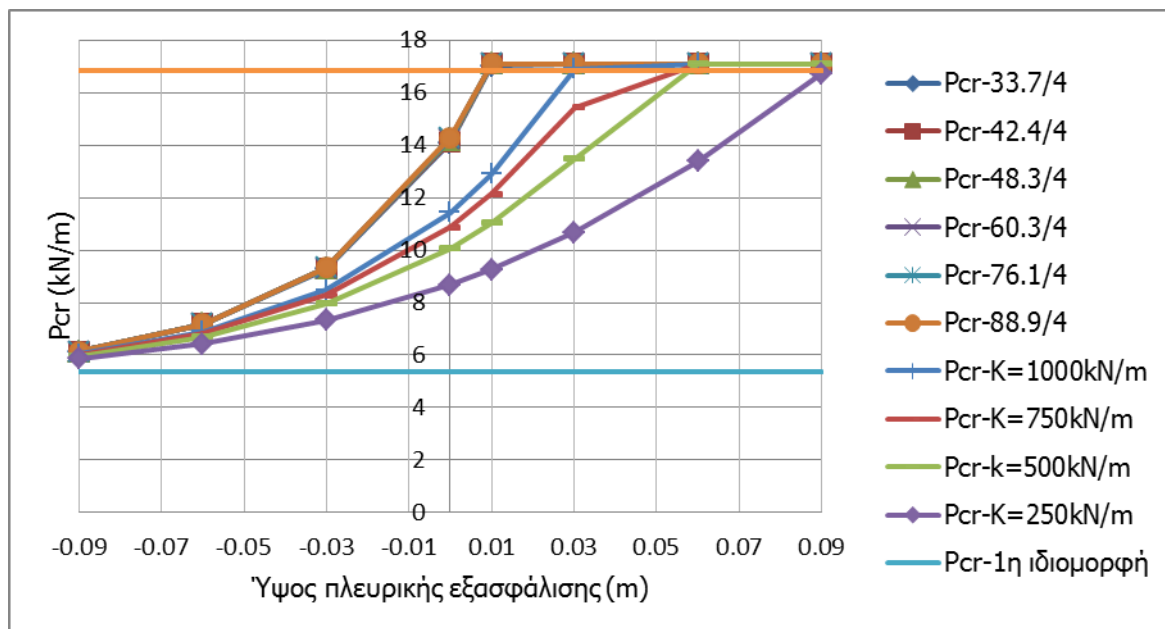


Σχήμα 5-21: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη σε ύψος $-0,06\text{m}$ από το μέσο.

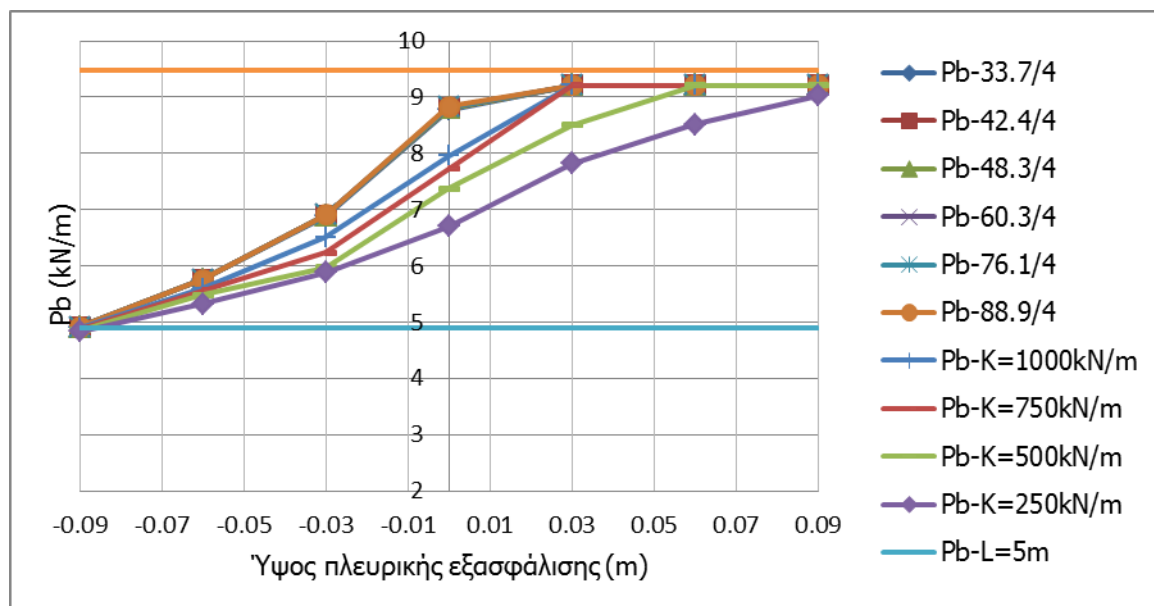


Σχήμα 5-22: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη στο κάτω πέλμα.

Η ίδια διαδικασία ακολουθήθηκε όχι μόνο για άλλες πρότυπες διατομές σειράς CHS αλλά και για μη ρεαλιστικές διατομές με πολύ μικρότερες δυσκαμψίες, ώστε να έχουμε πληρέστερη εικόνα της επιρροής της δυσκαμψίας και του ύψους της εξασφάλισης. Στα Σχήματα 5-23 και 5-24 που ακολουθούν φαίνεται η επιρροή αυτή τόσο στο κρίσιμο φορτίο όσο και στην αντοχή της δοκού.

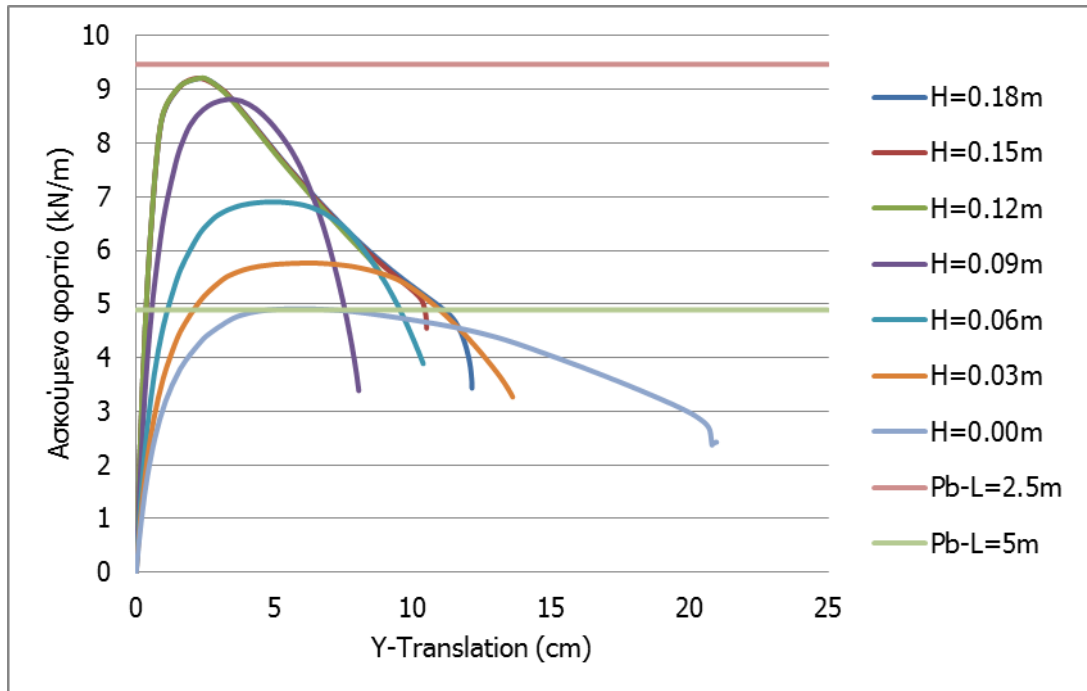


Σχήμα 5-23: Διάγραμμα P_{cr} -H

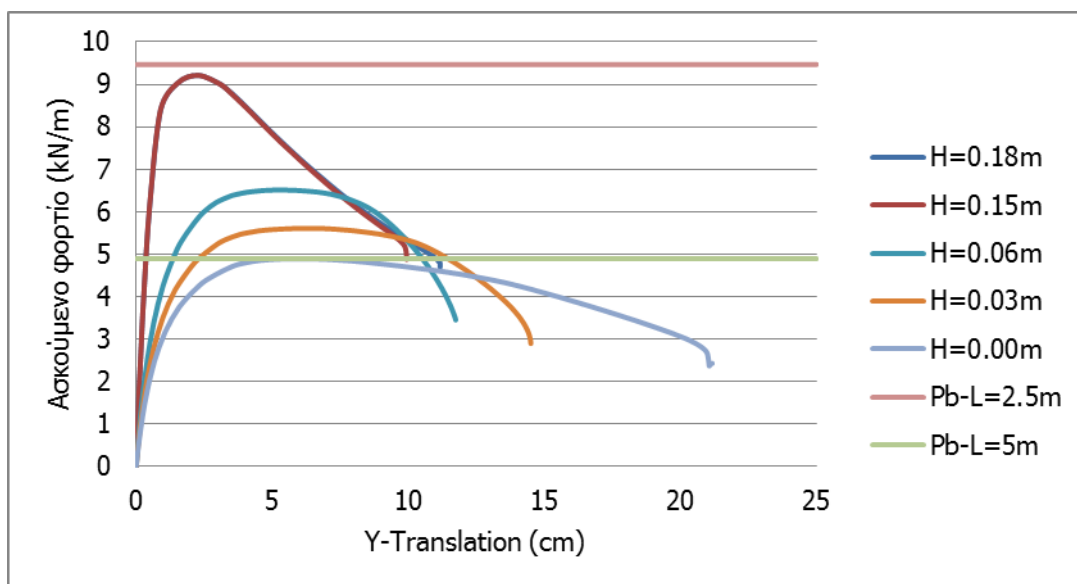


Σχήμα 5-24: Διάγραμμα P_b -H

Η σταδιακή μεταβολή της αντοχής της δοκού γίνεται αντιληπτή και μέσω των δρόμων ισορροπίας για τα διάφορα ύψη εξασφάλισης (Σχήματα 5-25 και 5-26).

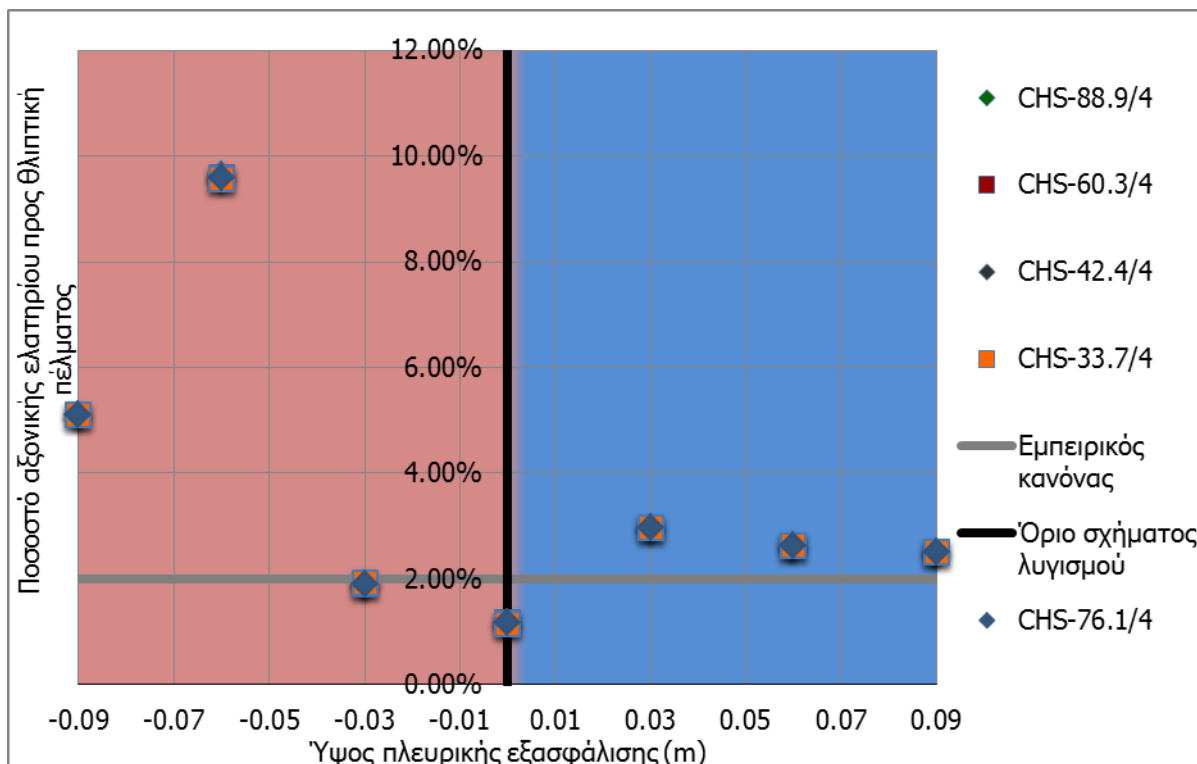


Σχήμα 5-25: Δρόμοι ισορροπίας δοκού για πλευρική εξασφάλιση διατομής CHS-60.3/4 για τα διάφορα ύψη εξασφάλισης.



Σχήμα 5-26: Δρόμοι ισορροπίας δοκού για πλευρική εξασφάλιση διατομής με δυσκαμψία $K=1000\text{kN/m}$ για τα διάφορα ύψη εξασφάλισης.

Τέλος, συγκεντρώθηκαν οι τιμές των αξονικών δυνάμεων που αναπτύσσονται στο ελατήριο, ώστε να μπορέσουμε να καταλήξουμε σε ένα γενικό κανόνα ως προς τη διαστασιολόγηση της πλευρικής εξασφάλισης. Τα ποσοστά που φαίνονται στον Σχήμα 5-27 αναφέρονται στο λόγο της αξονικής δύναμης του ελατηρίου προς τη θλιπτική αξονική που αναπτύσσεται στο πέλμα της διατομής λόγω του οριακού φορτίου. Οι αξονικές δυνάμεις που εμφανίζονται στο διάγραμμα αφορούν μόνο τις πρότυπες διατομές, καθώς μόνο αυτές δίνουν ρεαλιστικά αποτελέσματα.



	συμμετρικός λυγισμός
	αντισυμμετρικός λυγισμός

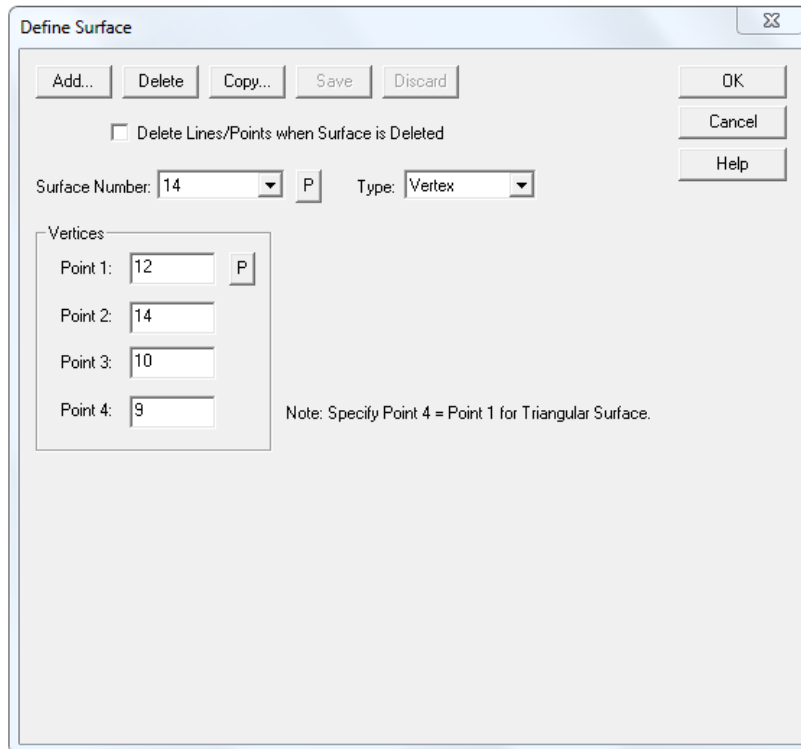
Σχήμα 5-27: Ποσοστά αξονικής δύναμης ελατηρίου για τα διάφορα ύψη εξασφάλισης.

5.1.4 Μόρφωση νέου φορέα με ενίσχυση στη μεσαία διατομή

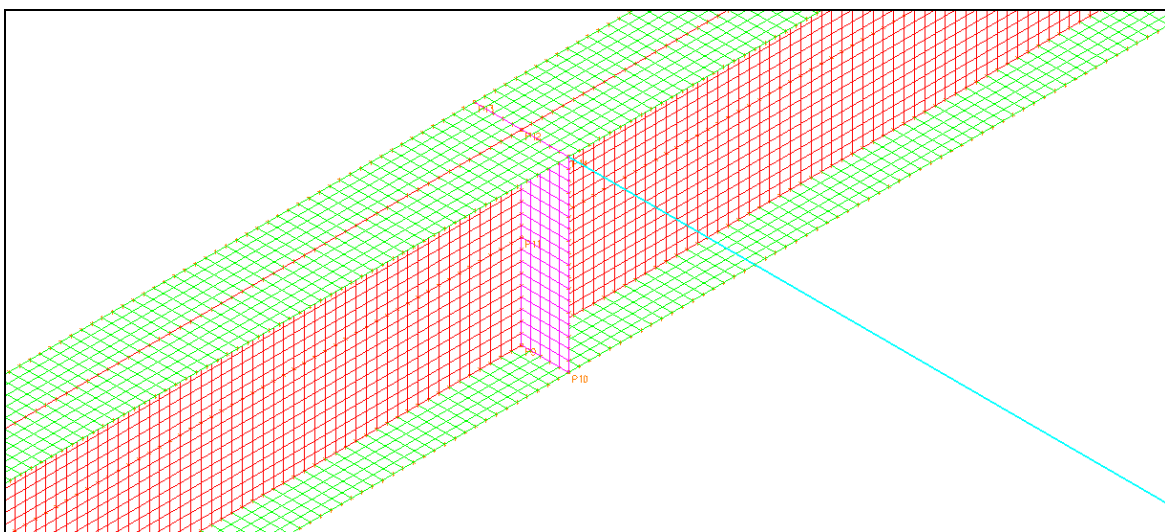
Στις μεταλλικές κατασκευές είναι συνηθισμένο φαινόμενο οι συνδέσεις μεταξύ των μελών να πραγματοποιούνται μέσω ελασμάτων. Γι' αυτό το λόγο, στην περίπτωση μας θεωρήθηκε ότι η προσθήκη ενός ελάσματος ενίσχυσης του κορμού στη μεσαία διατομή της δοκού θα προσομοίωνε με μεγαλύτερη ακρίβεια μια πραγματική κατασκευή.

Για να δημιουργήσουμε τις επιφάνειες των ελασμάτων ενίσχυσης ακολουθήσαμε την εξής διαδικασία:

Αρχικά, ορίσαμε 6 νέα σημεία κατά τα γνωστά στη μεσαία διατομή της δοκού: δύο στα άκρα του άνω πέλματος, δύο στα άκρα του κάτω πέλματος και δύο στα σημεία τομής κορμού και πελμάτων. Στη συνέχεια, μέσω της εντολής **Geometry-> Surfaces-> Add** και επιλέγοντας στη θέση **Type** την επιλογή **Vertex**, δημιουργούμε τις επιφάνειες που διακρίνουμε στο Σχήμα 5-29.

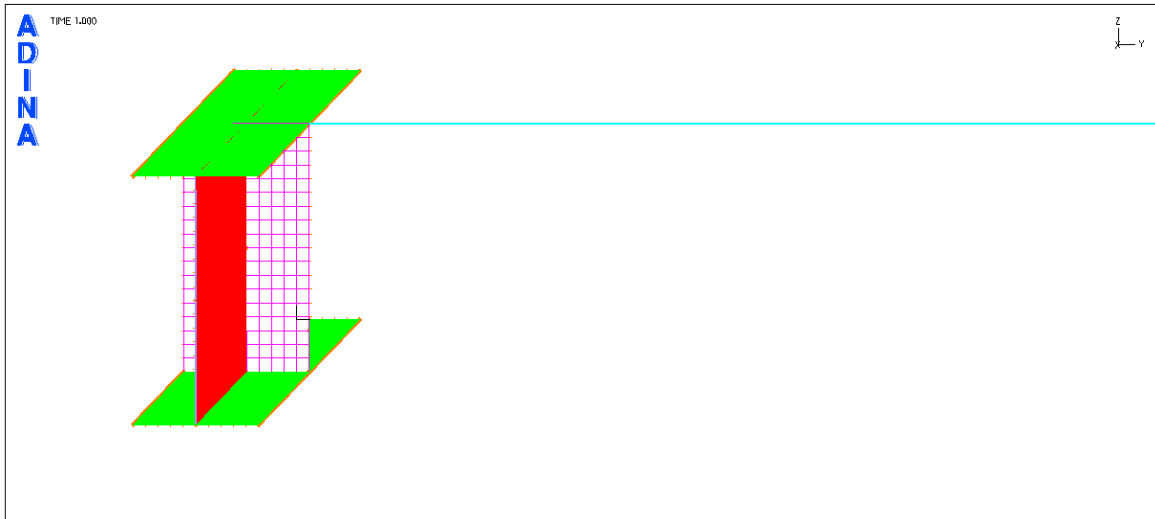


Σχήμα 5-28: Δημιουργία επιφανειών ελασμάτων ενίσχυσης.

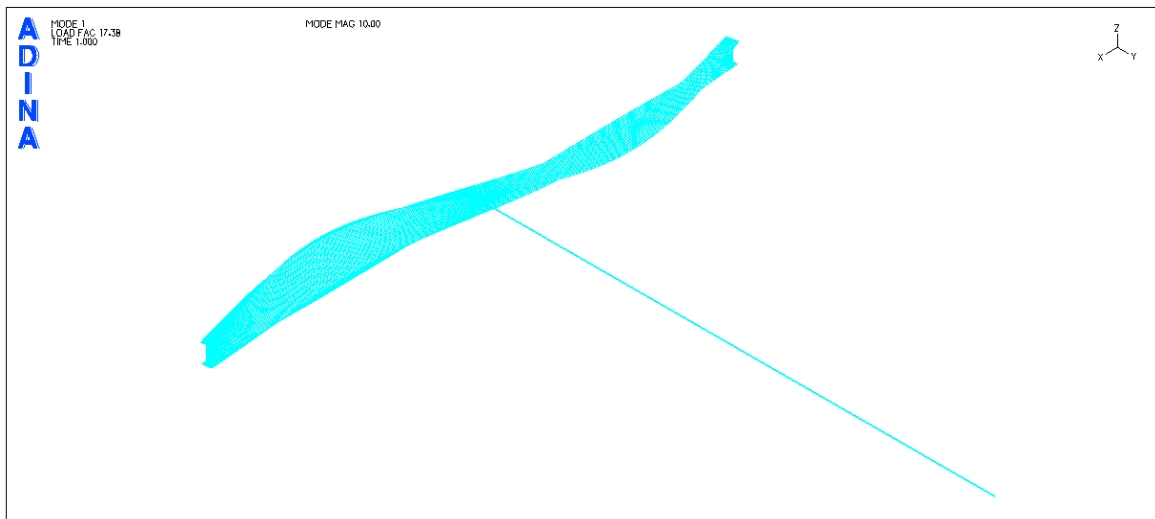


Σχήμα 5-29: Ελάσματα ενίσχυσης δοκού.

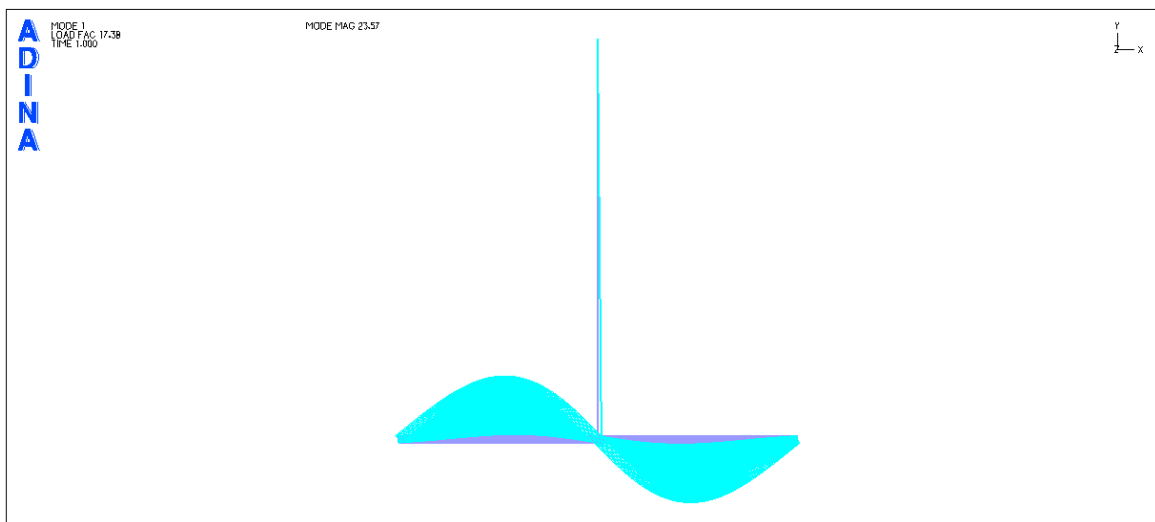
Εκτελέστηκαν εκ νέου αναλύσεις για διατομή πλευρικής εξασφάλισης CHS διαμέτρου 60,3mm, πάχους 4mm και μήκους 5m. Αρχικά, δεσμεύτηκε με την ελαστική στήριξη το άνω πέλμα της μεσαίας διατομής της δοκού, οπότε η πρώτη ιδιομορφή προέκυψε όπως φαίνεται στα Σχήματα 5-31β και 5-32.



Σχήμα 5-30α:Ελαστική στήριξη στο άνω πέλαμα (προοπτικό).



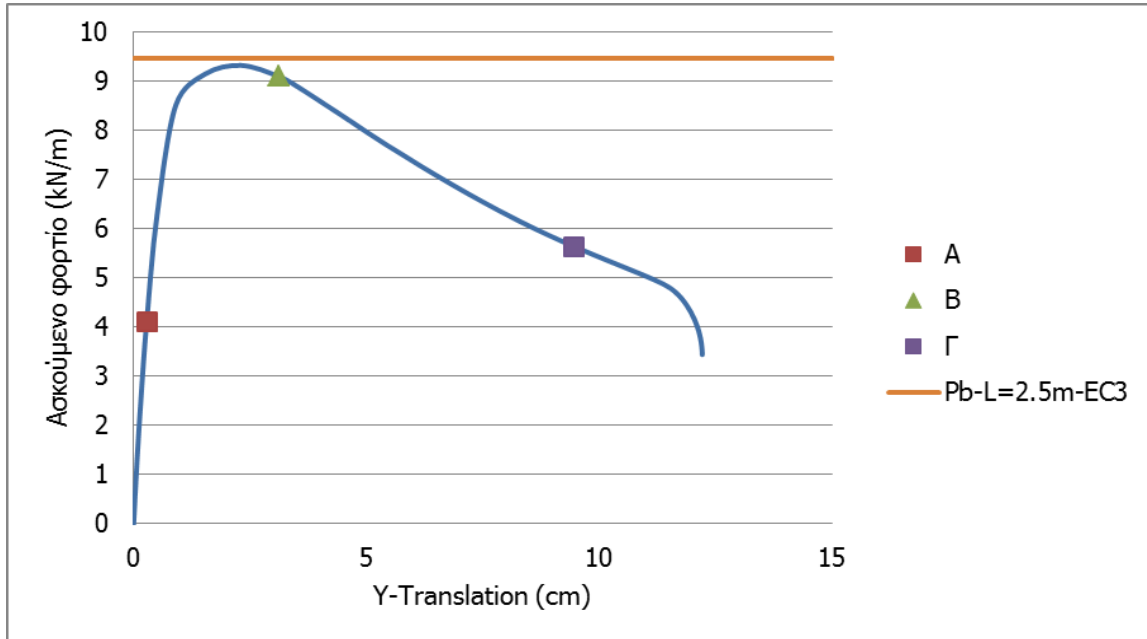
Σχήμα 5-31β: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη στο άνω πέλαμα (προοπτικό).



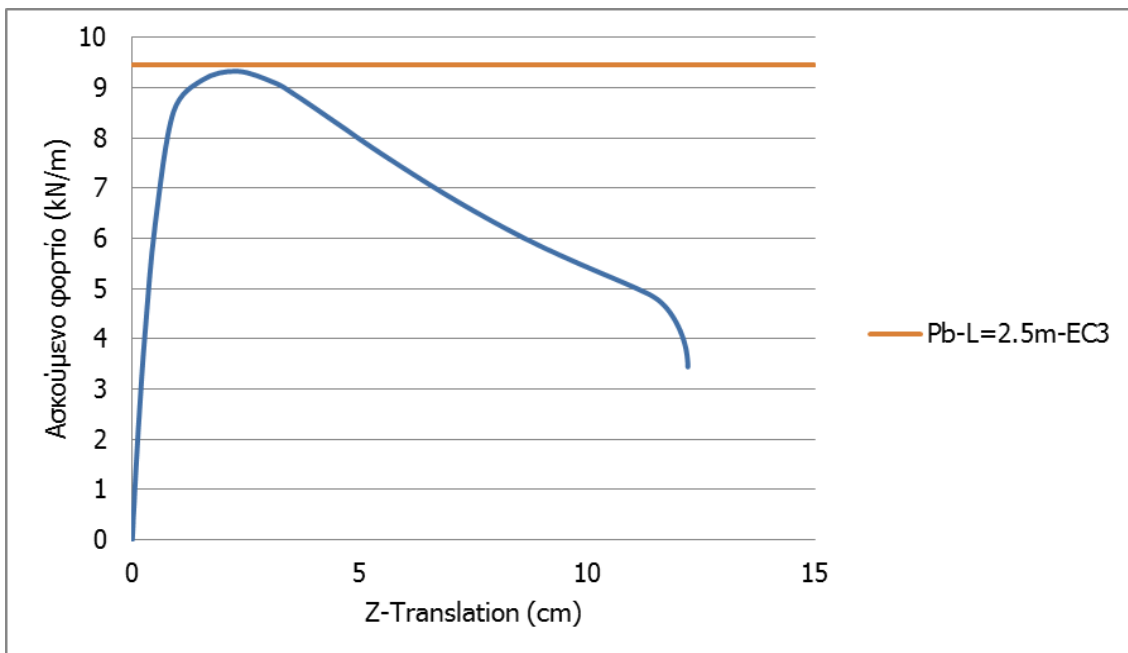
Σχήμα 5-32: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη στο άνω πέλαμα (κάτοψη).

Παρατηρήθηκε ότι το σχήμα των ιδιομορφών δεν έχει αλλάξει. Ωστόσο, η τιμή του κρίσιμου φορτίου σύμφωνα με το ADINA είναι ίσο με $P_{cr}=17,38\text{kN/m}$, δηλαδή αυξημένο κατά 1,67% σε σχέση με το αντίστοιχο για δοκό χωρίς έλασμα ενίσχυσης.

Προκειμένου να έχουμε σαφέστερη εικόνα της μεταλυγισμικής συμπεριφοράς της δοκού, θα πραγματοποιηθεί όπως και προηγουμένως μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού. Χρησιμοποιήθηκε χάλυβας S235 χωρίς κράτυνση και δόθηκε σχήμα αρχικής ατέλειας με βάση την πρώτη ιδιομορφή της γραμμικής ανάλυσης λυγισμού. Το μέγεθος της ατέλειας παρέμεινε το ίδιο, καθώς η σχέση 3-21 εμπεριέχει μόνο το μήκος του στηριζόμενου φορέα, η οποία και δόθηκε στον κόμβο με τη μεγαλύτερη πλευρική εκτροπή. Αυτός ο κόμβος θεωρήθηκε και κόμβος αναφοράς.



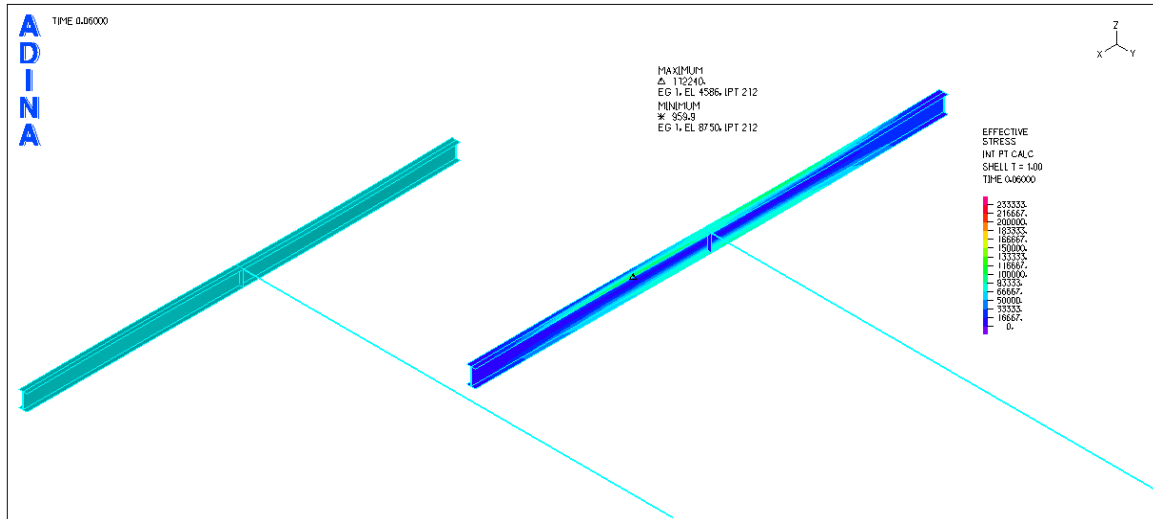
Σχήμα 5-33: Δρόμος ισορροπίας φορτίου-Y μετατόπισης κόμβου αναφοράς.



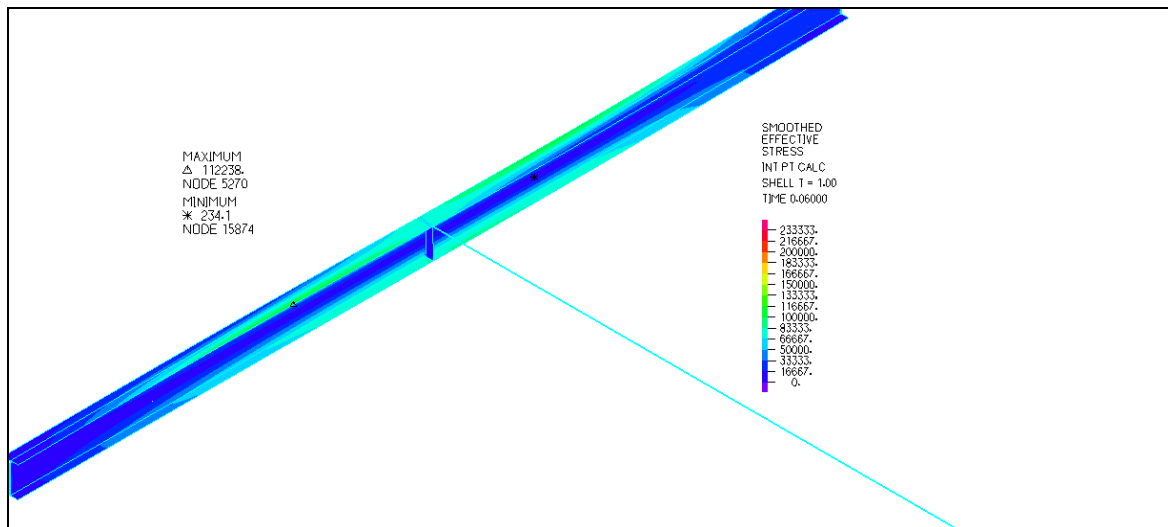
Σχήμα 5-34: Δρόμος ισορροπίας φορτίου-Z μετατόπισης κόμβου αναφοράς.

Παρατηρήθηκε ότι η συμπεριφορά της δοκού με έλασμα ενίσχυσης είναι παρόμοια με αυτή της απλής δοκού με πλευρική εξασφάλιση. Ωστόσο, διακρίνεται και μια μικρή αύξηση στην αντοχή της δοκού της τάξης του 1,29%.

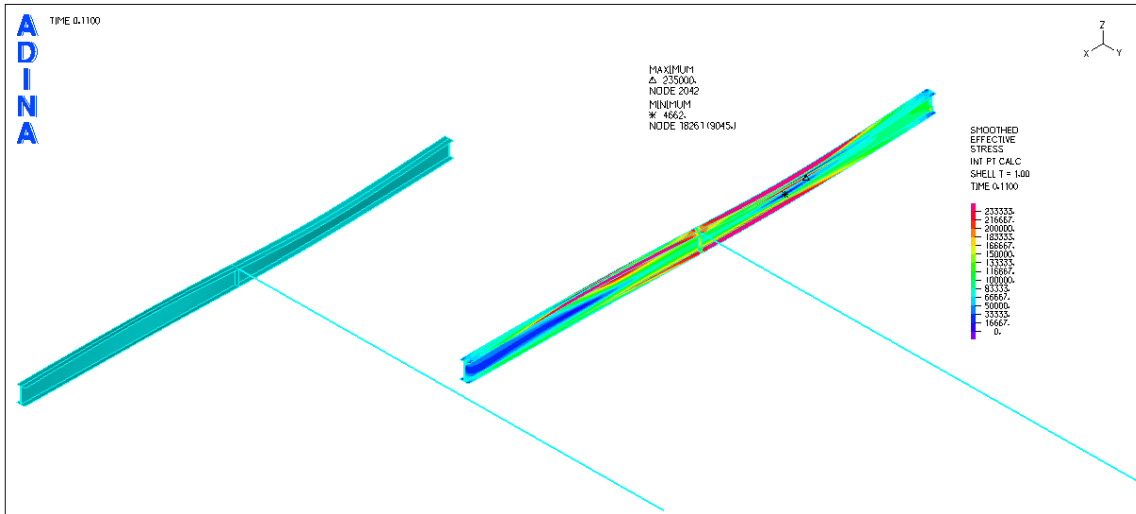
Στα Σχήματα 5-35 με 5-40 παρουσιάζονται εικόνες τάσεων-παραμορφώσεων για τα τρία σημεία που φαίνονται στο δρόμο ισορροπίας του Σχήματος 5-31.



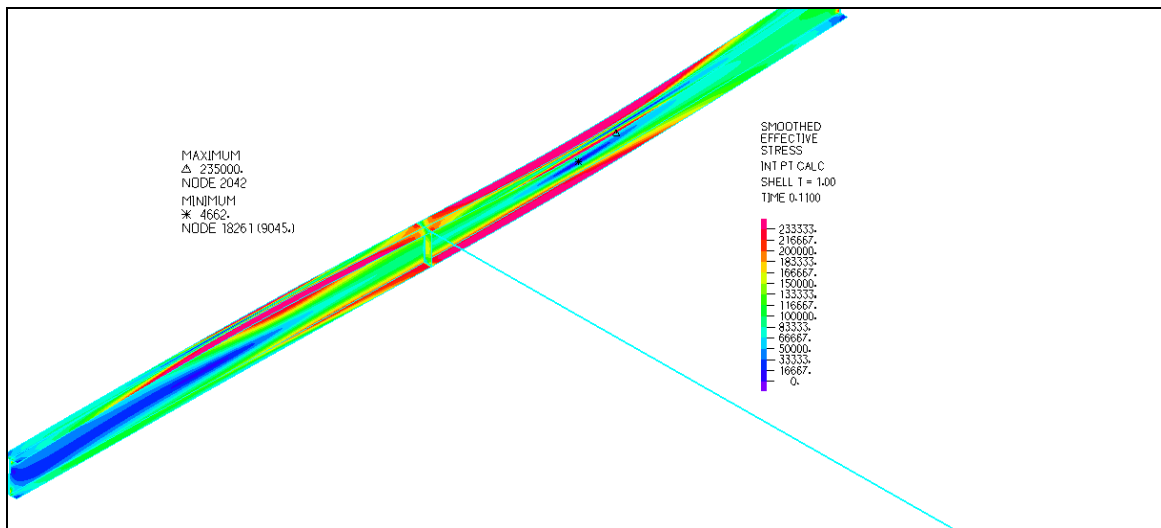
Σχήμα 5-35: Εικόνα τάσεων-παραμορφώσεων Von Mises για το σημείο A (προοπτικό).



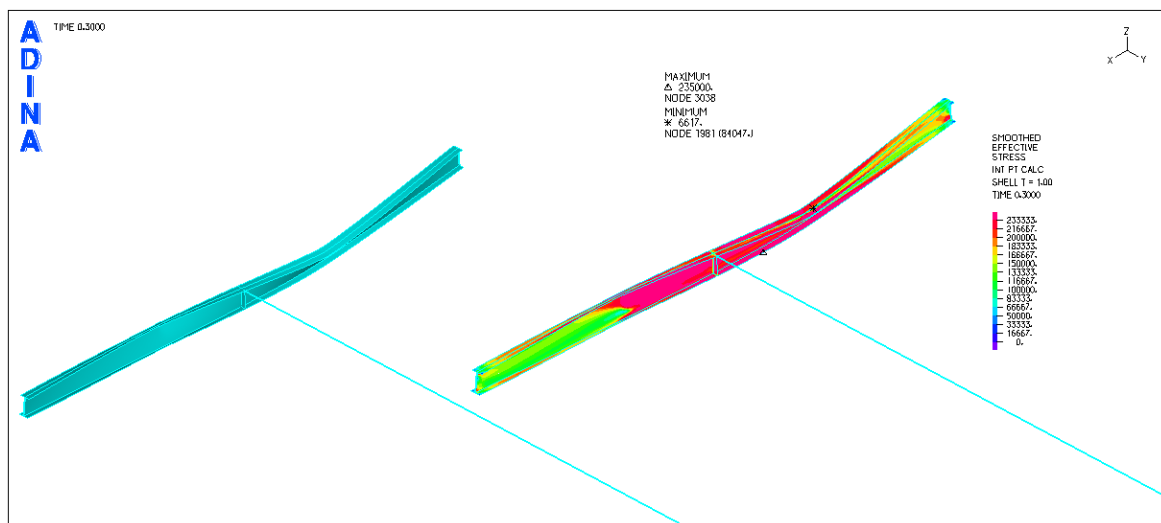
Σχήμα 5-36: : Εικόνα τάσεων Von Mises για το σημείο A (λεπτομέρεια).



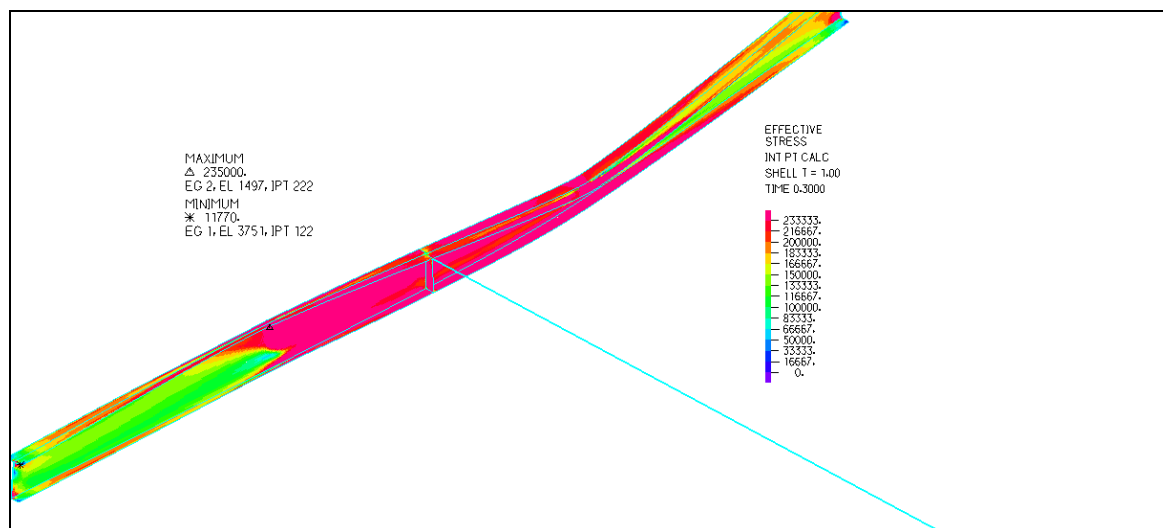
Σχήμα 5-37: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το σημείο Β (προοπτικό).



Σχήμα 5-38: Εικόνα τάσεων Von Mises για το σημείο Β (λεπτομέρεια).



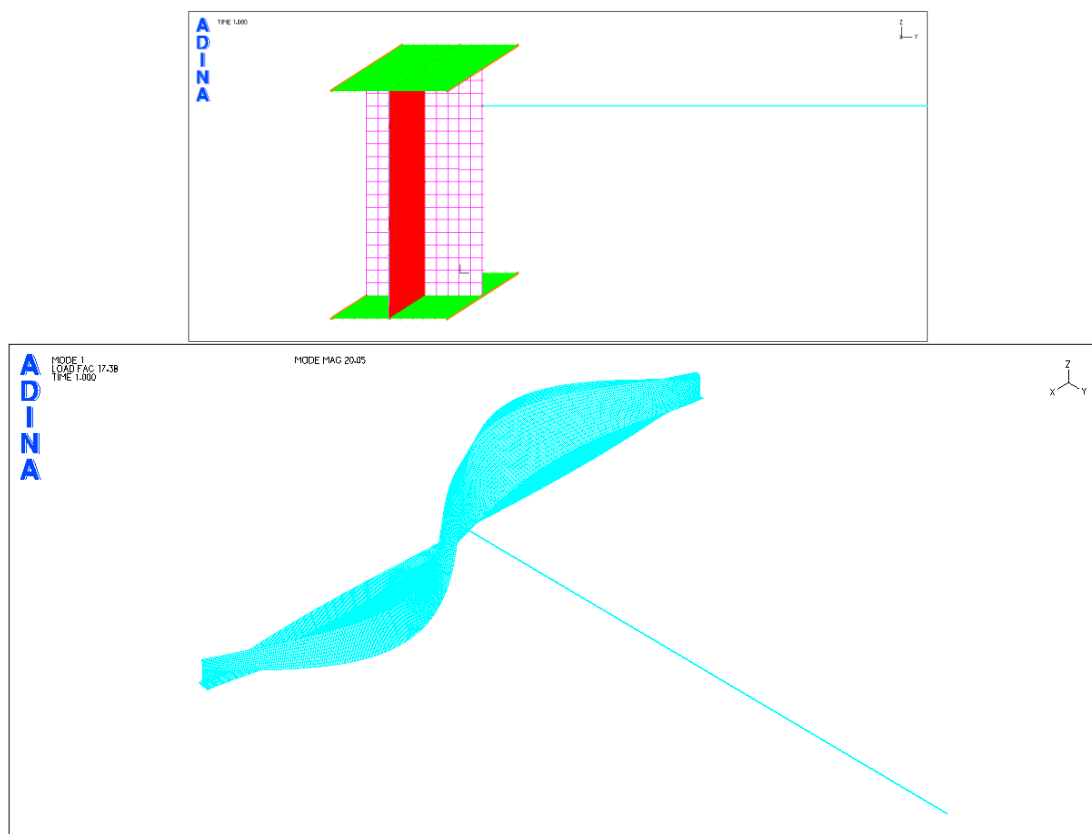
Σχήμα 5-39: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το σημείο Γ (προοπτικό).



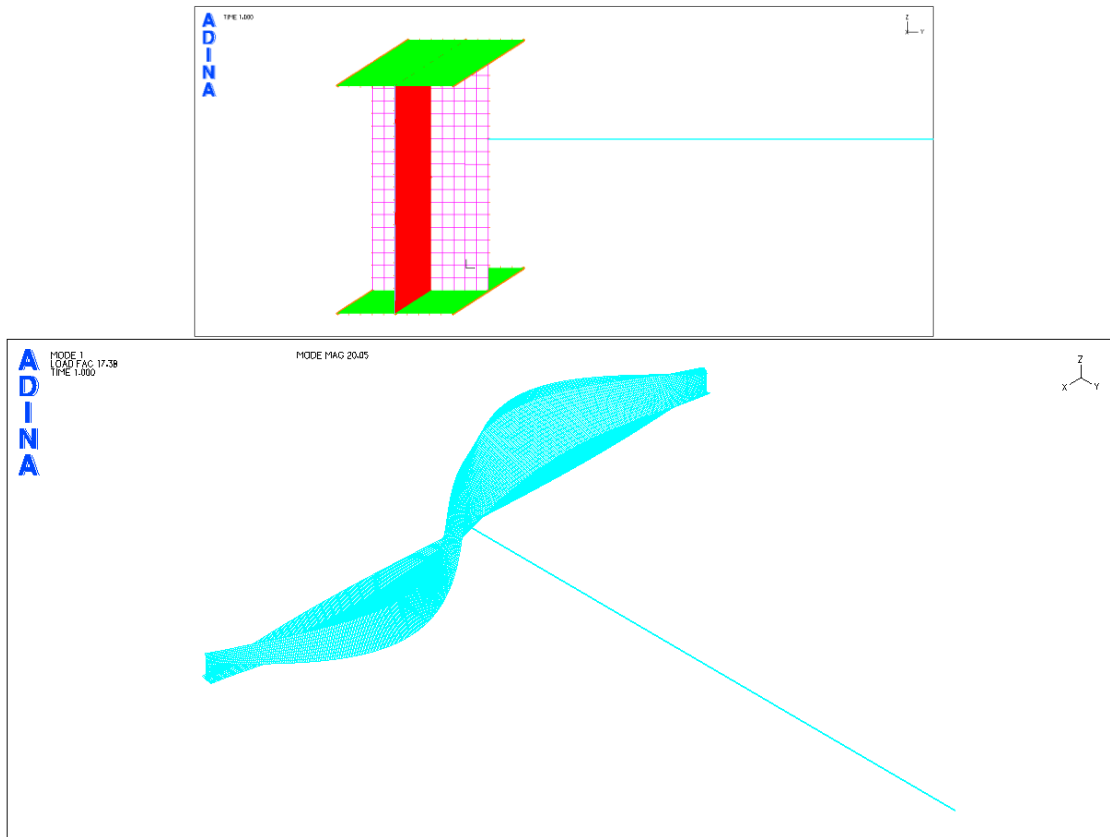
Σχήμα 5-40: Εικόνα τάσεων Von Mises για το σημείο Γ (λεπτομέρεια).

Όπως και προηγουμένως, το σημείο Α αντιστοιχεί στην ελαστική περιοχή και χαρακτηρίζεται από μικρές τιμές παραμορφώσεων και τάσεων, στο σημείο Β έχει επέλθει ο λυγισμός και κάποια σημεία της έχουν φτάσει τάση Von Mises ίση με το όριο διαρροής ενώ το σημείο Γ χαρακτηρίζεται από μεγάλες τιμές τάσεων στα σημεία με τη μέγιστη πλευρική εκτροπή.

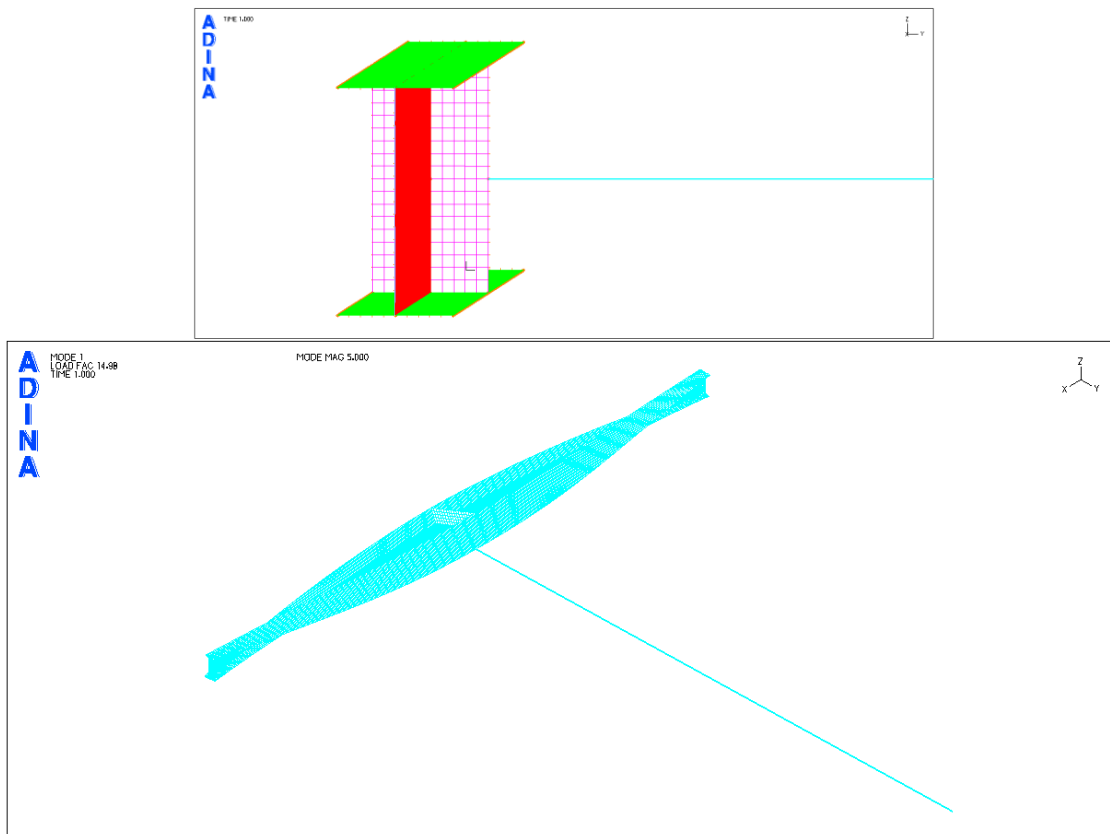
Οι αναλύσεις συνεχίστηκαν κατεβάζοντας την ελαστική στήριξη σταδιακά προς το κάτω πέλμα. Στα σχήματα 5-41 με 5-45 φαίνονται οι πρώτες ιδιομορφές που προέκυψαν από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού για μερικά από τα ύψη εξασφάλισης.



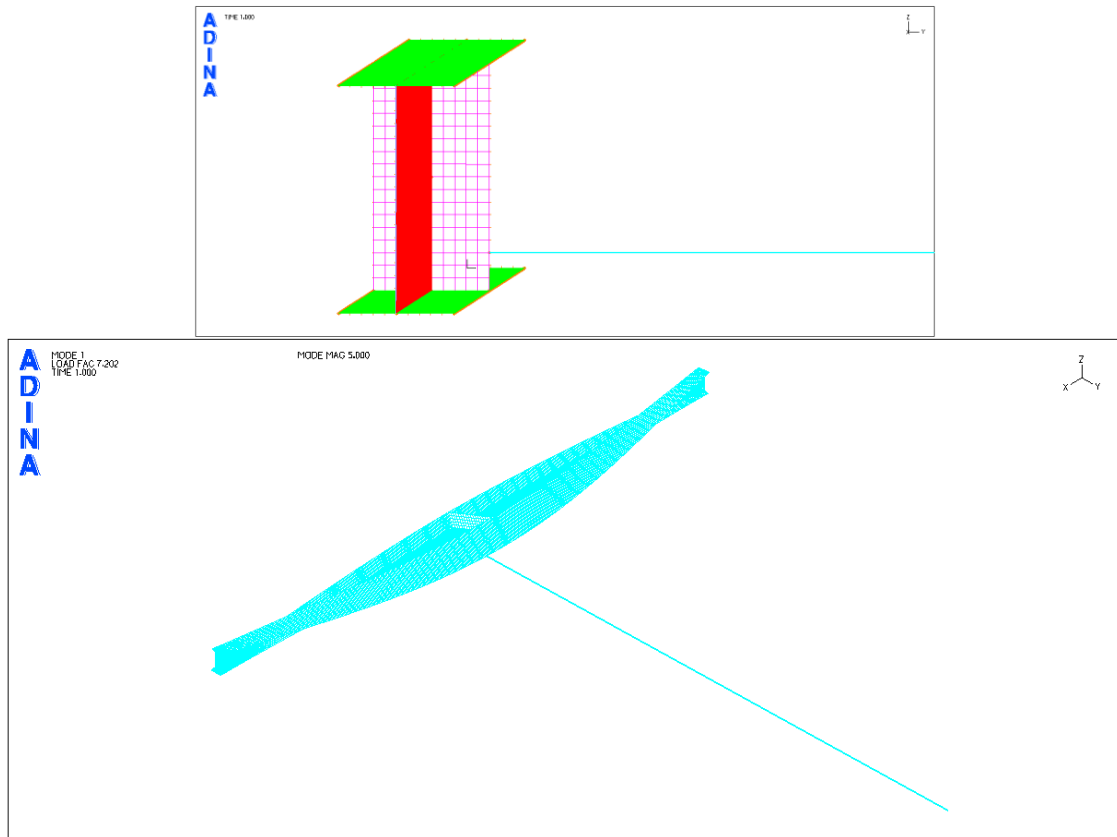
Σχήμα 5-41: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη σε ύψος 0,06m από το μέσο.



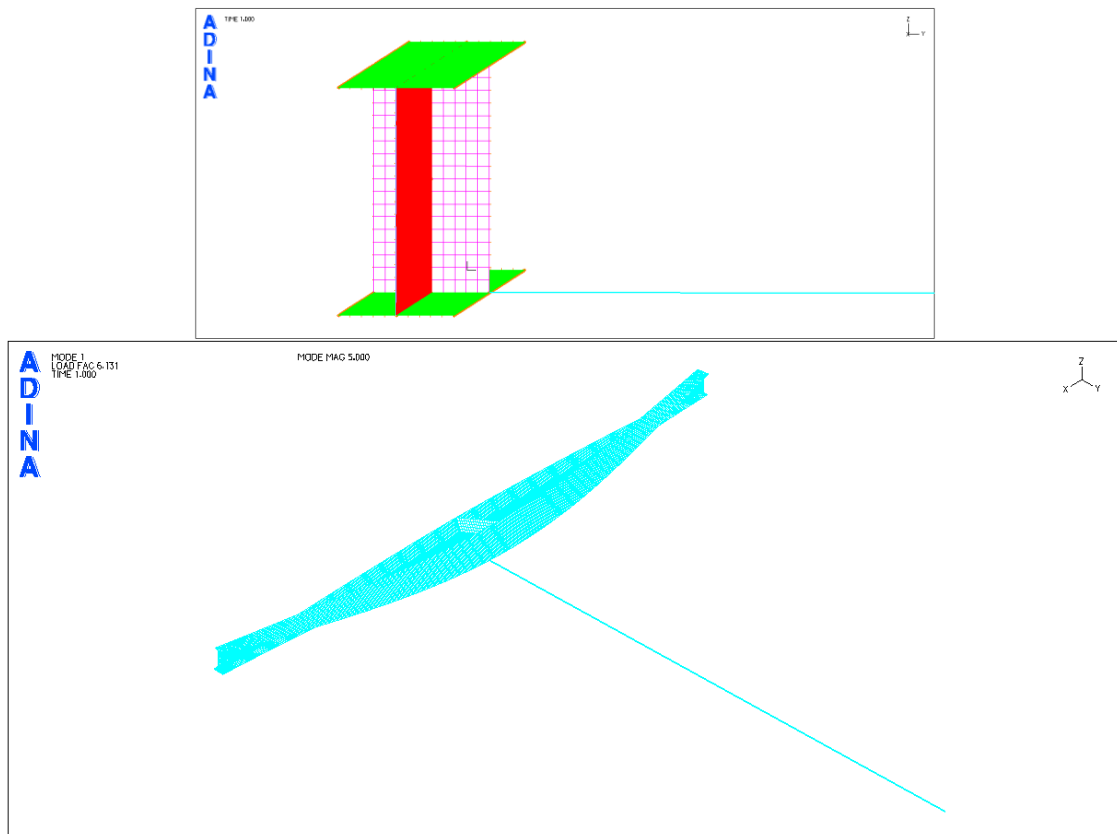
Σχήμα 5-42: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη σε ύψος 0,03m από το μέσο.



Σχήμα 5-43: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη στο μέσο.

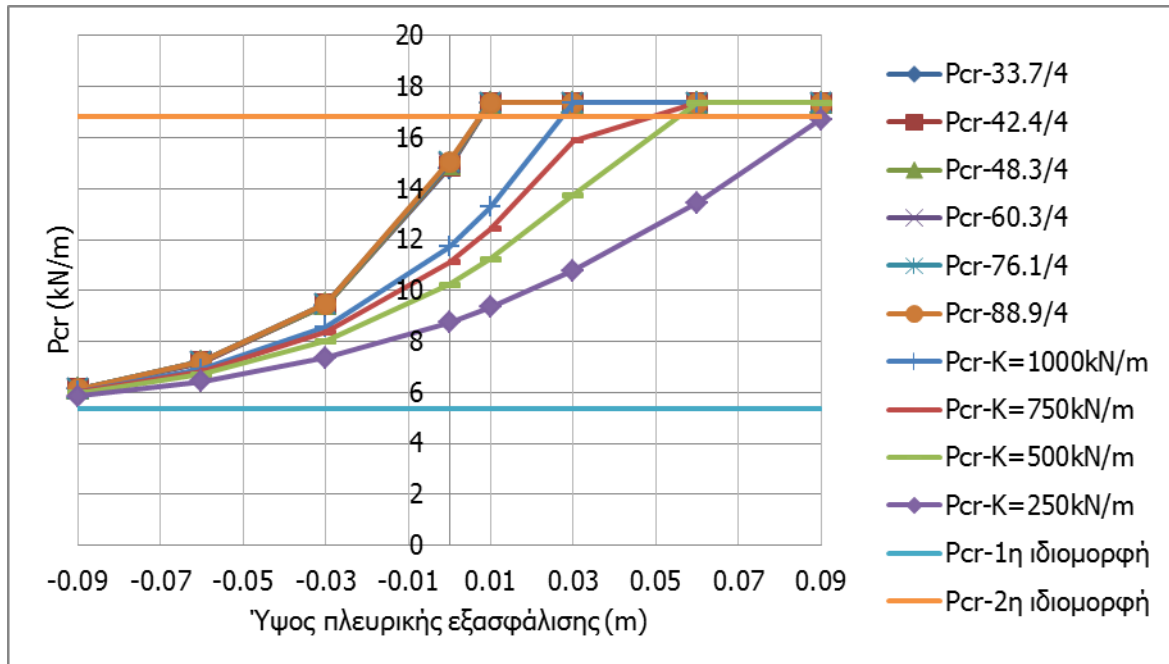


Σχήμα 5-44: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη σε ύψος $-0,06\text{m}$ από το μέσο.

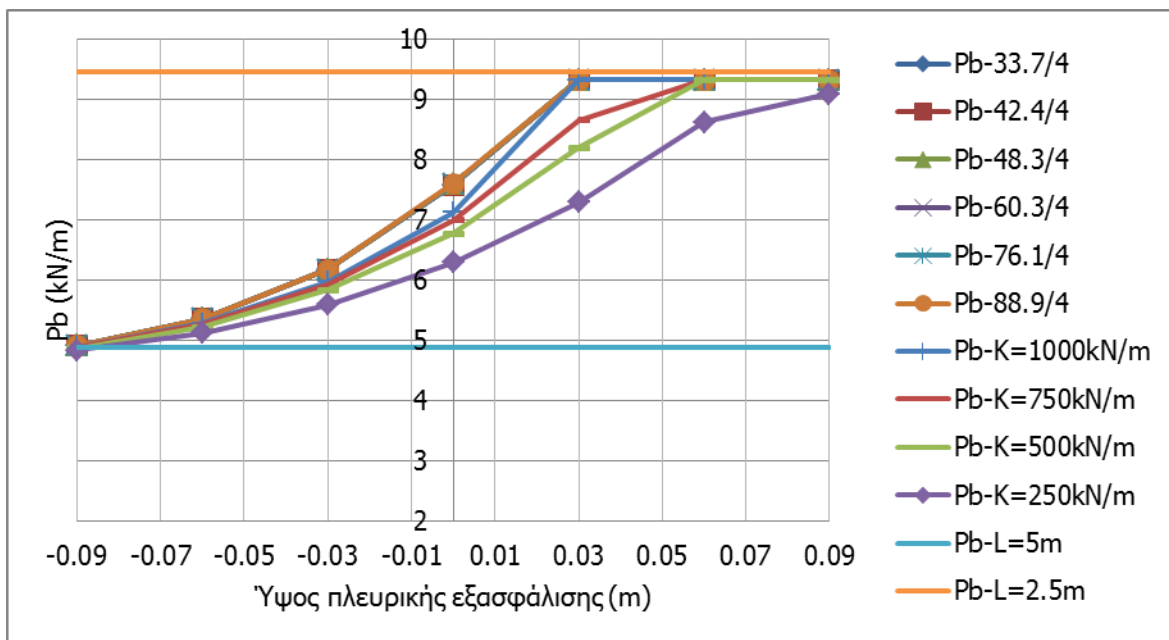


Σχήμα 5-45: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη στο κάτω πέλμα.

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία για άλλες διατομές της σειράς CHS και για μικρές δυσκαμψίες, συντάξαμε τα διαγράμματα που φαίνονται στα Σχήματα 5-46 και 5-47.

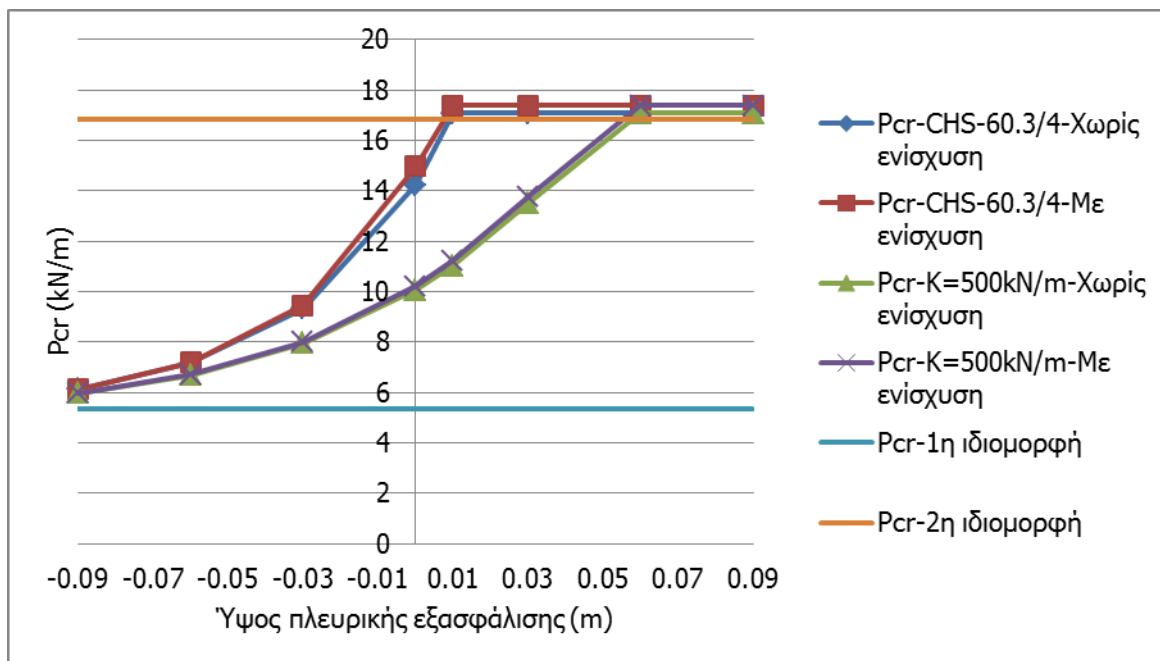


Σχήμα 5-46: Διάγραμμα P_{cr} -H

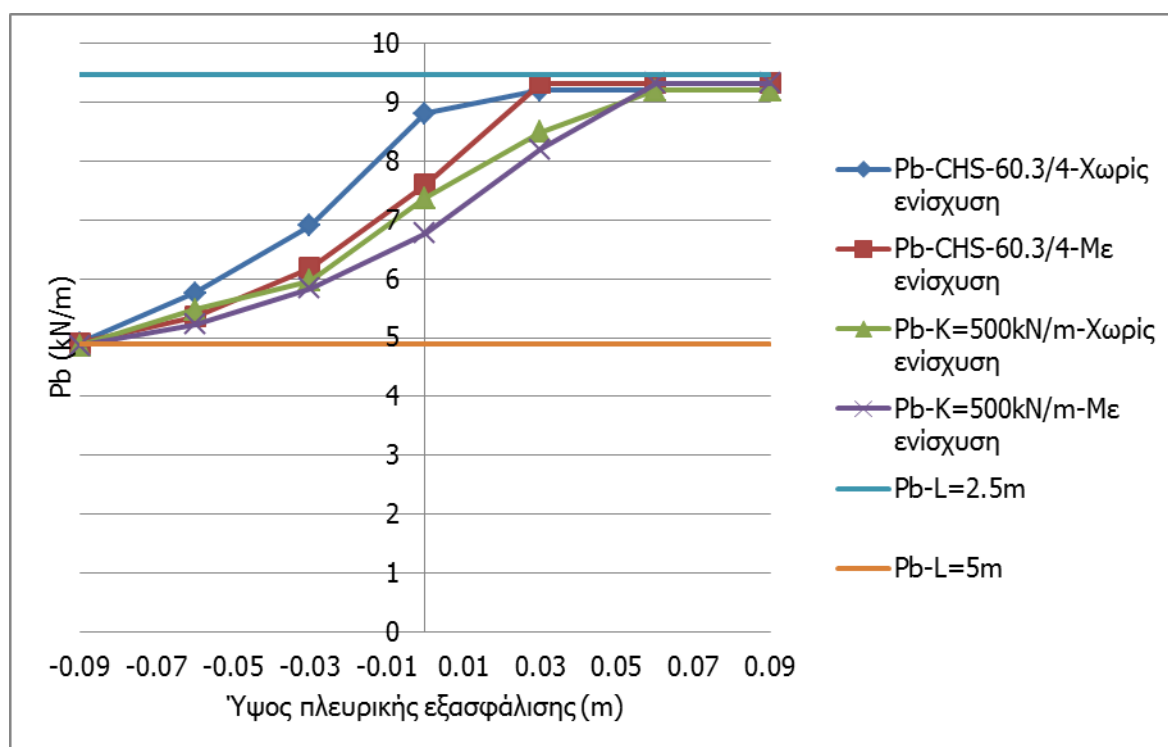


Σχήμα 5-47: Διάγραμμα P_b -H

Η συμπεριφορά είναι ίδια με την προηγούμενη περίπτωση, αξίζει εν τούτοις να σημειωθεί ότι υπάρχουν διαφορές στις τιμές του κρίσιμου φορτίου και της αντοχής μεταξύ ενισχυμένης και μη ενισχυμένης δοκού. Παρουσιάζονται ενδεικτικά για δύο διατομές πλευρικής εξασφάλισης τα συγκριτικά διαγράμματα κρίσιμου φορτίου και αντοχής συναρτήσει του ύψους εξασφάλισης (Σχήματα 5-48 και 5-49).

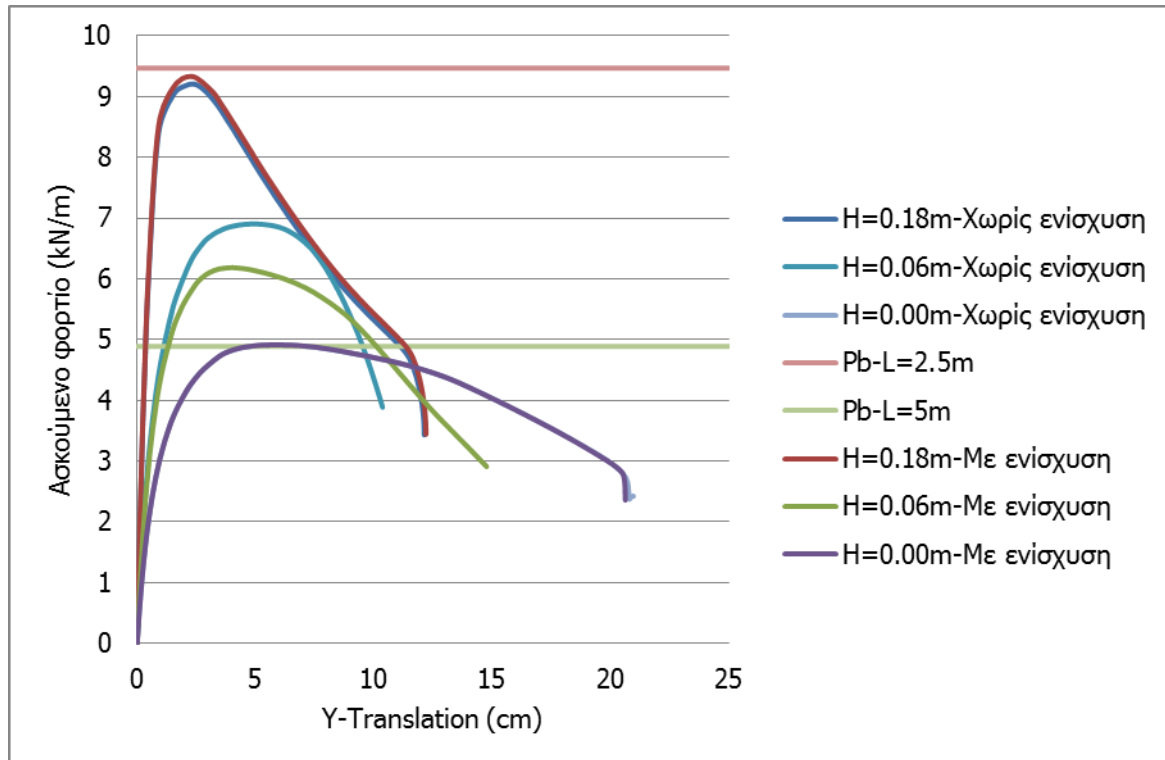


Σχήμα 5-48: Διαγράμματα P_{cr} -H ενισχυμένης και μη ενισχυμένης δοκού για πλευρική εξασφάλιση διατομής CHS-60.3/4 και δυσκαμψίας $K=500\text{kN/m}$.

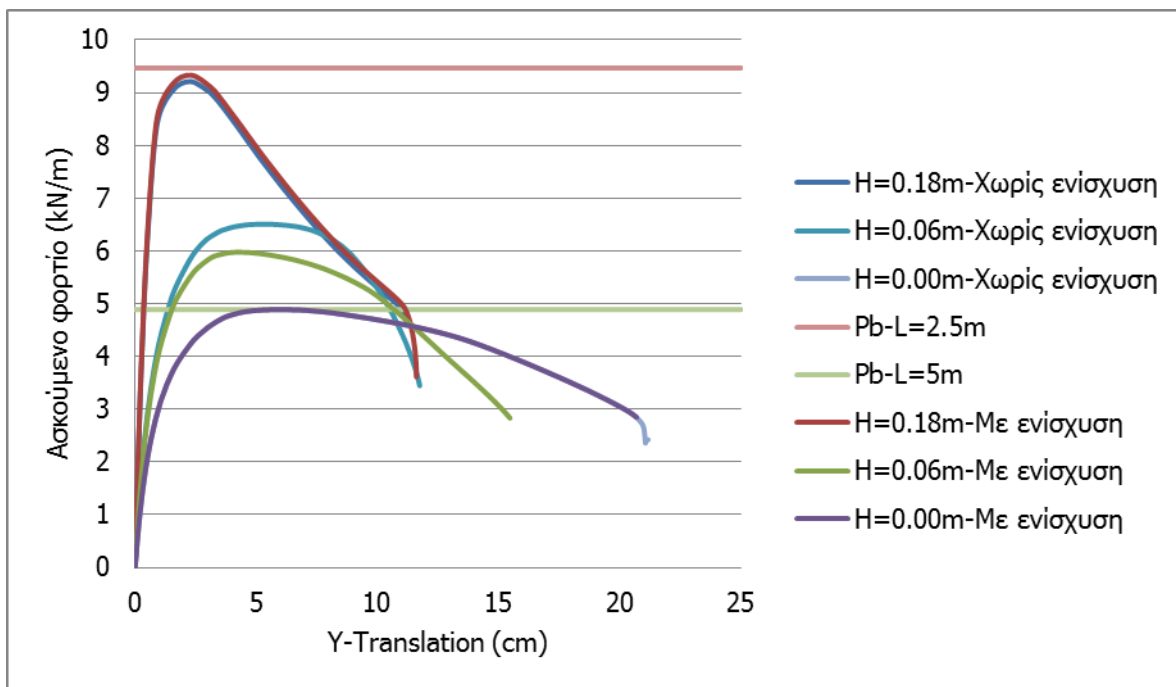


Σχήμα 5-49: Διαγράμματα P_b -H ενισχυμένης και μη ενισχυμένης δοκού για πλευρική εξασφάλιση διατομής CHS-60.3/4 και δυσκαμψίας $K=500\text{kN/m}$.

Οι διαφορές στις τιμές της αντοχής της δοκού γίνονται αντιληπτές και μέσω της συγκριτικής παρουσίασης των δρόμων ισορροπίας, όπως φαίνεται στο Σχήματα 5-50 και 5-51.

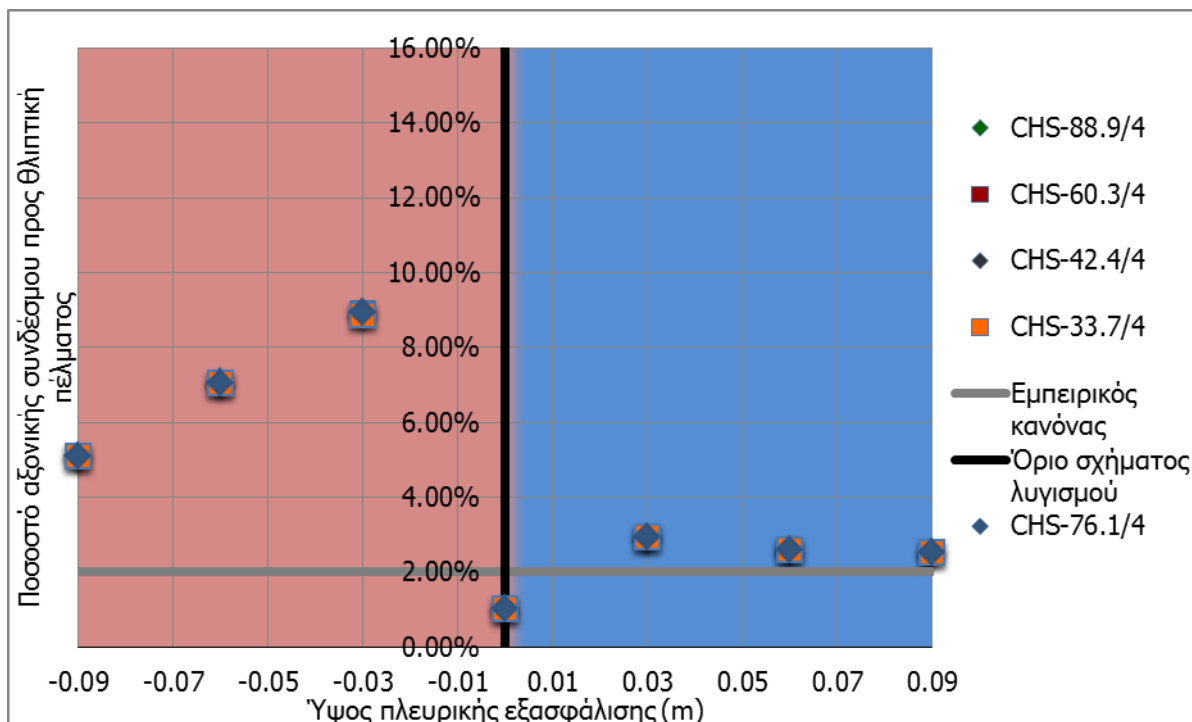


Σχήμα 5-50: Συγκριτική παρουσίαση των δρόμων ισορροπίας ενισχυμένης και μη ενισχυμένης δοκού για πλευρική εξασφάλιση διατομής CHS-60.3/4.



Σχήμα 5-51: Συγκριτική παρουσίαση των δρόμων ισορροπίας ενισχυμένης και μη ενισχυμένης δοκού για πλευρική εξασφάλιση διατομής με δυσκαμψία $K=1000\text{kN/m}$.

Εν τέλει, υπολογίστηκαν οι αξονικές δυνάμεις που αναπτύσσονταν στο ελατήριο, οι οποίες φαίνονται στο Σχήμα 5-52 ως ποσοστά που αναφέρονται στο λόγο της αξονικής δύναμης του ελατηρίου προς τη θλιπτική αξονική που αναπτύσσεται στο πέλμα της διατομής λόγω του οριακού φορτίου.



	συμμετρικός λυγισμός
	αντισυμμετρικός λυγισμός

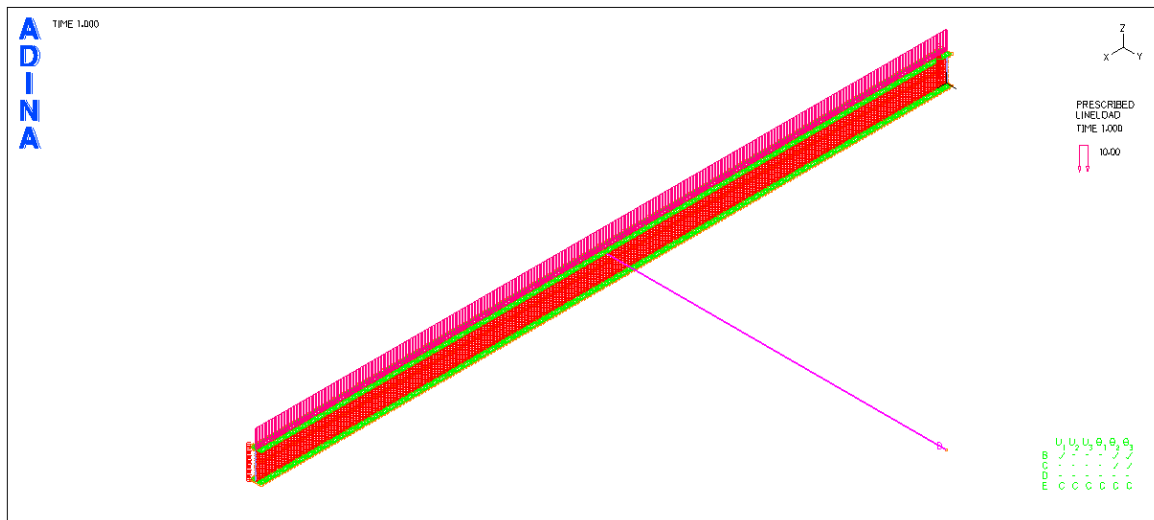
Σχήμα 5-52: Ποσοστά αξονικής δύναμης ελατηρίου για τα διάφορα ύψη εξασφάλισης.

5.2 Αριθμητικές αναλύσεις δοκού διατομής HEB800

5.2.1 Μόρφωση φορέα με πλευρική εξασφάλιση

Όπως και προηγουμένως, ο φορέας μας θα αποτελείται από μια δοκό και από μία πλευρική εξασφάλιση. Η πλευρική εξασφάλιση της δοκού θα προσομοιωθεί εκ νέου μέσω ελαστικής στήριξης, η οποία θα επιτρέπει όλες τις μετακινήσεις και τις στροφές, αλλά στην πλευρική μετακίνηση (Y-translation) θα προσδίδει μια ακαμψία η οποία εμποδίζει την άμεση εκτροπή. Η προσομοίωση της ελαστικής στήριξης στο ADINA έγινε ακολουθώντας την ίδια πορεία με πριν. Πέραν της αλλαγής της διατομής αλλάξαμε και το μήκος της δοκού από τα 5m στα 20m, ώστε να καταστήσουμε το πλευρικό λυγισμό ακόμα πιο κρίσιμο, όπως θα φανεί και αργότερα.

Αυτό για το οποίο λάβαμε ειδική μέριμνα, είναι το πλήθος των πεπερασμένων στοιχείων να είναι ίσο με το αντίστοιχο πλήθος της πρώτης περίπτωσης. Κατ' αυτόν τον τρόπο, διασφαλίσαμε ότι το πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων της νέας δοκού θα είναι επαρκές, παρά τις αλλαγές στη διατομή και στα μήκη. Οπότε, ο φορέας μας έχει πλέον την εξής εικόνα:



Σχήμα 5-53: Φορέας με την πλευρική εξασφάλιση.

5.2.2 Υπολογισμός κανονιστικών μεγεθών της δοκού κατά Ευρωκώδικα 3 (EC3)

Κατ' αρχάς, πραγματοποιήθηκε έλεγχος της κατηγορίας της διατομής, σύμφωνα με τους πίνακες 3-1 και 3-2 του κεφαλαίου 3. Τα αποτελέσματα ήταν τα εξής:

Έλεγχος κορμού για καθαρή κάμψη: $c / t_w = 674 / 17.5 = 38.5 < 72\varepsilon = 72 \rightarrow$ Κατηγορία 1

Έλεγχος πέλματος για θλίψη: $c / t_f = 141.25 / 33 = 4.28 < 9\varepsilon = 9 \rightarrow$ Κατηγορία 1

Επομένως, όλη η διατομή ανήκει στην κατηγορία 1.

Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τη σχέση (3-14) του κεφαλαίου 3, υπολογίσαμε τις κρίσιμες ροπές πλευρικού λυγισμού για μήκη λυγισμού 20m και 10m. Με άλλα λόγια, υπολογίσαμε την κρίσιμη ροπή για πλήρη και καθόλου εξασφάλιση στο μέσο της δοκού. Οπότε, για τα χαρακτηριστικά και τη φόρτιση της δοκού, προέκυψαν οι εξής τιμές:

$$M_{cr}=787,27\text{kNm για } L_{cr}=20\text{m}$$

$$M_{cr}=2215,94\text{kNm για } L_{cr}=10\text{m}$$

Τα αντίστοιχα κρίσιμα φορτία είναι:

$$P_{cr}=15,75\text{kN/m για } L_{cr}=20\text{m}$$

$$P_{cr}=44,32\text{kN/m για } L_{cr}=10\text{m}$$

Στη συνέχεια, μέσω των σχέσεων (3-2), (3-3) και (3-18) υπολογίζεται η ροπή αντοχής της δοκού σε λυγισμό για τα δύο κρίσιμα μήκη, όποτε προκύπτουν οι εξής τιμές:

$$M_{b,Rd}=637,71\text{kNm για } L_{cr}=20\text{m}$$

$$M_{b,Rd}=1372,36\text{kNm για } L_{cr}=10\text{m}$$

Τα αντίστοιχα φορτία αντοχής είναι:

$$P_{b,Rd}=12,75\text{kN/m για } L_{cr}=20\text{m}$$

$$P_{b,Rd}=27,45\text{kN/m για } L_{cr}=10\text{m}$$

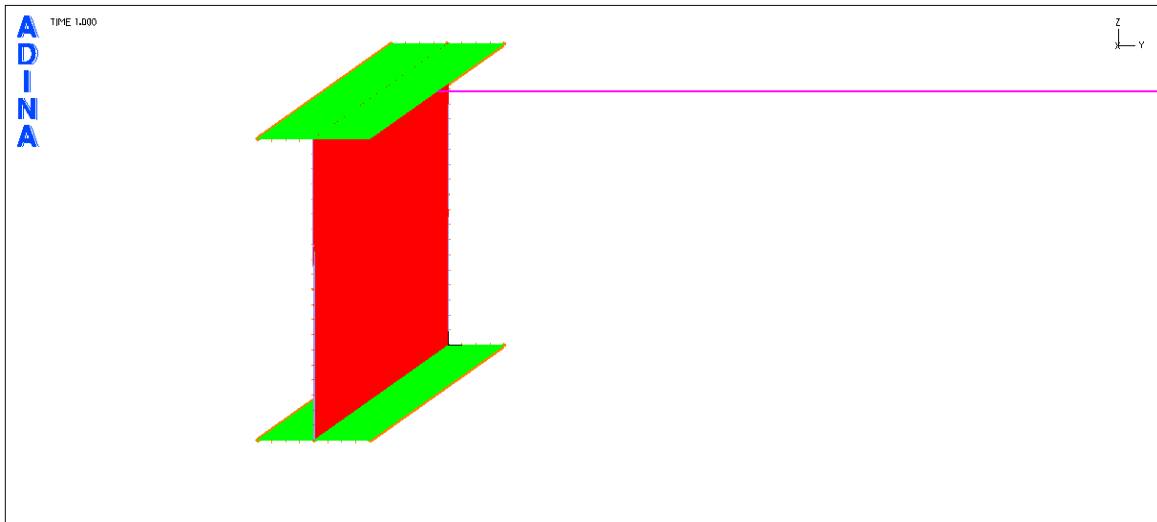
Τέλος, υπολογίστηκε η ροπή και το φορτίο πλαστικοποίησης της δοκού τα οποία είναι $M_{pl}=2403,82\text{kNm}$ και $P_{pl}=48,08\text{kN/m}$. Παρατηρούμε, ότι η δοκός έχει μήκος για το οποίο ο λυγισμός

συμβαίνει σημαντικά νωρίτερα από την πλαστικοποίηση ($\chi_{LT} \approx 0,27$). Αυτός ήταν και ο σκοπός μας όπως αναφέραμε στην προηγούμενη παράγραφο.

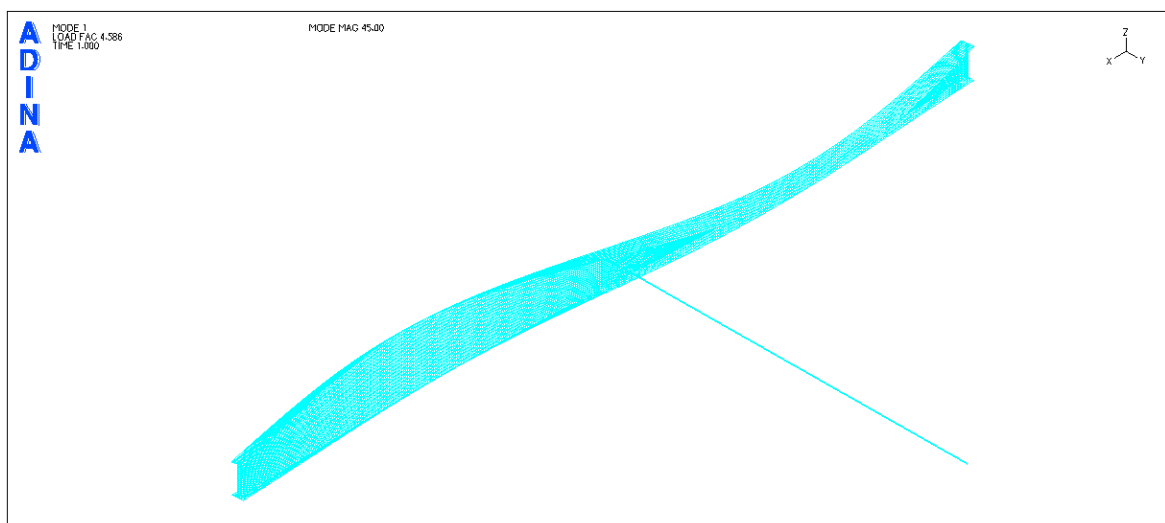
5.2.3 Αποτελέσματα αριθμητικών αναλύσεων

Σε αυτήν την παράγραφο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αριθμητικών αναλύσεων της πλευρικής εξασφάλισης με ελαστική στήριξη, μέσω εικόνων και διαγραμμάτων για την εξαγωγή συμπερασμάτων. Όμοια με την παραπάνω περίπτωση, αποφασίστηκε η διατομή της πλευρικής εξασφάλισης να ανήκει στη σειρά προτύπων διατομών CHS. Η δυσκαμψία των διατομών αυτών υπολογίστηκε μέσω της σχέσης (5-1).

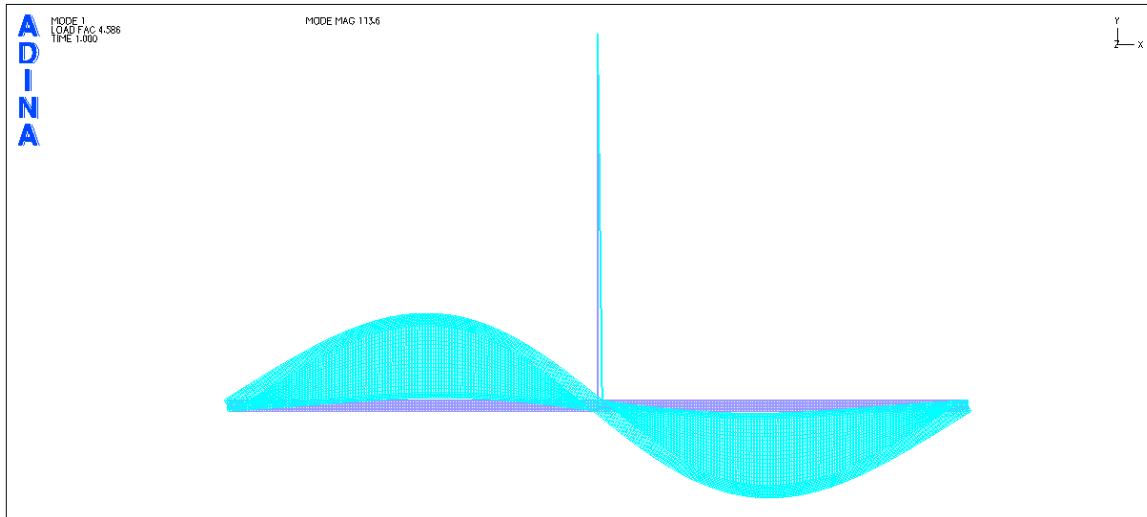
Οι αναλύσεις ξεκίνησαν για διατομή πλευρικής εξασφάλισης CHS διαμέτρου 88,9mm, πάχους 4mm και μήκους 10m. Στην αρχή, δεσμεύτηκε με την ελαστική στήριξη το άνω πέλαμα της μεσαίας διατομής της δοκού, οπότε η πρώτη ιδιομορφή προέκυψε όπως φαίνεται στα Σχήματα 5-55 και 5-56.



Σχήμα 5-54: Ελαστική στήριξη στο άνω πέλαμα (προοπτικό).



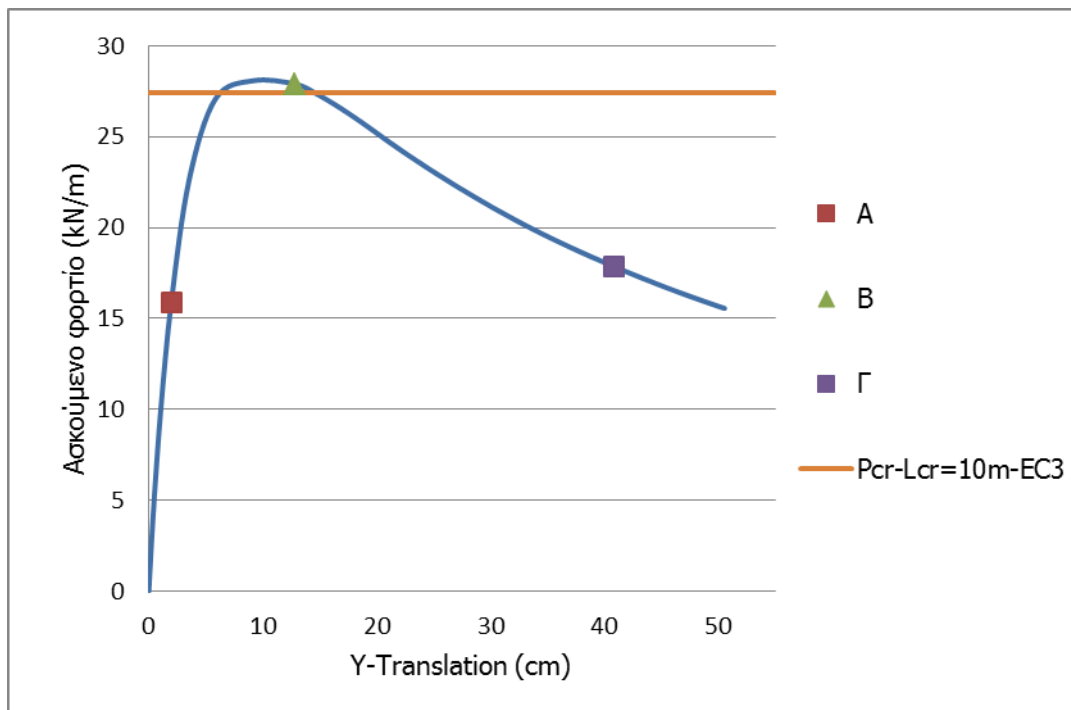
Σχήμα 5-55: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη στο άνω πέλαμα (προοπτικό).



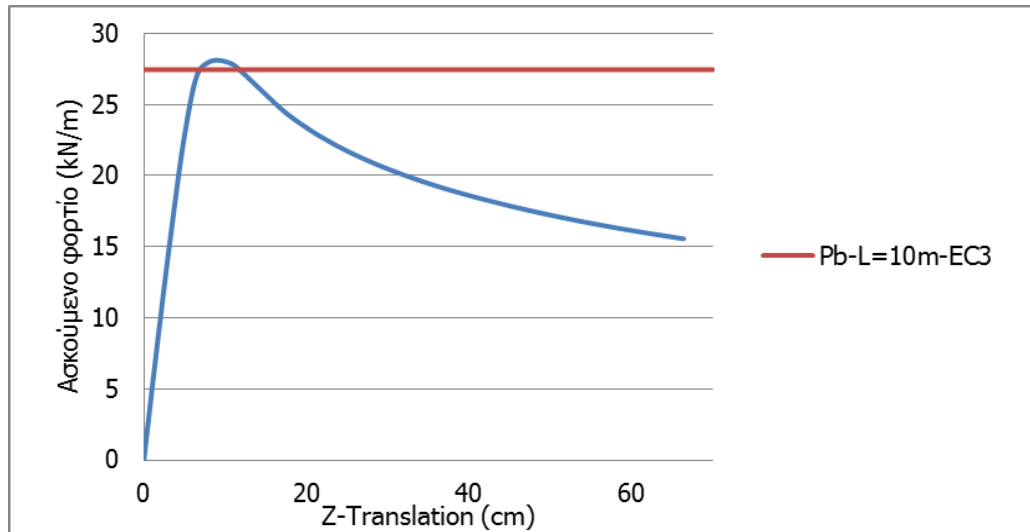
Σχήμα 5-56: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη στο άνω πέλμα (κάτοψη).

Το κρίσιμο φορτίο σύμφωνα με το ADINA, είναι ίσο με $P_{cr}=45,86\text{kN/m}$, ενώ το αντίστοιχο του Ευρωκώδικα 3 είναι ίσο $P_{cr}=44,32\text{kN/m}$ (απόκλιση 3,47%).

Προκειμένου να έχουμε σαφή και ακριβή εικόνα της μεταλυγισμικής συμπεριφοράς της δοκού, πρέπει να πραγματοποιηθεί μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού, όπως παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 4. Χρησιμοποιήθηκε χάλυβας S235 χωρίς κράτυνση και δόθηκε σχήμα αρχικής ατέλειας με βάση την πρώτη ιδιομορφή της γραμμικής ανάλυσης λυγισμού. Το μέγεθος της ατέλειας θα προκύψει από τον τη σχέση 3-21. Στην περίπτωση μας, η αρχική ατέλεια είναι ίση με $e=4\text{cm}$ και δόθηκε στον κόμβο με τη μεγαλύτερη πλευρική εκτροπή. Αυτός ο κόμβος θεωρήθηκε και κόμβος αναφοράς.

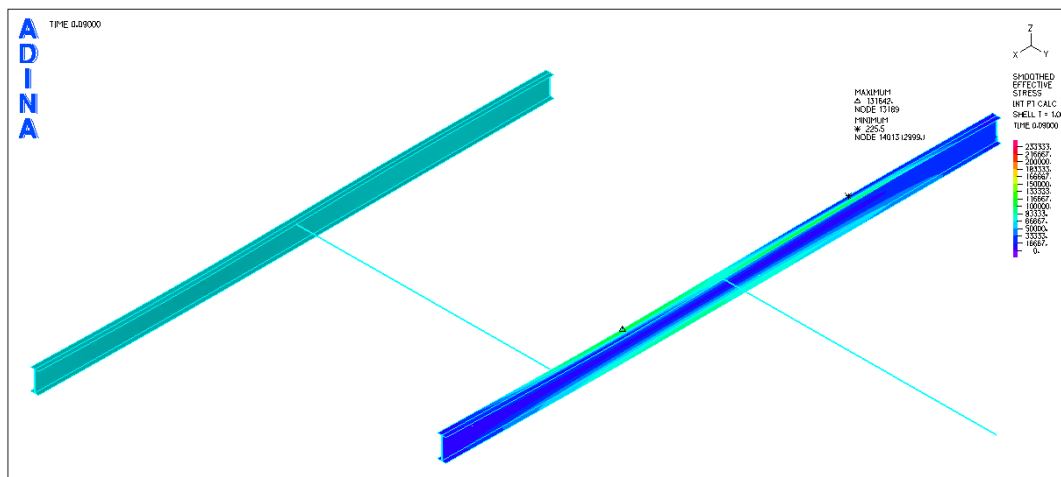


Σχήμα 5-57: Δρόμος ισορροπίας φορτίου-Υ μετατόπισης κόμβου αναφοράς.

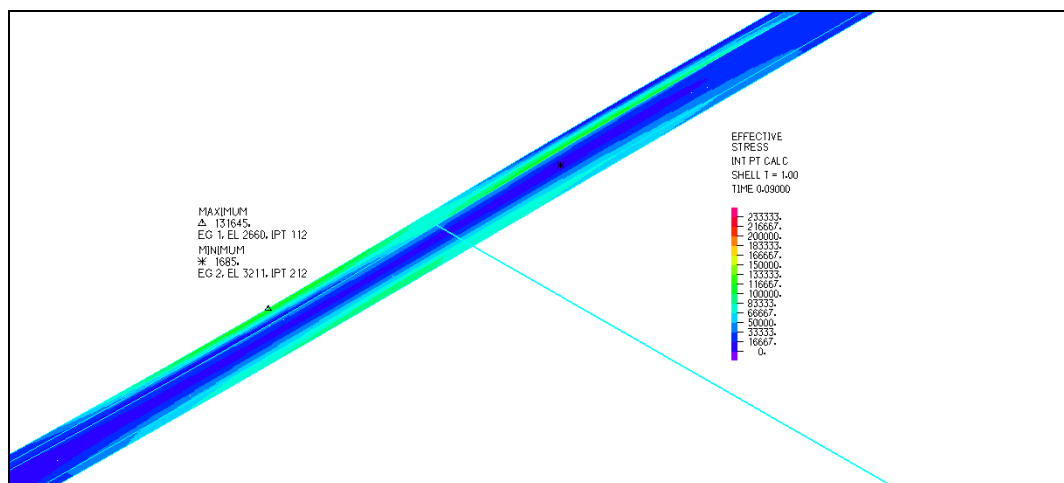


Σχήμα 5-58: Δρόμος ισορροπίας φορτίου-Z μετατόπισης κόμβου αναφοράς.

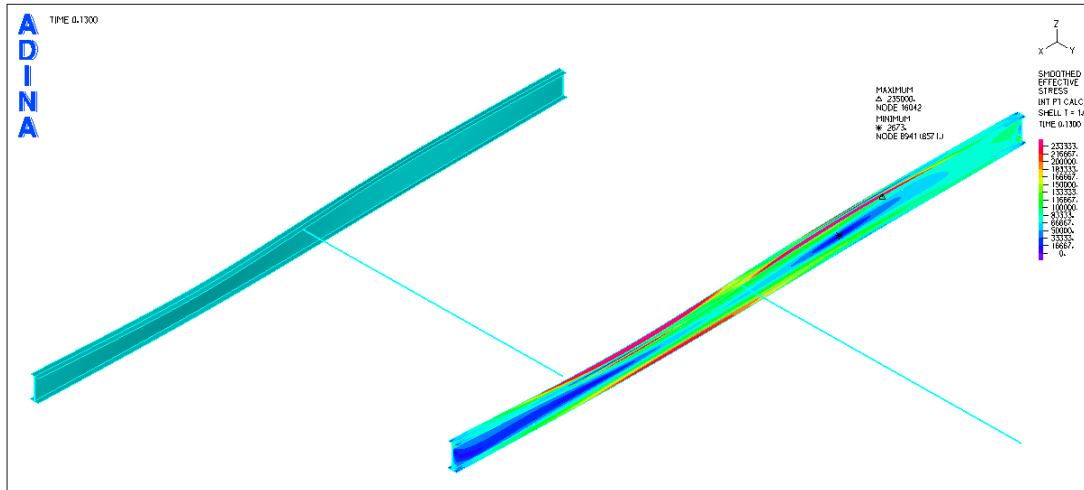
Στα Σχήματα 5-59 με 5-64 παρουσιάζονται εικόνες τάσεων-παραμορφώσεων για τα τρία σημεία που φαίνονται στο δρόμο ισορροπίας του Σχήματος 5-10.



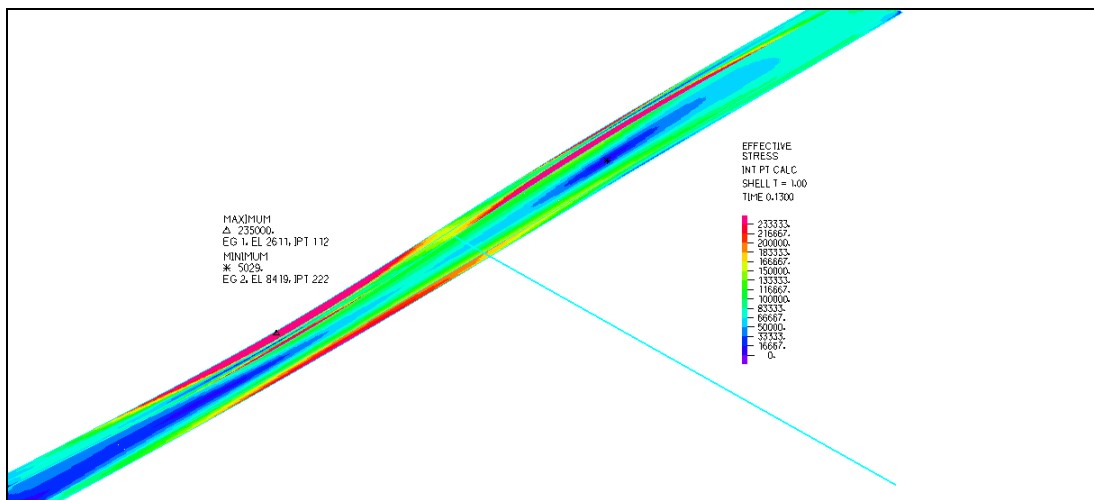
Σχήμα 5-59: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το σημείο A (προοπτικό).



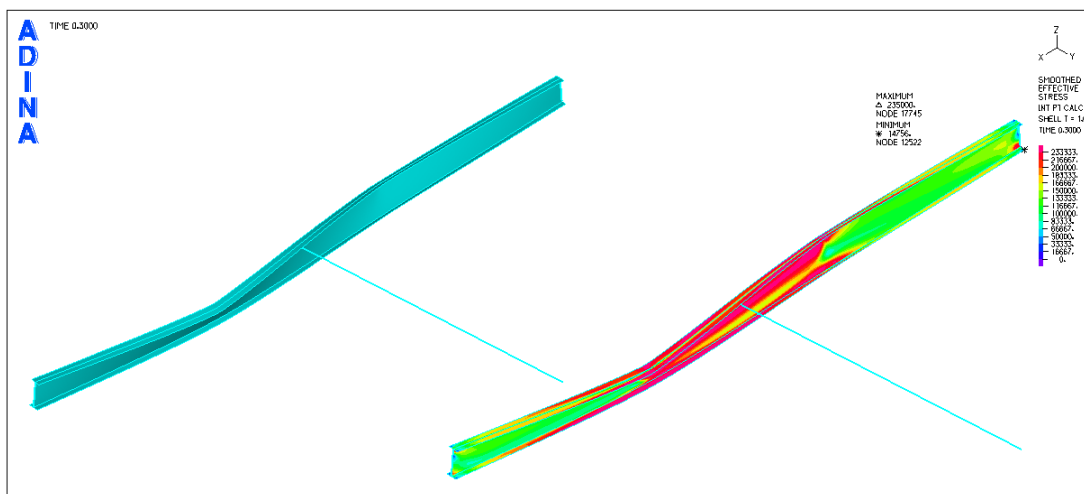
Σχήμα 5-60: : Εικόνα τάσεων Von Mises για το σημείο A (λεπτομέρεια).



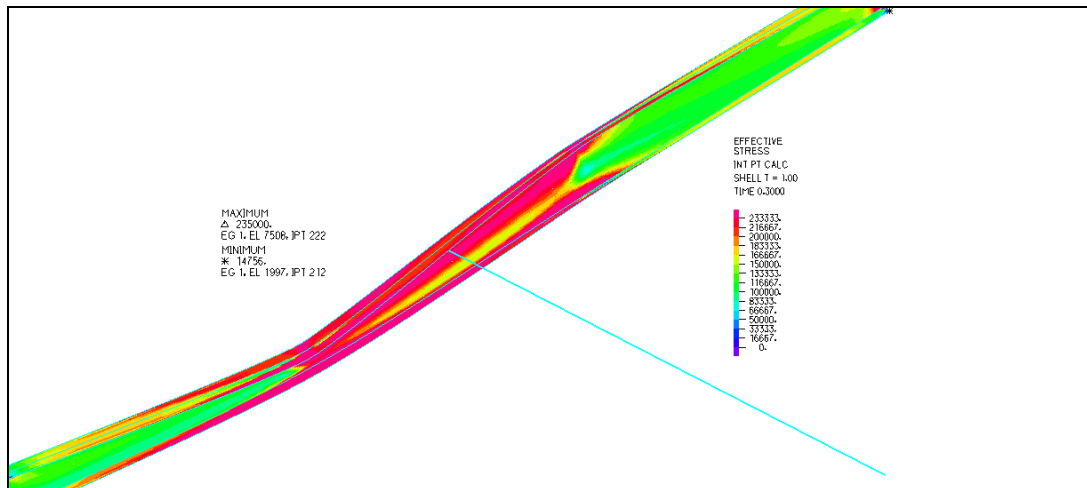
Σχήμα 5-61: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το σημείο Β (προοπτικό).



Σχήμα 5-62: Εικόνα τάσεων Von Mises για το σημείο Β (λεπτομέρεια).



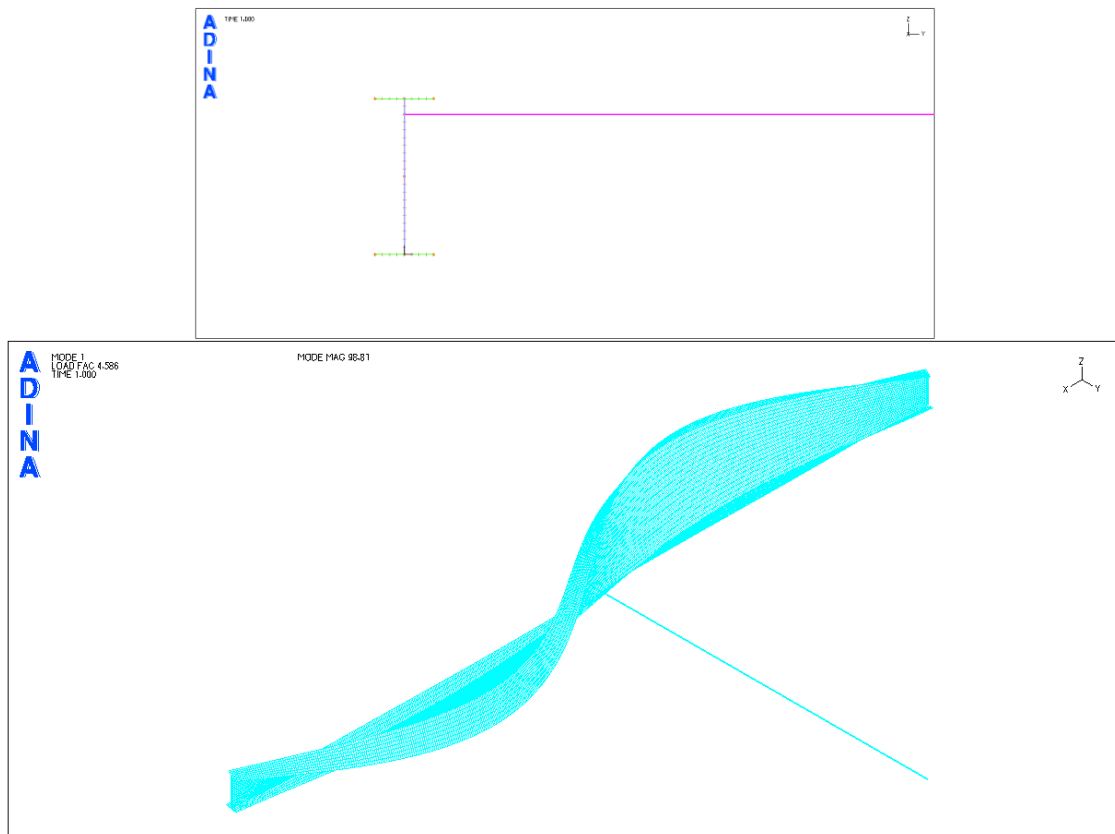
Σχήμα 5-63: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το σημείο Γ (προοπτικό).



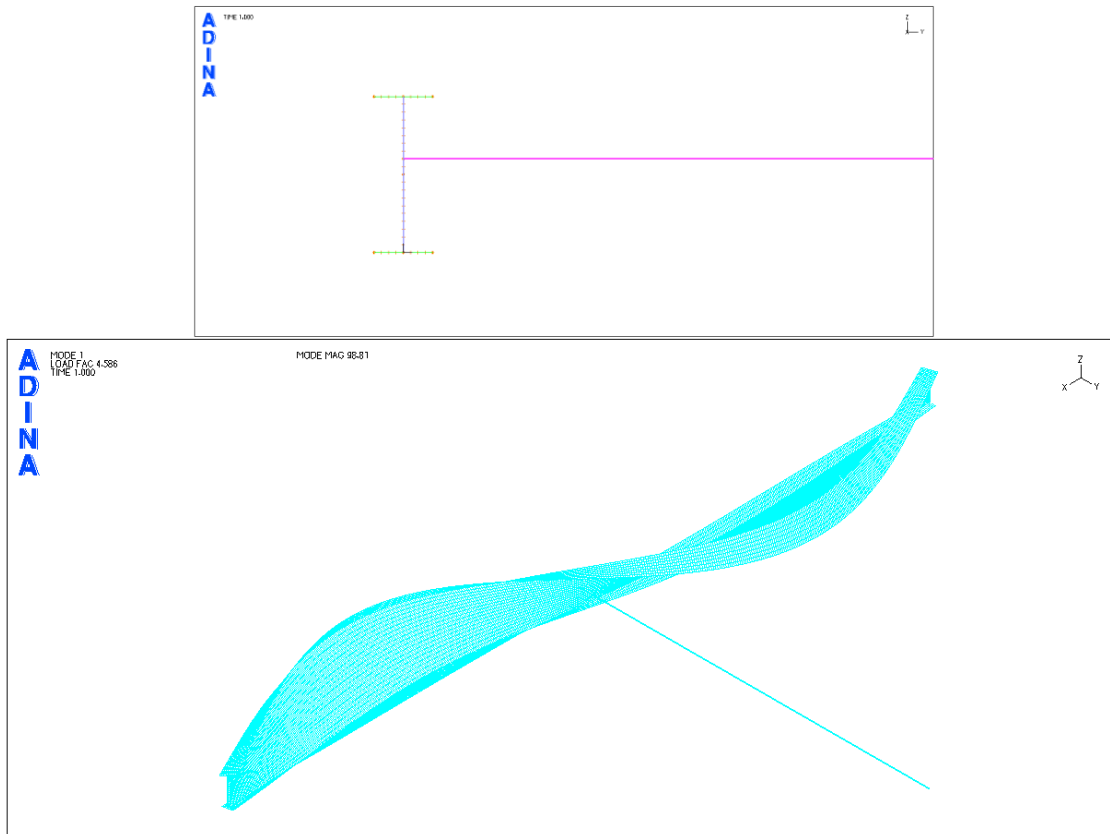
Σχήμα 5-64: Εικόνα τάσεων Von Mises για το σημείο Γ (λεπτομέρεια).

Οι τιμές των τάσεων και των παραμορφώσεων για το σημείο Α είναι μικρές καθώς αντιστοιχεί στην ελαστική περιοχή. Στο σημείο Β έχει επέλθει ο λυγισμός και κάποια σημεία της δοκού έχουν φτάσει τάση Von Mises ίση με το όριο διαρροής, ενώ στο σημείο Γ πολλές περιοχές της δοκού έχουν πλαστικοποιηθεί, οδηγώντας στην αστοχία.

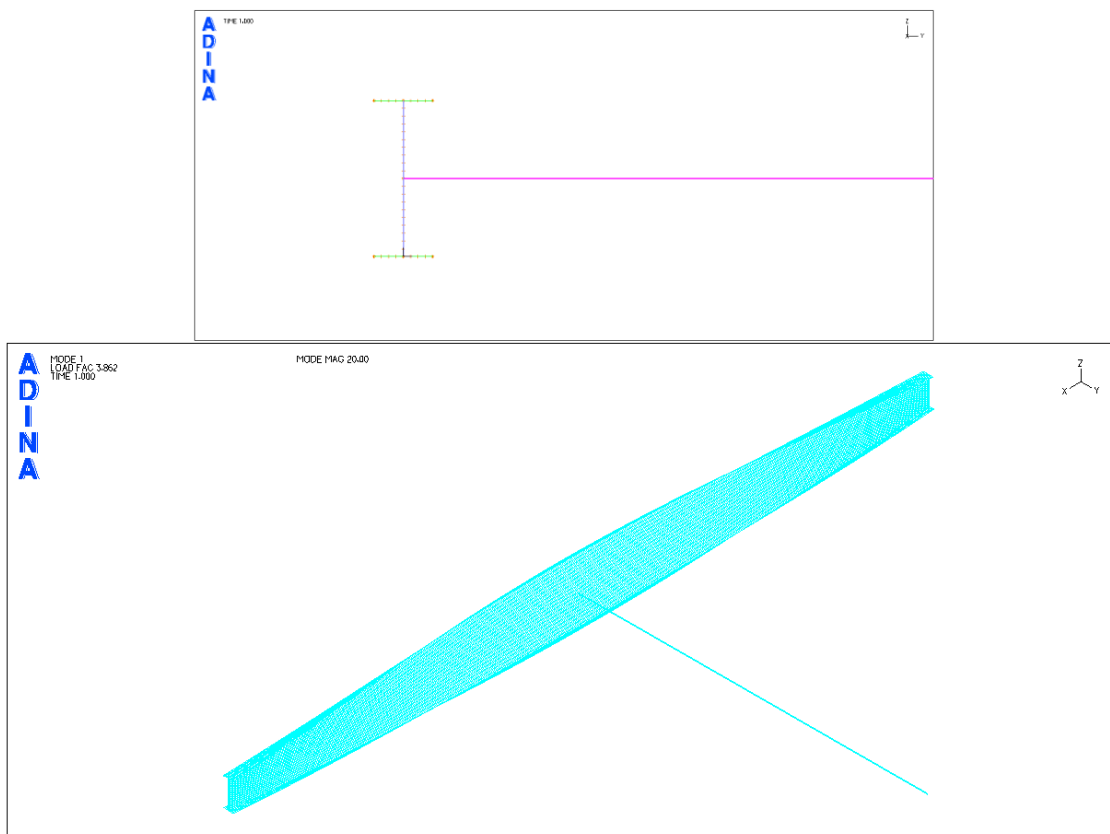
Οι αναλύσεις συνεχίστηκαν κατεβάζοντας την ελαστική στήριξη σταδιακά προς το κάτω πέλμα. Στα σχήματα 5-65 με 5-69 φαίνονται οι πρώτες ιδιομορφές που προέκυψαν από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού για μερικά από τα ύψη εξασφάλισης.



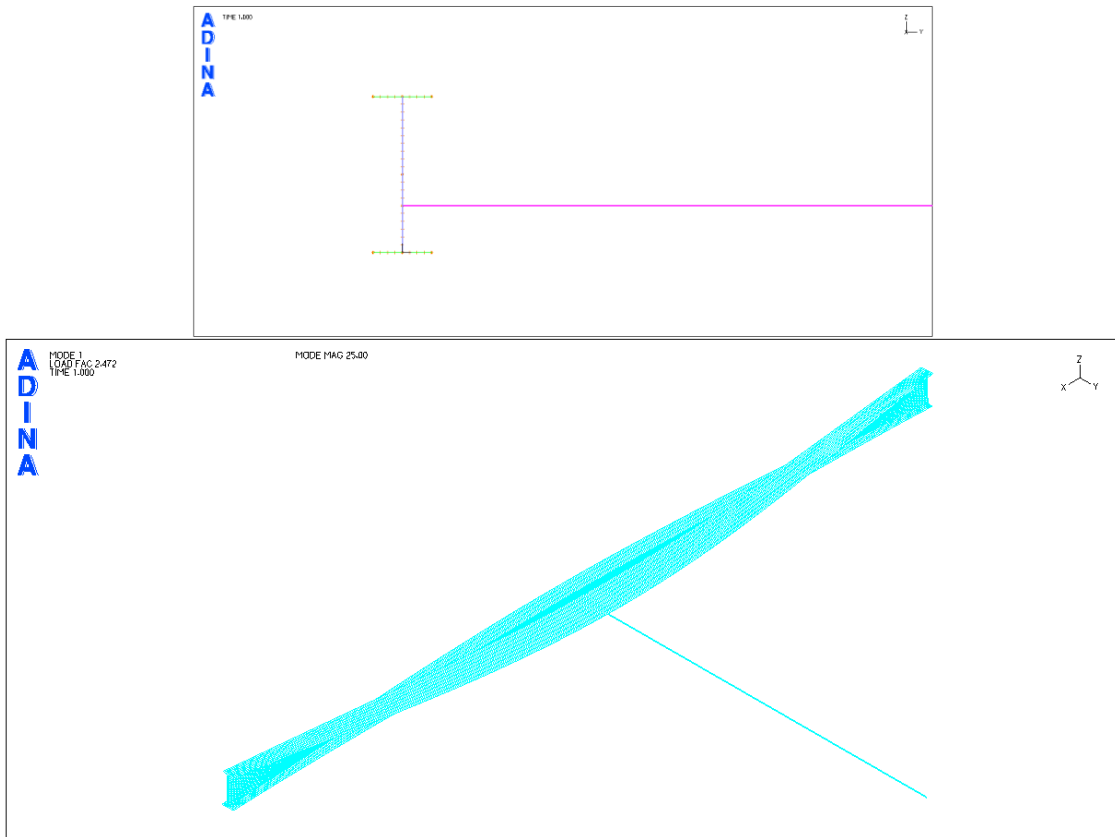
Σχήμα 5-65: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη σε ύψος 0,32m από το μέσο.



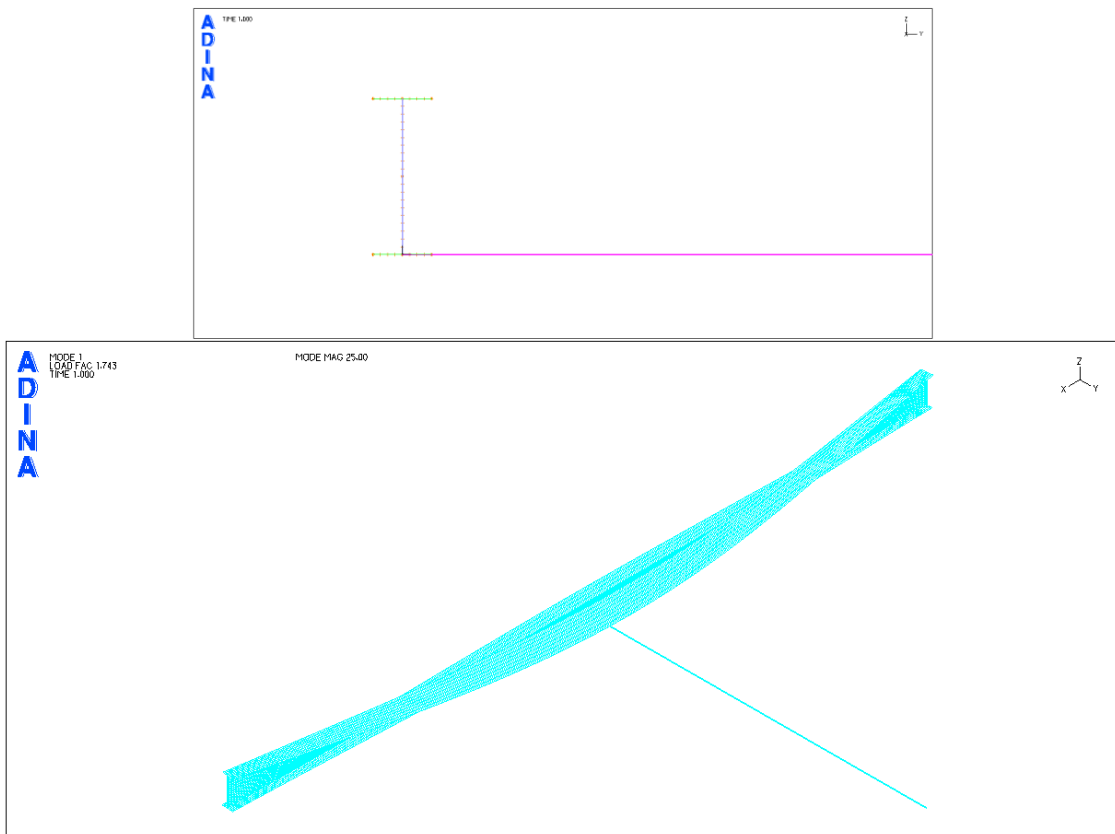
Σχήμα 5-66: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη σε ύψος 0,08m από το μέσο.



Σχήμα 5-67: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη στο μέσο.

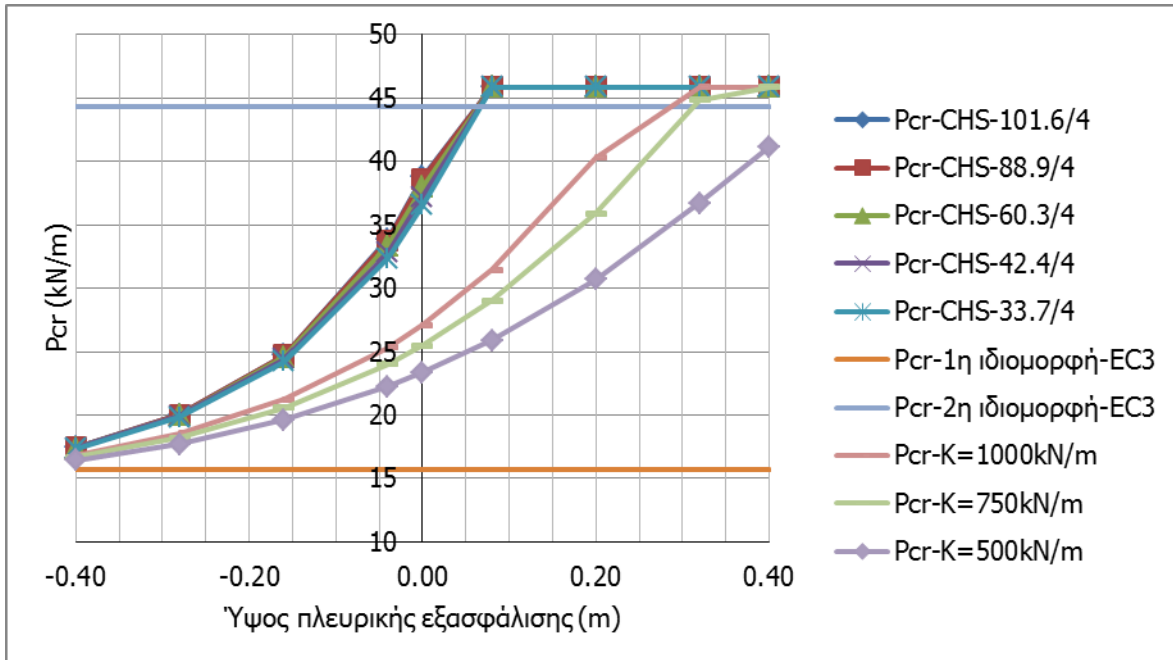


Σχήμα 5-68: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη σε ύψος -0,16m από το μέσο.

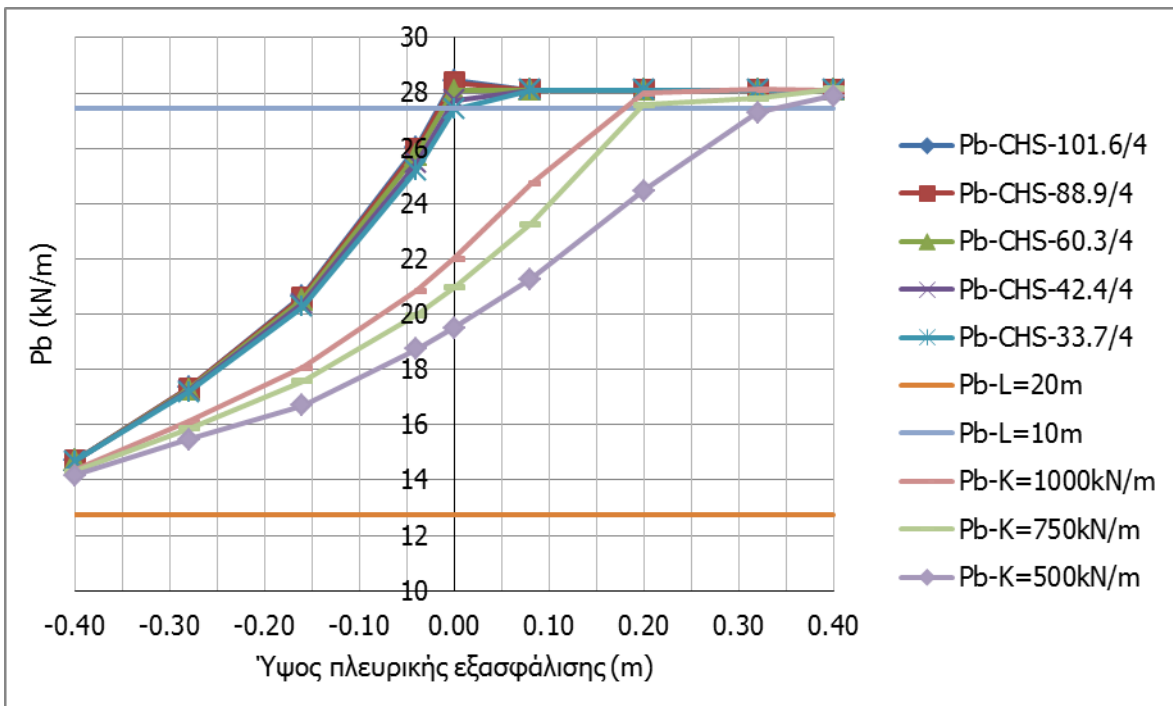


Σχήμα 5-69: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη στο κάτω πέλμα.

Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, κρίθηκε σκόπιμο να επεκταθούν οι αναλύσεις όχι μόνο για άλλες πρότυπες διατομές σειράς CHS αλλά και για μη ρεαλιστικές διατομές με πολύ μικρότερες δυσκαμψίες, ώστε να έχουμε πληρέστερη εικόνα της επιρροής της δυσκαμψίας και του ύψους της εξασφάλισης. Στα Σχήματα 5-70 και 5-71 που ακολουθούν φαίνεται η επιρροή αυτή τόσο στο κρίσιμο φορτίο όσο και στην αντοχή της δοκού.

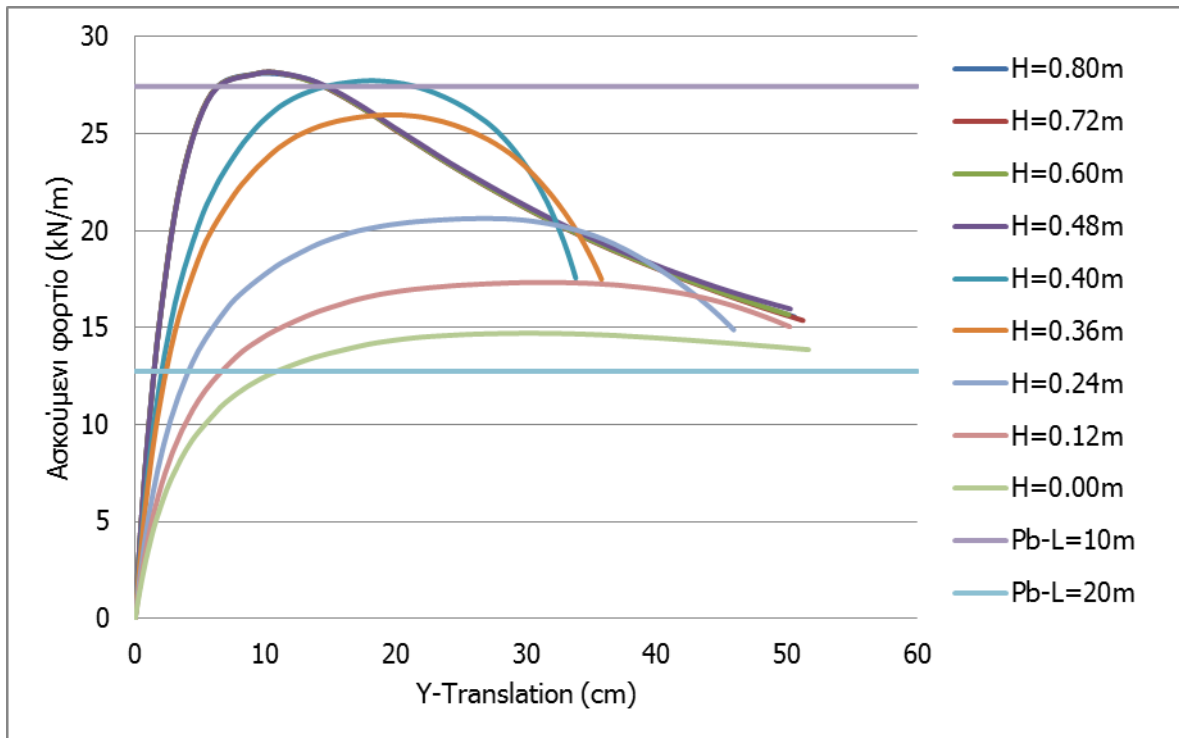


Σχήμα 5-70: Διάγραμμα P_{cr} -H

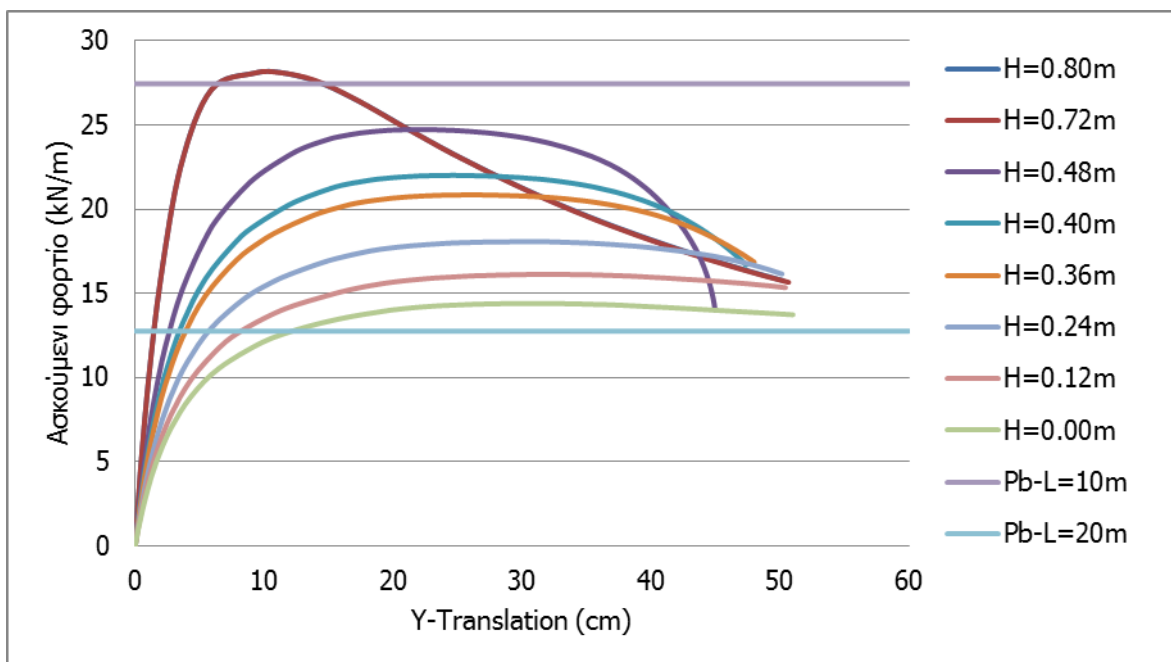


Σχήμα 5-71: Διάγραμμα P_b -H

Η μεταβολή της αντοχής της δοκού γίνεται αντιληπτή και μέσω των δρόμων ισορροπίας για τα διάφορα ύψη εξασφάλισης (Σχήματα 5-72 και 5-73).

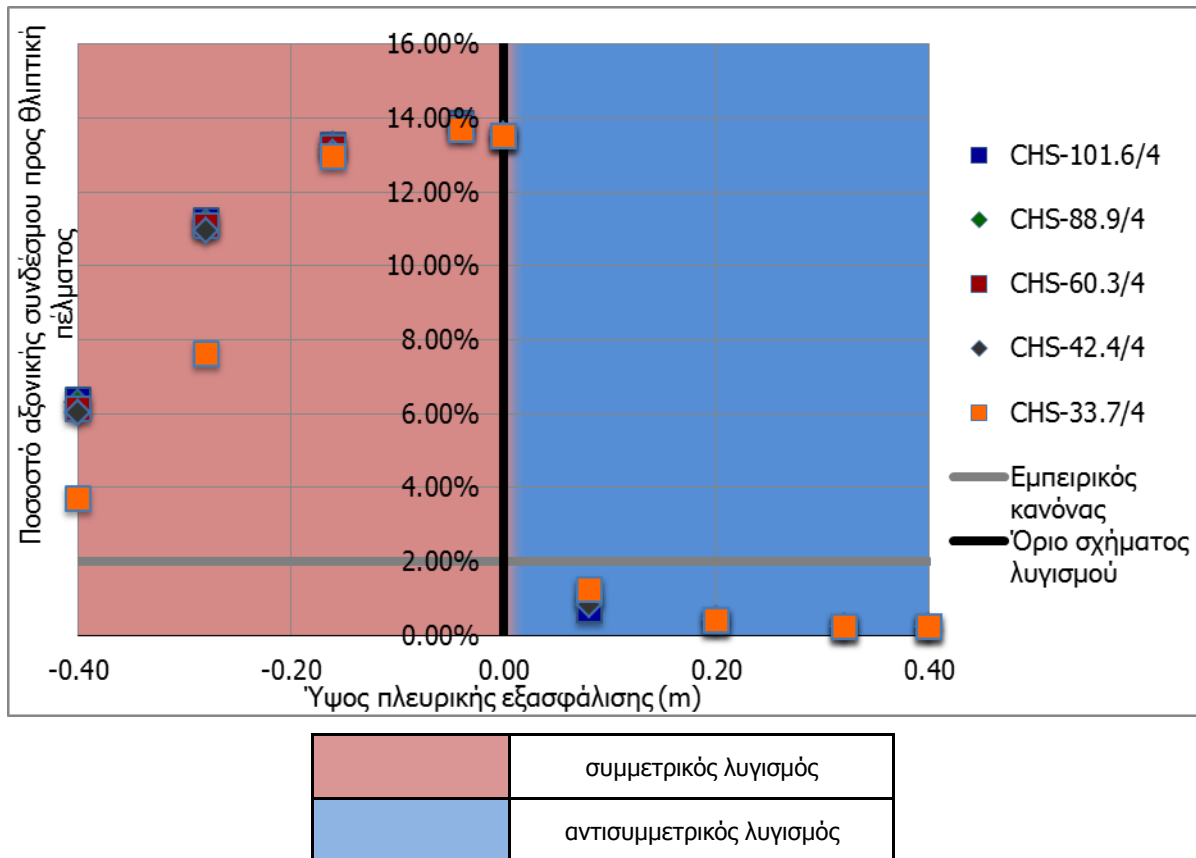


Σχήμα 5-72: Δρόμοι ισορροπίας δοκού με πλευρική εξασφάλιση διατομής CHS-88.9/4 για τα διάφορα ύψη εξασφάλισης.



Σχήμα 5-73: Δρόμοι ισορροπίας δοκού με πλευρική εξασφάλιση διατομής με δυσκαμψία $K=1000\text{kN/m}$ για τα διάφορα ύψη εξασφάλισης.

Τέλος, συγκεντρώθηκαν οι τιμές των αξονικών δυνάμεων που αναπτύσσονται στο ελατήριο. Τα ποσοστά που φαίνονται στον Σχήμα 5-74 αναφέρονται στο λόγο της αξονικής δύναμης του ελατηρίου προς τη θλιπτική αξονική που αναπτύσσεται στο πέλμα της διατομής λόγω του οριακού φορτίου. Οι αξονικές δυνάμεις που εμφανίζονται στο διάγραμμα αφορούν μόνο τις πρότυπες διατομές, καθώς μόνο αυτές δίνουν ρεαλιστικά αποτελέσματα.

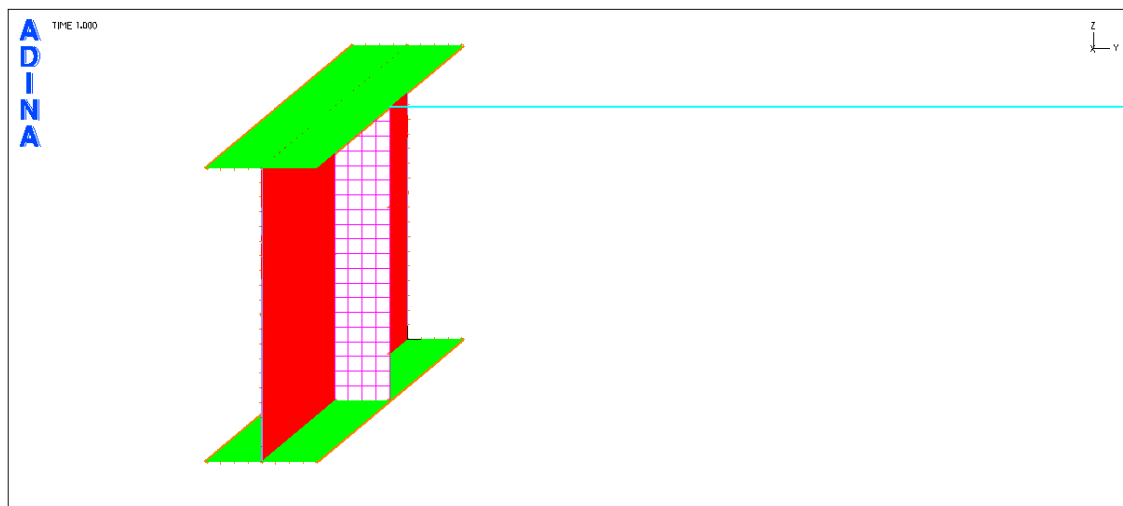


Σχήμα 5-74: Ποσοστά αξονικής δύναμης ελατηρίου για τα διάφορα ύψη εξασφάλισης.

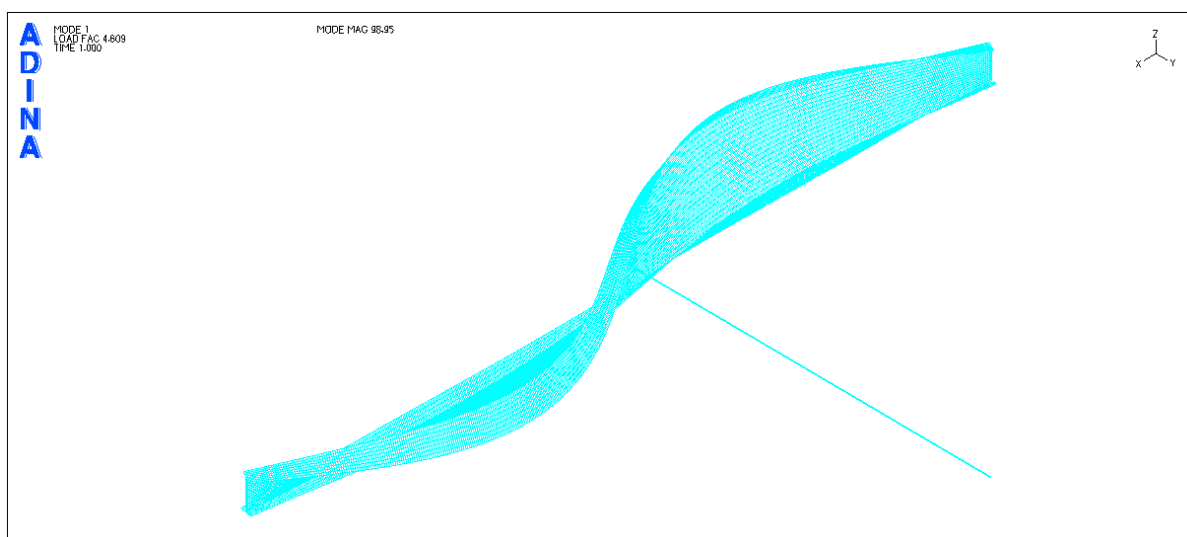
5.2.4 Μόρφωση νέου φορέα με ενίσχυση στη μεσαία διατομή

Θέλοντας να προσομοιώσουμε μια όσο το δυνατόν ρεαλιστικότερη κατασκευή, προστέθηκε ένα έλασμα ενίσχυσης στη διατομή στο μέσο της δοκού.

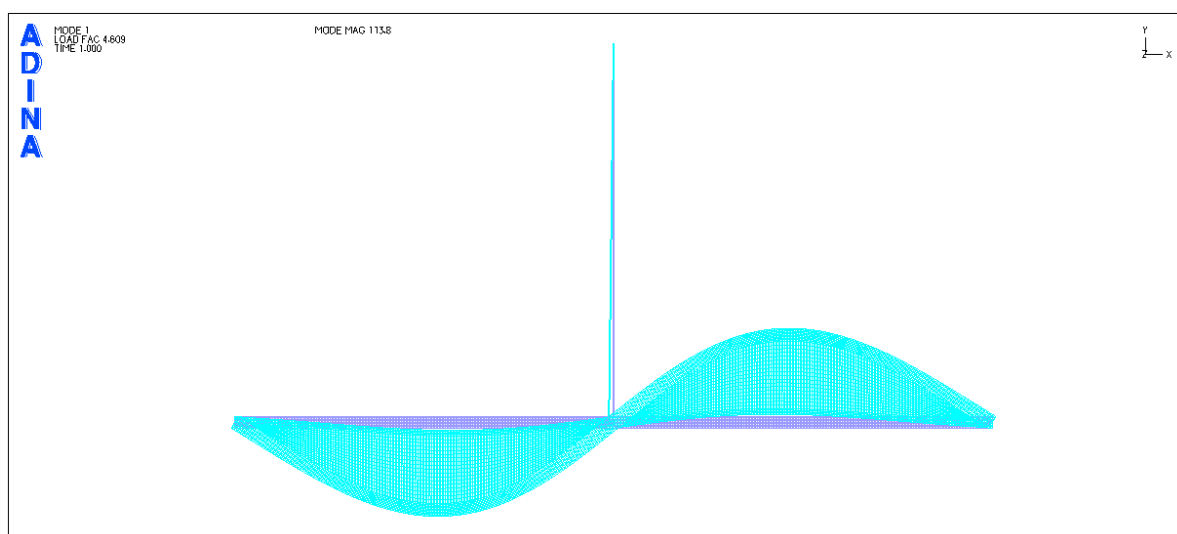
Οι αναλύσεις ξεκίνησαν και πάλι για διατομή πλευρικής εξασφάλισης CHS διαμέτρου 88,9mm, πάχους 4mm και μήκους 10m. Αρχικά, δεσμεύτηκε με την ελαστική στήριξη το άνω πέλμα της μεσαίας διατομής της δοκού, οπότε η πρώτη ιδιομορφή προέκυψε όπως φαίνεται στα Σχήματα 5-76 και 5-77.



Σχήμα 5-75: Ελαστική στήριξη στο άνω πέλαμα (προοπτικό).



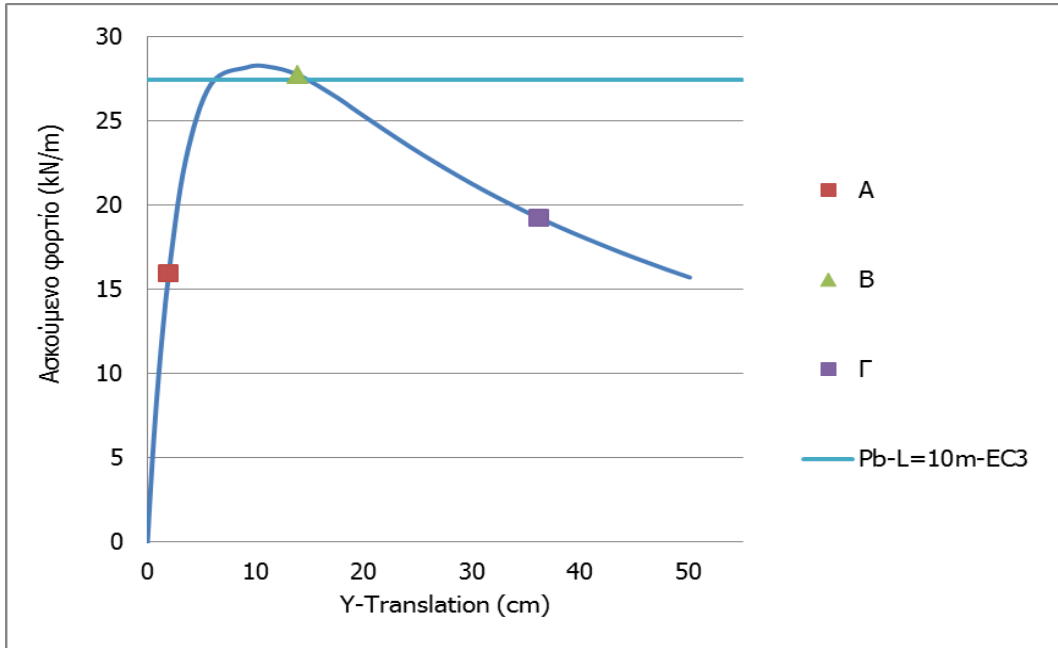
Σχήμα 5-76: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη στο άνω πέλαμα (προοπτικό).



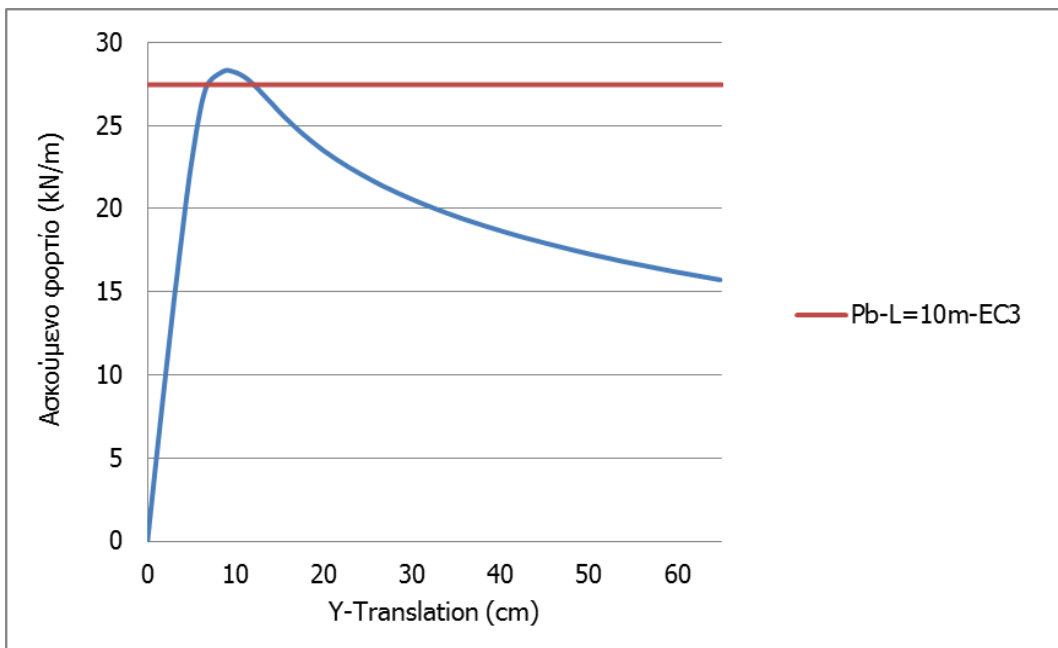
Σχήμα 5-77: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη στο άνω πέλαμα (κάτοψη).

Παρατηρήθηκε ότι το σχήμα των ιδιομορφών δεν έχει αλλάξει. Ωστόσο, η τιμή του κρίσιμου φορτίου σύμφωνα με το ADINA είναι ίσο με $P_{cr}=46,09\text{kN/m}$, δηλαδή αυξημένο κατά 0,50% σε σχέση με το αντίστοιχο για δοκό χωρίς έλασμα ενίσχυσης.

Προκειμένου να έχουμε σαφέστερη εικόνα της μεταλυγισμικής συμπεριφοράς της δοκού, θα πραγματοποιηθεί όπως και προηγουμένως μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού. Χρησιμοποιήθηκε χάλυβας S235 χωρίς κράτυνση και δόθηκε σχήμα αρχικής ατέλειας με βάση την πρώτη ιδιομορφή της γραμμικής ανάλυσης λυγισμού. Το μέγεθος της ατέλειας παρέμεινε το ίδιο, καθώς η σχέση 3-21 εμπεριέχει μόνο το μήκος του στηριζόμενου φορέα, η οποία και δόθηκε στον κόμβο με τη μεγαλύτερη πλευρική εκτροπή. Αυτός ο κόμβος θεωρήθηκε και κόμβος αναφοράς.



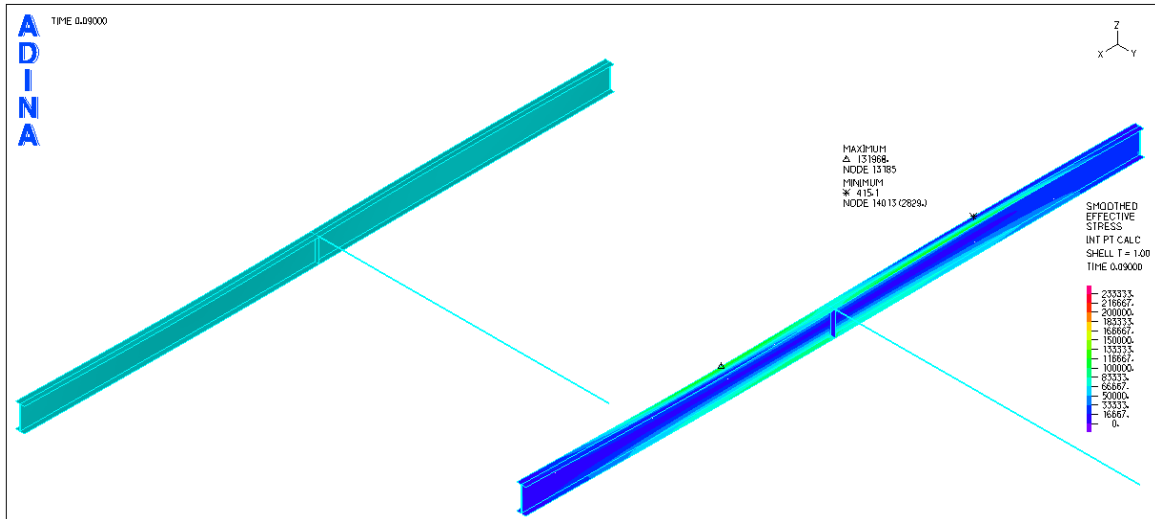
Σχήμα 5-78: Δρόμος ισορροπίας φορτίου-Y μετατόπισης κόμβου αναφοράς.



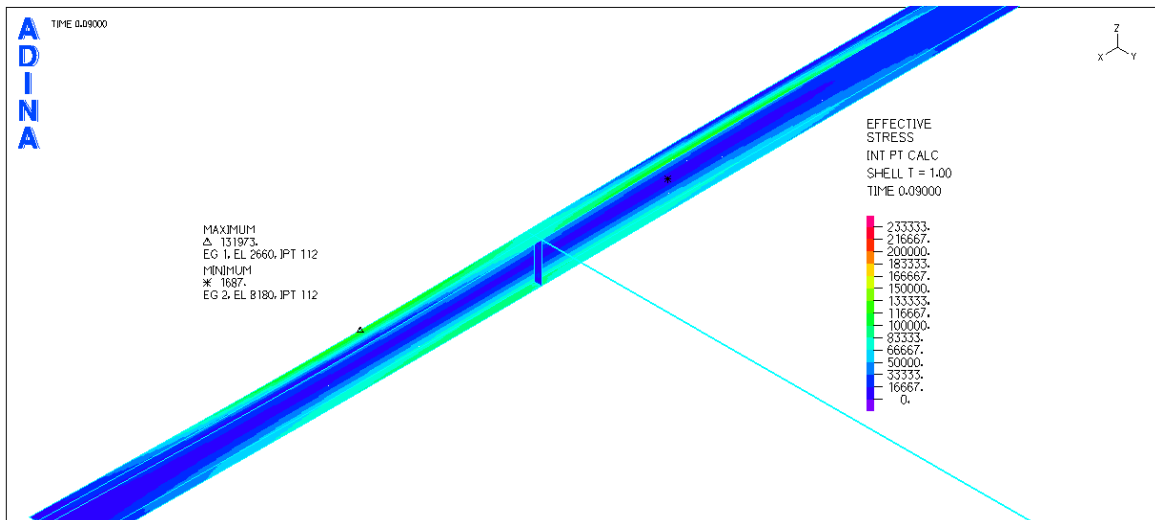
Σχήμα 5-79: Δρόμος ισορροπίας φορτίου-Z μετατόπισης κόμβου αναφοράς.

Παρατηρήθηκε ότι η συμπεριφορά της δοκού με έλασμα ενίσχυσης είναι παρόμοια με αυτή της απλής δοκού με πλευρική εξασφάλιση. Ωστόσο, διακρίνεται και μια μικρή αύξηση στην αντοχή της δοκού της τάξης του 0,46%.

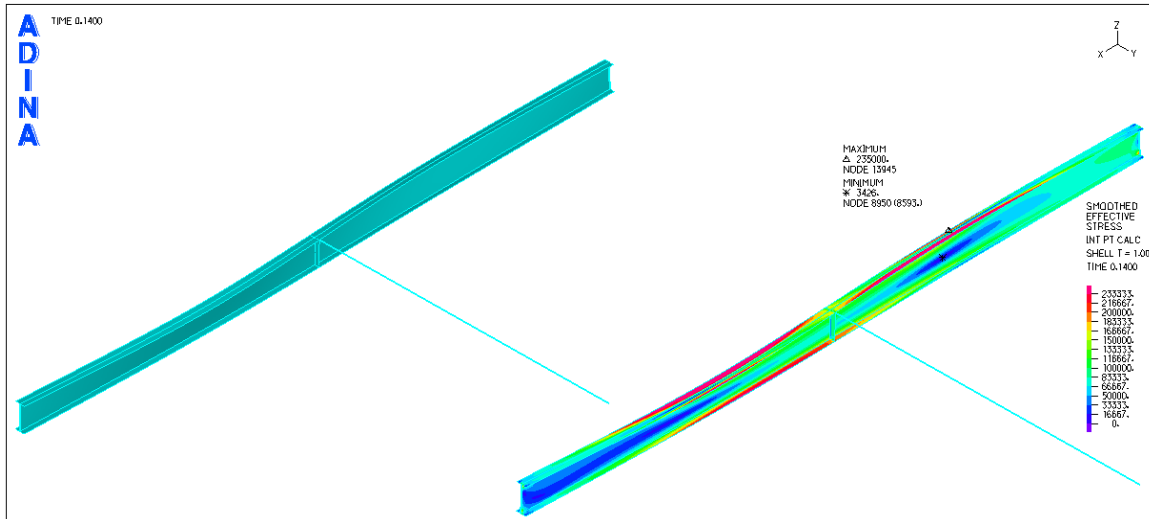
Στα Σχήματα 5-80 με 5-85 παρουσιάζονται εικόνες τάσεων-παραμορφώσεων για τα τρία σημεία που φαίνονται στο δρόμο ισορροπίας του Σχήματος 5-78.



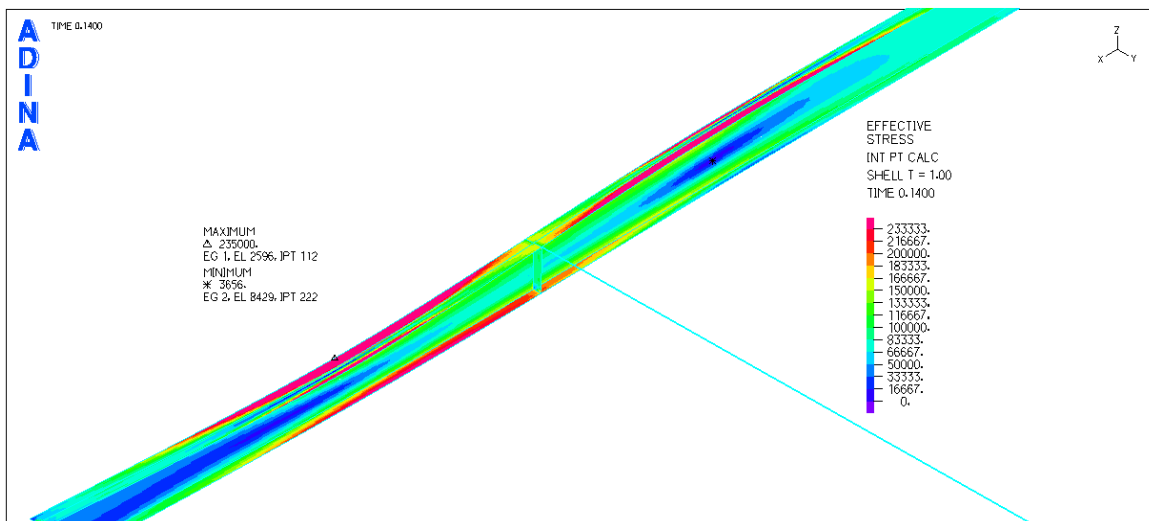
Σχήμα 5-80: Εικόνα τάσεων-παραμορφώσεων Von Mises για το σημείο A (προοπτικό).



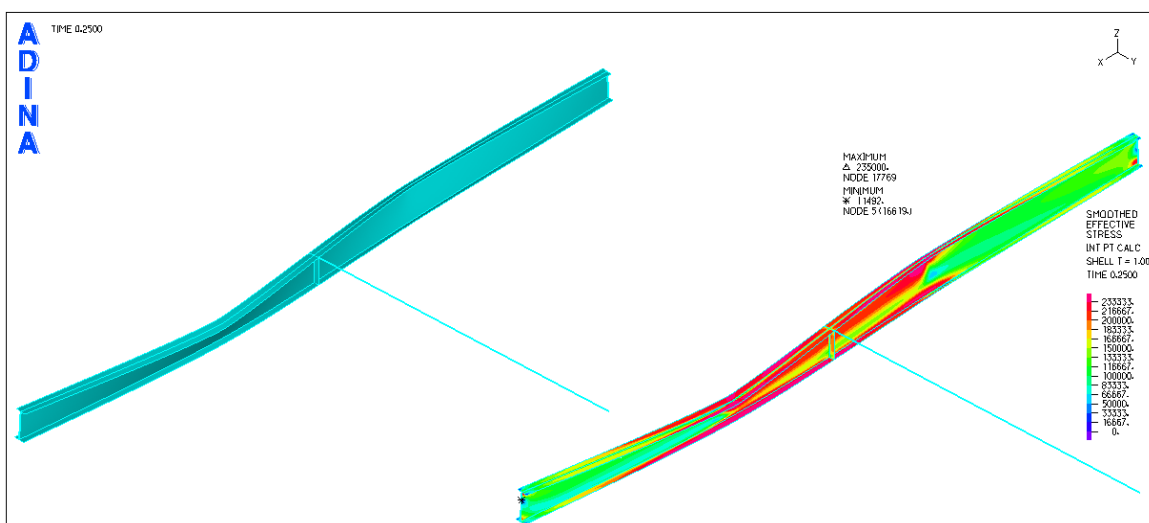
Σχήμα 5-81: : Εικόνα τάσεων Von Mises για το σημείο A (λεπτομέρεια).



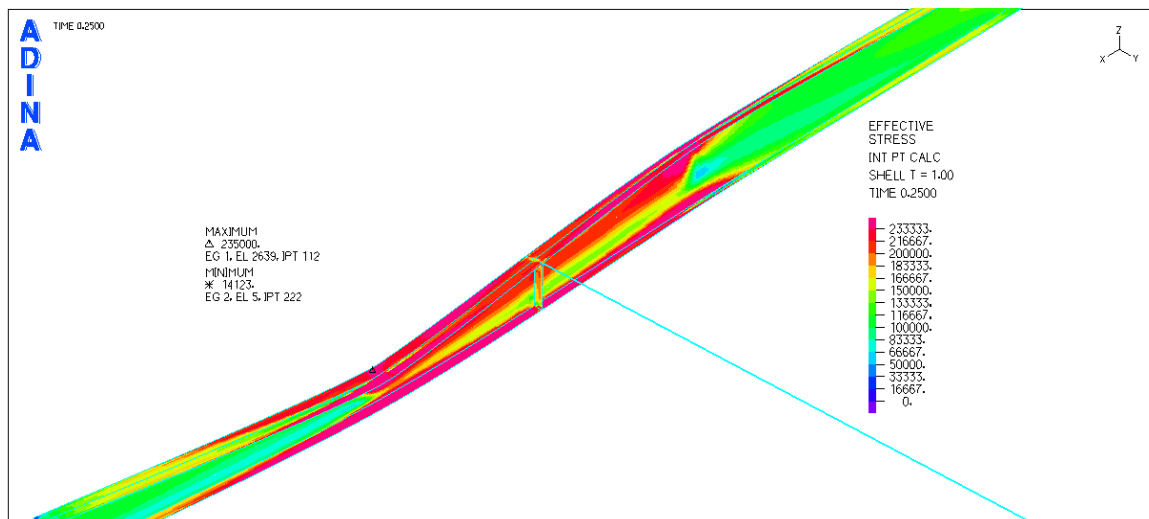
Σχήμα 5-82: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το σημείο Β (προοπτικό).



Σχήμα 5-83: Εικόνα τάσεων Von Mises για το σημείο Β (λεπτομέρεια).



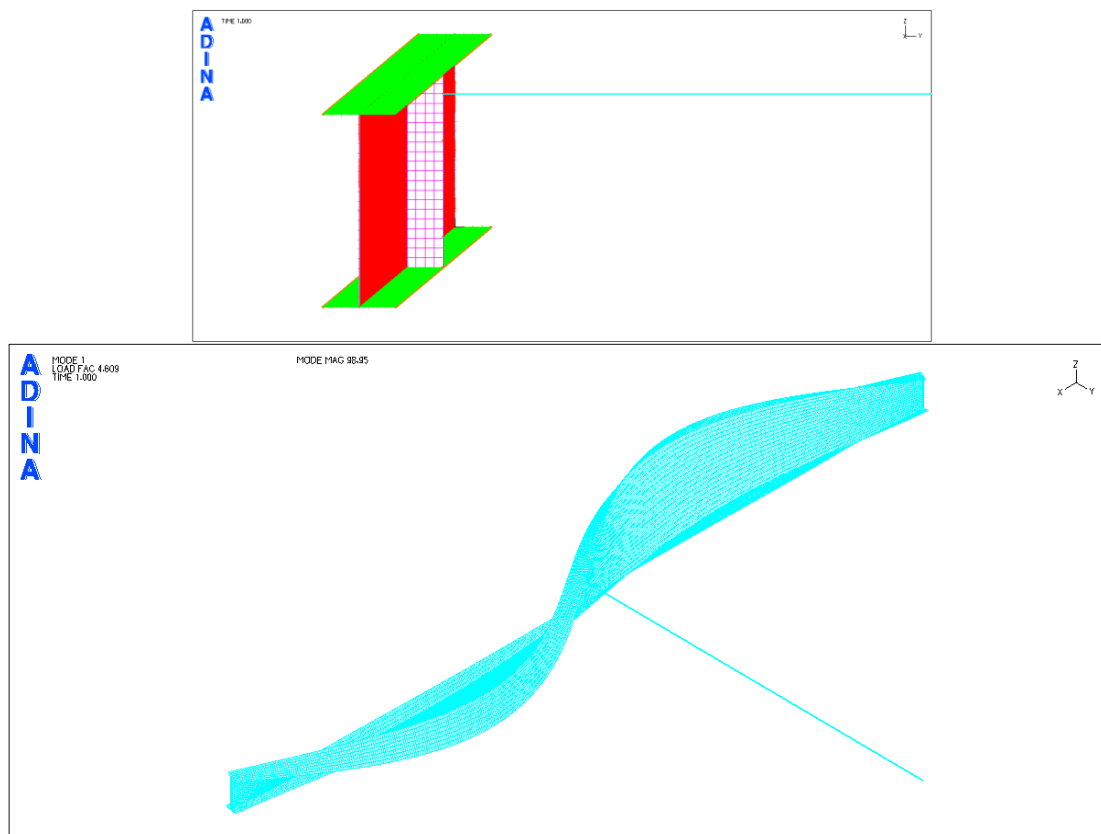
Σχήμα 5-84: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το σημείο Γ (προοπτικό).



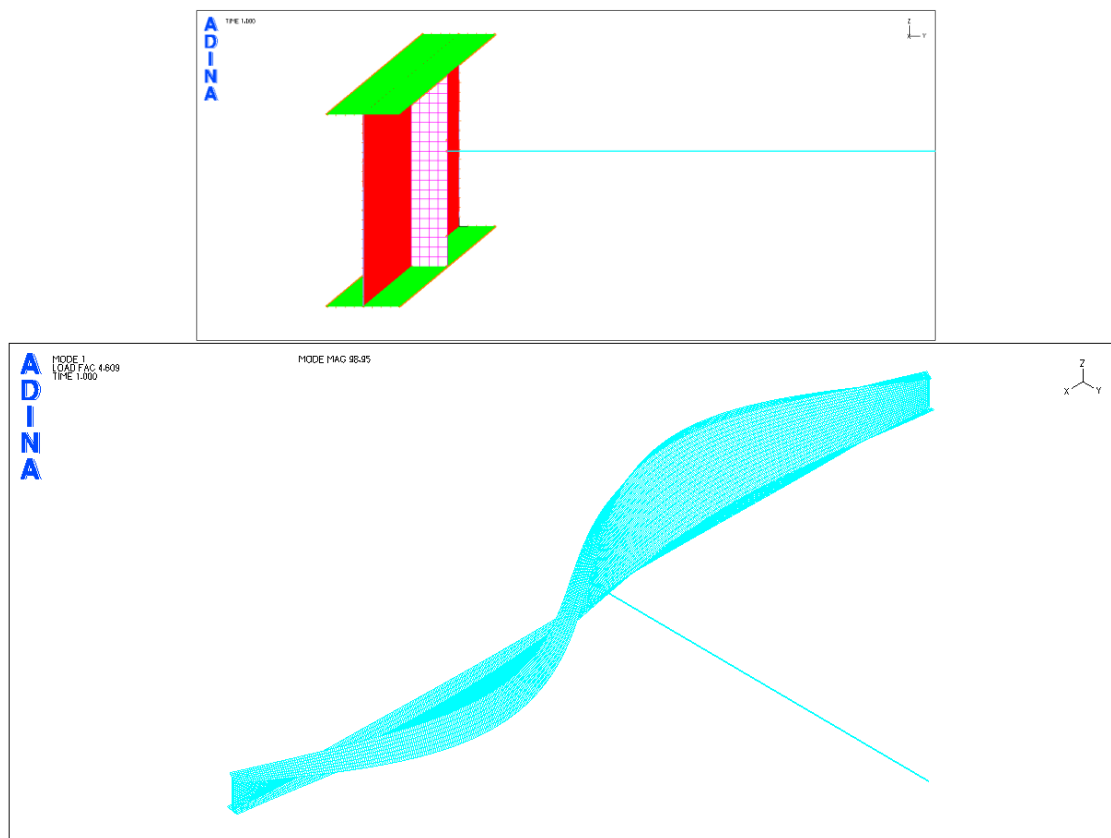
Σχήμα 5-85: Εικόνα τάσεων Von Mises για το σημείο Γ (λεπτομέρεια).

Η επιλογή των σημείων ακολούθησε την ίδια λογική. Δηλαδή, το σημείο A αντιστοιχεί στην ελαστική περιοχή και χαρακτηρίζεται από μικρές τιμές παραμορφώσεων και τάσεων, στο σημείο B έχει επέλθει ο λυγισμός και κάποια σημεία της έχουν φτάσει τάση Von Mises ίση με το όριο διαρροής ενώ το σημείο Γ χαρακτηρίζεται από μεγάλες τιμές τάσεων στα σημεία με τη μέγιστη πλευρική εκτροπή.

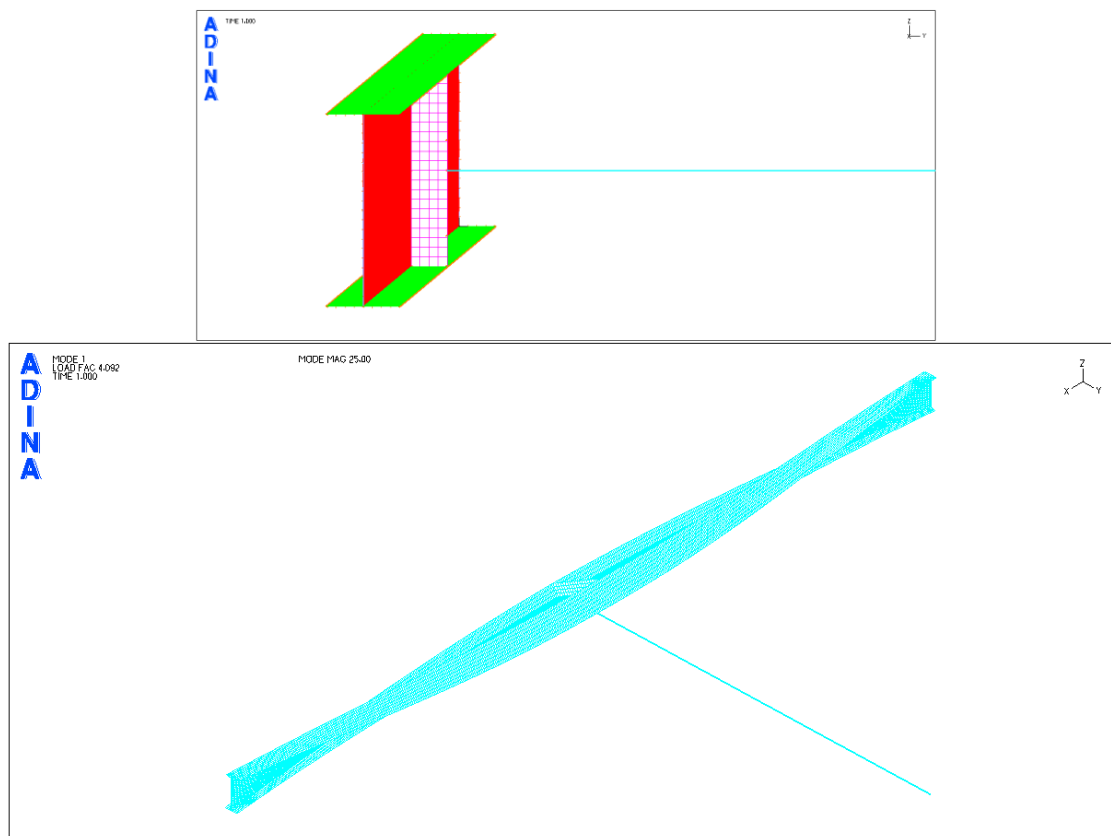
Συνεχίσαμε τις αναλύσεις κατεβάζοντας την ελαστική στήριξη σταδιακά προς το κάτω πέλμα. Στα σχήματα 5-86 με 5-90 φαίνονται οι πρώτες ιδιομορφές που προέκυψαν από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού για μερικά από τα ύψη εξασφάλισης.



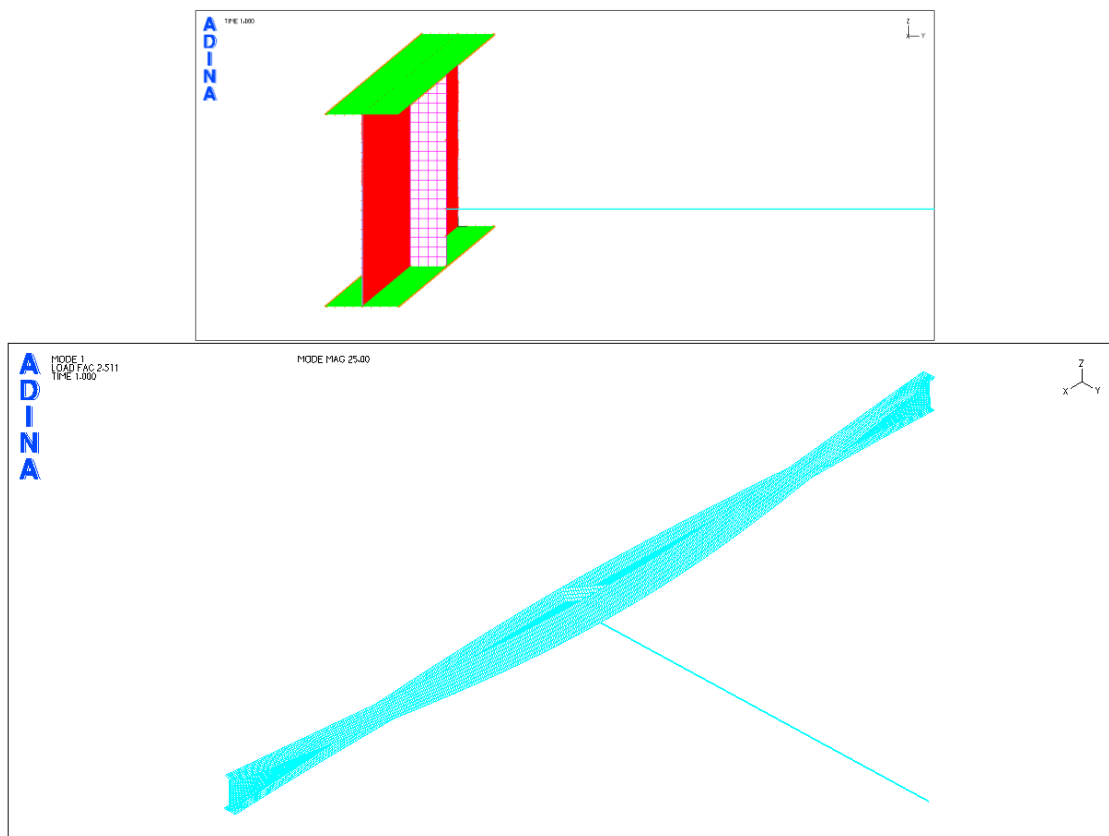
Σχήμα 5-86: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη σε ύψος 0,32m από το μέσο.



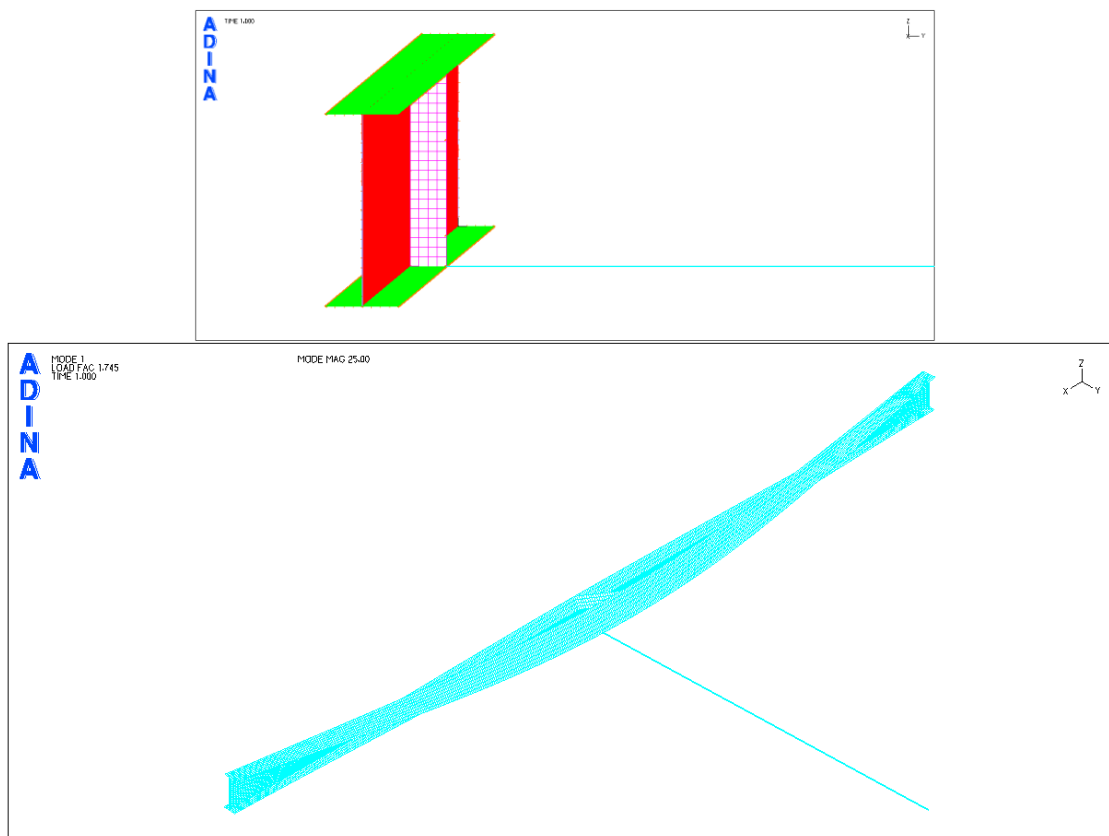
Σχήμα 5-87: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη σε ύψος 0,08m από το μέσο.



Σχήμα 5-88: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη στο μέσο.

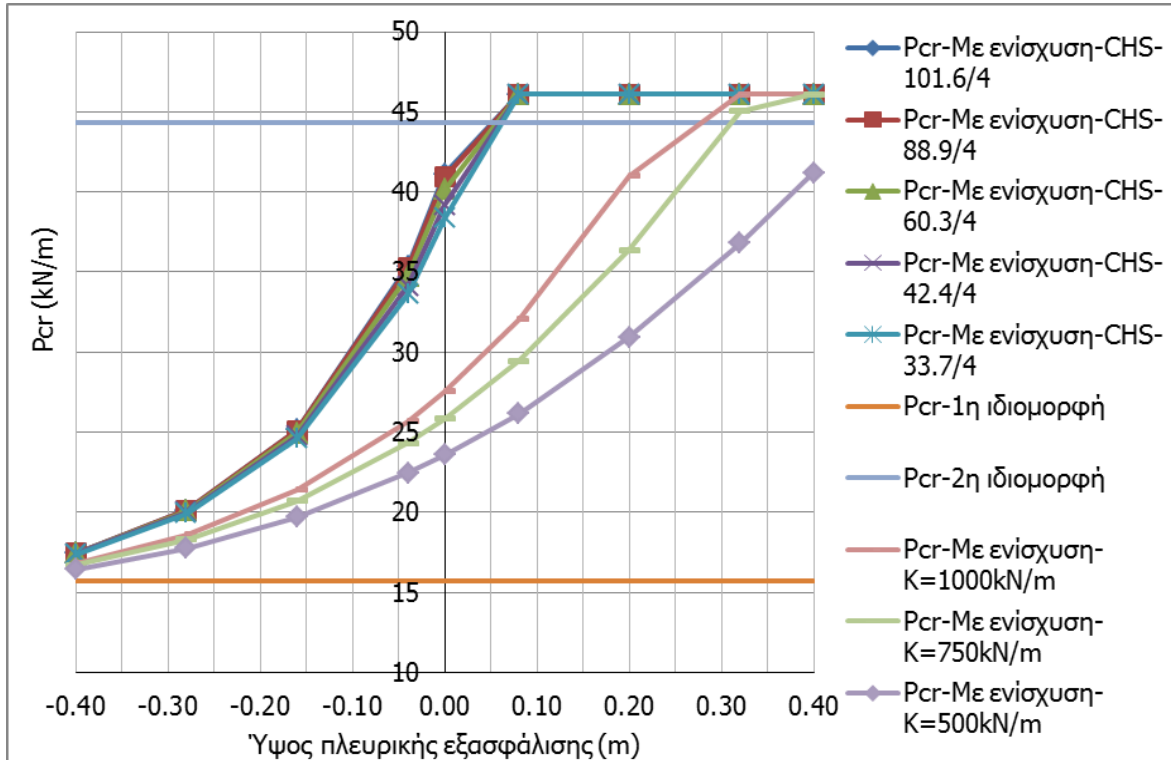


Σχήμα 5-89: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη σε ύψος $-0,16m$ από το μέσο.

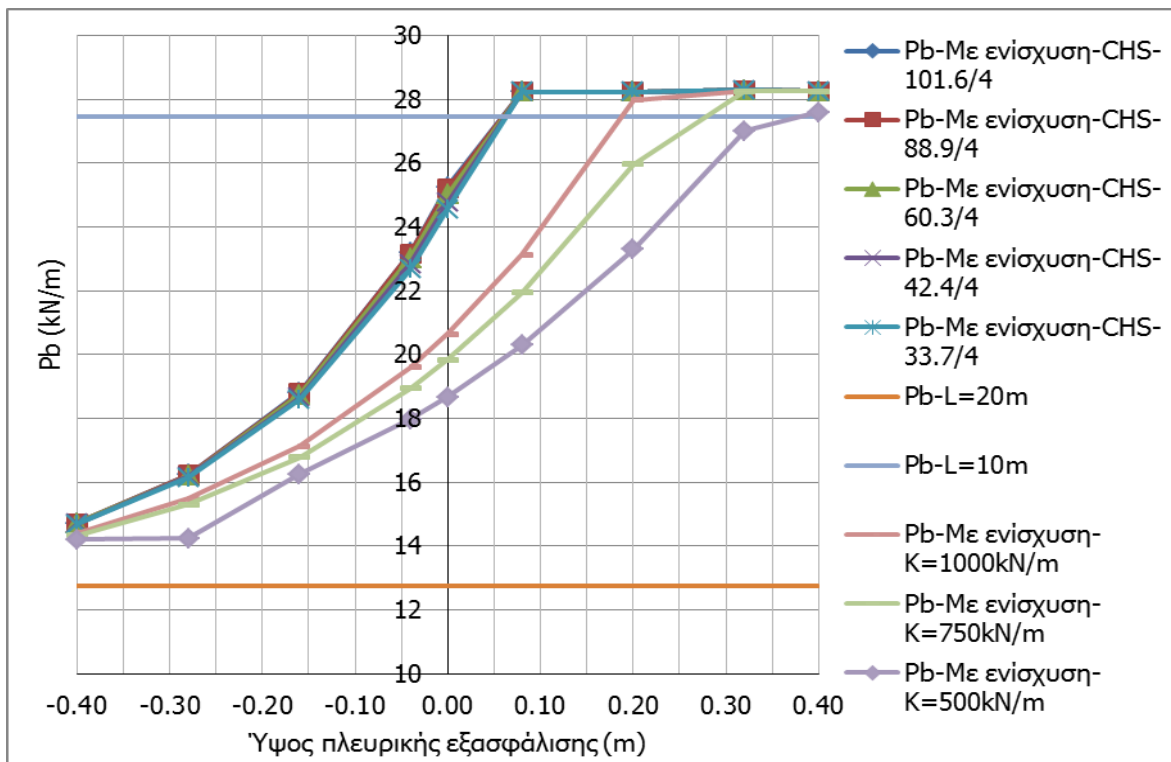


Σχήμα 5-90: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για ελαστική στήριξη στο κάτω πέλμα.

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία εκ νέου για άλλες διατομές της σειράς CHS και για μικρές δυσκαμψίες, συντάξαμε τα διαγράμματα που φαίνονται στα Σχήματα 5-91 και 5-92.

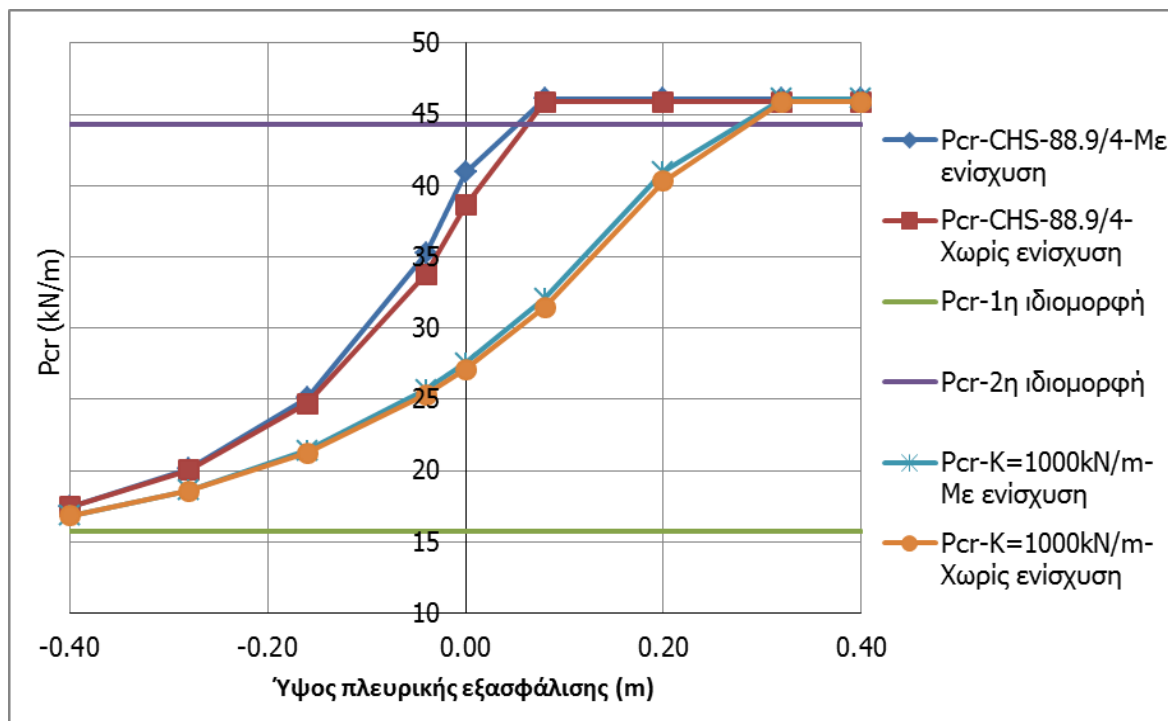


Σχήμα 5-91: Διάγραμμα P_{cr} -H

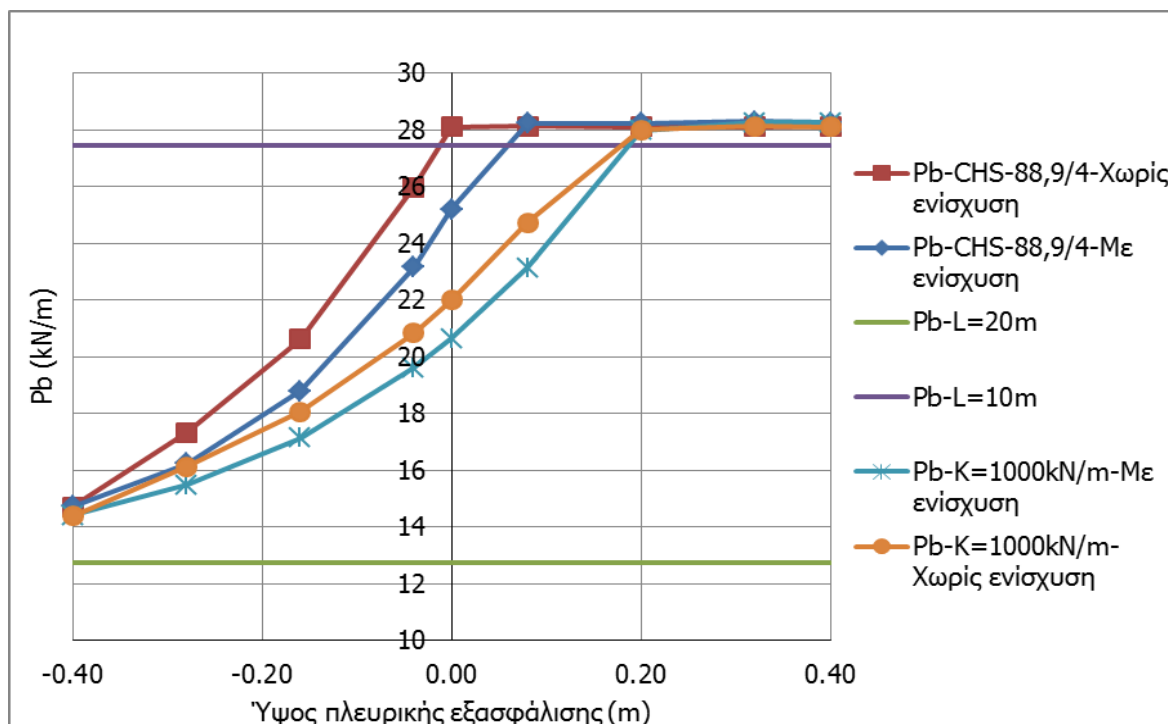


Σχήμα 5-92: Διάγραμμα P_b -H

Η συμπεριφορά είναι ίδια με την προηγούμενη περίπτωση, αξίζει εν τούτοις να σημειωθεί ότι υπάρχουν διαφορές στις τιμές του κρίσιμου φορτίου και της αντοχής μεταξύ ενισχυμένης και μη ενισχυμένης δοκού. Παρουσιάζονται ενδεικτικά για δύο διατομές πλευρικής εξασφάλισης τα συγκριτικά διαγράμματα κρίσιμου φορτίου και αντοχής συναρτήσει του ύψους εξασφάλισης.

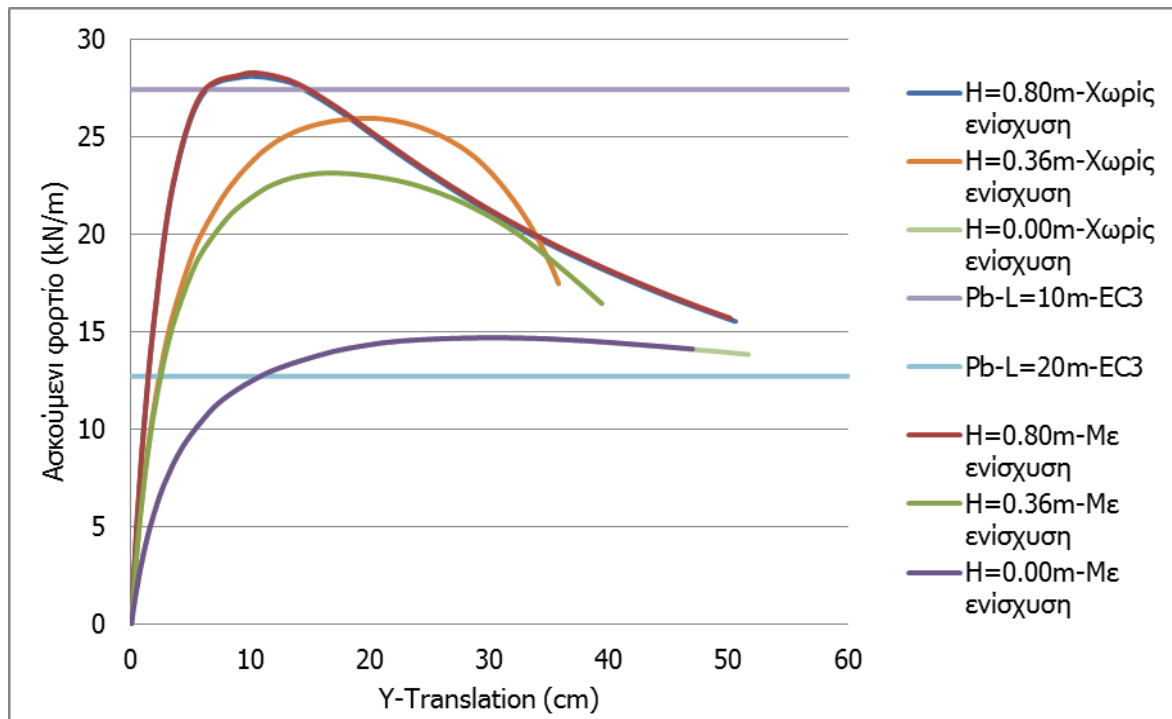


Σχήμα 5-93: Διαγράμματα P_{cr} -H ενισχυμένης και μη ενισχυμένης δοκού για πλευρική εξασφάλιση διατομής CHS-88,9/4 και δυσκαμψίας $K=1000\text{kN/m}$.

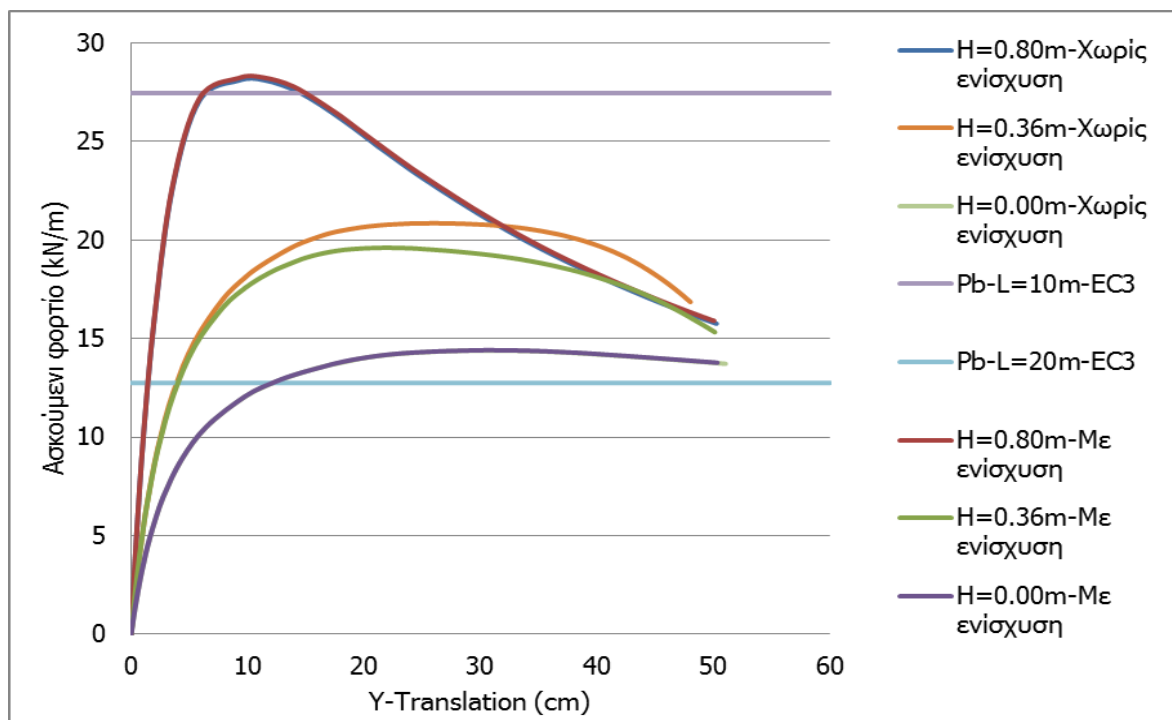


Σχήμα 5-94: Διαγράμματα P_b -H ενισχυμένης και μη ενισχυμένης δοκού για πλευρική εξασφάλιση διατομής CHS-88,9/4 και δυσκαμψίας $K=1000\text{kN/m}$.

Οι διαφορές στις τιμές της αντοχής της δοκού γίνονται αντιληπτές και μέσω της συγκριτικής παρουσίασης των δρόμων ισορροπίας, όπως φαίνεται στο Σχήματα 5-95 και 5-96.

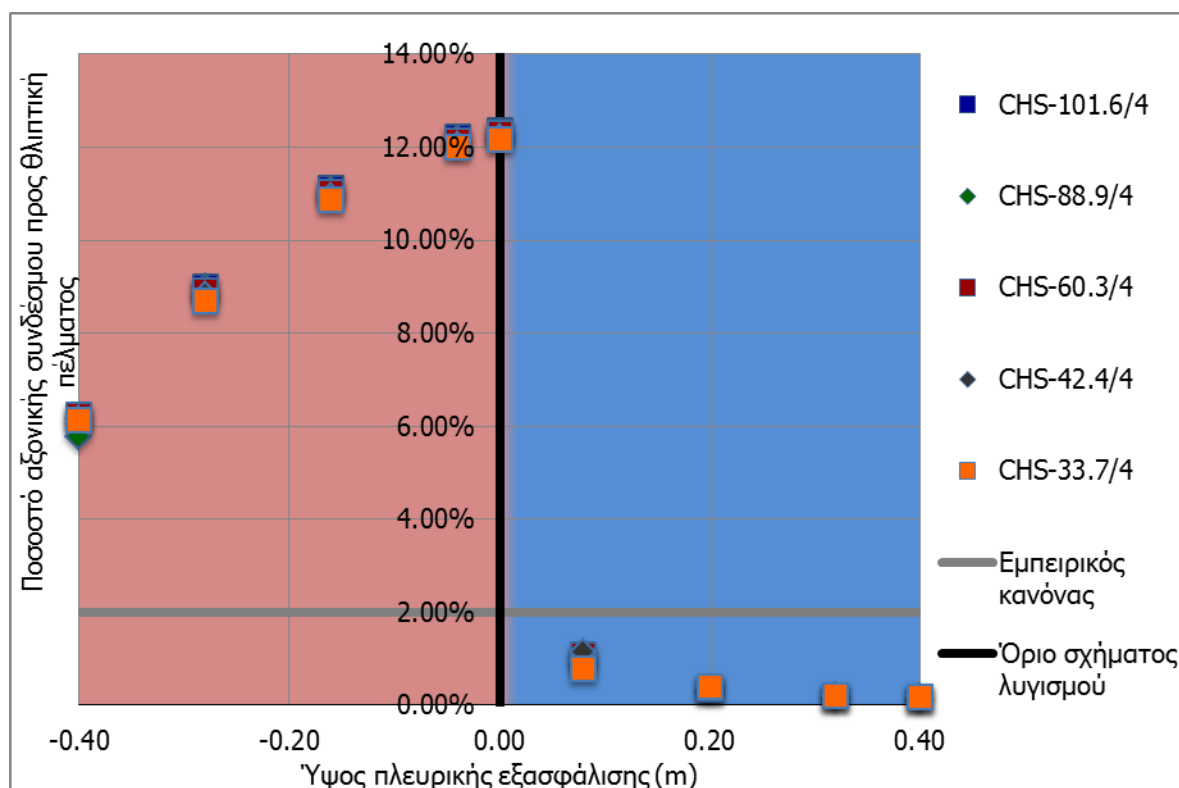


Σχήμα 5-95: Συγκριτική παρουσίαση των δρόμων ισορροπίας ενισχυμένης και μη ενισχυμένης δοκού για πλευρική εξασφάλιση διατομής CHS-88,9/4.



Σχήμα 5-96: Συγκριτική παρουσίαση των δρόμων ισορροπίας ενισχυμένης και μη ενισχυμένης δοκού για πλευρική εξασφάλιση με δυσκαμψία $K=1000\text{kN/m}$.

Τέλος, υπολογίστηκαν οι αξονικές δυνάμεις που αναπτύσσονταν στο ελατήριο, οι οποίες φαίνονται στο Σχήμα 5-97 ως ποσοστά που στο λόγο της αξονικής δύναμης του ελατηρίου προς τη θλιπτική αξονική που αναπτύσσεται στο πέλαμα της διατομής λόγω του οριακού φορτίου.



	συμμετρικός λυγισμός
	αντισυμμετρικός λυγισμός

Σχήμα 5-97: Ποσοστά αξονικής δύναμης ελατηρίου για τα διάφορα ύψη εξασφάλισης.

5.3 Συμπεράσματα αναλύσεων

Στις προηγούμενες παραγράφους επιχειρήθηκε να διερευνηθεί η επιρροή των πλευρικών εξασφαλίσεων σε μεγέθη όπως η ελαστική κρίσιμη ροπή και η αντοχή της δοκού, εφόσον αυτές προσομοιωθούν με ελατήρια (spring element). Μέσω των διαγραμμάτων και των σχημάτων που παρουσιάστηκαν παραπάνω, καταλήξαμε σε κάποια συμπεράσματα.

Αρχικά, παρατηρήθηκε ότι οι δρόμοι ισορροπίας που προέκυψαν από τις μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού εμφανίζουν καθοδικό κλάδο μετά το λυγισμό της δοκού, αποτρέποντας την εκδήλωση μεταλυγισμικής αντοχής. Αυτό οφείλεται στην ύπαρξη ελαστοπλαστικού υλικού που επιταχύνει την κατάρρευση του φορέα. Η κατάρρευση αυτή, σύμφωνα με τις εικόνες τάσεων, οφείλεται στην πλήρη πλαστικοποίηση διατομής κοντά στο μέσο της δοκού, σε αντίθεση με τη δοκό χωρίς πλευρική εξασφάλιση όπου παρατηρήθηκε εικόνα πλήρους πλαστικοποίησης στη μεσαία διατομή της δοκού. Φαίνεται ότι η πλευρική εξασφάλιση περιορίζοντας τη μετακίνηση στο μέσο της δοκού μεταθέτει την αστοχία σε άλλο σημείο, όπου το οριακό φορτίο είναι μεγαλύτερο.

Όσον αφορά την επιρροή του ύψους και της δυσκαμψίας της πλευρικής εξασφάλισης, διαπιστώθηκε πως όλες οι πρότυπες διατομές που χρησιμοποιήθηκαν έχουν την ίδια συμπεριφορά. Πιο συγκεκριμένα, για εξασφάλιση των κόμβων μεταξύ του πάνω θλιβόμενου πέλματος και του κέντρου βάρους της διατομής, επετεύχθη πλήρη εξασφάλιση έναντι πλευρικού λυγισμού, καθώς η δοκός λυγίζει σύμφωνα με τη δεύτερη ιδιομορφή. Αντιθέτως, η εξασφάλιση των κόμβων μεταξύ του κέντρου βάρους και του κάτω πέλματος προσφέρει μερική εξασφάλιση της δοκού, αφού το κρίσιμο φορτίο που προκύπτει είναι μεν μεγαλύτερο του αντίστοιχου της πρώτης ιδιομορφής της μη εξασφαλισμένης δοκού, αλλά φαίνεται να λυγίζει σύμφωνα με το σχήμα της. Επιπλέον, για τις μη ρεαλιστικές δυσκαμψίες πλευρικών εξασφαλίσεων, έγινε εμφανές ότι η πλήρης πλευρική εξασφάλιση πετυχαίνεται για ακόμα λιγότερα ύψη της ελαστικής στήριξης, ενώ για μερικά πολύ μικρά K δεν επιτυγχάνεται για κανένα ύψος.

Παρόμοια συμπεριφορά έγινε αντιληπτή και στην αντοχή της δοκού, όπου για ύψη ελαστικής στήριξης πάνω από το κέντρο βάρους, παρατηρείται οριακή αντοχή δοκού κοντά στη τιμή που θα είχε για το μισό της μήκος. Σε αντίθεση με ό,τι συμβαίνει για πλευρική εξασφάλιση των κόμβων από το κέντρο βάρους και κάτω, όπου οι τιμές της οριακής αντοχής πλησιάζουν τις τιμές της μη εξασφαλισμένης δοκού. Ομοίως και για τις πολύ μικρές δυσκαμψίες, για τις οποίες οι τιμές της αντοχής είναι αισθητά μικρότερες από τις αντίστοιχες των πρότυπων διατομών.

Οι αξονικές δυνάμεις που αναπτύσσονται στα ελατήρια-πλευρικές εξασφαλίσεις, δείχνουν να συγκλίνουν σε κάποιες τιμές ανάλογα με το αν αφορούν πλήρη πλευρική εξασφάλιση (αντισυμμετρικό λυγισμό) ή μερική πλευρική εξασφάλιση (συμμετρικό λυγισμό). Για την πρώτη περίπτωση δοκού διατομής IPE180, η σύγκλιση του ποσοστού της αξονικής του ελατηρίου προς την θλιπτική δύναμη που αναπτύσσεται στο πέλμα λόγω του οριακού φορτίου γίνεται σε μία τιμή γύρω στο 2,7% για την πλήρη πλευρική εξασφάλιση. Αντίθετα, όταν εμφανίζεται συμμετρικός λυγισμός, δηλαδή δεν πετυχαίνουμε πλήρη πλευρική εξασφάλιση, οι τιμές αυτών των ποσοστών τείνουν σε μεγαλύτερες τιμές. Όσον αφορά τη περίπτωση της δοκού με τη μεγαλύτερη διατομή HEB800, η αντίστοιχη τιμή για πλήρη πλευρική εξασφάλιση τείνει περί το 0,47%.

Επομένως, προκύπτει το συμπέρασμα ότι ο εμπειρικός κανόνας που επικρατεί για τη διαστασιολόγηση των συνδέσμων οριζόντιας δυσκαμψίας, που συνιστά τη διαστασιολόγηση τους για αξονική δύναμη ίση με 2% της θλιπτικής δύναμης του πέλματος λόγω οριακού φορτίου, αποτελεί συντηρητικό κανόνα για μεγάλες διατομές δοκών. Αντιθέτως, για τη μικρότερη διατομή IPE180, οι τιμές εμφανίζουν καλή σύγκλιση. Ωστόσο, τα παραπάνω ισχύουν μόνο για τις περιπτώσεις που πετυχαίνουμε πλήρη πλευρική εξασφάλιση, καθώς τα αντίστοιχα ποσοστά που εμφανίζονται στη μερική πλευρική εξασφάλιση ξεπερνούν κατά πολύ τον εμπειρικό κανόνα.

Μετά την προσθήκη του ελάσματος ενίσχυσης, η συνολική συμπεριφορά της δοκού παραμένει ίδια με προηγουμένως για τις διαφορετικές δυσκαμψίες και ύψη εξασφάλισης. Παρόλα αυτά, παρατηρούνται ορισμένες διαφορές. Κατ' αρχάς, από τις εικόνες τάσεων-παραμορφώσεων γίνεται αντιληπτό ότι το έλασμα ενίσχυσης, αναλαμβάνοντας τάσεις μέχρι το όριο διαρροής του, συμβάλλει στην αύξηση της οριακής αντοχής της δοκού. Ο τρόπος αστοχίας, ωστόσο, παραμένει η πλήρης πλαστικοποίηση μιας διατομής κοντά στο μέσο της δοκού. Εν συνεχεία, διαπιστώνεται πως η αύξηση αυτή της οριακής αντοχής πετυχαίνεται μόνο για ελαστική στήριξη των σημείων πάνω από το κέντρο βάρους. Εν αντιθέσει, για πλευρική εξασφάλιση των υπόλοιπων σημείων παρατηρείται σημαντική μείωση της. Το ελαστικό κρίσιμο φορτίο από την άλλη αυξάνεται για όλα τα ύψη εξασφάλισης. Όλες αυτές οι μεταβολές των μεγεθών είναι μεγαλύτερες για τη διατομή IPE180 και μικρότερες για τη HEB800.

Τέλος, οι αξονικές δυνάμεις που αναπτύχθηκαν στη πλευρική εξασφάλιση και επέτυχαν πλήρη πλευρική εξασφάλιση τείνουν σε ποσοστά ελαφρώς μικρότερα από τα αντίστοιχα της δοκού χωρίς έλασμα ενίσχυσης (2,6% και 0,43% για IPE180 και HEB800 αντίστοιχα).

Επομένως, συμπεραίνεται πως η προσθήκη ελάσματος ενίσχυσης βελτιώνει τη συμπεριφορά των δοκών που εξετάστηκαν ως προς όλα τα μεγέθη που μας ενδιαφέρουν, όταν βέβαια η ελαστική στήριξη μας προσφέρει πλήρη πλευρική εξασφάλιση. Όπως και να έχει πάντως, τα παραπάνω συμπεράσματα δε μπορούν να έχουν γενικό χαρακτήρα, καθώς έχει εξεταστεί μικρό δείγμα διατομών, μηκών δοκών και ειδών φόρτισης.

5.4 Σύγκριση απαιτούμενης δυσκαμψίας της πλευρικής εξασφάλισης με τις αναλυτικές λύσεις του N.S. Trahair

Διερευνήθηκε μέσω δοκιμών η απαιτούμενη δυσκαμψία της πλευρικής εξασφάλισης, ώστε να πετύχουμε πλήρη εξασφάλιση για όλα τα ύψη δέσμευσης. Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τη σχέση (2-27) αλλά και το Σχήμα 2-10, βρέθηκαν οι αναλυτικές λύσεις της απαιτούμενης δυσκαμψίας. Έγινε αμέσως εμφανές ότι η σύγκλιση μεταξύ των δύο λύσεων δεν είναι ικανοποιητική. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι αναλυτικές λύσεις του Trahair αναφέρονται σε ένα πολύ συγκεκριμένο μοντέλο δοκού και φόρτισης που είναι απαραίτητη προϋπόθεση για να ισχύουν οι σχέσεις του Κεφαλαίου 2. Επιπρόσθετα, στις αριθμητικές αναλύσεις το ελατήριο που έχει χρησιμοποιηθεί είναι απλό μεταθετικό, χωρίς να έχει κάποια στροφική δυσκαμψία. Μια τέτοια δυσκαμψία είναι απαραίτητη κατά τις αναλυτικές λύσεις του Trahair, έτσι ώστε να απαιτείται μικρότερη μετακινησιακή. Μάλιστα, για δέσμευση κόμβων του κάτω πέλματος δοκιμάστηκαν υπερβολικά μεγάλες δυσκαμψίες που δεν μπόρεσαν να προσφέρουν πλήρη πλευρική εξασφάλιση.

Αντίθετα, καλύτερη σύγκλιση παρατηρήθηκε όταν για την απαιτούμενη δυσκαμψία πλευρικής εξασφάλισης του άνω πέλματος έγινε χρήση της σχέσης $k_T = 16\pi^2 EI_y / L^3$ (Πίνακες 1-3 και 1-4).

Πίνακας 5-1: Σύγκριση αριθμητικής και αναλυτικής λύσης για δέσμευση άνω πέλματος δοκού διατομής IPE180.

H(cm)	K_T (kN/m)	K_{ADINA} (kN/m)	Σύγκλιση
-0.09	267.95	270	0.77%

Πίνακας 5-2: Σύγκριση αριθμητικής και αναλυτικής λύσης για δέσμευση άνω πέλματος δοκού διατομής HEB800.

H(cm)	K_T (kN/m)	K_{ADINA} (kN/m)	Σύγκλιση
0.40	617.64	610	1.24%

6 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΕΙΣ ΠΛΕΥΡΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΔΟΚΩΝ ΜΕ ΠΛΕΥΡΙΚΗ ΕΞΑΣΦΑΛΙΣΗ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΔΟΚΟΥ

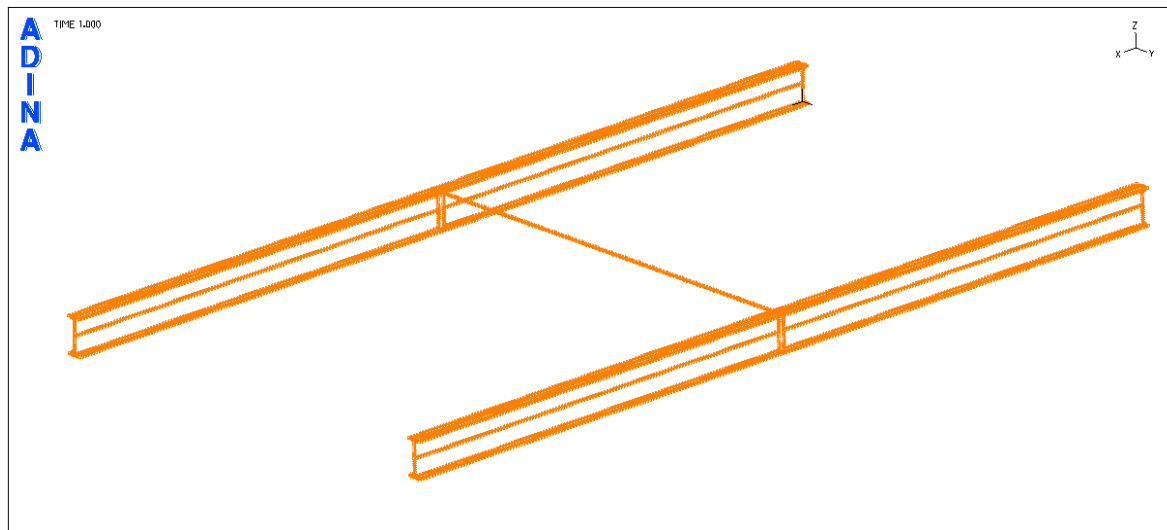
Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα των αριθμητικών αναλύσεων, γραμμικών και μη γραμμικών, για τη περίπτωση δοκού με πλευρική εξασφάλιση, η οποία θα προσομοιωθεί με πεπερασμένο στοιχείο δοκού (beam element). Μέσα από τις αναλύσεις αυτές έγινε προσπάθεια να προσδιοριστούν η επιρροή που έχει στο κρίσιμο φορτίο πλευρικού λυγισμού και στο οριακό φορτίο αντοχής το ύψος και η δυσκαμψία της πλευρικής εξασφάλισης. Επιπλέον, επιχειρήθηκε η εξαγωγή συμπερασμάτων και για τα εντατικά μεγέθη της πλευρικής εξασφάλισης ως μέλος, προκειμένου να καταλήξουμε στην οικονομικότερη διαστασιολόγησή της.

6.1 Μόρφωση φορέα με πλευρική εξασφάλιση

Ο φορέας μας θα αποτελείται από δύο δοκούς και μία πλευρική εξασφάλιση που θα τις ενώνει. Η σύνδεση αυτή θα πραγματοποιείται μέσω ελασμάτων ενίσχυσης του κορμού, όπως παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 5. Η διατομή των δοκών επιλέχθηκε να είναι ίδια με αυτή της δεύτερης περίπτωσης που εξετάστηκε στο Κεφάλαιο 5, δηλαδή HEB800. Η δημιουργία των δοκών έγινε κατά τα γνωστά όπως ειπώθηκε στα Κεφάλαια 4 και 5.

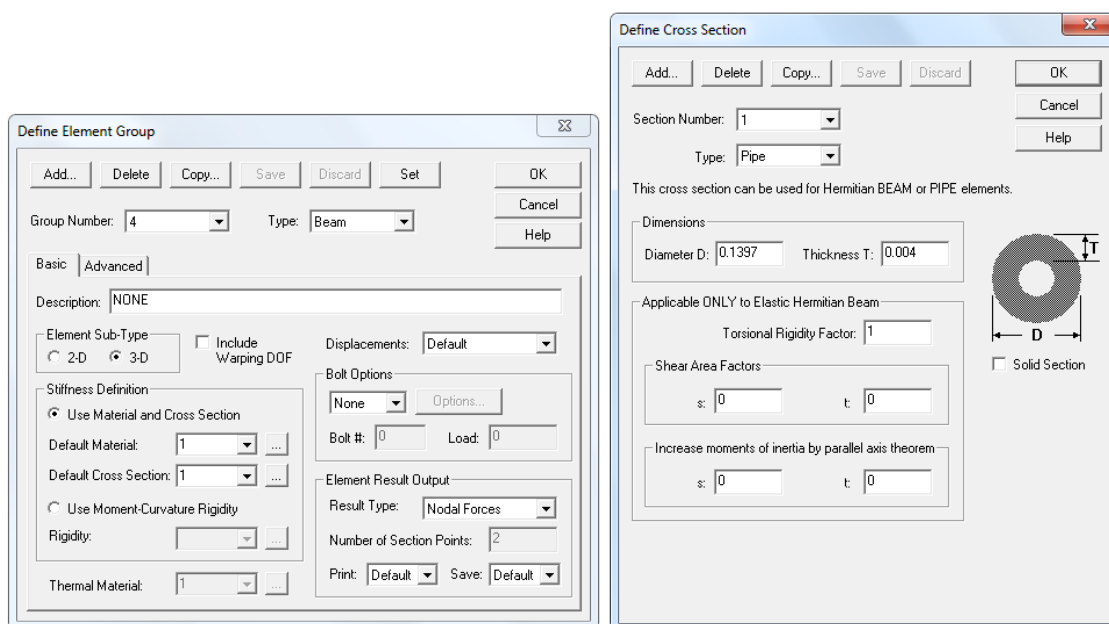
Όσον αφορά την προσομοίωση της πλευρικής εξασφάλισης με beam element, ακολουθήθηκε η παρακάτω διαδικασία:

Βήμα 1^ο: Με χρήση της εντολής **Geometry-> Line-> Define** , αφού έχουμε βέβαια ορίσει τα δύο σημεία που συνδέει η πλευρική εξασφάλιση πάνω στα ελάσματα, ορίζουμε την γραμμή που θα την αποτελεί. Οπότε, το μοντέλο μας έχει την εικόνα που φαίνεται στο Σχήμα 6-1.



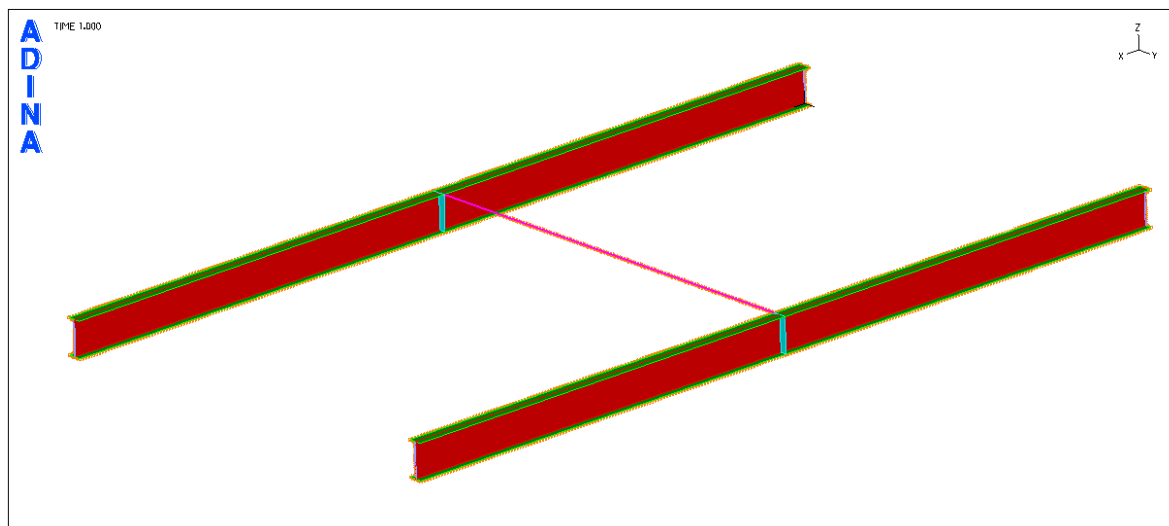
Σχήμα 6-1: Εικόνα φορέα με δύο δοκούς και πλευρική εξασφάλιση.

Βήμα 2°: Ακολουθώντας την εντολή **Meshing-> Element Groups-> Add** και επιλέγοντας στη θέση **Type** την επιλογή **Beam**, δημιουργούμε την κατηγορία πεπερασμένων στοιχείων δοκού. Αξίζει να σημειωθεί ότι στη θέση **Element Result Output** επιλέξαμε **Nodal Forces** ώστε να προκύψουν από την ανάλυση τα εντατικά μεγέθη της πλευρικής εξασφάλισης. Επιπρόσθετα, ορίστηκε η διατομή της πλευρικής εξασφάλισης μέσω της εντολής **Model-> Cross Sections** και επιλέγοντας στη θέση **Type** την επιλογή **Pipe** για διατομή CHS.



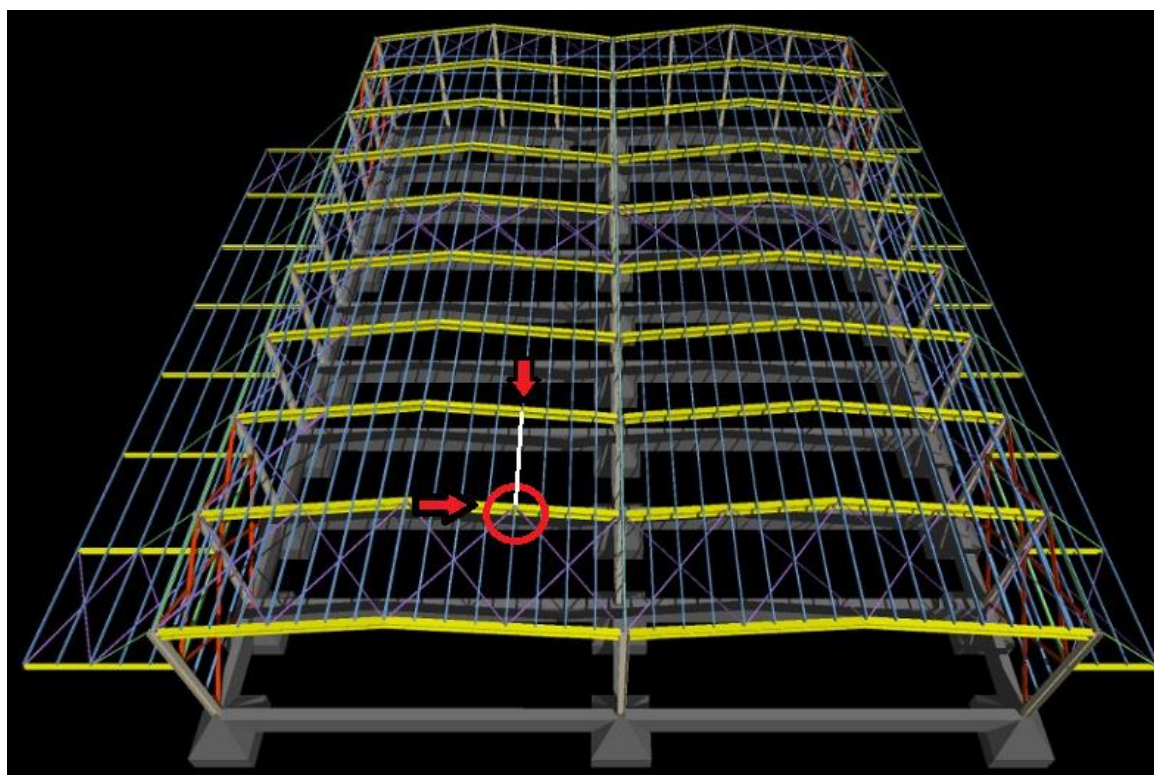
Σχήμα 6-2: Δημιουργία beam element group.

Βήμα 3°: Διακριτοποιούμε τη πλευρική εξασφάλιση σε επαρκή αριθμό πεπερασμένων στοιχείων ακολουθώντας την εντολή **Meshing-> Mesh Density-> Line** όπως έχει δειχθεί και σε προηγούμενα κεφάλαια. Τέλος, μέσω της εντολής **Meshing-> Create Mesh-> Line** και επιλέγοντας στη θέση **Type** την επιλογή **Beam** και ορίζοντας ένα κατάλληλο **Auxiliary Point**, δημιουργούμε το στοιχείο δοκού μας. Επομένως, η τελική εικόνα του φορέα θα είναι η ακόλουθη:

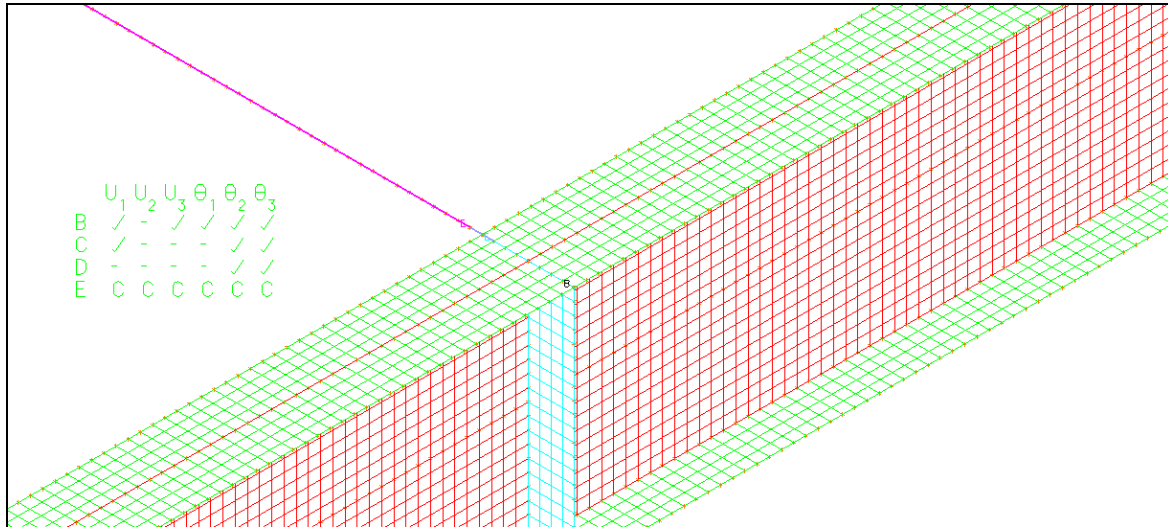


Σχήμα 6-3: Τελική εικόνα διακριτοποιημένου φορέα.

Βήμα 4^ο: Η συνήθης πρακτική στην κατασκευή και τοποθέτηση των οριζόντιων συνδέσμων δυσκαμψίας είναι αυτοί να τοποθετούνται ανά 2 με 3 ανοίγματα (Σχήμα 6-4). Οι χιαστί αυτοί σύνδεσμοι δεσμεύουν τη μετατόπιση κατά Y της γειτονικής δοκού στα σημεία επαφής τους. Επειδή, όμως, όλες οι δοκοί συνδέονται μεταξύ τους με πλευρικές εξασφαλίσεις αυτή η δέσμευση 'περνάει' και στις υπόλοιπες δοκούς. Επομένως, στο μοντέλο μας θα δεσμεύσουμε το σημείο το οποίο θα επηρεαζόταν από τους οριζόντιους συνδέσμους δυσκαμψίας, επιβάλλοντας του μια κύλιση (Σχήμα 6-5). Η κύλιση αυτή θα φροντίσουμε να βρίσκεται πάντα στην ίδια στάθμη με την πλευρική εξασφάλιση.



Σχήμα 6-4: Οριζόντιοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας σε ένα φορέα.



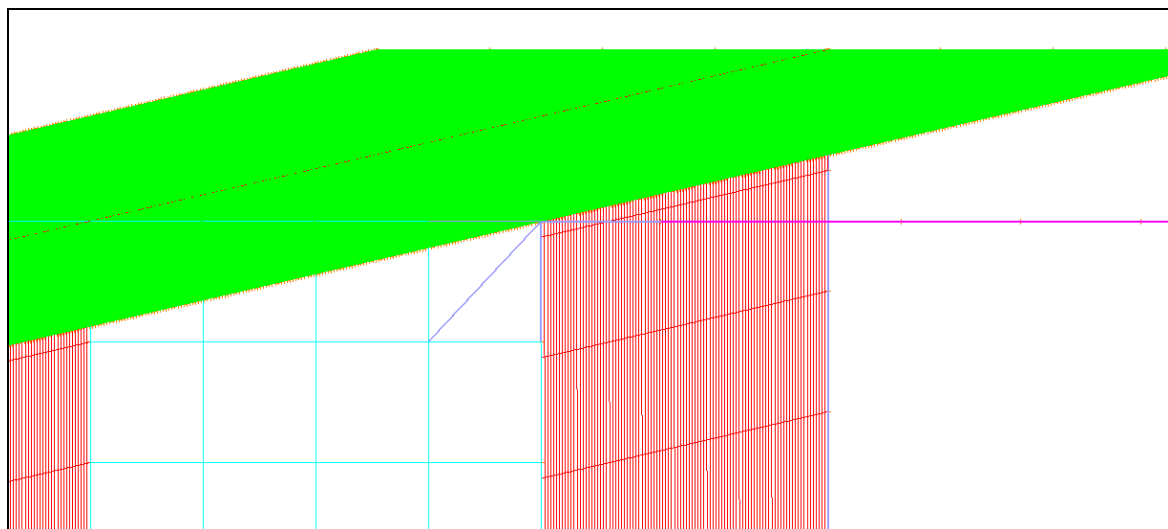
Σχήμα 6-5: Λεπτομέρεια κύλισης για την προσομοίωση της επίδρασης των οριζόντιων συνδέσμων δυσκαμψίας.

Βήμα 5°: Επόμενο σημείο προβληματισμού αποτέλεσε ο τρόπος προσομοίωσης της μονολιθικής σύνδεσης δοκών και πλευρικής εξασφάλισης. Επιλέχθηκε να υλοποιηθεί μέσω 2 **Rigid Links** στα άκρα του beam element, όπως έχουμε δείξει στα προηγούμενα κεφάλαια. Έγινε διερεύνηση, ώστε να βρούμε το βέλτιστο αριθμό σημείων που πρέπει να ομαδοποιηθούν μέσω των Rigid links, τα αποτελέσματα της οποίας παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα 6-1.

Πίνακας 6-1: Έλεγχος επάρκειας αριθμού σημείων των Rigid links.

Αριθμός σημείων	Pcr-1	Pcr-2	Pcr-3
4	46.25	46.56	91.42
6	46.24	46.57	91.42
	99.98%	99.98%	100.00%

Κρίναμε ότι η σύνδεση 4 σημείων σε κάθε άκρο είναι επαρκής. Στο Σχήμα 6-6 που ακολουθεί φαίνεται το Rigid Link που δημιουργήσαμε.



Σχήμα 6-6: Λεπτομέρεια προσομοίωσης μονολιθικής σύνδεσης.

6.2 Υπολογισμός κανονιστικών μεγεθών της δοκού κατά Ευρωκώδικα 3 (EC3)

Υπενθυμίζονται τα κανονιστικά μεγέθη για τη δοκό διατομής HEB800. Κατ' αρχάς, πραγματοποιήθηκε έλεγχος της κατηγορίας της διατομής,

Έλεγχος κορμού για καθαρή κάμψη: $c / t_w = 674 / 17.5 = 38.5 < 72\varepsilon = 72 \rightarrow$ Κατηγορία 1

Έλεγχος πέλματος για θλίψη: $c / t_f = 141.25 / 33 = 4.28 < 9\varepsilon = 9 \rightarrow$ Κατηγορία 1

Επομένως, όλη η διατομή ανήκει στην κατηγορία 1.

Στη συνέχεια, υπολογίσαμε τις κρίσιμες ροπές πλευρικού λυγισμού για μήκη λυγισμού 20m και 10m. Με άλλα λόγια, υπολογίσαμε την κρίσιμη ροπή για πλήρη και καθόλου εξασφάλιση στο μέσο της δοκού. Οπότε, για τα χαρακτηριστικά και τη φόρτιση της δοκού, προέκυψαν οι εξής τιμές:

$$M_{cr}=787,27\text{kNm για } L_{cr}=20\text{m}$$

$$M_{cr}=2215,94\text{kNm για } L_{cr}=10\text{m}$$

Τα αντίστοιχα κρίσιμα φορτία είναι:

$$P_{cr}=15,75\text{kN/m για } L_{cr}=20\text{m}$$

$$P_{cr}=44,32\text{kN/m για } L_{cr}=10\text{m}$$

Στη συνέχεια, υπολογίζεται η ροπή αντοχής της δοκού σε λυγισμό για τα δύο κρίσιμα μήκη, όποτε προκύπτουν οι εξής τιμές:

$$M_{b,Rd}=637,71\text{kNm για } L_{cr}=20\text{m}$$

$$M_{b,Rd}=1372,36\text{kNm για } L_{cr}=10\text{m}$$

Τα αντίστοιχα φορτία αντοχής είναι:

$$P_{b,Rd}=12,75\text{kN/m για } L_{cr}=20\text{m}$$

$$P_{b,Rd}=27,45\text{kN/m για } L_{cr}=10\text{m}$$

Τέλος, βρήκαμε τη ροπή και το φορτίο πλαστικοποίησης της δοκού τα οποία είναι $M_{pl}=2403,82\text{kNm}$ και $P_{pl}=48,08\text{kN/m}$. Παρατηρούμε, ότι η δοκός έχει μήκος για το οποίο ο λυγισμός συμβαίνει σημαντικά νωρίτερα από την πλαστικοποίηση ($\chi_{LT} \approx 0,27$).

Όσον αφορά την πλευρική εξασφάλιση, έγινε έλεγχος της κατηγορίας διατομής για τις πρότυπες CHS 193,7/8, 139,7/4, 101,6/4 και 33,7/4. Για τη δυσμενέστερη 33,7/4 ισχύει:

Διατομή σε κάμψη: $d / t = 33.7 / 4 = 8.425 < 50\varepsilon = 50$

Επομένως, όλες οι διατομές είναι κατηγορίας 1.

Εν συνεχεία, υπολογίσαμε την απομειωμένη αντοχή της πλευρικής εξασφάλισης, ακολουθώντας τις σχετικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3. Για τις τέσσερις επιλεγμένες διατομές έχουμε:

$$\text{CHS } 33,7/4 \rightarrow N_{b,Rd} = 2.94\text{kN} \text{ (0,17\% της θλιπτικής δύναμης στο πέλμα λόγω } P_{b,Rd}\text{-L=10m)}$$

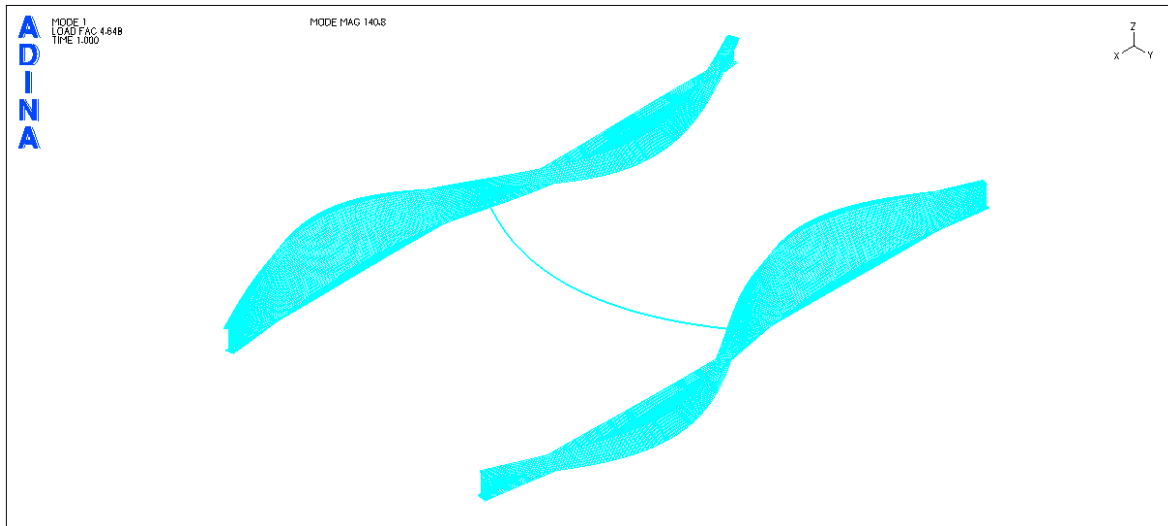
$$\text{CHS } 101,6/4 \rightarrow N_{b,Rd} = 90.16\text{kN} \text{ (5,26\% της θλιπτικής δύναμης στο πέλμα λόγω } P_{b,Rd}\text{-L=10m)}$$

$$\text{CHS } 139,7/4 \rightarrow N_{b,Rd} = 217.16\text{kN} \text{ (12,66\% της θλιπτικής δύναμης στο πέλμα λόγω } P_{b,Rd}\text{-L=10m)}$$

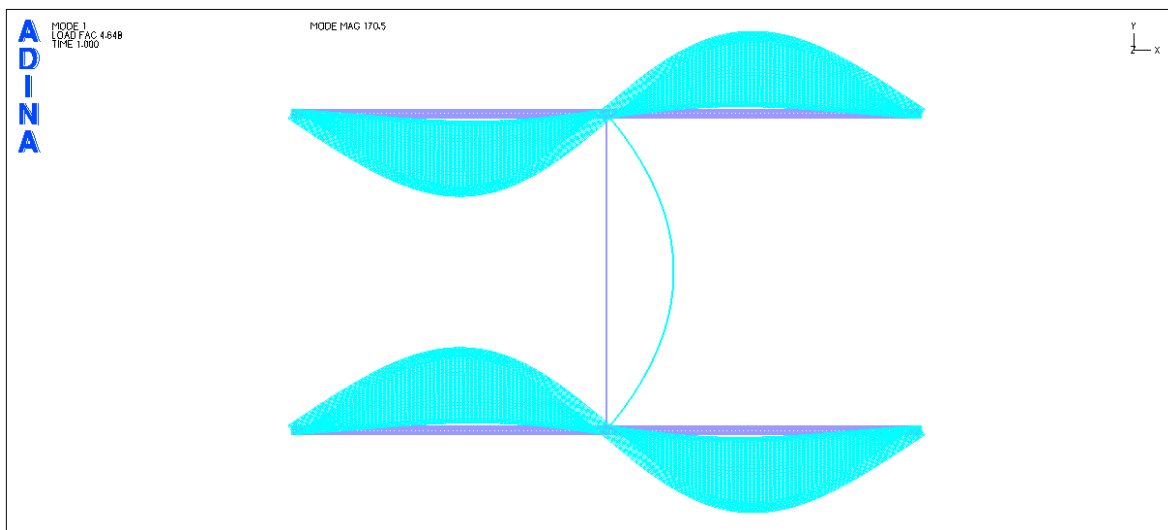
$$\text{CHS } 193,7/8 \rightarrow N_{b,Rd} = 830.41\text{kN} \text{ (48,42\% της θλιπτικής δύναμης στο πέλμα λόγω } P_{b,Rd}\text{-L=10m)}$$

6.3 Αποτελέσματα αριθμητικών αναλύσεων

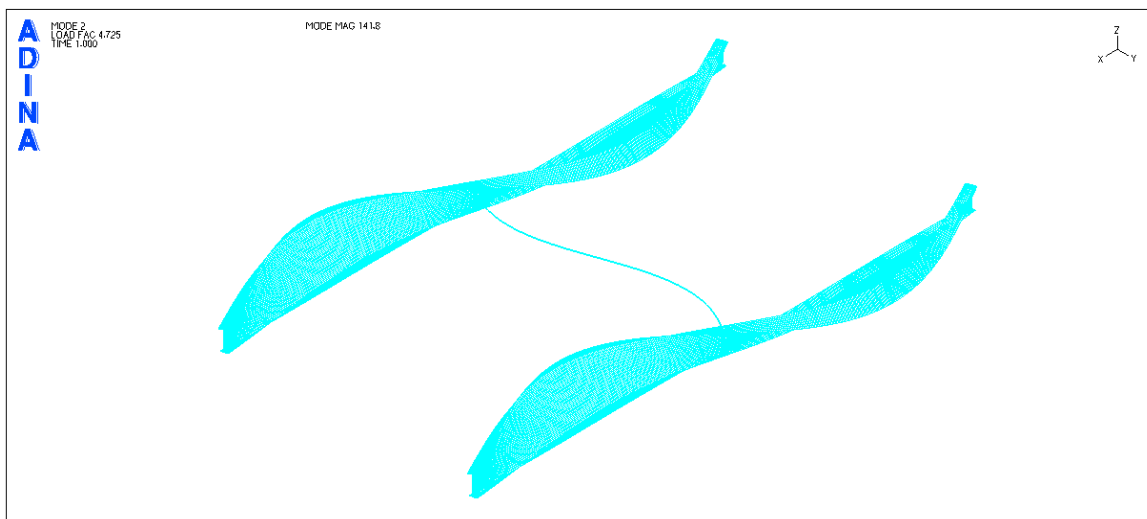
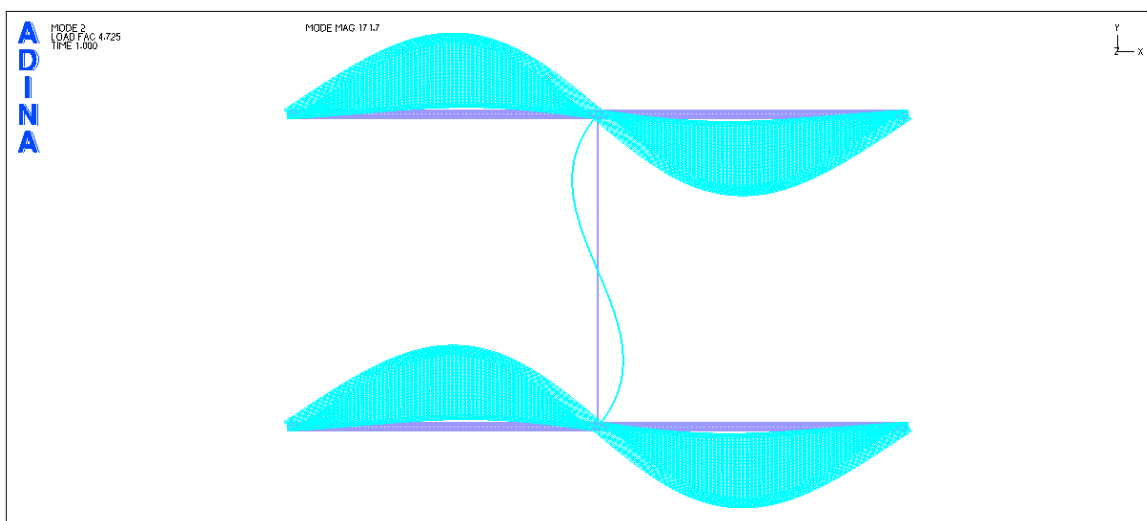
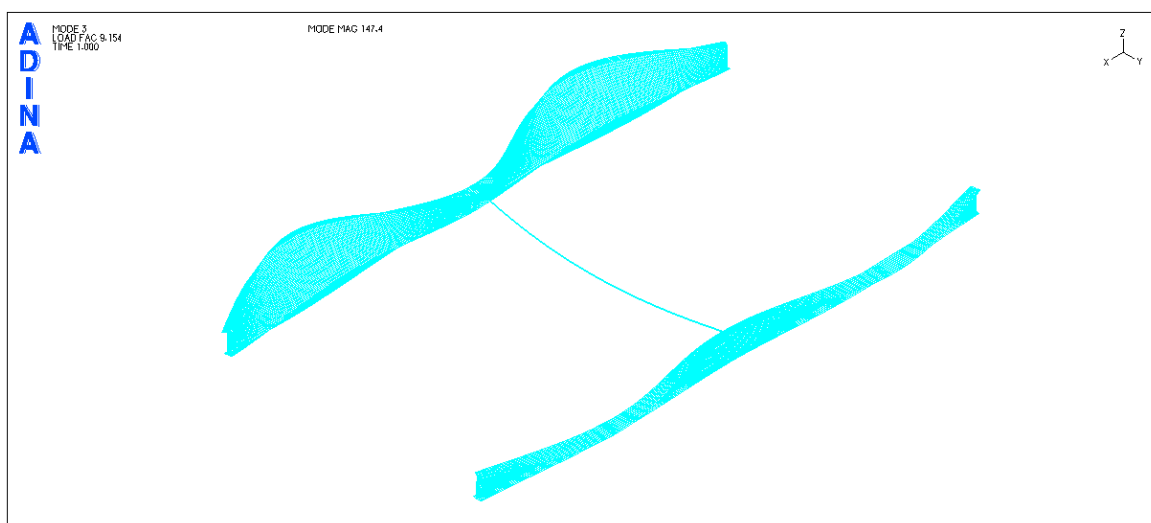
Οι αναλύσεις ξεκίνησαν για πλευρική εξασφάλιση διατομής CHS 139,7/4 και για ύψος εξασφάλισης το άνω πέλμα. Από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού προέκυψαν οι εξής πρώτες ιδιομορφές:

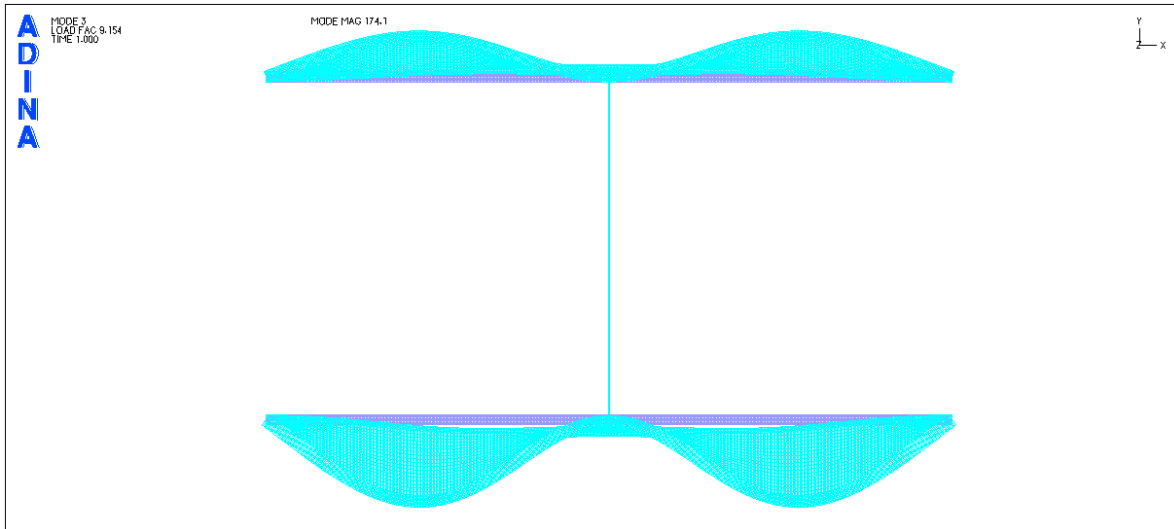


Σχήμα 6-7: 1^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (προοπτικό).



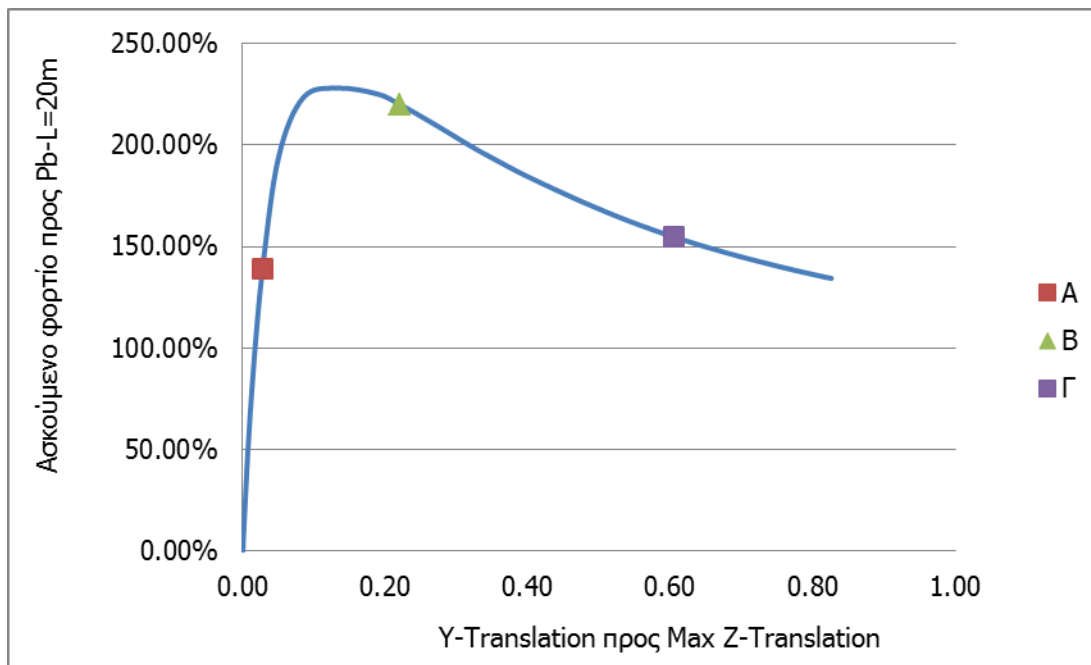
Σχήμα 6-8: 1^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (κάτοψη).

Σχήμα 6-9: 2^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (προοπτικό).Σχήμα 6-10: 2^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (κάτοψη).Σχήμα 6-11: 3^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (προοπτικό).

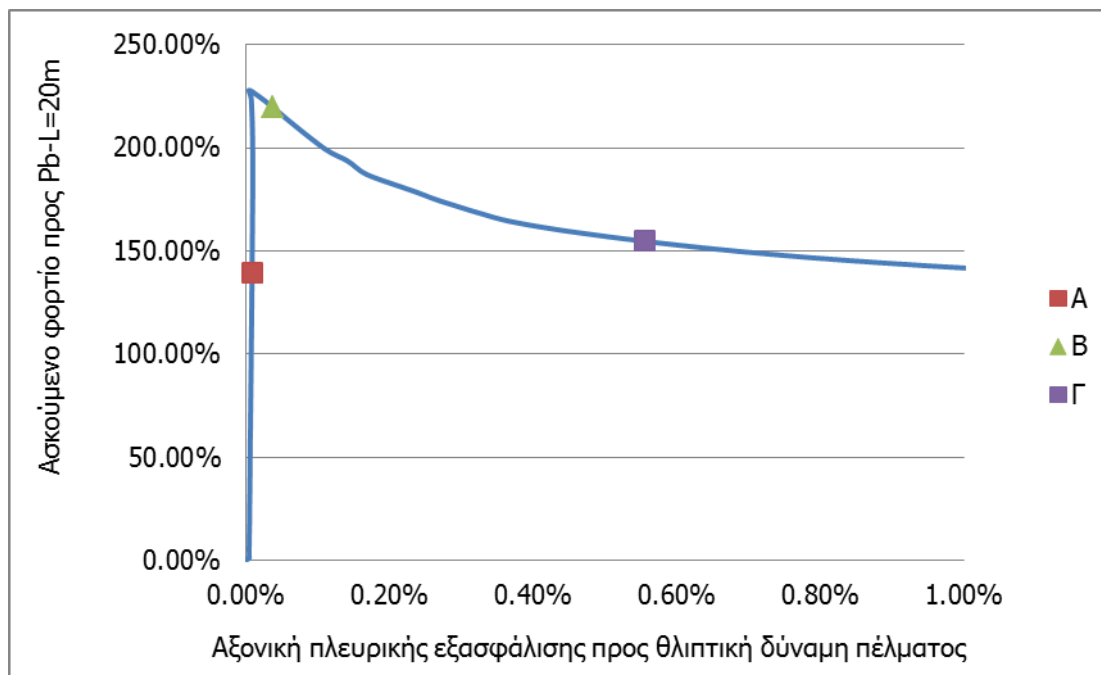


Σχήμα 6-12: 3^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (κάτοψη).

Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκε μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού, ώστε να έχουμε σαφέστερη εικόνα της συμπεριφοράς του φορέα. Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε ήταν χάλυβας S235 χωρίς κράτυνση, ενώ το σχήμα αρχικών ατελειών δόθηκε με βάση την πρώτη ιδιομορφή λυγισμού. Το μέγεθος της ατέλειας προέκυψε από τη σχέση (3-21), με τη διαφορά ότι πλέον τα στηριζόμενα μέλη είναι 2 ($m=2$). Άρα, η τιμή της ατέλειας είναι ίση με $e=3,5\text{cm}$ και δόθηκε στο κόμβο με τη μεγαλύτερη πλευρική εκτροπή. Αυτός ο κόμβος θεωρήθηκε και κόμβος αναφοράς. Στα Σχήματα 6-13 και 6-14 που ακολουθούν παρουσιάζονται δύο δρόμοι ισορροπίας του φορέα.



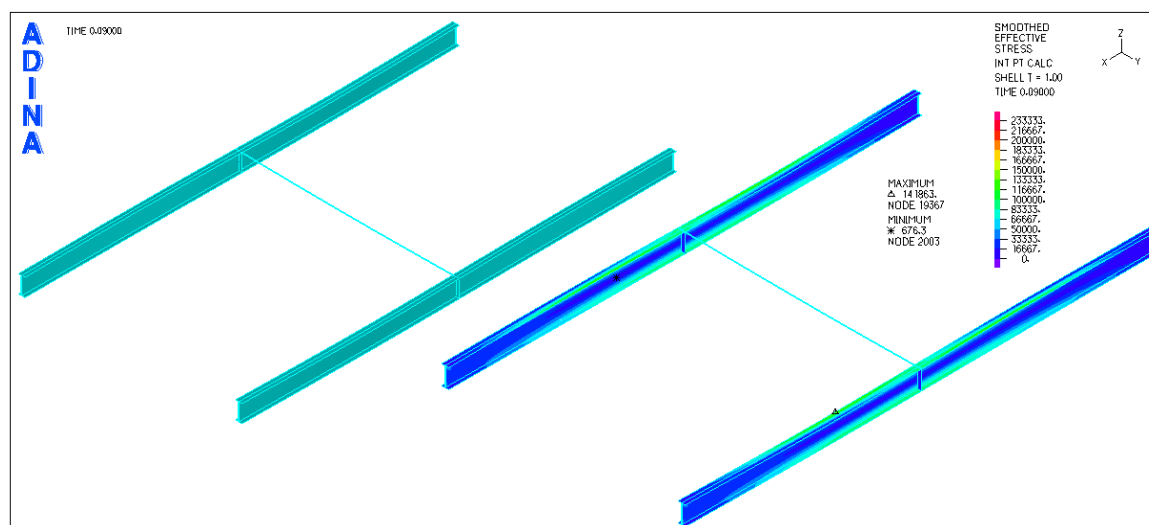
Σχήμα 6-13: Δρόμος ισορροπίας λόγω φορτίου προς αντοχή για $L=20\text{m}$ -λόγου Y μετατόπισης προς μέγιστη Z μετατόπιση (Τύπος 1).



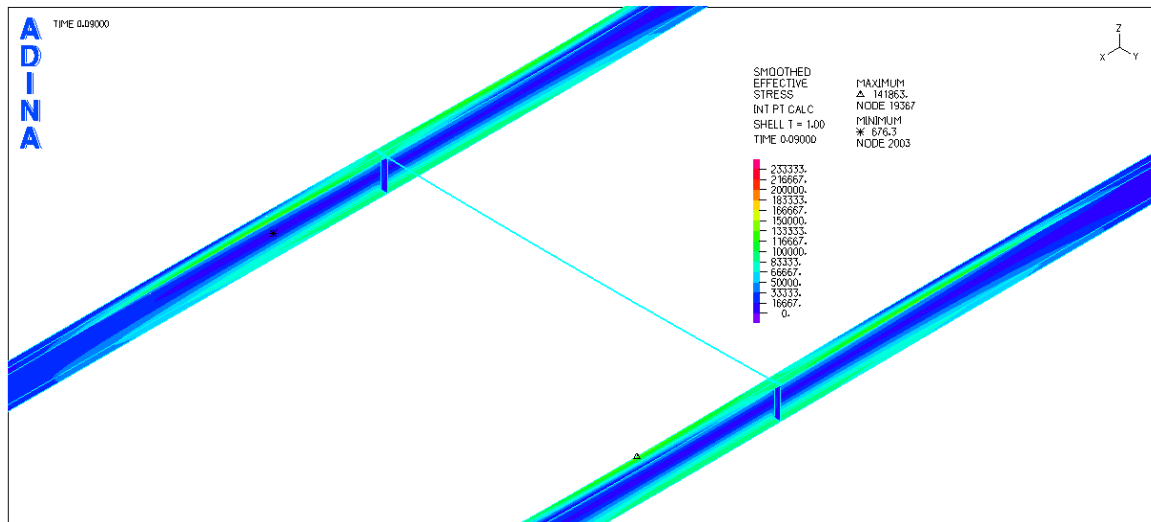
Σχήμα 6-14: Δρόμος ισορροπίας λόγου φορτίου προς αντοχή για $L=20m$ -λόγου αξονικής δύναμης πλευρικής εξασφάλισης προς θλιπτική πέλματος δοκού (Τύπος 2).

Γίνεται αντιληπτό πως στους παραπάνω δρόμους ισορροπίας έγινε χρήση ανηγμένων μεγεθών. Αυτό συνέβη ώστε τα αποτελέσματα μας να αποκτήσουν μεγαλύτερη γενικότητα.

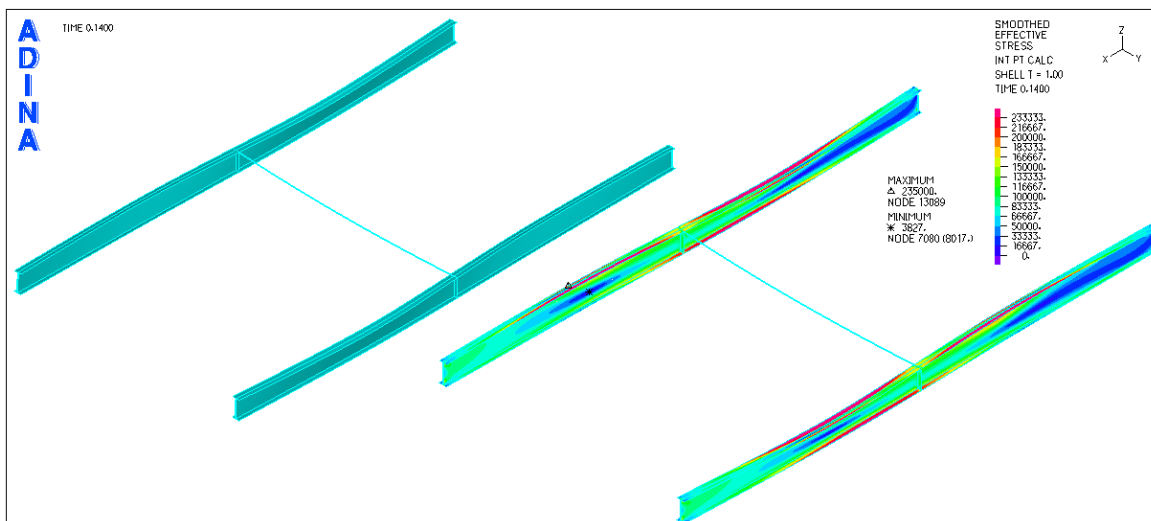
Στα Σχήματα 6-15 με 6-20 παρουσιάζονται εικόνες τάσεων- παραμορφώσεων για τα χαρακτηριστικά σημεία που φαίνονται στο δρόμο ισορροπίας του σχήματος 6-13.



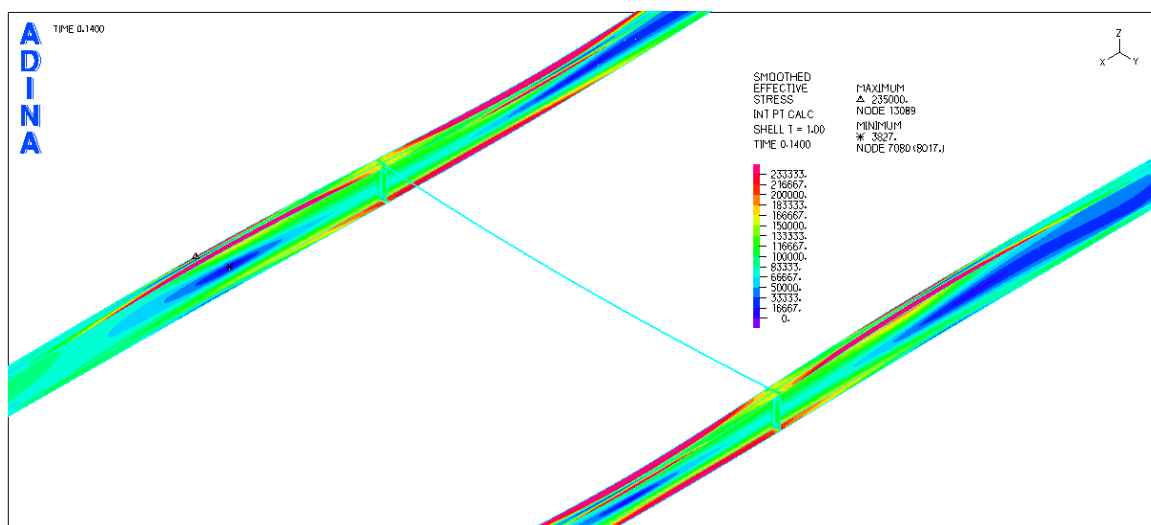
Σχήμα 6-15: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το χαρακτηριστικό σημείο A (προοπτικό).



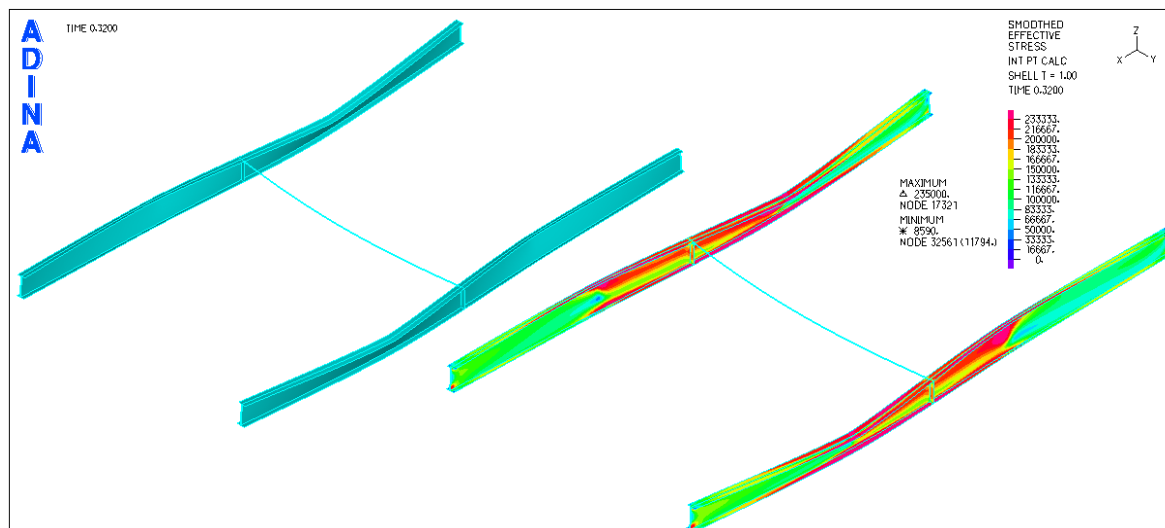
Σχήμα 6-16: Εικόνα τάσεων Von Mises για το χαρακτηριστικό σημείο A (λεπτομέρεια).



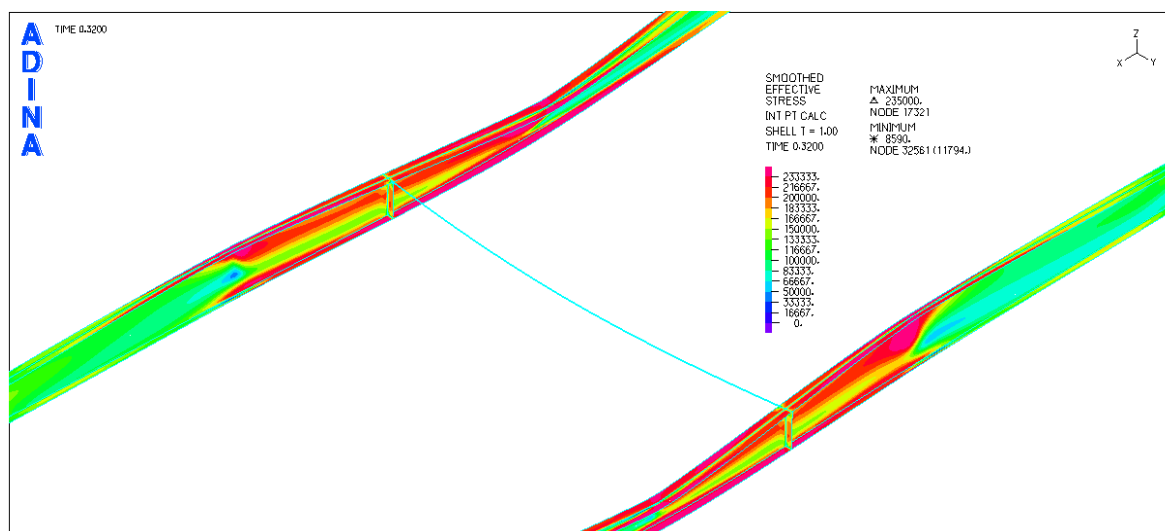
Σχήμα 6-17: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το χαρακτηριστικό σημείο B (προοπτικό).



Σχήμα 6-18: Εικόνα τάσεων Von Mises για το χαρακτηριστικό σημείο B (λεπτομέρεια).



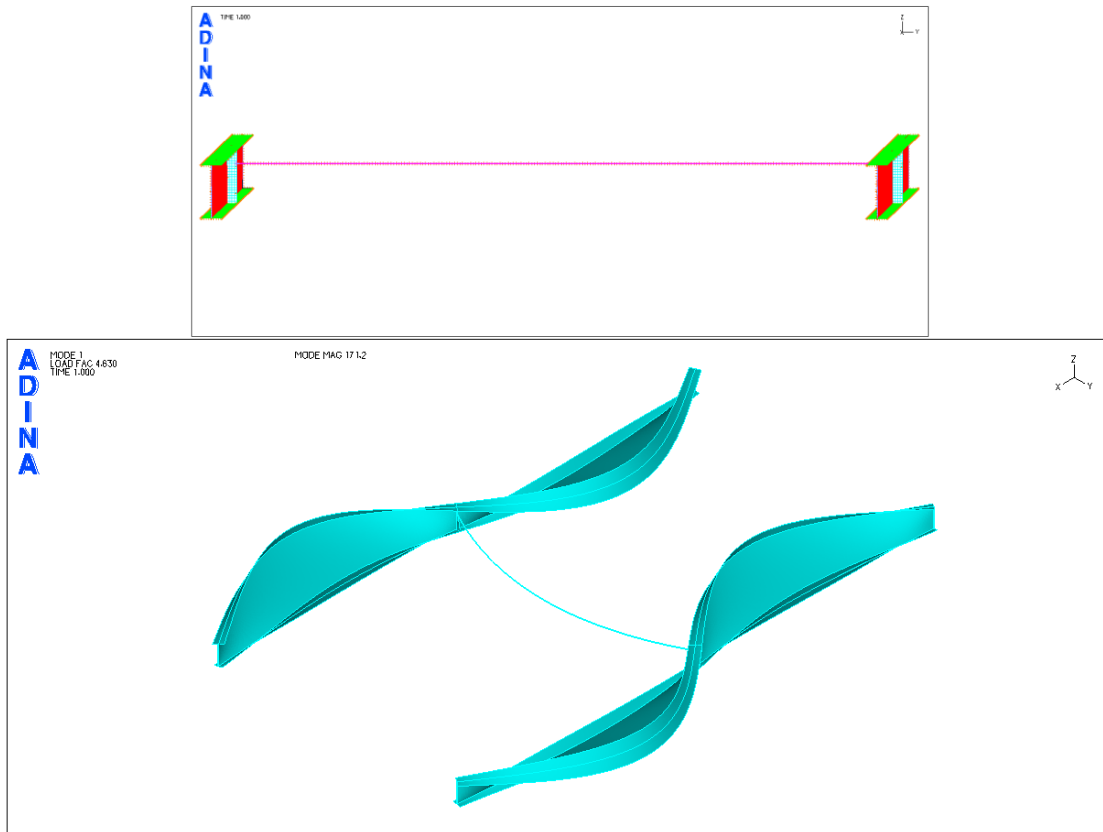
Σχήμα 6-19: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το χαρακτηριστικό σημείο Γ (προοπτικό).



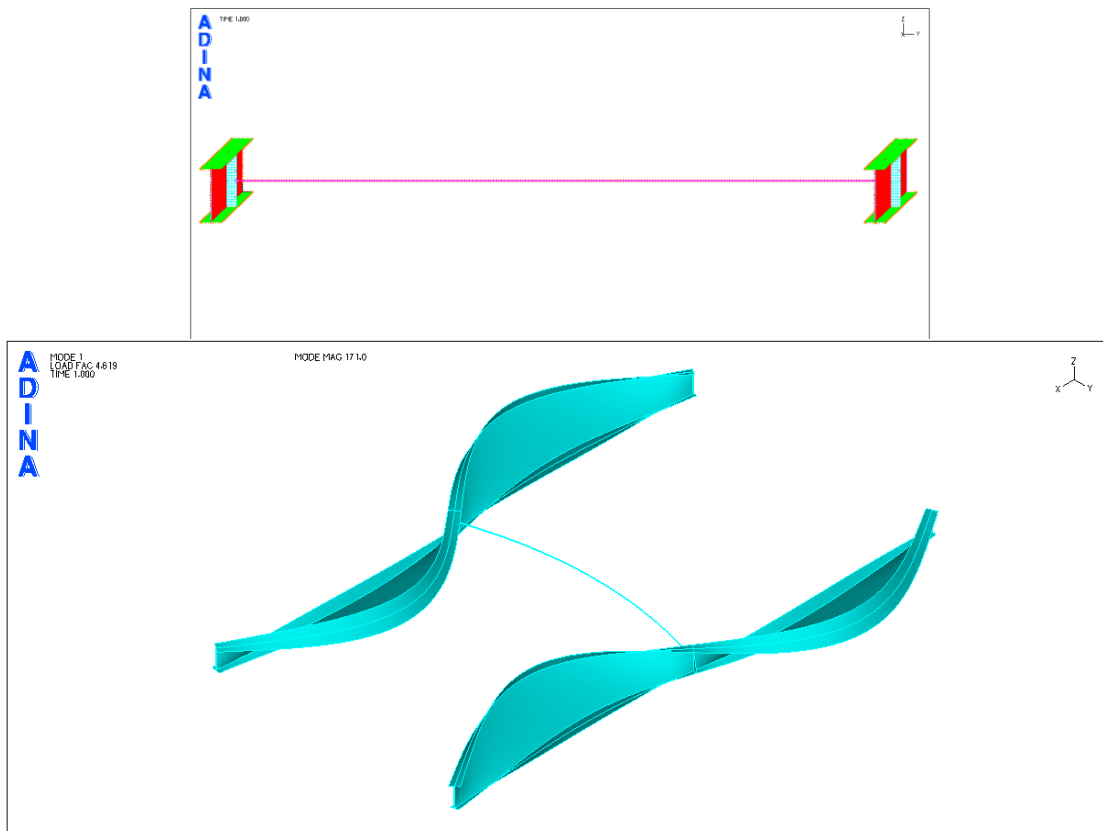
Σχήμα 6-20: Εικόνα τάσεων Von Mises για το χαρακτηριστικό σημείο Γ (λεπτομέρεια).

Το σημείο A βρίσκεται στην ελαστική περιοχή, με μικρές τιμές τάσεων και παραμορφώσεων. Αντιθέτως, στο σημείο B έχει επέλθει ο λυγισμός, ενώ και μερικά σημεία των δοκών έχουν φτάσει το όριο διαρροής τους. Τέλος, το σημείο Γ ανήκει στο καθοδικό κλάδο, όπου περισσότερες περιοχές έχουν πλέον διαρρεύσει και οι παραμορφώσεις είναι πολύ μεγαλύτερες.

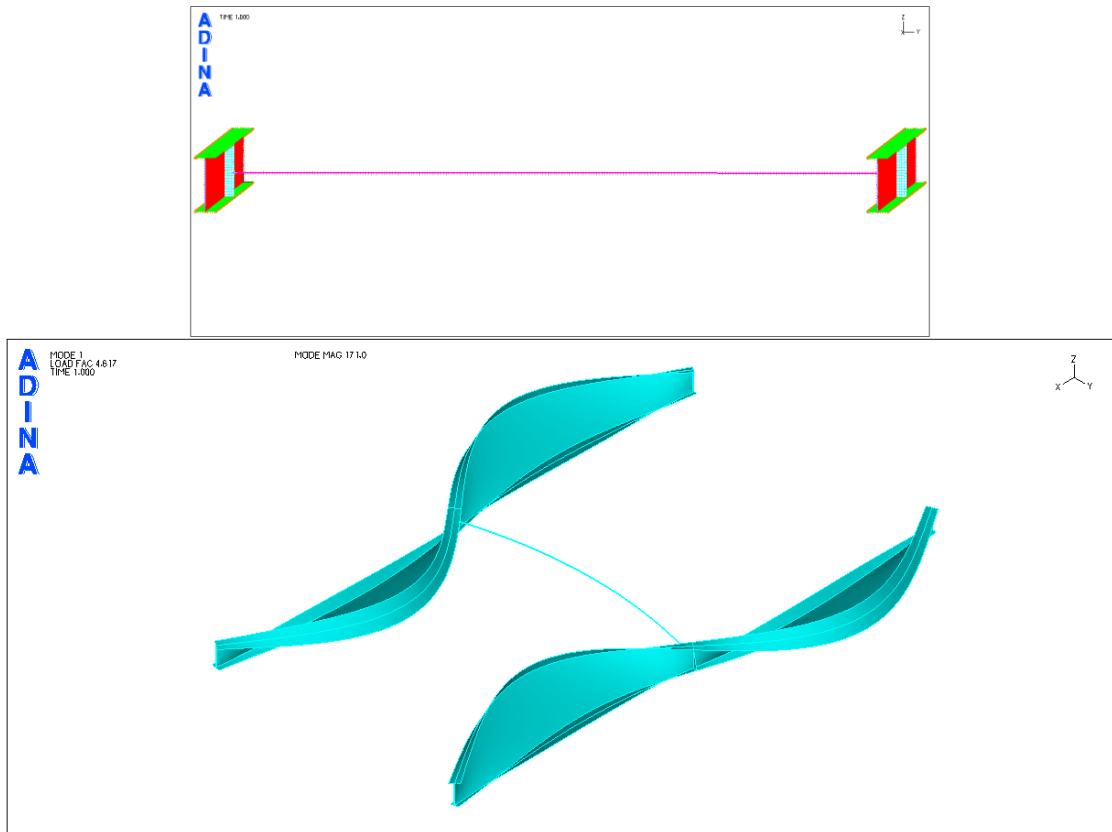
Οι αναλύσεις συνεχίστηκαν κατεβάζοντας την πλευρική εξασφάλιση σταδιακά προς το κάτω πέλμα. Στα σχήματα 6-21 έως 6-25 φαίνονται οι πρώτες ιδιομορφές που προέκυψαν για μερικά από τα ύψη εξασφάλισης.



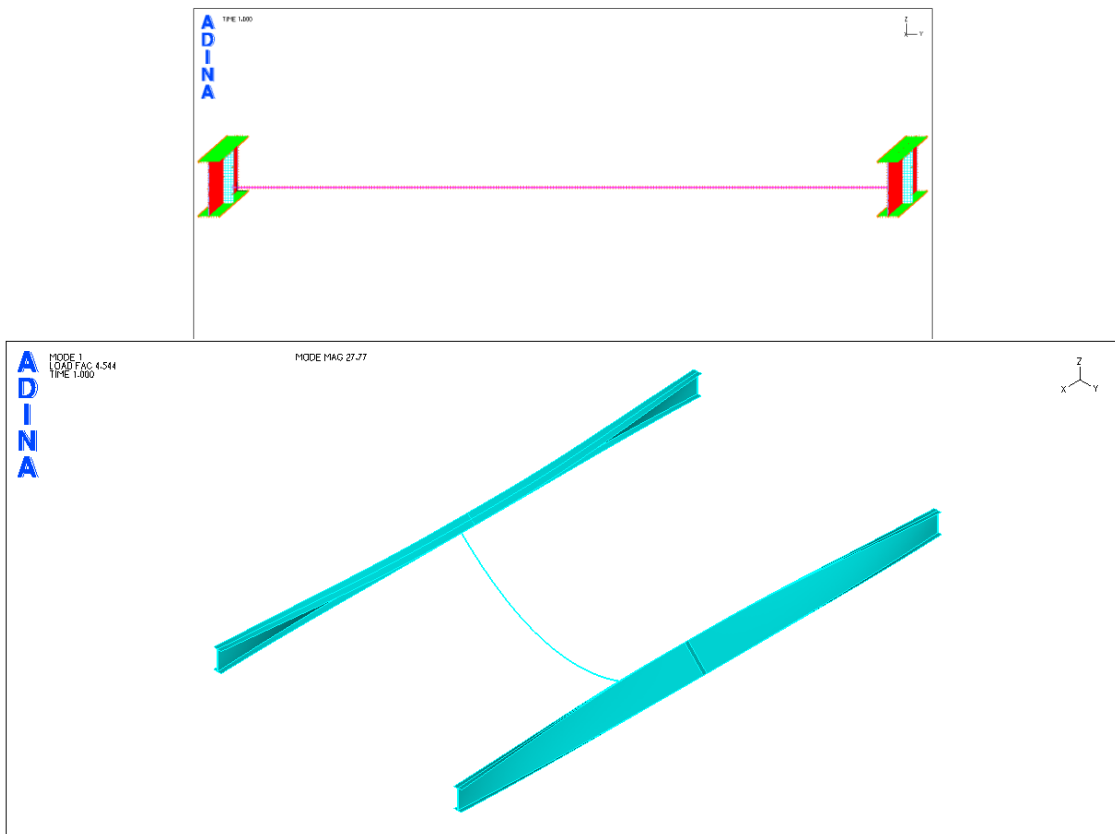
Σχήμα 6-21: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για πλευρική εξασφάλιση σε ύψος 0,20m από το μέσο.



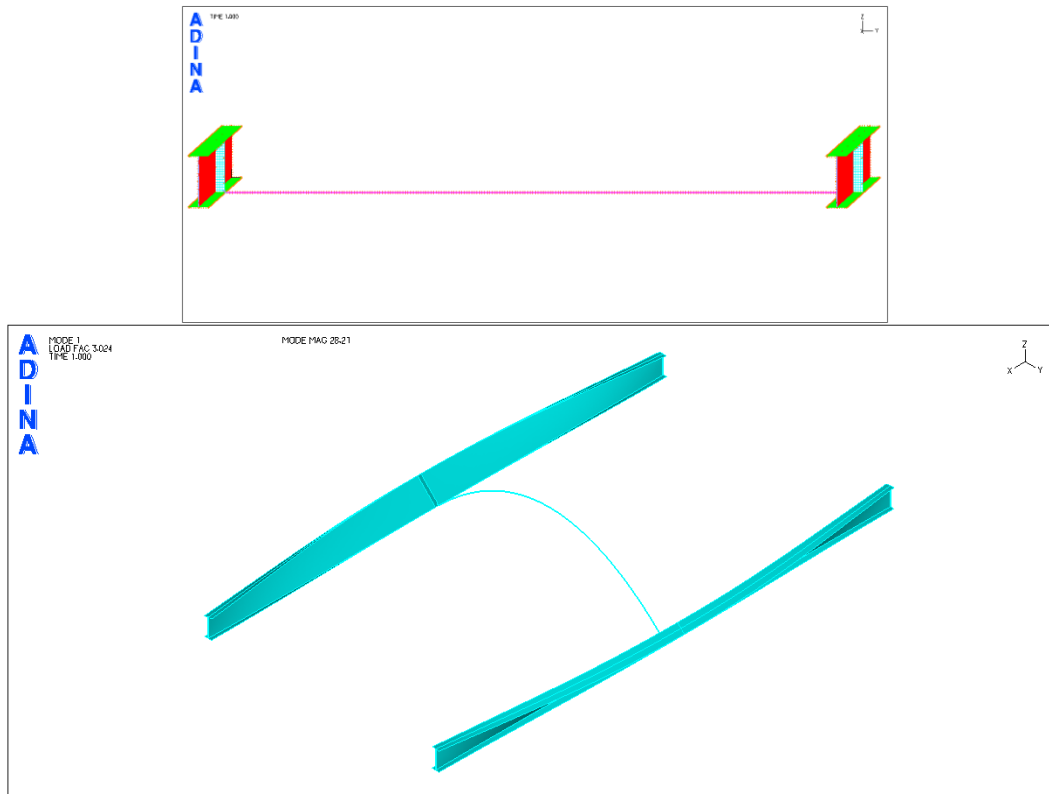
Σχήμα 6-22: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για πλευρική εξασφάλιση στο μέσο.



Σχήμα 6-23: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για πλευρική εξασφάλιση σε ύψος $-0,04\text{m}$ από το μέσο.

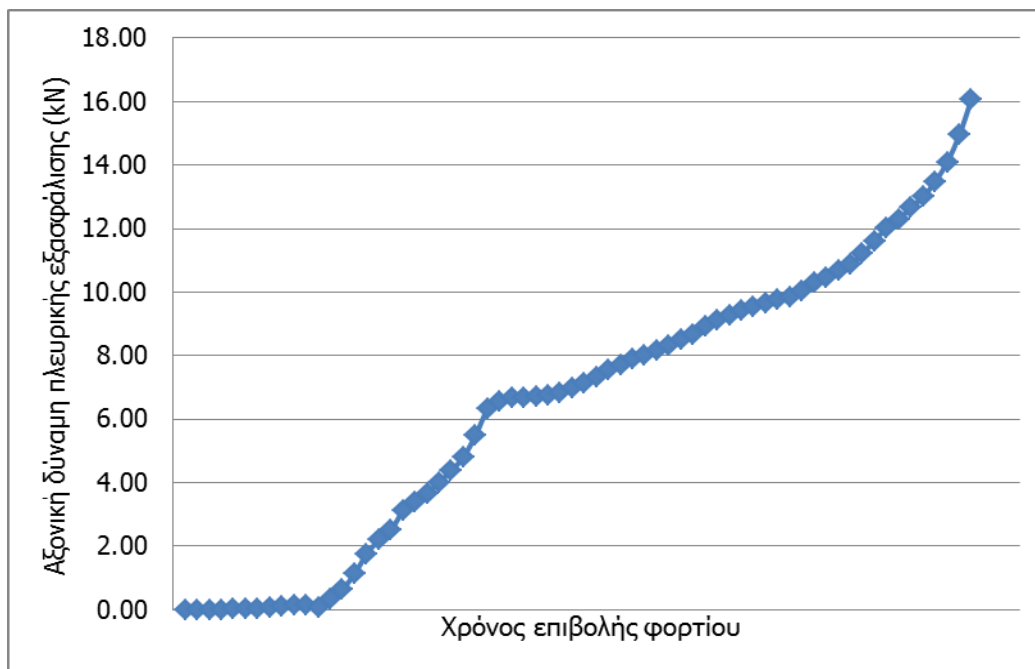


Σχήμα 6-24: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για πλευρική εξασφάλιση σε ύψος $-0,16\text{m}$ από το μέσο.

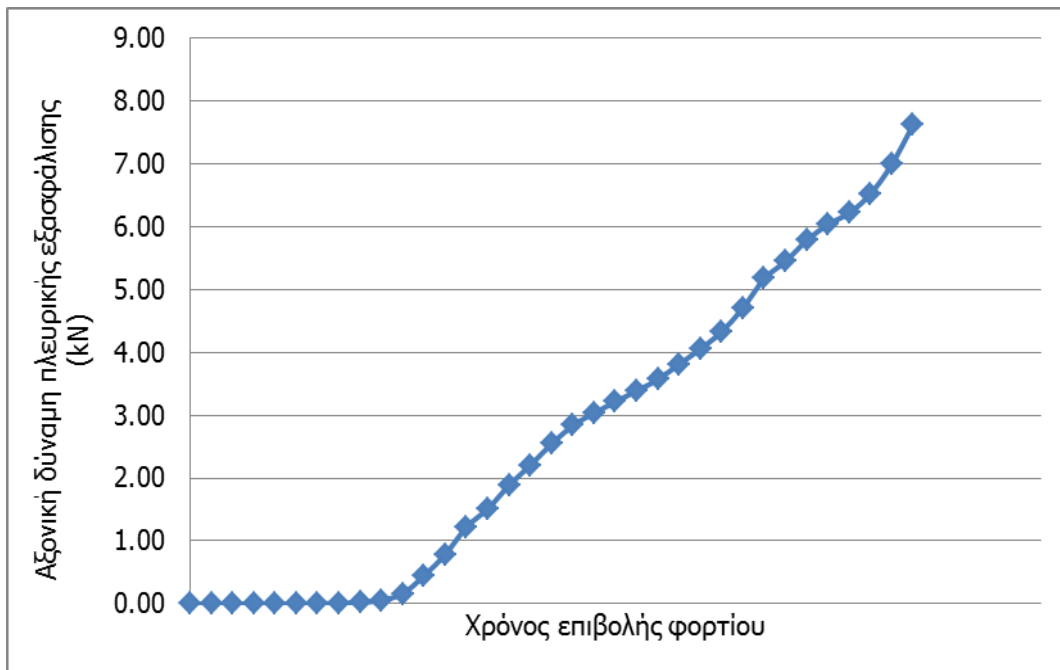


Σχήμα 6-25: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για πλευρική εξασφάλιση σε ύψος στο κάτω πέλαμα.

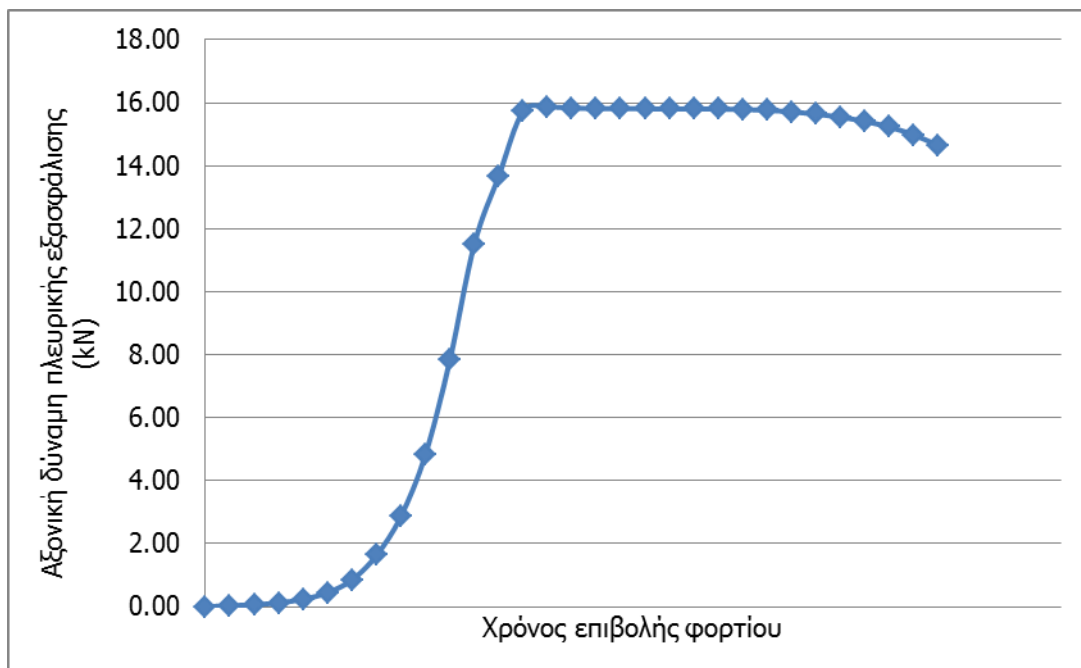
Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει και η χρονική εξέλιξη της αξονικής δύναμης που αναπτύσσεται στη πλευρική εξασφάλιση. Τα διαγράμματα που ακολουθούν παρουσιάζουν αυτήν την εξέλιξη για μερικά ύψη εξασφάλισης.

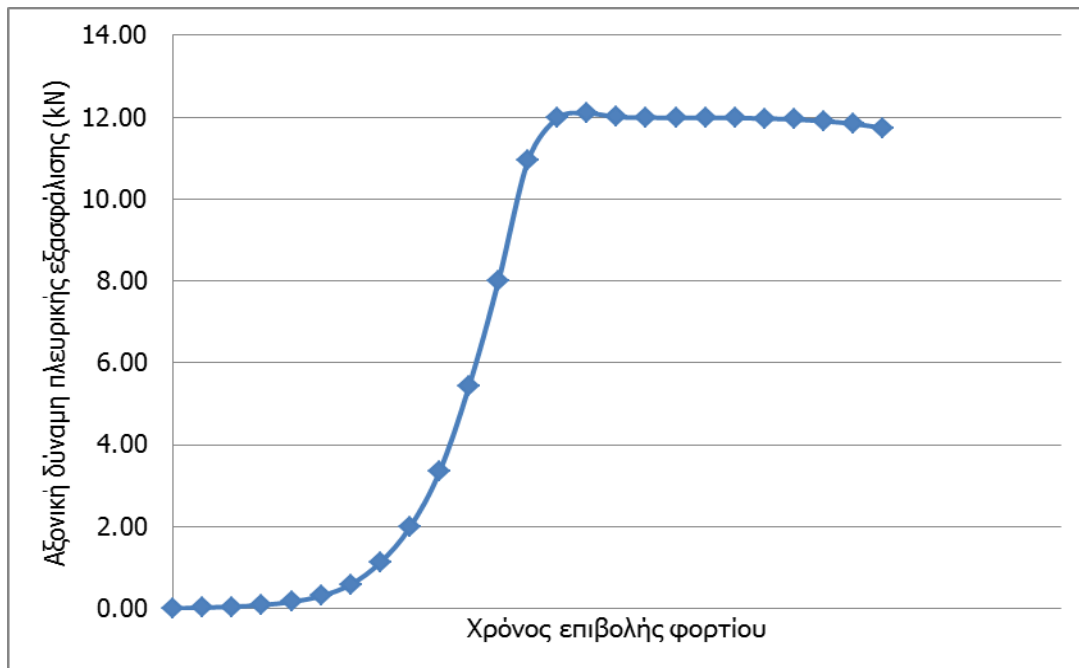


Σχήμα 6-26: Χρονική εξέλιξη αξονικής δύναμης πλευρικής εξασφάλισης για εξασφάλιση του άνω πέλατος (αντισυμμετρικός λυγισμός).



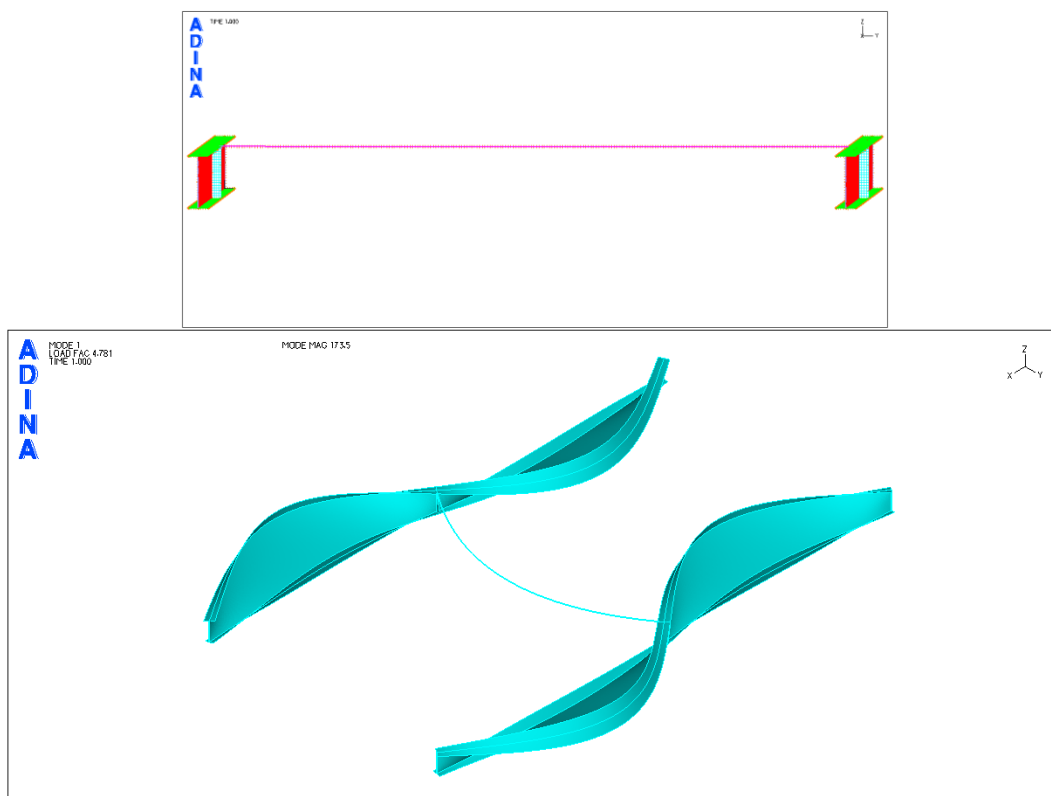
Σχήμα 6-27: Χρονική εξέλιξη αξονικής δύναμης πλευρικής εξασφάλισης για εξασφάλιση του μέσου (αντισυμμετρικός λυγισμός).



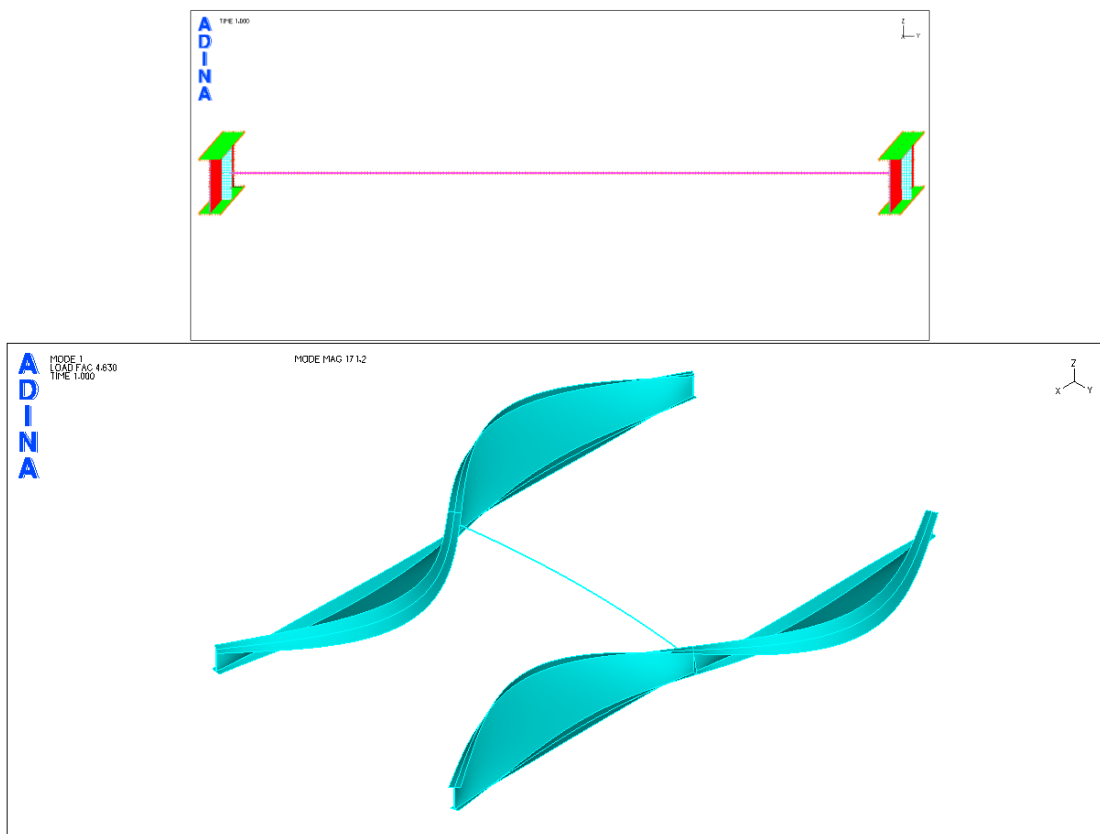


Σχήμα 6-29: Χρονική εξέλιξη αξονικής δύναμης πλευρικής εξασφάλισης για εξασφάλιση στο κάτω πέλμα (συμμετρικός λυγισμός).

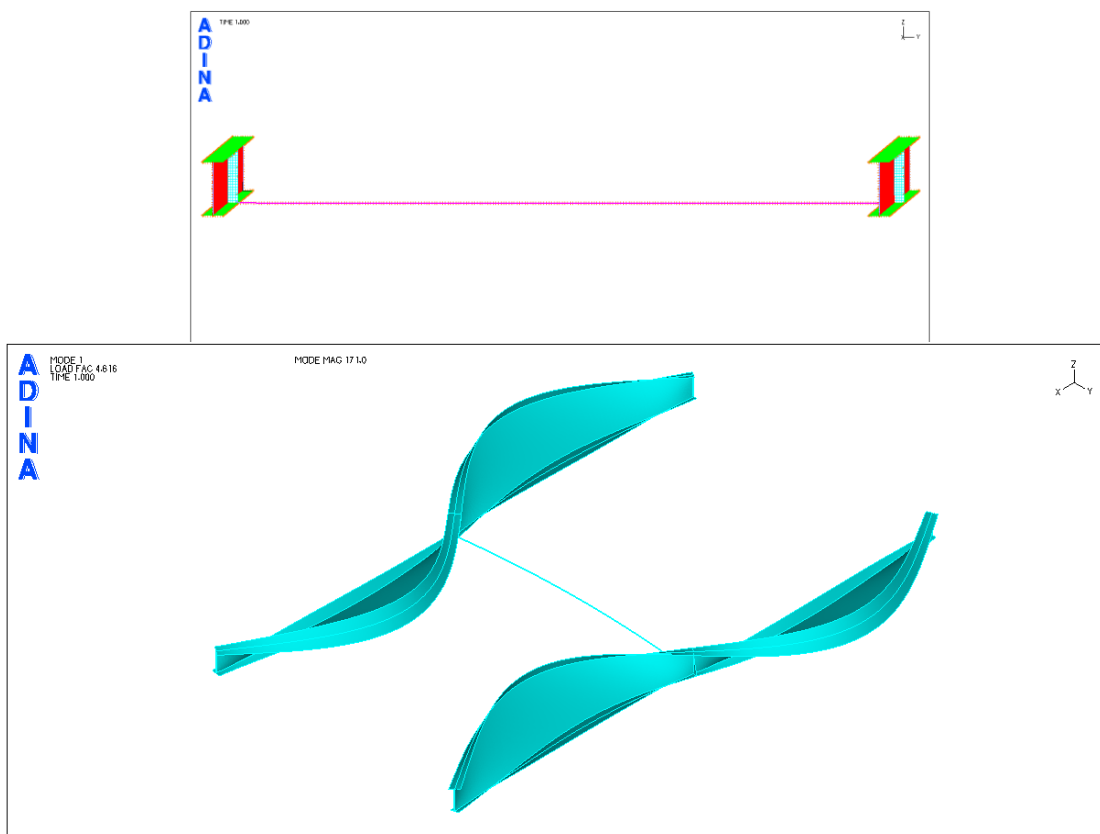
Ακολουθήσαμε την ίδια διαδικασία και για άλλες διατομές της πλευρικής εξασφάλισης της σειράς CHS. Στα σχήματα 6-30 έως 6-40 που ακολουθούν φαίνονται για κάποια από τα ύψη εξασφάλισης οι πρώτες ιδιομορφές που προέκυψαν.



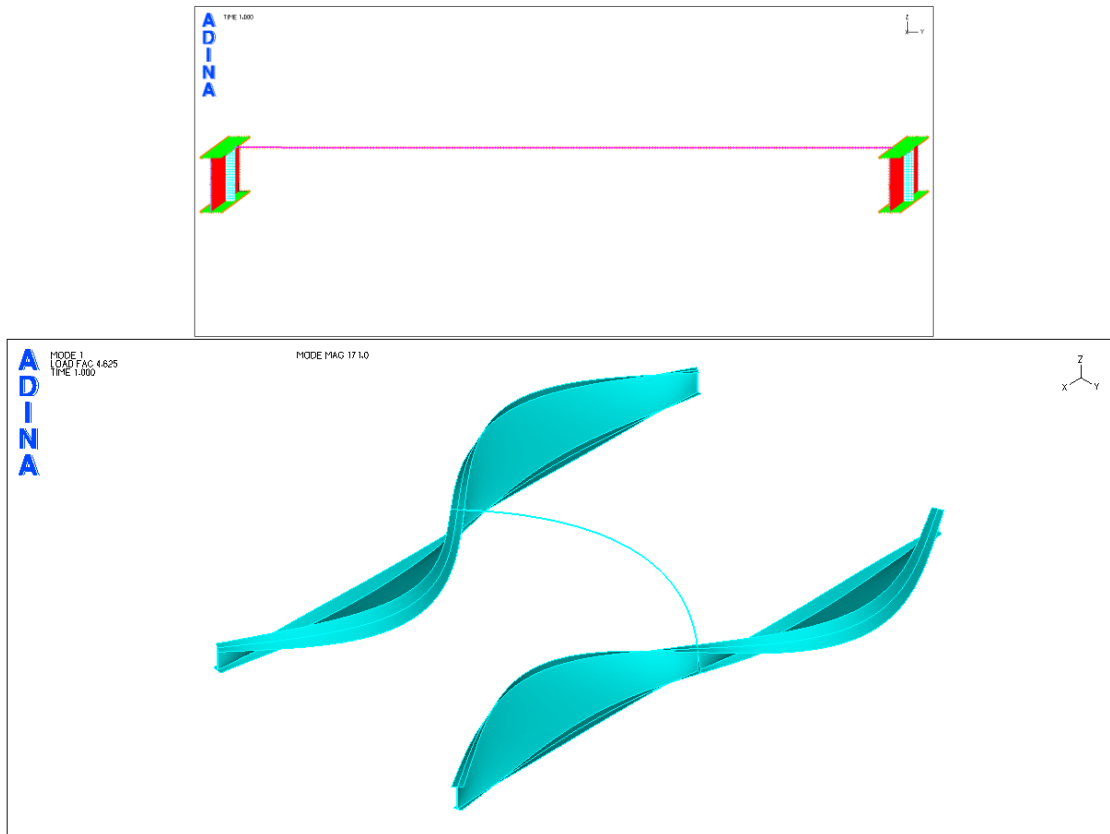
Σχήμα 6-30: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για πλευρική εξασφάλιση CHS 193,7/8 στο άνω πέλμα.



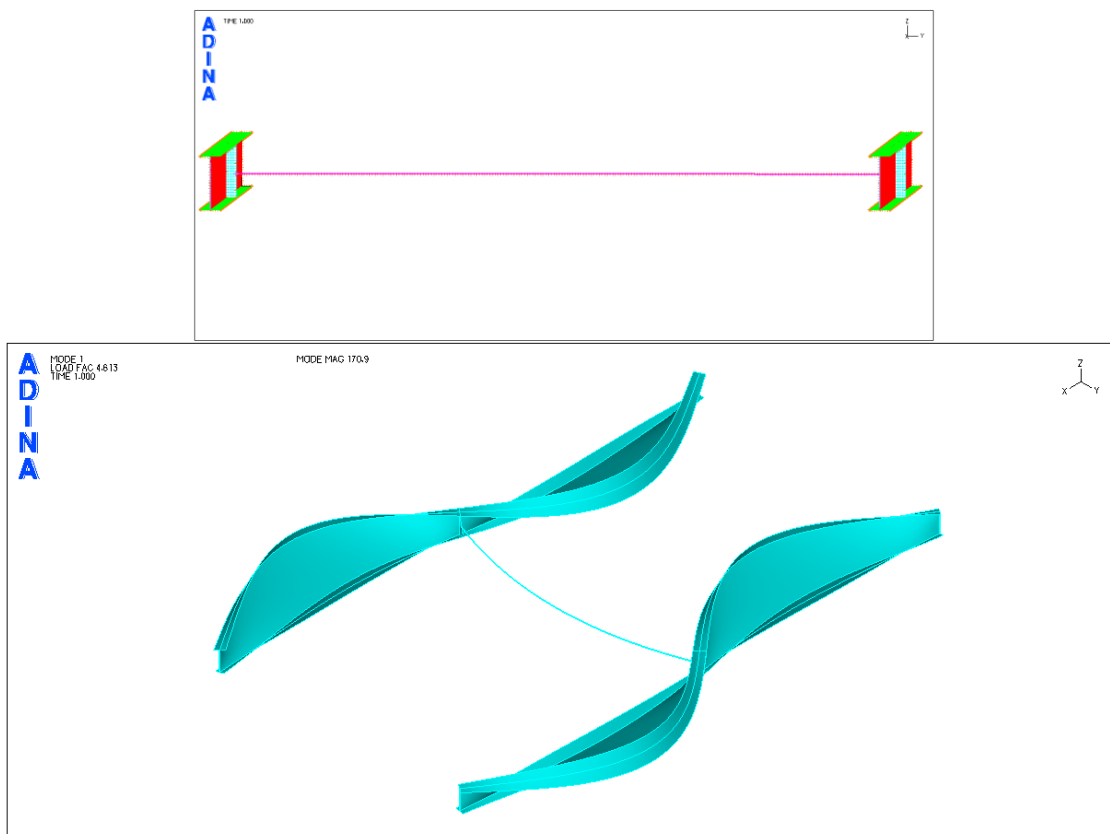
Σχήμα 6-31: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για πλευρική εξασφάλιση CHS 193,7/8 στο μέσο.



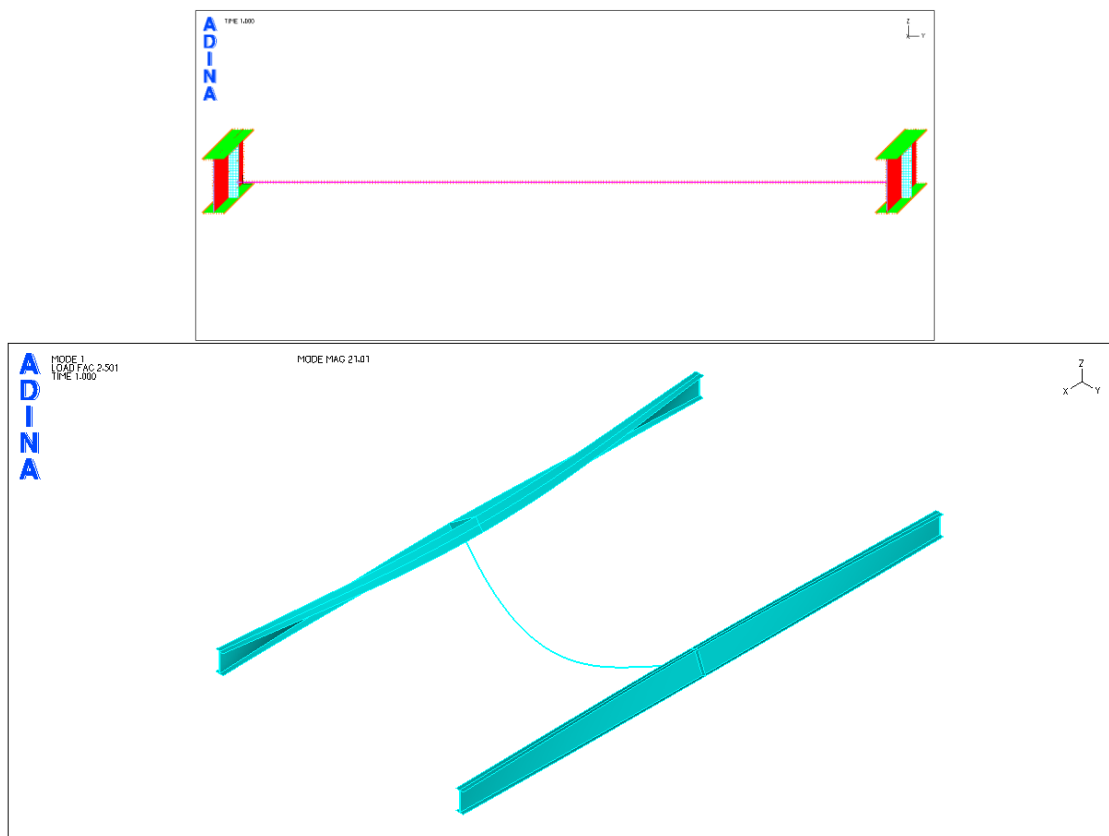
Σχήμα 6-32: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για πλευρική εξασφάλιση CHS 193,7/8 στο κάτω πέλαμα.



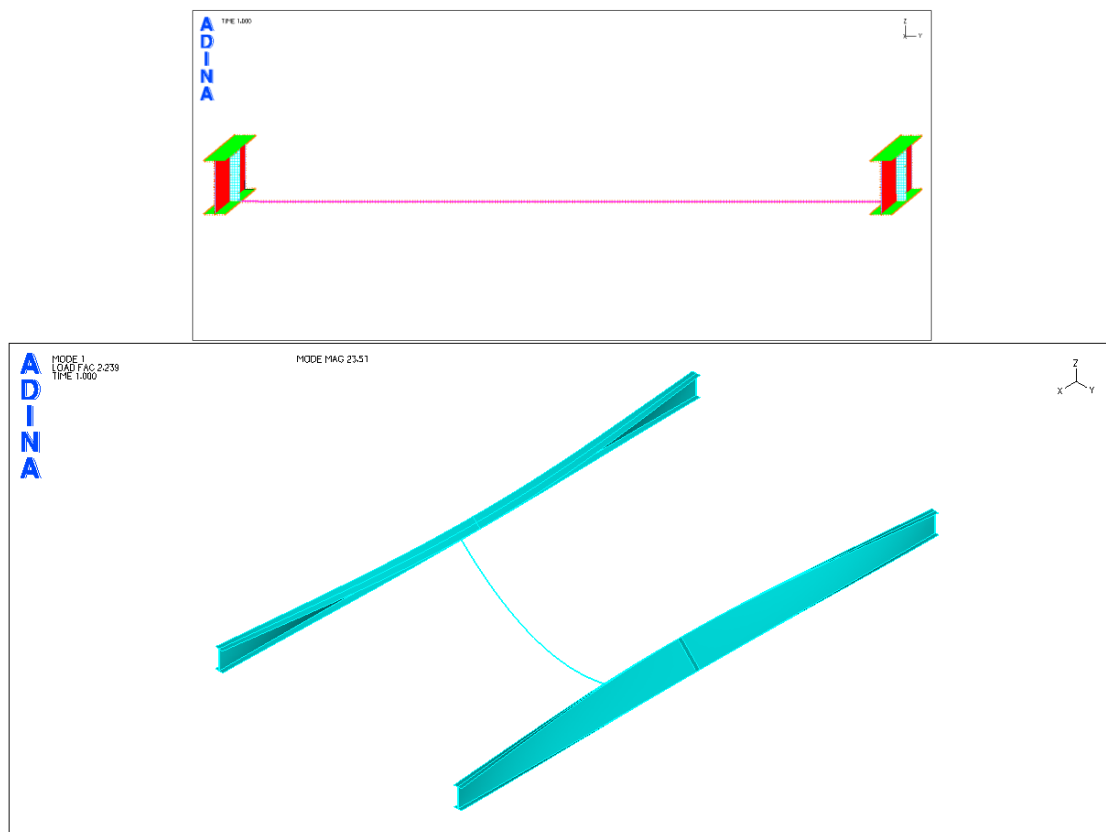
Σχήμα 6-33: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για πλευρική εξασφάλιση CHS 101,6/4 στο άνω πέλαμα.



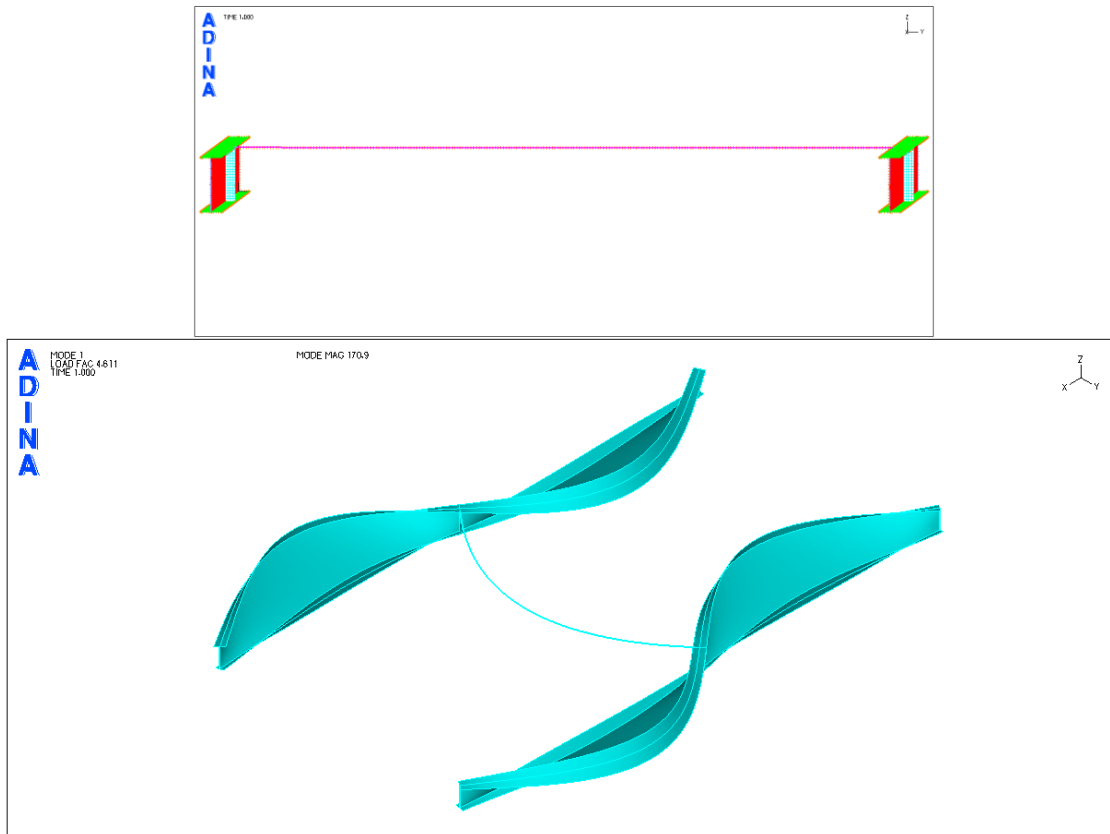
Σχήμα 6-34: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για πλευρική εξασφάλιση CHS 101,6/4 σε ύψος -0,04m από το μέσο.



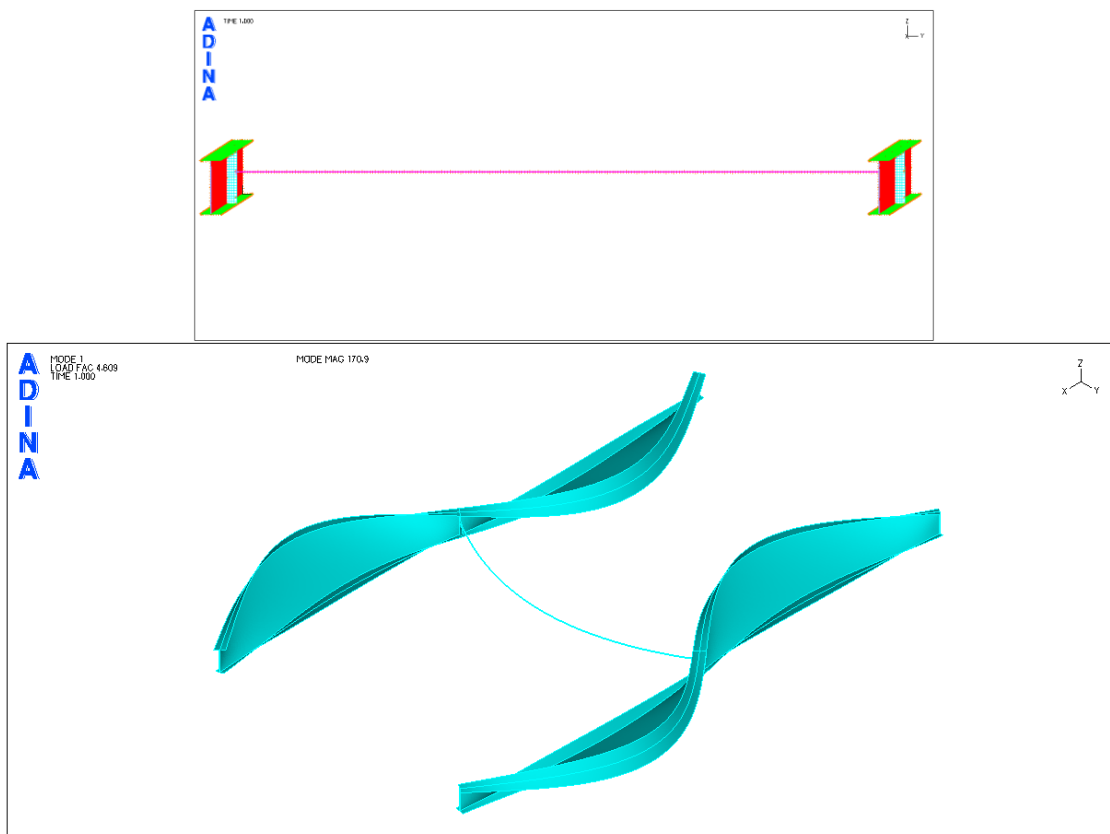
Σχήμα 6-35: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για πλευρική εξασφάλιση CHS 101,6/4 σε ύψος -0,16m από το μέσο.



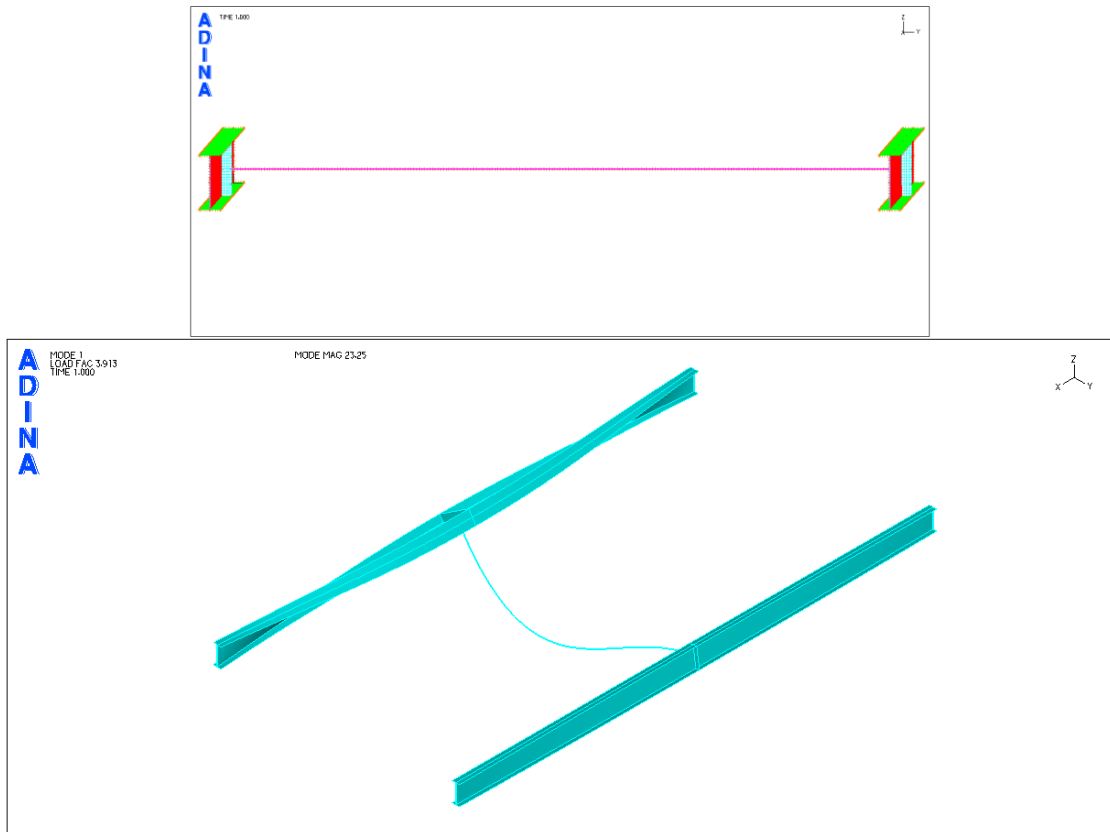
Σχήμα 6-36: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για πλευρική εξασφάλιση CHS 101,6/4 στο κάτω πέλαμα.



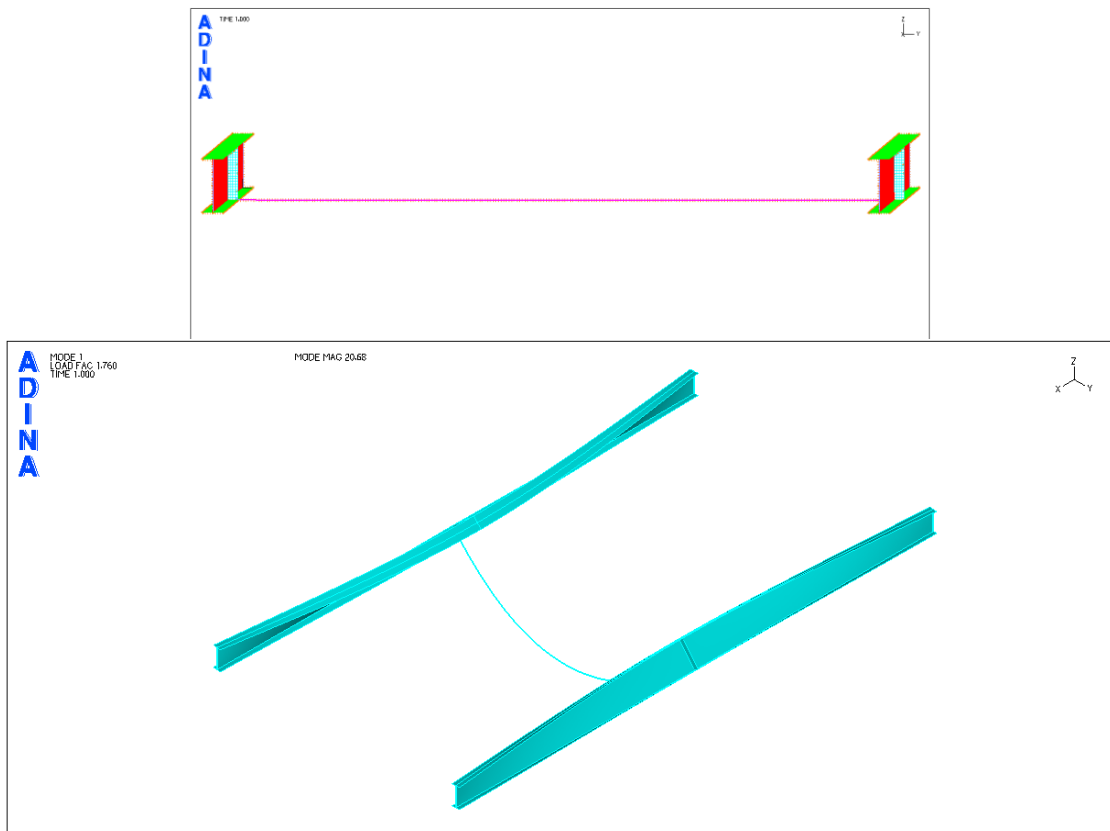
Σχήμα 6-37: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για πλευρική εξασφάλιση CHS 33,7/4 στο άνω πέλαμα.



Σχήμα 6-38: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για πλευρική εξασφάλιση CHS 33,7/4 σε ύψος 0,08m από το μέσο.

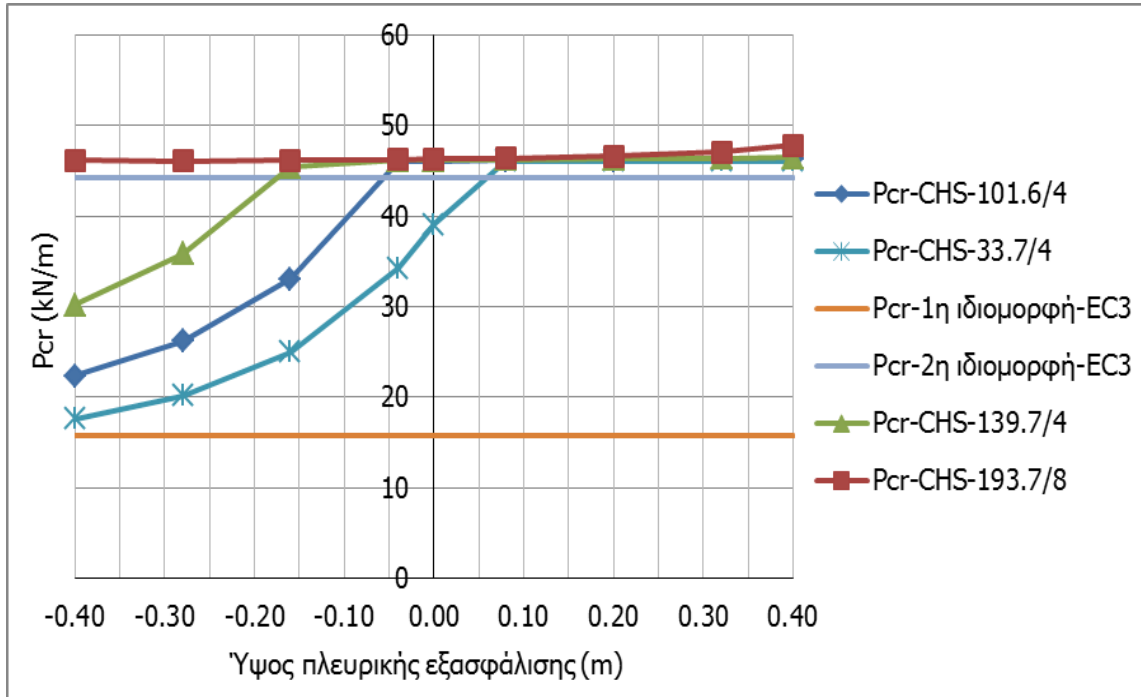


Σχήμα 6-39: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για πλευρική εξασφάλιση CHS 33,7/4 στο μέσο.

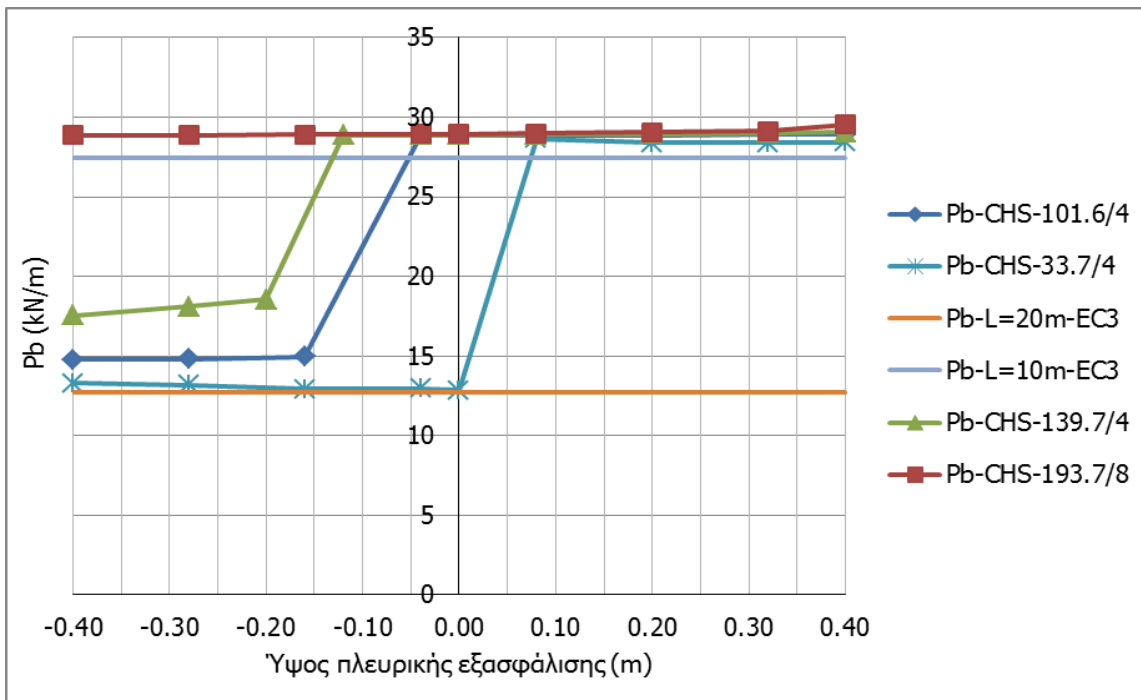


Σχήμα 6-40: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για πλευρική εξασφάλιση CHS 33,7/4 στο κάτω πέλμα.

Η συνολική επιρροή του ύψους και της διατομής της πλευρικής εξασφάλισης στο κρίσιμο φορτίο και στην αντοχή του φορέα φαίνεται καλύτερα στα σχήματα 6-41 και 6-42.

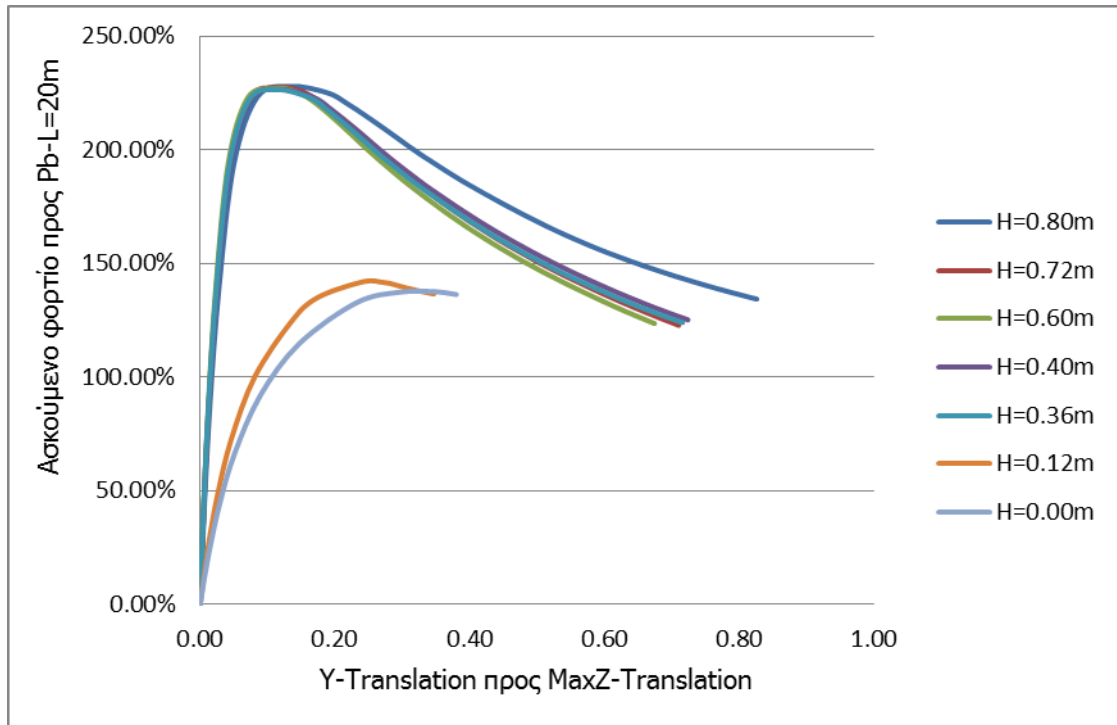


Σχήμα 6-41: Διάγραμμα P_{cr} -H.

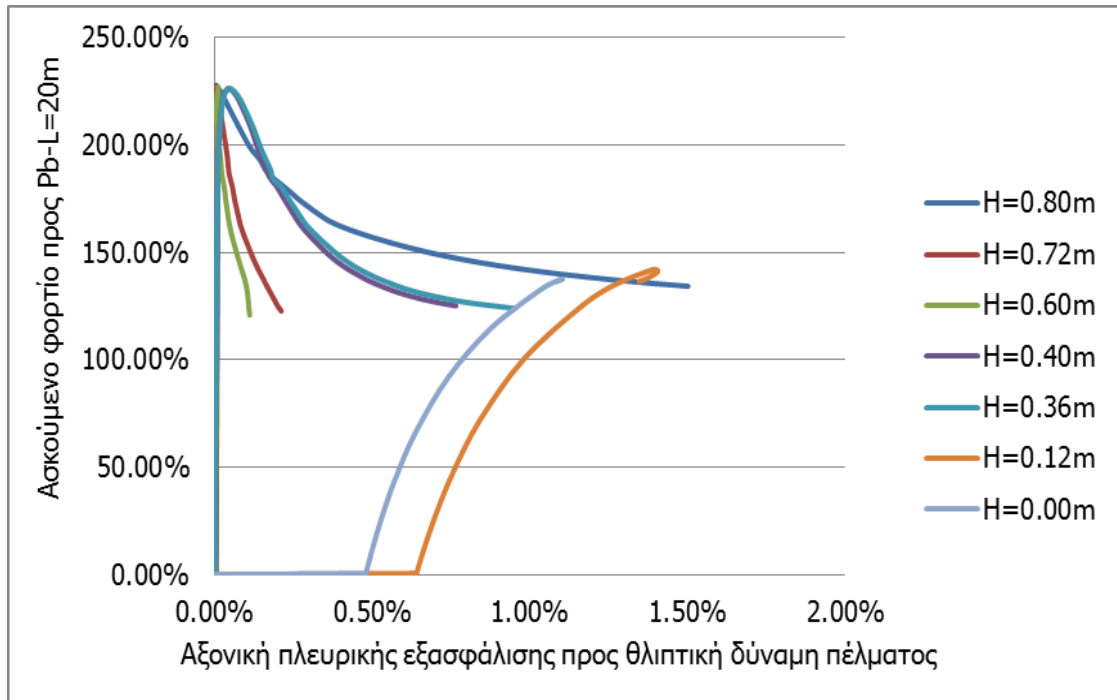


Σχήμα 6-42: Διάγραμμα P_b -H.

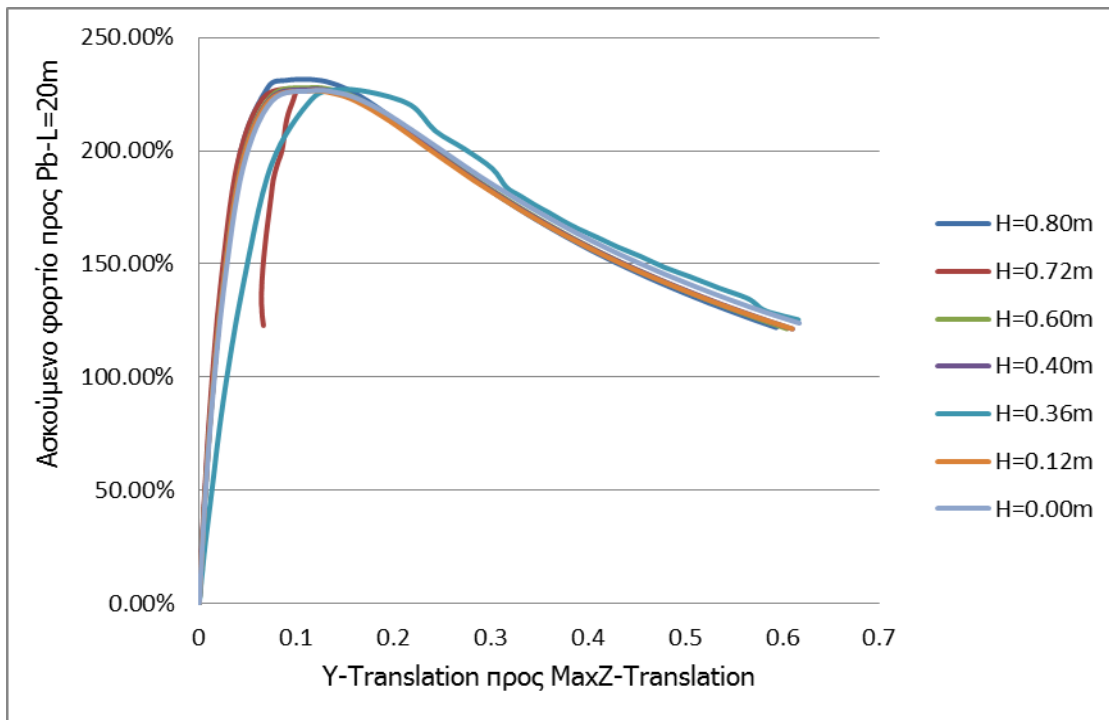
Η επίδραση του ύψους εξασφάλισης στην αντοχή του φορέα γίνεται αντιληπτή και μέσω των δρόμων ισορροπίας για τα διάφορα ύψη εξασφάλισης (Σχήματα 6-43 έως 6-46).



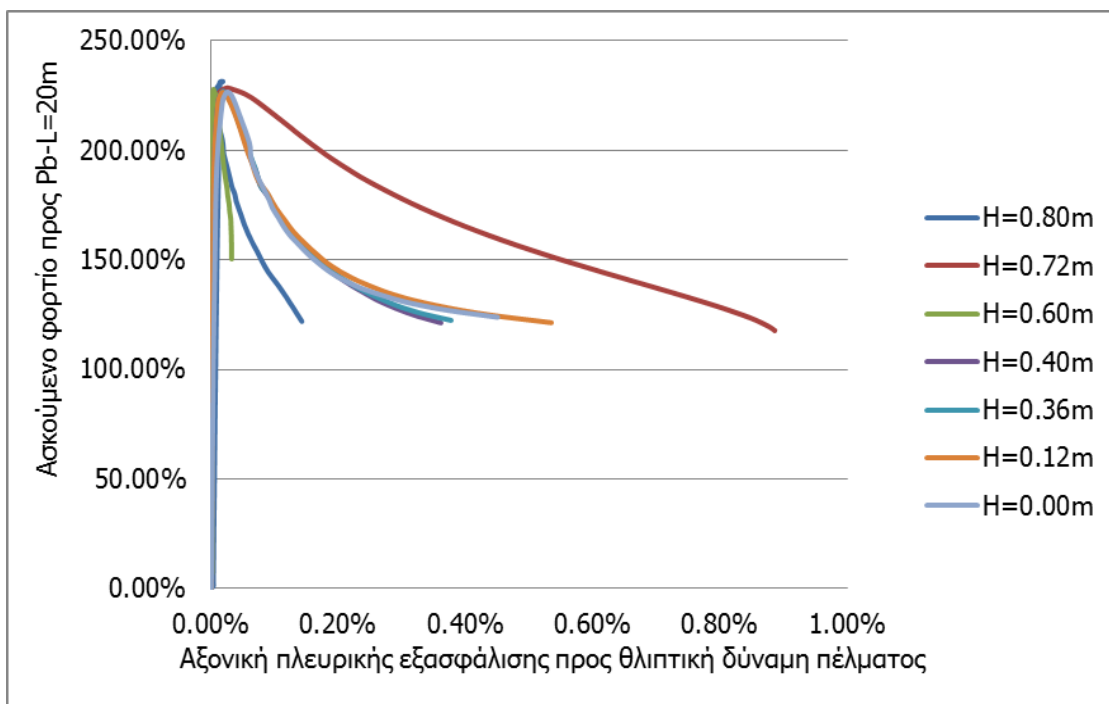
Σχήμα 6-43: Δρόμοι ισορροπίας φορέα για πλευρική εξασφάλιση διατομής CHS 139,7/4 για διάφορα ύψη εξασφάλισης (Τύπος 1).



Σχήμα 6-44: Δρόμοι ισορροπίας φορέα για πλευρική εξασφάλιση διατομής CHS 139,7/4 για διάφορα ύψη εξασφάλισης (Τύπος 2).

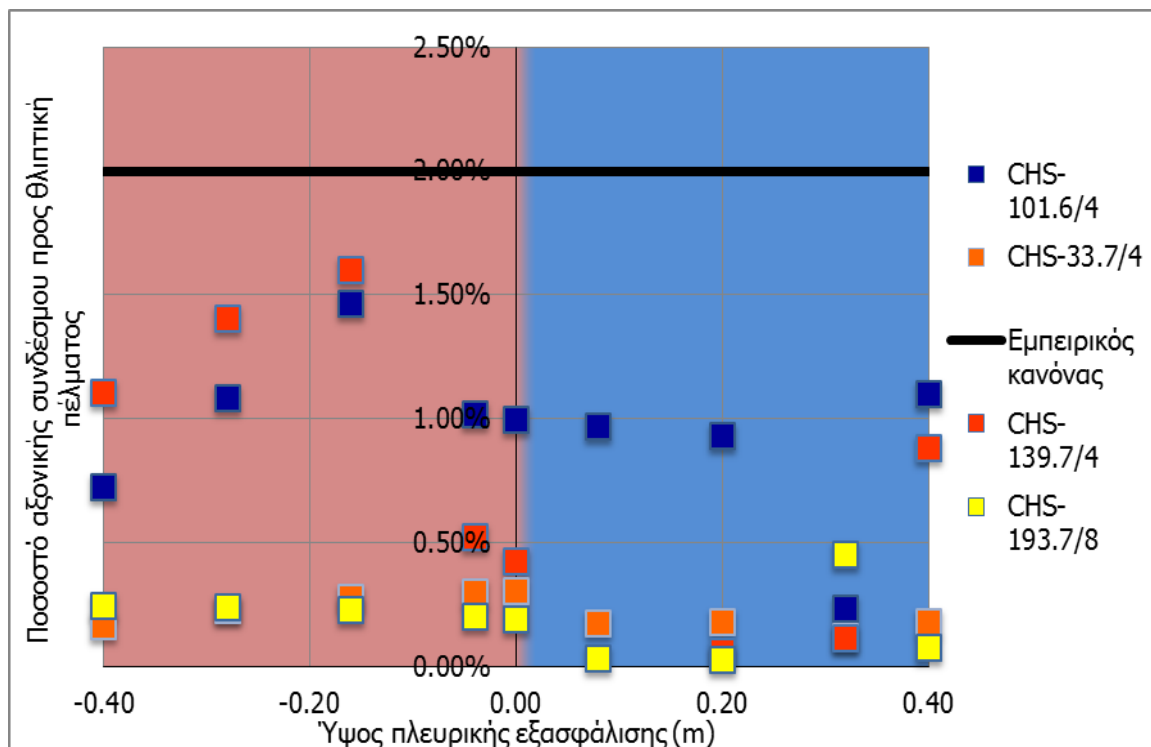


Σχήμα 6-45: Δρόμοι ισορροπίας φορέα για πλευρική εξασφάλιση διατομής CHS 193,7/8 για διάφορα ύψη εξασφάλισης (Τύπος 1).



Σχήμα 6-46: Δρόμοι ισορροπίας φορέα για πλευρική εξασφάλιση διατομής CHS 193,7/8 για διάφορα ύψη εξασφάλισης (Τύπος 2).

Τέλος, υπολογίστηκαν οι αξονικές δυνάμεις και ροπές που αναπτύχθηκαν στη πλευρική εξασφάλιση. Στο Σχήμα 6-44 οι αξονικές δυνάμεις έχουν εκφραστεί ως ποσοστά της θλιπτικής δύναμης που αναπτύσσεται στο πέλαμα της δοκού. Επιπλέον, πραγματοποιήθηκε έλεγχος της πλευρικής εξασφάλισης ως διατομή σε ΟΚΑ και ως μέλος σε καμπτικό λυγισμό. Ενδιαφέρον, παρουσιάζει ο έλεγχος καμπτικού λυγισμού της πλευρικής εξασφάλισης που παρουσιάζεται στον Πίνακα 1-2.



	συμμετρικός λυγισμός
	αντισυμμετρικός λυγισμός

Σχήμα 6-47: Ποσοστό αξονικής δύναμης πλευρικής εξασφάλισης για τα διάφορα ύψη εξασφάλισης.

Πίνακας 6-2: Έλεγχος πλευρικής εξασφάλισης σε καμπτικό λυγισμό.

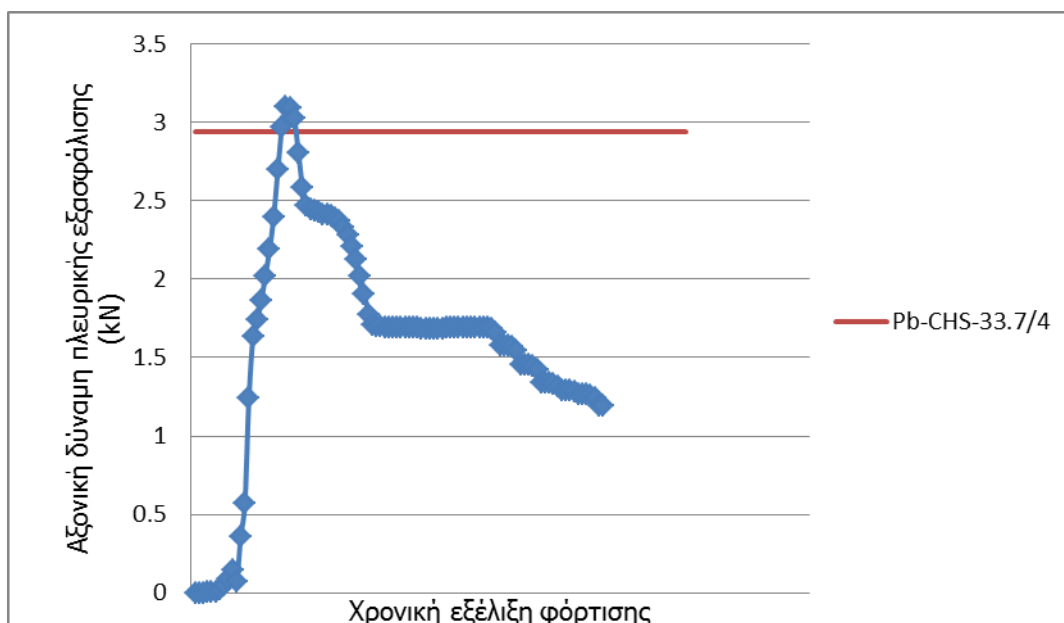
ΔΙΑΤΟΜΗ	193.8/8	139.7/4	101.6/4	33.7/4	ΕΛΕΓΧΟΣ ΛΥΓΙΣΜΟΥ CHS
0.40	1	1	1	0	
0.32	1	1	1	0	
0.20	1	1	1	0	
0.08	1	1	1	0	
0.00	1	1	1	1	
-0.04	1	1	1	1	
-0.16	1	1	1	1	
-0.28	1	1	1	1	
-0.40	1	1	1	1	

1	επαρκεί
0	δεν επαρκεί

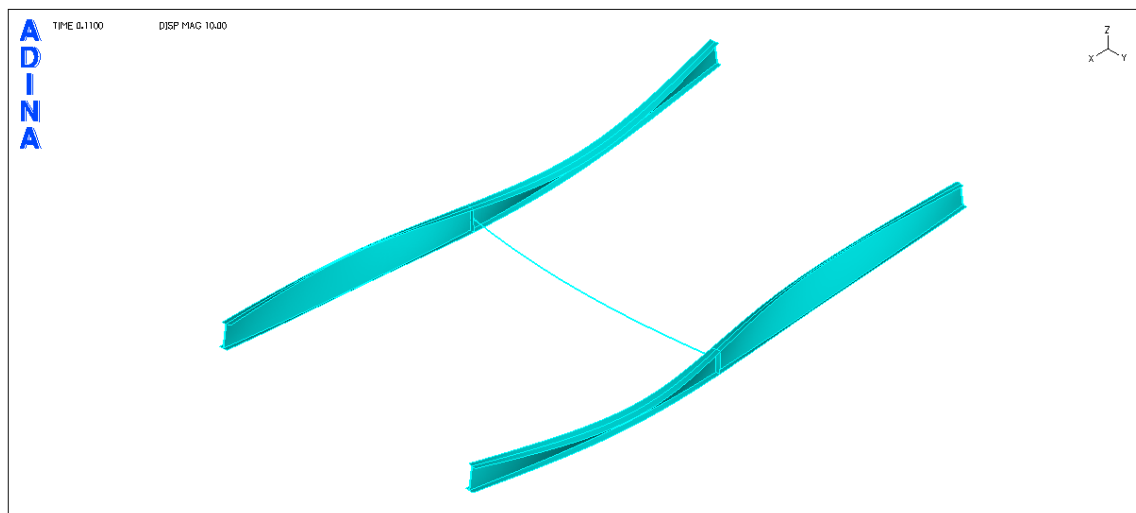
6.4 Συμπεράσματα αναλύσεων

Στο παρόν Κεφάλαιο διερευνήθηκε η επιρροή του ύψους και της δυσκαμψίας της πλευρικής εξασφάλισης σε μεγέθη όπως το κρίσιμο φορτίο πλευρικού λυγισμού και η αντοχή της δοκού, εφόσον αυτή προσομοιωθεί με πεπερασμένο στοιχείο δοκού (beam element). Τα συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε προκύπτουν από τους Πίνακες και τα Σχήματα που παρατέθηκαν στις προηγούμενες παραγράφους και θα παρουσιαστούν συγκριτικά με τα αντίστοιχα του προηγούμενου κεφαλαίου.

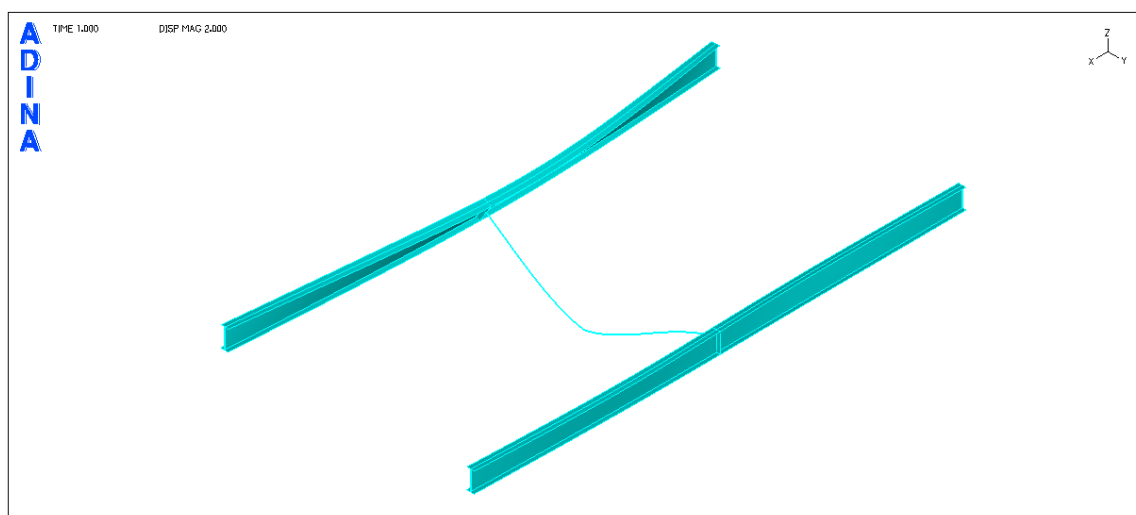
Κατ' αρχάς, παρατηρείται ότι, όπως και στη προσομοίωση της πλευρικής εξασφάλισης με spring element, η κατάρρευση του φορέα οφείλεται στην πλήρη πλαστικοποίηση διατομής κοντά στο μέσο της δοκού σε συνδυασμό πάντα με το πλευρικό λυγισμό. Ειδική μνεία αξίζει να γίνει στον τρόπο αστοχίας του φορέα στην περίπτωση που χρησιμοποιήθηκε η διατομή CHS 33,7/4 για την πλευρική εξασφάλιση. Σε αυτή την περίπτωση, ενώ αρχικά πετυχαίνεται πλήρη εξασφάλιση για ύψος δέσμευσης από το άνω πέλμα μέχρι περίπου το μέσο, το σταδιακά αυξανόμενο ασκούμενο φορτίο δημιουργεί αξονικές δυνάμεις που προκαλούν το καμπτικό λυγισμό της πλευρικής εξασφάλισης. Στο Σχήμα 6-48 που ακολουθεί φαίνεται η χρονική εξέλιξη της αξονικής δύναμης που αναπτύσσεται στην πλευρική εξασφάλιση. Διαπιστώνεται πως προσεγγίζοντας την αντοχή της κατά Ευρωκώδικα 3, λυγίζει και η αξονική δύναμη πέφτει απότομα. Η πορεία της αστοχίας του φορέα φαίνεται στα Σχήματα 6-49 έως 6-51. Τα παραπάνω ισχύουν μόνο για τα ύψη όπου φαίνεται να μην επαρκεί η πλευρική εξασφάλιση σύμφωνα με τον Πίνακα 6-2.



Σχήμα 6-48: Χρονική εξέλιξη αξονικής δύναμης πλευρικής εξασφάλισης διατομής CHS 33,7/4.



Σχήμα 6-49: Στιγμιότυπο φορέα όπου πετυχαίνουμε πλήρη πλευρική εξασφάλιση.



Σχήμα 6-50: Στιγμιότυπο φορέα όπου η πλευρική εξασφάλιση λυγίζει καμπτικά.

Όσον αφορά την επιρροή του ύψους και της δυσκαμψίας της πλευρικής εξασφάλισης στο ελαστικό κρίσιμο φορτίο παρατηρούνται βελτιωμένα αποτελέσματα σε σχέση με την προσομοίωση που κάναμε με spring element. Πιο συγκεκριμένα, αν και αρχικά η διατομή CHS 33,7/4 παρουσίασε την ίδια συμπεριφορά όπως στο Κεφάλαιο 5, οι επόμενες διατομές που δοκιμάστηκαν πετύχαιναν πλήρη πλευρική εξασφάλιση ακόμα και για δεσμεύσεις εντός του εφελκυσμένου τμήματος της διατομής. Η διατομή CHS 193,7/8 μάλιστα πετυχαίνει πλήρη εξασφάλιση για οποιοδήποτε σημείο δέσμευσης της διατομής. Αυτό το αποτέλεσμα δικαιολογείται από την προσθήκη της δεύτερης δοκού στο μοντέλο σε συνδυασμό με τη δημιουργία της μονολιθικής σύνδεσης μεταξύ δοκών και πλευρικής εξασφάλισης. Κατ' αυτόν τον τρόπο προσδίδεται και στροφική δυσκαμψία στο φορέα που βελτιώνει κατά πολύ τη συνολική συμπεριφορά του έναντι πλευρικού λυγισμού. Το τελευταίο συνάδει και με τη λογική των αναλυτικών λύσεων απαιτούμενης δυσκαμψίας του N.S. Trahair όπου για μερικά ύψη εξασφάλισης απαιτούνται και μετακινησιακές και στροφικές δυσκαμψίες.

Παρόμοια αποτελέσματα εμφανίζει και η αντοχή της δοκού για τα διάφορα ύψη εξασφάλισης και τις διαφορετικές διατομές. Ειδοποιός διαφορά αποτελεί, ωστόσο, η απότομη πτώση της όταν περνάμε από τον αντισυμμετρικό λυγισμό στο συμμετρικό, όπου η αντοχή της δοκού τείνει στις τιμές της μη εξασφαλισμένης.

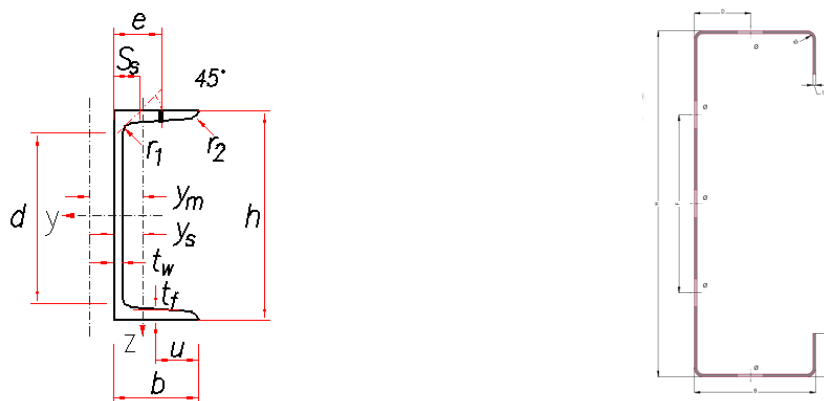
Τέλος, οι αξονικές δυνάμεις που αναπτύσσονται στην πλευρική εξασφάλιση, δείχνουν να συγκλίνουν σε ένα ποσοστό ίσο περίπου με 0,49% της θλιπτικής δύναμης που αναπτύσσεται στο πέλμα της δοκού, όταν πετυχαίνουμε πλήρη εξασφάλιση. Αντιθέτως, αυτό το ποσοστό τείνει στο 1,23% για τη μερική πλευρική εξασφάλιση. Εξαιρεση αποτελούν τα ποσοστά αξονικής της διατομής CHS 33,7/4 που εξηγήθηκαν εκτενέστερα προηγουμένως. Επομένως, ο εμπειρικός κανόνας που αναφέρθηκε και στο προηγούμενο Κεφάλαιο και συνιστά τη διαστασιολόγηση των πλευρικών εξασφαλίσεων για ποσοστά ίσα με 2% αποδεικνύεται συντηρητικός για τις περιπτώσεις που πετυχαίνουμε πλήρη εξασφάλιση. Αντίθετα, παρόλο που πλησιάζει περισσότερο τα ποσοστά αξονικής για τις περιπτώσεις εμφάνισης συμμετρικού λυγισμού, αποσκοπεί στην αποφυγή αυτού του φαινομένου και δεν έχει νόημα η σύγκριση.

7 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΕΙΣ ΠΛΕΥΡΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΔΟΚΩΝ ΜΕ ΠΛΕΥΡΙΚΗ ΕΞΑΣΦΑΛΙΣΗ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΕΓΙΔΩΝ

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα των αριθμητικών αναλύσεων, γραμμικών και μη γραμμικών, για τη περίπτωση δοκού όπου επιχειρούμε να πετύχουμε πλευρική εξασφάλιση μέσω τεγίδας. Θα εξεταστεί κατά πόσον είναι δυνατή μια πλήρης εξασφάλιση της δοκού για διάφορες συνθήκες φόρτισης και διατομές της τεγίδας.

7.1 Μόρφωση φορέα με την προσθήκη τεγίδας

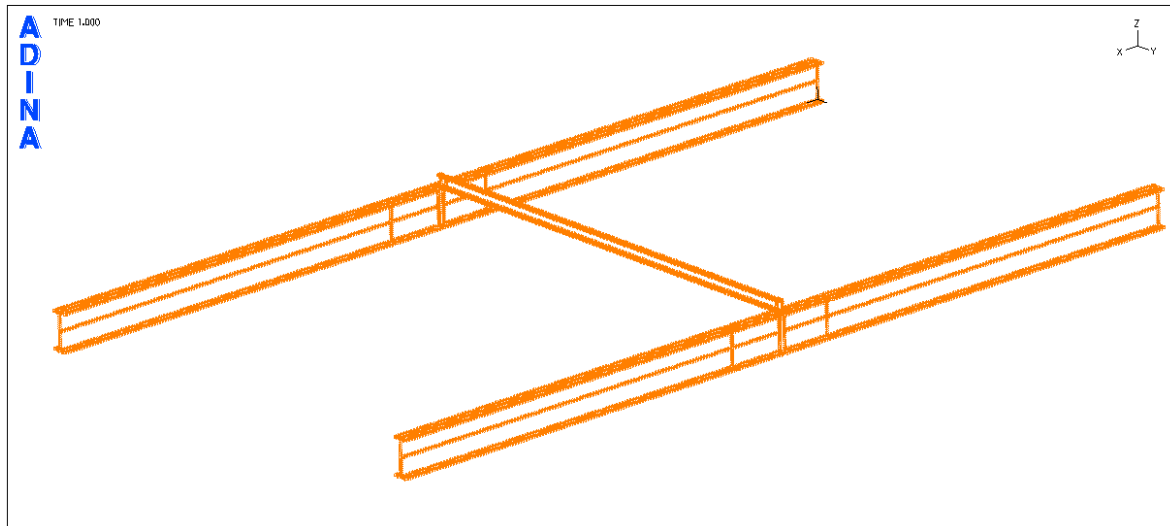
Ο φορέας μας θα αποτελείται από τις δύο δοκούς διατομής HEB800 του Κεφαλαίου 6. Ωστόσο, πλέον, αντί για τη προσθήκη του πεπερασμένου στοιχείου δοκού, θα προστεθεί μία τεγίδα σχήματος C. Αυτή η τεγίδα, αφού θα είναι επιρρεπής σε πλευρικό λυγισμό, θα προσομοιωθεί μέσω επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων (shell elements). Στο παρόν Κεφάλαιο εξετάστηκαν δύο διατομές τεγίδας, η μία ανήκει στη σειρά πρότυπων διατομών UPN και η άλλη είναι η λεπτότοιχη διατομή εμπορίου C140 (Σχήμα 7-1).



Σχήμα 7-1: Πρότυπη διατομή UPN και λεπτότοιχη διατομή C140.

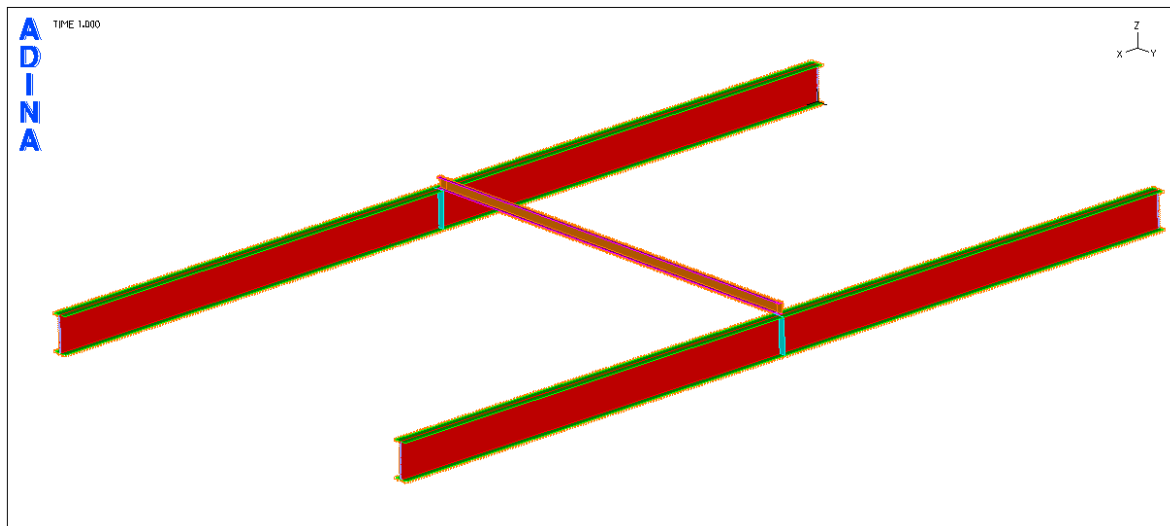
Για τη μοντελοποίηση και των δύο περιπτώσεων ακολουθήθηκε η ίδια διαδικασία, η οποία θα παρουσιαστεί και παρακάτω:

Βήμα 1^ο: Δημιουργήθηκαν κατά τα γνωστά οι επιφάνειες της διατομής μέσω του ορισμού κατάλληλων σημείων, οπότε δημιουργήσαμε το φορέα που φαίνεται στο Σχήμα 7-2.



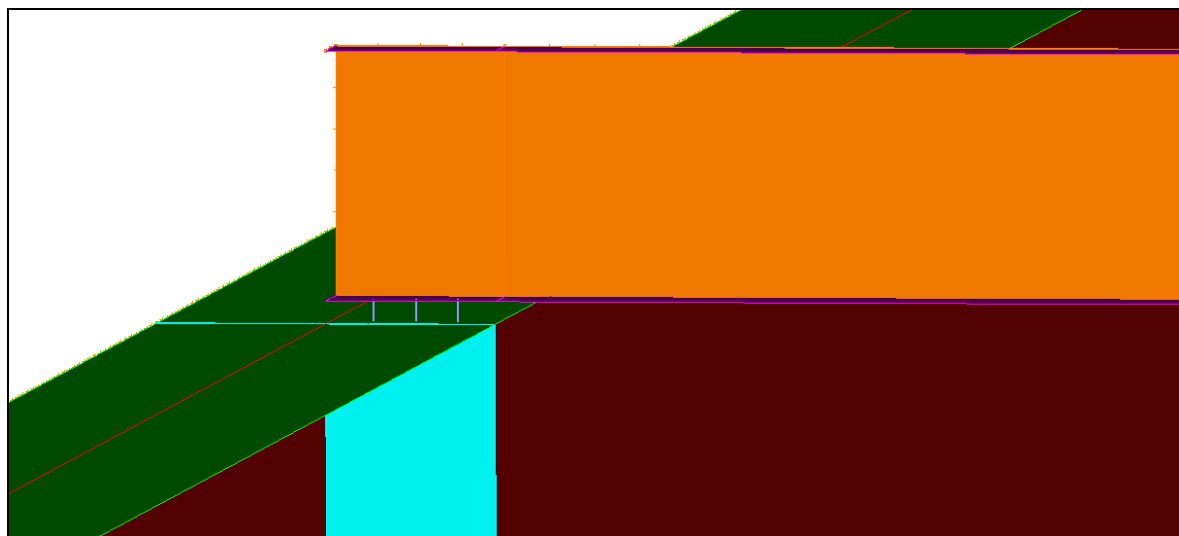
Σχήμα 7-2: Φορέας μετά τη προσθήκη της τεγίδας.

Βήμα 2^ο: Δημιουργούμε τα element group του κορμού και του πέλματος της τεγίδας, ώστε να προχωρήσουμε στη διακριτοποίηση του φορέα. Η τελική εικόνα μετά τη διακριτοποίηση φαίνεται στο Σχήμα 7-3.



Σχήμα 7-3: Διακριτοποιημένος φορέας.

Βήμα 3^ο: Προκειμένου να προσομοιώσουμε τη σύνδεση μεταξύ δοκού και τεγίδας, την οποία αποφασίσαμε να υλοποιήσουμε μέσω κοχλίωσης, χρησιμοποιήσαμε **Rigid Links**. Το πλήθος των Rigid Links προέκυψε από τις σχετικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 περί των μέγιστων και ελάχιστων αποστάσεων μεταξύ κοχλίων σε μία σύνδεση. Τελικά, τοποθετήσαμε 3 Rigid Links στο κάθε άκρο της τεγίδας (Σχήμα 7-4). Ιδιαίτερη μέριμνα λήφθηκε ώστε οι κόμβοι που θα συνδεθούν να είναι αντικριστοί και να διατηρηθεί η κατακορυφότητα.



Σχήμα 7-4: Λεπτομέρεια προσομοίωσης κοχλιωτής σύνδεσης.

7.2 Υπολογισμός κανονιστικών μεγεθών της δοκού κατά Ευρωκώδικα 3 (EC3)

Υπενθυμίζονται τα κανονιστικά μεγέθη για τη δοκό διατομής HEB800. Κατ' αρχάς, πραγματοποιήθηκε έλεγχος της κατηγορίας της διατομής,

Έλεγχος κορμού για καθαρή κάμψη: $c / t_w = 674 / 17.5 = 38.5 < 72\varepsilon = 72 \rightarrow$ Κατηγορία 1

Έλεγχος πέλματος για θλίψη: $c / t_f = 141.25 / 33 = 4.28 < 9\varepsilon = 9 \rightarrow$ Κατηγορία 1

Επομένως, όλη η διατομή ανήκει στην κατηγορία 1.

Στη συνέχεια, υπολογίσαμε τις κρίσιμες ροπές πλευρικού λυγισμού για μήκη λυγισμού 20m και 10m. Με άλλα λόγια, υπολογίσαμε την κρίσιμη ροπή για πλήρη και καθόλου εξασφάλιση στο μέσο της δοκού. Οπότε, για τα χαρακτηριστικά και τη φόρτιση της δοκού, προέκυψαν οι εξής τιμές:

$$M_{cr} = 787,27 \text{ kNm για } L_{cr} = 20 \text{ m}$$

$$M_{cr} = 2215,94 \text{ kNm για } L_{cr} = 10 \text{ m}$$

Τα αντίστοιχα κρίσιμα φορτία είναι:

$$P_{cr} = 15,75 \text{ kN/m για } L_{cr} = 20 \text{ m}$$

$$P_{cr} = 44,32 \text{ kN/m για } L_{cr} = 10 \text{ m}$$

Στη συνέχεια, υπολογίζεται η ροπή αντοχής της δοκού σε λυγισμό για τα δύο κρίσιμα μήκη, όποτε προκύπτουν οι εξής τιμές:

$$M_{b,Rd} = 637,71 \text{ kNm για } L_{cr} = 20 \text{ m}$$

$$M_{b,Rd} = 1372,36 \text{ kNm για } L_{cr} = 10 \text{ m}$$

Τα αντίστοιχα φορτία αντοχής είναι:

$$P_{b,Rd} = 12,75 \text{ kN/m για } L_{cr} = 20 \text{ m}$$

$$P_{b,Rd} = 27,45 \text{ kN/m για } L_{cr} = 10 \text{ m}$$

Τέλος, βρήκαμε τη ροπή και το φορτίο πλαστικοποίησης της δοκού τα οποία είναι $M_{pl}=2403,82\text{kNm}$ και $P_{pl}=48,08\text{kN/m}$. Παρατηρούμε, ότι η δοκός έχει μήκος για το οποίο ο λυγισμός συμβαίνει σημαντικά ωρύτερα από την πλαστικοποίηση ($\chi_{LT} \approx 0,27$).

Όσον αφορά την τεγίδα, έγινε έλεγχος της κατηγορίας διατομής για τη πρότυπη UPN220 και τη λεπτότοιχη C140. Για τη διατομή UPN220 ισχύει:

Έλεγχος κορμού για καθαρή κάμψη: $c / t_w = 166 / 9 = 18.44 < 72\varepsilon = 72 \rightarrow$ Κατηγορία 1

Έλεγχος πέλματος για θλίψη: $c / t_f = 71 / 12.5 = 5.68 < 9\varepsilon = 9 \rightarrow$ Κατηγορία 1

Επομένως, η διατομή είναι κατηγορίας 1.

Για τη διατομή C140 ισχύει:

Έλεγχος κορμού για καθαρή κάμψη: $c / t_w = 157 / 2 = 78.5 < 83\varepsilon = 83 \rightarrow$ Κατηγορία 2

Έλεγχος πέλματος για θλίψη: $c / t_f = 40 / 2 = 20 > 14\varepsilon = 14 \rightarrow$ Κατηγορία 4.

Επομένως, η διατομή είναι κατηγορίας 4.

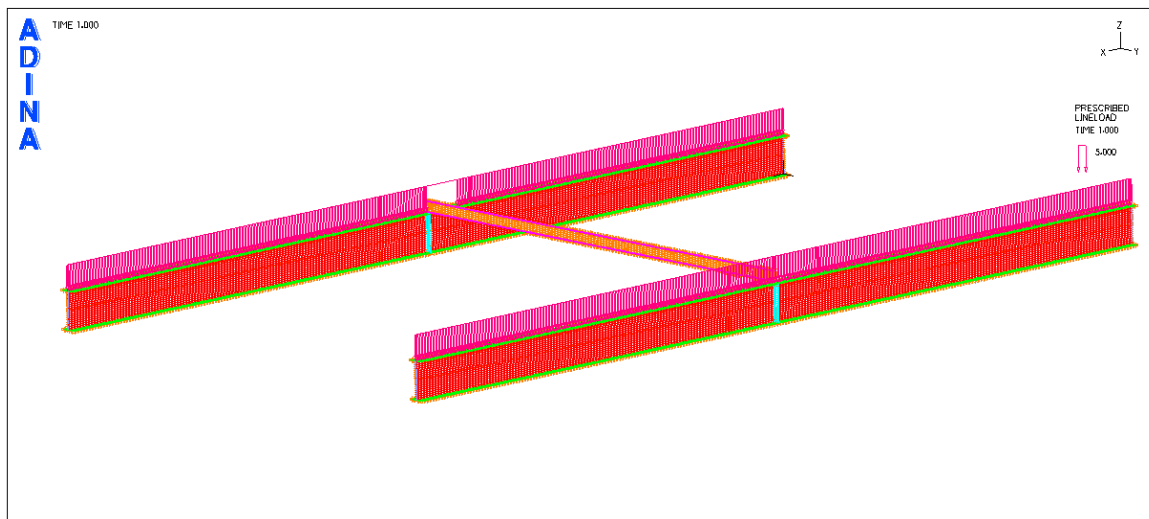
Εν συνεχεία, υπολογίσαμε την απομειωμένη αντοχή της πλευρικής εξασφάλισης, ακολουθώντας τις σχετικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3. Για τη διατομή UPN220 έχουμε:

$$\text{UPN220 (αφόρτιστη)} \rightarrow M_{b,Rd} = 32.01\text{kNm}$$

$$\text{UPN220 (φορτισμένη)} \rightarrow M_{b,Rd} = 15.06\text{kNm}$$

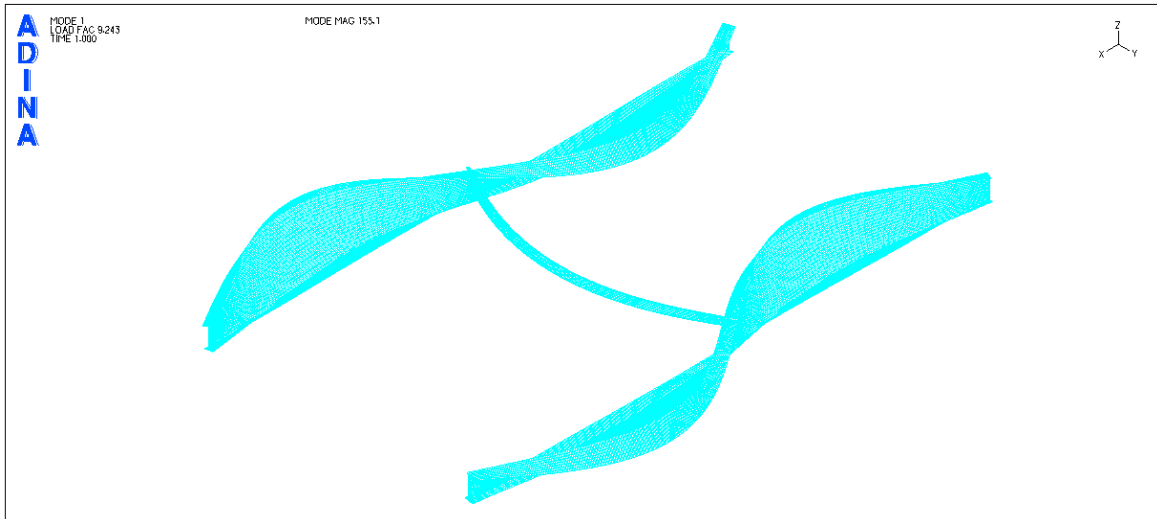
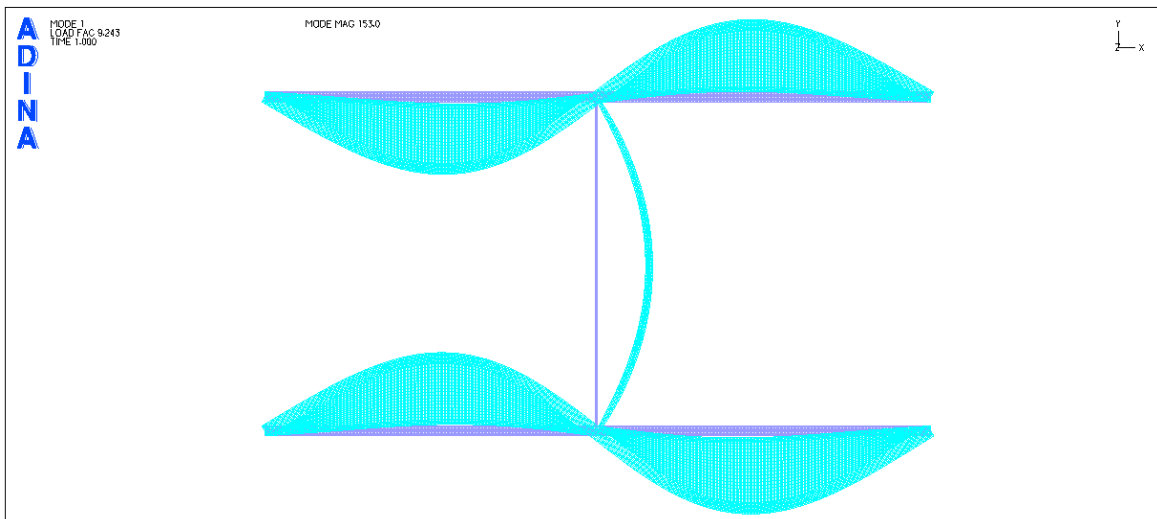
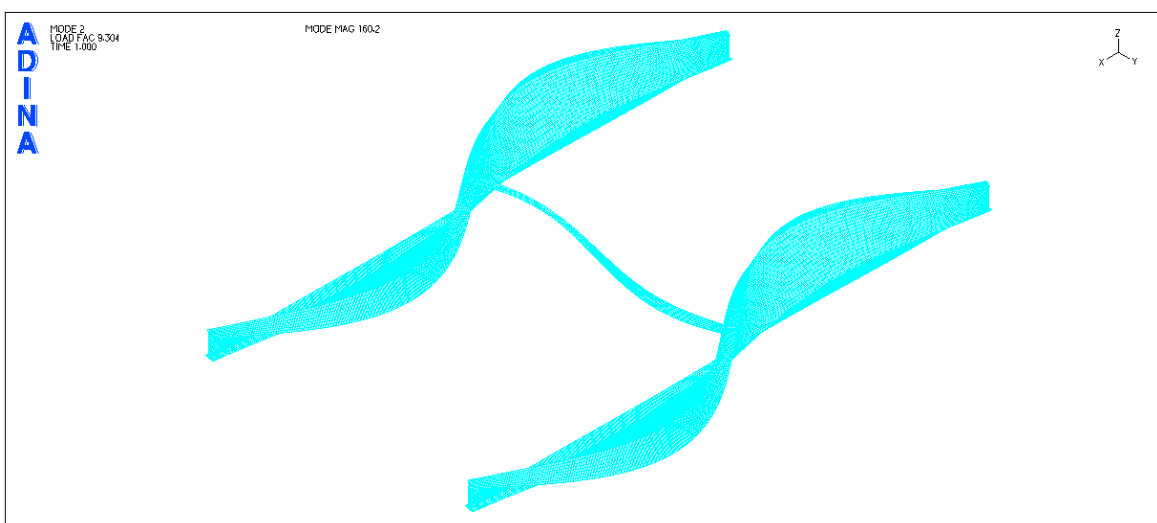
7.3 Αποτελέσματα αριθμητικών αναλύσεων για διατομή τεγίδας UPN220

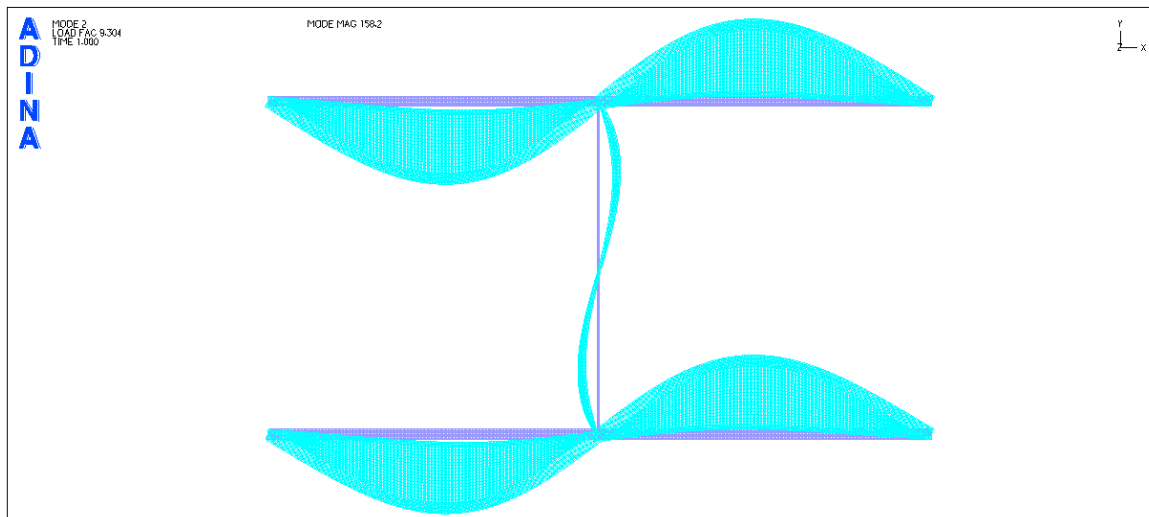
Αρχικά, επιλέχθηκε η διατομή της τεγίδας να είναι η UPN220 και η ίδια η τεγίδα να παραμείνει αφόρτιστη (Σχήμα 7-5).



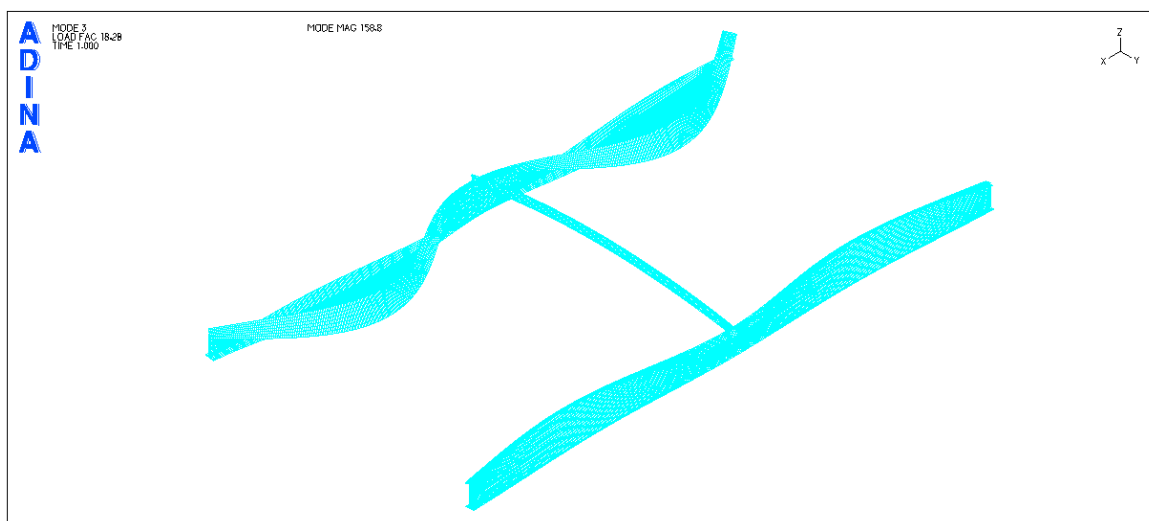
Σχήμα 7-5: Φορέας με τεγίδα UPN220 και φόρτιση μόνο στις δοκούς.

Από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού προέκυψαν οι πρώτες ιδιομορφές που φαίνονται στα Σχήματα 7-6 έως 7-11. Το P_{cr} της πρώτης ιδιομορφής προέκυψε ίσο με $22,51\text{kN/m}$, αισθητά μειωμένο σε σχέση με τα αντίστοιχα που είδαμε στα προηγούμενα Κεφάλαια. Αξίζει να αναφερθεί πως οι πρώτες δέκα ιδιομορφές της γραμμικής ανάλυσης λυγισμού εμφανίζουν όλες πλευρικό λυγισμό δοκού και τεγίδας και καμία τοπικό λυγισμό.

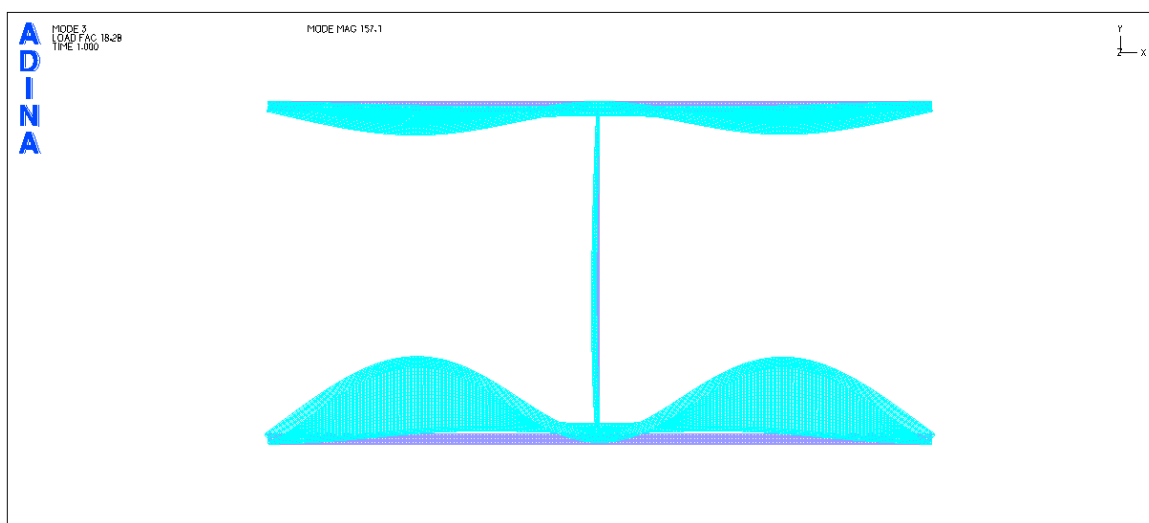
Σχήμα 7-6: 1^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (προοπτικό).Σχήμα 7-7: 1^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (κάτοψη).Σχήμα 7-8: 2^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (προοπτικό).



Σχήμα 7-9: 2^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (κάτοψη).

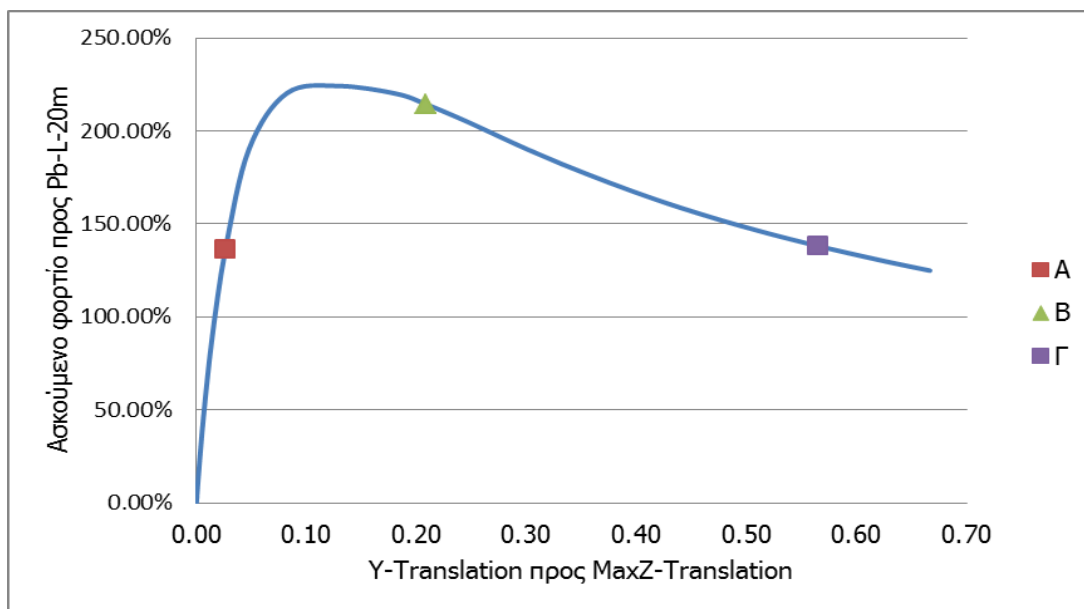


Σχήμα 7-10: 3^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (προοπτικό).

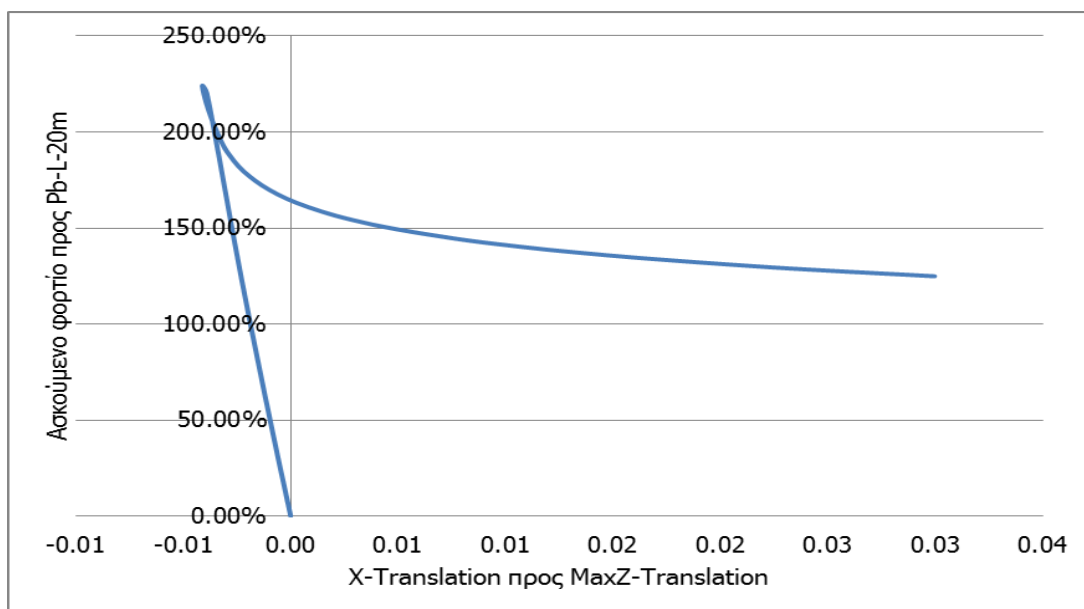


Σχήμα 7-11: 3^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (κάτοψη).

Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκε μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού, ώστε να έχουμε σαφέστερη εικόνα της συμπεριφοράς του φορέα. Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε ήταν χάλυβας S235 χωρίς κράτυνση, ενώ το σχήμα αρχικών ατελειών δόθηκε με βάση την πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για τιμή ατέλειας σύμφωνα με τη σχέση (3-21). Στα Σχήματα 7-12 και 7-13 που ακολουθούν παρουσιάζονται οι δρόμοι ισορροπίας της δοκού και της τεγίδας με κόμβο αναφοράς στο καθένα το σημείο της μέγιστης πλευρικής του μετατόπισης.

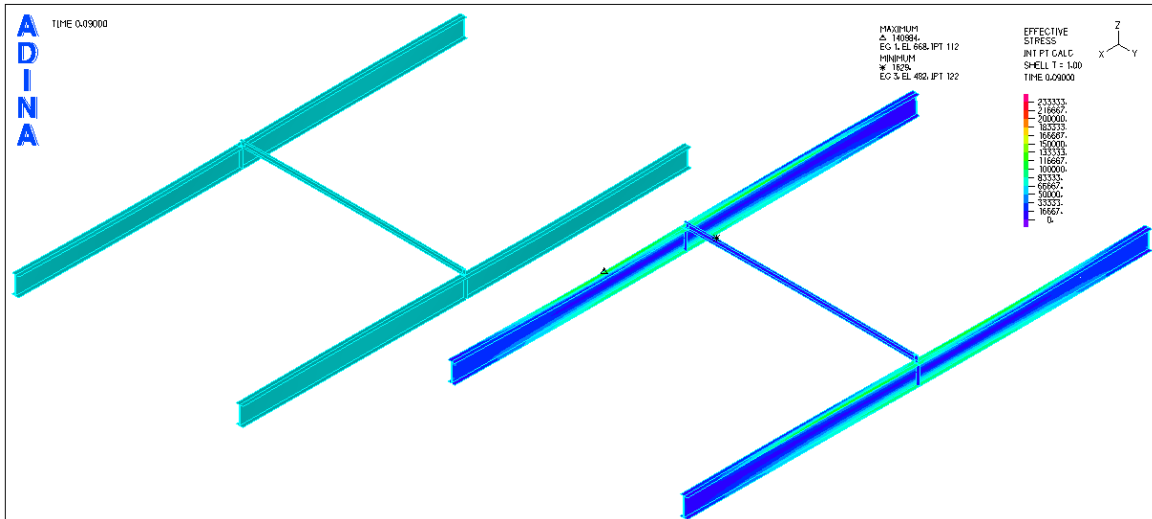


Σχήμα 7-12: Δρόμος ισορροπίας λόγου φορτίου προς αντοχή για L=20m-λόγου Y μετατόπισης προς μέγιστη Z μετατόπιση για τον κόμβο αναφοράς της δοκού.

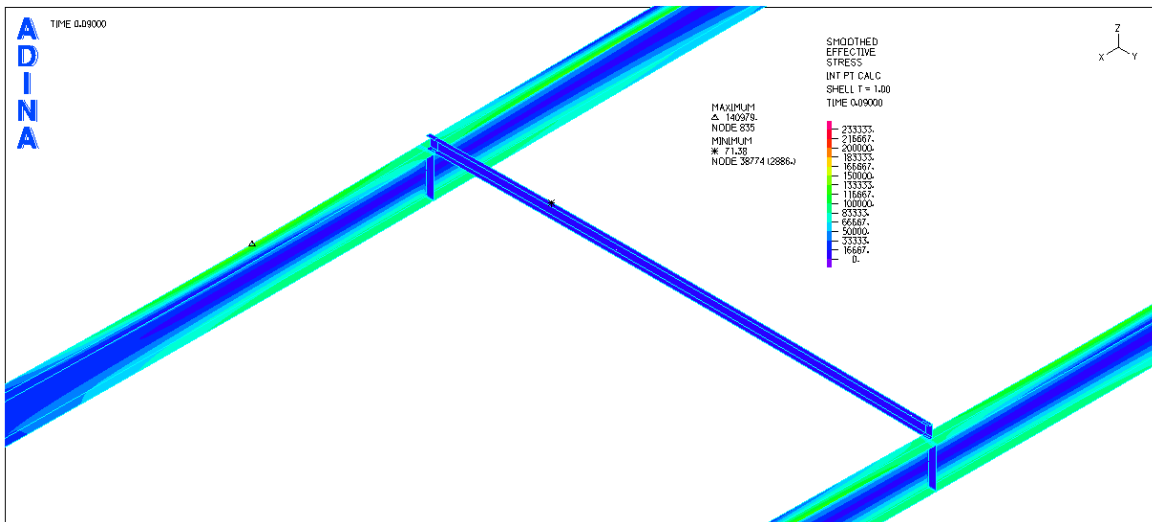


Σχήμα 7-13: Δρόμος ισορροπίας λόγου φορτίου προς αντοχή για L=20m-λόγου X μετατόπισης προς μέγιστη Z μετατόπιση για τον κόμβο αναφοράς της τεγίδας.

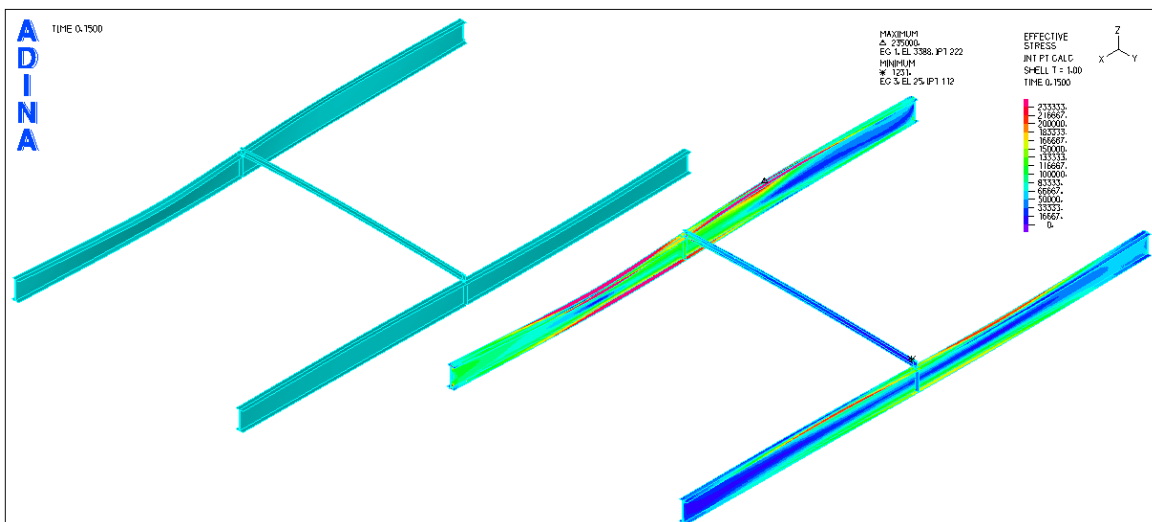
Στη συνέχεια, παρουσιάζονται εικόνες τάσεων παραμορφώσεων για τα χαρακτηριστικά σημεία που διακρίνονται στο δρόμο ισορροπίας του Σχήματος 7-12.



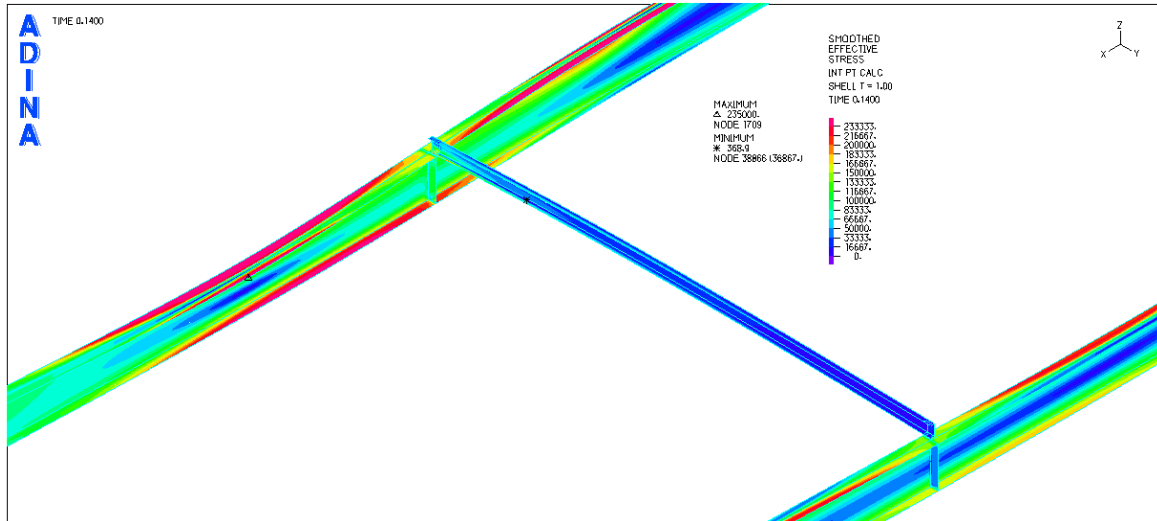
Σχήμα 7-14: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το χαρακτηριστικό σημείο A (προοπτικό).



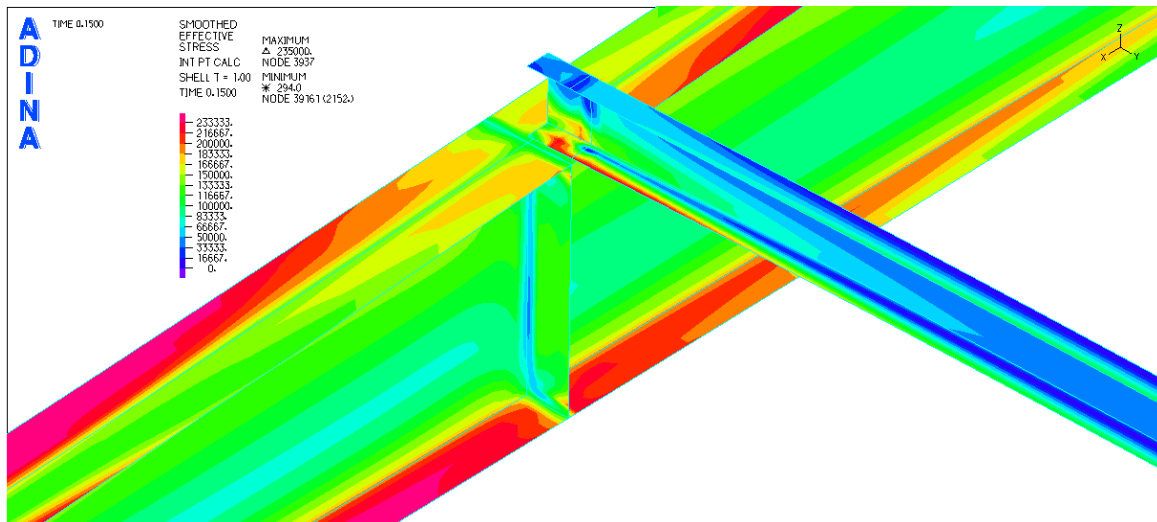
Σχήμα 7-15: Εικόνα τάσεων Von Mises για το χαρακτηριστικό σημείο A (λεπτομέρεια).



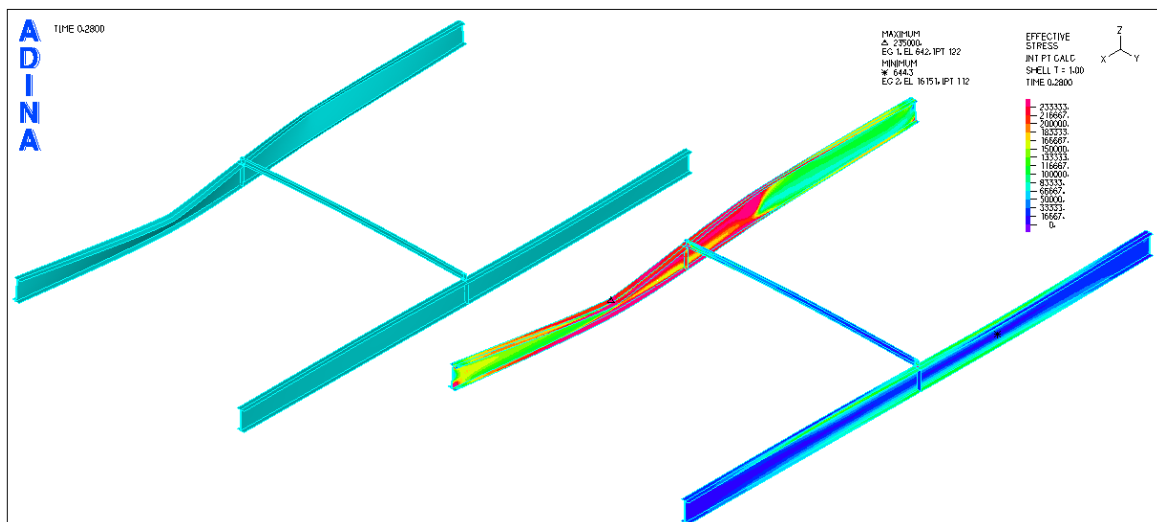
Σχήμα 7-16: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το χαρακτηριστικό σημείο B (προοπτικό).



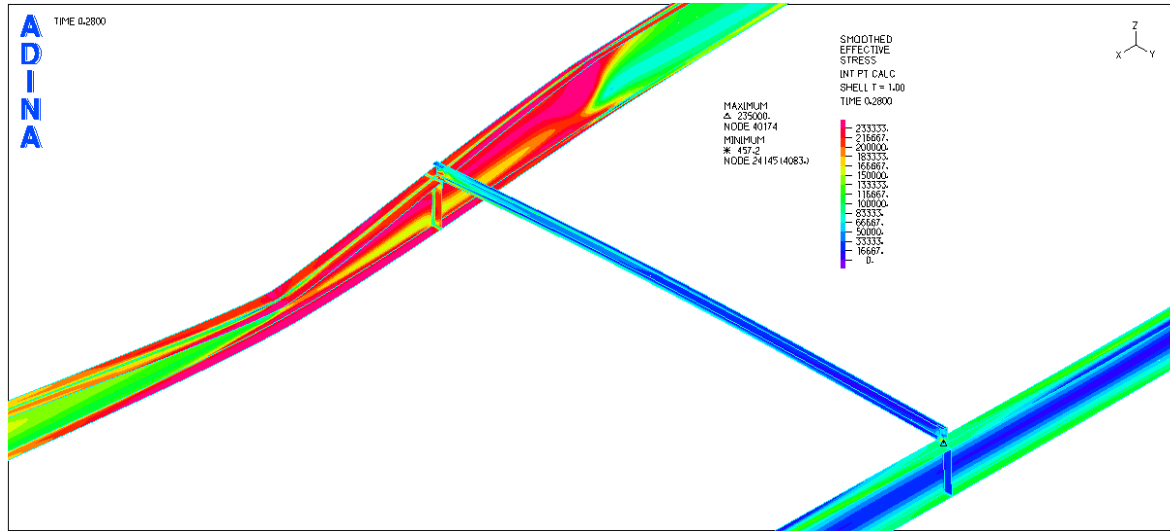
Σχήμα 7-17: Εικόνα τάσεων Von Mises για το χαρακτηριστικό σημείο Β (λεπτομέρεια).



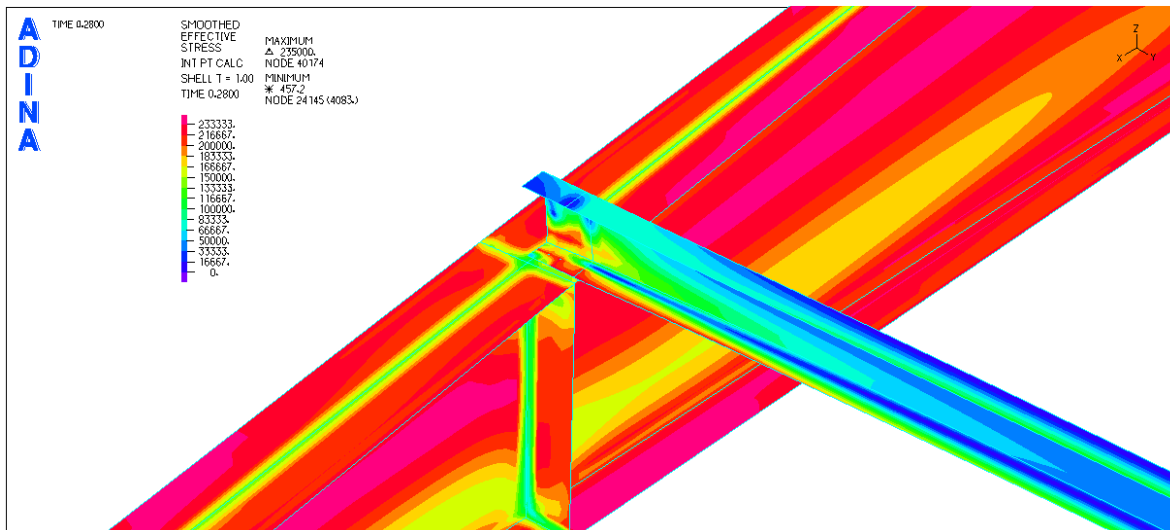
Σχήμα 7-18: Εικόνα τάσεων Von Mises τεγίδας στο σημείο κοχλίωσης για το χαρακτηριστικό σημείο Β.



Σχήμα 7-19: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το χαρακτηριστικό σημείο Γ (προοπτικό).



Σχήμα 7-20: Εικόνα τάσεων Von Mises για το χαρακτηριστικό σημείο Γ (λεπτομέρεια).

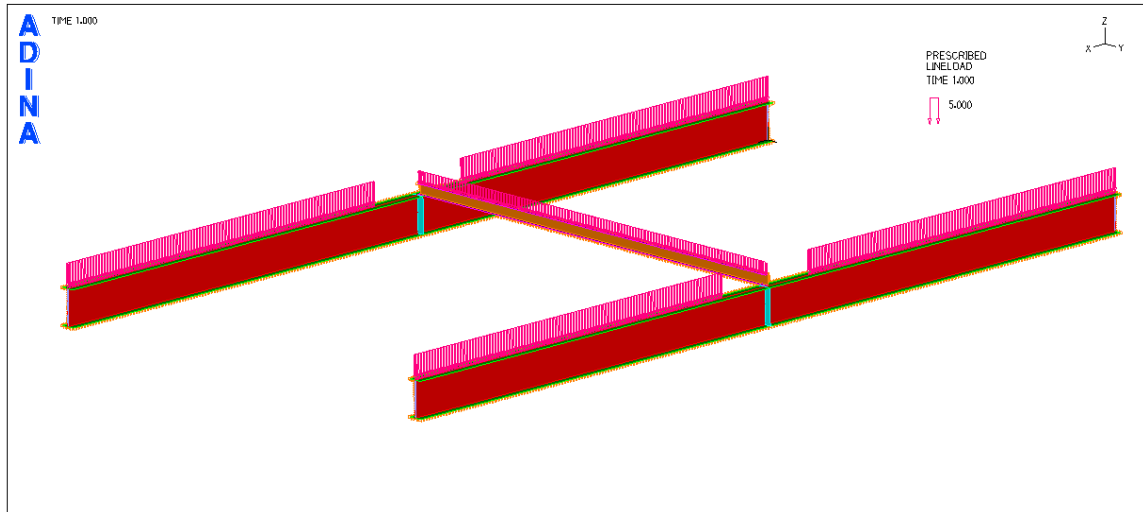


Σχήμα 7-21: Εικόνα τάσεων Von Mises τεγίδας στο σημείο κοχλίωσης για το χαρακτηριστικό σημείο Γ.

Το σημείο Α βρίσκεται στην ελαστική περιοχή, γι’ αυτό οι τάσεις και οι παραμορφώσεις έχουν μικρές τιμές. Αντίθετα, στο σημείο Β έχει συμβεί ο λυγισμός και μερικά σημεία έχουν φτάσει στο όριο διαρροής, ενώ στο σημείο Γ πολλές περιοχές της δοκού έχουν πλαστικοποιηθεί. Όσον αφορά τη σύνδεση τεγίδας και δοκού, διακρίνουμε ότι οι τάσεις είναι υψηλότερες κοντά στη κοχλίωση.

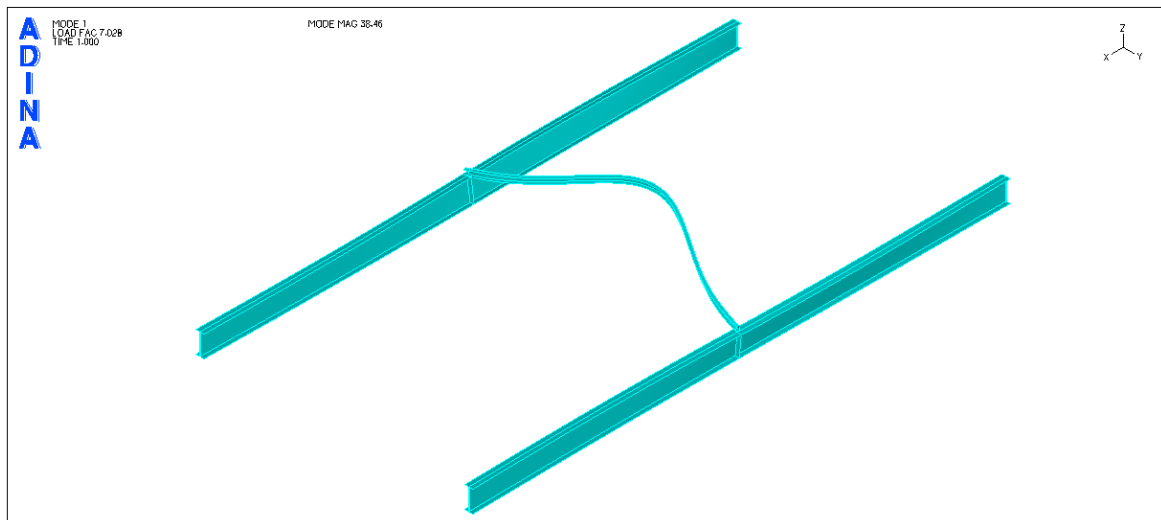
Τα εντατικά μεγέθη που προέκυψαν στην τεγίδα δείχνουν ότι αναπτύσσονται μεγάλες αξονικές δυνάμεις, με μέγιστη τιμή ίση με 58,77kN (3,29% της θλιπτικής δύναμης πέλματος της δοκού).

Ακολούθως, διερευνήθηκε η συμπεριφορά του φορέα όταν η τεγίδα βρίσκεται υπό φόρτιση. Αφαιρώντας, λοιπόν, μια περιοχή φόρτισης από τις δοκούς εκατέρωθεν της τεγίδας και ασκώντας το συνολικά πάνω της, ο φορέας έχει πλέον την εξής εικόνα:

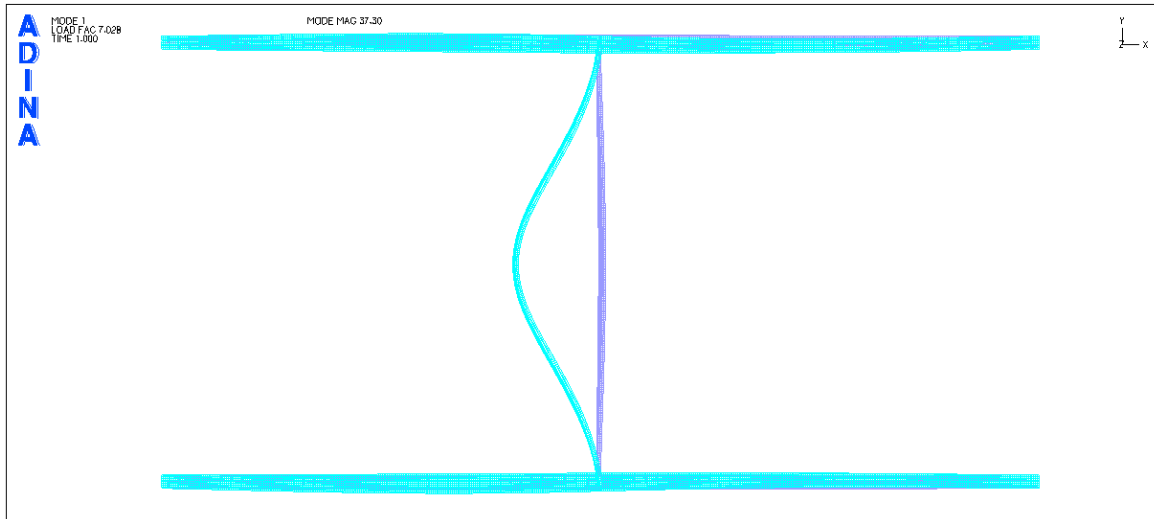


Σχήμα 7-22: Φορέας με φόρτιση σε δοκούς και τεγίδες.

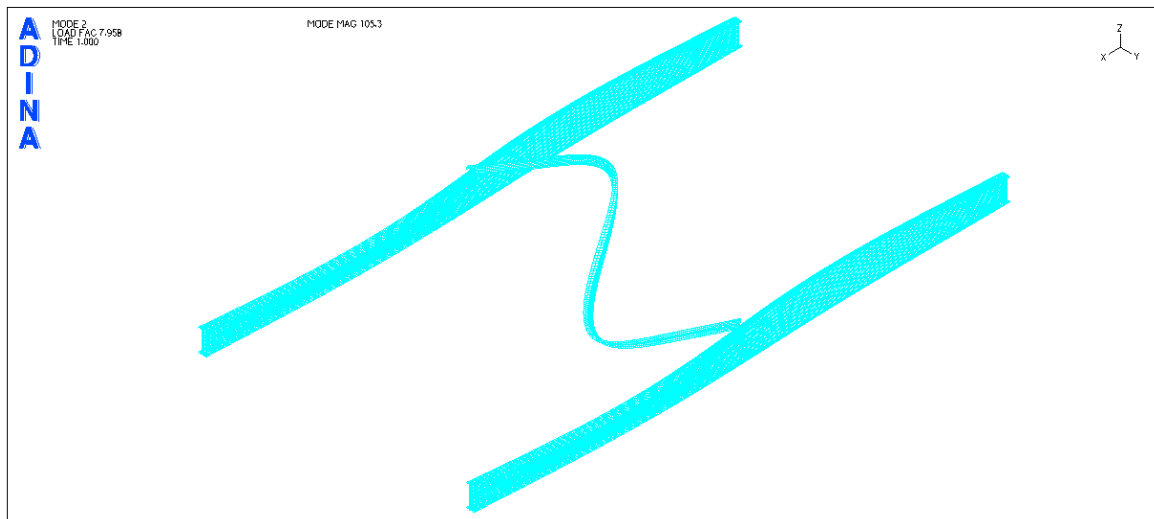
Οι πρώτες ιδιομορφές που προέκυψαν από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού για το νέο φορέα φαίνονται στα ακόλουθα Σχήματα 7-23 έως 7-28. Το P_{cr} της πρώτης ιδιομορφής είναι ίσο με 35,14kN/m. Ομοίως με πριν οι πρώτες δέκα ιδιομορφές της γραμμικής ανάλυσης λυγισμού εμφανίζουν όλες πλευρικό και όχι τοπικό λυγισμό.



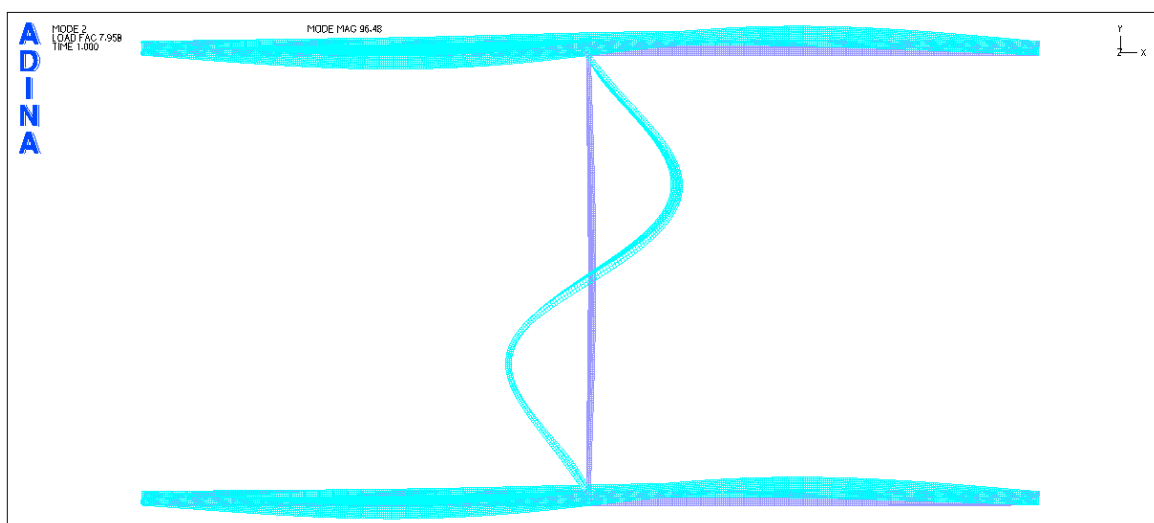
Σχήμα 7-23: 1^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (προοπτικό).



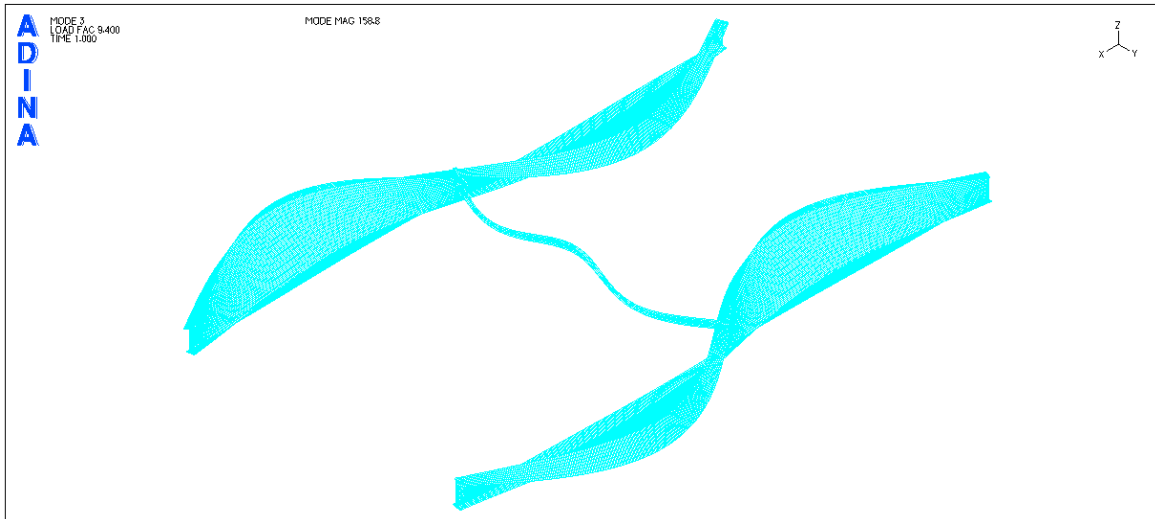
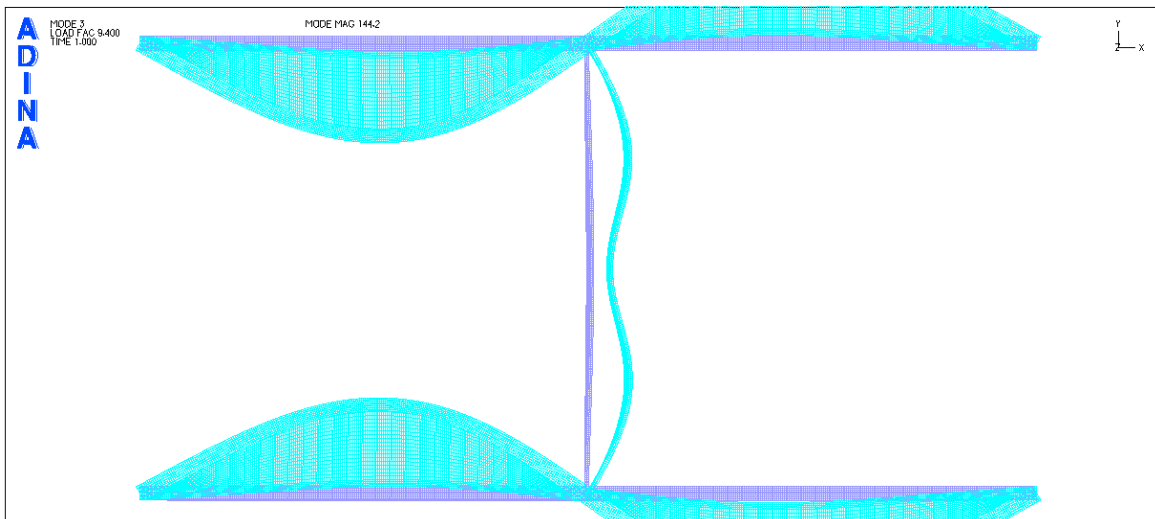
Σχήμα 7-24: 1^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (κάτοψη).



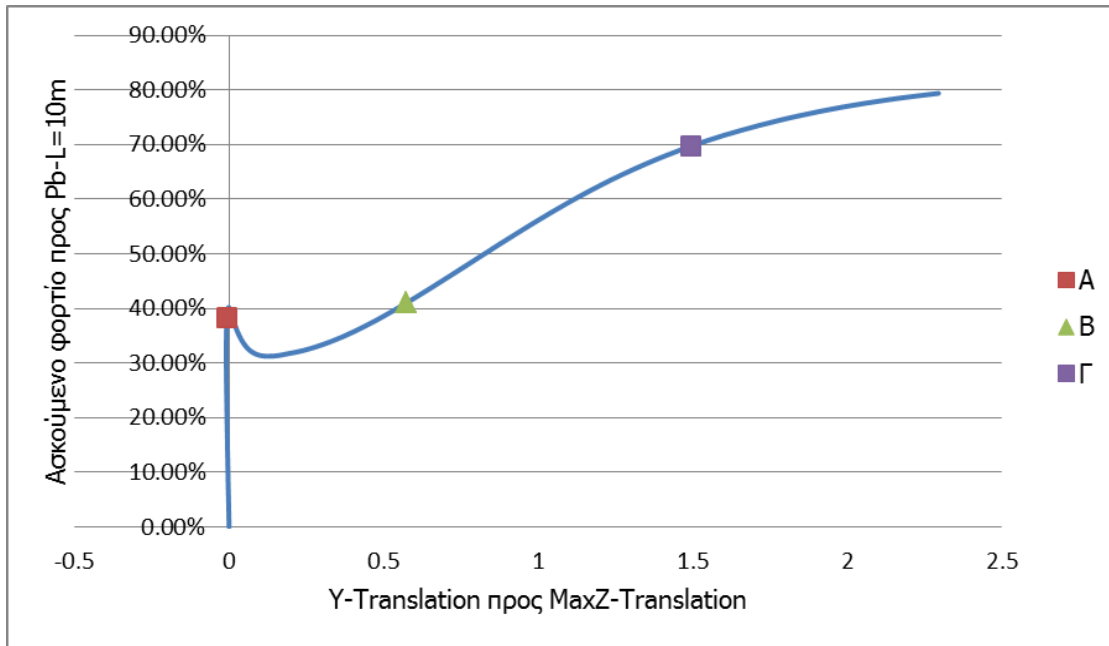
Σχήμα 7-25: 2^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (προοπτικό).



Σχήμα 7-26: 2^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (κάτοψη).

Σχήμα 7-27: 3^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (προοπτικό).Σχήμα 7-28: 3^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (κάτοψη).

Ύστερα, πραγματοποιήσαμε μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού, προκειμένου να αποκτήσουμε σαφέστερη εικόνα της συμπεριφοράς του φορέα. Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε ήταν χάλυβας S235 χωρίς κράτυνση, ενώ λόγω δυσκολιών εκτέλεσης των σχετικών αναλύσεων αποφασίστηκε να μη δοθεί σχήμα αρχικών ατελειών. Στα Σχήματα 7-27 και 7-28 που ακολουθούν παρουσιάζονται οι δρόμοι ισορροπίας της δοκού και της τεγίδας με κόμβο αναφοράς στο καθένα το σημείο της μέγιστης πλευρικής του μετατόπισης.

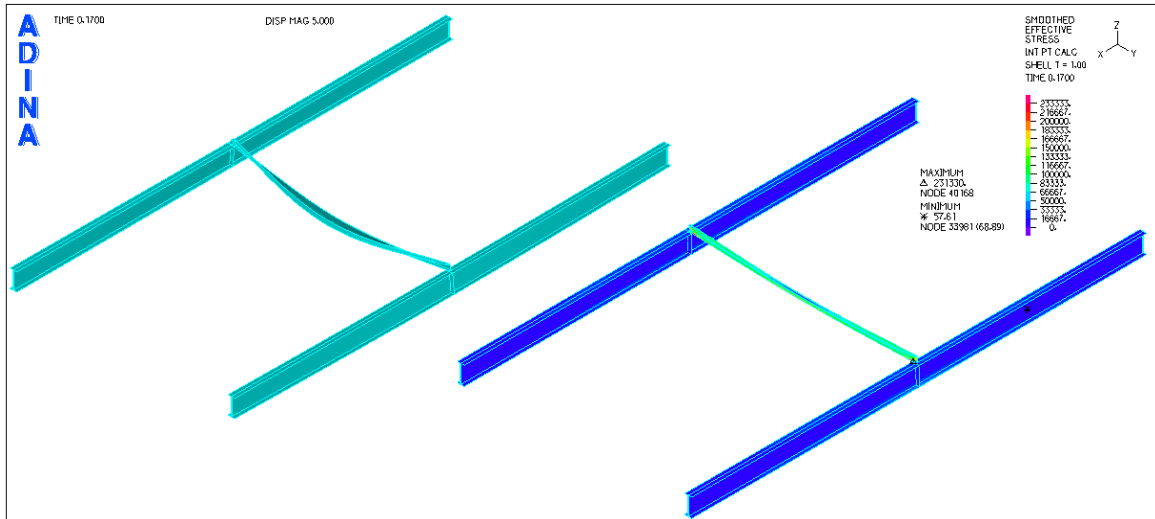


Σχήμα 7-29: Δρόμος ισορροπίας λόγω φορτίου προς αντοχή για $L=20m$ -λόγου Y μετατόπισης προς μέγιστη Z μετατόπιση για τον κόμβο αναφοράς της δοκού.

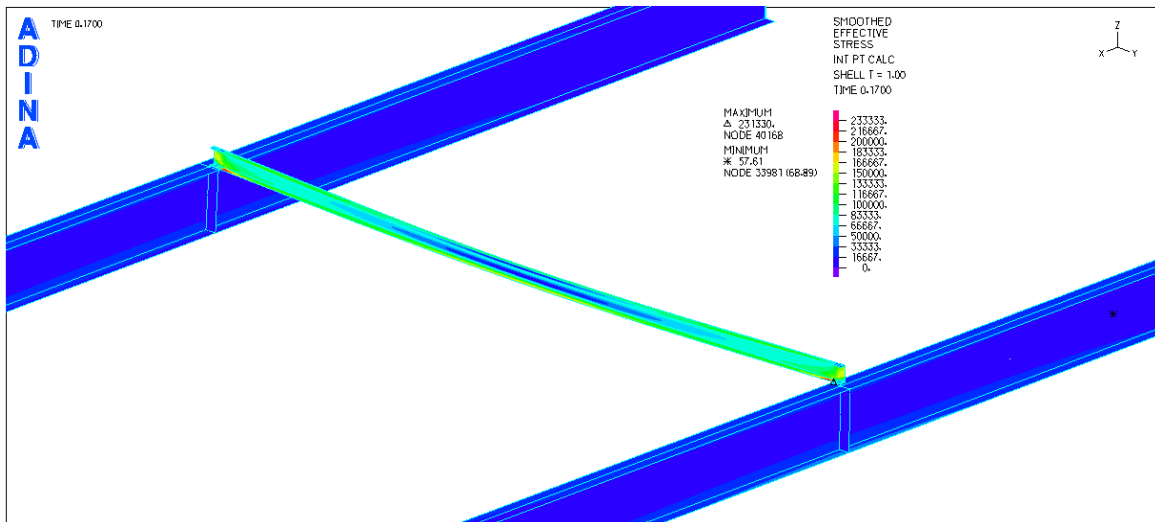


Σχήμα 7-30: Δρόμος ισορροπίας λόγω φορτίου προς αντοχή για $L=20m$ -λόγου X μετατόπισης προς μέγιστη Z μετατόπιση για τον κόμβο αναφοράς της τεγίδας.

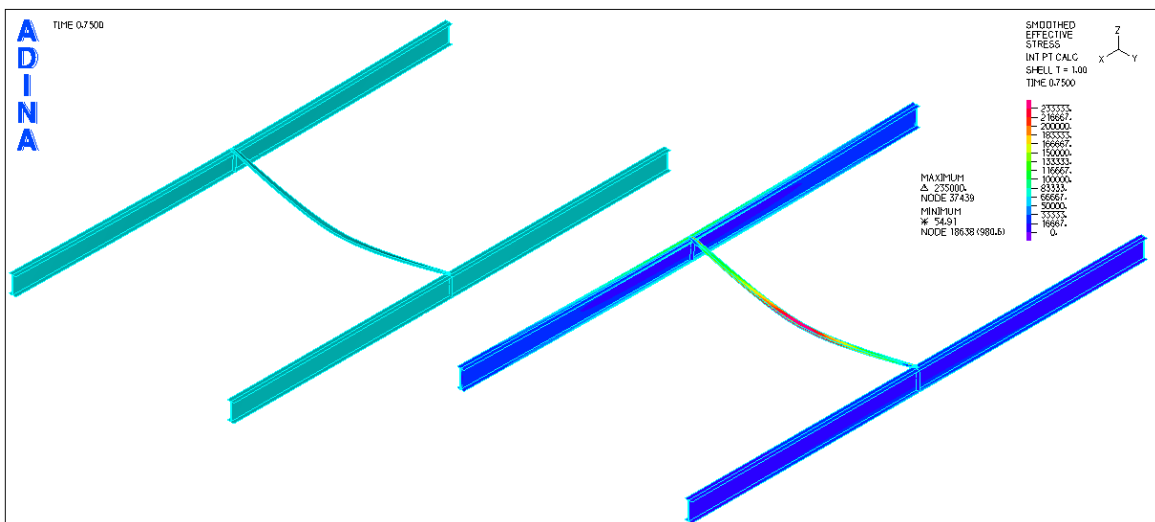
Στα σχήματα 7-29 έως 7-34 παρουσιάζονται εικόνες τάσεων-παραμορφώσεων για τα χαρακτηριστικά - σημεία του δρόμου ισορροπίας (Σχήμα 7-27).



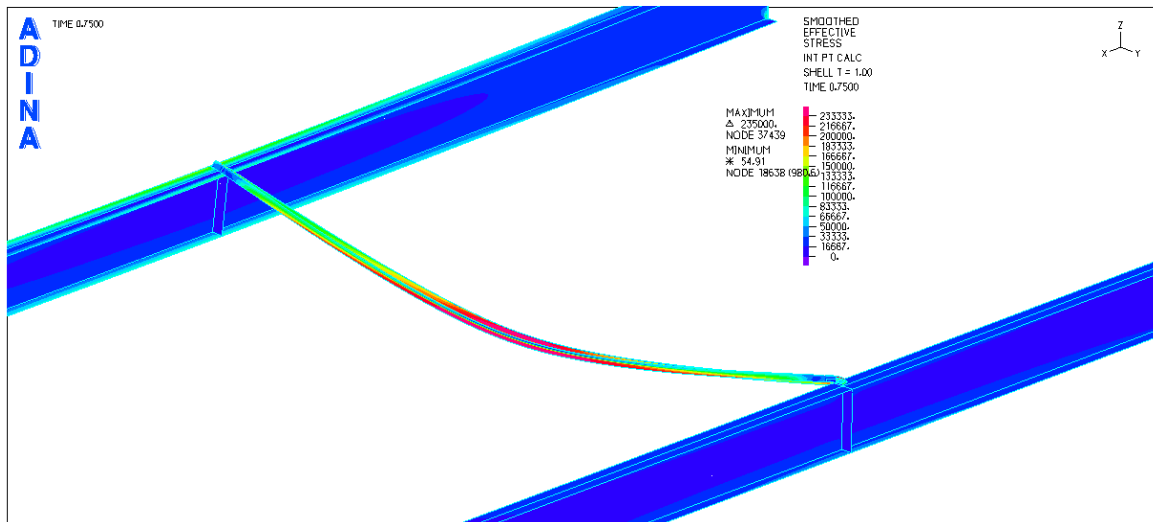
Σχήμα 7-31: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το χαρακτηριστικό σημείο A (προοπτικό).



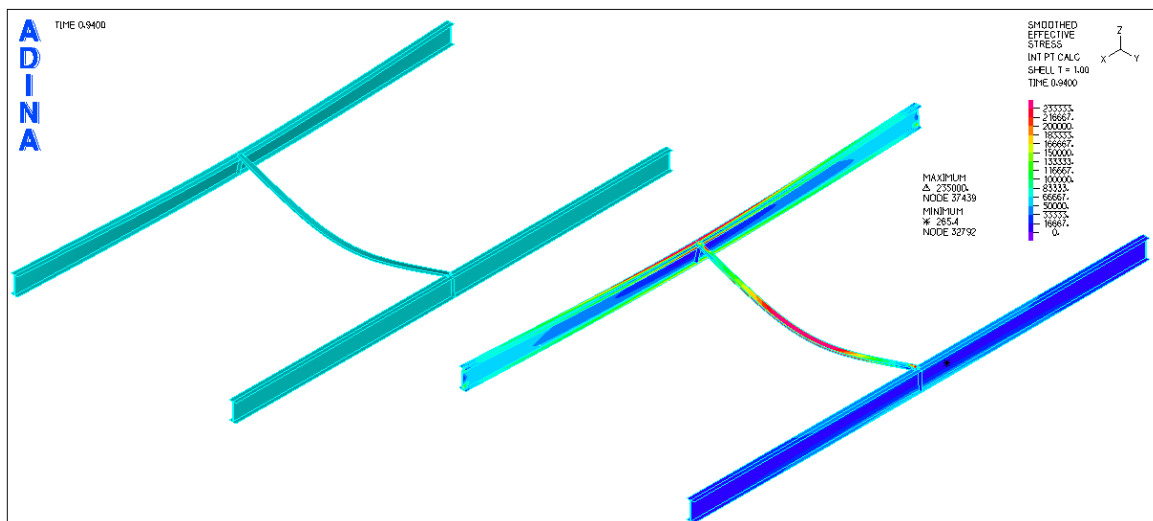
Σχήμα 7-32: Εικόνα τάσεων Von Mises για το χαρακτηριστικό σημείο A (λεπτομέρεια).



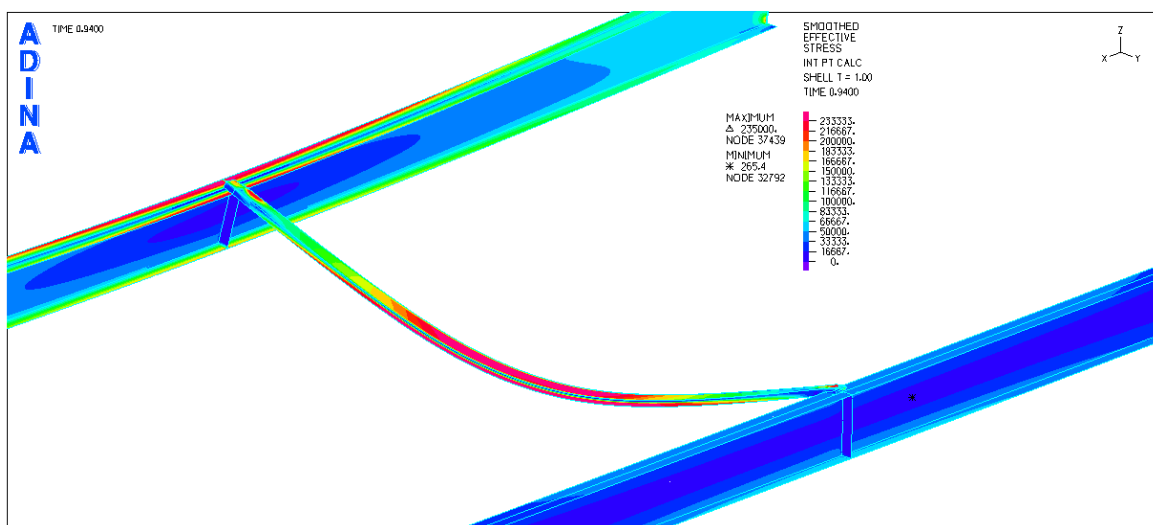
Σχήμα 7-33: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το χαρακτηριστικό σημείο B (προοπτικό).



Σχήμα 7-34: Εικόνα τάσεων Von Mises για το χαρακτηριστικό σημείο Β (λεπτομέρεια).



Σχήμα 7-35: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το χαρακτηριστικό σημείο Γ (προοπτικό).



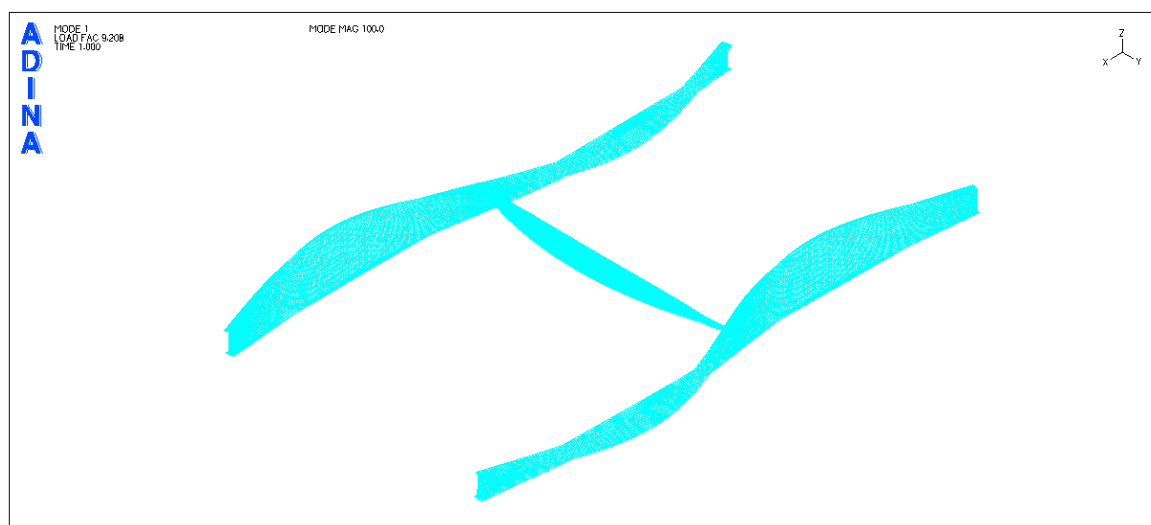
Σχήμα 7-36: Εικόνα τάσεων Von Mises για το χαρακτηριστικό σημείο Γ (λεπτομέρεια).

Παρατηρήθηκε ότι στο σημείο Α οι τάσεις είναι μεγαλύτερες στην τεγίδα, η οποία βρίσκεται στην ελαστική περιοχή, σε σχέση με τις δοκούς. Στο σημείο Β πλέον η τεγίδα έχει λυγίσει και έχει φτάσει και το όριο διαρροής της στο μέσο. Τέλος, στο σημείο Γ αρχίζουν να αναπτύσσονται υψηλές τάσεις και στο πέλμα της δοκού, προκαλώντας και το δικό της πλευρικό λυγισμό.

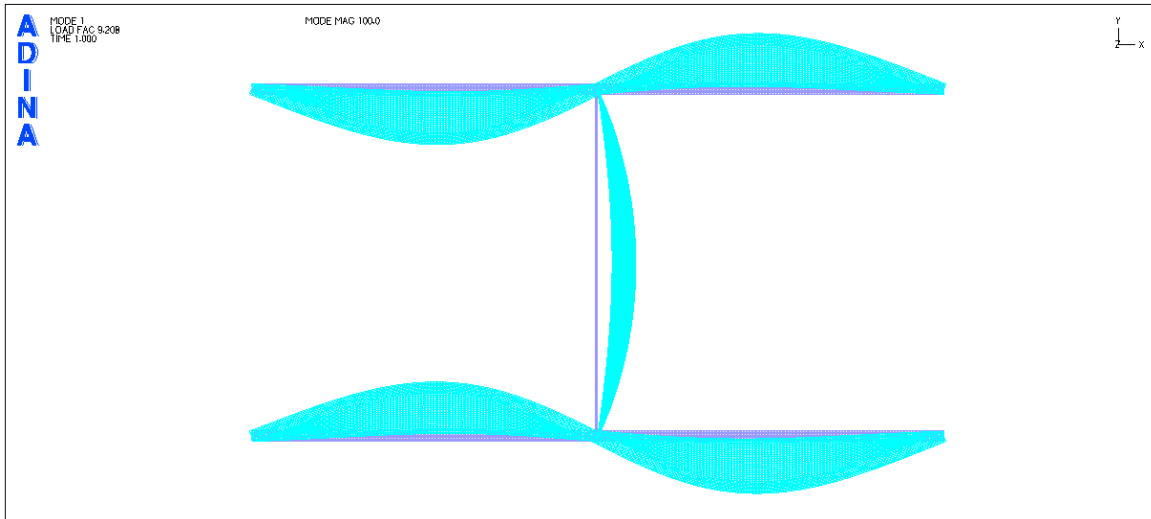
Η οριακή αντοχή του φορέα έχει πέσει στη τιμή 10,12kN/m από 28,29kN/m όταν ήταν αφόρτιστη η τεγίδα. Διακρίνεται δηλαδή μια πτώση της τάξης του 64,23%. Όσον αφορά τα εντατικά μεγέθη, αυτά παρέμειναν στα ίδια επίπεδα. Ωστόσο, η αξονική δύναμη της τεγίδας αποτελεί πλέον ποσοστό 9,39% της θλιπτικής δύναμης του πέλματος της δοκού.

7.4 Αποτελέσματα αριθμητικών αναλύσεων για διατομή τεγίδας C140

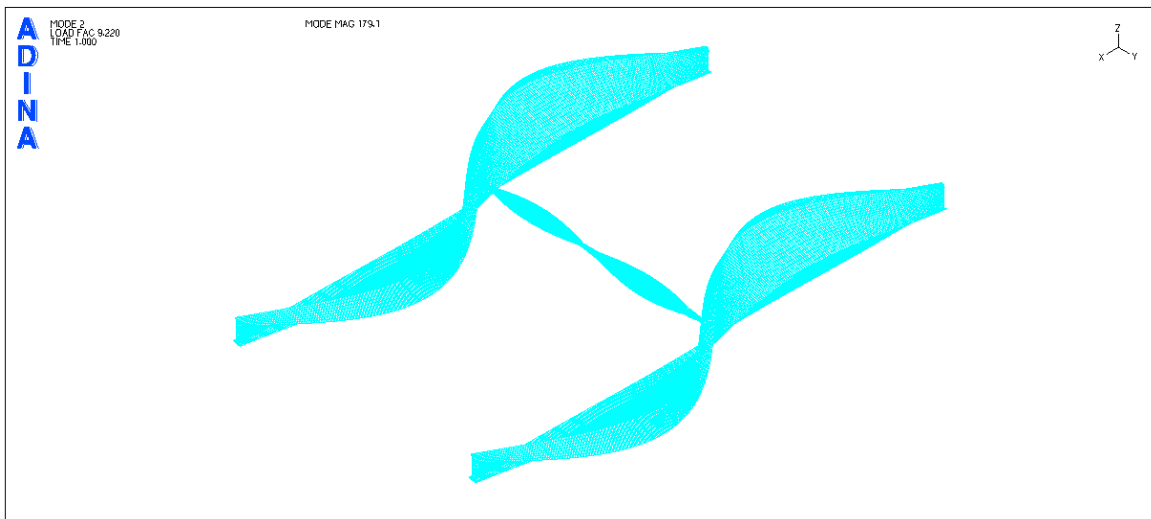
Επόμενο βήμα των αναλύσεών μας ήταν η αλλαγή της διατομής της τεγίδας σε C140 χωρίς να τη φορτίσουμε. Από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού προέκυψαν οι πρώτες ιδιομορφές των ακόλουθων Σχημάτων (7-37 με 7-42). Υπενθυμίζεται ότι η κατηγορία της διατομής προέκυψε ίση με 4, άρα υπάρχει κίνδυνος τοπικού λυγισμού. Το P_{cr} της πρώτης ιδιομορφής προέκυψε ίσο με 22,26kN/m, τιμή περίπου ίση με την αντίστοιχη για διατομή τεγίδας UPN220. Αξίζει ακόμη να σημειωθεί πως οι πρώτες δέκα ιδιομορφές της γραμμικής ανάλυσης λυγισμού εμφανίζουν όλες πλευρικό λυγισμό δοκού και τεγίδας και καμία τοπικό λυγισμό.



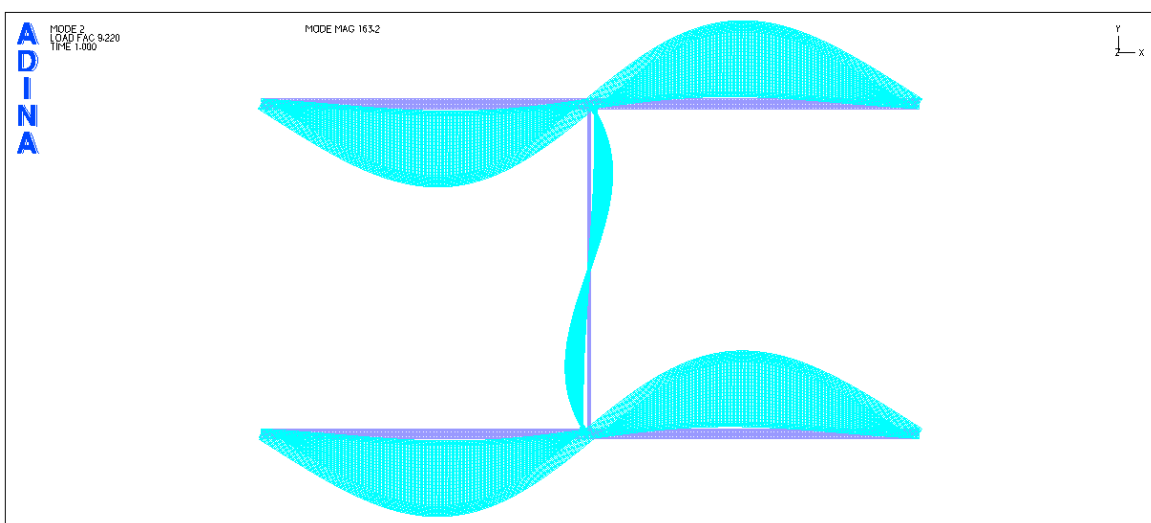
Σχήμα 7-37: 1^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (προοπτικό).



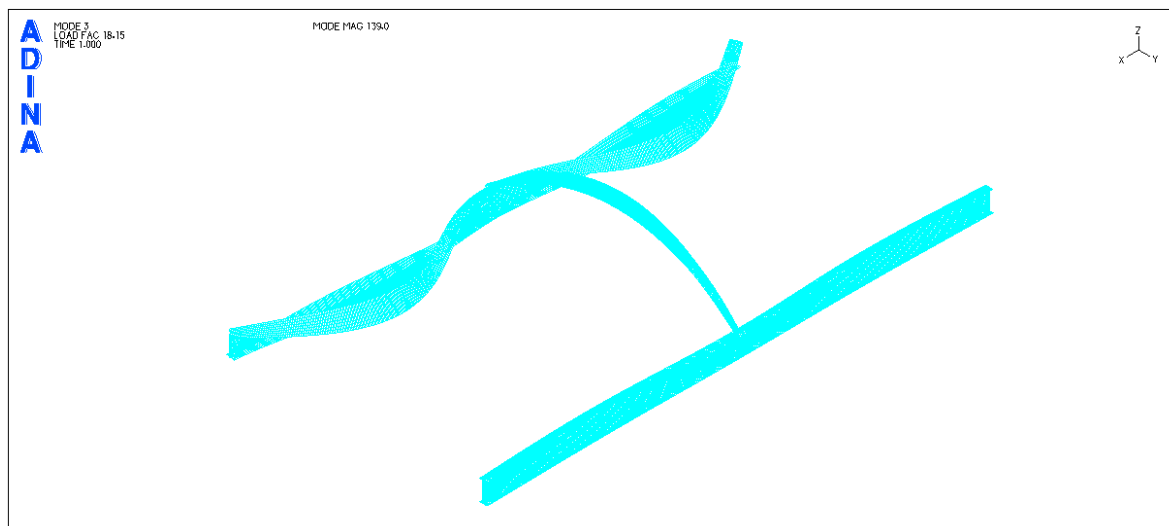
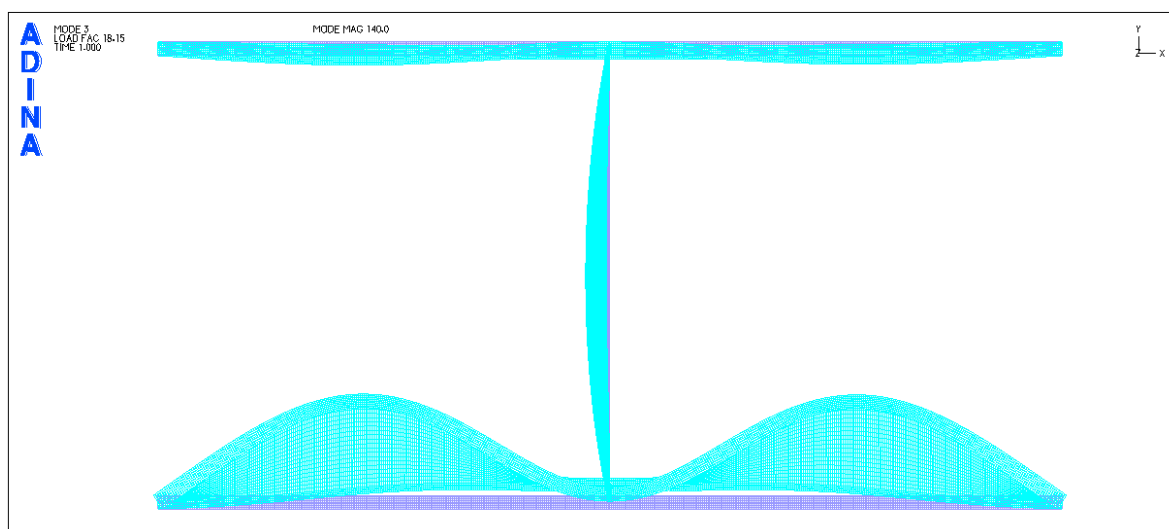
Σχήμα 7-38: 1^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (κάτοψη).



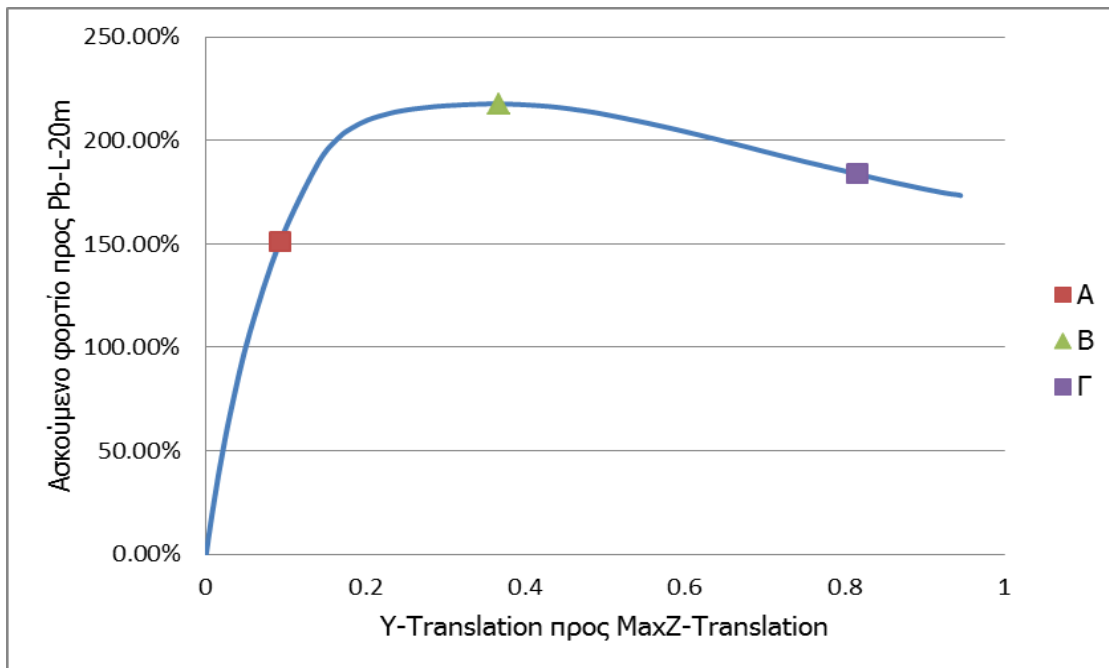
Σχήμα 7-39: 2^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (προοπτικό).



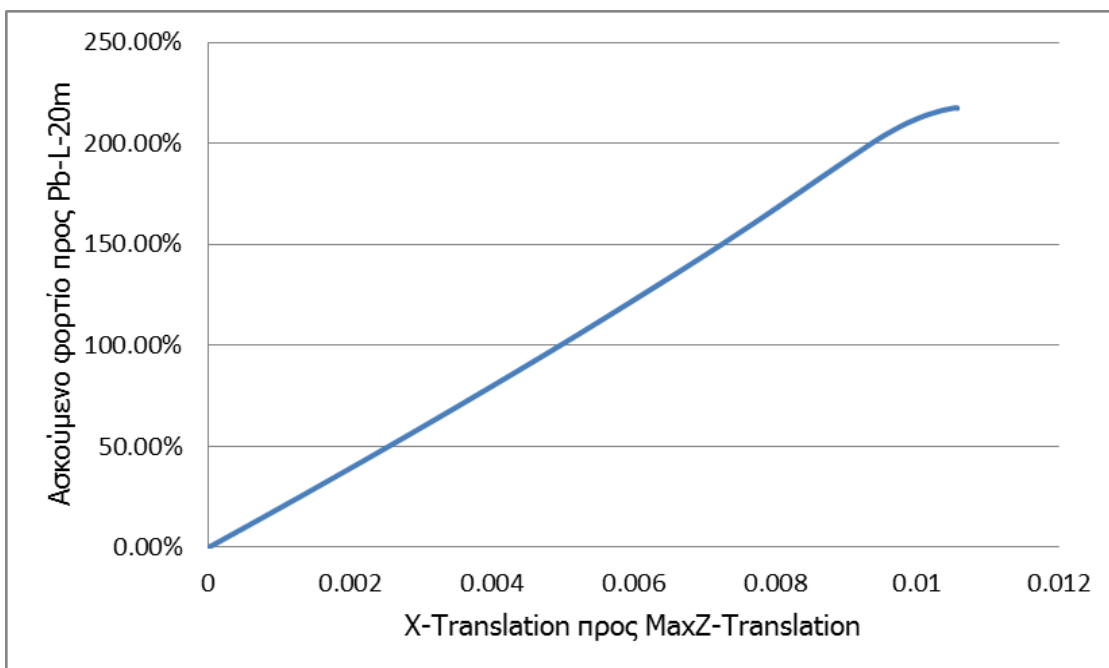
Σχήμα 7-40: 2^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (κάτοψη).

Σχήμα 7-41: 3^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (προοπτικό).Σχήμα 7-42: 3^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (κάτοψη).

Ακολούθως, εκτελέστηκε μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού για να προσδιοριστεί η πραγματική συμπεριφορά του φορέα. Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε ήταν χάλυβας S235 χωρίς κράτυνση, ενώ το σχήμα αρχικών ατελειών δόθηκε με βάση την πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για τιμή ατέλειας σύμφωνα με τη σχέση (3-21). Στα Σχήματα 7-41 και 7-42 που ακολουθούν παρουσιάζονται οι δρόμοι ισορροπίας της δοκού και της τεγίδας με κόμβο αναφοράς στο καθένα το σημείο της μέγιστης πλευρικής του μετατόπισης.

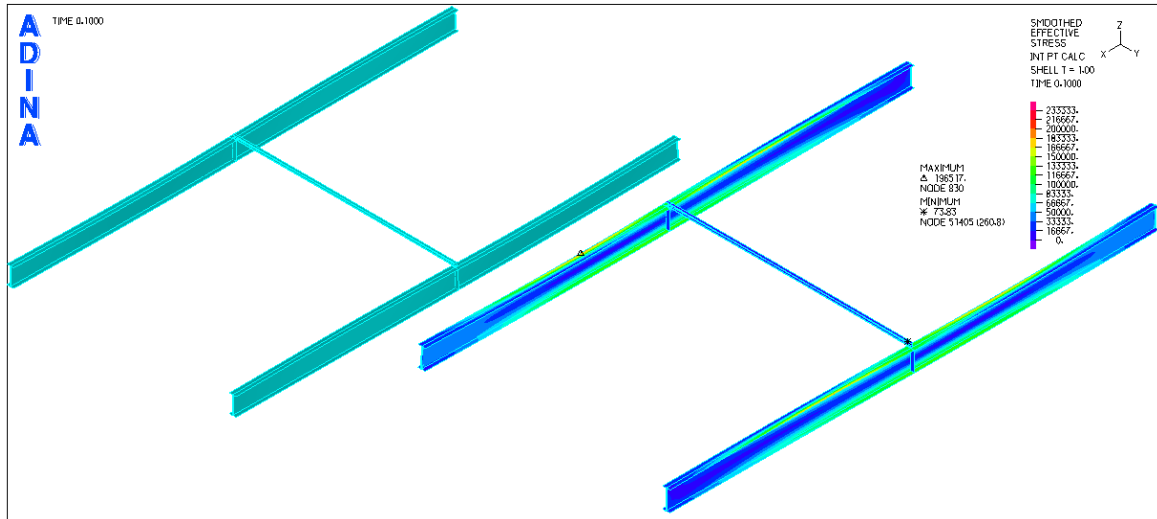


Σχήμα 7-43: Δρόμος ισορροπίας λόγου φορτίου προς αντοχή για $L=20m$ -λόγου Y μετατόπισης προς μέγιστη Z μετατόπιση για τον κόμβο αναφοράς της δοκού.

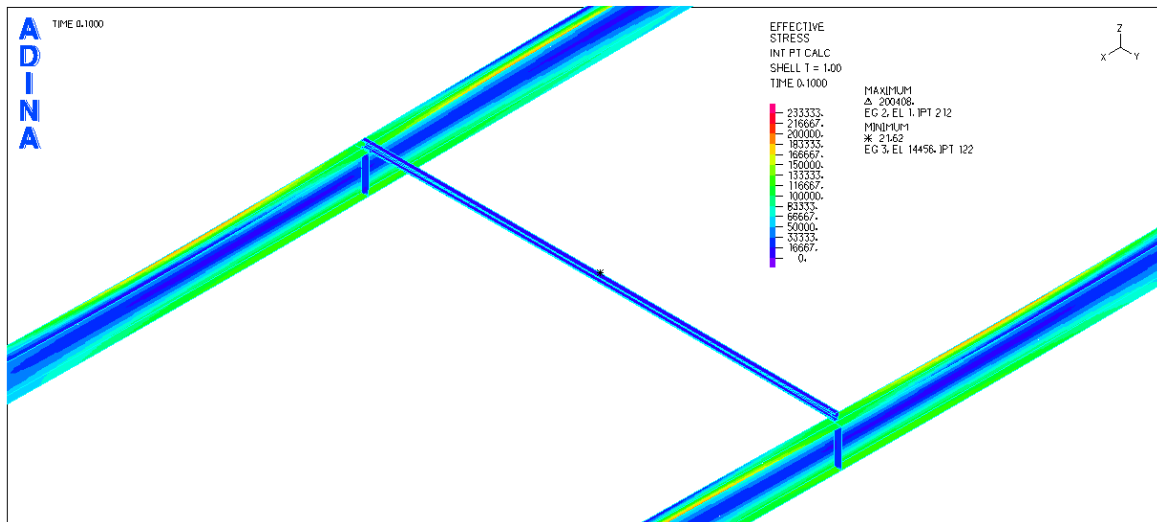


Σχήμα 7-44: Δρόμος ισορροπίας λόγου φορτίου προς αντοχή για $L=20m$ -λόγου X μετατόπισης προς μέγιστη Z μετατόπιση για τον κόμβο αναφοράς της τειγίδας.

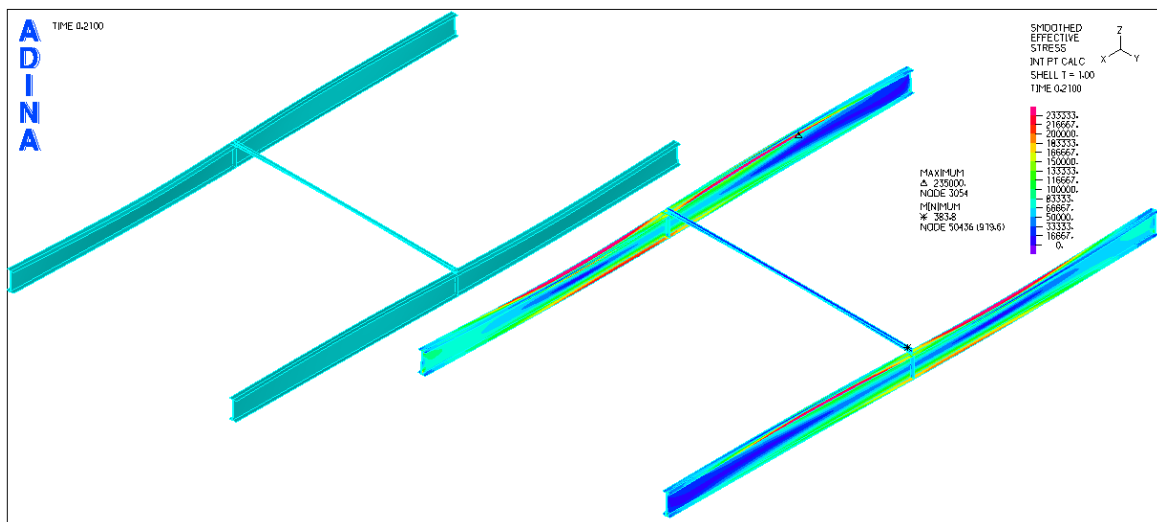
Στη συνέχεια, παρουσιάζονται εικόνες τάσεων παραμορφώσεων για τα χαρακτηριστικά σημεία που διακρίνονται στο δρόμο ισορροπίας του Σχήματος 7-41.



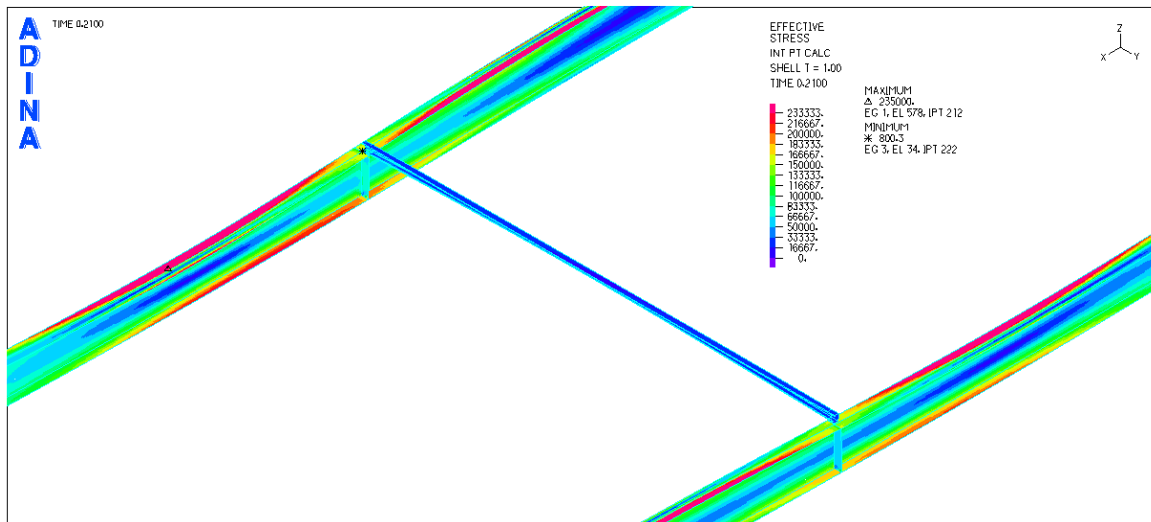
Σχήμα 7-45: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το χαρακτηριστικό σημείο A (προοπτικό).



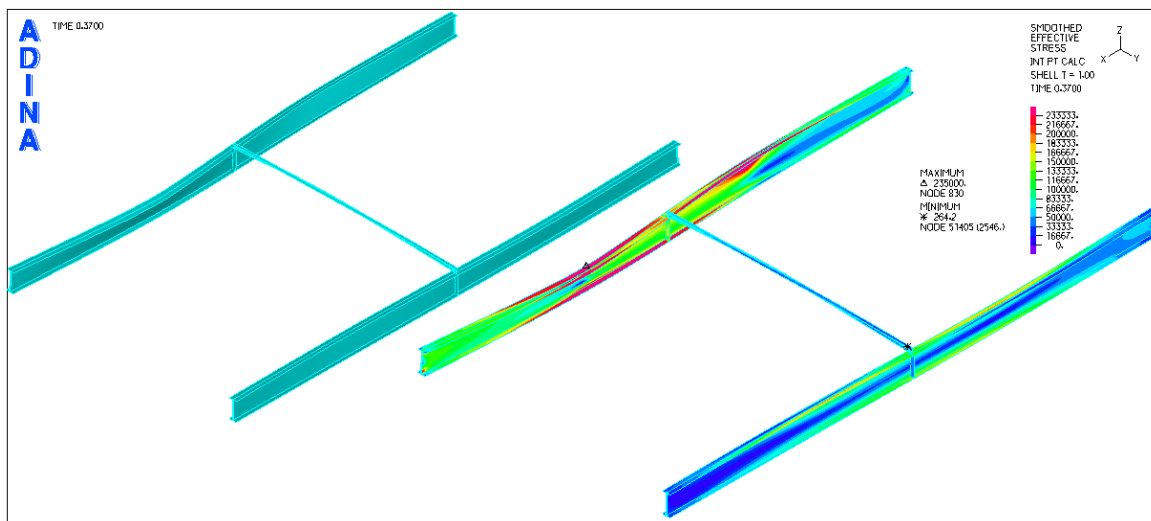
Σχήμα 7-46: Εικόνα τάσεων Von Mises για το χαρακτηριστικό σημείο A (λεπτομέρεια).



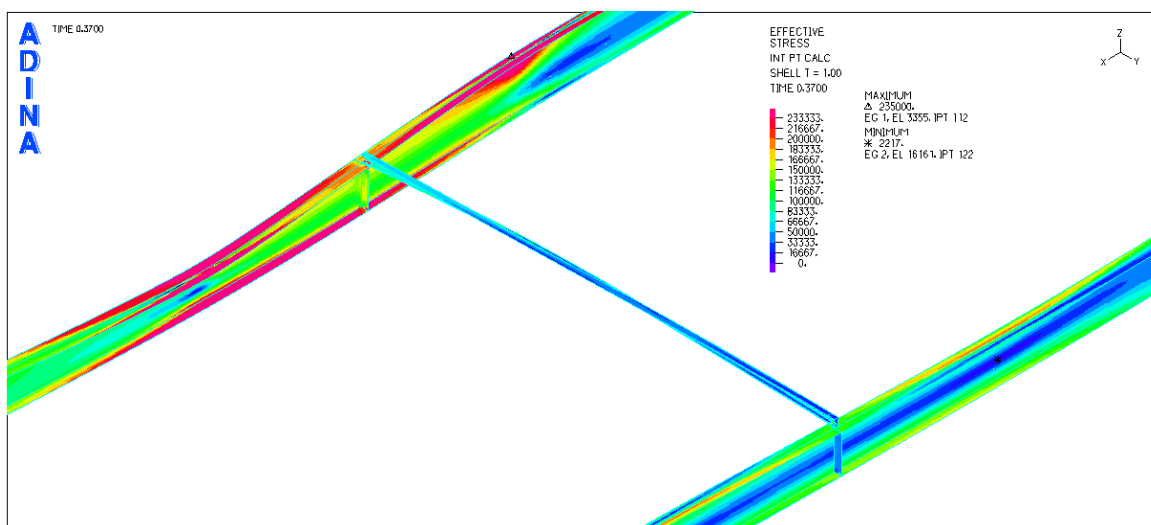
Σχήμα 7-47: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το χαρακτηριστικό σημείο B (προοπτικό).



Σχήμα 7-48: Εικόνα τάσεων Von Mises για το χαρακτηριστικό σημείο Β (λεπτομέρεια).



Σχήμα 7-49: Εικόνα τάσεων Von Mises-παραμορφώσεων για το χαρακτηριστικό σημείο Γ (προοπτικό).



Σχήμα 7-50: Εικόνα τάσεων Von Mises για το χαρακτηριστικό σημείο Γ (λεπτομέρεια).

Γίνεται εμφανές πως το σημείο Α βρίσκεται στην ελαστική περιοχή, γι' αυτό οι τάσεις και οι παραμορφώσεις έχουν μικρές τιμές, ενώ στο σημείο Β έχει συμβεί ο λυγισμός και μερικά σημεία έχουν φτάσει στο όριο διαρροής. Τελικά, στο σημείο Γ πολλές περιοχές της δοκού έχουν πλαστικοποιηθεί προκαλώντας την αστοχία. Τα εντατικά μεγέθη που προέκυψαν στην τεγίδα δείχνουν ότι αναπτύσσονται αξονικές δυνάμεις με μέγιστη τιμή ίση με 3,91kN (0,23% της θλιπτικής δύναμης πέλματος της δοκού).

Η ίδια πορεία ακολουθήθηκε για αφόρτιστη τεγίδα C140 διαφορετικού πάχους. Τα συγκριτικά αποτελέσματα των αναλύσεων παρουσιάζονται στους πίνακες που ακολουθούν.

Πίνακας 7-1: Συγκριτική παρουσίαση κρίσιμων φορτίων πλευρικού λυγισμού τεγίδας C140 για διάφορα πάχη εμπορίου.

ΔΙΑΤΟΜΗ	C140/2	C140/1.8	C140/1.5
Pcr (kN/m)	24.51	24.52	24.55

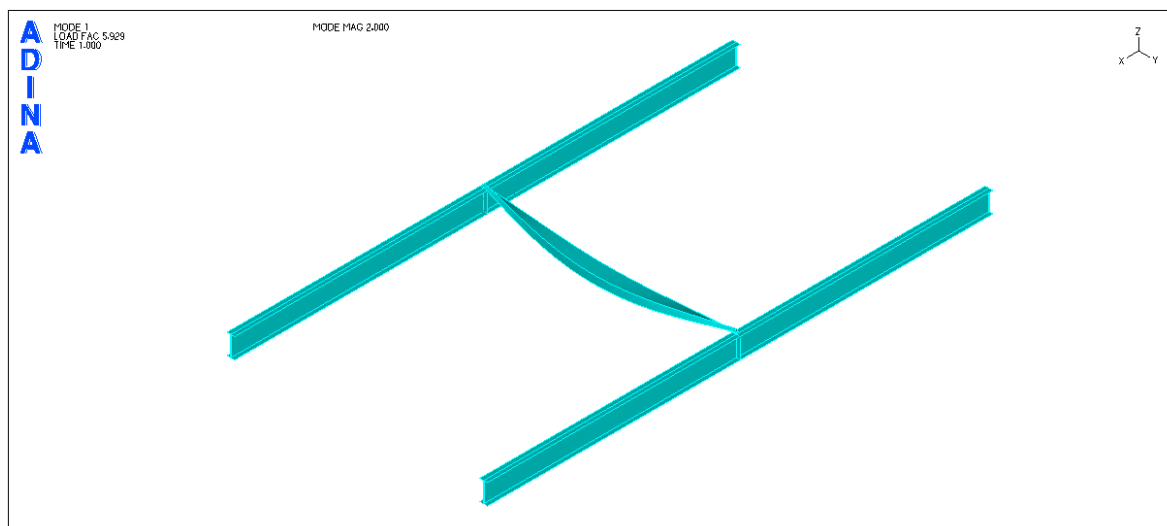
Πίνακας 7-2: Συγκριτική παρουσίαση οριακών αντοχών φορέα τεγίδας C140 για διάφορα πάχη εμπορίου.

ΔΙΑΤΟΜΗ	C140/2	C140/1.8	C140/1.5
Pb (kN/m)	28.41	28.40	28.40

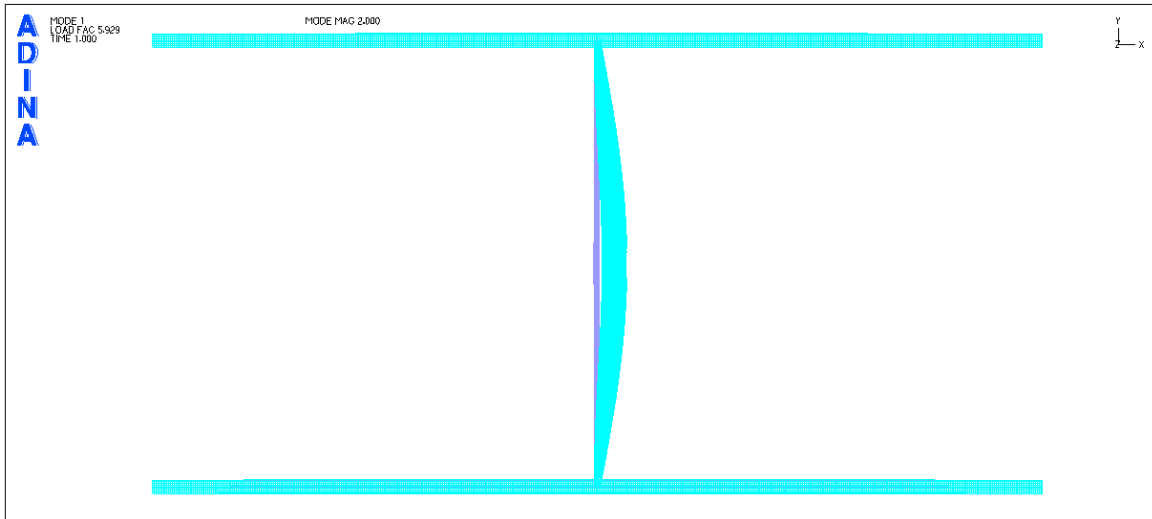
Πίνακας 7-3: Συγκριτική παρουσίαση αξονικών δυνάμεων τεγίδας C140 για διάφορα πάχη εμπορίου.

ΔΙΑΤΟΜΗ	C140/2	C140/1.8	C140/1.5
MaxN (kN)	5.22	4.69	3.91
Ποσοστό	0.29%	0.26%	0.22%

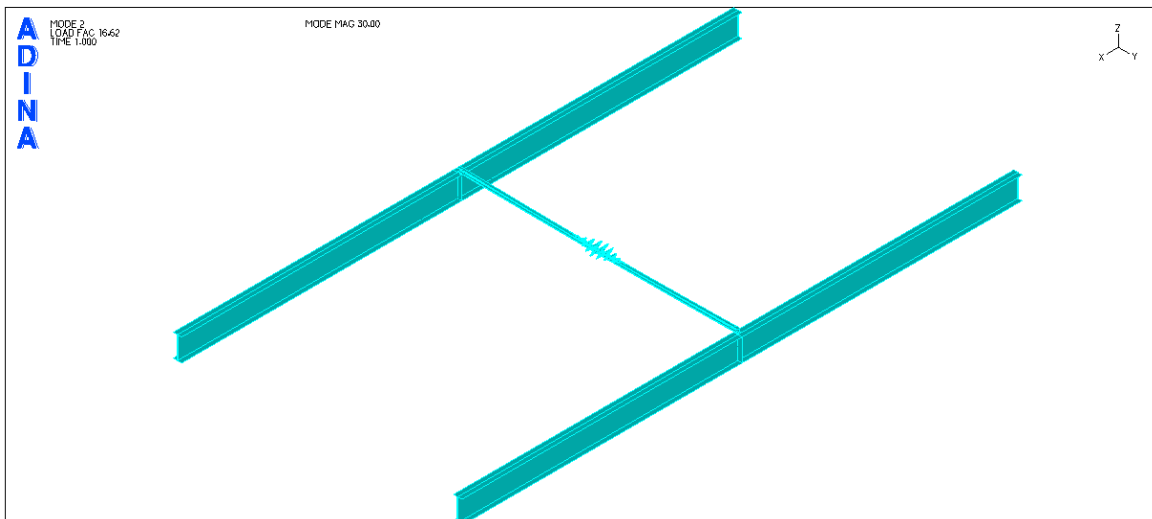
Κατόπιν, επιβλήθηκε κατανεμημένο φορτίο στο άνω πέλμα της τεγίδας και προέκυψαν οι εξής πρώτες ιδιομορφές:



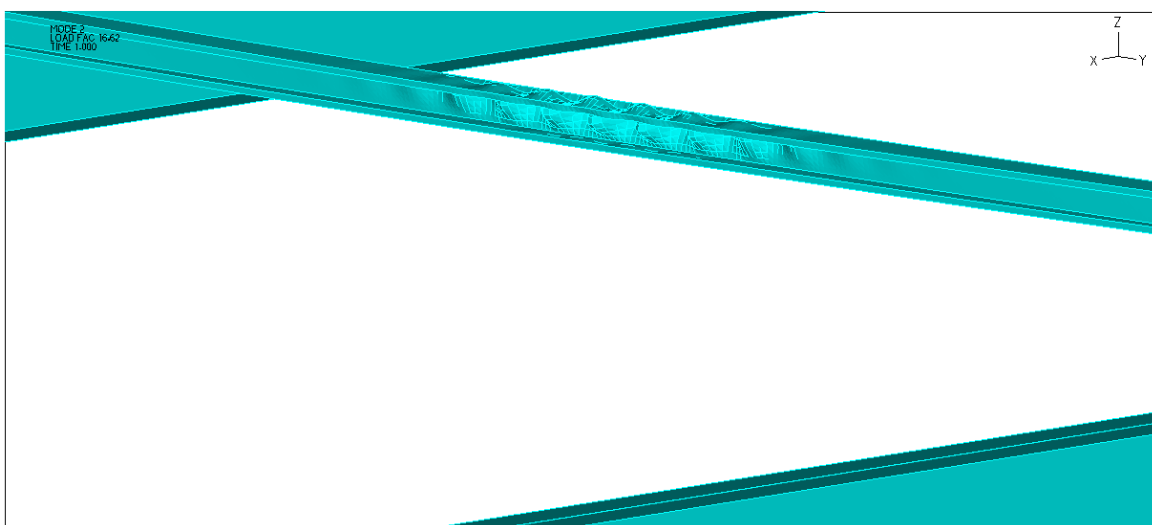
Σχήμα 7-51: 1^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (προοπτικό).



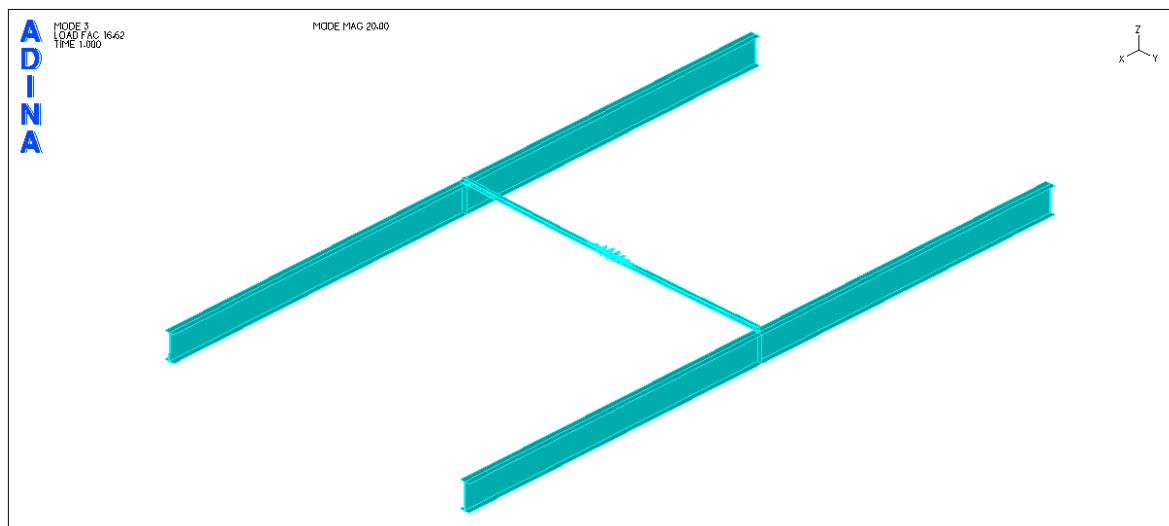
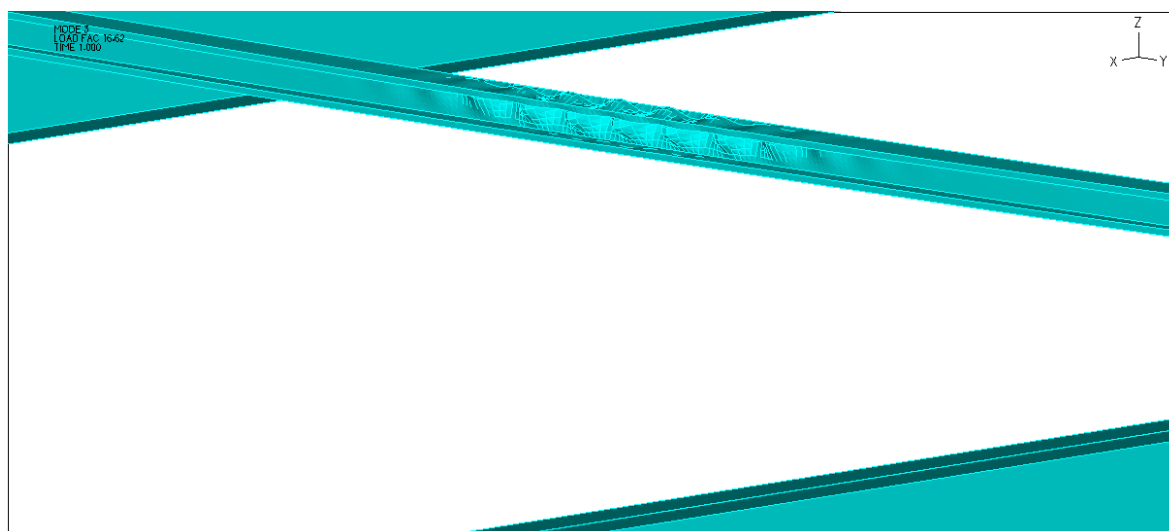
Σχήμα 7-52: 1^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (κάτοψη).



Σχήμα 7-53: 2^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (προοπτικό).



Σχήμα 7-54: 2^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (λεπτομέρεια).

Σχήμα 7-55: 3^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (προοπτικό).Σχήμα 7-56: 3^η ιδιομορφή λυγισμού φορέα (λεπτομέρεια).

Το P_{cr} της πρώτης ιδιομορφής προέκυψε ίσο με 0,5929kN/m. Αξιοσημείωτο είναι ότι, ανάμεσα στις δέκα πρώτες ιδιομορφές της γραμμικής ανάλυσης, δύο μόνο εμφάνιζαν πλευρικό λυγισμό, ενώ οι υπόλοιπες τοπικό. Επιλέγοντας τα δύο μικρότερα πάχη των 1,8mm και 1,5mm, και οι δέκα πρώτες ιδιομορφές εμφάνιζαν πλευρικό λυγισμό. Η συγκριτική παρουσίαση των κρίσιμων φορτίων φαίνεται στον Πίνακα 7-4.

Πίνακας 7-4: Συγκριτική παρουσίαση κρίσιμου φορτίου τεγίδας C140 για διάφορα πάχη εμπορίου.

ΔΙΑΤΟΜΗ	C140/2	C140/1.8	C140/1.5
P_{cr} (kN/m)	0.59	1.10	0.65

Λόγω του μεγάλου πλήθους ιδιομορφών που εμφάνιζαν τοπικό λυγισμό αλλά και της γενικότερης αστάθειας του μοντέλου, δεν κατέστη δυνατό να εκτελεστούν μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού.

7.5 Συμπεράσματα αριθμητικών αναλύσεων

Στις προηγούμενες παραγράφους επιχειρήθηκε να ελεγχθεί κατά πόσο είναι εφικτό να παρέχουμε πλήρη πλευρική εξασφάλιση με τη χρήση τεγίδων. Αρχικά, λοιπόν, χρησιμοποιήθηκε μια πρότυπη διατομή για την τεγίδα, με την ίδια να παραμένει αφόρτιστη. Σύμφωνα με τις εικόνες και τους δρόμους ισορροπίας που παρουσιάστηκαν παραπάνω, διαπιστώθηκε πως σε αυτήν την περίπτωση πετυχαίνουμε πλήρη πλευρική εξασφάλιση. Η εικόνα της αστοχίας είναι η πλήρης πλαστικοποίηση διατομής κοντά στο μέσο της δοκού σε συνδυασμό με το πλευρικό λυγισμό της δοκού. Επιπλέον, οι δέκα πρώτες ιδιομορφές από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού εμφάνιζαν μόνο πλευρικό λυγισμό δοκού και τεγίδας και καμία τοπικό λυγισμό. Τα εντατικά μεγέθη που προέκυψαν ήταν μεγαλύτερα από τα αντίστοιχα των προηγούμενων κεφαλαίων, οπότε ο εμπειρικός κανόνας φαίνεται να μην εφαρμόζεται στην περίπτωση αυτή.

Στη συνέχεια, ακολούθησε η φόρτιση της τεγίδας, όπου από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού προέκυψε πως οι τρεις πρώτες ιδιομορφές αφορούσαν τον πλευρικό λυγισμό της τεγίδας. Αντίστοιχα, το αποτέλεσμα της μη γραμμικής ανάλυσης γεωμετρίας και υλικού φανέρωσε πως η τελική αστοχία του φορέα θα επέλθει τόσο από το πλευρικό αυτό λυγισμό όσο και από τον αντίστοιχο της δοκού. Συνεπώς, η φορτισμένη τεγίδα δεν μπορεί να θεωρηθεί πλήρη πλευρική εξασφάλιση, καθώς οι τιμές του κρίσιμου ελαστικού φορτίου και της αντοχής της δοκού δε φτάνουν τις τιμές που προέκυπταν και στα προηγούμενα Κεφάλαια. Τα εντατικά μεγέθη από την άλλη παρέμειναν στα ίδια επίπεδα.

Κατόπιν, δοκιμάστηκε η ίδια διαδικασία για διατομή τεγίδας την λεπτότοιχη διατομή C140 που κυκλοφορεί στο εμπόριο. Για την περίπτωση που παρέμενε αφόρτιστη, οι ιδιομορφές που προέκυψαν από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού εμφάνιζαν πλευρικό λυγισμό δοκού και τεγίδας και καμία τοπικό λυγισμό. Από τις εικόνες τάσεων-παραμορφώσεων και τους δρόμους ισορροπίας παρατηρήθηκε πλήρης πλευρική εξασφάλιση, ενώ ο τρόπος κατάρρευσης παρέμεινε η πλήρης πλαστικοποίηση διατομής κοντά στο μέσο της δοκού. Οι αξονικές δυνάμεις που προέκυψαν ήταν στα ίδια επίπεδα με τις αντίστοιχες των πλευρικών εξασφαλίσεων προηγούμενων κεφαλαίων, συνεπώς ο εμπειρικός κανόνας του 2% έχει ισχύ σε αυτή τη περίπτωση. Τέλος, για διαφορετικά πάχη εμπορίου της ίδιας διατομής, διαπιστώθηκε πολύ μικρή απόκλιση των μεγεθών.

Προχωρώντας στη φόρτιση της τεγίδας, προέκυπτε πλέον μεγάλος αριθμός ιδιομορφών που εμφάνιζε τοπικό λυγισμό της τεγίδας και μάλιστα για μικρές τιμές κρίσιμου φορτίου, γεγονός που δυσκόλεψε την εκτέλεση των γραμμικών αναλύσεων λυγισμού. Ο μεγάλος αυτός αριθμός ιδιομορφών τοπικού λυγισμού, σε συνδυασμό με την αστάθεια του μοντέλου που λύγιζε για μικρές τιμές φορτίων, δεν κατέστησε δυνατή την εκτέλεση μη γραμμικών αναλύσεων. Συμπεραίνεται, ωστόσο, πως ο τοπικός λυγισμός της λεπτοτοιχης τεγίδας είναι αποτρεπτικός παράγοντας για τη χρήση της ως πλευρική εξασφάλιση.

8 ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στη παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκε αναλυτικά η επιρροή των διαφορετικών τρόπων πλευρικής εξασφάλισης στον πλευρικό λυγισμό καμπτόμενων δοκών. Σε αυτό το κεφάλαιο συνοψίζονται τα συμπεράσματα και οι παρατηρήσεις των προηγούμενων κεφαλαίων.

Αρχικά, πραγματοποιήθηκε μια αναζήτηση της υπάρχουσας βιβλιογραφίας στο συγκεκριμένο θέμα. Πιο συγκεκριμένα, εντοπίστηκαν οι βασικότεροι τύποι πλευρικών εξασφαλίσεων που συναντώνται στην πράξη καθώς και τα βασικά χαρακτηριστικά από τα οποία εξαρτάται η επιρροή μιας πλευρικής εξασφάλισης στον πλευρικό λυγισμό δοκών. Τα χαρακτηριστικά αυτά περιλαμβάνουν τη θέση της πλευρικής εξασφάλισης ως προς το κέντρο διάτμησης της δοκού y_T , τη μετακινησιακή της δυσκαμψία k_T και την καμπτική της δυστρεψία k_R . Παράλληλα, επιχειρήθηκε μια βιβλιογραφική αναζήτηση με σκοπό την ποσοτικοποίηση της συμβολής των χαρακτηριστικών αυτών της πλευρικής εξασφάλισης στην αύξηση της ελαστικής κρίσιμης ροπής πλευρικού λυγισμού. Σαν αποτέλεσμα αυτής της αναζήτησης, διατυπώθηκαν και αποδείχθηκαν οι βασικότερες από τις σχέσεις που διέπουν τη λειτουργία της πλευρικής εξασφάλισης ως μέσο αύξησης της κρίσιμης ροπής πλευρικού λυγισμού, πολλές από τις οποίες εμπεριέχονται στην έρευνα του Trahair στο συγκεκριμένο θέμα.

Όσον αφορά το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA, σημαντικό ζήτημα αποτέλεσε η διερεύνηση της βέλτιστης διακριτοποίησης του φορέα αλλά και της κατάλληλης επιλογής συνωριακών συνθηκών. Το πρώτο ζήτημα λύθηκε με υποδιπλασιασμό της εκάστοτε διακριτοποίησης μέχρις ότου φτάσουμε σε ικανοποιητική σύγκλιση, ενώ στο δεύτερο θεωρήθηκε πιο αξιόπιστη η δέσμευση των κόμβων μόνο του κορμού και όχι όλης της διατομής. Κατ' αυτόν τον τρόπο, τηρείται η αντιστοιχία με το τύπο του Ευρωκώδικα 3 για τον υπολογισμό της κρίσιμης ελαστικής ροπής πλευρικού λυγισμού, όπου θεωρήθηκε ελεύθερη στρέβλωση του άκρου ($k_w=1$). Επιπλέον, στην περίπτωση όπου δεσμεύεται η αξονική μετατόπιση μόνο του ενός άκρου, δηλαδή στην περίπτωση άρθρωσης και κύλισης, οι δρόμοι ισορροπίας εμφανίζουν καθοδικό κλάδο μόλις το φορτίο φτάσει περίπου την τιμή του κρίσιμου φορτίου λυγισμού. Με την επιλογή αρθρώσεων και στα δύο άκρα, ο φορέας συνεχίζει να διαθέτει μεταλυγισμική αντοχή ακόμα και με την παρουσία διαρροής, όπως φάνηκε στον αντίστοιχο δρόμο ισορροπίας που παρουσιάστηκε.

Στη συνέχεια αυτής της διπλωματικής εργασίας εκτελέστηκαν γραμμικές και μη γραμμικές αναλύσεις στις οποίες το μοντέλο αποτελείται από την καμπτόμενη δοκό και ένα εγκάρσιο μέλος που προσφέρει πλευρική εξασφάλιση προσομοιωμένο με ελατήριο μετάθεσης. Αρχικά, προέκυψε το συμπέρασμα από τις εικόνες τάσεων πως η κατάρρευση από πλευρικό λυγισμό παρουσία πλευρικής εξασφάλισης γίνεται λόγω πλήρους πλαστικοποίησης μιας διατομής κοντά στο μέσο της δοκού, σε αντίθεση με τη δοκό

χωρίς πλευρική εξασφάλιση όπου πλαστικοποιείται πλήρως μεσαία διατομή της δοκού. Φαίνεται ότι η πλευρική εξασφάλιση περιορίζοντας τη μετακίνηση στο μέσο της δοκού μεταθέτει την αστοχία σε άλλο σημείο. Όσον αφορά την επιρροή του ύψους και της δυσκαμψίας της πλευρικής εξασφάλισης, διαπιστώθηκε πως όλες οι πρότυπες διατομές που χρησιμοποιήθηκαν έχουν την ίδια συμπεριφορά. Δηλαδή, για εξασφάλιση των κόμβων μεταξύ του πάνω θλιβόμενου πέλματος και του κέντρου βάρους της διατομής, παρατηρούταν πλήρη εξασφάλιση, ενώ η εξασφάλιση των κόμβων μεταξύ του κέντρου βάρους και του κάτω πέλματος προσέφερε μερική εξασφάλιση της δοκού. Επιπλέον, για τις μη ρεαλιστικές δυσκαμψίες πλευρικών εξασφαλίσεων, διαπιστώθηκε πως το εύρος των θέσεων πλήρους εξασφάλισης είναι ακόμα μικρότερο, ενώ για κάποιες πολύ μικρές δυσκαμψίες προέκυπτε μόνο μερική εξασφάλιση. Παρόμοια συμπεριφορά έγινε αντιληπτή και στην αντοχή της δοκού όπου, για μετακίνηση της πλευρικής εξασφάλισης από το θλιβόμενο πέλμα στο εφελκυσμένο, η τιμή της τείνει από αυτήν της εξασφαλισμένης σε αυτήν της μη εξασφαλισμένης δοκού. Τέλος, οι αξονικές δυνάμεις που αναπτύσσονται στη πλευρική εξασφάλιση φαίνεται να τείνουν σε κάποιες τιμές ποσοστών επί της θλιπτικής δύναμης που αναπτύσσεται στο πέλμα της δοκού. Αυτές οι τιμές των ποσοστών αφορούν μόνο τις περιπτώσεις στις οποίες επιτυγχάνεται πλήρη πλευρική εξασφάλιση και φαίνεται να συμβαδίζουν με τον εμπειρικό κανόνα που επικρατεί για τη διαστασιολόγηση τέτοιων μελών, σύμφωνα με τον οποίον η δύναμη που αναπτύσσεται στο μέλος που προσφέρει πλευρική εξασφάλιση είναι περίπου ίση με 2% της θλιπτικής αξονικής δύναμης του θλιβόμενου πέλματος της προστατευόμενης δοκού. Ωστόσο, όταν πετυχαίνουμε μερική πλευρική εξασφάλιση, υπάρχει σημαντική απόκλιση μεταξύ αυτού του κανόνα και των ποσοστών που παρατηρήθηκαν.

Κατόπιν, δοκιμάσαμε τις ίδιες αναλύσεις με την προσθήκη ελάσματος ενίσχυσης του κορμού στο μέσο της δοκού. Συμπεράναμε πως ο τρόπος κατάρρευσης του φορέα παραμένει ο ίδιος, ωστόσο, το οριακό φορτίο αντοχής παρουσιάζεται αυξημένο για σημεία εξασφάλισης μεταξύ του άνω πέλματος και του μέσου της διατομής. Αντιθέτως, για δέσμευση κάτω από το κέντρο βάρους της διατομής η οριακή αντοχή μειώνεται. Το κρίσιμο ελαστικό φορτίο από την άλλη παρουσιάζεται αυξημένο για όλα τα ύψη εξασφάλισης. Τέλος, τα ποσοστά των αξονικών δυνάμεων των πλευρικών εξασφαλίσεων ήταν ελαφρώς μικρότερα για τις περιπτώσεις που πετυχαίναμε πλήρη εξασφάλιση. Συνεπώς, η προσθήκη ελάσματος ενίσχυσης βελτιώνει τη συμπεριφορά των δοκών που εξετάστηκαν ως προς όλα τα μεγέθη που μας ενδιαφέρουν, όταν βέβαια η ελαστική στήριξη μας προσφέρει πλήρη πλευρική εξασφάλιση. Όμως, τα παραπάνω συμπεράσματα δε μπορούν να έχουν γενικό χαρακτήρα, καθώς έχει εξεταστεί μικρό δείγμα διατομών, μηκών δοκών και ειδών φόρτισης.

Σε επόμενη ενότητα αυτής της διπλωματικής εργασίας συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα των παραπάνω αναλύσεων σε σχέση με αυτά που προέκυπταν από τις αναλυτικές σχέσεις απαιτούμενης δυσκαμψίας του N.S. Trahair. Η σύγκλιση που παρατηρήθηκε δεν ήταν ικανοποιητική, καθώς αρκετές παράμετροι δε συμβαδίζουν όπως ο τρόπος φόρτισης και η παράλληλη ύπαρξη μετακινησιακής και στροφικής δυσκαμψίας.

Κατόπιν, εξετάστηκε η περίπτωση φορέα που αποτελείτο από δύο δοκούς με ελάσματα ενίσχυσης κορμού στο μέσο, όπου η πλευρική εξασφάλιση προσομοιώθηκε με πεπερασμένο στοιχείο δοκού. Διαπιστώσαμε πως ο τρόπος αστοχίας συνεχίζει να παραμένει η πλήρης πλαστικοποίηση διατομής κοντά στο μέσο της δοκού. Ωστόσο, ειδική αναφορά πρέπει να γίνει στη περίπτωση όπου το μέλος που παρείχε εξασφάλιση, ανέπτυξε σταδιακά μεγάλες τιμές αξονικής δύναμης που οδήγησε στον καμπικό λυγισμό του. Όσον αφορά την επιρροή του ύψους και της δυσκαμψίας του μέλους πλευρικής εξασφάλισης, παρατηρήθηκαν βελτιωμένα αποτελέσματα συγκριτικά με τη χρήση του απλού μετακινησιακού ελατηρίου. Πιο συγκεκριμένα, οι μεγαλύτερες διατομές πετύχαιναν πλήρη εξασφάλιση για ολοένα και μεγαλύτερο εύρος θέσεων δέσμευσης. Αυτό συνέβη καθώς η προσθήκη της δεύτερης δοκού στο μοντέλο σε συνδυασμό με τη δημιουργία της μονολιθικής σύνδεσης μεταξύ δοκών και πλευρικής εξασφάλισης προσδίδει και στροφική δυσκαμψία στο φορέα που βελτιώνει κατά πολύ τη

συνολική συμπεριφορά του έναντι πλευρικού λυγισμού. Το παραπάνω συμπέρασμα επιβεβαιώνεται και από την έρευνα του N.S. Trahair που ορίζει αναλυτικές σχέσεις απαιτούμενης δυσκαμψίας τόσο για μετακινησιακή όσο και για στροφική δυσκαμψία. Όμοια συμπεριφορά παρουσιάζει και η αντοχή της δοκού με την μόνη διαφορά να είναι η απότομη πτώση της σε τιμές μη εξασφαλισμένης δοκού. Τέλος, οι αξονικές δυνάμεις τείνουν σε ποσοστό χαμηλότερο από τον εμπειρικό κανόνα, επιβεβαιώνοντας πως αποτελεί μια καλή αλλά συντηρητική τιμή διαστασιολόγησης.

Τέλος, διερευνήθηκε η αποτελεσματικότητα τεγίδων διατομής U θερμής ή ψυχρής έλασης στην παροχή πλευρικής εξασφάλισης. Η σύνδεση μεταξύ δοκών και τεγίδας προσομοιώθηκε με κοχλίωση, τηρώντας τις απαιτούμενες αποστάσεις που επιτάσσει ο Ευρωκώδικας 3. Για την πρότυπη διατομή τεγίδας που επιλέχθηκε αρχικά, διαπιστώθηκε ότι, όσο παραμένει αφόρτιστη, τόσο ο τρόπος κατάρρευσης του φορέα όσο και μεγέθη όπως η αντοχή της δοκού αναλογούν στα αντίστοιχα μιας πλήρως εξασφαλισμένης δοκού. Ακόμη, τα εντατικά μεγέθη που παρατηρήθηκαν και πιο συγκεκριμένα η αξονική δύναμη της τεγίδας είναι μεγαλύτερη απ' ότι ήταν αναμενόμενο με βάση τον εμπειρικό κανόνα που επικρατεί για τη διαστασιολόγηση των πλευρικών εξασφαλίσεων. Εντελώς διαφορετική συμπεριφορά επέδειξε ο φορέας όταν φορτίστηκε η τεγίδα με κατανεμημένο φορτίο, καθώς πλέον η μορφή αστοχίας ήταν ο πλευρικός λυγισμός τόσο της δοκού όσο και της τεγίδας. Επιπρόσθετα, το κρίσιμο φορτίο και η αντοχή της δοκού είχαν αισθητά μικρότερη τιμή απ' ότι μια πλήρως εξασφαλισμένη δοκός. Τα εντατικά μεγέθη, ωστόσο, παρέμειναν στα ίδια επίπεδα. Επομένως, εξήχθη το συμπέρασμα πως σε αυτή τη περίπτωση δεν ήταν εφικτή μια πλήρης πλευρική εξασφάλιση.

Εκτελώντας την ίδια διαδικασία για μια λεπτότοιχη διατομή τεγίδας, διαπιστώθηκε πως όταν είναι αφόρτιστη έχει την ίδια συμπεριφορά με την πρότυπη διατομή. Δηλαδή, ο τρόπος κατάρρευσης παρέμεινε ο ίδιος, ενώ και η αντοχή της δοκού έτεινε σε τιμή πλήρως εξασφαλισμένης δοκού. Στις πρώτες ιδιομορφές δεν εμφανίστηκε τοπικός λυγισμός της τεγίδας, παρόλο που είναι επιρρεπής σε αυτόν λόγω κατηγορίας. Σημαντική διαφορά σε σχέση με την πρότυπη διατομή αποτέλεσε η τιμή της αξονικής δύναμης που καλυπτόταν από τον εμπειρικό κανόνα διαστασιολόγησης. Τέλος, όταν δοκιμάστηκαν οι ίδιες αναλύσεις για διαφορετικά πάχη της διατομής οι αλλαγές που παρατηρήθηκαν στα διάφορα μεγέθη ήταν αμελητέες.

Όταν φορτίστηκε με κατανεμημένο φορτίο η παραπάνω τεγίδα, ο τοπικός λυγισμός της τεγίδας εμφανίστηκε σε μεγάλο αριθμό ιδιομορφών για πολύ μικρή τιμή κρίσιμου φορτίου. Έτσι, δε κατέστη δυνατή η εκτέλεση μη γραμμικών αναλύσεων γεωμετρίας και υλικού. Διαπιστώθηκε, λοιπόν, πως οι φορτισμένες τεγίδες δεν πετυχαίνουν πλήρη πλευρική εξασφάλιση σε αντίθεση με τις αφόρτιστες που το καταφέρνουν.

9 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] N.S. Trahair, "Flexural-Torsional Buckling of Structures", E & FN SPON
- [2] Αντωνίου Ν. Κουνάδη, "Μη Γραμμική Θεωρία Ελαστικής Ευστάθειας Με Στοιχεία από την Θεωρίαν Καταστροφών", Εκδόσεις Συμεών (Β' Έκδοσις-Αθήνα 2004)
- [3] Ιωάννης Κ. Βάγιας, "Σιδηρές Κατασκευές Ανάλυση και διαστασιολόγηση", Εκδόσεις Κλειδάριθμος (2003)
- [4] Ιωάννης Κ. Βάγιας, Ιωάννης Χ. Ερμόπουλος, Γεώργιος Ι. Ιωαννίδης, "Σχεδιασμός δομικών έργων από χάλυβα με παραδείγματα και εφαρμογής", Εκδόσεις Κλειδάριθμος (2013)
- [5] Ιωάννης Κ. Βάγιας, Dan Dubina, "Σιδηρές Κατασκευές Από λεπτότοιχες διατομές ψυχρής διαμόρφωσης", Εκδόσεις Κλειδάριθμος (2004)
- [6] Ευρωκώδικας 3: Σχεδιασμός κατασκευών από χάλυβα (EN 1993)
- [7] Διπλωματική Εργασία Κωνσταντίνας Κουλάτσου, "Αναλυτική, αριθμητική και κανονιστική διερεύνηση πλευρικού λυγισμού μεταλλικών δοκών", ΕΜΠ (Αθήνα 2007)
- [8] Διπλωματική Εργασία Αναστάσιου Τσιάβου, "Επιρροή πλευρικών εξασφαλίσεων στον πλευρικό λυγισμό δοκών", ΕΜΠ (Αθήνα 2010)
- [9] Βασίλης Μελισσιανός, Ηλίας Θανασούλας, Στέλιος Βερνάρδος, "Οδηγίες Χρήσης Λογισμικού ADINA", ΕΜΠ (Αθήνα 2015)
- [10] ADINA System Online Manuals, ADINA R&D, Inc (December 2013)
- [11] Άρθρο "Refined calculation of lateral bracing systems due to global geometrical imperfections by Dariusz Czepizak and Antoni Biegus, Wroclaw University of Technology, Department of Civil Engineering (Wroclaw 2015)