



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ»

Μεταπτυχιακή Εργασία

**Ανάπτυξη Μεθοδολογίας Προβλεπτικού Ελέγχου για Δίκτυα Μεταφοράς
Ηλεκτρικής Ενέργειας**

Ιωάννης Δ. Καλογερόπουλος

Επιβλέπων Καθηγητής: Χ. Σαρίμβεης

ΑΘΗΝΑ 2016



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ»

Μεταπτυχιακή Εργασία

Ανάπτυξη Μεθοδολογίας Προβλεπτικού Ελέγχου για Δίκτυα Μεταφοράς Ηλεκτρικής Ενέργειας

Ιωάννης Δ. Καλογερόπουλος

Επιβλέπων Καθηγητής: Χ. Σαρίμβεης

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή την Ιουνίου 2016.

.....
Χ. Σαρίμβεης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Κ. Κυριακόπουλος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Α. Σολδάτος
Δρ. Ηλεκτρολόγος
Μηχανικός Ε.Μ.Π.

ΑΘΗΝΑ 2016

.....

Ιωάννης Δ. Καλογερόπουλος

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών
Ε.Μ.Π.

Copyright © Ιωάννης Δ. Καλογερόπουλος, 2016.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Ευχαριστίες

Η περάτωση της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας σηματοδοτεί την ολοκλήρωση των μεταπτυχιακών μου σπουδών στο Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών «Συστήματα Αυτοματισμού».

Πρωτίστως θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου Διονύσιο, Αναστασία και Γιώργο για την αμέριστη συμπαράσταση, ηθική όσο και υλική, κατανόηση και αγάπη που μου προσέφεραν τόσο κατά τη διάρκεια των προπτυχιακών όσο και μεταπτυχιακών σπουδών μου.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κ. Χαράλαμπο Σαρίμβη, αναπληρωτή καθηγητή της σχολής Χημικών Μηχανικών Ε.Μ.Π., για την εμπιστοσύνη και το άμεσο ενδιαφέρον που έδειξε προς εμένα δίνοντας μου τη δυνατότητα να ασχοληθώ με αυτό το σύγχρονο, απαιτητικό και άκρως ενδιαφέρον θέμα. Η συνεργασία που είχαμε καθ' όλη τη διάρκεια συγγραφής της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας ήταν άψογη. Σε ότι και αν χρειάστηκα τη βοήθειά του ήταν πάντα εκεί ώστε με τις καίριες και πολύτιμες συμβουλές του να δώσει λύση σε κάθε πρόβλημα που προέκυπτε.

Τέλος, θα ήταν παράλειψη αν δεν ευχαριστούσα τους συμφοιτητές μου στο ΔΠΜΣ «Συστήματα Αυτοματισμού» για την άριστη συνεννόηση και συνεργασία που είχαμε σε όλη τη διάρκεια των μεταπτυχιακών μας σπουδών.

Ιωάννης Καλογερόπουλος

Περίληψη

Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία (ΜΕ) γίνεται μία προσπάθεια ανάπτυξης μίας μεθοδολογίας ελέγχου σε δίκτυα μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας, κατά την οποία είναι ενεργή και η πλευρά της κατανάλωσης. Η τεχνική ελέγχου που χρησιμοποιήθηκε είναι αυτή του προβλεπτικού ελέγχου (Model Predictive Control, MPC).

Στο πρώτο κεφάλαιο, παρουσιάζεται ο σκοπός για τον οποίο γράφτηκε η παρούσα ΜΕ, καθώς και μία συνοπτική βιβλιογραφική ανασκόπηση της έως τώρα δουλειάς που έχει γίνει επάνω στο συγκεκριμένο ζήτημα. Τέλος, δίνεται η δομή του κυρίου σώματος της εργασίας.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, συναντάμε μία βασική εισαγωγή σε έννοιες οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν στην πορεία της εργασίας. Αρχικά, γίνεται μία αναφορά τόσο στα αφινικά και κυρτά σύνολα όσο και στις αφινικές και κυρτές συναρτήσεις, έννοιες πολύ σημαντικές για τα προβλήματα βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούνται σε όλο το εύρος της εργασίας. Στη συνέχεια, αναλύονται τα τετραγωνικά προβλήματα βελτιστοποίησης καθώς και η μέθοδος της αποσύζευξης τους προκειμένου να προκύψει ο διεσπαρμένος προβλεπτικός ελεγκτής. Καθώς το πρόβλημα βελτιστοποίησης διασπάτε σε μικρότερα και απλούστερα προβλήματα είναι σημαντική η εξασφάλιση της σύγκλισης του συνολικού προβλήματος. Για τον σκοπό αυτό έγινε χρήση της μεθόδου της υποκλίσης, περιγραφή της οποίας γίνεται στην παράγραφο 2.7. Τέλος, γίνεται μία εισαγωγή στον μικτό ακέραιο προγραμματισμό.

Στο Τρίτο κεφάλαιο, γίνεται η θεμελίωση του προβλήματος. Αρχικά, γίνεται μοντελοποίηση του συστήματος που χρησιμοποιείται για την προσομοίωση του έξυπνου δικτύου μεταφοράς και διανομής της ηλεκτρικής ενέργειας. Προκειμένου να είναι εφικτή η συμμετοχή της πλευράς της κατανάλωσης στην προσπάθεια ελέγχου του δικτύου έγινε η εισαγωγή των ευέλικτων καταναλωτών (flexible consumers). Στη συνέχεια, περιγράφεται η αντικειμενική συνάρτηση του συνολικού προβλήματος, ελαχιστοποίηση της οποίας θα δώσει τη λύση στο πρόβλημα του ισοζυγίου ενέργειας.

Στο τέταρτο κεφάλαιο, γίνεται η σχεδίαση του προβλεπτικού ελεγκτή. Οι δύο βασικοί ελεγκτές που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία είναι ο Κεντρικός Προβλεπτικός Ελεγκτής (Centralized MPC) και ο Διεσπαρμένος Προβλεπτικός Ελεγκτής (Distributed MPC). Ο τρόπος λειτουργίας των δύο ελεγκτών περιγράφεται από τους Αλγόριθμους 1 & 2. Στη συνέχεια, γίνεται λεπτομερής αναφορά σε δύο στρατηγικές Ζήτησης – Ανταπόκρισης, που ως σκοπό έχουν την περεταίρω συμμετοχή των καταναλωτών στο πρόβλημα ελέγχου μετακινώντας καταναλώσεις σε μελλοντικές χρονικές στιγμές, είτε ωριαίας διάρκειας (Περίπτωση 1), είτε καταναλώσεις που διατηρούν ένα συγκεκριμένο μοτίβο (Περίπτωση 2).

Στο πέμπτο κεφάλαιο, γίνεται η εφαρμογή του προβλεπτικού ελεγκτή που σχεδιάστηκε (Κεντρικός και Διεσπαρμένος), σε ένα υποθετικό έξυπνο δίκτυο μεταφοράς και διανομής ηλεκτρικής ενέργειας. Η επιλογή των καταναλώσεων έγινε με γνώμονα τόσο το να αντιπροσωπεύουν πραγματικές συνθήκες λειτουργίας όσο και το να αναδείξουν όλες τις δυνατότητες του ελεγκτή που σχεδιάστηκε. Τα σενάρια που εξετάστηκαν είναι τρία, ξεκινώντας από το πιο απλό όπου οι ευέλικτοι καταναλωτές διαθέτουν μόνο τη δυνατότητα αποθήκευσης ενέργειας και σταδιακά προσθέταμε επιπλέον δυνατότητες χρησιμοποιώντας τις δύο στρατηγικές Ζήτησης – Ανταπόκρισης με τη σειρά που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο. Στο τέλος κάθε σεναρίου υπάρχει παρουσίαση και σύγκριση των αποτελεσμάτων τόσο μεταξύ των διαφορετικών σεναρίων όσο και μεταξύ των δύο ελεγκτών.

Τέλος, στο έκτο κεφάλαιο περιγράφονται τα βασικά συμπεράσματα που προέκυψαν από το προηγούμενο κεφάλαιο, καθώς και προτάσεις για μελλοντικές εργασίες επάνω στο αντικείμενο στο οποίο αυτή η εργασία επικεντρώθηκε.

Λέξεις κλειδιά

Προβλεπτικός έλεγχος, έξυπνα δίκτυα, δίκτυο μεταφοράς και διανομής ηλεκτρικής ενέργειας, κυρτός προγραμματισμός, τετραγωνικά προβλήματα βελτιστοποίησης, μικτός ακέραιος προγραμματισμός, ενέργεια εξισορρόπησης, στρατηγικές Ζήτησης – Ανταπόκρισης

Abstract

On this Thesis a methodology development for the control of power distribution grids is attempted, where the consumption side of the grid is active. The control technique which is used is that of the Model Predictive Control (MPC).

On the first chapter the purpose of this thesis is presented, as well as a brief literature review of the work to date has been on the specific problem. Finally, the structure of the main body of this thesis is given.

On the second chapter, a basic introduction to the concepts which will be used in the course of this thesis is found. Firstly, there is a report for both affine and convex sets as well as for affine and convex functions, which both are very important for the understanding of the optimization programs used throughout this thesis. Furthermore, we analyze the mathematical background for quadratic optimization problems and the decentralization of the main program in order to obtain the decentralized controller. For this purpose we made use of the subgradient method, brief summary of which is given in paragraph 2.7. Finally, a brief introduction to Mixed Integer Programming (MIP) is given.

On the third chapter, the foundation of the problem is described. At first, the modeling of the system which was used in this thesis in order to demonstrate a Smart Grid is introduced. In order for the consumption side to be actively involved in the energy balancing effort, the flexible consumers are introduced. Then, the description of the objective function which was used is provided, minimization of which gives the solution to our problem.

On the fourth chapter, the design of the Model Predictive Controller is conducted. The two main controllers which are used in this thesis are The Centralized Model Predictive Controller and the Decentralized Model Predictive Controller. The operating principle for both of the controllers is described by Algorithms 1 & 2. Then, a detailed reference for two Demand – Side strategies is described, the purpose of which is the further contribution of the consumption side in the energy balancing effort by moving loads in time. The first one, Demand Response 1, mainly concerns the moving in time of hourly loads while the second one, Demand Response 2, is related to moving loads which maintain a particular pattern both in duration and magnitude.

On the fifth chapter, we apply both Centralized and Decentralized Controllers in a hypothetical Smart Grid. The choice of the consumptions was based on two axes; the first one was to represent actual operating conditions and the second one to demonstrate all the abilities the proposed controllers have. Three different scenarios were implemented, starting from the simplest one, in which the flexible consumers only have the ability of restoring energy, and gradually we added additional capabilities by making use of the two Demand Response strategies in the way

they were presented in the previous chapter. At the end of each scenario the presentation and comparison of the results is provided.

Finally, on the sixth chapter the main conclusions, as well as suggestions for future work of this thesis are reported.

Key words

Model predictive control, smart grids, electric power transmission and distribution system, convex optimization, quadratic optimization programming, mixed integer programming, balancing energy, Demand – Response strategies

*Στην οικογένειά μου,
Διονύση, Αναστασία και Γιώργο*

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες.....	5
Περίληψη	7
Abstract.....	9
Περιεχόμενα	13
Κατάλογος Σχημάτων	15
Κατάλογος Πινάκων.....	18
Κατάλογος Συντιμήσεων	19
1. Εισαγωγή	21
1.1 Σκοπός Εργασίας.....	21
1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση.....	22
1.3 Δομή Εργασίας.....	24
2. Στοιχεία Θεωρίας.....	25
2.1 Μαθηματική βελτιστοποίηση	25
2.2 Αφινικά και κυρτά Σύνολα.....	26
2.3 Αφινικές και κυρτές συναρτήσεις	27
2.4 Τετραγωνικά προβλήματα βελτιστοποίησης.....	28
2.5 Βέλτιστα και τοπικά βέλτιστα σημεία	29
2.6 Μέθοδος αποσύνθεσης (Decomposition Method)	30
2.7 Η μέθοδος της υποκλίσης (Subgradient Method).....	32
2.8 Μικτός ακέραιος προγραμματισμός.....	34
3. Θεμελίωση του Προβλήματος.....	37
3.1 Μοντελοποίηση Συστήματος.....	38
3.2 Αντικειμενική συνάρτηση	40

4.	Σχεδίαση Προβλεπτικού Ελεγκτή	41
4.1	Κεντρικός προβλεπτικός ελεγκτής (centralized MPC)	41
4.2	Διεσπαρμένος προβλεπτικός ελεγκτής (distributed MPC).....	43
4.3	Ζήτηση – Ανταπόκριση 1.....	45
4.4	Ζήτηση – Ανταπόκριση 2.....	47
5.	Εφαρμογή του Προβλεπτικού Ελεγκτή σε Δίκτυο Διανομής Ηλεκτρικής Ενέργειας ...	53
5.1	Περιγραφή υποθετικού έξυπνου δικτύου διανομής ηλεκτρικής ενέργειας.....	53
5.2	Σενάριο 1 ^ο : Αποκλειστική χρήση αποθηκευτικής ικανότητας.....	61
5.3	Σενάριο 2 ^ο : Δυνατότητα τυχαίας μεταφοράς φορτίου	69
5.4	Σενάριο 3 ^ο : Δυνατότητα μεταφοράς αυτούσιας κατανάλωσης στο χρόνο.....	77
6.	Συμπεράσματα και Μελλοντική Εργασία	87
6.1	Σύνοψη αποτελεσμάτων.....	87
6.2	Μελλοντική εργασία	88
	Βιβλιογραφία	91

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 2-1 Παραδείγματα κυρτών και μη κυρτών συνόλων [15].....	27
Σχήμα 2-2 Γραφική παράσταση κυρτής συνάρτησης [15].....	27
Σχήμα 2-3 Γεωμετρική ερμηνεία ενός QP [15].....	28
Σχήμα 3-1 Παράδειγμα τοπολογίας δικτύου διανομής ηλεκτρικής ενέργειας [11].	38
Σχήμα 3-2 Σχηματική αναπαράσταση ευέλικτου καταναλωτή [21].	39
Σχήμα 4-1 Σχηματική αναπαράσταση της τεχνικής demand – response. Η κόκκινη καμπύλη είναι η επιθυμητή κατάσταση του συστήματος. Ενώ η πράσινη και η μπλε καμπύλη είναι η κατανάλωση του συστήματός μας πριν και μετά τον έλεγχο αντίστοιχα.	46
Σχήμα 5-1 Διαφορετικές τοπολογίες δικτύου ανάλογα με το πλήθος των BRPs [11].	53
Σχήμα 5-2 Αθροιστικές ωριαίες καταναλώσεις των τριών καταναλωτών του δικτύου.	54
Σχήμα 5-3 Συγκριτικό διάγραμμα ωριαίας κατανάλωσης και ενέργειας που αγοράστηκε στην day ahead market στην Περίπτωση 1.....	55
Σχήμα 5-4 Συγκριτικό διάγραμμα ωριαίας κατανάλωσης και ενέργειας που αγοράστηκε στην day ahead market για τον BRP1.....	56
Σχήμα 5-5 Συγκριτικό διάγραμμα ωριαίας κατανάλωσης και ενέργειας που αγοράστηκε στην day ahead market για τον BRP2.....	56
Σχήμα 5-6 Συνολική αθροιστική ωριαία κατανάλωση μετά την εφαρμογή του Open Loop MPC.	57
Σχήμα 5-7 Συνολική αθροιστική ωριαία κατανάλωση μετά την εφαρμογή του Receding Horizon MPC.	58
Σχήμα 5-8 Συγκριτικό διάγραμμα σφαλμάτων πριν και μετά την εφαρμογή των τεχνικών ελέγχου.	58
Σχήμα 5-9 Συνολική αθροιστική ωριαία κατανάλωση με διαταραχή.	59
Σχήμα 5-10 Συγκριτικό διάγραμμα καταναλώσεων πριν και μετά την επιβολή διαταραχών.	60
Σχήμα 5-11 Συνολικές αθροιστικές ωριαίες καταναλώσεις για σύστημα με διαταραχές.	60
Σχήμα 5-12 Συγκριτικό διάγραμμα σφαλμάτων πριν και μετά την εφαρμογή των τεχνικών ελέγχου για τις περιπτώσεις με και χωρίς διαταραχές.	60
Σχήμα 5-13 Συνολικές αθροιστικές ωριαίες καταναλώσεις μετά την εφαρμογή του κεντρικού προβλεπτικού ελεγκτή.....	63
Σχήμα 5-14 Ροή ισχύος για τη γραμμή μεταφοράς f_2	63
Σχήμα 5-15 Επίπεδα ενέργειας των αποθηκευτικών χώρων των καταναλωτών C2 (μπλε διακεκομμένη καμπύλη) και C3 (κόκκινη συνεχής καμπύλη).	63
Σχήμα 5-16 Συγκριτικό διάγραμμα καταναλώσεων πριν (μπλε γραμμή) και μετά τον έλεγχο (πράσινη καμπύλη). Επίσης διακρίνεται και η είσοδος αναφοράς (κόκκινη διακεκομμένη καμπύλη).	64

Σχήμα 5-17 Συνολικές αθροιστικές ωριαίες καταναλώσεις μετά την εφαρμογή του κεντρικού προβλεπτικού ελεγκτή για το σενάριο 1.	65
Σχήμα 5-18 Ροή ισχύος για τη γραμμή μεταφοράς f_2	66
Σχήμα 5-19 Επίπεδα ενέργειας των αποθηκευτικών χώρων των καταναλωτών C_2 (μπλε διακεκομμένη καμπύλη) και C_3 (κόκκινη συνεχής καμπύλη).....	66
Σχήμα 5-20 Συγκριτικό διάγραμμα καταναλώσεων πριν (μπλε γραμμή) και μετά τον έλεγχο (πράσινη γραμμή). Επίσης διακρίνεται και η είσοδος αναφοράς (κόκκινη διακεκομμένη γραμμή).	66
Σχήμα 5-21 Διάγραμμα σκιωδών τιμών για το σενάριο 1.	67
Σχήμα 5-22 Συγκριτικό διάγραμμα σφαλμάτων μεταξύ των δύο ελεγκτών για το σενάριο 1.....	69
Σχήμα 5-23 Ωριαίες αθροιστικές καταναλώσεις με δυνατότητα μεταφοράς τυχαίων αναγκών στο χρόνο.....	70
Σχήμα 5-24 Συνολικές ωριαίες καταναλώσεις μετά την εφαρμογή του κεντρικού προβλεπτικού ελεγκτή για το σενάριο 2.	70
Σχήμα 5-25 Ροή ισχύος για τη γραμμή μεταφοράς f_2	71
Σχήμα 5-26 Επίπεδα ενέργειας των αποθηκευτικών χώρων των καταναλωτών C_2 (μπλε διακεκομμένη γραμμή) και C_3 (κόκκινη συνεχής γραμμή).....	71
Σχήμα 5-27 Συγκριτικό διάγραμμα καταναλώσεων πριν (μπλε καμπύλη) και μετά τον έλεγχο (πράσινη καμπύλη).	72
Σχήμα 5-28 Συγκριτικό διάγραμμα σφαλμάτων μεταξύ των σεναρίων 1 (μπλε γραμμή) & 2 (κόκκινη γραμμή).....	72
Σχήμα 5-29 Συνολικές ωριαίες καταναλώσεις μετά την εφαρμογή του διεσπαρμένου προβλεπτικού ελεγκτή για το σενάριο 2.	75
Σχήμα 5-30 Ροή ισχύος για τη γραμμή μεταφοράς f_2	75
Σχήμα 5-31 Επίπεδα ενέργειας των αποθηκευτικών χώρων των καταναλωτών C_2 (μπλε διακεκομμένη καμπύλη) και C_3 (κόκκινη συνεχής καμπύλη).....	76
Σχήμα 5-32 Συγκριτικό διάγραμμα καταναλώσεων πριν (μπλε γραμμή) και μετά τον έλεγχο (πράσινη γραμμή).	76
Σχήμα 5-33 Διάγραμμα σκιωδών τιμών για το Σενάριο 2.	76
Σχήμα 5-34 Συγκριτικό διάγραμμα απόλυτων σφαλμάτων μεταξύ των δύο ελεγκτών και της περίπτωσης απουσίας ελέγχου.....	77
Σχήμα 5-35 Συνολική ωριαία κατανάλωση με δυνατότητα μεταφοράς κατανάλωσης συγκεκριμένου μοτίβου (πορτοκαλί σκίαση).....	78
Σχήμα 5-36 Συνολική κατανάλωση των τριών καταναλωτών όπου διακρίνεται και το μοτίβο της μεταφερόμενης κατανάλωσης του καταναλωτή C_1	78

Σχήμα 5-37 Συνολική αθροιστική ωριαία κατανάλωση μετά την εφαρμογή του κεντρικού προβλεπτικού ελεγκτή για το σενάριο 3.	79
Σχήμα 5-38 Ροή ισχύος για τη γραμμή μεταφοράς f_2	79
Σχήμα 5-39 Επίπεδα ενέργειας των αποθηκευτικών χώρων των καταναλωτών C2 (μπλε διακεκομμένη γραμμή) και C3 (κόκκινη συνεχής γραμμή).	80
Σχήμα 5-40 Συγκριτικό διάγραμμα καταναλώσεων πριν (μπλε καμπύλη) και μετά τον έλεγχο (μωβ καμπύλη). Επίσης με μαύρη γραμμή διακρίνουμε τη μεταφερόμενη ανάγκη του καταναλωτή C1.80	80
Σχήμα 5-41 Συγκριτικό διάγραμμα των σφαλμάτων για τα τρία σενάρια που εξετάσαμε.	80
Σχήμα 5-42 Συνολική ωριαία κατανάλωση για τους καταναλωτές C1 και C2.	82
Σχήμα 5-43 Συνολική ωριαία κατανάλωση μετά την εφαρμογή του κεντρικού προβλεπτικού ελεγκτή.	82
Σχήμα 5-44 Συνολική ωριαία κατανάλωση μετά την εφαρμογή του διεσπαρμένου προβλεπτικού ελεγκτή.	83
Σχήμα 5-45 Ροή ισχύος για τη γραμμή μεταφοράς f_2	83
Σχήμα 5-46 Επίπεδα ενέργειας των αποθηκευτικών χώρων των καταναλωτών C_2 (μπλε διακεκομμένη γραμμή) και C_3 (κόκκινη συνεχής γραμμή).	84
Σχήμα 5-47 Συγκριτικό διάγραμμα καταναλώσεων πριν (μπλε καμπύλη) και μετά τον έλεγχο (μωβ καμπύλη). Επίσης με μαύρη γραμμή διακρίνουμε τη μεταφερόμενη ανάγκη του καταναλωτή C1.84	84
Σχήμα 5-48 Διάγραμμα σκιωδών τιμών για το Σενάριο 3.	84
Σχήμα 5-49 Συγκριτικό διάγραμμα απόλυτων σφαλμάτων μεταξύ των δύο ελεγκτών και της περίπτωσης απουσίας ελέγχου.	85

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 5-1 Σύγκριση ανάμεσα στις δύο τεχνικές ελέγχου Open Loop MPC και Receding Horizon MPC.....	61
Πίνακας 5-2 Παράμετροι εισόδου μοντέλου.	62
Πίνακας 5-3 Συγκεντρωτικός πίνακας σύγκρισης των καταναλώσεων ανάμεσα τόσο στους δύο Αλγορίθμους όσο και ανάμεσα στα τρία Σενάρια που εξετάστηκαν.....	85
Πίνακας 5-4 Συγκεντρωτικός πίνακας σύγκρισης της ενέργειας εξισορρόπησης (αντικειμενική συνάρτηση) μεταξύ των δύο Αλγορίθμων και μεταξύ των τριών σεναρίων που εξετάστηκαν.....	86

Κατάλογος Συντμήσεων

ΑΠΕ	Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας
BRE	Balance Responsible Entity
AGC	Automated Generation Control
ME	Μεταπτυχιακή Εργασία
MPC	Model Predictive Control
DSO	Distribution System Operator
BRP	Balance Responsible Party
MIP	Mixed Integer Programming
QP	Quadratic Program
MLD	Mixed Logical Dynamical
RH	Receding Horizon

1. Εισαγωγή

1.1 Σκοπός Εργασίας

Το ολοένα και αυξανόμενο ενδιαφέρον αντιμετώπισης θεμάτων που σχετίζονται με την κλιματική αλλαγή, αλλά και η αύξηση των τιμών των ορυκτών καυσίμων σε συνάρτηση με την εξάντληση των αποθεμάτων τους, θα οδηγήσουν με σιγουριά στην αύξηση της διείσδυσης των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας (ΑΠΕ) σε ολόκληρο τον ανεπτυγμένο κόσμο. Από τη στιγμή, όμως, που αυτού του είδους οι πηγές ενέργειας είναι πολύ δύσκολο να ελεγχθούν (εξαιτίας της εξάρτησής τους από αστάθμητους παράγοντες, όπως η ηλιοφάνεια, ο άνεμος, η υδροδότηση κλπ.), μονάδες που παρέχουν το φορτίο βάσης (π.χ. μονάδες συμπαραγωγής ενέργειας βασισμένες σε ορυκτά καύσιμα) θα πρέπει να βρίσκονται σε εφεδρεία προκειμένου να αναπληρώνουν πιθανή έλλειψη αποθεμάτων ενέργειας του δικτύου. Όσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό διείσδυσης των ΑΠΕ και, κατ' επέκταση, των διακυμάνσεων της παραγόμενης ενέργειας, τόσο δυσκολότερο γίνεται το έργο ρύθμισης των μονάδων βάσης. Αυτό το πρόβλημα ισοζυγίου (balancing problem), συνήθως λύνεται κεντρικά από μία Οντότητα Υπεύθυνη για το Ισοζύγιο του δικτύου (Balance Responsible Entity, BRE), για μία δοσμένη περιοχή του δικτύου, ενεργοποιώντας ή απενεργοποιώντας ελεγχόμενες εφεδρείες μέσω ενός συστήματος Αυτοματοποιημένου Ελέγχου Παραγωγής (Automated Generation Control, AGC) [1].

Επιπροσθέτως, η αναδιάρθρωση που συντελείται στον τομέα της παραγωγής της ενέργειας, από την αύξηση των ΑΠΕ, έχει οδηγήσει στην υπέρμετρη χρήση του υπάρχοντος δικτύου διανομής. Η ύπαρξη των περιορισμών του δικτύου καταδεικνύει την περιορισμένη ποσότητα ισχύος που μπορεί να μεταφερθεί μεταξύ δύο σημείων του δικτύου. Στην πράξη, ενδέχεται να μην είναι πάντα εφικτό να ικανοποιηθούν πλήρως τα αντικρουόμενα συμφέροντα ζήτησης και παραγωγής, λόγω των περιορισμών που το υπάρχον δίκτυο θέτει. Η παρουσία αυτών των περιορισμών του δικτύου μεταφοράς και διανομής αναφέρεται στη βιβλιογραφία ως συμφόρηση (congestion) [2]. Συμφόρηση ή υπερφόρτωση σε μία ή και περισσότερες γραμμές μεταφοράς ενδέχεται να προέρχεται από έλλειψη συνεννόησης ανάμεσα στις εταιρίες παραγωγής και διαχείρισης του δικτύου ή λόγω απότομης αύξησης της ζήτησης. Ένας τρόπος επίλυσης του ζητήματος αυτού θα ήταν η περαιτέρω ανάπτυξη του δικτύου ή αντικατάστασή του από καινούργιες γραμμές μεταφοράς ικανές να υποστηρίξουν τα μεγαλύτερα ποσά ενέργειας που μεταφέρονται κάθε χρονική στιγμή. Μία τέτοια λύση όμως είναι αφενός μεν χρονοβόρα, αφετέρου δε οικονομικά ασύμφορη στις περισσότερες των περιπτώσεων.

Σκοπός, λοιπόν, αυτής της Μεταπτυχιακής Εργασίας (ΜΕ) είναι η αντιμετώπιση αυτών των προβλημάτων συμφόρησης των γραμμών μεταφοράς λόγω αντικρουόμενων συμφερόντων, όπως επίσης και η επίλυση του προβλήματος του ισοζυγίου των δικτύων μεταφοράς,

αναπτύσσοντας μία μεθοδολογία διεσπαρμένου προβλεπτικού ελέγχου (Distributed Model Predictive Control), από την σκοπιά τόσο της διαχείρισης του δικτύου, όσο και αυτής των καταναλωτών.

1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Ο έλεγχος μεγάλων, δικτυωμένων συστημάτων παραδοσιακά αντιμετωπίζεται με την σχεδίαση τοπικών, σε επίπεδο υποσυστήματος, ελεγκτών οι οποίοι εν γένει αμελούν τις αλληλεπιδράσεις ανάμεσα στα διαφορετικά υποσυστήματα. Είναι, όμως, ευρέως γνωστό ότι αυτού του είδους η αποκεντροποιημένη φιλοσοφία προβλεπτικού ελέγχου (Decentralized MPC) μπορεί να οδηγήσει σε μειωμένη απόδοση του ελέγχου του όλου συστήματος, σε περιπτώσεις όπου τα υποσυστήματα αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Από την άλλη μεριά, ο κεντρικός προβλεπτικός έλεγχος (Centralized MPC), είναι ασύμφορος για μεγάλης κλίμακας αλλά και μεγάλης γεωγραφικής έκτασης δίκτυα, όπως είναι αυτά της διανομής ηλεκτρικής ενέργειας. Ως απόρροια αυτών, κρίνεται αναγκαία η υιοθέτηση ενός πλαισίου διεσπαρμένου προβλεπτικού ελέγχου (Distributed MPC) [3]. Μία τέτοια στρατηγική ελέγχου συναντάται στις εργασίες [3] και [4], όπου η επαναληπτική ανταλλαγή πληροφοριών ανάμεσα στα υποσυστήματα εξασφάλισε τα οφέλη στην απόδοση που υπόσχεται αυτή η τεχνική ελέγχου. Με αυτόν τον τρόπο αντιμετωπίστηκε το πρόβλημα του AGC.

Ο AGC αποτελεί ένα τυπικό παράδειγμα για την απόδειξη της απόδοσης του διεσπαρμένου προβλεπτικού ελέγχου σε ένα σύστημα ισχύος. Κύριος σκοπός του AGC είναι η ρύθμιση της πραγματικής ισχύος εξόδου των γεννητριών, με στόχο τον έλεγχο της συχνότητας του συστήματος καθώς και της ανταλλαγής ισχύος μέσω των γραμμών μεταφοράς [5]. Ο AGC πρέπει να λαμβάνει υπόψη του πολλές παραμέτρους και περιορισμούς σε ότι αφορά το μέγεθος αλλά και το ρυθμό απόκλισης των γεννητριών.

Επίσης, στην [6] γίνεται χρήση διεσπαρμένου προβλεπτικού ελέγχου προκειμένου να λυθεί το πρόβλημα εξισορρόπησης μέσω του ενεργού ελέγχου του χρηματοφυλακίου σταθμών παραγωγής ενέργειας από ορυκτά καύσιμα, με σκοπό να αντιμετωπίσουν τις διακυμάνσεις που προέρχονται από ΑΠΕ, όπως είναι τα αιολικά πάρκα.

Όλες όμως οι τεχνικές που αναπτύχθηκαν παραπάνω αφορούν αποκλειστικά στον έλεγχο της παραγωγής. Στη βελτιστοποίηση της λειτουργίας και στην εξισορρόπηση ενός Έξυπνου Δικτύου (Smart Grid) μπορούν να λαμβάνουν μέρος και οι καταναλωτές μετακινώντας τις καταναλώσεις τους στο χρόνο, για παράδειγμα επιτρέποντας σε συσκευές μεγάλης σταθεράς χρόνου να αποθηκεύουν περισσότερη ή λιγότερη ενέργεια σε «βολικές» χρονικές περιόδους, καταφέροντας με αυτόν τον τρόπο να προσαρμόσουν τη στιγμιαία κατανάλωσή τους [7,8,9]. Μία προφανής μέθοδος για να γίνει αυτό είναι η εκμετάλλευση των μεγάλων θερμικών σταθερών χρόνου που διαθέτουν οι καταψύκτες, τα ψυγεία, οι οικιακές αντλίες θερμότητας κλπ. [10]. Οι

καταναλωτές που διαθέτουν τη δυνατότητα της μετακίνησης των καταναλώσεών τους καλούνται «ευέλικτοι καταναλωτές».

Ο τρόπος ελέγχου τέτοιου είδους καταναλωτών περιγράφεται στην [1]. Σε αυτήν την εργασία το πρόβλημα αντιμετωπίζεται σε γενικότερο επίπεδο, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η πλευρά της αγοράς ενέργειας. Δηλαδή, τόσο η βελτιστοποίηση όσο και η διαχείριση της συμφόρησης (congestion management) των γραμμών μεταφοράς βασίζονται στη λογική ότι όλες οι πληροφορίες είναι διαθέσιμες σε ένα κεντρικό επίπεδο. Ωστόσο, εξαιτίας της απελευθέρωσης της αγοράς ενέργειας σε ευρωπαϊκό επίπεδο [11], η διαχείριση της συμφόρησης πρέπει να πραγματοποιείται μέσω των αγορών και όχι κανονισμών.

Μία τέτοια προσέγγιση περιγράφεται στην [12]. Σε αυτήν την εργασία η υπάρχουσα κατάσταση στην αγορά ενέργειας λαμβάνεται υπόψη, και αποτελεί την αφετηρία για τη μετάβαση από την ισχύουσα δομή του δικτύου μεταφοράς και διανομής σε αυτήν ενός έξυπνου δικτύου. Η αγορά ενέργειας που χρησιμοποιήθηκε ως βάση είναι αυτή που επικρατεί στις χώρες της Σκανδιναβίας (Φινλανδία, Σουηδία και Νορβηγία), στη Δανία, στις χώρες της Βαλτικής (Εσθονία, Λετονία και Λιθουανία) καθώς και το Ηνωμένο Βασίλειο. Στη βιβλιογραφία αναφέρεται ως Spot Market, όπου η αγορά και η πώληση της ενέργειας για το επόμενο εικοσιτετράωρο γίνεται την προηγούμενη ημέρα μέχρι τις 12.00 το μεσημέρι. Αυτού του είδους η αγορά ενέργειας είναι επίσης γνωστή και ως day-ahead market [10]. Εκτός της ενέργειας η οποία εμπορεύεται την προηγούμενη ημέρα υπάρχει και η ενέργεια εξισορρόπησης, η οποία πληρώνεται στον διαχειριστή του δικτύου διανομής (Distribution System Operator, DSO) την επόμενη ώρα από αυτήν που χρησιμοποιήθηκε. Με αυτόν τον τρόπο διασφαλίζεται η οικονομική βιωσιμότητα. Για την εξισορρόπηση του δικτύου είναι υπεύθυνες ομάδες οι οποίες ονομάζονται Υπεύθυνες Ομάδες Ισοζυγίου (Balance Responsible Parties, BRPs). Οι BRPs είναι υπεύθυνοι για την εξισορρόπηση του δικτύου κάνοντας χρήση των δυνατοτήτων που προσφέρουν οι ευέλικτοι καταναλωτές. Με αυτόν τον τρόπο, έχουν τη δυνατότητα να ελαχιστοποιήσουν τη διαφορά (ανισορροπία) ανάμεσα στην ενέργεια που αγόρασαν στη day-ahead market και στην πραγματική κατανάλωση.

Αυτή η δομή του δικτύου επιτρέπει στους BRPs να αγοράζουν ενέργεια στη day-ahead market τις ώρες που αυτή είναι φθηνή. Αυτό συμβαίνει είτε τις ώρες όπου υπάρχει περίσσεια παραγωγή ενέργειας από τις ΑΠΕ είτε κατά τις νυχτερινές ώρες όπου η κατανάλωση είναι σημαντικά μειωμένη, και κατ' επέκταση και η κίνηση στο δίκτυο. Επίσης τους δίνεται η δυνατότητα να μειώσουν σημαντικά το ποσό της ενέργειας ισοζυγίου που εμπορεύονται με τον DSO σε ώρες όπου αυτή είναι σε αρκετά υψηλή τιμή.

Αυτή η εργασία αποτέλεσε την βάση πάνω στην οποία κινηθήκαμε και στην παρούσα ΜΕ. Η δομή της day-ahead market χρησιμοποιήθηκε ως έχει και σε αυτήν την εργασία όμως, όπως θα δούμε και παρακάτω, δόθηκε ακόμη μεγαλύτερη έμφαση στις δυνατότητες που μπορούν να έχουν οι ευέλικτοι καταναλωτές. Προς αυτήν την κατεύθυνση λοιπόν, κάναμε χρήση και στρατηγικών ζήτησης-ανταπόκρισης (demand-response). Αυτή η δυνατότητα των καταναλωτών ξεφεύγει από

τα όρια της απλής αποθήκευσης ενέργειας και χρησιμοποίησή αυτής στο μέλλον, αλλά επεκτείνεται και στην αναβολή μίας ανάγκης από μέρους του καταναλωτή προκειμένου να συμβάλει ακόμα περισσότερο στην προσπάθεια μείωσης της κατανάλωσής του τις ώρες υπερφόρτωσης του δικτύου. Τέτοιες στρατηγικές συναντάμε σε μία πληθώρα εργασιών, όπως [2,13,14,15]

1.3 Δομή Εργασίας

Στα κεφάλαια που ακολουθούν προσπαθούμε να δώσουμε μία λύση στα προβλήματα που περιγράφηκαν κάνοντας χρήση τεχνικών που βασίζονται στη θεωρία του προβλεπτικού ελέγχου. Πιο συγκεκριμένα, στο δεύτερο κεφάλαιο θα δώσουμε μία συνοπτική περιγραφή της θεωρίας που βρίσκεται πίσω από την επίλυση των προβλημάτων βελτιστοποίησης που επιλύθηκαν στην παρούσα ΜΕ προκειμένου να προκύψουν οι νόμοι ελέγχου. Επίσης, υπάρχει και συνοπτική περιγραφή της θεωρίας του Μικτού Ακέραιου Προγραμματισμού. Στο τρίτο κεφάλαιο θα δώσουμε την μοντελοποίηση του έξυπνου δικτύου που χρησιμοποιήθηκε, καθώς και μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης. Στο τέταρτο κεφάλαιο έχουμε την παρουσίαση των δύο βασικών αλγορίθμων επίλυσης τόσο του κεντρικού προβλεπτικού ελεγκτή όσο και του διεσπαρμένου, καθώς και εκτενής περιγραφή των δύο μεθοδολογιών ζήτησης – ανταπόκρισης που χρησιμοποιήσαμε. Στο πέμπτο κεφάλαιο έχουμε την εφαρμογή των δύο αλγορίθμων σε τρία υποθετικά σενάρια και παρουσίαση των επιμέρους αποτελεσμάτων. Τέλος, στο έκτο κεφάλαιο παραθέτουμε τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τα τρία σενάρια καθώς και ερεθίσματα για μελλοντικές εργασίες.

2. Στοιχεία Θεωρίας

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε συνοπτικά στα στοιχεία της θεωρίας που χρησιμοποιήσαμε στην παρούσα ΜΕ. Όπως θα δούμε και παρακάτω, στον προβλεπτικό έλεγχο το πρόβλημα ανάγεται στην επαναληπτική βελτιστοποίηση μίας αντικειμενικής συνάρτησης. Έτσι λοιπόν, αρχικά θα κάνουμε μία εισαγωγή στην μαθηματική βελτιστοποίηση (Mathematical Optimization), ενώ στην συνέχεια θα αναφερθούμε πιο συγκεκριμένα στη βελτιστοποίηση κυρτών συναρτήσεων (Convex Optimization) όπως και σε τεχνικές αποσύνδεσης (decomposition) ενός προβλήματος βελτιστοποίησης, καθώς ο απώτερος σκοπός μας είναι η κατασκευή ενός διεσπαρμένου προβλεπτικού ελεγκτή. Τέλος, θα δώσουμε τη βασική θεωρία που απαιτείται να γνωρίζει κάποιος γύρω από τον Μικτό Ακέραιο Προγραμματισμό (Mixed Integer Programming, MIP).

2.1 Μαθηματική βελτιστοποίηση

Ένα μαθηματικό πρόβλημα βελτιστοποίησης, ή αλλιώς πρόβλημα βελτιστοποίησης, έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && f_0(x) \\ & \text{subject to} && f_i \leq b_i \end{aligned} \tag{2-1}$$

Στην παραπάνω σχέση, το διάνυσμα $x = (x_1, \dots, x_n)$ αποτελεί το διάνυσμα μεταβλητών βελτιστοποίησης του προβλήματος, η συνάρτηση $f_0 : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ είναι η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος, οι συναρτήσεις $f_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, i = 1, \dots, m$ αποτελούν τις συναρτήσεις των (ανισοτικών) περιορισμών, και οι σταθερές b_1, \dots, b_m είναι τα όρια, ή φράγματα, των περιορισμών. Ένα διάνυσμα x^* καλείται βέλτιστο, ή αλλιώς λύση του προβλήματος (2-1), εάν δίνει τη μικρότερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση από όλα τα διανύσματα που ικανοποιούν τους περιορισμούς : για κάθε z όπου $f_1(z) \leq b_1, \dots, f_m(z) \leq b_m$, έχουμε $f_0(z) \geq f_0(x^*)$.

Γενικά, κατηγοριοποιούμε τα προβλήματα βελτιστοποίησης σε κλάσεις ή οικογένειες, λαμβάνοντας υπόψη τη μορφή τόσο της αντικειμενικής συνάρτησης όσο και των περιορισμών. Για παράδειγμα, το πρόβλημα βελτιστοποίησης (2-1) καλείται γραμμικό πρόγραμμα (linear program) αν η αντικειμενική συνάρτηση και οι συναρτήσεις περιορισμών f_0, \dots, f_m είναι γραμμικές συναρτήσεις, δηλαδή ικανοποιούν την παρακάτω εξίσωση:

$$f_i(\alpha x + \beta y) = \alpha f_i(x) + \beta f_i(y) \tag{2-2}$$

για κάθε $x, y \in \mathbb{R}^n$ και κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Εάν το πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι μη γραμμικό, καλείται μη γραμμικό πρόγραμμα (nonlinear program).

Σε αυτήν την εργασία θα ασχοληθούμε με μία κλάση προβλημάτων που καλούνται κυρτά προβλήματα βελτιστοποίησης (convex optimization problems). Κυρτό πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι αυτό στο οποίο τόσο η αντικειμενική συνάρτηση όσο και οι συναρτήσεις περιορισμών αποτελούν κυρτές συναρτήσεις, το οποίο σημαίνει ότι ικανοποιούν την παρακάτω ανίσωση:

$$f_i(\alpha x + \beta y) \leq \alpha f_i(x) + \beta f_i(y) \quad (2-3)$$

για κάθε $x, y \in \mathbb{R}^n$ και κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^n$ με $\alpha + \beta = 1, \alpha \geq 0, \beta \geq 0$. Συγκρίνοντας την Εξ. (2-3) με την Εξ. (2-2), συμπεραίνουμε ότι η κυρτότητα είναι πιο γενική από τη γραμμικότητα, δηλ. η ανισότητα αντικαθιστά την πιο αυστηρή ισότητα, και επίσης η ανισότητα πρέπει να ισχύει για συγκεκριμένες τιμές των α και β . Από τη στιγμή, λοιπόν, που κάθε γραμμικό πρόγραμμα μπορεί να θεωρηθεί ως κυρτό πρόβλημα βελτιστοποίησης, μπορούμε να θεωρήσουμε την κυρτή βελτιστοποίηση ως μία γενίκευση του γραμμικού προγραμματισμού [16].

Στις παραγράφους που ακολουθούν θα αναφερθούμε εκτενέστερα για κυρτά σύνολα και κυρτές συναρτήσεις.

2.2 Αφινικά και κυρτά Σύνολα

Ένα σύνολο $C \subseteq \mathbb{R}^n$ καλείται **αφινικό** εάν η ευθεία η οποία διέρχεται από δύο οποιαδήποτε σημεία του C βρίσκεται εντός του C , δηλαδή εάν για κάθε $x_1, x_2 \in C$ και για $\theta \in \mathbb{R}$, έχουμε $\theta x_1 + (1 - \theta)x_2 \in C$. Με άλλα λόγια, το σύνολο C περιέχει τον γραμμικό συνδυασμό δύο οποιονδήποτε σημείων εσωτερικών του C , δεδομένου ότι οι συντελεστές του γραμμικού συνδυασμού έχουν άθροισμα ίσο με ένα.

Η ιδέα αυτή μπορεί να γενικευτεί και σε περισσότερα των δύο σημεία. Έτσι, αναφερόμαστε σε ένα σημείο της μορφής $\theta_1 x_1 + \dots + \theta_k x_k$, όπου $\theta_1 + \dots + \theta_k = 1$, ως τον αφινικό συνδυασμό των σημείων x_1, \dots, x_k .

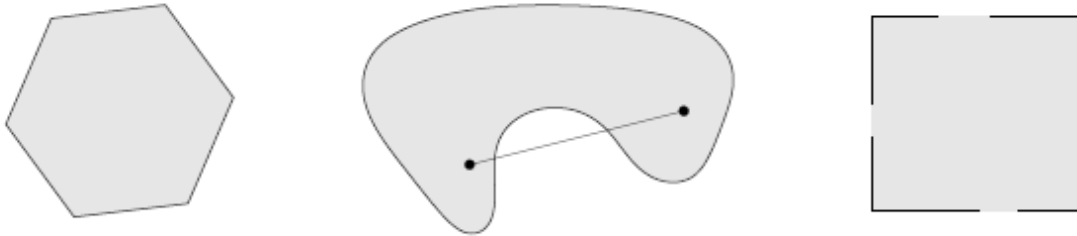
Ένα σύνολο C είναι **κυρτό** εάν το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο οποιαδήποτε σημεία εντός του C βρίσκεται εξ ολοκλήρου εντός του C . Δηλαδή, εάν για κάθε $x_1, x_2 \in C$ και για θ τέτοιο ώστε $0 \leq \theta \leq 1$, έχουμε:

$$\theta x_1 + (1 - \theta)x_2 \in C \quad (2-4)$$

Με άλλα λόγια, ένα σύνολο είναι κυρτό εάν οποιοδήποτε σημείο του συνόλου μπορεί να είναι «ορατό» από οποιοδήποτε άλλο σημείο, κατά μήκος μίας ευθείας η οποία παραμένει εξ ολοκλήρου εντός του C .

Στο Σχ. 2-1 διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις συνόλων. Στα αριστερά, το εξάγωνο το οποίο περικλείει και το σύνορό του αποτελεί κυρτό σύνολο. Στη μέση, το σύνολο σχήματος νεφρού

αποτελεί ένα μη κυρτό σύνολο, καθώς το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα δύο σημεία του συνόλου δεν βρίσκεται εξ ολοκλήρου εντός του συνόλου. Τέλος, στα δεξιά το τετράγωνο που περιλαμβάνει μερικά σημεία του συνόρου του, ενώ κάποια άλλα όχι, είναι μη κυρτό.



Σχήμα 2-1 Παραδείγματα κυρτών και μη κυρτών συνόλων [15].

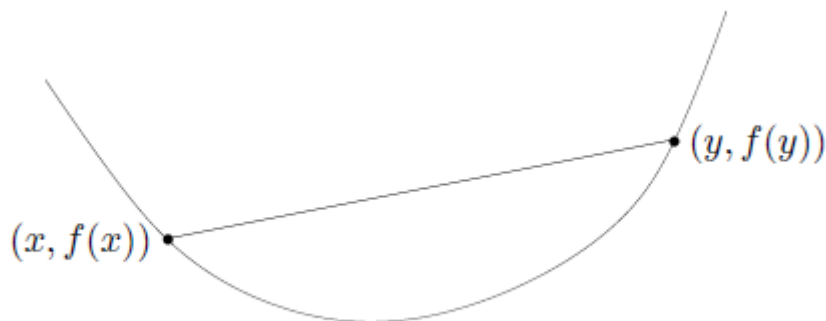
2.3 Αφινικές και κυρτές συναρτήσεις

Μία συνάρτηση $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ καλείται **αφινική** εάν είναι το άθροισμα μίας γραμμικής συνάρτησης και μίας σταθεράς, δηλαδή εάν είναι της μορφής $f(x) = Ax + b$, όπου $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ και $b \in \mathbb{R}^m$.

Μία συνάρτηση $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ καλείται **κυρτή** εάν $dom f$ (το πεδίο ορισμού της f) είναι κυρτό σύνολο και, επιπροσθέτως, εάν για κάθε $x, y \in dom f$, και θ , όπου $0 \leq \theta \leq 1$, ισχύει:

$$f(\theta x + (1 - \theta)y) \leq \theta f(x) + (1 - \theta) f(y) \quad (2-4)$$

Γεωμετρικά, αυτή η ανισότητα σημαίνει ότι το ευθύγραμμο τμήμα ανάμεσα στα σημεία $(x, f(x))$ και $(y, f(y))$, η οποία είναι η χορδή από το x στο y , βρίσκεται εξ ολοκλήρου εντός της γραφικής παράστασης της f . (Σχ. 2-2)



Σχήμα 2-2 Γραφική παράσταση κυρτής συνάρτησης [15].

Μία συνάρτηση f είναι **αυστηρώς κυρτή** εάν ισχύει αυστηρώς η ανισότητα στην Εξ. 2-4 όταν $x \neq y$ και $0 < \theta < 1$. Λέμε ότι μία συνάρτηση f είναι **κοίλη** εάν η $-f$ είναι κυρτή, και αυστηρώς κοίλη εάν η $-f$ είναι αυστηρώς κυρτή.

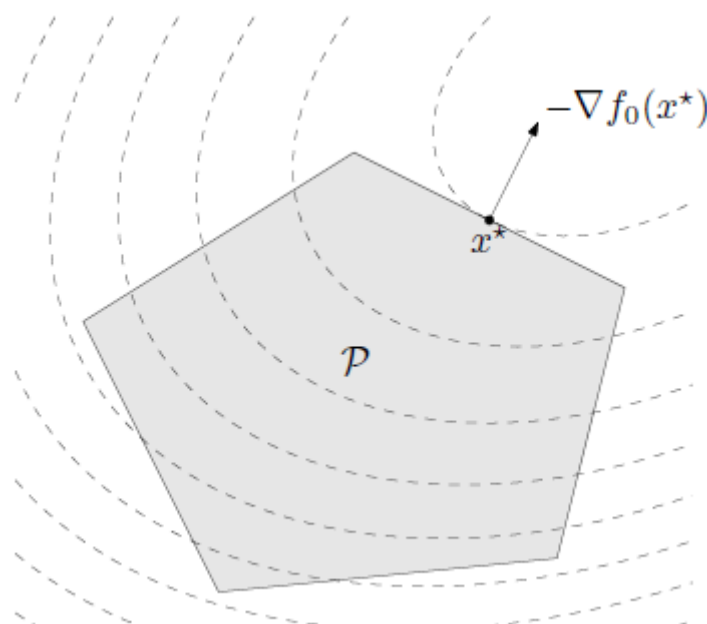
Για μία αφινική συνάρτηση πάντα ισχύει η ισότητα της Εξ. 2-4, οπότε όλες οι αφινικές συναρτήσεις (και επίσης και οι γραμμικές) είναι ταυτόχρονα κυρτές και κοίλες. Ισχύει και το αντίστροφο, δηλαδή κάθε συνάρτηση που είναι ταυτοχρόνως κοίλη και κυρτή είναι αφινική.

2.4 Τετραγωνικά προβλήματα βελτιστοποίησης

Ένα κυρτό πρόβλημα βελτιστοποίησης καλείται **τετραγωνικό πρόγραμμα** (Quadratic Program, QP), εάν η αντικειμενική συνάρτηση είναι τετραγωνική (κυρτή) συνάρτηση, και οι συναρτήσεις των περιορισμών είναι αφινικές συναρτήσεις. Ένα τετραγωνικό πρόγραμμα μπορεί να εκφραστεί με την ακόλουθη μορφή:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && (1/2)x^T P x + q^T x + r \\ & \text{subject to} && Gx \leq h \\ & && Ax = b \end{aligned} \tag{2-5}$$

όπου, $P \in S_+^n$, $G \in \mathbb{R}^{m \times n}$ και $A \in \mathbb{R}^{p \times n}$. Σε ένα τετραγωνικό πρόγραμμα ελαχιστοποιούμε μία αντικειμενική συνάρτηση πάνω σε ένα πολύεδρο όπως φαίνεται και στο Σχ. 2-3.



Σχήμα 2-3 Γεωμετρική ερμηνεία ενός QP [15].

Στο παραπάνω σχήμα (Σχ. 2-5) διακρίνουμε το εφικτό σύνολο (feasible set), το οποίο είναι ένα πολύεδρο, ως σκιασμένη περιοχή. Οι διακεκομμένες γραμμές αναπαριστούν την αντικειμενική συνάρτηση, η οποία είναι κυρτή και τετραγωνική. Το σημείο x^* αποτελεί βέλτιστο σημείο του προβλήματος.

2.5 Βέλτιστα και τοπικά βέλτιστα σημεία

Λέμε ότι ένα σημείο x^* , αποτελεί **βέλτιστο** σημείο ή αλλιώς λύση του προβλήματος της Εξ. 2-5, αν το x^* είναι εφικτό (feasible) και $f_0(x) = p^*$. Το σύνολο όλων των βέλτιστων σημείων καλείται βέλτιστο σύνολο, και συμβολίζεται ως:

$$X_{opt} = \{x \mid f_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m, h_i(x) = 0, i = 1, \dots, p, f_0(x) = p^*\} \quad (2-6)$$

Εάν υπάρχει ένα βέλτιστο σημείο για την Εξ. 2-5, λέμε ότι η βέλτιστη τιμή έχει επιτευχθεί, ή αλλιώς ότι το πρόβλημα είναι επιλύσιμο. Εάν το σύνολο X_{opt} είναι κενό, λέμε ότι η βέλτιστη λύση δεν έχει επιτευχθεί. Αυτό πάντα συμβαίνει όταν το πρόβλημα είναι μη φραγμένο από κάτω. Ένα εφικτό σημείο x όπου $f_0(x) \leq p^* + \varepsilon$, όπου $\varepsilon > 0$ καλείται υπό-βέλτιστο σημείο, και το σύνολο αυτών υπό-βέλτιστο σύνολο του προβλήματος.

Λέμε ότι ένα εφικτό σημείο x είναι τοπικό βέλτιστο αν υπάρχει $R > 0$ τέτοιο ώστε:

$$f(x) = \inf\{f_0(z) \mid f_i(z) \leq 0, i = 1, \dots, m, h_i(z) = 0, i = 1, \dots, p, \|z - x\|_2 \leq R\} \quad (2-7)$$

Ή αλλιώς, το x λύνει το ακόλουθο πρόβλημα βελτιστοποίησης:

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f_0(x) \\ & \text{subject to } f_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m \\ & \quad h_i(x) = 0, i = 1, \dots, p \\ & \quad \|z - x\|_2 \leq R \end{aligned} \quad (2-8)$$

όπου σαν μεταβλητή βελτιστοποίησης είναι η z . Η Εξ. 2-7 μας δείχνει ότι το σημείο x ελαχιστοποιεί την f_0 σε μία περιοχή κοντά στο εφικτό σύνολο (feasible set).

Η χρησιμότητα και το μεγάλο πλεονέκτημα των κυρτών (και κατ'επέκταση και των τετραγωνικών) προβλημάτων είναι ότι κάθε τοπικό βέλτιστο αποτελεί και ολικό βέλτιστο (ή απλώς βέλτιστο) του προβλήματος [16].

2.6 Μέθοδος αποσύνδεσης (Decomposition Method)

Η αποσύνδεση (decomposition) αποτελεί μία γενική προσέγγιση επίλυσης ενός προβλήματος σπάζοντάς το σε μικρότερα και λύνοντας το κάθε ένα από αυτά ξεχωριστά, είτε παράλληλα είτε σειριακά.

Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται κυρίως σε περιπτώσεις όπου έχουμε κάποιους περιορισμούς του προβλήματος οι οποίοι συνδέονται με περισσότερες της μίας αντικειμενικές συναρτήσεις. Έτσι, τα προβλήματα δεν μπορούν να επιλυθούν ξεχωριστά και για αυτό απαιτείται ένας τρόπος κατά τον οποίο θα είναι εφικτή η διάσπαση του αρχικού προβλήματος σε μικρότερα ανεξάρτητα (πλέον) μεταξύ τους προβλήματα.

Για να γίνει αυτό εφικτό χρησιμοποιούμε τη δυική συνάρτηση Λαγκράνζ (Lagrange dual function). Έστω λοιπόν ότι έχουμε το πρόβλημα:

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f_0(x) \\ & \text{subject to } f_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m \\ & \quad \quad \quad h_i(x) = 0, i = 1, \dots, p \end{aligned} \quad (2-9)$$

Όπου η μεταβλητή βελτιστοποίησης είναι η $x \in \mathbb{R}^n$. Θεωρούμε ότι το πεδίο ορισμού του παραπάνω προβλήματος $D = (\cap_{i=0}^m \text{dom } f_i) \cap (\cap_{i=1}^p \text{dom } h_i)$ είναι μη κενό, και συμβολίζουμε τη βέλτιστη τιμή του με p^* .

Η βασική ιδέα της δυκότητας Λαγκράνζ είναι να ληφθούν υπόψη οι περιορισμοί του προβλήματος (2-9) και να ενσωματωθούν στην αντικειμενική συνάρτηση με τη μορφή σταθμισμένων αθροισμάτων των σταθερών συναρτήσεων των περιορισμών. Ορίζουμε, λοιπόν, τη Λαγκρανζιανή $L : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$ του προβλήματος (2-9) ως:

$$L(x, \lambda, \nu) = f_0(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i f_i(x) + \sum_{i=1}^p \nu_i h_i(x) \quad (2-10)$$

με $\text{dom } L = D \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p$. Αναφερόμαστε στο λ_i ως πολλαπλασιαστή Λαγκράνζ (Lagrange multiplier) σχετιζόμενο με τον i -οστό περιορισμό $f_i(x) \leq 0$. Αντίστοιχα ισχύουν για τον ν_i . Τα διανύσματα λ και ν ονομάζονται δυικές μεταβλητές (dual variables) ή αλλιώς πολλαπλασιαστές Λαγκράνζ (Lagrange multipliers) σχετιζόμενοι με το πρόβλημα (2-9).

Βάσει αυτών, λοιπόν, ορίζεται η δυική συνάρτηση Λαγκράνζ, ή απλά δυική συνάρτηση (dual function) $g : \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$, ως η ελάχιστη τιμή της Λαγκρανζιανής στο x : για $\lambda \in \mathbb{R}^m, \nu \in \mathbb{R}^p$,

$$g(\lambda, \nu) = \min_{x \in D} L(x, \lambda, \nu) = \min_{x \in D} (f_0(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i f_i(x) + \sum_{i=1}^p \nu_i h_i(x)) \quad (2-11)$$

Όταν η Λαγκρανζιανή δεν είναι κάτω φραγμένη στο x , η δυική συνάρτηση λαμβάνει την τιμή $-\infty$. Από τη στιγμή που η δυική συνάρτηση είναι το σημειακό ελάχιστο μίας οικογένειας αφινικών συναρτήσεων των (λ, ν) , τότε είναι κοίλη, παρότι δεν είναι υποχρεωτικό το αρχικό πρόβλημα να είναι κυρτό [16].

Γνωρίζοντας πλέον και τη δυική συνάρτηση είμαστε σε θέση να διασπάσουμε ένα δοσμένο, αρχικό, πρόβλημα παρόλο που σε αυτό ενδέχεται να υπάρχουν συζευκτικοί περιορισμοί (ισοτικοί ή και ανισοτικοί), σε επιμέρους προβλήματα, τα οποία θα είναι μικρότερα και απλούστερα.

Έστω, για παράδειγμα, ότι έχουμε να λύσουμε το εξής πρόβλημα:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && f_1(x) + f_2(x) \\ & \text{subject to} && x_1 \in C_1, x_2 \in C_2 \\ & && h_1(x_1) + h_2(x_2) \leq 0 \end{aligned} \tag{2-12}$$

Εδώ τα C_1 και C_2 είναι τα εφικτά σύνολα των δύο υπό-προβλημάτων, που ενδέχεται να περιγράφονται από γραμμικές ισότητες και κυρτές ανισότητες. Οι συναρτήσεις $h_1: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ και $h_2: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ αποτελούν κυρτές συναρτήσεις. Τα δύο υπο-προβλήματα συνδέονται μεταξύ τους μέσω των p περιορισμών που περιέχουν τόσο τη μεταβλητή x_1 όσο και τη x_2 . Αυτοί οι περιορισμοί λέγονται συζευγμένοι περιορισμοί (coupling constraints).

Προκειμένου να αποσυζεύξουμε το πρόβλημα (2-12) σχηματίζουμε τη Λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\begin{aligned} L(x_1, x_2, \lambda) &= f_1(x_1) + f_2(x_2) + \lambda^T (h_1(x_1) + h_2(x_2)) \\ &= (f_1(x_1) + \lambda^T h_1(x_1)) + (f_2(x_2) + \lambda^T h_2(x_2)) \end{aligned}$$

η οποία είναι πλέον διαχωρίσιμη, οπότε μπορούμε να ελαχιστοποιήσουμε ως προς x_1 και x_2 ξεχωριστά, μέσω των δυικών μεταβλητών λ , προκειμένου να βρούμε το $g(\lambda) = g_1(\lambda) + g_2(\lambda)$. Για παράδειγμα, για να υπολογίσουμε το $g_1(\lambda)$, λύνουμε το υπο-πρόβλημα:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && f_1(x_1) + \lambda^T h_1(x_1) \\ & \text{subject to} && x_1 \in C_1 \end{aligned} \tag{2-13}$$

Αντίστοιχα, για να βρούμε το $g_2(\lambda)$, λύνουμε το υπο-πρόβλημα:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && f_2(x_2) + \lambda^T h_2(x_2) \\ & \text{subject to} && x_2 \in C_2 \end{aligned} \tag{2-14}$$

Η μέθοδος αποσύζευξης λύνει το πρόβλημα (2-12) κάνοντας χρήση μίας επαναληπτικής μεθόδου σύγκλισης, όπως είναι αυτή της υποκλίσης (subgradient method), λύνοντας σε κάθε επανάληψη τα υπο-προβλήματα (2-13) και (2-14). Στη μέθοδο αυτή θα αναφερθούμε παρακάτω.

Μία υποκλίση της $-g_1$ στο λ είναι η $h_1(\bar{x}_1)$, όπου \bar{x}_1 είναι μία οποιαδήποτε λύση του υπό-προβλήματος (2-13).

Προκειμένου να βρούμε μία υποκλίση της g , λύνουμε και τα δύο υπό-προβλήματα προκειμένου να πάρουμε τις λύσεις \bar{x}_1 και \bar{x}_2 αντίστοιχα. Μία υποκλίση της $-g$ είναι τότε η $h_1(\bar{x}_1) + h_2(\bar{x}_2)$. Στη συνέχεια ανανεώνουμε τις δυικές μεταβλητές βάσει της τιμής αυτής της υποκλίσης και προχωρούμε στην επόμενη επανάληψη. Στην περίπτωση που χρησιμοποιούμε και την προβαλλόμενη μέθοδο της υποκλίσης (projected subgradient method), έτσι ώστε να ανανεώνουμε τις τιμές λ , μπορούμε να έχουμε έναν πολύ απλό αλγόριθμο όπως τον παρακάτω [17].

repeat

Solve the subproblems

Solve subproblem (2-13) to find an optimal \bar{x}_1

Solve subproblem (2-14) to find an optimal \bar{x}_2

Update dual variables

$$\lambda := (\lambda + \alpha_k (h_1(\bar{x}_1) + h_2(\bar{x}_2)))_+ .$$

2.7 Η μέθοδος της υποκλίσης (Subgradient Method)

Όπως είπαμε και στην προηγούμενη παράγραφο, το αποσυζευγμένο πρόβλημα προκειμένου να δώσει λύση στο αρχικό πρόβλημα βελτιστοποίησης (π.χ. σε αυτό της Εξ. 2-12), απαιτείται η χρησιμοποίηση μίας επαναληπτικής μεθόδου σύγκλισης. Μία τέτοια μέθοδος είναι αυτή της υποκλίσης, στην οποία αναφερθήκαμε και προηγουμένως, σε αυτήν την παράγραφο όμως θα την αναλύσουμε σε μεγαλύτερο βαθμό δίνοντας τα βασικά χαρακτηριστικά της.

Η μέθοδος της υποκλίσης αποτελεί μία μέθοδο σύγκλισης για την ελαχιστοποίηση μη-διαφορίσιμων κυρτών συναρτήσεων. Η μέθοδος μοιάζει αρκετά με την συνήθη μέθοδο της κλίσης για τις διαφορίσιμες συναρτήσεις, όμως έχει και σημαντικές διαφορές. Για παράδειγμα, στη μέθοδο της υποκλίσης γίνεται χρήση βημάτων υπολογισμένων πριν τη χρήση τους, σε αντίθεση με τη μέθοδο της κλίσης όπου γίνεται μία ακριβής ή και κατά προσέγγιση γραμμική αναζήτηση προκειμένου να κινηθούμε προς την περιοχή όπου η συνάρτηση (η αντικειμενική συνάρτηση) παρουσιάζει μεγαλύτερη κλίση. Επίσης, μία σημαντική διαφοροποίηση μεταξύ των μεθόδων είναι ότι η μέθοδος της υποκλίσης δεν αποτελεί μία μέθοδο καθόδου όπως συμβαίνει με αυτήν της κλίσης. Με άλλα λόγια η τιμή της συνάρτησης ενδέχεται (και μάλιστα πολύ συχνά) να αυξάνεται.

Η μέθοδος της υποκλίσης είναι αρκετά πιο αργή από την μέθοδο Newton, είναι όμως αρκετά πιο απλή και μπορεί να εφαρμοστεί σε μία πληθώρα εφαρμογών. Συνδυάζοντας την μέθοδο της υποκλίσης με τεχνικές αποσύζευξης είναι, αρκετές φορές, πιθανόν να σχεδιάσουμε πολύ απλούς διεσπαρμένους αλγόριθμους για ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης [18].

Θεωρούμε μία κυρτή συνάρτηση $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Για την ελαχιστοποίηση της f η μέθοδος της υποκλίσης χρησιμοποιεί την επαναληπτική διαδικασία:

$$x(k+1) = x(k) - \alpha_k g(k) \quad (2-15)$$

Στην Εξ. 2-15 το $x(k)$ αποτελεί η k -οστή επανάληψη, $g(k)$ μία οποιαδήποτε υποκλίση της f στο $x(k)$, και το α_k το βήμα της κάθε επανάληψης. Έτσι, σε κάθε επανάληψη της μεθόδου κάνουμε ένα βήμα προς την κατεύθυνση μίας αρνητικής υποκλίσης. Πρέπει να επισημάνουμε ότι μία υποκλίση της f στο x είναι κάθε διάνυσμα g το οποίο ικανοποιεί την ανισότητα $f(y) \geq f(x) + g^T(y - x)$ για κάθε y . Όταν η f είναι διαφορίσιμη, η μόνη πιθανή επιλογή της g είναι $\nabla f(x(k))$, και η μέθοδος της υποκλίσης, σε αυτήν την περίπτωση, εμπίπτει σε αυτήν της κλίσης, με τη μόνη διαφορά να έγκειται στην επιλογή του βήματος των επαναλήψεων.

Υπάρχουν αρκετοί κανόνες για την επιλογή του μεγέθους των βημάτων που χρησιμοποιούνται στην μέθοδο. Αυτά είναι:

- **Βήμα σταθερού μεγέθους**, $\alpha_k = h$ Μία σταθερά, ανεξάρτητη του k
- **Βήμα σταθερού μήκους**, $\alpha_k = h / \|g(x(k))\|_2$. Αυτό σημαίνει ότι $\|x(k+1) - x(k)\|_2 = h$.
- **Τετραγωνικός αθροίσμο αλλά όχι αθροίσμο**. Το μέγεθος του βήματος ικανοποιεί τις σχέσεις:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^2 < \infty \quad , \quad \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k = \infty .$$

Ένα τυπικό παράδειγμα είναι $\alpha_k = \alpha / (\beta + k)$, όπου $\alpha > 0$ και $\beta \geq 0$.

- **Μη-αθροίσμο ελαττούμενο**. Το μέγεθος του βήματος ικανοποιεί τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \alpha_k = 0 \quad , \quad \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k = \infty .$$

Ένα τυπικό παράδειγμα είναι $\alpha_k = \alpha / \sqrt{k}$, όπου $\alpha > 0$.

Οι αποδείξεις ως προς τη σύγκλιση για κάθε επιλογή βήματος δίνονται στην [18].

Μία προέκταση της μεθόδου είναι η προβαλλόμενη μέθοδος υποκλίσης (projected subgradient method). Σε αυτήν την περίπτωση γίνεται χρήση της:

$$x(k+1) = P(x(k) - a_k g(k)) \quad (2-16)$$

όπου, P είναι η (Ευκλείδεια) προβολή στο C , και $g(k)$ είναι μία οποιαδήποτε υποκλίση της f στο $x(k)$. Οι κανόνες για την επιλογή του μεγέθους του βήματος που εξηγήσαμε πριν ισχύουν και σε αυτήν την περίπτωση.

2.8 Μικτός ακέραιος προγραμματισμός

Συνήθως, η μοντελοποίηση ενός συστήματος γίνεται με διαφορικές εξισώσεις, οι οποίες περιγράφουν τη δυναμική του υπό εξέταση συστήματος. Πολύ συχνά, όμως, υπάρχουν συστήματα στα οποία αυτή η περιγραφή δεν φτάνει, καθώς ενδέχεται να υπάρχουν μέρη του συστήματος που να περιγράφονται από λογικές εξισώσεις. Τέτοιες περιπτώσεις μπορεί να είναι, για παράδειγμα, διακόπτες ή βαλβίδες που να βρίσκονται σε καταστάσεις on/off, ο επιλογέας ενός κιβωτίου ταχυτήτων, ενέργειες που διέπονται από κανόνες if/then/else κ.α. Σε τέτοιου είδους προβλήματα γίνεται χρήση του μικτού ακέραιου προγραμματισμού Mixed Integer Programming, MIP).

Πέραν των κλασικών δυναμικών εξισώσεων (και πιθανών και κάποιων άλλων γραμμικών ή και μη εξισώσεων) που διέπουν ένα μοντέλο, μπορεί να υπάρχουν και εξισώσεις στις οποίες να εμφανίζονται ακέραιες μεταβλητές, η οποίες ονομάζονται επίσης και μεταβλητές απόφασης (decision variables). Η συνήθης τιμή των μεταβλητών αυτών μπορεί να είτε μηδέν (0) είτε ένα (1). Σε αυτήν την περίπτωση μιλάμε για μία δυαδική (binary) μεταβλητή. Παρόλα αυτά, μπορεί μία μεταβλητή απόφασης να πάρει και τιμές εκτός των 0 και 1 [19]. Τέτοιες περιπτώσεις συναντάμε όταν, για παράδειγμα, σε κάποιο μέρος του προβλήματός μας θέλουμε να κάνουμε χρήση ενός μετρητή, η τιμή του οποίου όμως εξαρτάται άμεσα από μία δυαδική μεταβλητή, όπως θα δούμε και στη συνέχεια της εργασίας.

Το πρόβλημα που δημιουργείται σε MIP προβλήματα είναι η ενσωμάτωση των λογικών συναρτήσεων στη δομή του προβλήματος, προκειμένου αυτό να λυθεί από ένα πρόγραμμα προσομοίωσης σε H/Y, όπως είναι το MATLAB[®]. Για να το επιτύχουμε αυτό μετατρέπουμε τις λογικές συναρτήσεις σε γραμμικές ανισώσεις, έτσι ώστε να ενσωματωθούν με το υπόλοιπο πρόβλημα. Στη συνέχεια, λοιπόν, θα εξηγήσουμε τη διαδικασία αυτή της μετατροπής. Βασική παραπομπή μας για αυτόν το σκοπό είναι η [20].

Στην [20] αναλύονται τεχνικές σύμφωνα με τις οποίες η προτασιακή λογική μπορεί να μετατραπεί σε γραμμικές ανισώσεις οι οποίες περιλαμβάνουν τόσο ακέραιες όσο και συνεχείς μεταβλητές. Με αυτόν τον τρόπο έχουμε τη δημιουργία μικτών δυναμικών λογικών (Mixed Logical Dynamical, MLD) συστημάτων αποτελούμενα από γραμμικές δυναμικές εξισώσεις που

υπακούουν σε ανισώσεις που περιέχουν τόσο συνεχείς όσο και λογικές (δυναδικές ή ακέραιες) μεταβλητές.

Ο προτασιακός λογισμός περιλαμβάνει στο αλφάβητό του, εκτός από τα σύμβολα προτασιακών μεταβλητών, τα λογικά σημάδια ζεύξης: \wedge (και), \vee (ή), \neg (όχι), \rightarrow (συνεπαγωγή), \leftrightarrow (αν και μόνον αν), \oplus (αποκλειστικό ή) κλπ.. Παρακάτω παραθέτουμε κάποιες ιδιότητες των σημαδιών ζεύξης οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια:

$$X_1 \rightarrow X_2 \text{ είναι το ίδιο με } \sim X_1 \vee X_2$$

$$X_1 \rightarrow X_2 \text{ είναι το ίδιο με } \sim X_1 \rightarrow \sim X_2$$

$$X_1 \leftrightarrow X_2 \text{ είναι το ίδιο με } (X_1 \rightarrow X_2) \wedge (X_2 \rightarrow X_1)$$

Κάθε λέκτημα X_i μπορεί να συνδεθεί με μία λογική μεταβλητή $\delta_i \in \{0,1\}$, η οποία παίρνει την τιμή 1 αν $X_i = \text{ΑΛΗΘΗΣ}$ (TRUE) και 0 αλλιώς. Βάσει αυτών, ένα προτασιακό πρόβλημα, όπου μία δήλωση X_1 πρέπει να αποδειχθεί ως ΑΛΗΘΗΣ δοσμένου ενός συνόλου συζευγμένων δηλώσεων όπου περιέχονται λεκτήματα X_1, X_2, \dots, X_n , μπορεί να λυθεί ως γραμμικό ακέραιο πρόγραμμα, με την προϋπόθεση να μετατραπούν σωστά οι αρχικές συζευγμένες δηλώσεις σε γραμμικές ανισώσεις που περιλαμβάνουν λογικές μεταβλητές δ_i . Για τον σκοπό αυτό αποδεικνύεται εύκολα ότι οι παρακάτω προτάσεις είναι ισοδύναμες με τους αντίστοιχους γραμμικούς περιορισμούς:

$$X_1 \vee X_2 \text{ ισοδυναμεί με } \delta_1 + \delta_2 \geq 1 \quad (2-17a)$$

$$X_1 \wedge X_2 \text{ ισοδυναμεί με } \delta_1 = 1, \delta_2 = 1 \quad (2-17b)$$

$$\sim X_1 \text{ ισοδυναμεί με } \delta_1 = 0 \quad (2-17c)$$

$$X_1 \rightarrow X_2 \text{ ισοδυναμεί με } \delta_1 - \delta_2 \leq 0 \quad (2-17d)$$

$$X_1 \leftrightarrow X_2 \text{ ισοδυναμεί με } \delta_1 - \delta_2 = 0 \quad (2-17e)$$

$$X_1 \oplus X_2 \text{ ισοδυναμεί με } \delta_1 + \delta_2 = 1 \quad (2-17f)$$

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν εφαρμογές όπου έχουμε τη συνύπαρξη λογικών μεταβλητών με συνεχείς (ή και διακριτές) συναρτήσεις. Σε αυτήν την περίπτωση μιλάμε για μικτές ακέραιες συνεχείς ανισότητες (mixed – integer linear inequalities). Ας θεωρήσουμε τη δήλωση $X \triangleq [f(x) \leq 0]$, όπου η $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνεχής συνάρτηση, θεωρώντας ότι $x \in \mathcal{X}$, όπου \mathcal{X} είναι ένα δοσμένο φραγμένο σύνολο, και ορίζουμε

$$M \triangleq \max_{x \in \mathcal{X}} f(x) \quad (2-18a)$$

$$m \triangleq \min_{x \in \mathcal{X}} f(x) \quad (2-18b)$$

Είναι εύκολο λοιπόν να αποδείξουμε τις ακόλουθες σχέσεις:

$$[f(x) \leq 0] \wedge [\delta = 1] \text{ είναι αληθής αν και μόνον αν } f(x) - \delta \leq -1 + m(1 - \delta) \quad (2-19a)$$

$$[f(x) \leq 0] \vee [\delta = 1] \text{ είναι αληθής αν και μόνον αν } f(x) \leq M \quad (2-19b)$$

$$\sim [f(x) \leq 0] \text{ είναι αληθής αν και μόνον αν } f(x) \geq \varepsilon \quad (2-19c)$$

όπου ε είναι μία σταθερά μικρής τιμής ($\varepsilon \ll 1$).

Η σχέση (2-17b) (λογικό και) παίρνει την ισοδύναμη μορφή $\delta_1 \delta_2 \geq 1$. Αυτή η σχέση αποτελεί μία μη-γραμμική ανίσωση. Σκοπός μας, όμως, είναι η αντικατάσταση των λογικών προτάσεων με ισοδύναμες γραμμικές ανισώσεις. Στην [21] αναφέρεται ότι οποιοδήποτε πολυωνυμικό δυαδικό πρόγραμμα μπορεί να μετατραπεί σε ένα γραμμικό δυαδικό πρόγραμμα αντικαθιστώντας κάθε γινόμενο της μορφής $\prod_{j \in I} \delta_j$ δυαδικών μεταβλητών, όπου το σύνολο I εκφράζει το πλήθος των δυαδικών μεταβλητών που συμμετέχουν στο γινόμενο, από μία νέα δυαδική μεταβλητή, έστω z . Αυτή η αντικατάσταση απαιτεί, απλώς, την εισαγωγή δύο ανισοτήτων ως εξής:

$$-\sum_{j \in I} \delta_j + z + |I| - 1 \geq 0 \quad (2-20a)$$

$$\sum_{j \in I} \delta_j - |I|z \geq 0 \quad (2-20b)$$

Επίσης ένας όρος της μορφής $\delta f(x)$, όπου $f: \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$ και $\delta \in \{0,1\}$, μπορεί να αντικατασταθεί από μία βοηθητική μεταβλητή $y \triangleq \delta f(x)$, η οποία ικανοποιεί $(\delta = 0) \rightarrow (y = 0)$, $(\delta = 1) \rightarrow (y = f(x))$. Έτσι λοιπόν, ορίζοντας και τιμές m και M όπως στην Εξ. 2-18, το $y = \delta f(x)$ είναι ίσο με:

$$y \leq M\delta \quad (2-21a)$$

$$y \geq m\delta \quad (2-21b)$$

$$y \leq f(x) - m(1 - \delta) \quad (2-21c)$$

$$y \geq f(x) - M(1 - \delta) \quad (2-21d)$$

Με τη βοήθεια των Εξ. 2-17 έως και 2-21 μπορούμε να αντικαταστήσουμε οποιοδήποτε λογικό πρόβλημα με ένα ισοδύναμο, αποτελούμενο αποκλειστικά από γραμμικές ανισώσεις.

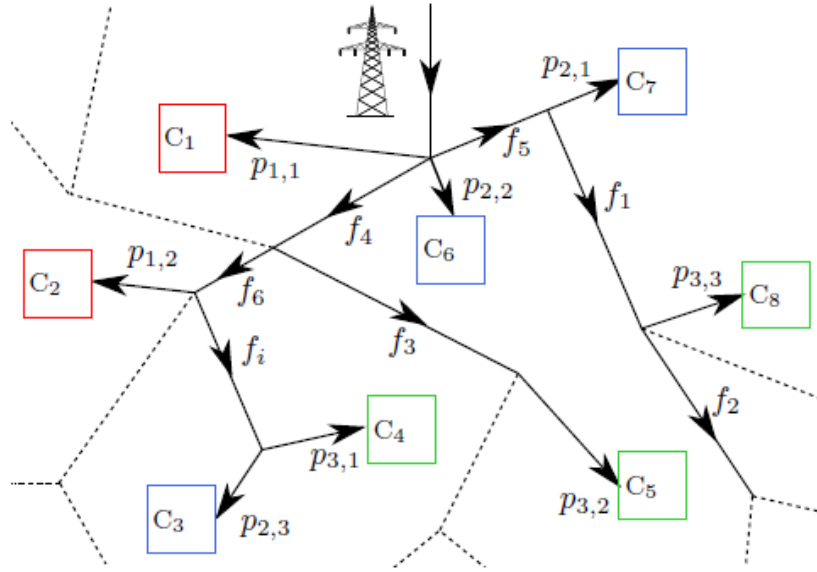
3. Θεμελίωση του Προβλήματος

Όπως αναφέραμε και στην παράγραφο 1.2, η μοντελοποίηση του συστήματός μας βασίστηκε στην [12]. Βάσει αυτής, λοιπόν, θεωρούμε ένα πλήθος καταναλωτών και ένα πλήθος BRPs. Ο κάθε καταναλωτής έχει συνάψει μία συμφωνία με έναν BRP ο οποίος αγοράζει ενέργεια στην day ahead market, όπως αυτή περιγράφηκε στην παράγραφο 1.2, εκ μέρους του καταναλωτή ο οποίος βρίσκεται υπό την ευθύνη του. Στην περίπτωση, όμως, ενός έξυπνου δικτύου ο BRP έχει τη δυνατότητα να ελέγχει κάποιου είδους ευέλικτη κατανάλωση βασισμένη στο συμβόλαιο που έχει συνάψει με τον καταναλωτή. Αυτή η ευέλικτη κατανάλωση μπορεί να είναι κάποιου είδους αποθήκη με καταψύκτες, όπου ο BRP μπορεί να ελέγχει τον κύκλο ψύξης των καταψυκτών έτσι ώστε η θερμοκρασία τους να διατηρείται εντός των ορίων που απαιτούνται για την ομαλή λειτουργία τους, ή μπορεί να είναι κάποια κατοικία όπου ο BRP μπορεί να ελέγχει τις ώρες κατά τις οποίες θα γεμίζει ο αποθηκευτικός χώρος κάποιας αποθηκευτικής συσκευής ενέργειας. Ο κάθε BRP θα επωφελείται από αυτήν την συμφωνία κάνοντας χρήση της ευελιξίας ώστε να βελτιστοποιεί την αγορά της ενέργειας από τον διαχειριστή του δικτύου (DSO), ενώ ο καταναλωτής θα επωφελείται βάσει της συμφωνίας που έχει κάνει με τον BRP με κάποιου είδους χρηματικές απολαβές ή εκπτώσεις στην τιμή του ηλεκτρικού ρεύματος.

Ο έλεγχος των καταναλωτών είναι πολύ πιθανό να προκαλέσει συμφόρηση του δικτύου διανομής, καθώς πιθανότατα οι BRPs θα ενεργοποιούν τις ευέλικτες καταναλώσεις κατά τα ίδια χρονικά διαστήματα εντός της ημέρας, όταν δηλαδή οι τιμές της ενέργειας θα είναι πολύ χαμηλές (κατά τις βραδινές ώρες, ή κατά τις ώρες όπου θα υπάρχει περίσσεια ενέργειας από τις ΑΠΕ). Προκειμένου να αποφευχθεί αυτό θα μπορούσαν οι BRPs να συνεννοηθούν μεταξύ τους έτσι ώστε να αγοράσουν το μερίδιο που τους αναλογεί. Επειδή αυτό, όμως, είναι αρκετά απίθανο να συμβεί, λόγω της ανταγωνιστικής φύσης της αγοράς της ενέργειας, ο διακανονισμός θα γίνεται μέσω του DSO, ο οποίος θα λαμβάνει τα δεδομένα από την κατάσταση στην οποία βρίσκεται ο κάθε BRP καθώς και το δίκτυο την κάθε χρονική στιγμή και αναλόγως θα αυξομειώνει τις τιμές της ενέργειας στον κάθε BRP ξεχωριστά προκειμένου να επέλθει η ισορροπία στο σύστημα. Αυτό θα γίνει, όπως θα δούμε και παρακάτω, μέσω των σκιωδών τιμών (shadow prices).

Η τοπολογία του δικτύου που έχουμε υποθέσει είναι μορφής αστέρα (δεν υπάρχουν βρόχοι εντός του δικτύου) αποτελούμενο από n_L γραμμές μεταφοράς περιορισμένης χωρητικότητας. Ο συνολικός αριθμός των BRPs συμβολίζεται με n_B και ο BRP με δείκτη i θα έχει m_i καταναλωτές υπό την ευθύνη του. Ένα παράδειγμα ενός τέτοιου δικτύου φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (Σχ. 3-1).

Στην συνέχεια της εργασίας αυτής θα χρησιμοποιούμε το δείκτη k για να δηλώσουμε την κάθε χρονική στιγμή και περίοδο δειγματοληψίας ίση με μία (1) ώρα.



Σχήμα 3-1 Παράδειγμα τοπολογίας δικτύου διανομής ηλεκτρικής ενέργειας [11].

3.1 Μοντελοποίηση Συστήματος

Στην παράγραφο αυτή θα περιγράψουμε τις δυναμικές αλλά και τους περιορισμούς που διέπουν το υπό έλεγχο σύστημά μας.

Ο m_i καταναλωτής που βρίσκεται υπό την ευθύνη του BRP i χαρακτηρίζεται από την ωριαία κατανάλωσή του $p_i = (p_{i,1}, \dots, p_{i,m_i}) \in \mathbb{R}^{m_i}$ η οποία αποτελείται από ένα μέρος το οποίο μπορεί να ελεγχθεί (controllable part) $\tilde{p}_i \in \mathbb{R}^{m_i}$, από ένα κομμάτι που δεν μπορούμε να ενεργήσουμε σε αυτό (uncontrollable part) $\bar{p}_i \in \mathbb{R}^{m_i}$ και από ένα ακόμα κομμάτι το οποίο μπορεί να μεταφερθεί αυτούσιο στο χρόνο (shiftable part) $\hat{p}_i \in \mathbb{R}^{m_i}$:

$$p_i(k) = \tilde{p}_i(k) + \bar{p}_i(k) + \hat{p}_i(k) \quad (3-1)$$

η οποία είναι αντικείμενο των περιορισμών:

$$p_i^{min} \leq \tilde{p}_i(k) \leq p_i^{max} \quad (3-2)$$

όπου $p_i^{min}, p_i^{max} \in \mathbb{R}^{m_i}$ είναι το κάτω και άνω όριο. Παρατηρούμε ότι με αυτόν τον συμβολισμό μπορούν να συμπεριληφθούν και μη αποσυνδεόμενοι παραγωγοί, όπως είναι οι ΑΠΕ, ως αρνητικοί καταναλωτές.

Η αποθηκευμένη ενέργεια στους ευέλικτους καταναλωτές συμβολίζεται ως $e_i = (e_{i,1}, \dots, e_{i,m_i}) \in \mathbb{R}^{m_i}$, η οποία μπορεί να είναι ενέργεια αποθηκευμένη ως θερμότητα, χημική

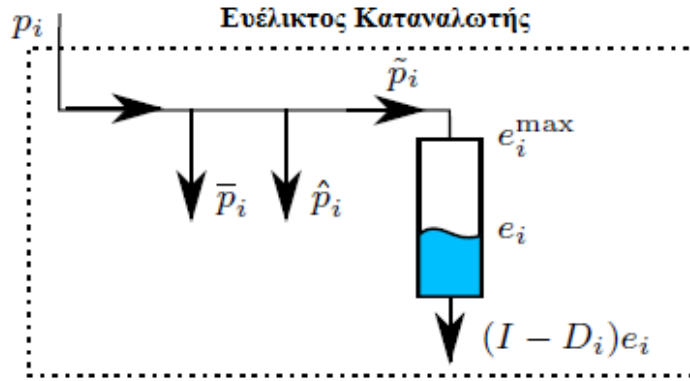
ενέργεια σε μπαταρία, κλπ. Η αποθηκευμένη ενέργεια εξαρτάται από την ελεγχόμενη κατανάλωση ως εξής:

$$e_i(k+1) = D_i e_i(k) + \tilde{p}_i(k) \quad (3-3)$$

όπου, $D_i \in \mathbb{R}^{m_i \times m_i}$ είναι ένας διαγώνιος πίνακας τα στοιχεία του οποίου περιγράφουν τις ποσοστιαίες απώλειες απομάστευσης της κάθε διάταξης αποθήκευσης ενέργειας. Ο αποθηκευτικός χώρος είναι αντικείμενο των περιορισμών:

$$0 \leq e_i(k) \leq e_i^{max} \quad (3-4)$$

όπου, $e_i^{max} \in \mathbb{R}^{m_i}$ είναι το άνω όριο του αποθηκευτικού χώρου. Η σχηματική αναπαράσταση ενός τέτοιου καταναλωτή (βλ. [22]) φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (Σχ. 3-2).



Σχήμα 3-2 Σχηματική αναπαράσταση ευέλικτου καταναλωτή [21].

Οι καταναλωτές τροφοδοτούνται από το δίκτυο διανομής, όπως φαίνεται και στο Σχ. 3-1, όπου ο κάθε BRP συνεισφέρει στη φόρτιση του πλήθους των γραμμών του δικτύου. Τη μερική ροή φορτίου που προκαλείται από τον BRP i στις n_L γραμμές μεταφοράς τη συμβολίζουμε ως $t_i \in \mathbb{R}_+^{n_L}$. Θεωρώντας ότι δεν υπάρχουν απώλειες κατά τη μεταφορά της ενέργειας μέσω των γραμμών, η μερική ροή φορτίου που προκαλείται από τους καταναλωτές υπό την ευθύνη του BRP i δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$t_i(k) = R_i p_i(k) \quad (3-5)$$

όπου, $R_i \in \mathbb{R}^{n_L \times m_i}$ πίνακας τα στοιχεία του οποίου συμπληρώνονται ως ακολούθως:

$$(R_i)_{mn} = \begin{cases} 1, & \text{ο καταναλωτής } n \text{ τροφοδοτείται μέσω της γραμμής } m \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Οι συνολικές ροές φορτίου $f = (f_1, \dots, f_{n_L}) \in \mathbb{R}_+^{n_L}$ δίνονται από τη σχέση:

$$f(k) = \sum_{i=1}^{n_B} t_i(k) \quad (3-6)$$

όπου, f_j είναι η συνολική ροή μέσω της γραμμής j . Το δίκτυο διανομής προστατεύεται από υπερεντάσεις μέσω διακοπών προστασίας, οπότε η ροή του φορτίου περιορίζεται ως:

$$f(k) \leq f^{max} \quad (3-7)$$

όπου, $f^{max} \in \mathbb{R}_+^{n_L}$ το όριο το οποίο θέτουν οι διακόπτες προστασίας.

3.2 Αντικειμενική συνάρτηση

Ο εκάστοτε BRP αγοράζει ενέργεια μέσω της day ahead market με σκοπό την κάλυψη των αναγκών των καταναλωτών που βρίσκονται υπό την ευθύνη του για την επόμενη μέρα. Η ενέργεια αυτή συμβολίζεται ως q_{spot} . Εάν η ενέργεια αυτή δεν συμπίπτει με αυτήν που πραγματικά καταναλώνεται κάθε ώρα, τότε εξ ορισμού ο BRP καλύπτει τη διαφορά αγοράζοντας επιπλέον ενέργεια σε περίπτωση που η q_{spot} είναι μικρότερη από την καταναλωθείσα, ή σε αντίθετη περίπτωση πουλάει στο δίκτυο την περίσσεια αυτής. Το ισοζύγιο ενέργειας του BRP i την εκάστοτε χρονική στιγμή δίνεται από τη σχέση:

$$q_{bal,i}(k) = \mathbf{1}^T p_i(k) - q_{spot,i}(k) \quad (3-8)$$

όπου, $\mathbf{1}$ είναι ένα διάνυσμα γραμμή κατάλληλων διαστάσεων, τα στοιχεία του οποίου είναι όλα ίσα με ένα (1) και το οποίο πολλαπλασιάζει από αριστερά τις συνολικές καταναλώσεις όλων των καταναλωτών. Η αγοραπωλησία της ενέργειας ισοζυγίου που περιγράφεται από τη Σχ. 3-8 είναι συνήθως εις βάρος των BRPs, εξ αιτίας της τιμής της. Εδώ θυμίζουμε ότι αυτή η ενέργεια πληρώνεται στον DSO από τον εκάστοτε BRP μία ώρα μετά τη χρησιμοποίησή της από τον καταναλωτή. Για αυτόν τον λόγο ο κάθε BRP έχει ως σκοπό την ελαχιστοποίηση αυτής της σχέσης. Έτσι λοιπόν η Εξ.3-8 θα αποτελέσει την αντικειμενική συνάρτηση που θα χρησιμοποιήσουμε στην πορεία αυτής της ΜΕ.

Για τους λόγους που έχουμε ήδη αναφέρει στο προηγούμενο κεφάλαιο θα κάνουμε χρήση των πλεονεκτημάτων που παρέχονται από τον Τετραγωνικό Προγραμματισμό (QP). Έτσι λοιπόν, η αντικειμενική συνάρτηση που θα χρησιμοποιήσουμε παίρνει την τελική της μορφή:

$$l_i(q_{bal,i}(k)) = \|\mathbf{1}^T p_i(k) - q_{spot,i}(k)\|_2^2 \quad (3-9)$$

4. Σχεδίαση Προβλεπτικού Ελεγκτή

Η τεχνική ελέγχου που χρησιμοποιείται στην παρούσα ΜΕ είναι αυτή του προβλεπτικού ελέγχου (MPC). Η τεχνική αυτή οφείλει το όνομά της στον τρόπο με τον οποίο υπολογίζεται ο νόμος ελέγχου. Για κάθε χρονική περίοδο k λύνεται ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης εντός ενός προκαθορισμένου χρονικού ορίζοντα, ο οποίος ονομάζεται ορίζοντας ελέγχου και συμβολίζεται με N_c . Η διαμόρφωση του προβλήματος βελτιστοποίησης βασίζεται στη γνώση της κατάστασης του συστήματος τη δεδομένη χρονική στιγμή και στην πρόβλεψη της μελλοντικής συμπεριφοράς μέσω του δυναμικού μοντέλου του συστήματος, ενώ η επίλυση του δίνει την αλληλουχία των κινήσεων που πρέπει να γίνουν (είσοδοι στο σύστημα) προκειμένου να φτάσουμε στο επιθυμητό αποτέλεσμα. Από αυτές τις εισόδους κρατάμε μόνο την πρώτη, την εφαρμόζουμε ως είσοδο στο σύστημά μας (ανατροφοδότηση), μετακινούμε τον ορίζοντα ελέγχου κατά μία χρονική περίοδο (receding horizon), $k+1$, και επαναλαμβάνουμε την διαδικασία.

Η χρησιμοποίηση της τεχνικής μετακινούμενου ορίζοντα είναι ζωτικής σημασίας για την τεχνική ελέγχου που εφαρμόζουμε. Ουσιαστικά, εισάγει την έννοια της ανατροφοδότησης στο σύστημά μας, καθώς σε αντίθετη περίπτωση, όπως θα δούμε και σε επόμενο κεφάλαιο (Κεφάλαιο 5), θα πρέπει η αρχική πρόβλεψη που κάνουμε να είναι πολύ κοντά στην πραγματικότητα ώστε να έχουμε παρόμοια αποτελέσματα με την περίπτωση όπου θα λύναμε το πρόβλημα απευθείας για όλες τις χρονικές στιγμές. Σε αυτήν την εργασία θεωρούμε ότι η αρχική πρόβλεψη (ορίζοντας πρόβλεψης, $N_p = 24 h$) των καταναλώσεων είναι για τις επόμενες 24 ώρες (βάσει της λογικής της day ahead market), ωστόσο θεωρούμε ότι «καλές» προβλέψεις μπορούμε να έχουμε μόνο για ένα χρονικό ορίζοντα $N_c = 10 h$ (ώρες).

Στη συνέχεια του κεφαλαίου αυτού θα δώσουμε τον τρόπο σχεδίασης των ελεγκτών που θα χρησιμοποιηθούν στην πορεία της εργασίας.

4.1 Κεντρικός προβλεπτικός ελεγκτής (centralized MPC)

Στη βασική περίπτωση θεωρούμε ότι όλα τα δεδομένα του προβλήματος είναι διαθέσιμα σε μία κεντρική οντότητα του συστήματος μας οπότε είναι δυνατή η επίλυση του προβλήματος κεντρικά. Όπως, περιγράψαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, η ακολουθία των σημάτων εισόδου στο σύστημά μας προκύπτει από την επαναληπτική επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης. Με βάση αυτό, λοιπόν, η διαδικασία με την οποία προκύπτει ο κεντρικός ελεγκτής περιγράφεται συνοπτικά από τον παρακάτω αλγόριθμο ο οποίος περιγράφει συνοπτικά τα βήματα που ακολουθούνται για να προκύψει το σήμα εισόδου σε κάθε χρονική στιγμή k :

Αλγόριθμος 1. Κεντρικός MPC

1. Παρατήρησε την παρούσα κατάσταση $e(k)$ και λύσε το ακόλουθο πρόβλημα βελτιστοποίησης :

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize} \quad \sum_{\kappa=k}^{k+N_c-1} \Phi(\kappa) \\
 & \text{subject to} \quad e_i(\kappa+1) = D_i * e_i(\kappa) + \tilde{p}_i(\kappa) \\
 & \quad \quad \quad t_i(\kappa) = R * p_i(\kappa) \quad (4-1) \\
 & \quad \quad \quad e_i^{\min} \leq e_i(\kappa+1) \leq e_i^{\max} \\
 & \quad \quad \quad p_i^{\min} \leq \tilde{p}_i(\kappa) \leq p_i^{\max} \\
 & \quad \quad \quad f(\kappa) \leq f^{\max}
 \end{aligned}$$

όπου :

$$\Phi(\kappa) = \sum_{i=1}^{n_B} l_i(q_{bal,i}(\kappa)) = \sum_{i=1}^{n_B} \|\mathbf{1}^T p_i(\kappa) - q_{spot,i}(\kappa)\|_2^2$$

Στο πρόβλημα που περιγράφει η Εξ. 4-1 οι μεταβλητές είναι $e_i(k+1:k+N_c)$ και $\tilde{p}_i(k:k+N_c-1)$ ενώ δεδομένο είναι το $e_i(k)$. Η λύση του προβλήματος συμβολίζεται ως $e_i^*(k+1:k+N_c)$ και $\tilde{p}_i^*(k:k+N_c-1)$.

2. Από αυτές τις λύσεις επιλέγουμε τις πρώτες και τις εφαρμόζουμε στο σύστημά μας.
3. Αυξάνουμε το μετρητή k κατά ένα και επαναλαμβάνουμε από το 1.

Επαναλαμβάνοντας, λοιπόν, τον παραπάνω αλγόριθμο σε κάθε χρονική στιγμή προκύπτουν οι απαραίτητες κινήσεις που πρέπει να γίνουν προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί η Εξ. 3-9. Αυτός ο αλγόριθμος, όμως, έχει ένα μεγάλο μειονέκτημα. Όπως είπαμε και στην αρχή πρέπει όλα τα δεδομένα από όλους τους BRPs να είναι διαθέσιμα σε μία οντότητα του συστήματος προκειμένου να μπορέσει να επιλύσει το πρόβλημα. Αυτό συμβαίνει λόγω του τελευταίου περιορισμού του προβλήματος, δηλαδή του $f(\kappa) \leq f^{\max}$.

Αν κοιτάξουμε την Εξ. 3-6 θα διαπιστώσουμε ότι η ροή φορτίου $f(k)$ προκύπτει από την άθροιση των επιμέρους φορτίσεων που προκαλούνται στο δίκτυο από τον κάθε BRP ξεχωριστά. Τον τρόπο με τον οποίο αντιμετωπίζουμε τέτοιου είδους συζευγμένους περιορισμούς θα τον αναλύσουμε ευθύς αμέσως στην παράγραφο που ακολουθεί.

4.2 Διεσπαρμένος προβλεπτικός ελεγκτής (distributed MPC)

Σε αυτήν την παράγραφο θα δώσουμε τη συνοπτική περιγραφή του αλγορίθμου που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα ΜΕ προκειμένου να επιλυθεί το πρόβλημα με το συζευγμένο περιορισμό που είδαμε στον **Αλγόριθμο 1**.

Το θεωρητικό υπόβαθρο της μεθοδολογίας περιγράφηκε στις παραγράφους 2.6 και 2.7. Σύμφωνα με αυτές, λοιπόν, εισάγουμε τον συζευγμένο περιορισμό στην αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος πολλαπλασιαζόμενο με τους αντίστοιχους πολλαπλασιαστές Lagrange (σκιάδεις τιμές, shadow prices), κατασκευάζοντας με αυτόν τον τρόπο τη δυική συνάρτηση της αντικειμενικής που είχαμε αρχικά.

Με την εισαγωγή των δυικών μεταβλητών μας δίνεται η δυνατότητα διάσπασης του προβλήματος, έτσι ώστε να λυθεί το πρόβλημα σε κάθε BRP ξεχωριστά. Η μερική Λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος είναι:

$$\sum_{\kappa=k}^{k+N_c-1} (l(q_{bal}(\kappa)) + \lambda^T(\kappa) * (f(\kappa) - f^{max})) \quad (4-2)$$

Επομένως, η δυική συνάρτηση για τον κάθε BRP δίνεται από την:

$$g_i(\lambda(\kappa)) = \sum_{\kappa=k}^{k+N_c-1} (l_i(q_{bal,i}(\kappa)) + \lambda^T(\kappa) * t_i(\kappa)) \quad (4-3)$$

Μία υποκλίση της g_i στο $\lambda(\kappa)$ είναι η $\bar{t}_i(\kappa)$, δηλαδή η λύση του προβλήματος:

$$\min_{e_i(\kappa+1), \bar{p}_i(\kappa)} g_i(\lambda(\kappa)) \quad (4-4)$$

Αθροίζοντας όλες τις παραπάνω λύσεις για κάθε BRP προκύπτει η συνολική υποκλίση της Εξ. 4-2. Λύνοντας στη συνέχεια το αρχικό πρόβλημα (Εξ. 4-1) για κάθε BRP χωριστά, με τη μόνη διαφορά να έγκειται στην αντικατάσταση του περιορισμού $f(\kappa) \leq f^{max}$ από τον $t_i(\kappa) \leq \bar{t}_i(\kappa)$, θα προκύψει η συνολική λύση του προβλήματος το οποίο όμως έχει διασπαστεί.

Ο σχετικός αλγόριθμος επίλυσης του προβλήματος φαίνεται παρακάτω:

Αλγόριθμος 2. Διεσπαρμένος MPC

1. Ο DGO αρχικοποιεί τις σκιάδεις τιμές ($\lambda(k)=0$ ή $\lambda(k)=\lambda(k-1)$).
2. Αρχή επανάληψης
 - a) Ο DGO γνωστοποιεί σε κάθε BRP τις σκιάδεις τιμές
 - b) Ο κάθε BRP λύνει ξεχωριστά από τους υπόλοιπους το ακόλουθο πρόβλημα:

$$\begin{aligned}
& \text{minimize} && \sum_{\kappa=k}^{k+N_c-1} g_i(\lambda(\kappa)) \\
& \text{subject to} && e_i(\kappa+1) = D_i * e_i(\kappa) + \tilde{p}_i(\kappa) \\
& && t_i(\kappa) = R * p_i(\kappa) \\
& && e_i^{\min} \leq e_i(\kappa+1) \leq e_i^{\max} \\
& && p_i^{\min} \leq \tilde{p}_i(\kappa) \leq p_i^{\max}
\end{aligned} \tag{4-5}$$

- c) Ο κάθε BRP αναφέρει τις τοπικές μερικές ροές φορτίου $\bar{t}_i(\kappa)$ στον DSO. Ο DSO, με τη σειρά του, ελέγχει κεντρικά τυχούσες παραβιάσεις του περιορισμού $s(\kappa) = \sum_{i=1}^{n_B} t_i(\kappa) - f^{\max}$.
- d) Ο DSO ανανεώνει τις σκιωδείς τιμές χρησιμοποιώντας τη προβαλλόμενη μέθοδο υποκλίσης $\lambda(\kappa) = \max(0, \lambda(\kappa) + a_\kappa * s(\kappa))$. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνουμε την αύξηση των σκιωδών τιμών σε γραμμές μεταφοράς όπου υπάρχει συμφόρηση και μείωση των τιμών όπου υπάρχει περίσσεια χωρητικότητας. Όπου a_κ είναι το βήμα των επαναλήψεων και σε αυτήν την εργασία έχει επιλεγεί να είναι της μορφής $a_\kappa = \alpha/(\beta + \kappa)$, με $\beta = 0$ & $\alpha = 1,2$.
3. Μέχρις ότου $\max(s(\kappa)) \leq \varepsilon$ ή να επέλθει ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων. Όπου ε σταθερά μικρής τιμής .
4. Προκειμένου να εξασφαλιστεί η επιλυσιμότητα του προβλήματος, όταν ο επαναληπτικός βρόχος τερματίζεται οι μέγιστες ροές $t_i^{\max}(\kappa)$ γνωστοποιούνται στους BRPs βασιζόμενες στις βέλτιστες λύσεις $\bar{t}_i(\kappa)$ ως εξής:

$$t_i^{\max}(\kappa) = A * \bar{t}_i(\kappa) \tag{4-6}$$

Όπου $A \in R^{n_L K \times n_L K}$ διαγώνιος πίνακας με στοιχεία $A_{jj} = F_j^{\max} / (\sum_{i=1}^{n_B} \bar{t}_i(\kappa))_j$. Με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίζεται επιλυσιμότητα χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της οπισθοδρόμησης (backtracking).

5. Κάθε BRP λύνει εκ νέου το πρόβλημα 4-5 με την προσθήκη του περιορισμού $t_i(\kappa) \leq t_i^{\max}(\kappa)$. Όπου $\bar{t}_i(\kappa)$ είναι οι λύσεις που προέκυψαν από την επίλυση του προβλήματος 4-5.
6. Από τις λύσεις που θα προκύψουν κράτησε τις πρώτες και εφάρμοσέ τες στο σύστημα.
7. Αύξησε τον μετρητή k κατά ένα και επανέλαβε από το 1.

4.3 Ζήτηση – Ανταπόκριση 1

Οι αλγόριθμοι 1 & 2 είναι οι βασικοί αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται σε όλο το εύρος της παρούσας ΜΕ. Σε αυτήν την παράγραφο, ωστόσο θα αναφερθούμε και σε στρατηγικές επίλυσης του ισοζυγίου ενέργειας σε ένα δίκτυο χρησιμοποιώντας την τεχνική demand – response.

Η τεχνική αυτή έχει ως σκοπό την ενεργό συμμετοχή των καταναλωτών στην προσπάθεια εξισορρόπησης του δικτύου μεταφέροντας καταναλωτικές ανάγκες στον χρόνο. Θα μπορούσε, βέβαια, κάποιος να πει ότι και η χρήση αποθηκευτικού χώρου από μεριάς των καταναλωτών άπτεται στην τεχνική αυτή, με έναν πιο έμμεσο τρόπο όμως. Ο αποθηκευτικός χώρος βοηθάει σε περιπτώσεις όπου έχει προβλεφθεί μία κατανάλωση και ο καταναλωτής αποθηκεύει ενέργεια ώστε να ικανοποιήσει την ανάγκη αυτή όταν έρθει η ώρα της. Ωστόσο στην πορεία ενδέχεται να υπάρξουν και άλλες καταναλώσεις, οι οποίες να επιβαρύνουν το δίκτυο σε ώρες αιχμής, και οι οποίες δεν είχαν προβλεφθεί εκ των προτέρων. Επίσης, η ύπαρξη αποθηκευτικού χώρου δεν μπορεί να θεωρείται δεδομένη γιατί αφενός μεν έχει κόστος λειτουργίας και συντήρησης, αφετέρου δε απαιτεί χώρο εγκατάστασης. Σε αυτές τις περιπτώσεις τη λύση έρχεται να δώσει η δυνατότητα μεταφοράς ενός μέρους ή του συνόλου μιας ανάγκης του καταναλωτή, ώστε να ικανοποιηθεί αυτή κάποια άλλη στιγμή στο μέλλον όταν θα έχει μειωθεί η συνολική ζήτηση στο δίκτυο. Βέβαια, όπως θα δούμε και στη συνέχεια, αυτή η ανάγκη δεν μπορεί να αναβληθεί επ' αόριστον, αλλά θα θέσουμε ορισμένες παραμέτρους οι οποίες πρέπει να ικανοποιούνται σε κάθε περίπτωση.

Σε πρώτη φάση, θεωρούμε ότι οι ευέλικτοι καταναλωτές έχουν κάθε χρονική στιγμή τη δυνατότητα να μεταφέρουν στο χρόνο ένα ποσοστό από τις συνολικές ανάγκες τους. Οι κατανάλωση αυτή περιγράφεται στην Εξ. 3-1 με τον όρο $\tilde{p}_i(k)$. Επίσης θεωρούμε ότι μεταφορά φορτίου μπορεί να συντελεστεί μόνο εντός του ορίζοντα ελέγχου (N_c) και μόνο σε μελλοντικές χρονικές στιγμές.

Σύμφωνα με αυτά, λοιπόν, κατασκευάζουμε έναν τετραγωνικό πίνακα $d_i \in \mathbb{R}^{N_c \times N_c}$, ο οποίος είναι άνω τριγωνικός, για τα στοιχεία του οποίου ισχύει ότι $d_i(i, j) = \{0, 1\}$. Δηλαδή, μόνες επιτρεπτές τιμές των στοιχείων του είναι οι μηδέν (0) και ένα (1). Στον δυαδικό αυτόν πίνακα η κάθε στήλη αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή που βρισκόμαστε εντός του ορίζοντα ελέγχου, ενώ η κάθε γραμμή του αντιστοιχεί στη μεταφερόμενη κατανάλωση. Εφόσον γνωρίζουμε εκ των προτέρων ότι ο πίνακας θα είναι άνω τριγωνικός γεμίζουμε τα στοιχεία που βρίσκονται κάτω από την κύρια διαγώνιο με μηδενικά. Οι υπόλοιπες θέσεις του είναι ελεύθερες και αποτελούν επιπλέον μεταβλητές του προβλήματος βελτιστοποίησης που επιλύεται σε κάθε χρονική στιγμή. Η συνολική κατανάλωση που περιγράφεται από την Εξ. 3-1 γίνεται:

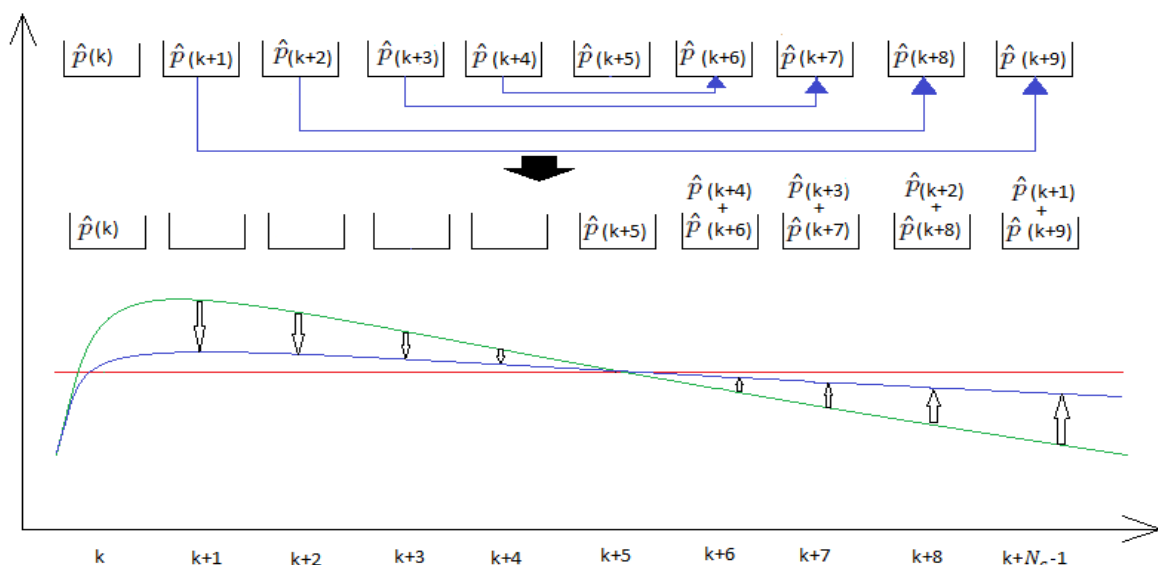
$$p_i(k) = \tilde{p}_i(k) + \bar{p}_i(k) + d_i(k)\hat{p}_i(k) \quad (4-7)$$

Εάν δεν συντελεστεί καμία μεταφορά φορτίου εντός του ορίζοντα ελέγχου στον οποίο βρισκόμαστε, τότε ο πίνακας μετά την επίλυση του προβλήματος θα ισούται με τον μοναδιαίο. Σε αντίθετη περίπτωση, θα υπάρχουν στήλες του πίνακα οι οποίες θα περιέχουν περισσότερους του ενός άσους. Η γραμμή στην οποία βρίσκεται ο κάθε άσος αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή από την οποία μεταφέρθηκε η κατανάλωση ενώ η στήλη αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή στην οποία μεταφέρθηκε τελικά η κατανάλωση. Ο μοναδικός περιορισμός που έχουμε είναι η μεταφορά της ανάγκης να συντελείται εντός του ορίζοντα ελέγχου. Για να εκφράσουμε αυτόν τον περιορισμό σε γραμμική εξίσωση χρησιμοποιούμε την παρακάτω σχέση:

$$\sum_{j=1}^{N_c} d(k, j) = 1$$

όπου k η εκάστοτε χρονική στιγμή. Από αυτήν τη σχέση βλέπουμε ότι σε κάθε γραμμή του πίνακα θα πρέπει να υπάρχει οπωσδήποτε μόνο ένας άσος, που σημαίνει ότι η ίδια κατανάλωση δεν μπορεί μεταφερθεί δύο φορές, αλλά και ότι αυτή θα πραγματοποιηθεί εντός του ορίζοντα ελέγχου. Ως προς τις στήλες του πίνακα δεν έχουμε κάποιο περιορισμό καθώς σε κάθε χρονική στιγμή μπορούν να μεταφερθούν οσοδήποτε καταναλώσεις προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί το ισοζύγιο ενέργειας.

Μία σχηματική αναπαράσταση της τεχνικής που χρησιμοποιήθηκε φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 4-1 Σχηματική αναπαράσταση της τεχνικής demand – response. Η κόκκινη καμπύλη είναι η επιθυμητή κατάσταση του συστήματος. Ενώ η πράσινη και η μπλε καμπύλη είναι η κατανάλωση του συστήματός μας πριν και μετά τον έλεγχο αντίστοιχα.

Σε αυτό το σχήμα βλέπουμε πως σε κάθε χρονική στιγμή έχουμε ένα ποσό κατανάλωσης το οποίο μπορεί να μεταφερθεί εντός του χρονικού ορίζοντα ελέγχου. Ο κάθετος άξονας αναπαριστά την ενέργεια που καταναλώνεται ενώ ο οριζόντιος τη χρονική στιγμή στην οποία βρισκόμαστε. Η κόκκινη καμπύλη του διαγράμματος παριστάνει την ενέργεια που αγοράστηκε από τον BRP στην day ahead market και είναι ουσιαστικά η επιθυμητή τιμή που θέλουμε να φτάσει το σύστημά μας. Η πράσινη καμπύλη αντιστοιχεί στην κατανάλωση που θα είχαμε χωρίς έλεγχο στο σύστημά μας ενώ η μπλε καμπύλη αντιστοιχεί στην κατανάλωση αφού εφαρμοστεί ο νόμος ελέγχου (επίλυση των Αλγορίθμων 1&2).

4.4 Ζήτηση – Ανταπόκριση 2

Έως τώρα μελετήσαμε περιπτώσεις αναγκών διάρκειας μίας ώρας, και οι οποίες μπορούν να μεταφερθούν οπουδήποτε, εντός όμως του ορίζοντα ελέγχου στον οποίο βρισκόμαστε. Στην πραγματικότητα όμως σπάνια μπορούμε να συναντήσουμε τέτοιες περιπτώσεις. Στην πράξη, οι ανάγκες σε έναν καταναλωτή έχουν τόσο συγκεκριμένη διάρκεια όσο και συγκεκριμένο μοτίβο (pattern). Ένα κλασικό παράδειγμα ανάγκης η οποία μπορεί να μεταφερθεί στο χρόνο είναι το πλυντήριο ρούχων σε ένα σπίτι, καθώς η ανάγκη αυτή δεν είναι ζωτικής σημασίας, ως προς το χρόνο στον οποίο θα εκπληρωθεί. Από τη στιγμή όμως που θα επιλέξουμε το πρόγραμμα (ανάλογα με το τι θέλουμε να πλύνουμε κάθε φορά), τη θερμοκρασία, τις στροφές του τυμπάνου κλπ., το πλυντήριο θα ακολουθήσει μία συγκεκριμένη διαδικασία η οποία διαρκεί για ένα ορισμένο χρονικό διάστημα, συνήθως, πολύ μεγαλύτερο της μίας ώρας, αλλά και ένα συγκεκριμένο μοτίβο. Επίσης, η αναβολή μίας τέτοιας ανάγκης μπορεί να είναι και για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα από αυτό του εύρους του ορίζοντα ελέγχου που χρησιμοποιούμε σε κάθε εφαρμογή.

Η λειτουργία τέτοιων συσκευών μπορεί να αποτυπωθεί με τη χρήση λογικών παραστάσεων. Για τέτοιου είδους περιορισμούς γίνεται χρήση μικτού ακέραιου προγραμματισμού, τα βασικά στοιχεία του οποίου έχουν δοθεί στην παράγραφο 2.8. Στη συνέχεια αυτής της παραγράφου θα περιγράψουμε τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκαμε προκειμένου να μετατρέψουμε τις λογικές παραστάσεις, που περιγράφουν τη διαδικασία μεταφοράς μίας τέτοιας ανάγκης στο χρόνο, σε γραμμικές ανισώσεις.

Αρχικά, υποθέτουμε ότι έχουμε μία κατανάλωση (επιπλέον αυτών που περιλαμβάνονται στην Εξ. 3-1) $\hat{p}(k)$ συγκεκριμένου μοτίβου. Από τη στιγμή που θα ξεκινήσει να καταναλώνεται η ανάγκη δεν πρέπει να διακοπεί προτού αυτή ολοκληρωθεί. Η συνολική χρονική διάρκεια αυτής συμβολίζεται με T_p . Η χρονική στιγμή κατά την οποία γίνεται διαθέσιμη προς κατανάλωση η ανάγκη δίνεται από ένα εξωτερικό σήμα $\eta_l(k)$, το οποίο είναι ίσο με ένα (1) τη χρονική στιγμή που η κατανάλωση είναι διαθέσιμη και μηδέν (0) τις υπόλοιπες χρονικές στιγμές.

Από τη στιγμή που γίνεται διαθέσιμη η ανάγκη προς κατανάλωση πρέπει αυτή να ολοκληρωθεί πριν από μία προκαθορισμένη χρονική στιγμή T_f . Στη συγκεκριμένη εργασία

θεωρούμε ότι η ανάγκη πρέπει να ολοκληρωθεί εντός του εικοσιτετραώρου εντός του οποίου βρισκόμαστε. Επομένως, από τη στιγμή που τίθεται διαθέσιμη η ανάγκη ($\eta_l(k) = 1$) υπολογίζεται και ο μέγιστος επιτρεπτός χρόνος στον οποίο θα πρέπει να ικανοποιηθεί αυτή από τη σχέση :

$$T_f = N_p - T_p - k + 2 \quad (4-8)$$

Οι βασικές δυαδικές μεταβλητές που θα χρησιμοποιήσουμε είναι οι:

$$\delta(k) = \begin{cases} 1, & \text{αν η κατανάλωση πραγματοποιείται} \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$\mu(k) = \begin{cases} 1, & \text{αν η κατανάλωση είναι διαθέσιμη} \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Εδώ θα πρέπει να διαχωρίσουμε τη μεταβλητή $\mu(k)$ από το σήμα εισόδου $\eta_l(k)$, καθώς το σήμα εισόδου είναι 0 για κάθε χρονική στιγμή εντός του ορίζοντα πρόβλεψης και 1 μόνο τη χρονική στιγμή που γίνεται διαθέσιμη η ανάγκη. Αντιθέτως, η μεταβλητή $\mu(k)$ είναι 0 για όσο η ανάγκη δεν είναι διαθέσιμη και παίρνει τη τιμή 1 από τη στιγμή που αυτή γίνεται διαθέσιμη έως ότου αυτή καταναλωθεί.

Βάσει του ορισμού που έχουμε δώσει για το $\mu(k)$ έχουμε:

$$\mu(k) = \mu(k - 1) + \eta_l(k) \quad (4-9)$$

Επίσης:

$$\begin{aligned} & [(\delta(k - 1) = 1) \wedge (\delta(k) = 0)] \rightarrow [\mu(k) = 0] \Rightarrow \\ \Rightarrow & [(\delta(k - 1) = 1) \wedge (1 - \delta(k) = 1)] \rightarrow [\mu(k) = 0] \end{aligned} \quad (4-10)$$

Εισάγουμε νέα δυαδική μεταβλητή $v(k) \in \{0,1\}$ για την οποία ισχύει:

$$[(\delta(k - 1) = 1) \wedge (1 - \delta(k) = 1)] \rightarrow (v(k) = 1) \quad (4-11)$$

Οπότε έχω:

$$\begin{aligned} & \delta(k - 1) + (1 - \delta(k)) - v(k) \leq 1 \\ & \delta(k - 1) + (1 - \delta(k)) - 2v(k) \geq 0 \end{aligned} \quad (4-12)$$

Επομένως, η Εξ. 4-10 γράφεται:

$$\begin{aligned}
 (v(k) = 1) \rightarrow (\mu(k) = 0) &\Rightarrow \\
 \Rightarrow v(k) - (1 - \mu(k)) \leq 0 &\Rightarrow \\
 \Rightarrow v(k) + \mu(k) \leq 1 & \quad (4-13)
 \end{aligned}$$

Ακόμη ένας περιορισμός είναι ότι η καταναλώσει δεν μπορεί να καταναλωθεί εάν πρώτα δεν γίνει διαθέσιμη. Δηλαδή:

$$\begin{aligned}
 (\mu(k) = 0) \rightarrow (\delta(k) = 0) &\Rightarrow \\
 \Rightarrow (1 - \mu(k) = 1) \rightarrow (1 - \delta(k) = 1) &\Rightarrow \\
 \Rightarrow \delta(k) - \mu(k) \leq 0 & \quad (4-14)
 \end{aligned}$$

Προκειμένου να εξασφαλισθεί πως κατά τη διάρκεια ικανοποίησης της ανάγκης δε θα υπάρξουν διακοπές εισάγουμε μία μεταβλητή τύπου integer, η οποία θα έχει ρόλο μετρητή, $t_{on}(k) \in N^+$. Ο μετρητής αυτός θα αρχικοποιείται με 1 όταν $\delta(k) = 1$ και θα επανέρχεται στη τιμή 0 όταν $\delta(k) = 0$. Έτσι έχουμε:

$$t_{on}(k) = (t_{on}(k-1) + 1) * \delta(k) \quad (4-15)$$

Η Εξ. 4-15 όμως είναι μία μη γραμμική εξίσωση. Από τις Εξ. 2-21 όμως προκύπτει:

$$t_{on}(k) \leq M\delta(k) \quad (4-16a)$$

$$t_{on}(k) \geq m\delta(k) \quad (4-16b)$$

$$t_{on}(k) \leq (t_{on}(k-1) + 1) - m * (1 - \delta(k)) \quad (4-16c)$$

$$t_{on}(k) \geq (t_{on}(k-1) + 1) - M * (1 - \delta(k)) \quad (4-16d)$$

Είμαστε πλέον έτοιμοι να δώσουμε τους περιορισμούς για τη μεταβλητή $\delta(k)$:

$$\delta(k) = \begin{cases} 1, & (\delta(k-1) = 1) \wedge (t_{on}(k-1) \leq T_p) \\ 0, & t_{on}(k-1) \geq T_p \end{cases} \quad (4-17)$$

Πρώτα θα υπολογίσουμε την ανίσωση $t_{on}(k-1) \leq T_p$. Εισάγουμε νέα μεταβλητή $\lambda(k) \in \{0,1\}$ τέτοια ώστε $(t_{on}(k-1) - T_p \leq 0) \rightarrow (\lambda(k) = 1)$. Έτσι έχω:

$$t_{on}(k-1) - T_p \geq \varepsilon + (m - \varepsilon) * \lambda(k) \quad (4-18)$$

Οπότε η Εξ 4-17 γίνεται:

$$\delta(k) = \begin{cases} 1, & (\delta(k-1) = 1) \wedge (\lambda(k) = 1) \\ 0, & t_{on}(k-1) \geq T_p \end{cases} \quad (4-19)$$

Στη συνέχεια είμαστε σε θέση να υπολογίσουμε τη λογική παράσταση ΚΑΙ της Εξ.4-19. Για αυτόν το σκοπό εισάγουμε νέα μεταβλητή $\zeta(k) \in \{0,1\}$. Έτσι έχω:

$$\begin{aligned} [(\delta(k-1) = 1) \wedge (\lambda(k) = 1)] &\rightarrow [\zeta(k) = 1] \Rightarrow \\ \Rightarrow \delta(k-1) + \lambda(k) - \zeta(k) &\leq 1 \\ \Rightarrow \delta(k-1) + \lambda(k) - 2\zeta(k) &\geq 0 \end{aligned} \quad (4-20)$$

Επομένως, η Εξ.4-19 γράφεται:

$$\delta(k) = \begin{cases} 1, & \zeta(k) = 1 \\ 0, & t_{on}(k-1) \geq T_p \end{cases} \quad (4-21)$$

Άρα, η Εξ. 4-19, σε μορφή γραμμικής ανίσωσης, είναι:

$$\zeta(k) - \delta(k) \leq 0 \quad (4-22)$$

Η Εξ. 4-20, ουσιαστικά, περιγράφει τον πρώτο περιορισμό της Εξ. 4-19. Όμως, λόγω των νέων μεταβλητών που έχουμε εισάγει προκειμένου να περιγράψουμε πλήρως την αρχική της μορφή, στην τελική ανίσωση περιλαμβάνεται και ο δεύτερος περιορισμός της Εξ. 4-19, καθώς σε περίπτωση που ο μετρητής $t_{on}(k-1)$ λάβει τιμή ίση ή μεγαλύτερη της σταθεράς T_p τότε, αυτομάτως, η μεταβλητή $\zeta(k)$ θα λάβει τιμή ίση με μηδέν, οπότε και η μεταβλητή $\delta(k)$ λαμβάνει την τιμή μηδέν.

Είναι επίσης απαίτηση η ανάγκη να καταναλωθεί εντός του χρονικού ορίου, T_f , που έχουμε θέσει. Για αυτόν το σκοπό εισάγουμε ένα μετρητή $t_w(k) \in N^+$, ο οποίος θα αρχικοποιείται με την τιμή 1 όταν θα ικανοποιείται η λογική παράσταση $[(\mu(k) = 1) \wedge (\delta(k) = 0)]$ και θα επανέρχεται στην τιμή 0 όταν $(\delta(k) = 1)$. Ομοίως με ότι έχουμε κάνει και προηγουμένως, εισάγουμε νέα μεταβλητή $\xi(k) \in \{0,1\}$, προκειμένου να εκφράσουμε τη λογική παράσταση ΚΑΙ που λαμβάνει μέρος σε αυτόν τον περιορισμό. Έτσι έχουμε:

$$[(\mu(k) = 1) \wedge (\delta(k) = 0)] \rightarrow [\xi(k) = 1] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} \mu(k) + (1 - \delta(k)) - \xi(k) &\leq 1 \\ \mu(k) + (1 - \delta(k)) - 2\xi(k) &\geq 0 \end{aligned} \quad (4-23)$$

Οπότε:

$$t_w(k) = (t_w(k-1) + 1) * \xi(k) \quad (4-24)$$

και επειδή η Εξ. 4-24 είναι μη γραμμική εργαζόμαστε όπως και στην περίπτωση της Εξ. 4-15. Έτσι, λοιπόν, προκύπτει το σετ γραμμικών ανισώσεων που αντιστοιχεί στην Εξ. 4-24.

$$t_w(k) \leq M\xi(k) \quad (4-25a)$$

$$t_w(k) \geq m\xi(k) \quad (4-25b)$$

$$t_w(k) \leq (t_w(k-1) + 1) - m * (1 - \xi(k)) \quad (4-25c)$$

$$t_w(k) \geq (t_w(k-1) + 1) - M * (1 - \xi(k)) \quad (4-25d)$$

Οπότε, όταν ο μετρητής $t_w(k)$ γίνει ίσος ή και μεγαλύτερος από τον μέγιστο χρόνο αναμονής T_f ο καταναλωτής θα εξαναγκάζεται να καταναλώσει την ανάγκη του ανεξαρτήτως της κατάστασης στην οποία βρίσκεται το δίκτυο εκείνη τη χρονική στιγμή. Έτσι έχουμε τον εξής περιορισμό:

$$\begin{aligned} [T_f - t_w(k) \leq 0] &\rightarrow [\delta(k) = 1] \Rightarrow \\ &\Rightarrow T_f - t_w(k) \geq \varepsilon - \delta(k) \end{aligned} \quad (4-26)$$

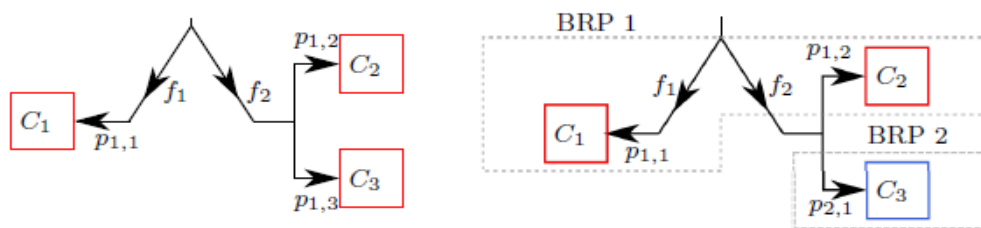
Προσθέτοντας τις γραμμικές ανισώσεις που προέκυψαν ως περιορισμούς στα προβλήματα βελτιστοποίησης που περιγράφονται από τις Εξ. 4-1 και 4-5 και με ανάλογη εναλλαγή των k με κ ώστε αυτοί να αναφέρονται σε κάθε χρονική περίοδο του ορίζοντα ελέγχου μπορούμε να μεταφέρουμε μία ανάγκη στο χρόνο η οποία ακολουθεί ένα συγκεκριμένο μοτίβο.

5. Εφαρμογή του Προβλεπτικού Ελεγκτή σε Δίκτυο Διανομής Ηλεκτρικής Ενέργειας

Στο κεφάλαιο αυτό θα δούμε πως εφαρμόζονται οι νόμοι ελέγχου που περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Αρχικά θα περιγράψουμε την τοπολογία του έξυπνου δικτύου μεταφοράς και διανομής ηλεκτρικής ενέργειας που θα χρησιμοποιήσουμε. Στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε τους Αλγόριθμους 1&2 του προηγούμενου κεφαλαίου, όπου και θα δείξουμε ότι τόσο ο κεντρικός ελεγκτής όσο και ο δεσπαρμένος παρουσιάζουν παρόμοια συμπεριφορά. Στο τέλος θα δούμε πως εφαρμόζονται οι δύο τεχνικές ζήτησης – ανταπόκρισης που, επίσης, περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Όλοι οι υπολογισμοί έγιναν στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB[®], όπου για την επίλυση των προβλημάτων βελτιστοποίησης έγινε χρήση της εργαλειοθήκης YALMIP[®] χρησιμοποιώντας τον επιλυτή (solver) MOSEK[®] 7.1 [23]. Τέλος όλα τα αποτελέσματα περάστηκαν στο EXCEL[®], από όπου και προέκυψαν τα διαγράμματα που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια. Οι προσομοιώσεις έγιναν σε laptop ACER ASPIRE 5740D, Intel[®] Core™ i3 M330@2.13GHz, 4,00GB RAM, Windows[®] 10 Home 64bit.

5.1 Περιγραφή υποθετικού έξυπνου δικτύου διανομής ηλεκτρικής ενέργειας

Στο κεφάλαιο 3 αναφέραμε τα βασικά στοιχεία που απαρτίζουν το έξυπνο δίκτυο διανομής και μεταφοράς που θα χρησιμοποιήσουμε στην παρούσα ΜΕ, όπου και υποθέσαμε μία συνδεσμολογία τύπου αστέρα για τους καταναλωτές. Για λόγους απλούστευσης του δικτύου θα ασχοληθούμε με την περίπτωση όπου εξετάζεται η σύνδεση τριών καταναλωτών. Σε πρώτη φάση θα δούμε πως αντιμετωπίζεται ένα τέτοιο δίκτυο στην περίπτωση όπου όλοι οι καταναλωτές βρίσκονται υπό την επίβλεψη ενός και μόνον BRP. Στη συνέχεια, και αυτό θα είναι και το βασικό μας σενάριο, θα δούμε το ίδιο δίκτυο με τη μόνη διαφορά ότι θα έχουμε δύο ξεχωριστούς BRPs ο καθένας εκ των οποίων θα έχει υπό την επίβλεψή του διαφορετικό αριθμό καταναλωτών. Οι δύο αυτές διαφορετικές μορφές δικτύου, ανάλογα με τον αριθμό των BRPs που χρησιμοποιούνται κάθε φορά φαίνονται στο Σχ. 5-1.

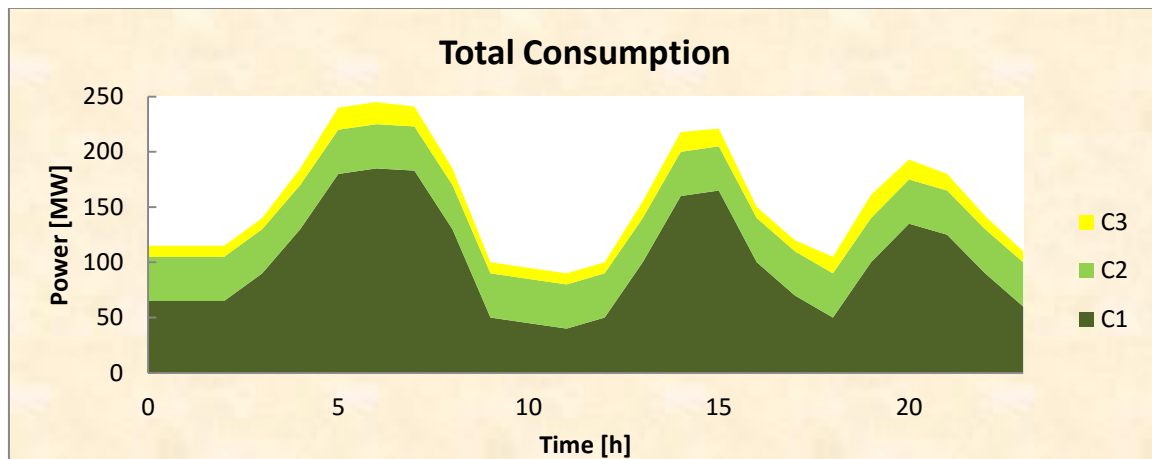


Σχήμα 5-1 Διαφορετικές τοπολογίες δικτύου ανάλογα με το πλήθος των BRPs [11].

Στο Σχ. 5-1, λοιπόν, βλέπουμε στα αριστερά την περίπτωση όπου έχουμε έναν BRP να επιβλέπει όλους τους καταναλωτές του δικτύου. Στο εξής αυτή θα είναι η **Περίπτωση 1 (Case 1)**. Ο καταναλωτής C_1 τροφοδοτείται από το δίκτυο μέσω της γραμμής μεταφοράς f_1 , ενώ οι καταναλωτές C_2 και C_3 μοιράζονται την ίδια γραμμή μεταφοράς f_2 . Σε αυτήν τη μορφή του δικτύου η μόνη μας επιλογή είναι η χρήση του Αλγόριθμου 1, που παρουσιάστηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, όπου το πρόβλημα λύνεται κεντρικά, αφού ο BRP ελέγχει ταυτόχρονα όλους τους καταναλωτές και γνωρίζει κάθε στιγμή τόσο την κατάσταση αυτών καθ'αυτών των καταναλωτών αλλά και την κατάσταση του δικτύου μεταφοράς.

Στα δεξιά του Σχ. 5-1, διακρίνουμε την περίπτωση όπου οι καταναλωτές C_1 και C_2 βρίσκονται υπό την επίβλεψη του BRP1, ενώ ο C_3 υπό τον BRP2. Στο εξής αυτή θα είναι η **Περίπτωση 2 (Case 2)**. Σε αυτήν την περίπτωση, έχουμε τη δυνατότητα να επιλύσουμε το πρόβλημα ελέγχου τόσο κεντρικά, όπως και στην πρώτη περίπτωση, όσο και δεσπαρμένα, κάνοντας χρήση του Αλγόριθμου 2. Όπως είπαμε και προηγουμένως, οι καταναλωτές C_2 και C_3 μοιράζονται την ίδια γραμμή μεταφοράς. Όταν, λοιπόν, αυτοί βρίσκονται υπό την επίβλεψη διαφορετικών BRPs, ο κάθε BRP είναι σε θέση να γνωρίζει μόνο την κατάσταση στην οποία βρίσκεται ο καταναλωτής υπό την επίβλεψή του. Βάσει αυτού, ο Αλγόριθμος 1 παρουσιάζει ένα βασικό μειονέκτημα, που δεν είναι άλλο από το ότι πρέπει όλες οι πληροφορίες του δικτύου να είναι ανά πάσα χρονική στιγμή διαθέσιμες. Αυτό το πρόβλημα έρχεται να λύσει ο δεσπαρμένος MPC.

Κάθε καταναλωτής χαρακτηρίζεται από μία ωριαία κατανάλωση η οποία φαίνεται στο Σχ. 5-2, το οποίο αποτελεί ένα αθροιστικό διάγραμμα των καταναλώσεων των τριών καταναλωτών.



Σχήμα 5-2 Αθροιστικές ωριαίες καταναλώσεις των τριών καταναλωτών του δικτύου.

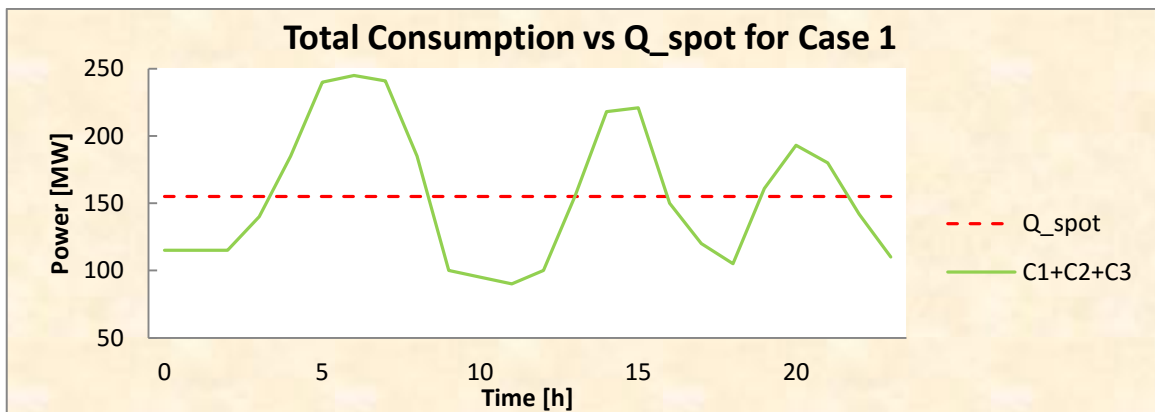
Βάσει της Σχ. 3-1 λοιπόν, κάθε χρονική στιγμή υποθέτουμε ένα ποσό της κατανάλωσης στο οποίο δεν μπορούμε να έχουμε καμία επίδραση ($\bar{p}_i(k)$), και ένα τμήμα το οποίο μπορεί να μεταφερθεί χρονικά. Το μεταφερόμενο τμήμα των καταναλώσεων (βασική μεταβλητή του

προβλήματός μας) διακρίνεται σε δύο περιπτώσεις· στην περίπτωση της χρήσης αποθηκευτικού χώρου το ποσό αυτό ορίζεται από το ίδιο το πρόβλημα (κατά την επίλυση) βάσει του αποθηκευτικού χώρου που είναι διαθέσιμος κάθε χρονική στιγμή αλλά και του ρυθμού αδειάσματος και γεμίσματος του αποθηκευτικού χώρου που εμείς έχουμε επιλέξει βάσει της Σχ. 3-2. Στις δύο περιπτώσεις Demand – Response, από την άλλη μεριά, εμείς εξ αρχής προσδιορίζουμε το ακριβές ποσό που μπορεί να μεταφερθεί την κάθε χρονική στιγμή και το συμβολίζουμε με $\hat{p}_i(k)$. Η επιλογή των καταναλώσεων έγινε με σκοπό την ανάδειξη όλων των δυνατοτήτων που προσφέρει ο προβλεπτικός ελεγκτής που σχεδιάστηκε.

Όπως έχουμε εξηγήσει, ο κάθε BRP έχει ως σκοπό την επίλυση ενός προβλήματος ισοζυγίου ενέργειας το οποίο περιγράφεται από την αντικειμενική συνάρτηση της Εξ. 3-9. Έτσι λοιπόν, πρέπει να οριστεί η ενέργεια που αγοράζει ο κάθε BRP στην day ahead market, $q_{spot,i}(k)$, για κάθε χρονική στιγμή k για την επόμενη ημέρα. Η $q_{spot,i}(k)$ αποτελεί δηλαδή την είσοδο αναφοράς του συστήματός μας. Για την Περίπτωση 1 υποτέθηκε ότι για κάθε χρονική στιγμή k η $q_{spot,i}(k)$ ισούται με το μέσο όρο των καταναλώσεων όλων των καταναλωτών για το επόμενο εικοσιτετράωρο, δηλαδή:

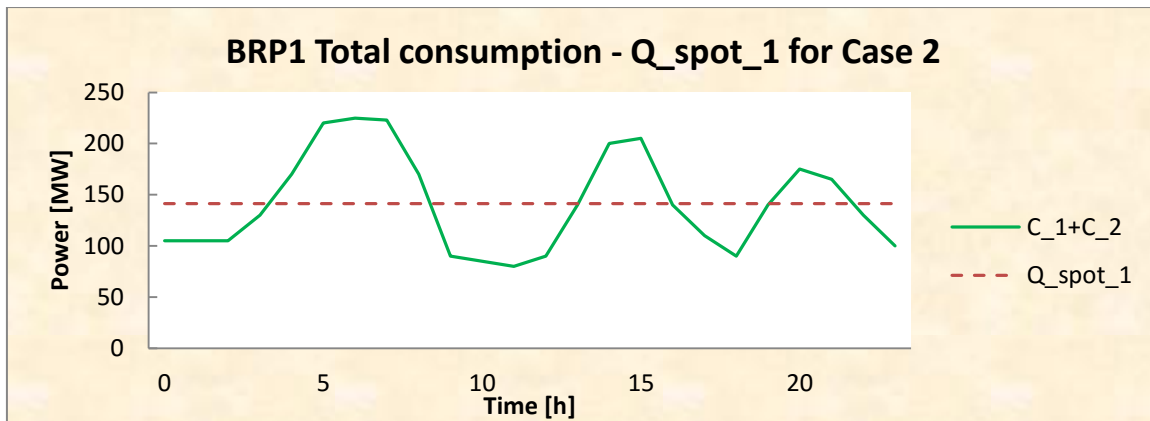
$$q_{spot,i}(k) = \frac{\sum_{k=1}^{N_p} (C_1(k) + C_2(k) + C_3(k))}{N_p} \quad (5-1)$$

Βάσει της Εξ. 5-1 προκύπτει το ακόλουθο διάγραμμα:

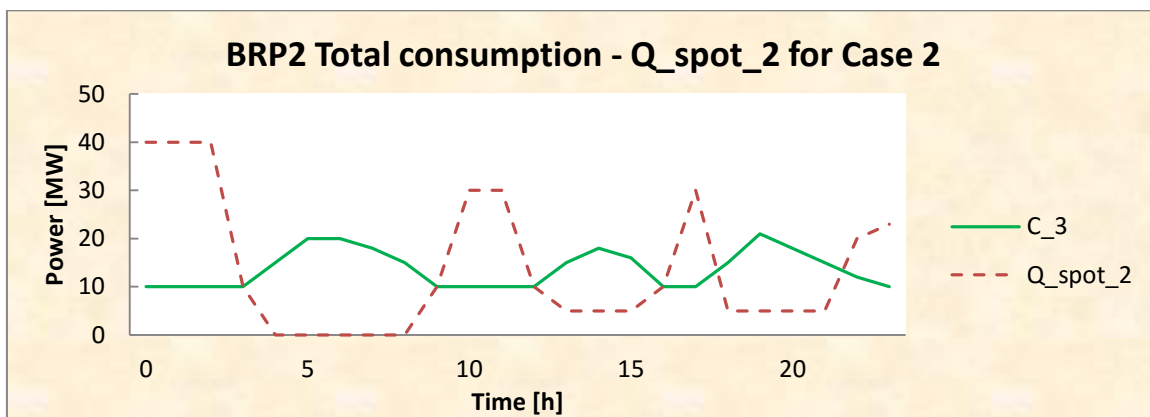


Σχήμα 5-3 Συγκριτικό διάγραμμα ωριαίας κατανάλωσης και ενέργειας που αγοράστηκε στην day ahead market στην Περίπτωση 1.

Για την Περίπτωση 2 εργαστήκαμε με παρόμοιο τρόπο ως προς τον καθορισμό της εισόδου αναφοράς για τον BRP1. Δηλαδή, η $q_{spot,1}(k)$ προκύπτει ως ο συνολικός μέσος όρος καταναλώσεων του BRP1. Το αντίστοιχο διάγραμμα δίνεται παρακάτω:



Σχήμα 5-4 Συγκριτικό διάγραμμα ωριαίας κατανάλωσης και ενέργειας που αγοράστηκε στην day ahead market για τον BRP1.



Σχήμα 5-5 Συγκριτικό διάγραμμα ωριαίας κατανάλωσης και ενέργειας που αγοράστηκε στην day ahead market για τον BRP2.

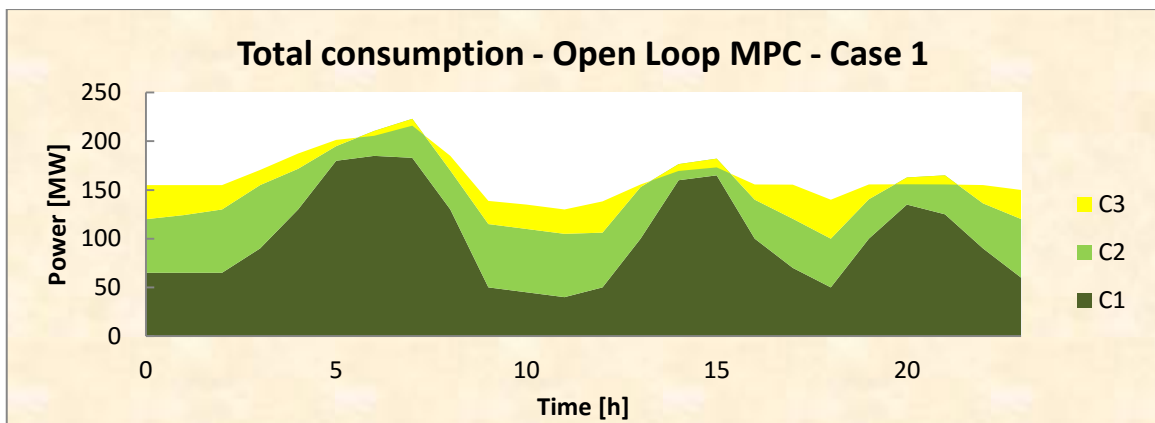
Για την Περίπτωση 2 η $q_{spot,2}(k)$ δόθηκε από εμάς, προκειμένου, αφενός μεν να υπάρχει μία σχετική συνάφεια μεταξύ των δύο περιπτώσεων, αφετέρου δε, για να καταδείξουμε τον τρόπο με τον οποίο θα επέλεγε ένας BRP να ορίσει την δικιά του $q_{spot,i}(k)$ με σκοπό να επωφεληθεί με τον καλύτερο δυνατό τρόπο την ευελιξία που του προσφέρει ο καταναλωτής υπό την επίβλεψη του χωρίς να γνωρίζει τις προθέσεις των υπολοίπων χρηστών του δικτύου.

Η επιλογή αυτή για τη $q_{spot,i}(k)$ δεν έγινε τυχαία, αλλά όπως έχουμε αναφέρει και προηγουμένως σκοπός είναι η όσο το δυνατόν ομαλότερη μετάβαση μεταξύ των διαφορετικών καταστάσεων του δικτύου που σαν σκοπό έχει την παροχή ενέργειας καλύτερης ποιότητας. Επίσης, η διείσδυση των ΑΠΕ στο δίκτυο κάνει ακόμη δυσκολότερο το έργο της ρύθμισης του δικτύου με τα υπάρχοντα μέσα. Όπως βλέπουμε από το Σχ. 5-2, ο BRP δεν έχει αγοράσει αρκετή ενέργεια τις βραδινές ώρες όπου η τιμή της είναι πολύ χαμηλή λόγω πολύ μικρής ζήτησης, αλλά ούτε και σε περιόδους όπου μπορούμε να έχουμε περίσσεια παραγωγή ενέργειας από τις ΑΠΕ όπως είναι οι πρωινές ώρες για τα φωτοβολταϊκά.

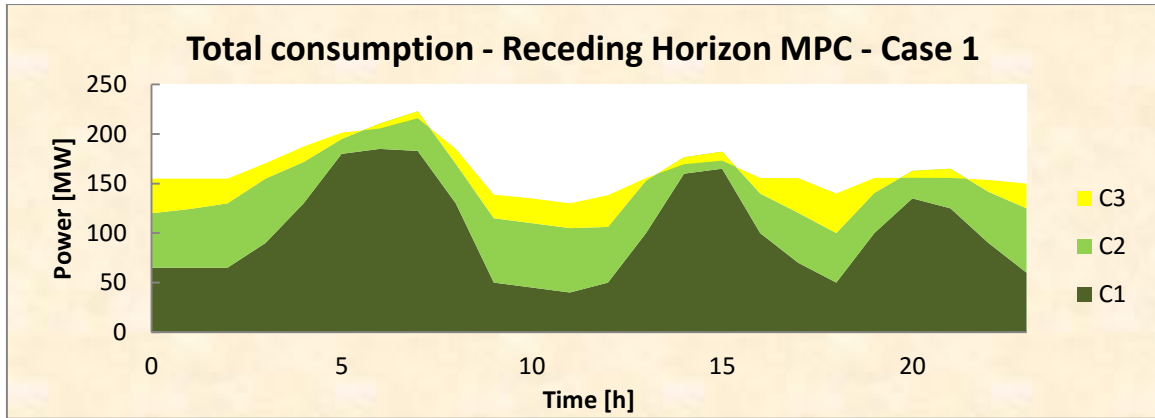
Στην πορεία αυτού του κεφαλαίου θα δοκιμάσουμε τον προβλεπτικό ελεγκτή σε διάφορα σενάρια, ξεκινώντας από το πιο απλό όπου οι ευέλικτοι καταναλωτές θα έχουν μόνο τη δυνατότητα αποθήκευσης έως το πιο σύνθετο όπου, επιπροσθέτως, θα υπάρχει η δυνατότητα τόσο μεταφοράς μιας απλής, ωριαίας κατανάλωσης αλλά και η δυνατότητα μεταφοράς μιας κατανάλωσης η οποία θα διατηρεί ένα συγκεκριμένο μοτίβο (Περιπτώσεις 1&2 των παραγράφων 4.3 & 4.4). Προτού, όμως, δούμε τα σενάρια θα πούμε για ποιο λόγο χρησιμοποιούμε την τεχνική receding horizon.

Στο κεφάλαιο 4 δώσαμε μία συνοπτική περιγραφή του τρόπου με τον οποίο αντιμετωπίζει ένα πρόβλημα ελέγχου η τεχνική του προβλεπτικού ελέγχου, όπου είπαμε ότι ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης λύνεται επαναληπτικά και κάθε φορά κρατάμε, και χρησιμοποιούμε ως είσοδο για την επόμενη χρονική στιγμή, τις πρώτες λύσεις που προκύπτουν. Ένα εύλογο ερώτημα είναι για ποιο λόγο γίνεται αυτό και δε λύνουμε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης για όλες τις χρονικές στιγμές του ορίζοντα πρόβλεψης. Χωρίς να μπούμε σε περισσότερες λεπτομέρειες, καθώς θα τις αναλύσουμε σε επόμενες παραγράφους, θα προσπαθήσουμε να δώσουμε απάντηση σε αυτό το ερώτημα. Χρησιμοποιώντας την συνδεσμολογία της Περίπτωσης 1 και τον Αλγόριθμο 1 θα λύσουμε το πρόβλημα ισοζυγίου όπου αρχικά θα χρησιμοποιήσουμε ως ορίζοντα ελέγχου τον ορίζοντα πρόβλεψης, δηλ. $N_c = N_p$, ονομάζοντας την μεθοδολογία αυτή ως Open Loop MPC, ενώ σε δεύτερη φάση ο ορίζοντας ελέγχου θα είναι $N_c = 10h$, υιοθετώντας ουσιαστικά την τεχνική ουσιαστικά την Receding Horizon.

Αφού τρέξουμε τις δύο περιπτώσεις στο MATLAB[®] προκύπτουν τα ακόλουθα αποτελέσματα:



Σχήμα 5-6 Συνολική αθροιστική ωριαία κατανάλωση μετά την εφαρμογή του Open Loop MPC.



Σχήμα 5-7 Συνολική αθροιστική ωριαία κατανάλωση μετά την εφαρμογή του Receding Horizon MPC.

Από τα σχήματα 5-5 και 5-6 παρατηρούμε ότι επί της ουσίας δεν υπάρχει καμία διαφορά μεταξύ τους. Για να το δούμε ακόμα καλύτερα θα δώσουμε και το συγκεντρωτικό διάγραμμα των σφαλμάτων που προκύπτουν πριν τον έλεγχο και μετά από την εφαρμογή και των δύο τεχνικών. Έτσι έχουμε:



Σχήμα 5-8 Συγκριτικό διάγραμμα σφαλμάτων πριν και μετά την εφαρμογή των τεχνικών ελέγχου.

Και από το Σχ. 5-8 προκύπτει αυτό που επισημάναμε προηγουμένως, ότι, δηλαδή, δεν υπάρχει καμία διαφορά μεταξύ των δύο τεχνικών. Για ποιο λόγο, τότε, χρησιμοποιούμε την τεχνική του receding horizon;

Τα αποτελέσματα που δώσαμε στα Σχ. 5-6 έως και 5-8 ήταν λίγο πολύ αναμενόμενα. Αυτό γιατί υποθέσαμε ότι οι προβλέψεις που έχουμε κάνει για τις καταναλώσεις του επόμενου εικοσιτετραώρου είναι απολύτως ακριβείς. Με αυτήν την υπόθεση οποιονδήποτε ορίζοντα ελέγχου και να χρησιμοποιούσαμε τα αποτελέσματα θα ήταν ακριβώς (σχεδόν) τα ίδια. Στον πρόλογο του κεφαλαίου 4 είπαμε πως ακριβείς, ή αλλιώς καλές, προβλέψεις μπορούμε να έχουμε μόνο για τις επόμενες $N_c = 10$ h. Στην πράξη, δηλαδή, η πραγματική κατανάλωση που θα συντελείται κάθε ώρα δεν θα ταιριάζει ακριβώς με αυτήν που εμείς έχουμε προβλέψει. Για να το καταλάβουμε αυτό

θα εισάγουμε στο σύστημά μας και διαταραχή σε όλους τους καταναλωτές, υπό τη μορφή Γκαουσιανής κατανομής, σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$p_{disturbed,c_i}(k) = p(k) * (1 + \alpha_{c_i} * randn) \quad (5-2)$$

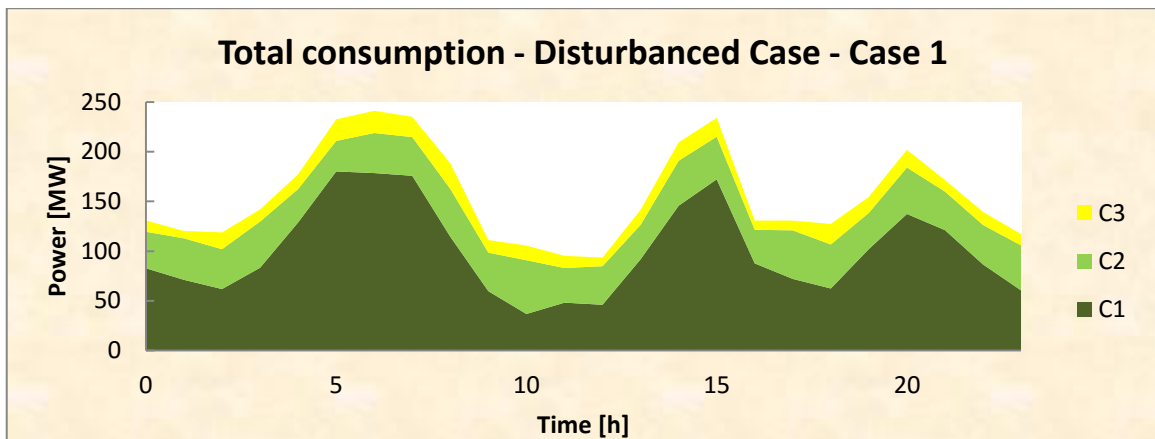
Όπου ο δείκτης C_i αναφέρεται στον εκάστοτε καταναλωτή, $randn$ είναι συνάρτηση του MATLAB® η οποία δίνει ψευδοτυχαίους αριθμούς κανονικής κατανομής (Gauss) μηδενικής μέσης τιμής και μοναδιαίας διακύμανσης, ενώ α_{c_i} ένας σταθερός θετικός αριθμός δικής μας επιλογής που καθορίζει το μέγεθος της διαταραχής. Οι τιμές της σταθεράς α_{c_i} που χρησιμοποιήθηκαν φαίνονται παρακάτω:

$$\alpha_{c_1} = 8$$

$$\alpha_{c_2} = 5$$

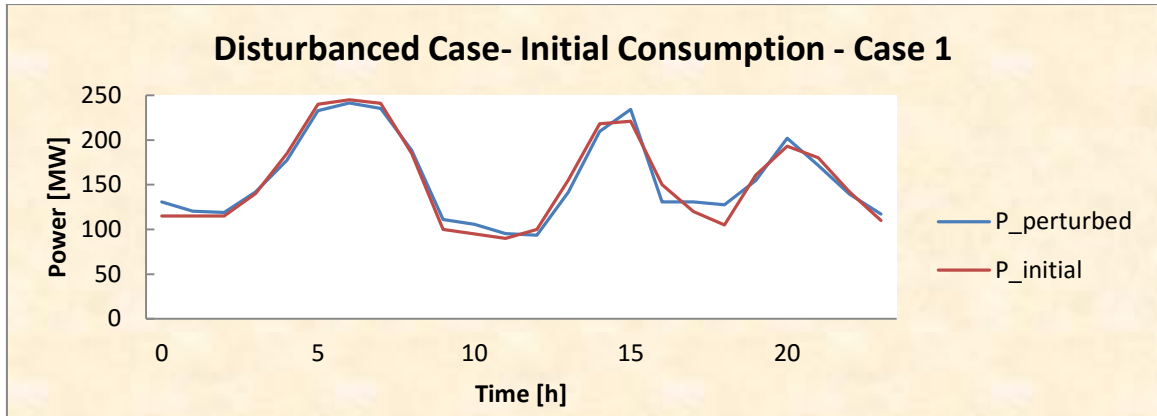
$$\alpha_{c_3} = 3$$

Με βάση λοιπόν αυτά προέκυψε το ακόλουθο διάγραμμα αθροιστικών καταναλώσεων:

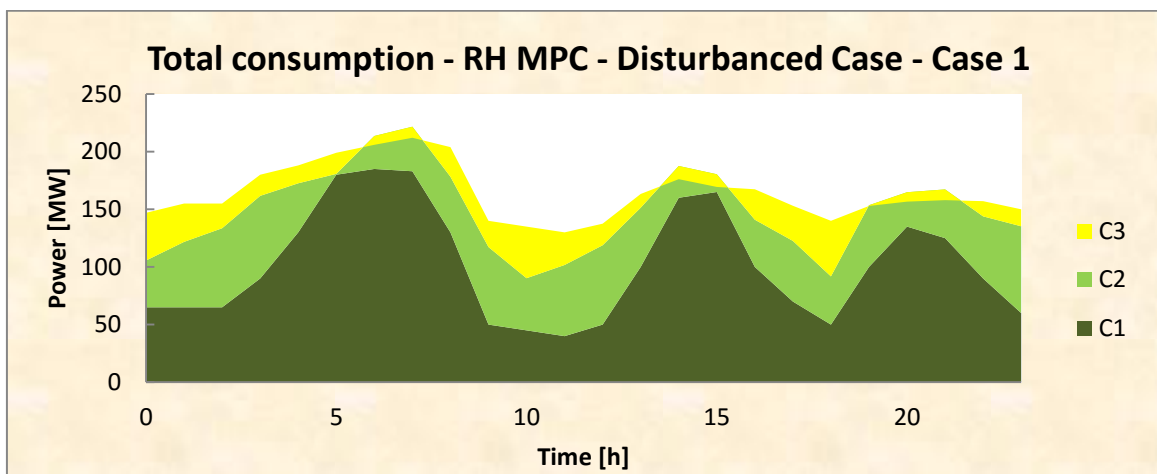


Σχήμα 5-9 Συνολική αθροιστική ωριαία κατανάλωση με διαταραχή.

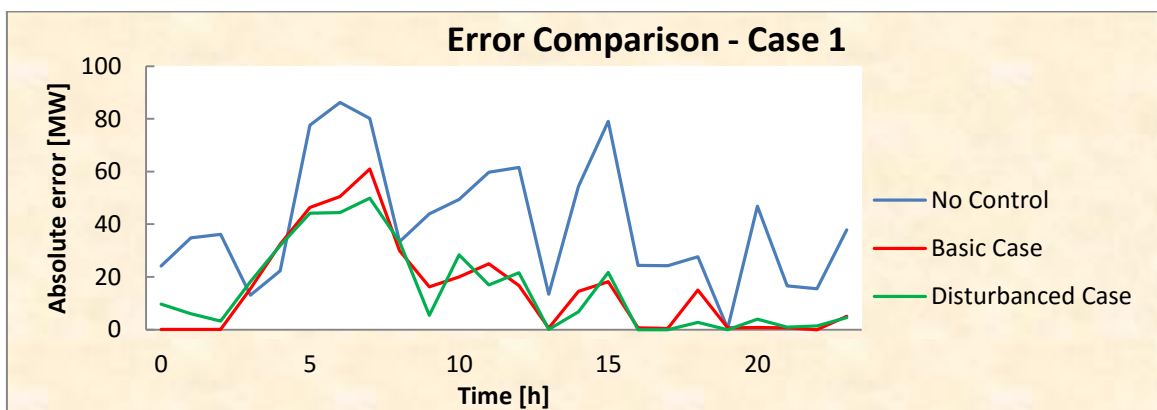
Προκειμένου να φανεί η διαφορά μεταξύ των δύο περιπτώσεων παραθέτουμε και το ακόλουθο διάγραμμα όπου διακρίνονται μαζί τόσο η περίπτωση χωρίς την ύπαρξη διαταραχών όσο και αυτή με τις διαταραχές. Στη συνέχεια δίνονται τα διαγράμματα που προκύπτουν εφαρμόζοντας τον Αλγόριθμο 1.



Σχήμα 5-10 Συγκριτικό διάγραμμα καταναλώσεων πριν και μετά την επιβολή διαταραχών.



Σχήμα 5-11 Συνολικές αθροιστικές ωριαίες καταναλώσεις για σύστημα με διαταραχές.



Σχήμα 5-12 Συγκριτικό διάγραμμα σφαλμάτων πριν και μετά την εφαρμογή των τεχνικών ελέγχου για τις περιπτώσεις με και χωρίς διαταραχές.

Βλέπουμε λοιπόν, από τα Σχ. 5-11 και 5-12 πως μετά την επίλυση του προβλήματος όπου έχουμε την ύπαρξη διαταραχών στο σύστημα η έξοδος αυτού είναι αρκετά διαφοροποιημένη σε σχέση με την απευθείας επίλυση. Όπως έχουμε αναφέρει και προηγουμένως, η μεθοδολογία receding horizon εισάγει την έννοια της ανατροφοδότησης στη μεθοδολογία του προβλεπτικού

ελέγχου. Η χρησιμότητά της μπορεί να γίνει ακόμη πιο εμφανής από τον ακόλουθο πίνακα, όπου μπορούμε να δούμε και ποσοτικοποιημένα τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν στα Σχ. 5.11 και 5.12.

Πίνακας 5-1 Σύγκριση ανάμεσα στις δύο τεχνικές ελέγχου Open Loop MPC και Receding Horizon MPC

Control Scheme	Predicted Consumption (MW)	Disturbanced Consumption (MW)	Actual Consumption (MW)	Balancing Energy (MW)
Open Loop MPC	3721,00	3751,29	3894,72	370,35
Receding Horizon MPC	3721,00	3751,29	3906,07	355,45

Με αυτό το παράδειγμα γίνεται σαφής η ανάγκη της επαναληπτικής επίλυσης του προβλήματος για κάθε χρονική στιγμή. Για αυτόν το λόγο, λοιπόν, σε όλο το εύρος της παρούσας ΜΕ θα κάνουμε χρήση της μεθοδολογίας receding horizon. Επίσης, από εδώ και στο εξής θα μας απασχολήσει μόνο η τοπολογία που περιγράφεται από την Περίπτωση 2 (βλ. Σχ 5.1).

5.2 Σενάριο 1^ο: Αποκλειστική χρήση αποθηκευτικής ικανότητας

Σε αυτό το πρώτο σενάριο θα δώσουμε λύση στο πρόβλημα του ισοζυγίου ενέργειας του συστήματός θεωρώντας ότι οι ευέλικτοι καταναλωτές διαθέτουν μόνο την ικανότητα αποθήκευσης ενέργειας. Σκοπός των σεναρίων που θα παρουσιάσουμε είναι να καταδείξουμε ότι ο Αλγόριθμος 2 εξάγει παρόμοια αποτελέσματα με τον Αλγόριθμο 1. Έτσι λοιπόν σε όλα τα σενάρια που θα ακολουθήσουν, αρχικά θα περιγράψουμε τις δυνατότητες που διαθέτουν οι ευέλικτοι καταναλωτές προκειμένου να λαμβάνουν όλο και πιο ενεργό ρόλο στην προσπάθεια επίλυσης του ισοζυγίου του συστήματος. Στη συνέχεια, θα παραθέτουμε τα αποτελέσματα όπως αυτά θα προκύπτουν μετά την εκτέλεση του Αλγορίθμου 1. Κατόπιν θα αναλύουμε τα αποτελέσματα αυτά και θα τα συγκρίνουμε τόσο με την περίπτωση όπου δεν είχαμε έλεγχο στο σύστημά μας αλλά και με τα αποτελέσματα προηγούμενων σεναρίων, εάν υπάρχουν. Τέλος, θα εκτελούμε τον Αλγόριθμο 2 για τα ίδια ακριβώς δεδομένα, εδώ θυμίζουμε ότι ο Αλγόριθμος 2 αποτελεί τον διεσπαρμένο προβλεπτικό ελεγκτή, και τα αποτελέσματα που θα προκύπτουν θα τα συγκρίνουμε με την περίπτωση του κεντρικού προβλεπτικού ελεγκτή, προκειμένου να διαπιστώσουμε εάν είναι δυνατό να αντικαταστήσει τον κεντρικό ελεγκτή.

Όπως αναφέραμε και παραπάνω, σε αυτό το πρώτο υποθετικό σενάριο θεωρούμε ότι οι ευέλικτοι καταναλωτές διαθέτουν μόνο αποθηκευτική ικανότητα. Αυτό σημαίνει πως κάθε

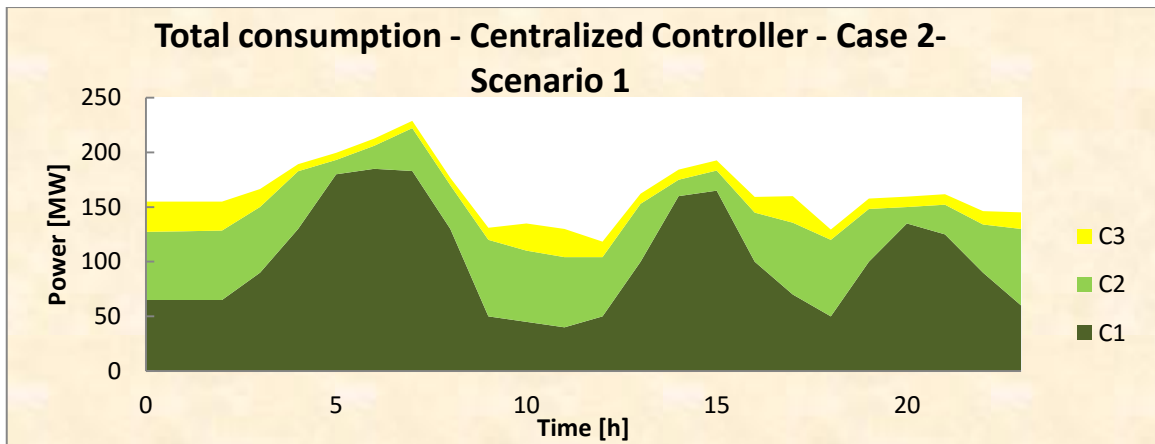
χρονική στιγμή, αλλά και για τις επόμενες $N_c - 1$, ο κάθε BRP θα ελέγχει την κατάσταση των καταναλωτών που βρίσκονται υπό την επίβλεψη του και στην προσπάθεια μείωσης της αντικειμενικής συνάρτησης που περιγράφει η Εξ. 3-9 θα αγοράζει ενέργεια ή θα καταναλώνει αξιοποιώντας την αποθηκευτική ικανότητα των καταναλωτών.

Προτού προβούμε στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων θα δώσουμε υπό τη μορφή πίνακα όλα τα δεδομένα που είναι απαραίτητα (είσοδοι του συστήματος) προκειμένου να εκτελεστούν οι αλγόριθμοι του προβλήματος.

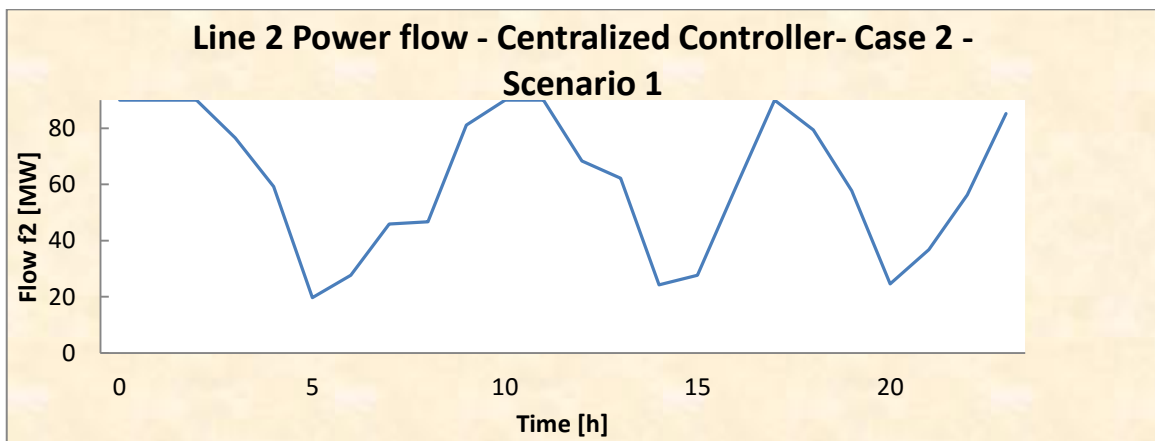
Πίνακας 5-2 Παράμετροι εισόδου μοντέλου.

Παράμετρος	Τιμή	Μονάδες	Περιγραφή
n_B	2	-	Πλήθος BRPs
n_L	2	-	Πλήθος γραμμών μεταφοράς
N_p	24	h	Χρονικός ορίζοντας πρόβλεψης
N_c	10	h	Χρονικός ορίζοντας ελέγχου
m_1	2	-	Πλήθος καταναλωτών BRP1
D_1	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0,80 \end{bmatrix}$	-	Ποσοστιαίες Απώλειες απομάστευσης BRP1
R_1	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	-	Περιγραφή συνδεσμολογίας BRP1
p_1^{max}	[0 30]	MW	Μέγιστη ωριαία μεταβολή BRP1
p_1^{min}	[0 -30]	MW	Ελάχιστη ωριαία μεταβολή BRP1
e_1^{max}	[0 65]	MWh	Μέγιστη αποθηκευτική ικανότητα BRP1
e_1^{min}	[0 0]	MWh	Ελάχιστη αποθηκευτική ικανότητα BRP1
e_1^0	[0 0]	MWh	Αρχικές συνθήκες BRP1
f^{max}	[200 90]	MW	Μέγιστη χωρητικότητα γραμμών BRP1
m_2	1	-	Πλήθος καταναλωτών BRP2
D_2	0,99	-	Ποσοστιαίες Απώλειες απομάστευσης BRP2
R_2	[0 1]	-	Περιγραφή συνδεσμολογίας BRP2
p_2^{max}	30	MW	Μέγιστη ωριαία μεταβολή BRP2
p_2^{min}	-30	MW	Ελάχιστη ωριαία μεταβολή BRP2
e_2^{max}	65	MWh	Μέγιστη αποθηκευτική ικανότητα BRP2
e_2^{min}	0	MWh	Ελάχιστη αποθηκευτική ικανότητα BRP2
e_2^0	0	MWh	Αρχικές συνθήκες BRP2

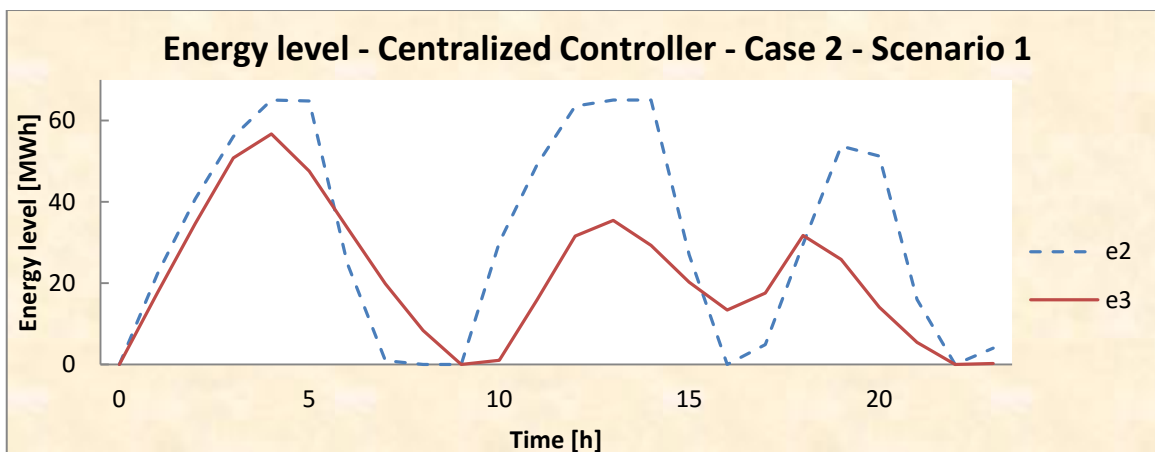
Έχοντας διαθέσιμα, πλέον, όλα τα δεδομένα που είναι απαραίτητα εκτελούμε τον Αλγόριθμο 1 και προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα:



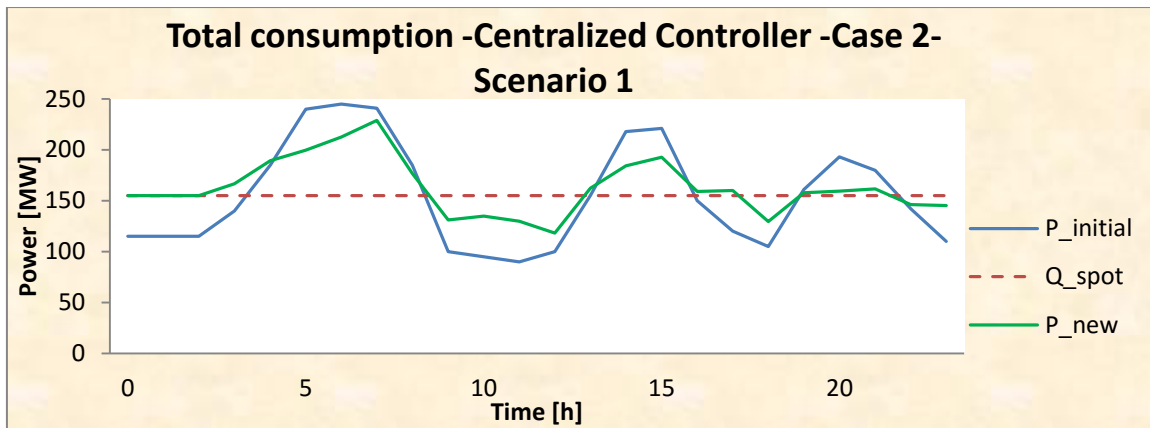
Σχήμα 5-13 Συνολικές αθροιστικές ωριαίες καταναλώσεις μετά την εφαρμογή του κεντρικού προβλεπτικού ελεγκτή.



Σχήμα 5-14 Ροή ισχύος για τη γραμμή μεταφοράς f_2 .



Σχήμα 5-15 Επίπεδα ενέργειας των αποθηκευτικών χώρων των καταναλωτών C_2 (μπλε διακεκομμένη καμπύλη) και C_3 (κόκκινη συνεχής καμπύλη).



Σχήμα 5-16 Συγκριτικό διάγραμμα καταναλώσεων πριν (μπλε γραμμή) και μετά τον έλεγχο (πράσινη καμπύλη). Επίσης διακρίνεται και η είσοδος αναφοράς (κόκκινη διακεκομμένη καμπύλη).

Παρατηρώντας τα Σχ. 5-13 έως και 5-16 μπορούμε να καταλάβουμε τον τρόπο λειτουργίας του ελεγκτή. Πιο συγκεκριμένα από το Σχ. 5-16 βλέπουμε την προσπάθεια που γίνεται προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί η διαφορά ανάμεσα στην κατανάλωση που έχει προβλεφθεί και σε αυτήν που έχει ορισθεί ως είσοδος αναφοράς στο σύστημά μας. Αυτή η προσπάθεια γίνεται χρησιμοποιώντας τον αποθηκευτικό χώρο των ευέλικτων καταναλωτών.

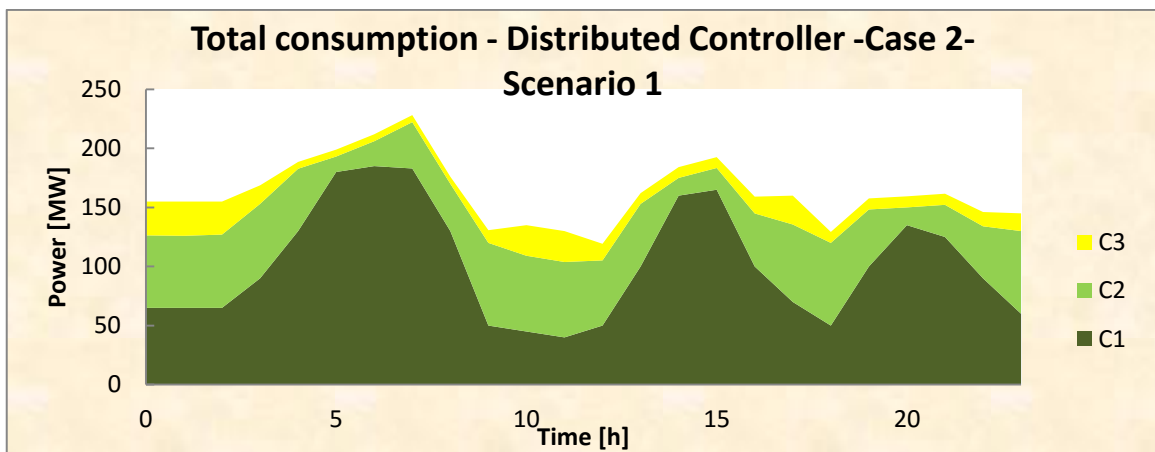
Όσο η καταναλωθείσα ενέργεια βρίσκεται σε χαμηλότερο επίπεδο από την επιθυμητή, δίνεται εντολή από τον ελεγκτή να γεμίσει ο αποθηκευτικός χώρος των ευέλικτων καταναλωτών. Μερικές φορές, όπως για παράδειγμα τις πρώτες τρεις ώρες της προσομοίωσης, σε αυτήν την προσπάθεια η γραμμή μεταφοράς υπερφορτώνεται, προκαλώντας με αυτόν τον τρόπο συμφόρηση στο δίκτυο μεταφοράς. Αυτό το βλέπουμε και στο Σχ. 5-14, όπου διακρίνουμε πως τις πρώτες ώρες η γραμμή μεταφοράς f_2 λειτουργεί στο όριό της. Συνολικά σε αυτό το σενάριο υπάρχουν έξι (6) χρονικές στιγμές κατά τις οποίες παρουσιάζεται το φαινόμενο της συμφόρησης στη γραμμή f_2 . Επίσης, στο Σχ. 5-15 βλέπουμε και τα επίπεδα ενέργειας των αποθηκευτικών χώρων των δύο καταναλωτών καθώς αυτά αυξάνονται κατά τις ώρες που η καταναλωθείσα ενέργεια είναι χαμηλότερη της επιθυμητής. Σε αντίθετη περίπτωση, όταν η προσληφθείσα κατανάλωση ξεπερνά την κατανάλωση αναφοράς οι ευέλικτοι καταναλωτές σταματούν να αποθηκεύουν ενέργεια και την καταναλώνουν καλύπτοντας τις ανάγκες τους μειώνοντας με αυτόν τον τρόπο την αγορά επιπλέον ενέργειας σε ώρες που είναι οικονομικά ασύμφορη ή σε ώρες αιχμής του δικτύου.

Ακόμη, παρατηρούμε ότι η κατανάλωση του C_1 δεν μεταβάλλεται σε σχέση με την περίπτωση απουσίας ελέγχου καθώς δε διαθέτει αποθηκευτική ικανότητα, και κατ' επέκταση δεν αποτελεί ευέλικτο καταναλωτή του συστήματος. Για αυτόν το λόγο δεν δίνουμε και διάγραμμα ροής φορτίου για τη γραμμή μεταφοράς f_1 , καθώς αποκλειστικός χρήστης της γραμμής είναι ο C_1 , η κατανάλωση του οποίου είναι γνωστή, σταθερή και κάτω από το μέγιστο όριο της γραμμής.

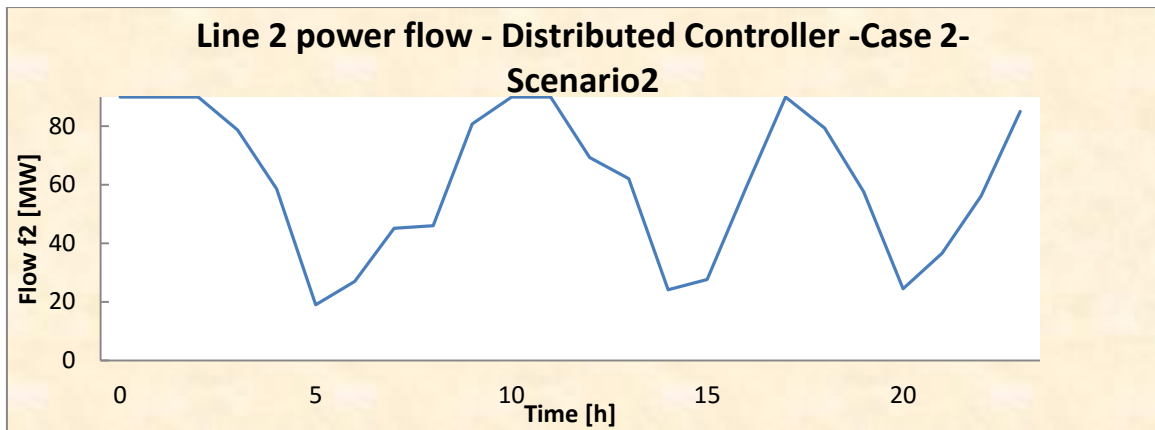
Με το επαναληπτικό άδειασμα και γέμισμα των αποθηκευτικών χώρων των ευέλικτων καταναλωτών μας δίνεται η δυνατότητα μεγιστοποίησης της κατανάλωσης κατά τις ώρες όπου υπάρχει περίσσεια αυτής και σε μείωσή της σε χρονικές περιόδους όπου προβλέπεται να είναι υψηλές οι τιμές της ενέργειας λόγω υπέρμετρης χρήσης του δικτύου.

Λόγω των μειονεκτημάτων που παρουσιάζει ο κεντρικός ελεγκτής, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, το επόμενο βήμα η κατασκευή του διεσπαρμένου ελεγκτή. Σε αυτήν την περίπτωση όμως θα πρέπει να προσέξουμε ώστε η μετάβαση από τον κεντρικό έλεγχο στον διεσπαρμένο να γίνει με τρόπο ώστε να μην αλλοιωθούν τα στοιχεία του δικτύου. Δηλαδή, θα πρέπει τα αποτελέσματα που θα προκύψουν από τη χρήση των διεσπαρμένων ελεγκτών να είναι παρόμοια (αν όχι ίδια) με αυτά που είχαμε στον κεντρικό ελεγκτή.

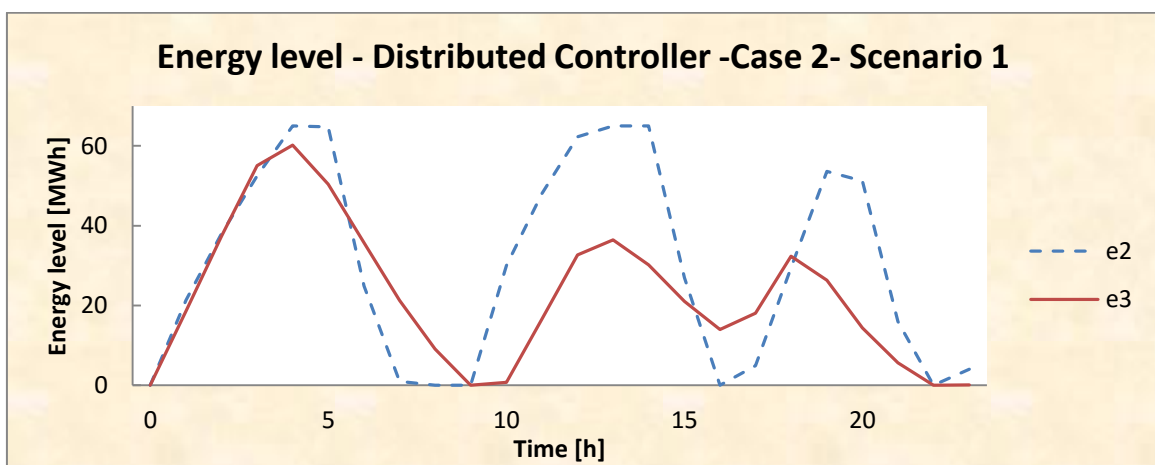
Προκειμένου να καταφέρουμε να μεταβούμε από τον κεντρικό έλεγχο στον διεσπαρμένο αποσυζεύξαμε το πρόβλημα από τους περιορισμούς που δεν μας επέτρεπαν εξ αρχής να χρησιμοποιήσουμε διεσπαρμένο έλεγχο με τον τρόπο που παρουσιάσαμε στο κεφάλαιο 2 και στη συνέχεια εφαρμόσαμε στον Αλγόριθμο 2. Τα δεδομένα και για τον Αλγόριθμο 2 είναι τα ίδια με αυτά που φαίνονται στον Πίνακα 5-1. Μετά την εκτέλεση του Αλγόριθμου 2 προέκυψαν τα κάτωθι αποτελέσματα.



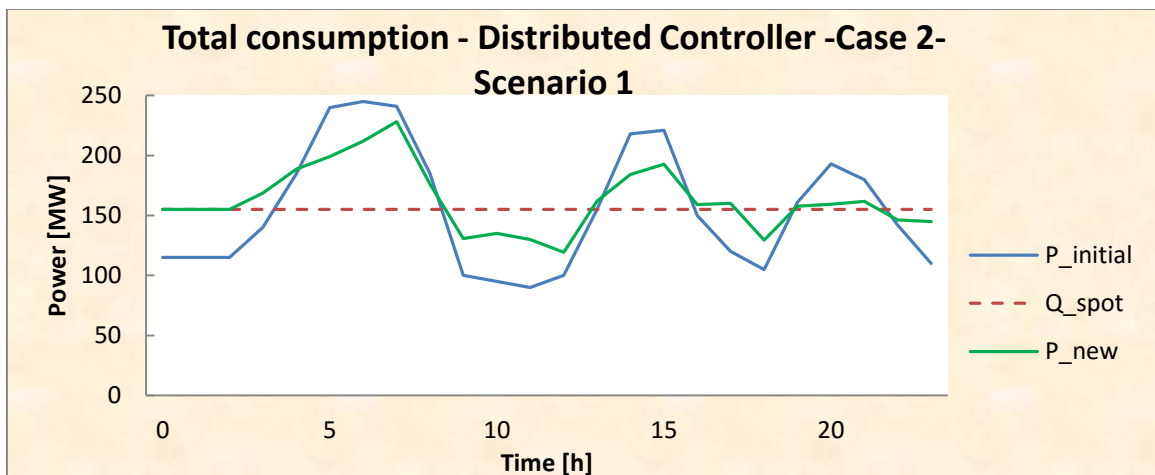
Σχήμα 5-17 Συνολικές αθροιστικές ωριαίες καταναλώσεις μετά την εφαρμογή του κεντρικού προβλεπτικού ελεγκτή για το σενάριο 1.



Σχήμα 5-18 Ροή ισχύος για τη γραμμή μεταφοράς f_2 .



Σχήμα 5-19 Επίπεδα ενέργειας των αποθηκευτικών χώρων των καταναλωτών C_2 (μπλε διακεκομμένη καμπύλη) και C_3 (κόκκινη συνεχής καμπύλη).

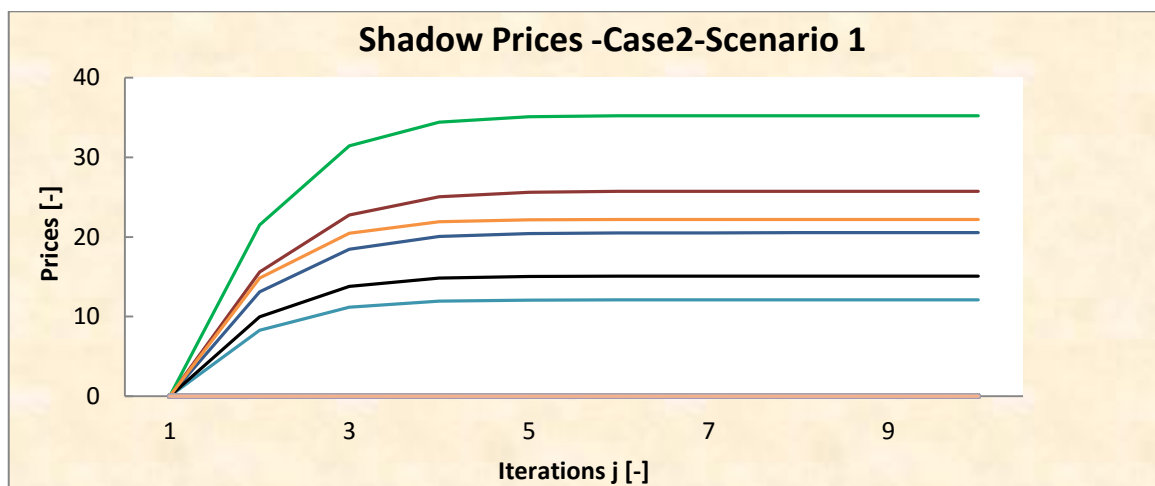


Σχήμα 5-20 Συγκριτικό διάγραμμα καταναλώσεων πριν (μπλε γραμμή) και μετά τον έλεγχο (πράσινη γραμμή). Επίσης διακρίνεται και η είσοδος αναφοράς (κόκκινη διακεκομμένη γραμμή).

Συγκρίνοντας τα διαγράμματα των Σχ. 5-17 έως 5-20 με αυτά του κεντρικού ελεγκτή που παρουσιάσαμε προηγουμένως, θα παρατηρήσουμε ότι επί της ουσίας δεν παρουσιάζουν καμία

διαφοροποίηση. Αυτό σημαίνει ότι ο διεσπαρμένος ελεγκτής που σχεδιάσαμε μπορεί να αντικαταστήσει τον κεντρικό.

Ο τρόπος λειτουργίας του είναι σχετικά απλός και βασίζεται στις σκιάδεις τιμές που περιγράψαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο. Επιλύοντας ο κάθε BRP ξεχωριστά το δικό του πρόβλημα βελτιστοποίησης ανακοινώνουν στον DGO το ποσό της ενέργειας που προτίθενται να αγοράσουν. Βάσει αυτού του ποσού καθορίζεται και η ροή φορτίου που θα περάσει μέσω των γραμμών μεταφοράς. Ο DGO αθροίζει αυτές τις επιμέρους ροές φορτίου και τις συγκρίνει με τη μέγιστη χωρητικότητα των γραμμών του δικτύου. Σε περίπτωση που διαπιστώσει πως σε κάποια γραμμή μεταφοράς του δικτύου υπάρχει παραβίαση της χωρητικότητας αυξάνει τις σκιάδεις τιμές με σκοπό οι BRPs να αναπροσαρμόσουν τις απαιτήσεις τους βάσει των νέων τιμών της ενέργειας. Λύνοντας επαναληπτικά αυτό το πρόβλημα εν τέλει οι BRPs καταλήγουν στα ποσά ενέργειας που προτίθενται να αγοράσουν λύνοντας το πρόβλημα της συμφόρησης. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνονται οι σκιάδεις τιμές, του προβλήματος που επιλύσαμε, για τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες υπήρξε πρόβλημα συμφόρησης στο δίκτυο.



Σχήμα 5-21 Διάγραμμα σκιάδων τιμών για το σενάριο 1.

Στο παραπάνω διάγραμμα βλέπουμε τον τρόπο με τον οποίο αυξάνονται οι τιμές στις γραμμές μεταφοράς έως ότου, εν τέλει, να συγκλίνουν όλες στις βέλτιστες σκιάδεις τιμές προκειμένου να επιλυθεί το πρόβλημα συμφόρησης εντός του χρονικού ορίου των 10 επαναλήψεων που έχουμε επιλέξει.

Για να γίνει ακόμη πιο κατανοητό θα παραθέσουμε ένα παράδειγμα. Παρατηρώντας το Σχ. 5.18 βλέπουμε ότι τη χρονική $k = 1$ είχαμε υπερφόρτωση της γραμμή μεταφοράς f_2 . Οι σκιάδεις τιμές που αναφέρονται σε αυτή τη χρονική στιγμή φαίνονται στο Σχ. 5-21 ως η μπλε σκούρα γραμμή. Μετά την εκτέλεση του Αλγορίθμου 2 έχουμε τη δυνατότητα να δούμε τον τρόπο με τον οποίο μετέβαλλαν τις απαιτήσεις τους οι δύο BRPs σχετικά με τη γραμμή f_2 κατά τη χρονική στιγμή της συμφόρησης. Έτσι προέκυψαν τα εξής αποτελέσματα:

Ροή φορτίου στη γραμμή f_1 από τον BRP1 για $k = 1$:

>> T_1_mem_1

T_1_mem_1 =

68.9574 67.6259 66.9445 66.5685 66.3385 66.1846 66.0746 65.9921 65.9280
65.8767

Ροή φορτίου στη γραμμή f_2 από τον BRP2 για $k = 1$:

>> T_2_mem_1

T_2_mem_1 =

31.9667 31.3086 31.0520 30.9357 30.8705 30.8281 30.7979 30.7753 30.7578
30.7437

Σκιώδεις τιμές των γραμμών μεταφοράς του δικτύου για $k = 1$:

>> L_1

L_1 =

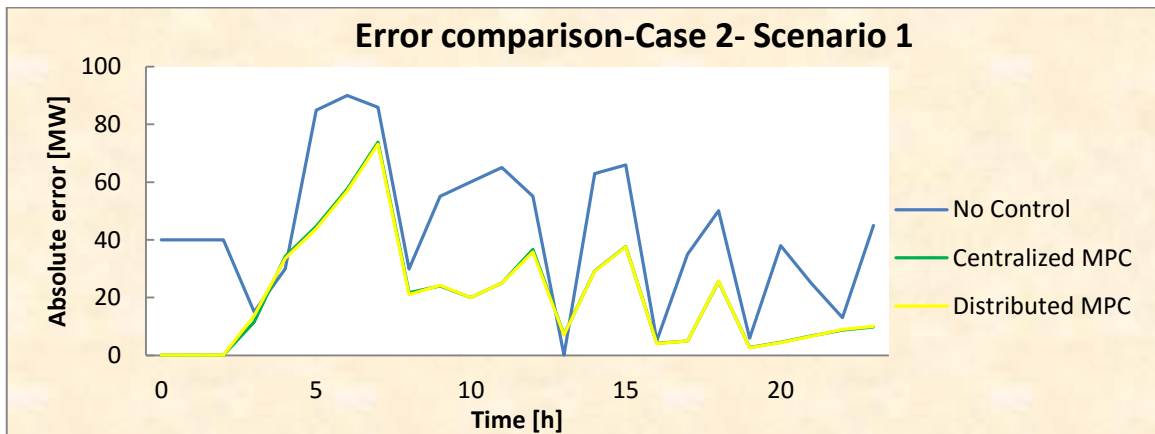
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 13.1089 18.4696 20.0689 20.4441 20.5162 20.5279 20.5295 20.5297 20.5297

Αυτό που παρατηρούμε από τα παραπάνω αποτελέσματα είναι πως αρχικά ο BRP1 προτίθεται να καταναλώσει επιπλέον περίπου 29 MW, ενώ αντίστοιχα ο BRP2 περίπου 22 MW. Μία τέτοια κίνηση όμως θα προκαλούσε συμφόρηση της γραμμής μεταφοράς. Αφού αναφέρουν τις προθέσεις τους στον DGO αυτός αντιλαμβάνεται την παραβίαση στη χωρητικότητα της γραμμής 2 και αμέσως αυξάνει τις τιμές για τη γραμμή αυτήν. Σαν αποτέλεσμα είναι οι δύο BRPs να αρχίζουν να μειώνουν τις απαιτήσεις τους. Παρατηρούμε όμως πως ο BRP1 μειώνει πιο δραστικά τις απαιτήσεις του συγκριτικά με τον BRP2.

Αν ανατρέξουμε στον Πίνακα 5-1 και πιο συγκεκριμένα στις απώλειες απομάστευσης που χαρακτηρίζουν τους δύο BRPs θα καταλάβουμε το λόγο για τον οποίο συμβαίνει αυτό. Βάσει των

τιμών των απωλειών απομάστευσης ο ευέλικτος καταναλωτής C_3 υπό τον BRP2 θεωρείται ως αποθηκευτικός χώρος υψηλής ποιότητας (χαμηλή απομάστευση), ενώ αντίθετα ο ευέλικτος καταναλωτής C_2 υπό τον BRP1 θεωρείται αποθηκευτικός χώρος χειρότερης ποιότητας (υψηλή απομάστευση). Βάσει αυτού, λοιπόν, ο BRP1 μετά από την αύξηση των τιμών αντιλαμβάνεται ότι δεν μπορεί να αξιοποιήσει εξίσου καλά με τον BRP2 την ενέργεια που προτίθεται να αγοράσει, και για αυτό το λόγο ρίχνει τις απαιτήσεις του με γρηγορότερο ρυθμό από ότι ο BRP2 ο οποίος λόγω της καλύτερης ποιότητας αποθηκευτικού χώρου που διαθέτει ο καταναλωτής του επωφελείται αυτής της αύξησης των τιμών. Με αυτόν τον τρόπο επιλύεται με βέλτιστο τρόπο το πρόβλημα συμφόρησης των γραμμών μεταφοράς για την περίπτωση του διεσπαρμένου ελεγκτή. Μία άλλη, εναλλακτική προσέγγιση του ζητήματος της συμφόρησης θα ήταν με το που αντιληφθεί ο DGO την συμφόρηση στη γραμμή μεταφοράς να μοίραζε εξίσου στους δύο BRPs την περισευόμενη χωρητικότητα. Αυτή όμως θα ήταν μία υπό-βέλτιστη λύση, καθώς με αυτόν τον τρόπο δεν θα αξιοποιούνταν ο καλύτερης ποιότητας αποθηκευτικός χώρος του C_3 .

Για να ολοκληρώσουμε την ανάλυσή μας για αυτό το 1^ο σενάριο θα παραθέσουμε και το διάγραμμα με τη σύγκριση του σφάλματος μεταξύ των δύο ελεγκτών, προκειμένου να δικαιολογήσουμε πλήρως την πλήρη ταύτιση μεταξύ των δύο ελεγκτών.



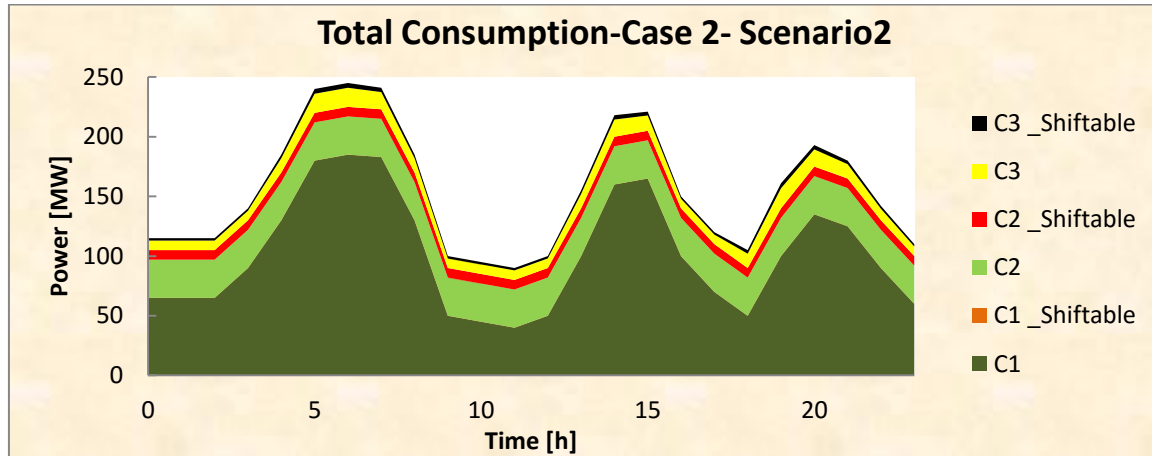
Σχήμα 5-22 Συγκριτικό διάγραμμα σφαλμάτων μεταξύ των δύο ελεγκτών για το σενάριο 1.

5.3 Σενάριο 2^ο : Δυνατότητα τυχαίας μεταφοράς φορτίου

Αφού μελετήσαμε την περίπτωση κατά την οποία οι ευέλικτοι καταναλωτές, κάνοντας χρήση κάποιας μορφής αποθηκευτικού, συμβάλλουν στο ισοζύγιο ενέργειας του δικτύου, θα μελετήσουμε την περίπτωση όπου οι ευέλικτοι καταναλωτές C_1 και C_2 επιπλέον διαθέτουν τη δυνατότητα μεταφοράς κάποιας τυχαίας ανάγκης στο χρόνο.

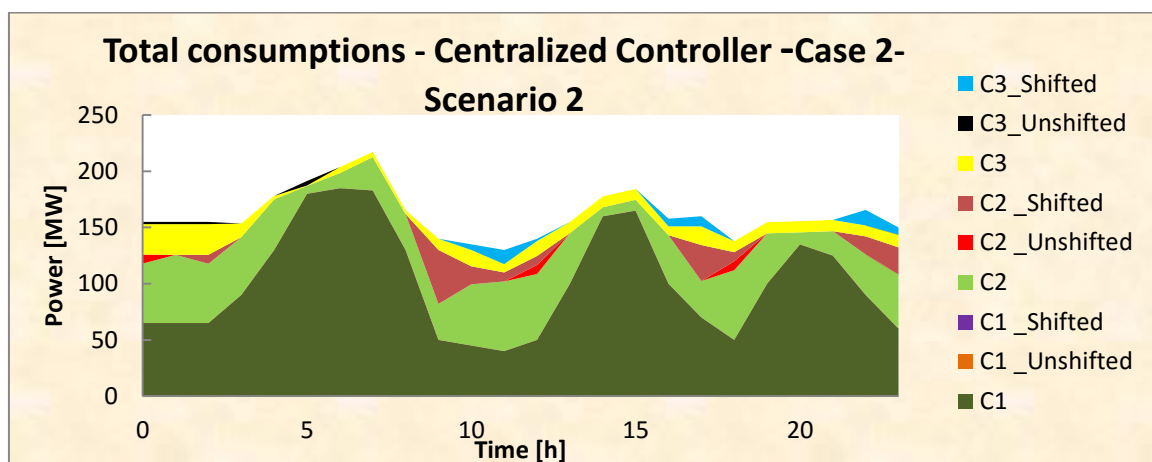
Αυθαίρετα επιλέγουμε οι δύο ευέλικτοι καταναλωτές του συστήματός μας να διαθέτουν κάθε χρονική στιγμή k τη δυνατότητα μεταφοράς ενός ποσοστού της τάξης του 80% της κατανάλωσής τους. Βάσει αυτού προκύπτει το διάγραμμα του Σχ. 5-23. Στο διάγραμμα αυτό,

καταρχήν, παρατηρούμε ότι ο καταναλωτής C_1 δεν διαθέτει την ικανότητα μεταφοράς κάποιας ανάγκης του στο χρόνο. Κατά δεύτερο λόγο, με κόκκινο χρώμα διακρίνουμε το ποσό της ισχύος που διατίθεται ο C_2 να μετατοπίσει κάθε χρονική, ενώ, τέλος, με μαύρο χρώμα διακρίνουμε το αντίστοιχο ποσό για τον C_3 .



Σχήμα 5-23 Ωριαίες αθροιστικές καταναλώσεις με δυνατότητα μεταφοράς τυχαίων αναγκών στο χρόνο.

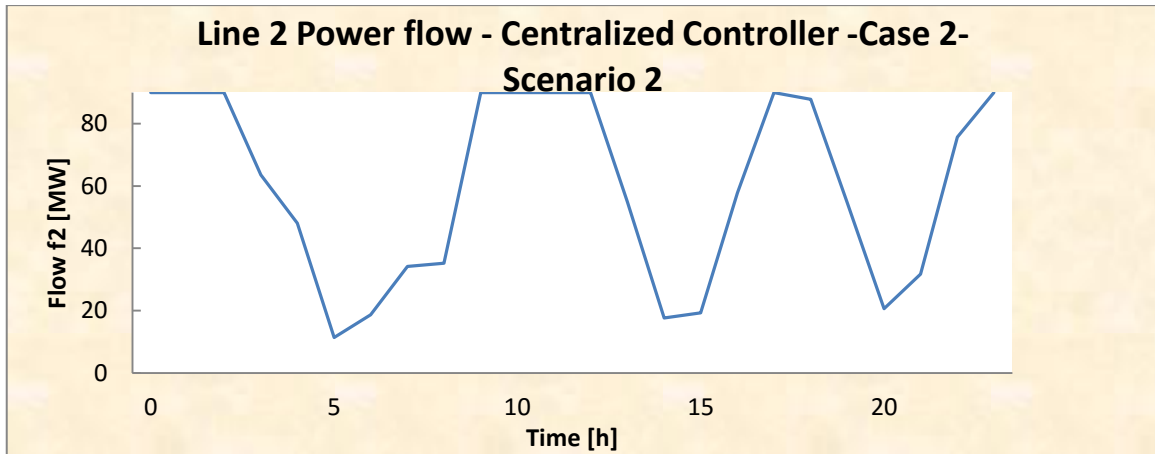
Στην παράγραφο 4.3 έχουμε περιγράψει λεπτομερώς τις τροποποιήσεις που γίνονται προκειμένου οι δύο αλγόριθμοι να μπορέσουν να υποστηρίξουν αυτήν τη δυνατότητα, αλλά και το πώς αντιμετωπίζουν το ζήτημα μεταφοράς κάποιας ανάγκης. Επομένως, σε αυτό το σημείο απλώς θα δώσουμε τα αποτελέσματα που προκύπτουν μετά από την εκτέλεση του Αλγορίθμου 1 και εν συνεχεία θα τα αναλύσουμε.



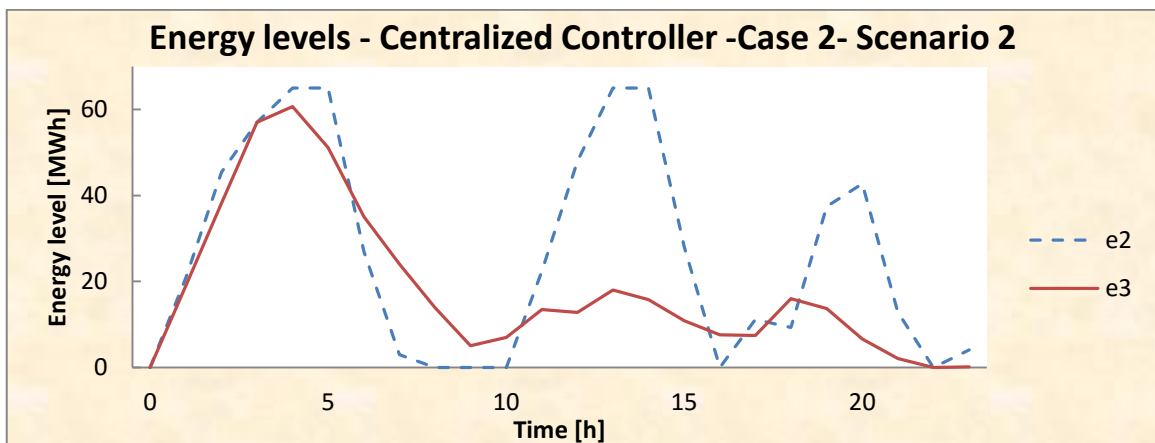
Σχήμα 5-24 Συνολικές ωριαίες καταναλώσεις μετά την εφαρμογή του κεντρικού προβλεπτικού ελεγκτή για το σενάριο 2.

Στο διάγραμμα του Σχ. 5-24 με κόκκινο χρώμα διακρίνουμε τις καταναλώσεις του C_2 για τις οποίες υπήρχε η δυνατότητα να μεταφερθούν αλλά εν τέλει δεν μεταφέρθηκαν στο χρόνο. Με

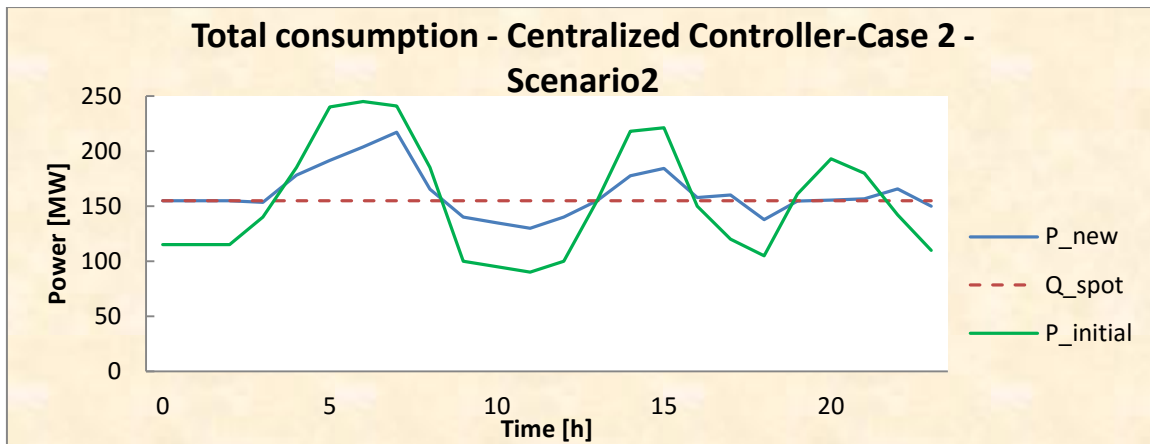
βυσσινί χρώμα είναι οι καταναλώσεις του C_2 οι οποίες τελικά μεταφέρθηκαν. Αντιστοίχως για τον C_3 , με μαύρο χρώμα διακρίνουμε τις καταναλωτικές ανάγκες που είχαν τη δυνατότητα να μεταφερθούν αλλά εν τέλει δεν μεταφέρθηκαν, ενώ με γαλάζιο χρώμα είναι οι ανάγκες που μεταφέρθηκαν.



Σχήμα 5-25 Ροή ισχύος για τη γραμμή μεταφοράς f_2 .



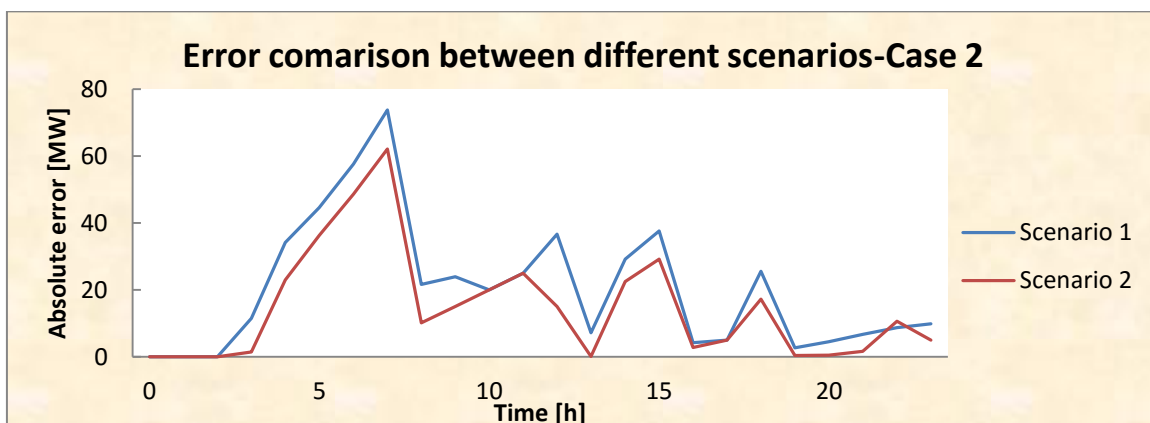
Σχήμα 5-26 Επίπεδα ενέργειας των αποθηκευτικών χώρων των καταναλωτών C_2 (μπλε διακεκομμένη γραμμή) και C_3 (κόκκινη συνεχής γραμμή).



Σχήμα 5-27 Συγκριτικό διάγραμμα καταναλώσεων πριν (μπλε καμπύλη) και μετά τον έλεγχο (πράσινη καμπύλη).

Βάσει των Σχ. 5-24 έως και 5-27 μπορούμε να κατανοήσουμε τον τρόπο με τον οποίο αξιοποιεί ο προβλεπτικός ελεγκτής την επιπλέον δυνατότητα που παρουσιάζουν οι ευέλικτοι καταναλωτές C_2 και C_3 .

Το σημαντικότερο συμπέρασμα στο οποίο καταλήγουμε παρατηρώντας το Σχ. 5-24 είναι πως κύρια επιλογή του ελεγκτή είναι η μεταφορά των αναγκών που βρίσκονται σε χρονικές στιγμές κορύφωσης της κατανάλωσης. Με αυτόν τον τρόπο η συμμετοχή των καταναλωτών στο πρόβλημα ισοζυγίου γίνεται ακόμη πιο ενεργή αποσυμφορίζοντας το δίκτυο σε χρονικές περιόδους αιχμής. Αυτήν τη μεγαλύτερη συνεισφορά την αντιλαμβανόμαστε συγκρίνοντας τα διαγράμματα των Σχ. 5-20 με αυτό του Σχ. 5-27, όπου διαπιστώνουμε την μεγαλύτερη εξομάλυνση της τελικής κατανάλωσης του συστήματος. Για να δείξουμε καλύτερα αυτό που μόλις αναλύσαμε παραθέτουμε και το Σχ. 5-28, όπου διακρίνουμε το συγκριτικό διάγραμμα μεταξύ των σφαλμάτων των δύο διαφορετικών σεναρίων.



Σχήμα 5-28 Συγκριτικό διάγραμμα σφαλμάτων μεταξύ των σεναρίων 1 (μπλε γραμμή) & 2 (κόκκινη γραμμή).

Μία ακόμη πολύ σημαντική παρατήρηση γίνεται συγκρίνοντας τα Σχ. 5-14 και 5-25. Παρατηρούμε πως όσο αυξάνονται οι δυνατότητες των ευέλικτων καταναλωτών τόσο περισσότερο «δοκιμάζεται» το δίκτυο διανομής, καθώς στο 1^ο Σενάριο συμφόρηση στη γραμμή f_2 είχαμε για έξι χρονικές στιγμές ενώ στην περίπτωση του 2^{ου} Σεναρίου αυτό το νούμερο ανέβηκε στις εννέα χρονικές στιγμές. Αυτό συμβαίνει επειδή τις ώρες κατά τις οποίες η διαθέσιμη προς αγορά ενέργεια είτε είναι φθηνότερη, άρα και ελκυστικότερη, είτε όταν υπάρχει περίσσεια παραγωγή από ΑΠΕ, όλοι οι BRPs που μοιράζονται την ίδια γραμμή μεταφοράς θέλουν να την εκμεταλλευτούν στο έπακρο αγοράζοντας ενέργεια αλλά και μεταφέροντας τις ανάγκες τους σε αυτές τις χρονικές στιγμές. Για αυτόν το λόγο, όπως αναφέραμε και στην εισαγωγή αυτής της ΜΕ, είναι όλο και πιο αναγκαία η ύπαρξη ελέγχου στα δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας καθώς περνάμε από την τωρινή κατάσταση σε αυτήν ενός έξυπνου δικτύου.

Τέλος, από τη σύγκριση μεταξύ των Σχ. 5-15 και 5-26 καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως στο 2^ο Σενάριο, με εξαίρεση την πρώτη κορύφωση στα επίπεδα ενέργειας των αποθηκευτικών χώρων, περιορίζεται η χρήση των αποθηκευτικών χώρων των δύο καταναλωτών. Αυτό δικαιολογείται απόλυτα λόγω της επιπλέον δυνατότητας μεταφοράς κάποιας ανάγκης στον χρόνο. Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, η μεταφορά των αναγκών συντελείται από χρονικές περιόδους κορύφωσης της κατανάλωσης σε χρονικές περιόδους ύφεσης αυτής. Όμως, και οι αποθηκευτικοί γεμίζουν και αδειάζουν τις παρόμοιες χρονικές στιγμές. Λόγω όμως των μεταφερόμενων αναγκών στις χρονικές περιόδους ύφεσης περιορίζεται και η διαθέσιμη ενέργεια που μπορεί να επωφεληθεί ο αποθηκευτικός χώρος των ευέλικτων καταναλωτών.

Προτού προχωρήσουμε στην παράθεση των αποτελεσμάτων του διεσπαρμένου προβλεπτικού ελεγκτή για το 2^ο Σενάριο, θα αναλύσουμε λίγο παραπάνω τον τρόπο με τον οποίο πραγματοποιείται η μεταφορά των καταναλώσεων δίνοντας τα αποτελέσματα όπως αυτά προέκυψαν από την εκτέλεση του Αλγόριθμου 1.

Στην παράγραφο 4.3 είπαμε πως κάθε χρονική καταρτίζεται ένας πίνακας $d_i \in R^{N_c \times N_c}$, στον οποίο αποτυπώνεται η μεταφορά των αναγκών των ευέλικτων καταναλωτών. Για παράδειγμα, παρακάτω δίνονται οι αντίστοιχοι πίνακες για τους δύο ευέλικτους καταναλωτές του συστήματος για την χρονική στιγμή $k = 1$, όπως αυτοί προέκυψαν μετά την εκτέλεση του Αλγορίθμου 1 στο MATLAB[®].

```
>> delta_1_1
delta_1_1 =
    1    0    0    0    0    0    0    0    0    0
    0    1    0    0    0    0    0    0    0    0
    0    0    1    0    0    0    0    0    0    0
    0    0    0    0    0    0    0    0    0    1
    0    0    0    0    0    0    0    0    0    1
```

```

0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1

```

```
>> delta_2_1
```

```
delta_2_1 =
```

```

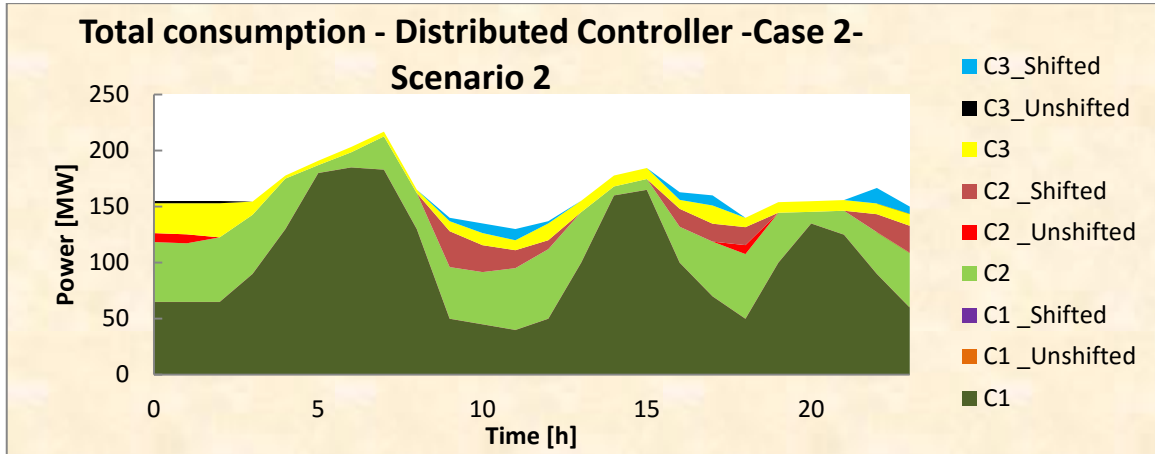
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
0 0 1 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1

```

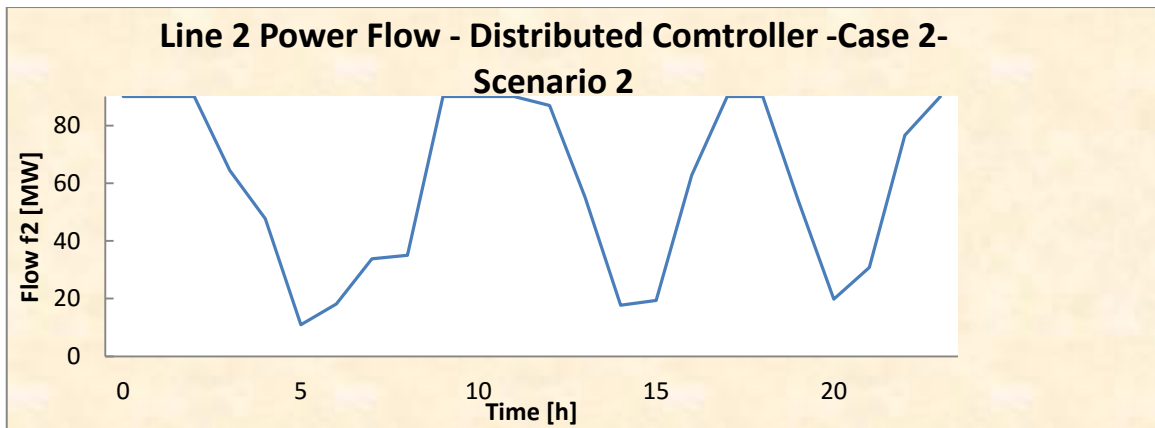
Αυτοί οι δύο πίνακες εξηγούν, εν πολλοίς, τη μορφή του διαγράμματος του Σχ. 5-24, και σε αντιπαράβολή με το Σχ. 5-23 μπορούμε εποπτικά να καταλάβουμε τον τρόπο αντιμετώπισης του προβλήματος μεταφοράς μιας ανάγκης στο χρόνο. Αρχικά επαληθεύουμε αυτό που είχαμε δηλώσει στην παράγραφο 4.3, ότι δηλαδή οι πίνακες είναι άνω τριγωνικοί. Επαναλαμβάνουμε και εδώ, πως είναι αναγκαία αυτή η μορφή των πινάκων καθώς σε αντίθετη περίπτωση θα σήμαινε πως έχουμε μεταφορά αναγκών στο παρελθόν, κάτι που δεν θα μπορούσε να ισχύσει σε καμία περίπτωση. Επίσης, τόσο οι γραμμές όσο και οι στήλες των πινάκων περιγράφουν χρονικές στιγμές. Δηλαδή, οι γραμμές του πίνακα δίνουν τη χρονική στιγμή στην οποία ανήκε εξαρχής η ανάγκη, ενώ οι στήλες δίνουν τις χρονικές στιγμές στις οποίες μεταφέρθηκε τελικώς η ανάγκη. Για παράδειγμα, στον πίνακα *delta_1_1* διακρίνουμε πως στις τρεις πρώτες γραμμές και στήλες υπάρχουν καταναλώσεις οι οποίες δεν μεταφέρθηκαν στον χρόνο, ενώ στην τελευταία στήλη, χρονική στιγμή $k = 10$, έχουν μεταφερθεί οι καταναλώσεις που αντιστοιχούν στις χρονικές $k = 4,5,6,7,8$ και 9. Ακόμη, να πούμε ότι μία καταναλώση η οποία βρίσκεται στην κύρια διαγώνιο του πίνακα θεωρείται ότι δεν μεταφέρθηκε στο χρόνο, παρά μόνο στην περίπτωση που βρίσκεται στη θέση (1,1) του πίνακα. Σε αντίθετη περίπτωση, παραμένει ως μία ανάγκη η οποία εν δυνάμει μπορεί να μεταφερθεί. Δηλαδή, στο παράδειγμά μας οι καταναλώσεις που αντιστοιχούν στις χρονικές στιγμές $k = 2,3$ και 10 θεωρούνται ως καταναλώσεις οι οποίες μπορούν σε μετέπειτα χρονικές στιγμές να μεταφερθούν. Τέλος, παρατηρούμε ότι και στους δύο πίνακες το πλήθος των

άσων σε κάθε γραμμή είναι ίσο με ένα, κάτι που σημαίνει ότι η ανάγκη που είναι προς μεταφορά θα καταναλωθεί εντός του χρονικού ορίζοντα στον οποίο βρισκόμαστε.

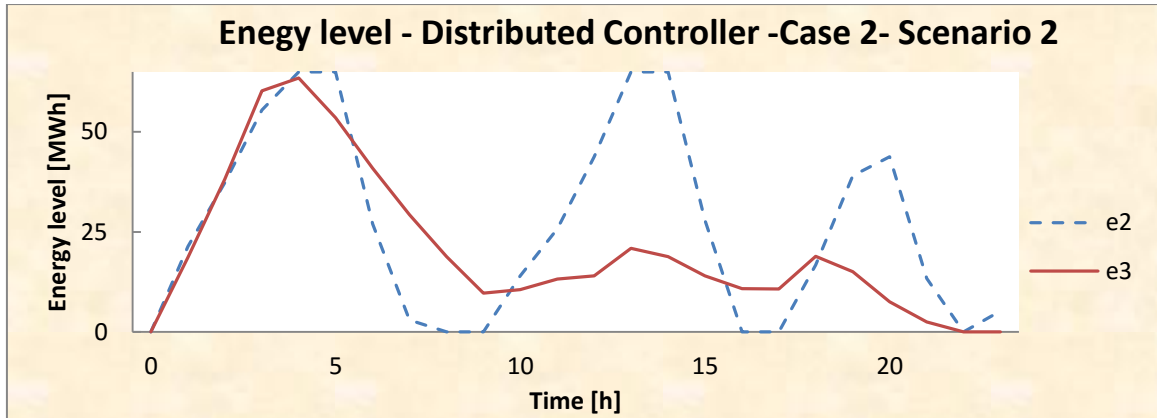
Αφού αναλύσαμε πλήρως τα αποτελέσματα για τον κεντρικό προβλεπτικό ελεγκτή θα δώσουμε τα αντίστοιχα και για τον διεσπαρμένο. Έτσι έχουμε:



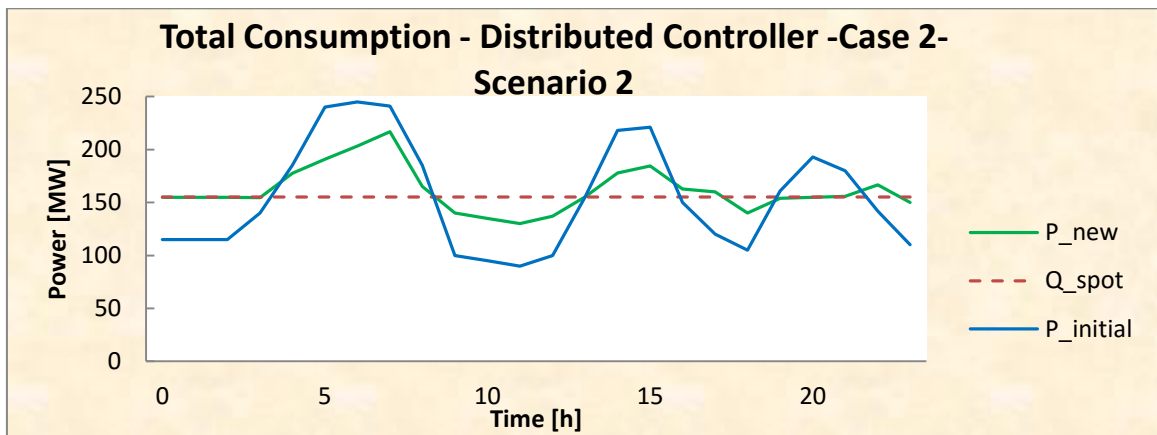
Σχήμα 5-29 Συνολικές ωριαίες καταναλώσεις μετά την εφαρμογή του διεσπαρμένου προβλεπτικού ελεγκτή για το σενάριο 2.



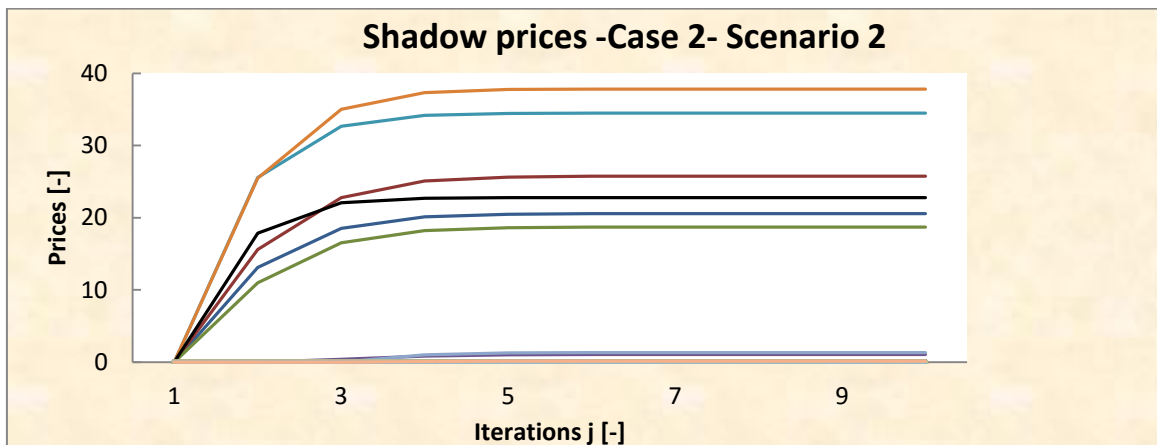
Σχήμα 5-30 Ροή ισχύος για τη γραμμή μεταφοράς f_2 .



Σχήμα 5-31 Επίπεδα ενέργειας των αποθηκευτικών χώρων των καταναλωτών C_2 (μπλε διακεκομμένη καμπύλη) και C_3 (κόκκινη συνεχής καμπύλη).

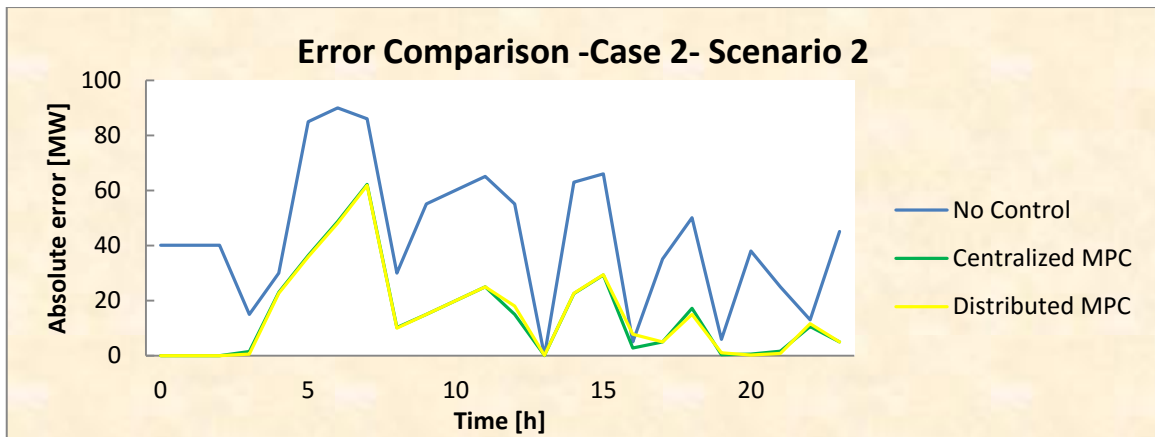


Σχήμα 5-32 Συγκριτικό διάγραμμα καταναλώσεων πριν (μπλε γραμμή) και μετά τον έλεγχο (πράσινη γραμμή).



Σχήμα 5-33 Διάγραμμα σκιαδών τιμών για το Σενάριο 2.

Και σε αυτό το σενάριο παρατηρούμε ότι ο διεσπαρμένος προβλεπτικός ελεγκτής που σχεδιάσαμε δίνει αποτελέσματα σχεδόν πανομοιότυπα με αυτά του κεντρικού προβλεπτικού ελεγκτή. Αυτό συνοψίζεται και στο παρακάτω διάγραμμα:

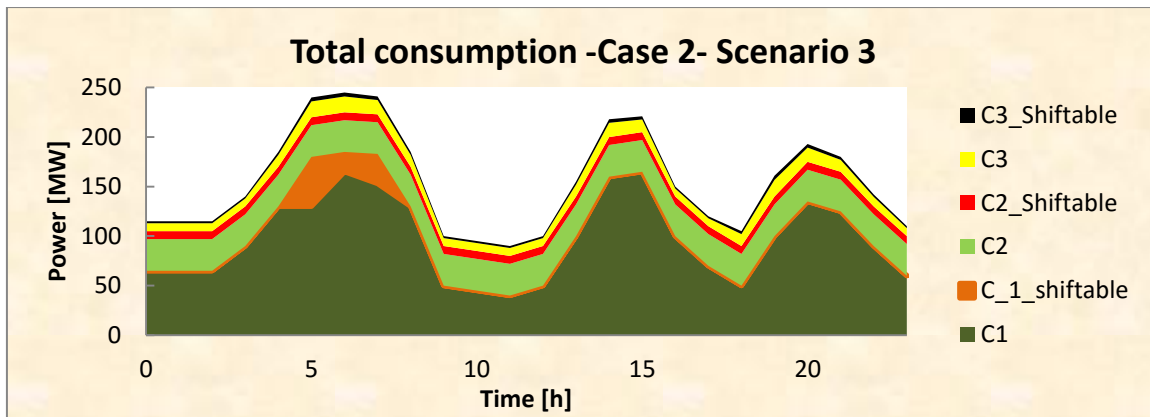


Σχήμα 5-34 Συγκριτικό διάγραμμα απόλυτων σφαλμάτων μεταξύ των δύο ελεγκτών και της περίπτωσης απουσίας ελέγχου.

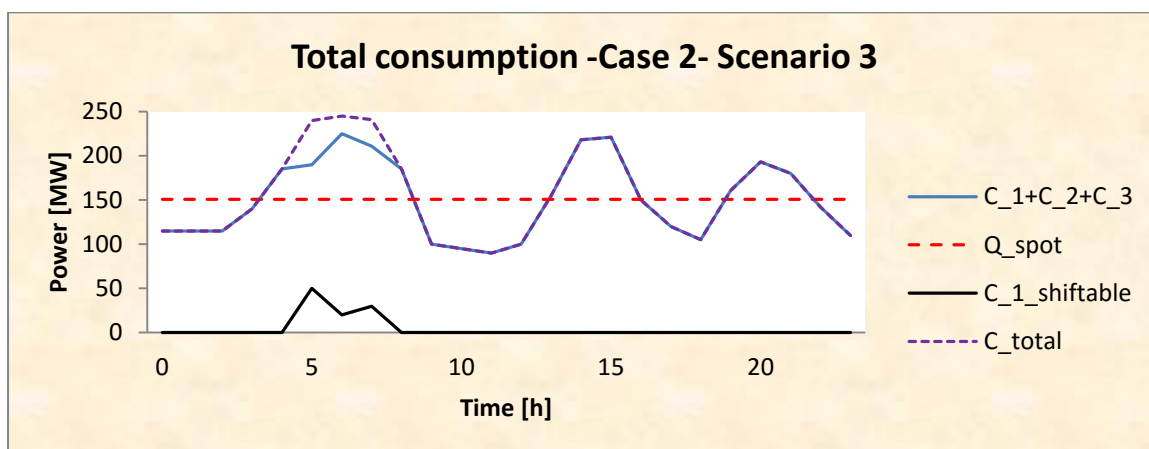
5.4 Σενάριο 3^ο : Δυνατότητα μεταφοράς αυτούσιας κατανάλωσης στο χρόνο

Μέχρι στιγμής έχουμε ασχοληθεί μόνο τις δυνατότητες των ευέλικτων καταναλωτών. Αρχικά υποθέσαμε πως διαθέτουν μόνο τη δυνατότητα αποθήκευσης ενέργειας και χρήση αυτής σε μελλοντική χρονική στιγμή, η οποία χρονική στιγμή καθορίζεται τόσο από την κατάσταση στην οποία βρίσκεται το δίκτυο όσο και από την τιμή της ενέργειας. Μετέπειτα είδαμε πως βελτιώνει τα αποτελέσματα του ισοζυγίου η δυνατότητα τυχαίας μεταφοράς κάποιας ανάγκης στο χρόνο. Σε αυτήν την παράγραφο, ωστόσο, θα εισάγουμε και μία πιο ρεαλιστική μεταφορά κατανάλωσης στο σύστημά μας, αυτή της αυτούσιας μεταφοράς μίας κατανάλωσης στο χρόνο.

Το θεωρητικό υπόβαθρο όσο και η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε για την επίλυση αυτού του προβλήματος παρουσιάστηκαν στις παραγράφους 2.8 και 4.4 αντίστοιχα. Σε αυτήν την περίπτωση θα εφοδιάσουμε τον καταναλωτή C_1 (μη-ευέλικτος καταναλωτής) με τη δυνατότητα να μπορεί να μεταφέρει και αυτός κάποια κατανάλωσή του σε μελλοντική χρονική στιγμή. Η διαφορά, όμως, με τη δυνατότητα που διαθέτουν οι ευέλικτοι καταναλωτές, είναι πως η προς μεταφορά κατανάλωση του μη-ευέλικτου καταναλωτή διατηρεί ένα συγκεκριμένο μοτίβο. Έστω λοιπόν ότι η πρόβλεψη της συνολικής ωριαίας κατανάλωσης για τους τρεις καταναλωτές του συστήματός μας είναι αυτή που φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



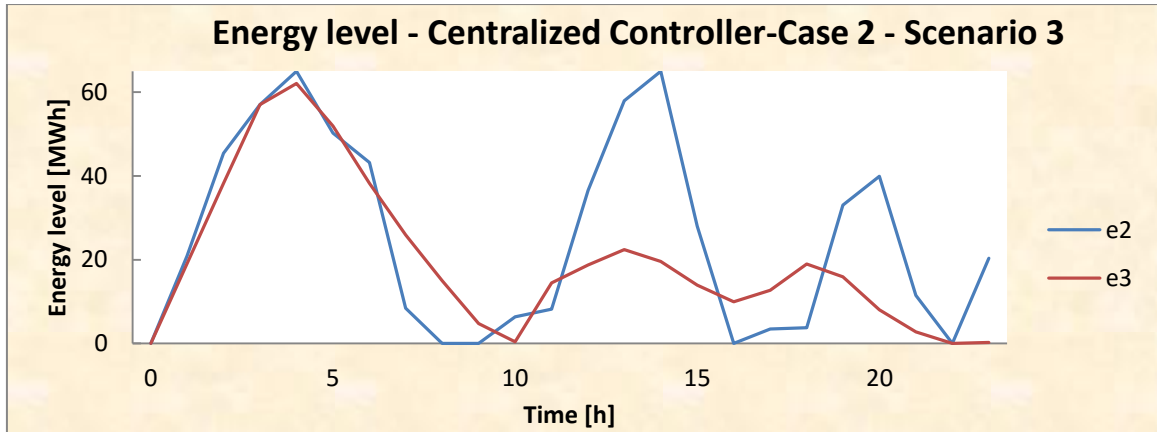
Σχήμα 5-35 Συνολική ωριαία κατανάλωση με δυνατότητα μεταφοράς κατανάλωσης συγκεκριμένου μοτίβου (πορτοκαλί σκίαση).



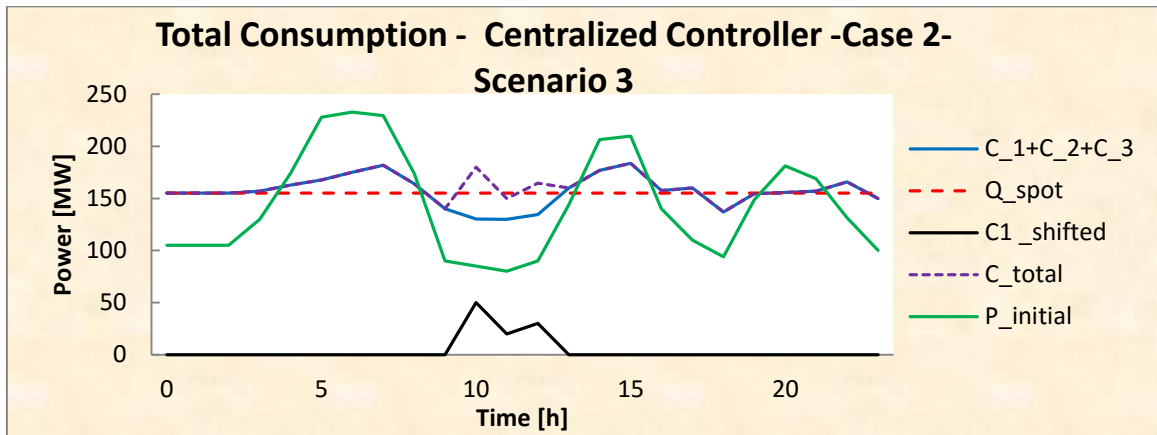
Σχήμα 5-36 Συνολική κατανάλωση των τριών καταναλωτών όπου διακρίνεται και το μοτίβο της μεταφερόμενης κατανάλωσης του καταναλωτή C_1 .

Στο Σχ. 5-35 παρατηρούμε με πορτοκαλί σκίαση την κατανάλωση που διατηρεί ένα συγκεκριμένο μοτίβο. Πιο συγκεκριμένα, μία κατανάλωση διάρκειας τριών ωρών η οποία λαμβάνει τις τιμές $C_{1,shiftable} = [50 \ 20 \ 30]$. Σκοπός μας είναι η μεταφορά αυτής της κατανάλωσης σε κατάλληλη χρονική στιγμή έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματός μας με τέτοιο τρόπο ώστε να διατηρεί αυτήν την αλληλουχία τιμών επακριβώς.

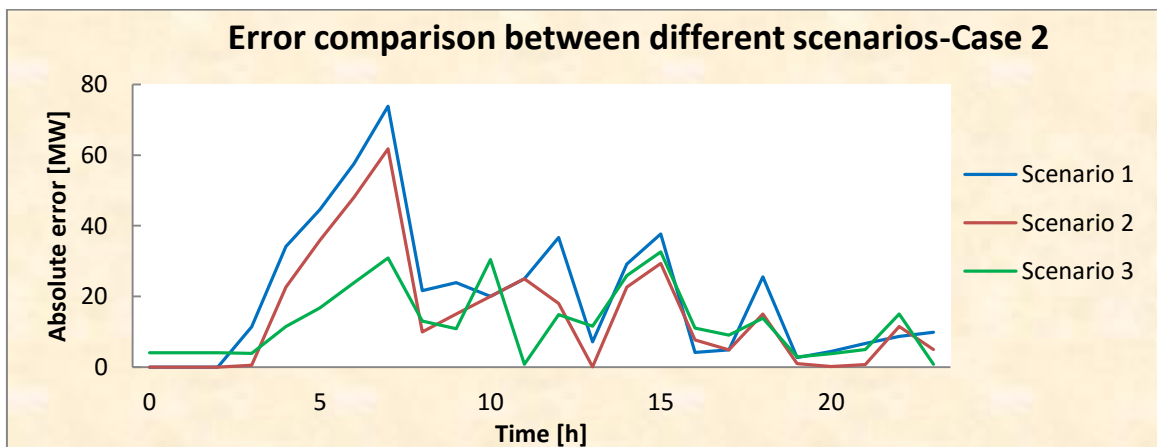
Μία ακόμη διαφορά αυτής της μεταφερόμενης κατανάλωσης σε σχέση με πριν είναι πως δεν περιορίζουμε τη μεταφορά αυτή στον χρονικό ορίζοντα ελέγχου, αλλά μπορεί αυτή η μεταφορά να λάβει χώρα σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή εντός του εικοσιτετραώρου που μελετάμε. Βάσει αυτών λοιπόν, οι δύο σταθερές που λαμβάνουν μέρος στις γραμμικές ανισώσεις των Σχ. 4-17 & 4-26 είναι $T_p = 3h$ και $T_f = 17h$. Εδώ θυμίζουμε ότι η σταθερά T_p αναφέρεται στη διάρκεια του προγράμματος ενώ η T_f στο μέγιστο χρόνο αναμονής. Επίσης, το εξωτερικό σήμα εισόδου που αναφέραμε στην παράγραφο 4.4 έχει την ακόλουθη μορφή:



Σχήμα 5-39 Επίπεδα ενέργειας των αποθηκευτικών χώρων των καταναλωτών C_2 (μπλε διακεκομμένη γραμμή) και C_3 (κόκκινη συνεχής γραμμή).



Σχήμα 5-40 Συγκριτικό διάγραμμα καταναλώσεων πριν (μπλε καμπύλη) και μετά τον έλεγχο (μωβ καμπύλη). Επίσης με μαύρη γραμμή διακρίνουμε τη μεταφερόμενη ανάγκη του καταναλωτή C_1 .

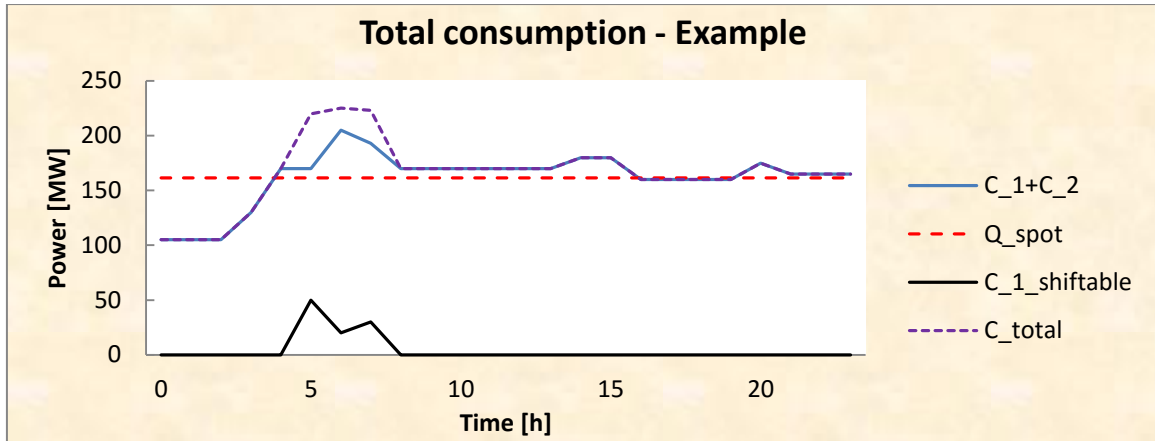


Σχήμα 5-41 Συγκριτικό διάγραμμα των σφαλμάτων για τα τρία σενάρια που εξετάσαμε.

Συγκρίνοντας τα διαγράμματα των Σχ. 5-37 έως και 5-41 με τα αντίστοιχα των προηγούμενων δύο σεναρίων διαπιστώνουμε τη δραστική βελτίωση που επιφέρει στην απόκριση του συστήματος η μεταφορά μίας κατανάλωσης ενός συγκεκριμένου μοτίβου από χρονικές

περιόδους μεγάλης ζήτησης. Για παράδειγμα, βλέπουμε το απόλυτο σφάλμα για τη χρονική στιγμή $k = 7$ (Σχ. 5-41) να έχει μειωθεί σχεδόν στο μισό συγκριτικά με το σενάριο 2. Θα μπορούσε βέβαια να πει κάποιος ότι αυτή η μεγάλη διαφορά οφείλεται και στο μέγεθος της κατανάλωσης που εμείς επιλέξαμε, αλλά σε κάθε περίπτωση η δυνατότητα αυτή που δίνουμε σε έναν καταναλωτή ο οποίος δεν θεωρείται ευέλικτος (από την άποψη της αποθήκευσης ενέργειας τουλάχιστον) κρίνεται ως πολύ μεγάλης σημασίας. Επίσης από τη στιγμή που η μεταφερόμενη ανάγκη του C_1 καταναλώνεται, παρατηρούμε ότι στη συνέχεια το απόλυτο σφάλμα για αυτό το σενάριο είναι ελαφρώς μεγαλύτερο από αυτό του σεναρίου 2, και σε μερικές περιπτώσεις και από το αντίστοιχο του σεναρίου 1. Αυτό συμβαίνει γιατί από τη μεταφορά της κατανάλωσης δεν υπήρχε διαθέσιμη ενέργεια να αγοραστεί επιπλέον, προκειμένου να γεμίσουν οι αποθηκευτικοί χώροι των ευέλικτων καταναλωτών, με αποτέλεσμα να μην επαρκεί πλήρως για την κάλυψη των αναγκών τους σε μετέπειτα χρονικές στιγμές. Αυτό έρχεται να συμπληρώσει αυτό που αναφέραμε σχετικά με την πιο περιορισμένη χρήση των αποθηκευτικών χώρων των καταναλωτών από το δεύτερο σενάριο ακόμα, συγκριτικά με το πρώτο, όπου δεν υπήρχε καμία δυνατότητα μεταφοράς φορτίου.

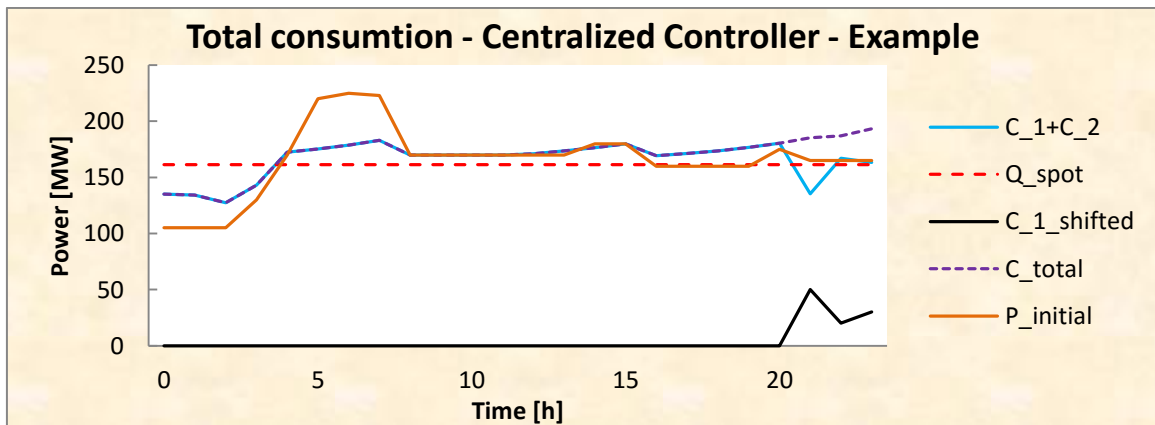
Παρατηρώντας το διάγραμμα του Σχ. 5-37 συμπεραίνουμε ότι η μεταφερόμενη ανάγκη του C_1 μεταφέρθηκε εξ ολοκλήρου διατηρώντας την αρχική της μορφή στην πρώτη διαθέσιμη χρονική περίοδο προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος. Αυτό που θα πρέπει επίσης να πούμε είναι πως από τη στιγμή που η προς μεταφορά κατανάλωση βρίσκεται σε χρονική περίοδο αιχμής (όπως σε αυτή την περίπτωση) η ανάγκη αυτή θα μεταφερθεί ούτως ή άλλως ακόμη και αν σε μελλοντικές χρονικές στιγμές, εν τέλει, δε βρεθεί ο κατάλληλος «χώρος» για αυτήν. Όπως και να έχει όμως αυτή θα καταναλωθεί πριν παρέλθει το εικοσιτετράωρο που έχουμε θέσει ως ανώτατο όριο εκπλήρωσης αυτής. Για να το δείξουμε αυτό θα κατασκευάσουμε ένα απλό παράδειγμα που θα περιλαμβάνει ένα BRP που υπό την επίβλεψή του θα έχει δύο καταναλωτές. Έστω, λοιπόν, ότι έχουμε τον BRP1 και τους καταναλωτές C_1 και C_2 , των οποίων τα χαρακτηριστικά είναι όμοια με τα προηγούμενα σενάρια που έχουμε αναλύσει (βλ. Πίνακα 5-1). Το μόνο μέγεθος που μεταβάλλεται σε σχέση με τα προηγούμενα είναι η πρόβλεψη των καταναλώσεων και κατ' επέκταση και η $q_{spot,1}(k)$, οι οποίες δίνονται στο ακόλουθο διάγραμμα.



Σχήμα 5-42 Συνολική ωριαία κατανάλωση για τους καταναλωτές C_1 και C_2 .

Να σημειώσουμε πως και σε αυτό το παράδειγμα ο καταναλωτής C_2 διαθέτει τη δυνατότητα τυχαίας μεταφοράς φορτίου, απλά επειδή σε αυτό το παράδειγμα δε μας ενδιαφέρει ο τρόπος αντιμετώπισης της τυχαίας μεταφοράς αλλά ούτε και ο τρόπος χρησιμοποίησης του αποθηκευτικού χώρου του συγκεκριμένου καταναλωτή, επικεντρωνόμαστε στον τρόπο μεταφοράς της κατανάλωσης που ακολουθεί κάποιο συγκεκριμένο μοτίβο.

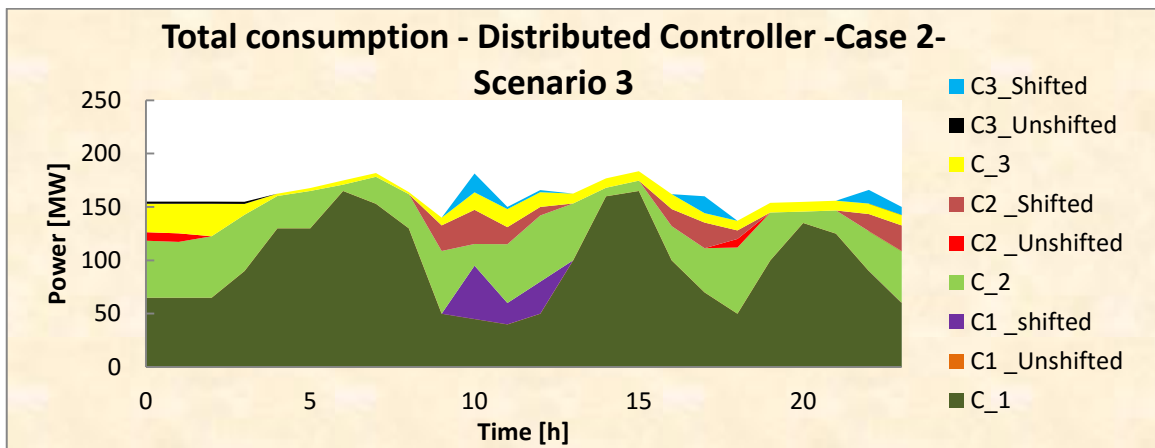
Στο Σχ. 5-42 βλέπουμε πως η κατανομή των καταναλώσεων των δύο καταναλωτών είναι τέτοια που δεν αφήνει περιθώριο στον προβλεπτικό ελεγκτή να τοποθετήσει κάπου την κατανάλωση $C_{1,shiftable}(k)$ (μαύρη γραμμή στο διάγραμμα). Επιπλέον, η κατανάλωση αυτή είναι σε χρονικό σημείο αιχμής, οπότε η απομάκρυνσή της κρίνεται αναγκαία καθώς ο προβλεπτικός ελεγκτής «βλέπει» πάντα 10 χρονικές στιγμές μετά. Επομένως, θα την μετακινήσει από την αρχική της θέση με σκοπό να βρει την κατάλληλη θέση σε κάποια μελλοντική χρονική στιγμή. Εκτελώντας τον Αλγόριθμο 1 (μοναδική μας επιλογή αφού έχουμε μόνο έναν BRP), προκύπτει το ακόλουθο διάγραμμα:



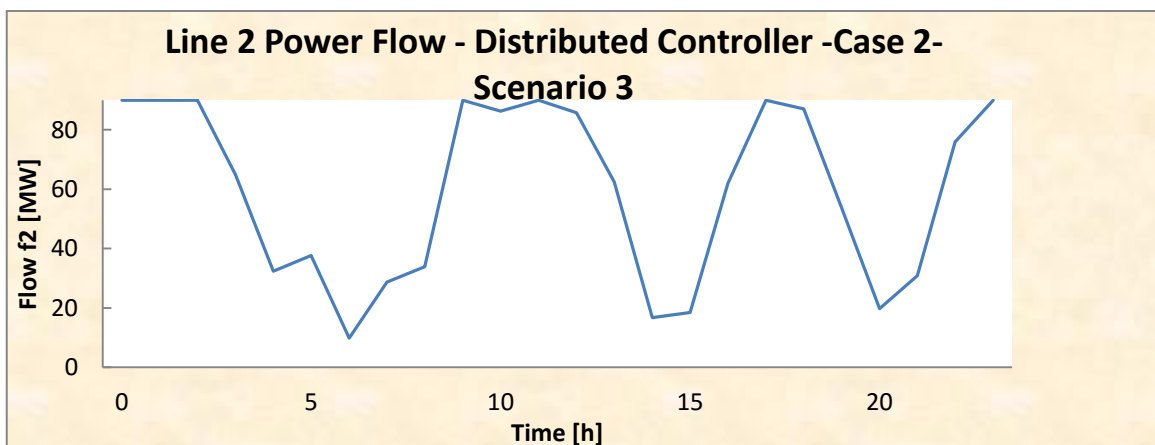
Σχήμα 5-43 Συνολική ωριαία κατανάλωση μετά την εφαρμογή του κεντρικού προβλεπτικού ελεγκτή.

Στο διάγραμμα του Σχ. 5-43 βλέπουμε την κατανομή των καταναλώσεων του συστήματος μετά την εκτέλεση του Αλγορίθμου 1. Η καμπύλη με γαλάζιο χρώμα αναπαριστά την κατανάλωση του συστήματος χωρίς την μεταφερόμενη ανάγκη του καταναλωτή C_1 , ενώ η μωβ διακεκομμένη καμπύλη αναπαριστά τη συνολική κατανάλωση του συστήματος. Η μαύρη καμπύλη δείχνει την μεταφερόμενη ανάγκη. Αυτό που παρατηρούμε είναι πως αυτή, εν τέλει, μεταφέρθηκε στο τέλος του εικοσιτετραώρου καθώς δεν κατέστη δυνατό να βρεθεί η κατάλληλη χρονικά θέση κάπου αλλού μέσα στον ορίζοντα πρόβλεψης. Ακόμη και σε αυτή την περίπτωση πάντως ο ελεγκτής κατάφερε να εξομαλύνει αρκετά τη συνολική κατανάλωση, αφού έχουν μειωθεί δραστικά οι αυξομειώσεις (peaks) που παρατηρούμε στην αρχική πρόβλεψη καταναλώσεων (πορτοκαλί καμπύλη).

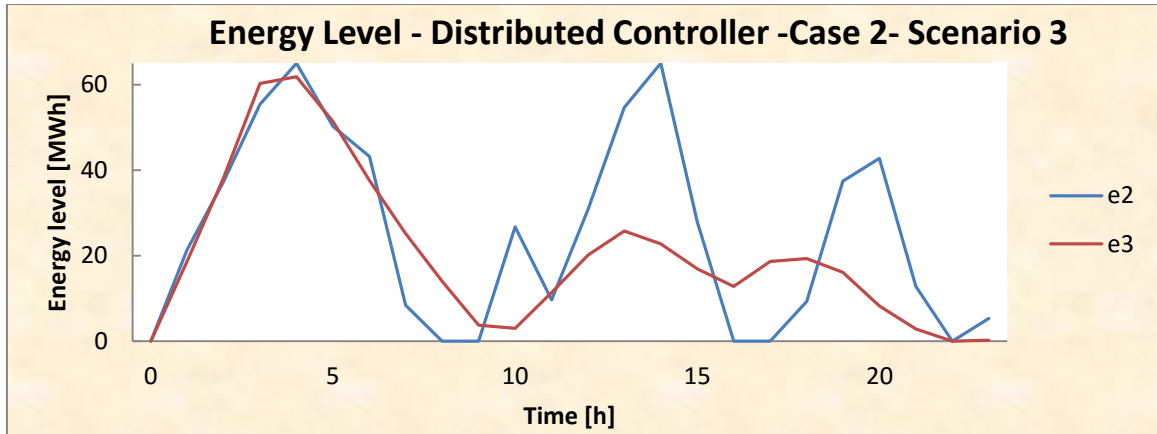
Επιστρέφοντας στο σενάριο που εξετάζουμε, θα δώσουμε τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή του διεσπαρμένου προβλεπτικού ελεγκτή, προκειμένου να διαπιστώσουμε εάν δίνει παρόμοια σχετικά αποτελέσματα με αυτά του κεντρικού ελεγκτή που έχουν ήδη παρουσιαστεί.



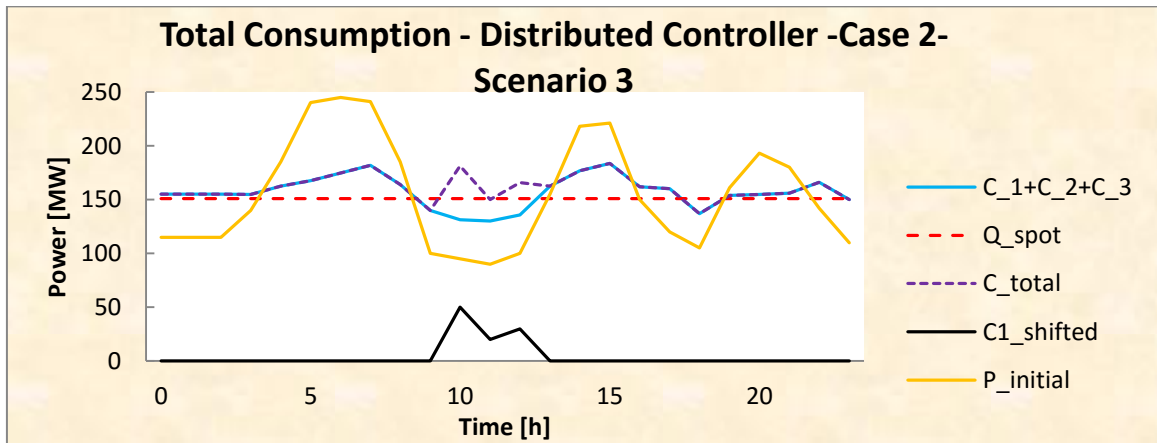
Σχήμα 5-44 Συνολική ωριαία κατανάλωση μετά την εφαρμογή του διεσπαρμένου προβλεπτικού ελεγκτή.



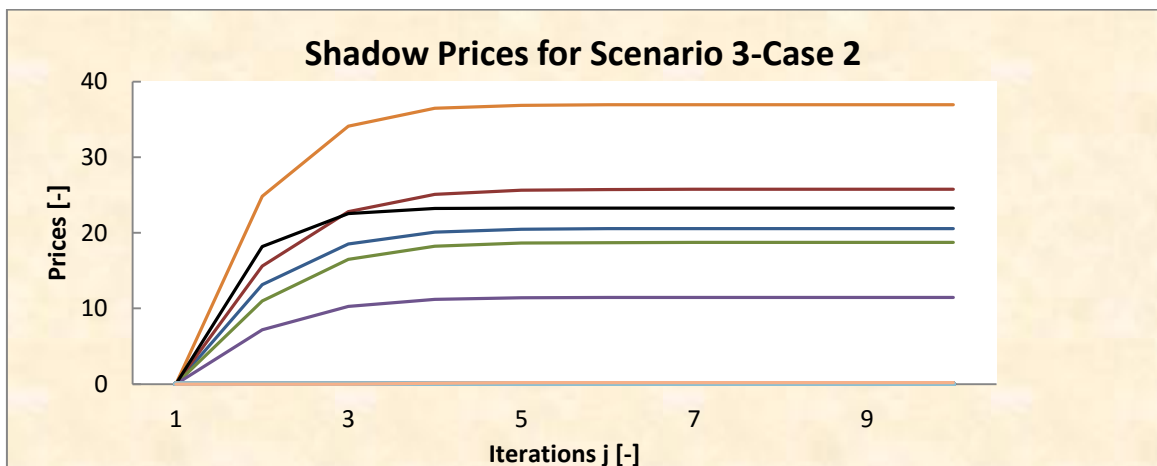
Σχήμα 5-45 Ροή ισχύος για τη γραμμή μεταφοράς f_2 .



Σχήμα 5-46 Επίπεδα ενέργειας των αποθηκευτικών χώρων των καταναλωτών C_2 (μπλε διακεκομμένη γραμμή) και C_3 (κόκκινη συνεχής γραμμή).



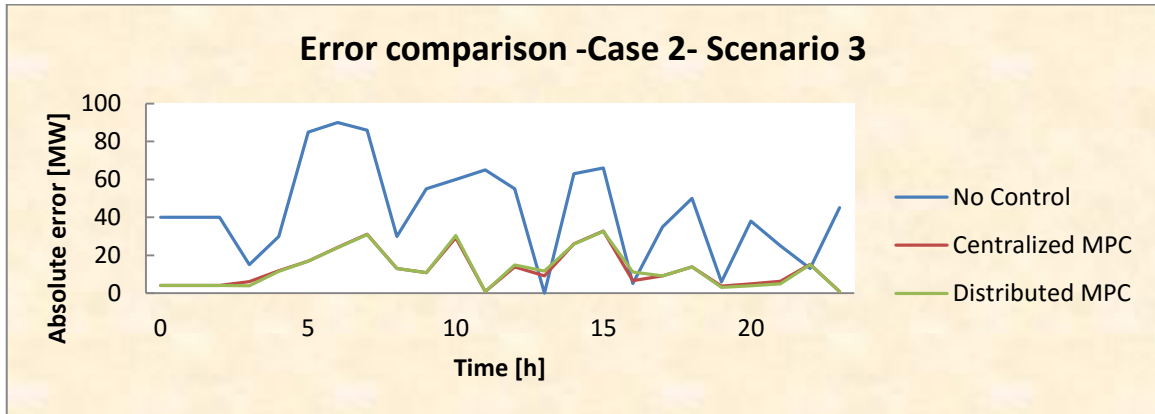
Σχήμα 5-47 Συγκριτικό διάγραμμα καταναλώσεων πριν (μπλε καμπύλη) και μετά τον έλεγχο (μωβ καμπύλη). Επίσης με μαύρη γραμμή διακρίνουμε τη μεταφερόμενη ανάγκη του καταναλωτή C_1 .



Σχήμα 5-48 Διάγραμμα σκιωδών τιμών για το Σενάριο 3.

Συγκρίνοντας τα διαγράμματα των Σχ. 5-37 έως και 5-40 με αυτά των Σχ. 5-44 έως και 5-47, παρατηρούμε ότι ο τρόπος επίλυσης του προβλήματος ισοζυγίου για τους δύο ελεγκτές είναι

σχεδόν πανομοιότυπος. Αυτό επιβεβαιώνεται και από το διάγραμμα του Σχ. 5-49, όπου διακρίνουμε τη διακύμανση των απόλυτων σφαλμάτων για τους δύο προβλεπτικούς ελεγκτές. Στο Σχ. 5-48 δίνουμε και τις σκιάδεις τιμές για αυτό το σενάριο, όπου βλέπουμε πως αυτές συγκλίνουν στις βέλτιστες τιμές τους.



Σχήμα 5-49 Συγκριτικό διάγραμμα απόλυτων σφαλμάτων μεταξύ των δύο ελεγκτών και της περίπτωσης απουσίας ελέγχου.

Στους παρακάτω πίνακες (Πίνακες 5-2 και 5-3) συνοψίζονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τα τρία σενάρια που μελετήθηκαν. Στον Πίνακα 5-2 εξακριβώνουμε, και ποσοτικοποιημένα πλέον, αυτά που σχολιάσαμε και προηγουμένως, δηλαδή ότι αυξάνοντας τις δυνατότητες στους καταναλωτές ενός δικτύου, ευέλικτους και μη, έχουμε σημαντική μείωση της ενέργειας που καταναλώνεται σε αυτό. Από τον Πίνακα αντιλαμβανόμαστε και σε νούμερα πλέον τη δραστική μείωση της ενέργειας ισοζυγίου που καλούνται να εμπορευτούν οι BRPs του δικτύου με τον DSO. Μάλιστα, συγκρίνοντας τις τιμές του πρώτου σεναρίου με αυτές του τρίτου παρατηρούμε μία συνολική μείωση της ενέργειας εξισορρόπησης της τάξης των 200MW περίπου, έχοντας μειωθεί στο 1/3 περίπου της αρχικής ενέργειας εξισορρόπησης πριν την εφαρμογή του ελέγχου στο δίκτυο. Τέλος, και από τους δύο πίνακες καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι είναι εφικτή η αντικατάσταση του κεντρικού ελεγκτή από τον διεσπαρμένο.

Πίνακας 5-3 Συγκεντρωτικός πίνακας σύγκρισης των καταναλώσεων ανάμεσα τόσο στους δύο Αλγορίθμους όσο και ανάμεσα στα τρία Σενάρια που εξετάστηκαν.

Scenario	Q_spot (MW)	Total Consumption Centralized (MW)	Total Consumption Distributed (MW)	Deviation Between Controllers (%)
1	3721,00	3911,58	3909,56	≈0,1%
2	3721,00	3874,25	3876,43	≈0,1%
3	3721,00	3866,71	3869,75	≈0,1%

Πίνακας 5-4 Συγκεντρωτικός πίνακας σύγκρισης της ενέργειας εξισορρόπησης (αντικειμενική συνάρτηση) μεταξύ των δύο Αλγορίθμων και μεταξύ των τριών σεναρίων που εξετάστηκαν

Scenario	Total Balancing Energy No Control (MW)	Total Balancing Energy Centralized (MW)	Total Balancing Energy Distributed (MW)	Deviation Between Controllers (%)
1	1037,17	490,70	488,52	0,4%
2	1037,17	352,25	356,02	1,1%
3	1037,17	298,50	301,70	1,1%

6. Συμπεράσματα και Μελλοντική Εργασία

6.1 Σύνοψη αποτελεσμάτων

Στην παρούσα ΜΕ αναπτύχθηκε μία μεθοδολογία βασισμένη στη θεωρία του προβλεπτικού ελέγχου, η οποία έχει ως σκοπό την αντιμετώπιση των προβλημάτων που παρουσιάζονται στο υφιστάμενο δίκτυο διανομής και μεταφοράς της ηλεκτρικής ενέργειας. Ο έλεγχος του δικτύου μεταφοράς εξαιτίας τόσο της απελευθέρωσης της αγοράς της ενέργειας σε ευρωπαϊκό επίπεδο, όσο και η ολοένα και αυξανόμενη διείσδυση των ΑΠΕ, αποτελεί πλέον μία πρόκληση. Οι τεχνικές ελέγχου που εφαρμόζονται ως επί το πλείστον αναφέρονται στην πλευρά της παραγωγής. Αυτό συμβαίνει κυρίως με χρήση εφεδρειών, και σε έσχατη περίπτωση με την αποκοπή ενός κλάδου του δικτύου σε περίπτωση που η κατανάλωση έχει αυξηθεί σε επίπεδα όπου και οι εφεδρείες δεν μπορούν να την αντισταθμίσουν.

Για τους λόγους αυτούς κρίνεται πιο αναγκαίο παρά ποτέ το πέρασμα από την ισχύουσα κατάσταση σε αυτήν του έξυπνου δικτύου, όπου και οι καταναλωτές του δικτύου θα μπορούν με τη σειρά τους να συμβάλλουν και αυτοί στην προσπάθεια εξισορρόπησης του δικτύου μεταφοράς. Μία τέτοια περιγραφή δόθηκε στο κεφάλαιο 3. Σύμφωνα με αυτό, καταναλωτές του δικτύου μπορούν να εφοδιαστούν με επιπλέον δυνατότητες (ευέλικτοι καταναλωτές) τις οποίες θα μπορούν να αξιοποιούν οι Υπεύθυνες Ομάδες Ισοζυγίου (BRPs).

Η τεχνική που επιλέχθηκε προκειμένου να αντιμετωπιστούν όλα τα παραπάνω είναι αυτή του προβλεπτικού ελέγχου (MPC). Εκτενής περιγραφή της μεθοδολογίας που χρησιμοποιήθηκε δόθηκε στο κεφάλαιο 4. Σε αυτό το κεφάλαιο συναντάμε και τους δύο βασικούς αλγόριθμους (Αλγόριθμοι 1 & 2) που χρησιμοποιήθηκαν στη συνέχεια αυτής της εργασίας. Ο Αλγόριθμος 1 (κεντρικός προβλεπτικός ελεγκτής) λύνει το πρόβλημα του ισοζυγίου σε κεντρικό επίπεδο, για λόγους όμως που εξηγήσαμε εκτενώς, αυτός ο τρόπος αντιμετώπισης είναι αρκετά προβληματικός ως προς την υλοποίηση του σε πραγματικές συνθήκες. Αυτά τα μειονεκτήματα έρχεται να επιλύσει ο Αλγόριθμος 2 (διεσπαρμένος προβλεπτικός ελεγκτής), όπου η επίλυση του προβλήματος ελέγχου γίνεται σε τοπικό επίπεδο.

Στη συνέχεια, στο κεφάλαιο 5, δώσαμε την περιγραφή ενός υποθετικού έξυπνου δικτύου στο οποίο και εφαρμόσαμε τους δύο αλγόριθμους για τρία υποθετικά σενάρια. Ξεκινώντας από τη βασική περίπτωση απουσίας ελέγχου αρχίσαμε σταδιακά να αυξάνουμε τις δυνατότητες των καταναλωτών του δικτύου. Και στα τρία σενάρια που εξετάσαμε αρχικά εφαρμόσαμε τον Αλγόριθμο 1, παρουσιάζοντας τα σχετικά αποτελέσματα, και στην συνέχεια πράξαμε ακριβώς το ίδιο και για τον Αλγόριθμο 2. Από τη σύγκριση των μεταξύ τους αποτελεσμάτων προκύπτει πως ο διεσπαρμένος έλεγχος είναι σε δυνατότητα να αντικαταστήσει αυτόν που γίνεται σε κεντρικό

επίπεδο. Επίσης, είδαμε πώς η χρήση των σκιωδών τιμών μπορεί να δώσει λύση στο πρόβλημα της συμμόρφωσης σε μία γραμμή μεταφοράς με βέλτιστο τρόπο.

Τα επόμενα συμπεράσματα προκύπτουν μετά από τη σύγκρισή των αποτελεσμάτων μεταξύ των τριών σεναρίων. Αρχικά, μπορούμε να πούμε πως και στα τρία σενάρια η συνολική κατανάλωση που προέκυψε μετά τον έλεγχο του δικτύου ήταν αρκετά πιο εξομαλυμένη σε σχέση με την περίπτωση απουσίας ελέγχου. Αυτό το γεγονός είναι ιδιαίτερης σημασίας καθώς επιτρέπει σε μεγάλο βαθμό την μείωση της χρήσης των μονάδων εφεδρείας προκειμένου να αντισταθμιστούν οι απότομες μεταβολές του φορτίου στο δίκτυο. Αυτό έχει άμεσο αντίκτυπο στην ποιότητα της παρεχόμενης ενέργειας στο δίκτυο, καθώς μπορεί η συχνότητα αυτού να παραμείνει εντός των προβλεπόμενων ορίων.

Επιπροσθέτως, μπορούμε να πούμε πως όσο αυξάνονται οι δυνατότητες που έχουν οι καταναλωτές τόσο καλύτερα αποτελέσματα μπορούμε να έχουμε. Αυτό μπορεί να γίνει εύκολα αντιληπτό από το Σχ. 5-41, όπου έχουμε την αναπαράσταση του απόλυτου σφάλματος για τα τρία σενάρια που εξετάσαμε, όπου διαπιστώνουμε την δραστική μείωση του από σενάριο σε σενάριο.

Άξιο επισήμανσης είναι και το γεγονός πως η δυνατότητα μεταφοράς κάποιας κατανάλωσης σε μελλοντική χρονική στιγμή είχε αντίκτυπο και στη δυνατότητα αποθήκευσης ενέργειας που διαθέτουν οι ευέλικτοι καταναλωτές. Πιο συγκεκριμένα, είδαμε πως η μεταφορά των καταναλώσεων από χρονικές περιόδους αιχμής σε αντίστοιχες ύφεσης δεν άφηνε το περιθώριο αξιοποίησης του αποθηκευτικού χώρου των καταναλωτών. Ωστόσο, το γεγονός αυτό δεν επηρέασε σημαντικά την απόδοση του συστήματος, καθώς σχεδόν σε κάθε χρονική στιγμή τα απόλυτα σφάλματα των σεναρίων 2 και 3 ήταν χαμηλότερα από αυτό του σεναρίου 1.

Τέλος, στο σενάριο 3 δείξαμε έναν τρόπο με τον οποίο μπορούμε να μεταφέρουμε στο χρόνο μία κατανάλωση η οποία διατηρεί ένα συγκεκριμένο μοτίβο, καθώς και της δραστικής μείωσης της συνολικής κατανάλωσης που αυτή που επέφερε στο σύστημά μας. Προκειμένου να καταστεί αυτό εφικτό καταφύγαμε στη χρήση του Μικτού Ακέραιου Προγραμματισμού, εκτενής περιγραφή του οποίου δόθηκε στο κεφάλαιο 4.

6.2 Μελλοντική εργασία

Όπως είδαμε, στην παρούσα ΜΕ επιχειρήθηκε μία μεθοδολογία επίλυσης του προβλήματος ελέγχου σε ένα δίκτυο διανομής και μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας αξιοποιώντας τα πλεονεκτήματα που προσφέρει ο προβλεπτικός έλεγχος. Σε αυτήν την παράγραφο θα παραθέσουμε μερικά ζητήματα, τα οποία εν δυνάμει αποτελούν ερεθίσματα για μελλοντική έρευνα. Αυτά είναι:

- Η εφαρμογή των δύο αλγορίθμων που σχεδιάστηκαν σε συνθήκες ενός υπαρκτού δικτύου, προκειμένου να καταστεί σαφής η δυνατότητα του διεσπαρμένου ελέγχου σε πραγματικές συνθήκες.
- Η πλήρης τεχνοοικονομική ανάλυση ενός τέτοιου μοντέλου, προκειμένου να εξακριβωθεί εάν τα οφέλη που σε αυτήν την εργασία παρουσιάστηκαν μπορούν να αντισταθμίσουν την οικονομική επιβάρυνση που θα προκύψει από την μετατροπή των καταναλωτών σε ευέλικτους καταναλωτές, καθώς και σύγκριση της με την περίπτωση όπου θα απαιτούνταν βελτίωση του υφιστάμενου δικτύου προκειμένου να αντιμετωπιστούν τα προβλήματα τόσο από τη διείσδυση των ΑΠΕ όσο και των περιορισμών που το υπάρχον δίκτυο θέτει.
- Η καταγραφή και η σύγκριση των χρόνων επίλυσης των Αλγορίθμων 1 & 2 σε περιπτώσεις μεγάλων δικτύων όπου το πλήθος των μεταβλητών (δυαδικών και ακέραιων) είναι αρκετά μεγάλο, όπως συμβαίνει σε πραγματικές συνθήκες, προκειμένου να καταστούν σαφή τα πλεονεκτήματα του διεσπαρμένου ελέγχου συγκριτικά με τον κεντρικό.
- Τέλος, ιδιαίτερο ενδιαφέρον θα είχε μία έρευνα η οποία θα συγκεκριμενοποιούσε τα είδη των καταναλώσεων, τόσο σε επίπεδο οικείας όσο και σε αυτό της βιομηχανίας, τα οποία μπορούν να ενταχθούν και να χειριστούν με τον τρόπο που περιγράφηκε βάσει της μεθοδολογίας Ζήτηση – Ανταπόκριση 2^η περίπτωση, η οποία παρουσιάστηκε στην παράγραφο 4.4. Δηλαδή, καταναλώσεις οι οποίες διατηρούν ένα συγκεκριμένο μοτίβο, με σκοπό την ακριβή ποσοτικοποίηση της συνεισφοράς τους στο συνολικό πρόβλημα του ισοζυγίου.

Βιβλιογραφία

- [1] Benjamin Biegel, Jacob Stoustrup, Jan Bendtsen, and Palle Andersen, "Model Predictive Control for Power Flows in Networks with Limited Capacity," in *American Control Conference*, Montreal, Canada, 2012, pp. 2959-2964.
- [2] A. Yousefi, T. T. Nguyen, H. Zareipour, and O. P. Malik, "Congestion management using demand response and FACTS devices," vol. 37, no. Electrical Power and Energy Systems, 2012.
- [3] Awsin N Venkat, Ian A. Hiskens, James B. Rawlings, and Stephen J. Wright, "Distributed Output Feedback MPC for Power System Control," in *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision & Control*, San Diego, CA, USA, 2006, pp. 4038-4045.
- [4] A. N. Venkat, I. A. Hiskens, J. B. Rawlings, and S. J. Wright, "Distributed MPC strategies for Automatic Generation Control," in *Proceedings of the IFAC Symposium on Power Plants and Power System Control*, Kananaskis, Canada, June 25-28 2006.
- [5] A. J. Wood and B. F. Wollenberg, *Power Generation Operation and Control*. New York, NY: John Wiley & Sons, 1996.
- [6] K. Edlund, J. D. Bendtsen, and J. B. Jorgensen, "Hierarchical model-based predictive control of a power plant portfolio," *Control Engineering Practice*, vol. 19, pp. 1126-1136, 2011.
- [7] I. A. Hiskens, "Load as a controllable resource for dynamic security enhancement," in *Proceedings of the IEEE Power Engineering Society General Meeting*, 2006.
- [8] Khosrow Moleshi and Ranjit Kumar, "A Reliability Perspective of the Smart Grid," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 1, no. 1, pp. 57-64, June 2010.
- [9] Jan Bendtsen, Klaus Trangbaek, and Jakob Stoustrup, "Hierarchical Model Predictive Control for Resource Distribution," in *48th IEEE Conference on Decision and Control*, Atlanta, Georgia, 2010, pp. 2468-2473.
- [10] T. S. Pedersen, P. Andersen, K. M. Nielsen, H. L. Staermose, and P. D. Pedersen, "Using Heat Pump Storages in the Power Grid," in *IEEE International Conference on Control Applications (CCA)*, Denver, CO, USA, September 28-30, 2011, pp. 1106-1111.
- [11] The European parliament, Directive 2003/54/ec of the european parliament, 2003.
- [12] Benjamin Biegel, Palle Andersen, Jacob Stoustrup, and Jan Bendtsen, "Congestion Management in a Smart Grid via Shadow Prices," in *8th IFAC symposium on power plant and power system control*, September, 2012, pp. 518-523.
- [13] Jacqueliem M.A. Scherpen, "Distributed supply-demand balancing and the physics of smart energy systems," *European Journal of Control*, vol. 24, pp. 63-71, May 2015.

- [14] M. Houwing, R. R. Negenborn, and B. De Schutter, "Demand response with micro-CHP systems," *Proceedings of the IEEE*, vol. 99, no. 1, pp. 200-213, January 2011.
- [15] Gunn Larsen, Sebastian Trip, Nicky van Foreest, and Jacquélien Scherpen, "Distributed MPC for controlling μ -CHPs in a network," in *American Control Conference*, Montreal, Canada, 2012, pp. 3089-3094.
- [16] Stephen Boyd and Liven Vandenberghe, *Convex optimization.*: Cambridge university press, 2004.
- [17] Stephen Boyd, Lin Xiao, Almir Mutapic, and Jacob Mattingley, Notes on Decomposition Methods, 2008.
- [18] Stephen Boyd, Lin Xiao, and Almir Mutapic, Subgradient Methods, 2003.
- [19] H.Paul Williams, *Model Building in Mathematical Programming*, 5th ed.: John Wiley & Sons, 2013.
- [20] Alberto Bemporad and Manfred Morari, "Control of systems integrating logic, dynamics, and constraints," *Automatica* 35, pp. 407-427, 1999.
- [21] Tom M. Cavalier, Panos M. Pardalos, and Allen L. Soyster, "Modeling and integer programming techniques applied to propositional calculus ," *Computers & operatios research*, vol. 17, no. 6, pp. 561-570, 1990.
- [22] Kai Heussen, Stephan Koch , Andreas Ulbig, and Goran Andersson, "Unified System-Level Modeling of Intermittent Reneable Energy Sources and Energy Storage for Power System Operation," *IEEE Systems Journal*, vol. 6, no. 1, pp. 140-151, March 2012.
- [23] Mosek, *The MOSEK optimization toolbox for MATLAB manual.*, 40th ed. Denmark: MOSEK ApS.
- [24] Lofberg Johan, "YALMIP : A toolbox for modeling and optimization in MATLAB," in *Computer Aided Control Systems Design, 2004 IEEE International Symposium*, September 2004, pp. 284-289.
- [25] F. Borrelli, A. Bemporad, and M. Morari, *Predictive Control for linear and hybrid systems.*, June 7, 2015.
- [26] James B. Rawlings and David Q. Mayne, *Model Predictive Control:Theory and Design*. Madison, Wisconsin: Nob Hill Publishing, August 19, 2012.