ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία

Αριθμητική προσομοίωση απόκρισης οδοστρώματος με θεώρηση μη γραμμικής συμπεριφοράς ασύνδετων υλικών

Κωνσταντίνος Γκυρτής

Διπλωματούχος Πολιτικός Μηχανικός ΕΜΠ

Επιβλέπων: Κωνσταντίνος Σπηλιόπουλος, Καθηγητής ΕΜΠ
(Εργαστήριο Στατικής & Αντισεισμικών ερευνών)

Συνεπιβλέπων: Ανδρέας Λοΐζος, Καθηγητής ΕΜΠ
(Εργαστήριο Οδοποιίας – Οδοστρωμάτων)

Αθήνα, Ιούνιος 2016

Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία πέραν της προσωπικής προσπάθειας, πραγματοποιήθηκε και ολοκληρώθηκε χάρη στην αγαστή συνεργασία μου με μέλη ΔΕΠ και υποψήφιους διδάκτορες από δύο εργαστήρια της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του ΕΜΠ: το εργαστήριο Στατικής & Αντισεισμικών Ερευνών και το εργαστήριο Οδοποιίας – Οδοστρωμάτων. Ευχαριστώ λοιπόν ιδιαιτέρως τους καθηγητές μου, τον κύριο Κωνσταντίνο Σπηλιόπουλο, τον κύριο Ανδρέα Λοΐζο και την κυρία Χριστίνα Πλατή, για την ανάθεση του θέματος, την εμπιστοσύνη τους, αλλά και τις πολύτιμες συμβουλές τους καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας. Ουσιαστική ήταν και η συμβολή των υποψήφιων διδακτόρων του ΕΜΠ, του Γιάννη Καπογιάννη και του Brad Cliatt, τους οποίους ευχαριστώ θερμά επίσης.

Περίληψη

Η εκτίμηση της δομικής επάρκειας ενός οδοστρώματος αποτελεί ιδιαίτερα σημαντικό στοιχείο για τους μηχανικούς οδοστρωμάτων. Προκειμένου να εξασφαλίζεται όσο το δυνατόν καλύτερη εκτίμησή της, χρειάζεται πληρέστερη γνώση των μηχανικών ιδιοτήτων των χρησιμοποιούμενων υλικών. Με βάση τις συνήθεις παραδοχές σχεδιασμού και ανάλυσης οδοστρωμάτων, θεωρείται ότι τα υλικά του οδοστρώματος αποκρίνονται γραμμικά και ελαστικά στα αξονικά φορτία. Ωστόσο, η παραδοχή αυτή συχνά δεν επαληθεύεται. Στο πλαίσιο αναζήτησης μιας αξιόπιστης διαδικασίας που να λαμβάνει υπόψη την πραγματική μηχανική συμπεριφορά των υλικών του οδοστρώματος, οι προηγμένες αριθμητικές μέθοδοι αποτελούν πολύτιμο εργαλείο. Στην παρούσα εργασία, διερευνάται η μη γραμμική ελαστική συμπεριφορά των ασύνδετων υλικών οδοστρωσίας που χρησιμοποιούνται στις βάσεις-υποβάσεις, μέσω της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, αξιοποιώντας το λογισμικό ABAQUS, καθώς και κατάλληλα διαμορφωμένο κώδικα (UMAT subroutine) γραμμένο σε FORTRAN. Στον κώδικα λαμβάνεται υπόψη η μη γραμμική ελαστική και ανισότροπη συμπεριφορά των ασύνδετων υλικών, μέσω τριών καταστατικών μοντέλων για την εκτίμηση του μέτρου ελαστικής παραμόρφωσης: το μοντέλο του μηχανιστικού εμπειρικού σχεδιασμού οδοστρωμάτων (MEPDG μοντέλο), το μοντέλο του Uzan και το k-θ μοντέλο. Τα αποτελέσματα της μη γραμμικής ανάλυσης αξιολογούνται συγκριτικά ως προς τη γραμμική ελαστική ανάλυση, υπογραμμίζοντας τις ενδεχομένως εσφαλμένες εκτιμήσεις που δημιουργούνται όταν αγνοείται η πραγματική μηχανική συμπεριφορά των ασύνδετων υλικών.

Λέξεις – κλειδιά: ασύνδετα υλικά οδοστρωσίας, μη γραμμική απόκριση, ανισοτροπία, αριθμητική προσομοίωση, πεπερασμένα στοιχεία, υπορουτίνα UMAT

Short abstract

Pavement structural condition is of prior importance for the pavement engineers. To ensure accurate assessment, sufficient knowledge of the mechanical properties of the materials used in road construction is needed. Linear elasticity is commonly used for simplicity purposes to describe pavement response to wheel loading. However, this assumption cannot be usually verified. In order to have a robust procedure that takes into account the real mechanical behavior of pavement materials, advanced computational engineering methods constitute a valuable tool, that can enhance and make pavement design more stable. In the present study, the nonlinear elastic behavior of the unbound materials used in the base course, is investigated through the finite element method by incorporating a user defined material subroutine in ABAQUS software. The subroutine takes into account the nonlinear anisotropic nature of the unbound materials, using three different constitutive models for the estimation of the resilient modulus; the MEPDG model, the Uzan model and the k-θ model. The results of the nonlinear elastic analysis are evaluated with reference to the simplest linear elastic analysis, highlighting the possible misconceptions caused when ignoring the real mechanical behavior of the unbound materials.

Keywords: unbound granular materials, nonlinear response, anisotropy, numerical simulation, finite elements, subroutine UMAT

Extended abstract

In the present diploma thesis, the mechanical response of a flexible pavement is numerically investigated, through the Finite Element Method (FEM), taking into account the real mechanical behavior of the unbound granular materials used in base-subbase layers.

Despite usually assuming linear elastic behavior for granular materials, their actual response to wheel loading is nonlinear, yet elastic with a very small percentage of plastic deformation that takes place at the very early stage of a pavement service life and practically remains constant for the following period. The most representative stiffness modulus for the unbound materials is the resilient modulus M_R. The precise determination of M_R is feasible through laboratory testing. However, several constitutive models have been developed over the past decades for the estimation of the stress dependent resilient modulus. The existence of such models permits the modeling of pavement response through numerical simulation.

Towards this direction, FEM constitutes a valuable tool. Particularly, in the present thesis, the ABAQUS software is utilized as well as a subroutine code (UMAT) written in FORTRAN, that describes the actual mechanical behavior of granular materials. Three constitutive models for the estimation of M_R are incorporated into the code; the model of the Mechanistic Empirical Pavement Design Guide (known as generalized MEPDG model), the model of Uzan (also known as universal model) and the simplest k-θ model. The cross anisotropic nature of the unbound granular materials is also taken into account in the code, as well as the initial stresses due to self weight of the overburden materials and the residual stresses due to loads imposed during the construction and compaction of the overlying layers.

In order to investigate the effect of base nonlinearity on the overall pavement response, the asphalt mix of the asphalt layers and the soil materials of the subgrade are assumed to behave linearly elastic. Base thickness is considered to be constant, in contrast to the variable thickness of the asphalt layers. For the numerical simulation of the pavement, a two-dimensional axisymmetric FEM model is created, taking advantage of both geometric and loading axisymmetry of a pavement section which is loaded with a uniform pressure from a single circular wheel. The load is imposed in one step (static loading), but it is actually applied gradually in small load increments in order to capture the material nonlinearity. For the meshing of the body structure, quadratic 2nd order elements with eight nodes are used (CAX8R elements). Nonlinear elastic analysis is performed through the modified Newton's method (quasi Newton's method) with secant stiffness.

Five different cases are investigated: the linear elastic analysis (case 1), the nonlinear elastic analysis assuming isotropic base material (case 2), the nonlinear elastic analysis assuming anisotropic base material (case 3), the nonlinear elastic analysis assuming isotropic base material but considering initial and residual stresses (case 4), and the nonlinear elastic analysis assuming anisotropic base material and considering initial and residual stresses (case 5).

The numerical investigation showed that the nonlinear analysis leads to higher estimated values for all the critical components of pavement response. Considering all the types of nonlinear analysis, the surface deflection is estimated about 1.5-2 times higher than that estimated through the linear elastic analysis. The horizontal tensile stress at the bottom of the asphalt layers is estimated 2-3 times greater (however, the ratio is highly dependent on the thickness of the asphalt layers). The corresponding tensile strain is estimated 1.7-2.5 times higher. Regarding the vertical compressive stress and strain at the top of the subgrade, the ratios are 1.6-2.6 and 1.7-3.7 respectively.

The anisotropic behavior of the unbound materials leads to an additional increase in all components of pavement response. For example, the vertical compressive strain at the top of the subgrade is estimated 44-73% higher (amongst all the constitutive models of the M_R) in comparison to the isotropic analysis. Therefore, it is expected that anisotropy will have some impact on fatigue and rutting phenomena. Furthermore, performing nonlinear analysis and considering anisotropic unbound materials leads to a significant reduction in the horizontal tensile stresses that are predicted at the bottom of the base layer from the linear elastic analysis.

Considering the initial stress state results in a slight decrease of the horizontal tensile stress at the bottom of the asphalt layers as well as at the bottom of base course, which happens presumably due to the residual compressive stresses imposed during the construction phase of the pavement. These stresses need to be firstly undone, preventing unbound materials from passing directly into the tension zone. On the other hand, the effect of the initial stress state to the vertical compressive stress at the top of subgrade is not clear, and that matter requires additional investigation.

Furthermore, the sensitivity of the nonlinear analysis with respect to the thickness of the asphalt layers is investigated. The ratios of the critical components predicted from the nonlinear analysis compared to those predicted from the linear elastic analysis are estimated. It is observed that as the thickness of the asphalt layers is reduced, the aforementioned ratios are increased. More specifically, amongst the sections with asphalt layers thickness of 15 cm and 5 cm, the ratios of the horizontal tensile strain at the bottom of asphalt layers from the nonlinear analysis to the corresponding values from the linear analysis are 1.6 and 2.5 respectively. The ratios for the vertical compressive strain at the top of subgrade are 1.6 and 3.5. These data highlight the strong impact of the unbound materials nonlinearity on the overall pavement response, especially for provincial and secondary roads of the Greek road network that constitute a significant percentage of the total national road infrastructure.

Regarding the sensitivity of nonlinear analysis with respect to the wheel load size, it is recommended to study this factor coupled with the thickness of the asphalt layers, as it is found that the most critical combination stands for the section with the smallest thickness of asphalt layers (5 cm) and the highest traffic load value (1.2 MPa).

To conclude, the numerical investigation of pavement response by taking into account the actual mechanical behavior of its materials seems promising. As far as the granular unbound materials are concerned, the case of the nonlinear elastic analysis assuming

anisotropic base material and considering the initial stress state (due to geostatic loading and loading imposed during construction and compaction) is found to be optimal. It is believed that this kind of analysis is realistic, thus can estimate the stress-strain state of a pavement more accurately.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Εισαγωγή 1

1.1 Γενική ανασκόπηση 1

1.2 Αντικείμενο 2

1.3 Μεθοδολογία 3

1.4 Δομή της εργασίας 3

2. Μηχανική συμπεριφορά υλικών οδοστρωσίας 5

2.1 Γενικά 5

2.2 Υλικά οδοστρωσίας 6

2.3 Μηχανιστικός σχεδιασμός οδοστρωμάτων 6

2.3.1 Η μη γραμμική ελαστική συμπεριφορά των ασύνδετων υλικών 6

2.3.2 Καταστατικά μοντέλα προσδιορισμού του μέτρου ελαστικής παραμόρφωσης 8

2.4 Θεώρηση ανισότροπης συμπεριφοράς 11

2.5 Αρχικές και παραμένουσες τάσεις 13

2.6 Σύνοψη 15

3. Η αριθμητική μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (FEM) 16

3.1 Γενικά στοιχεία γα τη FEM 16

3.2 Η αρχή των δυνατών έργων – διατύπωση εξίσωσης ισορροπίας 17

3.3 Αξονοσυμμετρικοί φορείς 24

3.4 Μέθοδοι μη γραμμικής ανάλυσης 25

3.4.1 Μέθοδος εφαπτομενικής δυσκαμψίας 26

3.4.2 Μέθοδος τέμνουσας δυσκαμψίας 27

3.5 Αποτίμηση δομικής επάρκειας οδοστρωμάτων με τη FEM 29

3.5.1 Λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων ειδικής χρήσης για οδοστρώματα 29

3.5.2 Λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων γενικής χρήσης για οδοστρώματα 31

3.5.2.1 Συγκριτική αξιολόγηση δισδιάστατης και τρισδιάστατης ανάλυσης 31

3.5.2.2 Συναφείς έρευνες οδοστρωμάτων με πεπερασμένα στοιχεία 32

4. Αριθμητική προσομοίωση 36

4.1 Γενικά στοιχεία 36

4.2 Το λογισμικό ABAQUS 36

4.3 Πορεία μοντελοποίησης μιας τυπικής διατομής εύκαμπτου οδοστρώματος 37

4.3.1 Γενική ανασκόπηση 37
4.3.2 Εύρος φορέα 38
4.3.3 Επιλογή διατομών και υλικών 39
4.3.4 Συνοριακές συνθήκες και χαρακτηριστικά φόρτισης 40
4.3.5 Κάνναβος πεπερασμένων στοιχείων 41
4.4 Χαρακτηριστικά της υπορουτίνας UMAT 45
4.4.1 Μετασχηματισμός των κύριων τάσεων 46
4.4.2 Η μη γραμμική ανάλυση με την υπορουτίνα UMAT 48
4.4.3 Μεταβλητές υπορουτίνας UMAT 50
4.5 Τύποι αναλύσεων που πραγματοποιήθηκαν 54
4.6 Υπολογισμός κρίσιμων παραμέτρων ανάλυσης 55
5. Αποτελέσματα 56
5.1 Γενικά στοιχεία 56
5.2 Διαδικασία ελέγχου της υπορουτίνας UMAT 56
5.3 Παραμετρική διερεύνηση 60
5.3.1 Επιλογή βέλτιστου τύπου πεπερασμένων στοιχείων 60
5.3.2 Αξιολόγηση μεθόδων ανάλυσης 65
5.3.2.1 Ποιοτική και ποσοτική σύγκριση γραμμικής και μη γραμμικής ανάλυσης 65
5.3.2.2 Το φαινόμενο του εφελκυσμού στα ασύνδετα υλικά 76
5.3.2.3 Ποιοτική και ποσοτική επίδραση της ανισότροπης συμπεριφοράς 78
5.3.2.4 Ποιοτική και ποσοτική επίδραση της θεώρησης αρχικών τάσεων 82
5.3.2.5 Σύνοψη 84
5.3.3 Επίδραση πάχους ασφαλτικών στρώσεων στη μη γραμμική ανάλυση 84
5.3.4 Επίδραση αξονικού φορτίου στη μη γραμμική ανάλυση 92
6. Συμπεράσματα – προτάσεις μελλοντικής έρευνας 95
6.1 Ανάλυση συμπερασμάτων 95
6.2 Προτάσεις μελλοντικής έρευνας 99
Βιβλιογραφία 100

1. Εισαγωγή

1.1 Γενική ανασκόπηση

Το οδόστρωμα αποτελεί μια σύνθετη κατασκευή Πολιτικού Μηχανικού που σκοπό έχει να φέρει με ασφάλεια τα αξονικά φορτία κυκλοφορίας για την περίοδο που έχει σχεδιαστεί, παρέχοντας ταυτοχρόνως ένα υψηλό επίπεδο εξυπηρέτησης προς τους χρήστες της οδού (ποιότητα κύλισης, άνεση κυκλοφορίας, χαμηλό κόστος κίνησης και συντήρησης οχήματος). Επιπλέον, το οδόστρωμα συνεισφέρει στην επαρκή απομείωση των τάσεων και των παραμορφώσεων που μεταβιβάζονται στο φυσικό έδαφος λόγω των αξονικών φορτίων.

Για το σκοπό αυτό, μια τυπική διατομή εύκαμπτου οδοστρώματος περιλαμβάνει στρώσεις με μειούμενα μηχανικά χαρακτηριστικά αυξανομένου του βάθους από την επιφάνεια κύλισης. Οι στρώσεις αυτές είναι: οι ασφαλτικές στρώσεις στο άνω τμήμα της διατομής του οδοστρώματος που αποτελούνται από ασφαλτόμιγμα, η βάση (και η υπόβαση) που αποτελούνται από κατεργασμένα ή μη κοκκώδη υλικά οδοστρωσίας και η στρώση έδρασης που αποτελείται από γαιώδη υλικά. Στην περίπτωση της βάσης, το πιο σύνηθες υλικό για τα ελληνικά δεδομένα είναι το ασύνδετο θραυστό αμμοχάλικο.

Συχνά, στις αναλύσεις και τις μελέτες σχεδιασμού οδοστρωμάτων γίνεται η θεώρηση γραμμικής ελαστικής απόκρισης για τη μηχανική συμπεριφορά των υλικών του οδοστρώματος για λόγους υπολογιστικής απλότητας. Ωστόσο, η πραγματική τους μηχανική συμπεριφορά απέχει σημαντικά από την παραπάνω παραδοχή. Συγκεκριμένα, τα ασφαλτομίγματα έχουν ιξωδοελαστική συμπεριφορά, τα ασύνδετα υλικά οδοστρωσίας έχουν μη γραμμική, αλλά ελαστική κατά βάση συμπεριφορά (με ένα μικρό ποσοστό πλαστικών παραμορφώσεων που λαμβάνει χώρα κατά τα πρώτα στάδια φόρτισης του οδοστρώματος) και τα εδαφικά υλικά της στρώσης έδρασης παρουσιάζουν ελαστοπλαστική συμπεριφορά.

Για το μηχανιστικό σχεδιασμό των οδοστρωμάτων, απαιτείται ακριβής εκτίμηση της απόκρισης του οδοστρώματος στα αξονικά φορτία λαμβάνοντας υπόψη την πραγματική μηχανική συμπεριφορά των υλικών. Συνεπώς, στο πλαίσιο της δομικής αξιολόγησης οδοστρωμάτων η υφιστάμενη αναλυτική μεθοδολογία με τη θεωρία πολλαπλών ελαστικών στρώσεων ενδεχομένως να είναι αναποτελεσματική. Το κενό που εντοπίζεται από την αναλυτική λύση της ελαστικής θεωρίας δύναται να παρακαμφθεί με τη χρήση αριθμητικών μεθόδων.

Οι αριθμητικές μέθοδοι οφείλουν την ύπαρξή τους στην αλματώδη εξέλιξη της τεχνολογίας και των ηλεκτρονικών υπολογιστών τις τελευταίες δεκαετίες, η οποία δεν θα μπορούσε να αφήσει ανεπηρέαστο το αντικείμενο του Πολιτικού Μηχανικού. Οι αριθμητικές μέθοδοι δίνουν προσεγγιστικές, αλλά ικανοποιητικές λύσεις σε προβλήματα όπου οι εμπειρικές ή οι αναλυτικές λύσεις αδυνατούν ή το πετυχαίνουν με μειωμένη ακρίβεια, άρα έχουν μικρό βαθμό αξιοπιστίας. Στις αριθμητικές μεθόδους συγκαταλέγεται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method – FEM), η οποία βασίζεται στη διακριτοποίηση ενός σύνθετου φορέα (εν προκειμένω του οδοστρώματος) σε μικρότερα και

απλούστερα υποπεδία, τα οποία ονομάζονται πεπερασμένα στοιχεία. Η συμπεριφορά του φορέα εξετάζεται στα επιμέρους στοιχεία του και η συνολική απόκρισή του προκύπτει βάσει της αρχής της επαλληλίας.

Βασικό πλεονέκτημα της μεθόδου αποτελεί η δυνατότητα μελέτης της πραγματικής συμπεριφοράς διαφόρων υλικών (όπως οπλισμένου σκυροδέματος, χάλυβα, γεωϋλικών, ασφαλτικών, υλικών οδοστρωσίας) που χρησιμοποιούνται στις κατασκευές Πολιτικού Μηχανικού (όπως συμβατικά οικοδομικά κτίρια, γέφυρες, έργα οδοποιίας). Η πραγματική συμπεριφορά των υλικών αυτών απέχει από την παραδοχή της γραμμικής ελαστικής απόκρισης, όπως ακριβώς συμβαίνει με τα ασύνδετα υλικά οδοστρωσίας στα οδοστρώματα.

Για τη μελέτη της μη γραμμικής συμπεριφοράς των υλικών οδοστρωσίας έχουν αναπτυχθεί διάφορα καταστατικά μοντέλα που προσδιορίζουν το μέτρο ελαστικής παραμόρφωσης (Resilient modulus – M_R), τα οποία βασίζονται σε πειραματικά δεδομένα τριαξονικής φόρτισης δοκιμίων στο εργαστήριο. Επιπλέον, τα υλικά οδοστρωσίας παρουσιάζουν ανισότροπη συμπεριφορά με μειωμένα μηχανικά χαρακτηριστικά στην οριζόντια διεύθυνση. Η θεώρηση ανισότροπου υλικού είναι ένα στοιχείο που έχει απασχολήσει αρκετούς ερευνητές, καθώς μπορεί να αλλάξει ριζικά τη φιλοσοφία σχεδιασμού νέων οδοστρωμάτων αλλά και τη διαδικασία αποτίμησης υφιστάμενων οδοστρωμάτων. Τέλος, στην πλειονότητα των αναλύσεων οδοστρωμάτων λαμβάνονται υπόψη μόνο οι τάσεις λόγω των αξονικών φορτίων και παραβλέπονται οι αρχικές τάσεις λόγω του ίδιου βάρους των υπερκείμενων υλικών (γεωστατικά φορτία), καθώς και οι παραμένουσες τάσεις που επιβάλλονται στα υλικά κατά την κατασκευή και συμπύκνωση των στρώσεων του οδοστρώματος.

Υπό το πρίσμα των ανωτέρω, τα τελευταία χρόνια έχει παρατηρηθεί έντονο ερευνητικό ενδιαφέρον στην προσπάθεια αριθμητικής προσομοίωσης των οδοστρωμάτων, προκειμένου να εκτιμηθεί κατά το δυνατόν ακριβέστερα και πληρέστερα η απόκριση του οδοστρώματος στα αξονικά φορτία, λαμβάνοντας υπόψη την πραγματική μηχανική συμπεριφορά των υλικών οδοστρωσίας. Προς αυτήν την κατεύθυνση, η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων έχει αποτελέσει ένα πολύτιμο εργαλείο. Άλλωστε, τα περισσότερα λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων έχουν ενσωματώσει στις επιλογές ανάλυσης τη σύνθετη μηχανική συμπεριφορά αρκετών υλικών (θεωρία πλαστικότητας, ιξωδοελαστικότητας, ιξωδοπλαστικότητας, ερπυσμού), συνεπώς ενδείκνυται η χρήση τους για συναφείς αναλύσεις.

1.2 Αντικείμενο

Συνεκτιμώντας όσα αναφέρθηκαν έως τώρα, αντικείμενο της παρούσας εργασίας αποτελεί η αριθμητική προσομοίωση οδοστρώματος και η διερεύνηση της απόκρισής του λαμβάνοντας υπόψη την πραγματική μηχανική συμπεριφορά των υλικών οδοστρωσίας που χρησιμοποιούνται στις βάσεις, η οποία είναι μη γραμμική ελαστική και ανισότροπη.

Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS, με το οποίο δίνεται η δυνατότητα προγραμματισμού υπορουτίνας σε κώδικα FORTRAN (User

Material Subroutine – UMAT) για τον προσδιορισμό της μηχανικής συμπεριφοράς υλικών, όταν αυτή δεν εμπίπτει σε καμιά από τις διαθέσιμες επιλογές ανάλυσης.

Η μηχανική συμπεριφορά των υλικών οδοστρωσίας περιγράφεται από κατάλληλα διαμορφωμένο κώδικα (υπορουτίνα UMAT), που χρησιμοποιεί τρία καταστατικά μοντέλα που απαντώνται στη διεθνή βιβλιογραφία για τον προσδιορισμό του μέτρου ελαστικής παραμόρφωσης. Κατά συνέπεια, η απόκριση του οδοστρώματος προκύπτει από την αρμονική συνεργασία του λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων και του κώδικα της υπορουτίνας.

1.3 Μεθοδολογία

Για τις ανάγκες της αριθμητικής διερεύνησης, πρωταρχικό στάδιο αποτελεί ο έλεγχος εγκυρότητας της υπορουτίνας, βάσει της εφαρμογής της σε διατομές οδοστρώματος που έχουν μελετηθεί στη διεθνή βιβλιογραφία. Έπειτα, ακολουθεί η δημιουργία νέων διατομών οδοστρώματος με χαρακτηριστικά που ανταποκρίνονται στα ελληνικά δεδομένα, προκειμένου να πραγματοποιηθεί ανάλυση ευαισθησίας των κρίσιμων παραμέτρων ανάλυσης ενός οδοστρώματος σε παράγοντες όπως το είδος της πραγματοποιούμενης ανάλυσης (γραμμική ή μη γραμμική), το πάχος των ασφαλτικών στρώσεων, το αξονικό φορτίο και ο τύπος πεπερασμένων στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν κατά τη διακριτοποίηση του οδοστρώματος.

Σχετικά με τα είδη ανάλυσης, διερευνώνται και αξιολογούνται πέντε περιπτώσεις προκειμένου να τονιστεί η σημασία της μη γραμμικότητας των υλικών οδοστρωσίας. Οι αναλύσεις αυτές είναι: η γραμμική ελαστική ανάλυση (περίπτωση 1), η μη γραμμική ελαστική ανάλυση θεωρώντας ισότροπο ασύνδετο υλικό βάσης (περίπτωση 2), η μη γραμμική ελαστική ανάλυση θεωρώντας ανισότροπο ασύνδετο υλικό (περίπτωση 3), η μη γραμμική ελαστική ανάλυση θεωρώντας ισότροπο ασύνδετο υλικό αλλά λαμβάνοντας υπόψη αρχικές και προϋπάρχουσες τάσεις λόγω ίδιων βαρών και φορτίων κατασκευής και συμπύκνωσης (περίπτωση 4), και η μη γραμμική ελαστική ανάλυση θεωρώντας ανισότροπο ασύνδετο υλικό με παράλληλο συνυπολογισμό των αρχικών και παραμενουσών τάσεων (περίπτωση 5).

1.4 Δομή της εργασίας

Η εργασία απαρτίζεται από έξι κεφάλαια. Το πρώτο κεφάλαιο αποτελεί την εισαγωγή της εργασίας.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, περιγράφεται η μηχανική συμπεριφορά των ασύνδετων υλικών οδοστρωσίας. Ορίζεται το μέτρο ελαστικής παραμόρφωσης, παρατίθενται καταστατικά μοντέλα προσδιορισμού του, περιγράφεται η ανισότροπη συμπεριφορά των υλικών οδοστρωσίας και εξηγείται γιατί είναι ορθό να λαμβάνονται υπόψη στην ανάλυση των οδοστρωμάτων οι αρχικές και παραμένουσες τάσεις λόγω ίδιου βάρους υπερκείμενων στρώσεων και λόγω φορτίων από την κατασκευή και τη συμπύκνωση.

Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφεται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Διατυπώνεται η εξίσωση ισορροπίας ενός τυπικού φορέα βάσει της αρχής των δυνατών έργων και αναλύονται οι δύο συνηθέστερες τεχνικές μη γραμμικής ανάλυσης. Επιπλέον, γίνεται εκτενής αναφορά για τη χρήση της FEM σε μελέτες δομικής αξιολόγησης οδοστρωμάτων με αναφορά στα σημαντικότερα ευρήματα συναφών διεθνών ερευνών.

Στο τέταρτο κεφάλαιο, περιγράφονται όλα τα στάδια της αριθμητικής προσομοίωσης. Αναλύονται οι παραδοχές σχεδιασμού της διατομής, τα βασικά στάδια μοντελοποίησης του φορέα με το λογισμικό ABAQUS, και φυσικά εξηγούνται όλες οι λεπτομέρειες που αφορούν την υπορουτίνα UMAT που χρησιμοποιήθηκε για την περιγραφή της μηχανικής συμπεριφοράς των ασύνδετων υλικών.

Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αναλύσεων. Πραγματοποιείται ένας στοιχειώδης έλεγχος εγκυρότητας της υπορουτίνας μέσω σύγκρισης των αποτελεσμάτων των αναλύσεων της παρούσας εργασίας με αντίστοιχα συναφή και δημοσιευμένα αποτελέσματα. Όσον αφορά στις αναλύσεις, παρουσιάζεται η βέλτιστη επιλογή τύπου πεπερασμένων στοιχείων, αξιολογούνται συγκριτικά όλες οι περιπτώσεις της μη γραμμικής ανάλυσης με αναφορά στη γραμμική ελαστική ανάλυση. Επίσης, αξιολογείται η παραδοχή της ανισοτροπίας για το ασύνδετο υλικό της βάσης, η παραδοχή θεώρησης αρχικών τάσεων και αναλύεται η ευαισθησία της μη γραμμικότητας της βάσης στο πάχος των ασφαλτικών στρώσεων και στο μέγεθος του αξονικού φορτίου.

Στο έκτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την παρούσα διερεύνηση και διατυπώνονται προτάσεις για περαιτέρω μελέτη και έρευνα συναφή με το αντικείμενο της εργασίας.

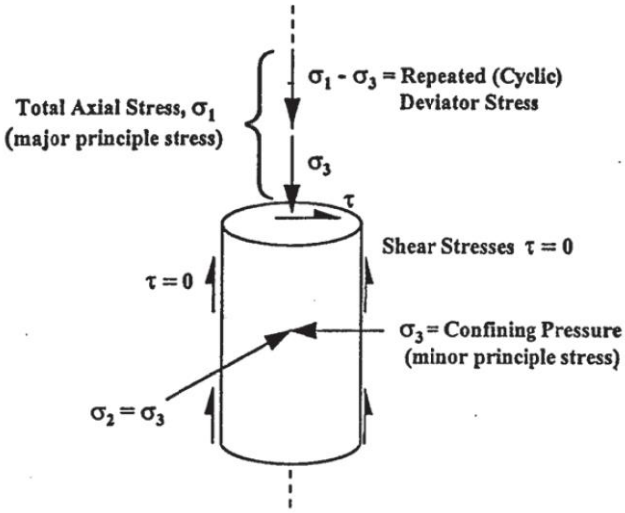
Η εργασία ολοκληρώνεται με την παράθεση των βιβλιογραφικών αναφορών.

2. Μηχανική συμπεριφορά υλικών οδοστρωσίας

2.1 Γενικά

Στο πλαίσιο της μηχανιστικής ανάλυσης των οδοστρωμάτων, αυτό που ενδιαφέρει το μηχανικό είναι η πραγματική μηχανική συμπεριφορά των χρησιμοποιούμενων υλικών. Τα υλικά οδοστρωσίας που χρησιμοποιούνται στις ασύνδετες στρώσεις (βάση/υπόβαση) καθώς και τα γεωϋλικά που χρησιμοποιούνται στη στρώση έδρασης δεν αποκρίνονται γραμμικά ελαστικά υπό την επίδραση των αξονικών φορτίων. Το μέτρο δυσκαμψίας που εκφράζει πληρέστερα τη μηχανική απόκριση των υλικών οδοστρωσίας είναι το μέτρο ελαστικής παραμόρφωσης (resilient modulus – M_R), που ορίζεται παρακάτω.

Ο ακριβής προσδιορισμός του μέτρου ελαστικής παραμόρφωσης γίνεται εργαστηριακά με τη δοκιμή της τριαξονικής φόρτισης (σχήμα 2.1).



Σχήμα 2.1: Τριαξονική δοκιμή φόρτισης (Li, 2013)

Κυλινδρικά δοκίμια από ασύνδετα αμμοχάλικα υποβάλλονται στην παραπάνω δοκιμή, κατά τη διάρκεια της οποίας καταγράφονται από ηλεκτρονικό υπολογιστή τα ζεύγη τιμών των επιβαλλόμενων τάσεων καθώς και των παραμορφώσεων που οι τάσεις προκαλούν στο υλικό. Τα παραπάνω ζεύγη τιμών έχουν βοηθήσει μέσω κατάλληλης στατιστικής επεξεργασίας στην ανάπτυξη καταστατικών μοντέλων, δηλαδή σχέσεων προσδιορισμού του M_R. Τα καταστατικά μοντέλα συνδέουν τα επίπεδα τάσεων με το μέτρο ελαστικής παραμόρφωσης (stress dependent modulus) μέσω κατάλληλα βαθμονομημένων παραμέτρων (οι οποίες διαφοροποιούνται όταν αλλάζουν τα υλικά).

Η δυνατότητα χρήσης καταστατικών μοντέλων για τον προσδιορισμό του M_R, γεφυρώνει την εργαστηριακή μελέτη των ασύνδετων υλικών με την αριθμητική προσομοίωση οδοστρωμάτων με χρήση πεπερασμένων στοιχείων, καθώς η πρώτη διεργασία τροφοδοτεί τη δεύτερη που βασίζεται στα καταστατικά μοντέλα.

2.2 Υλικά οδοστρωσίας

Ως υλικά οδοστρωσίας νοούνται τα υλικά που χρησιμοποιούνται στις ασύνδετες στρώσεις, δηλαδή στις βάσεις και στις υποβάσεις. Αποτελούνται από αδρανή, κενά αέρος και νερό. Τυπικό παράδειγμα υλικού οδοστρωσίας που χρησιμοποιείται στους αυτοκινητοδρόμους της Ελλάδας είναι το θραυστό ασύνδετο αμμοχάλικο 3Α, που προκύπτει με μηχανική κατεργασία από θραύση ασβεστόλιθου.

Γίνεται αντιληπτό ότι η συνολική συμπεριφορά της βάσης εξαρτάται από τη μικροδομή των επιμέρους αδρανών που συνθέτουν τη στρώση, καθώς και από τη μεταξύ τους αλληλεπίδραση (Kim, 2007). Επομένως, στο πλαίσιο της μελέτης της απόκρισης του οδοστρώματος ως συνεχούς μέσου, είναι επιθυμητή η χρήση ενός μοντέλου που να λαμβάνει υπόψη τα επιμέρους χαρακτηριστικά που διαφοροποιούν τα ασύνδετα υλικά.

Ενδεικτικοί παράγοντες που επηρεάζουν τη μηχανική συμπεριφορά των ασύνδετων υλικών υπό επαναλαμβανόμενη φόρτιση είναι η χρονοϊστορία φόρτισης (stress history), το εύρος των επιβαλλόμενων τάσεων, η πυκνότητα του μίγματος, το είδος των αδρανών, η κοκκομετρική τους διαβάθμιση, το σχήμα τους (πόσο γωνιώδη είναι), το ποσοστό των κενών, η περιεχόμενη υγρασία, οι περιβαλλοντικές συνθήκες (πχ θερμοκρασία) και ο αριθμός των κύκλων φόρτισης που έχει υποστεί το μίγμα (Steven 2005, Kim 2007).

2.3 Μηχανιστικός σχεδιασμός οδοστρωμάτων

Οι υφιστάμενες εμπειρικές μέθοδοι ανάλυσης και σχεδιασμού οδοστρωμάτων παρουσιάζουν ορισμένα μειονεκτήματα. Βασίζονται σε συντηρητικές παραδοχές σχετικά με την αντοχή των υλικών και έχουν περιορισμούς ως προς τα φορτία και τις περιβαλλοντικές συνθήκες. Συνεπώς, δεν μπορούν να επεκταθούν και να έχουν καθολική ισχύ όταν διαφοροποιούνται οι συνθήκες και οι παραδοχές στις οποίες στηρίζονται.

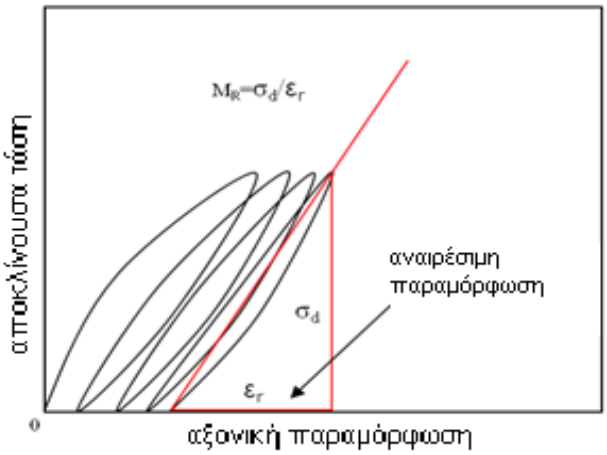
Η ανάγκη να συνυπολογίζονται διαφορετικές συνθήκες σχεδιασμού και ταυτοχρόνως να γίνεται ακριβής εκτίμηση της απόκρισης των οδοστρωμάτων, έχει οδηγήσει εδώ και αρκετές δεκαετίες στην υιοθέτηση μιας μηχανιστικής αντίληψης στα θέματα σχεδιασμού και ανάλυσης οδοστρωμάτων. Βάσει αυτής, το οδόστρωμα θεωρείται ένα πολυστρωματικό μέσο με υλικά διαφορετικής μηχανικής συμπεριφοράς.

2.3.1 Η μη γραμμική ελαστική συμπεριφορά των ασύνδετων υλικών

Στα ασύνδετα υλικά που συνθέτουν τις στρώσεις βάσης-υπόβασης, χρησιμοποιείται το μέτρο ελαστικής παραμόρφωσης M_R. Το M_R ορίζεται ως το πηλίκο της αποκλίνουσας τάσης σ_d προς την τιμή της αξονικής ελαστικής παραμόρφωσης ε_r (αναιρέσιμη παραμόρφωση – recoverable strain) τη στιγμή που το φορτίο έχει σταματήσει να εφαρμόζεται (Li et al. 2010, Λοΐζος και Πλατή 2013). Με βάση το σχήμα 2.2, η σχέση προσδιορισμού του είναι η εξής:

$$M_R = \frac{\sigma_d}{\varepsilon_r} \qquad 2.1$$

όπου η πρόσθετη αποκλίνουσα τάση ορίζεται ως: $\sigma_d = \sigma_1 - \sigma_3$. Σημειώνεται ότι το μέτρο ελαστικής παραμόρφωσης χρησιμοποιείται και για τα γαιώδη υλικά της στρώσης έδρασης (Kim and Siddiki, 2006).

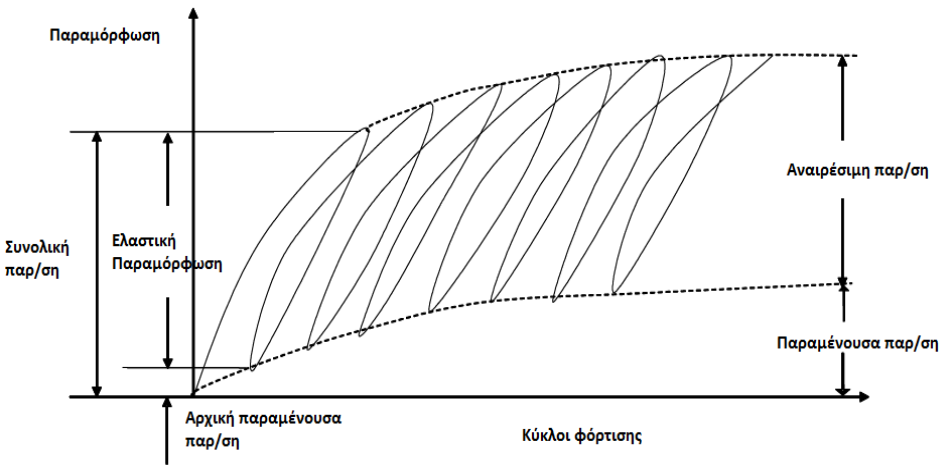


Σχήμα 2.2: Σχέση τάσεων – παραμορφώσεων και προσδιορισμός του M_R (Li et al., 2010)

Η χρήση του μέτρου ελαστικής παραμόρφωσης υιοθετήθηκε κατά το οδικό πείραμα AASHTO (1993), όπου χρησιμοποιήθηκε για να περιγράψει τη συμπεριφορά των υλικών οδοστρωσίας υποβαλλόμενα σε κινούμενα κυκλοφοριακά φορτία. Η διαδικασία προσδιορισμού του μέσω της εργαστηριακής δοκιμής περιγράφεται από το πρότυπο της AASHTO T307 (2002).

Στις εργαστηριακές δοκιμές προσδιορισμού του μέτρου ελαστικής παραμόρφωσης, παρατηρούνται τόσο ελαστικές όσο και παραμένουσες παραμορφώσεις κατά το αρχικό στάδιο φόρτισης. Αντίστοιχα, υπό πραγματικές συνθήκες, η απόκριση του οδοστρώματος στην επαναλαμβανόμενη δυναμική φόρτιση που υφίσταται φαίνεται στην τυπική καμπύλη του σχήματος 2.3.

Οι παραμένουσες παραμορφώσεις οφείλονται κατά κύριο λόγο στην αναμόχλευση των αδρανών του δοκιμίου, καθώς αυτά αναδιατάσσονται προκειμένου να ελαχιστοποιηθούν τα μεταξύ τους κενά. Αυτό είναι επιθυμητό να συμβαίνει χρονικά προτού κυκλοφορηθεί το οδόστρωμα, δηλαδή η αναδιάταξη των αδρανών και συνεπώς οι πλαστικές παραμορφώσεις να οφείλονται είτε στη συμπύκνωση (όπου πραγματοποιείται κίνηση των βαρέων οχημάτων επί της επιφάνειας της βάσης κατά τη διάρκεια κατασκευής του έργου), είτε στο βάρος των υπερκείμενων ασφαλτικών στρώσεων.



Σχήμα 2.3: Οι όροι της παραμόρφωσης του οδοστρώματος υπό επαναλαμβανόμενη φόρτιση (Mojarrad, 2011 after Huang, 1993)

Συνεπώς, όταν το οδόστρωμα κυκλοφορηθεί παρατηρείται μείωση του ρυθμού αύξησης της πλαστικής παραμόρφωσης με την αύξηση των κύκλων φόρτισης. Η παραμένουσα παραμόρφωση πρακτικά σταθεροποιείται και η πρόσθετη παραμόρφωση είναι πλέον κατά κύριο λόγο ελαστική, δηλαδή αναιρέσιμη. Σε αυτήν την αναιρέσιμη τιμή της παραμόρφωσης βασίζεται ο ορισμός του μέτρου ελαστικής παραμόρφωσης, καθώς και η θεώρηση της μη γραμμικής ελαστικής συμπεριφοράς των ασύνδετων υλικών.

2.3.2 Καταστατικά μοντέλα προσδιορισμού του μέτρου ελαστικής παραμόρφωσης

Ο υπολογισμός του μέτρου ελαστικής παραμόρφωσης στα ασύνδετα υλικά, γίνεται μαθηματικά μέσω κατάλληλα βαθμονομημένων καταστατικών μοντέλων. Η βαθμονόμηση των μοντέλων είναι απαραίτητη προκειμένου να προσομοιαστούν οι επιτόπου συνθήκες (όπως η φόρτιση και οι περιβαλλοντικές συνθήκες) στο εκάστοτε καταστατικό μοντέλο.

Υπάρχουν διαθέσιμα στη βιβλιογραφία αρκετά μοντέλα προσδιορισμού του μέτρου ελαστικής παραμόρφωσης τόσο για ασύνδετα υλικά όσο και για γαιώδη υλικά. Ακολουθεί συνοπτική περιγραφή των συνήθως χρησιμοποιούμενων καταστατικών μοντέλων για υλικά οδοστρωσίας. Περισσότερες πληροφορίες για άλλα μοντέλα προσδιορισμού του M_R μπορούν να αναζητηθούν στους Taciroglu (1998), Steven (2005), Kim (2007), Li (2013) και Tiliouine and Sandjak (2014).

Το πιο απλό και δημοφιλές καταστατικό μοντέλο που έχει χρησιμοποιηθεί ευρύτατα τις προηγούμενες δεκαετίες είναι το μοντέλο των Hicks and Monismith (1971), γνωστό και ως k-θ μοντέλο (σχέση 2.2).

$$M_R = k \cdot \theta^n \qquad 2.2$$

όπου:

- θ: είναι το άθροισμα των κύριων τάσεων (ογκομετρική τάση – bulk stress), $\theta = \sigma_1 + 2 \cdot \sigma_3$, και
- k, n: οι παράμετροι του μοντέλου που προκύπτουν κατόπιν κατάλληλης στατιστικής επεξεργασίας πειραματικών δεδομένων.

Βασικό μειονέκτημα αυτού του μοντέλου είναι ότι αγνοεί πλήρως την επίδραση της διατμητικής συμπεριφοράς των ασύνδετων υλικών, καθώς λαμβάνει υπόψη μόνο ορθές τάσεις (Zhou et al. 2015). Ο Kim (2007) αναφέρει την παρατήρηση του Brown (1981), με βάση την οποία το μοντέλο είναι αξιόπιστο για περιορισμένο εύρος παραμορφώσεων και συγκεκριμένα όταν η πλευρική τάση (confining pressure - σ_3) είναι μικρότερη από την πρόσθετη αξονική τάση (deviatoric stress - σ_d).

Παραλλαγή του παραπάνω μοντέλου αποτελεί το μοντέλο του Seed (1985), στο οποίο η ογκομετρική τάση είναι κανονικοποιημένη ως προς την ατμοσφαιρική πίεση ($p_a = 100\ kPa$).

$$M_R = k \cdot (\frac{\theta}{p_a})^n \qquad 2.3$$

Ο Uzan (1985) εισήγαγε έναν επιπλέον όρο στο k-θ μοντέλο, προκειμένου να λάβει υπόψη τη διατμητική συμπεριφορά των κοκκωδών υλικών οδοστρωσίας. Ο όρος αυτός ήταν η πρόσθετη αξονική τάση (deviatoric stress, $\sigma_d = \sigma_1 - \sigma_3$), κι έτσι το μοντέλο του Uzan προσέγγιζε καλύτερα τα εργαστηριακά αποτελέσματα (Kim, 2007). Το μοντέλο του Uzan (γνωστό και ως universal model) ορίζεται από τη σχέση 2.4 (και σε κανονικοποιημένη μορφή από τη σχέση 2.5).

$$M_R = k_1 \cdot \theta^{k_2} \cdot {\sigma_d}^{k_3} \qquad 2.4$$

$$M_R = k_1 \cdot p_a \cdot (\frac{\theta}{p_a})^{k_2} \cdot (\frac{\sigma_d}{p_a})^{k_3} \qquad 2.5$$

Σημειώνεται ότι η επιρροή της διάτμησης είναι ιδιαίτερα σημαντική όταν η πλευρική τάση σ_3 που εφαρμόζεται σε ένα δοκίμιο έχει μεγαλύτερες τιμές από την πρόσθετη αξονική τάση σ_d (Kim, 2007).

Επέκταση του Uzan universal model αποτελεί το μοντέλο των Uzan and Witczak (1988), στο οποίο η πρόσθετη τάση έχει αντικατασταθεί από την οκτάεδρη διατμητική τάση (τ_{oct}). Το μοντέλο αυτό περιγράφεται από τις σχέσεις 2.6 και 2.7, ενώ στη σχέση 2.8 ορίζεται η τάση τ_{oct}.

$$M_R = k_1 \cdot \theta^{k_2} \cdot {\tau_{oct}}^{k_3} \qquad 2.6$$

$$M_R = k_1 \cdot p_a \cdot (\frac{\theta}{p_a})^{k_2} \cdot (\frac{\tau_{oct}}{p_a})^{k_3} \qquad 2.7$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} \qquad 2.8$$

Τέλος, στο Μηχανιστικό – Εμπειρικό οδηγό σχεδιασμού οδοστρωμάτων (Mechanistic Empirical Pavement Design Guide – MEPDG) έχει εισαχθεί ένα γενικευμένο καταστατικό μοντέλο προσδιορισμού του M_R για ασύνδετα υλικά. Μαθηματικά ορίζεται ως εξής:

$$M_R = k_1 \cdot p_a \cdot (\frac{\theta}{p_a})^{k_2} \cdot (\frac{\tau_{oct}}{p_a} + 1)^{k_3} \qquad 2.9$$

Η προσθήκη της μονάδας στον όρο της διατμητικής τάσης εξαλείφει το πρόβλημα μηδενισμού του M_R στην περίπτωση απουσίας διατμητικής τάσης. Το βασικά πλεονεκτήματα αυτού του μοντέλου είναι τα εξής:

- Το μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για κοκκώδη υλικά οδοστρωσίας και για εδαφικά υλικά.
- Λαμβάνει υπόψη τόσο το φαινόμενο σκλήρυνσης (strain hardening effect) του ασύνδετου υλικού που σχετίζεται με την επιρροή της ογκομετρικής τάσης θ, όσο και το φαινόμενο χαλάρωσης (strain softening effect) που σχετίζεται με τη διατμητική τάση. Κατά συνέπεια, οι τιμές της παραμέτρου k_2 θα πρέπει να είναι θετικές, καθώς με αύξηση της τάσης θ, το ασύνδετο υλικό γίνεται πιο δύσκαμπτο (αύξηση στο M_R), ενώ οι τιμές της παραμέτρου k_3 θα πρέπει να είναι αρνητικές, καθώς με αύξηση της διατμητικής τάσης τ_{oct}, το ασύνδετο υλικό χαλαρώνει (μείωση στο M_R).

Ο Steven (2005) αναφέρει ότι οι Andrei et al. (2004) έπειτα από αρκετές μαθηματικές διαφοροποιήσεις του παραπάνω μοντέλου (υιοθετώντας λογαριθμική ή ημι-λογαριθμική έκφραση για όλους τους όρους των τάσεων) κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η σχέση 2.9 αποτελεί την καλύτερη και πληρέστερη σχέση προσδιορισμού του M_R, τόσο ως προς την ακρίβεια, την εφαρμογή και την υπολογιστική σταθερότητα.

Επίσης, ο ίδιος ερευνητής επισημαίνει ότι το MEPDG μοντέλο, εύκολα μεταπίπτει στο μοντέλο k-θ (θέτοντας $k_3 = 0$), αλλά και στη γραμμική ελαστική ανάλυση (θέτοντας $k_2 = 0$ και $k_3 = 0$).

Σε μια συνολική αξιολόγηση των καταστατικών μοντέλων προσδιορισμού του M_R, ο Kim (2007) αναφέρει ότι τα περισσότερα από τα μοντέλα αυτά βασίζονται σε τριαξονικές δοκιμές επί κυλινδρικών δοκιμίων, όπου ισχύει η αξονοσυμμετρία τόσο ως προς τη γεωμετρία όσο και ως προς την εντατική κατάσταση. Αναφέρει επίσης, ότι για πιο ακριβή εκτίμηση του

M_R απαιτούνται τριαξονικές δοκιμές επί κυβικών δοκιμίων, όπου η ανάλυση θα βασίζεται σε συνθήκες τρισδιάστατης εντατικής καταπόνησης.

Σημειώνεται ότι στο πλαίσιο της αριθμητικής διερεύνησης που πραγματοποιείται στην παρούσα διπλωματική εργασία, χρησιμοποιήθηκαν τα καταστατικά μοντέλα των σχέσεων 2.3, 2.5 και 2.9.

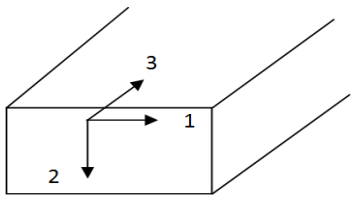
2.4 Θεώρηση ανισότροπης συμπεριφοράς

Στις περισσότερες αναλύσεις οδοστρωμάτων, είτε αυτές είναι γραμμικές είτε μη γραμμικές, όλα τα υλικά νοούνται για λόγους απλοποίησης ως ισότροπα, δηλαδή υλικά με ίδια μηχανικά χαρακτηριστικά (μέτρο δυσκαμψίας και λόγο Poisson) σε όλες τις διευθύνσεις του χώρου.

Ωστόσο, μια τέτοια θεώρηση για τα ασύνδετα υλικά της βάσης ευθύνεται για τις εφελκυστικές τάσεις που αναπτύσσονται στο εσωτερικό της βάσης και συγκεκριμένα στον πυθμένα αυτής (Mohammadipour et al., 2011). Μελέτες του Tutumuler (1995) και των Tutumuler and Thompson (1997) έχουν δείξει ότι αυτές οι εφελκυστικές τάσεις μπορούν να μειωθούν ή και να εξαλειφθούν θεωρώντας τα υλικά της βάσης ανισότροπα αντί ισότροπα. Οι Mohammadipour et al. (2011) αναφέρουν χαρακτηριστικά ότι εάν η μη γραμμικότητα των υλικών οδοστρωσίας συνδυαστεί με μια ανισοτροπική θεώρηση για τη μηχανική τους συμπεριφορά, τα οφέλη θα είναι σημαντικά τόσο για τους γεωτεχνικούς μηχανικούς όσο και για τους μηχανικούς οδοστρωμάτων.

Στη μελέτη του Steven (2005), αναφέρεται ότι η ανισοτροπία ενός υλικού μπορεί να είναι είτε ενδογενής είτε να προκύπτει λόγω των επιβαλλόμενων τάσεων (Karasahin, 1993). Η ενδογενής ανισοτροπία μπορεί να οφείλεται σε παράγοντες κατασκευαστικούς (πχ στον τρόπο διάστρωσης και συμπύκνωσης των ασύνδετων υλικών) ή και σε γεωλογικούς παράγοντες (πχ ορυκτολογική σύσταση των χρησιμοποιούμενων αδρανών).

Επιπλέον, τα κοκκώδη υλικά οδοστρωσίας ανήκουν στην κατηγορία των εγκαρσίως ισότροπων υλικών (transversely isotropic material), δηλαδή υλικών που έχουν ίδιες ιδιότητες στο επίπεδο 1-3 (σχήμα 2.4), δηλαδή κάθετα στο επίπεδο της διατομής (επίπεδο 1-2). Η ισχυρή διεύθυνση του υλικού είναι η διεύθυνση 2 (με τη μεγαλύτερη δυσκαμψία). Εναλλακτικός διεθνής ορισμός για το εγκαρσίως ισότροπο υλικό είναι το cross-anisotropic υλικό (Tutumuler 1995, Kim 2007).



Σχήμα 2.4: Ισότροπη συμπεριφορά στο επίπεδο 1-3, ανισότροπη συμπεριφορά στο επίπεδο 1-2 (επίπεδο διατομής) με ισχυρή τη διεύθυνση 2 (κατακόρυφη διεύθυνση)

Η σχέση τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων ενός εγκαρσίως ισότροπου υλικού δίνεται από την επόμενη σχέση της μορφής:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_2} & \frac{-\nu_{11}}{E_1} & & & \\ \frac{-\nu_{12}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{12}}{E_2} & & [0] & \\ \frac{-\nu_{11}}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_1} & & & \\ & & & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ & [0] & & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 \\ & & & 0 & 0 & \frac{2 \cdot (1+\nu_{11})}{E_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} \qquad 2.10$$

όπου:

- E_1: μέτρο δυσκαμψίας στο επίπεδο 1-3 (όπου το υλικό συμπεριφέρεται ως ισότροπο),
- E_2: μέτρο δυσκαμψίας στο επίπεδο 1-2 (όπου το υλικό συμπεριφέρεται ως ανισότροπο),
- G_{12}: μέτρο διάτμησης στο επίπεδο 1-2 (όπου το υλικό συμπεριφέρεται ως ανισότροπο),
- ν_{12}: λόγος Poisson για παραμόρφωση στη διεύθυνση 2, λόγω παραμόρφωσης στη διεύθυνση 1,
- ν_{21}: λόγος Poisson για παραμόρφωση στη διεύθυνση 1, λόγω παραμόρφωσης στη διεύθυνση 2,
- ν_{11}: λόγος Poisson για παραμόρφωση στη διεύθυνση 1, λόγω παραμόρφωσης στη διεύθυνση 3 (ή και αντίστροφα).
- Ισχύει: $\frac{E_1}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{\nu_{21}}$.

Ο συντελεστής ανισοτροπίας ορίζεται ως εξής:

$$n = \frac{E_1}{E_2} = \frac{E_{horizontal}}{E_{vertical}} \qquad 2.11$$

Πολυάριθμες έρευνες έχουν πραγματοποιηθεί για εύρεση τιμών του παραπάνω συντελεστή για διαφόρους τύπους υλικών. Ο Steven (2005) επισημαίνει ότι ο Γκαζέτας (1982), και οι Yu and Dakoulas (1993) συνοψίζοντας προγενέστερες μελέτες, αναφέρουν ως τυπικό το εύρος τιμών του n από 0,9 έως 4 για συνεκτικά εδάφη και την τιμή 0,2 για αμμώδη υλικά.

Επίσης, οι Lo and Lee (1990) απέδειξαν ότι όσο αυξάνει ο λόγος των κατακόρυφων προς των οριζόντιων τάσεων, ο συντελεστής ανιστοτροπίας n μειώνεται. Στην παρούσα διερεύνηση, ο συντελεστής ανισοτροπίας λαμβάνει την τιμή $n = 0.50$.

2.5 Αρχικές και παραμένουσες τάσεις

Κατά την κατασκευή των εύκαμπτων οδοστρωμάτων, ο μηχανολογικός εξοπλισμός που χρησιμοποιείται για τη συμπύκνωση των επιμέρους στρώσεων (πχ δονητικοί οδοστρωτήρες), επιβάλλει ισχυρές τάσεις και παραμορφώσεις στα υλικά, τέτοιες που πιθανόν να μην επιβληθούν ξανά από τα κυκλοφοριακά φορτία στη διάρκεια ζωής του οδοστρώματος (Tutumuler, 1995).

Όσον αφορά στα υλικά οδοστρωσίας, κατά τη συμπύκνωση του οδοστρώματος τα αδρανή αναδιατάσσονται προκειμένου να ελαχιστοποιηθούν τα μεταξύ τους κενά. Συνεπώς, με την ολοκλήρωση της συμπύκνωσης, το εντατικό πεδίο δεν είναι μηδενικό, εφόσον τα υλικά της βάσης έχουν παραμένουσες τάσεις (residual stress state).

Στις περισσότερες αναλύσεις οδοστρωμάτων οι αρχικές λόγω γεωστατικών φορτίων και οι προϋπάρχουσες τάσεις λόγω φορτίων κατασκευής και συμπύκνωσης δεν λαμβάνονται υπόψη. Ωστόσο, η θεώρησή τους οδηγεί σε ρεαλιστικότερη ανάλυση και έχει αποτελέσει ένα αρκετά ενδιαφέρον αντικείμενο ερευνών. Στη διατριβή του Tutumuler (1995), αναφέρεται ότι οι παραμένουσες τάσεις λόγω κατασκευής και συμπύκνωσης για μη συνεκτικά κοκκώδη υλικά οδοστρωσίας κυμαίνονται στο εύρος $14 - 28\ kPa$ με βάση τα ευρήματα των Uzan (1985) και των Steward et al. (1985).

Ο Tutumuler (1995) εξηγεί το φαινόμενο των παραμενουσών τάσεων με βάση τη θεωρία των οριζόντιων εδαφικών δράσεων για υλικά μη συνεκτικά με γωνία τριβής φ (και συνοχή $c = 0$). Βάσει της θεωρίας αυτής, ισχύουν τα ακόλουθα:

Υπό την επίδραση του μηχανολογικού εξοπλισμού συμπύκνωσης, οι οριζόντιες τάσεις αυξάνονται μέχρις ένα βαθμό (θεωρείται φυσικά ότι υλικό δεν αστοχεί, δηλαδή δεν υπερβαίνει την περιβάλλουσα αστοχίας κατά Mohr-Coulomb). Οι οριζόντιες θλιπτικές τάσεις (σ_h) υπολογίζονται από τη σχέση:

$$\sigma_h = K_a \cdot \sigma_v \qquad 2.12$$

όπου:

- σ_v: η κατακόρυφη τάση ($\sigma_v = \rho \cdot g \cdot h$, με ρ: πυκνότητα, h: βάθος από την επιφάνεια),
- K_α: ο συντελεστής ενεργητικών ωθήσεων που για γωνία τριβής φ ισούται με:

$$K_a = tan^2(45 - \frac{\varphi}{2}) \qquad 2.13$$

Με την ολοκλήρωση της συμπύκνωσης και την απομάκρυνση του μηχανολογικού εξοπλισμού, λαμβάνει χώρα η αποφόρτιση των υλικών οδοστρωσίας. Οι κατακόρυφες τάσεις μειώνονται μέχρις ότου να επιτευχθεί ξανά ισορροπία (και τότε γίνονται ίσες με τις τάσεις λόγω ίδιου βάρους των υπερκείμενων υλικών – γεωστατικά φορτία). Σε αυτήν την περίπτωση, οι οριζόντιες τάσεις μειώνονται επίσης και είναι ίσες με:

$$\sigma_h = K_p \cdot \sigma_v \qquad 2.14$$

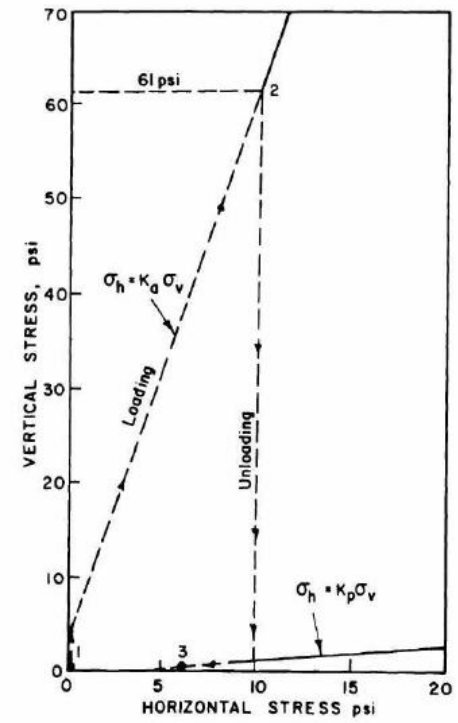
όπου:

σ_v: η κατακόρυφη τάση, και

K_p: ο συντελεστής παθητικών ωθήσεων που για γωνία τριβής φ ισούται με:

$$K_p = tan^2(45 + \frac{\varphi}{2}) \qquad 2.15$$

Λόγω του ότι το εντατικό πεδίο μετά την συμπύκνωση είναι μη μηδενικό, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί στον υπολογισμό των οριζόντιων τάσεων ο συντελεστής ουδέτερων ωθήσεων K_o. Σχηματική απεικόνιση των διαδρομών των τάσεων κατά τη συμπύκνωση φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Από το διάγραμμα προκύπτει ότι για μια μέγιστη κατακόρυφη τάση λόγω συμπύκνωσης στα 61 psi (420 kPa), η παραμένουσα οριζόντια θλιπτική τάση μετά τη συμπύκνωση είναι 6 psi (40 kPa).



Σχήμα 2.5: Διαδρομές οριζόντιων και κατακόρυφων τάσεων κατά τη συμπύκνωση (Tutumuler, 1995)

Ο Tutumuler (1995) με αναφορά στον Selig (1987) επισημαίνει ότι η ύπαρξη θλιπτικών παραμενουσών τάσεων στη βάση-υπόβαση εμποδίζει την εμφάνιση εφελκυστικών τάσεων εντός της βάσης λόγω αξονικών φορτίων. Με άλλα λόγια, εάν αυτές οι θλιπτικές τάσεις ληφθούν υπόψη κατά την ανάλυση οδοστρωμάτων, τότε μπορεί να περιοριστεί σημαντικά η ζώνη εφελκυσμού που αναπτύσσεται εντός της βάσης (tension cut-off phenomenon).

Έχοντας εισάγει την έννοια των αρχικών και παραμενουσών τάσεων, κρίνεται σκόπιμος ένας σύντομος σχολιασμός σχετικά με ένα μείζον ερευνητικό ερώτημα που απασχολεί τους μελετητές οδοστρωμάτων από το 1960: Πώς μπορεί το οδόστρωμα να φέρει μεγάλο αριθμό κύκλων φόρτισης χωρίς να αστοχεί λόγω των εφελκυστικών τάσεων που παρατηρούνται στη στρώση της βάσης;

Πρώτα απ' όλα, η ελαστική ανάλυση που προβλέπει την εμφάνιση αυτών των εφελκυστικών τάσεων στη βάση είναι αναληθής από τη σκοπιά της «φυσικής» μηχανικής. Παρ' όλα αυτά, τα ασύνδετα υλικά οδοστρωσίας μπορούν στην πραγματικότητα να αναλάβουν μικρές εφελκυστικές τάσεις που οφείλονται στις τριβές που αναπτύσσονται μεταξύ των κόκκων, και η ιδιότητά τους αυτή είναι γνωστή ως ψευδοεφελκυστική αντοχή κοκκωδών υλικών (Λοΐζος και Πλατή, 2013). Επίσης, η αρχική εντατική κατάσταση του οδοστρώματος δε θεωρείται μηδενική. Υπάρχουν αρχικές τάσεις που οφείλεται στα ίδια βάρη των υπερκείμενων στρώσεων (γεωστατικά φορτία), καθώς και παραμένουσες οριζόντιες θλιπτικές τάσεις λόγω συμπύκνωσης. Συνεπώς, οποιεσδήποτε μικρές εφελκυστικές τάσεις τείνουν να αναπτυχθούν, εμποδίζονται από τις προαναφερθείσες προϋπάρχουσες θλιπτικές τάσεις.

2.6 Σύνοψη

Από τα παραπάνω στοιχεία προκύπτει, ότι στο πλαίσιο ανάλυσης της απόκρισης οδοστρωμάτων, ο συνδυασμός της μη γραμμικής μηχανικής συμπεριφοράς των υλικών βάσης με παράλληλη θεώρηση ανισότροπης συμπεριφοράς καθώς και θεώρηση αρχικών τάσεων λόγω γεωστατικών φορτίων και φορτίων λόγω συμπύκνωσης (που προϋπάρχουν των τάσεων λόγω κυκλοφοριακών φορτίων) είναι αρκετά υποσχόμενος. Δύναται να περιγράψει καλύτερα την πραγματική μηχανική συμπεριφορά των υλικών οδοστρωσίας, και κατ' αυτόν τον τρόπο να εκτιμήσει ρεαλιστικότερα τη συνολική απόκριση του οδοστρώματος σε σχέση με την υφιστάμενη αναλυτική μεθοδολογία της γραμμικής ανάλυσης των επάλληλων ελαστικών στρώσεων.

3. Η αριθμητική μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (FEM)

3.1 Γενικά στοιχεία γα τη FEM

Όταν η μελέτη των φυσικών φαινομένων γίνεται με σύγχρονα υπολογιστικά μέσα, ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα: πρώτα λαμβάνει χώρα η μαθηματική διατύπωση του φαινομένου και στη συνέχεια η αριθμητική ανάλυση του μαθηματικού προσομοιώματος. Η μαθηματική διατύπωση βασίζεται σε ορισμένες παραδοχές γύρω από τις διαδικασίες που στηρίζουν το φαινόμενο, ενώ η αριθμητική ανάλυση χρησιμοποιεί αριθμητικές μεθόδους και τις δυνατότητες του υπολογιστή προκειμένου να δώσει λύση στη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος (Παπαδρακάκης, 2001).

Ενώ η διατύπωση μιας μαθηματικής εξίσωσης δεν είναι εξαιρετικά δυσχερής, το αντίθετο ισχύει για τη διαδικασία εύρεσης ακριβούς λύσης της. Στα προβλήματα Μηχανικής, οι πιο διαδεδομένες προσεγγιστικές μέθοδοι είναι οι μέθοδοι των μεταβολών (όπως η Rayleigh-Ritz) και η μέθοδος των σταθμικών υπολοίπων (όπως η Galerkin). Η μέθοδος των Πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method – FEM) είναι μια ειδική διατύπωση των μεθόδων Rayleigh-Ritz και σταθμικών υπολοίπων. Ωστόσο, έχει σαφή πλεονεκτήματα συγκριτικά τις αρχικές διατυπώσεις των μεθόδων αυτών, γιατί έχει μεγάλη ευκολία στη μοντελοποίηση πολύπλοκων γεωμετριών και έχει ευχέρεια όσον αφορά στη δυνατότητα προγραμματισμού της σε Η/Υ. (Παπαδρακάκης, 2001).

Για ιστορικούς λόγους αναφέρεται ότι πατέρας της FEM ήταν ο καθηγητής Ιωάννης Αργύρης, ο οποίος επινόησε τη μέθοδο το 1944, όταν εργαζόταν ως ερευνητής στη Βρετανία όπου επιχείρησε να δώσει λύση στο πρόβλημα της αξιόπιστης προσομοίωσης της κεκλιμένης γεωμετρίας των πτερύγων για μαχητικά αεροσκάφη.

Η βασική αρχή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων βασίζεται στην αντικατάσταση του φορέα που προσομοιώνει μια σύνθετη γεωμετρικά κατασκευή με ένα σύνολο απλών υποπεδίων. Τα υποπεδία στα οποία χωρίζεται ο αρχικός φορέας λέγονται πεπερασμένα στοιχεία και είναι σημαντικά μικρότερα σε μέγεθος από το συνολικό φορέα. Τα πεπερασμένα στοιχεία συνδέονται μεταξύ τους με κόμβους, οι οποίοι συνήθως είναι τα άκρα των στοιχείων, αλλά και άλλα σημεία όπως για παράδειγμα το μέσο μιας πλευράς του στοιχείου (Schwartz, 2012).

Κατά την ανάλυση κατασκευών με τη μέθοδο FEM ακολουθούντα επί της ουσίας τα εξής τρία βήματα:

- Μετάβαση από το φυσικό πρόβλημα, που είναι η εκάστοτε κατασκευή στο μαθηματικό προσομοίωμα, δηλαδή το φορέα. Κατά το στάδιο αυτό απαιτείται προσεκτική εξιδανίκευση της κατασκευής, διότι ορίζονται όλες οι παραδοχές που αφορούν τη μορφή και τη δομική λειτουργία των μελών της. Στο στάδιο αυτό, καθορίζονται επίσης οι ιδιότητες των υλικών της κατασκευής καθώς και η μηχανική συμπεριφορά τους (πχ γραμμική ελαστική, μη γραμμική ελαστική, ανελαστική, ελαστοπλαστική). Προσδιορίζονται επίσης τα φορτία της κατασκευής και οι συνοριακές της συνθήκες.

- Το επόμενο στάδιο αφορά στη μετάβαση από το μαθηματικό προσομοίωμα στο προσομοίωμα των πεπερασμένων στοιχείων. Σε αυτό το στάδιο, ο αναλυτής-μηχανικός πρέπει να επιλέξει τον τύπο πεπερασμένων στοιχείων με βάση τα οποία θα διακριτοποιηθούν με τον καλύτερο δυνατό τρόπο τα μέλη του φορέα. Στη συνέχεια, μορφώνεται το δίκτυο των πεπερασμένων στοιχείων του φορέα και υπολογίζονται τα μητρώα στιβαρότητας καθώς και οι ισοδύναμες δράσεις των στοιχείων, προκειμένου να διαμορφωθεί η τελική μητρωϊκή εξίσωση ισορροπίας όλου του φορέα (Παπαδρακάκης, 2001).
- Τέλος, γίνεται η μετάβαση από το προσομοίωμα των πεπερασμένων στοιχείων στο υπολογιστικό προσομοίωμα. Πραγματοποιείται αριθμητική επεξεργασία του προσμοιώματος από Η/Υ. Ο υπολογισμός του καθολικού μητρώου στιβαρότητας όλου του φορέα επιτρέπει την επίλυση των εξισώσεων ισορροπίας και ακολούθως τον υπολογισμό των εντατικών μεγεθών στα εσωτερικά σημεία του φορέα.

Όπως επισημάνθηκε προηγουμένως, τα πεπερασμένα στοιχεία στα οποία διακριτοποιείται ο φορέας, στο όριό τους διαθέτουν κόμβους. Σε αυτούς τους κόμβους υπολογίζονται αρχικά οι τιμές του ζητούμενου μεγέθους και στη συνέχεια υπολογίζονται στο εσωτερικό του στοιχείου από παρεμβολή των τιμών του μεγέθους στους κόμβους του στοιχείου. Είναι προφανές ότι όσο πιο μικρά είναι τα στοιχεία στα οποία διακριτοποιείται ο φορέας, τόσο αυξάνεται η ακρίβεια της επίλυσης. Ωστόσο, πολύ μικρά στοιχεία μπορεί να προκαλέσουν αριθμητικές αστάθειες στην επίλυση του υπολογιστικού προσομοιώματος. Άρα, η επιλογή του καννάβου πεπερασμένων στοιχείων (τόσο ως προς τον τύπο, όσο και ως προς το μέγεθος τους) είναι ένα πολύ κριτικό ζήτημα, το οποίο απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή και εμπειρία από τον μηχανικό-αναλυτή, καθώς επηρεάζεται σημαντικά η ακρίβεια της αριθμητικής επίλυσης.

Τέλος, ένα άλλο σημαντικό ζήτημα που αφορά την αξιολόγηση μιας αριθμητικής μεθόδου είναι ο χρόνος επίλυσης των εξισώσεων που διέπουν το πρόβλημα σε συνδυασμό πάντα με την επιδιωκόμενη ακρίβεια. Στόχος μιας αριθμητικής μεθόδου είναι να προσεγγίζει σε δεδομένο χρόνο τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια, αλλά και να προσεγγίζει ένα δεδομένο και αποδεκτό επίπεδο ακρίβειας στο λιγότερο δυνατό χρόνο.

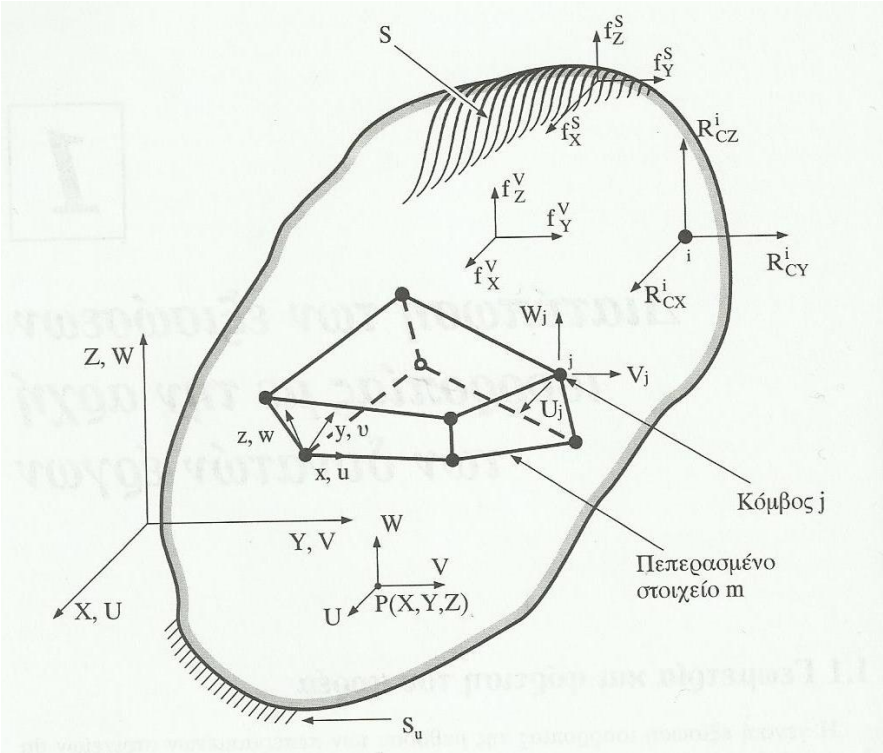
3.2 Η αρχή των δυνατών έργων – διατύπωση εξίσωσης ισορροπίας

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται το απαραίτητο μαθηματικό υπόβαθρο της FEM. Η γενική εξίσωση ισορροπίας της FEM διατυπώνεται για ένα φορέα τρισδιάστατης ελαστικότητας, με αναφορά στο σχήμα 3.1. Με βάση το σχήμα, ο φορέας στηρίζεται σε μια επιφάνεια S_u με συγκεκριμένες μετακινήσεις $\{D^{S_u}\}$, και υποβάλλεται σε επιφανειακές δράσεις $\{f^S\}$, σε μαζικές δράσεις $\{f^V\}$ και σε επικόμβιες δράσεις R_C^i σε τυχαίο κόμβο i. Η μετακίνηση του φορέα σε ένα σημείο του $P(X,Y,Z)$ ως προς το καθολικό σύστημα συντεταγμένων XYZ εκφράζεται από το διάνυσμα:

$$\{U(X,Y,Z)\} = \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \qquad 3.1$$

Οι επικόμβιες μετατοπίσεις όλων των κόμβων του φορέα εκφράζονται με ένα διάνυσμα της μορφής:

$$\{D\} = [U_1 V_1 W_1 \dots U_n V_n W_n]^T \qquad 3.2$$



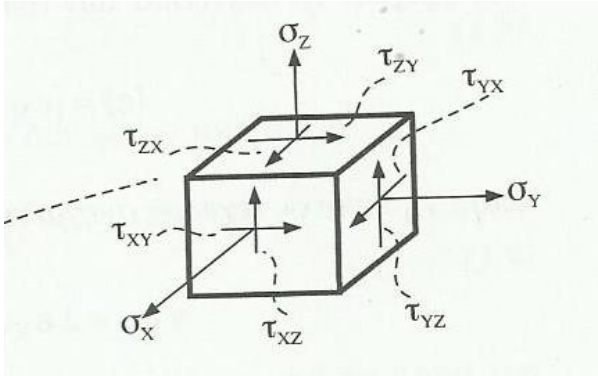
Σχήμα 3.1: Ολόσωμος φορέας τρισδιάστατης ελαστικότητας

Τα διανύσματα τάσεων-παραμορφώσεων για ένα στοιχειώδες παραλληλεπίπεδο (σχήμα 3.2), απομονωνόμενο από τον ολόσωμο φορέα, δίνονται ως εξής:

$$\{\sigma\} = [\sigma_X \;\; \sigma_Y \;\; \sigma_Z \;\; \tau_{XY} \;\; \tau_{XZ} \;\; \tau_{XZ}]^T \qquad 3.3$$

$$\{\varepsilon\} = [\varepsilon_X \;\; \varepsilon_Y \;\; \varepsilon_Z \;\; \gamma_{XY} \;\; \gamma_{XZ} \;\; \gamma_{XZ}]^T \qquad 3.4$$

Για τις διατμητικές τάσεις ισχύει: $\gamma_{XY} = 2 \cdot \varepsilon_{XY}$, $\gamma_{YZ} = 2 \cdot \varepsilon_{YZ}$, και $\gamma_{ZX} = 2 \cdot \varepsilon_{ZX}$.



Σχήμα 3.2: Στοιχειώδες παραλληλεπίπεδο – στερεό των τάσεων

Η αρχή των δυνατών μετατοπίσεων ή αλλιώς η αρχή των δυνατών έργων ορίζει ότι: «Όταν ένας φορέας φορτίζεται με εξωτερικά φορτία και ισορροπεί, τότε για οποιαδήποτε μικρή δυνατή παραμόρφωση του φορέα, συμβιβαστή με τις συνθήκες στηρίξεως του, το δυνατό έργο των εσωτερικών δυνάμεων ισούται με το δυνατό έργο των εξωτερικών δυνάμεων».

Με βάση τις σχέσεις 3.3 και 3.4, το δυνατό έργο των εσωτερικών δυνάμεων για όλο το φορέα υπολογίζεται ως εξής:

$$W_{int} = \int_V \{\bar{\varepsilon}\}^T \{\sigma\} dV \qquad 3.5$$

Το έργο των εξωτερικών δυνάμεων υπολογίζεται ως εξής:

$$W_{ext} = \int_V \{\bar{U}\}^T \{f^V\} dV + \int_V \{\bar{U}\}^S \{f^S\} dS + \{\bar{D}\}^T \{R_C\} \qquad 3.6$$

Επομένως, με βάση την αρχή των δυνατών έργων ισχύει:

$$\int_V \{\bar{\varepsilon}\}^T \{\sigma\} dV = \int_V \{\bar{U}\}^T \{f^V\} dV + \int_V \{\bar{U}\}^S \{f^S\} dS + \{\bar{D}\}^T \{R_C\} \qquad 3.7$$

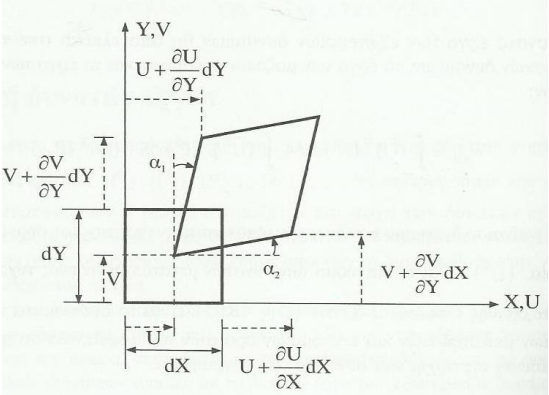
Στις προηγούμενες σχέσεις, $\{\bar{U}\}^T$ είναι το διάνυσμα των δυνατών μετατοπίσεων ενός τυχαίου σημείου $P(X, Y, Z)$ του φορέα, $\{\bar{U}\}^S$ είναι το διάνυσμα των δυνατών μετατοπίσεων ενός τυχαίου σημείου της φορτιζόμενης επιφάνειας S, και $\{D\}$, $\{R_C\}$ είναι τα διανύσματα των δυνατών επικόμβιων μετατοπίσεων και επικόμβιων δράσεων του φορέα αντίστοιχα.

Η διατύπωση των σχέσεων ανηγμένων παραμορφώσεων – μετατοπίσεων αποτελεί ένα σημαντικό βήμα για τον προσδιορισμό του μητρώου στιβαρότητας των πεπερασμένων στοιχείων. Με βάση το σχήμα 3.3, οι ανηγμένες παραμορφώσεις ορίζονται ως:

$$\varepsilon_X = \frac{dU}{dX}, \varepsilon_Y = \frac{dV}{dY}, \varepsilon_Z = \frac{dW}{dZ}, \gamma_{XY} = \frac{dU}{dY} + \frac{dV}{dX}, \gamma_{YZ} = \frac{dV}{dZ} + \frac{dW}{dZ}, \gamma_{ZY} = \frac{dW}{dX} + \frac{dU}{dZ} \qquad 3.8$$

ή μητρωϊκά:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \\ \gamma_{XY} \\ \gamma_{YZ} \\ \gamma_{ZX} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d/dX & 0 & 0 \\ 0 & d/dY & 0 \\ 0 & 0 & d/dZ \\ d/dY & d/dX & 0 \\ 0 & d/dZ & d/dY \\ d/dZ & 0 & d/dZ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \qquad 3.9$$



Σχήμα 3.3: Παραμόρφωση στοιχειώδους ορθογωνίου dX-dY

Επίσης, οι τάσεις και οι ανηγμένες παραμορφώσεις για γραμμικά ελαστικά υλικά συνδέονται με τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\{\varepsilon\} = [C]\{\sigma\} \qquad 3.10$$

$$\{\sigma\} = [E]\{\varepsilon\} \qquad 3.11$$

Τα μητρώα $[C]$ και $[E]$ είναι συμμετρικά και αντίστροφα. Εκφράζουν την παραμόρφωση ενός υλικού στις ασκούμενες τάσεις και τη στιβαρότητα του υλικού στις επιβαλλόμενες παραμορφώσεις αντίστοιχα. Οι παραπάνω σχέσεις αποτελούν το νόμο του Hooke που ορίζει ότι τάσεις είναι γραμμικές συναρτήσεις των ανηγμένων παραμορφώσεων και ισχύουν με την παραδοχή των μικρών παραμορφώσεων και για συγκεκριμένα υλικά

(Παπαδρακάκης, 2001). Εάν το υλικό είναι ανισότροπο υπάρχουν 21 ανεξάρτητοι όροι, ενώ στα ισότροπα υλικά, οι ιδιότητες τους εκφράζονται συναρτήσει του μέτρου ελαστικότητας E και του λόγου Poisson ν. Στα ισότροπα υλικά το μητρώο στιβαρότητας ορίζεται ως εξής:

$$[E] = \frac{E}{(1+\nu)\cdot(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & & & \\ \nu & 1-\nu & \nu & & [0] & \\ \nu & \nu & 1-\nu & & & \\ & & & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ & [0] & & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ & & & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \qquad 3.12$$

Εάν πριν την παραμόρφωση του φορέα λόγω εξωτερικής φόρτισης, προϋπάρχουν αρχικές τάσεις $\{\sigma_o\}$ με μηδενικές παραμορφώσεις ή υπάρχουν αρχικές παραμορφώσεις $\{\varepsilon_o\}$ που δεν οφείλονται σε κάποιες τάσεις (πχ παραμορφώσεις λόγω θερμοκρασιακών μεταβολών), τότε αυτές πρέπει να λαμβάνονται υπόψη για τον υπολογισμό των τελικών τάσεων με βάση την ακολουθία των επόμενων σχέσεων:

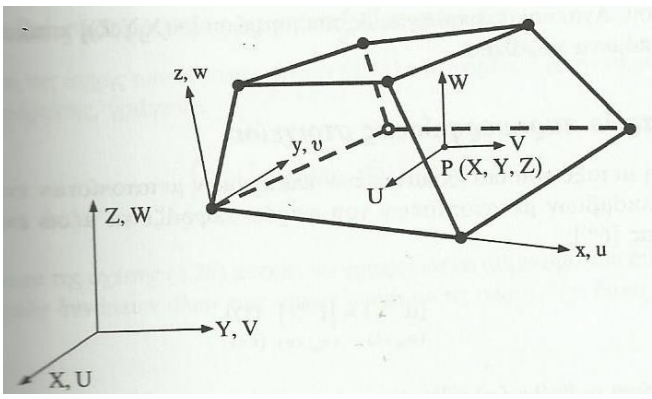
$$\{\sigma\} = [E]\cdot(\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_o\}) \qquad 3.13$$

$$\{\sigma_t\} = \{\sigma\} + \{\sigma_o\} \qquad 3.14$$

Οι σχέσεις 3.13 και 3.14 δίνουν:

$$\{\sigma_t\} = [E]\cdot(\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_o\}) + \{\sigma_o\} \qquad 3.15$$

Προκειμένου να διατυπωθεί η εξίσωση ισορροπίας του φορέα για τη μέθοδο FEM, ορίζεται ένα προσεγγιστικό πεδίο μετατοπίσεων στο εσωτερικό κάθε πεπερασμένου στοιχείου (Παπαδρακάκης, 2001). Σε κάθε εσωτερικό σημείο P του πεπερασμένου στοιχείου, οι συνιστώσες U, V, W της μετατόπισης εκφράζονται συναρτήσει των επικόμβιων μετατοπίσεων $\{d\}$ του στοιχείου (σχήμα 3.4).



Σχήμα 3.4: Στοιχείο έξι εδρών και οκτώ κόμβων στο τοπικό και καθολικό σύστημα αξόνων

Για τη μετακίνηση του εσωτερικού σημείου P του σχήματος 3.4 του εξαεδρικού στοιχείου με 8 κόμβους ισχύει:

$$\begin{bmatrix} U(X,Y,Z) \\ V(X,Y,Z) \\ W(X,Y,Z) \end{bmatrix} = [N(X,Y,Z)] \begin{bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ W_1 \\ \vdots \\ U_8 \\ V_8 \\ W_8 \end{bmatrix} \qquad 3.16$$

ή πιο σύντομα:

$$\{U(X,Y,Z)\} = [N(X,Y,Z)] \cdot \{d\} \qquad 3.17$$

Το μητρώο $[N(X,Y,Z)]$ ονομάζεται μητρώο των συναρτήσεων σχήματος ή συναρτήσεων παρεμβολής και εκφράζει τον τρόπο με τον οποίο συνδέεται το πεδίο μετατοπίσεων στο εσωτερικό ενός στοιχείου με τις επικόμβιες μετατοπίσεις του στοιχείου. Το μητρώο αυτό εξαρτάται από τον τύπο του στοιχείου και παίζει σημαντικό ρόλο στην ακρίβεια με την οποία προσδιορίζεται το μητρώο στιβαρότητας του στοιχείου.

Με δεδομένες τις επικόμβιες μετατοπίσεις ενός τυχαίου στοιχείου m, οι ανηγμένες παραμορφώσεις του εκτιμώνται μέσω ενός μητρώου παραμόρφωσης του στοιχείου που συμβολίζεται με $\left[B^{(m)}(X,Y,Z)\right]$ και ισχύει:

$$\{\varepsilon^m\} = \left[B^{(m)}(X,Y,Z)\right] \cdot \{d^m\} \qquad 3.18$$

Τέλος, οι επικόμβιες μετατοπίσεις του στοιχείου $\{d\}$ συνδέονται με τις επικόμβιες μετατοπίσεις όλου του φορέα $\{D\}$ (που είναι κοινές για όλα τα στοιχεία) μέσω του μητρώου

συμβατότητας $\left[t^{(m)}\right]$ (που συνδέει τους τοπικούς με τους καθολικούς βαθμούς ελευθερίας των κόμβων του στοιχείου) ως εξής:

$$\{d^m\} = \left[t^{(m)}\right] \cdot \{D\} \qquad 3.19$$

Η εξίσωση 3.7 για θεώρηση μόνο επικόμβιων δράσεων δίνει:

$$\int_V \{\bar{\varepsilon}\}^T \{\sigma\} dV = \{\bar{D}\}^T \{R_C\} \qquad 3.20$$

Για όλα τα στοιχεία (με στοιχειώδη όγκο V_e) του φορέα ισχύει:

$$\sum\nolimits_{\mathrm{m}} \int_{\mathrm{V_e}} \left\{\bar{\varepsilon}^{(m)}\right\}^{\mathrm{T}} \left\{\sigma^{(m)}\right\} \mathrm{dV_e} = \{\bar{D}\}^T \{R_C\} \qquad 3.21$$

Λαμβάνοντας υπόψη τις σχέσεις 3.11, 3.18 και 3.19 η σχέση 3.21 τροποποιείται ως εξής:

$$\sum\nolimits_{\mathrm{m}} \int_{\mathrm{V_e}} \left[\mathrm{B}^{(\mathrm{m})}\right]^{\mathrm{T}} \left[\mathrm{t}^{(\mathrm{m})}\right]^{\mathrm{T}} \left[\overline{\mathrm{D}}\ \ \right]^{\mathrm{T}} [\mathrm{E}] \left[\mathrm{B}^{(m)}\right] \left[\mathrm{t}^{(\mathrm{m})}\right] [\mathrm{D}] \mathrm{dV_e}^{(\mathrm{m})} = \{\bar{D}\}^T \{R_C\} \qquad 3.22$$

Τα διανύσματα $[\bar{D}]^{\mathrm{T}}$ και $[\mathrm{D}]$ είναι κοινά για όλο το φορέα και ανεξάρτητα του στοιχείου m, άρα βγαίνουν εκτός του ολοκληρώματος και επιπλέον επειδή $[\bar{D}]^{\mathrm{T}} \neq 0$, η εξίσωση 3.22 γράφεται:

$$\left[\sum\nolimits_{\mathrm{m}} \int_{\mathrm{V_e}} \left[\mathrm{B}^{(\mathrm{m})}\right]^{\mathrm{T}} \left[\mathrm{t}^{(\mathrm{m})}\right]^{\mathrm{T}} [\mathrm{E}] \left[\mathrm{B}^{(m)}\right] \left[\mathrm{t}^{(\mathrm{m})}\right] \mathrm{dV_e}^{(\mathrm{m})}\right] \{D\} = \{R_C\} \qquad 3.23$$

ή

$$[\mathrm{K}]\{\mathrm{D}\} = \{R_C\} \qquad 3.24$$

Η σχέση 3.24 αποτελεί την εξίσωση ισορροπίας του φορέα, και το μητρώο [K] ονομάζεται ολικό μητρώο στιβαρότητας του φορέα. Το μητρώο αυτό προκύπτει από σύνθεση των επιμέρους μητρώων στιβαρότητας των στοιχείων του. Η μέθοδος αυτή, κατά την οποία το

μητρώο στιβαρότητας μορφώνεται άμεσα από το μητρώο στιβαρότητας των στοιχείων του ονομάζεται άμεση μέθοδος στιβαρότητας (ή δυσκαμψίας).

Το μητρώο στιβαρότητας ενός πεπερασμένου στοιχείου $\left[k^{(m)}\right]$ προκύπτει αν απομονωθεί το ολοκλήρωμα της σχέσης 3.23 από τα μητρώα $\left[\mathrm{t}^{(\mathrm{m})}\right]^{\mathrm{T}}$ και $\left[\mathrm{t}^{(\mathrm{m})}\right]$, οπότε ισχύει:

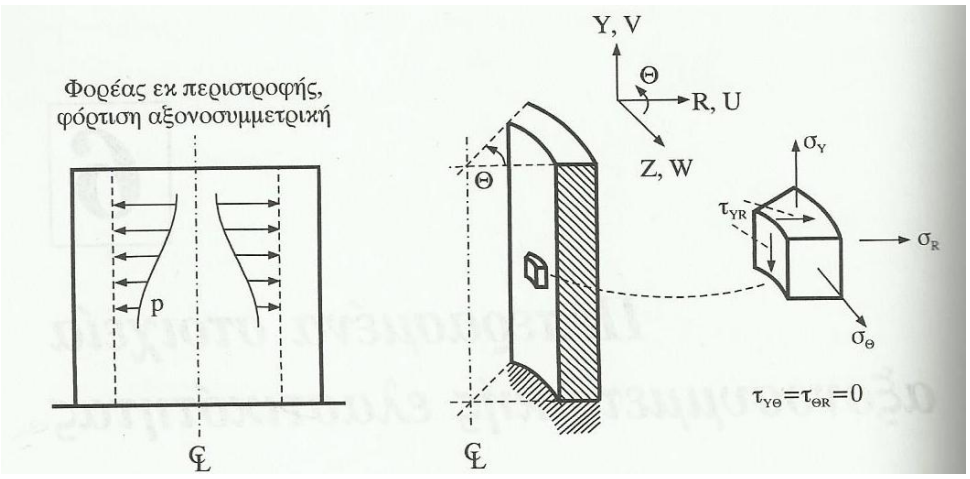
$$\left[k^{(m)}\right] = \int_{\mathrm{V_e}} \left[\mathrm{B}^{(\mathrm{m})}\right]^{\mathrm{T}} [\mathrm{E}] \left[\mathrm{B}^{(m)}\right] \mathrm{dV_e}^{(\mathrm{m})} \qquad 3.25$$

Η παραπάνω μεθοδολογία είναι γενική και καλύπτει όλο το φάσμα των περιπτώσεων μελέτης, δηλαδή φορείς τρισδιάστατης ελαστικότητας, δισδιάστατους φορείς με συνθήκες επίπεδης έντασης ή επίπεδης παραμόρφωσης και αξονοσυμμετρικούς φορείς. Κατά περίπτωση, διαφοροποιούνται τα είδη πεπερασμένων στοιχείων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη διακριτοποίηση του εκάστοτε φορέα, καθώς και οι διαστάσεις των μητρώων που υπεισέρχονται στη σχέση 3.25 για τον υπολογισμού του μητρώου στιβαρότητας των στοιχείων.

3.3 Αξονοσυμμετρικοί φορείς

Ειδική περίπτωση δισδιάστατης ανάλυσης αποτελούν οι αξονοσυμμετρικοί φορείς. Υπό κατάλληλες προϋποθέσεις (οι οποίες θα αναφερθούν σε επόμενη ενότητα) το οδόστρωμα μπορεί να θεωρηθεί αξονοσυμμετρικός φορέας. Συνεπώς, κρίνεται σκόπιμο να αναφερθούν τα βασικά στοιχεία θεωρίας που αφορούν τους αξονοσυμμετρικούς φορείς.

Αξονοσυμμετρικοί ονομάζονται οι φορείς των οποίων η γεωμετρία μπορεί να παραχθεί από μία περιστροφή ενός επίπεδου γεωμετρικού σχήματος περί σταθερό άξονα (σχήμα 3.5). Όταν οι συνθήκες φόρτισης του φορέα είναι επίσης αξονοσυμμετρικές, τότε ο φορέας καταπονείται με συνθήκες αξονοσυμμετρικής εντατικής κατάστασης.



Σχήμα 3.5: Αξονοσυμμετρικός φορέας

Στους αξονοσυμμετρικούς φορείς το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων X,Y,Z αντικαθίστανται από τις κυλινδρικές συντεταγμένες R,Y,Θ (σχήμα 3.5). Οι συνιστώσες μετατόπισης U, V επί των αξόνων R και Y δε μεταβάλλονται με τη γωνία Θ, άρα αποτελούν τις μοναδικές μετατοπίσεις του φορέα. Η εφαπτομενική μετατόπιση είναι παντού μηδενική λόγω αξονικής συμμετρίας. Τα διανύσματα τάσεων και παραμορφώσεων έχουν τέσσερις αντί για έξι όρους και ορίζονται ως εξής:

$$\{\sigma\} = [\sigma_R \;\; \sigma_Y \;\; \sigma_\Theta \;\; \tau_{RY}]^T \qquad 3.26$$

$$\{\varepsilon\} = [\varepsilon_R \;\; \varepsilon_Y \;\; \varepsilon_\Theta \;\; \varepsilon_{RY}]^T \qquad 3.27$$

Οι ανηγμένες παραμορφώσεις υπολογίζονται ως εξής:

$$\varepsilon_R = \frac{dU}{dR}, \varepsilon_Y = \frac{dV}{dY}, \varepsilon_\Theta = \frac{U}{R}, \gamma_{RY} = \frac{dU}{dY} + \frac{dV}{dR} \qquad 3.28$$

Τέλος, το μητρώο ελαστικότητας (για θεώρηση ισότροπου υλικού) δίνεται από τη σχέση:

$$[E] = \frac{E}{(1+\nu)\cdot(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \qquad 3.29$$

Σημειώνεται, ότι όταν πραγματοποιείται στατική ανάλυση σε αξονοσυμμετρικούς φορείς, παρατηρούνται αρκετές ομοιότητες με την εντατική κατάσταση της επίπεδης έντασης και της επίπεδης παραμόρφωσης παρόλο που τα διανύσματα τάσεων και παραμορφώσεων αποτελούνται από τέσσερεις και όχι τρεις όρους. Αντίθετα, κατά τη δυναμική ανάλυση ή την ανάλυση ευστάθειας αξονοσυμμετρικών φορέων, ενδέχεται να εμφανιστούν μη συμμετρικές μορφές παραμόρφωσης, γεγονός που παραπέμπει σε τρισδιάστατη εντατική καταπόνηση.

3.4 Μέθοδοι μη γραμμικής ανάλυσης

Μετά την ολοκλήρωση της περιγραφής του βασικού μαθηματικού υπόβαθρου της FEM, ακολουθεί αναφορά στις συνηθέστερες μεθόδους μη γραμμικής ανάλυσης που απαντώνται στη διεθνή βιβλιογραφία για την επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων, όπως αυτό που πραγματεύεται η παρούσα εργασία.

Υπάρχουν δύο βασικές μεθοδολογίες για την επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων: η μέθοδος Newton (ή εναλλακτικά η μέθοδος της εφαπτομενικής δυσκαμψίας) και η τροποποιημένη μέθοδος Newton – quasi Newton' s method (ή εναλλακτικά η μέθοδος της τέμνουσας δυσκαμψίας). Στα μη γραμμικά προβλήματα, το φορτίο δύναται να επιβληθεί τμηματικά, δηλαδή σε n επιμέρους βήματα φόρτισης (επαυξητική φόρτιση – incremental loading), ενώ η σύγκλιση στην τελική λύση προκύπτει επαναληπτικά σε κάθε επιμέρους βήμα. Ο Li (2013) αναφέρει ότι η επίλυση ενός μη γραμμικού προβλήματος αποτελεί μια διαδικασία κατά την οποία αλλάζουν τιμή ορισμένες μεταβλητές του προβλήματος. Όλες αυτές οι αλλαγές συνυπολογίζονται σε κάθε επανάληψη, μέχρις ότου επιτευχθεί η απαιτούμενη σύγκλιση (η οποία ορίζεται πριν την ανάλυση ως ένα ποσοστιαίο όριο ανοχής).

3.4.1 Μέθοδος εφαπτομενικής δυσκαμψίας

Με αναφορά στο τυπικό πρόβλημα δυνάμεων – μετακινήσεων (ή τάσεων – παραμορφώσεων αντίστοιχα) η μέθοδος Newton βασίζεται στα εξής βήματα:

Έστω ότι στο n βήμα φόρτισης (increment), μετά την i επανάληψη, η μετακίνηση έχει λάβει την τιμή u_n^i, και ότι η επαυξητική μετακίνηση για την επόμενη επανάληψη είναι Δu_n^{i+1}. Η εξίσωση ισορροπίας για την επαυξητική μετακίνηση και την επαυξητική δύναμη είναι της μορφής:

$$K_n^i \cdot \Delta u_n^{i+1} = -\Delta Q_n^i \qquad 3.30$$

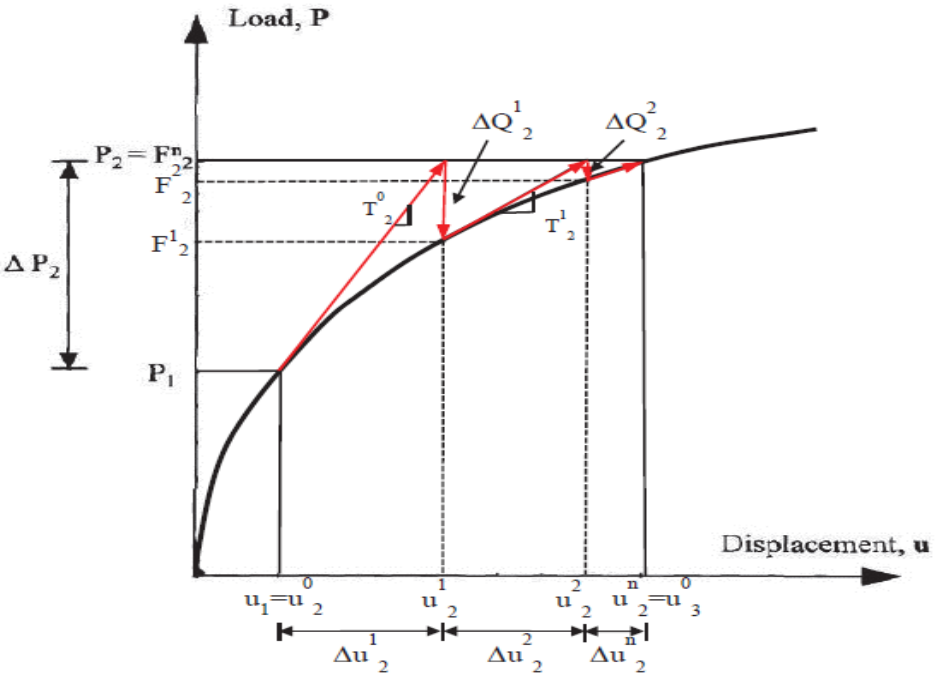
με:

$$u^{i+1} = u^i + \Delta u^{i+1} \qquad 3.31$$

όπου:

- $K_n^i = \frac{dF_n^i(u_n^i)}{du_n^i}$, το Ιακωβιανό μητρώο δυσκαμψίας,
- n: ο αριθμός του βήματος φόρτισης, και
- i: ο αριθμός της επανάληψης.

Με αναφορά στο σχήμα 3.6, υποθέτοντας ότι η ανάλυση βρίσκεται στο 2^{ο} βήμα, το ζητούμενο είναι να βρεθεί η τιμή u_2^i μετά από i επαναλήψεις, έτσι ώστε να επέλθει ισορροπία για τιμή του φορτίου ίση με P_2. Στο τέλος της 1^{ης} επανάληψης η διαφορά μεταξύ της ακριβούς λύσης και της προσεγγιστικής είναι ΔQ_2^1 (για τα φορτία). Συνεπώς, από τη σχέση 3.30 μπορεί να υπολογιστεί η επαυξητική μετατόπιση για την επόμενη επανάληψη Δu_2^2.Το Ιακωβιανό μητρώο που υπεισέρχεται στη σχέση 3.30, είναι σε αυτήν την περίπτωση το εφαπτομενικό μέτρο δυσκαμψίας, που έχει σημειωθεί στο σχήμα ως T_2^i. Η διαδικασία συνεχίζεται επαναληπτικά με τον υπολογισμό των $\Delta Q_2^1 - \Delta u_2^3$, $\Delta Q_2^2 - \Delta u_2^4$, $\Delta Q_2^{n-1} - \Delta u_2^n$ έως ότου να επιτευχθεί το κριτήριο της σύγκλισης (που περιορίζει την διαφορά σε μια μικρή και ανεκτή τιμή).



P_2 = Load increment 1,

F^1_2 = Calculated internal load after 1st iteration at load increment 2

u^1_2 = Total displacement after 1st iteration at load increment 2

T^1_2 = Tangent stiffness at the beginning of load increment 2

ΔQ^1_2 = P_2-F^1_2; load imbalance after 1st iteration, and

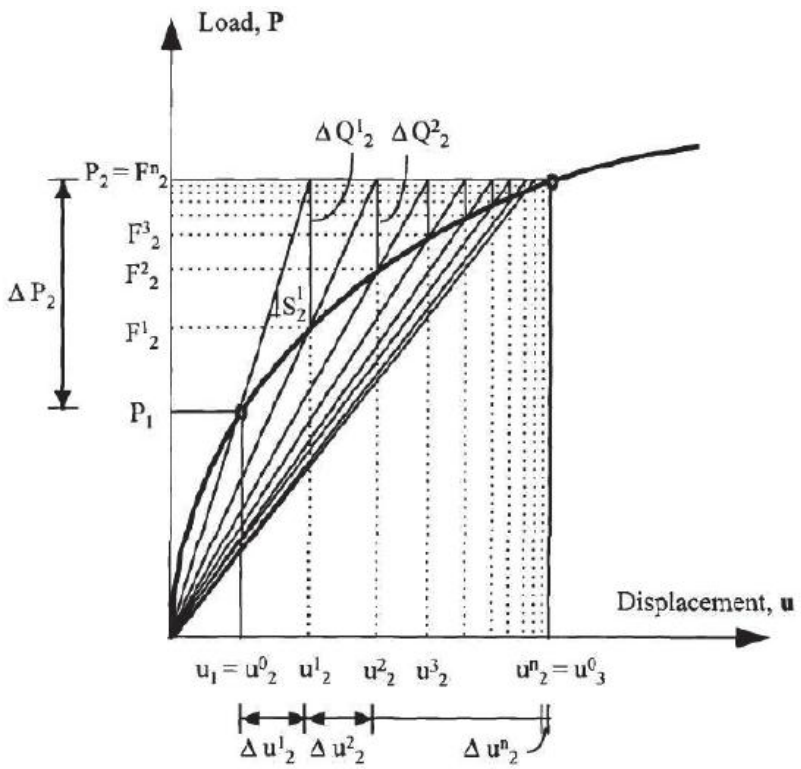
N = number of iterations for convergence.

Σχήμα 3.6: Η μέθοδος Newton με την εφαπτομενική δυσκαμψία (Li, 2013)

Το μειονέκτημα της μεθόδου είναι ότι το εφαπτομενικό μέτρο δυσκαμψίας δεν είναι πάντα εφικτό να υπολογίζεται στα μη γραμμικά προβλήματα. Ειδικά στην περίπτωση των οδοστρωμάτων όπου το μέτρο ελαστικής παραμόρφωσης είναι άμεσα εξαρτώμενο από τα επίπεδα τάσεων (stress dependent modulus), η εφαπτομενική δυσκαμψία είναι ακατάλληλη και δεν μπορεί να οδηγήσει σε σύγκλιση (Tutumuler 1995, Li 2013). Σε αυτήν την περίπτωση χρησιμοποιείται μια παραλλαγή της παραπάνω μεθόδου, που παρουσιάζεται στην επόμενη παράγραφο.

3.4.2 Μέθοδος τέμνουσας δυσκαμψίας

Η τροποποιημένη μέθοδος Newton (quasi Newton method – μέθοδος τέμνουσας δυσκαμψίας) πραγματοποιεί έναν προσεγγιστικό υπολογισμό του Ιακωβιανού μητρώου δυσκαμψίας, εξοικονομώντας κατ' αυτόν τον τρόπο υπολογιστικό χρόνο και κόστος. Η μέθοδος μοιάζει αρκετά με την προηγούμενη και διαφέρει στο ότι υπολογίζεται η τέμνουσα δυσκαμψία αντί της εφαπτομενικής (σχήμα 3.7). Η μέθοδος δεν συνίσταται σε προβλήματα με μη συμμετρικές εξισώσεις (Li, 2013), όπως είναι τα πλήρως συζευγμένα προβλήματα θερμοδυναμικής.



P_1 = Load increment 1,

F^1_2 = Calculated internal load after 1st iteration at load increment 2,

u^1_2 = Total displacement after 1st iteration at load increment 2,

S^1_2 = Secant stiffness at the beginning of load increment 2,

$\Delta Q^1_2 = P_2 - F^1_2$; load imbalance after 1st iteration,

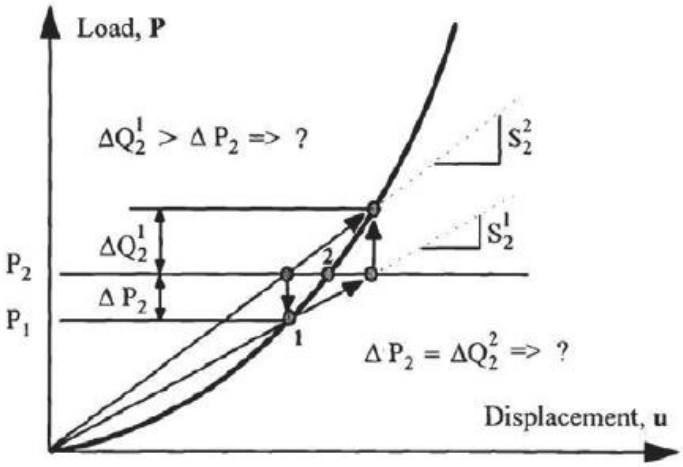
n = number of iterations for convergence.

Σχήμα 3.7: Η τροποποιημένη μέθοδος Newton με την τέμνουσα δυσκαμψία (Li, 2013)

Ο προσεγγιστικός υπολογισμός του Ιακωβιανού μητρώου δυσκαμψίας $\widetilde{K}_n^i$ δίνει σε αυτήν την περίπτωση:

$$\widetilde{K}_n^i = \frac{F_n^i(u_n^i) - F_n^{i-1}(u_n^{i-1})}{\Delta u_n^i - \Delta u_n^{i-1}} \qquad 3.32$$

Ένα πρόβλημα που έχει αναφερθεί από ερευνητές (Tutumuler, 1995) γι' αυτήν την μέθοδο είναι ότι λόγω της ιδιότητας σκλήρυνσης και χαλάρωσης των κοκκωδών υλικών οδοστρωσίας (σκλήρυνση λόγω ορθών τάσεων, χαλάρωση λόγω διατμητικών τάσεων) ενδέχεται να αντιμετωπιστούν προβλήματα σύγκλισης με την μέθοδο της τέμνουσας δυσκαμψίας. Για παράδειγμα στο σχήμα 3.8, μετά τη δεύτερη επανάληψη, η λύση επαναφέρει το πρόβλημα στο σημείο απ' όπου ξεκίνησε η επανάληψη, συνεπώς το πρόβλημα δε θα συγκλίνει ποτέ.



Σχήμα 3.8: Παράδειγμα αδυναμίας επίτευξης σύγκλισης με την τροποποιημένη μέθοδο δυσκαμψίας (Tutumuler, 1995)

Η χρήση της τεχνικής σύγκλισης με γραμμή αναζήτησης (line search algorithm) μπορεί να βελτιώσει τη δυνατότητα σύγκλισης και να επιταχύνει την επαναληπτική διαδικασία της τροποποιημένης μεθόδου Newton. Η γενική φιλοσοφία της μεθόδου είναι η μείωση του βήματος επαύξησης προκειμένου να αυξηθεί η ακρίβεια. Δηλαδή, για τη μετακίνηση ισχύει:

$$u^{i+1} = u^i + \Delta u^{i+1} \cdot p \qquad 3.33$$

όπου: p είναι ένας μειωτικός συντελεστής του βήματος επαύξησης (συνήθως $0 < p \leq 1$).

3.5 Αποτίμηση δομικής επάρκειας οδοστρωμάτων με τη FEM

Η ύπαρξη καταστατικών μοντέλων για τον προσδιορισμό του μέτρου ελαστικής παραμόρφωσης των ασύνδετων υλικών βάσης καθιστά ευχερή την αριθμητική προσομοίωση των οδοστρωμάτων με τη χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Modeling – FEM).

3.5.1 Λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων ειδικής χρήσης για οδοστρώματα

Ιστορικά, η FEM υιοθετήθηκε πρώτη φορά στη δομική αξιολόγηση οδοστρωμάτων τη δεκαετία του 60 από τον Waterhouse (1967), ο οποίος πρότεινε τον υπολογισμό της γραμμικής ελαστικής απόκρισης του οδοστρώματος σε όλα τα σημεία του και όχι μόνο στα σημεία του άξονα συμμετρίας. Έκτοτε, πολυάριθμες διερευνήσεις έχουν πραγματοποιηθεί για την αριθμητική διερεύνηση της απόκρισης του οδοστρώματος. Για το σκοπό αυτό έχουν δημιουργηθεί συγκεκριμένα προγράμματα (λογισμικά ειδικής χρήσης) αποκλειστικά για

μελέτη και ανάλυση οδοστρωμάτων από διάφορους ερευνητές, τα οποία βασίζονται σε διαφορετικές παραδοχές. Στη βιβλιογραφία διακρίνονται δύο μεγάλες κατηγορίες λογισμικών ειδικής χρήσης, τα λογισμικής γραμμικής ελαστικής ανάλυσης και τα λογισμικά που βασίζονται στα πεπερασμένα στοιχεία.

Τα λογισμικά ελαστικής ανάλυσης πολυστρωματικού μέσου (επάλληλων στρώσεων) θεμελιώνονται στις θεωρίες των Boussinesq (1885) και Burmister (1943). Μεταξύ αυτών αναφέρονται ενδεικτικά το λογισμικό CHEVRON των Warren και Dieckman (1963), το DAMA των Haung και Witczak (1979) – το οποίο εισήγαγε πρώτη φορά τη μη γραμμική ανάλυση για υλικά βάσης – το BISAR των De Jong et al. (1973), το ELSYM5 από το Πανεπιστήμιο της Καλιφόρνια (1986), το KENLAYER του Haung (1993) – το οποίο για να προσεγγίσει τη μη γραμμικότητα της βάσης, χώριζε τις στρώσεις σε επιμέρους υποστρώσεις με διαφορετική δυσκαμψία, ενώ μελετούσε και φόρτιση από διαφορετικές διατάξεις τροχών πέρα από τον απλό μονό τροχό – και το LEDFAA της FAA (1993).

Κοινός πυρήνας των λογισμικών γραμμικής ελαστικής ανάλυσης είναι οι παραδοχές για γραμμικά ελαστικά υλικά, επιβολή αξονοσυμμετρικών φορτίων και θεώρηση ισότροπων υλικών. Καμιά από αυτές τις τρεις παραδοχές δεν επαληθεύεται στην πράξη, συνεπώς τέτοιες δυσκολίες μπορούν να ξεπεραστούν από τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η ακρίβεια της λύσης που δίνουν τα λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων εξαρτάται προφανώς από τις παραδοχές στις οποίες βασίστηκε η δημιουργία τους.

Στα λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων (ειδικής χρήσης για οδοστρώματα) διακρίνονται δύο κατηγορίες: αυτά που πραγματοποιούν δισδιάστατη ανάλυση ή αξονοσυμμετρική ανάλυση και σε αυτά που πραγματοποιούν τρισδιάστατη ανάλυση. Στην πρώτη κατηγορία ενδεικτικά αναφέρονται τα λογισμικά TTPAVE του Crokford (1990), το ILLI-PAVE των Raad και Figueroa (1980), το MICHI-PAVE των Harichandran et al. (1989), το FENLAP των Bruton και De Almedia (1992), το GT-PAVE του Tutumluer (1995) και το CIRCLY που χρησιμοποιείται στο σχεδιασμό οδοστρωμάτων στην Αυστραλία.

Στα περισσότερα από αυτά, τα χρησιμοποιούμενα μοντέλα προσδιορισμού του M_R ήταν το k-θ μοντέλο και το μοντέλο του Uzan και με βάση αυτά λαμβάνεται υπόψη η μη γραμμικότητα των υλικών οδοστρωσίας. Επίσης, το φορτίο νοείται αξονοσυμμετρικό, πρόκειται δηλαδή για φόρτιση από απλό μονό και κυκλικό τροχό. Ως κριτήριο αστοχίας των υλικών βάσης χρησιμοποιείται το κριτήριο Mohr-Coulomb, προκειμένου να διασφαλιστεί ότι τα υλικά δεν θα ξεπεράσουν τη μέγιστη αντοχή τους. Τέλος, τα παραπάνω λογισμικά διαφοροποιούνται ως προς τη θεώρηση ισότροπης και ανισότροπης συμπεριφοράς των υλικών οδοστρωσίας. Για παράδειγμα το GT-PAVE και το CIRCLY θεωρούν ανισότροπη συμπεριφορά για τα υλικά της βάσης. Σύμφωνα με τον Kim (2007), στο GT-PAVE η θεώρηση του οριζόντιου μέτρου δυσκαμψίας ίσου με το 15% του κατακόρυφου μέτρου δυσκαμψίας (ανισότροπη συμπεριφορά), οδηγεί σε ακριβέστερο προσδιορισμό των παραμορφώσεων στη στρώση βάσης, καθώς τα αποτελέσματα προσεγγίζουν καλύτερα τις τιμές από τα επιτόπου πειράματα.

3.5.2 Λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων γενικής χρήσης για οδοστρώματα

Πέρα από τα προαναφερθέντα λογισμικά ειδικής χρήσης για οδοστρώματα, χρησιμοποιούνται και λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων γενικής χρήσης, όπως είναι το ABAQUS, το ANSYS, και το ADYNA. Στα λογισμικά αυτά είναι δυνατή η ενσωμάτωση του καταστατικού νόμου που διέπει τη μηχανική συμπεριφορά ειδικών κατηγοριών υλικών όπως είναι τα υλικά οδοστρωσίας. Παρέχεται δηλαδή η δυνατότητα στο χρήστη να προγραμματίσει σε κώδικα τον καταστατικό νόμο που επιθυμεί (εν προκειμένω ένα μοντέλο προσδιορισμού του M_R) μέσω υπορουτίνας. Η υπορουτίνα τροφοδοτεί το λογισμικό με τις απαραίτητες πληροφορίες για τη μηχανική συμπεριφορά του εκάστοτε υλικού και το λογισμικό χρησιμοποιεί την υπορουτίνα προκειμένου να υπολογίσει την εντατική κατάσταση των στοιχείων στα οποία έχει διακριτοποιηθεί ο φορέας.

3.5.2.1 Συγκριτική αξιολόγηση δισδιάστατης και τρισδιάστατης ανάλυσης

Ανάλογα με την επιδιωκόμενη ακρίβεια αλλά και τον υπολογιστικό χρόνο που επιθυμεί ο καθένας να δαπανήσει για την ανάλυση του, υπάρχει η δυνατότητα επιλογής ανάμεσα σε δισδιάστατη (αξονοσυμμετρική) και τρισδιάστατη ανάλυση. Ο Kim (2007) στο πλαίσιο της συγκριτικής αξιολόγησης μεταξύ των δύο αναλύσεων, αναφέρει χαρακτηριστικά ότι:

- Η αξονοσυμμετρική ανάλυση φαίνεται επαρκής για την αξιολόγηση της μη γραμμικότητας των υλικών οδοστρωσίας, ωστόσο η τρισδιάστατη ανάλυση ενδείκνυται για τις πλέον ακριβείς εκτιμήσεις της απόκρισης του οδοστρώματος.
- Η αξονοσυμμετρική ανάλυση έχει περιορισμένες δυνατότητες μοντελοποίησης φορέων με σύνθετη γεωμετρία, όπως είναι η περίπτωση οδοστρώματος με μία πολύ λεπτή στρώση από γεωσυνθετικό υλικό που παρουσιάζει έντονη ανισοτροπία στο οριζόντιο επίπεδο.
- Επίσης, η αξονοσυμμετρική ανάλυση είναι επιτυχής μόνο για την περίπτωση φόρτισης από απλό μονό και κυκλικό τροχό. Αντιθέτως, η τρισδιάστατη ανάλυση δύναται να λάβει υπόψη αρκετές διατάξεις φόρτισης με πολλαπλή διάταξη τροχών.
- Από την άλλη, η τρισδιάστατη ανάλυση για να είναι επιτυχής και ακριβής, χρειάζεται ο φορέας να διακριτοποιηθεί προσεκτικά. Ειδικά για την περίπτωση του οδοστρώματος, η πρόκληση ενός επιτυχούς καννάβου πεπερασμένων στοιχείων σε τρισδιάστατο μοντέλο έγκειται στο γεγονός ότι οι στρώσεις που το απαρτίζουν έχουν πολύ μικρό πάχος (κατακόρυφο επίπεδο) σε σχέση με τις διαστάσεις του οριζόντιου επιπέδου (δηλαδή της επιφάνειας κύλισης). Αυτό δημιουργεί πρόβλημα στην επιλογή τύπου πεπερασμένων στοιχείων, καθώς εάν δεν τηρηθούν κάποιοι κατασκευαστικοί κανόνες (με κύρια απαίτηση οι λόγοι των πλευρών τους να διατηρούνται εντός κάποιων ορίων χωρίς μεγάλες αποκλίσεις), ο κάνναβος πεπερασμένων στοιχείων δεν θα είναι στέρεος και η προτεινόμενη αριθμητική λύση δεν θα είναι ευσταθής.

- Το πρόβλημα του ευσταθούς καννάβου πεπερασμένων στοιχείων δυσχεραίνεται για έναν ακόμη λόγο. Η περιοχή φόρτισης ενός οδοστρώματος είναι πολύ μικρή σε σχέση με το σύνολο του φορέα. Συνεπώς, χρειάζεται πύκνωση της διακριτοποίησης σε μια πολύ μικρή περιοχή που εκτείνεται γύρω από τις θέσεις φόρτισης. Σε αυτήν την περιοχή απαιτείται μεγάλος αριθμός από μικρά σε διαστάσεις πεπερασμένα στοιχεία με αρκετά σημεία ολοκλήρωσης, προκειμένου να υπάρχει ομαλή κατανομή των τάσεων και παραμορφώσεων χωρίς ασυνέχειες και απότομα άλματα. Αντιθέτως, χρειάζεται σταδιακή αραίωση του καννάβου σε περιοχές μακριά από τις θέσεις φόρτισης και κοντά στα όρια του φορέα, με λίγα πεπερασμένα στοιχεία μεγάλων διαστάσεων, προκειμένου να υπάρξει εξοικονόμηση απαιτούμενου υπολογιστικού χρόνου, υπολογιστικής ισχύος αλλά και απαιτούμενης υπολογιστικής μνήμης.

Είναι προφανές ότι η επιλογή τρισδιάστατου μοντέλου οδοστρώματος μπορεί να απεικονίσει γεωμετρικά και φορτικά τη σύνθετη δομή του, αλλά απαιτεί προσεκτική διακριτοποίηση του φορέα και φυσικά έναν έμπειρο χρήστη που να μπορεί να ελέγξει την ορθότητα των αριθμητικών λύσεων. Από την άλλη, η δισδιάστατη ανάλυση, λόγω της γεωμετρικής και φορτικής αξονοσυμμετρίας (για την περίπτωση μονού κυκλικού τροχού) του φορέα είναι ευχερής, απαιτεί λιγότερο υπολογιστικό χρόνο και επιπλέον επιτρέπει την συγκριτική αξιολόγηση της προτεινόμενης αριθμητικής λύσης με διαθέσιμες αναλυτικές λύσεις (ακόμη κι αν αυτές αγνοούν τη μη γραμμικότητα των υλικών οδοστρωσίας) αλλά και με λύσεις από λογισμικά ειδικής χρήσης, όπως αυτά που αναφέρθηκαν προηγουμένως.

Στο πλαίσιο της αριθμητικής διερεύνησης που πραγματοποιείται σε αυτήν την εργασία, επιλέχτηκε η δισδιάστατη ανάλυση του οδοστρώματος με αξονοσυμμετρικό αριθμητικό προσομοίωμα.

3.5.2.2 Συναφείς έρευνες οδοστρωμάτων με πεπερασμένα στοιχεία

Στο υποκεφάλαιο αυτό, παρουσιάζονται τα σημαντικότερα ευρήματα από προγενέστερες έρευνες σε θέματα αριθμητικής προσομοίωσης της απόκρισης οδοστρωμάτων με θεώρηση μη γραμμικής συμπεριφοράς υλικών βάσης και γίνεται επιλογή όσων παρατηρήσεων σχετίζονται με το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Μεταξύ αυτών, αναφέρονται τα ευρήματα των Taciroglu (1998), Steven (2005), Kim (2007) και Li (2013).

Ο Taciroglu (1998) χρησιμοποίησε τα μοντέλα k-θ και Uzan. Επισημαίνει την ανάγκη χρήσης ορθών τιμών στις παραμέτρους των μοντέλων από πειραματικά στοιχεία, ώστε μικρές διαφοροποιήσεις στις τιμές τους να μην αλλοιώνουν σημαντικά την αριθμητική λύση. Στον κώδικα με τον οποίο έκανε τις αναλύσεις του, πραγματοποίησε έναν μαθηματικό μετασχηματισμό προκειμένου το M_R να υπολογίζεται βάσει παραμορφώσεων και όχι βάσει τάσεων όπως προκύπτει από τα καταστατικά μοντέλα, προκειμένου να ελέγχεται καλύτερα η σύγκλιση.

Πραγματοποίησε επίσης συγκριτικές αναλύσεις μεταξύ των μεθοδολογιών επίτευξης της σύγκλισης στο μη γραμμικό πρόβλημα (μέθοδος Newton με εφαπτομενική δυσκαμψία, μέθοδος τέμνουσας δυσκαμψίας χωρίς απόσβεση και με απόσβεση με συντελεστή 80% για την αμέσως προηγούμενη επανάληψη, τροποποιημένη μέθοδος Newton με τέμνουσα δυσκαμψία χωρίς απόσβεση), και ασχολήθηκε εκτενώς με το πρόβλημα εύρεσης μη μοναδικής λύσης. Κατέληξε στο ότι η τροποποιημένη μέθοδος Newton με τέμνουσα δυσκαμψία χωρίς απόσβεση οδηγεί σε ταχύτερη σύγκλιση και μπορεί επιπλέον να συνδυαστεί με τη μέθοδο της γραμμής αναζήτησης (line search).

Επιπλέον, χρησιμοποίησε ένα συζευγμένο μοντέλο προκειμένου να λάβει υπόψη τη συνδυαστική επιρροή των ορθών και διατμητικών τάσεων στην απόκριση των κοκκωδών υλικών, λόγω των επαναλαμβανόμενων κυκλοφοριακών φορτίων. Παράλληλα, επέκτεινε την ανάλυσή του, ώστε υπό θετικές ογκομετρικές τάσεις το υλικό να παρουσιάζει σχεδόν μηδενική εφελκυστική αντοχή (tension cut-off phenomenon), δεδομένου ότι τα ασύνδετα υλικά έχουν περιορισμένη αντοχή σε εφελκυσμό.

Οι αναλύσεις που πραγματοποίησε ο Taciroglu (1998) αφορούσαν διατομή οδοστρώματος αεροδρομίου και ήταν τρισδιάστατες, προκειμένου να διερευνήσει την επίδραση του φορτίου από αεροσκάφος με πιο σύνθετη επιφάνεια επαφής με το οδόστρωμα, συγκριτικά με αυτήν του απλού κυκλικού τροχού.

Ο Steven (2005) δημιούργησε και βαθμονόμησε δύο μοντέλα για μια τυπική διατομή οδοστρώματος της Νέας Ζηλανδίας (δηλαδή μιας διατομής με ασύνδετα υλικά με μία λεπτή επίστρωση ασφαλτικού υλικού επί αυτών): ένα μοντέλο απόκρισης σε μονοτονική στατική φόρτιση και ένα μοντέλο παραμορφώσεων που υπολόγιζε την παραμένουσα παραμόρφωση έπειτα από αρκετό αριθμό επαναλήψεων φόρτισης. Χρησιμοποίησε για τον προσδιορισμό του M_R το MEPDG μοντέλο (σχέση 2.9) για τα ασύνδετα υλικά και τη στρώση έδρασης, ενώ για την ασφαλτική στρώση υπέθεσε γραμμική ελαστική συμπεριφορά. Πραγματοποίησε δισδιάστατες και τρισδιάστατες αναλύσεις, και οι διαστάσεις που επέλεξε για το φορέα προσομοίωσης του οδοστρώματος βασίζονταν σε τυπικές διατομές οδοστρώματος που συναντώνται στη χώρα του.

Ως προς την επιλογή τύπου και μεγέθους πεπερασμένων στοιχείων, αναφέρει ότι χρησιμοποίησε ορθογωνικά στοιχεία $2^{ης}$ τάξης (8 κόμβων για την 2D ανάλυση και 20 κόμβων για την 3D ανάλυση) ως περισσότερο ακριβή έναντι των γραμμικών στοιχείων για προβλήματα όπου αναμένονται μεγάλες παραμορφώσεις στοιχείων. Όσον αφορά στο μέγεθος των στοιχείων, χρησιμοποίησε ως ελάχιστη διάστασή τους τα 40 mm, δεδομένου ότι τόση ήταν προσεγγιστικά η μέγιστη διάσταση του κόκκου των αδρανών. Τέλος, σημειώνεται ότι το 2D μοντέλο του ήταν πακτωμένο στη βάση του, ενώ πλευρικά είχε κυλίσεις.

Όσον αφορά στην ανάλυση, ο κώδικας που χρησιμοποίησε για την περιγραφή της μηχανικής συμπεριφοράς της βάσης, λάμβανε υπόψη τις αρχικές τάσεις που προϋπάρχουν των τάσεων λόγω κυκλοφοριακής φόρτισης και οφείλονται στο ίδιο βάρος των υπερκείμενων υλικών (θεωρώντας σημείο αναφοράς για τον υπολογισμό κατακόρυφων και οριζόντιων τάσεων το μέσο της στρώσης της βάσης). Επίσης, θεώρησε ανισότροπη συμπεριφορά για τα υλικά οδοστρωσίας και μάλιστα με αρκετά μειωμένο συντελεστή ανισοτροπίας ($n = 0.15$).

Σχετικά με τη μη γραμμική ανάλυση, χρησιμοποίησε την τροποποιημένη μέθοδο Newton με την τέμνουσα δυσκαμψία που περιγράφηκε σε προηγούμενη υποενότητα. Για την πρώτη επανάληψη και μόνο, το βήμα επαύξησης του φορτίου ορίστηκε στο 1% (δηλαδή πολύ μικρό) προκειμένου να μην επηρεάσει σημαντικά την τελική λύση.

Ως προς τα αποτελέσματά του από την 2D ανάλυση, η θεώρηση ανισότροπης συμπεριφοράς των υλικών βάσης (για μεταβολή της τιμής του λόγου ανισοτροπίας από 1 σε 0.15) οδήγησε σε 54% αύξηση της επιφανειακής υποχώρησης και της κατακόρυφης θλιπτικής τάσης στην κορυφή της στρώσης έδρασης και σε 52% μείωση της οριζόντιας εφελκυστικής τάσης στον πυθμένα της βάσης. Επίσης, η μη γραμμική ανάλυση οδήγησε σε αύξηση των εντατικών μεγεθών (18% στην επιφανειακή υποχώρηση και 27% στην κατακόρυφη παραμόρφωση στην κορυφή της στρώσης έδρασης), και το γεγονός αυτό αποδόθηκε στο ότι στη μη γραμμική ελαστική ανάλυση, η δυσκαμψία δεν είναι παντού σταθερή, αντίθετα εξαρτάται από τα επίπεδα τάσεων. Επιπλέον, όσο η ακτινική απόσταση από τον άξονα φόρτισης αυξάνει, η δυσκαμψία μειώνεται άρα προκύπτουν αυξημένες παραμορφώσεις.

Τέλος, μια σημαντική ποιοτική παρατήρηση που αναφέρεται από τον Steven (2005) σχετικά με τη θεώρηση αρχικών τάσεων είναι η εξής: κύριος παράγοντας διαμόρφωσης της δυσκαμψίας στα χαμηλά βάθη είναι οι τάσεις που προκύπτουν λόγω της κυκλοφοριακής φόρτισης, ενώ σε μεγαλύτερα βάθη που οι τάσεις αυτές μειώνονται, η δυσκαμψία επηρεάζεται κυρίως από τα ίδια βάρη των υπερκείμενων υλικών.

Ο Kim (2007) πραγματοποίησε παραμετρική διερεύνηση για την επιλογή βέλτιστων διαστάσεων του φορέα μοντελοποίησης. Με αναφορά στο λογισμικό ειδικής χρήσης KENLAYER, προτείνει ως βέλτιστο τον 2D φορέα οριζόντιας διάστασης $20R$ και κατακόρυφης διάστασης $140R$ (όπου R η ακτίνα του κυκλικού φορτίου), καθώς με αυτή τη διάταξη έκανε επαλήθευση των αποτελεσμάτων του KENLAYER. Σύμφωνα με τον Kim, η κατακόρυφη διάσταση επιλέγεται μεγάλη προκειμένου να μην επηρεάζεται ο αριθμητικός υπολογισμός της επιφανειακής υποχώρησης. Επίσης, οριζόντιο εύρος μεγαλύτερο από $20R$ οδηγεί σε μείωση της επιφανειακής υποχώρησης. Ως προς τις συνοριακές συνθήκες, το κάτω άκρο επιλέχθηκε να είναι πακτωμένο και τα πλευρικά άκρα με κυλίσεις. Στο 3D μοντέλο, λόγω συμμετρίας ο Kim μελέτησε μόνο το ¼ του συνολικού φορέα, διατηρώντας τις διαστάσεις του φορέα σε $20R$ επί $140R$.

Επιπλέον, ο Kim (2007) διερεύνησε τη δυνατότητα χρήσης πεπερασμένων στοιχείων απείρου μήκους. Αυτός ο τύπος στοιχείων χρησιμοποιήθηκε μακριά από την περιοχή φόρτισης εκεί όπου δεν εμφανίζονται μεγάλες παραμορφώσεις, καθώς σύμφωνα με τον ερευνητή, τα στοιχεία αυτά δεν μπορούν να λειτουργήσουν σωστά όταν παραμορφώνονται (και κυρίως διατμητικά). Τα στοιχεία απείρου μήκους δε χρειάζονται ειδικές συνοριακές συνθήκες, ενώ στην περίπτωση χρήσης τους, οι διαστάσεις του 2D μοντέλου δύναται να μειωθούν στις τιμές $10R$ επί $60R$. Από τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων απείρου μήκους τόσο στο 2D όσο και στο 3D μοντέλο, ο Kim αναφέρει ότι αφενός μεν μειώνεται σημαντικά ο αριθμός των απαιτούμενων στοιχείων και κόμβων επί των οποίων γίνεται η αριθμητική επίλυση, από την άλλη όμως, χρειάζεται προσεκτική επιλογή του σημείου από το οποίο κι έπειτα θα τοποθετηθούν αυτά τα στοιχεία προκειμένου να μην επηρεαστεί η ακρίβεια της

λύσης. Επίσης, επισημαίνει ότι δυσχεραίνεται η πραγματοποίηση μη γραμμικής ανάλυσης με αυτόν τον τύπο στοιχείων.

Κατά τη μη γραμμική ανάλυση στο 2D μοντέλο του, ο Kim (2007) χρησιμοποίησε ορθογωνικά στοιχεία 2^{ης} τάξης με 8 κόμβους, εφάρμοσε για το μη γραμμικό πρόβλημα τη μέθοδο της τέμνουσας δυσκαμψίας με απόσβεση (στο 80% ομοίως με τον Taciroglu) και διερεύνησε ξεχωριστά την επίδραση της μη γραμμικότητας της βάσης και της στρώσης έδρασης στα κρίσιμα εντατικά μεγέθη, καταλήγοντας στις εξής παρατηρήσεις:

- Για μη γραμμική συμπεριφορά της βάσης (με το καταστατικό μοντέλο του Uzan – σχέση 2.4) και γραμμική συμπεριφορά της στρώσης έδρασης, παρατήρησε 44% αύξηση στην επιφανειακή υποχώρηση, 29% αύξηση στην οριζόντια εφελκυστική τάση στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων και 49% αύξηση στην κατακόρυφη θλιπτική τάση στην κορυφή της στρώσης έδρασης.
- Για γραμμική συμπεριφορά βάσης και μη γραμμική συμπεριφορά της στρώσης έδρασης (με ένα διγραμμικό μοντέλο των Thompson and Robnett – 1979), παρατήρησε 26% μείωση στην επιφανειακή υποχώρηση, αμελητέα επίδραση στην οριζόντια εφελκυστική τάση στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων και 23% μείωση στην κατακόρυφη θλιπτική τάση στην κορυφή της στρώσης έδρασης.

Ο Li (2013) μελέτησε τη μη γραμμική συμπεριφορά των υλικών βάσης, που λόγω της ιδιαιτερότητας της χώρας του (Αλάσκα), τα υλικά βάσης είναι κατεργασμένα με άσφαλτο. Στόχος του ήταν να δημιουργήσει εξισώσεις πρόβλεψης των κρίσιμων εντατικών μεγεθών (τάσεις και παραμορφώσεις). Για το σκοπό αυτό, πραγματοποίησε αριθμητική προσομοίωση με το MEPDG μοντέλο και με διαφορετικούς αριθμητικούς συνδυασμούς των παραμέτρων του μοντέλου, έφτιαξε μια βάση δεδομένων από περίπου 16000 περιπτώσεις για 4 διαφορετικούς τύπους υλικών βάσης.

Τονίζοντας τη σημασία της μη γραμμικής ανάλυσης, επισημαίνει ότι οι οριζόντιες εφελκυστικές παραμορφώσεις στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων προέκυψαν αυξημένες κατά 20-25% σε σχέση με τη γραμμική ελαστική ανάλυση, επικαλούμενος αποτελέσματα από παλαιότερες δημοσιευμένες συναφείς έρευνες (Taciroglu 1998, Schawrtz 2002, Kim et al. 2007, Gonzalez et al. 2007).

Στον κώδικα που χρησιμοποίησε, εφάρμοσε την τροποποιημένη μεθοδολογία Newton θεωρώντας τέμνουσα δυσκαμψία με απόσβεση για καλύτερο έλεγχο σύγκλισης της αριθμητικής λύσης. Ο φορέας οδοστρώματος που μελέτησε ήταν τρισδιάστατος, και οι διαστάσεις του φορέα ήταν $37.5R$ (οριζόντια) επί $140R$ (κατακόρυφα). Το κάτω άκρο ήταν πακτωμένο, ο άξονας συμμετρίας είχε κυλίσεις, ενώ στα άκρα του φορέα δεν εφαρμόστηκαν συνοριακοί περιορισμοί. Τέλος, τα πεπερασμένα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν ήταν 2^{ης} τάξης με 20 κόμβους καθώς είχαν περισσότερη ακρίβεια. Ο κάνναβος πεπερασμένων στοιχείων παρουσίαζε έντονη πύκνωση κοντά στην περιοχή φόρτισης, ενώ αραίωνε βαθμιαία πλησιάζοντας τα άκρα του φορέα.

4. Αριθμητική προσομοίωση

4.1 Γενικά στοιχεία

Όπως ειπώθηκε στο κεφάλαιο 1, οι συνεχείς τάσεις των τελευταίων δεκαετιών για υπολογιστική ευχέρεια επίλυσης σύνθετων κατασκευών μηχανικού σε συνδυασμό με την ολοένα εμπλουτισμένη γνώση των μηχανικών ιδιοτήτων των υλικών των κατασκευών, δεν έχουν αφήσει ανεπηρέαστο τον κλάδο των οδοστρωμάτων. Στο παρόν κεφάλαιο περιγράφεται βήμα-βήμα η πορεία της αριθμητικής προσομοίωσης μιας τυπικής διατομής εύκαμπτου οδοστρώματος, ώστε να πραγματοποιηθεί εκτίμηση της απόκρισής του στα αξονικά φορτία με θεώρηση μη γραμμικής μηχανικής συμπεριφοράς των ασύνδετων υλικών της βάσης.

4.2 Το λογισμικό ABAQUS

Το λογισμικό γενικής χρήσης πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διπλωματική εργασία είναι το ABAQUS. Χρησιμοποιήθηκε η έκδοση του 2013. Πρόκειται για ένα άρτια δομημένο λογισμικό που καθιστά εφικτή τη μοντελοποίηση και την ανάλυση σύνθετων προβλημάτων μηχανικής με πολύπλοκα γεωμετρικά και φορτικά χαρακτηριστικά καλύπτοντας περιπτώσεις διαφόρων ειδικοτήτων μηχανικού. Διατίθεται στην αγορά από την εταιρία Dassault Systèmes, μέρος των λογισμικών SIMULIA Product Life-cycle Management (PLM). Στα θετικά του προγράμματος συγκαταλέγονται τα εξής:

- Περιέχει εκτεταμένη βιβλιοθήκη και ηλεκτρονικά εγχειρίδια με χρήσιμες πληροφορίες ακόμη και για πιο αρχάριους χρήστες, προκειμένου να μπορεί πρακτικά να μοντελοποιηθεί οποιαδήποτε γεωμετρία. Μάλιστα, παρέχεται η δυνατότητα εισαγωγής της γεωμετρίας του φορέα μέσα από σχεδιαστικά λογισμικά (τύπου CAD).
- Έχει ενσωματωμένα διάφορα μοντέλα περιγραφής της μηχανικής συμπεριφοράς πολλών και διαφορετικών υλικών (όπως σκυρόδεμα, χάλυβας, εδαφικά υλικά, σύνθετα υλικά, πολυμερή).
- Πέραν των κλασσικών προβλημάτων Πολιτικού Μηχανικού, όπου αυτό που ενδιαφέρει κυρίως είναι οι σχέσεις τάσεων – παραμορφώσεων, η χρήση του ABAQUS μπορεί να επεκταθεί και για προβλήματα όπως η μεταφορά θερμότητας, η διάχυση μάζας, σε προβλήματα γεωλογίας ακόμη και στην ιατρική.
- Ως προς τη μη γραμμική ανάλυση (όπως είναι και η περίπτωση της παρούσας διερεύνησης), το ABAQUS αναπροσαρμόζει αυτόματα το επαυξητικό βήμα φόρτισης (incremental loading) και ανοχής (tolerance factor) για κάθε φορτίο προκειμένου να επιτύχει τη βέλτιστη σύγκλιση με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια.
- Παρέχεται επιπλέον η δυνατότητα πραγματοποίησης στατικής και δυναμικής ανάλυσης.

- Τέλος, το ABAQUS επιτρέπει στο χρήστη την τροφοδότηση του λογισμικού με κώδικα γραμμένο σε FORTRAN μέσω μιας υπορουτίνας UMAT (User Material Subroutine), προκειμένου να περιγραφεί σωστά η μηχανική συμπεριφορά ειδικών κατηγοριών υλικών (όπως είναι εν προκειμένω τα ασύνδετα υλικά οδοστρωσίας).

4.3 Πορεία μοντελοποίησης μιας τυπικής διατομής εύκαμπτου οδοστρώματος

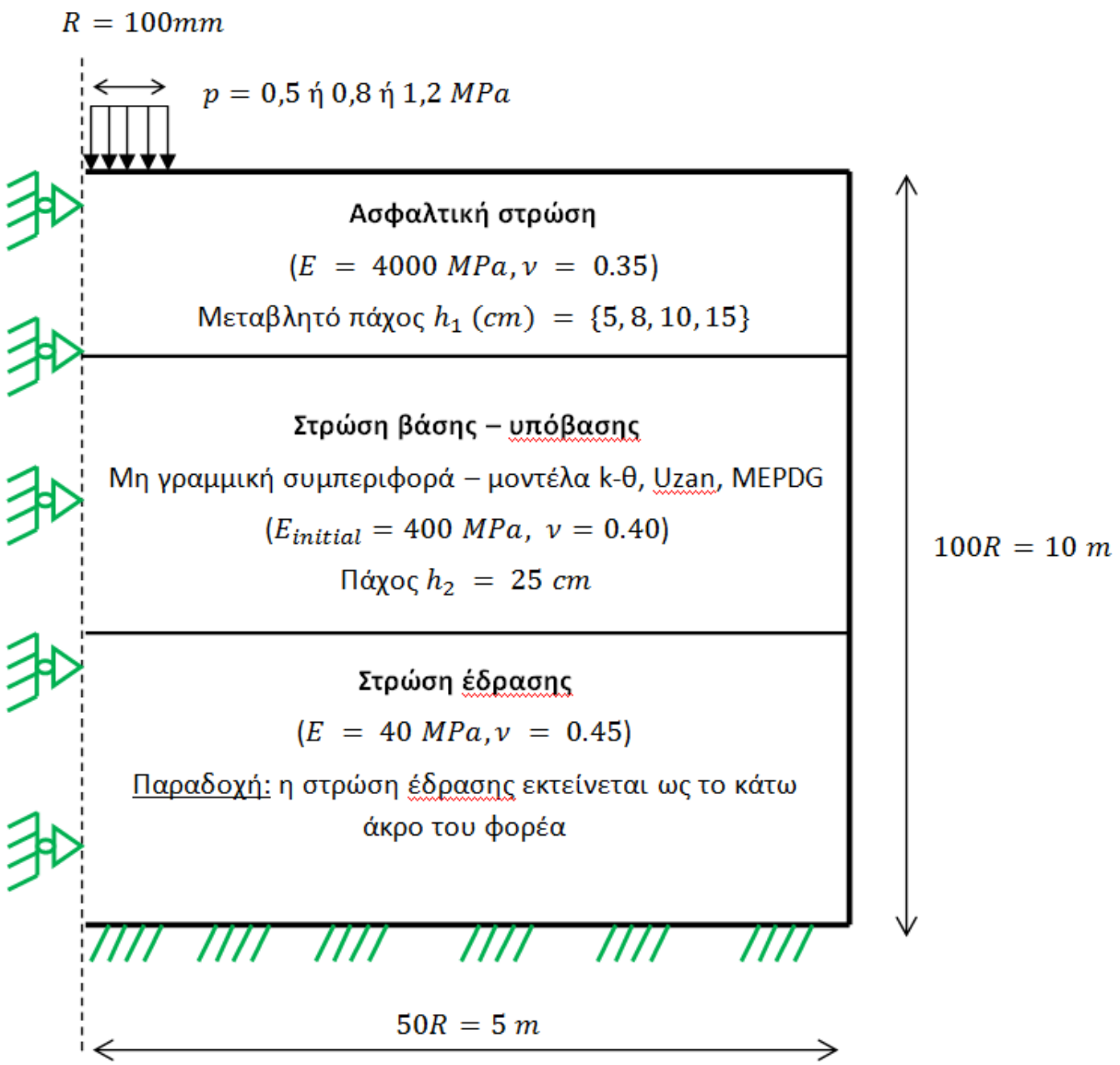
4.3.1 Γενική ανασκόπηση

Σύμφωνα με τον Li (2013), τα επόμενα τέσσερα στοιχεία είναι πολύ σημαντικά κατά τη μοντελοποίηση διατομής οδοστρωμάτων. Πρόκειται για το εύρος της διατομής (domain size), τις συνοριακές συνθήκες (boundary conditions), την πυκνότητα του καννάβου πεπερασμένων στοιχείων (mesh density) και το είδος των πεπερασμένων στοιχείων (type of elements) που χρησιμοποιούνται για τη διακριτοποίηση του φορέα.

Η ιδιαιτερότητα της διατομής οδοστρώματος συνίσταται στα εξής δύο στοιχεία:

- Πρώτον, η περιοχή φόρτισης είναι πολύ μικρή σε σχέση με το σύνολο της διατομής.
- Δεύτερον, το οδόστρωμα κατά την κατακόρυφη έννοια αποτελείται από στρώσεις με υλικά διαφορετικής μηχανικής αντοχής (γεγονός που επηρεάζει την κατανομή των τάσεων και των παραμορφώσεων) και οι στρώσεις αυτές έχουν πεπερασμένο πάχος σε σχέση με τις διαστάσεις της οριζόντιας διεύθυνσης, οι οποίες νοούνται άπειρες στο πλαίσιο της μελέτης και ανάλυσης οδοστρωμάτων.

Πέρα από τα παραπάνω γενικά στοιχεία, στο τρέχον υποκεφάλαιο περιγράφονται τα βασικά βήματα μοντελοποίησης του φορέα. Η ανάλυση που θα πραγματοποιηθεί είναι δισδιάστατη αξονοσυμμετρική, καθώς τόσο γεωμετρικά όσο και φορτικά, ο φορέας είναι αξονοσυμμετρικός. Επιπλέον, με τη θεώρηση αξονοσυμμετρικού φορέα δίνεται εύκολα η δυνατότητα άμεσης σύγκρισης των αποτελεσμάτων της μη γραμμικής ανάλυσης με τα αντίστοιχα αποτελέσματα της απλής γραμμικής ελαστικής ανάλυσης (θεωρία πολλαπλών ελαστικών στρώσεων), η οποία γίνεται επίσης σε δισδιάστατα αξονοσυμμετρικά μοντέλα. Ο τυπικός φορέας με βάση τον οποίο έγιναν οι αναλύσεις φαίνεται στο σχήμα 4.1, ενώ ακολουθεί η περιγραφή των παραδοχών σχεδιασμού.



Σχήμα 4.1: Ποιοτικό σκαρίφημα του υπό μελέτη φορέα με όλες τις παραδοχές μελέτης

4.3.2 Εύρος φορέα

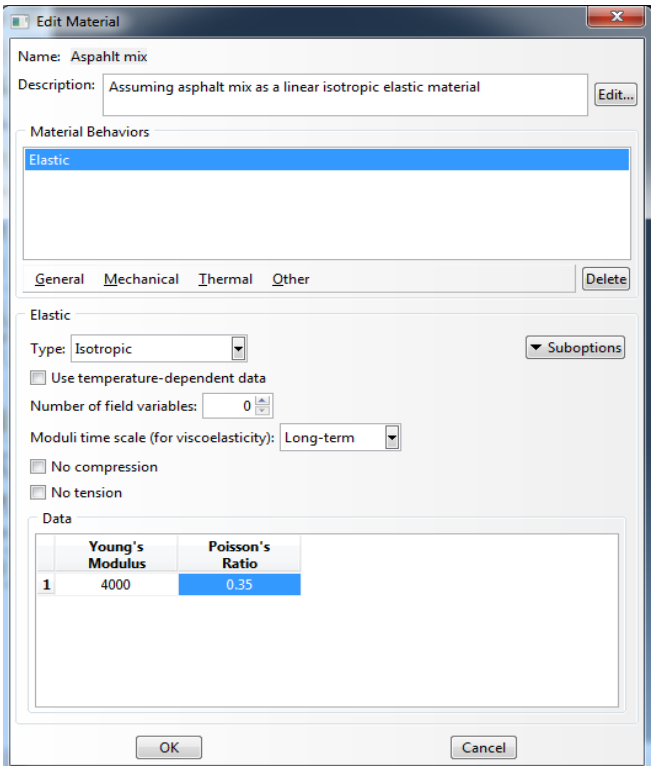
Το εύρος της διατομής ορίστηκε με αναφορά στην ακτίνα κυκλικού φορτίου R. Η οριζόντια διάσταση της διατομής ορίστηκε στα $50R$ και η κατακόρυφη διάσταση στα $100R$. Ως ακτίνα κυκλικού φορτίου, χρησιμοποιήθηκε η τιμή $R = 100\ mm$ (τιμή που είχε χρησιμοποιήσει και ο Kim (2007) στη διατριβή του). Σημειώνεται ότι στο παραμορφωσίμετρο πίπτοντος βάρους (Falling Weight Deflectometer – FWD), η ακτίνα της κυκλικής πλάκας είναι 150 mm, ωστόσο η διαφοροποίηση στην τιμή της επιλεγείσας ακτίνας στην παρούσα εργασία μπορεί να εξομαλυνθεί με κατάλληλη αναπροσαρμογή των τυπικών φορτίων, εφόσον κοινό σημείο αναφοράς είναι οι επιβαλλόμενες τάσεις.

Πάντως για $R = 100\ mm$ ο φορέας προκύπτει με διαστάσεις $5\ m$ (οριζόντια) επί $10\ m$ (κατακόρυφα). Ο λόγος που η κατακόρυφη διάσταση επιλέχτηκε τόσο μεγάλη (σε αντίθεση με

την πραγματικότητα, όπου το συνολικό πάχος του οδοστρώματος – με τη στρώση έδρασης – κυμαίνεται περίπου στο $1m$) είναι υπολογιστικός, προκειμένου να μην αλλοιώσει την αριθμητική λύση και κυρίως την τιμή της επιφανειακής υποχώρησης. Από την άλλη, η οριζόντια διάσταση επιλέχτηκε επίσης μεγάλη, προκειμένου να μην απαιτείται μέριμνα για συνοριακή συνθήκη στο δεξιό άκρο της διατομής.

4.3.3 Επιλογή διατομών και υλικών

Επόμενο βήμα είναι να οριστούν τα χρησιμοποιούμενα υλικά και οι μηχανικές τους ιδιότητες. Η τυπική διατομή αποτελείται από τρεις στρώσεις: την ενιαία ασφαλτική στρώση που αποτελείται από ασφαλτόμιγμα με γραμμική ισότροπη ελαστική συμπεριφορά (θεωρήθηκε $E = 4000\ MPa, \nu = 0.35$), τη στρώση βάσης-υπόβασης, η οποία αποτελείται από ασύνδετα κοκκώδη υλικά με μη γραμμική συμπεριφορά, η οποία καθορίζεται από την υπορουτίνα (θα γίνει εκτενής αναφορά σε επόμενη υποενότητα) και τη στρώση έδρασης, που αποτελείται από γαιώδες υλικό με επίσης γραμμική ισότροπη ελαστική συμπεριφορά (θεωρήθηκε $E = 40\ MPa, \nu = 0.45$). Οι παραπάνω τιμές για το μέτρο ελαστικότητας και το λόγο Poisson επιλέχθηκαν ως αντιπροσωπευτικές. Η μηχανική συμπεριφορά των ασφαλτικών στρώσεων και της στρώσης έδρασης υιοθετήθηκε σκόπιμα ως γραμμική ελαστική, προκειμένου να απλοποιηθεί η ανάλυση και να διερευνηθεί αποκλειστικά η επίδραση της μη γραμμικότητας των ασύνδετων υλικών οδοστρωσίας στην συνολική απόκριση του οδοστρώματος.



Σχήμα 4.2: Ορισμός ιδιοτήτων υλικών διατομής οδοστρώματος στο ABAQUS (εν προκειμένω του ασφαλτομίγματος)

Όσον αφορά στα πάχη των επιμέρους στρώσεων, θεωρήθηκε ότι η στρώση έδρασης εκτείνεται στο άπειρο (συνήθης παραδοχή και στη γραμμική ελαστική ανάλυση καθώς και στα λογισμικά ανάλυσης οδοστρωμάτων). Το πάχος της στρώσης της βάσης θεωρήθηκε σταθερό, λαμβάνοντας μια τυπική τιμή στα 25 cm. Τέλος, το πάχος των ασφαλτικών στρώσεων θεωρήθηκε μεταβλητό, προκειμένου να γίνει μια παραμετρική ανάλυση ευαισθησίας της μη γραμμικής ανάλυσης στο πάχος των ασφαλτικών στρώσεων. Υπενθυμίζεται, ότι το πάχος των ασφαλτικών επιδρά στην τιμή της οριζόντιας εφελκυστικής τάσης και παραμόρφωσης στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων καθώς και ότι οι τιμές αυτών των εντατικών μεγεθών σχετίζονται άμεσα με φαινόμενα κόπωσης ασφαλτομίγματος.

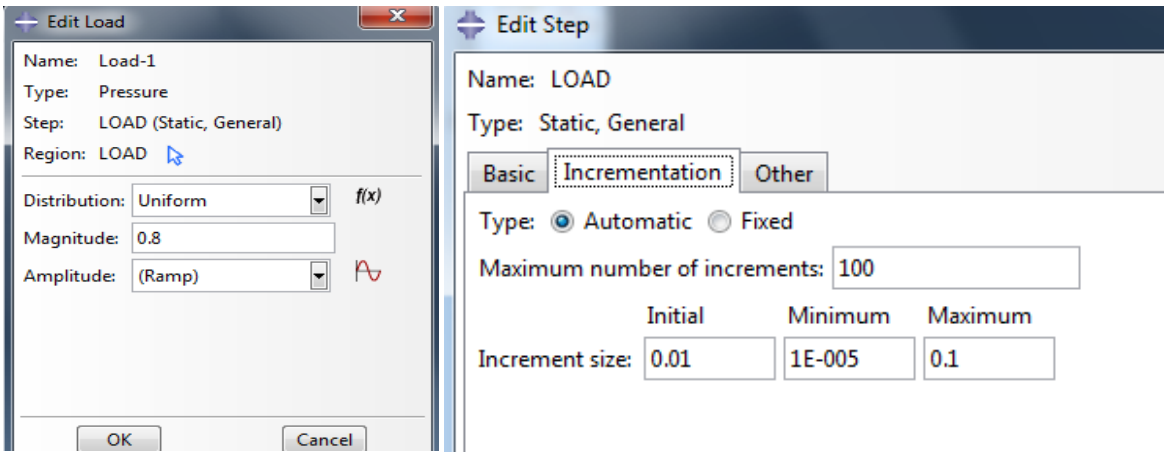
Διευκρινίζεται ότι στις διεπιφάνειες των στρώσεων επικρατούν συνθήκες πλήρους συνάφειας μεταξύ των γειτονικών υλικών (no slip condition), προκειμένου η διατομή του οδοστρώματος να μπορεί να θεωρηθεί συνεχές μέσο.

4.3.4 Συνοριακές συνθήκες και χαρακτηριστικά φόρτισης

Σχετικά με τις συνοριακές συνθήκες, στο κάτω άκρο του φορέα τοποθετήθηκαν πακτώσεις προκειμένου να μην επιτρέπεται καμία μετακίνηση και στροφή, ενώ στο αριστερό άκρο τοποθετήθηκαν κυλίσεις εφόσον το άκρο αυτό λειτουργεί σαν άξονας συμμετρίας του συνολικού φορέα. Όπως ειπώθηκε και προηγουμένως, η οριζόντια διάσταση του μοντέλου λήφθηκε αυξημένη, προκειμένου να απαλλαχθεί το δεξιό άκρο του φορέα από συνοριακές συνθήκες και να θεωρείται ελεύθερο (free end). Ωστόσο, εάν η οριζόντια διάσταση είχε επιλεχθεί μειωμένη, θα τοποθετούνταν επίσης κυλίσεις προκειμένου να δεσμευτεί η οριζόντια μετακίνησή του.

Ως προς τα στοιχεία φόρτισης, λόγω της φορτικής αξονοσυμμετρίας, επιλέχθηκε η διάταξη απλού μονού τροχού κυκλικής ακτίνας R. Ως βάση αναφοράς για την τιμή της ομοιόμορφης κυκλικής φόρτισης λαμβάνεται η τιμή $0.8\ MPa$, ενώ για τις ανάγκες της παραμετρικής διερεύνησης σε ορισμένες αναλύσεις το φορτίο λαμβάνει την τιμή 0.5 και $1.2\ MPa$ (σχήμα 4.3α).

Όσον αφορά στο χαρακτήρα της φόρτισης, έγινε η παραδοχή στατικού τύπου φόρτισης (όπως συμβαίνει και σε αναλύσεις με το σύστημα FWD), υπάρχει δηλαδή ένα στάδιο φόρτισης (step). Ωστόσο, εφόσον πραγματοποιείται μη γραμμική ανάλυση, το στατικό επιβάλλεται τμηματικά (σχήμα 4.3β), δηλαδή σε επιμέρους επαυξητικά βήματα (increments).

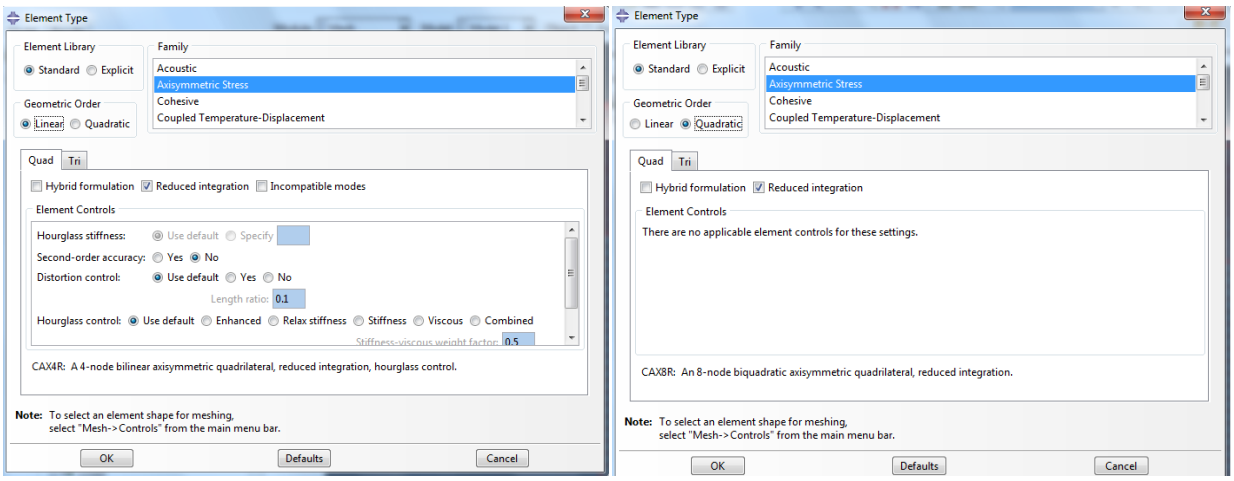


Σχήμα 4.3 (α+β): Προσδιορισμός στοιχείων μη γραμμικής φόρτισης

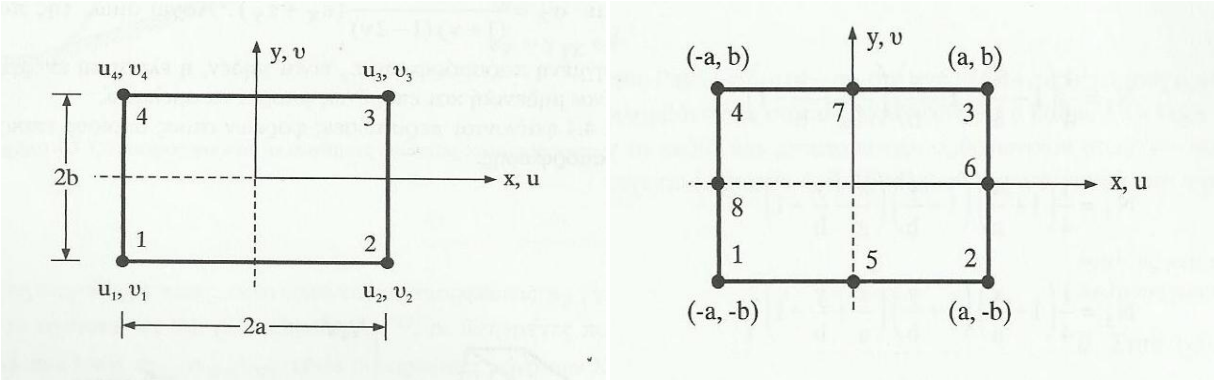
Στο σχήμα 4.3.β φαίνονται τα χαρακτηριστικά της επαυξητικής φόρτισης. Το πρώτο βήμα φόρτισης λήφθηκε σκόπιμα μικρό (στο 1% του συνολικού φορτίου) προκειμένου να έχει την ελάχιστη δυνατή επίδραση στην τελική λύση του μη γραμμικού προβλήματος. Σε κάθε βήμα φόρτισης πραγματοποιούνται διαδοχικές επαναλήψεις προκειμένου να επιτευχθεί ισορροπία εσωτερικών και εξωτερικών δυνάμεων και να θεωρείται το τρέχον βήμα φόρτισης ευσταθές. Στη συνέχεια, αυξάνεται αυτόματα το βήμα επαύξησης έως και 10% του συνολικού φορτίου.

4.3.5 Κάνναβος πεπερασμένων στοιχείων

Σχετικά με τον κάνναβο των πεπερασμένων στοιχείων, ορίζεται ο τύπος των πεπερασμένων στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν στη δισδιάστατη ανάλυση (σχήμα 4.4). Επιλέχθηκαν τόσο ορθογωνικά στοιχεία 1^{ης} τάξης με τέσσερις κόμβους (ένας κόμβος σε κάθε άκρο – CAX4R, σχήμα 4.5α) όσο και ορθογωνικά στοιχεία 2^{ης} τάξης με οκτώ κόμβους (ένας κόμβος σε κάθε άκρο και σε κάθε μέσο της πλευράς του στοιχείου – CAX8R, σχήμα 4.5β).



Σχήμα 4.4: Επιλογή τύπου πεπερασμένων στοιχείων στο περιβάλλον ABAQUS

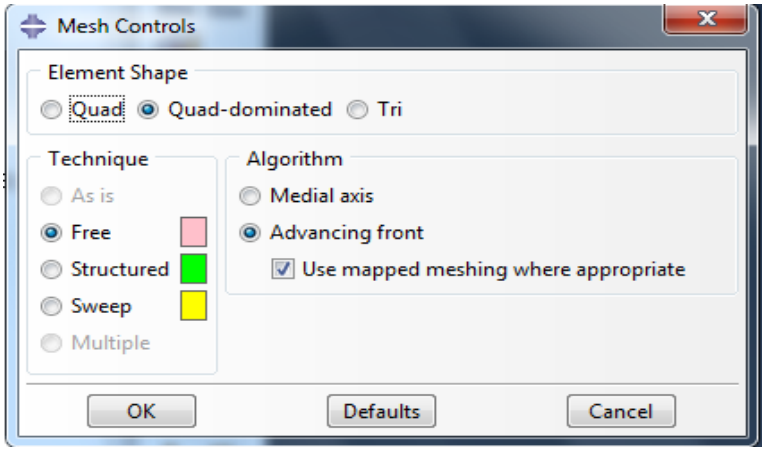


Σχήμα 4.5: Γεωμετρία ορθογωνικών στοιχείων:

(α) 1^{ης} τάξης με 4 κόμβους (CAX4R) και (β) 2^{ης} τάξης με 8 κόμβους (CAX8R)

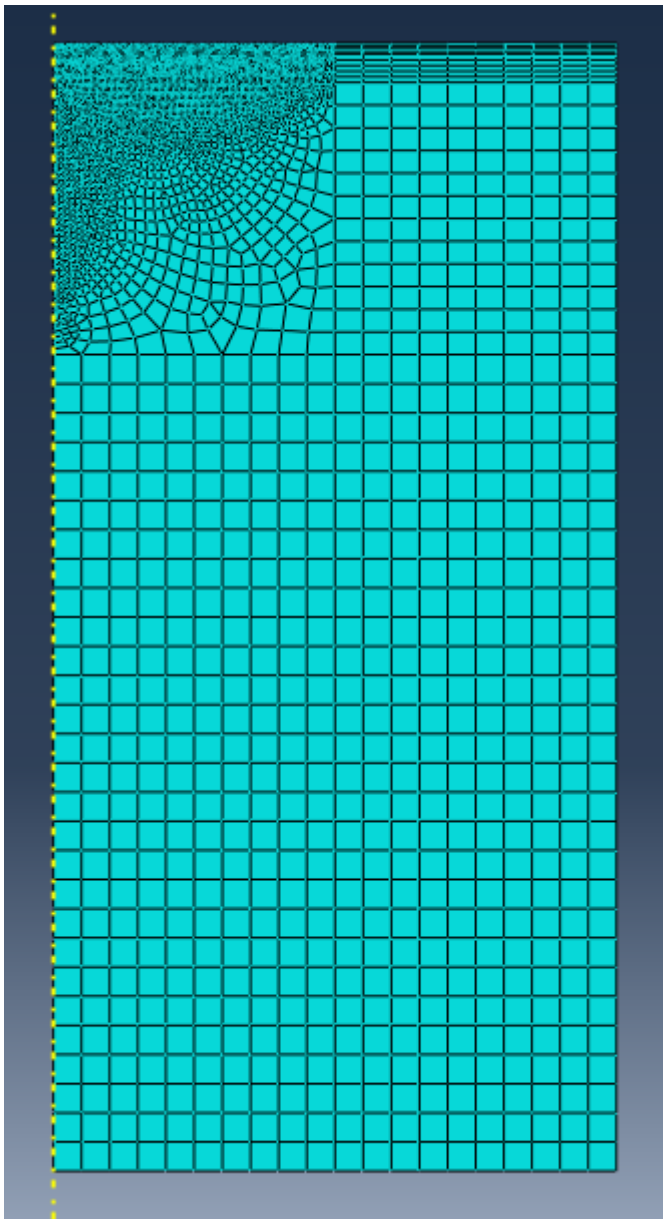
Λόγω των ιδιαιτεροτήτων του φορέα μελέτης που αναφέρθηκαν σε προηγούμενο κεφάλαιο, κρίθηκε άσκοπη η επιλογή ενιαίας πυκνότητας καννάβου πεπερασμένων στοιχείων, διότι θα υπήρχε ο κίνδυνος μειωμένης ακρίβειας άρα και αναξιόπιστης αριθμητικής λύσης στην περίπτωση αραιής διακριτοποίησης ή και ο κίνδυνος αυξημένου υπολογιστικού χρόνου στην περίπτωση μιας ενιαίας πυκνής διακριτοποίησης. Για το λόγο αυτό, ο φορέας κατατμήθηκε σε επιμέρους υποτμήματα, προκειμένου να εφαρμοστεί σε καθένα από αυτά διαφορετική διακριτοποίηση. Προφανώς, στα τμήματα που βρίσκονται κοντά στην περιοχή φόρτισης καθώς και στις δύο άνω στρώσεις (ασφαλτικών στρώσεων και στρώσης βάσης), ο κάνναβος πεπερασμένων στοιχείων είναι πυκνότερος. Αντιθέτως, μακριά από την περιοχή φόρτισης, η πυκνότητα διακριτοποίησης μειώνεται βαθμιαία.

Ως εκ τούτου, το γεωμετρικό σχήμα των πεπερασμένων στοιχείων δεν μπορεί να είναι απολύτως τετραγωνικό. Γι' αυτό και επιλέχθηκε να είναι κυρίαρχη μορφή το τετραγωνικό σχήμα (quad dominated – σχήμα 4.6), μια επιλογή που αποτρέπει το αμιγώς τριγωνικό σχήμα πεπερασμένων στοιχείων.

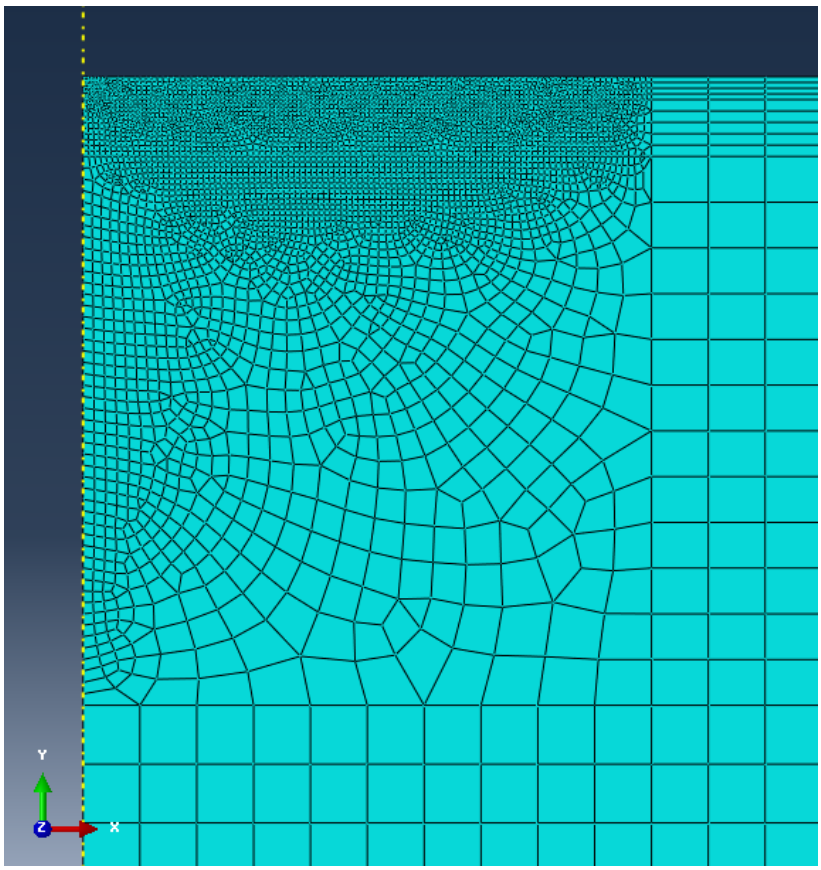


Σχήμα 4.6: Επιλογή σχήματος πεπερασμένων στοιχείων

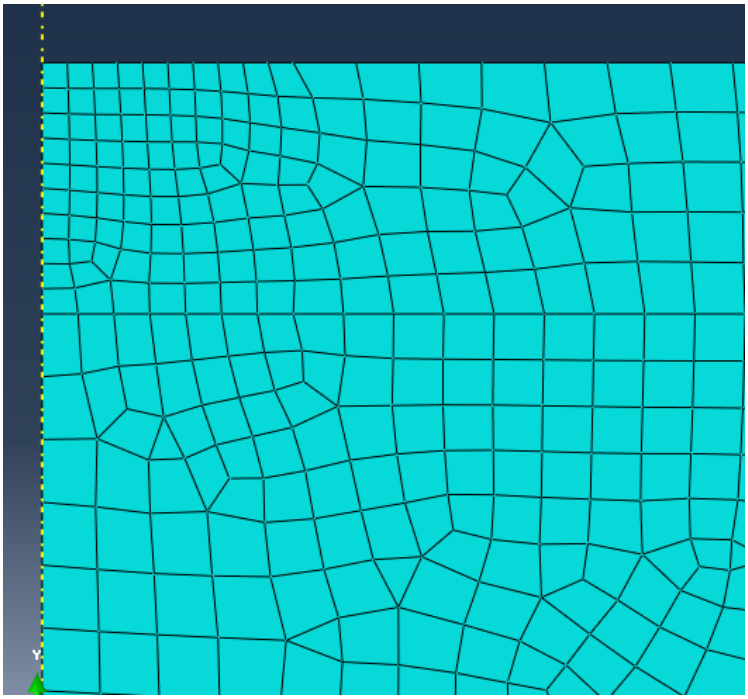
Η τελική εικόνα του διακριτοποιημένου φορέα φαίνεται στα επόμενα σχήματα.



Σχήμα 4.7: Διακριτοποίηση στο σύνολο στου φορέα



Σχήμα 4.8: Διακριτοποίηση στο άνω αριστερό άκρο του φορέα
(περιλαμβάνει την ασφαλτική στρώση, τη βάση και μέρος της στρώσης έδρασης)



Σχήμα 4.9: Διακριτοποίηση στο άνω αριστερό άκρο του φορέα, πλησίον της περιοχής φόρτισης
(περιλαμβάνει την ασφαλτική στρώση, και μέρος της βάσης)

Σημειώνεται ότι σε κάθε διατομή ελέγχου, πραγματοποιήθηκε ο έλεγχος του ABAQUS για τη σταθερότητα του καννάβου (verify mesh), ενώ δεν προέκυψαν λάθη που θα επηρέαζαν την αριθμητική ευστάθεια του φορέα (σχήμα 4.10).

```
The model database "C:\Temp\UMAT from University of Canterbury\Models - UMAT\March 2016\10mm.cae" has been opened.

Part: pavement
  Number of elements :  4972,   Analysis errors:  0 (0%),  Analysis warnings:  1 (0.0201126%)

Part: pavement
  Number of elements :  4972,   Analysis errors:  0 (0%),  Analysis warnings:  1 (0.0201126%)
Created set 'PoorElements-1' containing 1 element
```

Σχήμα 4.10: Έλεγχος ευστάθειας του καννάβου πεπερασμένων στοιχείων

Πιθανά σφάλματα διακριτοποίησης θα μπορούσαν να αποτελούν μεμονωμένα πεπερασμένα στοιχεία με μεγάλο λόγο πλευρών ή στοιχεία με αμβλείες γωνίες. Σε τέτοιες περιπτώσεις, η γραμμική παρεμβολή που πραγματοποιείται μεταξύ των κόμβων του στοιχείου για τον προσδιορισμό των εντατικών μεγεθών στο εσωτερικό τους, είναι ανεπιτυχής και είναι πιθανό να υπάρχουν αριθμητικές ασυνέχειες και άλματα στις κατανομές τάσεων και παραμορφώσεων.

4.4 Χαρακτηριστικά της υπορουτίνας UMAT

Στην αριθμητική διερεύνηση που πραγματοποιείται στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας, τα ασύνδετα υλικά οδοστρωσίας που χρησιμοποιούνται στη στρώση της βάσης παρουσιάζουν μη γραμμική μηχανική συμπεριφορά. Προκειμένου να ενσωματωθεί αυτή η μη γραμμικότητα στη συνολική ανάλυση με το ABAQUS, χρησιμοποιήθηκε κώδικας σε γλώσσα FORTRAN. Ο κώδικας αυτός υπαγορεύει ουσιαστικά στο ABAQUS τον τρόπο υπολογισμού των τάσεων και παραμορφώσεων στη στρώση της βάσης, βάσει των καταστατικών μοντέλων που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 2.

Κατά τη διαμόρφωση του κώδικα, αξιοποιήθηκαν στοιχεία από συναφή έρευνα. Πρόκειται για τη διδακτορική διατριβή του Bruce Daniel Steven (2005) από το University of Canterbury της Νέας Ζηλανδίας. Ο κώδικας περιλάμβανε τόσο δισδιάστατη (αξονοσυμμετρική) όσο και τρισδιάστατη ανάλυση, ενώ η μη γραμμική συμπεριφορά εκφράζεται από το MEPDG καταστατικό μοντέλο (σχέση 2.9). Ο κώδικας τροποποιήθηκε κατάλληλα, προκειμένου να ενσωματωθούν σε αυτόν τα μοντέλα k-θ (σχέση 2.3) και Uzan σχέση (2.5) και να επιτρέψουν τη συγκριτική αξιολόγησή τους.

Οι βασικοί άξονες στους οποίους στηρίζεται ο κώδικας είναι:

- Η θεώρηση ανισότροπης συμπεριφοράς για τα ασύνδετα υλικά οδοστρωσίας μέσω του συντελεστή ανισοτροπίας n.
- Η θεώρηση γεωστατικών φορτίων μέσω μιας ενιαίας τιμής της πυκνότητας για τα υπερκείμενα υλικά, καθώς και η θεώρηση παραμενουσών θλιπτικών τάσεων λόγω συμπύκνωσης μέσω μιας τιμής για το συντελεστή των οριζόντιων τάσεων (που εν

προκειμένω είναι ο συντελεστής παθητικών ωθήσεων βάσει του Tutumuler (2005)). Οι παραπάνω τάσεις υπολογίζονται βάσει της σχέσης 2.14.

- Η σύμβαση των πρόσημων των τάσεων βάσει της γεωτεχνικής θεώρησης, δηλαδή οι εφελκυστικές τάσεις νοούνται αρνητικές και οι θλιπτικές τάσεις νοούνται θετικές. Πραγματοποιείται δηλαδή κατάλληλος μετασχηματισμός όπου χρειάζεται σε σχέση με τις τάσεις που υπολογίζονται από το ABAQUS.
- Η σύγκλιση σε κάθε βήμα επαύξησης του φορτίου ελέγχεται επαναληπτικά μέσω της τροποποιημένης μεθόδου του Newton για τα μη γραμμικά προβλήματα (που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 3).

4.4.1 Μετασχηματισμός των κύριων τάσεων

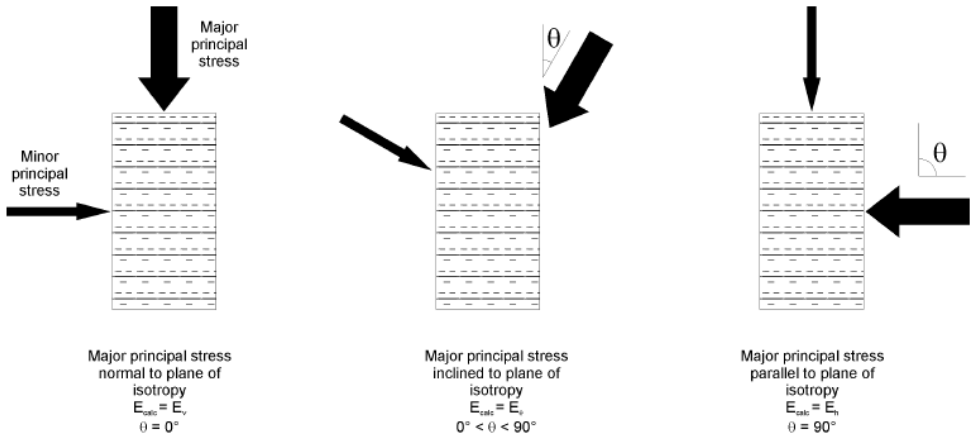
Τα καταστατικά μοντέλα βασίζονται όπως έχει ειπωθεί σε τριαξονικές δοκιμές. Στα μοντέλα αυτά, οι τάσεις που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικής παραμόρφωσης είναι οι κύριες τάσεις (δηλαδή στα δοκίμια δεν επιβάλλονται διατμητικές τάσεις). Ωστόσο, στην αριθμητική προσομοίωση με τη μέθοδο FEM, μόνο στα σημεία που βρίσκονται κάτω από το ίχνος της φόρτισης είναι δυνατή η μη ύπαρξη διατμητικών τάσεων. Σε οποιοδήποτε άλλο σημείο, υπάρχει διαφορά στο σύστημα των τάσεων που θεωρεί το ABAQUS (σ_{11}, σ_{22}, σ_{33}) με το σύστημα των κυρίων τάσεων (σ_1, σ_2, σ_3), η οποία και πρέπει να λαμβάνεται υπόψη δεδομένου ότι το υλικό θεωρείται ανισότροπο.

Ο Steven (2005) αναφέρει ότι για ένα ανισότροπο υλικό είναι απαραίτητη η γνώση της γωνίας θ μεταξύ της μέγιστης κύριας τάσης και του κάθετου διανύσματος στο ισότροπο επίπεδο (επίπεδο 1-3 με αναφορά στο σχήμα 2.4). Με γνωστή την τιμή της γωνίας θ, το μέτρο ελαστικότητας E_θ υπολογίζεται από τη σχέση των Desai and Christian (1977):

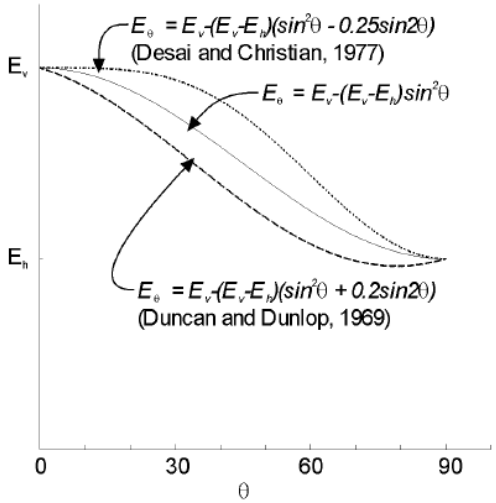
$$E_\theta = E_v - (E_v - E_h) \cdot (\sin^2\theta - 0.25 \cdot \sin 2\theta) \qquad 4.1$$

όπου: E_v το κατακόρυφο μέτρο ελαστικότητας και E_h το οριζόντιο μέτρο ελαστικότητας.

Από τη σχέση 4.1 για $\theta = 0°$ είναι $E_\theta = E_v$, ενώ για $\theta = 90°$ είναι $E_\theta = E_h$. Στα επόμενα σχήματα, φαίνεται η μεταβολή του μέτρου ελαστικότητας για διάφορες τιμές της γωνίας θ.



Σχήμα 4.11: Υπολογιστικό μέτρο ελαστικότητας για χαρακτηριστικές τιμές της γωνίας θ



Σχήμα 4.12: Μεταβολή του υπολογιστικού μέτρου ελαστικότητας συναρτήσει της γωνίας θ

Με αναφορά στον κύκλο του Mohr (σχήμα 4.13), οι τάσεις σ_{11} και σ_{33} μετασχηματίζονται σε κύριες τάσεις σ_1 και σ_3 βάσει την παρακάτω αλληλουχία σχέσεων:

Πρώτα απ' όλα υπολογίζεται η τετμημένη του κέντρου του κύκλου:

$$x_O = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{33}}{2} \qquad 4.2$$

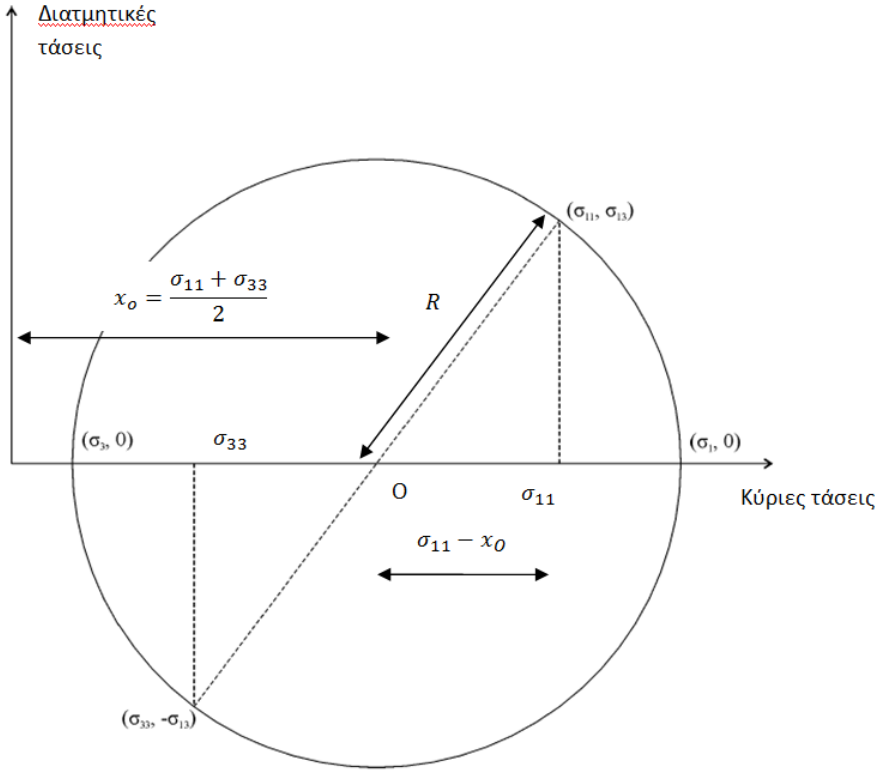
Έπειτα υπολογίζεται με πυθαγόρειο θεώρημα η ακτίνα του κύκλου:

$$R = \sqrt{(\sigma_{11} - x_O)^2 + {\sigma_{13}}^2} = \sqrt{(\frac{\sigma_{11} - \sigma_{33}}{2})^2 + {\sigma_{13}}^2} \qquad 4.3$$

Τέλος, οι κύριες τάσεις υπολογίζονται ως εξής:

$$\sigma_1 = x_O + R = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{33}}{2} + \sqrt{(\frac{\sigma_{11} - \sigma_{33}}{2})^2 + {\sigma_{13}}^2} \qquad 4.4$$

$$\sigma_3 = x_O - R = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{33}}{2} - \sqrt{(\frac{\sigma_{11} - \sigma_{33}}{2})^2 + {\sigma_{13}}^2} \qquad 4.5$$

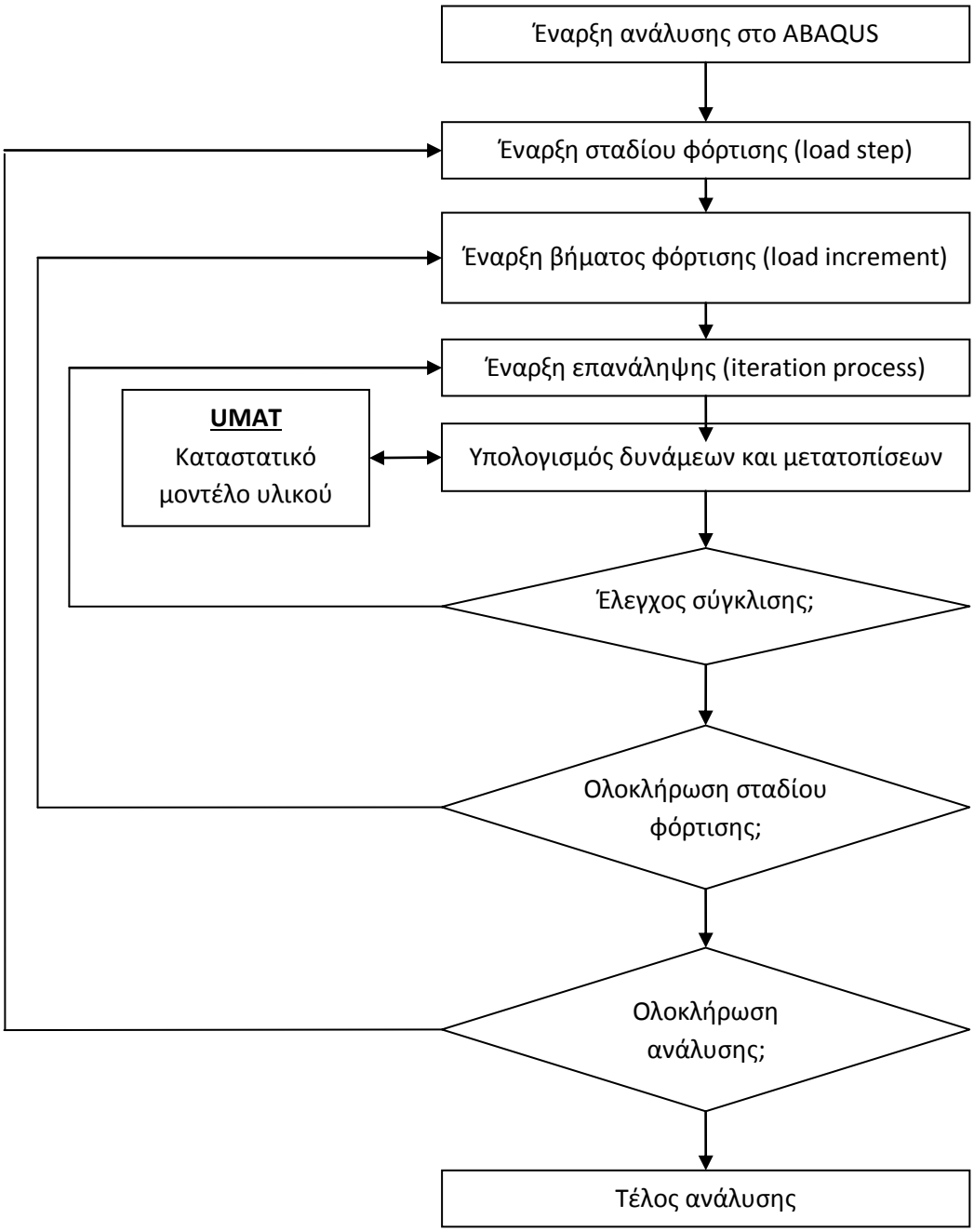


Σχήμα 4.13: Υπολογισμός κυρίων τάσεων από τον κύκλο του Mohr

4.4.2 Η μη γραμμική ανάλυση με την υπορουτίνα UMAT

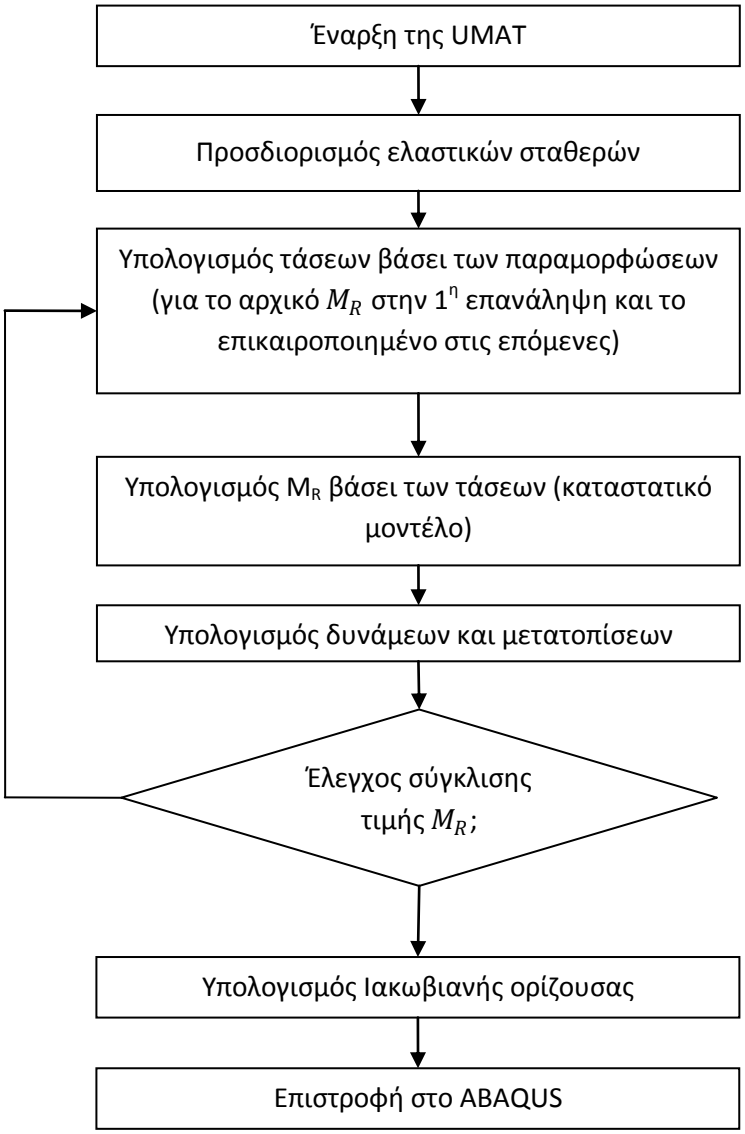
Στο σχήμα 4.14 αποτυπώνεται η γενική πορεία της μη γραμμικής ανάλυσης με το λογισμικό ABAQUS. Λόγω παραδοχής στατικής φόρτισης, υπάρχει ένα μόνο βήμα φόρτισης (1 step). Τα είδη αναλύσεων που πραγματοποιούνται στο ABAQUS είναι δύο: η γενικευμένη ανάλυση (general analysis step) για γραμμικά ή μη γραμμικά προβλήματα και η ανάλυση τύπου 'linear perturbation step' για γραμμικά προβλήματα. Η μη γραμμικότητα ενός προβλήματος μπορεί να είναι είτε λόγω των ιδιοτήτων του υλικού, είτε λόγω συνοριακών συνθηκών ή και λόγω γεωμετρίας (Dassault Systemes Simulia Corp. 2010). Στον προσδιορισμό του μέτρου ελαστικής παραμόρφωσης των υλικών οδοστρωσίας, η μη γραμμικότητα προέρχεται από το υλικό και πραγματοποιείται το πρώτο είδος ανάλυσης (general analysis step).

Για καλύτερη ακρίβεια, το φορτίο επιβάλλεται τμηματικά σε επιμέρους βήματα (incremental loading). Σε κάθε βήμα, πραγματοποιείται μια επαναληπτική διαδικασία για την εύρεση της προσεγγιστικής λύσης με την καλύτερη δυνατή σύγκλιση. Η UMAT προσδιορίζει τη μηχανική συμπεριφορά των ασύνδετων υλικών της βάσης και καλείται σε κάθε επανάληψη να υπολογίσει το μητρώο δυσκαμψίας και τη σχέση τάσεων παραμορφώσεων σε κάθε σημείο υπολογισμού με βάση τον κάνναβο των πεπερασμένων στοιχειών, μέχρις ότου επιτευχθεί σύγκλιση. Ο έλεγχος της σύγκλισης γίνεται με την τροποποιημένη μέθοδο Newton (μέθοδος τέμνουσας δυσκαμψίας) που περιγράφηκε στην υποενότητα 3.4.2.



Σχήμα 4.14: Τυπικό διάγραμμα ροής στην ανάλυση του ABAQUS με ενσωματωμένη UMAT

Στο επόμενο σχήμα φαίνεται ένα επίσης τυπικό διάγραμμα ροής για μια υπορουτίνα UMAT (Li, 2013).

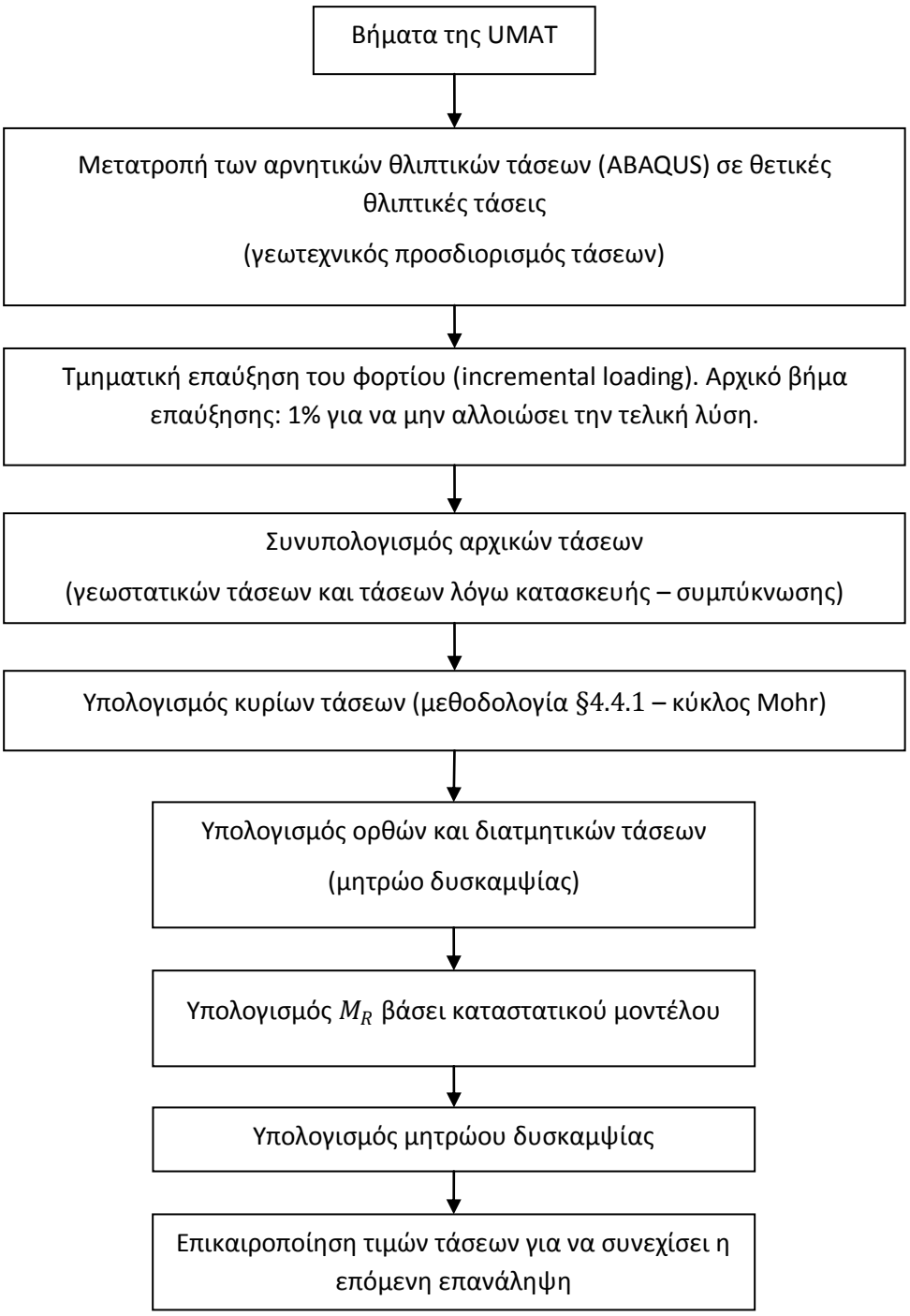


Σχήμα 4.15: Τυπικό διάγραμμα ροής της UMAT

4.4.3 Μεταβλητές υπορουτίνας UMAT

Στην υπορουτίνα που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία, είναι απαραίτητος ο υπολογισμός του Ιακωβιανού μητρώου δυσκαμψίας και η επικαιροποίηση των τιμών των τάσεων για το τρέχον βήμα φόρτισης. Ο υπολογισμός αυτός βασίζεται στην μεθοδολογία που ακολουθήθηκε από τον Steven (2005), δηλαδή στην ακολουθία Cauchy 1ης τάξης.

Η γενική πορεία υπολογισμών της υπορουτίνας UMAT περιγράφεται στο διάγραμμα ροής του προηγούμενου σχήματος 4.15, ενώ οι επιμέρους μικρές διαφοροποιήσεις κατά την πορεία ανάλυσης έχουν ενταχθεί στο διάγραμμα ροής του σχήματος 4.16.



Σχήμα 4.16: Πορεία υπολογισμών της UMAT

Επιπλέον, στον κώδικα της UMAT υπάρχουν δύο κατηγορίες μεταβλητών:

- Οι μεταβλητές PROPS, οι οποίες συνιστούν την επικοινωνία του χρήστη με την υπορουτίνα και το ABAQUS, καθώς ο χρήστης επιλέγει τις τιμές που θα δώσει στις μεταβλητές αυτές, προτού ξεκινήσει η ανάλυση. Ουσιαστικά, πρόκειται για τα δεδομένα εισόδου (input parameters). Σε αυτήν την UMAT υπάρχουν 12 τέτοιες μεταβλητές (πίνακας 5.1), όπου φαίνονται και οι τιμές που λήφθηκαν στο πλαίσιο της παρούσας διερεύνησης. Ειδικότερα, ο πίνακας 5.2 περιέχει τις τιμές των παραμέτρων $k_{1,}$ k_2, k_3 των καταστατικών μοντέλων k-θ, Uzan και MEPDG που χρησιμοποιούνται στη συγκριτική ανάλυση. Το ιδανικό θα ήταν να

υπήρχαν διαθέσιμες βαθμονομημένες τιμές των παραπάνω παραμέτρων και για τα τρία μοντέλα, από εργαστηριακές τριαξονικές δοκιμές επί δοκιμίων με υλικά που απαντώνται στον ελλαδικό χώρο. Εν απουσία της παραπάνω πληροφορίας, αναζητήθηκαν κατάλληλα βαθμονομημένες τιμές στη διεθνή βιβλιογραφία από συναφείς έρευνες. Στον πίνακα 5.2, παρουσιάζονται τυπικές τιμές που επιλέχτηκαν για τις παραμέτρους των τριών μοντέλων από την έρευνα των Ba et al. (2011) για συγκεκριμένο τύπο ασύνδετου υλικού, ώστε να είναι συγκρίσιμα τα εξαγόμενα αποτελέσματα.

Πίνακας 5.1: Μεταβλητές της UMAT, που ορίζει ο χρήστης

α/α	**Περιγραφή μεταβλητής**	**Τιμή στο πλαίσιο της ανάλυσης**
1	Αριθμός μοντέλου	Ίσος με 1, λόγω ενός μοντέλου
2	Λόγος Poisson ασύνδετου υλικού	0.40
3	Τιμή παραμέτρου k_1	Βλέπε πίνακα 4.2
4	Τιμή παραμέτρου k_2	Βλέπε πίνακα 4.2
5	Τιμή παραμέτρου k_3	Βλέπε πίνακα 4.2
6	Συντελεστής ανισοτροπίας	0.50
7	Τρόπος υπολογισμού τάσεων	1 (μέσω του κύκλου Mohr – κύριες τάσεις)
8	Συντελεστής οριζόντιων ωθήσεων για αρχικές τάσεις	3 (τυπική τιμή για γωνία τριβής $\varphi = 30°$ από τη σχέση 2.15)
9	Πυκνότητα ρ ($^{t}/_{m^3}$) (υπόθεση σταθερής ενιαίας τιμή για όλα τα υπερκείμενα υλικά)	2.20 (θεωρούμενη ως ενδεικτική)
10	Ελάχιστο μέτρο ελαστικής παραμόρφωσης M_{R-min} (MPa) για αποφυγή προβλήματος μηδενισμού τάσεων.	50
11	$M_{R-initial}$ (MPa) για την πρώτη επανάληψη	400
12	Τιμή για επιλογή καταστατικού μοντέλου	1 → MEPDG, 2 → Uzan, 3 → k-θ

Πίνακας 5.2: Τιμές παραμέτρων των καταστατικών μοντέλων (από τη μελέτη των Ba et al. (2011))

Παράμετροι	**MEPDG μοντέλο**	**Uzan μοντέλο**	**k-θ μοντέλο**
$\boldsymbol{k_1}$ $(\boldsymbol{MPa})$	0.918	0.68734	105
$\boldsymbol{k_2}$	0.91	0.95	0.51
$\boldsymbol{k_3}$	-0.64	-0.35	-

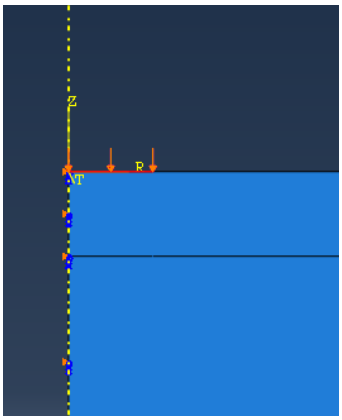
- Ο επόμενος τύπος μεταβλητών είναι οι DEPVAR μεταβλητές, δηλαδή οι μεταβλητές των οποίων η τιμή αλλάζει σε κάθε επανάληψη και ο χρήστης επιλέγει να τις αποθηκεύσει για

πρόσθετη ανάλυση. Οι μεταβλητές αυτές (solution dependent variables) είναι 9 και φαίνονται στον πίνακα 5.3 για την παρούσα UMAT.

Πίνακας 5.3: Οι 'depvar' μεταβλητές της υπορουτίνας (των οποίων οι τιμές εξαρτώνται από την τρέχουσα εντατική κατάσταση σε κάθε βήμα)

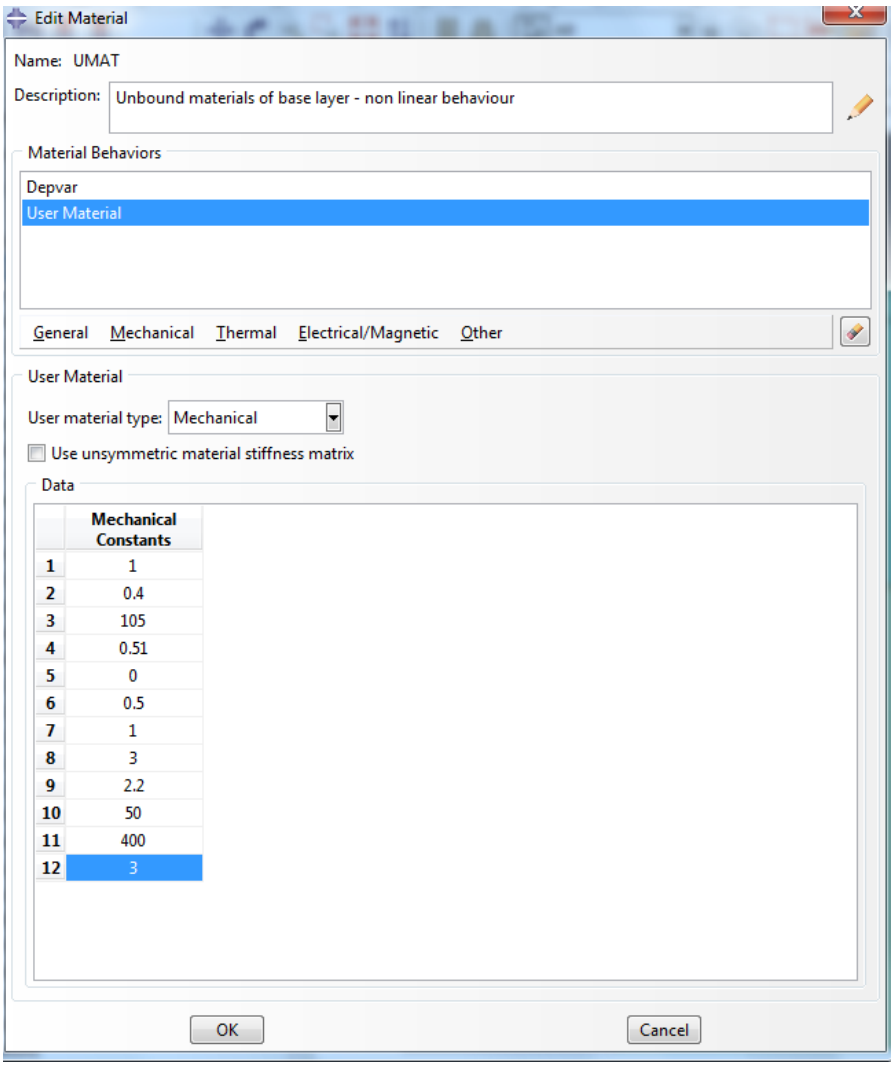
α/α	**Περιγραφή μεταβλητής**
1	Μέγιστη κύρια τάση στη διεύθυνση 1 - σ_1 (MPa)
2	Ενδιάμεση κύρια τάση στη διεύθυνση 2 - σ_2 (MPa)
3	Ελάχιστη κύρια τάση στη διεύθυνση 3 - σ_3 (MPa)
4	Οκτάεδρη διατμητική τάση - τ_{oct} (MPa)
5	Οριζόντιες αρχικές τάσεις - σ_h (MPa)
6	Κατακόρυφες αρχικές τάσεις - σ_v (MPa)
7	Γωνία θ για τον προσανατολισμό των κυριών τάσεων (§4.4.1)
8	Μέτρο ελαστικής παραμόρφωσης M_R (MPa)
9	Μέτρο ελαστικής παραμόρφωσης M_R (MPa) – διορθώμενο αν απαιτείται λόγω της γωνίας θ

Σημειώνεται, ότι προκειμένου να υπολογιστούν ορθά οι αρχικές γεωστατικές τάσεις, η αρχή του κατακόρυφου άξονα z τοποθετείται στην επιφάνεια κύλισης στο κέντρο της κυκλικής φόρτισης με φορά προς τα πάνω (σχήμα 4.17). Δηλαδή, ακριβώς στην επιφάνεια κύλισης, δεν υπάρχουν γεωστατικά φορτία λόγω μηδενικού βάθους από την επιφάνεια.



Σχήμα 4.17: Τοποθέτηση του κατακόρυφου άξονα για ορθό υπολογισμό γεωστατικών φορτίων (αρχικές τάσεις)

Τέλος, στο σχήμα που ακολουθεί παρατίθεται απόσπασμα από το λογισμικό ABAQUS, στο οποίο ορίζονται οι τιμές των μεταβλητών τύπου PROPS βάσει των τιμών των πινάκων 5.1 και 5.2.



Σχήμα 4.18: Δεδομένα εισόδου στο ABAQUS για τα μηχανικά χαρακτηριστικά των υλικών οδοστρωσίας

4.5 Τύποι αναλύσεων που πραγματοποιήθηκαν

Μετά την ολοκλήρωση του κώδικα UMAT, σειρά έχει μια παραμετρική διερεύνηση για εύρεση του βέλτιστου τύπου ανάλυσης της απόκρισης του οδοστρώματος στα αξονικά φορτία. Μέσω των μεταβλητών της UMAT, τις τιμές των οποίων ορίζει ο αναλυτής, καθίσταται εφικτή η πραγματοποίηση διαφορετικού τύπου αναλύσεων τροποποιώντας κατάλληλα τις τιμές του πίνακα 5.1. Για παράδειγμα, αν ο συντελεστής ανισοτροπίας λάβει την τιμή 1, τότε πραγματοποιείται ανάλυση με θεώρηση ισότροπου υλικού βάσης. Επίσης, αν η τιμή του συντελεστή οριζοντίων ωθήσεων και της ενιαίας πυκνότητας λάβουν την τιμή μηδέν, τότε πραγματοποιείται η συμβατική ανάλυση που λαμβάνει υπόψη μόνο αξονικά φορτία κυκλοφορίας. Τέλος, με μηδενισμό των παραμέτρων k_2, k_3 των καταστατικών μοντέλων, η ανάλυση εμπίπτει στην απλούστερη περίπτωση της γραμμικής ελαστικής ανάλυσης (η οποία λειτουργεί και σαν ανάλυση αναφοράς, με την έννοια ότι συγκρίνονται τα αποτελέσματα των υπόλοιπων αναλύσεων με τα αποτελέσματα της γραμμικής ελαστικής ανάλυσης).

Υπό το πρίσμα των ανωτέρω, διερευνώνται πέντε περιπτώσεις ανάλυσης προκειμένου να αξιολογηθεί η επιρροή της μη γραμμικότητας των υλικών οδοστρωσίας στην απόκριση του οδοστρώματος και να αναζητηθεί ο βέλτιστος τύπος ανάλυσης. Οι αναλύσεις αυτές είναι:

- η απλή γραμμική ελαστική ανάλυση (περίπτωση 1),
- η μη γραμμική ελαστική ανάλυση θεωρώντας ισότροπο ασύνδετο υλικό (περίπτωση 2),
- η μη γραμμική ελαστική ανάλυση θεωρώντας ανισότροπο ασύνδετο υλικό (περίπτωση 3),
- η μη γραμμική ελαστική ανάλυση θεωρώντας ισότροπο ασύνδετο υλικό αλλά λαμβάνοντας υπόψη αρχικές και προϋπάρχουσες τάσεις (περίπτωση 4), και τέλος
- η μη γραμμική ελαστική ανάλυση θεωρώντας ανισότροπο ασύνδετο υλικό αλλά λαμβάνοντας υπόψη αρχικές και προϋπάρχουσες τάσεις (περίπτωση 5).

Στο εξής, όταν αναφέρονται οι περιπτώσεις ανάλυσης ως περίπτωση 1 έως 5, θα είναι σύμφωνα με την προηγούμενη επεξήγηση.

4.6 Υπολογισμός κρίσιμων παραμέτρων ανάλυσης

Οι κρίσιμες παράμετροι (πίνακας 4.4) που εξάγονται από κάθε ανάλυση είναι οι εξής (έχει διατηρηθεί για λόγους συμβατότητας ο συμβολισμός τους με βάση το ABAQUS):

- η επιφανειακή υποχώρηση (surface deflection) u_{22} σε mm, ακριβώς στο κέντρο της κυκλικής φόρτισης (δηλαδή επί του άξονα συμμετρίας του φορέα),
- η οριζόντια εφελκυστική τάση στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων καθώς και η αντίστοιχη παραμόρφωση (σ_{11} σε MPa και ε_{11} σε $\mu m/m$). Τα μεγέθη αυτά σχετίζονται με την αστοχία του οδοστρώματος λόγω κόπωσης ασφαλτομίγματος (fatigue). Και τέλος,
- η κατακόρυφη θλιπτική τάση στην κορυφή της στρώσης έδρασης καθώς και η αντίστοιχη παραμόρφωση (σ_{22} σε MPa και ε_{22} σε $\mu m/m$). Τα μεγέθη αυτά σχετίζονται με την αστοχία του οδοστρώματος λόγω εκτεταμένης παραμόρφωσης της στρώσης έδρασης (rutting).

Πίνακας 4.4: Συμβολισμοί και μονάδες μέτρησης για τις κρίσιμες παραμέτρους ανάλυσης

Κρίσιμο εξεταζόμενο μέγεθος	**Συμβολισμός – μονάδα μέτρησης**
Επιφανειακή υποχώρηση	u_{22} (mm)
Οριζόντια εφελκυστική τάση στον πυθμένα των ασφαλτικών	σ_{11} (MPa)
Οριζόντια εφελκυστική παραμόρφωση στον πυθμένα των ασφαλτικών	ε_{11} (μm/m)
Κατακόρυφη θλιπτική τάση στην κορυφή της στρώσης έδρασης	σ_{22} (MPa)
Κατακόρυφη θλιπτική παραμόρφωση στην κορυφή της στρώσης έδρασης	ε_{22} (μm/m)

Με βάση τα παραπάνω μεγέθη θα πραγματοποιηθεί σχολιασμός των αποτελεσμάτων στο επόμενο κεφάλαιο.

5. Αποτελέσματα

5.1 Γενικά στοιχεία

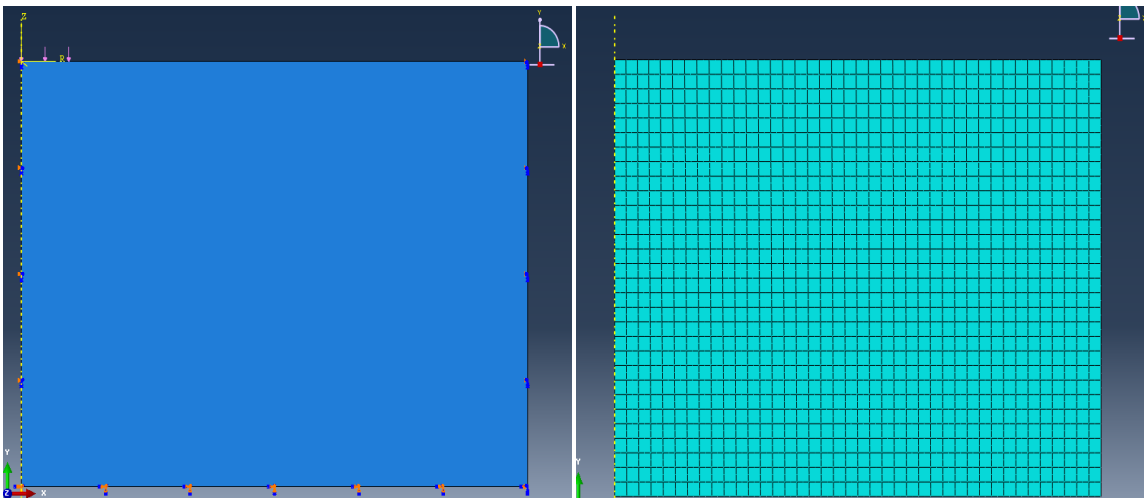
Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφονται και σχολιάζονται όλα τα αποτελέσματα των αναλύσεων που πραγματοποιήθηκαν με το λογισμικό ABAQUS, καθώς και την υπορουτίνα UMAT, που περιγράφει βάσει των τριών καταστατικών μοντέλων τη μηχανική συμπεριφορά των ασύνδετων υλικών, η οποία είναι μη γραμμική. Σημειώνεται ότι προκειμένου να διερευνηθεί αποκλειστικά η επίδραση της μη γραμμικότητας της βάσης στη συνολική απόκριση του οδοστρώματος, η συμπεριφορά της ενιαίας ασφαλτικής στρώσης και της στρώσης έδρασης θεωρήθηκε γραμμική ελαστική.

Σε πρώτη φάση, αξιολογήθηκε η υπορουτίνα αυτή καθεαυτή μέσω εφαρμογής της σε φορέα οδοστρώματος που έχει μελετηθεί σε συναφή έρευνα (validation of UMAT), προκειμένου να ελεγχθεί κατά πόσο τα αποτελέσματα της ανάλυσης από τον τροποποιημένο κώδικα που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία ταιριάζουν με τα δημοσιευμένα αποτελέσματα της διατριβής του Steven (2005). Μετά την επιτυχή ολοκλήρωση αυτού του βήματος μελέτης (ενότητα 5.2), παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της παραμετρικής διερεύνησης που πραγματοποιήθηκε βάσει της μεθοδολογίας και των παραδοχών που διατυπώθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο. Τα σχετικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στην ενότητα 5.3.

5.2 Διαδικασία ελέγχου της υπορουτίνας UMAT

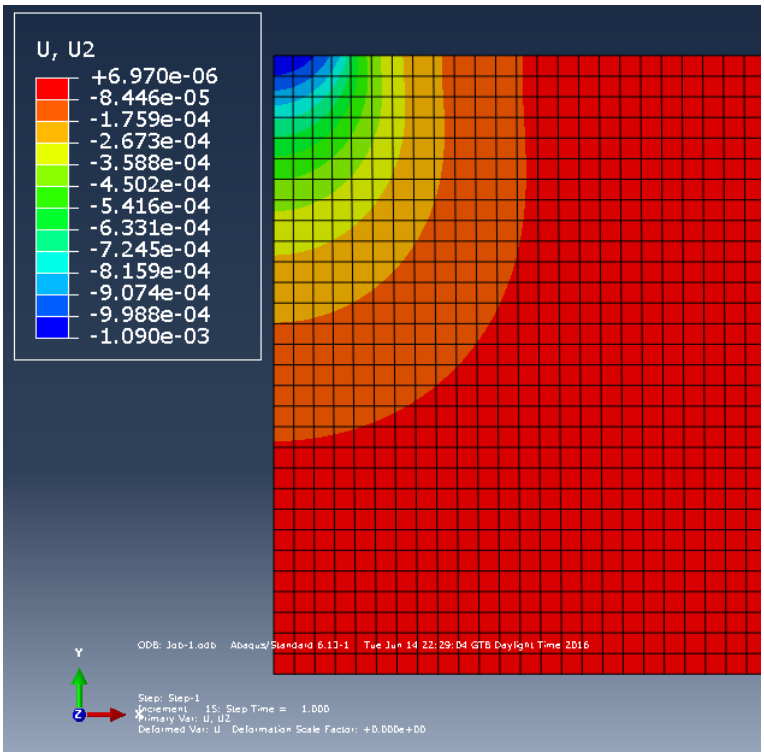
Στο στάδιο αυτό κατασκευάστηκαν στο ABAQUS, δύο διατομές οδοστρώματος πανομοιότυπες με αυτές του Steven (2005), προκειμένου να συγκριθούν τα αποτελέσματά του με τα αντίστοιχα από την παρούσα εργασία και να ελεγχθεί άμεσα η υπολογιστική ορθότητα της υπορουτίνας. Οι παραδοχές σχεδιασμού της πρώτης διατομής ελέγχου (σχήμα 5.1) έχουν ως εξής (δισδιάστατο αξονοσυμμετρικό μοντέλο):

- Διατομή αποτελούμενη από μία ενιαία στρώση με μέτρο ελαστικότητας $E = 100\ MPa$ και λόγο Poisson $\nu = 0.35$.
- Ομοιόμορφη κυκλική φόρτιση $p = 0.366\ MPa$ από απλό μονό κυκλικό τροχό ακτίνας $R = 187\ mm$.
- Οριζόντια διάσταση φορέα ίση με $2000\ mm$ και κατακόρυφη διάσταση $1500\ mm$.
- Συνοριακές συνθήκες: πάκτωση στο κάτω άκρο, κύλιση στον άξονα συμμετρίας.
- Ομοιόμορφη διακριτοποίηση του φορέα με ορθογωνικά στοιχεία διαστάσεων $50\ mm$ επί $50\ mm$ με τέσσερις κόμβους ($1^{ης}$ τάξης).
- Παραδοχή γραμμικής ελαστικής ανάλυσης με ισότροπη συμπεριφορά υλικού.

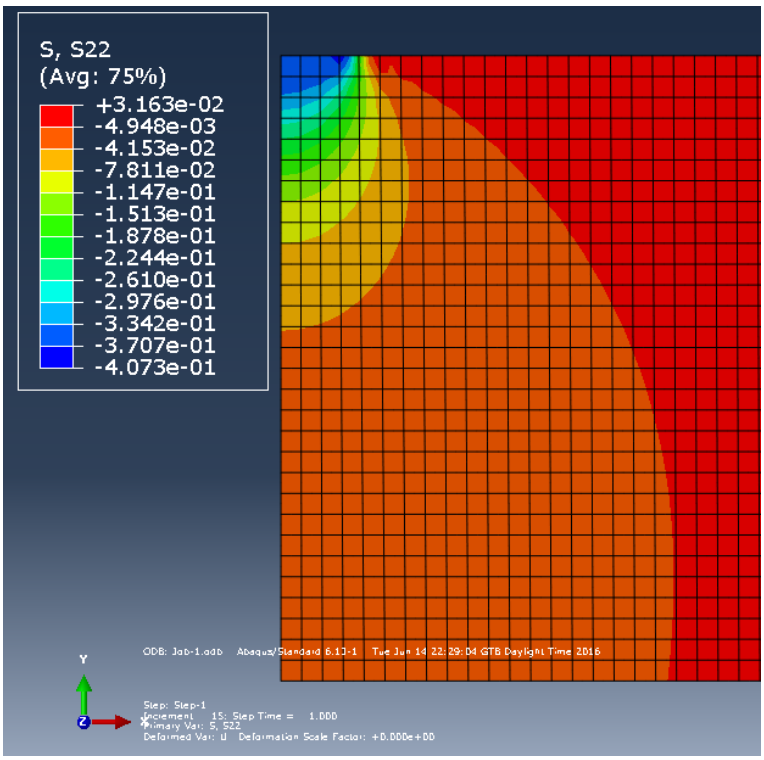


Σχήμα 5.1: Πρώτη διατομή ελέγχου

Παρατίθεται εικόνες από την παραμορφωμένη εικόνα της διατομής αναφορικά με την επιφανειακή υποχώρηση u_{22} (σχήμα 5.2) και την κατακόρυφη θλιπτική τάση σ_{22} (σχήμα 5.3) σε βάθος $z = 300\,mm$ από την επιφάνεια. Αντίστοιχη είναι και η εικόνα κατανομής της κατακόρυφης θλιπτικής παραμόρφωσης (ε_{22}) στο ίδιο βάθος. Από οπτική επισκόπηση των σχημάτων, φαίνεται ότι η κατανομή τόσο της επιφανειακής υποχώρησης όσο και της κατακόρυφης θλιπτικής τάσης συνάδει με τη λογική, καθώς οι κατανομές ταυτίζονται με τις αντίστοιχες που προκύπτουν από την θεωρία πολλαπλών ελαστικών στρώσεων (θεωρία Burmister).



Σχήμα 5.2: Κατανομή κατακόρυφης υποχώρησης στην πρώτη διατομή ελέγχου



Σχήμα 5.3: Κατανομή κατακόρυφης θλιπτικής τάσης στην πρώτη διατομή ελέγχου

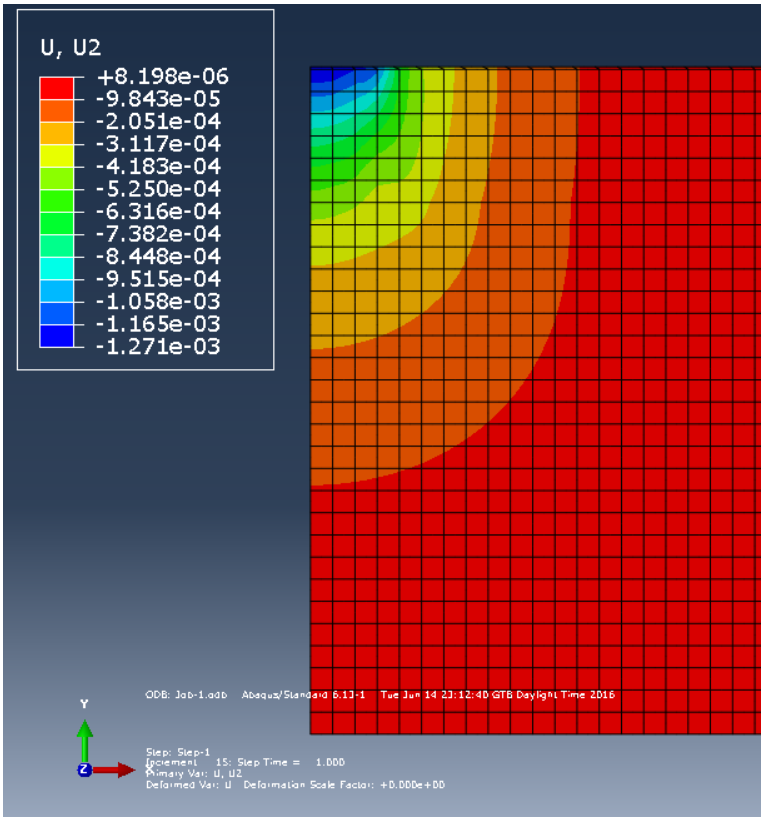
Στον επόμενο πίνακα παρατίθενται τα αποτελέσματα της αριθμητικής προσομοίωσης που πραγματοποιήθηκε από τον Steven (2005) για την ίδια διατομή ελέγχου καθώς και τα αποτελέσματα από την εργασία αυτή. Η στήλη 'CIRCLY software' περιέχει τα αντίστοιχα αποτελέσματα από το λογισμικό ειδικής χρήσης για οδοστρώματα με το οποίο ο Steven (2005) έλεγξε τα δικά του αποτελέσματα. Η σύγκλιση στα αποτελέσματα της δημοσιευμένης διατριβής είναι πάρα πολύ ικανοποιητική, με αποκλίσεις της τάξης του 0.5-1%.

Πίνακας 5.1: Συγκριτικά αποτελέσματα πρώτης διατομής ελέγχου

Εξεταζόμενα μεγέθη	Αποτελέσματα παρούσας εργασίας	Διατριβή Steven (2005)	CIRCLY software	Απόκλιση από το CIRCLY
Επιφανειακή υποχώρηση u_{22} (mm)	-1.090	-1.090	-1.094	-0.4%
Κατακόρυφη θλιπτική τάση σε βάθος 300 mm, σ_{22} (MPa)	-0.1425	-0.1425	-0.1423	0.1%
Κατακόρυφη θλιπτική παραμόρφωση σε βάθος 300 mm, ε_{22} (μm/m)	-1413	-1412	-1398	1.1%

Όσον αφορά στη δεύτερη διατομή ελέγχου, οι παραδοχές σχεδιασμού της είναι ίδιες με προηγουμένως (φόρτιση, συνοριακές συνθήκες, διακριτοποίηση). Ωστόσο, υπάρχουν διαφοροποιήσεις ως προς τον αριθμό των στρώσεων και το είδος της ανάλυσης:

- Η διατομή αποτελείται ουσιαστικά από δύο στρώσεις: τη βάση με μέτρο ελαστικότητας $E = 100\ MPa$ και λόγο Poisson $\nu = 0.35$, και τη στρώση έδρασης με τα ίδια μηχανικά χαρακτηριστικά. Η μηχανική συμπεριφορά του υλικού της στρώσης είναι γραμμική ελαστική και ισότροπη, ενώ για το υλικό της βάσης είναι γραμμική ελαστική αλλά ανισότροπη (με συντελεστή ανισοτροπίας $n = 0.50$).
- Με την απευθείας επιβολή του φορτίου στην επιφάνεια του ανισότροπου υλικού, η ανάλυση δεν έδωσε λογικά αποτελέσματα και η παραμορφωμένη εικόνα του φορέα προέκυψε λανθασμένη. Το στοιχείο αυτό παρακάμφθηκε με το ακόλουθο υπολογιστικό τέχνασμα. Προστέθηκε στο σύστημα των στρώσεων μια τρίτη επιφανειακή στρώση με απειροελάχιστο πάχος (και συγκεκριμένα $0.1\ mm$) προκειμένου να λειτουργήσει προστατευτικά σαν μεμβράνη για την υποκείμενη στρώση. Για τη στρώση αυτή θεωρήθηκε $E = 1000\ MPa$ και $\nu = 0.35$. Με το τέχνασμα αυτό, η προκύπτουσα παραμορφωμένη εικόνα του φορέα προέκυψε λογική (σχήμα 5.4 για την επιφανειακή υποχώρηση).



Σχήμα 5.4: Επιφανειακή υποχώρηση στη δεύτερη διατομή ελέγχου ($u_{22} = -1.271\ mm$)

Πίνακας 5.2: Συγκριτικά αποτελέσματα δεύτερης διατομής ελέγχου

Εξεταζόμενα μεγέθη	Αποτελέσματα παρούσας εργασίας	Διατριβή Steven (2005)	CIRCLY software	Απόκλιση από το CIRCLY
Επιφανειακή υποχώρηση u_{22} (mm)	-1.271	-1.227	-1.254	1.4%
Κατακόρυφη θλιπτική τάση σε βάθος 300 mm, σ_{22} (MPa)	-0.169	-0.164	-0.161	5.0%
Κατακόρυφη θλιπτική παραμόρφωση σε βάθος 300 mm, ε_{22} (μm/m)	-1690	-1583	-1645	2.7%

Από τον πίνακα 5.2, προκύπτει ότι και σε αυτήν την περίπτωση οι αποκλίσεις είναι ανεκτές (έως 5% από το CIRCLY). Επιπλέον, και για τις δύο διατομές ελέγχου τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας και τα αποτελέσματα του Steven (2005) είναι σχεδόν πανομοιότυπα. Συνεκτιμώντας τις ενδείξεις αυτές, ο έλεγχος εγκυρότητας της υπορουτίνας UMAT θεωρήθηκε επιτυχής και συνεπώς επέτρεψε τη συνέχιση της παραμετρικής διερεύνησης σε νέες διατομές με διαφορετικά γεωμετρικά, μηχανικά και φορτικά χαρακτηριστικά.

5.3 Παραμετρική διερεύνηση

5.3.1 Επιλογή βέλτιστου τύπου πεπερασμένων στοιχείων

Σε πρώτη φάση, πραγματοποιήθηκε μια συγκριτική αξιολόγηση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την ανάλυση της πρώτης διατομής ελέγχου με πάχος ασφαλτικών $h_{ασφ} = 5\,cm$ και φορτίο $p = 0.8\,MPa$ για δύο διαφορετικούς τύπους πεπερασμένων στοιχείων: τα ορθογωνικά στοιχεία 1^{ης} τάξης με τέσσερις κόμβους (linear CAX4R) και τα ορθογωνικά 2^{ης} τάξης με οκτώ κόμβους (quadratic CAX8R). Στους πίνακες 5.3 έως 5.7 φαίνονται τα σχετικά αποτελέσματα. Για την περίπτωση 2, δεν κατέστη δυνατή η σύγκλιση στην τελική αριθμητική λύση με το μοντέλο Uzan, γι' αυτό και τα αντίστοιχα πεδία του πίνακα είναι κενά.

Πίνακας 5.3: Σύγκριση αποτελεσμάτων για διαφορετικό τύπο πεπερασμένων στοιχείων – Περίπτωση 1: γραμμική ελαστική ανάλυση

Κρίσιμα εξεταζόμενα μεγέθη ελέγχου για τη διατομή με $h_{ασφ}$ = 5 cm	**Ορθογωνικά στοιχεία 4 κόμβων (CAX4R)**	**Ορθογωνικά στοιχεία 8 κόμβων (CAX8R)**
Επιφανειακή υποχώρηση u_{22} (mm)	-0.616	-0.615
Οριζ. εφελκ. τάση στον πυθμένα των ασφαλτικών - σ_{11} (MPa)	1.335	1.457
Οριζ. εφελκ. παρ/ση στον πυθμένα των ασφαλτικών - ε_{11} (μm/m)	264	281
Κατακ. θλιπτ. τάση στην κορυφή της στρώσης έδρασης - σ_{22} (MPa)	-0.034	-0.031
Κατακ. θλιπτ. παρ/ση στην κορυφή της στρώσης έδρασης - ε_{22} (μm/m)	-577	-603

Πίνακας 5.4: Σύγκριση αποτελεσμάτων για διαφορετικό τύπο πεπερασμένων στοιχείων – Περίπτωση 2: μη γραμμική ανάλυση, ισότροπο υλικό χωρίς αρχικές τάσεις

Κρίσιμα εξεταζόμενα μεγέθη ελέγχου για τη διατομή με $h_{ασφ}$ = 5 cm	**Ορθογωνικά στοιχεία 4 κόμβων (CAX4R)**			**Ορθογωνικά στοιχεία 8 κόμβων (CAX8R)**		
	MEPDG	**Uzan**	**k-θ**	**MEPDG**	**Uzan**	**k-θ**
Επιφανειακή υποχώρηση u_{22} (mm)	-1.258	-1.272	-1.143	-1.176	-	-1.054
Οριζ. εφελκ. τάση στον πυθμένα των ασφαλτικών - σ_{11} (MPa)	4.158	4.272	3.688	3.788	-	3.131
Οριζ. εφελκ. παρ/ση στον πυθμένα των ασφαλτικών - ε_{11} (μm/m)	716	733	640	649	-	546
Κατακ. θλιπτ. τάση στην κορυφή της στρώσης έδρασης - σ_{22} (MPa)	-0.075	-0.073	-0.074	-0.069	-	-0.062
Κατακ. θλιπτ. παρ/ση στην κορυφή της στρώσης έδρασης - ε_{22} (μm/m)	-1973	-1948	-1884	-1487	-	-1274

Πίνακας 5.5: Σύγκριση αποτελεσμάτων για διαφορετικό τύπο πεπερασμένων στοιχείων – Περίπτωση 3: μη γραμμική ανάλυση, ανισότροπο υλικό χωρίς αρχικές τάσεις

Κρίσιμα εξεταζόμενα μεγέθη ελέγχου για τη διατομή με $h_{ασφ}$ = 5 cm	**Ορθογωνικά στοιχεία 4 κόμβων (CAX4R)**			**Ορθογωνικά στοιχεία 8 κόμβων (CAX8R)**		
	MEPDG	**Uzan**	**k-θ**	**MEPDG**	**Uzan**	**k-θ**
Επιφανειακή υποχώρηση u_{22} (mm)	-1.258	-1.272	-1.143	-1.248	-1.261	-1.135
Οριζ. εφελκ. τάση στον πυθμένα των ασφαλτικών - σ_{11} (MPa)	4.158	4.272	3.688	4.315	4.431	3.832
Οριζ. εφελκ. παρ/ση στον πυθμένα των ασφαλτικών - ε_{11} (μm/m)	716	733	640	735	753	659
Κατακ. θλιπτ. τάση στην κορυφή της στρώσης έδρασης - σ_{22} (MPa)	-0.075	-0.073	-0.074	-0.082	-0.080	-0.079
Κατακ. θλιπτ. παρ/ση στην κορυφή της στρώσης έδρασης - ε_{22} (μm/m)	-1973	-1948	-1884	-2268	-2226	-2189

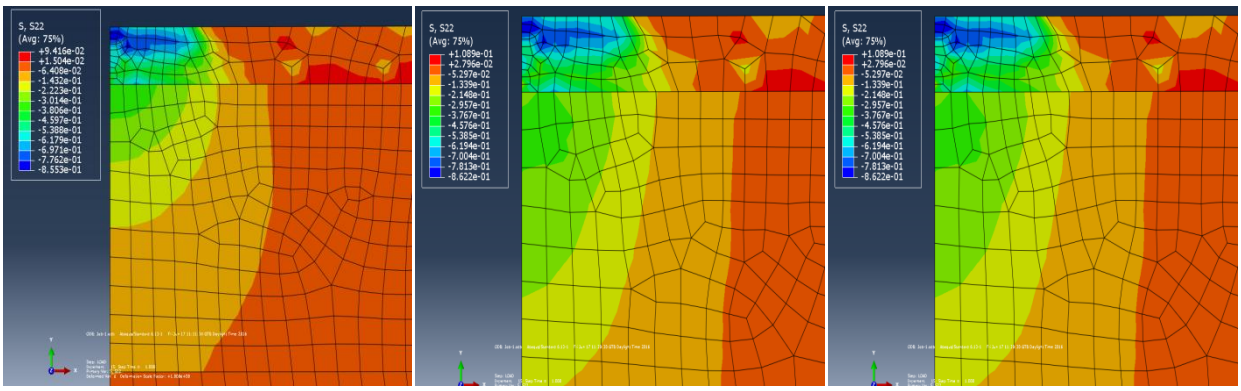
Πίνακας 5.6: Σύγκριση αποτελεσμάτων για διαφορετικό τύπο πεπερασμένων στοιχείων – Περίπτωση 4: μη γραμμική ανάλυση, ισότροπο υλικό, με αρχικές τάσεις

Κρίσιμα εξεταζόμενα μεγέθη ελέγχου για τη διατομή με $h_{ασφ}$ = 5 cm	**Ορθογωνικά στοιχεία 4 κόμβων (CAX4R)**			**Ορθογωνικά στοιχεία 8 κόμβων (CAX8R)**		
	MEPDG	**Uzan**	**k-θ**	**MEPDG**	**Uzan**	**k-θ**
Επιφανειακή υποχώρηση u_{22} (mm)	-1.156	-1.152	-1.030	-1.147	-1.142	-1.024
Οριζ. εφελκ. τάση στον πυθμένα των ασφαλτικών - σ_{11} (MPa)	3.517	3.620	2.930	3.696	3.801	3.100
Οριζ. εφελκ. παρ/ση στον πυθμένα των ασφαλτικών - ε_{11} (μm/m)	612	627	519	634	649	540
Κατακ. θλιπτ. τάση στην κορυφή της στρώσης έδρασης - σ_{22} (MPa)	-0.067	-0.065	-0.061	-0.066	-0.064	-0.059
Κατακ. θλιπτ. παρ/ση στην κορυφή της στρώσης έδρασης - ε_{22} (μm/m)	-1426	-1407	-1208	-1453	-1429	-1238

Πίνακας 5.7: Σύγκριση αποτελεσμάτων για διαφορετικό τύπο πεπερασμένων στοιχείων – Περίπτωση 5: μη γραμμική ανάλυση, ανισότροπο υλικό, με αρχικές τάσεις

Κρίσιμα εξεταζόμενα μεγέθη ελέγχου για τη διατομή με $h_{ασφ}$ = 5 cm	**Ορθογωνικά στοιχεία 4 κόμβων (CAX4R)**			**Ορθογωνικά στοιχεία 8 κόμβων (CAX8R)**		
	MEPDG	**Uzan**	**k-θ**	**MEPDG**	**Uzan**	**k-θ**
Επιφανειακή υποχώρηση u_{22} (mm)	-1.220	-1.223	-1.110	-1.210	-1.213	-1.103
Οριζ. εφελκ. τάση στον πυθμένα των ασφαλτικών - σ_{11} (MPa)	3.990	4.096	3.630	4.142	4.249	3.773
Οριζ. εφελκ. παρ/ση στον πυθμένα των ασφαλτικών - ε_{11} (μm/m)	690	706	631	708	725	650
Κατακ. θλιπτ. τάση στην κορυφή της στρώσης έδρασης - σ_{22} (MPa)	-0.082	-0.079	-0.076	-0.084	-0.082	-0.078
Κατακ. θλιπτ. παρ/ση στην κορυφή της στρώσης έδρασης - ε_{22} (μm/m)	-1862	-1821	-1846	-2117	-2056	-2136

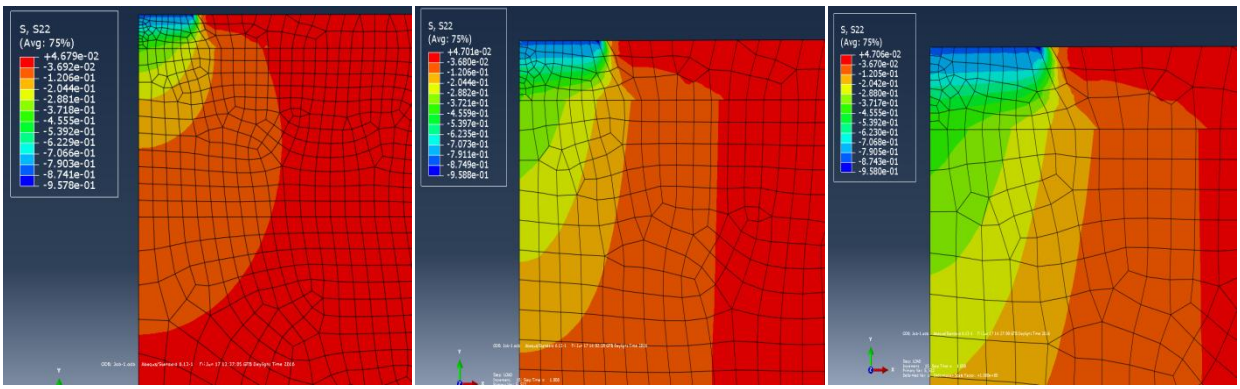
Αυτό που προκύπτει από τους πίνακες, είναι ότι οι τιμές για τα κρίσιμα εξεταζόμενα μεγέθη είναι μεταξύ τους παραπλήσιες με μικρές ποσοστιαίες αποκλίσεις. Ωστόσο, με τα ορθογωνικά στοιχεία 1^{ης} τάξης (CAX4R), η κατανομή των κατακόρυφων θλιπτικών τάσεων σε ολόκληρο το φορέα (εκτός δηλαδή από τον άξονα συμμετρίας στον οποίο αναφέρονται οι παραπάνω τιμές), παρουσίαζε αριθμητικές ασυνέχειες και άλματα, τα οποία αποτελούν ενδείξεις ελλιπούς διακριτοποίησης του φορέα ή λανθασμένης επιλογής τύπου πεπερασμένων στοιχείων (σχήμα 5.5). Οι ασυνέχειες αυτές δεν εμφανίστηκαν στην περίπτωση της απλής γραμμικής ελαστικής ανάλυσης (περίπτωση 1), αντίθετα ήταν εμφανείς σε όλες τις μη γραμμικές αναλύσεις (περιπτώσεις 2 – 5) και μάλιστα σε σημεία μακριά από την περιοχή φόρτισης.



Σχήμα 5.5: Ενδεικτικές κατανομές κατακόρυφων τάσεων με αριθμητικές ασυνέχειες (στοιχεία CAX4R): (α) περίπτωση 2 – MEPDG, (β) περίπτωση 3 – Uzan, (γ) περίπτωση 5 – k-θ

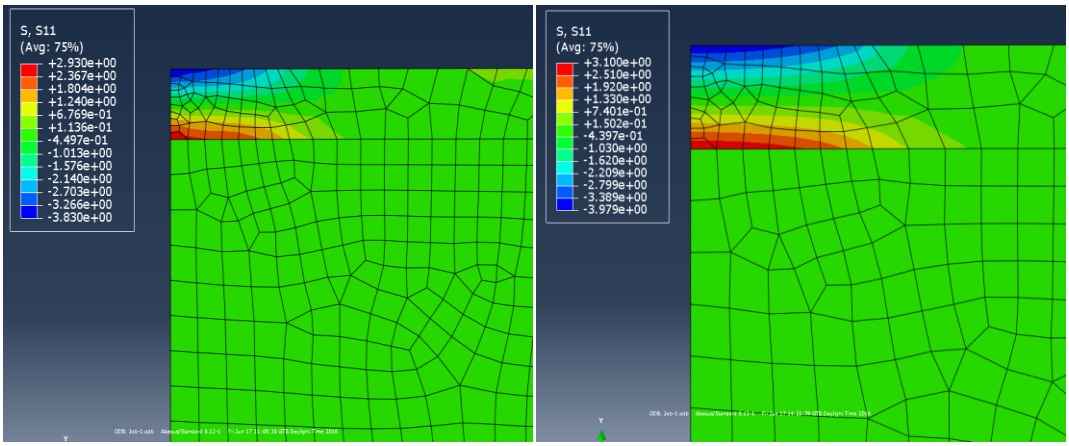
Η κατανομή των τάσεων με τα ορθογωνικά στοιχεία 2^{ης} τάξης (CAX8R) ήταν απολύτως εξομαλυμένη για την ίδια ακριβώς διακριτοποίηση και τις ίδιες περιπτώσεις μελέτης (σχήμα

5.6). Η παρατήρηση αυτή απορρίπτει το σενάριο ελλιπούς διακριτοποίησης, και το πρόβλημα εντοπίζεται στη λανθασμένη επιλογή χρήσης των στοιχείων τύπου CAX4R.

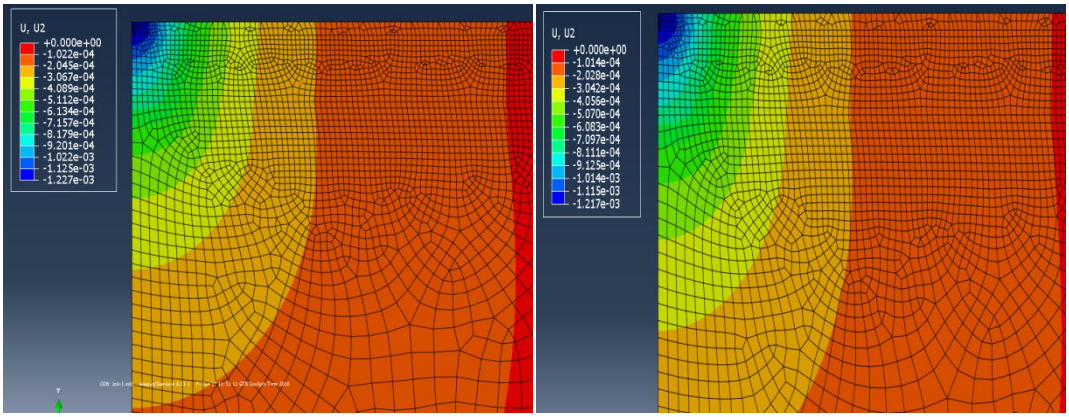


Σχήμα 5.6: Ενδεικτικές κατανομές κατακόρυφων τάσεων χωρίς ασυνέχειες (στοιχεία CAX8R):
(α) περίπτωση 2 – MEPDG, (β) περίπτωση 3 – Uzan, (γ) περίπτωση 5 – k-θ

Σημειώνεται ότι στην κατανομή της κατακόρυφης υποχώρησης καθώς και της οριζόντιας εφελκυστικής τάσης δεν παρατηρήθηκαν διαφορές μεταξύ των δύο διαφορετικών τύπων, όπως φαίνεται για κάποιες ενδεικτικές περιπτώσεις στα σχήματα 5.7 και 5.8.



Σχήμα 5.7: Ενδεικτικές κατανομές οριζόντιων τάσεων χωρίς ασυνέχειες:
(α) περίπτωση 4 – k-θ για στοιχεία CAX4R, (β) περίπτωση 4 – k-θ για στοιχεία CAX8R



Σχήμα 5.8: Ενδεικτικές κατανομές κατακόρυφων υποχωρήσεων χωρίς ασυνέχειες:
(α) περίπτωση 5 – MEPDG για στοιχεία CAX4R, (β) περίπτωση 5 – MEPDG για στοιχεία CAX8R

Σε όλες τις επόμενες αναλύσεις αποφασίστηκε η χρήση των ορθογωνικών στοιχείων 2^{ης} τάξης με 8 κόμβους (τύπου CAX8R).

5.3.2 Αξιολόγηση μεθόδων ανάλυσης

5.3.2.1 Ποιοτική και ποσοτική σύγκριση γραμμικής και μη γραμμικής ανάλυσης

Στο στάδιο αυτό συγκρίνονται τα αποτελέσματα των αναλύσεων όλων των περιπτώσεων μελέτης που αναφέρθηκαν στην υποενότητα 4.5 για δύο διατομές ελέγχου (της διατομής με $h_{ασφ} = 5\ cm$ και της διατομής με $h_{ασφ} = 10\ cm$) και τιμή ομοιόμορφης κυκλικής φόρτισης $p = 0.8\ MPa$. Συνολικά, τα αριθμητικά αποτελέσματα ανά καταστατικό μοντέλο φαίνονται στους πίνακες 5.8 έως 5.10 για τη διατομή με $h_{ασφ} = 5\ cm$ και στους πίνακες 5.11 έως 5.13 για τη διατομή με $h_{ασφ} = 10\ cm$.

Πίνακας 5.8: Αποτελέσματα για τις 5 περιπτώσεις ανάλυσης με το MEPDG μοντέλο - $h_{ασφ} = 5\ cm$

Κρίσιμα εξεταζόμενα μεγέθη	**Περίπτωση 1 (Γραμμική ελαστική)**	**Περίπτωση 2 (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 3 (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 4 (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 5 (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις)**
u_{22} (mm)	-0.615	-1.176	-1.248	-1.147	-1.210
σ_{11} (MPa)	1.457	3.788	4.315	3.696	4.142
ε_{11} (μm/m)	281	649	735	634	708
σ_{22} (MPa)	-0.031	-0.069	-0.082	-0.066	-0.084
ε_{22} (μm/m)	-603	-1487	-2268	-1453	-2117

Πίνακας 5.9: Αποτελέσματα για τις 5 περιπτώσεις ανάλυσης με το μοντέλο Uzan - $h_{ασφ} = 5\ cm$

Κρίσιμα εξεταζόμενα μεγέθη	**Περίπτωση 1 (Γραμμική ελαστική)**	**Περίπτωση 2 (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 3 (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 4 (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 5 (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις)**
u_{22} (mm)	-0.615	-	-1.261	-1.142	-1.213
σ_{11} (MPa)	1.457	-	4.431	3.801	4.249
ε_{11} (μm/m)	281	-	753	649	725
σ_{22} (MPa)	-0.031	-	-0.080	-0.064	-0.082
ε_{22} (μm/m)	-603	-	-2226	-1429	-2056

Πίνακας 5.10: Αποτελέσματα για τις 5 περιπτώσεις ανάλυσης με το k-θ μοντέλο - $h_{ασφ} = 5\ cm$

Κρίσιμα εξεταζόμενα μεγέθη	**Περίπτωση 1 (Γραμμική ελαστική)**	**Περίπτωση 2 (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 3 (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 4 (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 5 (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις)**
u_{22} (mm)	-0.615	-1.054	-1.135	-1.024	-1.103
σ_{11} (MPa)	1.457	3.131	3.832	3.100	3.773
ε_{11} (μm/m)	281	546	659	540	650
σ_{22} (MPa)	-0.031	-0.062	-0.079	-0.059	-0.078
ε_{22} (μm/m)	-603	-1274	-2189	-1238	-2136

Πίνακας 5.11: Αποτελέσματα για τις 5 περιπτώσεις ανάλυσης με το MEPDG μοντέλο - $h_{ασφ} = 10\ cm$

Κρίσιμα εξεταζόμενα μεγέθη	**Περίπτωση 1 (Γραμμική ελαστική)**	**Περίπτωση 2 (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 3 (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 4 (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 5 (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις)**
u_{22} (mm)	-0.469	-0.743	-0.770	-0.725	-0.755
σ_{11} (MPa)	1.134	2.294	2.402	2.197	2.307
ε_{11} (μm/m)	204	380	397	366	384
σ_{22} (MPa)	-0.020	-0.030	-0.030	-0.032	-0.037
ε_{22} (μm/m)	-376	-681	-775	-678	-803

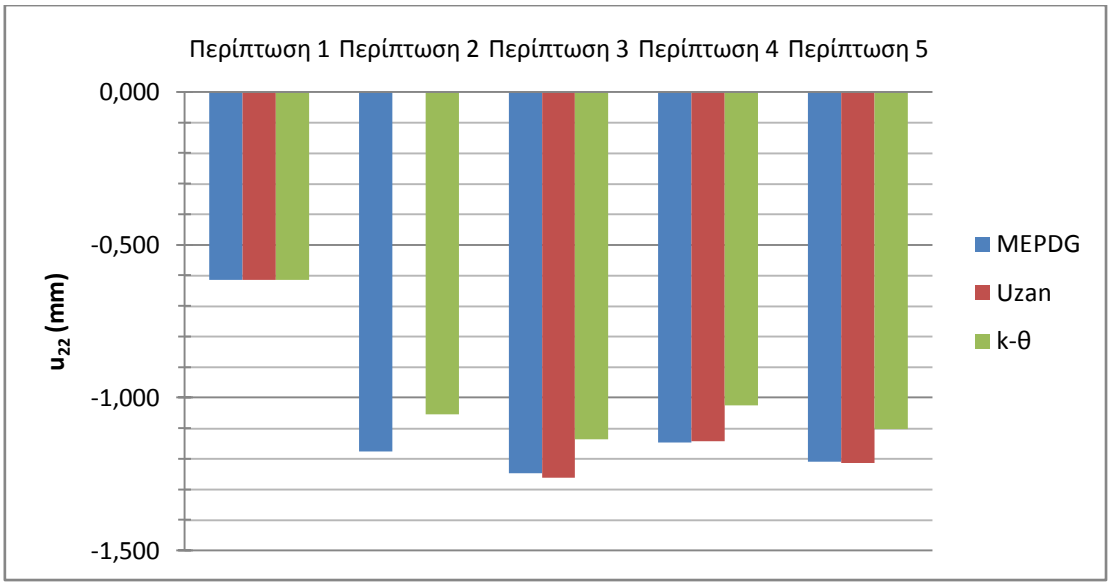
Πίνακας 5.12: Αποτελέσματα για τις 5 περιπτώσεις ανάλυσης με το μοντέλο Uzan - $h_{ασφ} = 10\ cm$

Κρίσιμα εξεταζόμενα μεγέθη	**Περίπτωση 1 (Γραμμική ελαστική)**	**Περίπτωση 2 (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 3 (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 4 (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 5 (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις)**
u_{22} (mm)	-0.469	-0.741	-0.741	-0.702	-0.734
σ_{11} (MPa)	1.134	2.287	2.287	2.148	2.277
ε_{11} (μm/m)	204	379	379	358	379
σ_{22} (MPa)	-0.020	-0.030	-0.030	-0.030	-0.035
ε_{22} (μm/m)	-376	-679	-679	-656	-746

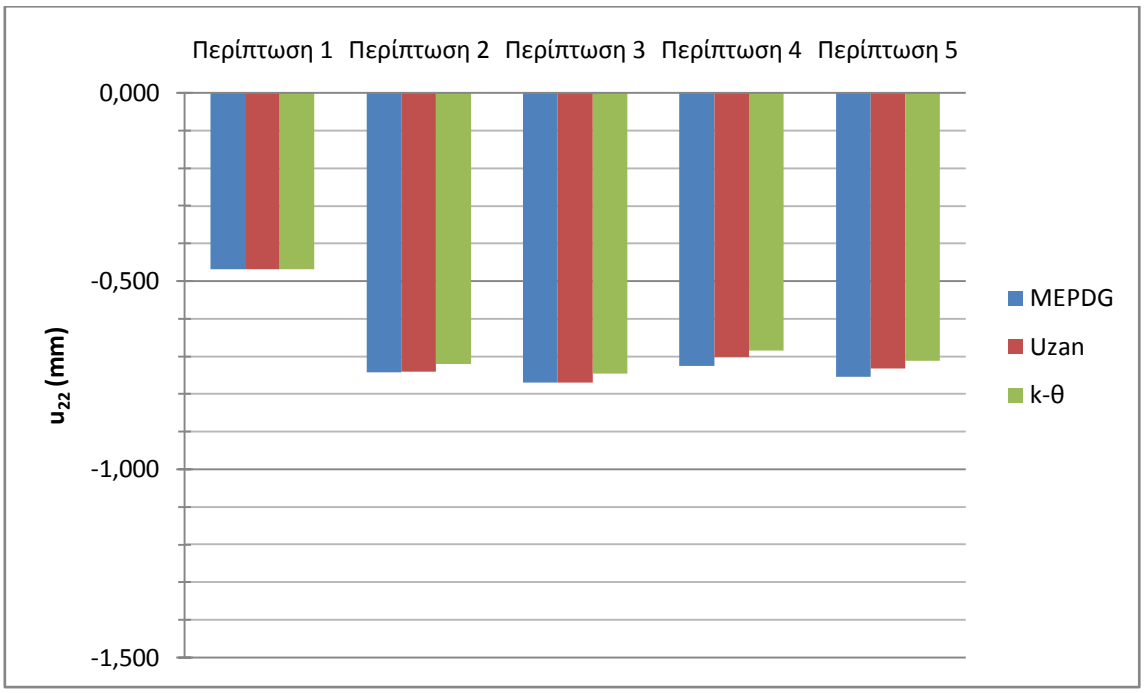
Πίνακας 5.13: Αποτελέσματα για τις 5 περιπτώσεις ανάλυσης με το k-θ μοντέλο - $h_{ασφ} = 10\ cm$

Κρίσιμα εξεταζόμενα μεγέθη	Περίπτωση 1 (Γραμμική ελαστική)	Περίπτωση 2 (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)	Περίπτωση 3 (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)	Περίπτωση 4 (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)	Περίπτωση 5 (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις)
u_{22} (mm)	-0.469	-0.721	-0.746	-0.686	-0.713
σ_{11} (MPa)	1.134	2.142	2.263	2.051	2.187
ε_{11} (μm/m)	204	358	377	343	365
σ_{22} (MPa)	-0.020	-0.033	-0.038	-0.031	-0.037
ε_{22} (μm/m)	-376	-674	-888	-644	-836

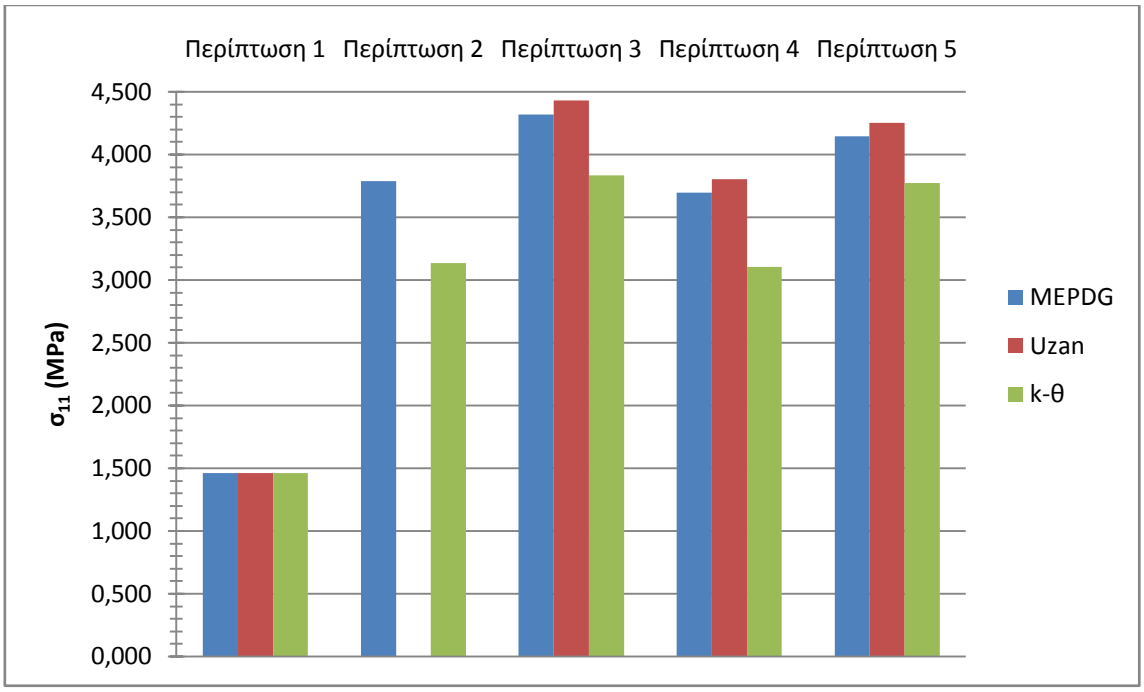
Εποπτικά, τα παραπάνω αποτελέσματα φαίνονται και στα διαγράμματα των σχημάτων 5.9 έως 5.18. Έχει διατηρηθεί η ίδια κλίμακα για τα εντατικά μεγέθη, προκειμένου να γίνεται πιο εμφανής η διαφορά μεταξύ των δύο διατομών με διαφορετικό πάχος ασφαλτικών στρώσεων.



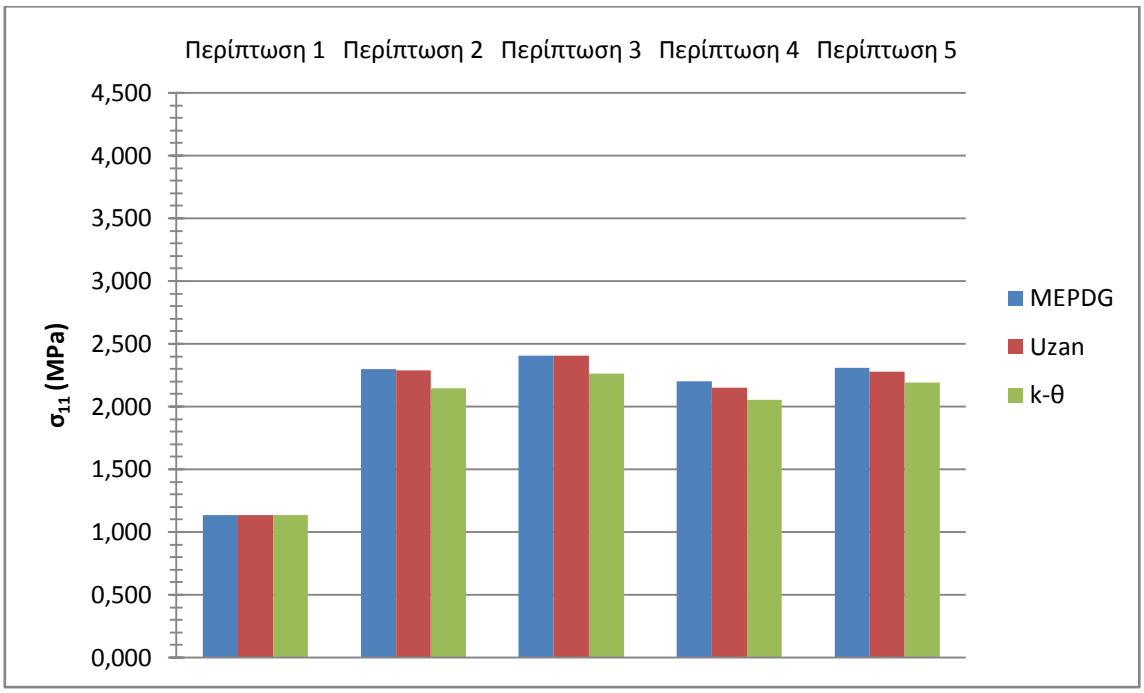
Σχήμα 5.9: Μεταβολή επιφανειακής υποχώρησης $u_{22}\ (mm)$ για τη διατομή ελέγχου με $h_{ασφ} = 5\ cm$ ανά τύπο ανάλυσης και καταστατικό μοντέλο



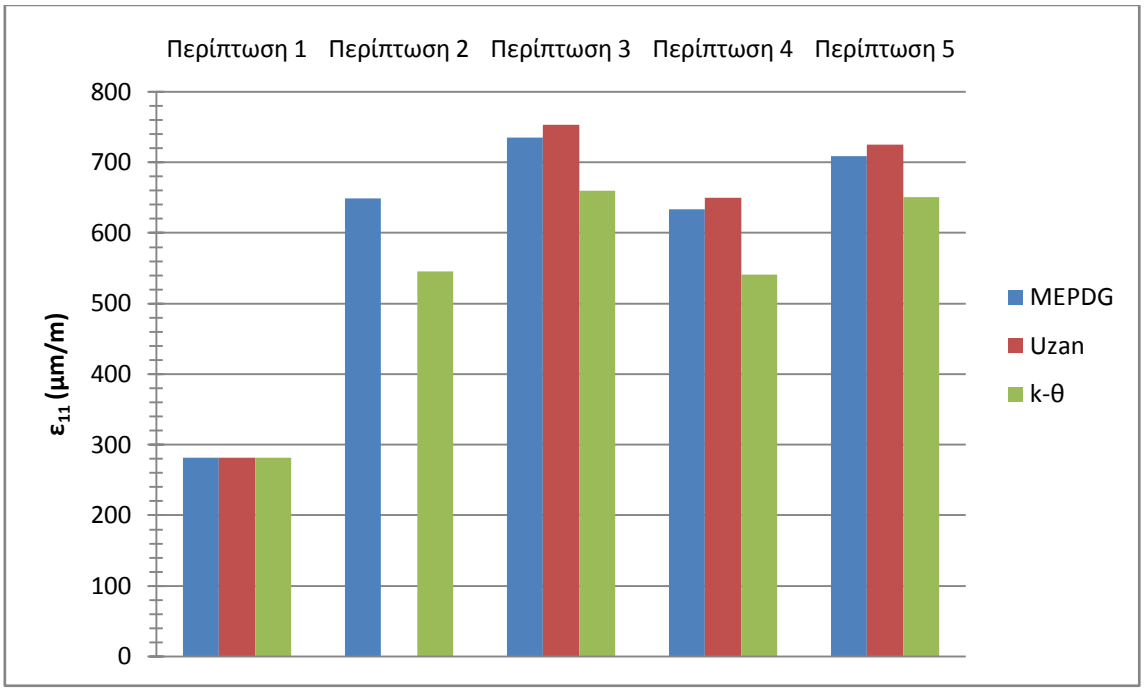
Σχήμα 5.10: Μεταβολή επιφανειακής υποχώρησης u_{22} (mm) για τη διατομή ελέγχου με $h_{\alpha\sigma\varphi}$ $=$ 10 cm ανά τύπο ανάλυσης και καταστατικό μοντέλο



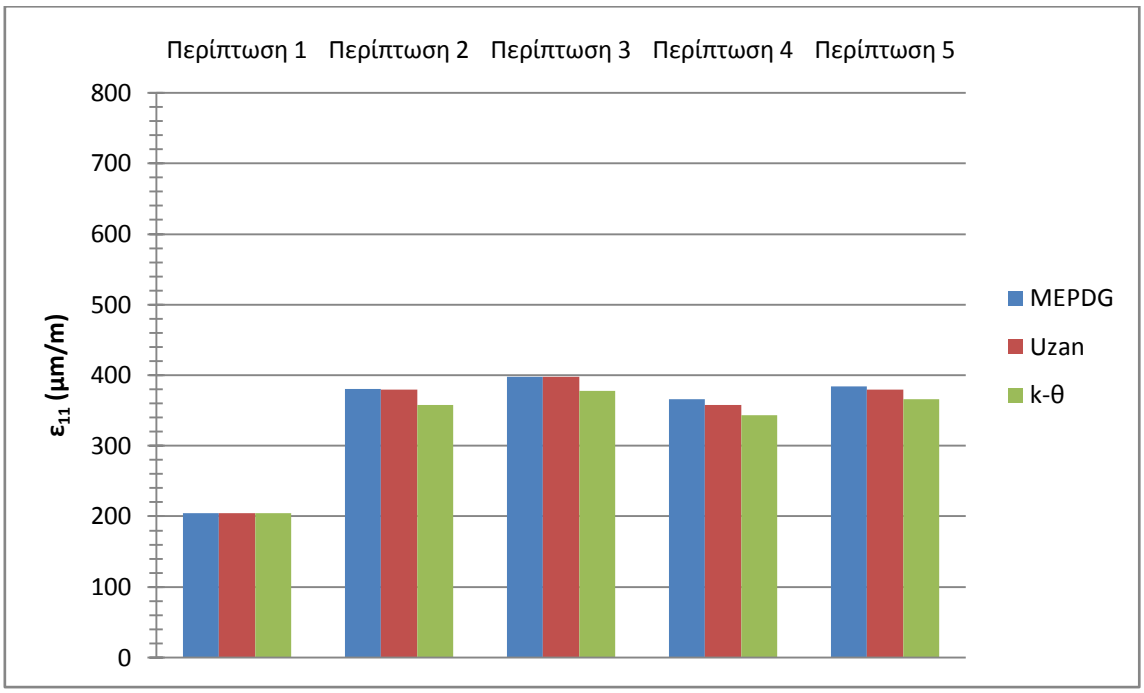
Σχήμα 5.11: Μεταβολή οριζόντιας εφελκυστικής τάσης σ_{11} (MPa) στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων για τη διατομή ελέγχου με $h_{\alpha\sigma\varphi}$ $= 5$ cm ανά τύπο ανάλυσης και καταστατικό μοντέλο



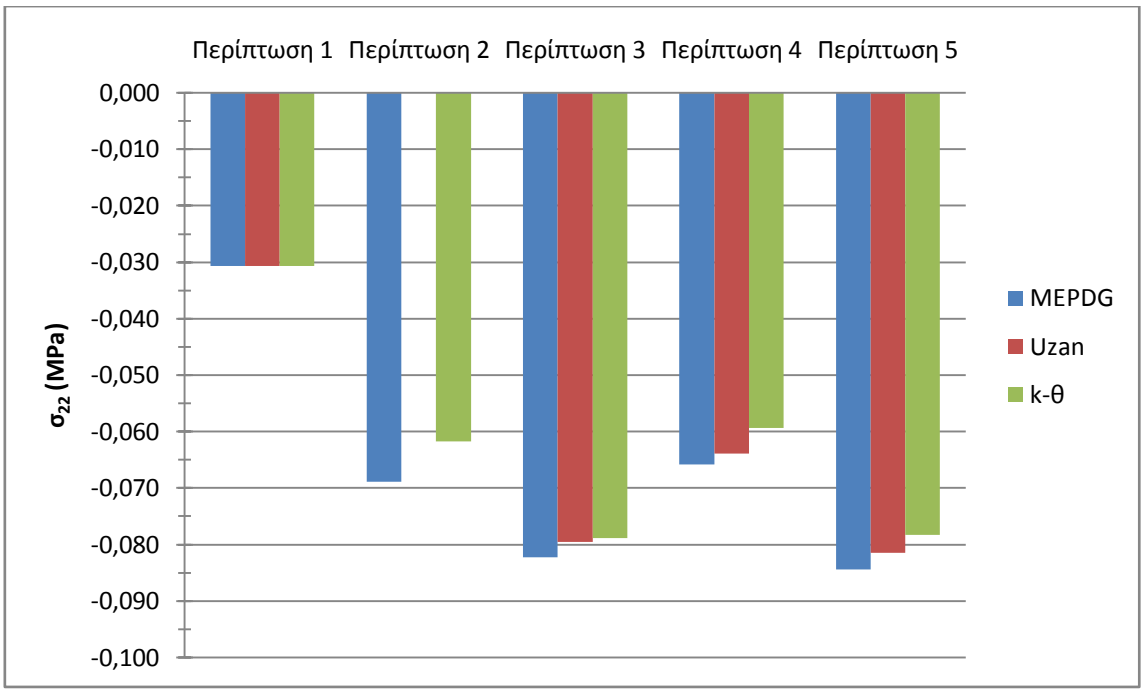
Σχήμα 5.12: Μεταβολή οριζόντιας εφελκυστικής τάσης σ_{11} (MPa) στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων για τη διατομή ελέγχου με $h_{\alpha\sigma\varphi}$ $= 10$ cm ανά τύπο ανάλυσης και καταστατικό μοντέλο



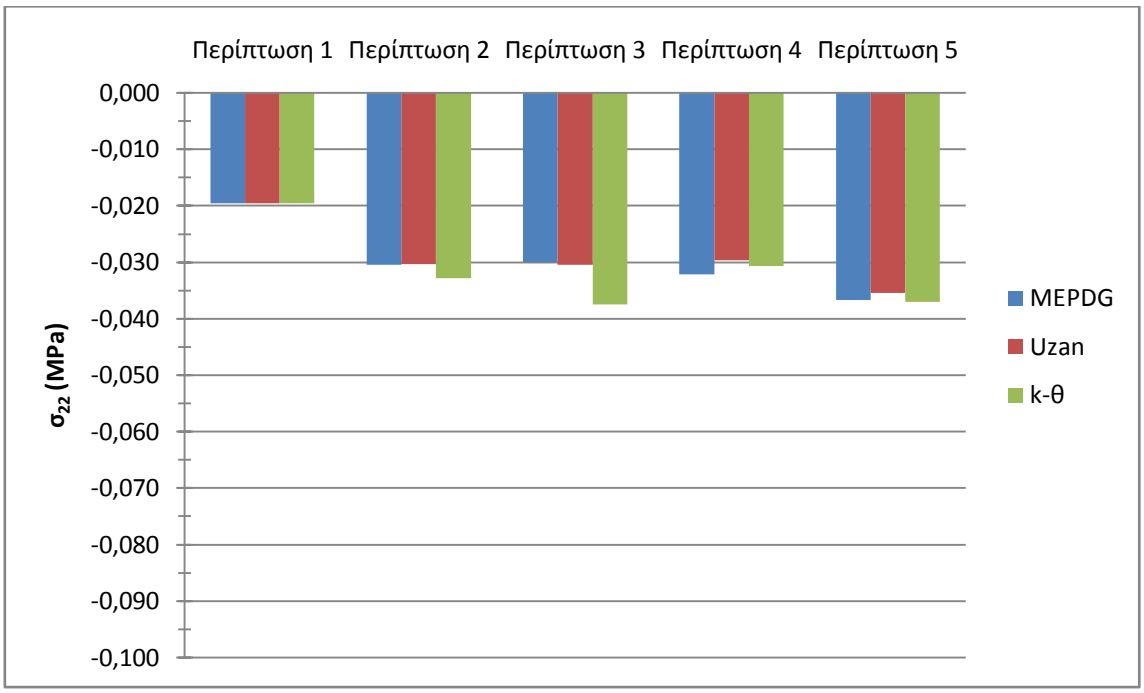
Σχήμα 5.13: Μεταβολή οριζόντιας εφελκυστικής παραμόρφωσης ε_{11} $(\mu m/m)$ στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων για τη διατομή ελέγχου με $h_{\alpha\sigma\varphi}$ $= 5$ cm ανά τύπο ανάλυσης και καταστατικό μοντέλο



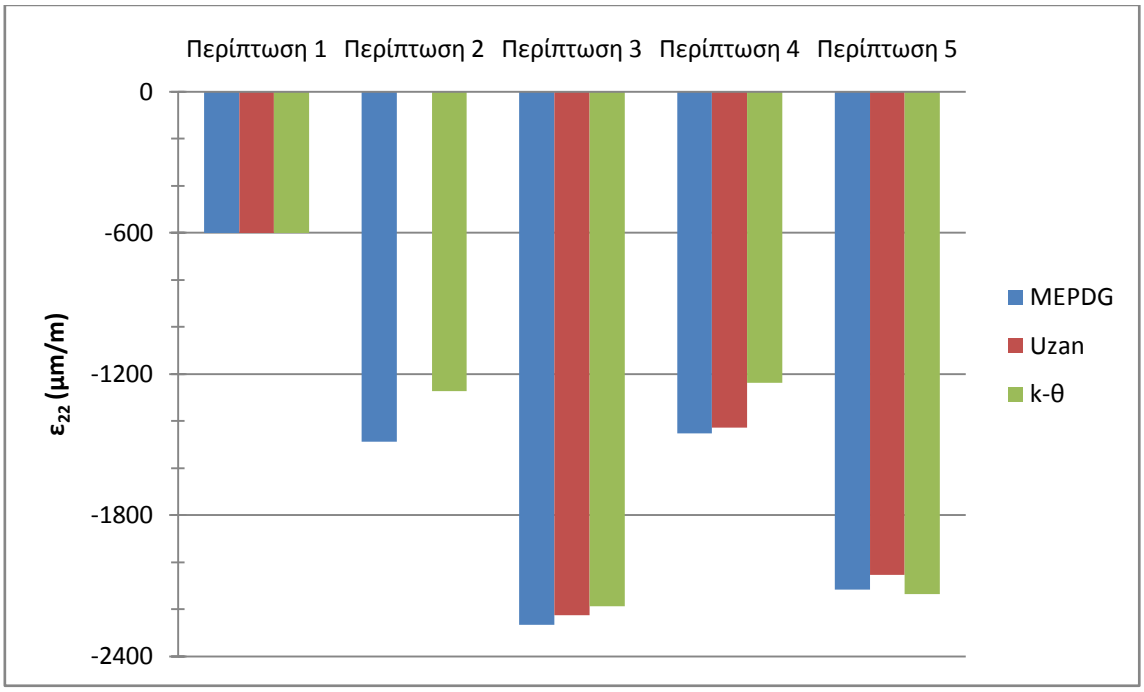
Σχήμα 5.14: Μεταβολή οριζόντιας εφελκυστικής παραμόρφωσης ε_{11} $(\mu m/m)$ στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων για τη διατομή ελέγχου με $h_{\alpha\sigma\varphi} = 10\ cm$ ανά τύπο ανάλυσης και καταστατικό μοντέλο



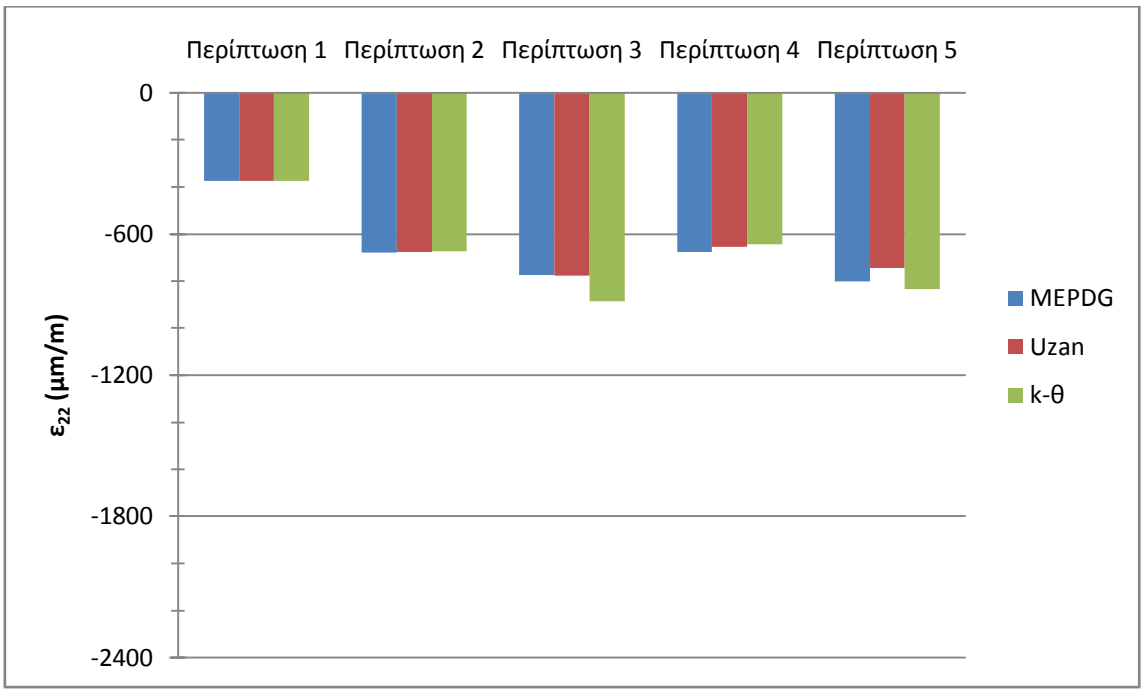
Σχήμα 5.15: Μεταβολή κατακόρυφης θλιπτικής τάσης σ_{22} (MPa) στην κορυφή της στρώσης έδρασης για τη διατομή ελέγχου με $h_{\alpha\sigma\varphi} = 5\ cm$ ανά τύπο ανάλυσης και καταστατικό μοντέλο



Σχήμα 5.16: Μεταβολή κατακόρυφης θλιπτικής τάσης σ_{22} (MPa) στην κορυφή της στρώσης έδρασης για τη διατομή ελέγχου με $h_{\alpha\sigma\varphi}$ $= 10\ cm$ ανά τύπο ανάλυσης και καταστατικό μοντέλο

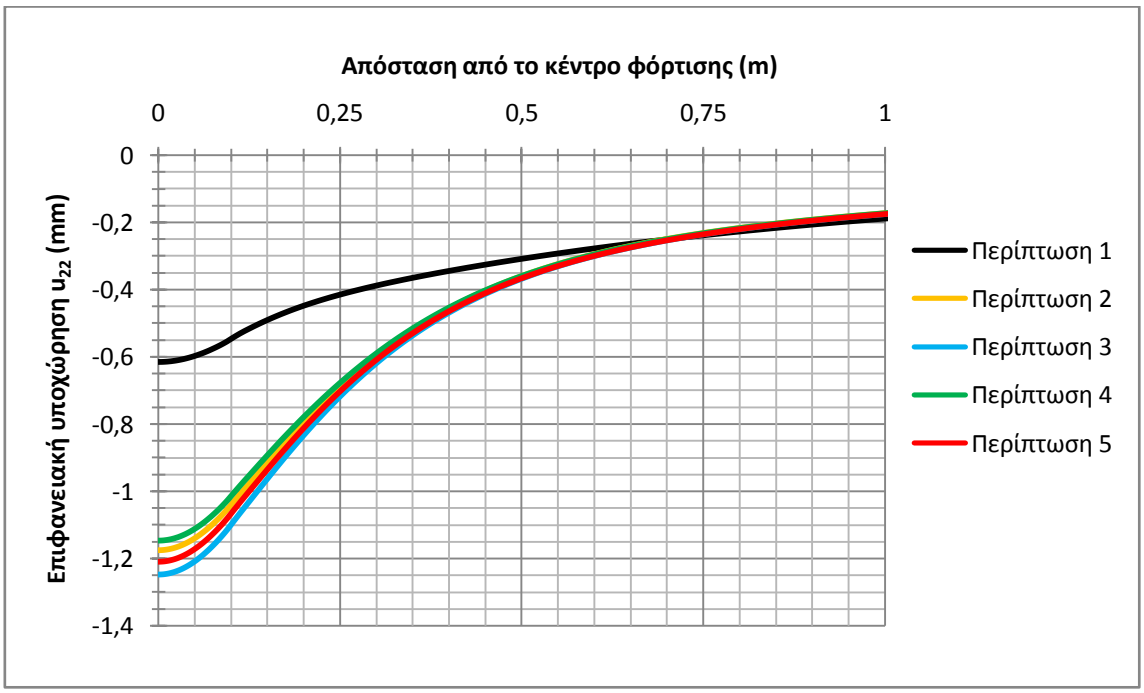


Σχήμα 5.17: Μεταβολή κατακόρυφης θλιπτικής παραμόρφωσης ε_{22} $(\mu m/m)$ στην κορυφή της στρώσης έδρασης για τη διατομή ελέγχου με $h_{\alpha\sigma\varphi}$ $= 5\ cm$ ανά τύπο ανάλυσης και καταστατικό μοντέλο

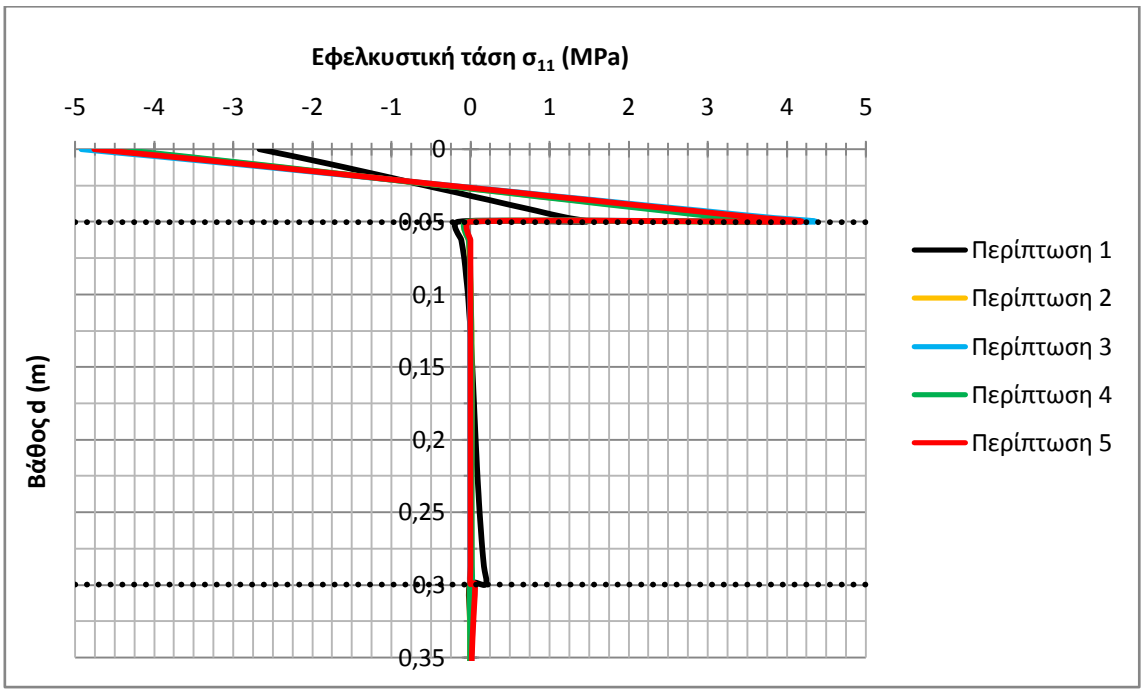


Σχήμα 5.18: Μεταβολή κατακόρυφης θλιπτικής παραμόρφωσης ε_{22} $(\mu m/m)$ στην κορυφή της στρώσης έδρασης για τη διατομή ελέγχου με $h_{\alpha\sigma\varphi}$ $= 10\ cm$ ανά τύπο ανάλυσης και καταστατικό μοντέλο

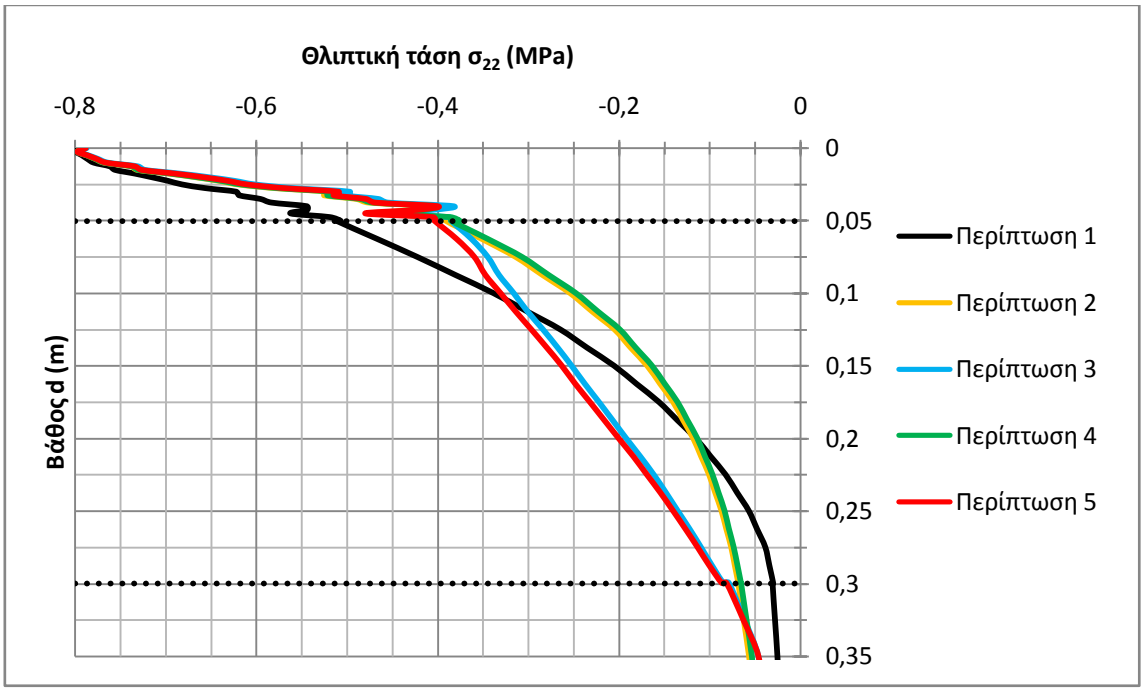
Παρατίθενται επίσης διαγράμματα σύγκρισης των παραπάνω μεγεθών που προέκυψαν από τις μεθοδολογίες και των 5 περιπτώσεων για τη διατομή με $h_{\alpha\sigma\varphi}$ $= 5\ cm$ και με θεωρούμενο καταστατικό μοντέλο το MEPDG. Αντίστοιχη είναι η εικόνα και για τα άλλα δύο καταστατικά μοντέλα.



Σχήμα 5.19: Κατανομή επιφανειακής υποχώρησης ανά περίπτωση ανάλυσης (διατομή με $h_{\alpha\sigma\varphi}$ $=$ $5\ cm$, μοντέλο: MEPDG)



Σχήμα 5.20: Κατανομή οριζόντιας εφελκυστικής τάσης ανά περίπτωση ανάλυσης (διατομή με $h_{ασφ} = 5\ cm$, μοντέλο: MEPDG)



Σχήμα 5.21: Κατανομή κατακόρυφης θλιτικής τάσης ανά περίπτωση ανάλυσης (διατομή με $h_{ασφ} = 5\ cm$, μοντέλο: MEPDG)

Έχοντας ως βάση αναφοράς τη γραμμική ελαστική ανάλυση (ως την πλέον συνηθισμένη μεθοδολογία ανάλυσης), παρατηρείται ότι αυτή υποεκτιμά όλες τις κρίσιμες εξεταζόμενες παραμέτρους. Όσον αφορά στην ποσοτικοποίηση αυτών των διαφορών, παρατίθενται στους πίνακες 5.14 και 5.15 οι λόγοι μεταβολής των μεγεθών που υπολογίζονται από τις μεθοδολογίες των περιπτώσεων 2 έως 5 αναφορικά με τη μεθοδολογία της περίπτωσης 1 για τις δύο διατομές και για τα τρία καταστατικά μοντέλα.

Πίνακας 5.14: Λόγοι μεταβολής των κρίσιμων παραμέτρων ανά περίπτωση ανάλυσης αναφορικά με τη γραμμική ελαστική ανάλυση – διατομή με $h_{ασφ} = 5\ cm$

Μεγέθη	Περίπτωση 2 (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)			Περίπτωση 3 (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)			Περίπτωση 4 (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)			Περίπτωση 5 (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις)		
	MEPDG	Uzan	k-θ	MEPDG	Uzan	k-θ	MEPDG	Uzan	k-θ	MEPDG	Uzan	k-θ
u_{22}	1.9	-	1.7	2.0	2.1	1.8	1.9	1.9	1.7	2.0	2.0	1.8
σ_{11}	2.6	-	2.1	3.0	3.0	2.6	2.5	2.6	2.1	2.8	2.9	2.6
ε_{11}	2.3	-	1.9	2.6	2.7	2.3	2.3	2.3	1.9	2.5	2.6	2.3
σ_{22}	2.2	-	2.0	2.7	2.6	2.6	2.1	2.1	1.9	2.7	2.7	2.5
ε_{22}	2.5	-	2.1	3.8	3.7	3.6	2.4	2.4	2.1	3.5	3.4	3.5

Πίνακας 5.15: Λόγοι μεταβολής των κρίσιμων παραμέτρων ανά περίπτωση ανάλυσης αναφορικά με τη γραμμική ελαστική ανάλυση – διατομή με $h_{ασφ} = 10\ cm$

Μεγέθη	Περίπτωση 2 (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)			Περίπτωση 3 (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)			Περίπτωση 4 (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)			Περίπτωση 5 (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις)		
	MEPDG	Uzan	k-θ	MEPDG	Uzan	k-θ	MEPDG	Uzan	k-θ	MEPDG	Uzan	k-θ
u_{22}	1.6	1.6	1.5	1.6	1.6	1.6	1.5	1.5	1.5	1.6	1.6	1.5
σ_{11}	2.0	2.0	1.9	2.1	2.1	2.0	1.9	1.9	1.8	2.0	2.0	1.9
ε_{11}	1.9	1.9	1.8	2.0	2.0	1.9	1.8	1.8	1.7	1.9	1.9	1.8
σ_{22}	1.6	1.6	1.7	1.5	1.6	1.9	1.6	1.5	1.6	1.9	1.8	1.9
ε_{22}	1.8	1.8	1.8	2.1	2.1	2.4	1.8	1.7	1.7	2.1	2.0	2.2

Λόγω του ότι τα κρίσιμα εξεταζόμενα μεγέθη έχουν υπολογιστεί με παραπλήσιες τιμές, ο επόμενος πίνακας συνοψίζει τους λόγους μεταβολής των εντατικών μεγεθών με τις μέσες τιμές που προκύπτουν και από τα τρία καταστατικά μοντέλα. Σημειώνεται επίσης και ο συντελεστής μεταβλητότητας (coefficient of variation – COV %), ο οποίος επειδή είναι γενικά μικρός (μέγιστη εμφανιζόμενη τιμή 13%), καθιστά τους μέσους λόγους ως αντιπροσωπευτικούς και ανεξάρτητους από το εκάστοτε καταστατικό μοντέλο. Εξάλλου, αυτό που ενδιαφέρει στον παρόν στάδιο της ανάλυσης είναι η αξιολόγηση των μεθοδολογιών ανάλυσης και η ανάδειξη της σημασίας της μη γραμμικής ανάλυσης.

Πίνακας 5.16: Μέσοι λόγοι μεταβολής των εξεταζόμενων μεγεθών ανά περίπτωση ανάλυσης αναφορικά με τη γραμμική ελαστική ανάλυση – διατομή: $h_{\alpha\sigma\varphi} = 5\ cm$ (ανεξαρτήτως καταστατικού μοντέλου)

Μεγέθη	Περίπτωση 2 (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)		Περίπτωση 3 (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)		Περίπτωση 4 (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)		Περίπτωση 5 (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις)	
	Μέσος λόγος	COV %	Μέσος λόγος	COV %	Μέσος λόγος	COV %	Μέσος λόγος	COV %
u_{22}	1.8	8%	2.0	6%	1.8	6%	1.9	5%
σ_{11}	2.4	13%	2.9	8%	2.4	11%	2.8	6%
ε_{11}	2.1	12%	2.5	7%	2.2	10%	2.5	6%
σ_{22}	2.1	8%	2.6	2%	2.1	5%	2.6	4%
ε_{22}	2.3	11%	3.7	2%	2.3	9%	3.5	2%

Πίνακας 5.17: Μέσοι λόγοι μεταβολής των εξεταζόμενων μεγεθών ανά περίπτωση ανάλυσης αναφορικά με τη γραμμική ελαστική ανάλυση – διατομή: $h_{\alpha\sigma\varphi} = 10\ cm$ (ανεξαρτήτως καταστατικού μοντέλου)

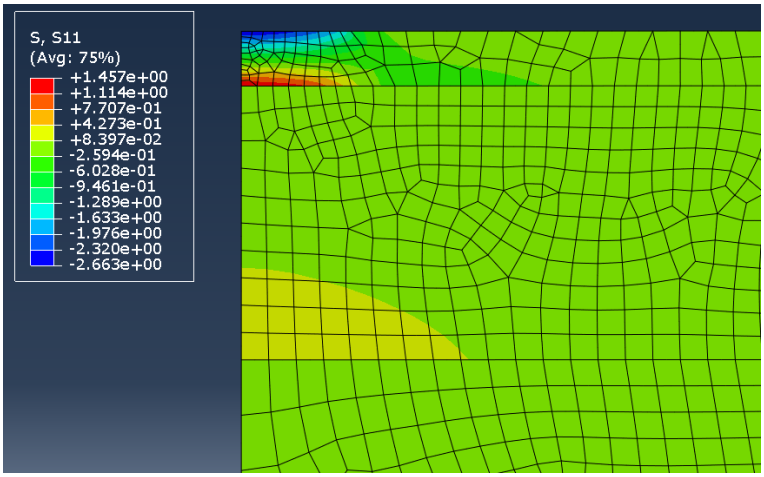
Μεγέθη	Περίπτωση 2 (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)		Περίπτωση 3 (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)		Περίπτωση 4 (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)		Περίπτωση 5 (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις)	
	Μέσος λόγος	COV %	Μέσος λόγος	COV %	Μέσος λόγος	COV %	Μέσος λόγος	COV %
u_{22}	1.6	2%	1.6	2%	1.5	3%	1.6	3%
σ_{11}	2.0	4%	2.1	3%	1.9	4%	2.0	3%
ε_{11}	1.8	3%	1.9	3%	1.7	3%	1.8	3%
σ_{22}	1.6	5%	1.7	13%	1.6	4%	1.9	2%
ε_{22}	1.8	0%	2.2	8%	1.8	3%	2.1	6%

Από τους πίνακες 5.16 και 5.17, προκύπτει ότι με την πραγματοποίηση οποιουδήποτε είδους μη γραμμικής ανάλυσης (περιπτώσεις 2 έως 5), η επιφανειακή υποχώρηση εκτιμάται περίπου 1.5-2 φορές μεγαλύτερη σε σχέση με αυτήν που εκτιμάται μέσω της γραμμικής ελαστικής ανάλυσης. Η οριζόντια εφελκυστική τάση στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων εκτιμάται 2-3 φορές μεγαλύτερη (βέβαια ο ακριβής λόγος εξαρτάται άμεσα από το πάχος των ασφαλτικών στρώσεων, όπως θα διευκρινιστεί και σε επόμενη υποενότητα). Η αντίστοιχη εφλεκυστική παραμόρφωση εκτιμάται 1.7-2.5 φορές μεγαλύτερη. Όσον αφορά στην κατακόρυφη θλιπτική τάση και παραμόρφωση στην κορυφή της στρώσης έδρασης, η μεν τάση εκτιμάται 1.6-2.6 φορές μεγαλύτερη, η δε παραμόρφωση 1.7-3.7 φορές μεγαλύτερη. Κι εδώ, το πάχος των ασφαλτικών στρώσεων έχει επίδραση, καθώς όσο μειώνεται, δεν πετυχαίνεται σημαντική απομείωση των κυκλοφοριακών φορτίων με αποτέλεσμα η στρώση έδρασης να δέχεται μεγαλύτερη καταπόνηση.

5.3.2.2 Το φαινόμενο του εφελκυσμού στα ασύνδετα υλικά

Στην πλειονότητα των αναλύσεων που πραγματοποιούνται έως σήμερα, η μηχανική συμπεριφορά των υλικών οδοστρωσίας υιοθετείται ως ισότροπη. Η θεώρηση αυτή ευθύνεται μερικώς για την εμφάνιση εφελκυστικών τάσεων εντός της στρώσης της βάσης.

Έτσι, όταν συνδυάζεται η γραμμική ανάλυση με τη συνήθη παραδοχή ισότροπου υλικού, πέραν του ότι αγνοείται η άμεση εξάρτηση του μέτρου ελαστικής παραμόρφωσης των αμμοχάλικων από τα εκάστοτε επίπεδα τάσεων (stress dependency of M_R), προβλέπονται οριζόντιες εφελκυστικές τάσεις εντός της στρώσης της βάσης, οι οποίες μάλιστα είναι μεγαλύτερες για την περίπτωση μειωμένου πάχους ασφαλτικών στρώσεων. Το φαινόμενο αυτό παρατηρήθηκε και στην παρούσα εργασία όπως προκύπτει και από την κατανομή που φαίνεται στο σχήμα 5.22.



Σχήμα 5.22: Ανάπτυξη εφελκυστικών τάσεων στον πυθμένα της βάσης στη γραμμική ελαστική ανάλυση με ισότροπο υλικό βάσης για διατομή με $h_{ασφ} = 5\ cm$

Στο πλαίσιο της γραμμικής ελαστικής ανάλυσης αυτό είναι υπολογιστικά ευσταθές, εφόσον ένα δύσκαμπτο υλικό (ασφαλτόμιγμα) εδράζεται επί ενός λιγότερο δύσκαμπτου υλικού (υλικό βάσης), άρα η κατακόρυφη φόρτιση που δέχεται το πρώτο υλικό οδηγεί στην ανάπτυξη εφελκυστικών τάσεων στο υποκείμενο υλικό. Ωστόσο, στην πράξη όταν το υλικό της βάσης δεν είναι μηχανικά κατεργασμένο (με κάποιο συνδετικό υλικό, πχ άσφαλτος) δεν έχει σημαντική εφελκυστική αντοχή. Τέτοια είναι η περίπτωση του ασύνδετου αμμοχάλικου που χρησιμοποιείται συχνά σε βάσεις-υποβάσεις στους ελληνικούς αυτοκινητοδρόμους.

Με την πραγματοποίηση μη γραμμικής ανάλυσης, το παραπάνω παράδοξο απαλείφεται και αποκαθίσταται από πλευράς «φυσικής» μηχανικής. Στους επόμενους πίνακες συγκρίνονται ανά περίπτωση ανάλυσης, οι τιμές της οριζόντιας εφελκυστικής τάσης στον πυθμένα της στρώσης της βάσης για τις δύο διατομές ελέγχου που εξετάστηκαν και στην προηγούμενη υποενότητα.

Πίνακας 5.18: Σύγκριση οριζόντιας εφελκυστικής τάσης σ_{11} (MPa) στον πυθμένα της βάσης για διατομή με $h_{ασφ} = 5\ cm$ ανά καταστατικό μοντέλο

Μοντέλο	**Περίπτωση 1 (Γραμμική ελαστική)**	**Περίπτωση 2 (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 3 (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 4 (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 5 (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις)**
MEPDG	0.196	0.016	0	0.021	0
Uzan	0.196	-	0	0.021	0
k-θ	0.196	0.043	0	0.046	0

Πίνακας 5.19: Ποσοστό μείωσης της οριζόντιας εφελκυστικης τάσης σ_{11} (MPa) στον πυθμένα της βάσης για διατομή με $h_{ασφ} = 5\ cm$ ανά καταστατικό μοντέλο αναφορικά με τη γραμμική ανάλυση

Μοντέλο	**Περίπτωση 1 (Γραμμική ελαστική)**	**Περίπτωση 2 (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 3 (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 4 (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 5 (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις)**
MEPDG		-92%	-99%	-90%	-99%
Uzan		-	-99%	-89%	-99%
k-θ		-78%	-99%	-76%	-99%

Πίνακας 5.20: Σύγκριση οριζόντιας εφελκυστικής τάσης σ_{11} (MPa) στον πυθμένα της βάσης για διατομή με $h_{ασφ} = 10\ cm$ ανά καταστατικό μοντέλο

Μοντέλο	**Περίπτωση 1 (Γραμμική ελαστική)**	**Περίπτωση 2 (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 3 (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 4 (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 5 (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις)**
MEPDG	0.122	0.004	0	0.008	0
Uzan	0.122	0.004	0	0.012	0
k-θ	0.122	0.009	0	0.017	0

Πίνακας 5.21: Ποσοστό μείωσης της οριζόντιας εφελκυστικής τάσης σ_{11} (MPa) στον πυθμένα της βάσης για διατομή με $h_{\alpha\sigma\varphi} = 10\ cm$ ανά καταστατικό μοντέλο αναφορικά με τη γραμμική ανάλυση

Μοντέλο	**Περίπτωση 1 (Γραμμική ελαστική)**	**Περίπτωση 2 (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 3 (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 4 (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)**	**Περίπτωση 5 (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις)**
MEPDG		-96%	-99%	-93%	-99%
Uzan		-96%	-99%	-90%	-99%
k-θ		-92%	-99%	-86%	-99%

Παρατηρείται, ότι το φαινόμενο της ανάπτυξης των εφελκυστικών τάσεων στη στρώση της βάσης περιορίζεται σημαντικά στις μεθοδολογίες των περιπτώσεων 2 και 4 (μείωση της τάσης κατά 76-96%). Τα χαμηλότερα ποσοστά μείωσης εμφανίζονται στη διατομή με το μικρότερο πάχος ασφαλτικών στρώσεων, αφού η περίπτωση αυτή είναι δυσμενέστερη λόγω της μη επαρκούς απομείωσης των τάσεων από τα αξονικά φορτία.

Στις περιπτώσεις 3 και 5 (θεώρηση ανισότροπης συμπεριφοράς) οι οριζόντιες εφελκυστικές τάσεις στη στρώση της βάσης πρακτικά μηδενίζονται. Η θεώρηση ανισότροπης συμπεριφοράς έχει ως αποτέλεσμα τη σημαντική μείωση του μέτρου ελαστικής παραμόρφωσης στην οριζόντια έννοια (τα ασύνδετα υλικά είναι εγκαρσίως ισότροπα με ισχυρή τα διεύθυνση 2 – υποενότητα 2.4). Συνεπώς, το ασύνδετο υλικό δεν μπορεί να αναλάβει σημαντικές οριζόντιες τάσεις.

5.3.2.3 Ποιοτική και ποσοτική επίδραση της ανισότροπης συμπεριφοράς

Στην ενότητα αυτή, αξιολογείται η επίδραση της ανισοτροπίας των υλικών οδοστρωσίας, δηλαδή συγκρίνονται οι αναλύσεις των περιπτώσεων 2-3 και 4-5.

Όσον αφορά στις περιπτώσεις 2-3, οι αρχικές τάσεις αμελούνται και η μόνη διαφοροποίηση είναι στη θεώρηση ισότροπης (περίπτωση 2) και ανισότροπης (περίπτωση 3) συμπεριφοράς. Το ίδιο ισχύει και για τις περιπτώσεις 4-5, μόνο που εδώ οι αρχικές τάσεις λαμβάνονται υπόψη. Παρατίθενται στους πίνακες 5.22-5.23 για λόγους εποπτείας, ξανά τα αριθμητικά αποτελέσματα για τις δύο διατομές που έχουν μελετηθεί ως τώρα. Τα ίδια αποτελέσματα φαίνονται και στα σχήματα 5.23 έως 5.27.

Πίνακας 5.22α: Σύγκριση αποτελεσμάτων για τη διατομή με $h_{ασφ} = 5\ cm$

Μεγέθη	Περίπτωση 2 (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)			Περίπτωση 3 (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)			Περίπτωση 4 (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)			Περίπτωση 5 (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις)		
	MEPDG	**Uzan**	**k-θ**	**MEPDG**	**Uzan**	**k-θ**	**MEPDG**	**Uzan**	**k-θ**	**MEPDG**	**Uzan**	**k-θ**
u_{22} (mm)	-1.176	-	-1.054	-1.248	-1.261	-1.135	-1.147	-1.142	-1.024	-1.210	-1.213	-1.103
σ_{11} (MPa)	3.788	-	3.131	4.315	4.431	3.832	3.696	3.801	3.100	4.142	4.249	3.773
ε_{11} (μm/m)	649	-	546	735	753	659	634	649	540	708	725	650
σ_{22} (MPa)	-0.069	-	-0.062	-0.082	-0.080	-0.079	-0.066	-0.064	-0.059	-0.084	-0.082	-0.078
ε_{22} (μm/m)	-1487	-	-1274	-2268	-2226	-2189	-1453	-1429	-1238	-2117	-2056	-2136

Πίνακας 5.22β: Ποσοστιαία επίδραση ανισοτροπίας στα αποτελέσματα για τη διατομή με $h_{ασφ} = 5\ cm$

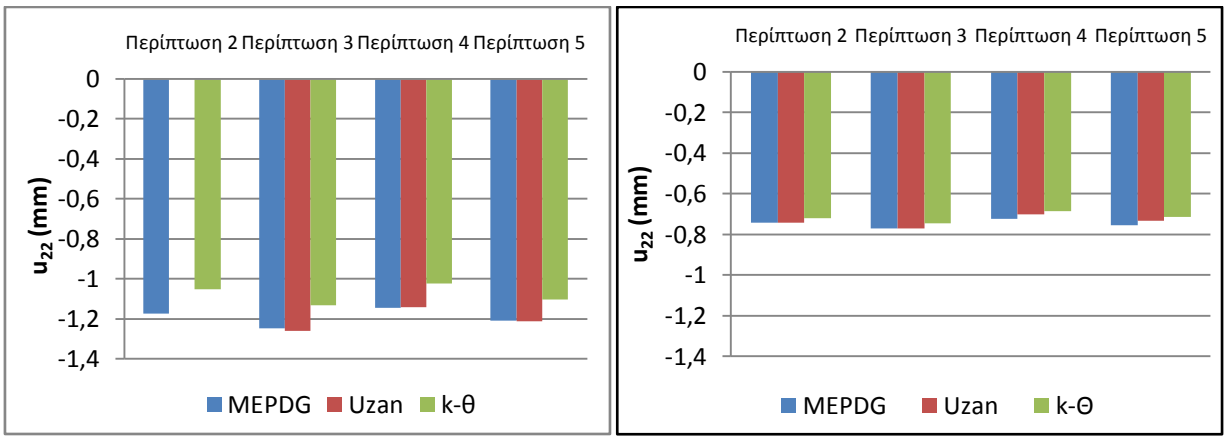
Μεγέθη	**Περίπτωση 3** (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις) **Ποσοστιαία μεταβολή μεγεθών ως προς την Περίπτωση** 2 (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)			**Περίπτωση 5** (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις) **Ποσοστιαία μεταβολή μεγεθών ως προς την Περίπτωση** 4 (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)		
	MEPDG	**Uzan**	**k-θ**	**MEPDG**	**Uzan**	**k-θ**
u_{22} (mm)	6%	-	8%	5%	6%	8%
σ_{11} (MPa)	14%	-	22%	12%	12%	22%
ε_{11} (μm/m)	13%	-	21%	12%	12%	20%
σ_{22} (MPa)	19%	-	27%	27%	28%	32%
ε_{22} (μm/m)	53%	-	72%	46%	44%	73%

Πίνακας 5.23α: Σύγκριση αποτελεσμάτων για τη διατομή με $h_{ασφ} = 10\ cm$

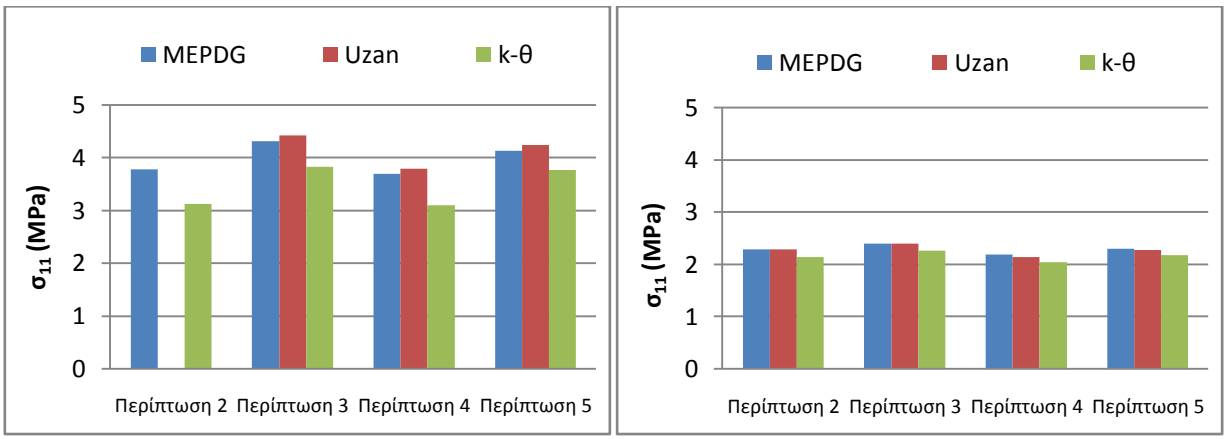
Μεγέθη	Περίπτωση 2 (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)			Περίπτωση 3 (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)			Περίπτωση 4 (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)			Περίπτωση 5 (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις)		
	MEPDG	Uzan	k-θ	MEPDG	Uzan	k-θ	MEPDG	Uzan	k-θ	MEPDG	Uzan	k-θ
u_{22} (mm)	-0.743	-0.741	-0.721	-0.770	-0.770	-0.746	-0.725	-0.702	-0.686	-0.755	-0.734	-0.713
σ_{11} (MPa)	2.294	2.287	2.142	2.402	2.403	2.263	2.197	2.148	2.051	2.307	2.277	2.187
ε_{11} (μm/m)	380	379	358	397	397	377	366	358	343	384	379	365
σ_{22} (MPa)	-0.030	-0.030	-0.033	-0.030	-0.030	-0.038	-0.032	-0.030	-0.031	-0.037	-0.035	-0.037
ε_{22} (μm/m)	-681	-679	-674	-775	-779	-888	-678	-656	-644	-803	-746	-836

Πίνακας 5.23β: Ποσοστιαία επίδραση ανισοτροπίας στα αποτελέσματα για τη διατομή με $h_{ασφ} = 10\ cm$

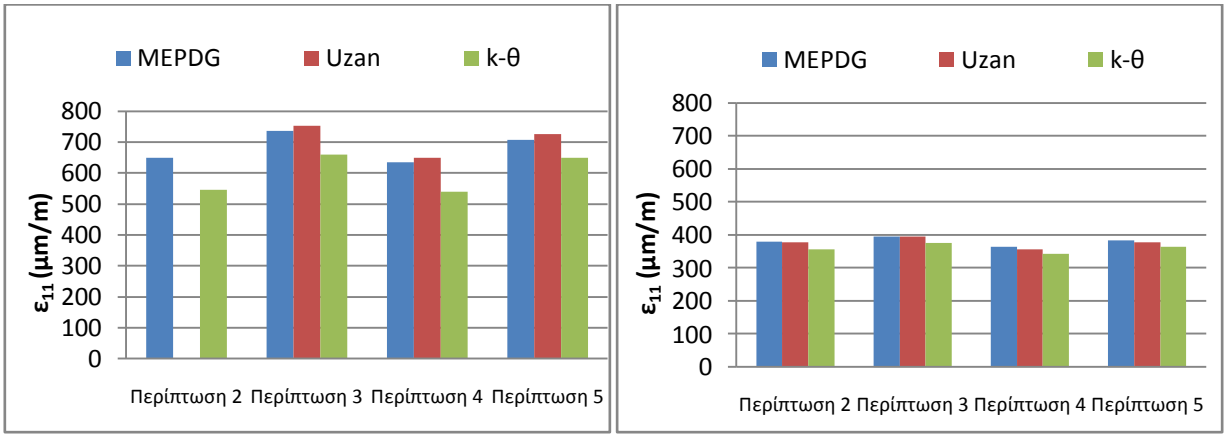
Μεγέθη	Περίπτωση 3 (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις) **Ποσοστιαία μεταβολή μεγεθών ως προς την Περίπτωση 2** (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)			Περίπτωση 5 (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις) **Ποσοστιαία μεταβολή μεγεθών ως προς την Περίπτωση 4** (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις)		
	MEPDG	Uzan	k-θ	MEPDG	Uzan	k-θ
u_{22} (mm)	4%	4%	3%	4%	5%	4%
σ_{11} (MPa)	5%	5%	6%	5%	6%	7%
ε_{11} (μm/m)	4%	5%	5%	5%	6%	6%
σ_{22} (MPa)	0%	0%	15%	16%	17%	19%
ε_{22} (μm/m)	14%	15%	32%	18%	14%	30%



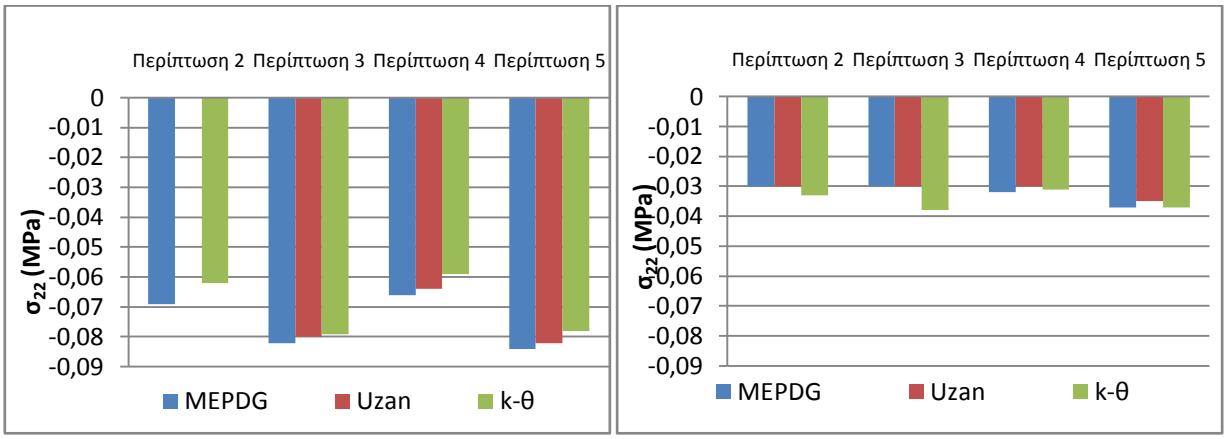
Σχήμα 5.23: Σύγκριση επιφανειακής υποχώρησης u_{22} (mm) μεταξύ των περιπτώσεων 2-3 και 4-5 (επίδραση ανισοτροπίας) για τις διατομές με (α) $h_{ασφ} = 5\ cm$, και (β) $h_{ασφ} = 10\ cm$



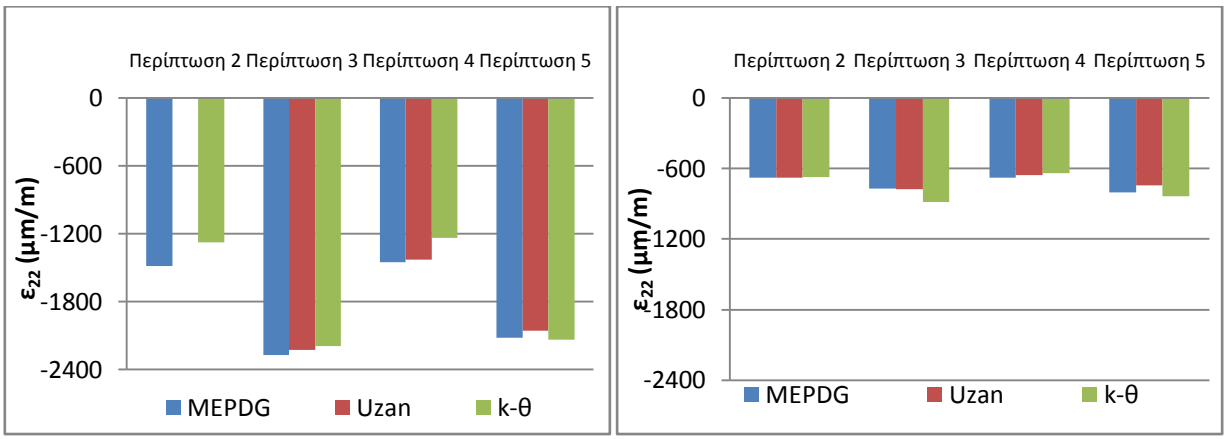
Σχήμα 5.24: Σύγκριση οριζόντιας εφελκυστικής τάσης σ_{11} (MPa) στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων μεταξύ των περιπτώσεων 2-3 και 4-5 (επίδραση ανισοτροπίας) για τις διατομές με (α) $h_{ασφ} = 5\ cm$, και (β) $h_{ασφ} = 10\ cm$



Σχήμα 5.25: Σύγκριση οριζόντιας εφελκυστικής παραμόρφωσης ε_{11} $(\mu m/m)$ στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων μεταξύ των περιπτώσεων 2-3 και 4-5 (επίδραση ανισοτροπίας) για τις διατομές με (α) $h_{ασφ} = 5\ cm$, και (β) $h_{ασφ} = 10\ cm$



Σχήμα 5.26: Σύγκριση κατακόρυφης θλιπτικής τάσης σ_{22} (MPa) στην κορυφή της στρώσης έδρασης μεταξύ των περιπτώσεων 2-3 και 4-5 (επίδραση ανισοτροπίας) για τις διατομές με (α) $h_{ασφ} = 5\ cm$, και (β) $h_{ασφ} = 10\ cm$



Σχήμα 5.27: Σύγκριση κατακόρυφης θλιπτικής παραμόρφωσης ε_{22} $(\mu m/m)$ στην κορυφή της στρώσης έδρασης μεταξύ των περιπτώσεων 2-3 και 4-5 (επίδραση ανισοτροπίας) για τις διατομές με (α) $h_{\alpha\sigma\varphi} = 5\ cm$, και (β) $h_{\alpha\sigma\varphi} = 10\ cm$

Η πρώτη βασική παρατήρηση είναι ότι η θεώρηση ανισότροπης συμπεριφοράς για τα υλικά βάσης οδηγεί σε αύξηση όλων τα κρίσιμων παραμέτρων (με διαφορετικό βέβαια ρυθμό), συνεπώς συνιστά μια δυσμενέστερη και συντηρητική περίπτωση ανάλυσης. Άρα, προκύπτουν ενδείξεις ότι η αγνόηση της ανισοτροπίας ενδέχεται να οδηγήσει σε εσφαλμένες εκτιμήσεις για την απόκριση του οδοστρώματος στα αξονικά φορτία.

Η θεώρηση ανισοτροπίας οδήγησε σε αύξηση της επιφανειακής υποχώρησης κατά περίπου 4-8%, αύξηση της οριζόντιας εφελκυστικής τάσης στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων κατά 5-7% για τη διατομή με $h_{\alpha\sigma\varphi} = 10\ cm$ και κατά 14-22% για τη διατομή με $h_{\alpha\sigma\varphi} = 5\ cm$. Από τα διαθέσιμα στοιχεία, η μεγαλύτερη ποσοστιαία επίδραση της ανισοτροπίας εμφανίστηκε στην πρόβλεψη της κατακόρυφης θλιπτικής παραμόρφωσης στην κορυφή της στρώσης έδρασης (ποσοστά που κυμαίνονται έως και 73% για την πρώτη διατομή στο μοντέλο k-θ). Η επίδραση αυτή της ανισότροπης συμπεριφοράς του υλικού βάσης στην τιμή της κατακόρυφης θλιπτικής τάσης (και παραμόρφωσης αντίστοιχα) στην κορυφή της στρώσης έδρασης, είχε φανεί και από το σχήμα 5.21 που προηγήθηκε (περίπτωση 3 και 5), όπως επίσης και από τις αυξημένες τιμές των λόγων μεταβολής των μεγεθών σ_{22} και ε_{22} που προέκυψαν από τους πίνακες 5.14 και 5.15, συγκριτικά με την περίπτωση της γραμμικής ελαστικής ανάλυσης. Συγκεκριμένα, για τις περιπτώσεις θεώρησης ανισότροπης συμπεριφοράς, η κατακόρυφη θλιπτική τάση και παραμόρφωση στην κορυφή της στρώσης έδρασης εκτιμήθηκαν 2.5-2.7 και 3.4-3.8 φορές αντίστοιχα μεγαλύτερες από αυτές της γραμμικής ελαστικής ανάλυσης για την περίπτωση της διατομής με $h_{\alpha\sigma\varphi} = 5\ cm$. Οι αντίστοιχοι λόγοι για τη διατομή με $h_{\alpha\sigma\varphi} = 10\ cm$ ήταν 1.5-1.9 και 2.0-2.4.

5.3.2.4 Ποιοτική και ποσοτική επίδραση της θεώρησης αρχικών τάσεων

Στην παρούσα υποενότητα αξιολογείται η επίδραση της θεώρησης των αρχικών λόγω του ίδιου βάρους των υπερκείμενων της βάσης στρώσεων και των παραμενουσών τάσεων λόγω των φορτίων από την κατασκευή και τη συμπύκνωση των στρώσεων. Για το σκοπό αυτό, συγκρίνονται τα αριθμητικά αποτελέσματα από τις αναλύσεις των περιπτώσεων 2 και 4 (με

ισότροπη συμπεριφορά υλικού) και από τις αναλύσεις των περιπτώσεων 3 και 5 (με ανισότροπη συμπεριφορά υλικού), προκειμένου να διερευνηθεί αποκλειστικά η επίδραση της θεώρησης αρχικών τάσεων.

Με αναφορά στους πίνακες 5.22α και 5.23α, οι ποσοστιαίες μεταβολές των τιμών των μεγεθών για την περίπτωση 4 ως προς τις τιμές που προέκυψαν από την περίπτωση 2, καθώς και η αντίστοιχη ποσοστιαία μεταβολή μεταξύ των περιπτώσεων 3 και 5 φαίνονται στους πίνακες 5.24 και 5.25.

Πίνακας 5.24: Ποσοστιαία επίδραση της θεώρησης των αρχικών τάσεων στα αποτελέσματα για τη διατομή με $h_{ασφ} = 5\ cm$

Μεγέθη	**Περίπτωση 4** (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις) **Ποσοστιαία μεταβολή μεγεθών ως προς την Περίπτωση 2** (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)			**Περίπτωση 5** (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις) **Ποσοστιαία μεταβολή μεγεθών ως προς την Περίπτωση 3** (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)		
	MEPDG	**Uzan**	**k-θ**	**MEPDG**	**Uzan**	**k-θ**
u_{22} (mm)	-2%	-	-3%	-3%	-4%	-3%
σ_{11} (MPa)	-2%	-	-1%	-4%	-4%	-2%
ε_{11} (μm/m)	-2%	-	-1%	-4%	-4%	-1%
σ_{22} (MPa)	-4%	-	-5%	2%	3%	-1%
ε_{22} (μm/m)	-2%	-	-3%	-7%	-8%	-2%

Πίνακας 5.25: Ποσοστιαία επίδραση της θεώρησης των αρχικών τάσεων στα αποτελέσματα για τη διατομή με $h_{ασφ} = 10\ cm$

Μεγέθη	**Περίπτωση 4** (Μη γραμμική, ισότροπη, με αρχικές τάσεις) **Ποσοστιαία μεταβολή μεγεθών ως προς την Περίπτωση 2** (Μη γραμμική, ισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)			**Περίπτωση 5** (Μη γραμμική, ανισότροπη, με αρχικές τάσεις) **Ποσοστιαία μεταβολή μεγεθών ως προς την Περίπτωση 3** (Μη γραμμική, ανισότροπη, χωρίς αρχικές τάσεις)		
	MEPDG	**Uzan**	**k-θ**	**MEPDG**	**Uzan**	**k-θ**
u_{22} (mm)	-2%	-5%	-5%	-2%	-5%	-4%
σ_{11} (MPa)	-4%	-6%	-4%	-4%	-5%	-3%
ε_{11} (μm/m)	-4%	-6%	-4%	-3%	-5%	-3%
σ_{22} (MPa)	7%	0%	-6%	23%	17%	-3%
ε_{22} (μm/m)	0%	-3%	-4%	4%	-4%	-6%

Από τους παραπάνω πίνακες προκύπτει ότι η θεώρηση αρχικών τάσεων επιφέρει μικρές μειώσεις στα εξεταζόμενα μεγέθη εκτός από την περίπτωση της κατακόρυφης θλιπτικής τάσης, όπου μεταξύ των τριών μοντέλων, η χρήση του MEPDG στη διατομή με $h_{ασφ} = 10\ cm$ οδήγησε σε αύξηση κατά 7% (για ισότροπη συμπεριφορά) και αύξηση 23% (για ανισότροπη συμπεριφορά).

Η μείωση που επιφέρει η θεώρηση αρχικών τάσεων στην οριζόντια εφελκυστική τάση και παραμόρφωση στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων κυμαίνεται σε ένα ποσοστό της τάξης του 1-6% ανεξαρτήτως διατομής και καταστατικού μοντέλου. Πιθανώς, η μείωση αυτή να οφείλεται στο ότι στα υλικά έχουν προκληθεί λόγω των φορτίων κατασκευής και συμπύκνωσης παραμένουσες θλιπτικές τάσεις, οι οποίες αμελούνταν στις προηγούμενες περιπτώσεις ανάλυσης.

Από την άλλη, η αύξηση στην κατακόρυφη θλιπτική τάση στην κορυφή της στρώσης έδρασης ενδεχομένως να οφείλεται στα ίδια βάρη των υπερκείμενων στρώσεων τα οποία επιβαρύνουν την καταπόνηση της στρώσης έδρασης, γι' αυτό και στην περίπτωση του δυσμενούς συνδυασμού μεγάλου πάχους ασφαλτικών (από 5 σε 10 cm) και της ανισοτροπίας, το ποσοστό αύξησης της κατακόρυφης θλιπτικής τάσης ανέρχεται στο 23% (MEPDG μοντέλο). Ωστόσο, επειδή τα τρία μοντέλα έχουν μεγάλη απόκλιση στο συγκεκριμένο ζήτημα, απαιτείται πρόσθετη διερεύνηση.

5.3.2.5 Σύνοψη

Ολοκληρώνοντας την αξιολόγηση όλων των περιπτώσεων ανάλυσης, πιστεύεται ότι η περίπτωση 5 (μη γραμμική ανάλυση με ανισότροπο υλικό βάσης και συνυπολογισμό αρχικών τάσεων) είναι η πιο ρεαλιστική και μπορεί να αποτυπώσει αριθμητικά ακριβέστερα την εντατική κατάσταση του οδοστρώματος.

Συνεπώς, στις επόμενες δύο υποενότητες όπου μελετάται η επίδραση του πάχους των ασφαλτικών στρώσεων και των φορτίων κυκλοφορίας στην απόκριση του οδοστρώματος θεωρώντας μη γραμμική συμπεριφορά για τα ασύνδετα υλικά, ο τύπος ανάλυσης που πραγματοποιήθηκε είναι αυτός της περίπτωσης 5.

5.3.3 Επίδραση πάχους ασφαλτικών στρώσεων στη μη γραμμική ανάλυση

Στην παρούσα υποενότητα, εξετάζεται η ευαισθησία της μη γραμμικής ανάλυσης στο πάχος των ασφαλτικών στρώσεων. Για το σκοπό αυτό, μελετώνται τέσσερις διατομές με διαφορετικά πάχη ασφαλτικών στρώσεων ($h_1 = 5\ cm$, $h_2 = 8\ cm$, $h_3 = 10\ cm$, και $h_4 = 15\ cm$), ενώ τα υπόλοιπα γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά παραμένουν πανομοιότυπα, προκειμένου να εξεταστεί αποκλειστικά η επίδραση του συγκεκριμένου παράγοντα. Ως τιμές αναφοράς για τα κρίσιμα μεγέθη έχουν ληφθεί αυτές που προέκυψαν από την απλή γραμμική ελαστική ανάλυση, οι οποίες συγκρίνονται με αυτές που προκύπτουν από τη μη γραμμική ανάλυση με ανισότροπο ασύνδετο υλικό και θεώρηση αρχικών τάσεων (περίπτωση 5) και από τα τρία καταστατικά μοντέλα.

Πίνακας 5.26: Αποτελέσματα κρίσιμων παραμέτρων στη γραμμική ελαστική ανάλυση

Εξεταζόμενα μεγέθη	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 5\ cm$	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 8\ cm$	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 10\ cm$	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 15\ cm$
u_{22} (mm)	-0.615	-0.518	-0.469	-0.383
σ_{11} (MPa)	1.457	1.312	1.134	0.768
ε_{11} (μm/m)	281	240	204	135
σ_{22} (MPa)	-0.031	-0.023	-0.020	-0.013
ε_{22} (μm/m)	-603	-451	-376	-250

Πίνακας 5.27: Αποτελέσματα κρίσιμων παραμέτρων στη μη γραμμική ανάλυση (περίπτωση 5) με το MEPDG μοντέλο

Εξεταζόμενα μεγέθη	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 5\ cm$	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 8\ cm$	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 10\ cm$	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 15\ cm$
u_{22} (mm)	-1.210	-0.899	-0.755	-0.533
σ_{11} (MPa)	4.142	2.954	2.307	1.328
ε_{11} (μm/m)	708	495	384	219
σ_{22} (MPa)	-0.084	-0.051	-0.037	-0.020
ε_{22} (μm/m)	-2117	-1145	-803	-404

Πίνακας 5.28: Αποτελέσματα κρίσιμων παραμέτρων στη μη γραμμική ανάλυση (περίπτωση 5) με το μοντέλο του Uzan

Εξεταζόμενα μεγέθη	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 5\ cm$	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 8\ cm$	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 10\ cm$	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 15\ cm$
u_{22} (mm)	-1.213	-0.883	-0.734	-0.513
σ_{11} (MPa)	4.249	2.955	2.277	1.287
ε_{11} (μm/m)	725	494	379	213
σ_{22} (MPa)	-0.082	-0.048	-0.035	-0.020
ε_{22} (μm/m)	-2056	-1072	-746	-366

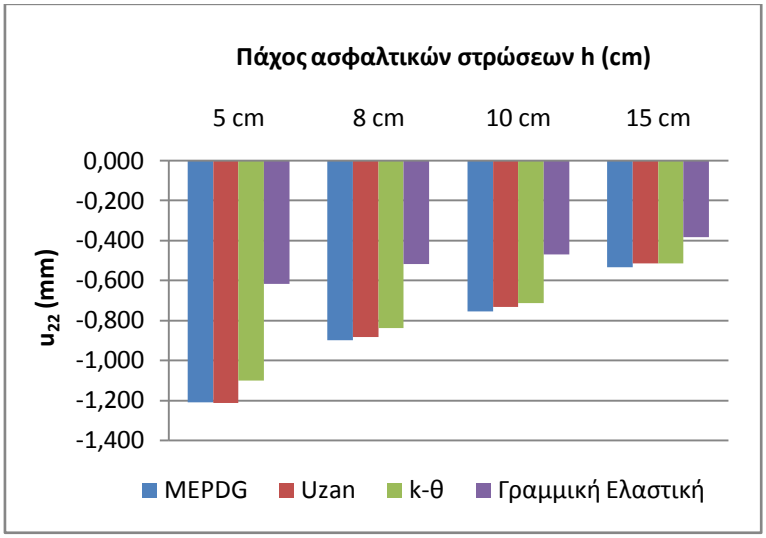
Πίνακας 5.29: Αποτελέσματα κρίσιμων παραμέτρων στη μη γραμμική ανάλυση (περίπτωση 5) με το k-θ μοντέλο

Εξεταζόμενα μεγέθη	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 5\ cm$	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 8\ cm$	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 10\ cm$	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 15\ cm$
u_{22} (mm)	-1.103	-0.839	-0.713	-0.514
σ_{11} (MPa)	3.773	2.771	2.187	1.282
ε_{11} (μm/m)	650	466	365	213
σ_{22} (MPa)	-0.078	-0.049	-0.037	-0.021
ε_{22} (μm/m)	-2136	-1173	-836	-432

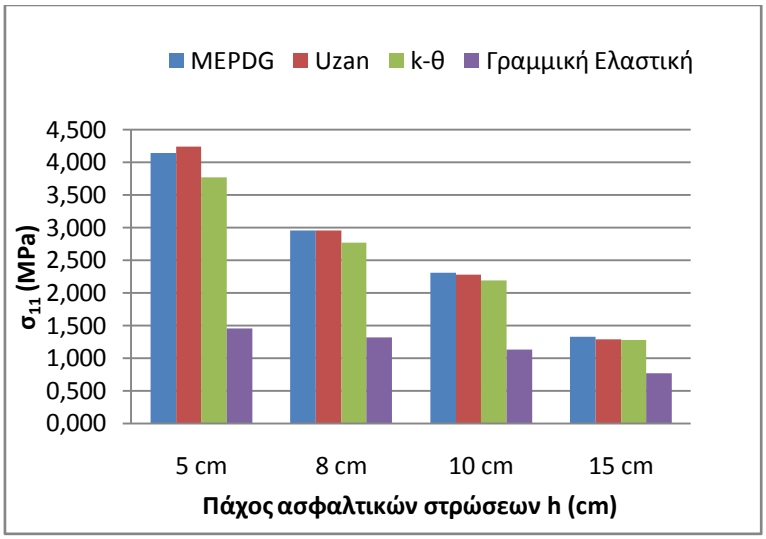
Μια πρωταρχική επισήμανση που πρέπει να γίνει είναι η εξής: ανεξαρτήτως του τύπου ανάλυσης (γραμμική ή μη) και του καταστατικού μοντέλου, η μείωση του πάχους των ασφαλτικών στρώσεων οδηγεί σε δυσμενέστερη εντατική κατάσταση. Από τους

προηγούμενους πίνακες παρατηρείται αύξηση όλων των κρίσιμων μεγεθών καθώς το πάχος των ασφαλτικών στρώσεων μειώνεται.

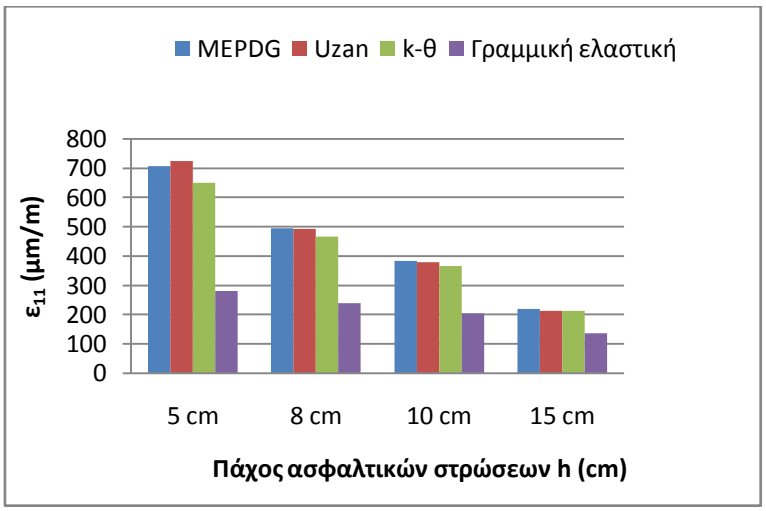
Στο πλαίσιο μελέτης της επίδρασης του πάχους των ασφαλτικών στρώσεων ξεχωριστά σε καθεμιά από τις κρίσιμες παραμέτρους ανάλυσης (αναφορικά με τη γραμμική και τη μη γραμμική ελαστική ανάλυση των ασύνδετων υλικών και με τα τρία καταστατικά μοντέλα), παρατίθενται τα διαγράμματα μεταβολής των μεγεθών (σχήματα 5.28-5.32).



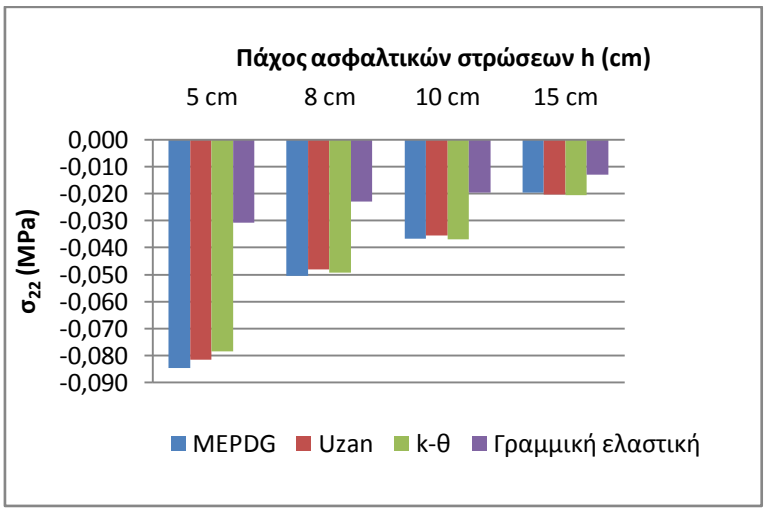
Σχήμα 5.28: Μεταβολή επιφανειακής υποχώρησης u_{22} (mm) για διάφορα πάχη ασφαλτικών στρώσεων στη γραμμική και μη γραμμική ανάλυση



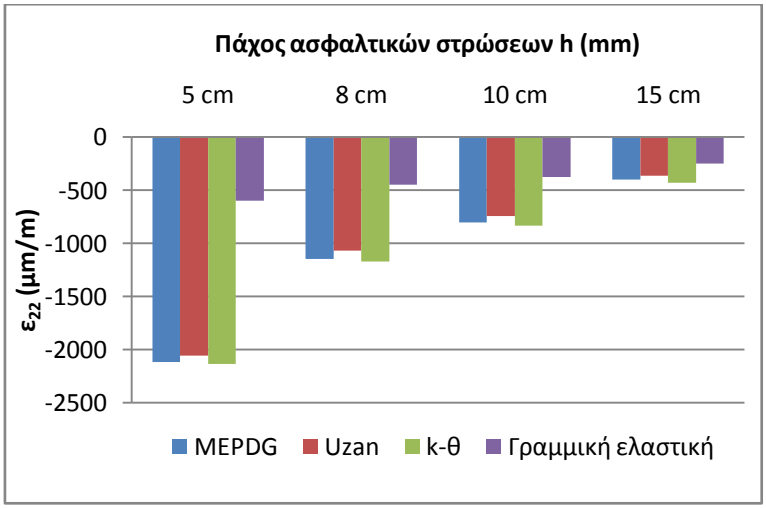
Σχήμα 5.29: Μεταβολή οριζόντιας εφελκυστικής τάσης σ_{11} (MPa) στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων για διάφορα πάχη ασφαλτικών στρώσεων στη γραμμική και μη γραμμική ανάλυση



Σχήμα 5.30: Μεταβολή οριζόντιας εφελκυστικής παραμόρφωσης ε_{11} $(\mu m/m)$ στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων για διάφορα πάχη ασφαλτικών στρώσεων στη γραμμική και μη γραμμική ανάλυση



Σχήμα 5.31: Μεταβολή κατακόρυφης θλιπτικής τάσης σ_{22} (MPa) στην κορυφή της στρώσης έδρασης για διάφορα πάχη ασφαλτικών στρώσεων στη γραμμική και μη γραμμική ανάλυση



Σχήμα 5.32: Μεταβολή θλιπτικής παραμόρφωσης ε_{22} $(\mu m/m)$ στην κορυφή της στρώσης έδρασης για διάφορα πάχη ασφαλτικών στρώσεων στη γραμμική και μη γραμμική ανάλυση

Στους ακόλουθους πίνακες 5.30-5.34, έχουν υπολογιστεί οι λόγοι μεταβολής των κρίσιμων μεγεθών που προέκυψαν με τη μη γραμμική ανάλυση (και για τα τρία καταστατικά μοντέλα) ως προς τις αντίστοιχες τιμές της γραμμικής ανάλυσης. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι οι τιμές των λόγων μεταβολής μεταξύ των τριών μοντέλων είναι παραπλήσιες με μικρές αποκλίσεις, γι' αυτό και έχει επισημανθεί και ο μέσος λόγος μεταβολής, ο οποίος είναι αντιπροσωπευτικός, διότι ο συντελεστής μεταβλητότητας (COV) είναι μικρός (κάτω από 10%). Η χρήση του μέσου λόγου μεταβολής εξαίρει ακόμη περισσότερο τη σημασία της μη γραμμικής ανάλυσης, καθώς ανεξαρτήτως του ποιου καταστατικού μοντέλου θα χρησιμοποιήσει κανείς, ο βασικός άξονας ανάλυσης δείχνει ότι η μη γραμμική ανάλυση είναι δυσμενέστερη της γραμμικής ανάλυσης, όταν το πάχος των ασφαλτικών στρώσεων μειώνεται.

Πίνακας 5.30: Ποσοτικοποίηση της επίδρασης του πάχους ασφαλτικών στρώσεων στη μη γραμμική ανάλυση – μέγεθος: επιφανειακή υποχώρηση u_{22} (mm)

$h_{\alpha\sigma\varphi}$	Γραμμική ελαστική	Μη γραμμική			Εύρεση λόγου $u_{22}^{non-linear} / u_{22}^{linear}$				
		MEPDG	Uzan	k-θ	MEPDG	Uzan	k-θ	Μέσος λόγος	COV (%)
5 cm	-0.615	-1.210	-1.213	-1.103	2.0	2.0	1.8	1.9	5%
8 cm	-0.518	-0.899	-0.883	-0.839	1.7	1.7	1.6	1.7	4%
10 cm	-0.469	-0.755	-0.734	-0.713	1.6	1.6	1.5	1.6	3%
15 cm	-0.383	-0.533	-0.513	-0.514	1.4	1.3	1.3	1.4	2%

Πίνακας 5.31: Ποσοτικοποίηση της επίδρασης του πάχους ασφαλτικών στρώσεων στη μη γραμμική ανάλυση – μέγεθος: οριζόντια εφελκυστική τάση σ_{11} (MPa) στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων

$h_{\alpha\sigma\varphi}$	Γραμμική ελαστική	Μη γραμμική			Εύρεση λόγου $\sigma_{11}^{non-linear} / \sigma_{11}^{linear}$				
		MEPDG	Uzan	k-θ	MEPDG	Uzan	k-θ	Μέσος λόγος	COV (%)
5 cm	1.457	4.142	4.249	3.773	2.8	2.9	2.6	2.8	6%
8 cm	1.312	2.954	2.955	2.771	2.3	2.3	2.1	2.2	4%
10 cm	1.134	2.307	2.277	2.187	2.0	2.0	1.9	2.0	3%
15 cm	0.768	1.328	1.287	1.282	1.7	1.7	1.7	1.7	2%

Πίνακας 5.32: Ποσοτικοποίηση της επίδρασης του πάχους ασφαλτικών στρώσεων στη μη γραμμική ανάλυση – μέγεθος: οριζόντια εφελκυστική παραμόρφωση ε_{11} $(\mu m/m)$ στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων

$h_{\alpha\sigma\varphi}$	Γραμμική ελαστική	Μη γραμμική			Εύρεση λόγου $\varepsilon_{11}^{non-linear} / \varepsilon_{11}^{linear}$				
		MEPDG	Uzan	k-θ	MEPDG	Uzan	k-θ	Μέσος λόγος	COV (%)
5 cm	281	708	725	650	2.5	2.6	2.3	2.5	6%
8 cm	240	495	494	466	2.1	2.1	1.9	2.0	3%
10 cm	204	384	379	365	1.9	1.9	1.8	1.8	3%
15 cm	135	219	213	213	1.6	1.6	1.6	1.6	2%

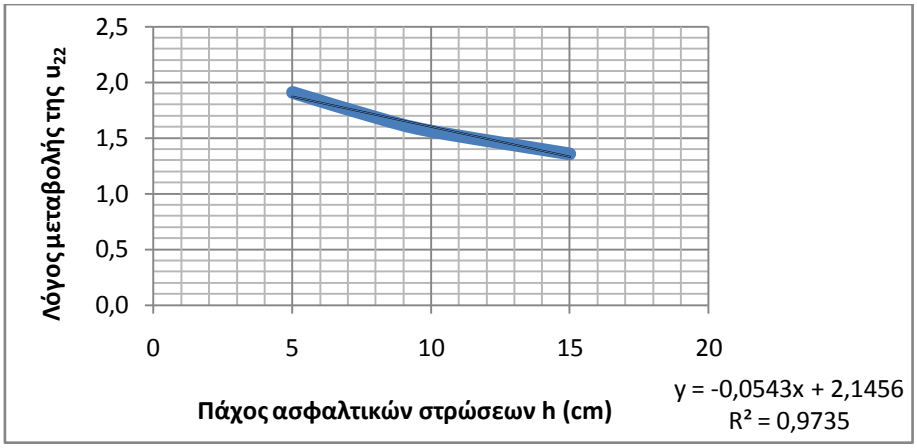
Πίνακας 5.33: Ποσοτικοποίηση της επίδρασης του πάχους ασφαλτικών στρώσεων στη μη γραμμική ανάλυση – μέγεθος: κατακόρυφη θλιπτική τάση σ_{22} (MPa) στην κορυφή της στρώσης έδρασης

$h_{\alpha\sigma\varphi}$	Γραμμική ελαστική	Μη γραμμική			Εύρεση λόγου $\sigma_{22}^{non-linear} / \sigma_{22}^{linear}$				
		MEPDG	Uzan	k-θ	MEPDG	Uzan	k-θ	Μέσος λόγος	COV (%)
5 cm	-0.031	-0.084	-0.082	-0.078	2.7	2.7	2.5	2.6	4%
8 cm	-0.023	-0.051	-0.048	-0.049	2.2	2.1	2.1	2.1	3%
10 cm	-0.020	-0.037	-0.035	-0.037	1.9	1.8	1.9	1.9	2%
15 cm	-0.013	-0.020	-0.020	-0.021	1.5	1.6	1.6	1.6	2%

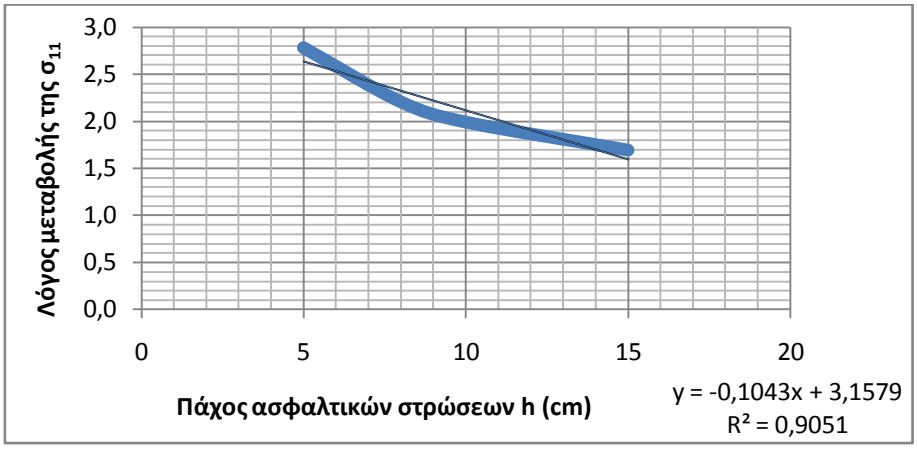
Πίνακας 5.34: Ποσοτικοποίηση της επίδρασης του πάχους ασφαλτικών στρώσεων στη μη γραμμική ανάλυση – μέγεθος: θλιπτική παραμόρφωση ε_{22} $(\mu m/m)$ στην κορυφή της στρώσης έδρασης

$h_{\alpha\sigma\varphi}$	Γραμμική ελαστική	Μη γραμμική			Εύρεση λόγου $\varepsilon_{22}^{non-linear} / \varepsilon_{22}^{linear}$				
		MEPDG	Uzan	k-θ	MEPDG	Uzan	k-θ	Μέσος λόγος	COV (%)
5 cm	-603	-2117	-2056	-2136	3.5	3.4	3.5	3.5	2%
8 cm	-451	-1145	-1072	-1173	2.5	2.4	2.6	2.5	5%
10 cm	-376	-803	-746	-836	2.1	2.0	2.2	2.1	6%
15 cm	-250	-404	-366	-432	1.6	1.5	1.7	1.6	8%

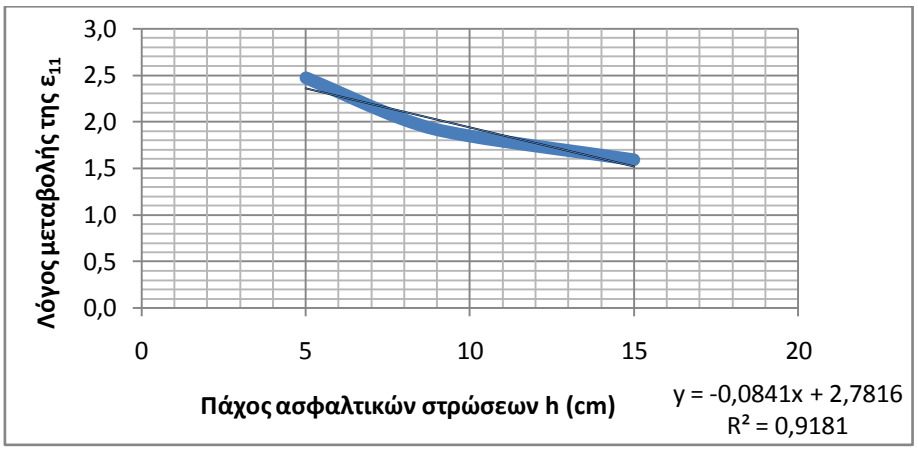
Παρατηρείται ξεκάθαρα αύξηση των λόγων μεταβολής όλων των μεγεθών αναφορικά με τη γραμμική ανάλυση καθώς το πάχος των ασφαλτικών στρώσεων μειώνεται. Στο πλαίσιο αυτής της παρατήρησης, διερευνήθηκε η ύπαρξη πιθανής γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των παραπάνω μέσων λόγων με το πάχος ασφαλτικών στρώσεων. Η συσχέτιση αυτή βρέθηκε πάρα πολύ ικανοποιητική (τιμές του συντελεστή συσχέτισης R^2 πάνω από 0.90). Τα αποτελέσματα της συσχέτισης ανά μέγεθος φαίνονται στα επόμενα σχήματα.



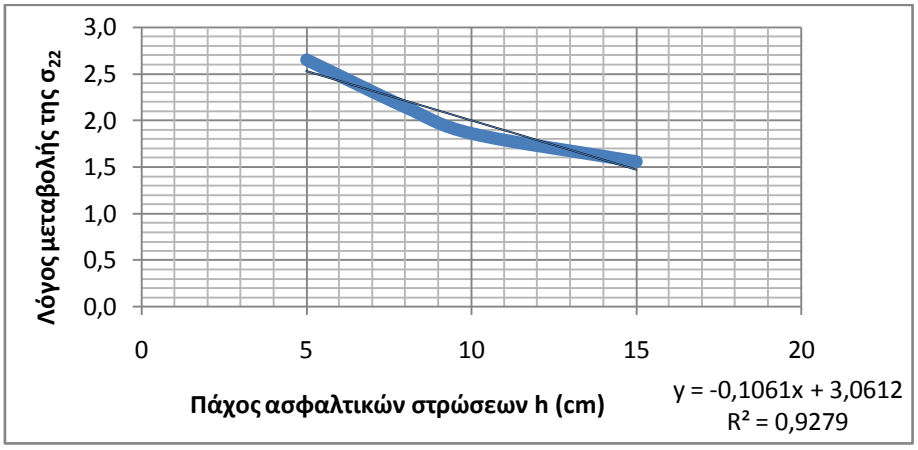
Σχήμα 5.33: Μεταβολή της επιφανειακής υποχώρησης u_{22} μεταξύ γραμμικής και μη γραμμικής ανάλυσης – επίδραση πάχους ασφαλτικών στρώσεων



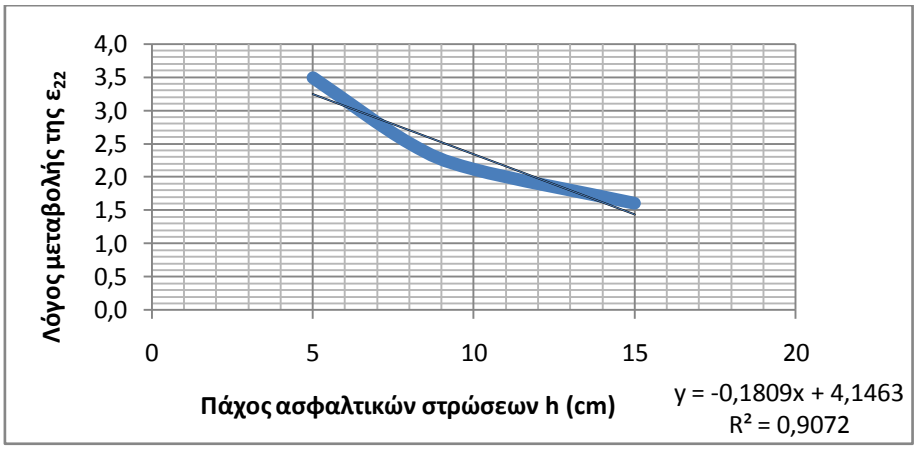
Σχήμα 5.34: Μεταβολή της οριζόντιας εφελκυστικής τάσης σ_{11} στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων μεταξύ γραμμικής και μη γραμμικής ανάλυσης – επίδραση πάχους ασφαλτικών στρώσεων



Σχήμα 5.35: Μεταβολή της οριζόντιας εφελκυστικής παραμόρφωσης ε_{11} στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων μεταξύ γραμμικής και μη γραμμικής ανάλυσης – επίδραση πάχους ασφαλτικών στρώσεων



Σχήμα 5.36: Μεταβολή της κατακόρυφης θλιπτικής τάσης σ_{22} στην κορυφή της στρώσης έδρασης μεταξύ γραμμικής και μη γραμμικής ανάλυσης – επίδραση πάχους ασφαλτικών στρώσεων



Σχήμα 5.37: Μεταβολή της κατακόρυφης θλιπτικής παραμόρφωσης ε_{22} στην κορυφή της στρώσης έδρασης μεταξύ γραμμικής και μη γραμμικής ανάλυσης – επίδραση πάχους ασφαλτικών στρώσεων

Φυσικά, η συσχέτιση αυτή όπως και η ποσοτικοποίηση των παραπάνω λόγων μεταβολής βασίζονται στις παραδοχές σχεδιασμού που αναφέρθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, και αφορά τα συγκεκριμένα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διατομής, τα

συγκεκριμένα μηχανικά χαρακτηριστικά των υλικών και τη συγκεκριμένη τιμή ομοιόμορφης φόρτισης $p = 0.8\ MPa$.

Παρατηρώντας τα διαγράμματα αυτά αλλά και τους μέσους λόγους μεταβολής για τη διατομή με το μεγαλύτερο πάχος ασφαλτικών στρώσεων (15 cm) που εξετάστηκε στην παρούσα εργασία (οι λόγοι μεταβολής κυμαίνονται για όλα τα μεγέθη από 1.4 έως 1.7), προκύπτουν ενδείξεις ότι η γραμμική ελαστική ανάλυση μπορεί να αναδειχθεί αξιόπιστη για αρκετά μεγάλα πάχη ασφαλτικών στρώσεων (της τάξης των 18-20 cm). Τέτοια πάχη συναντώνται σε νέους σύγχρονους αυτοκινητοδρόμους που έχουν υψηλές προδιαγραφές ασφάλειας. Ωστόσο, στην πλειονότητα του οδικού δικτύου τα πάχη των ασφαλτικών στρώσεων είναι αρκετά μικρότερα. Επομένως, χρειάζεται προσεκτική αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της γραμμικής ελαστικής ανάλυσης όταν αυτή χρησιμοποιείται για ανάλυση οδοστρωμάτων με μικρό πάχος ασφαλτικών στρώσεων.

5.3.4 Επίδραση αξονικού φορτίου στη μη γραμμική ανάλυση

Στην υποενότητα αυτή αξιολογείται η επίδραση του αξονικού φορτίου στην απόκριση του οδοστρώματος πραγματοποιώντας μη γραμμική ανάλυση για τα υλικά βάσης. Μελετώνται τρεις περιπτώσεις ομοιόμορφων φορτίσεων: $p = 0.5,\ 0.8,\ 1.2\ MPa$ και συγκρίνονται τα αποτελέσματα της γραμμικής ελαστικής ανάλυσης με την μη γραμμική ανάλυση (της περίπτωσης 5) για δύο διατομές με πάχη ασφαλτικών στρώσεων 5 cm και 10 cm. Τα αποτελέσματα ανά καταστατικό μοντέλο φαίνονται στους πίνακες 5.35-5.37.

Πίνακας 5.35: Αποτελέσματα αναλύσεων για τρεις τιμές ομοιόμορφης φόρτισης – MEPDG μοντέλο

Διατομή με $h_{ασφ} = 5cm$	$p_1 = 0.5\ MPa$		$p_2 = 0.8\ MPa$		$p_3 = 1.2\ MPa$	
	Γραμμική ελαστική	**Μη γραμμική MEPDG**	**Γραμμική ελαστική**	**Μη γραμμική MEPDG**	**Γραμμική ελαστική**	**Μη γραμμική MEPDG**
u_{22} (mm)	-0.384	-0.802	-0.615	-1.210	-0.923	-1.716
σ_{11} (MPa)	0.911	2.846	1.457	4.142	2.186	5.749
ε_{11} (μm/m)	176	483	281	708	422	989
σ_{22} (MPa)	-0.019	-0.051	-0.031	-0.084	-0.046	-0.125
ε_{22} (μm/m)	-377	-1283	-603	-2117	-904	-3221
Διατομή με $h_{ασφ} = 10cm$	$p_1 = 0.5\ MPa$		$p_2 = 0.8\ MPa$		$p_3 = 1.2\ MPa$	
	Γραμμική ελαστική	**Μη γραμμική MEPDG**	**Γραμμική ελαστική**	**Μη γραμμική MEPDG**	**Γραμμική ελαστική**	**Μη γραμμική MEPDG**
u_{22} (mm)	-0.293	-0.478	-0.469	-0.755	-0.704	-1.112
σ_{11} (MPa)	0.709	1.487	1.134	2.307	1.701	3.348
ε_{11} (μm/m)	127	246	204	384	306	560
σ_{22} (MPa)	-0.012	-0.021	-0.020	-0.037	-0.029	-0.059
ε_{22} (μm/m)	-235	-463	-376	-803	-564	-1275

Πίνακας 5.36: Αποτελέσματα αναλύσεων για τρεις τιμές ομοιόμορφης φόρτισης – Uzan μοντέλο

Διατομή με $h_{ασφ} = 5cm$	$p_1 = 0.5\ MPa$		$p_2 = 0.8\ MPa$		$p_3 = 1.2\ MPa$	
	Γραμμική ελαστική	**Μη γραμμική Uzan**	**Γραμμική ελαστική**	**Μη γραμμική Uzan**	**Γραμμική ελαστική**	**Μη γραμμική Uzan**
u_{22} (mm)	-0.384	-0.794	-0.615	-1.213	-0.923	-1.727
σ_{11} (MPa)	0.911	2.886	1.457	4.249	2.186	5.842
ε_{11} (μm/m)	176	488	281	725	422	1006
σ_{22} (MPa)	-0.019	-0.049	-0.031	-0.082	-0.046	-0.124
ε_{22} (μm/m)	-377	-1200	-603	-2056	-904	-3227
Διατομή με $h_{ασφ} = 10cm$	$p_1 = 0.5\ MPa$		$p_2 = 0.8\ MPa$		$p_3 = 1.2\ MPa$	
	Γραμμική ελαστική	**Μη γραμμική Uzan**	**Γραμμική ελαστική**	**Μη γραμμική Uzan**	**Γραμμική ελαστική**	**Μη γραμμική Uzan**
u_{22} (mm)	-0.293	-0.459	-0.469	-0.734	-0.704	-1.094
σ_{11} (MPa)	0.709	1.438	1.134	2.277	1.701	3.354
ε_{11} (μm/m)	127	239	204	379	306	560
σ_{22} (MPa)	-0.012	-0.021	-0.020	-0.035	-0.029	-0.056
ε_{22} (μm/m)	-235	-423	-376	-746	-564	-1203

Πίνακας 5.37: Αποτελέσματα αναλύσεων για τρεις τιμές ομοιόμορφης φόρτισης – k-θ μοντέλο

Διατομή με $h_{ασφ} = 5cm$	$p_1 = 0.5\ MPa$		$p_2 = 0.8\ MPa$		$p_3 = 1.2\ MPa$	
	Γραμμική ελαστική	**Μη γραμμική k-θ**	**Γραμμική ελαστική**	**Μη γραμμική k-θ**	**Γραμμική ελαστική**	**Μη γραμμική k-θ**
u_{22} (mm)	-0.384	-0.726	-0.615	-1.103	-0.923	-1.579
σ_{11} (MPa)	0.911	2.563	1.457	3.773	2.186	5.232
ε_{11} (μm/m)	176	438	281	650	422	910
σ_{22} (MPa)	-0.019	-0.048	-0.031	-0.078	-0.046	-0.118
ε_{22} (μm/m)	-377	-1283	-603	-2136	-904	-3309
Διατομή με $h_{ασφ} = 10cm$	$p_1 = 0.5\ MPa$		$p_2 = 0.8\ MPa$		$p_3 = 1.2\ MPa$	
	Γραμμική ελαστική	**Μη γραμμική k-θ**	**Γραμμική ελαστική**	**Μη γραμμική k-θ**	**Γραμμική ελαστική**	**Μη γραμμική k-θ**
u_{22} (mm)	-0.293	-0.453	-0.469	-0.713	-0.704	-1.053
σ_{11} (MPa)	0.709	1.401	1.134	2.187	1.701	3.196
ε_{11} (μm/m)	127	233	204	365	306	536
σ_{22} (MPa)	-0.012	-0.022	-0.020	-0.037	-0.029	-0.057
ε_{22} (μm/m)	-235	-499	-376	-836	-564	-1309

Στον επόμενο πίνακα γίνεται ποσοτικοποίηση της επίδρασης του φορτίου μέσω εύρεσης των μέσων λόγων μεταβολής των τιμών των μεγεθών που προέκυψαν από τη μη γραμμική ανάλυση αναφορικά με τη γραμμική ελαστική (και για τα τρία καταστατικά μοντέλα). Ο συντελεστής μεταβλητότητας κυμαίνεται από 2-8% (όπως και στην ανάλυση για το πάχος των ασφαλτικών στρώσεων), άρα οι μέσοι λόγοι θεωρούνται ενδεικτικοί. Εξάλλου, σκοπός της ανάλυσης είναι να διερευνηθεί πιθανή σχέση του φορτίου και της μη γραμμικότητας των ασύνδετων υλικών ανεξαρτήτως καταστατικού μοντέλου, δεδομένου ότι οι τιμές που εκτιμώνται από αυτά είναι παραπλήσιες.

Πίνακας 5.38: Επίδραση φορτίου στην απόκριση οδοστρώματος με μη γραμμική ανάλυση – μέσοι λόγοι μεταβολής μεγεθών της μη γραμμικής ανάλυσης ως προς τις τιμές της γραμμικής ελαστικής ανάλυσης

Λόγοι μεταβολής	$\boldsymbol{p_1 = 0.5\ MPa}$		$\boldsymbol{p_2 = 0.8\ MPa}$		$\boldsymbol{p_3 = 1.2\ MPa}$	
	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 5\ cm$	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 10\ cm$	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 5\ cm$	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 10\ cm$	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 5\ cm$	$h_{\alpha\sigma\varphi} = 10\ cm$
$u_{22}^{non-linear} / u_{22}^{linear}$	2.0	1.6	1.9	1.6	1.8	1.5
$\sigma_{11}^{non-linear} / \sigma_{11}^{linear}$	3.0	2.0	2.8	2.0	2.6	1.9
$\varepsilon_{11}^{non-linear} / \varepsilon_{11}^{linear}$	2.7	1.9	2.5	1.8	2.3	1.8
$\sigma_{22}^{non-linear} / \sigma_{22}^{linear}$	2.6	1.8	2.6	1.9	2.7	2.0
$\varepsilon_{22}^{non-linear} / \varepsilon_{22}^{linear}$	3.3	2.0	3.5	2.1	3.6	2.2

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρείται ότι η μεταβολή του φορτίου δεν έχει ξεκάθαρη επίδραση στα κρίσιμα εξεταζόμενα μεγέθη όταν πρόκειται για την ίδια διατομή. Παρατηρείται ότι για αύξηση του φορτίου, οι λόγοι μεταβολής της επιφανειακής υποχώρησης, της οριζόντιας εφελκυστικής τάσης και παραμόρφωσης στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων μειώνονται, ενώ οι λόγοι μεταβολής της κατακόρυφης θλιπτικής τάσης και παραμόρφωσης στην κορυφή της στρώσης έδρασης αυξάνονται. Αντίθετα, όταν ο παράγοντας του φορτίου συνδυαστεί με τον παράγοντα του πάχους των ασφαλτικών στρώσεων, η εικόνα διαφοροποιείται και εμπίπτει στα σχόλια της προηγούμενης υποενότητας.

Ένα άλλο στοιχείο που προκύπτει από τον πίνακα, είναι ότι η μεταβολή του φορτίου όταν πραγματοποιείται μη γραμμική ανάλυση επιφέρει τη μικρότερη μεταβολή στην επιφανειακή υποχώρηση (ο λόγος μεταβολής της κυμαίνεται στο 1.5-1.6), ενώ αντίθετα η μεταβολή του φορτίου προκαλεί τη μεγαλύτερη μεταβολή στην κατακόρυφη θλιπτική παραμόρφωση στην κορυφή της στρώσης έδρασης (ο λόγος μεταβολής της φτάνει και την τιμή 3.6 για την περίπτωση του δυσμενούς συνδυασμού μεγάλης φόρτισης και μικρού πάχους ασφαλτικών στρώσεων).

6. Συμπεράσματα – προτάσεις μελλοντικής έρευνας

6.1 Ανάλυση συμπερασμάτων

Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας, διερευνήθηκε η αριθμητική απόκριση οδοστρώματος στα αξονικά φορτία λαμβάνοντας υπόψη την πραγματική μηχανική συμπεριφορά των ασύνδετων υλικών οδοστρωσίας που χρησιμοποιούνται στις βάσεις-υποβάσεις. Για το σκοπό αυτό, προσομοιώθηκε μια τυπική διατομή εύκαμπτου οδοστρώματος στο λογισμικό ABAQUS, αποτελούμενη από τρεις στρώσεις: την ασφαλτική στρώση με μεταβλητό πάχος και σταθερά μηχανικά χαρακτηριστικά, τη στρώση βάσης με σταθερό πάχος και τη στρώση έδρασης με σταθερά μηχανικά χαρακτηριστικά.

Όσον αφορά στα μηχανικά χαρακτηριστικά της βάσης, αξιοποιήθηκε κατάλληλα διαμορφωμένη υπορουτίνα (UMAT) στο λογισμικό ABAQUS, προκειμένου να αποτυπώσει τη μη γραμμική συμπεριφορά των ασύνδετων υλικών οδοστρωσίας. Χρησιμοποιήθηκαν τρία καταστατικά μοντέλα για την περιγραφή της μηχανικής συμπεριφοράς των υλικών αυτών: το MEPDG μοντέλο, το μοντέλο Uzan και το k-θ μοντέλο. Ο έλεγχος της υπορουτίνας πραγματοποιήθηκε μέσω ανάλυσης διατομής οδοστρώματος που έχει μελετηθεί σε διεθνή έρευνα και τα αποτελέσματα από την παρούσα ανάλυση είχαν ικανοποιητική σύγκλιση στα αντίστοιχα δημοσιευμένα αποτελέσματα.

Για τη διακριτοποίηση του φορέα χρησιμοποιήθηκαν ορθογωνικά στοιχεία $1^{ης}$ τάξης με τέσσερις κόμβους (CAX4R) και $2^{ης}$ τάξης με οκτώ κόμβους (CAX8R), ενώ για τις ανάγκες της μη γραμμικής ανάλυσης, η ομοιόμορφη φόρτιση επιβλήθηκε μεν στατικά αλλά τμηματικά σε επιμέρους βήματα (load increments). Πραγματοποιήθηκαν πέντε διαφορετικές αναλύσεις στο πλαίσιο της αριθμητικής διερεύνησης. Οι αναλύσεις αυτές ήταν: η γραμμική ελαστική ανάλυση (περίπτωση 1), η μη γραμμική ελαστική ανάλυση με ισότροπο ασύνδετο υλικό (περίπτωση 2), η μη γραμμική ελαστική ανάλυση με ανισότροπο ασύνδετο υλικό (περίπτωση 3), η μη γραμμική ελαστική ανάλυση με ισότροπο ασύνδετο υλικό και θεώρηση αρχικών τάσεων (περίπτωση 4) και η μη γραμμική ελαστική ανάλυση με ανισότροπο ασύνδετο υλικό και θεώρηση αρχικών τάσεων (περίπτωση 5).

Από την παραμετρική διερεύνηση προέκυψαν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

<u>Όσον αφορά στο είδος των πεπερασμένων στοιχείων:</u>

Στο πλαίσιο της αριθμητικής προσομοίωσης, τα στοιχεία τύπου CAX8R κρίθηκαν καταλληλότερα έναντι των CAX4R στοιχείων, καθώς με τα τελευταία η κατανομή των κατακόρυφων θλιπτικών τάσεων εντός του φορέα παρουσίαζε αριθμητικές ασυνέχειες και άλματα σε όλες τις περιπτώσεις μη γραμμικής ανάλυσης. Η κατανομή των τάσεων με τα CAX8R στοιχεία ήταν απολύτως εξομαλυμένη για την ίδια ακριβώς διακριτοποίηση.

Επιπλέον, η γραμμική παρεμβολή που πραγματοποιείται για να υπολογιστεί η κατανομή των εντατικών μεγεθών στο εσωτερικό των πεπερασμένων στοιχείων είναι περισσότερο ακριβής και αξιόπιστη όταν τα στοιχεία έχουν 4 επιπλέον κόμβους (έναν στο

μέσο κάθε πλευράς), όπως συμβαίνει στα στοιχεία τύπου CAX8R. Η προηγούμενη παρατήρηση συνηγορεί στη χρήση αυτού του τύπου ορθογωνικών στοιχείων για την επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων.

Όσον αφορά στη σημασία της μη γραμμικής ανάλυσης:

Παρατηρήθηκε ότι και οι τέσσερις περιπτώσεις μη γραμμικής ανάλυσης οδήγησαν στην εκτίμηση αυξημένων τιμών όσον αφορά στις κρίσιμες παραμέτρους ανάλυσης (ανεξαρτήτως του καταστατικού μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε για το προσδιορισμό του M_R) σε σχέση με την περίπτωση της γραμμικής ελαστικής ανάλυσης.

Για τις διατομές που εξετάστηκαν στην παρούσα φάση με πάχος ασφαλτικών στρώσεων 5 cm και 10 cm, η επιφανειακή υποχώρηση εκτιμήθηκε περίπου 1.5-2 φορές μεγαλύτερη, η οριζόντια εφελκυστική τάση στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων εκτιμήθηκε 2-3 φορές μεγαλύτερη και η αντίστοιχη παραμόρφωση 1.7-2.5 φορές μεγαλύτερη. Η κατακόρυφη θλιπτική τάση και παραμόρφωση στην κορυφή της στρώσης έδρασης εκτιμήθηκαν 1.6-2.6 και 1.7-3.7 φορές αντίστοιχα μεγαλύτερες.

Επιπλέον, παρατηρήθηκε ότι η πραγματοποίηση γραμμικής ελαστικής ανάλυσης οδηγεί στην εσφαλμένη πρόβλεψη οριζόντιων εφελκυστικών τάσεων στη στρώση της βάσης, γεγονός που έρχεται σε αντίφαση με την περιορισμένη εφελκυστική αντοχή που έχουν τα μη κατεργασμένα ασύνδετα υλικά οδοστρωσίας. Ωστόσο, πραγματοποιώντας μη γραμμική ανάλυση, παρατηρήθηκε ότι οι τάσεις αυτές περιορίστηκαν σημαντικά (σε ποσοστό 76-96%). Το στοιχείο αυτό εξαίρει για έναν ακόμη λόγο τη σημασία της μη γραμμικής ανάλυσης, καθώς το παραπάνω παράδοξο του φαινομένου του εφελκυσμού στα ασύνδετα υλικά απαλείφεται και αποκαθίσταται από πλευράς «φυσικής» μηχανικής (tension cut off).

Συνεκτιμώντας όλα τα παραπάνω στοιχεία, προκύπτουν ενδείξεις ότι η χρήση της γραμμικής ελαστικής ανάλυσης (περίπτωση 1) δεν ενδείκνυται για την ανάλυση και το σχεδιασμό οδοστρωμάτων, δεδομένου ότι η εκτίμηση μειωμένων τιμών για όλες τις κρίσιμες παραμέτρους ενδέχεται να οδηγήσει σε πιθανή υποδιαστασιολόγηση των οδοστρωμάτων. Αντίθετα, η μη γραμμική ανάλυση εμφανίζεται πιο ρεαλιστική, εμπίπτει στη φιλοσοφία του μηχανιστικού σχεδιασμού οδοστρωμάτων και πιστεύεται ότι μπορεί να εξασφαλίσει επαρκή σχεδιασμό νέων οδοστρωμάτων και ακριβέστερη αποτίμηση της δομικής επάρκειας υφιστάμενων οδοστρωμάτων.

Όσον αφορά στην επίδραση της ανισοτροπίας των ασύνδετων υλικών:

Από τη συγκριτική αξιολόγηση των αναλύσεων με θεώρηση ανισότροπου υλικού (με τιμή του συντελεστή ανιστοτροπίας n=0.50), παρατηρήθηκε αύξηση όλων των κρίσιμων εξεταζόμενων μεγεθών, αλλά με διαφορετικό ποσοστό. Η ανισοτροπία οδήγησε σε αύξηση της οριζόντιας εφελκυστικής παραμόρφωσης στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων κατά 12-21% για τη διατομή με $h_{ασφ} = 5\ cm$ και κατά 4-6% για τη διατομή με $h_{ασφ} = 10\ cm$. Τα αντίστοιχα ποσοστά για την αύξηση της κατακόρυφης θλιπτικής παραμόρφωσης στην κορυφή της στρώσης έδρασης ήταν 44-73% και 14-32%.

Το γεγονός αυτό οφείλεται στη μειωμένη συνεισφορά του ανισότροπου υλικού να αναλάβει τάσεις κατά την οριζόντια έννοια, στοιχείο που γίνεται δυσμενέστερο για την

περίπτωση μικρού πάχους ασφαλτικών στρώσεων, όπως προκύπτει και από τα αυξημένα ποσοστά για τη διατομή με $h_{ασφ} = 5\ cm$. Οι αριθμητικές διαφορές στα ποσοστά, πιθανώς να οφείλονται στη χρήση των διαφορετικών καταστατικών μοντέλων, χωρίς όμως να αλλάζουν τη γενική τάση που επιφέρει η θεώρηση ανισότροπου υλικού.

Από τα παραπάνω στοιχεία, αναμένεται ότι η παραδοχή ανισότροπης μηχανικής συμπεριφοράς για τα ασύνδετα υλικά οδοστρωσίας θα έχει επίδραση στα φαινόμενα κόπωσης ασφαλτομίγματος ή παραμορφώσεων της στρώσης έδρασης, καθώς οδηγεί σε αυξημένη εκτίμηση των κρίσιμων εντατικών μεγεθών που συνδέονται με τα παραπάνω φαινόμενα.

Στα θετικά της θεώρησης ανισότροπης συμπεριφοράς του υλικού της βάσης, συγκαταλέγεται και η σημαντική μείωση στις αναπτυσσόμενες οριζόντιες εφελκυστικές τάσεις (tension cut off) στον πυθμένα της βάσης, αφού τα ασύνδετα υλικά κατά την οριζόντια έννοια έχουν μειωμένη δυσκαμψία.

<u>Όσον αφορά στην επίδραση της θεώρησης αρχικών τάσεων:</u>

Από τις αναλύσεις των περιπτώσεων 4 και 5, παρατηρήθηκε μείωση στην οριζόντια εφελκυστική τάση και παραμόρφωση στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων, η οποία κυμαίνεται σε ένα ποσοστό της τάξης του 1-6%, ανεξαρτήτως του πάχους των ασφαλτικών στρώσεων και του καταστατικού μοντέλου. Πιθανώς, η μείωση αυτή να οφείλεται στο ότι στα υλικά έχουν προκληθεί λόγω των φορτίων κατασκευής και συμπύκνωσης παραμένουσες θλιπτικές τάσεις. Οι τάσεις αυτές δεν επιτρέπουν τη μεγάλη αύξηση των εφελκυστικών τάσεων, αφού θα πρέπει πρώτα να αναιρεθούν, για να περάσει το υλικό στη ζώνη εφελκυσμού. Η επίδραση αυτή εμφανίζεται θετική όσον αφορά στην κόπωση του ασφαλτομίγματος, διότι το κρίσιμο εντατικό μέγεθος που την προκαλεί, εκτιμάται μειωμένο.

Όσον αφορά στην επίδραση της θεώρησης αρχικών τάσεων στην κατακόρυφη θλιπτική τάση και παραμόρφωση στην κορυφή της στρώσης έδρασης, δεν προέκυψε ασφαλές συμπέρασμα εφόσον δεν υπήρξε σύμφωνη τάση μεταξύ των τριών καταστατικών μοντέλων ως προς το εάν αυτά τα μεγέθη αυξάνονται ή μειώνονται. Συνεπώς, για το στοιχείο αυτό απαιτείται πρόσθετη διερεύνηση.

<u>Όσον αφορά στην επίδραση του πάχους των ασφαλτικών στρώσεων:</u>

Πραγματοποιήθηκε η γραμμική και η μη γραμμική ανάλυση της περίπτωσης 5 σε διατομές με τέσσερα διαφορετικά πάχη ασφαλτικών στρώσεων (5 cm, 8 cm, 10 cm και 15 cm) και προσδιορίστηκαν οι μέσοι λόγοι μεταβολής (ανεξαρτήτως καταστατικού μοντέλου) των κρίσιμων παραμέτρων όταν πραγματοποιείται μη γραμμική ανάλυση, ως προς τις τιμές που προκύπτουν από τη γραμμική ανάλυση. Παρατηρήθηκε ότι όσο το πάχος των ασφαλτικών στρώσεων μειώνεται, αυξάνονται οι λόγοι μεταβολής όλων των μεγεθών και μάλιστα με πάρα πολύ καλή συσχέτιση.

Ενδεικτικά, αναφέρεται ότι ο λόγος μεταβολής της οριζόντιας εφελκυστικής παραμόρφωσης στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων αυξάνεται από 1.6 για τη διατομή με $h_{ασφ} = 15\ cm$ σε 2.5 για τη διατομή με $h_{ασφ} = 5\ cm$. Οι αντίστοιχοι λόγοι μεταβολής για την κατακόρυφη θλιπτική παραμόρφωση στην κορυφή της στρώσης έδρασης είναι 1.6 και 3.5.

Παρατηρήθηκε δηλαδή, ότι η μη γραμμική ανάλυση έχει μεγάλο βαθμό ευαισθησίας στο πάχος των ασφαλτικών στρώσεων. Το στοιχείο αυτό αποκτά εντονότερο ενδιαφέρον για οδοστρώματα με μικρό πάχος ασφαλτικών στρώσεων, όπως είναι η πλειονότητα των οδοστρωμάτων του δευτερεύοντος και επαρχιακού οδικού δικτύου της Ελλάδας, η οποία αποτελεί σημαντικό ποσοστό της συνολικής οδικής υποδομής.

Όσον αφορά στην επίδραση του αξονικού φορτίου:

Πραγματοποιήθηκε η γραμμική και η μη γραμμική ανάλυση της περίπτωσης 5 σε διατομές με δύο διαφορετικά πάχη ασφαλτικών στρώσεων (5 cm και 10 cm) για τρεις χαρακτηριστικές περιπτώσεις ομοιόμορφης κυκλικής φόρτισης (0.5 MPa, 0.8 MPa και 1.2 MPa). Παρατηρήθηκε ότι για την ίδια διατομή, η μεταβολή του φορτίου δεν έχει ξεκάθαρη επίδραση στα κρίσιμα εξεταζόμενα μεγέθη, τα οποία ήταν αυξημένα σε σχέση με τη γραμμική ελαστική ανάλυση ακόμη και για την τιμή της μικρότερης φόρτισης.

Ωστόσο, όταν ο παράγοντας του φορτίου συνδυάστηκε με τον παράγοντα του πάχους των ασφαλτικών στρώσεων, η εικόνα διαφοροποιήθηκε με δυσμενή το συνδυασμό μικρού πάχους ασφαλτικών στρώσεων (5 cm) και μεγάλης ομοιόμορφης φόρτισης (1.2 MPa). Για το συνδυασμό αυτό, η κατακόρυφη θλιπτική παραμόρφωση στην κορυφή της στρώσης έδρασης εκτιμήθηκε 3.6 φορές μεγαλύτερη αναφορικά με τη γραμμική ανάλυση. Το γεγονός αυτό είναι πολύ σημαντικό, εφόσον τα μεγάλα φορτία αντιστοιχούν στα βαρέα οχήματα, τα οποία επιβαρύνουν τα οδοστρώματα επαρχιακών οδών (που έχουν μικρό πάχος ασφαλτικών στρώσεων) με εκτεταμένες παραμορφώσεις που συνδέονται με την αστοχία της στρώσης έδρασης. Συνεπώς, η ευαισθησία της μη γραμμικότητας των υλικών οδοστρωσίας στα αξονικά φορτία προτείνεται να εξετάζεται συνδυαστικά με το πάχος των ασφαλτικών στρώσεων.

Όσον αφορά στα τρία καταστατικά μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν για τον προσδιορισμό του μέτρου ελαστικής παραμόρφωσης:

Τα τρία καταστατικά μοντέλα είχαν εν γένει πολύ καλή σύγκλιση μεταξύ τους, στην πλειοψηφία των αποτελεσμάτων των εξεταζόμενων μεγεθών για όλες τις περιπτώσεις αναλύσεων. Οι όποιες αριθμητικές τους αποκλίσεις ενδεχομένως να οφείλονται στην ικανότητα προσαρμογής των παραμέτρων τους σε υφιστάμενα εργαστηριακά δεδομένα από τριαξονικές δοκιμές σε δοκίμια από ασύνδετα υλικά.

Ολοκληρώνοντας, ως βέλτιστη μεθοδολογία ανάλυσης οδοστρωμάτων λαμβάνοντας υπόψη την πραγματική μηχανική συμπεριφορά των ασύνδετων υλικών, προτείνεται η μη γραμμική ελαστική ανάλυση με θεώρηση ανισότροπης συμπεριφοράς για τα υλικά αυτά και παράλληλο συνυπολογισμό των αρχικών και παραμενουσών τάσεων, οι οποίες λειτουργούν σαν ένα είδος προφόρτισης. Αυτή η περίπτωση ανάλυσης πιστεύεται ότι είναι ρεαλιστικότερη και ότι μπορεί να οδηγήσει σε μια συντηρητικότερη και πιθανώς ασφαλέστερη διαστασιολόγηση του οδοστρώματος, προστατεύοντάς το από φαινόμενα κόπωσης και εκτεταμένων παραμορφώσεων.

6.2 Προτάσεις μελλοντικής έρευνας

Επεκτείνοντας την παρούσα έρευνα, ορισμένες προτάσεις για περαιτέρω μελέτη θα μπορούσαν να αποτελέσουν τα εξής:

- Η πραγματοποίηση αριθμητικής προσομοίωσης με τρισδιάστατη μη γραμμική ανάλυση, η οποία αναπαριστά πληρέστερα την εντατική κατάσταση του φορέα οδοστρώματος και παρακάμπτει τις αδυναμίες της δισδιάστατης αξονοσυμμετρικής ανάλυσης, όπως είναι: η περιορισμένη δυνατότητα προσομοίωσης διατομών οδοστρώματος διαφορετικών από των συνηθισμένων (για παράδειγμα, για οδοστρώματα ενισχυμένα με γεωσυνθετικά υλικά τα οποία είναι πολύ λεπτά σε πάχος και έντονα ανισότροπα) και οι περιορισμοί που υπεισέρχονται στη θεώρηση των φορτίων. Πιστεύεται ότι η τρισδιάστατη ανάλυση οδοστρώματος με τη μέθοδο FEM, αν και χρονοβόρα θα αποτελέσει πολύτιμο εργαλείο για την ακριβέστερη εκτίμηση της εντατικής κατάστασης του οδοστρώματος.
- Η μελέτη διαφορετικών διατάξεων φόρτισης πέρα από τη θεώρηση της απλής ομοιόμορφης φόρτισης από μονό κυκλικό τροχό. Δεδομένου ότι στους σύγχρονους αυτοκινητοδρόμους παρουσιάζονται αυξημένες διελεύσεις βαρέων οχημάτων, κρίνεται σκόπιμο να μελετηθούν εναλλακτικές διατάξεις φόρτισης οδοστρωμάτων στο πλαίσιο ανάλυσής τους, προκειμένου να ενταχθούν στο ευρύτερο πλαίσιο του μηχανιστικού σχεδιασμού. Ακόμη, θα μπορούσε να μελετηθεί αλλαγή του τύπου φόρτισης που στην παρούσα εργασία λήφθηκε στατικό, και να θεωρηθεί δυναμικό. Ασφαλώς, ένα τρισδιάστατο αριθμητικό μοντέλο ενδείκνυται για διερεύνηση εναλλακτικών διατάξεων και τύπων φόρτισης.
- Ως προς τα μηχανικά χαρακτηριστικά των υλικών, θα μπορούσε να επεκταθεί η μηχανιστική ανάλυση προκειμένου να συνυπολογιστεί η ιξωδοελαστική συμπεριφορά του ασφαλτομίγματος και η μη γραμμική συμπεριφορά του γαιώδους υλικού της στρώσης έδρασης. Φυσικά μια τέτοια θεώρηση κάνει τη μη γραμμική ανάλυση αρκετά επίπονη με αυξημένες απαιτήσεις σε υπολογιστικό χρόνο προκειμένου να επιτευχθεί σύγκλιση στο μη γραμμικό πρόβλημα.
- Τέλος, προκειμένου να αξιοποιηθούν οι δυνατότητες που προσφέρουν οι γλώσσες προγραμματισμού, προτείνεται η δημιουργία ενός προγράμματος σε γλώσσα PYTHON που θα έχει ενσωματωμένη την υπορουτίνα UMAT για τη μη γραμμικότητα των ασύνδετων υλικών (ή την όποια επέκτασή της και για τα άλλα υλικά του οδοστρώματος). Το πρόγραμμα αυτό θα αποτελεί ένα πολύτιμο εργαλείο ανάλυσης οδοστρωμάτων που θα επιτρέπει εύκολα και γρήγορα, πολυάριθμες παραμετρικές διερευνήσεις.

Βιβλιογραφία

Dassault Systèmes Simulia Corp. (2010). Getting started with ABAQUS interactive edition, Providence, RI, USA.

Dassault Systèmes Simulia Corp. (2010). Writing User Subroutines with ABAQUS, ABAQUS tutorial.

Ba M., Fall M., Samb F., Sarr D. and Ndiaye M. (2011). Resilient modulus of unbound aggregate base courses from Senegal (West Africa), Department of Geotechnical Engineering, University of Thiès, Thiès, Senegal.

Karasahin M. (1993). Resilient behavior of granular materials for analysis of highway pavements. Ph.D. Dissertation, The University of Nottingham.

Kim D., and Siddiki N.Z. (2006). Simplification of resilient modulus testing for subgrades, Ph.D. Dissertation, School of Civil Engineering Purdue University.

Kim, M. (2007). Three-dimensional finite element analysis of flexible pavements considering nonlinear pavement foundation behavior, Ph.D. Dissertation, Graduate College of the University of Illinois at Urbana-Champaign, IL.

Li, P. (2013). Characterization and implementation of stress dependent resilient modulus of asphalt treated base for flexible pavement design, Ph.D. Dissertation, University of Alaska Fairbanks, Alaska.

Li L., Liu J., Zhang X. (2010): Resilient modulus characterization of Alaskan granular base materials, University of Alaska Fairbanks, Fairbanks.

Mohammadipour A.H., Ooi P. and Archilla A.R. (2011). Effect of anisotropy on tensile stresses at the bottom of a base course in flexible pavements, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Hawaii at Manoa, Honolulu, Hawaii, USA.

Mojarrad, H. (2011). Three dimensional nonlinear finite element analysis of airport pavements, Ph.D. Dissertation, Graduate Faculty of North Carolina State University, Raleigh, North Carolina.

Schwartz, C.W. (2012). Prediction of permanent deformation in asphalt concrete, The Graduate School of the University of Maryland, College Park.

Steven, B.D. (2005). The development and verification of a pavement response and performance model for unbound granular pavements, Ph.D. Dissertation, University of Canterbury, New Zealand.

Taciroglu, E. (1998). Constitutive modeling of the resilient response of granular solids, Ph.D. dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, IL.

Tiliouine B., Sandjak K. (2014). Influence of nonlinear resilient models of unbound aggregates on analysis and performance of road pavements, Periodica Polytechnica of Civil Engineering.

Tiliouine B., Sandjak K. (2014). Numerical simulation of granular materials behavior for unbound base layers used in Algerian pavement structures, Laboratoire de Génie Sismique et de Dynamique des Structures, Ecole Nationale Polytechnique, Algeria.

Tutumluer, E. (1995). Predicting behavior of flexible pavements with granular bases, Ph.D. dissertation, Georgia Institute of Technology, GA.

Zhou C., Haung B., Shu X. and Dong Q. (2015). Soil resilient modulus regressed from physical properties and influence of seasonal variation on asphalt pavement performance, Article in journal of transportation engineering.

Zareh H. and Martinez J. (2010). Abaqus/CAE axisymmetric tutorial, Portland State University, Mechanical Engineering

Λοΐζος Α., Πλατή Χ. (2013). Σημειώσεις για το μάθημα «Οδοστρώματα», Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα.

Παπαδρακάκης Μ. (2001). Ανάλυση φορέων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα.