



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΔΠΜΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ
ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ
ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΚΑΘΙΣΗΣ
ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΣΕ ΣΤΕΡΕΑ ΤΟΙΧΩΜΑΤΑ

ΚΟΝΤΟΛΑΤΗΣ ΕΥΣΤΑΘΙΟΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ :

Επ. Καθηγητής ΜΠΟΥΡΗΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ

ΑΘΗΝΑ 2016

Περιεχόμενα

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
ABSTRACT	3
1. ΚΕΦΑΛΑΙΟ	4
1.1. Ροή γύρω από κύλινδρο.....	4
1.1.1. Φυσικοί νόμοι που διέπουν το πρόβλημα.....	4
1.1.2. Το φαινόμενο του σχηματισμού στροβίλων κατάντι του κυλίνδρου(Von Karman vortex)	6
1.1.3. Δυνάμεις γύρω από κύλινδρο	10
1.1.4. Ροή που εκτείνεται άπειρα γύρω από κύλινδρο	13
1.1.5. Ροή που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από κύλινδρο	14
1.1.6. Ροή που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα.....	17
1.1.7. Ροή που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από ζεύγος κυλίνδρων τοποθετημένων σε σειρά κοντά σε στερεό τοίχωμα	20
1.2. Μεταφορά και διασπορά σωματιδίων σε στρωτή ροή.....	22
1.2.1. Γενικά πειραματικά χαρακτηριστικά της εναπόθεσης	23
1.2.2. Κίνηση του σωματιδίου.....	25
1.2.3. Κίνηση του σωματιδίου κάτω από την επίδραση πεδίου ροής.....	32
1.2.4. Πρόσκρουση του σωματιδίου: επικάθιση ή ανάκλαση	34
2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΕ	44
2.1. Επίλυση του πεδίου.....	44
2.1.1. Εξισώσεις στο πεδίο ροής	45
2.1.2. Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων	50
2.1.3. Η μέθοδος SIMPLE και η προσαρμογή της σε ομόθετο πλέγμα	57

2.1.4.	Οριακές συνθήκες.....	61
2.1.5.	Υπολογιστικά εργαλεία για τη σύγκλιση	65
2.1.6.	Κατασκευή του πλέγματος.....	67
2.1.7.	Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε.....	71
2.2.	Η κίνηση των σωματιδίων στο πεδίο-Υπολογιστικές τεχνικές	73
2.2.1.	Ισοζύγιο δυνάμεων στο φυσικό μηχανισμό απόθησης σωματιδίων από το τοίχωμα ⁷⁶	
3.	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	85
3.1.	Ροή γύρω από κύλινδρο.....	85
3.1.1.	Ροή που εκτείνεται άπειρα γύρω από κύλινδρο	85
3.1.2.	Ροή που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από κύλινδρο	89
3.1.3.	Ροή που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα.....	93
3.1.4.	Ροή που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από ζεύγος κυλίνδρων κοντά σε τοίχωμα.....	96
3.2.	Σωματίδια.....	100
3.2.1.	Εύρος σωματιδίων 2-500μm σε αέρα	101
3.2.2.	Εύρος σωματιδίων 2-500μm σε νερό	108
3.2.3.	Εύρος σωματιδίων λόγου αντίστασης/βάρους=[2,9] σε αέρα	113
3.2.4.	Εύρος σωματιδίων λόγου αντίστασης/βάρους=[2,9] σε αέρα με δύο κυλίνδρους.....	118
3.3.	Επικαθίσεις	120
4.	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	129
4.1.	Ομόρους κυλίνδρου	129
4.2.	Σωματίδια.....	130
5.	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	133

Περιεχόμενα εικόνων

Εικόνα 1-1: Στρόβιλοι Von Karman που σχηματίζονται γύρω από κύλινδρο	7
Εικόνα 1-2: Ροή γύρω από κύλινδρο για διάφορους αριθμούς Reynolds	8
Εικόνα 1-3: Φωτογραφίες από δορυφόρο που δείχνουν το σχηματισμό στροβίλων Von Karman πίσω από νησιά	9
Εικόνα 1-4: Πειραματικά αποτελέσματα για το συσχετισμό του αριθμού Strouhal με τον αριθμό Reynolds για την κυλίνδρου	10
Εικόνα 1-5: Διακύμανση των συντελεστών αντίστασης και άνωσης σε κύλινδρο για αριθμούς $Re=100,200$	14
Εικόνα 1-6: Η περίπτωση που εξετάστηκε από τους Singha-Sinhamaharatra	15
Εικόνα 1-7: Διακυμάνσεις συντελεστών άνωσης και αντίστασης με το χρόνο για $(a)H/D=2,(b)H/D=4,(c)H/D=6,(d)H/D=8$	16
Εικόνα 1-8: Η περίπτωση που μελέτησαν οι Tsung-Chan Hsieh και Jiahn-Horng Chen	18
Εικόνα 1-9: Η περίπτωση που μελετήθηκε από τους Lei et al	19
Εικόνα 1-10: Η περίπτωση που εξετάστηκε από τους Tang et al	21
Εικόνα 1-11: Συνήθης διανομή του μετρούμενου ρυθμού εναπόθεσης σε πλήρως ανεπτυγμένη ροή σε σωλήνα. Περιοχή 1:Τυρβώδης διάχυση· περιοχή 2:Διάχυση πρόσκρουση· περιοχή 3:μεγάλη αδράνεια σωματιδίου	25
Εικόνα 1-12:Διανομή πιέσεων κατά την πλήρως ελαστική και ελαστική-πλαστική κρούση σωματιδίου σε επίπεδη επιφάνεια	38
Εικόνα 2-1:Το ορθογώνιο καμπυλόγραμμο σύστημα συντεταγμένων εκφρασμένο στον φυσικό και στον μετασχηματισμένο χώρο	45
Εικόνα 2-2:Χαρακτηριστικός όγκος ολοκλήρωσης και συμβολισμοί στο ορθογώνιο καμπυλόγραμμο υπολογιστικό πλέγμα	51
Εικόνα 2-3:Όγκοι ολοκλήρωσης και διάταξη μεταβλητών στα όρια του υπολογιστικού χώρου	63
Εικόνα 2-4:Όγκος ολοκλήρωσης για την κατασκευή ορθογώνιου καμπυλόγραμμου πλέγματος	69

Εικόνα 2-5: Πλέγμα Laplace σε τεταρτημόριο κυλίνδρου.....	71
Εικόνα 2-6: Ο κύλινδρος που χρησιμοποιείται για το πλέγμα	72
Εικόνα 3-1: Διακύμανση των συντελεστών άνωσης και αντίστασης για την περίπτωση ροής που εκτείνεται άπειρα γύρω από κύλινδρο.....	86
Εικόνα 3-2: Διάγραμμα μεταξύ συντελεστή αντίστασης και άνωσης στη διάρκεια μιας περιόδου για την περίπτωση ροής που εκτείνεται άπειρα γύρω από κύλινδρο.....	86
Εικόνα 3-3: Διάγραμμα στροβιλότητας για την περίπτωση ροής που εκτείνεται άπειρα γύρω από κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=0, T/4, T/2, 3T/4, T$ (οι αποστάσεις σε m)	88
Εικόνα 3-4: Διακύμανση των συντελεστών άνωσης και αντίστασης για την περίπτωση ροής που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από κύλινδρο	90
Εικόνα 3-5: Διάγραμμα μεταξύ συντελεστή αντίστασης και άνωσης στη διάρκεια μιας περιόδου για την περίπτωση ροής που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από κύλινδρο.....	91
Εικόνα 3-6: Διάγραμμα στροβιλότητας για την περίπτωση ροής που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=0, T/4, T/2, 3T/4, T$ (οι αποστάσεις σε m)	92
Εικόνα 3-7: Διακύμανση των C_L, C_D για ροή γύρω από κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα...	94
Εικόνα 3-8: Διάγραμμα μεταξύ συντελεστή αντίστασης και άνωσης στη διάρκεια μιας περιόδου για ροή γύρω από κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα.....	94
Εικόνα 3-9: Διάγραμμα στροβιλότητας για ροή γύρω από κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα τις χρονικές στιγμές $t=0, T/4, T/2, 3T/4, T$ (οι αποστάσεις σε m)	95
Εικόνα 3-10: Διακύμανση των C_L, C_D για ροή γύρω από τον πρώτο κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα.....	97
Εικόνα 3-11: Διακύμανση των C_L, C_D για ροή γύρω από τον δεύτερο κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα.....	97
Εικόνα 3-12: Διάγραμμα μεταξύ συντελεστή αντίστασης και άνωσης στη διάρκεια μιας περιόδου για ροή γύρω από τον πρώτο κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα.....	98
Εικόνα 3-13: Διάγραμμα μεταξύ συντελεστή αντίστασης και άνωσης στη διάρκεια μιας περιόδου για ροή γύρω από τον δεύτερο κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα.....	98
Εικόνα 3-14: Διάγραμμα στροβιλότητας για ροή γύρω από δύο κυλίνδρους κοντά σε στερεό τοίχωμα τις χρονικές στιγμές $t=0, T/4, T/2, 3T/4, T$ (οι αποστάσεις σε m)	99

Εικόνα 3-15: Σωματίδια διαμέτρου 25 μ m στη ροή αέρα($Drag/Weight=2.51$) με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,3T,5T$ (οι αποστάσεις σε m).....	101
Εικόνα 3-16: Σωματίδια διαμέτρου 25 μ m στη ροή αέρα($Drag/Weight=2.51$) χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,3T,5T$ (οι αποστάσεις σε m).....	102
Εικόνα 3-17: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων των 25 μ m στον αέρα($Drag/Weight=2.51$) σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$	103
Εικόνα 3-18: Σωματίδια διαμέτρου 2 μ m στη ροή αέρα($Drag/Weight=376$) με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,3T,5T$ (οι αποστάσεις σε m).....	104
Εικόνα 3-19: Σωματίδια διαμέτρου 2 μ m στη ροή αέρα($Drag/Weight=376$) χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,3T,5T$ (οι αποστάσεις σε m).....	105
Εικόνα 3-20: Σωματίδια διαμέτρου 200 μ m στη ροή αέρα($Drag/Weight=0.0452$) με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,2T,3T$ (οι αποστάσεις σε m).....	106
Εικόνα 3-21: Σωματίδια διαμέτρου 200 μ m στη ροή αέρα($Drag/Weight=0.0452$) χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,2T,3T$ (οι αποστάσεις σε m).....	107
Εικόνα 3-22: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων των 200 μ m στον αέρα($Drag/Weight=0.0452$) σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$	107
Εικόνα 3-23: Σωματίδια διαμέτρου 75 μ m στη ροή νερού($Drag/Weight=2.30$) με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,3T,5T$ (οι αποστάσεις σε m).....	109
Εικόνα 3-24: Σωματίδια διαμέτρου 75 μ m στη ροή νερού($Drag/Weight=2.30$) χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,3T,5T$ (οι αποστάσεις σε m).....	110
Εικόνα 3-25: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων των 75 μ m στο νερό($Drag/Weight=2.30$) σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$	110
Εικόνα 3-26: Σωματίδια διαμέτρου 2 μ m στη ροή νερού ($Drag/Weight=2940$) με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,3T,5T$ (οι αποστάσεις σε m).....	111
Εικόνα 3-27: Σωματίδια διαμέτρου 200 μ m στη ροή νερού($Drag/Weight=0.353$) με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,2T,3T$ (οι αποστάσεις σε m).....	112

Εικόνα 3-28: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων των 200μm στο νερό($Drag/Weight=0.353$) σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$	112
Εικόνα 3-29: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=9 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,3T,5T$ (οι αποστάσεις σε m)	114
Εικόνα 3-30: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων στον αέρα με λόγο $Drag/Weight=9$ σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$	114
Εικόνα 3-31: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=5 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,3T,5T$ (οι αποστάσεις σε m)	115
Εικόνα 3-32: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων στον αέρα με λόγο $Drag/Weight=5$ σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$	116
Εικόνα 3-33: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=2 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,3T,5T$ (οι αποστάσεις σε m)	116
Εικόνα 3-34: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων στον αέρα με λόγο $Drag/Weight=2$ σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$	117
Εικόνα 3-35: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=9 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=T,3T,5T$ (οι αποστάσεις σε m).....	118
Εικόνα 3-36: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων στον αέρα σε ροή με 2 κυλίνδρους με λόγο $Drag/Weight=9$ σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$	119
Εικόνα 3-37: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης για αέρα και νερό σε απόσταση μεταξύ $1.5D$ και $5D$ μακριά από τον κύλινδρο σε συνάρτηση με το $Drag/Weight$. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$	120
Εικόνα 3-38: Σύγκριση της ποσοστιαίας μείωσης της επικάλυψης για ροή αέρα με τις περιπτώσεις των 10 φορές περισσότερων σωματιδίων και του 10 φορές μεγαλύτερου χρονικού διαστήματος παρακολούθησης της κίνησής τους. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$	121

Εικόνα 3-39: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης για αέρα και νερό σε απόσταση μεταξύ 1.5D και 10D μακριά από τον κύλινδρο σε συνάρτηση με το Drag/Weight. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$	122
Εικόνα 3-40: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης για αέρα και νερό σε απόσταση μεταξύ 1.5D και 15D μακριά από τον κύλινδρο σε συνάρτηση με το Drag/Weight. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$	122
Εικόνα 3-41: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης για αέρα και νερό σε απόσταση μεταξύ 1.5D και 20D μακριά από τον κύλινδρο σε συνάρτηση με το Drag/Weight. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$	123
Εικόνα 3-42: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης για αέρα και νερό σε απόσταση μεταξύ 1.5D και 25D μακριά από τον κύλινδρο σε συνάρτηση με το Drag/Weight. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$	123
Εικόνα 3-43: Συνολική ποσοστιαία μείωση της επικάθισης για αέρα και νερό σε συνάρτηση με το Drag/Weight. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$	124
Εικόνα 3-44: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης των σωματιδίων(Drag/Weight=2) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή αέρα. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$	125
Εικόνα 3-45: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης των σωματιδίων(Drag/Weight=5) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή αέρα. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$	126
Εικόνα 3-46: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης των σωματιδίων(Drag/Weight=9) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή αέρα. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$	126
Εικόνα 3-47: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης των σωματιδίων(Drag/Weight=2) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή νερού. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$	127
Εικόνα 3-48: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης των σωματιδίων(Drag/Weight=5) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή νερού. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$	128

Εικόνα 3-49: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης των σωματιδίων($Drag/Weight=9$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κύλινδρους σε ροή νερού. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$128

Περιεχόμενα πινάκων

Πίνακας 2-1: Όροι πηγής S_Φ για κάθε μεταβλητή Φ της Εξ(48) εκφρασμένοι σε ορθογώνιες καμπυλόγραμμες συντεταγμένες.....	49
Πίνακας 2-2: Διακριτοποιημένη και γραμμικοποιημένη μορφή των όρων πηγής της Εξ(51)	54
Πίνακας 2-3: Στοιχεία των σωματιδίων στην έκθεσή τους στον αέρα.....	80
Πίνακας 2-4: Στοιχεία των σωματιδίων στην έκθεσή τους στο νερό	81
Πίνακας 2-5: Στοιχεία σωματιδίων στην έκθεση τους στον αέρα με βάση το λόγο αντίστασης/βάρος	82
Πίνακας 2-6: Στοιχεία σωματιδίων στην έκθεση τους στο νερό με βάση το λόγο αντίστασης/βάρος	83
Πίνακας 3-1: Σύγκριση με τις βιβλιογραφικές τιμές βασικών μεγεθών της ροής για την περίπτωση ροής που εκτείνεται άπειρα γύρω από κύλινδρο.....	87
Πίνακας 3-2: Σύγκριση με τις βιβλιογραφικές τιμές βασικών μεγεθών της ροής για την περίπτωση ροής που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από κύλινδρο	91

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η παρούσα διπλωματική έχει στόχο την αριθμητική διερεύνηση διδιάστατων στρωτών σωματιδιακών-διφασικών ροών γύρω από κύλινδρο, τοποθετημένου εγκάρσια στη ροή και παράλληλα σε επίπεδα στερεά τοιχώματα. Η διαμόρφωση αυτή βρίσκει αναλογία σε πρακτικές διατάξεις όπου σωματιδιακές διφασικές ροές δημιουργούν επικαθίσεις στα στερεά τοιχώματα των διατάξεων και δυσχεραίνουν την αντίστοιχη διεργασία. Η μελέτη αποτελεί πρωτότυπη διερεύνηση φυσικού φαινομένου και περιορίζεται σε περιπτώσεις στρωτών ροών, οι οποίες ωστόσο θα μπορούσαν να έχουν πρακτική αξία σε διατάξεις μικροκλίμακας.

Συγκεκριμένα μελετάται αρχικά το φαινόμενο των στροβίλων Von Karman που παράγονται στον ομόρου κυλίνδρου σε ελεύθερη ροή για συγκεκριμένο εύρος αριθμών Reynolds. Ο κύλινδρος στη συνέχεια μετακινείται κοντά σε τοίχωμα, σε απόσταση τέτοια ώστε να είναι ακόμα δυνατός ο σχηματισμός των στροβίλων Von Karman. Μελετάται μέσω των συντελεστών άνωσης (C_L) και αντίστασης (C_D) η συμπεριφορά του ομόρου του κυλίνδρου μέχρι να καταλήξει σε περιοδική αλλαγή αυτών των συντελεστών και να δοθεί η δυνατότητα να υπολογιστεί ο αριθμός Strouhal. Η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται για ρευστό αέρα και νερό, ενώ γίνεται και για την περίπτωση δύο όμοιων κυλίνδρων που απέχουν μεταξύ τους απόσταση 5 διαμέτρων. Χρησιμοποιείται μέθοδος πεπερασμένων όγκων σε ομόθετο καμπυλλόγραμμο πλέγμα χωρίς την παρουσία τύρβης. Η μέθοδος αναπτύχθηκε σε κώδικα Fortran.

Στη συνέχεια, στο πρόβλημα εισάγονται σωματίδια διαφορετικών διαμέτρων και μελετάται η κίνησή τους για περίπου 13 περιόδους του ομόρου. Τα σωματίδια εισάγονται από το ίδιο σημείο του υπολογιστικού χωρίου και η σύγκριση γίνεται με την περίπτωση κενού καναλιού με παραβολική είσοδο ταχύτητας. Εισάγεται ίδιος ακριβώς αριθμός σωματιδίων και η μελέτη της κίνησής του γίνεται για το ίδιο ακριβώς χρονικό διάστημα.

Εξάγεται και σχολιάζεται το ποσοστό μείωσης της επικάθισης των σωματιδίων πάνω στο στερεό τοίχωμα σε σύγκριση με την περίπτωση κενού καναλιού για κάθε διάμετρο σωματιδίου. Αυτή η μείωση φαίνεται να οφείλεται στην ύπαρξη του κυλίνδρου και των στροβίλων Von Karman. Η υπορουτίνα που υπολογίζει σε κάθε χρονικό βήμα την κίνηση των σωματιδίων είναι γραμμένη σε κώδικα Fortran.

Με την ολοκλήρωση αυτής της διπλωματικής ολοκληρώνονται οι σπουδές μου στο ΔΠΜΣ «Υπολογιστική Μηχανική». Θα ήθελα από τη θέση αυτή να ευχαριστήσω τον Επίκουρο Καθηγητή κ. Δ. Μπούρη για την ανάθεση της εργασίας καθώς και για τις γνώσεις που αποκόμισα από αυτόν, τόσο κατά τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας όσο και κατά τη διάρκεια παρακολούθησης των διαλέξεων στο αμφιθέατρο. Χωρίς την αμέριστη βοήθειά του η ολοκλήρωση αυτής της διπλωματικής θα ήταν αδύνατη. Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την Ιωάννα Καναβέλη για την απρόσκοπτη βοήθειά της σε όλες τις δυσκολίες που προέκυπταν. Η ολοκλήρωση αυτής της διπλωματικής έχει και τη δική της καθοριστική συμβολή.

ABSTRACT

The aim of the present thesis is to numerically investigate a two-dimensional, two-phase(gas-particle) laminar flow around a circular cylinder, mounted transversely in the flow between parallel solid walls. These flows find application in practical devices where gas-particle flows produce particle deposition on the solid walls, hindering the corresponding process. This study is an innovative investigation of a natural phenomenon and, although it is limited to laminar cases, it can be applied in micro-scale devices.

First of all, the Von Karman vortex street phenomenon in the wake of a circular cylinder in free flow is investigated for a specific range of Reynolds numbers. The cylinder is then moved close to the wall, at a distance such that the creation of Von Karman vortices is still possible. When the lift(C_L) and drag coefficient(C_D) of the cylinder start to change periodically, we can determine the Strouhal number. The aforementioned process is repeated for different fluids(air and water) and for the case of twin cylinders in tandem, whose center-to-center distance is equal to 5 diameters. A finite volume method with an orthogonal curvilinear collocated grid is used, without the presence of turbulence. The method is programmed in Fortran.

For the two-phase flow study, particles of different diameters are introduced upstream of the cylinder and their motion is studied for about 13 periods of the wake. In all subsequent cases, particles are introduced from exactly the same point of the computational grid where the flow velocity has a parabolic profile. We introduce exactly the same number of particles and we investigate their motion for exactly the same time. Finally, the reduction of mass deposited on the solid wall compared to that of the case of an empty channel is determined and discussed. This reduction seems to be due to the presence of the cylinder and the wake vortices. The subroutine that calculates the parameters of particles' motion is programmed in Fortran.

1. ΚΕΦΑΛΑΙΟ

1.1. Ροή γύρω από κύλινδρο

Η ροή γύρω από ακίνητο κύλινδρο αποτελεί ένα από τα συνηθέστερα προβλήματα της ρευστομηχανικής. Χιλιάδες εργαστηριακές ώρες έχουν αφιερωθεί στην κατανόηση κύρια του μηχανισμού παραγωγής δινών στον ομόρου του κυλίνδρου σε δεδομένες καταστάσεις της ροής(δεδομένους αριθμούς Reynolds).

1.1.1. Φυσικοί νόμοι που διέπουν το πρόβλημα

Η ανάπτυξη της αναλυτικής περιγραφής της ροής του ρευστού βασίζεται στην έκφραση των φυσικών νόμων που σχετίζονται με τη ροή αυτή στην κατάλληλη μαθηματική μορφή. Αν εξαιρέσουμε τα σχετικιστικά και πυρηνικά φαινόμενα , οι τρεις φυσικοί νόμοι που εφαρμόζονται σε κάθε ροή, ανεξαρτήτως της φύσεως του ρευστού είναι

- Ο νόμος διατήρησης της μάζας
- Ο δεύτερος νόμος κίνησης του Νεύτωνα
- Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος

Οι εξισώσεις που προκύπτουν από τους 2 πρώτους νόμους είναι οι γνωστές στην μηχανική ρευστών εξισώσεις Navier-Stokes. Η αρχική εξίσωση χωρίς την επίδραση της συνεκτικότητας είχε αναπτυχθεί από τον Euler το 18^ο αιώνα. Στη συνέχεια ο Navier πρόσθεσε τον όρο συνεκτικότητας βασιζόμενος στον Νεύτωνα , ενώ ο Stokes μελέτησε αυτές τις εξισώσεις σε περιπτώσεις με μεγάλη την επιρροή της συνεκτικότητας. Οι

εξισώσεις αυτές τελικά γράφονται για τις τρεις κατευθύνσεις $(i, j, k) = (1, 2, 3) = (x, y, z)$ με άθροιση στους επαναλαμβανόμενους δείκτες:

Εξίσωση συνέχειας:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad \text{Εξ.(1)}$$

Εξίσωση ορμής:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \delta_{ij} \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{u} \right] \quad \text{Εξ.(2)}$$

Το αριστερό μέλος της εξίσωσης της ορμής(2) εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της ορμής (ρu_i) ανά μονάδα όγκου του ρευστού πάνω στην τροχιά κίνησης ενός στοιχειώδους σωματιδίου που ταχύτητες u_j (Lagrangian θεώρηση). Στο δεξί μέρος της ίδιας εξίσωσης εμπεριέχονται όλες οι δυνάμεις (ανά μονάδα όγκου ρευστού) που ασκούνται πάνω σ' αυτό το στοιχειώδες σωματίδιο. Εδώ φαίνεται η πρόσδωση ορμής λόγω της επίδρασης της πίεσης (p) καθώς και η διάχυση ορμής λόγω μοριακών ανταλλαγών του στοιχειώδους ρευστού με τα γειτονικά του, η οποία εξαρτάται άμεσα από την δυναμική συνεκτικότητα του ρευστού (μ). Ανάλογα με το εκάστοτε πρόβλημα, στο δεξί μέλος εμφανίζονται και οι δυνάμεις βαρύτητας, δυνάμεις άνωσης αν έχουμε μεταβολή της πυκνότητας, δυνάμεις Coriolis για ροές όπου υπάρχει περιστρεφόμενο σύστημα συντεταγμένων κ.τ.λ.

Στη μηχανική των ρευστών ως μη μόνιμη (unsteady) ή μεταβατική (transient) ροή ορίζεται η ροή κατά την οποία τα χαρακτηριστικά μεγέθη της (πίεση, θερμοκρασία, ταχύτητα,

πυκνότητα) μεταβάλλονται με το χρόνο σε μια συγκεκριμένη θέση. Το αν μια ροή είναι μόνιμη ή μη-μόνιμη μπορεί να εξαρτάται από το πλαίσιο αναφοράς στο οποίο κανείς την εξετάζει. Για παράδειγμα, μια στρωτή ροή γύρω από ένα κύλινδρο μπορεί να θεωρηθεί μόνιμη σε ένα όγκο αναφοράς πολύ κοντά και γύρω από τον κύλινδρο όπου δεν εξετάζεται ο ομόρου. Μη μόνιμες ροές μπορεί να δημιουργηθούν είτε μεταβάλλοντας τις οριακές συνθήκες του πεδίου, είτε από την ίδια τη φυσική του φαινομένου, είτε από την ύπαρξη κινούμενων ορίων όπου η μεταβολή της γεωμετρίας προκαλεί χρονική μη-μονιμότητα. Όταν μελετάται η μη μονιμότητα σε ροές γύρω από σώματα, αυτή συνήθως συνδέεται με έκλυση στροβίλων στον ομόρου(wake) του σώματος.[1]

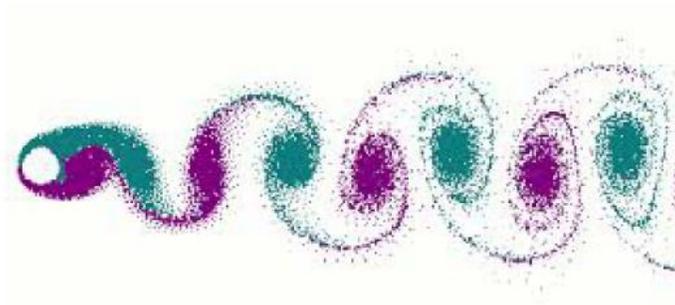
1.1.2. Το φαινόμενο του σχηματισμού στροβίλων κατάντι του κυλίνδρου(Von Karman vortex)

Στη μηχανική των ρευστών, η έκλυση στροβίλων Von Karman αναφέρεται στην περιοδική εναλλασσόμενη αποκόλληση στροβίλων στον ομόρου αεροδυναμικών σωμάτων που βρίσκονται σε ροές με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά. Ο βασικός δείκτης για αυτές τις ροές είναι ο αριθμός Reynolds. Ο αριθμός Reynolds μιας ροής ορίζεται ως

$$Re = \frac{U_{\infty} L}{\nu} \quad \text{Εξ.(3)}$$

Όπου U_{∞} είναι το μέτρο της επ' άπειρο ταχύτητας, ν η κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού και L ένα χαρακτηριστικό μήκος που για την περίπτωση του κυλίνδρου είναι η διάμετρος του. Ο αριθμός Reynolds εκφράζει τον λόγο των δυνάμεων αδράνειας προς τις δυνάμεις συνεκτικότητας του ρευστού. Συνεπώς μεγάλος αριθμός Reynolds σημαίνει ότι οι δυνάμεις αδράνειας είναι πολύ μεγαλύτερες από αυτές της συνεκτικότητας και κατά

συνέπεια το ρευστό δε μπορεί να διατηρηθεί σε στρωτή ροή. Για συγκεκριμένους όμως αριθμούς Reynolds εμφανίζονται στρόβιλοι περιοδικά εναλλασσόμενοι στον ομόρου του κύλινδρου. Οι στρόβιλοι αυτοί έχουν αντίθετη ένταση, δηλαδή ίσο μέτρο και αντίθετη φορά περιστροφής και σχηματίζουν ένα γεωμετρικό μοτίβο, που είναι εμφανές και σε περιοχές αρκετά μακριά από τον κύλινδρο, καθώς οι στρόβιλοι αυτοί ούτε αναμιγνύονται με την εξωτερική ροή ούτε «καταστρέφονται» από τη συνεκτικότητα για αρκετό διάστημα από την αποκόλλησή τους.[1]–[3]

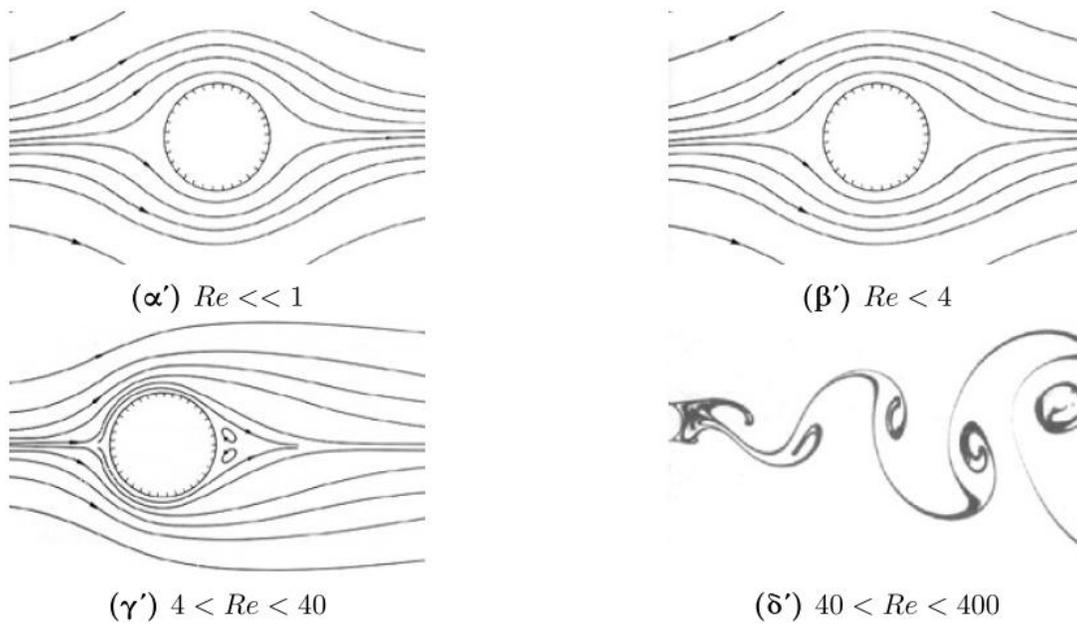


Εικόνα 1-1: Στρόβιλοι Von Karman που σχηματίζονται γύρω από κύλινδρο[2]

Έτσι για περίπτωση ροής πίσω από κύλινδρο έχουν προσδιοριστεί τα εξής:

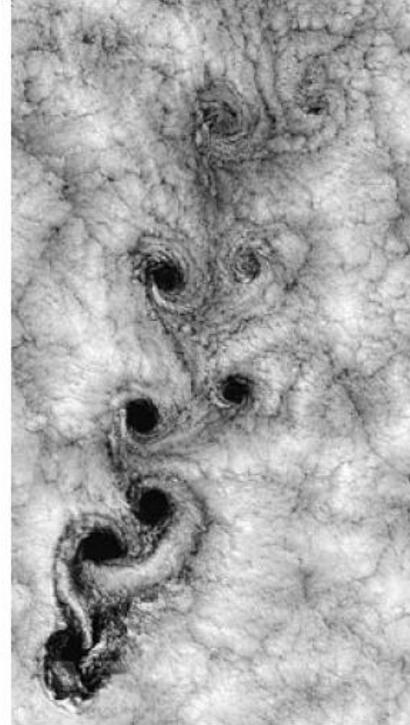
- Για $Re < 4$ η ροή παραμένει προσκολλημένη
- Για $4 < Re < 40$ δημιουργούνται δύο περιοχές ανακυκλοφορίας πίσω από τον κύλινδρο οι οποίες ταλαντώνονται
- Για $40 < Re < 400$ οι περιοχές αυτές αποκολλώνται και δημιουργούν περιοδικά εναλλασσόμενους στρόβιλους
- Για $Re > 400$ η ροή μεταβαίνει στην τυρβώδη περιοχή και οι στρόβιλοι καταστρέφονται.

Οι μορφές για τις τρεις πρώτες περιπτώσεις φαίνονται στην Εικ. 1-2.



Εικόνα 1-2: Ροή γύρω από κύλινδρο για διάφορους αριθμούς Reynolds[3]

Το φαινόμενο της έκλυσης των στροβίλων Von Karman εμφανίζεται και σε μεγαλύτερες κλίμακες, όπως στον ομόρου ψηλών κτιρίων, σε νησιά στον ωκεανό και στην ατμόσφαιρα. Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται ο σχηματισμός στροβίλων γύρω από κάποια νησιά του Ειρηνικού.[2]

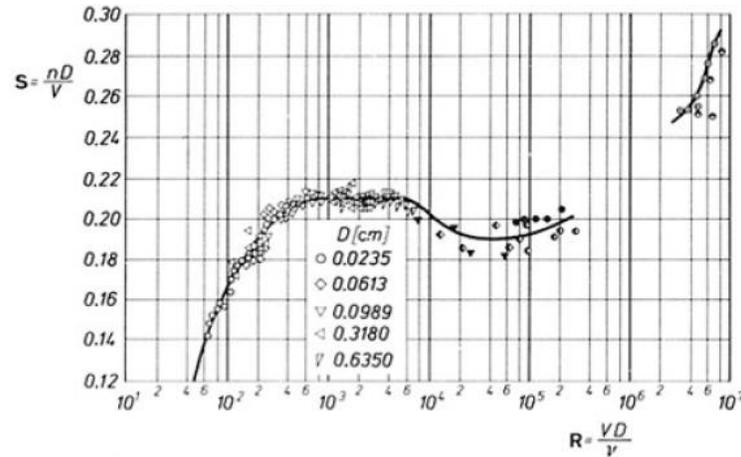


Εικόνα 1-3: Φωτογραφίες από δορυφόρο που δείχνουν το σχηματισμό στροβίλων Von Karman πίσω από νησιά[2]

Είναι απολύτως αναγκαίο σε μεγάλες κατασκευές να γίνεται μελέτη και συσχέτιση της ιδιοσυχνότητας της κατασκευής με τις πιθανές συχνότητες έκλυσης των στροβίλων Von Karman καθώς υπάρχει ο κίνδυνος εάν αυτές οι δύο ταυτιστούν να έχουμε κατάρρευση της κατασκευής. Η έκλυση των στροβίλων γίνεται υπό σταθερή συχνότητα, η οποία για δεδομένο σχήμα εμποδίου εξαρτάται μόνο από τον αριθμό Reynolds, και εκφράζεται μέσω του αδιάστατου αριθμού Strouhal:

$$Str = \frac{fD}{U_{\infty}} \quad \text{Εξ. (4)}$$

Όπου f η συχνότητα της ταλάντωσης, D ένα χαρακτηριστικό μήκος του αεροδυναμικού σώματος -για τον κύλινδρο είναι η διάμετρός του- και U_∞ η ταχύτητα στην αδιατάρακτη ροή. Τα πειραματικά αποτελέσματα που συσχετίζουν τον αριθμό Reynolds με τον αριθμό Strouhal φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα για κύλινδρο.



Εικόνα 1-4: Πειραματικά αποτελέσματα για το συσχετισμό του αριθμού Strouhal με τον αριθμό Reynolds για την κύλινδρου[4]

1.1.3. Δυνάμεις γύρω από κύλινδρο

Οι υδροδυναμικές δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο αναλύονται σε 2 συνιστώσες. Η πρώτη συνιστώσα είναι η οπισθέλκουσα δύναμη ή δύναμη αντίστασης, F_D , που δρα στην κατεύθυνση της ροής. Σε αριθμούς Reynolds μικρότερους από 40 η δύναμη αντίστασης είναι η μόνη συνιστώσα δύναμης που δρα πάνω στον κύλινδρο, γιατί σε αυτές τις καταστάσεις ροής, όλα τα μεγέθη αναπτύσσονται συμμετρικά ως προς τη ροή. Ο σχηματισμός των στροβίλων Von Karman σε μεγαλύτερους αριθμούς Reynolds δίνει και μια επιπρόσθετη δύναμη άνωσης, F_L , κάθετη στον άξονα του κυλίνδρου και στην κατεύθυνση της ροής. Η δύναμη αντίστασης είναι σταθερή μέχρι να αρχίσει η αστάθεια

των στροβίλων Von Karman. Έπειτα ταλαντώνεται γύρω από μια μέση τιμή, είτε περιοδικά είτε τυχαία. Η δύναμη άνωσης ταλαντώνεται είτε περιοδικά είτε τυχαία γύρω από μια μέση τιμή.

Με διαστατική ανάλυση στις σχετικές μεταβλητές έχουμε ότι οι δυνάμεις άνωσης και αντίστασης σχετίζονται μοναδικά με σχέσεις της μορφής:

$$C_D = \frac{\overline{F_D}}{\frac{1}{2}\rho AU_\infty^2} \approx f(Re) \quad \text{Εξ(5)}$$

για την αντίσταση και αντίστοιχα

$$C_L = \frac{\overline{F_L}}{\frac{1}{2}\rho AU_\infty^2} \approx f(Re) \quad \text{Εξ(6)}$$

για την άνωση, όπου A είναι η μετωπική επιφάνεια του κυλίνδρου στην κατεύθυνση της ροής(για κύλινδρο λαμβάνεται η διάμετρός του), ρ είναι η πυκνότητα του ρευστού, $\overline{F_D}$ και $\overline{F_L}$ είναι οι μέσες τιμές των δυνάμεων αντίστασης και άνωσης αντίστοιχα και U_∞ είναι η ταχύτητα με την οποία το ρευστό «χτυπά» τον κύλινδρο. Αρκετοί ερευνητές ορίζουν διαφορετικά την ταχύτητα U_∞ παράγοντας και διαφορετικά αποτελέσματα, ως προς την απόλυτη τιμή των συντελεστών των Εξ(5) και (6). Η δύναμη $\overline{F_D}$ είναι αποτέλεσμα της συνεισφοράς δύο διαφορετικών μεταξύ τους δυνάμεων της αντίστασης λόγω της πίεσης

$$F_{Dp} = \int_0^{2\pi} p \sin\theta d\theta \quad \text{Εξ(7)}$$

όπου p είναι η πίεση σε κάθε σημείο του κυλίνδρου και θ η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της γραμμής που ενώνει το εμπρός σημείο ανακοπής με το κέντρο του κυλίνδρου και της γραμμής που ενώνει το εμπρός σημείο ανακοπής με το εκάστοτε σημείο του

κυλίνδρου και με θετική φορά την ανθρωρολογιακή και της αντίστασης λόγω τριβής που δίνεται από τη σχέση

$$F_{Df} = \int_0^{2\pi} \tau \cos\theta d\theta \quad \text{Εξ(8)}$$

όπου τ είναι η διατμητική τάση λόγω συνεκτικότητας που ασκείται σε κάθε σημείο της επιφάνειας. Κατ' αναλογία για την δύναμη άνωσης του κυλίνδρου θα έχουμε τις σχέσεις

$$F_{Lp} = \int_0^{2\pi} p \cos\theta d\theta \quad \text{Εξ(9)}$$

Και

$$F_{Lf} = \int_0^{2\pi} \tau \sin\theta d\theta \quad \text{Εξ(10)}$$

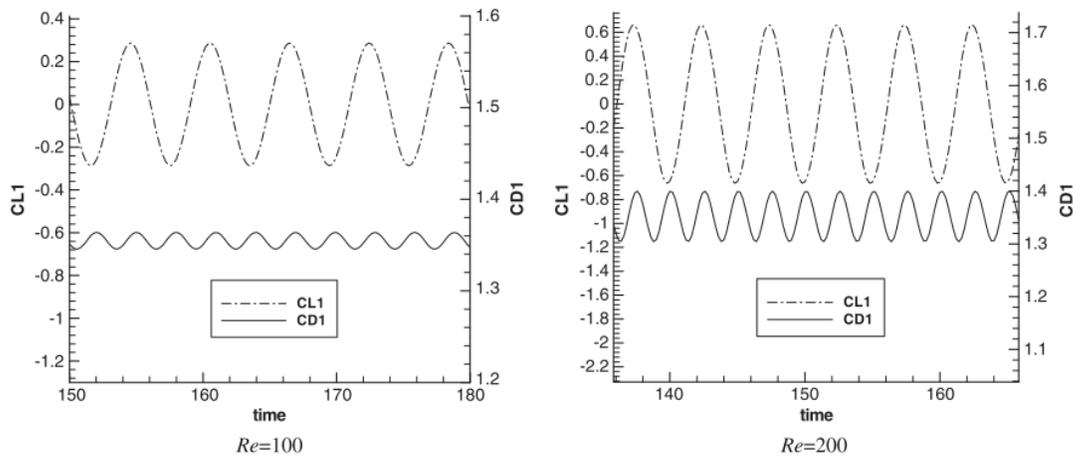
Ανάλογα με τις τιμές των F_D και F_L που επιλέγουμε να χρησιμοποιήσουμε μπορούμε να έχουμε και τον αντίστοιχο συντελεστή. Για παράδειγμα, αν επιλέξουμε να λάβουμε την μέση τιμή των τετραγώνων των δυνάμεων κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης, F_{Drms} και F_{Lrms} θα λάβουμε και τους αντίστοιχους συντελεστές C_{Drms} και C_{Lrms} , ενώ αν λάβουμε τις μέγιστες F_{Dmax} και F_{Lmax} θα λάβουμε τις μέγιστες τιμές των συντελεστών αντίστασης C_{Dmax} και C_{Lmax} κοκ.[5]-[7]

1.1.4. Ροή που εκτείνεται άπειρα γύρω από κύλινδρο

Το πρόβλημα της έκθεσης κυλίνδρου σε ροή που εκτείνεται άπειρα γύρω από αυτόν σε διάφορους αριθμούς Reynolds έχει μελετηθεί διεξοδικά τόσο από την άποψη της υπολογιστικής προσέγγισης όσο και από την άποψη της πειραματικής. Στην αρχή, οι υπολογιστικές μέθοδοι συγκέντρωναν την προσοχή τους σε μόνιμες ροές γύρω από κυλίνδρους προκειμένου να υπολογιστούν οι δυνάμεις αντίστασης, οι διανομές των πιέσεων και των ταχυτήτων (ή της στροβιλότητας) όπως επίσης και για το μήκος της αποκόλλησης. Αργότερα, με την δυνατότητα για μη μόνιμες προσομοιώσεις, μπόρεσαν να μελετηθούν μεγέθη που ήταν χρονικά εξαρτώμενα όπως ο αριθμός Strouhal. Ωστόσο, υπάρχουν και νεότερες μελέτες οι οποίες αναφέρονται σε μόνιμη ροή, όπως των Yang et al ([8]) όπου για αριθμούς Reynolds έως και 150 ερευνήθηκε το μήκος του ομόρου και βρέθηκε ανάλογο του αριθμού Reynolds ενώ το πλάτος του είναι της τάξης \sqrt{Re} .

Για μη μόνιμη ροή το στοιχείο που θεωρείται καθοριστικό για τη μελέτη του φαινομένου και συνήθως αυτό δίνεται από τη βιβλιογραφία είναι οι διακυμάνσεις των C_L, C_D καθώς και η τιμή του αριθμού St . Πλέον το φαινόμενο θεωρείται αρκετά μελετημένο και αποτελεί το στοιχείο διακρίβωσης των υπολογιστικών μεθόδων που πρόκειται να χρησιμοποιηθούν στο μέλλον. Συνήθως δίνεται η διακύμανση των C_L, C_D σε αριθμούς Reynolds μεταξύ 100 και 200, διότι σε πιο μικρές τιμές το φαινόμενο δεν έχει ακόμα πλήρως αναπτυχθεί ενώ σε μεγαλύτερες είναι πιθανό να προκύπτουν διαφορές από μια υπολογιστική μέθοδο σε άλλη λόγω των μεγάλων δυνάμεων συνάφειας που αναπτύσσονται. Έτσι, οι Ding et al δίνουν τα αποτελέσματα που φαίνονται στην Εικ. 1-5 ενώ οι Liu et al δίνουν και τιμές για το συντελεστή πίεσης C_p . Αρκετές φορές παρουσιάζονται αντί των μέσων τιμών των C_L, C_D οι τυπικές αποκλίσεις τους όπως στους Mittal και S. Singha, K.P. Sinhamahapatra. Μάλιστα στην μελέτη των Posdziech και

Grundmann βρέθηκε ότι οι συντελεστές των δυνάμεων και της πίεσης εξαρτώνται ισχυρά από το μέγεθος του πλέγματος και την ανάλυση που γίνεται, σε αντίθεση με τον αριθμό Str. Σε γενικές γραμμές πάντως, οι τιμές των C_L, C_D διαφέρουν λιγότερο από 10% από ερευνητή σε ερευνητή.[9]-[13]

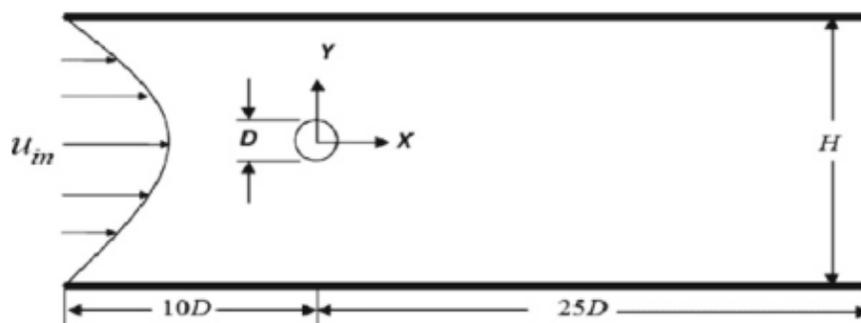


Εικόνα 1-5: Διακύμανση των συντελεστών αντίστασης και άνωσης σε κύλινδρο για αριθμούς $Re=100,200$ [10]

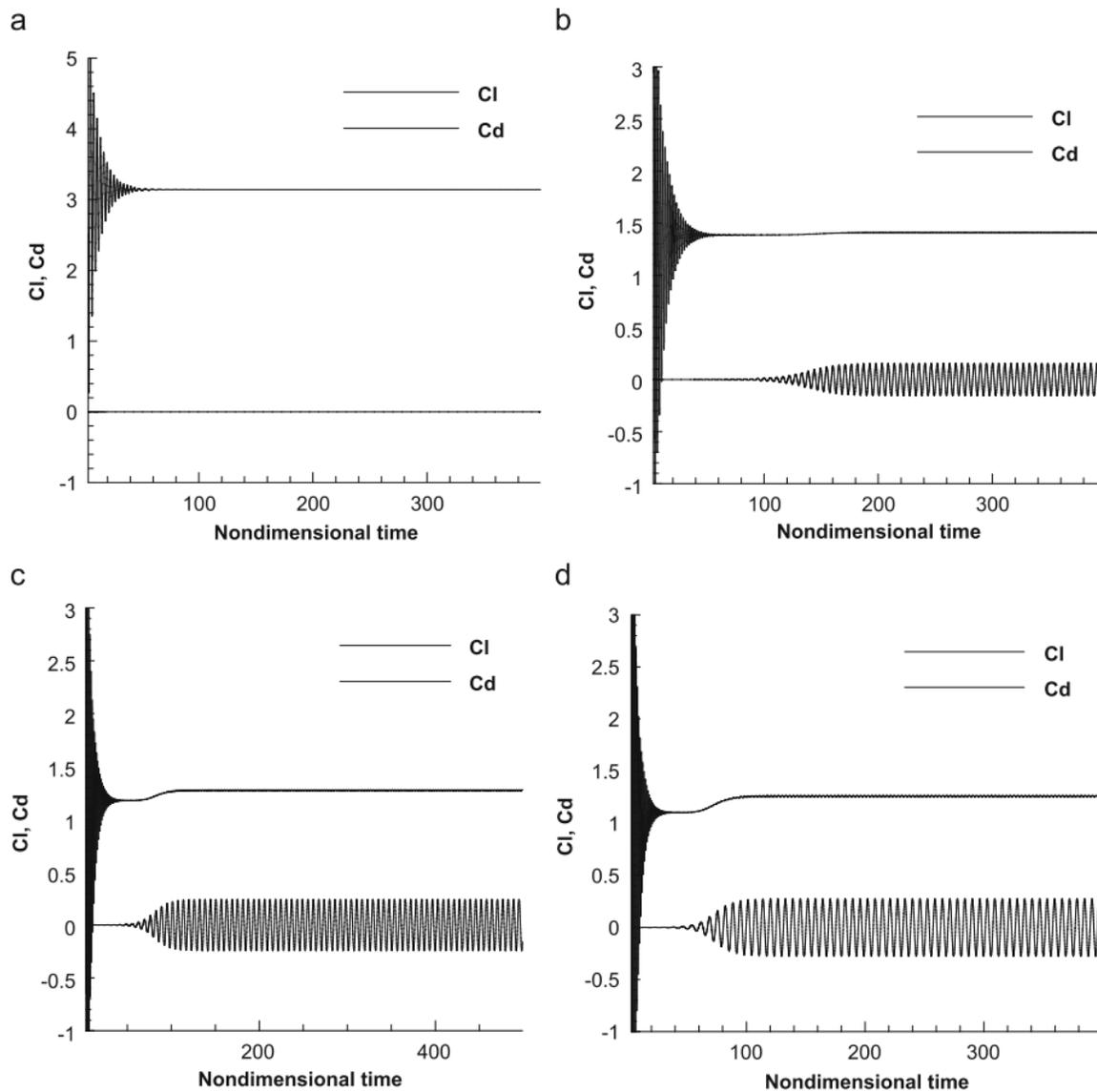
1.1.5. Ροή που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από κύλινδρο

Οι ροές γύρω από κύλινδρο που περιορίζονται στην κάθετη κατεύθυνση παρουσιάζουν ιδιαίτερο πρακτικό ενδιαφέρον και έχουν εφαρμογές στη μηχανική(πχ σε αγωγούς), στην ιατρική(πχ σε μελέτη της ροής του αέρα στις αναπνευστικές οδούς) αλλά και στην ωκεανομηχανική(πχ με τη χρήση κυλινδρικών αγωγών μεγάλου μήκους στον πυθμένα της θάλασσας για μεταφορά φυσικού αερίου)κτλ. Η μελέτη της συμπεριφοράς του ρευστού σε αυτή την περίπτωση είναι διαφορετική σε σχέση με την άπειρα εκτεινόμενη ροή. Αυτό συμβαίνει διότι η ύπαρξη του τοιχώματος δημιουργεί επιφανειακή τάση στο ρευστό επηρεάζοντας τη δημιουργία των στροβίλων ενώ λόγω των τοιχωμάτων η ταχύτητα

κοντά στο τοίχωμα είναι μεγαλύτερη εξαιτίας διατήρησης της μάζας. Έτσι όσο χαμηλότερο είναι το ύψος του αγωγού τόσο υψηλότερη είναι η ενέργεια του ρευστού που περιβάλλει τον κύλινδρο προκαλώντας μετακίνηση του σημείου αποκόλλησης κατάντι. Επιπλέον, η αλληλεπίδραση των δινών από τα τοιχώματα με τις δίνες από τον ομόρου του κυλίνδρου μεταβάλλει συνολικά τη δομή των στροβίλων στη ροή. Έτσι, μεταβάλλοντας το ύψος του καναλιού, ή ουσιαστικά την απόσταση του τοιχώματος από τον κύλινδρο μεταβάλλεται αντίστοιχα και η ροή. Έτσι, με τον κύλινδρο στο κέντρο του καναλιού και παραβολικό προφίλ ταχύτητας εισόδου οι S. Singha, K.P. Sinhamahapatra([9]) μελέτησαν τη ροή για διάφορους αριθμούς Reynolds και σε διάφορους λόγους H/D όπου H το ύψος του καναλιού και D η διάμετρος του κυλίνδρου. Η εγγύτητα του τοιχώματος φάνηκε να έχει σημαντική επίδραση στην δημιουργία των στροβίλων ενώ δυσκόλευε και τη μετάβαση από μόνιμη σε μη μόνιμη ροή. Τέλος, ο μέσος συντελεστής αντίστασης και ο αριθμός Str φαίνεται να μειώνονται με αύξηση του ύψους του καναλιού, ενώ οι τιμές τους είναι σχετικά μεγάλες όταν το ύψος είναι χαμηλό. Ο αριθμός Strouhal είναι πρακτικά ανεξάρτητος του αριθμού Reynolds για μικρούς λόγους H/D . Το πλάτος της διακύμανσης της άνωσης είναι σχετικά μικρό για μικρούς λόγους H/D αλλά αυξάνει γρήγορα με αύξηση του H/D . Η επίδραση του τοιχώματος φαίνεται να είναι πιο σημαντική σε περιπτώσεις όπου $H/D \leq 4.0$ ενώ μετά προοδευτικά μειώνεται.



Εικόνα 1-6: Η περίπτωση που εξετάστηκε από τους Singha-Sinhamahapatra[9]



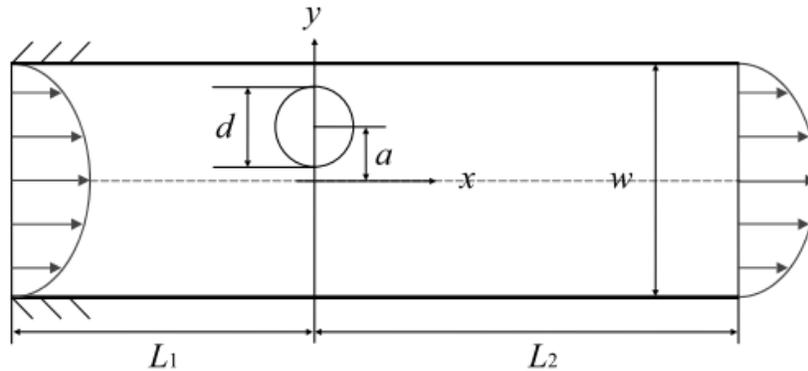
Εικόνα 1-7: Διακυμάνσεις συντελεστών άνωσης και αντίστασης με το χρόνο για (a) $H/D=2$, (b) $H/D=4$, (c) $H/D=6$, (d) $H/D=8$ [9]

Οι Anagnostopoulos et al([14]) χρησιμοποιώντας μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για σταθερό αριθμό Reynolds και μεταβάλλοντας το λόγο D/H παρατήρησαν ότι όσο η ροή είναι μόνιμη και παράγει δύο σταθερές δίνες ανακυκλοφορίας πίσω από τον κύλινδρο, αύξηση του D/H συνεπάγεται μείωση του μεγέθους των δινών, αύξηση της δύναμης

αντίστασης και της γωνίας αποκόλλησης. Στην περίπτωση που έχουμε σχηματισμό του δρόμου Von Karman ο αριθμός Strouhal, οι υδροδυναμικές δυνάμεις και η γωνία αποκόλλησης αυξάνουν με αύξηση του D/H . Τελικά, τα φαινόμενα που δημιουργούνται εξαιτίας της ύπαρξης του τοιχώματος είναι αρκετά σημαντικά για την ακρίβεια μιας υπολογιστικής επίλυσης και όταν χρησιμοποιείται πλέγμα με μεγάλο λόγο D/H για να μειώσουμε τον υπολογιστικό χρόνο, υπάρχει σοβαρή πιθανότητα οι υδροδυναμικές παράμετροι να είναι αισθητά διαφορετικές από αυτές μιας λύσης χωρίς τοίχωμα.

1.1.6. Ροή που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα

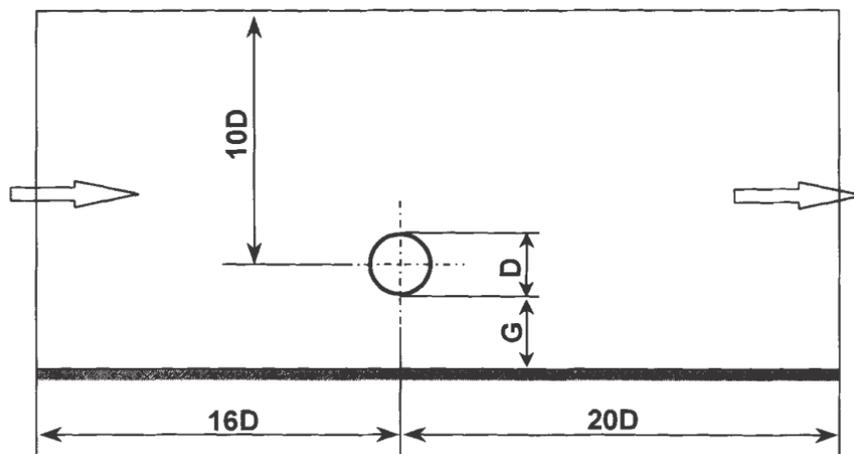
Η περίπτωση της ροής γύρω από κύλινδρο κοντά σε τοίχωμα παρουσιάζει ακόμα μεγαλύτερο ενδιαφέρον. Οι Hsieh και Chen([15]) μελέτησαν την επίδραση του τοιχώματος στην δημιουργία της περιοχής ανακυκλοφορίας της πλήρως ανεπτυγμένης ροής γύρω από κύλινδρο που βρίσκεται ανάμεσα σε άπειρες παράλληλες πλάκες και κοντά σε μια από αυτές.



Εικόνα 1-8: Η περίπτωση που μελέτησαν οι Tsung-Chan Hsieh και Jiahn-Horng Chen[15]

Μεταβάλλοντας τις μεταβλητές d και a και εκτελώντας σειρά υπολογισμών έδειξαν ότι το η ροή δημιουργεί μια περιοχή ανακυκλοφορίας ασύμμετρα τοποθετημένη για αριθμούς Reynolds κοντά σε μια κρίσιμη τιμή. Το μήκος αυτής της περιοχής εξαρτάται γραμμικά από τον αριθμό Reynolds, ενώ όσο περισσότερο ο κύλινδρος πλησιάζει στο τοίχωμα τόσο αυξάνεται ο κρίσιμος αριθμός Reynolds. Αυτό φαίνεται να υποδηλώνει ότι η ύπαρξη του τοιχώματος καθυστερεί τη δημιουργία της περιοχής ανακυκλοφορίας.

Οι Lei et al([17]) μελέτησαν την περίπτωση αυτή για αριθμούς Reynolds από 80 έως 1000 συγκρίνοντας τον λόγο G/D όπου G το διάστημα ανάμεσα στον κύλινδρο και στον τοίχο και D η διάμετρος του. Μελετήθηκαν για τους διάφορους αριθμούς Reynolds, ο κρίσιμος λόγος G/D στον οποίο η δημιουργία του δρόμου Von Karman καταστέλλεται.



Εικόνα 1-9: Η περίπτωση που μελετήθηκε από τους Lei et al[16]

Από τη μελέτη αυτή προέκυψε ότι και η συχνότητα αλλά και το πλάτος της δύναμης άνωσης μειώνονται αν μειωθεί ο λόγος G/D και/ή ο αριθμός Reynolds. Επιπλέον, σε μικρούς λόγους G/D (ο κύλινδρος κοντά στο τοίχωμα) εξαιτίας της επαφής του κατώτερου στρώματος διάτμησης κατά μήκος του κάτω μέρους του κυλίνδρου με το στρώμα διάτμησης από το τοίχωμα η θετική στροβιλότητα του κάτω μέρους του κυλίνδρου ουσιαστικά «ακυρώνεται» από την αρνητική στροβιλότητα που προέρχεται από το στρώμα διάτμησης του τοιχώματος. Έτσι, το κατώτερο στρώμα διάτμησης του κυλίνδρου χάνει την ικανότητά του να κυλιέται πάνω στον κύλινδρο, να παράγει δίνες και να αλληλεπιδρά με το ανώτερο στρώμα του κυλίνδρου με αποτέλεσμα να καταστέλλεται η δημιουργία του δρόμου Von Karman. Επιπρόσθετα, όσο μικρότερος είναι ο αριθμός Reynolds τόσο μεγαλύτερος είναι ο λόγος G/D στον οποίο έχουμε καταστολή του φαινομένου Von Karman ενώ για υψηλότερους αριθμούς αυτός ο λόγος είναι περίπου ίσος με 0.2. Τέλος, όσο ο κύλινδρος πλησιάζει τον τοίχο από άπειρη απόσταση, η συχνότητα των στροβίλων στην αρχή αυξάνει λίγο και έπειτα μειώνεται γρήγορα. Η μέγιστη μείωση σε σχέση με τη συχνότητα στο άπειρο είναι περίπου 11% ενώ η επίδραση του λόγου G/D

στην συχνότητα είναι μεγαλύτερη σε υψηλότερους αριθμούς Reynolds. Ειδικότερα, ο λόγος G/D πρέπει να είναι οπωσδήποτε μεγαλύτερος από 0.3 προκειμένου να δημιουργηθεί ο δρόμος του Von Karman στην πλευρά του κυλίνδρου που δεν βλέπει το στερεό σύνορο.[6], [16]

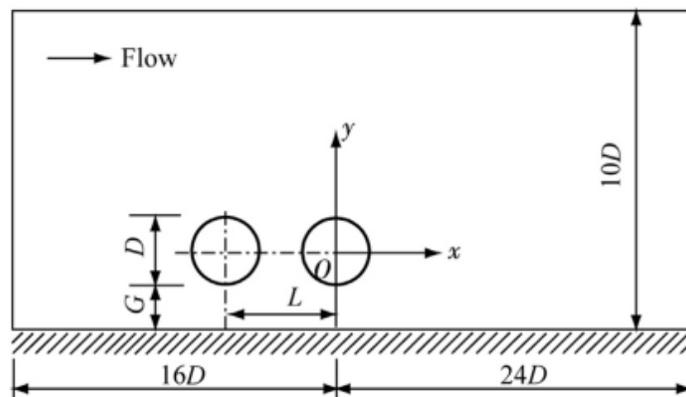
1.1.7. Ροή που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από ζεύγος κυλίνδρων τοποθετημένων σε σειρά κοντά σε στερεό τοίχωμα

Οι μελέτες που έχουν γίνει για τη στρωτή ροή γύρω από ζεύγος κυλίνδρων κοντά σε τοίχωμα αφορούν πλέον εκτός από το λόγο G/D συνήθως και το λόγο L/D όπου L η απόσταση των δύο κέντρων των κυλίνδρων. Αρχικά οι Meneghini et al([18]) μελέτησαν σε ελεύθερη ροή δύο κυλίνδρους σε σειρά και διαπίστωσαν ότι για λόγο $L/D < 3.0$ ο κατάντι κύλινδρος δίνει αρνητική δύναμη αντίστασης ενώ δίνες σχηματίζονται μόνο από τον κατάντι κύλινδρο. Όταν $L/D > 3.0$ η δύναμη αντίστασης στον κατάντι κύλινδρο είναι θετική ενώ στρόβιλοι αναπτύσσονται στον ομόρου και των δύο κυλίνδρων. Σε αυτή την περίπτωση οι στρόβιλοι από τον ανάντι κύλινδρο χτυπούν τον κατάντι και μετά συγχωνεύονται με αυτούς που παράγονται από τον κατάντι κύλινδρο.

Μεταβάλλοντας αυτούς τους δύο λόγους και κρατώντας σταθερό αριθμό $Re=200$, οι Tang et al([19]) μελέτησαν την δημιουργία και την εξέλιξη του ομόρου. Όπως και προηγουμένως δεν υπάρχει δημιουργία δρόμου Von Karman για μικρές τιμές του λόγου G/D (≤ 0.3) ενώ και για λίγο μεγαλύτερες τιμές(πχ για $G/D=0.5$) υπάρχει ένα κρίσιμο μήκος L_{crit} για το οποίο οριακά ο πρώτος κύλινδρος δε δίνει ταλάντωση στον ομόρου. Πάνω από αυτό το μήκος υπάρχει εμφανής ταλάντωση και του ομόρου και των δύο

κυλίνδρων. Σε αυτή την περίπτωση και ο αριθμός Strouhal είναι σταθερός για τους δύο κυλίνδρους ενώ και η συχνότητα του συντελεστή άνωσης και αντίστασης είναι κοινή.

Ο μέσος συντελεστής αντίστασης του ανάντι κυλίνδρου αυξάνει με αύξηση του G/D για τιμές του G/D μικρότερες του 1.5 ενώ πρακτικά μετά παραμένει ο ίδιος για τον ίδιο L/D . Για τον κατάντι κύλινδρο οι τιμές του μέσου συντελεστή αντίστασης είναι αρνητικές για μικρές τιμές του λόγου L/D και θετικές για μεγάλες τιμές του L/D όταν $G/D > 0.5$. Το εύρος του L/D που δίνει αρνητικές τιμές μέσου συντελεστή αντίστασης αυξάνει με αύξηση του G/D . Επιπλέον, ο μέσος συντελεστής αντίστασης στον ανάντι κύλινδρο είναι μεγαλύτερος για τον ίδιο συνδυασμό G/D και L/D σε αντίθεση με τις τυπικές αποκλίσεις των συντελεστών αντίστασης και άνωσης που είναι μεγαλύτερες στον κατάντι κύλινδρο. Διευκρινίζεται ότι τα παραπάνω συμπεράσματα αφορούν τη δομή όπου και οι δύο κύλινδροι έχουν ταλάντωση στον ομόρου τους.



Εικόνα 1-10: Η περίπτωση που εξετάστηκε από τους Tang et al[19]

1.2. Μεταφορά και διασπορά σωματιδίων σε στρωτή ροή

Εξετάζονται οι φυσικοί μηχανισμοί μέσω των οποίων σωματίδια (ή σταγονίδια) που βρίσκονται μέσα σε ρευστό, μεταφέρονται και εναποτίθενται σε στερεά τοιχώματα. Ο υπολογισμός, η πρόβλεψη και η κατανόηση του ρυθμού εναπόθεσης ενδιαφέρουν όχι μόνο την επιστημονική κοινότητα, αλλά έχουν και άμεσο αντίκτυπο σε εφαρμογές μηχανικής μιας ευρείας περιοχής από μηχανολογία μέχρι περιβαλλοντική μηχανική και την ιατρική.

Σε αυτή την εργασία εξετάζουμε αραιωμένα μίγματα όπου ο λόγος του όγκου της διεσπαρμένης φάσης είναι αρκετά μικρός. Τα σωματίδια ή σταγονίδια επομένως θεωρείται ότι δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, ενώ η κίνησή τους επηρεάζεται από την κίνηση του πεδίου αλλά δεν ισχύει το αντίστροφο. Για την εναπόθεση των σωματιδίων υπάρχουν δύο προσεγγίσεις: η προσέγγιση του Euler(Eulerian) και η προσέγγιση του Lagrange(Lagrangian). Εξαιτίας της υπόθεσης για τη μονόδρομη εξάρτηση της κίνησης των σωματιδίων από την κίνηση του ρευστού μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το Eulerian σχήμα για να πραγματοποιήσουμε πρώτα τη λύση του πεδίου και μετέπειτα να γίνεται ο υπολογισμός των παραμέτρων που αφορούν τα σωματίδια. Αντίστοιχα η Lagrangian προσέγγιση χρησιμοποιείται κυρίως(αλλά και σε αυτή την εργασία) για τον υπολογισμό των τροχιών μεγάλου αριθμού σωματιδίων, σε στρωτές και τυρβώδεις ροές, αφού πρώτα έχει αριθμητικά υπολογιστεί το πεδίο μέσω άμεσης ή έμμεσης επίλυσης των εξισώσεων Navier-Stokes. Το γεγονός ότι τα σωματίδια υπολογίζονται ξεχωριστά και χωρίς να επηρεάζουν το πεδίο επιτρέπει μάλιστα και τον παράλληλο προγραμματισμό.

Με την Lagrangian προσέγγιση ελευθερώνονται (ένα-ένα) μερικές χιλιάδες σωματίδια (τάξεως 10^5), όσων διαφορετικών διαμέτρων θέλουμε, τα οποία και αντιπροσωπεύουν την παροχή μάζας της στερεάς φάσης. Η συμπεριφορά των χιλιάδων αυτών σωματιδίων θα δώσει στατιστικά και την πραγματική συμπεριφορά της στερεάς φάσης. Είναι σημαντικό πάντως να σημειωθεί ότι κατά την επίλυση μόνιμων πεδίων ροής το κάθε σωματίδιο αντιπροσωπεύει μία παροχή μάζας έτσι ώστε ό, τι συμβαίνει σ' αυτό να είναι ανά μονάδα

χρόνου. Κατά την κίνηση του σωματιδίου λαμβάνονται υπ' όψη πλήθος παραμέτρων από την βαρύτητα και την αεροδυναμική αντίσταση μέχρι και την επίδραση της τύρβης και της κλίσης θερμοκρασίας. Οι επιδράσεις αυτές είναι ουσιαστικά οι μηχανισμοί κίνησης του σωματιδίου αλλά και οι μηχανισμοί που κυριαρχούν στην διαδικασία πρόσκρουσης και επικάθισης των σωματιδίων σε μια στερεή επιφάνεια. Έτσι, από την τύρβη λαμβάνεται υπ'όψη η τυρβώδης διάχυση στην κίνηση του σωματιδίου σε περίπτωση τυρβώδους ροής, από την κλίση θερμοκρασίας η δύναμη θερμοφόρεσης ενώ από την ίδια την Lagrangian παρακολούθηση του σωματιδίου λαμβάνεται υπόψη η πρόσκρουση του σωματιδίου στην επιφάνεια από την αδράνειά του.

Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι η παρακολούθηση της τροχιάς των σωματιδίων σε ορθογώνιο καμπυλόγραμμο πλέγμα δεν αποτελεί εύκολη διαδικασία. Αυτό διότι, ενώ σε καρτεσιανό πλέγμα οι κατευθύνσεις των εξισώσεων κίνησης του σωματιδίου συμπίπτουν με αυτές του υπολογιστικού χωρίου, αυτό δε συμβαίνει στο καμπυλόγραμμο πλέγμα. Εκεί, για να μπορεί να υπολογιστεί η θέση του σωματιδίου σε σχέση με το πλέγμα (συντεταγμένες του κελιού στο οποίο βρίσκεται) θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη και οι κλίσεις των πλευρών κάθε κελιού.[20]

1.2.1. Γενικά πειραματικά χαρακτηριστικά της εναπόθεσης

Συνήθως τα αποτελέσματα των πειραμάτων ή των υπολογισμών εναπόθεσης των σωματιδίων παρουσιάζονται σαν καμπύλες της αδιάστατης ταχύτητας εναπόθεσης με τον αδιάστατο χρόνο χαλάρωσης του σωματιδίου. Η ταχύτητα εναπόθεσης, V_{dep} , είναι ο ρυθμός μεταβολής της μάζας των σωματιδίων πάνω στο τοίχωμα, J_{wall} , αδιαστατοποιημένη με τη μέση ή τη στιγμιαία πυκνότητα των σωματιδίων (μάζα των σωματιδίων ανά μονάδα όγκου), $\rho_{p,m}$, στη ροή:

$$V_{dep} = \frac{J_{wall}}{\rho_{p,m}} \quad \text{Εξ(11)}$$

Ο χρόνος χαλάρωσης του σωματιδίου, τ είναι ένα μέτρο της αδράνειάς του. Δηλώνει την κλίμακα του χρόνου στην οποία κάθε ταχύτητα ολίσθησης μεταξύ του ρευστού και του σωματιδίου εξισορροπείται. Πολλές μελέτες έχουν αποδείξει ότι το τ ανάμεσα στα άλλα εξαρτάται και από την ακτίνα του σωματιδίου. Έτσι, ουσιαστικά η τετμημένη ενός συνηθισμένου διαγράμματος εναπόθεσης ουσιαστικά αναπαριστά την ακτίνα σωματιδίου. Η V_{dep} και ο τ αδιαστατοποιούνται με τη χρήση της ταχύτητας τριβής του ρευστού u_* :

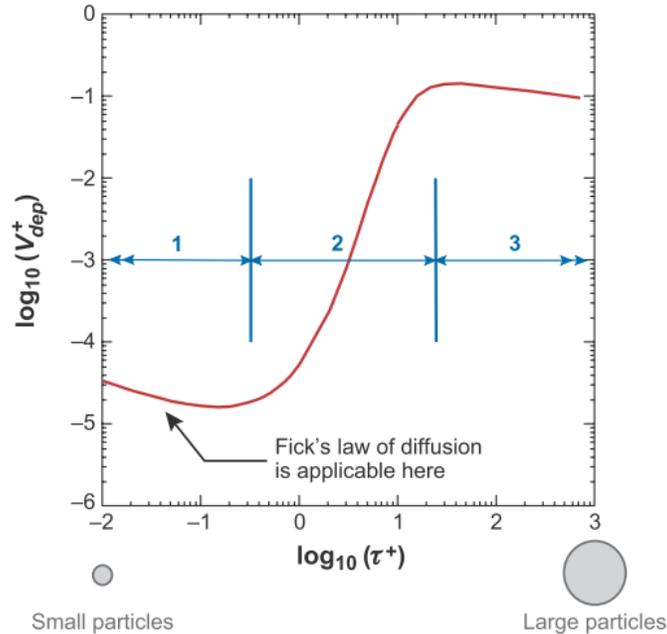
$$V_{dep}^+ = V_{dep} / u_* \quad \text{και} \quad \tau^+ = \tau u_*^2 / \nu \quad \text{όπου} \quad \nu \text{ η κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού} (\nu = \mu / \rho).$$

Πολλές προηγούμενες έρευνες δίνουν πειραματικά αποτελέσματα για την ταχύτητα εναπόθεσης.[21]–[24] Παρότι υπάρχουν διαφορές στη διασπορά των δεδομένων, αυτά φαίνεται να ακολουθούν μια καμπύλη, όπως φαίνεται στην Εικ. 1-11, όπου παρουσιάζονται τρεις βασικές περιοχές:

(α) Στην αρχή, όσο το τ^+ αυξάνει, η ταχύτητα εναπόθεσης μειώνεται. Αυτό οφείλεται κυρίως στην τυρβώδη διάχυση που επικρατεί και επηρεάζει περισσότερο τα μικρής ακτίνας σωματίδια.

(β) Η περιοχή αυτή ονομάζεται περιοχή διάχυσης-πρόσκρουσης, βασικό χαρακτηριστικό της οποίας είναι ότι η ταχύτητα εναπόθεσης των σωματιδίων αυξάνει απότομα σε σχέση με την προηγούμενη περιοχή κατά τρεις με τέσσερις τάξεις μεγέθους.

(γ) Η τελευταία περιοχή του διαγράμματος, ουσιαστικά αφορά σωματίδια με μεγάλη αδράνεια, πράγμα που οδηγεί σε ελαφρά αλλά ορατή μείωση της ταχύτητας εναπόθεσης για σωματίδια μεγάλου μεγέθους.[25]



Εικόνα 1-11: Συνήθης διανομή του μετρούμενου ρυθμού εναπόθεσης σε πλήρως ανεπτυγμένη ροή σε σωλήνα. Περιοχή 1:Τυρβώδης διάχυση· περιοχή 2:Διάχυση πρόσκρουση ~περιοχή 3:μεγάλη αδράνεια σωματιδίου[25]

1.2.2. Κίνηση του σωματιδίου

Το μέγεθος των διάφορων δυνάμεων που δρουν πάνω στο σωματίδιο εκφράζεται ανά μονάδα μάζας του σωματιδίου, διότι και η Eulerian και η Lagrangian προσέγγιση είναι προτιμητέο να εκφράζονται σε όρους επιτάχυνσης του σωματιδίου. Η επίδραση δυνάμεων όπως ο όρος του Basset παραλείπεται καθώς είναι αμελητέα όταν ο λόγος των πυκνοτήτων του υλικού του σωματιδίου και του ρευστού είναι μεγάλος ($\frac{\rho_p}{\rho_f} \gg 1$), φαινόμενο πολύ συχνό στην κίνηση στερεών σωματιδίων ή σταγονιδίων υγρού μέσα σε αέριο.

- Αεροδυναμική αντίσταση F_d

Η αεροδυναμική αντίσταση υπάρχει πάντα σε ένα σωματίδιο που κινείται μέσα σε ένα πεδίο. Πρόκειται ουσιαστικά για την τάση του σωματιδίου να αντισταθεί σε αλλαγές που οφείλονται στο περιβάλλον ρευστό και πιο συγκεκριμένα σε αλλαγές στην ταχύτητα. Η αεροδυναμική αντίσταση F_d (ανά μονάδα μάζας του σωματιδίου) γενικά μπορεί να εκφραστεί από τον τύπο

$$F_d = \frac{V_f - V_p}{\tau} \quad \text{Εξ(12)}$$

Όπου V_f και V_p οι ταχύτητες του ρευστού και του σωματιδίου αντίστοιχα ενώ τ ορίζεται ως ο χρόνος χαλάρωσης του σωματιδίου και είναι ένα μέτρο της αδράνειάς του. Δηλώνει την κλίμακα του χρόνου στην οποία κάθε ταχύτητα ολίσθησης μεταξύ του ρευστού και του σωματιδίου εξισορροπείται. Πολλές μελέτες έχουν αποδείξει ότι το τ ανάμεσα στα άλλα εξαρτάται και από την ακτίνα του σωματιδίου. Η εξίσωση εφαρμόζεται και σε στιγμιαίες και σε μέσες τιμές των μεγεθών, ενώ για σφαιρικά σωματίδια με χαμηλή ταχύτητα ολίσθησης ($\Delta V = V_f - V_p$) το μέγεθος της αεροδυναμικής αντίστασης δίνεται από τον Stokes $F_d = \frac{6\pi r \mu |\Delta V|}{m}$, όπου m είναι η μάζα ενός μεμονωμένου σωματιδίου ($m = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_p^0$ με ρ_p^0 την πυκνότητα του υλικού του αμιγούς σωματιδίου). Εισάγοντας αυτές τις εξισώσεις στην Εξ(12) βρίσκουμε ότι στην αντίσταση του Stokes ο χρόνος χαλάρωσης δίνεται από τον τύπο

$$\tau = \frac{2\rho_p^0 r^2}{9\mu} \quad \text{Εξ(13)}$$

Οι καμπύλες για τον προσδιορισμό του V_{dep}^+ με το τ^+ κατασκευάζονται με τον παραπάνω ορισμό για το χρόνο χαλάρωσης. Εντούτοις, σε αριθμητικές εφαρμογές, θα πρέπει να διορθώνεται ο χρόνος χαλάρωσης για να λαμβάνει υπόψη του τις ταχύτητες ολίσθησης για τα μεγάλα σωματίδια και της επιδράσεις ενός αραιού αερίου για τα μικρά σωματίδια. Η γενική εξίσωση για τον χρόνο χαλάρωσης τότε προκύπτει:

$$\tau_1 = \tau \frac{24}{Re C_D} C_c \quad \text{Εξ(14)}$$

Όπου Re είναι ο αριθμός Reynolds της ολίσθησης, που ορίζεται ως $Re = 2r \frac{|\Delta V|}{\nu}$ ενώ C_D είναι μια συνάρτηση του αριθμού Reynolds. C_c είναι ο συντελεστής διόρθωσης του Cunningham για αραιά αέρια που δίνεται από τον τύπο $C_c = 1 + 2.7Kn$, όπου Kn είναι ο αριθμός Knudsen και ορίζεται ως $Kn = l/2r$, με l το μήκος της μέσης ελεύθερης διαδρομής των μορίων του περιβάλλοντος ρευστού και r η ακτίνα του σωματιδίου. Ένας διαφορετικός ημιαμπειρικός τύπος είναι ο $C_c = 1 + Kn \left[a + b \exp\left(-c/Kn\right) \right]$ και εφαρμόζεται ευρύτερα. Ο Davies πρότεινε τις εξής τιμές σταθερών $a = 2.514$, $b = 0.8$ και $c = 0.55$ ενώ ελαφρά διαφορετικές τιμές μπορεί κανείς να συναντήσει στην διεθνή βιβλιογραφία. Για το C_D , οι Morsi & Alexander έδωσαν ένα εμπειρικό τύπο: $C_D = a_1 + \frac{a_2}{Re} + \frac{a_3}{Re^2}$ που οι τιμές των a_1, a_2 και a_3 παρέχονται για ένα αρκετά μεγάλο εύρος αριθμών Reynolds. Ένας ακόμα τύπος που χρησιμοποιείται είναι ο $C_D = \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.687})$, που οι Clift et al αποδίδουν στους Schiller και Nauman. Ο τελευταίος τύπος αφορά περιπτώσεις όπου $Re_p < 200$ διαφορετικά λαμβάνεται $C_D = 0.44$. [25]-[28]

- Επίδραση της αδράνειας

Αν το μέτρο και η διεύθυνση της ταχύτητας του ρευστού αλλάξουν απότομα, είναι δυνατόν να εμφανιστούν σημαντικές τιμές ταχύτητας ολίσθησης, όπως φαίνεται και από την εξίσωση της αεροδυναμικής αντίστασης, ιδιαίτερα σε μεγαλύτερα σωματίδια. Όταν οι μέσες στο χρόνο γραμμές ροής καμπυλώνουν, τα σωματίδια είναι πιθανό κάτω από την επίδραση της αδράνειάς τους να μην μπορούν να τις ακολουθήσουν και οι παρεκκλίνουσες τροχιές τους μπορεί να τους οδηγήσουν σε σύγκρουση με τα κοντινότερα τοιχώματα και σε εναπόθεση. Αυτός ο μηχανισμός παίζει σημαντικό ρόλο σε εφαρμογές όπως τα πολύ καμπυλωμένα πτερύγια ενός στροβίλου ή σε περίπλοκες ροές με ταχεία περιστροφή όπως στη ρινοφαρυγγική περιοχή του ανθρώπινου αναπνευστικού συστήματος, είναι δε εμφανής και σε στρωτή και σε τυρβώδη ροή.[25]

- Επίδραση της βαρύτητας

Ένα σωματίδιο που βρίσκεται μέσα σε πεδίο βαρύτητας δέχεται μια δύναμη στην κατεύθυνση της επιτάχυνσης της βαρύτητας. Το σωματίδιο επίσης δέχεται μια αντίθετη δύναμη(πλευστότητα) η οποία σύμφωνα με την αρχή του Αρχιμήδη είναι ίση με το βάρος του εκτοπιζόμενου ρευστού. Έτσι, η βαρυτική δύναμη του πεδίου(ανά μονάδα μάζας σωματιδίου) δίνεται από την εξίσωση:

$$F_G = \left(1 - \frac{\rho}{\rho_p} \right) g \quad \text{Εξ(15)}$$

Σε καταστάσεις όπου οι αεροδυναμικές δυνάμεις εξισορροπούνται με τη βαρύτητα το σωματίδιο αποκτά μια τελική ταχύτητα, που συχνά συμβολίζεται ως V_{gs} . Το μέτρο αυτής της ταχύτητας από την εξίσωση της αεροδυναμικής αντίστασης μπορεί να προσδιοριστεί ως

$$V_{gs} = \left(1 - \frac{\rho}{\rho_p^0}\right) g \tau_1 \quad \text{Εξ(16)}$$

Σε μη αδρανειακά συστήματα αναφοράς, φυγόκεντρες δυνάμεις μπορεί να συνεισφέρουν στην επίδραση συντηρητικών δυνάμεων που δρουν πάνω σε ένα σώμα, όπως είναι η βαρύτητα.[25]

- Δύναμη διάτμησης Saffman F_s

Ο Saffman(1965,1968) πρότεινε μια έκφραση για την δύναμη διάτμησης που προκαλεί άνωση η οποία ανά μονάδα μάζας και στην κατεύθυνση y δίνεται ως:

$$F_{sy} = 1.542 \frac{\rho}{\rho_0^p} v \frac{1}{r} \sqrt{\frac{1}{v} \left| \frac{d\bar{V}_{fx}}{dy} \right|} (\bar{V}_{fx} - \bar{V}_{px}) \quad \text{Εξ(17)}$$

Η πλειονότητα των αναφορών στη βιβλιογραφία για υπολογισμούς εναπόθεσης κάνει χρήση της έκφρασης του Saffman για τη δύναμη άνωσης. Παρόλα αυτά ο Saffman κατέληξε σε αυτή την έκφραση υποθέτοντας άπειρο και χωρίς τοιχώματα πεδίο διάτμησης. Επομένως, αν θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε αυτή την εξίσωση θα πρέπει να την τροποποιήσουμε ώστε να λάβουμε τη δύναμη άνωσης με την επίδραση της εγγύτητας του τοιχώματος και του πεπερασμένου αριθμού Reynolds. Το πρόσημο της δύναμης Saffman σε κάποια κατεύθυνση εξαρτάται από το πρόσημο της ταχύτητας ολίσθησης στην κάθετη κατεύθυνση.[25]

- Η δύναμη thermophoresis F_{Therm}

Η δύναμη thermophoresis εξαρτάται από το αν έχουμε ή όχι κλίση θερμοκρασίας:

$$F_{Therm} = -\left(\frac{\eta}{m}\right)\nabla \ln T \quad \text{Εξ(18)}$$

Οι Talbot et al([29]) έδωσαν μια έκφραση για το συντελεστή της thermophoresis, τέτοιο ώστε τελικά η έκφραση της δύναμης thermophoresis να δίνεται από την έκφραση:

$$F_{Therm} = -\frac{6\pi\mu\nu d C_s \left(\frac{\lambda_g}{\lambda_p} + 2C_t \frac{\omega}{d}\right)}{\left(1 + 6C_m \frac{\omega}{d}\right) \left(1 + 2\frac{\lambda_g}{\lambda_p} + 4C_t \frac{\omega}{d}\right)} \frac{\nabla T}{T_0} \quad \text{Εξ(19)}$$

Όπου T_0 είναι η τοπική μέση θερμοκρασία του ρευστού, $\omega = \frac{2\mu}{\rho c}$, όπου $c = \left(\frac{8RT}{\pi}\right)^{1/2}$ είναι η μέση ταχύτητα των μορίων του ρευστού (R είναι η παγκόσμια σταθερά των αερίων), λ_g και λ_p είναι οι θερμικές αγωγιμότητες του σωματιδίου και του ρευστού αντίστοιχα. Οι σταθερές είναι $C_m = 1.14$, $C_t = 2.18$. Σε γενικές γραμμές οι αριθμητικοί υπολογισμοί δείχνουν ότι για μικρότερα σωματίδια η δύναμη thermophoresis τείνει να γίνει σημαντική, ακόμα και για μετριοπαθείς τιμές κλίσης θερμοκρασίας.[25]

- Δύναμη Brown B_i

Στις παραπάνω δυνάμεις θα πρέπει να προστεθεί και ο συντελεστής της κίνησης του Brown, ο οποίος έχει ισχυρότερη επίδραση στα μικρότερα σωματίδια. Η κίνηση του Brown είναι η μακροσκοπική εικόνα που προκύπτει από ένα σωματίδιο που κινείται σε ένα χώρο χωρίς να πραγματοποιεί μεγάλα άλματα. Σε μικροσκοπικό επίπεδο, το σωματίδιο κάθε χρονική στιγμή δέχεται τυχαίες δυνάμεις για διάφορες αιτίες (συγκρούσεις μεταξύ

σωματιδίων, εξωτερικές δυνάμεις κτλ). Αυτές οι αιτίες προσθέτουν την λεγόμενη Brownian διάχυση, η οποία υπάρχει και σε στρωτές και σε τυρβώδεις ροές. Ωστόσο, είναι σημαντικό να αναφερθεί πως η διάχυση Brown δίνει το ίδιο μακροσκοπικό αποτέλεσμα όταν οι μέσες τιμές και οι τυπικές αποκλίσεις των τυχαίων μετατοπίσεων των σωματιδίων παραμένουν σταθερές. Έχουν αναπτυχθεί πολλοί τρόποι για τον υπολογισμό της διάχυσης Brown, ωστόσο στο μοντέλο που θα χρησιμοποιήσουμε η δύναμη Brown B_i μοντελοποιείται ως μια τυχαία διαδικασία λευκού θορύβου με φασματική ένταση S_{ij}^n να δίνεται από τον τύπο $S_{ij}^n = \delta_{ij} S_0$ όπου

$$S_0 = 216 \frac{\nu_f k T_f}{\pi^2 \rho_f d_p^5 S^2 C_c} \quad \text{Εξ(20)}$$

όπου T_f η θερμοκρασία του ρευστού και $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ η σταθερά του Boltzmann. S είναι ο λόγος της πυκνότητας του σωματιδίου προς την πυκνότητα του ρευστού και C_c η σταθερά του Cunningham όπως υπολογίστηκε προηγούμενα. Το μέγεθος της δύναμης Brown ανά μονάδα μάζας σε κάθε χρονική στιγμή δίνεται από τη σχέση

$$B_i(t) = G_i \sqrt{\frac{\pi S_0}{\Delta t}} \quad \text{Εξ(21)}$$

Όπου G_i είναι τιμή που προκύπτει τυχαία από μια Gaussian κατανομή με μέση τιμή ίση με μηδέν και Δt το χρονικό βήμα που χρησιμοποιείται στους υπολογισμούς. Η σχέση αυτή έχει προταθεί από τους Li et al.[20], [30], [31]

1.2.3.

Κίνηση του σωματιδίου κάτω από την επίδραση πεδίου ροής

Από τα παραπάνω μπορούμε να εξάγουμε την εξίσωση κίνησης του σωματιδίου που βρίσκεται μέσα σε περιβάλλον ρευστό, από την εξίσωση ισορροπίας των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό. Οι Smoot and Pratt(1979) δίνουν μια έκφραση αυτής της εξίσωσης:

$$\rho_p G_p \frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{3}{4} \frac{G_p}{d} \rho_f C_D (V-U)|V-U| - \rho_f G_p C_A \frac{\partial(V-U)}{\partial t} + G_p (\rho_p - \rho_f) g + \frac{4.98}{\pi} G_p \frac{\rho_f}{\nu} \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{3/2} - \frac{3}{2d} G_p C_H \sqrt{\frac{\rho_f \mu}{\pi}} \int_{\infty}^t \frac{\partial(V-U)/\partial t}{(t-\tau)^{1/2}} d\tau + F_{Therm} \quad \text{Εξ(22)}$$

Όπου G_p είναι ο όγκος του σωματιδίου, d η διάμετρος του, g η επιτάχυνση της βαρύτητας, ρ_f και ρ_p οι πυκνότητες του ρευστού και του σωματιδίου αντίστοιχα. Επιπλέον, ν και μ είναι η κινηματική και η δυναμική συνεκτικότητα του ρευστού, τ_w η διατμητική τάση στο ρευστό, t , τ ο χρόνος ενώ $\frac{\partial}{\partial t}$ είναι η παράγωγος στην τροχιά του σωματιδίου. Κατά σειρά, οι όροι στο δεξί μέρος της εξίσωσης είναι η αεροδυναμική αντίσταση (συντελεστής C_D), ο όρος πρόσθετης μάζας που αποδίδεται στην αδράνεια του εκτοπιζόμενου ρευστού (συντελεστής C_A), ο όρος της άνωσης που προκύπτει από την διαφορά πυκνότητας μεταξύ σωματιδίου και ρευστού, η δύναμη άνωσης του Saffman που αποδίδεται στη διαφορά πίεσης γύρω από το σωματίδιο (άρα διαφορά ταχυτήτων ή διάτμηση), η δύναμη Basset που οφείλεται στη διαφοροποίηση της ροής από το σχήμα της μόνιμης ροής γύρω από το σφαιρικό σωματίδιο (συντελεστής C_H) και τέλος η δύναμη thermophoresis που σχετίζεται με την τοπική κλίση θερμοκρασίας και την διαφορά ενέργειας σε επίπεδο μοριακής κίνησης. Στη συνέχεια, από τις δυνάμεις αυτές, για την κίνηση του σωματιδίου λαμβάνονται μόνο οι δυνάμεις αεροδυναμικής αντίστασης,

βαρύτητας και θερμοφόρησης (όταν έχουμε και θερμοκρασιακό πεδίο). Η δύναμη πρόσθετης μάζας καθώς και η δύναμη Basset αγνοούνται αφού $\rho_p \gg \rho_f$ αλλά και επειδή τα επίπεδα τύρβης στα οποία χρησιμοποιείται η εξίσωση είναι μηδαμινά(στρωτή ροή) ώστε και οι όροι ταχυτήτων που εμφανίζονται στους όρους των δυνάμεων αυτών να είναι μικροί. Επίσης η δύναμη Saffman βασίζεται στις τοπικές κλίσεις ταχυτήτων οι οποίες την καθιστούν σημαντική μόνο σε περιοχές πολύ έντονης διάτμησης του πεδίου. Τέτοιες περιοχές γενικά δεν υπάρχουν στις ροές που θα εξεταστούν και η δύναμη Saffman αγνοείται. Σε αυτή την εξίσωση προστίθεται και η δύναμη Brown, όπως υπολογίστηκε παραπάνω.[20]

Έτσι θεωρώντας τη βαρύτητα να δρα στην y κατεύθυνση η τροχιά του σωματιδίου προκύπτει από την επίλυση των εξισώσεων:

$$\frac{\partial u_p}{\partial t} = \frac{3\rho C_D (u - u_p) |\vec{v} - \vec{v}_p|}{4\rho_p d_p} \quad \text{Εξ(23)}$$

$$\frac{\partial v_p}{\partial t} = \frac{3\rho C_D (v - v_p) |\vec{v} - \vec{v}_p|}{4\rho_p d_p} - g \quad \text{Εξ(24)}$$

$$\frac{\partial x_p}{\partial t} = u_p, \quad \frac{\partial y_p}{\partial t} = v_p \quad \text{Εξ(25)}$$

Οι ταχύτητες των παραπάνω εξισώσεων είναι στιγμιαίες και άρα αφορούν και διαταραχές της τύρβης(εφ' όσον υπάρχουν) αλλά και ταχύτητες μιας ασταθούς κατάστασης της ροής, όπου σε κάθε χρονικό βήμα θα υπολογίζονται οι παράμετροι της ροής, κατά τη χωρική και χρονική επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes.

Για τους όρους των παραπάνω εξισώσεων ορίζεται κατ' αρχήν ο αριθμός Reynolds για το κάθε σωματίδιο:

$$Re_p = \frac{|V-U|d_p}{\nu} \quad \text{Εξ(26)}$$

και για το C_D χρησιμοποιείται ο τύπος που αναφέρεται παραπάνω:

$$C_D = \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.687}) \quad \text{Εξ(27)}$$

αν $Re_p < 200$ αλλιώς λαμβάνεται $C_D = 0.44$. [20]

1.2.4. Πρόσκρουση του σωματιδίου: επικάθιση ή ανάκλαση

Εξετάζεται ο μηχανισμός πρόσκρουσης σωματιδίων πάνω σε στερεή επιφάνεια και από τον ισολογισμό των ενεργειών κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης θα καθοριστεί η ανάκλαση ή η επικάθισή του. Είναι σημαντικό να ληφθούν υπ' όψη και οι επιφανειακές δυνάμεις που αναπτύσσονται κατά την επικάθιση και για τις οποίες υπάρχει ιδιαίτερη μνεία, προκειμένου να προσδιοριστεί σωστά η χρονική εξέλιξη της επικάθισης.

Αρχικά γίνεται η υπόθεση ότι το σωματίδιο έχει ήδη, κάτω από την επίδραση του πεδίου ροής, έρθει κοντά στην στερεή επιφάνεια και ότι προσκρούει σε αυτήν. Υποθέτουμε ακόμη σφαιρικά σωματίδια, μη περιστρεφόμενα και με πυκνότητα αρκετά μεγαλύτερη του ρευστού, χωρίς ηλεκτρικές φορτίσεις ή αντιδράσεις μεταξύ των σωματιδίων και της στερεής επιφάνειας ή του ρευστού. Η παρούσα μέθοδος στηρίζεται σε Lagrangian προσέγγιση, ενώ για την επικάθιση χρησιμοποιείται ισολογισμός ενέργειας κατά την πρόσκρουση κάθε ξεχωριστού σωματιδίου στην επιφάνεια.

Είναι βολικό να χωριστεί η πρόσκρουση ενός σωματιδίου σε μία επιφάνεια σε δύο βασικά βήματα. Το πρώτο περιλαμβάνει την πρόσκρουση μέχρι την στιγμή που το σωματίδιο και η επιφάνεια έχουν μηδενική σχετική ταχύτητα μεταξύ τους, ενώ το δεύτερο βήμα περιλαμβάνει την κίνηση του σωματιδίου μετά τον μηδενισμό της ταχύτητας. Πιο αναλυτικά, ένα σφαιρικό σωματίδιο έχει κάποια αρχική κινητική ενέργεια αμέσως πριν την πρόσκρουση (η επιφάνεια στην οποία προσκρούει θεωρείται ακίνητη) ενώ η ενέργεια που αποκτά το σωματίδιο λόγω των διεπιφανειακών ελκτικών δυνάμεων θεωρείται αμελητέα σε σχέση με την κινητική ενέργεια πρόσκρουσης και αγνοείται σ' αυτό το στάδιο. Αν θεωρηθεί ότι δεν χάνεται καθόλου ενέργεια κατά την πρόσκρουση, τότε το σωματίδιο θα πρέπει να ανακλαστεί με ταχύτητα ίση και αντίθετη μ' αυτήν που είχε πριν την πρόσκρουση. Στην πραγματικότητα όμως, υπάρχουν μηχανισμοί απώλειας ενέργειας όπως είναι οι πλαστικές παραμορφώσεις σωματιδίου ή και επιφάνειας, τα ελαστικά ή ακουστικά κύματα που διαδίδονται από το σημείο πρόσκρουσης, η τριβή κ.τ.λ. Στην παρούσα εργασία οι μηχανισμοί απώλειας ενέργειας που θα ληφθούν υπ' όψη θα είναι η ενέργεια που χάνεται σε πλαστικές παραμορφώσεις και η ενέργεια που χάνεται με τη διάδοση ελαστικών κυμάτων μέσα στο στερεό σώμα της επιφάνειας. Το πρώτο βήμα της πρόσκρουσης μπορεί με τη σειρά του να χωριστεί σε δύο φάσεις, στην πρώτη δεν υπάρχει πλαστική παραμόρφωση και όλη η ενέργεια μεταφέρεται σε ελαστικά κύματα που διαδίδονται μέσα στα σώματα ή αποθηκεύεται σε ελαστικές παραμορφώσεις του σωματιδίου ή της επιφάνειας. Καθώς προχωρά η ελαστική παραμόρφωση, οι πιέσεις που αναπτύσσονται θα ξεπεράσουν κάποια στιγμή το όριο διαρροής του υλικού και θα αρχίσει να εμφανίζεται και πλαστική παραμόρφωση. Σ' αυτό ακριβώς το σημείο αρχίζει η δεύτερη φάση του πρώτου βήματος.

Η πλαστική παραμόρφωση θα είναι ο κύριος μηχανισμός απώλειας ενέργειας, εάν και εφ' όσον συμβεί. Αν η αρχική ταχύτητα (κινητική ενέργεια) δεν είναι αρκετή ώστε οι αναπτυσσόμενες πιέσεις στην διεπιφάνεια να ξεπεράσουν το όριο διαρροής του υλικού τότε είναι δυνατόν να λάβει χώρα καθαρά ελαστική κρούση και η ανάλυση θα πρέπει να προχωρήσει στο δεύτερο βήμα που ακολουθεί τον μηδενισμό της ταχύτητας. Αυτό το φαινόμενο προφανώς εξαρτάται από τις μηχανικές ιδιότητες των υλικών, αλλά είναι

αξιοσημείωτο το γεγονός ότι, όπως θα φανεί παρακάτω, δεν εξαρτάται άμεσα από το μέγεθος του σωματιδίου. Το δεύτερο βήμα ξεκινά όταν η ταχύτητα του σωματιδίου έχει μηδενιστεί και γι' αυτό θα ονομάζεται το βήμα της ανάκλασης, ανεξάρτητα από το αν τελικά το σωματίδιο θα κολλήσει ή όχι. Το βήμα αυτό χαρακτηρίζεται ως πλήρως ελαστικό αφού, όλη η πλαστική παραμόρφωση που ήταν να γίνει, έγινε κατά την δεύτερη φάση του πρώτου βήματος. Στο δεύτερο βήμα παίζει σημαντικό ρόλο η ενέργεια προσκόλλησης που προκύπτει από τις διεπιφανειακές δυνάμεις (δυνάμεις London, van der Waals) γιατί εάν η ενέργεια που ανακτά το σωματίδιο από τις ελαστικές παραμορφώσεις είναι μεγαλύτερη από την ενέργεια προσκόλλησης τότε το σωματίδιο θα ανακλαστεί.

Για ένα σωματίδιο, που έχει μάζα m και ακτίνα R που προσκρούει με ταχύτητα V πάνω σε μια κάθετη επιφάνεια μπορεί να γραφτεί ο ακόλουθος ισολογισμός ενέργειας:

$$Q_i - Q_L - Q_P = Q_E \quad \text{Εξ(28)}$$

όπου $Q_i = 0.5mV^2$ η αρχική κινητική ενέργεια του σωματιδίου πριν την πρόσκρουση, Q_L η ενέργεια που χάνεται λόγω της διάδοσης των ελαστικών κυμάτων, Q_P η ενέργεια που χάνεται λόγω πλαστικών παραμορφώσεων και Q_E η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη σε ελαστικές παραμορφώσεις. Η παραπάνω εξίσωση ισχύει για περιπτώσεις όπου η μάζα της στερεής επιφάνειας μπορεί να θεωρηθεί άπειρη σε σχέση με αυτή του σωματιδίου, όπου δεν υπάρχουν άλλες δυνάμεις, όπως πχ ηλεκτρικής φύσεως και ότι η ενέργεια από τις διεπιφανειακές δυνάμεις είναι αμελητέα κατά τη φάση της πρόσκρουσης.

Στη θεώρηση που γίνεται, η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη σε ελαστικές παραμορφώσεις ανακτάται από το σωματίδιο και γίνεται κινητική ενέργεια. Αν αυτή η κινητική ενέργεια είναι μικρότερη από την ενέργεια που είναι αναγκαία για να απομακρυνθεί το σωματίδιο από την επιφάνεια, τότε έχουμε επικάθιση του σωματιδίου, αλλιώς έχουμε ανάκλασή του. Έτσι τελικά αν $Q_E > Q_R$, όπου Q_R η ενέργεια που οφείλεται

σε ελκτικές δυνάμεις μεταξύ σωματιδίου και επιφάνειας, το σωματίδιο ανακλάται. Σε αυτή την περίπτωση μπορούμε να υπολογίσουμε και το μέτρο της ταχύτητας ανάκλασης, γνωρίζοντας το ποσό της ελαστικής ενέργειας που έχει απομείνει μετά την κατανάλωση Q_R :

$$V_r = \left[\frac{2}{m}(Q_E - Q_R) \right]^{0.5} \Rightarrow V_r = \left[\frac{2}{m}(Q_i - Q_L - Q_P - Q_R) \right]^{0.5} \quad \text{Εξ(29)}$$

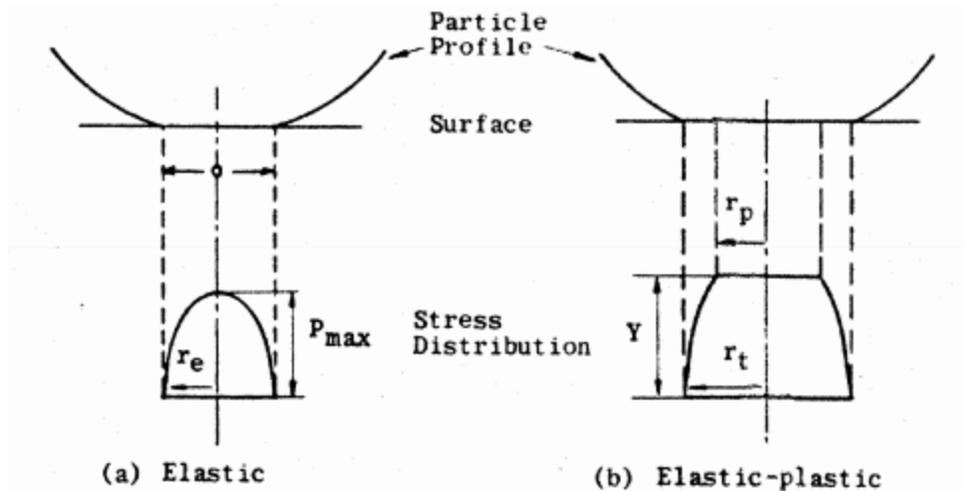
Αφού η μάζα της στερεής επιφάνειας είναι άπειρη σε σχέση με αυτή του σωματιδίου, η μέση πίεση πάνω στην επιφάνεια επαφής κατά τη διάρκεια μιας πλήρως ελαστικής κρούσης είναι:

$$P_{av} = \frac{2}{3} \left[40\rho_1 \left(\frac{3}{4\pi} \right)^4 K^4 \right]^{0.2} V^{0.4} \quad \text{Εξ(30)}$$

όπου:

$$K = \frac{4}{3} \left(\frac{1 - \nu_{p,1}^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_{p,2}^2}{E_2} \right)^{-1} \quad \text{Εξ(31)}$$

και ρ, ν_p, E είναι η πυκνότητα, ο λόγος Poisson και ο λόγος Young που χαρακτηρίζουν τα δύο υλικά, με τους δείκτες 1,2 να αφορούν το σωματίδιο και την επιφάνεια αντίστοιχα.



Εικόνα 1-12: Διανομή πιέσεων κατά την πλήρως ελαστική και ελαστική-πλαστική κρούση σωματιδίου σε επίπεδη επιφάνεια [20]

Σύμφωνα με τον Hertz (1881) $P_{av} = \frac{2}{3} P_{max}$, όπου P_{max} η μέγιστη πίεση που εμφανίζεται στην επιφάνεια επαφής. Η μέγιστη πίεση που μπορεί να εμφανιστεί σε ένα υλικό χωρίς να παρουσιαστούν πλαστικές παραμορφώσεις είναι το όριο διαρροής Y επομένως η μέγιστη μέση πίεση που μπορεί να εμφανιστεί στην επιφάνεια επαφής θα είναι $2/3Y$. Από την Εξ.(24) υπολογίζεται η ταχύτητα πρόσκρουσης του σωματιδίου στην οποία μόλις που αρχίζει η πλαστική παραμόρφωση:

$$\Phi = \left(\frac{2\pi}{3K} \right)^2 \left(\frac{2}{5\rho_1} \right)^2 Y^{2.5} \quad \text{Εξ(32)}$$

με Y να είναι το μικρότερο όριο διαρροής ανάμεσα στα δύο υλικά. Έτσι, είναι δυνατόν να καθοριστεί εκ των προτέρων αν η κρούση θα είναι καθαρά ελαστική ($V < \Phi$) ή ελαστική πλαστική ($V > \Phi$) οπότε και εμφανίζονται πλαστικές παραμορφώσεις και ορίζονται οι

μηχανισμοί κατά τους οποίους το σωματίδιο χάνει μέρος της αρχικής του ενέργειας. Αυτό είναι και το κριτήριο για το αν η πρόσκρουση θα προχωρήσει στη δεύτερη φάση του πρώτου βήματος όπως αυτή ορίστηκε προηγουμένως.[20]

Πριν προχωρήσουμε όμως στη φάση των ελαστικών-πλαστικών κρούσεων θα πρέπει να γίνει αναφορά και στον μοναδικό μηχανισμό απώλειας ενέργειας ο οποίος εμφανίζεται σε καθαρά ελαστικές κρούσεις. Αυτός είναι η διάδοση ελαστικών κυμάτων μέσα στο άπειρο σώμα της στερεής επιφάνειας. Θεωρείται άπειρο το σώμα αυτό, έτσι ώστε να μην προλάβουν τα κύματα να επιστρέψουν στο σωματίδιο μέχρι το τέλος της διαδικασίας της πρόσκρουσης, και επομένως η ενέργειά τους πραγματικά να χάνεται από το σωματίδιο. Από τον Reed η ενέργεια που χάνεται σε ελαστικά κύματα εκφράζεται σαν συνάρτηση της αρχικής κινητικής ενέργειας και της ταχύτητας πρόσκρουσης ως:

$$Q_L = Q_i \Lambda_w V^{0.6} \quad \text{Εξ(33)}$$

όπου:

$$\Lambda_w = \frac{7.267\delta}{\rho_2 C_0^3} (1 + \nu_{p,2}) \left(\frac{1 - \nu_{p,2}^2}{1 - 2\nu_{p,2}} \right)^{0.5} \rho_1^{-0.2} K^{1.2}, C_0 = \left(\frac{E_2}{\rho_2} \right)^{0.5} \quad \text{Εξ(34)}$$

Το δ κανονικά προκύπτει από ένα πολύπλοκο ολοκλήρωμα συναρτήσει του $\nu_{p,2}$ αλλά ο Reed (1985) έχει θεωρήσει $\delta = 0.77 - \nu_{p,2}$ για τιμές $0.25 < \nu_{p,2} < 0.33$. Σημειώνεται ότι η απώλεια ενέργειας από τα ελαστικά κύματα είναι ανεξάρτητη από το μέγεθος του σωματιδίου και επηρεάζεται μόνο από τα υλικά του σωματιδίου και της επιφάνειας και από την ταχύτητα και κινητική ενέργεια πρόσκρουσης του σωματιδίου. Ελαστικά κύματα υπάρχουν και σε ελαστικές-πλαστικές παραμορφώσεις αλλά η ενέργειά τους μπορεί να

θεωρηθεί αμελητέα σε σχέση με την ενέργεια που χάνεται σε πλαστικές παραμορφώσεις.[20], [32], [33]

Όταν η ταχύτητα πρόσκρουσης υπερβεί την Φ τότε θα επέλθει και πλαστική παραμόρφωση του υλικού και υποθέτουμε, για την ανάλυση που ακολουθεί, ότι η παραμόρφωση αυτή λαμβάνει χώρα μόνο στο πιο μαλακό από τα δύο υλικά. Όπως φαίνεται και στην Εικ. 1-12, κατά την πρόσκρουση και μέχρι να αναπτυχθεί μέγιστη πίεση ίση με το όριο διαρροής Y , η διανομή της πίεσης είναι παραβολικής μορφής που μηδενίζεται στα άκρα της επιφάνειας επαφής. Ο Hertz υπολόγισε την ακτίνα της επιφάνειας επαφής σε πλήρως ελαστικές κρούσεις ως:

$$r_e = \left(\frac{5Q_\phi R^2}{2K} \right)^{0.2} \quad \text{Εξ(35)}$$

όπου Q_ϕ είναι η κινητική ενέργεια που αντιστοιχεί στην πρόσκρουση του σωματιδίου με ταχύτητα ίση με Φ από την Εξ(32). Όταν όμως ξεπεραστεί αυτό το όριο αρχίζει η εμφάνιση πλαστικών παραμορφώσεων οι οποίες ξεκινούν από το σημείο μέγιστης πίεσης και σχηματίζουν μια κυκλική περιοχή πλαστικής παραμόρφωσης με ένα δαχτυλίδι παραμένουσας ελαστικής παραμόρφωσης γύρω από αυτήν (γι' αυτό και η κρούση ονομάζεται πολλές φορές ελαστική-πλαστική). Έτσι έχουμε απώλεια ενέργειας σε πλαστικές παραμορφώσεις (Q_p) αλλά και αποθήκευση ενέργειας σε ελαστικές παραμορφώσεις γύρω από την πλαστική περιοχή (Q_{PE}) μέχρι την εμφάνιση πιέσεων μεγαλύτερων από το όριο διαρροής Y σε όλη την επιφάνεια επαφής (βλ. Εικ. 1-12). Από τους Wall et al.([34]) η ενέργεια που χάνεται σε πλαστικές παραμορφώσεις είναι:

$$Q_p = \left[\left(Q_i - \frac{Q_\phi}{16} \right)^{0.5} - \left(\frac{15Q_\phi}{16} \right)^{0.5} \right]^2 \quad \text{Εξ(36)}$$

και αντιστοιχεί σε σταθερή πίεση ίση με το όριο διαρροής πάνω σε όλη την επιφάνεια της πλαστικής περιοχής. Η ενέργεια που αποθηκεύεται στην ελαστική περιοχή που περιβάλλει την πλαστική είναι:

$$Q_{PE} = \frac{1}{2} h_e \pi r_p^2 Y \quad \text{Εξ(37)}$$

και αντιστοιχεί στην πίεση που ακολουθεί την κατανομή της ελαστικής περιοχής και η επιφάνεια του δαχτυλιδιού στην οποία ασκείται είναι ίση με την επιφάνεια της μέγιστης κυκλικής περιοχής που αντιστοιχεί σε ελαστική παραμόρφωση (ακτίνα Εξ(35)). Το h_e είναι η απόσταση κατά την οποία έχουν πλησιάσει το σωματίδιο και η επιφάνεια μέχρι το τέλος της πρώτης φάσης του πρώτου βήματος (ελαστική παραμόρφωση) και r_p είναι η ακτίνα της πλαστικής περιοχής που φαίνεται και στην Εικ. 1-12:

$$h_e = \left(\frac{2\pi Y}{3K} \right)^2 R, \quad r_p = \frac{3K \left[(15/16) Q_\phi Q_p \right]^{0.25}}{(\pi Y)^{1.5} R^{0.5}} \quad \text{Εξ(38)}$$

Για ελαστικές-πλαστικές κρούσεις η ακτίνα της επιφάνειας επαφής δίνεται από:

$$r_t = (r_e^2 + r_p^2)^{0.5} \quad \text{Εξ(39)}$$

ενώ για ελαστικές κρούσεις το r_p είναι προφανώς μηδέν και το r_e υπολογίζεται από την Εξ(35) για την ταχύτητα πρόσκρουσης, αντί για την ταχύτητα Φ . [20]

Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί μία σημαντική παρατήρηση των Wall et al. σχετικά με το όριο διαρροής Y . Το Y έχει οριστεί σαν το στατικό όριο διαρροής το οποίο είναι χαρακτηριστικό του υλικού και ανεξάρτητο από τις συνθήκες παραμόρφωσης. Κατά τον Malvern όταν ένα υλικό φτάνει στο σημείο όπου αρχίζει να παραμορφώνεται πλαστικά, αυτό θα συνεχίσει να παραμορφώνεται και ελαστικά για κάποιο χρονικό διάστημα γιατί η ίδια η πλαστική παραμόρφωση αναπτύσσεται αργά με τον χρόνο. Το αποτέλεσμα είναι η έναρξη της πλαστικής παραμόρφωσης να εξαρτάται και από τον ρυθμό παραμόρφωσης. Έτσι, ακόμη και αν ξεπεραστεί το στατικό όριο διαρροής Y , η πλαστική παραμόρφωση δεν θα αρχίσει να εμφανίζεται αμέσως. Ορίζεται λοιπόν και ένα δυναμικό όριο διαρροής Y_d το οποίο έχει παρατηρηθεί να φτάνει ακόμη και τρεις φορές την τιμή του στατικού. [20], [34]–[36]

Στηριζόμενοι στην θεωρία του Malvern ([36]) και των Wang and John ([37]), οι Wall et al. ([34]) κατέληξαν στην ακόλουθη σχέση για τον προσδιορισμό του δυναμικού ορίου διαρροής, συναρτήσεως του στατικού, και των ταχυτήτων πρόσκρουσης V και Φ :

$$Y_d = Y_s \left\{ 1 + 2m \left[1 + \left(\frac{\pi}{n} \right) \frac{\Phi}{(V^2 - \Phi^2)^{0.5}} \right]^{-p} \right\} \quad \text{Εξ(40)}$$

οι παράμετροι m, n, p επηρεάζουν την μορφή της καμπύλης προσαρμογής για το δυναμικό όριο διαρροής και είναι $m=1.2$, $n=0.2$ και $p=1.3$ για την χαρακτηριστική περίπτωση

σωματιδίων που προσπίπτουν σε επιφάνειες διαφορετικών υλικών. Τυπικά θα πρέπει οι παράμετροι αυτοί να προσαρμόζονται ανάλογα με το είδος του υλικού της επιφάνειας αλλά αυτό απαιτεί λεπτομερή στοιχεία από πειραματικές μετρήσεις τα οποία δεν είναι πάντα διαθέσιμα. Πάντως η χρήση των παραπάνω σταθερών έγινε από τους Wall et al για σκληρά και μαλακά υλικά με αρκετά καλά αποτελέσματα., [36],

2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΕ

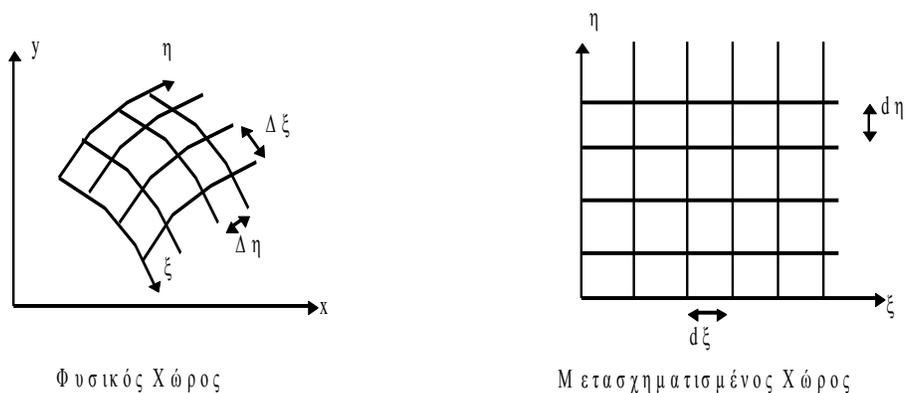
2.1. Επίλυση του πεδίου

Ανάλογα με την γεωμετρία του προβλήματος που πρόκειται να λυθεί εκλέγεται και το σύστημα συντεταγμένων για την μαθηματική επίλυσή του. Μέχρι τώρα όλες οι εξισώσεις έχουν γραφτεί στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων το οποίο είναι και το απλούστερο. Το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων προτιμάται όταν η γεωμετρία του προβλήματος διέπεται από ορθογωνικής μορφής όρια ή έστω από όρια των οποίων η καμπυλότητα είναι μικρή ή επηρεάζει σε μικρό βαθμό την μορφή του όλου πεδίου ροής. Στην συγκεκριμένη εργασία στόχος είναι η ροή γύρω από κυλινδρικής μορφής όρια όπου η καμπυλότητα έχει σημαντική επίδραση στο πεδίο ροής και συγκεκριμένα στην ανάπτυξη των οριακών στρωμάτων πάνω στις καμπύλες επιφάνειες. Γι' αυτόν τον λόγο έχει επιλεγεί ένα καμπυλόγραμμο σύστημα συντεταγμένων το οποίο μπορεί με μεγαλύτερη ακρίβεια να προσομοιώσει τις καμπύλες επιφάνειες. Εκτός από την δυνατότητα προσομοίωσης πολύπλοκων γεωμετριών, ένα άλλο πλεονέκτημα των καμπυλόγραμμων συστημάτων συντεταγμένων είναι ότι, με την σωστή κατασκευή τους, περιορίζονται τα φαινόμενα αριθμητικής διάχυσης μιας και οι γραμμές ροής του πεδίου θα ακολουθούν και την κατεύθυνση των καμπυλόγραμμων συντεταγμένων. Κατά την επιλογή του καμπυλόγραμμου συστήματος συντεταγμένων υπάρχουν δύο βασικές εναλλακτικές λύσεις, το γενικό καμπυλόγραμμο και το ορθογώνιο καμπυλόγραμμο. Η διαφορά είναι ότι στο ορθογώνιο καμπυλόγραμμο σύστημα συντεταγμένων υπάρχει ο περιορισμός ότι τα μοναδιαία διανύσματα των κατευθύνσεων πρέπει τοπικά να τέμνονται σε ορθή γωνία ενώ στο γενικό καμπυλόγραμμο αυτό είναι μεν επιθυμητό αλλά δεν επιβάλλεται από τον τρόπο που έχουν εκφραστεί οι εξισώσεις. Είναι προφανές ότι ανάλογα με το σύστημα συντεταγμένων που θα επιλεγεί απαιτείται και ανάλογος μετασχηματισμός των προς επίλυση εξισώσεων. Στο σημείο αυτό διαφαίνεται το πλεονέκτημα του ορθογώνιου

συστήματος συντεταγμένων έναντι του γενικού, οι εξισώσεις που προκύπτουν από τον μετασχηματισμό είναι απλούστερες και επομένως ευκολότερες στην επίλυση. Το ορθογώνιο καμπυλόγραμμο σύστημα συντεταγμένων φαίνεται λοιπόν να έχει τα πλεονεκτήματα των καμπυλόγραμμων συντεταγμένων χωρίς ο μετασχηματισμός του να φτάνει και τον βαθμό πολυπλοκότητας του γενικού καμπυλόγραμμου. Η επιλογή του γενικού καμπυλόγραμμου θα επιβάλλονταν μόνο στην περίπτωση όπου η γεωμετρία του προβλήματος θα ήταν τόσο πολύπλοκη ώστε η συνθήκη της ορθογωνιότητας δεν θα μπορούσε να ικανοποιηθεί.[20], [38]

2.1.1. Εξισώσεις στο πεδίο ροής

Θεωρητικά, για κάποιον χώρο με δεδομένα όρια, είναι δυνατόν να υπάρξουν άπειρα καμπυλόγραμμα συστήματα συντεταγμένων τα οποία και ουσιαστικά μετασχηματίζουν τον χώρο αυτό από την πολύπλοκη γεωμετρία του φυσικού χώρου σε ένα ορθογώνιο μετασχηματισμένο χώρο. Ο μετασχηματισμός αυτός είναι τοπικός και ουσιαστικά αποτελεί το ζητούμενο κατά τον ορισμό του καμπυλόγραμμου συστήματος συντεταγμένων.



Εικόνα 2-1: Το ορθογώνιο καμπυλόγραμμο σύστημα συντεταγμένων εκφρασμένο στον φυσικό και στον μετασχηματισμένο χώρο[20]

Στην Εικ. 2-1 ορίζεται ένα ορθογώνιο καμπυλόγραμμο σύστημα συντεταγμένων όπως θα φαινόταν στον φυσικό χώρο (σχετικά με ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων) και όπως θα φαινόταν στον μετασχηματισμένο καμπυλόγραμμο χώρο. Στην εργασία αυτή μας απασχολήσει μόνο ο φυσικός χώρος οπότε είναι πολύ σημαντικό να οριστούν οι σχέσεις μεταξύ του φυσικού και του καμπυλόγραμμου χώρου :

$$\Delta\xi' \equiv g_\xi d\xi, \quad \Delta\eta' \equiv g_\eta d\eta \quad \text{Εξ(41)}$$

όπου οι αποστάσεις $\Delta\xi', \Delta\eta'$ του φυσικού χώρου συνδέονται με τις αποστάσεις $d\xi, d\eta$ του μετασχηματισμένου χώρου μέσω των μετρικών g_ξ, g_η οι οποίες και μεταβάλλονται τοπικά. Οι μετρικές αυτές εξαρτώνται από την τοπική γεωμετρία των κατευθύνσεων και ορίζουν τον καμπυλόγραμμο μετασχηματισμό. Όπως θα φανεί όμως κατά την διακριτοποίηση των εξισώσεων, η επίλυση στον φυσικό χώρο έχει το πλεονέκτημα να μην χρειάζεται ο υπολογισμός των μετρικών μιας και, μέσω της Εξ(41), στις εξισώσεις εμφανίζονται μόνο οι φυσικές αποστάσεις $\Delta\xi'$ και $\Delta\eta'$. Αυτό θα φανεί αναλυτικότερα κατά την ολοκλήρωση των εξισώσεων σε όγκους αναφοράς στον φυσικό χώρο.

Για την μετατροπή των εξισώσεων έχει αξία να παραθέσουμε ορισμένες σχέσεις μετασχηματισμού προκειμένου να γίνει καλύτερα κατανοητή η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε. Για τις δύο διαστάσεις ορίζουμε τις κατευθύνσεις ξ, η με τα μοναδιαία διανύσματα \vec{a}, \vec{b} και έστω επίσης το βαθμωτό μέγεθος Φ και το διάνυσμα \vec{U} που αναλύεται στις συνιστώσες κατεύθυνσης ως $\vec{U} = u\vec{a} + v\vec{b}$. Τότε ορίζονται τα εξής:

- Κλίση βαθμωτού μεγέθους Φ

$$\text{grad}\Phi = \nabla\Phi = \left(\frac{\vec{a}}{g_\xi} \frac{\partial}{\partial\xi} + \frac{\vec{b}}{g_\eta} \frac{\partial}{\partial\eta} \right) \Phi \quad \text{Εξ(42)}$$

ενώ η κλίση στην κατεύθυνση του $\vec{n} = n_\xi \vec{a} + n_\eta \vec{b}$ ενός διανυσματικού ή βαθμωτού μεγέθους ορίζεται μέσω του τελεστή $\vec{n} \cdot \nabla$.

- Κλίση του \vec{U} στην κατεύθυνση \vec{n}

$$\vec{n} \cdot \nabla \vec{U} = \vec{a} \left[\vec{n} \cdot \nabla u + \frac{v}{g_\xi g_\eta} \left(n_\xi \frac{\partial g_\xi}{\partial \eta} - n_\eta \frac{\partial g_\eta}{\partial \xi} \right) \right] + \vec{b} \left[\vec{n} \cdot \nabla v + \frac{u}{g_\xi g_\eta} \left(n_\eta \frac{\partial g_\eta}{\partial \xi} - n_\xi \frac{\partial g_\xi}{\partial \eta} \right) \right] \quad \text{Εξ(43)}$$

- Απόκλιση και περιστροφή του \vec{U}

$$\text{div} \vec{U} = \nabla \cdot \vec{U} = \frac{1}{g_\xi g_\eta} \left[\frac{\partial (g_\eta u)}{\partial \xi} + \frac{\partial (g_\xi v)}{\partial \eta} \right], \quad \text{rot} \vec{U} = \nabla \times \vec{U} = \frac{\vec{c}}{g_\xi g_\eta} \left[\frac{\partial (g_\eta v)}{\partial \xi} - \frac{\partial (g_\xi u)}{\partial \eta} \right] \quad \text{Εξ(44)}$$

όπου \vec{c} είναι το μοναδιαίο διάνυσμα στην τρίτη κατεύθυνση για την οποία ορίζεται η περιστροφή.

- Τελεστής Laplace για βαθμωτό και διανυσματικό μέγεθος

$$\nabla \cdot \nabla \Phi = \nabla^2 \Phi = \frac{1}{g_\xi g_\eta} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{g_\eta}{g_\xi} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{g_\xi}{g_\eta} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) \right], \quad \nabla^2 \vec{U} = \nabla (\nabla \cdot \vec{U}) - \nabla \times (\nabla \times \vec{U}) \quad \text{Εξ(45)}$$

- Κλίση της κατεύθυνσης \vec{n} της συνιστώσας του \vec{U} στην κατεύθυνση \vec{m}

$$\vec{n} \cdot \nabla (\vec{m} \cdot \vec{U}) = \vec{m} \cdot (\vec{n} \cdot \nabla \vec{U}) \quad \text{Εξ(46)}$$

σχέση πολύ χρήσιμη αφού μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την μετατροπή μιας παραγώγου από το φυσικό χωρίο στο μετασχηματισμένο. Έτσι, πχ για την $\frac{\partial u}{\partial x}$ θα έχουμε την ακόλουθη σχέση:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \vec{a} \cdot (\vec{a} \cdot \nabla \bar{U}) = \vec{a} \cdot \nabla u + \frac{v}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial g_\xi}{\partial \eta} = \frac{1}{g_\xi} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{v}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial g_\xi}{\partial \eta} \quad \text{Εξ(47)}$$

κάνοντας χρήση των Εξ(42) και Εξ(43). Κατ' αυτόν τον τρόπο όλες οι παράγωγοι του φυσικού χωρίου μπορούν να εκφραστούν αποκλειστικά με συντελεστές του μετασχηματισμένου.

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω εξισώσεις μπορούμε να λάβουμε για τις Navier-Stokes τις αντίστοιχες εξισώσεις με το μετασχηματισμό του κάθε όρου. Οι ίδιες εξισώσεις μπορούν προφανώς να ληφθούν αν αντιμετωπίσουμε τις Navier-Stokes ως άθροισμα τελεστών (περιστροφή, απόκλιση κτλ) και τελικά να λάβουμε τις τελικές εξισώσεις για ορθογώνιο καμπυλόγραμμο σύστημα συντεταγμένων. Έτσι για τις εξισώσεις των ταχυτήτων και συνέχειας έχουμε σε ομαδοποιημένη μορφή:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \frac{1}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho u g_\eta \Phi) + \frac{1}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho v g_\xi \Phi) - \frac{1}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\Gamma_\Phi \frac{g_\eta}{g_\xi} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\Gamma_\Phi \frac{g_\xi}{g_\eta} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) = S_\Phi \quad \text{Εξ(48)}$$

όπου για $\Phi=1$ έχουμε την εξίσωση συνέχειας, για $\Phi=u$ έχουμε την εξίσωση ορμής στην ξ κατεύθυνση και για $\Phi=v$ την εξίσωση ορμής στην η κατεύθυνση. Η εμφάνιση των μετρικών g_ξ, g_η θα αντιμετωπιστεί κατά τη διακριτοποίηση των εξισώσεων. Στο αριστερό μέρος της Εξ(48) είναι ο χρονικός όρος (για μόνιμα πεδία παραλείπεται), οι όροι

μεταφοράς και κάποιοι όροι διάχυσης των μεγεθών, στο δεξί μέρος εμφανίζεται ένας όρος πηγής και είναι αυτός στον οποίο μαζεύονται όλοι οι όροι στους οποίους διαφέρουν οι εξισώσεις από μεταβλητή σε μεταβλητή (από φυσικής απόψεως μπορεί να θεωρηθεί ο όρος που αντιπροσωπεύει την παραγωγή ή καταστροφή του μεγέθους). Οι όροι πηγής για τις διάφορες μεταβλητές έχουν γραφεί αναλυτικά (Πίνακας 2-1).

Πίνακας 2-1: Όροι πηγής S_Φ για κάθε μεταβλητή Φ της Εξ(48) εκφρασμένοι σε ορθογώνιες καμπυλόγραμμες συντεταγμένες.

Φ	S_Φ
1	0
u	$-\frac{1}{g_\xi} \frac{\partial p}{\partial \xi} - \frac{\rho u v}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial g_\xi}{\partial \eta} + \frac{\rho v^2}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial g_\eta}{\partial \xi} + \frac{1}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{g_\eta}{g_\xi} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{2v}{g_\eta} \frac{\partial g_\xi}{\partial \eta} \right) \right] +$ $\frac{1}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[g_\xi \mu \left(\frac{1}{g_\xi} \frac{\partial v}{\partial \xi} - \frac{v}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial g_\eta}{\partial \xi} - \frac{u}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial g_\xi}{\partial \eta} \right) \right] +$ $\frac{\mu}{g_\xi g_\eta} \left(\frac{1}{g_\xi} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{1}{g_\eta} \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{v}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial g_\eta}{\partial \xi} - \frac{u}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial g_\xi}{\partial \eta} \right) \frac{\partial g_\xi}{\partial \eta} - \frac{2\mu}{g_\xi g_\eta} \left(\frac{1}{g_\eta} \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{u}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial g_\eta}{\partial \xi} \right) \frac{\partial g_\eta}{\partial \xi}$
v	$-\frac{1}{g_\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} - \frac{\rho u v}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial g_\eta}{\partial \xi} + \frac{\rho u^2}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial g_\xi}{\partial \eta} + \frac{1}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{g_\xi}{g_\eta} \mu \left(\frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{2u}{g_\xi} \frac{\partial g_\eta}{\partial \xi} \right) \right] +$ $\frac{1}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[g_\eta \mu \left(\frac{1}{g_\eta} \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{v}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial g_\eta}{\partial \xi} - \frac{u}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial g_\xi}{\partial \eta} \right) \right] +$ $\frac{\mu}{g_\xi g_\eta} \left(\frac{1}{g_\xi} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{1}{g_\eta} \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{v}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial g_\eta}{\partial \xi} - \frac{u}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial g_\xi}{\partial \eta} \right) \frac{\partial g_\eta}{\partial \xi} - \frac{2\mu}{g_\xi g_\eta} \left(\frac{1}{g_\xi} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{v}{g_\xi g_\eta} \frac{\partial g_\xi}{\partial \eta} \right) \frac{\partial g_\xi}{\partial \eta}$

με το μ να συμβολίζεται η δυναμική συνεκτικότητα του ρευστού.[20]

2.1.2.

Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων

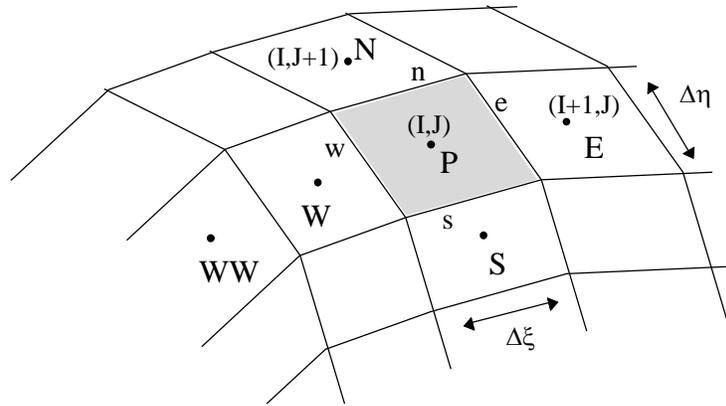
Για τη διακριτοποίηση των εξισώσεων επιλέγεται η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων(FVM). Γίνεται, δηλαδή, ένας καταμερισμός του υπολογιστικού χωρίου σε κυψέλες και πάνω σε αυτές ολοκληρώνονται οι εξισώσεις του πεδίου. Για την ολοκλήρωση των εξισώσεων χρησιμοποιείται το θεώρημα του Gauss στο χώρο.

$$\iiint_V \left(\frac{\partial A_1}{\partial x} + \frac{\partial A_2}{\partial y} + \frac{\partial A_3}{\partial z} \right) dV = \iint_S A_1 dydz + A_2 dx dz + A_3 dx dy$$

Εξ(49)

$$\iiint_V \nabla \cdot \vec{A} dV = \iint_S \vec{A} \cdot \vec{n} dS$$

Για ένα διάνυσμα \vec{A} πάνω σε μια κλειστή επιφάνεια όγκου V και επιφάνειας S . Σε προβλήματα δύο διαστάσεων, όπως σε αυτήν την εργασία, θεωρείται ότι η τρίτη διάσταση z είναι ανεξάρτητη των άλλων δύο, και άρα η συνιστώσα των διανυσμάτων σε αυτή την κατεύθυνση είναι μηδενική. Για το ορθογώνιο καμπυλόγραμμο πλέγμα θεωρούμε ότι κάθε κυψέλη ορίζεται από τέσσερις γραμμές και τέσσερις κορυφές ενώ τα μεγέθη υπολογίζονται στο κέντρο του υπολογιστικού χωρίου(γραμμοσκιασμένη περιοχή στην Εικ. 2-2).



Εικόνα 2-2:Χαρακτηριστικός όγκος ολοκλήρωσης και συμβολισμοί στο ορθογώνιο καμπυλόγραμμο υπολογιστικό πλέγμα[20]

Όλα τα μεγέθη (ταχύτητες, πιέσεις) αποθηκεύονται στο κέντρο των κελιών, ενώ τα διανυσματικά μεγέθη είναι εκφρασμένα στις κατευθύνσεις τις παράλληλες στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του φυσικού χωρίου, δηλαδή παράλληλα με τις τοπικές πλεγματικές γραμμές κάθε όγκου ολοκλήρωσης. Η αρίθμηση των γραμμών και των κελιών φαίνεται στο σχήμα. Το κέντρο του κελιού (I, J) ορίζεται ως P ενώ τα κέντρα των γειτονικών κελιών συμβολίζονται με N, E, S, W για τα κελιά $(I, J+1), (I+1, J), (I, J-1), (I-1, J)$ αντίστοιχα. Οι επιφάνειες του κελιού (I, J) που συνορεύουν με τα παραπάνω κελιά αντίστοιχα συμβολίζονται n, e, s, w και είναι τμήματα των γραμμών $J, I, J-1, I-1$ όπως ορίζονται από τον κώδικά. Τέλος, οι $\Delta\xi, \Delta\eta$ συμβολίζουν τα μήκη των πλευρών του κελιού στο φυσικό χωρίο.

Επειδή η ολοκλήρωση των εξισώσεων θα γίνει στο φυσικό χώρο, αποφεύγεται ο υπολογισμός των μετρικών μέσω κάποιων απλών μετασχηματισμών και προκύπτει από την Εξ(48) η νέα εξίσωση χωρίς τις μετρικές:

$$\frac{1}{\Delta\eta'} \frac{\partial}{\partial\xi'} (\rho u \Delta\eta' \Phi) + \frac{1}{\Delta\xi'} \frac{\partial}{\partial\eta'} (\rho v \Delta\xi' \Phi) - \frac{1}{\Delta\eta'} \frac{\partial}{\partial\xi'} \left(\Gamma_\phi \Delta\eta' \frac{\partial\Phi}{\partial\xi'} \right) - \frac{1}{\Delta\xi'} \frac{\partial}{\partial\eta'} \left(\Gamma_\phi \Delta\xi' \frac{\partial\Phi}{\partial\eta'} \right) = S_\phi \quad \text{Εξ(50)}$$

με τα τονούμενα μεγέθη να εκφράζονται πλέον στο φυσικό χωρίο και έχοντας παραλείψει το χρόνο. Κατ' αυτό τον τρόπο οι εξισώσεις ολοκληρώνονται στον όγκο της Εικ. 2-2 και προκύπτει

$$\begin{aligned}
 & \iiint_V \left[\frac{1}{\Delta\eta} \frac{\partial}{\partial\xi} (\rho u \Delta\eta\Phi) + \frac{1}{\Delta\xi} \frac{\partial}{\partial\eta} (\rho v \Delta\xi\Phi) - \frac{1}{\Delta\eta} \frac{\partial}{\partial\xi} \left(\Gamma_\phi \Delta\eta \frac{\partial\Phi}{\partial\xi} \right) - \frac{1}{\Delta\xi} \frac{\partial}{\partial\eta} \left(\Gamma_\phi \Delta\xi \frac{\partial\Phi}{\partial\eta} \right) \right] dV \\
 & = \iiint_V S_\phi dV \Rightarrow \\
 & \left(\rho u \Phi - \Gamma_\phi \frac{\partial\Phi}{\partial\xi} \right)_e \Delta\eta_e - \left(\rho u \Phi - \Gamma_\phi \frac{\partial\Phi}{\partial\xi} \right)_w \Delta\eta_w + \left(\rho v \Phi - \Gamma_\phi \frac{\partial\Phi}{\partial\eta} \right)_n \Delta\xi_n - \left(\rho v \Phi - \Gamma_\phi \frac{\partial\Phi}{\partial\eta} \right)_s \Delta\xi_s \\
 & = (S_p \Phi_p + S_U) \Delta\xi \Delta\eta
 \end{aligned} \tag{Εξ(51)}$$

Οι δείκτες στις παρενθέσεις αναφέρονται στις επιφάνειες που περικλείουν τον όγκο. Κατά την διακριτοποίηση χωρίζονται οι όροι που περιλαμβάνουν το Φ_p ώστε τελικά να είναι πεπλεγμένη στον χώρο η μορφή των εξισώσεων πεπερασμένων διαφορών στις οποίες θα καταλήξουμε. Οι πεπερασμένες διαφορές εκφράζονται ως δεύτερης τάξης κεντρικές διαφορές

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\xi} \right)_e = \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta\xi_{EP}} \tag{Εξ(52)}$$

με κάποιες εξαιρέσεις που αφορούν κυρίως τα όρια, ενώ σε περίπτωση που χρειάζονται παρεμβολές μεγεθών αυτές είναι γραμμικές, βάσει της σχέσης

$$\Phi_e = f\Phi_E + (1-f)\Phi_P \quad , \quad f = \frac{\Delta\xi_{Pe}}{\Delta\xi_{PE}} \quad \text{Εξ(53)}$$

και καθορίζονται από τις πραγματικές αποστάσεις των πλεγματικών γραμμών, εκτός από τις παρεμβολές που θα γίνουν για τις ταχύτητες στην εξίσωση της πίεσης. Οι εκφράσεις πεπερασμένων διαφορών οδηγούν στην διακριτοποιημένη και γραμμικοποιημένη μορφή των όρων πηγής στον Πιν.2-2:

Πίνακας 2-2: Διακριτοποιημένη και γραμμικοποιημένη μορφή των όρων πηγής της Εξ(51)

Φ	S _U , S _P
1	S _U =0 , S _P =0
u	$S_U = -\frac{P_e - P_w}{\Delta \xi_{ew}} + \max \left\langle -\rho_p u_p v_p \left(\frac{1}{\Delta \xi} \frac{\partial \Delta \xi}{\partial \eta} \right)_p, 0 \right\rangle + \rho_p v_p^2 \left(\frac{1}{\Delta \eta} \frac{\partial \Delta \eta}{\partial \xi} \right)_p$ $+ \frac{\mu}{\Delta \xi_{ew}} \left[\frac{u_e - u_p}{\Delta \xi_{EP}} + 2v_e \left(\frac{1}{\Delta \xi} \frac{\partial \Delta \xi}{\partial \eta} \right)_e \right] - \frac{\mu}{\Delta \xi_{ew}} \left[\frac{u_p - u_w}{\Delta \xi_{WP}} + 2v_w \left(\frac{1}{\Delta \xi} \frac{\partial \Delta \xi}{\partial \eta} \right)_w \right]$ $+ \frac{\mu}{\Delta \eta_{ns}} \left[\frac{v_{ne} - v_{nw}}{\Delta \xi_n} - v_n \left(\frac{1}{\Delta \eta} \frac{\partial \Delta \eta}{\partial \xi} \right)_n - u_n \left(\frac{1}{\Delta \xi} \frac{\partial \Delta \xi}{\partial \eta} \right)_n \right]$ $- \frac{\mu}{\Delta \eta_{ns}} \left[\frac{v_{se} - v_{sw}}{\Delta \xi_s} - v_s \left(\frac{1}{\Delta \eta} \frac{\partial \Delta \eta}{\partial \xi} \right)_s - u_s \left(\frac{1}{\Delta \xi} \frac{\partial \Delta \xi}{\partial \eta} \right)_s \right]$ $+ \mu \left[\frac{v_e - v_w}{\Delta \xi_{ew}} + \frac{u_n - u_s}{\Delta \eta_{ns}} - v_p \left(\frac{1}{\Delta \eta} \frac{\partial \Delta \eta}{\partial \xi} \right)_p \right] \left(\frac{1}{\Delta \xi} \frac{\partial \Delta \xi}{\partial \eta} \right)_p - 2\mu \frac{v_n - v_s}{\Delta \eta_{ns}} \left(\frac{1}{\Delta \eta} \frac{\partial \Delta \eta}{\partial \xi} \right)_p$ $S_P = \min \left\langle -\rho_p v_p \left(\frac{1}{\Delta \xi} \frac{\partial \Delta \xi}{\partial \eta} \right)_p, 0 \right\rangle - \mu \left(\frac{1}{\Delta \xi} \frac{\partial \Delta \xi}{\partial \eta} \right)_p^2 - 2\mu \left(\frac{1}{\Delta \eta} \frac{\partial \Delta \eta}{\partial \xi} \right)_p^2$
v	$S_U = -\frac{P_n - P_s}{\Delta \eta_{ns}} + \max \left\langle -\rho_p u_p v_p \left(\frac{1}{\Delta \eta} \frac{\partial \Delta \eta}{\partial \xi} \right)_p, 0 \right\rangle + \rho_p u_p^2 \left(\frac{1}{\Delta \xi} \frac{\partial \Delta \xi}{\partial \eta} \right)_p$ $+ \frac{\mu}{\Delta \eta_{ns}} \left[\frac{v_N - v_P}{\Delta \eta_{NP}} + 2u_n \left(\frac{1}{\Delta \eta} \frac{\partial \Delta \eta}{\partial \xi} \right)_n \right] - \frac{\mu}{\Delta \eta_{ns}} \left[\frac{v_P - v_S}{\Delta \eta_{SP}} + 2u_s \left(\frac{1}{\Delta \eta} \frac{\partial \Delta \eta}{\partial \xi} \right)_s \right]$ $+ \frac{\mu}{\Delta \xi_{ew}} \left[\frac{u_{ne} - u_{se}}{\Delta \eta_e} - v_e \left(\frac{1}{\Delta \eta} \frac{\partial \Delta \eta}{\partial \xi} \right)_e - u_e \left(\frac{1}{\Delta \xi} \frac{\partial \Delta \xi}{\partial \eta} \right)_e \right]$ $- \frac{\mu}{\Delta \xi_{ew}} \left[\frac{u_{nw} - u_{sw}}{\Delta \eta_w} - v_w \left(\frac{1}{\Delta \eta} \frac{\partial \Delta \eta}{\partial \xi} \right)_w - u_w \left(\frac{1}{\Delta \xi} \frac{\partial \Delta \xi}{\partial \eta} \right)_w \right]$ $+ \mu \left[\frac{v_e - v_w}{\Delta \xi_{ew}} + \frac{u_n - u_s}{\Delta \eta_{ns}} - u_p \left(\frac{1}{\Delta \xi} \frac{\partial \Delta \xi}{\partial \eta} \right)_p \right] \left(\frac{1}{\Delta \eta} \frac{\partial \Delta \eta}{\partial \xi} \right)_p - 2\mu \frac{u_e - u_w}{\Delta \xi_{ew}} \left(\frac{1}{\Delta \xi} \frac{\partial \Delta \xi}{\partial \eta} \right)_p$ $S_P = \min \left\langle -\rho_p u_p \left(\frac{1}{\Delta \eta} \frac{\partial \Delta \eta}{\partial \xi} \right)_p, 0 \right\rangle - \mu \left(\frac{1}{\Delta \eta} \frac{\partial \Delta \eta}{\partial \xi} \right)_p^2 - 2\mu \left(\frac{1}{\Delta \xi} \frac{\partial \Delta \xi}{\partial \eta} \right)_p^2$

Οι όροι που εμφανίζονται σε αγκύλες προστίθενται ή όχι στο S_U ή στο S_P ανάλογα με το πρόσημό τους για λόγους ευστάθειας του αριθμητικού σχήματος που θα προκύψει. Εκτός από το θέμα της διακριτοποίησης των όρων πηγής, πρέπει να γίνει και η διακριτοποίηση του αριστερού μέρους των Εξ(51) με τους όρους μεταφοράς από συναγωγή και διάχυση. Η διακριτοποίηση αυτή έχει κάποια ιδιαιτερότητα και έχουν προταθεί πλήθος σχημάτων πεπερασμένων διαφορών για την αντιμετώπισή της με μεγαλύτερη ακρίβεια, ευστάθεια κ.τ.λ. Εδώ χρησιμοποιείται το σχήμα BSOU. Το σχήμα BSOU (Bounded Second Order Upwind) είναι ένας συνδυασμός της ανάντι παραγωγίσιμης πρώτης (FOU) και δεύτερης τάξης (SOU) και γενικά εισάγει μεγαλύτερη ακρίβεια σε σχέση με άλλα ενώ περιορίζει τα προβλήματα αριθμητικής διάχυσης. Γενικά το BSOU κάνει χρήση κάποιων μη γραμμικών συντελεστών ανάμιξης μεταξύ των δύο ανάντι παραγωγίσεων (FOU και SOU) και για την επιφάνεια (e) του όγκου ολοκλήρωσης με $u_e > 0$ είναι:

$$\Phi_e^{BSOU} = \gamma_e \Phi_e^{SOU} + (1 - \gamma_e) \Phi_e^{FOU} \quad , \quad \gamma_e = \frac{(\Phi_E - \Phi_P) / (\Phi_P - \Phi_W)}{\Delta \xi_{Pe} / \Delta \xi_{WP}} \quad \text{Εξ(54)}$$

και τελικά αν θέσουμε $\hat{\Phi}_P = (\Phi_P - \Phi_W) / (\Phi_E - \Phi_W)$ τότε:

$$\Phi_e = \begin{cases} \Phi_P & \hat{\Phi}_P < 0 \\ \Phi_W + (1 + \Delta \xi_{Pe} / \Delta \xi_{WP}) (\Phi_P - \Phi_W) & 0 < \hat{\Phi}_P < (\Delta \xi_{WP} / \Delta \xi_{We}) \\ \Phi_W + (1 + \gamma_e \Delta \xi_{Pe} / \Delta \xi_{WP}) (\Phi_P - \Phi_W) & (\Delta \xi_{WP} / \Delta \xi_{We}) < \hat{\Phi}_P < 1 \\ \Phi_P & \hat{\Phi}_P > 1 \end{cases} \quad \text{Εξ(55)}$$

Το σχήμα αυτό κάνει χρήση και των κόμβων που εκτείνονται πέρα από τους αμέσως γειτονικούς όγκους ολοκλήρωσης (περίπτωση όπου $u_e < 0$, χρειάζεται και το Φ_{WW} κ.τ.λ.)

και επομένως περιπλέκει κάπως την διακριτοποίηση, όμως έχει το πλεονέκτημα της μεγαλύτερης τάξης ακρίβειας ενώ σε σχέση με άλλα σχήματα ανώτερης τάξης (π.χ. QUICK) είναι επί πλέον φραγμένο.[20], [39]

Μετά την διακριτοποίηση όλων των όρων των Εξ(51) οι εξισώσεις γράφονται στην μορφή:

$$\begin{aligned} (\alpha_p^\phi - S_p^\phi)\Phi_p &= \alpha_N^\phi\Phi_N + \alpha_S^\phi\Phi_S + \alpha_E^\phi\Phi_E + \alpha_W^\phi\Phi_W + S_U^\phi \\ \alpha_p^\phi &= \alpha_N^\phi + \alpha_S^\phi + \alpha_E^\phi + \alpha_W^\phi \end{aligned} \quad \text{Εξ(56)}$$

οι όροι πηγής έχουν ήδη οριστεί (Πίν.2-2) ενώ οι συντελεστές $a_j, (j=N,S,E,W)$ προκύπτουν από την διακριτοποίηση του αριστερού μέρους των Εξ(51) και εξαρτώνται από το σχήμα διαφορίσης. Ενδεικτικά θα παρουσιαστούν μόνο ορισμένοι συντελεστές με το BSOU όπου όλοι οι όροι που σχετίζονται με τους πιο απομακρυσμένους κόμβους (WW,SS,EE,NN) προστίθενται τελικά στους όρους πηγής S_U . Έτσι θα είναι για τους συντελεστές E,W και για την συμβολή του BSOU στους όρους πηγής από την επιφάνεια (e):

$$\begin{aligned} \alpha_W &= \max\left\langle 0, (\rho u \Delta \eta)_w \right\rangle + \frac{\Gamma_{\phi,w}}{\Delta \xi_{WP}} \Delta \eta_w, \quad \alpha_E = \max\left\langle 0, -(\rho u \Delta \eta)_e \right\rangle + \frac{\Gamma_{\phi,e}}{\Delta \xi_{EP}} \Delta \eta_e \\ S_{U,e}^{BSOU} &= -\max\left\langle 0, -(\rho u \Delta \eta)_e \frac{\Delta \xi_{eE}}{\Delta \xi_{E-EE}} \gamma_e \right\rangle (\Phi_{EE} - \Phi_E) + \max\left\langle 0, -(\rho u \Delta \eta)_w \frac{\Delta \xi_{wP}}{\Delta \xi_{PE}} \gamma_w \right\rangle (\Phi_E - \Phi_P) \end{aligned} \quad \text{Εξ(57)}$$

παρομοίως προκύπτουν και οι συντελεστές για N,S και για τις συμβολές στους όρους πηγής από τις επιφάνειες w,n,s . Από την μορφή των εξισώσεων στην Εξ(54) φαίνεται ότι το σύστημα είναι σε τριδιαγώνια μορφή και επομένως μπορούν να λυθούν π.χ. με τις γνωστές μεθόδους όπως η TDMA και η ADI των εναλλαγών κατευθύνσεων.[20]

2.1.3.

Η μέθοδος SIMPLE και η προσαρμογή της σε ομόθετο πλέγμα

Πλέον έχουμε στη διάθεσή μας ένα σύστημα 3 εξισώσεων για τις ταχύτητες και τη συνέχεια(επί της ουσίας πίεση) και με αυτές μπορούμε βρούμε τις τιμές των παραμέτρων που μας ενδιαφέρουν σε κάθε υπολογιστικό κελί. Η μέθοδος που θα εφαρμόσουμε ονομάζεται SIMPLE και εισήχθη από τους Patankar and Spalding το 1972. Εκεί η εξίσωση της συνέχειας μετατρέπεται σε εξίσωση για την πίεση ή καλύτερα για τη διόρθωση της πίεσης. Στην αρχική μέθοδο SIMPLE γινόταν χρήση μετατοπισμένου πλέγματος (staggered grid) για τις ταχύτητες, δηλαδή η ταχύτητα u ήταν αποθηκευμένη στην επιφάνεια w και η ταχύτητα v στην επιφάνεια s . [40] Στην παρούσα εργασία, αυτό αναιρείται με ένα συγκεκριμένο κόστος(συντελεστής διόρθωσης ταχυτήτων) και όλες οι μεταβλητές όπως προαναφέρθηκε αποθηκεύονται στα κέντρα των κελιών. Οι λόγοι για αυτή την απόφαση φαίνονται παρακάτω.

Η διαδικασία επίλυσης με τη μέθοδο SIMPLE βασίζεται σε μία αρχική υπόθεση για το πεδίο της πίεσης ώστε να υπολογιστούν οι όροι πίεσης στα S_u των Εξ(51) (Πίνακας 2-2). Με βάση αυτό το αρχικό πεδίο πιέσεων (συμβολίζεται με P^*) λύνονται οι εξισώσεις ορμής για της ταχύτητες u, v . Οι ταχύτητες που προκύπτουν με αυτόν τον τρόπο (u^*, v^*) ικανοποιούν μεν τις εξισώσεις της ορμής (για το δεδομένο πεδίο πιέσεων P^*) αλλά δεν ικανοποιούν την εξίσωση της συνέχειας. Η εξίσωση αυτή χρησιμοποιείται για τη διόρθωση του πεδίου ταχυτήτων αλλά και συγχρόνως για την εύρεση μιας νέας τιμής για το πεδίο πιέσεων. Για την ακρίβεια, με την εξίσωση που θα διαμορφωθεί παρακάτω, υπολογίζεται μία διόρθωση (P') στην προηγούμενη τιμή της πίεσης (P^*) και από αυτήν γίνονται και οι διορθώσεις στις ταχύτητες που μόλις υπολογίστηκαν. Οι διορθώσεις αυτές ορίζονται για τον όγκο ολοκλήρωσης (I, J):

$$\begin{aligned}
P(I, J) &= P^*(I, J) + P'(I, J) \\
u(I, J) &= u^*(I, J) - DU(I, J) \left(\frac{\partial P'}{\partial \xi} \right)_{(I, J)} & v(I, J) &= v^*(I, J) - DV(I, J) \left(\frac{\partial P'}{\partial \eta} \right)_{(I, J)} \\
DU(I, J) &= \frac{\Delta \xi \Delta \eta}{\alpha_p^u(I, J) - S_p^u(I, J)} & DV(I, J) &= \frac{\Delta \xi \Delta \eta}{\alpha_p^v(I, J) - S_p^v(I, J)}
\end{aligned} \tag{Eξ(58)}$$

όπου τα a_p και τα S_p αναφέρονται στις Εξ(56). Οι σχέσεις για την διόρθωση των ταχυτήτων μπορούν να θεωρηθούν ότι προκύπτουν από την Εξ(56) εάν υποτεθεί ότι μόνο ο όρος της πίεσης (από τα S_U) επηρεάζει το Φ_p οπότε αμελούνται όλοι οι υπόλοιποι όροι και η διόρθωση για το Φ_p προκύπτει ως η κλίση της πίεσης διαιρεμένη με τον συντελεστή του Φ_p . Από την Εξ(51) προκύπτει η ολοκληρωμένη στον όγκο αναφοράς εξίσωση της συνέχειας:

$$-(\rho u \Delta \eta)_e + (\rho u \Delta \eta)_w + (\rho v \Delta \xi)_s - (\rho v \Delta \xi)_n = 0 \tag{Eξ(59)}$$

και με αντικατάσταση των Εξ(59) γίνεται

$$\begin{aligned}
& -\rho_e u_e^* \Delta \eta + \rho_w u_w^* \Delta \eta + \rho_s v_s^* \Delta \xi - \rho_n v_n^* \Delta \xi + \\
& \rho_e DU_e \Delta \eta \left(\frac{\partial P'}{\partial \xi} \right)_e - \rho_w DU_w \Delta \eta \left(\frac{\partial P'}{\partial \xi} \right)_w - \rho_s DV_s \Delta \xi \left(\frac{\partial P'}{\partial \eta} \right)_s + \rho_n DV_n \Delta \xi \left(\frac{\partial P'}{\partial \eta} \right)_n = 0
\end{aligned} \tag{Eξ(60)}$$

Υπενθυμίζεται η διακριτοποίηση των κλίσεων πίεσης στις εξισώσεις ορμής (Πίνακας 2-2) η οποία, σε ομοιόμορφο πλέγμα, για τον κόμβο (I, J) δεν περιλαμβάνει καθόλου την τιμή της πίεσης $P_p = P(I, J)$ και επομένως οι κλίσεις πίεσης μεταξύ $(I, J) - (I+1, J)$ και

$(I-1,J)-(I,J)$ αμελούνται εντελώς και συμψηφίζονται στην $(I-1,J)-(I+1,J)$. Αυτό δημιουργεί προβλήματα κατά την επίλυση των εξισώσεων οδηγώντας πολλές φορές σε βηματικό προφίλ πίεσης κατά μήκος των κόμβων $(I-1,J),(I,J),(I+1,J)$ (για την ξ κατεύθυνση). Οι κλίσεις αυτές για την πίεση υπεισέρχονται στην Εξ(59) ενώ η επίδρασή τους στις ταχύτητες λαμβάνεται υπ' όψη κατά τον υπολογισμό των ταχυτήτων στις επιφάνειες του όγκου ολοκλήρωσης (u_w, u_e, v_n, v_s) . Οι κλίσεις της πίεσης διακριτοποιούνται (για την επιφάνεια w π.χ.) ως:

$$\left(\frac{\partial P'}{\partial \xi}\right)_w = \frac{P'(I,J) - P'(I-1,J)}{0.5[\Delta \xi(I,J) + \Delta \xi(I-1,J)]} \quad \text{Εξ(61)}$$

ενώ οι ταχύτητες στις επιφάνειες του όγκου ολοκλήρωσης υπολογίζονται με ειδικού τύπου παρεμβολές κατά τους Rhie and Chow:

$$u_w^* = [1 - f(I)] \left\{ u^*(I-1,J) - DU(I-1,J) \left(\frac{\partial P^*}{\partial \xi} \right)_{(I-1,J)} \right\} + f(I) \left\{ u^*(I,J) - DU(I,J) \left(\frac{\partial P^*}{\partial \xi} \right)_{(I,J)} \right\} + \left\{ [1 - f(I)] DU(I-1,J) + f(I) DU(I,J) \right\} \frac{P^*(I-1,J) - P^*(I,J)}{0.5[\Delta \xi(I,J) + \Delta \xi(I-1,J)]} \quad \text{Εξ(62)}$$

Στην παρεμβολή αυτή η πρώτη γραμμή είναι ουσιαστικά η αφαίρεση της διακριτοποίησης για την πίεση που είχε εισαχθεί κατά τον υπολογισμό της εξίσωσης της ορμής. Επομένως μέχρι το σημείο αυτό η παρεμβολή δίνει στην επιφάνεια (w) την τιμή της ταχύτητας αλλά χωρίς την επίδραση κλίσης πίεσης. Η δεύτερη γραμμή συμπληρώνει την παρεμβολή με την επίδραση της κλίσης πίεσης που εφαρμόζεται στην επιφάνεια πλέον και όχι στον όγκο ολοκλήρωσης. Το αποτέλεσμα είναι να εισάγονται έτσι όλες οι κλίσεις πίεσης και μέσω

των παρεμβολών για τις ταχύτητες στις επιφάνειες του όγκου να έχουμε και ακριβέστερη επίδραση της πίεσης σε αυτές.[20], [41]

Το πρόβλημα με τις κλίσεις πίεσης προκύπτει λόγω των ομόθετων στο πλέγμα μεταβλητών ενώ με την μέθοδο των μετατοπισμένων θέσεων αποθήκευσης των ταχυτήτων, που υπήρχε στον αρχικό αλγόριθμο SIMPLE, το πρόβλημα αυτό δεν παρουσιάζονταν. Ο λόγος είναι ότι με την μετατόπιση των ταχυτήτων, αυτές ερχόταν σε θέσεις τέτοιες ώστε η κλίση της πίεσης να υπολογίζεται ακριβώς πάνω σε αυτές. Για παράδειγμα στην επιφάνεια (w) όπου και αποθηκεύονταν οι u ταχύτητες απαιτούνταν η κλίση πίεσης στην κατεύθυνση της ταχύτητας αυτής (ξ) και υπολογίζονταν από τους αμέσως γειτονικούς κόμβους W, P . Το μειονέκτημα αυτού του τρόπου αποθήκευσης των μεταβλητών ήταν ότι υπήρχαν στον αλγόριθμο τρεις διαφορετικοί όγκοι ολοκλήρωσης για κάθε κόμβο (I, J) (τέσσερις για τις τρεις διαστάσεις) με αποτέλεσμα όλες οι παρεμβολές των μεγεθών να είναι διαφορετικές για κάθε όγκο και να απαιτούνται περισσότερες προγραμματιστικές μεταβλητές σχετιζόμενες με τη γεωμετρία του πλέγματος. Αυτό δεν φαίνεται να είναι ιδιαίτερο εμπόδιο αρχικά αλλά προκειμένου να επεκταθεί η μεθοδολογία και σε άλλες χρήσεις (π.χ. διαφοσικές ροές με Lagrangian παρακολούθηση των σωματιδίων, μέθοδοι τοπικής πύκνωσης πλεγμάτων, μέθοδοι πολυπλεγμάτων κ.τ.λ.) η απλότητα του ενός όγκου ολοκλήρωσης αποδεικνύεται ιδιαίτερα βολική. Ένα άλλο πλεονέκτημα της ομόθετης διάταξης μεταβλητών στο πλέγμα, και μάλιστα της τοποθέτησής τους στο κέντρο των κυψελών που σχηματίζονται από τις πλεγματικές γραμμές, είναι ότι σε ανομοιόμορφα πλέγματα οι μεταβλητές είναι πάντα στο κέντρο του όγκου ολοκλήρωσης και οι παρεμβολές δίνουν τις τιμές των μεταβλητών πάντα στο μέσο των επιφανειών των όγκων αυτών. Αυτό έχει σημασία για την σωστή αντιπροσώπευση του χώρου από την διακριτοποίηση και δεν συνέβαινε πάντα στην περίπτωση των μετατοπισμένων διατάξεων των μεταβλητών πάνω στο πλέγμα.

Με αντικατάσταση των Εξ(62) και Εξ(61) για όλες τις επιφάνειες στην Εξ(60) προκύπτει η εξίσωση για την διόρθωση της πίεσης η οποία έχει την μορφή:

$$\begin{aligned}\alpha_p^{P'} P'_p &= \alpha_N^{P'} P'_N + \alpha_S^{P'} P'_S + \alpha_E^{P'} P'_E + \alpha_W^{P'} P'_W + S_U^{P'} \\ S_U^{P'} &= -\rho_e u_e^* \Delta\eta + \rho_w u_w^* \Delta\eta + \rho_s v_s^* \Delta\xi - \rho_n v_n^* \Delta\xi\end{aligned}\tag{Εξ(63)}$$

η οποία είναι σε τριδιαγώνια μορφή και λύνεται όπως και οι εξισώσεις της ορμής π.χ. με τη μέθοδο TDMA και ADI της εναλλαγής κατευθύνσεων. Υπολογίζεται έτσι το πεδίο διόρθωσης πίεσης P' και μέσω των Εξ(58) υπολογίζονται οι νέες τιμές των ταχυτήτων και της πίεσης.

Η διαδικασία λοιπόν είναι η επίλυση των εξισώσεων ορμής με ένα αρχικό (υποθετικό) πεδίο πίεσης P^* και ο υπολογισμός των ταχυτήτων u^*, v^* . Οι ταχύτητες αυτές ικανοποιούν την ορμή αλλά όχι την συνέχεια (λόγω του προσεγγιστικού πεδίου πίεσης). Στη συνέχεια λύνεται η εξίσωση διόρθωσης πίεσης και υπολογίζονται οι νέες τιμές των ταχυτήτων και η νέα εκτίμηση για το πεδίο πιέσεων. Οι ταχύτητες αυτές ικανοποιούν την συνέχεια αλλά όχι την ορμή και επομένως χρειάζεται μία επαναληπτική διαδικασία μέχρι τελικής σύγκλισης.[20]

2.1.4. Οριακές συνθήκες

Η ομόθετη διάταξη των μεταβλητών δημιουργεί κάποια ιδιαιτερότητα στα όρια του υπολογιστικού χώρου όπου θα πρέπει να ληφθούν υπ' όψη οι οριακές συνθήκες του προβλήματος. Διάφορες αντιμετώπισεις στη βιβλιογραφία αναφέρουν την χρήση ψευδοκυψελών που εκτείνονται πέρα από τα φυσικά όρια ή και την χρήση παραμορφωμένων κυψελών που να περιλαμβάνουν και την περιοχή που γειτονεύει με το όριο. Εδώ γίνεται χρήση ενός "όγκου" του οποίου η μία διάσταση είναι μηδενική έτσι ώστε να έχουμε τιμές των μεταβλητών ακριβώς επάνω στα όρια. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι ο

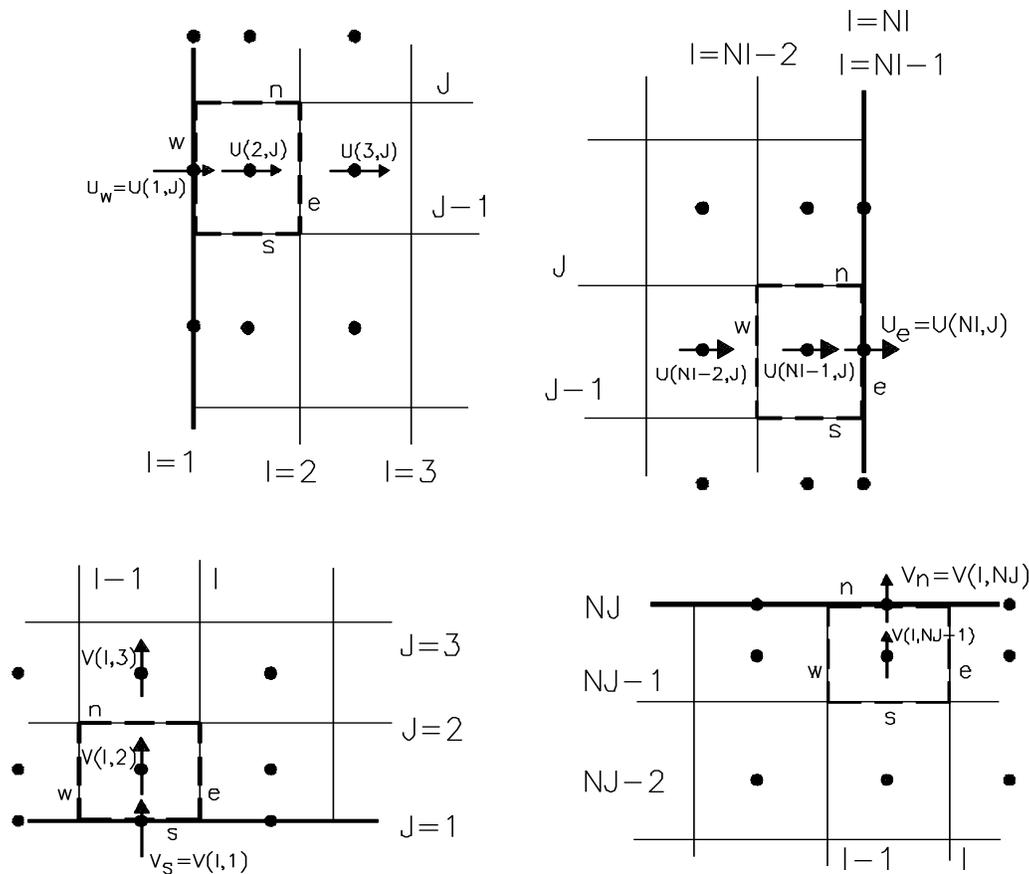
αριθμός των μεταβλητών σε μία κατεύθυνση είναι κατά ένα μεγαλύτερος από τον αριθμό των πλεγματικών γραμμών. Η διάταξη των μεταβλητών φαίνεται καλύτερα στην Εικ. 2-3.

- Συνθήκες εισόδου:

Στην επιφάνεια εισόδου του υπολογιστικού χώρου (συνήθως εκείνη με $I=1$) θα πρέπει να δοθούν οι τιμές των μεγεθών σύμφωνα με συνθήκες Dirichlet. Αυτό γίνεται εύκολα λόγω της διάταξης των μεταβλητών στο πλέγμα γιατί όλες οι μεταβλητές με $I=1$ και $J=1, N_J$ θα συμπίπτουν με την πρώτη πλεγματική γραμμή και επομένως η τιμή τους θα αποτελεί και την οριακή συνθήκη εισόδου της αντίστοιχης μεταβλητής για το προς επίλυση πρόβλημα.

- Συνθήκες Neumann:

Σε επίπεδα όπου υποτίθεται συμμετρία της συμπεριφοράς της μεταβλητής τίθενται οριακές συνθήκες Neumann (ή αλλιώς μηδενικής κλίσης της μεταβλητής). Υπολογιστικά, αυτό επιτυγχάνεται μηδενίζοντας τον αντίστοιχο συντελεστή της Εξ(56) (π.χ. για συμμετρία στην επιφάνεια w ενός όγκου ολοκλήρωσης τίθεται $a_w=0$. για την αντίστοιχη μεταβλητή). Αυτό έχει την έννοια του μηδενισμού της μεταφοράς λόγω συναγωγής και διάχυσης μέσα από την επιφάνεια αυτή. Η μόνη μεταβλητή που διαφοροποιείται από την αντιμετώπιση αυτή είναι η ταχύτητα η κάθετη στην επιφάνεια συμμετρίας της οποίας η τιμή πάνω στην επιφάνεια μηδενίζεται.



Εικόνα 2-3: Όγκοι ολοκλήρωσης και διάταξη μεταβλητών στα όρια του υπολογιστικού χώρου[20]

- Συνθήκες εξόδου:

Στην έξοδο του υπολογιστικού χώρου συνήθως λαμβάνεται μέριμνα ώστε να μην υπάρχουν έντονα ελλειπτικά φαινόμενα που να επηρεάζουν την ανάντι ροή. Αυτό επιτυγχάνεται θεωρώντας το επίπεδο της εξόδου αρκετά μακριά από την προς επίλυση περιοχή ενδιαφέροντος. Με βάση αυτήν την υπόθεση στις περισσότερες μεταβλητές θέτονται συνθήκες Neumann μηδενικής κλίσης. Η μόνη μεταβλητή η οποία υποβάλλεται και σε επί πλέον διαδικασία είναι η ταχύτητα η κάθετη στην επιφάνεια εξόδου. Για σταθερότητα στην διάρκεια σύγκλισης της μεθόδου, λαμβάνεται μια διόρθωση βασιζόμενη στην αρχή διατήρησης της μάζας. Υπολογίζεται το σύνολο της παροχής εισόδου σε όλο τον χώρο και λαμβάνεται η διαφορά παροχής που μένει αν υπολογίσουμε την παροχή εξόδου στο προτελευταίο υπολογιστικό κελί. Με βάση την διαφορά αυτή, η τιμή της ταχύτητας

στην επιφάνεια εξόδου υπολογίζεται διορθωμένη πλέον και τίθεται ως συνθήκη εξόδου. Πρέπει να σημειωθεί ότι μετά την σύγκλιση της μεθόδου η διόρθωση αυτή είναι μηδενική και επομένως δεν μπορεί να θεωρηθεί ως φυσική συνθήκη εξόδου αλλά περισσότερο ως μια τεχνική ελέγχου της σύγκλισης.

- Συνθήκες Dirichlet :

Όταν είναι γνωστή η τιμή της μεταβλητής πάνω σε στερεό όριο τότε ένας τρόπος για να επιβληθεί αυτή είναι να τεθεί π.χ. για την επιφάνεια (w):

$$S_U^\phi = S_U^\phi + \alpha'_w \Phi_w \quad S_P^\phi = S_P^\phi - \alpha'_w$$

$$\alpha'_w = (\Gamma_\phi)_w \frac{1}{\Delta \xi_{Pw}} \Delta \eta_w$$
Εξ(64)

οπότε ο όρος συναγωγής από την επιφάνεια αυτή είναι μηδέν ενώ ο όρος διάχυσης έχει περαστεί στους όρους πηγής. Εάν η τιμή της μεταβλητής είναι $\Phi_w = 0$ τότε η μόνη αλλαγή είναι η προσθήκη του όρου για το S_p . Σημειώνεται ότι στους όρους της Εξ(64) οι όροι πηγής έχουν ήδη πολλαπλασιαστεί με τον όγκο της υπολογιστικής κυψέλης και οι όροι από τις οριακές συνθήκες δεν θα πρέπει να πολλαπλασιαστούν και αυτοί.

- Συνθήκη επιβολής τιμής στο Φ_p :

Στην περίπτωση που δεν θέλουμε να υπολογιστεί η τιμή της μεταβλητής σε έναν κόμβο αλλά να την επιβάλλουμε $\Phi_p = \Phi_F$ τότε θέτουμε:

$$S_U^\phi = \Phi_F \cdot 10^{30} \quad , \quad S_p^\phi = -10^{30} \quad \text{Εξ(65)}$$

με αυτόν τον τρόπο η Εξ(56) οδηγεί αναπόφευκτα στην επιθυμητή τιμή γιατί όλοι οι υπόλοιποι όροι γίνονται αμελητέοι.

- Συνθήκες σε στερεό τοίχωμα:

Όταν υπάρχει στερεό τοίχωμα τότε θα πρέπει να θέτονται οι συνθήκες μη ολίσθησης και μη εισχώρησης για τις ταχύτητες ενώ η πίεση έχει μηδενική κλίση.[20]

2.1.5. Υπολογιστικά εργαλεία για τη σύγκλιση

Κατά τη διάρκεια της επίλυσης χρησιμοποιείται επαναληπτική διαδικασία έως ότου τα υπόλοιπα(residuals) όλων των μεγεθών που μας ενδιαφέρουν πέσουν κάτω από ένα προκαθορισμένο όριο, όπου πλέον θεωρούμε ότι έχουμε σύγκλιση της μεθόδου. Υπάρχει όμως πιθανότητα να εμφανιστούν αστάθειες κατά τη διάρκεια της επαναληπτικής μεθόδου που μπορούν εύκολο να οδηγήσουν σε απόκλιση της μεθόδου. Για την αποφυγή τέτοιων καταστάσεων χρησιμοποιούμε συντελεστές υποχαλάρωσης κάνοντας χρήση μιας τιμής από την προηγούμενη επανάληψη:

$$\Phi_p^{new} = \omega \Phi_p + (1 - \omega) \Phi_p^{old} \quad \text{Εξ(66)}$$

όπου Φ_p^{old} η τιμή της μεταβλητής Φ_p στην προηγούμενη επανάληψη και Φ_p η τιμή της μεταβλητής στην τρέχουσα επανάληψη. Τελικά η τιμή που θα δοθεί στη μεταβλητή θα είναι η Φ_p^{new} μέσω ενός συντελεστή υποχαλάρωσης ω ($0 < \omega < 1$). Αυτή η μέθοδος απαιτεί

και την αποθήκευση του Φ_p^{old} , αυξάνει δηλαδή το υπολογιστικό κόστος. Αν όμως αντικαταστήσουμε την Εξ(66) στην Εξ(56) θα έχουμε

$$\frac{(\alpha_p^\phi - S_p^\phi)}{\omega} \Phi_p^{new} = \alpha_N^\phi \Phi_N^{old} + \alpha_S^\phi \Phi_S^{old} + \alpha_E^\phi \Phi_E^{old} + \alpha_W^\phi \Phi_W^{old} + S_U^\phi + (1-\omega) \frac{(\alpha_p^\phi - S_p^\phi)}{\omega} \Phi_p^{old} \quad \text{Εξ(67)}$$

$$\alpha_p^\phi = \alpha_N^\phi + \alpha_S^\phi + \alpha_E^\phi + \alpha_W^\phi$$

επομένως εισάγεται απευθείας στις εξισώσεις ο συντελεστής υποχαλάρωσης και λύνονται αυτές στη τριδιαγώνια μορφή τους. Ο τύπος που χρησιμοποιείται για το residual είναι

$$R_p^\phi = (\alpha_p^\phi - S_p^\phi) \Phi_p - \alpha_N^\phi \Phi_N - \alpha_S^\phi \Phi_S - \alpha_E^\phi \Phi_E - \alpha_W^\phi \Phi_W - S_U^\phi \quad \text{Εξ(68)}$$

που δίνουν μια ένδειξη για το υπόλοιπο κάθε μεγέθους σε κάθε κόμβο. Στη συνέχεια αδιαστατοποιούμε την παραπάνω ποσότητα με την παροχή εισόδου κάθε μεταβλητής ενώ για να θεωρήσουμε σύγκλιση θέλουμε υπόλοιπα κάτω από 0.5%.

Σημειώνεται εδώ ότι η ενσωμάτωση των συντελεστών υποχαλάρωσης στην διαδικασία επίλυσης του προβλήματος εισάγει κάποια εξάρτηση της εξίσωσης της πίεσης από την υποχαλάρωση. Αυτό είναι εύκολο να φανεί μιας και από την Εξ(67) είναι φανερό ότι ο συντελεστής υποχαλάρωσης εισάγεται (και αποθηκεύεται υπολογιστικά) στον συντελεστή a_p της κάθε μεταβλητής, αυτός ο συντελεστής με την σειρά του εισάγεται στην διόρθωση της πίεσης μέσω της Εξ(58) και στην εξίσωση της συνέχειας (ταχύτητες) μέσω της Εξ(62). Το αποτέλεσμα είναι ότι σε οριακές τιμές του συντελεστή υποχαλάρωσης (μικρότερο από 0.3) υπάρχει περίπτωση τα αποτελέσματα του συγκλιμένου πεδίου να είναι διαφορετικά για άλλη τιμή του συντελεστή. Το πρόβλημα αυτό διορθώνεται αφ' ενός

προσαρμόζοντας την Εξ(62) και αφ' ετέρου εισάγοντας μία διόρθωση για τις ταχύτητες στις επιφάνειες των όγκων.[42], [43] Έτσι η Εξ(62) προσαρμόζεται στην:

$$\begin{aligned}
 u_w^* = & [1 - f(I)] \left\{ u^*(I-1, J) - DU(I-1, J) \left(\frac{\partial P^*}{\partial \xi} \right)_{(I-1, J)} \right\} + f(I) \left\{ u^*(I, J) - DU(I, J) \left(\frac{\partial P^*}{\partial \xi} \right)_{(I, J)} \right\} + \\
 & \left\{ [1 - f(I)] DU(I-1, J) + f(I) DU(I, J) \right\} \frac{P^*(I-1, J) - P^*(I, J)}{0.5 [\Delta \xi(I, J) + \Delta \xi(I-1, J)]} + \\
 & (1 - \omega) \left\{ u_w^{*,old} - [1 - f(I)] u^*(I-1, J) - f(I) u^*(I, J) \right\}
 \end{aligned} \tag{Εξ(69)}$$

όπου η τελευταία γραμμή εισάγει την ανεξαρτησία από τον συντελεστή υποχαλάρωσης με το κόστος της επί πλέον αποθήκευσης των επιφανειακών ταχυτήτων $u_w^{*,old}$. Απαιτείται όμως τώρα και η διόρθωση των ταχυτήτων αυτών με την διόρθωση πίεσης που μόλις υπολογίστηκε:

$$u_w = u_w^* + \left\{ [1 - f(I)] DU(I-1, J) + f(I) DU(I, J) \right\} \frac{P'(I-1, J) - P'(I, J)}{\Delta \xi_{WP}} \tag{Εξ(70)}$$

2.1.6. Κατασκευή του πλέγματος

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η επίλυση των εξισώσεων σε ορθογώνιο καμπυλόγραμμο σύστημα συντεταγμένων γίνεται πάνω σε ένα αντίστοιχο ορθογώνιο καμπυλόγραμμο υπολογιστικό πλέγμα. Θεωρητικά για δεδομένη γεωμετρία ορισμένη από κάποια όρια είναι δυνατή η κατασκευή άπειρου αριθμού ορθογώνιων καμπυλόγραμμων πλεγμάτων και μάλιστα είναι πολλές οι μεθοδολογίες που έχουν προταθεί για τον σκοπό αυτό.

Οι εξισώσεις στις οποίες βασίζεται η κατασκευή του ορθογώνιου καμπυλόγραμμου πλέγματος σε συντεταγμένες (ξ, η) εκφρασμένο στον καρτεσιανό χώρο x, y είναι οι Laplace:

$$\begin{aligned}\nabla^2 x &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(h \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{h} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) = 0 \\ \nabla^2 y &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(h \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{h} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) = 0\end{aligned}\tag{Εξ(71)}$$

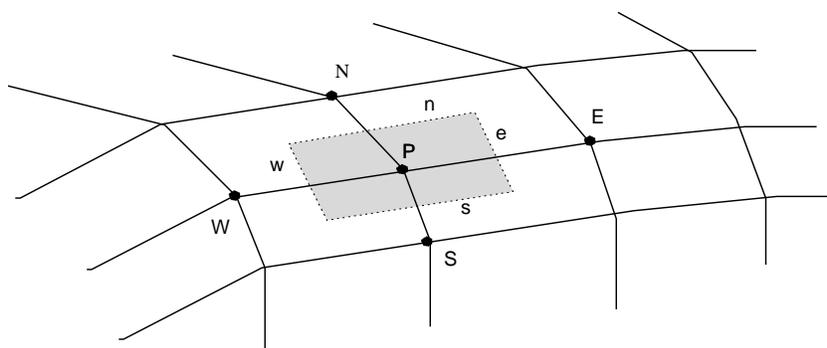
όπου h ορίζεται ως ο λόγος των μετρικών h_ξ και h_η για τις κατευθύνσεις ξ και η αντίστοιχα. Η απειρία των πλεγμάτων που μπορούν να κατασκευαστούν οφείλεται στην μεταβλητή h η οποία και είναι η κύρια διαφορά ανάμεσα στις διάφορες μεθοδολογίες. Θα μπορούσε π.χ. το h να παίρνει μία σταθερή τιμή σε όλο το πλέγμα η οποία να είναι είτε προκαθορισμένη είτε να προκύπτει σαν μία μέση τιμή από όλους τους κόμβους του πλέγματος. Στην παρούσα εργασία η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε βασίστηκε σε μία τιμή του h η οποία είναι συνάρτηση των x, y, ξ και η ενώ τα όρια του χώρου ορίζονται ως συναρτήσεις των καρτεσιανών συντεταγμένων:

$$\begin{aligned}G_{\eta=0}(x, y) &= 0 & G_{\eta=1}(x, y) &= 0 \\ G_{\xi=0}(x, y) &= 0 & G_{\xi=1}(x, y) &= 0\end{aligned}\tag{Εξ(72)}$$

και ορίζουν τις πρώτες και τελευταίες γραμμές του καμπυλόγραμμου πλέγματος σε κάθε κατεύθυνση (σημειώνεται ότι οι συντεταγμένες του καμπυλόγραμμου χώρου είναι συνήθως αδιαστατοποιημένες μεταξύ $[0, 1]$). Η ορθογωνιότητα στα όρια εξασφαλίζεται από την σχέση:

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{\eta=\text{const}} \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{\xi=\text{const}} = -1 \quad \text{Εξ(73)}$$

Η διακριτοποίηση των Εξ(71) γίνεται με ολοκλήρωση σε όγκους αναφοράς των οποίων το κέντρο βρίσκεται στους κόμβους των πλεγματικών γραμμών:



Εικόνα 2-4: Όγκος ολοκλήρωσης για την κατασκευή ορθογώνιου καμπυλόγραμμου πλέγματος[20]

και αν θέλουμε πχ για την x κατεύθυνση:

$$\int_{\eta_s}^{\eta_n} \int_{\xi_w}^{\xi_e} \left(h \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \frac{1}{h} \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \right) d\xi d\eta = 0 \Rightarrow$$

$$\left[\left(h \frac{\partial x}{\partial \xi} \right)_e - \left(h \frac{\partial x}{\partial \xi} \right)_w \right] \Delta \eta_{ns} + \left[\left(\frac{1}{h} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right)_n - \left(\frac{1}{h} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right)_s \right] \Delta \xi_{ew} = 0 \quad \text{Εξ(74)}$$

ενώ η διακριτοποίηση των παραγώγων γίνεται με κεντρικές διαφορές πάνω στις επιφάνειες του όγκου ολοκλήρωσης π.χ.:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)_e = \frac{x_E - x_P}{\xi_E - \xi_P} \quad \text{Εξ(75)}$$

και ο συντελεστής h προκύπτει με γραμμικές παρεμβολές από την σχέση:

$$h_p = \left(\frac{h_\eta}{h_\xi}\right)_p = \frac{\left[(y_N - y_S)^2 + (x_N - x_S)^2\right]^{0.5} (\xi_E - \xi_W)}{\left[(y_E - y_W)^2 + (x_E - x_W)^2\right]^{0.5} (\eta_N - \eta_S)} \quad \text{Εξ(76)}$$

Οι εξισώσεις που προκύπτουν είναι τριδιαγώνιας μορφής:

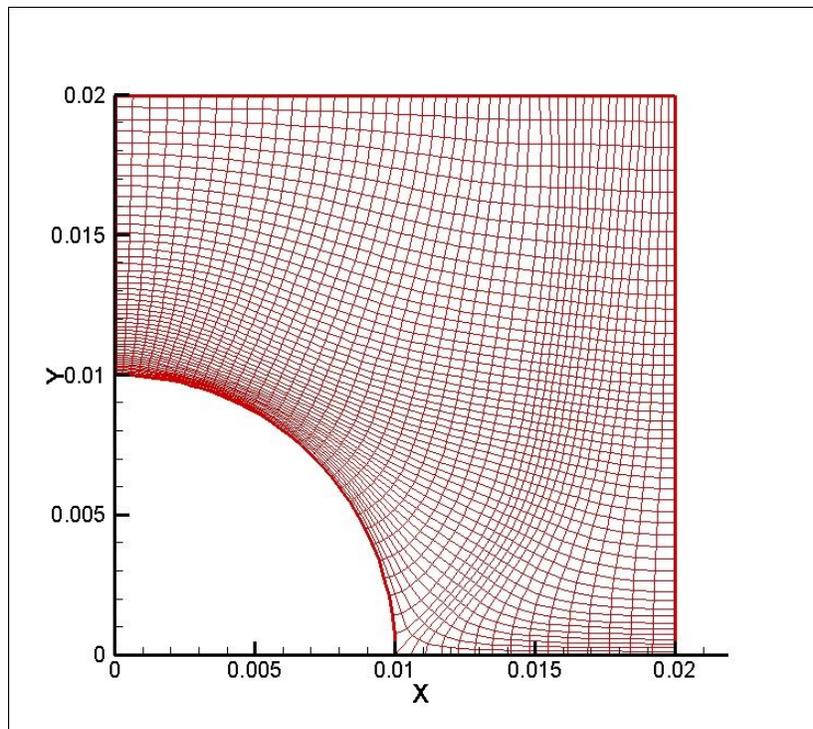
$$\begin{aligned} \alpha_p x_p &= \alpha_s x_s + \alpha_n x_n + \alpha_e x_e + \alpha_w x_w \\ \alpha_p &= \alpha_s + \alpha_n + \alpha_e + \alpha_w \end{aligned} \quad \text{Εξ(77)}$$

και λύνονται με την μέθοδο των εναλλαγών κατεύθυνσης. Πρέπει όμως να σημειωθεί η μη γραμμικότητα των εξισώσεων όταν ο συντελεστής h υπολογίζεται από την Εξ(76). Αυτό οδηγεί σε επαναληπτική διαδικασία η οποία ξεκινά με μία αρχική υπόθεση για την κατανομή του h , επίλυση των Εξ(77), υπολογισμό του νέου h και επανάληψη της διαδικασίας μέχρι σύγκλισης των εξισώσεων. Μπορεί επίσης να γίνεται έλεγχος για την ορθογωνιότητα του πλέγματος σε κάθε κόμβο από την Εξ(73).

Στα όρια, μία από τις οριακές που μπορεί να εφαρμοστεί είναι η Εξ(73) λαμβάνοντας την κλίση του ορίου από τις συντεταγμένες του (είναι καθορισμένα από την αρχή ως $G(x, y) = f(x_B, y_B)$) και αντικαθιστώντας στην Εξ(73) ώστε να προκύψει το x_p, y_p .

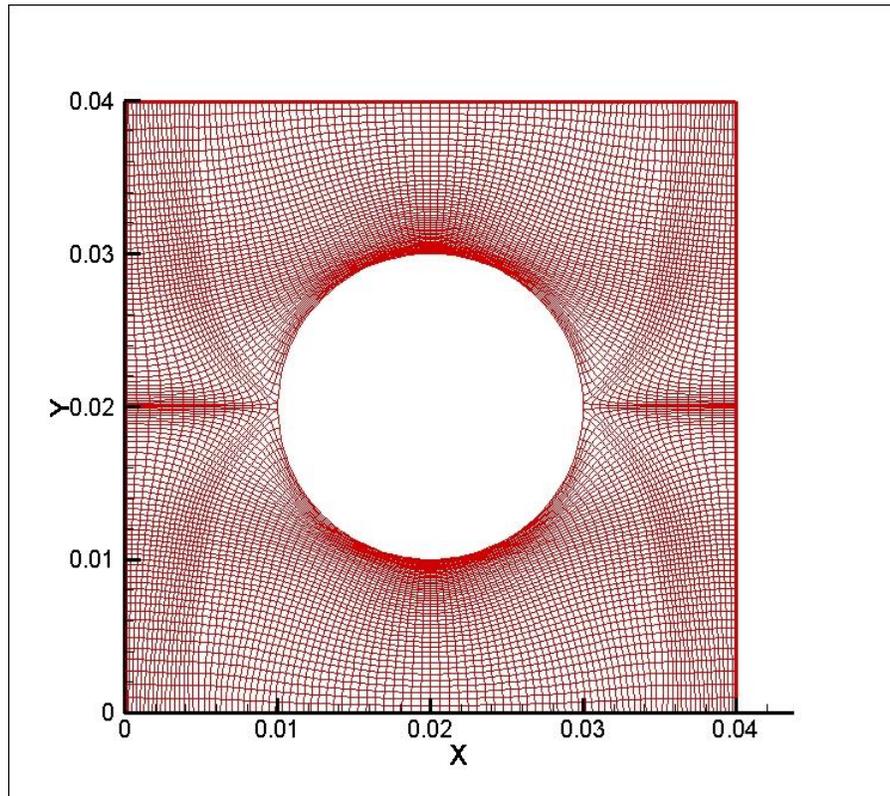
2.1.7. Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε

Μέσω της παραπάνω μεθόδου κατασκευάζουμε ένα τεταρτημόριο ενός κύκλου όπως φαίνεται και στην Εικ. 2-5. Η κατασκευή έγινε με την προηγούμενη μέθοδο.



Εικόνα 2-5: Πλέγμα Laplace σε τεταρτημόριο κυλίνδρου

Το πλέγμα αυτό αποτελείται από 50 γραμμές στην κατεύθυνση x και 50 στην κατεύθυνση y ενώ και η πυκνότητά του πάνω στον κύλινδρο θεωρείται ικανοποιητική. Με αλγεβρικές πράξεις καρτεσιανών επεκτάσεων, συμμετρικών επαναλήψεων και άλλων παρόμοιων τροποποιήσεων, δημιουργείται το υπολογιστικό πλέγμα για ολόκληρο το υπολογιστικό χωρίο ενδιαφέροντος. Στη συνέχεια, κατασκευάζουμε τον επιθυμητό κύλινδρο (στην πράξη επειδή έχουμε διδιάστατη προσέγγιση πρόκειται για κύκλο) που φαίνεται στην Εικ 2-6:



Εικόνα 2-6: Ο κύλινδρος που χρησιμοποιείται για το πλέγμα

Σημειώνεται πως όταν δημιουργήθηκε συμμετρικό πλέγμα στην κατεύθυνση $-y$ η πρώτη γραμμή ανεβαίνει περίπου στο 30% του ύψους της δεύτερης γραμμής και έπειτα με την τεχνική mirror αποτυπώνεται το συμμετρικό πλέγμα προσθέτοντας ακόμα μια γραμμή(τον άξονα συμμετρίας). Ο λόγος που γίνεται αυτό είναι για να δημιουργηθεί επιπλέον ένα κελί πάνω στο σημείο ανακοπής για ακριβέστερους υπολογισμούς των μεγεθών που αφορούν τον κύλινδρο πάνω στη ροή (C_L, C_D , πίεση κτλ)

Στη συνέχεια επεκτείνουμε το πλέγμα προς όποια κατεύθυνση θέλουμε καρτεσιανά, δημιουργώντας πλέγμα για την εκάστοτε περίπτωση που εξετάζουμε ενώ μπορούμε να έχουμε και όσους κυλίνδρους θέλουμε να μελετήσουμε. Χρειάζεται προσοχή να μην

υπάρχει μεγάλη διαφορά στο μέγεθος του τελευταίου κελιού του πλέγματος του κυλίνδρου με το πρώτο κελί του καρτεσιανού πλέγματος.

Τέλος, ορίζονται ο αριθμός των κυλίνδρων σε οριζόντια και κάθετη κατεύθυνση και για κάθε ένα από αυτούς ορίζεται το κέντρο του, η γραμμή J που αντιπροσωπεύει το άνω ημικύκλιό του καθώς και τα όρια του στην x κατεύθυνση. Κατ' αυτό τον τρόπο «μαρκάρονται» κελιά στα οποία έχουμε στερεό τοίχωμα, ενώ υποστηρίζεται και η οπτικοποίηση του πλέγματος στο Tecplot.

Ουσιαστικά, ο κώδικας που χρησιμοποιείται για την επίλυση των δεδομένων της ροής υλοποιεί όλη την ανάλυση που έχει προηγηθεί και θα μπορούσε να είχε παραληφθεί. Ωστόσο, για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται μαζί με τις δυνατότητες που δίνονται για το χρήστη.

Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να επιλέξει τις μεταβλητές για τις οποίες θέλει να λύσει το πρόβλημα καθώς και διάφορα μοντέλα τύρβης σε περίπτωση που εξετάζει τυρβώδη ροή. Επιπλέον, δίνεται η δυνατότητα για επίλυση σε χρονικά μεταβαλλόμενα πεδία ενώ ο χρήστης είναι απαραίτητο να δώσει και συνθήκες εισόδου της ροής. Για περισσότερες λεπτομέρειες ο αναγνώστης παραπέμπεται στο παράρτημα και στη βιβλιογραφία.

2.2. Η κίνηση των σωματιδίων στο πεδίο-Υπολογιστικές τεχνικές

Μόλις υπολογιστεί το πεδίο ροής γύρω από τον κύλινδρο και σε όλο το μήκος του πλέγματος, καλείται η υπορουτίνα `prtcl.f` (βλ. Παράρτημα), η οποία αφορά τον υπολογισμό της κίνησης και της θέσης κάθε σωματιδίου σε κάθε χρονικό βήμα. Το γεγονός ότι η υπορουτίνα καλείται αφού έχει υπολογιστεί το πεδίο, από μόνο του υποδηλώνει την υπόθεση ότι τα σωματίδια κινούνται με την επίδραση δυνάμεων μέσα στο πεδίο χωρίς ωστόσο να το επηρεάζουν ούτε να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Γίνεται δηλαδή προσπάθεια ουσιαστικά να απομονωθούν οι παράγοντες εκείνοι που επηρεάζουν την

κίνηση ενός σωματιδίου, χωρίς να έχουμε συγκρούσεις ή αλληλεπιδράσεις των σωματιδίων μεταξύ τους, προκειμένου να προκύψει ένα συμπέρασμα σχετικά με την κίνησή τους μέσα στο πεδίο.

Τα σωματίδια ρίχνονται από ένα συγκεκριμένο σημείο του πεδίου και μπορούμε να επιλέξουμε επίσης σε ποιο χρονικό σημείο της επίλυσης θα αρχίσει ο υπολογισμός της κίνησης σωματιδίων. Η παρακολούθηση των σωματιδίων γίνεται με κάποιο χρονικό βήμα τέτοιο ώστε να προχωράνε από σημείο σε σημείο του υπολογιστικού πλέγματος, ενώ τα απαιτούμενα μεγέθη του πεδίου ροής υπολογίζονται με γραμμικές παρεμβολές στην εκάστοτε θέση του σωματιδίου από τα πλησιέστερα σημεία αποθήκευσης μεταβλητών. Εδώ διαφαίνεται και ένα επι πλέον πλεονέκτημα της ομόθετης διάταξης των μεταβλητών πάνω στο πλέγμα αφού για περισσότερους όγκους ελέγχου θα χρειαζόταν και ισάριθμες παρεμβολές για την θέση της κάθε μεταβλητής. Πέραν της ευκολίας αυτής όμως θα πρέπει να σημειωθεί και η δυσκολία που εισάγεται από την παρακολούθηση των σωματιδίων σε καμπυλόγραμμο πλέγμα. Οι τροχιές των σωματιδίων είναι σε καρτεσιανές συντεταγμένες αλλά παρ' όλα αυτά χρειάζεται να είναι γνωστή η θέση τους μέσα στο πλέγμα για λόγους παρεμβολών αλλά και ώστε να μπορεί να βρεθεί ποιο υπολογιστικό κελί γειτονεύει με το όριο στο οποίο προσκρούει το σωματίδιο. Αρχικά το χρονικό βήμα μετακίνησης του σωματιδίου επιλέγεται τέτοιο ώστε να απαιτούνται 2-3 βήματα για να διαπεράσει το σωματίδιο το κελί. Στην παρούσα εργασία η μετακίνηση ενός σωματιδίου από ένα κελί σε ένα άλλο γίνεται μέσω των εξισώσεων των ευθειών που ορίζουν το κάθε κελί (με γνωστά τα τέσσερα σημεία που ορίζουν τις γωνίες του). Το πρόσημο της εξίσωσης για κάθε πλευρά, με αντικατάσταση των συντεταγμένων του κέντρου του κελιού, συγκρίνεται με το αντίστοιχο πρόσημο για τις συντεταγμένες του σωματιδίου. Για αντίθετα πρόσημα το σωματίδιο και το κέντρο του κελιού βρίσκονται εκατέρωθεν της εν λόγω ευθείας και επομένως το σωματίδιο έχει περάσει στο γειτονικό κελί. Η διαδικασία αυτή γίνεται για την κάθε πλευρά του κελιού και στη συνέχεια γίνεται χρήση της μεθόδου πρόβλεψης διόρθωσης για την εύρεση του ακριβούς χρονικού βήματος στο οποίο το σωματίδιο συναντά πρώτα κάποια από τις τέσσερις πλευρές. Με τον τρόπο αυτό είναι γνωστή τόσο η ακριβής θέση του σωματιδίου σε κάθε χρονική στιγμή όσο και το υπολογιστικό κελί στο

οποίο βρίσκεται. Με τον ίδιο τρόπο βρίσκεται και η θέση πρόσκρουσης του σωματιδίου στο στερεό όριο και επομένως και η θέση πιθανής προσκόλλησής του. Τα δεδομένα στην παρούσα εργασία λαμβάνονται κατά τέτοιο τρόπο ώστε το εκάστοτε σωματίδιο που τύχει να ακουμπήσει ένα στερεό τοίχωμα αμέσως να προσκολλάται σε αυτό. Αιτία αυτής της «συντηρητικής» αντιμετώπισης πιθανών επικαθίσεων είναι ότι προσδοκία της παρούσας εργασίας είναι εξετάσει την επίδραση των υδροδυναμικών δυνάμεων που προκύπτουν στον ομόρου του κυλίνδρου και κατά πόσο αυτές αντισταθμίζουν την επίδραση της βαρύτητας και όχι το αν θα έχουμε ανάκλαση ή όχι ενός σωματιδίου στην επιφάνεια. Είναι προφανές ότι σε κάθε χρονικό βήμα απαιτείται ο υπολογισμός των κλίσεων των ευθειών της κάθε πλευράς του κελιού και σε κάθε πλευρά επι πλέον υπολογισμοί καθορίζουν το ακριβές χρονικό βήμα. Αυτό κάνει την παρακολούθηση πιο χρονοβόρα σε σχέση με την περίπτωση των καρτεσιανών συντεταγμένων αλλά μια πιο χονδροειδής θεώρηση, με παρακολούθηση μόνο του κελιού στο οποίο βρίσκεται το σωματίδιο και όχι της ακριβούς τροχιάς του, στερεί από τους υπολογισμούς την σημαντική πληροφορία σχετικά με την θέση πρόσκρουσης στο στερεό τοίχωμα.[20]

Βασική υπόθεση είναι ότι η συγκέντρωση των σωματιδίων στο ρευστό είναι πολύ χαμηλή και επομένως μπορούν να θεωρηθούν ότι κινούνται ανεξάρτητα μεταξύ τους (χωρίς συγκρούσεις) και ότι η κίνησή τους δεν επηρεάζει το πεδίο (μεταφορά ορμής ή μάζας). Η χαμηλή συγκέντρωση είναι ο λόγος για τον οποίο δεν επηρεάζεται το πεδίο. Σε αντίθετη περίπτωση θα έπρεπε να υπολογίζονται όροι πηγής σε κάθε θέση και αυτοί να επηρέαζαν την επόμενη επίλυση του πεδίου ροής και να ξεκινούσε μια επαναληπτική διαδικασία με επανυπολογισμό των τροχιών σωματιδίων για κάθε χρονική στιγμή.

Οι υπολογισμοί γίνονται για μια κατά μάζα κατανομή διαμέτρων σωματιδίων, που δίνονται σε (m). Για κάθε σωματίδιο υπολογίζεται ο όγκος του μέσα από τον τύπο:

$$V_p = \frac{1}{6} \pi d_p^3 \quad \text{Εξ(78)}$$

και η μάζα κάθε σωματιδίου δίνεται από τον τύπο:

$$m_p = \rho_p V_p \quad \text{Εξ(79)}$$

Ανάλογα λοιπόν με το ποσοστό μάζας που δίνεται για κάθε διάμετρο και τη μάζα του κάθε σωματιδίου, υπολογίζεται η ποσότητα των σωματιδίων που θα εισέλθουν στο πεδίο. Σημειώνεται ότι, κατ' αυτό τον τρόπο, τα σωματίδια νοούνται ουσιαστικά ως σφαιρικές ομάδες σωματιδίων που περιέχουν τόση μάζα όσο ο αριθμός των σωματιδίων που αντιπροσωπεύουν. Αυτού του είδους οι ομάδες των σωματιδίων καλούνται parcels. Το κάθε parcel έχει τόση μάζα όση χρειάζεται για να μοιραστεί ισόποσα ο αριθμός των parcel που αντιστοιχεί σε κάθε διάμετρο και για να επιτύχουμε το επιθυμητό ποσοστό μάζας. Επιθυμητό είναι το κάθε parcel να αντιπροσωπεύει αριθμό σωματιδίων μεγαλύτερο της μονάδας χωρίς αυτό όμως να είναι υποχρεωτικό. Για να έχουμε στατιστικά σωστά αποτελέσματα χρειάστηκε να κάνουμε δοκιμές ως προς το πλήθος των σωματιδίων που «ρίχναμε» στο πεδίο, καθώς επίσης και ως προς τη χρονική διάρκεια κατά την οποία μελετούσαμε την κίνησή τους.

2.2.1. Ισοζύγιο δυνάμεων στο φυσικό μηχανισμό απώθησης σωματιδίων από το τοίχωμα

Για κάθε ένα σωματίδιο, μπορεί να θεωρηθεί ότι οι μόνες δυνάμεις που επιδρούν στην κίνησή του κάθε χρονική στιγμή είναι η δύναμη της βαρύτητας, η δύναμη Brown, η δύναμη αντίστασης του σωματιδίου και η άνωση. Για ένα σφαιρικό σώμα που κινείται σε ρευστό η δύναμη αντίστασης δίνεται από την έκφραση της Εξ(12) προσαρμοσμένη στην εξής μορφή

$$F_D = C_D \frac{1}{2} \rho_f U^2 A \quad \text{Εξ(80)}$$

όπου A το εμβαδόν της σφαιρικής επιφάνειας του σωματιδίου $A = \frac{\pi d_p^2}{4}$ και C_D ο συντελεστής αντίστασης, που για τις περιπτώσεις των σωματιδίων που εξετάστηκαν θα δίνεται από τον τύπο της Εξ(27). Ωστόσο, επειδή οι όπως θα φανεί και παρακάτω οι τιμές του Re_p για τα σωματίδια που εξετάζονται είναι αρκετά μικρότερες της μονάδας ο τύπος της Εξ(27) απλοποιείται στο $C_D = \frac{24}{Re_p}$. Η U είναι η ταχύτητα του ρευστού που συναντά το σωματίδιο (σχετική ταχύτητα). Καθώς το σωματίδιο κινείται μέσα στο πεδίο κάτω από την επίδραση της ταχύτητάς του ρευστού και της βαρύτητάς του (η δύναμη Brown επιδρά στα σωματίδια και προς τις δύο κατευθύνσεις) συναντά τις ταχύτητες των στροβίλων του ορόρου. Η ταχύτητα που παίζει ρόλο στο να αντισταθμιστεί η επίδραση της βαρύτητας είναι αυτή (V) στην κατεύθυνση κάθετα στο τοίχωμα και στην κύρια κατεύθυνση της ροής (U_∞). Μπορεί να υποτεθεί (επιβεβαιώθηκε υπολογιστικά) ότι αυτή είναι ανάλογη και της ίδιας κλίμακας με τη U_∞ ταχύτητα και επομένως, για την Εξ(80) και μόνο για λόγους σύγκρισης η δύναμη που δέχεται το σωματίδιο μπορεί να θεωρηθεί ανάλογη της U_∞ της προσερχόμενης στον κύλινδρο ροής.

Για την βαρύτητα λαμβάνεται ο τύπος

$$W = \rho_p \frac{\pi d_p^3}{6} g \quad \text{Εξ(81)}$$

ενώ για την δύναμη του Αρχιμήδη ο τύπος

$$L = \rho_f \frac{\pi d_p^3}{6} g \quad \text{Εξ(82)}$$

Κατά την προηγούμενη ανάλυση, ο λόγος αεροδυναμικής αντίστασης/βάρους του σωματιδίου, αντικαθιστώντας τις προηγούμενες σχέσεις, και για Re_p τη σχέση

$$Re_p = \frac{U_\infty d_p \rho_f}{\mu_f} \quad \text{Εξ(83)}$$

προκύπτει τελικά ότι ο λόγος αεροδυναμικής αντίστασης(Drag) προς βάρος(Weight) όταν σε αυτό συνυπολογίζεται η επίδραση της δύναμης του Αρχιμήδη είναι:

$$\frac{Drag}{Weight} = \frac{F_D}{W - L} = \frac{18\mu_f U_\infty}{(\rho_p - \rho_f) d_p^2 g} \quad \text{Εξ(84)}$$

Η απομάκρυνση του σωματιδίου από το τοίχωμα επηρεάζεται από το πόσο θα το παρασύρουν οι δίνες που παράγονται στον ομόρου του κυλίνδρου στη κατεύθυνση αυτή και ο μηχανισμός αυτός ουσιαστικά είναι η αεροδυναμική αντίσταση λόγω των εγκάρσιων ταχυτήτων. Προκειμένου να διατηρείται η ορμή σε έναν όγκο ελέγχου που περικλείει τον κύλινδρο, εφ' όσον προκύπτουν κάθετες ανωστικές δυνάμεις σε αυτόν, είναι απαραίτητο να υπάρχουν αντίθετες εγκάρσιες ταχύτητες στον ομόρου του. Έτσι, επειδή οι κάθετες δυνάμεις που προκύπτουν έχουν φορά προς το τοίχωμα, οι ταχύτητες του ομόρου θα είναι με φορά από το τοίχωμα προς το κέντρο του καναλιού. Αυτές, τελικά, απομακρύνουν τα σωματίδια μέσω δυνάμεων αεροδυναμικής αντίστασης.

Το πρόγραμμα αρχικά εκτελείται για 8 αριθμούς διαμέτρων σε κανάλι με αέρα. Επειδή σκοπός μας είναι να εξετάσουμε την επίδραση των υδροδυναμικών δυνάμεων του ομόρου του κυλίνδρου στην κίνηση των σωματιδίων, επιλέγουμε τα σωματίδια να εισέλθουν στο πεδίο όχι από την είσοδο που απέχει απόσταση $10D$ από τον κύλινδρο, αλλά από ένα σημείο πιο κοντά που απέχει απόσταση $3.2D$, προκειμένου πιο γρήγορα η κίνησή τους να μπει κάτω από την επίδραση του ομόρου. Τα σωματίδια εισέρχονται στο πεδίο καθ' όλο το μήκος του άξονα y . Τα σωματίδια έχουν πυκνότητα $\rho_p = 2300 \frac{kg}{m^3}$ ενώ ο λόγος Poisson του υλικού είναι $\nu_p = 0.38$ και το μέτρο ελαστικότητάς τους είναι $E_p = 408 \times 10^9 \frac{N}{m^2}$. Τα στοιχεία αυτά είναι σε αρκετά καλή συνάφεια με αυτά που απαντώνται στη βιομηχανία, ενώ το στερεό τοίχωμα είναι χάλυβας με πυκνότητα επιφάνειας $\rho_s = 7.83 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$, λόγο Poisson $\nu_s = 0.35$ και μέτρο ελαστικότητας $E_s = 201 \times 10^9 \frac{N}{m^2}$. [20], [34]

Το ρευστό επιλέγεται αέρας με πυκνότητα $\rho_f = 1.293 \frac{kg}{m^3}$ και $\mu_f = 1.72 \times 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot s}$. Στην αρχή επιλέγουμε 8 διαμέτρους σωματιδίων μεταξύ $2\mu m$ και $500\mu m$ με ίση συνεισφορά ποσοστού μάζας και εκτελούμε τους υπολογισμούς για περίπου 13 περιόδους του ομόρου. Ταυτόχρονα σωματίδια με τα ίδια χαρακτηριστικά εισέρχονται στο ίδιο σημείο του πεδίου για την περίπτωση του κενού καναλιού. Με βάση τη μέθοδο ρίχνονται τελικά 296000 σωματίδια, 37000 από κάθε διάμετρο.

Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι έγινε διακρίβωση του αποτελέσματος ρίχνοντας 10 φορές περισσότερα σωματίδια (296000) αλλά και εκτελώντας τους υπολογισμούς για 10 φορές μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Το αποτέλεσμα και στις δύο περιπτώσεις ήταν ο αριθμός των σωματιδίων που επικάθεται στο στερεό τοίχωμα να γίνει 10 φορές μεγαλύτερος, πράγμα που υποδηλώνει στατιστική ανεξαρτησία της μεθόδου.

Για την περίπτωση του αέρα με τα χαρακτηριστικά που έχουν αναφερθεί παραπάνω εκτελούμε τους υπολογισμούς για 8 διαμέτρους που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Στον πίνακα δίνεται επίσης και ο αριθμός Stokes για κάθε σωματίδιο, ο χρόνος χαλάρωσής του, η τελική ταχύτητά του, ο αριθμός Reynolds Re_p του σωματιδίου, ο αριθμός Stokes με χαρακτηριστικό χρόνο του πεδίου την περίοδο της περιοδικής παραγωγής στροβίλων στον ομόρου του κυλίνδρου(ουσιαστικά δηλαδή μια έκφραση για την επίδραση του ομόρου στην κίνηση των σωματιδίων), ο αριθμός Galilei που δίνεται από τον τύπο $Ga = \frac{gd_p^3}{\nu_f^2}$, δηλαδή μια έκφραση για το πόσο μεγαλύτερες είναι βαρυτικές δυνάμεις από τις συνεκτικές, αλλά και ο λόγος *Drag / Weight* όπου στο βάρος έχει αφαιρεθεί η επίδραση της δύναμης του Αρχιμήδη.

Πίνακας 2-3: Στοιχεία των σωματιδίων στην έκθεσή τους στον αέρα

d_p (m)	St	τ (s)	v_{term} (m/s)	Re_p	$St(\tau / T)$	Ga	<i>Drag / Weight</i>
5.00E-04	1.88E+01	1.88E+00	1.84E+01	4.17E+00	2.16E+00	7.09E+00	8.35E-03
2.00E-04	3.00E+00	3.01E-01	2.95E+00	1.67E+00	3.46E-01	4.54E-01	4.52E-02
1.00E-04	7.50E-01	7.52E-02	7.37E-01	8.35E-01	8.64E-02	5.67E-02	1.69E-01
7.50E-05	4.22E-01	4.23E-02	4.14E-01	6.26E-01	4.86E-02	2.39E-02	2.94E-01
5.00E-05	1.88E-01	1.88E-02	1.84E-01	4.17E-01	2.16E-02	7.09E-03	6.45E-01
2.50E-05	4.69E-02	4.70E-03	4.60E-02	2.09E-01	5.40E-03	8.86E-04	2.51E+00
1.00E-05	7.50E-03	7.52E-04	7.37E-03	8.35E-02	8.64E-04	5.67E-05	1.53E+01
2.00E-06	3.00E-04	3.01E-05	2.95E-04	1.67E-02	3.46E-05	4.54E-07	3.76E+02

Ολοκληρώνοντας τις εκτελέσεις του κώδικα για τον αέρα παρατηρήθηκε ότι ουσιαστική απομάκρυνση από το στερεό τοίχωμα εμφάνιζαν μόνο τα σωματίδια 25μm με τιμή *Drag / Weight* = 2.51. Σε μικρότερες διαμέτρους, τα σωματίδια ακολουθούν ακριβώς τη ροή και προκύπτει σχεδόν μηδενική επικάθιση στο τοίχωμα, λόγω του μεγάλου λόγου *Drag / Weight* ενώ σε μεγαλύτερες διαμέτρους η επικάθιση δίνει πολύ μικρές διαφορές σε

σχέση με την περίπτωση του κενού καναλιού λόγω του μικρού λόγου *Drag / Weight*. Είναι δε χαρακτηριστικό ότι σε περιπτώσεις πολύ μεγάλων σωματιδίων, αυτά λόγω της μεγάλης βαρύτητάς τους δεν ακολουθούν καν τη ροή και επικάθονται όλα στο στερεό τοίχωμα, ίσως και πριν να συναντήσουν τον κύλινδρο.

Για επιβεβαίωση της επίδρασης του λόγου *Drag / Weight* αποφασίστηκε να εκτελεστούν οι ίδιες σειρές διαμέτρων αλλά με το περιβάλλον ρευστό αυτή τη φορά να είναι νερό, πυκνότητας $\rho_f = 997 \frac{kg}{m^3}$ και $\mu_f = 1 \times 10^{-3} \frac{kg}{m \cdot s}$ προκειμένου να αυξηθούν οι υδροδυναμικές δυνάμεις. Τα πειράματα εκτελούνται στον ίδιο αριθμό Reynolds, πράγμα που σημαίνει ότι η ταχύτητα θα πρέπει να μειωθεί στο $\frac{1}{10}$ αυτής του αέρα. Έτσι ο λόγος *Drag / Weight* καταλήγει τελικά για τις ίδιες διαμέτρους σωματιδίων να είναι αυξημένος περίπου κατά μία τάξη μεγέθους. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ίδια στοιχεία με προηγούμενα για το νερό:

Πίνακας 2-4: Στοιχεία των σωματιδίων στην έκθεσή τους στο νερό

$d_p (m)$	St	$\tau (s)$	$v_{term} (\frac{m}{s})$	Re_p	$St(\tau / T)$	Ga	<i>Drag / Weight</i>
5.00E-04	2.40E-02	3.19E-02	1.77E-01	4.13E+00	2.85E-03	1.22E+03	6.52E-02
2.00E-04	3.85E-03	5.11E-03	2.84E-02	1.65E+00	4.56E-04	7.80E+01	3.53E-01
1.00E-04	9.62E-04	1.28E-03	7.10E-03	8.25E-01	1.14E-04	9.75E+00	1.32E+00
7.50E-05	5.41E-04	7.19E-04	3.99E-03	6.19E-01	6.42E-05	4.11E+00	2.30E+00
5.00E-05	2.40E-04	3.19E-04	1.77E-03	4.13E-01	2.85E-05	1.22E+00	5.04E+00
2.50E-05	6.01E-05	7.99E-05	4.44E-04	2.06E-01	7.13E-06	1.52E-01	1.96E+01
1.00E-05	9.62E-06	1.28E-05	7.10E-05	8.25E-02	1.14E-06	9.75E-03	1.20E+02
2.00E-06	3.85E-07	5.11E-07	2.84E-06	1.65E-02	4.56E-08	7.80E-05	2.94E+03

Σε αυτή την περίπτωση παρατηρήθηκε ότι τα σωματίδια 50,75 και 100 μ m είχαν περίπου την ίδια συμπεριφορά όσο αφορά την επικάθιση με αυτά των 25 μ m στον αέρα, όπου και ο λόγος *Drag / Weight* ήταν στην ίδια περιοχή. Αυτή η παρατήρηση οδήγησε στην απόφαση στις επόμενες εκτελέσεις του πειράματος να χρησιμοποιηθούν σωματίδια 8 διαφορετικών διαμέτρων με κριτήριο αυτή τη φορά ο λόγος *Drag / Weight* να κινείται στο εύρος [2,9]. Η σύγκριση που έγινε για τα υπόλοιπα στοιχεία των σωματιδίων στη ροή δεν έδωσε κάποιο έναυσμα ως προς το τι προκαλεί τη διαφορά στις επικάθσεις στο στερεό τοίχωμα. Έτσι, για τον αέρα προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

Πίνακας 2-5: Στοιχεία σωματιδίων στην έκθεση τους στον αέρα με βάση το λόγο αντίστασης/βάρος

d_p (m)	St	τ (s)	v_{term} (m/s)	Re_p	$St(\tau / T)$	Ga	<i>Drag / Weight</i>
2.80E-05	5.90E-02	5.91E-03	5.79E-02	2.34E-01	6.79E-03	1.25E-03	2.00E+00
2.28E-05	3.90E-02	3.91E-03	3.84E-02	1.91E-01	4.50E-03	6.74E-04	3.00E+00
1.97E-05	2.92E-02	2.92E-03	2.86E-02	1.65E-01	3.36E-03	4.35E-04	4.00E+00
1.76E-05	2.33E-02	2.33E-03	2.28E-02	1.47E-01	2.68E-03	3.10E-04	5.00E+00
1.61E-05	1.93E-02	1.94E-03	1.90E-02	1.34E-01	2.23E-03	2.35E-04	6.00E+00
1.48E-05	1.65E-02	1.66E-03	1.62E-02	1.24E-01	1.90E-03	1.86E-04	7.00E+00
1.39E-05	1.44E-02	1.45E-03	1.42E-02	1.16E-01	1.66E-03	1.52E-04	8.00E+00
1.31E-05	1.28E-02	1.29E-03	1.26E-02	1.09E-01	1.48E-03	1.27E-04	9.00E+00

Ενώ για το νερό προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

Πίνακας 2-6: Στοιχεία σωματιδίων στην έκθεση τους στο νερό με βάση το λόγο αντίστασης/βάρους

$d_p (m)$	St	$\tau (s)$	$v_{term} (m/s)$	Re_p	$St(\tau / T)$	Ga	$Drag / Weight$
8.06E-05	6.24E-04	8.29E-04	4.61E-03	6.65E-01	7.40E-05	5.10E+00	2.00E+00
6.53E-05	4.10E-04	5.45E-04	3.03E-03	5.39E-01	4.87E-05	2.72E+00	3.00E+00
5.63E-05	3.05E-04	4.05E-04	2.25E-03	4.65E-01	3.62E-05	1.74E+00	4.00E+00
5.02E-05	2.43E-04	3.22E-04	1.79E-03	4.15E-01	2.88E-05	1.24E+00	5.00E+00
4.57E-05	2.01E-04	2.67E-04	1.49E-03	3.78E-01	2.39E-05	9.33E-01	6.00E+00
4.23E-05	1.72E-04	2.28E-04	1.27E-03	3.49E-01	2.04E-05	7.36E-01	7.00E+00
3.95E-05	1.50E-04	1.99E-04	1.11E-03	3.26E-01	1.78E-05	6.00E-01	8.00E+00
3.72E-05	1.33E-04	1.77E-04	9.81E-04	3.07E-01	1.58E-05	5.01E-01	9.00E+00

Διευκρινίζεται ότι ο όρος v_{term} αφορά την τελική ταχύτητα του σωματιδίου και δίνεται για την περίπτωση του θαλάμου συλλογής σωματιδίων από την σχέση:

$$v_{term} = (\rho_p - \rho_f) \frac{d_p^2}{18\mu_f} g \quad \text{Εξ(85)}$$

που προτείνεται από τους Mycock, McKenna και Theodore.[44] Μέσω αυτής της σχέσης υπολογίζεται και η ελάχιστη διάμετρος σωματιδίων που μπορεί 100% να συλληχθεί από το θάλαμο μέσω της εξίσωσης:[44]

$$d_p^* = \left(\frac{v_{term} 18\mu_f}{(\rho_p - \rho_f) g} \right)^{0.5} \quad \text{Εξ(86)}$$

Μέσω αυτής της εξίσωσης εξακριβώθηκε ότι και στην δική μας περίπτωση τα σωματίδια που επικάθονταν πλήρως πάνω στο στερεό τοίχωμα ήταν αυτά με διάμετρο μεγαλύτερη από την d_p^* .

Τέλος, έγινε σύγκριση της ποσοστιαίας μείωσης της επικάθισης πάνω στο τοίχωμα σε αποστάσεις $5D, 10D, 15D, 20D, 25D$ μακριά από τον κύλινδρο, όπου D η διάμετρος του κυλίνδρου, καθώς και για τη συνολική επικάθιση. Αυτή έγινε για την περίπτωση νερού και αέρα για περίπτωση ενός κυλίνδρου και για περίπτωση 2 κυλίνδρων που απέχουν απόσταση $5D$.

3. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

3.1. Ροή γύρω από κύλινδρο

3.1.1. Ροή που εκτείνεται άπειρα γύρω από κύλινδρο

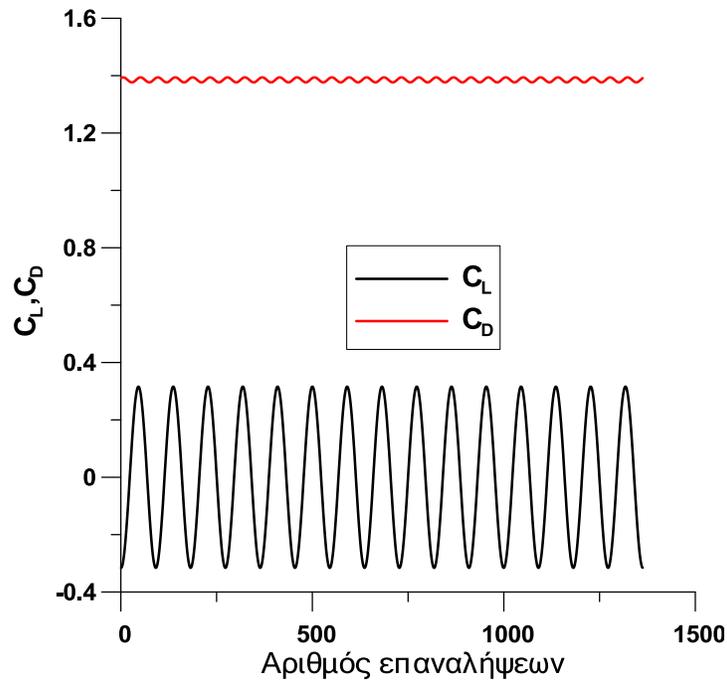
Ακολουθώντας την μεθοδολογία που περιγράφηκε στα προηγούμενα κεφάλαια επιλύουμε πρώτα το πεδίο με τον κύλινδρο στο κέντρο και ροή που εκτείνεται άπειρα στην κάθετη κατεύθυνση. Ο κύλινδρος έχει διάμετρο $D=0.02m$ και εκτίθεται σε ομοιόμορφο προφίλ ταχύτητας ενώ απέχει από την είσοδο του πεδίου απόσταση $10D$ και από την έξοδο απόσταση $25D$. Το ρευστό επιλέγεται αέρας με πυκνότητα $\rho_f = 1.293 \frac{kg}{m^3}$ και

$\mu_f = 1.72 \times 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot s}$ ενώ η τιμή της ταχύτητας στο ομοιόμορφο προφίλ εισόδου είναι

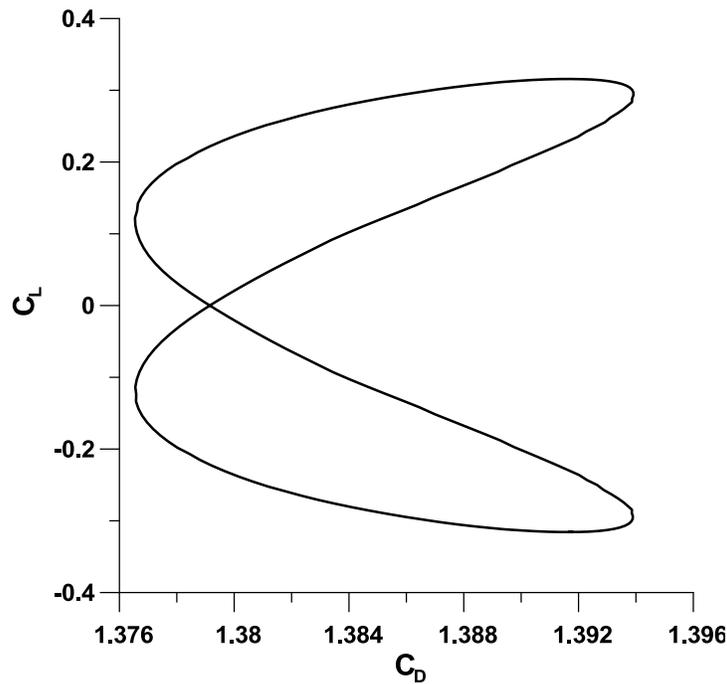
$U_\infty = 0.06651 \frac{m}{s}$ έτσι ώστε ο αριθμός Reynolds για τον κύλινδρο να προκύπτει ίσος με

$$Re = 100.$$

Σε μια πορεία και αφού έχει αποκατασταθεί η περιοδικότητα της μη μόνιμης κατάστασης λαμβάνουμε το παρακάτω διάγραμμα για τους συντελεστές αντίστασης και άνωσης πάνω στον κύλινδρο:



Εικόνα 3-1: Διακύμανση των συντελεστών άνωσης και αντίστασης για την περίπτωση ροής που εκτείνεται άπειρα γύρω από κύλινδρο



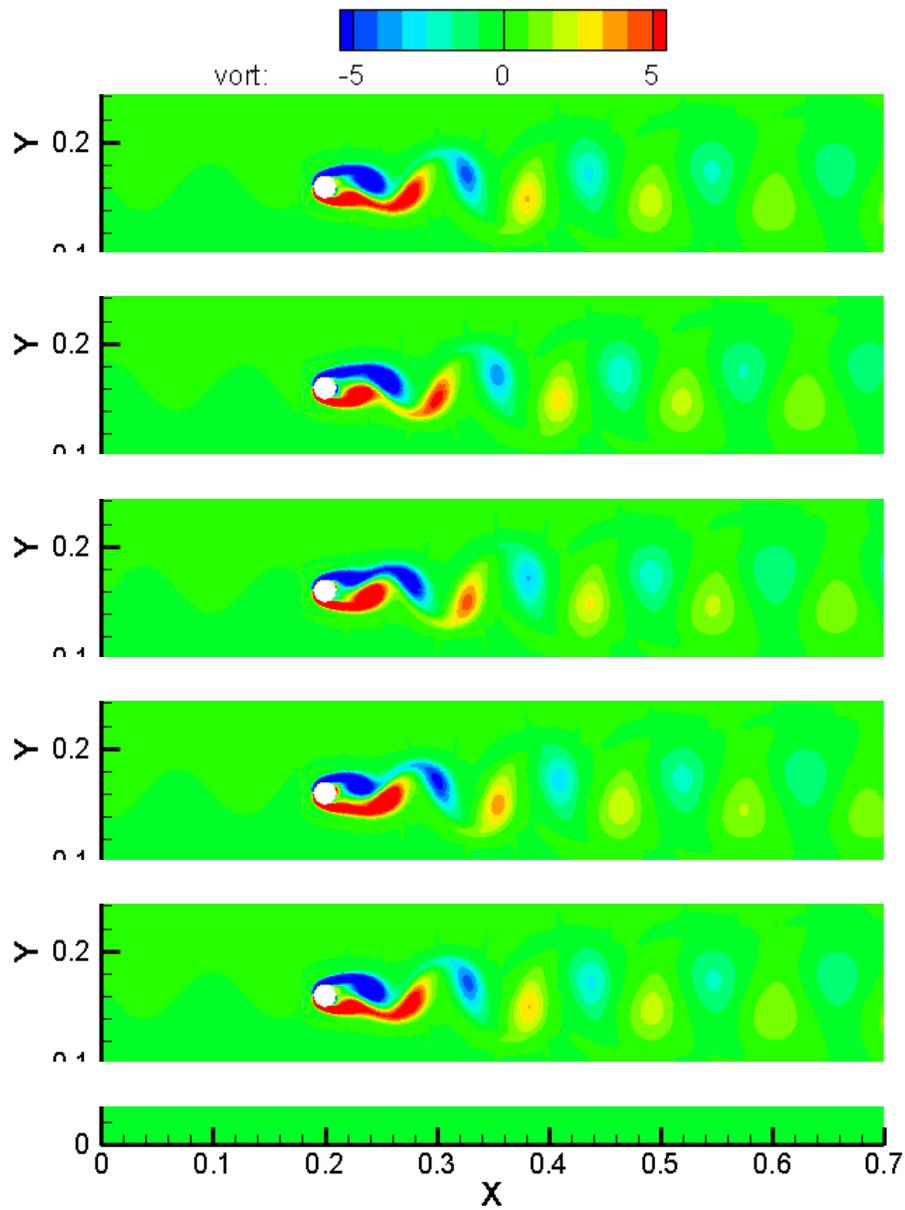
Εικόνα 3-2: Διάγραμμα μεταξύ συντελεστή αντίστασης και άνωσης στη διάρκεια μιας περιόδου για την περίπτωση ροής που εκτείνεται άπειρα γύρω από κύλινδρο

Από την επεξεργασία των τιμών προκύπτει ότι η περίοδος είναι ίση με $T=1.83s$ και ο αριθμός Strouhal με αυτά τα δεδομένα προκύπτει $Str=0.1643$. Δίνεται πίνακας με τα αποτελέσματα βασικών μεγεθών και σύγκριση με αντίστοιχα αποτελέσματα με τη βιβλιογραφία:

Πίνακας 3-1: Σύγκριση με τις βιβλιογραφικές τιμές βασικών μεγεθών της ροής για την περίπτωση ροής που εκτείνεται άπειρα γύρω από κύλινδρο [9], [10], [12]

$Re = 100$	C_{Lrms}	C_{Drms}	$\overline{C_D}$	Str
Mittal et al	0.226	0.00634	1.322	0.1644
Ding et al	-	-	1.356	0.166
Singha-Sinhamahapatra	0.226	-	1.431	0.165
Παρούσα εργασία	0.2234	0.006148	1.385	0.1643

Διακρίνεται μια μικρή διασπορά των αποτελεσμάτων συμπεριλαμβανομένων των βιβλιογραφικών τιμών, πιο εμφανής στο $\overline{C_D}$, η οποία όμως δεν ξεπερνά σε καμία περίπτωση το 10%. Στα παρακάτω διαγράμματα φαίνεται η στροβιλότητα της ροής για χρονικές στιγμές $t = 0, T/4, T/2, 3T/4, T$.



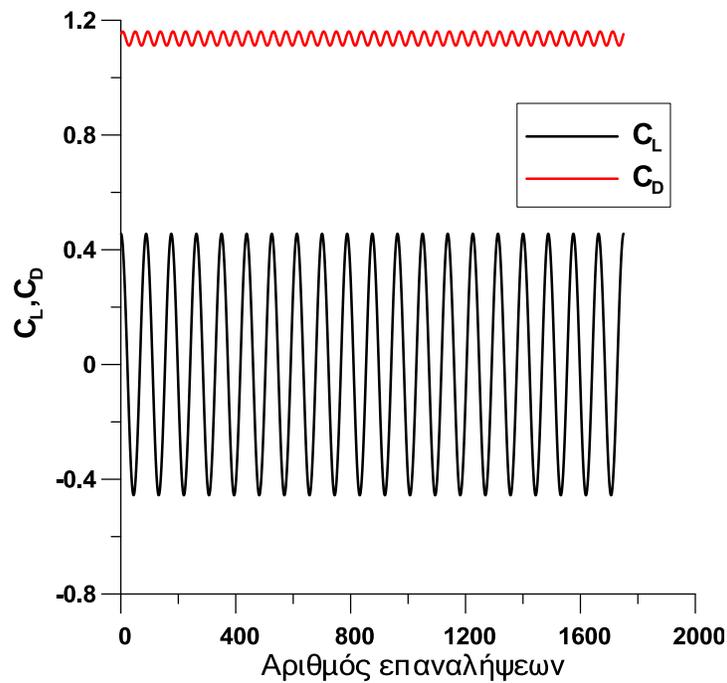
Εικόνα 3-3: Διάγραμμα στροβιλότητας για την περίπτωση ροής που εκτείνεται άπειρα γύρω από κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=0, T/4, T/2, 3T/4, T$ (οι αποστάσεις σε m)

Από τις παραπάνω εικόνες και τους υπολογισμούς γίνεται φανερό ότι, όταν το C_D γίνεται μέγιστο, το C_L παίρνει είτε την μέγιστη ή την ελάχιστη τιμή του, λόγω της ύπαρξης ενός

μόνο στροβίλου θετικής ή αρνητικής στροβιλότητας ενώ το γεγονός ότι η περίοδος του C_D είναι η μισή από του C_L φαίνεται και από την Εικ.3-2.

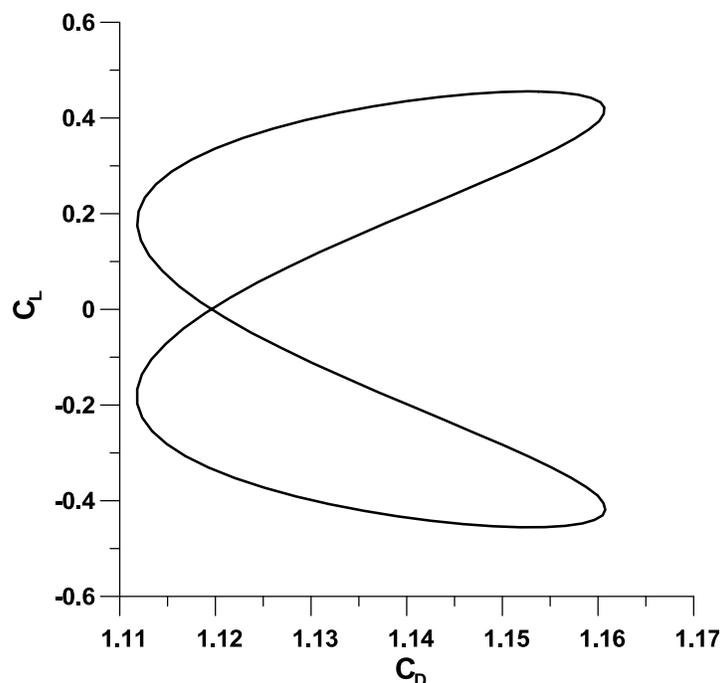
3.1.2. Ροή που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από κύλινδρο

Αντίστοιχα αποτελέσματα προκύπτουν και σε ροή που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση (παρουσία τοιχωμάτων εκατέρωθεν του κυλίνδρου, παράλληλων στη ροή. Σε αυτή την περίπτωση, ακολουθούμε πιστά την περίπτωση που εξετάστηκε από τους Singha-Sinhamahapatra (βλ Εικ. 1-6). Ο κύλινδρος παραμένει ο ίδιος σε διάμετρο (D) ενώ για την απόσταση μεταξύ των τοιχωμάτων (H) ισχύει $H/D=8$, δηλαδή $H=0.16$. Το μήκος από την είσοδο μέχρι το κέντρο του κυλίνδρου είναι ίσο με $10D=0.2m$ ενώ από το κέντρο του κυλίνδρου μέχρι το τέλος του υπολογιστικού χωρίου $25D=0.5m$. Σαν συνθήκη εισόδου θέτουμε παραβολικό προφίλ ταχύτητας σύμφωνα με τη σχέση $U = 4U_\infty \left(\frac{y}{H} \right) \left[1 - \left(\frac{y}{H} \right) \right]$. Ο αριθμός Reynolds υπολογίζεται με βάση την U_∞ και το ρευστό που χρησιμοποιείται είναι αέρας όπως ορίστηκε στο προηγούμενο παράδειγμα. Αυτή τη φορά θέτουμε $Re=200$. Τα αποτελέσματα για τα C_L, C_D φαίνονται στα παρακάτω διαγράμματα:



Εικόνα 3-4: Διακύμανση των συντελεστών άνωσης και αντίστασης για την περίπτωση ροής που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από κύλινδρο

Αντίστοιχα με προηγούμενα, παρουσιάζονται το διάγραμμα φάσεων Lisajous(Εικ. 3-5), ο πίνακας με τα στοιχεία που προέκυψαν από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων(Πιν. 3-2), καθώς και διαγράμματα στροβιλότητας για 5 στιγμές της περιόδου(Εικ. 3-6).

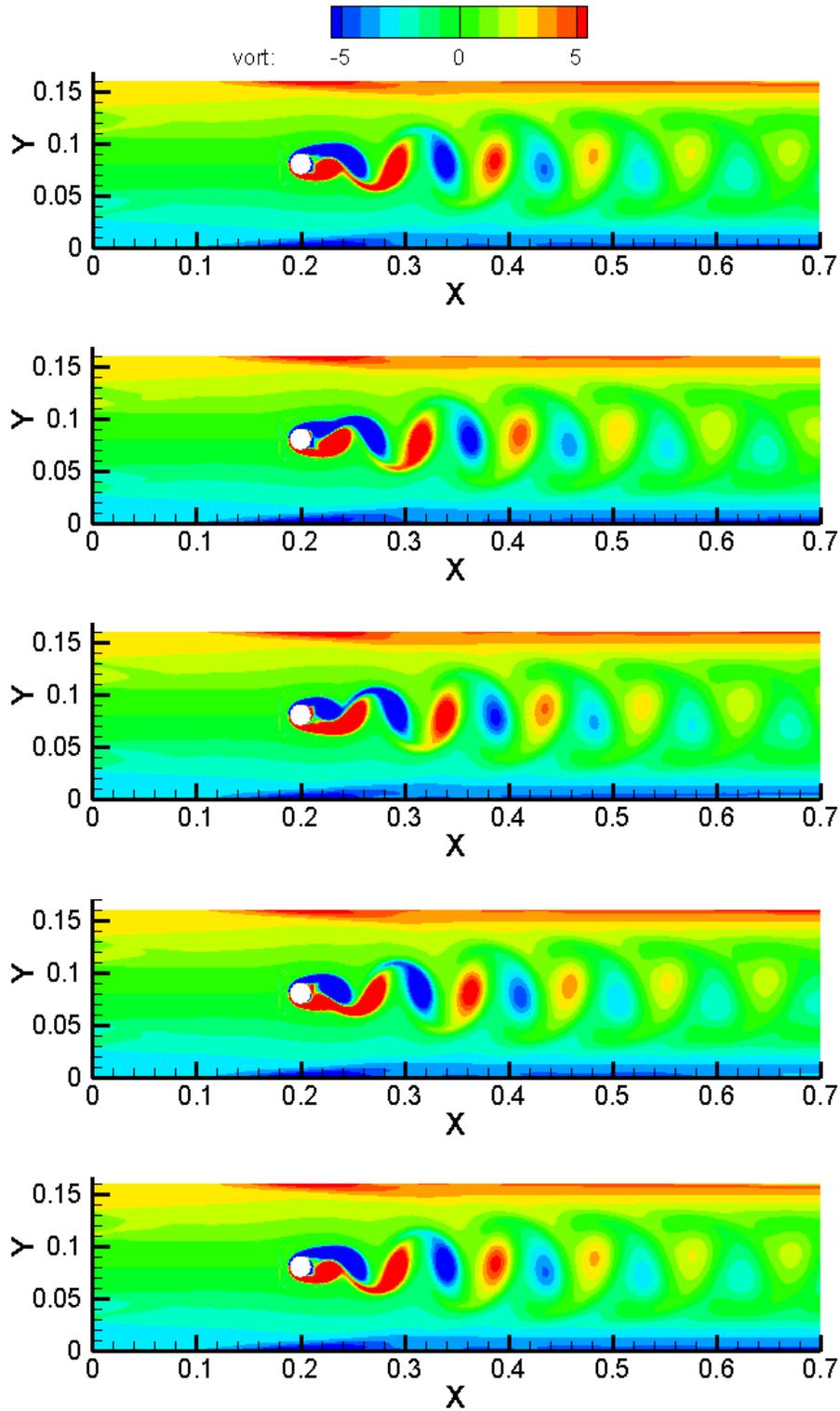


Εικόνα 3-5: Διάγραμμα μεταξύ συντελεστή αντίστασης και άνωσης στη διάρκεια μιας περιόδου για την περίπτωση ροής που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από κύλινδρο

Πίνακας 3-2: Σύγκριση με τις βιβλιογραφικές τιμές βασικών μεγεθών της ροής για την περίπτωση ροής που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από κύλινδρο [9]

$Re = 200$	C_{Lrms}	C_{Drms}	$\overline{C_D}$	Str
Singha-Sinhamahapatra	0.435	-	1.294	0.188
Παρούσα εργασία	0.3217	0.01734	1.136	0.1708

Οι διαφορές που προκύπτουν σε σχέση με τη βιβλιογραφία δείχνουν υποεκτίμηση των συντελεστών αντίστασης και άνωσης. Το γεγονός αυτό δεν επηρεάζει όμως την εξέταση του φαινομένου των δυνάμεων πάνω στα σωματίδια καθώς οδηγεί σε συντηρητικότερα αποτελέσματα. Ακολουθούν τα διαγράμματα στροβιλότητας για χαρακτηριστικές τιμές της περιόδου.

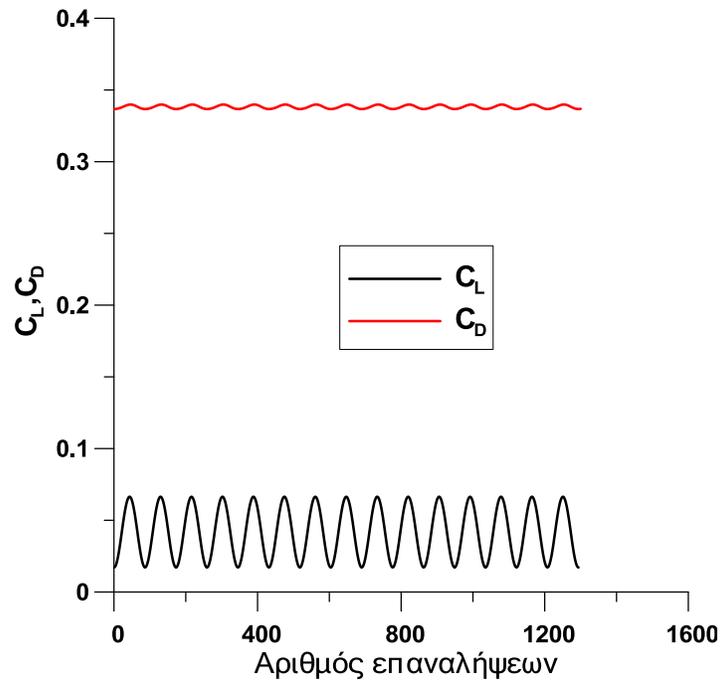


Εικόνα 3-6: Διάγραμμα στροβιλότητας για την περίπτωση ροής που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=0, T/4, T/2, 3T/4, T$ (οι αποστάσεις σε m)

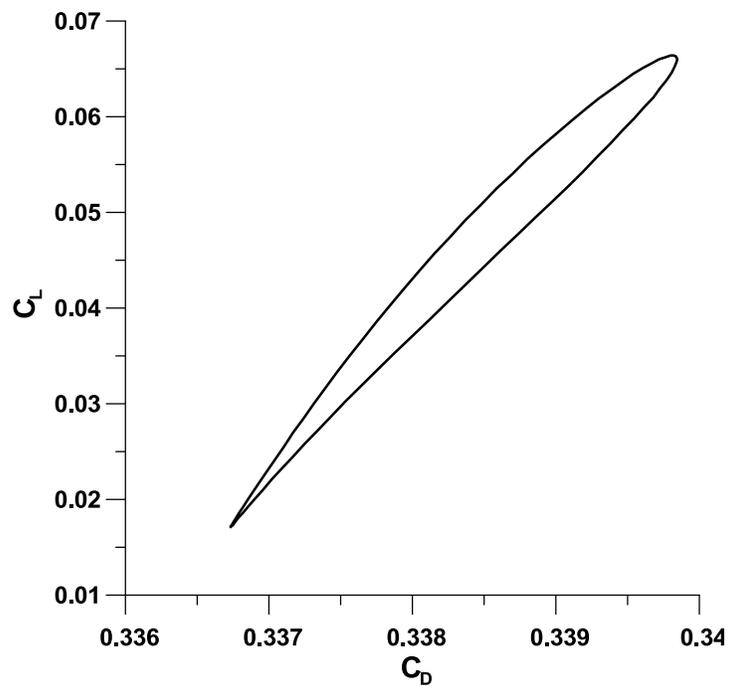
Η ύπαρξη τοιχωμάτων στη ροή πάνω και κάτω δημιουργεί αυξημένες ταχύτητες γύρω από τον κύλινδρο προκειμένου να διατηρηθεί η ροή μάζας. Κατά συνέπεια και το πλάτος του C_L αυξάνεται σε σχέση με την άπειρη ροή γιατί αυξάνουν οι κλίσεις ταχύτητας πάνω στον κύλινδρο και η στροβιλότητα είναι πιο έντονη ενώ έχει αυξηθεί και ο αριθμός Reynolds. Το C_D αντίθετα έχει μικρότερη τιμή από πριν, εξαιτίας της ύπαρξης των τοιχωμάτων και της αύξησης του αριθμού Reynolds με βάση την αύξηση της προσπιπτόμενης στο κύλινδρο ταχύτητας ροής.

3.1.3. Ροή που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα

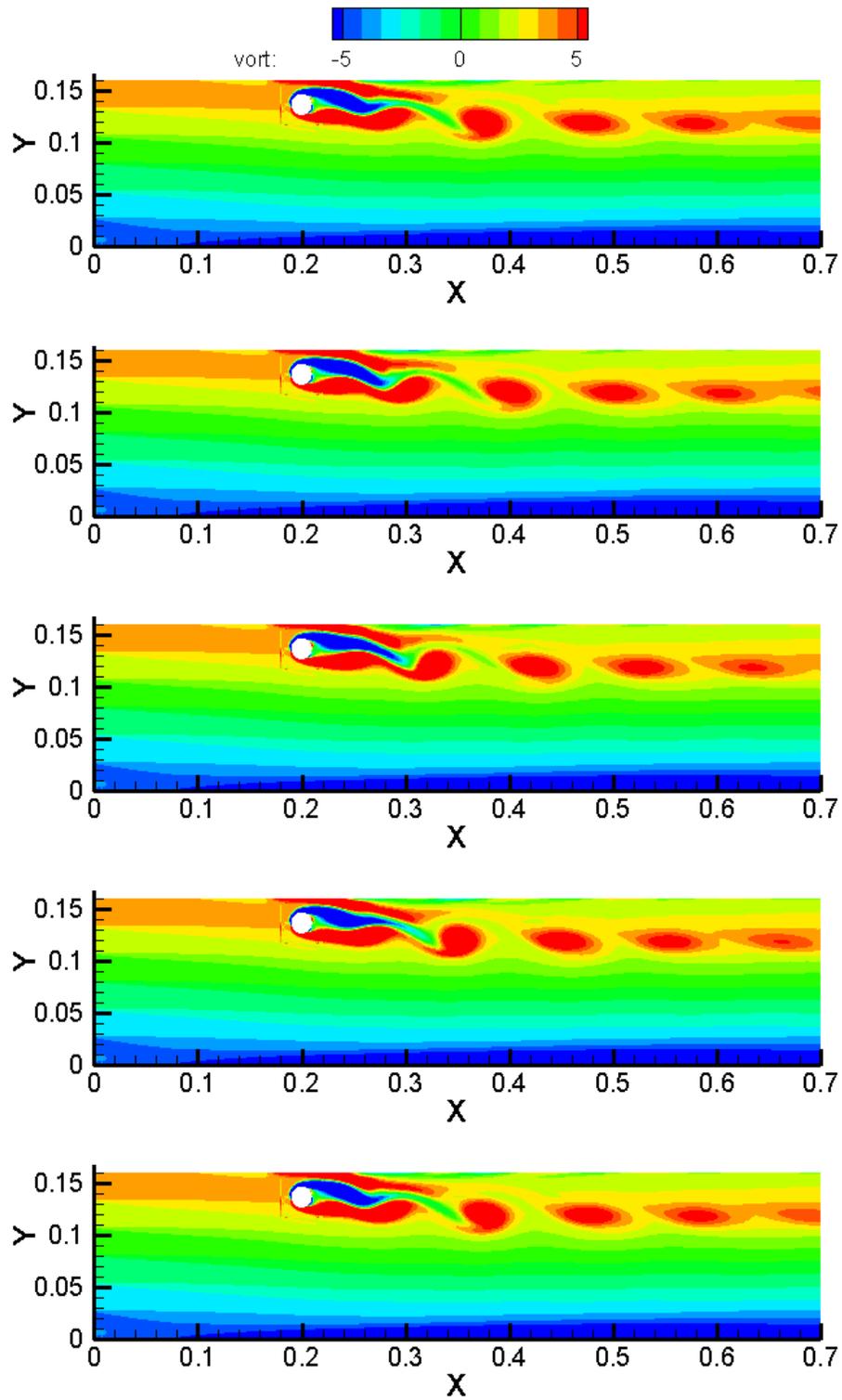
Έχοντας επιβεβαιώσει τα αποτελέσματα του κώδικα με τη βιβλιογραφία, προχωράμε στην περίπτωση όπου το κέντρο του κυλίνδρου απέχει απόσταση ίση με $1.2D$ από το στερεό τοίχωμα. Επιλέχθηκε ο κύλινδρος να μην πλησιάσει περισσότερο στο στερεό τοίχωμα, ώστε να μην εμποδιστεί η δημιουργία του δρόμου von Karman στην πλευρά που δε «βλέπει» προς το τοίχωμα. Επιλέγεται και πάλι παραβολικό προφίλ αλλά αυτή τη φορά επιλέγεται $Re=300$. Αιτία αυτής της αλλαγής είναι το γεγονός ότι ο κύλινδρος μετακινήθηκε κοντά στο τοίχωμα και επομένως θα δέχεται επίδραση ρευστού ταχύτητας μικρότερης από αυτή στο κέντρο του καναλιού. Με αυτό τον τρόπο ο αριθμός Reynolds που αφορά τον κύλινδρο είναι περίπου 150. Έτσι, για αέρα των χαρακτηριστικών που περιγράφηκαν παραπάνω θα έχουμε τα εξής αποτελέσματα για τα C_L, C_D ενώ όπως και προηγουμένως παρουσιάζονται χαρακτηριστικά διαγράμματα στροβιλότητας για διάφορες στιγμές της περιόδου.



Εικόνα 3-7: Διακύμανση των C_L, C_D για ροή γύρω από κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα



Εικόνα 3-8: Διάγραμμα μεταξύ συντελεστή αντίστασης και άνωσης στη διάρκεια μιας περιόδου για ροή γύρω από κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα



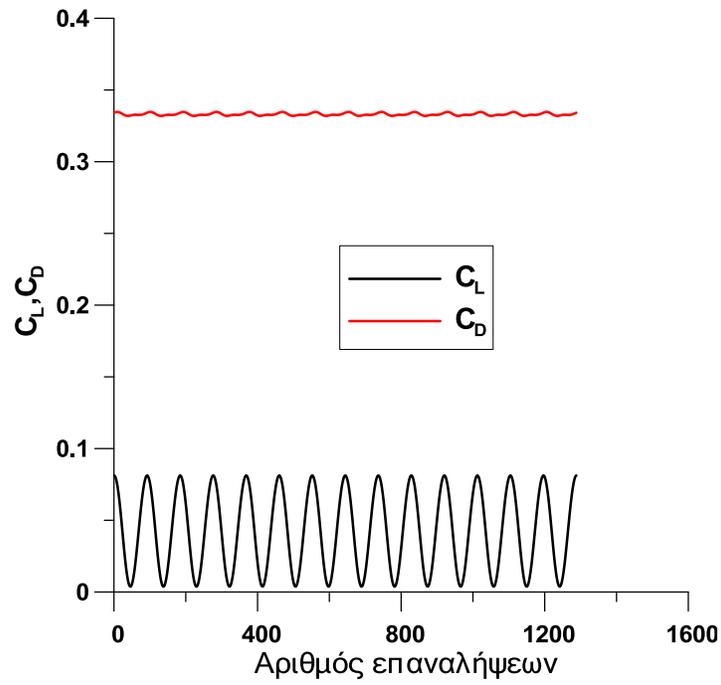
Εικόνα 3-9: Διάγραμμα στροβιλότητας για ροή γύρω από κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα τις χρονικές στιγμές $t=0, T/4, T/2, 3T/4, T$ (οι αποστάσεις σε m)

Από τα παραπάνω διαγράμματα επιβεβαιώνεται αυτό που οι Lei et al([17]) είχαν παρατηρήσει, ότι δηλαδή λόγω της δυσκολίας της κύλισης του στρώματος διάτμησης που βρίσκεται κοντά στο τοίχωμα ουσιαστικά δημιουργία δρόμου Von Karman έχουμε μόνο από την ελεύθερη πλευρά. Έτσι και ο C_D δεν προλαβαίνει να ολοκληρώσει δύο περιόδους στην περίοδο του C_L , παρά μόνο μία και γι' αυτό το διάγραμμα της Εικ. 3-8 διαφοροποιείται από τα αντίστοιχα των προηγούμενων περιπτώσεων. Δεν δίνεται δηλαδή ο χώρος στην πλευρά του κυλίνδρου που «βλέπει» στο τοίχωμα να αναπτύξει αστάθεια στο στρώμα διάτμησης που θα οδηγήσει τελικά σε δημιουργία στροβίλου. Έτσι, σε ελάχιστο C_L έχουμε και το ελάχιστο C_D , ενώ δημιουργούνται και δύο περιοχές για τα ίδια C_D , μία με μικρότερες τιμές του C_L και μία με μεγαλύτερες.

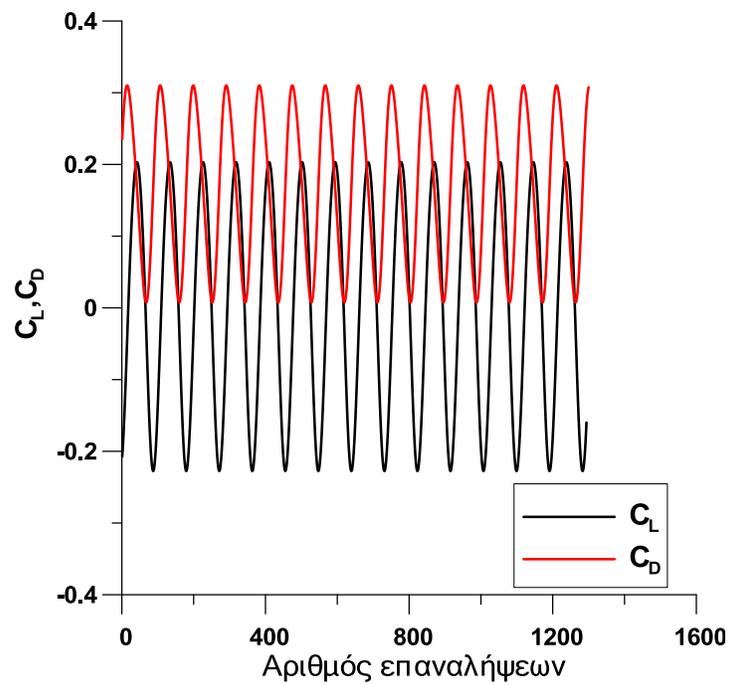
3.1.4. Ροή που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από ζεύγος κυλίνδρων κοντά σε τοίχωμα

Για την περίπτωση του ζεύγους κυλίνδρων θεωρούμε τις ίδιες συνθήκες εισόδου με προηγούμενα. Ο δεύτερος κύλινδρος τοποθετείται σε απόσταση $5D$, απόσταση που όπως θα φανεί και από τα διαγράμματα επιτρέπει στον πρώτο κύλινδρο να δώσει αρχικά δρόμο Von Karman στην ελεύθερη πλευρά του. Αυτό στη συνέχεια φαίνεται να ενισχύει τον τελικό δρόμο Von Karman που παράγεται από τον δεύτερο κύλινδρο και όπως θα φανεί αργότερα και στο κομμάτι των επικαθίσεων δίνει πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα σε μεγαλύτερη απόσταση από τον πρώτο κύλινδρο.

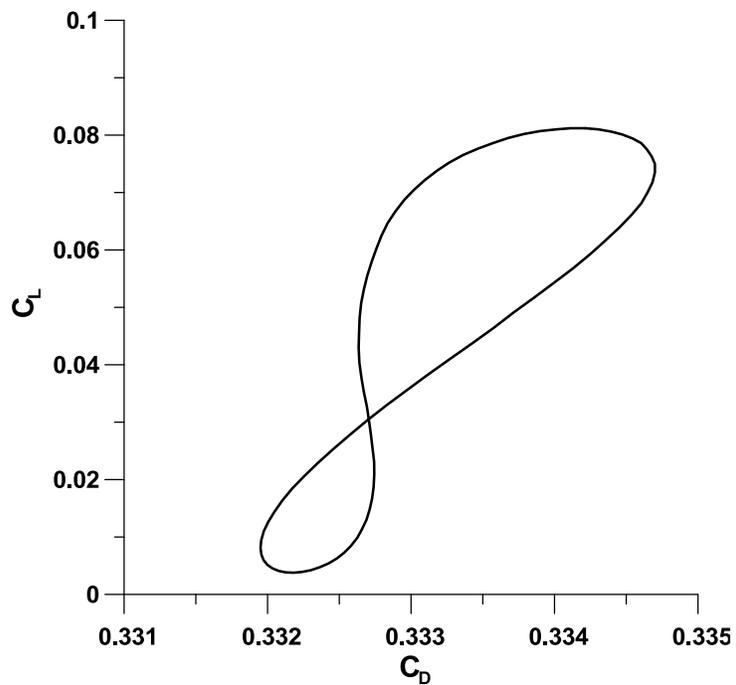
Αρχικά παρουσιάζονται τα διαγράμματα για τα C_L, C_D όπως προηγουμένως και για τους δύο κυλίνδρους και στη συνέχεια τα διαγράμματα στροβιλότητας για διάφορες στιγμές της περιόδου.



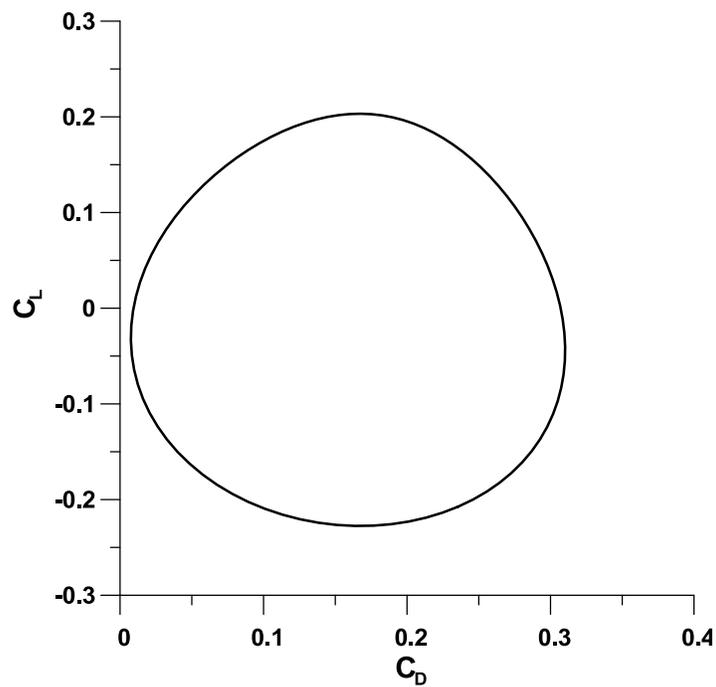
Εικόνα 3-10: Διακύμανση των C_L, C_D για ροή γύρω από τον πρώτο κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα



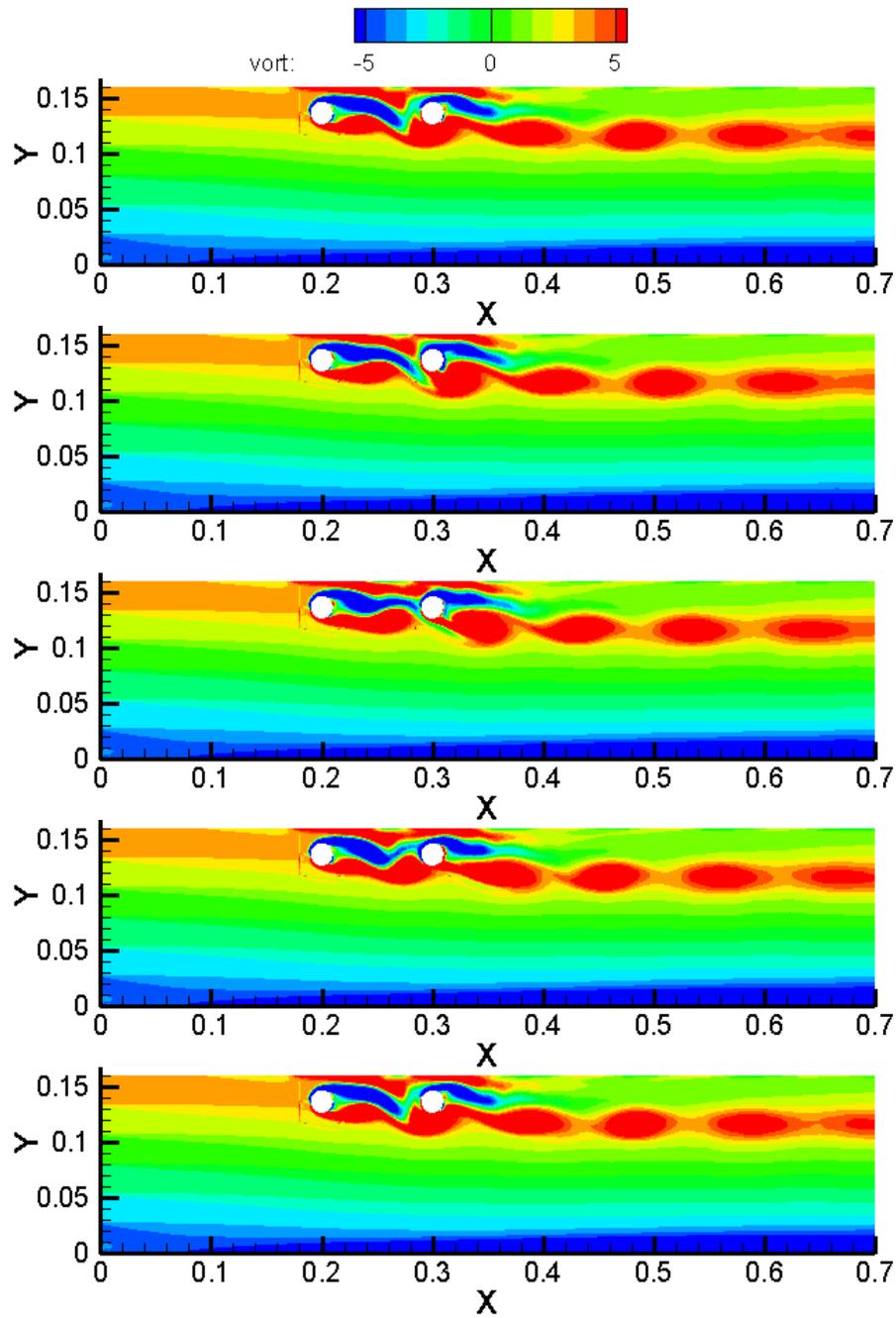
Εικόνα 3-11: Διακύμανση των C_L, C_D για ροή γύρω από τον δεύτερο κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα



Εικόνα 3-12: Διάγραμμα μεταξύ συντελεστή αντίστασης και άνωσης στη διάρκεια μιας περιόδου για ροή γύρω από τον πρώτο κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα



Εικόνα 3-13: Διάγραμμα μεταξύ συντελεστή αντίστασης και άνωσης στη διάρκεια μιας περιόδου για ροή γύρω από τον δεύτερο κύλινδρο κοντά σε στερεό τοίχωμα



Εικόνα 3-14: Διάγραμμα στροβιλότητας για ροή γύρω από δύο κυλίνδρους κοντά σε στερεό τοίχωμα τις χρονικές στιγμές $t=0, T/4, T/2, 3T/4, T$ (οι αποστάσεις σε m)

Σε γενικές γραμμές είναι πολύ περίπλοκο να ερμηνευτεί η συμπεριφορά του ομόρου των δύο κυλίνδρων κοντά σε τοίχωμα, ειδικά από τη στιγμή που το αν θα προκληθεί και από τους δύο κυλίνδρους ομόρους, δεν εξαρτάται πια μόνο από τον αριθμό Reynolds αλλά και από την απόσταση μεταξύ τους και από την απόσταση από τον τοίχο. Ωστόσο, εκείνο που φαίνεται και από τα διαγράμματα Lisajous είναι το γεγονός ότι ο δεύτερος κύλινδρος εκτίθεται σε μικρότερες ταχύτητες, οι οποίες προκύπτουν λόγω της «προστατευτικής» παρουσίας του ανάντι κυλίνδρου, οδηγώντας σε μικρότερους συντελεστές αντίστασης σε σχέση με τον πρώτο κύλινδρο. Όσο αφορά την άνωση, η θετική στροβιλότητα που επηρεάζει το δεύτερο κύλινδρο οδηγεί σε αρκετά μεγαλύτερες τιμές άνωσης. Ο αριθμός Strouhal είναι ο ίδιος και για τους δύο κυλίνδρους κάτι που επιβεβαιώνεται και από τη βιβλιογραφία.[19]

3.2. Σωματίδια

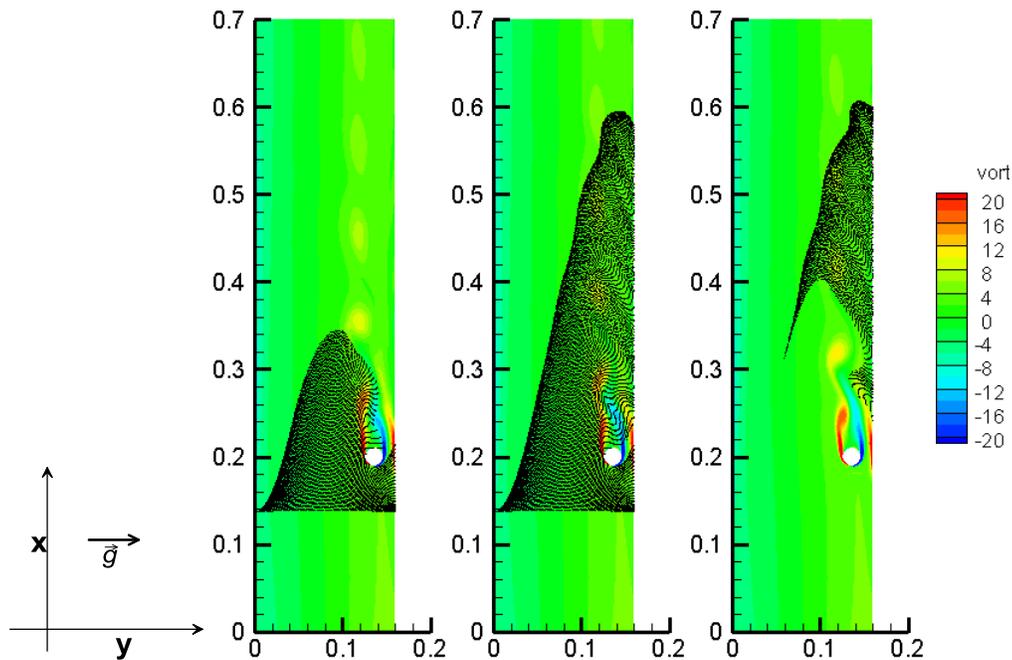
Αφού η περίπτωση που εξετάσαμε(κύλινδρος διαμέτρου D που εκτίθεται σε ροή μέσα σε κανάλι ύψους $H=8D$ και του οποίου το κέντρο απέχει από το στερεό τοίχωμα απόσταση $1.2D$) βρίσκεται στη περιοδική μη μόνιμη κατάσταση, ενεργοποιούμε τη δυνατότητα να απελευθερώσουμε σωματίδια σε ένα σημείο του πεδίου.

Στις παρακάτω ενότητες παρουσιάζονται ενδεικτικά αποτελέσματα από την κίνηση των σωματιδίων μέσα στο πεδίο. Το κυριότερο χαρακτηριστικό που δείχνει να παίζει ρόλο στην κίνησή τους είναι ο λόγος $Drag / Weight$, ο οποίος αλλάζει για κάθε σωματίδιο κάθε χρονική στιγμή εξαιτίας της διαφοράς που προκύπτει στην ταχύτητα που συναντά λόγω του ομόρου του κυλίνδρου. Τέλος, παρουσιάζονται διαγράμματα που αφορούν τις ποσοστιαίες μειώσεις στις επικαθίσεις των σωματιδίων για αποστάσεις $5D, 10D, 15D, 20D, 25D$ από τον κύλινδρο για κάθε περίπτωση σωματιδίων.

3.2.1. Εύρος σωματιδίων 2-500μm σε αέρα

Όπως παρουσιάστηκε στο Κεφ.2, τα σωματίδια που εισέρχονται στο πεδίο παρουσιάζουν ενδιαφέρον μόνο στην περίπτωση των 25 μm, για την οποία δίνεται η εξέλιξη της με το χρόνο σε σύγκριση με την περίπτωση του κενού καναλιού. Για σύγκριση παρουσιάζονται αποτελέσματα για σωματίδια με μεγάλες διαμέτρους και με πιο μικρές. Για περισσότερα αποτελέσματα, ο αναγνώστης παραπέμπεται στο Παράρτημα.

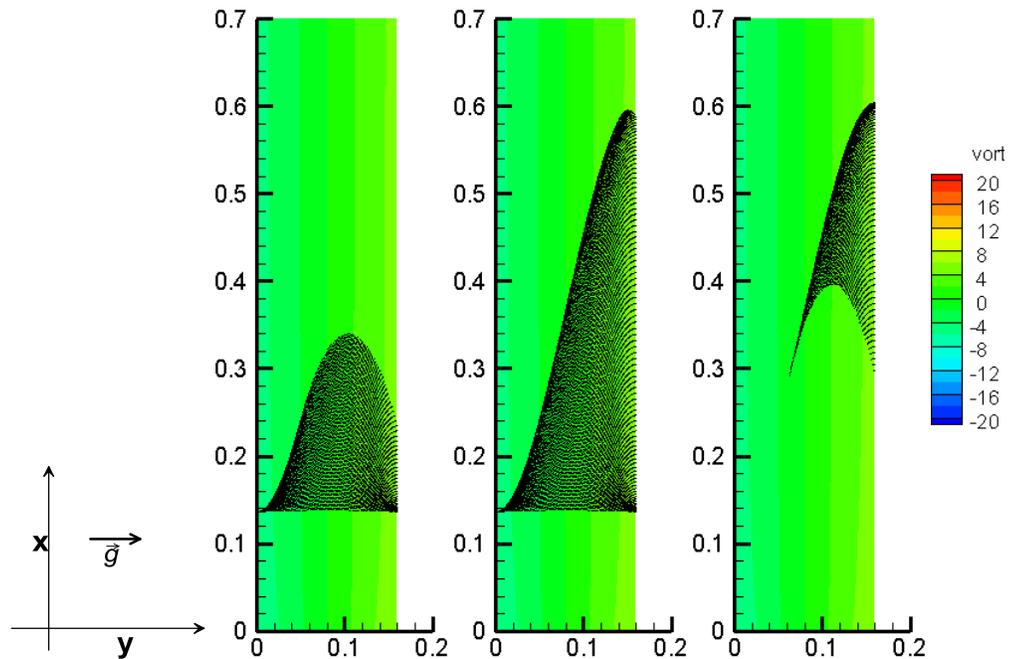
Διάμετρος σωματιδίου 25μm



Εικόνα 3-15: Σωματίδια διαμέτρου 25μm στη ροή αέρα(Drag/Weight=2.51) με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,3T,5T$ (οι αποστάσεις σε m)

Αντίστοιχα, παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 25μm για την περίπτωση του κενού καναλιού. Διευκρινίζεται ότι στο κενό κανάλι παρότι χρησιμοποιείται το σύμβολο της περιόδου(T) εντούτοις αυτή δεν έχει φυσική σημασία σε αυτή την περίπτωση.

Συμβολίζει απλώς το χρονικό διάστημα ίσο με μια περίοδο του ομόρου του κυλίνδρου στην περίπτωση του καναλιού με κύλινδρο.

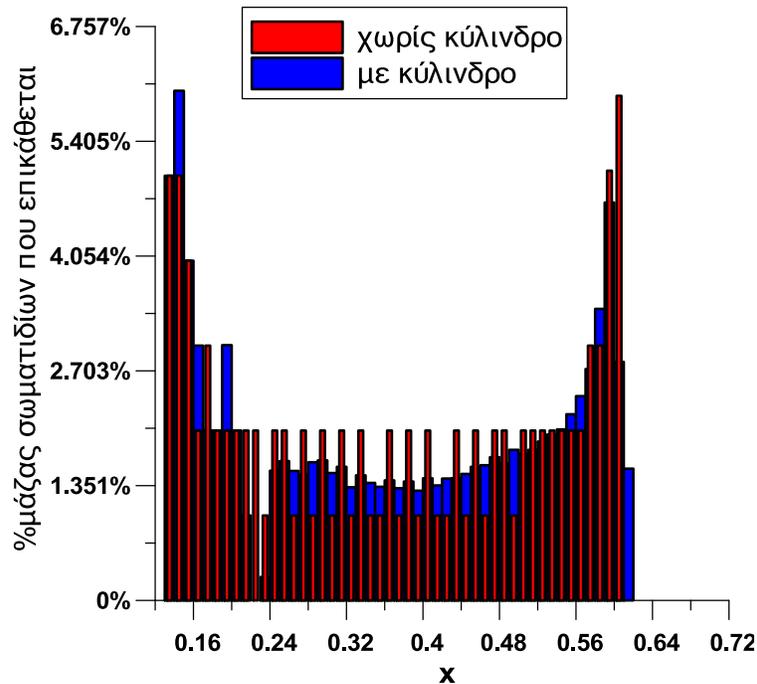


Εικόνα 3-16: Σωματίδια διαμέτρου 25 μm στη ροή αέρα($Drag/Weight=2.51$) χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,3T,5T$ (οι αποστάσεις σε m)

Είναι εμφανές ότι στο ίδιο χρονικό διάστημα τα σωματίδια για τα οποία υπάρχει επικάθιση είναι σημαντικά λιγότερα στην περίπτωση του κυλίνδρου και κυρίως στην απόσταση μέχρι 5 διαμέτρους μακριά από αυτόν. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην ύπαρξη σημαντικά μεγαλύτερων λόγων $Drag/Weight$ σε σχέση με τα μεγαλύτερα σωματίδια, αλλά όχι τόσο μεγάλη ώστε τα σωματίδια να καταλήξουν τελικά να επηρεάζονται μόνο από τη ροή(μικρότερα σωματίδια).

Στην Εικ. 3-17 φαίνεται η διανομή της επικάθισης των σωματιδίων των 25 μm στον αέρα σε συνάρτηση με την απόσταση x . Το διάγραμμα αφορά το χρονικό διάστημα περίπου των 13 περιόδων του ομόρου. Είναι εμφανής μια μείωση της επικάθισης σε απόσταση

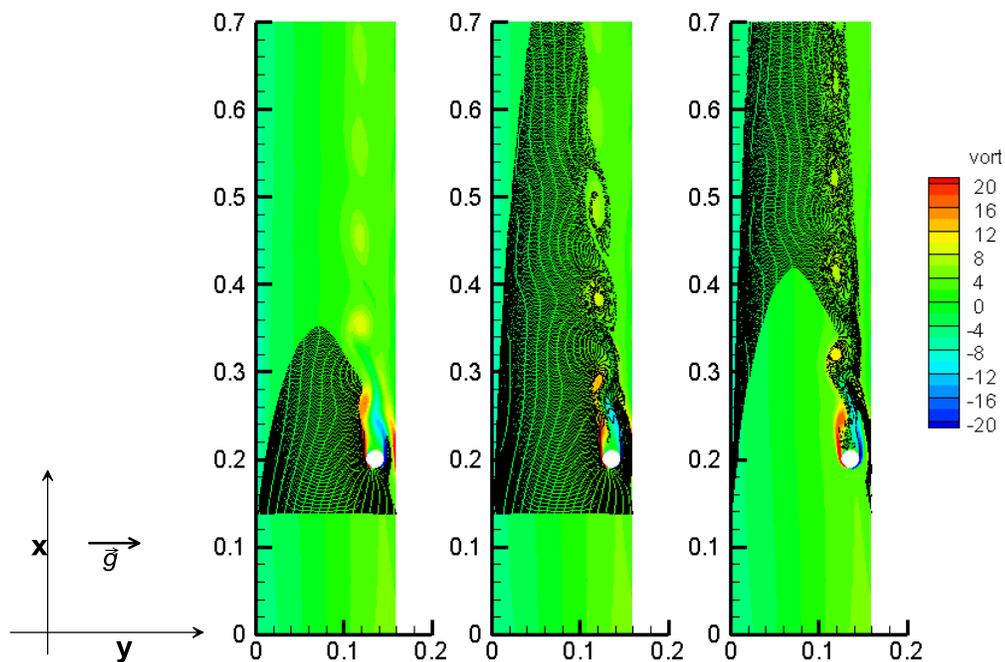
περίπου 5 διαμέτρους κυλίνδρου. Η αύξηση που παρουσιάζεται σε χαμηλότερες τιμές του άξονα x οφείλεται στην επιβράδυνση της ροής λόγω της ύπαρξης του κυλίνδρου.



Εικόνα 3-17: Διανομή της επικαθίσης των σωματιδίων των 25 μ m στον αέρα ($Drag/Weight=2.51$) σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

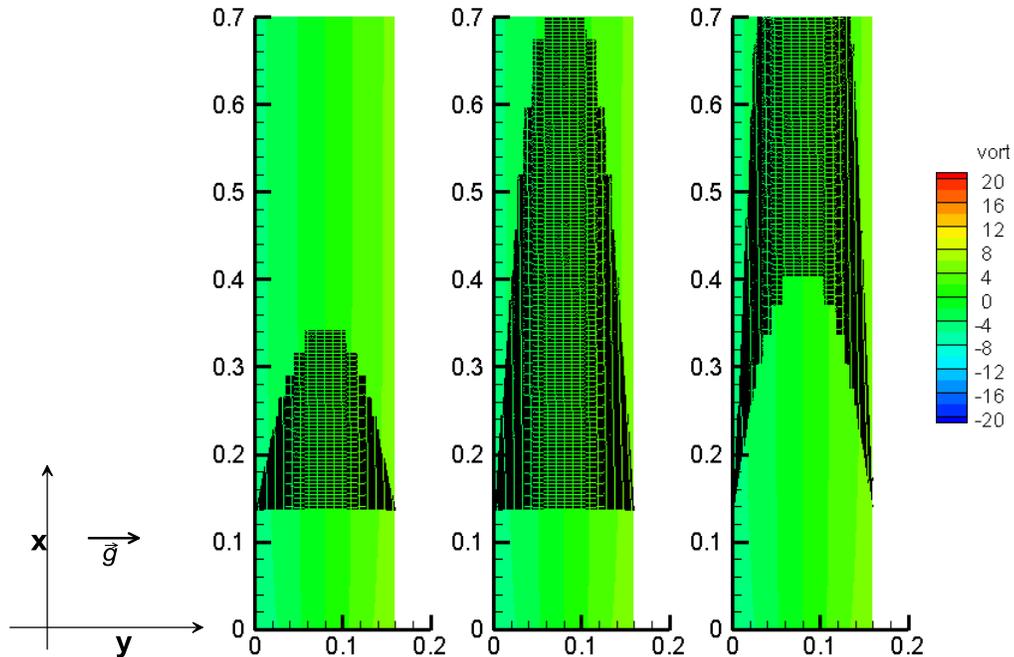
Διάμετρος σωματιδίου 2 μ m

Στην περίπτωση αυτή ο λόγος $Drag / Weight$ είναι πολύ μεγαλύτερος και τα σωματίδια κινούνται στον αέρα, ουσιαστικά μόνο υπό την επίδραση των ταχυτήτων που συναντούν εξαιτίας της ροής του ρευστού. Είναι μάλιστα τόσο μεγάλη η επίδραση των υδροδυναμικών δυνάμεων, που οι όποιες επικαθίσεις συμβαίνουν μόνο πάνω στον κύλινδρο και αφορούν πολύ μικρό αριθμό σωματιδίων. Γι' αυτό το λόγο δεν παρουσιάζεται διάγραμμα επικαθίσεων σε αυτή την περίπτωση.



Εικόνα 3-18: Σωματίδια διαμέτρου $2\mu\text{m}$ στη ροή αέρα ($\text{Drag}/\text{Weight}=376$) με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 3T, 5T$ (οι αποστάσεις σε m)

Για λόγους σύγκρισης παρουσιάζονται και τα ίδια διαγράμματα που προκύπτουν από την περίπτωση ίδιου αριθμού σωματιδίων διαμέτρου $2\mu\text{m}$ που κινούνται όμως σε κενό κανάλι.

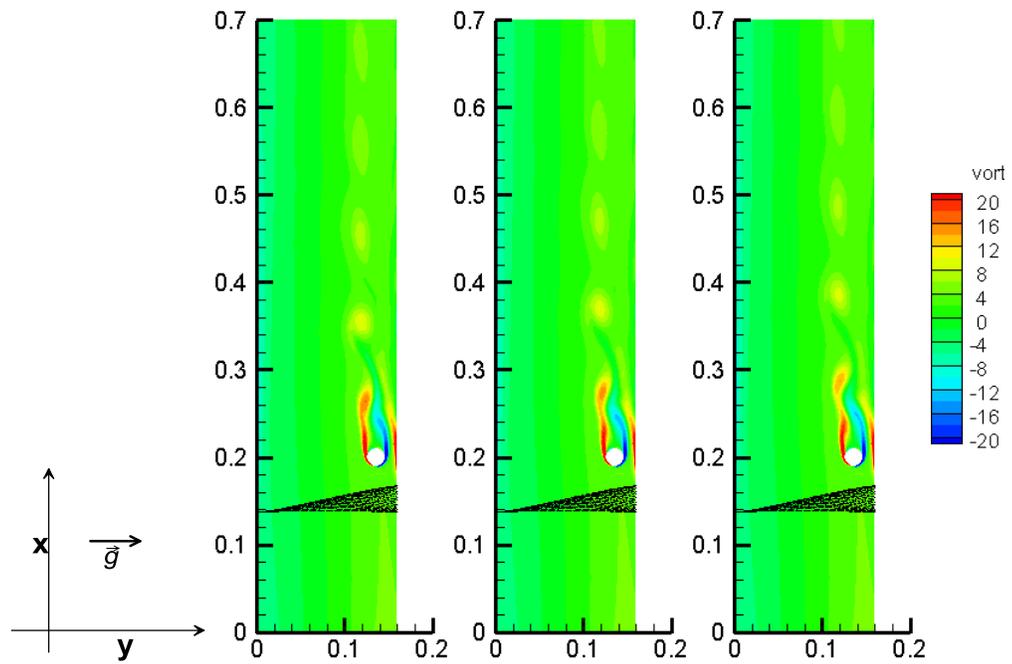


Εικόνα 3-19: Σωματίδια διαμέτρου 2μm στη ροή αέρα(Drag/Weight=376) χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,3T,5T$ (οι αποστάσεις σε m)

Όπως φαίνεται από τα διαγράμματα λόγω του μικρού αριθμού Stokes τα σωματίδια ακολουθούν σχεδόν ακριβώς την κατεύθυνση της ροής δεχόμενα και τις αντίστοιχες δυνάμεις. Η επικάθιση σε αυτή την περίπτωση είναι μηδενική και στις 2 περιπτώσεις με εξαίρεση την επικάθιση πάνω στον κύλινδρο η οποία όμως δεν ενδιαφέρει(ακόμα και αυτή αφορά πολύ μικρό αριθμό σωματιδίων).

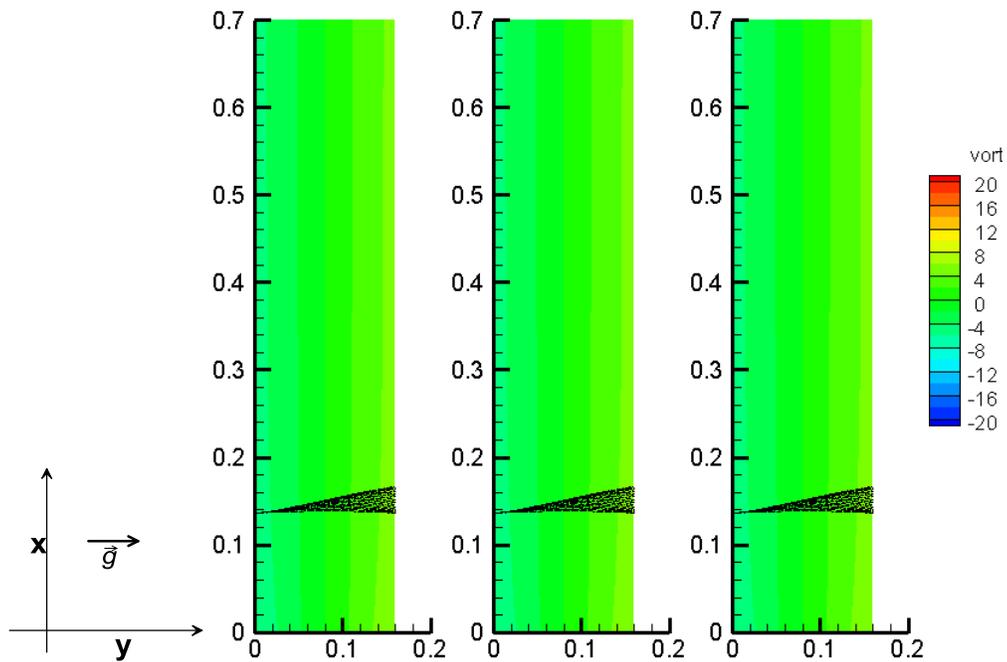
Διάμετρος σωματιδίου 200μm

Στην συνέχεια παρουσιάζονται ενδεικτικά διαγράμματα και για την περίπτωση των 200μm για την οποία ο λόγος $Drag / Weight$ είναι πάρα πολύ μικρός.

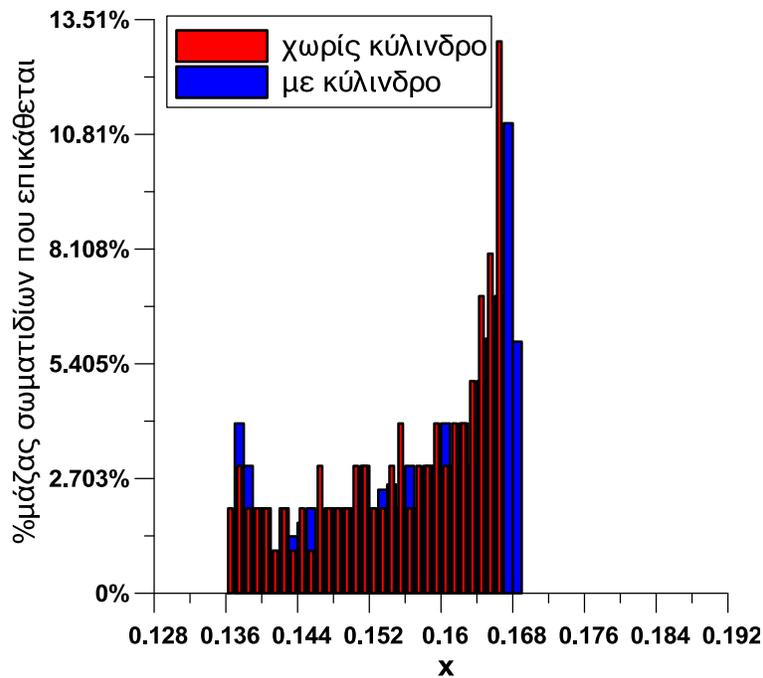


Εικόνα 3-20: Σωματίδια διαμέτρου 200 μm στη ροή αέρα(Drag/Weight=0.0452) με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,2T,3T$ (οι αποστάσεις σε m)

Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 200 μm για την περίπτωση του κενού καναλιού.



Εικόνα 3-21: Σωματίδια διαμέτρου 200 μm στη ροή αέρα(Drag/Weight=0.0452) χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,2T,3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 3-22: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων των 200 μm στον αέρα(Drag/Weight=0.0452) σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02\text{m}$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2\text{m}$

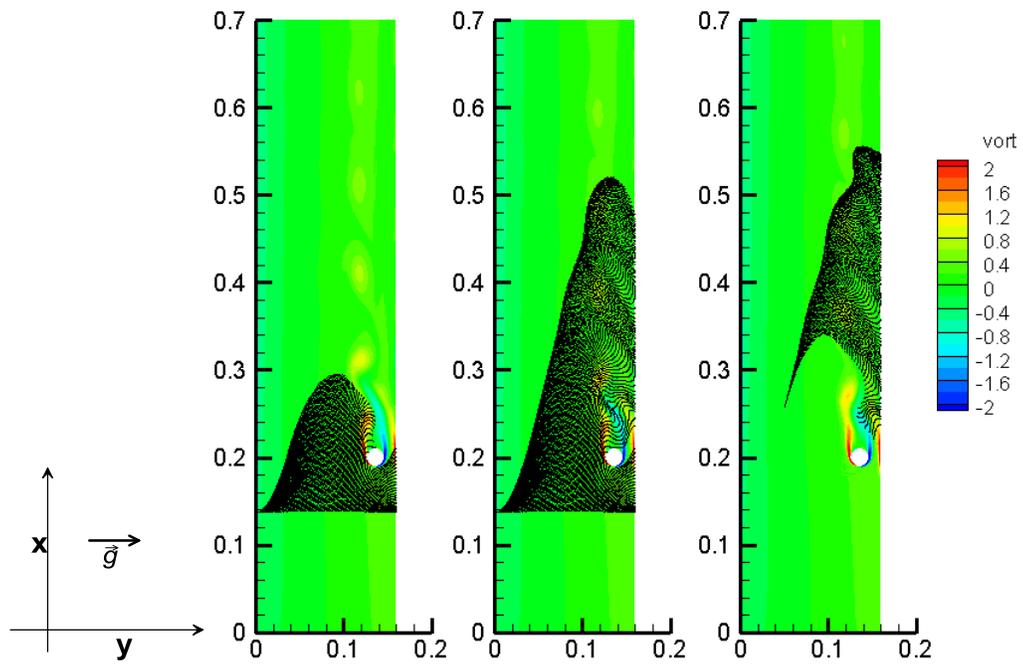
Όπως φαίνεται από τα διαγράμματα τα σωματίδια τόσο μεγάλης διαμέτρου ουσιαστικά αγνοούν την επίδραση του πεδίου, γιατί η επίδραση της βαρύτητας σε αυτά είναι πολύ μεγαλύτερη. Είναι χαρακτηριστική η ομοιότητα των σχημάτων όχι μόνο για την ίδια Εικόνα αλλά και για τις Εικόνες που αφορούν διαφορετικές περιπτώσεις(με ή χωρίς κύλινδρο). Χαρακτηριστικά αναφέρεται ότι σωματίδια εισέρχονταν στο πεδίο σε κάθε χρονικό βήμα για χρονικό διάστημα 3.7 περιόδους περίπου. Κατά συνέπεια, κάποια σωματίδια που έχουν εισέλθει στο πεδίο δεν στάθηκε δυνατό να οπτικοποιηθεί η τροχιά τους λόγω της σχεδόν άμεσης επικάθισής τους πάνω στο στερεό τοίχωμα. Αυτό γίνεται φανερό και από την Εικ. 3-22 για την επικάθιση αυτών των σωματιδίων.

Όπως φαίνεται και από την Εικ. 3-22 το ποσοστό των σωματιδίων που επικάθεται αγγίζει το 100% του συνόλου των σωματιδίων και μάλιστα πριν καν προσεγγίσει τον κύλινδρο που βρίσκεται στην θέση $x = 0.2m$. Ανάλογη συμπεριφορά εμφανίζεται και στα σωματίδια 100 και 500 μm , ενώ στα σωματίδια 50 και 75 μm έχουμε μεν καθολική επικάθιση, ωστόσο προσεγγίζουν και ξεπερνούν τον κύλινδρο, λόγω σχετικά μεγαλύτερου λόγου *Drag / Weight*.

3.2.2. Εύρος σωματιδίων 2-500 μm σε νερό

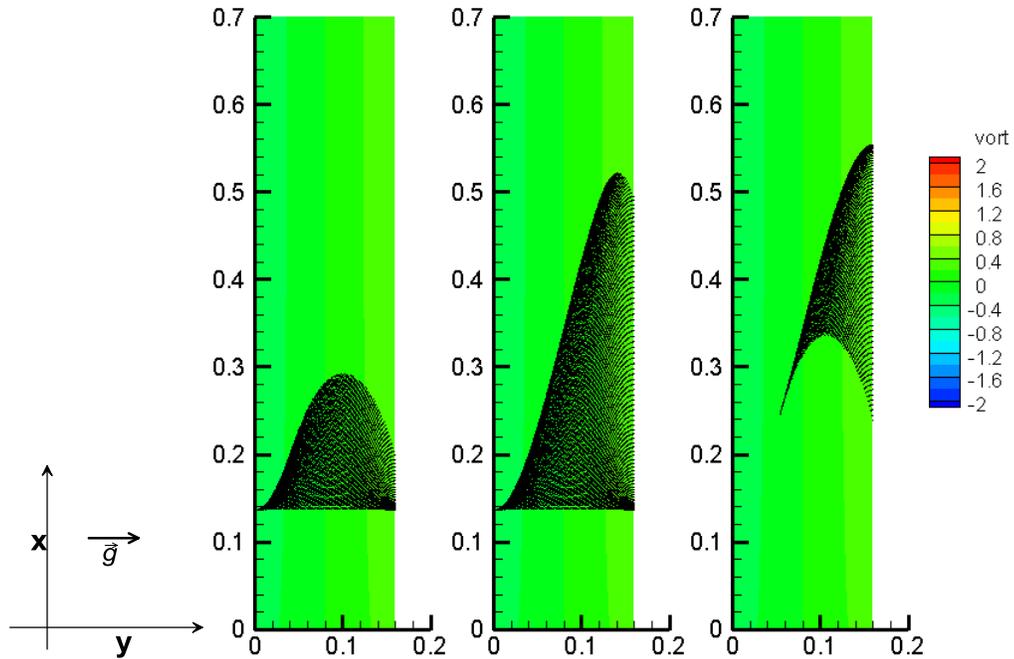
Για την περίπτωση του νερού με τα χαρακτηριστικά που έχουν αναφερθεί παραπάνω, ο λόγος *Drag / Weight* γίνεται περίπου 10 φορές μεγαλύτερος(Πιν.2-4). Από τα διαγράμματα που ακολουθούν φαίνεται η παρόμοια συμπεριφορά σωματιδίων με παραπλήσια *Drag / Weight*. Μπορούμε δηλαδή να συγκρίνουμε την συμπεριφορά των σωματιδίων 25 μm στον αέρα με αυτή των 50,75 και 100 μm στο νερό. Για λόγους σύγκρισης παρουσιάζεται η διάμετρος των 75 μm

Διάμετρος σωματιδίου 75 μ m

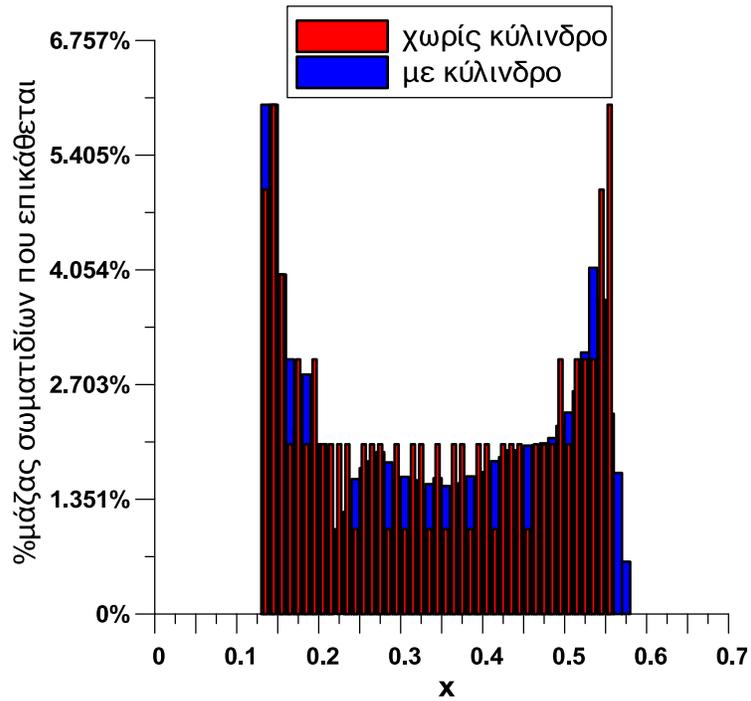


Εικόνα 3-23: Σωματίδια διαμέτρου 75 μ m στη ροή νερού(Drag/Weight=2.30) με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,3T,5T$ (οι αποστάσεις σε m)

Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 75 μ m για την περίπτωση του κενού καναλιού.



Εικόνα 3-24: Σωματίδια διαμέτρου 75 μ m στη ροή νερού(Drag/Weight=2.30) χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 3T, 5T$ (οι αποστάσεις σε m)

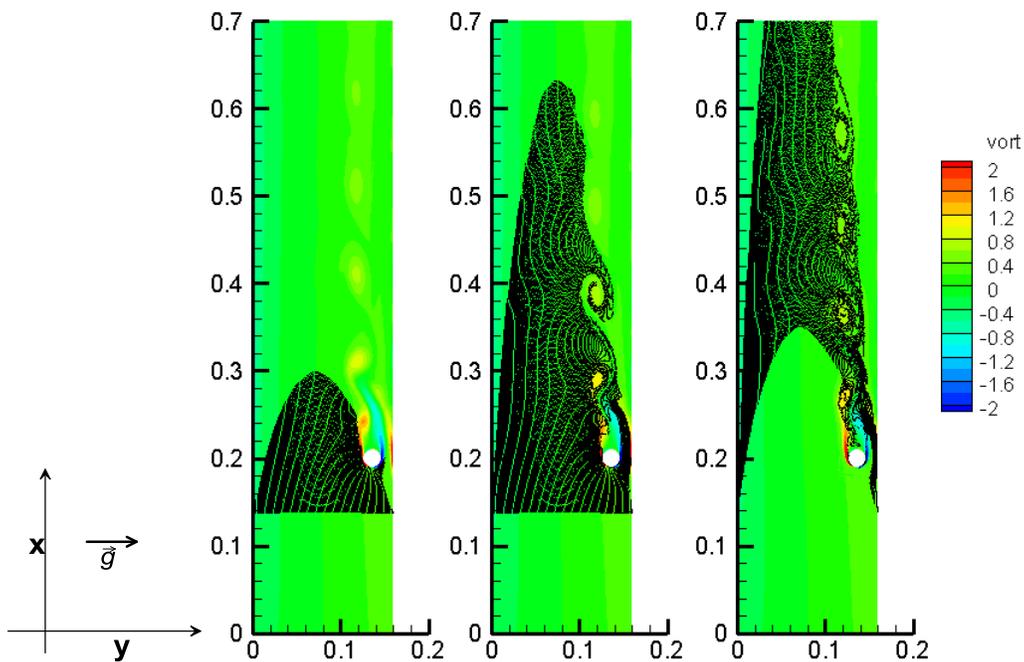


Εικόνα 3-25: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων των 75 μ m στο νερό(Drag/Weight=2.30) σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02$ m βρίσκεται στη θέση $x=0.2$ m

Η ομοιότητα στις τροχιές των σωματιδίων είναι εμφανής ενώ τα αντίστοιχα προκύπτουν και για τις επικαθίσεις όπως φαίνεται στην Εικ. 3-25, με τις εικόνες να είναι σχεδόν ταυτόσημες ως προς την μεταβολή του ποσοστού μάζας των σωματιδίων που επικάθεται.

Για να γίνει καλύτερα κατανοητή η επίδραση των υδροδυναμικών δυνάμεων που δρουν πάνω στα σωματίδια παρουσιάζονται οι διαφορές που προκύπτουν για την ίδια διάμετρο σωματιδίου αλλά διαφορετικό μέσο, όπως προηγουμένως στις 2 ακραίες περιπτώσεις των 2 μm και των 500 μm .

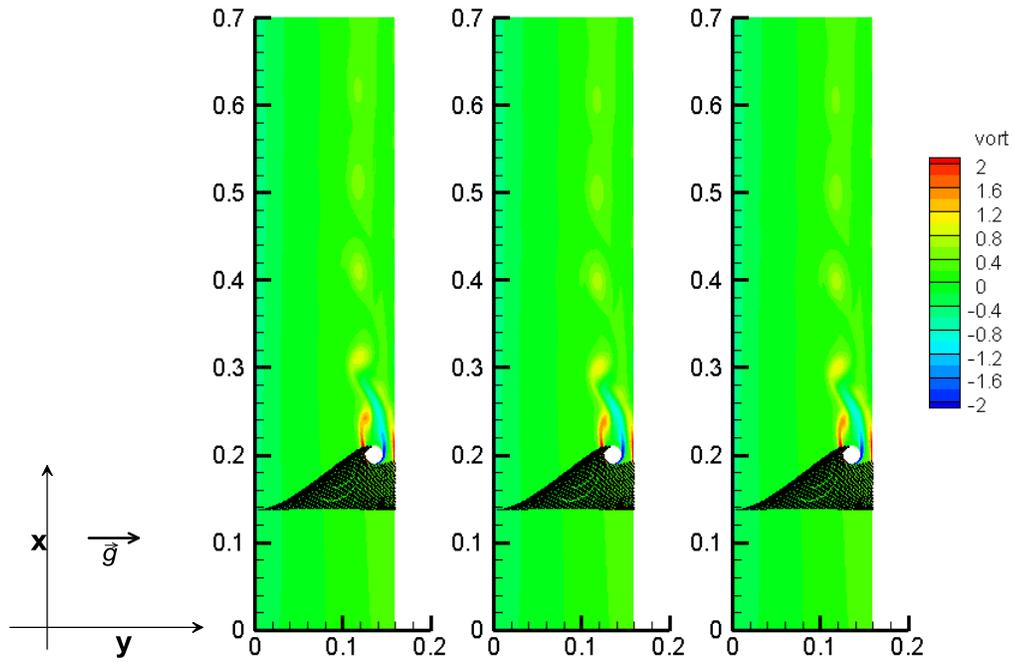
Διάμετρος σωματιδίου 2 μm



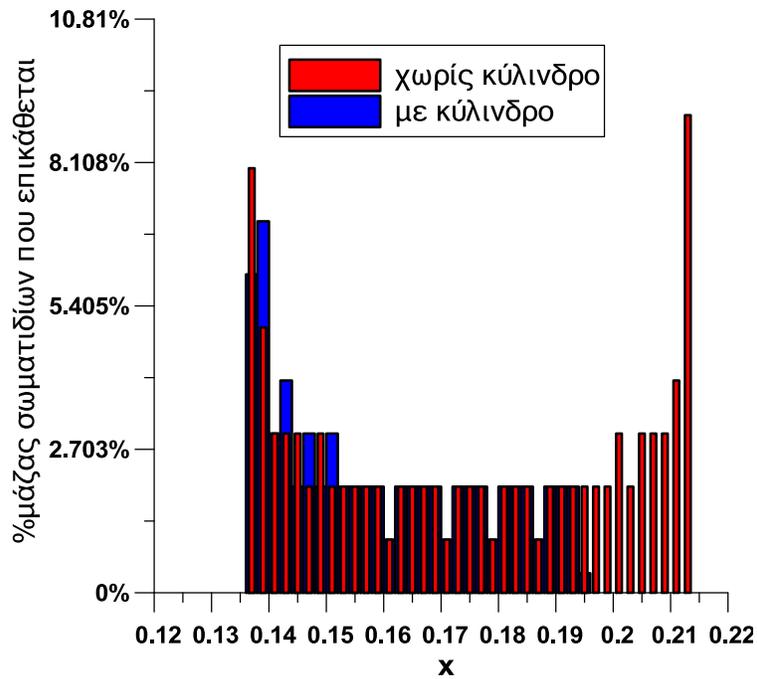
Εικόνα 3-26: Σωματίδια διαμέτρου 2 μm στη ροή νερού ($Drag/Weight=2940$) με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 3T, 5T$ (οι αποστάσεις σε m)

Η κίνηση των σωματιδίων 2 μm για την περίπτωση του κενού καναλιού προέκυψε αντίστοιχη με την προηγούμενη. Σε αυτή την περίπτωση τα σωματίδια ακολουθούν για ακόμα μεγαλύτερο χρονικό διάστημα την κατεύθυνση της ροής, χωρίς και πάλι να δίνουν επικαθίση, όπως ήταν αναμενόμενο καθώς ο λόγος $Drag/Weight$ αυξάνεται κατά περίπου μία τάξη μεγέθους όπως προαναφέρθηκε.

Διάμετρος σωματιδίου 200 μm



Εικόνα 3-27: Σωματίδια διαμέτρου 200 μm στη ροή νερού ($\text{Drag}/\text{Weight}=0.353$) με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



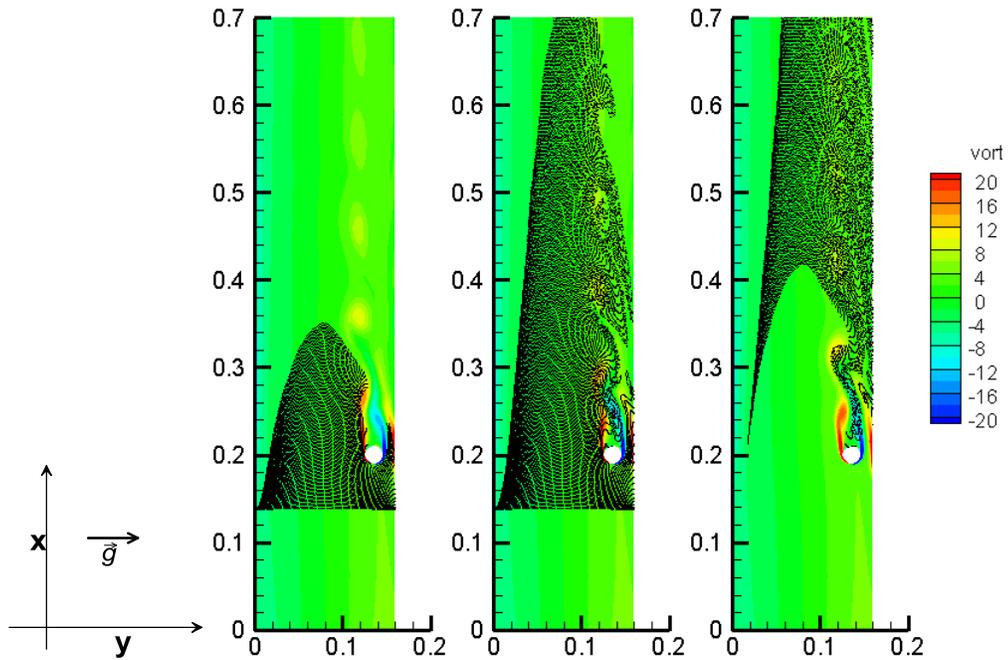
Εικόνα 3-28: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων των 200 μm στο νερό ($\text{Drag}/\text{Weight}=0.353$) σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02\text{m}$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2\text{m}$

Αντίστοιχα είναι τα αποτελέσματα για την κίνηση των σωματιδίων 200 μm για την περίπτωση του κενού καναλιού. Στην προκειμένη περίπτωση, παρότι το ποσοστό της επικάθισης παραμένει στο 100% τα σωματίδια διανύουν μεγαλύτερες αποστάσεις στον άξονα x (βλ. και Εικ. 3-28) και παραμένουν περισσότερο χρόνο κάτω από την επίδραση του πεδίου, ενώ στην περίπτωση του κυλίνδρου δέχονται την επίδραση των στροβίλων που παράγει έστω και αν δεν μπορούμε να μιλάμε καθαρά για επίδραση του ομόρου. Το γεγονός ότι δεν εμφανίζονται σωματίδια μετά τη θέση $x=0.195$ στην περίπτωση του κυλίνδρου οφείλεται στο ότι η επικάθιση ερευνάται μόνο στο στερεό τοίχωμα. Στην περίπτωση των 200 μm ένα σημαντικό ποσοστό των σωματιδίων φαίνεται να επικάθεται και πάνω στον κύλινδρο.

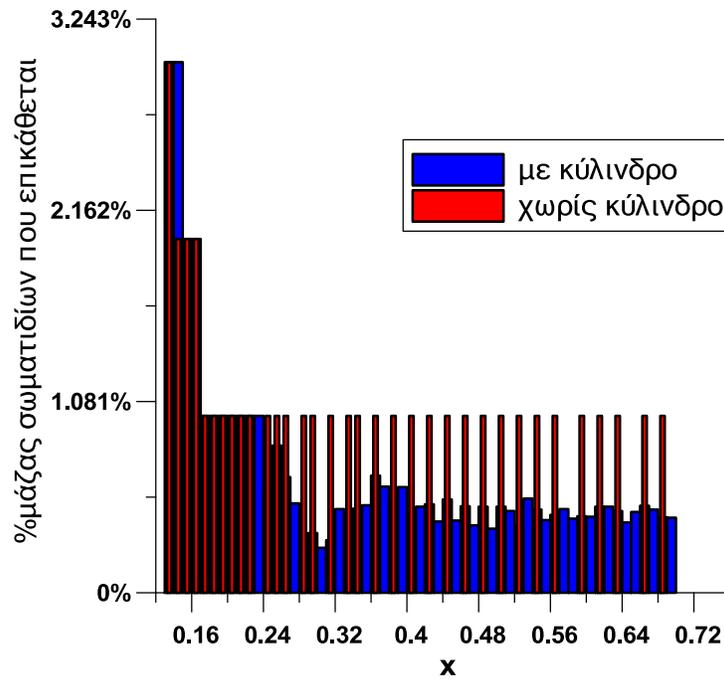
3.2.3. Εύρος σωματιδίων λόγου αντίστασης/βάρους=[2,9] σε αέρα

Έχοντας παρατηρήσει τα παραπάνω εξετάζουμε την περίπτωση όπου πλέον τα σωματίδια διανέμονται με βάση-όχι πια τη διάμετρό τους αλλά- το λόγο *Drag / Weight*. Κάτω από αυτές τις συνθήκες οι κώδικες εκτελούνται πάλι για 13 περιόδους και στον αέρα με τα χαρακτηριστικά που έχουν αναφερθεί παραπάνω έχουμε τα κάτωθι αποτελέσματα:

Λόγος αντίστασης/βάρος=9



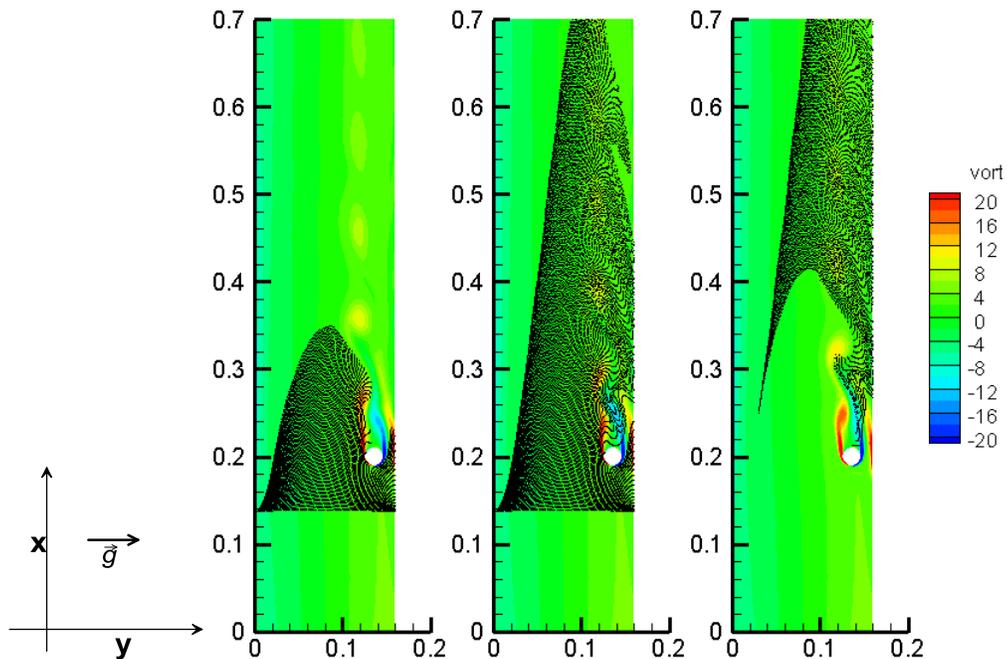
Εικόνα 3-29: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=9 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 3T, 5T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 3-30: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων στον αέρα με λόγο $Drag/Weight=9$ σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

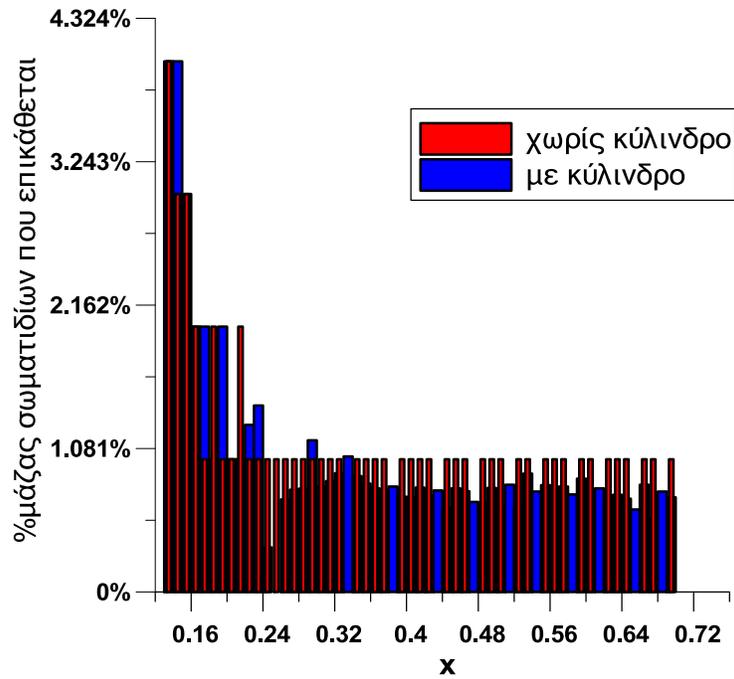
Εξαιτίας του μεγάλου λόγου $Drag/Weight$ τα σωματίδια παραμένουν στο πεδίο για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα στην περίπτωση της ροής με κύλινδρο, με την αντίστοιχη επίδραση στις επικαθίσεις(αύξηση του ποσοστού μείωσης των σωματιδίων που επικαθονται στο στερεό τοίχωμα στην περίπτωσης της ροής με κύλινδρο ως προς αυτή χωρίς κύλινδρο). Το διάγραμμα των επικαθίσεων φαίνεται στην Εικ. 3-30.

Λόγος αντίστασης/βάρους=5



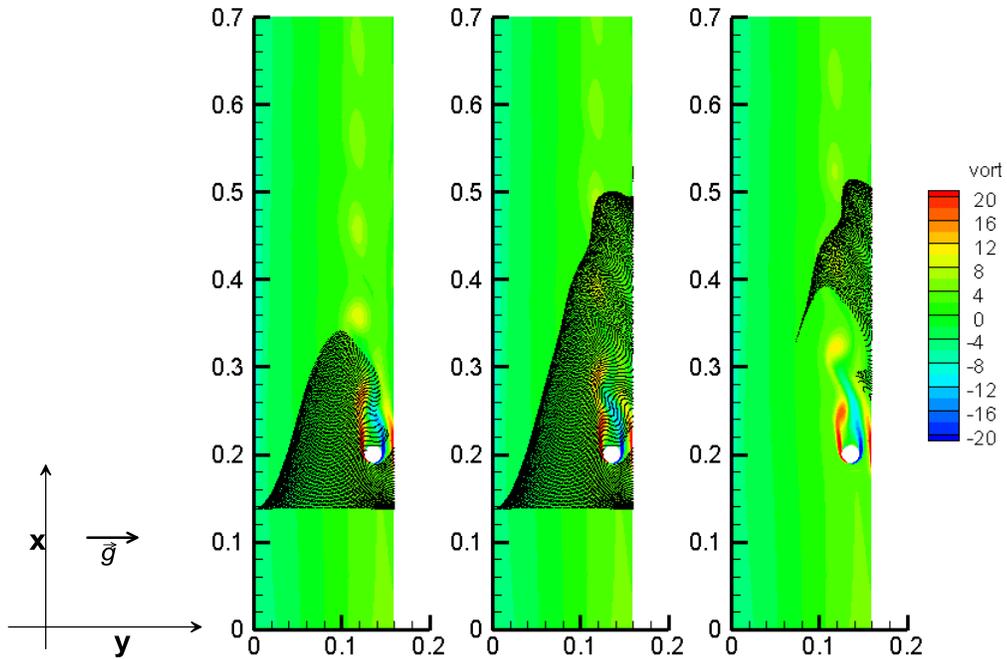
Εικόνα 3-31: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=5 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 3T, 5T$ (οι αποστάσεις σε m)

Σε αυτή την περίπτωση, ο λόγος $Drag/Weight$ μικραίνει, μειώνοντας ταυτόχρονα το χρόνο παραμονής των σωματιδίων στο πεδίο. Επιπλέον, οι επικαθίσεις είναι αυξημένες σε σχέση με προηγούμενα, ενώ και η ποσοστιαία μείωση των επικαθίσεων έχει μειωθεί. Αυτά φαίνονται καλύτερα στην Εικ. 3-32.



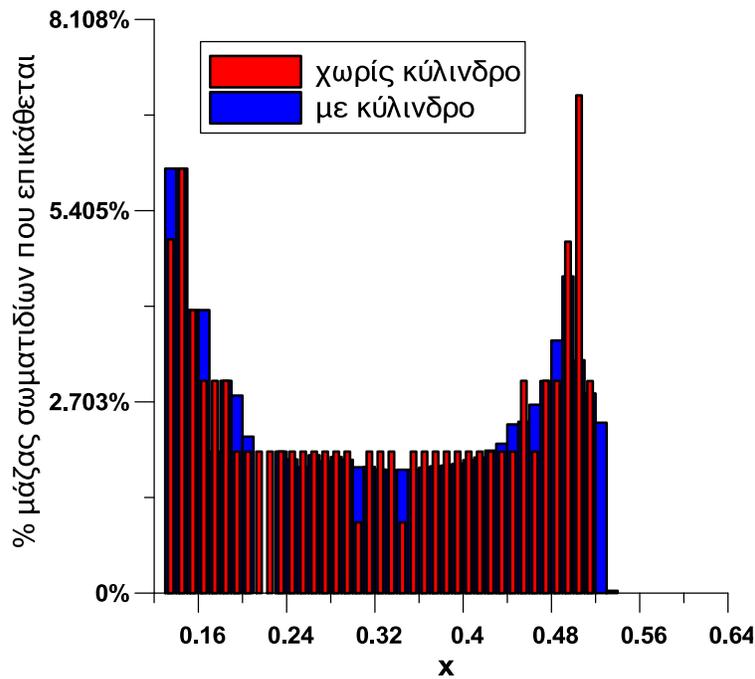
Εικόνα 3-32: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων στον αέρα με λόγο Drag/Weight=5 σε συνάρτηση με την απόσταση x(σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου D=0.02m βρίσκεται στη θέση x=0.2m

Λόγος αντίστασης/βάρους=2



Εικόνα 3-33: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=2 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 3T, 5T$ (οι αποστάσεις σε m)

Πλέον, ο μικρός λόγος $Drag / Weight$ οδηγεί τα σωματίδια να συμπεριφέρονται σχεδόν παρόμοια όσο αφορά την επικάθεισή τους και η παρουσία του κυλίνδρου δεν προκαλεί μεταβολή στην κίνησή τους τόσο μεγάλη όσο στις προηγούμενες περιπτώσεις. Τα παραπάνω φαίνονται και στην Εικ. 3-34. Αξίζει να σημειωθεί ότι ενώ η ποσοστιαία μείωση των σωματιδίων που επικάθονται στην περίπτωση του κυλίνδρου σε σχέση με αυτή του κενού καναλιού δεν είναι φθίνουσα όσο αυξάνει το $Drag / Weight$, εν τούτοις μπορούμε να πούμε πως και στην περίπτωση του αέρα και σε αυτή του νερού για το ίδιο $Drag / Weight$ η συμπεριφορά είναι κοινή, όπως θα φανεί και στο κεφάλαιο με την αναλυτική παρουσίαση των επικαθίσεων.

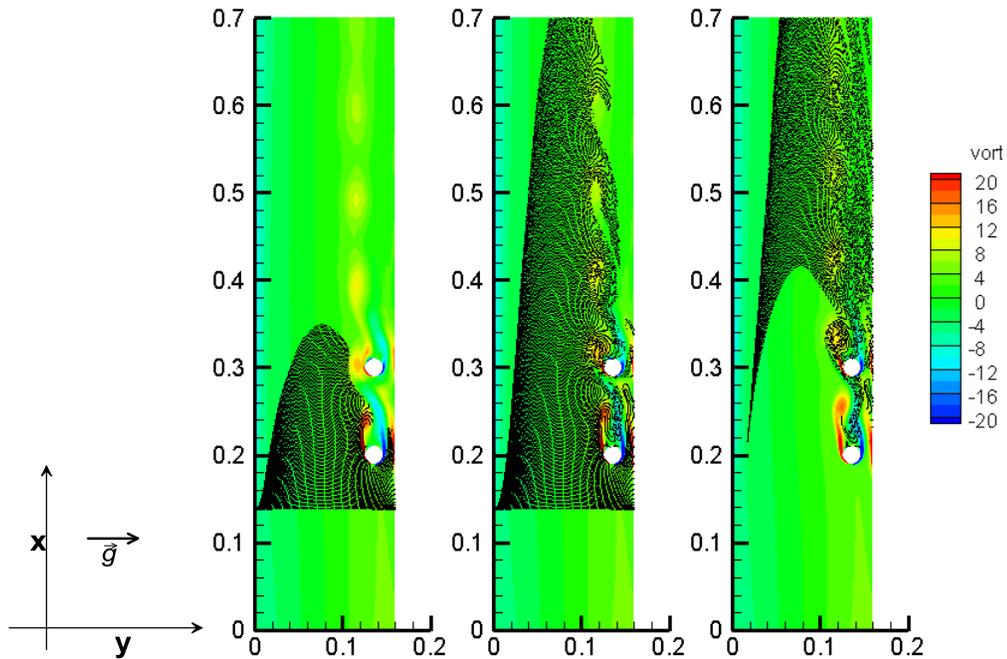


Εικόνα 3-34: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων στον αέρα με λόγο $Drag/Weight=2$ σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

3.2.4. Εύρος σωματιδίων λόγου αντίστασης/βάρους=[2,9] σε αέρα με δύο κυλίνδρους

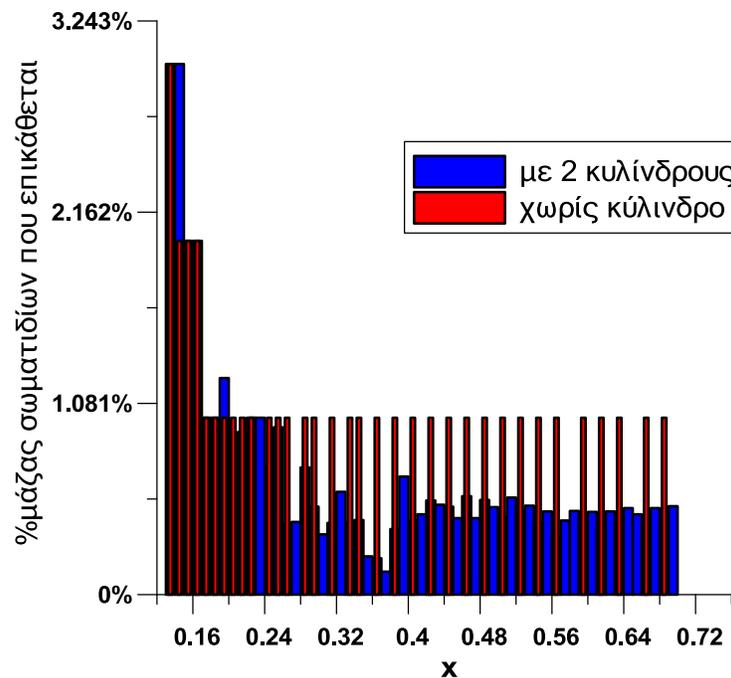
Εκτελούμε τους ίδιους υπολογισμούς με 2 κυλίνδρους σε απόσταση $5D$ για αέρα με τα χαρακτηριστικά που έχουν αναφερθεί παραπάνω για 13 χρονικές στιγμές που αντιστοιχούν περίπου σε 13 περιόδους της ταλάντωσης του ομόρου. Ακολουθούν τα διαγράμματα για τη διάμετρο που αντιστοιχεί σε λόγο αντίστασης/βάρους ίσο με 9 σε ενδεικτικές χρονικές στιγμές. Και σε αυτές τις περιπτώσεις κριτήριο διανομής των σωματιδίων αποτέλεσε ο λόγος $Drag / Weight$ και όχι η αρχική υπόθεση που έγινε.

Λόγος αντίστασης/βάρους=9



Εικόνα 3-35: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=9 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=T, 3T, 5T$ (οι αποστάσεις σε m)

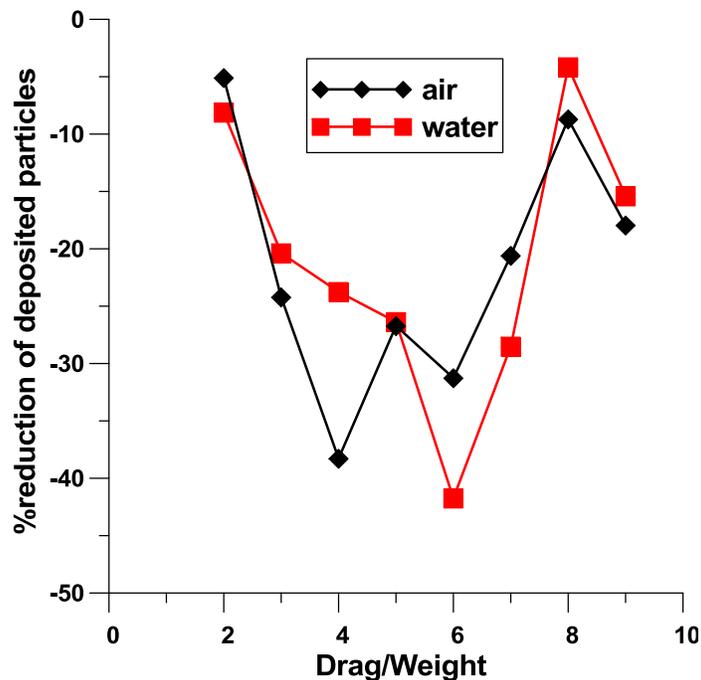
Οι δυνάμεις που προκαλούνται στα σωματίδια από τον ομόρου των δύο κυλίνδρων είναι πλέον αρκετά μεγαλύτερες σε σύγκριση με την περίπτωση του ενός κυλίνδρου. Κατά συνέπεια, τα σωματίδια παραμένουν για ακόμα μεγαλύτερο χρονικό διάστημα στο πεδίο, ενώ και οι επικαθίσεις είναι μειωμένες τόσο σε σχέση με την περίπτωση του κενού καναλιού όσο και σε σχέση με την περίπτωση του καναλιού με ένα κύλινδρο. Στην Εικ. 3-36 επιβεβαιώνονται τα παραπάνω. Για περισσότερες λεπτομέρειες ο αναγνώστης παραπέμπεται στο Παράρτημα.



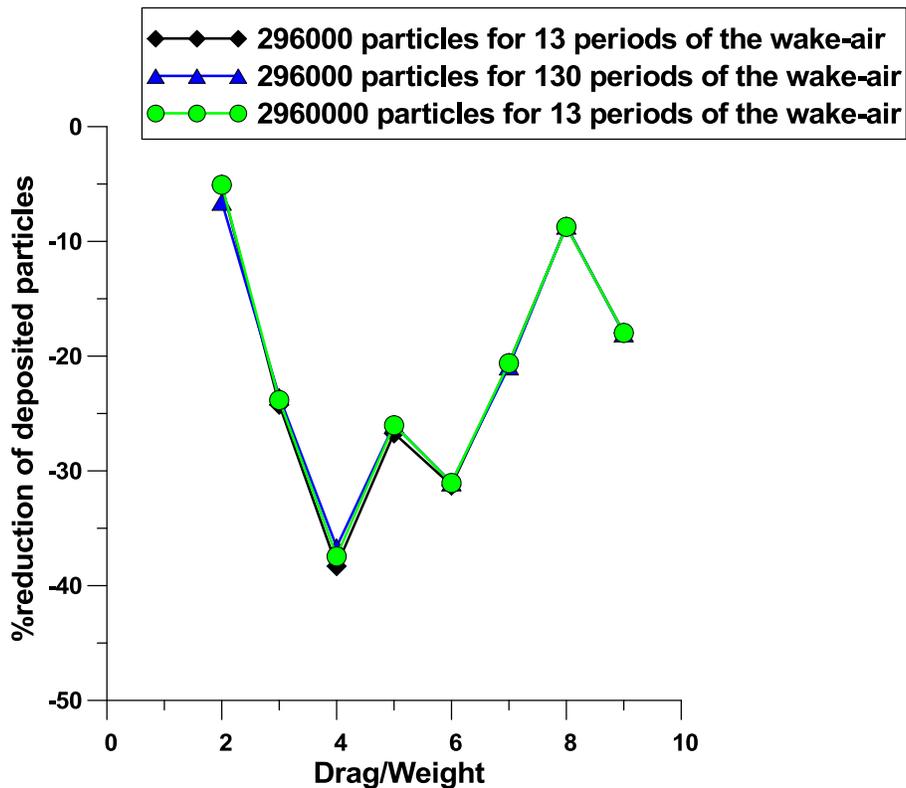
Εικόνα 3-36: Διανομή της επικαθίσης των σωματιδίων στον αέρα σε ροή με 2 κυλίνδρους με λόγο $Drag/Weight=9$ σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

3.3. Επικαθίσεις

Εξετάζεται το ποσοστό μείωσης της μάζας των σωματιδίων που επικάθονται πάνω στο στερεό τοίχωμα στην περίπτωση του ενός και των δύο κυλίνδρων έναντι της περίπτωσης του κενού καναλιού. Τα διαγράμματα που παρουσιάζονται αφορούν μόνο την διανομή των σωματιδίων με βάση το λόγο αντίστασης/βάρος του σωματιδίου και παρουσιάζεται η ποσοστιαία μείωση τους στις περιπτώσεις αέρα και νερού, με έναν ή δύο κυλίνδρους και για αποστάσεις $5D, 10D, 15D, 20D, 25D$ από τον πρώτο κύλινδρο, καθώς και τη συνολική επικαθίση (που αφορά και τον κύλινδρο). Διευκρινίζεται ότι τα μήκη στα οποία εξετάζουμε την επικαθίση ξεκινούν σε απόσταση $1.5D (x=0.23m)$ μακριά από τον κύλινδρο προκειμένου να αποφύγουμε να υπολογίσουμε μείωση που οφείλεται στη σκέδαση δινών από τον κύλινδρο.

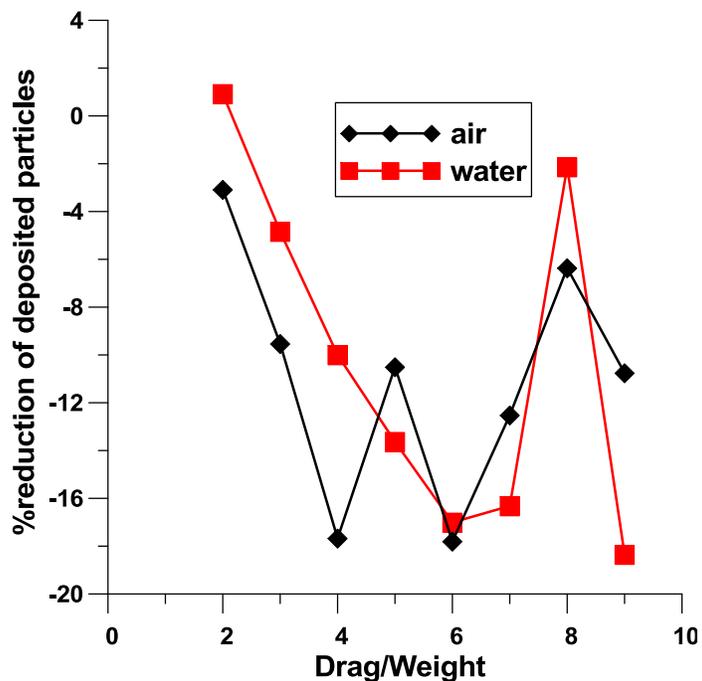


Εικόνα 3-37: Ποσοστιαία μείωση της επικαθίσης για αέρα και νερό σε απόσταση μεταξύ $1.5D$ και $5D$ μακριά από τον κύλινδρο σε συνάρτηση με το $Drag/Weight$. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

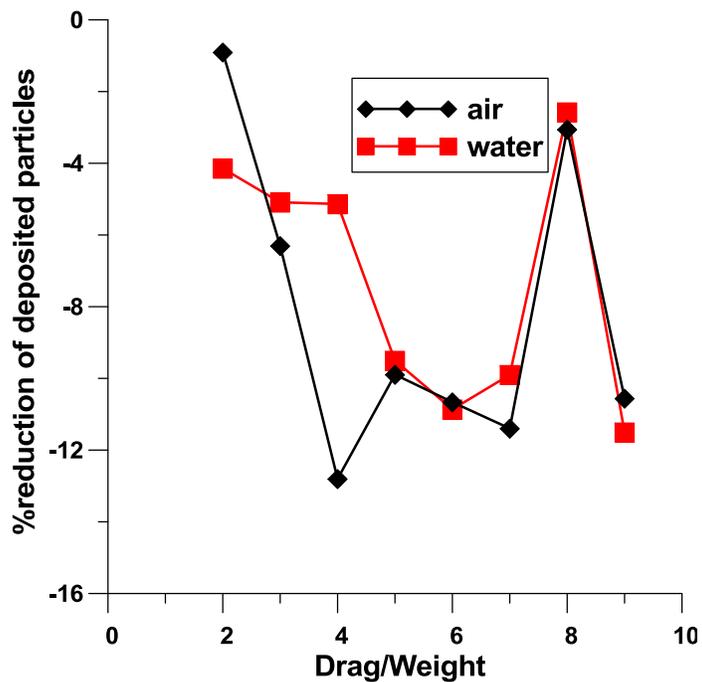


Εικόνα 3-38: Σύγκριση της ποσοστιαίας μείωσης της επικάλυψης για ροή αέρα με τις περιπτώσεις των 10 φορές περισσότερων σωματιδίων και του 10 φορές μεγαλύτερου χρονικού διαστήματος παρακολούθησης της κίνησής τους. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

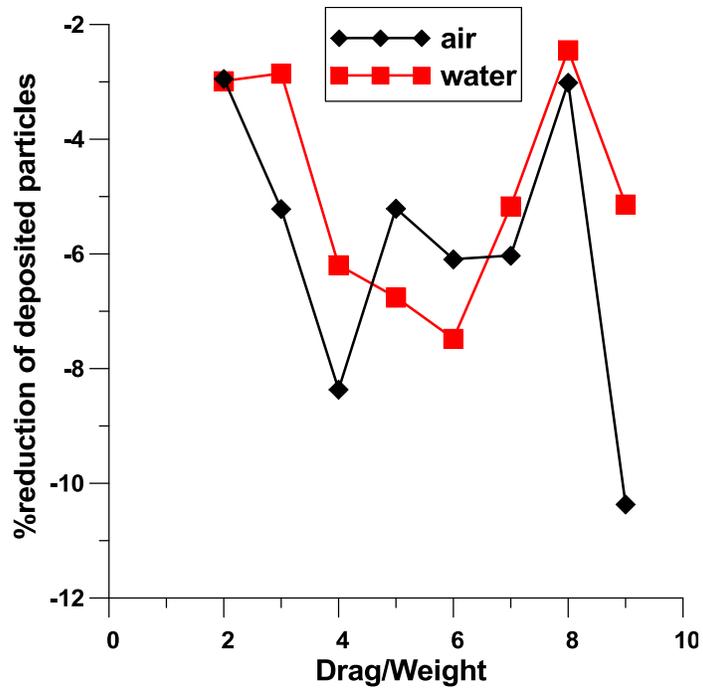
Όπως φαίνεται και από την Εικ. 3-38, η ταύτιση των διαγραμμάτων στην περίπτωση των 10 φορές περισσότερων σωματιδίων και στην περίπτωση της παρακολούθησής τους για 10 φορές μεγαλύτερο διάστημα με αυτό του απλού αποτελέσματος για την περίπτωση του αέρα, είναι εμφανής. Τούτο υποδηλώνει την στατιστική ανεξαρτησία της μεθόδου από τον αριθμό των σωματιδίων και το χρονικό διάστημα παρακολούθησης. Τα επόμενα διαγράμματα, όπως και η Εικ. 3-37 αφορούν την περίπτωση 296000 σωματιδίων για χρονικό διάστημα 13 περιόδων του ομόρου.



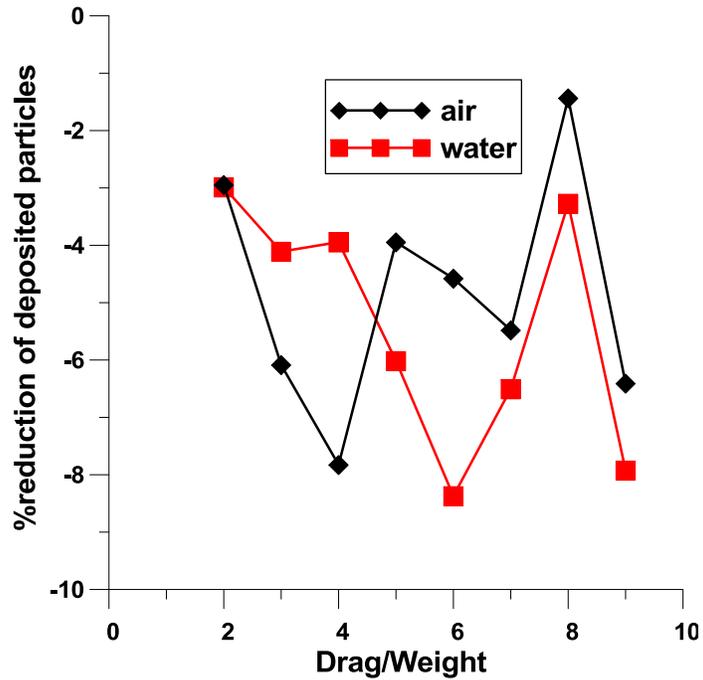
Εικόνα 3-39: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης για αέρα και νερό σε απόσταση μεταξύ $1.5D$ και $10D$ μακριά από τον κύλινδρο σε συνάρτηση με το $Drag/Weight$. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$



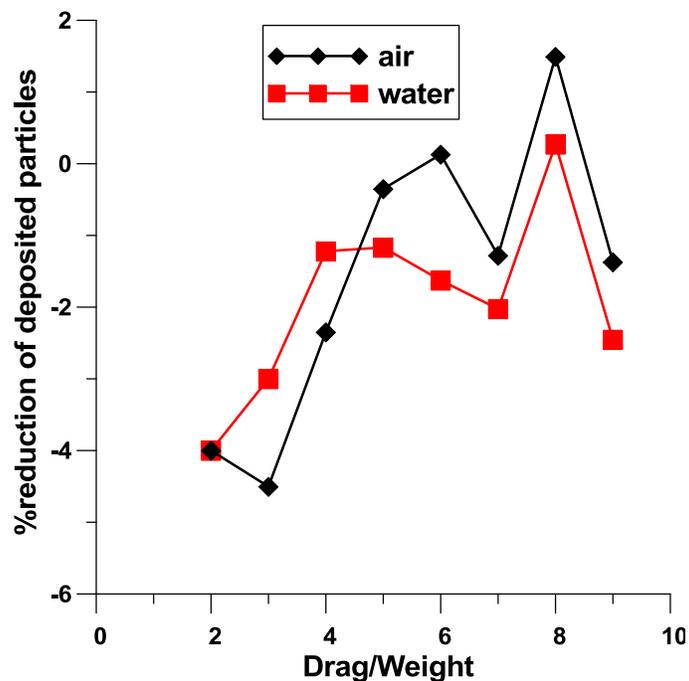
Εικόνα 3-40: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης για αέρα και νερό σε απόσταση μεταξύ $1.5D$ και $15D$ μακριά από τον κύλινδρο σε συνάρτηση με το $Drag/Weight$. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$



Εικόνα 3-41: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης για αέρα και νερό σε απόσταση μεταξύ $1.5D$ και $20D$ μακριά από τον κύλινδρο σε συνάρτηση με το $Drag/Weight$. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$



Εικόνα 3-42: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης για αέρα και νερό σε απόσταση μεταξύ $1.5D$ και $25D$ μακριά από τον κύλινδρο σε συνάρτηση με το $Drag/Weight$. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

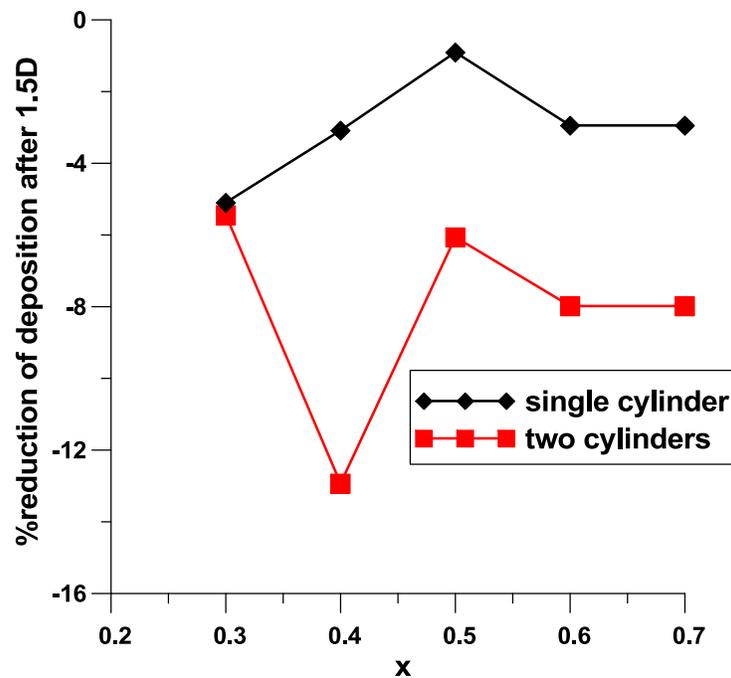


Εικόνα 3-43: Συνολική ποσοστιαία μείωση της επικάθισης για αέρα και νερό σε συνάρτηση με το Drag/Weight. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

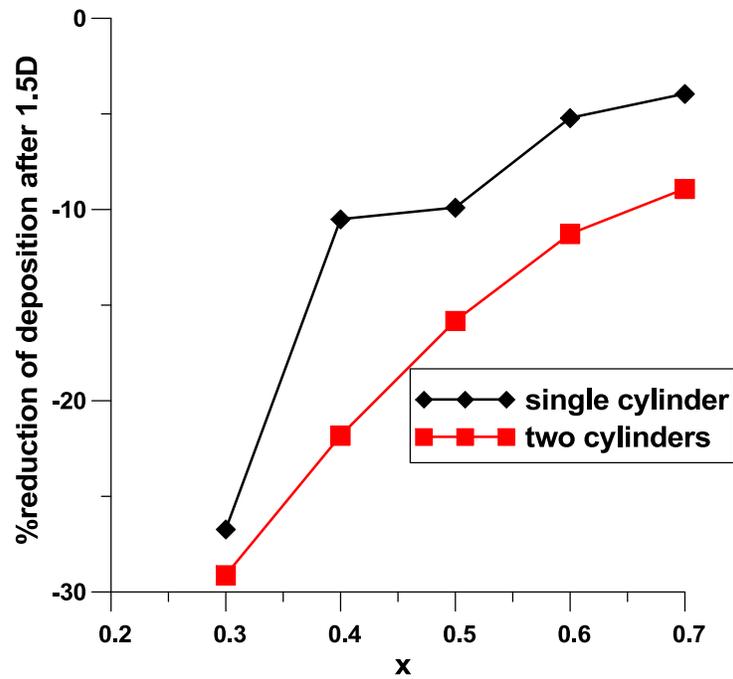
Από τις Εικ.3-37 έως και 3-42 μπορεί να παρατηρηθεί αρχικά ότι σε συγκεκριμένους λόγους αντίστασης/βάρος σωματιδίων, η ύπαρξη του κυλίνδρου και οι δυνάμεις που προκαλεί ο ομόρους του σε αυτά, συμβάλλουν στην μείωση της επικάθισης των σωματιδίων στο στερεό τοίχωμα αντισταθμίζοντας τη δύναμη της βαρύτητας που τα ωθεί προς τα εκεί. Όσο μεγαλώνει η απόσταση από τον κύλινδρο τόσο τα ποσοστά μείωσης γίνονται μικρότερα, εξαιτίας της εξασθένησης της στροβιλότητας καθώς προχωράμε σε μεγαλύτερα x στο κανάλι. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι οι κλίσεις των ταχυτήτων των στροβίλων που συναντούν τα σωματίδια μικραίνουν κατά μήκος του καναλιού, άρα μικραίνουν και οι επιδράσεις των υδροδυναμικών δυνάμεων που τείνουν να αντισταθμίσουν την επίδραση της βαρύτητας. Το γεγονός ότι στο διάγραμμα της συνολικής επικάθισης(Εικ. 3-43) φαίνεται να υπάρχουν σωματίδια που η ύπαρξη του κυλίνδρου αυξάνει την επικάθιση οφείλεται στο γεγονός ότι τα σωματίδια που ξεκινούν τη διαδρομή τους κοντά στο τοίχωμα του κυλίνδρου δέχονται δυνάμεις που τα οδηγούν να περάσουν ανάμεσα στο τοίχωμα και τον κύλινδρο και έτσι να έχουμε συνολική επικάθιση

μεγαλύτερη. Το ότι αυτό αφορά σωματίδια με μεγαλύτερο $Drag / Weight$ έχει πιθανόν να κάνει με τις δυνάμεις από τους στροβίλους που τα σπρώχνουν προς το τοίχωμα παρά με τη βαρύτητα.

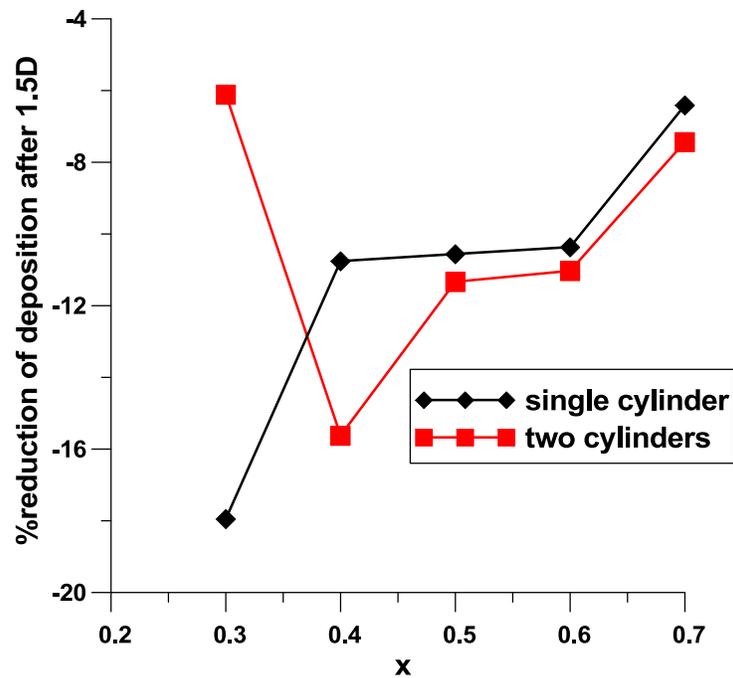
Σε γενικές γραμμές σε αέρα και σε νερό ακολουθείται παρόμοια συμπεριφορά σε κοινό $Drag / Weight$. Το γεγονός ότι φαίνεται σε ορισμένα μεγαλύτερα $Drag / Weight$ να υπάρχει μικρότερη μείωση δεν έχει ερμηνευτεί και αποτελεί αντικείμενο μελλοντικής διερεύνησης.



Εικόνα 3-44: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης των σωματιδίων ($Drag/Weight=2$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή αέρα. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

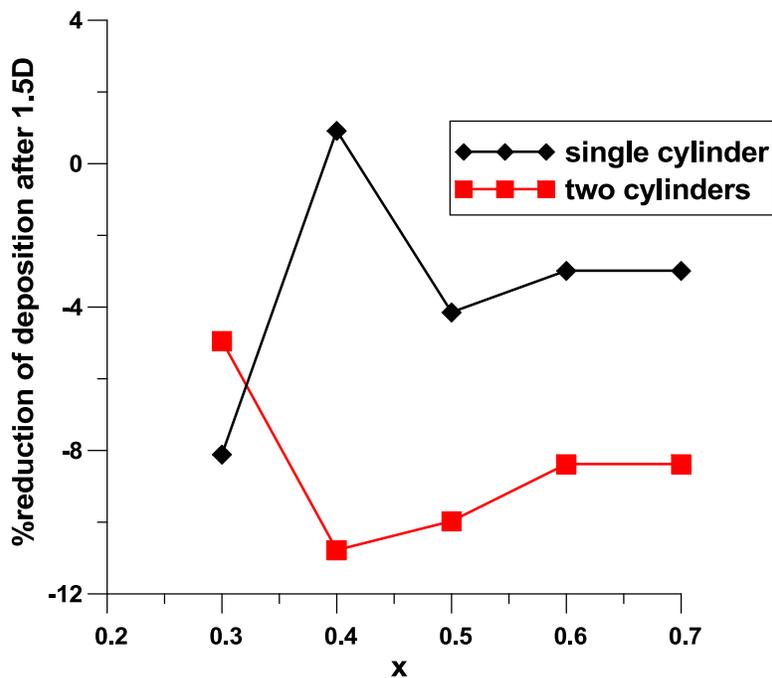


Εικόνα 3-45: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης των σωματιδίων(Drag/Weight=5) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή αέρα. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

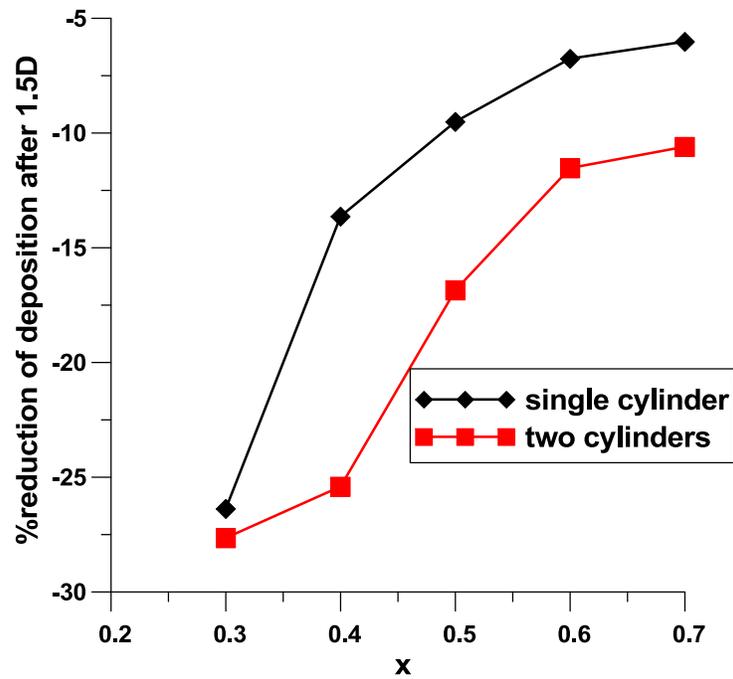


Εικόνα 3-46: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης των σωματιδίων(Drag/Weight=9) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή αέρα. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

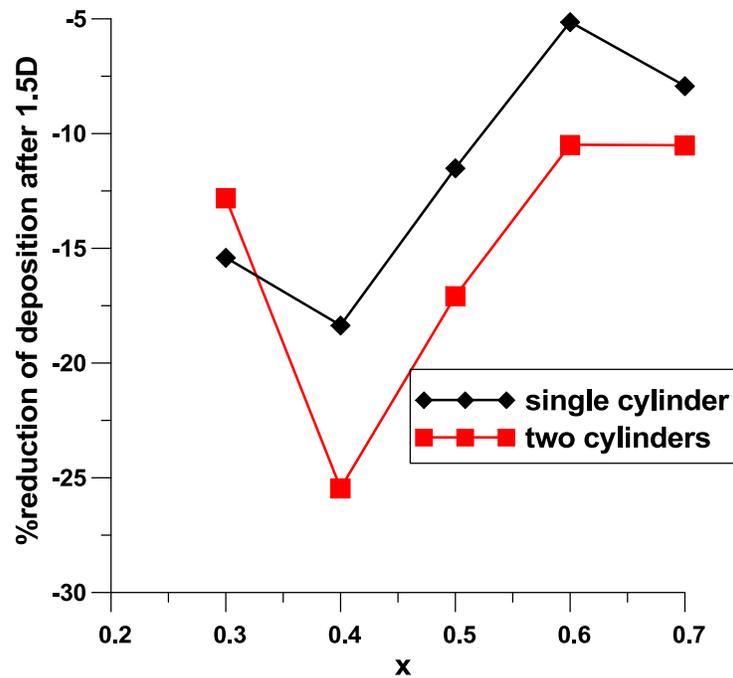
Από τις Εικ. 3-44 έως και 3-46 φαίνεται πως η ποσοστιαία μείωση της επικαθίσης των σωματιδίων στην περίπτωση των δύο κυλίνδρων ενισχύεται. Σε γενικές γραμμές η θέση του δεύτερου κυλίνδρου εισάγει πολυπλοκότητα στο πρόβλημα καθώς από αυτή θα εξαρτηθεί το αν θα υπάρχει ομόρους από τον πρώτο κύλινδρο ή όχι. Στην προκειμένη περίπτωση φαίνεται ότι ο ομόρους που προέρχεται από τον πρώτο κύλινδρο ενισχύεται από την παρουσία του δεύτερου με αποτέλεσμα να δημιουργούνται πιο ισχυροί στρόβιλοι για μεγαλύτερο διάστημα. Κατά συνέπεια οι υδροδυναμικές δυνάμεις που σε γενικές γραμμές δέχονται τα σωματίδια είναι μεγαλύτερες και οι μειώσεις στις επικαθίσεις είναι αντίστοιχα μεγαλύτερες. Παρουσιάζονται στη συνέχεια για λόγους πληρότητας τα αντίστοιχα διαγράμματα για το νερό. Για το σύνολο των διαγραμμάτων ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στο Παράρτημα.



Εικόνα 3-47: Ποσοστιαία μείωση της επικαθίσης των σωματιδίων ($Drag/Weight=2$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή νερού. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$



Εικόνα 3-48: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης των σωματιδίων(Drag/Weight=5) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή νερού. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$



Εικόνα 3-49: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης των σωματιδίων(Drag/Weight=9) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή νερού. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από τα παραπάνω αποτελέσματα που προέκυψαν υπολογιστικά από την εκτέλεση του κώδικα μπορούμε να κάνουμε αρκετές διαπιστώσεις και να βγάλουμε διάφορα συμπεράσματα για την συμπεριφορά των σωματιδίων μέσα στο κανάλι κάτω από την επίδραση του ομόρου του κυλίνδρου κοντά στο τοίχωμα και εν συνεχεία να συγκρίνουμε τη συμπεριφορά τους με την περίπτωση ενός και δύο κυλίνδρων.

4.1. Ομόρους κυλίνδρου

Εξετάστηκε η δημιουργία δρόμου Von Karman πίσω από κύλινδρο σε ελεύθερη ροή, σε ροή που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση, σε ροή που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση με τον κύλινδρο κοντά στο τοίχωμα και στην ίδια ροή με δύο κυλίνδρους που απέχουν απόσταση $5D$. Ο ομόρους του κυλίνδρου μελετάται κυρίως ως προς τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο, προκειμένου να μπορέσει να υπάρξει εκτίμηση για τη δύναμη που ασκεί ο κύλινδρος στο ρευστό, κατά συνέπεια και στα σωματίδια, λόγω δράσης αντίδρασης. Γι' αυτό το λόγο, ενδιαφέρει κυρίως η δύναμη άνωσης στον κύλινδρο που θα είναι αυτή που στην περίπτωση του ρευστού θα αντισταθμίσει την επιτάχυνση της βαρύτητας.

Η περίπτωση του κυλίνδρου σε ελεύθερη ροή έδωσε ικανοποιητικά αποτελέσματα σε σχέση με αυτά που παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία με το μέγιστο συντελεστή άνωσης να είναι $C_{Lmax} = 0.3157$ περίπου ενώ η μέση τιμή του είναι μηδενική. Στην περίπτωση της ροής που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση γύρω από κύλινδρο τα αποτελέσματα είναι σε γενικές γραμμές μειωμένα σε σχέση με αυτά που παρουσιάζει η βιβλιογραφία, ωστόσο αυτή η υποεκτίμηση εκτιμάται ότι θα οδηγεί σε συντηρητικότερα του

πραγματικού αποτελέσματα σε σχέση με την επίδραση του ομόρου στην κίνηση των σωματιδίων, ενισχύοντας τα συμπεράσματα αυτής της διπλωματικής.

Αντίστοιχα είναι τα αποτελέσματα στην περίπτωση του κυλίνδρου κοντά στο τοίχωμα και των δύο κυλίνδρων κοντά σε τοίχωμα. Η έλλειψη βιβλιογραφίας γύρω από τις τιμές των συντελεστών αντίστασης και άνωσης σε αυτές τις περιπτώσεις δείχνει το μεγάλο ερευνητικό και επιστημονικό πεδίο που ανοίγεται. Ωστόσο, μπορεί να υποθεθεί ότι και εδώ ισχύει η εκτίμηση που κάνουμε για τη ροή που περιορίζεται στην κάθετη κατεύθυνση. Η μέγιστη άνωση που υπολογίστηκε είναι $C_{Lmax} = 0.0664$ αλλά αυτή τη φορά η μέση τιμή της είναι $\overline{C_L} = 0.04174$, πράγμα που δείχνει ότι ο κύλινδρος κοντά στο άνω τοίχωμα δέχεται κυρίως θετικές ανωστικές δυνάμεις. Κάτι τέτοιο οδηγεί αντίστοιχα στο συμπέρασμα ότι θα ασκεί δυνάμεις στο ρευστό μέσω του ομόρου του, που θα τείνουν να απομακρύνουν ρευστό από το τοίχωμα, μειώνοντας κατά αυτό τον τρόπο την ταχύτητα της ροής. Το αυτό ισχύει και για την περίπτωση των δύο κυλίνδρων που στη συγκεκριμένη απόσταση μεταξύ τους και στη συγκεκριμένη απόσταση από το τοίχωμα δίνουν αντίστοιχα μεγαλύτερες από πριν δυνάμεις, που φτάνουν πίσω από τον δεύτερο κύλινδρο με μέγιστο συντελεστή άνωσης $C_{Lmax} = 0.2032$ και μέση τιμή σχεδόν μηδενική. Επομένως, τα σωματίδια δέχονται ανωστικές δυνάμεις αρκετά μεγαλύτερες από την περίπτωση με έναν κύλινδρο οδηγώντας και σε μεγαλύτερες μειώσεις στις επικαθίσεις. Χρειάζεται να διερευνηθεί περαιτέρω η σχετική θέση των κυλίνδρων και η απόστασή τους από το τοίχωμα του καναλιού, καθώς και η μεταβολή του μήκους του καναλιού για παρακολούθηση των σωματιδίων σε μεγαλύτερες χωρικές και χρονικές παραμέτρους.

4.2. Σωματίδια

Εξετάστηκε η συμπεριφορά συγκεκριμένων διαμέτρων σωματιδίων σε κανάλι υπό την παρουσία ομόρου κυλίνδρου που βρίσκεται κοντά στο τοίχωμα στο οποίο ωθούνται τα

σωματίδια εξαιτίας της επίδρασης της βαρύτητας. Όπως προκύπτει και από τα διαγράμματα ο ομόρους του κυλίνδρου φαίνεται να απομακρύνει σωματίδια από το τοίχωμα αντισταθμίζοντας τη δύναμη της βαρύτητας. Εκείνο που φαίνεται να έχει καθοριστική σημασία για την συμπεριφορά των σωματιδίων είναι ο λόγος αντίστασης/βάρος του σωματιδίου. Γι' αυτό και για την ίδια διάμετρο, όταν οι υδροδυναμικές δυνάμεις μεγαλώνουν στην περίπτωση του νερού, οι ποσοστιαίες μειώσεις στις επικαθίσεις αυξάνονται κατακόρυφα. Ωστόσο, δεν είναι ξεκάθαρη η αιτία για την οποία τα σωματίδια μεγαλύτερου λόγου αντίστασης/βάρος σε ορισμένες περιπτώσεις εμφανίζουν μικρότερη ποσοστιαία μείωση της επικαθίσης τους πάνω στο στερεό τοίχωμα από αυτά μικρότερου λόγου αντίστασης/βάρος, όπως για παράδειγμα σωματίδια με λόγο αντίστασης/βάρος=8.

Παρατηρείται από τις Εικ. 3-37 έως 3-41 ότι η συμπεριφορά των σωματιδίων κοινού λόγου αντίστασης/βάρος είναι παρόμοια για την περίπτωση του ενός κυλίνδρου για αέρα και νερό. Όσο αυξάνεται η απόσταση x από τον κύλινδρο τόσο υπάρχει η τάση η ποσοστιαία μείωση της επικαθίσης να μειώνεται. Η μέγιστη ποσοστιαία μείωση της επικαθίσης των σωματιδίων αγγίζει το 41.7% για απόσταση από τον κύλινδρο μεταξύ 1.5D και 5D στην περίπτωση του νερού για λόγο $Drag / Weight = 6$. Εξαιτίας της ύπαρξης του κυλίνδρου υπάρχουν περιπτώσεις που η συνολική επικαθίση αυξάνεται αντί να μειώνεται ωστόσο αυτό συμβαίνει για μεγάλες αποστάσεις και για χαμηλούς λόγους $Drag / Weight$. Πιθανή εξήγηση για αυτή τη συμπεριφορά είναι το γεγονός ότι κάποια σωματίδια περνούν ανάμεσα από κύλινδρο και τοίχωμα και παραμένουν εκεί καθ' όλη τη διάρκεια της ύπαρξής τους στο κανάλι.

Η περίπτωση των δύο κυλίνδρων φαίνεται ότι αυξάνει τη ποσοστιαία μείωση της επικαθίσης, σχεδόν διπλασιάζοντάς την. Σε γενικές γραμμές, φαίνεται να ακολουθείται η ίδια συμπεριφορά όσο προχωράμε σε μεγαλύτερα x , δηλαδή η ποσοστιαία μείωση της επικαθίσης μειώνεται με αύξηση του x . Ωστόσο, η ύπαρξη πιο ισχυρών υδροδυναμικών δυνάμεων λόγω ενισχυμένης στροβιλότητας από την παρουσία του δεύτερου κυλίνδρου οδηγεί για την ίδια απόσταση και διάμετρο σε μεγαλύτερες μειώσεις της επικαθίσης. Το

αυτό ισχύει και για την περίπτωση του νερού όπου πλέον οι επικαθίσεις με την παρουσία του δεύτερου κυλίνδρου μειώνονται στο υπερδιπλάσιο ποσοστό από την περίπτωση με έναν κύλινδρο λόγω και των αυξημένων υδροδυναμικών δυνάμεων.

5. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Π. Αλεξιάς, “Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση Χρονικά μη-Μόνιμων ροών με τη Συνεχή Συζυγή Μέθοδο και Πρότυπα Μειωμένης Τάξης .,” Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2015.
- [2] Μ. Τσαλκιτζής, “Πειραματική μελέτη του πεδίου ροής στον ομόρου κυλίνδρου με χρήση 2D-PIV,” Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2015.
- [3] Χ. Καπέλλος, “Η συνεχής συζυγής μέθοδος για περιοδικές ροές. Εφαρμογή στο βέλτιστο έλεγχο της έκλυσης στροβίλων γύρω από κύλινδρο,” Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2013.
- [4] S. Goldstein, *Modern Developments in Fluid Dynamics*. Oxford: Clarendon Press, 1938.
- [5] J. H. Lienhard, *Synopsis of lift, drag, and vortex frequency data for rigid circular cylinders*. Pullman, Washington: Technical Extension Service, 1966.
- [6] J. Fredsøe and B. Mutlu Sumer, “Flow around a cylinder in steady current,” in *Hydrodynamics Around Cylindrical Structures*, 12th ed., World Scientific, 1997, pp. 1–35.
- [7] M. Rahman, M. Karim, and A. Alim, “NUMERICAL INVESTIGATION OF UNSTEADY FLOW PAST A CIRCULAR CYLINDER USING 2-D FINITE VOLUME METHOD,” vol. M, no. 1997, 2007.
- [8] B. R. S. and B. D. S. HENRY H. YANG, “A CHEBYSHEV PSEUDOSPECTRAL MULTI-DOMAIN METHOD FOR STEADY FLOW PAST A CYLINDER, UP TO $Re=150$,” *Computers Fluids*, vol. 23, pp. 829–851, 1994.
- [9] S. Singha and K. P. Sinhamahapatra, “Flow past a circular cylinder between parallel walls at low Reynolds numbers,” *Ocean Engineering*, vol. 37, no. 8–9, pp. 757–769,

2010.

- [10] H. Ding, C. Shu, K. S. Yeo, and D. Xu, "Numerical simulation of flows around two circular cylinders by mesh-free least square-based finite difference methods," *INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN FLUIDS*, vol. 53, no. July 2006, pp. 305–332, 2007.
- [11] C. Liu, X. Zheng, and C. H. Sung, "Preconditioned Multigrid Methods for Unsteady Incompressible Flows," vol. 57, pp. 35–57, 1998.
- [12] S. Mittal, "Excitation of shear layer instability in flow past a cylinder at low Reynolds number," *INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN FLUIDS*, vol. 49, no. August, pp. 1147–1167, 2005.
- [13] O. Posdziech and R. Grundmann, "A systematic approach to the numerical calculation of fundamental quantities of the two-dimensional flow over a circular cylinder," *Journal of Fluids and Structures*, vol. 23, pp. 479–499, 2007.
- [14] I. Anagnostopoulos, G. Iliadis, and S. Richardson, "NUMERICAL STUDY OF THE BLOCKAGE EFFECTS ON VISCOUS FLOW PAST A CIRCULAR CYLINDER," *INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN FLUIDS*, vol. 22, no. 1 996, pp. 1061–1 074, 1996.
- [15] T. Hsieh and J. Chen, "EMERGENCE OF ATTACHED RECIRCULATING EDDY FOR FLOW AROUND A CIRCULAR CYLINDER ASYMMETRICALLY PLACED IN A CHANNEL," *Journal of Marine Science and Technology*, vol. 14, no. 3, pp. 147–154, 2006.
- [16] C. Lei, "Vortex shedding suppression for flow over a circular cylinder near a plane boundary," *Ocean Engineering*, vol. 27, no. 2000, pp. 1109–1127, 2006.
- [17] C. Lei, L. Cheng, and K. Kavanagh, "Re-examination of the effect of a plane boundary on force and vortex shedding of a circular cylinder," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 80, p. 263—286, 1999.

- [18] J. R. Meneghini, F. Altara, C. L. R. Siquiera, and J. A. Ferrari Jr, "NUMERICAL SIMULATION OF FLOW INTERFERENCE BETWEEN TWO CIRCULAR CYLINDERS IN TANDEM AND SIDE-BY-SIDE ARRANGEMENTS," *Journal of Fluids and Structures*, vol. 15, pp. 327–351, 2001.
- [19] G. Tang, C. Chen, M. Zhao, and L. Lu, "Numerical simulation of flow past twin near-wall circular cylinders in tandem arrangement at low Reynolds number," *Water Science and Engineering*, vol. 8, no. 4, pp. 315–325, 2015.
- [20] Δ. Μπούρης, "Αριθμητική Διερεύνηση Πεδίου Ροής και Επικαθίσεων σε Εναλλάκτες Θερμότητας," Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 1997.
- [21] A. C. Wells and A. C. Chamberlain, "Transport of small particles to vertical surfaces," *British Journal of Applied Physics*, vol. 18, 1967.
- [22] D. D. Mccoy and T. . J. Hanraty, "RATE OF DEPOSITION OF DROPLETS IN ANNULAR TWO-PHASE FLOW," *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 3, pp. 319–331, 1977.
- [23] B. Y. H. Liu and J. K. Agarwal, "EXPERIMENTAL OBSERVATION OF AEROSOL DEPOSITION IN TURBULENT FLOW," *Aerosol Science*, vol. 5, no. 206, pp. 145–155, 1974.
- [24] S. K. Friedlander and H. F. Johnstone, "Deposition of Suspended Particles from Turbulent Gas Streams," *Industrial & Engineering Chemistry*, vol. 49, pp. 1151–1156, 1957.
- [25] A. Guha, "Transport and Deposition of Particles in Turbulent and Laminar Flow," in *Annual Review of Fluid Mechanics*, Bristol: Annual Reviews, 2008, pp. 311–341.
- [26] R. Clift, J. Grace, and M. Weber, *Bubbles, Drops and Particles*. Mineola, New York: Dover Publications Inc, 1978.
- [27] S. A. Morsi and A. J. Alexander, "An investigation of particle trajectories in two-phase

- flow systems," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 55, no. 2, pp. 193–208, 1972.
- [28] C. N. Davies, "Definitive equations for the fluid resistance of spheres," *The proceedings of the physical society*, vol. 57, no. 18, pp. 259–270, 1945.
- [29] L. Talbot, R. K. Cheng, R. W. Schefer, and D. R. Willis, "Thermophoresis of particles in a heated boundary layer," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 101, no. 4, pp. 737–758, 1980.
- [30] A. Li, G. Ahmadi, A. Li, and G. Ahmadi, "Dispersion and Deposition of Spherical Particles from Point Sources in a Turbulent Channel Flow," *Aerosol Science and Technology ISSN:*, vol. 16, pp. 209–226, 1992.
- [31] P. Mörters and Y. Peres, *Brownian motion*, 1st ed. Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics, 2010.
- [32] J. Reed, "Energy losses due to elastic wave propagation during an elastic impact," *Journal of Physics D:Applied Physics*, vol. 18, pp. 2329–2337, 1985.
- [33] J. Reed, "The Adhesion of Small Particles to a Surface," in *Particles on Surfaces 2-Detection, Adhesion, and Removal*, K. L. Mittal, Ed. Plenum Press, 1988, pp. 3–17.
- [34] S. Wall, J. Walter, and S. L. Goren, "Application of Impact Adhesion Theory to Particle Kinetic Energy Loss Measurements," in *Particles on Surfaces 2-Detection, Adhesion, and Removal*, K. L. Mittal, Ed. Plenum Press, 1988, pp. 19–34.
- [35] J. G. A. Bitter, *A STUDY OF EROSION PHENOMENA*, vol. 1. Wear, 1963.
- [36] L. Malvern, "The propagation of longitudinal waves of plastic deformation in a bar of material exhibiting a strain-rate effect," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 18, pp. 203–208, 1951.
- [37] H. C. Wang and J. Walter, "DYNAMIC CONTACT CHARGE TRANSFER CONSIDERING PLASTIC DEFORMATION," *Journal of Aerosol Science*, vol. 19, no. 4, pp. 399–411, 1988.

- [38] Γ. Μπεργελές, *Υπολογιστική Ρευστομηχανική*. Συμμεών, 1994.
- [39] G. Papadakis and G. Bergeles, "A LOCALLY MODIFIED SECOND ORDER UPWIND SCHEME FOR CONVECTION TERMS DISCRETIZATION," *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, vol. 5, pp. 49–62, 1995.
- [40] S. V Patankar and D. B. Spalding, "A CALCULATION PROCEDURE FOR HEAT, MASS AND MOMENTUM TRANSFER IN THREE-DIMENSIONAL PARABOLIC FLOWS," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 15, pp. 1787–1806, 1972.
- [41] C. M. Rhie and W. L. Chow, "Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation," *AIAA Journal*, vol. 21, pp. 1525–1532, 1983.
- [42] T. F. Miller and F. W. Schmidt, "USE OF A PRESSURE-WEIGHTED INTERPOLATION METHOD FOR THE SOLUTION OF THE INCOMPRESSIBLE NAVIER-STOKES EQUATIONS ON A NONSTAGGERED GRID SYSTEM," *Numerical Heat Transfer*, vol. 14, pp. 213–233, 1988.
- [43] S. Majumdar, "ROLE OF UNDERRELAXATION IN MOMENTUM INTERPOLATION FOR CALCULATION OF FLOW WITH NONSTAGGERED GRIDS," *Numerical Heat Transfer*, vol. 13, no. May, pp. 125–132, 1988.
- [44] J. C. Mycock, J. D. McKenna, and L. Theodore, "Gravity Settling Chambers," in *Handbook of air pollution control engineering and Technology*, Boca Raton, Florida: CRC Press, 1995, pp. 41–47.

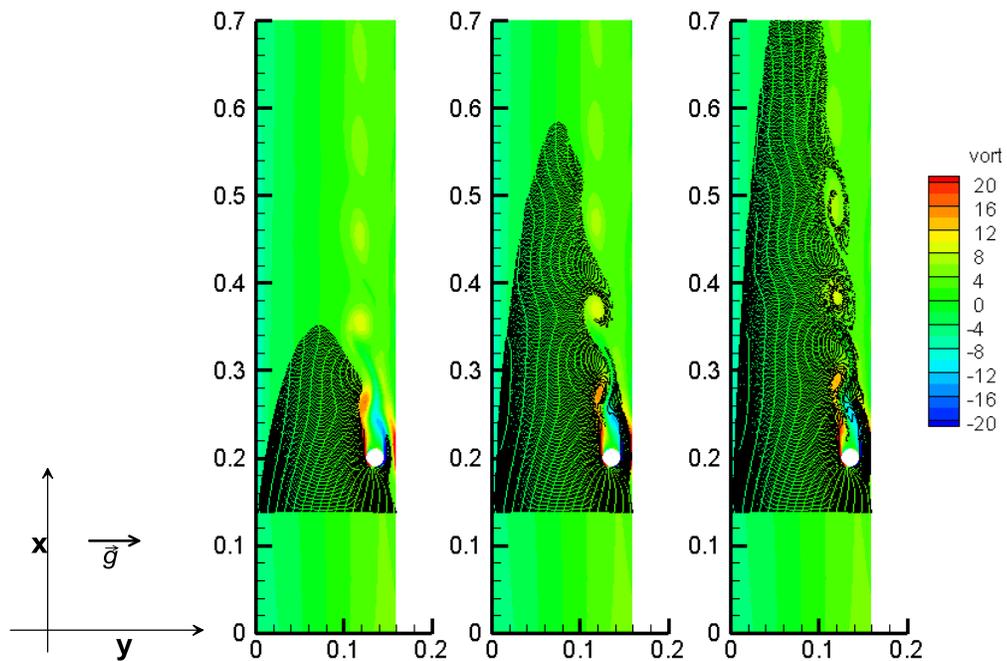
6. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

6.1. Σωματίδια

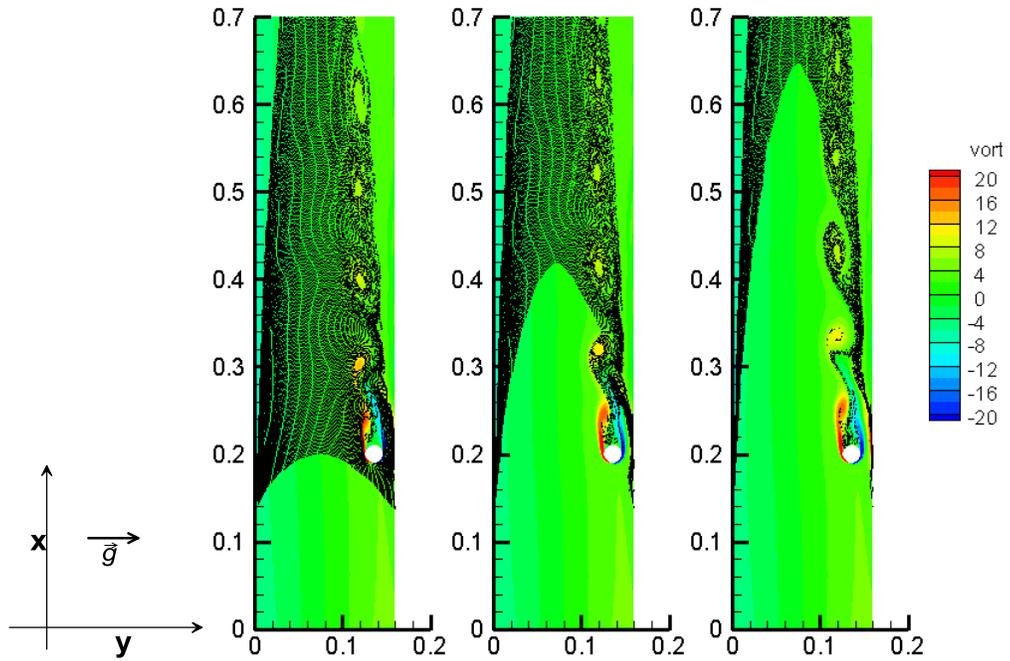
6.1.1. Εύρος σωματιδίων 2-500 μm σε αέρα

Ακολουθούν τα διαγράμματα για κάθε διάμετρο για 13 χρονικές στιγμές που αντιστοιχούν περίπου σε 13 περιόδους της ταλάντωσης του ομόρρου για τον αέρα.

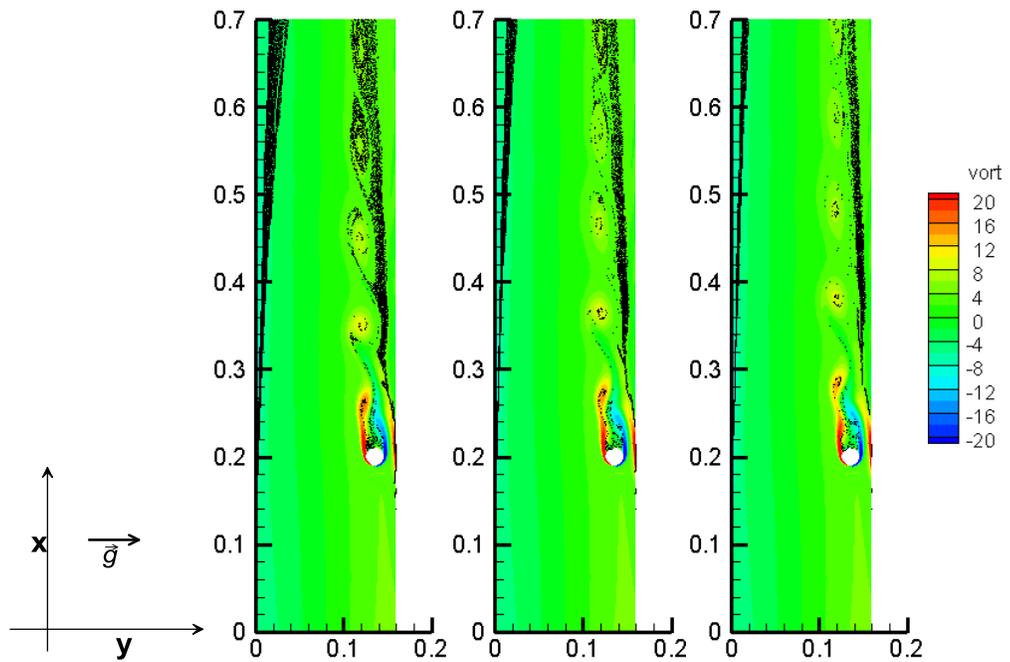
Διάμετρος σωματιδίου 2 μm



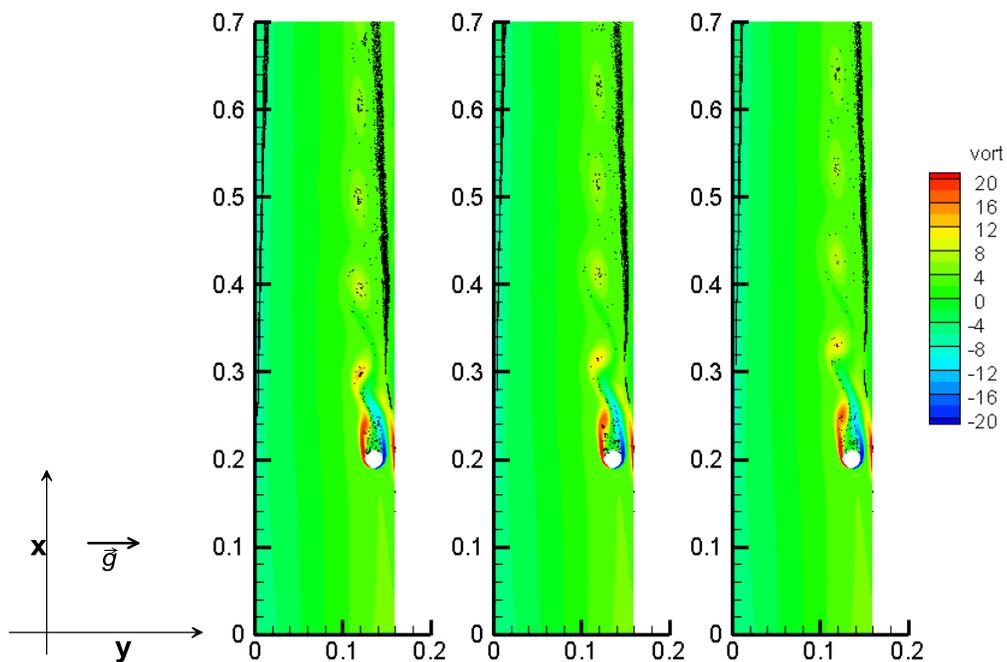
Εικόνα 6-1: Σωματίδια διαμέτρου 2 μm (Drag/Weight=376) στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



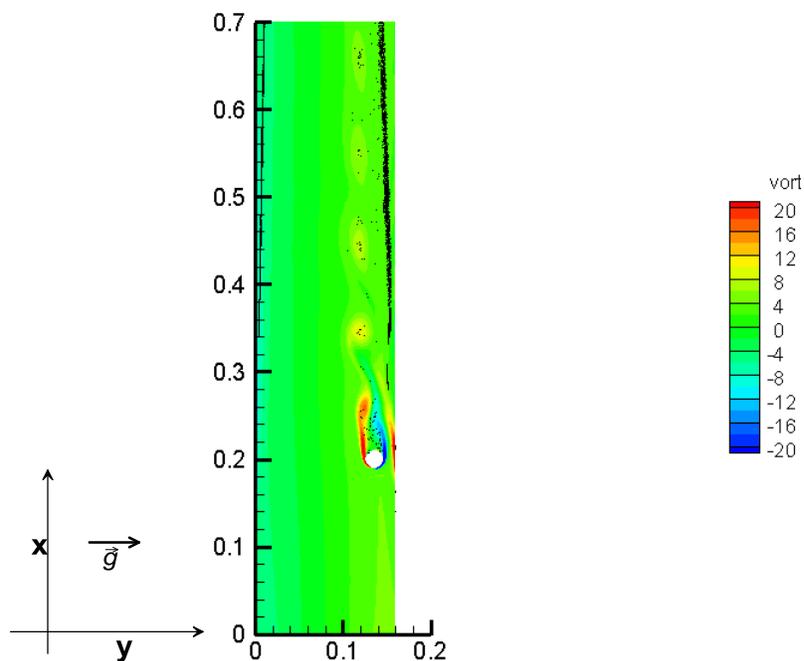
Εικόνα 6-2: Σωματίδια διαμέτρου $2\mu\text{m}$ ($\text{Drag/Weight}=376$) στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-3: Σωματίδια διαμέτρου $2\mu\text{m}$ ($\text{Drag/Weight}=376$) στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

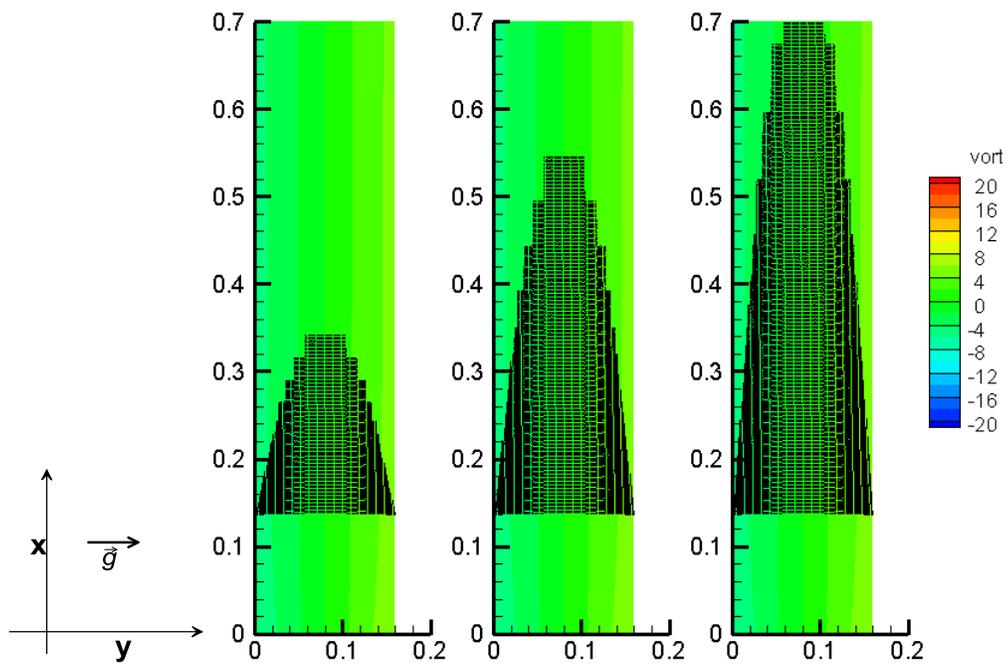


Εικόνα 6-4: Σωματίδια διαμέτρου $2\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=376$) στη ροή στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

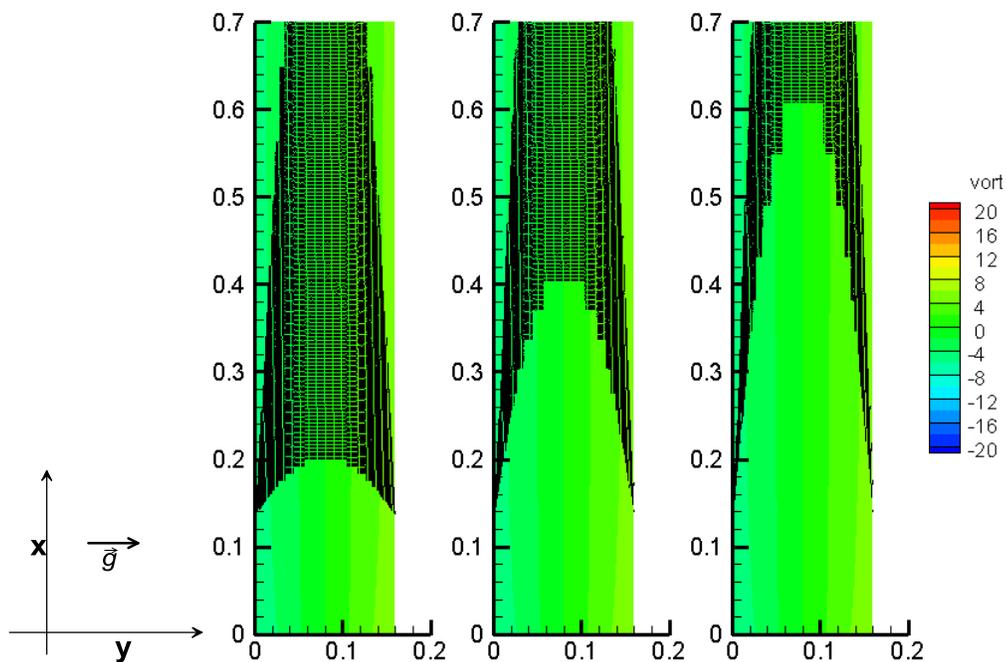


Εικόνα 6-5: Σωματίδια διαμέτρου $2\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=376$) στη ροή αέρα με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=13T$ (οι αποστάσεις σε m)

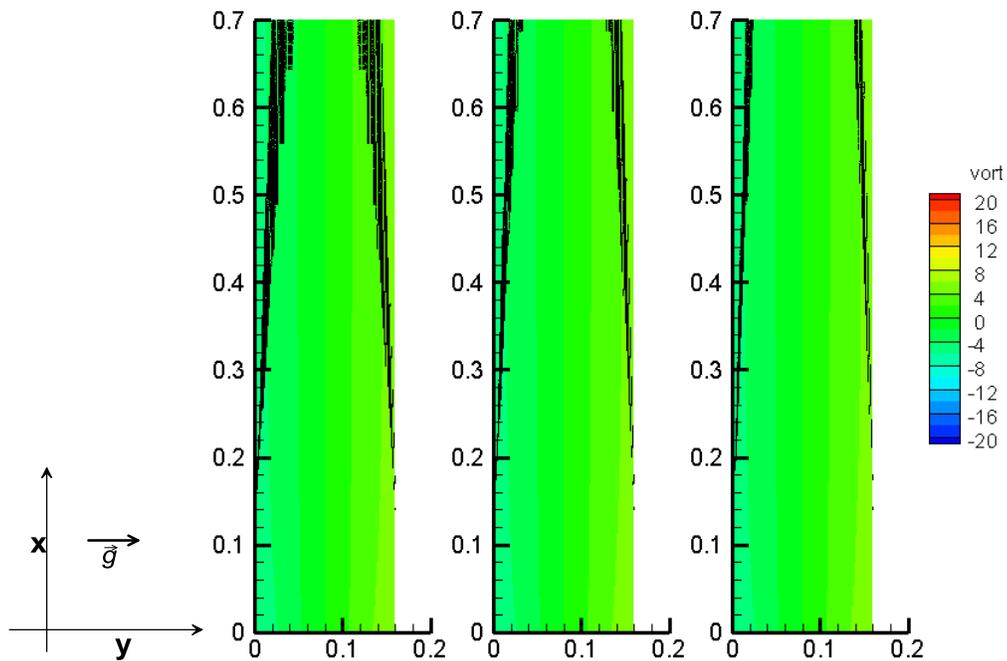
Παρουσιάζονται και τα ίδια διαγράμματα που προκύπτουν από την περίπτωση ίδιου αριθμού σωματιδίων διαμέτρου $2\mu\text{m}$ που κινούνται όμως σε κενό κανάλι. Αυτή η μέθοδος παρουσίασης θα ακολουθηθεί και στα διαγράμματα που αφορούν τις υπόλοιπες διαμέτρους.



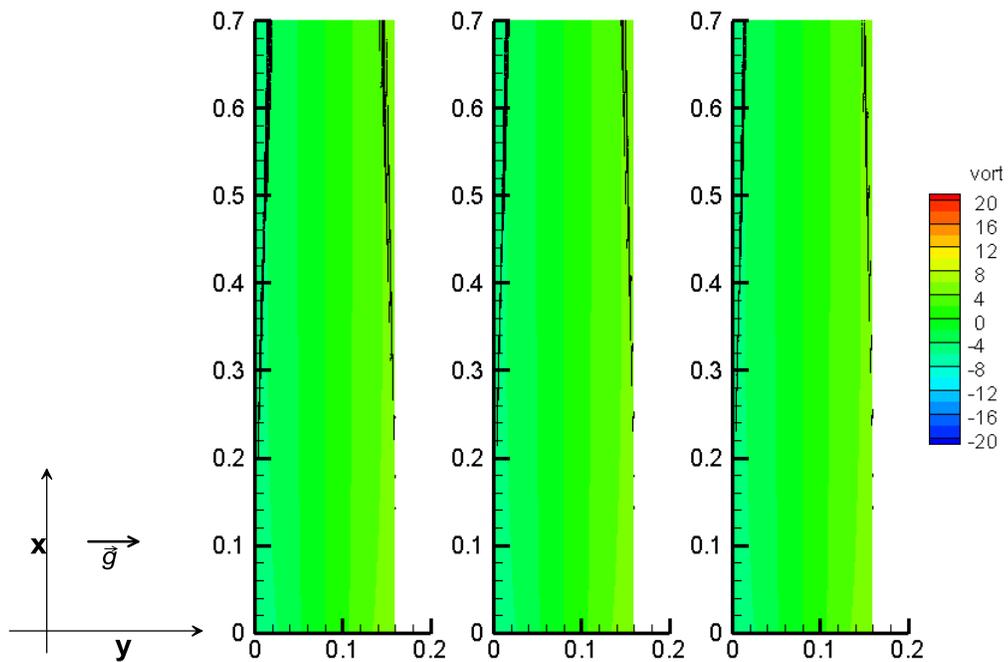
Εικόνα 6-6: Σωματίδια διαμέτρου $2\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=376$) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



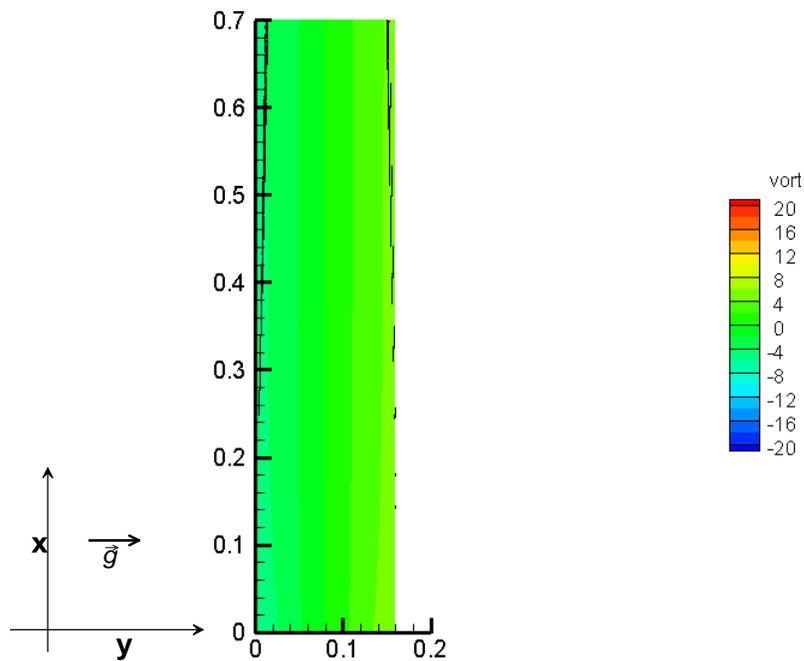
Εικόνα 6-7: Σωματίδια διαμέτρου 2 μ m(Drag/Weight=376) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T,5T,6T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-8: Σωματίδια διαμέτρου 2 μ m(Drag/Weight=376) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T,8T,9T$ (οι αποστάσεις σε m)

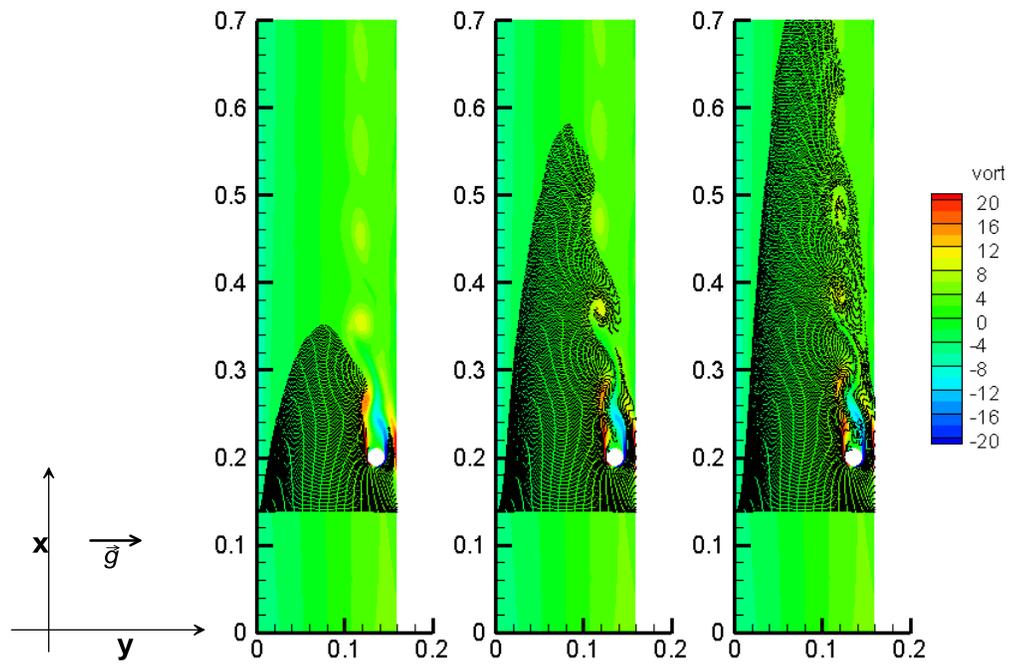


Εικόνα 6-9: Σωματίδια διαμέτρου $2\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=376$) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

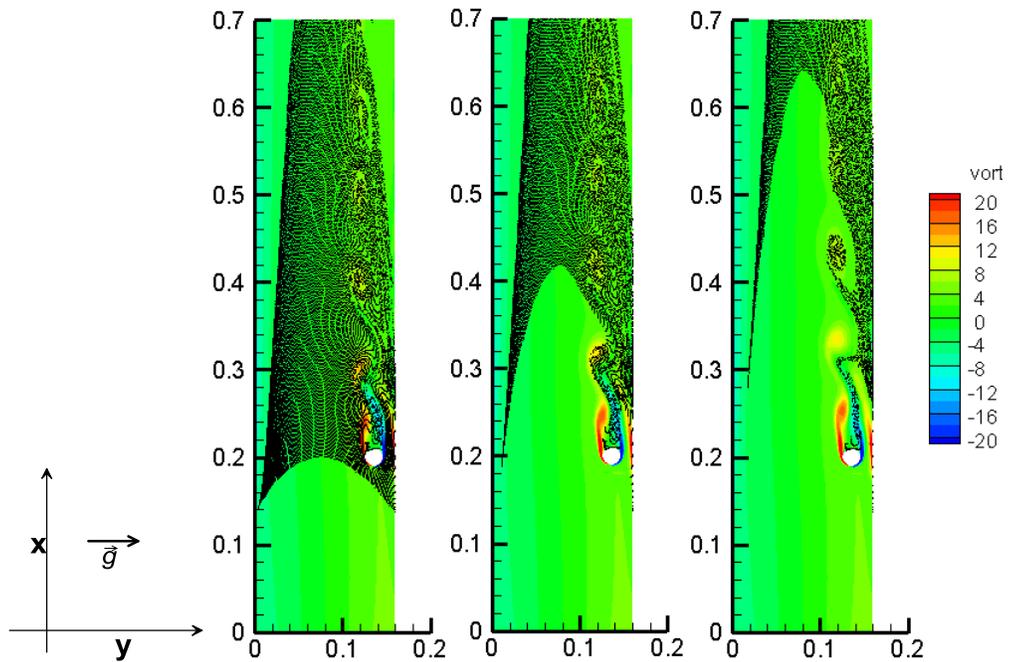


Εικόνα 6-10: Σωματίδια διαμέτρου $2\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=376$) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=13T$ (οι αποστάσεις σε m)

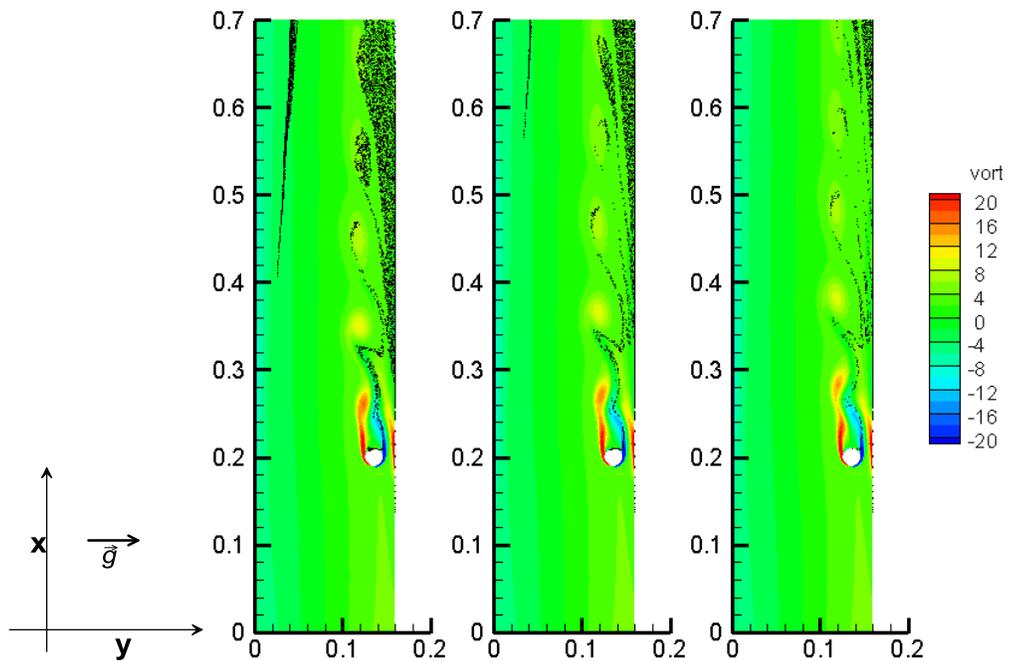
Διάμετρος σωματιδίου 10 μ m



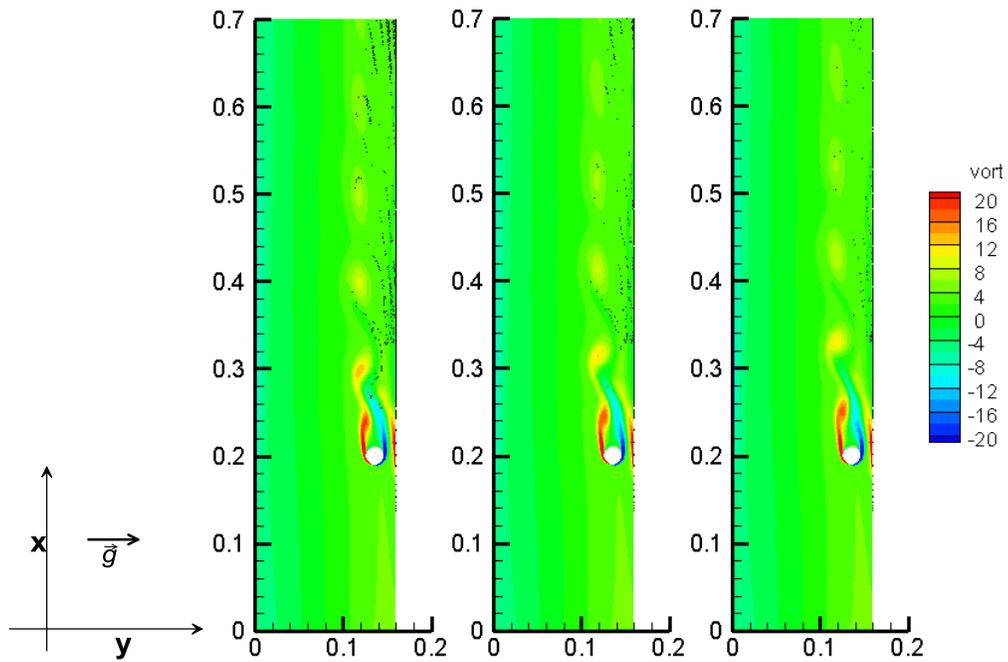
Εικόνα 6-11: Σωματίδια διαμέτρου 10 μ m(Drag/Weight=15.3) στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,2T,3T$ (οι αποστάσεις σε m)



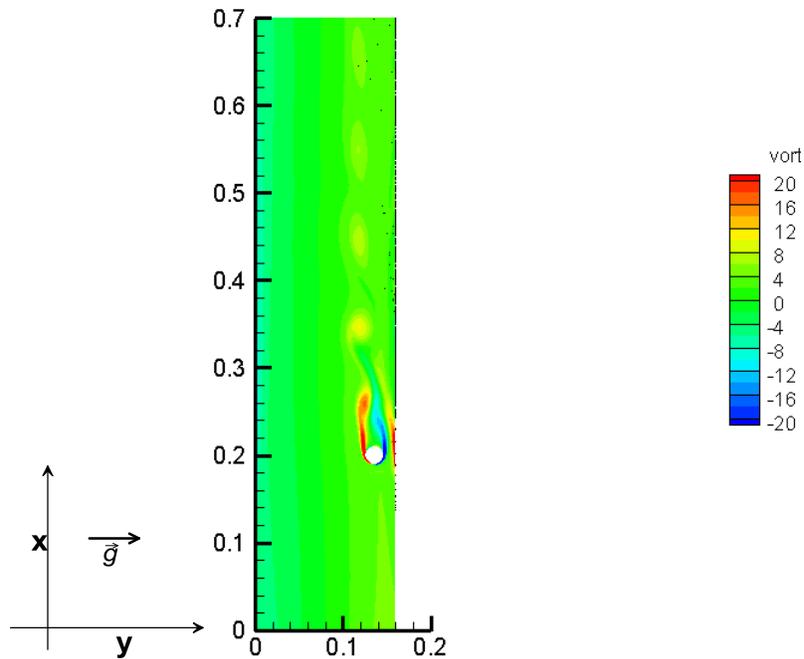
Εικόνα 6-12: Σωματίδια διαμέτρου $10\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=15.3$) στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-13: Σωματίδια διαμέτρου $10\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=15.3$) στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

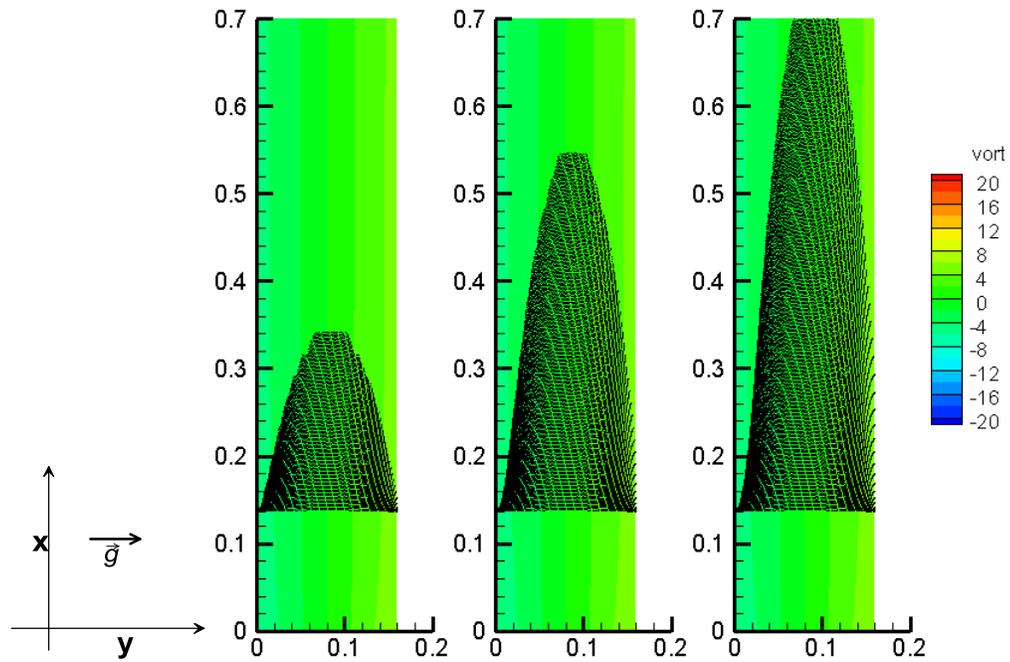


Εικόνα 6-14: Σωματίδια διαμέτρου $10\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=15.3$) στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

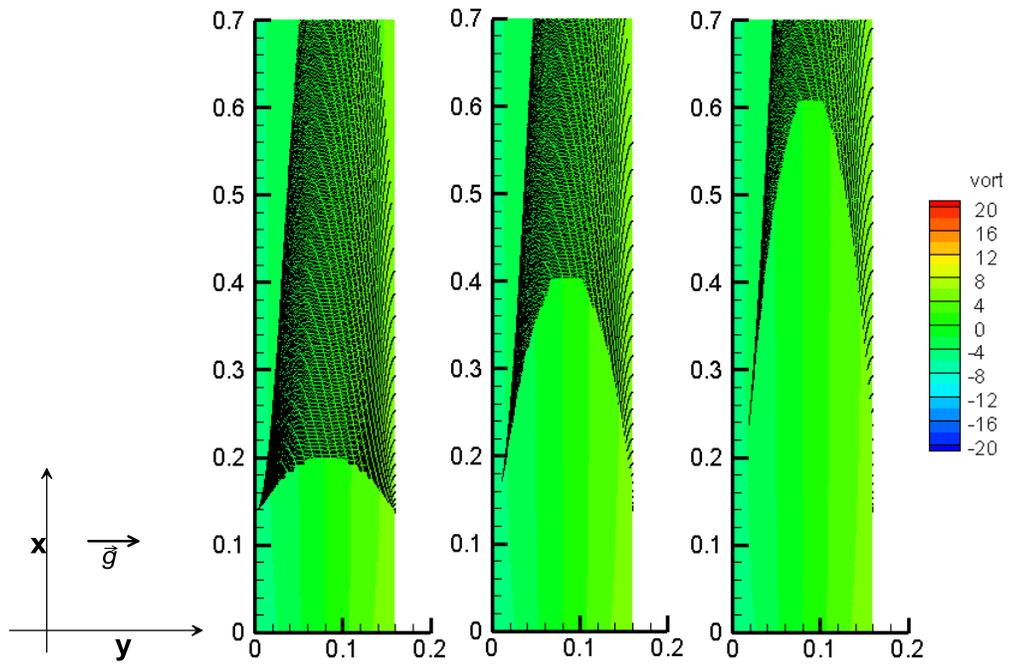


Εικόνα 6-15: Σωματίδια διαμέτρου $10\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=15.3$) στη ροή αέρα με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=13T$ (οι αποστάσεις σε m)

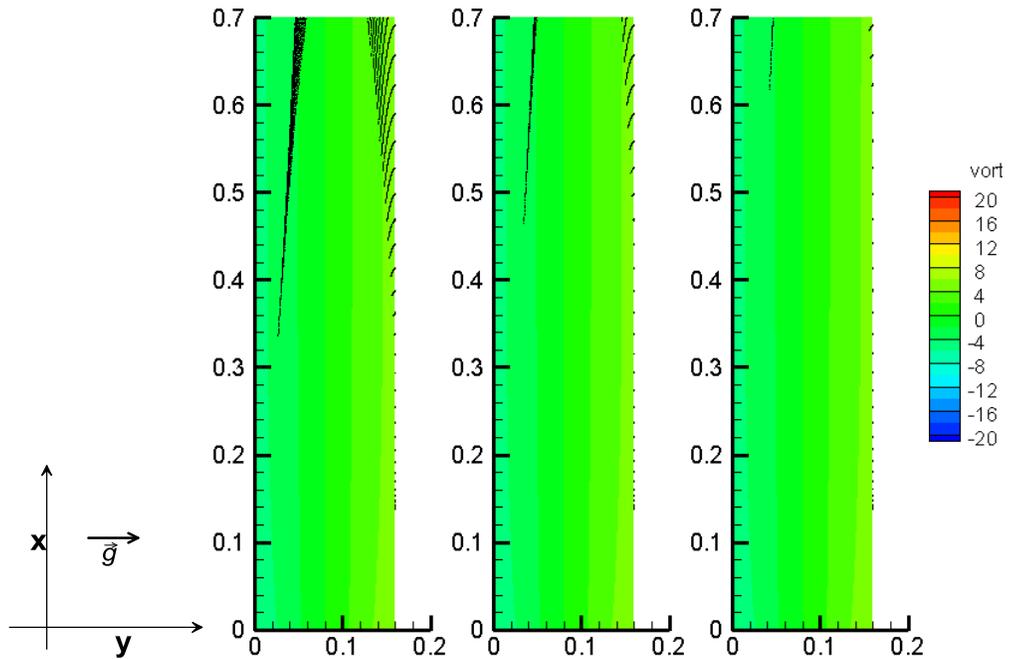
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 10 μm για την περίπτωση του κενού καναλιού.



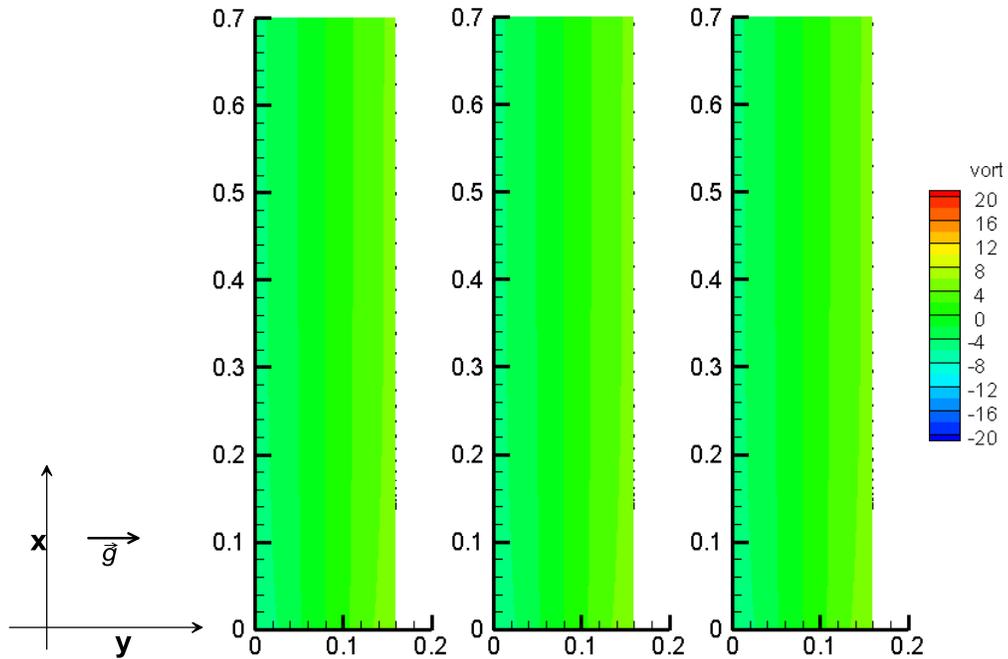
Εικόνα 6-16: Σωματίδια διαμέτρου 10 μm (Drag/Weight=15.3) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



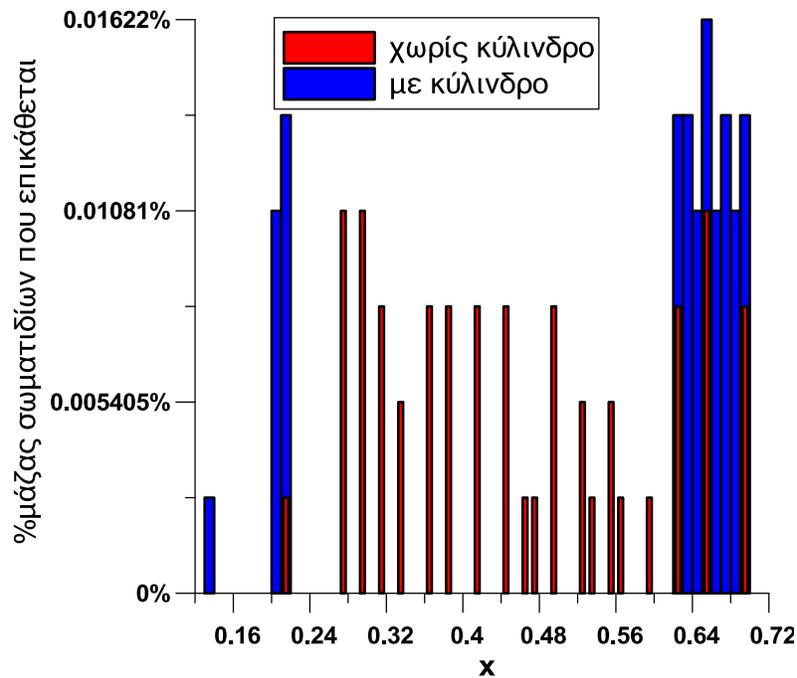
Εικόνα 6-17: Σωματίδια διαμέτρου $10\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=15.3$) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-18: Σωματίδια διαμέτρου $10\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=15.3$) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

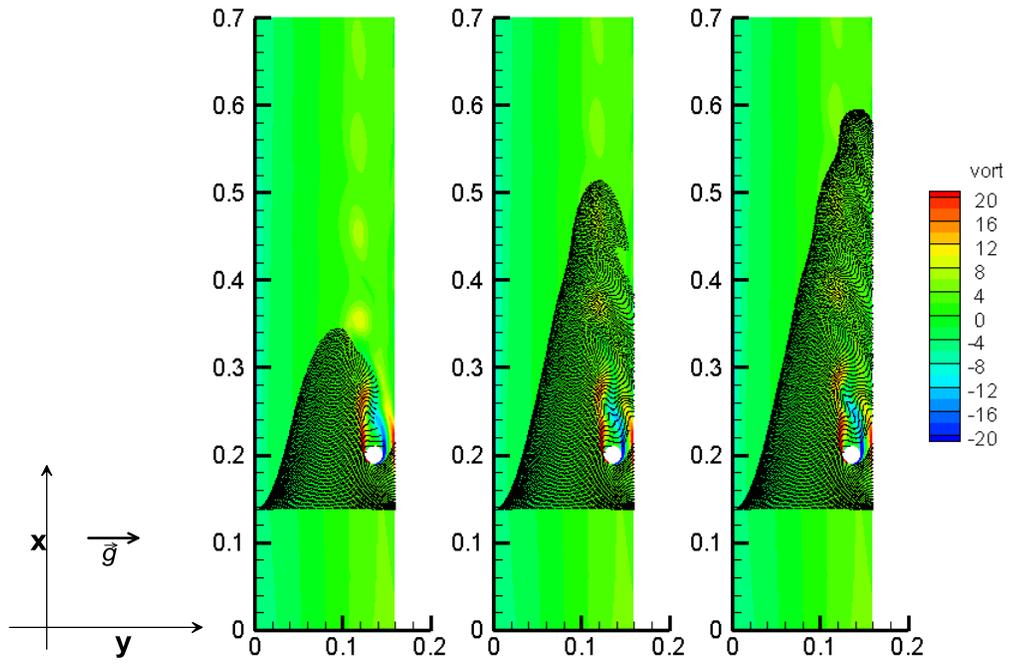


Εικόνα 6-19: Σωματίδια διαμέτρου 10 μ m(Drag/Weight=15.3) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

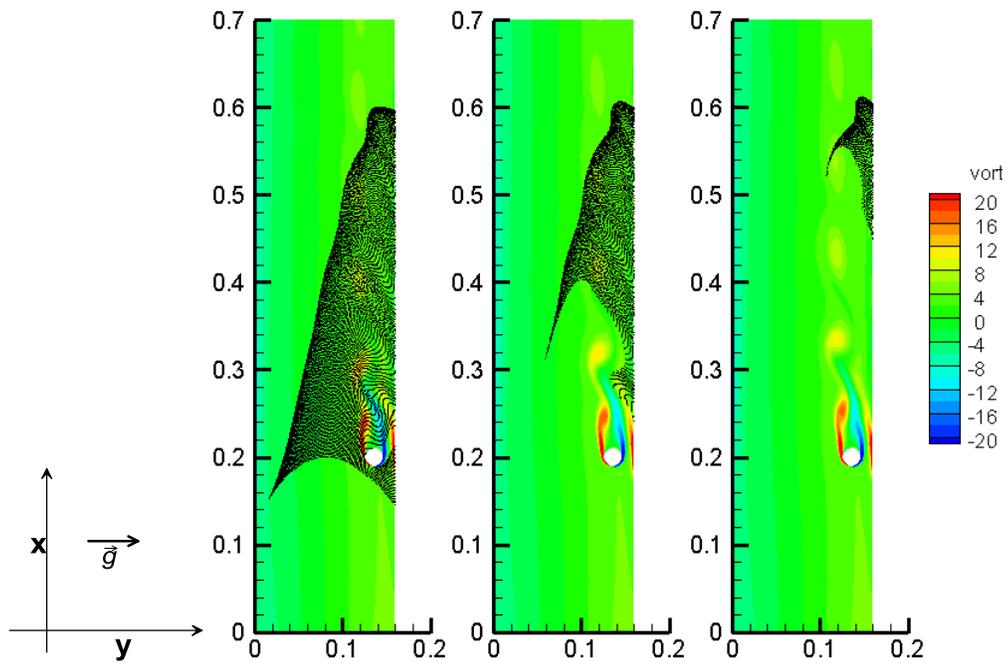


Εικόνα 6-20: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων των 10 μ m στον αέρα(Drag/Weight=15.3) σε συνάρτηση με την απόσταση x(σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02$ m βρίσκεται στη θέση $x=0.2$ m

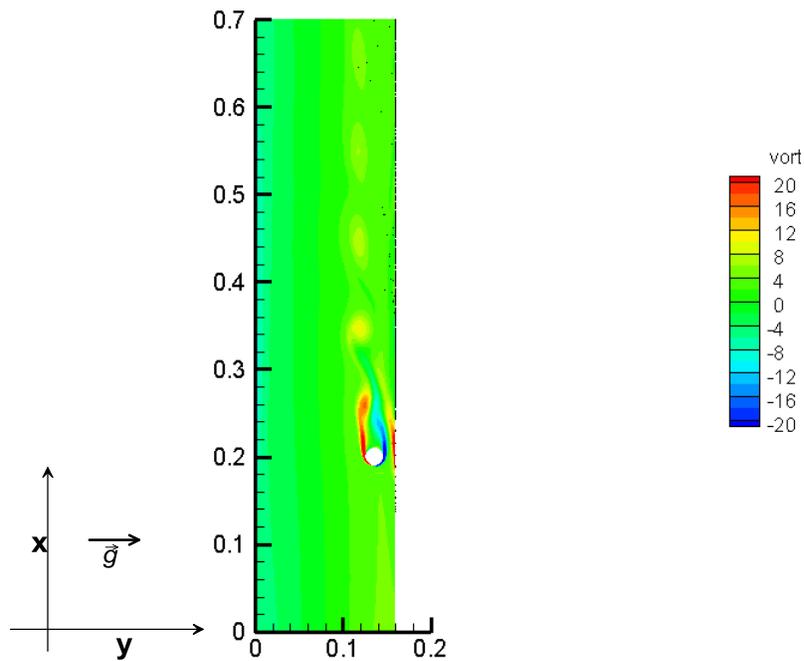
Διάμετρος σωματιδίου 25 μ m



Εικόνα 6-21: Σωματίδια διαμέτρου 25 μ m(Drag/Weight=2.51) στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,2T,3T$ (οι αποστάσεις σε m)

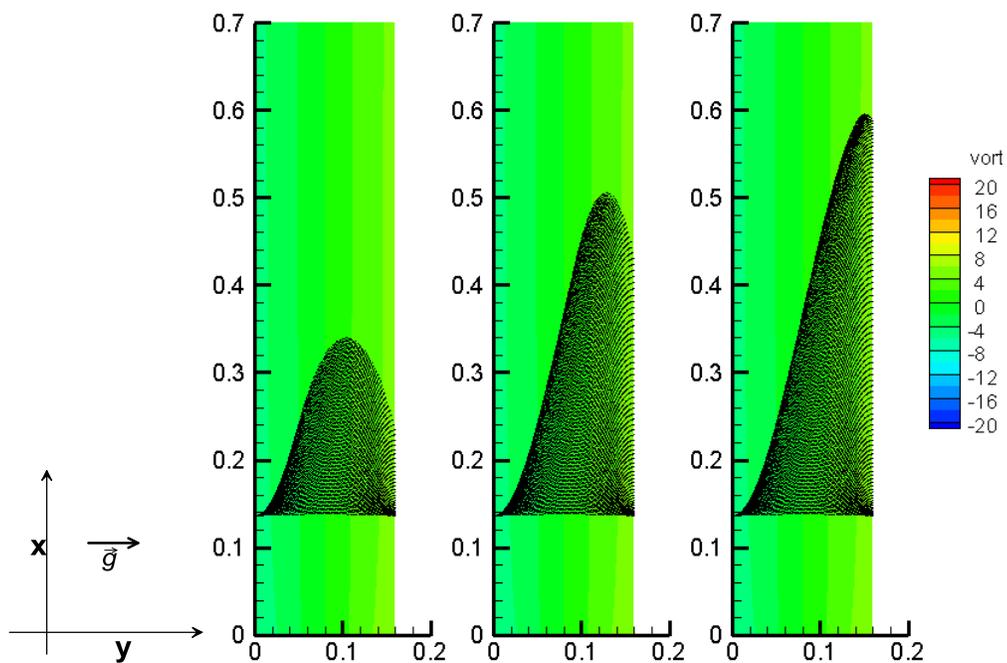


Εικόνα 6-22: Σωματίδια διαμέτρου $25\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=2.51$) στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

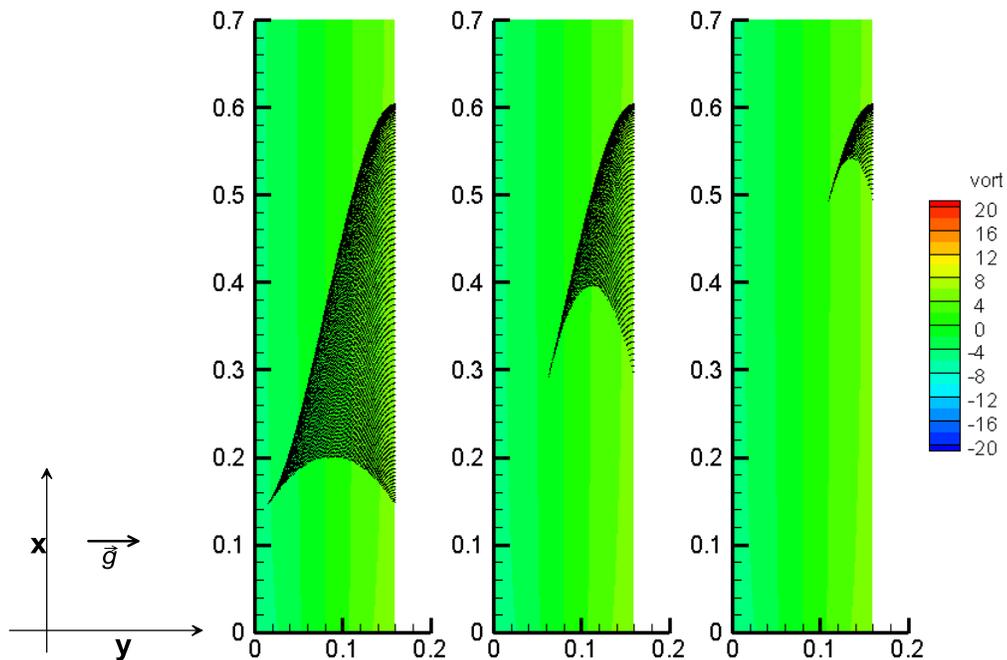


Εικόνα 6-23: Σωματίδια διαμέτρου $25\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=2.51$) στη ροή αέρα με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=7T$ (οι αποστάσεις σε m)

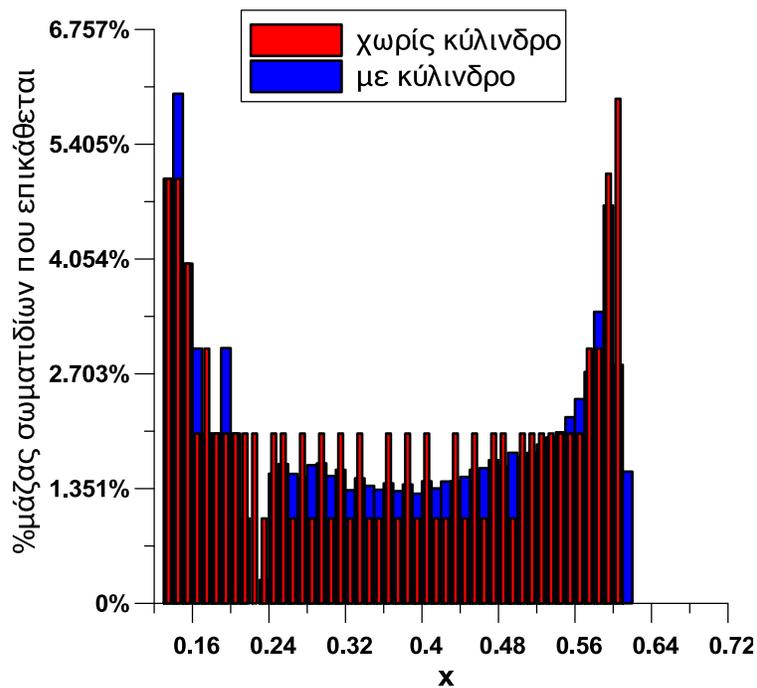
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 25 μm για την περίπτωση του κενού καναλιού.



Εικόνα 6-24: Σωματίδια διαμέτρου 25 μm (Drag/Weight=2.51) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

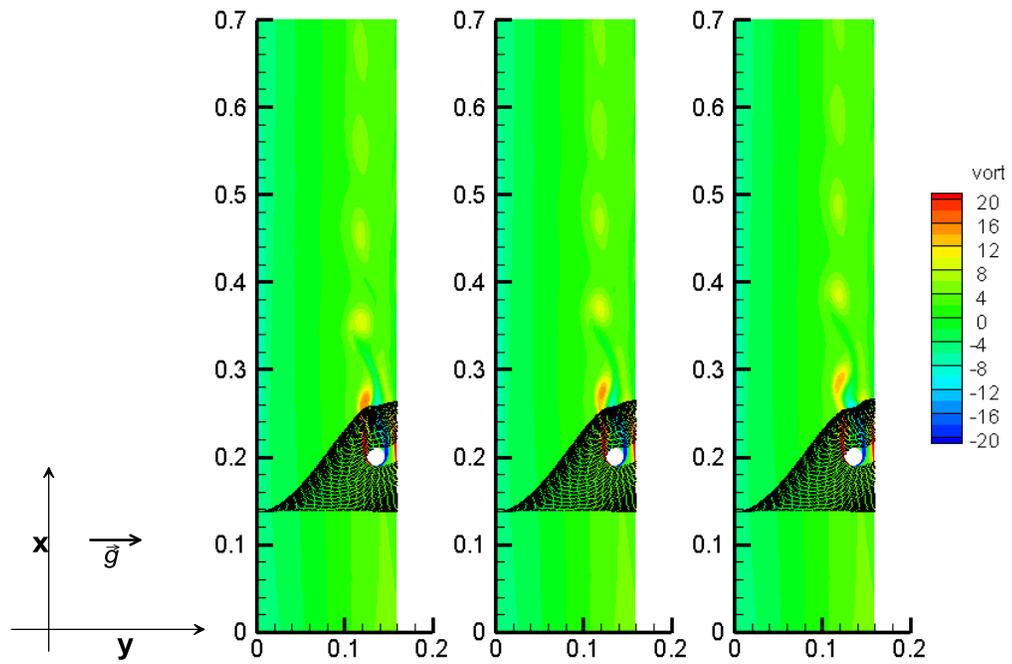


Εικόνα 6-25: Σωματίδια διαμέτρου 25 μ m(Drag/Weight=2.51) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

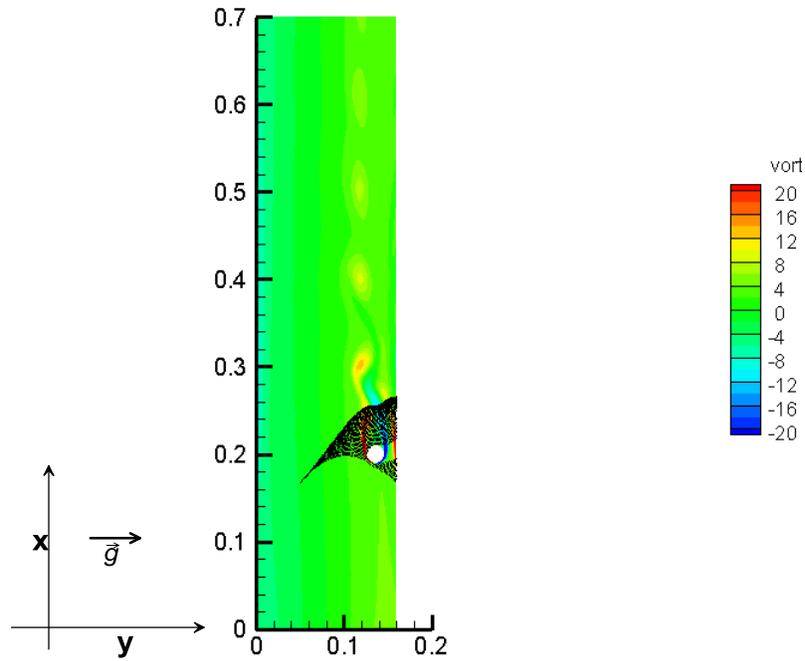


Εικόνα 6-26: Διανομή της επικαθίσης των σωματιδίων των 25 μ m στον αέρα(Drag/Weight=2.51) σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02$ m βρίσκεται στη θέση $x=0.2$ m

Διάμετρος σωματιδίου 50 μm

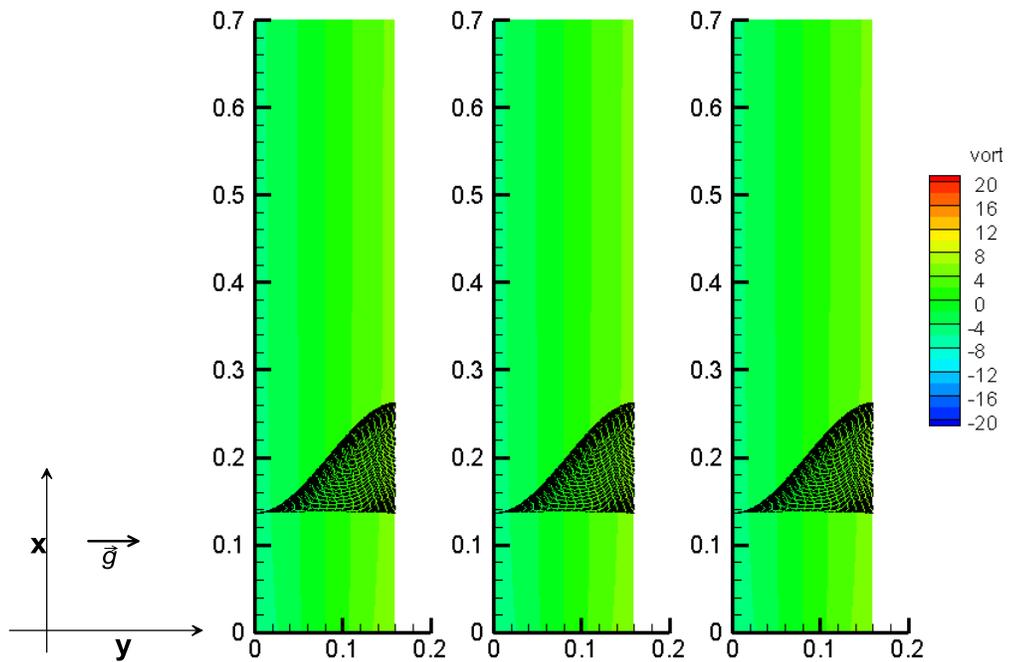


Εικόνα 6-27: Σωματίδια διαμέτρου 50 μm ($Drag/Weight=0.645$) στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,2T,3T$ (οι αποστάσεις σε m)

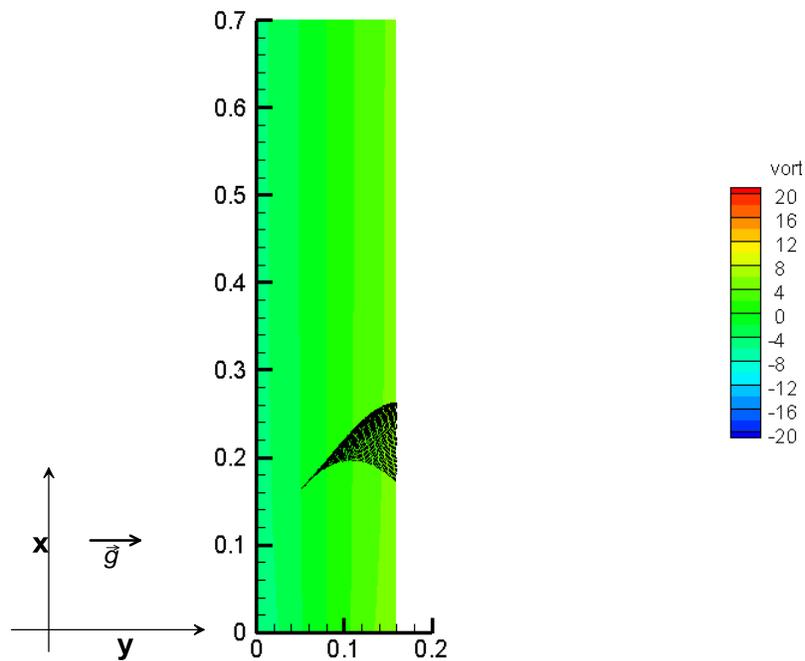


Εικόνα 6-28: Σωματίδια διαμέτρου 50 μ m(Drag/Weight=0.645) στη ροή αέρα με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=4T$ (οι αποστάσεις σε m)

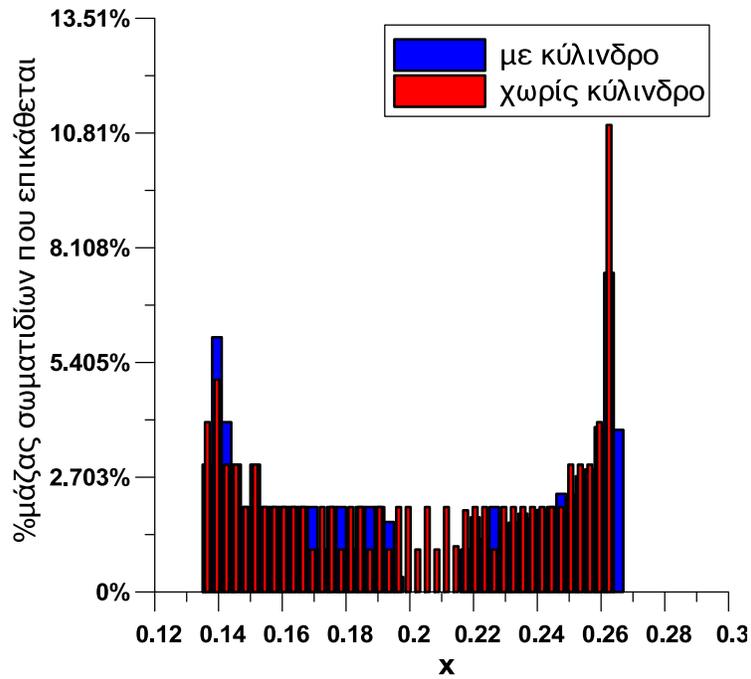
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 50 μ m για την περίπτωση του κενού καναλιού.



Εικόνα 6-29: Σωματίδια διαμέτρου $50\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=0.645$) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

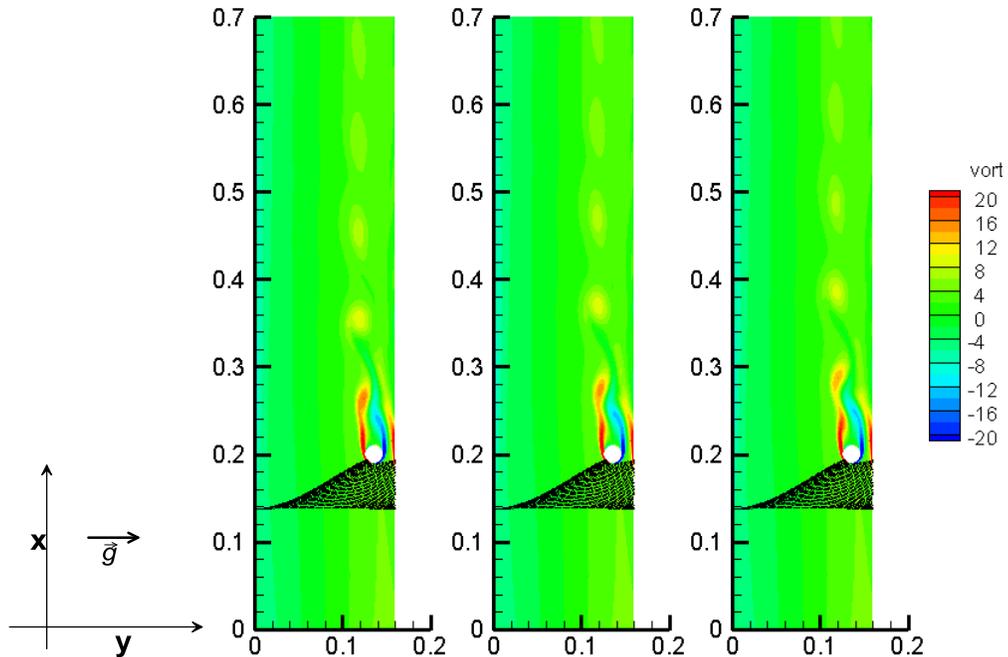


Εικόνα 6-30: Σωματίδια διαμέτρου $50\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=0.645$) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=4T$ (οι αποστάσεις σε m)

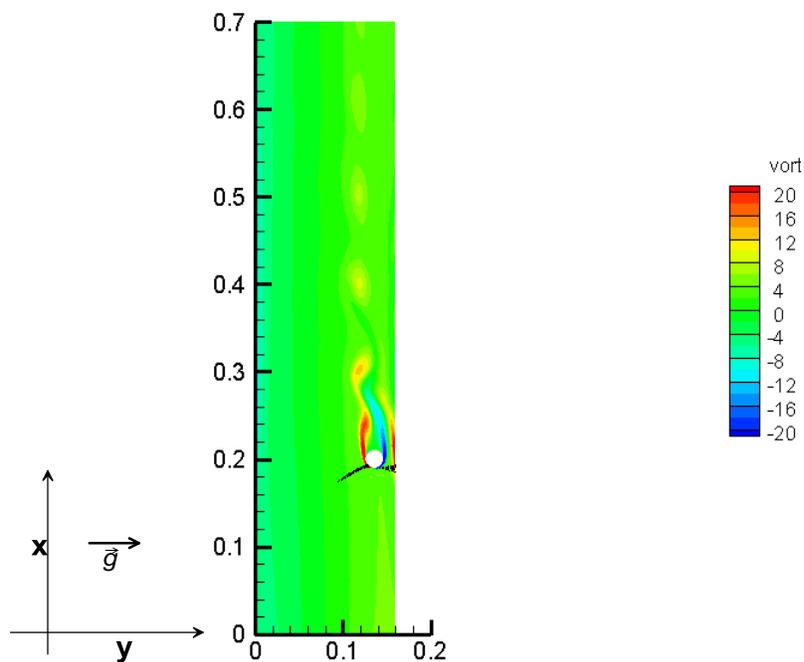


Εικόνα 6-31: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων των 50μm στον αέρα(Drag/Weight=0.645) σε συνάρτηση με την απόσταση x(σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου D=0.02m βρίσκεται στη θέση x=0.2m

Διάμετρος σωματιδίου 75μm

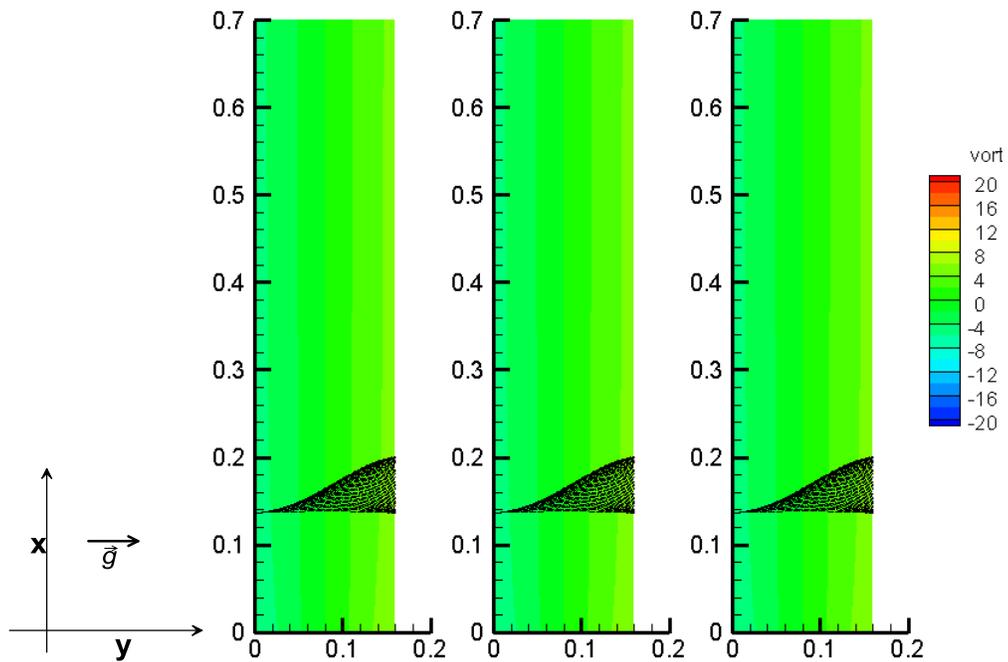


Εικόνα 6-32: Σωματίδια διαμέτρου 75μm(Drag/Weight=0.294) στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

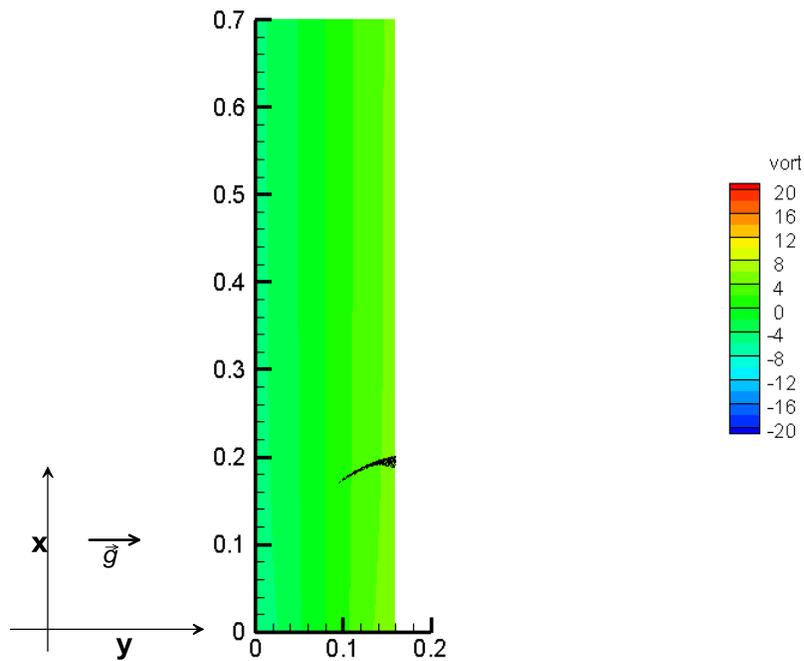


Εικόνα 6-33: Σωματίδια διαμέτρου 75 μ m(Drag/Weight=0.294) στη ροή αέρα με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=4T$ (οι αποστάσεις σε m)

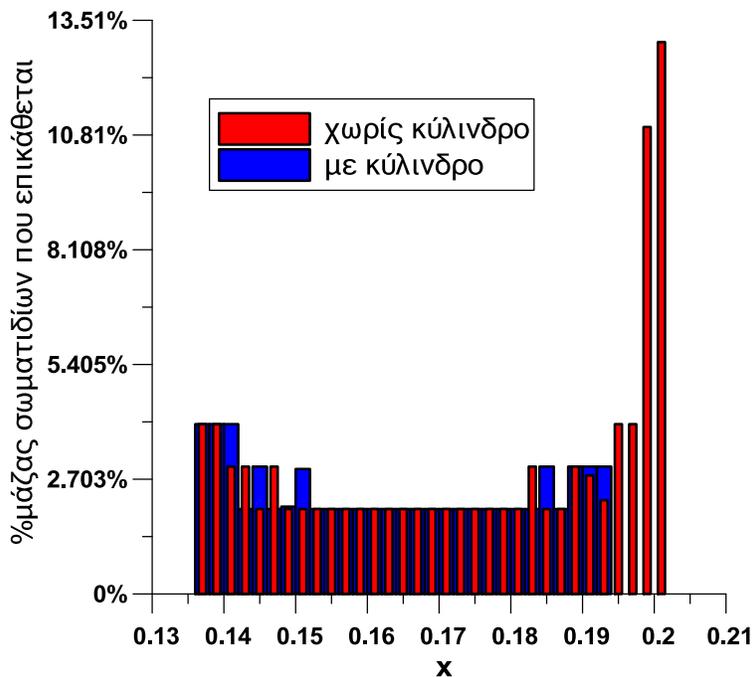
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 75 μ m για την περίπτωση του κενού καναλιού.



Εικόνα 6-34: Σωματίδια διαμέτρου $75\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=0.294$) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

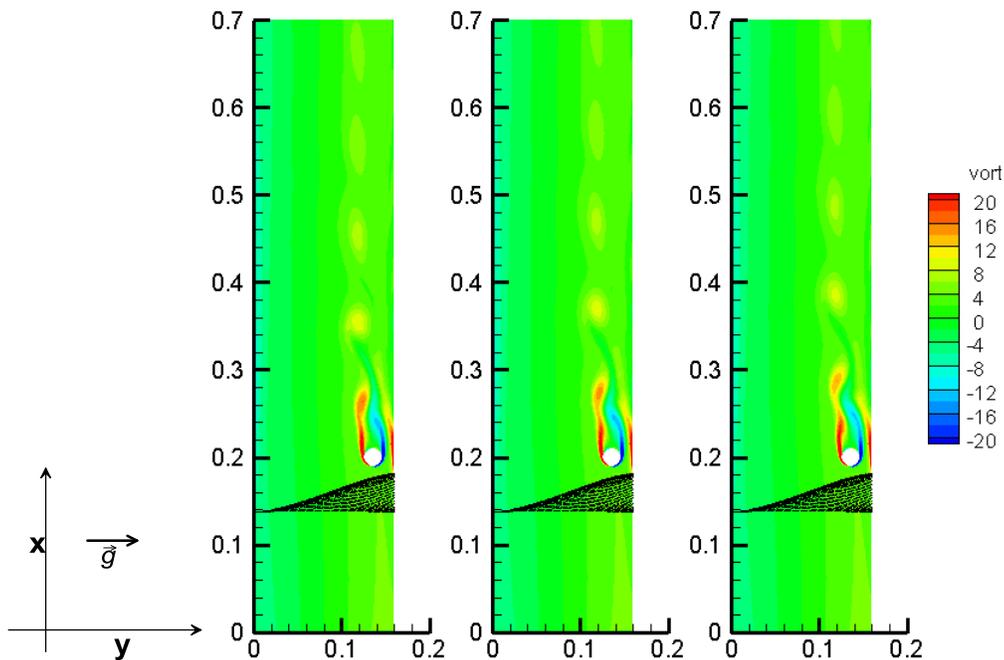


Εικόνα 6-35: Σωματίδια διαμέτρου $75\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=0.294$) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=4T$ (οι αποστάσεις σε m)

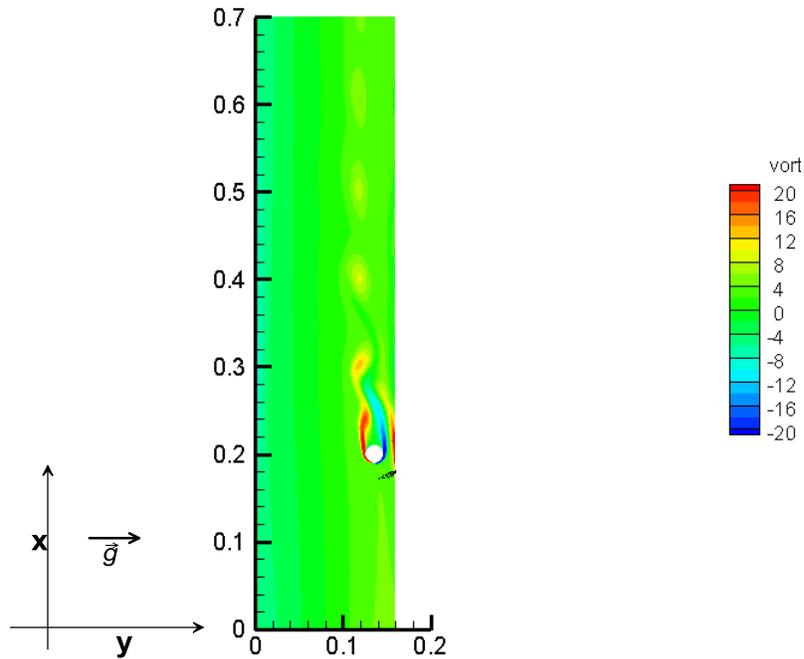


Εικόνα 6-36: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων των 75μm στον αέρα(Drag/Weight=0.294) σε συνάρτηση με την απόσταση x(σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου D=0.02m βρίσκεται στη θέση x=0.2m x

Διάμετρος σωματιδίου 100μm

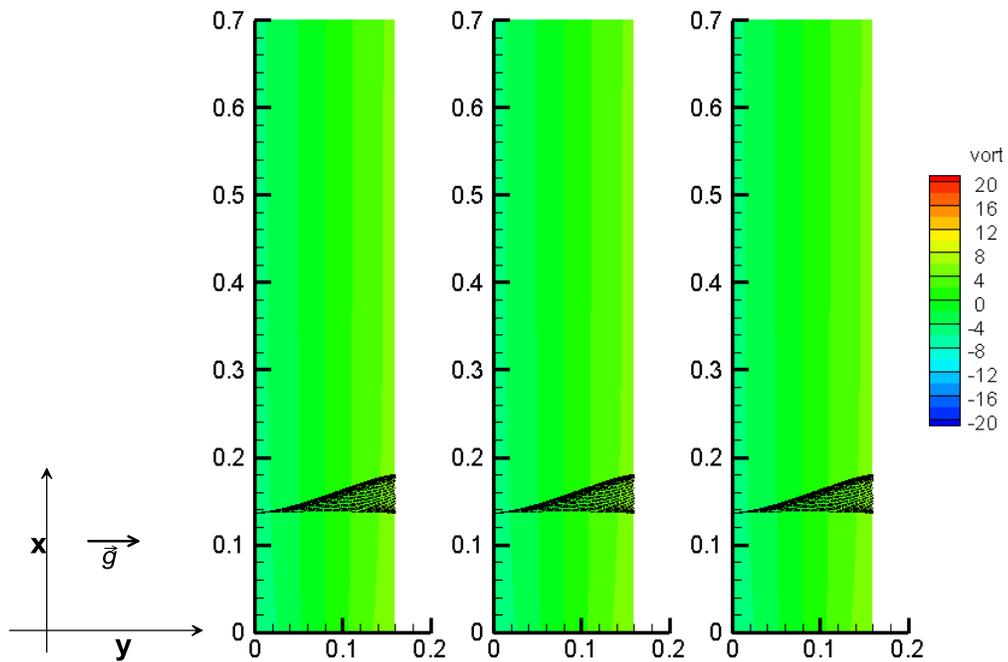


Εικόνα 6-37: Σωματίδια διαμέτρου 100μm(Drag/Weight=0.169) στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές t=T,2T,3T(οι αποστάσεις σε m)

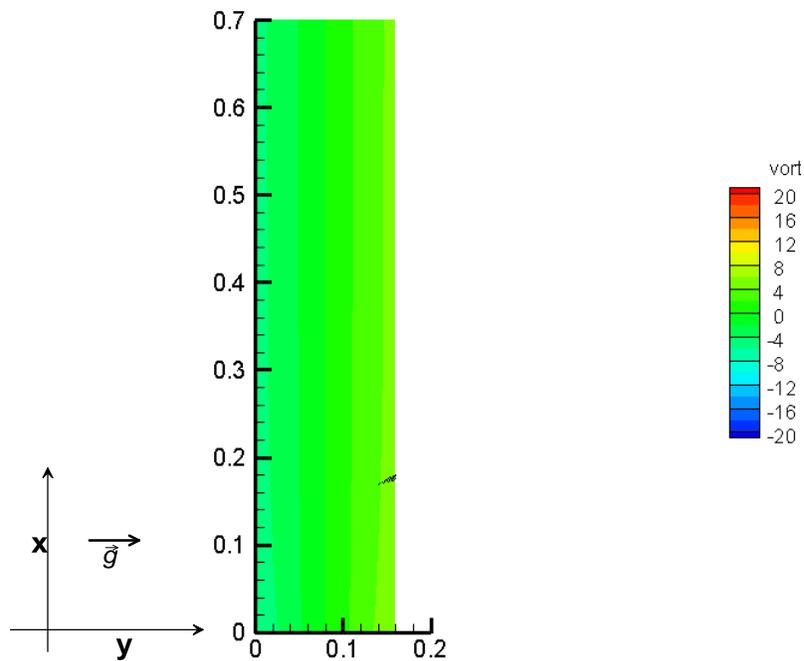


Εικόνα 6-38: Σωματίδια διαμέτρου 100 μm ($\text{Drag}/\text{Weight}=0.169$) στη ροή αέρα με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=4T$ (οι αποστάσεις σε m)

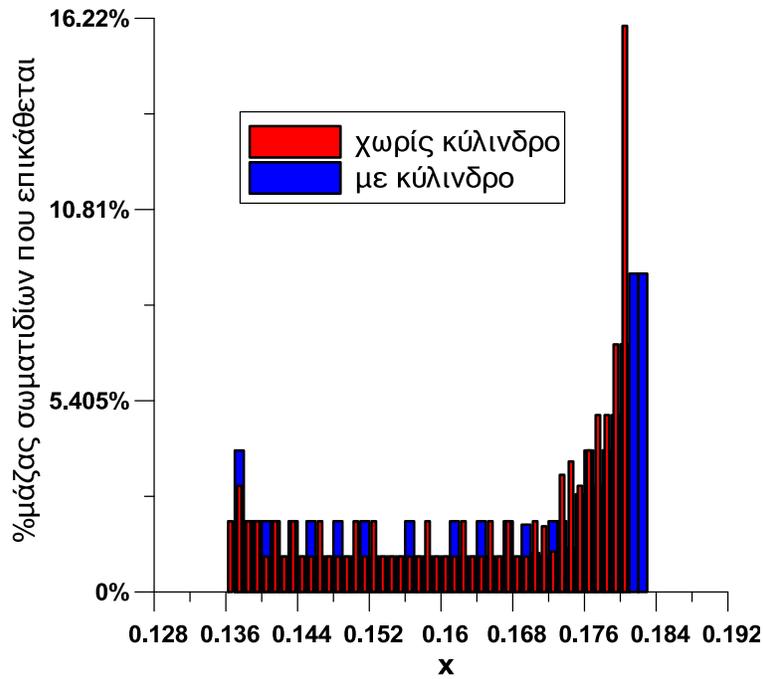
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 100 μm για την περίπτωση του κενού καναλιού.



Εικόνα 6-39: Σωματίδια διαμέτρου $100\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=0.169$) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

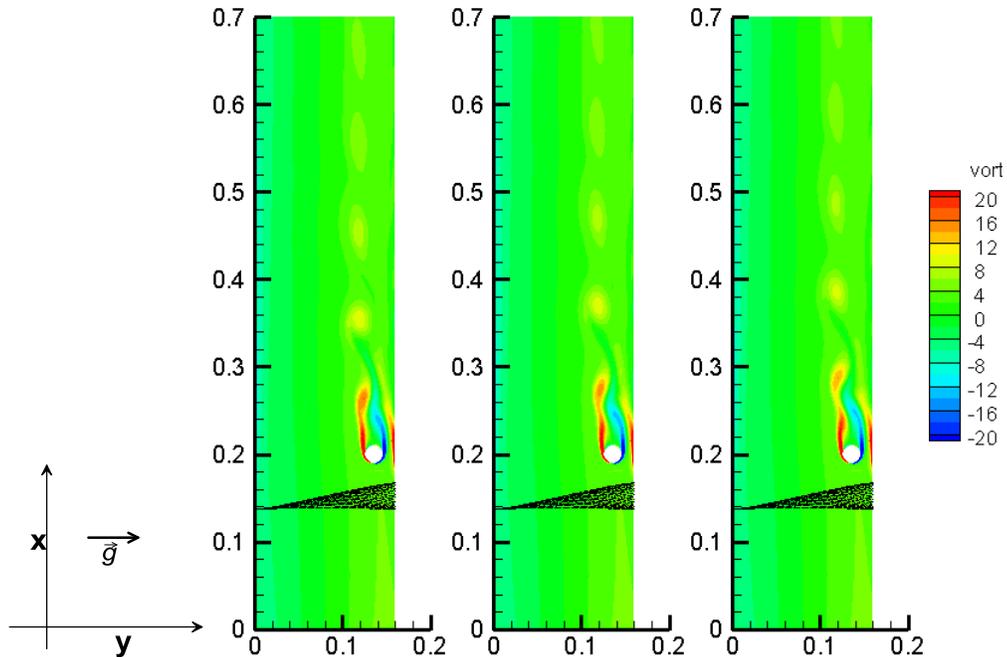


Εικόνα 6-40: Σωματίδια διαμέτρου $100\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=0.169$) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=4T$ (οι αποστάσεις σε m)



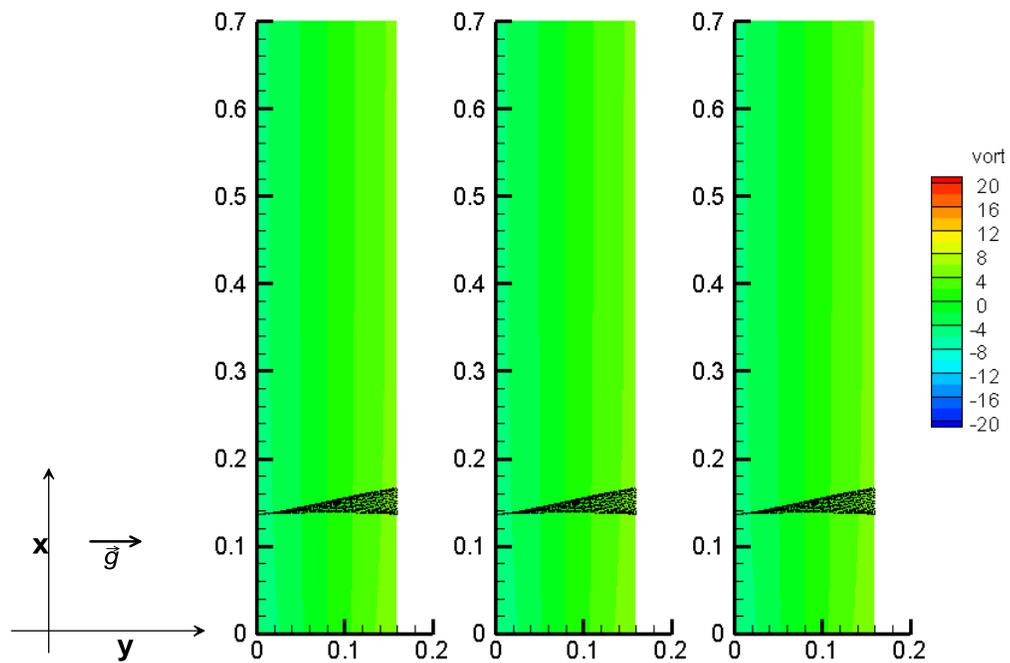
Εικόνα 6-41: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων των 100µm στον αέρα(Drag/Weight=0.169) σε συνάρτηση με την απόσταση x(σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου D=0.02m βρίσκεται στη θέση x=0.2m

Διάμετρος σωματιδίου 200µm

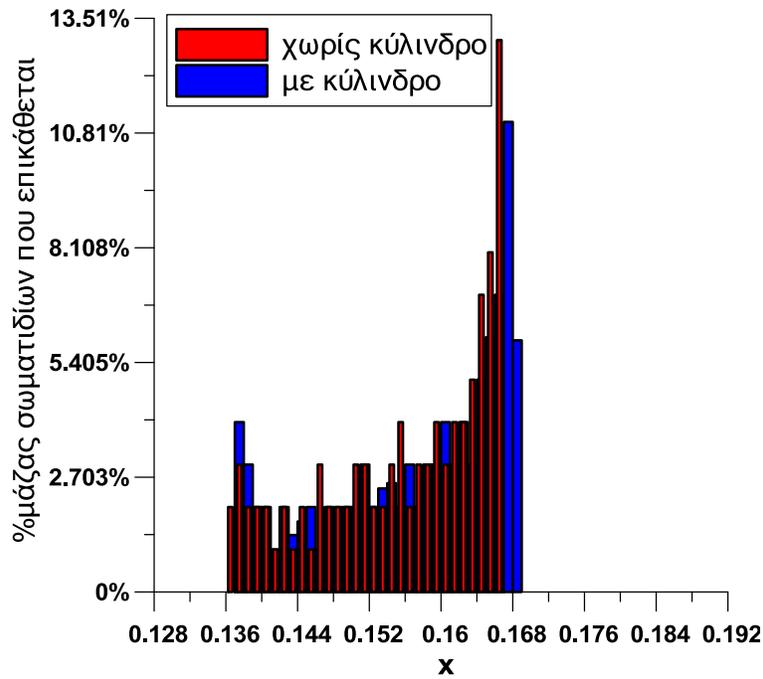


Εικόνα 6-42: Σωματίδια διαμέτρου 200µm(Drag/Weight=0.0452) στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές t=T,2T,3T(οι αποστάσεις σε m)

Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 200 μm για την περίπτωση του κενού καναλιού.

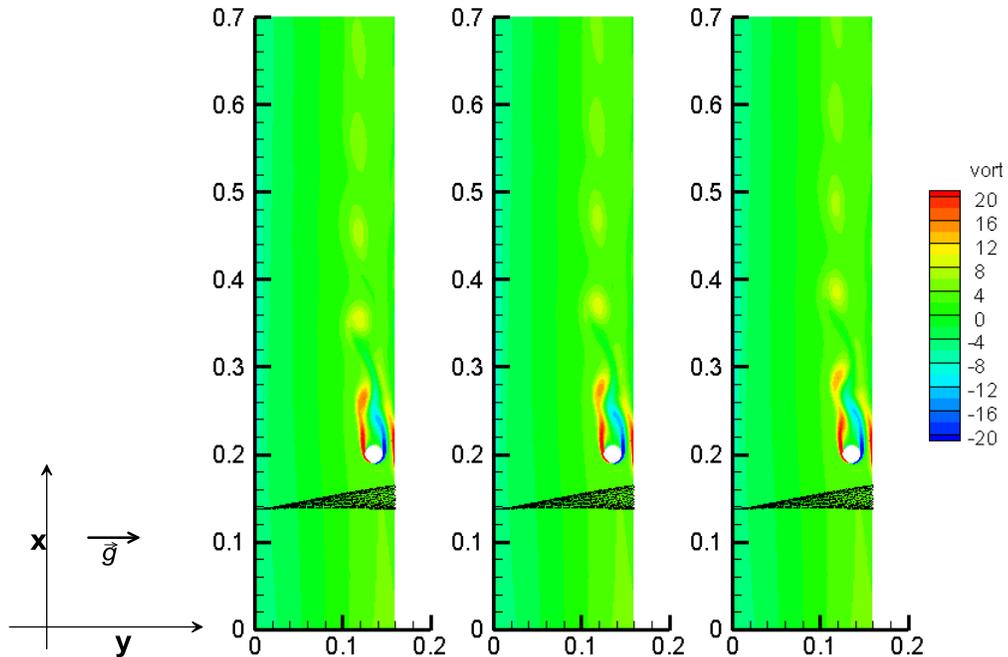


Εικόνα 6-43: Σωματίδια διαμέτρου 200 μm ($\text{Drag}/\text{Weight}=0.0452$) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



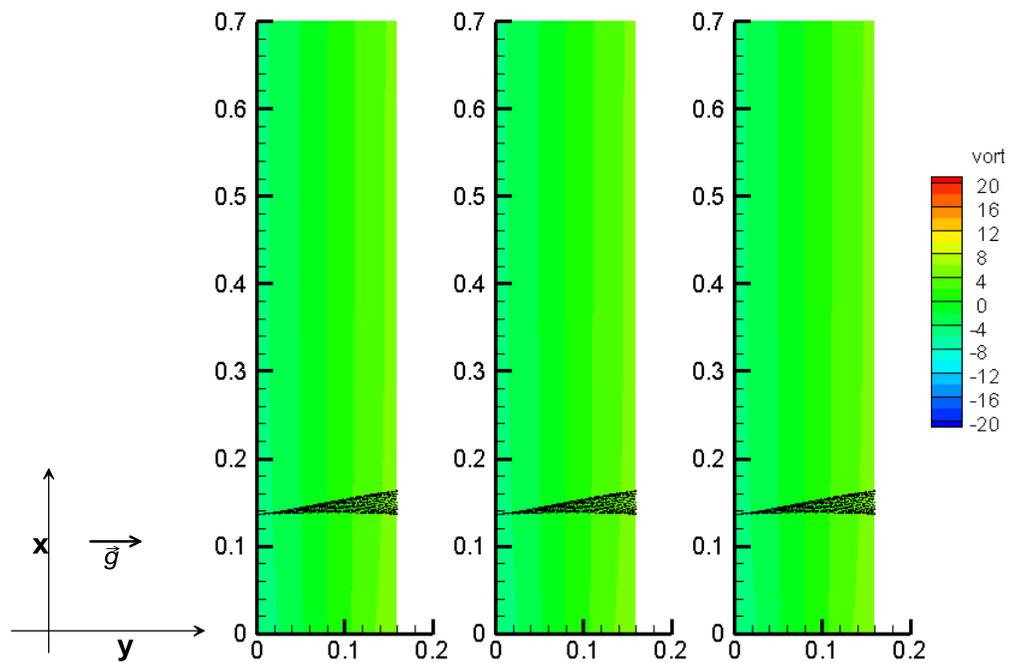
Εικόνα 6-44: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων των 200µm στον αέρα(Drag/Weight=0.0452) σε συνάρτηση με την απόσταση x(σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου D=0.02m βρίσκεται στη θέση x=0.2m

Διάμετρος σωματιδίου 500µm

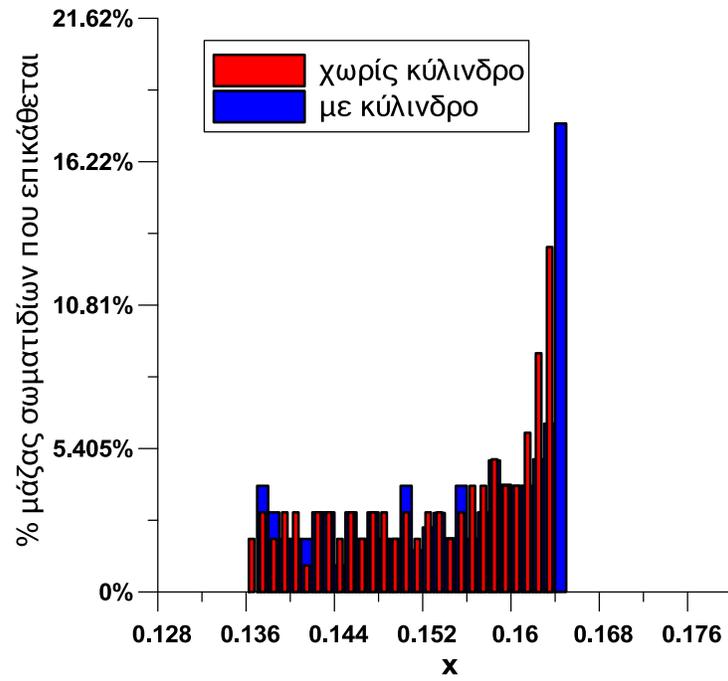


Εικόνα 6-45: Σωματίδια διαμέτρου 500µm(Drag/Weight=0.00835) στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές t=T,2T,3T(οι αποστάσεις σε m)

Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 500 μm για την περίπτωση του κενού καναλιού.



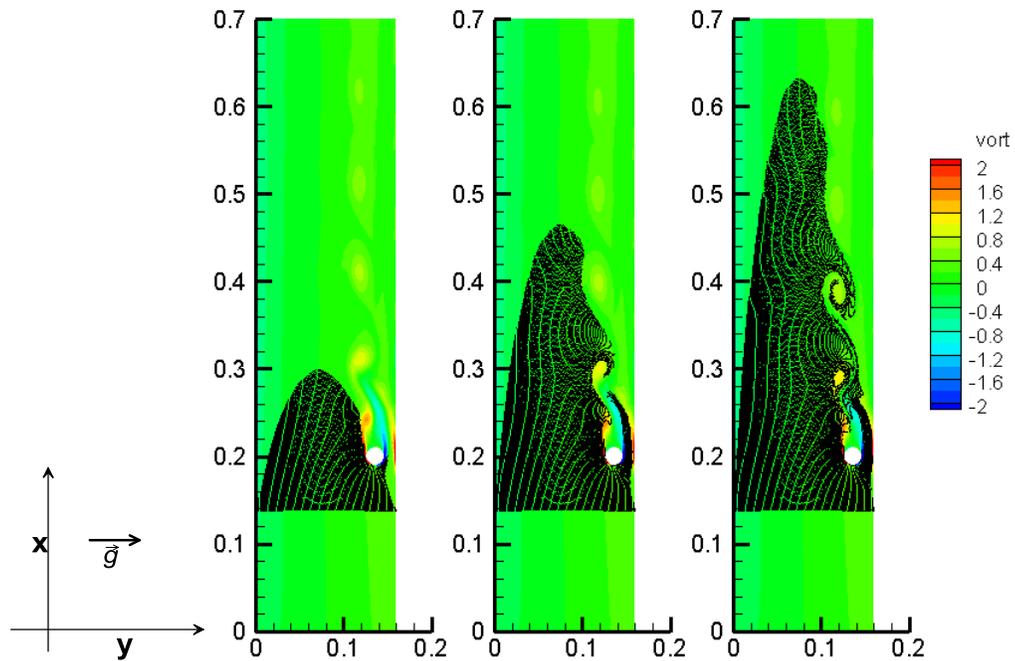
Εικόνα 6-46: Σωματίδια διαμέτρου 500 μm ($Drag/Weight=0.00835$) στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



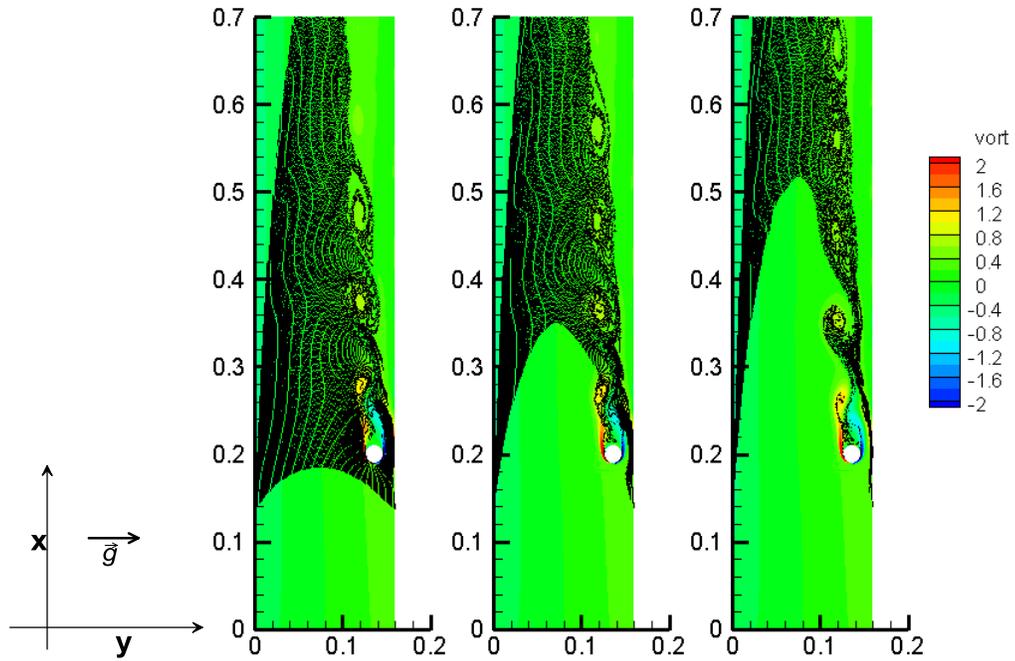
Εικόνα 6-47: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων των 500µm στον αέρα ($Drag/Weight=0.00835$) σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

6.1.2. Εύρος σωματιδίων 2-500 μm σε νερό

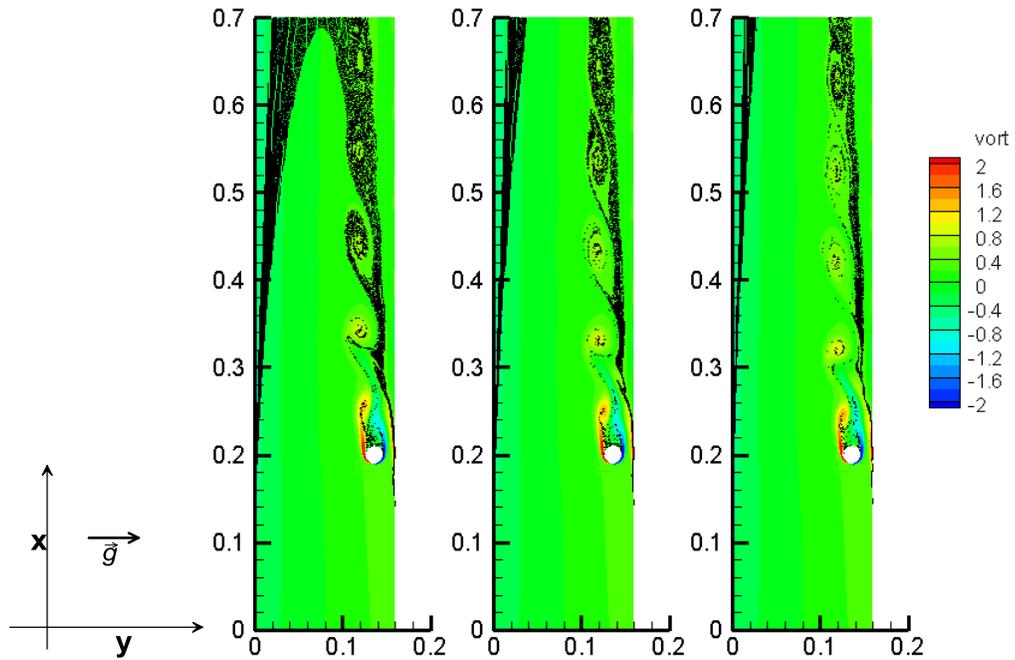
Διάμετρος σωματιδίου 2 μm



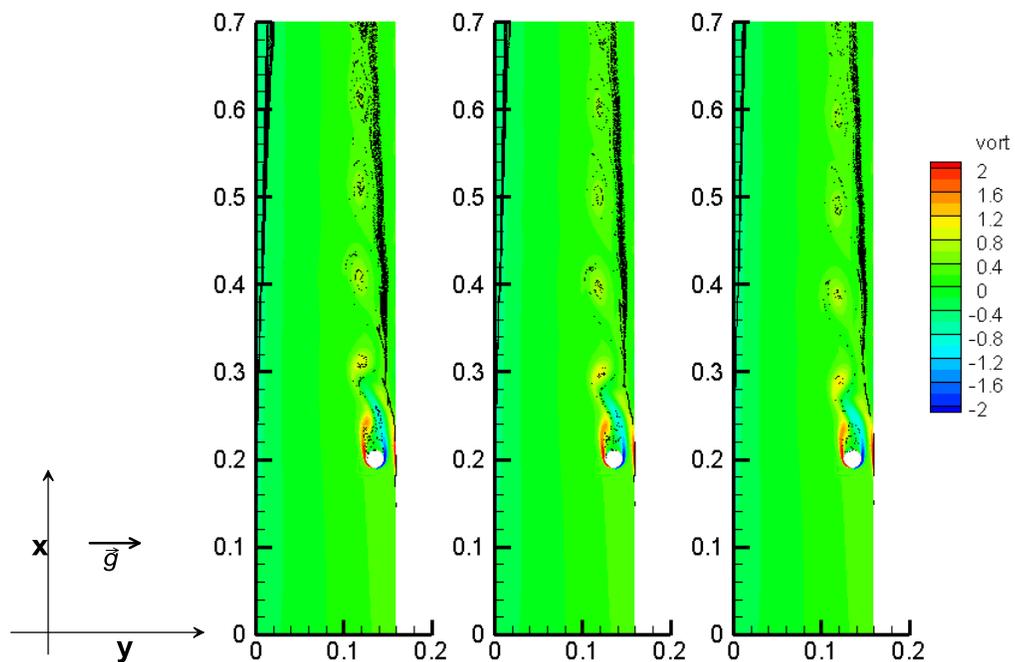
Εικόνα 6-48: Σωματίδια διαμέτρου 2 μm (Drag/Weight=2940) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



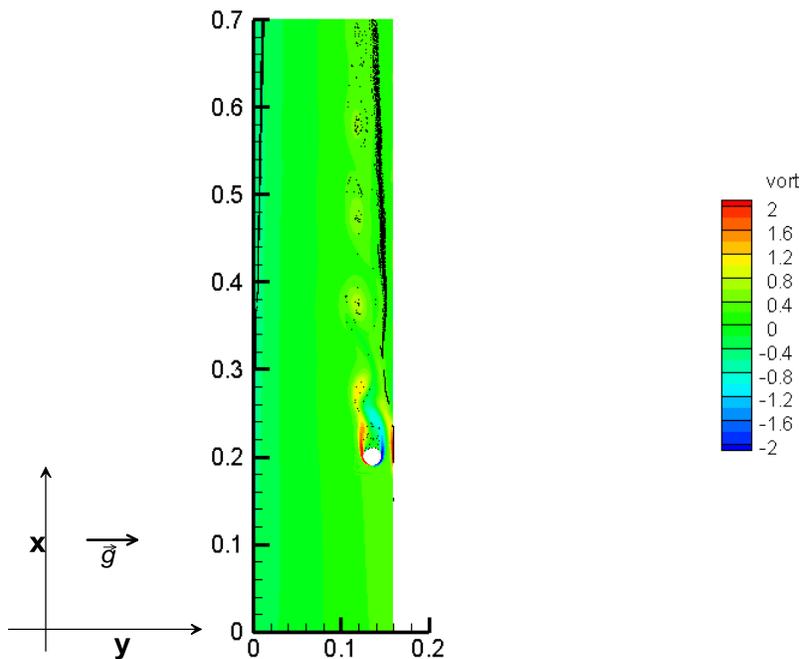
Εικόνα 6-49: Σωματίδια διαμέτρου $2\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=2940$) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-50: Σωματίδια διαμέτρου $2\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=2940$) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

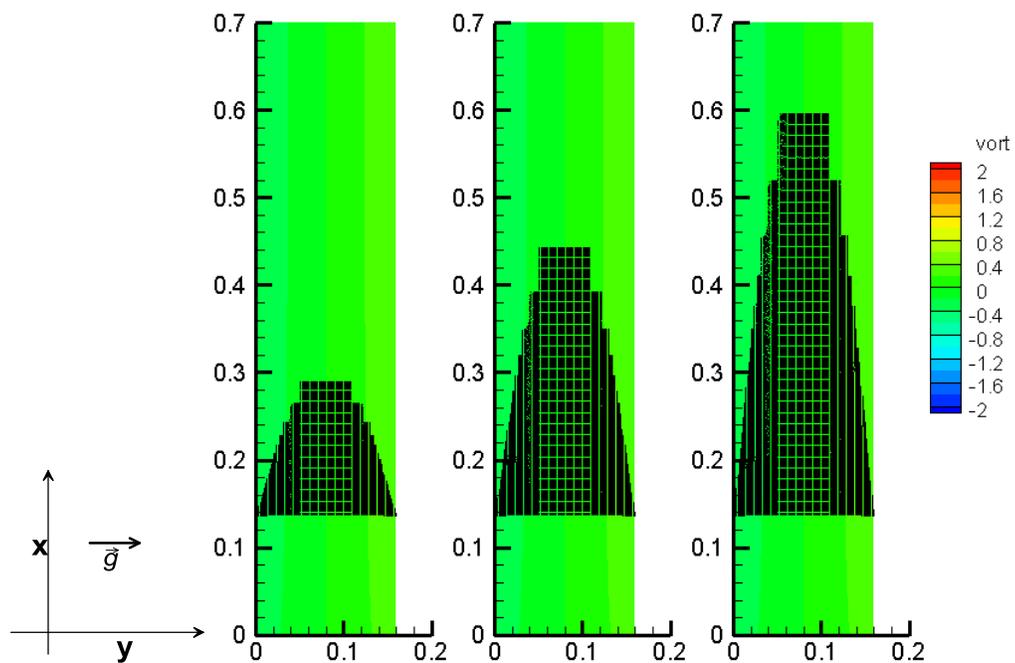


Εικόνα 6-51: Σωματίδια διαμέτρου $2\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=2940$) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

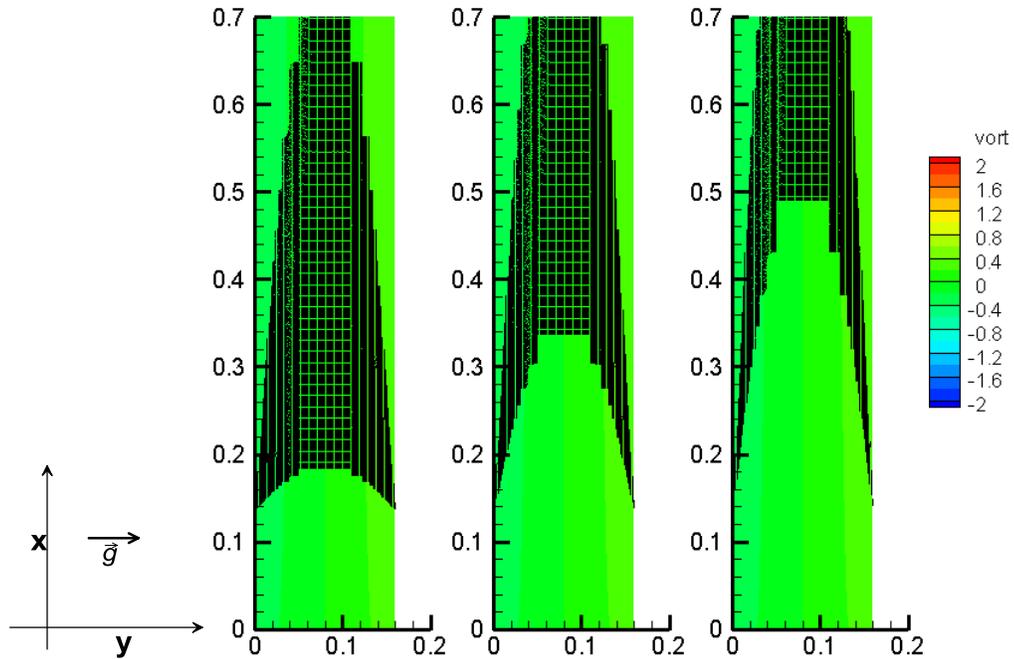


Εικόνα 6-52: Σωματίδια διαμέτρου $2\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=2940$) στη ροή νερού με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=13T$ (οι αποστάσεις σε m)

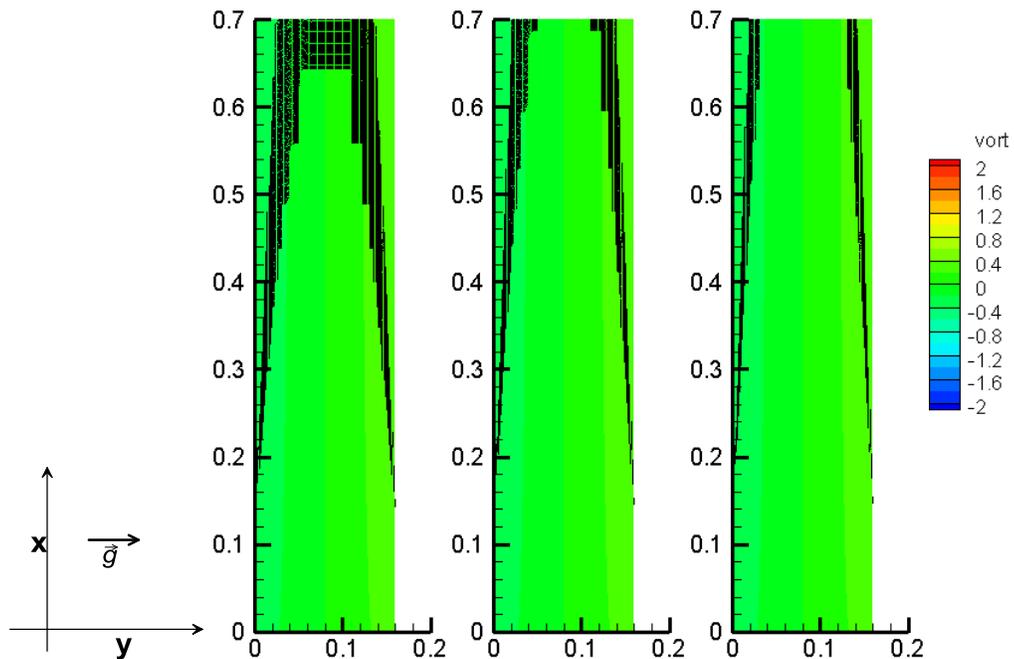
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 2 μm για την περίπτωση του κενού καναλιού.



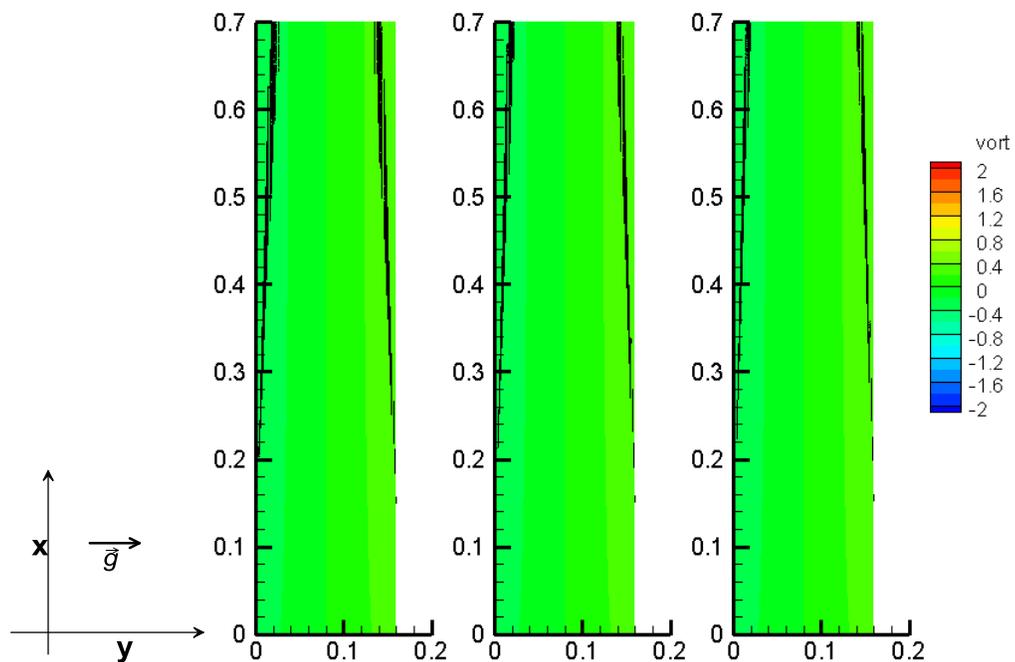
Εικόνα 6-53: Σωματίδια διαμέτρου 2 μm (Drag/Weight=2940) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



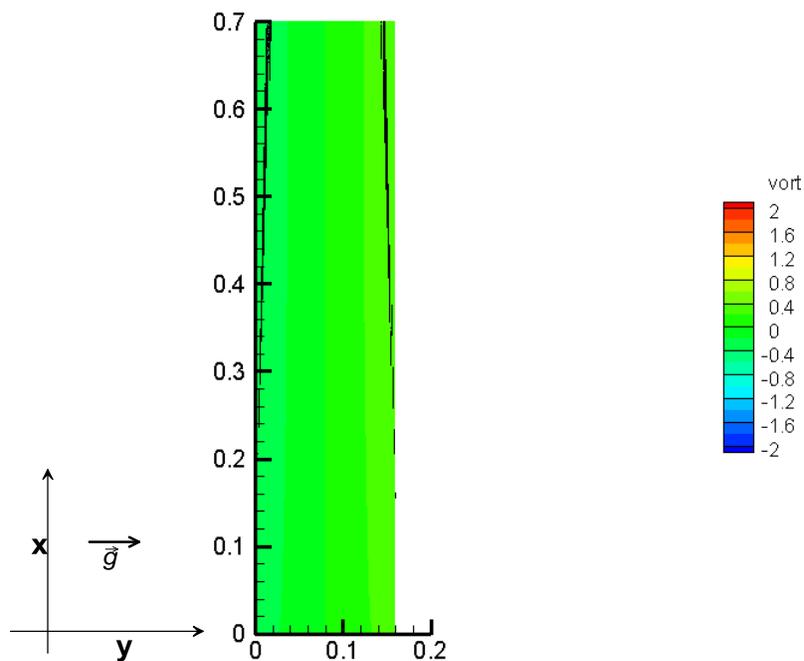
Εικόνα 6-54: Σωματίδια διαμέτρου $2\mu\text{m}$ ($\text{Drag/Weight}=2940$) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-55: Σωματίδια διαμέτρου $2\mu\text{m}$ ($\text{Drag/Weight}=2940$) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

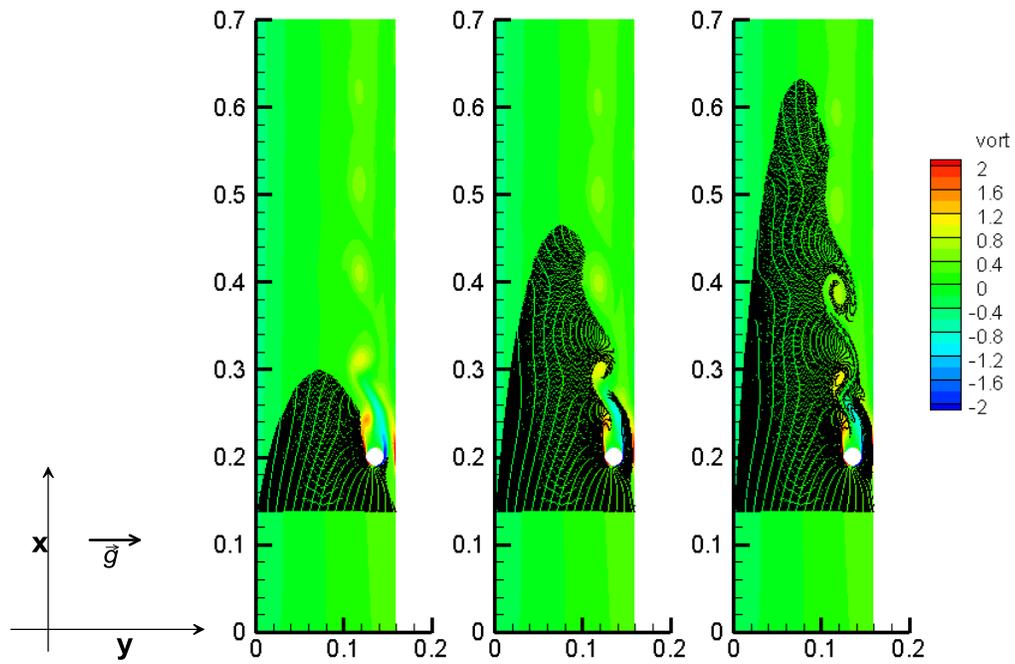


Εικόνα 6-56: Σωματίδια διαμέτρου $2\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=2940$) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

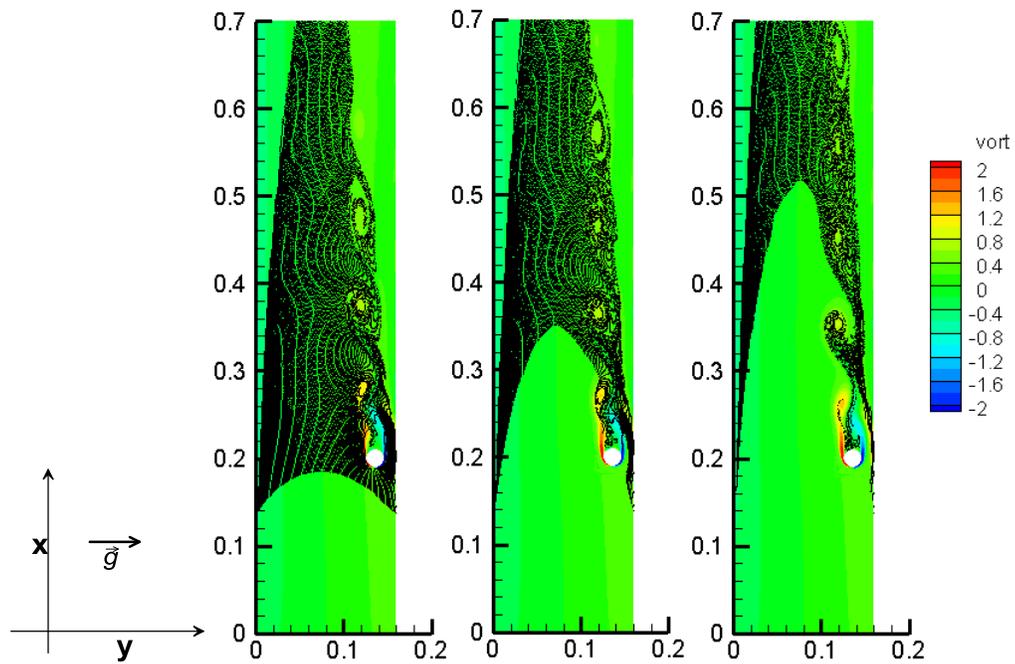


Εικόνα 6-57: Σωματίδια διαμέτρου $2\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=2940$) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=13T$ (οι αποστάσεις σε m)

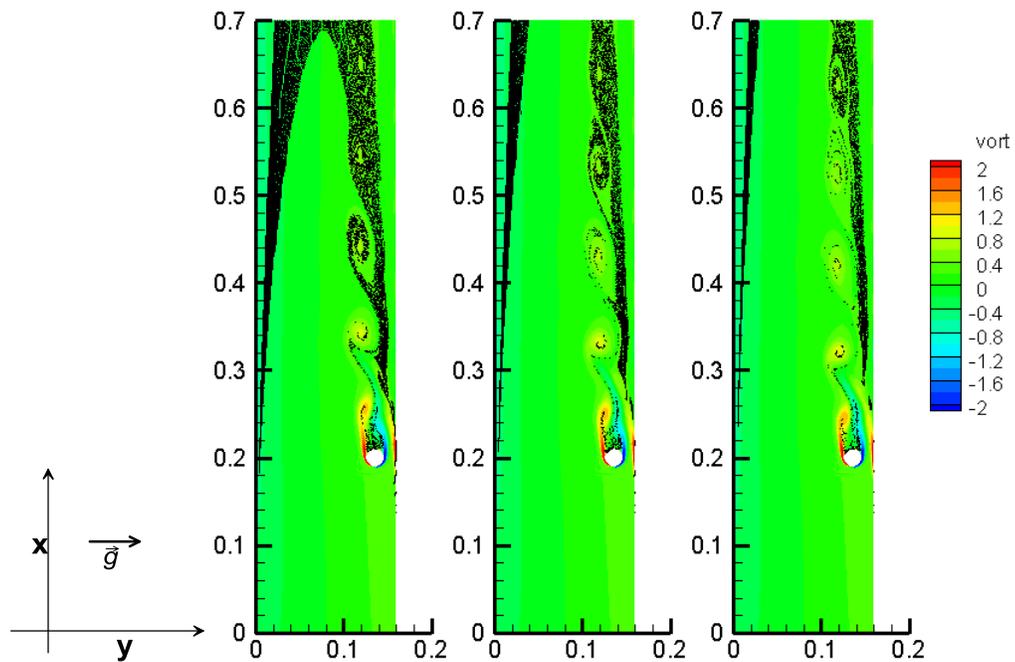
Διάμετρος σωματιδίου 10 μ m



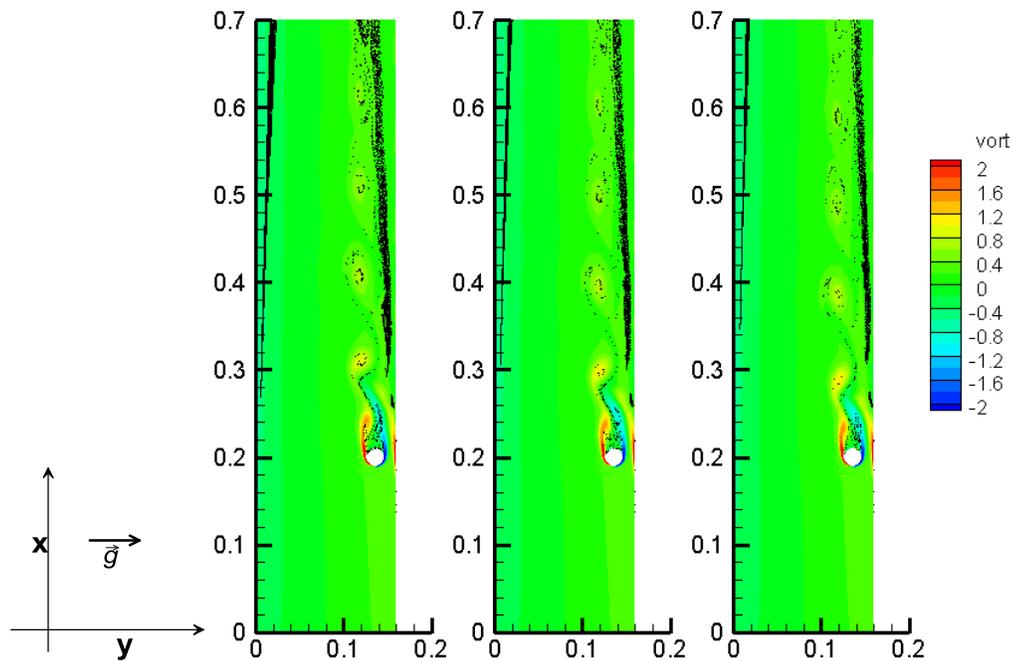
Εικόνα 6-58: Σωματίδια διαμέτρου 10 μ m(Drag/Weight=120) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,2T,3T$ (οι αποστάσεις σε m)



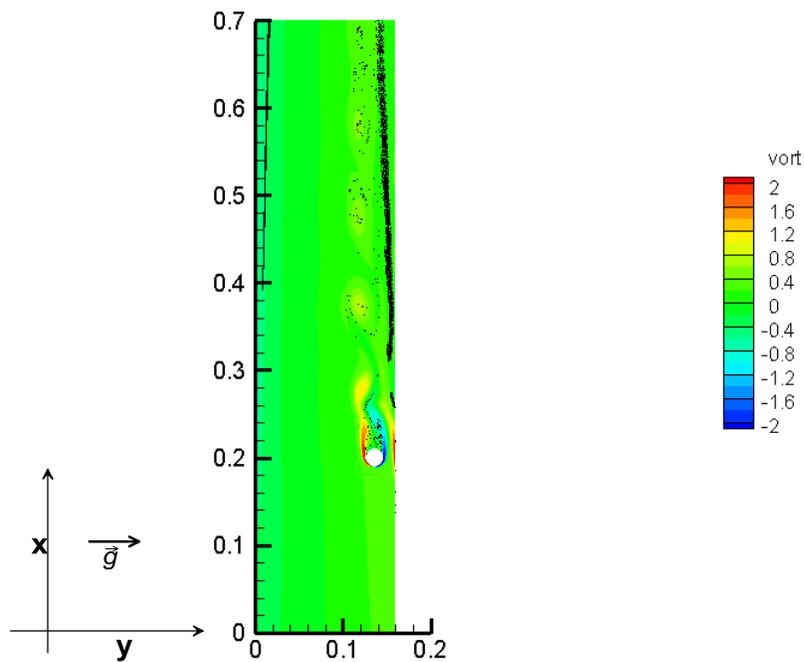
Εικόνα 6-59: Σωματίδια διαμέτρου 10 μ m(Drag/Weight=120) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T,5T,6T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-60: Σωματίδια διαμέτρου $10\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=120$) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

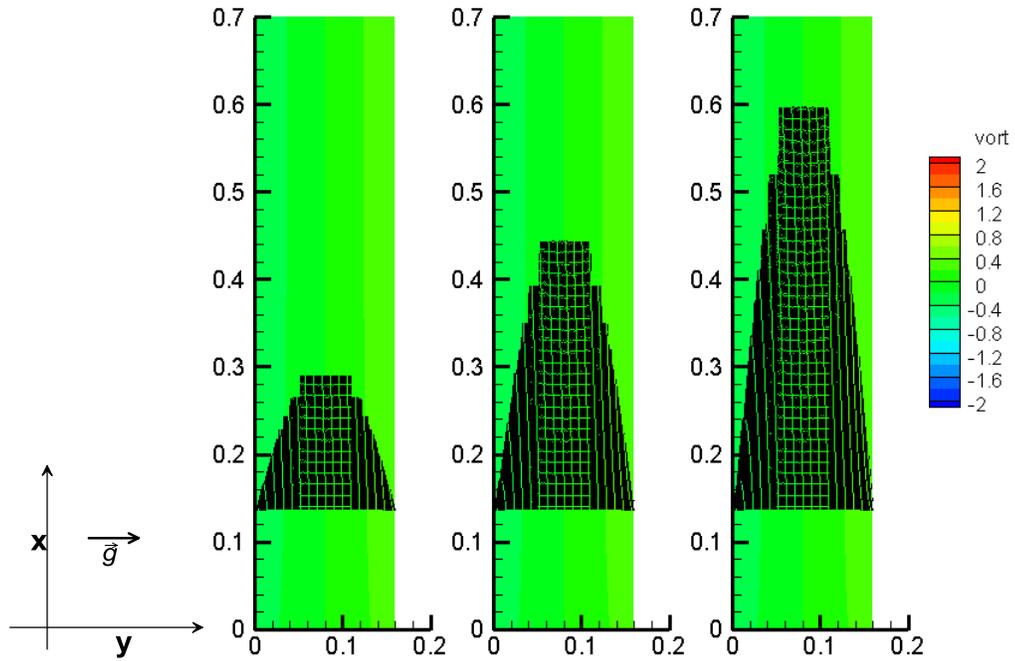


Εικόνα 6-61: Σωματίδια διαμέτρου $10\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=120$) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

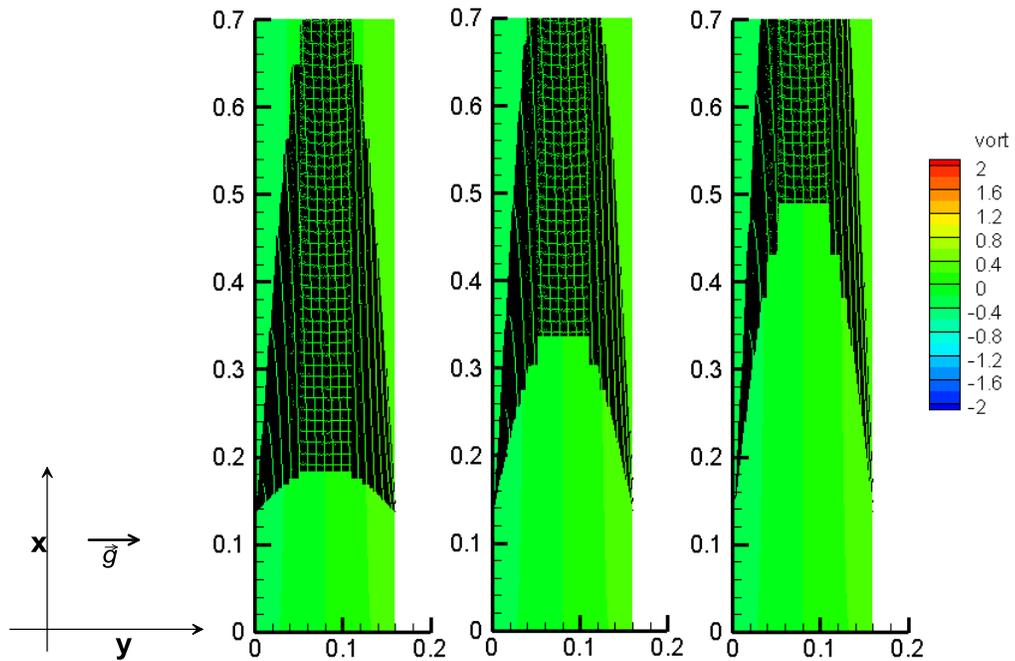


Εικόνα 6-62: Σωματίδια διαμέτρου 10 μ m(Drag/Weight=120) στη ροή νερού με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=13T$ (οι αποστάσεις σε m)

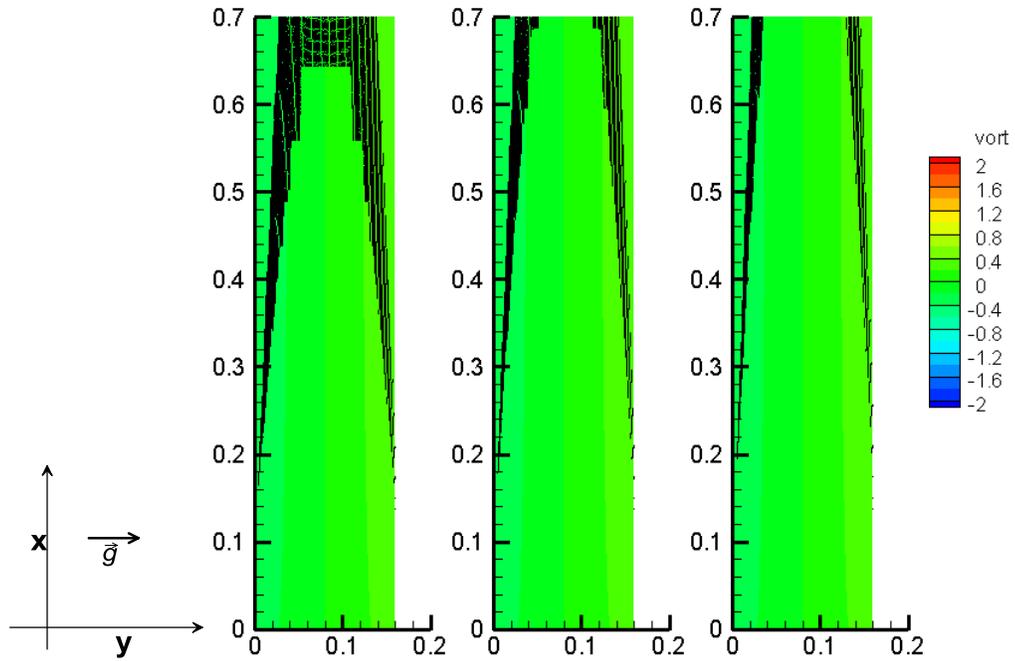
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 10 μ m για την περίπτωση του κενού καναλιού.



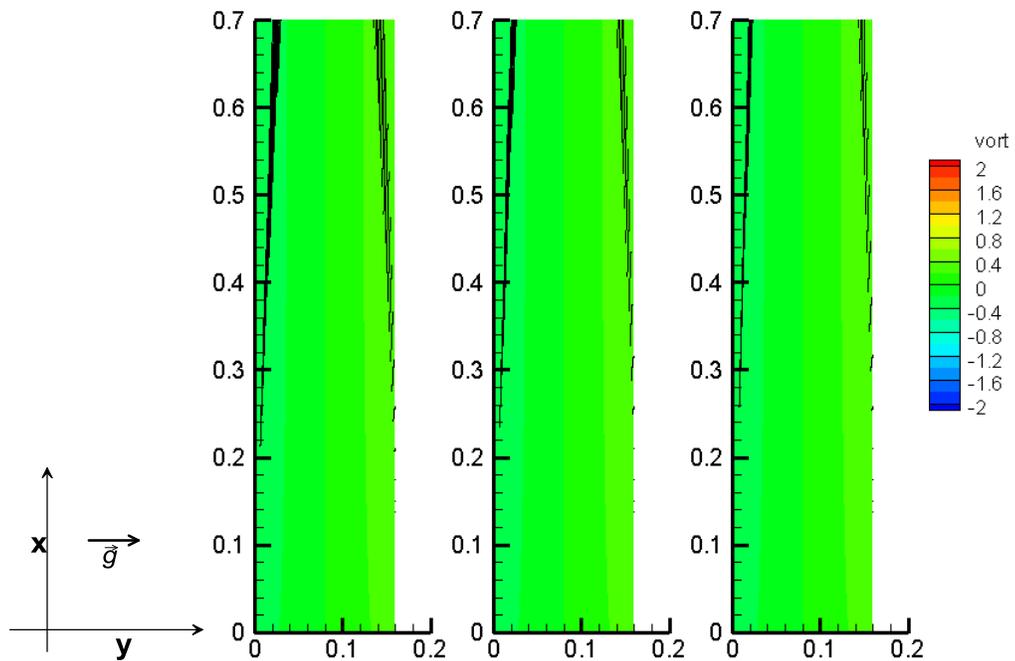
Εικόνα 6-63: Σωματίδια διαμέτρου $10\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=120$) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



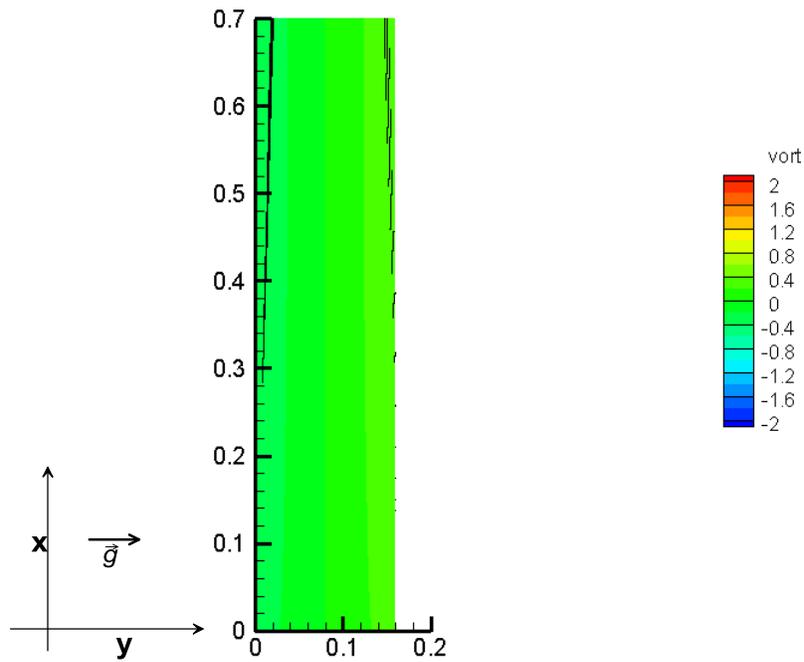
Εικόνα 6-64: Σωματίδια διαμέτρου $10\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=120$) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



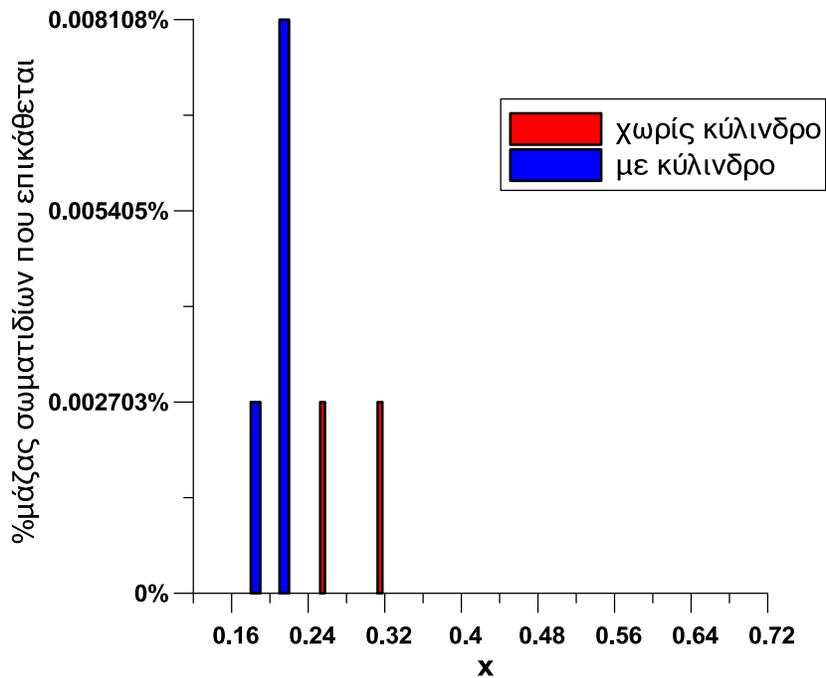
Εικόνα 6-65: Σωματίδια διαμέτρου $10\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=120$) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-66: Σωματίδια διαμέτρου $10\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=120$) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

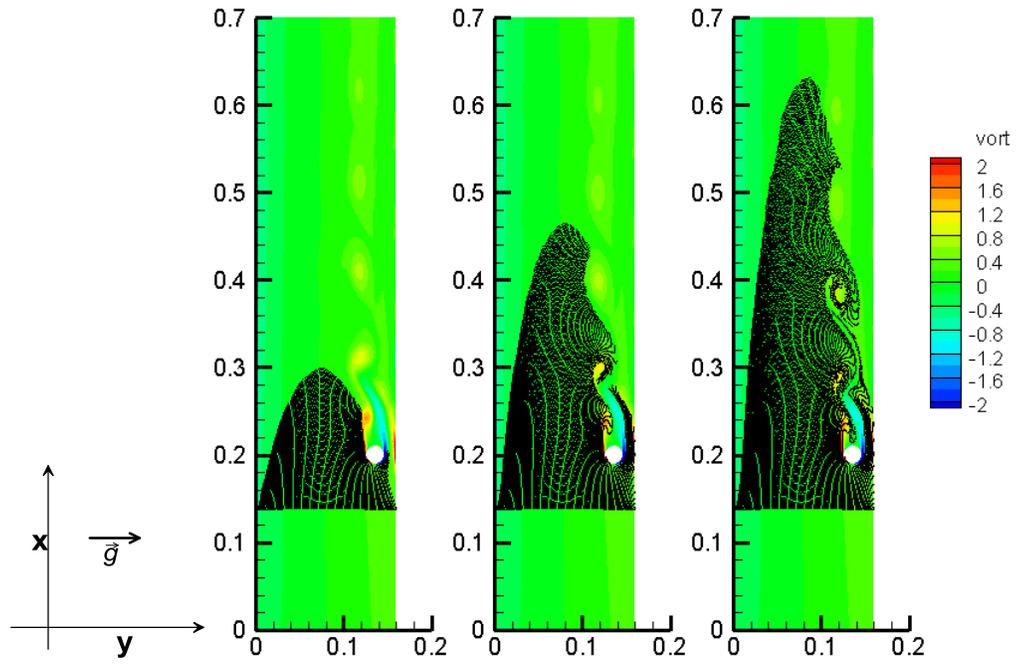


Εικόνα 6-67: Σωματίδια διαμέτρου 10 μ m(Drag/Weight=120) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=13T$ (οι αποστάσεις σε m)

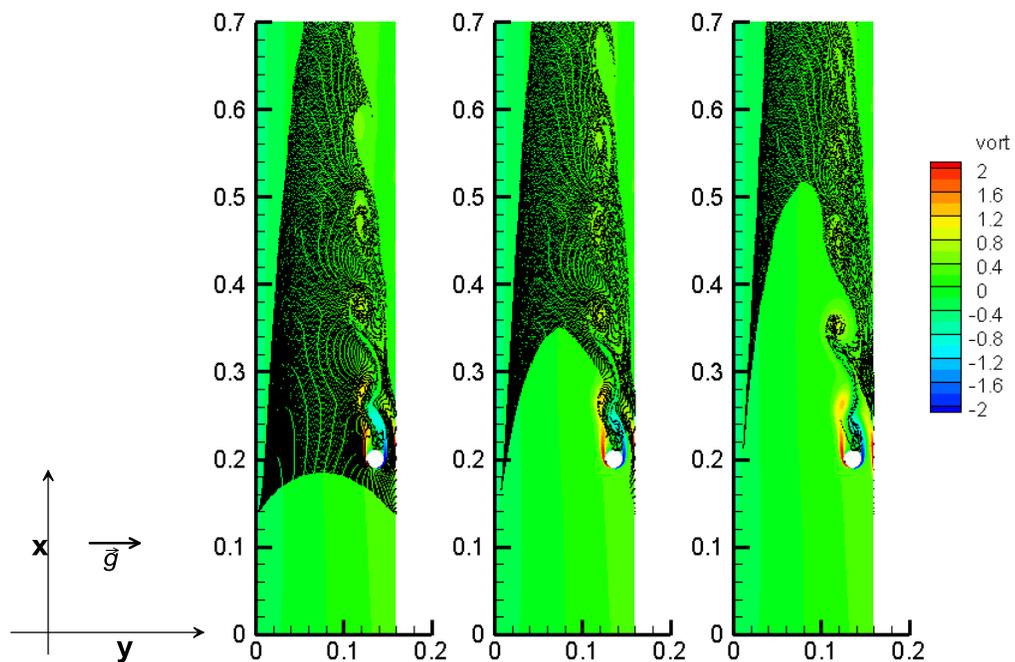


Εικόνα 6-68: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων των 10 μ m στο νερό(Drag/Weight=120) σε συνάρτηση με την απόσταση x(σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

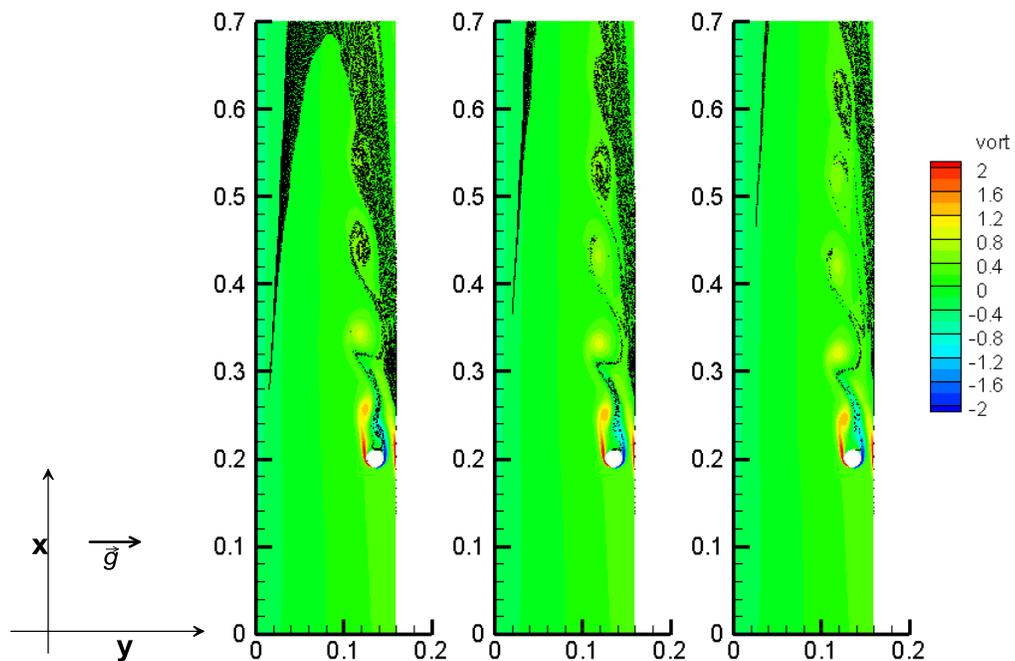
Διάμετρος σωματιδίου 25 μm



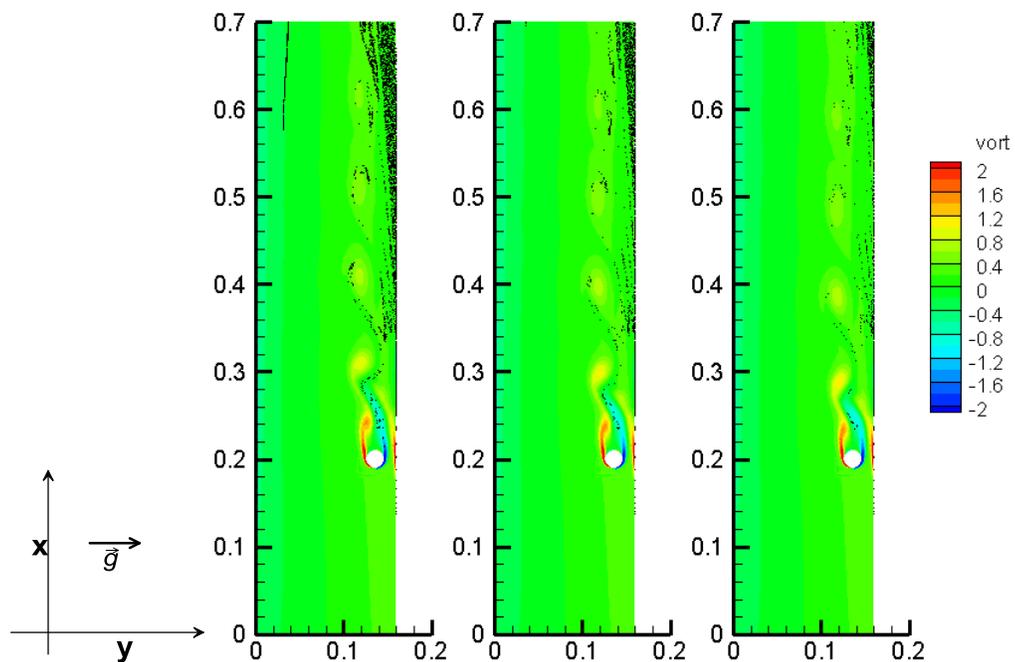
Εικόνα 6-69: Σωματίδια διαμέτρου 25 μm (Drag/Weight=19.6) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



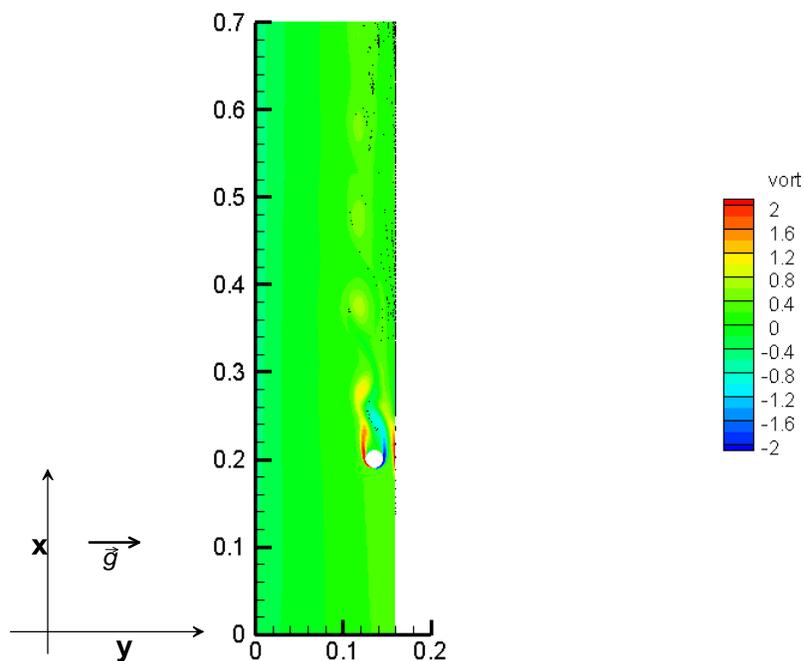
Εικόνα 6-70: Σωματίδια διαμέτρου 25μm(Drag/Weight=19.6) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T,5T,6T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-71: Σωματίδια διαμέτρου 25μm(Drag/Weight=19.6) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T,8T,9T$ (οι αποστάσεις σε m)

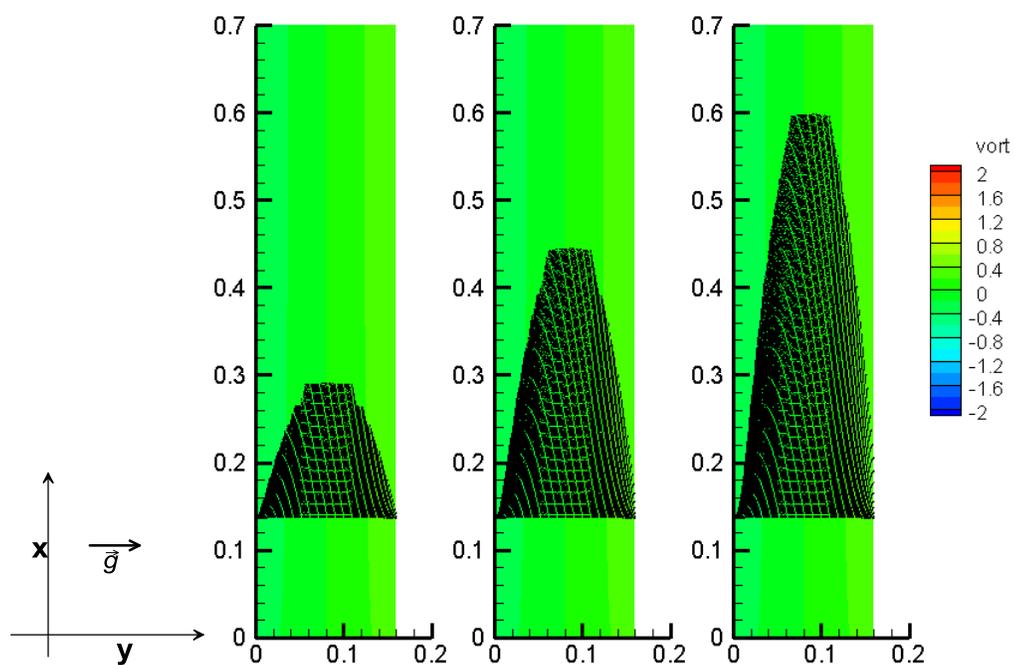


Εικόνα 6-72: Σωματίδια διαμέτρου $25\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=19.6$) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

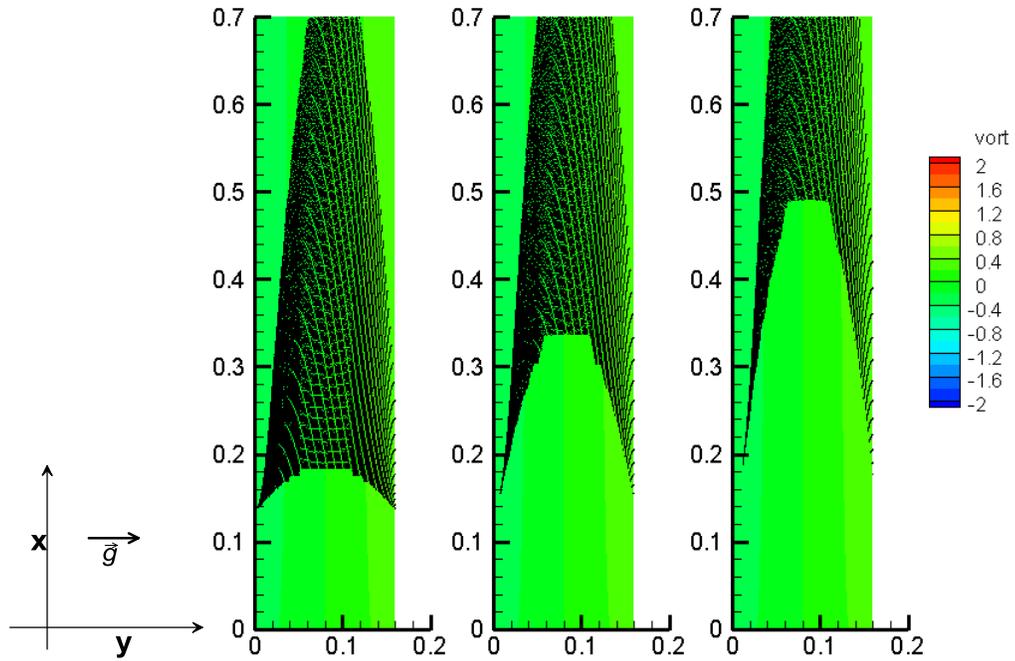


Εικόνα 6-73: Σωματίδια διαμέτρου $25\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=19.6$) στη ροή νερού με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=13T$ (οι αποστάσεις σε m)

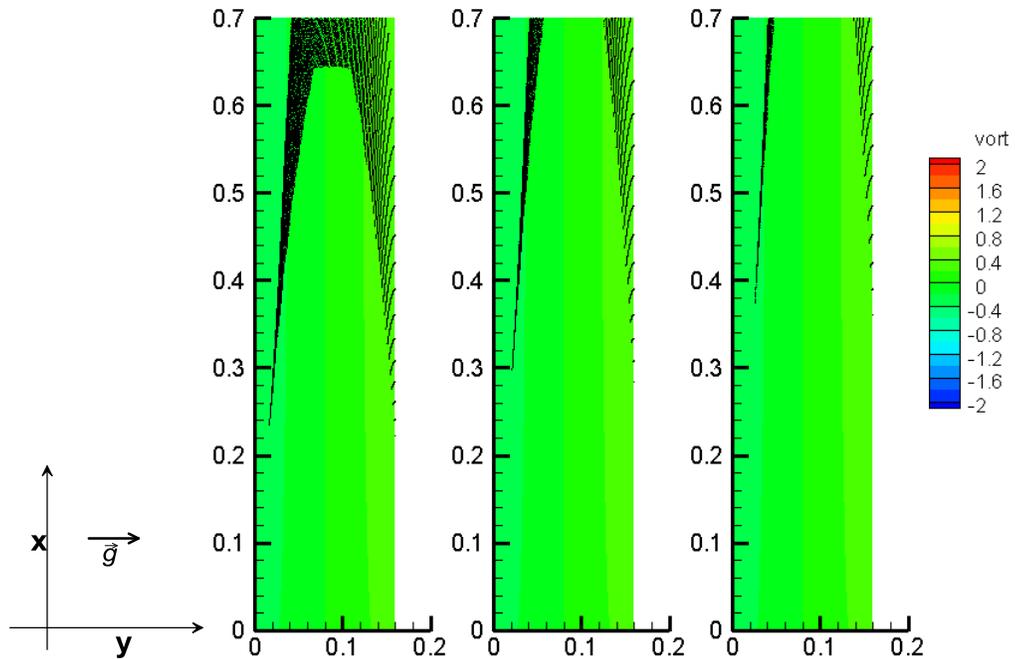
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 25 μm για την περίπτωση του κενού καναλιού.



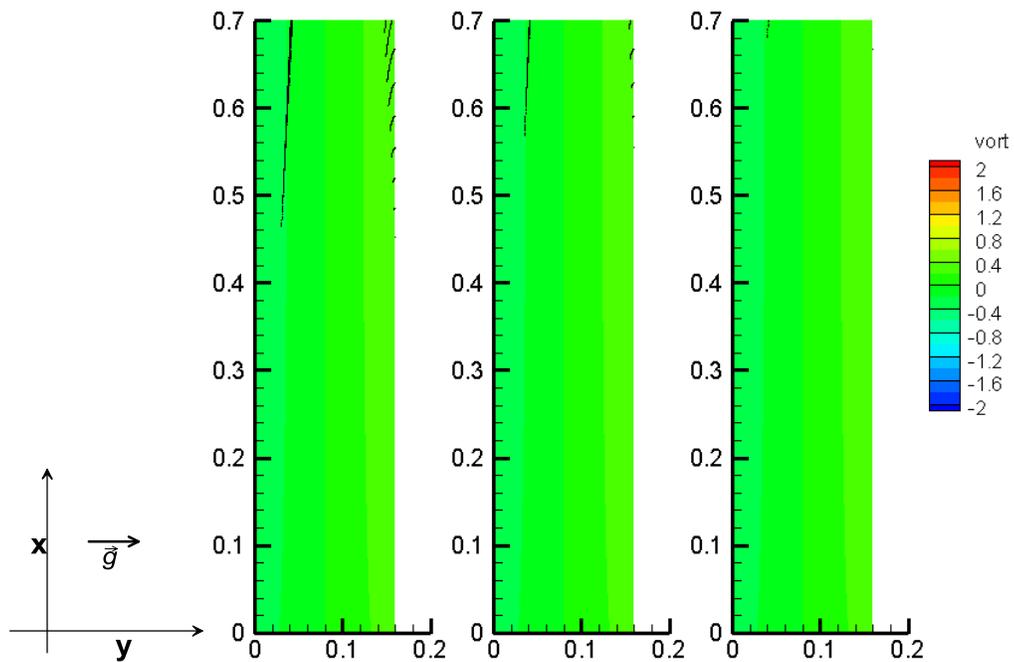
Εικόνα 6-74: Σωματίδια διαμέτρου 25 μm ($\text{Drag}/\text{Weight}=19.6$) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



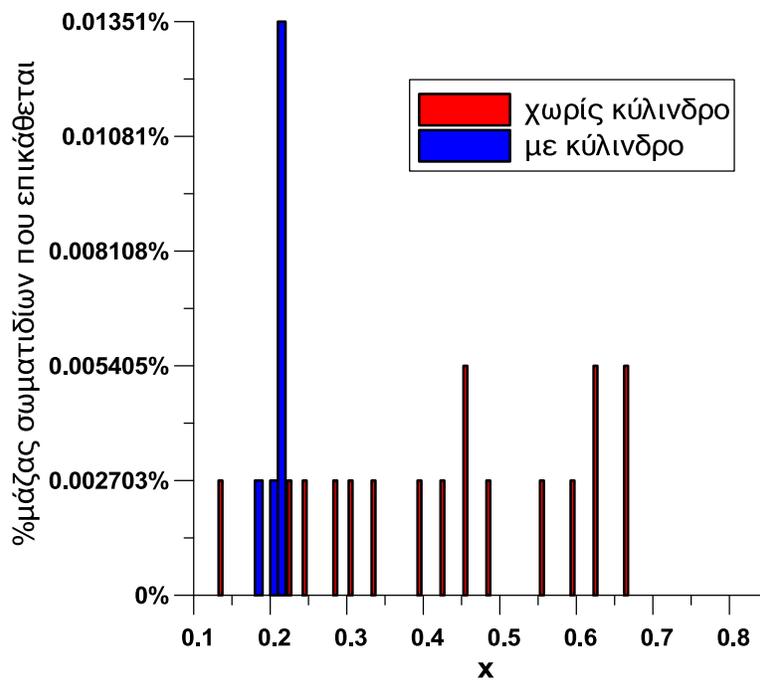
Εικόνα 6-75: Σωματίδια διαμέτρου $25\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=19.6$) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-76: Σωματίδια διαμέτρου $25\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=19.6$) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

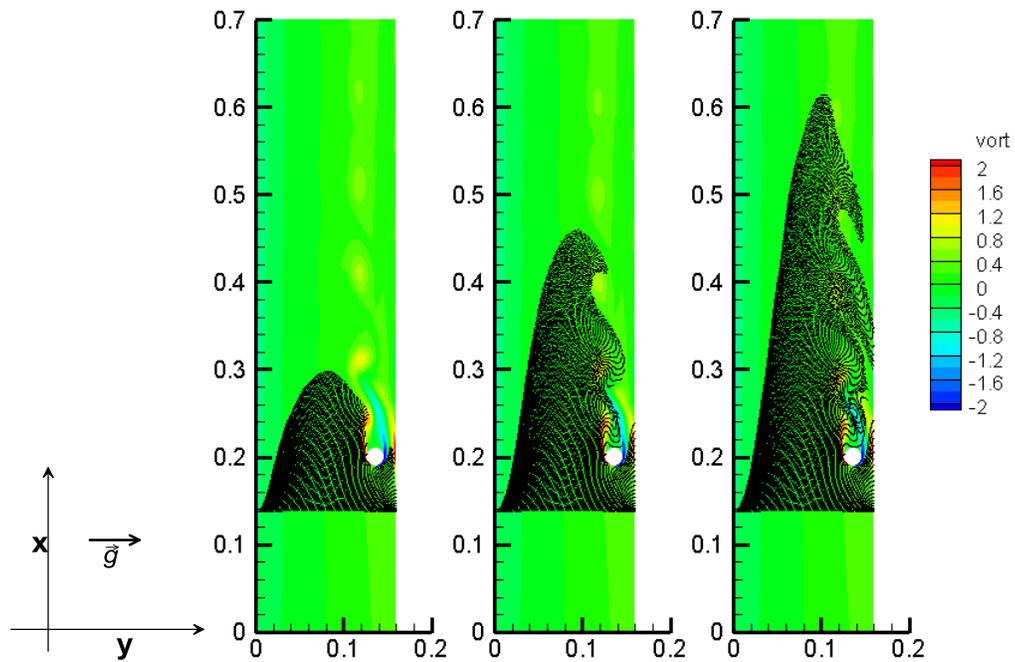


Εικόνα 6-77: Σωματίδια διαμέτρου 25 μ m(Drag/Weight=19.6) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

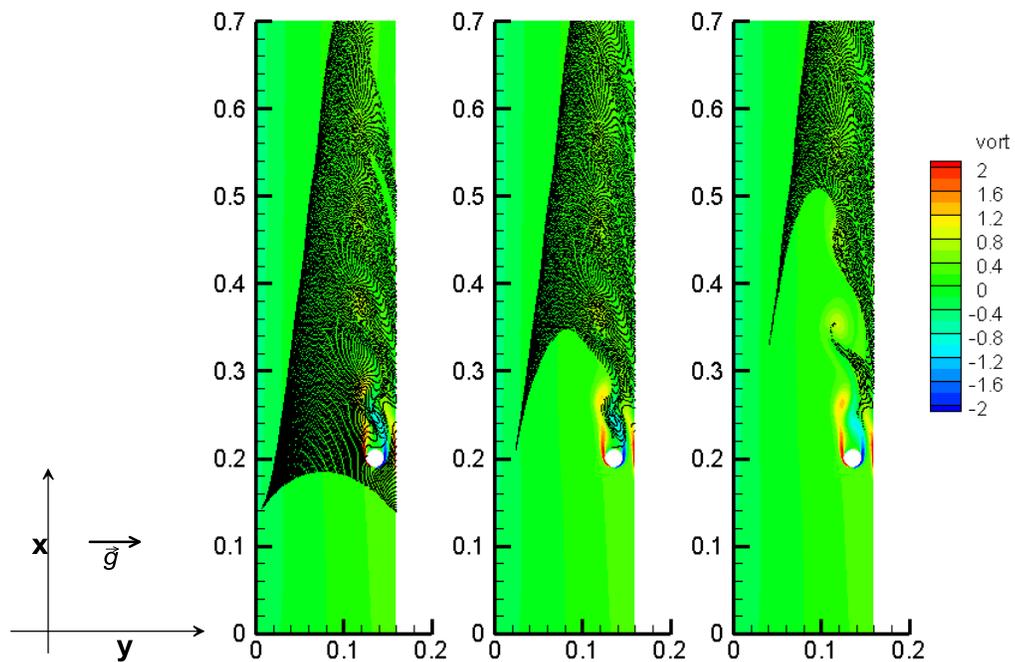


Εικόνα 6-78: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων των 25 μ m στο νερό(Drag/Weight=19.6) σε συνάρτηση με την απόσταση x(σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02$ m βρίσκεται στη θέση $x=0.2$ m

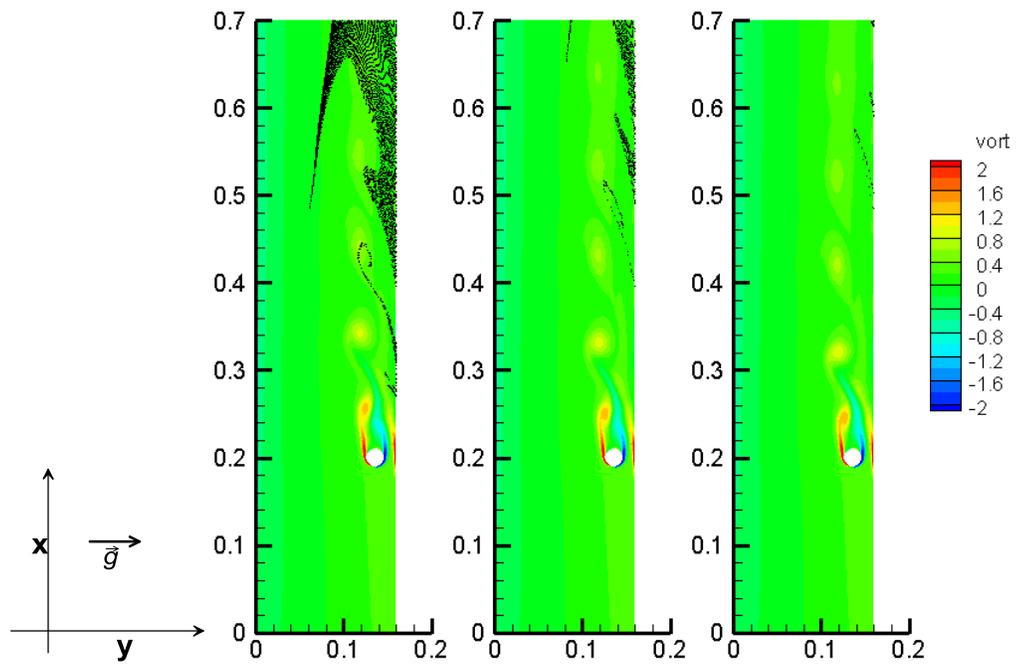
Διάμετρος σωματιδίου 50 μm



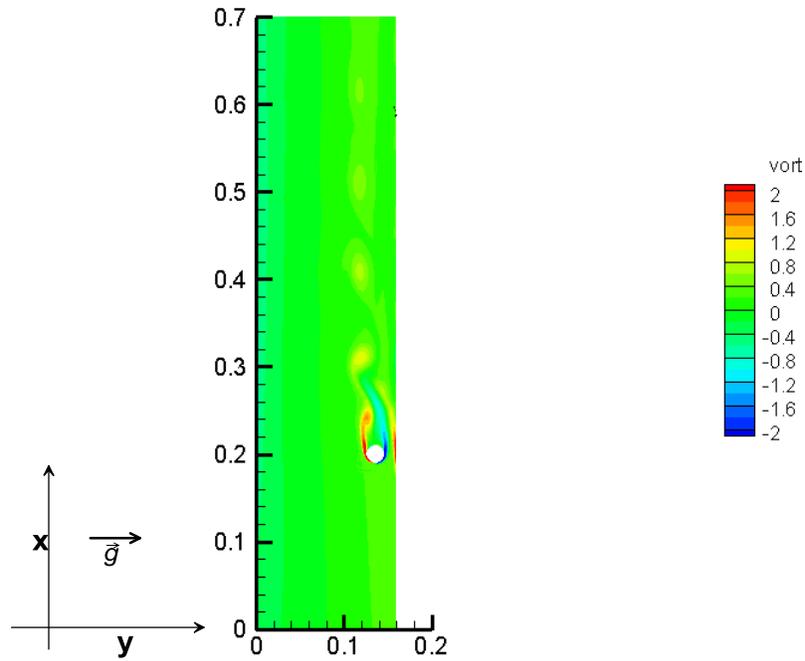
Εικόνα 6-79: Σωματίδια διαμέτρου 50 μm (Drag/Weight=5.04) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-80: Σωματίδια διαμέτρου 50 μm (Drag/Weight=5.04) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

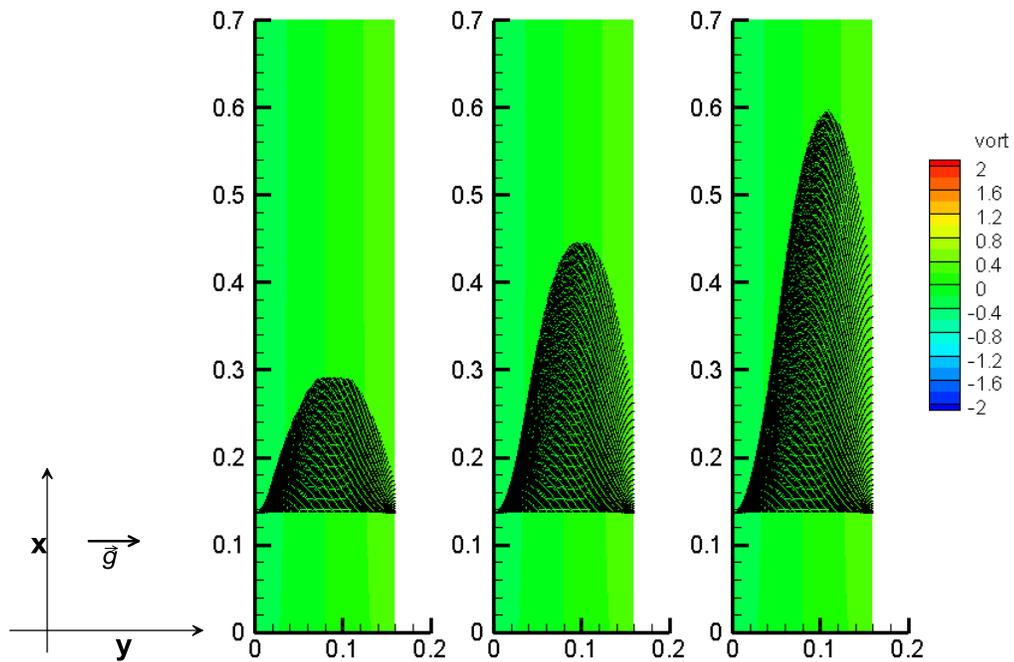


Εικόνα 6-81: Σωματίδια διαμέτρου $50\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=5.04$) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

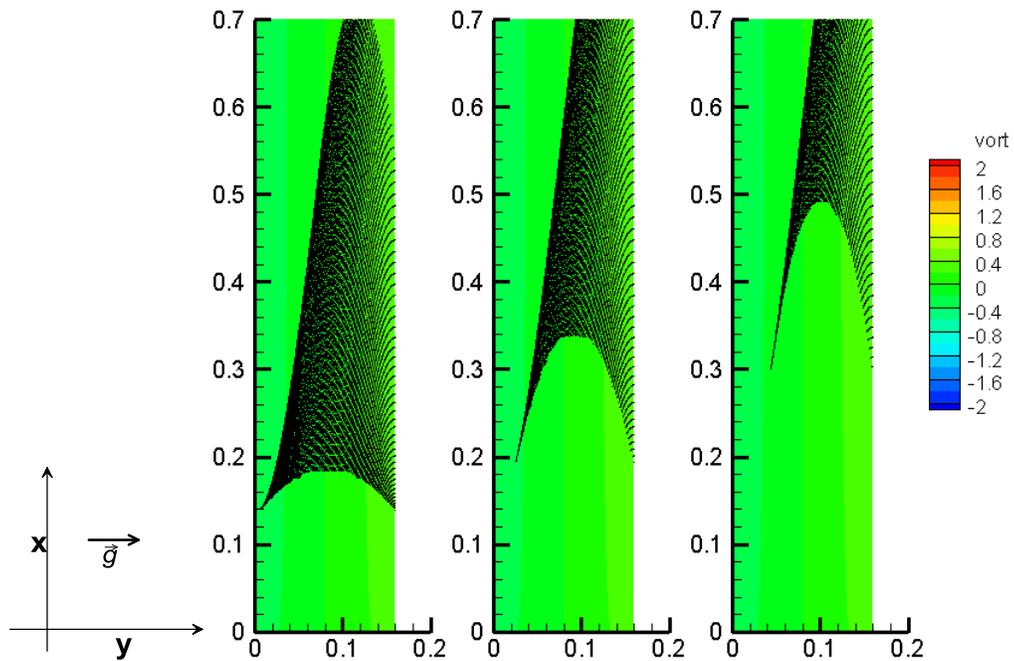


Εικόνα 6-82: Σωματίδια διαμέτρου 50μm(Drag/Weight=5.04) στη ροή νερού με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=10T$ (οι αποστάσεις σε m)

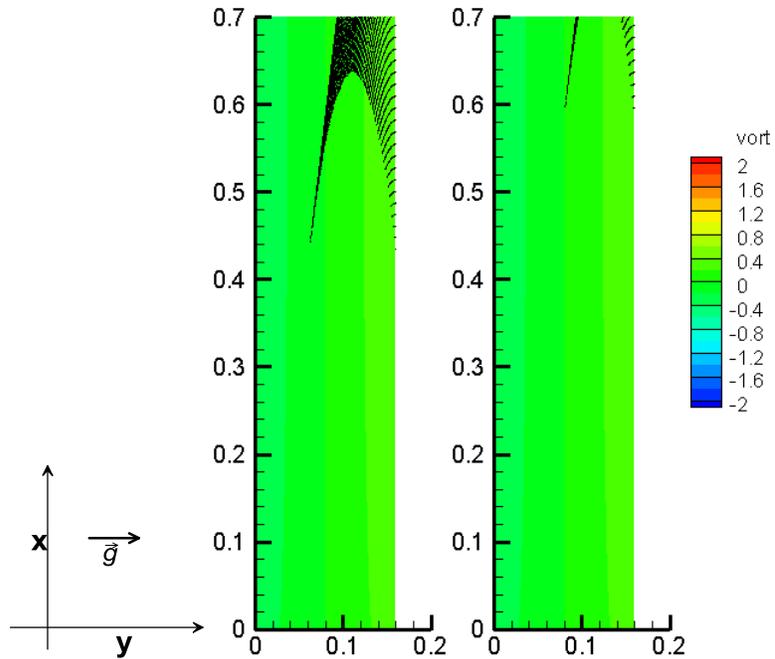
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 50μm για την περίπτωση του κενού καναλιού.



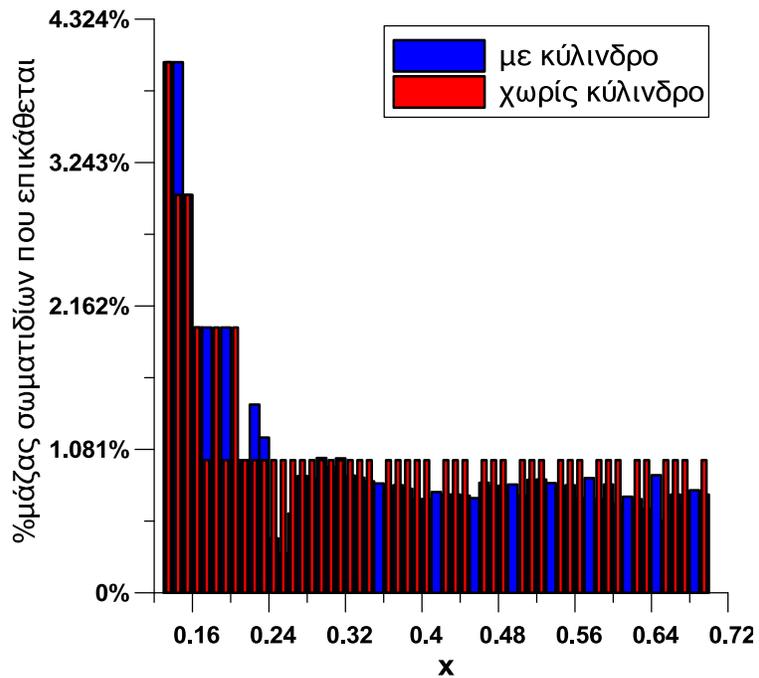
Εικόνα 6-83: Σωματίδια διαμέτρου $50\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=5.04$) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-84: Σωματίδια διαμέτρου $50\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=5.04$) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

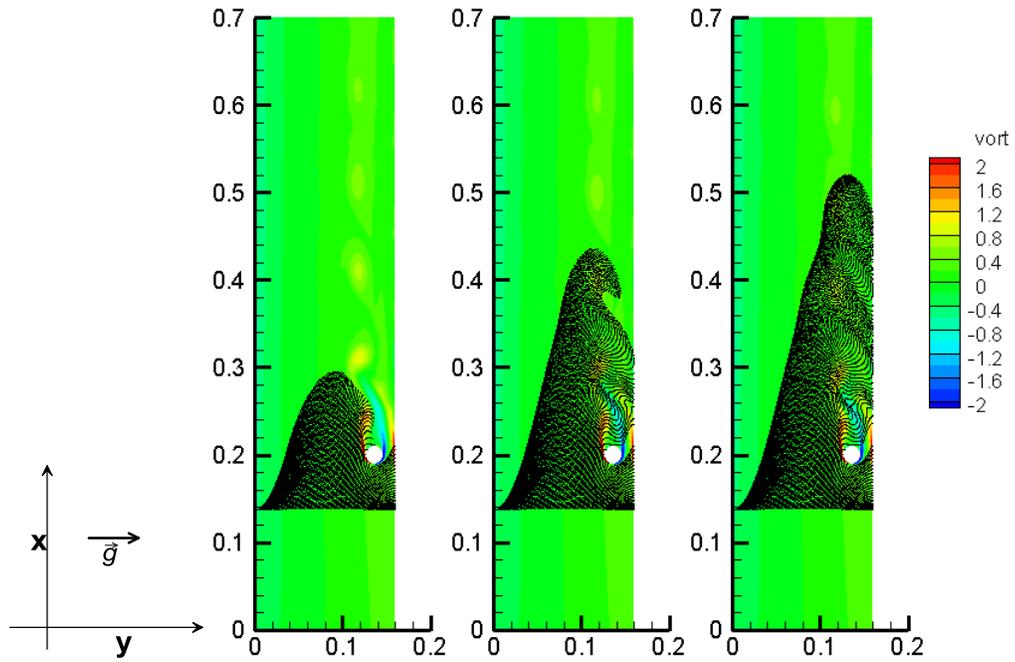


Εικόνα 6-85: Σωματίδια διαμέτρου 50 μ m(Drag/Weight=5.04) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T$ (οι αποστάσεις σε m)

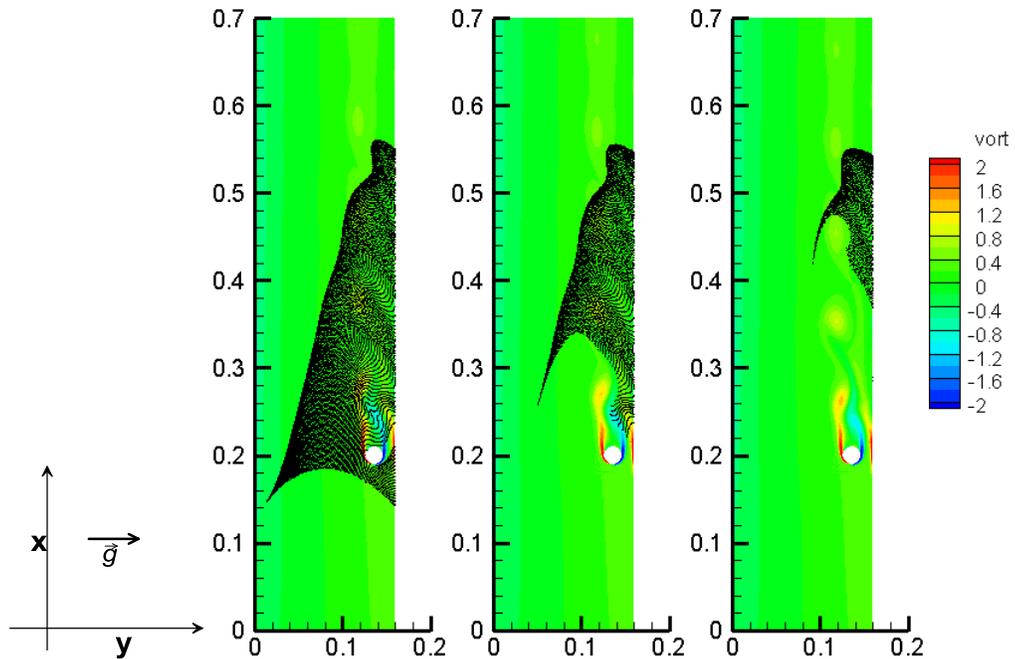


Εικόνα 6-86: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων των 50 μ m στο νερό(Drag/Weight=5.04) σε συνάρτηση με την απόσταση x(σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02$ m βρίσκεται στη θέση $x=0.2$ m

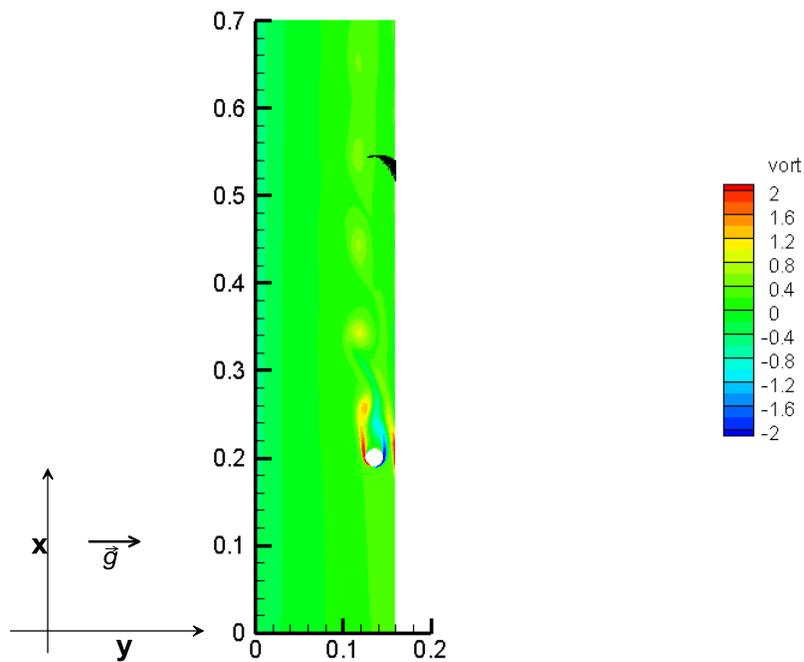
Διάμετρος σωματιδίου $75\mu\text{m}$



Εικόνα 6-87: Σωματίδια διαμέτρου $75\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=2.30$) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

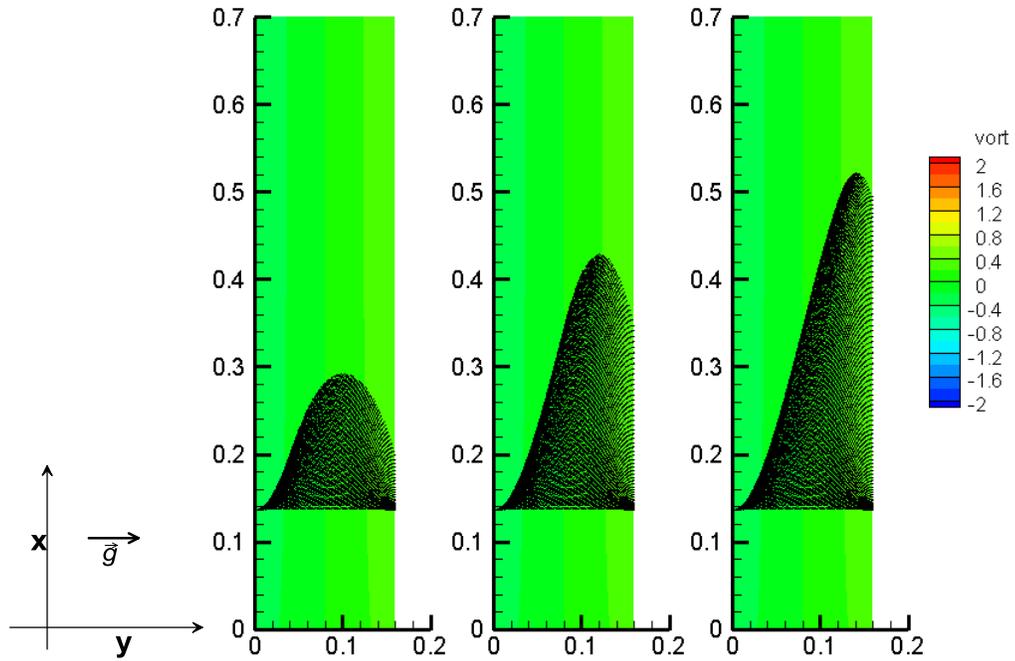


Εικόνα 6-88: Σωματίδια διαμέτρου $75\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=2.30$) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

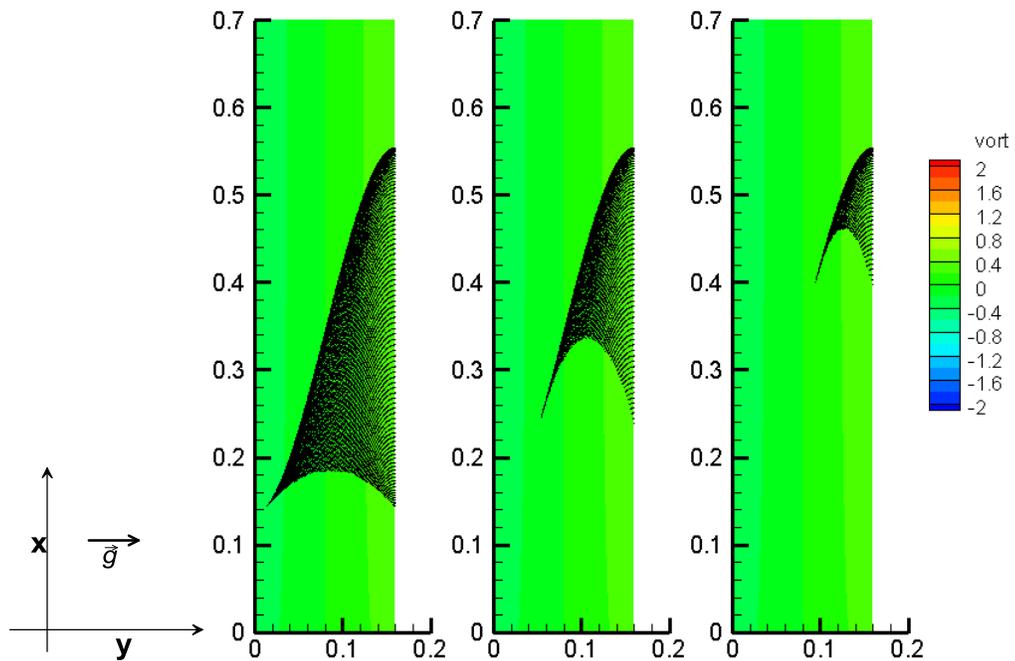


Εικόνα 6-89: Σωματίδια διαμέτρου 75 μm ($\text{Drag}/\text{Weight}=2.30$) στη ροή νερού με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=7T$ (οι αποστάσεις σε m)

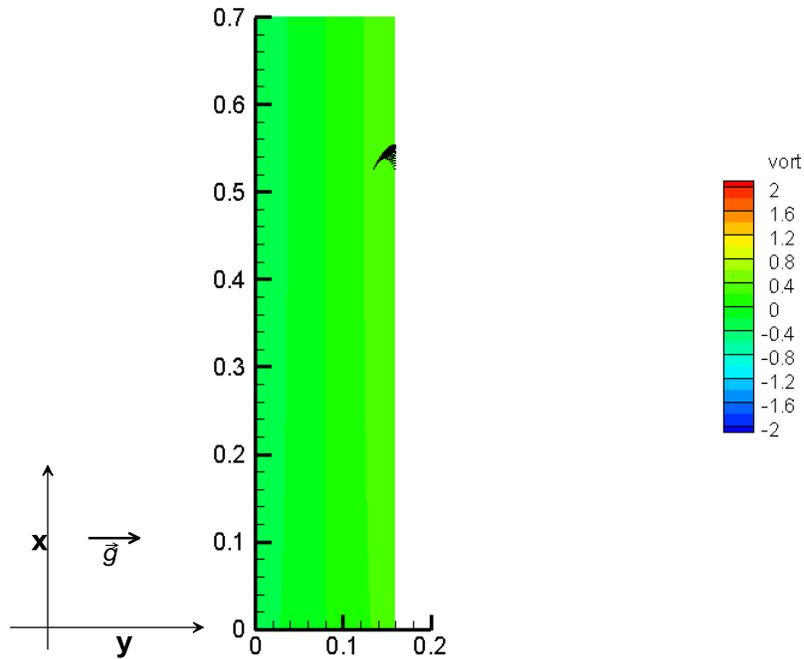
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 75 μm για την περίπτωση του κενού καναλιού.



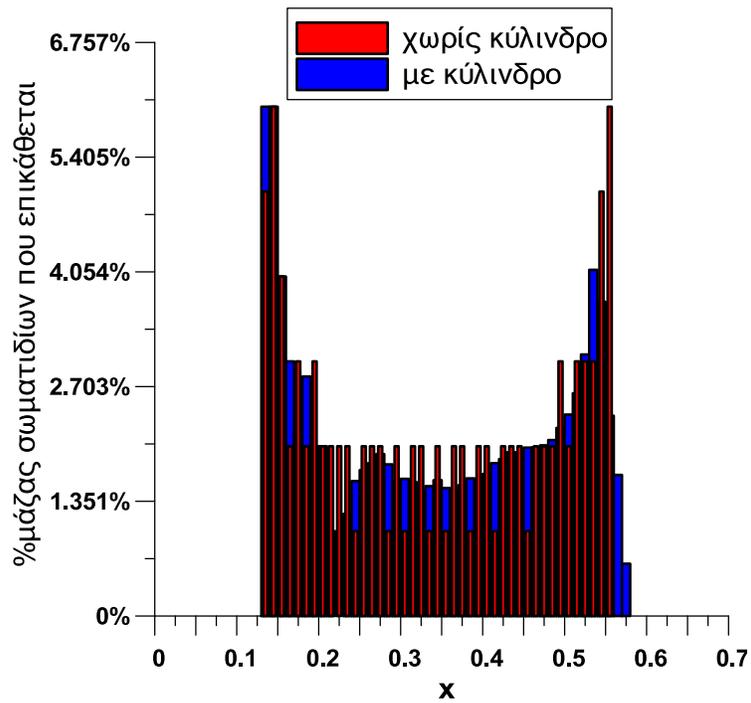
Εικόνα 6-90: Σωματίδια διαμέτρου $75\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=2.30$) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-91: Σωματίδια διαμέτρου $75\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=2.30$) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

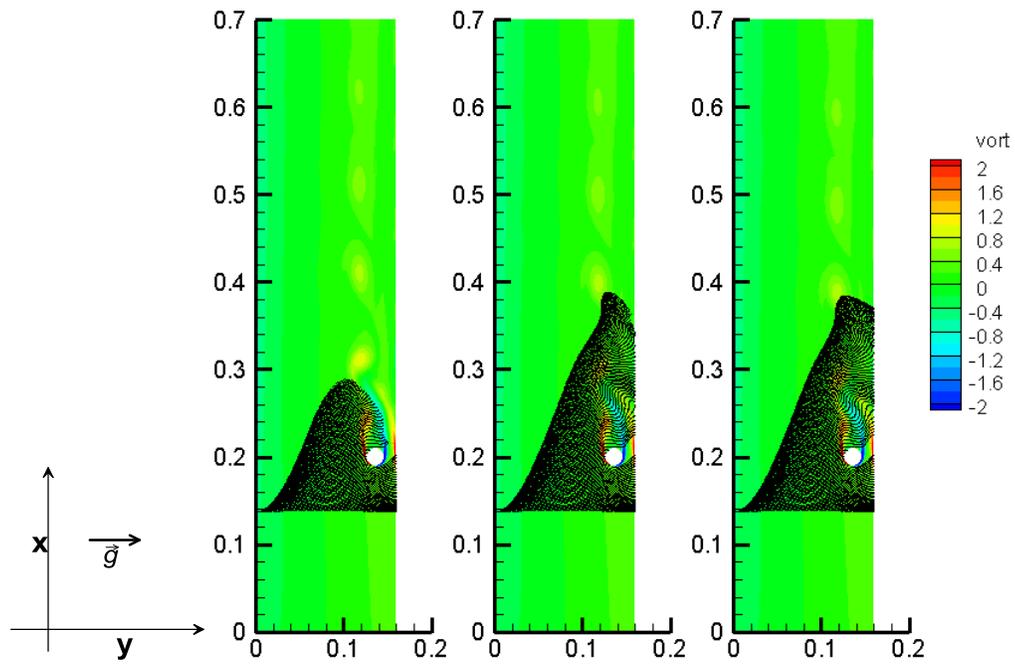


Εικόνα 6-92: Σωματίδια διαμέτρου 75 μ m(Drag/Weight=2.30) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=7T$ (οι αποστάσεις σε m)

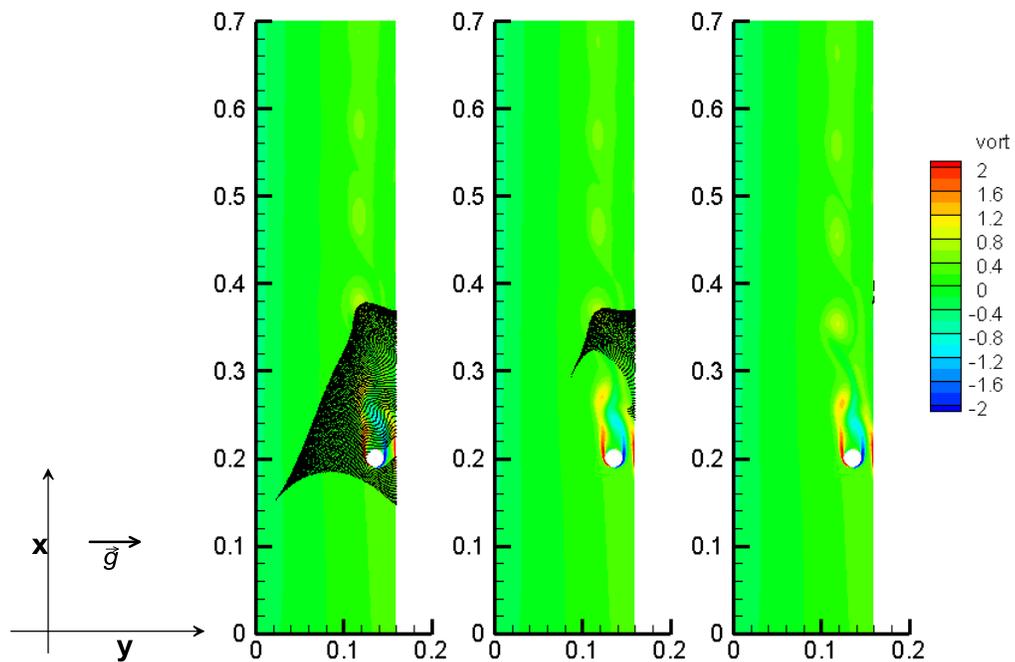


Εικόνα 6-93: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων των 75 μ m στο νερό(Drag/Weight=2.30) σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02$ m βρίσκεται στη θέση $x=0.2$ m

Διάμετρος σωματιδίου 100 μm

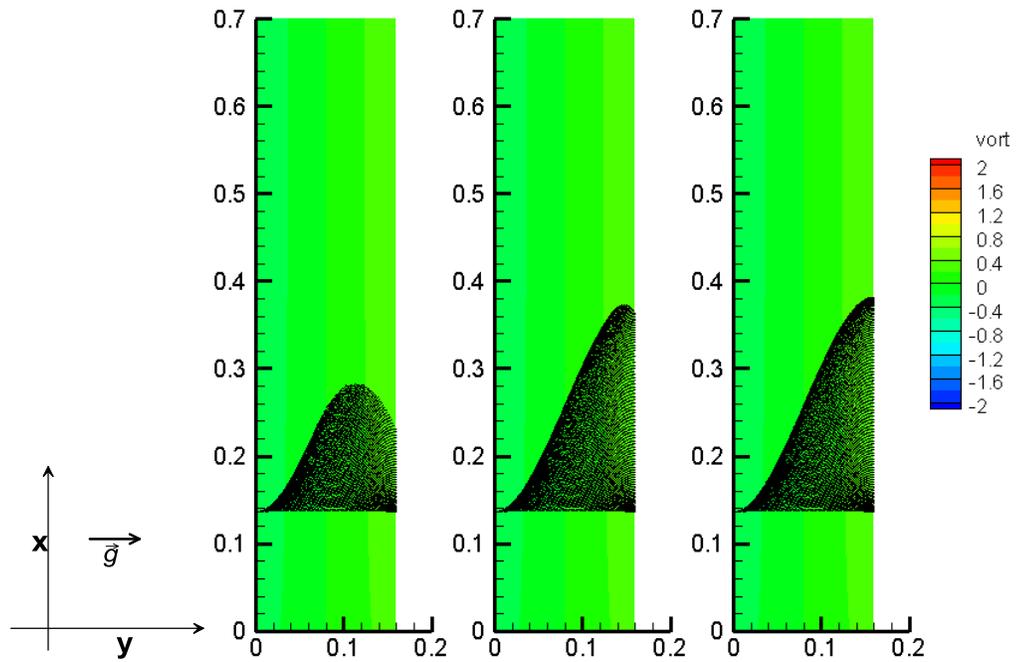


Εικόνα 6-94: Σωματίδια διαμέτρου 100 μm (Drag/Weight=1.32) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,2T,3T$ (οι αποστάσεις σε m)

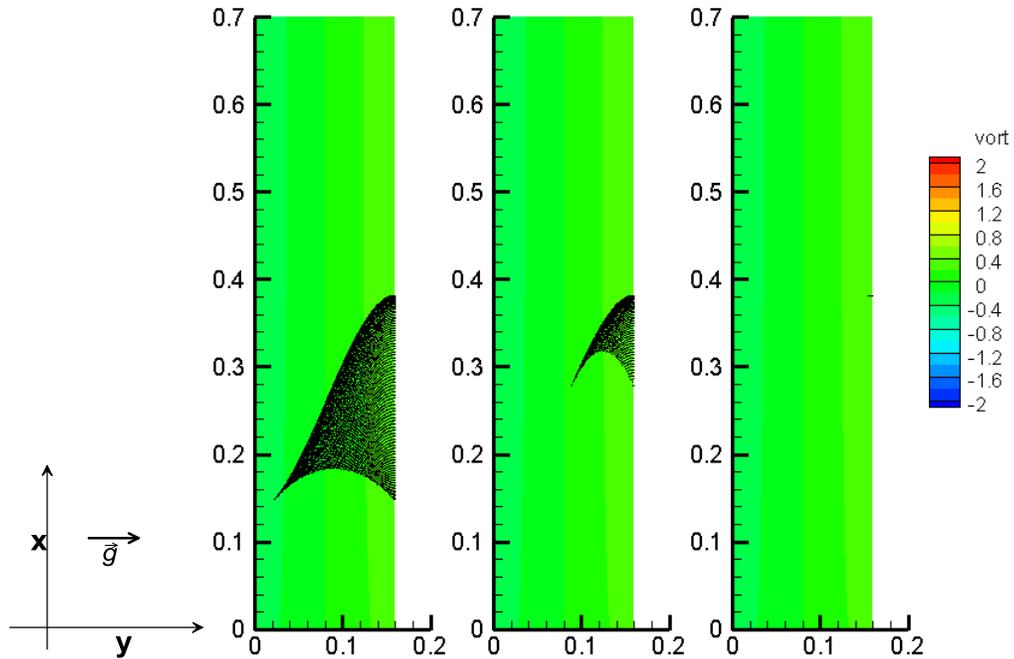


Εικόνα 6-95: Σωματίδια διαμέτρου 100 μm (Drag/Weight=1.32) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T,5T,6T$ (οι αποστάσεις σε m)

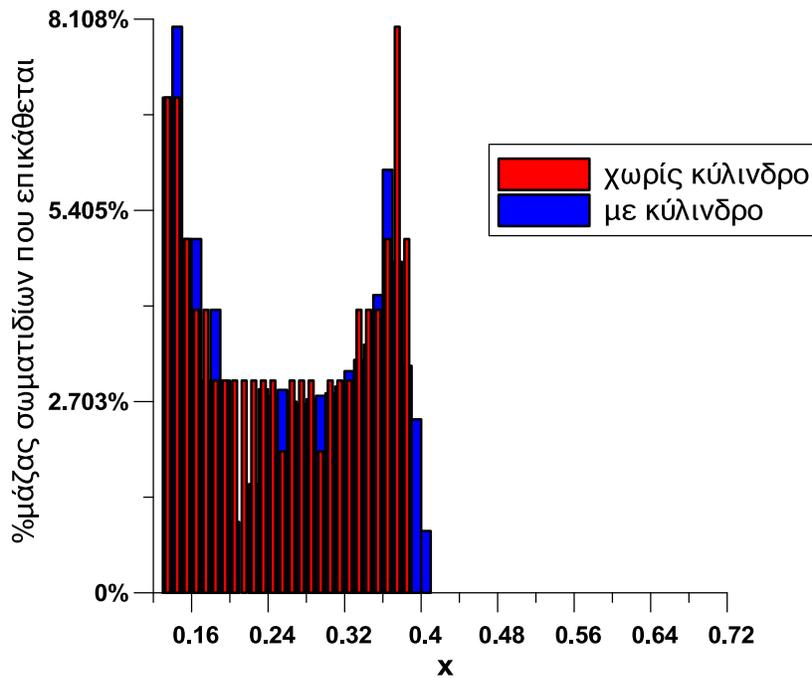
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 100 μm για την περίπτωση του κενού καναλιού.



Εικόνα 6-96: Σωματίδια διαμέτρου 100 μm (Drag/Weight=1.32) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

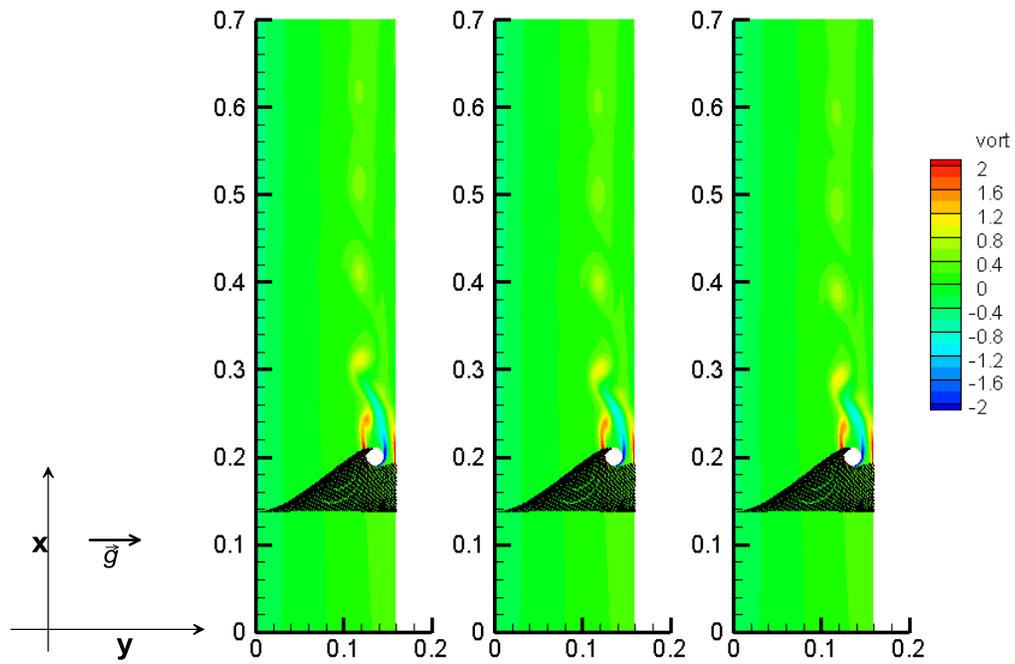


Εικόνα 6-97: Σωματίδια διαμέτρου $100\mu\text{m}$ ($\text{Drag}/\text{Weight}=1.32$) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

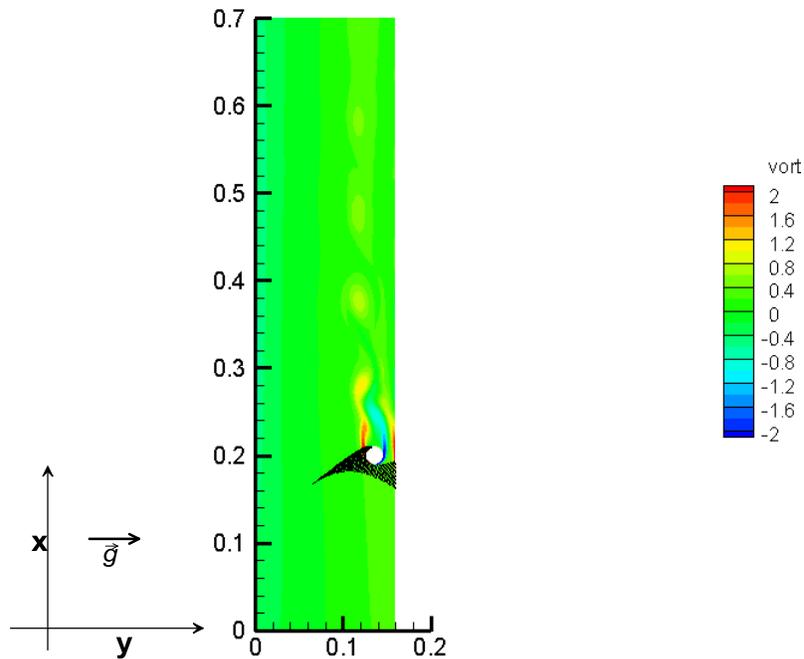


Εικόνα 6-98: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων των $100\mu\text{m}$ στο νερό ($\text{Drag}/\text{Weight}=1.32$) σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

Διάμετρος σωματιδίου 200 μm

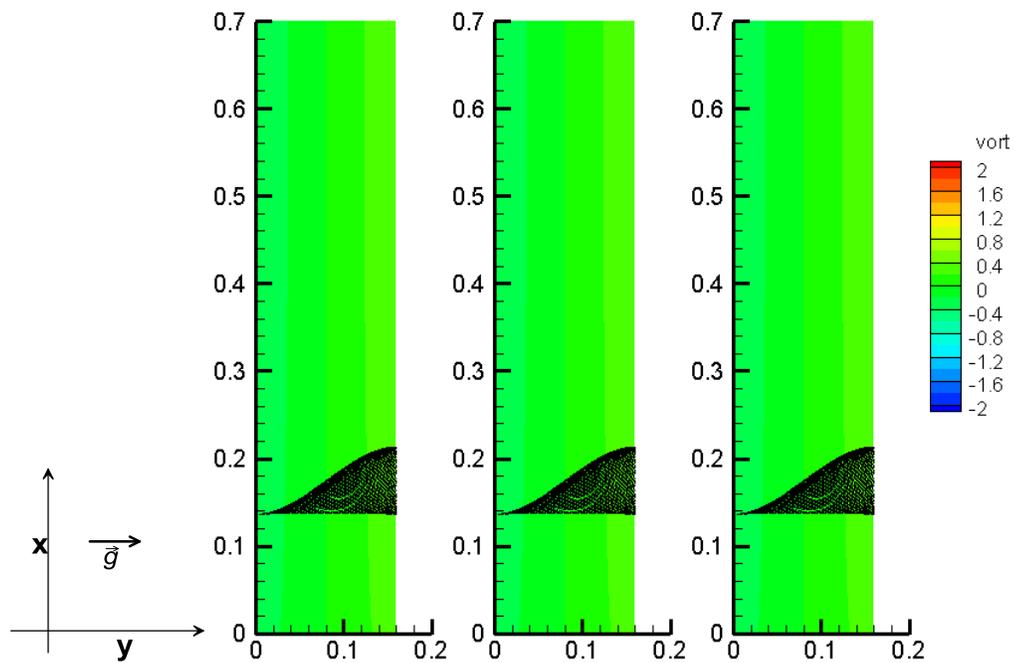


Εικόνα 6-99: Σωματίδια διαμέτρου 200 μm ($\text{Drag}/\text{Weight}=0.353$) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

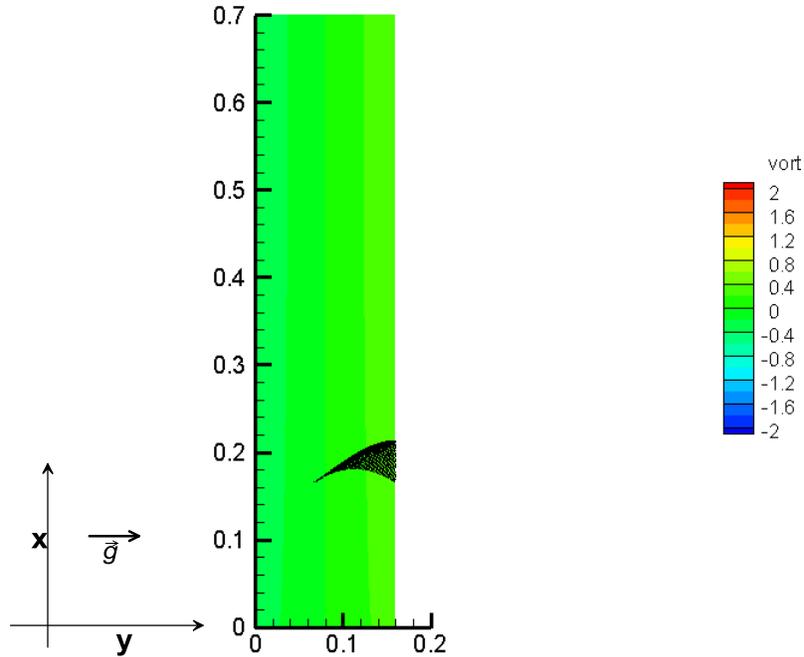


Εικόνα 6-100: Σωματίδια διαμέτρου 200 μm ($\text{Drag}/\text{Weight}=0.353$) στη ροή νερού με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=4T$ (οι αποστάσεις σε m)

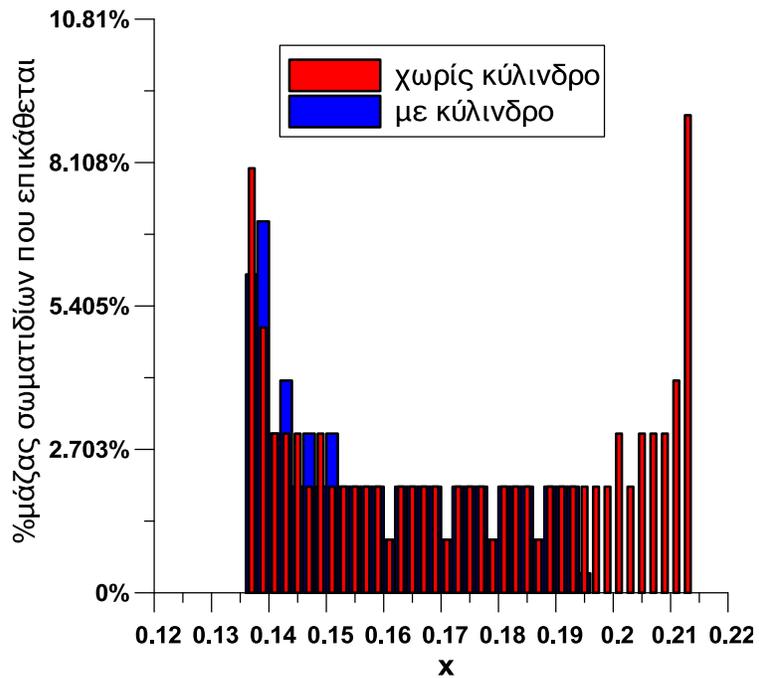
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 200 μm για την περίπτωση του κενού καναλιού.



Εικόνα 6-101: Σωματίδια διαμέτρου 200 μm ($\text{Drag}/\text{Weight}=0.353$) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

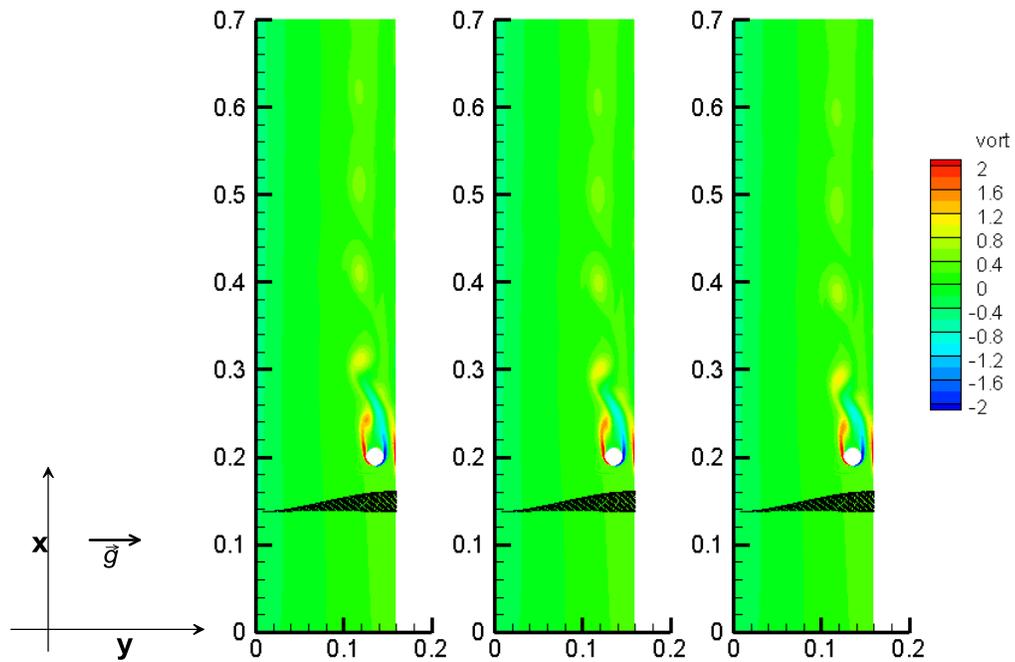


Εικόνα 6-102: Σωματίδια διαμέτρου 200 μ m(Drag/Weight=0.353) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=4T$ (οι αποστάσεις σε m)



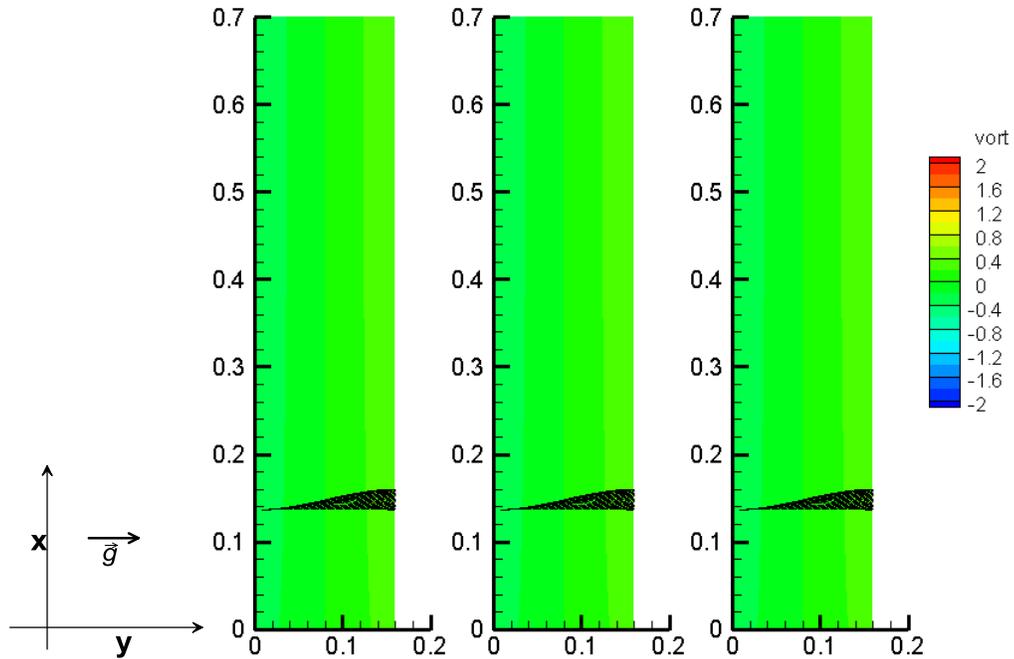
Εικόνα 6-103: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων των 200 μ m στο νερό(Drag/Weight=0.353) σε συνάρτηση με την απόσταση x(σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

Διάμετρος σωματιδίου 500 μm

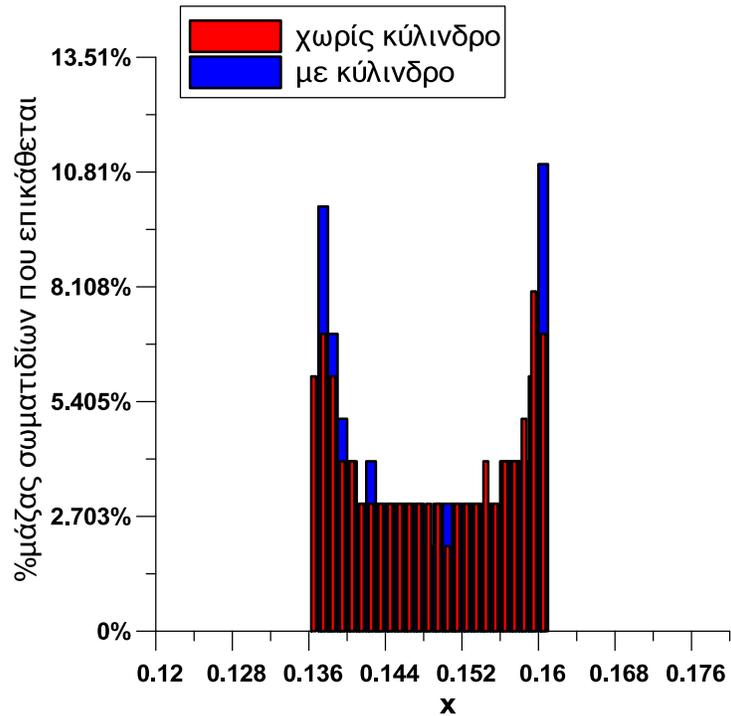


Εικόνα 6-104: Σωματίδια διαμέτρου 500 μm ($Drag/Weight=0.0652$) στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων 500 μm για την περίπτωση του κενού καναλιού.



Εικόνα 6-105: Σωματίδια διαμέτρου 500 μ m(Drag/Weight=0.0652) στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

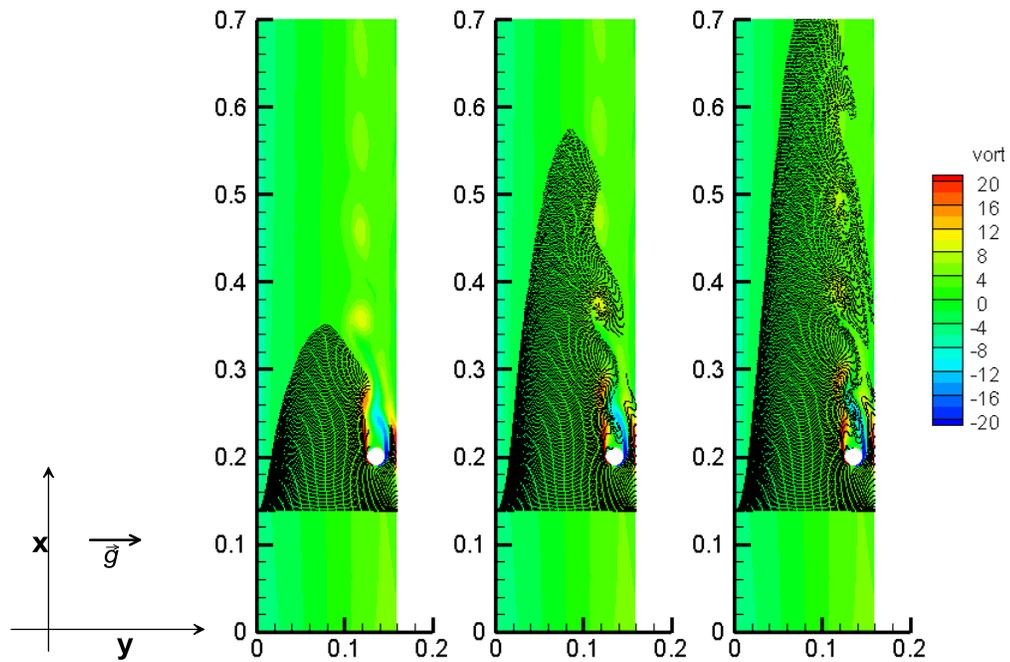


Εικόνα 6-106: Διανομή της επικαθίσης των σωματιδίων των 500 μ m στο νερό(Drag/Weight=0.0652) σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02$ m βρίσκεται στη θέση $x=0.2$ m

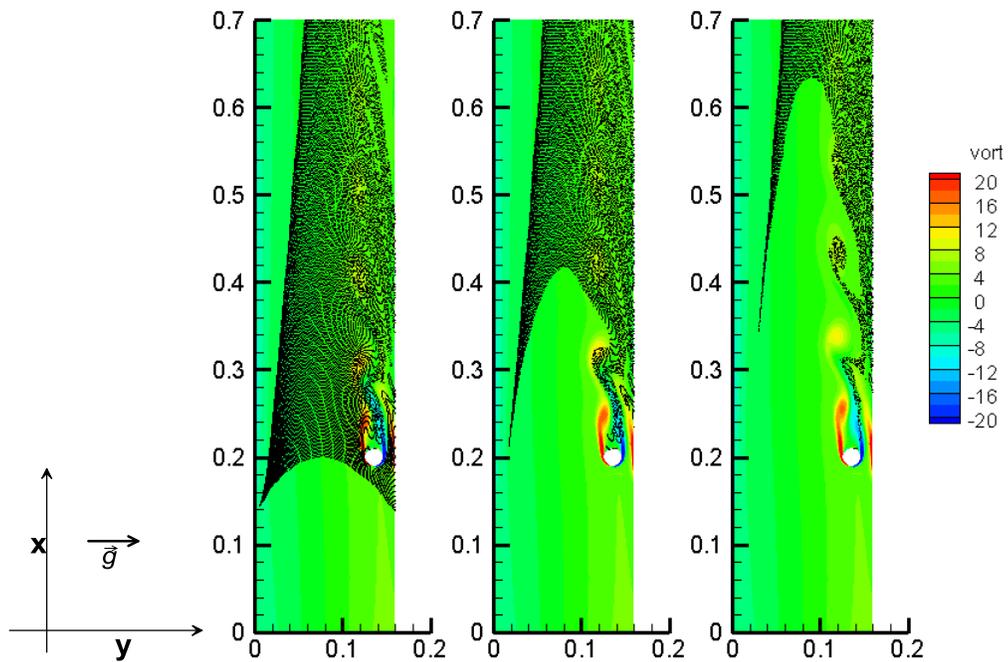
6.1.3. Εύρος σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=[2,9] σε αέρα

Ακολουθούν τα διαγράμματα για κάθε διάμετρο για 13 χρονικές στιγμές που αντιστοιχούν περίπου σε 13 περιόδους της ταλάντωσης του ομόρρου.

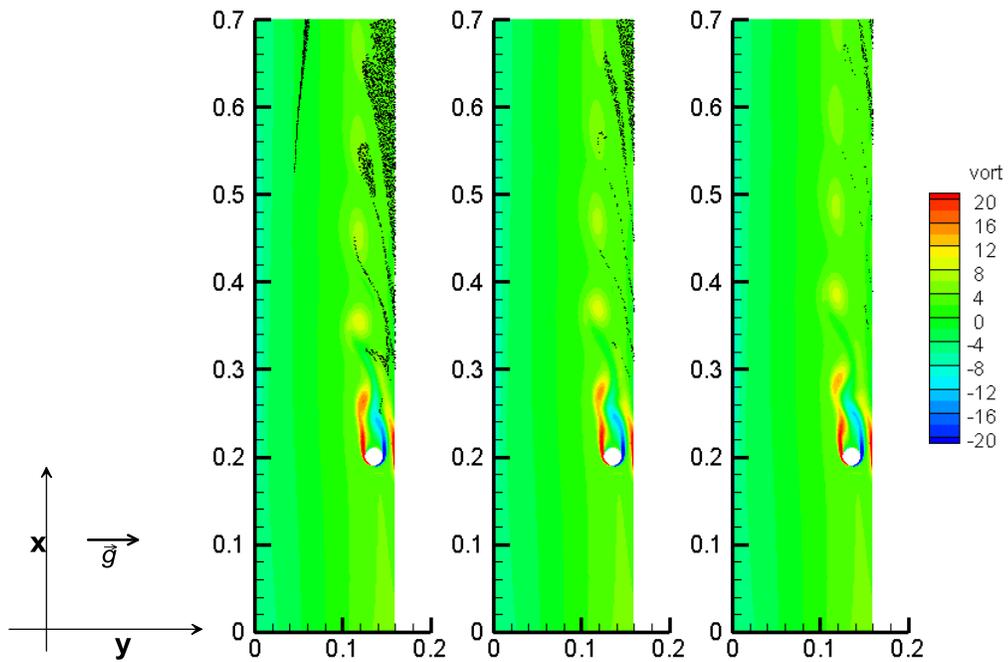
Λόγος αντίστασης/βάρους=9



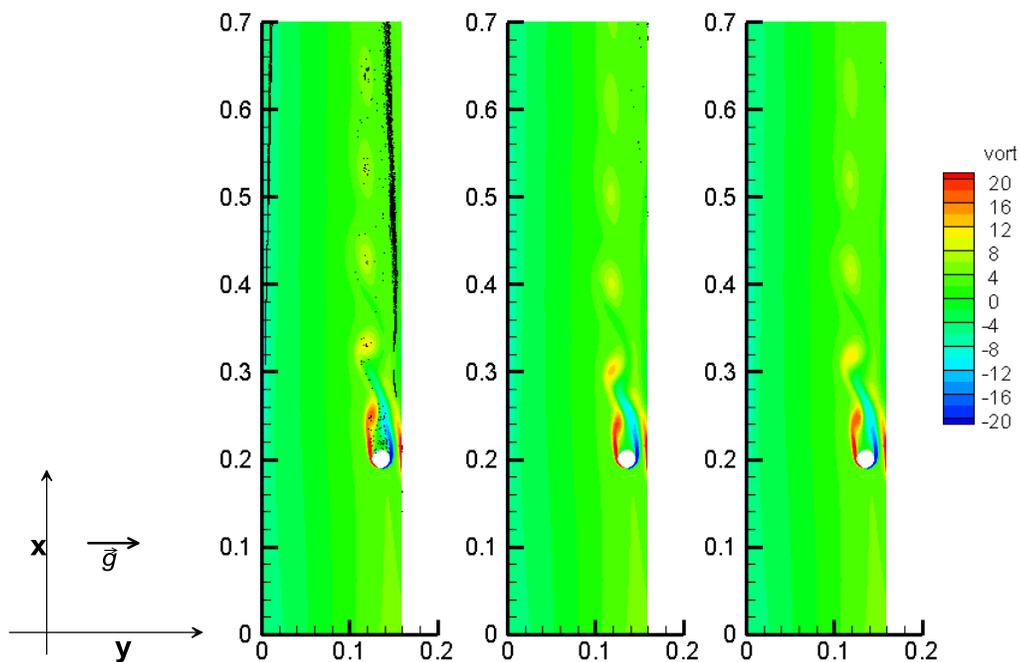
Εικόνα 6-107: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=9 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-108: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=9 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

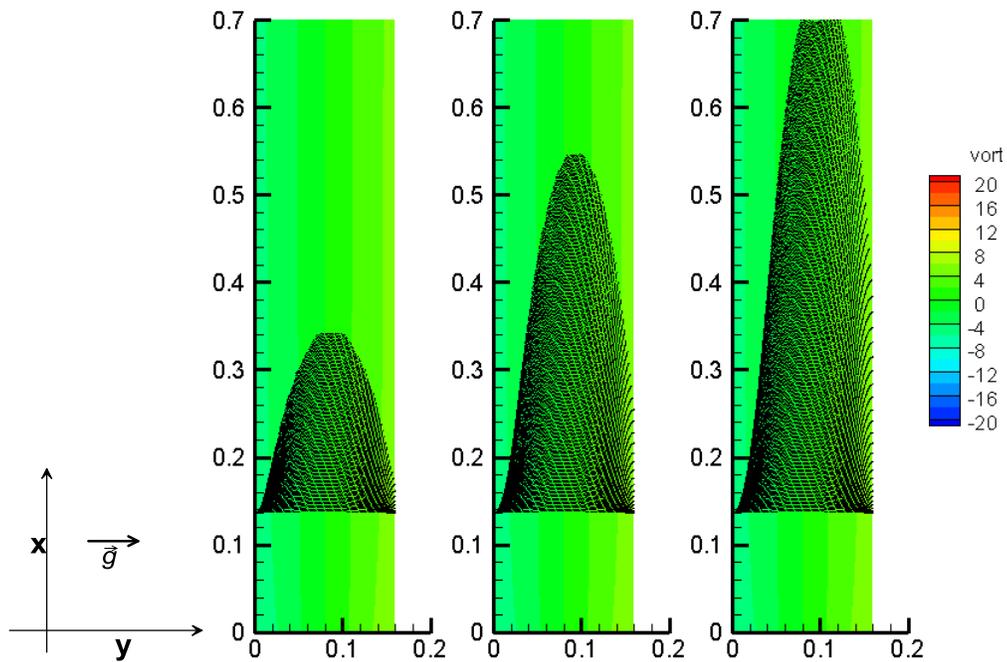


Εικόνα 6-109: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=9 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

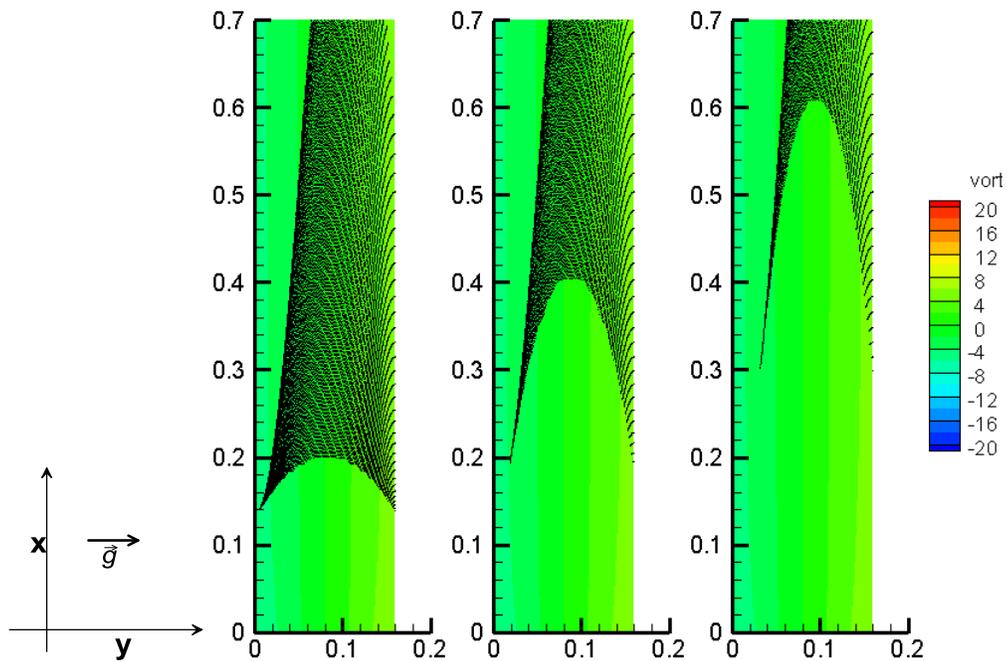


Εικόνα 6-110: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=9 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

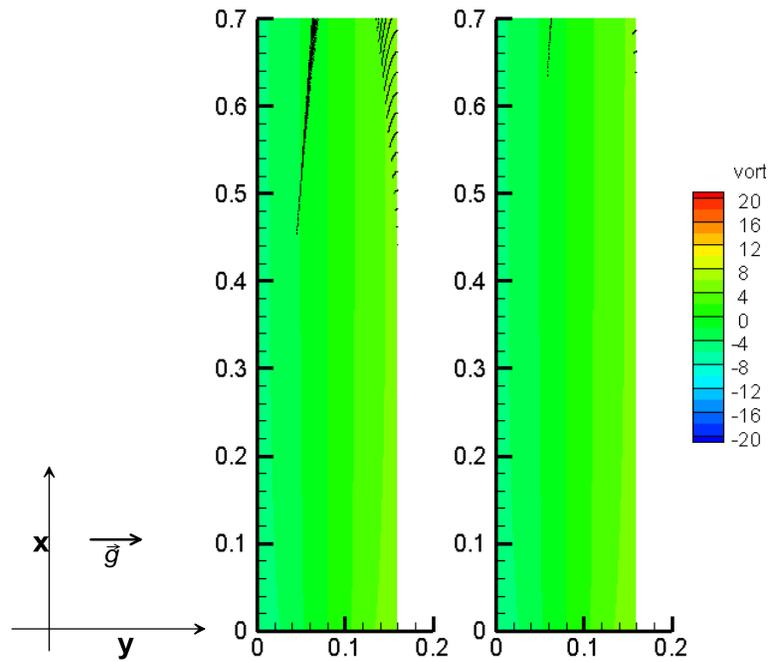
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=9 για την περίπτωση του κενού καναλιού.



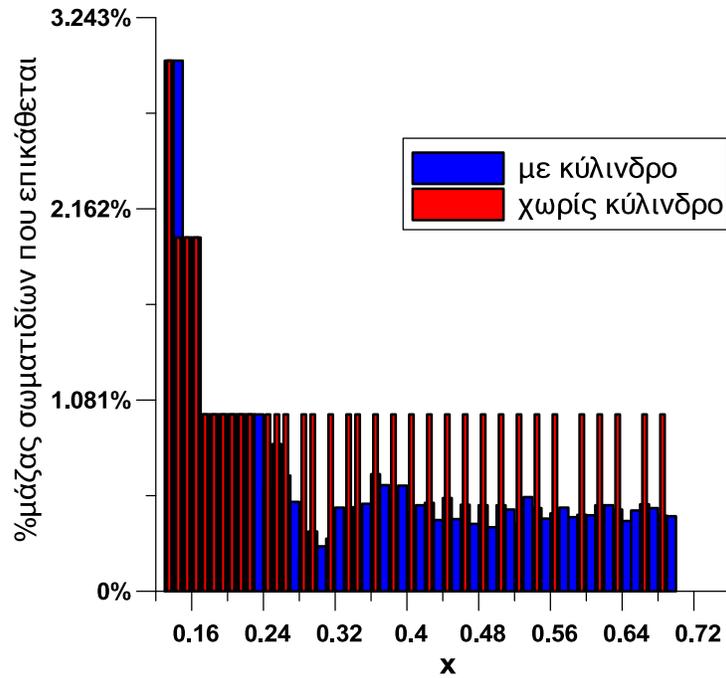
Εικόνα 6-111: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=9 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-112: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=9 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

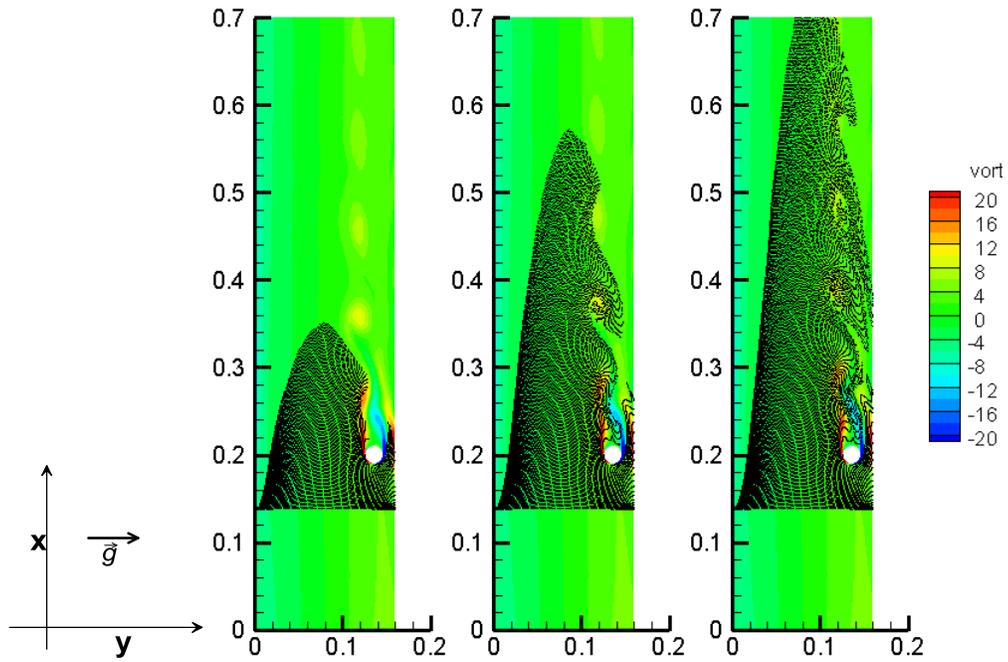


Εικόνα 6-113: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=9 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T$ (οι αποστάσεις σε m)

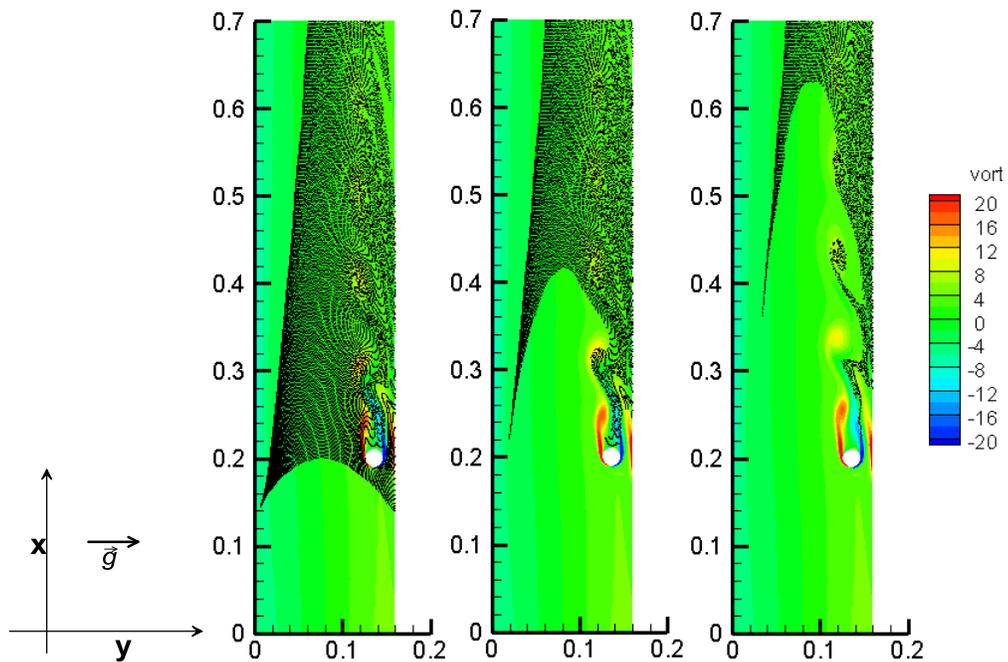


Εικόνα 6-114: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=9 στον αέρα σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

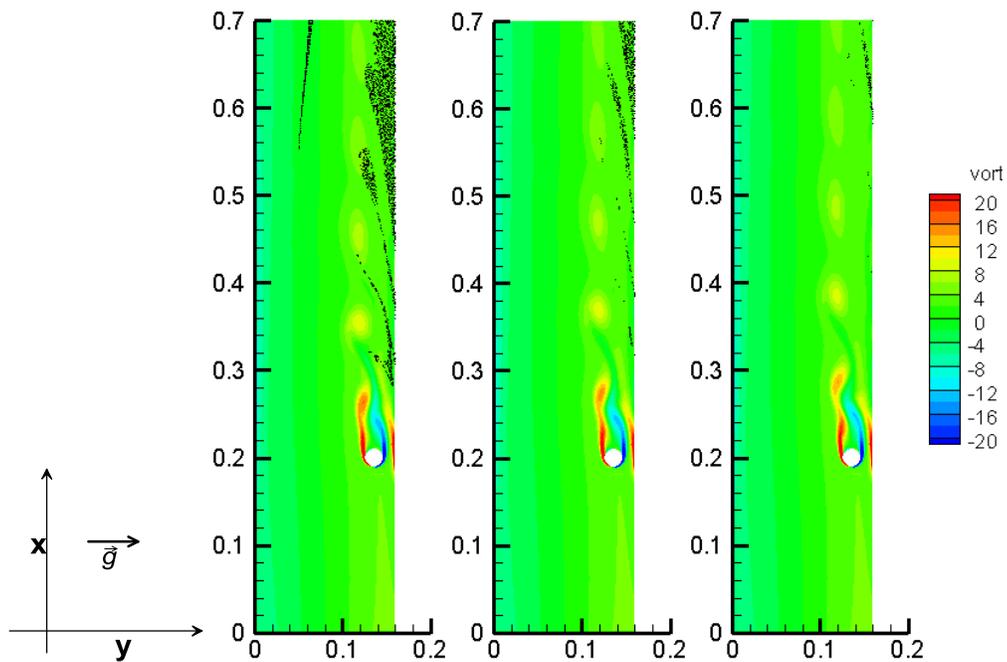
Λόγος αντίστασης/βάρος=8



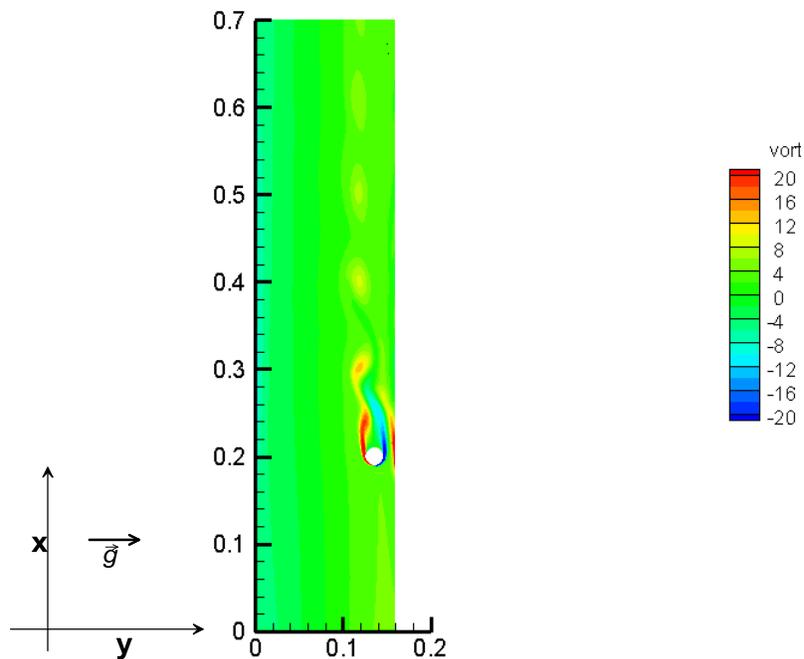
Εικόνα 6-115: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=8 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-116: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=8 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

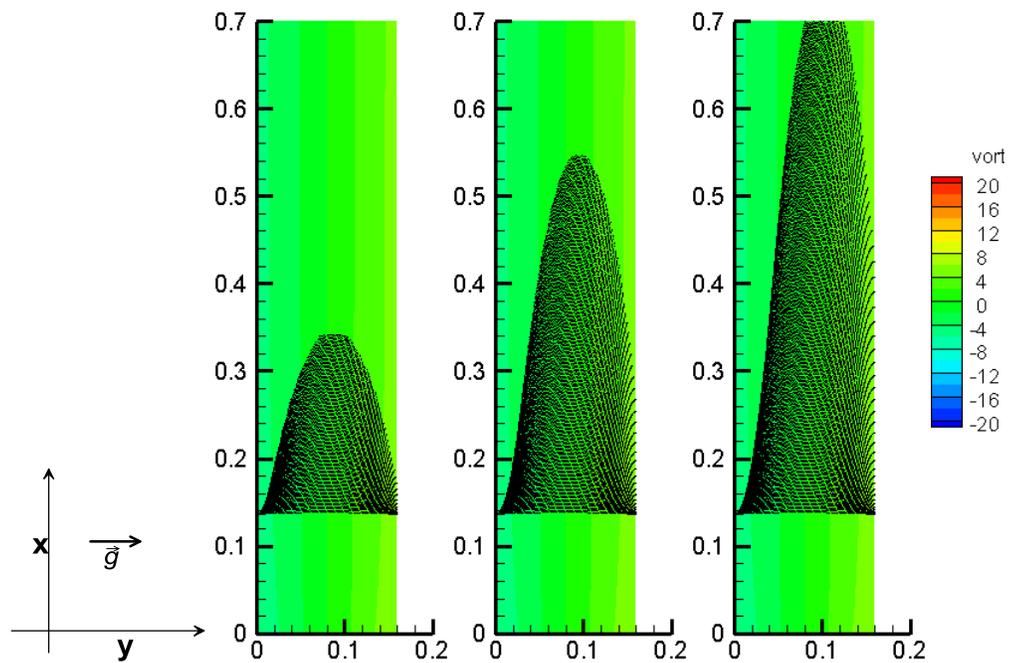


Εικόνα 6-117: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=8 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

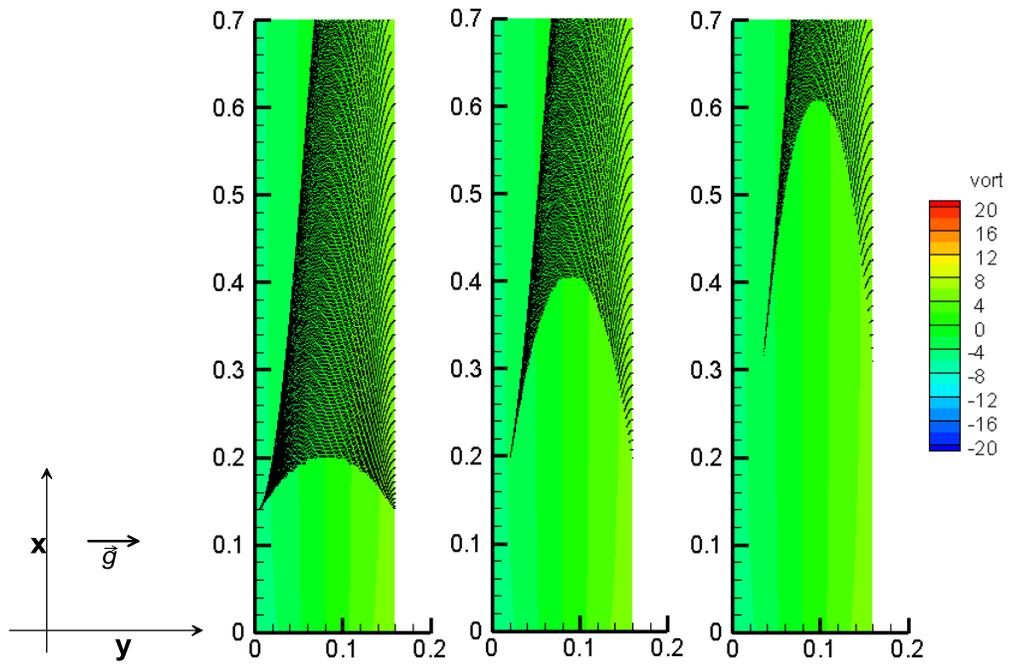


Εικόνα 6-118: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=8 στη ροή αέρα με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=10T$ (οι αποστάσεις σε m)

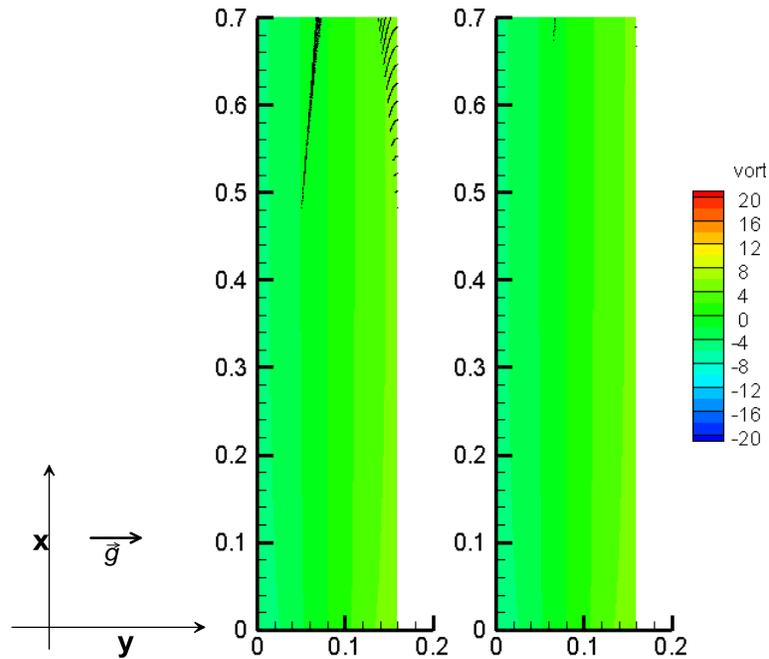
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=8 για την περίπτωση του κενού καναλιού.



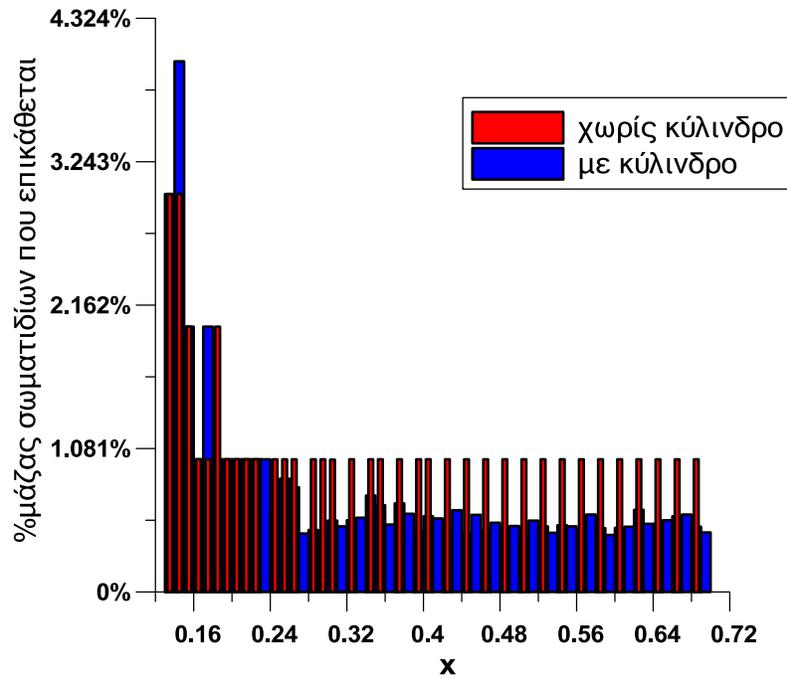
Εικόνα 6-119: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=8 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-120: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=8 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

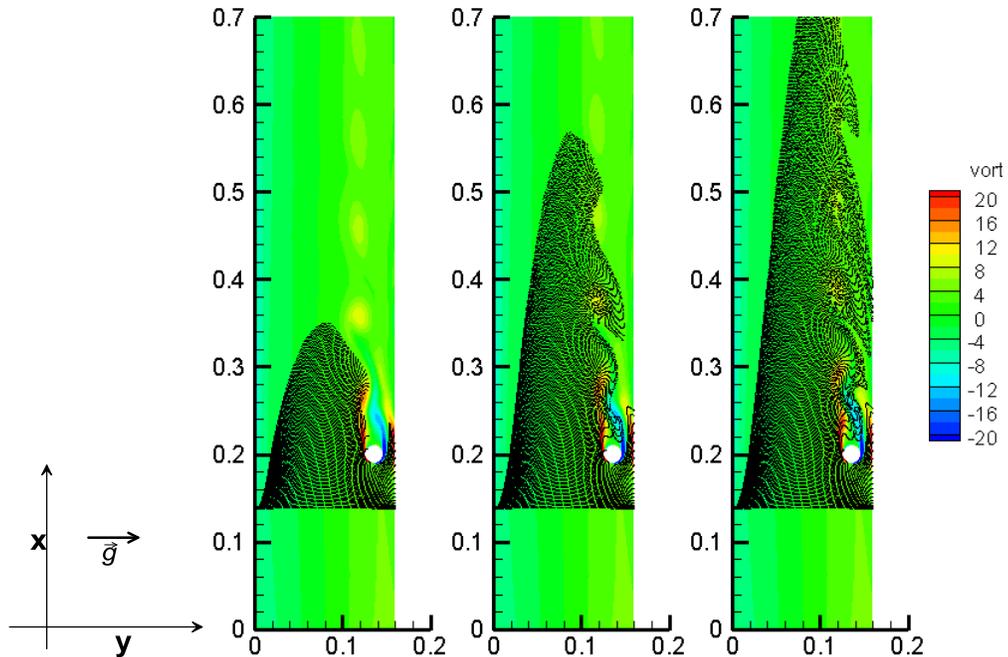


Εικόνα 6-121: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=8 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T$ (οι αποστάσεις σε m)

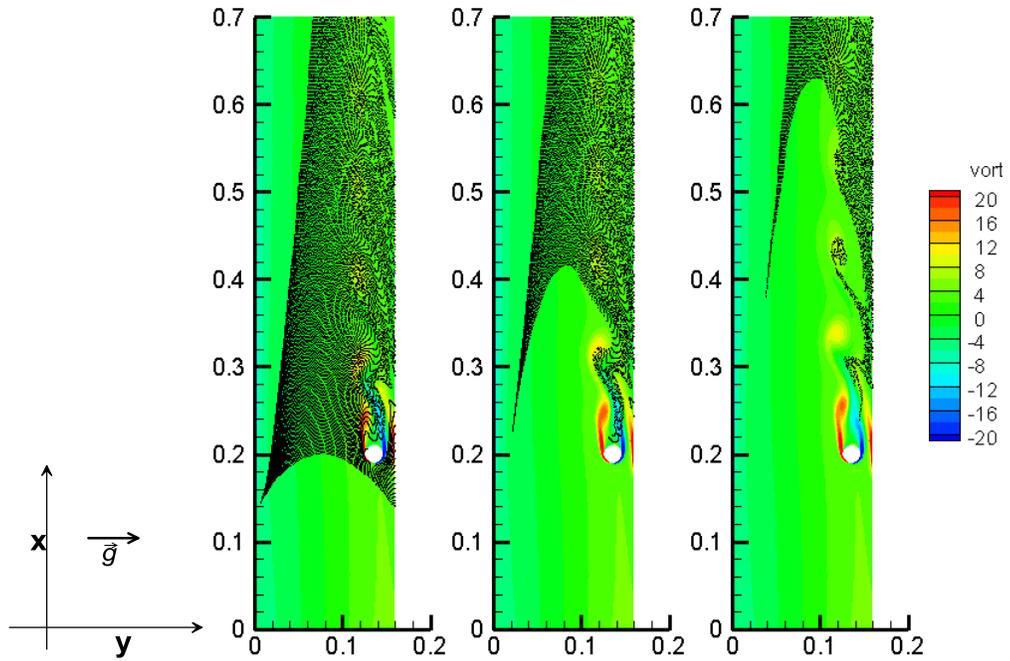


Εικόνα 6-122: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=8 στον αέρα σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

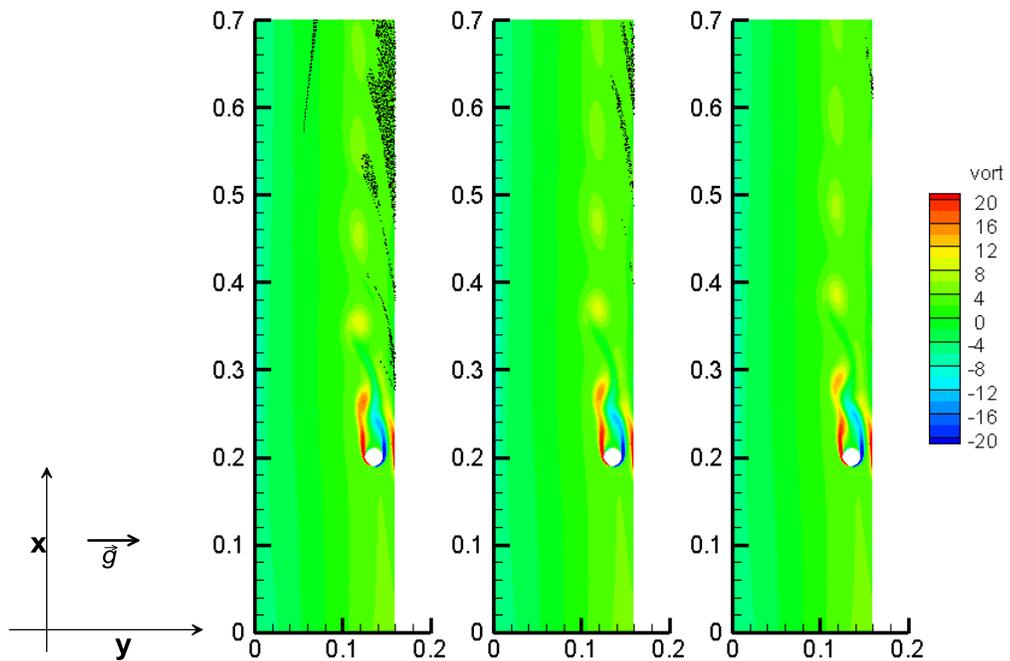
Λόγος αντίστασης/βάρους=7



Εικόνα 6-123: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=7 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

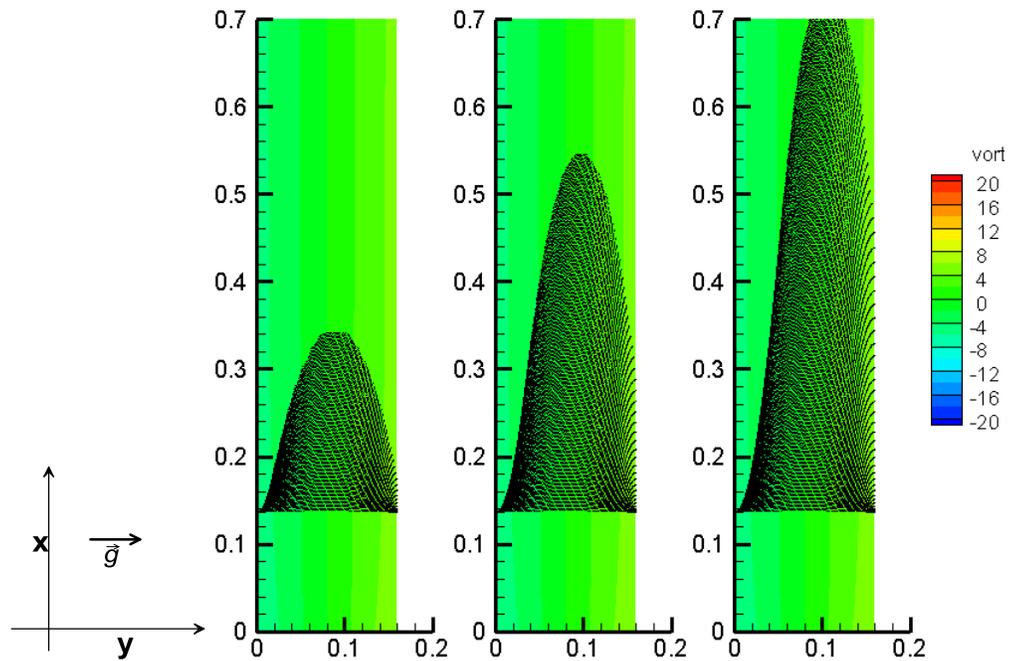


Εικόνα 6-124: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=7 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

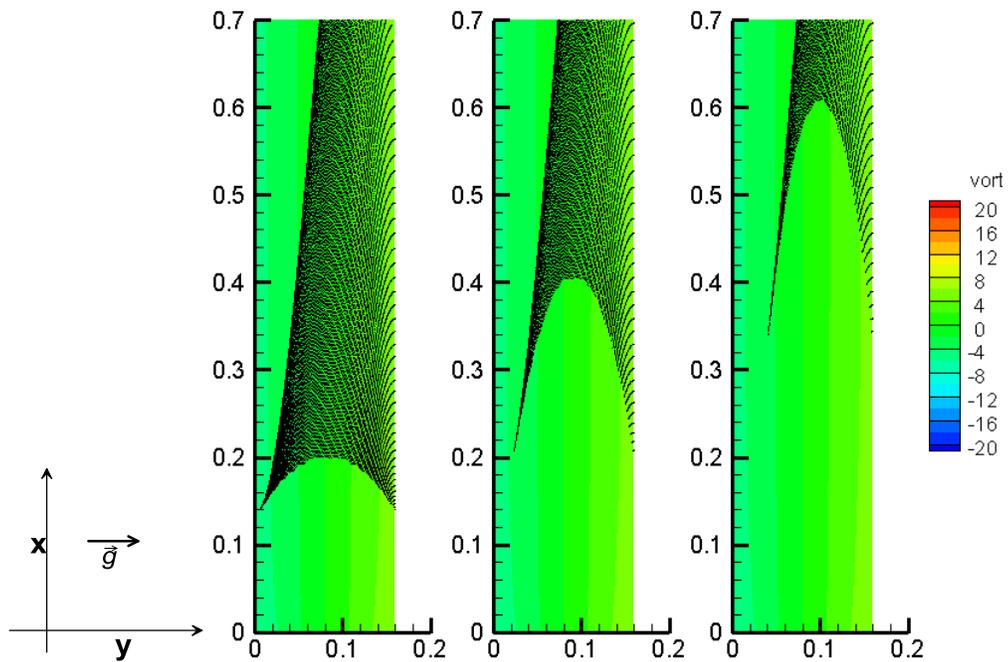


Εικόνα 6-125: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=7 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

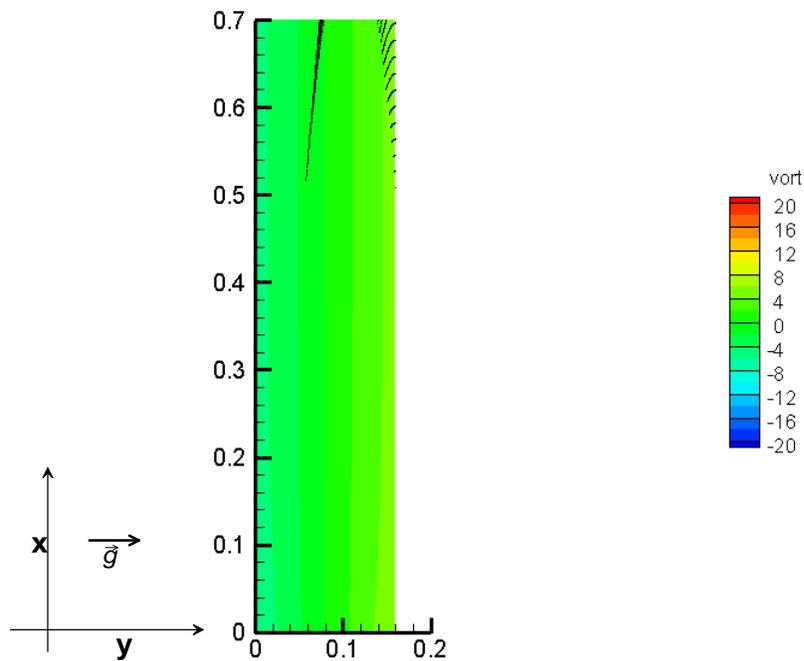
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=7 για την περίπτωση του κενού καναλιού.



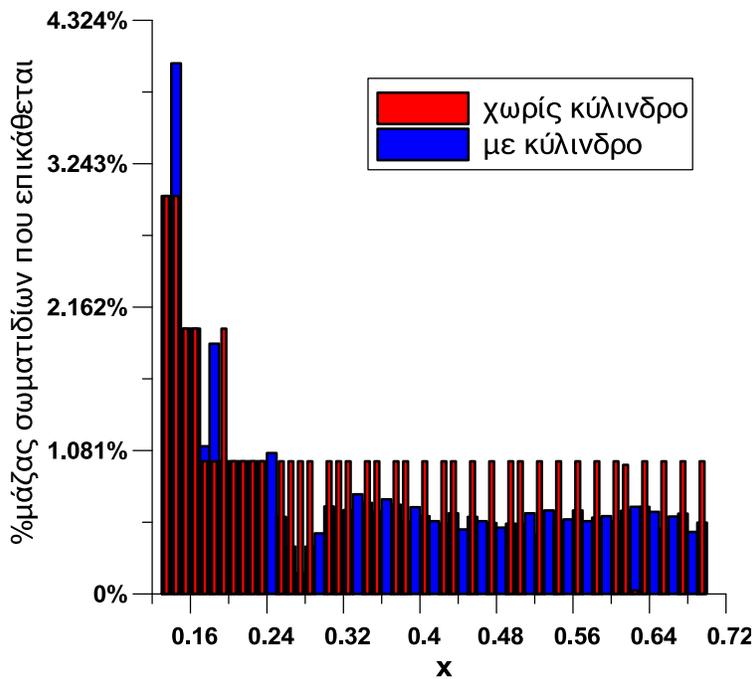
Εικόνα 6-126: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=7 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-127: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=7 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

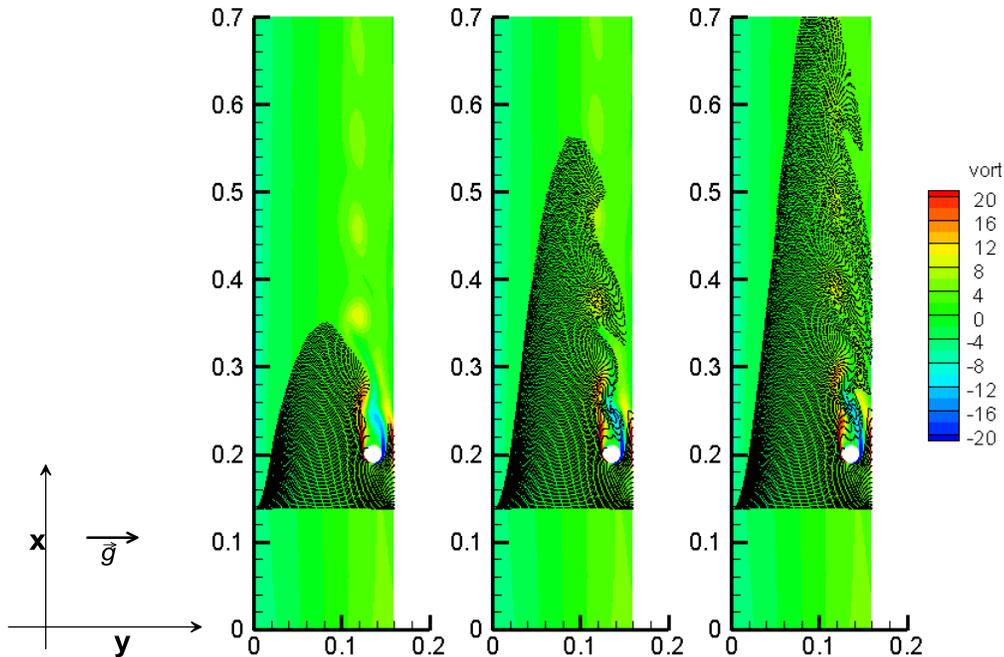


Εικόνα 6-128: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=7 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=7T$ (οι αποστάσεις σε m)

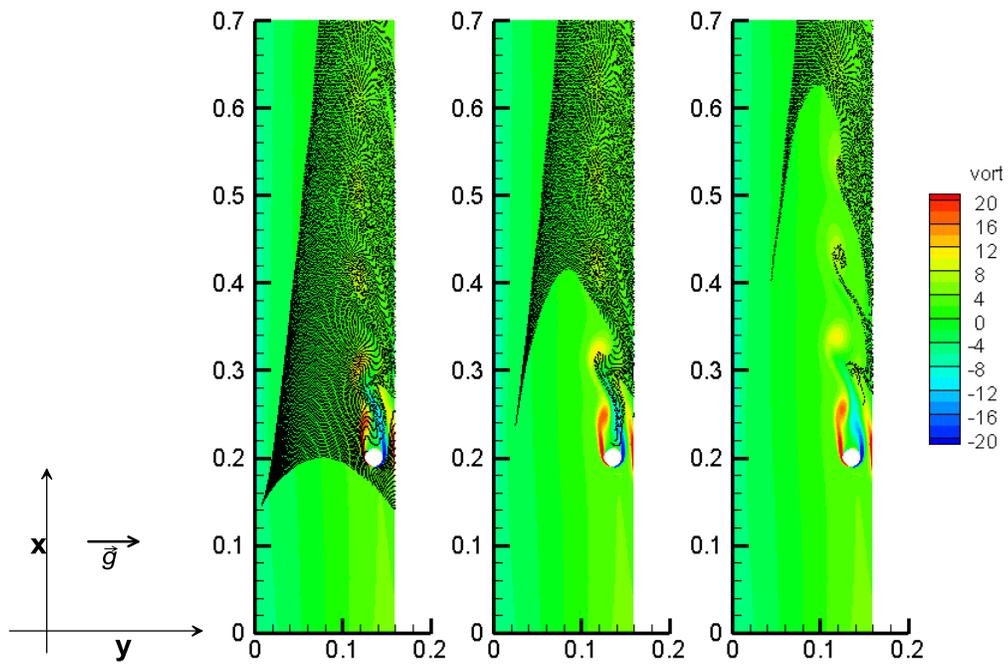


Εικόνα 6-129: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=7 στον αέρα σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

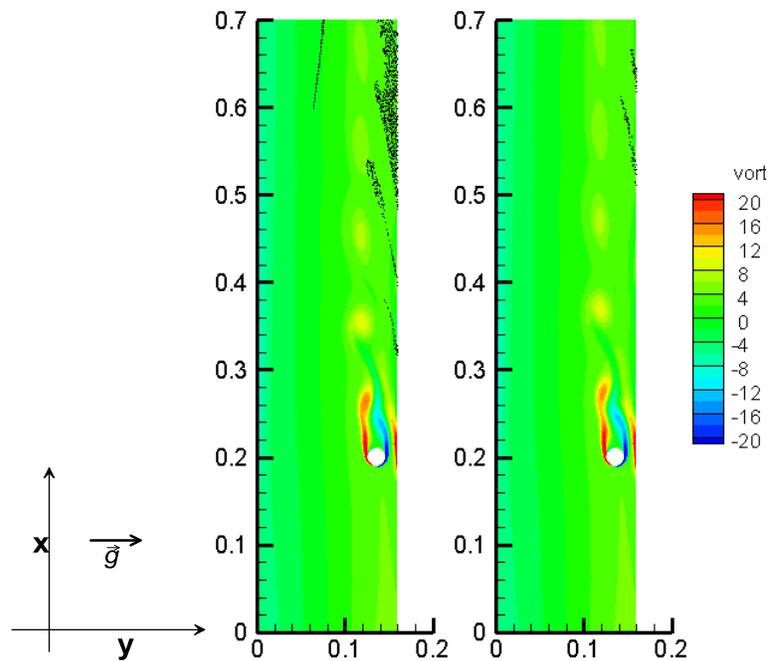
Λόγος αντίστασης/βάρους=6



Εικόνα 6-130: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=6 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

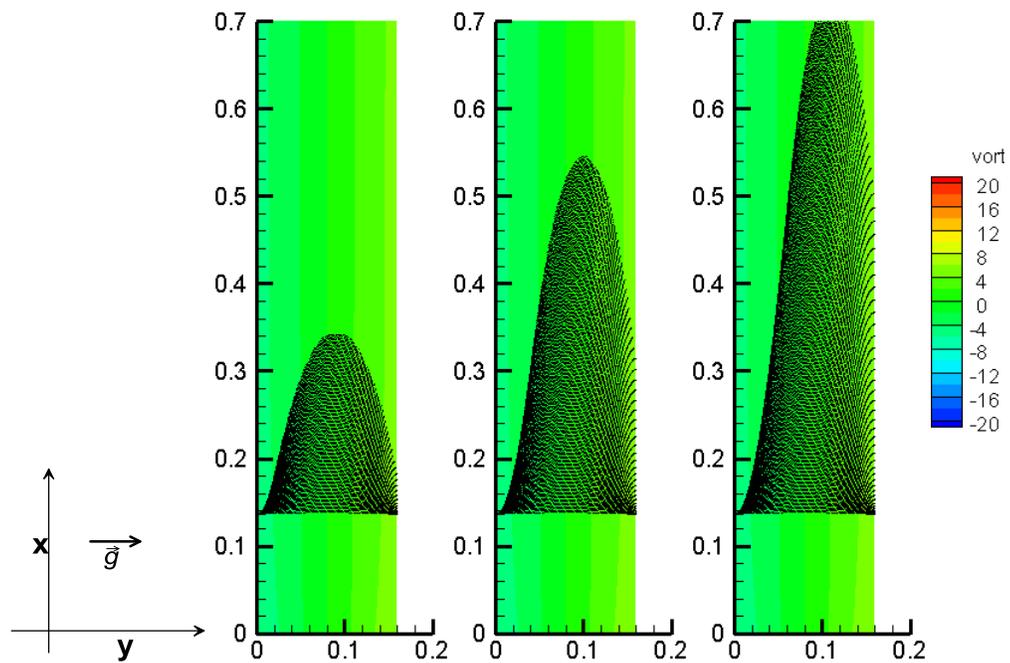


Εικόνα 6-131: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=6 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

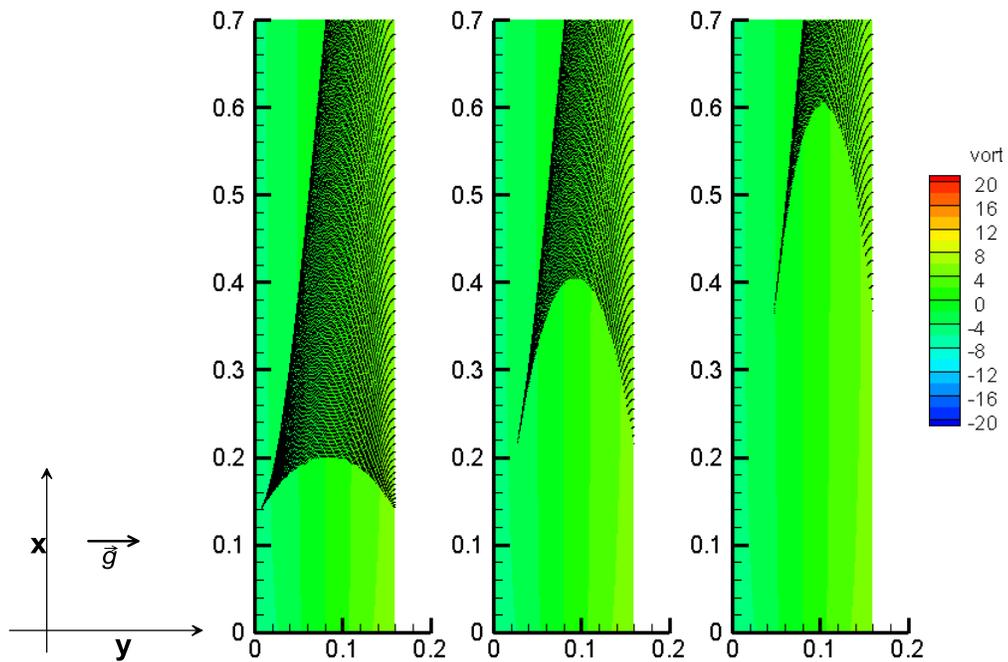


Εικόνα 6-132: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=6 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T$ (οι αποστάσεις σε m)

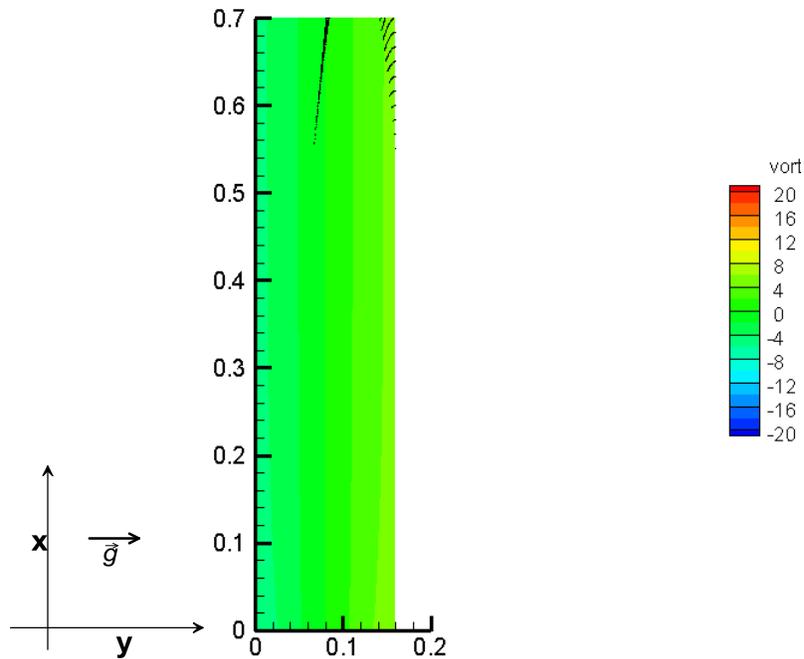
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=6 για την περίπτωση του κενού καναλιού.



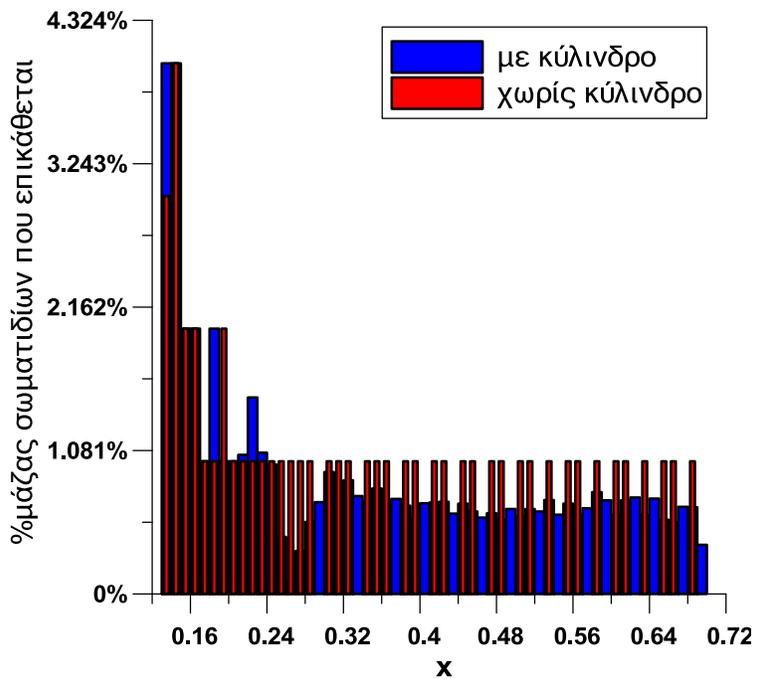
Εικόνα 6-133: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=6 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T,2T,3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-134: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=6 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

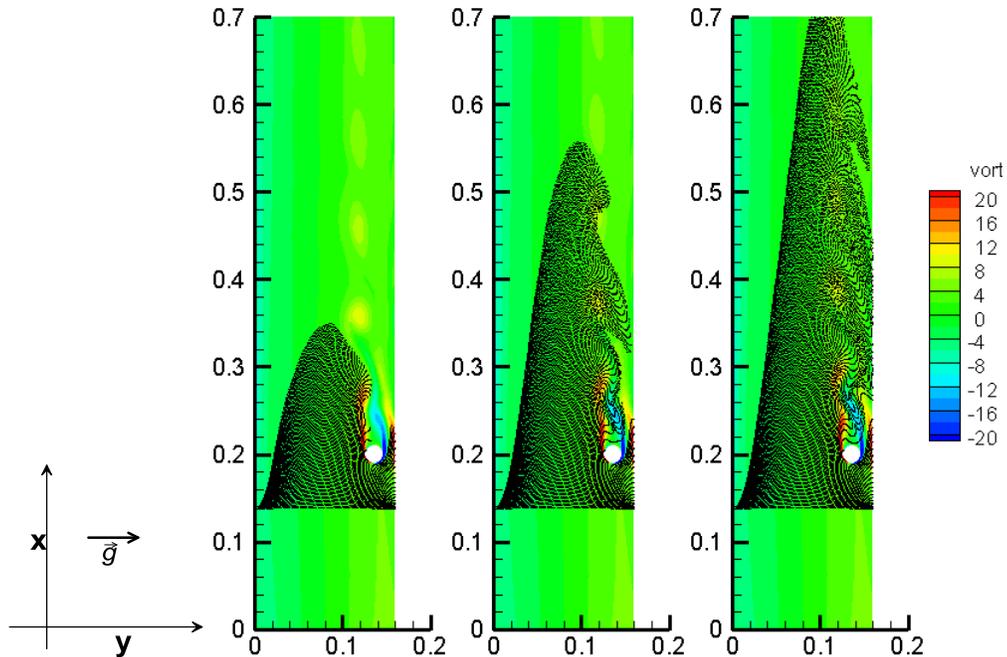


Εικόνα 6-135: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=6 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=7T$ (οι αποστάσεις σε m)

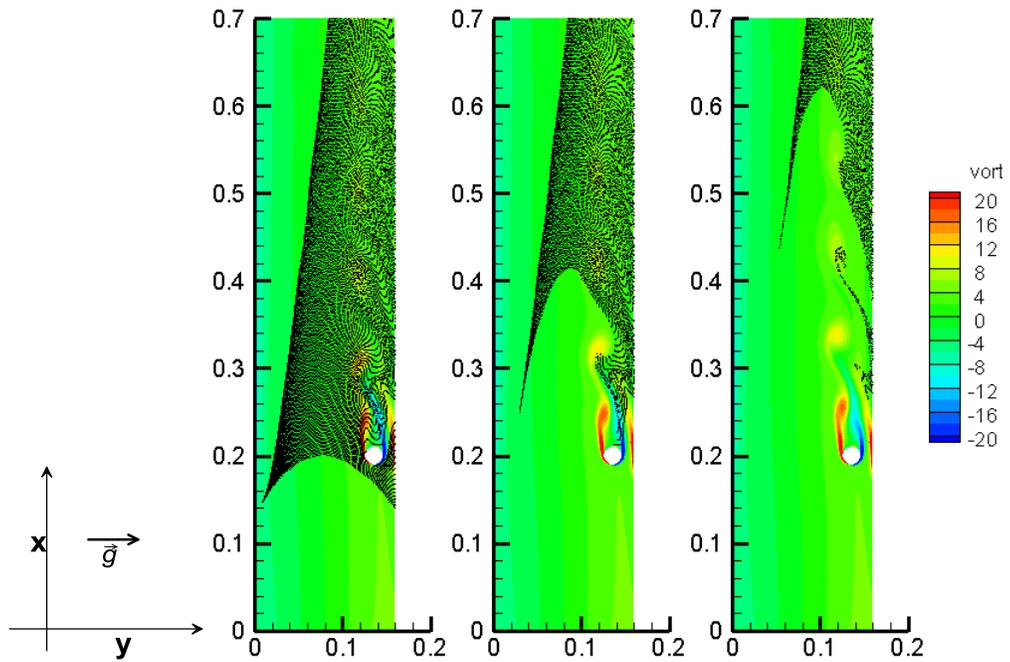


Εικόνα 6-136: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=6 στον αέρα σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

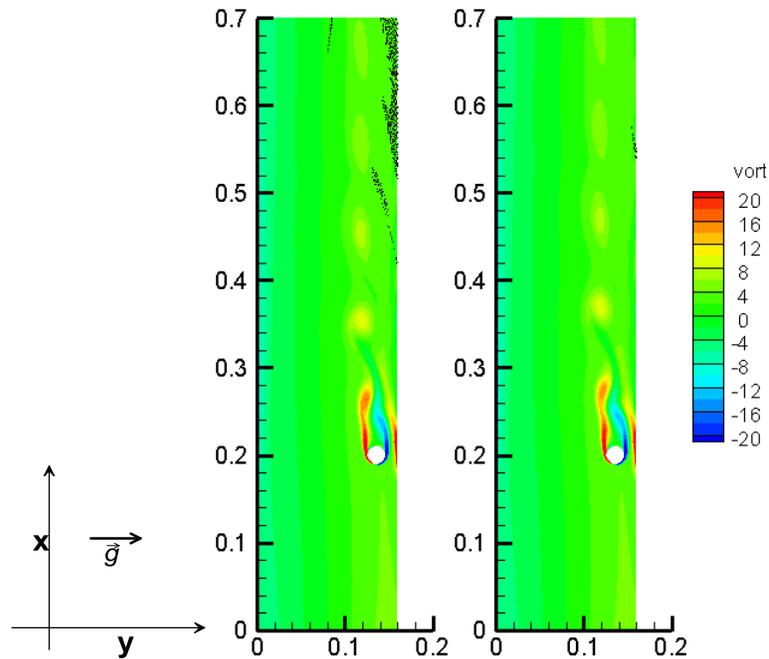
Λόγος αντίστασης/βάρους=5



Εικόνα 6-137: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=5 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

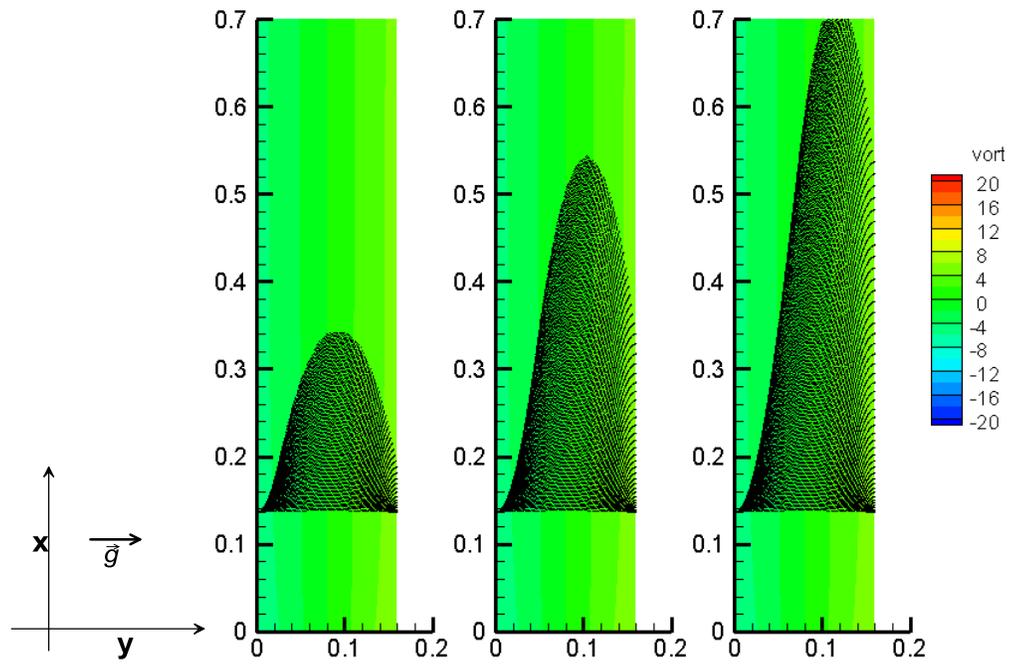


Εικόνα 6-138: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=5 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

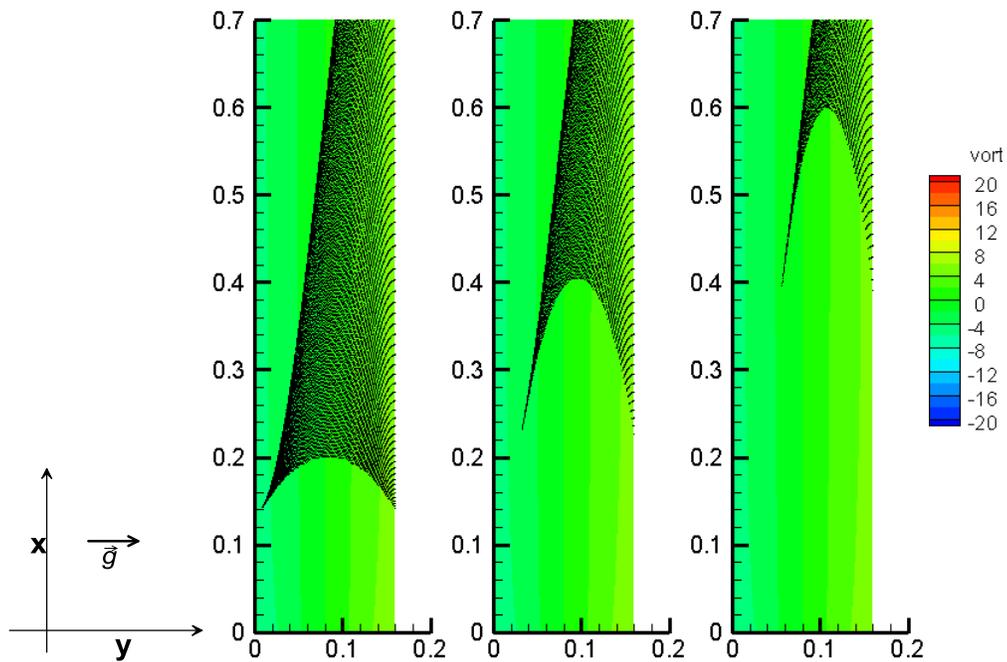


Εικόνα 6-139: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=5 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T$ (οι αποστάσεις σε m)

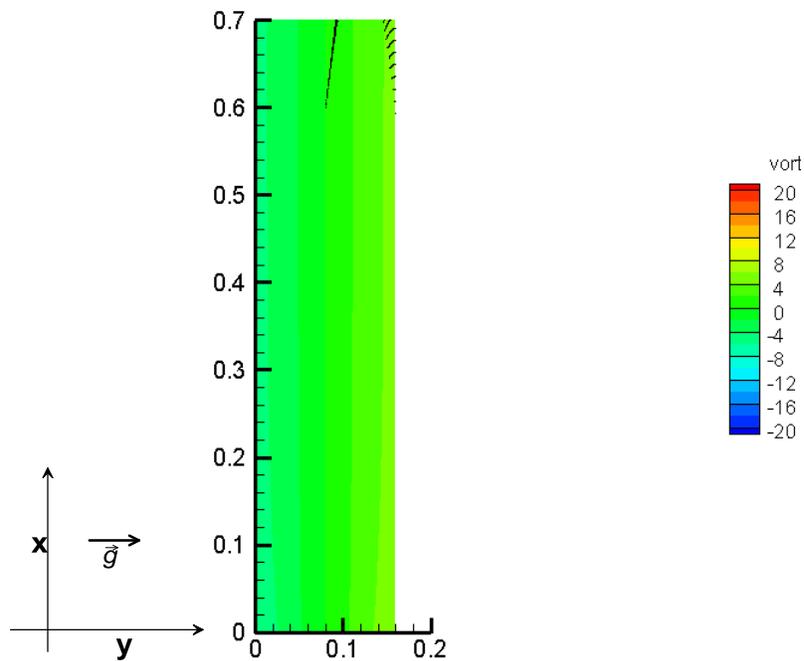
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=5 για την περίπτωση του κενού καναλιού.



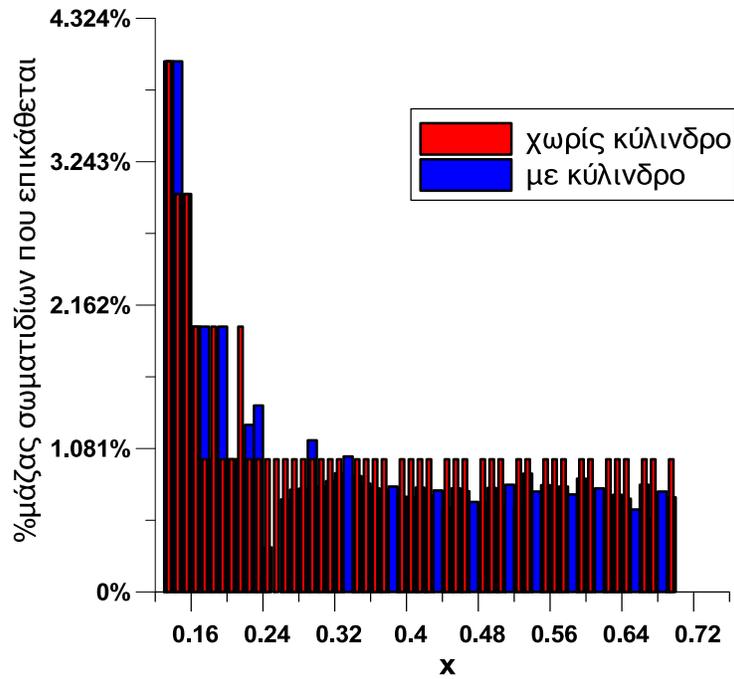
Εικόνα 6-140: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=5 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-141: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=5 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

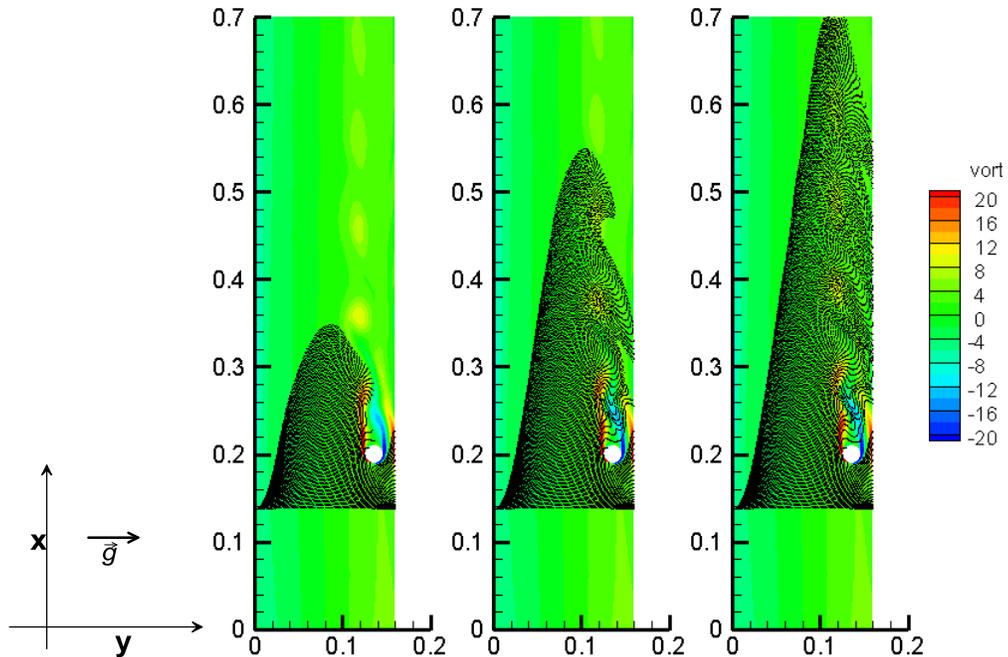


Εικόνα 6-142: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=5 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=7T$ (οι αποστάσεις σε m)

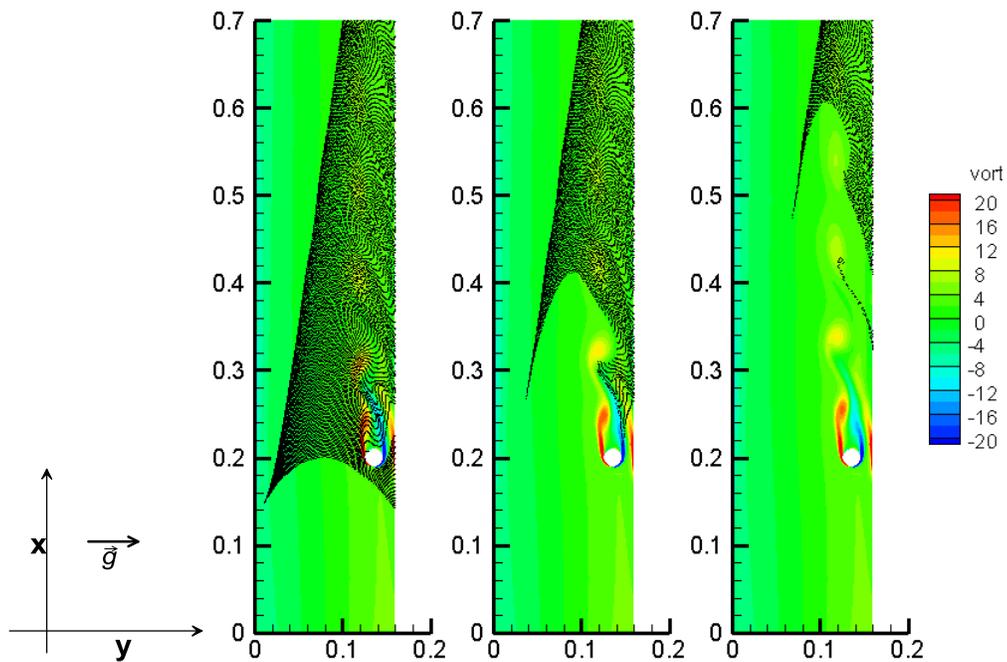


Εικόνα 6-143: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=5 στον αέρα σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

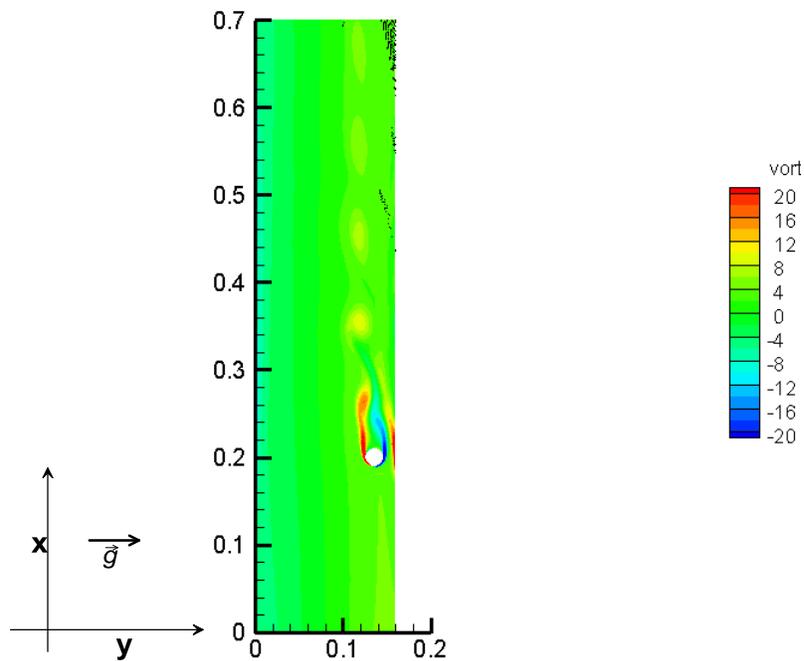
Λόγος αντίστασης/βάρους=4



Εικόνα 6-144: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=4 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

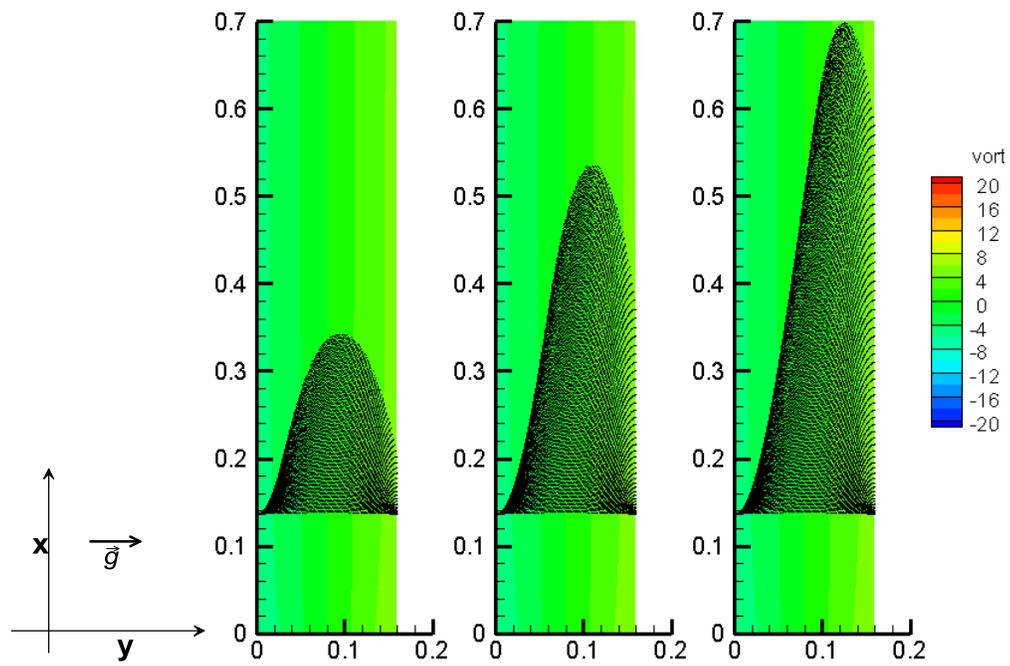


Εικόνα 6-145: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=4 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

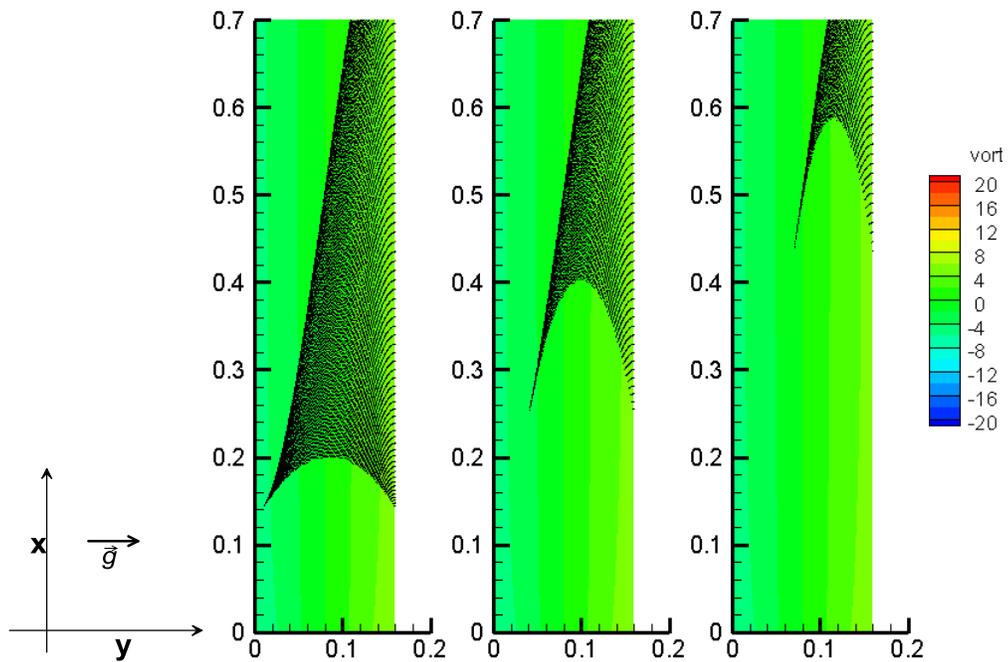


Εικόνα 6-146: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=4 στη ροή αέρα με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=7T$ (οι αποστάσεις σε m)

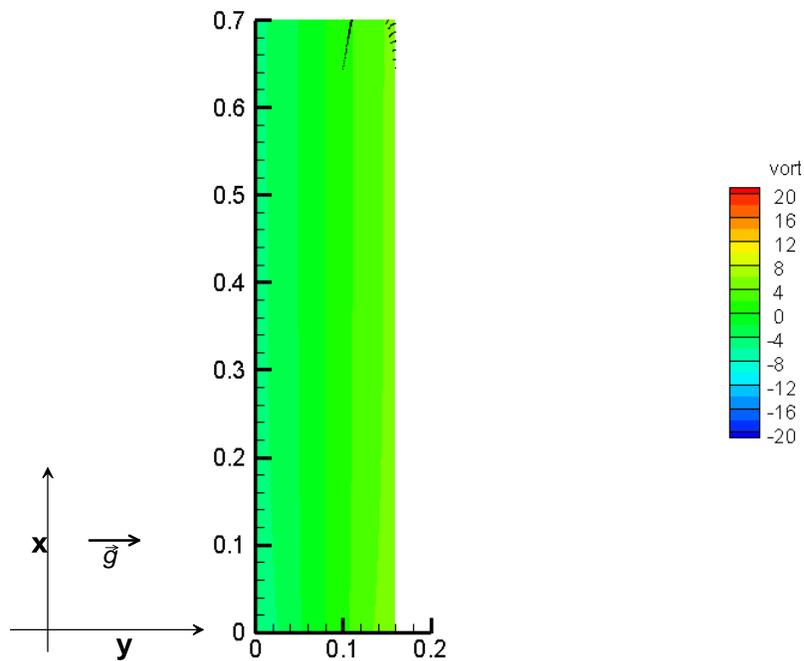
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=4 για την περίπτωση του κενού καναλιού.



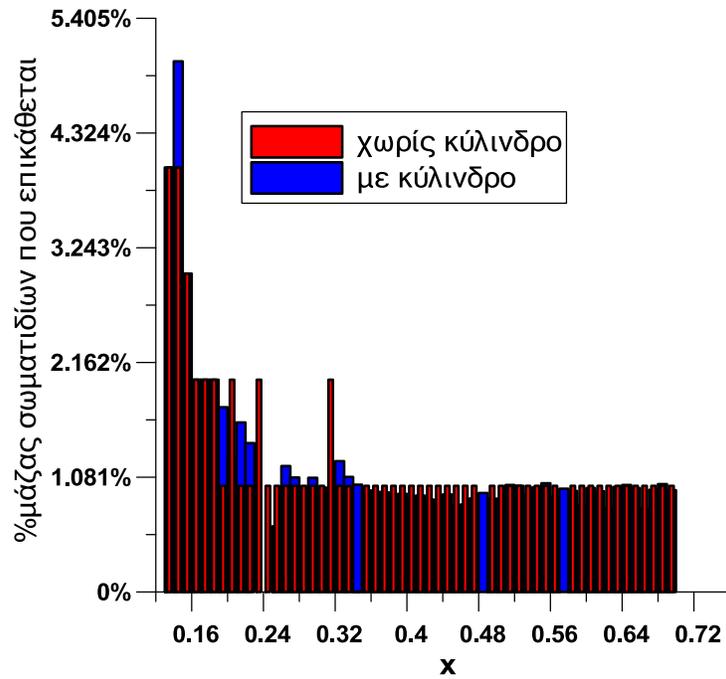
Εικόνα 6-147: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=4 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-148: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=4 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

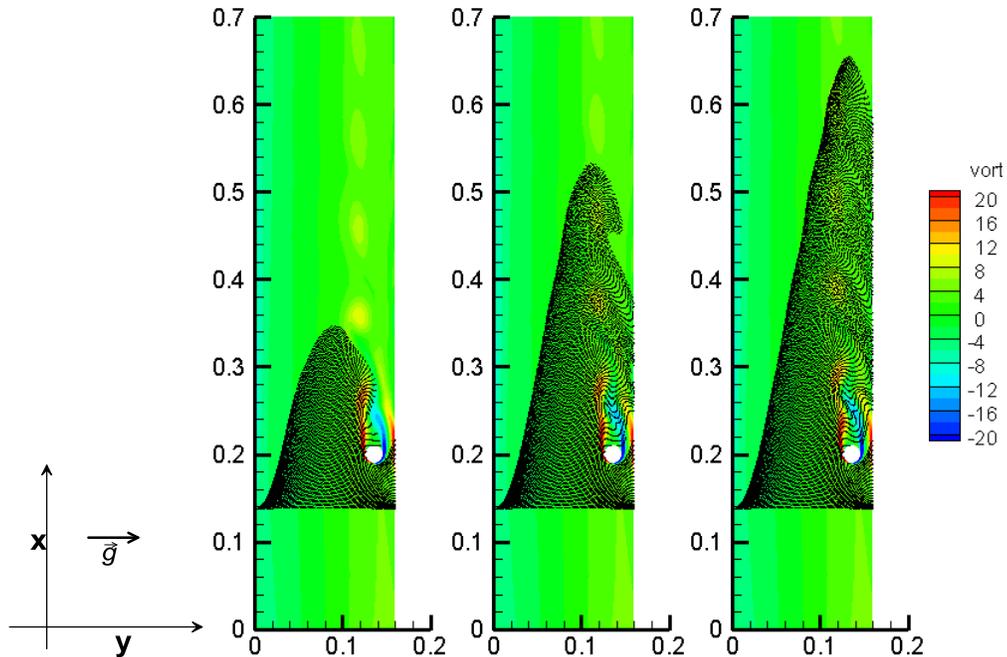


Εικόνα 6-149: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=4 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=7T$ (οι αποστάσεις σε m)

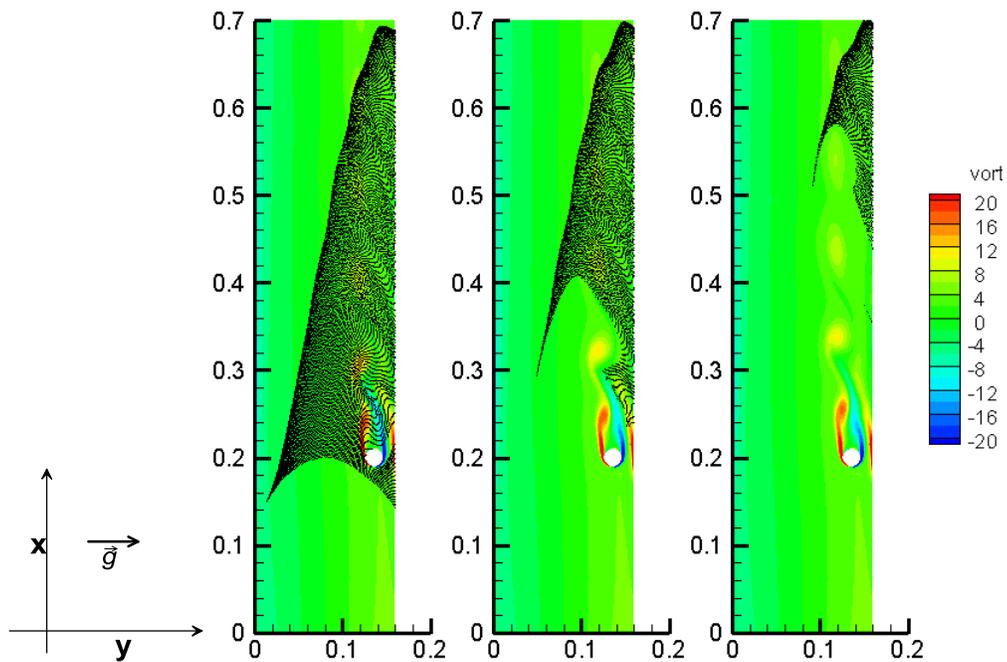


Εικόνα 6-150: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=4 στον αέρα σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

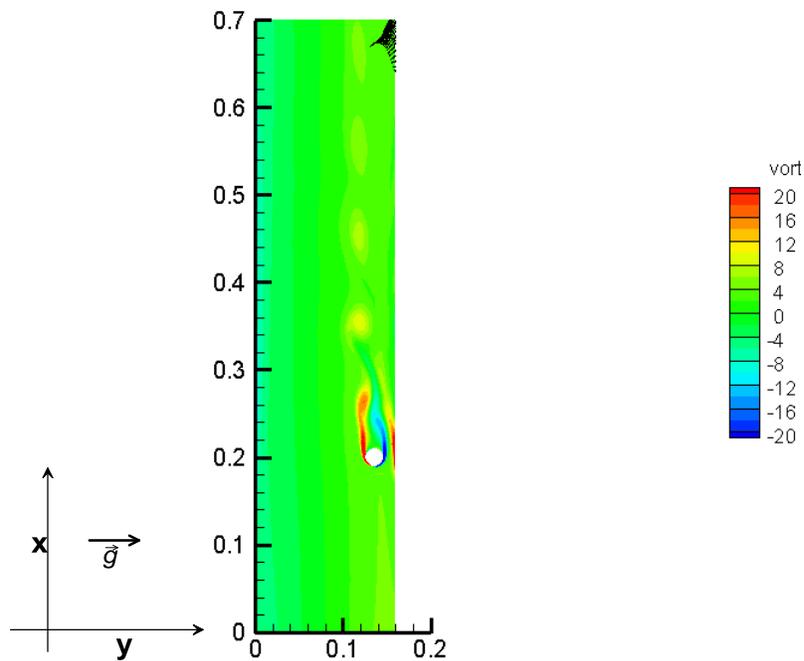
Λόγος αντίστασης/βάρους=3



Εικόνα 6-151: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=3 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

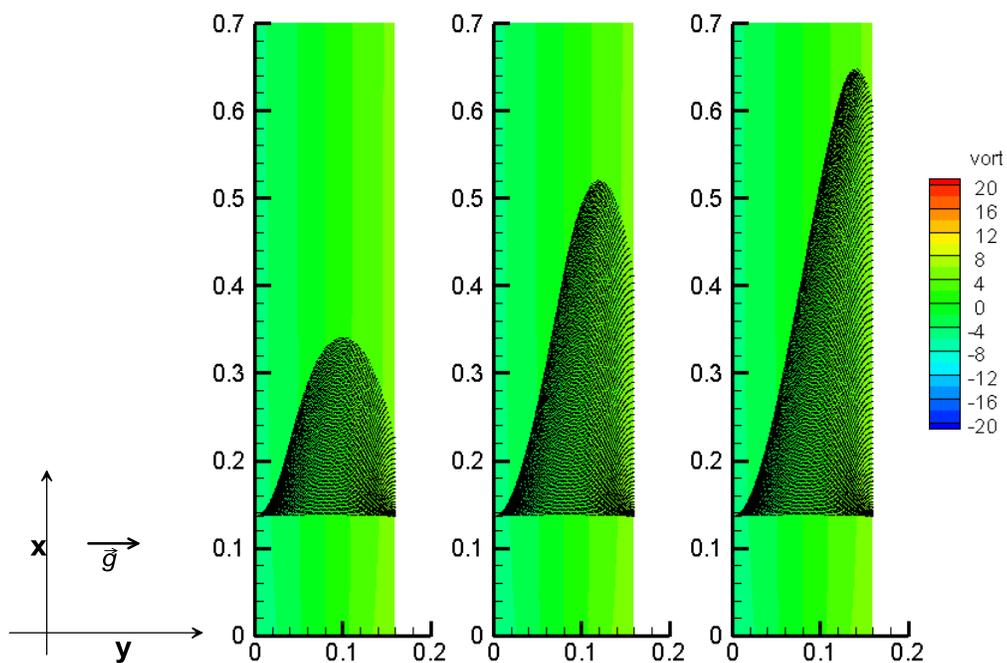


Εικόνα 6-152: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=3 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

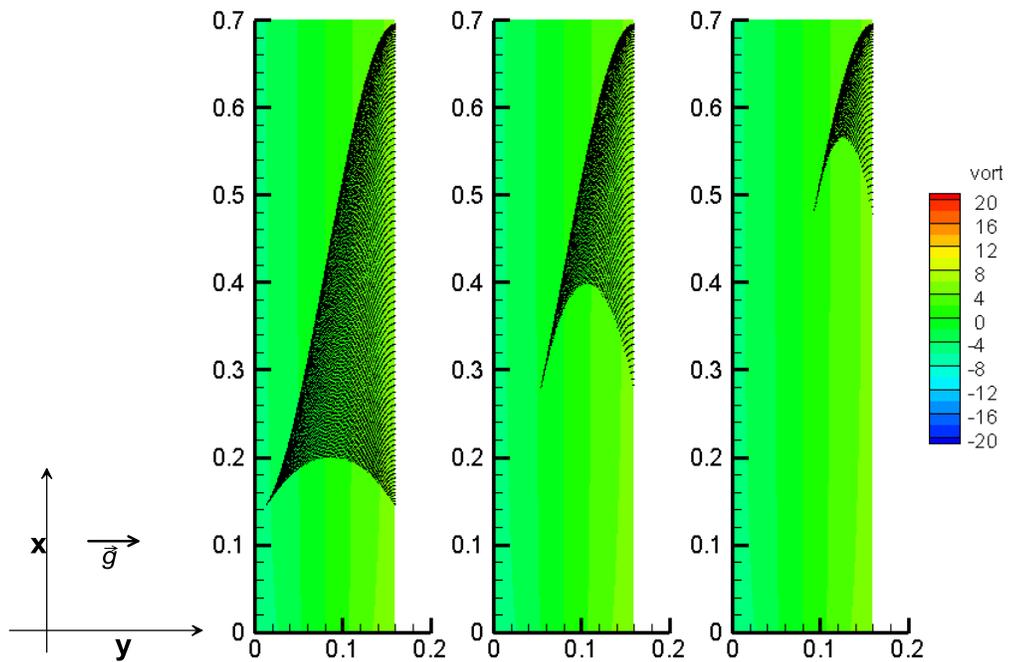


Εικόνα 6-153: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=3 στη ροή αέρα με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=7T$ (οι αποστάσεις σε m)

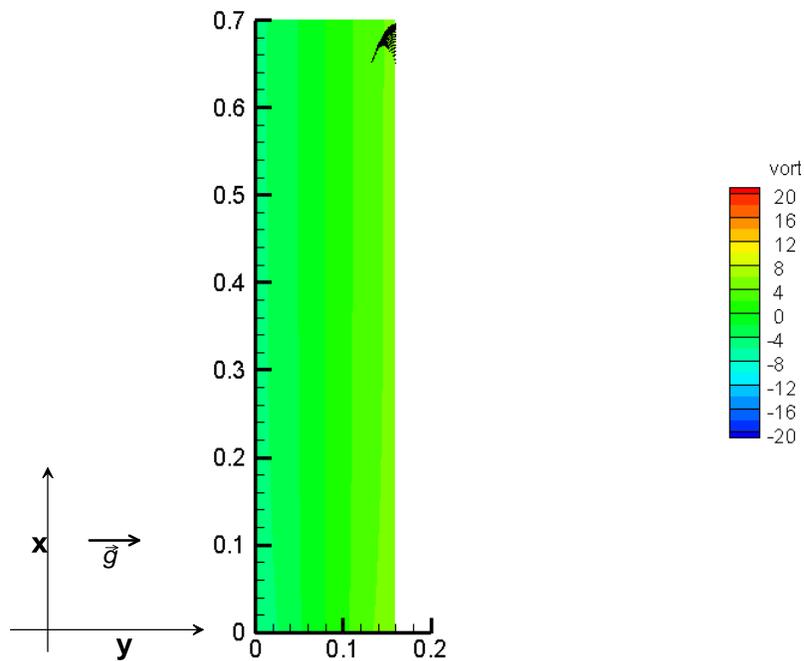
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=3 για την περίπτωση του κενού καναλιού.



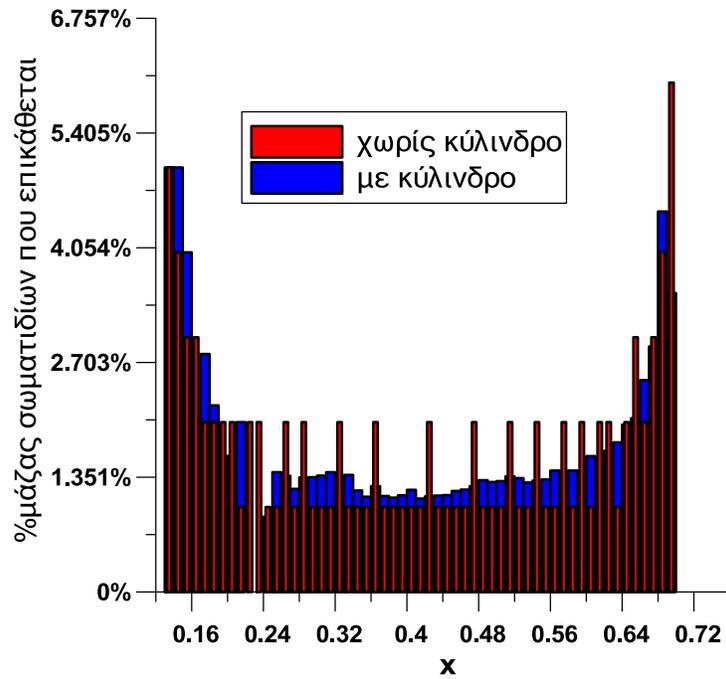
Εικόνα 6-154: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=3 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-155: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=3 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

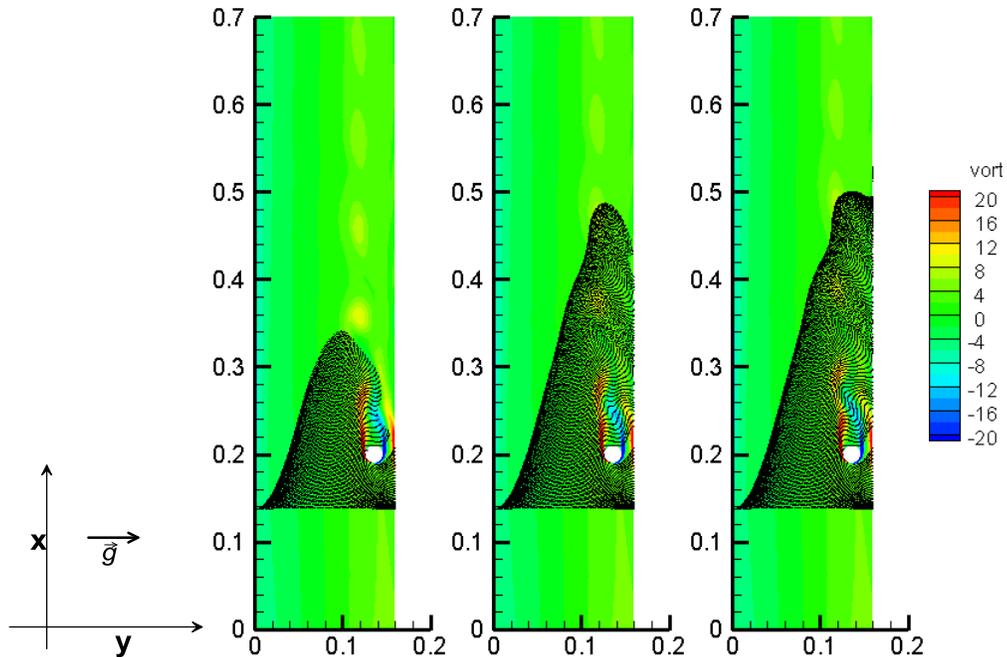


Εικόνα 6-156: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=3 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=7T$ (οι αποστάσεις σε m)

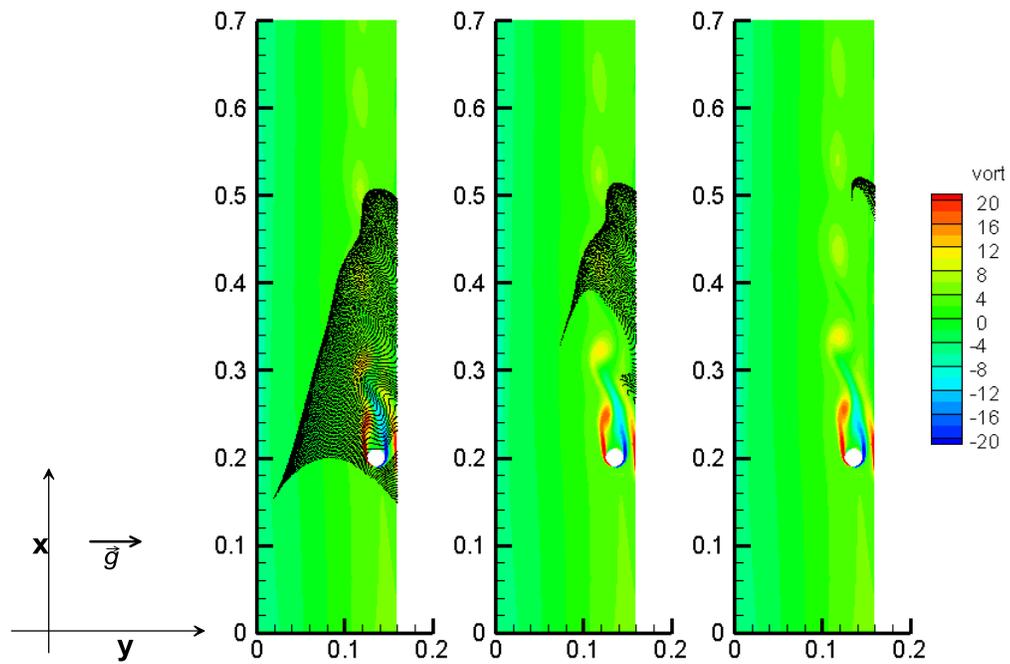


Εικόνα 6-157: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=3 στον αέρα σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

Λόγος αντίστασης/βάρους=2

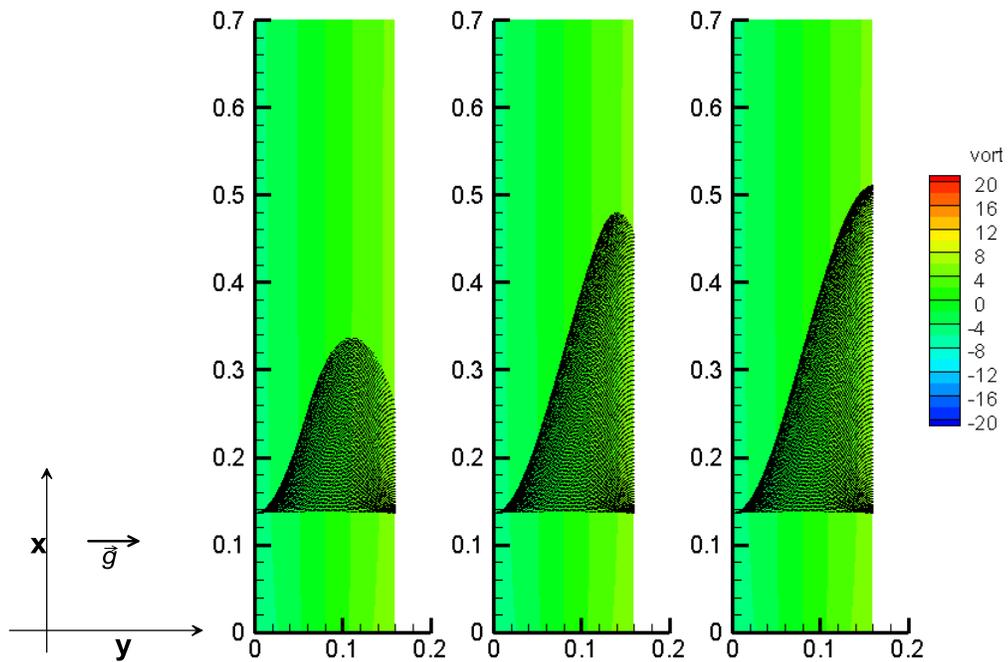


Εικόνα 6-158: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=2 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

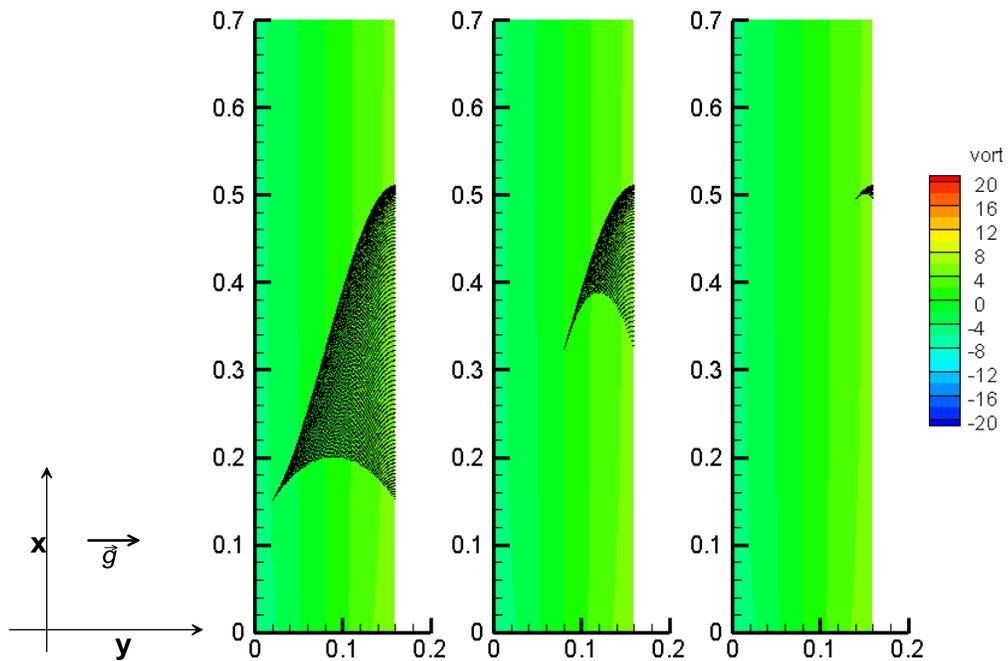


Εικόνα 6-159: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=2 στη ροή αέρα με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

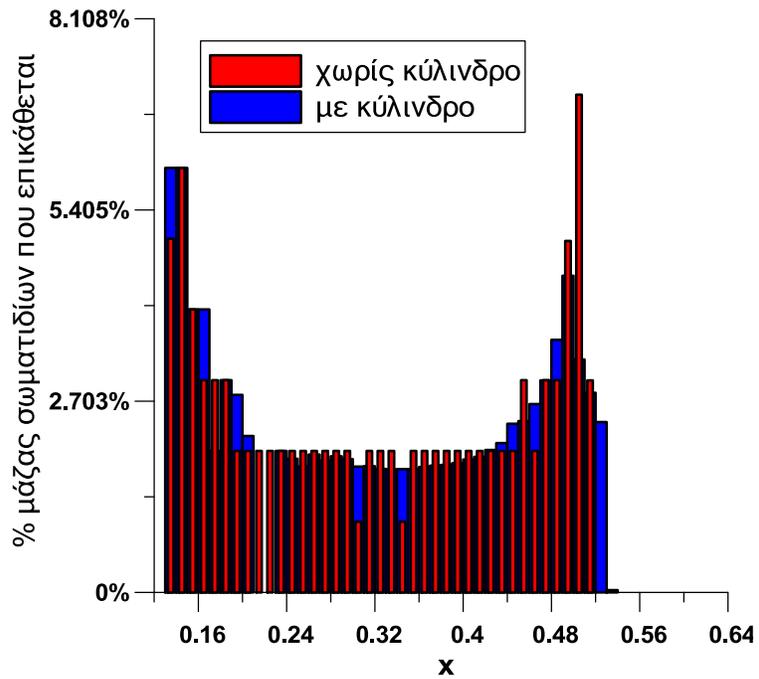
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=2 για την περίπτωση του κενού καναλιού.



Εικόνα 6-160: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=2 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-161: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=2 στη ροή αέρα χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

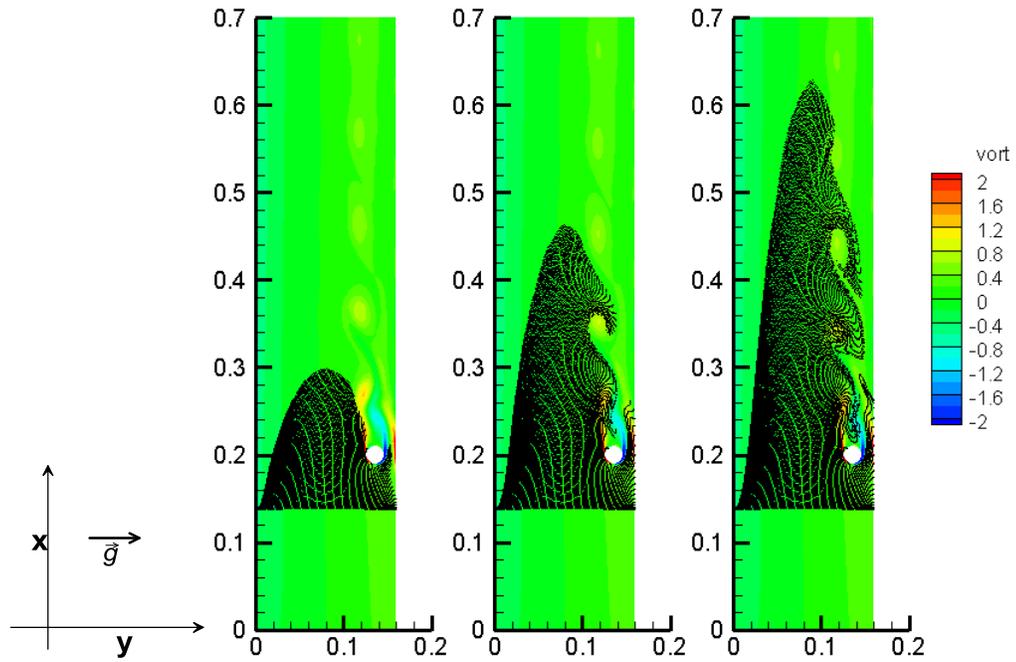


Εικόνα 6-162: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=2 στον αέρα σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

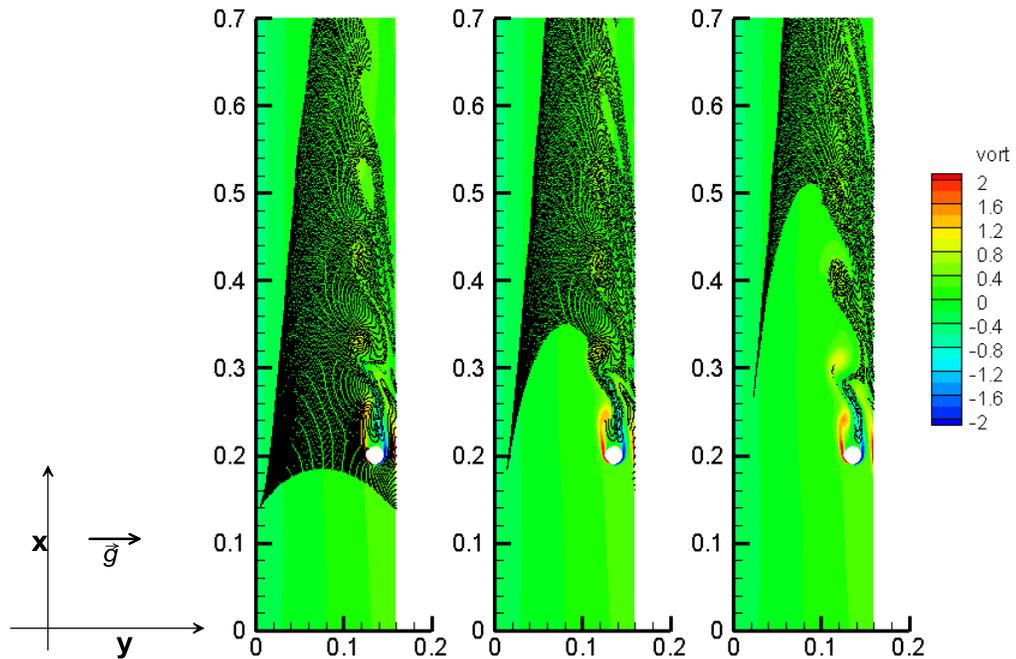
6.1.4. Εύρος σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=[2,9] σε νερό

Ακολουθούν τα διαγράμματα για κάθε διάμετρο για 13 χρονικές στιγμές που αντιστοιχούν περίπου σε 13 περιόδους της ταλάντωσης του ομόρρου.

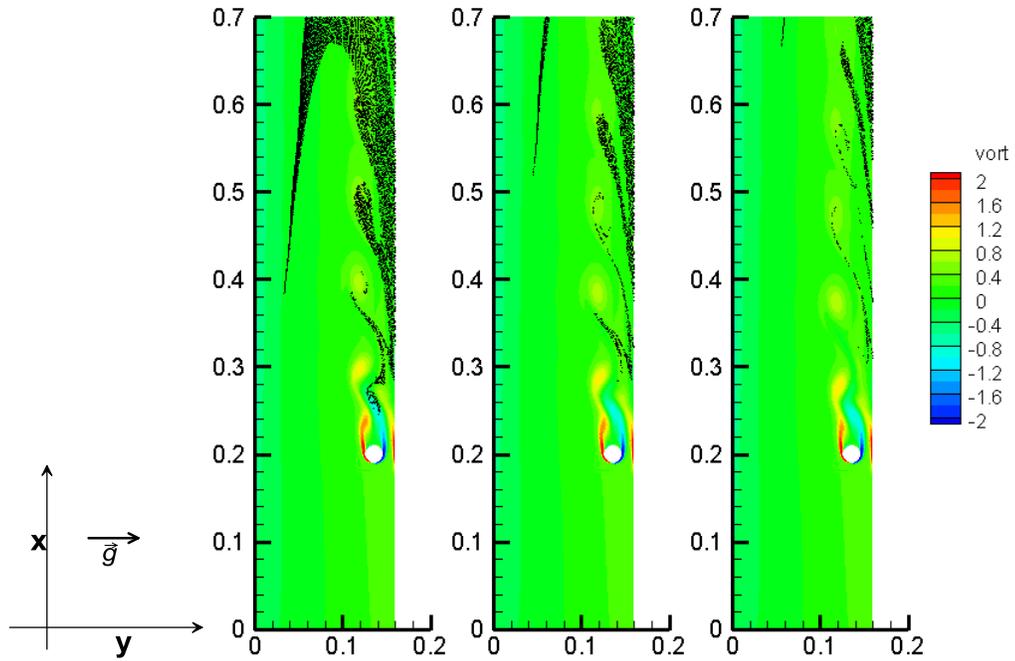
Λόγος αντίστασης/βάρος=9



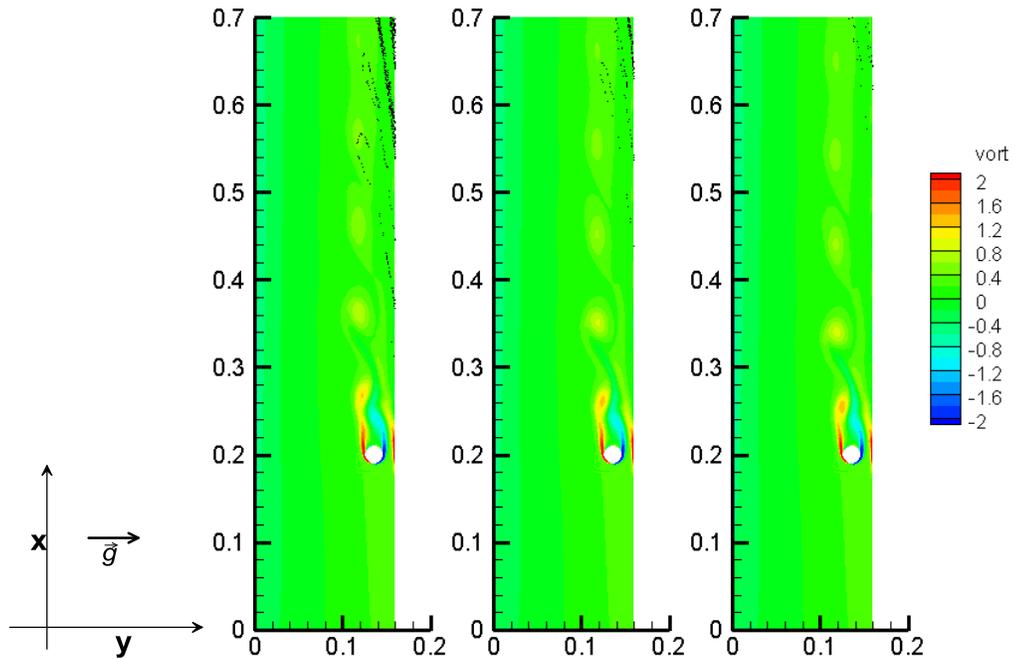
Εικόνα 6-163: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=9 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



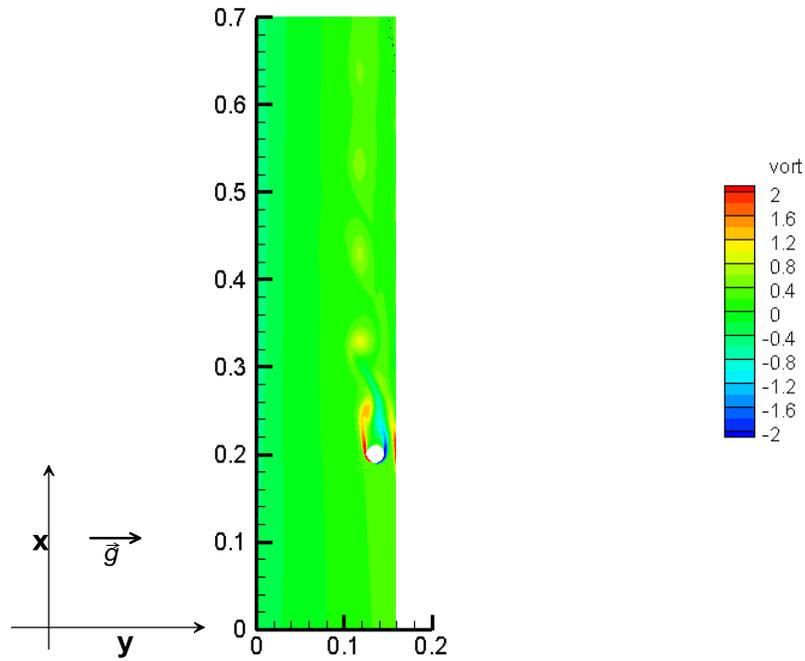
Εικόνα 6-164: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=9 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-165: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=9 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T,8T,9T$ (οι αποστάσεις σε m)

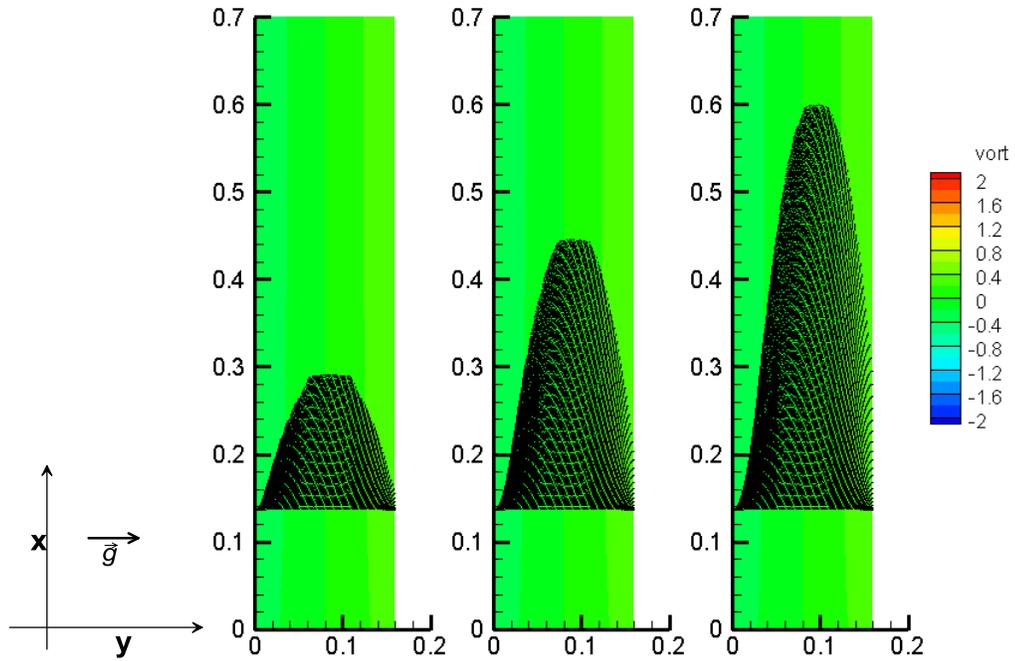


Εικόνα 6-166: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=9 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=10T,11T,12T$ (οι αποστάσεις σε m)

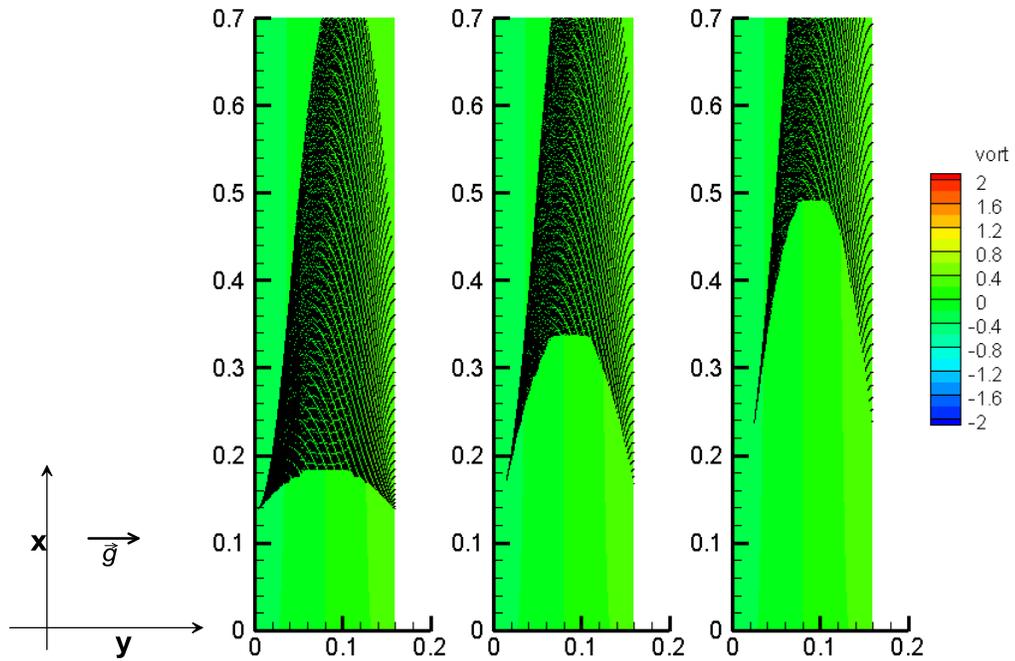


Εικόνα 6-167: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=9 στη ροή νερού με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=13T$ (οι αποστάσεις σε m)

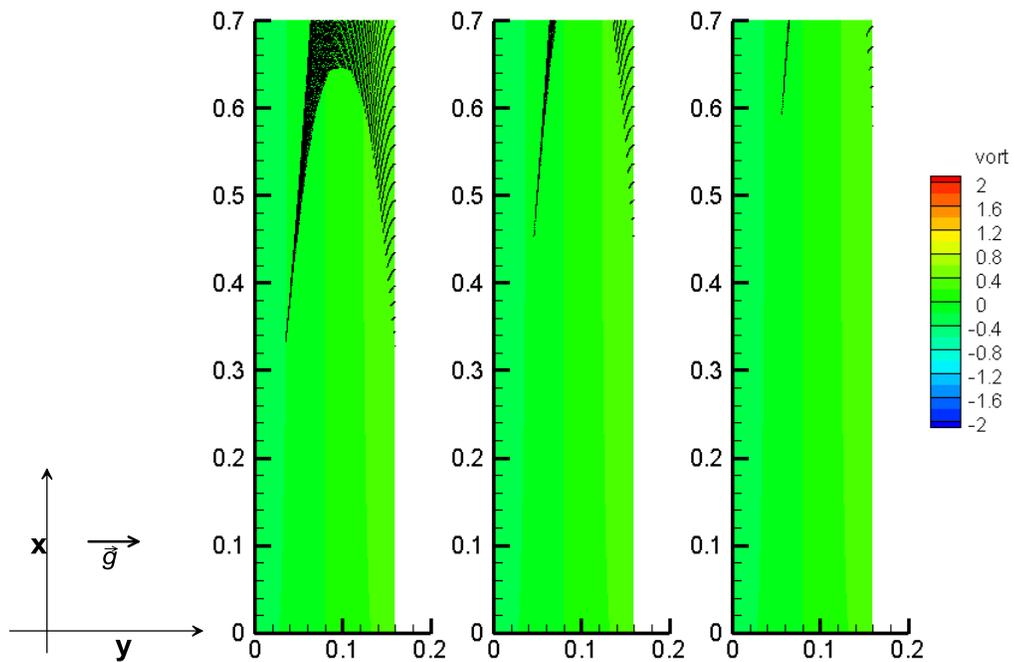
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων λόγου αντίστασης/βάρος=9 για την περίπτωση του κενού καναλιού.



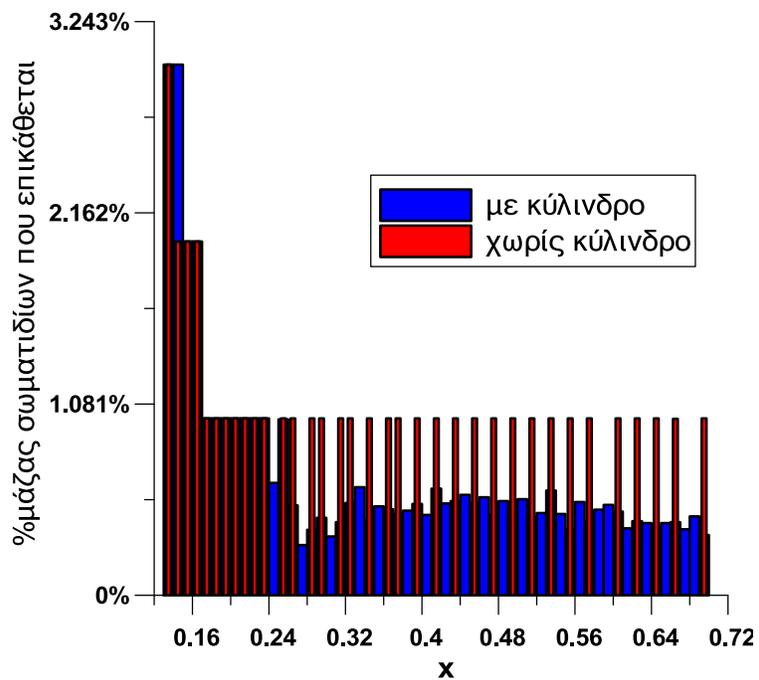
Εικόνα 6-168: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=9 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-169: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=9 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

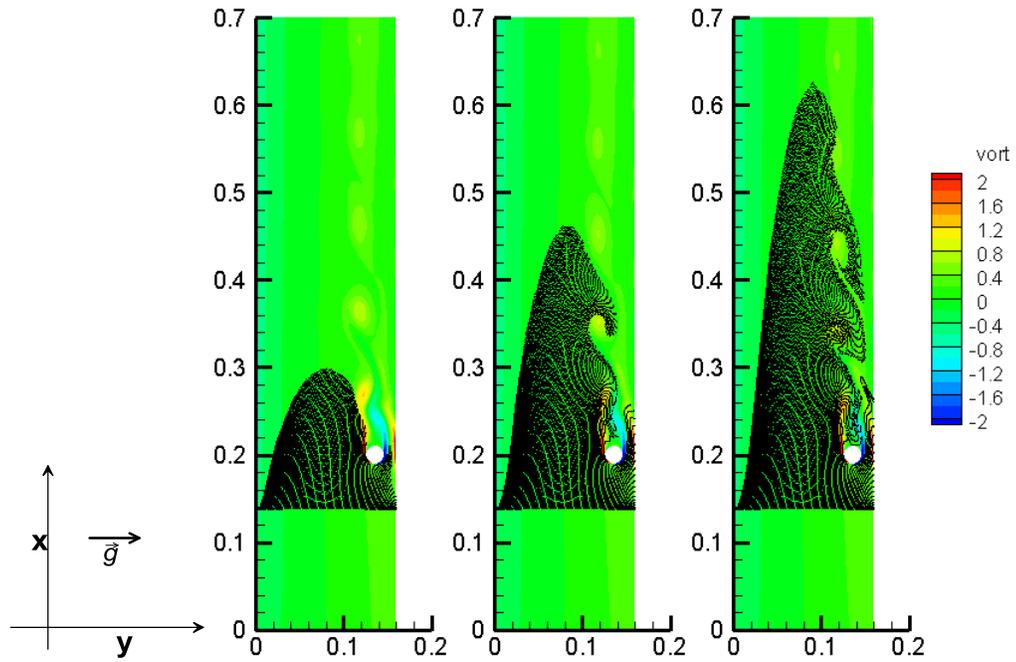


Εικόνα 6-170: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=9 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

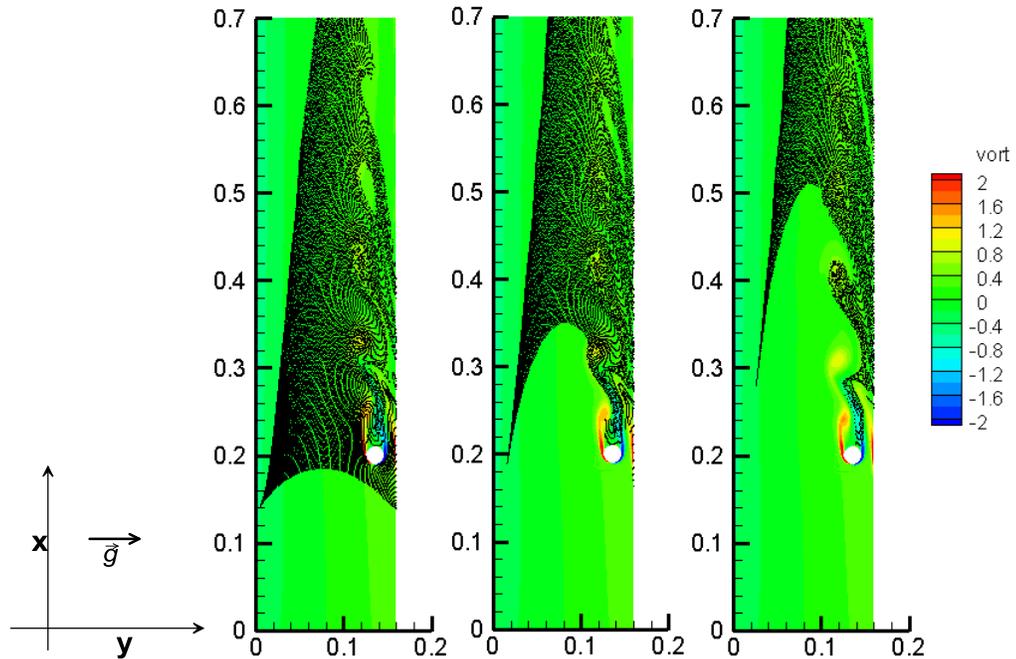


Εικόνα 6-171: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=9 στο νερό σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

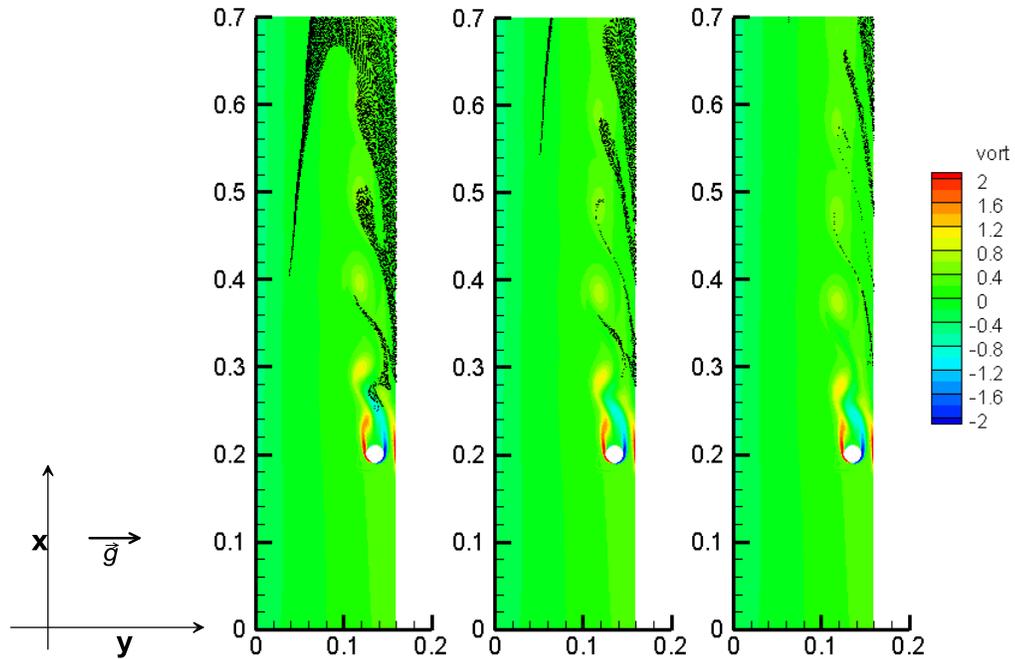
Λόγος αντίστασης/βάρος=8



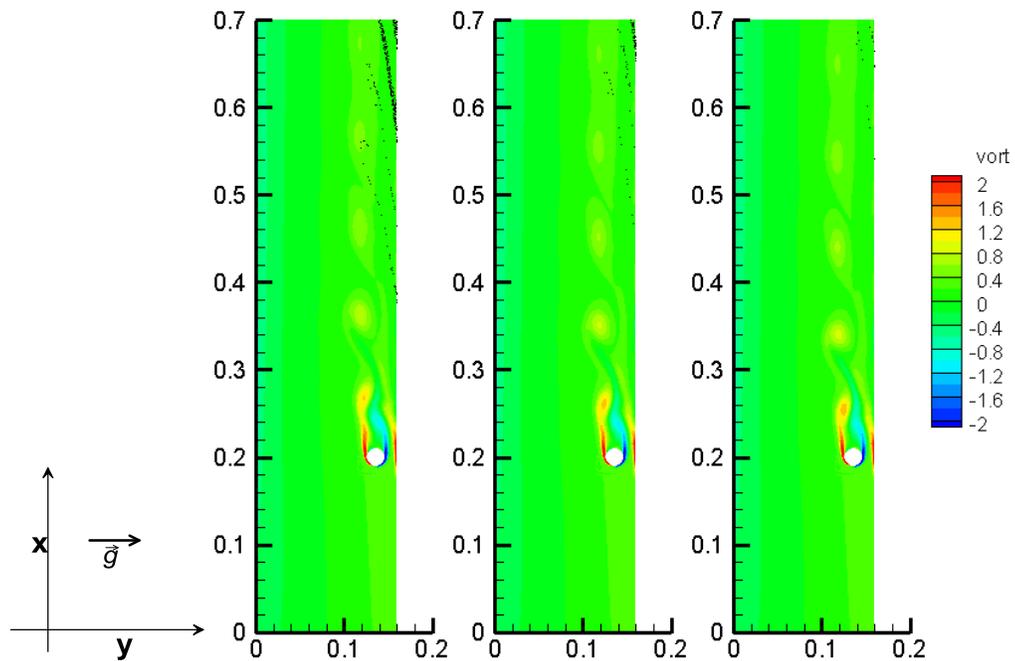
Εικόνα 6-172: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=8 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



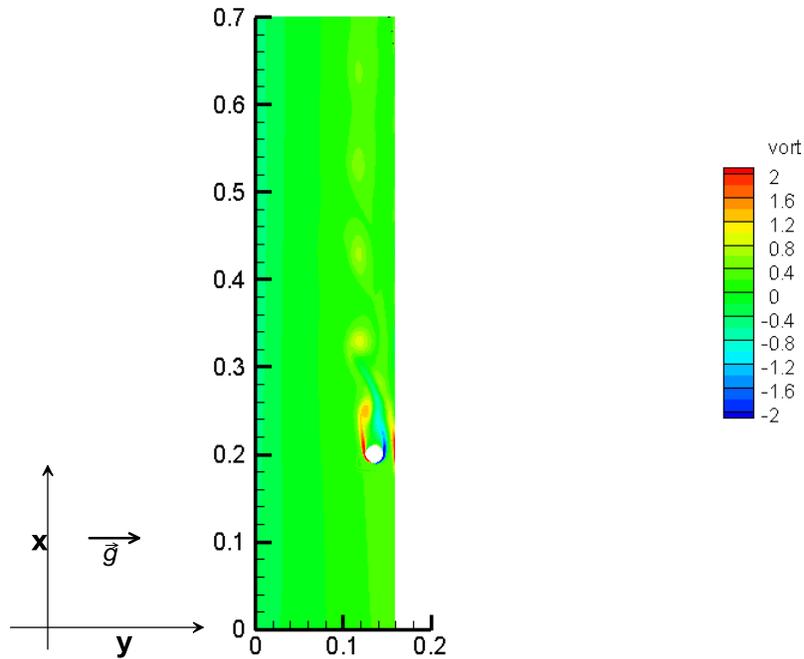
Εικόνα 6-173: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=8 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-174: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=8 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

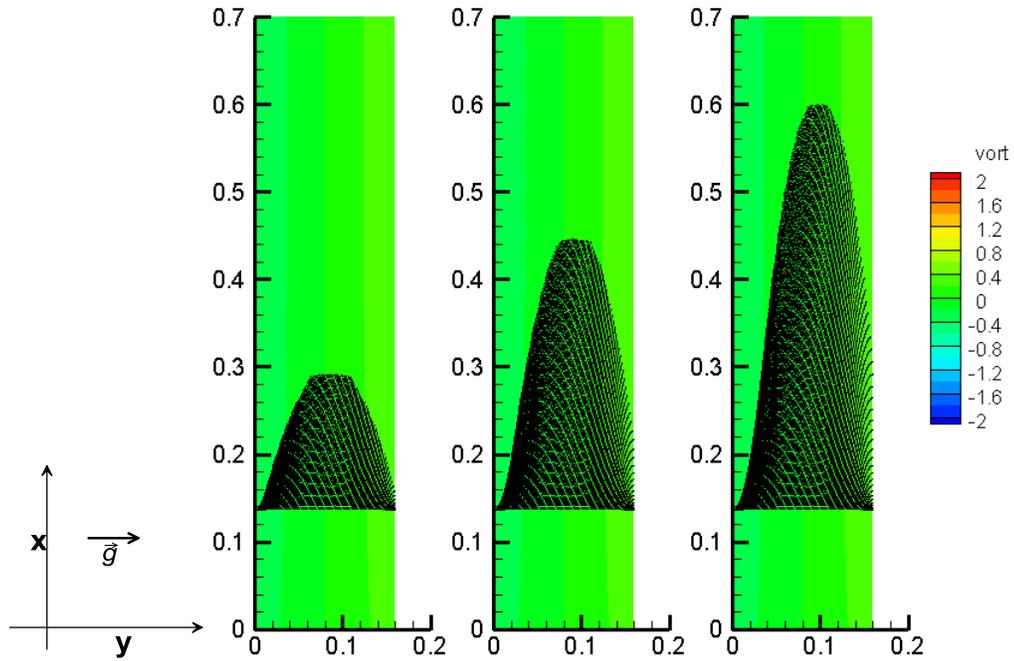


Εικόνα 6-175: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=8 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

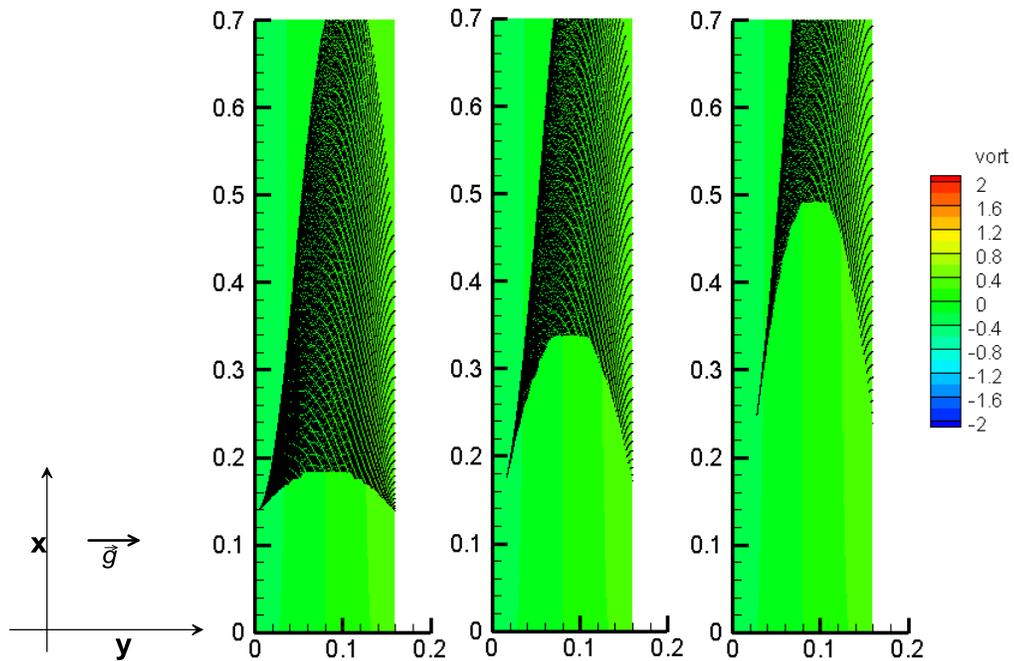


Εικόνα 6-176: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=8 στη ροή νερού με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=13T$ (οι αποστάσεις σε m)

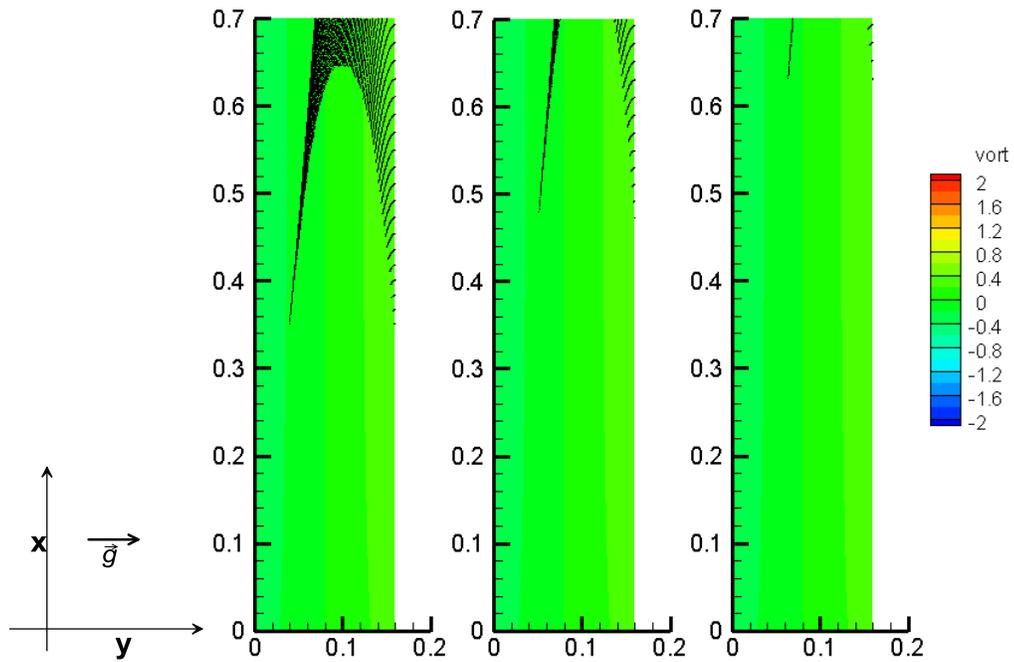
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων λόγου αντίστασης/βάρος=8 για την περίπτωση του κενού καναλιού.



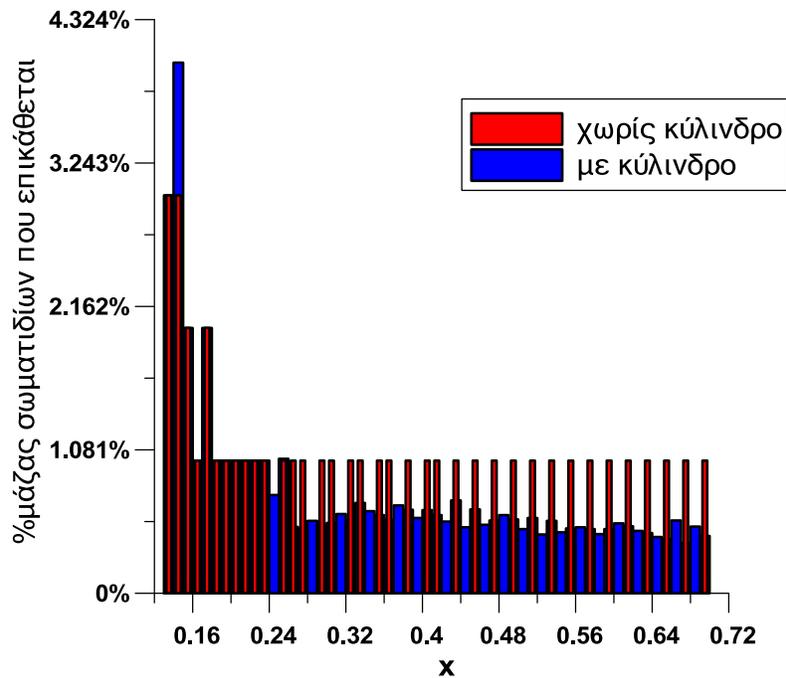
Εικόνα 6-177: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=8 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-178: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=8 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

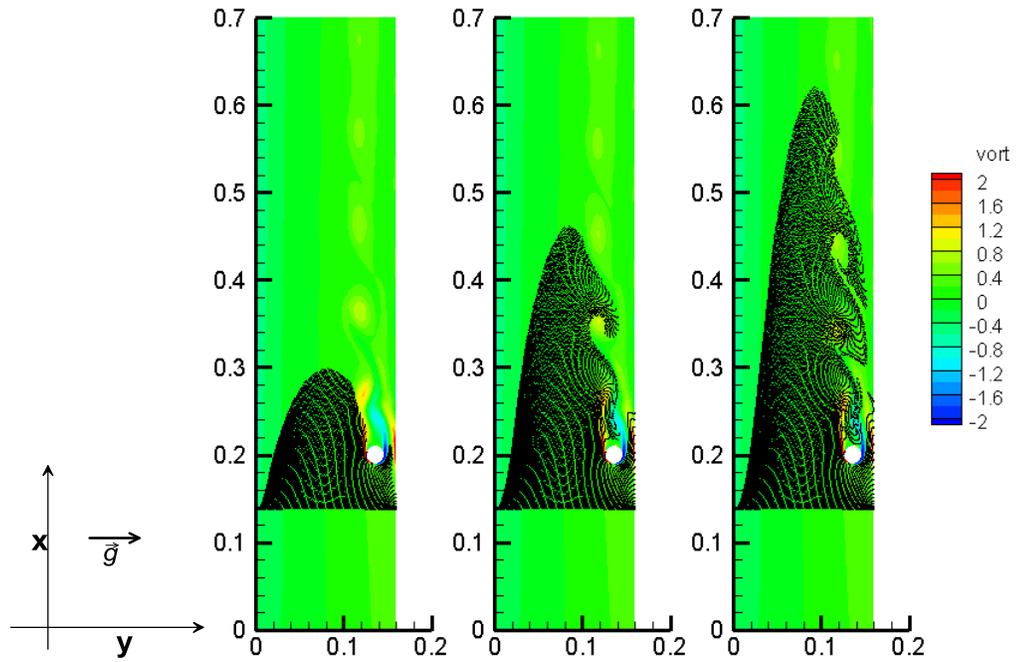


Εικόνα 6-179: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=8 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

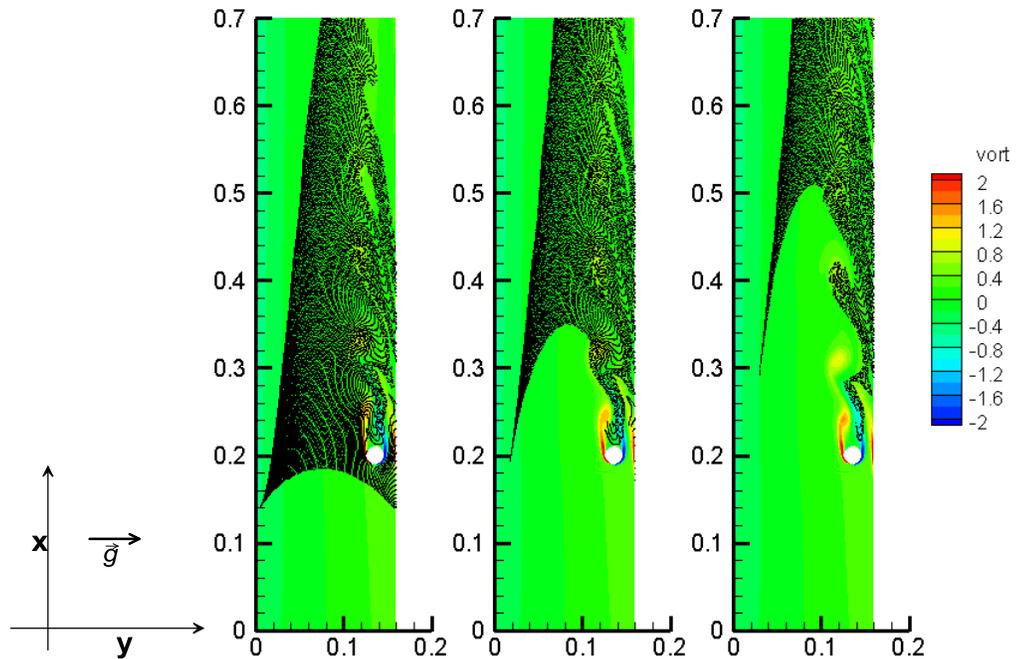


Εικόνα 6-180: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=8 στο νερό σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

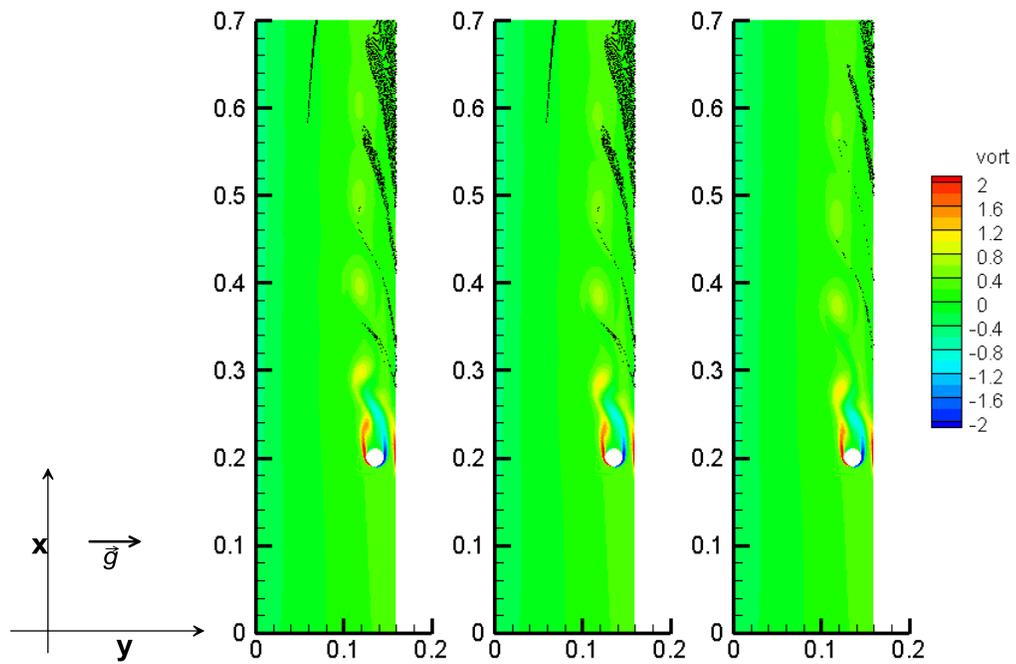
Λόγος αντίστασης/βάρους=7



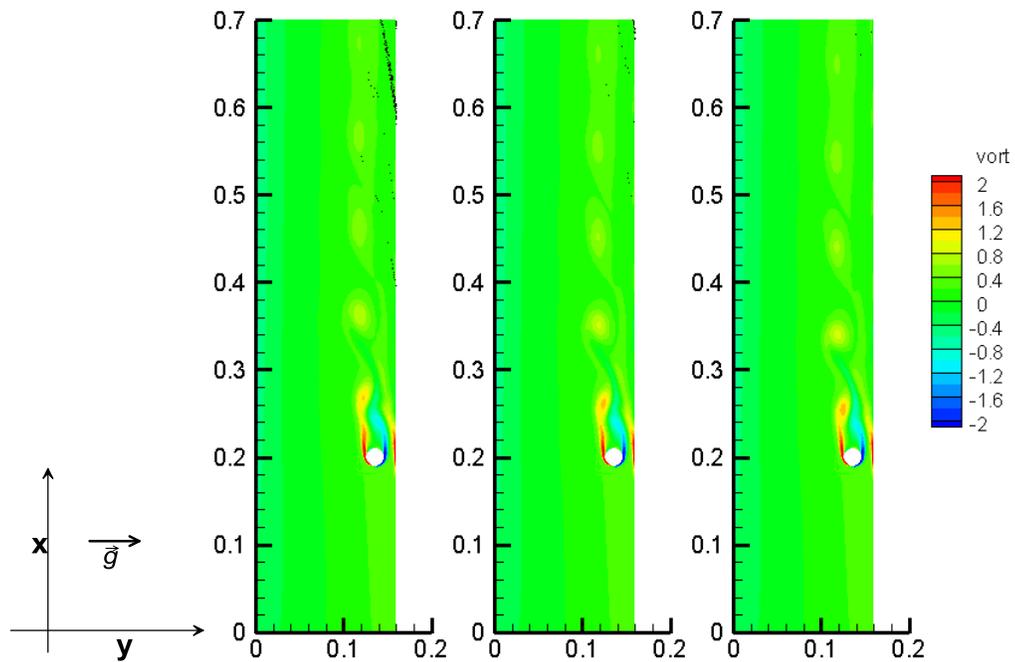
Εικόνα 6-181: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=7 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



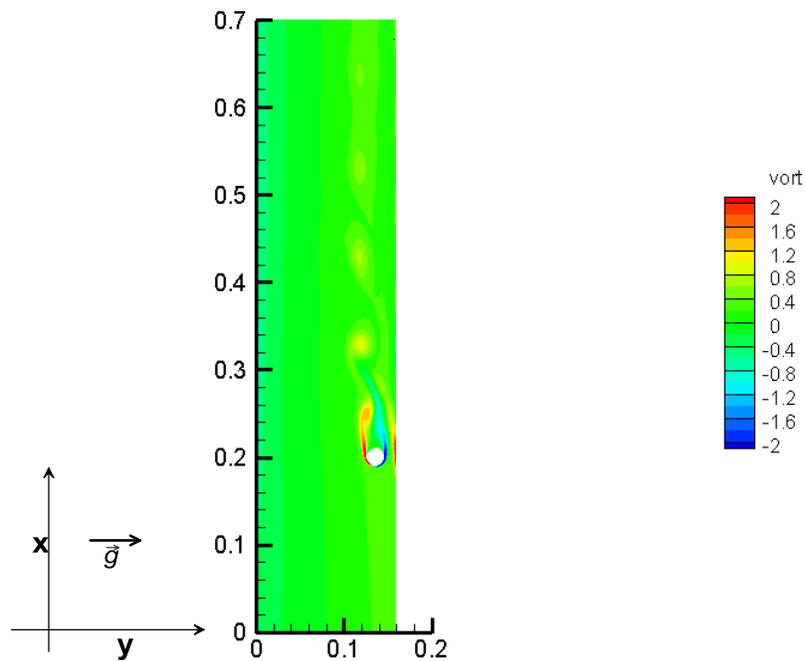
Εικόνα 6-182: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=7 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-183: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=7 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

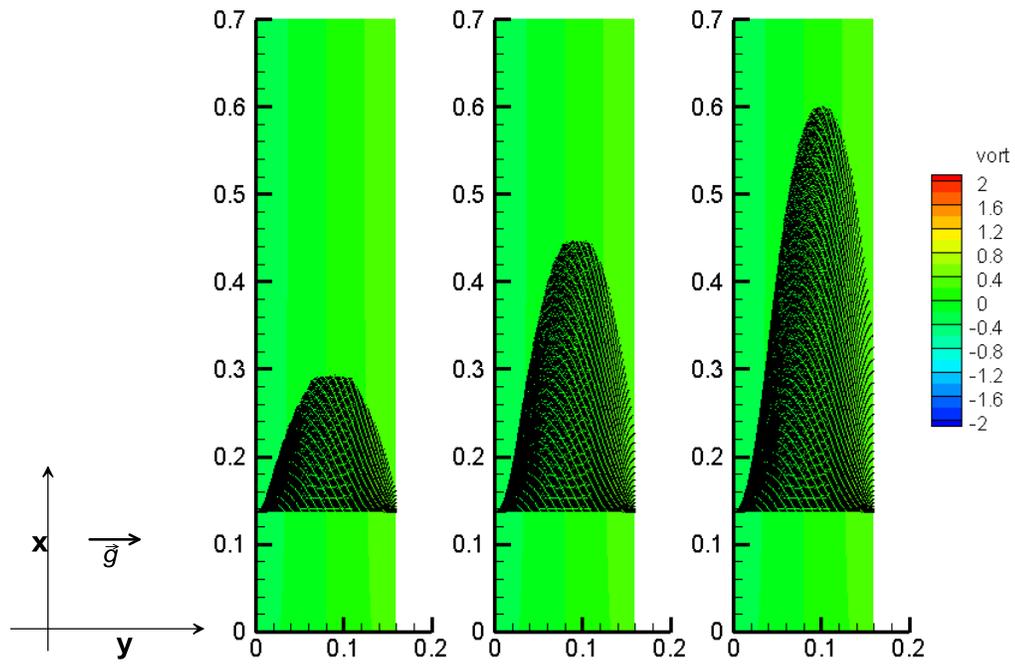


Εικόνα 6-184: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=7 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

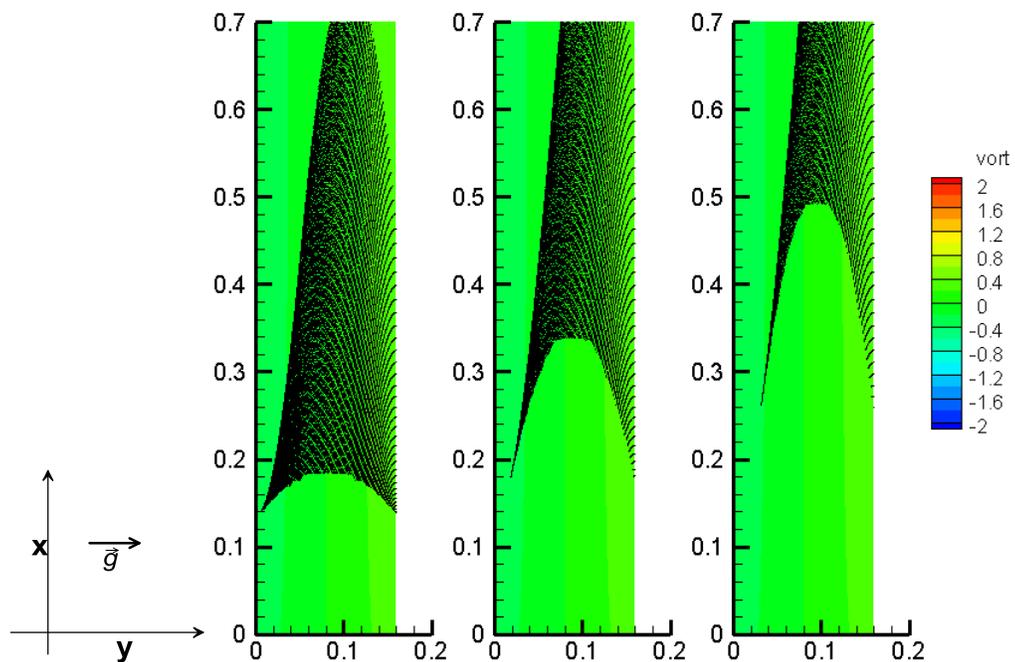


Εικόνα 6-185: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=7 στη ροή νερού με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=13T$ (οι αποστάσεις σε m)

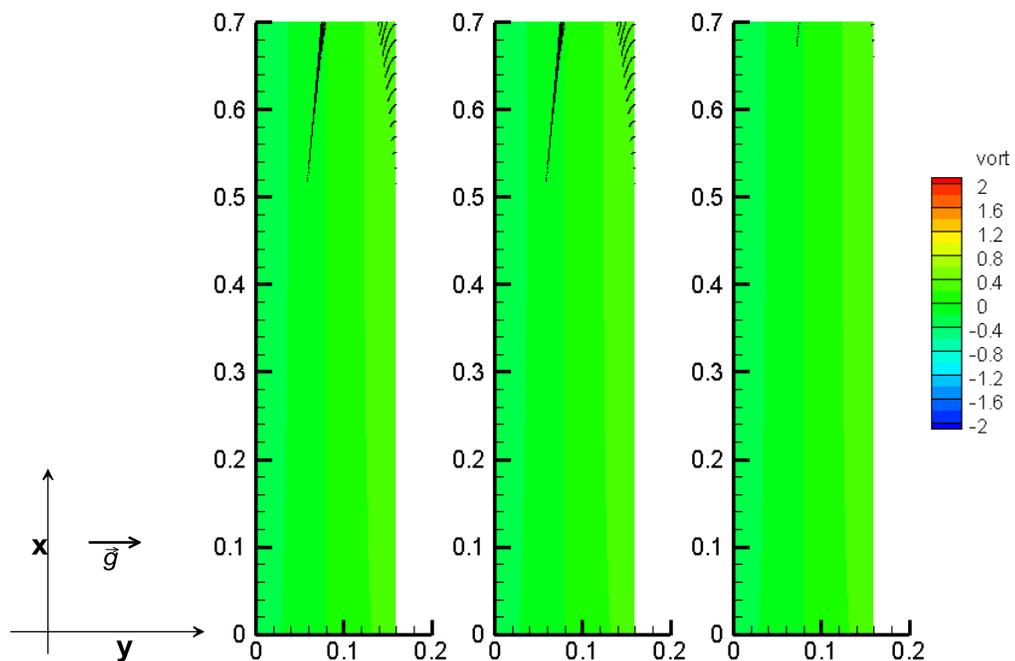
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=7 για την περίπτωση του κενού καναλιού.



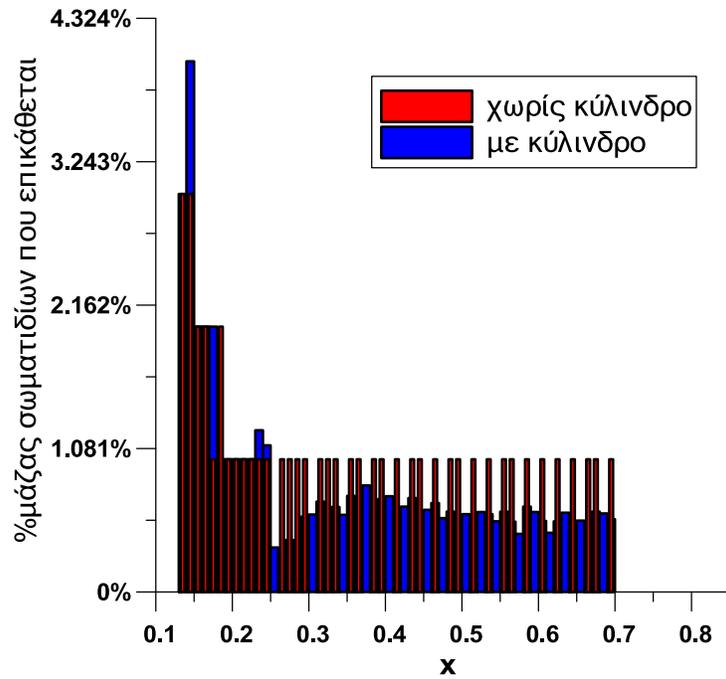
Εικόνα 6-186: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=7 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-187: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=7 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

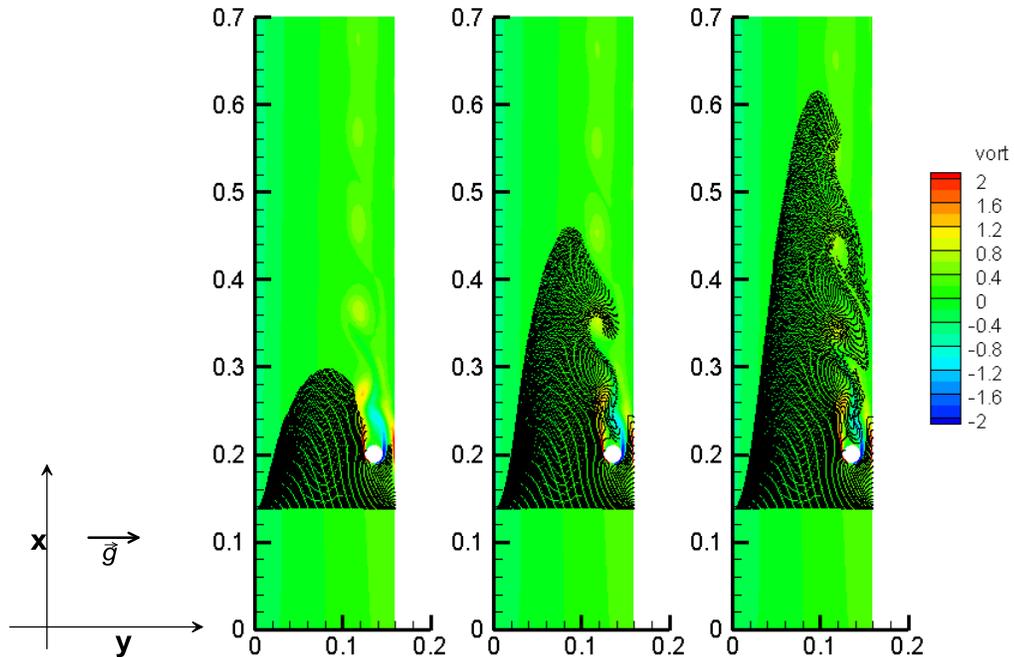


Εικόνα 6-188: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=7 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

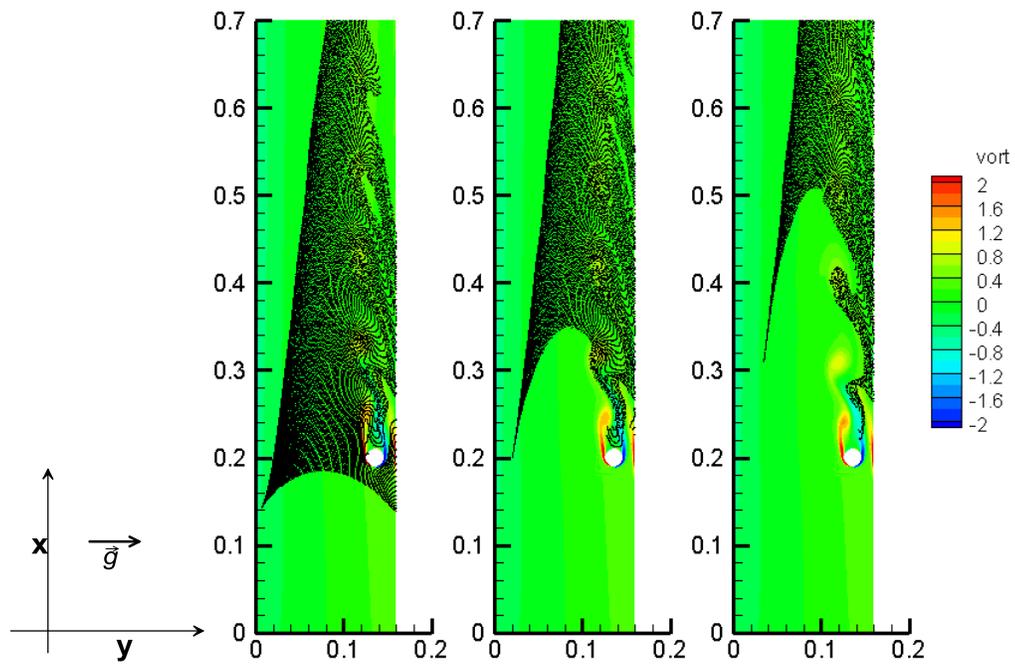


Εικόνα 6-189: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=7 στο νερό σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

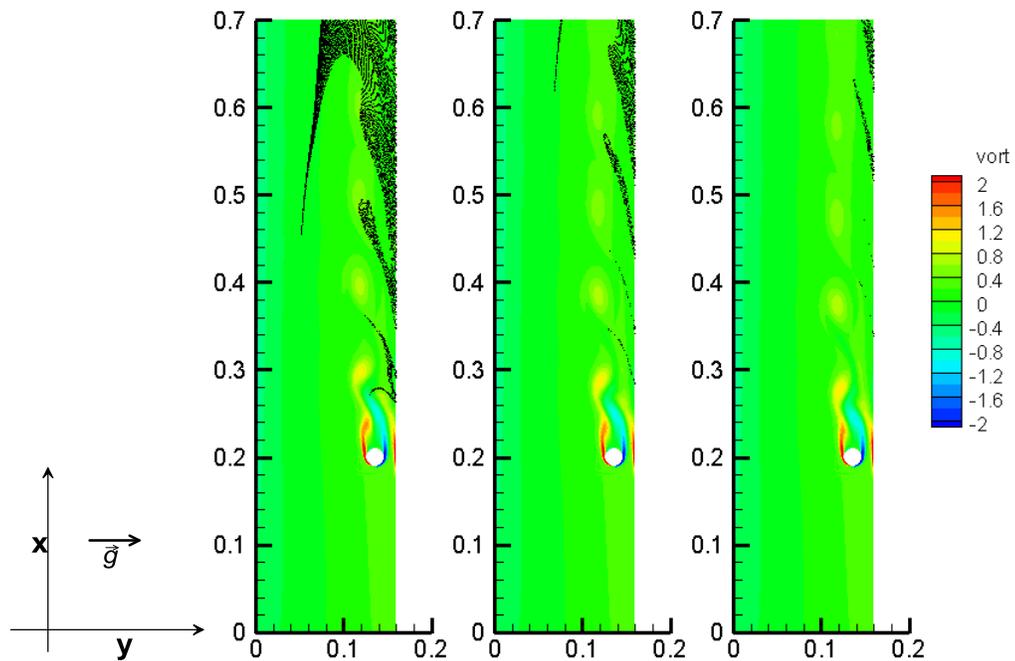
Λόγος αντίστασης/βάρους=6



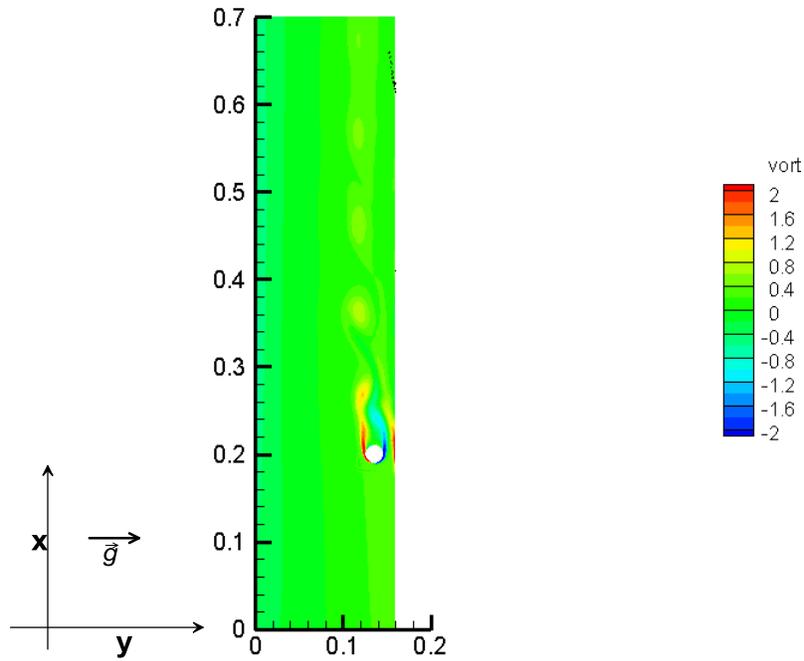
Εικόνα 6-190: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=6 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-191: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=6 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

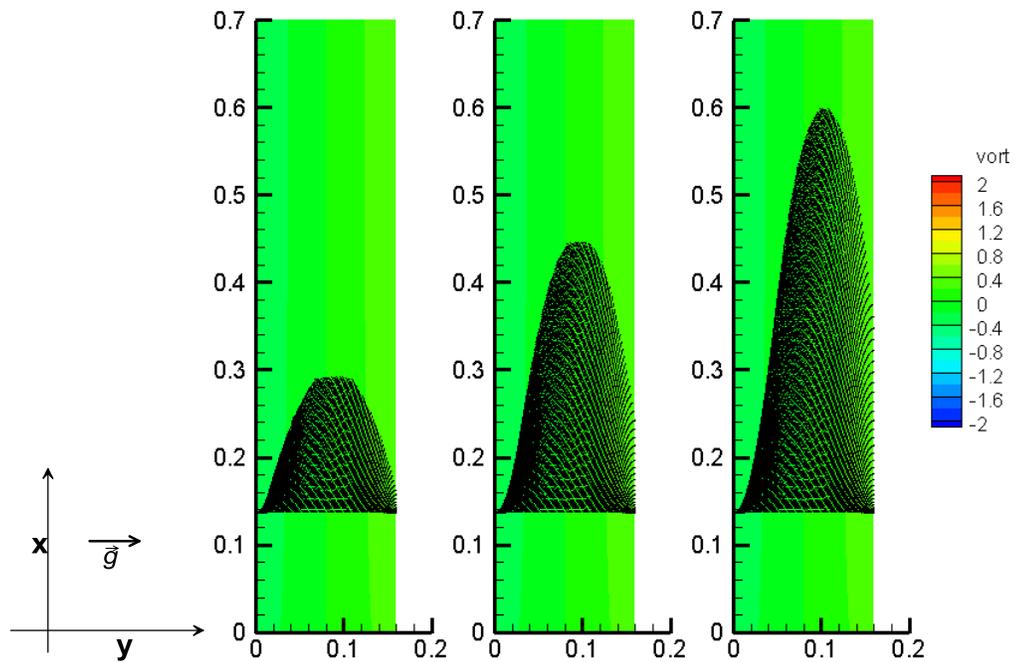


Εικόνα 6-192: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=6 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

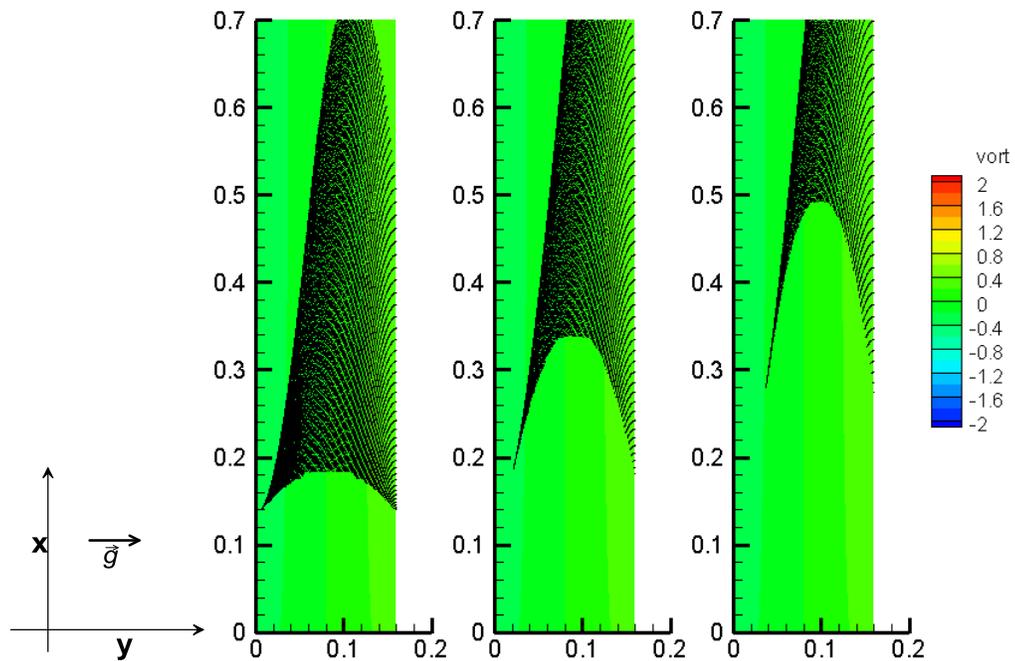


Εικόνα 6-193: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=6 στη ροή νερού με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=10T$ (οι αποστάσεις σε m)

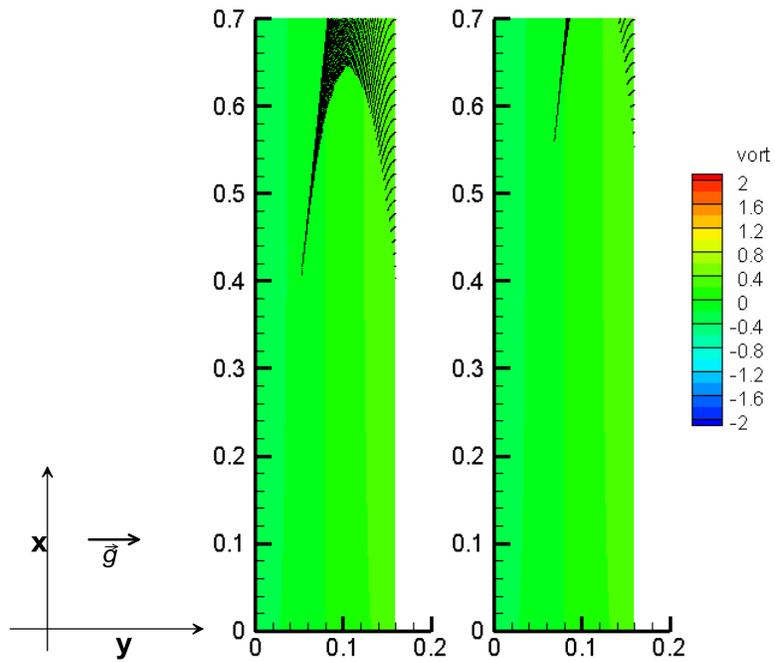
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων λόγου αντίστασης/βάρος=6 για την περίπτωση του κενού καναλιού.



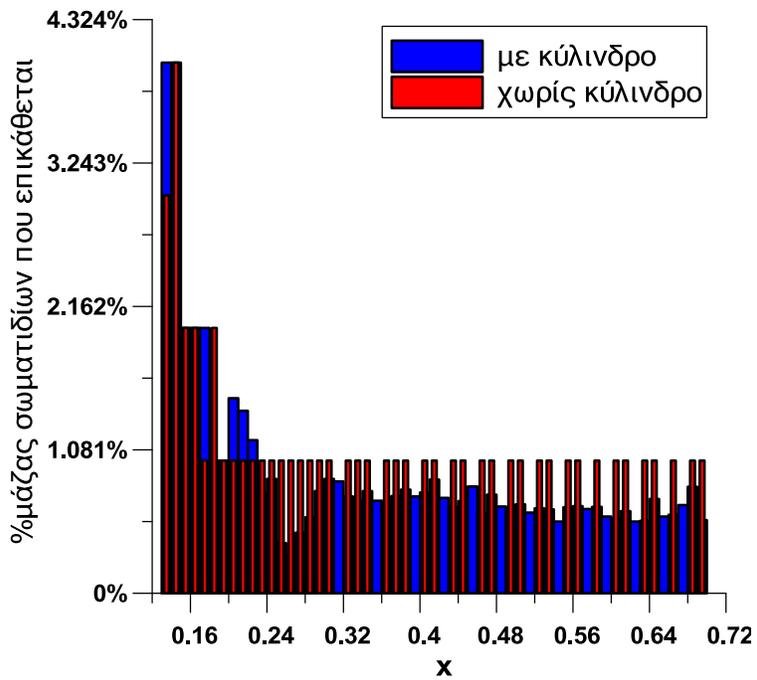
Εικόνα 6-194: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=6 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-195: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=6 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

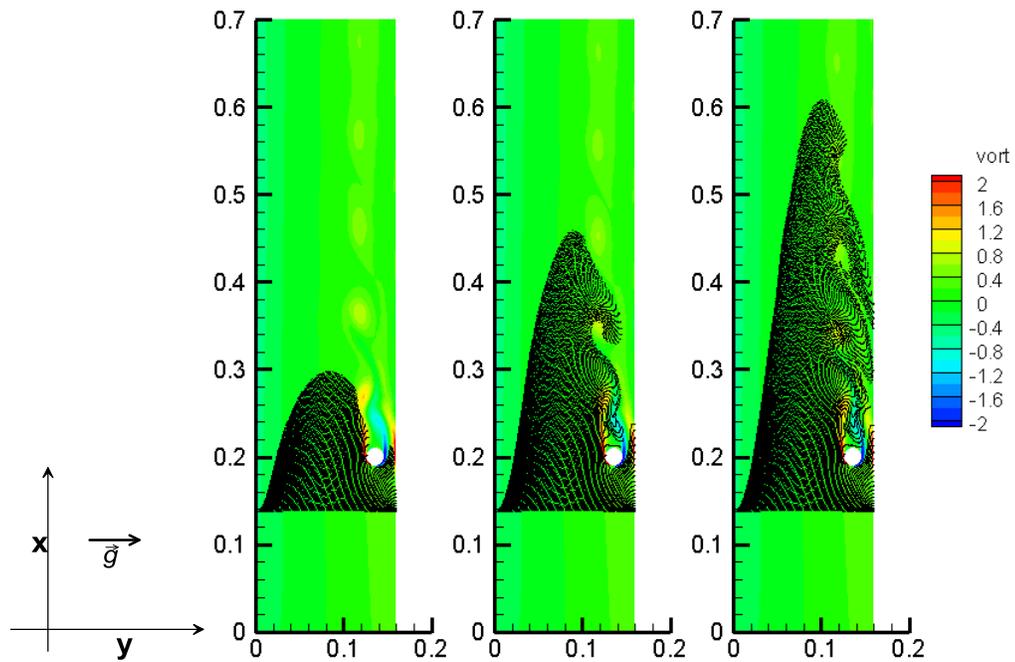


Εικόνα 6-196: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=6 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T$ (οι αποστάσεις σε m)

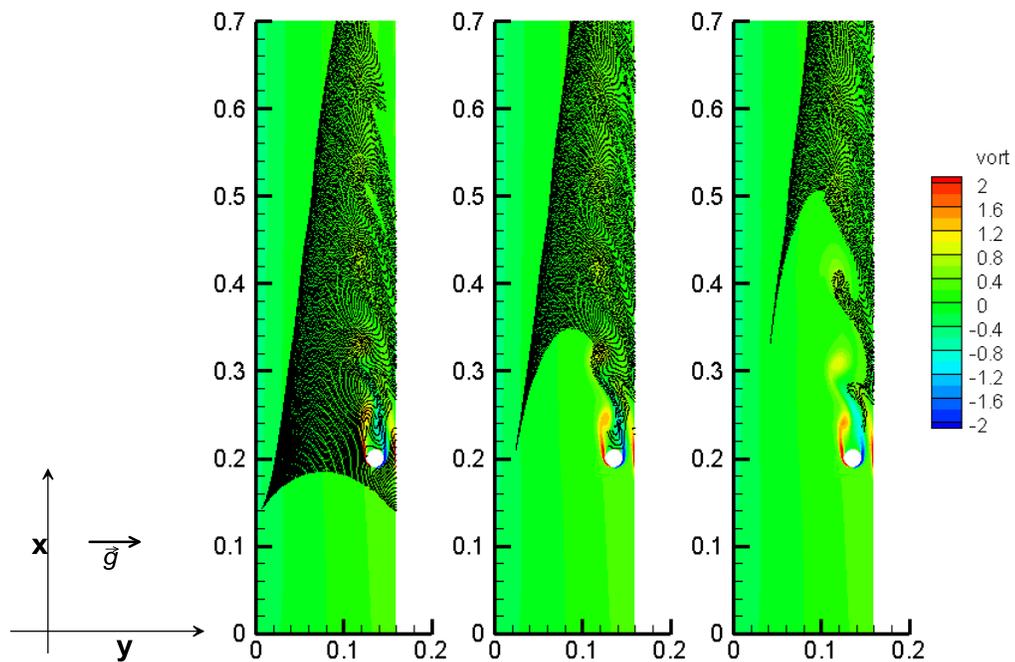


Εικόνα 6-197: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=6 στο νερό σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

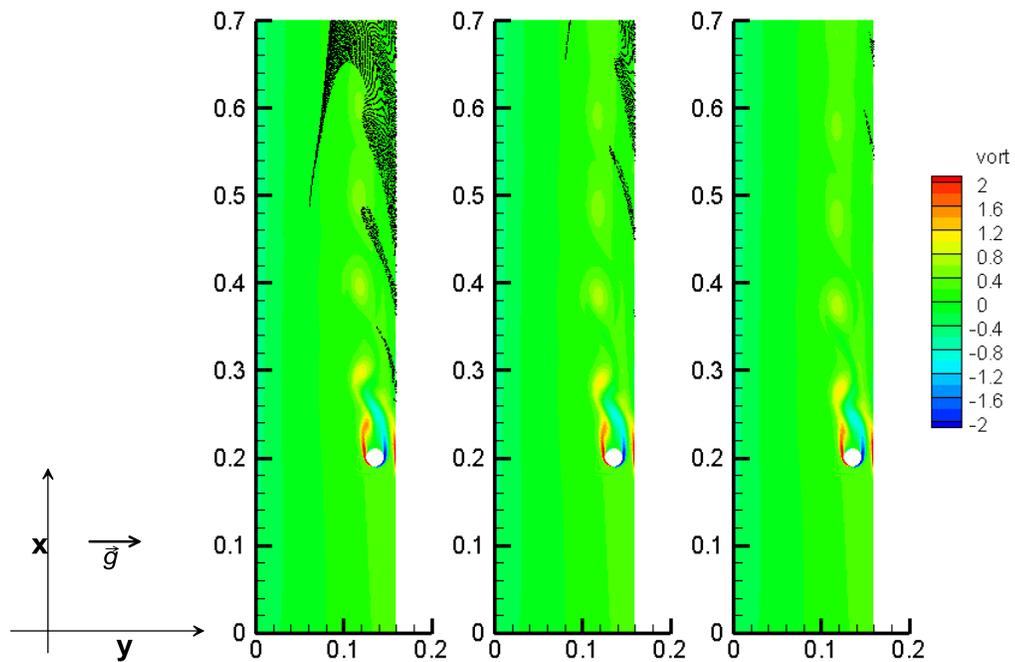
Λόγος αντίστασης/βάρους=5



Εικόνα 6-198: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=5 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

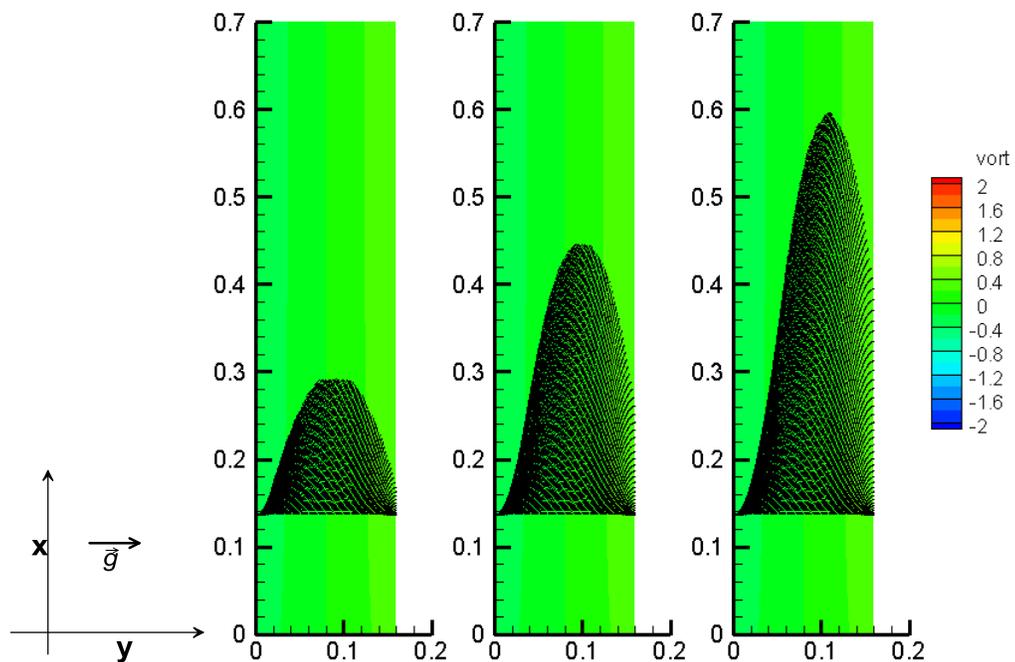


Εικόνα 6-199: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=5 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

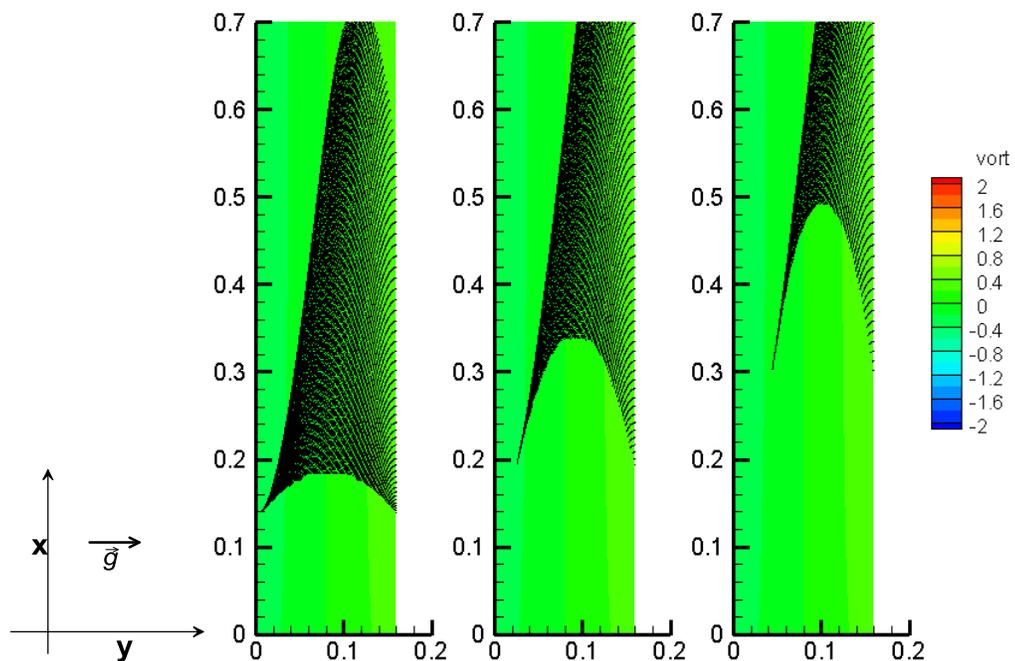


Εικόνα 6-200: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=5 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

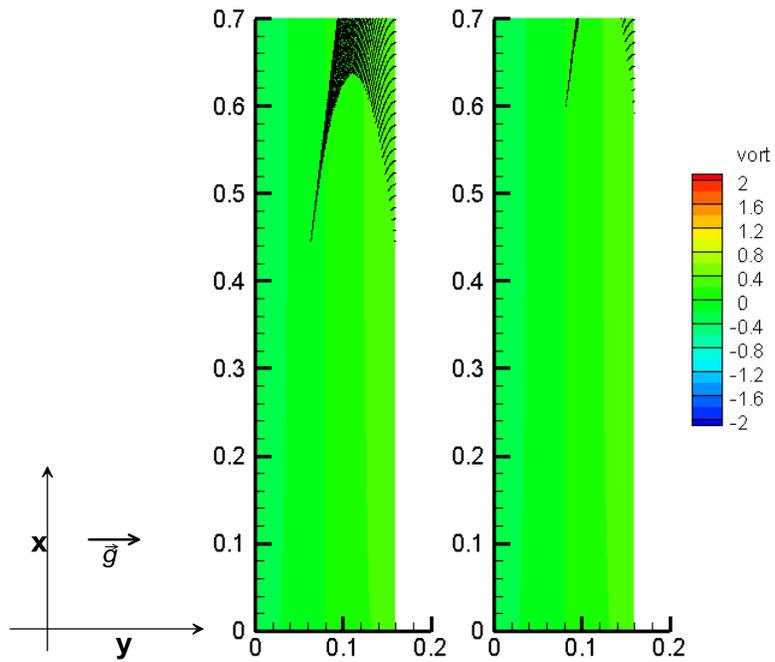
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=5 για την περίπτωση του κενού καναλιού.



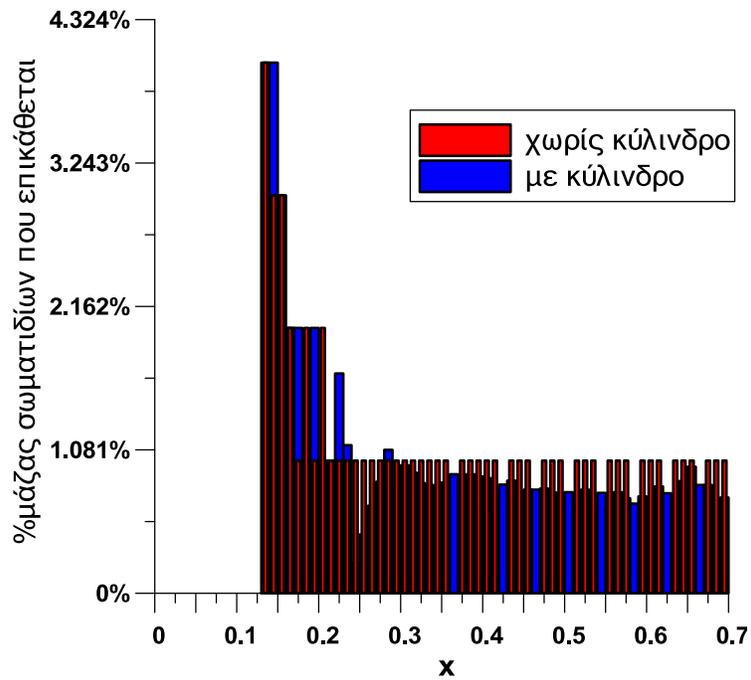
Εικόνα 6-201: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=5 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-202: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=5 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

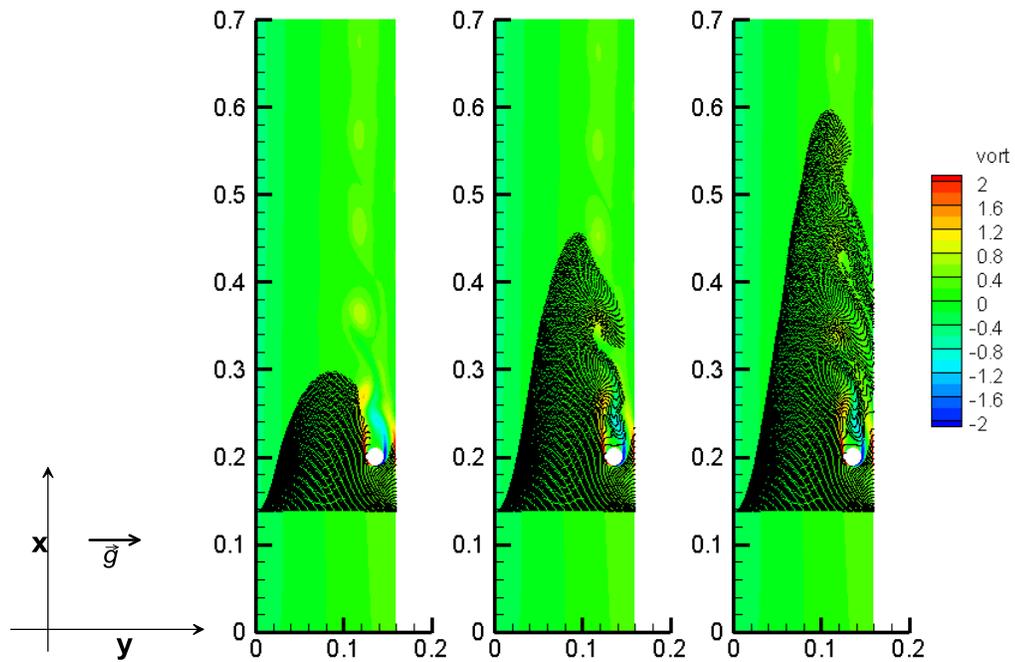


Εικόνα 6-203: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=5 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T$ (οι αποστάσεις σε m)

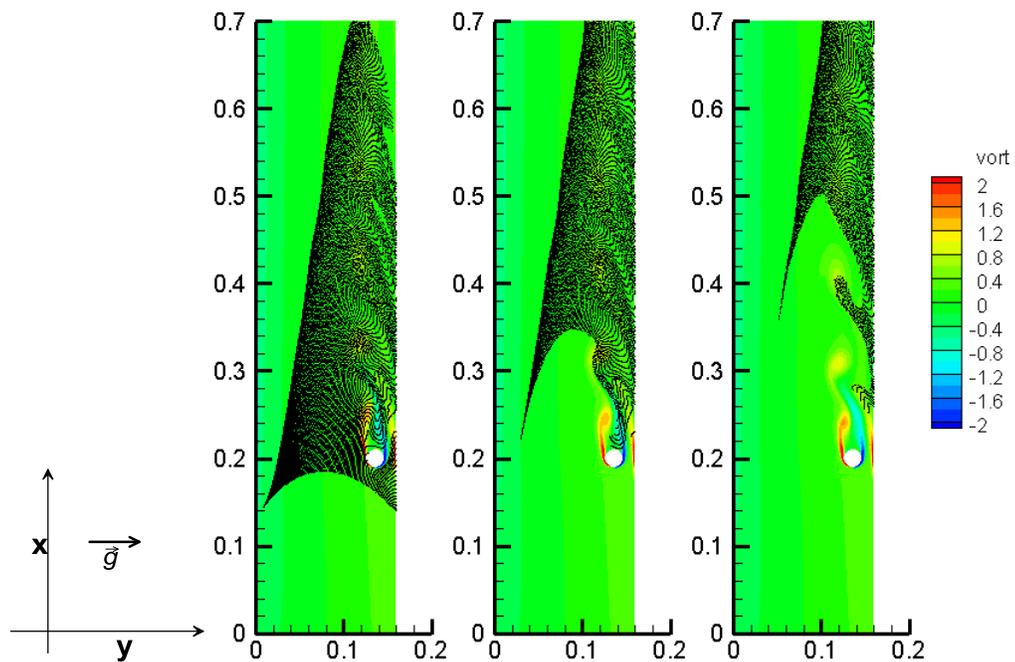


Εικόνα 6-204: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=5 στο νερό σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

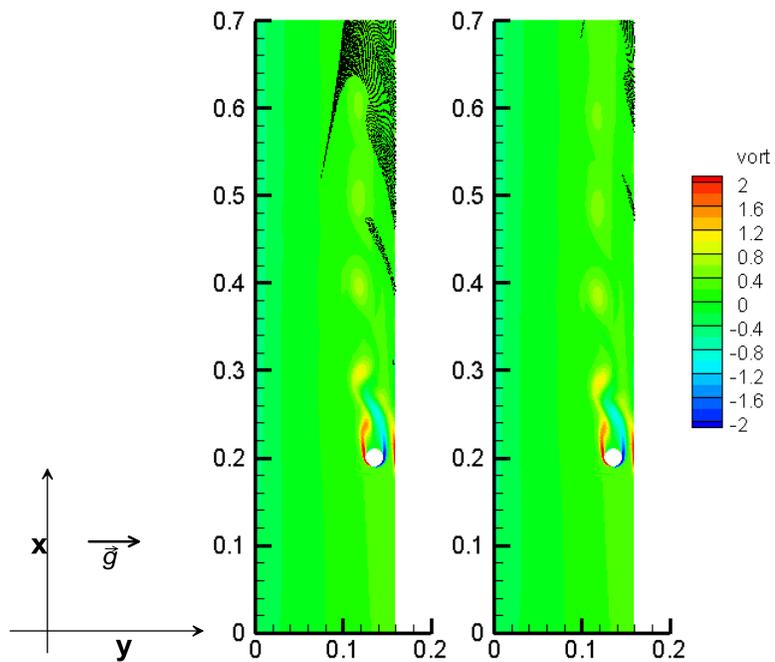
Λόγος αντίστασης/βάρους=4



Εικόνα 6-205: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=4 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

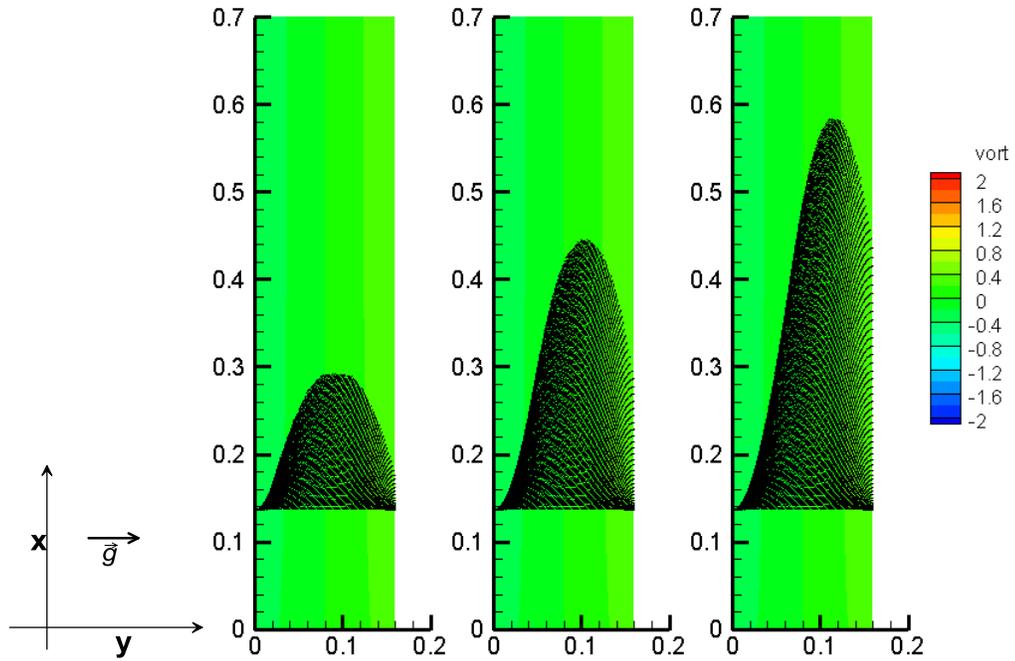


Εικόνα 6-206: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=4 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

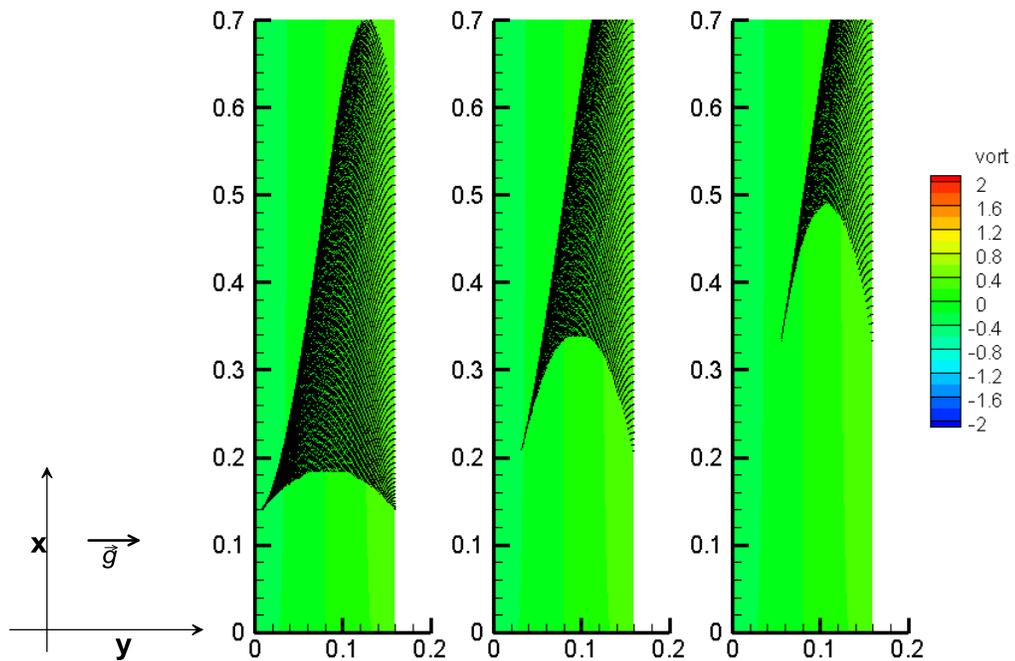


Εικόνα 6-207: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=4 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T,8T$ (οι αποστάσεις σε m)

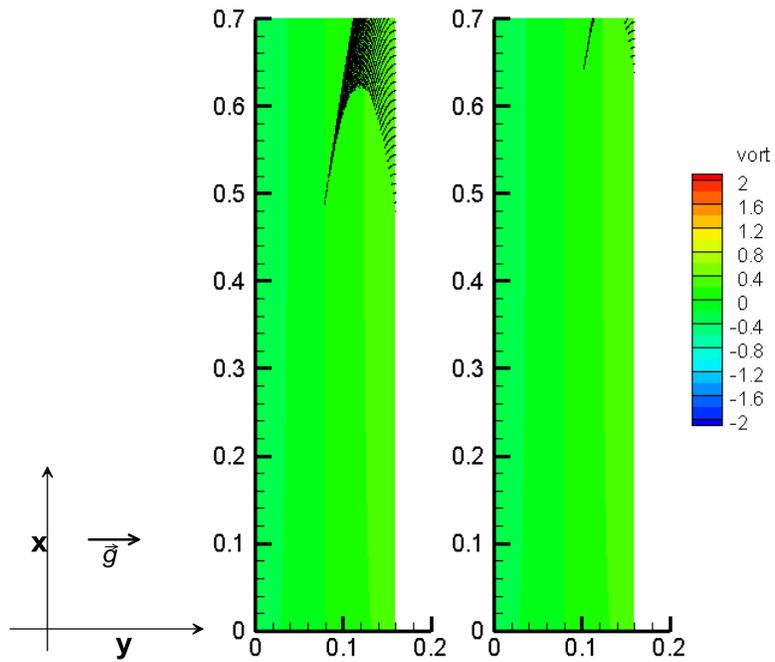
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=4 για την περίπτωση του κενού καναλιού.



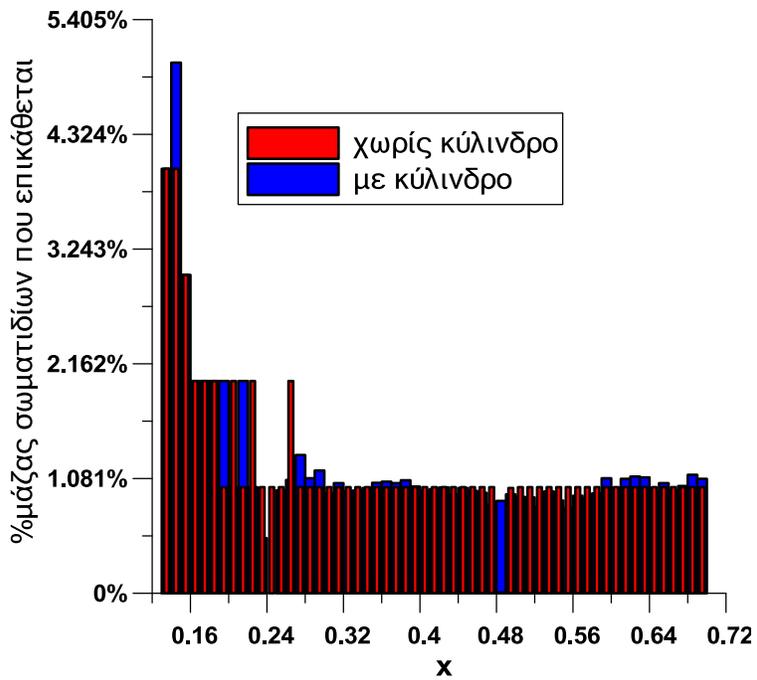
Εικόνα 6-208: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=4 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-209: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=4 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

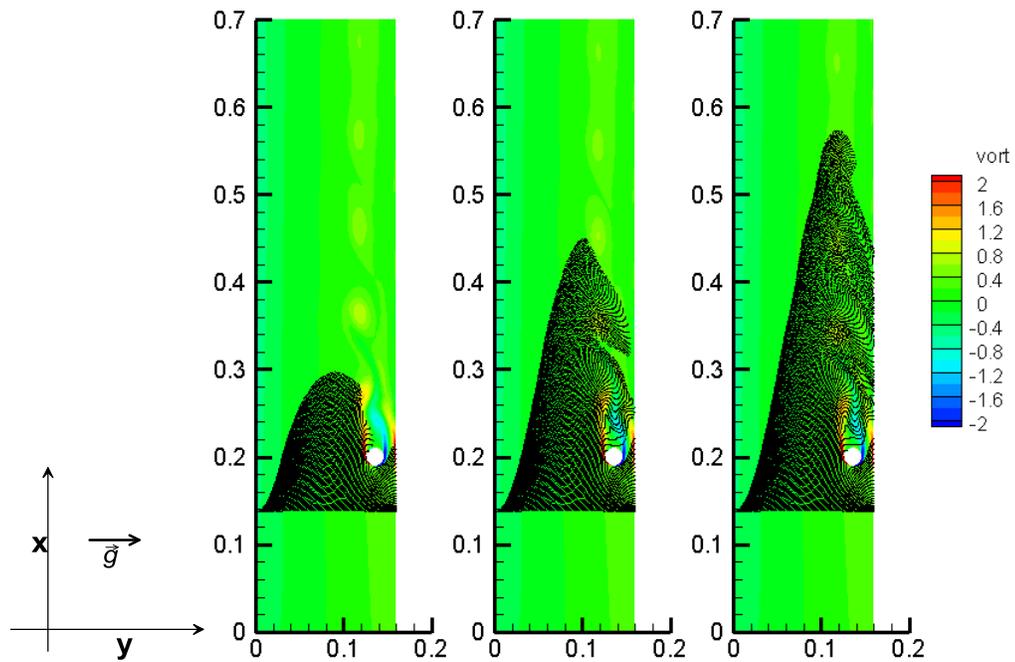


Εικόνα 6-210: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=4 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T$ (οι αποστάσεις σε m)

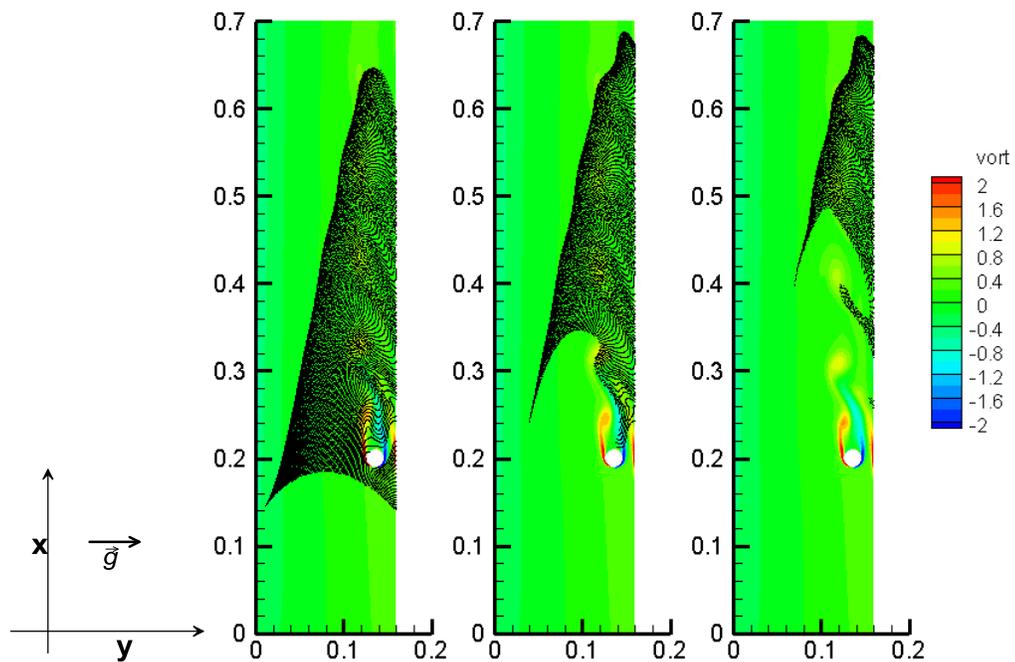


Εικόνα 6-211: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=4 στο νερό σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

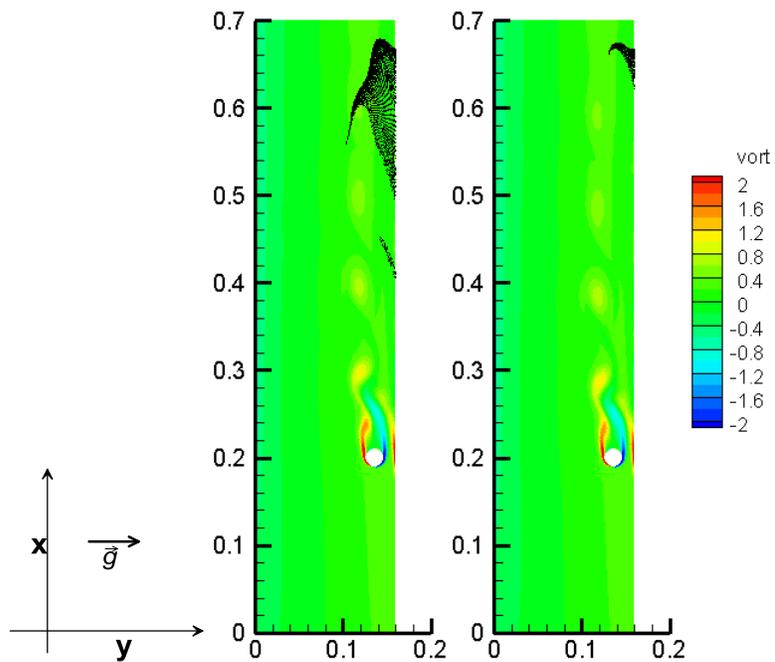
Λόγος αντίστασης/βάρους=3



Εικόνα 6-212: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=3 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

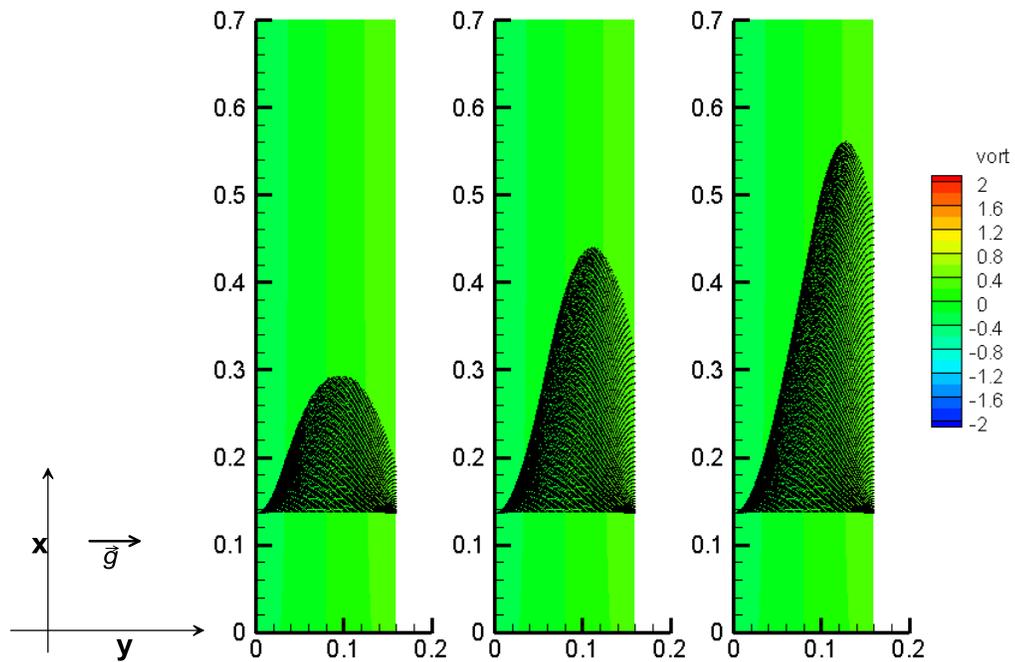


Εικόνα 6-213: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=3 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

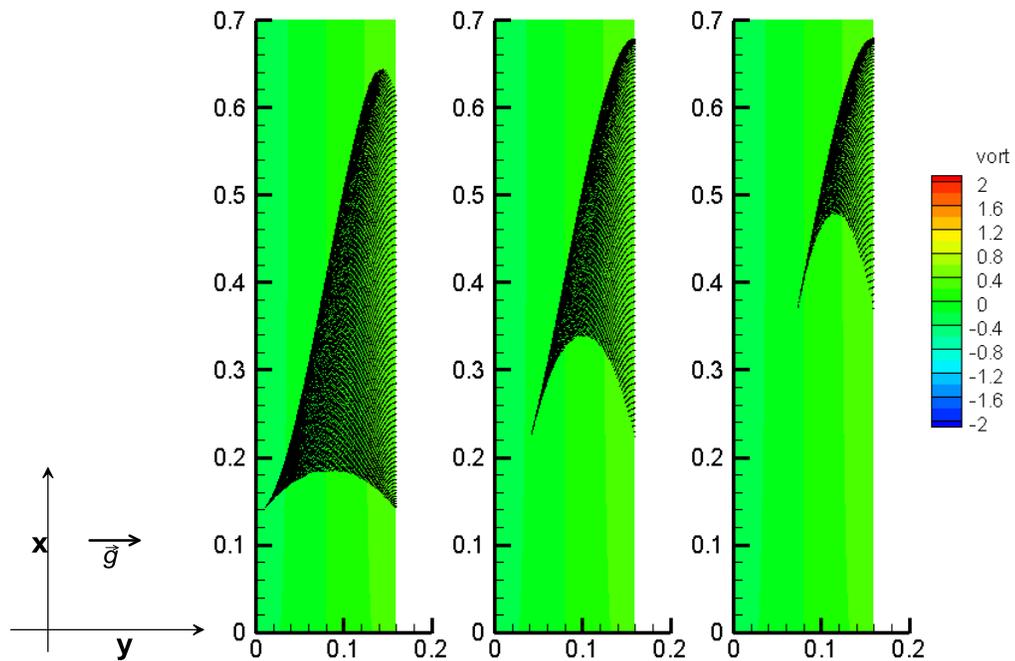


Εικόνα 6-214: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=3 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T,8T$ (οι αποστάσεις σε m)

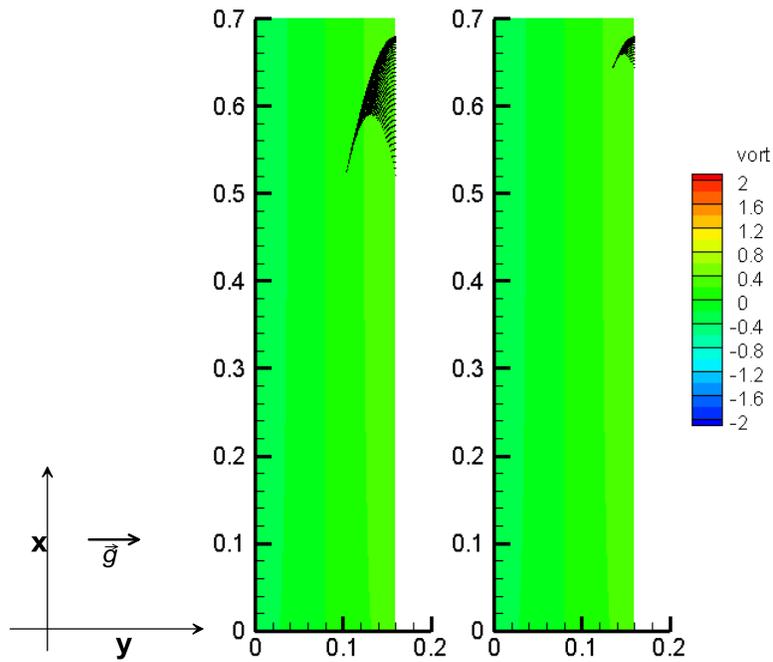
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=3 για την περίπτωση του κενού καναλιού.



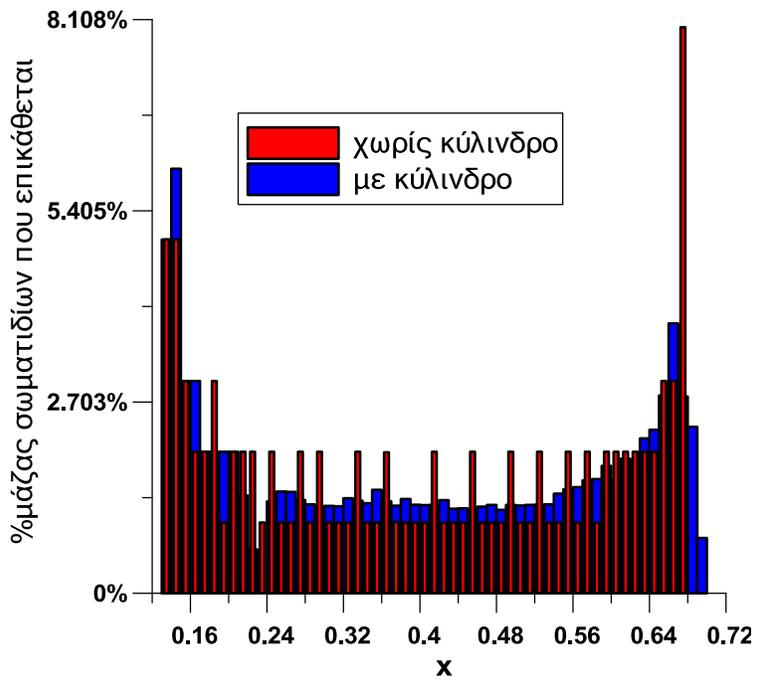
Εικόνα 6-215: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=3 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-216: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=3 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

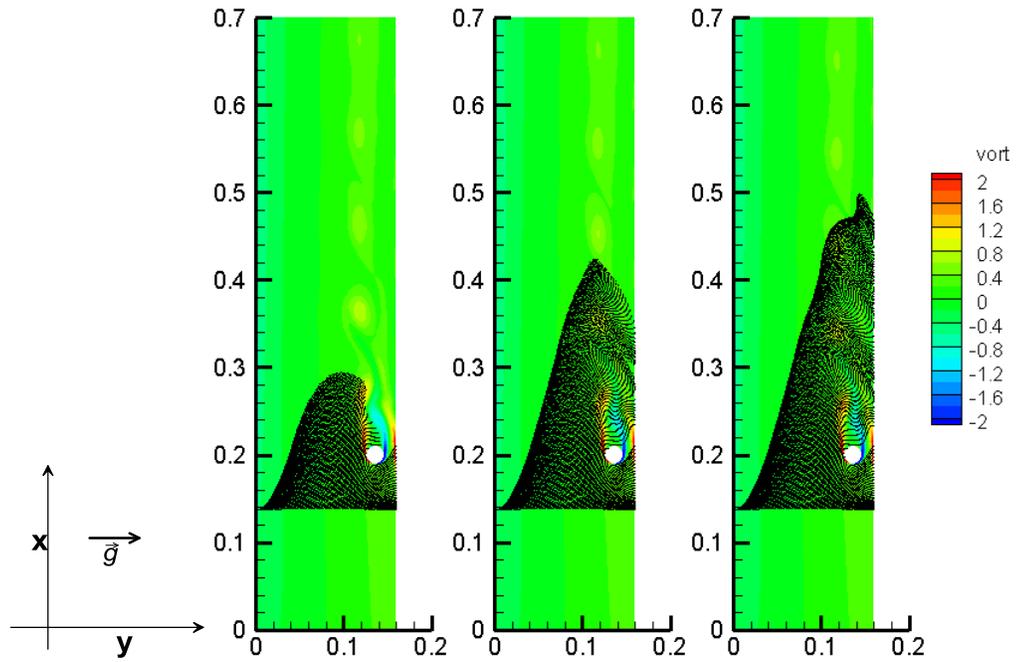


Εικόνα 6-217: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=3 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T$ (οι αποστάσεις σε m)

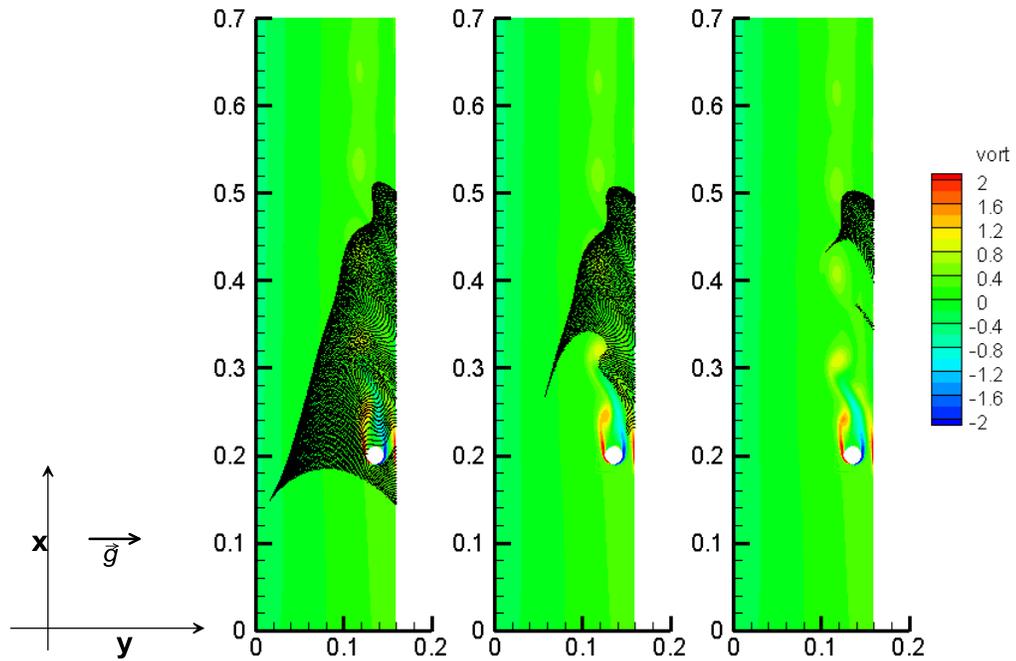


Εικόνα 6-218: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=3 στο νερό σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

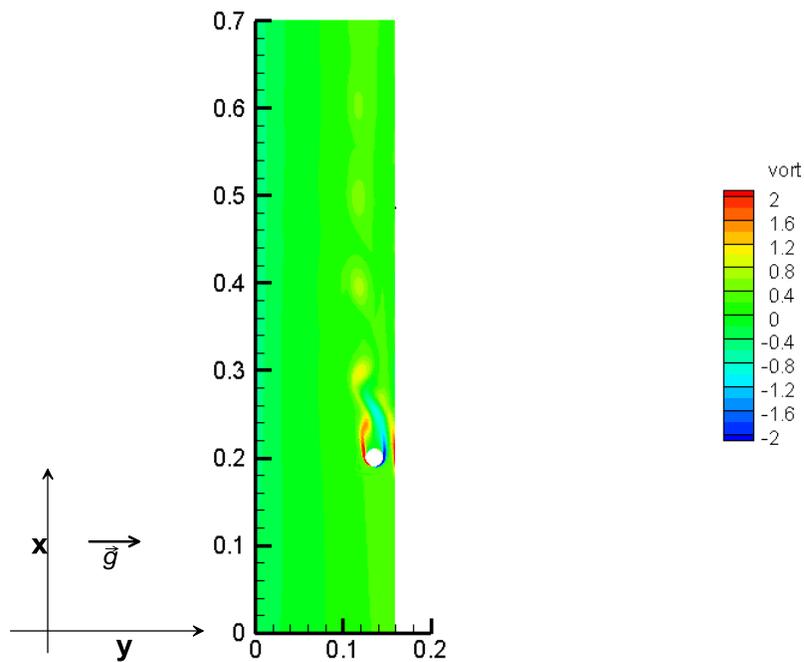
Λόγος αντίστασης/βάρους=2



Εικόνα 6-219: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=2 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)

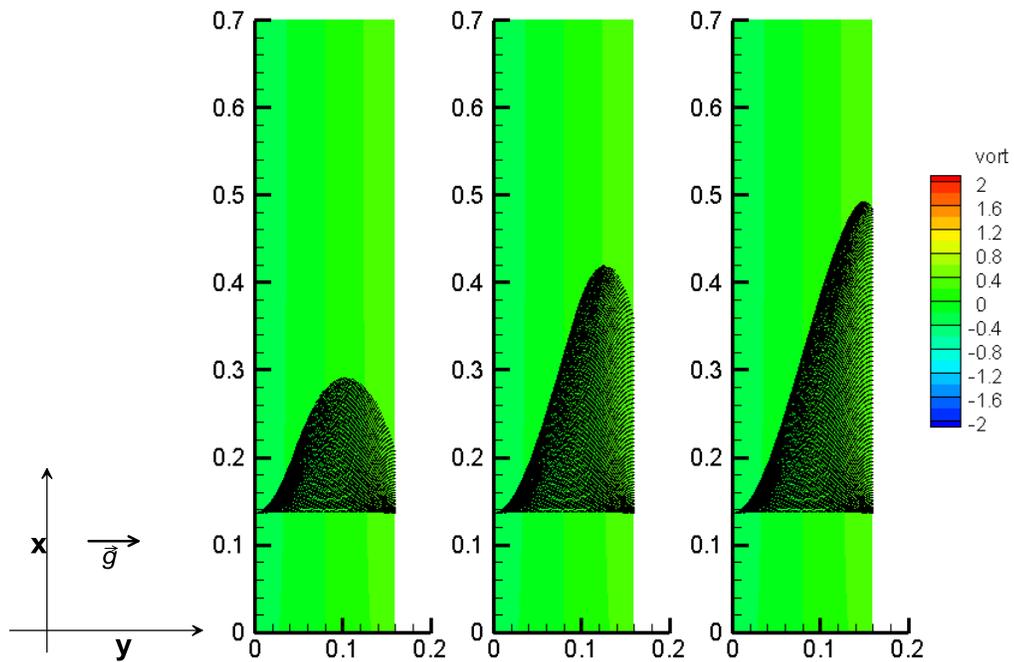


Εικόνα 6-220: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=2 στη ροή νερού με κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

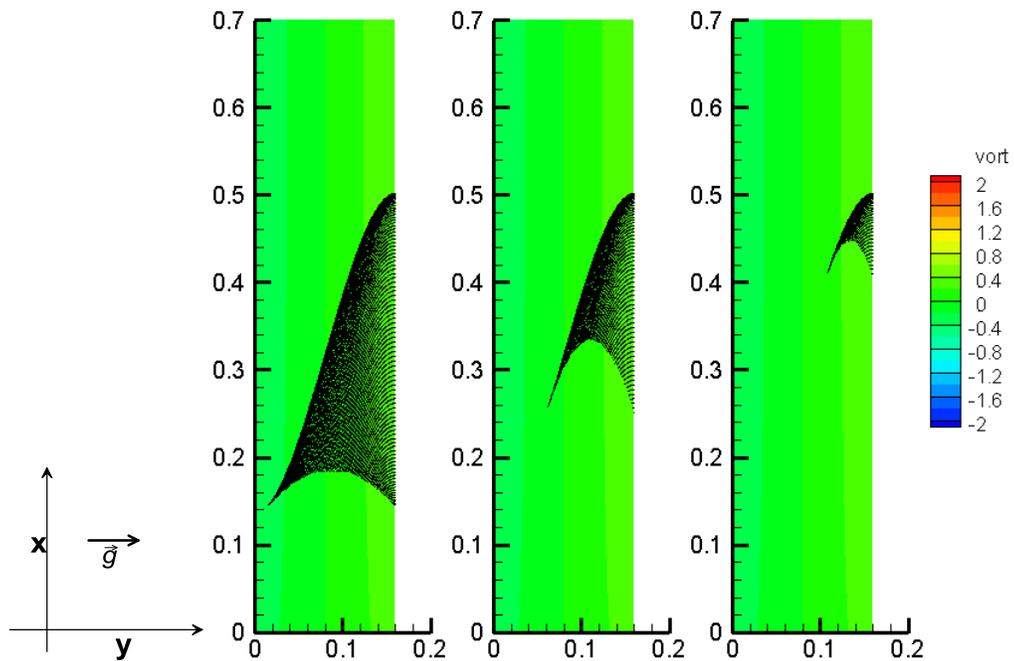


Εικόνα 6-221: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=2 στη ροή νερού με κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=7T$ (οι αποστάσεις σε m)

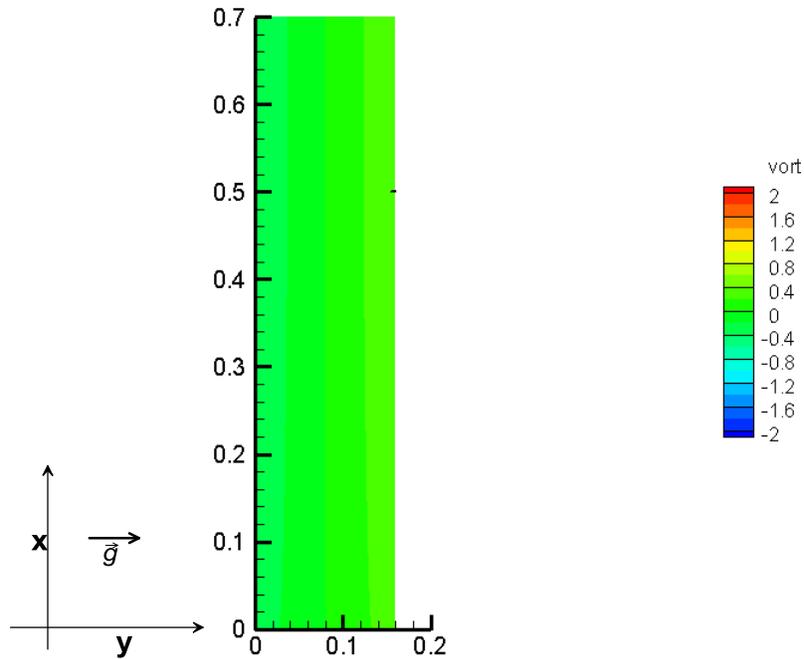
Αντίστοιχα με προηγούμενα παρουσιάζονται η κίνηση των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=2 για την περίπτωση του κενού καναλιού.



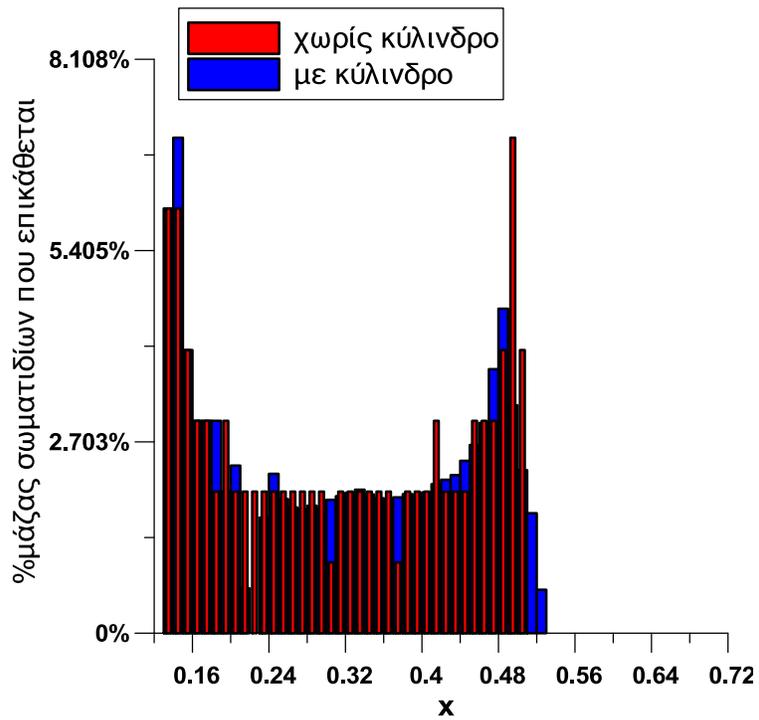
Εικόνα 6-222: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=2 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-223: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=2 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-224: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=2 στη ροή νερού χωρίς κύλινδρο την τελευταία χρονική στιγμή $t=7T$ (οι αποστάσεις σε m)

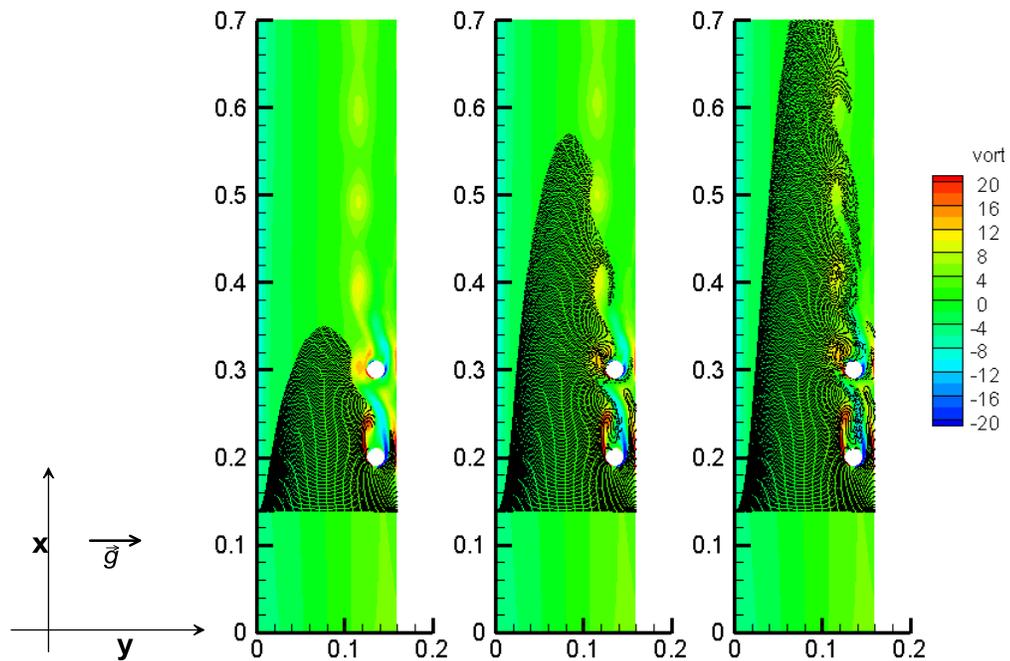


Εικόνα 6-225: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=2 στο νερό σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$

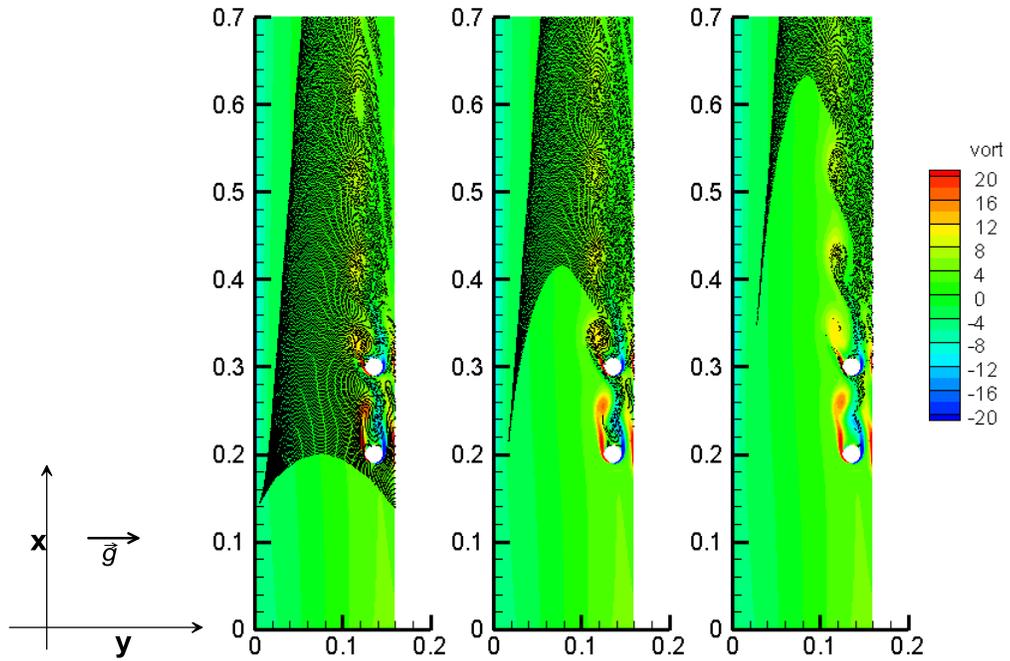
6.1.5. Εύρος σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=[2,9] σε αέρα με δύο κυλίνδρους

Ακολουθούν τα διαγράμματα για κάθε διάμετρο για 13 χρονικές στιγμές που αντιστοιχούν περίπου σε 13 περιόδους της ταλάντωσης του ομόρρου.

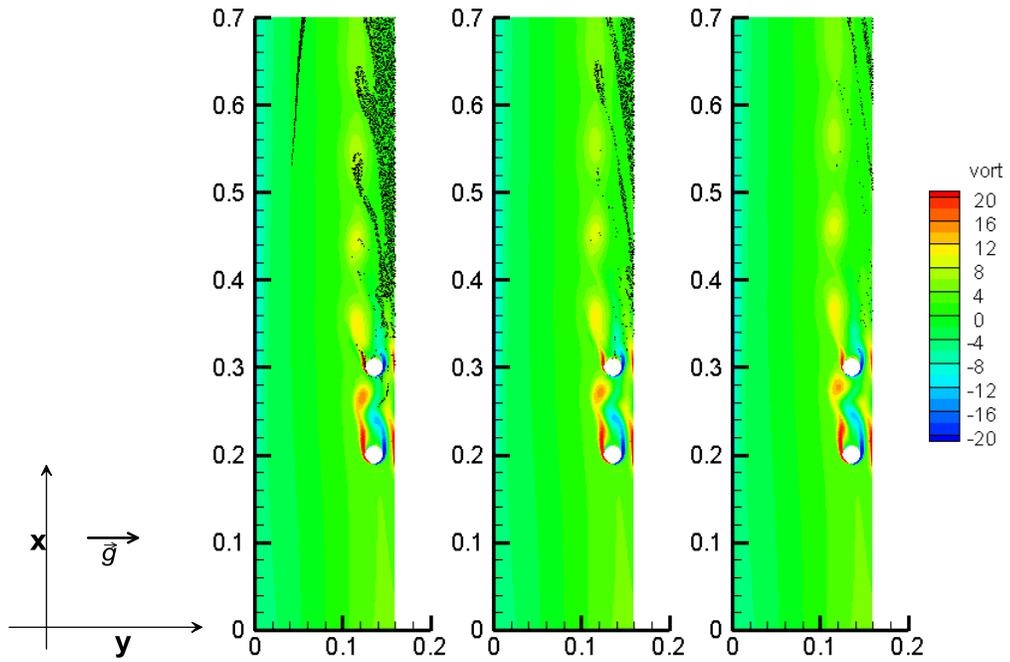
Λόγος αντίστασης/βάρους=9



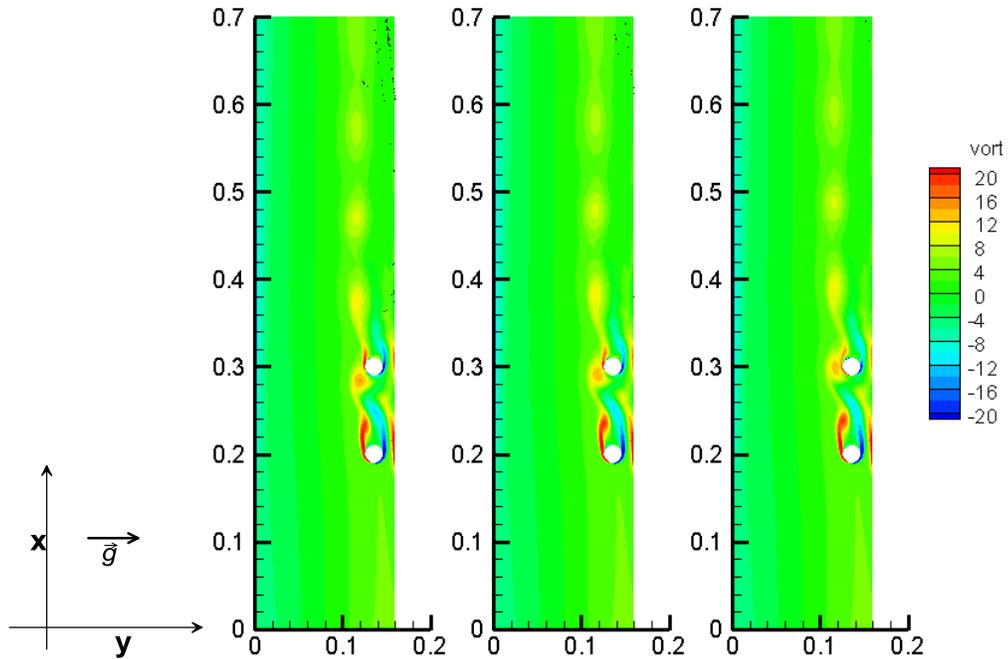
Εικόνα 6-226: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=9 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



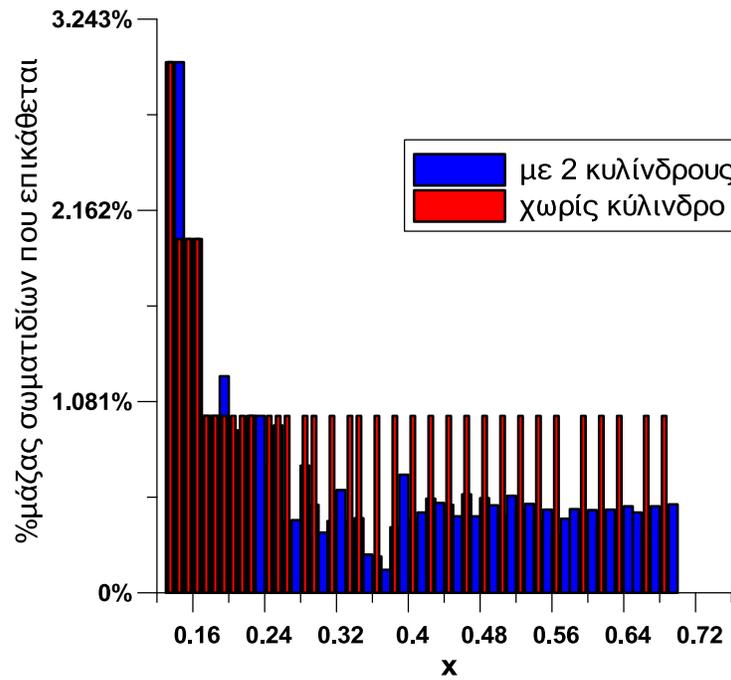
Εικόνα 6-227: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=9 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-228: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=9 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

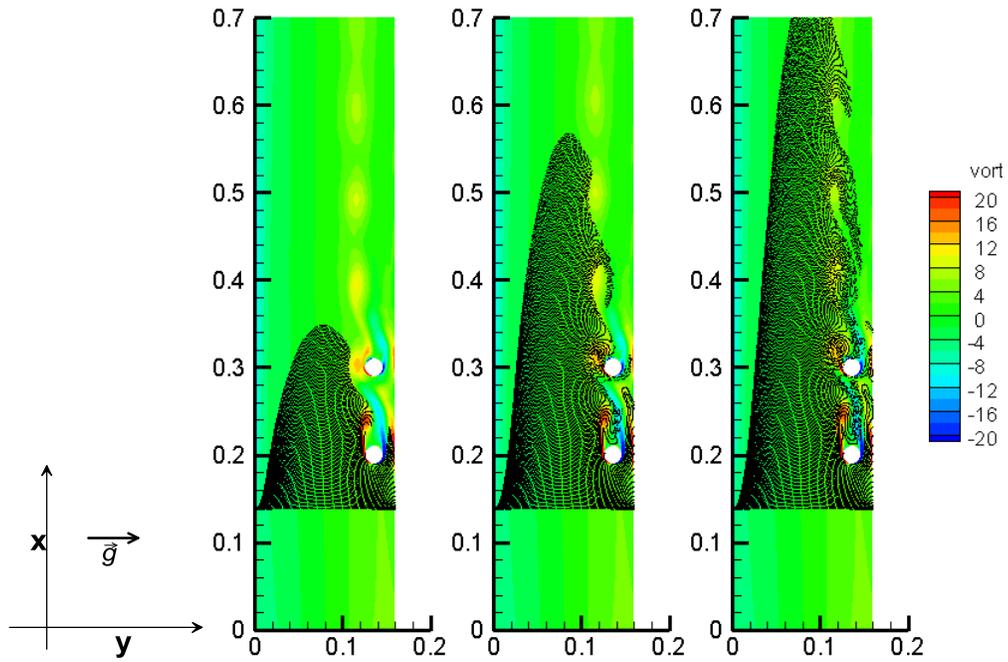


Εικόνα 6-229: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=9 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

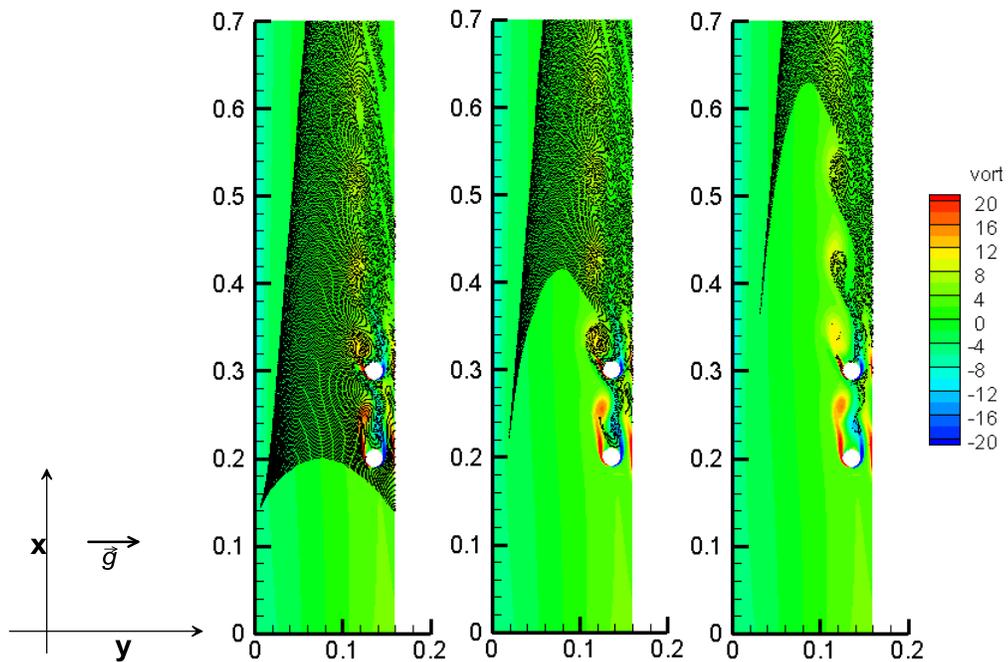


Εικόνα 6-230: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=9 στον αέρα σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

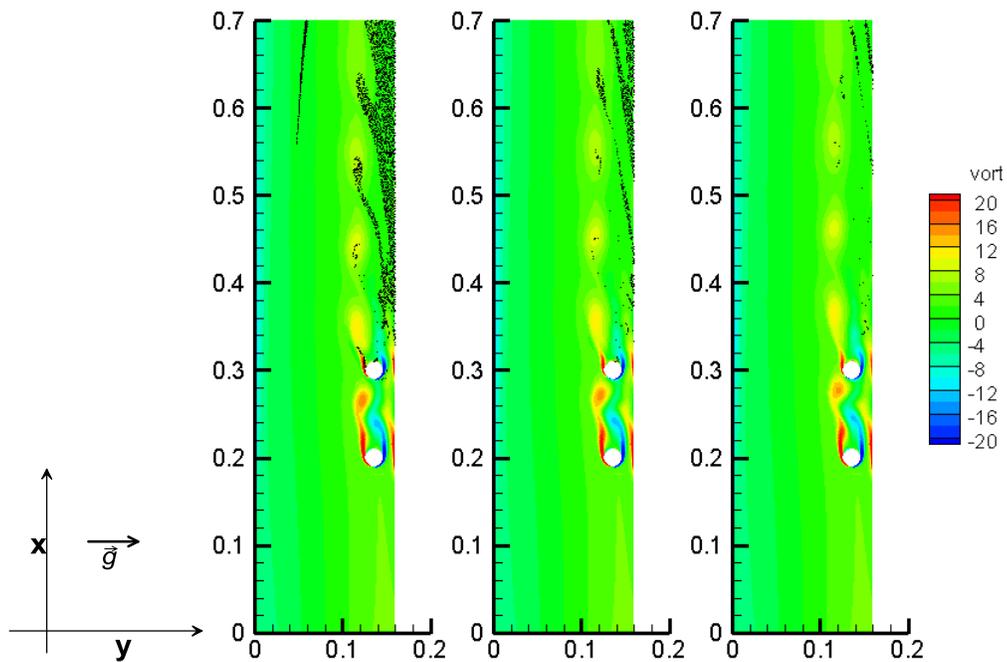
Λόγος αντίστασης/βάρος=8



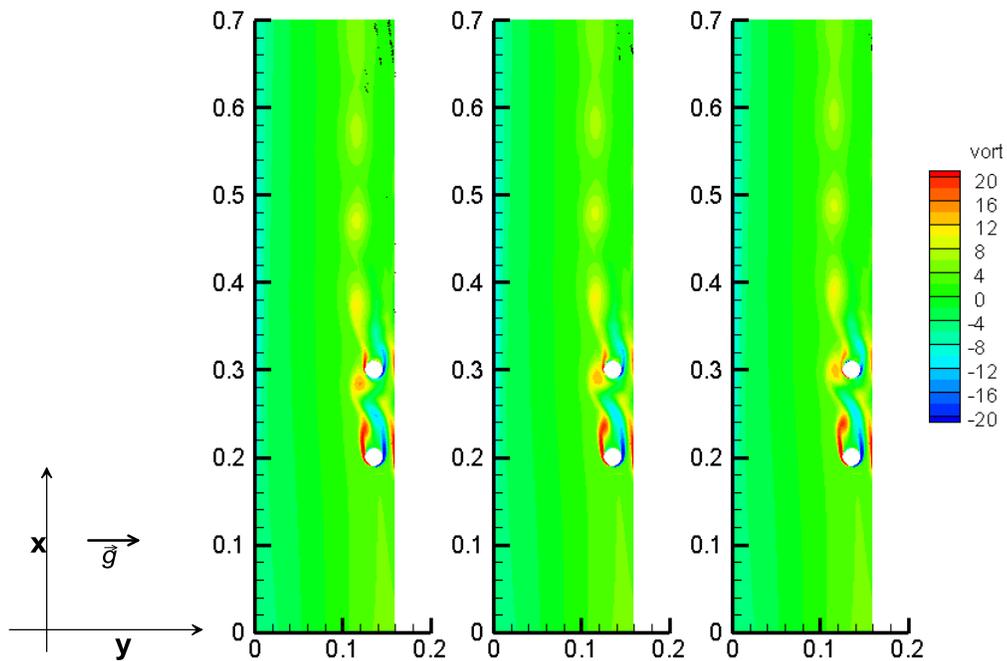
Εικόνα 6-231: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=8 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



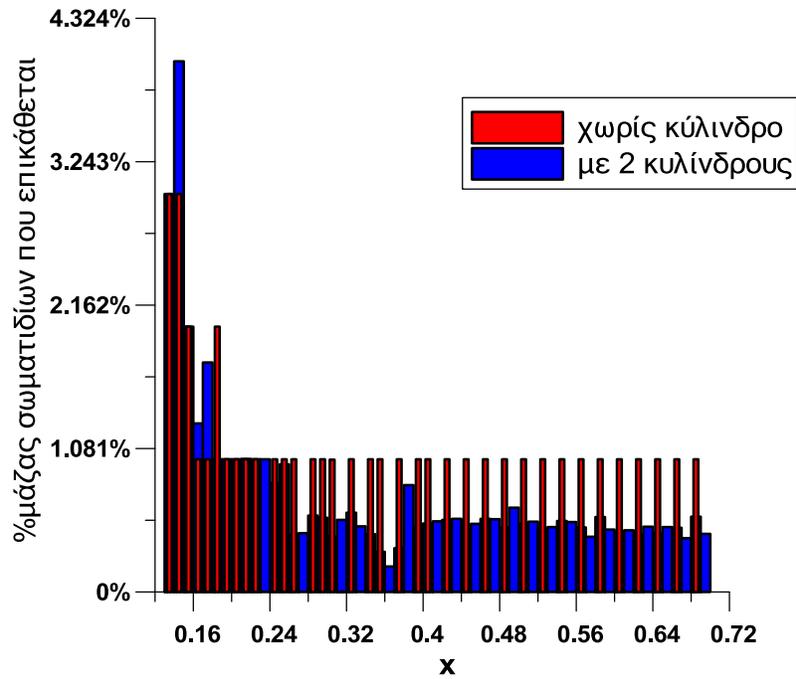
Εικόνα 6-232: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=8 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-233: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=8 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

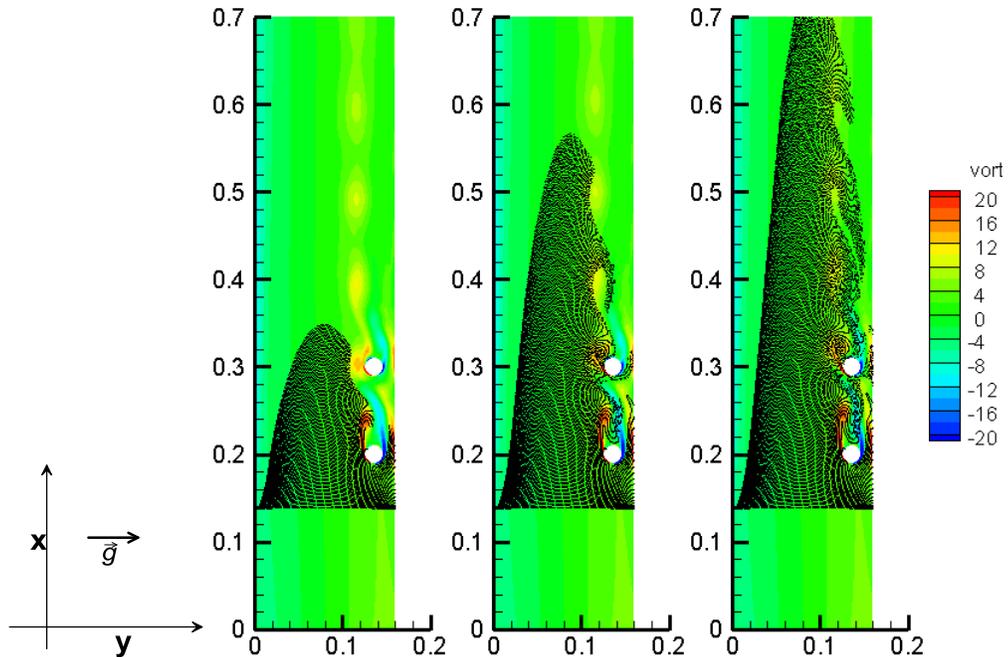


Εικόνα 6-234: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=8 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

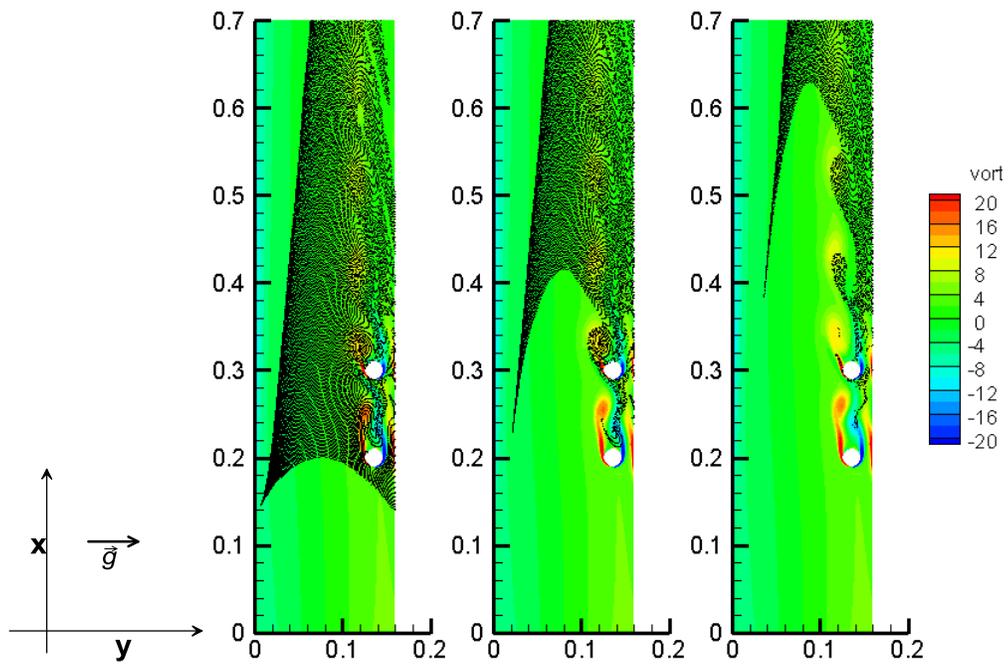


Εικόνα 6-235: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=8 στον αέρα σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02\text{m}$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2\text{m}$ και $x=0.3\text{m}$

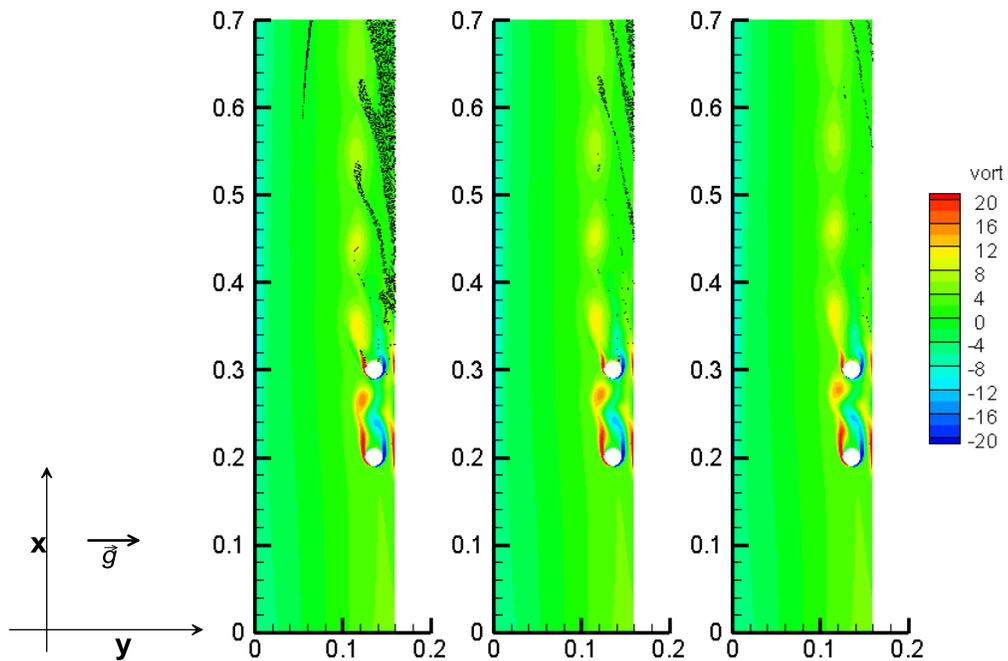
Λόγος αντίστασης/βάρος=7



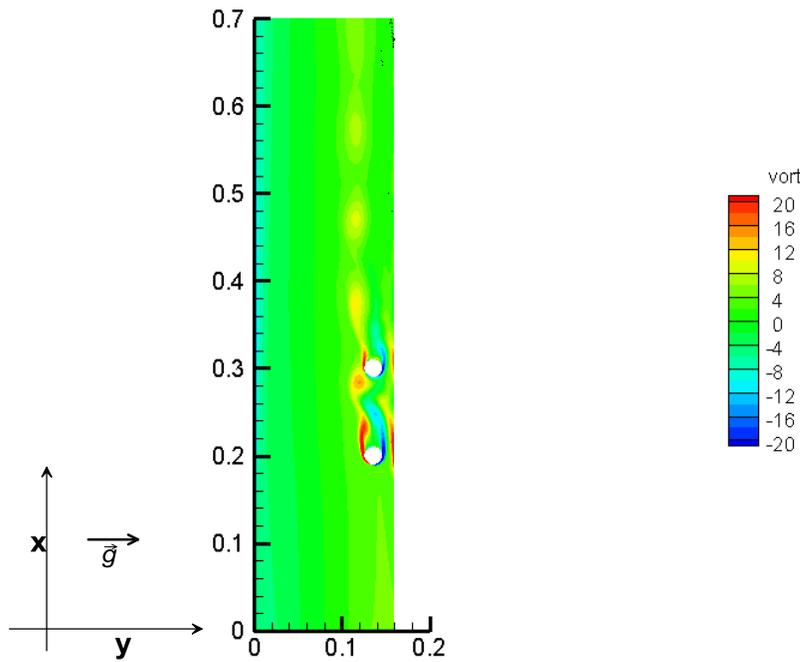
Εικόνα 6-236: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=7 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



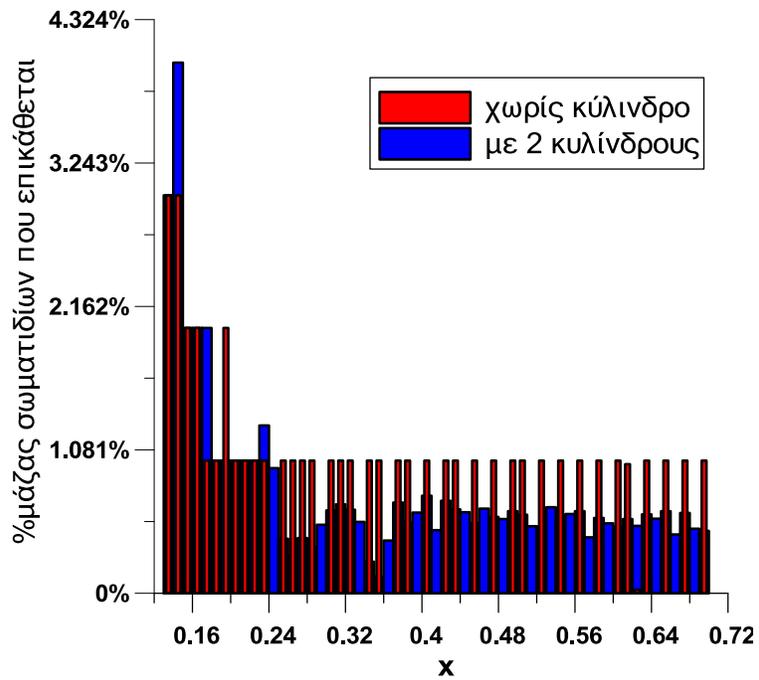
Εικόνα 6-237: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=7 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-238: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=7 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

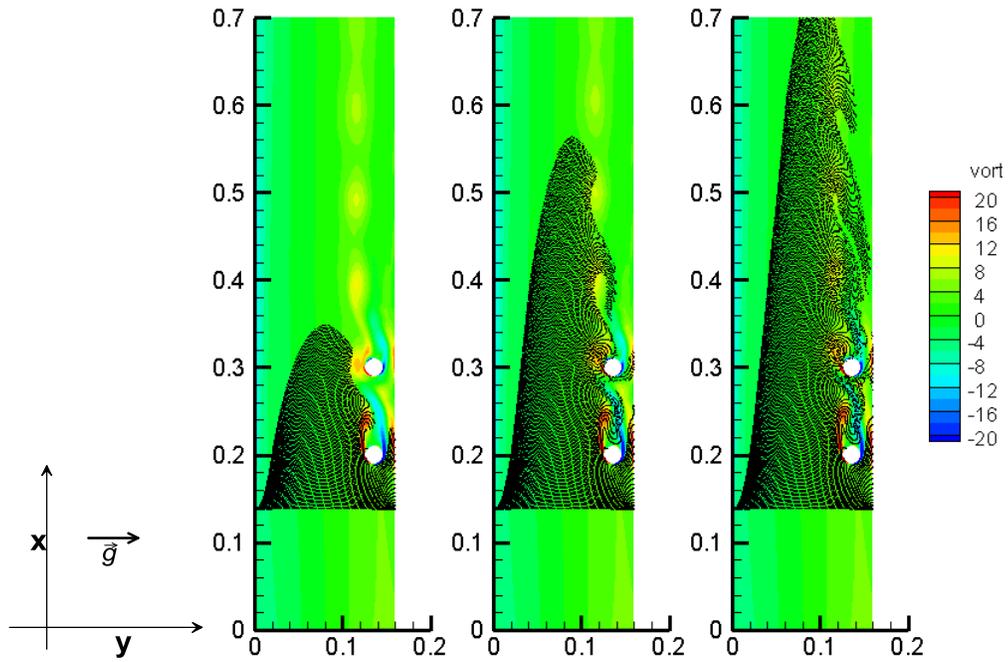


Εικόνα 6-239: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=7 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους την τελευταία χρονική στιγμή $t=10T$ (οι αποστάσεις σε m)

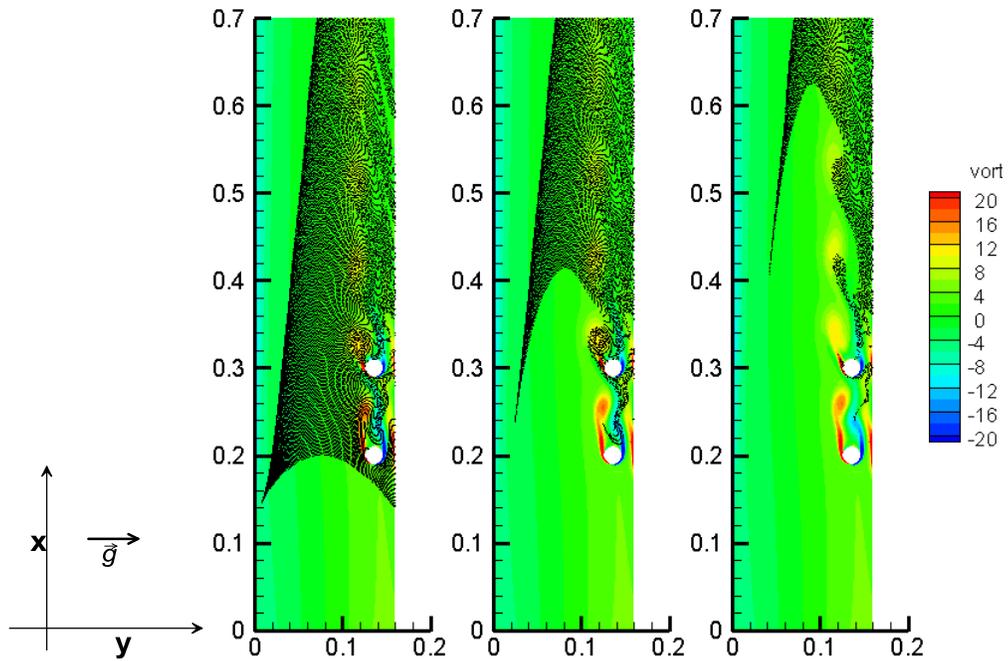


Εικόνα 6-240: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=7 στον αέρα σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

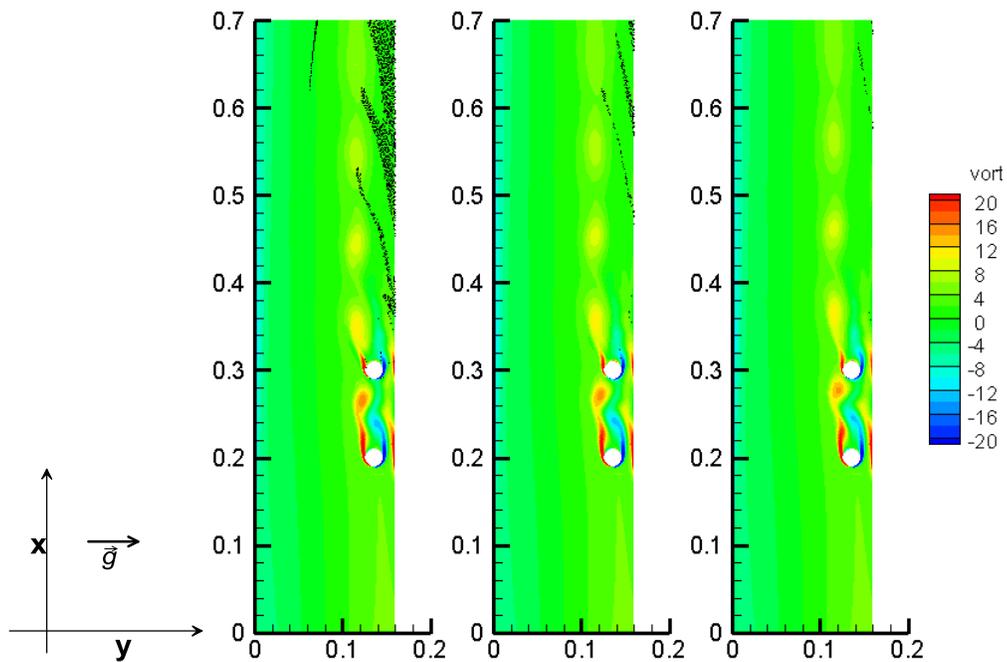
Λόγος αντίστασης/βάρους=6



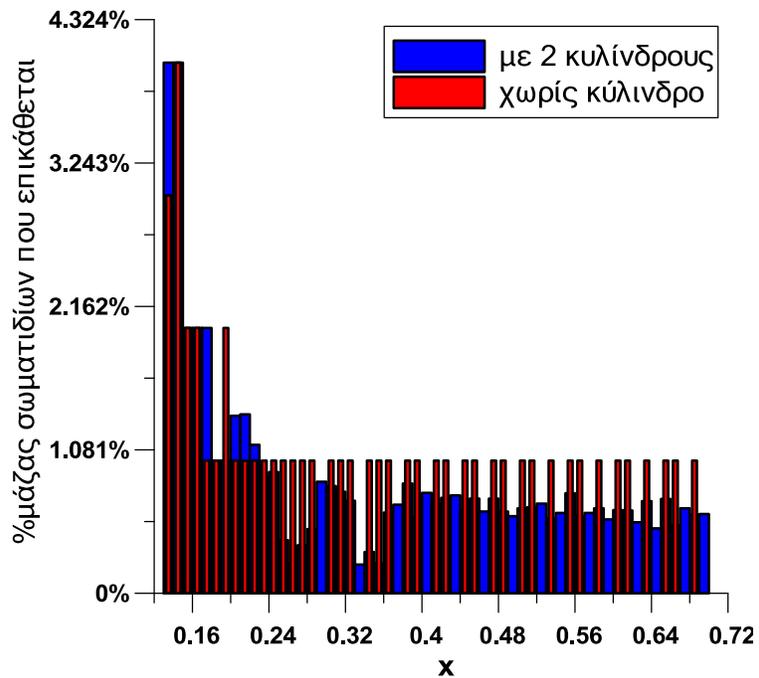
Εικόνα 6-241: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=6 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-242: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=6 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

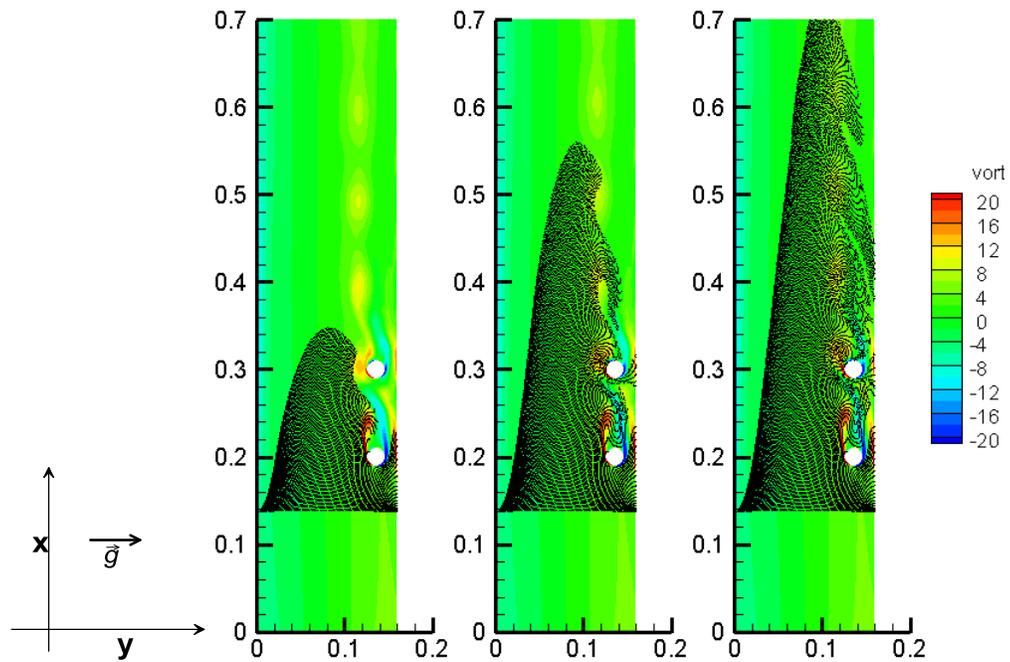


Εικόνα 6-243: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=6 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

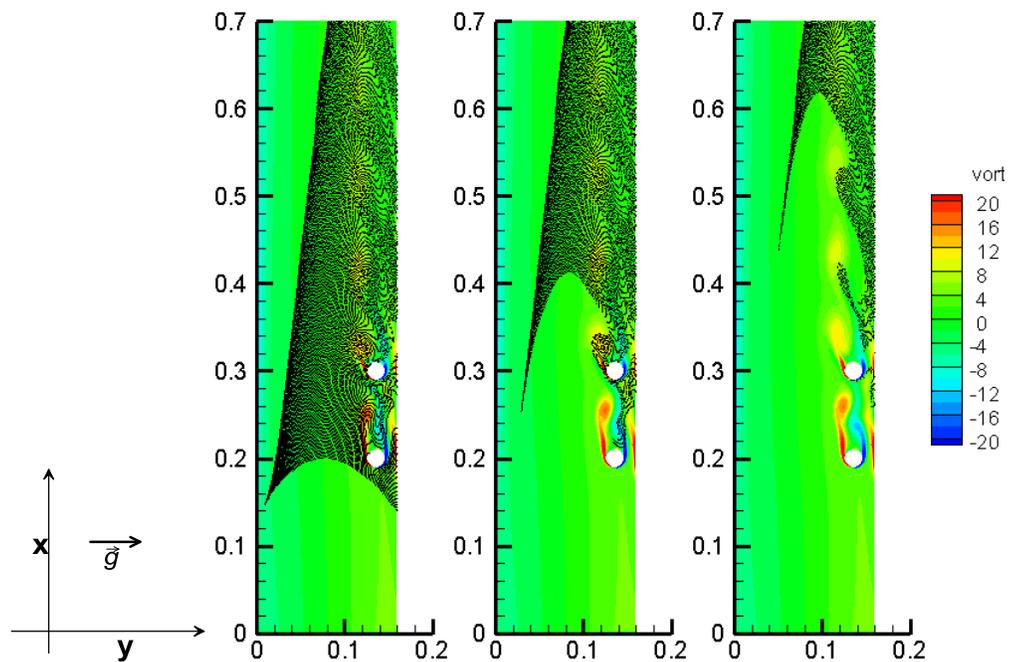


Εικόνα 6-244: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=6 στον αέρα σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

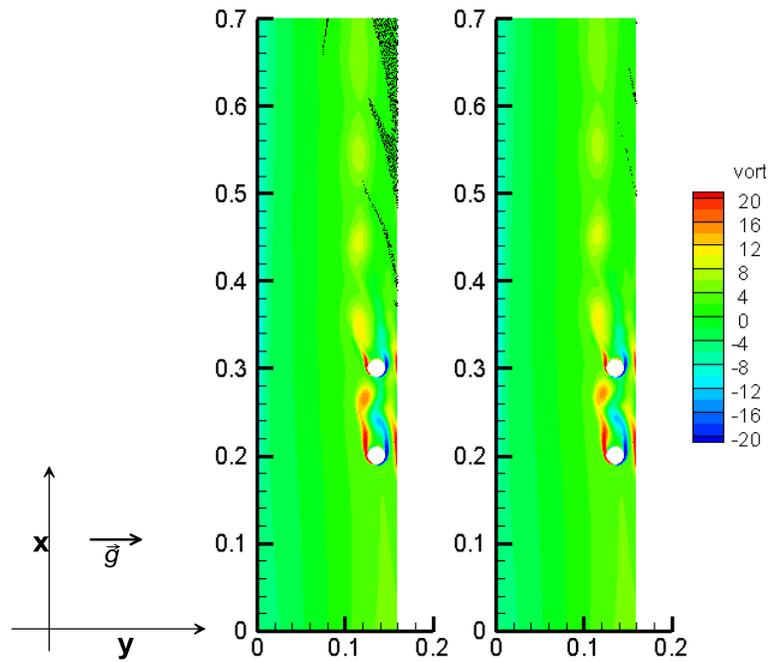
Λόγος αντίστασης/βάρους=5



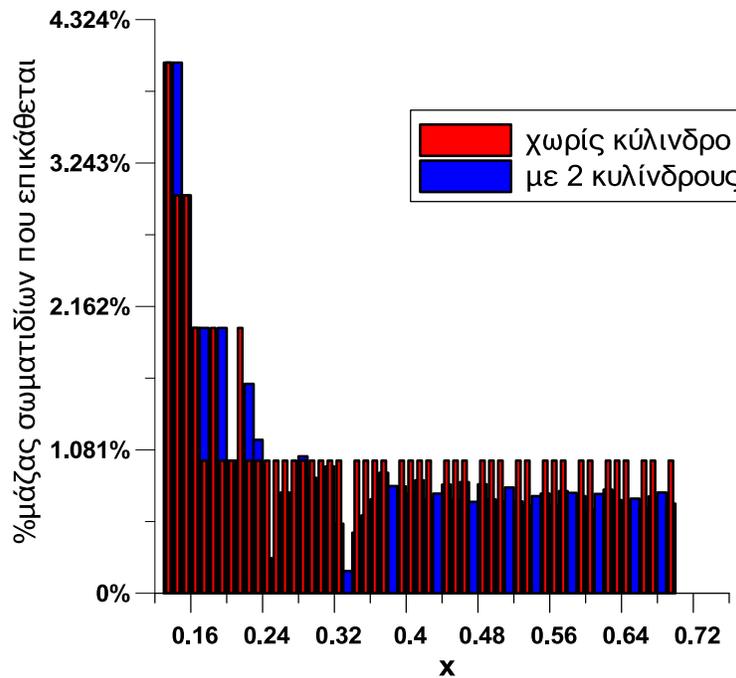
Εικόνα 6-245: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=5 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-246: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=5 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

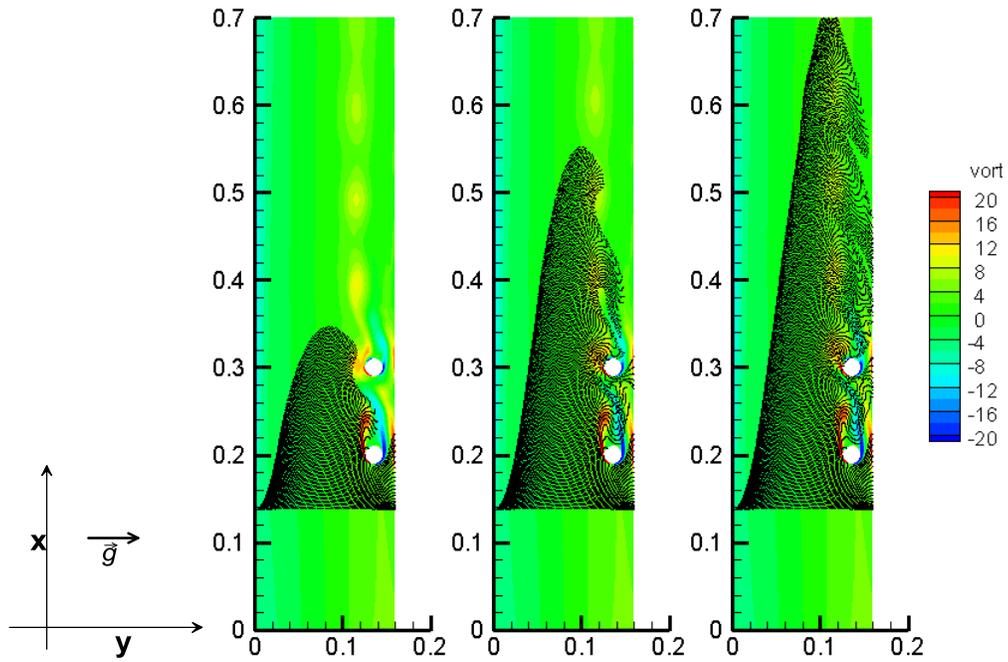


Εικόνα 6-247: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=5 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T$ (οι αποστάσεις σε m)

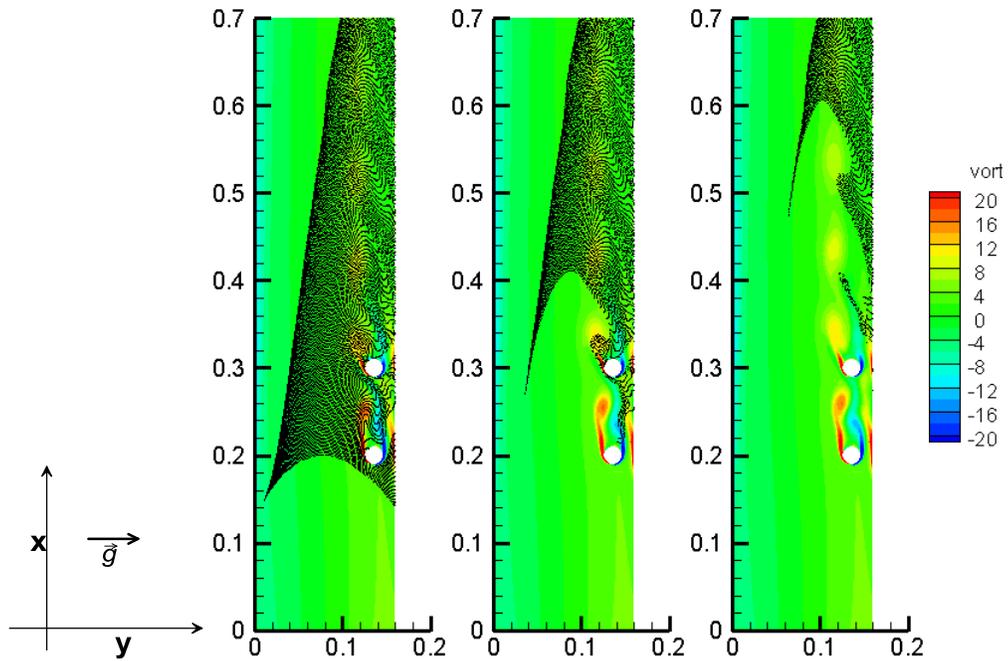


Εικόνα 6-248: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=5 στον αέρα σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

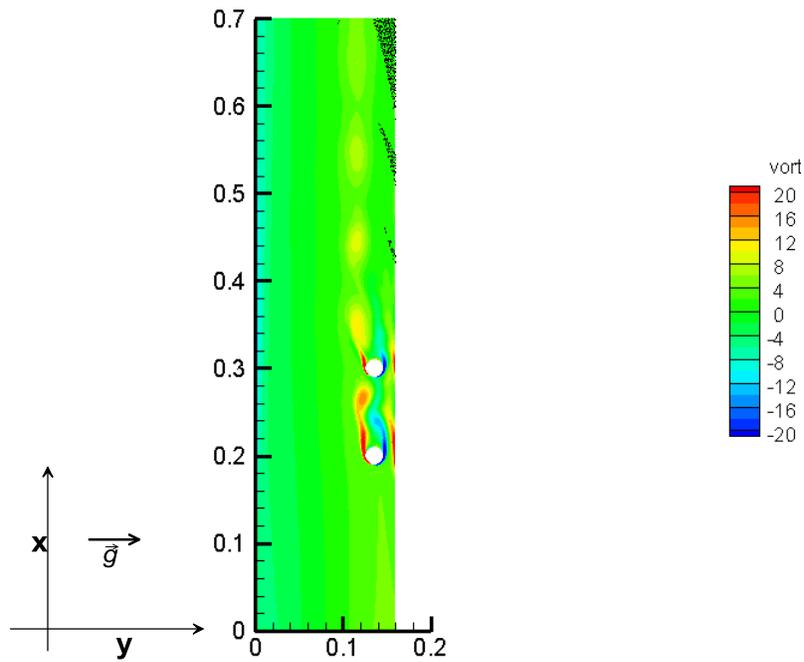
Λόγος αντίστασης/βάρους=4



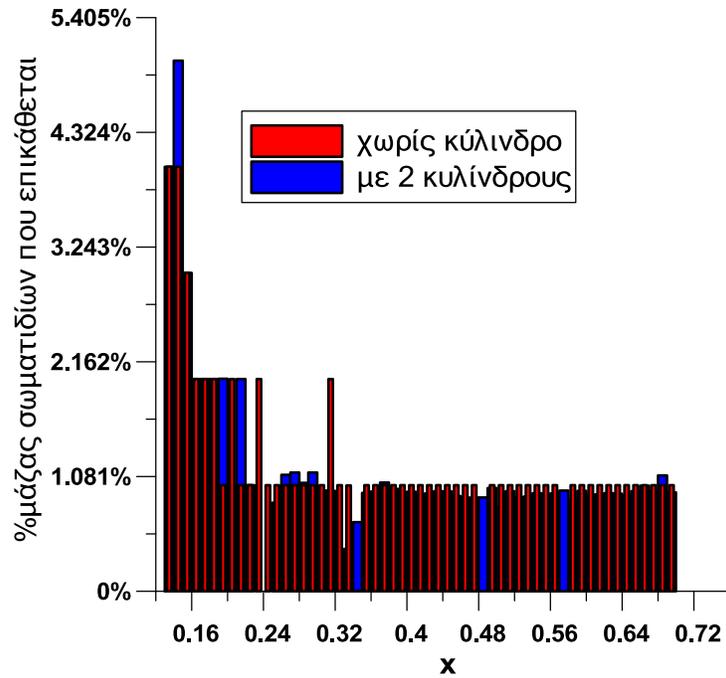
Εικόνα 6-249: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=4 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-250: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=4 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

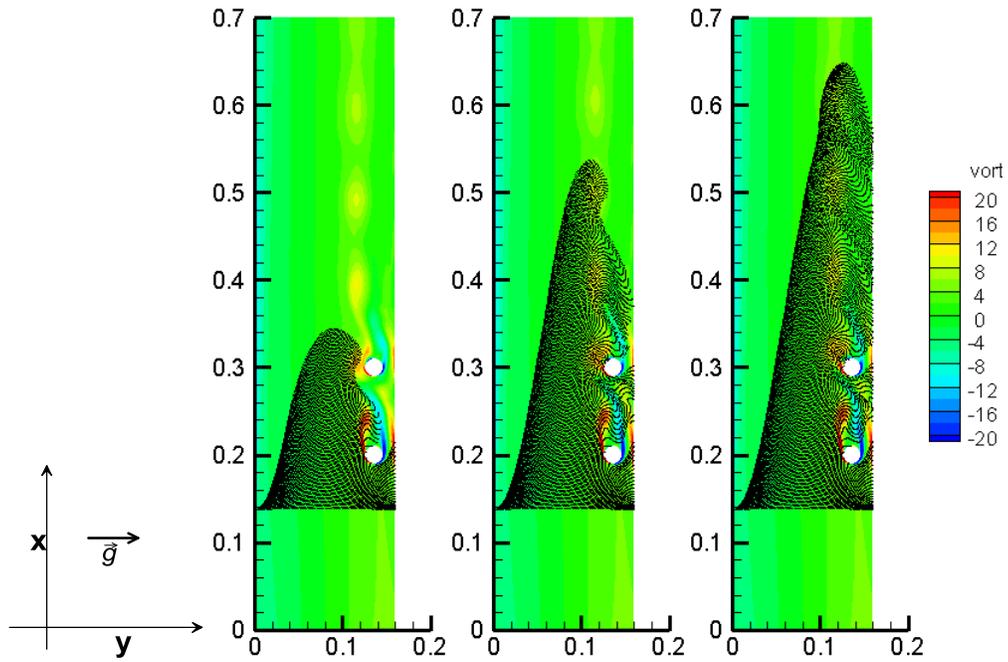


Εικόνα 6-251: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=4 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους την τελευταία χρονική στιγμή $t=7T$ (οι αποστάσεις σε m)

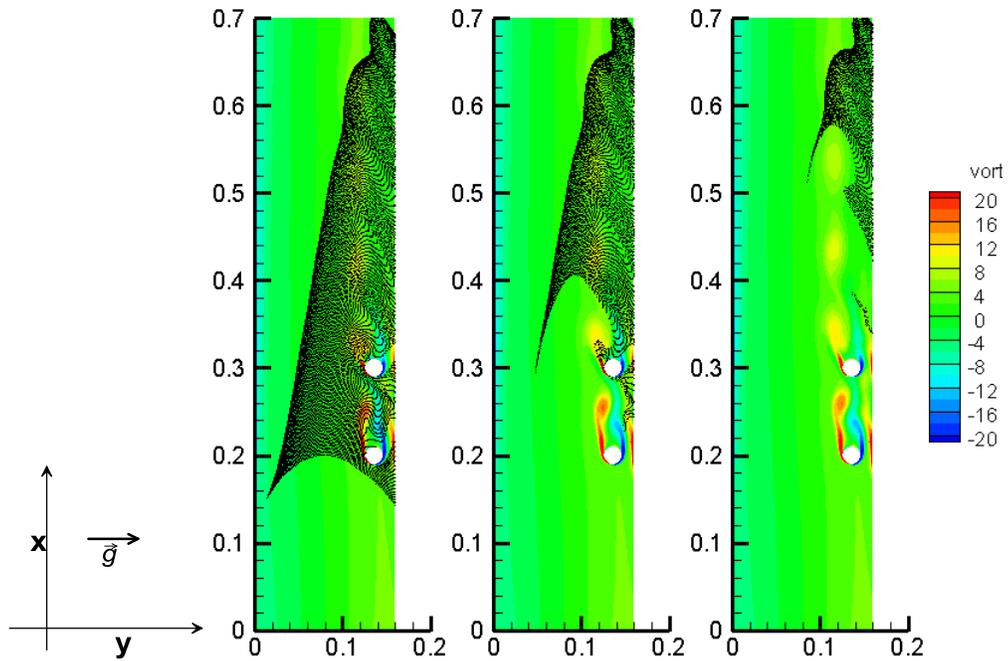


Εικόνα 6-252: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=4 στον αέρα σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

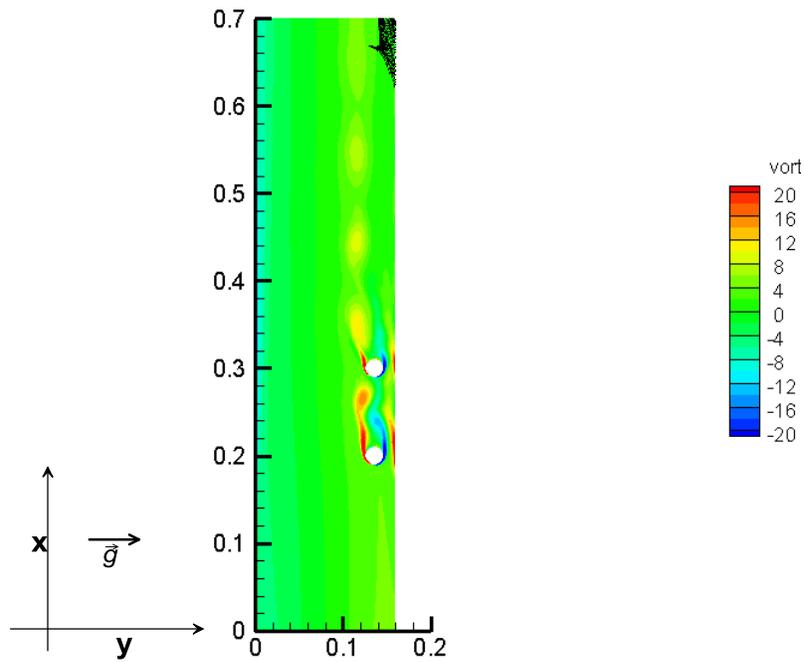
Λόγος αντίστασης/βάρους=3



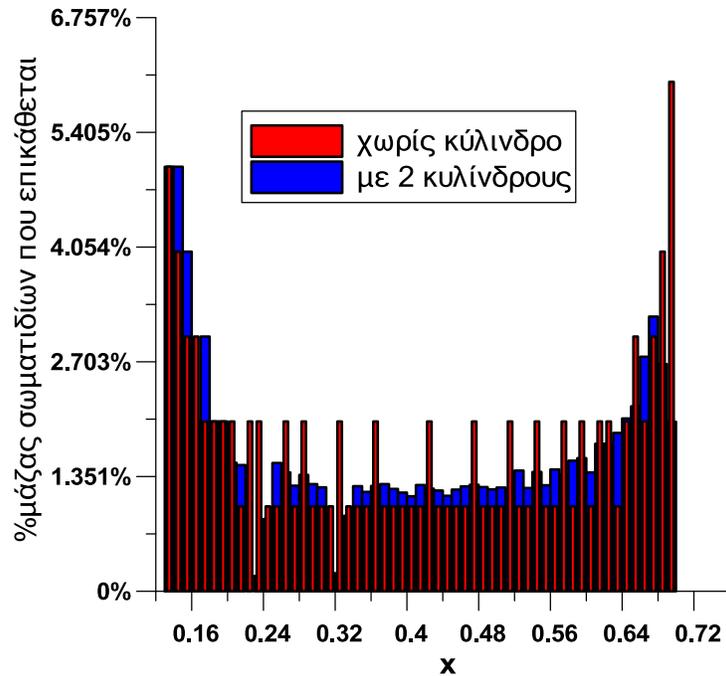
Εικόνα 6-253: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=3 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-254: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=3 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

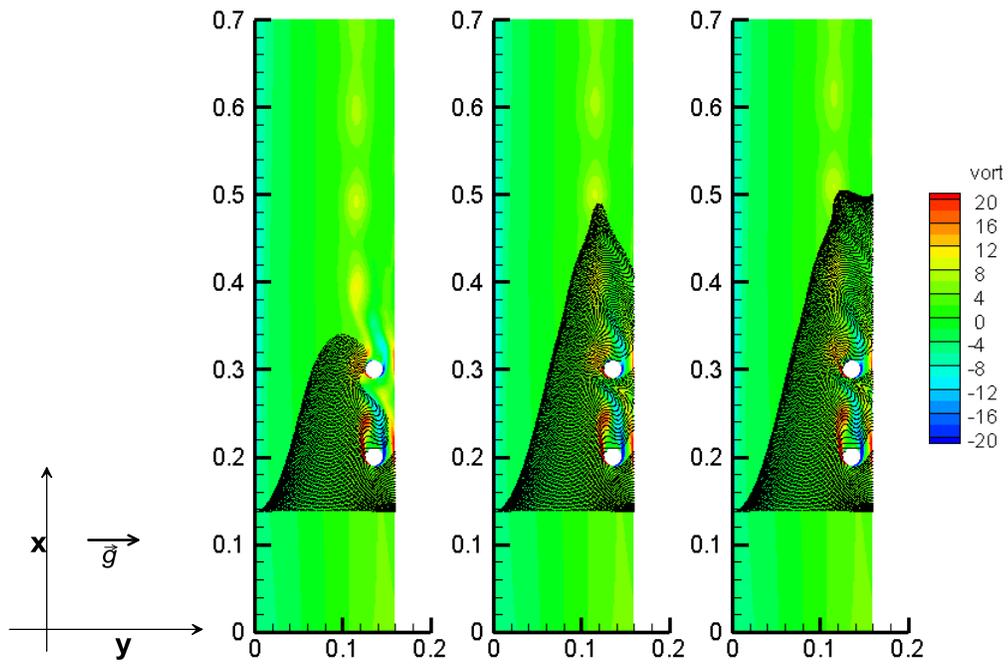


Εικόνα 6-255: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=3 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους την τελευταία χρονική στιγμή $t=7T$ (οι αποστάσεις σε m)

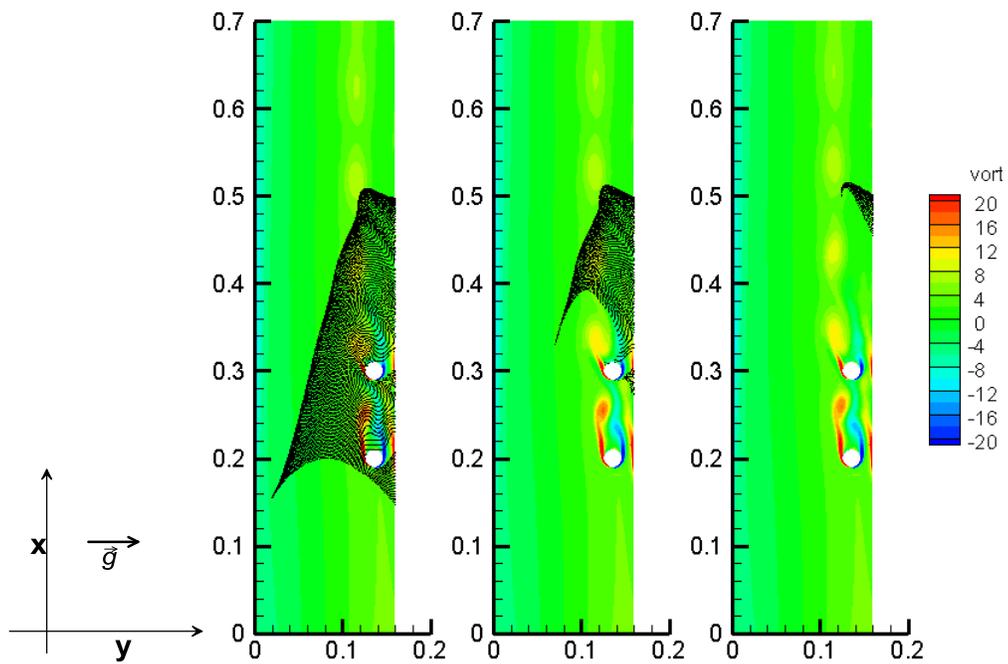


Εικόνα 6-256: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=3 στον αέρα σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

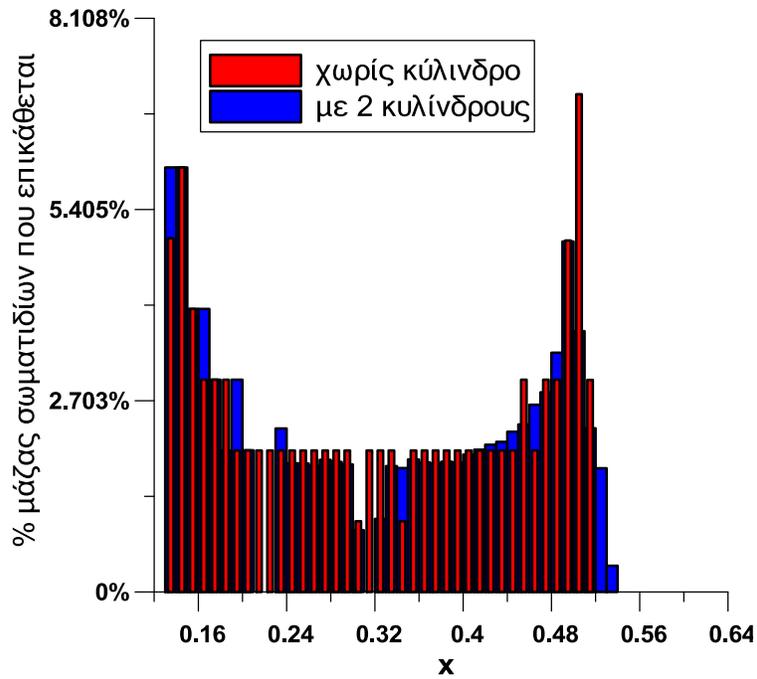
Λόγος αντίστασης/βάρους=2



Εικόνα 6-257: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=2 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-258: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=2 στη ροή αέρα με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

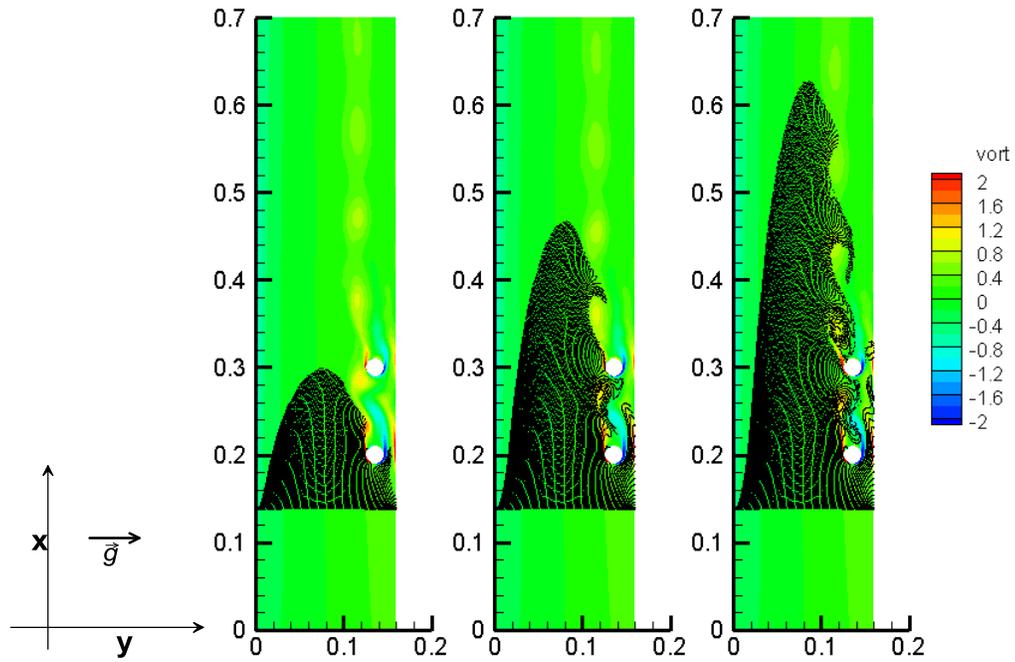


Εικόνα 6-259: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=2 στον αέρα σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

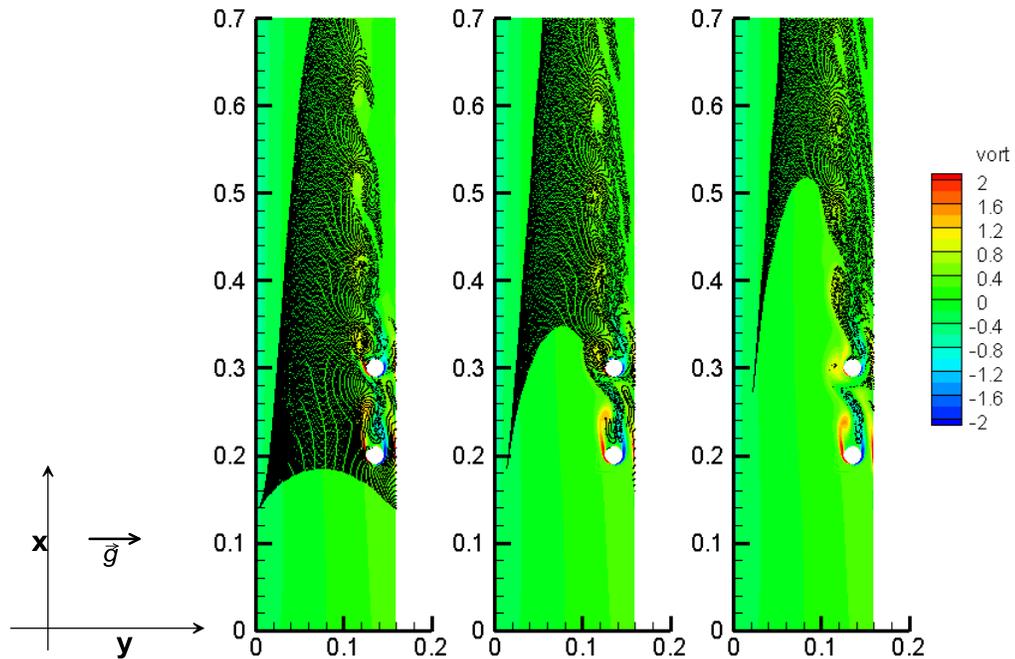
6.1.6. Εύρος σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρους=[2,9] σε νερό με δύο κυλίνδρους

Ακολουθούν τα διαγράμματα για κάθε διάμετρο για 13 χρονικές στιγμές που αντιστοιχούν περίπου σε 13 περιόδους της ταλάντωσης του ομόρρου.

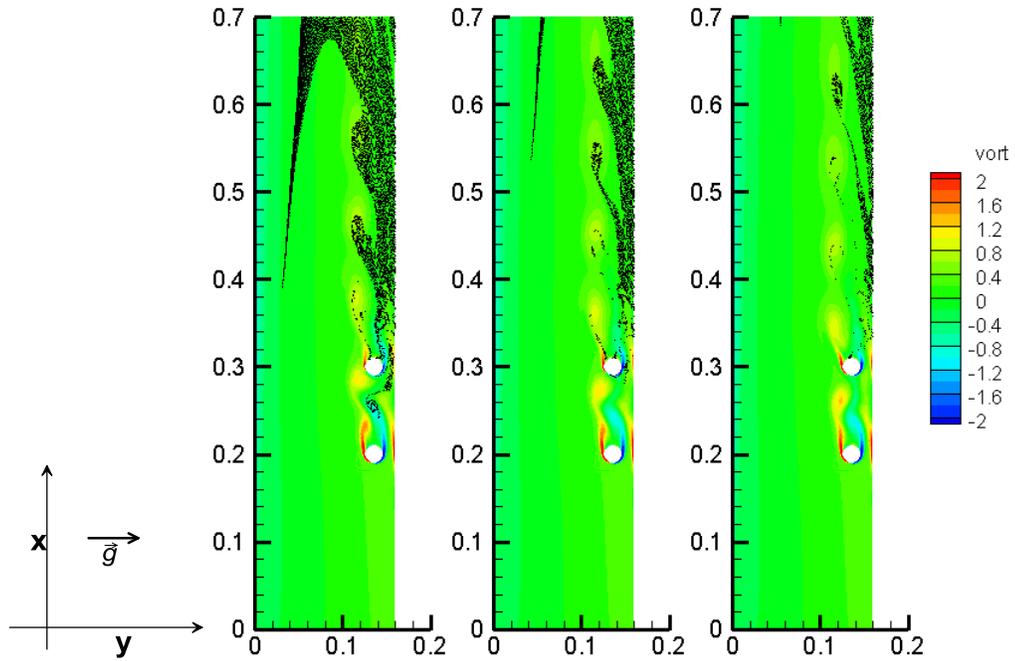
Λόγος αντίστασης/βάρος=9



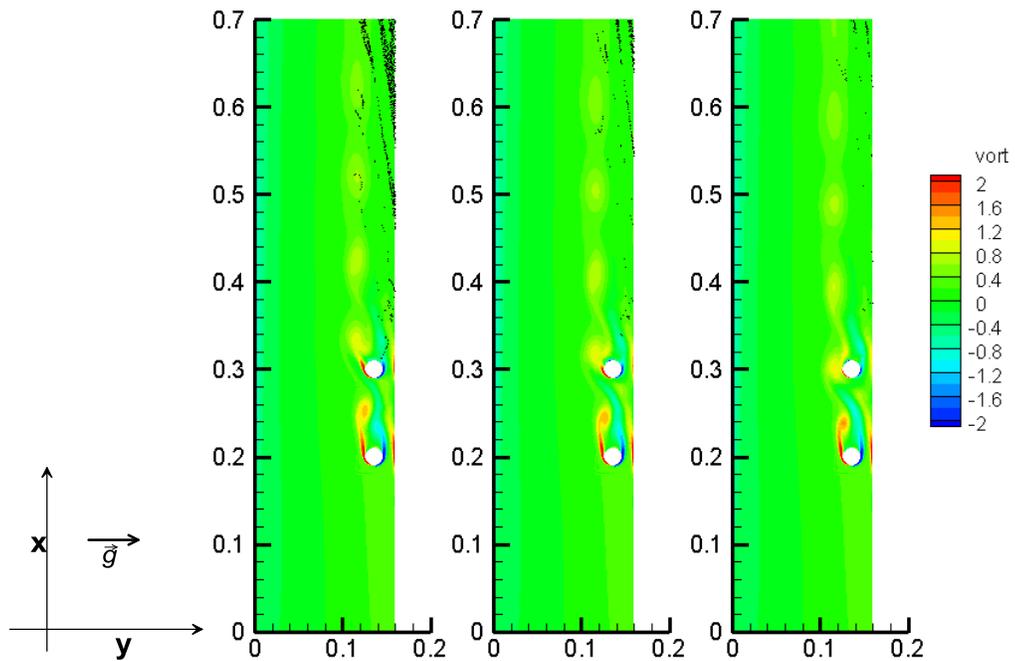
Εικόνα 6-260: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=9 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



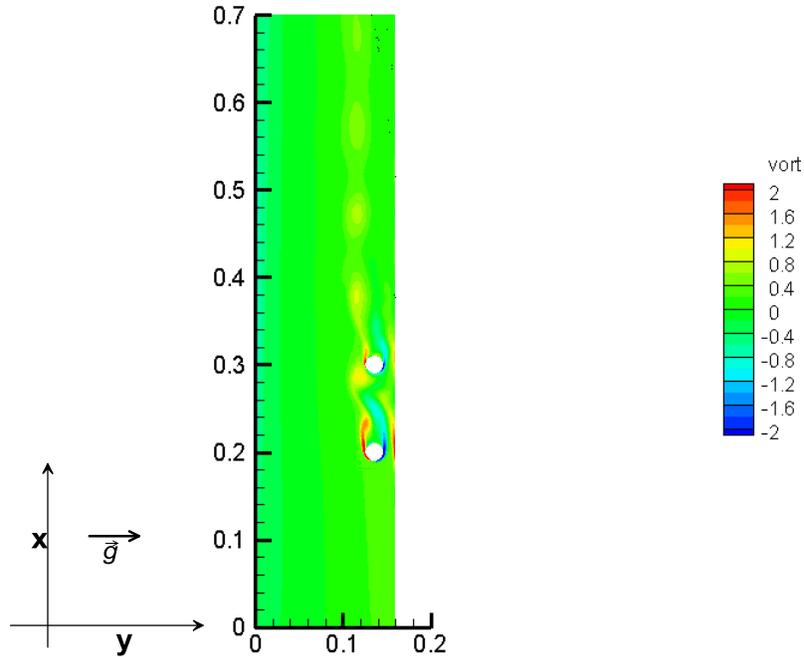
Εικόνα 6-261: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=9 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



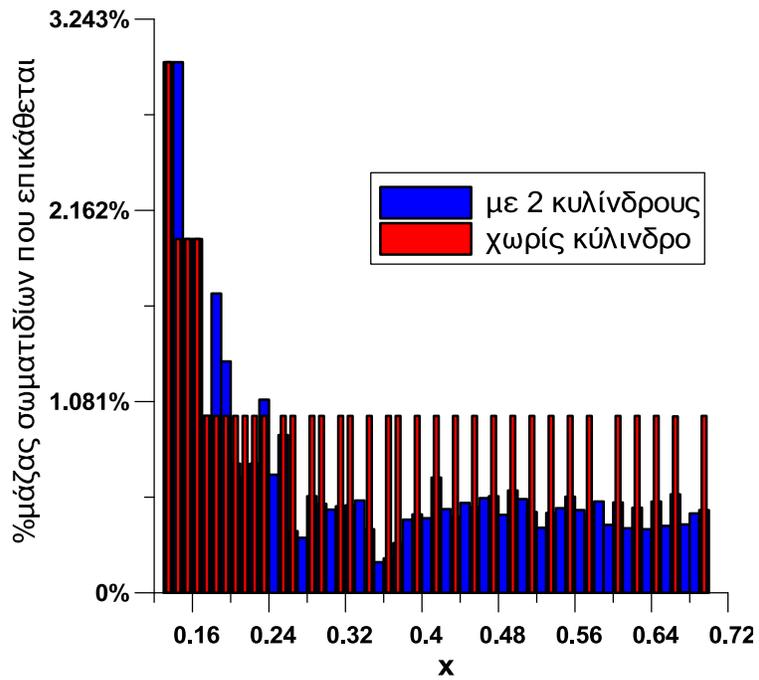
Εικόνα 6-262: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=9 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-263: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=9 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

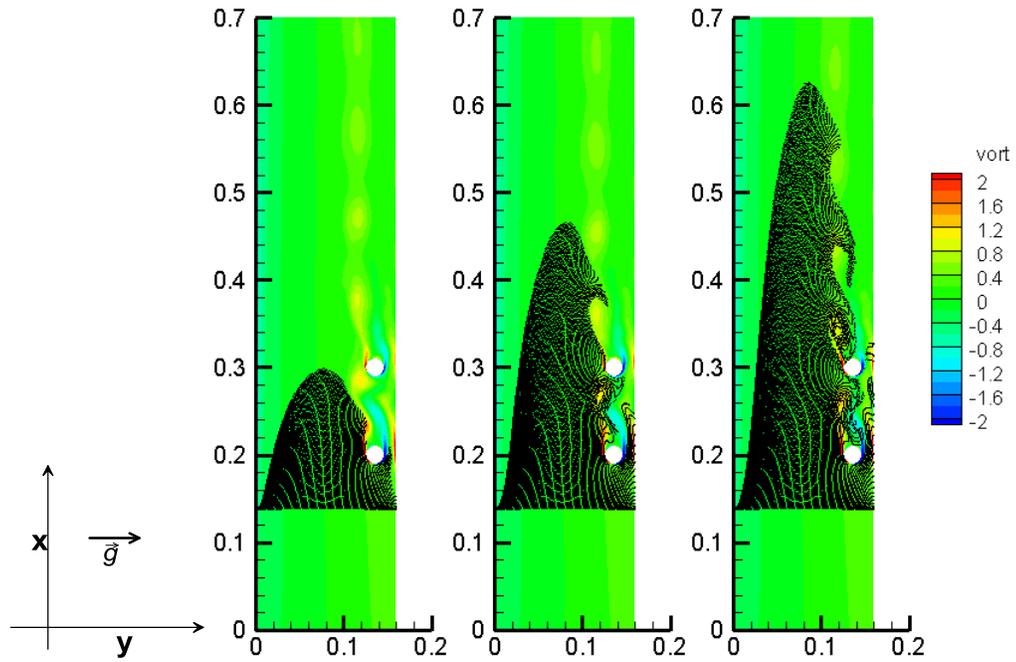


Εικόνα 6-264: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=9 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους την τελευταία χρονική στιγμή $t=13T$ (οι αποστάσεις σε m)

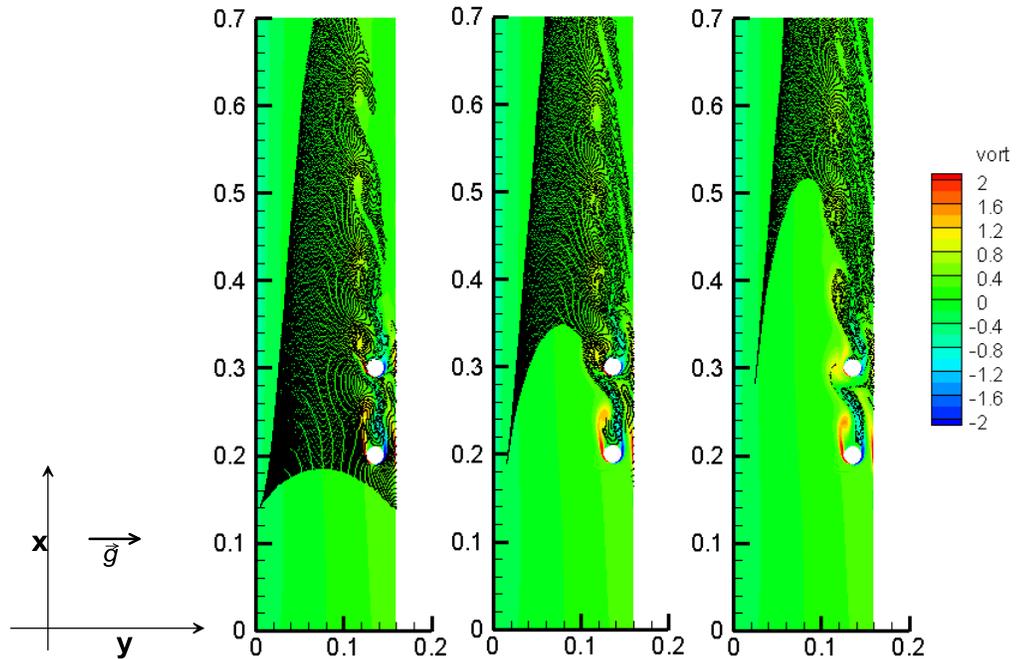


Εικόνα 6-265: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=9 στο νερό σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

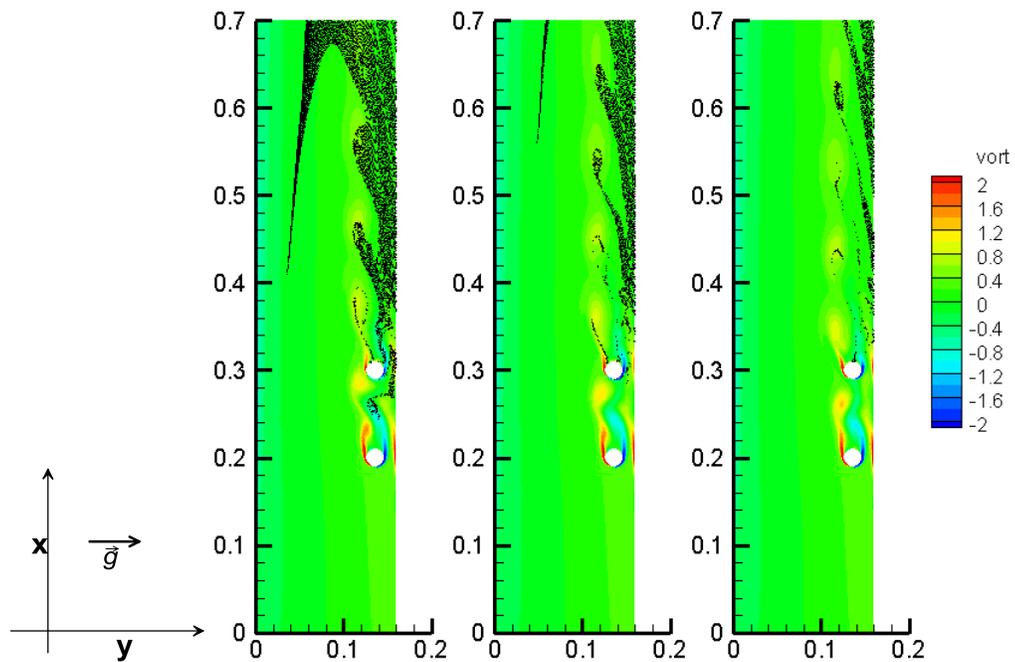
Λόγος αντίστασης/βάρος=8



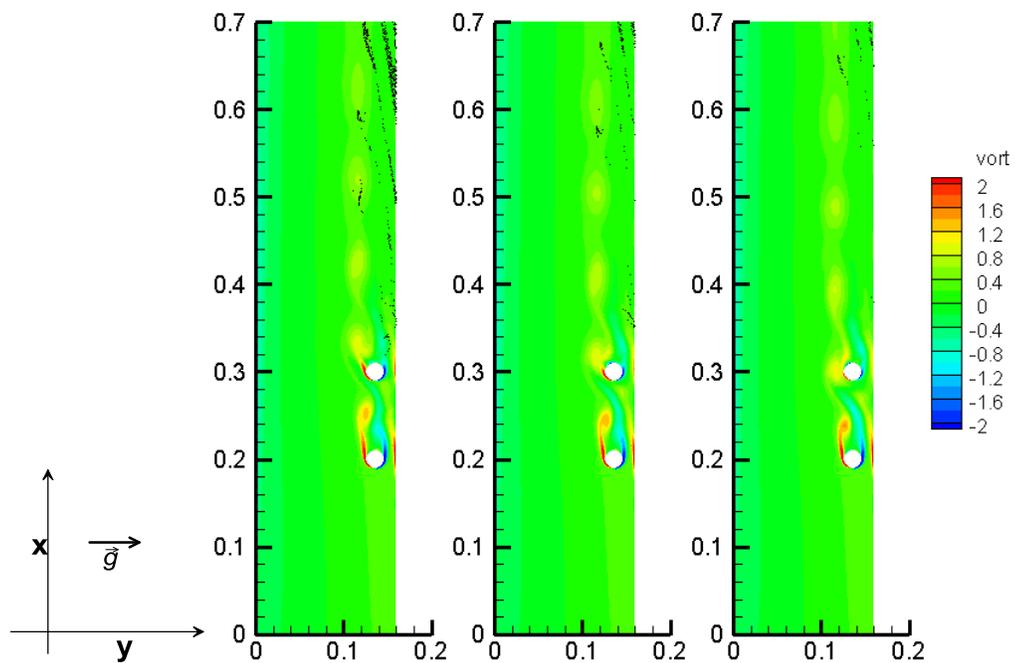
Εικόνα 6-266: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=8 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



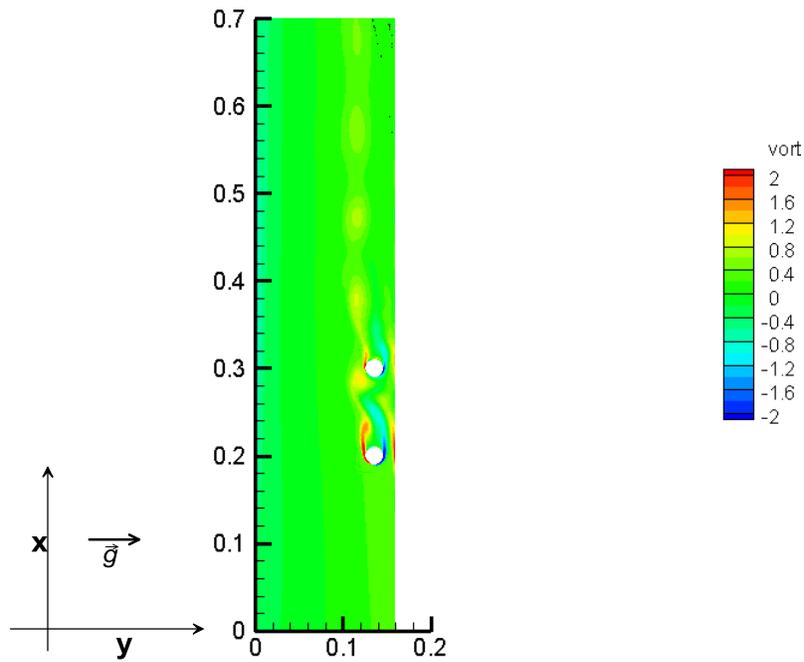
Εικόνα 6-267: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρος=8 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



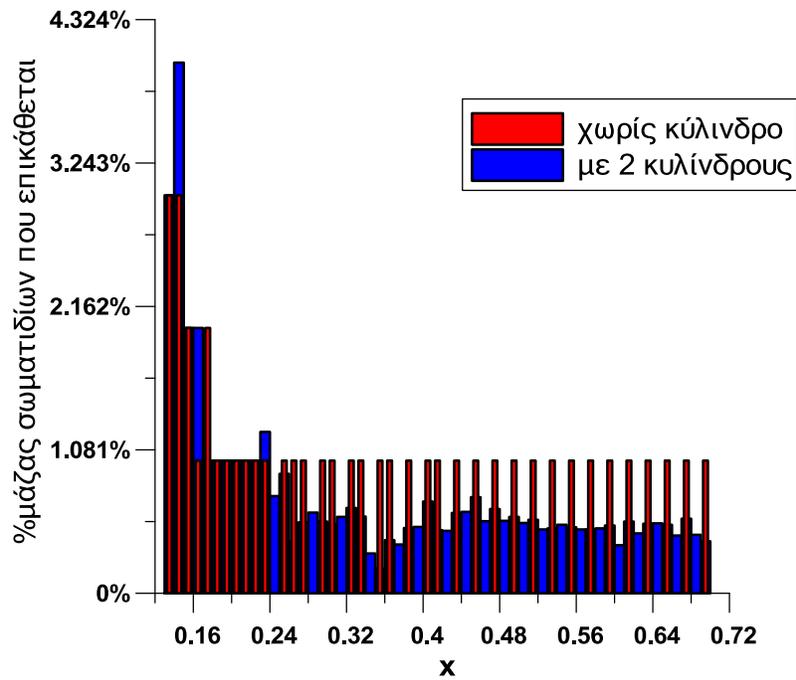
Εικόνα 6-268: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=8 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-269: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=8 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

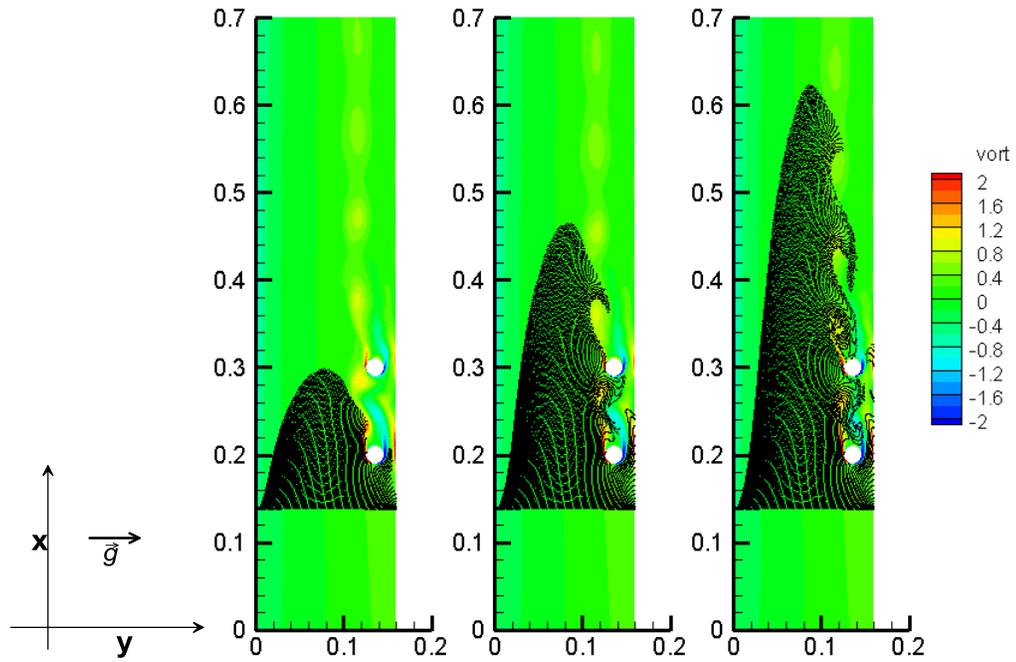


Εικόνα 6-270: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=8 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους την τελευταία χρονική στιγμή $t=13T$ (οι αποστάσεις σε m)

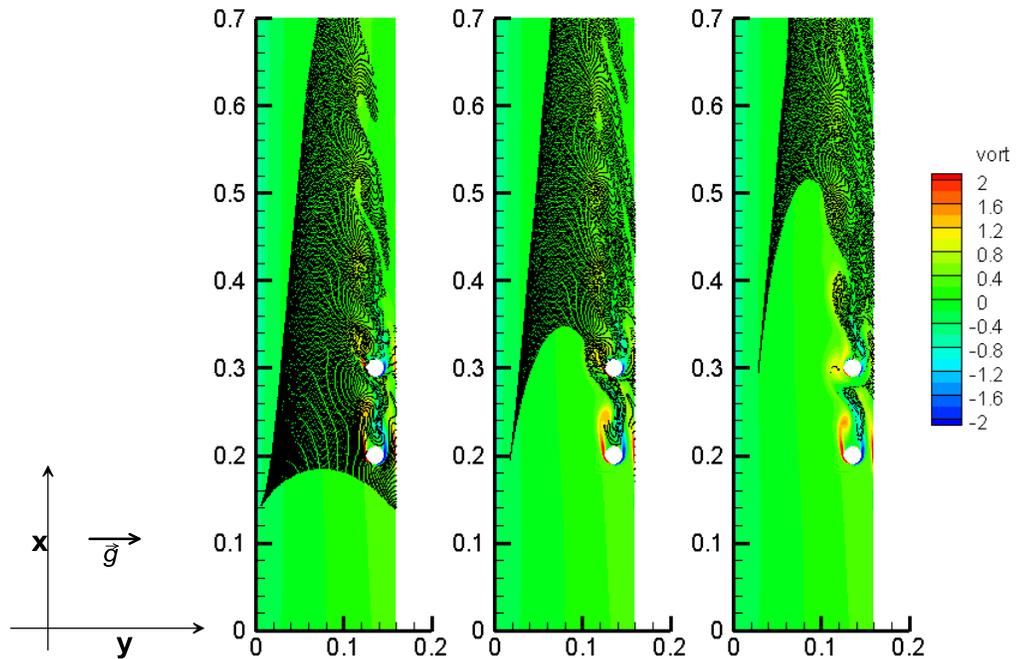


Εικόνα 6-271: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=8 στο νερό σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

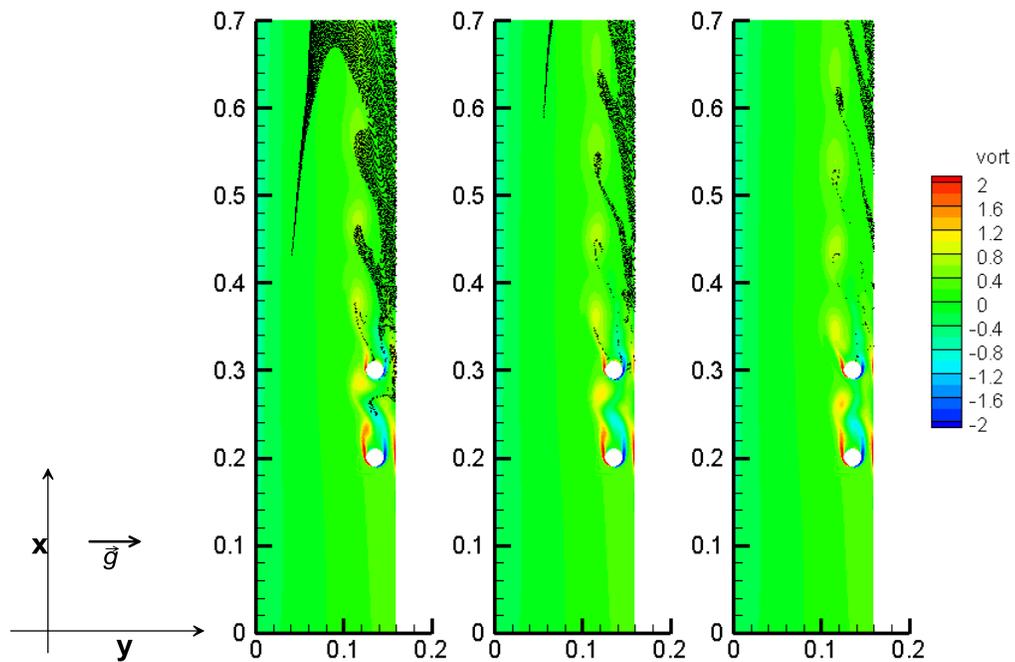
Λόγος αντίστασης/βάρους=7



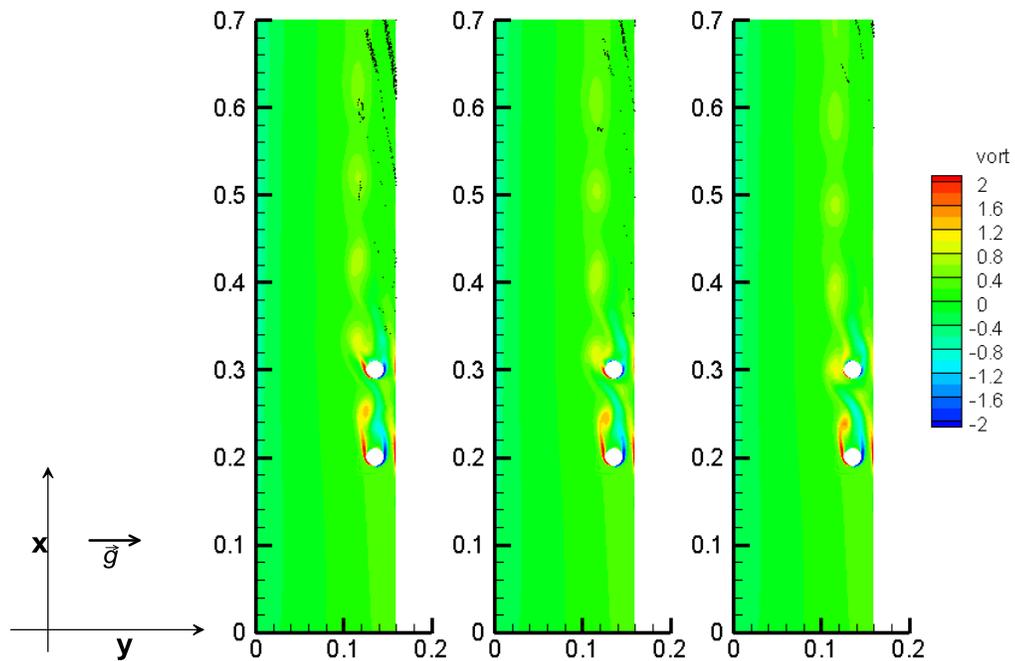
Εικόνα 6-272: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=7 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



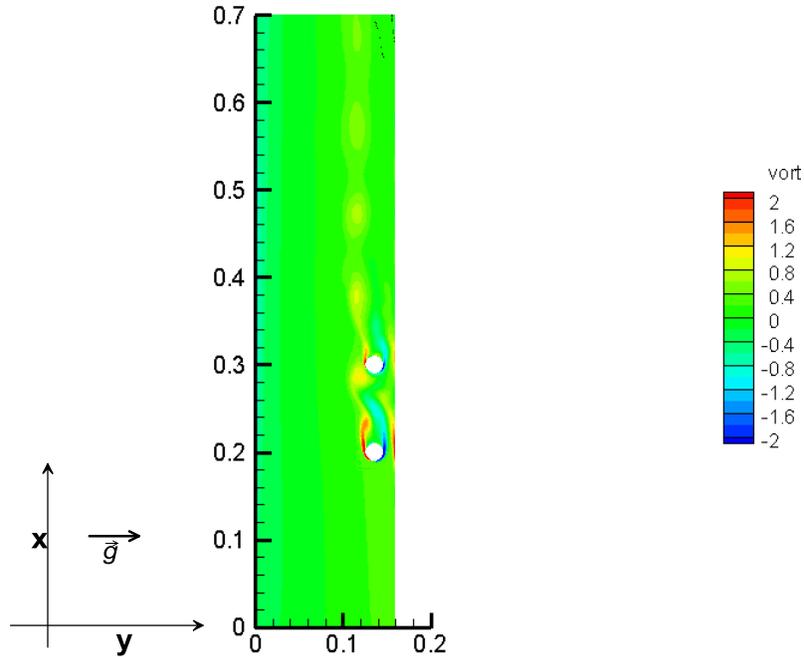
Εικόνα 6-273: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=7 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



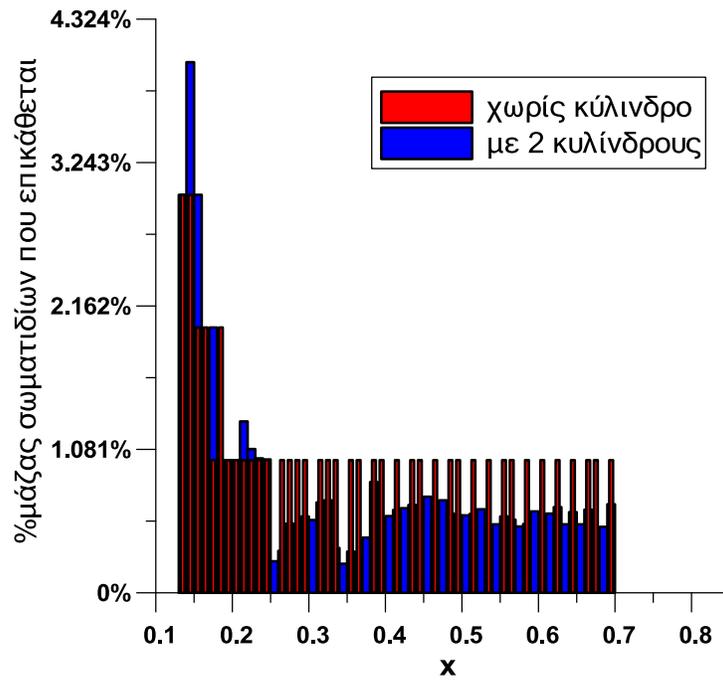
Εικόνα 6-274: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=7 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-275: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=7 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

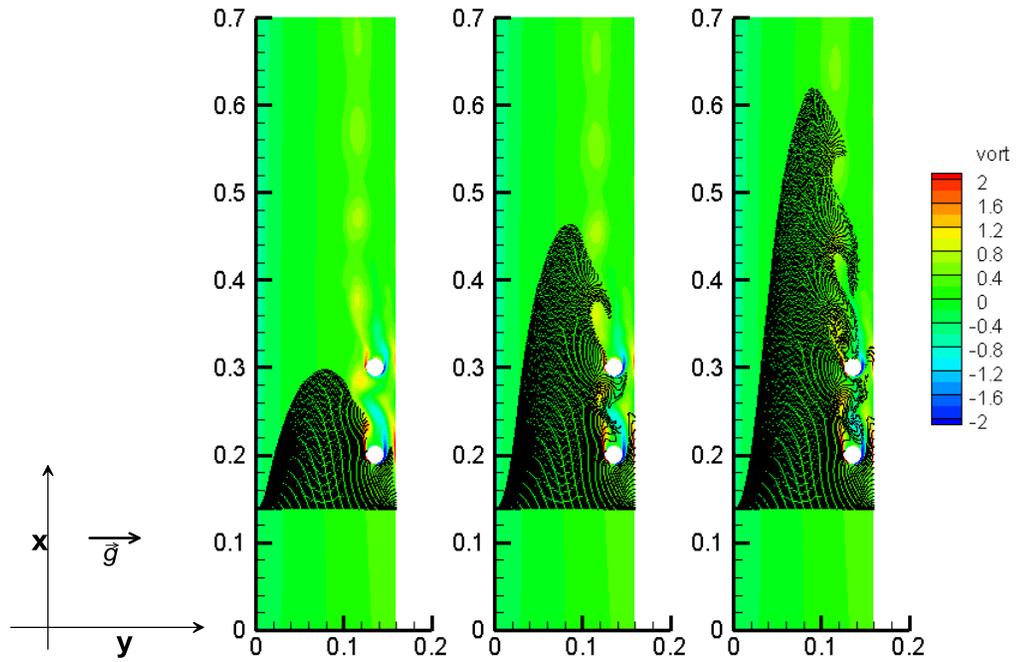


Εικόνα 6-276: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=7 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους την τελευταία χρονική στιγμή $t=13T$ (οι αποστάσεις σε m)

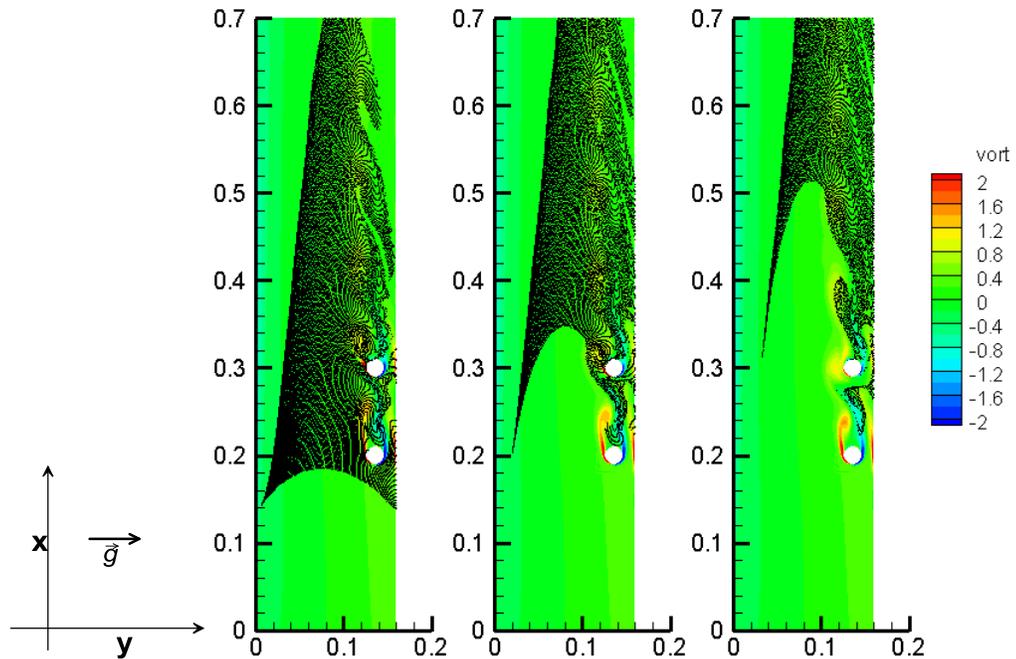


Εικόνα 6-277: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=7 στο νερό σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

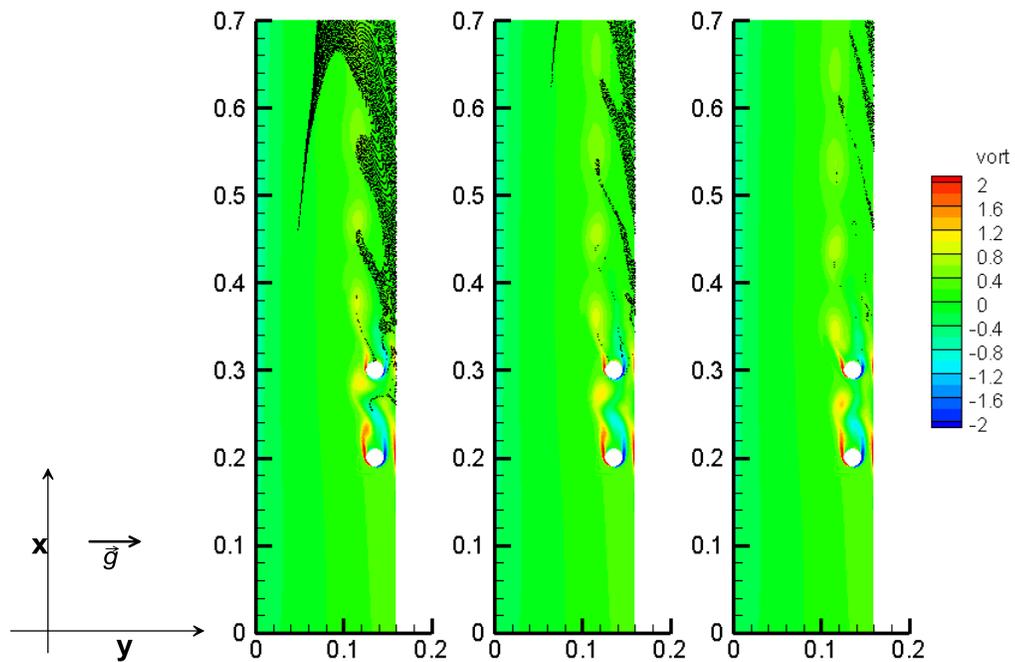
Λόγος αντίστασης/βάρους=6



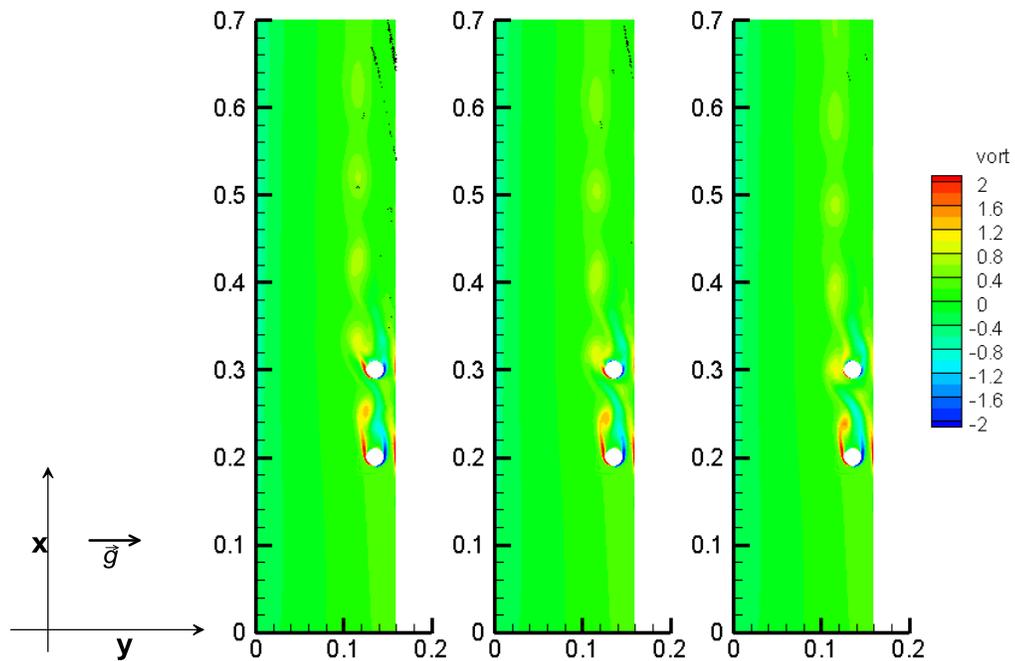
Εικόνα 6-278: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=6 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



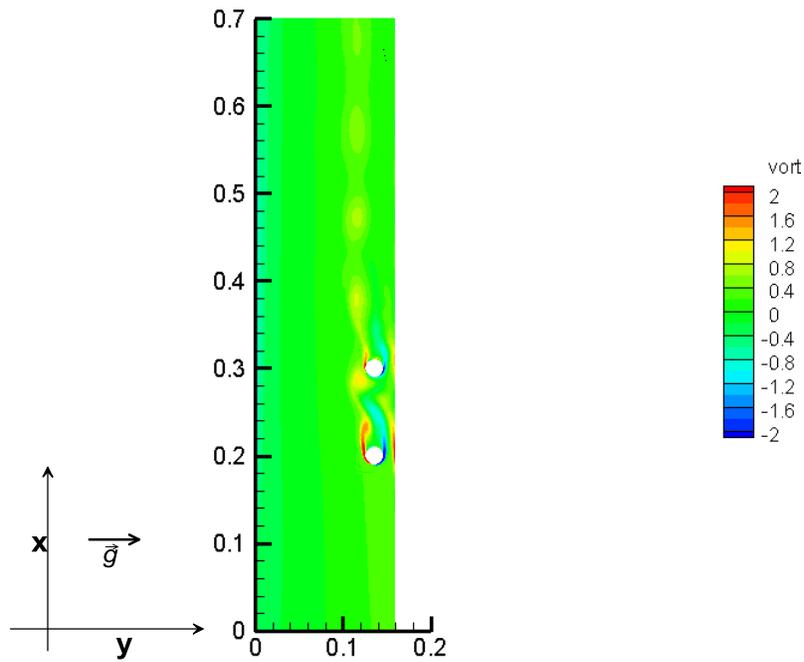
Εικόνα 6-279: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=6 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



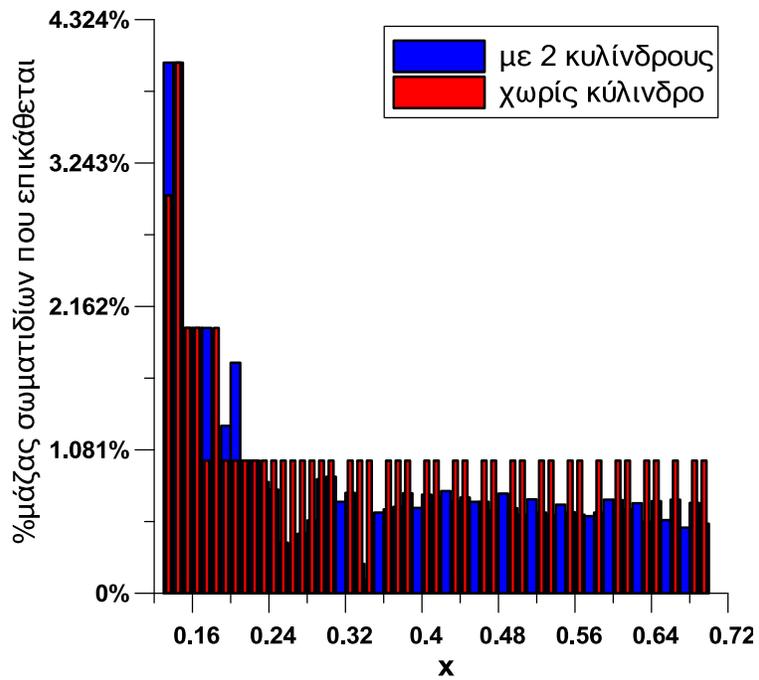
Εικόνα 6-280: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=6 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-281: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=6 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=10T, 11T, 12T$ (οι αποστάσεις σε m)

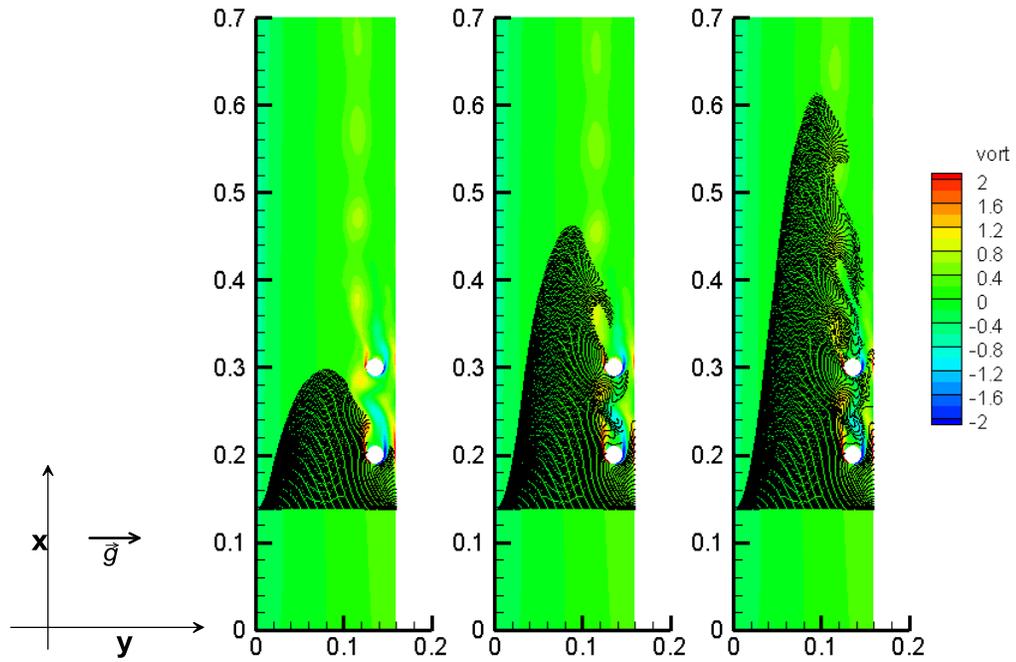


Εικόνα 6-282: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=6 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους την τελευταία χρονική στιγμή $t=13T$ (οι αποστάσεις σε m)

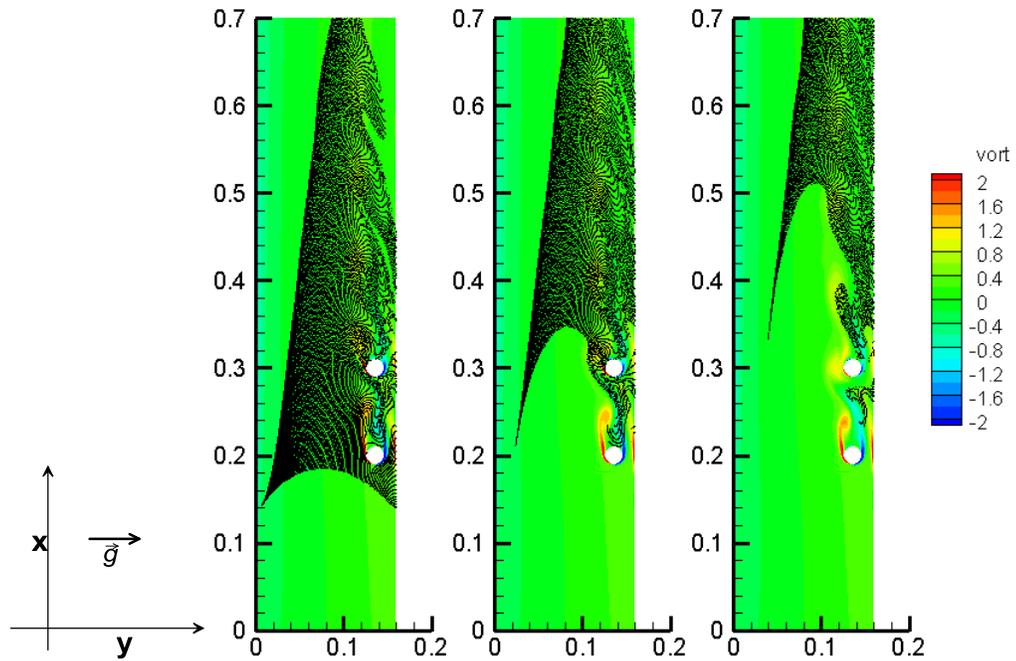


Εικόνα 6-283: Διανομή της επικάθισης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=6 στο νερό σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

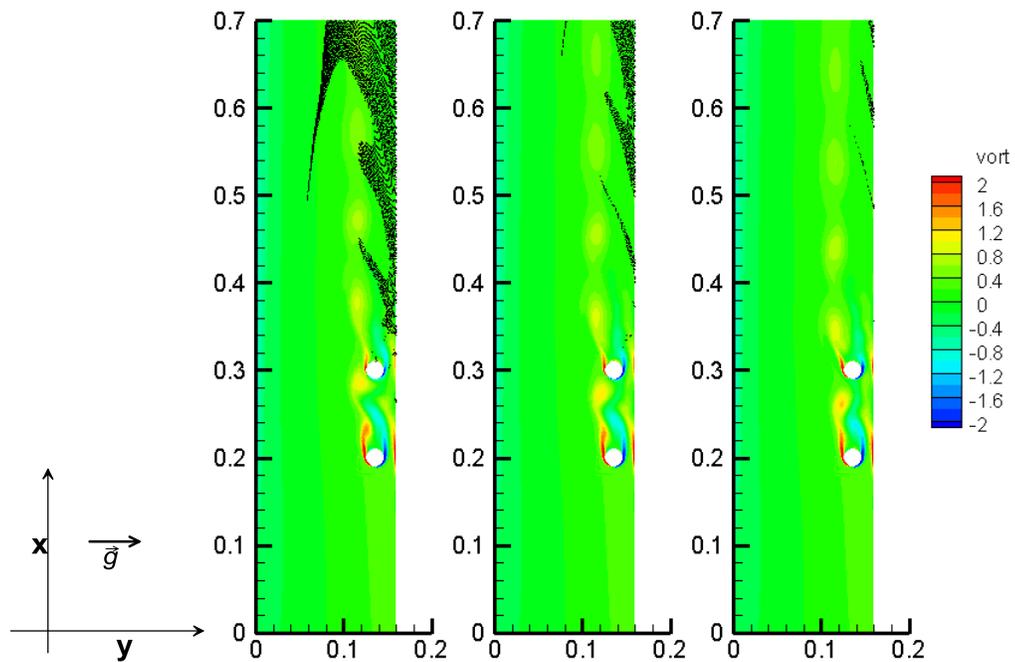
Λόγος αντίστασης/βάρους=5



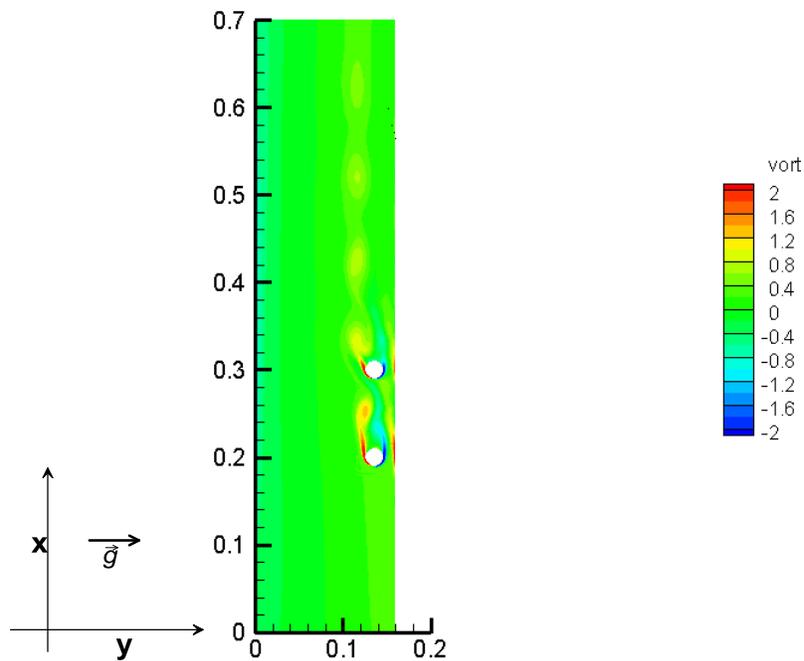
Εικόνα 6-284: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=5 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



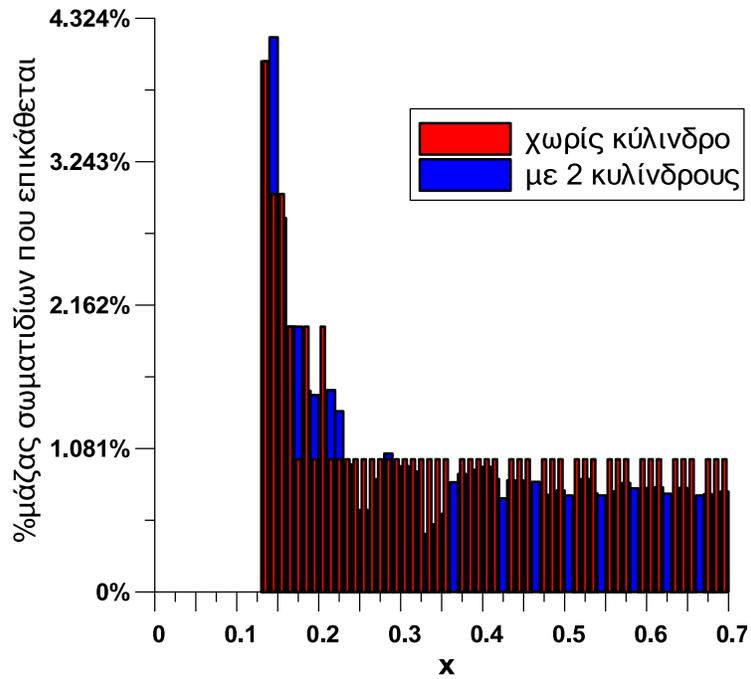
Εικόνα 6-285: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=5 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-286: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=5 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T, 9T$ (οι αποστάσεις σε m)

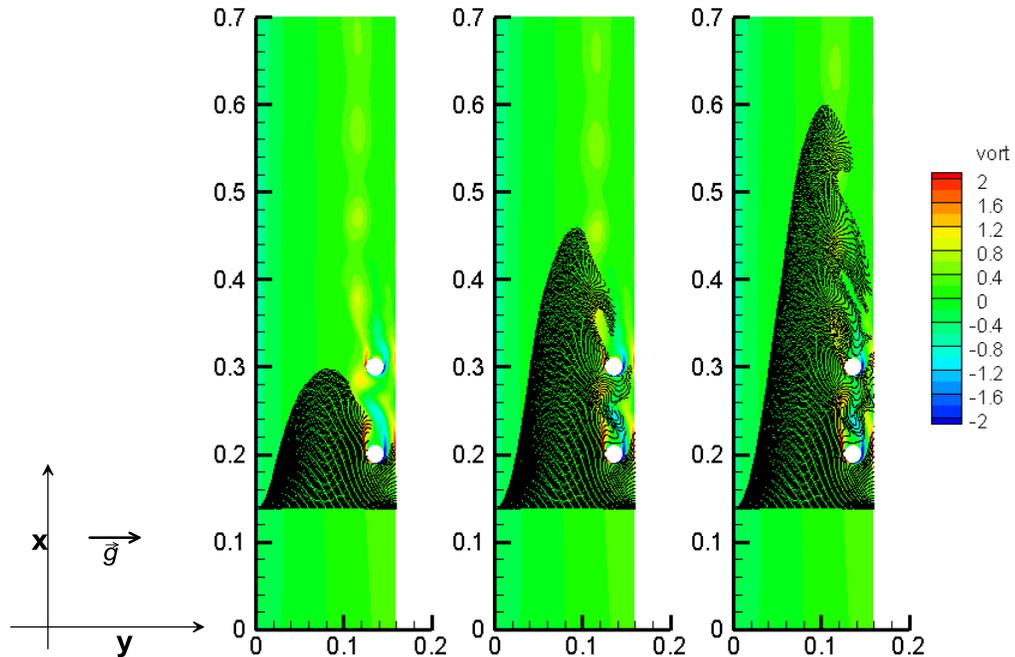


Εικόνα 6-287: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=5 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους την τελευταία χρονική στιγμή $t=10T$ (οι αποστάσεις σε m)

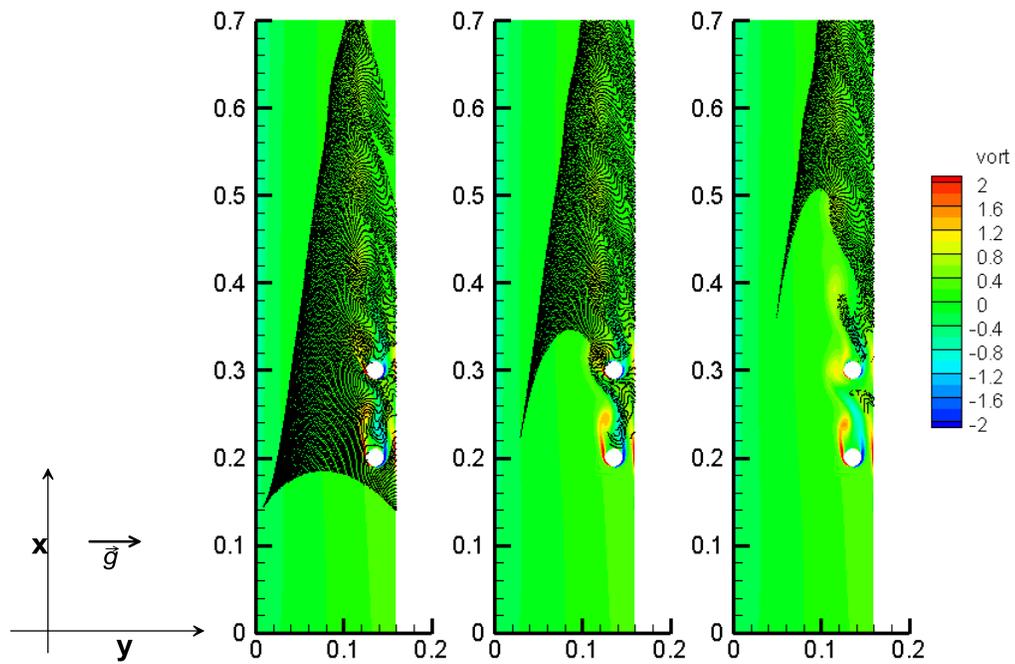


Εικόνα 6-288: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=5 στο νερό σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02\text{m}$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2\text{m}$ και $x=0.3\text{m}$

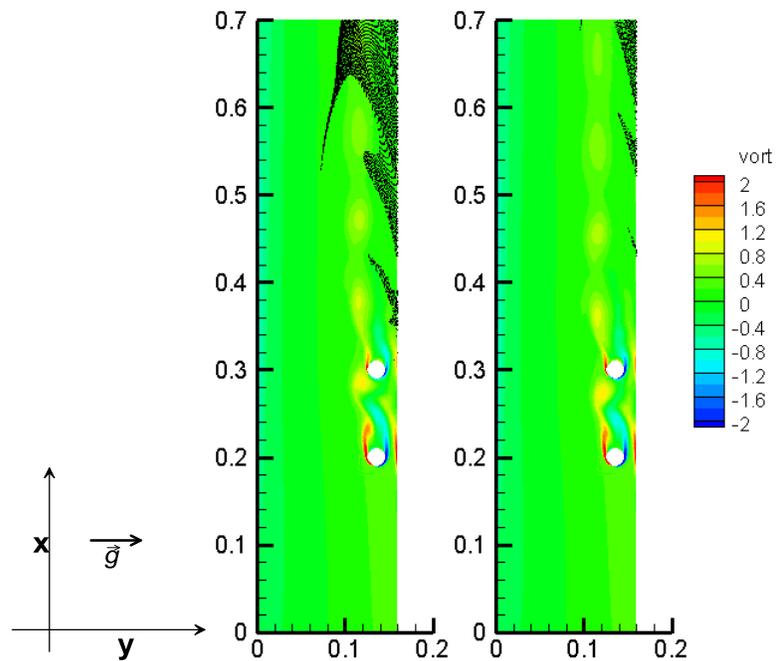
Λόγος αντίστασης/βάρος=4



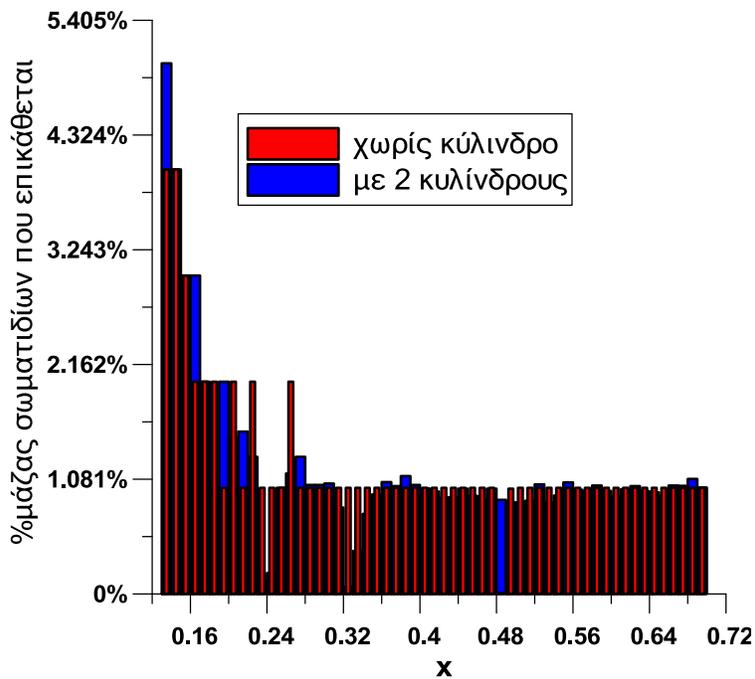
Εικόνα 6-289: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=4 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-290: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=4 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

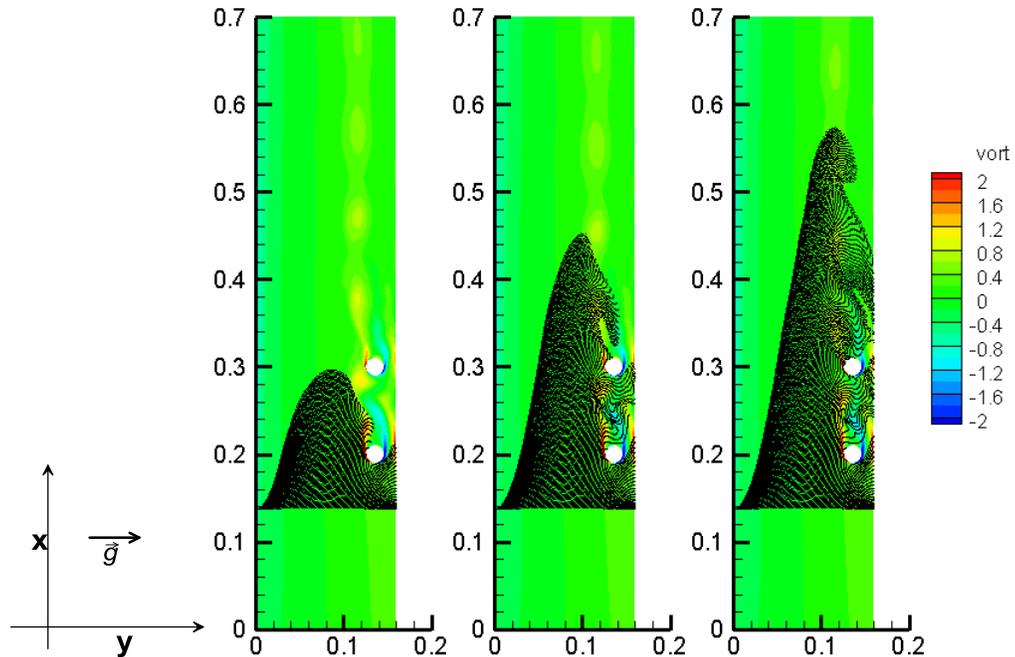


Εικόνα 6-291: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρος=4 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T$ (οι αποστάσεις σε m)

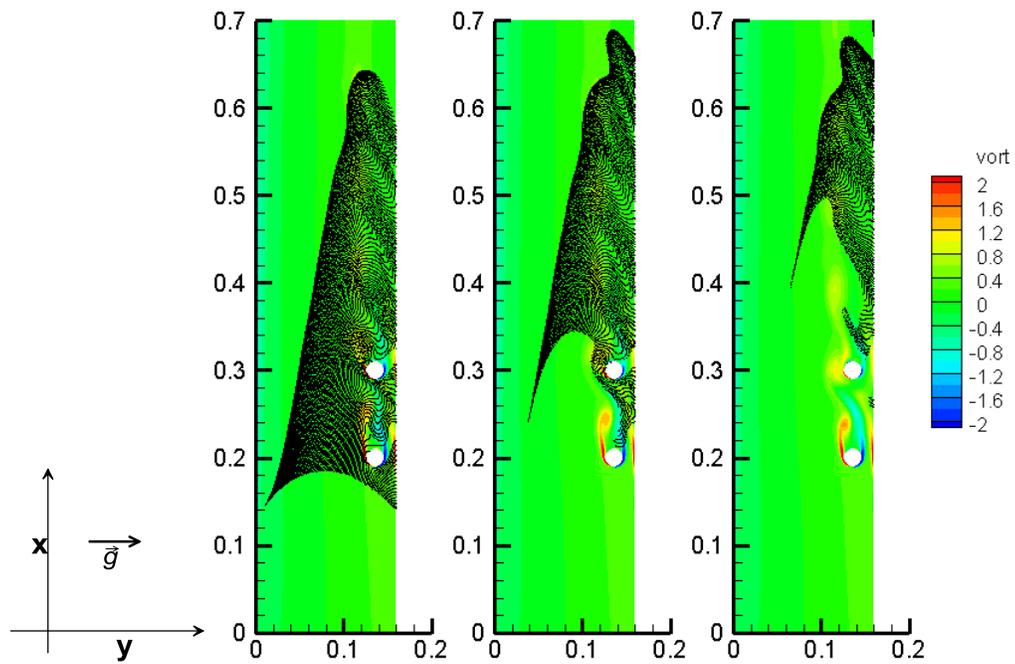


Εικόνα 6-292: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων λόγου αντίστασης/βάρους=4 στο νερό σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

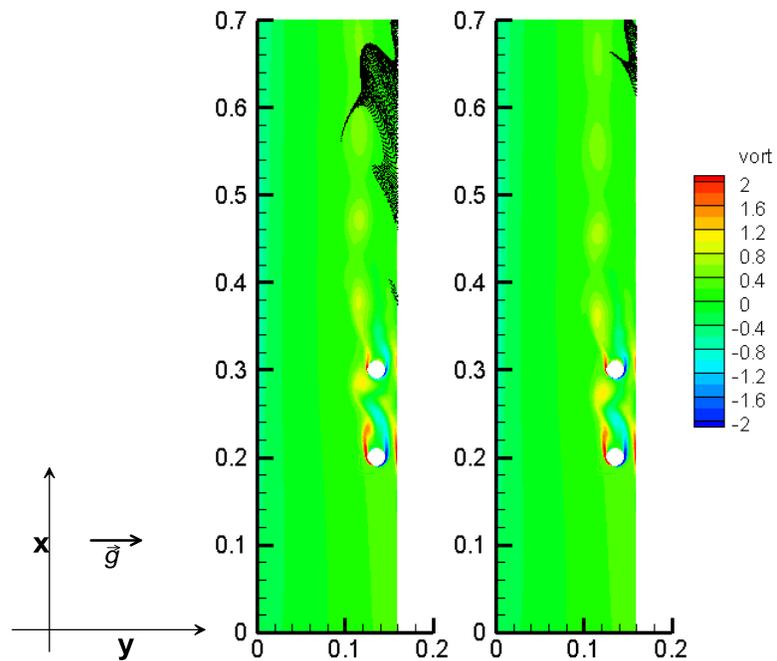
Λόγος αντίστασης/βάρους=3



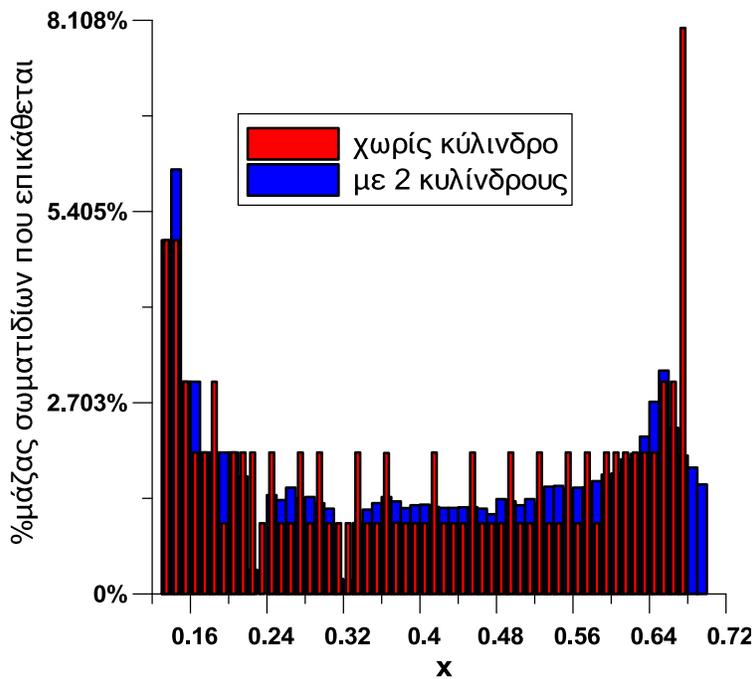
Εικόνα 6-293: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=3 στη ροή νερού με δύο κύλινδρους τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-294: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=3 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

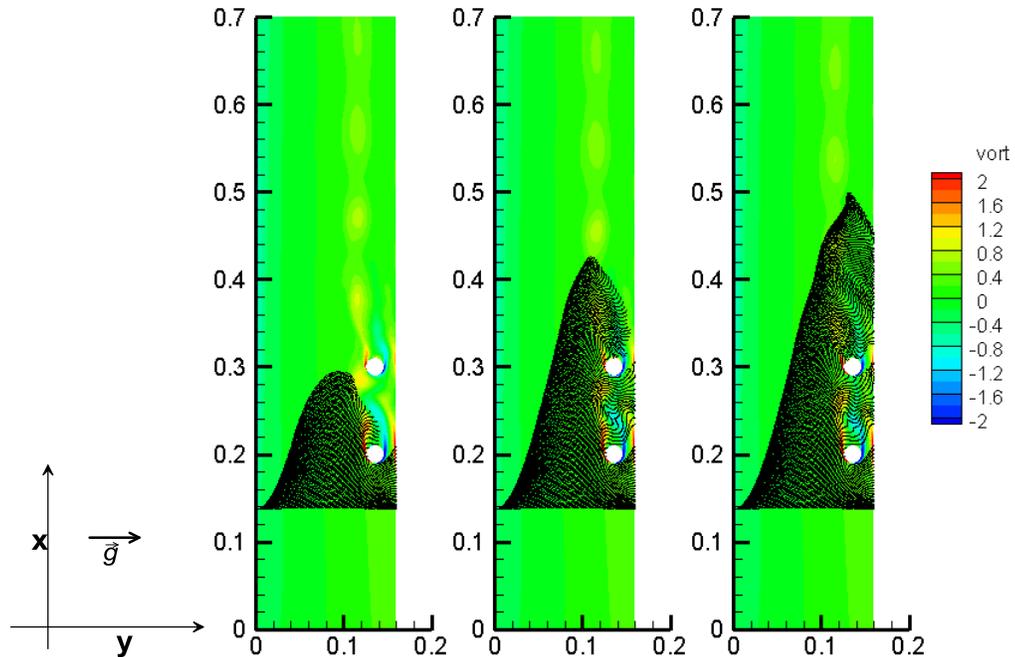


Εικόνα 6-295: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=3 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=7T, 8T$ (οι αποστάσεις σε m)

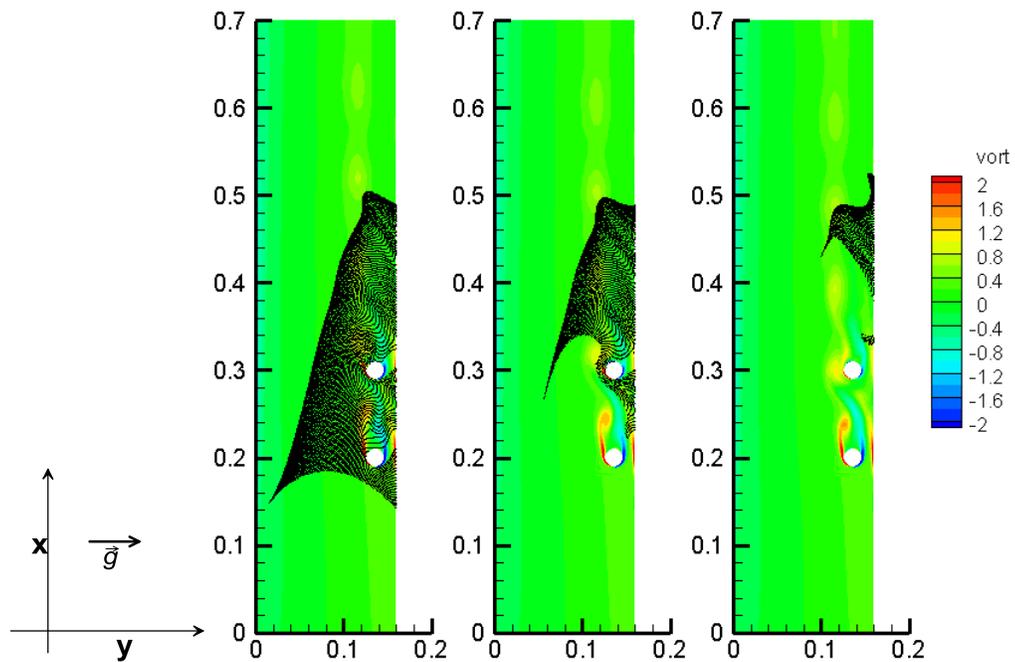


Εικόνα 6-296: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων λόγου αντίστασης/βάρους=3 στο νερό σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02\text{m}$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2\text{m}$ και $x=0.3\text{m}$

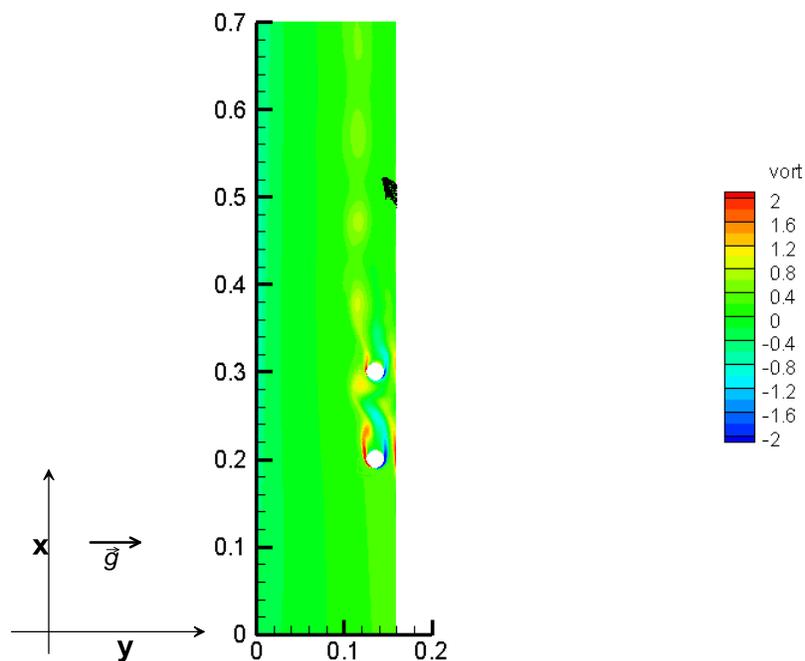
Λόγος αντίστασης/βάρους=2



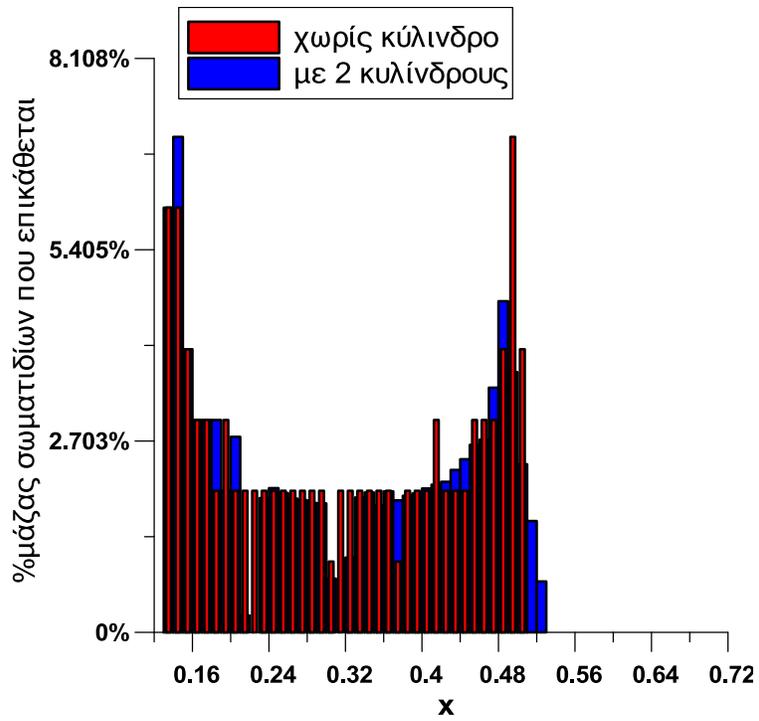
Εικόνα 6-297: Σωματίδια λόγου αντίστασης/βάρους=2 στη ροή νερού με δύο κύλινδρους τις χρονικές στιγμές $t=T, 2T, 3T$ (οι αποστάσεις σε m)



Εικόνα 6-298: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=2 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους τις χρονικές στιγμές $t=4T, 5T, 6T$ (οι αποστάσεις σε m)

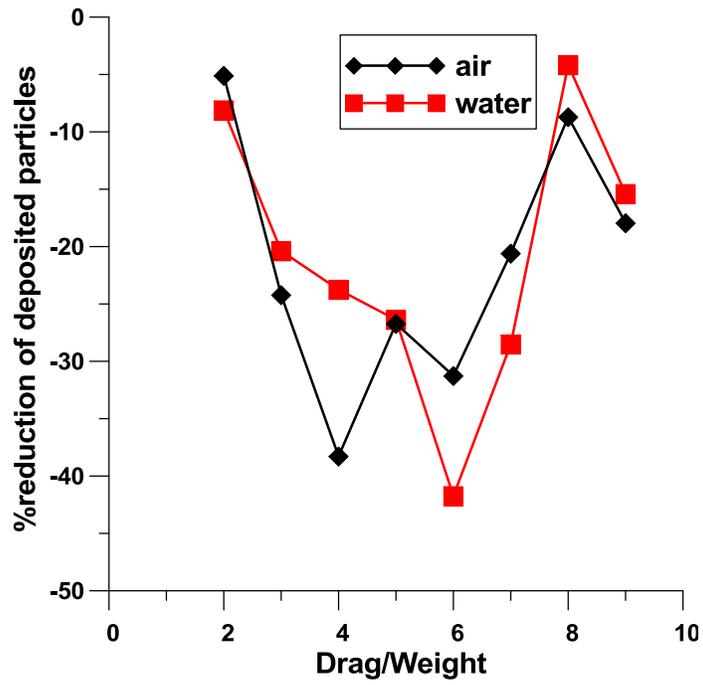


Εικόνα 6-299: Σωματίδια λόγω αντίστασης/βάρους=2 στη ροή νερού με δύο κυλίνδρους την τελευταία χρονική στιγμή $t=7T$ (οι αποστάσεις σε m)

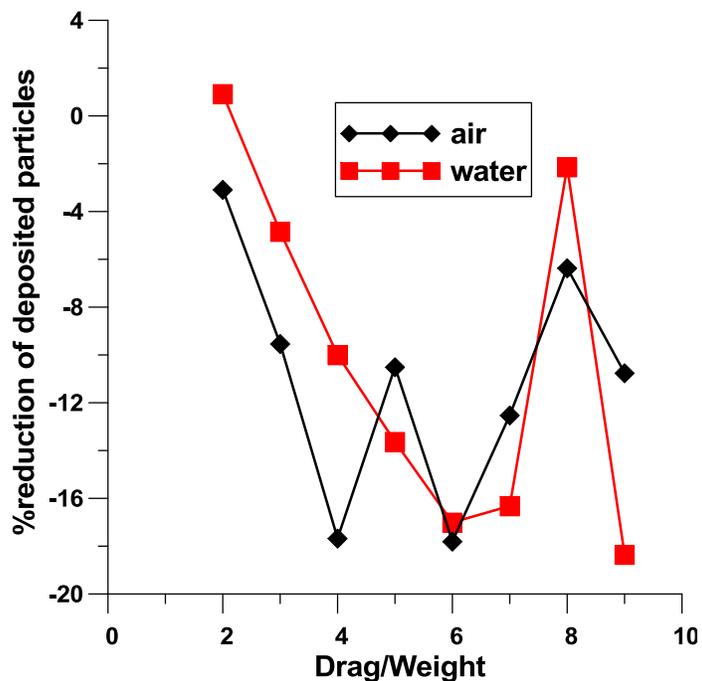


Εικόνα 6-300: Διανομή της επικάλυψης των σωματιδίων λόγω αντίστασης/βάρος=2 στο νερό σε συνάρτηση με την απόσταση x (σε m). Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

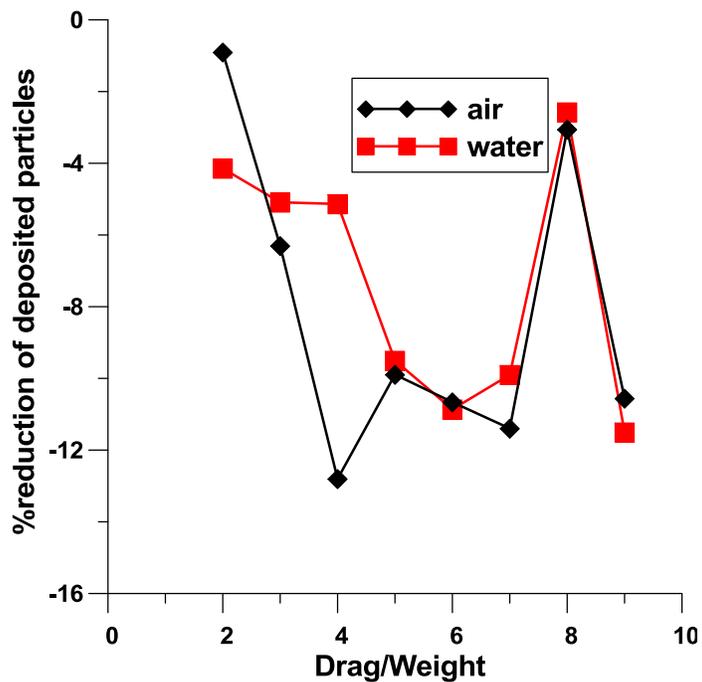
6.2. Επικαθίσεις



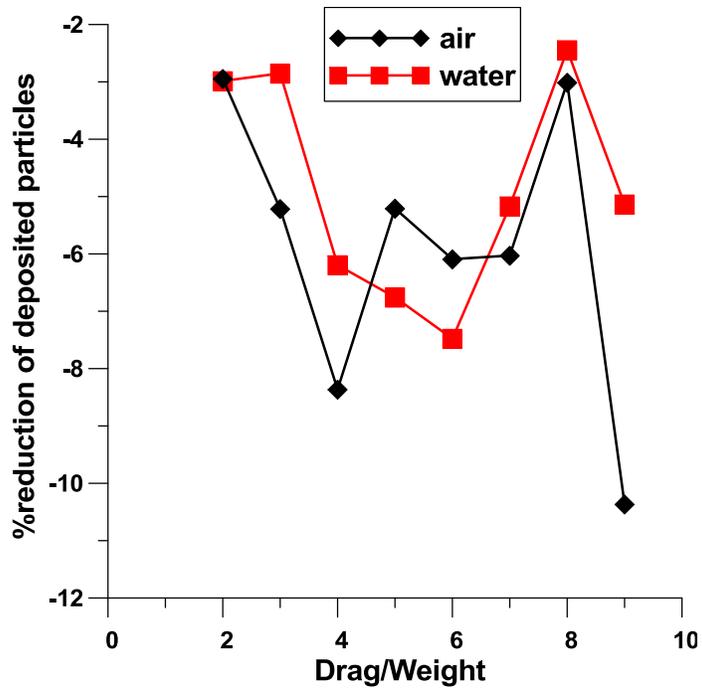
Εικόνα 6-301: Ποσοστιαία μείωση της επικαθίσης για αέρα και νερό σε απόσταση μεταξύ $1.5D$ και $5D$ μακριά από τον κύλινδρο σε συνάρτηση με το $Drag/Weight$. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$



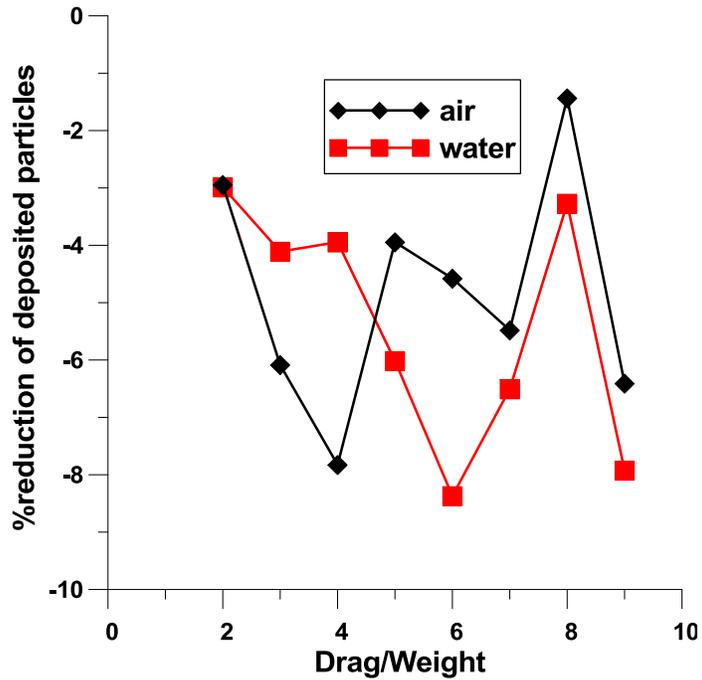
Εικόνα 6-302: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης για αέρα και νερό σε απόσταση μεταξύ 1.5D και 10D μακριά από τον κύλινδρο σε συνάρτηση με το Drag/Weight. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$



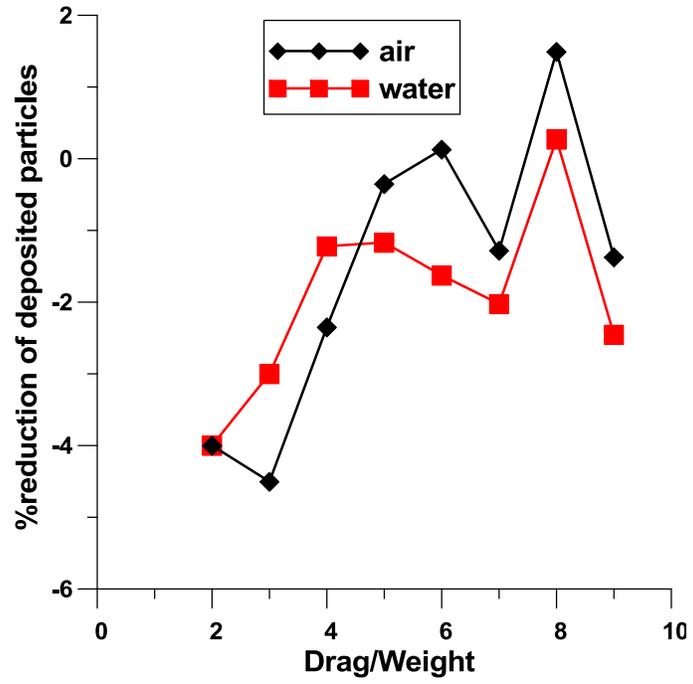
Εικόνα 6-303: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης για αέρα και νερό σε απόσταση μεταξύ 1.5D και 15D μακριά από τον κύλινδρο σε συνάρτηση με το Drag/Weight. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$



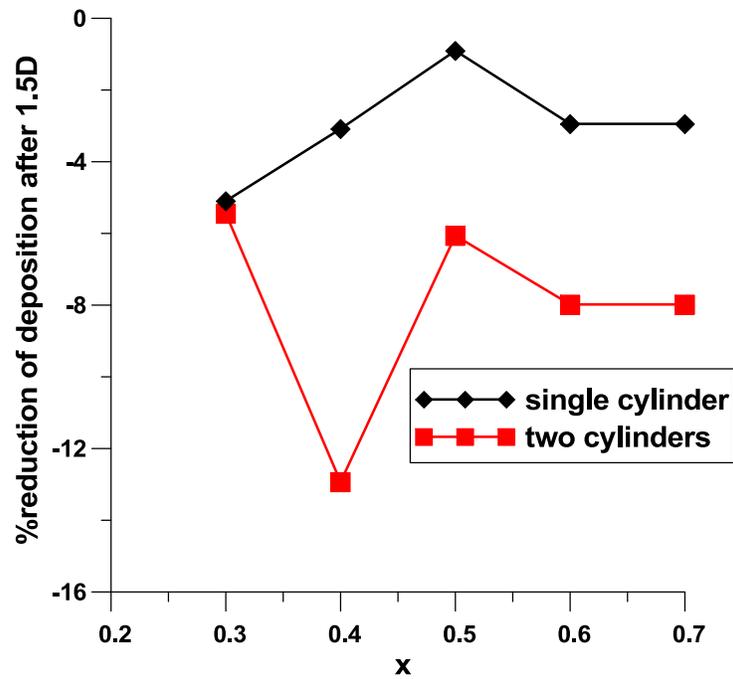
Εικόνα 6-304: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης για αέρα και νερό σε απόσταση μεταξύ 1.5D και 20D μακριά από τον κύλινδρο σε συνάρτηση με το Drag/Weight. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$



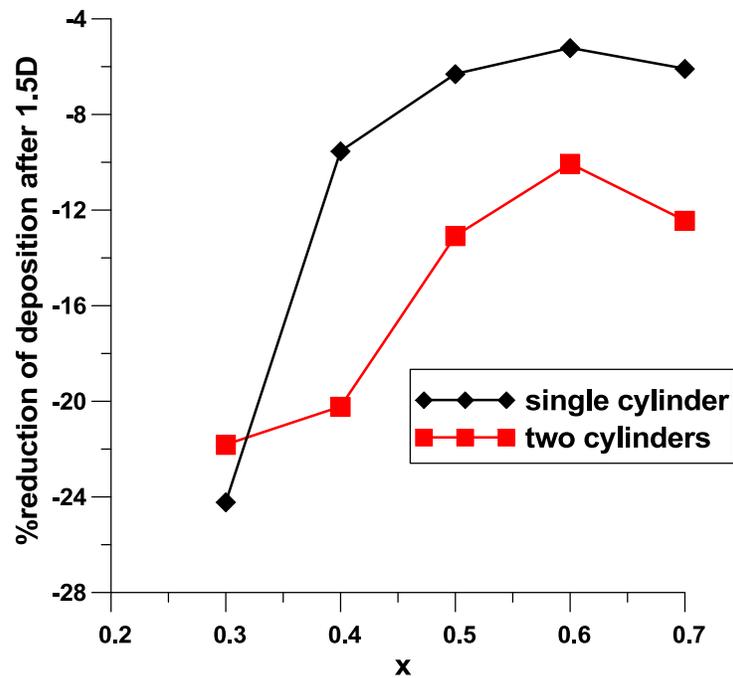
Εικόνα 6-305: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης για αέρα και νερό σε απόσταση μεταξύ 1.5D και 25D μακριά από τον κύλινδρο σε συνάρτηση με το Drag/Weight. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$



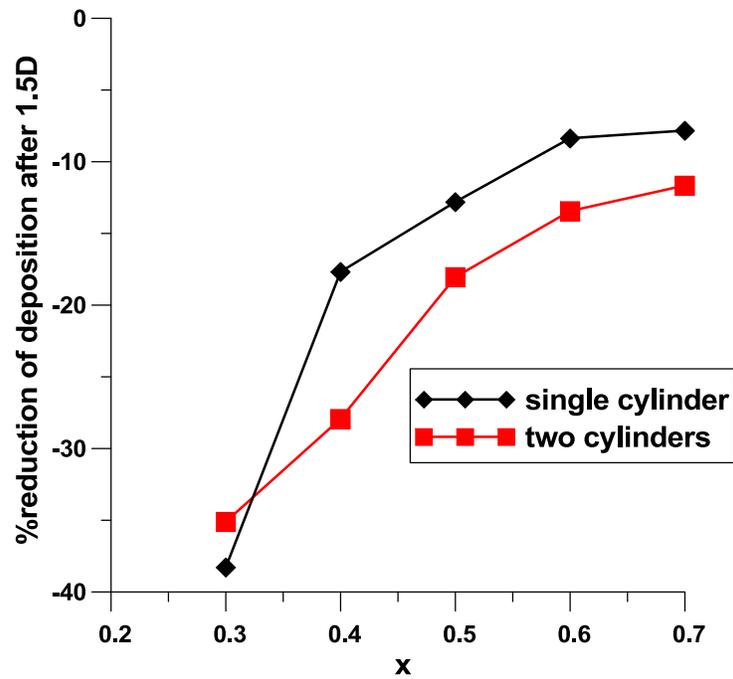
Εικόνα 6-306: Συνολική ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης για αέρα και νερό σε συνάρτηση με το Drag/Weight. Ο κύλινδρος διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκεται στη θέση $x=0.2m$



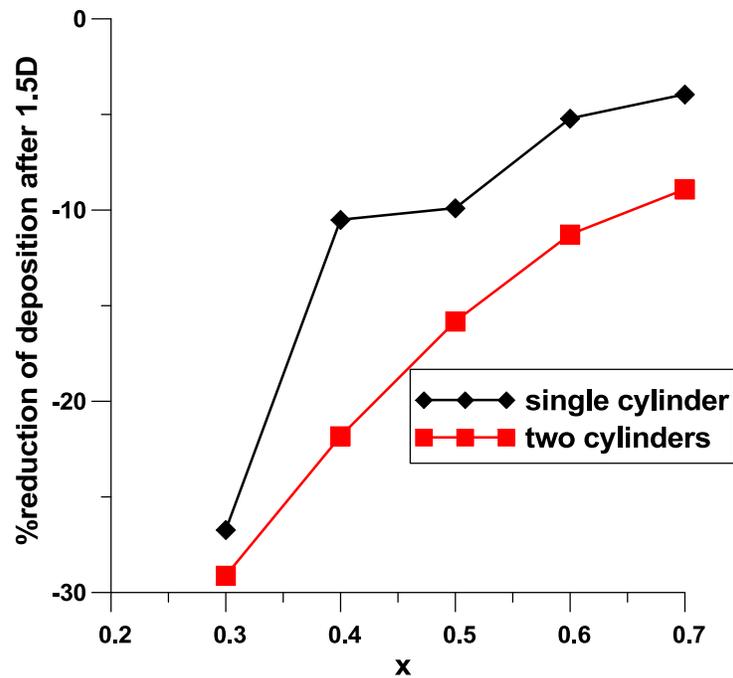
Εικόνα 6-307: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης των σωματιδίων ($Drag/Weight=2$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή αέρα. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$



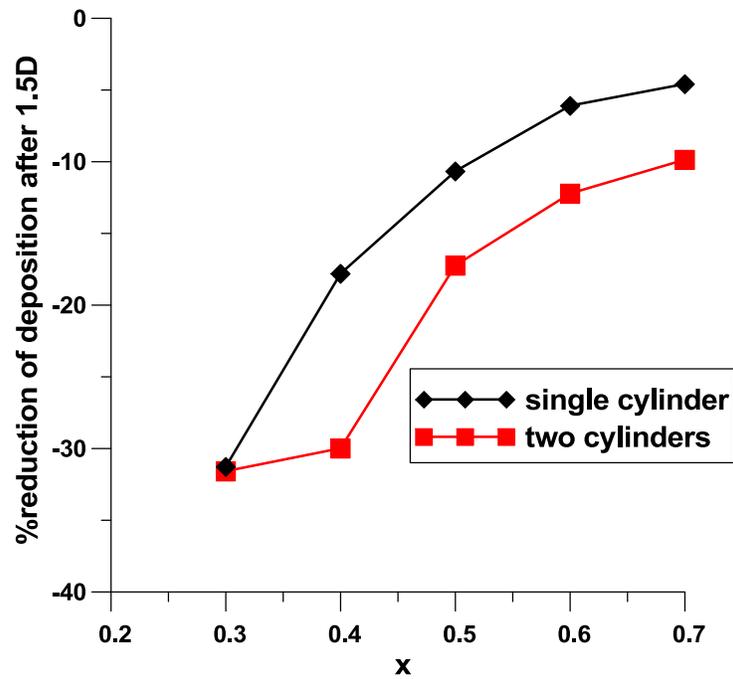
Εικόνα 6-308: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης των σωματιδίων ($Drag/Weight=3$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή αέρα. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$



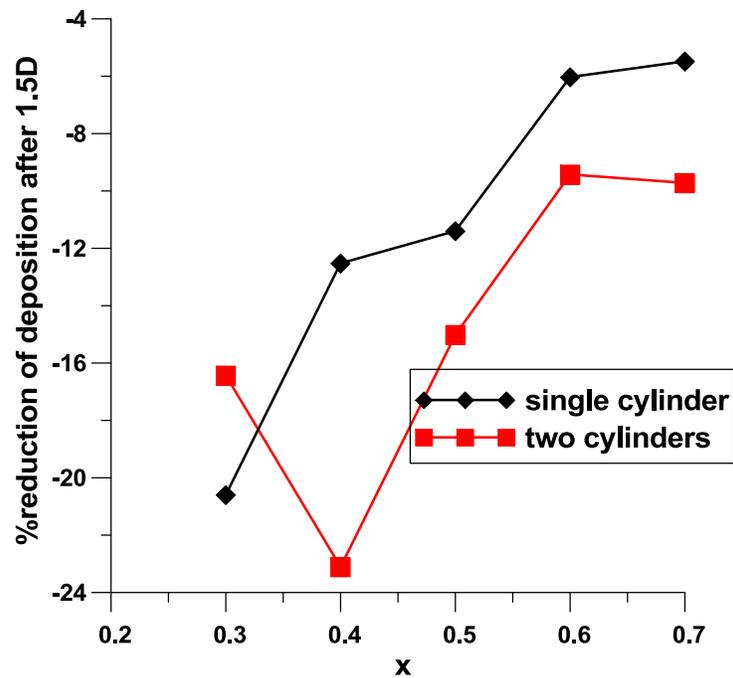
Εικόνα 6-309: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης των σωματιδίων ($Drag/Weight=4$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή αέρα. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$



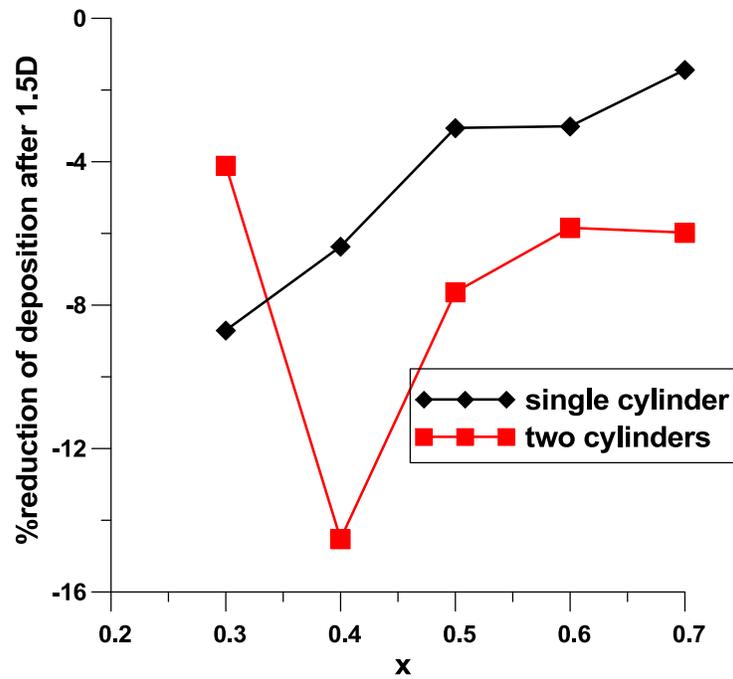
Εικόνα 6-310: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης των σωματιδίων ($Drag/Weight=5$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή αέρα. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$



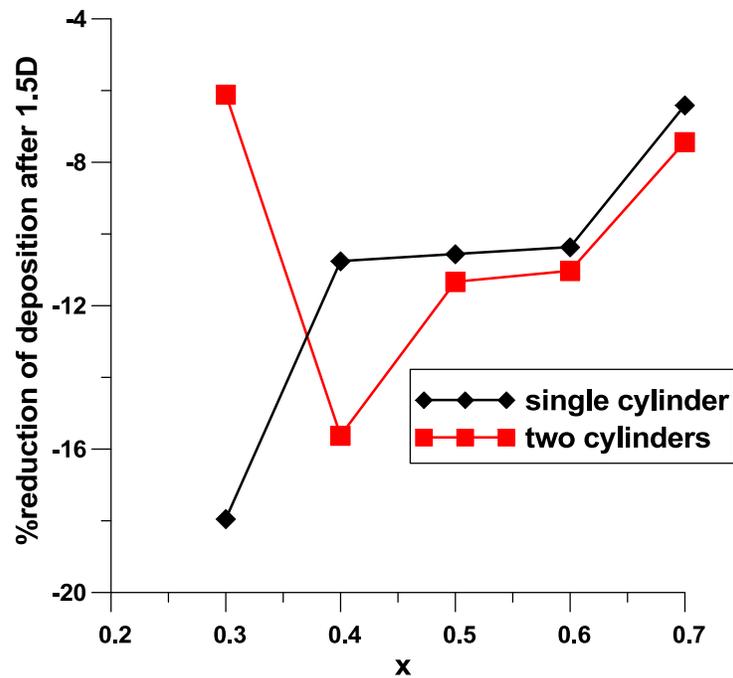
Εικόνα 6-311: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης των σωματιδίων ($Drag/Weight=6$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή αέρα. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$



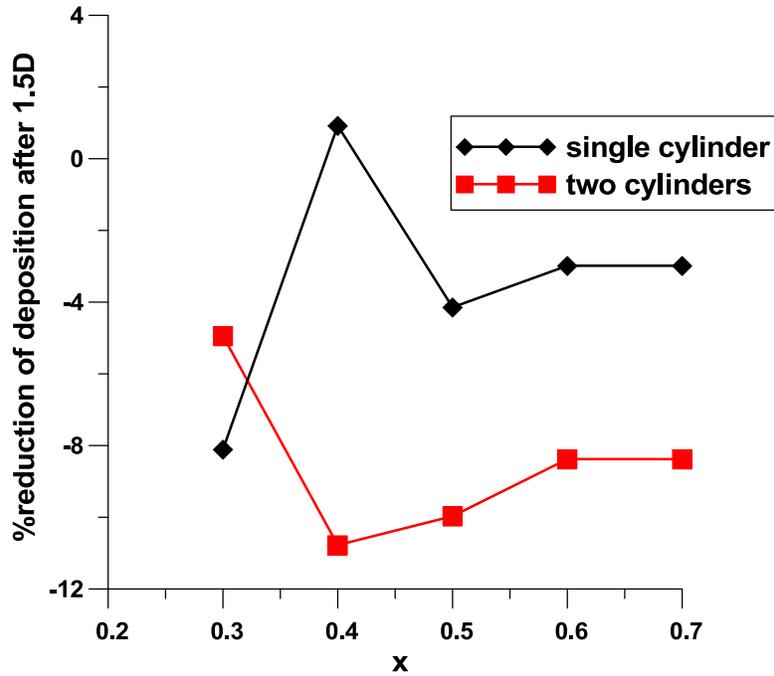
Εικόνα 6-312: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης των σωματιδίων ($Drag/Weight=7$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή αέρα. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$



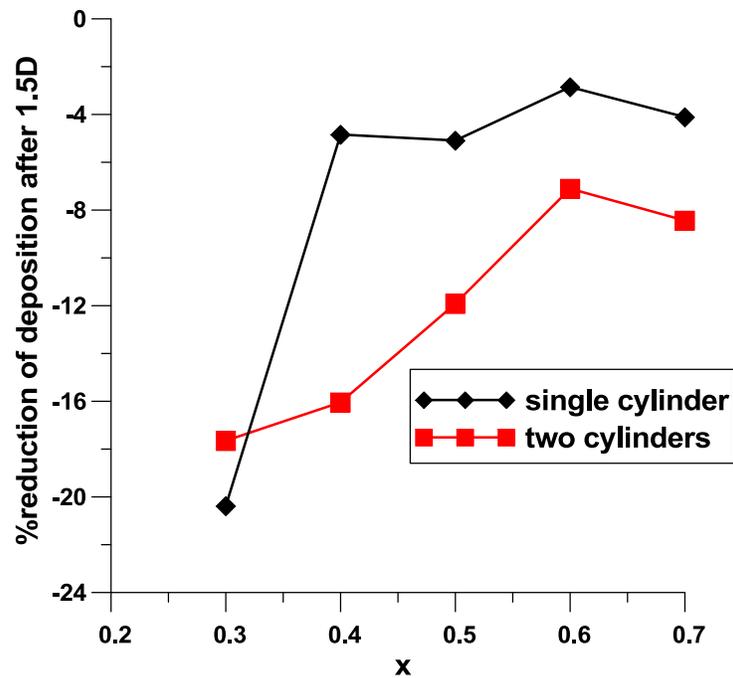
Εικόνα 6-313: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης των σωματιδίων ($Drag/Weight=8$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή αέρα. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$



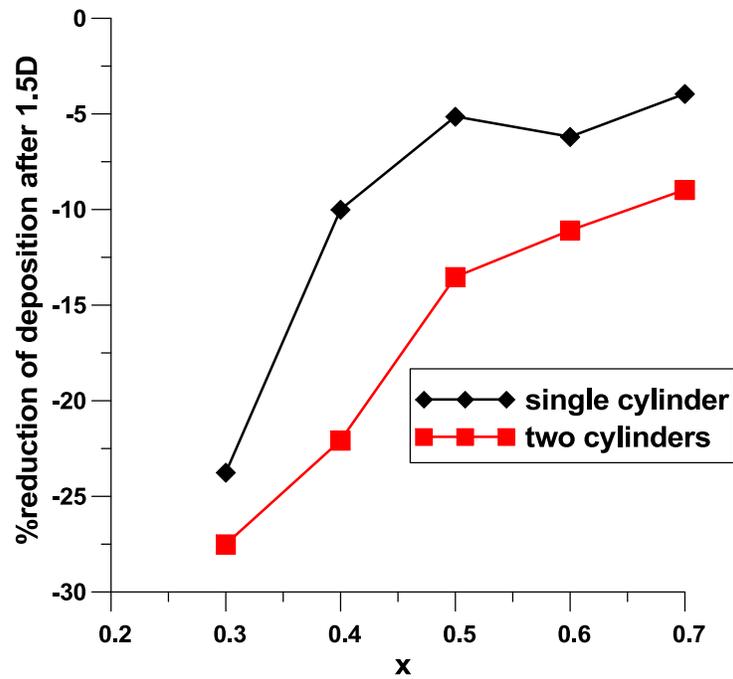
Εικόνα 6-314: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης των σωματιδίων ($Drag/Weight=9$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή αέρα. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$



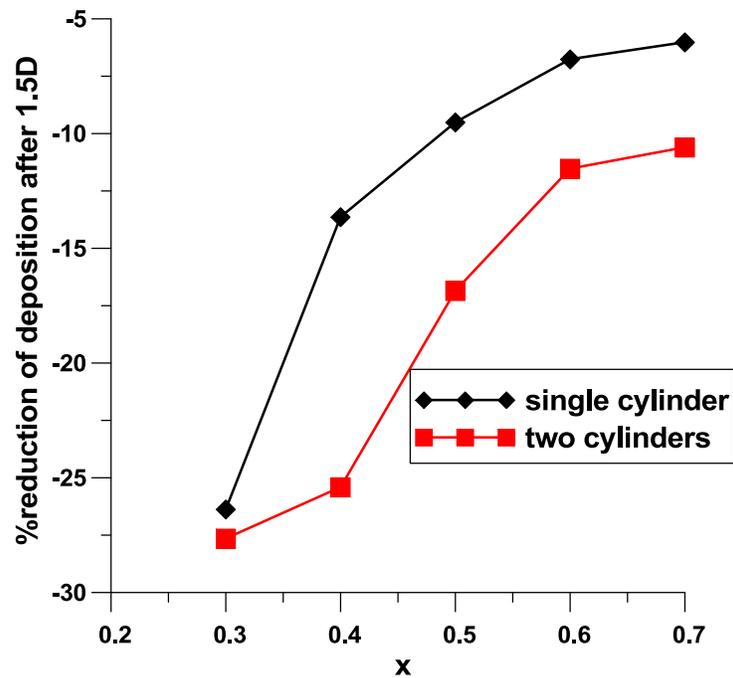
Εικόνα 6-315: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης των σωματιδίων ($Drag/Weight=2$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή νερού. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$



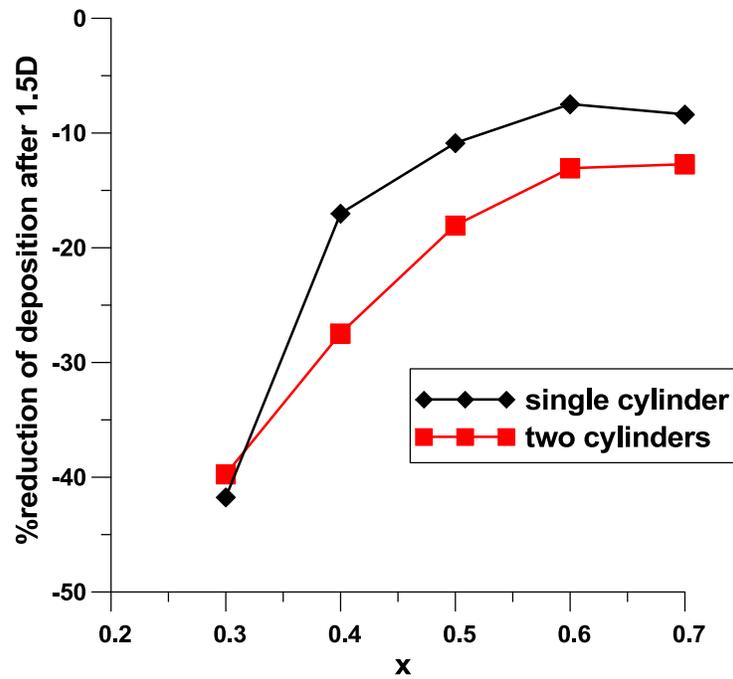
Εικόνα 6-316: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης των σωματιδίων ($Drag/Weight=3$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή νερού. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$



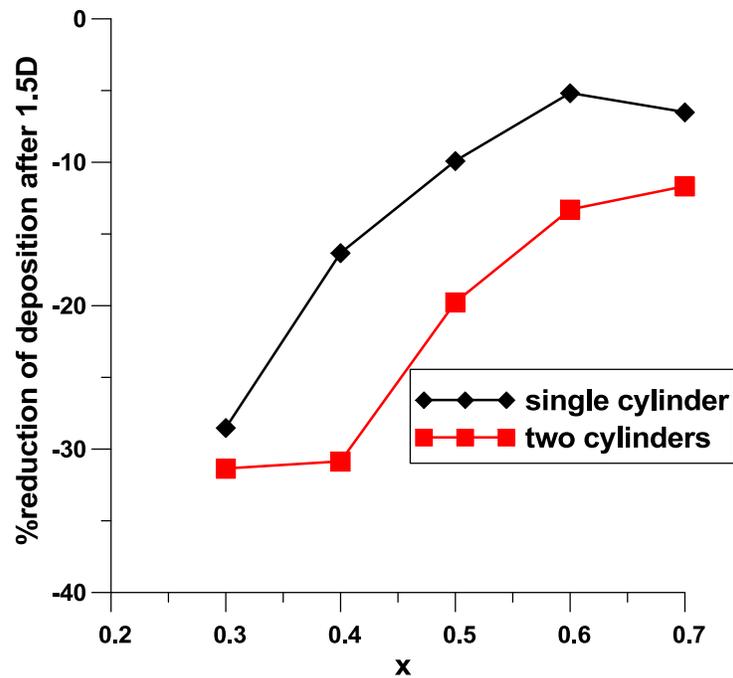
Εικόνα 6-317: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης των σωματιδίων ($Drag/Weight=4$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή νερού. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$



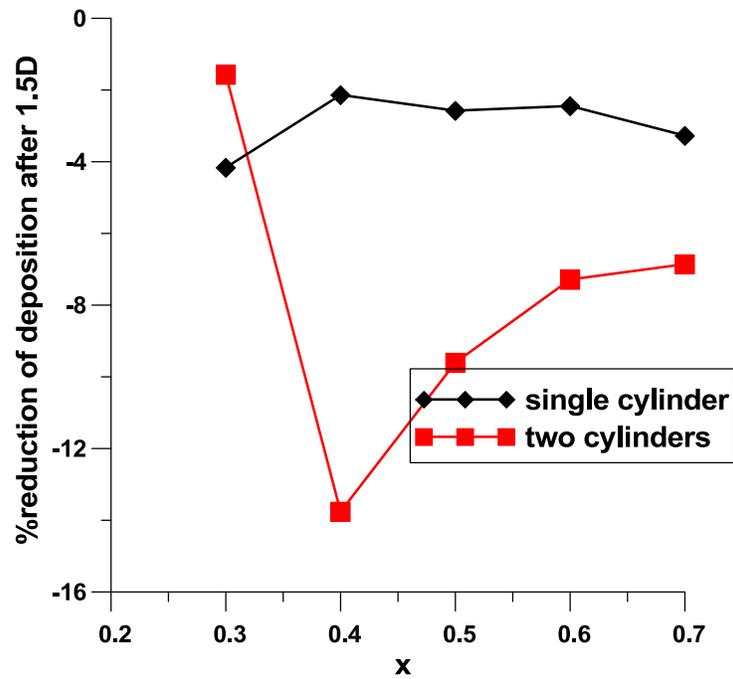
Εικόνα 6-318: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης των σωματιδίων ($Drag/Weight=5$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή νερού. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$



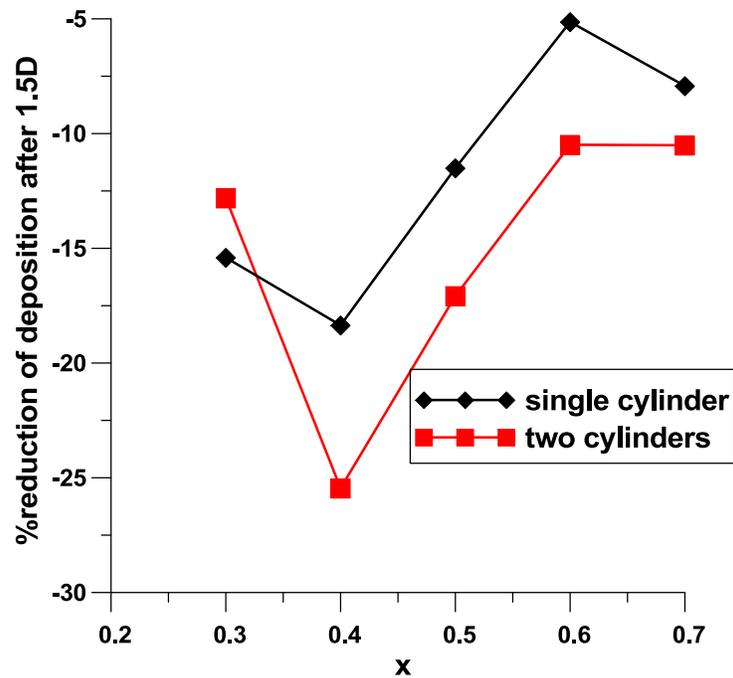
Εικόνα 6-319: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης των σωματιδίων ($Drag/Weight=6$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή νερού. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$



Εικόνα 6-320: Ποσοστιαία μείωση της επικάλυψης των σωματιδίων ($Drag/Weight=7$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή νερού. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$



Εικόνα 6-321: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης των σωματιδίων ($Drag/Weight=8$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή νερού. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$



Εικόνα 6-322: Ποσοστιαία μείωση της επικάθισης των σωματιδίων ($Drag/Weight=9$) για διάφορες αποστάσεις μετά την $x=0.23$ για ένα και δύο κυλίνδρους σε ροή νερού. Οι κύλινδροι διαμέτρου $D=0.02m$ βρίσκονται στη θέση $x=0.2m$ και $x=0.3m$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Διατίθεται ηλεκτρονικό παράρτημα με τα διαγράμματα κίνησης των σωματιδίων μεταξύ 2 μm και 500 μm σε αέρα και νερό για κάθε χρονική στιγμή της κίνησής τους, καθώς και για εύρος σωματιδίων λόγου αντίστασης/βάρος στο εύρος [2,9]. Επιπλέον, δίνονται και τα αντίστοιχα διαγράμματα για την περίπτωση των δύο κυλίνδρων. Τέλος, δίνεται η ποσοστιαία μείωση της επικάθισης των σωματιδίων στις περιπτώσεις με ένα κύλινδρο και με δύο κυλίνδρους έναντι της περίπτωσης του κενού καναλιού, καθώς και η εξέλιξη της ποσοστιαίας μείωσης της επικάθισης σε μεγαλύτερες αποστάσεις από τον κύλινδρο.